

# **STABILITATE, BIFURCAȚIE ȘI HAOS LA CONVERTOARE DC-DC ÎN COMUTAȚIE**

Teză destinată obținerii  
titlului științific de doctor inginer  
la  
Universitatea Politehnica Timișoara  
în domeniul  
INGINERIE ELECTRONICĂ, TELECOMUNICAȚII  
ȘI TEHNOLOGII INFORMAȚIONALE  
de către

**Ing. Mircea Gurbină**

Conducător științific  
Referenți științifici

prof.univ.dr.ing. Dan Lascu  
prof.univ.dr.ing. Adrian Graur  
prof.univ.dr.ing. Dorin Petreuş  
prof.univ.dr.ing. Radu Vasiu  
prof.univ.dr.ing. Viorel Popescu

Ziua susținerii tezei: 20 septembrie 2019

Seriile Teze de doctorat ale UPT sunt:

- |   |   |
|---|---|
| 1. Automatică                               | 11. Știința și Ingineria Materialelor                                   |
| 2. Chimie                                   | 12. Ingineria sistemelor  |
| 3. Energetică                               | 13. Inginerie energetică  |
| 4. Ingineria Chimică                        | 14. Calculatoare și tehnologia informației                              |
| 5. Inginerie Civilă                         | 15. Ingineria materialelor  |
| 6. Inginerie Electrică                      | 16. Inginerie și Management   |
| 7. Inginerie Electronică și Telecomunicații | 17. Arhitectură   |
| 8. Inginerie Industrială                    | 18. Inginerie civilă și instalații                                      |
| 9. Inginerie Mecanică                       | 19. Inginerie electronică, telecomunicații și tehnologii informaționale |
| 10. Știința Calculatoarelor                 |   |

Universitatea Politehnică Timișoara a inițiat seriile de mai sus în scopul diseminării expertizei, cunoștințelor și rezultatelor cercetărilor întreprinse în cadrul școlii doctorale a universității. Seriile conțin, potrivit H.B.Ex.S Nr. 14 / 14.07.2006, tezele de doctorat susținute în universitate începând cu 1 octombrie 2006.

Copyright © Editura Politehnică – Timișoara, 2019

Această publicație este supusă prevederilor legii dreptului de autor. Multiplicarea acestei publicații, în mod integral sau în parte, traducerea, tipărirea, reutilizarea ilustrațiilor, expunerea, radiodifuzarea, reproducerea pe microfilme sau în orice altă formă este permisă numai cu respectarea prevederilor Legii române a dreptului de autor în vigoare și permisiunea pentru utilizare obținută în scris din partea Universității Politehnică Timișoara. Toate încălcările acestor drepturi vor fi penalizate potrivit Legii române a drepturilor de autor.

România, 300223 Timișoara, Bd. Vasile Pârvan nr.2B  
Tel./fax 0256 404677  
e-mail: editura@upt.ro

## Cuvânt înainte

Dezvoltarea electronicii cu toate ramurile sale răspunde azi, mai mult ca niciodată, nevoilor umane tot mai diversificate. Aceste cerințe nestăvilite impun multiplicarea și adaptarea permanentă a surselor de energie.

Lucrarea reunește o gamă largă de convertoare DC-DC, tehnici de comandă din cele mai variate, evidențiază fenomenele de bifurcație și haos prin abordări matematice novatoare, exacte și cu un mare grad de generalizare.

Prezenta teză de doctorat a fost elaborată de către autor în cadrul Departamentului de Electronică Aplicată al Facultății de Electronică, Telecomunicații și Tehnologii Informaționale din Universitatea Politehnică Timișoara.

Mulțumesc pe această cale tuturor profesorilor din departamentul de Electronică Aplicată pentru sprijin și susținere. Menționez aici pe:

- domnul prof. dr.ing. Aurel Gontean care după o discuție prietenească m-a sfătuit să mă înscriu la doctorat, precum și pentru comentariile și recomandările constructive în cadrul comisiilor de evaluare a examenelor și referatelor de doctorat;

- doamna prof. dr.ing. Dorina Isar pentru îndrumare, încredere și ajutorul didactic furnizat, pentru încurajări și susținere de-a lungul perioadei de pregătire a tezei de doctorat;

- domnul conf.dr.ing. Ioan Lie pentru sprijinul prietenesc, altruist dar și pentru recomandările făcute în cadrul comisiilor de îndrumare a autorului tezei;

- domnul conf.dr.ing. Dan Negoșescu pentru optimismul insuflat, recomandările făcute în cadrul comisiilor de îndrumare a autorului tezei;

- domnul conf.dr.ing. Mircea Băbăiță pentru jovialitate, sprijin logistic în realizarea experimentelor, dar și pentru încrederea conferită;

- domnul conf.dr.ing. Adrian Popovici pentru încurajare și sfaturile prietenești de care am beneficiat;

- doamna S.L.dr.ing. Ioana-Monica Pop-Călimanu pentru aportul și energia manifestată în publicarea în coparteneriat de articole științifice;

- domnul S.L.dr.ing. Aurel Cireșan pentru prietenie, sfaturi dar și ajutor tehnic efectiv în toate câte am întreprins până în prezent;

- domnul ing. Septimiu Lică pentru prietenie și colaborare în cadrul colectivului redacțional, diseminare și promovare a articolelor științifice proprii.

Un loc de cinste îi revine domnului prof. dr.ing. Viorel Popescu care printr-un dialog spiritual, atitudine optimistă, a provocat mobilizarea pentru finalizarea tezei.

Mulțumiri și recunoștință deplină adresez conducătorului de doctorat domnului prof.dr.ing. Dan Lascu. Îndrumarea exigentă și persuasivă, încrederea nețărmurită în demonstrațiile teoretice precum și convingerea fermă că proiectele experimentale se pot realiza, iar rezultatele practice trebuie să fie convergente cu calculele analitice, este doar una din lecțiile multe și prețioase pe care le-am primit de la dumnealui!

Mulțumiri deosebite adresez familiei mele ce a manifestat înțelegere pentru mine pe parcursul acestei perioade lungi de efort susținut în documentarea, editarea tezei, timp în care, poate n-a beneficiat suficient de ajutorul meu.

Nu în ultimul rând mulțumiri se cuvin și tuturor prietenilor mei, chiar dacă unii nu au fost explicit menționați, le dedic, în semn de prețuire, prezenta teză!

Timișoara  
Mai, 2019

Ing. Mircea Gurbină



Mulțumesc membrilor comisiei de doctorat domnilor **prof. dr. ing. Adrian Graur, prof. dr. ing. Dorin Petreuş, prof. dr. ing. Radu VasIU, prof. dr. ing. Viorel Popescu** în calitate de referenți ai lucrării precum și domnului **prof. dr. ing. Aldo De Sabata** în calitate de președinte al comisiei.

Respect și mulțumiri adresez întregului colectiv din departamentul de Electronică Aplicată al Facultății de Electronică, Telecomunicații și Tehnologii Informaționale din Timișoara pentru sprijinul științific și didactic precum și pentru documentarea și realizarea experimentelor necesare analizei fenomenelor de bifurcație și haos la convertoarele DC-DC.

Gurbină, Mircea

### **Stabilitate, bifurcație și haos la convertoare dc-dc în comutație**

Teze de doctorat ale UPT, Seria 19, Nr. 2, Editura Politehnica, 2019, 298 pagini, 187 figuri, 26 tabele, 62 anexe.

ISSN:2668-425X

ISSN-L:2668-425X

ISBN:978-606-35-0307-8

Cuvinte cheie: convertoare DC-DC, conducție continuă, conducție discontinuă, neliniaritate, bifurcație cu dublarea perioadei și Neimark-Sacker, haos, modele în spațiul stărilor, jacobian, multiplicatori caracteristici.

Rezumat,

Lucrarea propune metode și tehnici de analiză noi, exacte, în investigarea stabilității convertoarelor dc-dc în comutație, prin care este posibilă prognozarea cu precizie a valorilor parametrilor de circuit la care apare fenomenul de bifurcație. S-a urmărit eliminarea totală a oricăror aproximări și obținerea de formule general valabile de predicție a bifurcației, atât pentru convertoarele cu funcționare CCM cât și pentru cele cu funcționare DCM. Pentru toate acestea în literatura de specialitate un standard de analiză era cel cu trunchieri ale seriilor Taylor până la termenii de ordinul doi și deci afectate de erori. Metodele de analiză dezvoltate sunt cu un grad ridicat de generalitate, aplicându-se cu același formalism pentru orice tipuri de convertoare, de la cele de ordin doi sau patru, cu structură simplă, până la cele hibride sau multifazice. Mai mult, toate aceste noi tehnici dezvoltate se pot utiliza cu cele mai diverse tipuri de comenzi: proporționale în tensiune, în curent, one-cycle control, charge control, feedforward, cu amplificator de eroare de ordinul 2 sau 3, utilizând atât eșantionarea naturală cât și cea uniformă, cu purtătoare în dinte de fierăstrău sau triunghiulară. S-au pus în evidență diferențele mari ce pot exista între modulația în dinte de fierăstrău și modulația triunghiulară, iar la convertoarele cu funcționare DCM s-a relevat că este total inadecvată aproximarea rezultatelor eșantionării naturale cu cele obținute la eșantionarea uniformă. Validarea conceptelor teoretice s-a efectuat prin simulare dar și prin modele experimentale. Erorile relative nu au depășit niciodată valori de 1%! Astfel se apreciază că metodele și tehnicile propuse în lucrare aduc contribuții semnificative în analiza fenomenelor neliniare, de bifurcație și haos din convertoarele DC-DC bifurcație și haos în convertoarele DC-DC.



## CUPRINS

Cuvânt înainte .....	3
<b>NOTAȚII, SIMBOLURI ȘI ABREVIERI</b> .....	<b>10</b>
<b>LISTA CU TABELE</b> .....	<b>12</b>
<b>LISTA CU FIGURI</b> .....	<b>14</b>
<b>INTRODUCERE</b> .....	<b>21</b>
<b>Obiectul tezei</b> .....	<b>21</b>
<b>Structura tezei</b> .....	<b>23</b>
<b>1. BIFURCAȚIE ȘI HAOS ÎN SISTEMELE DINAMICE NELINIARE</b> .....	<b>23</b>
1.1. Scurt istoric .....	29
1.2. Feigenbaum evidențiază haosul.....	33
1.3. Sisteme dinamice .....	34
1.3.1. Stabilitatea sistemelor dinamice.....	36
1.4. Regimurile sistemelor dinamice .....	37
1.4.1. Punct izolat de echilibru .....	37
1.4.2. Regimul permanent periodic .....	38
1.4.3. Regim permanent cvasiperiodic.....	38
1.4.4. Regimul haotic.....	39
1.5. Tehnici de analiză ale sistemelor neliniare .....	40
1.5.1. Liniarizarea modelelor matematice .....	41
1.5.2. Stabilitatea mulțimilor limită în planul complex .....	41
1.5.3. Tehnica sau secțiunea Poincaré.....	42
1.5.4. Exponenții Lyapunov .....	44
1.6. Bifurcație și haos.....	46
1.7. Concluzii și contribuții personale.....	48
<b>2. FENOMENE DE BIFURCAȚIE ȘI HAOS LA CONVERTORUL BUCK CU COMANDĂ ONE-CYCLE CU RESETARE NEIDEALĂ</b> .....	<b>49</b>
2.1. Comanda one-cycle .....	49
2.2. Analiza de stare staționară a convertorului buck cu comandă OCC la care resetarea se face printr-o rezistență nenulă.....	51
2.3. Analiza dinamică a convertorului buck cu comandă OCC și resetare neideală .....	54
2.4. Ecuațiile dinamice discrete ale convertorului buck cu comandă OCC și resetare neideală .....	55
2.5. Analiza stabilității convertorului buck cu comandă OCC și resetare neideală .....	57
2.6. Calculul valorilor limită ale tensiunii de referință la care apare instabilitatea.....	59
2.7. Verificări prin simulare ale convertorului buck cu OCC și resetare neideală .....	60

---

2.7.1. Analiza și verificarea în Matlab a instabilității: .....	60
2.7.2. Analiza și compararea datelor obținute în Matlab cu cele furnizate prin verificarea în programul Caspoc pentru convertorul buck cu OCC având resetare neideală .....	63
2.8. Verificarea prin experiment a convertorului buck cu OCC.....	68
2.9. Concluzii și contribuții personale.....	74
<b>3. ANALIZA OCC LA CONVERTOARE DE ORDIN PATRU SEPIC, ZETA, ĆUK76</b>	
3.1. Introducere .....	76
3.2. Convertorul Zeta cu comandă OCC .....	77
3.3. Analiza stabilității convertorului Zeta cu comandă OCC.....	78
3.3.1. Calculul analitic al perturbației din mărimea de comandă .....	78
3.3.2. Calculul geometric al propagării perturbației din tensiunea capacitivă într-o perioadă .....	80
3.4. Studiul stabilității convertorului Zeta cu OCC .....	82
3.5. Verificări prin simulare a stabilității convertorului Zeta cu OCC .....	82
3.6. Extinderea analizei la convertoarele Sepic și Ćuk .....	87
3.6.1. Verificări prin simulare în Caspoc a stabilității convertorului Sepic cu OCC87	
3.6.2. Verificări prin simulare a stabilității convertorului Ćuk cu OCC.	91
3.7. Concluzii și contribuții personale.....	93
<b>4. O NOUĂ METODĂ MATEMATICĂ PENTRU INVESTIGAREA STABILITĂȚII, A FENOMENELOR DE BIFURCAȚIE ȘI HAOS ÎN CONVERTOARELE DC-DC CU FUNCȚIONARE CCM .....</b>	<b>95</b>
4.1. Considerații generale .....	95
4.2. Determinarea cu exactitate a apariției bifurcației la convertoarele DC-DC cu funcționare CCM.....	96
4.3. Analiza exactă a fenomenelor de bifurcație la convertoare DC-DC CCM cu comandă proporțională .....	98
4.3.1. Comanda proporțională și modulație pe front ridicător sau coborâtor. Definirea matricelor de stare și a matricelor de tranziție....	98
4.3.2. Analiza exactă a fenomenelor de bifurcație în convertoarele DC-DC cu comandă proporțională .....	101
4.3.3. Determinarea exactă a bifurcației la un convertor buck-boost cu comandă proporțională în tensiune și modulație pe front coborâtor..	103
4.4. Analiza exactă a fenomenelor de bifurcație în convertoarele DC-DC cu comandă one-cycle.....	110
4.5. Analiza exactă a fenomenelor de bifurcație în convertoarele DC-DC cu comandă prin sarcină.....	117
4.5.1. Comanda prin sarcină .....	117



4.5.2. Determinarea exactă a bifurcației la un convertor buck cu comandă prin sarcină.....	118
4.5.3. Verificări experimentale .....	122
4.6. Concluzii și contribuții personale.....	130
<b>5. O NOUĂ METODĂ MATEMATICĂ PENTRU ANALIZA STABILITĂȚII ȘI A FENOMENELOR DE BIFURCAȚIE ÎN CONVERTOARELE DC-DC CU TREI STĂRI TOPOLOGICE .....</b>	<b>132</b>
5.1. Convertoare DC-DC cu trei stări topologice. Considerații generale ...	132
5.2. Modele în spațiul stărilor .....	133
5.3. Soluția generală în domeniul timp a modelelor dinamice continue, liniare, și invariante în timp .....	134
5.4. Metoda exactă și generală de analiză a convertoarelor cu trei stări topologice .....	135
5.5. Determinarea punctului static de funcționare la convertoarele DC-DC cu trei stări topologice.....	140
5.6. Aplicarea metodei generalizate propuse .....	141
5.7. Concluzii și contribuții personale.....	143
<b>6. ANALIZA EXACTĂ A FENOMENELOR DE INSTABILITATE PENTRU CONVERTOARELE DC-DC AVÂND COMANDĂ PROPORȚIONALĂ, MODULAȚIE TRIUNGHULARĂ, CU EȘANTIONARE UNIFORMĂ ȘI NATURALĂ.....</b>	<b>144</b>
6.1. Obținerea factorilor de umplere, a hărții iterative, a soluției de stare staționară și a ecuației comenzii pentru modulația triunghiulară LE asimetrică și simetrică cu eșantionare uniformă și controller proporțional .....	144
6.2. Obținerea factorilor de umplere, a hărții iterative, a soluției de stare staționară și a ecuației comenzii pentru modulația triunghiulară TE asimetrică și simetrică, cu eșantionare uniformă și controller proporțional .....	149
6.3. Verificarea prin simulare Matlab și Caspoc a fenomenelor de bifurcație la modulația triunghiulară LE și TE și eșantionare uniformă .....	152
6.4. Obținerea timpilor de comandă, a hărții iterative, a soluției de stare staționară și a ecuației comenzii pentru modulația triunghiulară LE și TE asimetrică și simetrică cu eșantionare naturală și controller proporțional .....	157
6.5. Verificarea Matlab și Caspoc a rezultatelor obținute la modulația triunghiulară naturală TE respectiv LE .....	161
6.6. Concluzii și contribuții personale.....	167
<b>7. FENOMENE DE BIFURCAȚIE ȘI HAOS LA CONVERTOARE CE AU CONTROLLER CU COMPONENTE PROPORȚIONALE, INTEGRATIVE ȘI DERIVATIVE .....</b>	<b>169</b>
7.1. Tehnica compensării .....	169
7.2. Tehnica compensării la convertoarele DC-DC .....	170

## 8 Cuprins

---

7.2.1. Proiectarea prin plasarea independentă a polilor și zerourilor	178
7.2.2. Proiectarea prin metoda factorului k	182
7.3. Analiza exactă a stabilității unui convertor buck cu AE3 și comparație cu metoda tradițională	183
7.4. Concluzii și contribuții personale	193
<b>8. FENOMENE DE BIFURCAȚIE ȘI HAOS LA CONVERTORUL ĆUK CU COMANDĂ ÎN CURENȚ ȘI OCC ȘI CONVERTORUL BOOST MULTIFAZIC</b>	<b>194</b>
8.1. Convertorul Ćuk cu comandă în curent	194
8.1.1. Comanda prin suma curenților inductivi	195
8.1.2. Calculul exact al valorii curentului de referință și a factorului de umplere pentru convertorul Ćuk comandat în curent, la apariția bifurcației cu dublarea perioadei	198
8.1.3. Verificarea prin simulare	198
8.2. Convertorul Ćuk cu comandă One Cycle	201
8.3. Analiza stabilității convertorului boost multifazic	206
8.3.1. Bifurcație și haos în convertoarele multifază	206
8.3.2. Obținerea funcțiilor de comandă $F_1$ și $F_2$ ale convertorului bifazic	208
8.3.3. Algoritmul matematic exact de analiza stabilității convertorului boost bifazic hibrid. Determinarea jacobianului	209
8.3.4. Obținerea matricelor de stare pentru convertorul boost bifazic hibrid cu cuplaj magnetic ideal	211
8.3.5. Prognoza analitică și verificarea prin simulare	213
8.4. Concluzii și contribuții personale	217
<b>9. ANALIZA STABILITĂȚII ȘI A FENOMENELOR DE BIFURCAȚIE ÎN CONVERTOARELE DC-DC CU FUNCȚIONARE ÎN CONDUȚIE DISCONTINUĂ</b>	<b>219</b>
9.1. Convertoare DC-DC cu funcționare în conducție discontinuă	219
9.2. Descrierea în spațiul stărilor a convertoarelor DC-DC cu funcționare DICM	219
9.3. Aspecte caracteristice modului DICM legate de calculul soluției de stare staționară	223
9.4. Convertor boost cu comandă în tensiune de tip proporțional, eșantionare naturală și uniformă, cu amplificarea diferențială ca parametru de bifurcație	226
9.4.1. Rezultate prin simulare	228
9.4.2. Rezultate experimentale	230
9.4.3. Studiul comparativ între metoda de analiză propusă de autor și tehnica propusă în [117]	235
9.5. Convertorul boost în modul DICM cu eșantionare naturală, având tensiunea de alimentare ca parametru de bifurcație	241

---

9.6. Convertor buck în modul DICM cu comandă în tensiune și eşantionare naturală și uniformă având amplificarea ca parametru de bifurcație .	244
9.7. Convertor buck în modul DICM comandat prin curentul de vârf .....	247
9.8. Concluzii și contribuții personale.....	251
<b>10. CONCLUZII FINALE ȘI CONTRIBUȚII PERSONALE .....</b>	<b>254</b>
10.1. Concluzii finale .....	254
10.2. Contribuții personale.....	256
10.3. Dezvoltări viitoare .....	259
<b>Bibliografie .....</b>	<b>260</b>
<b>Lista cu lucrările științifice proprii – publicațiilor rezultate în contextul elaborării tezei de doctorat, publicate sub afiliere U.P.T. și la care face referire lucrarea <i>ing. Mircea GURBINĂ</i> .....</b>	<b>268</b>
<b>Anexe .....</b>	<b>271</b>

## NOTAȚII, SIMBOLURI ȘI ABREVIERI

- $A_{on}, B_{on}$  – matricele de stare ale unui convertor DC-DC aferente conducerii tranzistorului și blocării diodei (diodelor)
- $A_{off}, B_{off}$  – matricele de stare ale unui convertor DC-DC aferente blocării tranzistorului și conducerii diodei (diodelor)
- $A_3, B_3$  – matricele de stare ale unui convertor DC-DC aferente blocării tranzistorului și diodei (diodelor)
- AE III*- amplificator de eroare de ordin III.
- BCM – engl: „**B**oundary **C**onduction **M**ode”, modul de conducție la limita CCM și DCM
- CC – engl: „**C**harge **C**ontrol”, tehnica de comandă prin sarcină
- CCM – engl: „**C**ontinuous **C**onduction **M**ode”, funcționare în regim de curent neîntrerupt
- COT – engl: „**C**onstant **o**n **T**ime”, funcționare cu timp de conducție constant
- $d_n$  – factorul de umplere discret
- D* – factorul de umplere în stare staționară
- DC-DC – engl: „**D**irect **C**urrent to **D**irect **C**urrent”, conversia unei tensiuni continue într-o tensiune continuă de altă valoare
- DCM – engl: „**D**iscontinuous **C**onduction **M**ode”, modul de conducție întreruptă
- DCVM – engl: „**D**iscontinuous **C**apacitor **V**oltage **M**ode”, modul de conducție întreruptă din punct de vedere al tensiunii capacitive
- DICM – engl: „**D**iscontinuous **I**nductor **C**urrent **M**ode”, modul de conducție întreruptă din punct de vedere al curentului inductiv
- $\Phi_j, \Psi_j$  – matrice de tranziție
- $f_s$  – frecvența de comutație
- FB- engl: „**f**eed**b**ack”, reacția negativă
- FF- engl: „**f**eed**f**orward”, reacția anticipativă
- FOT- engl: „**F**ixed **o**ff **T**ime”, funcționare cu timp de blocare constant
- $I_{ref}$  – curentul de referință
- $I^2$  – tehnică de control prin curentul mediu aplicat la bucla de reacție dublă
- J* – Jacobianul unui sistem
- k* – factor de amplificare
- LE – engl. „**L**eading **E**dge”, tehnică de modulație la care comutația se face pe frontul crescător al semnalului de comandă
- LTI- engl: „**L**inear **T**ime-**I**nvariant”, sistem liniar și invariant în timp,
- M* – raportul static de conversie,  $V_o/V_{gr}$ , raportul dintre componentele continue ale tensiunii de ieșire și de intrare
- OCC- engl: „**O**ne **C**ycle **C**ontrol”, controlul perioadă cu perioadă
- PCC – engl. „**P**eak **C**urrent **C**ontrol”, controlul curentului de vârf
- PCM – engl. „**P**eak **C**urrent **M**ode”, modul de control al curentului de vârf
- $\rho_{bif}$  – mărime fizică aleasă ca și parametru de bifurcație
- PFC- engl. „**P**ower **F**actor **C**orrection”- corecția factorului de putere
- PSF – **P**unct **S**tatic de **F**uncționare
- PWM – engl: „**P**ulse **W**idth **M**odulation”, modulația impulsurilor în durată
- TE – engl. „**T**railing **E**dge”, tehnică de modulație la care comutația se face pe frontul descrescător al semnalului de comandă
- t* – timp continuu
- $t_{on}$  – timpul de conducție al tranzistorului

- $t_{off}$  – timpul de blocare al tranzistorului  
 $T_e$  - perioada de eșantionare  
 $T_r, T_s$  - perioada de comutație  
 $V_g$  - tensiunea medie de alimentare  
 $V_o$  - tensiunea medie de ieșire  
 $V_{ref}$  - tensiune de referință  
 $V^2$  – tehnică de control prin tensiunea medie aplicată la bucla de reacție dublă  
 $u_r$  - vectorul de intrare redus (din care s-a eliminat mărimea de comandă)  
 $x$  - vector de stare  
 $X$  - vectorul de stare staționară  
 $y$  - vector de ieșire  
 $\hat{z}$  - perturbație mică a mărimii  $z$  în jurul punctului de funcționare  
 $z(t)$  - valoarea instantanee a variabilei  $z$   
 $z(s)$  - transformata Laplace a variabilei  $z(t)$   
 $Z$  - componenta continuă a variabilei  $z(t)$   
 $\lambda$  - exponentul Lyapunov  
 $\mu$  - vectorul parametrilor unui sistem  
 $\omega_{UGF}$  - frecvența unghiulară pentru care se produce intersecția caracteristicii de amplitudine cu axa frecvențelor la diagramele Bode

## LISTA CU TABELE

Tabelul 4.1. Multiplicatorii caracteristici la convertorul buck-boost cu modificarea $V_{ref}$ .....	106
Tabelul 4.2. Multiplicatorii caracteristici la convertorul buck-boost la modificarea amplificării.....	108
Tabelul 4.3. Multiplicatorii caracteristici la convertorul buck cu OCC la modificarea $V_{ref}$ .....	113
Tabelul 4.4. Multiplicatorii caracteristici la convertorul buck cu OCC la modificarea $V_{ref}$ .....	115
Tabelul 4.5. Valorile calculate ale multiplicatorilor caracteristici la convertorul buck cu comandă prin sarcină.....	120
Tabelul 6.1. Valorile calculate ale multiplicatorilor caracteristici la convertorul buck	153
Tabelul 6.2. Rezultatele analizei apariției bifurcației în funcție de forma tensiunii purtătoare asimetrice, la modulația uniformă LE. Parametrul de bifurcație ales a fost amplificarea A. ....	154
Tabelul 6.3. Valorile multiplicatorilor caracteristici la convertorul buck cu comandă proporțională, modulație TE și eșantionare uniformă cu parametrul de bifurcație amplificarea diferențială A .....	156
Tabelul 6.4. Rezultatele analizei apariției bifurcației în funcție de forma tensiunii purtătoare asimetrice, la modulația uniformă TE. Parametrul de bifurcație este amplificarea A. ....	157
Tabelul 6.5. Valorile calculate ale multiplicatorilor caracteristici la convertorul buck	161
Tabelul 6.6. Rezultatele analizei apariției bifurcației în funcție de forma tensiunii purtătoare asimetrice, la modulația naturală TE. Parametrul de bifurcație ales a fost amplificarea A. ....	162
Tabelul 6.7. Valorile calculate ale multiplicatorilor caracteristici la convertorul buck	164
Tabelul 6.8. Rezultatele analizei apariției bifurcației în funcție de forma tensiunii purtătoare asimetrice, la modulația naturală LE. Parametrul de bifurcație ales a fost amplificarea A. ....	166
Tabelul 7.1. Multiplicatorii caracteristici la convertorul buck cu AE3 la modificarea $R_1$ .....	188
Tabelul 8.1. Evoluția multiplicatorilor caracteristici la convertorul Ćuk comandat în curent.....	198
Tabelul 8.2. Evoluția multiplicatorilor caracteristici la convertorul Ćuk cu OCC .....	203
Tabelul 8.3. Starea întrerupătoarelor convertorului boost hibrid bifazic în decursul unei perioade de comutație .....	212
Tabelul 8.4. Evoluția multiplicatorilor caracteristici la convertorul boost bifazic hibrid .....	213
Tabelul 9.1. Evoluția valorilor proprii obținute prin noua metodă propusă la modificarea amplificării diferențiale.....	228
Tabelul 9.2. Tabel comparativ al rezultatelor exacte obținute prin noua metodă matematică și valorile obținute prin simulare în Caspoc™ pentru un convertor boost cu reacție și eșantionare naturală .....	239
Tabelul 9.3. Tabel comparativ al rezultatelor exacte obținute prin noua metodă de modelare propusă și valorile obținute prin simulare în Caspoc™ pentru un convertor boost cu reacție și eșantionare uniformă.....	240
Tabelul 9.4. Tabel comparativ al rezultatelor exacte obținute prin noua metodă matematică și valorile approximate de către prof. C.K.Tse pentru un convertor boost cu reacție și eșantionare naturală și uniformă .....	240

---

Tabelul 9.5. Evoluția valorilor proprii obținute prin noua metodă de modelare propusă diagnosticare a stabilității convertoarelor DICM, la modificarea tensiunii de alimentare. ....	241
Tabelul 9.6. Evoluția valorilor proprii în eșantionare uniformă la modificarea amplificării.....	244
Tabelul 9.7. Rezultatele exacte obținute prin noua metodă matematică propusă de autor comparate cu valorile approximate ale profesorului K.C.Tse pentru un convertor buck cu reacție și modulație uniformă cu $D_{stat} = 0,4717$ .	246
Tabelul 9.8. Evoluția valorilor proprii la convertorul buck la modificarea curentului $I_{ref}$ .....	249

## LISTA CU FIGURI

Fig.1.1. Atractorul Lorenz. Sursa [original].....	30
Fig.1.2. Variația lui $z_n$ sau $z_{n+1}$ în funcție de parametrul "k". Sursa [original]. ....	33
Fig.1.3. Soluțiile ecuației $z_{n+1} = kz_n(1-z_n)$ pentru $k=3,85$ respectiv $k=3,86$ . Sursa [original].....	34
Fig.1.4. Stabilitatea sistemelor: a-sistem stabil, b-sistem asimptotic stabil, c-sistem instabil. Sursa [original]. ....	37
Fig.1.5. Sistemul Van der Pol: a-ciclu limită în spațiul stărilor, b- forma de undă $y_1(t)$ . Sursa [original].....	38
Fig.1.6. Sistemul Van der Pol modificat : a- spațiul stărilor, b- formă de undă. Sursa [original].....	39
Fig.1.7. Sistemul Chua în spațiul stărilor. Sursa [original]. ....	40
Fig.1.8. Variația haotică în timp a tensiunilor pe cele două capacități ale circuitului Chua. Sursa [original].....	40
Fig.1.9. Secțiunea Poincaré pentru un semnal reprezentat în spațiul fazelor. Sursa [34].....	43
Fig.1.10. Coeficienții Lyapunov pentru ecuația (1.3) a lui Feigenbaum. Sursa [original].....	45
Fig.1.11. Reprezentări grafice ale haosului. Sursa [internet].....	47
Fig.2.1. Convertor Buck cu comandă OCC. Sursa [49]. ....	49
Fig.2.2. OCC și eliminarea perturbațiilor din $V_g$ . Sursa [49].....	50
Fig.2.3. Convertorul buck cu OCC la care descărcarea condensatorului se face printr-o rezistență nenulă. Sursa [original].....	52
Fig.2.4. Forma de undă a tensiunii $V_c$ la convertorului buck cu OCC în stare staționară. Sursa [original].....	52
Fig.2.5. Tensiunea pe condensatorul de integrare la apariția unei perturbații mici pozitive în tensiunea de referință. Sursa [original].....	55
Fig.2.6. Formele de undă după $n+1$ perioade comutație: albastru- stare neperturbată, iar roșu- stare perturbată. Sursa [original]. ....	56
Fig.2.7. Graficul tridimensional în Matlab al funcției $f(M,p)$ . Sursa [original]. ....	61
Fig.2.8. Graficul în plan al $f(M,p)$ cu $M$ fixat. Sursa [original]. ....	61
Fig.2.9. Dependența raportului static de conversie de tensiunea de referință normalizată. Sursa [original]. ....	63
Fig.2.10. Schema de simulare a convertorului buck cu OCC în stare staționară. Sursa [original].....	64
Fig.2.11. Forma de undă a tensiunii de ieșire pentru $V_{ref}=8V$ . Sursa [original]. ....	64
Fig.2.12. Dublarea perioadei tensiunii de ieșire la convertorul buck cu OCC la $V_{ref}=11V$ . Sursa [original]. ....	65
Fig.2.13. Schema de simulare a convertorului buck cu OCC în prezența perturbațiilor. Sursa [original].....	66
Fig.2.14. Tensiunea de ieșire: trecerea din regiunea de funcționare stabilă în cea instabilă cu dublarea perioadei la variația tensiunii de referință $V_{ref}=[10,70V-10,74V]$ . Sursa [original].....	67
Fig.2.15. Apariția bifurcației la valoarea $V_{ref}=10,724V$ . Sursa [original]. ....	67
Fig.2.16. Schema implementată experimental a convertorului buck cu OCC. Sursa [original].....	68
Fig.2.17. Implementarea experimentală a integratorului resetabil. Sursa [original]. .	69
Fig.2.18. Formele de undă la funcționarea stabilă pentru $V_{ref}=10,78V$ . 1. Albastru: tensiunea evidențiind factorul de umplere $D=0,823$ ; 3. Violet: Tensiunea pe	



condensatorul de integrare; 4. Verde: curentul prin bobină. Sursa [original].	71
Fig.2.19. Curentul prin bobină în funcție de tensiunea pe capacitatea de integrare la $V_{ref}=10,78V$ . Sursa [original].	72
Fig.2.20. Curentul prin bobină și tensiunea pe capacitatea de integrare la $V_{ref}=10,82V$ . Sursa [original].	72
Fig.2.21. Dublarea perioadei în regim instabil la $V_{ref}=11,00V$ și $D=0,91$ ; 1 (albastru) - tensiunea pe dioda convertorului buck; 3 (violet) - tensiunea pe capacitatea de integrare; 4 (verde) - curentul prin bobină. Sursa [original].	73
Fig.2.22. Spațiul fazelor: curentul prin bobină în funcție de tensiunea pe capacitatea de integrare în regim instabil cu dublarea perioadei la $V_{ref}=10,90V$ . Sursa [original].	73
Fig.2.23. Portret de fază: curentul prin bobină în funcție de tensiunea de ieșire: funcționare instabilă cu haos la $V_{ref}:11,2V$ . Sursa [original].	74
Fig.3.1. Circuitul de ieșire: a) Buck, Zeta sau Ćuk; b) Sepic. Sursa [original].	76
Fig.3.2. Schema de principiu a convertorului ZETA cu OCC. Sursa [original].	77
Fig.3.3. Formele de undă ideale ale lui $V_{C1}(t)$ . Sursa [original].	77
Fig.3.4. Tensiunea $V_{C1}(t)$ - ( <i>sus</i> ), tensiunea la ieșirea integratorului $V_{Int}(t)$ - ( <i>jos</i> ), formele de undă în cele două cazuri: perturbat și neperturbat. Sursa [original].	79
Fig.3.5. Formele de undă $V_{C1}(t)$ : perturbat și neperturbat. Sursa [original].	80
Fig.3.6. Trapezul pentru calculul $\hat{v}_{C1}(T_s) = f(\hat{v}_{C1}(0))$ . Sursa [original].	81
Fig.3.7. Convertorul Zeta, fără comanda OCC, simulat în Caspoc. Sursa [original].	83
Fig.3.8. Graficul tensiunii pe condensatorul $C_1$ la convertorul Zeta. Sursa [original].	83
Fig.3.9. Graficul tensiunii de ieșire la Convertorul Zeta fără OCC simulat în Caspoc™. Sursa [original].	84
Fig.3.10. Schema de simulare în Caspoc a convertorului Zeta cu OCC. Sursa [original].	84
Fig.3.11. Graficul tensiunii pe condensatorul intermediar la convertorul Zeta cu OCC simulat în Caspoc™. Sursa [original].	85
Fig.3.12. Graficul tensiunii de ieșire la convertorul Zeta cu OCC simulat în Caspoc $C_1=10\mu F$ . Sursa [original].	85
Fig.3.13. Graficul tensiunii pe condensatorul $C_1=47\mu F$ la convertorul Zeta cu OCC. Sursa [original].	86
Fig.3.14. Graficul tensiunii de ieșire la convertorul Zeta cu OCC simulat în Caspoc™, $C_1=47\mu F$ . Sursa [original].	86
Fig.3.15. Schema simulată a convertorului Sepic fără OCC. Sursa [original].	87
Fig.3.16. Tensiunea diferențială pe $D1$ la convertorul Sepic fără OCC. Sursa [original].	88
Fig.3.17 Tensiunea de ieșire la convertorul Sepic fără OCC. Sursa [original].	88
Fig.3.18. Schema simulată a convertorului Sepic cu OCC. Sursa [original].	89
Fig.3.19. Forma de undă a tensiunii pe diodă la convertorul Sepic cu comandă OCC. Sursa [original].	89
Fig.3.20. Formele de undă ale tensiunii de ieșire la convertorul Sepic cu OCC. Sursa [original].	90
Fig.3.21. Formele de undă ale tensiunii de pe diodă la convertorul Sepic cu OCC la $C1=47\mu F$ . Sursa [original].	90
Fig.3.22. Formele de undă ale tensiunii de ieșire la creșterea valorii capacităților. Sursa [original].	91
Fig.3.23. Schema simulată a convertorului Ćuk fără OCC. Sursa [original].	91

Fig.3.24. Forma de undă a tensiunii de ieșire la convertorul Ćuk ideal fără OCC. Sursa [original].....	92
Fig.3.25. Schema de simulare în Caspoc™ a convertorului Ćuk cu OCC. Sursa [original].....	92
Fig.3.26. Forma de undă a tensiunii de ieșire la convertorul Ćuk cu OCC. Sursa [original].....	93
Fig.4.1. Comanda convertorului în modulație leading edge. Sursa [68].	98
Fig.4.2. Modulația leading edge - forme de undă. Sursa [68].	99
Fig.4.3. Comanda convertorului în modulație trailing edge. Sursa [51]	99
Fig.4.4. Modulația trailing edge - forme de undă. Sursa [51].	100
Fig.4.5. Modelul convertorului buck-boost. Sursa [original].	103
Fig.4.6. Convertor buck-boost cu reacție de tip proporțional, cu modulație TE. Sursa [original].....	104
Fig.4.7. Schema de simulare a convertorului buck-boost cu control în tensiune de tip proporțional, modulație TE și parametrul de bifurcație tensiunea de referință. Sursa [original].	106
Fig.4.8. Detaliu cu locul geometric al multiplicatorilor caracteristici Sursa [original]	107
Fig.4.9. Diagrama de bifurcație obținută prin simulare Caspoc: curentul prin bobină funcție de tensiunea de referință. Sursa [original].	107
Fig.4.10. Schema de simulare a convertorului buck-boost cu control proporțional și parametrul de bifurcație factorul de amplificare $A$ . Sursa [original].	109
Fig.4.11. Diagrama de bifurcație. Graficul curentului prin bobină raportat la amplificarea diferențială $A$ pentru $V_{ref}=7,5V$ . Sursa [original].	109
Fig.4.12. Schema convertorului buck cu OCC. Sursa [49].	110
Fig.4.13. Organigrama programului pentru obținerea exactă a valorii parametrului de bifurcație. Sursa [original].	114
Fig.4.14. Schema de simulare a convertorului buck cu OCC. Sursa [original].	115
Fig.4.15. Forma de undă a curentului prin bobină la tensiunea de referință de 13V. Sursa [original].	116
Fig.4.16. Forma de undă a curentului la $V_{ref}=13,7V$ . Bifurcație cu dublare de perioadă. Sursa [original].	116
Fig.4.17. Diagrama de bifurcație exactă ce validează noua tehnică matematică de analiză a stabilității. Sursa [original].	117
Fig.4.18. Schema de principiu a convertorului buck cu comandă prin sarcină. Sursa [71].	118
Fig.4.19. Convertor buck cu CC. Sursa [original].	120
Fig.4.20. Formele de undă ale curentului prin bobină (stânga) și tensiunii de ieșire (dreapta) la $V_{ref}=9,0V$ . Sursa [original].	121
Fig.4.21. Formele de undă ale curentului prin bobină și tensiunii de ieșire la $V_{ref}=9,5V$ . Sursa [original].	121
Fig.4.22. Diagrama de bifurcație. Apariția și dezvoltarea bifurcației pentru tensiuni de referință mai mari de 9,367V. Sursa [original].	122
Fig.4.23. Schema electronică experimentală a convertorului buck cu comandă prin sarcină. Sursa [original].	123
Fig.4.24. Schema experimentală a amplificatorului diferențial și a integratorului resetabil. Sursa [original].	124
Fig.4.25. Formele de undă la $V_{ref}=9V$ , pentru convertorul buck cu CC: stabil 1. Funcția de comutație (albastru închis), 2. Tensiunea pe condensatorul de integrare $V_{Cint}$ (albastru deschis); 3. Curentul prin bobină (violet), 4. Riplul tensiunii de ieșire (verde). Sursa [original].	127

Fig.4.26. Portret de fază stabil. Tensiunea de ieșire raportată la curentul prin bobină. Sursa [original].	128
Fig.4.27. Început de instabilitate la $V_{ref}=9,35V$ , $D=54,02$ . Sursa [original].	128
Fig.4.28. Formele de undă ale tensiunii de ieșire (verde) și curentului prin bobină relevă dublarea perioadei de lucru la $V_{ref}=9,5V$ . Sursa [original].	129
Fig.4.29. Portret de fază: tensiunea de ieșire în funcție de curentul prin bobină rezultat la dublarea perioadei de lucru. Sursa [original].	129
Fig.4.30. Instabilitate accentuată la $V_{ref}=13V$ . Sursa [original].	130
Fig.5.1. Cele trei stări topologice, cu notațiile aferente, la convertoarele cu trei stări topologice. Sursa [original].	136
Fig.5.2. Organigrama pentru determinarea fenomenelor de instabilitate și bifurcație la convertoare ce funcționează cu trei stări topologice. Sursa [original].	142
Fig.6.1. Convertor Buck cu reacție proporțională și modulație triunghiulară asimetrică de tip LE și eșantionare uniformă. Sursa [original].	145
Fig.6.2. Obținerea funcției de comutație a elementului activ în cazul modulației LE: a) asimetrică; b) simetrică. Sursa [original].	145
Fig.6.3. Cele trei stări topologice la modulația triunghiulară de tip LE. Sursa [original].	146
Fig. 6.4. Convertor Buck cu reacție proporțională și modulație triunghiulară asimetrică de tip TE și eșantionare uniformă. Sursa [original].	149
Fig. 6.5. Obținerea funcției de comutație a elementului activ la modulația uniformă TE: a) asimetrică; b) simetrică. Sursa [original].	150
Fig.6.6. Cele trei stări topologice la modulația triunghiulară de tip TE. Sursa [original].	150
Fig.6.7. Locul geometric al multiplicatorilor caracteristici, cu evidențierea bifurcației Neimark-Sacker la modulația LE. Sursa [original].	153
Fig.6.8. Schema de simulare a convertorului buck cu modulație uniformă triunghiulară asimetrică de tip LE. Sursa [original].	155
Fig.6.9. Diagrama de bifurcație la modulația LE asimetrică pentru $T_c=300\mu s$ . Sursa [original].	155
Fig.6.10. Locul geometric al multiplicatorilor caracteristici cu evidențierea bifurcației Neimark-Sacker la modulația TE - [Sursa original].	156
Fig.6.11. Diagrama de bifurcație la modulația uniformă TE asimetrică pentru $T_c=300\mu s$	157
Fig.6.12. Modulație triunghiulară naturală asimetrică LE. Sursa [original].	158
Fig.6.13. Locul geometric al multiplicatorilor caracteristici prin modificarea amplificării la modulația TE și eșantionare naturală pentru $T_c=300\mu s$ . Sursa [original].	162
Fig.6.14. Schema de simulare a convertorului buck cu eșantionare naturală de tip TE. Sursa [original].	163
Fig.6.15. Diagrama de bifurcație la modulația naturală TE asimetrică pentru $T_c=300\mu s$ . Sursa [original].	163
Fig.6.16. Locul geometric al multiplicatorilor caracteristici prin modificarea amplificării la modulația LE și eșantionare naturală pentru $T_c=300\mu s$ . Sursa [original].	164
Fig.6.17. Schema de simulare a convertorului buck cu eșantionare naturală de tip LE. Sursa [original].	165
Fig.6.18. Diagrama de bifurcație la modulația naturală LE asimetrică pentru $T_c=300\mu s$ . Sursa [original].	165
Fig.6.19. Locul geometric al multiplicatorilor caracteristici prin modificarea amplificării la modulația LE și eșantionare naturală pentru $T_c=200\mu s$ . Sursa [original].	166

Fig.6.20. Fenomenele de comutație multiplă într-o perioadă pentru $T_c=200$ și $A=500$ . Tensiunea triunghiulară este reprezentată cu albastru închis, tensiunea de comandă cu albastru deschis iar funcția de comutație cu culoare roșie. Sursa [original].	167
Fig.7.1. Schema bloc a unui controller PID. Sursa [65].	170
Fig.7.2. Convertor DC-DC în comutație cu buclă de reacție negativă. Sursa [83].	171
Fig.7.3. Tehnica modulării PWM. Sursa [85].	172
Fig.7.4. Schema AE1 cu amplificator operational. Sursa [83].	173
Fig.7.5. Caracteristicile de amplitudine și fază la AE1. Sursa [83].	174
Fig.7.6. Schema AE2 cu amplificator operational. Sursa [83].	175
Fig.7.7. Schema AE2 cu amplificator operational transconductanță. Sursa [83].	175
Fig.7.8. Caracteristicile de amplitudine și fază la AE2. Sursa [original].	176
Fig.7.9. Schema AE3 cu amplificator operational. Sursa [83].	177
Fig.7.10. Caracteristicile de amplitudine și fază la AE3. Sursa [original].	178
Fig.7.11. Schema simplificată cu AO pentru determinarea funcției de control ieșire în funcție de amplificarea A. Sursa [original].	181
Fig.7.12. Schema convertorului buck cu amplificator de eroare AE3. Sursa [original].	184
Fig.7.13. Diagramele Bode pentru AE3 la valoarea $R_I = 20k\Omega$ . Sursa [original].	184
Fig.7.14. Diagrame Bode pentru funcția de transfer în buclă deschisă. Pentru $R_I=20k\Omega$ s-a obținut $\varphi_m = 180^\circ - 119^\circ = 61^\circ$ și $f_c = 5,37kHz$ . Sursa [original].	185
Fig.7.15. Diagrame Bode pentru funcția de transfer în buclă deschisă. Pentru $R_I=4,7k\Omega$ se obține $\varphi_m = 180^\circ - 180^\circ = 0^\circ$ și $f_c = 4,67kHz$ . Sursa [original].	185
Fig.7.16. Locul geometric al celor 5 multiplicatori caracteristici prin modificarea rezistenței $R_I$ . La $R_I=1389,11\Omega$ apare bifurcația Neimark-Sacker. Sursa [original].	189
Fig. 7.17. Schema de simulare a convertorului buck cu AE3. Sursa [original].	189
Fig.7.18. Diagrama de bifurcație $i_L = f(R_I)$ cu începerea instabilității la $R_I=1,390k\Omega$ Sursa [original].	190
Fig. 7.19. Forma de undă a tensiunii de ieșire la variația valorii $R_I$ . Sursa [original].	191
Fig.7.20. Forma de undă a curentului prin bobină pentru $R_I=2k\Omega$ . Sursa [original].	191
Fig.7.21. Forma de undă a tensiunii de ieșire pentru $R_I=2k\Omega$ . Sursa [original].	191
Fig.7.22. Diagrame Bode pentru funcția de transfer în buclă deschisă. Pentru $R_I=2k\Omega$ se obține $\varphi_m = 180^\circ - 210^\circ = -30^\circ$ și $f_c = 5,8kHz$ . Sursa [original].	192
Fig.8.1. Schema convertorului Ćuk. Sursa [48].	194
Fig.8.2. Schema convertorului Ćuk comandat în curent. Sursa [98].	195
Fig.8.3. Formele de undă ale convertorului Ćuk CCM comandat în curent. Sursa [original].	196
Fig.8.4. Schema circuitului de simulare a convertorului Ćuk controlat în curent. Sursa [original].	199
Fig.8.5. Forma de undă a sumei curenților la $I_{ref} = 0,4A$ . Sursa [original].	199
Fig.8.6. Formele de undă a sumei curenților respectiv tensiunea de ieșire la $I_{ref} = 0.5A$ . Sursa [original].	200
Fig.8.7. Digrama de bifurcație $i_{L1} + i_{L2} = f(I_{ref})$ . Sursa [original].	200
Fig.8.8. Modelul convertorului Ćuk cu OCC. Sursa [original].	201
Fig.8.9. Schema de simulare a convertorului Ćuk cu OCC. Sursa [original].	204

Fig. 8.10. Formele de undă ale curenților prin inductanțe la convertorul Ćuk cu OCC la $V_{ref}=2,0V$ Sursa [original].....	204
Fig.8.11. Formele de undă ale tensiunii de ieșire, respectiv curentului prin inductanța $L_2$ la $V_{ref}=3,0V$ . Sursa [original].....	205
Fig.8.12. Graficul $i_{L_1} = f(V_{ref})$ cu bifurcația Neimark–Sacker la $V_{ref}=2,697V$ . Sursa [original].....	205
Fig.8.13. Schema convertorului boost bifazic hibrid. Sursa [original]. ....	207
Fig.8.14. Comanda și obținerea factorilor de umplere pentru convertorul bifazic. Sursa [original].....	207
Fig.8.15. Convertorul boost bifazic hibrid cu modelarea bobinelor cuplate. Sursa [original].....	212
Fig.8.16. Convertorul boost bifazic hibrid simulat în programul Caspoc™. Sursa [original].....	214
Fig.8.17. Stabilitate a formelor de undă ale curentului prin bobinele $L_{11}$ (albastru) și $L_{21}$ (rosu) la $k=0,05$ . Sursa [original].....	215
Fig.8.18. Tensiunea de ieșire a convertorului boost bifazic hibrid pentru $k=0,05$ . Sursa [original].....	215
Fig.8.19. Apariția și dezvoltarea bifurcației la factori de amplificare superiori valorii $k=0,055584$ . Sursa [original].....	216
Fig.8.20. Curenții prin bobinele $L_{11}$ și $L_{21}$ convertorului boost bifazic hibrid la $k=0,06$ . Sursa [original].....	216
Fig.8.21. Detaliu pentru curenții prin bobinele $L_{11}$ și $L_{21}$ convertorului boost bifazic hibrid la $k=0,06$ , evidențiind suprapunerea celor doi curenți inductivi. Sursa [original].....	217
Fig.9.1. Formele de undă ale tensiunii și curentului prin bobină la funcționarea unui convertor DC-DC în modul DICM. Sursa [original]. ....	220
Fig.9.2. Organigrama pentru determinarea valorii parametrului la care apare bifurcația pentru convertoarele ce funcționează în modul DICM. Sursa [original]. ....	225
Fig.9.3. Convertorul boost DICM cu comandă de tip proporțional. Sursa [original]..	226
Fig.9.4. Schema de simulare în Caspoc™ pentru convertorul boost cu pierderi. Sursa [original].....	228
Fig.9.5. Bifurcația apare la $k=1,159$ . Grafic de ansamblu (stânga) și detaliu (dreapta). Sursa [original].....	229
Fig.9.6. Forma de undă a curentului (stânga) și portretul de fază (dreapta) pentru $k=1,1$ . Regim stabil. Sursa [original]. ....	229
Fig.9.7. Forma de undă a curentului (stânga) și portretul de fază (dreapta) pentru $k=1,2$ . Bifurcație de perioadă 2. Sursa [original] .....	230
Fig.9.8. Schema experimentală a convertorului boost cu control proporțional în tensiune. Sursa [original]. ....	231
Fig.9.9. Semnalul de set (1), reset (2), tensiunea de ieșire (3), curentul prin bobină (4) prezentate în ordine de sus în jos. Se remarcă funcționarea stabilă la $k=1,08$ . Sursa [original].....	232
Fig.9.10. Portretul de fază pentru $k=1,08$ , care confirmă stabilitatea convertorului. Sursa [original].....	233
Fig.9.11. Forme de undă pentru $k=1,17$ : tensiunea de ieșire(1) și curentul prin inductor(4). Se observă inegalitatea curenților de vârf pentru două perioade adiacente și dublarea perioadei. Sursa [original]. ....	233
Fig.9.12. Tensiunea de ieșire și curentul prin inductanță pentru $k=1,20$ .....	234
Fig.9.13. Portretul de fază pentru $k=1,20$ , relevă dublarea perioadei. Sursa [original]. ....	234

Fig.9.14. Instalarea regimului haotic pentru $k=1.50$ . Sursa [original].	235
Fig.9.15. Convertorul boost DICM cu comandă de tip proporțional și factor de umplere staționar. Sursa [original].	236
Fig.9.16. Schema de simulare în Caspoc™ a convertorului boost comandat în tensiune. Sursa [original].	238
Fig.9.17. Imagine de ansamblu a bifurcației la convertorul boost cu modulație naturală- stânga și detaliu cu debutul bifurcației-dreapta. Sursa [original].	238
Fig.9.18. Graficele curentului în zona stabilă - stânga și instabilă cu dublarea perioadei- dreapta, la o diferență de timp $\Delta t = 234\mu s$ sau $\Delta k = 0,000234$ . Sursa [original].	239
Fig.9.19. Bifurcația la convertorul boost cu eșantionare uniformă cu $D_{stat} = 0,2874$ . Sursa [original].	240
Fig.9.20. Diagrama de bifurcație la modificarea alimentării. Se observă că bifurcația se dezvoltă pentru $V_g > 17,045V$ . Sursa [original].	242
Fig.9.21. Portretul de fază pentru $V_g = 16,5V$ confirmă funcționarea stabilă. Sursa [original].	242
Fig.9.22. Portretul de fază pentru $V_g = 17,2V$ confirmă dublarea perioadei. Sursa [original].	243
Fig.9.23. Portretul de fază pentru $V_g = 17,8V$ confirmă instalarea haosului. Sursa [original].	243
Fig.9.24. Schema de simulare în Caspoc™ a convertorului buck comandat în tensiune pentru modulație uniformă. Sursa [original].	245
Fig.9.25. Bifurcația convertorului buck comandat în tensiune cu modulație uniformă. Sursa [original].	245
Fig.9.26. Începutul bifurcației. Detaliu cu separarea celor două ramuri ale graficului. Sursa [original].	246
Fig.9.27. Locul geometric al multiplicatorilor caracteristici la modificarea factorului $k$ pentru convertorul buck cu modulație naturală. Sursa [original].	247
Fig.9.28. Schema convertorului buck comandat în curent. Sursa [65].	248
Fig.9.29. Detaliu al locului geometric al multiplicatorilor caracteristici la apariția coliziunii de graniță. Sursa [original].	249
Fig.9.30. Schema de simulare în Caspoc™ a convertorului buck comandat în curent. Sursa [original].	250
Fig.9.31. Formele de undă ale curentului la granița dintre stabilitate și instabilitate la $i_{ref} = 0,5545A$ . Sursa [original].	250
Fig.9.32. Diagrama de bifurcație a curentului inductiv cu apariția coliziunii la $i_{ref} = 0,5543A$ . Sursa [original].	251
Fig.0.1. Foto: Pregătire experiment Capitolul 2, Capitolul 4 - convertorul buck cu comandă OCC. Sursa [original].	296
Fig.0.2. Foto: Circuitul electronic experimental pentru convertorul buck cu comandă OCC prezentat în Capitolul 2 și Capitolul 4. Sursa [original].	296
Fig.0.3. Foto: Circuitul electronic experimental prezentat în subcapitolul 4.5 pentru convertorul buck cu comandă CC. Sursa [original].	297
Fig.0.4. Foto: Circuitul electronic experimental prezentat în subcapitolul 4.5. Sursa [original].	297
Fig.0.5. Foto: Convertorul boost DCM-Subcapitolul 9.4. Parametrul de bifurcație - amplificarea diferențială. Sursa [original].	298
Fig.0.6. Foto: Convertorul boost DCM-subcapitolul 9.5. Parametrul de bifurcație - tensiunea de alimentare. Sursa [original].	298

# INTRODUCERE

## Obiectul tezei

**Motivația tezei** se argumentează, la modul general prin impactul uriaș pe care electronica îl reprezintă în prezent pentru omenire. Dezvoltarea electronicii cu toate ramurile sale răspunde azi, mai mult ca niciodată, nevoilor umane tot mai diversificate. Aceste cerințe impun multiplicarea și diversificarea permanentă a surselor de energie, adeseori surse cu parametri specifici, dedicate pentru anumiți consumatori și care trebuie să îndeplinească, cumulativ, mai multe caracteristici: fiabilitate, randament mare, miniaturizare, tensiuni și curenți programați, protecția consumatorului, poluare armonică redusă, compatibilitate electromagnetică, etc. Aceste constrângeri au impus ca sursele de alimentare să fie, într-o proporție covârșitoare, convertoarele DC-DC. Însă atunci când funcționează în comutație convertoarele sunt sisteme neliniare iar proiectarea lor trebuie să înlăture posibilitatea de a manifesta fenomene de instabilitate, bifurcație și haos. Astfel de comportamente pot fi dezastruoase pentru un consumator. Un echipament electronic de anvergură strategică, alimentat de un convertor DC-DC ce tranzitează în zona instabilă, poate să aducă pagube incomensurabile. De aceea, motivația particulară a tezei este legată de cunoașterea în profunzime a cauzelor ce pot declanșa un comportament nedorit, care este o prioritate astăzi. Numeroasele cercetări efectuate de inginerii specialiști și matematicienii se bazează în demersul lor științific pe puterea tot mai mare de calcul și simulare a calculatoarelor. Analiza, cunoașterea fenomenelor neliniare a devenit în ultimii ani una din prioritățile științifice în S.U.A. precum și în țările deținătoare de tehnologii avansate.

Motivația este determinată și de interesul cunoașterii și al perfecționării. Este alimentată de succesele obținute prin aportul publicistic în domeniul neliniarității convertoarelor DC-DC și al fenomenelor de bifurcație și haos. Gnoseologic se poate afirma: sunt multe alte fenomene de bifurcație și haos care n-au fost încă descoperite și deci nici analizate!

**Importanța și actualitatea temei** se corelează și ancorează de mediul tot mai electronizat în care trăim, de avantajele accesului la dispozitive și echipamente electronice care aduc un plus de confort, dezvoltare, siguranță și comunicare utilizatorilor. Accesul fizic la resursele electronice, dar și informatice prin avântul telecomunicațiilor, ca o ramură importantă a electronicii, a devenit global și de netăgăduit. Fenomenele neliniare în electronică au început a fi studiate de-abia spre finalul secolului XX și aceste "anomalii" funcționale erau prin incapacitatea de abordare fenomene incompreensive. Deși mulți considerau la început că acestea, ca și subiecte importante de studiu se vor epuiza rapid, realitatea prezentă infirmă această concepție tocmai prin dinamica și diversitatea surselor de alimentare DC-DC. Astfel au apărut convertoare DC-DC rezonante cu randamente superioare, altele înglobează comenzi de altă natură decât cele clasice cum ar fi cele cunoscute că funcționează pe principiul  $V^2$  sau  $I^2$ , COT sau FOT, dar și multe altele ce le-au modificat pe cele uzuale prin combinații de topologii novatoare, ce cu siguranță vor conduce la convertoarele viitorului.

Se cunoaște că orice aparat, dispozitiv electronic ce îndeplinește o funcție sau mai multe are nevoie pentru funcționare de o sursă de energie. Convertoarele DC-DC sunt frecvent utilizate pentru alimentarea calculatoarelor, a iluminatului privat sau public cu leduri, în conversia energiei solare sau eoliene, în alimentarea

echipamentelor electronice de telecomunicații, birou, casnic sau industrial a mașinilor-utilaje și roboților. Practic convertoarele DC-DC sunt întâlnite peste tot, acolo unde și omul este prezent. Buna funcționare a acestor consumatori este, într-o proporție covârșitoare, cauzată de calitatea sursei de energie. Astfel există constrângeri tot mai mari pentru acestea: fiabilitate, stabilitatea parametrilor proiectați, protecția consumatorului alimentat, randament superior. Acestor cerințe imperative cercetătorii trebuie să le găsească soluții și să le dea răspunsuri pertinente. Este un efort ce presupune studiu aprofundat și cunoașterea în detaliu a tuturor fenomenelor la care pot fi expuse convertoarele de-dc.

**Încadrarea temei în preocupările internaționale** este în același registru cu numeroasele articole publicate în reviste științifice de specialitate de cercetători în domeniul surselor energetice și conexe acestora. Pe lângă aceste publicații, ca urmare a interesului tot mai crescut al studiului convertoarelor DC-DC au apărut la nivel mondial tot mai multe patente de inovații a noi tipuri de convertoare: S. Ćuk două patente în Statele Unite ale Americii în anii 2010 și 2011 pentru convertoare cu izolare; E32 Series Hex-Brick adică un convertor rezonant ce funcționează la temperaturi de la  $-60^{\circ}\text{C}$  până la  $+130^{\circ}\text{C}$ , programabil pentru o gamă mai largă de tensiuni de intrare și de ieșire; numeroase alte brevete pentru convertoare proiectate și dedicate conversiei energiei solare, eoliene sau maritime; etc. Numeroase publicații abordează fenomenele de neliniaritate, bifurcație și haos: revista International Journal of Bifurcation and Chaos; Elsevier: Nonlinear Analysis, Physica D (Nonlinear Phenomena), IEEE Transactions on Power Electronics, IEEE Transactions on Industrial Electronics etc. Alte lucrări cu aceeași sferă de interes sunt și cărțile: "Chaos in Switching Converters for Power Management" autori: A.Aroudi, S.Banerjee, G. Verghese; "Nonlinear Phenomena in Power Electronics" autori: S. Banerjee, G.C. Verghese; "Dynamical Systems" Z. T. Zhusubaliyev, E.Mosekilde, etc.. De asemenea interesul multor cercetători de renume: A.Aroudi; S.Banerjee ; G. Verghese; W. C. Y. Chan; C. K. Tse pentru studiul fenomenelor de bifurcație și haos, încadrează prezenta lucrare în aceeași direcție a preocupărilor internaționale.

Interesul uriaș pentru aceste convertoare de energie este determinat și de imperativul producerii și conversiei energiei în locuri izolate pe Pământ, dar și la bordul navetelor cosmice sau a sateliților artificiali ai planetei. În aceeași largă și continuă preocupare mondială se înscriu și cercetările efectuate în departamentul de Electronică Aplicată din Facultatea de Electronică, Telecomunicații și Tehnologii Informaționale din Timișoara (ETcTI). Astfel mai mulți cercetători au contribuit cu soluții noi la probleme cu teme de actualitate precum: convertoare hibride, comenzi predictive, relevarea fenomenelor de bifurcație și haos la convertoarele ce funcționează atât în CCM cât și în DCM, etc..

**Obiectivele științifice propuse** de rezolvare în cadrul cercetării științifice, au fost focalizate spre găsirea de soluții noi de analiză a stabilității convertoarelor care să permită devalorarea cu precizie a momentului critic la care apare fenomenul de bifurcație. S-a urmărit eliminarea totală a oricăror aproximări și obținerea de formule general valabile de predicție a bifurcației atât pentru convertoarele CCM cât și cele, mult mai puțin abordate în literatura de specialitate, convertoarele cu funcționare DCM. Pentru toate acestea profesorul C.K.Tse, mai ales la convertoarele buck și boost, a impus în literatura de specialitate un standard de analiză cu trunchieri ale seriilor Taylor până la ordinul doi și deci afectate de erori. **Obiectivul major** a fost propunerea de metode de analiză urmată de validarea și verificarea relațiilor teoretice valabile atât pentru conducția CCM cât și DCM. Acest obiectiv a fost extins pe orice



tipuri de convertoare, de la cele de ordin doi sau patru, cu structură simplă, până la cele hibride sau multifazice. Mai mult, toate aceste noi metode dezvoltate au fost analizate în tandem cu cele mai diverse comenzi: proporționale în tensiune, în curent, OCC, charge control, feed-forward, cu amplificator de eroare de ordinul 3, etc. Confirmarea teoriei s-a efectuat prin simulare dar și prin modele experimentale cu parametri identici cu cei ai modelelor simulate. Erorile relative dintre abordări nu au depășit niciodată valori de 1%! Astfel se consideră că metodele și tehnicile propuse în lucrare aduc contribuții importante în domeniu.

**Metodele de cercetare abordate** au fost fundamentate prin identificarea fenomenelor de neliniaritate, bifurcație și haos la convertoarele DC-DC cu conducție CCM și DCM. Abordarea temei a pornit de la modelarea matematică a conceptului teoretic investigat, s-au analizat rezultatele obținute apoi s-a continuat cu simularea sistemului, optimizarea, proiectarea, în conformitate cu parametrii de catalog ai componentelor electronice utilizate și în final, a fost realizat experimentul. Acest mod de cercetare și deci al validării metodelor matematice prin simulare și apoi prin experiment definește **metodologia cercetării** pe care am utilizat-o.

Toate aceste numeroase ipoteze de lucru au trecut etapele parcursului menționat anterior, iar rezultatele teoretice obținute au fost certificate prin simulare în integralitate și altele și prin experiment. Într-o măsură importantă rezultatele obținute în prezenta teză au fost validate prin publicarea tuturor celor 18 articole propuse (13 WoS + 5 BDI) dintre care 8 (6 WoS + 2 BDI) ca prim autor. Prin ipotezele noi lansate, soluțiile novatoare, originale oferite pentru analiza stabilității convertoarelor DC-DC ce funcționează în cele două regimuri de funcționare CCM și DCM, precum și prin rezultatele obținute, se opinează că lucrarea răspunde temei propuse și este originală.

Autorul consideră că prin prezenta lucrare și articolele publicate aduce un aport consistent, original, în studiul fenomenelor de bifurcație și haos ce se manifestă în extinsul și expansivul domeniu al convertoarelor DC-DC.

## Structura tezei

Lucrarea cuprinde lista de notații și abrevieri, lista tabelor, lista figurilor, o sumară introducere după care urmează cele zece capitole, bibliografia, iar apoi lista lucrărilor publicate și anexele. Primul capitol prezintă un scurt istoric al fenomenelor neliniare ce apar în sistemele dinamice, alături de tehnicile de analiză și evidențiere ale acestora. Urmează opt capitole exclusiv destinate cercetărilor și contribuțiilor proprii ale autorului. Capitolul 2 analizează convertorul buck cu OCC într-o manieră originală și se demonstrează valoarea limită superioară a factorului de umplere ce încă asigură stabilitatea convertorului buck cu OCC: matematic, prin simulare cât și experimental. Capitolul 3 demonstrează inaplicabilitatea comenzii OCC la convertoarele de ordin patru. Capitolul 4 este o analiză amplă prin care se validează o nouă tehnică de prognozare a bifurcației pentru largi familii de convertoare CCM comandate prin diverse tehnici. Capitolul 5 este în exclusivitate teoretic și dezvoltă o metodă generalizată pentru studiul stabilității convertoarelor cu trei stări topologice. Capitolul 6 compară diferențele dintre modulația cu dinte de fierăstrău (clasică) și cea triunghiulară dar și dintre modulația naturală și cea uniformă prin aplicarea metodei originale propuse în Capitolul 4. Capitolul 7 abordează comanda cu controller de tip AE3. Este obținută funcția de transfer și se face o paralelă între stabilitatea convertorului determinată cu ajutorul modelelor mediate și liniarizate, alături de diagrame Bode și noua tehnică propusă la Capitolul 4, la variația valorii unui rezistor

din bucla de reacție. Capitolul 8 este dedicat analizei convertoarelor de ordin superior și comandate în curent sau bucla OCC. În premieră este analizat din punct de vedere al stabilității un convertor multifazic hibrid cu cuplaj magnetic. Algoritmul matematic propus la Capitolul 4 se fundamentează și pentru aceste arhitecturi de o complexitate mărită. Capitolul 9 investighează predictibilitatea fenomenelor de bifurcație și haos la convertoarele DICM, particularizând tehnica propusă în Capitolul 5. Soluția adoptată și validată pe mai multe topologii și comenzi permite aflarea cu exactitate a valorii parametrului de bifurcație ales la care începe instabilitatea. Tehnica de analiză utilizată nu este numai exactă ci este și general valabilă pentru orice tip de convertor DC-DC ce funcționează în modul DICM. Capitolul 10 sintetizează concluziile finale.

Lucrarea se concentrează pe obținerea de rezultate exacte, iar toate abordările fenomenelor neliniare, în ipoteze verosimile de apariție a diverșilor factori perturbatori externi, se bazează pe rezolvarea sistemelor de ecuații diferențiale matriceale de stare sau a ecuațiilor scalare transcendente într-o manieră originală.

Aportul personal a constat în eliminarea oricăror aproximații, și propunerea soluțiilor alternative, originale și exacte.

Conținutul este consolidat pe **următoarele contribuții fundamentale:**

1. **Se demonstrează, pentru întâia dată, că un convertor buck cu buclă OCC are o valoare maximă pentru factorul de umplere. Această condiționare a extremității din dreapta induce obligatoriu și limita superioară a tensiunii de ieșire în funcție de tensiunea de alimentare până la care convertorul este prognozat stabil. Depășirea pragului determină fenomene de bifurcație cu dublarea perioadei. Aceeași valoare s-a obținut prin două metode total diferite, iar fiecare în parte este originală. Soluțiile au fost certificate prin exactitatea rezultatelor cu ajutorul simulării dar și al experimentului. Soluția practică adoptată pentru resetarea condensatorului de integrare este una inedită.**
2. **Se argumentează științific, ca o premieră în domeniul neliniarității, imposibilitatea aplicării comenzii OCC pentru convertoarele DC-DC de ordinul patru și funcționare CCM.**
3. **Determinarea cu exactitate a punctului critic la care un convertor, cu funcționare CCM începe a deveni instabil prin modificarea unui parametru de bifurcație, s-a efectuat pornind de la un model discret generalizat. Analiza stabilității s-a efectuat prin determinarea valorilor proprii ale jacobianului rezultat în urma unei serii de transformări matematice ce a permis scrierea unei hărți logice generalizate de forma  $x_{n+1} = f(x_n, u_n, p_{bif})$ . Verificarea acestei formule exacte și originale pe o multitudine de tipuri de convertoare cu comenzi dintre cele mai diverse s-a validat prin simulare și experiment.**
4. **Aplicabilitatea tehnicii de prognozare exactă a momentului începerii instabilității propusă pentru convertoarele cu funcționare CCM, unde s-a folosit exclusiv modulația cu undă de forma dinte de fierăstrău, se verifică și pentru modulația cu semnal triunghiular simetric sau asimetric. Analiza se desfășoară comparativ, static și dinamic și este raportată la modulația ce utilizează dintele de fierăstrău. Se verifică comparativ și tehnicile cu modulație naturală raportate la cele cu modulație uniformă prin rezultatele obținute teoretic dar și prin simulare.**

5. **Se cercetează stabilitatea convertorului buck cu amplificator de eroare de tip 3 prin două metode matematice total diferite: una tradițională, cu ajutorul modelelor mediate și liniarizate, iar a doua este prin tehnica exactă propusă. Se demonstrează că proiectarea controllerelor utilizând tehnica tradițională a modelelor mediate și liniarizate prezintă erori mari. Modificarea valorii unei componente fizice din cadrul AE 3 are și aceasta un caracter inedit în studiul comparativ efectuat.**
6. **Se verifică metoda propusă de determinare a valorii parametrului la care apare bifurcația pentru convertoarele de ordin superior cu comandă în curent și OCC dar și pentru convertoare multifazice hibride cu cuplaj magnetic. Se arată că soluția originală propusă este viabilă și poate fi extinsă la orice convertor ce funcționează în CCM.**
7. **Se propune o formulă matematică exactă a jacobianului pentru convertoare DC-DC cu funcționare DCM. Certificarea formulei se face pe mai multe convertoare prin coincidența rezultatelor dintre metoda analitică de calcul propusă, simulare și experiment. S-a mai verificat formula, la limita dintre conducția continuă și discontinuă, demonstrându-se pentru acest regim că instabilitatea se instalează prin coliziunea de graniță.**

În continuare se expune, în sinteză, conținutul fiecărui capitol.

**Capitolul 1** prezintă istoricul fenomenelor de bifurcație și haos, cu punerea acestora în evidență de către pionierii acestui nou domeniu științific, teoria haosului. Sunt cuprinse ecuațiile istorice ale sistemului lui Eduard Lorenz, ecuația lui Feigenbaum, pentru care s-au evidențiat portretele de fază și ale căror rezolvări evidențiază haosul în modul grafic. Sunt analizate sistemele dinamice sub aspectul stabilității lor prin definirea regimurilor de lucru atât, matematic cât și reprezentate grafic pentru a putea fi înțelese mai bine fenomenele ce sunt relevate pentru diverse tipuri de convertoare DC-DC în capitolele ce urmează. S-a sintetizat o clasificare a bifurcațiilor dar și menționarea scenariilor sau rutelor ce conduc spre bifurcație și haos.

**Capitolul 2** prezintă modul prin care s-a determinat analitic ecuația transcendentă ce leagă tensiunea de referință de valoarea pragului la care ajunge tensiunea pe condensatorul de integrare. Depășirea valorii critice a factorului de umplere provoacă fenomene de bifurcație cu dublarea perioadei. Aceeași valoare s-a obținut prin două metode diferite și fiecare în parte sunt originale. Soluțiile au fost validate cu exactitate prin simulare dar și prin experiment. Soluția adoptată pentru modelul experimental este originală prin tehnica de relizare a circuitului de integrare.

**Capitolul 3** relevă pentru prima dată faptul că aplicarea comenzii OCC pentru convertoarele ideale de ordin patru: Zeta, Sepic și Ćuk este inadecvată. Fenomenele de instabilitate apar, în aceste condiții, chiar și la factori de umplere mai mici de 0,5. Analiza s-a efectuat individual, cu deosebiri ce le caracterizează, pe fiecare convertor în parte, în două ipostaze: fără buclă OCC, cu buclă OCC. Verificările prin simulare confirmă pe deplin concluziile teoretice, faptul că bucla OCC pentru aceste convertoare nu numai că nu ajută ci chiar afectează funcționarea stabilă.

**Capitolul 4** propune o metodă universală de determinare cu exactitate a valorii unui parametru ce face ca un convertor cu funcționare CCM să manifeste fenomenul de bifurcație. Metoda este general valabilă și se aplică pentru orice tip de convertor și cu orice tehnică de comandă. Trebuie cunoscută doar ecuația funcției de comandă. Rezolvarea se reduce la rezolvarea unui sistem de ecuații în stare staționară și calcularea la fiecare iterație a parametrului de bifurcație, în bucla programului, a valorilor proprii ale jacobianului obținut. Metoda propusă a fost verificată pentru diverse convertoare DC-DC cu comenzi uzuale sau complexe și validitatea acesteia se sprijină pe coincidența rezultatelor obținute teoretic cu cele ale simulării și ale experimentului.

**Capitolul 5** Funcționarea cu trei stări topologice este destul de frecvent întâlnită la convertoarele DC-DC. Desigur cea mai cunoscută este funcționarea în modul discontinuu (DCM), atât din punct de vedere al curentului cât și al tensiunii. Un alt exemplu este cel al utilizării modulației triunghiulare, chiar dacă funcționarea convertorului rămâne CCM. Cele de mai sus au avut în vedere în primul rând convertoare cu un singur întrerupător activ. Acestea asigură cerințe minimale de stocare a energiei și de aceea au randamente excelente și dimensiuni mici. Toate acestea justifică un studiu al fenomenelor de bifurcație și haos pentru aceste arhitecturi. Trebuie menționat că modul DICM a fost analizat în [32], însă de o manieră ce folosește o trunchiere a seriei Taylor, fapt ce determină imprecizii și calcule laborioase. Este propusă o nouă metodă de analiză exactă și în același timp generală pentru studiul stabilității convertoarele cu trei stări topologice cu funcționare la frecvență constantă.

**Capitolul 6** face un studiu paralel, prin valoarea parametrului de bifurcație la momentul începerii instabilității, dintre un convertor ce folosește modulația cu forme de undă în dinte de fierăstrău și același convertor comandat cu formă de undă triunghiulară. Studiul a presupus determinarea relațiilor iterative mai complexe ce au fost generate de comutația dublă ce are loc în decursul unei singure perioade pentru modulația triunghiulară și eșantionare naturală. Calculele dar și măsurările obținute prin simulare au fost efectuate pentru același parametru de bifurcație la momentul critic în care a început bifurcația. Calculul analitic comparativ precum și simularea în Caspoc™ demonstrează identitatea rezultatelor pentru cele două tipuri de modulație. S-au studiat de asemenea fenomenele de bifurcație și apariție a haosului la modulația cu eșantionare uniformă. Rezultatele s-au raportat la valorile obținute la eșantionarea naturală. Diferențele rezultate între cele două tipuri de modulații nu pot fi neglijate. Mai mult, s-a demonstrat că un convertor buck cu modulație naturală simetrică prezintă o stabilitate necondiționată în raport cu factorul de amplificare.

**Capitolul 7** se constituie într-o comparație între două tehnici de analiză a stabilității convertoarelor DC-DC la funcționarea în modul CCM. Una este abordarea cunoscută, tradițională, cu modele mediate și diagrame Bode, iar cealaltă este tehnica nouă propusă în prezenta teză. Această paralelă, originală ca abordare, s-a efectuat pe un convertor buck cu amplificator de eroare de tip 3 prin modificarea valorii unei componente electronice din cadrul buclei de reacție. Deși tehnica modelelor mediate și diagramele Bode oferă informații cantitative și calitative despre stabilitatea unui convertor, această tehnică nu oferă, în comparație cu metoda nouă propusă, exactitate. Se arată că metoda tradițională este mult mai pesimistă deoarece în determinarea valorii parametrului la care apare bifurcația sunt erori ce pot depăși și 327%!

**Capitolul 8** finalizează prin cele trei analize efectuate (convertor Ćuk comandat în curent, Ćuk cu comandă OCC respectiv boost multifazic) seria de verificări ce atestă viabilitatea noii metode discrete de diagnosticare a stabilității convertoarelor DC-DC cu funcționare CCM. Se efectuează o analiză a stabilității unui convertor Ćuk cu comandă în curent prin compararea sumei curenților ce parcurg cele două inductanțe cu un curent de referință. A doua analiză discretă, de o complexitate sporită, este determinarea stabilității convertorului Ćuk cu comandă OCC. Spre deosebire de analiza făcută în literatura de specialitate în care se operează cu vectorul de stare din convertorul de putere autorul propune o metodă ce folosește un vector de stare clasic incluzând și tensiunea pe capacitatea de integrare. Spre deosebire de rezultatele din literatura care furnizează doar un interval pentru parametrul de bifurcație autorul determină cu exactitate valoarea parametrului la care apare bifurcația. O altă contribuție este analiza stabilității unui convertor boost multifazic hibrid, care el este pentru prima dată propus de autorul tezei într-o lucrare publicată în proceedings-ul conferinței TSP 2018 din Atena. Valorile obținute ale parametrului de bifurcație, pentru fiecare dintre cele trei cazuri complexe analizate în acest capitol s-au confirmat prin simulare.

**Capitolul 9** aduce în analiza stabilității contribuții și propuneri noi la convertoarele ce funcționează în modul DCM prin formula de calcul exactă a jacobianului. Această formulă permite calcularea cu precizie a multiplicatorilor caracteristici. Formula obținută este general valabilă pentru orice tip de convertor ce funcționează în regim DCM. Se impune determinarea funcțiilor aferente primei și celei de-a doua stări topologice. Cea de-a treia ecuație a sistemului este o ecuație discretă general valabilă pentru conducția DCM, dar care este guvernată de matrice singulare care fac imposibil un calcul vectorial direct. Autorul propune totuși o formulă vectorială prin emiterea unor considerații originale legate de funcționarea convertorului. Validarea formulei se face pe mai multe convertoare, iar valoarea analitică calculată se compară cu valorile obținute prin simulare și experiment. Suplimentar a fost verificată formula, la limita dintre conducția continuă și discontinuă, demonstrându-se faptul că instabilitatea se instalează prin coliziunea de graniță.

**Capitolul 10** reunește concluziile finale și sinteza tuturor contribuțiilor personale ce au rezultat în cadrul tezei, fiind reluate aici contribuțiile semnalate și la sfârșitul fiecărui capitol. Totodată aici sunt prezentate și direcțiile de cercetare viitoare, precum și unele prognoze și sugestii asupra evoluției studiului fenomenelor de bifurcație și haos.

**Anexele** tezei cuprind programele Matlab dezvoltate. Nu sunt introduse aici schemele de simulare, deoarece acestea, pentru ușurința parcurgerii lucrării, au fost inserate în integralitate în paragrafele în care se face referire la ele.

În cadrul tezei s-au utilizat abrevieri și notații care sunt în deplină concordanță cu cele acceptate la nivel internațional, adoptându-se în mare măsură denumirile provenite din literatura anglo-saxonă.

**Noțiunile teoretice** elaborate în conținutul capitolelor s-a încercat a fi bine argumentate și validate în integralitate prin **simulări** și prin **experiment**.

**Tehnicile de certificare a stabilității convertoarele DC-DC** sub aspect practic au constat în realizarea montajelor în laborator unde au fost create **circuite experimentale**.

Mediile de proiectare/simulare au rulat pe un calculator personal cu sistem de operare Windows 7,10, recurgându-se la următoarele programe utilitare:

- pentru editare text: Microsoft Office Word 2013;
- pentru editare scheme: AutoCAD 2006; Visio 2010;
- pentru simulare: CASPOC 2017;
- pentru calcule matematice și oscilograme: Matlab 2015.

Pentru experimente au fost utilizate principalele dotări tehnice existente în cadrul Laboratorului B 128a al Facultății de Electronică, Telecomunicații și Tehnologii Informaționale din Timișoara (ETcTI):

- sursă triplă de laborator "Hameg HM 7042-3";
- multimetru programabil "Hameg HM 8012";
- osciloscop "Tektronix DPO 4104B Digital Phosphor Oscilloscope" – cu accesorii;
- sarcină activă "MAYNUO M9712";
- analizor de răspuns în frecvență " AP 300";
- rezistență reglabilă de laborator;
- stație de lipit;
- componente electronice.

# 1. BIFURCAȚIE ȘI HAOS ÎN SISTEMELE DINAMICE NELINIARE

*Motto:*

*„Se poate vedea starea actuală a universului ca efect al trecutului său și cauză a viitorului său. O minte care la un moment dat ar cunoaște toate forțele care pun natura în mișcare și toate pozițiile în care se află elementele din care este compusă natura, minte care ar avea capacitatea să analizeze toate aceste date, ar putea îngloba într-o formulă unică toate mișcările din univers, de la cele ale marilor corpuri și până la cele ale celor mai mici atomi; pentru o astfel de minte nimic nu ar fi incert, iar viitorul, la fel ca și trecutul, ar fi prezent în fața ochilor săi.”*

*„Essai philosophique sur les probabilités”, Paris 1814*

*Pierre-Simon de Laplace,*

## 1.1. Scurt istoric

Se știe că cele mai multe dintre sistemele naturale sunt neliniare, iar modelarea lor matematică a devenit și va rămâne mult timp și de-acum înainte, o provocare în transpunerea comportamentului acestora în ecuații neliniare. Metodele de analiză, sau de rezolvare a acestor ecuații neliniare nu sunt clarificate încă pe deplin. Principiile aplicate la sistemele liniare, cum ar fi cel al superpoziției, nu pot fi utilizate acum, aici. De aceea au apărut metode și tehnici matematice noi care descriu evoluțiile cele mai diverse ale sistemelor neliniare.

Teoria neliniarității și cea a haosului studiază comportamentul sistemelor dinamice care sunt sensitive la condițiile inițiale. Altfel spus, comportamentul viitor al sistemului este determinat de condițiile inițiale. Mici diferențe în condițiile inițiale vor determina diferențe mari în comportamentul viitor. Aceste comportamente “anormale” din cadrul sistemelor sunt și în prezent greu de anticipat. Cunoașterea acestora, ca de altfel și a tuturor lucrurilor neînțelese, nestăpânite încă de om, este și va fi rolul științei.

În matematică sau fizică, teoria haosului reprezintă comportamentul unui anumit sistem dinamic neliniar și care în anumite condiții, prezintă dinamici greu predictibile în raport cu anumite condiții inițiale. Această sensibilitate produce un comportament haotic pus în evidență prin măsurarea parametrilor fizici ce caracterizează sistemul studiat. Apar astfel abateri ale mărimilor fizice, adeseori însemnate, față de aceleași mărimi ce caracterizează starea de echilibru. Acest comportament, al unei dezordini aparente, este cunoscut ca haos deterministic sau simplu, haos. Comportamentul haotic nu trebuie însă confundat cu hazardul, care nu are nimic determinist, așa cum îl prezintă David Ruelle în “Hazard și Haos” [1]. Alte definiții date haosului: “Haosul este nu o absență a ordinii, ci asemenea unui sistem de informații extrem de complicat” (Henri Poincaré), “Haosul este doar o situație a cărei repetare nu s-a descoperit încă” (actorul și scriitorul Matt Berry), “Haos este denumirea oricărei ordini care produce confuzie în mințile noastre” (filozoful, eseistul și scriitorul George Santayana), “O neînțeleasă ordine e haosul” (definiție aforistică a scriitorului Valeriu Butulescu).

Haosul mai este considerat ca un comportament care produce o funcționare defectuoasă și acesta poate determina distrugerea sistemelor sau aplicațiilor. De aceea haosul nu este de dorit să apară în aplicații și se impune eliminarea sa pentru

ca sistemul să rămână într-o zonă parametrică prescrisă. Excepție fac aplicațiile în care haosul este util, cum ar fi criptarea mesajelor.

Haosul se observă în domenii din cele mai diverse cum ar fi: matematică, fizică, inginerie, astronomie, biologie, chimie, medicină, geologie, economie, etc. Se întâlnește în practică, în laborator și se regăsește în dispozitive mecanice, circuite electrice, lasere, hidrodinamică și aerodinamică, sisteme magnetice, sisteme disipative cu lubrifiere sau răcire etc.

Părintele teoriei haosului este considerat a fi Edward Norton Lorenz, al cărui interes pentru haos s-a declanșat pe când studia un set de ecuații diferențiale în 1961, ecuații necesare pentru prognoza vremii. Lorenz folosea un calculator simplu. În momentul când a rulat programul dintr-o fază intermediară, cu condițiile inițiale ușor trunchiate, spre surprinderea lui, vremea pe care aparatul o prognozase era diferită de cea inițială, surpriză ce a dat naștere ulterior la așa numitul "efect al fluturului": termen ce a fost patentat într-un studiu din 1972 intitulat: "Previzibilitatea: poate bătaia din aripi a unui fluture din Brazilia să declanșeze o tornadă în Texas?" [2]. Mai târziu a concluzionat: "Un fenomen care pare a se desfășura la întâmplare, are de fapt un element de regularitate ce ar putea fi descris matematic."

Sistemele haotice au de obicei, din punct de vedere statistic, valori bine determinate [3] și [4].

Renumitul sistem Lorenz este definit de ecuațiile:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = \sigma(x_2 - x_1) \\ \frac{dx_2}{dt} = \rho x_1 - x_2 - x_1 x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} = x_1 x_2 - \beta x_3 \end{cases} \text{ și condițiile inițiale } (x_1, x_2, x_3) = (0, 1, 0, 0) \quad (1.1)$$

Sistemul Lorenz definit prin sistemul (1.1) și reprezentat în Fig.1.1 s-a obținut prin rularea programului Matlab™ [5]: Anexa\_1\_1\_Atractorul\_Lorenz.m.

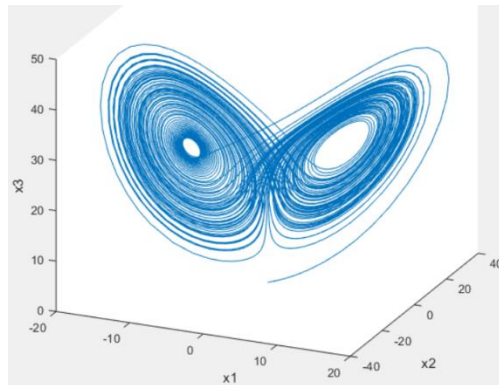


Fig.1.1. Atractorul Lorenz. Sursa [original].

Acesta este haotic, însă se observă că are o structură bine definită adică se prezintă ca un atractor. Acest termen nou nu este găsit în DEX-ul limbii române și de aceea i se va da aici o definiție: *Atractorul* reprezintă o stare sau un comportament spre care un sistem dinamic tinde să evolueze. Grafic este reprezentat ca un punct sau o orbită în *spațiul fazelor* sau *spațiul stărilor*: spațiu grafic bi sau multidimensional în care axele de coordonate sunt reprezentate doar de mărimi de stare.



Oamenii de știință au ajuns la un consens în definirea unui sistem haotic. Acesta trebuie să îndeplinească simultan trei reguli:

- să fie sensibil la condițiile inițiale;
- orbitele periodice să fie dense – adică prin orice punct din atractorul haotic la o distanță oricât de mică de acesta trece o orbită periodică;
- să aibe continuitate topologică.

Dintre pionierii haosului se poate aminti Henry Poincaré (1854-1912) cel ce a revoluționat studiul ecuațiilor diferențiale neliniare prin tehnici de abordare geometrică, substituindu-se astfel metodelor strict analitice. Excepție între matematicieni a fost Aleksandr Mikhailovich Lyapunov (1857-1918) care a continuat studiul analitic al sistemelor dinamice. Meritele incontestabile ale lui Lyapunov alături de Poincaré, cei care au definit principalele concepte de stabilitate ale sistemelor sunt utilizate cu succes și în prezent. Ei au pus baza teoriei stabilității mișcării, au stabilit câteva noțiuni fundamentale ca mișcarea perturbată, cazuri critice sau stabilitate globală [6]. Henri Poincaré a demonstrat la începutul secolului XX, că orbitele neperiodice pot exista, iar acestea se apropie sau se îndepărtează de un atractor. Teoria neliniarității a fost dezvoltată ulterior de matematicieni sub numele de "teoria ergodică". Studii despre această teorie au fost făcute de către G.D. Birkhoff, A.N. Kolmogorov, M.L. Cartwright, J.E. Littlewood, S.Stephen, continuate cu J.P. Eckmann, D. Ruelle [6] și [7]. Unele dintre aceste studii nu au fost însă finalizate nici până în prezent.

Mult mai târziu, în jurul anilor 1960, teoria sistemelor complexe dinamice va fi readusă aproape de teoriile actuale, prin aportul unor matematicieni precum Kolmogorov, Arnold și Moser care au marcat bazele moderne ale studiului matematic al sistemelor dinamice prin îmbinarea metodelor analitice de studiu cu metodele geometrice ale structurilor generate de sistemele dinamice.

Progresul rapid în cunoașterea fenomenului haos făcut de oamenii de știință a fost determinat covârșitor și de limitările teoriei liniare care nu putea explica comportamentul unor experimente precum harta logistică. Confirmarea de netăgăduit, definitivă și ireversibilă, a teoriei haosului a făcut-o însă calculatorul. Puterea mare de calcul a pus în evidență ceea ce oamenii de știință își permiteau doar a presupune că: mai există ceva ce este greu de pătruns și deci de explicat. Haosul, așa cum a fost denumit poate într-un mod ciudat, gazetăresc, sau poate chiar filozofic, era acum, chiar și numai parțial, vizibil!

Teoria lui Feigenbaum pentru haosul determinist (de la faptul că a determinat constanta ce-i poartă numele:  $\delta = 4,6692$ ) și aflarea momentului de pierdere a stabilității prin apariția bifurcației și dublarea perioadei [8], mai este cunoscută ca "scenariul de tranziție la haos a lui Feigenbaum". Scenariul descoperit în baza ecuației logistice  $x_{n+1} = kx_n(1 - x_n)$  este apreciat de majoritatea oamenilor de știință că, după teoria relativității și teoria cuantică, reprezintă marele pas în teoria științifică a secolului XX.

Teoria sistemelor haotice, încă nefinalizată, a beneficiat recent de un aport de noi descoperiri venite din diferite ramuri ale științei și tehnicii. Astfel, fizicienii precum Feigenbaum au atras atenția asupra sistemelor dinamice discrete monodimensionale, iar descoperirea sistemelor haotice stabile, ca de exemplu sistemul Lorenz în meteorologie sau circuitul Chua în electronică, au arătat existența mult mai multor tipuri de comportamente haotice, pe lângă punctele de echilibru stabile sau ciclurile limită. Toate acestea, ca toate teoriile majore ingineresti, au în comun descrierea fenomenelor ce ne înconjoară prin ecuații diferențiale, iar acestea, sunt pilonul de

bază al matematicii [9]. Această disciplină s-a definit și distins, de-a lungul istoriei sale egală cu cea a existenței umane, în însăși rațiunea ei de a fi știința supremă a cunoașterii și aflarea adevărului.

Neliniaritățile ce apar frecvent la convertoarele electronice au generat noi cercetări în domeniu pentru înțelegerea fenomenului începând cu deceniul al nouălea al secolului trecut. O primă analiză în detaliu a fost prezentată de Hamill și Jeffries în 1988 [10] despre haosul în circuitele de putere. Aceștia au explicat cauzele și au pus în evidență existența fenomenului, surprinzând comunitatea științifică. În anul următor Deane, Hamill [11] și Wood [12] identifică procesele și cauzele reale deterministe ca un convertor să se manifeste haotic. Acestor precursori ai haosului ce poate apărea în circuitele electrice, electronice, mai târziu li s-a alăturat Tse, Chan [13] (ca să fie enumerați numai cei mai iluștri sau cei mai prolifici pe această temă). Ei au reușit să implementeze și primele modele matematice pe baza ecuațiilor diferențiale care defineau tensiunea și/sau curentul dintr-un circuit sau un convertor simplu. Ecuațiile erau apoi prelucrate pentru observarea traiectoriilor în spațiul stărilor prin modificarea anumitor parametri de lucru. Găsirea acelor circuite neliniare care să confirme modelările matematice obținute a fost, la vremea respectivă, o validare a rezultatelor teoretice dobândite în urma cercetărilor. Utilizând hărțile obținute în dezvoltările teoretice Hamill și Deane au propus prima modelare a unui circuit cu comportament haotic. Eșantionarea ca soluție de analiză discretă a unui semnal a fost un pas mai departe în studiile acestora. Rezumând alte câteva contribuții incontestabile la cunoașterea fenomenului de haos, fără a avea pretenția exhaustivității se pot menționa:

- Deane și Hamill – Fenomene de haos descoperite în electronică [14], [15], subarmonici și haos [11], dar și câteva aplicații ale haosului [16];
- Brown, Chua - Explicarea complexității fenomenului de haos prin simplitate [17], sau clarificarea haosului prin exemple și contraexemple [18];
- Aroudi - Bifurcația în convertoarele DC-DC, metode și aplicații [19];
- Banerjee, Verghese – Integrează în anul 2001 fenomenele neliniare în cartea de referință [20];
- Deane și Hamill - comportamentul haotic la convertoarele DC-DC controlate în curent [21], [22];
- Banerjee și Chakrabarty - Studiază un model neliniar pentru un convertor boost [23], analizează experimentează comportamentul haotic convertorului Buck [24];
- Chan și Tse - Determină forma funcției iterative pentru convertorul boost în DCM ce conduce la bifurcație și haos [25];
- Tse și Chan – fenomenul bifurcației la convertorul Ćuk sau boost controlat în curent [13] - [26] sau [27];
- Kassakian, Schlecht, Verghese - în cartea "*Principles of Power Electronics*" sintetizează principiile și prezintă fenomenele de bifurcație și haos în electronica de putere [28];
- Di Bernardo - a construit harta discretă pentru analiza bifurcației, haosului [29];
- Vilamitjana, Aroudi și Alarcon- comenzi, control și haos în convertoarele în comutație [30].

Pentru a sublinia însemnătatea, importanța cunoașterii haosului ne raportăm la ceea ce consideră mulți dintre oamenii de știință despre descoperirile secolului al XX-lea: **"Acest secol va rămâne cunoscut pentru trei mari teorii: relativitatea, mecanica cuantică și haosul!"**

## 1.2. Feigenbaum evidențiază haosul

Cu ajutorul matematicii Mitchell Feigenbaum a descoperit haosul pornind de la un grafic banal și ajungând la complexitatea unei *hărți logistice*. Acesta a determinat formula matematică ce descrie dinamica numărului de animale vii ce se pot dezvolta pe un teritoriu limitat geografic și energetic. Rezolvarea problemei, spre surprinderea sa, l-a condus la descoperirea fenomenului de haos. Ecuația finală este:

$$\frac{dx}{dt} = kx(a - x) \quad (1.2)$$

unde  $k$  este un parametru constant. Această ecuație, aparent ușor de rezolvat, a generat după îndelungi studii un concept nou: haosul. Rezolvarea analitică a acestei ecuații diferențiale simple conduce la o soluție corectă matematic dar nevalidată de practică.

Pentru a putea rezolva o asemenea ecuație s-a folosit calculatorul, printr-o aproximare, ce implică în fapt o discretizare a ecuației diferențiale, metodă ce conduce spre formarea unei relații recurente, soluția problemei fiind astfel mutată spre studiul de convergență al unui șir. Concret, este o schimbare de variabilă în ecuația (1.2) care se poate rescrie ca fiind:

$$z_{n+1} = kz_n(a - z_n) \quad (1.3)$$

Astfel s-a descoperit în 1984 de către Feigenbaum cel mai frecvent scenariu al bifurcației: dublarea perioadei. S-a demonstrat totodată că o ecuație diferențială banală are soluții ciudate în anumite condiții. Acest comportament imprevizibil, mult timp neexplicat de matematică, este numit azi haos. *Anexa\_1\_2\_Feigenbaum\_bifurcație.m*.

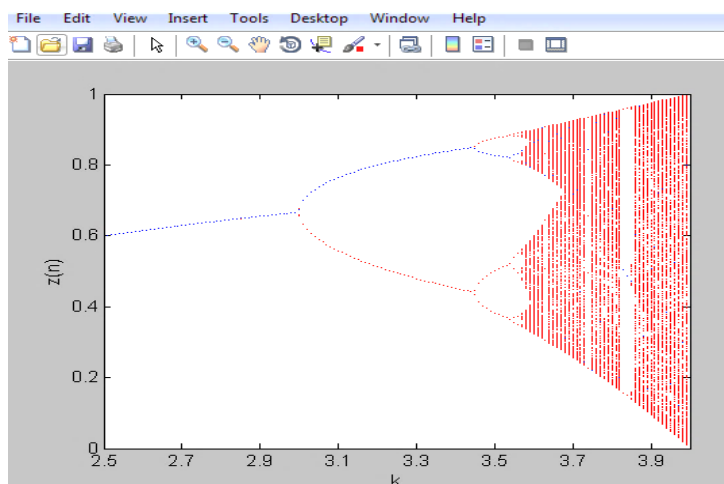


Fig.1.2. Variația lui  $z_n$  sau  $z_{n+1}$  în funcție de parametrul " $k$ ". Sursa [original].

Pe măsură ce parametrul  $k$  crește, multitudinea "soluțiilor" oferite de abordarea în modul discret provoacă confuzie. Pentru valori ale lui  $k > 3$  soluțiile sunt într-un număr extrem de mare astfel încât determinarea tuturor valorilor ce definesc o perioadă devine imposibilă. Creșterea lui  $k$  ne conduce treptat spre un noian de soluții, greu de interpretat matematic, aprofundându-ne tot mai adânc în haos.

În Fig.1.3 se prezintă grafic ceea ce pare greu de crezut: o modificare a variabilei  $k$  cu doar 0,01 schimbă complet datele problemei iar observatorul se afundă în haos... absolut. Se observă că și pe figura anterioară la valori ale lui  $k > 3,6$  se află... haosul! *Anexa\_1\_3\_Feigenbaum transpunere ecuatie in Excel.xls*

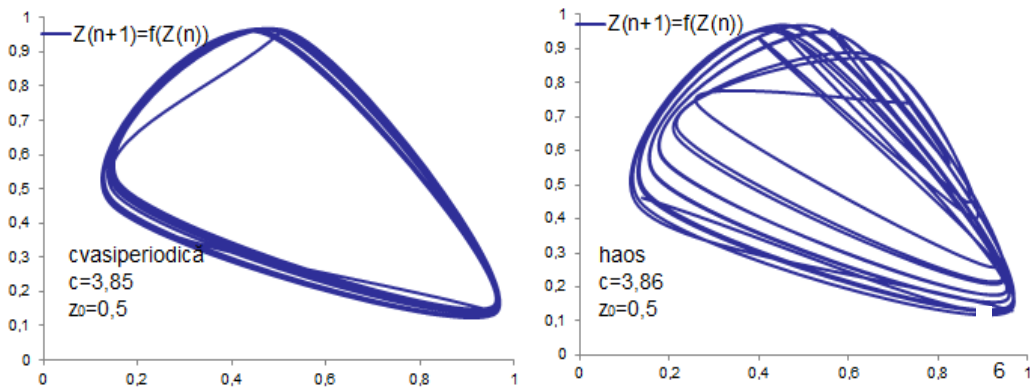


Fig.1.3. Soluțiile ecuației  $z_{n+1} = kz_n(1-z_n)$  pentru  $k=3,85$  respectiv  $k=3,86$ .  
Sursa [original].

Rezolvarea ecuației (1.2) după separarea variabilelor, integrare și impunerea condițiilor inițiale  $x(t_0) = x_0$ , determină de fapt evoluția speciei de animale raportată la factorul timp.

$$x(t) = \frac{ax_0}{(a - x_0)e^{-ak(t-t_0)} + x_0} \quad (1.4)$$

Studiul soluției ecuației (1.4) arată o proliferare accentuată până în momentul când populația a atins valoarea  $x(t)=a/2$  când apare un punct de inflexiune pe graficul (nereprezentat aici) pentru funcția descrisă de relația (1.4), după care rata creșterii se reduce și  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = a$ , deci populația maximă pentru cel mai optimist scenariu al vieții.

### 1.3. Sisteme dinamice

Oamenii s-au aflat dintodeauna, coexistă și în prezent, în preajma sau în mijlocul unor nenumărate sisteme sau modele dinamice cum sunt cele din domeniile: fizică, matematică, biologie, energetică, astronomie, aerodinamică, chimie, mecanică și chiar social, politic, economic, etc. Stăpânirea proceselor ce au loc în interiorul acestor sisteme a coincis dintodeauna cu dorința de cunoaștere și progres a ființei umane.

Literatura de specialitate clasifică sistemele în mai multe categorii, după elementele esențiale ce le definesc. Există astfel sisteme *continuale* la care ecuațiile ce modelează sistemul sunt valabile pentru orice moment de timp; sisteme *discrete* ce se modifică la momente de timp discrete; există de asemenea și sisteme *combinat* (*mixte*). O altă clasificare împarte sistemele în sisteme *liniare* și *neliniare*, *periodice* și *neperiodice*, *variante în timp* și *invariante în timp*.

Se spune despre un sistem că este *liniar* dacă nu se schimbă în timp și relația între intrări și ieșiri se exprimă printr-o ecuație simplă sau diferențială de tip liniar. Fie

$H$  răspunsul unui sistem, care pentru a fi liniar trebuie ca la aplicarea unui semnal de intrare  $x$  să îndeplinească cerințele date de relațiile (1.5), adică *aditivitate* (principiul superpoziției), *omogenitate* și *invarianță* temporală:

$$\begin{aligned} H(x_1 + x_2) &= H(x_1) + H(x_2) \\ H(kx) &= kH(x) \\ h(t) = H(x(t)) &\Rightarrow h(t + \tau) = H(x(t + \tau)) \end{aligned} \quad (1.5)$$

unde  $h(t)$  este funcția matematică ce descrie ieșirea când aplicăm la intrare semnalul  $x(t)$ . Invarianța temporală, descrisă de ultima dintre relațiile din (1.5), arată nemodificarea funcției de răspuns cu trecerea timpului.

În general un sistem dinamic este neliniar dacă conține cel puțin un element neliniar, deci va fi descris de o ecuație diferențială neliniară. Rezolvarea ecuațiilor neliniare este însă dificilă și de aceea acestea se rezolvă mai ușor, iar cercetările sunt orientate în acest sens, prin aproximări liniare ale fenomenelor neliniare. Desigur există și constrângeri sau doar în anumite condiții: liniaritate parțială sau pe porțiuni, mediere prealabilă etc..

Se pot exprima procese liniare, ca exemple în studiul prezent, cum sunt cele ale convertoarelor de energie: caracteristica liniară tensiune-curent a unei rezistențe ideale sau de caracteristicile ideale ale componentelor ce înmagazinează energie cum sunt inductanțele și capacitățile. La polul opus liniarității, deci cel al neliniarității se află diodele care au o caracteristică tensiune-curent puternic neliniară, dar și alte elemente dintr-un circuit electronic cum ar fi modulatoarele PWM, monostabile, transformatoare, corectoare digitale, comutatoare, etc. De asemenea, această grupă a elementelor neliniare este multiplicată și de către elemente liniare din prima grupă tocmai pentru că acestea nu sunt ideale și apar fenomene reactive sau de saturație în special la frecvențe mari de lucru, când toate acestea prezintă neliniarități adeseori pronunțate și care afectează în mod „ciudat” funcționarea circuitelor electronice.

În conformitate cu lucrările de specialitate ale celor mai recunoscuți autori, matematicieni și ingineri deopotrivă, care au studiat dinamica diverselor sisteme, aceștia au concluzionat: comportamentul sistemelor dinamice variază ca o funcție de timp. Importantă este găsirea funcției și abia apoi se poate analiza matematic sistemul dinamic. Astfel matematicieni și ingineri de renume cum ar fi: P.G Drazin, J.Hale, H.Kocak, C.K.Tse [31] definesc un sistem dinamic ca fiind caracterizat prin:

- un set de variabile de stare independente;
- o funcție sau o ecuație diferențială de stare prin care variabila de intrare modifică mai întâi variabila de stare, iar variabila de stare determină, printr-o relație algebrică (ecuația de ieșire), variabila de ieșire a sistemului (cauzal).

O formulă universal valabilă pentru descrierea unui sistem dinamic [32] este *ecuația de stare*:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t), t) \quad (1.6)$$

În ecuația de mai sus  $x(t)$  este vectorul variabilelor de stare și acesta reunește toate variabilele de stare scalare;  $u(t)$  este un vector coloană ce reunește intrările scalare, iar  $f$  este funcția ce conexează valorile ce o definesc:  $x(t)$ ,  $u(t)$  și  $t$ . Dacă timpul lipsește din formula lui  $f$  înseamnă că sistemul este un *sistem autonom* sau *invariant în timp*. În general sistemele care conțin un oscilator propriu, fără un semnal de ceas exterior, sunt autonome. În prezent, pentru un control mai exact, majoritatea sistemelor dinamice au un sistem cu o frecvență fixată din exterior și deci

nu sunt autonome [33]. Pentru a descrie un model dinamic, așa cum o face relația (1.6), este nevoie ca pentru fiecare sistem dinamic nou apărut să existe o modelare matematică adecvată și care să cuprindă în ecuațiile sale elementele sale definitorii.

### 1.3.1. Stabilitatea sistemelor dinamice

Fie un sistem continuu în spațiul stărilor definit prin:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), t); \text{ cu } x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix}; f(x, t) = \begin{pmatrix} f_1(x_1, x_2 \dots x_n, t) \\ f_2(x_1, x_2 \dots x_n, t) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2 \dots x_n, t) \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

Funcțiile  $f_i(x, t), i = \overline{1, n}$  sunt funcții scalare dintre care cel puțin una neliniară. Un sistem dat de relația (1.7) în general nu are o soluție explicită. Se pot obține însă informații despre aspectele sale calitative, sau mai exact, ceea ce ne interesează: stabilitatea unui sistem dat de aceste ecuații, fără rezolvarea acestuia. Cu presupunerea că sunt îndeplinite condițiile Cauchy pentru un interval  $t \in [t_0, \infty]$

sistemul (1.7) are soluția unică  $x \in \Omega$  unde  $\Omega \subset R^n$  și că  $\forall a \in \Omega$  se obține  $\varphi(t_0) = a$ . Aceste noțiuni  $\exists x = \varphi(t): [t_0, \infty] \rightarrow \Omega$ , de soluție stabilă a unui sistem de ecuații diferențiale au apărut după jumătatea secolului XIX și sunt meritul îndeosebi al celor doi matematicieni de renume: H.Poincaré (1854-1912) și A.Lyapunov (1857-1918).

**Definiție:** soluția  $\varphi(t)$  a sistemului (1.7) este stabilă dacă  $\forall \varepsilon > 0$ ,

$\exists \delta(\varepsilon) > 0$  astfel încât  $\bar{x}_0 \in \Omega$  și  $\|\bar{x}_0 - x_0\| < \delta(\varepsilon)$  soluțiile  $\bar{\varphi}$  și  $\varphi$ , au la același moment  $t_0$  valorile  $\bar{x}_0$  respectiv  $x_0$  și este satisfăcută inegalitatea:  $\|\bar{\varphi}(t) - \varphi(t)\| < \varepsilon$  pentru orice  $t \in [t_0, \infty]$ . Cu alte cuvinte, la variații mici ale lui  $x_0$  corespund variații mici ale soluției  $x = \varphi(t)$ . Se mai poate spune, într-o definiție simplificată, că dacă sistemul revine la starea de echilibru după apariția unei perturbații sistemul este stabil. La revenirea în situația inițială se poate afirma că sistemul este asimptotic stabil deci  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\bar{\varphi}(t) - \varphi(t)\| = 0$ . Dacă starea sistemului se degradează, adică una sau

mai multe mărimi cresc nelimitat în timp, se spune despre acel sistem că este instabil. Definierea stabilității unui sistem se prezintă sugestiv în modul grafic prezentat în Fig.1.4.

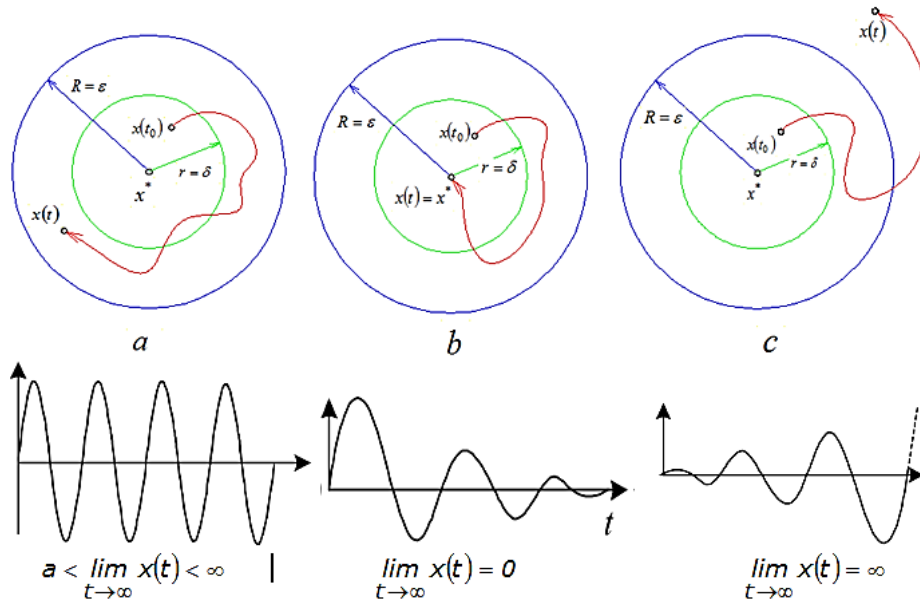


Fig.1.4. Stabilitatea sistemelor: a-sistem stabil, b-sistem asimptotic stabil, c-sistem instabil. Sursa [original].

## 1.4. Regimurile sistemelor dinamice

Multitudinea sistemelor dinamice a determinat clasificarea acestora. O astfel de clasificare care nu este unică se regăsește și în [34]. Denumirile au fost date după comportamentul funcțiilor matematice ce descriu sistemele dinamice în jurul anumitor puncte critice, după forma graficelor sau numele descoperitorului. Aceste clasificări au fost introduse și prin rigoarea matematicii de către P.G. Drazin, J.Hale, J.F. Kocak [35], sau H. E. Nusse, E. Ott, J.A. Yorke [36].

Astfel se poate vorbi de sisteme care se află în unul din următoarele regimuri de funcționare, așa cum sunt clasificate în cele mai multe publicații [37] de specialitate.

### 1.4.1. Punct izolat de echilibru

Este un regim de funcționare permanent și care caracterizează un comportament simplu într-un punct staționar de echilibru și care definește cele mai multe sisteme utilizate în diverse aplicații. Matematic se exprimă prin ecuația (1.8) și ne arată că orice traiectorie care pleacă dintr-un punct de echilibru revine în acest punct.

$$\Phi_t(x_Q) = x_Q \quad (1.8)$$

Într-o altă exprimare, pentru un sistem dat de un circuit electronic, punctul izolat de echilibru este punctul de funcționare al respectivului circuit sau este soluția sistemului dinamic în curent continuu.

### 1.4.2. Regimul permanent periodic

Un comportament periodic, care nu este un punct staționar, se numește ciclu limită  $\Gamma$ . Altfel spus, este o orbită periodică de perioadă  $T$  a sistemului dinamic. Se îndeplinește astfel o constrângere a periodicității:

$$\forall x \in \Gamma \Rightarrow \Phi_t(x) = \Phi_{t+T}(x) \quad (1.9)$$

Exemplu de sistem cu ciclu limită: sistemul dinamic Van der Pol: *Anexa\_1\_4\_Sistem\_Van\_der\_Pol.m* și *Anexa\_1\_5\_functie\_Van\_der\_Pol.m*:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2(t) \\ \frac{dy_2}{dt} = (1 - y_1^2(t))y_2(t) - y_1(t) \end{cases} \quad (1.10)$$

Sistemul este reprezentat în Fig.1.5.

Mai există în cadrul acestui tip de regim și cel periodic de tip subarmonic dat de o funcție iterativă aplicată de mai multe ori la argumentul său. Acest tip apare la sisteme dinamice ce funcționează sub mai multe frecvențe, iar soluțiile subarmonice sunt date de apariția bifurcațiilor [34] și [38].

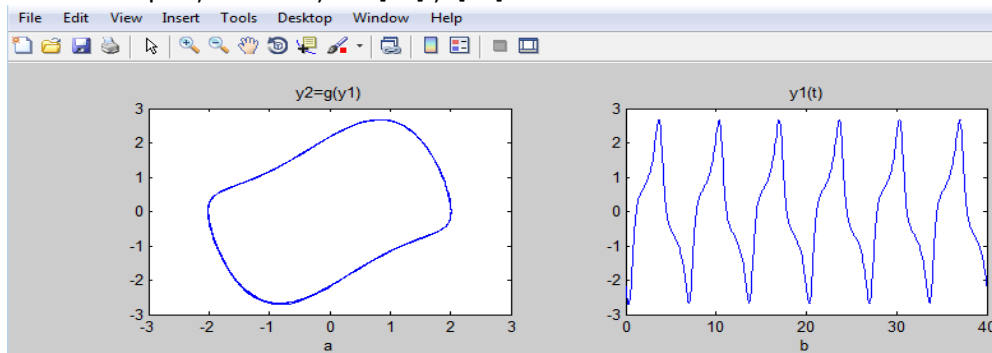


Fig.1.5. Sistemul Van der Pol: a-ciclu limită în spațiul stărilor, b- forma de undă  $y_1(t)$ . Sursa [original].

### 1.4.3. Regim permanent cvasiperiodic

Graficul regimului permanent cvasiperiodic este reprezentat în spațiul stărilor ca un tor, iar în domeniul timp formele de undă ale acestor tipuri de sisteme se prezintă ca și un semnal modulată în fază sau amplitudine.

Pentru ilustrarea comportamentului cvasiperiodic se alege transformarea sistemului periodic Van der Pol anterior prin adăugarea unei componente de comandă  $\sin(t/n)$  în a doua ecuație din (1.11) care este de fapt ecuația neliniară. Sistemul astfel obținut va încerca să se sincronizeze și să tindă către un atractor cu perioada dată de regimul sistemului periodic permanent fără componente de comandă dar și cu perioada dată de semnalul sinusoidal adăugat. Astfel traiectoriile soluțiilor sistemului se deplasează pe o suprafață toroidală așa cum sunt surprinse în Fig.1.6.a. *Anexa\_1\_6\_Sistem\_Van\_der\_Pol\_cvasiperiodic.m* ce prin comanda Matlab™ "ode45" accesează funcția *Anexa\_1\_7\_functie\_Van\_der\_Pol.m*:



$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2(t) \\ \frac{dy_2}{dt} = (1 - y_1^2(t))y_2(t) - y_1(t) + \sin(t/n) \end{cases} \quad (1.11)$$

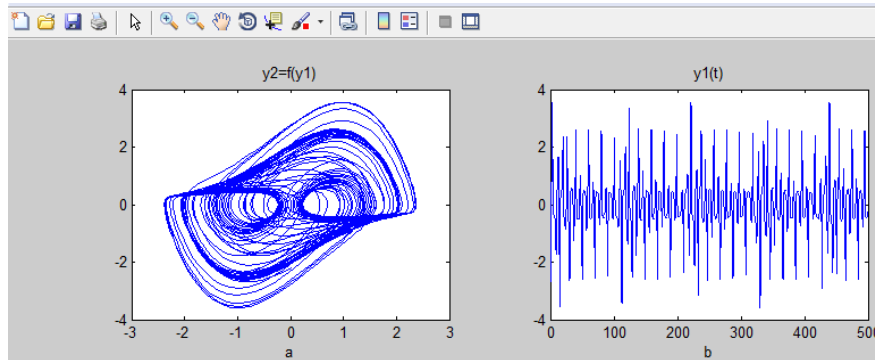


Fig.1.6. Sistemul Van der Pol modificat : a- spațiul stărilor, b- formă de undă. Sursa [original].

#### 1.4.4. Regimul haotic

Comportarea limită a unui sistem dinamic care nu este nici staționară nici periodică sau cvasiperiodică, dar cu o sensibilitate mare la condițiile inițiale și deci și o impredictibilitate neobișnuită în evoluția sa pe timp îndelungat, îl definim ca fiind *regim haotic*. Acest regim prezintă un grafic aparent aleator iar în domeniul frecvență se caracterizează printr-un spectru de putere de tip zgomot de bandă largă. Transformarea unui portret de fază simplu într-unul complicat, în toate cazurile studiate până în prezent, are ca și cauză certă modificarea unuia sau mai multor parametri ce definesc sistemul. Astfel, după ce sistemul depășește anumiți atractori stranii, la modificarea în continuare a parametrului de control al haosului, în graficul spațiului stărilor sunt generate mulțimi de orbite ce nu pot fi cuantificate.

Un sistem dinamic cu un comportament haotic este circuitul electronic RLC neliniar denumit Chua, după numele descoperitorului său. Vectorul parametrilor de stare aferent circuitului este:  $x(t) = [v_1(t), v_2(t), i_1(t)]^T$ . Circuitul Chua este descris de sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = a[x_2 - h(x_1)] \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 - x_2 + x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} = -\beta x_2 \end{cases} \quad (1.12)$$

unde:  $h(x_1) = m_1 x_1 + 0.5 \cdot (m_0 - m_1) \cdot (|x_1 + 1| - \text{abs}(x_1 + 1))$ ,

$a = 15.6$ ;  $\beta = 28$ ;  $m_0 = -1.143$ ;  $m_1 = -0.714$

Programul în Matlab [5] se găsește în *Anexa\_1\_8\_Chua\_initializare.m* și funcția solicitată prin comanda "ode45": *Anexa\_1\_9\_Chua\_functie.m*

Reprezentarea în planul stărilor este cea din Fig.1.7, iar cea temporală în Fig.1.8.

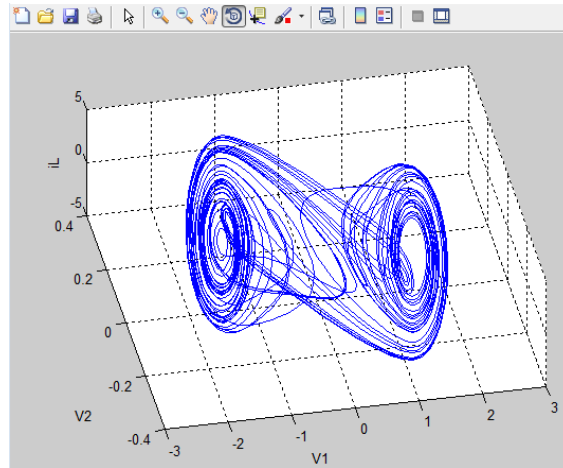


Fig.1.7. Sistemul Chua în spațiul stărilor. Sursa [original].

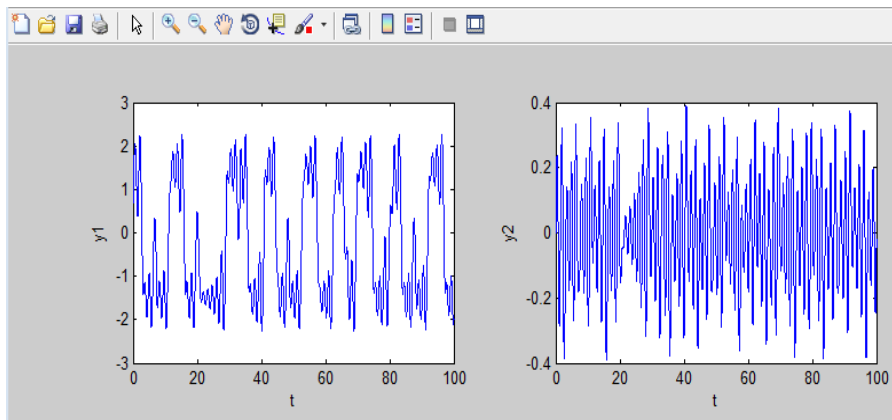


Fig.1.8. Variația haotică în timp a tensiunilor pe cele două capacități ale circuitului Chua. Sursa [original].

După cum s-a văzut în aceste exemple, studiul acestora s-a făcut având la bază o modelare matematică adecvată. Despre tehnici de modelare matematică se vor face mai multe referiri în paragrafele ce urmează.

### 1.5. Tehnici de analiză ale sistemelor neliniare

Dinamica sistemelor electrice, electronice reale este descrisă prin sisteme de ecuații diferențiale neliniare, așa cum sunt sau devin comportamentele majorității componentelor electronice la variația numerșilor parametri: temperatură, frecvență, saturație electromagnetică, inductivități și capacități parazite, etc.. Fenomenele de instabilitate, atractivitate, bifurcație sau chiar haos sunt studiate cu mai multă ușurință în apropierea unor puncte din spațiul stărilor. Acestea sunt relevate prin tehnici matematice ce sunt menționate în continuare.

### 1.5.1. Liniarizarea modelelor matematice

Liniarizarea e operația prin care un sistem neliniar se transformă în unul liniar dacă se admite că perturbațiile care apar sunt mici în raport cu valorile variabilelor din punctul de funcționare static. Deci practic liniarizarea se face în jurul unui punct de funcționare și de aceea parametrii modelului liniarizat sunt dependenți de punctul de funcționare în jurul căruia se liniarizează. Deoarece liniarizarea presupune perturbații mici față de variabilele din punctul de funcționare, modelele liniarizate se mai numesc și *modele de semnal mic*.

De aceea dacă modelul care se liniarizează este invariant în timp și are soluția stării staționare constantă atunci modelul liniarizat va fi liniar și invariant în timp. Se notează cu simbolul  $\hat{\cdot}$  diferența dintre o variabilă curentă și variabila aferentă punctului de liniarizare, adică  $x_i - x_{i0} = \hat{x}_i$ ,  $y_i - y_{i0} = \hat{y}_i$ . Prin dezvoltarea în serie Taylor aceste diferențe se pot afla ușor renunțându-se la termenii de ordinul 2 sau superiori acestuia. Modelul astfel realizat este LTI dacă derivatele parțiale evaluate în punctul de funcționare nu depind de timp. Liniarizarea unui sistem de ecuații se realizează într-un punct  $x_0$  din spațiul fazelor. La variații mici, incrementale ale variabilelor  $x$  de stare, în jurul punctului  $x_0$  se poate scrie pentru sistemul de ecuații diferențiale  $\frac{dx}{dt} = g(x)$ , printr-o translație a lui  $x \rightarrow x_0 + \hat{x}$ , se află că

$\frac{dx_0}{dt} + \frac{d\hat{x}}{dt} = g(x_0 + \hat{x})$ . Această ultimă ecuație se poate dezvolta în serie Taylor și reținând doar primii doi termeni se obține:

$$\frac{dx_0}{dt} + \frac{d\hat{x}}{dt} = g(x_0) + J_x(g(x_0)) \cdot \hat{x} \quad (1.13)$$

În relația (1.13)  $J_x$  este jacobianul lui  $g(x)$ . Ținând seama că  $\frac{dx_0}{dt} = g(x_0)$

și  $\frac{dx}{dt} = \frac{d\hat{x}}{dt}$  se obține în final:

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = J_x(g(x_0)) \cdot \hat{x} \quad (1.14)$$

Relația obținută este o relație de forma cunoscută:  $\frac{d\hat{x}}{dt} = a\hat{x} + b$

Această tehnică este doar una dintre metode și nu se poate aplica ca o regulă generală tocmai prin faptul că liniarizarea nu respectă întotdeauna realitatea. Ea se limitează ca aplicabilitate la perturbații de semnal mic.

### 1.5.2. Stabilitatea mulțimilor limită în planul complex

Valorile proprii ce aparțin sistemului dinamic sunt rădăcinile complexe  $\lambda_j$  ale ecuației caracteristice obținută prin liniarizarea sistemului de ecuații în punctul limită de echilibru  $x_Q$ :

$$\det(\lambda I - J_x(x_Q)) = 0 \quad (1.15)$$

iar în *timp continuu* pentru cazul în care  $\lambda_j$  are parte reală strict negativă punctul  $x_Q$  este punct de echilibru asimptotic stabil (trajectoriile din preajma sa vor converge către acesta). Dacă partea reală a cel puțin unei rădăcini este pozitivă, punctul de echilibru este instabil. Condiția necesară și suficientă pentru ca un sistem LTI să fie stabil este ca toți polii funcției de transfer să fie situați în semiplanul stâng al planului complex.

Prin referire la spațiul fazelor se poate spune că un punct inițial  $x_0$  este stabil în sens Lyapunov dacă  $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta(\varepsilon) > 0$  astfel încât orice traiectorie care pornește din regiunea  $G(x_0; \delta)$  va rămâne în aceeași regiune  $G(x_0; \delta)$  la  $\forall t > 0$ .

Orice rădăcină complexă a ecuației (1.14) poate fi transpusă în planul complex  $S$ . Astfel pentru o rădăcină  $s_j = \sigma_j + j\Omega_j$  axa imaginară  $j\Omega$  desparte semiplanul din stânga al stabilității de cel din dreapta al instabilității. Trecerea la planul  $Z$ , foarte utilizat în analiza, calculul funcțiilor discrete, se face prin conversia lui  $s_j$  în  $z_j$ . Astfel

pentru orice  $s_j = \sigma_j + j\Omega_j$  îi corespunde întotdeauna un  $z_j = r \cdot e^{j\omega_j}$  în planul  $Z$ . Axa imaginară  $j\Omega$  se transformă în circumferința cercului de rază unitară și centrul origine, semiplanul din stânga al planului  $S$  se transferă în interiorul cercului unitar din planul  $Z$  adică în zona de stabilitate. Semiplanul din dreapta din planul  $S$  se transformă în exteriorul cercului unitar din planul  $Z$ . Trecerea de la planul  $S$  la  $Z$  se realizează prin transformarea Tustin (biliniară) făcând  $s_j = z_j$ , notând perioada de eșantionare cu  $T_e$  și corespunzător  $\omega_e = \frac{2\pi}{T_e}$ . Se determină:

$$s = \frac{2}{T_e} \left( \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right); \quad \sigma = \frac{2}{T_e} \frac{r^2 - 1}{1+r^2 + 2r \cos \omega_e}; \quad \Omega = \frac{2}{T_e} \frac{2r \sin \omega_e}{1+r^2 + 2r \cos \omega_e} \quad (1.16)$$

**Teoremă:** pentru sistemul liniar omogen  $\frac{dx}{dt} = Ax$  unde  $A$  este o matrice de dimensiune  $n \times n$  de numere reale, matricea  $A$  este *hurwitziană* dacă toate rădăcinile ecuației caracteristice, *valorile proprii*  $\lambda$  sau *multiplicatorii caracteristici* cum mai sunt cunoscuți [33] ai ecuației:  $\det(\lambda I - A) = 0$  au partea reală negativă și deci sistemul este stabil.

Pe lângă criteriul algebric de stabilitate al lui Hurwitz, se poate aminti criteriul lui Routh care amandouă folosesc coeficienții polinomului caracteristic. Alte criterii de stabilitate numite și frecvențiale (conțin variabila complexă  $s = j\omega$ ) sunt cele stabilite și demonstrate de către Mihailov și Nyquist.

### 1.5.3. Tehnica sau secțiunea Poincaré

Metoda secțiunilor Poincaré, denumită astfel după numele descoperitorului acesteia Henry Poincaré, presupune analiza unui sistem dinamic de ordinul  $n$  prin punctele marcate într-un plan " $n-1$ " dimensional cu intersecția liniilor de câmp descrise într-un plan " $n$ " dimensional al spațiului fazelor. Acest procedeu [19] permite discretizarea traiectoriilor în timp printr-o transformare a tuturor funcțiilor continue de timp în secvențe discrete de forma:  $x_n(t) = x(t_n), t_n = t_0 + nt, n = 1, 2, \dots$

Altfel exprimat, se produce o secționare periodică a traiectoriei din spațiul fazelor cu un hiperplan dat. Mulțimea punctelor de intersecție a traiectoriilor cu acest hiperplan poartă denumirea de secțiune Poincaré.

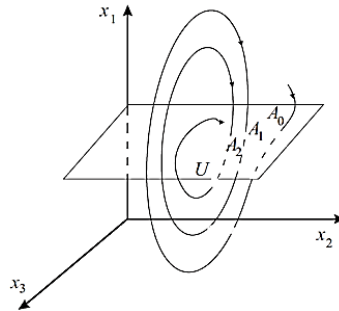


Fig.1.9. Secțiunea Poincaré pentru un semnal reprezentat în spațiul fazelor. Sursa [34].

În Fig.1.9 este prezentată, ca și un exemplu, o orbită neperiodică ce intersectează un plan Poincaré în punctele ce aparțin hiperplanului "U":  $A_0, A_1, A_2$ . Secțiunile Poincaré apar astfel ca niște mulțimi de puncte. După modul cum sunt dispuse aceste puncte în planul de intersecție se poate defini și dinamica sistemului neliniar. Pentru soluții stabile punctele se suprapun, în timp ce, pentru stări neperiodice, punctele sunt dispersate într-o arie extinsă. Dacă sistemul este caracterizat prin "n" periodicități, va exista o grupare aferentă tot de "n" puncte fixe.

1. Pentru cazul în care soluțiile sunt periodice traiectoria în spațiul fazelor ia forma unei orbite închise. Se descrie astfel un *ciclu limită*. Secțiunea Poincaré în acest caz adică punctele  $A_0, A_1, A_2$  din Fig.1.9 se suprapun în integralitate sau doar parțial.

2. Pentru cazul în care soluțiile sunt cvasiperiodice sistemul în dinamica sa este caracterizat prin două perioade. Trajectoriile se deplasează pe un tor cu suprapunerea celor două mișcări descrise prin cele două perioade: o revoluție și o rotație. Fiecare frecvență de bază este atașată la una din aceste mișcări. Locul de intersecție al traiectoriilor cu secțiunea Poincaré s-a demonstrat că este dat de raportul în care se află cele două frecvențe. Atunci când:  $\omega_1/\omega_2 = n_1/n_2$ , iar raportul  $n_1/n_2$  este un număr rațional, atunci traiectoria descrisă prezintă o perioadă unică. Secțiunea Poincaré este descrisă de o succesiune de puncte distribuite pe o curbă închisă de forma unui cerc, elipse sau forme geometrice mai complexe sau compuse.

În situația în care raportul  $n_1/n_2$  este un număr irațional atunci traiectoriile deși sunt foarte apropiate nu se suprapun niciodată. Toate traiectoriile sunt dispuse pe suprafața unui tor care reprezintă și atractorul sistemului dinamic. Secțiunea Poincaré se prezintă, la o rulare într-un timp îndelungat, echivalent cu mai multe perioade, ca o curbă închisă care este și continuă.

3. Pentru o dinamică a sistemului haotică, detaliile dispunerii punctelor obținute cu secțiunea Poincaré descriu forme grafice foarte complexe și neregulate.

Avantajele secțiunii Poincaré sunt evidente în înțelegerea proceselor sistemelor dinamice neliniare care prezintă o complexitate mare și pot produce haos deoarece:

- Permite pentru un sistem dinamic reducerea unui spațiu "n" dimensional unde sunt descrise soluțiile, ca printr-o aplicație "U", să se reducă numărul de variabile cu o unitate, adică la „n-1”;

- Discretizarea timpului duce la substituirea ecuațiilor diferențiale cu ecuații cu diferențe finite, ușor de integrat prin metode numerice;

- Discretizarea Poincaré este unică și reversibilă deoarece traiectoriile din spațiul fazelor nu se pot intersecta între ele.

#### 1.5.4. Exponenții Lyapunov

Pentru caracterizarea cantitativă a comportamentului haotic s-au propus mai multe mărimi. Exponenții Lyapunov caracterizează împrăștierea în spațiul fazelor a traiectoriilor unui sistem dinamic. Altfel spus cu ajutorul exponenților Lyapunov se poate cuantifica, în spațiul  $n$ -dimensional al fazelor, rata de divergență a două traiectorii adiacente. Cu notațiile introduse aici, distanța dintre două traiectorii alăturate: o traiectorie care pleacă din  $x_0$  și care corespunde lui  $x_0(t)$  și una  $x(t)$  care pleacă din imediata vecinătate a lui  $x_0$  adică din:  $x_0 + \varepsilon$  :

$$s(t) = x(t) - x_0(t) \quad (1.17)$$

Prin asumarea faptului că  $s(t)$  are o creștere exponențială, se poate scrie:

$$s(t) = s(0)e^{\lambda t} \quad (1.18)$$

Ecuția (1.18) are derivata de ordinul 1:

$$\frac{ds(t)}{dt} = \lambda s(0)e^{\lambda t} = \lambda s(t) \quad (1.19)$$

Aplicăm formula Taylor pentru  $s(t)$  din (1.18) se obține:

$$s(t) = s(t_0) + s'(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2!} s''(t_0)(t - t_0)^2 + \dots \quad (1.20)$$

După neglijarea termenilor superiori din (1.20) se identifică însăși definiția diferențialei:

$$\frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0} = s'(t_0) = \lambda \quad (1.21)$$

După semnul coeficientului  $\lambda$  se poate concluziona dacă cele două traiectorii  $x(t)$ ,  $x_0(t)$  sunt divergente sau convergente.

- $\lambda > 0$  traiectoriile sunt divergente față de punctul  $x_0$  ;
- $\lambda < 0$  traiectoriile sunt convergente față de punctul  $x_0$  .

Dar cum exponenții  $\lambda$  se schimbă foarte rapid de-a lungul traiectoriei se impune calcularea unei medii a unui număr suficient de mare de exponenți  $\lambda_j$  .

Este firesc astfel ca pentru un sistem dinamic descris prin  $n$  dimensiuni să se determine  $n$  coeficienți Lyapunov. Dacă din multitudinea acestora un singur exponent Lyapunov este pozitiv sistemul analizat prezintă în modul grafic traiectorii puternic divergente, mai mult decât atât se poate considera ca fiind *haotic*.

Spectrul exponenților Lyapunov este până în prezent cea mai utilizată metodă analitică de diagnosticare a haosului la sistemele definite în timp continuu. După semnul algebric al acestor coeficienți se poate obține clasificarea comportamentelor sistemelor neliniare. Pentru exemplificare, dacă un sistem este descris prin 3 ecuații diferențiale (din care cel puțin una conduce la haos) există trei exponenți Lyapunov ale căror valori reale pot fi transpuse într-o combinație ce este caracteristică pentru un anumit comportament, după cum urmează:

- $(-, -, -)$  → *punct fix* sau comportament *staționar*;
- $(0, -, -)$  → *ciclu limită* sau comportament *oscilatoriu*;
- $(0, 0, -)$  → *tor* sau comportament *cvasiperiodic*;

➤ (+, 0, -) → *atractor straniu* sau comportament *haotic*.

Se poate astfel concluziona că orbitele haotice determină ca valoarea cel puțin unuia dintre exponenții Lyapunov să fie pozitiv; pentru sistemele staționare orbitele sunt periodice și toți exponenții Lyapunov sunt negativi. Bifurcația este descrisă de intersecția graficului trasat de traiectoria coeficienților Lyapunov cu axa Ox, așa cum este relevat și în Fig. 1.10. Pentru că acești coeficienți se calculează matematic, este mai util să se obțină o reprezentare discretă a fenomenului, adică o hartă *logistică* de forma:

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (1.22)$$

După startul celor două traiectorii din punctele  $x_0$  respectiv  $x_0 + \varepsilon_0$  dorim aflarea, după un număr  $N$  de iterații, ce se întâmplă cu diferența dintre cele două traiectorii:  $f^{(N)}(x_0)$  și  $f^{(N)}(x_0 + \varepsilon_0)$ : adică  $\varepsilon_N = |f^{(N)}(x_0 + \varepsilon_0) - f^{(N)}(x_0)|$ ; după împărțirea cu  $\varepsilon_0$  se obține:

$$\frac{\varepsilon_N}{\varepsilon_0} = \frac{|f^{(N)}(x_0 + \varepsilon_0) - f^{(N)}(x_0)|}{(x_0 + \varepsilon_0) - (x_0)} = e^{\lambda N} \quad (1.23)$$

Exponentul  $\lambda$  rezultă a fi:

$$\lambda = \frac{1}{N} \ln \left| \frac{f^{(N)}(x_0 + \varepsilon_0) - f^{(N)}(x_0)}{\varepsilon_0} \right| = \frac{1}{N} \ln \left| \frac{df^{(N)}(x)}{dx} \right|_{x=x_0} \quad (1.24)$$

sau sub altă formă:

$$\lambda = \frac{1}{N} \ln |f'(x_0) f'(x_1) \dots f'(x_{N-1})| = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \ln |f'(x_i)| \quad (1.25)$$

Pentru exemplificare s-a ales reprezentarea ecuației (1.3) a lui Feigenbaum:  $z_{n+1} = kz_n(1 - z_n)$  din paragraful 1.2 care a fost trasată într-un alt program Matlab: *Anexa\_1\_10\_Ec\_Feigenbaum\_coef\_Lyapunov* ce calculează de această dată coeficienții Lyapunov. Se poate observa deplina concordanță dintre graficul (1.2) ce evidențiază bifurcația și haosul cu graficul din Fig.1.10. Se pot observa momentele apariției bifurcațiilor succesive în momentul în care graficul atinge cota "zero"- limita dintre stabilitate și instabilitate, dar și pătrunderea în haos la  $k > 3.6$

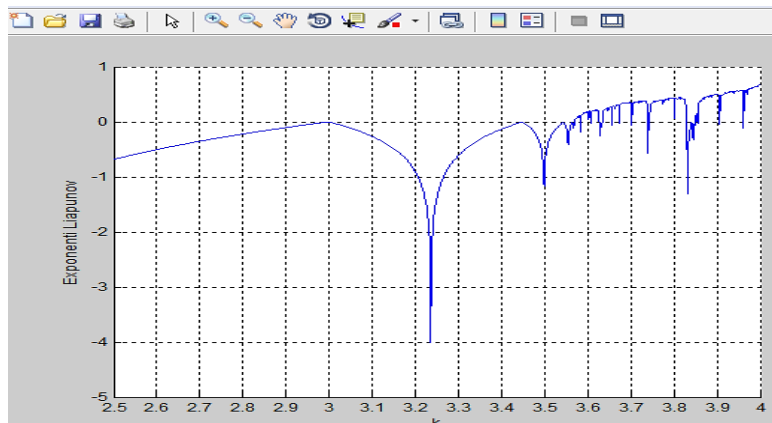


Fig.1.10. Coeficienții Lyapunov pentru ecuația (1.3) a lui Feigenbaum. Sursa [original].

O altă metodă de diagnosticare a stabilității sistemelor este *entropia* introdusă de către Shannon ce are la bază calculul statistic și care a fost dezvoltată ulterior ca *entropie metrică* de către Kolmogorov-Sinai. Altă tehnică, este studiul sau analiza semnelor derivatelor Schwartz.

*Aproximarea mediată* reprezintă de asemenea o soluție în analiza dinamicii sistemelor. Acest model cu aproximare elimină dependența de timp, adică însuși argumentul cu care este înzestrat modelul original. Se obțin astfel ecuații în spațiul stărilor, în timp continuu, din care s-au îndepărtat informațiile date de comutarea variabilelor de stare și se păstrează numai dinamica lor găsită ca și medie ponderată, de unde îi vine și numele.

## 1.6. Bifurcație și haos

Modificarea unui parametru din cadrul unui sistem dinamic poate atrage după sine, deși a trecut prin mai multe soluții de echilibru, schimbarea bruscă a comportamentului, acest fenomen este numit *bifurcație* [39]. H. Poincaré a fost cel care a folosit pentru prima dată termenul de bifurcație. Denumirea a fost preluată de la forma graficului în spațiul fazelor a două mărimi fizice extrase din cadrul vectorului variabilelor de stare. Tipuri de bifurcații mai frecvent întâlnite sunt menționate în [40] sau [41], iar comportamentul convertoarelor la apariția bifurcației este descris și analizat detaliat în [42]

Prin cercetările întreprinse și publicate în [43] și [44] precum și [45] s-a acceptat o clasificare [46] după soluțiile matematice date de valorile proprii ale jacobianului unui sistem discret (mai cunoscute ca și multiplicatori caracteristici). Acesta poate prezenta următoarele tipuri de bifurcații *netede*, unde termenul "neted" se referă la maniera continuă în care un multiplicator caracteristic trece din interiorul în exteriorul cercului unitar în abordarea cu model discret:

(1) Dacă o pereche de valori proprii complex conjugate părăsesc cercul unitar, celelalte rămânând în interiorul cercului, convertorul manifestă o *bifurcație de tipul Neimark-Sacker* (echivalent Hopf în timp continuu);

(2) Dacă un multiplicator caracteristic real-negativ părăsește cercul unitar convertorul va manifesta o *bifurcație cu dublarea perioadei*;

(3) Dacă un multiplicator real pozitiv părăsește cercul unitar convertorul va manifesta o *bifurcație de tip nod-șa*.

Există și situații în care un multiplicator caracteristic nu părăsește cercul unitar în mod neted, continuu ci sare brusc din interiorul acestuia în exteriorul său, în sensul că modificarea sa se produce cu *discontinuitate de speța I* în raport cu parametrul de bifurcație. În acest caz are loc *bifurcația cu coliziune de graniță*. Pentru bifurcațiile cu coliziune de graniță nu există clasificări ca în cazul bifurcațiilor netede. Această clasificare sumară este acceptată unanim de către toți cercetătorii. Mai sunt subclasificări care cuprind detalii pentru fiecare tip de bifurcație, așa cum este făcută în [33] și care subdivid aceste tipuri de bifurcații, în general recunoscute, în bifurcația transcritică, super și subcritică în furcă.

Traversarea unui sistem neliniar prin mai multe serii de bifurcații conduce inevitabil la haos. S-a arătat mai sus că sistemele neliniare prezintă o varietate de comportamente, iar unul dintre acestea este *haosul*. Haosul reprezintă comportamentul limită al unui sistem dinamic care nu este nici staționar nici periodic sau quasiperiodic, dar cu o sensibilitate mare la condițiile inițiale și care are impredictibilitate la evoluția sa în timp. Acesta are cauze deterministe și nu se referă



la dezordine și este recunoscut grafic prin mulțimile de orbite ce nu pot fi cuantificate, așa cum sugestiv relevă Fig.1.11.



Fig.1.11. Reprezentări grafice ale haosului. Sursa [internet]

Rute importante spre haos, așa cum au fost ele definite în [47] sunt:

(1) Drumul spre haos prin *dublarea perioadei*. Sistemele neliniare pot să se îndrepte spre haos printr-un scenariu similar cu cel al sistemului Lorenz descris prin sistemul (1.1) și Fig.1.1., a cărui bifurcație este urmată de o dublare de perioadă, iar la modificarea în același sens al parametrului apar încă două bifurcații corespondente celor două ramuri ale primei bifurcații. Modificând mai departe parametrul apar tot mai multe bifurcații și astfel se pătrunde în haos total, imposibil de descifrat prin multitudinea de puncte care-l generează.

(2) Drumul spre haos prin *quasiperiodicitate*, unde un punct fix stabil trece spre un ciclu limită la modificarea unui parametru. La variația parametrului sistemul admite o altă periodicitate care nu este într-un raport rațional cu ciclul anterior. Astfel comportamentul rezultat devine unul quasiperiodic. Modificarea într-o anumită direcție a parametrului de bifurcație conduce spre un comportament haotic.

(3) Drumul spre haos prin *intermitențe* apare la unele sisteme neliniare, la modificarea unui parametru, după intervale lungi de comportament periodic se produce o izbucnire specifică unui comportament haotic. La modificarea pe mai departe a parametrului de bifurcație, la intervale tot mai comprimate de timp, apar aceste izbucniri cu o frecvență mărită, ca în final să nu mai existe nici un comportament periodic ci unul complet haotic.

(4) *Criza*: Unele sisteme neliniare, chiar dacă nu există nicio cale dată de o secvență de evenimente dintr-o dată pot deveni haotice atunci când un anumit parametru este modificat. Criza poate fi întâlnită, în situația în care un atractor se intersectează cu o orbită haotică instabilă. Atractorul se modifică prin coliziunea cu orbita, iar rezultatul este o expansiune bruscă a haosului.

### **1.7. Concluzii și contribuții personale**

Fără a fi exhaustiv, studiul efectuat în acest capitol prezintă istoricul fenomenelor de bifurcație și haos, cu punerea acestora în evidență de către pionierii acestui nou domeniu științific, ce se denumește simplu, teoria haosului. Sunt trecute în revistă ecuațiile sistemului Lorenz, ecuația lui Feigenbaum, iar pentru sisteme electrice oscilatorul Van der Pol și circuitul Chua.

Sunt prezentate tehnicile de analiză specifice sistemelor neliniare incluzând aici abordarea cu modele în spațiul stărilor, liniarizarea, secțiunea Poincaré și exponenții Lyapunov. În finalul capitolului s-a sintetizat o clasificare a bifurcațiilor care reprezintă punctul ce delimitează regimurile stabil și instabil, cu menționarea scenariilor sau rutelor ce conduc spre haos.

Prin natura sa, studiul fenomenelor de bifurcație și haos presupune un instrument matematic laborios și uneori pretențios pentru un inginer. Autorul s-a limitat la setul de noțiuni matematice strict necesare pentru analiza fenomenelor neliniare din convertoarele DC-DC în comutație, noțiuni ce vor fi apelate în capitolele următoare. Anexele aferente acestui capitol s-au dorit a fi de utilitate pentru un neinițiat, dar și o bază pentru programele Matlab ce vor fi dezvoltate în continuare. Nu în ultimul rând a fost parcursă o listă bibliografică consistentă spre care se face trimitere în cadrul capitolului.

**Contribuțiile autorului** sunt reprezentate de sinteza bibliografică, prezentarea stadiului actual în domeniu și selectarea aparatului matematic strict necesar în analiza fenomenelor neliniare din convertoarele DC-DC în comutație.

## 2. FENOMENE DE BIFURCAȚIE ȘI HAOS LA CONVERTORUL BUCK CU COMANDĂ ONE-CYCLE CU RESETARE NEIDEALĂ

Motto:

„Fiecare om pe care îl întâlnesc în drumul meu îmi este superior prin ceva. De aceea încerc să învăț câte ceva de la fiecare.”

Sigmund Freud

### 2.1. Comanda one-cycle

Tehnica One-Cycle Control (OCC), dezvoltată de către K.M. Smedley și Čuk în [48], [49] își are în prezent aplicabilitate la majoritatea convertoarelor de energie de ordinul doi [50]. Tehnica OCC a fost extinsă de Smedley, Čuk și Lai [51], [52] [53], Santi [54] sau cercetări mai recente făcute de Yang în [55] ceea ce se cunoaște în prezent sub denumirea engl. *integration control*.

Principiul comenzii OCC pentru un convertor buck este prezentat în Fig.2.1.

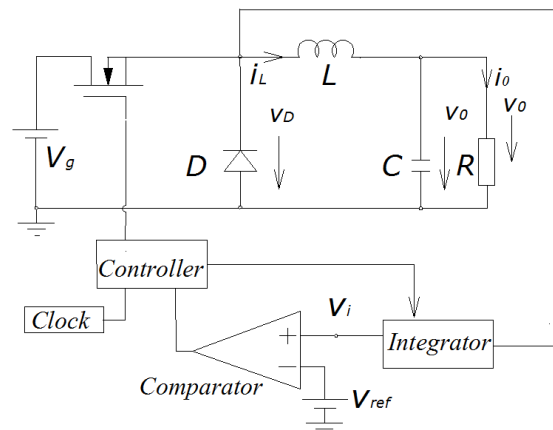


Fig.2.1. Convertor Buck cu comandă OCC. Sursa [49].

Așa după cum se poate observa în figură, controllerul folosește o frecvență de comutație constantă fixată de semnalul de clock și prin impulsurile sale scurte comandă conducția tranzistorului. Tensiunea pe diodă este integrată și se compară apoi cu tensiunea de referință iar atunci când tensiunea integrată a diodei atinge valoarea tensiunii de referință adică  $v_i = v_{ref}$  tranzistorul este blocat și integratorul este resetat la zero. Această tehnică de reglare, la fiecare perioadă de comutație, a valorii medii a tensiunii pe diodă poartă denumirea de OCC. Astfel, dacă tensiunea de referință se menține constantă atunci constante sunt și valoarea medie a tensiunii pe diodă și deci și tensiunea medie de ieșire. Dacă valoarea tensiunii de intrare crește panta de integrare este mai mare și perioada de conducție a tranzistorului este mai mică: conform formelor de undă din Fig.2.2. Invers se întâmplă pentru o valoare a tensiunii de intrare mai mică. Astfel OCC elimină integral pe durata unei singure

perioade de comutație perturbațiile apărute în tensiunea de alimentare. În Fig.2.2 zonele hașurate aferente tensiunii de la ieșirea integratorului sunt egale ca suprafață deși fiecare reprezintă o altă valoare pentru factorul de umplere. Astfel în starea staționară nu există erori dinamice între tensiunea de referință și valoarea medie a tensiunii variabile de pe diodă.

Un alt avantaj al comenzii OCC este dat și de faptul că la modificarea tensiunii de referință se modifică rapid, în decursul unei singure perioade de lucru, factorul de umplere și tensiunea medie de ieșire.

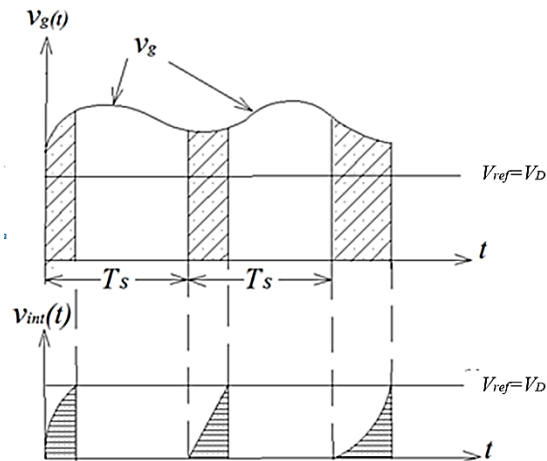


Fig. 2.2. OCC și eliminarea perturbațiilor din  $V_g$ . Sursa [49]

În stare staționară se poate determina factorul de umplere  $D$  (zona hașurată pe Fig.2.2.) prin rezolvarea ecuației:

$$\frac{1}{T} \int_0^{DT_s} v_D dt = \frac{1}{T} \int_0^{DT_s} v_g dt = v_{ref} \quad (2.1)$$

unde  $\tau$  este constanta de timp integratorului.

Relația (2.1), în ipoteza că  $v_g$  nu este o constantă, nu reprezintă o funcție liniară între tensiunea de intrare și valoarea tensiunii de referință.

Pentru o valoare constantă a tensiunii de alimentare, se obține o tensiune medie de ieșire egală cu:

$$V_o = V_D = \frac{1}{T_s} \int_0^{DT_s} v_D dt = \frac{\tau}{T_s} \frac{1}{\tau} \int_0^{DT_s} v_g dt = \frac{\tau}{T_s} V_{ref} \quad (2.2)$$

Unde  $V_D$  este tensiunea mediată, iar dacă  $\tau = T_s$  atunci  $V_o = V_{ref}$ .

Elementul activ din convertor funcționează la frecvența generată de clock și are funcția de comutație:

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{dacă } 0 \leq t < T_{on} \\ 0 & \text{dacă } T_{on} \leq t < T_s \end{cases} \quad (2.3)$$

În concluzie, tehnica OCC controlează factorul de umplere continuu  $d(t)$  și aceasta permite, prin integratorul încorporat în cadrul reacției negative de la ieșire, să

se manifeste dinamic ca și cum reacția ar exista la... intrarea convertorului, de aceea practic perturbațiile, chiar de semnal mare, deși prezente... parcă n-ar exista!

O paralelă făcută între PWM-ul convențional și OCC demonstrează că ambele tehnici au performanțe bune în punctul static de funcționare dar tehnica OCC din punct de vedere al acurateții și al dinamicii este net superioară tehnicii PWM [56].

K. M. Smedley a demonstrat că răspunsul convertoarelor buck și Ćuk având perturbații cu semnale mari la intrare, prin folosirea tehnicii OCC, asigură stabilitatea sistemului. Există totuși o limitare pentru factorul de umplere:  $D_{min} < d < D_{max}$  [49].

Această concluzie, precum și circuitul OCC cu buclă dublă adaptivă [57], se pot aplica și pentru convertoarele cvasi-rezonante, invertoare și redresoare, etc. Dar, deși soluția cu OCC are aplicabilitate mare, aceasta tehnică rapidă de corecție a factorului de umplere nu prezintă avantaje la toate tipurile de convertoare. Se va vedea în Capitolul 3 că aceasta este inaplicabilă pentru convertoarele Zeta, Sepic sau în anumite situații chiar Ćuk. Publicațiile recente [58], [59] demonstrează că cercetările în tehnica de comandă OCC sunt în continuare în atenția specialiștilor. Mai mult decât atât există în prezent, fabricat în serie, un circuit integrat care face corecția factorului de putere bazat pe tehnica OCC. Acesta este integratul *IR 1150* [60].

## 2.2. Analiza de stare staționară a convertorului buck cu comandă OCC la care resetarea se face printr-o rezistență nenulă

Studiul următor își propune să investigheze aspecte legate de stabilitatea convertorului buck ideal cu comandă one-cycle, în condițiile în care descărcarea condensatorului de integrare se face printr-o rezistență de valoare diferită de zero, așa cum se întâmplă în practică. Se știe că descărcarea exponențială în acest caz face ca tensiunea pe condensator să nu ajungă, teoretic, niciodată la zero. În aceste condiții sunt de așteptat fenomene de instabilitate atunci când descărcarea se face pe durate scurte, adică la factori de umplere mari și frecvențe ridicate. Se va deduce analitic condiția de stabilitate în raport cu tensiunea de comandă. Se va arăta că instabilitatea apare cu dublarea perioadei ca o subarmonică a frecvenței de comutație. Simularea și experimentul vor confirma validitatea considerațiilor teoretice.

Modelul de convertor buck cu OCC care funcționează în modul CCM este prezentat în Fig.2.3.

La conducția tranzistorului cu tensiune de alimentare constantă variația în timp a tensiunii pe condensatorul de integrare  $C_i$  este liniară și în concordanță cu legea sa de încărcare care este descrisă de ecuația:

$$v_{Ci}(t) = \frac{1}{C_i} \int_0^t \frac{V_g}{R_i} dt + v_{Ci}(0) = \frac{V_g}{R_i C_i} t + v_{Ci}(0) = \frac{V_g}{\tau} t + v_{Ci}(0) \quad (2.4)$$

unde  $\tau = R_i C_i$ . Dependența este vizualizată în Fig.2.4. prin dreapta ce urcă de la  $v_{Ci}(0)$  la  $V_{ref}$ .

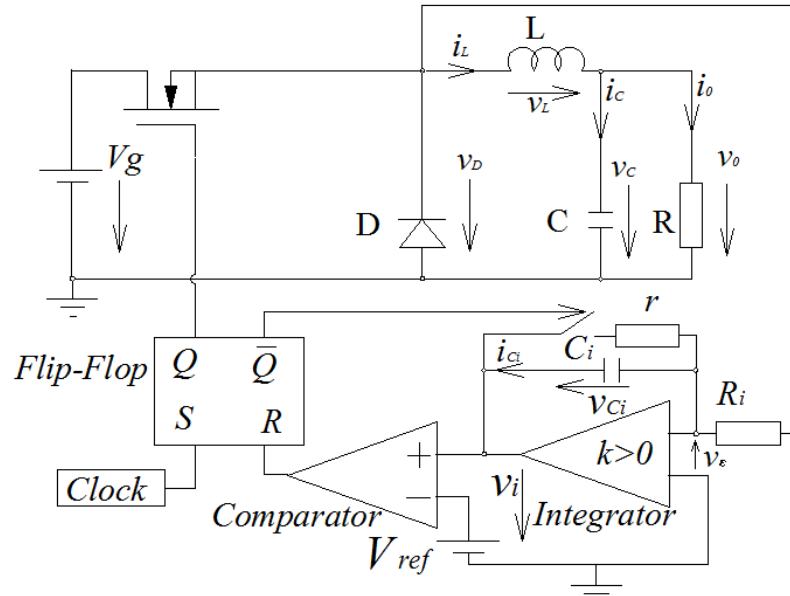


Fig. 2.3. Convertorul buck cu OCC la care descărcarea condensatorului se face printr-o rezistență nenulă. Sursa [original].

Variația tensiunii pe condensatorul de integrare în cele două stări topologice complementare ale elementului activ din circuit, corespunzătoare lui  $t_{on}$ , respectiv  $t_{off}$ , este reprezentată în Fig.2.4, considerând că la momentul inițial valoarea pe condensatorul de integrare este egală cu  $V_{Ci}(0)$ .

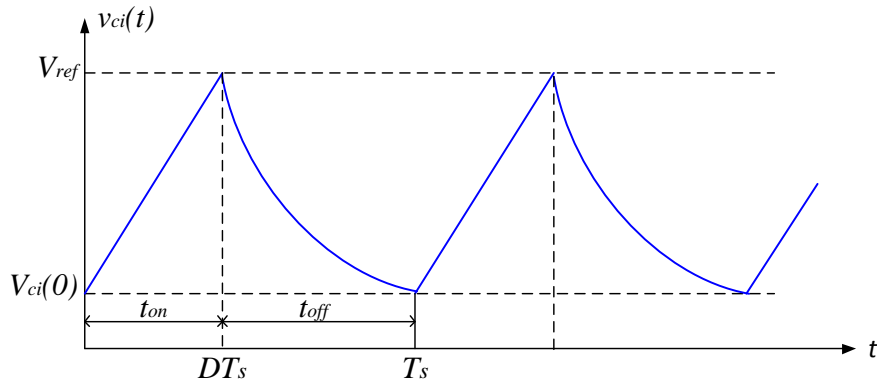


Fig.2.4. Forma de undă a tensiunii Vc la convertorul buck cu OCC în stare staționară. Sursa [original].

Valoarea maximă la care poate ajunge tensiunea pe condensatorul de integrare este atinsă la finalul perioadei de conducție a tranzistorului după un interval de timp egal cu  $DT_s$  și această valoare este egală cu valoarea tensiunii de referință, așa cum o exprimă și relația (2.5).

$$V_{ref} = \frac{V_g}{T} DT_s + V_{Ci}(0) \quad (2.5)$$

Rezolvând ecuația (2.5), definită pentru starea staționară, se obține:

$$V_{ref} - V_{Ci}(0) = \frac{V_g}{T} DT_s \quad (2.6)$$

Din ecuația (2.6), se poate afla valoarea lui  $D$  :

$$D = \frac{V_{ref} - V_{Ci}(0)}{V_g T_s} T \quad (2.7)$$

Din funcționarea buclei OCC în momentul în care  $V_{Ci} = V_{ref}$ , circuitul bistabil comandă blocarea tranzistorului, dar în același timp trimite comanda de închidere a întrerupătorului dispus în paralel cu condensatorul  $C_i$ . Astfel sarcina stocată de către acesta este descărcată prin rezistența  $r$  după legea de descărcare exponențială.

În a doua stare topologică, la blocarea tranzistorului, condensatorul se descarcă, după legea dată de relația (2.8), până ce, la sfârșitul perioadei tensiunea pe acesta atinge din nou valoarea  $V_{Ci}(0)$ . Este momentul în care tranzistorul intră din nou în conducție și începe un nou ciclu de încărcare-descărcare:

$$V_{Ci}(0) = V_{ref} e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}} \quad (2.8)$$

Se înlocuiește (2.8) în (2.6) și rezultă:

$$V_{ref} - V_{ref} e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}} = \frac{V_g T_s}{T} D \quad (2.9)$$

Dar, se cunoaște că pentru convertorul buck ce funcționează în CCM în starea staționară există relația:

$$D = \frac{V_o}{V_g} \quad (2.10)$$

Înlocuind (2.10) în (2.9) și rearanjând termenii se obține:

$$V_{ref} = \frac{T_s}{T} \frac{1}{1 - e^{-\left(1 - \frac{V_o}{V_g}\right) \frac{T_s}{rC_i}}} V_o \quad (2.11)$$

Relația (2.11) exprimă legătura dintre tensiunea de referință și tensiunea de ieșire, precum și de perioada de comutație a PWM,  $V_g$ , dar și de valorile elementelor  $r, R_i, C_i$  din bucla OCC, așa cum era și firesc.

Pentru a găsi o relație între  $V_{ref}$  și  $V_{Ci}(0)$ , cunoscând faptul că  $\tau = R_i C_i$ , se substituie valoarea lui  $D$  din ecuația (2.7) în ecuația (2.8) care devine:

$$V_{Ci}(0) = V_{ref} e^{-\frac{\left(1 - \frac{(V_{ref} - V_{Ci}(0)) T}{V_g T_s}\right) T_s}{rC_i}} = V_{ref} e^{-\frac{T_s}{rC_i} + \frac{R_i (V_{ref} - V_{Ci}(0))}{r V_g}} \quad (2.12)$$

Prin logaritmare și rearanjare avem:

$$\ln(V_{Ci}(0)) - \ln(V_{ref}) = -\frac{T_s}{rC_i} + \frac{R_i (V_{ref} - V_{Ci}(0))}{r V_g} \quad (2.13)$$

După separația termenilor în cei doi membri ai ecuației se determină:

$$\ln(V_{ref}) + \frac{R_i}{rV_g} V_{ref} = \ln(V_{Ci}(0)) + \frac{R_i}{rV_g} V_{Ci}(0) + \frac{T_s}{rC_i} \quad (2.14)$$

Cu notațiile:

$$V_{Ci}(0) = x, V_{ref} = y, \frac{R_i}{rV_g} = a \text{ și } \frac{T_s}{rC_i} = b \quad (2.15)$$

relația (2.14) devine:

$$ax + \ln x = ay + \ln y + b \quad (2.16)$$

Deși nu se va folosi în continuare, merită menționat că ecuațiile de forma dată de relația (2.16) se rezolvă cu ajutorul funcțiilor Lambert:

$$f(x) = xe^x \quad (2.17)$$

Ecuația (2.17) se mai poate scrie și sub forma:

$$x = W(x)e^{W(x)} \quad (2.18)$$

unde funcția "W" este funcția Lambert și este inversa funcției  $f(x) = xe^x$

Soluțiile ecuației (2.17) sau (2.18) sunt de forma:

$$x = W(xe^x) \quad (2.19)$$

S-a găsit astfel într-o formă complexă (la propriu cât și la figurat), rezolvând (2.14) în Matlab această ecuație de tipul funcției Lambert, soluția acesteia, sau valoarea lui  $V_{Ci}(0)$  în raport cu valoarea  $V_{ref}$ , o ecuație transcendentă și care înglobează valorile tuturor componentelor din bucla OCC:

$$V_{Ci}(0) = \frac{e^{W\left[\ln\left(\frac{R_i V_{ref}}{rV_g}\right) - V_{ref} + \frac{R_i V_{ref}}{rV_g}\right]}}{e^{\frac{T_s}{rC_i} - \frac{R_i V_{ref}}{rV_g}}} V_{ref} \quad (2.20)$$

### 2.3. Analiza dinamică a convertorului buck cu comandă OCC și resetare neideală

În ipoteza apariției unor perturbații în tensiunea de referință, are loc perturbarea factorului de umplere așa cum este exemplificat în Fig.2.5. [61].

Relațiile (2.5) și (2.8) din starea staționară în regim dinamic devin:

$$\begin{cases} V_{ref} + \hat{v}_{ref} = \frac{V_g}{T} (D + \hat{d}) T_s + V_{Ci}(0) \\ (V_{ref} + \hat{v}_{ref}) e^{-\frac{(1-D-\hat{d})T_s}{rC_i}} = V_{Ci}(0) + \hat{v}_{Ci}(0) \end{cases} \quad (2.21)$$



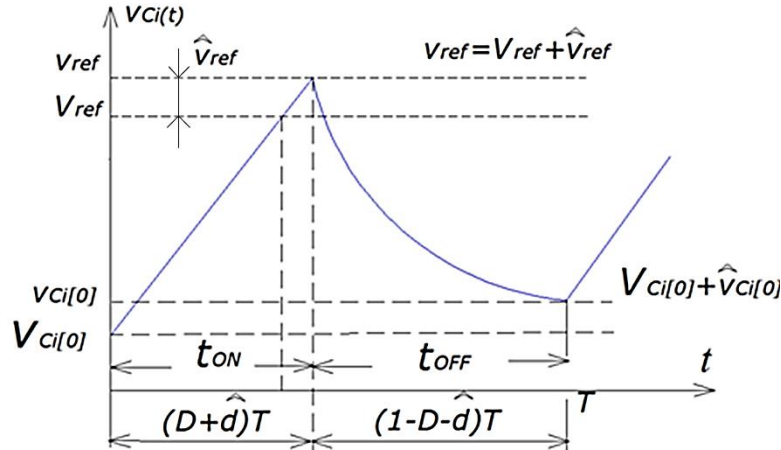


Fig.2.5. Tensiunea pe condensatorul de integrare la apariția unei perturbații mici pozitive în tensiunea de referință. Sursa [original].

Prima ecuație din 2.21 corespunde primei stări topologice atunci când tranzistorul conduce și condensatorul de integrare se încarcă liniar direct de la sursa  $V_g$  prin rezistența  $R_i$  până ce rampa întâlnește tensiunea de referință  $V_{ref} + \hat{v}_{ref}$ . Cea de-a doua este ecuația ce descrie descărcarea condensatorului în timpul blocării tranzistorului până când valoarea pe acesta atinge valoarea  $V_C(0) + \hat{v}_{C_i}(0)$ .

## 2.4. Ecuatiile dinamice discrete ale convertorului buck cu comandă OCC și resetare neideală

Aceleași ecuații de mai sus se pot analiza în timp discret după  $n$  perioade de comutație. Astfel se pot determina relațiile de recurență ce există între valorile tensiunii pe condensatorul de integrare la două momente adiacente independente: momentul  $n$ , respectiv  $n+1$  (Fig.2.6) și apoi între momentul  $n+1$  și momentul considerat inițial, adică momentul din urma cu  $n+1$  perioade de lucru ale elementului activ când a apărut perturbația. Pentru început este necesară obținerea relațiilor ce leagă două perioade alăturate  $n$  și  $n+1$ . Indexul  $n$  este asociat cu ordinul perioadei, mărimile discrete reprezentând valorile variabilelor la începutul perioadei.

$$\begin{cases} v_{Ci}(nTs) + \frac{V_g T_s}{R_i C_i} d_n = v_{ref} \\ v_{ref} e^{-\frac{(1-d_n)T_s}{rC_i}} = v_{Ci}((n+1)Ts) \end{cases} \quad (2.22)$$

Unde s-a notat

$$d_n = D + \hat{d}_n; \quad v_{ref} = V_{ref} + \hat{v}_{ref} \quad (2.23)$$

Liniarizând ecuațiile din relația (2.22) în punctul de stare staționară unde  $v_{ref} = V_{ref}$  și  $d_n = D$ , cu condițiile de semnal mic  $\hat{v}_{ref} \ll V_{ref}$  și  $\hat{d}_n \ll D$  se obține:

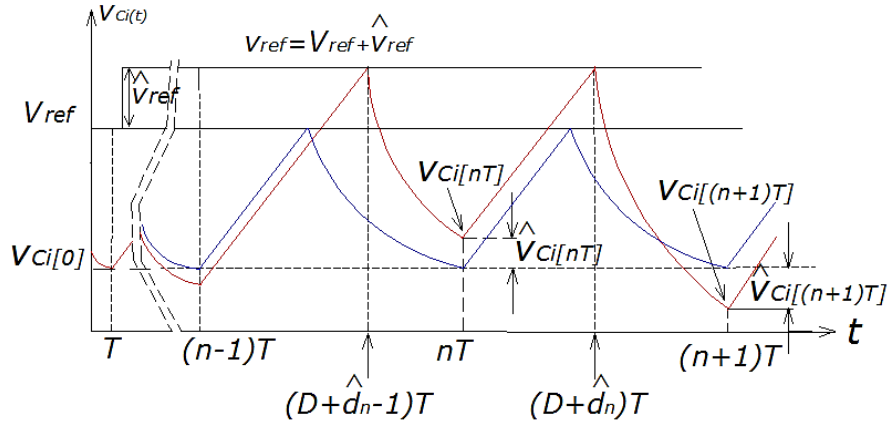


Fig.2.6. Formele de undă după  $n+1$  perioade de comutație: albastru- stare neperturbată, iar roșu- stare perturbată. Sursa [original].

$$\begin{cases} \hat{v}_{Ci}(nT_s) + \frac{V_g T_s}{R_i C_i} \hat{d}_n = \hat{v}_{ref} \\ \hat{v}_{Ci}((n+1)T_s) = e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}} \hat{v}_{ref} + V_{ref} \frac{T_s}{rC_i} e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}} \hat{d}_n \end{cases} \quad (2.24)$$

Din prima ecuație a sistemului de ecuații (2.24) se determină valoarea lui  $\hat{d}_n$  care reprezintă mărimea de comandă indirectă:

$$\hat{d}_n = \frac{(\hat{v}_{ref} - \hat{v}_{Ci}(nT_s))R_i C_i}{V_g T_s} \quad (2.25)$$

Substituind pe  $\hat{d}_n$  din (2.25), în a doua ecuație din 2.24 se poate găsi o relație de recurență de forma:

$$\hat{v}_{Ci}((n+1)T_s) = f(\hat{v}_{Ci}(nT_s)) \quad (2.26)$$

Se obține:

$$\begin{aligned} \hat{v}_{Ci}((n+1)T_s) &= \hat{v}_{ref} e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}} + V_{ref} \frac{T_s}{rC_i} e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}} \frac{(\hat{v}_{ref} - \hat{v}_{Ci}(nT_s))R_i C_i}{V_g T_s} = \\ &= \hat{v}_{ref} e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}} + \frac{R_i V_{ref}}{rV_g} (\hat{v}_{ref} - \hat{v}_{Ci}(nT_s)) e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}} \end{aligned}$$

Rearanjând termenii, rezultă:

$$\hat{v}_{Ci}((n+1)T_s) = \left( \frac{R_i V_{ref}}{rV_g} e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}} \right) \hat{v}_{Ci}(nT_s) + \left( 1 + \frac{R_i V_{ref}}{rV_g} \right) \hat{v}_{ref} e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}} \quad (2.27)$$

Această relație definește dependența  $\hat{v}_{Ci}((n+1)T_s) = f(\hat{v}_{Ci}(nT_s))$  și este o funcție de forma:

$$\hat{v}_{Ci}((n+1)T_s) = a\hat{v}_{Ci}(nT_s) + q\hat{v}_{ref} \quad (2.28)$$

$$\text{unde } a = -\left(\frac{R_i V_{ref}}{rV_g} e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}}\right); \quad q = \left(1 + \frac{R_i V_{ref}}{rV_g}\right) e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}}$$

Dar cum  $\hat{v}_{ref}$  a fost considerată constantă, putem nota  $b = q\hat{v}_{ref}$ . Astfel, relația (2.28) se reduce la un șir cu termenul general de forma:

$$x_{n+1} = ax_n + b \quad (2.29)$$

unde  $x_n = \hat{v}_{Ci}(nT_s)$

Din teoria șirurilor recurente se știe că termenul general al unui șir dat de (2.29) este după  $n$  perioade:

$$x_{n+1} = a^n x_1 + b \frac{a^n - 1}{a - 1} \quad (2.30)$$

Adaptând (2.27), (2.28), (2.29) la relația (2.30) se găsește imediat:

$$\begin{aligned} \hat{v}_{Ci}((n+1)T_s) &= (-1)^n \left(\frac{R_i V_{ref}}{rV_g} e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}}\right)^n \hat{v}_{Ci}(0) + \\ &+ \left(1 + \frac{R_i V_{ref}}{rV_g}\right) \hat{v}_{ref} e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}} \frac{(-1)^n \left(\left(\frac{R_i V_{ref}}{rV_g}\right)^n e^{-\frac{n(1-D)T_s}{rC_i}}\right) - 1}{-\left(\frac{R_i V_{ref}}{rV_g} e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}}\right) - 1} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Relația (2.31) stabilește în raport cu  $n$  valoarea  $\hat{v}_{Ci}((n+1)T_s)$  în funcție de perturbația  $\hat{v}_{Ci}(0)$ , deci cea apărută la momentul inițial. Se observă alternanța semnului lui  $\hat{v}_{Ci}(nT_s)$  la fiecare perioadă de comandă a switch-ului, la fel ca la comanda în curen  $|\hat{v}_{Ci}(nT_s)| < |\hat{v}_{Ci}((n+1)T_s)|$ , precum și faptul că în condițiile instabilității așa cum s-a ilustrat în Fig.2.6.

## 2.5. Analiza stabilității convertorului buck cu comandă OCC și resetare neideală

Analiza este similară cu comanda în curen și este de așteptat ca instabilitatea să se manifeste similar, adică apariția bifurcației prin dublarea perioadei în raport de cea a semnalului de clock.

La limită, relația (2.30) respectiv (2.31), aferentă studiului prezent, devine:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} a^n x_1 + \lim_{n \rightarrow \infty} b \frac{a^n - 1}{a - 1} \quad (2.32)$$

Pentru ca membrul drept să fie finit este necesară și suficientă condiția ca  $a < 1$ . Deci ceea ce interesează pentru analiza stabilității în cazul convertorului buck cu OCC în modul CCM, este de fapt coeficientul lui  $\hat{v}_{Ci}(0)$  din (2.31). Condiția stabilității  $a < 1$ , după eliminarea notațiilor efectuate la ecuația (2.28) și presupunerea că  $V_g$  și  $V_{ref}$  au același semn, se rezumă la:

$$\frac{R_i V_{ref}}{r V_g} < e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}} \quad (2.33)$$

Aceasta este condiția necesară și suficientă pentru convertorul buck cu OCC ca în modul CCM să fie stabil. Rescriind ecuația (2.33) și evidențiind condiția pentru  $V_{ref}$  se obține:

$$V_{ref} < \frac{r V_g}{R_i} e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}} \quad (2.34)$$

prin înlocuirea valorii  $V_{ref}$  din (2.11) în (2.34) aceasta din urmă devine:

$$\frac{T_s V_o}{rC_i V_g} \frac{e^{-\frac{(1-\frac{V_o}{V_g})T_s}{rC_i}}}{1 - e^{-\frac{(1-\frac{V_o}{V_g})T_s}{rC_i}}} < 1 \quad (2.35)$$

sau, echivalent:

$$\frac{T_s V_o}{rC_i V_g} \frac{1}{e^{\left(1-\frac{V_o}{V_g}\right)\frac{T_s}{rC_i}} - 1} < 1 \quad (2.36)$$

Această relație decide stabilitatea sau instabilitatea convertorului buck cu OCC în regim CCM în funcție de tensiunea de intrare, tensiunea de ieșire, perioada de comutație a PWM și componentele fizice din bucla OCC.

Un studiu echivalent de stabilitate se poate face plecând de la ecuația (2.28) pentru care se aplică transformata „z” și rezultă:

$$z \cdot \hat{v}_{Ci}(z) = a \hat{v}_{Ci}(z) + q \hat{v}_{ref}(z) \quad (2.37)$$

Prin factorizare se obține forma:

$$(z - a) \cdot \hat{v}_{Ci}(z) = q \hat{v}_{ref}(z) \quad (2.38)$$

Această ultimă relație conduce la funcția de transfer discretă între tensiunea pe capacitatea de integrare și valoarea perturbației din tensiunea de referință.

$$H(z) = \frac{\hat{v}_{Ci}(z)}{\hat{v}_{ref}(z)} = \frac{q}{z - a} \quad (2.39)$$

Se observă că această funcție nu are decât un pol la  $z=a$  și acesta după ce revenim la notațiile făcute în (2.28) pentru (2.27) este:

$$a = -\frac{R_i V_{ref}}{r V_g} e^{-\frac{(1-D)T_s}{rC_i}} \quad (2.40)$$

Conform teoremei stabilității sistemelor discrete, un sistem monovariabil discret este stabil dacă și numai dacă toți polii funcției de transfer a sistemului au modulul subunitar.

Pentru asigurarea stabilității condiția ce se impune este deci ca  $|a| < 1$  adică:

$$\frac{R_i V_{ref}}{r V_g} < e^{\frac{(1-D)T_s}{r C_i}} \quad (2.41)$$

Inegalitatea (2.41) este identică cu (2.33). Deci criteriul de stabilitate dat de către transformata „z” este același cu cel găsit și prin metoda șirurilor recurente, ceea ce era de așteptat.

Este interesant de remarcat faptul că pentru resetare ideală rezistența de descărcare a condensatorului este  $r=0$ . Se pune întrebarea dacă inegalitatea (2.36) rămâne adevărată și atunci când rezistența de descărcare a condensatorului tinde la zero. Această situație particulară se poate rezolva aplicând limita pentru membrul stâng din inegalitatea (2.36). Cu ajutorul teoremei lui *l'Hospital* se poate depăși nedeterminarea și valoarea limitei este:

$$\lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ r > 0}} \frac{T_s}{r C_i} \frac{V_o}{V_g} \frac{1}{e^{\left(1 - \frac{V_o}{V_g}\right) \frac{T_s}{r C_i}} - 1} = 0 < 1 \quad (2.42)$$

Pentru resetarea ideală această valoare a limitei pentru cazul ideal confirmă că întotdeauna se îndeplinește condiția de stabilitate.

## 2.6. Calculul valorilor limită ale tensiunii de referință la care apare instabilitatea

Se poate impune la limită egalitate în relația (2.34), ceea ce definește  $V_{ref}$  în funcție de componentele buclei OCC și furnizează o relație pentru valoarea maximă pe care o poate avea tensiunea de referință. O formă a acestei relații este:

$$e^{-\frac{(1-D)T_s}{r C_i}} = \frac{r V_g}{R_i V_{ref}} \quad (2.43)$$

Substituind exponențiala din (2.43) în (2.9) rezultă că:

$$V_{ref} \left( 1 - \frac{r V_g}{R_i V_{ref}} \right) = \frac{T_s}{T} D V_g \quad (2.44)$$

de unde rezultă, pentru starea staționară, valoarea critică a factorului de umplere  $D$  ca fiind:

$$D_{critic} = \frac{V_{ref}}{V_g} \frac{T}{T_s} \left( 1 - \frac{r V_g}{R_i V_{ref}} \right) \quad (2.45)$$

Pentru generalizare se normalizează tensiunea de referință cu  $V_g$ , rezistența de descărcare cu rezistența de intrare a integratorului și constanta de timp a integratorului cu perioada de comutație. În aceste condiții mărimile normalizate sunt:

$$V_{refN} = \frac{V_{ref}}{V_g}; \quad r_N = \frac{r}{R_i}; \quad T_N = \frac{T_s}{T} \quad (2.46)$$

Cu aceste notații expresia lui  $D_{critic}$  dată de (2.45) devine:

$$D_{critic} = T_N (V_{refN} - r_N) \quad (2.47)$$

Iar valoarea tensiunii de referință normalizată este:

$$V_{refN} = r_N e^{\left(1 + \frac{1}{r_N T_N} - \frac{V_{refN}}{r_N}\right)} \quad (2.48)$$

ecuația 2.48 reprezintă o ecuație transcendentă cu necunoscuta  $V_{refN}$ . Invocând proprietatea de strictă monotonie a funcției în  $V_{refN}$  obținută trecând toate expresiile în membrul stâng, rezultă că ecuația are soluție unică, soluție ce se găsește ușor prin metode numerice. Substituind apoi  $V_{refN}$  în (2.46) se obține valoarea factorului de umplere critic. Se cuvine a se sublinia două aspecte:

- Stabilitatea depinde numai de valorile *normalizate* ale tensiunii de referință în raport cu cea de alimentare, a constantei de timp și a rezistenței de descărcare și nu de valorile lor absolute;
- Stabilitatea *nu* depinde de rezistența de sarcină.

## 2.7. Verificări prin simulare ale convertorului buck cu OCC și resetare neideală

Se va efectua o triplă verificare: determinarea în programul Matlab a valorilor parametrului la care apare instabilitatea, urmată apoi de o simulare a circuitului care să confirme valorile parametrilor deduși matematic, urmată în final de experiment. Pentru aceasta se examinează pe un convertor buck cu OCC verificarea condiției găsite și exprimată de inegalitatea (2.33) și valoarea critică a tensiunii de referință dată de (2.48)

### 2.7.1. Analiza și verificarea în Matlab a instabilității:

Pentru efectuarea analizei s-au notat rapoartele:

$$\frac{V_o}{V_g} = M \text{ și } \frac{T_s}{rC_i} = p \quad (2.49)$$

Cu  $0 \leq M \leq 1$  pentru convertorul Buck, iar  $p \geq 5$  (ceea ce uzual se și întâmplă, deoarece,  $rC_i \ll T_s$ ) cu notațiile (2.49), relația (2.41) se exprimă în forma:

$$f(M, p) = \frac{pM}{e^{p(1-M)} - 1} < 1 \quad (2.50)$$

Această funcție de două variabile are graficul realizat cu ajutorul programului Matlab™ [5] reprezentat în Fig.2.7. Analiza funcției (2.50) în programul Matlab™ s-a făcut pentru valori ale raportului static de conversie  $M \in (0,01, 0,99)$ ; și pentru  $p \in (5, 500)$ , iar programul se află în *Anexa\_2\_1\_Buck\_OCC\_stabil\_instabil\_3D*.

Se poate observa cu ușurință din Fig.2.7 că graficul funcției depășește valoarea unitară în anumite zone și chiar atinge o valoare maximă de 96,7 (desigur pentru cazul cel mai defavorabil atunci când  $M=0,99$  și  $p=5$ ). În concluzie este de așteptat să existe pentru convertorul buck cu OCC, în acea zonă, instabilitate. Acest aspect va fi pus în evidență în cadrul simulării în Caspoc™ [62].

2.7 – Verificări prin simulare ale convertorului buck cu OCC - 61

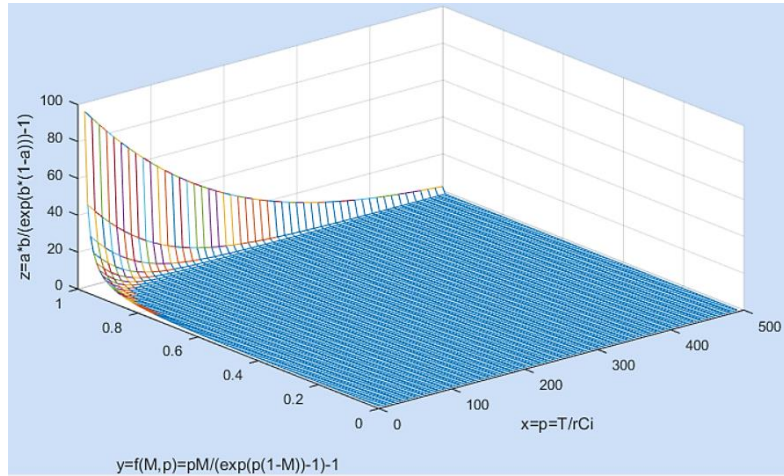


Fig.2.7. Graficul tridimensional în Matlab al funcției  $f(M,p)$ . Sursa [original].

Suplimentar s-a analizat funcția  $f(M,p)$  din relația (2.50) pentru o valoare fixată  $M=0,833$  și s-a obținut graficul din Fig.(2.8). La limita egalității graficul redă corespondența dintre  $f(M,p)$  și variabila notată cu  $p$ , deci granița dintre stabilitate și instabilitate pentru parametrii convertorului buck cu OCC.

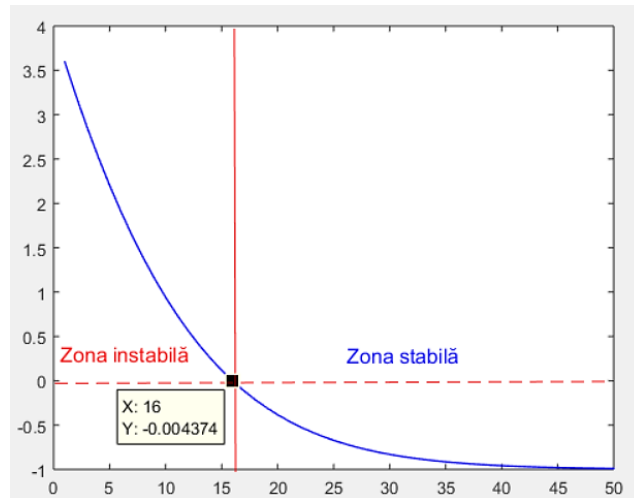


Fig.2.8. Graficul în plan al  $f(M,p)$  cu  $M$  fixat. Sursa [original].

Cu notația:

$$\frac{V_{refN}}{r_N} = x \quad (2.51)$$

ecuația (2.48) rescrisă în altă formă și după substituția (2.51) devine:

$$\frac{1}{e^{TN/rN} + 1} - x = 0 \quad (2.52)$$

Considerând valoric:  $p = 15$ , iar pentru componentele convertorului buck cu OCC:

$$R_i = 1K\Omega; f = 50KHz; V_g = 12V; V_o = 10V \quad (2.53)$$

Se obține:

$$M = \frac{V_o}{V_g} = \frac{10}{12} = 0,833 \quad (2.54)$$

Se calculează valorile componentelor din circuitul OCC al convertorului buck cu notațiile (2.49) și valorile (2.53):

$$C_i = \frac{T_s}{R_i} = \frac{20\mu s}{1000\Omega} = 20nF$$

$$r = \frac{T_s}{pC_i} = \frac{20\mu s}{15 \cdot 20nF} = \frac{20\mu s}{15 \cdot 20nF} = 66,67\Omega \quad (2.55)$$

$$rC_i = \frac{T_s}{p} = 20nF \cdot 66,67\Omega = 1,33\mu s$$

Soluția ecuației (2.52) cu valorile date de relațiile (2.53, 2.55) se obține cu ajutorul programului Matlab™:

$$x = 13,4044$$

$$V_{ref} = 10,7234V \quad (2.56)$$

Depășirea acestui prag pentru tensiunea de referință atrage după sine instabilitate. Pentru obținerea valorii tensiunii de ieșire corespunzătoare valorii critice a tensiunii de referință calculată în (2.56) se introduce în relația (2.34), cu notația (2.49) și se obține pentru tensiunea de ieșire valoarea maximă:

$$V_o = 9,9235V \quad (2.57)$$

Calculul valorii lui  $V_{ref}$  pentru obținerea  $V_o=10V$  conform relației (2.11) pentru starea staționară este:

$$V_{ref} = \frac{T_s}{R_i C_i} \frac{V_o}{-(1-\frac{V_o}{V_g}) \frac{T_s}{V_g} r C_i} = \frac{10}{1 - e^{-(1-0,8333) \cdot 15}} = 10,8944V > 10,7234V \quad (2.58)$$

Deci dacă se dorește o tensiune de ieșire de 10V conform relației aferente funcționării stabile se impune ca  $V_{ref}=10,8944$ , valoare ce depășește pragul  $V_{ref}=10,7234$  la care apare instabilitatea. Concluzia este clară: o tensiune de 10 V pentru convertorul analizat este imposibil de atins în condițiile unei funcționări stabile.

Pentru a vizualiza dependența dintre  $V_{ref}$  și  $V_o$  dată de relația (2.11) s-a reprezentat raportul static de conversie în funcție de tensiunea de referință normalizată:

$$M = \frac{V_o}{V_g} \quad si \quad V_{refN} = \frac{V_{ref}}{V_g} \quad (2.59)$$

Se definește funcția de mai jos în concordanță cu (2.52):

$$y = M(1 - e^{-p(1-M)}) - V_{refN} \quad (2.60)$$

S-a construit în Matlab™ graficul funcției date de relația (2.60) pentru  $p=\{10,15,20\}$  și s-a trasat graficul din Fig.2.9.: *Anexa\_2\_2\_Raport\_static.m* și funcția solicitată: *Anexa\_2\_3\_funcția\_raport\_static*.



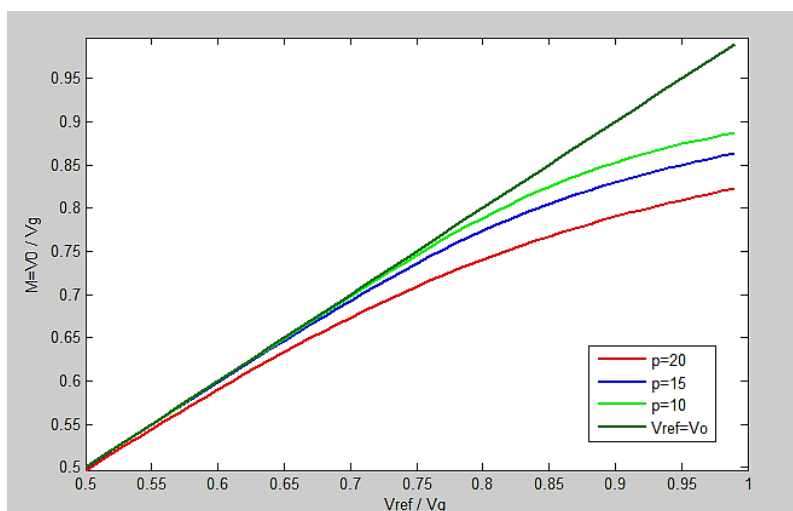


Fig.2.9. Dependența raportului static de conversie de tensiunea de referință normalizată.  
Sursa [original].

Pentru a fi mai bine sesizată deviația tensiunii de ieșire, s-a marcat prima bisectoare cu verde închis (cazul ideal:  $V_0 = V_{ref}$ ), de asemenea s-a vizualizat doar tronsonul cu  $0.50 < D < 0.99$ . Pe sectorul  $D < 0,50$  se poate spune că cele patru grafice de mai sus, cu o foarte mică eroare, sunt suprapuse cu prima bisectoare. Se observă că la valori ale lui  $M > 0,5$  tensiunea de ieșire nu mai urmărește tensiunea de comandă și pe măsură ce valoarea lui  $V_{ref}$  se apropie tot mai mult de  $V_g$  abaterea  $\varepsilon = V_{ref} - V_0$  crește tot mai mult. De asemenea cu cât  $p$  crește, diferența  $\varepsilon$  va avea și ea valori tot mai mari. Aceasta denotă o depășire a limitei de stabilitate, ce se va evidenția și prin simularea în programul Caspoc™ [62], dublarea perioadei semnalului de ieșire raportată la valoarea perioadei PWM, dar și creșterea valorilor pulsațiilor vârf la vârf ale tensiunii de ieșire.

### 2.7.2. Analiza și compararea datelor obținute în Matlab cu cele furnizate prin verificarea în programul Caspoc pentru convertorul buck cu OCC având resetare neideală

S-a utilizat schema de simulare din Fig.2.10, în concordanță cu schema bloc din Fig.2.1. Tensiunii de pe condensatorul integrator  $i$  s-a făcut însă o schimbare de semn prin înmulțirea cu valoarea unitară negativă. Este ceea ce în schema din Fig.2.3. este simplificat prin marcarea integratorului ca fiind neinvertor și deci  $k > 0$ .

În cadrul calcului matematic în Matlab™ dar și a simulării în programul Caspoc™ [62] a convertorului buck cu OCC de mai sus s-a observat că pentru o tensiune de referință de 8V se obține cu ajutorul programului Matlab o tensiune medie de ieșire  $V_{o \text{ Matlab}} = 7,9461V$  iar pentru aceeași tensiune de ieșire valoarea citită pe osciloscopul programului Caspoc™ este  $V_{o \text{ Caspoc}} = 7,9530V$ .

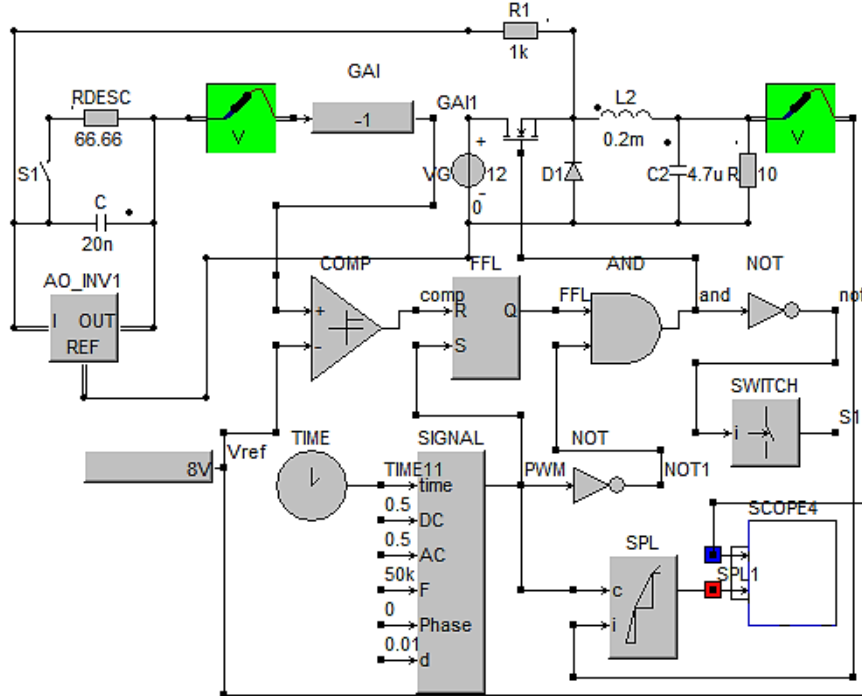


Fig.2.10. Schema de simulare a convertorului buck cu OCC în stare staționară. Sursa [original].

În concluzie, diferența relativă de tensiune de ieșire, la aceeași valoare a tensiunii de referință, este  $\Delta V\% = 0,086\%$ . Se sesizează eroarea extrem de mică dintre calculul matematic al modelului propus și valoarea obținută prin simularea aceluiași convertor ideal cu aceiași parametri. Forma de undă a tensiunii de ieșire are o pulsație de  $144mV_{VV}$ , așa cum rezultă din Fig.2.11, iar frecvența pulsațiilor este identică cu frecvența semnalului de ceas.

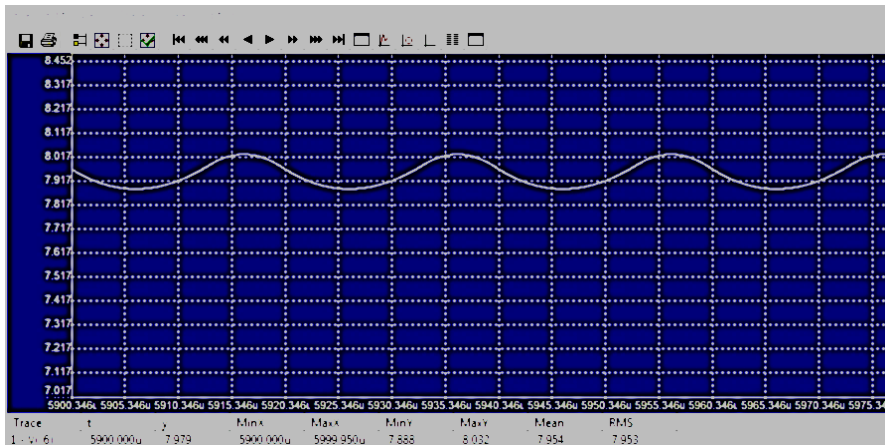


Fig.2.11. Forma de undă a tensiunii de ieșire pentru  $V_{ref}=8V$ . Sursa [original].

Pentru acest caz  $D=M=8/12=0,667$ . Comparând cu graficul din Fig.2.9 care a fost mărit corespunzător în programul Matlab™ în zona de interes de  $M=0,667$  s-a înregistrat o abatere între curba albastră (corespunzătoare cazului studiat cu  $p=15$ ) și cea verde închis  $\Delta x \approx \Delta y = 0,666 - 0,6621 = 0,0039$  care corespunde în valori de tensiune cu valoarea  $\Delta V = 0,0039 \times 12 = 46,8 \text{ mV} \approx 47 \text{ mV}$ . Astfel cu ajutorul programului Matlab™ s-au obținut rezultate care au fost comparate și validate prin simularea în programul Caspoc™ [62]. Aceste valori sunt foarte apropiate. Au o diferență de numai  $0,2 \text{ mV}$ . O altă verificare a studiului teoretic s-a făcut prin simularea valorii găsite la relația (2.57) și care s-a introdus în blocul de control din Fig.2.13 și s-a obținut la ieșire o tensiune de  $9,918 \text{ V}$  care și aceasta se situează numai cu  $5 \text{ mV}$  mai puțin decât valoarea obținută teoretic:  $9,9235 \text{ V}$ .

De asemenea, se confirmă prin simulare apariția dublării perioadei pulsațiilor tensiunii de ieșire la valorile determinate în studiul teoretic, calculate și reproduse de relațiile (2.56) și (2.57). Pentru a evidenția instabilitatea s-a ales o tensiune  $V_{ref} = 11 \text{ V}$  mai mare decât pragul de  $10,7234 \text{ V}$  calculat în (2.58) și s-a obținut prin simulare forma de undă a tensiunii de ieșire reprezentată în Fig.2.12. Tensiunea de ieșire, pe lângă faptul că își dublează perioada are și o pulsație de  $\Delta V = 9,728 - 9,447 = 0,281 \text{ V}$  deci aproape dublă față de situația anterioară. De aici se poate trage concluzia inutilității sau chiar dezavantajului soluției OCC pentru plaja de valori de ieșire superioare valorii  $V_o > 9,9239$ , adică pentru factori de umplere superiori valorii  $D = 0,82696$  calculați cu relația (2.45). Peste valoarea obținută a tensiunii de referință  $V_{ref} = 10,7234 \text{ V}$ , convertorul devine instabil. Este și ceea ce exprima prof. Smedley însă doar calitativ, se impune o *limitare superioară* pentru factorul de umplere la anumite convertoare.

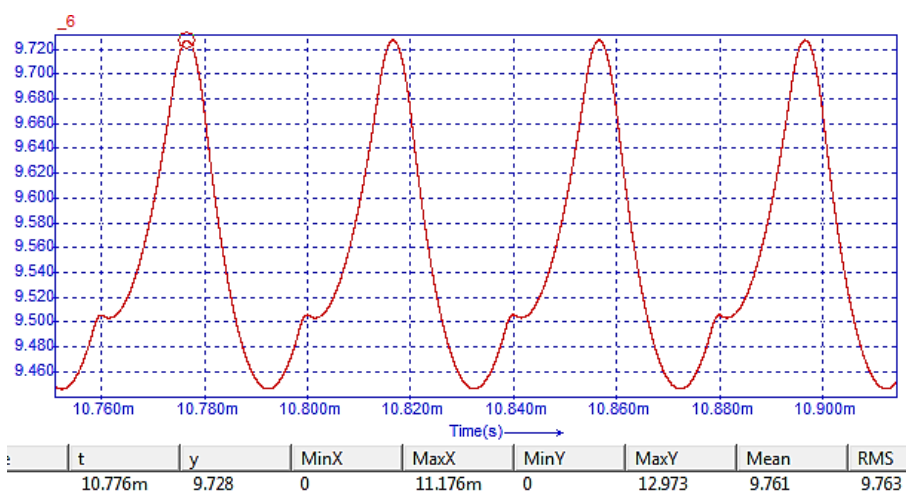


Fig.2.12. Dublarea perioadei tensiunii de ieșire la convertorul buck cu OCC la  $V_{ref} = 11 \text{ V}$ . Sursa [original].

Așa cum se poate observa din graficul de mai sus formele de undă ale tensiunii de ieșire sunt cu dublarea perioadei semnalului de tact și denotă un început de instabilitate la valori ale lui  $V_{ref} > 10,7234 \text{ V}$ . Aceasta vine să confirme faptul că dacă nu se respectă condiția dată de relația (2.34) convertorul va deveni instabil și va apărea la ieșire o subarmonică a frecvenței. Mai mult, de fapt apar fenomene de bifurcație cu dublarea perioadei.

S-a adăugat la convertorul din Fig.2.10 un bloc de eșantionare și memorare SPL (sample and hold). Pasul de simulare s-a ales:  $dt=1ns$  și  $T_{screen}=400ms$ . Pentru a evidenția instabilitatea s-a crescut progresiv tensiunea de referință de la valoarea de  $10,72V$  la valoarea de  $10,74V$ . Această creștere se face liniar pe o durată foarte lungă de  $500ms$ .

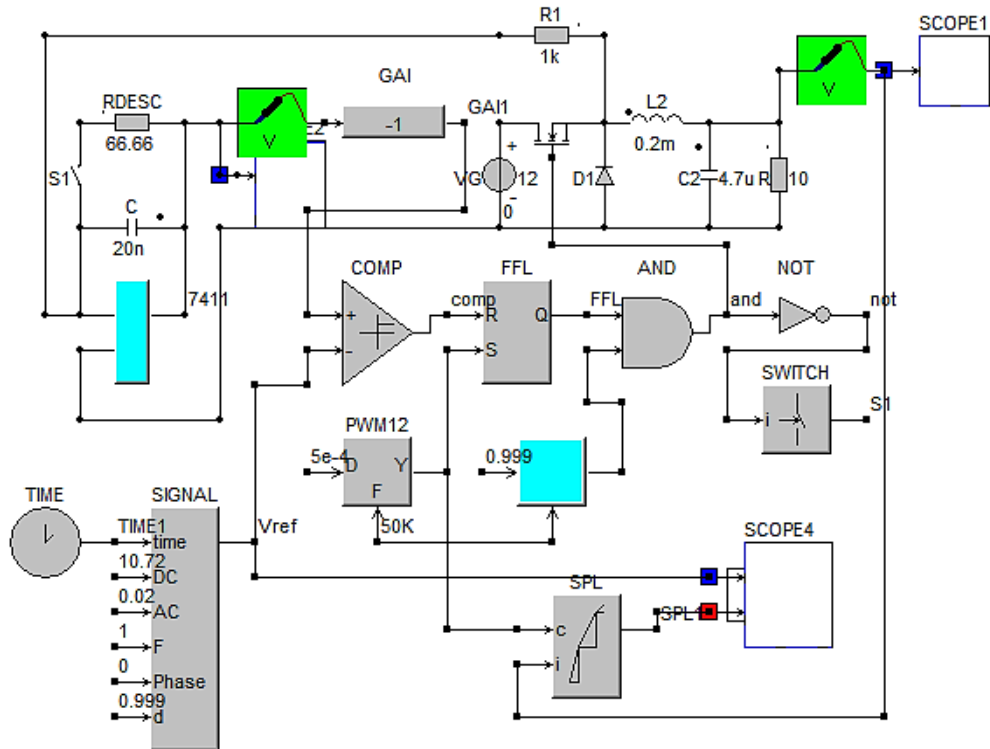


Fig.2.13. Schema de simulare a convertorului buck cu OCC în prezența perturbațiilor.  
Sursa [original].

Explicația acestei variații extrem de lente a tensiunii de referință este aceea că se dorește eliminarea fenomenelor tranzitorii la modificarea tensiunii de referință, practic convertorul trecând printr-o succesiune de stări staționare, deoarece intervalul de  $500ms$  este mult mai mare decât perioada de comutație de  $20\mu s$ . Pe de altă parte, pasul de simulare trebuie să rămână mic pentru a simula corect funcționarea convertorului pe o perioadă de comutație și pentru a eșantiona corect mărimile de intrare și în general pentru acuratețea simulării. Este o situație tipică de sistem rigid.

La o variație restrânsă a tensiunii de referință în jurul valorii critice la care apare bifurcația, se poate observa pe graficul din Fig.2.14 cum tensiunea de ieșire părăsește zona stabilă la  $9,962V$  și pulsațiile acesteia cresc concomitent cu creșterea tensiunii de referință.

Valorile citite la simularea în cadrul programului Caspoc™ [62] în punctul de bifurcație au fost:  $V_{ref}=10,724V$  și  $V_0=9,962V$ , așa cum se pot citi și pe graficul din Fig.2.14, respectiv Fig.2.15, unde diagrama indică bifurcația cu dublare de perioadă. Acestea se află doar la o diferență absolută de  $0,7mV$  respectiv  $38mV$  de valorile obținute în Matlab™. Deci o diferență relativă de  $0,04\%$  respectiv  $0,38\%$  între

## 2.7 – Verificări prin simulare ale convertorului buck cu OCC - 67

simularea în Caspoc™ și valorile determinate matematic. S-a obținut deci o precizie remarcabilă, o suprapunere, s-ar putea spune, dintre teorie și simulare!

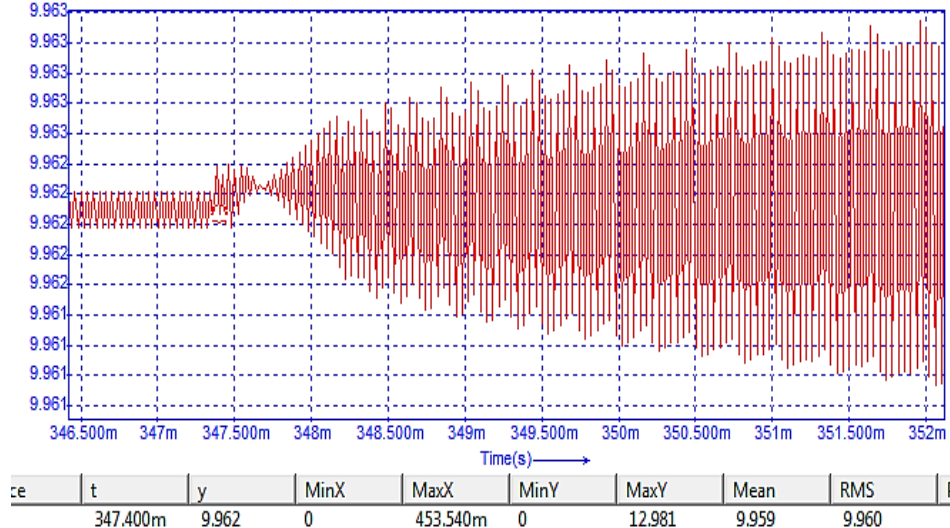


Fig.2.14. Tensiunea de ieșire: trecerea din regiunea de funcționare stabilă în cea instabilă cu dublarea perioadei la variația tensiunii de referință  $V_{ref}=[10,70V-10,74V]$ . Sursa [original].

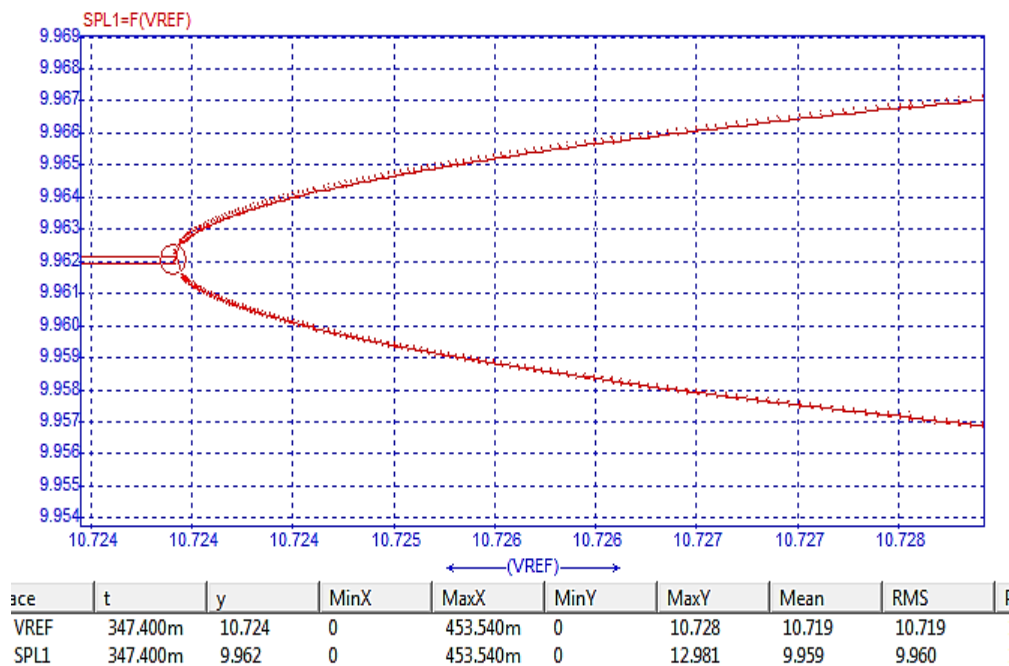


Fig.2.15. Apariția bifurcației la valoarea  $V_{ref}=10,724V$ . Sursa [original].

## 2.8. Verificarea prin experiment a convertorului buck cu OCC

S-a realizat practic în laborator montajul electronic experimental în concordanță cu modelul din Fig.2.1. și schema de simulare din Fig.2.13. Schema finală experimentală este prezentată cu toate detaliile în Fig.2.16.

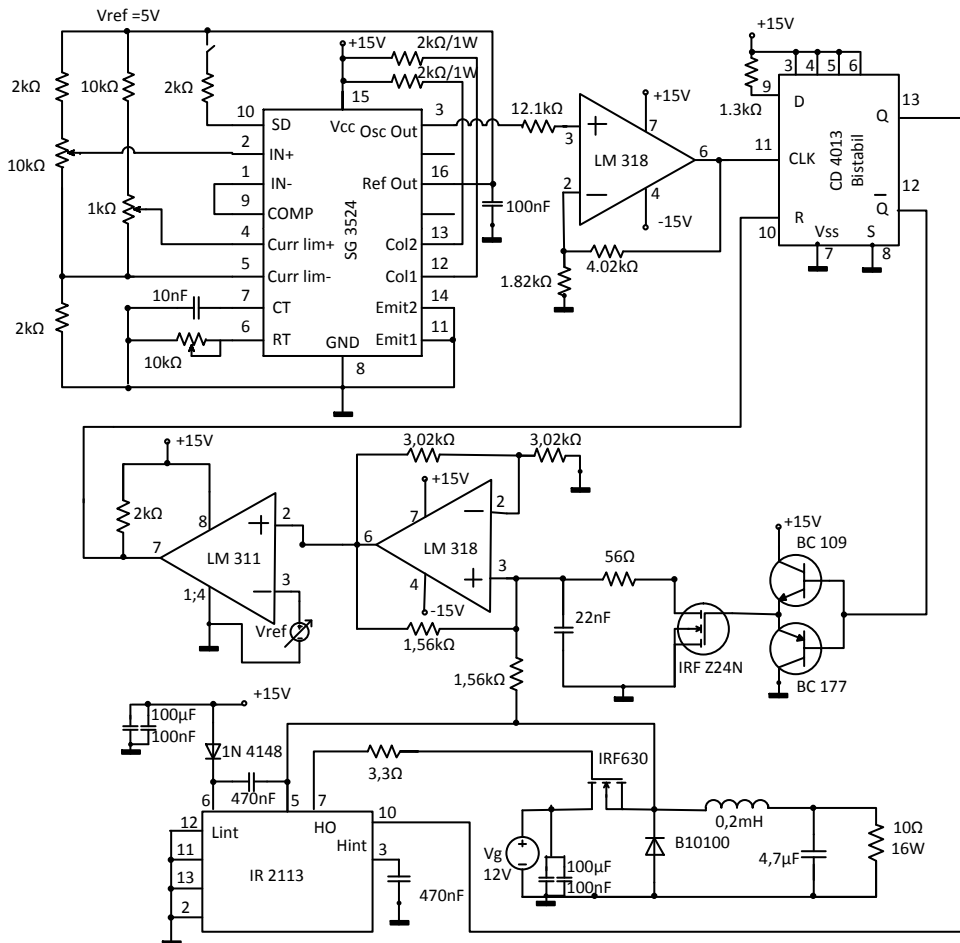


Fig.2.16. Schema implementată experimental a convertorului buck cu OCC. Sursa [original].

Funcționarea se bazează pe schema de principiu din Fig.2.1 care prezintă convertorul buck cu comandă OCC. Astfel putem identifica pe schema practică de comandă și control OCC din Fig.2.16 blocurile ce se regăsesc în Fig.2.1:

- Blocul clock este implementat cu C.I. de tipul SG 3524; ieșirea 3
- Amplificatorul operațional realizat cu C.I. LM 318N;
- Bistabilul este CD 4013 de tip D;
- Comparatorul este realizat cu C.I. de tipul LM 311;

- Convertorul buck propriu zis este constituit dintr-un tranzistor *MOSFET* de tipul *IRF 630* și dioda *Schottky* ultrarapidă *B10100*;

S-au utilizat suplimentar la schema experimentală un amplificator operațional *LM 318N* pentru amplificarea semnalului de clock care are o amplitudine de doar  $2,5V$  și deci nu atinge pragul minim de  $7,5V$  pentru o comandă sigură a bistabilului. Amplificarea necesară calculată, de valoare  $3,2$ , pentru un amplificator neinvertor s-a obținut prin rezistențele de pe intrarea inversoare a primului *LM 318N* astfel:

$$v_o = \left(1 + \frac{R_r}{R_i}\right) \cdot v_{in} \quad (2.61)$$

Pentru integratorul resetabil a fost adoptată o soluție inedită, cu ajutorul a două tranzistoare, unul *BC 109* și altul *BC 177* conectate ca repetor pe emitor cu rol de amplificare în curent care la rândul lor comandă *MOSFET*-ul *IRF Z24N*. Originalitatea constă în faptul că integrarea tensiunii de pe capacitate se efectuează printr-un amplificator operațional neinvertor. Resetarea se realizează cu tranzistorul de tip *IRF Z24N*. Astfel tensiunea de ieșire odată ce a atins pragul tensiunii de referință, condensatorul își descarcă sarcina către masă. Deci descărcarea condensatorului prin rezistența nenulă dispusă în serie cu capacitatea și rezistența joncțiunii drenă-sursă a tranzistorului de resetare *IRF Z24N* (care este neglijabilă), se efectuează la primirea comenzii de la bistabil în același moment de timp în care tranzistorul convertorului *IRF 630* intră în blocare.

Integratorul neinvertor cu resetarea tensiunii pe condensator este prezentat în detaliu în Fig.2.17.

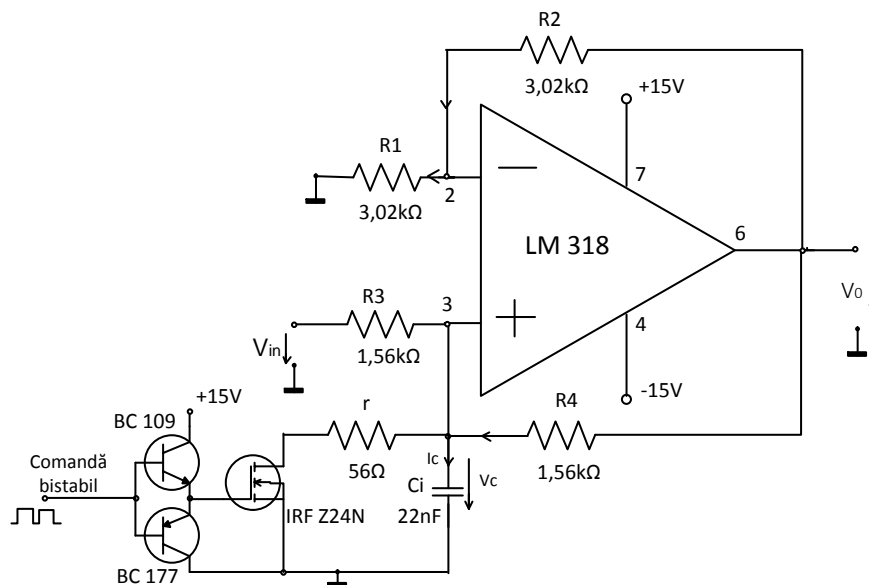


Fig.2.17. Implementarea experimentală a integratorului resetabil. Sursa [original].

Proiectarea și realizarea practică a acestui tip de integrator a pornit de la rezolvarea unei ecuații simple:

$$i_c = C_i \frac{dv_c}{dt} = f(v_{in}) \quad (2.62)$$

Adică s-a dorit determinarea curentului care încarcă capacitatea ca o funcție dependentă doar de variabila de intrare, adică chiar tensiunea de pe dioda convertorului propriu-zis. Se poate spune, prin urmare, că s-a realizat un convertor tensiune-curent.

Pentru integratorul din Fig.2.17 se poate scrie sistemul de ecuații format dintr-o ecuație (valabilă doar pe timpul cât există o tensiune de comandă activă pe intrarea neinversoare) și o alta care definește același curent prin cele două rezistențe conectate la intrarea inversoare :

$$\begin{cases} i_c = \frac{v_{in} - v_c}{R_3} + \frac{v_o - v_c}{R_4} \\ \frac{v_c}{R_1} = \frac{v_o - v_c}{R_2} \end{cases} \quad (2.63)$$

Din cea de-a doua ecuație se obține cu ușurință relația cunoscută pentru amplificatorul neinversor:

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot v_c \quad (2.64)$$

Valoarea tensiunii de la ieșirea amplificatorului operațional obținută în relația (2.64) se introduce în prima ecuație a sistemului (2.63):

$$i_c = C_i \frac{dv_c}{dt} = \frac{v_{in}}{R_3} + \left[ \frac{R_2}{R_4} \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4} \right] \cdot v_c \quad (2.65)$$

Este evident faptul că ecuația (2.65) pentru a fi de forma (2.62) este necesar ca factorul ce se înmulțește cu tensiunea pe condensatorul de integrare să fie nul. Această condiție, după efectuarea calculelor, conduce la egalitatea:

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad \text{sau} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (2.66)$$

În aceste condiții relația (2.65) se poate rescrie:

$$C_i \frac{dv_c}{dt} = \frac{v_{in}}{R_3} \quad (2.67)$$

Astfel putem obține prin integrare tensiunea pe condensator ca fiind:

$$v_c = \frac{1}{R_3 C_i} \int_0^t v_{in}(t) dt + v_{in}(0) \quad (2.68)$$

Comutarea comparatorului se va realiza prin urmare în momentul de timp când:

$$v_o = V_{ref} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_3 C_i} \left( \int_0^t v_{in}(t) dt + v_{in}(0) \right) = \frac{2}{R_3 C_i} \left( \int_0^t v_{in}(t) dt + v_{in}(0) \right) \quad (2.69)$$

Cum tensiunea de intrare este aplicată pe intrarea neinversoare a operaționalului LM 318N și are o valoare constantă și egală cu tensiunea ce alimentează convertorul buck propriu-zis, forma de undă a tensiunii pe condensatorul de integrare este una liniară cu pantă pozitivă.

Din (2.64), (2.66) și (2.68) rezultă că dacă  $R_1 = R_2$  și  $R_3 = R_4$  tensiunea de la ieșirea integratorului se dublează față de un integrator clasic cu amplificator operațional. Pentru a readuce montajul practic la condițiile simulării înseamnă ca panta de încărcare a condensatorului, adică valoarea  $1/(R_3 C_i)$ , trebuie redusă la jumătate în condițiile amplificării duble. Pentru un condensator de 22nF a rezultat astfel  $R_3 = 1,81k\Omega$ .

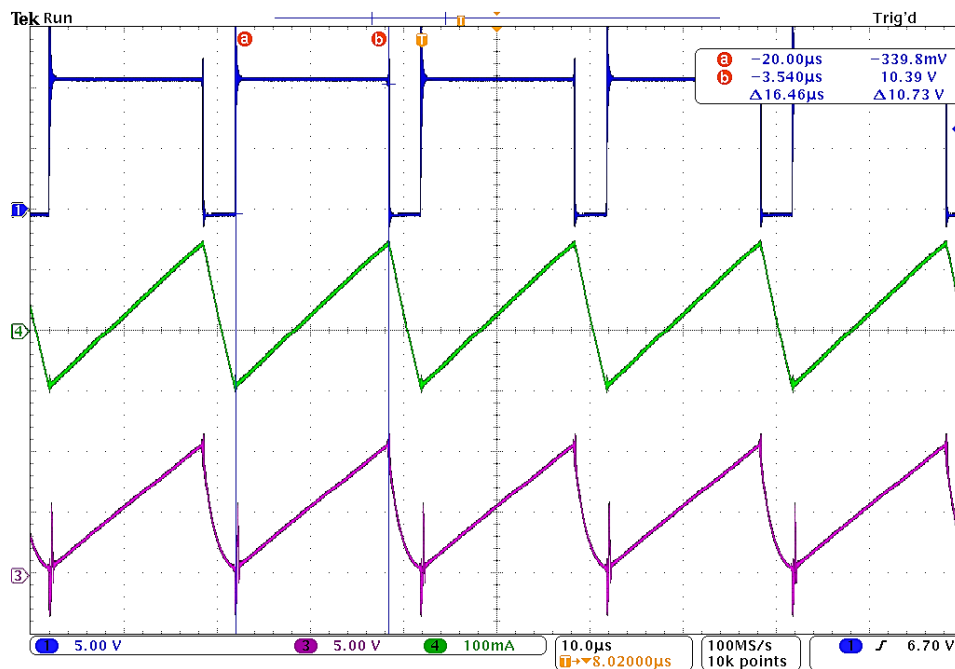


Această rezistență a fost corectată la valoarea de 1,56 k $\Omega$  deoarece, după cum se poate vedea din formele de undă ale tensiunii pe dioda convertorului buck, deși este alimentat la 12V, la factori de umplere mari peste 0,8 prin IRF 630 trece un curent de peste 1A care produce pe rezistența acestuia o cădere de peste 0,3V. Totodată pentru rezistențele dispuse pe intrările și reacțiile integratorului s-au folosit rezistențe de precizie :  $R_1=R_2=3,02k\Omega$ , iar  $R_3=R_4=1,56k\Omega$ , cu toleranțe sub 1%. Descărcarea condensatorului se realizează prin comanda care o primește tranzistorul de descărcare la momentul de timp când tensiunea de pe condensator a atins valoarea tensiunii de referință și este desigur o descărcare exponențială de forma:

$$v_C(t) = V_{ref} \cdot e^{-\frac{t}{rC_i}} \quad (2.70)$$

Formele de undă în regim stabil sunt prezentate în oscilogrammele din Fig.2.18 și reprezentate în spațiul stărilor în Fig.2.19. Se observă periodicitatea semnalelor cu  $T_s=20\mu s$  la un factor de umplere mare unde se mai poate citi  $\Delta=DT_s=16,46\mu s$ , în fereastra cursoarelor a și b, deci se calculează:  $D=16,46/20=0,821$ .

Modificarea importantă a formelor de undă se certifică vizual prin graficele din Fig.2.20, Fig.2.21 și Fig.2.22. Această schimbare majoră s-a produs prin creșterea foarte mică a parametrului de bifurcație reprezentat aici prin tensiunea de referință cu o creștere pozitivă  $\Delta V_{ref}=40mV$ . Este clar prin comparația făcută cu oscilogrammele din Fig.2.18 și Fig.2.19 că regimul de lucru s-a modificat dintr-unul stabil în altul instabil. Mai mult decât atât, se observă dublarea perioadei de lucru, deci bifurcația și apariția subarmonicilor.



19 Aug 2017  
13:11:01

Fig.2.18. Formele de undă la funcționarea stabilă pentru  $V_{ref}=10,78V$ . 1. Albastru: tensiunea diodei evidențiind factorul de umplere  $D=0,823$ ; 3. Violet: Tensiunea pe condensatorul de integrare; 4. Verde: curentul prin bobină. Sursa [original].

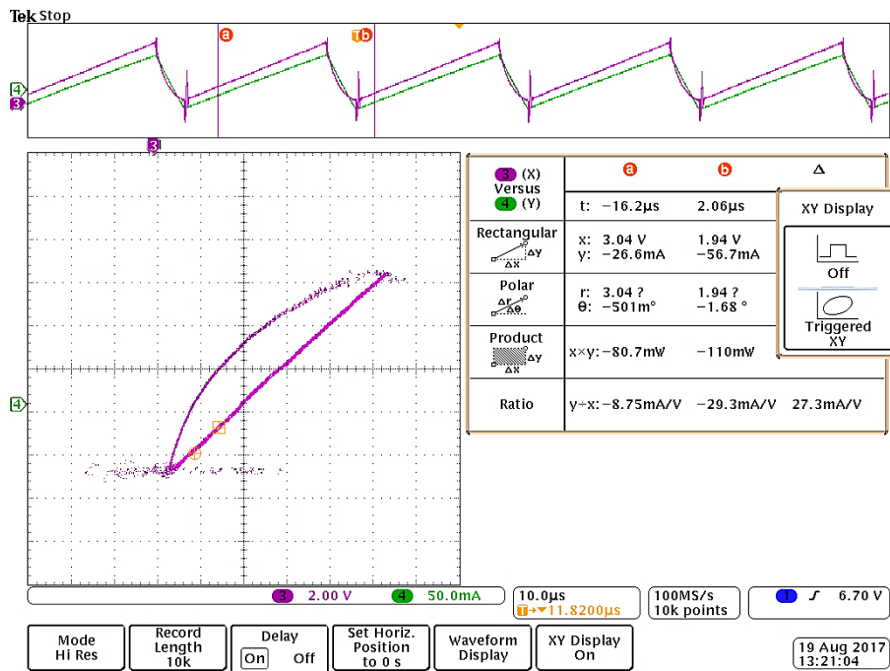


Fig.2.19. Curentul prin bobină în funcție de tensiunea pe capacitatea de integrare la  $V_{ref}=10,78V$ . Sursa [original].

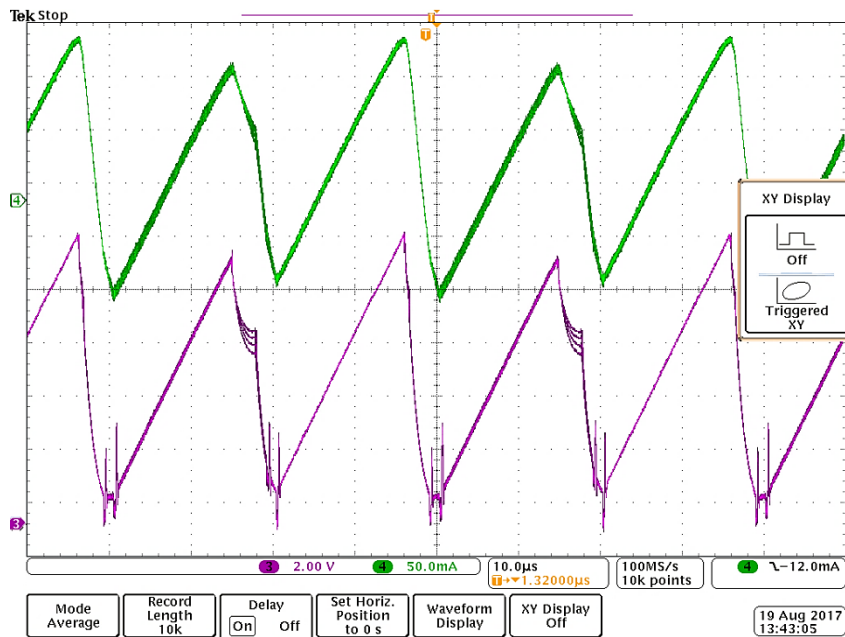


Fig.2.20. Curentul prin bobină și tensiunea pe capacitatea de integrare la  $V_{ref}=10,82V$ . Sursa [original].

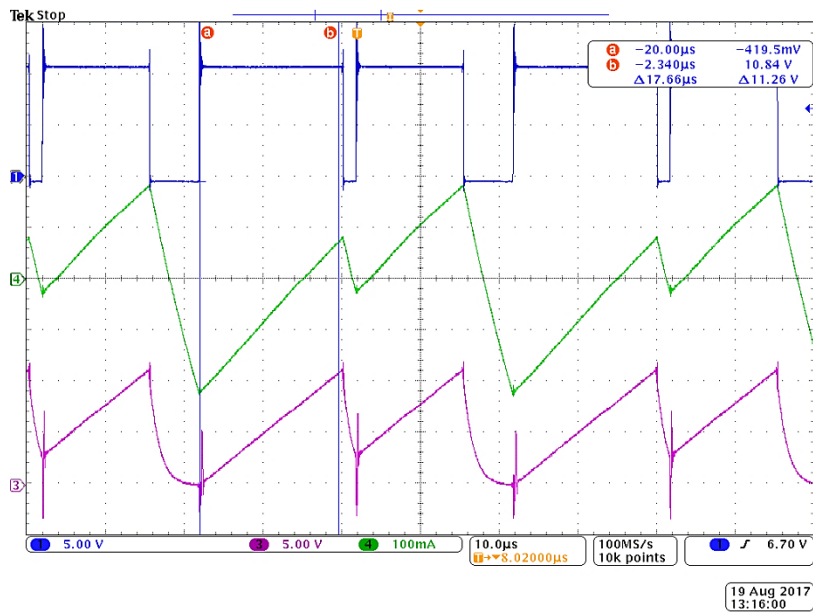


Fig.2.21. Dublarea perioadei în regim instabil la  $V_{ref}=11,00V$  și  $D=0,91$ ; 1 (albastru) - tensiunea pe dioda convertorului buck; 3 (violet) - tensiunea pe capacitatea de integrare; 4 (verde) - curentul prin bobină. Sursa [original].

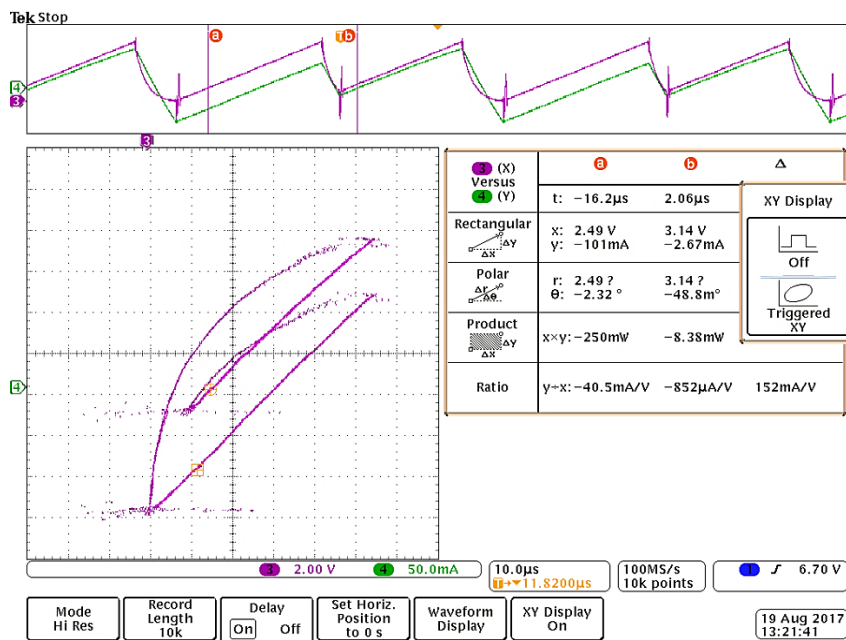


Fig.2.22. Spațiul fazelor: curentul prin bobină în funcție de tensiunea pe capacitatea de integrare în regim instabil cu dublarea perioadei la  $V_{ref}=10,90V$ . Sursa [original].

Se poate observa din măsurătorile efectuate și a formelor de undă că apariția bifurcației și deci începutul instabilității are loc cu certitudine în intervalul tensiunii de

referință  $10,78V-10,82V$ . Deja la tensiunea de  $10,82V$  pe graficul din figura 2.20 se observă că formele de undă nu mai au simetrie ceea ce denotă instabilitate și această situație este prezentată de graficele din Fig.2.21, Fig.2.22. Haosul este evidențiat clar prin împrăștierea traiectoriilor în spațiul fazelor în Fig.2.23.

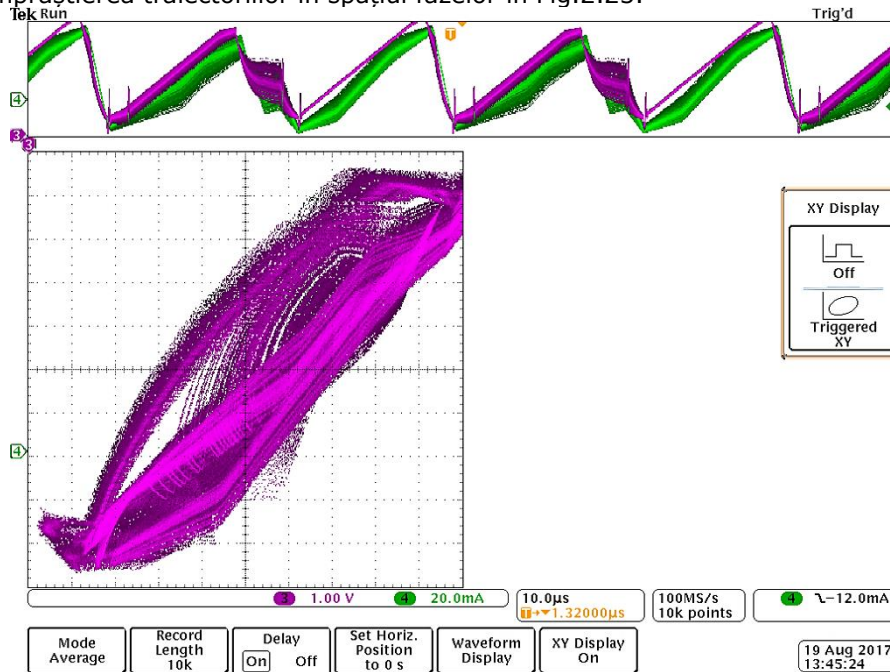


Fig.2.23. Portret de fază: curentul prin bobină în funcție de tensiunea de ieșire: funcționare instabilă cu haos la  $V_{ref}: 11,2V$ . Sursa [original].

Concluzia în urma realizării experimentului și culegerii datelor din graficele de mai sus comparate cu datele teoretice și cu cele obținute prin simulare validează prognozele teoretice prin concordanța rezultatelor obținute prin trei metode total diferite: abaterile maxime relative între cele trei metode de analiză nu depășesc  $0,5\%$

## 2.9. Concluzii și contribuții personale

În acest capitol s-a realizat un studiu al comenzii OCC pentru convertorul buck. Deși se cunoaște că în cazul ideal convertorul buck cu OCC este necondiționat stabil, autorul demonstrează că în cazul real, în care descărcarea capacității de integrare se face printr-o rezistență mică dar nenulă, atunci convertorul devine instabil.

S-a plecat de la o abordare teoretică cu ajutorul ecuațiilor diferențiale scalare găsiindu-se în final ecuația transcendentă ce leagă tensiunea de referință de valoarea pragului inferior la care ajunge tensiunea pe condensatorul de integrare. Se demonstrează că ecuația este de tip Lambert ce se poate studia și rezolva cu ajutorul programului Matlab™.

Liniazarea ecuațiilor deduse permite analiza stabilității, condiția de stabilitate rezultând identic atât în cazul utilizării teoriei șirurilor recurente cât și prin abordarea

cu modele discrete. În ciuda dezvoltării unui aparat matematic relativ complex condiția de stabilitate are o formă simplă.

În continuare se face un studiu de bifurcație relativ la tensiunea de referință. Abordarea este una generală deoarece se face într-o formă normalizată. Se arată că tensiunea de referință normalizată este soluția unei ecuații transcendente cu soluție unică, ușor obținabilă prin metode numerice. Autorul demonstrează că:

- Stabilitatea depinde numai de valorile normalizate ale tensiunii de referință, a constantei de timp și a rezistenței de descărcare și nu de valorile lor absolute;
- Stabilitatea nu depinde de rezistența de sarcină.

Autorul face o primă validare a rezultatelor teoretice folosind programul Matlab apoi o a doua validare cu ajutorul unui simulator de circuite, eroarea relativă între cele două metode fiind excelentă, de 0,086%. Diagrama de bifurcație relevă apariția instabilității prin dublarea perioadei.

În finalul capitolului autorul procedează la validarea prin experiment arătând că erorile relative între experiment și simulare nu depășesc 0,5%. De asemenea, prin măsurătorile experimentale se furnizează atât forme de undă cât și reprezentări în planul fazelor extrem de relevante care confirmă calitativ și cantitativ precizia metodei propuse și instabilitate cu dublare de perioadă.

**Contribuțiile personale ale autorului** sunt sintetizate mai jos:

- Deducerea ecuațiilor exacte de funcționare a convertorului buck cu OCC cu evidențierea ecuației de tip Lambert tipică pentru comanda OCC;
- Deducerea condiției de stabilitate prin două metode: folosind teoria șirurilor recurente și folosind transformata  $z$ ;
- Efectuarea unui studiu de stabilitate cu găsirea ecuației transcendente în mărimi normalizate care permite găsirea valorii de prag pentru parametrul de bifurcație;
- Dezvoltarea programelor Matlab ce implementează considerațiile teoretice elaborate;
- Elaborarea programelor Caspoc în urma cărora s-a realizat validarea prognozelor teoretice;
- Implementarea unui prototip experimental prin care atât considerațiile teoretice cât și rezultatele simulării au fost verificate și confirmate;
- Validarea cercetărilor din acest capitol s-a făcut prin publicarea lucrării:

**M. Gurbină, D. Lascu**, "Stability Aspects in One-Cycle Controlled Buck Converters" *Advances in Electrical and Computer Engineering*, Vol.14 number 1/2014, p.p. 43-48: 2014; ISSN: 1582-7445, eISSN: 1844-7600; WOS:000332062300007, Web of Knowledge - Thomson Reuters ISI/ Web of Science. JCR Impact Factor: 0,529.

Direcțiile viitoare de studiu se vor axa pe investigarea stabilității comenzii OCC aplicată convertoarelor boost și buck-boost.

### 3. ANALIZA OCC LA CONVERTOARE DE ORDIN PATRU - SEPIC, ZETA, ĆUK

Motto:  
„Investiția în cunoaștere are cea mai mare dobândă.”  
Benjamin Franklin

#### 3.1. Introducere

Asa cum s-a amintit în capitolul anterior despre limitările aplicării tehnicii de comandă OCC în condiții de resetare neideale, se va demonstra imposibilitatea aplicării OCC la convertoarele de ordinul patru ideale: Sepic, Zeta [63], [64] și Ćuk. Pentru aceasta se propune în prezentul capitol, demonstrarea instabilității convertoarelor Sepic, Zeta, Ćuk în modul de conducție neîntreruptă (CCM) cu comandă OCC [48], [49], sau, așa cum mai sunt cunoscute în literatura de specialitate, convertoare cu control integrativ [53] și [51]. Pentru aceasta se va efectua o analiză în cazul existenței unei perturbații ce apare pe tensiunea condensatorului intern din convertorul Zeta și se va demonstra instabilitatea convertorului Zeta comandat în acest mod. Verificarea rezultatelor se va face prin simulare în programul Caspoc™ [62], iar în final, pe baza rezultatelor, se vor confirma considerațiile teoretice.

Punctul de plecare în efectuarea acestui studiu pornește de la faptul că convertoarele Buck, Ćuk și Zeta prezintă același circuit de ieșire format dintr-o diodă la care se leagă un filtru trece jos de ordinul doi așa cum este prezentat în Fig.3.1.a. La convertorul Sepic în circuitul de ieșire se observă rocada efectuată între diodă și bobină Fig.3.1.b. Este interesant de observat faptul că în curent continuu ambele tipuri de circuite sunt identice. Pentru că tensiunea medie pe inductanța  $L$  din Fig.3.1, într-o perioadă de lucru este nulă. Schimbarea la Sepic a diodei cu inductanța în condițiile în care valoarea medie a tensiunii pe bobină în decurs de o perioadă de lucru este nulă, rezultă cu claritate faptul că valoarea medie a tensiunii pe diodă este chiar tensiunea medie de ieșire. Prin urmare, este firesc să se încerce aplicarea OCC și la acest convertor.

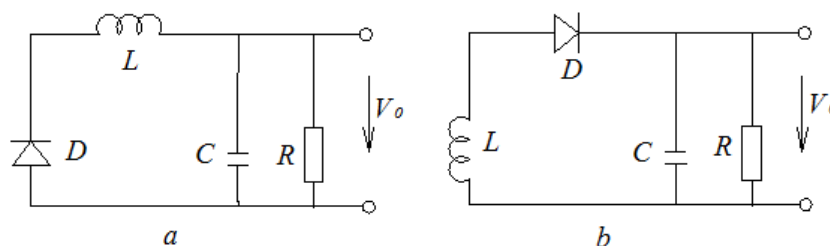


Fig.3.1. Circuitul de ieșire: a) Buck, Zeta sau Ćuk; b) Sepic. Sursa [original].

În următoarele paragrafe se va face o analiză detaliată a OCC care operează și la celelalte două convertoare de ordin patru: Sepic și Ćuk. Se va concluziona în urma aplicării teoriei și a verificărilor prin simulare că o astfel de structură este întotdeauna instabilă și prin urmare tehnica OCC nu poate fi aplicată la convertoare Zeta, Sepic sau Ćuk.

### 3.2. Convertorul Zeta cu comandă OCC

Schema simplificată a convertorului Zeta cu OCC este redată în Fig.3.2.

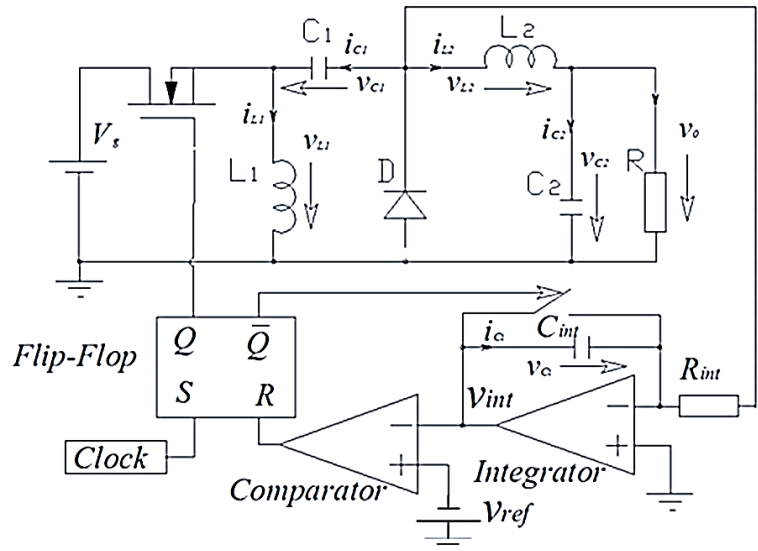


Fig.3.2. Schema de principiu a convertorului ZETA cu OCC. Sursa [original].

Forma de undă a tensiunii  $V_{C1}(t)$  pentru cele două stări topologice corespunzătoare funcționării CCM, în stare staționară, când evident  $V_{C1}(0) = V_{C1}(T_s)$ , este reprezentată în Fig.3.3.

Procesele de descărcare, respectiv încărcare a condensatorului se pot defini prin pantele celor două drepte din Fig.3.3 date de relațiile (3.1) și (3.2).

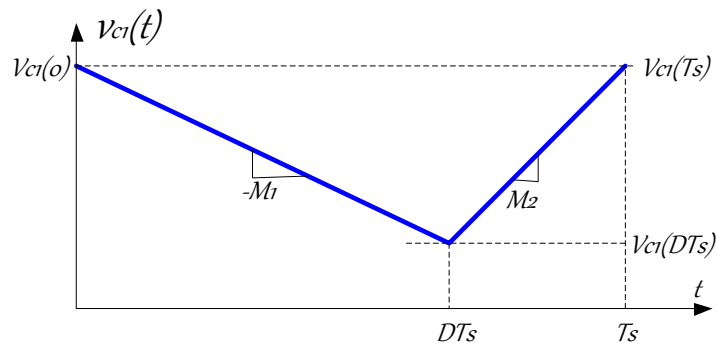


Fig.3.3. Formele de undă ideale ale lui  $V_{C1}(t)$ . Sursa [original].

$$M_1 = \frac{V_{C1}(T_s) - V_{C1}(DT_s)}{DT_s} \quad (3.1)$$

$$M_2 = \frac{V_{C1}(T_s) - V_{C1}(DT_s)}{(1-D)T_s} \quad (3.2)$$

Prin împărțirea celor două ecuații membru cu membru se poate obține relația ce leagă pantele celor două drepte cu duratele relative de timp ale celor două stări topologice ale convertorului Zeta:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{D}{1-D} \quad (3.3)$$

### 3.3. Analiza stabilității convertorului Zeta cu comandă OCC

Tehnica de abordare va fi asemănătoare cu cea utilizată de către Erickson și Maksimović în [65] în capitolul 12, paragraful 12.1 unde însă se analizează stabilitatea comenzii în curent. Considerând o perturbație mică  $\hat{v}_{C1}(0)$  la începutul primei perioade, se propune găsirea perturbației la sfârșitul perioadei,  $\hat{v}_{C1}(T_S)$  și de aici o relație de recurență cu indexul ordinului perioadei. Pentru aceasta este nevoie mai întâi de modul în care va fi perturbat factorul de umplere, iar apoi se va putea deduce expresia perturbației la sfârșitul perioadei, așa cum a fost prezentată de autori [63].

Procedeu în deducerea acestei relații se va face în două moduri: analitic și geometric.

#### 3.3.1. Calculul analitic al perturbației din mărimea de comandă

Fig.3.4 prezintă forma de undă a tensiunii pe condensatorul  $C_1$  în stare staționară și graficul cu perturbația suprapusă la începutul perioadei de comutație de valoare  $\hat{v}_{C1}(0)$ . Se știe că pentru asigurarea condiției de semnal mic este necesar ca:

$$|V_{C1}(0)| \gg |\hat{v}_{C1}| \quad (3.4)$$

În ipoteza de mai sus se poate admite că și în regim dinamic pantele celor două forme de undă aferente tensiunii pe  $C_1$  sunt egale în fiecare stare topologică cu pantele din starea staționară  $-M_1$  și  $M_2$ , de descărcare, respectiv încărcare liniară a sarcinii pe capacitatea  $C_1$ . Pentru  $0 < t < (D + \hat{d}) \cdot T_S$  diferența dintre valorile instantanee ale celor două unde, perturbată și neperturbată, rămâne de valoare constantă și egală cu  $\hat{v}_{C1}(0)$ , presupusă în figură ca fiind pozitivă, iar pe intervalul  $(D + \hat{d}) \cdot T < t < T_S$  valoarea diferenței dintre valorile instantanee este  $\hat{v}_{C1}(T_S)$ ; De asemenea, se observă din figură că pentru  $\hat{v}_{C1}(0) > 0$  rezultă  $\hat{d} < 0$ .



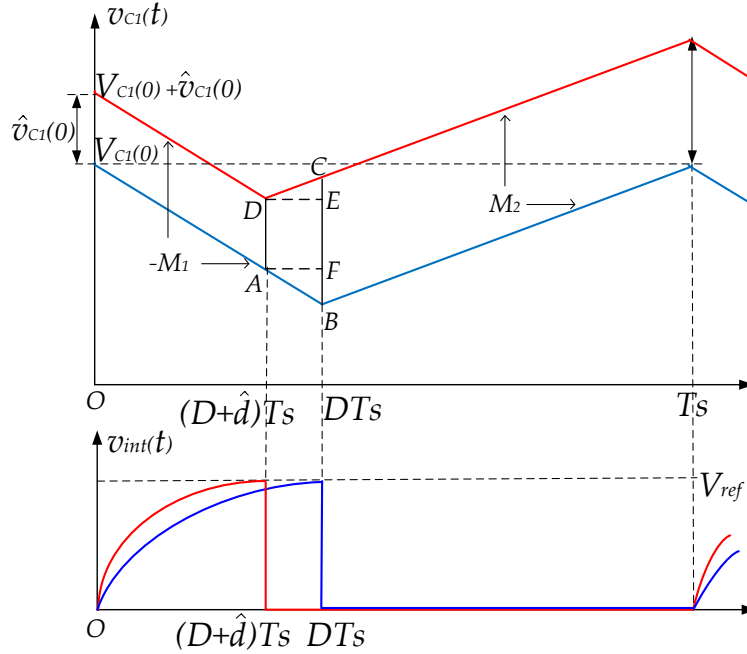


Fig.3.4. Tensiunea  $V_{C1}(t)$  – (sus), tensiunea la ieșirea integratorului  $V_{int}(t)$  – (jos), formele de undă în cele două cazuri: perturbat și neperturbat. Sursa [original].

Se scriu relațiile ce definesc ecuația comenzii în cazul situației staționare și apoi a celei perturbate. Pentru starea staționară:

$$\int_0^{DT_s} [V_{C1}(o) - M_1 t] dt = V_{ref} \quad (3.5)$$

Similar, pentru starea perturbată se obține:

$$\int_0^{DT_s + \hat{d}T_s} [V_{C1}(o) + \hat{v}_{C1}(o) - M_1 t] dt = V_{ref} \quad (3.6)$$

Deoarece membrii dreți din (3.5) și (3.6) sunt egali impunem egalitatea membrilor stângi. Reducând termenii în această egalitate se obține:

$$\int_{DT_s}^{DT_s + \hat{d}T_s} [V_{C1}(o) - M_1 t] dt + \int_0^{DT_s + \hat{d}T_s} \hat{v}_{C1}(o) dt = 0 \quad (3.7)$$

În egalitatea de mai sus se evaluează integralele și se neglijează termenii ce conțin produse de perturbații sau puteri de perturbații. Din relația rezultată se găsește expresia perturbației din factorul de umplere ca fiind:

$$\hat{d} = \frac{D}{M_1 DT_s - V_{C1}(o)} \hat{v}_{C1}(o) \quad (3.8)$$

### 3.3.2. Calculul geometric al propagării perturbației din tensiunea capacitivă într-o perioadă

Ne propunem să găsim modul în care perturbația apărută în tensiunea capacitivă la începutul perioadei se regăsește la sfârșitul ei. Deoarece  $V_{ref}$  nu s-a modificat înseamnă că în Fig.3.5. aria trapezului GOIB să fie egală cu aria trapezului JOHD se obține:

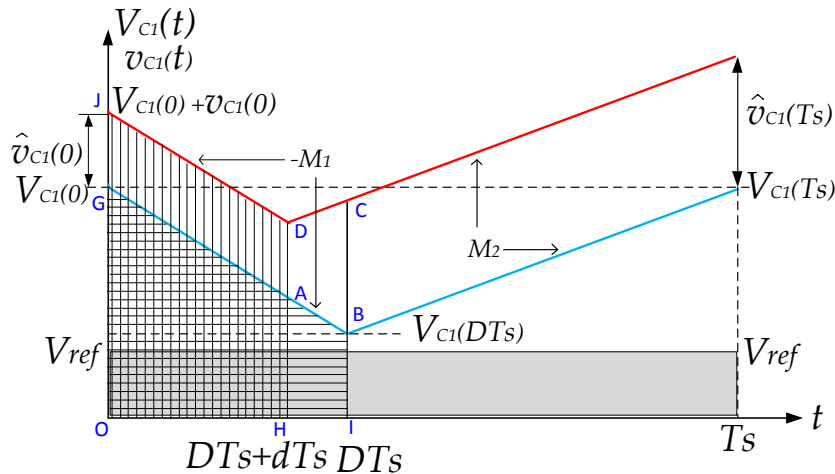


Fig.3.5. Formele de undă  $V_{c1}(t)$ : perturbat și neperturbat. Sursa [original]

$$\begin{aligned} & \frac{\{V_{C1}(0) + [V_{C1}(0) - M_1 DT_s]\} DT_s}{2} = \\ & = \frac{\{[V_{C1}(0) + \hat{v}_{C1}(0)] + [V_{C1}(0) + \hat{v}_{C1}(0) - M_1(D + \hat{d})]T_s\} (D + \hat{d}) T_s}{2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

După efectuarea calculului și neglijarea termenilor ce reprezintă produși sau puteri de perturbații se determină relația dintre  $\hat{d}$  și  $\hat{v}_{C1}(0)$  ca fiind aceeași relație (3.8) adică:

$$\hat{d} = \frac{D}{M_1 DT_s - V_{C1}(0)} \hat{v}_{C1}(0) \quad (3.10)$$

Rezultatul era de așteptat deoarece s-au evaluat integralele din paragraful 3.3.1. în mod geometric.

Din forma de undă a lui  $v_{C1}(t)$  aferentă stării staționare, este evident că:

$$V_{C1}(DT_s) = V_{C1}(0) - M_1 DT_s \quad (3.11)$$

Substituind pe  $V_{C1}(0)$  din (3.11) în (3.10) se obține:

$$\hat{d} = -\frac{D}{V_{C1}(DT_s)} \hat{v}_{C1}(0) \quad (3.12)$$

Se poate remarca, cum era de așteptat, că  $\hat{d} < 0$  pentru  $\hat{v}_{C1}(0) > 0$  deoarece într-un convertor Zeta corect dimensionat funcționând CCM  $V_{C1}(DT_s)$  este întotdeauna pozitiv.

Rezolvarea geometrică se rezumă la aflarea bazelor trapezului  $ABCD$  din Fig.3.4. sau Fig.3.5. care sunt corespondente cu perturbațiile de început și sfârșit de perioadă, în funcție de pantele  $M_1$  și  $M_2$ . Astfel trapezul din Fig.3.4 a fost mărit în Fig.3.6 pentru determinarea laturilor sale în funcție de elementele cunoscute. Se ține seama că pantele  $M_1$  și  $M_2$  sunt pozitive.

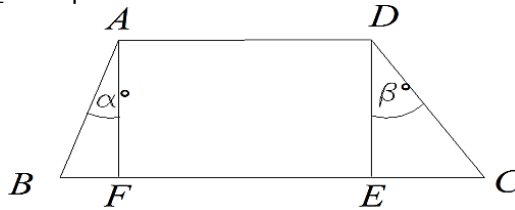


Fig.3.6. Trapezul pentru calculul  $\hat{v}_{C1}(T_s) = f(\hat{v}_{C1}(0))$  . Sursa [original].

Din figura de mai sus rezultă că:

$$AD = \hat{v}_{C1}(0)$$

$$AF = DE = |\hat{d}| \cdot T_s$$

$$M_1 = \operatorname{tg} \alpha = BF / (|\hat{d}| \cdot T_s)$$

$$M_2 = \operatorname{tg} \beta = CE / (|\hat{d}| \cdot T_s)$$

$$BC = BF + AD + CE = \hat{v}_{C1}(T_s)$$

Substituind pe  $BF$ ,  $AD$  și  $CE$  din relația de mai sus rezultă:

$$\hat{v}_{C1}(T_s) = M_1 \cdot (|\hat{d}| \cdot T_s) + \hat{v}_{C1}(0) + M_2 \cdot (|\hat{d}| \cdot T_s) \quad (3.13)$$

Deoarece  $\hat{d} < 0$  rezultă că  $|\hat{d}| = -\hat{d}$  și se determină:

$$\hat{v}_{C1}(T_s) = \hat{v}_{C1}(0) - (M_1 + M_2) \cdot \hat{d} \cdot T_s \quad (3.14)$$

*Observație:* Aceeași dependență se poate calcula și analitic, ca mai jos:

$$\begin{aligned} \hat{v}_{C1}(T_s) &= v_{C1}(T_s) - V_{C1}(T_s) = v_{C1}(T_s) - V_{C1}(0) = v_{C1}(D + \hat{d})T_s + M_2[T_s - (D + \hat{d})T_s] - V_{C1}(0) = \\ &= V_{C1}(0) + \hat{v}_{C1}(0) - M_1(D + \hat{d})T_s + M_2[T_s - (D + \hat{d})T_s] - V_{C1}(0) = \\ &= \hat{v}_{C1}(0) - M_1DT_s - M_1\hat{d}T_s + M_2T_s - M_2DT_s - M_2\hat{d}T_s \end{aligned} \quad (3.15)$$

Însă conform cu relația (3.3) avem:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{1-D}{D} \Rightarrow M_2 - M_2D - M_1D = 0 \quad (3.16)$$

După efectuarea calculelor se obține:

$$\hat{v}_{C1}(T_s) = \hat{v}_{C1}(0) - (M_1 + M_2) \cdot \hat{d} \cdot T_s \quad (3.17)$$

Practic s-a obținut aceeași relație ca și (3.14)

### 3.4. Studiul stabilității convertorului Zeta cu OCC

Înlocuind valoarea lui  $\hat{d}$  din ecuația (3.12) în ecuația (3.17) se obține relația de recurență căutată:

$$\hat{v}_{C1}(T_s) = \hat{v}_{C1}(0) + (M_1 + M_2) \frac{DT_s}{V_{C1}(DT_s)} \hat{v}_{C1}(0) \quad (3.18)$$

sau rescrisă altfel:

$$\hat{v}_{C1}(T_s) = \left( 1 + \frac{(M_1 + M_2)DT_s}{V_{C1}(DT_s)} \right) \hat{v}_{C1}(0) \quad (3.19)$$

Se observă că mărimile de la numărătorul și numitorul fracției din relația (3.19) sunt pozitive. Se notează:

$$a = 1 + \frac{(M_1 + M_2)DT_s}{V_{C1}(DT_s)} \quad (3.20)$$

Este clar acum că  $a > 1$  și deci:

$$\hat{v}_{C1}(T_s) = a \cdot \hat{v}_{C1}(0) \quad (3.21)$$

După " $n$ " perioade se determină:

$$\hat{v}_{C1}(nT_s) = a^n \cdot \hat{v}_{C1}(0) \quad (3.22)$$

Deoarece  $a > 1$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \hat{v}_{C1}(nT_s) = \lim_{n \rightarrow \infty} [a^n \cdot \hat{v}_{C1}(0)] = \infty \quad (3.23)$$

Relația (3.23) descrie clar un convertor instabil. Deoarece  $a$  rămâne strict mai mare decât 1, indiferent de valoarea lui  $D$ , convertorul va fi întotdeauna instabil.

### 3.5. Verificări prin simulare a stabilității convertorului Zeta cu OCC

S-a efectuat simularea cu ajutorul programului Caspoc™ [62].

La toate convertoarele analizate s-a simulat convertorul cu comandă în factor de umplere, deci fără OCC și apoi convertorul cu OCC. Aceasta permite compararea formelor de undă în cele două situații sub aspectul fundamentalei și a pulsațiilor vârf la vârf.

Pentru cazul în care comanda se face fără OCC, în factor de umplere, tensiunea medie de ieșire la convertorul Zeta ideal este dată de relația cunoscută:

$$V_o = \frac{D}{1-D} V_g \quad (3.24)$$

Pentru calculul și verificarea rezultatelor prin simulare se presupune că se dorește obținerea la ieșire a unei tensiuni de 5V de la o tensiune de alimentare de 12V. Pentru aceasta se calculează  $D$  ideal din (3.24). Rezultă valoarea staționară pentru factorul de umplere  $D=0,294$ .

S-a creat schema de simulare pentru starea staționară în Caspoc™ a convertorului Zeta fără OCC pentru valorile conforme cu cele din schema din Fig.3.7:  $V_g = 12V$ ;  $L_1 = L_2 = 300\mu H$ ;  $C_1 = C_2 = 10\mu F$ ;  $R = 10\Omega$ .

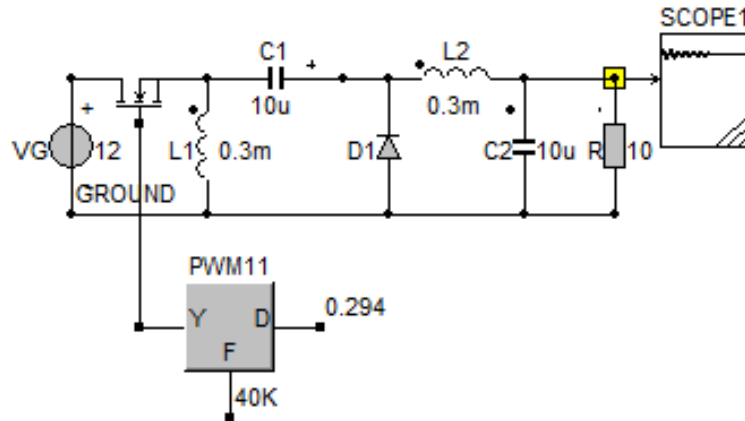
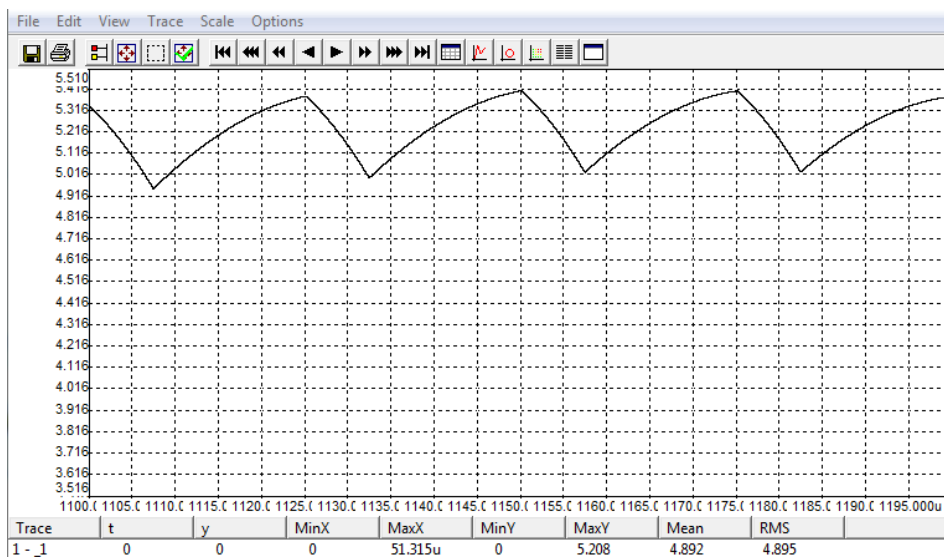


Fig.3.7. Convertorul Zeta, fără comanda OCC, simulat în Caspoc. Sursa [original].

Tensiunea pe condensatorul  $C_1$  arată ca în Fig.3.8.

Fig.3.8. Graficul tensiunii pe condensatorul  $C_1$  la convertorul Zeta, fără comanda OCC, simulat în Caspoc™. Sursa [original].

În urma vizualizării pe Scope la un  $T_{SCREEN} = 6ms$  și  $dt = 50ns$  se obține valoarea medie a tensiunii de ieșire de  $4,998V$ , deci aceasta se stabilizează la valoarea de  $5V$  așa cum rezultă din vizualizarea pe ecranul scopului, Fig.3.9 ; ceea ce confirmă formula de conversie ideală (3.24).

84 Analiza OCC la convertoarele de ordin patru - 3

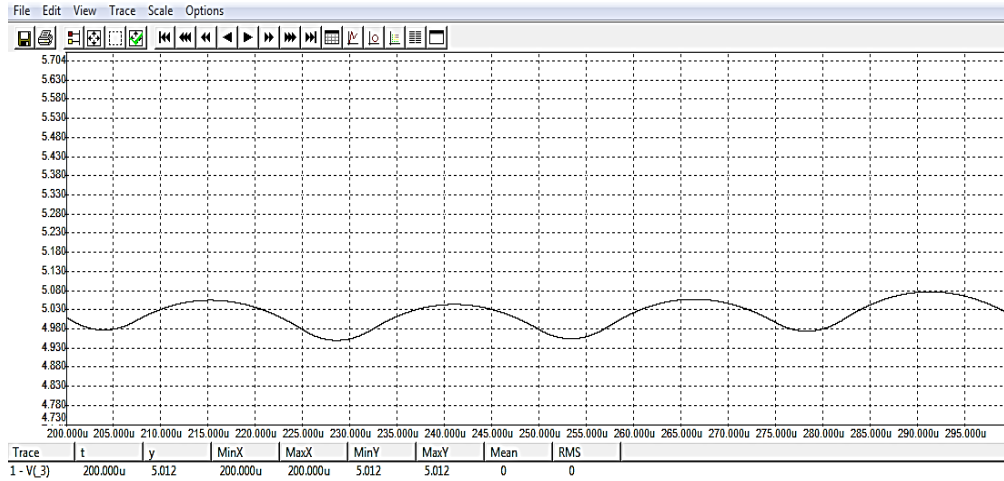


Fig.3.9. Graficul tensiunii de ieșire la Convertorul Zeta fără OCC simulat în Caspoc™. Sursa [original].

Schema de simulare a convertorului Zeta cu OCC, unde s-au adoptat aceleași valori pentru elementele convertorului este cea din Fig.3.10.

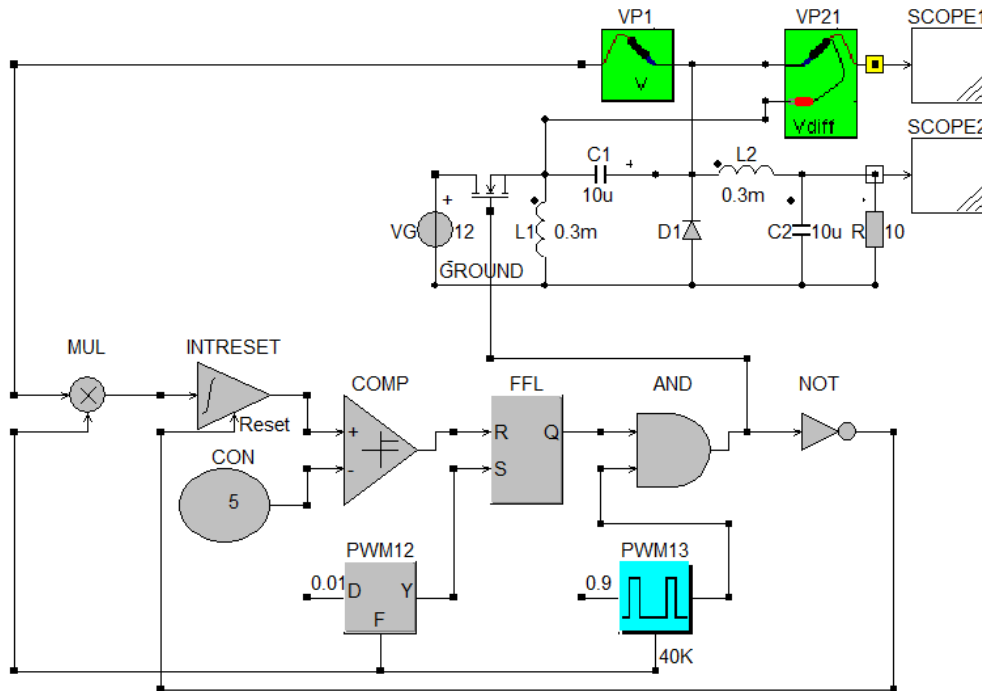


Fig.3.10. Schema de simulare în Caspoc a convertorului Zeta cu OCC. Sursa [original].

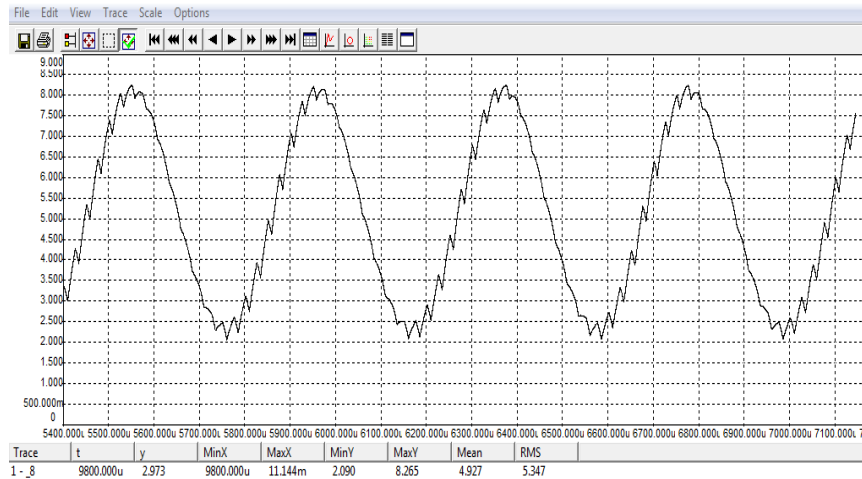


Fig.3.11. Graficul tensiunii pe condensatorul intermediar la convertorul Zeta cu OCC simulat în Caspoc™. Sursa [original].

Se observă că tensiunea pe  $C_1$  ia valori mari, cuprinse între 2 și 8V și semnalul prezintă o fundamentală cu o valoare măsurată de 2,5kHz, deci de frecvență mult mai mică decât frecvența de comutație  $f_s = 40kHz$ , peste care se suprapune, cu preponderență pe durata de creștere.

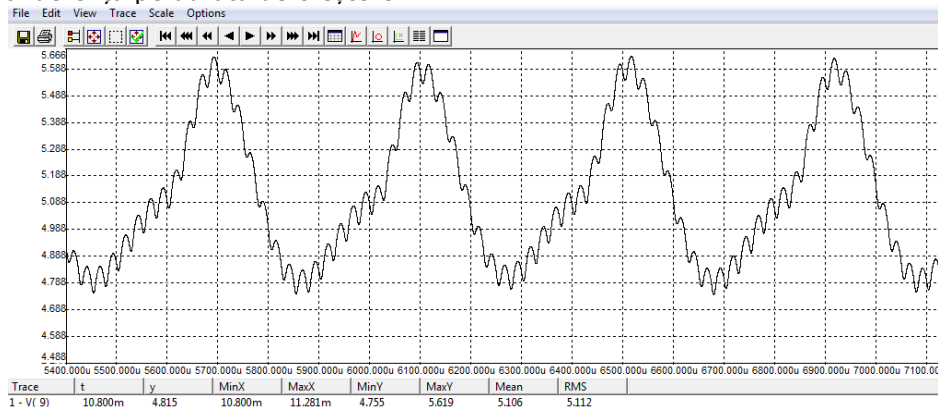


Fig.3.12. Graficul tensiunii de ieșire la convertorul Zeta cu OCC simulat în Caspoc  $C_1=10\mu F$ . Sursa [original].

Tensiunea de ieșire a convertorului din Fig.3.12 are pulsații de frecvență joasă  $f = 2.5kHz$  iar pulsațiile vârf la vârf sunt  $V_{ovv} \approx 0.8V$ , ceea ce comparat cu graficul din Fig.3.9 arată că în condițiile OCC semnalul are perturbații ce se abat cu +0,65V respectiv -0,32V față de valoarea de referință, ceea ce denotă instabilitatea convertorului Zeta cu OCC.

Pentru a certifica instabilitatea se mărește valoarea  $C_1 = 10\mu F$  la valoarea nouă  $C_1 = 47\mu F$  iar graficul în acest caz este prezentat în Fig.3.13.

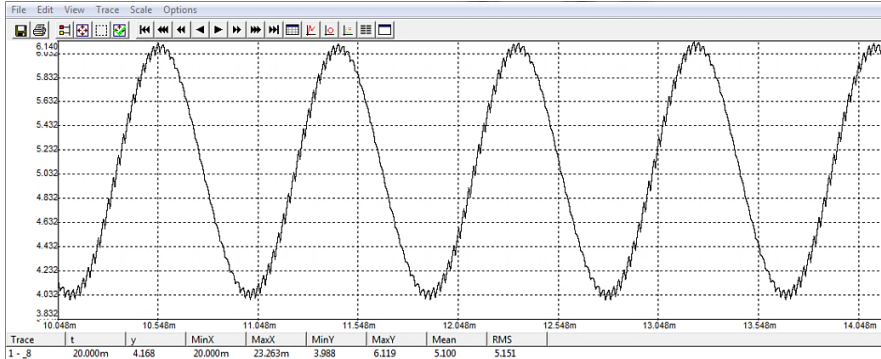


Fig.3.13. Graficul tensiunii pe condensatorul  $C_1=47\mu F$  la convertorul Zeta cu OCC.  
Sursa [original].

Modificările survenite se pot citi direct de pe grafic: valoarea  $V_{C1VV} = 2,1V$ , frecvența fundamentale devine  $f=1,1Khz$ , iar tensiunea de ieșire, adică mărimea de interes, se modifică după cum se poate vedea în Fig.3.14.

Perioada de oscilație la valoarea  $C_1 = 47\mu F$  este de  $0,9ms$  corespunzător  $f=1,1Khz$ . Se observă că mărirea condensatorului intern nu înseamnă o tensiune la ieșire mai bine filtrată, instabilitatea persistând. Deci, soluția cu comandă OCC pentru convertorul Zeta nu numai că nu ajută ci chiar prejudiciază, prin instabilitatea sa, tensiunea de ieșire.

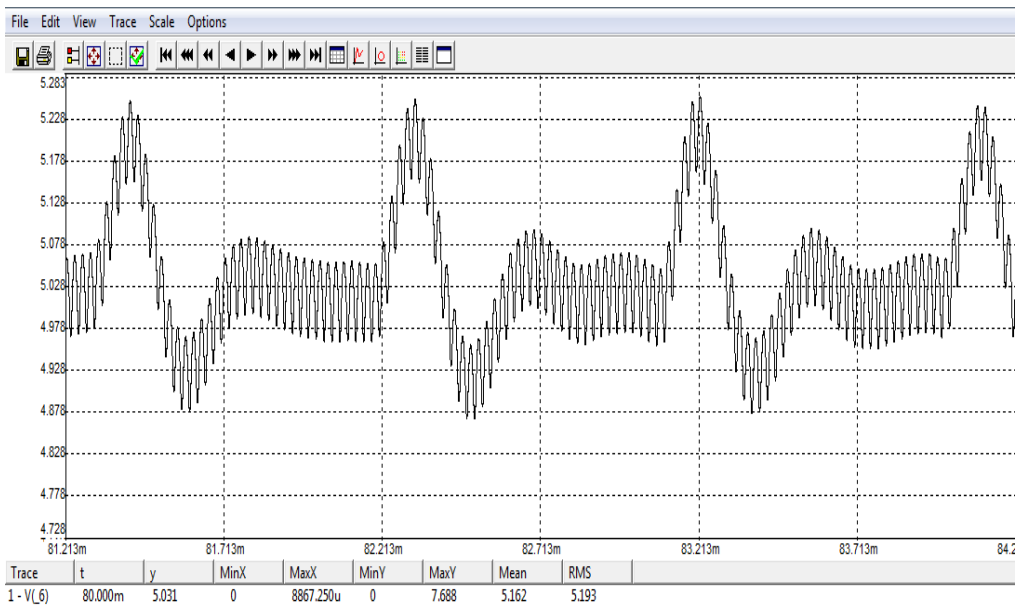


Fig.3.14. Graficul tensiunii de ieșire la convertorul Zeta cu OCC simulat în Caspoc™,  $C_1=47\mu F$ .  
Sursa [original].



### 3.6. Extinderea analizei la convertoarele Sepic și Ćuk

Întreaga teorie a instabilității pentru convertorul Zeta se aplică cu succes și pentru convertorul Sepic, așa cum reiese din [64]. Diferența rezidă în faptul că la convertorul Sepic se integrează tensiunea diferențială de pe diodă și nu cea a condensatorului ca în cazul convertorului Zeta [63]. Astfel Fig.3.3, Fig.3.4, Fig.3.5 rămân la fel doar având în vedere mențiunile de mai sus. Pentru convertorul Ćuk prelevarea tensiunii de integrare în bucla OCC este identică cu cea de la convertorul Zeta cu deosebirea că de această dată se preia o tensiune negativă din anodul diodei care se aplică pe intrarea inversoare a amplificatorului operațional, rezultând astfel la ieșire o tensiune pozitivă ce se compară apoi cu tensiunea generatorului de rampă.

#### 3.6.1. Verificări prin simulare în Caspoc a stabilității convertorului Sepic cu OCC

S-au ales următoarele valori ale elementelor de circuit pentru convertorul Sepic:

$$L_1 = L_2 = 500\mu\text{H}; \quad C_1 = C_2 = 16\mu\text{F}; \quad f = 50\text{kHz}; \quad R = 10\Omega$$

Se cunoaște faptul că tensiunea de ieșire, la un convertor Sepic ideal în stare staționară, este dată tot de ecuația (3.24). Presupunând că se dorește obținerea la ieșire a unei tensiuni de 6V având valoarea tensiunii de alimentare de 12V, conform formulei de mai sus trebuie asigurat un factor de umplere de valoare  $D = 0,333$ .

Schema de simulare este prezentată în Fig.3.15.

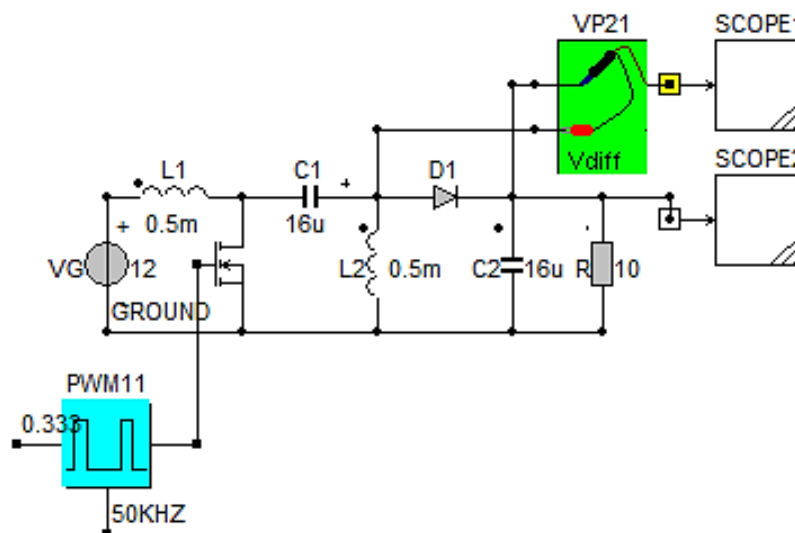


Fig.3.15. Schema simulată a convertorului Sepic fără OCC. Sursa [original].

Forma de undă a tensiunii pe dioda  $D_1$  este redată în oscilograma din Fig.3.16:

Forma de undă a tensiunii de ieșire este arătată în Fig.3.17, unde  $T_{SCREEN} = 20\mu\text{s}$ , pasul de simulare este  $dt=50\text{ns}$  și corespunde unei valori de tensiune continuă de valoare 6,033V, în acord deplin cu relația 3.24. Pulsațiile vârf la vârf sunt de 0,245V și frecvența lor egală cu cea de comutație:  $f_s=50\text{kHz}$ .

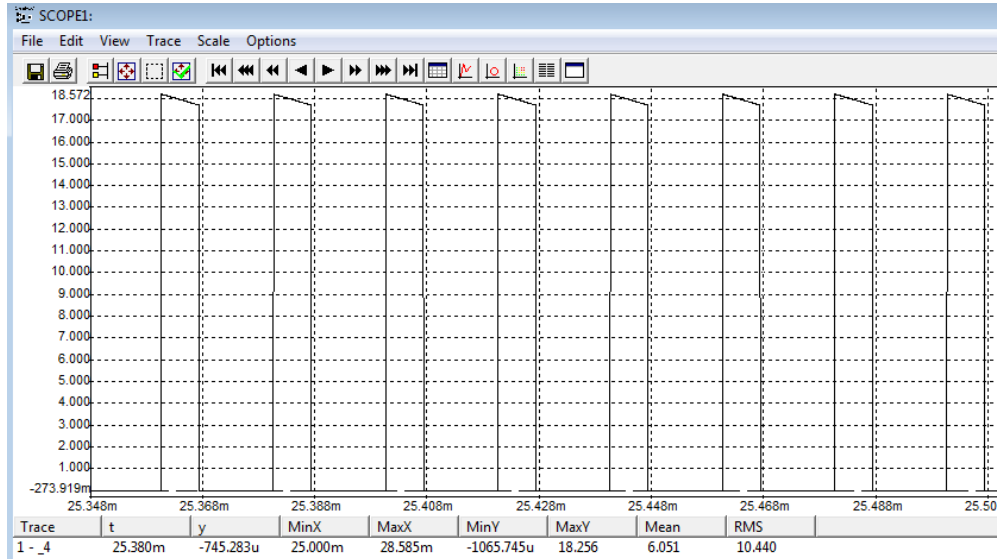
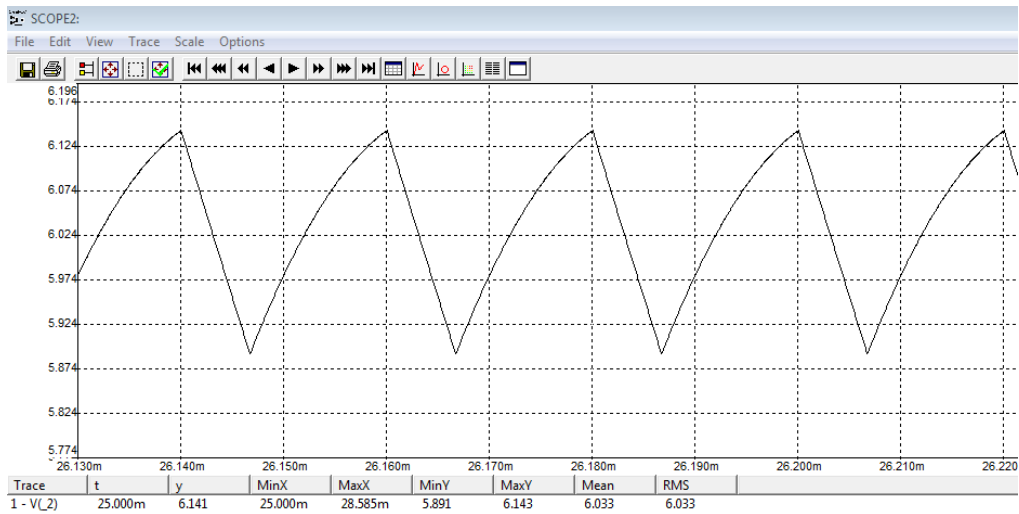
Fig.3.16. Tensiunea diferențială pe  $D1$  la convertorul Sepic fără OCC. Sursa [original].

Fig.3.17. Tensiunea de ieșire la convertorul Sepic fără OCC. Sursa [original].

Schema de simulare a convertorului Sepic cu comandă OCC este prezentată în Fig.3.18, iar în Fig.3.19, este prezentată forma de undă a tensiunii pe dioda  $D1$ , iar în Fig.3.20 tensiunea de ieșire.

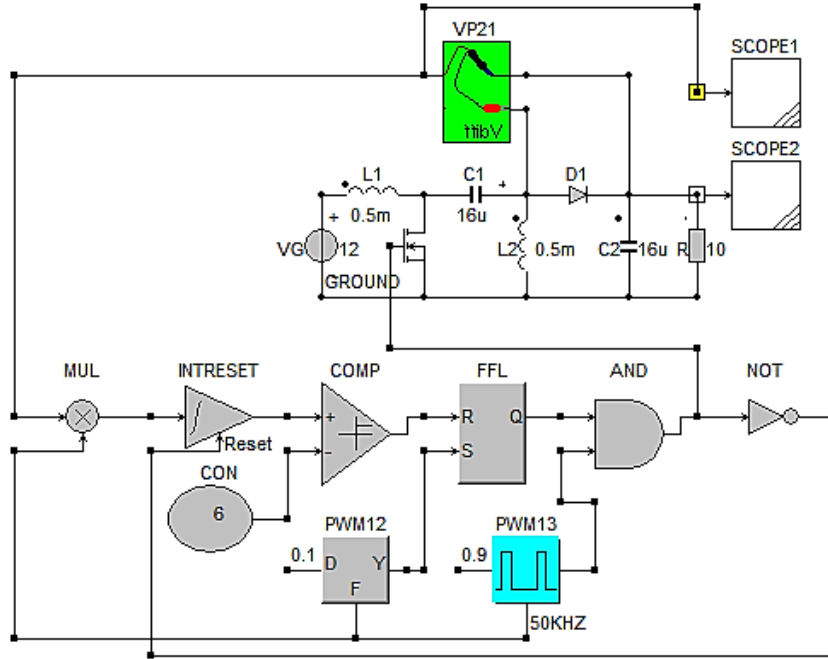


Fig.3.18. Schema simulată a convertorului Sepic cu OCC. Sursa [original].

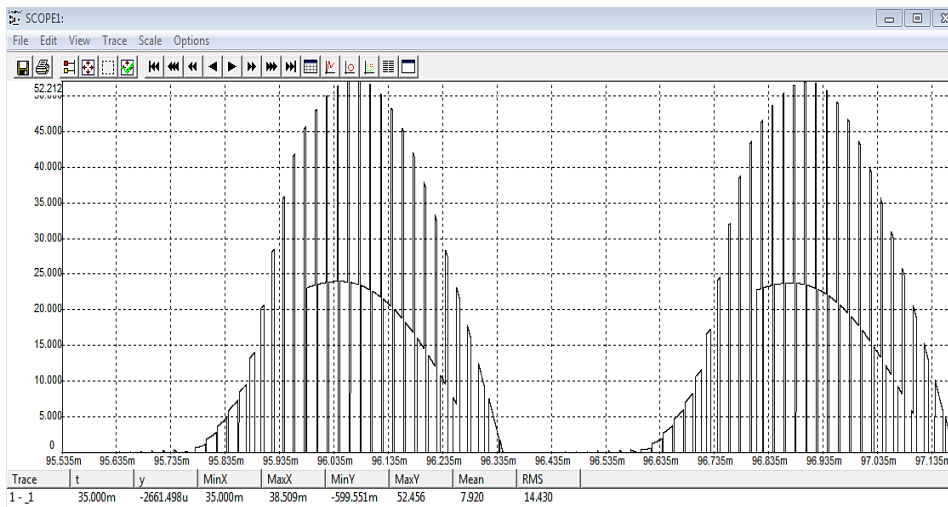


Fig.3.19. Forma de undă a tensiunii pe diodă la convertorul Sepic cu comandă OCC. Sursa [original].

Se poate observa cu ușurință cum convertorul Sepic cu comandă OCC este instabil după formele de undă ale diodei dar mai ales după forma tensiunii de ieșire.

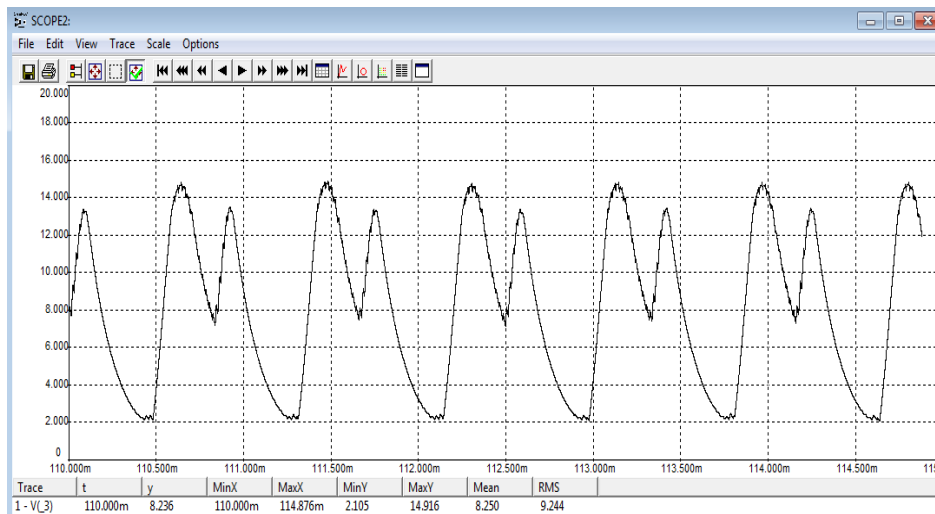


Fig.3.20. Formele de undă ale tensiunii de ieșire la convertorul Sepic cu OCC. Sursa [original].

Este prezentă o subarmonică a tensiunii de ieșire care are frecvența aproximativ  $f_{sub} = 1,13kHz$  așa cum este relevată în Fig.3.20. La frecvența de comutație  $f_s = 50kHz$  a întrerupătorului, pulsațiile fundamentale de frecvență  $f_{sub} = 1,13kHz$  sunt evidente și ating vârf la vârf valoarea de  $\Delta V_{VV} = 12,81V$ . Acestea nu fac decât să certifice pe deplin instabilitatea. O altă simulare a fost realizată după modificarea valorii capacității interne de la  $16\mu F$  la  $47\mu F$ . Tensiunile pe diodă și cea de ieșire sunt prezentate în Fig.3.21 și Fig.3.22.

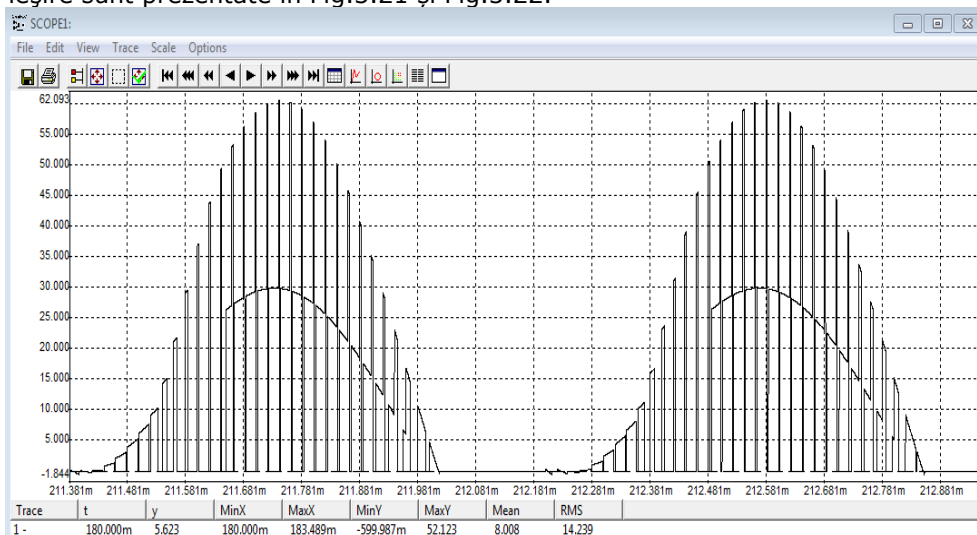


Fig.3.21. Formele de undă ale tensiunii de pe diodă la convertorul Sepic cu OCC la  $C1=47\mu F$ . Sursa [original].

Se pot observa și în acest caz oscilații de o frecvență joasă  $f_{osc} \approx 800Hz$  explicabilă prin mărirea capacității. De asemenea, scade și amplitudinea vârf la vârf la

valoarea de  $\Delta V_{VV} = 3,3V$ ; este și firesc ca excursia tensiunii să se reducă o dată cu creșterea capacității. Cu toate acestea se poate certifica că instabilitatea persistă în continuare în condițiile în care folosim tehnica de comandă OCC la convertorul Sepic.

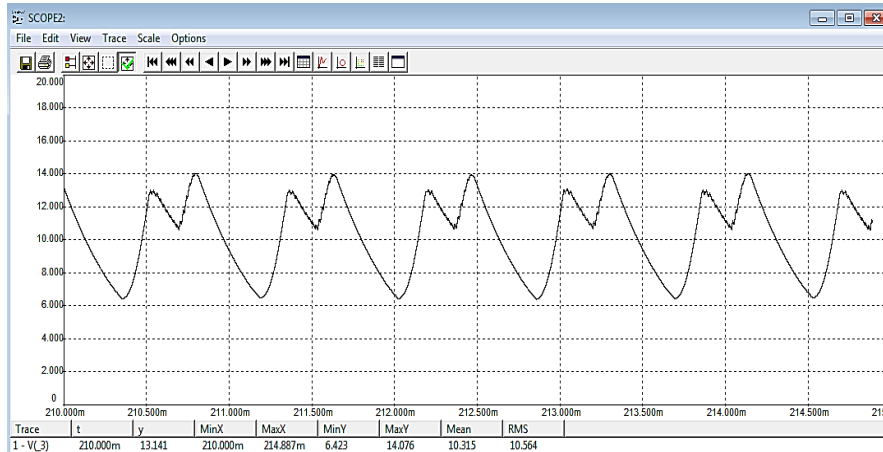


Fig.3.22. Formele de undă ale tensiunii de ieșire la creșterea valorii capacităților.  
Sursa [original].

### 3.6.2. Verificări prin simulare a stabilității convertorului Ćuk cu OCC

S-au ales următoarele valori ale componentelor pentru convertorul Ćuk:

$$L_1 = L_2 = 300\mu H; C_1 = C_2 = 10\mu F; f = 50kHz; R = 10\Omega.$$

Se cunoaște faptul că tensiunea de ieșire la un convertor Ćuk ideal, în starea staționară este cea dată de ecuația  $V_o = -DV_g / (1-D)$ . Presupunând că se dorește obținerea la ieșire a unei tensiuni de  $-9V$  având valoarea tensiunii de alimentare de  $12V$ , conform formulei, trebuie asigurată valoarea  $D = 3 / 7 = 0,428$ .

Schema convertorului Ćuk fără bucla OCC este prezentată în Fig.3.23.

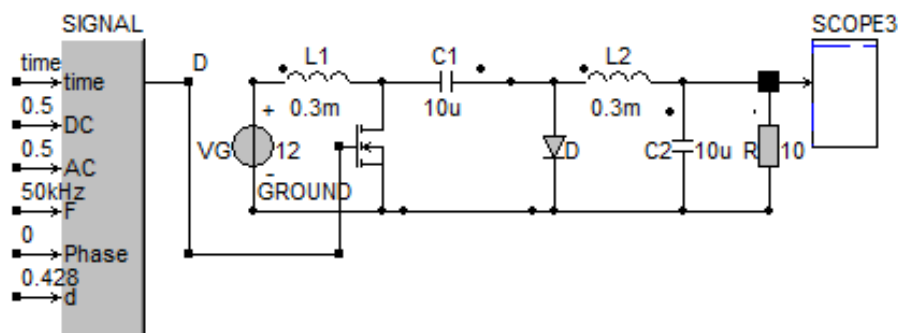


Fig.3.23. Schema simulată a convertorului Ćuk fără OCC. Sursa [original].

Se poate sesiza cu ușurință din graficul din Fig.3.24 că pulsațiile tensiunii de ieșire au frecvența de comutație de 50kHz, tensiunea de ieșire are valoarea medie de aproximativ  $-9V$ , iar pulsațiile acestea sunt de  $86mV_{VV}$ .

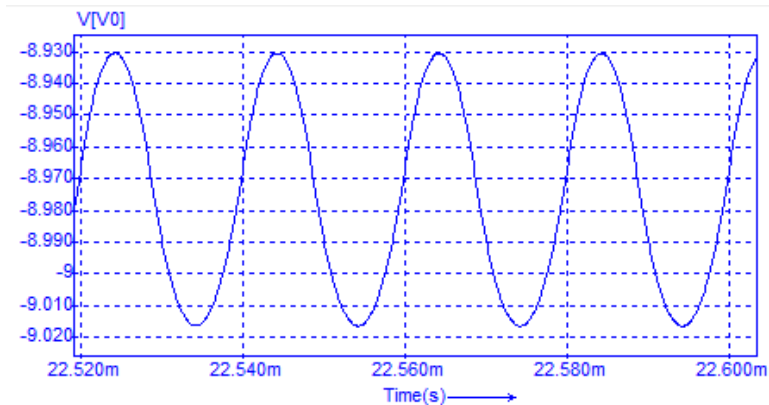


Fig.3.24. Forma de undă a tensiunii de ieșire la convertorul Ćuk ideal fără OCC. Sursa [original].

Buclo OCC ce a fost dimensionată pentru aceleași condiții, adică să genereze la ieșire un factor de umplere corespunzător tensiunii de referință de  $9V$  așa cum rezultă din schema de simulare din Fig.3.25 . Tensiunea de ieșire în acest caz este reprezentată în Fig.3.26.

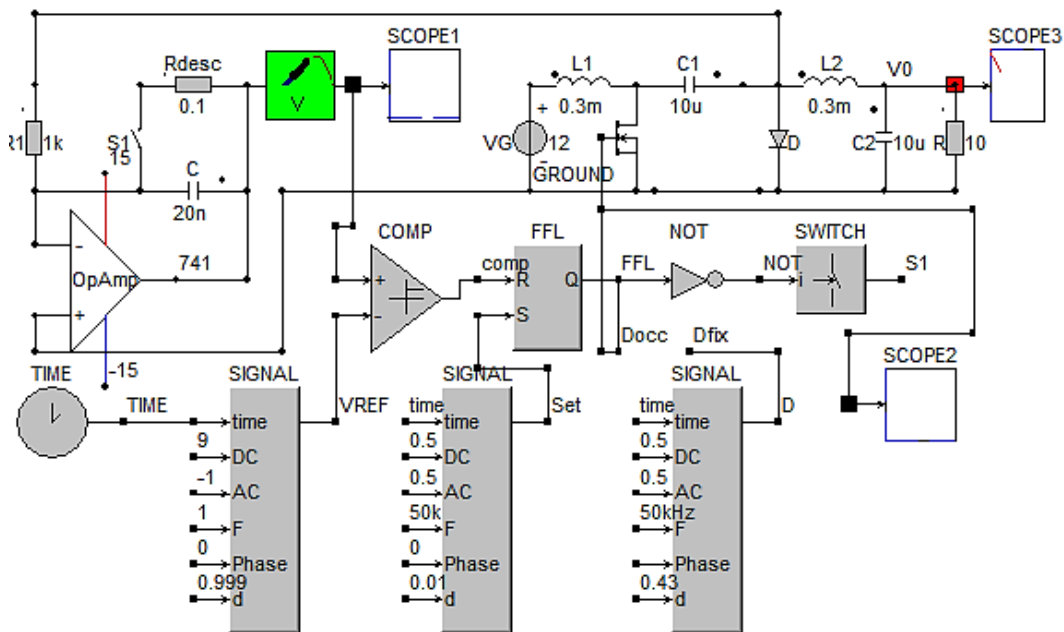


Fig.3.25. Schema de simulare în Caspoc™ a convertorului Ćuk cu OCC. Sursa [original].

Comparând graficul din Fig.3.24 cu cel din Fig.3.26 se sesizează o diferență majoră între acestea. În situația aplicării OCC se constată că valoarea vârf la vârf a tensiunii crește foarte mult și atinge valori de aproximativ  $10V_{VV}$ , ceea ce nu poate fi acceptabil în cazul în care se dorește o tensiune medie de  $-9V$ . Mai mult, graficul scoate în evidență prezența unei oscilații de joasă frecvență egală cu  $2,217kHz$ , chiar dacă generatorul de rampă a rămas fixat pe  $50kHz$ . Modificarea rezistenței de scurtcircuitare (aceasta poate fi foarte bine și rezistența serie a capacității  $C$ , adică  $ESR$ , sau pur și simplu rezistența dintre contactele întrerupătorului), chiar și într-o plajă de la  $0,01$  la  $100$  ohmi nu modifică semnificativ forma de undă a tensiunii de ieșire.

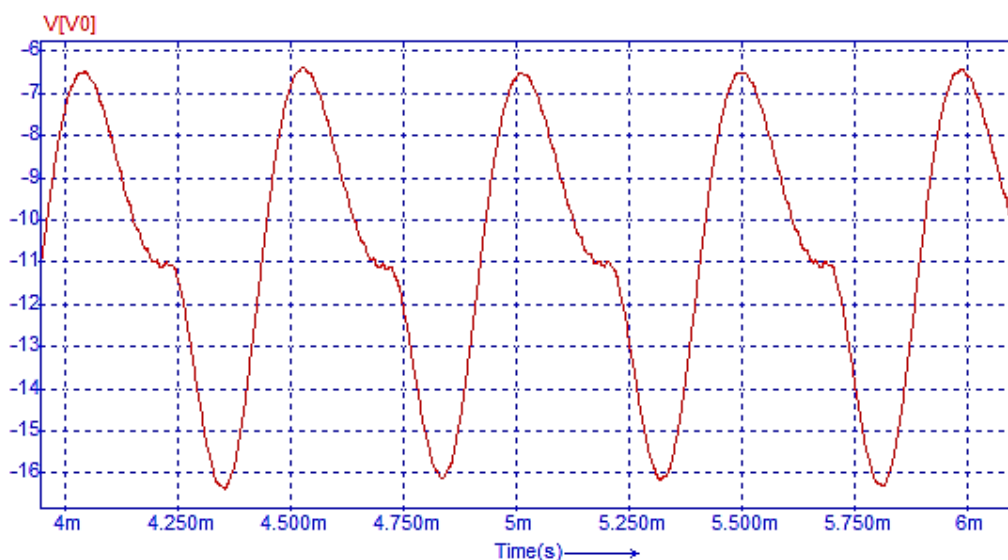


Fig.3.26. Forma de undă a tensiunii de ieșire la convertorul Ćuk cu OCC. Sursa [original].

Este adevărat însă că pentru tensiuni de ieșire mici și pulsațiile tensiunii de ieșire scad. Astfel pentru  $-3V$  la ieșire pulsația este de aproximativ  $0,2V_{VV}$  și apariția unor subarmonice de  $2,5kHz$ . Concluzia este că pentru o funcționare corectă în modul OCC este nevoie de o îmbunătățire a comenzii, posibil printr-o rampă externă compensatoare, de tipul celei de la comanda în curent.

### 3.7. Concluzii și contribuții personale

Acest capitol investighează posibilitatea extinderii comenzii OCC la convertoare de ordinul 4: Zeta, Sepic și Ćuk. Spre deosebire de capitolul precedent întregul sistem se consideră ideal.

Se demonstrează că în aceste condiții toate aceste convertoare cu comandă OCC sunt instabile. Tehnica de analiză utilizată este cea geometrică, inspirată de comanda în curent.

Se pornește cu analiza convertorului Zeta, apoi analiza se extinde la convertoarele Sepic și Ćuk.

Rezultatele teoretice au fost verificate pentru fiecare convertor în parte, evidențiindu-se în toate situațiile instabilitatea manifestată printr-o subarmonică de joasă frecvență.

**Contribuțiile aduse de autor** în acest capitol sunt legate de:

- Analiza în premieră a convertoarelor Zeta și Sepic cu OCC;
  - Demonstrarea instabilității necondiționate folosind o tehnică de analiză similară cu cea de la comanda în curent;
  - Dezvoltarea programelor de simulare prin care s-a validat funcționarea instabilă;
  - Recunoașterea rezultatelor cercetării prin publicarea acestora în două articole și anume:
1. Gurbină, M., Lascu, D., „Unfeasability of One Cycle Control when Applied to ZETA Converters,” *IREACO*, vol. 5, nr. 2, pp. 172-177, 2012.
  2. Gurbină, M., Lascu, D., „Analysis of one cycle controlled SEPIC converters, *Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI), 2012 7th IEEE International Symposium on*, pp. 415-420, 2012.

Studiile viitoare se vor concentra pe investigarea unor modalități de obținere a stabilității prin tehnici similare comenzii în curent, deci prin utilizarea unei rampe artificiale.



## 4. O NOUĂ METODĂ MATEMATICĂ PENTRU INVESTIGAREA STABILITĂȚII, A FENOMENELOR DE BIFURCAȚIE ȘI HAOS ÎN CONVERTOARELE DC-DC CU FUNCȚIONARE CCM

*Motto:*

*"Uitarea și mersul mai departe sunt cea  
mai mare înțelepciune."*

*Friedrich Nietzsche.*

În acest capitol se propune o nouă metodă pentru investigarea stabilității și determinarea punctului de bifurcație în convertoare DC-DC cu funcționare CCM. Metoda este generală, în sensul că se aplică oricărui convertor și pentru o largă gamă de comenzi și tipuri de modulație: proporțională, OCC, în sarcină, cu modulație pe front ridicător sau coborâtor.

### 4.1. Considerații generale

Noua metodă propusă pentru determinarea punctului la care apare instabilitatea, de obicei prin bifurcație, folosește metoda multiplicatorilor caracteristici, utilizând un model discret generalizat. Modelul este descris de un sistem de două ecuații vectoriale: o ecuație de stare și o alta ce reprezintă o constrângere, de regulă, nedinamică. Se va vedea ulterior că această constrângere definește de fapt legea de comandă a convertorului. Aceste ecuații înglobează și parametrul ales pentru studiul bifurcației, notat mai departe, generic, cu  $p_{bif}$  :

$$\begin{cases} x_{n+1} = g(x_n, u_n, d_n, p_{bif}) & \text{ecuația de stare} \\ F(x_n, u_n, d_n, p_{bif}) = 0 & \text{constrângerea} \end{cases} \quad (4.1)$$

În relația (4.1)  $x_n, u_n, d_n$  reprezintă în ordine vectorul variabilelor de stare, vectorul de intrare ales aici ca vectorul surselor independente și factorul de umplere discret al convertorului. Conform cu [33] prima ecuație din sistemul (4.1) poate fi rescrisă în mod tipic pentru convertoarele ce funcționează în modul CCM, astfel:

$$\begin{cases} x_{n+1} = \varphi_2 \varphi_1 x_n + (\varphi_2 \psi_1 + \psi_2) u_n \\ F(x_n, u_n, d_n, p_{bif}) = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

unde  $\varphi_j, \psi_j$  reprezintă matricele de tranziție (transfer) care-l conțin pe  $d_n$  la exponent. Evident, comparând (4.1) și (4.2) rezultă că [33]:

$$g(x_n, u_n, d_n, p_{bif}) = \varphi_2 \varphi_1 x_n + (\varphi_2 \psi_1 + \psi_2) u_n \quad (4.3)$$

Este important ca în (4.1), în legea lui  $g$  să nu mai apară și alte variabile care indirect depind de  $x$ , ci numai  $x_n, u_n$  și eventual  $p_{bif}$ .

Se cunoaște că multiplicatorii caracteristici sunt soluțiile ecuației:

$$\det(\lambda I - J_g(X)) = 0 \quad (4.4)$$

unde  $J_g(X)$  este *jacobianul* funcției  $g$  evaluat în punctul de funcționare  $X$  și este dat de relația:

$$J_g(X) = \left. \frac{\partial g}{\partial x_n} \right|_{x=X} \quad (4.5)$$

Ideea determinării bifurcației este cea clasică: se pleacă dintr-un punct stabil de funcționare și se modifică, în sens crescător sau descrescător, variabila  $p_{bif}$  și se calculează de fiecare dată *multiplicatorii caracteristici*. Se cunoaște că atunci când unul sau mai mulți dintre multiplicatori depășesc în modul unitatea, adică ies din cercul unitate și centrul origine va apărea instabilitatea sistemului. În Capitolul 1 au fost evidențiate tipurile de bifurcație. De precizat că jacobianul este util și în determinarea bifurcațiilor multiple. De exemplu într-un sistem la care apare bifurcația cu dublarea perioadei, a doua dublare de perioadă, cu periodicitate 4, se instalează atunci când cel puțin un multiplicator caracteristic al funcției  $g \otimes g$  devine în modul mai mare decât unitatea, unde  $\otimes$  este operatorul de compunere al funcțiilor. Calcularea valorii parametrului  $p_{bif}$  la care se manifestă a doua bifurcație se face similar lucrând cu  $J_{g \otimes g}(X)$ .

Sunt patru aspecte importante și dificile care trebuie luate în calcul, pentru rezolvarea corectă a problemei:

1. Determinarea corectă a funcției  $g$ , având ca argumente doar pe  $x_n, u_n$  și  $p_{bif}$ , dar și a funcției  $F$  care este, de regulă, o funcție complicată;
2. Obținerea vectorului de stare staționar  $X$ , pentru că jacobianul se evaluează de fiecare dată în acest punct;
3. Verificarea ca parametrii ce definesc punctul static de funcționare să fie într-o zonă liniară, prin urmare să nu se găsească în apropierea unor vecinătăți saturate;
4. Calculul exact al valorilor  $\lambda$ . Aceasta se face cu ajutorul unui program de calcul, de exemplu Matlab™ [5], cu comanda 'eig' atunci când se cunoaște funcția  $g$ .

## 4.2. Determinarea cu exactitate a apariției bifurcației la convertoarele DC-DC cu funcționare CCM

Cele două ecuații ce definesc sistemul de ecuații (4.1) sau (4.2) sunt neliniare în  $d_n$ . Cea care se va investiga va fi *stabilitatea locală*, de *semnal mic*. Pentru a transforma modelul generalizat în spațiul stărilor (4.1) într-un sistem liniar și invariant în timp se liniarizează cele două ecuații în jurul punctului de funcționare statică notat cu  $PSF$  care este dat de valorile de stare staționară ale mărimilor  $x_n, u_n, d_n$ , notate în ordine cu:  $X, U, D$ . Din fericire, sistemul fiind periodic și discret, eșantionat cu perioada de comutație, valorile de stare staționară sunt constante, ceea ce justifică și notarea lor cu litere mari. Liniarizând ecuația (4.1) se obține:

$$\begin{cases} \hat{x}_{n+1} = \left. \frac{\partial g}{\partial x_n} \right|_{PSF} \hat{x}_n + \left. \frac{\partial g}{\partial u_n} \right|_{PSF} \hat{u}_n + \left. \frac{\partial g}{\partial d_n} \right|_{PSF} \hat{d}_n + \left. \frac{\partial g}{\partial p_{bif}} \right|_{PSF} \hat{p}_{bif} \\ \left. \frac{\partial F}{\partial x_n} \right|_{PSF} \hat{x}_n + \left. \frac{\partial F}{\partial u_n} \right|_{PSF} \hat{u}_n + \left. \frac{\partial F}{\partial d_n} \right|_{PSF} \hat{d}_n + \left. \frac{\partial F}{\partial p_{bif}} \right|_{PSF} \hat{p}_{bif} = 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

#### 4.2. - Determinarea cu exactitate a apariției bifurcației la convertoarele DC-DC 97

În cazul cel mai general legea de comandă  $d_n$  depinde de  $x_n$ ,  $u_n$  și  $p_{bif}$ ,  $d_n = d_n(x_n, u_n, p_{bif})$ . Substituind pe  $d_n$  cu această formă în (4.1) se obține:

$$x_{n+1} = g(x_n, u_n, d_n(x_n, u_n, p_{bif})) \quad (4.7)$$

Pentru aceasta se determină din a doua ecuație a lui (4.6) valoarea lui  $\hat{d}_n$ :

$$\hat{d}_n = - \left( \frac{\partial F}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \frac{\partial F}{\partial x_n} \Big|_{PSF} \hat{x}_n - \left( \frac{\partial F}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \frac{\partial F}{\partial u_n} \Big|_{PSF} \hat{u}_n - \left( \frac{\partial F}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \frac{\partial F}{\partial p_{bif}} \Big|_{PSF} \hat{p}_{bif} \quad (4.8)$$

Se introduce în prima ecuație a sistemului (4.6) valoarea obținută pentru  $\hat{d}_n$  din (4.8). Rezultă:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{n+1} = & \left[ \frac{\partial g}{\partial x_n} \Big|_{PSF} - \frac{\partial g}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \left( \frac{\partial F}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \frac{\partial F}{\partial x_n} \Big|_{PSF} \right] \hat{x}_n + \\ & + \left[ \frac{\partial g}{\partial u_n} \Big|_{PSF} - \frac{\partial g}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \left( \frac{\partial F}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \frac{\partial F}{\partial u_n} \Big|_{PSF} \right] \hat{u}_n + \\ & + \left[ \frac{\partial g}{\partial p_{bif}} \Big|_{PSF} - \frac{\partial g}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \left( \frac{\partial F}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \frac{\partial F}{\partial p_{bif}} \Big|_{PSF} \right] \hat{p}_{bif} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Ecuația (4.9) este o ecuație de stare clasică de tip *LTI*. Stabilitatea sistemului dat de ecuația (4.9), se știe că este dată de coeficientul vectorului de stare din membrul drept și acesta, după cum se cunoaște din matematică, reprezintă jacobianul. Problema stabilității se reduce astfel la evaluarea valorilor proprii ale jacobianului, sau multiplicatorii caracteristici, spre a vedea dacă aceste valori în planul complex se situează, sau nu, în cercul cu centrul în origine și de rază egală cu unitatea. Adică ecuația (4.4) unde  $J_g(X)$  este:

$$J_g(X) = \frac{\partial g}{\partial x_n} \Big|_{PSF} - \frac{\partial g}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \left( \frac{\partial F}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \frac{\partial F}{\partial x_n} \Big|_{PSF} \quad (4.10)$$

Se observă că evaluarea jacobianului presupune:

- Cunoașterea derivatelor parțiale  $\frac{\partial g}{\partial x_n}, \frac{\partial g}{\partial d_n}, \frac{\partial F}{\partial x_n}, \frac{\partial F}{\partial d_n}$ ;
- Cunoașterea tripletei  $(X, U, D)$  din *PSF*;
- Evaluarea derivatelor parțiale în *PSF*-ul cunoscut;
- Calculul jacobianului.

Procedura de lucru presupune plecarea dintr-o stare stabilă și se crește sau descrește progresiv parametrul de bifurcație  $p_{bif}$  cu pas suficient de mic. Pentru fiecare valoare a parametrului se calculează jacobianul după procedeul de mai sus, se determină multiplicatorii caracteristici și la valoarea parametrului de bifurcație pentru care cel puțin un multiplicator caracteristic are modulul supraunitar apare instabilitatea. De precizat că găsirea *PSF* conduce de obicei la o ecuație transcendentă care se rezolvă prin metode numerice. În această lucrare s-a utilizat programul Matlab™.

### 4.3. Analiza exactă a fenomenelor de bifurcație la convertoare DC-DC CCM cu comandă proporțională

Comenzile aferente convertoarelor DC-DC sunt denumite după tipul de modulație, iar după modul de implementare al buclei de reacție sunt: *de tip proporțional*, *derivativ*, *integrativ* sau orice combinații ale acestora. Alte tehnici de comandă frecvent utilizate sunt cele cu: *feed-forward*, *prin sarcină* (CC: engl. *charge-control*) sau *one-cycle control*. Alte comenzi de dată recentă sunt cele cu timp de conducție fixat (COT) [66], cu timp de blocare fixat (FOT),  $V^2$ ,  $I^2$ , etc.

#### 4.3.1. Comanda proporțională și modulație pe front ridicător sau coborâtor. Definierea matricelor de stare și a matricelor de tranziție.

Comanda proporțională este o tehnică de control utilizată pentru simplitate și eficiență la multe din convertoarele DC-DC care sunt controlate fie în tensiune fie în curent. Sunt amintite tipurile de comenzi proporționale pentru că sunt esențiale în ceea ce se demonstrează în continuare [51], [67], [68].

##### 4.3.1.1. Comandă proporțională cu modulație pe front ridicător

Frontul mobil este cel din 0 în 1 (crescător), Fig.4.1, coroborată cu Fig.4.2, exemplifică acest tip de modulație.

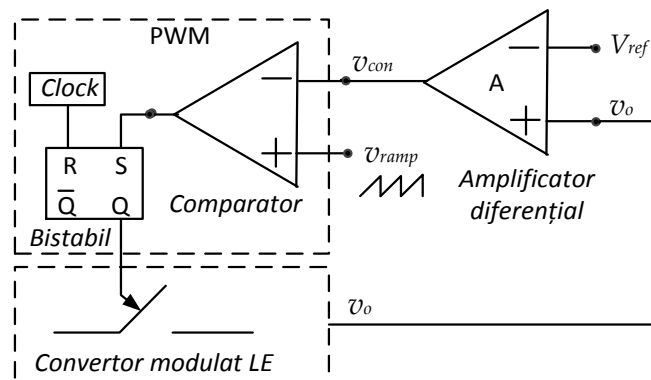


Fig.4.1. Comanda convertorului în modulație leading edge. Sursa [68].

Pentru asigurarea unei reacții negative corecte trebuie avut în vedere faptul că, așa cum rezultă și din schemele de comandă din Fig.4.1, Fig.4.2 respectiv Fig.4.3 și Fig.4.4, aceste combinații determină reacția negativă pentru cele două tipuri de modulații: pe front coborâtor (TE) sau pe front ridicător (LE). Nerespectarea semnelor alese pentru una din cele două tipuri de modulații atrage după sine schimbarea semnelor în definiția analitică a funcției, dar și calculul eronat pentru factorul de umplere. Astfel rezultatele finale pot fi profund viciate de aceste posibile erori (putem avea de fapt reacții pozitive și nu negative, așa cum se dorește). Mai mult, intervalul de lucru  $(1-d_n)T_S$  s-ar inversa cu  $d_n T_S$  și aceste erori vor determina un calcul incorect al matricelor de tranziție aferente celor două stări topologice ale convertorului.

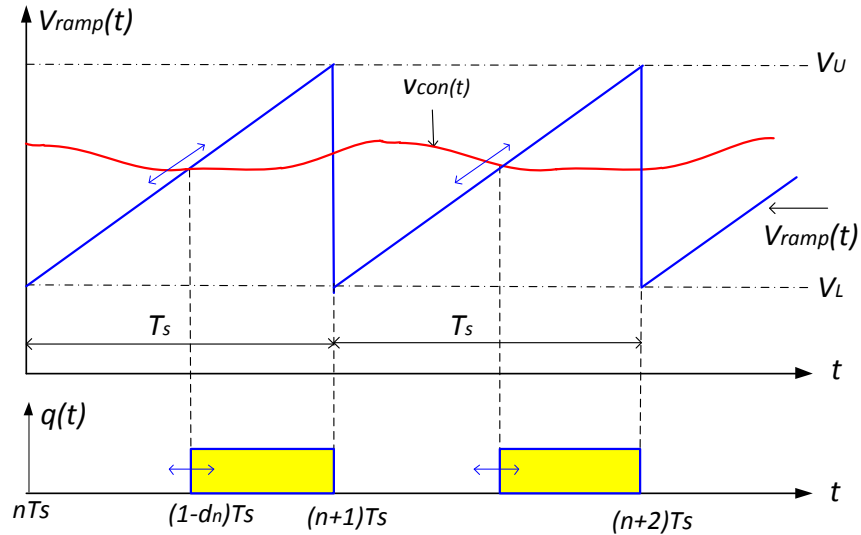


Fig.4.2. Modulația leading edge - forme de undă. Sursa [68].

**4.3.1.2. Comandă proporțională cu modulație pe front coborâtor**

Frontul descrescător al semnalului de comandă adică trecerea din 1 în 0, *TE* este cel cu localizare variabilă în timp. Fig.4.3 împreună cu Fig.4.4 relevă acest tip de modulație.

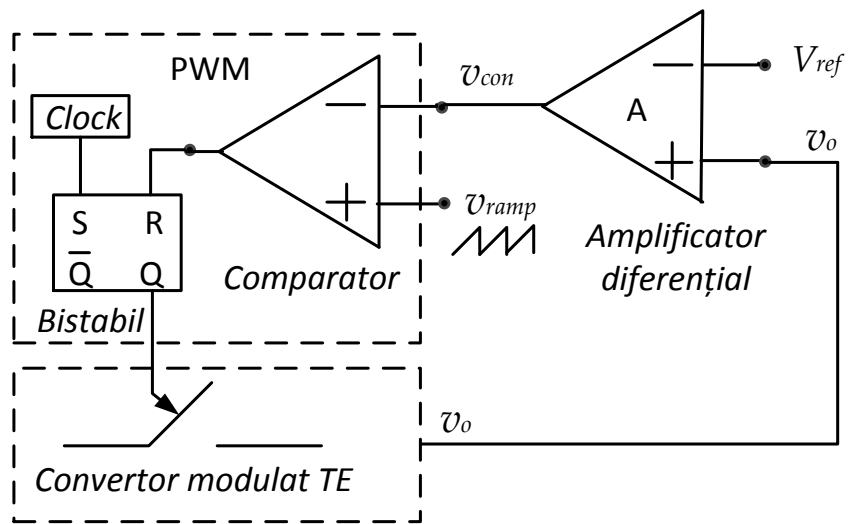


Fig. 4.3. Comanda convertorului în modulație trailing edge. Sursa [51]

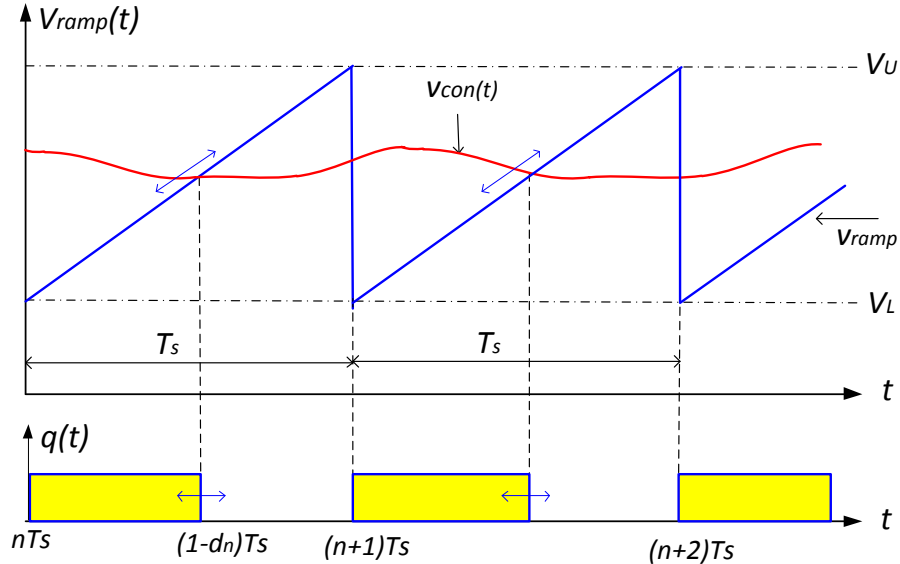


Fig. 4.4. Modulația trailing edge - forme de undă. Sursa [51].

Se adoptă următoarele notații:

- matricele aferente conducerii elementului activ se notează:  $A_{on}, B_{on}, E_{on}, F_{on}$  și cele aferente stării complementare (de blocare) cu  $A_{off}, B_{off}, E_{off}, F_{off}$ .

- matricele de transfer sau tranziție (exponențialele de matrice) se definesc cu indicii 1 și 2 astfel: prima stare topologică la momentul începerii unei noi perioade se va nota cu indicele 1, indiferent dacă aceasta este "on" sau "off"; se folosește indicele 2 pentru a doua stare topologică din perioada de comutație a convertorului, indiferent dacă aceasta este "on" sau "off".

Cu aceste notații pentru cele două moduri de comandă leading edge (LE) și trailing edge (TE) prin convenția de mai sus, matricele de tranziție vor fi:

$$\varphi_1 = \begin{cases} e^{A_{off}(1-d_n)T_s} & \text{la LE} \\ e^{A_{on}d_nT_s} & \text{la TE} \end{cases} \quad \text{iar} \quad \psi_1 = \begin{cases} A_{off}^{-1}(\varphi_1 - I)B_{off} & \text{la LE} \\ A_{on}^{-1}(\varphi_1 - I)B_{on} & \text{la TE} \end{cases} \quad (4.11)$$

$$\varphi_2 = \begin{cases} e^{A_{on}d_nT_s} & \text{la LE} \\ e^{A_{off}(1-d_n)T_s} & \text{la TE} \end{cases} \quad \text{iar} \quad \psi_2 = \begin{cases} A_{on}^{-1}(\varphi_2 - I)B_{on} & \text{la LE} \\ A_{off}^{-1}(\varphi_2 - I)B_{off} & \text{la TE} \end{cases}$$

În ambele tipuri de modulație se notează cu A amplificarea diferențială.

### 4.3.2. Analiza exactă a fenomenelor de bifurcație în convertoarele DC-DC cu comandă proporțională

Valoarea lui  $d_n$ , se obține din ecuația rezultată din bucla de reacție la momentul de timp în care tensiunea de comandă este egală cu tensiunea rampei. Această ecuație este și ecuația comenzii pentru că ea reprezintă matematic egalitatea a două mărimi fizice (tensiuni sau curenți) la momentul de timp când are loc comutația întrerupătorului activ din convertorul DC-DC.

Pentru convertoarele DC-DC ce funcționează în modul CCM harta iterativă este o ecuație recurentă având forma generală:  $x_{n+1} = g(x_n, u_n, d_n, p_{bif})$  care caracterizează funcționarea convertorului prin trecerea acestuia prin două stări topologice consecutive în decursul unei perioade de comutație. Cum, conform (4.3), se cunoaște forma funcției  $g$ , rezultă:

$$x_{n+1} = g(x_n, u_n, d_n) = \varphi_2 \varphi_1 x_n + (\varphi_2 \psi_1 + \psi_2) u_n \quad (4.12)$$

Se observă că  $x_{n+1} = g(x_n, u_n, d_n)$  este dependent de  $d_n$  prin  $\varphi_i, \psi_i, i = \overline{1,2}$  definite la (4.11). Derivatele parțiale ale lui  $g$  sunt necesare pentru calculul jacobianului cu relația (4.10). Din (4.12) se poate calcula imediat:

$$\frac{\partial g}{\partial x_n} = \varphi_2 \varphi_1 \quad (4.13)$$

La rândul său  $\frac{\partial g}{\partial d_n}$  se determină tot din (4.12) folosind relațiile (4.11). Astfel pentru

cele două tehnici modulatorie, LE respectiv TE,  $\frac{\partial g}{\partial d_n}$  are expresiile:

$$LE : \frac{\partial g}{\partial d_n} = T_s \varphi_2 [(A_{on} - A_{off}) \varphi_1 x_n - (\varphi_1 B_{off} - A_{on} \psi_1 - B_{on}) \cdot u_n] \quad (4.14)$$

$$TE : \frac{\partial g}{\partial d_n} = T_s \varphi_2 [(A_{on} - A_{off}) \varphi_1 x_n + (\varphi_1 B_{on} - A_{off} \psi_1 - B_{off}) \cdot u_n]$$

Al doilea element necesar în estimarea jacobianului este vectorul de stare staționară. Din egalitatea  $x_{n+1} = x_n = X$ , aplicată pentru relația (4.12) se găsește vectorul de stare staționară:

$$X = (I - \varphi_2 \varphi_1)^{-1} (\varphi_2 \psi_1 + \psi_2) V_g \quad (4.15)$$

unde  $\varphi_i, \psi_i, i = \overline{1,2}$  sunt evaluările lui  $\varphi_i, \psi_i, i = \overline{1,2}$  în punctul  $d_n = D$ .

Investigăm acum ecuația de comandă, ale cărei derivate parțiale apar și ele în expresia (4.10) a jacobianului și pe care le vom calcula. Pentru modulația LE, conform cu Fig.4.1 și Fig.4.2, ecuația ce descrie comanda este :

$$v_{con}(nT_s + (1-d_n)T_s) = v_{ramp}(nT_s + (1-d_n)T_s)$$

echivalentă cu:

$$A[v_c(nT_s + (1-d_n)T_s) - v_{ref}] = \frac{V_U - V_L}{T_s} (1-d_n)T_s + V_L \quad (4.16)$$

Dar vectorul de stare la momentul  $(n+1-d_n)T_s$  este:

$$x((n+1-d_n)T_s) = \varphi_1 x_n + \psi_1 V_g \quad (4.17)$$

de unde

$$v_c(nT_s + (1-d_n)T_s) = V_{extr} \cdot x(nT_s + (1-d_n)T_s) = V_{extr} \cdot (\phi_1 x_n + \psi_1 V_g) \quad (4.18)$$

Aici  $V_{extr}$  este un vector linie ce extrage pe  $v_c$  din vectorul de stare de tip coloană.

Se substituie (4.18) în (4.16) și luînd  $p_{bif} = v_{ref}$  se obține legea de comandă:

$$F(x_n, d_n, V_g, v_{ref}) = A [V_{extr}(\phi_1 x_n + \psi_1 V_g) - v_{ref}] - (V_U - V_L)(1-d_n) - V_L = 0 \quad (4.19)$$

De reținut că matricele de tranziție  $\phi_1$  și  $\psi_1$  depind la rândul lor de  $d_n$ , conform cu definițiile (4.11). Ținînd cont de aceasta, din (4.19) se calculează derivatele parțiale ale funcției  $F$ :  $\frac{\partial F}{\partial x_n}$  și  $\frac{\partial F}{\partial d_n}$ :

$$\frac{\partial F}{\partial x_n} = AV_{extr}\phi_1; \quad \frac{\partial F}{\partial d_n} = -A \cdot V_{extr}T_s(A_{off}\phi_1 x_n + \phi_1 B_{off}V_g) + (V_U - V_L) \quad (4.20)$$

Cele două derivate parțiale trebuie evaluate în punctul de funcționare. Se impune deci calculul punctului de funcționare, care am văzut că este constant și dat prin tripleta  $(X, U, D)$  cu  $X$  dat de (4.15).

**Pentru modul LE**, Făcînd  $d_n = D$  iar din (4.11) matricele de tranziție aferente modului LE în stare staționară sunt:

$$\begin{cases} \phi_1 = e^{A_{off}(1-D)T_s} \\ \phi_2 = e^{A_{on}DT_s} \end{cases} \quad si \quad \begin{cases} \psi_1 = A_{off}^{-1}(\phi_1 - I)B_{off} \\ \psi_2 = A_{on}^{-1}(\phi_2 - I)B_{on} \end{cases}$$

Apoi prin înlocuirea în relația (4.20) a lui  $x_n$  cu  $X$  din (4.15), se obține ecuația transcendentă cu necunoscuta  $D$ :

$$A \left\{ V_{ref} - V_{extr} \left[ \phi_1 (I - \phi_2 \phi_1)^{-1} (\phi_2 \psi_1 + \psi_2) + \psi_1 \right] V_g \right\} + (V_U - V_L)(1-D) + V_L = 0 \quad (4.21)$$

**Pentru modul TE**, în ipoteza că se funcționează cu  $V_0 > 0$  în concordanță cu Fig.4.3 și Fig.4.4 se schimbă comanda, iar ecuația (4.16) de la LE se transformă astfel:

$$A [V_{ref} - v_c(nT_s + d_n T_s)] = \frac{V_U - V_L}{T_s} d_n T_s + V_L \quad (4.22)$$

Iar ecuația (4.19) ia forma:

$$F(x_n, d_n, V_g, v_{ref}) = A [v_{ref} - V_{extr}(\phi_1 x_n + \psi_1 V_g)] - (V_U - V_L)d_n - V_L = 0 \quad (4.23)$$

Derivatele parțiale ale funcției  $F$  sunt:

$$\frac{\partial F}{\partial x_n} = -AV_{extr}\phi_1; \quad \frac{\partial F}{\partial d_n} = -A \cdot V_{extr}T_s(A_{on}\phi_1 x_n + \phi_1 B_{on}V_g) - (V_U - V_L) \quad (4.24)$$

Valorile din punctul static de funcționare se găsesc după același procedeu ca la LE folosind acum relația (4.23) cu substituția (4.15). Valoarea lui  $D$  este soluția ecuației transcendente:

$$A \left\{ V_{ref} - V_{extr} \left[ \phi_1 (I - \phi_2 \phi_1)^{-1} (\phi_2 \psi_1 + \psi_2) + \psi_1 \right] V_g \right\} - (V_U - V_L)D - V_L = 0 \quad (4.25)$$

unde matricele de tranziție pentru modulația TE se extrag din (4.11):

$$\begin{cases} \phi_1 = e^{A_{on}DT_s} \\ \phi_2 = e^{A_{off}(1-D)T_s} \end{cases} \quad si \quad \begin{cases} \psi_1 = A_{on}^{-1}(\phi_1 - I)B_{on} \\ \psi_2 = A_{off}^{-1}(\phi_2 - I)B_{off} \end{cases}$$



Ecuția (4.21) sau (4.25) permite cu ajutorul programului Matlab™, prin algoritmi numerici specifici, aflarea factorului de umplere staționar  $D$ .

De remarcat este faptul că ecuațiile (4.23) și (4.25), valabile pentru LE respectiv TE, **se pot aplica la orice convertor** cu comandă proporțională în tensiune deci **ecuațiile sunt general valabile** în modul CCM pentru cele două tipuri de modulație. Specific este doar calculul matricelor de stare ce definesc arhitectura fiecărui convertor și tipul comenzii. Având determinate derivatele parțiale și rezolvat PSF se poate calcula jacobianul și investiga stabilitatea.

#### 4.3.3. Determinarea exactă a bifurcației la un convertor buck-boost cu comandă proporțională în tensiune și modulație pe front coborât

În acest paragraf se va exemplifica eficacitatea tehnicii propuse la un convertor buck-boost cu comandă proporțională și modulație pe front coborât (TE). Analize similare s-au făcut pentru un convertor buck în [43] și [69] dar prin metode aproximative, bazate în esență pe o serie Taylor trunchiată. Convertorul buck-boost are la ieșire o tensiune inversă ca și polaritate decât tensiunea de intrare, iar valoarea tensiunii de ieșire, în valori absolute, poate fi mai mare sau mai mică decât valoarea tensiunii de intrare. În prima stare topologica, vezi Fig.4.5 adică pe durata de conducție a tranzistorului, dioda este blocată, inductanța  $L$  înmagazinează energie de la sursa  $V_g$ , iar condensatorul se descarcă pe rezistența de sarcină  $R$ .

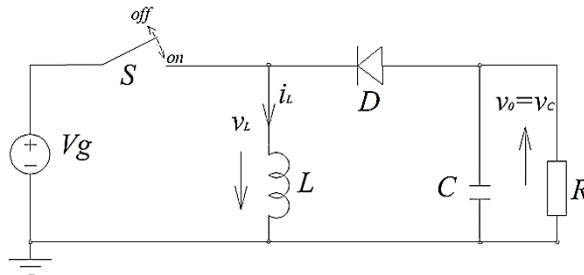


Fig. 4.5. Modelul convertorului buck-boost. Sursa [70].

Pe durata blocării tranzistorului datorită inversării polarității tensiunii de pe bobină, dioda intră în conducție, iar energia înmagazinată în bobină este cedată condensatorului și circuitului de sarcină. Din funcționarea convertorului în regim CCM se știe că valoarea medie a tensiunii de ieșire este:

$$V_o = -\frac{D}{1-D} V_g \quad (4.26)$$

Pentru acest studiu s-a pornit de la schema convertorului buck-boost, conform Fig.4.5, a cărei tensiune de ieșire comandă printr-o buclă de reacție negativă proporțională elementul activ al circuitului Fig.4.6. Întrucât rampa este crescătoare întodeauna la începutul perioadei tensiunea rampei va fi mai mică decât tensiunea de comandă deci întodeauna la începutul perioadei tranzistorul este forțat în conducție. Din acest motiv funcționarea este posibilă și fără bistabil [33].

Uzual, așa cum se poate vedea din Fig.4.6, bucla de reacție include un amplificator diferențial, a cărei tensiune de ieșire, numită tensiune de comandă intră într-un circuit integrat unde este comparată cu o tensiune în dinte de fierăstrău

crescător. Ca rezultat al examinării se obține o tensiune PWM, de fapt funcția de comutație a tranzistorului. Astfel se asigură în permanență funcționarea convertorului în cele două stări topologice: întrerupătorul este închis deci tranzistorul conduce și dioda este blocată și invers.

Se definesc vectorii:

$$x = \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \end{bmatrix}, y = [v_o] \quad (4.27)$$

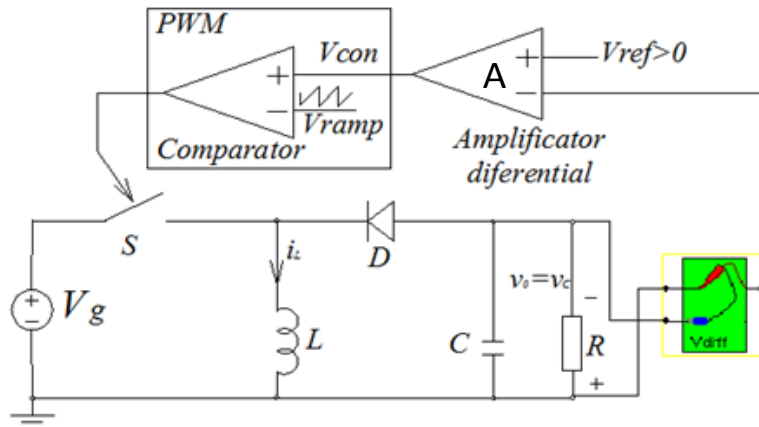


Fig.4.6. Convertor buck-boost cu reacție de tip proporțional, cu modulație TE. Sursa [original].

Ecuatiile matriceale de stare pentru modul de lucru CCM sunt:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A_{on}x(t) + B_{on}u(t) \\ \frac{dx(t)}{dt} = A_{off}x(t) + B_{off}u(t) \end{cases} \quad (4.28)$$

Pentru cazul în care există pierderi de conducție, astfel:  $R_{on}$  este rezistența în conducție a tranzistorului,  $R_L$  rezistența serie a bobinei și  $R_C$  rezistența serie a capacității, mai apropiat și de cazul real, matricele de stare sunt:

$$A_{on} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{on} + R_L}{L} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{(R + R_C)C} \end{bmatrix}; B_{on} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (4.29)$$

$$A_{off} = \begin{bmatrix} -\frac{R_L + R_D + (R || R_C)}{L} & -\frac{1}{L} \cdot \frac{R}{R + R_C} \\ \frac{R}{(R + R_C)C} & -\frac{1}{(R + R_C)C} \end{bmatrix}; B_{off} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Funcția  $g$  descrisă de ecuația (4.3) este harta discretă iterativă:

$$x(n+1)T_S = \varphi_2(d_n)\varphi_1(d_n)x(nT_S) + (\varphi_2(d_n)\psi_1(d_n) + \psi_2(d_n))u(nT_S) \quad (4.31)$$

Relația (4.31) este aceeași cu (4.3) cu mențiunea că se scoate în evidență dependența de factorul de umplere așa cum sunt exprimate matricele în (4.11).

Deoarece fiecare stare topologică este LTI, în particular și prima, putem exprima vectorul de stare la sfârșitul primei stări topologice care coincide cu momentul egalității tensiunii de control cu tensiunea de rampă, adică la  $t = nT_s + d_nT_s$ , funcție de vectorul de stare de la începutul stării topologice.

$$x(nT_s + d_nT_s) = \varphi_1(d_n)x(nT_s) + \psi_1(d_n)V_g \quad (4.32)$$

Pe de altă parte

$$x(nT_s + d_nT_s) = v_{ramp}(nT_s + d_nT_s) \quad (4.33)$$

iar ecuația rampei este ecuația unei drepte:

$$v_{ramp}(t) = \frac{V_U - V_L}{T}(t \bmod T) + V_L \quad (4.34)$$

Combinând (4.33) și (4.34), se obține:

$$A(v_{ref} - v_c(nT_s + d_nT_s)) = \frac{V_U - V_L}{T}d_nT_s + V_L \quad (4.35)$$

Scrierea lui  $v_c$  se poate realiza cu ajutorul vectorului extractor,  $V_{exv}$  aplicat la vectorul de stare și folosind (4.32) relația (4.35) devine:

$$A(v_{ref} - V_{exv}(\varphi_1x_n + \psi_1x_n)) = \frac{V_U - V_L}{T_s}d_nT_s + V_L \quad (4.36)$$

Relația (4.36) se transformă echivalent:

$$A(v_{ref} - V_{extr}(\varphi_1x_n + \psi_1x_n)) = (V_U - V_L)d_n + V_L \quad (4.37)$$

După trecerea termenilor într-un singur membru se obține constrângerea nedinamică:

$$F(x_n, d_n, V_g, v_{ref}) = A \cdot (v_{ref} - V_{exv} \cdot (\varphi_1x_n + \psi_1u)) - (V_U - V_L)d_n - V_L \quad (4.38)$$

Ecuația (4.38) este transcendentă în  $d_n$  pentru că îl conține pe  $d_n$  liniar dar și la exponent conform relațiilor (4.11). Pentru starea staționară ecuația (4.38) devine:

$$F(X, D, V_g, V_{ref}) = A \cdot [v_{ref} - V_{exv}(\varphi_1X + \psi_1V_g)] - (V_U - V_L)D - V_L \quad (4.39)$$

După înlocuirea vectorului de stare staționară din (4.14) se ajunge la forma finală a ecuației transcendente ce furnizează valoarea factorului de umplere staționară:

$$F(X, D, V_g, V_{ref}) = A \cdot \{v_{ref} - V_{exv} \cdot [\varphi_1(I - \varphi_2\varphi_1)^{-1}(\varphi_2\psi_1 + \psi_2) + \psi_1]V_g\} - (V_U - V_L)D - V_L \quad (4.40)$$

Această ecuație se rezolvă în programul Matlab™ și în cadrul unei bucle de program ce calculează de fiecare dată valorile lui  $D$ ,  $X$  și multiplicatorii caracteristici. Pornind dintr-o stare staționară stabilă parametrul de bifurcație  $V_{ref}$ , respectiv  $A$  se incrementează la fiecare iterație. Funcția  $g$  definită în (4.3) este universal aplicabilă pentru orice convertor CCM.

S-au ales următorii parametri de circuit aferenți stării staționare stabile:  $V_g=12V$ ;  $L=0,25mH$ ;  $C=220\mu F$ ;  $R=2\Omega$ ;  $A=1$ ;  $T=20\mu s$ ;  $V_{ref}=7,5V$ ;  $V_U=8,2V$ ;  $V_L=3,8V$ ;  $R_L=0,1\Omega$ , iar schema de simulare în Caspoc™ este prezentată în Fig.4.7.

Aplicarea algoritmului de calcul descris anterior și implementat în Matlab™, *Anexa\_4\_1\_BB\_param\_vref.m* precum și funcția asociată *Anexa\_4\_2\_BB\_TE\_k.m*, au condus la o valoare de stare staționară  $D=0,2010$  și  $X=[1,705 \ 2,813]^t$ . Pentru verificare s-a rulat programul Caspoc™ și s-au măsurat valorile medii ale curentului pe bobină și ale tensiunii de ieșire, rezultând vectorul de stare:  $X=[1,717 \ 2,826]^t$ . Erorile absolute pentru cele două mărimi  $\Delta X=[0,012 \ 0,013]^t$  iar erorile relative au fost:  $\Delta X\%=[0,69 \ 0,46]^t \%$ .

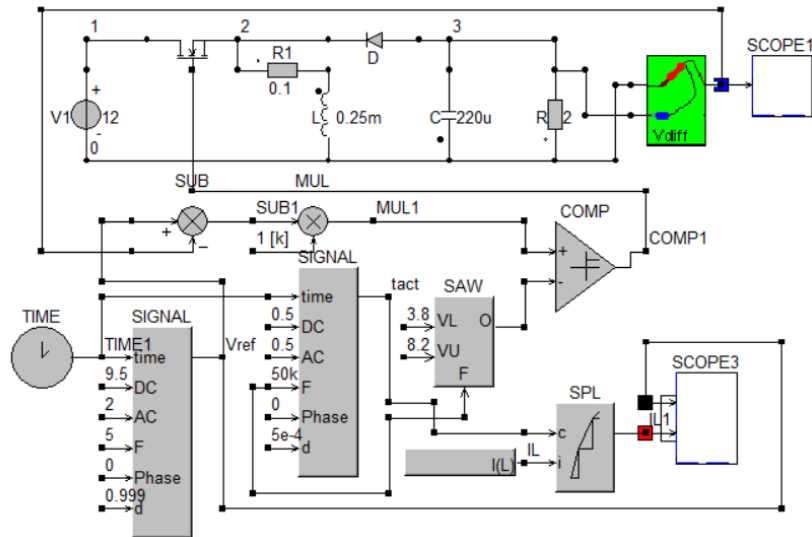


Fig.4.7. Schema de simulare a convertorului buck-boost cu control în tensiune de tip proporțional, modulație TE și parametru de bifurcație tensiunea de referință. Sursa [original].

#### 4.3.3.1. Studiul bifurcației având ca parametru tensiunea de referință

Calculul multiplicatorilor caracteristici s-a efectuat folosind programul Matlab™ *Anexa\_4\_1\_BB\_param\_vref* și funcția *Anexa\_4\_2\_functie\_calcul\_D.m*. Prin rularea programului s-a calculat tensiunea de referință la care convertorul intră în zona de instabilitate, obținându-se  $V_{ref} = 8,588V$ . Evoluția multiplicatorilor caracteristici este prezentată în Tabelul 4.1.

Tabelul 4.1. Multiplicatorii caracteristici la convertorul buck-boost cu modificarea  $V_{ref}$

$V_{REF}$	Valorile proprii complexe		Valori absolute	Observații
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_1 = \lambda_2 = ct$	
8,300	$0,9861+0,1534i$	$0,9861-0,1534i$	0,9979	stabil
8,400	$0,9868+0,1532i$	$0,9868-0,1532i$	0,9986	stabil
8.500	$0,9876+0,1531i$	$0,9876-0,1531i$	0,9994	stabil
<b>8,589</b>	<b><math>0,9882+0,1530i</math></b>	<b><math>0,9882-0,1530i</math></b>	<b>1,0000</b>	<b>bifurcație</b>
8,600	$0,9983+0,1530i$	$0,9983-0,1530i$	1,0001	bifurcație
8,700	$0,9891+0,1529i$	$0,9891-0,1529i$	1,0008	bifurcație

Se observă că cei doi multiplicatori caracteristici conjugați părăsesc simultan cercul unitate. Conform scenariilor menționate la Capitolul 1, dacă o pereche de valori proprii valori complex conjugate părăsesc cercul unitar, celelalte rămânând în interiorul cercului, convertorul manifestă o bifurcație de tipul Neimark–Sacker-Fig.4.8.

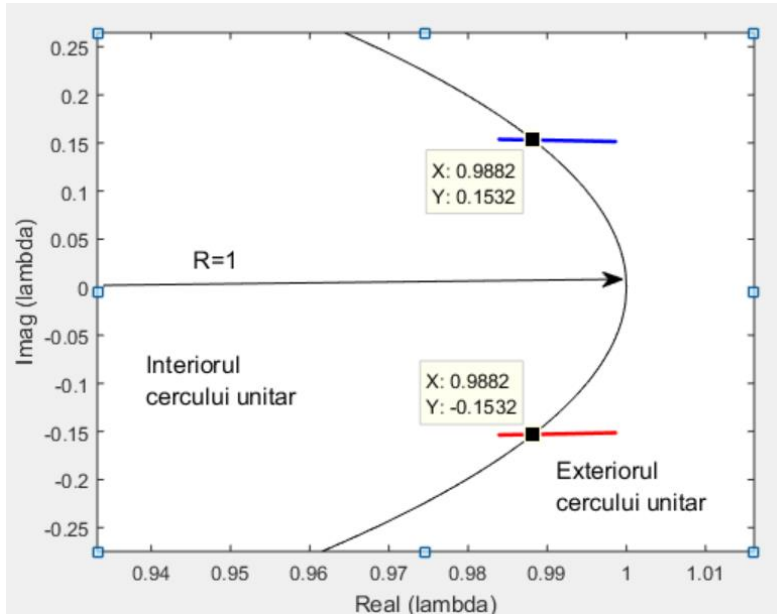


Fig. 4.8. Detaliu cu locul geometric al multiplicatorilor caracteristici. Sursa [original].

La diagrama de bifurcație obținută prin simulare în Caspoc™ se poate sesiza începutul instabilității, așa cum arată Fig.4.9, la  $V_{ref} = 8,559V$ , care apoi se dezvoltă deci cu o eroare absolută  $\Delta V_{ref} = 29mV$  și o eroare relativă  $\Delta V_{ref} \% = 0,337\%$ .

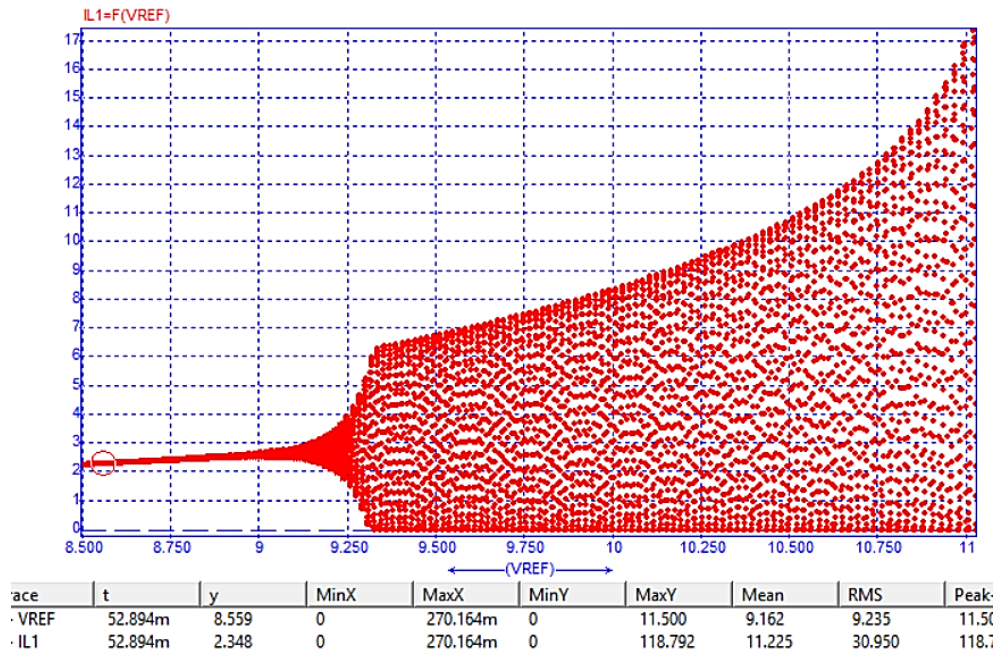


Fig.4.9. Diagrama de bifurcație obținută prin simulare Caspoc: curentul prin bobină funcție de tensiunea de referință. Sursa [original].

Se observă că alura bifurcației este tipică Neimark–Sacker. Aceste erori validează concordanța dintre tehnica matematică care se propune în acest capitol și simularea convertorului buck-boost cu parametrul de bifurcație tensiunea de referință.

S-a mai cercetat stabilitatea la schimbarea parametrului de bifurcație prin considerarea tensiunii de alimentare ca parametru de bifurcație, plecându-se dintr-o stare stabilă. S-a constatat un comportament stabil al convertorului și în concluzie nu există instabilitate, bifurcație și/sau haos pentru un spectru larg de valori ale tensiunii de alimentare. Nu același lucru se poate spune la modificarea parametrului ce definește amplificarea diferențială care este parte din bucla de reacție, așa cum se va vedea în paragraful următor.

#### 4.3.2.2. Studiul bifurcației având ca parametru factorul de amplificare diferențială

Simularea a fost efectuată pentru o tensiune  $V_{ref}=7,5V$ , constantă, amplificarea fiind crescută progresiv, începând cu valoarea  $0,7V$  aferentă unei funcționări stabile. Programul Matlab™ utilizat este cel din *Anexa\_4\_3\_BB\_TE\_k* și funcția program *Anexa\_4\_4\_BB\_TE\_k*. Instabilitatea apare pentru o amplificare  $A=1,1446$ , bifurcația fiind tot de tip Neimark–Sacker, așa cum o arată și rezultatele sintetizate în Tabelul 4.2.

Tabelul 4.2. Multiplicatorii caracteristici la convertorul buck-boost la modificarea amplificării

Amplificare diferențială	Valorile proprii complexe		Valori absolute	Observații
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_1 = \lambda_2 = ct$	
1,1000	$0,9847+0,1602i$	$0,9847-0,1602i$	0,9977	stabil
1,1200	$0,9856+0,1614i$	$0,9856-0,1614i$	0,9987	stabil
1,1400	$0,9865+0,1626i$	$0,9865-0,1626i$	0,9994	stabil
<b>1,1446</b>	<b><math>0,9873+0,1638i</math></b>	<b><math>0,9873-0,1638i</math></b>	<b>1,0000</b>	<b>bifurcație</b>
1,1800	$0,9983+0,1530i$	$0,9983-0,1530i$	1,0019	bifurcație
1,2000	$0,9891+0,1661i$	$0,9891-0,1661i$	1,0030	bifurcație

Locul geometric al multiplicatorilor caracteristici este similar cu cel reprezentat în Fig.4.8. dar cu alte valori proprii (cele îngroșate din Tabelul 4.2.) determinate la intersecția cu circumferința cercului unitar.

Rezultatul a fost confirmat și prin simulare Caspoc conform cu Fig.4.10, diagrama de bifurcație fiind prezentată în Fig.4.11. Se observă părăsirea zonei de stabilitate și apariția instabilității la un factor  $A=1,14-1,15$ . Se reconfirmă astfel acuratețea metodei propuse pentru studiul stabilității convertoarelor DC-DC ce funcționează în CCM.

Suplimentar s-a verificat corectitudinea metodei propuse pentru alte tipuri de modulație. Pentru modulația LE s-a utilizat un convertor buck identic cu cel din [33]. Din considerente de spațiu nu detaliem rezultatele, programele dezvoltate fiind cele din *Anexa\_4\_5\_buck\_param\_bif\_Vg* și *Anexa\_4\_6\_functie\_calcul\_D*. S-au obținut rezultate mai precise decât cele publicate de prof. C.K.Tse în [33].

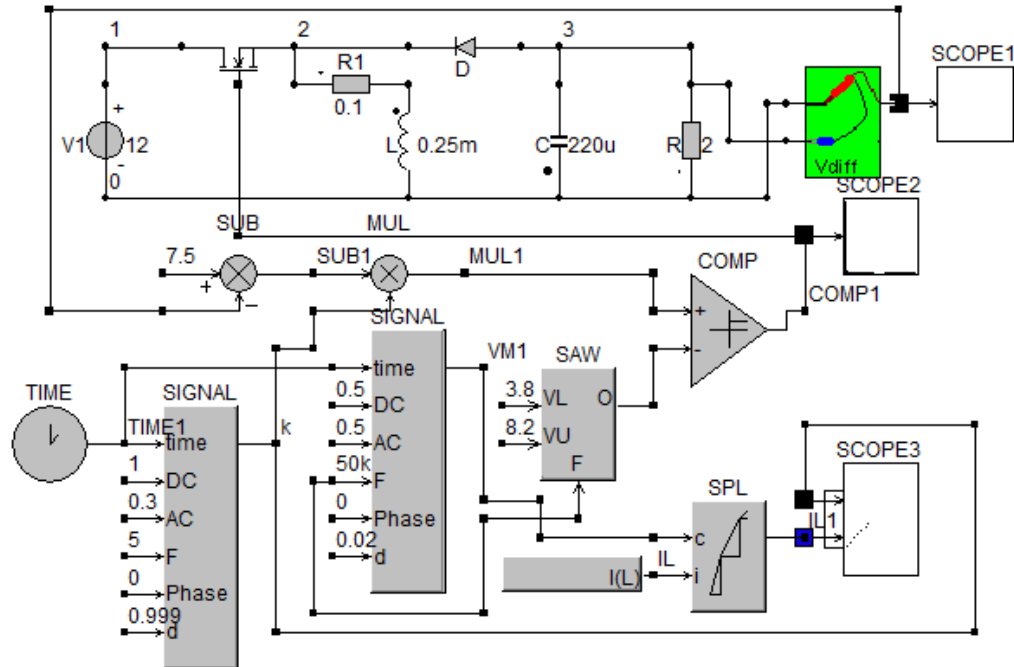


Fig.4.10. Schema de simulare a convertorului buck-boost cu control proporțional și parametrul de bifurcație factorul de amplificarea  $A$ . Sursa [original].

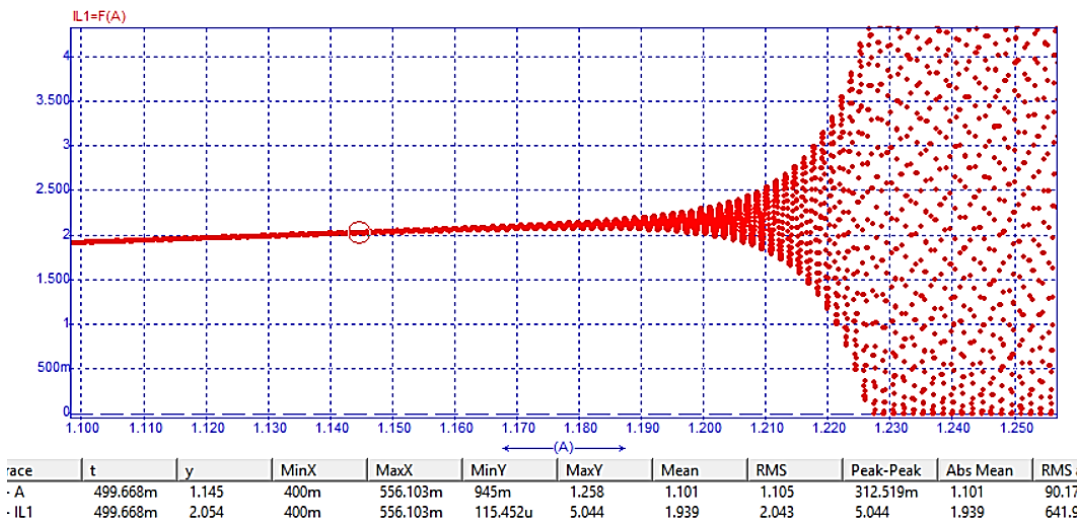


Fig.4.11. Diagrama de bifurcație. Graficul curentului prin bobină raportat la amplificarea diferențială  $A$  pentru  $V_{ref}=7,5V$ . Sursa [original].

#### 4.4. Analiza exactă a fenomenelor de bifurcație în convertoarele DC-DC cu comandă one-cycle

Pentru că s-au studiat aspectele de stabilitate ale convertorului buck cu OCC în cadrul Capitolului 2, se revine asupra exemplului considerat, a cărui schemă este redată în Fig.4.12. Este evident că modulația utilizată este TE. Valorile luate pentru simulare sunt identice cu cele din cadrul teoriei și simulării din Capitolul 2:  $V_g=12V$ ;  $L=0,2mH$ ;  $C=4,7\mu F$ ;  $R=10\Omega$ ;  $C_i=20nF$ ;  $r=66,67\Omega$ ;  $R_i=1k\Omega$ ;  $f_s=50kHz$ ;  $A=1000$ .

Studiul efectuat a presupus utilizarea unui amplificator operațional cu o valoare a amplificării finite  $A$ . Această tehnică, cu utilizarea elementului integrativ din bucla de reacție OCC și înglobarea acestuia în matricele de stare ce definesc convertorul în cele două momente topologice, este nouă: nu s-a mai întâlnit în alte publicații de specialitate sau la alți autori ce au avut ca obiect de studiu convertoarele DC-DC cu comandă OCC.

Definind  $x = [i_L \ v_C \ v_{Ci}]^T$  și  $y = [v_O]$  iar  $u = [V_g]$  se pot deduce matricele de stare aferente celor două stări topologice.

Obținerea ecuațiilor pentru prima stare topologică:

Primele două ecuații rezultă rapid, iar pentru calculul lui  $i_{Ci}$  se pornește de la ecuația tensiunii și apoi a curentului pe condensatorul de integrare. Se are în vedere faptul că integratorul este un amplificator operațional inversor de amplificare finită:

$$v_{Ci} = Av_{\epsilon} + v_{\epsilon}$$

$$v_{\epsilon} = \frac{v_{Ci}}{A+1} \quad (4.41)$$

$$i_{Ci} = -\left(\frac{V_g + v_{\epsilon}}{R_i}\right) = -\frac{v_{\epsilon}}{R_i} - \frac{V_g}{R_i} = -\frac{v_{Ci}}{(A+1)R_i} - \frac{V_g}{R_i}$$

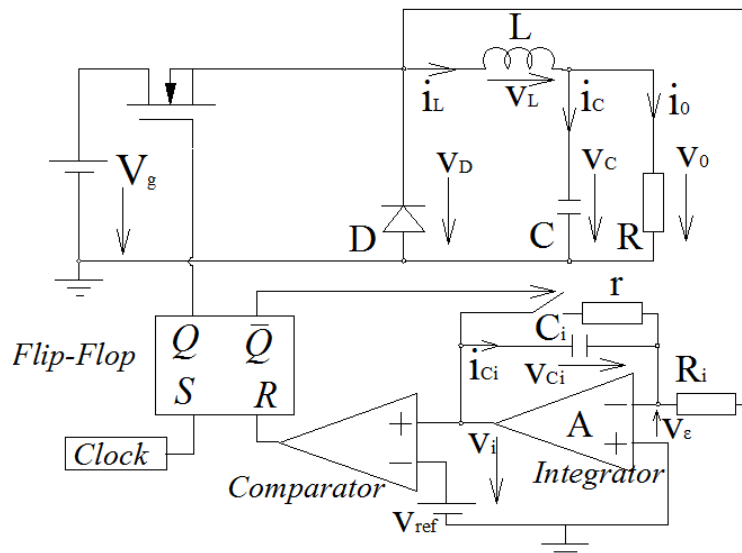


Fig.4.12. Schema convertorului buck cu OCC. Sursa [49].

Astfel se completează sistemul celor trei ecuații din care se obțin matricele  $A_{ON}$  și  $B_{ON}$ :



$$\begin{cases} v_L = 0i_L + (-1)v_C + 0v_{Ci} + 1V_g \\ i_C = 1i_L + \left(\frac{-1}{R}\right)v_C + 0v_{Ci} + 0V_g \\ i_{Ci} = 0i_L + 0v_C + \left(-\frac{1}{(A+1)R_i}\right)v_{Ci} + \left(\frac{-1}{R_i}\right)V_g \end{cases} \quad (4.42)$$

Derivatele în raport cu timpul ale mărimilor de stare se obțin ușor din (4.42) și de aici matricele de stare sunt:

$$A_{on} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{(A+1)R_i C_i} \end{bmatrix} \quad B_{on} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ -\frac{1}{R_i C_i} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Pentru a doua stare topologică se pot scrie relațiile:

$$\begin{aligned} i_{Ci} &= -i_{Ri} - i_r = -\frac{v_\varepsilon}{R_i} - \frac{v_{Ci}}{r} \\ v_\varepsilon &= \frac{v_{Ci}}{A+1} \\ i_{Ci} &= -\frac{v_{Ci}}{(A+1)R_i} - \frac{v_{Ci}}{r} \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$\begin{cases} v_L = 0i_L + (-1)v_C + 0v_{Ci} + 1V_g \\ i_C = 1i_L + \left(\frac{-1}{R}\right)v_C + 0v_{Ci} + 0V_g \\ i_{Ci} = 0i_L + 0v_C + \left(-\frac{1}{(A+1)R_i}\right)v_{Ci} + \left(\frac{-1}{R_i}\right)V_g \end{cases} \quad (4.45)$$

$$A_{off} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 \\ 0 & 0 & -\left[\frac{1}{(A+1)R_i} + \frac{1}{r}\right] \frac{1}{C_i} \end{bmatrix} \quad B_{off} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Valoarea lui  $D$  este calculată din funcționarea comenzii OCC, impunând ca  $v_{Ci} = V_{ref}$ . Acesta are loc la  $t_n = nT_s + d_n T_s$ , când circuitul bistabil comandă blocarea tranzistorului, dar în același timp trimite comanda de închidere a întrerupătorului dispus în paralel cu condensatorul  $C_i$ .

Astfel la momentul  $t = nT_s + d_n T_s$  se poate scrie:

$$Av_\varepsilon(nT_s + d_n T_s) = v_{ref}(nT_s + d_n T_s) \quad (4.47)$$

Prin exprimarea lui  $v_\varepsilon$  conform relației a doua din (4.41) rezultă:

$$\frac{A}{A+1} v_{Ci}(nT_s + d_n T_s) = v_{ref}(nT_s + d_n T_s) \quad (4.48)$$

iar în ipoteza  $v_{ref}(t) = v_{ref}(nT_s + d_n T_s) = v_{ref}[(n+1)T_s] = V_{ref}$ , deci a existenței unei tensiuni de referință constante, ecuația (4.48) devine:

$$\frac{A}{A+1} v_{Ci}(nT_s + d_n T_s) = V_{ref} \quad (4.49)$$

Se poate observa din relația (4.49) că pentru un factor de amplificare  $A$  foarte mare, așa cum se întâmplă în practică, limita  $\lim_{A \rightarrow \infty} \frac{A}{A+1} = 1$ , deci la înmulțiri acest raport se poate neglija.

Se cunoaște de asemenea că  $x = [i_L \ v_C \ v_{Ci}]^T$  și deci pentru a afla variabila de interes  $v_{Ci}$  din acest vector este nevoie de un vector extractor:  $v_{extr} = [0 \ 0 \ 1]$ . Valoarea vectorului de stare la momentul  $(nT_s + d_n T_s)$  este:

$$x(nT_s + d_n T_s) = \Phi_1 x(nT_s) + \Psi_1 V_g \quad (4.50)$$

Astfel relația (4.49) devine:

$$\frac{A}{A+1} v_{extr} (\Phi_1 x_n + \Psi_1 V_g) = V_{ref} \quad (4.51)$$

În concluzie, legea de comandă este:

$$F(x_n, V_g, d_n, V_{ref}) = \frac{A}{A+1} v_{extr} (\Phi_1 x_n + \Psi_1 V_g) - V_{ref} = 0 \quad (4.52)$$

**Observație:** Funcția  $F$  depinde indirect de  $d_n$  prin funcțiile  $\Phi_1, \Psi_1$ .

Pentru calculul lui  $d_n = D$  aferent stării staționare se impune ca în relația (4.12)  $x_n = X$ . Cum din (4.15) :  $x = (I - \Phi_2 \Phi_1)^{-1} (\Phi_2 \Psi_1 + \Psi_2) V_g$ , (4.52) devine:

$$\frac{A}{A+1} v_{extr} \left[ \Phi_1 (I - \Phi_2 \Phi_1)^{-1} (\Phi_2 \Psi_1 + \Psi_2) + \Psi_1 \right] V_g - V_{ref} = 0 \quad (4.53)$$

unde am văzut în (4.11) că pentru TE :

$$\begin{cases} \Phi_1 = e^{A_{on} D T_s} \\ \Phi_2 = e^{A_{off} (1-D) T_s} \end{cases} \text{ si } \begin{cases} \Psi_1 = A_{on}^{-1} (\Phi_1 - I) B_{on} \\ \Psi_2 = A_{off}^{-1} (\Phi_2 - I) B_{off} \end{cases} \quad (4.54)$$

Derivatele parțiale ale lui  $F(x_n, V_g, d_n, V_{ref})$  din (4.52) în raport cu  $x_n$  și  $d_n$  evaluate în punctul de stare staționară sunt:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x_n} \right|_{x_n=X, d_n=D} = \frac{A}{A+1} v_{extr} \cdot \Phi_1 \quad (4.55)$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial d_n} \right|_{x_n=X, d_n=D} = \frac{A}{A+1} v_{extr} \cdot T_s \cdot \Phi_1 \cdot (A_{on} X + B_{on} V_g) \quad (4.56)$$

Pentru determinarea punctului de bifurcație se pleacă dintr-o stare staționară stabilă cu pași mici prin modificarea parametrului de bifurcație  $p_{bif}$  și se calculează de fiecare dată vectorul de stare staționară  $X$  dar și matricele de tranziție cu ajutorul programului construit în mediul Matlab™. Calcularea multiplicatorilor caracteristici în concordanță cu ecuația (4.10) Se oprește atunci când unul sau mai mulți dintre aceștia părăsesc cercul unitate. Organigrama programului este prezentată în Fig.4.13.

#### 4.5 – Analiza exactă a fenomenelor de bifurcație în convertoarele DC-DC cu OCC 113

Programul principal apelează o funcție Matlab elaborată de autor pentru rezolvarea ecuației transcendente cu necunoscuta factorul de umplere staționar.

Programul Matlab™ se află în *Anexa\_4\_7\_buck\_one\_cycle\_TE*, iar funcția apelată este: *Anexa\_4\_8\_functie\_one\_cycle\_calcul\_D*.

Funcția de mai sus calculează valoarea staționară a factorului de umplere  $D$  și valoarea vectorului  $X$  la fiecare incrementare în buclă dintr-un sistem de ecuații transcendente. Aceste valori, determinate și returnate în programul principal permit evaluarea tuturor derivatele parțiale în PSF. Se calculează la fiecare iterație jacobianul conform teoriei enunțate și relației (4.9), și apoi valorile proprii ale jacobianului, notate  $\lambda_i$ , al căror modul se compară ulterior cu unitatea.

Programul dezvoltat permite astfel obținerea rapidă a vectorului curent de stare staționară atât de important în cercetarea dinamicii locale a unui convertor DC-DC, factorul de umplere curent, iar la final determinarea valorii parametrului  $p_{bif}$  la care apare bifurcația și deci instabilitatea.

La rularea programului se observă un fenomen interesant și anume că valoarea modulului unui multiplicator caracteristic din cei trei crește o dată cu creșterea tensiunii de referință, în timp ceilalți doi multiplicatori caracteristici sunt constanți, conform Tabelului 4.3. Mai mult, acest multiplicator caracteristic este real negativ și nu complex. Ca și în Capitolul 2, parametrul de bifurcație este tensiunea de referință  $V_{ref}$ .

Tabelul 4.3. Multiplicatorii caracteristici la convertorul buck cu OCC la modificarea  $V_{ref}$

$V_{ref}$	Valorile proprii complexe		Valorile proprii complexe		Observații
	$\lambda_1$ și $\lambda_2$	$\lambda_3$	$abs(\lambda_1)=abs(\lambda_2)$	$abs(\lambda_3)$	
10,5000	0,6595 ± 0,4675i	-0,8647	0,8083	0,8647	stabil
10,6000		-0,9284		0,9284	stabil
10,7000		-0,9944		0,9944	stabil
<b>10,7084</b>		<b>-1,0000</b>		<b>1,0000</b>	<b>bifurcație</b>
10,8000		-1,0626		1,0626	bifurcație
10,9000		-1,1330		1,1330	bifurcație
11,0000		-1,2054		1,2054	bifurcație

Bifurcația este prognozată la  $V_{ref} = 10,7218V$  și  $D = 0,8264$ . Aceste rezultate comparate cu cele din Capitolul 2, dar obținute cu această **noua tehnică generală, total diferită de abordarea "scalară", particulară, prezentată în detaliu în Capitolul 2 sunt în bună concordanță**: erorile absolute sunt de  $15mV$ , iar erorile relative de  $0,14\%$ . Față de simularea în Caspoc și rezultatele experimentale prezentate în Capitolul 2 eroarea absolută a metodei este de  $16mV$  iar cea relativă de  $0,15\%$ . Astfel aceste rezultate validează metoda generală propusă. O validare suplimentară tot prin experiment se va prezenta în paragraful 4.5.3.

O verificare suplimentară a fost făcută de autor în lucrarea [70] pentru un convertor buck cu OCC care a fost definit prin cu totul alți parametri și anume:  $V_g=15V$ ;  $L=0,4mH$ ;  $C=2,2\mu F$ ;  $R=12\Omega$ ;  $C_i=50nF$ ;  $r=50\Omega$ ;  $R_i=1k\Omega$ ;  $f_s=20kHz$ ;  $A=1000$  conform cu Fig.4.14.

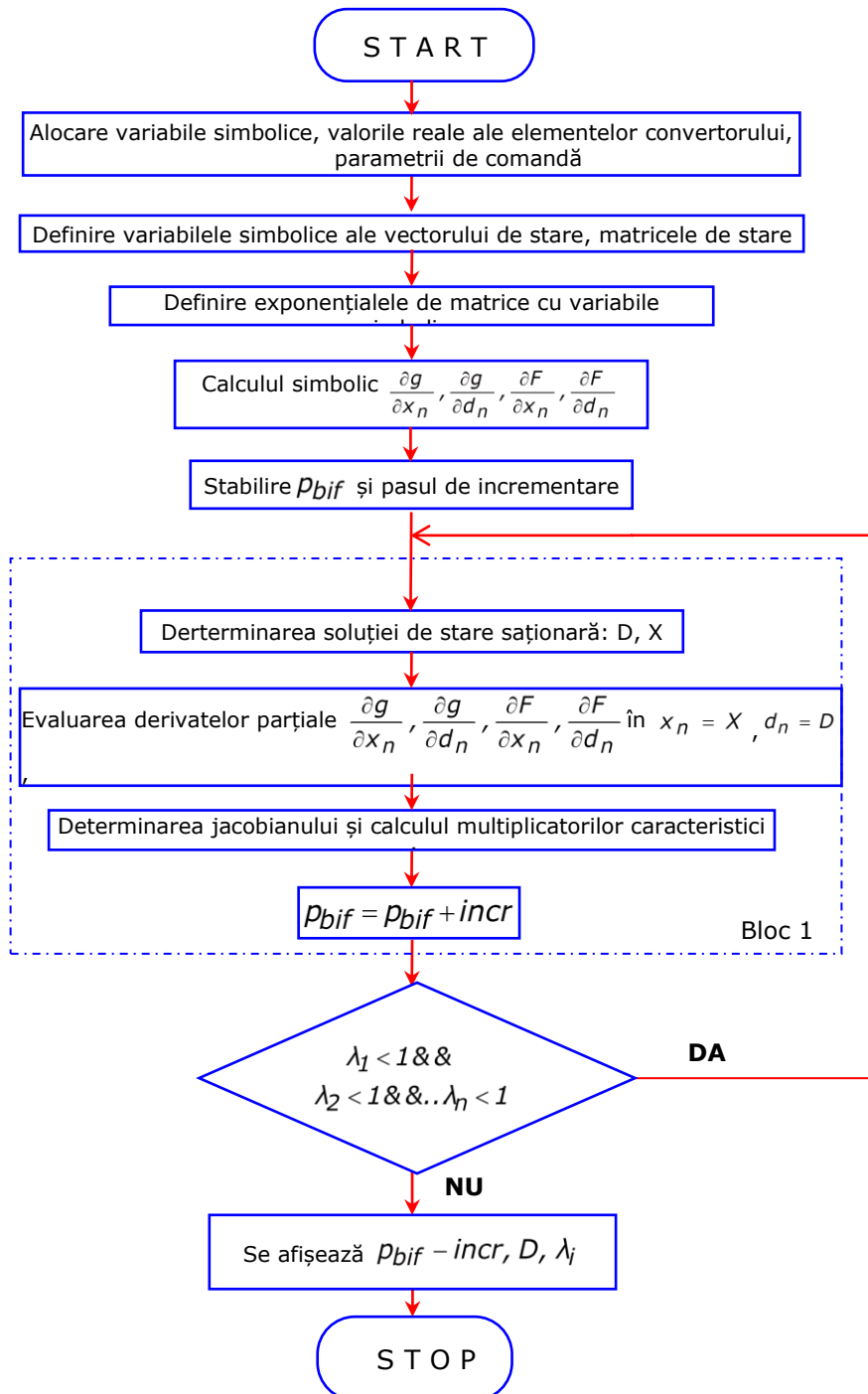


Fig. 4.13. Organigrama programului pentru obținerea exactă a valorii parametrului de bifurcație. Sursa [original].

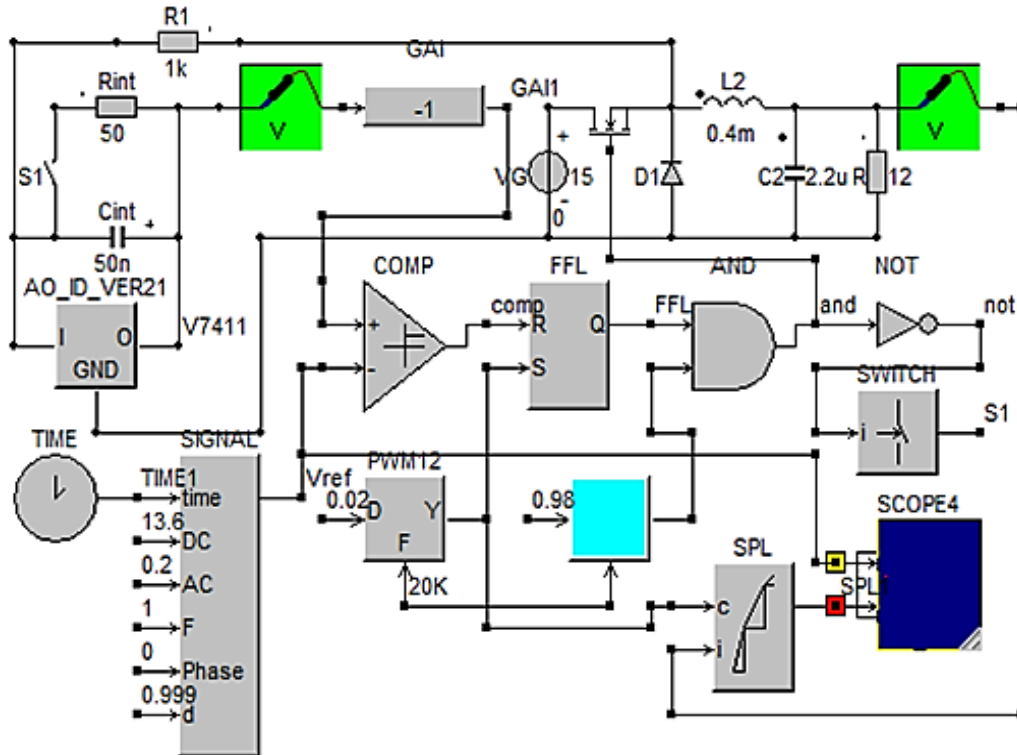


Fig. 4.14. Schema de simulare a convertorului buck cu OCC. Sursa [original].

Tabelul 4.4 prezintă evoluția multiplicatorilor caracteristici la creșterea, în zona de interes, a tensiunii de referință.

Tabelul 4.4. Multiplicatorii caracteristici la convertorul buck cu OCC la modificarea  $V_{ref}$

$V_{REF}$	Valorile proprii complexe		Valori absolute		Observații
	$\lambda_1, \lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_1 = \lambda_2 = ct$	$\lambda_3$	
13,00	0,0681 ± 0,3819i	-0,6471	0.3879	0,6471	stabil
13,50		-0,9592		0,9592	stabil
13,55		-0,9940		0,9940	stabil
<b>13,5586</b>		<b>-1,0001</b>		<b>1,0001</b>	<b>bifurcație</b>
13,57		-1,0081		1,0081	bifurcație
14,00		-1.3338		1,3338	bifurcație

Din tabel se poate observa același fenomen, cum dintre cei trei multiplicatori caracteristici doi nu se modifică, pe când cel de-al treilea multiplicator real negativ crește în modul, iar la valoarea de 13,5586V a tensiunii de referință acesta iese în afara cercului de rază egală cu unitatea. Se cunoaște faptul că atunci când are loc

acest scenariu conform [43], [44] sau [45] sistemul se manifestă prin apariția bifurcației cu *dublarea perioadei*.

Pentru tensiunea de referință de  $13V$  se poate observa din Fig.4.8 că perioada curentului inductiv are perioada de  $50\mu s$ , corespunzătoare frecvenței de comandă a convertorului de  $20kHz$ . Deci avem un regim de funcționare stabil.

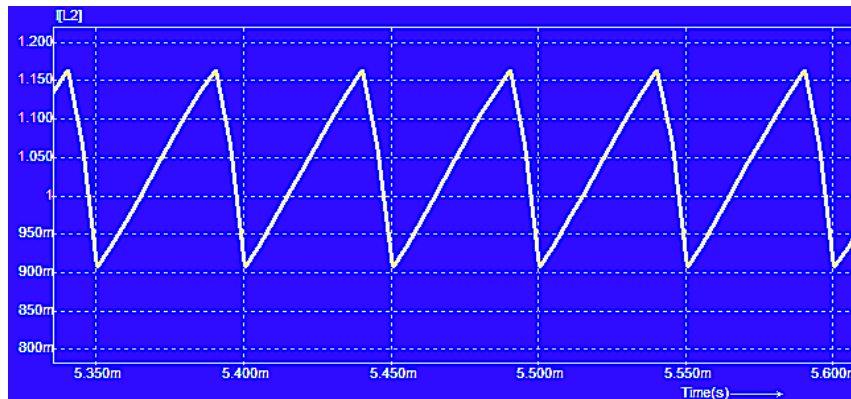


Fig.4.15. Forma de undă a curentului prin bobină la tensiunea de referință de  $13V$ . Sursa [original].

Următoarea simulare modifică tensiunea de referință la valoarea de  $13.6V$  iar formele de undă ale curentului prin bobină arată ca în Fig.4.16. Se observă faptul că perioada curentului prin bobină este de această dată  $100\mu s$ , adică se produce dublarea perioadei. Acesta este și argumentul ce susține teoria anterioară referitoare la apariția bifurcației prin dublarea perioadei de lucru. Deci este evident că la valori ale tensiunii de referință ce depășesc pragul de  $13.56V$  se trece granița dinspre stabilitate spre instabilitate. Apare deci clar fenomenul descris ca fiind unul de bifurcație cu dublarea perioadei.

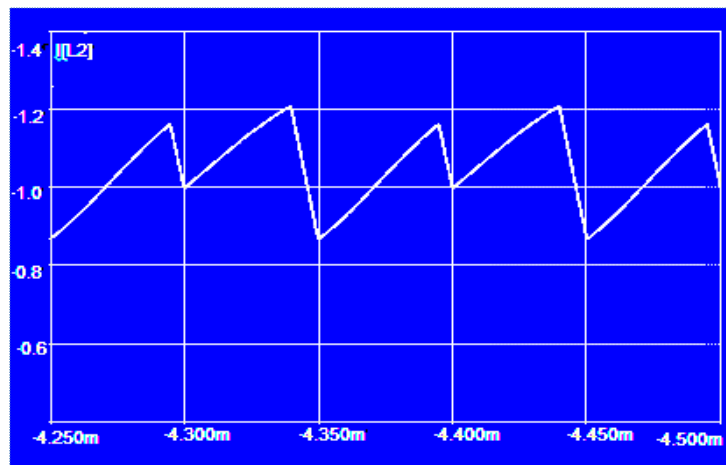


Fig.4.16. Forma de undă a curentului la  $V_{ref}=13,7V$ . Bifurcație cu dublare de perioadă. Sursa [original].

#### 4.5 – Analiza exactă a fenomenelor de bifurcație în convertoarele DC-DC cu OCC 117

În final, pentru o mai bună vizualizare a bifurcației s-a ales modificarea tensiunii de referință într-un interval îngust ce cuprinde valoarea de apariție a bifurcației:  $13,4 < V_{ref} < 13,8$  și o eșantionare a semnalului astfel încât să surprindă începutul fiecărei perioade de lucru. Tensiunea de referință s-a modificat lent între aceste limite, în decurs de  $1s$ . Astfel se poate admite că dinamica sistemului este descrisă de o succesiune de stări cvasistaționare, cu fenomene tranzitorii neglijabile, deci o succesiune cvasistatică. Fig.4.17 relevă apariția bifurcației la  $V_{ref} = 13,58V$ . Eroarea relativă dintre calculul analitic și simulare este de  $0,1578\%$ . Astfel acest grafic confirmă încă o dată teoria elaborată la începutul acestui capitol.

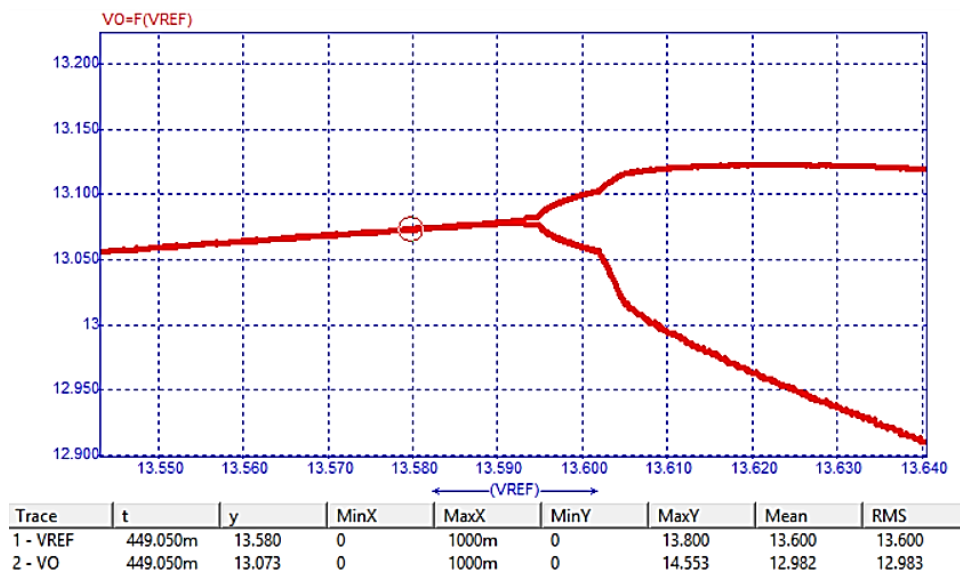


Fig.4.17. Diagrama de bifurcație exactă ce validează noua tehnică matematică de analiză a stabilității. Sursa [original].

### 4.5. Analiza exactă a fenomenelor de bifurcație în convertoarele DC-DC cu comandă prin sarcină

#### 4.5.1. Comanda prin sarcină

Comanda prin sarcină (engl. Charge-Control, abr. CC) a fost introdusă în [71]. Este o tehnică modernă utilizată tot mai frecvent în controlul convertoarelor DC-DC. Schema de principiu este ilustrată în Fig.4.18. Ideea își are geneza în comanda prin curentul de vârf (engl. Peak Current Control, abr. PCC), dar spre deosebire de PCC, comanda prin sarcină are avantaje suplimentare:

- Aplicabilitate în circuite PFC în situații în care comanda PCC nu este eficientă;
- Imunitate excelentă la zgomotele de comutație;
- Aplicabilitate mare chiar și la convertoarele la care tranzistorul nu comută atunci când curentul inductiv ia valori maxime sau minime, de exemplu convertoarele rezonante;

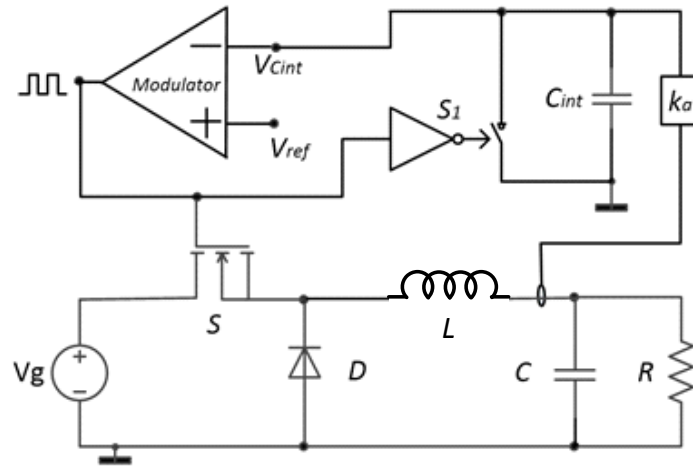


Fig.4.18. Schema de principiu a convertorului buck cu comandă prin sarcină. Sursa [71].

Principiul de funcționare este ilustrat prin schema simplificată din Fig.4.18. La nivelul modulatorului există un semnal de tact, constituit din impulsuri scurte care fixează frecvența de comutație aducând tranzistorul în conducție la începutul fiecărei perioade de comutație. Totodată o dată cu apariția semnalului de tact este inițializată încărcarea condensatorului  $C_{int}$  cu curentul inductiv. Când tensiunea pe  $C_{int}$  egalează tensiunea de referință tranzistorul  $S$  este blocat și în același timp întrerupătorul  $S_1$ , cu conducție complementară cu  $S$ , descarcă rapid la zero condensatorul de integrare.

Arhitectura sistemului arată existența unei bucle de reacție inerentă, susceptibilă de instabilitate. Stabilitatea comenzii prin sarcină a fost studiată în [71] și [72] folosind liniarizarea și o aproximare Pade, deci este de fapt o analiză a stabilității locale prin metode aproximative. În continuare se va studia stabilitatea CC folosind metoda exactă propusă în acest capitol. Parametrul de bifurcație este tensiunea de referință.

#### 4.5.2. Determinarea exactă a bifurcației la un convertor buck cu comandă prin sarcină

Este evident că modulația utilizată este TE. Vom considera situația apropiată de realitate în care tranzistorul are o rezistență în conducție nenulă  $R_{DS}$  dioda are o rezistență în conducție nenulă  $R_D$  și o cădere de tensiune nenulă  $V_D$ . Întrerupătorul pentru descărcarea condensatorului  $C_{int}$  are rezistență nenulă în conducție și finită în blocare,  $R_{on}$  respectiv  $R_{off}$ . Amplificatorul operațional este considerat ideal. Constanta adimensională ce multiplică curentul din bobina  $L$  pentru a furniza mărimea care se integrează și apoi se compară cu  $V_{ref}$  se notează cu  $k_a$ .

Având trei componente reactive sistemul este de ordinul trei. Definind  $x = [i_L \ v_C \ v_{C_{int}}]^t$  și  $u = [V_g \ V_D]^t$ , matricele de stare în modul CCM, rezultă:



$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R_{DS}}{L} & \frac{-1}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 \\ \frac{k_a}{C_{int}} & 0 & -\frac{1}{R_{off}C_{int}} \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ și } A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R_D}{L} & \frac{-1}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{RC} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R_{on}C_{int}} \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

Așa cum am văzut, constrângerea nedinamică  $F$  se obține din legea de comandă care pentru orice convertor cu comandă prin sarcină impune ca la momentul  $nT_s + d_nT_s$  să aibă loc egalitatea dintre tensiunea de pe  $C_{int}$  și valoarea tensiunii de referință:

$$v_{C_{int}}(nT_s + d_nT_s) = v_{ref}(nT_s + d_nT_s) \quad (4.58)$$

Vectorul de extragere a lui  $v_{C_{int}}$  din  $x$  este  $V_{exv} = [0 \ 0 \ 1]$  și în acest caz tensiunea de pe condensatorul de integrare se exprimă:

$$v_{C_{int}}(nT_s + d_nT_s) = V_{exv} \cdot x(nT_s + d_nT_s) \quad (4.59)$$

Exprimând  $x$  la momentul  $nT_s + d_nT_s$  din (4.50), relația (4.59) devine:

$$v_{C_{int}}(nT_s + d_nT_s) = V_{exv} \cdot (\Phi_1 x_n + \Psi_1 u) \quad (4.60)$$

și astfel legea de comandă în formă canonică este:

$$V_{exv} \cdot (\Phi_1 x_n + \Psi_1 u) - v_{ref}(nT_s + d_nT_s) = 0 \quad (4.61)$$

Pentru o valoare constantă a tensiunii de referință, funcția de comandă este:

$$F(x_n, d_n, V_{ref}) = V_{exv} \cdot (\Phi_1 x_n + \Psi_1 u) - V_{ref} \quad (4.62)$$

Derivatele parțiale ale lui  $F$  se calculează cu ușurință și acestea sunt:

$$\frac{\partial F}{\partial x_n} = V_{exv} \cdot \Phi_1; \quad \frac{\partial F}{\partial d_n} = T_s \cdot V_{exv} \cdot \Phi_1 \cdot (A_1 x_n + B_1 u) \quad (4.63)$$

Pentru calculul stării staționare facem în relația (4.62):  $u=U$  și  $x_n = X$ , unde  $X$  este dat de (4.15). Se obține:

$$V_{exv} \cdot \left[ \Phi_1 \cdot (I - \Phi_2 \Phi_1)^{-1} \cdot (\Phi_2 \Psi_1 + \Psi_2) + \Psi_1 \right] \cdot U - V_{ref} = 0 \quad (4.64)$$

Aceasta este ecuația transcendentă ce permite calculul factorului de umplere  $D$  conținut și în matricele de tranziție definite la modulația TE astfel:

$$\begin{cases} \Phi_1 = e^{A_{on}DT_s} \\ \Phi_2 = e^{A_{off}(1-D)T_s} \end{cases} \text{ și } \begin{cases} \Psi_1 = A_{on}^{-1}(\Phi_1 - I)B_{on} \\ \Psi_2 = A_{off}^{-1}(\Phi_2 - I)B_{off} \end{cases} \quad (4.65)$$

Pentru găsirea valorii lui  $V_{ref}$  la care apare instabilitatea se poate acum aplica algoritmul propus. Codul Matlab<sup>TM</sup> se regăsește în *Anexa\_4\_9\_Buck\_CC\_Vref.m* și funcția aferentă *Anexa\_4\_10\_functia\_CC.m*. Parametrii de circuit sunt:

$$V_g = 15V; V_D = 0,25V; L = 80\mu H; C = 220\mu F; R = 12\Omega; C_{int} = 2,7nF; R_{off} = 1M\Omega; R_{on} = 1m\Omega; T = 25\mu s; R_{DS} = 0,3\Omega; R_D = 10m\Omega; k_a = 0,0028.$$

Parametrul de bifurcație, aici tensiunea de referință, s-a modificat cu valori foarte mici, în zona de interes rezultând Tabelul 4.5. Se poate constata că două valori,  $\lambda_2$  și  $\lambda_3$  ale multiplicatorilor caracteristici sunt strict reale și rămân practic neschimbate prin modificarea tensiunii de referință în intervalul 9-10V.

Tabelul 4.5. Valorile calculate ale multiplicatorilor caracteristici la convertorul buck cu comandă prin sarcină.

$V_{REF}$	Valorile proprii			Valoarea absolută $\lambda_1$	Concluzii
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$		
9,00	-0,9790	0,9814	0,0000	0,9790	stabil
9,10	-0,9847	0,9814	0,0000	0,9847	stabil
9,20	-0,9905	0,9814	0,0000	0,9905	stabil
9,30	-0,9962	0,9814	0,0000	0,9962	stabil
<b>9,3658</b>	<b>-1,0000</b>	0,9814	0,0000	<b>1,0000</b>	<b>bifurcație</b>
9,40	-1,0020	0,9814	0,0000	1,0020	bifurcație
9,50	-1,0077	0,9814	0,0000	1,0077	bifurcație
10,00	-1.0366	0,9814	0,0000	1,0366	bifurcație

Primul multiplicator caracteristic  $\lambda_1$  este real negativ și se apropie progresiv de marginea cercului unitar și îl atinge la  $V_{ref}=9,3658V$  corespunzător unui factor de umplere  $D=0,5403$ . La creșterea ulterioară a tensiunii de referință  $\lambda_1$  părăsește cercul unitate și se îndepărtează tot mai mult de acesta. Acest scenariu de evadare a unui multiplicator caracteristic real negativ din cercul cu rază egală cu unu, conform [43], [73] și [45], se știe că determină o bifurcație cu dublarea perioadei de funcționare.

Pentru o primă verificare prin simulare același circuit a fost simulat în programul Caspoc™. Schema de simulare este cea din Fig.4.19.

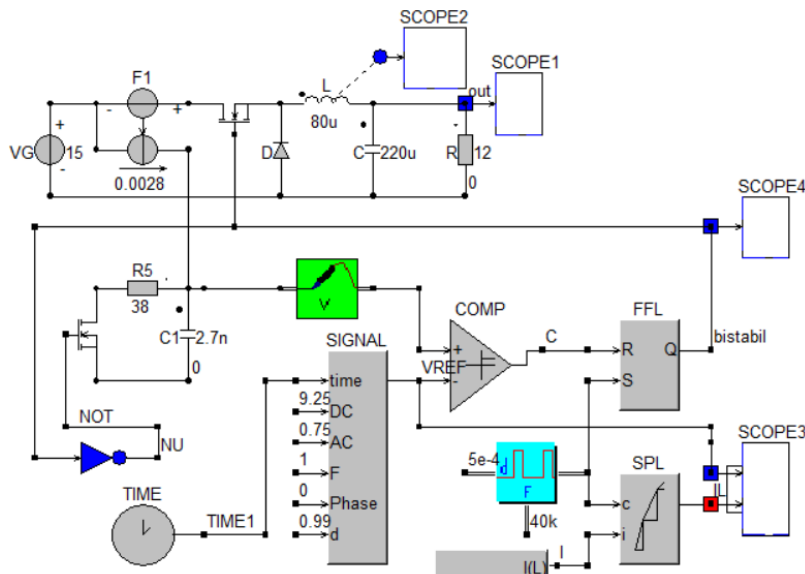


Fig.4.19. Convertor buck cu CC. Sursa [original].

#### 4.5 – Analiza exactă a fenomenelor de bifurcație în convertoarele DC-DC cu CC 121

La o tensiune de referință de  $9,0V$  se observă din Fig. 4.20. că forma de undă a curentului prin bobină este tipic triunghiulară, iar tensiunea de ieșire este cu pulsații parabolice, ambele forme de undă având perioada egală cu cea a semnalului de tact de  $25\mu s$ .

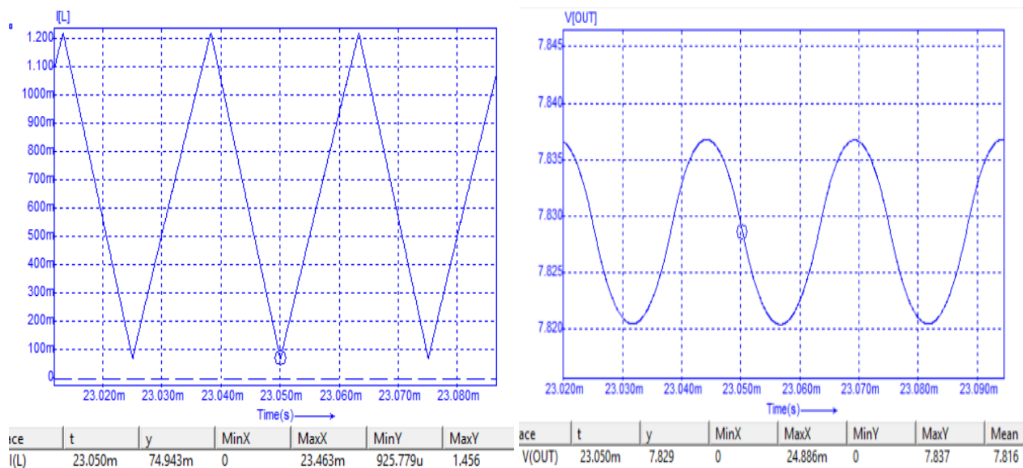


Fig.4.20. Formele de undă ale curentului prin bobină (stânga) și tensiunii de ieșire (dreapta) la  $V_{ref}=9,0V$ . Sursa [original].

Creșterea tensiunii de referință la  $9,5V$ , deci peste valoarea ce determină bifurcația, modifică forma de undă a curentului prin bobină și a tensiunii de ieșire, așa cum este prezentată în Fig.4.21, unde perioada este de  $50\mu s$ , adică dublul perioadei semnalului de tact, confirmând astfel bifurcația cu dublarea de perioadă.

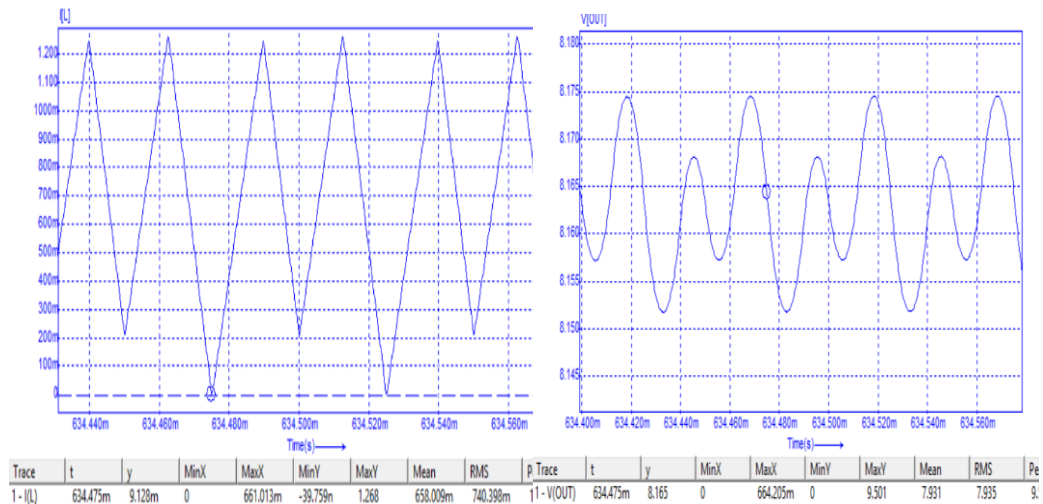


Fig. 4.21. Formele de undă ale curentului prin bobină și tensiunii de ieșire la  $V_{ref}=9,5V$ . Sursa [original].

Pentru obținerea diagramei de bifurcație s-a modificat lent tensiunea de referință între  $8,5V$  și  $10V$  pentru a surprinde cu acuratețe momentul începerii bifurcației. Diagrama de bifurcație este cea din Fig.4.22 având tensiunea de referință pe axa orizontală și curentul inductiv eșantionat la începutul perioadei, pe axa verticală. Eroarea relativă pentru tensiunea de referință la care apare bifurcația prin compararea rezultatelor dintre soluția matematică propusă și simulare este de  $0,012\%$ .

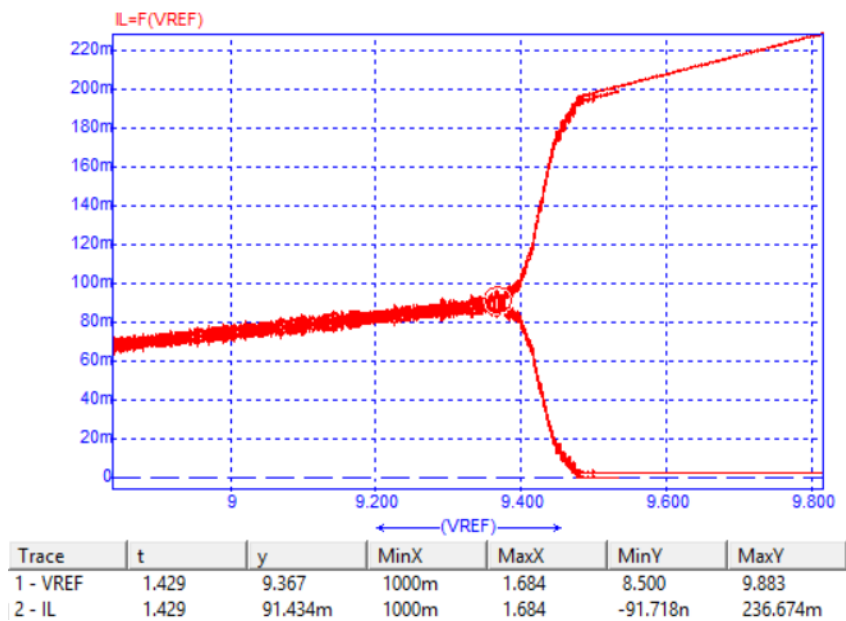


Fig. 4.22. Diagrama de bifurcație. Apariția și dezvoltarea bifurcației pentru tensiuni de referință mai mari de  $9,367V$ . Sursa [original].

### 4.5.3. Verificări experimentale

Pentru validarea prin experiment a fost construită schema din Fig.4.23 cu valorile de circuit de mai jos:

$$V_g = 15V; V_D = 0,25V; L = 80\mu H; C = 220\mu F; R = 12\Omega; C_{int} = 2,7nF;$$

$$R_{on} = 38\Omega; T_s = 25\mu s; R_{DS} = 0,3\Omega; R_D = 10m\Omega; k_a = 0,0028; R_{12} = R_{13} = 10k\Omega;$$

$$R_{11} = R_{14} = 9,1k\Omega; R_{21} = R_{24} = 8,62k\Omega; R_{22} = R_{23} = 1k\Omega$$

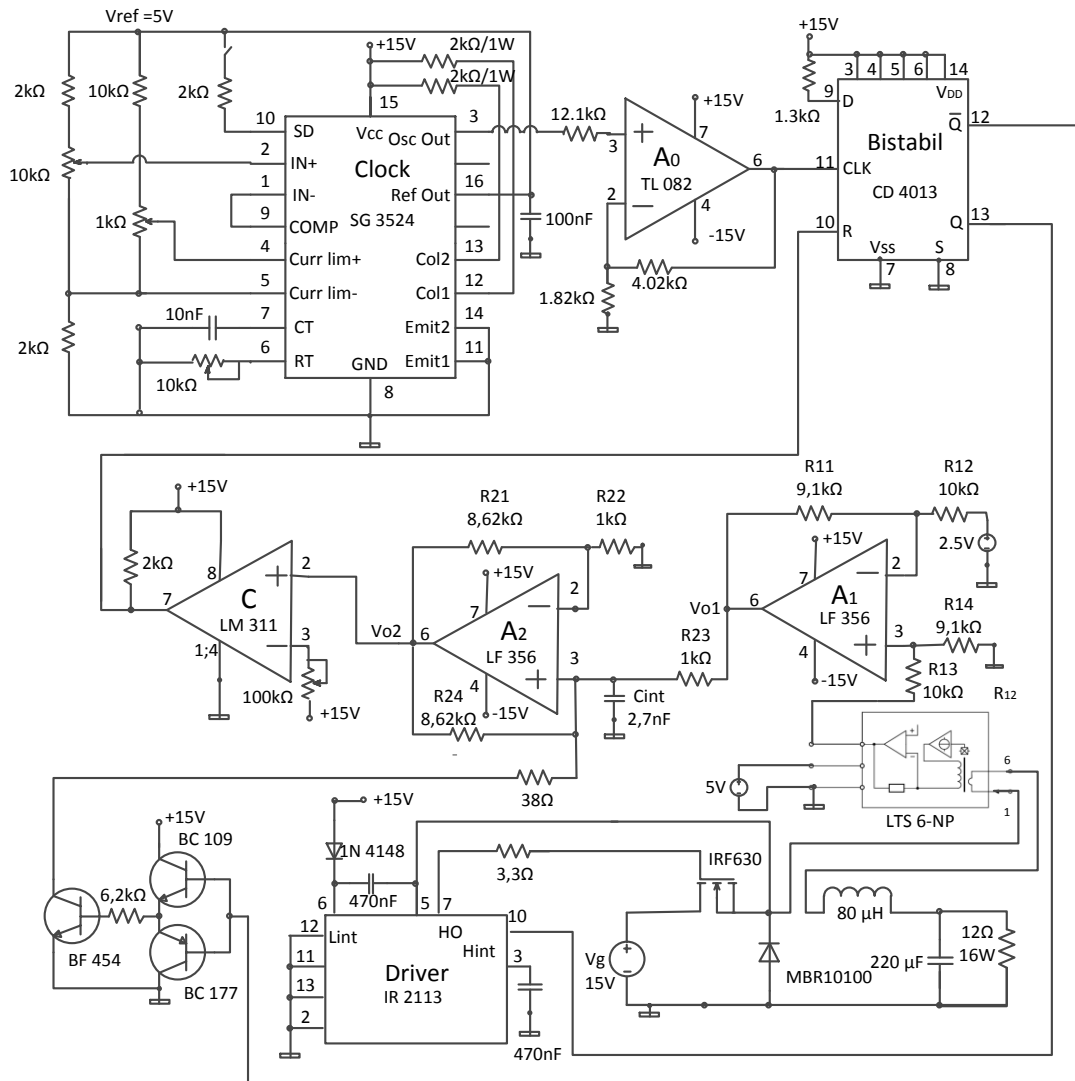


Fig. 4.23. Schema electronică experimentală a convertorului buck cu comandă prin sarcină.  
Sursa [original].

Relativ la schema de principiu din Fig.4.17 se pot identifica pe schema experimentală principalele blocuri:

- Blocul clock implementat cu C.I. SG 3524, ieșirea 3;
- Amplificatorul de semnal clock realizat cu C.I. TL 082, ieșirea 6;
- Bistabilul CD 4013 de tip D, ieșirile 12 și 13, având ieșirea comparatorului pe intrarea de resetare și semnalul de clock amplificat pe intrarea de tact, practic setând bistabilul;

- Traductorul de curent de tipul *LTS-6NP*, ieșirea legată la  $R_{13}$ , ca intrare neinversoare pentru amplificatorul diferențial realizat cu *LF 356*;
- Un amplificator diferențial cu C.I. *LF 356*, și rețeaua de rezistențe  $R_{11}$ - $R_{14}$ , ieșirea 6, care amplifică diferența dintre tensiunea furnizată de traductorul de curent și o tensiune constantă de 2,5V;
- Integratorul neinversor realizat cu un C.I. *LF 356*,  $C_{int}$  și rețeaua de rezistențe  $R_{21}$ - $R_{24}$ .
- Comparatorul este realizat cu C.I. de tipul *LM 311*, ieșirea 7;
- Driver-ul *IR-2113* pentru comanda tranzistorului de putere flotant din convertorul buck;
- Circuitul de resetare al integratorului neinversor format din grupul de tranzistoare *BC 109*, *BC 177* și *BF 454*;
- Convertorul buck propriu zis este constituit dintr-un tranzistor *MOSFET* de tipul *IRF 630* și dioda *Schottky* ultrarapidă *B10100*, bobină și condensator.

Pentru o mai bună explicare a modului în care se identifică parametrul  $k_a$  s-a reprodus în Fig.4.24 partea de procesare analogică a semnalului cules de la traductorul de curent.

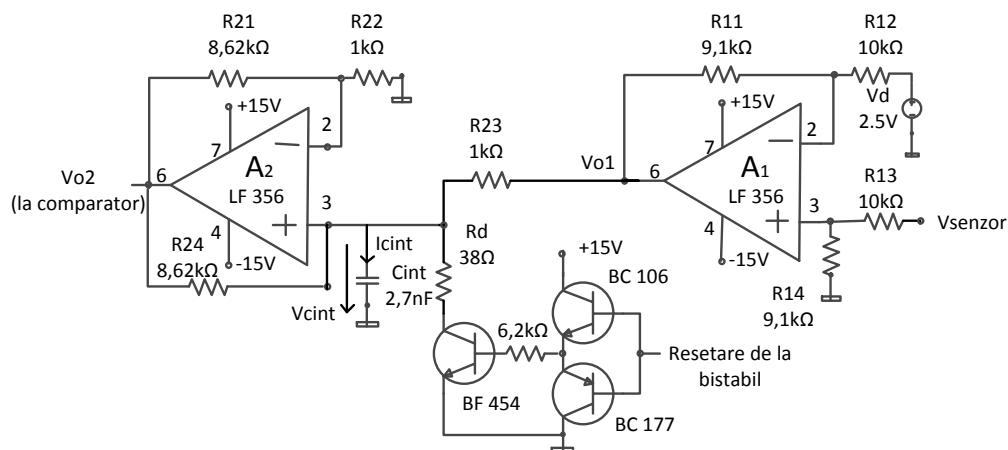


Fig.4.24. Schema experimentală a amplificatorului diferențial și a integratorului resetabil. Sursa [original].

Curentul prin bobină este citit cu traductorul *LTS-6-NP* care îl convertește într-o tensiune. Caracteristica de catalog a traductorului de curent este o dreaptă a cărei lege este:

$$V_{senzor} [V] = 0,325 \left[ \frac{V}{A} \right] \cdot i_L [A] + 2,5 [V] \quad (4.66)$$

Se observă că tensiunea de la ieșirea senzorului are un offset de 2,5V. Pentru a obține o tensiune proporțională cu curentul prin bobină și fără offset se amplifică diferența dintre tensiunea furnizată de traductorul de curent și o tensiune constantă  $V_d = 2,5V$ . În acest scop se utilizează amplificatorul diferențial realizat cu  $A_1$  și  $R_{11}$ - $R_{14}$ . Condiția de amplificare diferențială impune ca:

$$\frac{R_{11}}{R_{12}} = \frac{R_{14}}{R_{13}} \quad (4.67)$$

astfel tensiunea de la ieșirea sa,  $V_{o1}$  este:

$$v_{o1} = \frac{R_{11}}{R_{12}} \cdot (0,325 \cdot i_L + 2,5 - V_d) \quad (4.68)$$

De aici se remarcă că pentru a avea la ieșirea amplificatorului diferențial o tensiune proporțională cu curentul prin bobină și fără offset se impune  $V_d=2,5V$  și astfel:

$$v_{o1} = 0,325 \frac{R_{11}}{R_{12}} \cdot i_L \quad (4.69)$$

Reglarea fină pe zero a ieșirii lui  $A_1$  se face ajustând  $V_d$  în jurul valorii de  $2,5V$ . Tensiunea  $V_{o1}$  este integrată cu ajutorul integratorului neinvertor realizat cu  $A_2$  și  $R_{21}$ - $R_{24}$ . Pentru acest integrator se pot scrie relațiile:

$$\begin{cases} v_{Cint} = \frac{R_{22}}{R_{21} + R_{22}} V_{o2} \\ i_{Cint} = \frac{v_{o2} - v_{Cint}}{R_{24}} + \frac{v_{o1} - v_{Cint}}{R_{23}} = C_{int} \frac{dv_{Cint}}{dt} \end{cases} \quad (4.70)$$

După înlocuirea primei ecuații din sistemul (4.70) în a doua ecuație a sa se obține:

$$\left[ \frac{1}{R_{24}} - \left( \frac{1}{R_{24}} + \frac{1}{R_{23}} \right) \frac{R_{22}}{R_{21} + R_{22}} \right] v_{o2} + \frac{1}{R_{23}} v_{o1} = C_{int} \frac{dv_{Cint}}{dt} \quad (4.71)$$

Se dorește ca tensiunea  $V_{o2}$  să fie proporțională cu integrala tensiunii  $V_{o1}$ . Din prima relație din (4.70) rezultă că este suficient ca tensiunea pe  $C_{int}$  să fie proporțională cu integrala tensiunii  $V_{o1}$ . Din relația (4.71) rezultă imediat că acest lucru se obține dacă paranteza dreaptă ce înmulțește pe  $V_{o2}$  este zero. Impunând aceasta se obține condiția pentru rezistențele integratorului neinvertor:

$$\frac{R_{21}}{R_{22}} = \frac{R_{24}}{R_{23}} \quad (4.72)$$

În aceste condiții ecuația (4.71) se restrânge la:

$$\frac{1}{R_{23}} v_{o1} = C_{int} \frac{dv_{Cint}}{dt} \quad (4.73)$$

De unde prin integrare s-a dedus formula tensiunii pe condensatorul de integrare:

$$v_{Cint} = \frac{1}{R_{23} C_{int}} \int_0^t v_{o1} dt \quad (4.74)$$

Din prima relație din (4.70) se obține expresia lui  $V_{o2}$ :

$$v_{o2} = \left( 1 + \frac{R_{21}}{R_{22}} \right) \frac{1}{R_{23} C_{int}} \int_0^t v_{o1} dt \quad (4.75)$$

Înlocuind pe  $V_{o1}$  din (4.69) în (4.75) rezultă dependența căutată pentru  $V_{o2}$ .

$$v_{o2} = \left[ 0,325 \frac{R_{11}}{R_{12} R_{23}} \cdot \left( 1 + \frac{R_{21}}{R_{22}} \right) \right] \frac{1}{C_{int}} \int_0^t i_L dt \quad (4.76)$$

Din (4.76) se identifică imediat valoarea parametrului  $k_a$ :

$$k_a = 0,325 \frac{R_{11}}{R_{12}R_{23}} \cdot \left( 1 + \frac{R_{21}}{R_{22}} \right) \quad (4.77)$$

**Observație:** Condițiile (4.67) și (4.72) s-au asigurat utilizând rezistențe de precizie împerecheate cu valorile din Fig.4.25.

Pentru dimensionare, în speță pentru determinarea factorului de umplere cu care comută tranzistorul se poate calcula simplu integrala din (4.76) remarcând că forma curentului inductiv este liniară și aria trapezului format (ce reprezintă valoarea integralei) se poate înlocui cu aria dreptunghiului cu înălțimea egală cu cea a curentului mediu prin bobină și baza  $DT_s$ . Astfel, pentru convertorul buck se obține:

$$\int_0^{DT_s} i_L dt = I_L DT_s = \frac{V_o}{R} DT_s = \frac{DV_g}{R} DT_s = \frac{V_g}{f_s R} D^2 \quad (4.78)$$

Cum la finalul primei stări topologice tensiunea de la ieșirea integratorului neinvertor egalează valoarea tensiunii de referință, substituind integrala din (4.78) în relația (4.76) și egalând cu  $V_{ref}$  rezultă:

$$v_{o2} = 0,325 \frac{R_{11}}{R_{12}R_{23}} \cdot \left( 1 + \frac{R_{21}}{R_{22}} \right) \frac{1}{C_{int}} \frac{V_g}{f_s R} D^2 = V_{ref} \quad (4.79)$$

Relația (4.79) permite acum determinarea factorului de umplere  $D$ .

În dimensionare nu trebuie omis faptul că s-a presupus funcționarea CCM. Se cunoaște că pentru convertorul buck condiția de funcționare CCM este:

$$\frac{2L}{RT_s} \geq 1 - D \quad (4.80)$$

Dacă se dorește funcționarea CCM la orice factor de umplere atunci condiția devine:

$$\frac{2L}{RT_s} \geq 1 \quad (4.81)$$

Relațiile (4.79), (4.80) și (4.81) sunt relații ce permit o dimensionare corespunzătoare a componentelor electronice ce intervin în cele două etaje cu amplificatoare operaționale pentru o valoare a rezistenței de sarcină impusă, o tensiune de ieșire și o frecvență de lucru cunoscute. Relația (4.79) permite estimarea valorii tensiunii de referință la care convertorul comută.

Pentru un factor de umplere staționar  $D=0,5403$  calculat și rezultat din simulare ce corespunde momentului bifurcației s-a verificat relația (4.79) obținându-se valoarea  $V_{ref}=9,3785$ . *Anexa\_4\_11\_verif\_Vref\_ka.m*. Această valoare raportată la cea calculată analitic ( $V_{ref}=9.3658V$ ) sau obținută prin simulare ( $V_{ref}=9.367V$ ) prezintă o eroare relativă de 0,12%. Aceste rezultate confirmă astfel precizia metodei generale propuse în prezentul capitol. Valoarea factorului  $k_a = 0,0028$  a fost calculată conform ecuației (4.77) și a fost necesară în definirea matricelor de stare precum și pentru programul de simulare Caspoc. Din Fig.4.18, unde curentul a fost convertit, printr-o sursă comandată, în tensiunea de încărcare a condensatorului de integrare.

Pentru valorile conforme cu componentele din schema experimentală a rezultat că valoarea factorului de umplere satisface condiția de funcționare CCM inegalitatea (4.80):  $D=0,5403 > 0,4667$ .

Aducerea la zero a tensiunii pe capacitatea de integrare s-a făcut cu ajutorul a trei tranzistoare, un BC 108 și un BC 178 conectate ca repetor pe emitor cu rol de amplificare în curent care la rândul lor comandă, prin rezistența de limitare a curentului, tranzistorul BF 454. Tensiunea la ieșirea integratorului la atingerea pragului tensiunii de referință, determină bascularea comparatorului, blocarea



tranzistorului din schema de bază a convertorului buck și concomitent cu aceasta se produce descărcarea rapidă către masă a condensatorului prin rezistența de limitare și joncțiunea colector emitor a tranzistorului *BF 454*.

Fig.4.25 prezintă formele de undă relevante din funcționarea stabilă a convertorului. Se poate observa forma tensiunii pe condensatorul de integrare cu încărcarea exponențială și descărcarea rapidă a acestuia la momentul comutației tranzistorului. De asemenea Fig.4.26 prezintă în spațiul fazelor tensiunea pe condensatorul convertorului buck cu CC în raport cu curentul prin bobină. Graficul obținut confirmă o stabilitate certă a convertorului la o tensiune de referință  $V_{ref}=9V$ .

Creșterea în continuare a tensiunii de referință la  $V_{ref}=9,35V$  produce modificări ale formelor de undă care ilustrează începutul instabilității convertorului buck cu comandă prin sarcină, așa cum este surprins fenomenul în Fig.4.26. Se observă că la creșterea tensiunii de referință de la  $9V$  la  $9,35V$  și factorul de umplere staționar a crescut de la  $D=0,5135$  la  $D=0,5459$ . Se observă începutul de instabilitate. Creșterea în continuare a tensiunii de referință relevă instalarea bifurcației cu dublarea perioadei așa cum se observă în Fig. 4.28 și cum a fost prognozat prin simulare – vezi Fig.4.20, respectiv Fig.4.21. Portretul de fază aferent aceleiași tensiuni de referință de  $9,5V$  este cel din Fig.4,29 relevând o dată în plus funcționarea cu dublarea perioadei. Creșterea în continuare a tensiunii de referință la o valoare de  $13,8V$  duce sistemul în haos așa cum confirmă formele de undă achiziționate în Fig.4.30.

Astfel rezultatele obținute prin metoda analitică propusă (pentru modelul real al convertorului buck cu comandă prin sarcină), simularea pe modelul cu pierderi dar și experimentul sunt identice. Confirmarea exactității, generalității tehnicii de analiză propusă este astfel justificată.

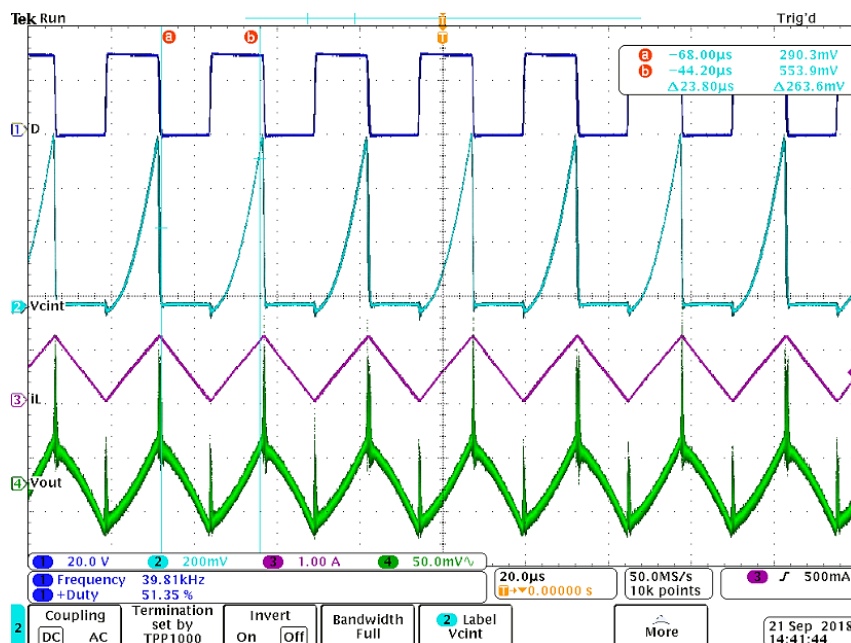


Fig.4.25. Formele de undă la  $V_{ref}=9V$ , pentru convertorul buck cu CC stabil 1. Funcția de comutație (albastru închis), 2. Tensiunea pe condensatorul de integrare  $V_{Cint}$  (albastru deschis); 3. Curentul prin bobină (violet), 4. Ripul tensiunii de ieșire (verde). Sursa [original].

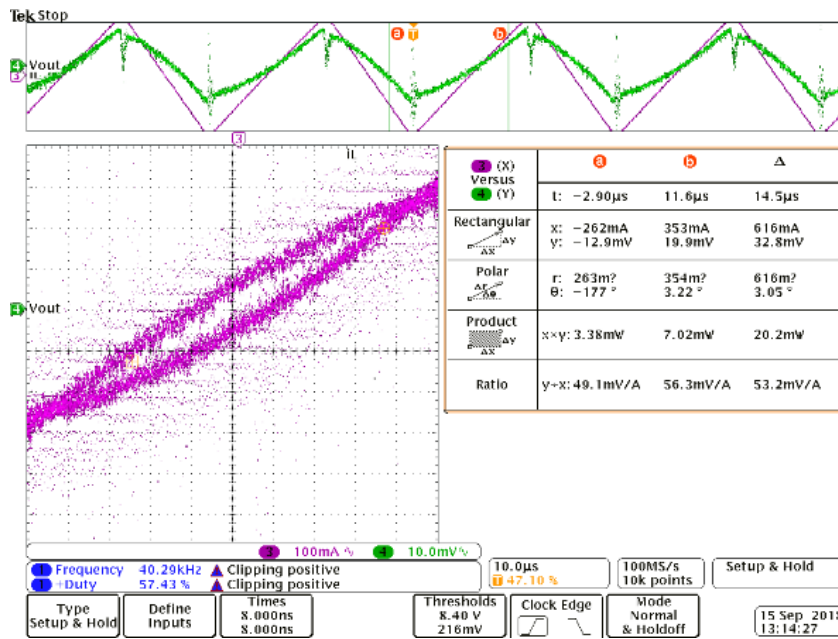


Fig.4.26. Portret de fază stabil. Tensiunea de ieșire raportată la curentul prin bobină. Sursa [original].

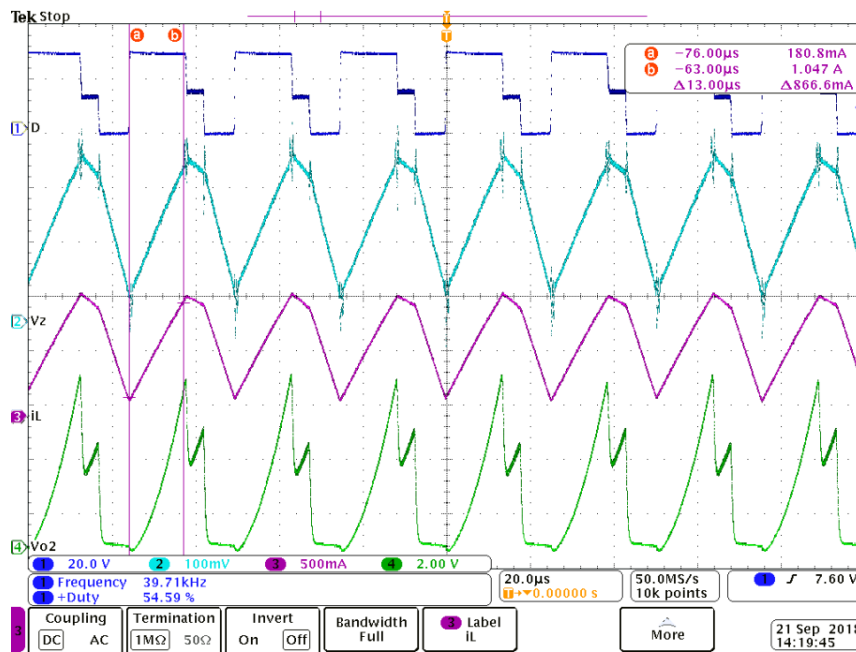


Fig.4.27. Început de instabilitate la  $V_{ref}=9,35V$ ,  $D=54,02$ . Sursa [original].

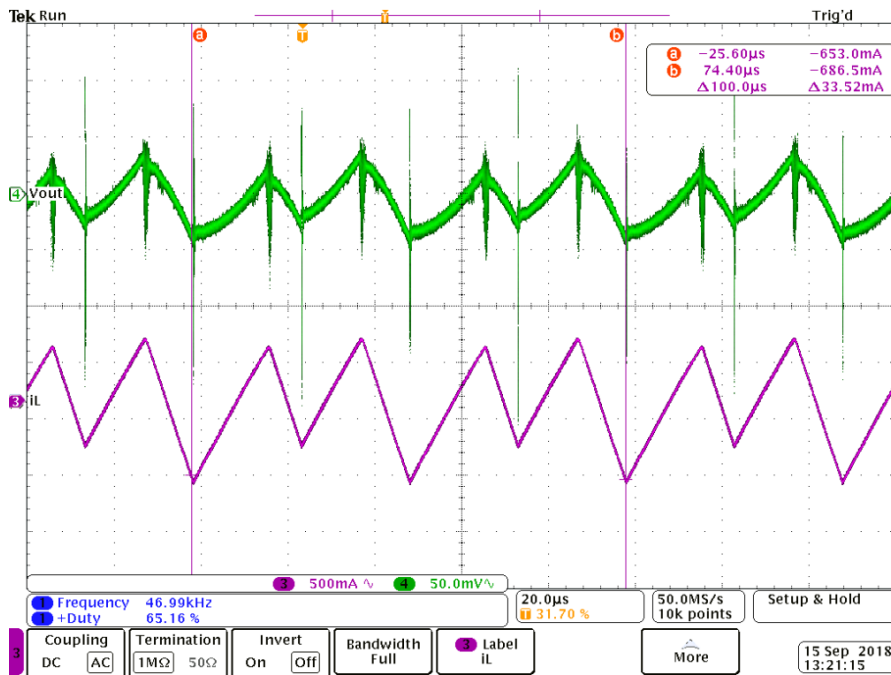


Fig.4.28. Formele de undă ale tensiunii de ieșire (verde) și curentului prin bobină relevă dublarea perioadei de lucru la  $V_{ref}=9,5V$ . Sursa [original].

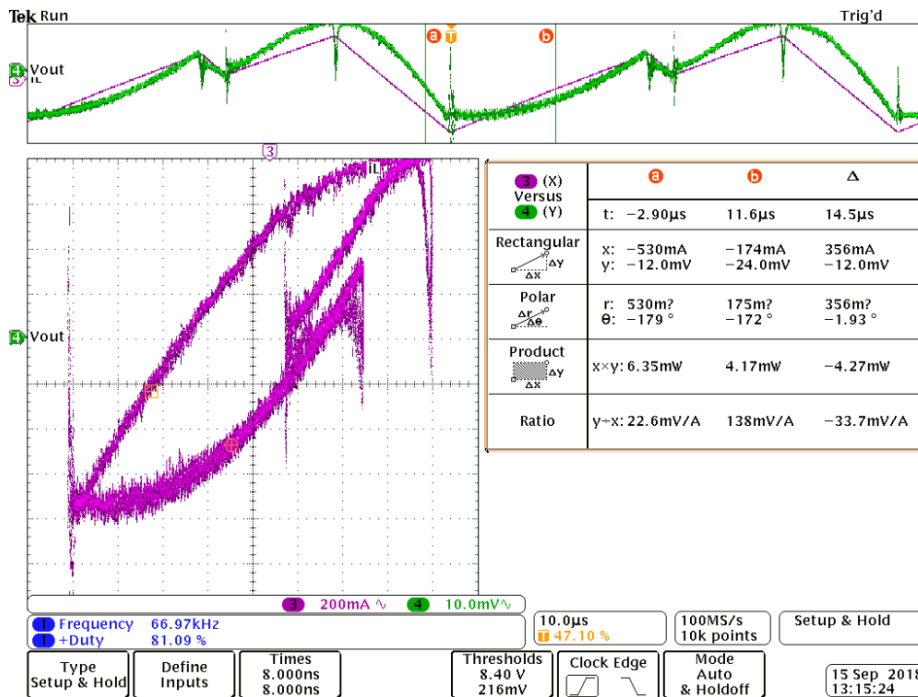
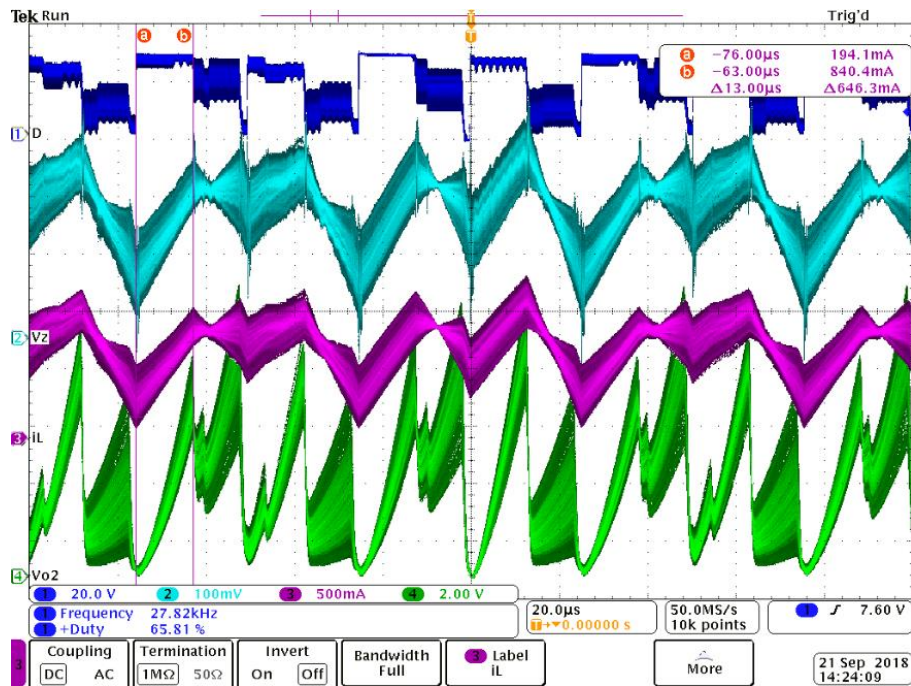


Fig.4.29. Portret de fază: tensiunea de ieșire în funcție de curentul prin bobină rezultat la dublarea perioadei de lucru. Sursa [original].

Fig.4.30. Instabilitate accentuată la  $V_{ref}=13V$ . Sursa [original].

#### 4.6. Concluzii și contribuții personale

În acest capitol se propune o metodă de analiză a fenomenelor de stabilitate, bifurcație și haos pentru convertoarele DC-DC cu funcționare CCM. De fapt metoda este aplicabilă tuturor structurilor de putere caracterizate de o funcționare cu două stări topologice.

Punctul forte al tehnicii propuse este gradul ridicat de generalitate, în sensul că este aplicabilă oricărui tip de convertor în tandem cu orice metodă de comandă-proportională, în curent, prin sarcină, feed-forward, one-cycle și orice tip de modulație: leading-edge, trailing-edge, cu eşantionare naturală sau uniformă. De asemenea, metoda furnizează cu exactitate valorile parametrilor la care apare instabilitatea. Algoritmii propusi pentru studiul stabilității poate fi ușor implementat într-un program de calcul matematic, autorul optând pentru pachetul Matlab în acesta sens.

Aplicabilitatea metodei este exemplificată pe două convertoare DC-DC, buck și buck-boost și trei tipuri de comenzi: proporțională cu modulație trailing-edge, comandă one-cycle și comandă prin sarcină.

Verificarea conceptelor teoretice a fost făcută atât prin simulare cu ajutorul unui simulator de circuite, cât și prin experimente, ambele confirmând justetea metodei propuse.

**Contribuțiile personale ale autorului** se regăsesc în cele ce urmează:

- Dezvoltarea unui algoritm general, unitar și exact pentru studiul fenomenelor de stabilitate, bifurcație și haos pentru convertoare DC-DC cu funcționare CCM.

Furnizarea tuturor ecuațiilor, atât de stare staționară cât și de semnal mic necesare în acest sens;

- Deducerea ecuațiilor pentru analiza convertoarelor DC-DC cu comandă proporțională TE și LE și validarea prognozelor teoretice implementate în Matlab prin simulare în Caspoc pentru un convertor buck-boost cu modulație TE. Parametrul de bifurcație a fost într-o primă situație tensiunea de referință, iar în al doilea caz parametrul de bifurcație a fost factorul de amplificare;
- Studiul fenomenelor de bifurcație pentru un convertor buck cu comandă one-cycle, în care parametrul de bifurcație este tensiunea de referință: setul de ecuații pentru analiză, implementarea în Matlab, verificări prin simulare, validare prin experiment, regăsindu-se și confirmându-se cu exactitate rezultatele experimentale din Capitolul 2.
- Furnizarea relațiilor matematice ce descriu comportamentul convertoarelor DC-DC cu comandă prin sarcină. Investigarea fenomenelor neliniare în cazul unui convertor buck cu comandă prin sarcină în care parametrul de bifurcație a fost tensiunea de referință. Transpunerea relațiilor teoretice în mediul Matlab pentru prognoză, validare prin simulare a acestora și în final validarea prin experiment a metodei și analizei efectuate.

Recunoașterea rezultatelor cercetării prezentate în acest capitol se regăsește în următoarele publicații ale autorului:

1. **M. Gurbină**, D. Drăghici, A. Cireșan, D. Lascu, "A New General Mathematical Technique for Stability and Bifurcation Analysis of DC-DC Converters Applied to One-Cycle Controlled Buck Converters with Non-Ideal Reset", *Proceedings of the 14th International Conference on OPTIMIZATION OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC EQUIPMENT OPTIM 2014*, May 22-24, 2014, Brasov (Bran), Romania, pp. 576-581, ISBN 978-1-4799-5183-3, ISSN 1842-0133, 2014 IEEE - pentru lucrare, DOI:10.1109/OPTIM.2014.6850891 (IEEE), WOS:000343551300085, INSPEC Accession Number: 14432814, Web of Science [71]

2. **M. Gurbină**, S. Lica, D. Lascu, "Stability and bifurcation aspects in charge controlled DC-DC converters", in *2014 11th International Symposium on Electronics and Telecommunications (ISETC)*, pp.33-36, 14-15 Nov. 2014, ISBN: 978-1-4799-7267-8, DOI: 10.1109/ISETC.2014.7010740, WOS: 000366633300008, Web of Science. [74]

3. D. Draghici, **M. Gurbină**, D. Lascu, "Stability Analysis of DC-DC Converters Employing Digital Predictive Leading Triangle Modulation Valley Current Control", *37th International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP)*, July 9-11, 2015, Praga, Cehia, Page(s): 1 – 6. DOI: 10.1109/TSP.2015.7296407; ISBN:978-1-4799-8498-5; WOS:000375231000033; Web of Science. [75]

## **5. O NOUĂ METODĂ MATEMATICĂ PENTRU ANALIZA STABILITĂȚII ȘI A FENOMENELOR DE BIFURCAȚIE ÎN CONVERTOARELE DC-DC CU TREI STĂRI TOPOLOGICE**

*Motto:*

*"Cel mai frumos lucru pe care îl putem trăi este misterul.  
Este sursa întregii arte adevărate și a științei."*

*Albert Einstein*

### **5.1. Convertoare DC-DC cu trei stări topologice. Considerații generale**

Funcționarea cu trei stări topologice este destul de frecvent întâlnită la convertoarele DC-DC. Desigur cea mai cunoscută este funcționarea în modul discontinuu (DCM), atât din punct de vedere al curentului cât și al tensiunii. Un alt exemplu este cel al utilizării modulației triunghiulare, chiar dacă funcționarea convertorului rămâne CCM. În acest din urmă caz două stări topologice neadiacente sunt identice din punct de vedere al configurării circuitului de putere, chiar pot avea durate egale. Esențial este faptul că dacă începutul perioadei este marcat de un eveniment în care de obicei semnalul de tact efectuează o tranziție, atunci într-o perioadă de comutație convertorul trece succesiv prin trei stări topologice. S-ar putea obiecta că putem defini începutul perioadei în așa fel încât două dintre stările topologice definite anterior să devină adiacente și astfel într-o perioadă să avem două stări topologice. Abordarea trebuie însă raportată la semnalul purtător, mai concret la momentul în care panta acestuia suferă un salt treaptă.

Cele de mai sus au avut în vedere în primul rând convertoare cu un singur întrerupător activ. Dacă ne referim la clasa convertoarelor cu două întrerupătoare active controlate independent toate aceste topologii au în mod inerent trei stări topologice. De exemplu în [76], [77] sunt prezentate convertoare cu caracteristică de tip buck-boost având solicitări reduse ale componentelor, precum și alte arhitecturi noi performante [78], [79], sau comenzi feed-forward [80], [81]. Acestea asigură cerințe minimale de stocare a energiei și de aceea au randamente excelente și dimensiuni mici. Toate acestea justifică un studiu al fenomenelor de bifurcație și haos pentru aceste arhitecturi. Trebuie menționat că modul DICM a fost analizat în [33], însă de o manieră ce folosește o trunchiere a seriei Taylor, fapt ce determină imprecizii și calcule laborioase. În acest capitol ne propunem o analiză exactă și în același timp generală pentru convertoarele cu trei stări topologice cu funcționare la frecvență constantă, astfel încât toate exemplele enumerate anterior și/sau ulterior să rezulte simplu, ca și cazuri particulare.

## 5.2. Modele în spațiul stărilor

Tehnica reprezentării fenomenelor lumii reale prin limbajul matematicii este cunoscut sub numele de modelare matematică. Pentru a ușura rezolvarea problemelor, se renunță la o parte din parametrii ce descriu procesul. Utilizarea calculatoarelor performante permite o abordare mai exactă prin folosirea în calcul a valorilor mai multor variabile fizice și deci o precizie mai bună în soluțiile oferite în rezolvarea sistemelor dinamice, ce sunt adeseori complexe și descrise de o multitudine de variabile. Se obține astfel, printr-o modelare adecvată și cu ajutorul calculatorului, o precizie mai mare în descrierea și rezolvarea unor probleme din lumea reală. Forma canonică, standard, a unui *model continuu* în *spațiul stărilor* este descrisă prin sistemul de ecuații vectoriale:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, u, t) \\ y = g(x, u, t) \end{cases} \quad (5.1)$$

Prima ecuație din (5.1) se numește *ecuație de stare*, iar cea de-a doua este *ecuația de ieșire*. Vectorul  $x = [x_1, x_2, \dots, x_k]^t$  este așa numitul *vector al variabilelor de stare* sau prescurtat *vectorul de stare*, unde  $k$  este numărul acestora și care definește ordinul sistemului. Vectorul  $u = [u_1, u_2, \dots, u_m]^t$  este vectorul de intrare, format din surse independente de alimentare, comenzi, perturbații, iar ieșirile - mărimi măsurate, variabile finale de interes - se pot defini prin vectorul:  $y = [y_1, y_2, \dots, y_p]^t$ . Funcțiile vectoriale  $f$  și  $g$  conțin funcții scalare,  $f = [f_1, f_2, \dots, f_k]^t$  și  $g = [g_1, g_2, \dots, g_p]^t$  depinzând de variabilele de stare scalare, intrările scalare și timp. Astfel, în mod explicit scalar, relația (5.1) se scrie:

$$\frac{dx}{dt} = \left[ \frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \dots, \frac{dx_k}{dt} \right]^t = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_k, u_1, u_2, \dots, u_m, t) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_k, u_1, u_2, \dots, u_m, t) \\ \vdots \\ f_k(x_1, x_2, \dots, x_k, u_1, u_2, \dots, u_m, t) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Important în analiză este vectorul de stare, deoarece variabilele de stare sunt acele variabile care luate împreună și care dacă se cunoaște evoluția în timp a intrărilor începând cu momentul de timp  $t_0$  permit prognozarea evoluției sistemului după momentul  $t_0$ , desigur numai dacă se cunoaște vectorul de stare la momentul  $t_0$ . Într-un circuit analogic variabilele de stare sunt legate de mecanismele de conservare și stocare a energiei. De aceea variabilele de stare firești sunt curenții sau fluxurile magnetice prin bobine și tensiunile sau sarcinile electrice din capacități. Într-un context mai general, putem spune că variabilele de stare sunt cele care se obțin prin integrare matematică. De exemplu se știe că:

$$i_L = \frac{1}{L} \int v_L(t) dt \quad ; \quad v_C = \frac{1}{C} \int i_C(t) dt \quad (5.3)$$

În cazul modelelor *discrete* în spațiul stărilor timpul este discretizat prin eșantionare, de regulă cu perioada sistemului dacă acesta este periodic. Notând  $x(nT_s) \stackrel{def}{=} x_n$ , semnalul de intrare  $x(t)$  devine  $x[n]$  iar  $x(t + rT_s)$  se transformă în  $x[n+r]$ ,  $r \in N$ . Deși prin eșantionare nu se păstrează toate detaliile semnalului continuu, această tehnică este foarte utilă în analiza, controlul și calculul numeric și

de aceea se utilizează tot mai frecvent. Alegerea frecvenței de eșantionare rămâne esențială în astfel de cazuri tocmai pentru a nu vicia precizia rezultatelor. În situația în care funcțiile  $f$  și  $g$  nu-l conțin pe  $t$  ca și argument explicit modelul se numește *invariant în timp*. Pentru cazul în care ecuația de stare se poate scrie ca și combinație liniară între variabilele de stare și intrări atunci sistemul este *liniar*. De exemplu în cazul unui sistem continuu liniar derivata unei variabile de stare scalare se scrie:

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{r=1}^k a_{ir}(t)x_r + \sum_{j=1}^m b_{ij}(t)u_j; \quad i = \overline{1, k} \quad (5.4)$$

Coeficienții combinației liniare sunt în general funcții de timp. Sintetic un model liniar se poate reprezenta matriceal în forma:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = A(t) \cdot x(t) + B(t) \cdot u(t) \\ y = E(t) \cdot x(t) + F(t) \cdot u(t) \end{cases} \quad (5.5)$$

Dacă niciun coeficient matriceal nu depinde de timp, adică matricele  $A, B, E, F$  sunt constante, atunci sistemul este *liniar și invariant în timp (LTI)*. Sistemul (5.5), în cazul în care este LTI, devine:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \\ y(t) = E \cdot x(t) + F \cdot u(t) \end{cases} \quad (5.6)$$

### 5.3. Soluția generală în domeniul timp a modelelor dinamice continue, liniare, și invariante în timp

Aplicând transformata Laplace directă pentru sistemul de ecuații (5.6), se obține:

$$\begin{aligned} sX(s) - X(0) &= AX(s) + BU(s) \\ Y(s) &= EX(s) + FU(s) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Din (5.7) rezultă:

$$X(s) = (sI - A)^{-1}X(0) + (sI - A)^{-1}BU(s) \quad (5.8)$$

Din (5.8) se determină  $x(t)$  prin aplicarea transformatei inverse Laplace:

$$x(t) = L^{-1}\left((sI - A)^{-1}x(0)\right) + L^{-1}\left((sI - A)^{-1}BU(s)\right) \quad (5.9)$$

unde  $L^{-1}$  este transformata Laplace inversă. Se cunoaște că  $L^{-1}\left((sI - A)^{-1}\right) = e^{At}$  este funcția exponențială de matrice. Rezultă:

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \quad (5.10)$$

Alegerea lui zero ca origine a timpului este arbitrară la un sistem LTI, de aceea putem scrie relația (5.10) într-o formă mai generală, relativ la un moment arbitrar de timp,  $t_0$ :

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \quad (5.11)$$



Relația (5.11) reprezintă soluția generală pentru vectorul de stare al unui model continuu LTI în spațiul stărilor. Integrala de convoluție din membrul drept este dificil de calculat dacă intrarea  $u$  este variabilă în timp. Dacă însă  $u$  este constantă,  $u=U$ , atunci integrala este ușor de evaluat, obținându-se:

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \left( \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} d\tau \right) BU \quad (5.12)$$

În integrala definită din (5.12) facem schimbarea de variabilă  $t - \tau = \xi$  și se obține:

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \left( \int_0^{t-t_0} e^{A\xi} d\xi \right) BU \quad (5.13)$$

Se notează:

$$\begin{cases} \varphi(t) = e^{A(t-t_0)} \\ \psi(t) = \int_0^{t-t_0} e^{A\xi} d\xi \cdot B \end{cases} \quad (5.14)$$

Cu aceasta relația (5.13) se poate scrie sintetic:

$$x(t) = \varphi(t) \cdot x(t_0) + \psi(t) \cdot U \quad (5.15)$$

În cazul în care matricea  $A$  este *nesingulară*  $\psi(t)$  se poate simplifica astfel:

$$\psi(t) = \int_0^{t-t_0} e^{A\xi} d\xi \cdot B = A^{-1} \left( e^{A(t-t_0)} - I \right) B = A^{-1} [\varphi(t) - I] B \quad (5.16)$$

iar relația (5.15) se transformă în:

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + A^{-1} \left( e^{A(t-t_0)} - I \right) BU \quad (5.17)$$

Aceasta este soluția finală în timp continuu care permite găsirea constantei vectorului de stare  $x(t)$  în funcție de vectorul de stare inițial  $x(t_0)$ , vectorul de intrare constant  $U$ , precum și de celelalte elemente din arhitectura sistemului ce sunt cuprinse în matricele  $A$  și  $B$ . Se impune mențiunea ca matricea  $A$  să nu fie singulară pentru a fi posibil calculul inversei sale, în caz contrar se va utiliza relația (5.15) cu  $\varphi(t)$  și  $\psi(t)$  date de (5.14).

## 5.4. Metoda exactă și generală de analiză a convertoarelor cu trei stări topologice

Vom investiga *stabilitatea locală*, în jurul unui punct static de funcționare. De aceea pentru acest punct de funcționare tensiunea de alimentare este constantă,  $V_g$ . Mai mult admitem că pe durata unei perioade de comutație vectorul de intrare  $u$  nu se modifică semnificativ putând fi admis constant. Dat fiindcă discutăm de convertoare DC-DC în care în  $u$  se include tensiunea continuă de alimentare și surse de tensiune

constante provenite din modelarea elementelor semiconductoare, această ipoteză se susține. De aceea înscrierea următoarelor relații  $u_n$  a fost tratat ca o constantă pe întreaga durată a celei de-a  $n$ -a perioade. Considerând funcționarea cu perioadă constantă  $T_s$  vom nota  $x_n = x(nT_s)$ , deci indexarea se va face după ordinul perioadei. Referindu-ne la perioada de la  $nT_s$  la  $(n+1)T_s$  notăm cu  $t_{1n}$ ,  $t_{2n}$ , și  $T_s - t_{1n} - t_{2n}$  duratele celor trei stări topologice, în succesiunea enunțată. Deoarece admitem funcționarea cu frecvență constantă, putem norma duratele intervalelor la durata perioadei de comutație  $T_s$ . Astfel fie  $d_{1n}$ ,  $d_{2n}$  duratele relative ale primei, respectiv celei de-a doua stări topologice raportate la perioadă. Este clar că  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$  se pot modifica de la perioadă la perioadă și de aceea au fost indexate după indicele  $n$ , cea de-a treia stare topologică rezultând ca și completarea perioadei, putând fi și ea variabilă de la o perioadă la alta. Fie  $A_i$ ,  $B_i$ , matricele de stare aferente stării topologice " $i$ ",  $i \in \{1, 2, 3\}$  și corespunzător matricele de tranziție de stare  $\varphi_i$ ,  $\psi_i$ . Situația este relevată în Fig.5.1.

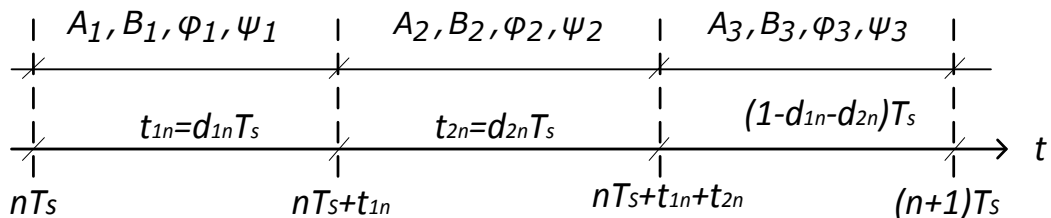


Fig.5.1. Cele trei stări topologice, cu notațiile aferente, la convertoarele cu trei stări topologice. Sursa [original].

Dacă notăm cu " $p_{bif}$ " parametrul după care se analizează stabilitatea, ceea ce se dorește este o relație de recurență de forma:

$$x_{n+1} = R(x_n, u_n, p_{bif}) \quad (5.18)$$

unde, ca și caz particular,  $p_{bif}$  poate fi chiar și  $u_n$ . O astfel de relație este dificil de obținut pentru valorile curenți și de aceea se va deduce una ce leagă relațiile de recurență ce depind de factorii de umplere  $d_{1n}$ ,  $d_{2n}$ , deci de forma:

$$x_{n+1} = g(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) \quad (5.19)$$

Evident (5.19) conține suplimentar față de (5.18) pe  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$ . Eliminarea lor se face scriind ecuațiile care definesc comanda, ecuații de forma:

$$F_1(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = 0 \quad (5.20)$$

$$F_2(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = 0 \quad (5.21)$$

Pentru aceasta se liniarizează (5.19), (5.20), (5.21) în jurul unui punct de funcționare care în regim periodic este constant,  $(X, D_1, D_2, U)$  și se elimină  $\hat{d}_{1n}$  și  $\hat{d}_{2n}$ . În concluzie, trebuie determinate:

- Harta iterativă de tipul (5.19);
- Legile  $F_1$  și  $F_2$  ce descriu tipul comenzii;
- Harta iterativă de semnal mic de forma (5.18) liniarizată:

$$\hat{x}_{n+1} = R(\hat{x}_n, \hat{u}_n, \hat{p}_{bif}) \quad (5.22)$$

- Identificarea jacobianului din (5.22);
- Calculul punctului static de funcționare (PSF);
- Evaluarea jacobianului în punctul static de funcționare;
- Calculul multiplicatorilor caracteristici și identificarea poziționării lor față de cercul unitate.

*Observație:* Alegerea PSF trebuie să se facă astfel încât vecinătățile sale să nu fie saturate.

Se detaliază mai jos strategia expusă.

Întrucât  $F_1$  și  $F_2$  depind de legile de comandă, singura care își păstrează nemodificată forma indiferent de comandă este harta iterativă (5.19) care se va deduce în continuare. Deoarece fiecare stare topologică configurează în convertor un circuit LTI, relațiile din paragraful 5.3 pot fi utilizate pentru obținerea hărții iterative, adică a dependenței lui  $x_{n+1}$  în funcție de  $x_n$ . Admițând  $u_n$  constant pe o perioadă de comutație, se determină pe rând valoarea vectorului de stare la sfârșitul unei stări topologice în funcție de valoarea vectorului de stare de la începutul stării topologice respective. Din cele 3 ecuații astfel obținute, prin două substituții succesive se obține relația ce dă harta iterativă, adică o relație de forma  $x((n+1)T_s) = g(x(nT_s))$ . Cele de mai sus se transpun matematic astfel:

Pentru primul interval,  $t \in [nT_s, nT_s + d_{1n}T_s)$ , făcând în (5.11)  $t_0 = nT_s$  și  $t = nT_s + d_{1n}T_s$  obținem:

$$x(nT_s + d_{1n}T_s) = e^{A_1 d_{1n}T_s} \cdot x(nT_s) + \int_0^{d_{1n}T_s} e^{A_1 \xi} d\xi \cdot B_1 \cdot u_n \quad (5.23)$$

Pentru cel de-al doilea interval  $t \in [nT_s + d_{1n}T_s, nT_s + d_{1n}T_s + d_{2n}T_s)$ , făcând în (5.11)  $t_0 = nT_s + d_{1n}T_s$  și  $t = nT_s + d_{1n}T_s + d_{2n}T_s$  se obține:

$$x(nT_s + d_{1n}T_s + d_{2n}T_s) = e^{A_2 d_{2n}T_s} \cdot x(nT_s + d_{1n}T_s) + \int_0^{d_{2n}T_s} e^{A_2 \xi} d\xi \cdot B_2 \cdot u_n \quad (5.24)$$

Pentru cea de-a treia stare topologică,  $t \in [(nT_s + d_{1n} + d_{2n})T_s, (n+1)T_s)$  făcând în (5.11)  $t_0 = nT_s + d_{1n}T_s + d_{2n}T_s$  și  $t = (n+1)T_s$  se obține:

$$x((n+1)T_s) = e^{A_3(1-d_{1n}-d_{2n})T_s} \cdot x(nT_s + d_{1n}T_s + d_{2n}T_s) + \int_0^{(1-d_{1n}-d_{2n})T_s} e^{A_3 \xi} d\xi \cdot B_3 \cdot u_n \quad (5.25)$$

Se fac următoarele notații:

$$\begin{cases} \varphi_1 = e^{A_1 d_{1n}T_s} \\ \varphi_2 = e^{A_2 d_{2n}T_s} \\ \varphi_3 = e^{A_3(1-d_{1n}-d_{2n})T_s} \end{cases} \quad \text{și} \quad \begin{cases} \psi_1 = \int_0^{d_{1n}T_s} e^{A_1 \xi} d\xi \cdot B_1 \\ \psi_2 = \int_0^{d_{2n}T_s} e^{A_2 \xi} d\xi \cdot B_2 \\ \psi_3 = \int_0^{(1-d_{1n}-d_{2n})T_s} e^{A_3 \xi} d\xi \cdot B_3 \end{cases} \quad (5.26)$$

De remarcat că dacă una dintre matricele  $A_i$  este nesingulară atunci

$$\psi_j = A_j^{-1}(\varphi_j - I)B_j \quad (5.27)$$

O altă observație importantă este că la convertoarele ideale ce au întrerupătorul în serie cu sursa de alimentare, matricele  $\psi_j$  corespunzătoare stărilor  $i$  în care tranzistorul este blocat sunt nule. Într-adevăr, cu tranzistorul serie blocat tensiunea de alimentare nu mai intervine în nici o mărime de stare și ca urmare  $B_j=0$ . În consecință, conform (5.14) sau (5.26) și  $\psi_j=0$ .

Astfel, cu notațiile (5.26) relațiile (5.23), (5.24) și (5.25) se scriu simplificat:

$$x(nT_s + d_{1n}T_s) = \varphi_1 \cdot x(nT_s) + \psi_1 \cdot u_n \quad (5.28)$$

$$x(nT_s + d_{1n}T_s) = \varphi_1 \cdot x(nT_s) + \psi_1 \cdot u_n \quad (5.29)$$

$$x((n+1)T_s) = \varphi_3 \cdot x(nT_s + d_{1n}T_s + d_{2n}T_s) + \psi_3 \cdot u_n \quad (5.30)$$

Prin înlocuirea succesivă a lui  $x(nT_s + d_{1n}T_s + d_{2n}T_s)$  din (5.29) în (5.30) și apoi a lui  $x(nT_s + d_{1n}T_s)$  din (5.28) în rezultatul obținut, se găsește relația de recurență dorită ce leagă vectorul variabilelor de stare la momentul de început al perioadei  $(n+1)T_s$  de cel de la momentul  $nT_s$ . Cu notația  $x(nT_s) \stackrel{def}{=} x_n$  se obține:

$$x_{n+1} = \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \cdot x_n + (\varphi_3 \varphi_2 \psi_1 + \varphi_3 \psi_2 + \psi_3) \cdot u_n \quad (5.31)$$

adică tocmai recurența căutată, în care evident comparativ cu (5.19), se identifică:

$$g(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \cdot x_n + (\varphi_3 \varphi_2 \psi_1 + \varphi_3 \psi_2 + \psi_3) \cdot u_n \quad (5.32)$$

*Observație:* dependența de  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$  este dată prin matricele de tranziție de stare.

Fie

$$F_1(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = 0 \quad (5.33)$$

$$F_2(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = 0 \quad (5.34)$$

ecuațiile rezultate din comandă și modul de funcționare. Reunind cele trei ecuații: (5.32) – ecuație general valabilă pentru orice convertor cu trei stări topologice și cele două funcții de comandă (5.33), respectiv (5.34), rezultă că tripleta de ecuații ce guvernează convertorul este:

$$\begin{cases} x_{n+1} = g(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) \\ F_1(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = 0 \\ F_2(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = 0 \end{cases} \quad (5.35)$$

Așa cum s-a precizat, subsistemul format din ultimele două ecuații din (5.35) este dificil de rezolvat pentru necunoscutele  $d_{1n}$ ,  $d_{2n}$ . De aceea vom investiga stabilitatea locală. Prin liniarizarea celor trei ecuații din (5.35) se obține:

$$\begin{cases} \hat{x}_{n+1} = \left. \frac{\partial g}{\partial x_n} \right|_{PSF} \cdot \hat{x}_n + \left. \frac{\partial g}{\partial d_{1n}} \right|_{PSF} \cdot \hat{d}_{1n} + \left. \frac{\partial g}{\partial d_{2n}} \right|_{PSF} \cdot \hat{d}_{2n} + \left. \frac{\partial g}{\partial u_n} \right|_{PSF} \cdot \hat{u}_n + \left. \frac{\partial g}{\partial p_{bif}} \right|_{PSF} \cdot \hat{p}_{bif} \\ \left. \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right|_{PSF} \cdot \hat{x}_n + \left. \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \right|_{PSF} \cdot \hat{d}_{1n} + \left. \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \right|_{PSF} \cdot \hat{d}_{2n} + \left. \frac{\partial F_1}{\partial u_n} \right|_{PSF} \cdot \hat{u}_n + \left. \frac{\partial F_1}{\partial p_{bif}} \right|_{PSF} \cdot \hat{p}_{bif} = 0 \\ \left. \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \right|_{PSF} \cdot \hat{x}_n + \left. \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \right|_{PSF} \cdot \hat{d}_{1n} + \left. \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right|_{PSF} \cdot \hat{d}_{2n} + \left. \frac{\partial F_2}{\partial u_n} \right|_{PSF} \cdot \hat{u}_n + \left. \frac{\partial F_2}{\partial p_{bif}} \right|_{PSF} \cdot \hat{p}_{bif} = 0 \end{cases} \quad (5.36)$$

Deoarece avem  $u_n = U = const$ , rezultă  $\hat{u}_n = 0$ . Apoi se poate presupune că  $\hat{p}_{bif} = 0$ , pentru că parametrul  $p_{bif}$  are de fiecare dată o valoare constantă pentru un punct de funcționare. Astfel sistemul de ecuații (5.36) se restrânge la:

$$\begin{cases} \hat{x}_{n+1} = \left. \frac{\partial g}{\partial x_n} \right|_{PSF} \cdot \hat{x}_n + \left. \frac{\partial g}{\partial d_{1n}} \right|_{PSF} \cdot \hat{d}_{1n} + \left. \frac{\partial g}{\partial d_{2n}} \right|_{PSF} \cdot \hat{d}_{2n} \\ \left. \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right|_{PSF} \cdot \hat{x}_n + \left. \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \right|_{PSF} \cdot \hat{d}_{1n} + \left. \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \right|_{PSF} \cdot \hat{d}_{2n} = 0 \\ \left. \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \right|_{PSF} \cdot \hat{x}_n + \left. \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \right|_{PSF} \cdot \hat{d}_{1n} + \left. \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right|_{PSF} \cdot \hat{d}_{2n} = 0 \end{cases} \quad (5.37)$$

Pentru evaluarea derivatelor parțiale ale funcției  $g$  se ține cont de definirea matricelor de tranziție definite în (5.26) ale căror derivate parțiale evaluate în  $PSF$  sunt:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_1}{\partial d_{1n}} = T_s A_1 \varphi_1 \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial d_{2n}} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial \varphi_2}{\partial d_{1n}} = 0 \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial d_{2n}} = T_s A_2 \varphi_2 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial \varphi_3}{\partial d_{1n}} = -T_s A_3 \varphi_3 \\ \frac{\partial \varphi_3}{\partial d_{2n}} = -T_s A_3 \varphi_3 \end{cases} \quad (5.38)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi_1}{\partial d_{1n}} = T_s \varphi_1 B_1 \\ \frac{\partial \psi_1}{\partial d_{2n}} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial \psi_2}{\partial d_{1n}} = 0 \\ \frac{\partial \psi_2}{\partial d_{2n}} = T_s \varphi_2 B_2 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial \psi_3}{\partial d_{1n}} = -T_s \varphi_3 B_3 \\ \frac{\partial \psi_3}{\partial d_{2n}} = -T_s \varphi_3 B_3 \end{cases} \quad (5.39)$$

iar din (5.32) se găsesc derivatele parțiale căutate:

$$\frac{\partial g}{\partial x_n} = \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \quad (5.40)$$

$$\frac{\partial g}{\partial d_{1n}} = T_s \varphi_3 [(\varphi_2 A_1 - A_3 \varphi_2) \varphi_1 x_n + (\varphi_2 \varphi_1 B_1 - A_3 \varphi_2 \psi_1 - A_3 \psi_2 - B_3) u_n] \quad (5.41)$$

$$\frac{\partial g}{\partial d_{2n}} = T_s \varphi_3 [(A_2 - A_3) \varphi_2 \varphi_1 x_n + (A_2 \varphi_2 \psi_1 - A_3 \varphi_2 \psi_1 - A_3 \psi_2 + \varphi_2 B_2 - B_3) u_n] \quad (5.42)$$

Dacă ultimele două ecuații ale sistemului (5.37) se privesc ca un subsistem în care necunoscutele sunt  $\hat{d}_{1n}$  și  $\hat{d}_{2n}$ , rezolvarea acestuia, prin substituții succesive, conduce la:

$$\hat{d}_{1n} = \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} - \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} - \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right] \hat{x}_n \quad (5.43)$$

$$\hat{d}_{2n} = \left\{ \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} - \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} - \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right] - \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \right\} \hat{x}_n \quad (5.44)$$

Prin introducerea valorilor lui  $\hat{d}_{1n}$  și  $\hat{d}_{2n}$  din (5.43) și (5.44) în prima ecuație din sistemul (5.37) se obține harta iterativă de semnal mic dorită:

$$\hat{x}_{n+1} = \left( \begin{aligned} & \frac{\partial g}{\partial x_n} + \frac{\partial g}{\partial d_{1n}} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} - \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} - \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right] + \\ & + \frac{\partial g}{\partial d_{2n}} \left\{ \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} - \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} - \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right] - \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \right\} \end{aligned} \right) \cdot \hat{x}_n \quad (5.45)$$

Se identifică din recurența (5.45) jacobianul:

$$J_g(x) = \left( \begin{aligned} & \frac{\partial g}{\partial x_n} + \frac{\partial g}{\partial d_{1n}} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} - \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} - \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right] + \\ & + \frac{\partial g}{\partial d_{2n}} \left\{ \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} - \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} - \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right] - \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \right\} \end{aligned} \right)_{PSF} \quad (5.46)$$

unde derivatele parțiale ale funcției  $g$  sunt date de relațiile (5.40), (5.41) și (5.42)

## 5.5. Determinarea punctului static de funcționare la convertoarele DC-DC cu trei stări topologice

S-a văzut că evaluarea derivatelor parțiale trebuie făcută în punctul static de funcționare în jurul căruia se liniarizează. Convertoarele DC-DC fiind sisteme periodice în cazul unui model discret soluția PSF este una constantă. Fie  $(U, D_1, D_2)$  tripleta intrărilor și  $X$  soluția constantă de stare staționară a vectorului de stare.

Deci în stare staționară  $x_{n+1} = x_n = X$ ,  $u_n = U$  iar matricele  $\varphi_i$  și  $\psi_i$  sunt evaluate atunci când factorii de umplere  $d_{1n}$ ,  $d_{2n}$  sunt constanți, egali cu  $D_1$  respectiv  $D_2$ . În particular și soluția de stare staționară verifică relația de recurență (5.31) și constrângerile (5.33), (5.34), ceea ce înseamnă că pentru găsirea PSF trebuie rezolvat sistemul:

$$\begin{cases} X = \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1 \cdot X + (\Phi_3 \Phi_2 \Psi_1 + \Phi_3 \Psi_2 + \Psi_3) \cdot U \\ F_1(X, D_1, D_2, U, p_{bif}) = 0 \\ F_2(X, D_1, D_2, U, p_{bif}) = 0 \end{cases} \quad (5.47)$$

Din prima ecuație din (5.47) rezultă:

$$X = (I - \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1)^{-1} \cdot (\Phi_3 \Phi_2 \Psi_1 + \Phi_3 \Psi_2 + \Psi_3) U \quad (5.48)$$

Așadar soluția de stare staționară este reprezentată de sistemul de trei ecuații

$$\begin{cases} X = (I - \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1)^{-1} \cdot (\Phi_3 \Phi_2 \Psi_1 + \Phi_3 \Psi_2 + \Psi_3) U \\ F_1(X, D_1, D_2, U, p_{bif}) = 0 \\ F_2(X, D_1, D_2, U, p_{bif}) = 0 \end{cases} \quad (5.49)$$

Matricele de tranziție  $\Phi_i$  și  $\Psi_i$  sunt date de (5.50):

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_1 = e^{A_1 D_1 T_s} \\ \Phi_2 = e^{A_2 D_2 T_s} \\ \Phi_3 = e^{A_3 (1-D_1-D_2) T_s} \end{array} \right. \text{ și } \left\{ \begin{array}{l} \Psi_1 = \int_0^{D_1 T_s} e^{A_1 \xi} d\xi \cdot B_1 \\ \Psi_2 = \int_0^{D_2 T_s} e^{A_2 \xi} d\xi \cdot B_2 \\ \Psi_3 = \int_0^{(1-D_1-D_2) T_s} e^{A_3 \xi} d\xi \cdot B_3 \end{array} \right. \quad (5.50)$$

Cele trei necunoscute sunt  $(D_1, D_2, X)$ . Este interesant de remarcat că cele două constrângeri sunt exprimate prin relații scalare în timp ce recurența este una de tip vectorial, necunoscutele fiind și ele două scalare  $(D_1, D_2)$  și una vectorială  $(X)$ . Sistemul este de tip transcendent, pentru că de exemplu  $D_1$  apare la exponent dar și liniar. Rezolvarea sa se face cu metode numerice. În cercetările făcute de autor soluția sistemului s-a dovedit a fi întodeauna unică

## 5.6. Aplicarea metodei generalizate propuse

Cele 9 derivate parțiale necesare pentru a putea determina jacobianul din (5.46) trebuie evaluate în *PSF*, care se determină în prealabil. Evaluarea derivatelor parțiale se efectuează succesiv, la fiecare pas de incrementare a parametrului de bifurcație după ce programul determină valorile  $D_1$  și  $D_2$ , apoi vectorul de stare staționară  $X$  și astfel devine posibilă calcularea matricelor de tranziție, iar în final jacobianul și multiplicatorii caracteristici. Organigrama de aplicare a metodei propuse este prezentată în Fig.5.2.

Ecuția (5.46) este riguros exactă, cu grad ridicat de generalitate, fiind **aplicabilă oricărui convertor** ce funcționează cu trei stări topologice în stare staționară.

Există situații particulare în care între factorii de umplere  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$  se poate stabili o relație simplă, de obicei în aceasta apărând factorul de umplere al comenzii  $d_n$ . Mai concret, fiecare dintre factorii de umplere  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$  se poate exprima numai în funcție de  $d_n$  și parametrii constanți ai schemei. În acest caz se elimină o relație de constrângere și relațiile generale se simplifică substanțial. Evident variabila după care se calculează derivatele parțiale va fi  $\hat{d}_n$ . Exemplul tipic este cazul eșantionării uniforme și purtătoare triunghiulară, așa cum se va vedea în capitolul următor. Dacă însă se utilizează o eșantionare naturală atunci relația dintre  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$  este dificil de dedus și variabilele după care se face derivarea rămân  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$ .

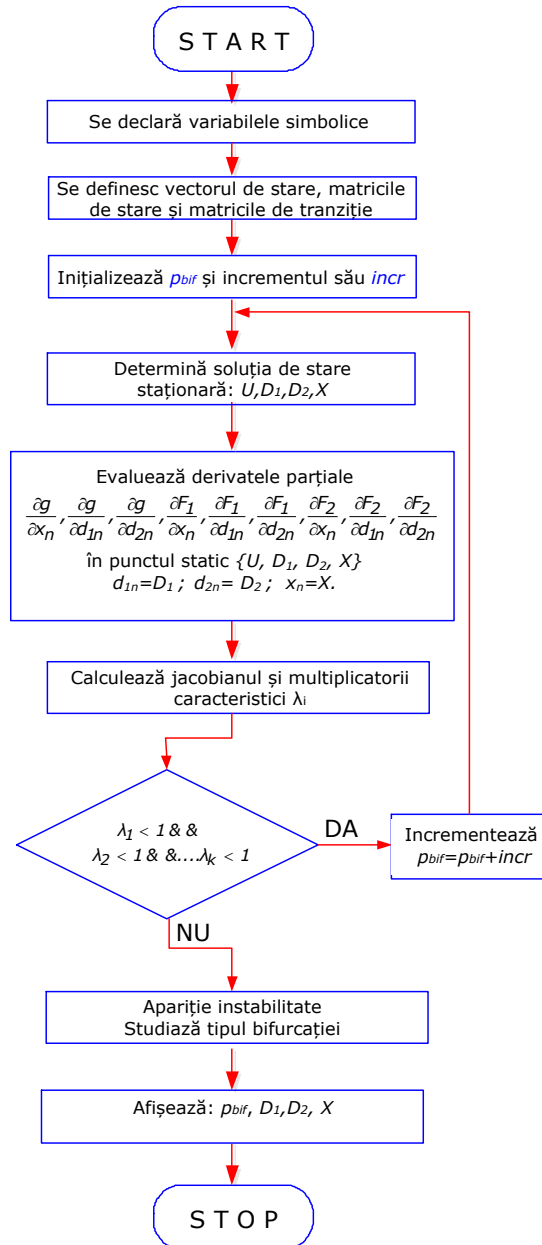


Fig.5.2. Organigrama pentru determinarea fenomenelor de instabilitate și bifurcație la convertoare ce funcționează cu trei stări topologice. Sursa [original].

Algoritmul expus în acest capitol se poate generaliza natural la structuri de convertoare cu patru, cinci sau mai multe stări topologice, desigur implicând calcule mai laborioase, în special la determinarea jacobianului. De multe ori însă anumite simetrii în funcționarea convertorului permit ca analiza directă să fie mult mai simplă, așa cum se va vedea la convertoarele multifazice, prezentate în Capitolul 8.



Se poate determina și a doua dublare de perioadă (periodicitate 4) iar aceasta apare atunci când cel puțin un multiplicator caracteristic al jacobianului dat de  $J_{g \otimes g}(X)$  devine în modul supraunitar. Calcularea valorii variabilei independente notate cu  $p_{bif}$  la care apare a doua bifurcație se face cu un algoritm similar, atunci când însă se operează cu  $J_{g \otimes g}(X)$ .

## 5.7. Concluzii și contribuții personale

În prezentul capitol se propune o nouă metodă de analiză pentru convertoare DC-DC cu trei stări topologice. Astfel de sisteme se întâlnesc în cazul funcționării DCM sau în cazul funcționării CCM la modulație triunghiulară, având eșantionare naturală sau uniformă. Capitolul este esențialmente teoretic, pregătind instrumentele de analiză pentru capitolele următoare. Deși s-ar fi putut include ca parte introductivă în Capitolul 6, dat fiind gradul ridicat de generalitate al metodei aplicabilă oricărui convertor DC-DC și oricărei tehnici de comandă, autorul a preferat să-i dedice un capitol separat, în acest fel facilitând lectura capitolelor următoare.

Principala **contribuție a autorului** constă în *metoda de analiză propusă*. Sunt furnizate:

- Relațiile generale pentru calculul punctului static de funcționare;
- Relația pentru calculul jacobianului;
- Algoritm și ordinea pașilor necesari a fi parcurși în aplicarea metodei.

## **6. ANALIZA EXACTĂ A FENOMENELOR DE INSTABILITATE PENTRU CONVERTOARELE DC-DC AVÂND COMANDĂ PROPORȚIONALĂ, MODULAȚIE TRIUNGHILARĂ, CU EȘANTIONARE UNIFORMĂ ȘI NATURALĂ**

*Motto:*

*"Experiența este o școală bună,  
dar taxele sunt mari"*

*Heinrich Heine*

În acest capitol se prezintă o primă aplicație a metodei generale de analiză prezentată în Capitolul 5. Sunt investigate convertoare DC-DC cu funcționare CCM cu modulație triunghiulară, atât LE cât și TE, funcția de comutație obținându-se fie cu eșantionarea uniformă, fie cu eșantionare naturală. Este analizat cazul general cu modulație asimetrică în care modulele pantelor tensiunii triunghiulare nu sunt egale. Desigur, în situația tensiunii purtătoare în dinte de fierăstrău rezultă ca și caz particular. Concluziile sunt orientate spre găsirea configurației cu cel mai larg domeniu de stabilitate. Întrucât considerațiile teoretice au fost dezvoltate în Capitolul 5, relațiile ce caracterizează funcționarea convertoarelor se vor rezuma strict la ceea ce este tipic pentru arhitecturile investigate.

### **6.1. Obținerea factorilor de umplere, a hărții iterative, a soluției de stare staționară și a ecuației comenzii pentru modulația triunghiulară LE asimetrică și simetrică cu eșantionare uniformă și controller proporțional**

Convertorul analizat conține o reacție negativă de tip proporțional, cu o modulație pe front ridicător, așa cum este exemplificat în Fig.6.1. Se cunoaște că în eșantionarea uniformă [82] tensiunea de ieșire este eșantionată la începutul perioadei și memorată cu un memorator de ordin zero. Astfel în procesul de comparație intră tensiunea triunghiulară și o tensiune constantă, în cazul nostru egală cu diferența dintre valoarea tensiunii de ieșire la începutul perioadei și tensiunea de referință multiplicată cu o constantă. Esențial este faptul că tensiunea purtătoare triunghiulară se compară cu o tensiune constantă. Faptul că tensiunea de comandă este constantă și tensiunea triunghiulară este compusă din segmente de drepte permite exprimarea factorilor de umplere  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$  în funcție de factorul de umplere discret  $d_n$  aferent tranzistorului. Așa cum s-a menționat în Capitolul 5 rămâne o singură mărime de comandă care este factorul de umplere discret  $d_n$  și vom avea o singură constrângere. Deși sistemul are trei stări topologice din punct de vedere al analizei aceasta este asemănătoare cu cea a unui sistem cu două stări topologice.

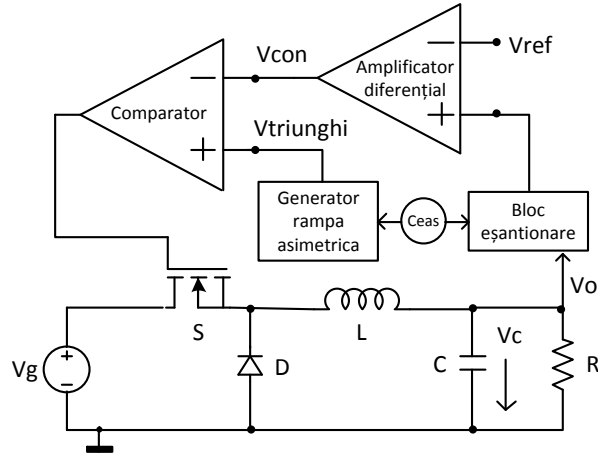


Fig.6.1. Convertor Buck cu reacție proporțională și modulație triunghiulară asimetrică de tip LE și eșantionare uniformă. Sursa [original].

Tipul de modulație este dat de funcția de comutație  $q(t)$  a elementului activ  $S$ . În Fig.6.2.a. se descrie principiul de funcționare, unde se observă că s-a ales o modulație de tipul LE, în care într-o perioadă de comutație durata de conducție a tranzistorului este flancată de intervalele de blocare. În cazul LE asimetric (Fig.6.2.a) intervalele de blocare sunt la capetele perioadei însă durata de conducție, nu mai apare centrată pe mijlocul acesteia (Fig.6.2.b). Modulația asimetrică se obține simplu folosind o tensiune triunghiulară în care modulele pantelor ridicătoare și coborâtoare sunt neegale. În cazul modulației simetrice modulele pantelor tensiunii triunghiulare sunt egale și intervalul de conducție este centrat pe mijlocul perioadei, Fig.6.2.b. În ambele situații tensiunea de comandă este:

$$V_{con} = A \cdot [v_c(nT_s) - V_{ref}] \tag{6.1}$$

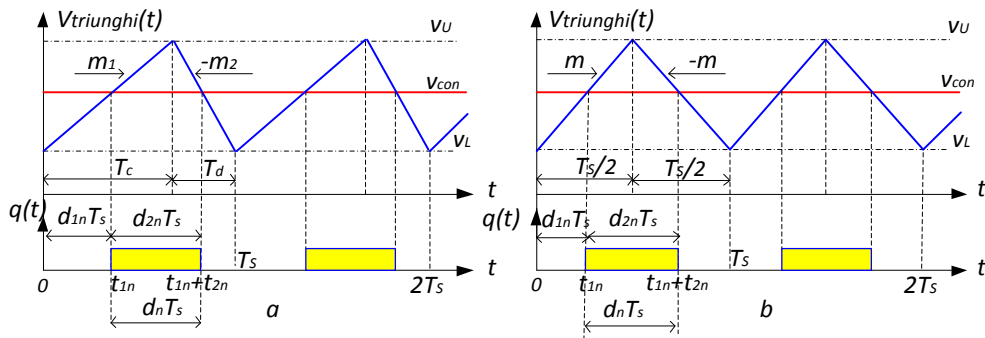


Fig.6.2. Obținerea funcției de comutație a elementului activ în cazul modulației LE: a) asimetrică; b) simetrică. Sursa [original].

În cazul LE asimetric se presupun cunoscuți timpii de creștere și descreștere ai tensiunii triunghiulare,  $T_c$  respectiv  $T_d$ , precum și valorile minimă și maximă ale acesteia,  $V_L$  respectiv  $V_U$ . Toți acești parametri sunt constanți. Este clar că  $T_c + T_d = T_s$ .

O primă relație între  $d_{1n}$ ,  $d_{2n}$  și factorul de umplere  $d_n$  se găsește imediat examinând abscisa din Fig.6.2.a:

$$d_{2n} = d_n \quad (6.2)$$

Pe de altă parte, invocând considerente de asemănare între triunghiuri dreptunghice și scriind relația de asemănare pentru catetele acestora, se determină:

$$\frac{d_{1n}T_s}{T_c} = \frac{V_{con} - V_L}{V_U - V_L} \quad (6.3)$$

$$\frac{T_s - d_{1n}T_s - d_{2n}T_s}{T_d} = \frac{V_{con} - V_L}{V_U - V_L} \quad (6.4)$$

Relațiile (6.3) și (6.4) având același membru drept rezultă că:

$$\frac{d_{1n}}{T_c} = \frac{1 - d_{1n} - d_{2n}}{T_d} \quad (6.5)$$

Din (6.2) și (6.5), ținând cont că  $T_d = T_s - T_c$  se găsește:

$$d_{1n} = (1 - d_n) \frac{T_c}{T_s} \quad (6.6)$$

Factorul de umplere  $d_n$  se poate la rândul-i exprima tot din asemănări de triunghiuri:

$$\begin{cases} d_{1n} = \frac{1 - d_n}{2} \\ d_{2n} = d_n \end{cases} \quad d_n = \frac{V_U - V_{con}}{V_U - V_L} \quad (6.7)$$

Modulația simetrică, graficul din Fig.6.2.b, este un caz particular în care  $T_c = T_d = \frac{T_s}{2}$  și astfel relațiile (6.6), (6.2) devin:

$$(6.8)$$

factorul de umplere fiind dat tot de (6.7). Pentru situația  $T_c = T_s$ ,  $T_d = 0$  se obține un dinte de fierăstrău crescător, (unde factorul de umplere  $d_n$  este același cu cel determinat în relația (6.7)) iar pentru  $T_c = 0$  și  $T_d = T_s$ , se obține un dinte de fierăstrău descrescător. Vom efectua analiza folosind rezultatele generale obținute în Capitolul 5 adaptate pentru cazul modulației asimetrice, rezultatele pentru modulația simetrică rezultând ca și caz particular făcând  $T_c = T_d = T_s / 2$ . Variabila intermediară este factorul de umplere  $d_n$ . În Fig.6.3. au fost evidențiate cele trei stări topologice, duratele lor, și setul de matrice aferent fiecăreia dintre ele.

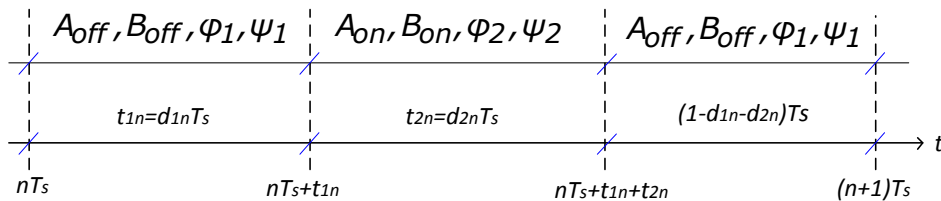


Fig.6.3. Cele trei stări topologice la modulația triunghiulară de tip LE. Sursa [original].

Relativ la notațiile din paragraful 5.4 Fig.5.1, este clar că:

$$A_1 = A_3 = A_{off}, B_1 = B_3 = B_{off}, A_2 = A_{on}, B_2 = B_{on} \quad (6.9)$$

În acest fel relațiile (5.26), ținând cont de (6.9), devin:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = e^{A_{off} d_{1n} T_s} \\ \varphi_2 = e^{A_{on} d_{2n} T_s} \\ \varphi_3 = e^{A_{off} (1-d_{1n}-d_{2n}) T_s} \end{array} \right. \quad \text{și} \quad \left\{ \begin{array}{l} \psi_1 = \int_0^{d_{1n} T_s} e^{A_{off} \xi} d\xi \cdot B_{off} \\ \psi_2 = \int_0^{d_{2n} T_s} e^{A_{on} \xi} d\xi \cdot B_{on} \\ \psi_3 = \int_0^{(1-d_{1n}-d_{2n}) T_s} e^{A_{off} \xi} d\xi \cdot B_{off} \end{array} \right. \quad (6.10)$$

Relația de recurență are același formalism cu (5.31), iar funcția  $g$  este aceeași cu cea din (5.32):

$$g(x_n, d_n, u_n, p_{bif}) = \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \cdot x_n + (\varphi_3 \varphi_2 \psi_1 + \varphi_3 \psi_2 + \psi_3) \cdot u_n \quad (6.11)$$

Similar, vectorul de stare în starea staționară este cel dat de (5.48):

$$X = (I - \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1)^{-1} \cdot (\varphi_3 \varphi_2 \psi_1 + \varphi_3 \psi_2 + \psi_3) U \quad (6.12)$$

unde, ca notație, matricele de tranziție care apar în (6.12) sunt cele din relațiile (6.10), evaluate pentru

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{1n} = D_1 = (1 - D) \frac{T_C}{T_S} \\ d_{2n} = D_2 = D \end{array} \right. \quad (6.13)$$

$D$  fiind factorul de umplere al tranzistorului în starea staționară.

Constrângerile  $F_1$  și  $F_2$  rezultă din compararea tensiunii de comandă cu tensiunea triunghiulară. Deși este posibilă o abordare în care cele două intersecții ale tensiunii triunghiulare cu rampa să furnizeze factorii de umplere  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$ , o cale mai simplă este să se găsească constrângerea  $F_1$  care furnizează pe  $d_{1n}$ . Cea de-a doua constrângere,  $F_2$ , rezultă într-o formă mai simplă, eliminând pe  $d_n$  din relațiile (6.2) și (6.6). Tensiunea de comandă ce se compară cu rampa este:

$$v_{con}(nT_s) = A (V_{exv} \cdot x(nT_s) - v_{ref}) \quad (6.14)$$

unde  $V_{exv}$  este un vector extractor ce extrage tensiunea capacitivă din vectorul de stare. Constrângerea  $F_1$  care furnizează pe  $d_{1n}$  se obține egalând pe  $v_{con}$  din (6.14) cu porțiunea crescătoare a tensiunii triunghiulare, relația scriindu-se într-o formă echivalentă, cu zero în membrul drept. Astfel obținem prima constrângere de forma  $F_1(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = 0$ , unde:

$$F_1(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = A (V_{exv} \cdot x_n - v_{ref}) - d_{1n} (V_U - V_L) \frac{T_S}{T_C} - V_L \quad (6.15)$$

$p_{bif}$  putând fi orice parametru ce intervine în (6.15).

Cea de a doua constrângere se obține, așa cum s-a precizat, eliminând  $d_n$  din (6.2) și (6.6). Se obține:

$$d_{1n} = (1 - d_{2n}) \frac{T_C}{T_S} \quad (6.16)$$

Din (6.16) constrângerea  $F_2$  rezultă imediat în forma  $F_2(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = 0$ ,

unde

$$F_2(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = d_{1n} - (1 - d_{2n}) \cdot \frac{T_c}{T_s} \quad (6.17)$$

Găsirea valorilor de stare staționară pleacă de la relația (6.12) care se combină cu (6.15) și dacă  $D_1$  și  $D_2$  se exprimă în funcție de  $D$  conform cu (6.13) rezultă o ecuație transcendentă cu o singură necunoscută,  $D$ :

$$A \left( V_{exv} \cdot \left[ (I - \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1)^{-1} \cdot (\Phi_3 \Phi_2 \Psi_1 + \Phi_3 \Psi_2 + \Psi_3) U \right] - V_{ref} \right) - (1 - D)(V_U - V_L) - V_L = 0 \quad (6.18)$$

Cunoscând pe  $D$  rezultă apoi valorile pentru  $D_1$  și  $D_2$ .

Derivatele parțiale ale funcției  $g$  necesare calculului jacobianului din (5.46) sunt aceleași ca cele date de (5.40), (5.41), (5.42) în care se ține seama de relațiile (6.9).

Se obțin:

$$\left. \frac{\partial g}{\partial x_n} \right|_{PSF} = \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1 \quad (6.19)$$

$$\left. \frac{\partial g}{\partial d_{1n}} \right|_{PSF} = T_s \Phi_3 \left[ (\Phi_2 A_{off} - A_{off} \Phi_2) \Phi_1 X + (\Phi_2 \Phi_1 B_{off} - A_{off} \Phi_2 \Psi_1 - A_{off} \Psi_2 - B_{off}) V_g \right] \quad (6.20)$$

$$\left. \frac{\partial g}{\partial d_{2n}} \right|_{PSF} = T_s \Phi_3 \left[ (A_{on} - A_{off}) \Phi_2 \Phi_1 X + (A_{on} \Phi_2 \Psi_1 - A_{off} \Phi_2 \Psi_1 - A_{off} \Psi_2 + \Phi_2 B_{on} - B_{off}) V_g \right] \quad (6.21)$$

În plus, derivatele parțiale ale funcțiilor  $F_1$  și  $F_2$  rezultă din 6.15 și 6.17:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial F_1}{\partial x_n} = AV_{exv} \\ \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} = -(V_U - V_L) \frac{T_s}{T_c} \\ \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} = 0 \end{array} \right. \quad (6.22)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} = 0 \\ \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} = 1 \\ \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} = \frac{T_c}{T_s} \end{array} \right. \quad (6.23)$$

De observat că toate derivatele parțiale ale funcțiilor  $F_1$  și  $F_2$  nu depind de punctul static de funcționare, ceea ce este tipic pentru eșantionarea uniformă indiferent de tipul de modulație. Există acum toate elementele pentru calculul jacobianului conform cu relația (5.46). Introducând (6.22) și (6.23) în (5.46) se obține:

$$J_g(X) = \frac{\partial g}{\partial x_n} \Big|_{PSF} - \frac{\partial g}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \left( \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \Big|_{PSF} +$$

$$+ \frac{\partial g}{\partial d_{2n}} \Big|_{PSF} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \left( \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \Big|_{PSF} \quad (6.24)$$

Se observă cu ușurință comparând (6.12) cu (4.12) că modulația triunghiulară asimetrică modifică harta iterativă cunoscută de la modulația în dinte de fierăstrău. Este firesc acest lucru pentru că în decursul unei singure perioade se produc acum două comutații. Totuși, dacă  $T_d \rightarrow 0$  atunci  $t_{1n} = (1 - d_n)T_s$ ,  $t_{2n} = T_s$  și în consecință  $\Phi_3 = I$ ,  $\Psi_3 = 0$  și în aceste condiții (6.11) devine identică cu (4.12), iar (6.12) cu (4.15). Este evident că modulația triunghiulară asimetrică LE și rezultatele ce decurg din analiza ei reprezintă o generalizare a tuturor tipurilor de modulații LE existente.

## 6.2. Obținerea factorilor de umplere, a hărții iterative, a soluției de stare staționară și a ecuației comenzii pentru modulația triunghiulară TE asimetrică și simetrică, cu eșantionare uniformă și controller proporțional

Pentru obținerea modulației TE este suficient ca în Fig.6.1. să se inverseze semnalele de la intrările comparatorului și de la intrările amplificatorului diferențial, așa cum se arată în Fig.6.4. Formele de undă tipice pentru modulație asimetrică și simetrică sunt exemplificate în Fig.6.5, iar cele trei stări topologice cu seturile de matrice aferente în Fig.6.6.

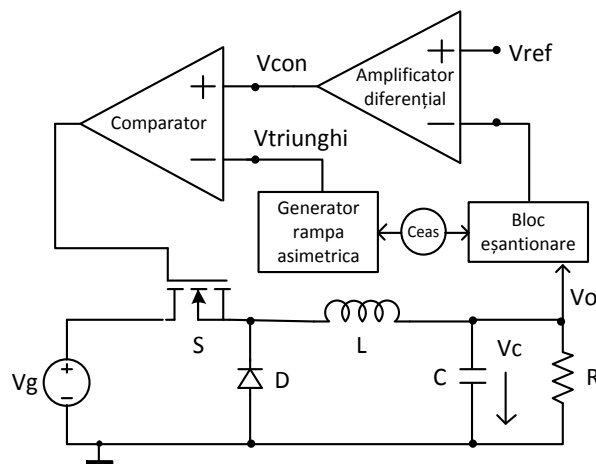


Fig. 6.4. Convertor Buck cu reacție proporțională și modulație triunghiulară asimetrică de tip TE și eșantionare uniformă. Sursa [original].

Deoarece există similitudini evidente cu modulația LE nu vom mai detalia demonstrația. Practic pentru factorii de umplere  $d_{1n}$ ,  $d_{2n}$  în relațiile de la LE se face  $d_n \rightarrow 1 - d_n$ . Rezultatele finale sunt:

$$V_{con} = A \cdot [V_{ref} - v_c(nT_s)] \quad (6.25)$$

Relațiile (6.2), respectiv (6.6) devin:

$$d_{2n} = 1 - d_n \quad (6.26)$$

$$d_{1n} = d_n \frac{T_c}{T_s} \quad (6.27)$$

iar pentru modulația simetrică,  $T_c = T_d = T_s/2$ , se obține:

$$\begin{cases} d_{1n} = \frac{d_n}{2} \\ d_{2n} = 1 - d_n \end{cases} \quad (6.28)$$

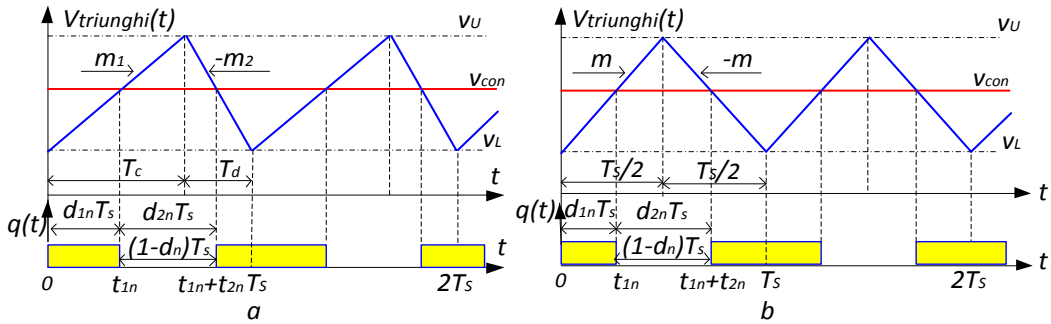


Fig. 6.5. Obținerea funcției de comutație a elementului activ la modulația uniformă TE: a) asimetrică; b) simetrică. Sursa [original].

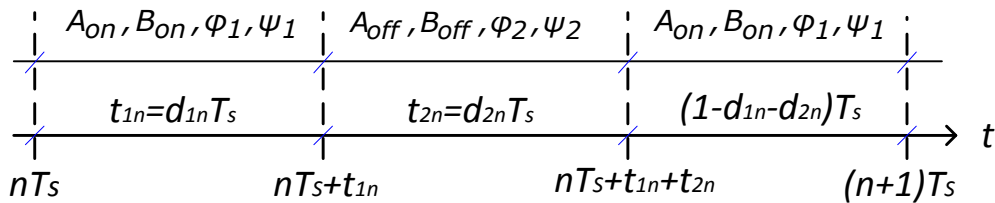


Fig.6.6. Cele trei stări topologice la modulația triunghiulară de tip TE. Sursa [original].



Pentru soluția de stare staționară matricile de stare corespunzătoare celor trei stări topologice sunt:  $A_1=A_3=A_{on}$ ,  $B_1=B_3=B_{on}$ ,  $A_2=A_{off}$ ,  $B_2=B_{off}$ , iar matricile de tranziție au expresiile:

$$\varphi_1 = e^{A_{on}d_{1n}T_s} \quad ; \quad \psi_1 = A_{on}^{-1}(\varphi_1 - I)B_{on} \quad (6.29)$$

$$\varphi_2 = e^{A_{off}d_{2n}T_s} \quad ; \quad \psi_2 = A_{off}^{-1}(\varphi_2 - I)B_{off} \quad (6.30)$$

$$\varphi_3 = e^{A_{on}(1-d_{1n}-d_{2n})T_s} \quad ; \quad \psi_3 = A_{on}^{-1}(\varphi_3 - I)B_{on} \quad (6.31)$$

Harta iterativă este descrisă de:

$$g(x_n, d_n, u_n, p_{bif}) = \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \cdot x_n + (\varphi_3 \varphi_2 \psi_1 + \varphi_3 \psi_2 + \psi_3) \cdot u_n \quad (6.32)$$

Se observă că ecuația (6.32) este identică cu (6.11), cu observația că matricile de stare implicate în cele două ecuații sunt diferite. Aceeași observație este valabilă și pentru vectorul de stare staționară  $X$ , care are aceeași expresie ca și (6.12).

$$X = (I - \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1)^{-1} \cdot (\varphi_3 \varphi_2 \psi_1 + \varphi_3 \psi_2 + \psi_3) V_g \quad (6.33)$$

Ecuația comenzii, în cazul în care aceasta se face după factorul de umplere al tranzistorului, se obține din (6.14) făcând  $d_n \rightarrow 1 - d_n$  și  $(V_{ref} - V_{exv} X_n) \rightarrow -(V_{ref} - V_{exv} X_n)$  deoarece s-au modificat termenii diferenței. Se obține:

$$F(x_n, d_n, v_{gn}, p_{bif}) = A(V_{ref} - V_{exv} X_n) - (V_U - V_L)d_n - V_L \quad (6.34)$$

Expresia jacobianului este aceeași cu cea de la LE, dată de (6.24), derivatele parțiale fiind:

$$\left. \frac{\partial g}{\partial x_n} \right|_{PSF} = \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \quad (6.35)$$

$$\left. \frac{\partial g}{\partial d_n} \right|_{PSF} = (T_d A_{on} \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 - T_s \varphi_3 A_{off} \varphi_2 \varphi_1 + T_c \varphi_3 \varphi_2 A_{on} \varphi_1) X + (T_d A_{on} \varphi_3 \varphi_2 \psi_1 - T_s \varphi_3 A_{off} \varphi_2 \psi_1 + T_c \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 B_{on} + T_d A_{on} \varphi_3 \psi_2 - T_s \varphi_3 \varphi_2 B_{off} + T_d \varphi_3 B_{on}) V_g \quad (6.36)$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x_n} \right|_{PSF} = -A \cdot V_{exv} \quad (6.37)$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial d_n} \right|_{PSF} = -(V_U - V_L) \quad (6.38)$$

În cazul în care se folosește abordarea generală descrisă în Capitolul 5, jacobianul, ca și la modulația LE, este dat de (5.46), unde derivatele parțiale necesare pentru calculul jacobianului sunt:

$$\left. \frac{\partial g}{\partial x_n} \right|_{PSF} = \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \quad (6.39)$$

$$\left. \frac{\partial g}{\partial d_{1n}} \right|_{PSF} = T_s \varphi_3 [(\varphi_2 A_{on} - A_{on} \varphi_2) \varphi_1 X + (\varphi_2 \varphi_1 B_{on} - A_{on} \varphi_2 \psi_1 - A_{on} \psi_2 - B_{on}) V_g] \quad (6.40)$$

$$\left. \frac{\partial g}{\partial d_2} \right|_{PSF} = T_s \Phi_3 [(A_{off} - A_{on}) \Phi_2 \Phi_1 X - (A_{on} \Phi_2 \Psi_1 - A_{off} \Phi_2 \Psi_1 + A_{on} \Psi_2 - \Phi_2 B_{off} + B_{on}) V_g] \quad (6.41)$$

La rândul lor, funcțiile  $F_1$  și  $F_2$  rezultă din egalarea tensiunii de comandă cu porțiunea crescătoare, respectiv descrescătoare a rampei. Mai direct, se pot folosi relațiile (6.15) și (6.17) în care se face  $(v_{ref} - V_{exv} x_n) \rightarrow -(v_{ref} - V_{exv} x_n)$ . Se obține:

$$F_1(x_n, d_{1n}, d_{2n}, v_{gn}, p_{bif}) = -A (V_{exv} x_n - v_{ref}) - d_{1n} (V_U - V_L) \frac{T_s}{T_c} - V_L = 0 \quad (6.42)$$

Cu ajutorul relațiilor (6.26) și (6.27) se obține aceeași relație (6.17):

$$F_2(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = d_{1n} - (1 - d_{2n}) \cdot \frac{T_c}{T_s} \quad (6.43)$$

Derivatele parțiale ale funcțiilor  $F_1$  și  $F_2$  sunt:

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right|_{PSF} = -A V_{exv} \quad (6.44)$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \right|_{PSF} = -(V_U - V_L) \frac{T_s}{T_c} \quad (6.45)$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \right|_{PSF} = 0 \quad (6.46)$$

$$\left. \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \right|_{PSF} = 0 \quad (6.47)$$

$$\left. \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \right|_{PSF} = 1 \quad (6.48)$$

$$\left. \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right|_{PSF} = \frac{T_c}{T_s} \quad (6.49)$$

Ca și în cazul LE, dacă  $T_d = 0$  se obține modulația TE în dinte de fierăstrău crescător, regăsindu-se formulele (4.12) și (4.15).

### 6.3. Verificarea prin simulare Matlab și Caspoc a fenomenelor de bifurcație la modulația triunghiulară LE și TE și eşantionare uniformă

S-a ales pentru studiu un convertor buck ideal cu următorii parametri de circuit:  $V_g = 24V$ ,  $L = 20mH$ ,  $C = 47\mu F$ ,  $R = 22\Omega$ ,  $V_{ref} = 11V$ ,  $V_L = 3,8V$ ,  $V_U = 8,2V$ ,  $f_s = 2,5kHz$ . Pentru ambele tipuri de modulații parametrul după care s-a făcut analiza a fost câștigul  $A$  al controllerului proporțional, la valori fixate pentru  $T_c$  și  $T_d$ . Pentru fiecare valoare a lui  $A$  a fost calculat factorul de umplere aferent stării staționare și apoi multiplicatorii caracteristici. Dacă ambii multiplicatori caracteristici s-au situat în interiorul cercului de rază unitate atunci valoarea lui  $A$  a fost incrementată. Algoritmul se oprește când un multiplicator caracteristic sau ambii părăsesc cercul unitate. Programele Matlab corespunzătoare sunt *Anexa\_6\_1\_buck\_LE\_unif\_asim.m*, cu funcția aferentă *Anexa\_6\_2\_f\_buck\_LE\_unif\_asim.m* pentru o analiză în care se

lucrează cu timpii de conducție  $t_{1n}$  și  $t_{2n}$ . Pentru situația în care analiza se face folosind factorii de umplere  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$  programul de simulare este *Anexa\_6\_3\_buck\_LE\_unif\_asim\_D1\_D2.m* cu funcția corespunzătoare *Anexa\_6\_4\_f\_buck\_LE\_unif\_asim\_D1\_D2.m*. Evident ambele perechi de programe conduc la rezultate identice.

În Tabelul 6.1 sunt prezentate rezultatele pentru o modulație LE și  $T_c=300\mu s$ . Fig.6.7 prezintă locul geometric al multiplicatorilor caracteristici la modificarea amplificării. Punctele de pe cerc marcate cu coordonate corespund valorilor îngroșate din Tabelul 6.1. Pentru  $T_c=300\mu s$  valoarea amplificării diferențiale la care apare bifurcația este  $A=1,085$ . Atât Tabelul 6.1, cât și Fig.6.7 evidențiază faptul că ambele valori proprii complex conjugate ale jacobianului părăsesc simultan cercul unitar, deci bifurcația este de tip Neimark-Sacker.

Tabelul 6.1. Valorile calculate ale multiplicatorilor caracteristici la convertorul buck cu comandă proporțională, modulație LE și eșantionare uniformă la  $T_c=300\mu s$ .

Amplificarea diferențială <b>A</b>	Valorile proprii		Valoarea absolută $ \lambda_1 ,  \lambda_2 $	Concluzii
	$\lambda_1$	$\lambda_2$		
1,060	0,5240+0,8465i	0,5240-0,8465i	0,9956	stabil
1,070	0,5220+0,8499i	0,5220-0,8499i	0,9974	stabil
1,080	0,5199+0,8532i	0,5199-0,8532i	0,9991	stabil
<b>1,085</b>	<b>0,5189+0,8548i</b>	<b>0,5189-0,8548i</b>	<b>1,0000</b>	<b>bifurcație</b>
1,090	0,5179+0,8565i	0,5179-0,8565i	1,0009	bifurcație
1,100	0,5158+0,8598i	0,5158-0,8598i	1,0027	bifurcație
1,200	0,4955+0,8918i	0,4955+0,8918i	1,0202	bifurcație

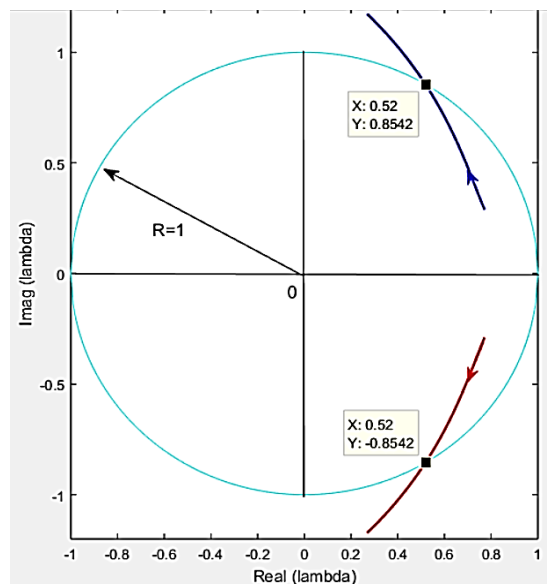


Fig.6.7. Locul geometric al multiplicatorilor caracteristici, cu evidențierea bifurcației Neimark-Sacker la modulația LE. Sursa [original].

O a doua analiză a avut în vedere evidențierea valorilor de amplificare la care apare bifurcația pentru diferite valori ale timpului de creștere  $T_c$ . Rezultatele sunt sintetizate în primele două coloane ale Tabelului 6.2. Începând cu coloana a patra rezultatele corespund tot simulării Matlab. Pasul de modificare al lui  $T_c$  a fost de  $50\mu s$ . Se observă un aspect interesant și anume că cea mai mare amplificare posibilă de  $1,292$  se obține la  $T_c=400\mu s$ , adică atunci când purtătoarea degenează într-un dinte de fierăstrău crescător.

Validarea finală s-a făcut prin simularea cu un simulator dedicat de circuite, programul Caspoc. Schema de simulare este cea din Fig.6.8. Deoarece programul de simulare Caspoc nu a avut în biblioteca sa un generator de rampă asimetrică, acesta a fost creat și s-a denumit: *TRI\_ASIM*, iar pentru modificarea lentă a amplificării plecând de la o valoare minimă și pînă la o valoare maximă dorite s-a realizat blocul *LIMITE*.

Diagrama de bifurcație pentru același convertor ale cărui rezultate din analiza Matlab au fost prezentate în Tabelul 6.1. este cea din Fig.6.9. Din punct de vedere calitativ diagrama confirmă natura Neimark-Sacker a bifurcației, iar din punct de vedere cantitativ citirea abscisei la care apare bifurcația a condus la o valoare  $A=1,081$ . Comparativ cu valoarea  $A=1,085$  prognozată de analiza Matlab rezultă o eroare relativă de  $0,368\%$ .

Prin simulare în Caspoc s-au verificat valorile amplificării la care apare bifurcația pentru diferite valori ale timpului de creștere. Valorile sunt cele din coloana a treia din Tabelul 6.2. Comparându-le cu cele obținute în Matlab și specificate în coloana a doua a aceluiași tabel, se obțin erorile relative din coloana a șaptea, care este evident că nu depășesc  $1,35\%$ ! Concluzia este: tehnica propusă se validează cu succes prin multiplele simulări efectuate.

Tabelul 6.2. Rezultatele analizei apariției bifurcației în funcție de forma tensiunii purtătoare asimetrice, la modulația uniformă LE. Parametrul de bifurcație ales a fost amplificarea A.

$T_c$ [ $\mu s$ ]	A Matlab	A Caspoc	Factorul umplere D	Tensiune capacitivă $v_c(nT)$ [V]	Vcontrol Matlab [V]	Eroare A Matlab Caspoc [%]	Forma triunghiulară
0	0,544	0,552	0,8116	19,5092	4,6290	1,47	fierăstrău descrescător
50	0,626	0,631	0,7754	18,6491	4,7883	0,79	asimetrică
100	0,712	0,714	0,7445	17,9162	4,9253	0,28	asimetrică
150	0,801	0,812	0,7182	17,2923	5,0401	1,35	asimetrică
200	0,893	0,892	0,6956	16,7552	5,1394	0,11	simetrică
250	0,988	0,981	0,6761	16,2885	5,2250	0,71	asimetrică
300	1,085	1,081	0,6595	15,8832	5,2983	0,36	asimetrică
350	1,187	1,175	0,6448	15,5181	5,3630	1,01	asimetrică
400	1,292	1,313	0,6321	15,1942	5,4189	0,83	fierăstrău crescător

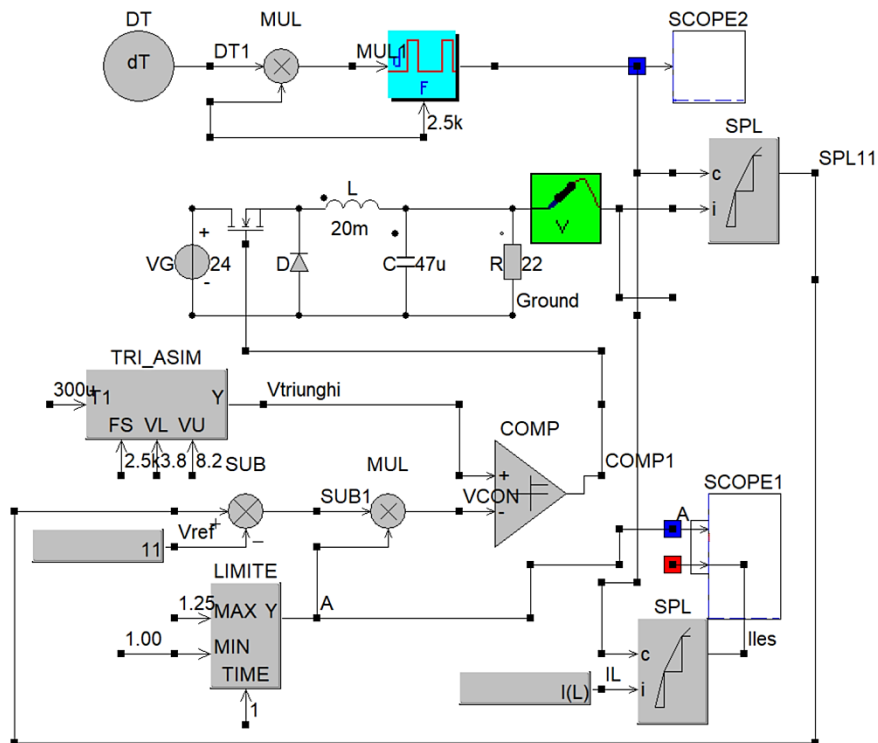


Fig.6.8. Schema de simulare a convertorului buck cu modulație uniformă triunghiulară asimetrică de tip LE. Sursa [original].

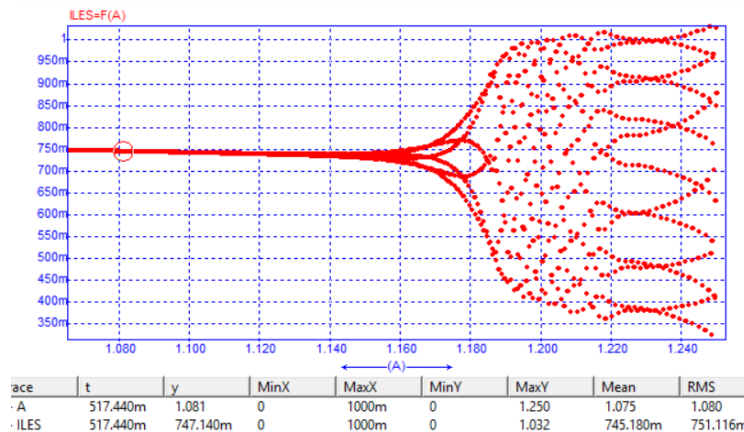


Fig.6.9. Diagrama de bifurcație la modulația LE asimetrică pentru  $T_c=300\mu s$ . Sursa [original].

**Modulația uniformă de tip trailing edge** În cazul acestui tip de modulație pentru rampe triunghiulare asimetrice rezultatele obținute sunt asemănătoare cu cele de la modulația LE. Tabelul 6.3. prezintă evoluția multiplicatorilor caracteristici la o rampă crescătoare cu  $T_c=300\mu s$  și modificarea parametrului A, cu locul geometric corespunzător evidențiat în Fig.6.10. Programele Matlab aferente sunt *Anexa\_6\_5\_buck\_TE\_unif\_asim.m* și *Anexa\_6\_6\_f\_buck\_TE\_unif\_asim.m*. Diagrama

de bifurcație obținută în Caspoc este cea din Fig.6.11, în care eroarea relativă față de analiza Matlab rămâne mică, de 0,2577%. Tabelul 6.4. conține dependența amplificării la care apare bifurcația funcție de timpul de creștere, rezultate obținute atât analitic în Matlab cât și prin simulare în Caspoc. Concluziile sunt că bifurcația este tot de tip Neimark-Sacker, iar cazul cel mai favorabil, care permite lucrul cu amplificare maximă, se obține atunci când modulația TE asimetrică cu purtătoare triunghiulară degenerază tot în modulație TE clasică cu purtătoare în dinte de fierăstrău crescător. Din punct de vedere cantitativ erorile relative dintre analiza Matlab și simularea de circuit Caspoc rămân și în acest caz mici, așa cum arată Tabelul 6.4. Se confirmă astfel și pentru modulația uniformă TE justetea metodei de calcul propusă.

Pentru ambele tipuri de modulație amplificarea maximă se obține când modulația triunghiulară degenerază în modulația corespunzătoare clasică, cu tensiunea purtătoare în dinte de fierăstrău crescător.

Tabelul 6.3. Valorile multiplicatorilor caracteristici la convertorul buck cu comandă proporțională, modulație TE și eșantionare uniformă cu parametrul de bifurcație amplificarea diferențială A

Amplificarea diferențială A	Valorile proprii		Valoarea absolută $ \lambda_1 ,  \lambda_2 $	Concluzii
	$\lambda_1$	$\lambda_2$		
0,900	0.5473+0.7840i	0.5473-0.7840i	0,9562	stabil
1,000	0.5254+0.8188i	0.5254-0.8188i	0,9792	stabil
1,100	0.5036+0.8517i	0.5036-0.8517i	0,9991	stabil
<b>1,164</b>	<b>0.4897+0.8719i</b>	<b>0.4897-0.8719i</b>	<b>1,0000</b>	<b>bifurcație</b>
1,200	0,4819+0,8829i	0,4819-0,8829i	1,0059	bifurcație
1,300	0,4603+0,9126i	0,4603-0,9126i	1,0221	bifurcație
1,400	0,4387+0,9408i	0,4387+0,9408i	1,0381	bifurcație

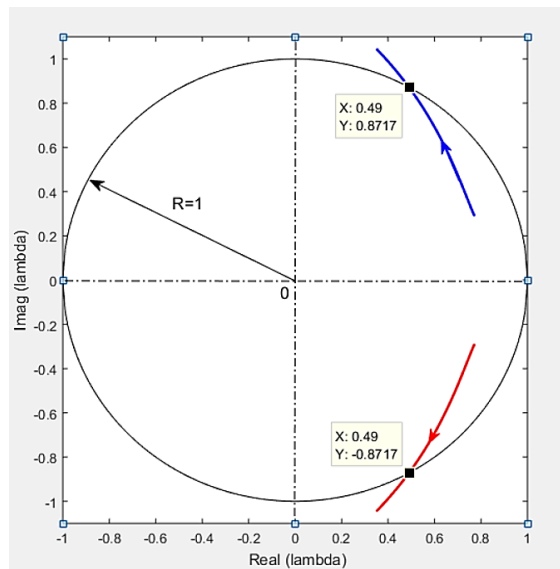


Fig.6.10. Locul geometric al multiplicatorilor caracteristici cu evidențierea bifurcației Neimark-Sacker la modulația TE - [Sursa original].

Tabelul 6.4. Rezultatele analizei apariției bifurcației în funcție de forma tensiunii purtătoare asimetrice, la modulația uniformă TE. Parametrul de bifurcație este amplificarea A.

$T_c$ [ $\mu$ s]	A Matlab	A Caspoc	Factorul umplere D	Tensiune capacitivă $v_c(nT)$ [V]	Vcontrol Matlab [V]	Eroare A Matlab - Caspoc [%]	Forma triunghiulară
0	0,480	0.490	0,0937	2,2248	4,2121	1,26	fierăstrău descrescător
50	0,565	0,570	0,1355	3,2194	4,3961	0,87	asimetric
100	0,660	0,665	0,1723	4,0940	4,5580	0,74	asimetric
150	0,767	0,760	0,2049	4,8700	4,7017	0,92	asimetric
200	0,886	0,877	0,2335	4,8276	4,8276	1,12	simetric
250	1,018	1,010	0,2586	6,1496	4,9377	0,80	asimetric
300	1,164	1,161	0,2804	6,6756	5,0336	0,25	asimetric
350	1,329	1,315	0,2997	7,1484	5,1188	1,06	asimetric
400	1,515	1,495	0,3167	7,5718	5,1937	1,32	fierăstrău crescător

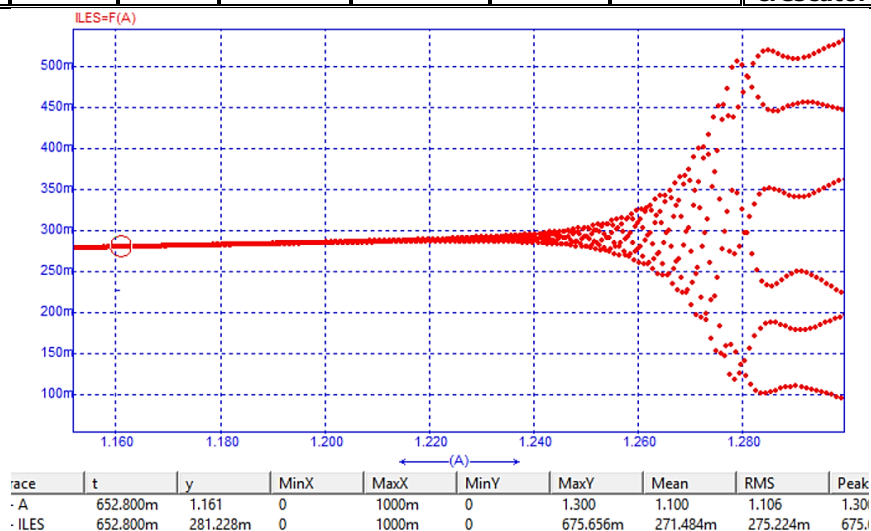


Fig.6.11. Diagrama de bifurcație la modulația uniformă TE asimetrică pentru  $T_c=300\mu$ s.  
Sursa [original].

#### 6.4. Obținerea timpilor de comandă, a hărții iterative, a soluției de stare staționară și a ecuației comenzii pentru modulația triunghiulară LE și TE asimetrică și simetrică cu eșantionare naturală și controller proporțional

Vom aplica rezultatele generale teoretice obținute în Capitolul 5 la un convertor comandat cu modulație triunghiulară asimetrică, variantele LE și TE fiind abordate în același paragraf datorită similitudinilor și diferențelor minore în ce privește formalismul. Schema de simulare și obținerea funcției de comandă pentru modulația LE sunt prezentate în Fig.6.12. unde se sesizează că tensiunea de comandă nu mai

este o constantă pe o perioadă de comutație, ca în cazul modulației uniforme. Aceasta face ca să nu existe o legătură simplă între factorii de umplere  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$ .

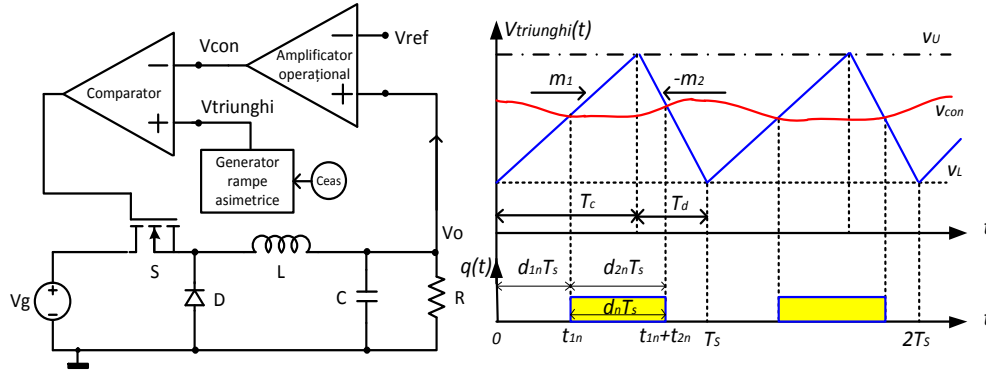


Fig.6.12. Modulație triunghiulară naturală asimetrică LE. Sursa [original].

A doua observație se referă la faptul că din punct de vedere al conducerii dispozitivelor, succesiunea de stări topologice este aceeași cu cea de la eșantionarea uniformă, ceea ce înseamnă că rămâne adevărată reprezentarea din Fig.6.5 precum și relațiile (6.10). Harta iterativă este descrisă de aceeași ecuație (6.11), soluția de stare staționară fiind dată de relația (6.12). Este clar că funcția  $g$  este aceeași cu cea de la modulația uniformă dată de (6.11), deci derivatele funcției  $g$  sunt aceleași cu cele din relațiile (6.19), (6.20), (6.21). Ceea ce diferă de eșantionarea uniformă sunt cele două funcții de comandă diferite de (6.15) și (6.17), a căror formă trebuie determinată. Se calculează derivatele parțiale ale acestora precum și ale funcției  $g$ , construcția jacobianului care prin valorile sale proprii oferă informații de stabilitate. Sistemul de ecuații (5.35), reluat mai jos, este:

$$\begin{cases} x_{n+1} = g(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) \\ F_1(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = 0 \\ F_2(x_n, d_{1n}, d_{2n}, u_n, p_{bif}) = 0 \end{cases} \quad (6.50)$$

Valoarea factorului de umplere  $d_{1n}$ , se obține ca la eșantionarea uniformă egalând tensiunea de comandă cu porțiunea crescătoare a tensiunii triunghiulare, cu observația că în tensiunea de comandă tensiunea de ieșire nu mai apare eșantionată. Cum

$$v_{con}(t) = A \cdot [v_o(t) - V_{ref}] \quad (6.51)$$

constrângerea care dă pe  $F_1$  este:

$$v_{con}(nT_s + d_{1n}T_s) = v_{tc}(nT_s + d_{1n}T_s) \quad (6.52)$$

Unde  $v_{tc}(t)$  este ecuația porțiunii crescătoare din tensiunea triunghiulară. Cu originea fixată la începutul perioadei,  $v_{tc}(t)$  are expresia:

$$v_{tc}(t) = \frac{V_U - V_L}{T_c} t + V_L \quad (6.53)$$

Folosind matricea extractoare pentru a exprima pe  $v_{con}(t)$  în funcție de vectorul de stare ecuația (6.52) devine:



$$A (V_{exv} \cdot x(nT_s + d_{1n}T_s) - v_{ref}) = d_{1n}(V_U - V_L) \frac{T_s}{T_c} + V_L \quad (6.54)$$

Valoarea vectorului de stare la sfârșitul primei stări topologice se poate exprima în funcție de vectorul de stare de la începutul perioadei:

$$x(nT_s + d_{1n}T_s) = \Phi_1 x(nT_s) + \Psi_1 V_g \quad (6.55)$$

În acest fel ecuația care îl furnizează pe  $d_{1n}$  devine:

$$A [V_{exv}(\Phi_1 x_n + \Psi_1 u_n) - v_{ref}] = d_{1n}(V_U - V_L) \frac{T_s}{T_c} + V_L \quad (6.56)$$

din care se identifică imediat funcția  $F_1$ :

$$F_1 = A [V_{exv}(\Phi_1 x_n + \Psi_1 u_n) - v_{ref}] - d_{1n}(V_U - V_L) \frac{T_s}{T_c} - V_L \quad (6.57)$$

Similar se procedează pentru găsirea funcției  $F_2$ , pornind de la faptul că  $d_{2n}$  se obține din egalitatea aceleiași tensiuni de comandă cu porțiunea descrescătoare a rampei triunghiulare  $v_{td}(t)$  a cărei ecuație, cu originea la începutul celei de a doua stări topologice este:

$$v_{td}(t) = -\frac{V_U - V_L}{T_d} t + V_L + (V_U - V_L) \frac{T_s}{T_d} \quad (6.58)$$

Ținem cont că tensiunea de comandă la momentul  $t_{2n}$  se poate exprima în funcție de vectorul de stare de la începutul perioadei curente prin intermediul primelor două stări topologice LTI:

$$x((n + d_{1n} + d_{2n})T_s) = \Phi_2 \Phi_1 x_n + (\Phi_2 \Psi_1 + \Psi_2) \cdot u_n \quad (6.59)$$

Astfel ecuația pentru timpul  $t_{2n}$  este:

$$A [V_{exv}(\Phi_2 \Phi_1 x_n + (\Phi_2 \Psi_1 + \Psi_2) \cdot u_n) - v_{ref}] = (1 - d_{1n} - d_{2n})(V_U - V_L) \frac{T_s}{T_d} + V_L \quad (6.60)$$

de unde se identifică  $F_2$ :

$$F_2 = A [V_{exv}(\Phi_2 \Phi_1 x_n + (\Phi_2 \Psi_1 + \Psi_2) \cdot u_n) - v_{ref}] - (1 - d_{1n} - d_{2n})(V_U - V_L) \frac{T_s}{T_d} - V_L \quad (6.61)$$

Pentru derivatele parțiale care sunt necesare în calculul jacobianului, cele ale funcției  $g$  rămân cele date de relațiile (5.42), (5.43), (5.44) iar cele ale funcțiilor  $F_1$  și  $F_2$  sunt:

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right|_{PSF} = AV_{exv} \Phi_1 \quad (6.62)$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \right|_{PSF} = AT_s V_{exv} (A_{off} \Phi_1 X + \Phi_1 B_{off} U) - \frac{V_U - V_L}{T_c} T_s \quad (6.63)$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \right|_{PSF} = 0 \quad (6.64)$$

$$\left. \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \right|_{PSF} = AV_{exv} \Phi_2 \Phi_1 \quad (6.65)$$

$$\left. \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \right|_{PSF} = AT_s V_{exv} (\Phi_2 A_{off} \Phi_1 X + \Phi_2 \Phi_1 B_{off} U) + (V_U - V_L) \frac{T_s}{T_d} \quad (6.66)$$

$$\left. \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right|_{PSF} = AT_s V_{exv} [A_{on} \phi_2 \phi_1 X + (A_{on} \phi_2 \psi_1 + \phi_2 B_{on}) U] + (V_U - V_L) \frac{T_s}{T_d} \quad (6.67)$$

Se observă că doar o derivată parțială este nulă și spre deosebire de cazul eșantionării uniforme derivatele parțiale nu mai au valoare constantă fiind dependente de *PSF*. Din cauza dependențelor neliniare de factorii de umplere  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$  practic găsirea *PSF* presupune rezolvarea unui sistem transcendent dat de:

$$\begin{cases} X = (I - \phi_3 \phi_2 \phi_1)^{-1} \cdot (\phi_3 \phi_2 \psi_1 + \phi_3 \psi_2 + \psi_3) U \\ F_1 = A [V_{exv} (\phi_1 X + \psi_1 U) - v_{ref}] - D_1 (V_U - V_L) \frac{T_s}{T_c} - V_L \\ F_2 = A [V_{exv} (\phi_2 \phi_1 X + (\phi_2 \psi_1 + \psi_2) \cdot U) - v_{ref}] - (1 - D_1 - D_2) (V_U - V_L) \frac{T_s}{T_d} - V_L \end{cases} \quad (6.68)$$

Cele trei ecuații ce înglobează și vectorul de stare staționară sunt ecuații transcendente și se rezolvă în programul Matlab cu ajutorul funcției "fsolve". jacobianul păstrează expresia generală dată de (5.46):

$$J_g(x) = \left. \begin{aligned} & \frac{\partial g}{\partial x_n} + \frac{\partial g}{\partial d_{1n}} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} - \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} - \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right] + \\ & + \frac{\partial g}{\partial d_{2n}} \left\{ \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} - \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} - \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right] - \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \right\} \end{aligned} \right|_{PSF} \quad (6.69)$$

În cazul **modulației de tip TE** singurele deosebiri față de cazul LE constau în faptul că  $v_{con} \rightarrow -v_{con}$  și matricele  $A_i$ ,  $B_i$  se modifică, așa cum s-a procedat în cazul eșantionării naturale, fiind date de relațiile (6.29), (6.30), (6.31). Derivatele parțiale ale funcției  $g$  au același formalism ca și cazul LE, în timp ce derivatele funcțiilor  $F_1$  și  $F_2$  suferă ușoare modificări de semn și de natura *on-off* a matricelor implicate. Se obține sistemul cu ecuații transcendente precum și derivatele parțiale evaluate în *PSF* necesare calculării jacobianului:

$$\begin{cases} X = (I - \phi_3 \phi_2 \phi_1)^{-1} \cdot (\phi_3 \phi_2 \psi_1 + \phi_3 \psi_2 + \psi_3) U \\ F_1 = A [v_{ref} - V_{exv} (\phi_1 X + \psi_1 U)] - D_{1n} (V_U - V_L) \frac{T_s}{T_c} - V_L \\ F_2 = A [v_{ref} - V_{exv} (\phi_2 \phi_1 X + (\phi_2 \psi_1 + \psi_2) \cdot U)] - (1 - D_{1n} - D_{2n}) (V_U - V_L) \frac{T_s}{T_d} - V_L \end{cases} \quad (6.70)$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right|_{PSF} = -A V_{exv} \phi_1 \quad (6.71)$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \right|_{PSF} = -A T_s V_{exv} (A_{on} \phi_1 X + \phi_1 B_{on} U) - (V_U - V_L) \frac{T_s}{T_c} \quad (6.72)$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \right|_{PSF} = 0 \quad (6.73)$$

$$\left. \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \right|_{PSF} = -AV_{exv} \Phi_2 \Phi_1 \quad (6.74)$$

$$\left. \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \right|_{PSF} = -AT_s V_{exv} \Phi_2 (A_{on} \Phi_1 X + \Phi_1 B_{on} U) + (V_U - V_L) \frac{T_s}{T_d} \quad (6.75)$$

$$\left. \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \right|_{PSF} = -AT_s V_{exv} [A_{off} \Phi_2 \Phi_1 X + (A_{off} \Phi_2 \Psi_1 + \Phi_2 B_{off}) U] + (V_U - V_L) \frac{T_s}{T_d} \quad (6.76)$$

### 6.5. Verificarea Matlab și Caspoc a rezultatelor obținute la modulația triunghiulară naturală TE respectiv LE

Se vor prezenta prima dată rezultatele în cazul modulației TE. Studiul este similar cu cel făcut în cazul eșantionării uniforme. Programul Matlab *Anexa\_6\_7\_buck\_TE\_nat\_asim.m* precum și funcția aferentă *Anexa\_6\_8\_f\_buck\_TE\_nat\_asim.m* determină analitic pentru  $T_c=300\mu s$  valoarea amplificării la care apare instabilitatea. Rezultatele numerice sunt conținute în Tabelul 6.5, iar locul geometric al multiplicatorilor caracteristici este reprezentat în Fig.6.13. Punctul de pe cercul unitate marcat cu coordonate corespunde valorilor din tabel îngroșate, adică valoarea  $A$  la care apare bifurcația. Examinarea valorilor din tabel și a locului geometric arată un comportament diferit de cel din cazul eșantionării uniforme.

Dacă pentru valori mici ale amplificării multiplicatorii caracteristici sunt complex conjugați, o dată cu creșterea acestora ei devin reali și doar unul dintre cei doi iese din cercul unitate, celălalt rămânând cu modulul subunitar. Acest comportament caracterizează o bifurcație cu dublarea perioadei, aspect ce va fi confirmat prin simularea în programul Caspoc.

Tabelul 6.5. Valorile calculate ale multiplicatorilor caracteristici la convertorul buck cu comandă proporțională, modulație TE și eșantionare naturală la  $T_c=300\mu s$ .

Amplificarea diferențială $A$	Valorile proprii		Valoarea absolută maximă $\max( \lambda_1 ,  \lambda_2 )$	Concluzii
	$\lambda_1$	$\lambda_2$		
5,000	-0,3787+0,7320i	-0,3787-0,7320i	0,8241	stabil
7,000	-0.5922+0.5731i	-0.5922-0.5731i	0,8241	stabil
9,000	-0.7356+0.3717i	-0.7356-0.3717i	0,8241	stabil
11,000	-0,7255	-0,9361	0,9361	stabil
<b>11,236</b>	<b>-1,0000</b>	<b>-0,6792</b>	<b>1,0000</b>	<b>bifurcație</b>
13,000	-1,2348	-0,5501	1,2348	bifurcație
15,000	-1,3608	-0,4991	1,3608	bifurcație

În Tabelul 6.6. este rezumat comportamentul sistemului la modificarea timpului de creștere, pentru fiecare timp de creștere calculându-se amplificarea la care apare instabilitatea. Scenariile de bifurcație apar tot cu dublare de perioadă remarcându-se însă un aspect interesant și anume că spre deosebire de modulația

uniformă în care situația cea mai convenabilă din punct de vedere al amplificării corespunde unei purtătoare în dinte de fierăstrău crescător, la eșantionarea naturală optimul se obține pentru o purtătoare triunghiulară simetrică.

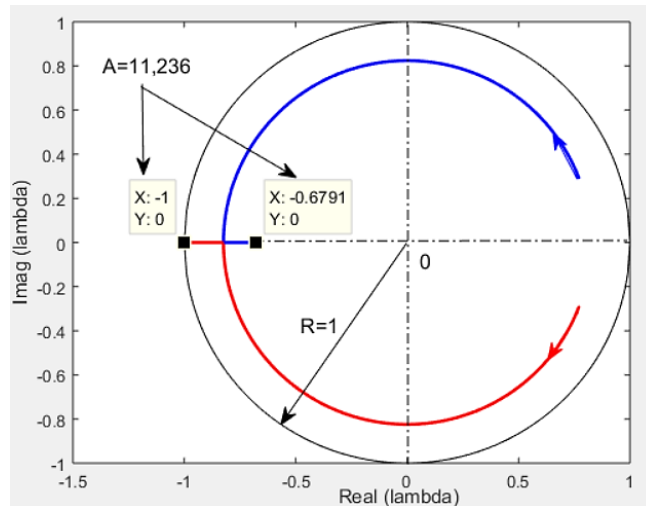


Fig. 6.13. Locul geometric al multiplicatorilor caracteristici prin modificarea amplificării la modulația TE și eșantionare naturală pentru  $T_c=300\mu s$ . Sursa [original].

Tabelul 6.6. Rezultatele analizei apariției bifurcației în funcție de forma tensiunii purtătoare asimetrice, la modulația naturală TE. Parametrul de bifurcație ales a fost amplificarea A.

$T_c$ [ $\mu s$ ]	A Matlab	A Caspoc	Factorul umplere	Tensiune capacitivă $v_c((n+d1n)Ts)$ [V]	Tensiune capacitivă $v_c((n+d1n+d2n)Ts)$ [V]	Eroare A Matlab Caspoc [%]	Forma triunghiulară
0,01	8,361	8,403	0,5694	5,6281	5,6947	0,49	fierăstrău descrescător
50	9,527	9,500	0,5661	5,6428	5,7189	0,28	asimetric
100	11,064	11,126	0,5627	5,6576	5,7463	0,53	asimetric
150	13,133	13,070	0,5594	5,6726	5,7782	0,47	asimetric
<b>200</b>	<b>15,172</b>	<b>15,113</b>	<b>0,5571</b>	<b>5,6878</b>	<b>5,8101</b>	<b>0,38</b>	<b>simetric</b>
250	13,314	13,182	0,5593	5,6991	5,8062	0,99	asimetric
<b>300</b>	<b>11,236</b>	<b>11,290</b>	<b>0,5625</b>	<b>5,7023</b>	<b>5,7923</b>	<b>0,38</b>	<b>asimetric</b>
350	9,685	9,713	0,5659	5,7004	5,7777	0,28	asimetric
399,9	8,507	8,576	0,5692	5,6953	5,7630	0,80	fierăstrău crescător

Validarea prin simularea circuitului conform schemei din Fig.6.14, în condițiile din Tabelul 6.5. a relevat diagrama de bifurcație din Fig.6.15. În simulare bifurcația apare la o valoare  $A=11,290$ , care comparată cu valoarea  $A=11,236$  prognozată analitic în Matlab –Tabelul 6.5 - conduce la o eroare relativă de 0,38%. De altfel așa cum se arată în Tabelul 6.6 pentru nici o valoare a lui  $T_c$  eroarea de estimare a bifurcației nu depășește 1%.

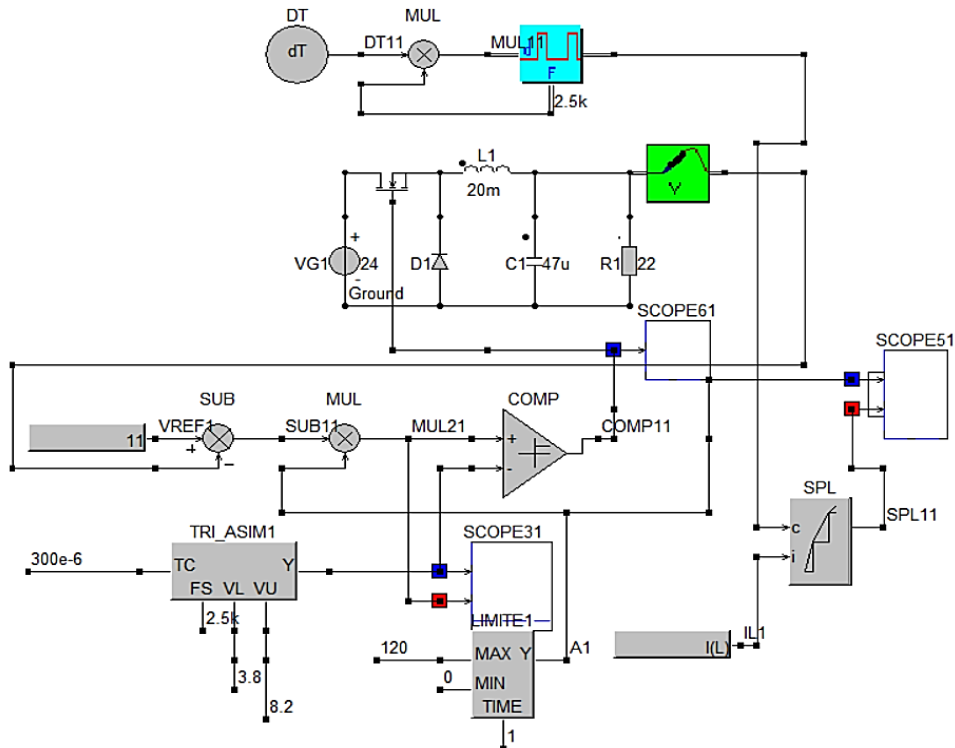


Fig.6.14. Schema de simulare a convertorului buck cu eșantionare naturală de tip TE. Sursa [original].

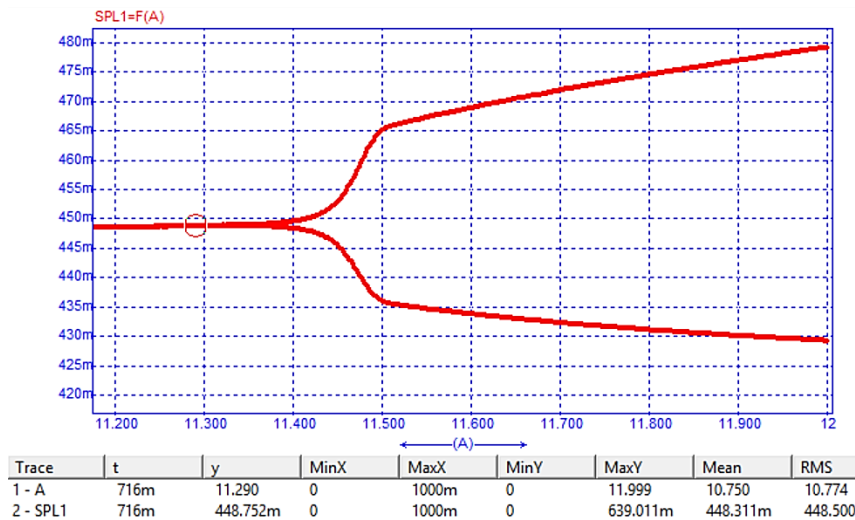


Fig.6.15. Diagrama de bifurcație la modulația naturală TE asimetrică pentru  $T_c=300\mu s$ . Sursa [original].

În cazul **modulației leading edge** s-a urmat o procedură similară cu cea din modulația trailing edge. Tensiunea de referință a fost menținută constantă la valoarea

de 11V. Pentru  $T_c=300\mu s$  s-a crescut progresiv amplificarea A, care este parametrul de bifurcație, calculându-se în Matlab valoarea amplificării la care apare instabilitatea. Programele corespunzătoare sunt: *Anexa\_6\_9\_buck\_LE\_nat\_asim.m* cu funcția aferentă *Anexa\_6\_10\_f\_buck\_LE\_nat\_asim.m*. Rezultatele analizei sunt prezentate în Tabelul 6.7.

Tabelul 6.7. Valorile calculate ale multiplicatorilor caracteristici la convertorul buck cu comandă proporțională, modulație LE și eșantionare naturală la  $T_c=300\mu s$ .

Amplificarea diferențială A	Valorile proprii		Valoarea absolută maximă $\max( \lambda_1 ,  \lambda_2 )$	Concluzii
	$\lambda_1$	$\lambda_2$		
5,000	-0,3654+0,7386i	0,3654-0,7387i	0,8241	stabil
7,000	-0.5783+0.5871i	-0.5783-0.5871i	0,8241	stabil
9,000	-0.7218+0.3976i	0.7218-0.3976i	0,8241	stabil
11,000	-0,8177+0.1024i	0,8177-0.1024i	0,8241	stabil
<b>11,604</b>	<b>-1,000</b>	<b>-0,6783</b>	<b>1,0000</b>	<b>bifurcație</b>
13,000	-1,1889	-0,5712	1,1889	bifurcație
15,00	-1,3240	-0,5129	1,3240	bifurcație

Se observă că valorile proprii sunt inițial, pentru valori mici ale amplificării, complex conjugate, devenind la un moment dat reale. La creșterea în continuare a amplificării, modulul unui multiplicator caracteristic real scade, în timp ce modulul celuilalt multiplicator caracteristic real crește, părăsind cercul unitate. Este scenariul tipic cu dublare de perioadă. Situația este mai elocvent prezentată în Fig.6.16. care conține locul geometric al multiplicatorilor caracteristici.

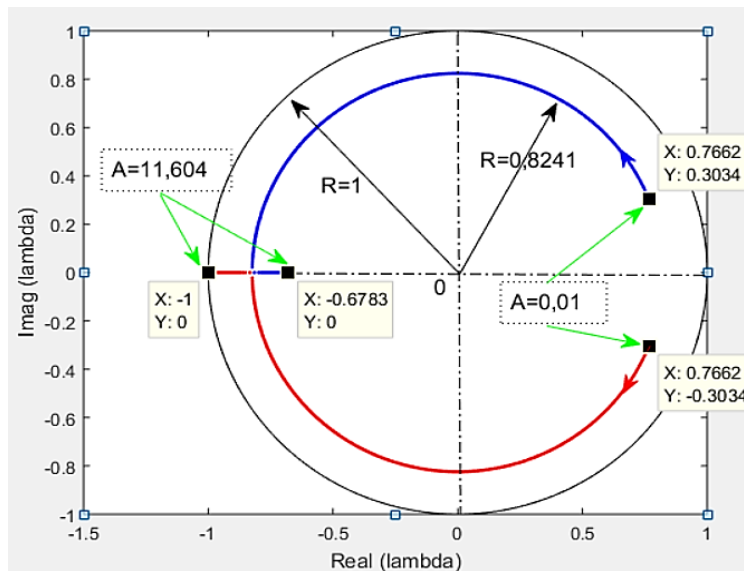


Fig.6.16.Locul geometric al multiplicatorilor caracteristici prin modificarea amplificării la modulația LE și eșantionare naturală pentru  $T_c=300\mu s$ . Sursa [original].

Acest comportament prognozat este confirmat de simularea Caspoc. Schema de simulare este cea din Fig.6.17, iar Fig.6.18 conține diagrama de bifurcație obținută. Se observă că se confirmă cu precizie valoarea amplificării la care apare bifurcația, precum și natura bifurcației cu dublarea perioadei.

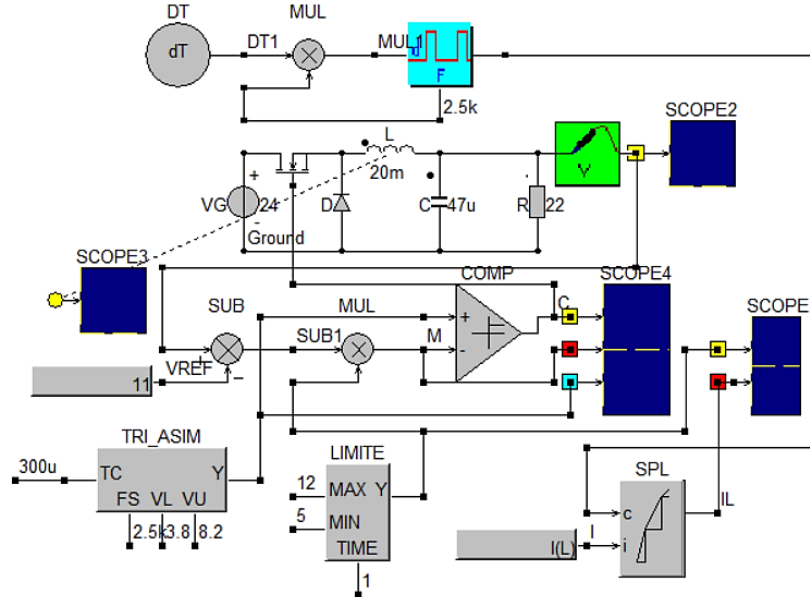


Fig.6.17. Schema de simulare a convertorului buck cu eșantionare naturală de tip LE. Sursa [original].

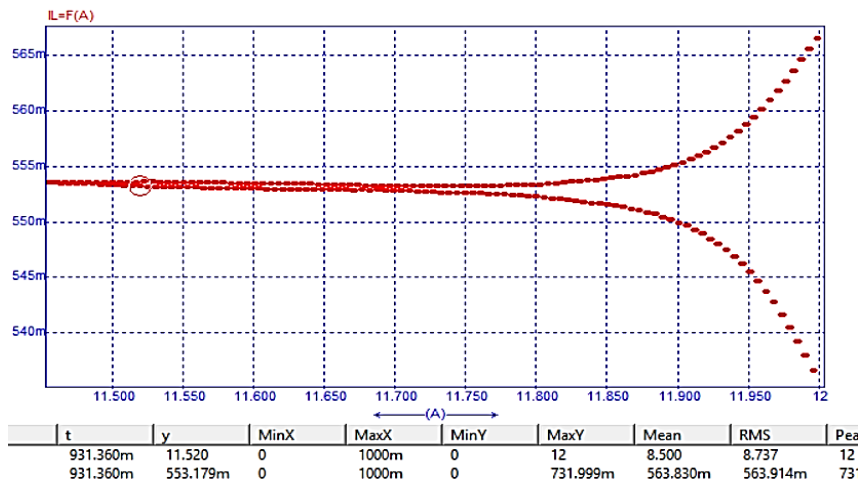


Fig.6.18. Diagrama de bifurcație la modulația naturală LE asimetrică pentru  $T_c=300\mu s$ . Sursa [original].

În continuare s-a modificat timpul de creștere  $T_c$  al purtătoarei triunghiulare și pentru fiecare valoare a lui  $T_c$  a fost determinată în Matlab amplificarea la care apare bifurcația cu dublarea perioadei- Tabelul 6.8. Față de modulația TE apare un fenomen interesant și anume faptul că pentru  $T_c$  în jurul valorii de  $200\mu s$ , deci pentru tensiune

triunghiulară cvasisimetrică, prognoza Matlab indică absența bifurcației chiar pentru valori foarte mari ale amplificării.

Tabelul 6.8. Rezultatele analizei apariției bifurcației în funcție de forma tensiunii purtătoare asimetrice, la modulația naturală LE. Parametrul de bifurcație ales a fost amplificarea A.

$T_c$ [ $\mu$ s]	A Matlab	A Caspoc	Factorul umplere	Tensiune capacitivă $v_c((n+d1n)Ts)$ [V]	Tensiune capacitivă $v_c((n+d1n+d2n)Ts)$ [V]	Eroare A Matlab Caspoc [%]	Forma triunghiulară	
0.01	8,603	8,564	0,4876	5,9836	6,0547	0,66	fierăstrău descrescător	
50	9,889	9,848	0,4839	5,9994	6,0839	0,40	asimetric	
100	11,665	11,672	0,4801	6,0153	6,1115	0,06	asimetric	
150	14,502	14,371	0,4760	6,0310	6,1504	0,90	asimetric	
200	<b>NU PREZINTĂ BIFURCAȚIE</b>							simetric
250	14,389	14,400	0,4762	6,0602	6,1787	0,07	asimetric	
<b>300</b>	<b>11,604</b>	<b>11,520</b>	<b>0,4804</b>	<b>6,0623</b>	<b>6,1579</b>	<b>0,72</b>	<b>asimetric</b>	
350	9,849	9,843	0,4842	6,0591	6,1404	0,06	asimetric	
399,9 9	8,576	8,480	0,4880	6,0528	6,1237	0,01	fierăstrău crescător	

O analiză mai de detaliu a arătat că acest comportament cu lipsă de bifurcație apare pentru  $T_c \in (167\mu s, 230\mu s)$ . Evoluția multiplicatorilor caracteristici în planul complex este evidențiată în Fig.6.18 pentru  $T_c=200\mu s$ . Comparativ cu Fig.6.16 se remarcă faptul că multiplicatorii caracteristici pleacă de la valori reale negative pentru amplificări mici ( $A=1$ ) și evoluează spre valori complex conjugate în cadranele I, IV la amplificări foarte mari ( $A=1250$ ), rămânând însă în cercul unitate, exact invers decât în Fig.6.16.

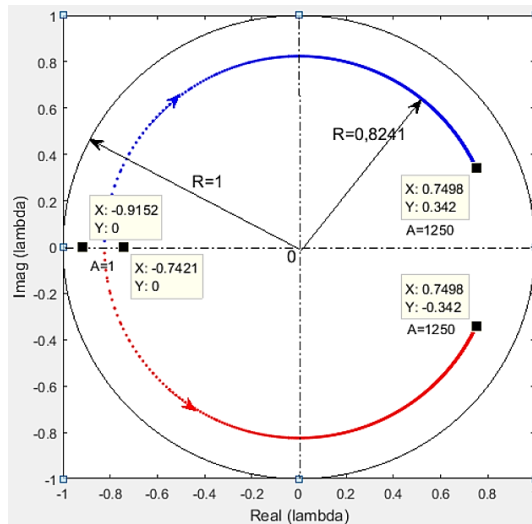


Fig.6.19. Locul geometric al multiplicatorilor caracteristici prin modificarea amplificării la modulația LE și eșantionare naturală pentru  $T_c=200\mu s$ . Sursa [original].



Simularea Caspoc relevă însă schimbări de natură calitativă semnificative. La  $T_c=200\mu s$  pentru valori ale amplificării sub  $A=495$  atât prognoza Matlab cât și simularea Caspoc coincid, furnizând un factor de umplere al tranzistorului ușor mai mare de 0,5 în contextul unui comportament stabil. Creșterea în continuare a amplificării face ca în Matlab să se prognozeze factori de umplere ai tranzistorului sub limita minimă de 0,5 și factori de umplere  $D_1$  negativi. În realitate, așa cum se arată în simularea Caspoc din Fig.6.20, tensiunea de comandă intersecționează de mai mult de trei ori tensiunea triunghiulară într-o singură perioadă de funcționare.

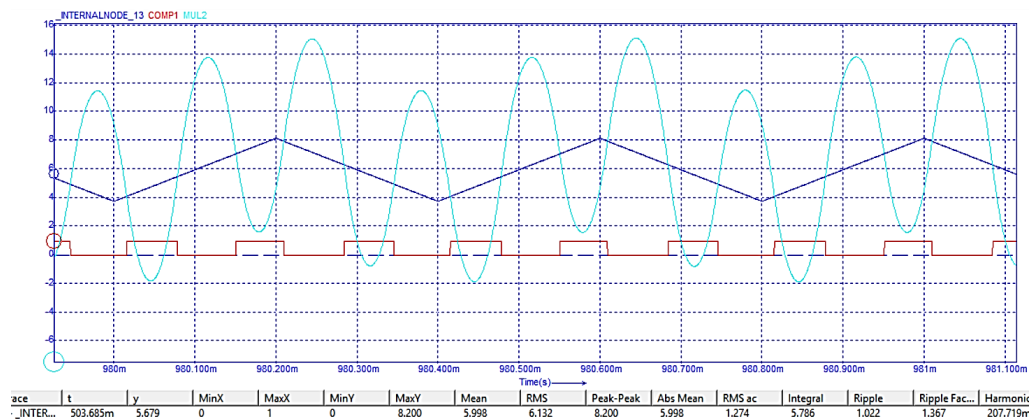


Fig.6.20. Fenomenele de comutație multiplă într-o perioadă pentru  $T_c=200$  și  $A=500$ . Tensiunea triunghiulară este reprezentată cu albastru închis, tensiunea de comandă cu albastru deschis iar funcția de comutație cu culoare roșie. Sursa [original].

De fapt se produc 6 comutări dintre care 3 corespunzătoare rampei crescătoare și 3 corespunzătoare rampei descrescătoare. Concluzia este că se iese din domeniul de valabilitate al metodei propuse în această lucrare, metodă care a fost dezvoltată pentru exact trei comutări într-o perioadă. Modelarea comportamentului în aceste condiții presupune dezvoltarea altor tehnici de analiză, fiind un subiect incitant de viitor

## 6.6. Concluzii și contribuții personale

În acest capitol au fost investigate fenomenele de stabilitate și bifurcație pentru convertoare DC-DC cu modulație triunghiulară, având eșantionare atât uniformă cât și naturală. A fost studiată atât modulația LE cât și cea TE. Este relevant faptul că există diferențe majore din punct de vedere al tipului de bifurcație între eșantionarea uniformă și cea naturală. Este infirmată astfel afirmația prof. Tse [33] că între eșantionarea naturală și cea uniformă sunt diferențe minore, nesemnificative.

Astfel în cazul eșantionării uniforme bifurcația este de tipul Niemark-Sacker, în timp ce pentru eșantionarea naturală ea apare cu dublarea perioadei. Pe de altă parte, situația cea mai convenabilă din punct de vedere al domeniului maximal al amplificării diferă între cele două tipuri de eșantionări. Pentru eșantionarea uniformă cea mai convenabilă situație corespunde unui dinte de fierăstrău crescător pentru ambele tipuri de modulație, în timp ce pentru eșantionarea naturală situația optimă corespunde unei purtătoare simetrice. De remarcat că în cazul eșantionării naturale cu

modulație LE pentru purtătoare simetrică sistemul este permanent stabil. Mai mult există un interval pentru timpul de creștere în jurul valorii de simetrie pentru care sistemul rămâne necondiționat stabil.

Toate relațiile matematice deduse au un caracter general, având aceeași formă indiferent de tipul de convertor.

**Contribuțiile personale ale autorului** aduse în acest capitol sunt legate de:

- Pentru eșantionarea uniformă:
  - Deducerea expresiilor pentru factorii de umplere discreți, deducerea hărții iterative, a soluției de stare staționară și a ecuației comenzii pentru modulație triunghiulară de tip LE și TE;
  - Implementarea ecuațiilor deduse în mediul Matlab, prognozarea bifurcației Neimark-Sacker și a valorii amplificării diferențiale de la care apare instabilitatea;
  - Analiza situației celei mai favorabile din punct de vedere al formei purtătoarei, făcând o analiză parametrică, cu concluzia că aceasta se obține pentru un dinte de fierăstrău crescător;
  - Validarea ecuațiilor și algoritmului propus, precum și a prognozei de bifurcație Neimark-Sacker prin simularea de circuit;
- Pentru eșantionarea naturală:
  - Deducerea expresiilor pentru factorii de umplere discreți, deducerea hărții iterative, a soluției de stare staționară și a ecuației comenzii pentru modulație LE și TE;
  - Implementarea ecuațiilor deduse în mediul Matlab, prognozarea bifurcației cu dublarea perioadei și a valorii amplificării diferențiale de la care apare instabilitatea;
  - Efectuarea unei analize parametrice în funcție de forma purtătoarei având ca scop găsirea formei optime a purtătoarei care asigură cel mai mare domeniu de variație al amplificării diferențiale. Găsirea purtătoarei triunghiulare simetrice ca fiind forma de undă optimă din acest punct de vedere;
  - Evidențierea faptului că în cazul eșantionării naturale și al modulației LE convertorul buck cu comandă proporțională este necondiționat stabil.
  - Existența unui domeniu pentru timpul de creștere al rampei în care există stabilitate necondiționată;
  - Validarea prin simularea de circuit a ecuațiilor și algoritmului propus, precum și a prognozei de bifurcație cu dublare de perioadă.

Autorul opiniază că o interesantă direcție de cercetare în viitor este determinarea cantitativă, exactă, a intervalului pentru timpul de creștere în care se obține funcționare necondiționat stabilă la eșantionarea naturală și LE. De asemenea dezvoltarea unor tehnici de analiză a fenomenelor care apar în cazul modulației LE cu purtătoare simetrică și amplificare mare în care există mai mult de trei comutații într-o perioadă.

## 7. FENOMENE DE BIFURCAȚIE ȘI HAOS LA CONVERTOARE CE AU CONTROLLER CU COMPONENTE PROPORȚIONALE, INTEGRATIVE ȘI DERIVATIVE

Motto:

*„În domeniul observației, hazardul  
favorizează numai o minte pregătită.”  
Louis Pasteur*

În acest capitol se va efectua un studiu exact al stabilității convertoarelor DC-DC ce folosesc în bucla de reacție cele mai uzitate controllere. Se va demonstra că proiectarea controllerelor utilizând tehnica clasică a modelelor mediate și liniarizate este una inadecvată. Argumentarea în acest sens se face printr-o analiză exactă, folosind modele neliniare ușor de manevrat existând posibilitatea de a extinde domeniul anumitor parametri cu aproximativ de 337,8% fără pierderea stabilității.

### 7.1. Tehnica compensării

În abordarea clasică, un controller pentru un convertor DC-DC se proiectează modelând în prealabil convertorul. Din cauza faptului că structurile de putere sunt neliniare modelarea convertorului se face în doi pași. Primul pas este medierea relativ la perioada de comutație [65], în care modelul obținut rămâne neliniar și invariant în timp, dar cu soluția stării staționare constante. Această proprietate creează premisele ca după liniarizare, care este cel de-al doilea pas, modelul rezultat să fie LTI. Trebuie precizat că medierea restrânge valabilitatea în frecvență până la jumătate din frecvența de comutație, iar liniarizarea restrânge valabilitatea doar pentru deviații mici de la PSF, motiv pentru care modelul se numește de semnal mic.

Având pentru convertor un model mediat de semnal mic LTI controllerul se proiectează în așa fel încât să satisfacă câteva condiții minimale și anume:

- Eroare statică nulă, adică valoarea medie a mărimii de ieșire,  $y(t)$ , să urmărească strâns mărimea de referință admisă constantă, eventual printr-o constantă multiplicativă neunitară;
- Timpul de răspuns să fie cât mai scurt;
- Răspunsul la salt treaptă în comandă și alimentare să prezinte supracreșteri mici și să fie asemănător cu răspunsul amortizat critic al unui sistem de ordinul doi.

Intrarea controllerului este semnalul de eroare,  $\varepsilon(t)$ , dintre mărimea de referință și o mărime proporțională cu mărimea de interes. Prima cerință se obține folosind o componentă integrativă, care însă face ca răspunsul sistemului să fie lent. Un timp de răspuns scurt se obține dacă frecvența de tăiere,  $f_o$  a sistemului este cât mai mare. De aceea se utilizează o componentă proporțională, în timp ce un răspuns de calitate rezultă adăugând celor de mai sus și o componentă derivativă.

În aceste condiții compensatorul proporțional-integrativ-derivativ (PID) are structura din Fig.7.1., în care  $K_i$ ,  $K_p$ ,  $K_d$ , sunt coeficienții componentelor respective.

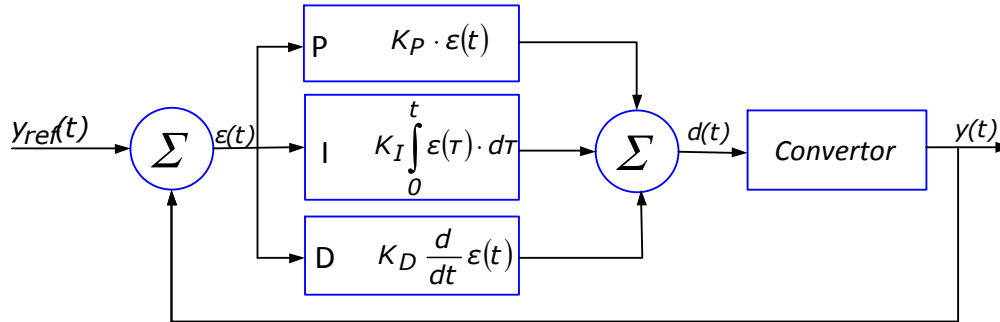


Fig.7.1. Schema bloc a unui controller PID. Sursa [65].

În concordanță cu schema bloc din Fig.7.1, mărimea de comandă a convertorului, care este factorul de umplere continuu, este dată de:

$$d(t) = K_P \cdot \varepsilon(t) + K_I \int_0^t \varepsilon(\tau) \cdot d\tau + K_D \frac{d}{dt} \varepsilon(t) \quad (7.1)$$

Ecuția corespunzătoare în timp discret este:

$$d[k] = K_P \cdot \varepsilon[k] + K_I T_s \sum_{i=0}^k \varepsilon[i] + K_D \frac{\varepsilon[k] - \varepsilon[k-1]}{T_s} \quad (7.2)$$

în care  $T_s$  este perioada de eșantionare, de regulă egală cu perioada de comutație. Funcția de transfer continuă a controllerului PID rezultă:

$$G_{PID}(s) = \frac{d(s)}{\varepsilon(s)} = K_P + K_I \frac{1}{s} + K_D s \quad (7.3)$$

Evident controllerul PID prezintă un pol în origine și două zerouri. În versiune discretă, folosind transformata Tustin (biliniară), cu substituția  $s = \frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1}$ , funcția de transfer discretă va fi dată de:

$$G_{PID}(z) = \frac{d(z)}{\varepsilon(z)} = K_P + \frac{T_s}{2} K_I \frac{z+1}{z-1} + \frac{2}{T_s} K_D \frac{z-1}{z+1} \quad (7.4)$$

În practică compensatorul PID este rar utilizat pentru convertoarele DC-DC, versiunile folosite păstrând componentele proporționale, integrative cu pol în origine și derivate, la care se adaugă poli și zerouri suplimentare.

## 7.2. Tehnica compensării la convertoarele DC-DC

În compensatoarele utilizate la convertoare DC-DC atât circuitul care produce semnalul de eroare cât și compensatorul propriu-zis se realizează la nivelul unui amplificator operațional, clasic sau de transconductanță, cu rețele RC adiacente, structura sistemului fiind cea din Fig.6.2.

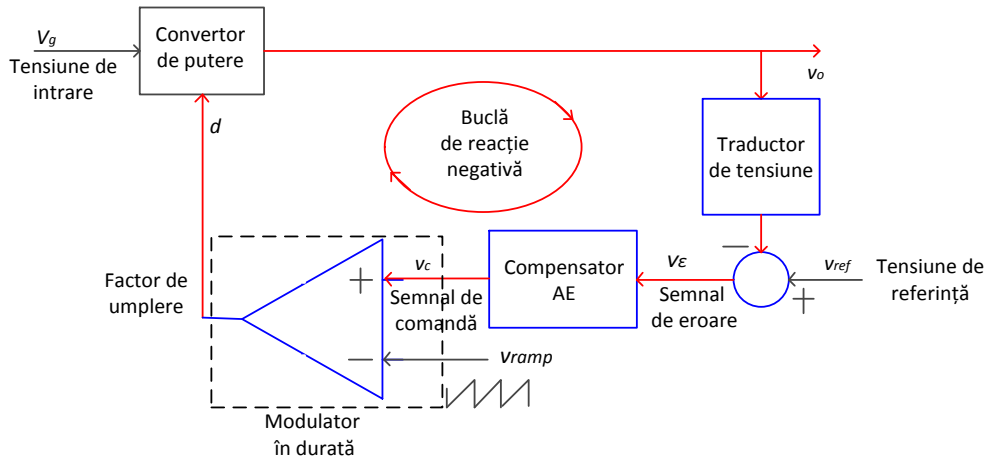


Fig.7.2. Convertor DC-DC în comutație cu buclă de reacție negativă. Sursa [83].

Mărima de ieșire,  $y(t)$ , va fi considerată tensiunea de ieșire  $v_o(t)$ . Frecvența de tăiere  $f_c$  definită ca frecvența la care caracteristica de amplitudine a funcției de transfer în buclă deschisă intersectează axa de  $0dB$  este un parametru esențial în proiectarea controllerului, alături de marginea de fază  $\varphi_m$  definită ca faza caracteristicii în buclă deschisă la frecvența de tăiere plus  $180^\circ$ . De precizat că caracteristica în buclă deschisă cuprinde produsul funcțiilor de transfer ale părții de putere, compensatorului, modulatorului PWM și eventuale funcții de transfer ale circuitelor de prelevare a mărimii de ieșire, care însă de regulă se includ în funcția de transfer a compensatorului, adică produsul tuturor funcțiilor de transfer ale blocurilor conținute în bucla de reacție. Frecvența de tăiere determină viteza răspunsului în regim tranzitoriu. Cu cât frecvența de tăiere este mai mare cu atât răspunsul tranzitoriu va fi mai rapid [83]. Totuși există limitări în alegerea frecvenței de tăiere, în primul rând din cauza modelelor folosite în găsirea funcțiilor de tranfer ale părții de putere, modele care de obicei pleacă de la modele mediate care apoi se liniarizează. Din această cauză valabilitatea lor în frecvență este până la jumătate din frecvența de comutație. Dacă convertoarele în studiu nu prezintă un zero în semiplanul drept  $f_c$  se alege între  $1/5$  și  $1/10$  din  $f_s$ . Creșterea în continuare a  $f_c$  nu se justifică pe de o parte pentru că se atinge limita de valabilitate  $f_s/2$  a modelelor mediate utilizate, iar pe de altă parte din considerente practice legate de captarea zgomotului de comutație. În convertoare care prezintă un zero în semiplanul drept, de exemplu boost, buck-boost, flyback  $f_c$  nu se alege mai mare decât 30% [83] din cea mai mică valoare a zeroului din semiplanul drept. Frecvența de rezonanță  $f_o$  pe care o determină circuitul LC din convertor influențează și ea alegerea lui  $f_c$ . O frecvență  $f_c$  apropiată de  $f_o$  aduce probleme de stabilitate din cauza defazajului mare la  $f_o$ , în condițiile unui câștig insuficient. Pentru convertoare cu comandă în tensiune  $f_c$  se alege cel puțin de 5 ori mai mare decât  $f_o$ , deoarece în caz contrar impedanța de ieșire în buclă închisă nu va fi amortizată suficient și vor apărea oscilații. În condițiile în care rezistența serie a capacității de ieșire,  $R_{ESR}$  este mai mică decât reactanța capacității ideale  $C_o$  la frecvența de tăiere, atunci, la funcționarea în buclă închisă deviația tensiunii de ieșire,  $\Delta V_o$ , față de valoarea de stare staționară la un salt treaptă în curentul de ieșire,  $\Delta I_o$ , este cu bună aproximație dată de [84]:

$$\Delta V_o = \frac{\Delta I_o}{2\pi f_c C_o} \quad (7.5)$$

De precizat că relația (7.5) furnizează valoarea deviației, nu și valoarea timpului de răspuns la salt treaptă în curentul de ieșire care este dat de marginea de fază.

Marginea de fază influențează stabilitatea și calitatea răspunsului. Se cunoaște că pentru stabilitate este necesară o margine de fază pozitivă. Această condiție însă trebuie nuanțată pentru a avea un răspuns tranzitoriu de calitate. Când marginea de fază este pozitivă dar de valoare mică răspunsul tranzitoriu este puternic oscilant, slab amortizat, ceea ce nu este de dorit. Când marginea de fază crește răspunsul devine amortizat, dar lent. Deși considerațiile de mai sus pornesc de la un sistem de ordinul doi fără zerouri rezultatele se pot extinde și la sisteme mai complicate. Pentru același sistem de ordin doi factorul de calitate în buclă închisă  $Q$  influențează decisiv răspunsul. Un factor de calitate de  $\frac{1}{2}$  cere o margine de fază de  $76^\circ$  [83], cu un răspuns amortizat critic, deci realizând un compromis între viteză și supracreștere. Unii autori consideră că o margine de fază de  $30^\circ$  reprezintă un minim absolut sub care oscilațiile devin inacceptabile. O margine de fază între  $45^\circ$  și  $90^\circ$  este o țintă în proiectare, optimul agreat de mulți autori fiind de  $70^\circ$  [83], pentru că oferă o suficientă rezervă la modificarea polilor și zerourilor cauzate de elementele parazite și de toleranțele componentelor.

Funcția de transfer a modulatorului PWM se calculează din forma de undă a tensiunii cu care se compară tensiunea de comandă  $V_c$  de la ieșirea controllerului. Admițând că această comparație se face cu o tensiune în dinte de fierăstrău [85] având valoarea minimă  $V_L$  și valoarea maximă  $V_U$ . Astfel din Fig.7.3, din asemănarea triunghiurilor dreptunghice, se poate scrie:

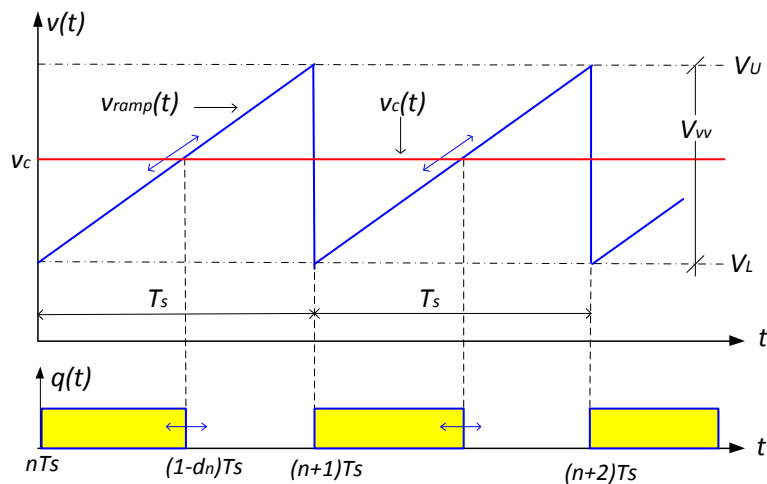


Fig.7.3.Tehnica modulării PWM. Sursa [85]

$$\frac{dT_s}{T_s} = \frac{v_c - V_L}{V_U - V_L} \quad (7.6)$$

Egalitatea poate fi scrisă după simplificare și notația  $V_U - V_L = V_{VV}$  :

$$d = \frac{v_c - V_L}{V_{VV}} \quad (7.7)$$

Prin liniarizarea ecuației (7.7) se obține:

$$\hat{d} = \frac{1}{V_{VV}} \hat{v}_c \quad (7.8)$$

Dar după cum se știe orice modulator [86] are la intrarea sa o tensiune sau un curent (în cazul de față tensiunea de control) iar ieșirea sa este chiar factorul de umplere sau proporția dintr-o perioadă de lucru cât tranzistorul conduce și deci funcția de transfer a modulatorului PWM este:

$$G_{PWM}(s) = \frac{\hat{d}(s)}{\hat{v}_c(s)} = \frac{1}{V_{VV}} \quad (7.9)$$

Această expresie  $V_U - V_L = V_{VV}$  se regăsește frecvent în Capitolul 4 și Capitolul 5 unde s-a utilizat o astfel de modulație. Ceea ce merită remarcat este că în cadrul funcției de transfer a modulatorului nu apar valorile de maxim și minim ale tensiunii în dinte de fierăstrău ci doar diferența dintre aceste valori. De aceea se și găsește, ca fiind dată, valoare vârf la vârf în cataloage, iar utilizatorul poate să aleagă în funcție de ce surse de tensiune dispune valorile maxime și minime cu condiția păstrării diferenței dintre acestea la valoarea dată de producător.

Această determinare a funcției de transfer corespunde unei eșantionări uniforme deoarece  $v_c$  s-a presupus că este constantă pe o perioadă de comutație. În orice caz dacă eșantionarea nu este uniformă, funcția de transfer caracterizează un model mediat deoarece în ipoteza constanței lui  $v_c$  pe o perioadă frecvența maximă cu care se poate modifica  $v_c$  este jumătate din frecvența de comutație.

Cel mai simplu amplificator de eroare este integratorul, numit în continuare amplificator de eroare de tip 1, notat AE1 și față de el se vor referi celelalte circuite de compensare. Schema AE1 care utilizează un amplificator operațional clasic este prezentată în Fig.7.4.

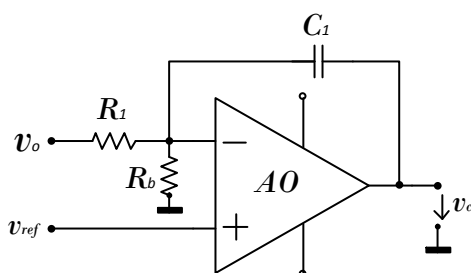


Fig.7.4. Schema AE1 cu amplificator operațional. Sursa [83].

Tensiunea  $v_c$  de la ieșirea compensatorului este cea care fixează factorul de umplere în modulatorul PWM. Câteva considerații simple arată că:

$$v_c(s) = \left[ \left( 1 + \frac{R_1}{R_b} \right) \cdot v_{ref}(s) - v_o(s) \right] \frac{1}{R_1 C_1 s} + v_{ref}(s) \quad (7.10)$$

Se observă că semnalul de eroare

$$v_\varepsilon(s) = \left( 1 + \frac{R_1}{R_b} \right) \cdot v_{ref}(s) - v_o(s) \quad (7.11)$$

este multiplicat de  $1/(R_1 C_1 s)$ , care reprezintă funcția de transfer a controllerului din punct de vedere al procesării erorii, deci:

$$G_{AE1}(s) = \frac{v_c(s)}{v_\varepsilon(s)} = -\frac{1}{R_1 C_1 s} \quad (7.12)$$

Se obișnuiește să se pună în evidență frecvențele sau pulsațiile caracteristice în funcțiile de transfer și de aceea (7.12) se scrie în forma echivalentă:

$$G_{AE1}(s) = \frac{v_c(s)}{v_\varepsilon(s)} = - \frac{1}{\frac{s}{\omega_{ugf}}} \quad (7.13)$$

unde  $\omega_{ugf} = \frac{1}{R_1 C_1}$  reprezintă pulsația la care caracteristica de amplitudine a lui

$G_{AE1}(s)$  devine unitară, adică în coordonate logaritmice intersectează axa absciselor. Astfel caracteristicile de amplitudine și de fază ale lui  $G_{AE1}(s)$  în coordonate logaritmice sunt cele din Fig.7.5.

Având în vedere notațiile de mai sus relația (7.10) se scrie:

$$v_c(s) = v_\varepsilon(s) \cdot G_{AE1}(s) + v_{ref}(s) \quad (7.14)$$

Un al doilea aspect se referă la faptul că, deoarece  $G_{AE1}(s)$  prezintă un pol în origine, în relația (7.14) scrisă pentru  $s=0$  este necesar ca  $v_\varepsilon(0) = 0$ , în caz contrar trebuind ca tensiunea  $v_c$  să fie infinită, ceea ce evident nu este posibil. Dar  $v_\varepsilon(0) = 0$  înseamnă că în curent continuu avem:

$$\left(1 + \frac{R_1}{R_b}\right) \cdot v_{ref} - v_o = 0 \quad (7.15)$$

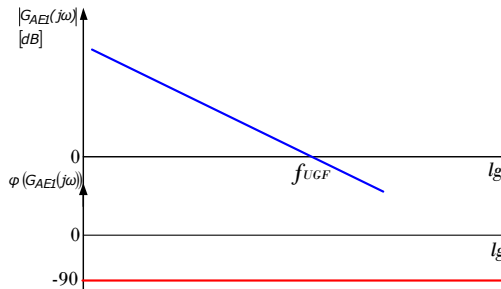


Fig.7.5. Caracteristicile de amplitudine și fază la AE1. Sursa [83].

Din (7.15) se găsește:

$$v_o = \left(1 + \frac{R_1}{R_b}\right) \cdot v_{ref} \quad (7.16)$$

Evident aceeași egalitate se poate obține și din considerentele fizice legate de amplificatorul operațional considerat ideal. În curent continuu intrările amplificatorului ideal sunt echipotențiale deoarece tensiunea sa de ieșire este finită, de unde rezultă:

$$v_{ref} = \frac{R_b}{R_1 + R_b} \cdot v_o \quad (7.17)$$

și de aici imediat rezultă relația (7.16). Preferăm însă să deducem relațiile folosind funcțiile de transfer. O altă remarcă este faptul că  $R_b$  nu apare în funcția de transfer a lui AE1 - relațiile (7.12) și (7.13) - ea intervenind doar în expresia componentei continue a tensiunii de ieșire.

Utilizarea AE1 se face în convertoare la care funcția de control ieșire are o fază mică la frecvența de comutație, tipic sub  $45^\circ$ . Chiar și în aceste condiții există o



supracreștere mare la pornire și la un salt treaptă în sarcină. Problema se rezolvă cu un circuit rapid de protecție la supratensiune. Un astfel de compensator este folosit pe scară largă în aplicațiile de corecție al factorului de putere (PFC), folosind un amplificator cu transconductanță. Evident răspunsul AE1 este unul lent.

În continuare se vor analiza amplificatoarele de tip 2 și 3, cu observația că funcțiile de transfer corespunzătoare se obțin folosind aceeași procedură ca la AE1. Amplificatorul de eroare de tip 2 realizat cu amplificator operațional clasic este reprezentat în Fig.7.6., iar versiunea cu amplificator operațional cu transconductanță este cea din Fig.7.7.

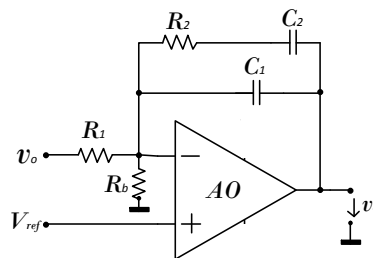


Fig.7.6. Schema AE2 cu amplificator operațional. Sursa [83].

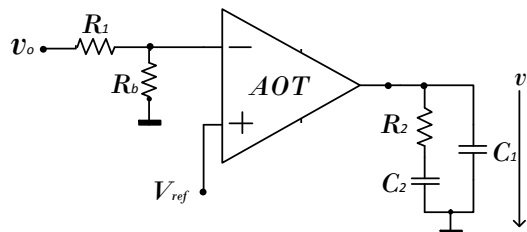


Fig.7.7. Schema AE2 cu amplificator operațional transconductanță. Sursa [83].

Funcția de transfer a AE2 este dată de:

$$G_{CPID}(s) = -\frac{1}{\omega_{ugf} s} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_p}} \quad (7.18)$$

unde:

$$\omega_{ugf} = \begin{cases} \frac{1}{R_1(C_1 + C_2)} & \text{AO clasic} \\ \frac{g_m}{\left(1 + \frac{R_1}{R_b}\right)(C_1 + C_2)} & \text{AO transconductanta} \end{cases} \quad (7.19)$$

$$\omega_z = \frac{1}{R_2 C_2} \quad (7.20)$$

$$\omega_p = \frac{1}{R_2 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} > \omega_z \quad (7.21)$$

Se observă că în cazul utilizării AO cu transconductanță  $R_b$  intră în funcția de transfer, ca de altfel ca și transconductanța  $g_m$ . Caracteristicile de amplificare și fază pentru un AE2, în ipoteza  $f_z$  și  $f_p$  sunt depărtate cu mai mult de două decade sunt reprezentate în Fig.7.8. cu linii albastre și roșii. Se remarcă faptul că, față de un AE1 se obține un câștig de fază,  $\Delta\varphi$ , egal cu  $90^\circ$ . Dacă distanța dintre  $f_z$  și  $f_p$  este mai mică decât două decade, atunci valoarea maximă a fazei lui  $G_{AE2}$  nu mai este  $0^\circ$  și corespunzător câștigul de fază  $\Delta\varphi$  este mai mic decât  $90^\circ$ . Cu cât  $f_z$  și  $f_p$  sunt mai apropiate câștigul de fază este mai mic. Se poate demonstra că frecvența corespunzătoare fazei maxime a lui  $G_{AE2}$ , notată  $f_{max}$  este egală cu media geometrică a lui  $f_z$  și  $f_p$ , deci în coordonate logaritmice este situată la jumătatea segmentului între  $f_z$  și  $f_p$ . Controlând gradul de apropiere dintre  $f_z$  și  $f_p$  se poate controla câștigul de fază  $\Delta\varphi$  între  $0^\circ$  și  $90^\circ$  așa cum se exemplifică prin trasa verde din Fig.7.8. și în final se controlează marginea de fază a sistemului.

Compensatorul de tip AE2 își găsește utilizarea în etaje de putere la care faza scade cu  $90^\circ$  și unde creșterea de fază produsă de ESR-ul condensatorului de la ieșire trebuie anihilată pentru a reduce câștigul la frecvențe înalte [83]. Aplicațiile tipice sunt: comanda în curent CCM și comanda în tensiune a convertoarelor cu funcționare DCM.

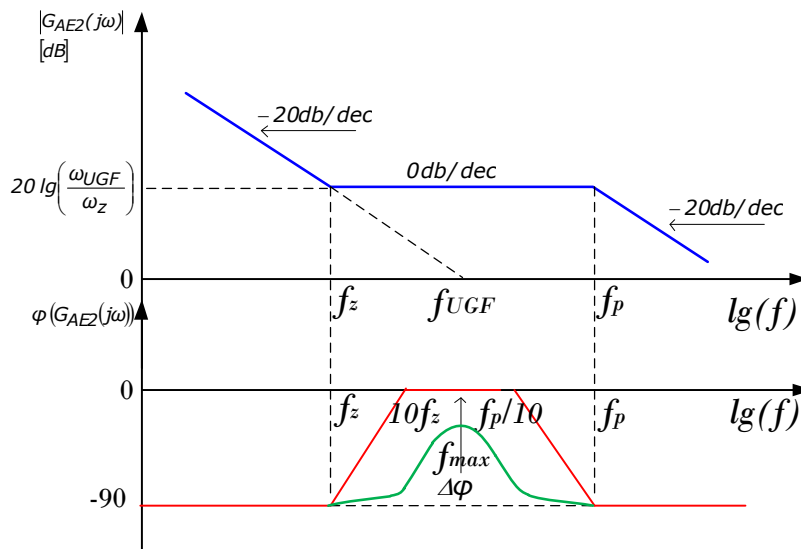


Fig.7.8. Caracteristicile de amplitudine și fază la AE2. Sursa [original].

În cazul AE3 schema cu AO ideal este cea din Fig.7.9, a cărei funcție de transfer este:

$$G_{AE3}(s) = -\frac{1}{\frac{s}{\omega_{ugf}}} \cdot \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_{z1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{z2}}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)} \quad (7.22)$$

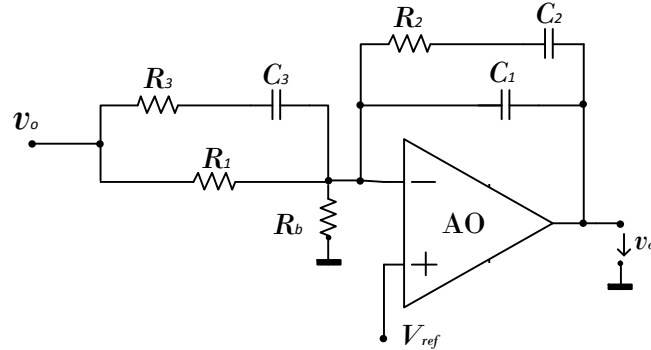


Fig.7.9. Schema AE3 cu amplificator operațional. Sursa [83].

Simbolurile utilizate sunt raportate exclusiv la valorile  $R_i$ ,  $C_i$ ,  $i = \overline{1,3}$  ale AE3:

$$\omega_{ugf} = \frac{1}{R_1(C_1 + C_2)} \quad (7.23)$$

$$\omega_{z1} = \frac{1}{R_2 C_2} \quad (7.24)$$

$$\omega_{z2} = \frac{1}{(R_1 + R_3) C_3} \quad (7.25)$$

$$\omega_{p1} = \frac{1}{R_2 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} > \omega_{z1} \quad (7.26)$$

$$\omega_{p2} = \frac{1}{R_3 C_3} > \omega_{z2} \quad (7.27)$$

Se observă că  $\omega_{z1} < \omega_{p1}$  și  $\omega_{z2} < \omega_{p2}$ . În plus, este clar că  $\omega_{z1}$  și  $\omega_{z2}$  nu sunt deloc corelate, neavând nici un parametru de circuit comun. Similar pentru  $\omega_{p1}$  și  $\omega_{p2}$ . Aceasta permite ca în practică în cele mai multe situații proiectarea să se facă forțând ca  $\omega_{z1} = \omega_{z2} = \omega_z$  și  $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p > \omega_z$ . În aceste condiții funcția de transfer prezintă pol și zero dubli, fiind de forma:

$$G_{AE3}(s) = -\frac{1}{s} \cdot \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_z}\right)^2}{\omega_{ugf} \left(1 + \frac{s}{\omega_p}\right)^2} \quad (7.28)$$

Caracteristicile Bode ale AE3 pentru  $f_{z1}=f_{z2}=f_z$  și  $f_{p1}=f_{p2}=f_p$  depărtate cu mai mult de două decade sunt cele din Fig.7.10. trasate cu linii albastre respectiv roșii. Câștigul maxim de fază față de un AE1 este de  $180^\circ$ . Ca și în cazul AE2, câștigul de fază este controlat prin gradul de apropiere dintre  $f_z$  și  $f_p$ , iar faza maximă se obține tot la media geometrică a lui  $f_z$  și  $f_p$  – vezi trasa verde din Fig.7.10. Câștigul de fază  $\Delta\varphi$  poate fi modificat astfel între  $0^\circ$  și  $180^\circ$ .

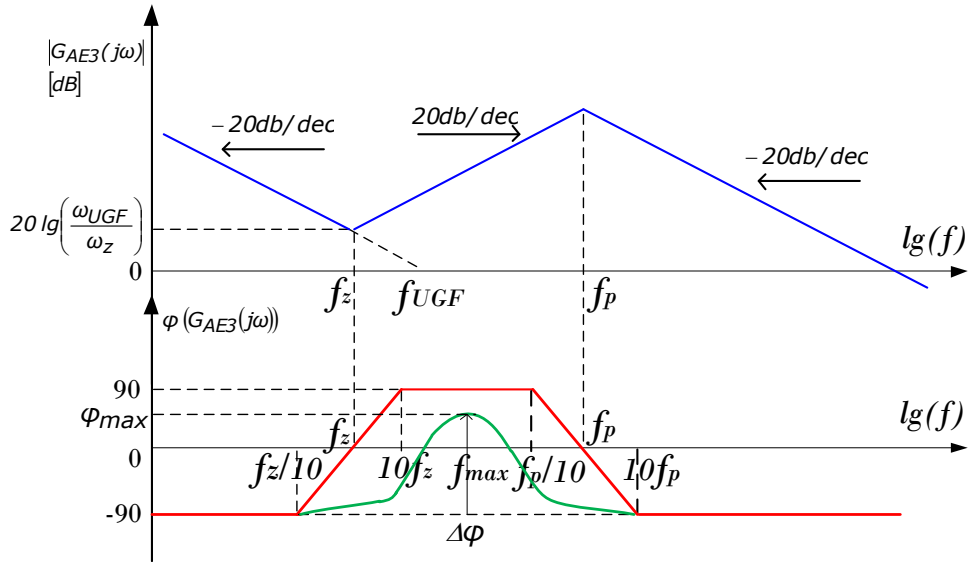


Fig.7.10. Caracteristicile de amplitudine și fază la AE3. Sursa [original].

Compensatorul AE3 se utilizează acolo unde semnalul trebuie să aibe o margine de fază mare, ca de exemplu la convertoarele CCM care au un răspuns de ordinul doi. Astfel funcția de transfer a AE3 se poate deriva rapid [83]. În continuare se prezintă două tehnici de proiectare utilizând AE3.

### 7.2.1. Proiectarea prin plasarea independentă a polilor și zerourilor

Această tehnică se exemplifică pentru un convertor buck cu AE3, a cărei funcție de transfer control-ieșire are forma tipică dată de relația (7.29):

$$G_C(s) = -G_{CO} \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_0 Q} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} = -V_g \frac{1 + \frac{s}{1}}{C_0 R_{ESR}} \frac{1}{1 + \frac{s}{\frac{L}{R} + C_0 R_{ESR}} + \frac{s^2}{\left(1 + \frac{R_{ESR}}{R}\right) LC_0}} \quad (7.29)$$

în care  $R_{ESR}$  este rezistența serie echivalentă a capacității de ieșire, restul elementelor fiind cele cu notațiile consacrate. Funcția de transfer control-ieșire prezintă o frecvență de rezonanță  $f_0$ , aferentă lui  $\omega_0$ , iar capacitatea de ieșire introduce un zero în semiplanul stâng la pulsația  $\omega_z$ . Parametrul Q este factorul de calitate al circuitului de putere. Prin identificare în relația (7.29) rezultă:

$$\omega_z = \frac{1}{C_o R_{ESR}} \quad (7.30)$$

$$\omega_o = \sqrt{\frac{R}{(R + R_{ESR}) LC_o}} = \frac{1}{\sqrt{LC_o}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R_{ESR}}{R}}} \quad (7.31)$$

$$Q = \frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C_o}}} \cdot \frac{\sqrt{1 + \frac{R_{ESR}}{R}}}{1 + \frac{R_{ESR} C_o}{\frac{L}{R}}} \quad (7.32)$$

În aceste condiții funcția de transfer în buclă deschisă este:

$$\begin{aligned} T(s) &= H_{PWM}(s) \cdot G_c(s) \cdot G_{AE3}(s) = \\ &= \frac{1}{V_{VV}} \cdot G_{co} \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_o Q} + \frac{s^2}{\omega_o^2}} \cdot \frac{1}{\omega_{ugf}} \cdot \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_{z1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{z2}}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)} \end{aligned} \quad (7.33)$$

Relația (7.33) scrisă în formă canonică devine:

$$T(s) = \frac{1}{\omega_{ugf}^c} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_o Q} + \frac{s^2}{\omega_o^2}} \cdot \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_{z1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{z2}}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)} \quad (7.34)$$

unde

$$\omega_{ugf}^c = \omega_{ugf} \cdot \frac{G_{co}}{V_{VV}} \quad (7.35)$$

Proiectarea are ca scop obținerea unei caracteristici de amplitudine în buclă deschisă care începând de la frecvențe joase și până la frecvența celui mai mare pol al AE3 să scadă cu aceeași pantă de -20db/dec., în notație simplificată -1. În acest scop se impune ca:

- cele două zerouri ale AE3 să fie plasate la frecvența de rezonanță  $f_o$ , deci:

$$\omega_{z1} = \omega_o \quad (7.36)$$

$$\omega_{z2} = \omega_o \quad (7.37)$$

- dacă zeroul introdus de ESR este în banda de interes, adică de exemplu în apropierea frecvenței de comutație atunci polul mai mic se plasează la frecvența ESR-ului:

$$\omega_{p1} = \omega_z \quad (7.38)$$

- dacă  $\omega_z$  este la dreapta benzii de interes, la frecvențe foarte mari, atunci se plasează polii  $f_{p1}, f_{p2}$  la jumătate din frecvența de comutație.

$$\omega_{p1} = \omega_{p2} = \frac{\omega_s}{2} \quad (7.39)$$

Desigur aceste constrângeri nu reușesc să impună ca  $T(s)$  să scadă cu pantă de -1 pe tot domeniu deoarece la  $\omega_o$  există o supracreștere cauzată de Q. Examinând relația (7.35) și coroborând-o cu constrângerile (7.36)-(7.39), rezultă că până la polul cel mai mare caracteristica de amplitudine în buclă deschisă este aproximată de partea integrativă, adică:

$$T(s) \cong \frac{1}{\frac{s}{\omega_{ugf}^c}} \quad (7.40)$$

ceea ce arată că intersecția caracteristicii de amplitudine cu axa frecvențelor se face la  $f_{ugf}^c$ . Deci frecvența de tăiere este  $f_c = f_{ugf}^c$  ceea ce, ținând cont de (7.35) impune constrângerea suplimentară:

$$\omega_{ugf} = \omega_c \cdot \frac{V_{VV}}{G_{CO}} \quad (7.41)$$

Avem astfel 5 constrângeri reprezentate de relațiile (7.36)-(7.37) și (7.38) sau (7.39) și (7.41) și 6 necunoscute în amplificatorul de eroare și anume:  $R_1, R_2, R_3, C_1, C_2, C_3$ . Faptul că necunoscutele sunt cu una mai mult decât numărul ecuațiilor permite alegerea unui element de circuit arbitrar. De regulă aceasta este rezistența  $R_1$ . Restul necunoscutelor rezultă din sistemul format din cele 5 ecuații. Rezultatul final, obținut cu ajutorul Matlab: *Anexa\_7\_1Calcul\_RC\_AE3.m*; este:

$$R_2 = \frac{V_{VV}}{G_{CO}} \cdot \frac{\omega_s^2 L R_1 C_o \left(1 + \frac{R_{esr}}{R}\right)}{p \cdot \left(\omega_s \sqrt{L C_o} \left(1 + \frac{R_{esr}}{R}\right) - 2\right)} \quad (7.42)$$

$$R_3 = \frac{2R_1}{\omega_s \sqrt{L C_o} \left(1 + \frac{R_{esr}}{R}\right) - 2} \quad (7.43)$$

$$C_1 = \frac{G_{CO}}{V_{VV}} \cdot \frac{2p}{\omega_s^2 R_1 \sqrt{L C_o} \left(1 + \frac{R_{esr}}{R}\right)} \quad (7.44)$$

$$C_2 = \frac{G_{CO}}{V_{VV}} \cdot \frac{p \cdot \left(\omega_s \sqrt{L C_o} \left(1 + \frac{R_{esr}}{R}\right) - 2\right)}{\omega_s^2 R_1 \sqrt{L C_o} \left(1 + \frac{R_{esr}}{R}\right)} \quad (7.45)$$

$$C_3 = \frac{\omega_s \sqrt{L C_o} \left(1 + \frac{R_{esr}}{R}\right) - 2}{\omega_s R_1} \quad (7.46)$$

unde  $p$  reprezintă, pentru controlul în tensiune al convertorului analizat, de câte ori este mai mică frecvența de tăiere decât cea de comutație:

$$f_c = \frac{f_s}{p} \quad (7.47)$$

Acesta are, în mod tipic, valori:  $p \in [5,10]$ .

*Observație:* relațiile de mai sus sunt aproximative deoarece în determinarea frecvenței de tăiere s-a folosit o expresie aproximativă pentru  $T(s)$ . Eroarea este cu atât mai mare cu cât factorul de calitate  $Q$  este mai mare și  $f_c$  mai apropiată de  $f_o$ .

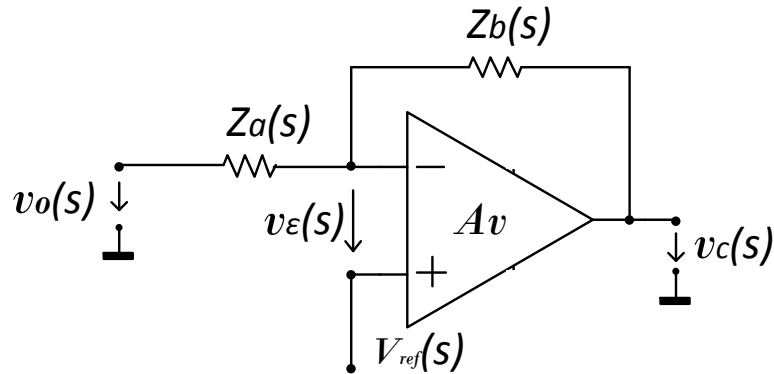


Fig.7.11. Schema simplificată cu AO pentru determinarea funcției de control ieșire în funcție de amplificarea  $A$ . Sursa [original].

Pentru determinarea funcției control-ieșire în raport și de amplificarea în buclă deschisă a AO s-a plecat de la Fig.7.9 și s-a construit Fig.7.11. Este simplu de văzut ce reprezintă fiecare din cele două impedanțe de intrare respectiv din reacție:

$$\begin{cases} Z_a(s) = R_1 \frac{1 + sR_3C_3}{1 + s(R_1 + R_3)C_3} \\ Z_b(s) = \frac{R_2 + \frac{1}{sC_2}}{1 + \frac{C_1}{C_2} + sR_2C_1} \end{cases} \quad (7.48)$$

Conform cu Fig.7.11 se poate scrie sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} v_\epsilon(s) = \frac{v_o(s) - v_{co}(s)}{Z_a + Z_b} Z_a + v_{co}(s) - v_{ref}(s) \\ v_o(s) = A_v v_\epsilon(s) \end{cases} \quad (7.49)$$

Prin eliminarea din (7.49) a tensiunii diferențiale  $v_\epsilon$  de la intrarea AO se obține:

$$v_c(s) = -v_o(s) \frac{\frac{Z_b}{Z_a + Z_b}}{\frac{1}{A_v} + \frac{Z_a}{Z_a + Z_b}} + \frac{1}{\frac{1}{A_v} + \frac{Z_a}{Z_a + Z_b}} v_{ref}(s) \quad (7.50)$$

Din (7.48) se deduce cu ușurință funcția de transfer a amplificatorului de eroare AE3:

$$G_{AE3}(s) = \frac{\frac{Z_b}{Z_a + Z_b}}{\frac{1}{A_v} + \frac{Z_a}{Z_a + Z_b}} \quad (7.51)$$

$$G_{ideal}(s) = \frac{Zb(s)}{Za(s)} \quad (7.52)$$

În final se obține relația dintre funcția de transfer a AE3 cu amplificarea  $A_v$  finită  $G_{AE3}$  și funcția de transfer ideală  $G_{ideal}$ , atunci când amplificarea se presupune infinită  $A_v \rightarrow \infty$

$$G_{AE3}(s) = \frac{G_{ideal}(s)}{\frac{1}{A_v} G_{ideal}(s) + \frac{A_v + 1}{A_v}} \quad (7.53)$$

### 7.2.2. Proiectarea prin metoda factorului k

Dean Venable a introdus conceptul de factor  $k$  [87], [88] în ideea de a poziționa polii și zerourile astfel încât să se obțină frecvența de tăiere dorită cu o margine de fază dorită. Factorul  $k$  indică gradul de separare între polii și zerourile amplificatorului de eroare. O dată cunoscut factorul  $k$ , polii și zerourile se plasează automat, astfel încât frecvența de tăiere să fie la media geometrică a acestora și totodată cel mai mare câștig de fază să apară la frecvența de tăiere aleasă. Notăm cu  $\Delta\varphi$  câștigul de fază față de  $-90^\circ$  pe care trebuie să-l aducă amplificatorul de eroare și cu  $\varphi_{conv}$ ,  $G_{conv}$  faza, respectiv câștigul caracteristicii în buclă deschisă fără amplificatorul de eroare la frecvența de tăiere. Din definiția marginii de fază este evident că:

$$\varphi_m = 180^\circ + \varphi_{conv} + (-90^\circ) + \Delta\varphi \quad (7.54)$$

De unde rezultă că:

$$\Delta\varphi = \varphi_m - \varphi_{conv} - 90^\circ \quad (7.55)$$

Se poate arăta că dacă zerourile sunt duble și se plasează la frecvența  $f_c / \sqrt{k}$ , iar polii sunt dubli și localizați la frecvența  $f_c \sqrt{k}$  atunci:

$$k = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\Delta\varphi}{4} + 45^\circ\right) \quad (7.56)$$

$$C_1 = \frac{G_{conv}}{2\pi f_c R_1} \quad (7.57)$$

$$C_2 = (k - 1)C_1 \quad (7.58)$$

$$R_2 = \frac{\sqrt{k}}{2\pi f_c C_2} \quad (7.59)$$

$$R_3 = \frac{R_1}{k - 1} \quad (7.60)$$

$$C_3 = \frac{1}{2\pi f_c R_3 \sqrt{k}} \quad (7.61)$$



De observat că ordinea de parcurgere a relațiilor este importantă, deși se pot da și relații în care elementele de circuit sunt exprimate numai în funcție de  $R_1$  (care se alege),  $f_c$ ,  $G$  și  $k$ . De asemenea, trebuie ținut cont că pentru un AE3,  $\Delta\varphi$  nu poate depăși  $180^\circ$ , ceea ce restricționează domeniul de alegere al frecvenței de tăiere.

În utilizarea metodei factorului  $k$  este necesar răspunsul sistemului fără circuitul de compensare, adică al convertorului obținut fie prin simulare, fie experimental. Atunci când factorul de calitate este mare și apare un vârf în caracteristica de amplitudine la frecvența de rezonanță se alege o frecvență de tăiere de cel puțin 5 ori mai mare decât frecvența de rezonanță. Dacă frecvența de rezonanță este prea mare atunci se va crește capacitatea de la ieșire pentru a o scădea la o valoare care multiplicată cu 5 să furnizeze o frecvență de tăiere rezonabilă. Se alege apoi marginea de fază. Din caracteristicile convertorului se citesc  $\varphi_{conv}$ ,  $G_{conv}$  după care se aplică formulele de calcul pentru componentele AE3.

### 7.3. Analiza exactă a stabilității unui convertor buck cu AE3 și comparație cu metoda tradițională

În acest paragraf se va face o analiză a stabilității unui convertor buck cu AE3 folosind întâi metoda clasică, expusă în paragrafele precedente ce utilizează diagrame Bode, frecvență de tăiere, margine de fază, etc., apoi efectuând o analiză exactă cu un model discret în spațiul stărilor și se va face o comparație între cele două abordări. Parametrul care se modifică este rezistența  $R_1$ , care am văzut că în abordarea clasică este parametrul care se alege. Parametrii convertorului buck analizat sunt:  $V_g=10V$ ;  $V_{ref}=5V$ ;  $L=0,36mH$ ;  $C_o=22\mu F$ ;  $R=2,5\Omega$ ;  $R_{esr}=5m\Omega$ ;  $f_s=50kHz$ ;  $V_o=6V$ ; ;  $V_L=4V$ ;  $A_v=1.000.000$ .

Se dorește o tensiune de ieșire de 5V, având la dispoziție o tensiune de referință tot de 5V, ceea ce arată că rezistența  $R_b$  nu este necesară. Vom pleca de la proiectarea AE3 prin metoda plasării polilor și zerourilor alegând o frecvență de tăiere egală cu  $f_s/10$  deci de 5kHz și o margine de fază de  $60^\circ$ . Frecvența de rezonanță a convertorului se calculează cu relația (7.31), rezultând:

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_o}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R_{ESR}}{R}}} = 1,78kHz \quad (7.62)$$

În consecință, zeroul dublu al AE3 se va plasa la aceeași frecvență  $f_o=1,78kHz$ . Zeroul introdus de capacitatea de ieșire calculat cu relația (7.30) este la frecvența  $f_z=1,44MHz$ , în afara benzii de interes. De aceea cei doi poli ai AE3 se aleg egali și plasați la jumătate din frecvența de comutație  $f_p = f_s/2 = 25kHz$ . Pe baza acestor considerații, adoptând  $R_1=20k\Omega$ , valorile componentelor au fost calculate în programul Matlab *Anexa\_7\_1\_Calcul\_RC\_AE3.m* folosind relațiile (7.42)-(7.46). Schema completă a convertorului cu valorile elementelor de circuit calculate sunt specificate în Fig.7.12.

Caracteristicile AE3 pentru elementele dimensionate sunt prezentate în Fig.7.13, iar cele ale funcției de transfer în buclă deschisă  $T(s)$  sunt cele din Fig.7.14. Se observă că proiectarea conduce la o frecvență de tăiere  $f_c=5,37kHz$ , apropiată de cea adoptată de 5kHz și o margine de fază de  $61^\circ$  și ea foarte apropiată de cea impusă prin proiectare obținute în Matlab: *Anexa\_7\_2\_Complet\_calcul\_RC\_functii.m*

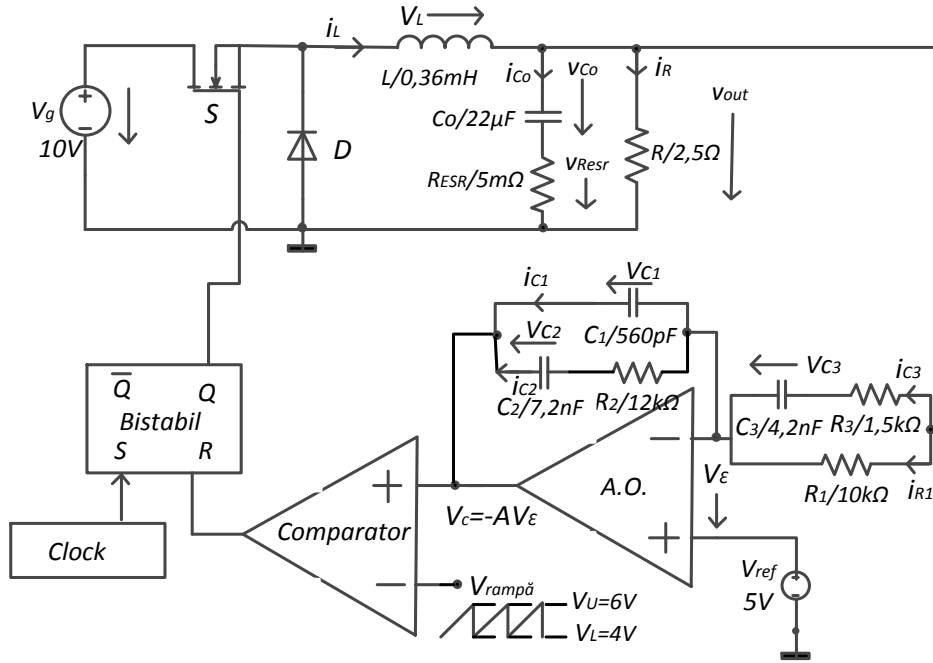


Fig.7.12. Schema convertorului buck cu amplificator de eroare AE3. Sursa [original].

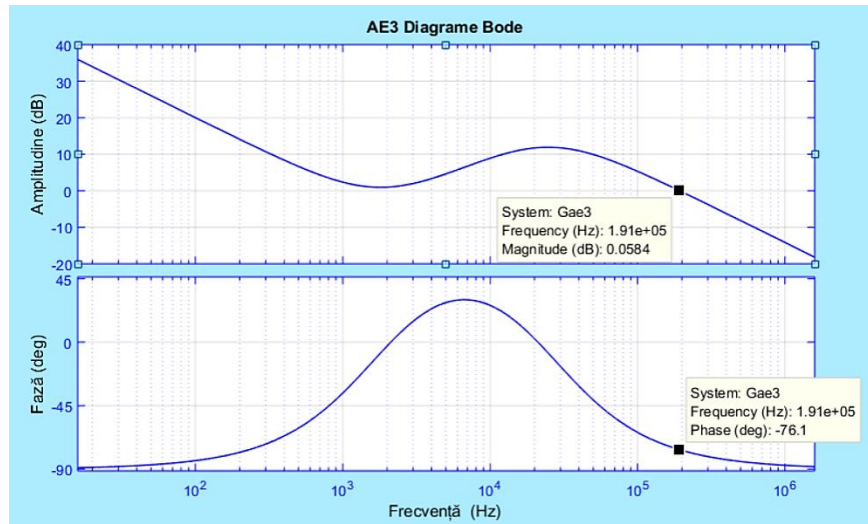


Fig.7.13. Diagramele Bode pentru AE3 la valoarea  $R_1 = 20k\Omega$ . Sursa [original].

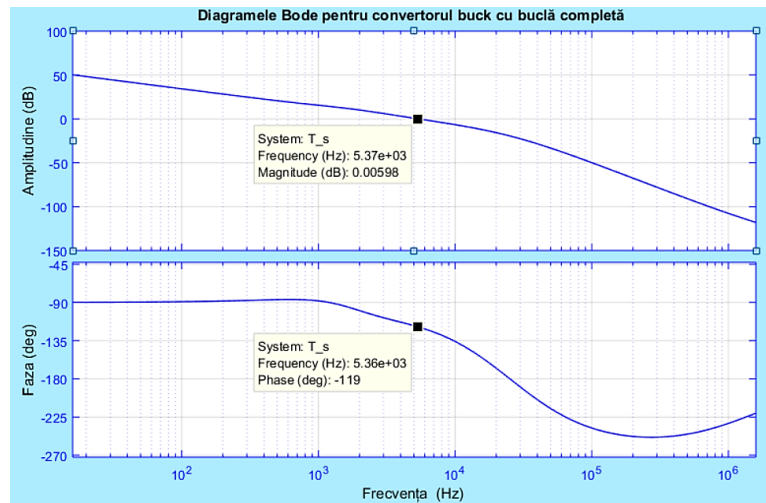


Fig.7.14. Diagrame Bode pentru funcția de transfer în buclă deschisă. Pentru  $R_1=20k\Omega$  s-a obținut  $\varphi_m = 180^\circ - 119^\circ = 61^\circ$  și  $f_c = 5,37kHz$ . Sursa [original].

În continuare vom modifica rezistența  $R_1$  și vom examina pentru ce valoare a sa sistemul este la limita de stabilitate. Evident sistemul se îndreaptă spre instabilitate la scăderea valorii rezistenței  $R_1$ , marginea de fază scăzând progresiv în timp ce frecvența de tăiere scade nesemnificativ. Pentru  $R_1=4,7k\Omega$  marginea de fază devine nulă și sistemul este la limita de stabilitate, așa cum arată și caracteristicile de frecvență din Fig.7.15. Scăderea în continuare a lui  $R_1$  conduce la instabilitate, după cum se va vedea în continuare.

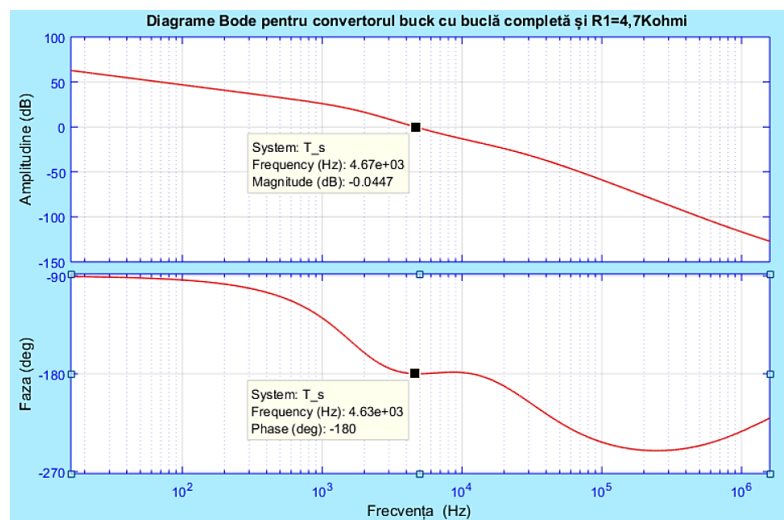


Fig.7.15. Diagrame Bode pentru funcția de transfer în buclă deschisă. Pentru  $R_1=4,7k\Omega$  se obține  $\varphi_m = 180^\circ - 180^\circ = 0^\circ$  și  $f_c = 4,67kHz$ . Sursa [original].

Se reține valoarea  $R_1=4,7k\Omega$  care duce sistemul la limita de stabilitate.

În continuare facem o analiză de stabilitate exactă folosind un model discret în spațiul stărilor. Se aleg vectorul de stare, respectiv cel de intrare astfel:

$$x = [i_L \ v_{C_0} \ v_{C_1} \ v_{C_2} \ v_{C_3}]^t \text{ și } u = [V_g \ v_{ref}]^t$$

Din schema convertorului din Fig.7.12, în care amplificarea amplificatorului operațional a fost considerată finită și egală cu  $A_v$ , s-a obținut sistemul de ecuații cu necunoscutele  $v_L, i_{C_0}, i_{C_1}, i_{C_2}, i_{C_3}, i_R, i_{R_1}, v_\varepsilon$ :

$$\begin{cases} i_{R_1}R_1 - i_{C_3}R_3 - v_{C_3} = 0 \\ i_{R_1} + i_{C_3} - i_{C_1} - i_{C_2} = 0 \\ i_L - i_{C_0} - i_R - i_{C_3} - i_{R_1} = 0 \\ i_{R_1}R_1 - v_\varepsilon + v_{ref} - i_R R = 0 \\ v_{C_0} + i_{C_0}R_{esr} - i_R R = 0 \\ v_{C_1} + i_{C_2}R_2 - v_{C_2} = 0 \\ v_L - V_g + i_R R = 0 \\ v_{ref} - v_{C_1} + v_\varepsilon(A_v + 1) = 0 \end{cases} \quad (7.63)$$

Cu ajutorul primelor 5 necunoscute se pot determina derivatele variabilelor de stare și de aici rezultă imediat matricele de stare  $A_{onr}, A_{offr}, B_{onr}, B_{offr}$ . Aceste matrice s-au obținut cu ajutorul programului Matlab, fișierul *Anexa\_7\_3\_Calcul\_elem\_matrice\_stare.m*. Pentru o scriere restrânsă s-au notat:

$$\begin{cases} n_1 = RR_1R_3 + RR_1R_{esr} + RR_3R_{esr} + R_1R_3R_{esr} \\ n_2 = \left[ \begin{array}{l} RR_1R_2 + R_1R_2R_{esr} + R_2R_3R_{esr} + R_2R_3R_{esr} + RR_2R_3 + \\ + (A_v + 1) \cdot (RR_1R_3 + RR_1R_{esr} + RR_3R_{esr} + R_1R_3R_{esr}) \end{array} \right] \end{cases} \quad (7.64)$$

și astfel matricele de stare sunt:

$$A_{on/off} = \begin{bmatrix} -\frac{RR_1R_3R_{esr}}{n_1L} & -\frac{RR_1R_3}{n_1L} & -\frac{RR_{esr}(R_1 + R_3)}{n_1L(A_v + 1)} & 0 & \frac{RR_1R_{esr}}{n_1L} \\ \frac{RR_1R_3}{RR_1R_3} & -\frac{RR_1 + RR_3 + R_1R_3}{RR_1R_3} & -\frac{R(R_1 + R_3)}{R(R_1 + R_3)} & 0 & \frac{RR_1}{RR_1} \\ \frac{n_1C_0}{RR_{esr}(R_1 + R_3)} & \frac{n_1C_0}{R(R_1 + R_3)} & -\frac{n_1C_0(A_v + 1)}{n_2} & 0 & \frac{n_1C_0}{R_1(R + R_{esr})} \\ \frac{n_1C_1}{n_1C_1} & \frac{n_1C_1}{n_1C_1} & \frac{n_1R_2C_1(A_v + 1)}{1} & \frac{R_2C_1}{R_2C_1} & -\frac{n_1C_1}{n_1C_1} \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_2C_2} & -\frac{1}{R_2C_2} & 0 \\ \frac{RR_1R_{esr}}{n_1C_3} & \frac{RR_1}{n_1C_3} & -\frac{R_1(R + R_{esr})}{(A_v + 1)n_1C_3} & 0 & -\frac{RR_1 + RR_{esr} + R_1R_{esr}}{n_1C_3} \end{bmatrix} \quad (7.65)$$

$$B_{on} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{RR_{esr}(R_1 + R_3)A_v}{n_1L(A_v + 1)} \\ 0 & \frac{R(R_1 + R_3)A_v}{R(R_1 + R_3)A_v} \\ 0 & \frac{n_1C_0(A_v + 1)}{(R + R_{esr})(R_1 + R_3)A_v} \\ 0 & -\frac{n_1C_1(A_v + 1)}{n_1C_1(A_v + 1)} \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_1(R + R_{esr})A_v}{n_1C_3(A_v + 1)} \end{bmatrix}; \quad B_{off} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{RR_{esr}(R_1 + R_3)A_v}{n_1L(A_v + 1)} \\ 0 & \frac{R(R_1 + R_3)A_v}{R(R_1 + R_3)A_v} \\ 0 & \frac{n_1C_0(A_v + 1)}{(R + R_{esr})(R_1 + R_3)A_v} \\ 0 & -\frac{n_1C_1(A_v + 1)}{n_1C_1(A_v + 1)} \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_1(R + R_{esr})A_v}{n_1C_3(A_v + 1)} \end{bmatrix} \quad (7.66)$$

Comutația în blocare a tranzistorului are loc atunci când tensiunea de comandă, de la ieșirea amplificatorului operațional, egalează tensiunea rampă la momentul de timp  $nT_s + d_nT_s$ :

$$v_c(nT_s + d_nT_s) = v_{ramp}(nT_s + d_nT_s) = (V_U - V_L)d_n + V_L \quad (7.67)$$

Ceea ce este important este obținerea ecuației ce furnizează tensiunea de comandă  $v_c = -A_V v_\varepsilon$ . Aceasta se poate determina din ultima ecuație a sistemului (7.63). După prelucrarea ecuației și eliminarea tensiunii diferențiale  $v_\varepsilon$  aplicată la intrarea amplificatorului operațional se obține valoarea tensiunii de la ieșirea AO care se compară cu tensiunea în dinte de fierăstrău ce se aplică la cealaltă intrare a comparatorului:

$$v_c = \frac{A_V}{A_V + 1} (V_{ref} - v_{C1}) \quad (7.68)$$

Se consideră vectorul extractor:  $V_{exv} = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]$  care extrage tensiunea diferențială  $v_{C1}$  din vectorul de stare, iar conform ecuației (7.68), la momentul de timp când cele două tensiuni devin egale se poate scrie că:

$$v_c(nT_s + d_nT_s) = \frac{A_V}{A_V + 1} [V_{ref} - V_{exv}x_n(nT_s + d_nT_s)] \quad (7.69)$$

Din ecuațiile (7.67) și (7.69) se poate acum determina valoarea factorului de umplere  $d_n$  cu care se comandă elementul activ al convertorului buck cu AE3. Pentru a deduce constrângerea nedinamică scriem relația ce definește factorul de umplere în forma:

$$\frac{A_V}{A_V + 1} [V_{ref} - V_{exv}x_n(nT_s + d_nT_s)] - (V_U - V_L)d_n - V_L = 0 \quad (7.70)$$

S-a văzut în Capitolul 4 ecuația (4.50) că vectorul de stare la momentul  $nT_s + d_nT_s$  este exprimat funcție de  $x_n$  astfel:

$$x(nT_s + d_nT_s) = \Phi_1 x_n + \Psi_1 V_g \quad (7.71)$$

După înlocuirea valorii lui  $x(nT_s + d_nT_s)$  din (7.71), relația (7.70) devine constrângerea nedinamică căutată:

$$F(x_n, d_n, u_n) = \frac{A_V}{A_V + 1} [e_2 u_n - V_{exv}(\Phi_1 x_n + \Psi_1 e_1 u_n)] - (V_U - V_L)d_n - V_L \quad (7.72)$$

unde  $e_1 = [1 \ 0]$  și  $e_2 = [0 \ 1]$  extrag pe  $V_g$  respectiv  $V_{ref}$  din  $u_n$ .

Dar cum s-a văzut în Capitolul 4, studiul stabilității presupune aflarea a factorului de umplere în stare staționară pentru fiecare valoare a parametrului de bifurcație ales până când cel puțin un multiplicator caracteristic părăsește cercul de rază unitară. În cazul de față s-a ales  $p_{bif} = R_1$ .

Cum vectorul de stare staționară este date de:

$$X = (I - \Phi_2 \Phi_1)^{-1} (\Phi_2 \Psi_1 + \Psi_2) V_g \quad (7.73)$$

factorul de umplere în stare staționară este furnizat de ecuația

$$\frac{A_V}{A_V + 1} [e_2 U - V_{exv}(\Phi_1 (I - \Phi_2 \Phi_1)^{-1} (\Phi_2 \Psi_1 + \Psi_2) + \Psi_1) e_1 U] - (V_U - V_L) D - V_L \quad (7.74)$$

unde

$$\begin{cases} \Phi_1 = e^{A_{on} D T_s} \\ \Psi_1 = A_{on}^{-1} (\Phi_1 - I) B_{on} \end{cases} \quad \text{și} \quad \begin{cases} \Phi_2 = e^{A_{off} (1-D) T_s} \\ \Psi_2 = A_{off}^{-1} (\Phi_2 - I) B_{off} \end{cases} \quad (7.75)$$

Conform considerațiilor teoretice dezvoltate în Capitolul 4, jacobianul este:

$$J_f(X) = \frac{\partial g}{\partial x_n} - \frac{\partial g}{\partial d_n} \cdot \frac{\partial F}{\partial x_n} \left( \frac{\partial F}{\partial d_n} \right)^{-1} \Bigg|_{\substack{x_n=X \\ d_n=D}} \quad (7.76)$$

în care funcția  $g$  este dată de (4.12). Derivatele parțiale ce intră în calculul jacobianului rezultă din (4.14) și (7.72):

$$\frac{\partial F(x_n, d_n, V_{ref})}{\partial x_n} = -\frac{A_v}{A_v + 1} V_{exv} \varphi_1 \quad (7.77)$$

$$\frac{\partial F(x_n, d_n, V_{ref})}{\partial d_n} = -\frac{A_v}{A_v + 1} V_{exv} T_s \varphi_1 (A_1 x + B_1 e_1 u_n) - (V_U - V_L) \quad (7.78)$$

$$\frac{\partial g(x_n, d_n, V_{ref})}{\partial x_n} = \varphi_2 \varphi_1 \quad (7.79)$$

$$\frac{\partial g(x_n, d_n, V_{ref})}{\partial d_n} = T_s [(\varphi_2 A_1 - A_2 \varphi_2) \varphi_1 x + \varphi_2 (\varphi_1 B_1 - A_2 \varphi_1 - B_2) e_1 u_n] \quad (7.80)$$

Reamintim că parametrul după care se studiază bifurcația este  $p_{bif} = R_1$ , același după care s-a studiat stabilitatea în cazul clasic folosind marginea de fază.

Pentru faptul că de această dată se variază un parametru ce reprezintă valoarea unei componente din matricea de stare se impune redefinirea matricelor de tranziție la fiecare iterație, deci în interiorul buclei, pentru că elementele acestea se vor modifica o dată cu iterația valorii  $p_{bif} = R_1$ . Programele Matlab pentru analiza exactă sunt *Anexa\_7\_4\_Buck\_compensat\_par\_R1.m* și *Anexa\_7\_5\_Calcul\_D\_X.m*, ca funcție apelată. Din Tabelul 7.1 rezultă că valoarea critică a parametrului  $p_{bif} = R_1$  la care apare bifurcația este  $R_1 = 1,3891k\Omega$ . Locul geometric al traiectoriilor multiplicatorilor caracteristici este prezentat în Fig.7.16.

Tabelul 7.1. Multiplicatorii caracteristici la convertorul buck cu AE3 la modificarea  $R_1$

$R_1$ [ $\Omega$ ]	Valorile proprii complexe				Valori absolute				Observații convertor
	$\lambda_1, \lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_1, \lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	
2500	0,333±0,796i	0,796	0,157	0,012	0,863	0,796	0,157	0,012	Stabil
2000	0,259±0,874i	0,796	0,142	0,012	0,911	0,796	0,142	0,012	Stabil
1500	0,134±0,971i	0,795	0,126	0,012	0,980	0,795	0,126	0,012	Stabil
<b>1389,11</b>	<b>0,093±0,995i</b>	<b>0,795</b>	<b>0,122</b>	<b>0,012</b>	<b>1,000</b>	<b>0,795</b>	<b>0,122</b>	<b>0,012</b>	<b>Bifurcație</b>
1000	-0,115±1,085i	0,794	0,106	0,011	1,091	0,794	0,106	0,011	Bifurcație
500	-0,823±1,046i	0,794	0,010	0,079	1,331	0,794	0,010	0,079	Bifurcație
100	-8,580/-0,526	0,793	0,050	0,006	8,580/ 0,526	0,793	0,050	0,006	Bifurcație

Din Tabelul 7.1 și Fig.7.16 este evident că modulul a două rădăcini complexe, dintre cele cinci rădăcini ale jacobianului, părăsesc simultan cercul unitar, ceea ce indică o bifurcație de tip Neimark-Sacker.

Pentru confirmarea rezultatelor obținute teoretic s-a simulat în Caspoc™ schema conform cu Fig.7.17 și s-a efectuat astfel simularea pe modelul identic cu cel din Fig.7.12.

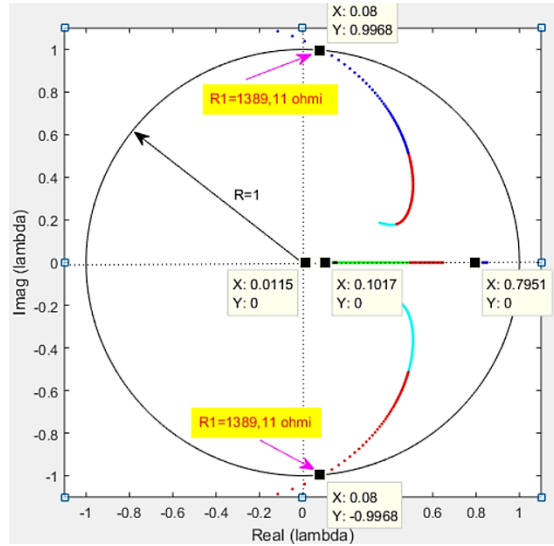


Fig.7.16.Locul geometric al celor 5 multiplicatori caracteristici prin modificarea rezistenței  $R_L$ . La  $R_L=1389,11\Omega$  apare bifurcația Neimark-Sacker. Sursa [original]

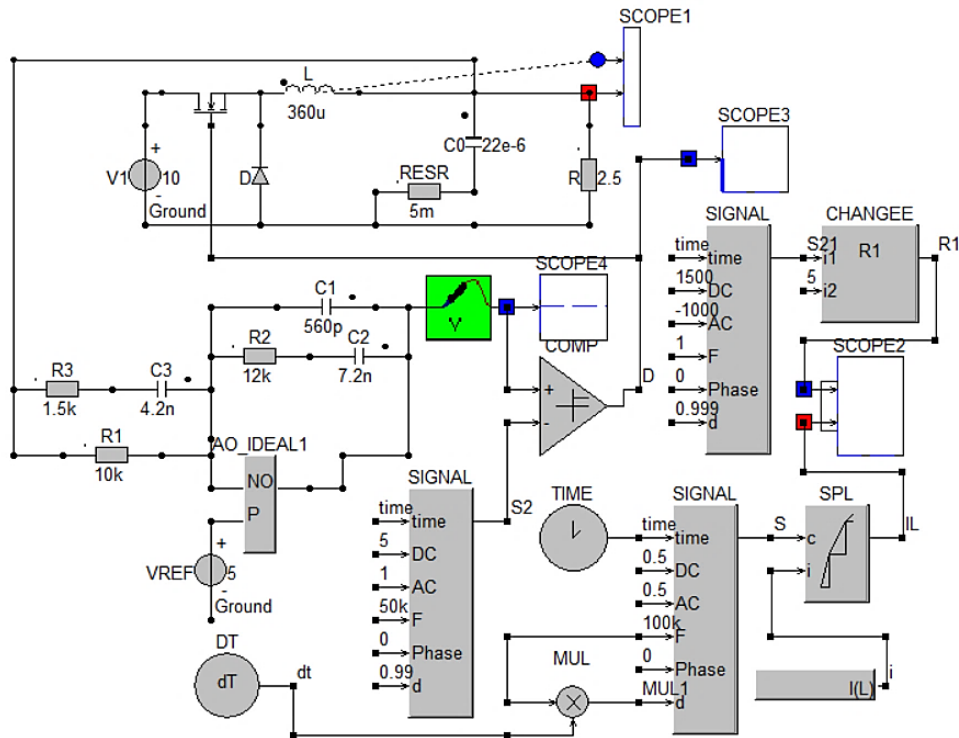


Fig. 7.17. Schema de simulare a convertorului buck cu AE3. Sursa [original].

Pentru simularea variației rezistenței  $R_1$  s-a folosit un bloc generator cu semnal în dinte de fierăstrău de frecvență joasă,  $f=1\text{Hz}$ , iar rezultatul s-a aplicat unui bloc *CHANGEE* pe intrarea  $I_1$  cu rol de decrementare al valorii rezistenței  $R_1$  alese ca parametru de bifurcație.

Astfel, simulând convertorul buck cu buclă de reacție negativă de tipul *AE3* cu parametrul  $p_{bif} = R_1$  s-a construit diagrama de bifurcație. Rezultatele obținute prin simulare sunt cele din Fig.7.18, unde s-a reprezentat curentul prin bobină eșantionat, funcție de valoarea rezistenței  $R_1$ . „Explozia” în comportamentul curentului inductiv se observă că are loc la o valoare de aproximativ  $1,390\text{k}\Omega$ , extrem de aproape de valoarea prognozată de  $1,3891\text{k}\Omega$ . Eroarea absolută dintre calculul matematic și simulare este  $\Delta R_1 = 1389,1 - 1390 = 0,9\Omega$ , corespunzătoare unei erori relative  $\Delta R_1\% = 0,06\%$ . În Fig.7.19 se prezintă modificarea radicală a tensiunii de ieșire care de la o valoare stabilizată de  $4,999\text{V}$  ajunge să aibe pulsații mari, de aproximativ  $0,9V_{VV}$ , la valori ale rezistenței  $R_1 < 1,390\text{k}\Omega$ .

Se poate observa în Fig.7.18, respectiv Fig.7.19 că la atingerea valorii  $R_1 = 1,389\text{k}\Omega$  curentul prin bobină cât și tensiunea de ieșire intră în instabilitate. Se remarcă creșteri substanțiale ale acestora pe măsură ce valoarea rezistenței scade în continuare sub  $1,390\text{k}\Omega$ .

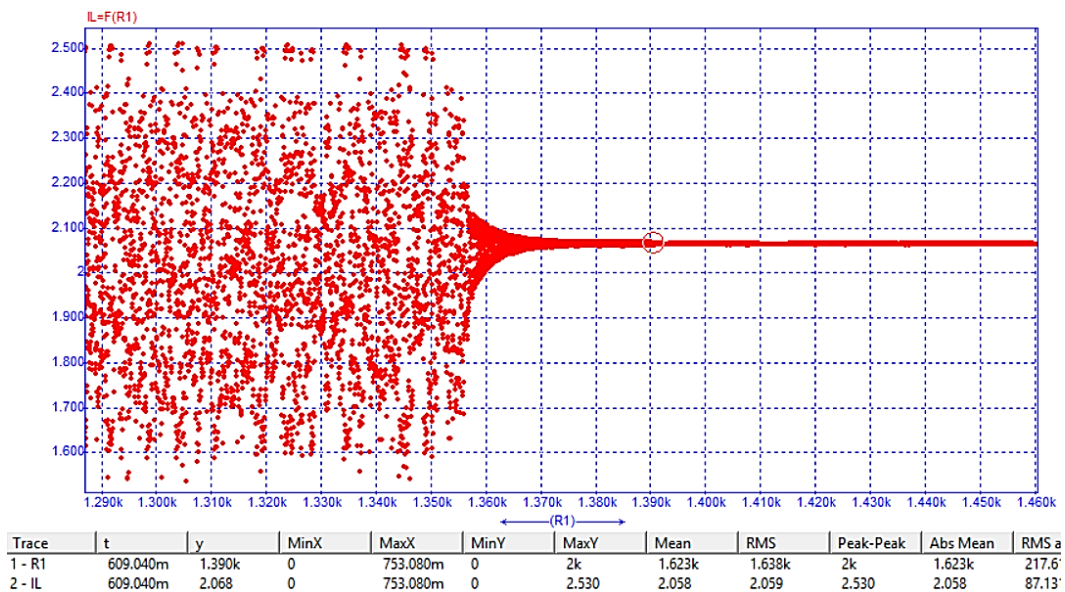


Fig.7.18. Diagrama de bifurcație  $i_L = f(R_1)$  cu începerea instabilității la  $R_1 = 1,390\text{k}\Omega$

Sursa [original].

Ca și o argumentare suplimentară, se prezintă în Fig.7.20 și Fig.7.21 formele de undă ale curentului prin bobină respectiv ale tensiunii de ieșire simulate în mediul Caspoc, pentru o valoare a rezistenței  $R_1 = 2\text{k}\Omega$ . Se poate observa o funcționare stabilă a convertorului într-o zonă în care abordarea clasică a prognozat deja o instabilitate accentuată instalată, vezi Fig.7.22 în care marginea de fază este de  $-30^\circ$ .



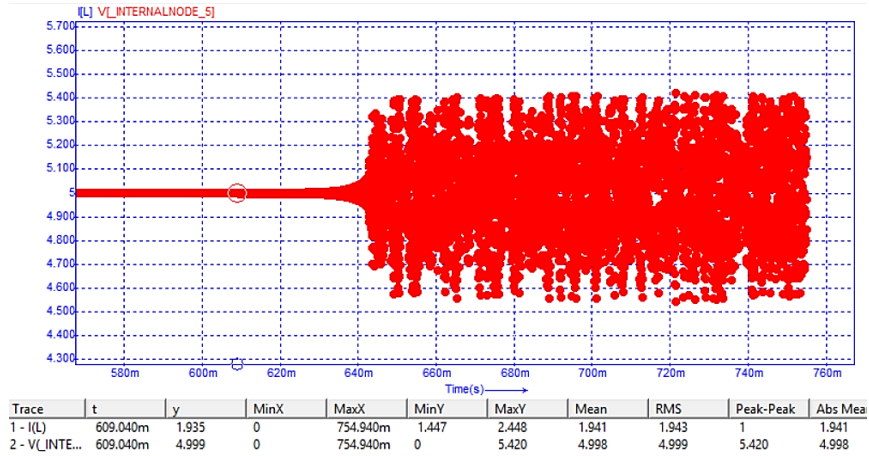


Fig. 7.19. Forma de undă a tensiunii de ieșire la variația valorii  $R_L$ . Sursa [original].

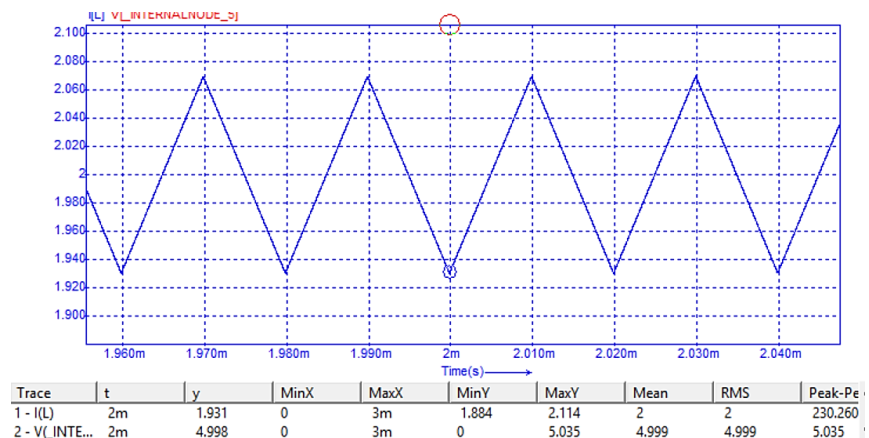


Fig.7.20. Forma de undă a curentului prin bobină pentru  $R_L=2k\Omega$ . Sursa [original].

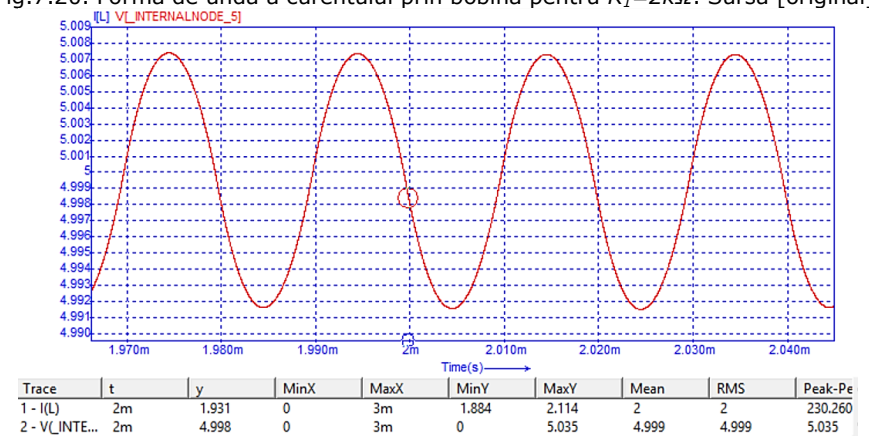


Fig.7.21. Forma de undă a tensiunii de ieșire pentru  $R_L=2k\Omega$ . Sursa [original].

Analiza stabilității cu tehnica clasică a stabilit anterior, după valoarea marginii de fază, că pentru valori ale rezistenței  $R_1 = 20k\Omega$  (Fig.7.13) convertorul analizat este stabil ( $\varphi_m = 61^\circ$ ), iar pentru valori ale rezistenței  $R_1 < 4,7k\Omega$  (Fig.7.16) convertorul devine instabil.

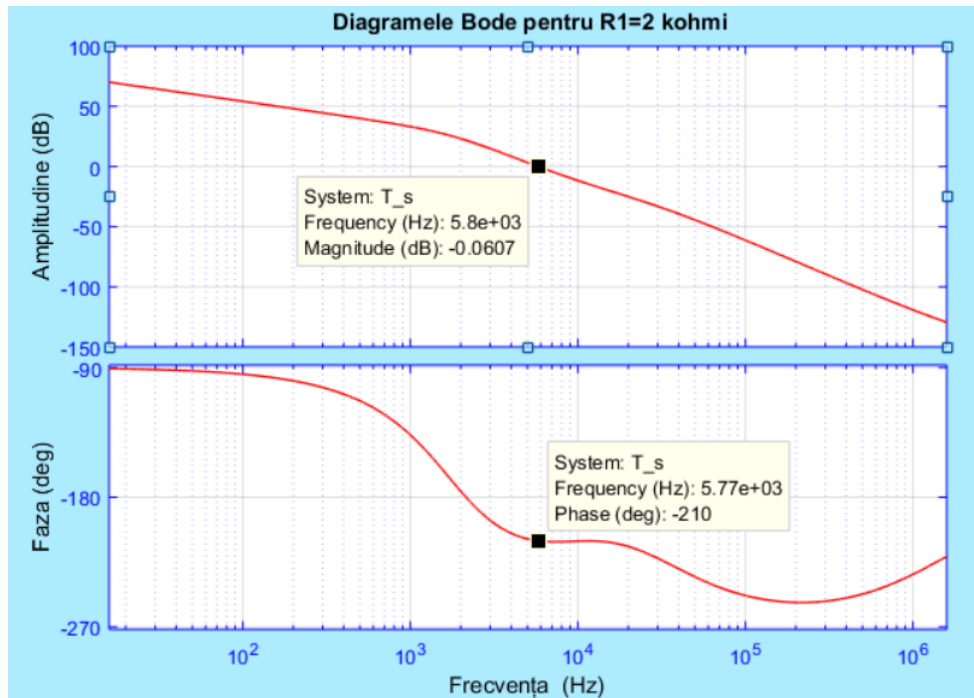


Fig.7.22. Diagrame Bode pentru funcția de transfer în buclă deschisă. Pentru  $R_1=2k\Omega$  se obține  $\varphi_m = 180^\circ - 210^\circ = -30^\circ$  și  $f_c = 5,8kHz$ . Sursa [original].

Limita de stabilitate conform abordării clasice, este atinsă pentru  $R_1 = 4,693k\Omega$ . Această valoare este de 337,8% mai mare decât  $R_1 = 1,390k\Omega$ , valoare ce a fost determinată prin metode exacte și confirmată cu mare acuratețe prin simulare. Concluzia care se desprinde din această analiză a stabilității convertorului buck cu AE3 este că metoda tradițională este mai pesimistă, convertorul funcționând încă stabil pe o plajă foarte largă. Din punct de vedere practic aceasta permite obținerea de performanțe dinamice superioare prin adoptarea unor componente adecvate, fără a se afecta stabilitatea.

Tehnica de analiză propusă este una exactă și rezultatele obținute au fost validate riguros de simulare. Abordarea analitică prezentată, confirmată pe multiple exemple, se detașează tocmai prin precizia a modelului discret, fără a apela la mediere și liniarizare așa cum se procedează la studiul cu instrumente clasice. Diagnosticarea începutului instabilității prin citirea marginii de fază pe diagrama Bode este uneori neadecvată tocmai prin imprecizia mare manifestată în determinarea limitei dintre stabilitate a unui convertor DC-DC.

## 7.4. Concluzii și contribuții personale

În prima parte a acestui capitol autorul a trecut în revistă principalele structuri de compensatoare pentru convertoarele DC-DC cu funcționare CCM axându-se pe amplificatoarele de eroare de tip 2 și 3 care sunt cele mai utilizate în practică. Au fost prezentate cele două metode de proiectare a lor: plasarea independentă a polilor și zerourilor și metoda factorului  $k$ .

Dat fiind faptul că dimensionarea acestor compensatoare se face bazat pe modele mediate și liniarizate evident restricționate ca și valabilitate în frecvență, autorul și-a propus să investigheze stabilitatea acestor arhitecturi printr-o analiză exactă și în plus să precizeze în ce manieră și cu ce tip de bifurcație apare instabilitatea.

Concluzia acestui studiu este una interesantă și anume că modelul mediat și liniarizat oferă un scenariu pesimist, instabilitatea apărând mai târziu, sau cu alte cuvinte domeniul parametrului de circuit pentru care funcționarea este stabilă este semnificativ mai larg, de peste 300% decât domeniul prognozat de modelul mediat. Analiza s-a făcut pentru valori finite ale amplificării în buclă deschisă a AO, rezultatele arătând similaritate cu un AO ideal. Parametrul ales pentru studiul stabilității a fost rezistența  $R_I$ , rațiunea acestei alegeri fiind faptul că în metoda factorului  $k$ , rezistența  $R_I$  este parametrul care se alege, în funcție de el rezultând valorile tuturor celorlalte componente. În privința instabilității, autorul demonstrează teoretic și validează prin simulare faptul că instabilitatea se instalează cu bifurcație Neimark-Sacker. Teoria exactă elaborată poate fi utilizată pentru studiul stabilității oricărui convertor cu AE2 sau AE3.

Principalele **contribuții ale autorului** aduse în acest capitol se referă la:

- Dezvoltarea unui algoritm general de analiză a convertoarelor DC-DC cu compensator AE2 și AE3. Deducerea relației de constrângere nedinamică și a derivatelor parțiale implicate în calculul jacobianului;
- Implementarea în Matlab a algoritmului propus și evidențierea valorii parametrului  $R_I$  la care apare instabilitatea și prognozarea bifurcației de tip Neimark-Sacker;
- Verificarea și validarea prin simulare a prognozei date de algoritmul dezvoltat cu o precizie de 0,06% ;
- Analiza comparativă cu rezultatele furnizate prin tehnicile tradiționale și evidențierea caracterului pesimist al acestora, concluzionându-se că acuratețea acestora lasă de dorit, eroarea obținută fiind de 337%. Plaja de stabilitate mai extinsă în cazul real ar putea fi exploatată pentru îmbunătățirea caracteristicilor dinamice ale sistemului;

Ca și studiu de perspectivă autorul propune dezvoltarea unor tehnici de analiză a convertoarelor DC-DC în buclă închisă bazate pe modelarea exactă propusă în acest capitol, cu păstrarea unei complexități rezonabile și dezvoltarea de tool-uri software de proiectare automată.

## 8. FENOMENE DE BIFURCAȚIE ȘI HAOS LA CONVERTORUL ČUK CU COMANDĂ ÎN CURENT, OCC ȘI CONVERTORUL BOOST MULTIFAZIC

Motto:

"Viața chiar începe la 40 de ani.

Până atunci faci doar cercetare."

Carl Gustav Jung

Acest capitol își propune să analizeze convertoare CCM cu comandă în curent, cu comandă OCC folosind tehnica propusă de autor pentru convertoare cu două stări topologice. Se arată cum această tehnică se poate extinde pentru convertoare cu patru stări topologice exemplul ales fiind cel al unui convertor boost multifază. Se analizează în acest sens un convertor Čuk cu comandă în curent, folosind același convertor ca cel din [33]. În plus, se arată că, cel puțin în raport cu simularea, metoda propusă furnizează rezultate mai precise decât cele furnizate de [33]. În cazul unui convertor Čuk cu comandă OCC, se va arăta că tehnica propusă de autor se aplică cu modificări minimale și furnizează rezultate exacte, spre deosebire de ceea ce se raportează în [89], unde pentru parametrul de bifurcație se estimează doar un interval relativ larg. La finalul capitolului se prezintă pentru prima oară un studiu de bifurcație pentru un convertor hibrid bifazic.

### 8.1. Convertorul Čuk cu comandă în curent

Convertorul Čuk (descoperit de prof. Slobodan Čuk) este un convertor DC-DC care oferă la ieșire o tensiune în modul mai mare sau mică decât tensiunea de alimentare și de polaritate opusă. Configurația convertorului Čuk este prezentată în schema din Fig.8.1.

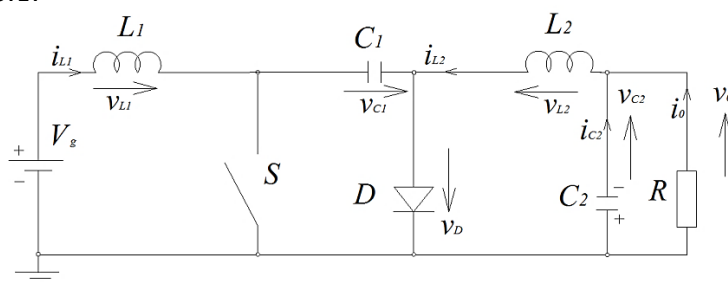


Fig.8.1.Schema convertorului Čuk. Sursa [48].

Acest tip de convertor, așa cum este prezentat în [48], [49], a apărut ca o necesitate la nevoia de a avea pulsații de curent cât mai mici atât la intrare cât și la ieșire, lucru pe care convertoarele cu o singură inductanță nu-l puteau realiza. Convertorul Čuk presupune în CCM că suma curenților inductivi rămâne întotdeauna

pozitivă (chiar dacă valoarea unui curent scade sub zero suma curenților ce parcurg cele două bobine în orice moment rămâne tot pozitivă). După cum se observă din figura de mai sus convertorul este un convertor de ordinul patru, ordin determinat de cele două inductanțe amintite și de cele două capacități. Modul de funcționare al convertorului Ćuk are la bază conducția complementară a tranzistorului și a diodei. Datorită ordinului mare explicarea dinamicii acestuia rămâne un domeniu încă incomplet explorat, mai ales în modul DCM [33].

### 8.1.1. Comanda prin suma curenților inductivi

În mod tradițional prin comandă în curent se înțelege comanda prin curentul de vârf (peak current mode control – PCM). Trebuie arătat că acest mod de comandă oferă un timp de răspuns mai bun decât cazul comenzii în tensiune, de regulă cele două tipuri de comenzi utilizându-se într-o comandă multibuclă. Comanda în curent se utilizează cu precădere la convertoarele buck, boost [90] sau buck-boost, [75], [91], [92], dar se întâlnește tot mai frecvent și la convertoarele de ordin superior. Se cunoaște că la factori de umplere mai mari decât 0,5 apare instabilitatea, existând și versiuni discrete de comandă în curent [93], [94].

Alte moduri de comandă în curent sunt cele care calculează factorul de umplere după curentul minim (engl. valley current mode control - VCM) sau raportat la valoarea mediată a curentului (engl. average current mode control - ACM), așa cum sunt relevate în [75], [90] sau [91]. Studiile recente au făcut ca acest mod de comandă să devină performant prin adăugarea buclelor de reacție de tip proporțional-integrativ (PI) care calculează valoarea medie a curentului prin inductanță, iar această valoare se compară cu valoarea de vârf sau de vale a curentului prin bobină. Au apărut astfel comenzi de tipul  $I^2$  ce sunt similare celor cu comandă în tensiune de tipul  $V^2$ . [95], [96].

Comenzi în curent la convertoarele Ćuk s-au raportat în [97], [98]. Schema de principiu pentru convertorul Ćuk comandat în curent PCM este redată în Fig.8.2.

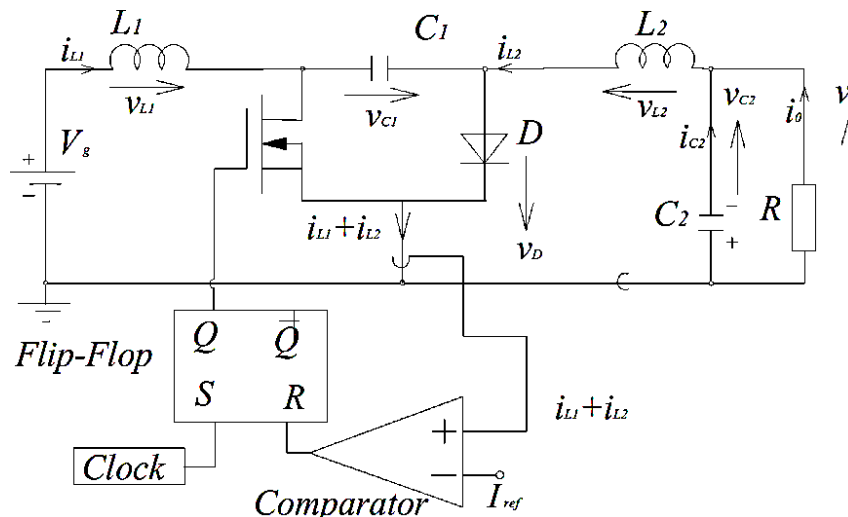


Fig.8.2. Schema convertorului Ćuk comandat în curent. Sursa [98].

Se cunoaște că tensiunea medie de ieșire a convertorului Ćuk CCM în stare staționară este dată de relația:

$$V_{C_2} = V_0 = \frac{D}{1-D} V_g \quad (8.1)$$

După cum se observă în Fig.8.3. curenții prin bobine cresc în prima stare topologică până ce suma lor, la momentul  $t = nT_s + d_n T_s$ , atinge valoarea curentului de referință.

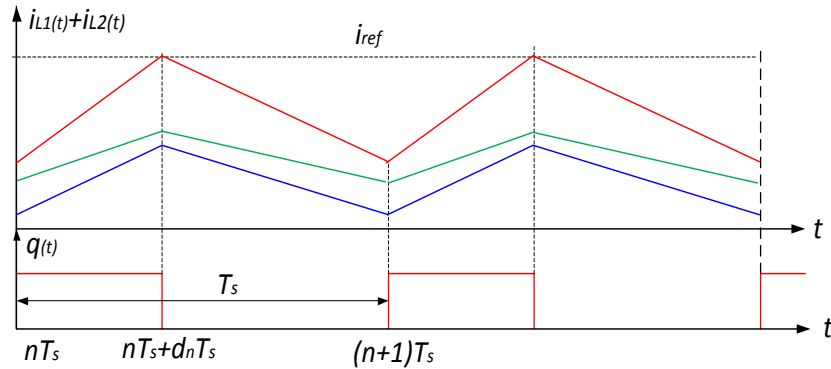


Fig.8.3. Formele de undă ale convertorului Ćuk CCM comandat în curent. Sursa [original].

Pentru analiza stabilității acestui tip de convertor se adoptă o tehnică similară cu cea expusă pe larg în cadrul Capitolului 4. Dar dacă până acum s-au comparat două tensiuni, cea de comandă sau modulatoră cu tensiunea rampei, sau o tensiune rezultată prin procesarea unei variabile de stare cu o tensiune de referință (cum este cazul charge-control), de această dată se va lucra cu suma celor doi curenți care se vor compara cu un curent de referință modulator și care va determina factorul de umplere al tranzistorului. Se definește vectorul variabilelor de stare  $x = [i_{L_1}, i_{L_2}, v_{C_1}, v_{C_2}]^t$ , vectorul de intrare  $u = [v_g, i_{ref}]^t$  și ieșirea  $y = [v_{C_2}] = [v_o]$ .

S-au determinat matricele de stare pentru cele două stări topologice, rezultând:

$$A_{on} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L_1}}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_{L_2}}{L_2} & \frac{1}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix}; \quad A_{off} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L_1}}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & -\frac{R_{L_2}}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \quad (8.2)$$

$$B_{on} = [1/L_1 \ 0 \ 0 \ 0]^t; \quad B_{off} = [1/L_1 \ 0 \ 0 \ 0]^t$$

Fără a reduce generalitatea și precizia metodei s-au presupus rezistențele nenule ale bobinelor, de valori extrem de mici, asigurându-se astfel nesingularitatea matricelor  $A_1$  și  $A_2$ . S-a arătat în Capitolul 4, relația (4.12) sau (4.3) că pentru un convertor CCM funcția  $g$  care descrie relația de recurență pentru vectorul de stare este de forma:

$$g(x_n, u_n, d_n) = x_{n+1} = \Phi_2 \Phi_1 x_n + (\Phi_2 \Psi_1 + \Psi_2) u_n \quad (8.3)$$

Funcția  $F$  ce descrie comanda se obține în acest caz impunând egalitatea curentului de referință cu suma celor doi curenți la momentul  $t = nT_s + d_nT_s$ . Așadar:

$$F(x_n, u_n, d_n) = i_{L_1}(nT_s + d_nT_s) + i_{L_2}(nT_s + d_nT_s) - I_{ref} \quad (8.4)$$

Suma celor doi curenți la momentul  $nT_s + d_nT_s$  se obține din vectorul variabilelor de stare cu ajutorul unui vector extractor de forma  $V_{ex} = [1 \ 1 \ 0 \ 0]$  și suma se exprimă prin ecuația:

$$i_{L_1}(nT_s + d_nT_s) + i_{L_2}(nT_s + d_nT_s) = V_{ex} \cdot x(nT_s + d_nT_s) \quad (8.5)$$

Pe de altă parte, vectorul variabilelor de stare la momentul blocării este:

$$x(nT_s + d_nT_s) = \varphi_1 x(nT_s) + \psi_1 V_g \quad (8.6)$$

Substituind (8.6) și (8.5) în (8.4) se obține forma finală a funcției  $F$ :

$$F(x_n, I_{ref}, d_n) = V_{ex} \cdot [\varphi_1 x_n + \psi_1 e_1 \cdot u_n] - e_2 \cdot u_n \quad (8.7)$$

unde  $e_1 = [1 \ 0]$  și  $e_2 = [0 \ 1]$  extrag pe  $v_g$  respectiv  $i_{ref}$  din  $u_n$ .

Se calculează derivatele parțiale în raport cu  $x_n$  și  $d_n$  ale celor două funcții din relația (8.3) respectiv (8.7) știind că  $\varphi_1 = e^{A_{on}d_nT_s}$  și  $\psi_1 = A_{on}^{-1}(\varphi_1 - I)B_{on}$ . S-a folosit expresia fără integrală a lui  $\psi_1$  deoarece din (8.2) este evident că  $A_{on}$  este nesingulară.

$$\frac{\partial g}{\partial x_n} = \varphi_2 \varphi_1 \quad (8.8)$$

$$\frac{\partial g}{\partial d_n} = T_s \varphi_2 [(A_{on} - A_{off}) \varphi_1 x(nT_s) + (\varphi_1 B_{on} - A_{off} \psi_1 - B_{off}) V_g] \quad (8.9)$$

Derivatele parțiale ale lui  $F$  rezultă din (8.7):

$$\frac{\partial F}{\partial x_n} = V_{ex} \cdot \varphi_1 \quad (8.10)$$

$$\frac{\partial F}{\partial d_n} = T_s V_{ex} \varphi_1 (A_{on} x_n + B_{on} e_1 u_n) \quad (8.11)$$

În conformitate cu teoria expusă la Capitolul 4, relația (4.9), sunt cunoscute acum toate elementele de calcul ale jacobianului, a cărui expresie este dată de (4.10) reluată mai jos:

$$J_f(X) = \frac{\partial g}{\partial x_n} - \frac{\partial g}{\partial d_n} \cdot \frac{\partial F}{\partial x_n} \left( \frac{\partial F}{\partial d_n} \right)^{-1} \Bigg|_{\substack{x_n=X \\ u_n=U \\ d_n=D}} \quad (8.12)$$

Valorile proprii ale acestuia permit studiul stabilității în funcție de valoarea parametrului de bifurcație  $\rho_{bif}$ . S-a ales în această analiză parametrul de bifurcație ca fiind  $\rho_{bif} = I_{ref}$ .

### 8.1.2. Calculul exact al valorii curentului de referință și a factorului de umplere pentru convertorul Ćuk comandat în curent, la apariția bifurcației cu dublarea perioadei

Pentru simulare s-au considerat aceleași valori alese de prof. C. K.Tse în [33] , pagina 142, adică:

$$V_g = 15V; L_1 = L_2 = 16mH; C_1 = C_2 = 47\mu F; R_{L_1} = R_{L_2} = 1m\Omega; R = 75\Omega, T_s = 200\mu s$$

Programul *Anexa\_8\_1\_Ćuk\_curent\_Tse.m* și *Anexa\_8\_2\_d\_Ćuk\_curent.m* ca funcție aferentă dezvoltate în mediul Matlab calculează valorile proprii sau multiplicatorii caracteristici ai jacobianului evaluat de fiecare dată în punctul de funcționare. Astfel pentru valorile de mai sus s-au obținut rezultatele prezentate în Tabelul 8.1.

Tabelul 8.1. Evoluția multiplicatorilor caracteristici la convertorul Ćuk comandat în curent la modificarea curentului de referință

$i_{ref}$	Valorile proprii complexe			Valori absolute			Observații
	$\lambda_1$ și $\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$abs(\lambda_1)=abs(\lambda_2)$	$abs(\lambda_3)$	$abs(\lambda_4)$	
0,2000	0,9631±0,2243i	-0,4781	0,9546	0,9889	0,4781	0,9546	stabil
0,3000	0,9651±0,2250i	-0,6754	0,9549	0,9909	0,6754	0,9549	stabil
0,4000	0,9671±0,2257i	-0,8510	0,9548	0,9931	0,8510	0,9548	stabil
<b>0,4937</b>	<b>0,9690±0,2263i</b>	<b>-1,0000</b>	<b>0,9545</b>	<b>0,9950</b>	<b>1,0000</b>	<b>0,9545</b>	<b>bifurcație</b>
0,6000	0,9710±0,2269i	<b>-1,1547</b>	0,9542	0,9971	<b>1,1547</b>	0,9542	bifurcație
0,7000	0,9728±0,2275i	<b>-1,2890</b>	0,9538	0,9991	<b>1,2890</b>	0,9538	bifurcație
0,8000	0,9746±0,2280i	<b>-1,4143</b>	0,9535	<b>1,0009</b>	<b>1,4143</b>	0,9535	bifurcație

Valoarea exactă a curentului de referință  $i_{ref} = 0.4937A$  la care apare bifurcația corespunde unui factor de umplere  $D=0,5001$ . Deoarece dintre cei 4 multiplicatori caracteristici unul singur real și negativ părăsește cercul unitate, se descrie un fenomen de bifurcație cu dublarea perioadei. C.K.Tse [33] menționează că a obținut o valoare sub 0,49A prin aproximări. Așa cum se va vedea în paragraful următor, rezultatul obținut se confirmă cu acuratețe prin simulare, astfel se remarcă precizia superioară față de [33] a metodei propuse de autor.

### 8.1.3. Verificarea prin simulare

S-a utilizat pentru simulare schema construită în mediul de simulare Caspoc™ așa cum se poate vedea în Fig.8.4.



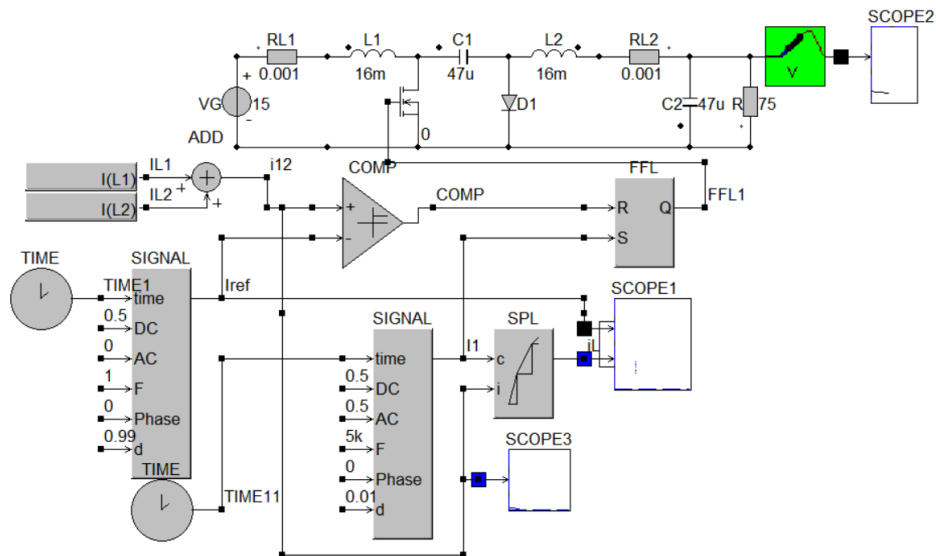


Fig.8.4. Schema circuitului de simulare a convertorului Ćuk controlat în curent. Sursa [original].

Mai întâi s-a vizualizat forma de undă a sumei celor doi curenți pentru un curent de referință constant de  $I_{ref} = 0.4A$  așa cum este reprezentată în Fig.8.5.

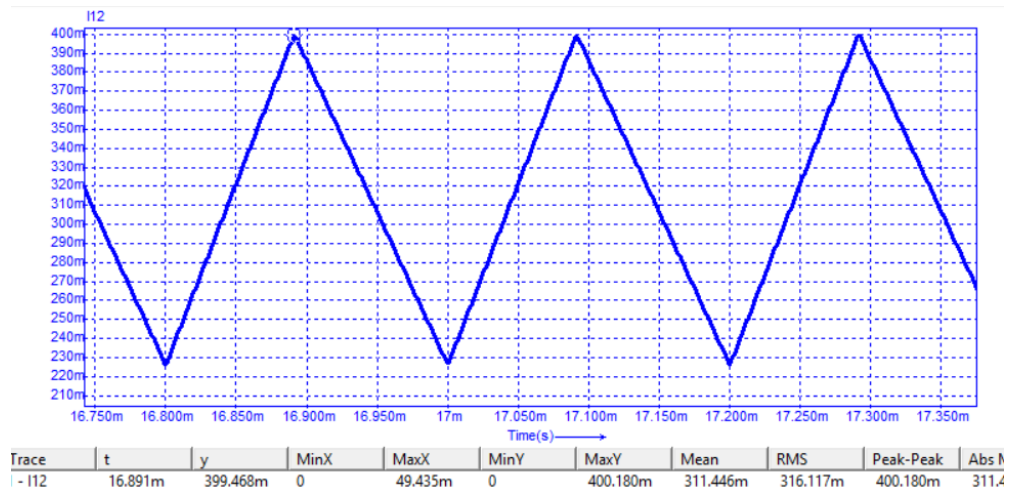


Fig.8.5. Forma de undă a sumei curenților la  $I_{ref} = 0,4A$ . Sursa [original].

Se observă din grafic că suma celor doi curenți are o formă de undă triunghiulară și de frecvență  $5kHz$ , egală cu cea a semnalului de clock. Prin modificarea curentului de referință la  $I_{ref} = 0.5A$  se sesizează dublarea perioadei de lucru la  $T = 400\mu s$  atât la suma curenților cât și la tensiunea de ieșire, cum se relevă în graficele din Fig.8.6.

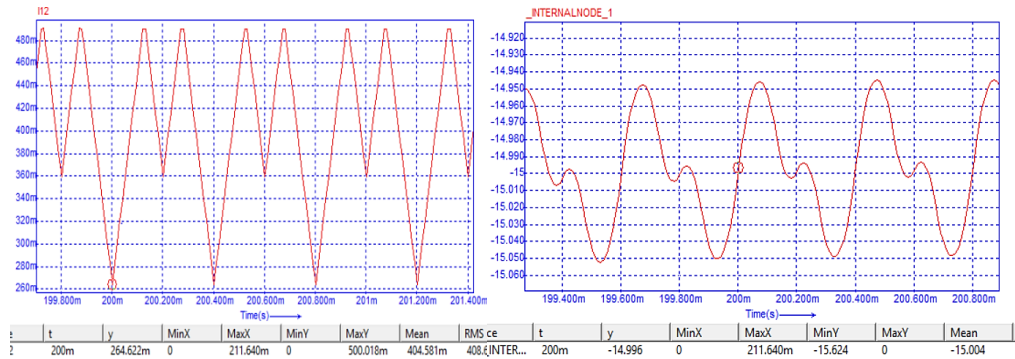


Fig.8.6. Formele de undă a sumei curentilor respectiv tensiunea de ieșire la  $I_{ref} = 0.5A$ . Sursa [original].

S-a obținut prin simulare în programul Caspoc™ diagrama de bifurcație Fig.8.7. la modificarea curentului de referință în limitele  $I_{ref} = 0.45 \div 0.95A$ . Din grafic, rezultă că bifurcația începe la o valoare a curentului de referință  $I_{ref} = 0,4968A$ , ceea ce față de curentul calculat în programul Matlab,  $I_{ref} = 0,4937A$ , are o eroare relativă  $\Delta i_{ref} \% = 0,062\%$ . Un rezultat remarcabil și care confirmă, încă o dată, gradul ridicat de generalitate și de precizie aferent metodei propuse.

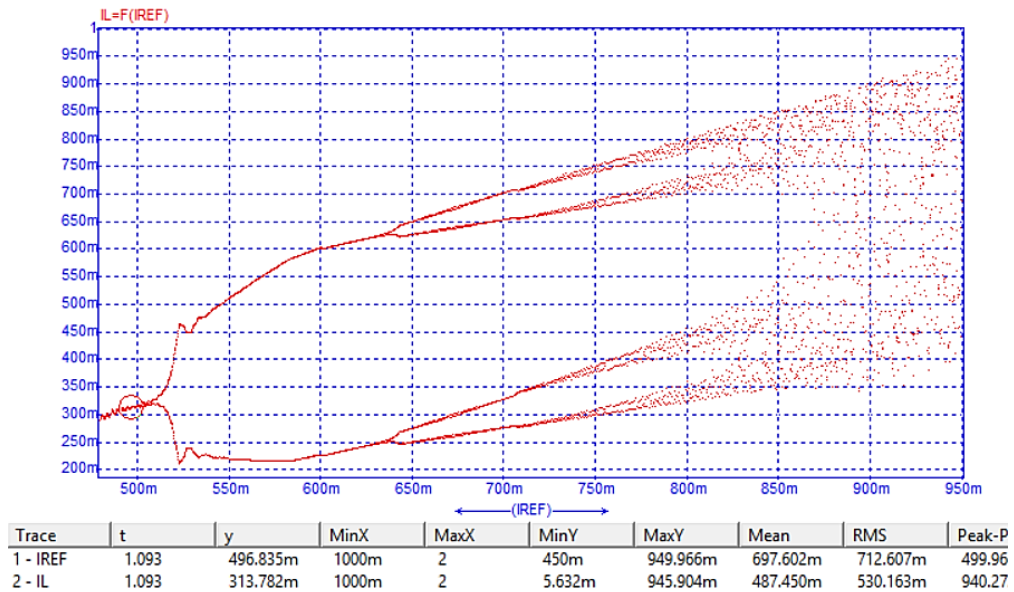


Fig.8.7. Digrama de bifurcație  $i_{L1} + i_{L2} = f(i_{ref})$ . Sursa [original].

## 8.2. Convertorul Ćuk cu comandă One Cycle

În Capitolul 3 am demonstrat că comanda one-cycle este instabilă atunci când se aplică convertoarelor Zeta, Sepic și Ćuk. Demonstrația a presupus convertoare ideale, deci cu dispozitive semiconductoare și reactive ideale. În cazul convertoarelor reale comanda one-cycle aplicată convertoarelor de mai sus poate fi stabilă [48], [49], [89] pe anumite domenii ale măririi de comandă și instabilă în afara lor. Apare firesc necesitatea determinării domeniului de stabilitate și a valorii limită a parametrului de la granița dintre stabilitate și instabilitate. Un astfel de studiu în care parametrul de bifurcație este tensiunea de referință a fost prezentat în [89] unde însă se oferă doar un interval pentru parametrul de bifurcație în care apare instabilitatea. În cele ce urmează se va prezenta un studiu prin care se determină cu exactitate valoarea tensiunii de referință de la care apare instabilitatea, îmbunătățind astfel rezultatele din [89].

Schema convertorului analizat este prezentată în Fig.8.8. S-a presupus că amplificatorul operațional are un câștig în buclă deschisă finit,  $k=10^5$ . Ceilalți parametri ai convertorului sunt identici cu cei din [89]:

$$V_g = 8V; L_1 = L_2 = 15mH; C_1 = 22\mu F; C_2 = 5\mu F; R_{L1} = R_{L2} = 0.5\Omega; \\ R = 100\Omega, R_i = 1k\Omega; R_d = 1\Omega, f_s = 60kHz.$$

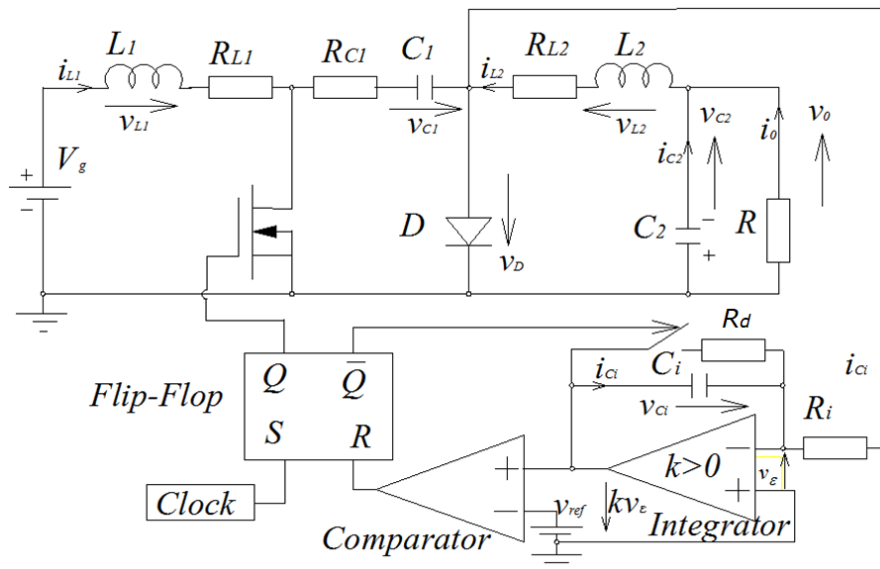


Fig.8.8. Modelul convertorului Ćuk cu OCC. Sursa [original].

Dată fiind prezența unui condensator de integrare în partea de comandă sistemul este unul de ordinul 5. Spre deosebire de autorii din [89] care au studiat comportamentul folosind matrice de ordin 4 pentru a descrie doar partea de putere și separând comanda, autorul abordează sistemul în integralitatea sa. S-a definit

vectorul de stare  $x = [i_{L1} \ i_{L2} \ v_{C1} \ v_{C2} \ v_{Cj}]^t$  și vectorul de intrare  $u = [V_g]$ . Deși teoretic vectorul de intrare ar trebui să-l conțină și pe  $V_{ref}$ , deoarece  $V_{ref}$  este parametru de bifurcație și pentru a simplifica notațiile am preferat ca în vectorul de intrare să se includă doar  $V_g$ . În aceste condiții matricele de stare calculate sunt:

$$A_{on} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L1}}{L1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(R_{L2} + \frac{R_j R_c}{R_j + R_c}\right) \frac{1}{L2} & \frac{R_j}{(R_j + R_c)L2} & -\frac{1}{L2} & \frac{R_c}{(k+1)(R_j + R_c)L2} \\ 0 & -\frac{R_j}{(R_j + R_c)C1} & -\frac{1}{(R_j + R_c)C1} & 0 & \frac{1}{(k+1)(R_j + R_c)C1} \\ 0 & \frac{1}{C2} & 0 & -\frac{1}{RC2} & 0 \\ 0 & -\frac{R_c}{(R_j + R_c)C_j} & \frac{1}{(R_j + R_c)C_j} & 0 & -\frac{1}{(k+1)(R_j + R_c)C_j} \end{bmatrix}$$

$$A_{off} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L1} + R_c}{L1} & 0 & -\frac{1}{L1} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_{L2}}{L2} & 0 & -\frac{1}{L2} & 0 \\ \frac{1}{C1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C2} & 0 & -\frac{1}{RC2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{1}{R_d C_j} + \frac{1}{(k+1)R_j C_j}\right) \end{bmatrix} \quad (8.13)$$

$$B_{on} = [1/L1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^t ; B_{off} = [1/L1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^t ; u = [V_g, V_{ref}]^t$$

Funcționarea fiind CCM funcția  $g$  are forma dată de (4.3):

$$g(x_n, u_n, d_n, p_{bif}) = \varphi_2 \varphi_1 x_n + (\varphi_2 \psi_1 + \psi_2) u_n \quad (8.14)$$

Funcția de comandă  $F$  se determină ca în paragraful 4.5.1. având același formalism.

$$F(x_n, u_n, d_n) = \frac{A}{A+1} V_{extr} (\varphi_1 x_n + \psi_1 e_1 u_n) - e_2 u_n = 0 \quad (8.15)$$

Jacobianul este dat de (4.10):

$$J_g(X) = \left. \frac{\partial g}{\partial x_n} \right|_{PSF} - \left. \frac{\partial g}{\partial d_n} \right|_{PSF} \left( \left. \frac{\partial F}{\partial d_n} \right|_{PSF} \right)^{-1} \left. \frac{\partial F}{\partial x_n} \right|_{PSF} \quad (8.16)$$

Derivatele parțiale ale funcțiilor  $g$  și  $F$  sunt date în (4.13), a doua ecuație din (4.14) aferentă modului TE, respectiv relațiile (4.55) și (4.56):

$$\frac{\partial g}{\partial x_n} = \varphi_2 \varphi_1 \quad (8.17)$$

$$\frac{\partial g}{\partial d_n} = T_s \varphi_2 [(A_{on} - A_{off}) \varphi_1 x_n + (\varphi_1 B_{on} - A_{off} \psi_1 - B_{off}) \cdot u_n] \quad (8.18)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_n} = \frac{A}{A+1} V_{extr} \cdot \Phi_1 \quad (8.19)$$

$$\frac{\partial F}{\partial d_n} = \frac{A}{A+1} V_{extr} \cdot T_s \cdot \Phi_1 \cdot (A_{on} x_n + B_{on} e_1 u_n) \quad (8.20)$$

Este clar că de fapt formalismul este identic cu cel din paragraful 4.5. Deosebirea se evidențiază prin matricele de stare și cele extractoare.

Programul Matlab, care calculează valoarea tensiunii de referință la care apare instabilitatea este: *Anexa\_8\_3\_Ćuk\_OCC\_param\_China.m*, și funcția apelată *Anexa\_8\_4\_d\_OCC\_Ćuk.m*.

Modul în care se modifică multiplicatorii caracteristici la variația parametrului de bifurcație este prezentat în Tabelul 8.2.

Tabelul 8.2. Evoluția multiplicatorilor caracteristici la convertorul Ćuk cu OCC la modificarea tensiunii de referință

$V_{ref}$	Valorile proprii complexe			Valori absolute		Observații
	$\lambda_1$ și $\lambda_2$	$\lambda_3$ și $\lambda_4$	$\lambda_5$	$abs(\lambda_1)=abs(\lambda_2)$	$abs(\lambda_3)=abs(\lambda_4)$	
2,4000	0,9996±0,0254i	0,9815±0,0576i	0,0	0,9999	0,9832	stabil
2,5000	0,9996±0,0253i	0,9815±0,0576i	0,0	0,9999	0,9832	stabil
2,6000	0,9996±0,0251i	0,9815±0,0576i	0,0	0,9999	0,9832	stabil
<b>2,6860</b>	<b>0,9997±0,0251i</b>	<b>0,9815±0,0576i</b>	<b>0,0</b>	<b>1,0000</b>	<b>0,9832</b>	<b>bifurcație</b>
2,7000	0,9997±0,0250i	0,9815±0,0576i	0,0	1,0000	0,9832	bifurcație
2,8000	0,9997±0,0249i	0,9815±0,0576i	0,0	1,0000	0,9832	bifurcație
2,9000	0,9997±0,0248i	0,9815±0,0576i	0,0	1,0000	0,9832	bifurcație

Scenariul prezentat de prognoza Matlab indică faptul că la  $p_{bif} = V_{ref} = 2,6860V$  două rădăcini complex conjugate au părăsit cercul de rază unitate iar celelalte rădăcini au rămas în continuare în interiorul cercului. Acesta este un scenariu tipic de bifurcație Neimark–Sacker. Trebuie precizat că autorii din [89] au reușit doar identificarea corectă a unui interval pentru valoarea critică a parametrului de bifurcație și anume  $V_{ref} \in (2,5V, 3,0V)$ , fără precizarea valorii exacte de apariție a bifurcației. Este clar că tehnica propusă de autor permite prognozarea valorii exacte a parametrului la care debutează bifurcația.

Pentru validarea prin simulare a prognozei a fost dezvoltat programul Caspoc™ [62], prezentat în Fig.8.9.

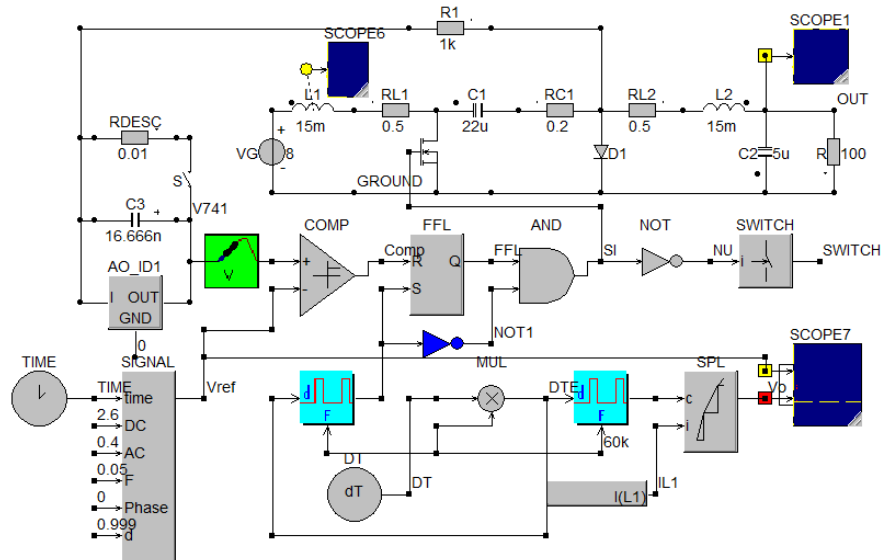


Fig.8.9. Schema de simulare a convertorului Ćuk cu OCC. Sursa [original].

În graficul din Fig.8.10 se observă funcționarea stabilă a convertorului pentru  $V_{ref}=2,0V$ , sub valoarea de prag prognozată, relevată de formele de undă ale curenților prin inductanțe.

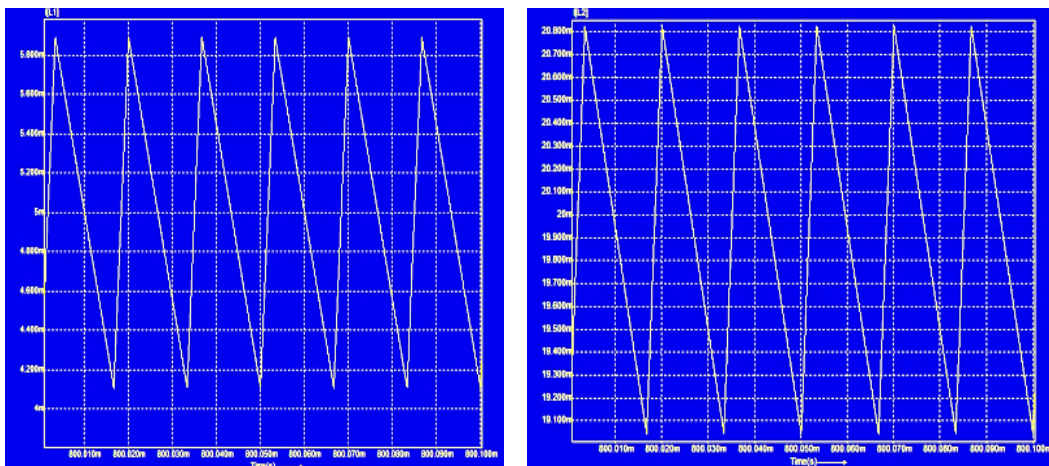


Fig. 8.10. Formele de undă ale curenților prin inductanțe la convertorul Ćuk cu OCC la  $V_{ref}=2,0V$  Sursa [original].

În Fig.8.11 sunt prezentați curenții inductivi la o tensiune de referință  $V_{ref}=3,0V$ . Instabilitatea este evidentă, frecvența oscilațiilor fiind de  $235,29Hz$ , mult mai mică decât de frecvența semnalului de tact de  $60kHz$ . Se observă că bifurcația nu este de dublarea perioadei, ci cu apariția unei armonici de joasă frecvență, tipic Neimark-Sacker.

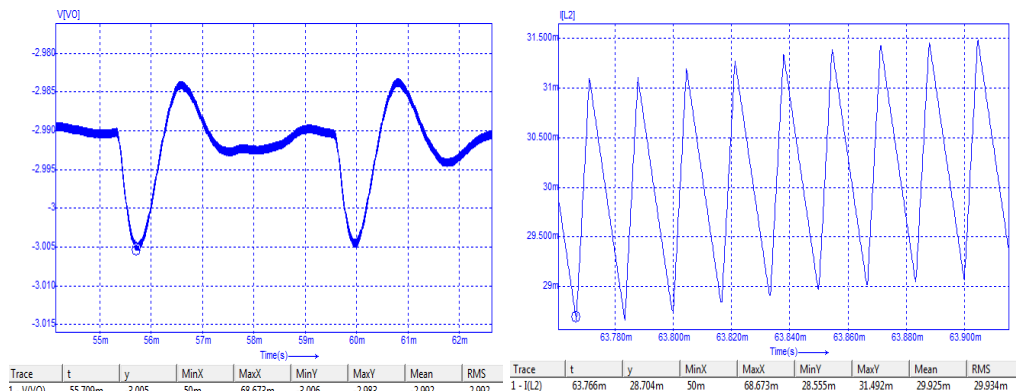


Fig.8.11. Formele de undă ale tensiunii de ieșire, respectiv curentului prin inductanța  $L_2$  la  $V_{ref}=3,0V$ . Sursa [original].

Diagrama de bifurcație este reprezentată în Fig.8.12. Se confirmă faptul că bifurcația Neimark–Sacker începe să se dezvolte atunci când  $V_{ref}=2,697V$

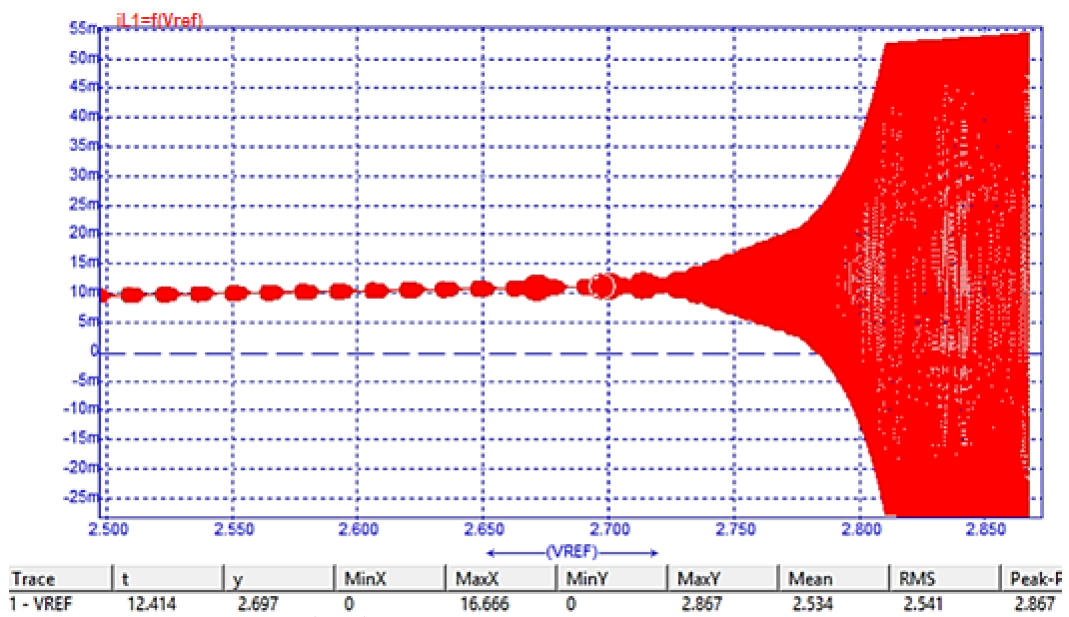


Fig.8.12. Graficul  $i_{L1} = f(V_{ref})$  cu bifurcația Neimark–Sacker la  $V_{ref}=2,697V$ . Sursa [original]

Confruntând cele două rezultate date de valoarea tensiunii de referință calculată teoretic și valoarea obținută la simulare se determină eroarea relativă  $\Delta V_{ref} \% = 0,4078\%$ ! Această eroare extrem de mică validează conceptele teoretice propuse de autor.

### 8.3. Analiza stabilității convertorului boost multifazic

Dinamica electronicii de putere determină permanent studierea și proiectarea de noi convertoare cu celule rezonante sau cuplaje magnetice, așa cum rezultă și din preocupările autorului și publicația [99]. Aceste noi topologii de convertoare asigură rapoarte de conversie superioare, apropiate de cele ideale precum și randamente, măsurate pe modelele experimentale, superioare celor existente [100], [101].

Adeseori este nevoie de o putere mai mare spre sarcină precum și evitarea lucrului la limita superioară de funcționalitate a componentelor electronice, unde există riscul deteriorării acestora. Pentru acest deziderat se alege varianta legării a două sau mai multe convertoare în paralel conectate la aceeași sarcină. Un alt avantaj al soluției legării în paralel a mai multor convertoare identice este cel al riplului mic al tensiunii de ieșire și deci și a valorii condensatorului de filtrare dispus în paralel cu sarcina. Acesta va fi de valori mult mai mici pentru că, după cum se va vedea, convertorul multifazic va lucra la o frecvență față de cea de comandă multiplicată cu numărul convertoarelor legate în paralel. Convertorul nou creat prin această soluție poartă numele de convertor multifazic. Pentru simplificare, configurația aleasă este cea a unui convertor boost bifazic și este prezentată în Fig.8.13.

În [102] s-a propus un nou tip de convertor: boost hibrid multifazic. Pentru acest convertor se face o analiză exactă a apariției bifurcației și a haosului prin modificarea factorului de amplificare al tensiunii diferențiale care generează tensiunea de control din bucla de reacție. Tehnica propusă este analiza și modelarea discretă pentru convertorul inovat [102] prin studiul valorilor proprii ale jacobianului. În urma calculelor analitice acesta se obține prin evidențierea hărții iterative. Soluția adoptată este parcurgerea unei rute, modificând un parametru ales de bifurcație, prin trecerea convertorului prin stări staționare succesive și calcularea la fiecare pas a multiplicatorilor caracteristici.

#### 8.3.1. Bifurcație și haos în convertoarele multifază

Se va analiza un convertor boost bifazic, rezultatele putându-se generaliza imediat pentru alte tipuri de convertoare cu mai mult de două faze. Schema convertorului boost bifazic este prezentată în Fig.8.13. Convertorul este o arhitectură originală de convertor ridicător publicată de autor în [102]. Cuplajul bobinelor se presupune perfect. Convertorul a fost analizat static și dinamic fiind furnizate și relațiile de proiectare.

Ceea ce se dorește în premieră este efectuarea unei analize a stabilității acestui tip de convertor multifazic.

Modelul propus pentru convertoarele  $n$  multifazice poate fi descris printr-un sistem de  $n+1$  ecuații: o ecuație de stare general valabilă și altele  $n$  ecuații ce se constituie în constrângeri și care reprezintă legile de comandă ale fiecărui convertor luat independent. Acest sistem de ecuații înglobează și parametrul ales pentru studiul bifurcației, notat mai departe cu  $p_{bif}$ . Desigur că există și limitări pentru acest tip de convertoare, astfel factorul de umplere ale acestor tipuri de convertoare nu poate depăși valoarea de  $1/n$ . Aceasta rezultă și se observă direct din vizualizarea formelor de undă din Fig.8.14. În cazul nostru  $n=2$  factorul de umplere maxim pentru un convertor va fi  $0,5$ . Se observă că comanda este identică pentru cele două convertoare, însă cu un defazaj de  $180^\circ$ . De asemenea se remarcă funcționarea de ansamblu cu patru stări topologice.



Tehnica de analiză în determinarea valorii critice a parametrului la care apare fenomenul de instabilitate este principală descrisă în [70], [74], ambele fiind lucrări publicate de autor. Gradul mare de generalitate al teoriei implementate se aplică cu succes și pentru acest tip de convertor, *validând aplicabilitatea tehnicii dezvoltate de autor și la convertoare cu 4 stări topologice*, desigur introducând modificările impuse de principiul de comandă al convertorului multifază.

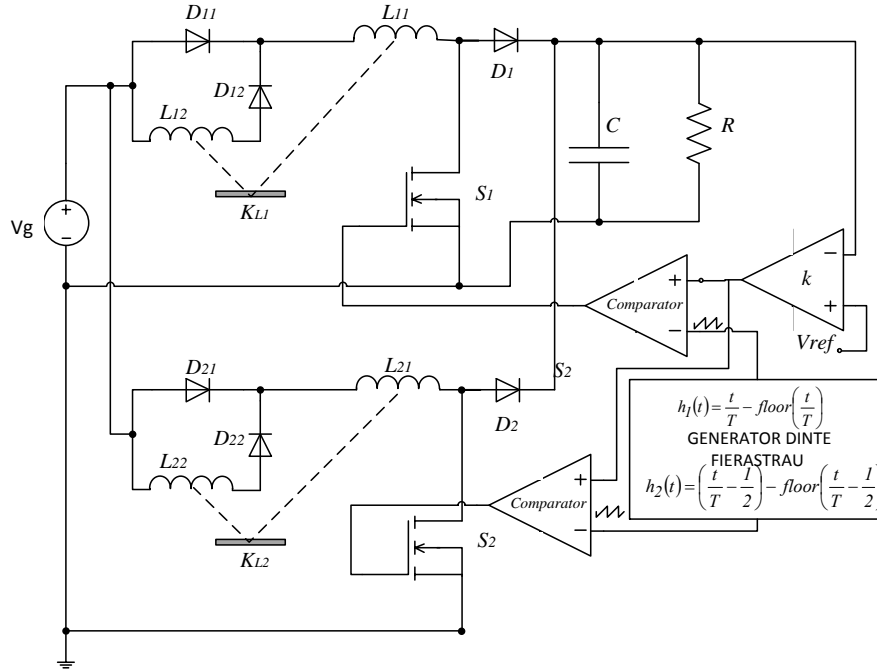


Fig.8.13. Schema convertorului boost bifazic hibrid. Sursa [original].

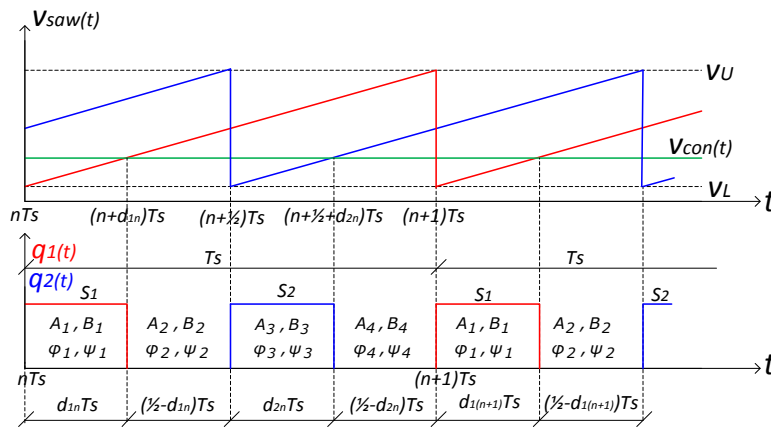


Fig.8.14. Comanda și obținerea factorilor de umplere pentru convertorul bifazic. Sursa [original].

Notând cu  $x_n, u_n, d_{1n}, d_{2n}$  vectorul variabilelor de stare, vectorul surselor și respectiv cei doi factori de umplere ai convertorului, sistemul de ecuații este:

$$\begin{cases} x_{n+1} = g(x_n, u_n, d_{1n}, d_{2n}, p_{bif}) \\ F_1(x_n, u_n, d_{1n}, d_{2n}, p_{bif}) = 0 \\ F_2(x_n, u_n, d_{1n}, d_{2n}, p_{bif}) = 0 \end{cases} \quad (8.21)$$

unde  $F_1$  și  $F_2$  sunt cele două funcții de comandă ale celor două convertoare independente. Teoretic, într-un convertor cu 4 stări topologice ar trebui să existe 3 funcții de comandă însă dat fiind faptul că semnalul de clock este același pentru cele două structuri există doar două comutări rezultate prin operații de comparare, deci doar două funcții de comandă. În Fig.8.14 se poate observa obținerea factorilor de umplere în funcționarea trailing-edge pentru fiecare dintre întrerupătoare: roșu și albastru, în decursul unei singure perioade de comutație.

Ecuațiile pentru cele două funcții de comandă din sistemul (8.21) se obțin din egalitatea tensiunii de comandă cu tensiunea generatorului de rampă, atunci când întrerupătoarele active ale convertorului bifazic basculează din starea *ON* în starea *OFF*. Desigur însă că teoria aplicată în acest studiu se aplică cu succes în mod similar și pentru modulația leading-edge.

Fie  $A_i, B_i, \varphi_i, \psi_i, i = \overline{1,4}$  matricele de stare respectiv de tranziție aferente stării topologice  $i$ . Pentru modulația trailing-edge și pentru elemente semiconductoare ideale avem  $u_n = V_g$  și matricele de transfer sunt:

$$\begin{cases} \varphi_1 = e^{A_1 d_{1n} T_s}, \quad \psi_1 = A_1^{-1}(\varphi_1 - I)B_1, \quad t \in [nT_s, nT_s + d_{1n}T_s) \\ \varphi_2 = e^{A_2 \left(\frac{1}{2} - d_{1n}\right) T_s}, \quad \psi_2 = A_2^{-1}(\varphi_2 - I)B_2, \quad t \in [nT_s + d_{1n}T_s, nT_s + T_s / 2) \\ \varphi_3 = e^{A_3 d_{2n} T_s}, \quad \psi_3 = A_3^{-1}(\varphi_3 - I)B_3, \quad t \in [nT_s + T_s / 2, nT_s + T_s / 2 + d_{2n}T_s) \\ \varphi_4 = e^{A_4 \left(\frac{1}{2} - d_{2n}\right) T_s}, \quad \psi_4 = A_4^{-1}(\varphi_4 - I)B_4, \quad t \in [nT_s + T_s / 2 + d_{2n}T_s, nT_s + T_s) \end{cases} \quad (8.22)$$

Utilizarea formei cu inversă de matrice pentru  $\psi_i$  este justificată de prezența rezistențelor nenule ale bobinelor care asigură nesingularitatea matricelor  $A_i$ .

Găsirea funcției  $g$  se face clasic, pornind de la sfârșitul perioadei spre începutul ei și exprimând vectorul de stare de la sfârșitul stării topologice funcție de vectorul de stare de la începutul ei. Substituind succesiv vectorii de stare definiți în începuturile stărilor topologice se obține în final:

$$g(x_n, V_g, d_{1n}, d_{2n}, p_{bif}) = \varphi_4 \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 x_n + (\varphi_4 \varphi_3 \varphi_2 \psi_1 + \varphi_4 \varphi_3 \psi_2 + \varphi_4 \psi_3 + \psi_4) V_g \quad (8.23)$$

Din (8.23) soluția de stare staționară a modelului discret se găsește prin impunerea egalității dintre vectorul de stare de la finalul perioadei de lucru cu cel de la începutul acesteia:  $x_{n+1} = x_n = X$

$$X = (I - \varphi_4 \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1)^{-1} (\varphi_4 \varphi_3 \varphi_2 \psi_1 + \varphi_4 \varphi_3 \psi_2 + \varphi_4 \psi_3 + \psi_4) V_g \quad (8.24)$$

### 8.3.2. Obținerea funcțiilor de comandă $F_1$ și $F_2$ ale convertorului bifazic

Din Fig.8.14 se poate observa că momentul egalității dintre tensiunea de control și tensiunea rampei se produce la cele două momente de timp distincte:

$(n+d_{1n})T_s$ , respectiv  $(n+1/2+d_{2n}) T_s$ . Analitic, egalitățile de mai sus se transpun astfel:

$$\begin{cases} F_1(x_n, d_{1n}, d_{2n}, V_g, k) = k[V_{ref} - V_o(nT_s + d_{1n}T_s)] - \frac{V_U - V_L}{T_s} d_{1n}T_s - V_L \\ F_2(x_n, d_{1n}, d_{2n}, V_g, k) = k[V_{ref} - V_o(nT_s + T_s / 2 + d_{2n}T_s)] - \frac{V_U - V_L}{T_s} d_{2n}T_s - V_L \end{cases} \quad (8.25)$$

Se poate observa din Fig.8.13 că tensiunea de ieșire este egală cu tensiunea pe condensatorul de filtrare la orice moment de timp:  $v_o(t) = v_C(t)$ . Putem astfel să folosim un vector notat  $V_{exv}$  care extrage din vectorul de stare tensiunea capacitivă și care va fi definit ulterior în funcție de ordinea elementelor componente ale vectorului variabilelor de stare.

Raportarea ecuațiilor de mai sus la vectorul de stare de la momentul  $nT_s$  adică  $x_n = x(nT_s)$ , așa cum cer ecuațiile (8.21), implică rescrierea sistemului de ecuații (8.25) în forma:

$$\begin{cases} F_1(x_n, d_{1n}, d_{2n}, V_g, k) = k[V_{ref} - V_{exv}x(nT + d_{1n}T_s)] - (V_U - V_L)d_{1n} - V_L \\ F_2(x_n, d_{1n}, d_{2n}, V_g, k) = k[V_{ref} - V_{exv}x(nT_s + T_s / 2 + d_{2n}T_s)] - (V_U - V_L)d_{n2} - V_L \end{cases} \quad (8.26)$$

Pentru ca sistemul să fie exprimat doar în funcție de vectorul de stare  $x_n$  trebuie exprimați vectorii de stare din cele două momente de timp care apar în (8.26) cu ajutorul matricelor de tranziție de la începutul perioadei de comutație. Astfel se obține:

$$\begin{cases} x(nT_s + d_{1n}T_s) = \varphi_1 x_n + \psi_1 V_g \\ x(nT_s + T_s / 2 + d_{2n}T_s) = \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 x_n + (\varphi_3 \varphi_2 \psi_1 + \varphi_3 \psi_2 + \psi_3) V_g \end{cases} \quad (8.27)$$

Substituind valorile date de relația (8.27) în relația (8.26) aceasta devine:

$$\begin{cases} F_1(x_n, d_{1n}, d_{2n}, V_g, k) = k[V_{ref} - v_{exv}(\varphi_1 x_n + \psi_1 V_g)] - (V_U - V_L)d_{1n} - V_L \\ F_2(x_n, d_{1n}, d_{2n}, V_g, k) = \\ = k[V_{ref} - v_{exv}[\varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 x_n + (\varphi_3 \varphi_2 \psi_1 + \varphi_3 \psi_2 + \psi_3) V_g]] - (V_U - V_L)d_{2n} - V_L \end{cases} \quad (8.28)$$

Funcțiile date de (8.28) sunt în forma dorită reprezentând expresiile căutate pentru  $F_1$  și  $F_2$ .

### 8.3.3. Algoritmul matematic exact de analiza stabilității convertorului boost bifazic hibrid. Determinarea jacobianului

Se urmărește aceeași abordare ca și la Capitolul 5 pentru rezolvarea în final a ecuației  $\det(\lambda I - J_g(X)) = 0$ .

Pentru a putea rezolva aceste cerințe se impune explicitarea din cele două ecuații ale funcțiilor de comandă aferente sistemului de ecuații (8.21) a factorilor de umplere  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$  și înlocuirea valorilor acestora în ecuația lui  $g$ . Aceasta se poate realiza prin tehnica liniarizării. În fond sistemul (8.21) este unul descris printr-un model discret generalizat în care variabilele auxiliare sunt  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$ , în care funcțiile  $F_1$  și  $F_2$  au expresiile date de (8.28). Liniarizând se obține:

$$\begin{cases} \hat{x}_{n+1} = \frac{\partial g}{\partial x_n} \Big|_{PSF} \hat{x}_n + \frac{\partial g}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \hat{d}_{1n} + \frac{\partial g}{\partial d_{2n}} \Big|_{PSF} \hat{d}_{2n} \\ \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \Big|_{PSF} \hat{x}_n + \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \hat{d}_{1n} + \frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \Big|_{PSF} \hat{d}_{2n} = 0 \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \Big|_{PSF} \hat{x}_n + \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \hat{d}_{1n} + \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \Big|_{PSF} \hat{d}_{2n} = 0 \end{cases} \quad (8.29)$$

Din (8.28) se poate observa că funcția  $F_1$  nu depinde de  $d_{2n}$ , deci  $\frac{\partial F_1}{\partial d_{2n}} \Big|_{PSF} = 0$ . Astfel din a doua ecuație (8.29) se găsește direct  $\hat{d}_{1n}$  care substituit în

a treia ecuație din (8.29) permite determinarea și a lui  $\hat{d}_{2n}$ . Astfel se obține:

$$\begin{cases} \hat{d}_{1n} = - \left( \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \Big|_{PSF} \hat{x}_n \\ \hat{d}_{2n} = - \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \left[ \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \Big|_{PSF} - \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \left( \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \Big|_{PSF} \right] \hat{x}_n \end{cases} \quad (8.30)$$

Substituind  $\hat{d}_{1n}$  și  $\hat{d}_{2n}$  din (8.30) în prima ecuație din (8.29) rezultă:

$$\hat{x}_{n+1} = \left\{ \frac{\partial g}{\partial x_n} \Big|_{PSF} - \frac{\partial g}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \left( \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \Big|_{PSF} + \frac{\partial g}{\partial d_{2n}} \Big|_{PSF} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \left[ \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \left( \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \Big|_{PSF} - \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \Big|_{PSF} \right] \right\} \hat{x}_n \quad (8.31)$$

Din (8.31) este evident că pentru convertorul boost bifazic jacobianul este:

$$J_g(X) = \frac{\partial g}{\partial x_n} \Big|_{PSF} - \frac{\partial g}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \left( \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \Big|_{PSF} + \frac{\partial g}{\partial d_{2n}} \Big|_{PSF} \left( \frac{\partial F_2}{\partial d_{2n}} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \left[ \frac{\partial F_2}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \left( \frac{\partial F_1}{\partial d_{1n}} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \Big|_{PSF} - \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \Big|_{PSF} \right] \quad (8.32)$$

Ecuația (8.32) este fundamentală pentru că permite obținerea valorilor proprii ale jacobianului și deci prognozarea stabilității sau instabilității convertorului boost multifazic hibrid. Trebuie subliniat că valorile de stare staționară  $D_1$  și  $D_2$  și  $X$  din PSF se pot calcula din sistemul de 3 ecuații transcendente cu 3 necunoscute cu ajutorul algoritmilor de calcul numeric ai programului Matlab:

$$\begin{cases} X = (I - \Phi_4 \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1)^{-1} (\Phi_4 \Phi_3 \Phi_2 \Psi_1 + \Phi_4 \Phi_3 \Psi_2 + \Phi_4 \Psi_3 + \Psi_4) V_g \\ F_1(X, D_1, D_2, V_g, k) = k [V_{ref} - v_{exv} (\Phi_1 X_n + \Psi_1 V_g)] - (V_U - V_L) D_1 - V_L = 0 \\ F_2(X, D_1, D_2, V_g, k) = \\ = k [V_{ref} - v_{exv} [\Phi_3 \Phi_2 \Phi_1 X_n + (\Phi_3 \Phi_2 \Psi_1 + \Phi_3 \Psi_2 + \Psi_3) V_g]] - (V_U - V_L) D_2 - V_L = 0 \end{cases} \quad (8.33)$$

Pentru calcularea factorilor de umplere succesivi se pleacă dintr-o stare staționară spre alta cu pași mici prin modificarea parametrului de bifurcație  $k$  și se calculează de fiecare dată vectorul de stare staționară  $X$ , factorii de umplere  $D_1$ ,  $D_2$  și

astfel aceștia ulterior participă la construcția matricelor de tranziție cu ajutorul programului implementat în mediul Matlab. Programul calculează la final cu exactitate valoarea parametrului de bifurcație la care o valoare proprie evadează din cercul de rază unitate.

Pentru calcularea valorii jacobianului (8.32) relevantă este combinația celor opt derivate parțiale independente care intră în expresia sa:

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial g}{\partial x_n} \right|_{PSF} = \Phi_4 \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1 \\ \left. \frac{\partial g}{\partial d_{n1}} \right|_{PSF} = T \Phi_4 \Phi_3 \left[ (\Phi_1 A_1 - \Phi_2 A_2) X + \Phi_2 (\Phi_1 B_1 - A_2 \Psi_1 - B_2) V_g \right] \\ \left. \frac{\partial g}{\partial d_{n2}} \right|_{PSF} = T \Phi_4 \left\{ (\Phi_3 A_3 - A_4 \Phi_3) \Phi_2 \Phi_1 X + \right. \\ \left. + [(\Phi_3 A_3 - A_4 \Phi_3) (\Phi_2 \Psi_1 + \Psi_2) + \Phi_3 B_3 - A_4 \Psi_3 - B_4] V_g \right\} \end{cases} \quad (8.34)$$

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right|_{PSF} = -k v_{exv} \Phi_1 \\ \left. \frac{\partial F_1}{\partial d_{n1}} \right|_{PSF} = -k T v_{exv} \Phi_1 (A_1 X + B_1 V_g) - (V_U - V_L) \end{cases} \quad (8.35)$$

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \right|_{PSF} = -k v_{exv} \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1 \\ \left. \frac{\partial F_2}{\partial d_{n1}} \right|_{PSF} = k T v_{exv} \Phi_3 \Phi_2 \left[ (A_2 \Phi_1 - \Phi_1 A_1) X + (A_2 \Psi_1 - \Phi_1 B_1 + B_2) V_g \right] \\ \left. \frac{\partial F_2}{\partial d_{n2}} \right|_{PSF} = -k T v_{exv} \Phi_3 \left[ A_3 \Phi_2 \Phi_1 X + (A_3 \Phi_2 \Psi_1 + A_3 \Psi_2 + B_3) V_g \right] - (V_U - V_L) \end{cases} \quad (8.36)$$

Toate matricile implicate în (8.34), (8.35), (8.36) presupun cunoașterea celor 4 seturi de matrice de stare ale convertorului bifazic care se vor determina în paragraful ce urmează.

#### 8.3.4. Obținerea matricelor de stare pentru convertorul boost bifazic hibrid cu cuplaj magnetic ideal

Convertorul bifazic hibrid așa cum se observă în Fig.8.13 are pentru fiecare fază bobinele cuplate. În ipoteza unui cuplaj magnetic perfect  $K_{L1} = K_{L2} = 1$ , pentru o pereche de bobine perfect cuplate se utilizează un model cu transformator ideal și bobină de magnetizare ceea ce face ca modelul pentru convertorul bifazic să fie cel din Fig.8.15.

Pentru o rezolvare corectă a matricelor de stare se stabilesc mai întâi elementele semiconductoare ce sunt în starea *ON*, respectiv (restul) *OFF*, pentru fiecare stare topologică. După cum se poate vedea din Tabelul 8.3, vor exista patru situații. Identice sunt stările a doua și a patra din cadrul unei perioade.

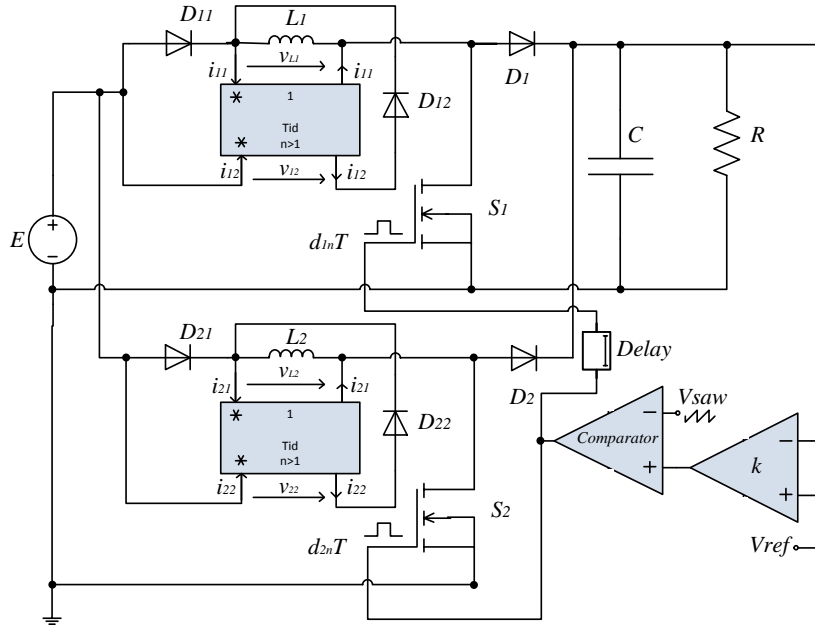


Fig.8.15. Convertorul boost bifazic hibrid cu modelarea bobinelor cuplate.  
Sursa [original].

Tabelul 8.3. Starea întrerupătoarelor convertorului boost hibrid bifazic în decursul unei perioade de comutație

Intervalul de timp	Semiconductoare ON	Semiconductoare OFF
$t \in [nT_S, nT_S + d_{n1}T_S)$	$S_1, D_{11}, D_{22}, D_2$	$S_2, D_{12}, D_{21}, D_1$
$t \in [nT_S + d_{n1}T_S, nT_S + T_S/2)$	$D_{12}, D_{22}, D_1, D_2$	$S_1, S_2, D_{11}, D_{21}$
$t \in [nT_S + T_S/2, nT_S + T_S/2 + d_{n2}T_S)$	$S_2, D_{12}, D_{21}, D_1$	$S_1, D_{11}, D_{22}, D_2$
$t \in [nT_S + T_S/2 + d_{n2}T_S, nT_S + T_S)$	$D_{12}, D_{22}, D_1, D_2$	$S_1, S_2, D_{11}, D_{21}$

Deși convertorul bifazic conține 4 bobine și o capacitate deci teoretic 5 elemente reactive prin cuplajul perfect a celor două bobine numărul variabilelor de stare se reduce la 3. S-a definit vectorul de stare  $x = [i_{L1} \ i_{L2} \ v_C]^t$ , unde  $L_1$  și  $L_2$  sunt inductanțele de magnetizare. Pornind de la acesta, convertorul boost bifazic analizat poate fi descris în mod clar printr-un set de ecuații de stare astfel:

$$\frac{dx}{dt} = A_i x(t) + B_i V_g = \begin{cases} A_1 x(t) + B_1 V_g, & t \in [nT_S, nT_S + d_{n1}T_S) \\ A_2 x(t) + B_2 V_g, & t \in [nT_S + d_{n1}T_S, nT_S + T_S/2) \\ A_3 x(t) + B_3 V_g, & t \in [nT_S + T_S/2, nT_S + T_S/2 + d_{n2}T_S) \\ A_4 x(t) + B_4 V_g, & t \in [nT_S + T_S/2 + d_{n2}T_S, nT_S + T_S) \end{cases} \quad (8.37)$$

unde:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} -\frac{R_{L_1}}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_{L_2}}{L_2} & -\frac{1}{(n+1)L_2} \\ 0 & \frac{1}{(n+1)C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{(n+1)L_2} \\ 0 \end{bmatrix} \\
 A_2 &= \begin{bmatrix} -\frac{R_{L_1}}{L_1} & 0 & -\frac{1}{(n+1)L_1} \\ 0 & -\frac{R_{L_2}}{L_2} & -\frac{1}{(n+1)L_2} \\ \frac{1}{(n+1)C} & \frac{1}{(n+1)C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{(n+1)L_1} \\ \frac{1}{(n+1)L_2} \\ 0 \end{bmatrix} \\
 A_3 &= \begin{bmatrix} -\frac{R_{L_2}}{L_1} & 0 & -\frac{1}{(n+1)L_1} \\ 0 & -\frac{R_{L_2}}{L_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(n+1)C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; B_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{(n+1)L_1} \\ \frac{1}{L_2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{și } A_4 = A_2; \quad B_4 = B_2
 \end{aligned} \tag{8.38}$$

### 8.3.5. Prognoza analitică și verificarea prin simulare

Valorile componentelor convertorului boost bifazic hibrid folosite în cadrul studiului teoretic, identice cu cele pentru simularea în Caspoc™, sunt:

$$V_g = 6V; L_1 = 400\mu H; L_2 = 1,6mH; C = 100\mu F; R = 10\Omega;$$

$$T_s = 20\mu s; n = 2; V_U = 1V; V_L = 0V; V_{ref} = 18V$$

Rezultatele obținute în Matlab (evoluția multiplicatorilor caracteristici) s-au obținut prin rularea programului *Anexa\_8\_5\_Bifazic\_TSP2018\_Atena.m* ce apelează funcția *Anexa\_8\_6\_f\_sistem\_D1\_D2.m*. Valorile se regăsesc în Tabelul 8.4.

Tabelul 8.4. Evoluția multiplicatorilor caracteristici la convertorul boost bifazic hibrid la modificarea amplificării  $k$  în bucla de reacție închisă

$k$	Valorile proprii complexe			Valori absolute		Observații
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$ \lambda_1 = \lambda_2 $	$ \lambda_3 $	
0,0400	0,9955+0,0375i	0,9955-0,0375i	0,9999	0,9962	0,9999	stabil
0,0450	0,9966+0,0384i	0,9966-0,0384i	0,9999	0,9973	0,9999	stabil
0,0500	0,9978+0,0392i	0,9978-0,0392i	0,9999	0,9974	0,9999	stabil
0,0550	0,9990+0,0400i	0,9990-0,0400i	0,9999	0,9998	0,9999	stabil
<b>0,0557</b>	<b>0,9991+0,0401i</b>	<b>0,9991-0,0401i</b>	<b>0,9999</b>	<b>1,0000</b>	<b>0,9999</b>	<b>bifurcație</b>
0,0600	1,0002+0,0408i	1,0002-0,0408i	0,9999	1,0010	0,9999	bifurcație
0,0700	1,0028+0,0423i	1,0028-0,0423i	0,9999	1,0037	0,9999	bifurcație
0,0800	1,0054+0,0437i	1,0054-0,0437i	0,9999	1,0063	0,9999	bifurcație

Din tabel se poate observa cum din cei trei multiplicatori caracteristici doi dintre aceștia, complex conjugați, se modifică permanent, pe când cel de-al treilea multiplicator este real pozitiv, deși crește ușor și se apropie foarte mult de cercul de rază unitate, nu iese în afara cercului. Se remarcă că pentru  $k=0,0557$  cele două valori proprii conjugate ies din cercul unitate și se îndepărtează rapid de circumferința acestuia spre exterior.

Se cunoaște faptul că atunci când o pereche de valori proprii complex conjugate părăsesc cercul unitar, celelalte rămânând în interiorul cercului, sistemul manifestă o bifurcație de tipul Neimark-Sacker [43], [44], [45].

Validarea prognozei teoretice s-a făcut prin simulare, schema de simulare dezvoltată în programul Caspoc™ fiind cea din Fig.8.16.

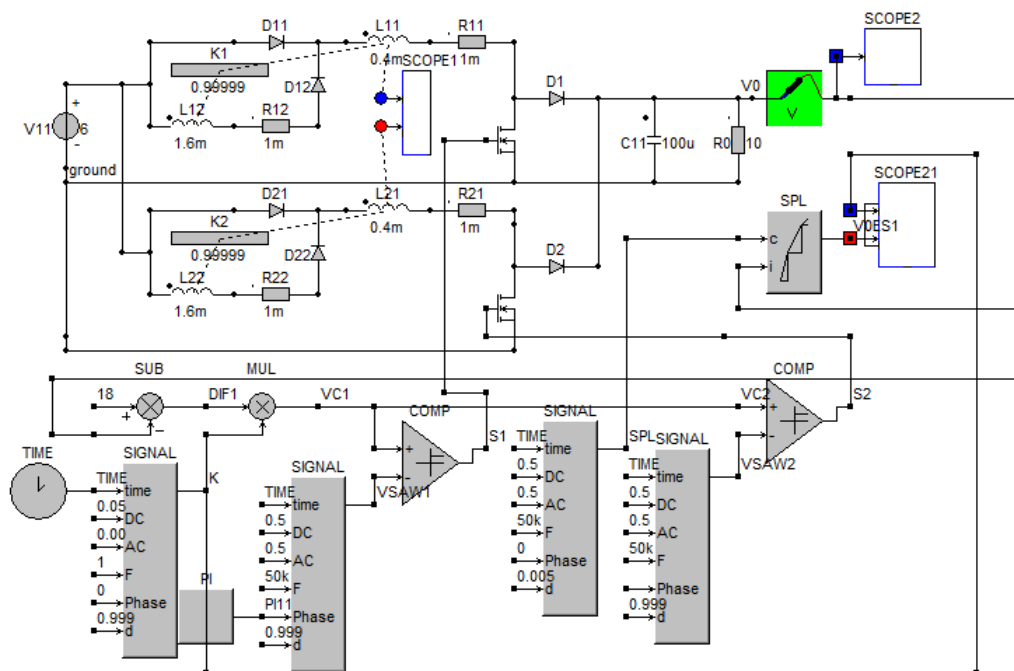


Fig.8.16. Convertorul boost bifazic hibrid simulat în programul Caspoc™. Sursa [original].

Formele de undă ale celor doi curenți prin bobinele  $L_{11}$  și  $L_{21}$  sunt reprezentate în Fig.8.17, iar tensiunea de ieșire în Fig.8.18 la un factor  $k=0,05$ , deci inferior valorii de apariție a bifurcației. Se observă că funcționarea este stabilă, frecvența tensiunii de ieșire fiind dublul frecvenței fiecărei faze.



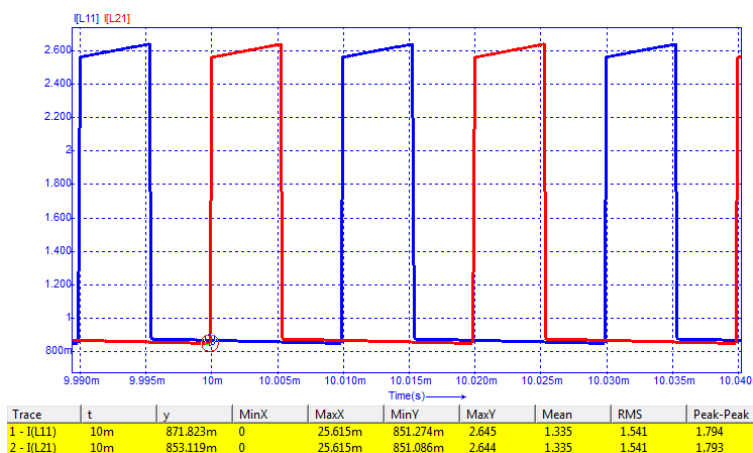


Fig.8.17. Stabilitate a formelor de undă ale curentului prin bobinele  $L_{11}$  (albastru) și  $L_{21}$  (roșu) la  $k=0,05$ . Sursa [original].

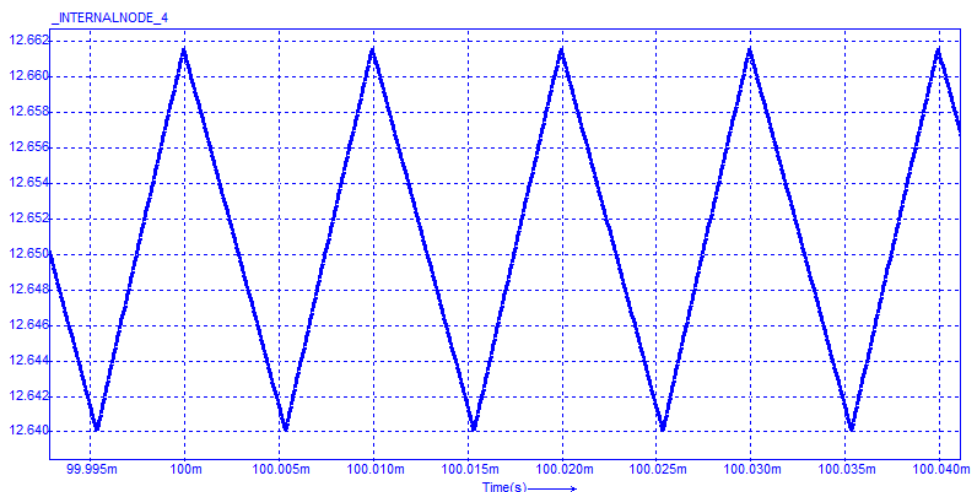


Fig.8.18. Tensiunea de ieșire a convertorului boost bifazic hibrid pentru  $k=0,05$ . Sursa [original].

Pentru vizualizarea bifurcației s-a ales modificarea factorului de amplificare  $k$  într-un interval limitat și îngust, între valorile  $0,05$  și  $0,06$  tocmai pentru a surprinde momentul critic. S-a utilizat pentru aceasta blocul *SPL* pentru o eșantionare a tensiunii de ieșire. Prin creșterea foarte lentă a factorului  $k$  între cele două limite, s-a obținut diagrama de bifurcație din Fig.8.19. Examinarea acestei diagrame arată că debutul bifurcației se produce la  $k=0,05584$ . Această valoare, raportată la valoarea prognozată prin metoda propusă,  $k=0,0557$ , are o eroare relativă de numai  $0,25\%$ . Acest fapt validează algoritmul propus și pentru convertorul boost multifazic.

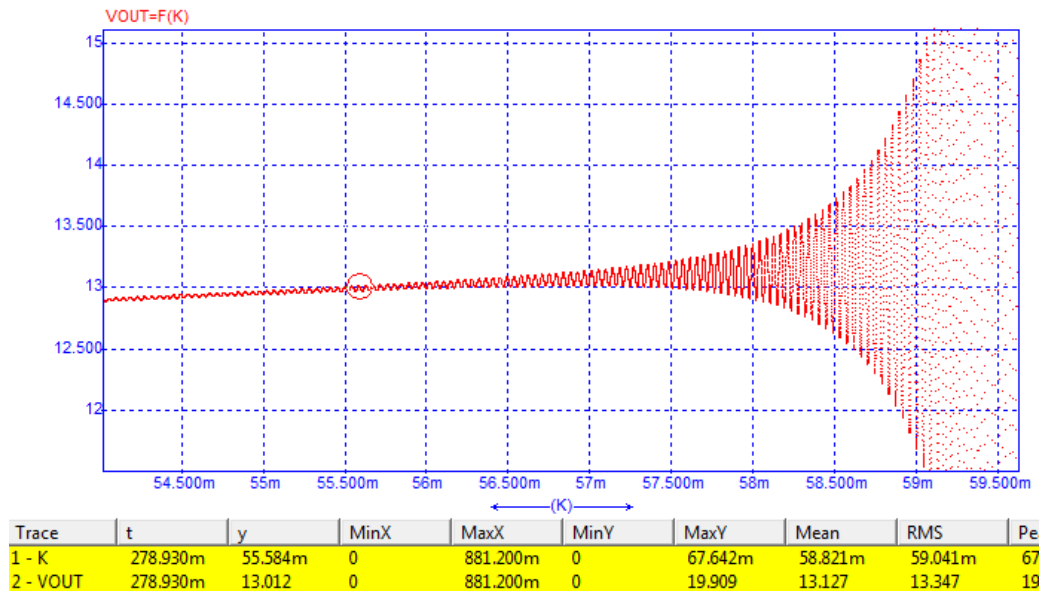


Fig.8.19. Apariția și dezvoltarea bifurcației la factori de amplificare superiori valorii  $k=0,055584$ . Sursa [original].

Pentru a scoate în evidență comportamentul instabil s-a efectuat o simulare cu un factor de amplificare  $k=0,06$  s-au preluat formele de undă ale curenților inductivi prin  $L_{11}$  și  $L_{21}$  s-a obținut graficul din Fig.8.20, iar detaliul prin expansiunea acestuia în Fig.8.21. Se observă suprapunerea pe grafic a curenților prin inductanțele  $L_{11}$  și  $L_{21}$ . Se poate sesiza apariția unei frecvențe joase de aproximativ 454Hz.

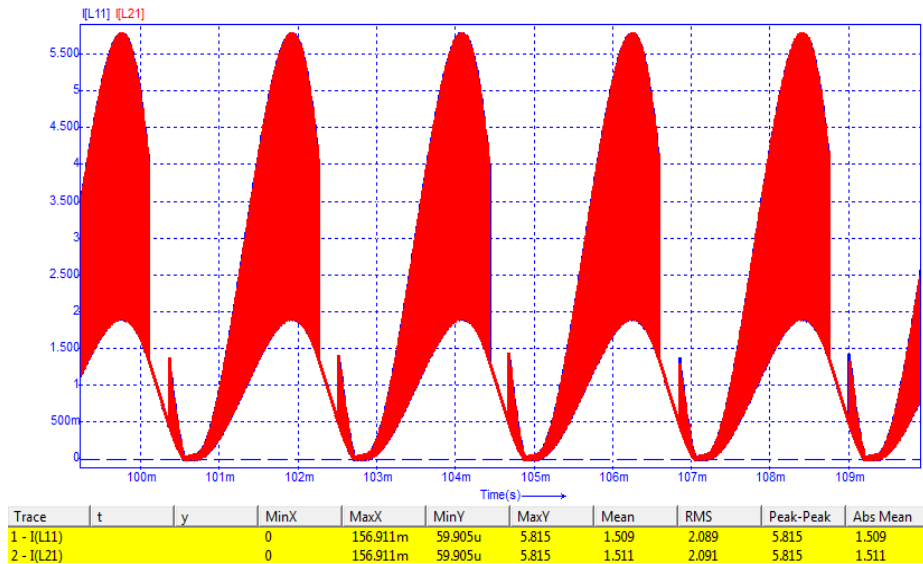


Fig.8.20. Curenții prin bobinele  $L_{11}$  și  $L_{21}$  convertorului bost bifazic hibrid la  $k=0.06$ . Sursa [original].

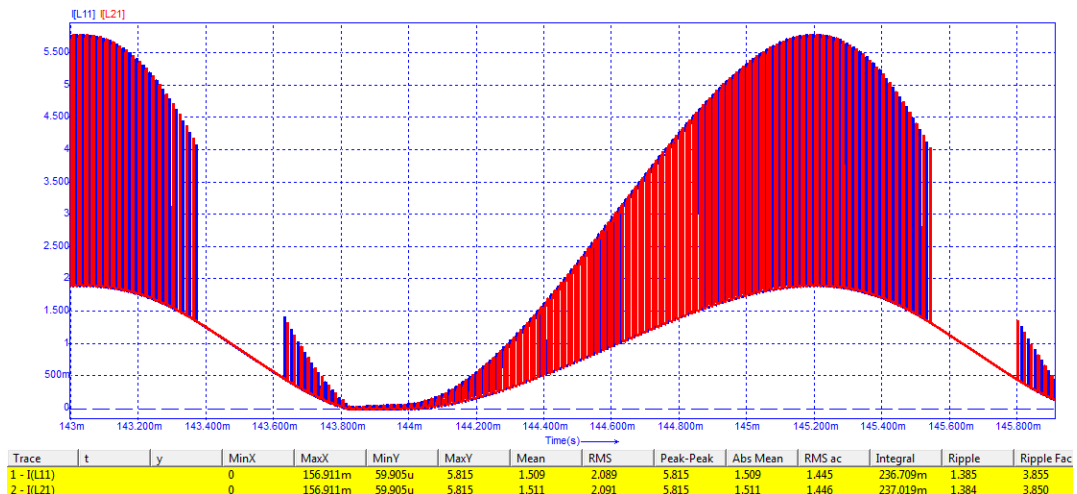


Fig.8.21. Detaliu pentru curenții prin bobinele  $L_{11}$  și  $L_{21}$  convertorului boost bifazic hibrid la  $k=0,06$ , evidențiind suprapunerea celor doi curenți inductivi. Sursa [original].

## 8.4. Concluzii și contribuții personale

Acest capitol și-a propus analiza fenomenelor de bifurcație și haos pentru convertorul Ćuk cu comandă în curent, convertorul Ćuk cu comandă OCC și un convertor boost multifazic. De fapt este o aplicare și o extindere a metodei propuse în Capitolul 4 la aceste structuri.

Deși rezultate legate de stabilitatea convertorului Ćuk cu comandă în curent au fost raportate în literatură, acestea au folosit modele mediate iar rezultatele au avut un anumit grad de aproximare. Autorul efectuează o analiză pe un model exact, gășind cu precizie valoarea curentului de referință la care apare bifurcația și faptul că tipul de bifurcație este cu dublarea perioadei.

În ceea ce privește convertorul Ćuk cu comandă OCC, ideea analizei exacte a venit de la faptul că în literatură s-a reușit doar identificarea unui interval pentru valoarea critică a parametrului de bifurcație, interval extrem de larg. Autorul reușește să prognozeze cu precizie extrem de bună,  $0,0037\%$ , valoarea tensiunii de referință la care apare bifurcația.

A treia parte a capitolului este dedicată analizei fenomenelor de bifurcație și haos a convertoarelor multifazice. Se studiază un convertor boost bifazic cu cuplaj magnetic și controller proporțional. Se arată că bifurcația obținută este de tip Neimark-Sacker, precizia de determinare a valorii factorului de amplificare fiind de  $0,25\%$ . Deoarece autorul nu a întâlnit în literatură un astfel de studiu se opinează că acesta este o premieră.

O enumerare a **contribuțiilor autorului** legate de acest capitol constă în:

- Extinderea metodei și a algoritmului matematic propuse în Capitolul 4 pentru analiza exactă a unui convertor Ćuk cu comandă în curent;

- Implementarea metodei într-un program Matlab pentru prognoza valorii parametrului de bifurcație, care în analiză a fost ales curentul de referință. Prognoza bifurcației cu dublarea perioadei, apoi a funcționării cu perioadă 4;
- Validarea prin simulare Caspoc a corectitudinii algoritmului propus și a acurateței de determinare a parametrului de bifurcație, eroarea fiind de 0,062%;
- Analiza exactă a stabilității convertorului Ćuk cu comandă OCC, dezvoltarea programului Matlab pentru determinarea cu precizie a tensiunii de referință la care apare bifurcația și prognoza bifurcației de tip Neimark-Sacker;
- Verificarea prin simulare a corectitudinii analizei, rezultând o eroare de 0,037%;
- Dezvoltarea unei tehnici de analiză exactă pentru un convertor bifazic, cu 4 stări topologice. Găsirea funcției discrete de recurență, a celor două funcții de constrângere aferente comenzii și a soluției de stare staționară. Determinarea expresiei jacobianului și a celor 8 derivate parțiale care apar în relația sa;
- Pentru un convertor boost hibrid cu bobinele cuplate magnetic s-a elaborat un program Matlab care implementează algoritmul de analiză propus, efectuându-se o analiză și o prognoză a stabilității în funcție de câștigul controllerului;
- Validarea prin simulare Caspoc a calcului teoretic al valorii parametrului de bifurcație cu o eroare relativă de 0,25% , precum și a bifurcației de tip Neimark-Sacker;
- Centralizarea tuturor ecuațiilor ce definesc funcția de comandă , utile în calculul factorului de umplere pentru cele mai diverse tipuri de convertoare DC-DC cu funcționare CCM controlate cu mai multe categorii de comenzi și tipuri de modulație, unele dintre acestea exced prezentei lucrării- Anexa\_8\_7;
- Rezultatele cercetărilor din acest capitol s-a făcut prin publicarea lucrării:

**M. Gurbină**, I.-M. Pop-Călimanu, D. Lascu, S. Lica, A. Ciresan, "Exact Stability Analysis of a Two-Phase Boost Converter", 41st International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP), pp.1-4, 4-6 July 2018, Atena, Grecia, WOS: 000454845100075

## 9. ANALIZA STABILITĂȚII ȘI A FENOMENELOR DE BIFURCAȚIE ÎN CONVERTOARELE DC-DC CU FUNCȚIONARE ÎN CONDUȚIE DISCONTINUĂ

*Motto:*

*"Pe măsură ce se maturizează, o știință se matematizează!"*

*Grigore Moisil*

### 9.1. Convertoare DC-DC cu funcționare în conducție discontinuă

Există următoarele moduri de conducție întreruptă sau discontinuă, numite în general DCM – (engl. Discontinuous Conduction Mode). Din această categorie a DCM fac parte: DCVM -(engl. Discontinuous Capacitor Voltage Mode) [103], [104], [105], [106] adică modul de conducție discontinuă al tensiunii capacitive; DICM - (engl. Discontinuous Inductor Curent Mode) [107], modul de conducție discontinuă al curentului inductiv [108]; DQRM -(engl. Discontinuous Quasi-Resonant Mode) [109], modul discontinuu cvasirezonant. Alți autori au definit și regimul BCM - (engl. Boundary Conduction Mode) [110], modul de conducție limită. Deși modul DICM a fost analizat de la începuturi de profesorii Freeland [111], Middlebrook și Ćuk [112] dar și mai târziu de mulți alți cercetători [113], [114] sau [115], acest mod de lucru mai prezintă încă numeroase necunoscute. Se va aborda în prezentul capitol unul dintre cele mai frecvent utilizate moduri din cadrul DCM și anume modul DICM. Tehnica de lucru în modul discontinuu al curentului inductiv este exemplificată prin formele de undă ale curentului prin bobină în decursul a două perioade de lucru - Fig.9.1. Se observă (zona hașurată din Fig.9.1) existența celei de-a treia stări topologice în care curentul prin bobină este nul. Deși curentul devine zero în cadrul fiecărei perioade o astfel de conducție complică mult lucrurile în raport cu conducția neîntreruptă, continuă, CCM, așa cum se va observa în continuare.

Capitolul acesta aduce un plus în cunoașterea, în precizia depistării valorilor parametrilor critici la care un convertor trece dintr-un regim de funcționare stabil în altul instabil, precizând totodată și natura bifurcației.

### 9.2. Descrierea în spațiul stărilor a convertoarelor DC-DC cu funcționare DICM

Fiind convertoare cu trei stări topologice, analiza convertoarelor DICM se va face bazat pe considerațiile teoretice dezvoltate în Capitolul 5. Deși în metoda de analiză propusă s-au notat cu  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$  duratele relative ale primelor două stări topologice, vom folosi în acest capitol notațiile tradiționale tipice modului DICM, cu  $d_n$

afereț primel stări topologice și  $h_n$  celei de-a doua, notații folosite de altfel și de autor într-un articol publicat. Aceasta înseamnă că:

$$\begin{cases} d_{1n} = d_n \\ d_{2n} = h_n \end{cases} \quad (9.1)$$

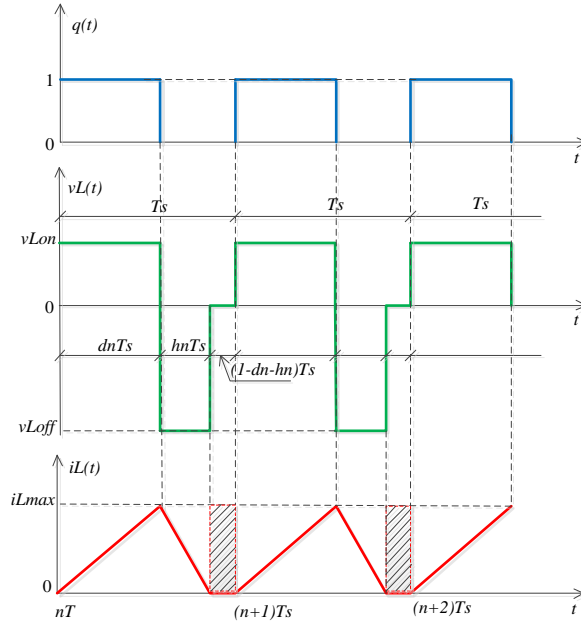


Fig.9.1. Formele de undă ale tensiunii și curentului prin bobină la funcționarea unui convertor DC-DC în modul DICM. Sursa [original].

Setul de ecuații diferențiale ce caracterizează modul de conducție DICM este dat de relațiile:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = A_1 x + B_1 u(t) & \text{pentru } t \in [nT_s, (n+d_n)T_s) \\ \frac{dx}{dt} = A_2 x + B_2 u(t) & \text{pentru } t \in [(n+d_n)T_s, (n+d_n+h_n)T_s) \\ \frac{dx}{dt} = A_3 x + B_3 u(t) & \text{pentru } t \in [(n+d_n+h_n)T_s, (n+1)T_s) \end{cases} \quad (9.2)$$

Se observă, atât din figură cât și din ecuațiile a doua și a treia din (9.2), că a apărut la acest tip de conducție divizarea intervalului  $(1-d_n)T_s$ , aferent stării blocate a tranzistorului din cadrul CCM, în două subintervale, primul dintre ele corespunzător conducției diodei și notat cu  $h_n T_s$ , iar cel de-al doilea aferent blocării ambelor semiconductoare. Pentru a exista acest ultim interval trebuie ca  $h_n T_s < (1-d_n)T_s$ . Deci specific conducției DICM este ultimul interval (cel hașurat în Fig.9.1), cu ambele elemente blocate. Acesta este intervalul în care curentul este nul prin bobină și mărimea acestui interval se poate obține prin diferența dintr-o perioadă de comutație și timpilor de conducție însumați ai tranzistorului și diodei. Conform relațiilor (5.26) și folosind noile notații, matricele de transfer sunt:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = e^{A_1 d_n T_s} \\ \varphi_2 = e^{A_2 h_n T_s} \\ \varphi_3 = e^{A_3 (1-d_n-h_n) T_s} \end{array} \right. \text{ și } \left\{ \begin{array}{l} \psi_1 = \int_0^{d_n T_s} e^{A_1 \xi} d\xi \cdot B_1 \\ \psi_2 = \int_0^{h_n T_s} e^{A_2 \xi} d\xi \cdot B_2 \\ \psi_3 = \int_0^{(1-d_n-h_n) T_s} e^{A_3 \xi} d\xi \cdot B_3 \end{array} \right. \quad (9.3)$$

Dacă matricele de stare  $A_1, A_2, A_3$  nu sunt singulare, atunci pentru matricele  $\psi_i$  forma mai simplă a acestora este :

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_1 = A_1^{-1}(\varphi_1 - I)B_1 \\ \psi_2 = A_2^{-1}(\varphi_2 - I)B_2 \\ \psi_3 = A_3^{-1}(\varphi_3 - I)B_3 \end{array} \right. \quad (9.4)$$

unde  $I$  reprezintă matricea unitate cu ordin egal cu ordinul vectorului de stare.

Relația de recurență care definește funcția  $g$  este aceeași cu cea din (5.32):

$$g(x_n, d_n, h_n, u_n, p_{bif}) = \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \cdot x_n + (\varphi_3 \varphi_2 \psi_1 + \varphi_3 \psi_2 + \psi_3) \cdot u_n \quad (9.5)$$

Vectorul de stare staționară are o expresie similară cu (5.48):

$$X = (I - \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1)^{-1} \cdot (\varphi_3 \varphi_2 \psi_1 + \varphi_3 \psi_2 + \psi_3) U \quad (9.6)$$

unde matricele de tranziție sunt evaluate în PSF dat de  $(U, D, H)$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_1 = e^{A_1 D T_s} \\ \Phi_2 = e^{A_2 H T_s} \\ \Phi_3 = e^{A_3 (1-D-H) T_s} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \Psi_1 = \int_0^{D T_s} e^{A_1 \xi} d\xi \cdot B_1 \\ \Psi_2 = \int_0^{H T_s} e^{A_2 \xi} d\xi \cdot B_2 \\ \Psi_3 = \int_0^{(1-D-H) T_s} e^{A_3 \xi} d\xi \cdot B_3 \end{array} \right. \quad (9.7)$$

Constrângerile de forma (5.20), (5.21) sunt:

$$F_1(x_n, d_n, h_n, u_n, p_{bif}) = 0 \quad (9.8)$$

$$F_2(x_n, d_n, h_n, u_n, p_{bif}) = 0 \quad (9.9)$$

Ele se obțin examinând condițiile ce determină cele două momente de comutație din interiorul perioadei. Prima constrângere este dată de modul în care se obține factorul de umplere, deci de modul de comandă, iar a doua de caracteristica modului DICM în care tipică este anularea curentului inductiv. Constrângerea  $F_1$  va fi particularizată pentru fiecare exemplu studiat în paragrafele ce urmează.

A doua constrângere însă este aceeași indiferent de modul de comandă și ea impune ca la sfârșitul celei de-a doua stări topologice curentul inductiv să se anuleze. Analitic aceasta se scrie ca:

$$V_{exi} \cdot x((n + d_n + h_n)T_s) = 0 \quad (9.10)$$

unde  $V_{exi}$  este o matrice linie ce extrage curentul inductiv din vectorul de stare.

Deoarece  $F_2$  cere ca argument pe  $x_n$  exprimăm pe  $x((n + d_n + h_n)T_s)$  în funcție de  $x_n$ :

$$x((n + d_n + h_n)T_s) = \varphi_2 \varphi_1 x(nT_s) + (\varphi_2 \psi_1 + \psi_2) \cdot u_n \quad (9.11)$$

Prin înlocuirea vectorului de stare din (9.11) în (9.10) se obține cea de-a doua constrângere:

$$F_2(x_n, d_n, h_n, u_n, p_{bif}) = V_{exi} [\varphi_2 \varphi_1 x_n + (\varphi_2 \psi_1 + \psi_2) \cdot u_n] \quad (9.12)$$

Avem acum toate elementele necesare calcului jacobianului, care conform relației (5.46) este:

$$J_g(x) = \frac{\partial g}{\partial x_n} + \frac{\partial g}{\partial d_n} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_n} - \frac{\partial F_1}{\partial h_n} \left( \frac{\partial F_2}{\partial h_n} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_n} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial h_n} \left( \frac{\partial F_2}{\partial h_n} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} - \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right] + \frac{\partial g}{\partial h_n} \left\{ \left( \frac{\partial F_2}{\partial h_n} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_n} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial h_n} \left( \frac{\partial F_2}{\partial h_n} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_n} - \frac{\partial F_1}{\partial d_n} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial F_1}{\partial d_n} \left( \frac{\partial F_2}{\partial h_n} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} - \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right] - \left( \frac{\partial F_2}{\partial h_n} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \right\} \Bigg|_{PSF} \quad (9.13)$$

Derivatele funcției  $g$  sunt aceleași pentru orice convertor cu trei stări topologice fiind cele exprimate de relațiile: (5.40)-(5.42):

$$\frac{\partial g}{\partial x_n} = \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \quad (9.14)$$

$$\frac{\partial g}{\partial d_n} = T_s \varphi_3 [(\varphi_2 A_1 - A_3 \varphi_2) \varphi_1 x_n + (\varphi_2 \varphi_1 B_1 - A_3 \varphi_2 \psi_1 - A_3 \psi_2 - B_3) u_n] \quad (9.15)$$

$$\frac{\partial g}{\partial h_n} = T_s \varphi_3 [(A_2 - A_3) \varphi_2 \varphi_1 x_n + (A_2 \varphi_2 \psi_1 - A_3 \varphi_2 \psi_1 - A_3 \psi_2 + \varphi_2 B_2 - B_3) u_n] \quad (9.16)$$

În privința celorlalte 6 derivate,  $\frac{\partial F_1}{\partial x_n}, \frac{\partial F_1}{\partial d_n}, \frac{\partial F_1}{\partial h_n}, \frac{\partial F_2}{\partial x_n}, \frac{\partial F_2}{\partial d_n}, \frac{\partial F_2}{\partial h_n}$  care depind de modul de comandă și modul de funcționare, ele rezultă din forma funcțiilor  $F_1$  și  $F_2$ . Întrucât constrângerea  $F_1$  diferă de la un mod de comandă la altul derivatele sale parțiale le vom furniza în cadrul fiecărui tip de comandă analizat. De aceea se dau mai jos doar derivatele parțiale ale constrângerii  $F_2$ , pornind de la relația (9.12):

$$\frac{\partial F_2}{\partial x_n} = V_{exi} \varphi_2 \varphi_1 \quad (9.17)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial d_n} = V_{exi} T_s \varphi_2 \varphi_1 (A_1 x_n + B_1 u_n) \quad (9.18)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial h_n} = V_{exi} T_s \varphi_2 [A_2 \varphi_1 x_n + (A_2 \psi_1 + B_2) u_n] \quad (9.19)$$

**Observație:** Analiza dezvoltată s-a făcut în ipoteza că nu există nici o corelație între factorii de umplere  $d_{1n}$  și  $d_{2n}$  respectiv  $d_n$  și  $h_n$ , ceea ce conferă analizei un semnificativ grad de generalitate. În literatură de exemplu în DICM [33] analiza pleacă stabilind o relație de legătură între  $d_n$  și  $h_n$ . Desigur că această



legătură există fizic, dar prin metoda propusă ea apare indirect și oarecum transparent pentru utilizator, în spatele relațiilor de constrângere  $F_1$  și  $F_2$ .

### 9.3. Aspecte caracteristice modului DICM legate de calculul soluției de stare staționară

Analizând soluția de stare staționară (9.6), se observă că în calcul apare matricea  $\Psi_3$ . Desigur această matrice poate fi evaluată cu relația generală (9.7), însă s-a constatat că evaluarea în Matlab a integralei din expresia lui  $\Psi_3$  este consumatoare de timp, chiar și pentru convertoare de ordinul doi. Pentru convertoare de ordin 4 timpul crește nepermis de mult, în multe situații calculatorul, deși performant blocându-se. Pentru evitarea calculului integralei ce apare în relația (9.3) se poate încerca utilizarea pentru  $\Psi_3$  a unei relații de calcul direct de tipul (9.4). În modul DICM însă acest calcul este imposibil din cauza faptului că matricea  $A_3$  este singulară pentru orice convertor. Cu toate acestea, în cazul convertoarelor clasice buck, boost și buck-boost cu funcționare DICM, este posibilă găsirea vectorului de stare staționară fără a apela la matricea  $\Psi_3$ .

O primă observație este că în aceste convertoare vectorul de stare are două componente: curentul inductiv și tensiunea capacitivă de ieșire. Dintre aceste două componente funcționarea DICM, prin natura ei, impune ca la începutul fiecărei perioade curentul inductiv să fie zero. Prin urmare o componentă scalară a lui  $X$  este cunoscută. Mai rămâne de găsit numai o singură componentă scalară a lui  $X$  și anume tensiunea capacitivă. Pentru aceasta vom căuta o recurență de tipul:

$$v_C(t_{n+1}) = f(v_C(t_n), d_n, h_n, u_n) \quad (9.20)$$

după care în (9.20) vom impune ca în stare staționară  $v_C(t_{n+1}) = v_C(t_n) = V_C$  și vom rezolva după  $V_C$ .

De menționat că în literatura de specialitate recurența a fost găsită prin trunchierea dezvoltării Taylor, cu reținerea doar a primilor doi termeni, în condițiile în care în prealabil a fost găsită o relație suplimentară între  $d_n$  și  $h_n$  [33], [116].

În cele ce urmează, spre deosebire de [33] și [116], vom da o soluție exactă pentru calculul lui  $x((n+1)T_S)$ . Aceasta se bazează pe observația că în a treia stare topologică,  $t \in [(n+d_n+h_n)T_S, (n+1)T_S)$ , condensatorul de la ieșire se descarcă exponențial pe rezistența de sarcină. Astfel, legea de variație a tensiunii capacitive este:

$$v_C(t) = v_C((n+d_n+h_n)T_S) \cdot e^{-\frac{t-(n+d_n+h_n)T_S}{RC}} \quad (9.21)$$

Se remarcă însă că pe intervalul de timp  $t \in [(n+d_n+h_n)T_S, (n+1)T_S)$  curentul este permanent zero, în timp ce capacitatea se descarcă exponențial conform (9.21). Cum curentul inductiv este permanent nul, înmulțirea sa cu o constantă nu schimbă valoarea sa nulă, ceea ce înseamnă că pe intervalul  $t \in [(n+d_n+h_n)T_S, (n+1)T_S)$  putem scrie o relație similară cu (9.21), însă pentru vectorul de stare:

$$x(t) = x((n+d_n+h_n)T_S) \cdot e^{-\frac{t-(n+d_n+h_n)T_S}{RC}} \quad (9.22)$$

Făcând în (9.22)  $t = (n+1)T_s$  se obține:

$$x((n+1)T_s) = x((n+d_n+h_n)T_s) \cdot e^{-\frac{(1-d_n-h_n)T_s}{RC}} \quad (9.23)$$

Pe de altă parte, se știe că:

$$x((n+d_n+h_n)T_s) = \phi_2\phi_1x(nT_s) + (\phi_2\psi_1 + \psi_2)U \quad (9.24)$$

care înlocuit în (9.23) conduce la:

$$x((n+1)T_s) = [\phi_2\phi_1x(nT_s) + (\phi_2\psi_1 + \psi_2)U]e^{-\frac{(1-d_n-h_n)T_s}{RC}} \quad (9.25)$$

Soluția de stare staționară se obține considerând în (9.25)  $x((n+1)T_s) = x(nT_s) = X$ ,  $d_n = D$ ;  $h_n = H$ ;  $\phi_1 = \Phi_1$ ;  $\phi_2 = \Phi_2$ ;  $\psi_1 = \Psi_1$ ;  $\psi_2 = \Psi_2$  și rezolvând pentru  $X$ :

$$X = \left( I - e^{-\frac{(1-d_n-h_n)T_s}{RC}} \Phi_2\Phi_1 \right)^{-1} (\Phi_2\Psi_1 + \Psi_2)U \quad (9.26)$$

Față de relația (9.6) se observă că în  $X$  dat de (9.26) nu mai apare dependența de matricele  $\Phi_3, \Psi_3$ . Din punct de vedere al vitezei de calcul utilizarea relației (9.26) necesită în Matlab un timp de 10,5 ori mai redus decât în cazul folosirii relației (9.6). Mai mult, practic relația (9.25) definește o nouă funcție  $g$ , care face ca și derivatele parțiale ale funcției  $g$  să aibe o formă mult mai simplă, cu o durată de calcul substanțial redusă față de cele date de (9.14), (9.15), (9.16).

În concluzie, singularitatea matricei  $A_3$  se rezolvă utilizând relația (9.26). În ceea ce privește soluția de stare staționară, ea rezultă din rezolvarea sistemului transcendent format din ecuația (9.26) și constrângerile (9.8), (9.12) evaluate în stare staționară. Practic sistemul de ecuații este:

$$\begin{cases} X = \left( I - e^{-\frac{(1-d_n-h_n)T_s}{RC}} \Phi_2\Phi_1 \right)^{-1} (\Phi_2\Psi_1 + \Psi_2)U \\ F_1(X, D, H, U, k) = 0 \\ F_2(X, D, H, U, k) = V_{exi} [\Phi_2\Phi_1X + (\Phi_2\Psi_1 + \Psi_2) \cdot U] = 0 \end{cases} \quad (9.27)$$

unde  $F_1$  se particularizează după tipul de comandă. Sistemul (9.27) se rezolvă prin metode numerice, autorul folosind Matlab în acest sens. Aplicarea metodei de analiză descrise mai sus este sintetizată în organigrama din Fig.9.2.

Conceptele teoretice dezvoltate mai sus se vor aplica în următoarele cinci situații:

- Comandă în tensiune de tip proporțional cu eșantionare naturală și uniformă, parametrul de bifurcație fiind amplificarea  $k$ , la un convertor boost cu pierderi - simulare și experiment;
- Studiu comparativ al metodei de analiză propuse de autor cu metoda propusă de profesorul Tse în lucrarea [117] pentru un convertor boost cu comandă în tensiune de tip proporțional cu eșantionare naturală și uniformă, parametrul de bifurcație fiind amplificarea  $k$ ;
- Un convertor boost cu comandă în tensiune de tip proporțional cu eșantionare naturală, în care parametrul de bifurcație este tensiunea de alimentare: simulare și experiment.

- Un convertor buck cu comandă în tensiune de tip proporțional. Studiul a fost ales pentru a infirma aserțiunea profesorului Tse că rezultatul bifurcației cu dublare de perioadă obținut în eșantionarea uniformă poate fi extins la eșantionarea naturală. Se demonstrează că în eșantionarea naturală nu apare fenomenul de bifurcație sistemul fiind permanent stabil.
- Un convertor buck cu comandă în curent și parametrul de bifurcație curentul de referință, la care se va demonstra că fenomenul caracteristic este coliziunea de graniță.

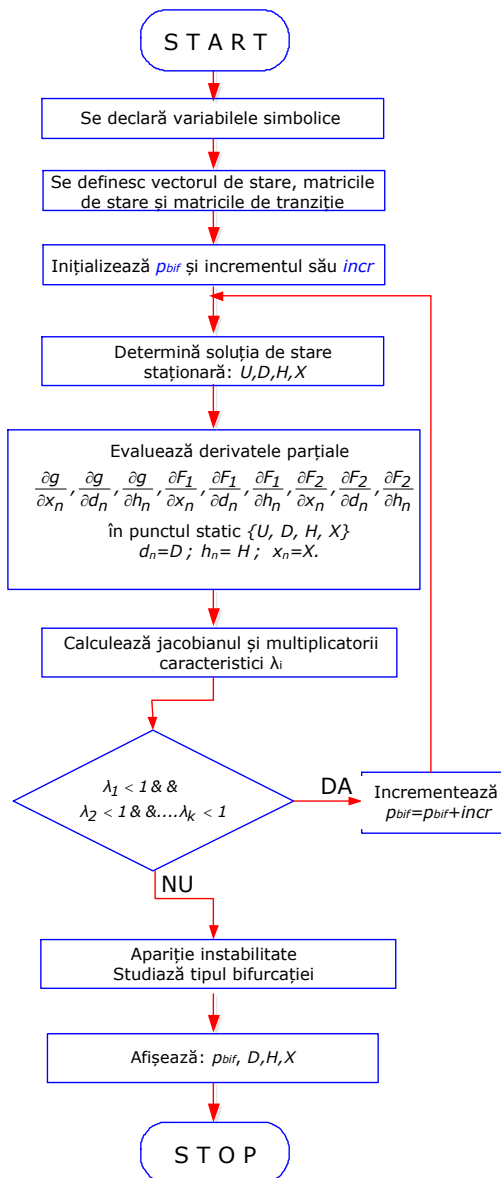


Fig.9.2. Organigrama pentru determinarea valorii parametrului la care apare bifurcația pentru convertoarele ce funcționează în modul DICM. Sursa [original].

### 9.4. Convertor boost cu comandă în tensiune de tip proporțional, eșantionare naturală și uniformă, cu amplificarea diferențială ca parametru de bifurcație

Schema convertorului boost DICM cu eșantionare naturală, cu comandă de tip proporțional este prezentată în Fig.9.3. Parametrul de bifurcație este amplificarea  $k$ , deci  $p_{bif}=k$ . S-a notat cu  $R_{on}$  rezistența în conducție a tranzistorului și cu  $V_D$  căderea de tensiune pe dioda în conducție. Elementele de pierderi  $R_{on}$  și  $V_D$  au fost luate în considerație pentru a avea un model cât mai apropiat de cel experimental, ce va fi expus la sfârșitul acestui paragraf.

Vectorul de stare a fost definit ca  $x = [i_L \ v_C]^t$ , iar vectorul de intrare ca  $U = [V_G \ V_D]^t$ . Matricele de stare corespunzătoare acestor definiții sunt:

$$A_{on} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{on}}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; A_{off} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix};$$

$$B_{on} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_{off} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$
(9.28)

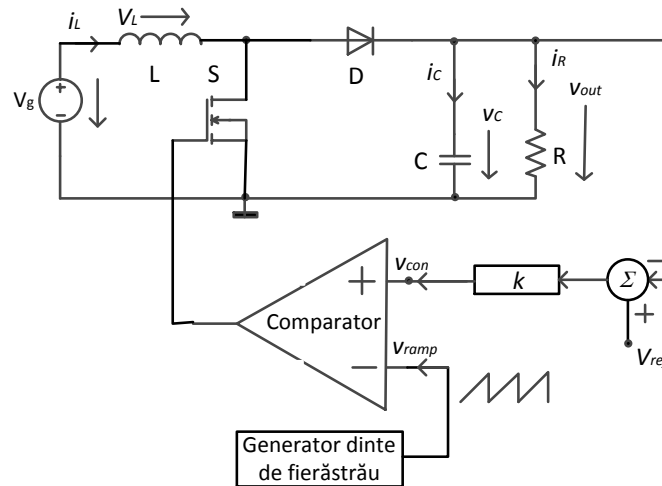


Fig.9.3. Convertorul boost DICM cu comandă de tip proporțional. Sursa [original]

S-a precizat în paragraful 9.2 că modul general de analiză presupune și găsirea funcției  $F_1$  și determinarea derivatelor sale parțiale care intervin în calculul jacobianului. Așa cum reiese din Fig.9.3, tensiunea de comandă se compară cu un dinte de fierăstrău crescător de valoare minimă  $V_L$  și valoare maximă  $V_U$ . Ecuația care furnizează factorul de umplere  $d_n$  se obține impunând ca tensiunea dintelui de fierăstrău  $v_{saw}$  să egaleze tensiunea de comandă,  $v_{con}$ , la momentul  $(nT_s + d_nT_s)$ :

$$v_{ramp}(nT_s + d_nT_s) = v_{con}(nT_s + d_nT_s) \quad (9.29)$$

Exprimând pe  $v_{saw}$  în funcție de parametrii rampei rezultă:

$$v_{ramp}(nT_s + d_n T_s) = (V_U - V_L)d_n + V_L \quad (9.30)$$

Tensiunea de comandă conform schemei din Fig.9.3 este:

$$v_{con}(nT_s + d_n T_s) = k \cdot [V_{ref} - v_C(nT_s + d_n T_s)] \quad (9.31)$$

Înlocuind (9.30) și (9.31) în (9.29), aceasta devine:

$$k \cdot [V_{ref} - v_C(nT_s + d_n T_s)] - (V_U - V_L)d_n - V_L = 0 \quad (9.32)$$

La rândul său, fiind variabilă de stare,  $v_C$  se poate exprima în funcție de vectorul de stare  $x$  ca  $V_{exv} \cdot x(t)$ , astfel că relația (9.32) se rescrie în forma (9.33):

$$k \cdot [V_{ref} - V_{exv} \cdot x(nT_s + d_n T_s)] - (V_U - V_L)d_n - V_L = 0 \quad (9.33)$$

unde  $V_{exv}$  este un vector linie ce extrage tensiunea capacitivă din vectorul de stare.

Deoarece funcția  $F_1$  îl cere pe  $x_n$  ca argument, exprimăm pe  $x(nT_s + d_n T_s)$  în funcție de  $x_n$ . Astfel relația (9.33) devine:

$$k \cdot [V_{ref} - V_{exv} \cdot (\phi_1 x_n + \psi_1 u_n)] - (V_U - V_L)d_n - V_L = 0 \quad (9.34)$$

Din (9.34) se identifică imediat funcția  $F_1$ :

$$F_1(x_n, d_n, h_n, u_n, k) = k \cdot [V_{ref} - V_{exv} \cdot (\phi_1 x_n + \psi_1 u_n)] - (V_U - V_L)d_n - V_L \quad (9.35)$$

Corespunzător, derivatele parțiale ale lui  $F_1$  sunt:

$$\frac{\partial F_1}{\partial x_n} = -k V_{exv} \phi_1 \quad (9.36)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial d_n} = -k T_s V_{exv} \phi_1 (A_1 x_n + B_1 u_n) - (V_U - V_L) \quad (9.37)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial h_n} = 0 \quad (9.38)$$

Împreună cu relațiile (9.14)-(9.19), jacobianul poate fi calculat și rezultă:

$$J_g(x) = \frac{\partial g}{\partial x_n} - \frac{\partial g}{\partial d_n} \left( \frac{\partial F_1}{\partial d_n} \right)^{-1} \frac{\partial F_1}{\partial x_n} + \frac{\partial g}{\partial h_n} \left[ \left( \frac{\partial F_2}{\partial h_n} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial d_n} \left( \frac{\partial F_1}{\partial d_n} \right)^{-1} \left( \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right) - \left( \frac{\partial F_2}{\partial h_n} \right)^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \right]_{PSF} \quad (9.39)$$

Punctul static de funcționare se obține cu ajutorul relațiilor (9.27) în care  $F_1$  se evaluează folosind (9.35). Se obține:

$$\begin{cases} X = \left( I - e^{\frac{(1-D-H)T_s}{RC} \phi_2 \phi_1} \right)^{-1} (\phi_2 \psi_1 + \psi_2) U \\ F_1(X, D, H, U, k) = k \cdot [V_{ref} - V_{exv} \cdot (\phi_1 X + \psi_1 U)] - (V_U - V_L)D - V_L = 0 \\ F_2(X, D, H, U, k) = V_{exi} [\phi_2 \phi_1 X + (\phi_2 \psi_1 + \psi_2) \cdot U] = 0 \end{cases} \quad (9.40)$$

Parametrii convertorului analizat sunt:

$V_g=16V$ ;  $V_{ref}=22V$ ;  $C=220\mu F$ ;  $T=333,33\mu s$ ;  $R=78\Omega$ ;  $L=1209\mu H$ ;  $R_{on}=0,2\Omega$ ,  $R_L=0,1\Omega$ ,  $V_D=0,4V$ ;  $V_U=3,5V$ ;  $V_L=0,7V$ ;

Programul Matlab aferent acestei analize se regăsește în *Anexa\_9\_1\_functie\_boost\_DCM\_real.m* cu *Anexa\_9\_2\_functie\_boost\_DCM.m* ca funcție aferentă.

Tabelul 9.1. conține o prezentare a rezultatelor furnizate de programul Matlab. Se poate remarca că pentru  $k=1,158894$  o singură valoare proprie reală, negativă

părăsește cercul unitate. Acest scenariu este tipic dublării perioadei de funcționare [43], [116]. Această evoluție se va confirma în continuare în cadrul simulării dar și al experimentului.

Tabelul 9.1. Evoluția valorilor proprii obținute prin noua metodă propusă la modificarea amplificării diferențiale

Amplificare $k$	Valoare proprie 1	Valoare proprie 2	Observații
1,1560	-0,9945	0,0000	stabil
1,1570	-0,9964	0,0000	stabil
1.1580	-0,9983	0,0000	stabil
<b>1,158894</b>	<b>-1,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>Bifurcație</b>
1,1600	-1,0020	0,0000	Bifurcație
1,2000	-1,0775	0,0000	Bifurcație
1,3000	-1,2715	0,0000	Bifurcație

#### 9.4.1. Rezultate prin simulare

Pentru a valida teoria dezvoltată și implementată în Matlab, simularea convertorului supus analizei s-a realizat utilizând pachetul Caspoc™. Pentru rezultate corecte, variația parametrului de bifurcație trebuie să fie făcută foarte lent în raport cu dinamica convertorului, astfel încât funcționarea să fie o secvență de stări cvasistaționare. Dacă nu se respectă această constrângere vor putea apărea procese tranzitorii semnificative iar diagrama de bifurcație nu va mai fi cea corectă. În cazul analizat  $k$  s-a modificat în plaja de la 1,1 la 1,3 în timp de o secundă. Schema de simulare este prezentată în Fig.9.4.

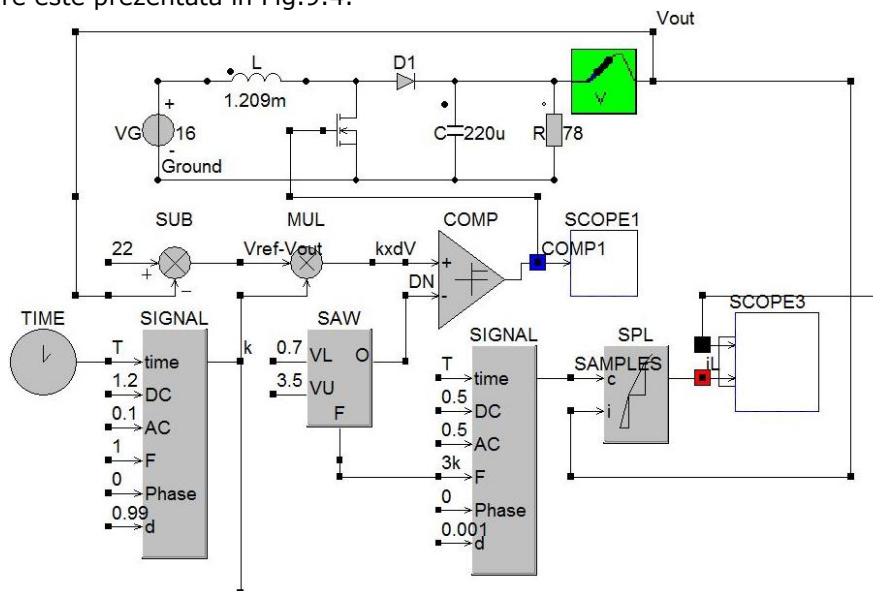


Fig.9.4. Schema de simulare în Caspoc™ pentru convertorul boost cu pierderi. Sursa [original].

Diagrama de bifurcație rezultată în urma simulării este cea din Fig.9.10. și afișează valorile lui  $k$  pe axa  $x$  iar tensiunea de ieșire eșantionată este pe axa  $y$ .

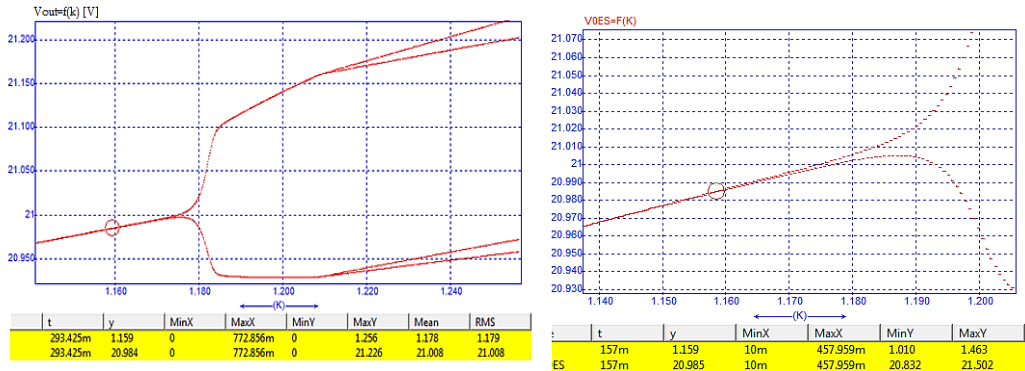


Fig.9.5. Bifurcația apare la  $k=1,159$ . Grafic de ansamblu (stânga) și detaliu (dreapta). Sursa [original].

În Fig.9.5. se remarcă cu claritate fenomenul de bifurcație cu dublarea perioadei și apoi bifurcația cu perioadă 4. Prima bifurcație apare la valoarea  $k=1,159$ , această valoare obținută, fiind foarte aproape de soluția exactă prognozată cu programul Matlab:  $k=1,158894$ . Eroarea relativă dintre metoda analitică și simulare este de doar  $0,0092\%$ , ceea ce confirmă corectitudinea considerațiilor teoretice.

Pe graficul din Fig.9.5, stânga se relevă de asemenea faptul că pentru valoarea aproximată  $k=1,215$  mai apare câte o bifurcație pe fiecare ramură deci există periodicitate 4. Pentru  $k=1,1$ , sub valoarea critică obținută anterior, în Fig.9.6.a se poate observa forma de undă a curentului prin bobină precum și funcționarea în regimul DICM stabil. În dreapta este trasat portretul de fază, adică reprezentarea curentului prin inductanță în raport cu tensiunea pe capacitatea de filtrare. Ambele grafice certifică stabilitatea și periodicitatea cu frecvența rampei a convertorului boost pentru această valoare a amplificării diferențiale.

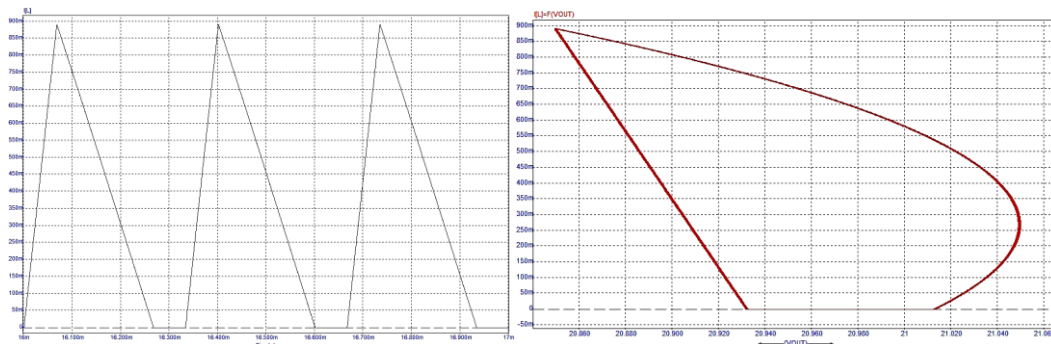


Fig.9.6. Forma de undă a curentului (stânga) și portretul de fază (dreapta) pentru  $k=1,1$ . Regim stabil. Sursa [original].

În Fig 9.7, la valoarea  $k=1,2$ , se observă schimbarea majoră a formei de undă a curentului dar și a portretului de fază. Ambele grafice relevă apariția fenomenului de dublare a perioadei rampei deci apariția subarmonicilor de perioadă 2.

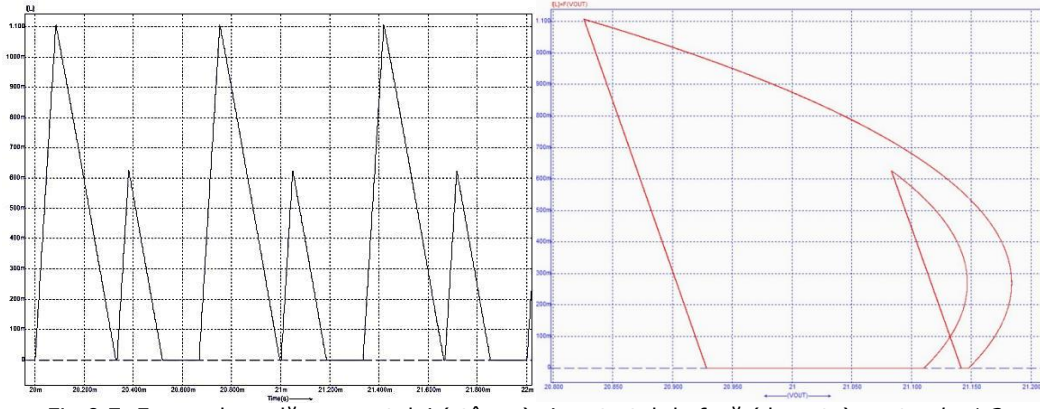


Fig.9.7. Forma de undă a curentului (stânga) și portretul de fază (dreapta) pentru  $k=1,2$ . Bifurcație de perioadă 2. Sursa [original]

### 9.4.2. Rezultate experimentale

Schema experimentală este prezentată în Fig.9.8. Forma de undă a dintelui de fierăstrău este tensiunea pe condensatorul  $C$  care împreună cu  $P_2$  impune frecvența de funcționare a circuitului SG3524 și implicit frecvența de comutație a convertorului boost. Cei doi pini de ieșire ai circuitului SG3524 (11 și 14) sunt conectați în paralel, asigurând impulsurile scurte de setare a bistabilului. Circuitul IC2 este un amplificator operațional de tipul LM 318 și este folosit pentru a amplifica aceste impulsuri scurte, astfel încât să depășească pragul de comutare al intrării de set a bistabilului. Semnalul de resetare pentru bistabil este furnizat de comparatorul LM311 reprezentat de IC3. Frecvența de comutație este de  $3 \text{ kHz}$ , identică cu cea folosită în calculul analitic și în simulare.

Circuitul integrat  $IC1$ , realizat cu AO de tipul LF356 implementează un amplificator diferențial clasic. Rezistențele notate de la  $R_1$  la  $R_4$  impun valoarea amplificării  $k$ . Potentiometrul dublu  $R_1-R_3$  din Fig.9.8 asigură parcurgerea plajei pentru modificarea parametrului de bifurcație exact în intervalul  $(1,08; 2,16)$

Tensiunea  $V_{con}$  la intrarea în comparatorul LM311, la momentul basculării comenzii, este aceeași cu ieșirea de la amplificatorul operațional LF356. De aceea tensiunea de comandă se obține din relația:

$$V_{con} = \left(1 + \frac{R_2}{R_{11} + R_{1p}}\right) \frac{R_4}{R_4 + R_{31} + R_{3p}} V_{ref} - \frac{R_2}{R_{11} + R_{1p}} V_{out} \quad (9.41)$$

Se cunoaște că condiția de a avea o amplificare strict diferențială, adică  $V_{con} = k(V_{ref} - v_{out})$ , este:

$$R_4 \cdot (R_{1p} + R_{11}) = R_2 \cdot (R_{3p} + R_{31}) \quad (9.42)$$

În acest caz factorul de amplificare  $k$  este:

$$k = \left(1 + \frac{R_2}{R_{11} + R_{1p}}\right) \frac{R_4}{R_4 + R_{31} + R_{3p}} = \frac{R_2}{R_{11} + R_{1p}} \quad (9.43)$$



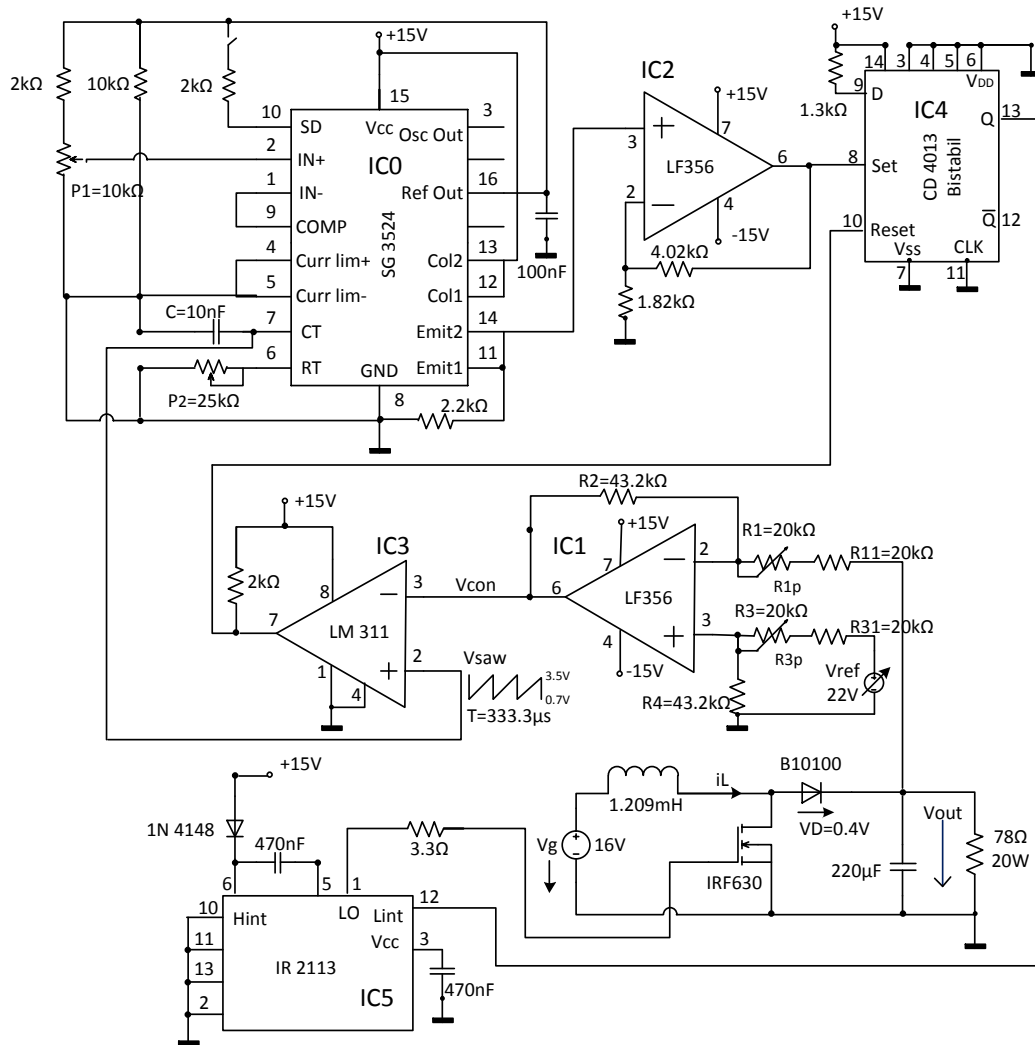


Fig.9.8. Schema experimentală a convertorului boost cu control proporțional în tensiune. Sursa [original].

În Fig.9.9. este prezentat comportamentul sistemului pentru  $k=1,08$  (valoare rezultată din relația (9.43) prin măsurarea rezistențelor cu ohmmetrul la o poziție de capăt a cursorului potențiometrului dublu. Teoria dezvoltată prognozează pentru această valoare o funcționare stabilă în Matlab confirmată și în simulare. Acest aspect este validat acum și experimental de către formele de undă din Fig.9.9., unde toate semnalele au perioada egală cu a semnalului de tact. La curentul prin inductanță se observă cu claritate modul de conducție discontinuu. Portretul de fază este reprezentat în Fig.9.10, confirmând, o dată în plus, o funcționare stabilă.

Prin creșterea progresivă lentă a valorii amplificării diferențiale se observă cum formele de undă la două perioade adiacente a semnalului de tact se modifică și din identice devin diferite - Fig.9.11. Pentru  $k=1,17$  se remarcă cum formele de undă ale tensiunii de ieșire au maxime diferite pentru două perioade adiacente și la fel și curentul prin bobină are maxime diferite chiar dacă pantele de creștere respectiv de descreștere sunt aceleași pentru două perioade adiacente. Practic durata celei de-a treia stări topologice diferă de la o perioadă la alta. Dacă la paragraful anterior s-a obținut analitic și prin simulare că pentru  $k=1,159$  apare bifurcația, Fig.9.11. exprimă că pentru  $k=1,17$ , ușor mai mare decât pragul  $k=1,159$  există deja instalată bifurcația cu dublarea perioadei. Deci bifurcația în modul experimental apare cu puțin înainte de valoarea  $k=1,17$ . Chiar și cu această valoare superioară eroarea relativă este de doar  $0,94\% < 1\%$ . Experimentul realizat validează cu mare acuratețe metoda matematică propusă.

Crescând mai departe valoarea amplificării la  $k=1,20$  dublarea perioadei este revelată în Fig.9.12 (perioada a crescut de la  $333\mu s$  la  $666\mu s$ ). Interesant este faptul că într-una dintre perioade funcționarea este la limita CCM-DICM. În Fig.9.13 este prezentat portretul de fază care confirmă și acesta dublarea de perioadă și apariția subarmonicilor.

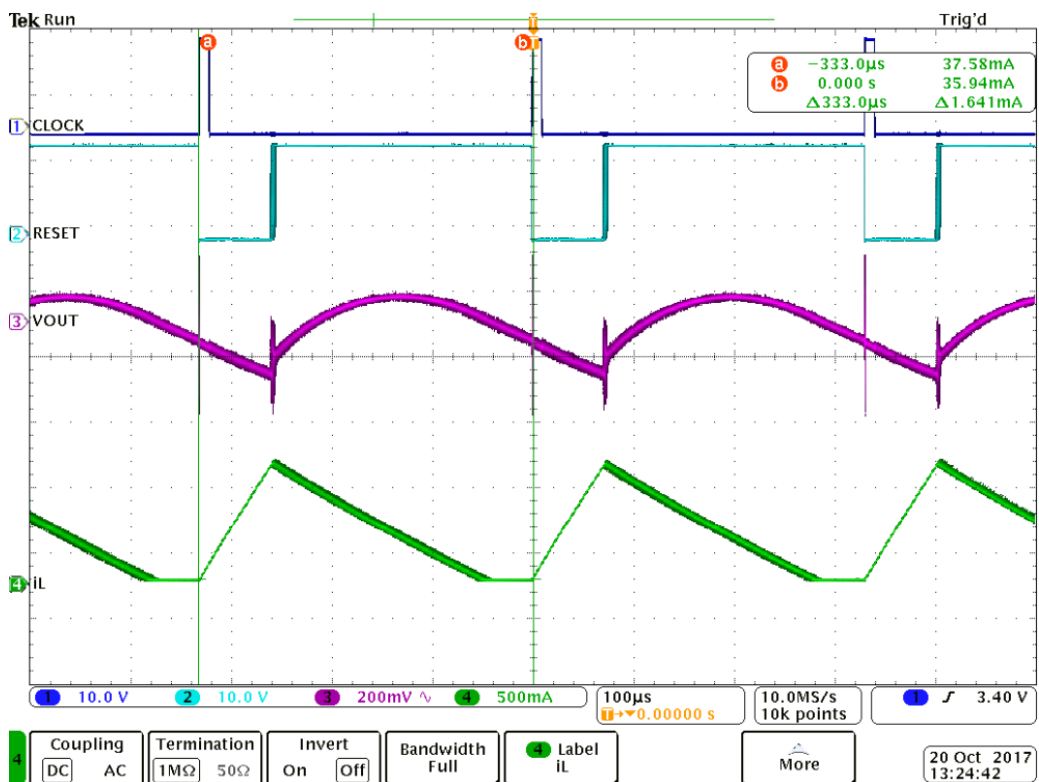


Fig.9.9. Semnalul de set (1), reset (2), tensiunea de ieșire (3), curentul prin bobină (4) prezentate în ordine de sus în jos. Se remarcă funcționarea stabilă la  $k=1,08$ . Sursa [original].

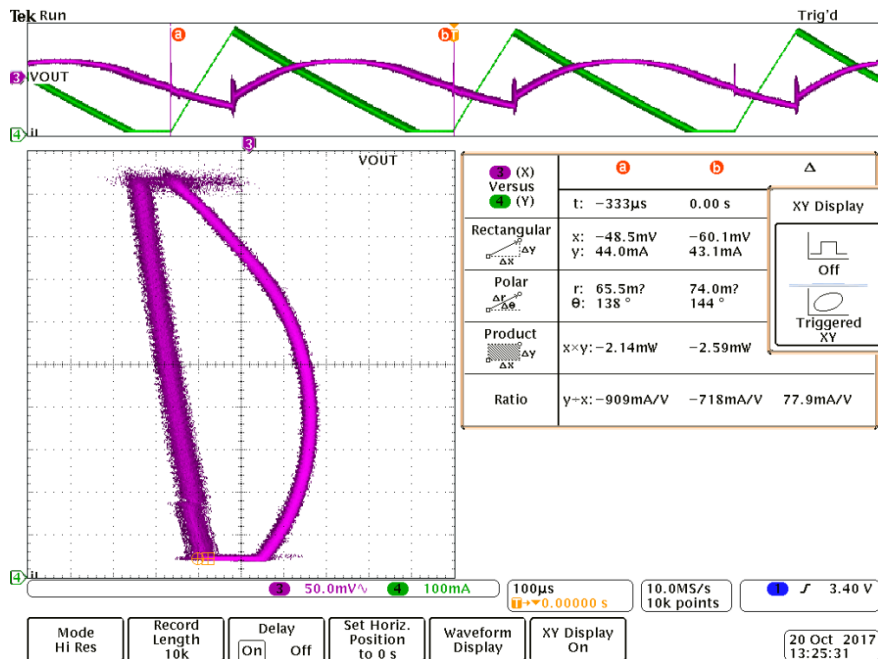


Fig.9.10. Portretul de fază pentru  $k=1,08$ , care confirmă stabilitatea convertorului.  
Sursa [original].

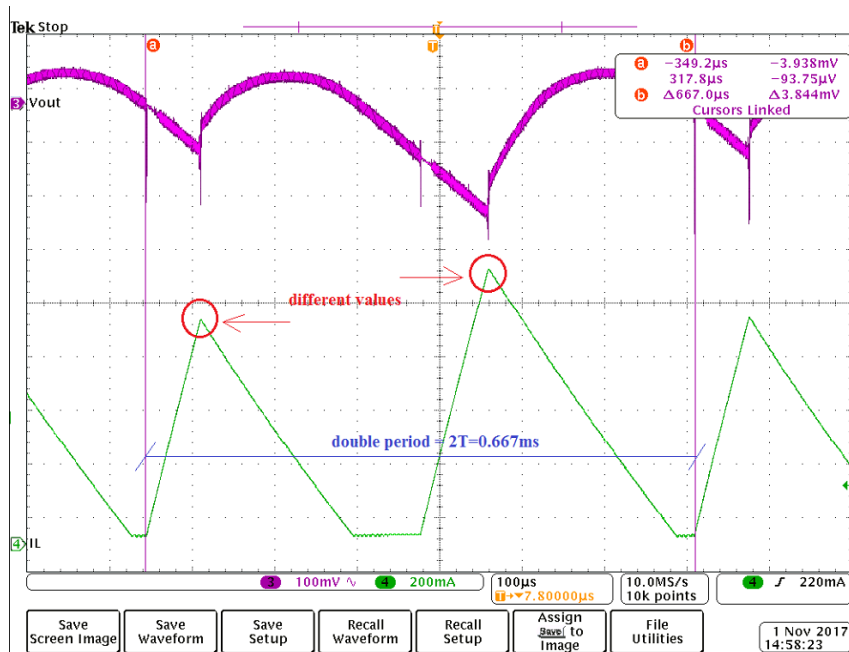


Fig.9.11. Forme de undă pentru  $k=1,17$ : tensiunea de ieșire(1) și curentul prin inductor(4). Se observă inegalitatea curentilor de vârf pentru două perioade adiacente și dublarea perioadei.  
Sursa [original].

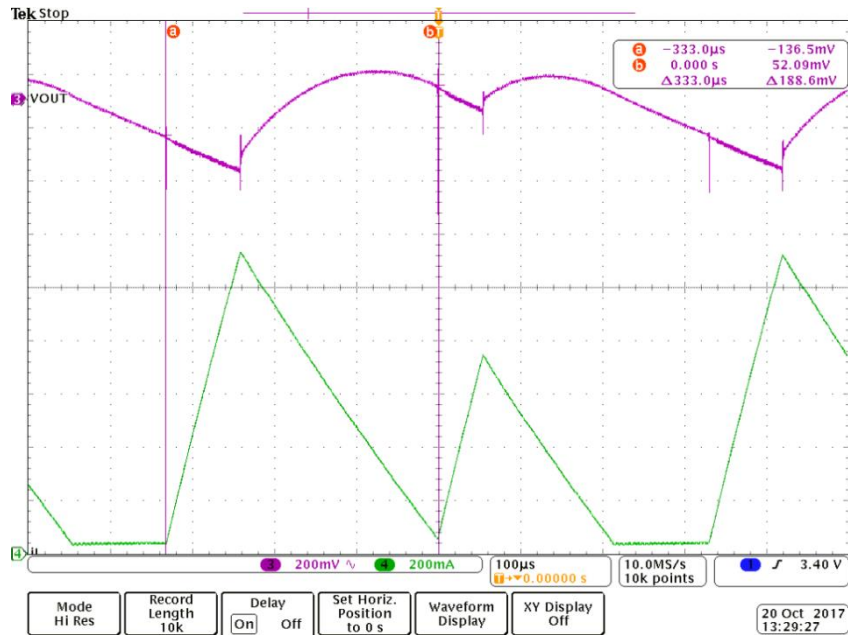


Fig.9.12. Tensiunea de ieșire și curentul prin inductanță pentru  $k=1.20$ . Bifurcația cu dublarea perioadei este evidentă, cu funcționarea la limita CCM-DICM pentru una din perioade. Sursa [original].

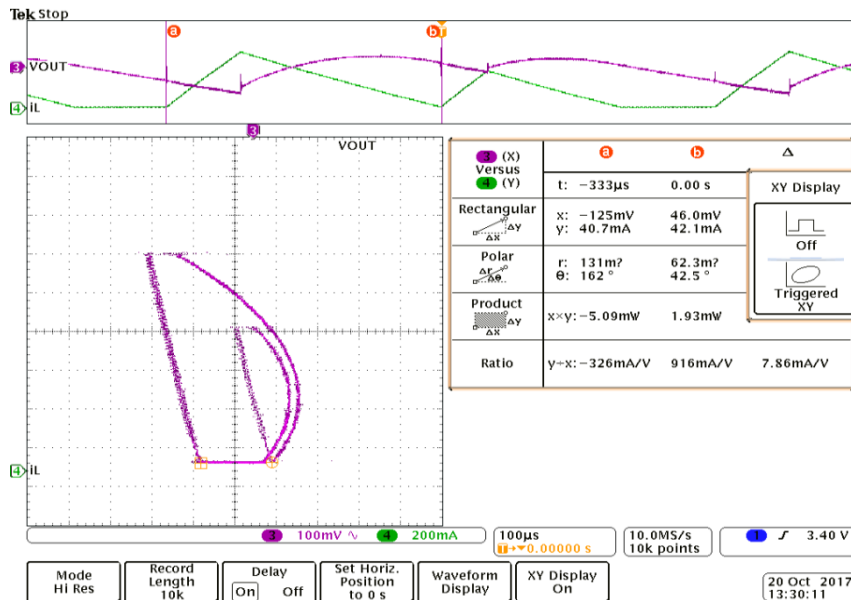
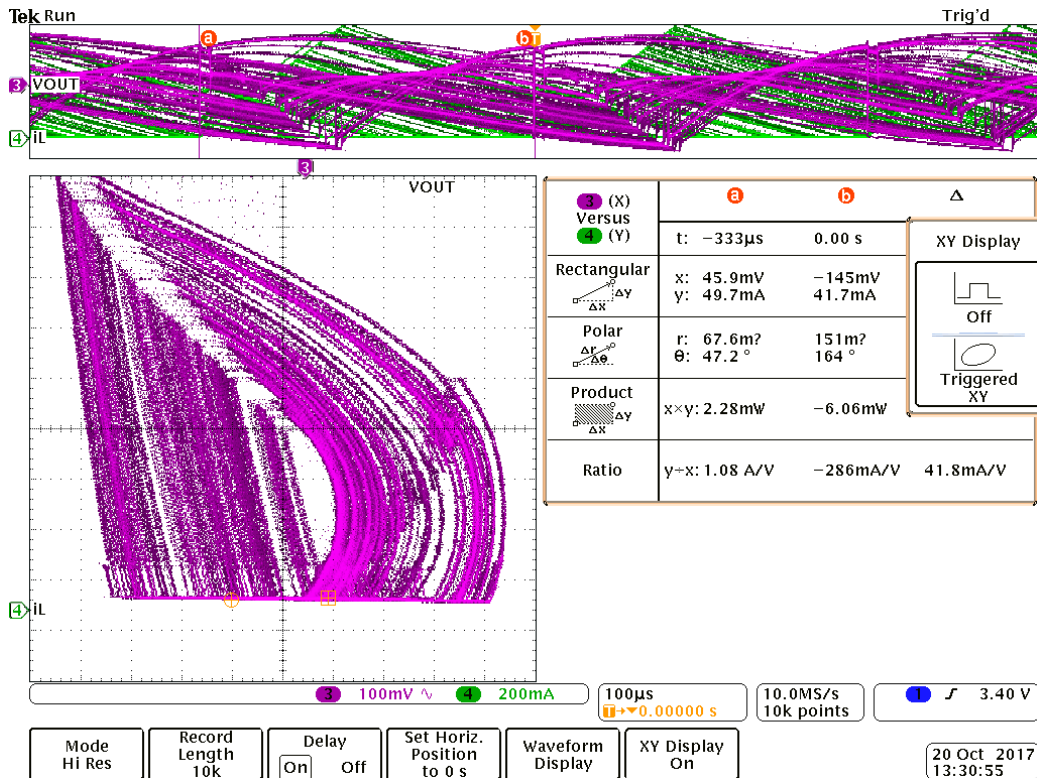


Fig.9.13. Portretul de fază pentru  $k=1.20$ , relevă dublarea perioadei. Sursa [original].

Creșterea în continuare a factorului de amplificarea diferențială determină instabilitatea accentuată a convertorului boost care intră în regim haotic. Fig.9.14. ilustrează regimul haotic instalat pentru  $k=1,5$ .

Fig.9.14. Instalarea regimului haotic pentru  $k=1.50$ . Sursa [original].

### 9.4.3. Studiul comparativ între metoda de analiză propusă de autor și tehnica propusă în [117]

În cele ce urmează se va demonstra superioritatea metodei față de cea propusă de către prof. C.K.Tse și prezentată în lucrarea [117]. Convertorul analizat este tot un convertor boost identic cu cel analizat de C.K.Tse în [117]. Parametrii convertorului boost sunt:

$$V_g = 16V; C = 222 \mu F; T_s = 333,33 \mu s; R = 12,5\Omega; L = 208 \mu H; V_{ref} = 25V;$$

Parametrul de bifurcație este tot parametrul  $k$ . Schema convertorului este ilustrată în Fig.9.15. Se observă că față de schema din Fig.9.3. apare o reacție de natură feedforward prin care se prescrie factorul de umplere  $D$  aferent punctului de funcționare dorit. În acest fel starea staționară se obține cu un regim tranzitoriu mai scurt, bucla de reacție urmând să compenseze doar variațiile din jurul stării staționare.

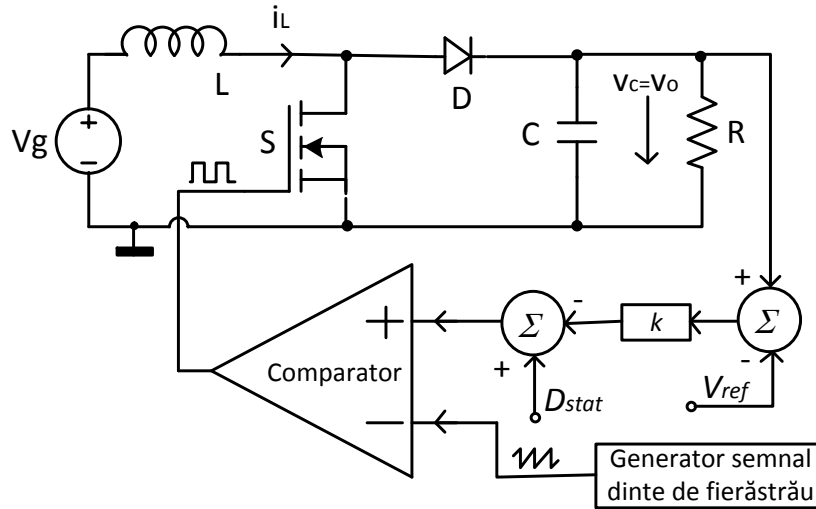


Fig.9.15. Convertorul boost DICM cu comandă de tip proporțional și factor de umplere staționar. Sursa [original]

Expresia constrângerii  $F_1$  se modifică datorită lui  $D_{stat}$  în

$$F_1(x_n, d_n, h_n, u_n, k) = D_{stat} - d_n - k [V_{exv} \cdot (\phi_1 x_n + \psi_1 V_g) - V_{ref}] \quad (9.44)$$

Derivatele funcției  $F_1$  sunt :

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right|_{PSF} = -k V_{exv} \phi_1 \quad (9.45)$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial d_n} \right|_{PSF} = -k T V_{exv} (A_{on} \phi_1 X + \phi_1 B_{on} V_g) - 1 \quad (9.46)$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial h_n} \right|_{PSF} = 0 \quad (9.47)$$

Se observă că reacția de natură anticipativă modifică numai derivata în raport cu  $d_n$  care, așa cum era de așteptat, nu mai depinde de valorile rampei.

Așa cum am văzut, în DICM funcția  $F_2$  este aceeași indiferent de modul de comandă având forma dată de (9.12) și derivatele date de (9.17), (9.18), (9.19).

Soluția de stare staționară este dată de ecuațiile (9.40) în care se modifică doar funcția  $F_1$ .

$$\begin{cases} X = \left( I - e^{\frac{(1-d_n-h_n)T_s}{RC} \phi_2 \phi_1} \right)^{-1} (\phi_2 \psi_1 + \psi_2) U \\ F_1(X, D, H, U, k) = D_{stat} - D - k [V_{exv} \cdot (\phi_1 X + \psi_1 V_g) - V_{ref}] = 0 \\ F_2(X, D, H, U, k) = V_{exi} [\phi_2 \phi_1 X + (\phi_2 \psi_1 + \psi_2) \cdot U] = 0 \end{cases} \quad (9.48)$$

Pentru eșantionarea uniformă, spre deosebire de eșantionarea naturală, relațiile de calcul se simplifică, deoarece acum comparația rampei se face cu o

componentă a vectorului de stare evaluat chiar la începutul perioadei. În acest fel funcția  $F_1$  are forma:

$$F_1(x_n, d_n, h_n, u_n, k) = D_{stat} - d_n - k[V_{exv} \cdot x_n - V_{ref}] \quad (9.49)$$

În consecință, derivatele funcției  $F_1$  la eșantionarea uniformă sunt:

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right|_{PSF} = -kV_{exv} \quad (9.50)$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial d_n} \right|_{PSF} = -1 \quad (9.51)$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial h_n} \right|_{PSF} = 0 \quad (9.52)$$

Este interesant de remarcat faptul că la eșantionarea uniformă toate derivatele funcției  $F_1$  nu depind de punctul static de funcționare. Totuși acest PSF trebuie evaluat deoarece conform (9.17), (9.18), (9.19) derivatele funcției  $F_2$  depind de PSF. Astfel PSF este dat de:

$$\begin{cases} X = \left( I - e^{\frac{(1-d_n-h_n)T_s}{RC} \Phi_2 \Phi_1} \right)^{-1} (\Phi_2 \Psi_1 + \Psi_2) U \\ F_1(X, D, H, U, k) = D_{stat} - D - k(V_{exv} \cdot X - V_{ref}) = 0 \\ F_2(X, D, H, U, k) = V_{exi} [\Phi_2 \Phi_1 X + (\Phi_2 \Psi_1 + \Psi_2) \cdot U] = 0 \end{cases} \quad (9.53)$$

Pentru ambele tipuri de eșantionare jacobianul este cel exprimat de (9.41).

Programele Matlab de analiză sunt *Anexa\_9\_3\_boost\_DCM\_TSE\_mod\_nat.m* și funcția aferentă acestuia *Anexa\_9\_4\_f\_sistem\_boost\_Tse\_mod\_nat.m* pentru eșantionare naturală și *Anexa\_9\_5\_boost\_DCM\_TSE\_mod\_unif.m* și funcția aferentă acestuia *Anexa\_9\_6\_f\_sistem\_boost\_Tse\_mod\_unif.m* pentru eșantionare uniformă.

Programul de simulare este în esență același pentru ambele tipuri de eșantionare, suplimentar în eșantionarea uniformă apărând un bloc SPL pe cale serie.

Pentru simularea în mediul Caspoc™ s-a realizat o schemă unică pentru convertorul boost cu valorile componentelor de mai sus dar pentru cele două tipuri de eșantionare. Se utilizează o singură schemă în care diferă modul de închidere a buclei de reacție: conexiunea "naturală", sau "uniformă".

Blocul "SIGNAL" generează variabila independentă  $k$  cu pași mici, în plaja de interes. Pentru a fi în concordanță cu studiul efectuat de către prof. C.K.Tse s-a folosit pentru factorul de umplere static valoarea  $D_{stat} = 0.2874$ , obținută de prof. C.K.Tse prin calculul analitic din aproximările Taylor ale matricelor de tranziție. Rezultatele simulării sunt prezentate în Fig.9.17. Graficul cu apariția și dezvoltarea bifurcației a fost expandat în zona de interes pentru a realiza o precizie superioară în detectarea începerii bifurcației. S-a mărit imaginea de pe Scope2 din Fig.9.16, care reprezintă modul de variație între tensiunea de ieșire și variabila  $k$ . Markerul sub forma unui cerc mic roșu a fost folosit pentru a evidenția valorile numerice care pot fi citite în bara de sub grafic. Această tehnică a fost folosită la toate măsurătorile efectuate pe rezultatele simulării.

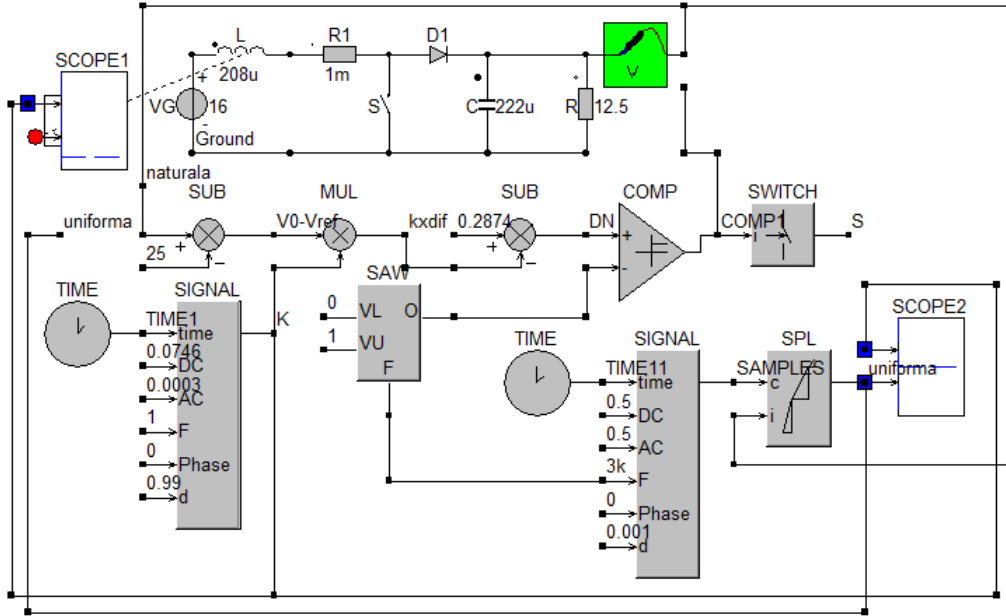


Fig.9.16. Schema de simulare în Caspoc™ a convertorului boost comandat în tensiune. Sursa [original].

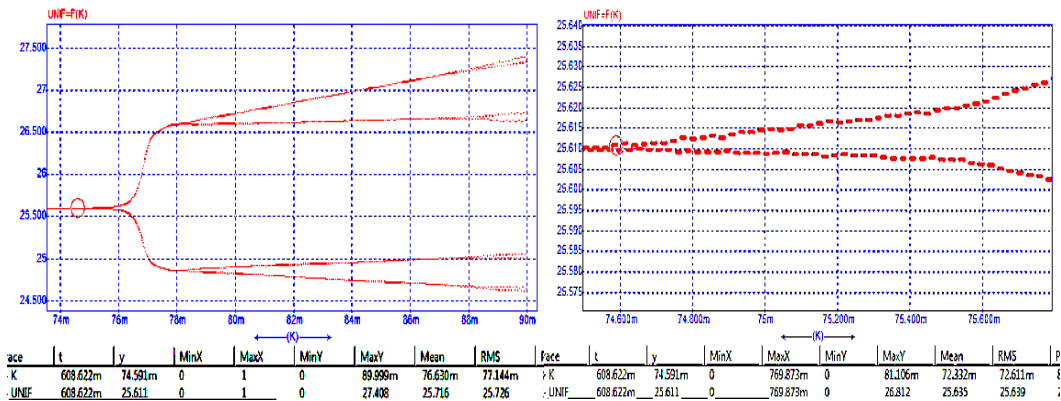


Fig.9.17. Imagine de ansamblu a bifurcației la convertorul boost cu modulație naturală-stânga și detaliu cu debutul bifurcației-dreapta. Sursa [original].

Din cele două grafice rezultă că bifurcația apare la  $k=0,074591$ . Pentru o mai bună relevare și verificare a intervalului în care apare bifurcația, în Fig.9.18 se evidențiază oscilogramele curentului prin inductanță la un interval de timp  $\Delta t = 234\mu s$  ce corespunde la două valori ale parametrului  $k$  ce diferă cu  $\Delta k = 0,074723 - 0,074489 = 0,000234$ . Valorile absolute ale lui  $k$  se citesc pe axa absciselor. Se poate observa cu ușurință că valoarea parametrului estimat anterior la care apare fenomenul de bifurcație este inclus în intervalul dintre stabilitate și instabilitate  $k = 0,074591 \in [0,074489, 0,074723]$ .



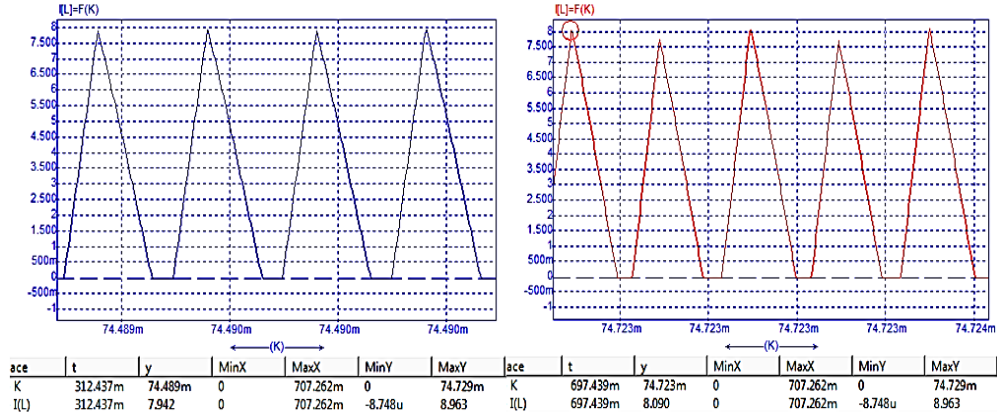


Fig.9.18. Graficele curentului în zona stabilă - stânga și instabilă cu dublarea perioadei-dreapta, la o diferență de timp  $\Delta t = 234\mu s$  sau  $\Delta k = 0,000234$ . Sursa [original].

Rezultatele comparative ale prognozei Matlab și ale simulării în Caspoc sunt sintetizate în Tabelul 9.2. pentru două valori ale lui  $D_{statr}$  0,2874 și 0. Tabelul conține și valorile altor parametri relevanți. Se observă erorile extrem de mici între prognoză și simulare.

Tabelul 9.2. Tabel comparativ al rezultatelor exacte obținute prin noua metodă matematică și valorile obținute prin simulare în Caspoc™ pentru un convertor boost cu reacție și eșantionare naturală

Eșantionare	Valoare Dstat	Parametri obținuți la bifurcație	Rezultate metoda exactă	Rezultate simulare Caspoc	Eroare [%]	Observații
Naturală	0,2874	Factorul $k_1$	0,0745	0,0746	0,13%	Erori mici
	0,0000	Factorul $k_2$	0,0675	0,0678	0,44%	Erori mici
	0,2874	Valoarea $V_{C1}$	25,616	25,611	0,02%	Erori mici
	0,0000	Valoarea $V_{C2}$	22,133	22,145	0,05%	Erori mici
	0,2874	Valoarea $D_1$	0,3118	0,3146	0,89%	Erori mici
	0,0000	Valoarea $D_2$	0,2351	0,2392	1,71%	Erori mici
	0,2874	Valoarea $H_1$	0,5013	0,5046	0,65%	Erori mici
	0,0000	Valoarea $H_2$	0,5762	0,5735	0,46%	Erori mici

În cazul eșantionării uniforme programul Matlab a prognozat că bifurcația apare pentru  $k=0,09$ . Diagrama obținută prin simulare este cea din Fig.9.19.

Din diagramă rezultă că bifurcația apare la  $k=0,090011$ , ceea ce confirmă acuratețea metodei. În Tabelul 9.3 sunt prezentate rezultatele comparative ale prognozei Matlab și ale simulării în Caspoc pentru două valori ale lui  $D_{statr}$  0,2874 și 0. Din nou se remarcă erorile extrem de mici ale metodei.

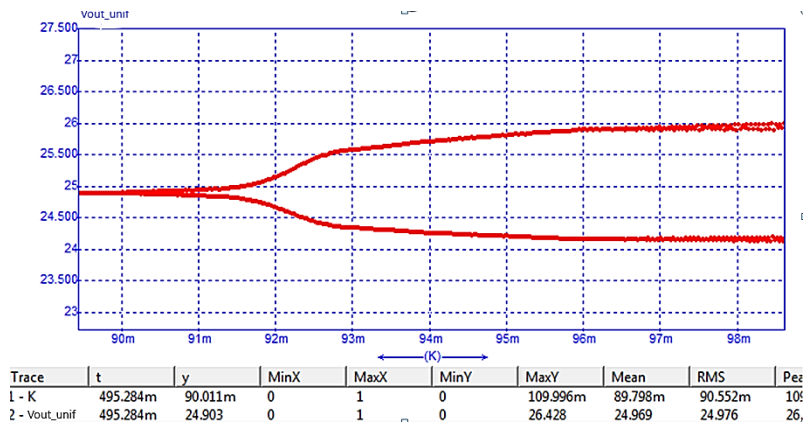


Fig.9.19. Bifurcația la convertorul boost cu eșantionare uniformă cu  $D_{stat} = 0,2874$ . Sursa [original].

Tabelul 9.3. Tabel comparativ al rezultatelor exacte obținute prin noua metodă de modelare propusă și valorile obținute prin simulare în Caspoc™ pentru un convertor boost cu reacție și eșantionare uniformă

Modulație	Valoare Dstat	Parametri obținuți la bifurcație	Rezultate metoda exactă	Rezultate simulare Caspoc	Diferențe [%]	Observații
Uniformă	0,2874	Factorul $k_1$	0,0900	0,0921	0,21%	Erori mici
	0,0000	Factorul $k_2$	0,0791	0,0789	0,25%	Erori mici
	0,2874	Valoarea $V_{c1}$	24, 903	24,898	0,02%	Erori mici
	0,0000	Valoarea $V_{c2}$	22,052	22,025	0,12%	Erori mici
	0,2874	Valoarea $D_1$	0,2965	0,3005	1,33%	Erori mici
	0,0000	Valoarea $D_2$	0,2332	0,2371	1,67%	Erori mici
	0,2874	Valoarea $H_1$	0,5127	0,5162	0,68%	Erori mici
	0,0000	Valoarea $H_2$	0,5788	0,5745	0,74%	Erori mici

În Tabelul 9.4, se prezintă o comparație între metoda propusă de autor și cea dezvoltată de prof. C.K.Tse și publicată în [117]. Trebuie precizat că prof. C.K.Tse afirmă că diferențele între modulația naturală și cea uniformă sunt nesemnificative din punct de vedere al parametrului de bifurcație.

Tabelul 9.4. Tabel comparativ al rezultatelor exacte obținute prin noua metodă matematică și valorile approximate de către prof. C.K.Tse pentru un convertor boost cu reacție și eșantionare naturală și uniformă

Modulație Dstat=0,2874	Parametrul determinat	Rezultate metoda exactă	Rezultate approximate modulație uniformă(simulare), naturală(experimental) prof. Tse	Erori între metoda exactă și cea aproximată a profesorului TSE
Naturală	k	0,0745	0,0800	6,87%
	D	0,3118	0,2874	3,97%
Uniformă	k	0,0900	0,0800	11,11%
	D	0,2965	0,2874	3,07%

Tabelul 9.4. relevă însă erori ce nu pot fi neglijate, mai mari în cazul eşantionării uniforme, de 6,87%, respectiv 11,11%. În ceea ce priveşte afirmaţia că erorile între cele două tipuri de eşantionare sunt ne semnificative, aceasta este inconsistentă deoarece aceasta este în jur de 20,8%. Acest fapt este oarecum firesc din moment ce sunt fenomene descrise de ecuaţii diferite.

Ceea ce trebuie însă remarcat este meritul prof. C.K.Tse care a fost primul ce a relevat faptul că în studiul stabilităţii în partea de putere nu valorile absolute ale componentelor contează ci rapoartele adimensionale  $RT_S/L$  şi  $T_S/RC$ . S-au construit, spre exemplu, convertoare boost cu alte valori de componente dar păstrând aceleaşi rapoarte  $RT_S/L$  şi  $T_S/RC$  şi s-a constatat că bifurcaţia apare la aceeaşi valoare a amplificării.

### 9.5. Convertorul boost în modul DICM cu eşantionare naturală, având tensiunea de alimentare ca parametru de bifurcaţie

În practică, tensiunea de alimentare şi rezistenţa de sarcină pot afecta stabilitatea şi comportarea bifurcaţiei unui convertor DC-DC. Din acest motiv şi pentru a dovedi în plus validitatea metodei propuse, s-a efectuat o analiză a aceluiaşi convertor din paragraful 9.4.2. în situaţia în care parametru de bifurcaţie este tensiunea de intrare  $V_g$ . Valoarea amplificării diferenţiale  $k$  este acum menţinută constantă şi egală cu 1, iar celelalte componente ale convertorului boost au rămas identice cu cele din paragraful 9.4.2.

Programul dezvoltat se află în: *Anexa\_9\_7\_boost\_DCM\_real\_Vg\_pbif.m* şi funcţia aferentă este *Anexa\_9\_8\_functie\_boost\_DCM\_Vg\_pbif.m*.

În Tabelul 9.5, este prezentată evoluţia multiplicatorilor caracteristici obţinuţi pentru valori ale tensiunii de alimentare dintr-o plajă relativ îngustă care conţine pragul de bifurcaţie, cu limita inferioară la 16,60V, iar cea superioară la 17,60V. Se observă că atunci când  $V_g = 17,0578V$ , are loc bifurcaţia. Deoarece un singur multiplicator caracteristic cu valoarea reală -1 părăseşte cercul unitate, bifurcaţia este de tip cu dublare de perioadă.

Tabelul 9.5. Evoluţia valorilor proprii obţinute prin noua metodă de modelare propusă diagnosticare a stabilităţii convertoarelor DICM, la modificarea tensiunii de alimentare.

Tensiunea $V_g$	Valoare proprie 1	Valoare proprie 2	Observaţii
16,6000	-0,8766	0,0000	stabil
16,8000	-0,9374	0,0000	stabil
17,0000	-0,9948	0,0000	stabil
<b>17,0578</b>	<b>-1,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>Bifurcaţie</b>
17,2000	-1,0695	0,0000	Bifurcaţie
17,4000	-1,1415	0,0000	Bifurcaţie
17,6000	-1,2182	0,0000	Bifurcaţie

Comportamentul convertorului, a fost verificat apoi prin simularea în mediul Caspoc™ în vederea validării prognozei Matlab. În Fig.9.20. este prezentată diagrama de bifurcaţie, unde se evidenţiază valoarea de 17,045V, marcată cu cercul roşu pe grafic ca prag de bifurcaţie. Această valoare este în concordanţă cu cea determinată

teoretic de 17,0578V pentru care programul Matlab prognozează începutul bifurcației. Eroarea relativă calculată între metoda analitică și simulare este de 0,07%.

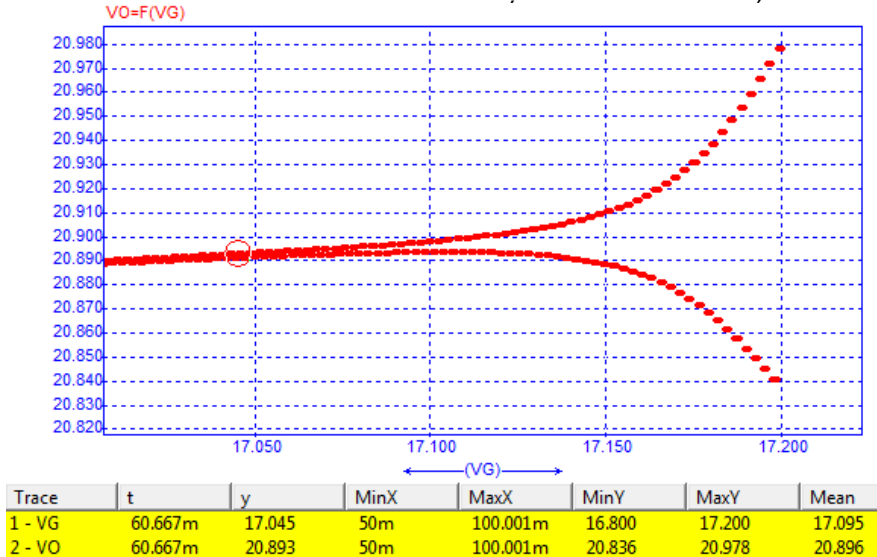


Fig.9.20. Diagrama de bifurcație la modificarea alimentării. Se observă că bifurcația se dezvoltă pentru  $V_g > 17,045V$ . Sursa [original].

În cele din urmă, fenomenele au fost confirmate experimental. Se utilizează montajul din Fig.9.8. În Fig.9.21 principalele forme de undă și portretul de fază sunt prezentate pentru situația unei tensiuni de intrare de 16,5V. Se observă că aceasta corespunde unei funcționări stabile.

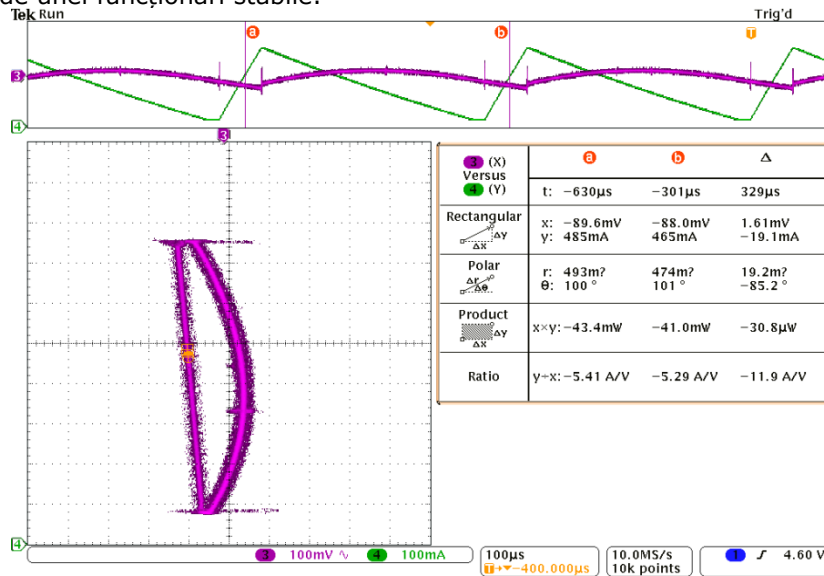


Fig.9.21. Portretul de fază pentru  $V_g=16,5V$  confirmă funcționarea stabilă. Sursa [original].

În Fig.9.22 este prezentat același portret de fază dar pentru o tensiune de intrare de 17,2V, mai mare decât pragul de bifurcație. Chiar și cu această valoare superioară eroarea dintre experiment și simulare sau prognoza analitică nu depășește 0,82%. Fenomenul dublării perioadei este evident. Creșterea suplimentară a tensiunii de intrare la 17,8V va conduce sistemul în haos, așa cum ilustrează formele de undă din Fig.9.23.

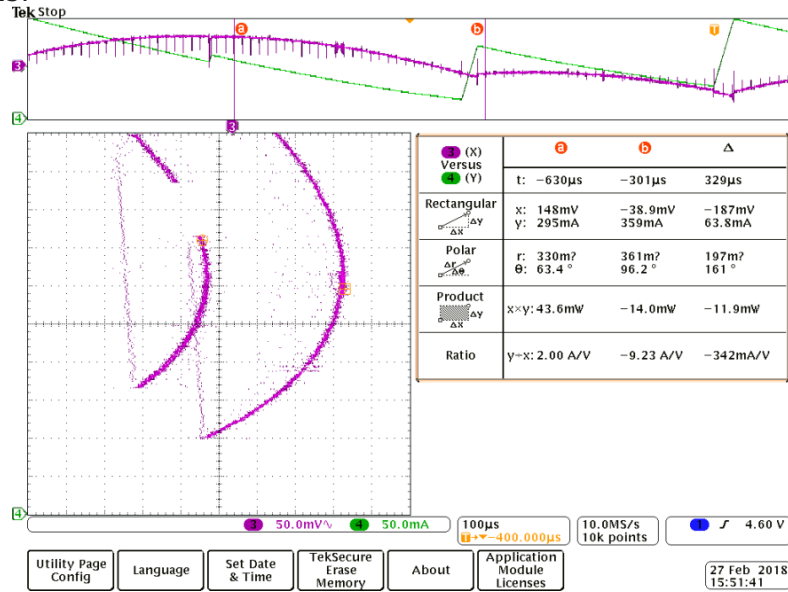


Fig.9.22. Portretul de fază pentru  $V_g=17,2V$  confirmă dublarea perioadei. Sursa [original].

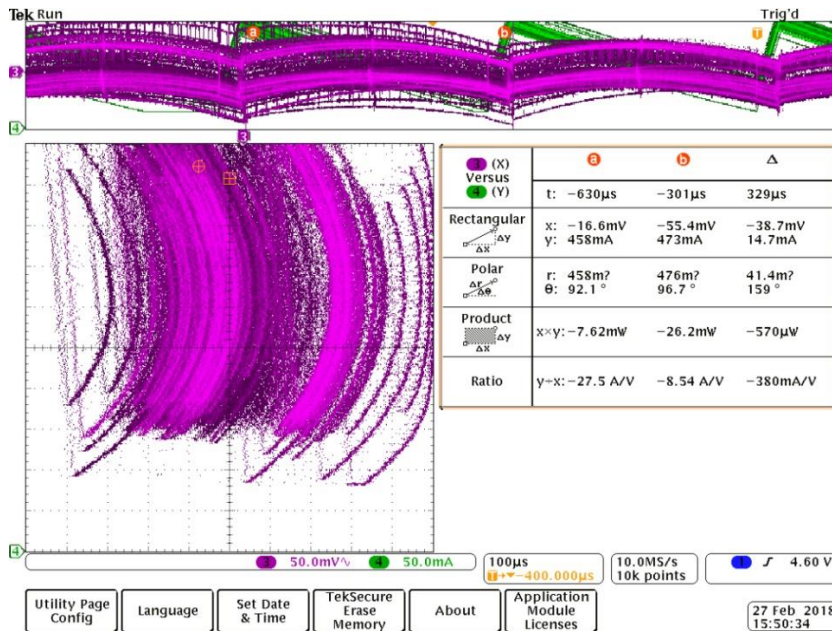


Fig.9.23. Portretul de fază pentru  $V_g=17,8V$  confirmă instalarea haosului. Sursa [original].

### 9.6. Convertor buck în modul DICM cu comandă în tensiune și eşantionare naturală și uniformă având amplificarea ca parametru de bifurcație

Acest paragraf a fost introdus pentru a arăta că în cadrul aceluiași tip de comandă comportamentul este influențat de natura convertorului. În cazul convertorului buck ce va fi analizat se demonstrează că rezultatele eşantionării uniforme nu pot fi extinse la eşantionarea naturală, așa cum afirmă prof. C.K.Tse. În plus, se subliniază că în cazul eşantionării naturale convertorul buck este stabil practic pentru orice valoare a amplificării.

Parametrii convertorului buck sunt identici cu cei din [116] și anume :

$$V_g = 33V; C = 222 \mu F; T_s = 333,33 \mu s; R = 12,5 \Omega; L = 208 \mu H; V_{ref} = 25V;$$

Ca și în cazul convertorului boost, se utilizează o reacție de tip feed-forward cu  $D_{stat} = 0,4717$ . Pentru  $x_n = [i_{Ln} \ v_{Cn}]^T$  matricele de stare pentru cele trei stări topologice, atât la eşantionarea naturală cât și la cea uniformă sunt:

$$A_{on} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; \quad A_{off} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; \quad B_{on} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad B_{off} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9.54)$$

Relațiile utilizate sunt cele generale, deduse în paragraful 9.1. Programele Matlab dezvoltate sunt: *Anexa\_9\_9\_BuckDCM\_es\_uniforma.m* și funcția aferentă *Anexa\_9\_10\_f\_sistem\_buck\_dcm\_es\_unif.m* pentru eşantionarea uniformă, respectiv *Anexa\_9\_11\_BuckDCM\_es\_naturala.m* având corespunzătoare funcția aferentă *Anexa\_9\_12\_f\_sistem\_buck\_dcm\_es\_nat.m* pentru eşantionarea naturală.

Pentru eşantionare uniformă, în Tabelul 9.6 se prezintă evoluția multiplicatorilor caracteristici la creșterea amplificării. Se observă că doar o valoare proprie părăsește cercul unitate fiind reală în timp ce cealaltă rămâne în cerc, ceea ce este tipic unei bifurcații cu dublarea perioadei.

Tabelul 9.6. Evoluția valorilor proprii în eşantionare uniformă la modificarea amplificării

Amplificare $k$	Valoare proprie 1	Valoare proprie 2	Observații
0,110000	-0,756928	0,000000	stabil
0,120000	-0,869108	0,000000	stabil
0,130000	-0,981228	0,000000	stabil
<b>0,131674</b>	<b>-1,000000</b>	<b>0,000000</b>	<b>Bifurcație</b>
0,140000	-1,093298	0,000000	Bifurcație
0,150000	-1,205324	0,000000	Bifurcație
0,160000	-1,317315	0,000000	Bifurcație

Validarea prognozei analitice s-a făcut prin simularea circuitului. Schema de simulare este cea din Fig.9.24.

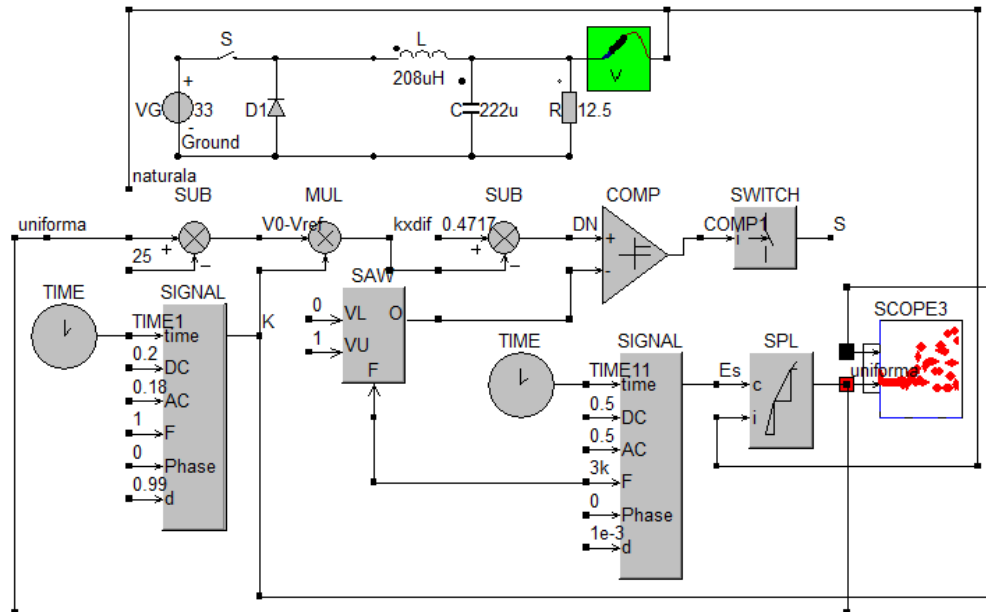


Fig.9.24. Schema de simulare în Caspoc™ a convertorului buck comandat în tensiune pentru modulație uniformă. Sursa [original].

Diagrama de bifurcație obținută prin simulare este prezentată în Fig.9.25. confirmându-se calitativ bifurcația cu dublarea perioadei. Fig.9.26 conține un detaliu mărit al zonei în care apare bifurcația, zonă corespunzătoare markerului de tip cerc mic roșu din Fig.9.25.

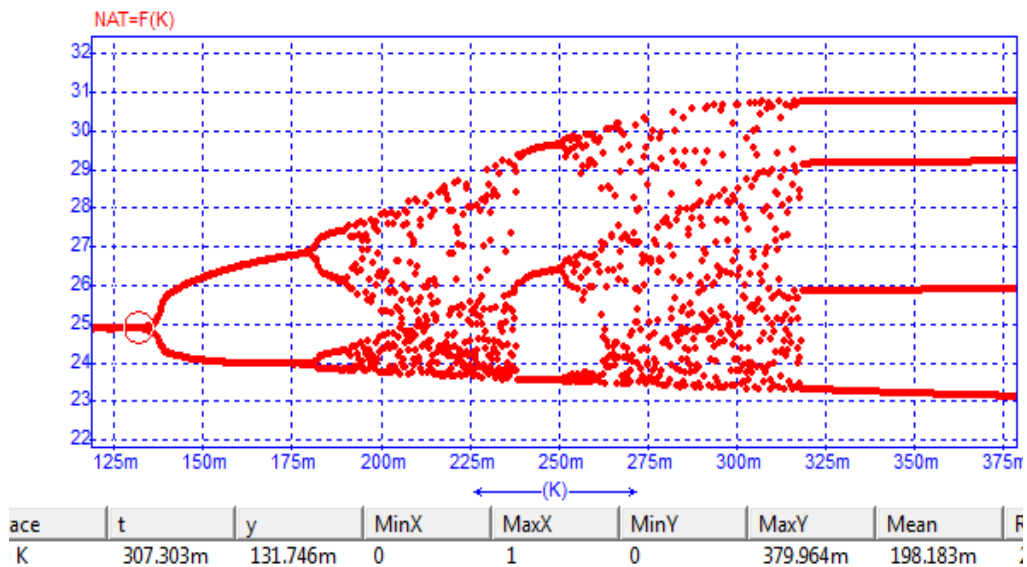


Fig.9.25. Bifurcația convertorului buck comandat în tensiune cu modulație uniformă. Sursa [original].

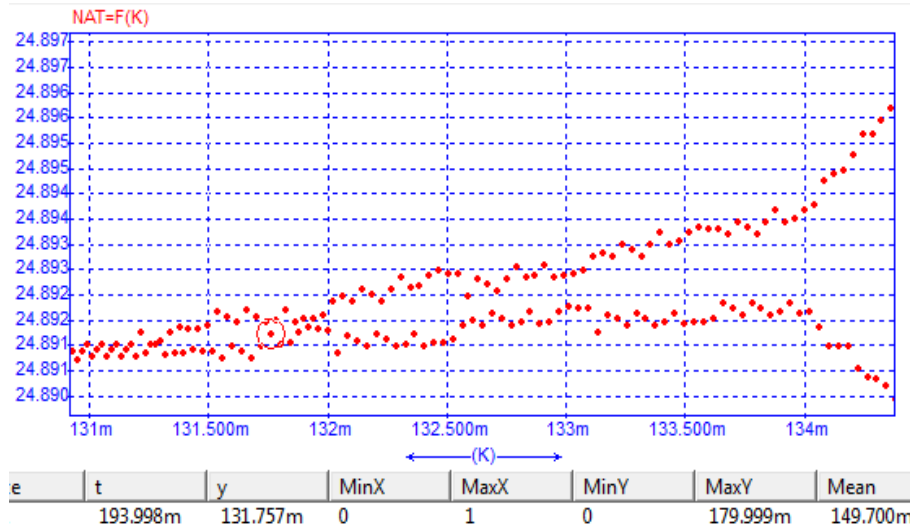


Fig.9.26. Începutul bifurcației. Detaliu cu separarea celor două ramuri ale graficului.  
Sursa [original].

Se remarcă faptul că bifurcația apare pentru  $k=0,131757$  față de valoarea  $k=0,131674$ , adică cu o eroare extrem de mică, de  $0,04\%$ . În Tabelul 9.7 este sintetizată comparația între metoda propusă de autor și rezultatele obținute cu metoda prof. C.K.Tse pentru același convertor.

Tabelul 9.7. Rezultatele exacte obținute prin noua metodă matematică propusă de autor comparate cu valorile aproximative ale profesorului K.C.Tse pentru un convertor buck cu reacție și modulație uniformă cu  $D_{stat} = 0,4717$

Parametrul calculat/măsurat	Rezultate metoda propusă de autor	Rezultate simulare Caspoc	Erori între metoda propusă și simulare [%]	Rezultate profesorul Tse	Erori între metoda profesorului TSE și simulare [%]
k	<b>0,131675</b>	<b>0,131757</b>	<b>0,04%</b>	<b>0,1189</b>	<b>9,71%</b>
D	0,4863	0,4840	0,47%	0,4717	3,97%
H	0,1505	0,1520	0,98%	Fără referință	-
Vc	24,892	24,891	0,01%	Fără referință	-

Se observă că în cazul noii metode propuse eroarea scade de la  $9,71\%$  la  $0,04\%$ .

Studiul a fost reluat pentru eșantionare *naturală*. În mod surprinzător, în calculul analitic Matlab stabilitatea s-a păstrat și la factori de amplificare foarte mari, autorul ajungând la valoarea  $20000$  fără să apară instabilitate. Locul geometric al multiplicatorilor caracteristici este prezentat în Fig.9.27. Se remarcă că un multiplicator caracteristic rămâne în origine iar celălalt se deplasează spre valori reale negative, având ca limită o valoare în jur de  $-0,75$ . Având în vedere acest comportament s-a verificat prin simulare funcționarea convertorului în aceste condiții confirmându-se menținerea stabilității pe întreaga plajă a factorului  $k$  până la valori de  $20.000$ .



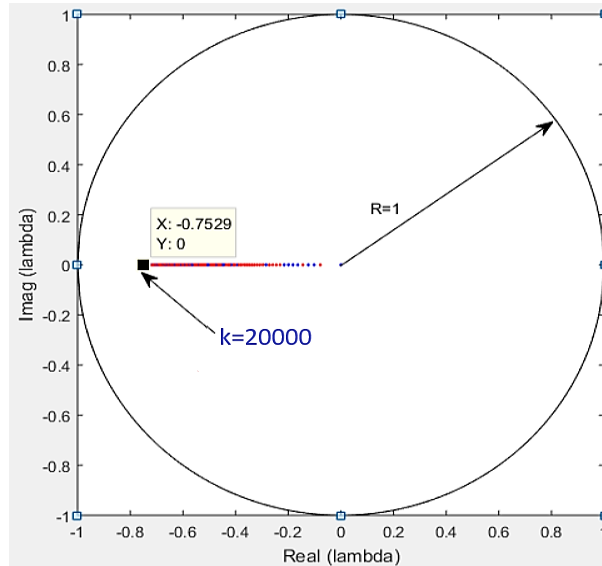


Fig.9.27. Locul geometric al multiplicatorilor caracteristici la modificarea factorului  $k$  pentru convertorul buck cu modulație naturală. Sursa [original].

Rezultatul obținut este total diferit de ceea ce prof. C.K.Tse afirmă în [116] și anume că între eșantionarea naturală și cea uniformă există diferențe mici. Bazat pe această afirmație prof.C.K.Tse nu mai analizează eșantionarea uniformă, furnizând pentru aceasta numai relațiile analitice, dar fără a continua investigația. Așa cum reiese din cele de mai sus, autorul tezei demonstrează exact contrariul, evidențiind comportamentul necondiționat stabil al convertorului buck DICM la eșantionarea naturală.

Din punct de vedere calitativ putem privi aceste diferențe și ca o consecință a faptului că la condiții inițiale diferite un sistem poate conduce la comportamente total diferite. În acest sens orice trunchieri sau aproximări pot erona analiza, care este de fapt și explicația diferențelor relevate mai sus. Altfel spus, ignorarea "efectului fluturului" descoperit de pionierul haosului, meteorologul Eduard Lorenz în 1961, poate avea consecințe extrem de spectaculoase!

## 9.7. Convertor buck în modul DICM comandat prin curentul de vârf

Scopul acestui ultim paragraf este de a sublinia generalitatea și flexibilitatea metodei propuse în raport cu topologia și tehnica de comandă adoptată. În acest sens se studiază un convertor buck DICM comandă în curent, alegerea fiind făcută și datorită faptului că instabilitatea în acest caz este de tip *coliziune de graniță*.

Schema convertorului buck DICM comandat în curent [65] se regăsește în Fig.9.28.

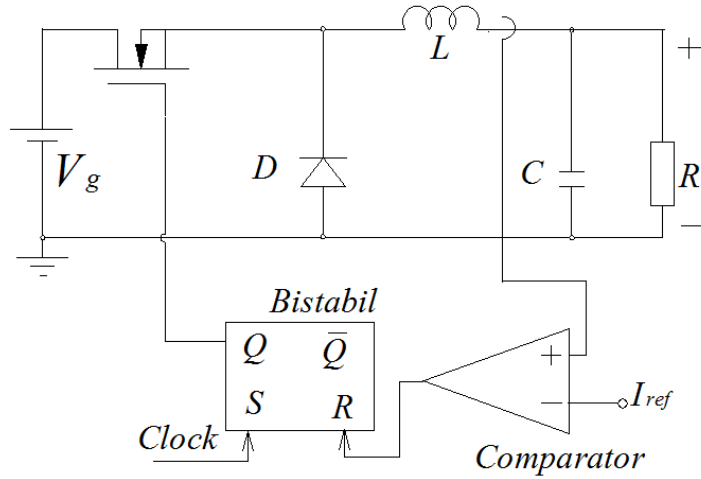


Fig.9.28. Schema convertorului buck comandat în curent. Sursa [65]

Toate notațiile, definițiile, ecuațiile și funcțiile aferente rămân aceleași cu cele prezentate în acest capitol pentru convertorul buck, cu excepția funcției  $F_1$  care este legată de comandă. S-au definit în prezentul subcapitol vectorul de stare  $x = [i_L \ v_C]^t$  iar vectorul de intrare  $U = [V_g \ I_{ref}]^t$ .

În corespondență directă cu Fig.9.1 și forma finală a vectorului de stare din relația (9.6) se determină valoarea vectorului variabilelor de stare la momentul  $nT_s + d_nT_s$  atunci când curentul prin bobină atinge valoarea curentului de referință, practic se atinge curentul de vârf din cadrul unei perioade de comutație și coincide cu momentul în care tranzistorul intră în blocare. Acest control al convertoarelor mai este cunoscut ca și controlul prin curentul de vârf. Este logică denumirea având în vedere că valoarea de vârf a curentului prin inductanță este limitată la valoarea curentului de referință. Prin urmare se poate scrie egalitatea curenților la momentul  $nT_s + d_nT_s$ . Scriind că la momentul  $nT_s + d_nT_s$  curentul prin bobină egalează curentul de referință funcția  $F_1$  rezultă imediat:

$$F_1(x_n, u_n, d_n, h_n) = V_{exi}(\phi_1 x_n + \psi_1 V_g) - I_{ref} \quad (9.55)$$

Cele 3 derivate parțiale ale funcției  $F_1$  sunt:

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \right|_{PSF} = V_{exi} \phi_1 \quad (9.56)$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial d_n} \right|_{PSF} = T V_{exi} \phi_1 (A_{on} X + B_{on} V_g) \quad (9.57)$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial h_n} \right|_{PSF} = 0 \quad (9.58)$$

care înlocuite în expresia (9.13) a jacobianului conduc la:

$$J_g(x) = \frac{\partial g}{\partial x_n} \Big|_{PSF} - \frac{\partial g}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \cdot \left( \frac{\partial F_1}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \frac{\partial F_2}{\partial h_n} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \left( \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \Big|_{PSF} \frac{\partial F_2}{\partial h_n} \Big|_{PSF} \right) - \frac{\partial g}{\partial h_n} \Big|_{PSF} \left( \frac{\partial F_1}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \frac{\partial F_2}{\partial h_n} \Big|_{PSF} \right)^{-1} \left( \frac{\partial F_1}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \Big|_{PSF} - \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \Big|_{PSF} \frac{\partial F_2}{\partial d_n} \Big|_{PSF} \right) \quad (9.59)$$

Parametrii convertorului buck DICM studiat sunt:

$$V_g = 16V; C = 100 \mu F; T_s = 200 \mu s; R = 50 \Omega; L = 1mH;$$

Parametrul de bifurcație a fost ales curentul de referință. Prin rularea programului Matlab *Anexa\_9\_13\_buck\_dcm\_curent.m* și funcția apelată *Anexa\_9\_14\_f\_sistem\_buck\_dcm\_curent.m* s-a obținut evoluția multiplicatorilor conform cu Tabelul 9.8. Se observă că un multiplicator caracteristic părăsește cercul unitar cu discontinuitate, fără a atinge cercul, în timp ce celălalt rămâne în origine. În Fig.9.29. se prezintă un detaliu al locului geometric în apropierea cercului, care evidențiază mai bine saltul multiplicatorului. Acest comportament indică un scenariu de tip *coliziune de graniță*. Valoarea prognozată pentru curentul de referință la care apare fenomenul este  $I_{ref}=0,5490A$ .

Tabelul 9.8. Evoluția valorilor proprii la convertorul buck la modificarea curentului  $I_{ref}$

Curentul $I_{ref}$	Valoare proprie 1	Valoare proprie 2	Observații
0,5000	0,9590	0,000000	stabil
0,5200	0,9650	0,000000	stabil
0,5400	0,9752	0,000000	stabil
0,5489	0,9860	0,000000	stabil
<b>0,5490</b>	<b>1,0171</b>	<b>0,000000</b>	<b>Bifurcație</b>
0,5500	1,0432	0,000000	Bifurcație
0,6000	1,0001	0,000000	Bifurcație

Este interesant de remarcat faptul că după ce multiplicatorul caracteristic sare în afara cercului, pe măsură ce curentul de referință continuă să crească aceasta se apropie din exterior tot mai mult de cercul unitar, fără însă a reintra în cerc! Mai mult, s-a verificat că la valoarea  $I_{ref}=1,1295A$  convertorul intră în funcționare CCM.

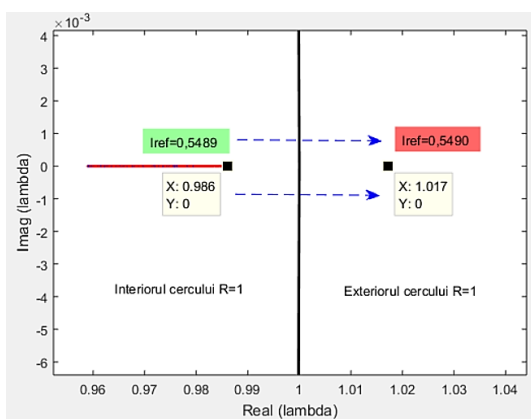


Fig.9.29. Detaliu al locului geometric al multiplicatorilor caracteristici la apariția coliziunii de graniță. Sursa [original].

Acest aspect este confirmat și de simularea convertorului după schema din Fig.9.30.

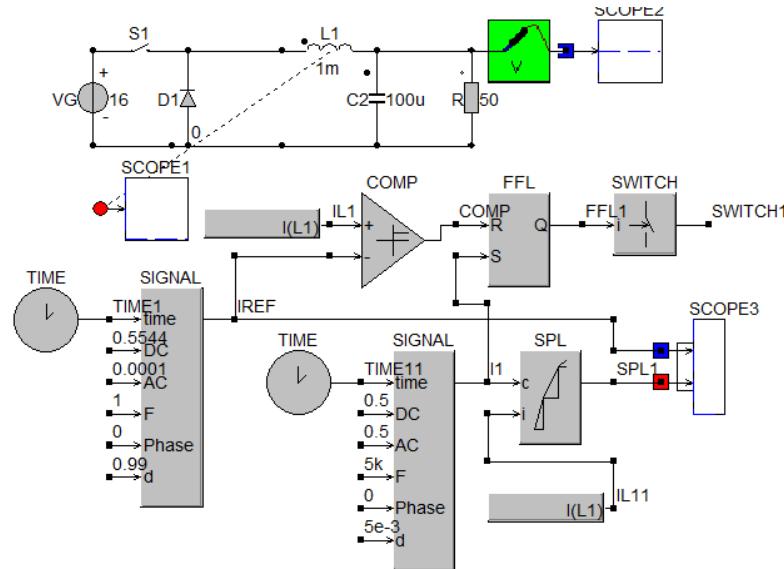
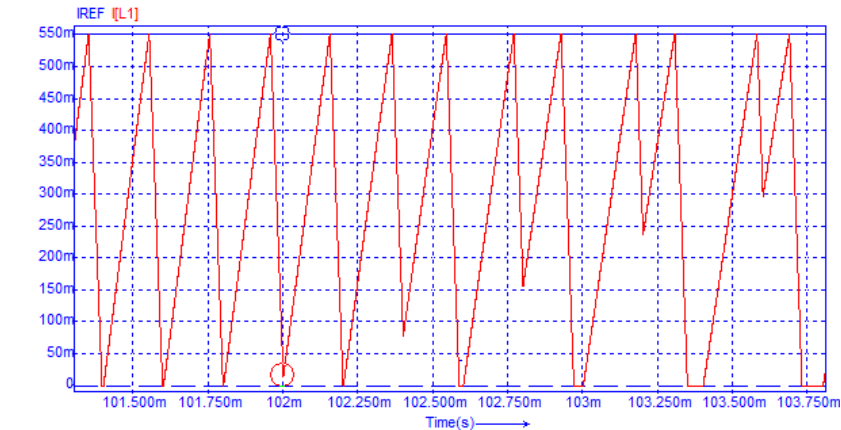


Fig.9.30. Schema de simulare în Caspoc™ a convertorului buck comandat în curent.  
Sursa [original].

Este interesant de comentat forma de undă a curentului prin bobină la momentul apariției instabilității, redată de Fig.9.31. Se observă trecerea foarte rapidă din modul DICM în CCM, la limită în decurs de două perioade de lucru, ca apoi imediat după încă două perioade să apară dublarea perioadei și intrarea din nou în funcționarea DICM dar, de această dată, cu menținerea dublării perioadei.



ace	t	y	MinX	MaxX	MinY	MaxY	Mean	RMS
IREF	102.001m	554.560m	0	117.611m	0	554.562m	554.556m	554.
I(L1)	102.001m	17.812m	0	117.611m	-12.975u	554.560m	222.765m	289.

Fig.9.31. Formele de undă ale curentului la granița dintre stabilitate și instabilitate la  $i_{ref} = 0,5545A$ . Sursa [original].

În Fig.9.32 care prezintă diagrama de bifurcație se poate sesiza bifurcația tensiunii de ieșire după apariția momentului instabilității. După încetarea fenomenului descris anterior, de pendulare între CCM și DICM, se instalează dublarea de perioadă, dar spre deosebire de alura altor bifurcații similare aceasta rămâne cu ramurile paralele, dintre care una pe zero deci cu funcționare DICM în perioadele respective, convertorul intrând în zona de dublare a perioadei iar forma de undă a curentului, după cum s-a văzut, demonstrează dublarea perioadei dar și instalarea unui regim DICM.

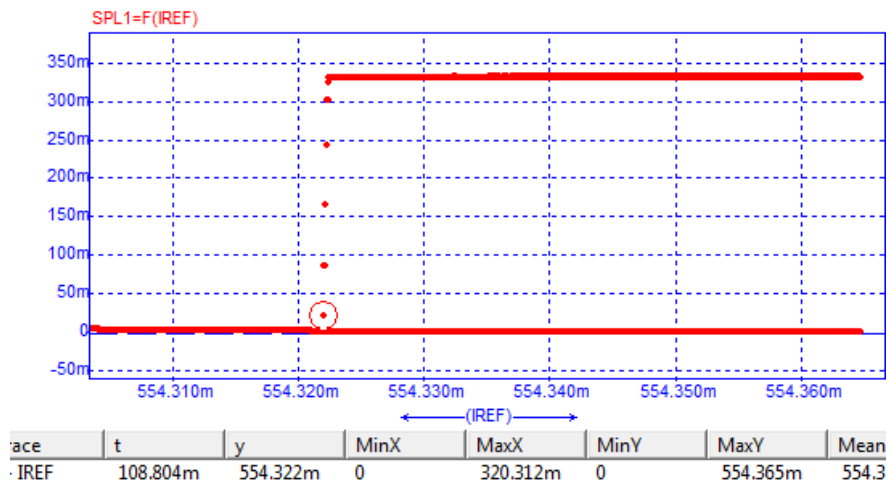


Fig.9.32. Diagrama de bifurcație a curentului inductiv cu apariția coliziunii la  $i_{ref} = 0,5543A$ . Sursa [original].

Diagrama de bifurcație simulată arată că coliziunea de graniță apare la  $I_{ref}=0,5545A$ . Rezultă că eroarea absolută dintre prognoza analitică și simulare este  $\Delta i_{ref} = 0,5545 - 0,5489 = 0,0056$ , ce corespunde unei erori relative:  $\varepsilon_{i_{ref}} \% = 1,01\%$ .

## 9.8. Concluzii și contribuții personale

În acest ultim capitol autorul a dezvoltat o metodă de analiză exactă a modului DICM pentru convertoare ce utilizează comenzi proporționale sau comandă în curent. Bazat pe tehnica de analiză și algoritmul general prezentat în Capitolul 5, este dezvoltat un model în spațiul stărilor pe baza căruia se identifică forma analitică a celor două constrângeri: cea dată de factorul de umplere și cea rezultată din anularea curentului inductiv. Este furnizată forma generală a jacobianului, alături de expresiile derivatelor parțiale implicate în calculul său.

Tipic modului DICM este faptul că matricea  $A_3$  aferentă celei de-a treia stări topologice este singulară, ceea ce complică calculul vectorului de stare staționară și mărește nepermis timpul de calcul dacă se apelează la formula integrală pentru matricea  $\psi_3$ . Este propusă o metodă pentru obținerea relației de recurență și a soluției de stare staționară ce nu depinde de matricele  $\phi_3$  și  $\psi_3$ . Indiferent de abordare însă soluția de stare staționară reclamă rezolvarea unei ecuații transcendente.

Este propusă o organigramă generală de calcul a parametrului de bifurcație și pe baza acesteia și a relațiilor matematice elaborate au fost studiate următoarele situații:

- Eșantionare naturală, comandă în tensiune și controller proportional, parametrul de bifurcație fiind amplificarea  $k$  ;
- Eșantionare uniformă comandă în tensiune și controller proportional, parametrul de bifurcație fiind amplificarea  $k$  ;
- Eșantionare naturală comandă în tensiune și controller proportional, parametrul de bifurcație fiind tensiunea de alimentare;
- Eșantionare naturală și comandă în curent, parametrul de bifurcație fiind curentul de referință.

În fiecare caz s-a efectuat o prognoză teoretică prin implementarea în Matlab a organigramei generale propuse și apoi validarea prognozei prin simulare și/sau experiment. Au fost infirmate astfel o serie de aserțiuni din literatură. Pentru fiecare situație analizată a fost prognozat și modul, tipul de bifurcație prin care apare instabilitatea. Rezultatele de detaliu se regăsesc în **contribuțiile personale** de mai jos:

- Dezvoltarea unui model exact pentru analiza modului DICM, furnizarea relațiilor generale de constrângeri, a formulei jacobianului și a derivatelor parțiale. S-a arătat că dintre cele 9 derivate parțiale 6 sunt aceleași indiferent de modul de comandă și numai 3 se particularizează în funcție de natura comenzii;
- Rezolvarea problemelor induse de singularitatea matricei  $A_3$  și obținerea relației de recurență și a soluției de stare staționară într-o formă închisă ce nu depinde de  $\varphi_3$  și  $\psi_3$ . În acest mod autorul a reușit reducerea timpului de calcul în Matlab de peste 10 ori;
- Studiul unui convertor boost DICM cu comandă în tensiune de tip proporțional și eșantionare naturală în care ca parametru de bifurcație a fost aleasă amplificarea  $k$ . Autorul a dezvoltat un program Matlab ce implementează tehnica de analiză propusă prin care s-a prognozat un scenariu de instabilitate cu bifurcație prin dublare de perioadă. Autorul a validat apoi prin simulare Caspoc acuratețea metodei, eroarea obținută fiind excelentă, de 0,0092%. În final s-a procedat la verificarea experimentală care a confirmat justetea metodei propuse, precizia fiind de sub 1%;
- Analiza aceluiași convertor cu eșantionare uniformă relevându-se faptul că, față de eșantionarea naturală, bifurcația se produce la valori semnificativ diferite ale parametrului de bifurcație. Validările în acest sens au fost efectuate prin simulare. Este infirmată astfel afirmația prof. Tse că între cele două tipuri de modulație erorile sunt nesemnificative;
- Analiza unui convertor boost DICM cu eșantionare uniformă și comandă proporțională în care parametrul de bifurcație a fost tensiunea de alimentare. Programul Matlab dezvoltat pe baza considerațiilor teoretice elaborate a prognozat apariția bifurcației cu dublare de perioadă, fapt validat prin

simularea sistemului cu o precizie de  $0,07\%$ , precum și prin cel de-al doilea experiment cu o eroare relativă mai mică de  $0,82\%$ .

- Analiza unui convertor buck DICM cu comandă în tensiune, eșantionare naturală și uniformă având amplificarea ca parametru de bifurcație. Deși analiza este una similară cu cea de la convertorul boost, infirmându-se din nou afirmația prof. Tse că între cele două tipuri de eșantionare există diferențe mici, a fost relevat faptul surprinzător că în cazul eșantionării naturale există stabilitate necondiționată, autorul ajungând la amplificări de peste  $20.000,00$  cu menținerea stabilității. Faptul prognozat prin programele Matlab dezvoltate a fost confirmat prin simulările efectuate;
- Analiza unui convertor buck DICM comandat prin curentul de vârf. Acest exemplu subliniază generalitatea și flexibilitatea metodei, scoțând în evidență faptul că în acest caz instabilitatea apare prin coliziune de graniță. Aceasta a fost prognozată prin implementarea în Matlab a metodei de analiză și confirmată prin simulare cu o eroare de  $1\%$ .
- Deși în această lucrare analiza exactă a modului DICM s-a făcut pentru convertoare de ordinul doi, ea a fost verificată de către autor și pentru convertoarele de ordin patru Zeta, Sepic și Cuk, rezultatele confirmând corectitudinea teoriei de analiză propuse. Pentru a limita dimensiunile tezei aceste rezultate nu au mai fost incluse în lucrare.

Rezultatele cercetărilor autorului prezentate în acest capitol s-au materializat prin publicarea articolului:

**M. Gurbină**, A. Cireșan, D.Lascu., S. Lica, I-M Pop-Călimanu, "A New Exact Mathematical Approach for Studying Bifurcation in DCM Operated DC-DC Switching Converters" *Energies* 2018, 11(3), 663; p.1-25, ISSN: 1996-1073, <https://doi.org/10.3390/en11030663>, WOS: 000428304300191, Web of Knowledge - Thomson Reuters ISI/ Web of Science. Impact Factor: 2.676 (2017) ; 5-ani Impact Factor: 3.045 (2017). Q2.

Autorul opinează că studiile de viitor s-ar putea concentra în direcția analizei modurilor DCVM și DQRM și relevarea similarităților și particularităților acestora în raport cu modul DICM investigat de autor.

Este evident însă și s-a demonstrat încă o dată că modelarea matematică alături de interpretările fizice sunt cele care continuă să demoleze zidul solid ce încă împrejmuiește secretele sistemelor neliniare.

## 10. CONCLUZII FINALE ȘI CONTRIBUȚII PERSONALE

*Motto:*

*"Consider că următorul secol va fi secolul complexității!"*

*Stephen Hawking*

Această teză s-a născut plecând de la lecturarea cărților prof. Tse și prof. Banerjee regăsite în [33] respectiv [20]. Afinitatea autorului pentru matematică și modelare a dus la un entuziasm inițial, temperat apoi de o scădere a interesului pe plan mondial pentru domeniul investigat. Ultimii ani însă au venit cu o revigorare a cercetărilor care au reaprins pasiunea mai veche și astfel lucrurile au început să curgă.

Tematica tezei se armonizează cu preocupările științifice și de cercetare actuale, iar impactul și oportunitatea convertoarelor DC-DC sunt decise de existența în folosul uman a unei game tot mai diverse de consumatori de energie electrică.

După primele publicații aria de documentare și cercetare s-a lărgit, au fost inițiate contacte cu cercetători cu aceleași preocupări, obiectivele s-au creionat astfel de la sine și doar factorul timp a rămas principalul obstacol.

Deși pe parcursul acestei teze sunt infirmate unele aserțiuni ale unor personalități cu recunoaștere internațională consacrată, autorul este conștient că fără aportul acestora unele dintre rezultatele sale n-ar fi putut fi obținute, păstrându-le locul în vârful ierarhiei cercetătorilor în domeniul electronicii de putere neliniare.

În esență, autorul și-a propus să investigheze fenomenele de bifurcație și haos în convertoare DC-DC cu tehnici de comandă moderne – de exemplu OCC sau CC – de o manieră exactă, generală și flexibilă și opinia finală, confirmată și de cele peste 60 de situații investigate și cele 18 lucrări publicate, este că acest obiectiv a fost atins.

Autorul este recunoscător prof. Abdelali El Aroudi de la Universitatea "Rovira i Virgili" Tarragona, Spania, de la care, în mod surprinzător, a primit o scrisoare de recunoaștere – vezi *Anexa\_10\_1\_Recunoastere\_Prof. Abdelali El Aroudi* – care i-a confirmat că lucrurile sunt pe drumul cel bun și a fost un puternic catalizator în continuarea cercetărilor.

### 10.1. Concluzii finale

Răspunsurile la problemele propuse spre cercetare se regăsesc în capitolele tezei după cum urmează:

În **Capitolul 1** este prezentat sintetic stadiul actual în domeniu, rezultat în urma parcurgerii unei liste bibliografice semnificative cantitativ și calitativ, cu menționarea tipurilor de bifurcații și a scenariilor și rutelor ce conduc spre haos. Sunt definite instrumentele de analiză ce vor fi utilizate de autor în capitolele următoare.

Studiul comenzii OCC pentru convertorul buck este realizat în **Capitolul 2**, autorul demonstrând că în cazul real, de descărcare a capacității de integrare printr-o rezistență nenulă, convertorul devine instabil. Este realizat un studiu teoretic care a condus la ecuații de tip Lambert. După liniarizare este efectuat un studiu de bifurcație cu prezentarea rezultatelor într-o formă normalizată. Se arată că stabilitatea este dependentă doar de tensiunea de referință normalizată, de constanta de timp normalizată și de rezistența de descărcare normalizată, nedepinzând de sarcină.



Instabilitatea apare cu dublarea perioadei, simularea, și în final experimentul confirmând rezultatele teoretice cu o eroare relativă de sub 0,5%.

Extinderea analizei pentru comandă OCC la convertoarele clasice de ordinul 4 Zeta, Sepic și Ćuk este realizată în **Capitolul 3**. Se demonstrează, apelând la considerente geometrice, similare comenzii în curent, că în condiții ideale aceste arhitecturi sunt instabile, prin apariția unei subarmonici de joasă frecvență.

În **Capitolul 4** este propusă o tehnică de analiză a fenomenelor de stabilitate pentru convertoare de putere cu două stări topologice. Autorul o aplică pentru convertoare DC-DC cu funcționare CCM evidențiind gradul ridicat de generalitate dat de faptul că se poate utiliza pentru orice convertor și cu orice metodă de comandă. Arătând cum algoritmul poate fi implementat în Matlab sau în programe similare se adoptă ca studii de caz un convertor buck-boost cu comandă proporțională având pe rând ca parametri de bifurcație tensiunea de referință respectiv amplificarea, un convertor buck cu comandă OCC și un convertor buck cu comandă prin sarcină. Validarea considerațiilor teoretice s-a făcut prin simulare și experiment cu o eroare mai bună de 0,34% în cazul convertorului buck-boost și sub 0,1% pentru celelalte situații analizate.

O nouă tehnică de analiză a convertoarelor cu 3 stări topologice este prezentată în **Capitolul 5**, capitol eminent teoretic, metoda urmând a fi aplicată unor structuri concrete în capitolele următoare. Sunt furnizate toate relațiile și ecuațiile în formă generală: pentru calculul punctului static de funcționare, pentru determinarea jacobianului precum și succesiunea pașilor în aplicarea algoritmului.

În **Capitolul 6**, folosind metoda prezentată în Capitolul 5, sunt analizate aspectele de stabilitate și bifurcație în convertoarele DC-DC CCM cu modulație triunghiulară și eșantionare uniformă și naturală. Au fost investigate atât modulația LE cât și cea TE. Este evidențiat faptul că există diferențe calitative majore între comportarea cu eșantionare uniformă și cea naturală. În primul caz bifurcația este de tipul Neimark-Sacker, iar în cel de-al doilea caz cu dublarea perioadei, parametrul de bifurcație fiind amplificarea. A fost de asemenea investigat comportamentul în cazul folosirii unei tensiuni triunghiulare asimetrice. Verificarea prin simulare a arătat în toate cazurile o eroare relativă mai mică decât 1%.

Un studiu exact de stabilitate pentru convertoarelor DC-DC în comutație cu funcționare CCM folosind tradiționalele amplificatoare de tip 2 și 3 este realizat în **Capitolul 7**. Este relevat faptul că proiectarea acestor compensatoare pe baza modelelor mediate și liniarizate așa cum se procedează în mod uzual, duce la concluzii pesimiste, neoptime, analiza exactă propusă de autor arătând că stabilitatea are loc pentru un domeniu al parametrului de circuit de peste 300% mai larg decât cel prognozat de modelul mediat. Totodată autorul arată că instabilitatea debutează cu bifurcație Neimark-Sacker. Prognozele furnizate de modelul exact au avut o eroare de sub 0,07%.

**Capitolul 8** are ca subiect trei arhitecturi neliniare: Cuk cu comandă în curent, Cuk cu comandă OCC și boost multifazic. Față de rezultatele raportate în literatură pentru convertorul Cuk cu comandă în curent este furnizată valoarea exactă a curentului de referință pentru care apare bifurcația. Similar, pentru același convertor cu comandă OCC, față de estimarea dată ca un interval relativ larg de către articolele publicate în literatură, autorul prognozează cu mare exactitate, cu o eroare relativă de sub 0,0038%, valoarea de referință la care apare bifurcația Neimark-Sacker. În ultima parte a capitolului este realizat un studiu de stabilitate și bifurcație pentru un convertor boost bifazic cu cuplaj magnetic și controller proporțional. Convertorul având patru stări topologice, autorul obține întregul set de relații exacte care

guvernează sistemul, stabilind cu o eroare de sub 0,25% valoarea amplificării la care apare bifurcația și natura Neimark-Sacker a acesteia.

Analiza exactă a modului DICM cu comandă proporțională și comandă în curent este efectuată în **Capitolul 9**, având ca fundament teoretic metoda de analiză dezvoltată în Capitolul 5. Este propusă o metodă elegantă pentru obținerea hărții iterative și a soluției de stare staționară care evită inconveniențele cauzate de singularitatea matricei de stare aferente celei de-a treia stări topologice. Autorul arată că metoda propusă este generală și ușor aplicabilă diferitelor tipuri de eșantionare și controllere: eșantionare naturală sau uniformă, comandă în tensiune sau curent cu diverși parametri de bifurcație - amplificarea, tensiunea de alimentare sau curentul de referință. Rezultatele teoretice au fost validate prin simulare cu o eroare de sub 0,01% și prin experiment cu eroare de sub 1%.

**Capitolul 10** conține concluziile autorului printr-o sinteză pe capitole a cercetărilor și evidențiază distinct contribuțiile proprii ale autorului.

## 10.2. Contribuții personale

Contribuțiile proprii sintetizate mai jos, deși sunt în fapt o reuniune a contribuțiilor menționate în cadrul fiecărui capitol, respectă prin enumerare, în mare parte, cronologia cercetării:

- 1.** Pentru Capitolul 1:
  - Un studiu bibliografic sintetic, cu precizarea instrumentelor matematice strict necesare analizei fenomenelor neliniare din convertoarele DC-DC în comutație.
- 2.** Pentru Capitolul 2:
  - A fost dedusă condiția de stabilitate în formă normalizată, arătându-se în prealabil că ecuațiile de funcționare ale sistemului sunt de tip Lambert. Condiția furnizează valoarea de prag a parametrului de bifurcație în urma rezolvării unei ecuații transcendente, în §2.2 și §2.5;
  - Implementarea în Matlab a algoritmului de studiu a stabilității, a găsirii valorii parametrului de bifurcație și evidențierea naturii bifurcației- §2.6.;
  - Validarea prin simulare Caspoc a considerațiilor teoretice - §2.7.;
  - Validarea experimentală a tuturor conceptelor elaborate - §2.8.
- 3.** Pentru Capitolul 3:
  - Analiza în premieră a convertoarelor Zeta, Sepic și Ćuk ideale cu OCC;
  - Studiul de stabilitate a acestor structuri folosind o abordare similară comenzii în curent, finalizat prin demonstrarea instabilității necondiționate - §3.3;
  - Validarea prin simulare a concluziilor relativ la stabilitatea necondiționată- §3.5, §3.6;
- 4.** Pentru Capitolul 4:
  - Propunerea unui algoritm general și exact pentru investigarea fenomenelor de stabilitate, bifurcație și haos pentru convertoarele DC-DC având funcționarea cu două stări topologice, indiferent de tipul comenzii, în particular funcționare CCM- §4.2, deducerea ecuațiilor de stare staționară și și de semnal mic;
  - Aplicarea algoritmului dezvoltat pentru convertoare DC-DC cu comandă proporțională și modulație TE și LE. Implementarea algoritmului în Matlab urmată de confirmarea cantitativă a parametrilor de bifurcație și a naturii bifurcației în urma simulărilor Caspoc.
  - Aplicarea algoritmului dezvoltat pentru convertoare DC-DC cu comandă OCC- implementare Matlab, verificări prin simulare și validare finală prin experiment- §4.4;

- Aplicarea algoritmului dezvoltat pentru convertoare DC-DC cu comandă prin sarcină, verificări prin simulare și validare finală prin experiment-§4.5;
- 5.** Pentru Capitolul 5:
  - Propunerea unei metode generale și exacte pentru investigarea fenomenelor de stabilitate, bifurcație și haos pentru convertoare DC-DC având funcționarea cu trei stări topologice, indiferent de tipul comenzii. Furnizarea relațiilor generale pentru calculul punctului static de funcționare și pentru calculul jacobianului -§ 5.4, § 5.5;
  - Evidențierea ordinii pașilor necesari în aplicarea algoritmului dezvoltat- § 5.6;
- 6.** Pentru Capitolul 6:
  - Aplicarea algoritmului dezvoltat în Capitolul 5 pentru convertoare DC-DC cu comandă proporțională, eșantionare uniformă și naturală, cu modulație triunghiulară de tip LE și TE.
    - Pentru eșantionarea uniformă:
      - Prognoza bifurcației de tip Neimark-Sacker în urma implementării algoritmului în Matlab, evidențierea faptului că situația cea mai favorabilă din punct de vedere al purtătoarei corespunde unui dinte de fierăstrău crescător și validarea tuturor concluziilor teoretice de mai sus prin simulare- § 6.1 , § 6.2, § 6.3 , § 6.4 și § 6.5.
    - Pentru eșantionarea naturală:
      - Prognoza bifurcației cu dublarea perioadei în urma implementării algoritmului în Matlab, evidențierea faptului că situația cea mai favorabilă din punct de vedere al purtătoarei corespunde unei tensiuni triunghiulare simetrice și validarea tuturor concluziilor teoretice de mai sus prin simulare - § 6.1 , § 6.2, § 6.3 , § 6.4 și § 6.5
  - Relevarea stabilității necondiționate pentru convertorul buck cu eșantionare naturală, modulație triunghiulară LE cu purtătoare simetrică și comandă proporțională. Evidențierea faptului că există un domeniu pentru timpul de creștere al rampei în care stabilitatea necondiționată se păstrează- § 6.5.
- 7.** Pentru Capitolul 7:
  - Analiza exactă a convertoarelor DC-DC cu controller de tip AE2 și AE3, cu furnizarea constrângerii, a jacobianului și propunerea unui algoritm general de analiză. Prognozarea bifurcației de tip Neimark-Sacker în urma implementării în Matlab a algoritmului propus și validarea cu acuratețe prin simulare Caspoc a prognozei - § 7.3;
  - Efectuarea unei analize comparative din punct de vedere al stabilității cu modelul mediat și liniarizat, cu concluzia caracterului pesimist și aproximativ al acestuia, existând posibilități de îmbunătățire a caracteristicilor dinamice ale sistemului - § 7.3.
- 8.** Pentru Capitolul 8:
  - Analiza unui convertor Ćuk CCM cu comandă în curent aplicând algoritmul dezvoltat în Capitolul 4, analiză finalizată cu furnizarea valorii exacte a parametrului la care apare bifurcația, față de indicații prin aproximări limitative întâlnite în literatură. Prognoza bifurcației cu dublarea perioadei, apoi a funcționării cu perioadă 4 indicate de programul Matlab în care au fost implementate considerațiile teoretice au fost confirmate prin simulările efectuate - § 8.1;
  - Analiza unui convertor Ćuk CCM cu comandă OCC, analiză finalizată cu furnizarea valorii exacte a parametrului la care apare bifurcația, față de aproximări prin intervale întâlnite în literatură. Prognoza bifurcației de tip Neimark-Sacker furnizată de programul Matlab în care au fost implementate conceptele teoretice a fost confirmată cu acuratețe de simulările Caspoc - § 8.2;

- Propunerea unei metode generale și exacte pentru investigarea fenomenelor de stabilitate, bifurcație și haos pentru convertoare DC-DC având funcționarea cu patru stări topologice, găsirea funcției de recurență a constrângerilor, a soluției de stare staționară și a jacobianului. Aplicarea metodei pentru un convertor boost hibrid cu bobinele cuplate magnetic, implementarea Matlab a metodei, care prognozează bifurcația Neimark-Sacker, furnizând rezultate cu precizie ce s-au confirmat prin simulare Caspoc - § 8.3;
- 9.** Pentru Capitolul 9:
  - Aplicarea algoritmului dezvoltat în Capitolul 5 pentru convertoare DC-DC funcționând DICM, cu eșantionare naturală sau uniformă și cu comandă în curent;
  - Tipic modului DICM este singularitatea matricei  $A_3$ , ceea ce face ca matricea  $\psi_3$  să poată fi calculată doar printr-o formula integrală. Deoarece  $\psi_3$  apare teoretic în harta iterativă implementarea acesteia în Matlab, deși posibilă este mare consumatoare de resurse și timp. Autorul a găsit relația de recurență și soluția de stare staționară într-o formă închisă fără a apela la matricele  $\phi_3$  și  $\psi_3$ , care a permis reducerea timpului de calcul de peste 10 ori - § 9.3;
  - Analiza unui convertor boost DICM cu comandă proporțională și eșantionare naturală și uniformă. Parametrul de bifurcație a fost în primul caz amplificarea iar în al doilea tensiunea de alimentare. Prognozarea bifurcației de tip dublare de perioadă în urma implementării în Matlab a algoritmului propus și validată prin simulare Caspoc a fost în final confirmată experimental. În plus, contrar celor afirmate în literatură se arată că diferențele dintre cele două tipuri de eșantionări sunt semnificative cantitativ - § 9.4 și § 9.5;
  - Analiza unui convertor buck DICM cu comandă în tensiune având eșantionare naturală și uniformă, cu amplificarea ca parametru de bifurcație. Deși analiza este identică cu cea anterioară pentru convertorul boost, pe lângă faptul că se infirmă încă o dată afirmația că între cele două tipuri de eșantionări diferențele sunt minore, este relevat un aspect interesant și anume stabilitatea necondiționată a convertorului buck DICM în cazul eșantionării naturale și comenzii proporționale. Acest comportament este prognozat de metoda de analiză propusă și confirmat de simulare - § 9.6;
  - Studiul unui convertor buck DICM cu comandă în curent. Prognoza instalării instabilității prin coliziune de graniță indicate de programul Matlab în care a fost implementat algoritmul dezvoltat de autor, a fost cu acuratețe confirmată de simulările Caspoc efectuate - § 9.7;

Rezultatele cercetărilor legate de tematica tezei au fost diseminate prin 18 articole astfel:

- 13 articole indexate WoS, dintre care:
  - o 2 articole în reviste indexate WoS dintre care un articol în quartila Q2
  - o 11 articole la conferințe internaționale indexate WoS
- 5 articole indexate BDI, dintre care:
  - o 4 articole în reviste indexate BDI
  - o 1 articol la o conferință indexată BDI

Dintre cele 18 articole publicate la 8 dintre acestea (6 WoS și 2 BDI) doctorandul este prim autor. Setul complet al publicațiilor autorului se poate consulta în *Lista cu lucrările științifice proprii* de la sfârșitul acestei teze.

### 10.3.Dezvoltări viitoare

Direcțiile de studiu posibile în viitor sunt:

1. Investigarea stabilității comenzii OCC aplicată convertoarelor boost și buck-boost.
2. Cercetarea unor modalități de obținere a stabilității comenzii OCC prin modalități similare comenzii în curent, deci prin utilizarea unei rampe artificiale.
3. Extinderea analizei exacte a stabilității pentru convertoare rezonante;
4. Determinarea cantitativă, exactă, a intervalului pentru timpul de creștere în care se obține funcționare necondiționat stabilă la eșantionarea naturală LE la modulația triunghiulară simetrică.
5. Studiul problemelor de bifurcație și haos prin metode și cu tehnici exacte pentru convertoarele cu comandă  $V^2$  și  $I^2$ , COT și FOT.
6. Adaptarea metodei asimptotice cu homotopie (parte a topologiei și a geometriei diferențiale) optimă, dezvoltată în [9] pentru rezolvarea ecuațiilor diferențiale neliniare ce caracterizează funcționarea convertoarelor DC-DC.

## Bibliografie

- [1] Ruelle, D., Hazard și haos, București: Curtea Veche Publishing, 2012.
- [2] E.-N. Lorenz, „Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas?,” în *American Association for the Advancement of Sciences*, Massachusetts, 1972.
- [3] Lorenz, E. N., „Deterministic nonperiodic flow,” *Journal of Atmospheric Sciences* 20, pp. 130-141, 1963.
- [4] Lorenz, E. N., *The Essence of Chaos*, Seattle: University of Washington Press, 1993.
- [5] The MathWorks, „www.mathworks.com,” 15 9 2010. [Interactiv]. Available: www.mathworks.com. [Accesat 70 15 3].
- [6] Marinca, V.; Herișanu, N, *Nonlinear dynamical systems in engineering: some approximate approaches*, Berlin ; New York: Springer, 2011.
- [7] Eckmann, J. P., Ruelle, D., „Ergodic theory of chaos and strange attractors,” *Rev. Modern Phys*, vol. 57, nr. 3, pp. 617-656, 1985.
- [8] Feigenbaum, M, „Quantitative Universality for a Chaos Nonlinear Transformations,” *Journal of Statistical Physics*, vol. 19, nr. 1, pp. 1-5, 1978.
- [9] Marinca, V.; Herișanu, N, *The optimal Homotopy Asymtotic Method*, Cham, Elveția: Springer International Publishing AG Switzerland , 2015.
- [10] Hamill, D. C., Jefferies, D. J., „ Subharmonics and chaos in a controlled switched-mode power converter,” *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. 35, nr. 8, pp. 1059-1061, 1988.
- [11] Deane, J. H. B., Hamill, D. C., „Analysis, simulation and experimental study of chaos in the buck converter,” în *Power Electronics Specialists Conference*, San Antonio, TX, USA, 1990.
- [12] J. Wood, „Chaos: A real Phenomenon in power electronics,” *Proceedings, Fourth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*, pp. 115-124, 1989.
- [13] Tse, C. K., Chan, W. C. Y., „Chaos from a current-programmed Ćuk converter,” *International Journal of Circuit Theory and Applications*, vol. 23, nr. 3, pp. 217-225, 1995.
- [14] Hamill, D. C., „Power electronics: a field rich in nonlinear dynamics,” în *Proceedings of International Specialists' Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems*, 1995.
- [15] Hamill, D. C., Deane, J. H. B., Jefferies, D. J., „ Modeling of Chaotic DC-DC Converters by Iterated Nonlinear Mappings,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 7, nr. 1, pp. 25-36, 1992.
- [16] Hamill, D. C., Deane, J. H. B., Aston, P. J., „Some applications of chaos in power converters, , ref. no. 1997/091, pp. 5/1-5/5, London, May 1997,” IEE Colloquium: Update on new power electronic techniques, London, 1997.
- [17] Brown R., Chua L. O., „Generating complexity from simplicity,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 7, nr. 11, pp. 2427-2436, 1997.
- [18] Brown, L., Chua, L.O., „Clarifying Chaos: Examples and Counterexamples,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 6, nr. 2, pp. 219-249, 1996.

- 
- [19] Aroudi, A. E., Debbat, Giral, M. R., Olivar, G., Benadero, L., Toribio, E., „Bifurcations in dc-dc switching converters: review of methods and applications,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 15, nr. 5, pp. 1549-1578, 2005.
- [20] Banerjee, S., Verghese, G., Nonlinear Phenomena in Power Electronics, Wiley: Hoboken, 2001.
- [21] Deane, J. H. B., Hamill, D. C., „Chaotic behaviour in current-mode controlled dc-dc converter,” *Electronics Letters*, vol. 27, nr. 13, pp. 1172-1173, 1991.
- [22] Deane, J. H. B., Hamill, D. C., „Analysis, simulation and experimental study of chaos in the buck converter,” în *Power Electronics Specialists Conference*, San Antonio, 1990.
- [23] Banerjee, S., Chakrabarty, K., „Nonlinear modeling and bifurcations in the boost converter,” *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 13, nr. 2, pp. 252-260, 1998.
- [24] Poddar, G., Chakrabarty, K., Banerjee, S., „Experimental control of chaotic behaviour of the buck converter,” *Transactions on Circuits and Systems Part I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 42, nr. 8, pp. 502-504, 1995.
- [25] Chan, W. C. Y., Tse, C. K., „What Form of Control Function Can Drive a Discontinuous-Mode Boost Converter to Chaos Via Period-doubling,” *International Journal of Circuit Theory and Applications*, vol. 26, nr. 3, pp. 281-286, 1998.
- [26] Tse, C. K., Lai, Y. M., Iu, H. H. C., „Hopf Bifurcation and Chaos in a Free-Running Current-Controlled Cuk Switching Regulator,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, vol. 47, nr. 4, pp. 448-457, 2000.
- [27] Chan, W. C. Y., Tse, C. K., „Study of bifurcation in current-programmed dc/dc boost converters: from quasiperiodicity to period-doubling,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems Part I*, vol. 44, nr. 12, p. 1129-1142, 1997.
- [28] Kassakian, J. G., Schlecht, M. F., Verghese, G. C., Principles of Power Electronics, Cambridge: Addison-Wesley, 1991.
- [29] di Bernardo, M., „Discrete-time maps for the analysis of bifurcations and chaos in DC/DC converters,” *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on*, vol. 47, nr. 2, pp. 130-143, 2000.
- [30] Vilamitjana, E.R., Aroudi, A.E., Alarcon, E., Chaos in Switching Converters for Power Management, New York: Springer Science + Business Media, 2013.
- [31] Hale, J., Kocak, H., Dynamics and Bifurcations, New-York: Springer-Verlag, 1991.
- [32] Tse, C. K., Linear Circuit Analysis, London: Addison -Wesley, 1988.
- [33] C. K. Tse, Complex Behavior of Switching Power Converters, New-York: 1st Edition CRC Press, 2003.
- [34] Georgescu, A., Moroianu, M., Oprea, I., Teoria bifurcației: principii și aplicații, Pitești: Editura Universității din Pitești, 1999.
- [35] Kocak, J.F.; Hale, H., Dynamics and Bifurcations, New York: Springer, 1991.
- [36] Nusse, H.E., Ott, E., Yorke, J.A., „Border-collision bifurcations: an explanation for observed bifurcation phenomena,” *Physical Review E*, vol. 49, nr. 2, pp. 1073-1076, 1994.
- [37] Vilamitjana, E. R., Aroudi, A.E., Alarcon, E., Chaos in Switching Converters for

- Power Management, New York: Spriger Science+Business Media, 2013.
- [38] Georgescu, A., Sinergetica, Solitoni, Fractali, Haos determinist, Turbulență, Timișoara: Tipografia Universității din Timișoara, 1992.
- [39] Ma, Y., Kawakami, H., Tse, C. K., Kousaka, T., Kawakami, H., „General Consideration for Modeling and Bifurcation Analysis of Switched Dynamical Systems,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 16, nr. 3, pp. 693-700, 2006.
- [40] Maksimović, D., „Automated small-signal analysis of switching converters using a general-purpose time-domain simulator,” în *IEEE Applied Power Electronics Conference*, Anaheim, California, 1998.
- [41] Iu, H.H., Tse, C.K., Dranga, O., „Bifurcation Behaviour of Parallel-Connected Buck Converters,” în *International Symposium on Circuits and Systems*, Kobe, Japan, 2005.
- [42] Dranga, O., Tse, C. K., Iu, H. H. C., Nagy, I., „Bifurcation Behavior of a Power-Factor-Correction Boost Converter,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 13, nr. 10, pp. 3107-3114, 2003.
- [43] Banerjee, S., Verghese, G.C., *Nonlinear Phenomena in Power Electronics*, Wiley, Hoboken: IEEE Press, 2001.
- [44] Chen, Y., Tse, C.K., Qiu, S.-S., Lindenmuller, L., Schwarz, W., „Coexisting fast-scale and slow-scale instability in current-mode controlled DC/DC converters,” *Circuits and Systems I*, vol. 55, nr. 10, pp. 3335-3348, 2008.
- [45] Nayfeh, A.H., Balachandran, B., *Applied Nonlinear Dynamics*, New York: Wiley, 1995.
- [46] Zhusubaliyev, Z. T., Soukhoterin, E. A., Mosekilde, E., „Quasi-periodicity and border-collision bifurcations in a dc-dc converter with pulsewidth modulation,” *Fundam. Theory and Appl.*, vol. 50, issue 8, 2003, p. vol. 50, nr. 8, pp. 1047-1057, 2003.
- [47] E. Ott, *Chaos in Dynamical Systems*, :, Cambridge: Cambridge University, 1992.
- [48] Smedley, K.M., Ćuk, S., „Dynamics of One-Cycle Controlled Ćuk Converters,” *Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)*, vol. 10, nr. 6, pp. 634-639, 1995.
- [49] Smedley, K.M., Ćuk, S., „One-Cycle Control of switching converters,” *Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)*, vol. 10, nr. 6, pp. 625-633, 1995.
- [50] Quanming, L., Shubo, Z., Weiguo, L., Luowei, Z., „Direct current control method based on one cycle controller for double-frequency buck converters,” *Journal of Power Electronics*, vol. 12, nr. 3, pp. 410-417, 2012.
- [51] Lai, Z., Smedley, K. M., „A Family of Continuous-Conduction-Mode Power-Factor Controllers Based on the General Pulse-Width Modulator,” *IEEE Trans. on Power Electronics*, vol. 13, nr. 3, pp. 501-510, 1998.
- [52] Lai, Z.R., Smedley, K. M., „A new extension of one-cycle control and its application to switching power amplifiers,” *IEEE Trans. Power Electron*, vol. 11, nr. 1, pp. 99-105, 1996.
- [53] Lai, Z., Smedley, K. M., „A General Constant-Frequency PulseWidth Modulator and Its Applications,” *IEEE Trans. On Circuits and Systems*, vol. 45, nr. 4, pp. 386-396, 1998.



- [54] Santi, E., Cuk, S., „Modeling of one-cycle controlled switching converters,” în *Telecommunications Energy Conference*, Washington, DC, 1992.
- [55] Yang, D., Yang, M., Ruan, X., „One-cycle control for a double-input dc/dc converter,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, nr. 11, pp. 4646-4655, 2012.
- [56] Binitha P M, T G Sanish Kumar, „Comparison of PWM and One-Cycle Control for Switching Converters,” *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, vol. 3, nr. 4, pp. 332-336, 2013.
- [57] Ma, D. ; Ki, K-H. ; Tsui, C-Y., „An integrated one-cycle control buck converter with adaptive output and dual loops for output error correction,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 39, nr. 1, pp. 140-149., 2004.
- [58] Tang N.; Yang K.; Huang H.; Lee C-K., „The Application of One-Cycle Control Technology in Electric,” în *Earth and Environmental Science 170*, Ordos, China, 2018.
- [59] Nimesh V.; Vinod J., „Dual comparison one cycle control for single phase bi-directional power converters,” în *2016 IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES)*, Trivandrum, India, 2016.
- [60] International Rectifier, „<http://irf.com>,” 27 07 2019. [Interactiv]. Available: <http://html.alldatasheet.com/html-pdf/530093/IRF/IR1150/53/1/IR1150.html>.
- [61] **Gurbină, M.**, Lascu, D., „Stability Aspects in One-Cycle Controlled Buck Converters,” *Advances in Electrical and Computer Engineering*, vol. 14, nr. 1, pp. 43-48, 2014.
- [62] Caspoc, „<http://www.simulation-research.com>,” [Interactiv]. Available: [www.simulation-research.com](http://www.simulation-research.com). [Accesat 100 15 2011].
- [63] **Gurbină, M.**, Lascu, D., „Unfeasibility of One Cycle Control when Applied to ZETA Converters,” *IREACO*, vol. 5, nr. 2, pp. 172-177, 2012.
- [64] **Gurbină, M.**, Lascu, D., „Analysis of one cycle controlled SEPIC converters,” *Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI), 2012 7th IEEE International Symposium on*, pp. 415-420, 2012.
- [65] Erickson, R.W., Maksimović, D., *Fundamentals of Power Electronics*, New York: Springer US, 2001.
- [66] Wang, J.; Bao, B.; Xu, J.; Zhou, G; Hu, W., „Dynamical Effects of Equivalent Series Resistance of Output Capacitor in Constant On-Time Controlled Buck Converter,” *IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS*, vol. 60, nr. 5, pp. 1759-1768, 2013.
- [67] Lai, Z., Smedley, K. M., „A General Constant-Frequency PulseWidth Modulator and Its Applications,” *IEEE Trans. On Circuits and Systems – I Fundamentals Theory and Applications*, vol. 45 , nr. 4, pp. 386-396, 1998.
- [68] Ma, Y., Kawakami, H., Tse, C-T, „Bifurcation Analysis of Switched Dynamical Systems With Periodically Moving Border,” *IEEE TRANSACTIONS ON CIRCUITS AND SYSTEMS*, pp. 1184-1193, 06 2004.
- [69] Maity, S., Tripathy, D., Bhattacharya, T., Banerjee, S., „Bifurcation analysis of PWM-1 voltage-mode-controlled buck converter using the exact discrete model,” *IEEE Trans. on Circuits and Systems-I: Fundam. Theory and Appl.*, vol. 54, nr. 5, pp. 1120-1130, 2007.
- [70] **Gurbină, M.**, Drăghici, D., Cireșan, A., Lascu, D., „A new general mathematical

- technique for stability and bifurcation analysis of DC-DC converters applied to one-cycle controlled buck converters with non-ideal reset," în *Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM)*, Braşov, 2014.
- [71] Tang,W., Lee,F. C., Ridley, R.B., Cohen, I., „Charge Control: modelling, analysis and design," *IEEE Power Electronics Specialists Conf.*, vol. 8, nr. 4, pp. 396-403, 1993.
- [72] Zadeh, L., „Frequency analysis of variable networks," *Proceeding of the IRE*, vol. 38, nr. 3, pp. 291-299, 1950.
- [73] Chen, Y.,Tse,C.K. , Qui,S.-S., Lindenmuller, L., Schwarz, W., „Coexisting fast-scale and slow-scale instability in current-mode controlled DC/DC converters: analysis, simulation and experimental results," *Circuits and Systems I*, vol. 55, nr. 10, pp. 3335 - 3348, 2008.
- [74] **Gurbină, M.**, Lica, S., Lascu, D., „Stability and Bifurcation Aspects in Charge Controlled DC-DC Converters," în *International Symposium Electronics and Telecommunications (ISETC)*, Timişoara, 2014.
- [75] Drăghici, D., **Gurbină, M.**, Lascu, D., „Stability Analysis of DC-DC Converters Employing Digital Predictive Leading Triangle Modulation Valley Current Control," în *International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP)*, Berlin, Germania, 2014.
- [76] Jingquan C., Maksimovic D., Erikson R., „Buck-Boost PWM Converters Having Two Independently Controlled Switches," în *IEEE 32nd Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No.01CH37230)*, Vancouver, BC, Canada, 2001.
- [77] Cireşan, A., Drăghici, D., **Gurbină, M.**, Lascu, D., „A New Boost DC-DC Converter Exhibiting Low Stresses," *International Review of Electrical Engineering (I.R.E.E.)*, vol. 8, nr. 6, pp. 1694-1700, 2013.
- [78] Lica, S.; **Gurbină, M.** ;Draghici, D.; Iancu, D.; Lascu, D., „A New Quadratic Buck Converter," în *International Symposium on Electronics and Telecommunications (ISETC)*, Timişoara, 2015.
- [79] Lica, S. Dragoş, F. Tomoroga, M., Iancu, D., **Gurbină, M.**, Lascu, D., „A New Single Active Switch Quadratic Buck Converter," *International Review of Automatic Control (IREACO)*, vol. 8, nr. 5, pp. 346-353, 2015.
- [80] Chae,S.Y., Hyun,B.C. , Kim,W.S., Cho, B.H., „Digital Load Current Feed-forward Control Method for DC-DC Converter," *Applied Power Electronics Conference and Exposition*, pp. 498-502, 2008.
- [81] Zhang,X., Maksimovic, D., „Digital PWM/PFM controller with input voltage feed-forward for synchronous buck converters," în *Applied Power Electronics Conference and Exposition*, Austin, Texas, 2008.
- [82] Tymerski, R., „Frequency analysis of time-interval modulated switched networks," *IEEE Trans. Power Electron*, vol. 6, nr. 4, pp. 287-295, 1991.
- [83] C. Basso, *Switch-Mode Power Supplies*, New York: Mc Graw Hill - Second Edition, 2014.
- [84] V. Vortperian, *Analytical Methods in Power Electronics*, Toulouse: Power Electronics Class, 2004.
- [85] Popescu, V., Lascu, D., Negoîtescu, D., *Surse de alimentare în telecomunicații*, Timişoara: Editura de vest, 2002.

- [86] Ivan, C.M., Lascu, D., Popescu, V., „An Averaged Switch Model Including Conduction Losses for Boundary Conduction Mode Dc-to-Dc Converters Proceedings of the,” în *6th WSEAS International Conference on Instrumentation, Measurement, Circuits & Systems*, Hangzhou, China, 2007.
- [87] H. Venable, „The k factor: A New Mathematical Tool for Stability Analysis and Synthesis,” *Proceedings of powercon 10Power*, nr. 3, pp. 1-12, 1983.
- [88] v. Venable Technical Paper, „Optimum Feedback Amplifier Design For Control Systems,” Venable Industries, 2002.
- [89] Ma, W., Wang, M., Li, C., „Control of bifurcation in the one-cycle controlled Cuk converter,” *Springer, Nonlinear Dynamics [Online]*, vol. 67, nr. 4, pp. 2573-2583, 2012.
- [90] Drăghici, D., **Gurbină, M.**, Cireșan, A., Lascu, D., „Predictive Leading-Edge Modulation Average current control in DC-DC converters,” în *Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM)*, Bran, 2014.
- [91] Drăghici, D., Cireșan, A., **Gurbină, M.**, Lascu, D., „Predictive Trailing Triangle Modulation Peak Current Control in DC-DC converters,” *International Review of Automatic Control (I.RE.A.CO.)*, vol. 7, nr. 1, pp. 74-81, 2014.
- [92] Deane, J. H. B., „Chaos in a current-mode controlled DC-DC converter,” *IEEE Trans. Circ. Syst. I*, vol. 39, nr. 8, pp. 680-683, 1992.
- [93] Pavljasevic, S., Maksimović, D., „Subharmonic oscillations in converters with current-mode programming under large parameter variations,” în *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, St.Louis, Missouri, 1997.
- [94] Pavljasevic, S., Maksimović, D., „Using a Discrete-Time Model for Large-Signal Analysis of a Current-Programmed Boost Converter,” în *Power Electronics Specialists Conference*, Cambridge, MA, 1991.
- [95] Goder, D.; Pelletier, W.R., „V2 architecture provides ultra-fast transient response in switch mode power supplies,” în *Proc. High Frequency Power*, 1996.
- [96] Lin, Y.; Chen, C.; Wang, B., „A ripple-based constant on-time control with virtual inductor current and offset cancellation for DC Power Converters,” *IEEE Trans. Power Electron*, vol. 27, nr. 10, pp. 4301-4310, 2012.
- [97] Tse, C.K., Fung, S. C., Kwan, M. W., „Experimental Confirmation of Chaos in a Current-Programmed Ćuk Converter,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, vol. 43, nr. 7, pp. 605-608, 1996.
- [98] Debbat, M., Aroudi, A.E., Bouyadjra, R., „Bifurcation analysis of current mode control Cuk dc-dc converter,” *IEEE Trans. Circuits and Systems I: Fundam. Theory and Appl.*, vol. 55, nr. 3, pp. 20-25, 2012.
- [99] Lica, S.; Iancu, D. F.; Tomoroga, M.; **Gurbină, M.**; Lascu, D., „A New Single Active Switch Quadratic Buck Converter,” *International Review of Automatic Control (IREACO)*, vol. 8, nr. 5, pp. 346 - 353, 2015.
- [100] Lica S.; Pop-Călimanu, I.-M.; Lascu, D.; Cireșan, A.; **Gurbină, M.**, „A new stacked step-up converter,” în *International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP)*, Barcelona, 2017.
- [101] Pop-Călimanu, I.-M.; Lica, S.; Lascu, D.; Renken, F.; **Gurbină, M.**, „A Novel Hybrid Step-Down DC-Dc Converter,” în *International Power Electronics and Motion Control Conference (PEMC)*, Budapesta, 2018.
- [102] Pop-Călimanu, I.-M. ; Lascu, D. ; Lica, S. ; Gurbină, M. ; Renken, F., „A new

- hybrid Boost-L converter," în *2017 International Symposium on Power Electronics (Ee)*, Belgrad, 2017.
- [103] Lascu, D., Van Duijsen, P., „Discontinuous capacitor voltage mode dc-dc converters Riga, Letonia,” în *European Power Electronics Conference EPE-PEMC*, Riga, Letonia, 2004..
- [104] Ivan, C. M., Lascu, D., Popescu, V., „Chaos in Discontinuous Capacitor Voltage Mode Dc-dc Converters,” *WSEAS Transaction on Electronics*, vol. 4, nr. 2, pp. 1-8, 2007.
- [105] Ivan, C. M., Lascu, D., Popescu, V., „Hopf Bifurcation in a Discontinuous Capacitor Voltage Mode Ćuk Dc-dc Converter,, Hangzhou, China, April,” *Proceedings of the 6th WSEAS International Conference on Instrumentation, Measurement, Circuits & Systems*, vol. 4, nr. 2, pp. 23-31, 2007.
- [106] Ćuk, S., „General topological properties of switching converters,” *IEEE PESC*, pp. 109-130, 1979.
- [107] Chan, W. C. Y., Tse, C. K., „ Bifurcations in current-programmed dc/dc buck switching regulators-conjecturing a universal bifurcation path, *International Journal of Circuit Theory and Applications*,” *International Journal of Circuit Theory and Applications*, vol. 26, nr. 7, pp. 127-145, 1998.
- [108] Tse, C.K., Adams, K.M., „Qualitative analysis and control of a dc-dc Boost converter operating in discontinuous mode,” *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 5, nr. 3, pp. 323-330, 1990.
- [109] Sebastián, J., Martínez, J. A., Alonso, J. M., Cobos, J. A., „ Voltage-Follower Control in Zero-Current-Switched Quasi-Resonant Power Factor Preregulators,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 13, nr. 4, pp. 727-738, 1998.
- [110] Chen, J., Ericson, R., Maksimovic, D., „An Averaged Switch Model Including Conduction Losses for Boundary Conduction Mode Dc-to-Dc Converters,” în *Industrial Electronics Society*, Denver, Colorado, 2001.
- [111] Freeland, S., Middlebrook, R. D., „A unified analysis of converters with resonant switches,” în *Power Electronics Specialists Conference*, Blacksburg, VA, USA, 1987.
- [112] Middlebrook, R.D., Ćuk, S., „A general unified approach to modelling switching dc-to-dc converters,” *IEEE PESC*, pp. 36-57, 1977.
- [113] Zhu, C. I. G., Luo, S., Iannello, C., Batarseh, I., „Modeling of conduction losses in PWM converters operating in discontinuous conduction mode,” în *2000 IEEE International Symposium on Circuits and Systems. Emerging Technologies for the 21st Century.* , Geneva, Elveția, 2000.
- [114] Femia, N.; Fortunato, G.; Petrone, G.; Spagnuolo, M.; Vitelli, M., „Dynamic model of one-cycle control for converters operating in continuous and discontinuous conduction modes,” *International Journal Circuit Theory Applications*, vol. 37, nr. 5, pp. 661-684, 2009.
- [115] Lai, J. S., Chen, D., „Design consideration for Power Factor Correction Boost converter Operating at the Boundary of Continuous Conduction mode and Discontinuous Conduction mode,” în *APEC Conf, proc., 1993*, San Diego, CA, 1993.
- [116] Tse, C.K., „Chaos from buck Switching Regulator operating in Discontinuous Mode,” *International Journal of Circuits theory and Applications*, vol. 22, nr. 4, pp. 263-278, 1994.

- 
- [117] Tse, C.K., „Flip Bifurcation and Chaos in Thre-State Boost Switching Regulators,” *IEEE TRANSACTIONS ON CIRCUITS AND SYSTEM*, vol. 41, nr. 1, pp. 16-23, 1994.
- [118] Witulski, A., Erickson, R., „Extension of State-Space Averaging to Resonant Switches – and Beyond,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 5, nr. 1, pp. 98-103, 1990.
- [119] Xie, L.-L., Gong, R.-X. , Zhuo, H.-Z., Wei, J.-Q., „Investigation of the Mechanism of Period-doubling Bifurcation in Voltage Mode Controlled Buck-boost Converter,” *Journal of Electrical Engineering &Technology*, vol. 6, nr. 4, pp. 519-526, 2011.
- [120] Freeland, S., „A Unified Analysis of converters with Resonant Switches,” *IEEE PESC 1987*, pp. 20-30, 1987.
- [121] **Gurbină, M.**; Cireșan, A.; Lascu, D.; Lica, S.; Pop-Calimanu I-M., „A New Exact Mathematical Approach for Studying Bifurcation in DCM Operated dc-dc Switching Converters,” *Energies*; <https://doi.org/10.3390/en11030663>, vol. 11(3), nr. 663, pp. 1-25, 2018.
- [122] **Gurbină, M.**; Pop-Călimanu, I-M.; Lascu, D.; Lica, S.; Cireșan, A., „Exact Stability Analysis of a Two-Phase Boost Converter,” în *41st International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP)* , Atena, 2018.

# **Lista cu lucrările științifice proprii – publicațiilor rezultate în contextul elaborării tezei de doctorat, publicate sub afiliere U.P.T., a autorului tezei ing. Mircea GURBINĂ**

## **1. Lucrări științifice publicate în reviste indexate Web of Science (ISI)**

1. **M. Gurbină**, D. Lascu, "Stability Aspects in One-Cycle Controlled Buck Converters" *Advances in Electrical and Computer Engineering*, Vol.14 number 1/2014, p. 43-48, Publication Year: 2014 Vol.14 number 1/2014, p. 43-48, ISSN: 1582-7445, eISSN: 1844-7600,; WOS:000332062300007, Web of Knowledge - Thomson Reuters ISI/ Web of Science. JCR Impact Factor: 0,529 și JCR 5-ani Impact Factor: 0,476.

2. **M. Gurbină**, A. Cireșan, D.Lascu., S. Lica, I-M Pop-Călimanu, "A New Exact Mathematical Approach for Studying Bifurcation in DCM Operated DC-DC Switching Converters" *Energies* 2018, 11(3), 663; p.1-25, <https://doi.org/10.3390/en11030663> , ISSN: 1996-1073, WOS: 000428304300191, Web of Knowledge - Thomson Reuters ISI/ Web of Science. Impact Factor: 2.676 (2017) ; 5-ani Impact Factor: 3.045 (2017).

## **2. Lucrări științifice publicate în volumele unor manifestări științifice (Proceedings) indexate Web of Science-WoS (ISI)**

1. **M. Gurbină**, D. Drăghici, A. Cireșan, D. Lascu, "A New General Mathematical Technique for Stability and Bifurcation Analysis of DC-DC Converters Applied to One-Cycle Controlled Buck Converters with Non-Ideal Reset", *Proceedings of the 14th International Conference on OPTIMIZATION OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC EQUIPMENT OPTIM 2014*, May 22-24, 2014, Brasov (Bran), Romania, pp. 576-581, ISBN 978-1-4799-5183-3, ISSN 1842-0133, 2014 IEEE - pentru lucrare, DOI:10.1109/OPTIM.2014.6850891 (IEEE), WOS:000343551300085, INSPEC Accession Number: 14432814, Web of Science

2. D. Drăghici, **M. Gurbină**, A. Cireșan, D. Lascu, "Predictive Leading-Edge Modulation Average Current Control in DC-DC Converters", *Proceedings of the 14th International Conference on OPTIMIZATION OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC EQUIPMENT OPTIM 2014*, May 22-24, 2014, Brasov (Bran), Romania, pp. 588-594, ISBN 978-1-4799-5183-3, ISSN 1842-0133, ISBN (ISSN):978-1-4799-5183-3/14 ©2014 IEEE DOI:10.1109/OPTIM.2014.6850890 (IEEE), WOS:000343551300087, INSPEC Accession Number: 14447020, Web of Knowledge - Thomson Reuters ISI/ Web of Science și IEEE Explore 2014.

3. **M. Gurbină**, S. Lica, D. Lascu, "Stability and bifurcation aspects in charge controlled DC-DC converters", in *2014 11th International Symposium on Electronics and Telecommunications (ISETC)*, pp.33-36, 14-15 Nov. 2014, ISBN: 978-1-4799-7267-8, DOI: 10.1109/ISETC.2014.7010740, WOS: 000366633300008, Web of Science.

4. S. Lica, **M. Gurbină**, D. Draghici, D. Iancu, D. Lascu, "A new quadratic buck converter", 2014 11<sup>th</sup> International Symposium on Electronics and Telecommunications (ISETC), pp.37-40, 14-15 Nov. 2014, ISBN: 978-1-4799-7267-8, DOI: 10.1109/ISETC.2014.7010741, WOS: 000366633300009, Web of Science.

5. D. Draghici, **M. Gurbină**, D. Lascu, "Stability Analysis of DC-DC Converters Employing Digital Predictive Leading Triangle Modulation Valley Current Control", 37<sup>th</sup> International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP), July 9-11, 2015, Praga, Cehia, Page(s): 1 – 6. DOI: 10.1109/TSP.2015.7296407; ISBN:978-1-4799-8498-5; WOS:000375231000033; Web of Science.

6. S. Lica, **M. Gurbină**, D. Lascu, I.- M. Pop-Călimanu, A. Cireșan, "A Novel Stacked Step-Down Switching Converter", 2017 International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM) & 2017 International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics (ACEMP), 25-27 May 2017, Cheile Gradistei - Fundata Resort, Romania, 6 pagini, pp. 549-554, ISBN 978-1-5090-4489-4, ISBN (ISSN): 978-1-5090-4489-4; WOS:000426909600083, (IEEE, SCOPUS, Google Scholar, etc.)

7. S. Lica, I.- M. Pop-Călimanu, D. Lascu, A. Cireșan, **M. Gurbină**, " A new stacked step-up converter", 2017 40<sup>th</sup> International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP), 5-7 July 2017, Barcelona, Spain, 5 pagini, pp. 315-319, ISSN: 1805-5435, ISBN: 978-1-5090-3981-4, DOI: [10.1109/TSP.2017.8075995](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.8075995), WOS:000425229000069; IEEE, SCOPUS, Google Scholar, etc.

8. I.-M. Pop-Călimanu, D. Lascu, S. Lica, **M. Gurbină**, F. Renken, "A New Hybrid Boost-L Converter", 19<sup>th</sup> International Symposium POWER ELECTRONICS *Ee2017*, October 19-21, 2017, Novi Sad, Serbia, DOI: 10.1109/PEE.2017.8171668; ISBN:978-1-5386-3502-5; WOS:000426894600012; Web of Science Core Collection

9. **M. Gurbină**, I.-M. Pop-Călimanu, D. Lascu, S. Lica, A. Ciresan, "Exact Stability Analysis of a Two-Phase Boost Converter", 41st International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP), pp.1-4, 4-6 July 2018, Atena, Grecia, WOS: 000454845100075.

DOI: 10.1109/TSP.2018.8441450

10. I.-M. Pop-Călimanu, S. Lica, D. Lascu, F. Renken, **M. Gurbină**, R. Mîrșu "A Novel Hybrid Step-Down DC-DC Converter", 2018 IEEE 18th International Power Electronics and Motion Control Conference (PEMC) pp.1-4, 26-30 August 2018, Budapesta, Ungaria, ; WOS: 000462062900004;

11. **M. Gurbină**, M.Lascu, D. Lascu "Tumor Detection and Classification of MRI Brain Image using Different Wavelet Transforms and Support Vector Machines", 41st International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP), pp.1-4, 1-3 July 2019, Budapesta, Ungaria, în curs de publicare; WOS:

### **3. Lucrări științifice publicate în reviste de specialitate indexate BDI**

1. **M. Gurbină**, D. Lascu, "Unfeasability of One Cycle Control when Applied to ZETA Converters", *International Review of Automatic Control (IREACO)*, 2012, Mar 2012, Vol. 5, Issue 2, pp. 172 – 178., BDI.

2. A. Cireșan, D. Drăghici, **M. Gurbină**, D. Lascu, "A New Boost DC-DC Converter Exhibiting Low Stresses and High Efficiency", *International Review of Electrical Engineering (IREE)*, 2013, Vol. 8, nr. 6, 7 pagini, November – December 2013, pp.: 1694 – 1700, ISSN 1827-6660, eISSN 1827-6679, (Scopus, CSA și Copernicus), BDI.

3. D. Drăghici, A. Cireșan, **M. Gurbină**, D. Lascu, "Predictive Trailing Triangle Modulation Peak Current Control in DC-DC Converters", *International Review of Automatic Control (I.R.E.A.CO.)*, Vol. 7, No. 1, 7 pagini, Jan. 2014, pp. 74-81, Print ISSN: 1974-6059, Cd-Rom ISSN: 1974-6067. (Scopus, CSA și Copernicus), BDI.

4. S. Lica, D. F. Iancu, M. Tomoroga, **M. Gurbină**, D. Lascu, „A New Single Active Switch Quadratic Buck Converter”, in (2015) *International Review of Automatic Control (IREACO)*, vol. 8 / 5, pp. 346 - 353, ISSN: 19746059, DOI: 10.15866/ireaco.v8i5.7203, CSA, EBSCO, SCOPUS, BDI.

### **4. Lucrări științifice publicate în volumele unor manifestări științifice (Proceedings) indexate BDI**

1. **M. Gurbină**, D. Lascu, "Analysis of one cycle controlled SEPIC converters", Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI), 2012 7th edition, DOI: 10.1109/SAI.2012.6250040, Publication Year: 2012 , Page(s): 415 – 420, BDI



## Anexe

### Anexa\_1\_1\_Atractorul\_Lorenz.m %Graficul din Fig.1.1 Atractorul Lorenz

```
clear all
clc
sigma=10;
beta=8/3;
ro=28;
f = @(t,x) [sigma*(x(2)-x(1)); ro*x(1) - x(2) - x(1)*x(3); x(1)*x(2)-beta*x(3)]; ec.(1.1)
[t,x] = ode45(f,[0 100],[0.1 0 0]);% Runge-Kutta metoda 4 si 5, timp simulare si conditii
initiale
plot3(x(:,1),x(:,2),x(:,3)) % ploteaza 3D
```

### Anexa\_1\_2\_Feigenbaum\_bifurcatie.m % Graficul din Fig.1.2.

```
clear all; close all; clc;
Niter = 1000; Nplot = 500;
x = zeros(Nplot,1);
for k = 2.5:0.0005:4.0,
    x(1) = 0.5;
    for n = 1:Niter,
        x(1) = k*x(1)*(1 - x(1));
    end,
    for n = 1:Nplot-1,
        x(n+1) = k*x(n)*(1 - x(n));
    end,
    plot(k*ones(Nplot,1), x, '.', 'markersize', 2);
    hold on;
end,
title('Graficul ecuatiei lui Feigenbaum');
xlabel('k'); ylabel('z_n');
set(gca, 'xlim', [2.5 4.0]);
hold off;
```

### Anexa\_1\_3\_Feigenbaum\_transpunere ecuatie in Excel.xls % Graficul din Fig.1.3

k1	k2	Zn	Z(n+1)	Z(n+1)
3,850	3,860	0,500	0,963	0,965
3,850	3,860	0,963	0,139	0,139
3,850	3,860	0,139	0,461	0,462
3,850	3,860	0,461	0,957	0,959
3,850	3,860	0,957	0,160	0,160
3,850	3,860	0,160	0,518	0,519
3,850	3,860	0,518	0,961	0,964
3,850	3,860	0,961	0,143	0,144
3,850	3,860	0,143	0,472	0,474
3,850	3,860	0,472	0,960	0,962
3,850	3,860	0,960	0,149	0,150
3,850	3,860	0,149	0,489	0,491
3,850	3,860	0,489	0,962	0,965
3,850	3,860	0,962	0,141	0,141
3,850	3,860	0,141	0,465	0,466
3,850	3,860	0,465	0,958	0,960
3,850	3,860	0,958	0,156	0,156
3,850	3,860	0,156	0,506	0,507
3,850	3,860	0,506	0,962	0,965
3,850	3,860	0,962	0,139	0,140
3,850	3,860	0,139	0,462	0,463
3,850	3,860	0,462	0,957	0,959
3,850	3,860	0,957	0,159	0,159
3,850	3,860	0,159	0,514	0,515
3,850	3,860	0,514	0,962	0,964

3,850	3,860	0,962	0,142	0,142
3,850	3,860	0,142	0,468	0,469
3,850	3,860	0,468	0,959	0,961
3,850	3,860	0,959	0,153	0,153
3,850	3,860	0,153	0,499	0,500
3,850	3,860	0,499	0,962	0,965
3,850	3,860	0,962	0,139	0,139
3,850	3,860	0,139	0,461	0,462
3,850	3,860	0,461	0,957	0,959
3,850	3,860	0,957	0,160	0,160
3,850	3,860	0,160	0,517	0,519
3,850	3,860	0,517	0,961	0,964
3,850	3,860	0,961	0,143	0,144
3,850	3,860	0,143	0,472	0,473
3,850	3,860	0,472	0,960	0,962
3,850	3,860	0,960	0,149	0,150
3,850	3,860	0,149	0,490	0,491
3,850	3,860	0,490	0,962	0,965
3,850	3,860	0,962	0,140	0,141
3,850	3,860	0,140	0,465	0,466
3,850	3,860	0,465	0,958	0,960
3,850	3,860	0,958	0,156	0,156
3,850	3,860	0,156	0,506	0,508
3,850	3,860	0,506	0,962	0,965
k1	k2	Zn	Z(n+1)	Z(n+1)

**Anexa\_1\_4\_Sistem\_Van\_der\_Pol.m** % Graficul din Fig.1.5.

```
clear all; close all; clc;
tspan = [0,50]; y0 = [1;-2.2;1];
options = odeset('AbsTol',1e-7,'RelTol',1e-4);
a=0.2; b=0.2; c1=2.5; c2=5;
[t,y] = ode45(@Anexa_1_5_functie_Van_der_Pol,tspan,y0,options,a,b,c1);
[t2,y2] = ode45(@Anexa_1_5_functie_Van_der_Pol,tspan,y0,options,a,b,c2);
subplot(2,2,1); plot(y(:,1),y(:,2))
title('y2=f(y1)')
xlabel('a');
subplot(2,2,2); plot(t,y(:,2))
title('y1(t)')
xlabel('b');
```

**Anexa\_1\_5\_functie\_Van\_der\_Pol.m** % Graficul din Fig.1.5.

```
function yd=Anexa_1_5_functie_Van_der_Pol(t,y,a,b,c)
% sistem de ecuatii diferentiale parametrizat
yd = [y(2); (1-y(1)^2)*y(2)-y(1); b+y(3)*(y(1)-c)]+5*cos(2*pi*t*1000);%
```

**Anexa\_1\_6\_Sistem\_Van\_der\_Pol\_cvaperiodic.m** % Graficul din Fig.1.6.

```
clear all; close all; clc;
tspan = [0,500]; y0 = [1;-2.2;1];
options = odeset('AbsTol',1e-7,'RelTol',1e-4);
a=0.2; b=0.2; c1=2.5; c2=5;
[t,y] = ode45(@Anexa_1_7_functie_Van_der_Pol,tspan,y0,options,a,b,c1);
[t2,y2] = ode45(@Anexa_1_7_functie_Van_der_Pol,tspan,y0,options,a,b,c2);
subplot(2,2,1); plot(y(:,1),y(:,2))
title('y2=f(y1)')
xlabel('a');
subplot(2,2,2); plot(t,y(:,2))
title('y1(t)')
xlabel('b');
```

**Anexa\_1\_7\_functie\_van\_der\_pol.m** % Graficul din Fig.1.6.

```
function yd=Anexa_1_7_functie_Van_der_Pol(t,y,a,b,c)
% sistem de ecuatii diferentiale parametrizat
yd=[y(2); (1-y(1)^2)*y(2)-y(1)+sin(t/pi); b+y(3)*(y(1)-c)];% cvaperiodic;
```

**Anexa\_1\_8\_Chua\_inializare.m** % Graficul din Fig.1.7.; Fig.1.8

```
close all; clear all; clc;
[t,y] = ode45(@Anexa_1_9_Chua_functie,[0 100],[0.7 0 0]);
plot3(y(:,1),y(:,2),y(:,3)); grid on; xlabel('V1'); ylabel('V2'); zlabel('iL');%regimul cvasihaotic
subplot(2,2,1); plot(t,y(:,1)); xlabel('t'); ylabel('y1');
subplot(2,2,2); plot(t,y(:,2)); xlabel('t'); ylabel('y2');
plot(t,y(:,1))
xlabel('time'); ylabel('y1=v1')
plot(t,y(:,2))
plot(3,2,1)
plot(t,y(:,3));
subplot(3,2,1); stem(t,y(:,2)); xlabel('t'); ylabel('i(t)');
subplot(1,1,1); stem(t,y(:,2),'b'); xlabel('t'); ylabel('i(t)');
xlabel('time'); ylabel('x or z')
fs=fft(out);
fr=fft(r,32);
```

**Anexa\_1\_9\_Chua\_functie.m** % Graficul din Fig.1.7.; Fig.1.8

```
function out = Anexa_1_9_Chua_functie(t,in)
```

```

x = in(1); y = in(2); z = in(3);
alpha = 15.6; beta = 28; m0 = -1.143; m1 = -0.714;
h = m1*x+0.5*(m0-m1)*(abs(x+1)-abs(x-1));
xdot = alpha*(y-x-h);
ydot = x - y + z;
zdot = -beta*y;
out = [xdot ydot zdot]';
end

```

**Anexa\_1\_10\_Ec\_Feigenbaum\_coef\_Lyapunov.m** % Graficul din Fig.1.10

```

lyap=zeros(1,500);
j=0;
for(k=2.5:0.002:4)
    xn1=rand(1,1);
    lyp=0;
    j=j+1;
    for(i=1:1000)
        xn=xn1;
        xn1=k*xn*(1-xn); % harta logistica
        if(i>100)
            lyp=lyp+log(abs(k-2*k*xn1)); % calculeaza suma Taylor trunchiata a logaritmiilor
        end
    end
    lyp=lyp/500; %calculeaza media exponentilor Lyapunov
    lyap(j)=lyp;
end
k=2.5:0.002:4;
fsize=11; set(gca,'xtick',[2.5:0.2:4],'FontSize',fsize),
xlabel('k','FontSize',fsize), ylabel('Exponenti Liapunov','FontSize',fsize), hold on;
plot(k,lyap,'-blue');hold on;grid on;

```

**Anexa\_2\_1\_buck\_OCC\_stabil\_instabil\_3D.m** % Graficul din Fig.2.7 și Fig.2.8

```

close all;clear all;
clc;
a=0.01:0.01:0.99;
b=5:10:500;
for i=1:length(a);
    for j=1:length(b);
        Z(i,j)=(a(i)*b(j))/(exp(b(j)*(1-a(i)))-1);
    end
end
[A,B]=meshgrid(b,a);
mesh(b,a,Z); xlabel('b');ylabel('a');zlabel('a*b/(exp(b*(1-a))-1)')
M=max((max(Z)));
Vg=12;
Vo=10;
a=Vo/Vg;
b=1:1:50;
f=a*b./(exp(b*(1-a))-1)-1;
xlabel('p=T/rCi'), ylabel('f(M,p)=pM/(exp(p(1-M))-1)')
figure; plot(b,f)
b=15;
Vref=Vo/(1-exp(-b*(1-a)))
d=0.1:0.01:0.99;

```

**Anexa\_2\_2\_Raport\_static.m** % Graficul din Fig.2.9

```

clc; clear all; close all;

```

```

Rint=1e3;Cint=20e-9; Ts=20e-6; Vg=12; r=66.66; Vref=10.7234;
Dcritic=Vref/Vg*Rint*Cint/Ts*(1-r*Vg/(Rint*Vref)) % ecuatia 2.45
p=[10 15 20];
for j=1:length(p)
x=0.01:0.01:0.99;
for i=1:length(x)
M(i)=fzero(@(M) Anexa_2_3_functia_raport_static(M,p(j),x(i)),0.2);
end
plot(x,M); hold on;
end
xlabel('Vref / Vg'); ylabel('M=v0 / Vg');
figure(1); plot(x,x,'r')

```

**Anexa\_2\_3\_functia\_raport\_static.m** % Graficul din Fig.2.9

```

function y=rapstat(M,p,x)
y=M/(1-exp(-p*(1-M)))-x;

```

**Anexa\_4\_1\_BB\_param\_vref**

```

clear all; close all; clc;
syms x R L C Vref T VI Vu E A D RI;
L=0.25e-3; RI=0.1; C=220e-6; R=2; Rc=0; T=20e-6; VI=3.8; Vu=8.2;Vg=12;
extr=[0 1];
I=eye(2);
Aon=[-RI/L 0; 0 -1/(R*C)]; Bon=[1/L; 0];
Aoff=[-RI/L -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Boff=[0; 0];
syms dn xn iLn vCn ;
xn=[iLn; vCn];
k=1; Vref=7.5; incr=0.00; lambda=zeros(2);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1 && abs(lambda(3))<1,
D=fzero(@(x) Anexa_4_2_BB_TE_k(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,T,k,Vref,Vu,VI),0);
Phi1=expm(Aon*D*T); % se schimba la LE, D merge in 1-D
Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon;
Phi2=expm(Aoff*(1-D)*T); % se schimba la LE, 1-D merge in D
Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff;
X=(I-Phi2*Phi1)\((Phi2*Psi1+Psi2)*Vg;
dFdxn = -k*extr*Phi1;
dFddn = -k*extr*T*Phi1*(Aon*X-Bon*Vg)-(Vu-VI);%
dgdxn = Phi2*Phi1;
dgddn = T*((Phi2*Aon-Aoff*Phi2)*Phi1*X+Phi2*(Phi1*Bon-Aoff*Psi1-Boff)*Vg);
JFX=dgdxn-dgddn*dFdxn/dFddn;
lambda=eig(JFX)
lambda=abs(lambda);
Vref=Vref+incr;
D
end
Vref=Vref+incr, D,

```

**Anexa\_4\_2\_BB\_TE\_vref**

```

function y=Anexa_4_4_BB_TE_k(x,Vg,A1,B1,A2,B2,T,k,Vref,Vu,VI)
Vexv=[0 1];
I=eye(2);
phi1=expm(A1*x*T);
psi1=A1\((phi1-I)*B1;
phi2=expm(A2*(1-x)*T);
psi2=A2\((phi2-I)*B2;
y=k*(Vref-Vexv*(phi1*(I-phi2*phi1)\((phi2*psi1+psi2)+psi1)*Vg)-x*(Vu-VI)-VI;

```

**Anexa\_4\_3\_BB\_TE\_k.m**

```

clear all; close all; clc;
syms x R L C Vref T VI Vu E A D RI;
L=0.25e-3; RI=0.1; C=220e-6; R=2; Rc=0; T=50e-6; VI=3.8; Vu=8.2;
extr=[0 1];
I=eye(2);
Aon=[-RI/L 0; 0 -1/(R*C)]; Bon=[1/L; 0];
Aoff=[-RI/L -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Boff=[0; 0];
A1=Aon; B1=Bon; A2=Aoff; B2=Boff; %TE
e=12; u=e;
Vref=7.5; k=1.10; incr=0.0001; lambda=zeros(2);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1 && abs(lambda(3))<1,
    D=fzero(@(x) Anexa_4_4_BB_TE_k(x,u,A1,B1,A2,B2,T,k,Vref,Vu,VI),0);
    Phi1=expm(A1*D*T); Psi1=A1\((Phi1-I)*B1;
    Phi2=expm(A2*(1-D)*T); Psi2=A2\((Phi2-I)*B2;
    X=(I-Phi2*Phi1)\(Phi2*Psi1+Psi2)*e;
    dhdxn = -k*extr*Phi1;
    dhddn = -k*extr*T*Phi1*(A1*X-B1*e)-(Vu-VI);%
    dgdxn = Phi2*Phi1;
    dgddn = T*((Phi2*A1-A2*Phi2)*Phi1*X+Phi2*(Phi1*B1-A2*Psi1-B2)*e);
    JFX=dgdxn-dgddn*dhdxn/dhddn;
    lambda=eig(JFX); lambda=abs(lambda);
    k=k+incr, D
end
k=k-incr

```

**Anexa\_4\_4\_BB\_TE\_k.m**

```

function y=Anexa_4_4_BB_TE_k(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,T,k,Vref,Vu,VI)
extr=[0 1];
I=eye(2);
phi1=expm(Aon*x*T); % se schimba la LE, x merge in 1-x si A1=Aoff
psi1=Aon\((phi1-I)*Bon;
phi2=expm(Aoff*(1-x)*T); % se schimba legea la LE, 1-x merge in x si A2=Aon
psi2=Aoff\((phi2-I)*Boff;
y=k*(Vref-extr*(phi1*(I-phi2*phi1)\(phi2*psi1+psi2)*Vg+psi1*Vg))-(Vu-VI)*x-VI;%Buck-boost ec.4.56

```

**Anexa\_4\_5\_buck\_param\_bif\_Vg.m**

```

Vg=24.5;incr=0.0001; lambda=zeros(2);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1,
    D=fzero(@(x) Anexa_4_6_functie_calcul_D(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,T,k,Vref,Vu,VI),0);
    Phi1=expm(Aoff*(1-D)*T); Psi1=Aoff\((Phi1-I)*Boff; %
    Phi2=expm(Aon*D*T); Psi2=Aon\((Phi2-I)*Bon;%
    X=(I-Phi2*Phi1)\(Phi2*Psi1+Psi2)*Vg;
    dFdxn = k*extr*Phi1; %
    dFdnn = -k*extr*T*Phi1*(Aoff*X+Boff*Vg)+Vu-VI;%
    dgdxn = Phi2*Phi1;%
    dgddn = T*Phi2*((Aon-Aoff)*Phi1*X-(Phi1*Boff-Aon*Psi1-Bon)*Vg);%
    JFX=dgdxn-dgddn*dFdxn/dFdnn;
    lambda=eig(JFX);
    Vg=Vg+incr;
end
Vg=Vg-incr, D

```

**Anexa\_4\_6\_functie\_calcul\_D.m**

```

function y=Anexa_4_6_functie_calcul_D(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,T,k,Vref,Vu,VI)
extr=[0 1];
I=eye(2);

```

```

phi1=expm(Aoff*(1-x)*T); psi1=Aoff\(\phi1-l)*Boff;
phi2=expm(Aon*x*T); psi2=Aon\(\phi2-l)*Bon;
y=k*(extr*(phi1*(l-phi2*phi1))\(\phi2*psi1+psi2)*Vg+psi1*Vg)-Vref)-(Vu-Vl)*(1-x)-Vl;

```

#### Anexa\_4\_7\_buck\_one\_cycle\_TE.m % Organigrama din Fig.4.6

```

clear all; close all; clc;
syms R L C Vref T VI Vu E A D Ri Ci r Vg;
Vg=12; L=0.2e-3; C=4.7e-6; R=10; T=20e-6; Ci=20e-9; Ri=1e3; A=1000; r=66.67;% Suceava Vref=10.7178
% Vg=15; L=0.4e-3; C=2.2e-6; R=12; T=50e-6; Ci=50e-9; Ri=1e3; A=1000; r=50;% Brasov Vref=13.5586; Tabelul 4.1
A1=[0 -1/L 0; 1/C -1/(R*C) 0; 0 0 -1/(A+1)/Ri/Ci]; B1=[1/L; 0; -1/(Ri*Ci)];% (4.28)
A2=[0 -1/L 0; 1/C -1/(R*C) 0; 0 0 -1/(A+1)/Ri+1/r)/Ci]; B2=[0; 0; 0];% (4.31)
extr=[0 0 1];
I=eye(3);
syms dn xn iLn vCn vCi ;
xn=[iLn; vCn; vCi];
phi1=expm(A1*dn*T); psi1=(A1)\(\phi1-l)*B1; phi2=expm(A2*(1-dn)*T); psi2=(A2)\(\phi2-l)*B2;
Vref=9.5; u=[Vg]; incr=0.001; lambda=zeros(3);
while (abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1 && abs(lambda(3))<1,
    D=fzero(@(x) Anexa_4_2_functie_one_cycle_calcul_D(x,u,A1,B1,A2,B2,T,Vref,A,r),0)
    Phi1=expm(A1*D*T); Psi1=(A1)\(\Phi1-l)*B1;
    Phi2=expm(A2*(1-D)*T); Psi2=(A2)\(\Phi2-l)*B2;
    X=(l-Phi2*Phi1)\(\Phi2*Psi1+Psi2)*u;% (4.15)
    h=A/(A+1)*extr*(phi1*xn+psi1*u)-Vref;% (4.38)
    g=phi2*phi1*xn+(phi2*psi1+psi2)*u;% (4.11)
    dFdxn = A/(A+1)*extr*Phi1;% (4.40)
    dFddn = A/(A+1)*extr*T*Phi1*(A1*X+B1*u);% (4.41)
    dgdxn = Phi2*Phi1;% (4.13)
    dgddn = T*((Phi2*A1-A2*Phi2)*Phi1*X+Phi2*(Phi1*B1-A2*Psi1-B2)*u);% (4.14)
    JFX=dgdxn-dgddn*dFdxn/dFddn;
    lambda=eig(JFX); Vref=Vref+incr
end
Vref=Vref-incr, D

```

#### Anexa\_4\_8\_functie\_one\_cycle\_calcul\_D.m % Organigrama din Fig.4.6

```

function y=Anexa_4_2_functie_one_cycle_calcul_D(x,u,A1,B1,A2,B2,T,Vref,A,~)
extr=[0 0 1];
I=eye(3);
phi1=expm(A1*x*T);
psi1=(A1)\(\phi1-l)*B1;
phi2=expm(A2*(1-x)*T);
psi2=(A2)\(\phi2-l)*B2;
y=A/(A+1)*extr*((phi1/(l-phi2*phi1))*(phi2*psi1+psi2)+psi1)*u)+Vref;

```

#### Anexa\_4\_9\_Buck\_CC\_Vref.m

```

clear all; close all; clc;
syms dn iLn vCn vCtn;
T=10e-6; L=32e-6; C=320e-6; Ct=720e-9; R=9.6; E=12; Roff=1e6; Ron=0.1; %Rc=0.02;
A1=[0 -1/L 0; 1/C -1/(R*C) 0; 1/Ct 0 -1/(Roff*Ct)]; B1=[1/L; 0; 0];
A2=[0 -1/L 0; 1/C -1/(R*C) 0; 0 0 -1/(Ron*Ct)]; B2=[0; 0; 0];
Vex=[0 0 1];
I=eye(3);
u=[E];
xn=[iLn vCn vCtn]';
Vref=7.69; incr=0.0001; lambda=zeros(3);
while abs(lambda(1))<1.00 & abs(lambda(2))<1,abs(lambda(3))<1;
    D=fzero(@(x) Anexa_4_4_functia_CC(x,u,A1,B1,A2,B2,T,Vref),0.5)
    Phi1=expm(A1*D*T);

```

```

Psi1=A1\(\Phi1-l)*B1;
Phi2=expm(A2*(1-D)*T);
Psi2=A2\(\Phi2-l)*B2;
X=(l-Phi2*Phi1)\(\Phi2*Psi1+Psi2)*u;
dFdxn_ev = Vex*Phi1;
dFddn_ev = Vex*T*Phi1*(A1*X+B1*u);
dgdxdn_ev = Phi2*Phi1;
dgdndn_ev = T*((Phi2*A1-A2*Phi2)*Phi1*X+Phi2*(Phi1*B1-A2*Psi1-B2)*u);
JFX=dgdxdn_ev-dgdndn_ev*dFdxn_ev/dFddn_ev;
lambda=eig(JFX)
lambda=abs(lambda);
Vref=Vref+incr
end
Vref=Vref+incr, D

```

#### Anexa\_4\_10\_functia\_CC.m

```

function y=Anexa_4_10_functia_CC(x,u,A1,B1,A2,B2,T,Vref)
Vex=[0 0 1]; l=eye(3);
phi1=expm(A1*x*T);
psi1=A1\(\phi1-l)*B1;
phi2=expm(A2*(1-x)*T);
psi2=A2\(\phi2-l)*B2;
y=Vex*((phi1/(l-phi2*phi1)*(phi2*psi1+psi2)+psi1)*u)-Vref;

```

#### Anexa\_4\_11\_verif\_Vref\_ka.m

```

clear all; close all; clc;
syms D
R11=9.1e3; R12=10e3; R21=8.62e3; R23=1e3; R22=1e3; L=80e-6;
Cint=2.7e-9; Vg=15; fs=40e3; R=12; D=0.5403; Rds=0.3;
Vref=0.325*R11/(R12*R23)*(1+R21/R22)*1/Cint*Vg/(fs*(R+Rds))*D^2
%Dsol=sqrt(Vref/(0.325*R11/(R12*R23)*(1+R21/R22)*1/Cint*Vg/(fs*(R+Rds))))
ka=0.325*R11/(R12*R23)*(1+R21/R22)
Dmin=2*L*fs/R

```

#### Anexa\_6\_1\_buck\_LE\_unif\_asim.m % Tabelul 6.1. ; Fig.6.6.

```

syms R L C Vref T VI Vu E A D;
Ron=0; L=20e-3; C=47e-6; R=22; T=400e-6; VI=3.8; Vu=8.2; Vg=24;
Tc=300e-6; Td=T-Tc;
Aon=[-Ron/L -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Bon=[1/L; 0]; Aoff=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Boff=[0; 0];
l=eye(2);
Vref=11; Vexv=[0 1];
A=1; incr=0.001; lambda=zeros(2);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1,
    D=fzero(@(x) Anexa_6_2_f_buck_LE_unif_asim(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,T,Tc,Td,A,Vref,Vu,VI),0.5);
    t1=(1-D)*Tc; t2=T-(1-D)*Td;% relatiile (6.13)
    Phi1=expm(Aoff*t1); Psi1=Aoff\(\Phi1-l)*Boff;%
    Phi2=expm(Aon*(t2-t1)); Psi2=Aon\(\Phi2-l)*Bon;%
    Phi3=expm(Aoff*(T-t2)); Psi3=Aoff\(\Phi3-l)*Boff;
    X=(l-Phi3*Phi2*Phi1)\(\Phi3*Phi2*Psi1+Phi3*Psi2+Psi3)*Vg;
    dFdxn = A*Vexv;%
    dFddn = Vu-VI;%
    dgdxdn = Phi3*Phi2*Phi1;%
dgdndn=(T*Phi3*Aon*Phi2*Phi1-Tc*Phi3*Phi2*Aoff*Phi1-Td*Aoff*Phi3*Phi2*Phi1)*X +(-
Td*Aoff*Phi3*Phi2*Psi1+T*Phi3*Aon*Phi2*Psi1-Tc*Phi3*Phi2*Phi1*Boff-Td*Aoff*Phi3*Psi2+T*Phi3*Phi2*Bon-
Td*Phi3*Boff)*Vg;
JFX=dgdxdn-dgdndn/dFddn*dFdxn;
lambda=eig(JFX)

```

```

lambda=abs(lambda);
A=A+incr
%Vg=Vg+incr;
end
A=A-incr,D,X
Vcon=A*(X(2)-Vref)

```

#### Anexa\_6\_2\_f\_buck\_LE\_unif\_asim.m %

```

function y=Anexa_6_2_f_buck_LE_unif_asim(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,T,Tc,Td,A,Vref,Vu,VI)
Vexv=[0 1];
I=eye(2);
phi1=expm(Aoff*(1-x)*Tc); psi1=Aoff\((phi1-I)*Boff);
phi2=expm(Aon*x*T); psi2=Aon\((phi2-I)*Bon);
phi3=expm(Aoff*(1-x)*Td); psi3=Aoff\((phi3-I)*Boff);
y=A*(Vexv*((I-phi3*phi2*phi1)\(phi3*phi2*psi1+phi3*psi2+psi3)*Vg)-Vref)+(Vu-VI)*x-Vu;

```

#### Anexa\_6\_3\_buck\_LE\_unif\_asim\_D1\_D2.m % Tabelul 6.1. ; Tabelul 6.2. ; Fig.6.6.

```

clear all; close all; clc;
syms R L C Vref T VI Vu E A D Tc Td T1 T2 mc;
Ron=0; L=20e-3; C=47e-6; R=22; Ts=400e-6; VI=3.8; Vu=8.2;Vg=24;
Tc=300e-6; Td=Ts-Tc; % Tc>167us si Tc<230
Aon=[-Ron/L -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Bon=[1/L; 0]; Aoff=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Boff=[0; 0]; I=eye(2);
Vref=11; Vexv=[0 1]; %Vref> 10.4597 (A=17.2) si Vref<12.836 (A=16.8);Nu are bifurcatie
A=1.08; incr=0.0001; lambda=zeros(2);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1,
    D1siD2=fsolve(@x)
Anexa_6_4_f_buck_LE_unif_asim_D1_D2(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,Ts,Tc,Td,A,Vref,Vu,VI),[0.1;0.5]);
    D1=D1siD2(1);D2=D1siD2(2);
    Phi1=expm(Aoff*D1*Ts); Psi1=Aoff\((Phi1-I)*Boff);
    Phi2=expm(Aon*D2*Ts); Psi2=Aon\((Phi2-I)*Bon);
    Phi3=expm(Aoff*(1-D1-D2)*Ts); Psi3=Aoff\((Phi3-I)*Boff);
    X=(I-Phi3*Phi2*Phi1)\(Phi3*Phi2*Psi1+Phi3*Psi2+Psi3)*Vg;
    dgdxn = Phi3*Phi2*Phi1;% 5.21
    dgdd1n=Ts*Phi3*((Phi2*Aoff-Aoff*Phi2)*Phi1*X+(Phi2*Phi1*Boff-Aoff*Phi2*Psi1-Aoff*Psi2-Boff))*Vg; %(6.20)
    dgdd2n=Ts*Phi3*((Aon-Aoff)*Phi2*Phi1*X+(Aon*Phi2*Psi1-Aoff*Phi2*Psi1-Aoff*Psi2+Phi2*Bon-Boff))*Vg; %(6.21)
    dF1dxn = A*Vexv; % (5.22)
    dF1dd1n = -(Vu-VI)*Ts/Tc;%
    dF1dd2n = 0;
    dF2dxn = 0; %
    dF2dd1n = 1;%
    dF2dd2n =Tc/Ts;
    JFX=dgdxn-dgdd1n*inv(dF1dd1n)*dF1dxn+dgdd2n*inv(dF2dd2n)*inv(dF1dd1n)*dF1dxn;
lambda=eig(JFX);
re1=real(lambda(1)); im1=imag(lambda(1));
re2=real(lambda(2)); im2=imag(lambda(2));
figure(1); plot(re1,im1,'b.', re2,im2,'r.');
```

#### Anexa\_6\_4\_f\_buck\_LE\_unif\_asim\_D1\_D2.m

```

function F=Anexa_6_4_f_buck_LE_unif_asim_D1_D2(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,Ts,Tc,Td,A,Vref,Vu,VI)
Vexv=[0 1];
I=eye(2);

```



```

D1=x(1); D2=x(2);
Phi1=expm(Aoff*D1*Ts); Psi1=Aoff\((Phi1-I)*Boff;
Phi2=expm(Aon*D2*Ts); Psi2=Aon\((Phi2-I)*Bon;
Phi3=expm(Aoff*(1-D1-D2)*Ts); Psi3=Aoff\((Phi3-I)*Boff;
F=zeros(2,1);
X=(I-Phi3*Phi2*Phi1)\((Phi3*Phi2*Psi1+Phi3*Psi2+Psi3)*Vg;
F(1)=A*(Vexv*X-Vref)-(Vu-VI)*D1*Ts/Tc-VI;% uniform asim LE;%(6.15)
F(2)=D1-(1-D2)*Tc/Ts;%(6.17)

```

**Anexa\_6\_5\_buck\_TE\_unif\_asim.m** Tabelul 6.3.; Fig.6.9. Tabelul 6.4.

```

clear all; close all; clc;
syms R L C Vref T VI Vu E A D;
Ron=0; L=20e-3; C=47e-6; R=22; Ts=400e-6; VI=3.8; Vu=8.2;Vg=24;
Tc=300e-6; Td=T-Tc;
Aon=[-Ron/L -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Bon=[1/L; 0]; Aoff=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Boff=[0; 0];
I=eye(2);
Vref=11; Vexv=[0 1];
A=1.15; incr=0.001; lambda=zeros(2);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1
    D1siD2=fsolve(@(x) Anexa_6_6_f_buck_TE_unif_asim(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,Ts,Tc,Td,A,Vref,Vu,VI),[0.3;0.6]);
    D1=D1siD2(1); D2=D1siD2(2);
    Phi1=expm(Aon*D1*Ts); Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon;%
    Phi2=expm(Aoff*D2*Ts); Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff;%
    Phi3=expm(Aon*(1-D1-D2)*Ts); Psi3=Aon\((Phi3-I)*Bon;
    X=(I-Phi3*Phi2*Phi1)\((Phi3*Phi2*Psi1+Phi3*Psi2+Psi3)*Vg;% (6.43)
    dgdxn = Phi3*Phi2*Phi1;% (6.45)
    dgdd1n=Ts*Phi3*((Phi2*Aon-Aon*Phi2)*Phi1*X+(Phi2*Phi1*Bon-Aon*Phi2*Psi1-Aon*Psi2-Bon))*Vg;% (6.50)
    dgdd2n=Ts*Phi3*((Aoff-Aon)*Phi2*Phi1*X-(Aon*Phi2*Psi1-Aoff*Phi2*Psi1+Aon*Psi2-Phi2*Boff+Bon))*Vg;% (6.51)
    dF1dxn = -A*Vexv;% (6.54)
    dF1dd1n = -(Vu-VI)*Ts/Tc;% (6.55)
    dF1dd2n = 0;% (6.56)
    dF2dxn = 0;% (6.54)
    dF2dd1n = 1;% (6.55)
    dF2dd2n = Tc/Ts;% (6.56)
    JFX=dgdxn-dgdd1n*inv(dF1dd1n)*dF1dxn+dgdd2n*inv(dF2dd2n)*inv(dF1dd1n)*dF1dxn;
    lambda=eig(JFX)
    abs(lambda)
    re1=real(lambda(1)); im1=imag(lambda(1));
    re2=real(lambda(2)); im2=imag(lambda(2));
    figure(1); plot(re1,im1,'b.', re2,im2,'r.');
```

**Anexa\_6\_6\_f\_buck\_TE\_unif\_asim.m**

```

function F=Anexa_6_6_f_buck_TE_unif_asim(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,Ts,Tc,Td,A,Vref,Vu,VI)
Vexv=[0 1];
I=eye(2);
D1=x(1); D2=x(2);
Phi1=expm(Aon*D1*Ts); Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon;
Phi2=expm(Aoff*D2*Ts); Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff;
Phi3=expm(Aon*(1-D1-D2)*Ts); Psi3=Aon\((Phi3-I)*Bon;
F=zeros(2,1);
X=(I-Phi3*Phi2*Phi1)\((Phi3*Phi2*Psi1+Phi3*Psi2+Psi3)*Vg;

```

$F(1)=A*(Vref-Vexv*X)-(Vu-Vl)*D1*Ts/Tc-Vl;$  % uniform asim TE;%(6.52)

$F(2)=D1-(1-D2)*Tc/Ts;$ %(6.53)

**Anexa\_6\_7\_buck\_TE\_nat\_asim.m** % Tabelul 6.5.; Fig.6.12. Tabelul 6.6.

```
clear all; close all; clc;
syms R L C Vref T VI Vu E A D Tc Td T1 T2;
Ron=0; L=20e-3; C=47e-6; R=22; Ts=400e-6; Vl=3.8; Vu=8.2;Vg=24;
Aon=[-Ron/L -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Bon=[1/L; 0]; Aoff=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Boff=[0; 0];
I=eye(2);
Vref=11; Vexv=[0 1];
Tc=300e-6; Td=Ts-Tc;
A=11; incr=0.1; lambda=zeros(2);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1;
    D1sID2=fsolve(@(x) Anexa_6_8_f_buck_TE_nat_asim(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,Ts,Tc,Td,A,Vref,Vu,VI),[0.1;0.95]);
    D1=D1sID2(1);D2=D1sID2(2);
    Phi1=expm(Aon*D1*Ts); Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon;
    Phi2=expm(Aoff*D2*Ts); Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff;
    Phi3=expm(Aon*(1-D1-D2)*Ts); Psi3=Aon\((Phi3-I)*Bon;
    X=(I-Phi3*Phi2*Phi1)\(Phi3*Phi2*Psi1+Phi3*Psi2+Psi3)*Vg; % (6.70)
    dF1dxn = -A*Vexv*Phi1; % (6.71)
    dF1dd1n = -A*Ts*Vexv*(Aon*Phi1*X+Phi1*Bon*Vg)-(Vu-Vl)*Ts/Tc;% (6.72)
    dF1dd2n = 0;% (6.73)
    dF2dxn = -A*Vexv*Phi2*Phi1; % (6.74)
    dF2dd1n = -A*Ts*Vexv*Phi2*(Aon*Phi1*X+Phi1*Bon*Vg)+(Vu-Vl)*Ts/Td;% (6.75)
    dF2dd2n = -A*Ts*Vexv*(Aoff*Phi2*Phi1*X+(Aoff*Phi2*Psi1+Phi2*Boff)*Vg)+(Vu-Vl)*Ts/Td;% (6.76)
    dgdxn = Phi3*Phi2*Phi1;% (6.39)
    dgdd1n=Ts*Phi3*((Phi2*Aon-Aon*Phi2)*Phi1*X+(Phi2*Phi1*Bon-Aon*Phi2*Psi1-Aon*Psi2-Bon))*Vg; % (6.40)
    dgdd2n=Ts*Phi3*((Aoff-Aon)*Phi2*Phi1*X-(Aon*Phi2*Psi1-Aoff*Phi2*Psi1+Aon*Psi2-Phi2*Boff+Bon))*Vg; % (6.41)
    JFX=dgdxn+dgdd1n*inv(dF1dd1n-dF1dd2n*inv(dF2dd2n)*dF2dd1n)*(dF1dd2n*inv(dF2dd2n)*dF2dxn-
    dF1dxn)+dgdd2n*(inv(dF2dd2n)*dF2dd1n*inv(dF1dd2n*inv(dF2dd2n)*dF2dd1n-
    dF1dd1n)*(dF1dd2n*inv(dF2dd2n)*dF2dxn-dF1dxn)-inv(dF2dd2n)*dF2dxn);
    lambda=eig(JFX)
    re1=real(lambda(1)); im1=imag(lambda(1));
    re2=real(lambda(2)); im2=imag(lambda(2));
    figure(1); plot(re1,im1,'b.', re2,im2,'r.');
```

**Anexa\_6\_8\_f\_buck\_TE\_nat\_asim.m**

```
function F=Anexa_6_8_f_buck_TE_nat_asim(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,Ts,Tc,Td,A,Vref,Vu,VI)
Vexv=[0 1];
I=eye(2);
D1=x(1); D2=x(2);
Phi1=expm(Aon*D1*Ts); Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon;
Phi2=expm(Aoff*D2*Ts); Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff;
Phi3=expm(Aon*(1-D1-D2)*Ts); Psi3=Aon\((Phi3-I)*Bon;
F=zeros(2,1);
X=(I-Phi3*Phi2*Phi1)\(Phi3*Phi2*Psi1+Phi3*Psi2+Psi3)*Vg;% (6.80)
F(1)=A*(Vref-Vexv*(Phi1*X+Psi1*Vg))-D1*(Vu-Vl)*Ts/Tc-Vl;% (6.80)
```

$$F(2)=A*(Vref-Vexv*(Phi2*Phi1*X+(Phi2*Psi1+Psi2)*Vg))-(1-D1-D2)*(Vu-VI)*Ts/Td-VI; \% (6.80) \text{ %sau } F(2)=D1-(1-D2)*Tc/Ts;$$

**Anexa\_6\_9\_buck\_LE\_nat\_asim.m** % Tabelul 6.7.; Fig.6.15. Tabelul 6.8.; Fig.6.18.

```
clear all; close all; clc;
syms R L C Vref T VI Vu E A D Tc Td T1 T2;
Ron=1e-6; L=20e-3; C=47e-6; R=22; Ts=400e-6; VI=3.8; Vu=8.2;
%Tc=300e-6; Td=Ts-Tc; % Tc>167us si Tc<230 fara bifurcatie la Vref=11V
format long
Aon=[-Ron/L -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Bon=[1/L; 0]; Aoff=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Boff=[0; 0];
I=eye(2);
Vref=11; Vexv=[0 1]; %Limite aparitie bifurcatie Vref>10.4597 (A=17.2) si Vref<12.8358 (A=16.9);
Tc=200e-6; Td=Ts-Tc;
A=10; Vg=24; incr=1; lambda=zeros(2);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1;
    D1siD2=fsolve(@(x) Anexa_6_10_f_buck_LE_nat_asim(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,Ts,Tc,Td,A,Vref,Vu,VI),[0.1;0.5]);
    D1=D1siD2(1); D2=D1siD2(2);
    Phi1=expm(Aoff*D1*Ts); Psi1=Aoff*(Phi1-I)*Boff; %
    Phi2=expm(Aon*D2*Ts); Psi2=Aon*(Phi2-I)*Bon; %
    Phi3=expm(Aoff*(1-D1-D2)*Ts); Psi3=Aoff*(Phi3-I)*Boff;
    X=(I-Phi3*Phi2*Phi1)\(Phi3*Phi2*Psi1+Phi3*Psi2+Psi3)*Vg;
    dF1dxn = A*Vexv*Phi1; % (6.62)
    dF1dd1n = A*Ts*Vexv*(Aoff*Phi1*X+Phi1*Boff*Vg)-(Vu-VI)*Ts/Tc; % (6.63)
    dF1dd2n = 0; % (6.64)
    dF2dxn = A*Vexv*Phi2*Phi1; %
    dF2dd1n = A*Ts*Vexv*(Phi2*Aoff*Phi1*X+Phi2*Phi1*Boff*Vg)+(Vu-VI)*Ts/Td; %
    dF2dd2n = A*Ts*Vexv*(Aon*Phi2*Phi1*X+(Aon*Phi2*Psi1+Phi2*Bon)*Vg)+(Vu-VI)*Ts/Td;
    dgdxn=Phi3*Phi2*Phi1; % (6.19)
    dgdd1n=Ts*Phi3*(Phi2*Aoff-Aoff*Phi2)*Phi1*X+(Phi2*Phi1*Boff-Aoff*Phi2*Psi1-Aoff*Psi2-Boff)*Vg; % (6.20)
    dgdd2n=Ts*Phi3*(Aon-Aoff)*Phi2*Phi1*X+(Aon*Phi2*Psi1-Aoff*Phi2*Psi1-Aoff*Psi2+Phi2*Bon-Boff)*Vg; % (6.21)
    JFX=dgdxn+dgdd1n*inv(dF1dd1n)*(-dF1dxn)+dgdd2n*(inv(dF2dd2n)*dF2dd1n*inv(dF1dd2n)*inv(dF2dd2n)*dF2dd1n-
    dF1dd1n)*(-dF1dxn)- inv(dF2dd2n)*dF2dxn);
    lambda=eig(JFX);
    re1=real(lambda(1)); im1=imag(lambda(1));
    re2=real(lambda(2)); im2=imag(lambda(2));
    figure(1); plot(re1,im1,'b.', re2,im2,'r.');
```

end

**Anexa\_6\_10\_f\_buck\_LE\_nat\_asim.m**

```
function F=Anexa_6_10_f_buck_LE_nat_asim(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,Ts,Tc,Td,A,Vref,Vu,VI)
Vexv=[0 1];
I=eye(2);
D1=x(1); D2=x(2);
Phi1=expm(Aoff*D1*Ts); Psi1=Aoff*(Phi1-I)*Boff;
Phi2=expm(Aon*D2*Ts); Psi2=Aon*(Phi2-I)*Bon;
Phi3=expm(Aoff*(1-D1-D2)*Ts); Psi3=Aoff*(Phi3-I)*Boff;
F=zeros(2,1);
X=(I-Phi3*Phi2*Phi1)\(Phi3*Phi2*Psi1+Phi3*Psi2+Psi3)*Vg;
F(1)=A*(Vexv*(Phi1*X+Psi1*Vg)-Vref)-(Vu-VI)*D1*Ts/Tc-VI; % LE(6.57)
F(2)=A*(Vexv*(Phi2*Phi1*X+(Phi2*Psi1+Psi2)*Vg)-Vref)-(1-D1-D2)*(Vu-VI)*Ts/Td-VI; % (6.61)
```

**Anexa\_7\_1\_Calcul\_RC\_AE3.m** % valorile componentelor din Fig.7.12

```
clear all; close all; clc;
syms Vg L Co Resr R VvV Gc0 w0 wz R1 R2 R3 C1 C2 C3 wz2 p ws wc
Gc0=Vg;
```

```

wc=ws/p; % p se alege (5,10)
wugf=wc*Vvv/Gc0;
w0=1/sqrt(L*Co)*1/sqrt(1+Resr/R);
wz=1/(Resr*Co);
wz1=w0; wz2=w0; wp1=wz; wp2=ws/2;
eq1=wc-1/(R1*(C1+C2))*Gc0/Vvv;
eq2=1/(R2*C2)-w0;
eq3=1/((R1+R3)*C3)-w0;
eq4=(C1+C2)/(R2*C1*C2)-ws/2;
eq5=1/(R3*C3)-ws/2;
sol=solve(eq1, eq2, eq3, eq4, eq5, R2, R3, C1, C2, C3);
R2=simplify(sol.R2); R3=simplify(sol.R3); C1=simplify(sol.C1); C2=simplify(sol.C2); C3=simplify(sol.C3); %sol (7.42-7.46)
R2,R3, C1, C2, C3
Vg=10; Vref=5; L=360e-6; Co=22e-6; R=2.5; Vl=4; Vu=6; Vvv=Vu-Vl; fs=50e3; ws=2*pi*fs; Ts=1/fs; R1=20e3; Resr=5e-3;
p=10; % A=1e6; R2=12e3; R3=1.5e3; C1=560e-12; C2=7.2e-9; C3=4.2e-9;
R2=eval(R2); R3=eval(R3); C1=eval(C1); C2=eval(C2); C3=eval(C3);
R2,R3, C1, C2, C3

```

#### Anexa\_7\_2\_Complet\_calcul\_RC\_functii.m % Graficele din Fig. 7.13, Fig.7.14, Fig.7.15

```

syms Vg L Co Resr R Vvv Gc0 w w0 wz R1 R2 R3 C1 C2 C3 wz2 p ws wc wugfc wugf
Gc0=Vg;
%Calcul literal a valorilor R2,R3,C1,C2,C3
wc=ws/p; % p se alege
w0=1/sqrt(L*Co)*1/sqrt(1+Resr/R);
wz=1/(Resr*Co);
wz1=w0; wz2=w0; wp1=ws/2; wp2=ws/2; % fz1=wz1/(2*pi), fz2=wz2/(2*pi), fp1=wp1/(2*pi), fp2=wp2/(2*pi)
wugf=1/(R1*(C1+C2));
wugfc=wugf*Gc0/Vvv; % (7.35)
eq1=wc-wugfc; %
eq3=1/((R1+R3)*C3)-wz1;
eq2=1/(R2*C2)-wz2;
eq4=(C1+C2)/(R2*C1*C2)-wp1; % poli egali cu ws/2
eq5=1/(R3*C3)-wp2;
sol=solve(eq1, eq2, eq3, eq4, eq5, R2, R3, C1, C2, C3);
R2=simplify(sol.R2); R3=simplify(sol.R3); C1=simplify(sol.C1); C2=simplify(sol.C2); C3=simplify(sol.C3); %R2,R3, C1, C2, C3
% Calcul numeric a valorilor R2,R3,C1,C2,C3 cu elementele convertorului de bază
Vg=10; Vref=5; L=360e-6; Co=22e-6; R=2.5; Vl=4; Vu=6; Vvv=Vu-Vl; fs=50e3; ws=2*pi*fs; %Valori Basso %R2=9.74e3;
R3=1.33e3; C1=0.72e-9; C2=6.5e-9; C3=4.7e-9 calculate cu R1=12e3
Resr=5e-3; p=10; R1=20e3; % Mfaza=+36; p scade Mfaza scade;
CCM=2*L*fs/R-1+Vref/Vg;
Gc0=Vg; w0=1/sqrt(L*Co)*1/sqrt(1+Resr/R); wz=1/(Resr*Co); Q=R/sqrt(L/Co)*sqrt(1+Resr/R)/(1+Resr*Co/(L/R));
R2=eval(R2); R3=eval(R3); C1=eval(C1); C2=eval(C2); C3=eval(C3); f0=w0/(2*pi); fz=wz/(2*pi);
s=tf('s'); %A=1e6;
R1=20e3; % R1=4750; %Mfaza=0
wugfc=1/(R1*(C1+C2))*Gc0/Vvv;
wugf=1/(R1*(C1+C2)); % (7.23)
wz1=1/(C3*(R1+R3)); % (7.24)
wz2=1/(R2*C2); % (7.25)
wp1=(C1+C2)/(R2*C1*C2); % (7.26)
wp2=1/(R3*C3); % (7.27)
Gc=tf(Gc0*[1/wz 1], [1/w0^2 1/(w0*Q) 1]); % Doar buck
% Caracteristica de amplitudine a lui Gc
f0=w0/(2*pi); wz=1/(Resr*Co); fz=wz/(2*pi);
B=bodeoptions; B.FreqUnits = 'Hz'; B.Xlim=[10, 100e3]; B.Ylim=[-40 40]; B.PhaseVisible = 'off';
figure(1); bode(Gc,B);
B=bodeoptions; B.FreqUnits = 'Hz'; B.Xlim=[10, 100e3]; B.Ylim=[-200 200]; B.MagVisible = 'off';
figure(2); bode(Gc,B);

```

```

Gae3 = wugf*(s/wz1+1)*(s/wz1+1)/(s*(s/wp1+1)*(s/wp2+1)); % Doar AE3
B=bodeoptions; B.FreqUnits = 'Hz'; B.Xlim=[100, 1000e3]; B.Ylim=[-25 60]; B.PhaseVisible = 'off';
figure(3); bode(Gae3,B);
B=bodeoptions; B.FreqUnits = 'Hz'; B.Xlim=[100, 1000e3]; B.Ylim=[-100 50]; B.MagVisible = 'off';
figure(4); bode(Gae3,B);
w=logspace(2,7,4000); %bode(Gae3,w); grid on; %Gc=Gcid/(1/A*Gcid+(A+1)/A);
T_s=Gc*Gae3*1/Vvv; %bucla deschisa
figure(7); bode(T_s,w); grid on;
[mag,phase] = bode(T_s,w);
% grid on
[Gm, Mfaza, Wcg, Wugf] = margin(mag, phase,w);
Fugf=Wugf/(2*pi);
Mfaza, %R2,R3, C1, C2,C3

```

### Anexa\_7\_3\_Calcul\_elem\_matrice\_stare %Sistemul de ec. (7.63), elemente matrice (7.66)

```

clear all; close all; clc;
syms s D Vg A Resr iL io iC2 iC3 iR iR1 R R1 R2 R3 Resr L Co C1 C2 C3 iL vo vCo vC1 vC2 vC3 veps Vref diL
s=tf('s'); format short;
Vg=12; Vref=6; L=400e-6; Co=10e-6; R=10; Vl=3.8; Vu=8.2; Vvv=Vu-Vl; fs=50e3; ws=2*pi*fs;
p=10; wc=ws/p; Resr=50e-3; R1=12e3; l=eye(5);% se pot modifica%
A=1e20; D=0.5; fc=wc/(2*pi); % se alege
R2=16.2e3; R3=2.22e3; C1=435e-12; C2=3.9e-9; C3=2.85e-9;
n1=R*R1*R3 + R*R1*Resr + R*R3*Resr + R1*R3*Resr;
n2=-(R*R1*R2 + R*R2*R3 + R1*R2*Resr + R2*R3*Resr + (A+1)*R*R1*R3 + (A+1)*R*R1*Resr + (A+1)*R*R3*Resr +
(A+1)*R1*R3*Resr)/(R2*(A+1));
A1=[-(R*R1*R3*Resr)/(n1*L), -R*R1*R3/(n1*L), -(R*Resr*(R1+R3))/(n1*L), 0, -(R*R1*Resr)/(n1*L);
(R*R1*R3)/(n1*Co), -(R*R1+R*R3+R1*R3)/(n1*Co), 1/(A+1)*R*(R1+R3)/(n1*Co), 0, R*R1/(n1*Co);
R*Resr*(R1+R3)/(n1*C1), R*(R1+R3)/(n1*C1), n2/(n1*C1), 1/(R2*C1), -(R1*(R+Resr))/(n1*C1);
0, 0, 1/(R2*C2), -1/(R2*C2), 0;
R*Resr*(R1+R3)/(n1*C3), R*R1/(n1*C3), -(R1*(R+Resr))/((A+1)*(n1*C3)), 0, -
(R*R1+R*Resr+R1*Resr)/(n1*C3)];
A2=A1;
B1=[1/L, -(A/(A+1))*R*Resr*(R1+R3)/(n1*L);
0, (A/(A+1))*R*(R1+R3)/(n1*Co);
0, -(A/(A+1))*(R1+R3)*(R+Resr)/(n1*C1);
0, 0;
0, -(R1*(R+Resr))*A/((A+1)*(n1*C3))];
B2=[0, -(A/(A+1))*R*Resr*(R1+R3)/(n1*L);
0, (A/(A+1))*R*(R1+R3)/(n1*Co);
0, -(A/(A+1))*(R1+R3)*(R+Resr)/(n1*C1);
0, 0;
0, -(R1*(R+Resr))*A/((A+1)*(n1*C3))];
E1=[(R*R1*R3)*Resr/n1,(1-(R*R1+R*R3+R1*R3)*Resr/n1), 1/(A+1)*R*(R1+R3)*Resr/n1, 0, R1*Resr/n1];
E2=[(R*R1*R3)*Resr/n1,(1-(R*R1+R*R3+R1*R3)*Resr/n1), 1/(A+1)*R*(R1+R3)*Resr/n1, 0, R1*Resr/n1];
F1=[0, (A/(A+1))*R*Resr*(R1+R3)/n1]; F2=[0, (A/(A+1))*R*Resr*(R1+R3)/n1];
Ad=D*A1+(1-D)*A2; Bd=D*B1+(1-D)*B2; Ed=D*E1+(1-D)*E2; Fd=D*F1+(1-D)*F2;
U=[Vg; Vref];
X=inv(Ad)*Bd*U %X=simplify(X)
alfaD=(A1-A2)*X+(B1-B2)*U;
betaD=(E1-E2)*X+(F1-F2)*U;
Ts=Ed/(s*I-Ad)*alfaD+betaD
w=logspace(1,5,2000);
figure(1); bode(Ts,w); grid on;
[mag,phase] = bode(Ts,w); grid on;
[Gm, Mfaza, Wcg, Wugf] = margin(mag, phase,w);
Mfaza

```

**Anexa\_7\_4\_Buck\_compensat\_par\_R1.m** % Tabelul 7.1.; Fig.7.16.

```
clear all; close all; clc;
syms A k dn xn D iLn vCn R R1 R2 R3 Ri L C0 C1 C2 C3 Vref iLn vC0n vC1n vC2n vC3n T t;
Vg=10; Vref=5; L=360e-6; Co=22e-6; R=2.5; Vl=4; Vu=6; Vvv=Vu-Vl; fs=50e3; T=1/fs; % R1=10e3;%
A=1e6; R2=12e3; R3=1.5e3; C1=560e-12; C2=7.2e-9; C3=4.2e-9;
Resr=5e-3;
Vexv=[0 0 1 0 0];
I=eye(5);
CCM=2*L*fs/R-1+Vref/Vg;
R1=2000; incr=-1; lambda=zeros(5); %bifurcatie Neimark-Sacker 2 rad complexe>1 R1=1389.11 (Resr=5e-3)
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1 && abs(lambda(3))<1 && abs(lambda(4))<1 && abs(lambda(5))<1;
    n1=R*R1*R3 + R*R1*Resr + R*R3*Resr + R1*R3*Resr;
    n2=-(R*R1*R2 + R1*R2*Resr + R2*R3*Resr + R*R2*R3+(A+1)*R*R1*R3
    +(A+1)*R*R1*Resr+(A+1)*R*R3*Resr+(A+1)*R1*R3*Resr);

    A1=[-(R*R1*R3*Resr)/(n1*L), -R*R1*R3/(n1*L), -(R*Resr*(R1+R3))/(n1*(A+1)*L), 0, -(R*R1*Resr)/(n1*L);
        (R*R1*R3)/(n1*Co), -(R*R1+R*R3+R1*R3)/(n1*Co), R*(R1+R3)/(n1*Co*(A+1)), 0, R*R1/(n1*Co);
        R*Resr*(R1+R3)/(n1*C1), R*(R1+R3)/(n1*C1), n2/(n1*(A+1)*R2*C1), 1/(R2*C1), -(R1*(R+Resr))/(n1*C1);
        0, 0, 1/(R2*C2), -1/(R2*C2), 0;
        R*Resr*R1/(n1*C3), R*R1/(n1*C3), -(R1*(R+Resr))/((A+1)*(n1*C3)), 0, -(R*R1+R*Resr+R1*Resr)/(n1*C3)];
    A2=A1;
    B1=[1/L, -(A/(A+1))*R*Resr*(R1+R3)/(n1*L);
        0, (A/(A+1))*R*(R1+R3)/(n1*Co);
        0, -(A/(A+1))*(R1+R3)*(R+Resr)/(n1*C1);
        0, 0;
        0, -(R1*(R+Resr))*A/((A+1)*(n1*C3))];
    B2=[0, -(A/(A+1))*R*Resr*(R1+R3)/(n1*L);
        0, (A/(A+1))*R*(R1+R3)/(n1*Co);
        0, -(A/(A+1))*(R1+R3)*(R+Resr)/(n1*C1);
        0, 0;
        0, -(R1*(R+Resr))*A/((A+1)*(n1*C3))];
    u=[Vg;Vref];
    D=fzero(@(x) Anexa_7_5_Calcul_D_X(x,u,A,A1,B1,A2,B2,I,Vref,Vexv,T,Vu,VI),0);
    Phi1=expm(A1*D*T); Phi2=expm(A2*(1-D)*T);
    Psi1=A1\((Phi1-I)*B1; Psi2=(A2)\((Phi2-I)*B2;
    X=(I-Phi2*Phi1)\(Phi2*Psi1+Psi2)*u;
    dFdxn = -A/(A+1)*Vexv*Phi1; % (7.77)
    dFddn = -A/(A+1)*Vexv*T*Phi1*(A1*X+B1*u)-(Vu-Vl); % (7.78)
    dgdxn = Phi2*Phi1; % (7.79)
    dgddn = T*((Phi2*A1-A2*Phi2)*Phi1*X+Phi2*(Phi1*B1-A2*Psi1-B2)*u); % (7.80)
    JFX=dgdxn-dgddn*dFdxn/dFddn;
    lambda=eig(JFX)
    re1=real(lambda(1)); im1=imag(lambda(1)); re2=real(lambda(2)); im2=imag(lambda(2));
    re3=real(lambda(3)); im3=imag(lambda(3)); re4=real(lambda(4)); im4=imag(lambda(4));
    re5=real(lambda(5)); im5=imag(lambda(5));
    figure(1); plot(re1,im1,'b.', re2,im2,'r.', re3,im3,'c.', re4,im4,'g.', re5,im5,'k.');
```

**Anexa\_7\_5\_Calcul\_D\_X.m**

```
function y=Anexa_7_5_Calcul_D_X(x,u,A,A1,B1,A2,B2,I,Vref,Vexv,T,Vu,VI)
phi1=expm(A1*x*T); psi1=A1\((phi1-I)*B1; % psi1=eval(expm(A1*x*T)*int(expm(-A1*t)*B1, t,0,x*T));
phi2=expm(A2*(1-x)*T); psi2=A2\((phi2-I)*B2; % psi2=eval(expm(A2*(1-x)*T)*int(expm(-A2*t)*B2, t,0,(1-x)*T));
```

$y=A/(A+1)*(Vref-(Vexv*(\phi_1/(1-\phi_1^2*\phi_1))*(\phi_1^2*\psi_1+\psi_2)+\psi_1)*u)-(Vu-VI)*x-VI$ ; % Buck cu AE3

#### Anexa\_8\_1\_cuk\_curent\_Tse.m % Tabelul 8.1.

```
clear all; close all; clc;
syms s complex
syms x Vg D R RI1 RI2 Rc C1 C2 L1 L2 Ci Ri r IL1 IL2 VC1 VC2 VCI X A T Vref n;
syms F dn xn iL1n iL2n vC1n vC2n vCin;
Vg=15; C1=47e-6; C2=47e-6; T=200e-6; L1=16e-3; L2=16e-3; L=L1; RI1=0.001; RI2=0.001; R=75;
Aon=[-RI1/L1 0 0 0; 0 -RI2/L2 1/L2 -1/L2; 0 -1/C1 0 0; 0 1/C2 0 -1/(R*C2)];
Aoff=[-RI1/L1 0 -1/L1 0; 0 -RI2/L2 0 -1/L2; 1/C1 0 0 0; 0 1/C2 0 -1/(R*C2)];
Bon=[1/L1 0 0 0]; Boff=[1/L1 0 0 0]; %Eon=[0 0 0 1];Eoff=[0 0 0 1]; F1=[0]; F2=[0];
xn=[iL1n; iL2n; vC1n; vC2n];
Vex=[1 1 0 0]; I=eye(4); u=Vg;
Iref=0.493; incr=0.00001; lambda=zeros(4);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1 && abs(lambda(3))<1 && abs(lambda(4))<1;
    D=fzero(@(x) Anexa_8_2_d_cuk_curent(x,u,Aon,Bon,Aoff,Boff,T,Iref,Vex),1);
    Phi1=expm(Aon*D*T); Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon; % se schimba la LE, D merge in 1-D
    Phi2=expm(Aoff*(1-D)*T); Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff; % se schimba la LE, 1-D merge in D
    X=(I-Phi2*Phi1)\((Phi2*Psi1+Psi2)*u;
    F=Vex*(Phi1*X+Psi1*u)-Iref;
    %g=phi1*xn+psi1*u;
    dFdxn = Vex*Phi1;
    dFddn = T*Vex*Phi1*(Aon*X+Bon*u);
    dgdxn = Phi2*Phi1;
    dgddn = T*Phi2*((Aon-Aoff)*Phi1*X+(Phi1*Bon-Aoff*Psi1-Boff)*u);

    JHX=dgdxn-dgddn*dFdxn/dFddn;
    lambda=eig(JHX)
    lambda=abs(lambda);
    Iref=Iref+incr
end
Iref=Iref-incr, D,
```

#### Anexa\_8\_2\_d\_cuk\_curent.m

```
function y=Anexa_8_2_d_cuk_curent(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,T,Iref,Vex)
I=eye(4);
phi1=expm(Aon*x*T);
psi1=Aon\((phi1-I)*Bon;
phi2=expm(Aoff*(1-x)*T);
psi2=Aoff\((phi2-I)*Boff;
y=Vex*(phi1*((1-phi1^2*phi1)\((phi2*psi1+psi2))*Vg+psi1*Vg)-Iref;
```

#### Anexa\_8\_3\_cuk\_OCC\_param\_China.m % Tabelul 8.2.

```
clear all; close all; clc;
syms x Vg D R RI1 RI2 Rc C1 C2 L1 L2 Ci Ri r IL1 IL2 VC1 VC2 VCI X A T Vref n;
syms F dn xn iL1n iL2n vC1n vC2n vCin;
f=6e4; R=100; C1=22e-6; C2=5e-6; T=1/f; r=1; L1=15e-3; L2=15e-3; RI1=0.5; RI2=0.5; Rc=0.2;
A=1000; Ci=(100/6)*1e-9; Ri=1e3; Vg=8; %valori din Wei Ma · MingyuWang · Chong Li; Bifurcatie Vref=2.69V; Caspoc
Aon=[-RI1/L1 0 0 0 0; 0 -(RI2+Ri*Rc/(Ri+Rc))/L2 Ri/(Ri+Rc)/L2 -1/L2 Rc/(A+1)/(L2*(Ri+Rc)); 0 -Ri/(Ri+Rc)/C1 -1/(Ri+Rc)/C1 0
1/(A+1)/(Ri+Rc)/C1; 0 1/C2 0 -1/(R*C2) 0; 0 -Rc/(Ri+Rc)/Ci 1/(Ri+Rc)/Ci 0 -1/(A+1)/(Ri+Rc)/Ci];
Aoff=[-(RI1+Rc)/L1 0 -1/L1 0 0; 0 -RI2/L2 0 -1/L2 0; 1/C1 0 0 0 0; 0 1/C2 0 -1/(R*C2) 0; 0 0 0 0 -(1/r/Ci+1/((A+1)*Ri*Ci))];

Bon=[1/L1 0 0 0 0]; Boff=[1/L1 0 0 0 0]; Eon=[0 0 0 1 0];Eoff=[0 0 0 1 0]; Fon=[0]; Foff=[0];
xn=[iL1n; iL2n; vC1n; vC2n; vCin]; %D=0.2522; % la momentul bifurcatiei
Vexv=[0 0 0 0 1];I=eye(5);
AD=D*Aon+(1-D)*Aoff; BD=D*Bon+(1-D)*Boff; ED=D*Eon+(1-D)*Eoff; FD=D*Fon+(1-D)*Foff;
Vref=2.66; incr=0.001; lambda=zeros(5);
```

```

while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1 && abs(lambda(3))<1 && abs(lambda(4))<1 && abs(lambda(5))<1
    D=fzero(@(x) Anexa_8_4_d_OCC_cuk(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,T,A,Vref),0.5);
    Phi1=expm(Aon*D*T); Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon; % se schimba la LE, D merge in 1-D
    Phi2=expm(Aoff*(1-D)*T); Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff; % se schimba la LE, 1-D merge in D
    X=(I-Phi2*Phi1)\((Phi2*Psi1+Psi2)*Vg;
    dFdxn_ev = A/(A+1)*Vexv*Phi1;
    dFddn_ev = A/(A+1)*Vexv*T*Phi1*(Aon*X+Bon*Vg);
    dgdxn_ev = Phi2*Phi1;
    dgddn_ev = T*((Phi2*Aon-Aoff*Phi2)*Phi1*X+Phi2*(Phi1*Bon-Aoff*Psi1-Boff)*Vg);
    JFX=dgdxn_ev-dgddn_ev*dFdxn_ev/dFddn_ev;
    lambda=eig(JFX)
    Vref=Vref+incr;
end
Vref=Vref-incr, D, lambda,

Anexa_8_4_d_OCC_cuk.m
function y=Anexa_7_4_d_OCC_cuk(x,Vg,Aon,Bon,Aoff,Boff,T,A,Vref)
Vexv=[0 0 0 0 1];
I=eye(5);
phi1=expm(Aon*x*T);
psi1=Aon\((phi1-I)*Bon;
phi2=expm(Aoff*(1-x)*T);
psi2=Aoff\((phi2-I)*Boff;
y=A/(A+1)*(Vexv*(phi1/(I-phi2*phi1)*(phi2*psi1+psi2)+psi1)*Vg)-Vref;

Anexa_8_5_Bifazic_TSP2018_Atena.m % Tabelul 8.2. % Tabelul 8.4.
clear all; close all; clc;
format long
syms xn RL1 RL2 L1 L2 iL1 iL2 vCn C R Vref T VI Vu k n dn1 dn2 Vg A;
E=6; L1=0.4e-3; L2=1.6e-3; RL1=1e-3; RL2=1e-3; Ron=0; C=560e-6; R=10; VI=0; Vu=1; n=2; T=20e-6;Vref=18;
Vexv=[0 0 1]; I=eye(3);
A1=[-RL1+Ron)/L1 0 0; 0 -RL2/L2 -1/((n+1)*L2); 0 1/((n+1)*C) -1/(R*C)]; B1=[1/L1; 1/((n+1)*L2); 0];
A2=[-RL1/L1 0 -1/((n+1)*L1); 0 -RL2/L2 -1/((n+1)*L2); 1/((n+1)*C) 1/((n+1)*C) -1/(R*C)]; B2=[1/((n+1)*L1); 1/((n+1)*L2); 0];
A3=[-RL2+Ron)/L1 0 -1/((n+1)*L1); 0 -RL2/L2 0; 0 1/((n+1)*C) -1/(R*C)]; B3=[1/((n+1)*L1); 1/L2; 0];
A4=A2; B4=B2; %xn=[iL1; iL2; vCn];

k=0.054; incr=0.0001; lambda=zeros(3);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1 && abs(lambda(3))<1 %&& abs(lambda(3))<1,
    D1andD2=fsolve(@(x) Anexa_8_6_f_sistem_D1_D2(x,k, A1,A2,A3,A4,B1,B2,B3,B4,E,Vref,Vu,VI,T,Vexv,I),[0.2;0.2]);
    D1=D1andD2(1,1);
    D2=D1andD2(2,1);
    Phi1=expm(A1*D1*T); Psi1=A1\((Phi1-I)*B1;
    Phi2=expm(A2*(1/2-D1)*T); Psi2=A2\((Phi2-I)*B2;
    Phi3=expm(A3*D2*T); Psi3=A3\((Phi3-I)*B3;
    Phi4=expm(A4*(1/2-D2)*T); Psi4=A4\((Phi4-I)*B4;
    X=(I-Phi4*Phi3*Phi2*Phi1)\((Phi4*Phi3*Phi2*Psi1+Phi4*Phi3*Psi2+Phi4*Psi3+Psi4))*E;%
dgdxn=Phi4*Phi3*Phi2*Phi1;%
dgddn1=T*Phi4*Phi3*((Phi1*A1-Phi2*A2)*X+Phi2*(Phi1*B1-A2*Psi1-B2)*E);
dgddn2=T*Phi4*((Phi3*A3-A4*Phi3)*Phi2*Phi1*X+((Phi3*A3-A4*Phi3)*(Phi2*Psi1+Psi2)+Phi3*B3-A4*Psi3-B4)*E);%
dF1dxn = -k*Vexv*Phi1 ;%
dF1ddn1 = -k*T*Vexv*Phi1*(A1*X+B1*E)-Vu+VI; %
dF2dxn = -k*Vexv*Phi3*Phi2*Phi1 ;
dF2ddn1 = k*T*Vexv*Phi3*Phi2*((A2*Phi1-Phi1*A1)*X+(A2*Psi1-Phi1*B1+B2)*E);
dF2ddn2 = -k*T*Vexv*Phi3*(A3*Phi2*Phi1*X+(A3*Phi2*Psi1+A3*Psi2+B3)*E)-(Vu-VI);
    JFX=dgdxn-dgddn1/(dF1ddn1)*dF1dxn+dgddn2/(dF2ddn2)*(dF2ddn1/(dF1ddn1)*dF1dxn-dF2dxn);
    lambda=eig(JFX)

```



```

lambda=abs(lambda);
k=k+incr
end
lambda, D1,D2,X
k=k-incr
    
```

**Anexa 8\_6\_f\_sistem\_D1\_D2.m**

```

function F=Anexa_7_6_f_sistem_D1_D2(x,k,A1,A2,A3,A4,B1,B2,B3,B4,E,Vref,Vu,Vl,T,Vexv,I)
D1=x(1);D2=x(2);
Phi1=expm(A1*D1*T); Psi1=A1\((Phi1-I)*B1;
Phi2=expm(A2*(1/2-D1)*T); Psi2=A2\((Phi2-I)*B2;
Phi3=expm(A3*D2*T); Psi3=A3\((Phi3-I)*B3;
Phi4=expm(A4*(1/2-D2)*T); Psi4=A4\((Phi4-I)*B4;
F=zeros(2,1);
X=(I-Phi4*Phi3*Phi2*Phi1)\((Phi4*Phi3*Phi2*Psi1+Phi4*Phi3*Psi2+Phi4*Psi3+Psi4)*E;
F(1)=k*(Vref-Vexv*(Phi1*X+Psi1*E))-(Vu-Vl)*D1-Vl;
F(2)=k*(Vref-Vexv*(Phi3*Phi2*Phi1*X+(Phi3*Phi2*Psi1+Phi3*Psi2+Psi3)*E))-(Vu-Vl)*D2-Vl;
End
    
```

**Anexa 8.7. Ecuațiile  $F(x_n, d_n, V_{ref})$  utile în calculul factorului de umplere pentru diverse tipuri de convertoare comutate acționate prin mai multe tipuri de comenzi și modulație**

Tip convertor	Tipul comenzii (modulației)	Ecuația transcendentă finală ce permite calculul valorii factorului de umplere la convertoarele CCM
oricare	Proportional LE naturală Feedback, saw	$A[V_{exv}(\phi_1 X + \psi_1 V_g) - V_{ref}] - (V_U - V_L)(1 - D) - V_L = 0$
oricare	Proportional TE naturală Feedback, saw	$A[V_{ref} - V_{exv}(\phi_1 X + \psi_1 V_g)] - (V_U - V_L)D - V_L = 0$
Buck, Ćuk	OCC	$\frac{A}{A + 1} V_{exv}(\phi_1 X + \psi_1 V_g) - V_{ref} = 0$
oricare	Charge control	$V_{exv} \cdot (\phi_1 \cdot X + \psi_1 V_g) - V_{ref} = 0$
oricare	Comandă curent	$V_{exi} \cdot (\phi_1 X + \psi_1 V_g) - I_{ref} = 0$
oricare	Proportional Feedforward, saw	$\frac{A \cdot V_{exv} \cdot (\phi_1 X + \psi_1 V_g) - k \cdot V_{ref}}{V_U - V_L} + \frac{V_{ref}}{V_{ref} - E} - D = 0$
oricare	Proportional LE, naturală Feedback, triunghiular	$A[V_{exv}(\phi_1 X_{\Delta} + \psi_1 V_g) - V_{ref}] - (V_U - V_L)(1 - D) - V_L = 0$
oricare	Proportional TE naturală Feedback, triunghiular	$A[V_{ref} - V_{exv}(\phi_1 X_{\Delta} + \psi_1 V_g)] - (V_U - V_L)D - V_L = 0$
oricare	Proportional cu eșantionare uniformă	$A(V_{ref} - V_{exv} \cdot X) - (V_U - V_L)D - V_L = 0$
oricare	PID ordinul III naturală	$\frac{A}{A + 1} [V_{ref} - V_{exv}(\phi_1 X + \psi_1 V_g)] - (V_U - V_L)D - V_L = 0$
Buck, Ćuk	Comandă în curent (suma curenți)	$V_{exi} \cdot (\phi_1 X(nT) + \psi_1 V_g) - I_{ref} = 0$
Bifazic oricare	Proportional TE naturală	$F_1(X, D_1, D_2, E, k) = A[V_{ref} - v_{exv}(\phi_1 X_n + \psi_1 E)] - (V_U - V_L)D_1 - V_L$ $F_2(X, D_1, D_2, E, k) = A[V_{ref} - v_{exv}[\phi_3 \phi_2 \phi_1 X_n + (\phi_3 \phi_2 \psi_1 + \phi_3 \psi_2 + \psi_3)E]] - (V_U - V_L)D_2 - V_L$

În tabelul 8.7 s-au utilizat notațiile matematice:

$$\begin{cases}
 X = (I - \Phi_2 \Phi_1)^{-1} (\Phi_2 \Psi_1 + \Psi_2) V_G \\
 X_{\Delta} = (I - \Phi_1 \Phi_2 \Phi_1)^{-1} \cdot (\Phi_1 \Phi_2 \Psi_1 + \Phi_1 \Psi_2 + \Psi_1) V_G \\
 X_{mf} = (I - \Phi_4 \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1)^{-1} (\Phi_4 \Phi_3 \Phi_2 \Psi_1 + \Phi_4 \Phi_3 \Psi_2 + \Phi_4 \Psi_3 + \Psi_4) E \\
 V_{exv} = [0 \ 0 \ 1] \quad \text{pentru buck cu OCC} \\
 V_{exi} = [1 \ 0 \ 0] \quad \text{pentru buck comandat in curent} \\
 V_{exi} = [1 \ 1 \ 0 \ 0] \quad \text{pentru Cuk comandat in curent} \\
 A = \text{factor de amplificare}
 \end{cases}$$

- Obținerea lui  $X_{\Delta}$  s-a demonstrat în cadrul Capitolului 5, ecuația (5.48);
- Obținerea lui  $X_{mf}$  reprezintă vectorul de stare staționară pentru convertorul multifazic; se va demonstra în cadrul Capitolului 8, ecuația (8.24) iar  $D_1$  și  $D_2$  sunt factorii de umplere pentru convertorul bifazic;
- Definirea funcției  $F$  pentru eşantionarea naturală se găsește în Capitolul cinci, ecuația (5.55);
- Determinarea funcției  $F$  pentru convertoare cu  $AE III$  se obține în subcapitolul 7.3, ecuația (7.72).

#### Anexa\_9\_1\_boost\_DCM\_real.m % Tabelul 9.1.

```

clear all; close all; clc;
syms k x t Ron Vg D H R Rc L T ;
format long
I=eye(2);Vexi=[1 0];Vexv=[0 1];Vu=3.5;VI=0.7;Vref=22;
Vg=16;C=220e-6;T=1000/3*1e-6;R=78;L=1.209e-3;Ron=0.2;Vd=0.4;U=[Vg;Vd];%
A1=[-Ron/L 0 ; 0 -1/(R*C)]; B1=[1/L 0; 0 0];
A2=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)];B2=[1/L -1/L; 0 0];
A3=[0 0 ; 0 -1/(R*C)]; B3=[0 0;0 0];
k=1.0; incr=0.001; lambda=zeros(2);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1 % testare dacă multiplicatorii rămân în cercul de rază unitate.
DandH=fsolve(@(x) Anexa_9_2_funcție_boost_DCM(x,k,t),[0.4;0.1]);
D=DandH(1,1);H=DandH(2,1);
Phi1=expm(A1*D*T); Psi1=A1\((Phi1-I)*B1;
Phi2=expm(A2*H*T); Psi2=A2\((Phi2-I)*B2;
Phi3=expm(A3*(1-D-H)*T); Psi3=eval(expm(A3*T)*int(expm(-A3*t)*B3, t,(D+H)*T,T));%evaluarea matricei Psi3
X=(I-Phi3*Phi2*Phi1)\((Phi3*Phi2*Psi1+Phi3*Psi2+Psi3)*U);%evaluarea matricei Psi3
dgdxn = Phi3*Phi2*Phi1;%
dgdhn = T*Phi3*((Phi2*A1-A3*Phi2)*Phi1*X+(Phi2*Phi1*B1-A3*Phi2*Psi1-A3*Psi2-B3)*U);
dgdhn = T*Phi3*((A2-A3)*Phi2*Phi1*X+((A2-A3)*Phi2*Psi1+Phi2*B2-A3*Psi2-B3)*U);
dF1dxn = -k*Vexv*Phi1;
dF1ddn = -k*T*Vexv*(A1*Phi1*X+Phi1*B1*U)-(Vu-VI);
dF1dhn = 0;
dF2dxn = Vexi*Phi2*Phi1;
dF2ddn = T*Vexi*Phi2*Phi1*(A1*X+B1*U);
dF2dhn = T*Vexi*Phi2*(A2*Phi1*X+(A2*Psi1+B2)*U);
JFX=dgdxn+dgdhn*(dF1dhn*dF2dxn-dF1dxn*dF2dhn)/(dF1ddn*dF2dhn-dF1dhn*dF2ddn)
+dgdhn*(dF1dxn*dF2ddn-dF1ddn*dF2dxn)/(dF1ddn*dF2dhn-dF1dhn*dF2ddn);
lambda=eig(JFX)
lambda=abs(lambda)
k=k+incr
D,H
end
lambda
k=k+incr, D, H, X

```

**Anexa\_9\_2\_functie\_boost\_DCM m**

```
function F=Anexa_9_2_functie_boost_DCM(x,k,t)
I=eye(2);Vexi=[1 0];Vexv=[0 1];Vref=22;Vu=3.5; VI=0.7;Vg=16;
C=220e-6; T=1000/3*1e-6; R=78; L=1.209e-3;Ron=0.2; Vd=0.4;U=[Vg;Vd];%
A1=[-Ron/L 0; 0 -1/(R*C)]; B1=[1/L 0; 0 0];
A2=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)];B2=[1/L -1/L; 0 0];
A3=[0 0; 0 -1/(R*C)]; B3=[0 0;0 0];
D=x(1);
H=x(2);
Phi1=expm(A1*D*T); Psi1=A1\((Phi1-I)*B1; %
Phi2=expm(A2*H*T); Psi2=A2\((Phi2-I)*B2; %
Phi3=expm(A3*(1-D-H)*T);Psi3=expm(A3*T)*int(expm(-A3*t)*B3, t,(D+H)*T,T);%
F=zeros(2,1); % vector de initializare
X=(I*exp((1-D-H)*T/(R*C))-Phi2*Phi1)\((Phi2*Psi1+Psi2)*U;
%X=(I-Phi3*Phi2*Phi1)\((Phi3*Phi2*Psi1+Phi3*Psi2+Psi3)*U); %
F(1)=k*(Vref-Vexv*(Phi1*X+Psi1*U))-VI-(Vu-VI)*D; %
F(2)=Vexi*(Phi2*Phi1*X+(Phi2*Psi1+Psi2)*U);%
end
```

**Anexa\_9\_3\_boost\_DCM\_TSE\_mod\_nat.m % Tabelul 9.2.**

```
clear all; close all; clc;
syms k x RI Vg D H R Rc C L X A T t ;
syms dn hn xn iLn vCn Vref;
I=eye(2);Vexi=[1 0];xn=[iLn; vCn];Vexv=[0 1];
Vg=16; C=222e-6; T=1000/3*1e-6; R=12.5; L=208e-6;RI=1e-3;% % TSE valori folosite in simulare;
Aon=[-RI/L 0; 0 -1/(R*C)]; Bon=[1/L 0]; % (8.42)
Aoff=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)];Boff=[1/L 0]; % (8.42)
A3=[0.00000000 0; 0 -1/(R*C)]; B3=[0 0];% (8.42)
Vref=25;
k=0.073; incr=0.0001; lambda=zeros(2);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1 %&& D+H<1;
DsiH=fsolve(@(x) Anexa_9_4_f_sistem_boost_Tse_mod_nat(x,k,t),[0.4;0.1]);
D=DsiH(1,1);H=DsiH(2,1);
Phi1=expm(Aon*D*T); Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon; % (8.21)
Phi2=expm(Aoff*H*T); Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff;% (8.21)
Phi3=expm(A3*(1-D-H)*T); Psi3=A3\((Phi3-I)*B3;% (8.21)
X=(I*exp((1-D-H)*T/(R*C))-Phi2*Phi1)\((Phi2*Psi1+Psi2)*Vg);%8.38
dF1dxn = -k*Vexv*Phi1; % (9.50) mod naturala
dF1ddn = -k*T*Vexv*(Aon*Phi1*X+Phi1*Bon*Vg)-1;%(9.51) % mod naturala
dF1dhn = 0;%(9.52)
dgdxn = Phi3*Phi2*Phi1;%(9.14)
dgdhn = T*Phi3*(Phi2*Phi1*Aon-A3*Phi2*Phi1)*X+T*Phi3*(Phi2*Phi1*Bon-A3*Phi2*Psi1-A3*Psi2-B3)*Vg;%(9.15)
dgdhn = T*Phi3*(Phi2*Aoff-A3*Phi2)*Phi1*X+T*Phi3*((Phi2*Aoff-A3*Phi2)*Psi1+Phi2*Boff-A3*Psi2-B3)*Vg;%(9.16)
dF2dxn = Vexi*Phi2*Phi1; % (9.17)
dF2ddn = T*Vexi*Phi2*Phi1*(Aon*X+Bon*Vg);%(9.18)
dF2dhn = T*Vexi*Phi2*(Aoff*Phi1*X+(Aoff*Psi1+Boff)*Vg);%(9.19)
JFX=dgdxn+dgdhn*(dF1dhn*dF2dxn-dF1dxn*dF2dhn)/(dF1ddn*dF2dhn-dF1dhn*dF2ddn)+dgdhn*(dF1dxn*dF2ddn-dF1ddn*dF2dxn)/(dF1ddn*dF2dhn-dF1dhn*dF2ddn); % (8.20)
lambda=eig(JFX)
lambda=abs(lambda);
k=k+incr
D,H
end
k=k+incr
```

**Anexa\_9\_4\_f\_sistem\_boost\_Tse\_mod\_nat.m**

```
function F=Anexa_9_4_f_sistem_boost_Tse_mod_nat(x,k,t)
```

```

I=eye(2);Vexi=[1 0];Vexv=[0 1];Vref=25; Dstat=0.2874;
Vg=16; C=222e-6; T=1000/3*1e-6; R=12.5; L=208e-6;Rl=1e-3; % TSE valori folosite in simulare
Aon=[-Rl/L 0; 0 -1/(R*C)]; Bon=[1/L 0]';
Aoff=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)];Boff=[1/L 0]';
%A3=[0 0; 0 -1/(R*C)]; B3=[0 0]';
A3=[0.000000001 0; 0 -1/(R*C)]; B3=[0 0]';
D=x(1);
H=x(2);
Phi1=expm(Aon*D*T); Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon;
Phi2=expm(Aoff*H*T); Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff;
Phi3=expm(A3*(1-D-H)*T); Psi3=expm(A3*T)*int(expm(-A3*t)*B3, t,(D+H)*T,T); %Psi3=A3\((Phi3-I)*B3;
F=zeros(2,1);
X=(I-Phi3*Psi2*Phi1)\((Phi3*Psi2*Psi1+Phi3*Psi2+Psi3)*Vg)
%X=(I*exp((1-D-H)*T/(R*C))-Phi2*Phi1)\((Phi2*Psi1+Psi2)*Vg;%(8.39)
F(1)=Dstat-k*(Vexv*(Phi1*X+Psi1*Vg)-Vref)-D%(8.49)var. naturala TE;
%F(1)=Dstat-k*(Vexv*X-Vref)-D; %var. uniforma TE
F(2)=Vexi*(Phi2*Phi1*X+(Phi2*Psi1+Psi2)*Vg);%(8.54)
end

```

#### Anexa\_9\_5\_boost\_DCM\_TSE\_mod\_unif.m

```

clear all; close all; clc;
syms k x Rl Vg D H R Rc C L X A T t ;
syms dn hn xn iLn vCn Vref;
I=eye(2);Vexi=[1 0];xn=[iLn; vCn];Vexv=[0 1];
% TSE valori folosite in simulare;
Vg=16; C=222e-6; T=1000/3*1e-6; R=12.5; L=208e-6;Rl=1e-6;%
Aon=[-Rl/L 0; 0 -1/(R*C)]; Bon=[1/L 0]'; % (8.42)
Aoff=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)];Boff=[1/L 0]'; % (8.42)
A3=[0.00000000 0; 0 -1/(R*C)]; B3=[0 0]';% (8.42)
Vref=25;
k=0.0744; incr=0.0001; lambda=zeros(2);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1
    DsiH=fsolve(@(x) Anexa_9_6_f_sistem_boost_Tse_mod_unif(x,k,t),[0.4;0.1]);
    D=DsiH(1,1);H=DsiH(2,1);
    Phi1=expm(Aon*D*T); Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon; % (8.21)
    Phi2=expm(Aoff*H*T); Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff;% (8.21)
    Phi3=expm(A3*(1-D-H)*T); %Psi3=A3\((Phi3-I)*B3;% (8.21)
    X=(I*exp((1-D-H)*T/(R*C))-Phi2*Phi1)\((Phi2*Psi1+Psi2)*Vg;%(9.48)
    dF1dxn = -k*Vexv; % (9.53)
    dF1ddn = -1; % (9.53)
    dF1dhn = 0; % (9.53)
    dgdxn = Phi3*Psi2*Phi1;
    dgddn = T*Phi3*(Phi2*Phi1*Aon-A3*Phi2*Phi1)*X+T*Phi3*(Phi2*Phi1*Bon-A3*Phi2*Psi1-A3*Psi2-B3)*Vg;%(8.23)
    dgdhn = T*Phi3*(Phi2*Aoff-A3*Phi2)*Phi1*X+T*Phi3*((Phi2*Aoff-A3*Phi2)*Psi1+Phi2*Boff-A3*Psi2-B3)*Vg;%(8.24)
    dF2dxn = Vexi*Phi2*Phi1;
    dF2ddn = T*Vexi*Phi2*Phi1*(Aon*X+Bon*Vg);
    dF2dhn = T*Vexi*Phi2*(Aoff*Phi1*X+(Aoff*Psi1+Boff)*Vg);
    JFX=dgdxn+dgddn*(-dF1dxn*dF2dhn)/(dF1ddn*dF2dhn)+dgdhn*(dF1dxn*dF2ddn-
dF1ddn*dF2dxn)/(dF1ddn*dF2dhn); %(8.20)
    lambda=eig(JFX)
    lambda=abs(lambda);
    k=k+incr
    D,H
end

```

#### Anexa\_9\_6\_f\_sistem\_boost\_Tse\_mod\_unif.m

```
function F=Anexa_9_6_f_sistem_boost_Tse_mod_unif(x,k,t)
```

```

I=eye(2);Vexi=[1 0];Vexv=[0 1];Vref=25; Dstat=0.2874; %Dstat=0;
Vg=16; C=222e-6; T=1000/3*1e-6; R=12.5; L=208e-6;Rl=1e-3;
Aon=[-Rl/L 0 ; 0 -1/(R*C)]; Bon=[1/L 0]';
Aoff=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)];Boff=[1/L 0]';
A3=[0.000000001 0 ; 0 -1/(R*C)]; B3=[0 0]';
D=x(1);
H=x(2);
Phi1=expm(Aon*D*T); Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon;
Phi2=expm(Aoff*H*T); Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff;
F=zeros(2,1);
X=(I*exp((1-D-H)*T/(R*C))-Phi2*Phi1)\(Phi2*Psi1+Psi2)*Vg;%%(9.53)
F(1)=Dstat-k*(Vexv*X-Vref)-D; %var. uniforma TE
F(2)=Vexi*(Phi2*Phi1*X+(Phi2*Psi1+Psi2)*Vg);%(9.53)
end

```

#### Anexa\_9\_7\_boost\_DCM\_real\_Vg\_pbif.m

```

clear all; close all; clc;
syms k x t Ron Vg D H R Rc C L X A T ;
syms dn hn xn iLn vCn Vref;
format long
I=eye(2);Vexi=[1 0];xn=[iLn; vCn];Vexv=[0 1]; Vu=3.5; Vl=0.7;Vref=22;k=1;
C=220e-6; T=1000/3*1e-6; R=78; L=1.209e-3;Ron=0.2; Vd=0.4;
A1=[-Ron/L 0 ; 0 -1/(R*C)]; B1=[1/L 0; 0 0];
A2=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)];B2=[1/L -1/L; 0 0];
A3=[0 0 ; 0 -1/(R*C)]; B3=[0 0;0 0];
Vg=16.9;incr=0.0001; U=[Vg;Vd]; lambda=zeros(2);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1
    DandH=fsolve(@(x) Anexa_9_8_functie_boost_DCM_Vg_pbif(x,Vg,t),[0.2;0.6]);
    D=DandH(1,1); H=DandH(2,1);
    Phi1=expm(A1*D*T); Psi1=A1\((Phi1-I)*B1;
    Phi2=expm(A2*H*T); Psi2=A2\((Phi2-I)*B2;
    Phi3=expm(A3*(1-D-H)*T); %Psi3=eval(expm(A3*T)*int(expm(-A3*t)*B3, t,(D+H)*T,T));
    X=(I*exp((1-D-H)*T/(R*C))-Phi2*Phi1)\(Phi2*Psi1+Psi2)*U;
    %X=(I-Phi3*Phi2*Phi1)\((Phi3*Phi2*Psi1+Phi3*Psi2+Psi3)*U);
    dgdxn = Phi3*Phi2*Phi1
    dgddn = T*Phi3*(Phi2*Phi1*A1-A3*Phi2*Phi1)*X+T*Phi3*(Phi2*Phi1*B1-A3*Phi2*Psi1-A3*Psi2-B3)*U;%
    dgdhn = T*Phi3*(Phi2*A2-A3*Phi2)*Phi1*X+T*Phi3*((Phi2*A2-A3*Phi2)*Psi1+Phi2*B2-A3*Psi2-B3)*U;%
    dF1dxn = -k*Vexv*Phi1;
    dF1ddn = -k*T*Vexv*(A1*Phi1*X+Phi1*B1*U)-(Vu-Vl);
    dF1dhn = 0;
    dF2dxn = Vexi*Phi2*Phi1;
    dF2ddn = T*Vexi*Phi2*Phi1*(A1*X+B1*U);
    dF2dhn = T*Vexi*Phi2*(A2*Phi1*X+(A2*Psi1+B2)*U);
    JFX=dgdxn+dgddn*(-dF1dxn*dF2dhn)/(dF1ddn*dF2dhn)+dgdhn*(dF1dxn*dF2ddn-
dF1ddn*dF2dxn)/(dF1ddn*dF2dhn);
    lambda=eig(JFX)
    lambda=abs(lambda);
    Vg=Vg+incr; D,H
end
lambda; Vg=Vg+incr, D, H, X

```

#### Anexa\_9\_8\_functie\_boost\_DCM\_Vg\_pbif.m

```

function F=Anexa_9_8_functie_boost_DCM_Vg_pbif(x,Vg,t)
I=eye(2);Vexi=[1 0];Vexv=[0 1];Vref=22;Vu=3.5; Vl=0.7;k=1;Vd=0.4;
C=220e-6; T=1000/3*1e-6; R=78; L=1.209e-3;Ron=0.2;U=[Vg;Vd];%
A1=[-Ron/L 0 ; 0 -1/(R*C)]; B1=[1/L 0; 0 0];
A2=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)];B2=[1/L -1/L; 0 0];

```

## 292 Anexe

```
A3=[0 0 ; 0 -1/(R*C)]; B3=[0 0;0 0];
D=x(1); H=x(2);
Phi1=expm(A1*D*T); Psi1=A1\Phi1*I*B1;
Phi2=expm(A2*H*T); Psi2=A2\Phi2*I*B2; %
%Phi3=expm(A3*(1-D-H)*T);Psi3=expm(A3*T)*int(expm(-A3*t)*B3, t,(D+H)*T,T);
F=zeros(2,1);
X=(I*exp((1-D-H)*T/(R*C))-Phi2*Phi1)\(Phi2*Psi1+Psi2)*U;
F(1)=k*(Vref-Vexv*(Phi1*X+Psi1*U))-Vl-(Vu-Vl)*D;
F(2)=Vexi*(Phi2*Phi1*X+(Phi2*Psi1+Psi2)*U);
end
```

### Anexa\_9\_9\_BuckDCM\_es\_uniforma.m

```
clear all; close all; clc;
syms k x RI Vg D H R Rc L X A T ;
syms dn hn xn iLn vCn Vref;
I=eye(2);Vexi=[1 0];xn=[iLn; vCn];Vexv=[0 1];
Vg=33; C=222e-6; T=1000/3*1e-6; R=12.5; L=208e-6; % TSE valori folosite in simulare;
Aon=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C) ]; Bon=[1/L; 0];
Aoff=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C) ]; Boff=[0; 0];
A3=[0.000000 0 ; 0 -1/(R*C)]; B3=[0 0]';
D=0.45; H=0.15; Vref=25;
k=0.131674; incr=0.0000001; lambda=zeros(2);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1;
    DsiH=fsolve(@(x) Anexa_9_10_f_sistem_buck_dcm_es_unif(x,k),[0.45;0.15]);
    D=DsiH(1,1);H=DsiH(2,1);
    Phi1=expm(Aon*D*T); Psi1=Aon\Phi1*I*Bon;
    Phi2=expm(Aoff*H*T); Psi2=Aoff\Phi2*I*Boff;
    Phi3=expm(A3*(1-D-H)*T); Psi3=A3\Phi3*I*B3;
    X=(I*exp((1-D-H)*T/(R*C))-Phi2*Phi1)\((Phi2*Psi1+Psi2)*Vg);%
    dF1dxn = -k*Vexv
    dF1ddn = -1
    dF1dhn = 0;
    dgdxn = Phi3*Phi2*Phi1;
    dgddn = T*Phi3*(Phi2*Phi1*Aon-A3*Phi2*Phi1)*X+T*Phi3*(Phi2*Phi1*Bon-A3*Phi2*Psi1-A3*Psi2-B3)*Vg;%
    dgdhn = T*Phi3*(Phi2*Aoff-A3*Phi2)*Phi1*X+T*Phi3*((Phi2*Aoff-A3*Phi2)*Psi1+Phi2*Boff-A3*Psi2-B3)*Vg;
    dF2dxn = Vexi*Phi2*Phi1;
    dF2ddn = T*Vexi*Phi2*Phi1*(Aon*X+Bon*Vg);
    dF2dhn = T*Vexi*Phi2*(Aoff*Phi1*X+(Aoff*Psi1+Boff)*Vg);
    JFX=dgdxn+dgddn*(dF1dhn*dF2dxn-dF1dxn*dF2dhn)/(dF1ddn*dF2dhn-
    dF1dhn*dF2ddn)+dgdhn*(dF1dxn*dF2ddn-dF1ddn*dF2dxn)/(dF1ddn*dF2dhn-dF1dhn*dF2ddn);
    lambda=eig(JFX)
    re1=real(lambda(1)); im1=imag(lambda(1));
    re2=real(lambda(2)); im2=imag(lambda(2));
    figure(1); plot(re1,im1,'b.', re2,im2,'r. '); hold on;
    k=k+incr, D,H
end
```

```
k=k+incr
x=-1:0.01:1; y1=sqrt(1-x.^2); y2=-sqrt(1-x.^2);
figure(1); plot(x,y1,'k',x,y2,'k');
figure(1); plot(x,abs(lambda(1)))
```

### Anexa\_9\_10\_f\_sistem\_buck\_dcm\_es\_unif.m

```
function F=Anexa_9_10_f_sistem_buck_dcm_es_unif(x,k)
I=eye(2);Vexi=[1 0];Vexv=[0 1];Vref=25; Dstat=0.4717;
Vg=33; C=222e-6; T=1000/3*1e-6; R=12.5; L=208e-6; %% TSE valori folosite in simulare
Aon=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C) ]; Bon=[1/L 0]';
```

```

Aoff=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Boff=[0 0];
A3=[0.000001 0; 0 -1/(R*C)]; B3=[0 0];
D=x(1);
H=x(2);
Phi1=expm(Aon*D*T); Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon;
Phi2=expm(Aoff*H*T); Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff;
Phi3=expm(A3*(1-D-H)*T); Psi3=A3\((Phi3-I)*B3;
F=zeros(2,1);
X=(I*exp((1-D-H)*T/(R*C))-Phi2*Phi1)\((Phi2*Psi1+Psi2)*Vg;%8.36
F(1)=Dstat-k*(Vexv*X-Vref)-D; %var. uniforma TE
F(2)=Vexi*(Phi2*Phi1*X+(Phi2*Psi1+Psi2)*Vg);
end

```

#### Anexa\_9\_11\_BuckDCM\_es\_naturala.m

```

clear all; close all; clc;
syms k x Rl Vg D H R Rc C L X A T;
syms dn hn xn iLn vCn Vref;
I=eye(2);Vexi=[1 0];xn=[iLn; vCn];Vexv=[0 1];
Vg=33; C=222e-6; T=1000/3*1e-6; R=12.5; L=208e-6; % TSE valori folosite in simulare;
Aon=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Bon=[1/L; 0];
Aoff=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Boff=[0; 0];
A3=[0.000000 0; 0 -1/(R*C)]; B3=[0 0];
D=0.45; H=0.15;
Vref=25;
k=0.1; incr=10; lambda=zeros(2);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1% && k<20000;
    DsiH=fsolve(@(x) Anexa_9_12_f_sistem_buck_dcm_es_nat(x,k),[0.45;0.15]);
    D=DsiH(1,1);H=DsiH(2,1);
    Phi1=expm(Aon*D*T); Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon;
    Phi2=expm(Aoff*H*T); Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff;
    Phi3=expm(A3*(1-D-H)*T); Psi3=A3\((Phi3-I)*B3;
    X=(I*exp((1-D-H)*T/(R*C))-Phi2*Phi1)\((Phi2*Psi1+Psi2)*Vg;%8.36
    dF1dxn = -k*Vexv*Phi1;
    dF1ddn = -k*T*Vexv*(Phi1*Aon*X+Phi1*Bon*Vg)-1;
    dF1dhn = 0;
    dgdxn = Phi3*Phi2*Phi1;
    dgddn = T*Phi3*(Phi2*Phi1*Aon-A3*Phi2*Phi1)*X+T*Phi3*(Phi2*Phi1*Bon-A3*Phi2*Psi1-A3*Psi2-B3)*Vg;%8.23
    dgdhn = T*Phi3*(Phi2*Aoff-A3*Phi2)*Phi1*X+T*Phi3*((Phi2*Aoff-A3*Phi2)*Psi1+Phi2*Boff-A3*Psi2-B3)*Vg;
    dF2dxn = Vexi*Phi2*Phi1;
    dF2ddn = T*Vexi*Phi2*Phi1*(Aon*X+Bon*Vg);
    dF2dhn = T*Vexi*Phi2*(Aoff*Phi1*X+(Aoff*Psi1+Boff)*Vg);
    JFX=dgdxn+dgddn*(dF1dhn*dF2dxn-dF1dxn*dF2dhn)/(dF1ddn*dF2dhn-dF1dhn*dF2ddn)+dgdhn*(dF1dxn*dF2ddn-
dF1ddn*dF2dxn)/(dF1ddn*dF2dhn-dF1dhn*dF2ddn);
    lambda=eig(JFX)
    re1=real(lambda(1)); im1=imag(lambda(1));
    re2=real(lambda(2)); im2=imag(lambda(2));
    figure(1); plot(re1,im1,'b.', re2,im2,'r.');
```

hold on;

```

    k=k+incr
    k<20;
    D,H
end
k=k+incr
x=-1:0.01:1; y1=sqrt(1-x.^2); y2=-sqrt(1-x.^2);
figure(1); plot(x,y1,'k',x,y2,'k');
figure(1); plot(x,abs(lambda(1)))

```

**Anexa\_9\_12\_f\_sistem\_buck\_dcm\_es\_nat.m**

```
function F=Anexa_9_12_f_sistem_buck_dcm_es_nat(x,k)
I=eye(2);Vexi=[1 0];Vexv=[0 1];Vref=25; Dstat=0.4717;
Vg=33; C=222e-6; T=1000/3*1e-6; R=12.5; L=208e-6; % TSE valori folosite in simulare
Aon=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C) ]; Bon=[1/L 0]; Aoff=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C) ]; Boff=[0 0];
D=x(1);H=x(2);
Phi1=expm(Aon*D*T); Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon;
Phi2=expm(Aoff*H*T); Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff;
F=zeros(2,1);
X=(I*exp((1-D-H)*T/(R*C))-Phi2*Phi1)\((Phi2*Psi1+Psi2)*Vg;
F(1)=Dstat-k*(Vexv*(Phi1*X+Psi1*Vg)-Vref)-D;% naturala TE;Nu are solutii!
F(2)=Vexi*(Phi2*Phi1*X+(Phi2*Psi1+Psi2)*Vg);
end
```

**Anexa\_9\_13\_buck\_dcm\_curent.m**

```
clear all; close all; clc;
syms eps k x RI Vg D H R Rc CLXAT ;
syms dn hn xn iLn vCn Iref;
I=eye(2);Vexi=[1 0];xn=[iLn; vCn];Vexv=[0 1];
Vg=16; C=100e-6; T=200e-6; L=1e-3; R=50;
Aon=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C) ]; Bon=[1/L; 0]; Aoff=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C) ]; Boff=[0; 0];
A3=[1e-9 0 ; 0 -1/(R*C)]; B3=[0 0];
Iref=0.544; incr=0.0001; lambda=zeros(2);
while abs(lambda(1))<1 && abs(lambda(2))<1;
    DsiH=fsolve(@(x) Anexa_9_14_f_sistem_buck_dcm_curent(x,Iref),[0.2;0.7]);
    D=DsiH(1,1);H=DsiH(2,1);
    Phi1=expm(Aon*D*T); Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon;
    Phi2=expm(Aoff*H*T); Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff;
    Phi3=expm(A3*(1-D-H)*T); Psi3=A3\((Phi3-I)*B3;
    X=(I*exp((1-D-H)*T/(R*C))-Phi2*Phi1)\((Phi2*Psi1+Psi2)*Vg;
    dF1dxn = Vexi*Phi1;
    dF1ddn = T*Vexi*(Phi1*Aon*X+Phi1*Bon*Vg);
    dF1dhn = 0;
    dgdxn = Phi3*Phi2*Phi1;
    dgddn = T*Phi3*(Phi2*Phi1*Aon-A3*Phi2*Phi1)*X+T*Phi3*(Phi2*Phi1*Bon-A3*Phi2*Psi1-A3*Psi2-B3)*Vg;%8.23
    dgdhn = T*Phi3*(Phi2*Aoff-A3*Phi2)*Phi1*X+T*Phi3*((Phi2*Aoff-A3*Phi2)*Psi1+Phi2*Boff-A3*Psi2-B3)*Vg;
    dF2dxn = Vexi*Phi2*Phi1;
    dF2ddn = T*Vexi*Phi2*Phi1*(Aon*X+Bon*Vg);
    dF2dhn = T*Vexi*Phi2*(Aoff*Phi1*X+(Aoff*Psi1+Boff)*Vg);
    JFX=dgdxn+dgddn*(dF1dhn*dF2dxn-dF1dxn*dF2dhn)/(dF1ddn*dF2dhn-dF1dhn*dF2ddn)+dgdhn*
    *(dF1dxn*dF2ddn- dF1ddn*dF2dxn)/(dF1ddn*dF2dhn-dF1dhn*dF2ddn);
    lambda=eig(JFX)
    lambda=eig(JFX);
    re1=real(lambda(1)); im1=imag(lambda(1));
    re2=real(lambda(2)); im2=imag(lambda(2));
    figure(1); plot(re1,im1,'b.', re2,im2,'r. '); hold on;
    x=-1:0.001:1; y1=sqrt(1-x.^2); y2=-sqrt(1-x.^2);
    figure(1); plot(x,y1,'k',x,y2,'k');
    Iref=Iref+incr,D,H
end
Iref=Iref+incr
```

**Anexa\_9\_14\_f\_sistem\_buck\_dcm\_curent.m**

```
function F=Anexa_9_14_f_sistem_buck_dcm_curent(x,Iref)
I=eye(2);Vexi=[1 0];
Vg=16; C=100e-6; T=200e-6; L=1e-3; R=50;
Aon=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C) ]; Bon=[1/L; 0];
```



```

Aoff=[0 -1/L; 1/C -1/(R*C)]; Boff=[0; 0]; D=x(1); H=x(2);
Phi1=expm(Aon*D*T); Psi1=Aon\((Phi1-I)*Bon;
Phi2=expm(Aoff*H*T); Psi2=Aoff\((Phi2-I)*Boff;
F=zeros(2,1); %X=(I-Phi3*Phi2*Phi1)\((Phi3*Phi2*Psi1+Phi3*Psi2+Psi3)*Vg);
X=(I*exp((1-D-H)*T/(R*C))-Phi2*Phi1)\((Phi2*Psi1+Psi2)*Vg);
F(1)=Vexi*(Phi1*X+Psi1*Vg)-Iref;
F(2)=Vexi*(Phi2*Phi1*X+(Phi2*Psi1+Psi2)*Vg);
end

```

#### Anexa\_10\_1\_Recunoastere\_Prof. Abdelali El Aroudi

From: Abdelali El Aroudi . <abdelali.elaroudi@urv.cat>  
 Sent: Friday, April 7, 2017 12:09 PM  
 To: mircea.gurbina@student.upt.ro  
 Cc: Daniel Drăghici; Aurel Cireșan; Dan Lascu  
 Subject: RV: Papers of your interest

**Mail 1** Friday, April 7, 2017 12:09 PM

1. Dear Authors,

I am Prof. Abdelali El Aroudi from University Rovira i Virgili. Tarragona, Spain.

**I realize that you are publishing interesting papers on nonlinear dynamics and bifurcations in switching converters. I have read your paper "A New General Mathematical Technique for Stability and Bifurcation Analysis of DC-DC Converters Applied to One-Cycle Controlled Buck**

**Converters with Non-Ideal Reset"** and I found it very interesting and in particular very related to my recent research papers.

1. A. El Aroudi, G. Garcia, K. Al Hosani, N. Al Syari, M. Al-Numay, "Analytical Multi-Parametric Stability Boundaries of DC-DC Buck Converters Under V1 Control Concept," International Journal of Circuit Theory and Applications, in press with doi num, 2017.
2. A. El Aroudi, A New Approach for Accurate Prediction of Subharmonic Oscillation in Switching Regulators-Part I: Mathematical Derivations, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 32, no. 7, pp. 5651-5651, July 2017.
3. A. El Aroudi, A New Approach for Accurate Prediction of Subharmonic Oscillation in Switching Regulators-Part II: Case studies, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 32, no. 7, pp. 5835-5849, July 2017.

Please find attached some of my recent publications in this field. I hope they will be of your interest.

**Mail 2** Sun 16/07/2017 20:01

Dear Colleagues,

Thank you very much for your response and for sharing you work. Thank you also for your interest in our previous works. I have spent some time reading the paper that you sent me. **In my opinion it is well written and organized.** However, if your intention is to publish it in an IEEE journal it will be practically impossible, according to my modest experience, because it lacks experimental results. I would encourage you to submit it to Int. Journal of Circuit Theory and Applications or International Journal of Bifurcation and Chaos.

**I also hope a fruitful future cooperation with you in predictions of instabilities in dc-dc, ac-dc and dc-ac switching converters.**

**Mail 3** , July 19, 2017 6:43 PM

Dear Colleagues,

Thank you very much for your email message. Thank you very much for your invitation to join you as a co-author of the work which I appreciate much. However due to my zero contribution, I don't want to appear as a co-author. If you need any help in preparing the latex template just let me know and I can help. Moreover, **I will be very glad to collaborate with you in other related works. Because if your expertise on analyzing fast scale bifurcations of switching converters in DCM, why we do not try to analytically predict these phenomena using closed-form expression?** In CCM, the slope criterion works quite well. Can we have a slope based criterion under DCM? What about high ordertopologies, such as SEPIC and Cuk converters?

**I think these are natural extensions of your works**

Best Regards

Abdelali

Abdelali El Aroudi . [abdelali.elaroudi@urv.cat](mailto:abdelali.elaroudi@urv.cat)

### Anexa 11. Fotografii modele experimentale

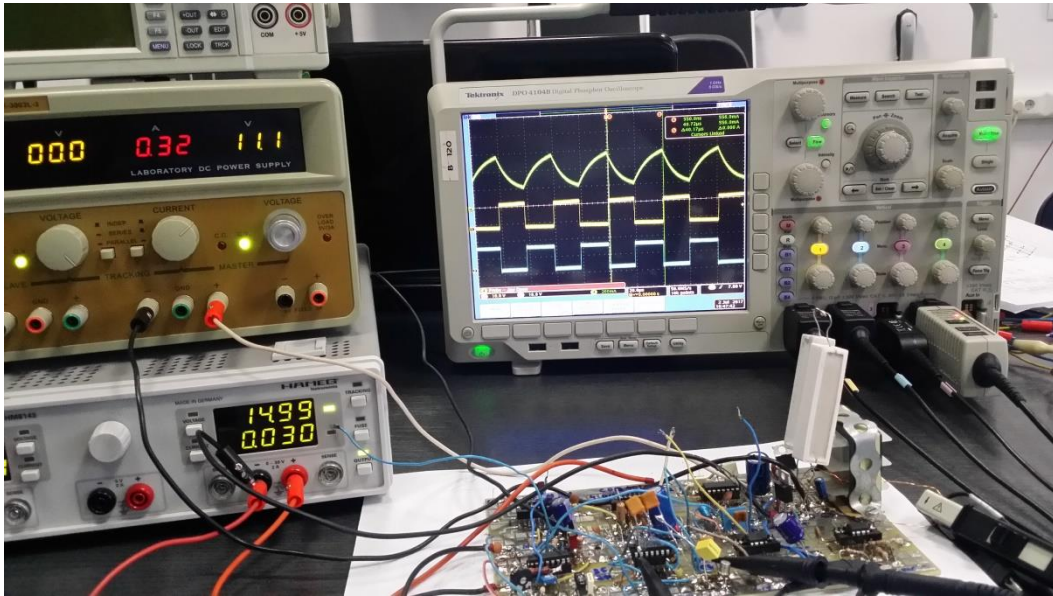


Fig. 0.1. Pregătire experiment Capitolul 2, Capitolul 4 - convertorul buck cu comandă OCC. Sursa [original].

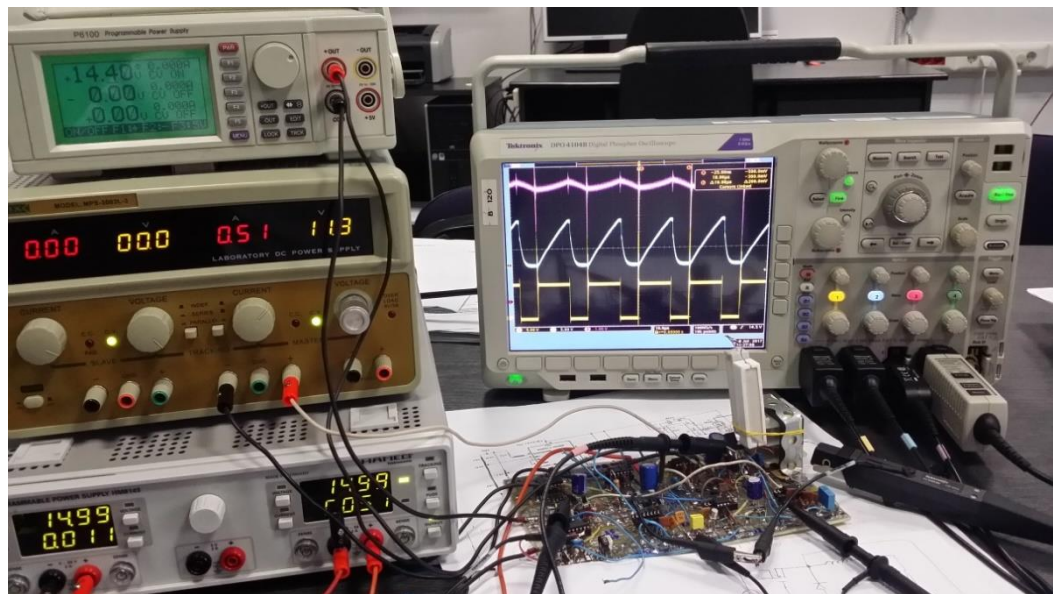


Fig. 0.2. Circuitul electronic experimental pentru convertorul buck cu comandă OCC prezentat în Capitolul 2 și Capitolul 4. Sursa [original].

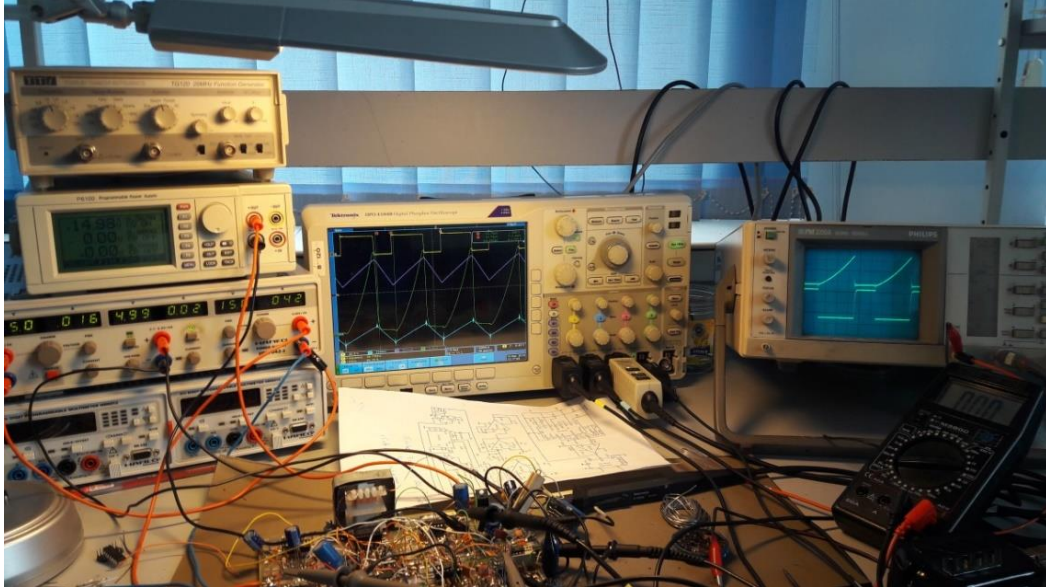


Fig. 0.3. Circuitul electronic experimental prezentat în subcapitolul 4.5 pentru convertorul buck cu comandă CC. Sursa [original].

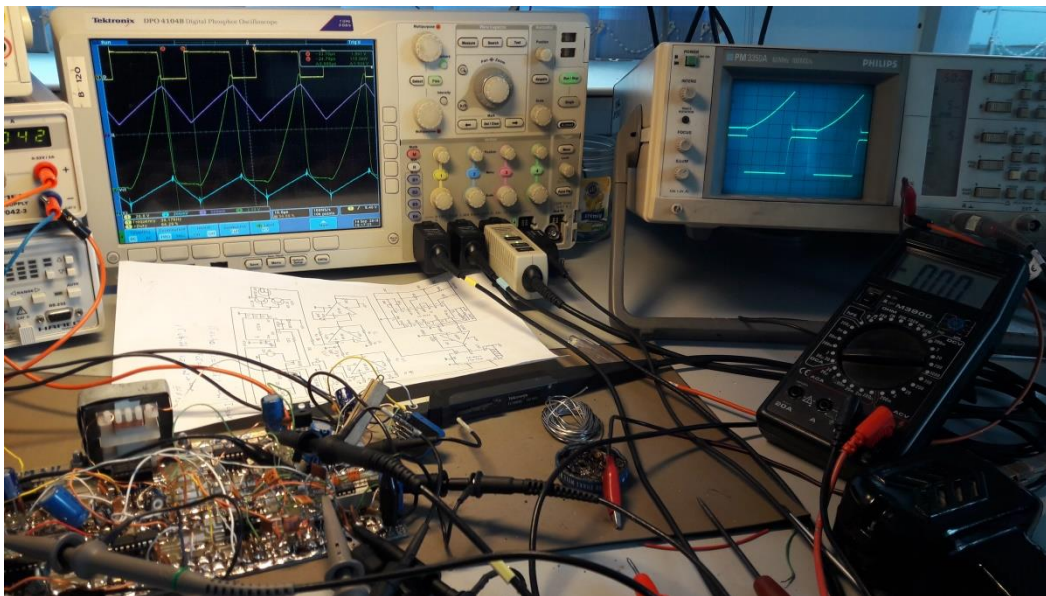


Fig. 0.4. Circuitul electronic experimental prezentat în subcapitolul 4.5. Sursa [original].

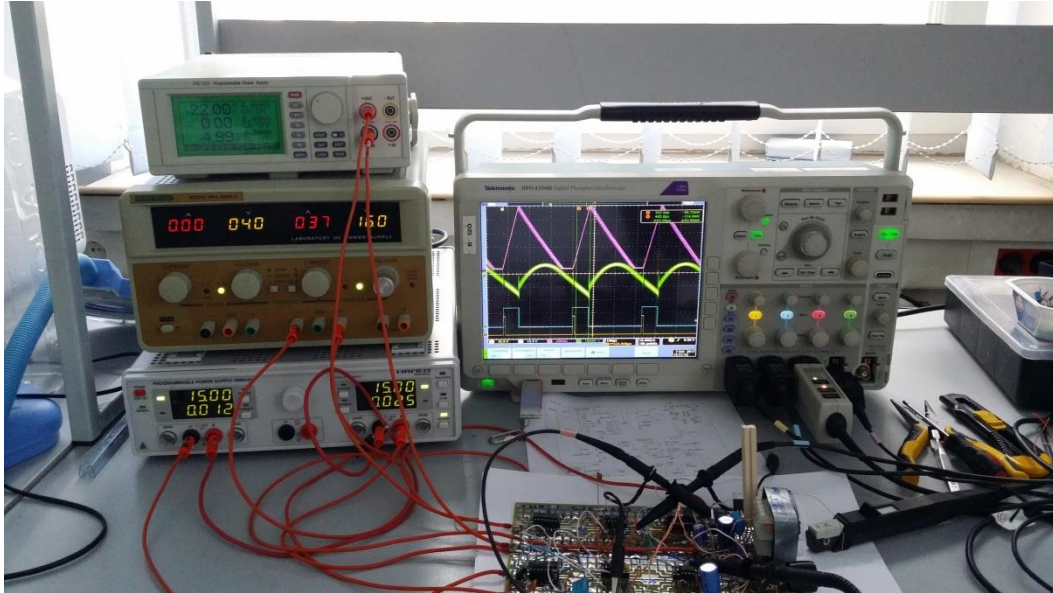


Fig. 0.5. Convertorul boost DCM-Subcapitolul 9.4. Parametrul de bifurcație - amplificarea diferențială. Sursa [original].

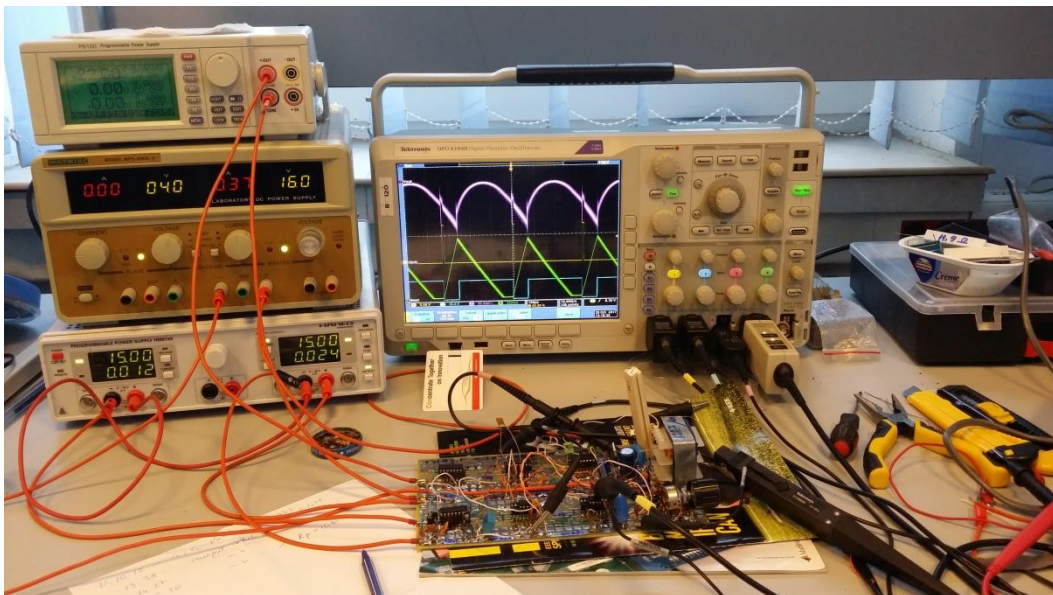


Fig. 0.6. Convertorul boost DCM-subcapitolul 9.5. Parametrul de bifurcație - tensiunea de alimentare. Sursa [original].