

**UNIVERSITATEA “POLITEHNICA”  
TIMIȘOARA**

**Ing. DORA AGLAIA TAȚIANA FLOREA**

**STUDIUL STĂRII DE TENSIUNE ÎN JONCTIUNILE  
ÎNVELITORILOR COMPUSE**

**Teză de doctorat**

**Conducător științific,  
Prof.Dr.Ing. TIBERIU BABEU**

**Timișoara 2004**

1

## CUPRINS

### PARTEA I

STUDII PRIVITOARE LA STAREA DE TENSIUNE ȘI DEFORMAȚIE PENTRU DIFERITE TIPURI DE JONȚIUNI ALE ÎNVELITORILOR SUPUSE LA DIFERITE SOLICITĂRI		4
CAPITOLUL 1	INTRODUCERE ÎN STUDIUL JONȚIUNILOR ÎNVELITORILOR COMPUSE	5
	1.1 Definierea noțiunii de jonctiune	6
	1.2 Structuri utilizate în construcțiile tehnologice. Jonctiuni	6
	1.3 Stări limită ce definesc starea de tensiune în învelitori	19
	1.4 Teoriile de rezistență ce definesc starea de tensiune în jonctiuni	19
	1.5 Metode de calcul utilizate în analiza stării de tensiune în jonctiuni	20
	1.6 Metode experimentale	21
CAPITOLUL 2	STUDII PRIVIND ANALIZA STĂRII DE TENSIUNE ÎN DOMENIUL ELASTIC LA INTERSECȚIA RADIALĂ A ÎNVELITORILOR CILINDRICE	23
	Introducere	24
	2.1 Analiza analitică și numerică a stării de tensiune la intersecția radială a învelitorilor cilindrice supuse la presiune internă	26
	2.2 Studiul teoretic al comportării elastice a jonctiunii a două învelitori cilindrice intersectate radial supuse la un moment încovoietor	32
	2.3 Studiul stării de tensiune în jonctiunea T folosind Metoda 3D-FEM pentru diferite încărcări	42
CAPITOLUL 3	STUDII RELATIV LA ANALIZA STĂRII DE TENSIUNE ÎN DOMENIUL ELASTIC LA INTERSECȚIA OBLICĂ A ÎNVELITORILOR CILINDRICE	49
	Introducere	50
	3.1 Analiza tensiunilor elastice la intersecția oblică a învelitorilor cilindrice supuse presiunii interne	52
	3.2 Studiul numeric al stării de tensiune în jonctiunea neradială cilindru-cilindru cu metoda FEM la solicitări de forță și moment	67
	3.3 Studiul parametric prin analiză numerică al tensiunilor în jonctiunea neradială a învelitorilor cilindrice supuse la presiune internă	71

	3.4 Analiza numerică a stării de tensiune la intersecții oblice ale învelitorilor cilindrice supuse la diferite încărcări	80
CAPITOLUL 4	STUDII RELATIV LA STAREA DE TENSIUNE ÎN DOMENIUL ELASTIC LA JONCTIUNEA ÎNVELITORILOR CILINDRICE CU CAPACE DE FORME DIFERITE	90
	Introducere	91
	4.1 Analiza stării de tensiune folosind teoria neliniară a lui Reissner în recipiente cilindrice cu fund plat supuse la presiune internă	93
	4.2 Analiza stării de tensiune folosind teoria neliniară a lui Reissner în recipientele cilindrice cu cap elipsoidal supuse la presiune internă	105
	4.3 Studiul stării de tensiune pentru diferite configurații a jonctiunii cupolă sferică - cilindru supusă presiunii interne aparținând învelitorilor de tip GRP	116
PARTEA II		
	CONTRIBUȚII PERSONALE RELATIV LA STUDIUL STĂRII DE TENSIUNE ȘI DEFORMAȚIE PRIVITOR LA JONCTIUNEA CILINDRU-SFERĂ ÎN DOMENIUL ELASTIC	144
CAPITOLUL 5	STUDII PRIVITOR LA STAREA DE TENSIUNE ÎN JONCTIUNEA ÎNVELITORII CILINDRU-SFERĂ GRP	145
	5.1 Studiul parametric al stării de tensiune și deformație în jonctiunea cilindru-sferă ce aparține învelitorilor GRP supuse la presiune internă în domeniul elastic	146
	5.2 Analiza FEA în domeniul elastic cu programul NASTRAN V 4.0 pentru învelitoarea subțire GRP cilindru-sferă sub presiune internă	162
	5.3 Optimizarea rețelei de elemente finite pentru analiza FEA cu programul NASTRAN V4.0 pentru învelitoarea cilindru-sferă	170
	5.4 Asupra conceptului de învelitoare subțire privitor la structura cilindru-semisferă sub presiune internă axial simetrică constantă și uniformă	182
	5.5 Studiul comparativ prin metoda FEA în domeniul elastic liniar cu NASTRAN V 4.0 al unei structuri cilindru-cupolă sferică optimizată	196
CAPITOLUL 6	STUDII PRIVITOARE LA OPTIMIZAREA PROFILULUI DE ÎNVELITOARE CILINDRU-SFERĂ	205
	6.1 Metodă de optimizare a structurii de învelitoare subțire cupolă sferică - cilindru GRP supusă la presiune internă uniformă	206
	6.2 Aspecte teoretice privind realizarea unui program	

---

	de calcul pentru optimizarea în domeniul elastic liniar al învelitorilor subțiri cilindru-sferă sub presiune internă	216
6.3	Analiza stării de tensiune în domeniul elastic liniar cu NASTRAN V4.0 pentru o structură de învelitoare cilindru-cupolă sferică optimizată supusă la o presiune axial simetrică uniformă	232
6.4	Studiul de design pentru învelitoarea subțire semisferă cilindru supusă la presiune internă axial simetrică uniformă	243
6.5	Asupra metodei de determinare a profilului optim pentru recipientul cupolă-sferică cilindru cu realizarea unei stări de tensiune uniformă	260
CAPITOLUL 7	CONTRIBUȚII ȘI CONCLUZII	274
	7.1 Prezentare sintetică a conținutului tezei	275
	7.2 Contribuții personale	283
	7.3 Concluzii la contribuții personale	285
	7.4 Lista programelor de calcul utilizate la elaborarea tezei	287
BIBLIOGRAFIE		289

---

PARTEA I

STUDII PRIVITOARE LA STAREA DE TENSIUNE ȘI DEFORMAȚIE  
PENTRU DIFERITE TIPURI DE JONȚIUNI ALE ÎNVELITORILOR  
SUPUSE LA DIVERSE SOLICITĂRI

---

## **CAPITOLUL 1**

Introducere în studiul joncțiunilor învelitorilor compuse

## 1.1 Definirea noțiunii de jonctiune

Utilizarea termenului de jonctiune se face cu scopul definirii zonei de îmbinare a elementelor părți constitutive ale instalațiilor tehnologice: învelișuri , plăci , ștuțuri , țevi. Datorită diversității mari de forme de învelișuri care se pot îmbina în moduri foarte diferite există și o mare varietate de tipuri de jonctiuni , studiul acestora făcând obiectul unor preocupări deosebite având în vedere că ele constituie zone periculoase de concentrare a tensiunilor. Efectul de concentrare este determinat atât de modul de preluare a sarcinilor de către învelișurile intersectate cât și datorită prezenței elementelor de rigidizare ( cordoane de sudură , inele de rigidizare etc.), acesta fiind deasemenea determinat de natura solicitărilor la care este supusă jonctiunea în concordanță cu combinațiile de încărcări (presiune , forțe , momente care pot fi simetrice sau nesimetrice) la care este posibil a fi solicitate învelișurile componente.

Indiferent de destinația tehnică pe care o au structurile ce prezintă jonctiuni în construcția lor, structurile se împart în două categorii principale :

- a) structuri de tip recipient sau rezervoare
- b) structuri de tip conductă

În cazul recipientelor sau rezervoarelor jonctiunile se realizează între:

- a) învelișuri și capac sau fund
- b) diferitele părți ale învelișurilor componente
- c) recipienti și conducte(ștuțuri) sau rezervoare și conducte ( ștuțuri)

În cazul conductelor jonctiunile sunt prezente în orice ramificație spațială.

## 1.2 Structuri utilizate în construcții tehnologice. Jonctiuni

Industria în care substanțele sunt supuse unor procese fizice sau fizico-chimice în scopul modificării stării , compoziției sau conținutului lor energetic sunt numite industrii de proces și în categoria aceasta intră industria chimică, industria petrochimică , industria alimentară , industria metalurgică , industria energetică termică și nucleară. O instalație de proces modernă reprezintă un complex de utilaje în care se produc schimbări ale stării , compoziției sau conținutului energetic al substanțelor care o străbat și deși natura substanțelor prelucrate de diferite industrii diferă între ele , utilajele folosite sunt similare din punct de vedere constructiv. Recipientele și conductele sub presiune se întâlnesc în toate industriile de proces , diferențiindu-se prin valoarea presiunii la care sunt supuse; astfel recipientele de înaltă presiune se întâlnesc în industriile chimică , petrochimică, energetică nucleară etc. , iar recipientele de joasă presiune în industria alimentară , energetica termică , industria metalurgică etc.

Valoarea presiunii la care sunt supuse recipientele respectiv conductele determină clasificarea recipientelor în:

- a)- recipiente și conducte cu pereți groși
  - b)- respectiv recipiente și conducte cu pereți subțiri
- cărora li s-au dezvoltat teorii și dedicat o mulțime de studii.

Deoarece recipientele și conductele sunt componente de bază și ale aparatelor cu care se cercetează spațiul cosmic respectiv adâncurile oceanelor în afară de industriile sus



menționate, a făcut ca în ingineria mecanică , preocupările să se concentreze asupra calculului și construcției recipientelor , rezervoarelor și conductelor sub presiune de valoare joasă , medie și înaltă .

Forma recipientelor sub presiune este de regulă axial-simetrică deoarece formele axial-simetrice sunt soluții optimizate între necesitățile de a avea recipiente cu rezistență cât mai mare și consum cât mai mic și în plus acestea se pot executa cu procedee tehnologice avantajoase.

Componenta constructivă principală a unui recipient sub presiune are deci forma unei suprafețe de revoluție ; dacă grosimea peretelui recipientului este relativ mică (neseemnificativă în raport cu razele de curbură) atunci partea esențială a recipientului este un înveliș de revoluție cu pereți subțiri; dacă grosimea peretelui recipientului este relativ mare (comparabilă ca ordin de mărime cu razele de curbură) atunci partea esențială a peretelui este un corp de revoluție cu perete gros.

Se face observația că spre deosebire de suprafața de revoluție ( noțiune de geometrie) , învelișul de revoluție cu perete subțire (noțiune tehnică) are grosimea  $h$  , mult mai mică decât razele de curbură principale  $\rho_1$  și  $\rho_2$  :

$$h \ll (\rho_1, \rho_2) \quad (1.1)$$

ceea ce este echivalent cu a spune [1] că raportul dintre raza exterioară  $R_e$  și raza interioară  $R_i$  , îndeplinește următoarea condiție:

$$\beta = \frac{R_e}{R_i} \leq 1,1 \quad (1.2)$$

După Flugge și Timosenco învelișurile se pot considera cu pereți subțiri dacă raportul dintre grosimea peretelui învelitorii și cea mai mică rază de curbură este mai mic decât 1/10 , iar după Novojilov acest raport trebuie să fie mai mic decât 1/120 , pentru a justifica interpretarea de învelitoare subțire.

În ceea ce privește comportarea învelișurilor la deformare , dacă învelișurile ar fi infinit de subțiri  $h \rightarrow 0$  , atunci comportarea lor s-ar fi putut caracteriza complet cu ajutorul noțiunilor din teoria suprafețelor. Cum însă aceste învelișuri au o grosime definită  $h \neq 0$  oricare și oricât de mică modificare de formă a lor ,aceasta este dovada apariției deformațiilor de încovoiere care sunt neuniforme pe grosimea  $h$  și de care trebuie să se țină seama în calcule . Din acest punct de vedere învelișurile se clasifică astfel:

a) învelișuri cu deplasări (săgeți) mici sau cu deformații mici , pentru care se îndeplinește condiția  $u,v,w \ll h$  , deplasările fiind deci foarte mici față de grosimea peretelui , respectiv condiția  $\varepsilon \ll 1$  , deformațiile specifice fiind mult mai mici decât unitatea unde  $u,v,w$  sunt deplasările unui punct oricare pe suprafața mediană a învelișului.

b) învelișuri cu deplasări(săgeți) mari sau deformații mari , pentru care se îndeplinește condiția  $u,v,w \sim h$  , deplasările fiind comparabile cu (sau mai mari față de) grosimea de perete , respectiv condiția  $\varepsilon \sim 1$  , deformațiile specifice (mari) fiind comparabile cu unitatea.

### 1.2.1 Forme uzuale ale recipientelor sub presiune Tipuri de joncțiuni

Recipientele sub presiune se realizează în mod curent de formă sferică , cilindrică (verticale , orizontale sau înclinate)având capace și funduri de diverse forme sau sunt combinații de învelișuri sferice conice, etc.

Recipiente de formă sferică se întâlnesc în industria chimică și petrochimică , în industria alimentară , industria ușoară etc.În fig.1.1 se prezintă un recipient sferic prevăzut cu dispozitiv de mestecare utilizat în industria chimică.

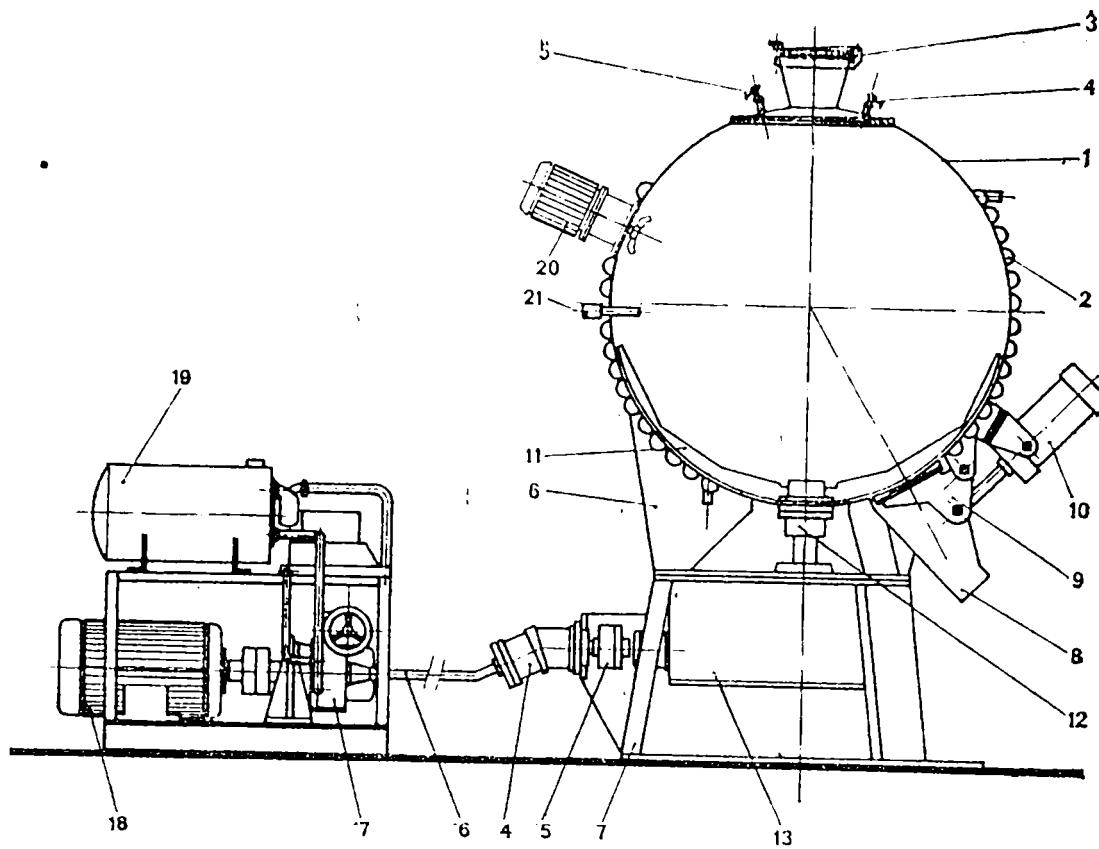


Fig.1.1 Recipient sferic cu dispozitiv de amestecare

Forma sferică este utilizată și pentru realizarea corpului unor reactoare nucleare. Un asemenea înveliș este prevăzut cu multe racorduri tehnologice ,cea ce reprezintă tot atâția concentratori locali de eforturi.(fig.1.2)

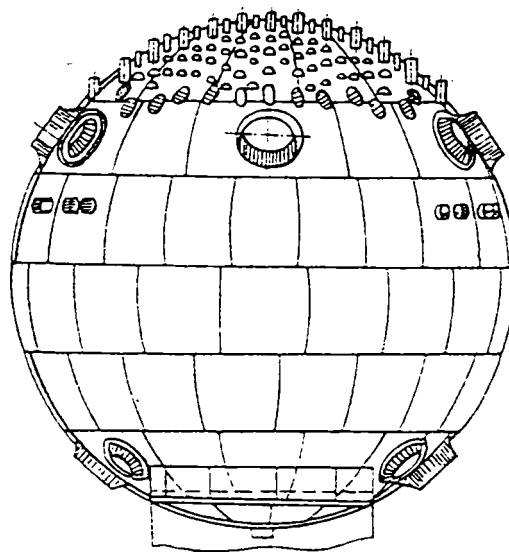


Fig.1.2. Înveliș sferic al unui reactor nuclear

Recipientele sub presiune realizate în formă cilindrică fiind prevăzute cu capace respectiv funduri de formă plată, sferică , clipsoidală , torisferică , conică , toriconică etc. sunt rezultatul combinării învelișurilor de diverse forme . Fig.1.3 prezintă 2 tipuri de recipiente de formă cilindrică folosite în idustiile de proces.

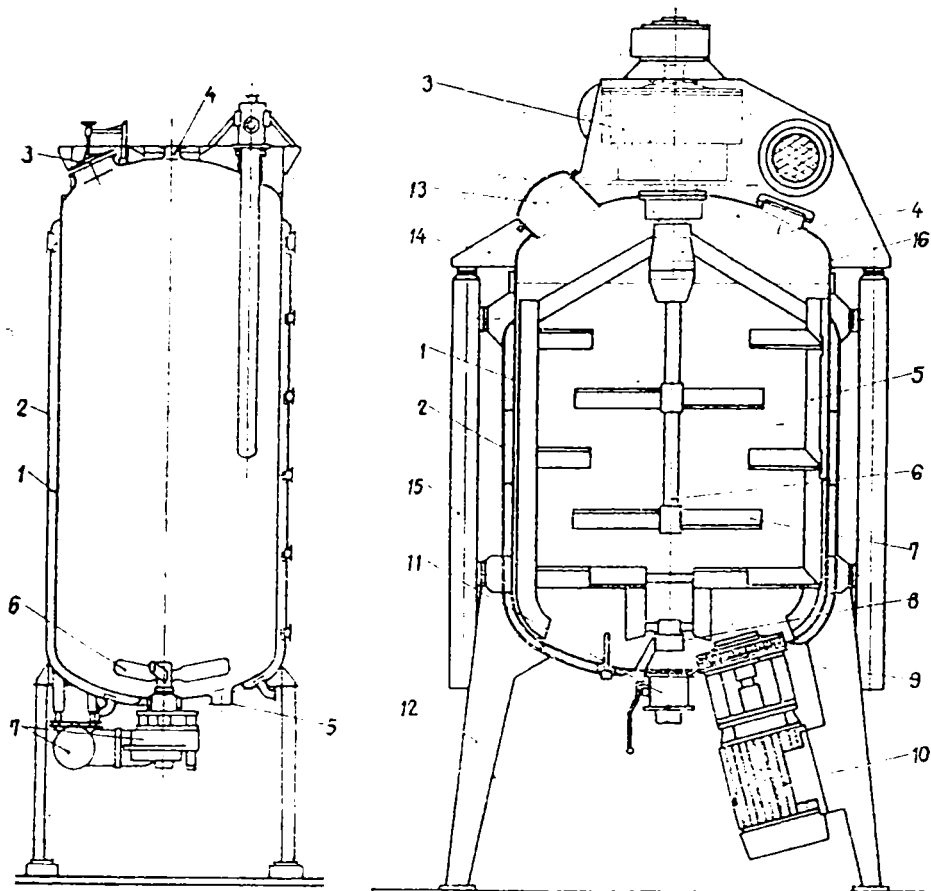
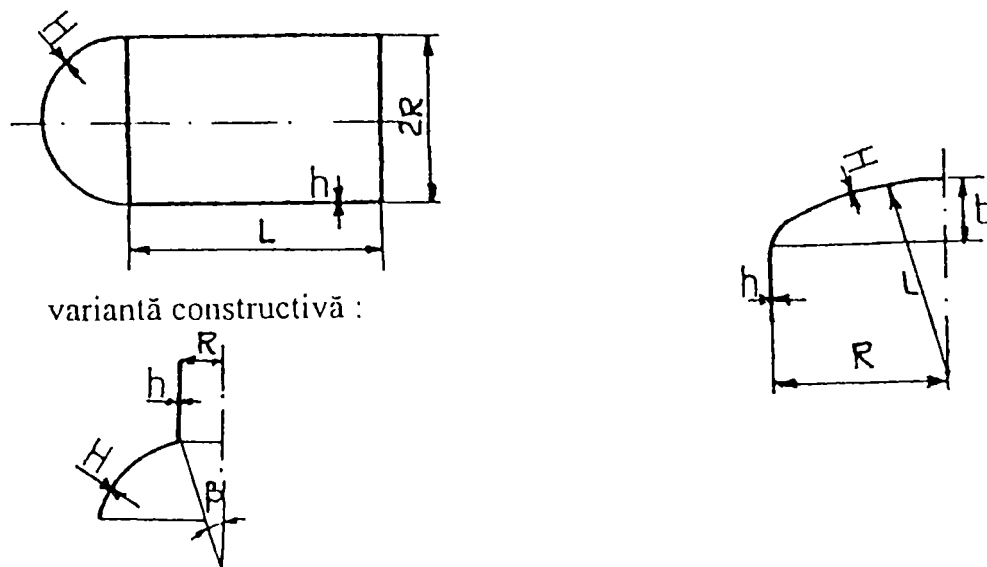


Fig.1.3 Recipiente folosite în industriile de proces

Recipientele sub presiune evidențiază la îmbinarea învelișuri componente jonctiuni de diferite tipuri. Fig.1.4 la fig.1.8, prezintă un număr de jonctiuni posibile din prima categorie mai sus menționată, jonctiuni dintre capac sau fund. Astfel în fig.1.4a se prezintă jonctiunea înveliș cilindric cu înveliș sferic în doua variante constructive iar în fig.1.4b este prezentată jonctiunea între un înveliș sferic și un capac elipsoidal.



variantă constructivă :

Fig.1.4.a)Jonctiuni între înveliș cilindric și înveliș sferic b) Jonctiuni între înveliș cilindric și înveliș elipsoidal

În fig.1.5(a) se prezintă jonctiunea între un înveliș cilindric și un înveliș conic în două variante constructive: în fig.1.5(b) jonctiunea între un înveliș cu cap torisferic iar în fig.1.5(c) jonctiunea între un înveliș cilindric și un cap toriconic. Fig.1.5(d) și fig.1.5(e) prezintă variante de jonctiuni între un înveliș cilindric și un înveliș conic iar fig.1.5(f) prezintă variante posibile de jonctiuni între învelișuri cilindrice cu mantale prelungite și capace concave sau convexe compuse cu plăci.

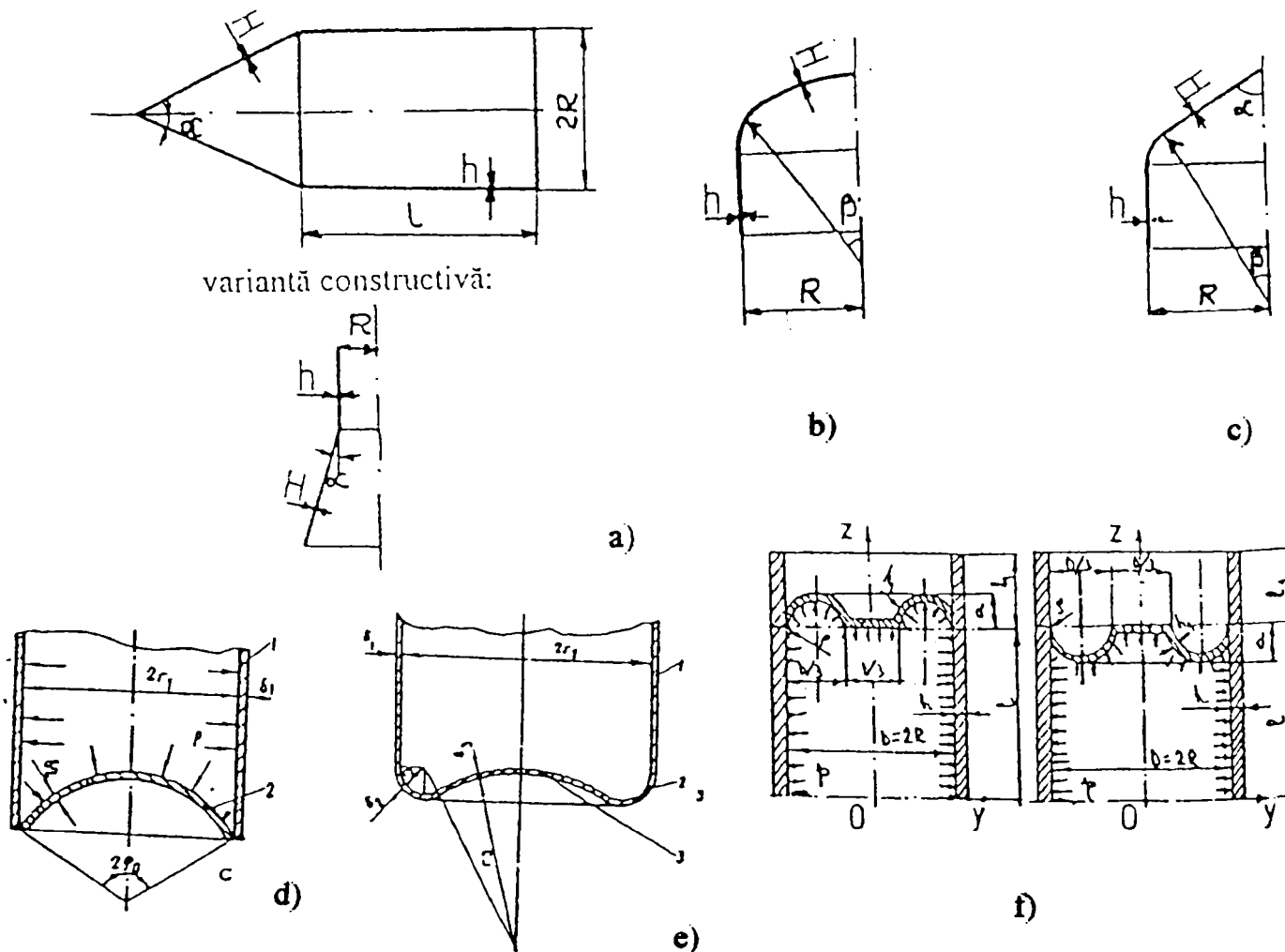


Fig.1.5 a) Jonctiune înveliș cilindric cu înveliș conic b) jonctiune înveliș cilindric cu înveliș torisferic c) jonctiune înveliș cilindric cu înveliș toriconic d) Jonctiune între înveliș cilindric și înveliș conic e) jonctiune între înveliș cilindric și înveliș conic prin înveliș toroidal f) jonctiune între învelișuri cilindrice și capace convexe sau concave compuse

A doua categorie de jonctiuni posibile se referă la jonctiuni între diferite învelișuri componente ale recipientelor. Astfel fig.1.6 prezintă 4 variante de jonctiuni posibile între învelișuri conice și învelișuri sferice.

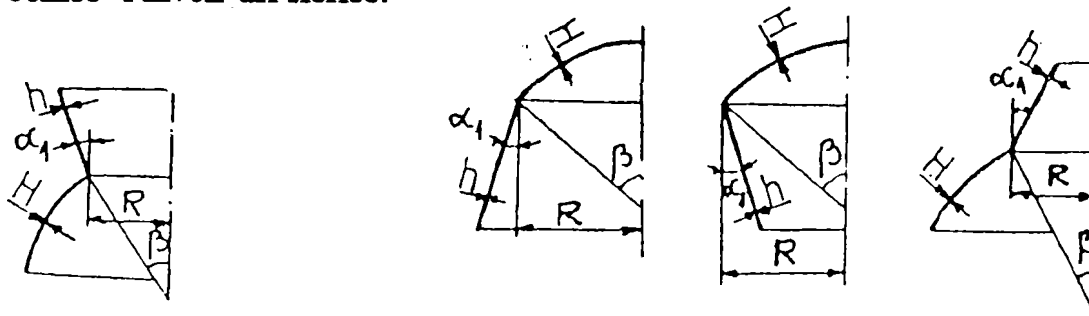


Fig.1.6 Jonctiuni înveliș conic cu înveliș sferic

Fig.1.7 prezintă joncțiuni posibile între 2 învelitori sferice.

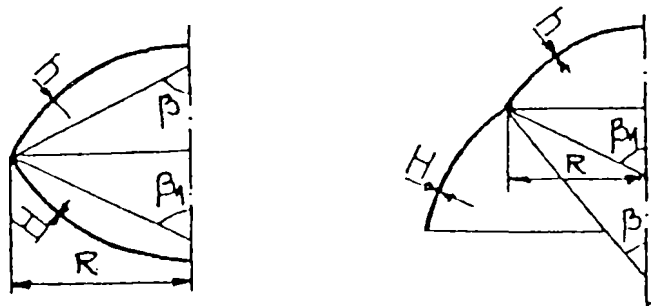


Fig.1.7 Joncțiuni înveliș sferic cu înveliș sferic

Fig.1.8 prezintă 4 tipuri posibile de joncțiuni între 2 învelișuri conice.

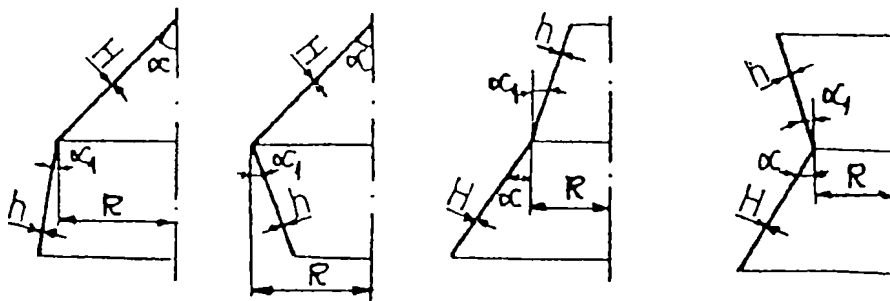


Fig.1.8 Joncțiune înveliș conic cu înveliș conic

A treia categorie de joncțiuni se referă la joncțiunile existente între învelișurile de rotație și șturi (conducte) prezentate în fig.1.9 – fig.1.11 Cum se poate vedea cele mai des întâlnite joncțiuni din această categorie sunt recipientele sferice cu ștuț radial sau neradial respectiv nepenetrant sau penetrant.

Fig.1.9 prezintă 2 joncțiuni posibile între un înveliș sferic și un ștuț cilindric circular radial care poate fi exteriorul sau în interiorul învelișului sferic.

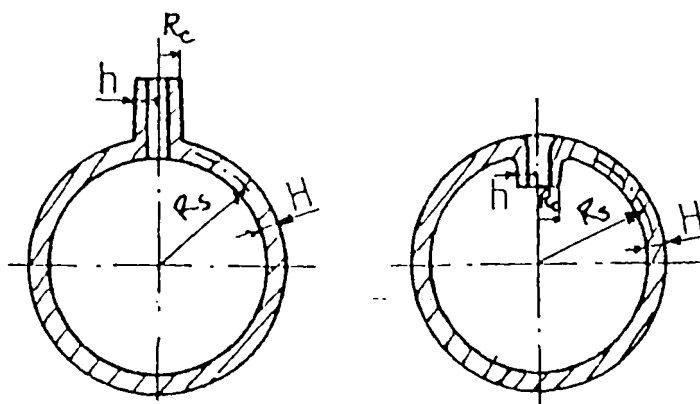


Fig.1.9 Joncțiune între înveliș sferic și ștuț cilindric circular radial , interior și exterior

Două variante de joncțiuni posibile între învelișuri sferice și ștuturi cilindrice circulare neradiale sunt prezentate în fig.1.10

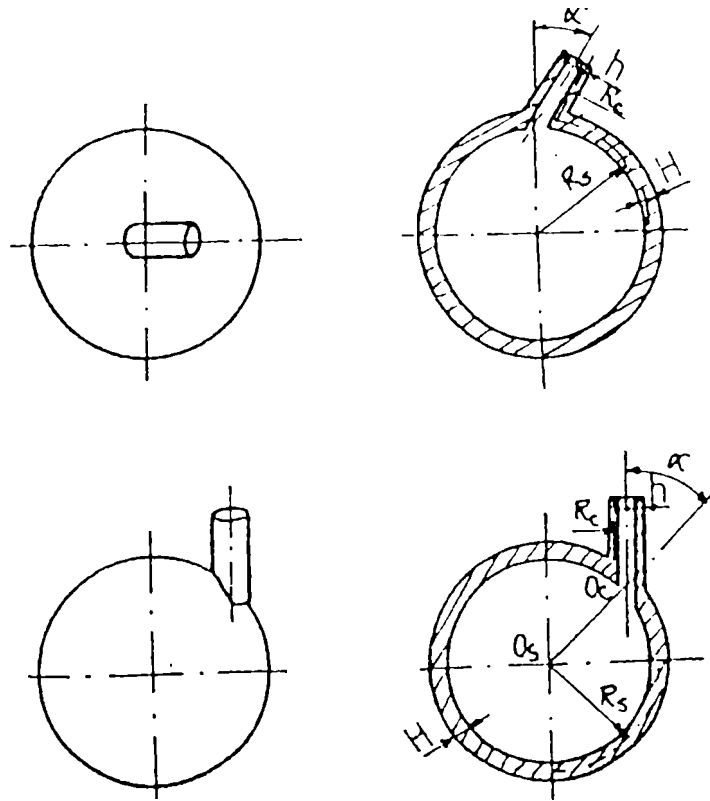


Fig.1.10 Joncțiune între înveliș sferic și ștuț cilindric circular neradial

Variantele joncțiunilor radiale și neradiale prezentate în fig.1.9 și fig.1.10 cu penetrație se prezintă în fig.1.11 unde se observă două joncțiuni posibile între un înveliș sferic și un ștuț cilindric circular radial și neradial penetrant

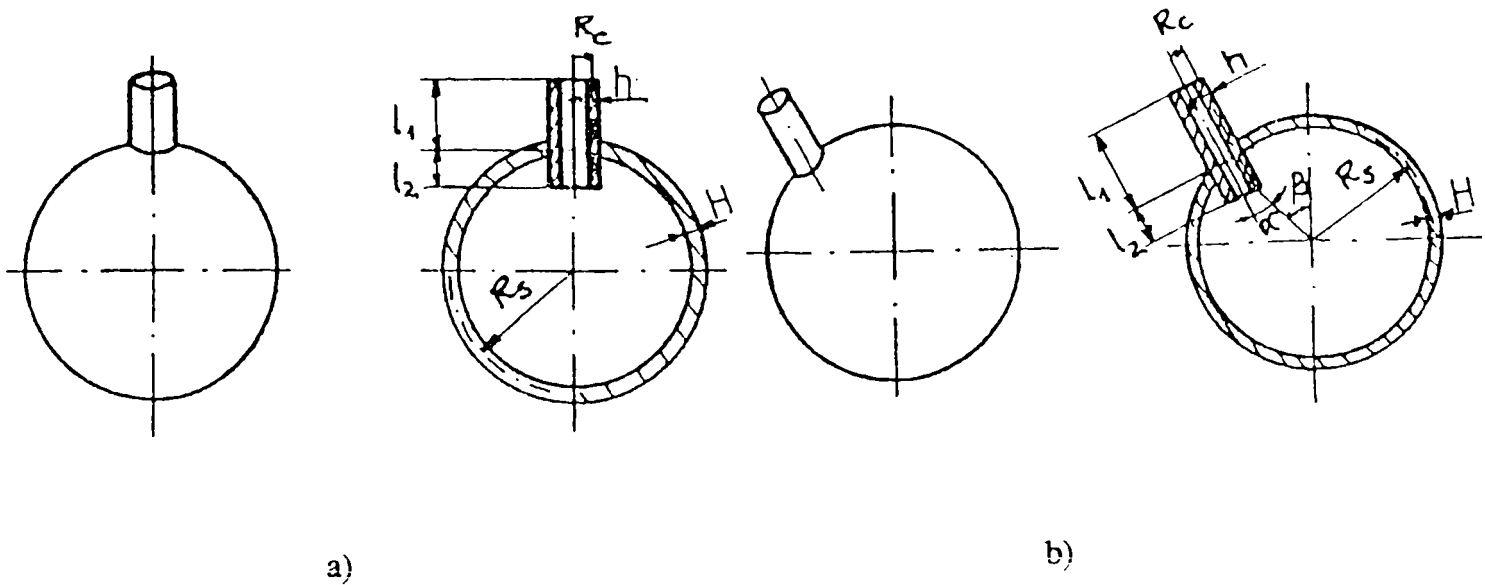


Fig.1.11 a)Joncțiune între înveliș sferic cu ștuț cilindric circular radial penetrant b)Joncțiune între înveliș sferic cu ștuț cilindric circular neradial penetrant

### 1.2.1.1 Solicitări ale recipientelor

Solicitarea de bază a recipientelor este presiunea, uniformă sau neuniformă, interioară și/sau exterioară dacă raportarea se face la o configurație izolată a recipientului.

Pe lângă presiune un recipient este solicitat însă la forțe și momente de încovoiere sau răsucire aplicate pe fața interioară sau exterioară determinate de modurile de rezemare ale recipientelor (picioare, inele, centuri, gusee), de mișcări relative ale diferitelor părți ale structurii din care fac parte recipientele sau alte cauze particulare. De asemenea trebuie luate în considerare și sarcinile aplicate în volumul elementar ce materializează recipientul: forțe datorate greutății proprii, forțe inerțiale etc).

Recipientele pot fi supuse acțiunilor termice prin fluxuri calorice care induc gradienti de temperatură ce provoacă dilatații sau contracții neuniforme.

Se precizează că intensitatea acțiunilor de natură mecanică cât și termică poate fi constantă sau variabilă în timp.

În afara celor menționate recipientele pot fi supuse :

- la solicitări datorate acțiunii vântului sau mișcărilor seismice;
- la eforturi datorită loviturilor de berbec sau mișcării masei de lichid din recipient
- eforturi suplimentare de încovoiere generate de presiune din cauza execuției imperfecte a capetelor cilindrice, sferice, elipsoidale etc.
- diferențe de coeficient de dilatare termică a materialelor și a diferențelor de temperatură ale diferitelor părți ale recipientului
- variații de presiune și temperatură.

Tensiuni interne se pot produce în interiorul unui corp, fără a exista o presiune externă vizibilă și în absența unor forțe exterioare. Cauzele care produc tensiuni interne sunt:

- 1) Tensiuni interne în piese care au suferit răcirii inegale în urma unui tratament termic
- 2) Tensiuni remanente care există după descărcări în piese confecționate din materiale cu proprietăți plastice supuse unor solicitări elastoplastice
- 3) Tensiuni termice produse de variații de temperatură în sisteme cu dilatări împiedicate
- 4) Tensiuni de montaj în sisteme static nedeterminate

Se face observația că tensiunile de tipul 1) și 2) există în corpuri fără a ne da seama putând fi detectate și anulate prin tratamente termice corespunzătoare. Tensiunile de tipul 3) și 4) se anulează îndată ce dispăre cauza care le-a produs.

Tensiunile interne au în majoritatea cazurilor efecte nefavorabile mărimea lor fiind de obicei necunoscute și se adaugă la tensiunile de lucru, ducând la stări de solicitare peste cele admisibile. Uneori tensiunile interne bine dozate, pot avea efect favorabil, de exemplu măresc rezistența la oboseală a pieselor.

Studiul tensiunilor interne constă în a calcula dacă este posibil, respectiv a le determina pe cale experimentală, atunci când nu pot fi calculate. Multă vreme studiul tensiunilor interne a fost neglijat fapt care a avut consecințe grave în construcțiile metalice.

Materialele din care sunt confecționate recipientele folosite în industrie sunt supuse de regulă acțiunii chimice intense (coroziune) uneori la acțiuni de abraziune, cavitație sau iradiație (de exemplu iradiația neutronică în recipiente din componenta circuitelor primare în centralele nucleare-electrice).

### 1.2.2 Forme ale rezervoarelor

Rezervoarele sferice prezintă o serie de avantaje față de cele cilindrice astfel: pentru același volum interior au aria suprafeței minime în comparație cu celelalte corpuri geometrice. De asemenea comparația economică arată că la același volum și la aceeași presiune interioară, consumul de metal pentru un rezervor sferic este aproximativ 55 - 60 % din consumul de metal pentru un rezervor cilindric. Dezavantajul este că din punct de vedere

tehnic confecționarea este mai dificil de realizat decât rezervorul cilindric și deasemenea realizarea este mai costisitoare dar totuși pentru volume relativ mari învelișul sferic este preferat. Realizarea rezemării învelișului sferic se face fie ecuatorial pe un anumit număr de stâlpi, fie subecuatorial pe stâlpi sau pe inel tip egg-cup. fig.1.12

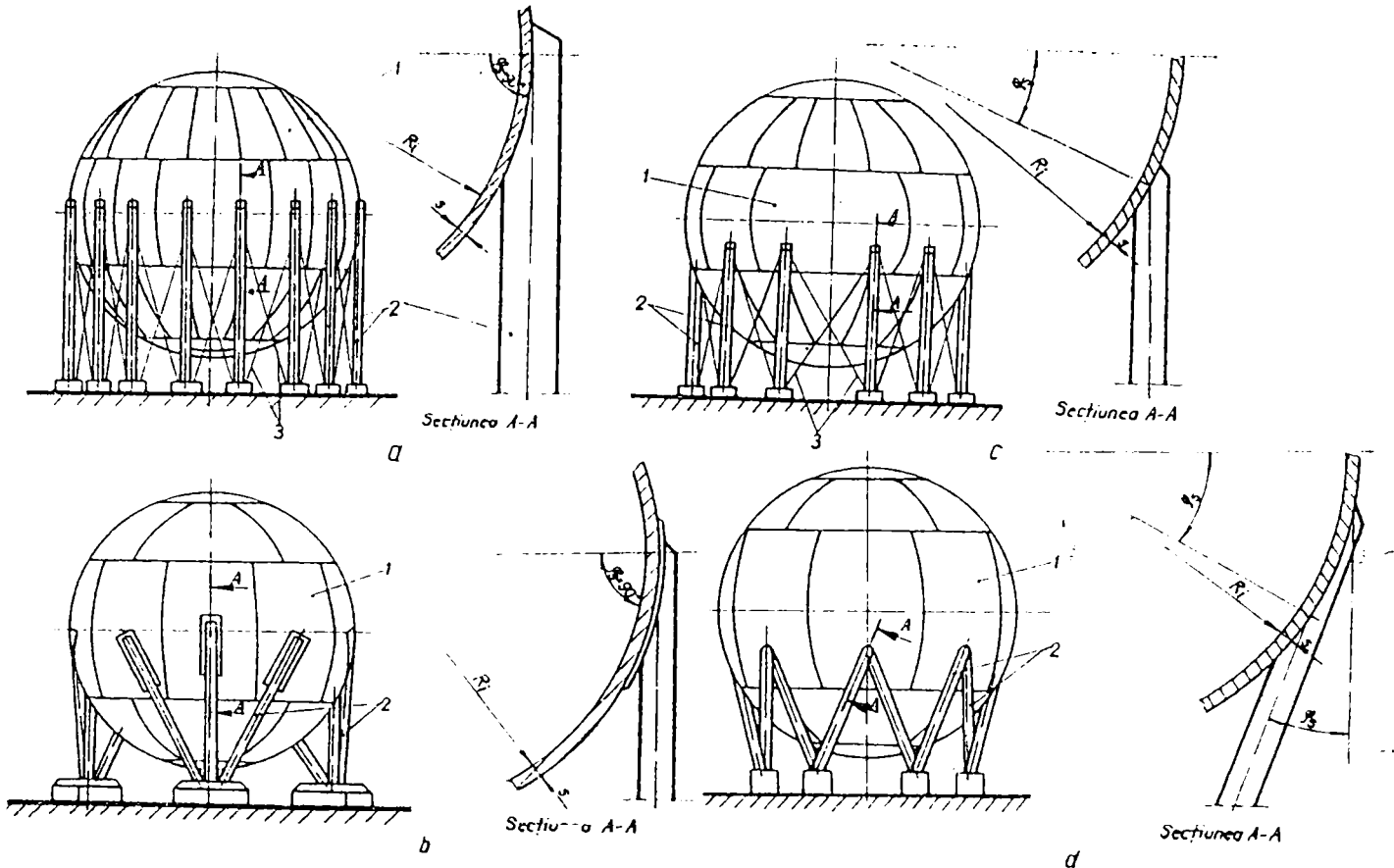


Fig.1.12 Rezervoare sferice rezemate

Rezervoarele cilindrice se realizează cu fund plat, conic, convex (sferic, elipsoidal torisferic etc), concav (sferic, elipsoidal, torisferic etc), cono-sferic, concav-convex (cu diferite combinații de învelitori și cu capac plat, conic, convex (sferic, elipsoidal, torisferic etc.) sau în cazul rezervoarelor de mare capacitate cu capac combinat. fig.1.13

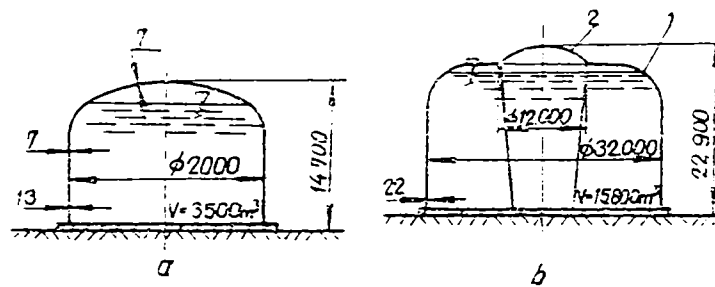


Fig.1.13 Rezervoare cilindrice cu capac a) elipsoidal b) combinat (calotă sferică și elipsoidală)

Datorita avantajelor pe care le prezintă forma cilindrică, pentru depozitarea unor volume mai mari de lichide cu utilitate industrială se utilizează rezervoarele cu lobi cilindrici. Pornind de la ideea rezervoarelor cilindrice cu lobi au fost realizate și recipiente cu lobi sferici.

În scopul unui consum minim de material de construcție, pentru depozitarea unor mari cantități de lichide au fost realizate rezervoare cu suprafața de egală rezistență care au forma



unei picături de apă așezată pe uscat. Din această cauză aceste rezervoare sunt numite rezervoare sub formă de picătură. Pentru a ține seama de solicitarea nefavorabilă în care rezervorul nu este plin (solicitări importante de încovoiere în special în partea inferioară rezervorului) precum și de solicitările climatice suplimentare provenite din acțiunea sarcinilor climatice (vânt, zăpadă, temperatură) sau a sarcinii accidentale (seisme, explozii etc.) aceste rezervoare se prevăd cu rigidizări în partea inferioară și cu sisteme din bare rigide sau ferme cu zăbrele pentru susținerea părții superioare a rezervorului, fig. 1.14

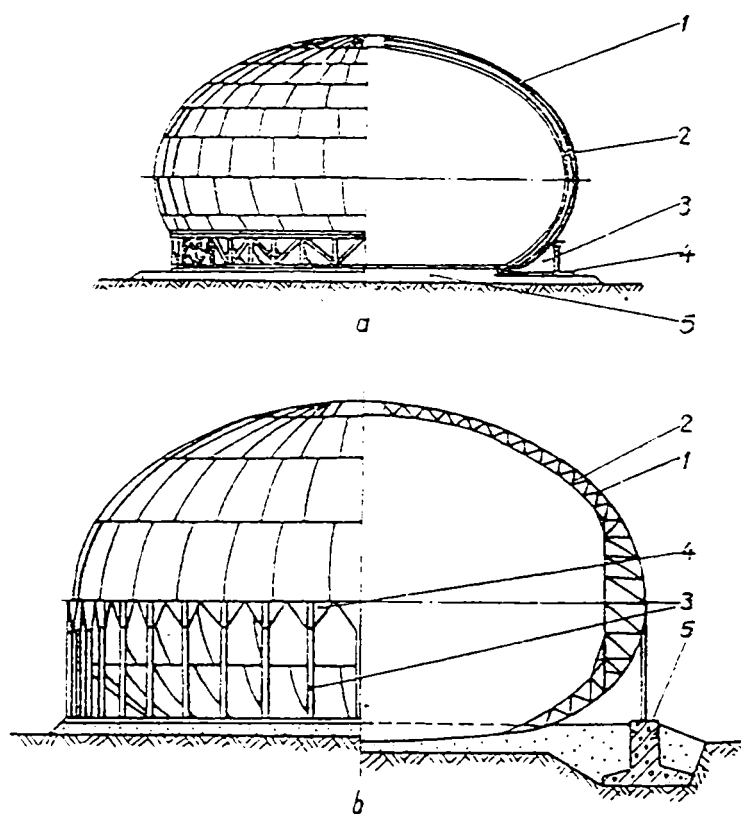


Fig. 1.14 Rezervor în formă de picătură a) cu fund plat b) cu fund curb

### 1.2.3 Forme uzuale ale structurilor de tip conductă. Tipuri de joncțiuni

Structurile de tip conductă fac parte constructivă din instalațiile tehnologice și ele se întâlnesc într-o varietate largă de forme.

Tipuri de joncțiuni frecvent întâlnite în practică sunt:

1) Structuri tubulare de tip joncțiune T la care îmbinarea dintre două elemente tubulare se realizează prin intersecția lor la  $90^\circ$  fig. 1.15.

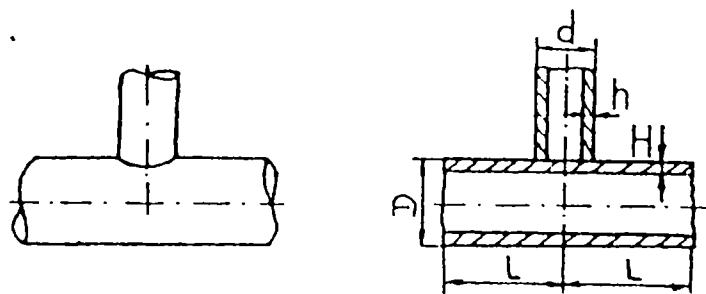


Fig. 1.15 Joncțiune T

2) Structuri tubulare de tip joncțiune oblică în care tuburile componente se îmbină sub un unghi  $\theta$ , joncțiune numită de tip Y prezentată în fig. 1.16

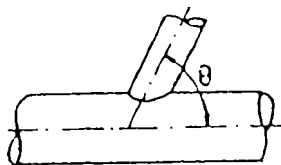


Fig.1.16 Joncțiune Y

3) Structuri de tuburi ce realizează o joncțiune X obținute prin îmbinarea a 3 tuburi unul principal și două secundare intersectate oblic cu tubul principal antisimetric. O astfel de joncțiune se poate vedea în fig.1.17

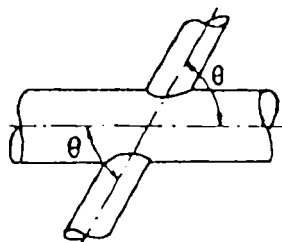


Fig.1.17 Joncțiune X

4) Structuri de tuburi cu tip joncțiune K-1, compusă dintr-un tub principal și două tuburi secundare ce intersectează simetric tubul principal de aceeași parte a axei. Fig.1.18 prezintă o astfel de joncțiune unde cele două tuburi se intersectează sub unghiul  $\theta$  cu tubul principal la o distanță  $t$  unul de altul.

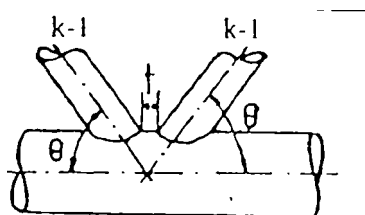


Fig.1.18 Joncțiune K-1

5) Structuri de tuburi cu tip joncțiune T & Y realizate dintr-o combinație de joncțiune tubulară T și joncțiune tubulară Y. Fig.1.19 prezintă o astfel de joncțiune.

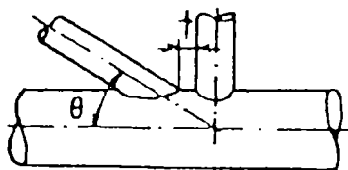


Fig.1.19 Joncțiune T&Y

6) Structuri de tuburi cu tip jonctiune K2&K3 realizate din intersectia unui tub principal cu 3 tuburi secundare , 2 intersectand oblic , simetric de aceeași parte a axei de simetrie a tubului principal și al treilea din mijloc realizând o jonctiune tubulară T cu tubul principal. Fig.1.20 prezintă un astfel de tip de jonctiune , cele 3 tuburi secundare aflându-se la distanța t unul de celălalt .

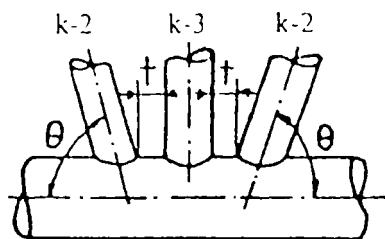


Fig.1.20 Jonctiune K2&K3

Ramificarea într-o anumită zonă sub diferite unghiuri direcționale a traseelor tehnologice tubulare se realizează uneori folosind elemente fasonate numite cruce , teuri și pantaloni cu brațe rectilinii sau curbe.

7) Crucile sunt elemente fasonate în formă de cruce , drepte sau reduse cu ramificații perpendiculare sau înclinate , rectilinii sau curbe. Fig.1.21 prezintă 2 variante posibile de jonctiune tip cruce , fără și cu întărire pe jonctiune.

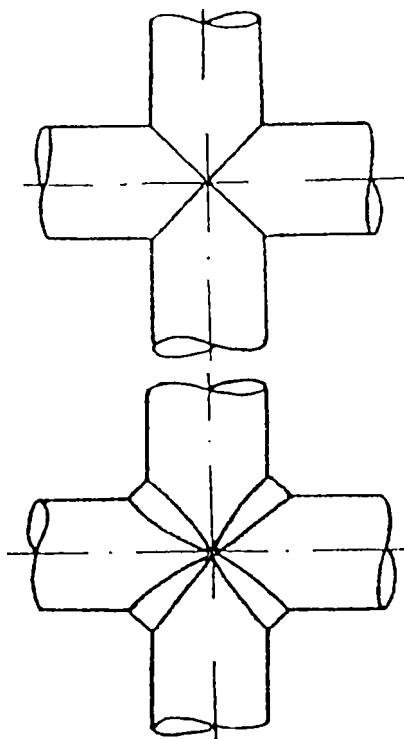


Fig.1.21 Jonctiune tip cruce

8) Teurile sunt elemente fasonate în formă de T drepte sau reduse , cu ramificație rectilinie sau curbă , rectangulară sau înclinată , cu corp cilindric sau sferic cu brațe egale sau inegale de lungi.

9) Pantalonii sunt elemente tubulare fasonate ,simetrice sau asimetrice , sudate cu structurile de tuburi sau turnate formând corp comun cu tuburile care se folosesc la bifurcarea sau ramificarea simetrică sau nesimetrică a unui traseu tehnologic tubular sub un anumit unghi ascuțit.(  $\beta < 90^{\circ}$  ). fig.1.22

6hh. 715

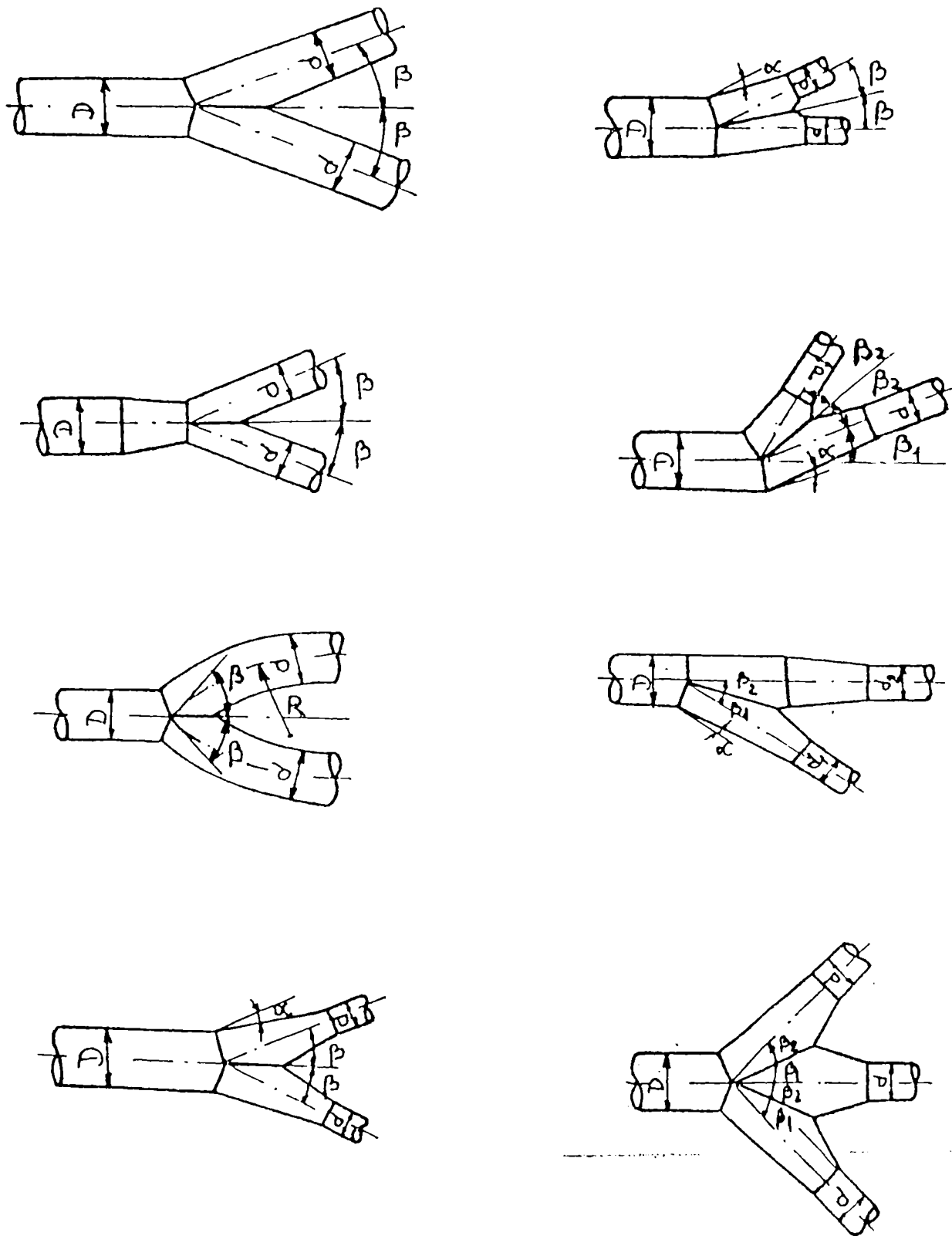


Fig.1.22 Joncțiuni pantalon

### 1.2.3.1 Solicitări ale structurilor de tip conductă

La fel ca și la recipiente , solocitarea de bază pentru structurile de tip conductă este presiunea uniformă sau neuniformă interioară și/sau exterioară , fiind posibil de a apare

solicitări prin forțe și momente determinate de diverse cauze : moduri de rezemare sau mișcări ale părților relative ale structurii din ansamblul instalației tehnologice , sau solicitări termice.

### 1.3 Stări limită ce definesc starea de tensiuni în învelitori

Acțiunile mecanice exterioare sau de volum de tipul forțelor și momentelor sunt echilibrate de forțe interioare numite eforturi respectiv tensiuni atunci când se discută în termeni de eforturi unitare. Efectele termice induc deasemenea tensiuni ca urmare a împiedicării dilatării sau contracției termice .

Din interacțiunea complexă care poate să existe între natura acțiunii exterioare și răspunsul materialului , rezistența învelișurilor poate fi raportată la diferite stări fizice ale materialului în procesul de deformare , definite prin stările limită ale recipientului. [2] . Din punct de vedere ingineresc stările limită caracterizează rezistența construcției recipientelor sau a structurilor tubulare în condițiile date ale acțiunii mecanice , termice și ambientale.La depășirea limitei pertinente rezistența construcției este compromisă. Pentru evaluarea rezistenței pe baza conceptului de stare limită este esențială precizarea fenomenului fizic asociat cedării (tipul stării limită) cât și nivelul limită al încărcării.

La temperaturi normale și încărcări moderate , rezistența poate fi evaluată prin nivelul tensiunilor și deformațiilor elastice.

La încărcări globale mai mari sau în condițiile existenței unor concentrări locale de tensiune se pot dezvolta deformații plastice. În acest caz rezistența recipientelor sau structurilor tubulare se raportează la nivelul încărcării care inițiază deformarea plastică local sau pe toată suprafața structurii. Acest nivel al încărcării caracterizează starea limită la inițierea deformației plastice.

La materiale cu capacitate mare de deformare în stadiul final al deformării plastice se atinge un prag de instabilitate când deformația plastică se dezvoltă fără a mai fi necesară o creștere a intensității sarcinilor exterioare. Se definește o stare limită la curgerea plastică instabilă. Fenomenul curgerii plastice instabil este imediat precurgător rupcii în condiții ductile, astfel că la materialele cu o astfel de comportare fizică , starea limită la rupere ductilă corespunde cu starea limită la curgere instabilă.

La materiale fără capacitate de deformație plastică sau în condițiile acțiunii unor factori care inhibă deformația plastică ca : temperatura scăzută , concentratori de tensiune , iradiere neutronică , acțiuni chimice , ruperea poate surveni înainte ca materialul să dezvolte deformații plastice. Ruperea în aceste circumstanțe are un caracter fragil iar nivelul încărcării asociate marchează starea limită la rupere fragilă.

Similar există stările limită la rupere prin solicitări mecanice și termice (oboscală mecanică și termică) solicitări impulsive (șoc mecanic și termic) sau solicitări de lungă durată care sunt asociate cu stările limită în condiții de fluaj.

### 1.4 Teoriile de rezistență ce definesc starea de tensiune în învelitorile subțiri

Teoria învelișurilor subțiri care conține ecuațiile de bază ce guvernează starea de tensiune într-o învelitoare în domeniul elastic se fundamentează pe teoria lui Kirchhoff - Love dezvoltată în 1888 care adoptă următoarele ipoteze:

- elementul liniar drept și normal la suprafața mediană nedeformată rămâne liniar drept și normal la suprafața mediană deformată, fără a-și modifica lungimea în procesul deformării suprafeței mediane, rezultând  $h = \text{constantă}$  (grosime constantă).

- eforturile unitare normale  $\sigma_r$  perpendiculare pe suprafața mediană sunt neglijabil de mici în comparație cu toate celelalte eforturi

Se face observația că prima ipoteză este de fapt o generalizare a ipotezei secțiunilor plane adoptată la rezolvarea problemei încovoierii barelor într-o bună aproximație de prim ordin iar după a doua ipoteză studiul stării de tensiune și deformare într-o secțiune de înveliș subțire se reduce la studiul stării de tensiune și deformare în planul median.

Teoria învelișurilor subțiri se numește teoria clasică a învelișurilor spre deosebire de teoria generală modernă a învelișurilor care include:

-- teoria liniară care admite ipoteza deplasărilor infinite mici ale punctelor învelișului ceea ce permite - cu suficientă precizie din punct de vedere al rigurozității matematice - să fie neglijate pătratele și puterile superioare ale deplasărilor respective în comparație cu primele lor puteri. Acestei teorii îi corespunde așa numita problemă liniară, expusă pe larg în numeroase lucrări. Conform acestei teorii deformațiile sub sarcină sunt mici în comparație cu dimensiunile îmbinării. Ipoteza deformațiilor infinite mici este admisă în formulările din teoria elasticității liniare cât și în ecuațiile de echilibru. În cadrul acestei abordări este permisă aplicarea principiului suprapunerii efectelor, principiu ce stă la baza metodei coeficienților de influență cu ajutorul cărora se explicitează starea de tensiune și deformare în învelișuri subțiri cu forma geometrică care se pot descompune în forme simple.

- teoria neliniară care admite ipoteza deplasărilor mari, comparabile cu dimensiunile învelișurilor și care ia în considerație pătratele (în cazul calculelor de ordinul doi - teoria de ordinul doi) și chiar puterile superioare deplasărilor respective; acestei teorii îi corespunde așa numita problemă neliniară abordată din ce în ce mai frecvent în literatura de specialitate. În acest caz deformațiile sub sarcină nu sunt mici în comparație cu dimensiunile îmbinării.

Teoria clasică a învelișurilor este cazul particular al teoriei generale a învelișurilor, corespunzător teoriei liniare, în care se include teoria liniară fără moment (teoria de membrană) respectiv și teoria liniară cu moment.

## 1.5 Metode de calcul utilizate în analiza stării de tensiune în joncțiuni

Structurile realizate din îmbinarea învelișurilor prezintă tensiuni cu valori extreme în zona de joncțiune. Cunoașterea distribuției tensiunilor este absolut necesară pentru a realiza proiectarea în deplină siguranță a structurilor compuse, dar determinarea prin calcul a stării de tensiune și deformare în joncțiune întâmpină dificultăți mari. Prezența semnificativă a momentelor de încovoiere obligă la utilizarea ecuațiilor teoriei învelișurilor cu moment, deci în forma lor generală, cea mai completă iar în funcție de tipul de joncțiune studiat se fac simplificările și particularizările. Deasemenea complexitatea geometrică a zonei de intersecție, care nu prezintă simetrie axială în toate cazurile, influențiază forma ecuațiilor și îngreunează considerabil scrierea condițiilor la limită pe conturul joncțiunii.

O dată depășite dificultățile enumerate, intervin probleme de soluționare a ecuațiilor obținute, soluții care se găsesc în cele mai multe cazuri sub forma dezvoltării în serii de funcții și doar în foarte rare situații în formă închisă.

Literatura de specialitate conține numeroase și variate propuneri de abordare teoretică a analizei stării de tensiune în joncțiuni ale învelișurilor, soluțiile fiind legate de tipul de joncțiune, deoarece forma particulară a joncțiunii determină simplificări în modul de calcul

cât și aproximații admisibile , ceea ce înseamnă neglijări de termeni , evaluări ale formei funcțiilor. Se face mențiunea că în literatura de specialitate fiecare tip de joncțiune este modelat pentru calcul în diverse variante , folosind diverse teorii și soluționată folosind diverse metode.

Metodele utilizate pentru a determina starea de tensiune în joncțiuni se pot clasifica în:

- metode analitice bazate pe ecuațiile teoriei generale a învelișurilor care sunt metode exacte de calcul
- metode numerice care sunt metode aproximative de calcul bazate pe discretizarea structurii în elemente simple (metode de rezolvare prin element finit).

Definirea metodelor prin termenul analitic și numeric se referă numai la modelul de abordare a problemei , la formularea sa , nu și la soluționarea în întregime a problemei. De exemplu în cazul metodelor analitice , utilizarea tehnicilor numerice ( rezolvarea de sisteme de ecuații diferențiale prin metode de integrare numerică etc.) , se folosesc în scopul obținerii soluției finale. La fel metodele numerice bazate pe discretizarea structurii în elemente simple ( metoda elementului finit) , presupun soluția analitică a acestor elemente ca și rezolvarea prin aplicarea de metode numerice de calcul pentru obținerea soluției globale ( calcul matricial , rezolvare de sisteme de ecuații liniare , neliniare , sisteme de ecuații diferențiale , integrale etc.).

Complexitatea mare a metodelor analitice a determinat mulți cercetători să încerce soluționarea problemei determinării tensiunilor în joncțiuni prin discretizări ale structurilor în elemente care înlătură necesitatea scrierii ecuațiilor învelișurilor componente. Dintre acestea metoda elementelor finite (MEF) ocupă un loc important în analiza joncțiunilor alături de metoda diferențelor finite și integrarea pas cu pas.

Metoda elementelor finite a devenit cunoscută după anul 1965 când a fost apreciată de Conferința de metode matriciale în mecanica structurilor , fiind prezentată de U.S.Air Force. Începutul pentru această metodă l-a prezentat metoda diferențelor finite , terenul fiind câștigat de metoda elementului finit. Se cunoaște că esența analizei tensiunilor prin elemente finite o constituie înlocuirea corpului deformabil , printr-un sistem structural articulat de elemente finite , legate între ele într-un număr finit de puncte numite noduri. Fiecărui element  $i$  se aplică ecuațiile din mecanica mediilor continue , asamblarea tuturor elementelor finite conducând la ecuații matriciale care permit calculul deplasărilor nodale prin care se pot obține deformațiile cât și tensiunile în orice punct.

În prezent cercetările în domeniul MEF se desfășoară la toate nivelele teoretice și aplicative existând un număr semnificativ de programe ce permit abordarea prin această metodă a studiului tensiunilor și deformațiilor în domeniul elastic , plastic și domeniul termic.

## **1.6 Metode experimentale**

Dezvoltarea metodelor de calcul folosind calculatorul electronic cât și a metodelor analitice puternice nu a determinat scăderea interesului pentru metodele experimentale. Tehnicile experimentale ca urmare a dezvoltării tehnologiei calculatoarelor (soft și hard) au fost impulsionate , creindu-se echipamente noi , sofisticate pentru achiziția și preucrarea datelor. Astfel că metodele experimentale au fost și sunt un instrument esențial de studiu în cadrul mecanicii aplicate fiind necesare în verificarea aproximațiilor și ipotezelor utilizate în analiza stării de tensiuni folosind metodele analitice. Eficiența lor crește cu complexitatea condițiilor de încărcare , geometriei structurii și naturii materialului.

---

În studiul stării de tensiune în joncțiunile structurilor din învelișuri , metodele cele mai des întâlnite în literatura de specialitate sunt:

- metoda tensometriei electrice rezistive
- metoda fotoelasticimetriei

utilizarea uneia sau alteia din tehnicile experimentale făcându-se ținând seama de particularitățile cazurilor analizate.

Problemele determinării experimentale sunt în cazul joncțiunilor aproximativ de aceeași natură cu cele ale metodelor numerice de calcul. Datorită existenței gradientilor înalți ai tensiunilor , tehnicile experimentale prin tensometrie electrică rezistivă pretind un număr mare de traductori cu bază mică de măsurare , apărând astfel probleme legate de precizia rezultatelor ca medieri între valori.

Fotoelasticimetria este în general utilă sub aspectele ei calitative fiind o metodă de ilustrare a distribuției tensiunilor și în special a zonelor unde apar vârfuri de tensiuni , scutită de dezavantajul discretizării ( măsurării prin puncte).



---

## CAPITOLUL 2

### **Studii privind analiza stării de tensiune în domeniul elastic la intersecția radială a învelitorilor cilindrice**

---

## Introducere

Apariția foarte comună în ingineria nucleară chimică și ingineria de putere a cilindrilor având atașate ștuțuri, a determinat interesul multor cercetători asupra studiului analizei de tensiune a joncțiunilor tubulare încă din anul 1960. Astfel Reidelbach [99] în anul 1961 a fost primul autor care a examinat starea de tensiuni prezentă în doi cilindri intersectați sub influența presiunii interne. Mai târziu Myint, Rodak și Wolfan [85] în anul 1962 au studiat aceeași problemă din punct de vedere numeric, prezentând câteva rezultate pentru cazul joncțiunii T de raport 1:10. Eringen și Suhubi [24] au reconsiderat mai târziu în anul 1965 aceeași problemă discutată de Reidelbach și Myint prezentând partea de soluție numerică. Bijloard, Dohrmann și Wang în anul 1967 au examinat tensiunile care se produc în vecinătatea unui tub intersectat de un ștuț de diametru egal. Toți cei citați au obținut soluții analitice bazate pe ecuațiile lui Donell. Eringen [24], Lekerker [76] și Qian [96] au făcut studii pentru cazul  $\rho_0 = r_0/R \leq 0.25$  și  $\rho_0 \sqrt{r/t} < 1$  unde  $r_0$  și  $R$  sunt razele ștuțului și tubului iar  $T$  este grosimea țevii. Soluțiile obținute de acești autori sunt bazate pe presupunerea că învelitoarea principală este stabilită printr-o gaură circulară și țeava de bransare este considerată ca și un tub cu capăt drept. S-a considerat că erorile cauzate de aproximări cresc cu valoarea lui  $\rho_0$ .

Steele și Khathlan [115] în anul 1986 dezvoltă metoda aproximativă pentru intersecția largă  $d/D$  de învelitori dar pentru cazurile cu valori mici pentru  $\rho_0$ . Metoda lui Steele nu conduce la rezultate ce coincid cu cele ale precedesorilor săi și precizia metodei scade cu creșterea raportului  $d/D$  așa cum arată Mothtarian [81] 1991 și Mershon [80].

În paragraful 2.1 se prezintă soluția Xue-Hwang-Lu [137] obținută în anul 1996 care dezvoltă o soluție analitică a intersecției ortogonale a două învelitori cilindrice cu raport larg  $d/D$  supuse la presiune internă. Cercetările au fost suportate de Chiana National Standard Commitee of Pressure Vessel și Tsinghua University Foundation și o parte din rezultatele obținute au fost încorporate în codul chinezesc de proiectare al recipientelor sub presiune, Chinese Pressure Vessel Code-Design by Analysis (1995).

Soluția prezentată utilizează ecuația modificată a lui Morley pentru învelitoarea cilindrică de bază. Condițiile de continuitate ale forțelor și deplasărilor la joncțiune sunt exprimate în coordonate cilindrice 3-D ( $\rho, \theta, z$ ) și sunt expandate în serii Fourier de  $\theta$ , iar coeficienții Fourier sunt obținuți prin cuadratură numerică. Rezultatele obținute s-au comparat cu cele rezultate din analiza numerică 3-D FEM constatându-se o bună concordanță pentru  $\rho_0 \leq d/D \leq 0.8$ . Curbele tipice pentru SCF relativ la raportul  $t/T$  ( $t$ -grosime ștuț,  $T$ -grosime tub) și  $d/D$  ( $d$ -diametru ștuț,  $D$ -diametru tub) și coeficienții  $\rho$ ,  $h$  ( $h = T/T_0$ ,  $T_0 = pR/S_m$ ,  $T$ -grosimea țevii) relativ la  $D/T_0$ , sunt prezentate pentru fiecare valoare  $\rho_0$ .

Studiul comportărilor învelitorilor cilindrice supusă la solicitarea de moment de încovoiere evidențiază valori foarte mari ale factorilor de concentrare.

Paragraful 2.2 prezintă comportarea elastică a joncțiunii ștuțului cilindric care intersectează o învelitoare cilindrică, atunci când este supusă la un moment de încovoiere care acționează într-un plan ce conține axele cilindrilor pe baza unui studiu analitic. Curba de intersecție între cei doi cilindri a fost presupusă a fi într-un singur plan și condiții de margine simplificate au fost realizate cu scopul de a obține soluții numerice pentru variate cazuri de rază 1:10 și 1:4. Rezultatele indică tensiuni mari de membrană circumferențiale în ștuț și tensiuni mari de moment radial în țeavă la joncțiune.

---

Paragraful 2.3 prezintă analiza numerică folosind metoda 3D-FEM pentru studiul stării de tensiune în joncțiunea T determinată de intersecția a două învelitori cilindrice , supusă diferitelor încărcări , presiune , momente de încovoiere aplicate învelitorii principale și de branșare , precum și la încărcări combinate , indicându-se punctele maxime de solicitare.

## 2.1 Analiza analitică și numerică a stării de tensiune la intersecția radială a învelișurilor cilindrice supuse la presiune internă

Studiul analitic întreprins [137] de M.D.Xue , K.C.Hwang , W.Lu , W.Chen consideră modelul geometric prezentat în fig.2.1 unde sunt reprezentate cele 3 sisteme de coordonate utilizate în calcule : coordonate Gaussiene pentru învelitoarea principală și ștuț ; deasemenea și sistemul global de coordonate cilindrice (  $\rho$  ,  $\theta$  ,  $z$  ).

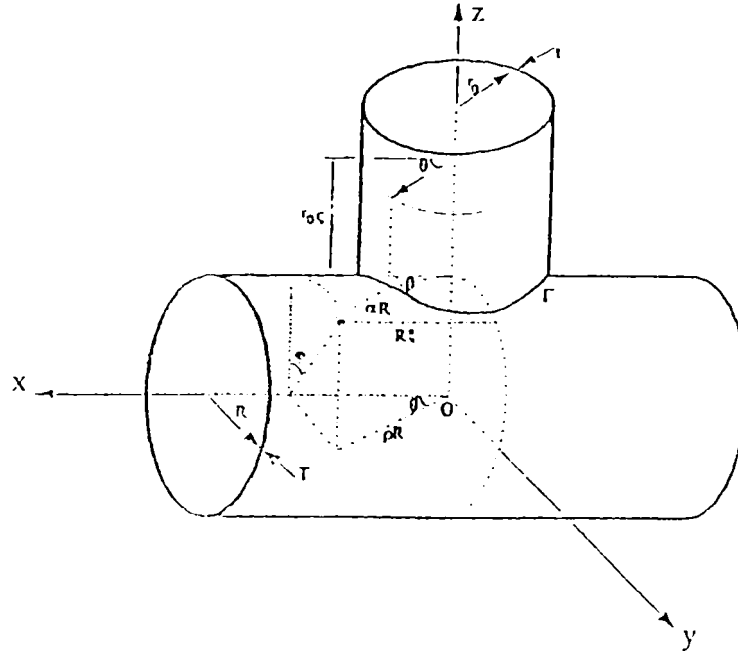


Fig.2.1 Modelul de calcul și sistemele de coordonate

Relația dintre vectorii unitate corespunzători sistemelor de coordonate este următoarea:

$$\beta (i_\alpha, i_\beta, i_n)^T = [B][i_\rho, i_\theta, i_z]^T \quad (2.1)$$

unde matricea de elemente  $[B]$   $3 \times 3$  este funcție de  $\rho$  și  $\theta$  funcție periodică de  $\theta$  [24]. Expresiile pentru curba de intersecție  $\Gamma$  au forma următoare în sistemul de coordonate ( $\alpha, \beta$ ):

$$\alpha_\Gamma = \left\{ \rho_0^2 \cos^2 \theta + \left[ \sin^{-1}(\rho_0 \sin \theta) \right]^2 \right\}^2 \quad (2.2)$$

$$\beta_\Gamma = \sin^{-1} \left\{ \left[ \sin^{-1}(\rho_0 \sin \theta) \right] \left[ \rho_0^2 \cos^2 \theta + \left[ \sin^{-1}(\rho_0 \sin \theta) \right]^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (2.3)$$

iar în sistemul  $(\rho, \theta)$  sunt legate prin relația:

$$\rho r[\theta] = \frac{1}{\rho_0} \sqrt{1 - \rho_0^2 \sin^2 \theta} \quad (2.4)$$

Soluțiile pentru învelitoarea de bază și ștuț

Deplasările normale  $u_n$  și funcțiile de tensiune Airy  $\phi$  ale învelitorii principale satisfac ecuațiile modificate Morley :

$$\left[ \left( \nabla^2 + \frac{1}{2} \right)^2 - 4\mu^2 i \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right] X = 0 \quad (2.5)$$

unde  $\mu$  este o constantă proporțională cu  $\sqrt{R/T}$  iar

$$X = u_n + i \frac{4\mu^2}{ETR} \theta \quad (2.6)$$

Spre deosebire de ecuațiile Donnell, aplicația ecuației (2.5) nu este limitată la valori mici pentru  $\rho_0 \sqrt{R/T}$ .

Lekerkerker în 1972 a soluționat ecuația (2.5) în felul următor :

$$X = \sum \sum (-1)^m C_n F_{mn}(\alpha) \cos 2m\beta \quad (2.7)$$

unde  $F_{mn}$  este produsul funcțiilor Bessel și Hankel și  $C_n$  este o constantă complexă necunoscută:

$$C_n = C_{n1} + iC_{n2} \quad (2.8)$$

Soluțiile generale omogene pentru forțe, momente, deplasări și rotații în învelitoare se exprimă prin derivate parțiale de  $x$  cu referire la  $\alpha$  și  $\beta$ .

Funcția de deplasare  $\Psi(\xi, \theta)$  este utilizată pentru soluția ecuațiilor Love pentru tub și ea satisface ecuația următoare:

$$\nabla^2 \Psi + 4\lambda_r^1 \frac{\partial^4 \Psi}{\partial \xi^4} = 0 \quad (2.9)$$

unde  $\lambda_r$  este o constantă proporțională cu  $\sqrt{r/t}$ . Componentele deplasării  $u_\xi^{(r)}$ ,  $u_\theta^{(r)}$  și  $u_p^{(r)}$  se exprimă prin derivate parțiale ale lui  $\Psi(\xi, \theta)$  cu referire la  $\xi$ ,  $\theta$  și  $\Psi^{(i,j)}$ . Soluțiile ecuației (9) sunt serii expandate Fourier de  $\theta$  :

$$\Psi = D_{01}g_{01}(\xi) + D_{02}g_{02}(\xi) + \sum \sum D_{\mu k} g_{\mu k}(\xi) \cos k\theta \quad (2.10)$$

unde  $g_k$  este un produs de funcții exponențiale de sinus-cosinus de  $\xi$ , iar  $D_{01}, D_{02}, D_k$  sunt constante reale. Astfel soluțiile generale pentru forță, momente, deplasări și rotații pot fi exprimate în termeni de  $\Psi^{(i,j)}$ .

### Expresiile Fourier ale forțelor și deplasărilor de graniță

Forțele de graniță generalizate  $T_v, S_v, Q_v$  și momentul  $M_v$ , deplasările  $u_\alpha, u_\beta, u_n$  și rotațiile  $\gamma_v$  relativ la joncțiunea  $\Gamma$  în învelitoarea principală sunt compuse din soluția de membrană și cea de încovoiere și pot fi exprimate prin  $X^{(i,j)}(\alpha_\Gamma(\rho_0, \theta), \beta(\rho_0, \theta))$  și  $\cos v, \sin v$ .

Reprezentarea forțelor și deplasărilor de graniță cu ajutorul vectorilor  $F, u$  în sistemul global  $(\rho, \theta, z)$  este următoarea:

$$F = T_v i_v + S_v i_z - Q_v i_v = F_\rho i_\rho + F_\theta i_\theta + F_z i_z \quad (2.11)$$

$$u = u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta + u_n i_n = u_\xi i_\xi + u_\theta i_\theta + u_z i_z$$

unde  $F_\rho, F_\theta, F_z, M_v, u_\rho, u_\theta, u_z$  și  $\gamma_z$  sunt funcții periodice de  $\theta$  cu parametrii  $\rho_0$  și constante necunoscute  $C_{nl}$ . Aceste funcții pot fi expandate în serii Fourier de  $\theta$ .

Similar forțele de graniță  $F_\rho^{(t)}, F_\theta^{(t)}, F_z^{(t)}$ , momentul  $M_v^{(t)}$ , deplasările  $u_\rho^{(t)}, u_\theta^{(t)}, u_z^{(t)}$  și rotațiile  $\gamma_v^{(t)}$  în ștuț sunt compuse din soluții de membrană și încovoiere. Pentru același motiv ele se expandează în serii Fourier de  $\theta$  care se calculează cu cuadratura lui Gauss.

### Condiții de continuitate

Condițiile de continuitate se consideră pentru componentele de forță și deplasare la curba de intersecție  $\Gamma$  astfel:

$$F_\rho = -F_\rho^{(t)} \quad F_\theta = -F_\theta^{(t)} \quad F_t = -F_t^{(t)} \quad M_v = M_v^{(t)} \quad (2.12)$$

$$u_\rho = u_\rho^{(t)} \quad u_\theta = u_\theta^{(t)} \quad u_z = u_z^{(t)} \quad \gamma_v = -\gamma_v^{(t)} \quad (2.13)$$

Substituind dezvoltările Fourier ale forțelor și deplasărilor de graniță ale învelitorii în ecuațiile (2.12), (2.13)  $2k+1$  constantele  $C_k$  și  $4k+2$  constante  $D_k$  se pot obține din aceste ecuații, după care se calculează  $X$  din ecuația (2.7) pentru învelitoare și  $\Psi$  din ecuația (2.10) pentru tub.

În tabelul 1.1 se prezintă un număr de rezultate calculate și determinate experimental. Aceste rezultate au fost evaluate de Decock (1973,1975), Mershon(1966,1984), Taylor și Lind (1966), Findlay și Moffat (1970), Corum (1974) și Riley (1965) și comparate cu rezultatele obținute din studiul prezent. [79], [126], [28], [20], [104].

Tabelul 1.1 Comparația factorilor de concentrare al tensiunilor

Nr.	Referință	D/T	d/D	t/T	Test	Xue, Chen Hwang, Lu
1	Decock(1975)	77.8	0.131	0.448	2.18	2.65
2	Mershon(1966)	14.7	0.193	0.752	2.22	2.38
3	Decock(1975)	11.61	0.282	0.92	2.74	2.4
4	Merchon(1966)	13	0.289	0.495	3.28	3.04
5	Decock(1975)	13	1.289	0.495	3.28	3.04
6	Findlay(1970)	26.9	0.298	0.615	3	2.84
7	Findlay(1970)	26.9	0.312	1	2.6	2.4
8	Mershon(1966)	17.9	0.31	0.4	3.4	3.39
9	Decock(1975)	98	0.343	0.343	5.7	5.14
10	Decock(1975)	81.4	0.436	2.17	2.36	1.86
11	Decock(1975)	31.4	0.411	1.1	2.56	2.46
12	Decock(1975)	31.4	0.456	1.59	2.2	2.09
13	Decock(1975)	31.4	0.436	2.2	1.91	1.71
14	Decock(1975)	29	0.448	1.7	2.5	2.34
15	Decock(1975)	15.2	0.424	0.55	3.27	3.32
16	Decock(1975)	11.6	0.498	1.53	3.24	3.93
17	Merchon(1966)	11.6	0.416	1.3	2.86	2.32
18	Corum(1974)	13.4	0.501	0.5	3.8	3.93
19	Riley(1965)	100	0.5	-0.5	5.4	5.3
20	Merchon(1966)	230	0.5	0.98	4	3.7
21	Merchon(1966)	62.8	0.524	1	3.15	2.98
22	Taylor(1966)	84.4	0.524	0.89	3.86	3.38
23	Findlay(1970)	13.06	0.566	1.38	2.68	2.57
24	Decock(1975)	21	0.55	1.82	2.7	2.09
25	Decock(1975)	31.4	0.566	1.52	2.61	2.26
26	Decock(1975)	19	0.65	0.37	5.08	5.4
27	Decock(1975)	31.4	0.646	1.64	2.68	2.38
28	Findlay(1970)	70	0.622	2.17	2.49	2.49
29	Decock(1975)	13.22	0.716	0.504	5.3	4.85
30	Decock(1975)	10.3	0.76	1.5	3.5	3.1
31	Decock(1975)	31.4	0.707	2.2	2.16	2.1
32	Decock(1975)	31.4	0.748	3.2	11.7	1.68
33	Taylor(1966)	15.2	0.73	1.1	3.44	3.47

34	Decock(1975)	15.2	0.773	1.6	3.1	2.91
35	Taylor(1966)	13.2	0.8	0.8	4.1	4.51

Din studiul rezultatelor prezentate se constată că valorile SCF calculate prin metoda prezentată au valori foarte apropiate de cele obținute de ceilalți autori pentru raportul  $d/D < 0.8$ .

Rezultatele obținute prin metoda prezentată în acest studiu au fost verificate în detaliu prin metoda elementului finit 3 - D FEM , modelul considerat având  $\rho_0 = 0.74$  . Factorii de concentrare de tensiune calculați cu metoda prezentată sunt verificați cu rezultate de test anterioare pentru  $\theta = 0^\circ$  . Factorii de concentrare de tensiune  $k_v$  și  $k_t$  sunt definiți prin  $\sigma_t/\bar{\sigma}$  și respectiv  $\sigma_v/\bar{\sigma}$  , unde  $\bar{\sigma} = pR/T$  și  $\sigma_t$  ,  $\sigma_v$  sunt tensiuni în direcția circumferențială respectiv normală.

Fig.2.2 demonstrează că rezultatele prezentate sunt în bună concordanță cu acelea obținute prin testul 3 - D FEM oriunde cu excepția vecinătății de intersecție pe partea ștufului. Rezultatele experimentale și numerice au valori inferioare rezultatele teoretice din învelitoarea subțire , acest lucru rezultând din diferența dintre învelitoarea subțire idealizată geometric și modelul real.

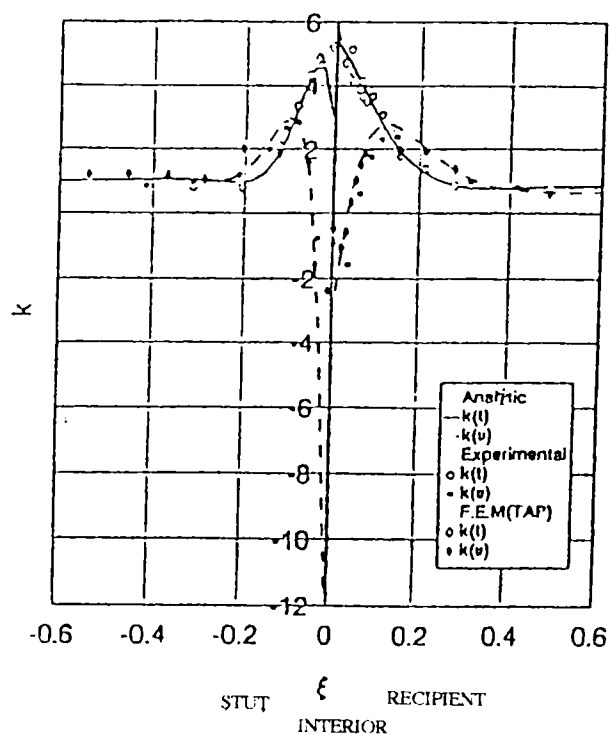


Fig.2.2 Comparație a rezultatelor calculate și testate ( $D/T = 100$  ,  $d/D = 0.5$ ,  $t/T = 0.5$  ,  $\theta = 0^\circ$  )

Verificarea experimentală pentru modelul  $D / T = 25.5$  ,  $d/D = 0.74$  ,  $t / T = 0.9$  realizată prin tensometrie electrică rezistivă în comparație cu rezultatele analitice obținute pe baza studiului prezentat sunt vizibile în fig.2.3 și fig.2.4



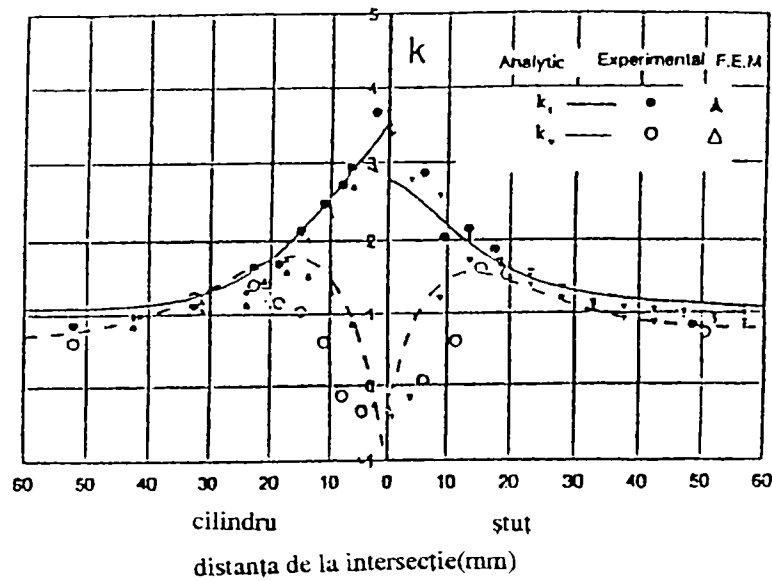


Fig.2.3 Comparația rezultatelor calculate și testate pentru modelul  $D / T = 25.5$  ,  $d / D = 0.74$  ,  $t / T = 0.9$  ,  $\theta = 0^0$  pentru suprafața interioară

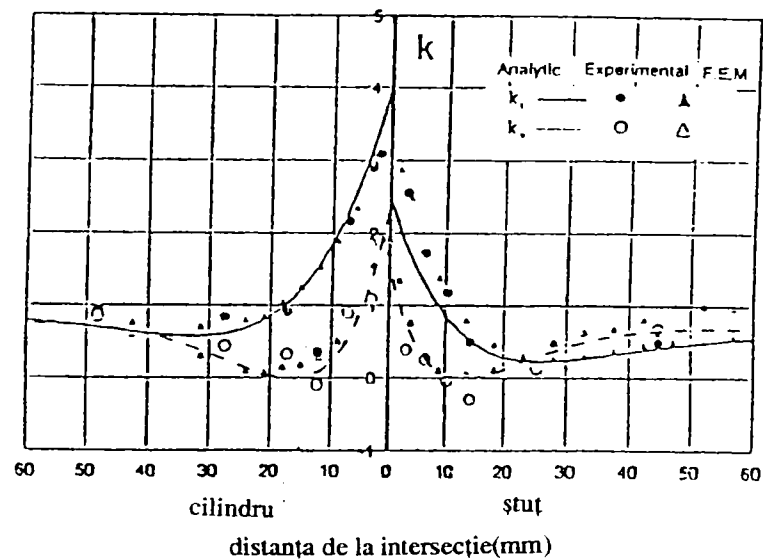


Fig.2.4 Comparația rezultatelor calculate și testate pentru modelul  $D / = 25.5$  ,  $d / D = 0.74$  ,  $t / T = 0.9$  ,  $\theta = 0^0$  pentru suprafața exterioară

Se constată o bună concordanță între rezultatele analitice și numerice obținute prin FEM , diferențele existente relativ la rezultatele experimentale rezultând din deosebirea existentă între modelul idealizat și modelul real.

## 2.2 Studiul teoretic al comportării elastice a joncțiunii a două învelitori cilindrice intersectate radial supuse la un moment încovoietor

Studiul inițiat de J.W.Hansberry și N.Jones [59] se referă la joncțiunea învelitorilor cilindrice, care este supusă unei solicitări determinate de un moment încovoietor care acționează în planul joncțiunii aplicat pe cilindrul ștuț și echilibrat de un moment de valoare pe jumătate care acționează la capetele cilindrului de bază. Procedura analitică prezentată în studiul este bazată pe ecuațiile învelitorilor cilindrice a lui Green și Zerna [56] care au fost simplificate presupunând curba de intersecție într-un singur plan. Analiza se consideră a fi satisfăcută pentru raportul 1:3. Configurația utilizată în scopul de a investiga comportarea joncțiunii T sub un moment în plan aplicat la un ștuț este cea care este ținută în echilibru sub condiție de moment de graniță și este vizibilă în fig.2.5

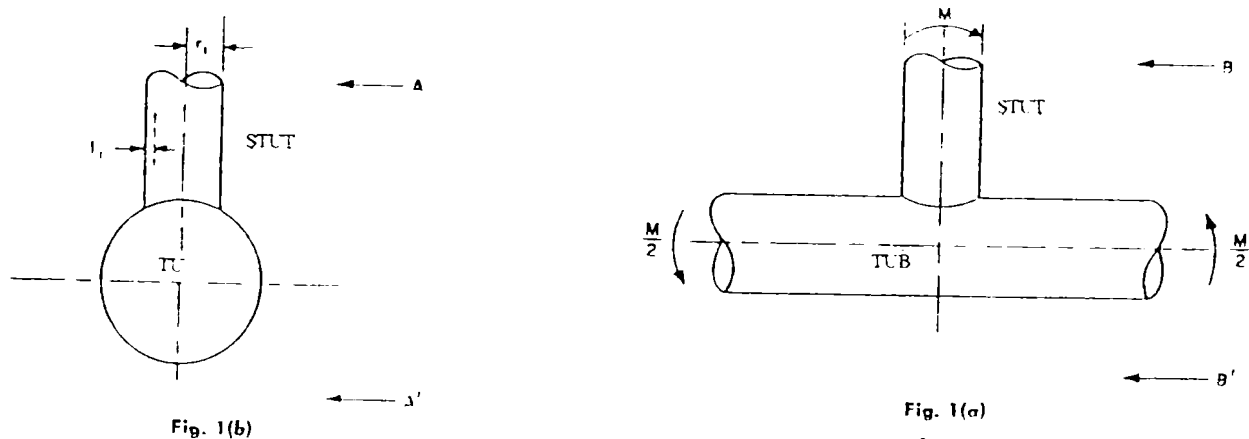


Fig.2.5 Joncțiunea T în echilibru prin momente

Cu scopul de a păstra parametrii geometrici, modulul lui Yung și constanta Poisson sunt presupuse să aibe aceleași valori în ambii cilindrii. Soluția problemei este determinată ca o soluție de 3 rapoarte:  $\mu$ ,  $T$ ,  $P$  care sunt:

- $\mu$  = raportul dintre raza ștuțului / raza tubului
- $T$  = raportul dintre grosimea tubului / raza ștuțului
- $P$  = raportul dintre raza ștuțului / grosimea ștuțului

### Soluția în țeava de bază

În acord cu studiul [59] efectul joncțiunii poate fi reprezentat printr-o soluție a ecuației diferențiale:

$$\nabla^4 \Psi - 8i\beta_2^2 \frac{\partial \Psi}{\partial x^2} = 0 \quad (2.14)$$

unde

$$\Psi = w - ik_2 \Phi$$

w este deplasarea normală a unui punct pe suprafața medie a țevii , măsurată pozitiv în interior și  $\Phi$  este o funcție de tensiune definită în [27]. Fig 2.6 prezintă sistemul de coordonate pentru țeava de bază:

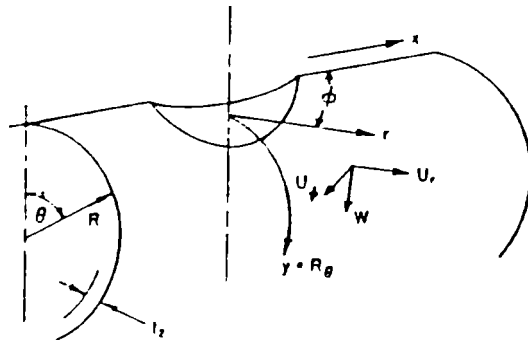


Fig.2.6 Sistemul de coordonate pentru tub

Referindu-ne la fig.2.6 , valorile  $k_2, \beta_2$  sunt definite de relațiile:

$$k_2 = \frac{\sqrt{12(1-\nu^2)}}{Et_2^2}$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2} [3(1-\nu^2)]^{1/4} (Rt_2)^{-1/2} \quad (2.15)$$

unde  $t_2$  - grosimea țevii de bază

$\nu$  - constanta lui Poisson

R - raza țevii de bază

Curba de intersecție este considerată a fi un cerc de rază egal cu raza suprafeței medii a ștuțului  $r_1$  .

Problema este adimensională prin împărțirea ccoordonatelor  $x, y, r$  și  $\Psi$  prin  $r_1$

$$\Psi = \bar{w} - i \frac{k_2}{r_1} \Phi \quad \bar{w} = \frac{w}{r_1}$$

$$\bar{x} = \frac{x}{r_1} \quad \bar{y} = \frac{y}{r_1} \quad \bar{r} = \frac{r}{r_1} \quad (2.16)$$

unde  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

Cosiderând

$$\alpha_2^2 = 2\beta_2^2 r_1^2$$

forma nedimensională a ecuațiilor (1) devine:

$$\nabla^2 \bar{\Psi} - 4i\alpha_2^2 \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial x^2} = 0 \quad (2.17)$$

sau  $(\nabla^2 + 2\alpha_2 \sqrt{i} \frac{\partial}{\partial x}) (\nabla^2 - 2\alpha_2 \sqrt{i} \frac{\partial}{\partial x}) \bar{\Psi} = 0$

Soluțiile au forma :

$$\Psi_1 = e^{-\alpha\sqrt{i}x}\zeta(x, y) \quad (2.18)$$

$$\Psi_2 = e^{+\alpha\sqrt{i}x}\zeta(x, y)$$

Soluția ecuației (2.18) în coordonate polare poate fi scrisă :

$$\begin{aligned} \Psi = \sum (A_{2n} \sinh(\alpha_2 \sqrt{i} r \cos \Phi) h_{2n}(\alpha_2 \sqrt{i} r) \cos 2n\Phi + \\ + C_{2n+1} \cosh(\alpha_2 \sqrt{i} r \cos \Phi) h_{2n+1}(\alpha_2 \sqrt{i} r) \cos (2n+1)\Phi) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Expresiile eforturilor  $N_r, N_\Phi, N_{r\Phi}, Q_r, Q_\Phi, M_r, M_{r\Phi}, M_\Phi$  pentru sistemul de coordonate  $r, \Phi$  sunt:

$$\bar{N}_r = k_2 r_1 N_r = -I_m \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \Phi^2} \right)$$

$$\bar{N}_{r\Phi} = k_2 r_1 N_{r\Phi} = I_m \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r \partial \Phi} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \Phi} \right)$$

$$\bar{N}_\Phi = k_2 r_1 N_\Phi = -I_m \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2}$$

$$\bar{Q}_r = \frac{r_1^2}{D_2} Q_r = R_e \frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 \Psi)$$

$$\bar{Q}_\Phi = \frac{r_1^2}{D_2} Q_\Phi = -R_e \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \Phi} (\nabla^2 \Psi)$$

$$\bar{M}_r = -\frac{r_1}{D_2} M_r = R_e \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{\nu}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \Phi^2} \right)$$

$$\bar{M}_{r\Phi} = \frac{r_1}{D_2} M_{r\Phi} = (1 - \nu) R_e \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r \partial \Phi} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \Phi} \right)$$

$$\bar{M}_\Phi = \frac{r_1}{D_2} M_\Phi = R_e \left( \nu \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \Phi^2} \right)$$

Soluția în ștut

Aceeași ecuație diferențială utilizată anterior guvernează comportarea ștuțului : forma echivalentă a sa este:

$$\nabla^4 \Psi + 8i\beta_i^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = 0 \quad (2.21)$$

$$\Psi = w + ik_i \Phi$$

$$\beta_1 = \frac{1}{2} [3(1 - \nu^2)]^{1/4} (r_1 t_1)^{-1/2}$$

și

$$k_1 = \frac{\sqrt{12(1-\nu^2)}}{Et_1^2}$$

unde  $y$  în acest caz este măsurat de-a lungul axei ștuțului.

Soluția acestei ecuații este bine cunoscută și a fost dată de Eringen și Suhubi [17] :

$$\begin{aligned} \bar{\Psi} = \sum [E_n (\cos \omega_1 \eta + i \sin \omega_1 \eta)] E^{-\lambda_1 \eta \cos(2n-1)\Phi} + \\ + D_n (\cos \omega_2 \eta - i \sin \omega_2 \eta) e^{-\lambda_2 \eta \cos(2n-1)\Phi} \end{aligned} \quad (2.22)$$

unde  $E_n$  și  $D_n$  sunt constante complexe și

$$\omega_1 = \delta_1 (1 + \gamma_2)$$

$$\omega_2 = \delta_1 (1 - \gamma_2)$$

$$\lambda_1 = \delta_1 (1 + \gamma_1)$$

$$\lambda_2 = \delta_1 (\gamma_1 - 1)$$

$$\gamma_1 = \left\{ \left( \alpha_1^4 + 1 \right)^{1/2} + \alpha_1^2 \right\}^{1/2} \quad (2.23)$$

$$\gamma_2 = \left\{ \left( \alpha_1^4 + 1 \right)^{1/2} - \alpha_1^2 \right\}^{1/2}$$

$$\delta_1 = \frac{[3(1 - \nu^2)]^{1/4} r_1}{2(r_1 t_1)^{1/2}} \quad \alpha_1 = \frac{\sqrt{2} (n-1/2)}{\delta_1}$$

Forțele și momentele în ștuț derivate din soluție au expresiile:

$$\bar{n}_y = k_1 r_1 n_y = I_m \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial \Phi^2}$$

$$\begin{aligned} \bar{n}_\Phi &= k_1 r_1 n_\Phi = I_m \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} \\ \bar{n}_{y\Phi} &= k_1 r_1 n_{y\Phi} = -I_m \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta \partial \Phi} \\ \bar{m}_y &= \frac{r_1}{D_1} m_y = R_e \left( \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial \eta^2} + \nu \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} \right) \\ \bar{m}_\Phi &= \frac{r_1}{D_1} m_\Phi = -R_e \left( \frac{\partial^2 \Psi^2}{\partial \Phi^2} + \nu \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} \right) \\ \bar{m}_{y\Phi} &= \frac{r_1}{D_1} m_{y\Phi} = -(1 - \nu) R_e \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta \partial \Phi} \\ \bar{g}_y &= \frac{r_1^2}{D_1} g_y = -R_e \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \Phi^2} \right) \right\} \\ \bar{g}_\Phi &= \frac{r_1^2}{D_1} g_\Phi = -R_e \left\{ \frac{\partial}{\partial \Phi} \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \Phi^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.24)$$

### Ecuatiile de frontieră

Deoarece ecuațiile (2.19) și (2.21) includ 4 constante în fiecare termen separat, o soluție exactă va cere satisfacerea la fiecare punct al curbei de frontieră a 8 ecuații de frontieră.

În practică o metodă de colocație poate fi folosită în scopul de a satisface ecuații de margine la  $n$  puncte; sistemul rezultat de ecuații liniare permite determinarea a 8 coeficienți pentru soluții aproximative, 3 ecuații vor rezulta din cerința ca deplasările punctelor în fiecare învelitoare să se potrivească la graniță.

Ecuatiile joncțiunii se vor scrie considerând că joncțiunea este în plan.

Cele 8 ecuații de graniță simplificate scrise în forma adimensională sunt de forma:

a) compatibilitatea deplasării

$$\bar{v} = \bar{u}_\Phi = 0 \quad (2.25)$$

$$\bar{u} - \bar{w}_0 \cos \Phi + \bar{w} = 0 \quad (2.26)$$

$$\omega + \bar{u}_r = 0 \quad (2.27)$$

b) Ecuații de rotație ale joncțiunii

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial \eta} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} - \frac{\bar{w}_0 \cos \Phi}{r} = 0 \quad (2.28)$$

c) Ecuații de echilibru ale forțelor și momentelor

$$T^3 m_y - \bar{M}_r = 0 \quad (2.29)$$

$$T^2 n_{y\Phi} - \bar{N}_{r\Phi} = 0 \quad (2.30)$$

$$\frac{0.39T^2}{P} \bar{q}_y - N_r = 0 \quad (2.31)$$

$$T^2 \bar{n}_y - \frac{0.39}{PT} \bar{Q}_r = 0 \quad (2.32)$$

În urma unor transformări și calcule [26] relațiile (2.25) și (2.27) care reprezintă ecuațiile de graniță relativ la deplasări, pot fi înlocuite prin relațiile :

$$\begin{aligned} \varepsilon_r + \frac{\partial \gamma_{r\Phi}}{\partial \Phi} - \varepsilon_\Phi - \frac{\partial \varepsilon_\Phi}{\partial r} = -\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \Phi^2} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial \Phi} - \mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial \Phi} \sin^2 \Phi - \\ - \mu \bar{w} \cos^2 \Phi + \mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} \cos^2 \Phi \end{aligned} \quad (2.33)$$

și

$$\varepsilon_\Phi = \frac{\partial \bar{v}}{\partial \Phi} - \bar{w} - \mu \bar{w} \cos^2 \Phi \quad (2.34)$$

Pe baza ecuațiilor scrise și pentru cazul concret de joncțiune a două învelitori cu raportul razelor 1:10 și 1:4 considerând diferite valori pentru P și T s-au obținut graficele fig.2.7 -2.15 . S-a utilizat o metodă standard de colocație în scopul satisfacerii a 8 ecuații de graniță la 9 puncte spațiale cuprinse între  $\Phi = 0^0$  și  $\Phi = \pi/2$  , ceea ce a condus la un set de ecuații liniare având o matrice de coeficienți 72x72.

Rezultatele din fig.2.7-2.13 indică o tensiune de membrană circumferențială mare în ștuț lângă  $\Phi = 0$  acompaniată de o tensiune de moment radială mare la joncțiune pentru  $\Phi = 0$  .

Fig.2.7 indică căderea tensiunii de moment radiale la  $\Phi = 0^0$  în țeavă ca și o funcție de distanța la joncțiune și corespunzător variația tensiunii de membrană circumferențială în ștuț la  $\Phi = 0^0$  . Este interesant de remarcat că influența efectului de moment la joncțiune persistă pentru o distanță considerabilă de-a lungul axei cilindrilor departe de intersecție.

Fig.2.8 prezintă factorii de concentrare de tensiune maximă în țeavă ca și o funcție de P , iar fig.2.9 indică forma deformată la curba de intersecție.

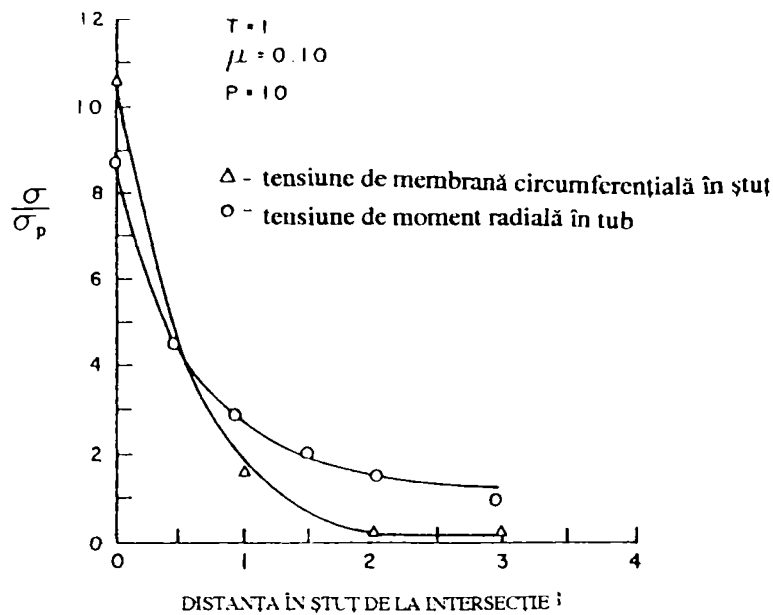


Fig.2.7 Tensiunile de membrană circumferențială în ștut și tensiunile de moment "radiale" în tub ca și o funcție de distanță dela intersecție pentru cazul  $p = 10$ ,  $T = 1$  și  $\mu = 0.1$

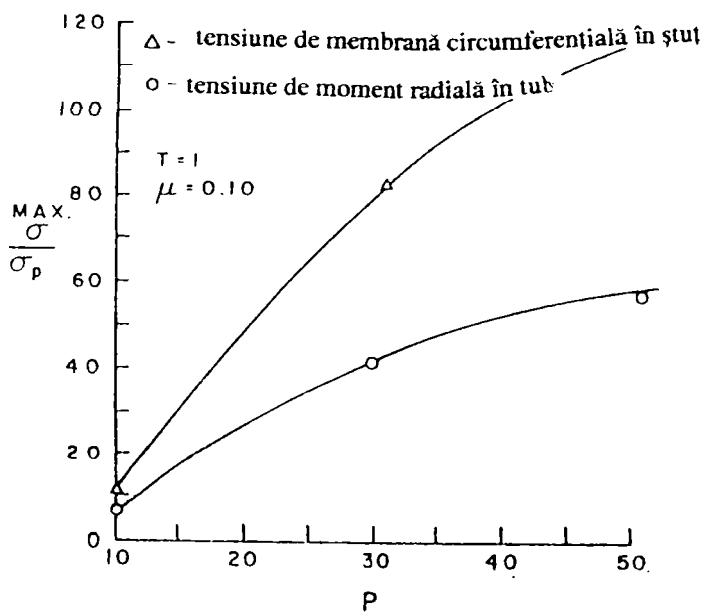


Fig.2.8 Tensiunile de membrană circumferențiale în ștut și tensiunile de moment radiale în tub ca și o funcție de raportul de grosimi  $P$  (raportul razei ștutului la grosimea peretilor ștutului) pentru cazul  $T = 1$  și  $\mu = 0.1$

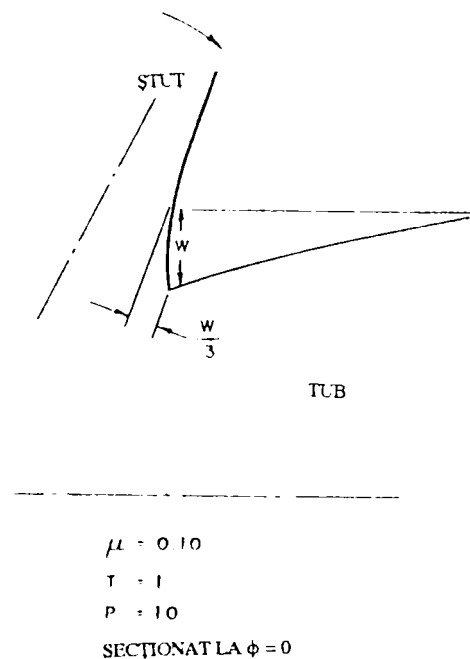


Fig.2.9 Deformația curbei de intersecție la pentru un caz particular  $p = 10$ ,  $T = 1$  și  $\mu = 0.1$

Rezultatele numerice semnificative la joncțiune pentru  $\mu = 0.1$  ( $\mu = r_1 / R$  raza ștutului / raza țevii de bază) sunt prezentate în fig.2.10-2.13 ca și o funcție de coordonate unghiulare. Punctele indicate prin triunghiuri sunt valori obținute pentru cazul  $\mu = 0.25$ ,  $T = 1$ ,  $P = 10$ . În fig.2.10 se poate vedea distribuția radială în jurul joncțiunii a tensiunii de moment radial în tub ( $M_r$ ). Toate graficele sunt trasate pentru cazul  $P = 10$  ( $P$  este



raportul razei ștuțului la grosimea peretelui ștuțului) ,  $T = 1$  ( $T$  este raportul grosimii ștuțului la grosimea tubului) ,  $\mu = 0.25$ .

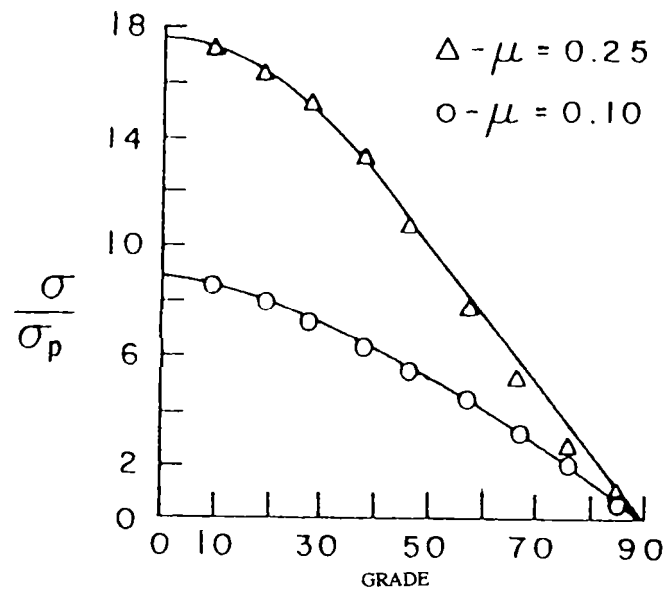


Fig.2.10 Distribuția unghiulară în jurul joncțiunii a tensiunii de moment radial  $M_r$  în țevă pentru cazul  $P = 10$  ,  $T = 1$  ,  $\mu = 0.1$  și  $\mu = 0.25$

În fig.2.11 se prezintă distribuția unghiulară a tensiunilor de moment circumferențial  $M_\phi$  în tub pentru cazul  $P=10$  ,  $T = 1$  cu  $\mu = 0.1$  și  $\mu = 0.25$ .

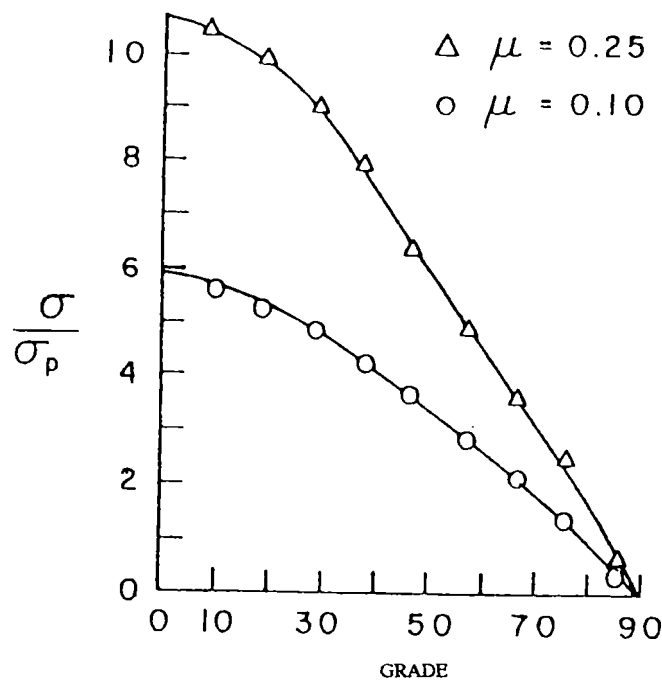


Fig.2.11 Distribuția unghiulară în jurul joncțiunii a tensiunii de moment circumferențial  $M_\phi$  în tub

Fig.2.12 prezintă distribuția unghiulară de-a lungul joncțiunii a raportului deplasării normale NDR în tub , fig.2.13 distribuția unghiulară de-a lungul joncțiunii a tensiunii de membrană circumferențiale în ștuț., iar fig.2.14 distribuția unghiulară de-a lungul joncțiunii a tensiunii de moment circumferențial în ștuț..

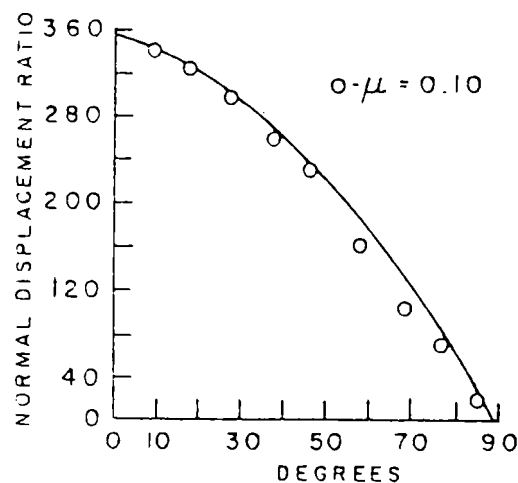


Fig.2.12 Distribuția unghiulară în jurul jonctiunii a raportului deplasărilor NDR în tub pentru cazul  $P=10$ ,  $T=1$  și  $\mu=0.1$

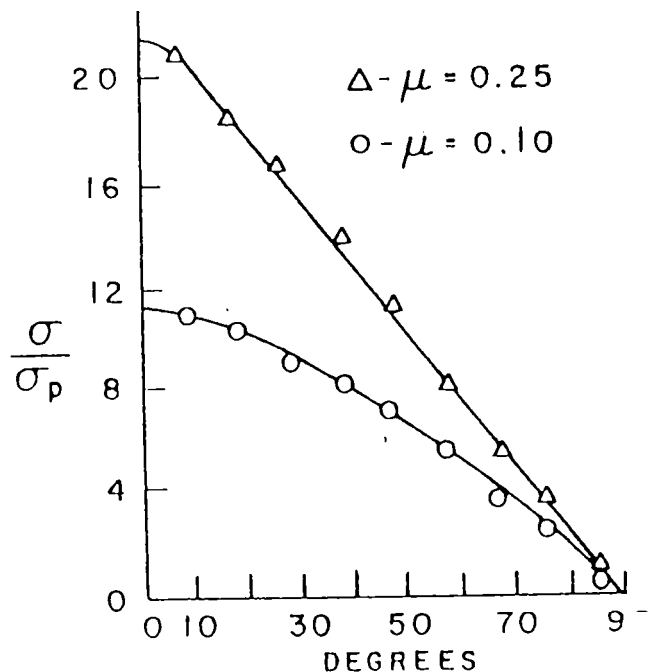


Fig.2.13 Distribuția unghiulară în jurul jonctiunii a tensiunii circumferențiale de membrană în ștuț pentru cazul  $P=10$ ,  $T=1$  cu  $\mu=0.1$  și  $\mu=0.25$

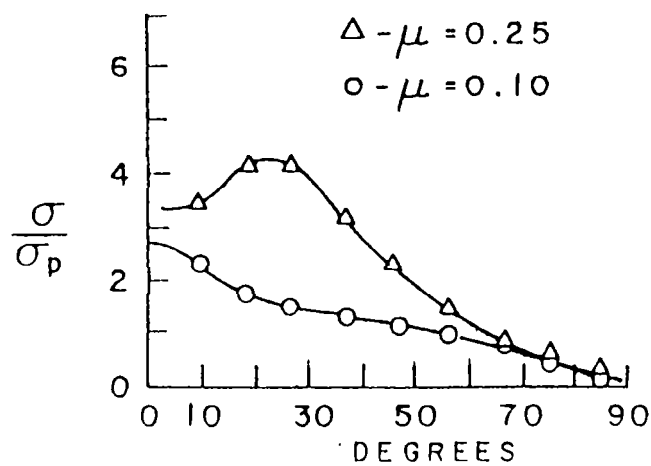


Fig. 2.10 Distribuția unghiulară în jurul jonctiunii a tensiunii circumferențiale de moment în ștuț

---

Rezultatele prezentate pentru cazurile de raport al razelor 1:10 și 1:4 indică tensiuni circumferențiale de membrană mari în ștuț și tensiuni de moment radial mari în tub la jonctiune. Analiza făcută se apreciază a fi validă pentru raportul diametrelor ștuț / cilindru mai mici decât 1/3.

## 2.3 Studiul stării de tensiune în jonctiunea T folosind metoda 3D-FEM pentru diferite încărcări

În cele ce urmează se prezintă evaluarea stării de tensiune în jonctiunea T cu pereți subțiri fig.2.15 neîntărită folosind analiza tridimensională cu element finit prezentată comparativ pentru diverse încărcări , realizată de S.Revesz [103]

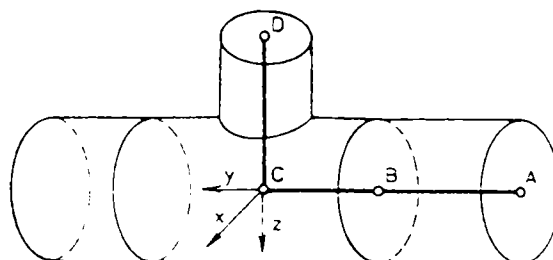


Fig.2.15 Geometria modelului de jonctiune

Modelul de element finit a cărui geometrie este investigată se prezintă în fig.2.16

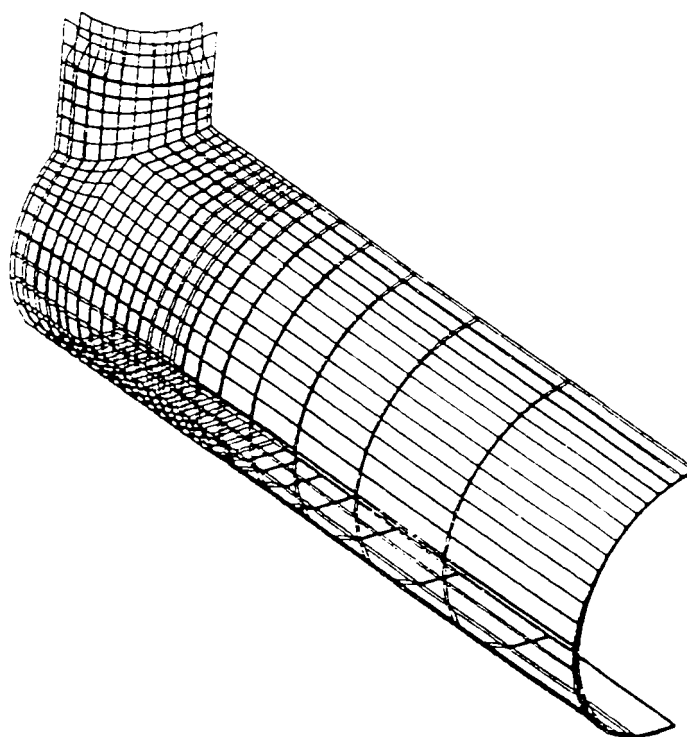


Fig.2.16 Modelul de elemnt finit

Cazurile de încărcare considerate sunt: momente aplicate individual la capătul liber (nodul A) , forțe aplicate la capetele modelului (nodul A și nodul D) și presiunea internă.

Rezultatele au fost obținute cu următoarele date:

- lungimea brațului țevii 356mm
- lungimea țevii de centru 1357mm
- diametrul exterior al țevii 508mm

- diametrul exterior al brațului 356mm
- grosimea peretelui țevii 63mm
- grosimea peretelui brațului 9 mm
- raza de intersecție 9 mm

Rezultatele obținute pentru încărcările de bază sunt reprezentate în fig.2.17–2.26 specificându-se punctul de maximă solicitare și prezentând deformația suferită de structură în urma solicitării prin presiune, forțe sau momente aplicate.

Valoarea maximă a deplasărilor suferită de structură pentru încărcările considerate este prezentată în tabelul 2.1

Tabelul 2.1

Fig.	x [mm]	y [mm]	z [mm]
3	0.0	-0.031	0.130
4	0.0002	0.002	0.0
5	0.103	1.543	0.0
6	0.0	0.011	0.662
7	0.0	0.0	-0.002
8	0.26	0.097	0.0
9	0.0014	0.004	0.038
10	0.00014	0.001	0.0
11	-0.003	0.210	0.0
12	0.0006	0.009	-0.010

Combinatia încărcărilor definite în fig.2.17 –2.26 conduc la cazurile prezentate în fig.2.27 și fig.2.28

Intensitatea tensiunii maxime pentru fiecare caz în parte se prezintă în tabelul 2.2 în comparație cu tensiunea maximă pentru secțiunea fără discontinuitate și cu specificațiile ASME Boiler and Pressure Vessel Code Secțiun III, Division I, Subsecțiun NC - Class 2 Components.

Tabelul 2.2

Fig.	Tensiunea maximă[10 <sup>-6</sup> Pa]		Tensiunea maximă[10 <sup>-6</sup> Pa]	
	Suprafața interioară	Suprafața exterioară	Cu nici o discontinuitate	Specificații ASME
3	89.8	75.9	19.1	19.1
4	0.2	0.1	0.05	-
5	215.7	115.8	25.0	385.6
6	29.7	38.7	0.52	206.0
7	0.6	0.6	0.42	8.2
8	15.3	8.2	0.19	-
9	0.5	0.3	0.19	-
10	3.5	2.2	0.03	-
11	2.2	2.7	0.09	-
12	3.1	4.5	0.19	-

13	258.1	173.8	-	456.3
14	279.7	155.8	-	437.2

Se observă că intensitățile tensiunilor sunt în general mai mici decât cele date prin analiza structurală a recipientelor folosită în calcul de ASME .

Fig.2.29 și fig.2.30 prezintă distribuția intensității tensiunii maxime pentru cazul combinat ce se vede în fig.2.27 .Sunt prezentate grafic tensiunile longitudinale (x - cu linie plină ) și cele circumferențiale ( cu linie punctată ), în cele două plane de simetrie.

MAX.TENSIUNE INT.=75.9 N/mm<sup>2</sup>  
 MAX.TENSIUNE INT.PE SUPRAFAȚA INTERNĂ  
 ÎN NODUL 164=89.8 N/mm<sup>2</sup>

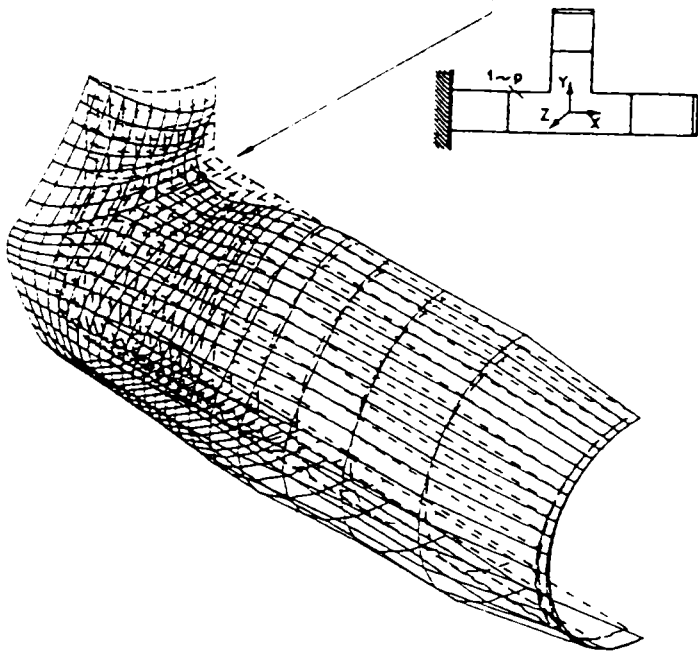


Fig.2.17 Presiune internă 700.000 Pa

MAX.TENSIUNE INT.=0.1 N/mm<sup>2</sup>  
 MAX.TENSIUNE INT.PE SUPRAFAȚA INTERNĂ  
 ÎN NODUL 0=0.2 N/mm<sup>2</sup>

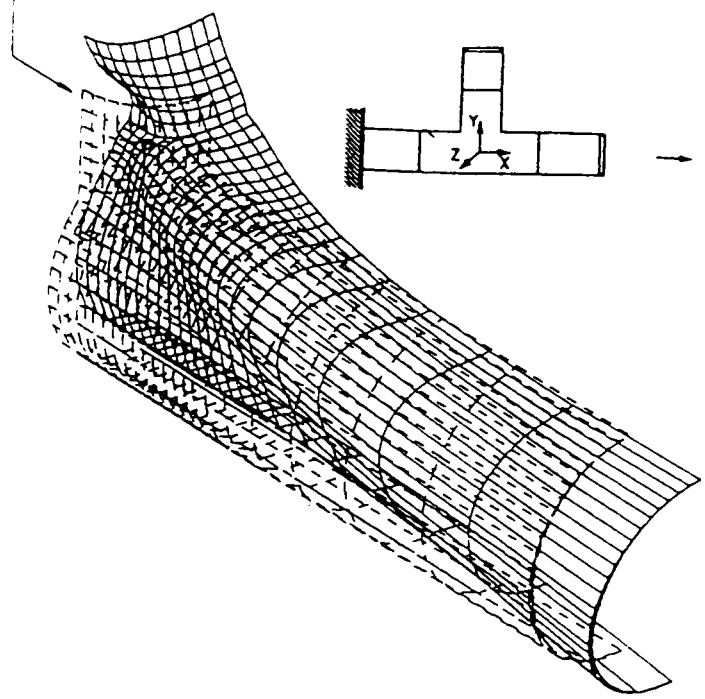


Fig.2.18 Forță axială -735 Pa m<sup>2</sup>

MAX.TENSIUNE INT.=115.8 N/mm<sup>2</sup>  
 MAX.TENSIUNE INT.PE SUPRAFAȚA INTERNĂ  
 ÎN NODUL 49=215.7 N/mm<sup>2</sup>

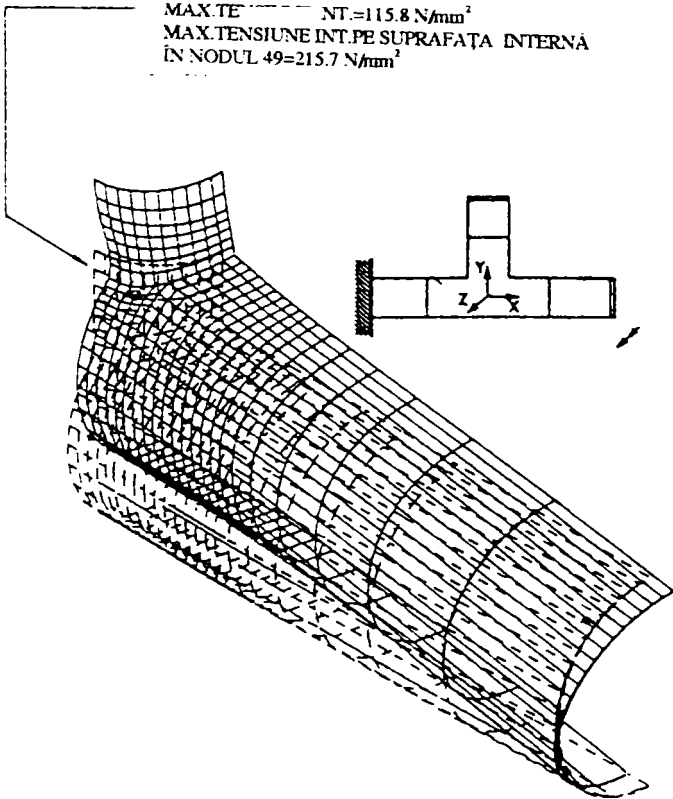


Fig.2.19 Moment în afara planului -80.922 Pa m

MAX.TENSIUNE INT.=38.7 N/mm<sup>2</sup>  
 MAX.TENSIUNE INT.PE SUPRAFAȚA INTERNĂ  
 ÎN NODUL 356=29.7 N/mm<sup>2</sup>

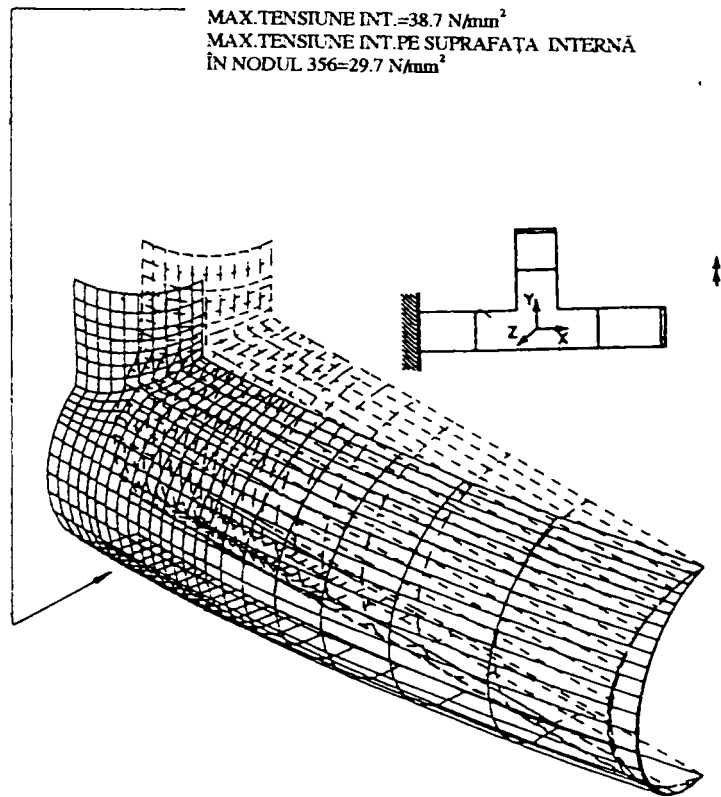


Fig.2.20 Moment în plan -43 Pa m

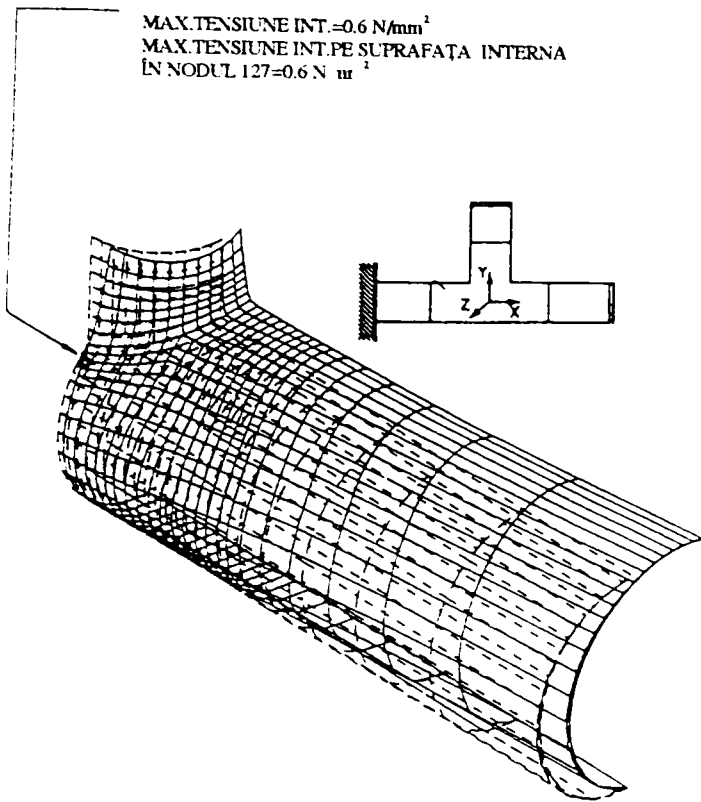


Fig.2.21 Moment de torsiune 1788 Pa m

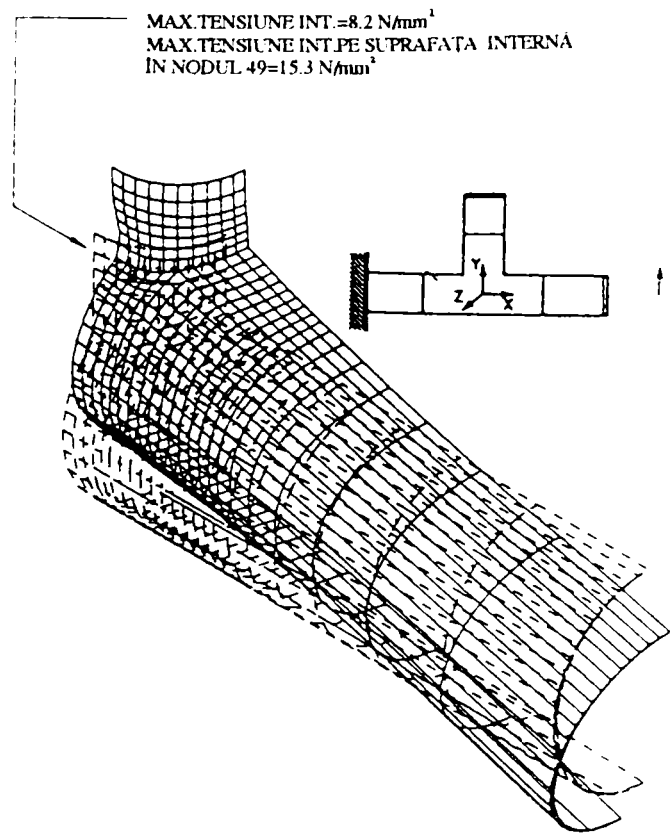


Fig.2.22 Forță în plan -5912 Pa m<sup>2</sup>

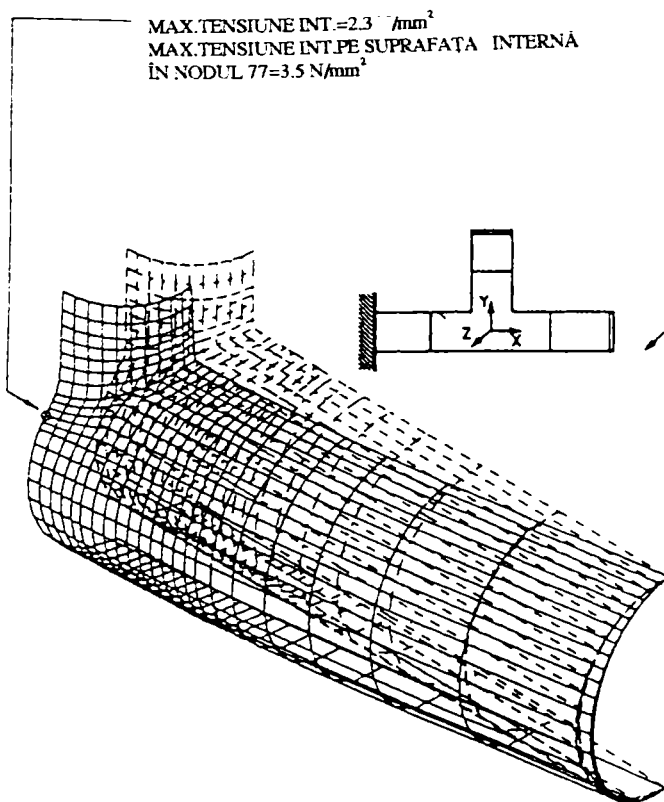


Fig.2.23 Forță în afara planului 2667 Pa m<sup>2</sup>

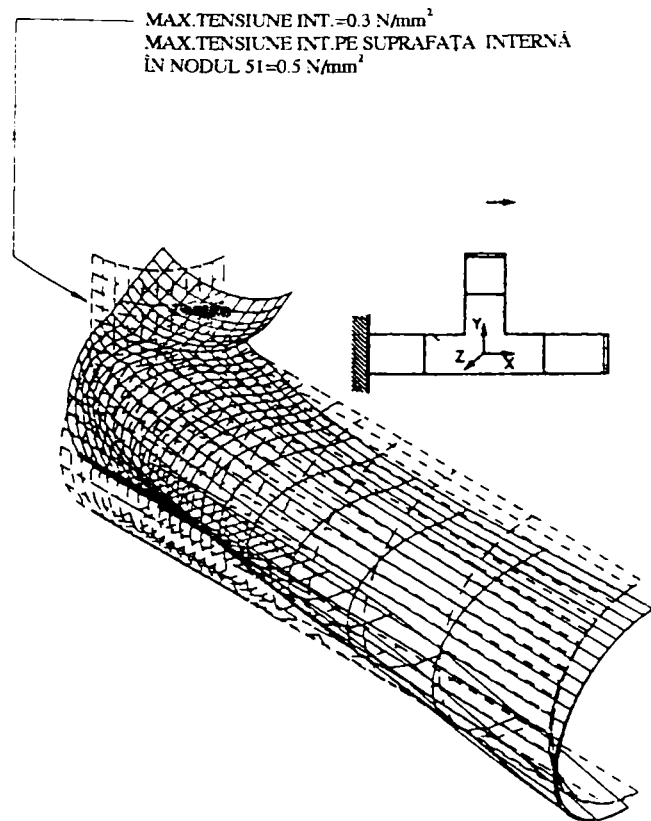


Fig.2.24 Forță la capăt tub ramură -280 Pa m<sup>2</sup>



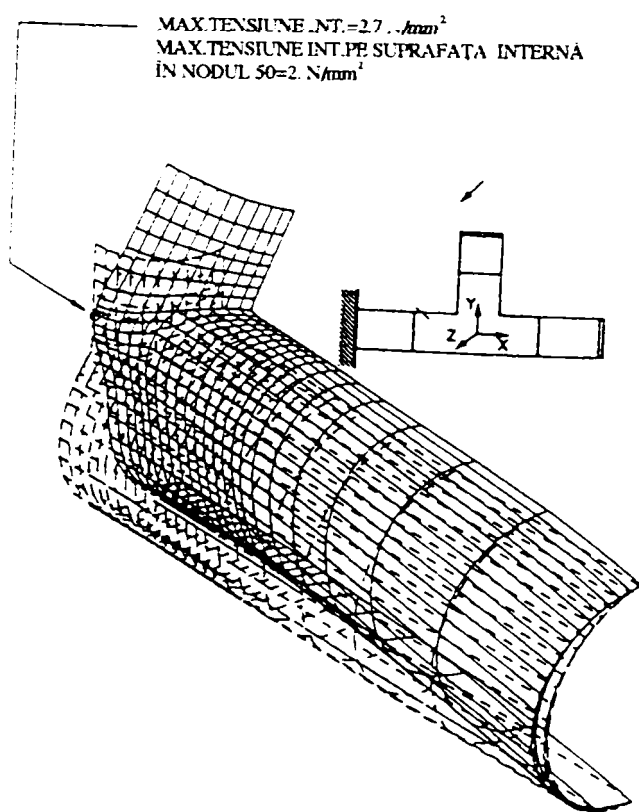


Fig.2.25 Forță în afara planului -855 Pa m<sup>2</sup>

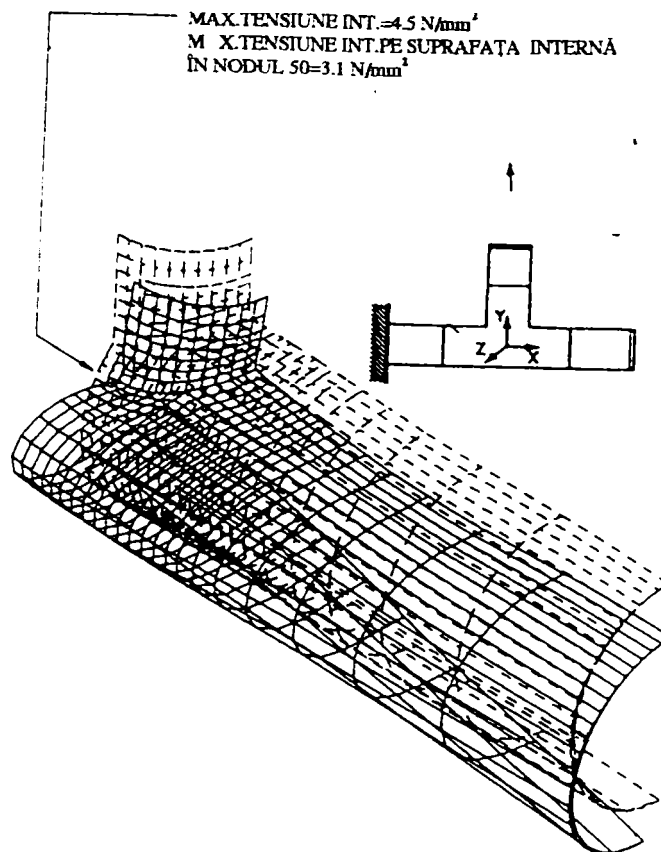


Fig.2.26 Forță paralelă cu ramificația  
 -1863 Pa m<sup>2</sup>

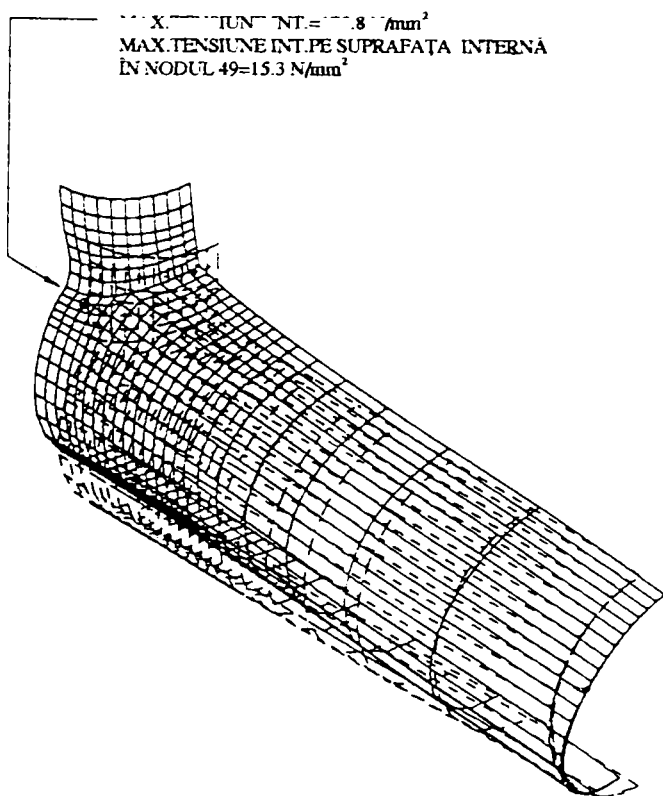


Fig.2.27 Combinații de încărcări

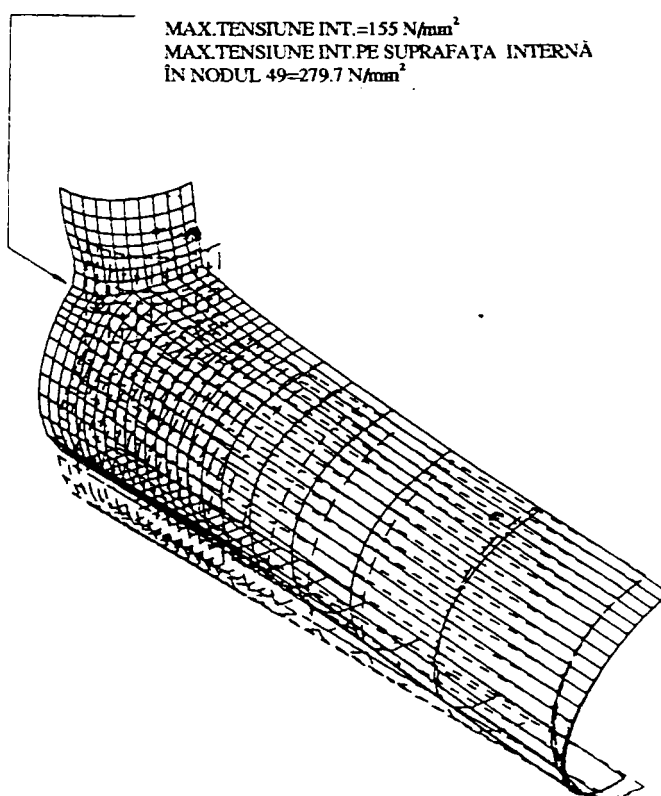


Fig.2.28 Combinații de încărcări  
 fig.4-12

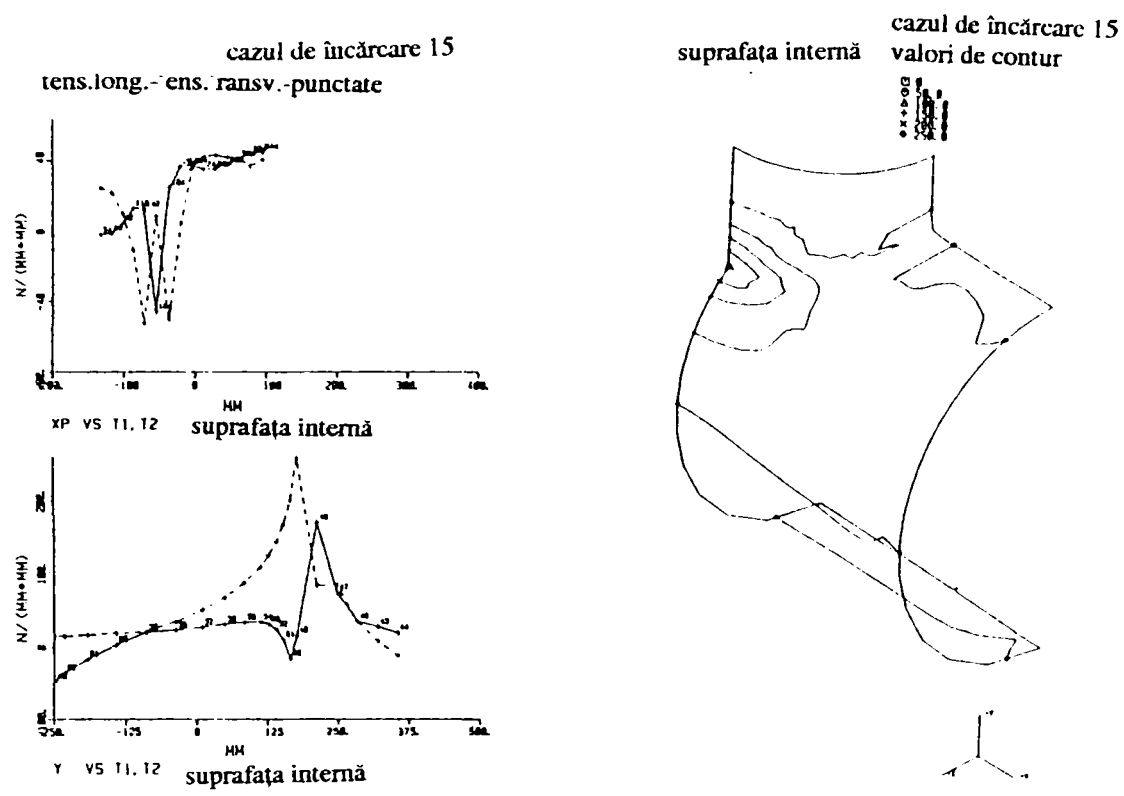


Fig.2.29 Rezultatele pe suprafața interioară pentru cazul de încărcări combinate cu presiunea internă (Fig.13)

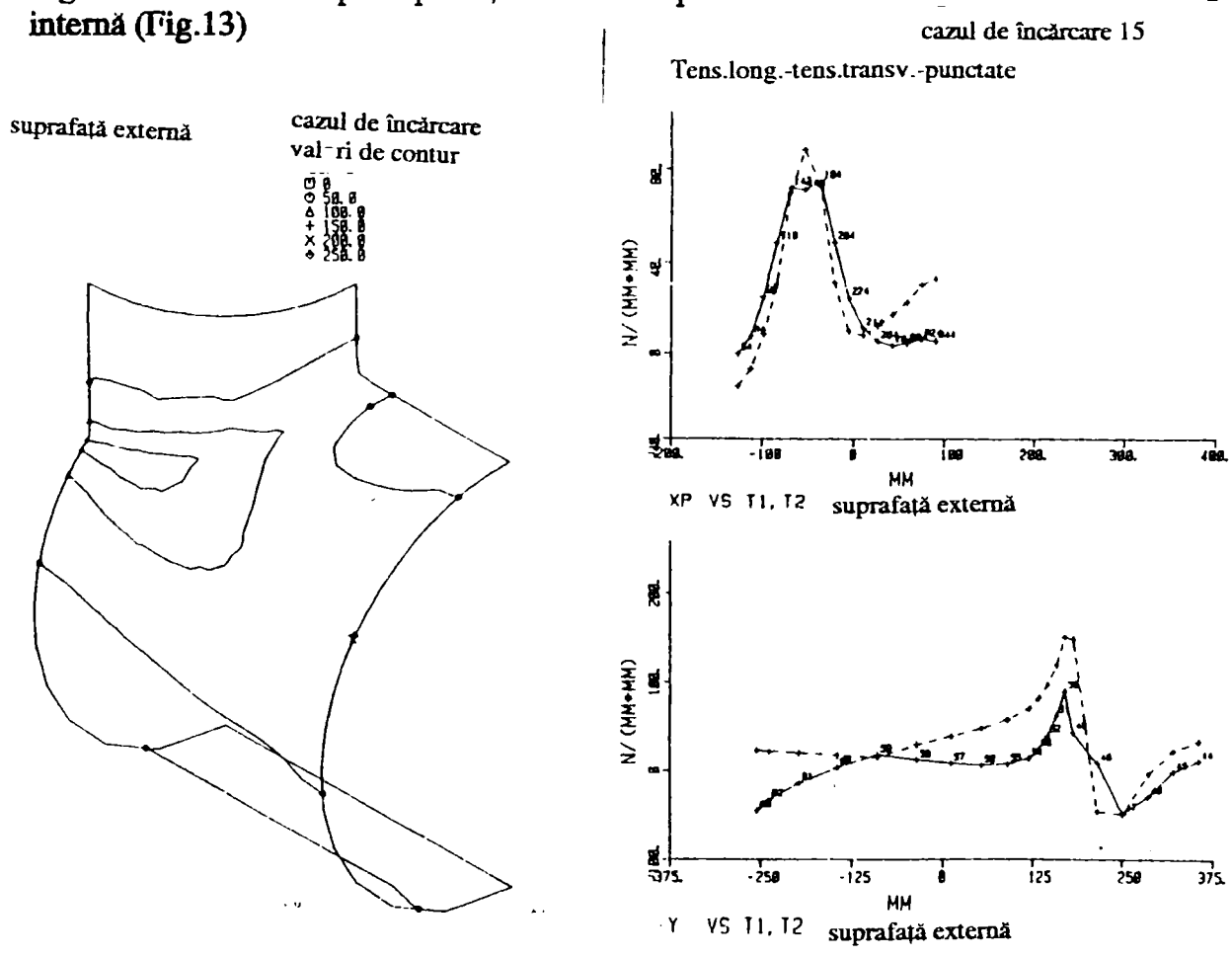


Fig.2.30 Rezultatele pe suprafața exterioară pentru cazul încărcări combinate cu presiune internă (Fig.13)

---

## CAPITOLUL 3

### Studii privind analiza stării de tensiune în domeniul elastic la intersecția oblică a învelitorilor cilindrice

---

## Introducere

Starea de concentrare de tensiune la intersecția a două învelitori de-a lungul unei curbe arbitrare a fost tratată de Fritz [30] și Salvin [106]. Concentrarea de tensiune de-a lungul unui orificiu eliptic într-o intersecție de două membrane cilindrice a fost investigată de Murthy [82], Tingleff [129], Merson [79], Elliyin [23], Leven [77], Fidler [27] care au obținut câteva formule empirice. Raju [98] a calculat conectarea la  $45^{\circ}$  a două învelitori cilindrice utilizând metoda elementului finit tridimensională, parametrii geometrici și rezultatele fiind introduse în codul ASME.

În paragraful 3.1 se prezintă procedura teoretică realizată de Huei - Lin Chim și Sheo - Jun Wu obținută în 1988 pentru determinarea tensiunilor și deplasărilor pentru două tipuri de intersecții oblice sub unghi arbitrar de intersecție a două învelitori cilindrice solicitate prin presiune internă. Studiul se referă la 2 tipuri de conexiune: radială și neradială. Rezultatele obținute sunt comparate cu rezultatele experimentale pentru modelul ales constatându-se o bună concordanță. Programele de element finit realizate folosesc elemente de tip placă sau elemente solide tridimensionale. Ele prezintă inconvenientele de a folosi timp mult de calcul și cost mare rezultat din utilizarea unui număr mare de elemente utilizate pentru aproximarea suprafeței învelitorilor și inexactități asociate cu alegerea teoriei de învelitoare la fel ca și reprezentarea exactă a geometriei spațiale a liniei de intersecție.

Paragraful 3.2 prezintă studiul stării de tensiune în joncțiunea oblică de  $30^{\circ}$  și  $90^{\circ}$  conexiune radială, a două învelitori cilindrice folosind pentru cunoașterea exactă a distribuției de tensiune analiza prin metoda elementului finit (FEM), utilizând elemente finite tridimensionale superparametrice de tip Ahmad de-a lungul curbei de intersecție a celor doi cilindri pentru a se obține starea de distribuție tridimensională în joncțiune, în rest utilizând elemente finite bidimensionale. Studiul s-a făcut calculând factorul de concentrare al tensiunilor pentru diferite diametre și grosimi ale celor 2 cilindri, considerând încărcări de forță și moment.

Se știe că la ora actuală există un număr mare de articole publicate care reflectă dezvoltarea programelor de calculator și pe de altă parte și studii pentru cel mai bun model de element folosit la analiza cu elemente finite. Desigur programe de scop general de exemplu ANSYS, PAFEC, ABACUS sau COSMOS/M pot fi utilizate la analiza stării de tensiuni a învelitorilor intersectate. Totuși în același timp este important a se dezvolta programe orientate pentru scopuri speciale în vederea rezolvării de cazuri particulare de probleme. Programele speciale de calculator sunt mai ușor de utilizat, mai reale în a furniza soluții corecte pentru probleme particulare, mai puțin dependente de tipul de hard și sunt în special convenabile pentru utilizarea de calculatoare personale. Studiul prezentat în paragraful 3.3 relativ la analiza tensiunii învelitorilor cilindrice intersectate neradial pentru încărcarea de presiune s-a realizat cu ajutorul unui program de element finit special creat pentru analiza tensiunilor la joncțiunea învelitorilor numit SAIS (Stress Analysis in Intersecting Shells). Pentru studiul sistematic al acestei probleme s-a făcut o clasificare a joncțiunilor, realizându-se un studiu parametric al joncțiunilor învelitorilor cilindrice sub

încărcare de presiune internă. Rezultatele prezintă efecte de schimbare a parametrilor geometrici variați asupra tensiunilor maxime efective.

Paragraful 3.4 prezintă un studiu al stării de tensiune în joncțiunea determinată de intersecția neradială (oblică) a două înveliuri cilindrice în cazul solicitării multiple a înveliurii de bransare prin forțe ( $P_x, P_y, P_z$ ) și momente de încovoiere și răsucire ( $M_x, M_y, M_z$ ) folosind pentru analiză programul special de element finit SAIS (Stress Analysis in Intersecting Shells). Rețeaua de elemente finite include elemente cuadratică pentru modelarea înveliurilor și elemente tridimensionale pentru aproximarea regiunii spațiale din joncțiune. Rezultatele unui studiu asupra stării de tensiune relativ la parametrii geometrici cei mai importanți ai unui model neradial de înveliuri cilindrice intersectate definiți adimensional astfel:  $r/R$ ,  $h/H$ ,  $r/H$ ,  $\alpha$  sunt prezentate pentru diferite încărcări de forțe și moment. Rezultatele analizei arată că tensiunile efective maxime în înveliurile de intersecție descresc pentru încărcările externe  $P_{xb}, M_{yb}, M_{zb}$  pe învelitoarea de bransare cu creșterea unghiului  $\alpha$  și efectul opus se produce pentru încărcarea de moment de torsiune.

### 3.1 Analiza tensiunilor elastice la intersecția oblică a învelitorilor cilindrice supuse presiunii interne

Studiul realizat de Huei - Lin Chien și Shao - Jun Wu [61] asupra analizei elastice a tensiunilor și deplasărilor la intersecția oblică a învelitorilor cilindrice s-a făcut parcurgând următoarele etape:

1. Analiza referitoare la intersecția învelitorilor (recipiente cilindrice) cu un orificiu arbitrar utilizându-se un sistem de coordonate curbiliniu  $(\xi, \eta)$  în care  $\xi = \xi_0$  coincide cu conturul de orificiu
2. Se consideră apoi că orificiu este o elipsă, soluția fiind o funcție complexă exprimată cu funcția Mathieu.
3. Se exprimă tensiunile și deplasările exprimate în efecte de margine pe baza ecuațiilor lui Flugge pentru învelitori intersectate, deducându-se o condiție de margine de-a lungul curbei de intersecție
4. Calculele numerice sunt apoi comparate cu experimentul.

Intersecția oblică a învelitorilor elastice subțiri este utilizată în aplicații industriale ca și recipientele sub presiune, boilere, conexiune de tuburi. Se cunoaște că sub presiune internă, tensiunile locale cele mai mari pot fi induse pe curba de intersecție, deci este necesară investigarea distribuției elastice de tensiuni lângă conexiune pe designul acestor recipiente. Există două tipuri de conexiuni oblice: laterală și pe colină. fig.3.1

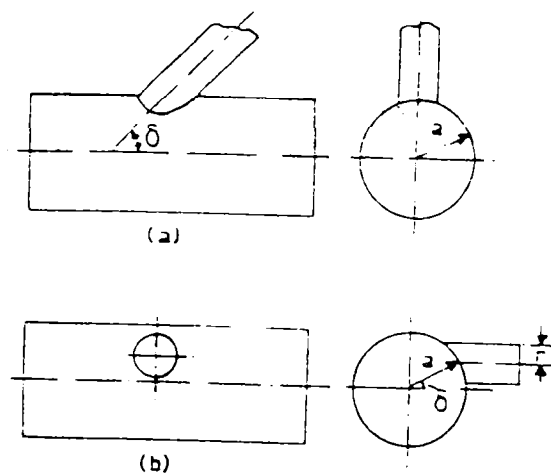


Fig.3.1 Conexiune oblică (a) laterală (b) pe colină

Investigând distribuția de tensiune a cilindrilor intersectați oblic pe colină sub presiune internă s-a tras concluzia că procedura propusă și funcțiile de guvernare a stării de tensiune și deplasare pot fi folosite la rezolvarea conexiunii laterale a cilindrilor intersectați.

### 1. Învelitoare cilindrică cu o formă arbitrară de gaură

Folosind coordonatele curbilinii  $(\alpha, \beta)$  unde axa  $\alpha$  este luată în direcția de arc circular și axa  $\beta$  este paralelă cu axa învelitorii fig.3.2, ecuația suprafeței medii a învelitorii cilindrice este:

$$R(\alpha, \beta) = a(i_x \cos \alpha + i_y \sin \alpha + i_z \beta) \quad (3.1)$$

sau exprimată sub formă de proiecție:

$$x = a \cos \alpha$$

$$y = a \sin \alpha$$

$$z = a\beta$$

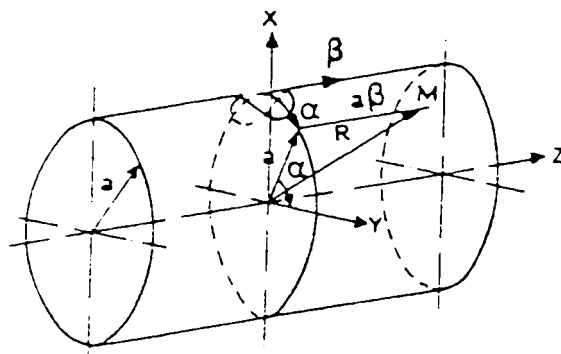


Fig.3.2 Coordonatele curbilinii a suprafeței mediane

Notând cu

$$N_{\alpha}^*, N_{\beta}^*, N_{\alpha\beta}^*, N_{\beta\alpha}^*, Q_{\alpha}^*, M_{\alpha}^*, M_{\beta}^*, M_{\alpha\beta}^*, M_{\beta\alpha}^*$$

eforturile ce indică starea de tensiune a învelitorii care conține orificiu sub presiune internă și condiții de margine și cu

$$N_{\alpha}^0, N_{\beta}^0, N_{\alpha\beta}^0, N_{\beta\alpha}^0, Q_{\alpha}^0, M_{\alpha}^0, M_{\beta}^0, M_{\alpha\beta}^0, M_{\beta\alpha}^0$$

eforturile ce indică starea de tensiune a aceleiași învelitori fără orificiu sub aceeași presiune internă și condiții de margine, atunci eforturile și momentele ce indică concentrarea de tensiune lângă orificiu sunt:

$$N_{\alpha}, N_{\beta}, N_{\alpha\beta}, N_{\beta\alpha}, Q_{\alpha}, M_{\alpha}, M_{\beta}, M_{\alpha\beta}, M_{\beta\alpha}$$

Deci componentele eforturilor și momentelor învelitorii cu orificiu se pot exprima cu relațiile:

$$N_{\alpha}^* = N_{\alpha}^0 + N_{\alpha}$$

$$N_{\beta}^* = N_{\beta}^0 + N_{\beta}$$

$$N_{\alpha\beta}^* = N_{\alpha\beta}^0 + N_{\alpha\beta}$$

$$N_{\beta\alpha}^* = N_{\beta\alpha}^0 + N_{\beta\alpha}$$

$$\begin{aligned}
Q_{\alpha}^* &= Q_{\alpha}^0 + Q_{\alpha} & Q_{\beta}^* &= Q_{\beta}^0 + Q_{\beta} \\
M_{\alpha}^* &= M_{\alpha}^0 + M_{\alpha} & M_{\beta}^* &= M_{\beta}^0 + M_{\beta} \\
M_{\alpha\beta}^* &= M_{\alpha\beta}^0 + M_{\alpha\beta} & M_{\beta\alpha}^* &= M_{\beta\alpha}^0 + M_{\beta\alpha}
\end{aligned}
\tag{3.2}$$

În general perturbațiile tensunii lângă orificiu au caracter local și ele sunt rapid stinse cu o creștere a distanței de la orificiu și deci se poate utiliza teoria de învelitoare subțire în stadiu de membrană pentru aprecierea stării de tensiune în învelitoarea cilindrică.

Pentru învelitoarea cilindrică subțire, s-a introdus un nou sistem de axe de coordonate  $(\beta, \eta)$  în care o linie de coordonate  $\xi = \xi_0$  este făcută să coincidă cu conturul  $\Gamma$ . fig.3.3

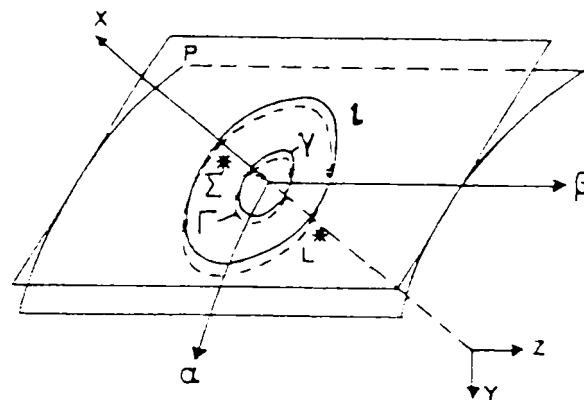


Fig.3.3 Conturul regiunii de gaură

În coordonate  $\alpha$  și  $\beta$  ecuațiile parametrice ale conturului orificiului pot fi scrise ca și funcțiile analitice următoare:

$$\alpha + i\beta = \omega(\zeta) = a_1\zeta + \frac{a_{-1}}{\zeta} + \frac{a_{-2}}{\zeta^2} + \dots + \frac{a_{-n}}{\zeta^n}$$

unde

$$\zeta = e^{\xi_0 + i\eta}, \xi_0, a_1, a_{-1}, a_{-2}, \dots, a_{-n}$$

sunt constante.

Separând părțile reale de cele imaginare, punând  $\zeta = e^{\xi + i\eta}$  și presupunând coeficienții  $a_1, a_{-1}, \dots, a_{-n}$  reali, obținem relația dintre  $\alpha, \beta$  și  $\xi, \eta$  astfel:

$$\alpha = \left( a_1 e^{\xi} + \frac{a_{-1}}{e^{\xi}} \right) \cos \eta + \frac{a_{-2}}{e^{2\xi}} \cos 2\eta + \dots + \frac{a_{-n}}{e^{n\xi}} \cos n\eta \tag{3.3}$$



$$\beta = \left( a_1 e - \frac{a-1}{e^{\frac{1}{\xi}}} \right) \sin \eta - \frac{a-2}{e^{2\xi}} \sin 2\eta - \dots - \frac{a-n}{e^{n\xi}} \sin n\eta$$

Substituind ecuația (3.3) în ecuația (3.1), se găsește ecuația suprafeței medii exprimate de variabilele  $\xi, \eta$  :

$$R = R(\xi, \eta) \tag{3.4}$$

În ecuațiile (3.3) resupunând  $\xi = \xi_0$  se pot scrie ecuațiile parametrice ale conturului  $\gamma$  pe planul  $(\alpha, \beta)$  unde conturul  $\gamma$  și  $l$  din cilindru corespunde la conturul  $\Gamma$  și  $L$  atunci când cilindru este tăiat dealungul generatoarei până la orificiu și este expandat într-un plan.

Componentele eforturilor

$$N_\alpha, N_\beta, N_{\alpha\beta}, N_{\beta\alpha}, Q_\alpha, M_\alpha, M_\beta, M_{\alpha\beta}, M_{\beta\alpha}$$

în coordonate sistem  $\xi$  și  $\eta$  sunt:

$$N_\xi, N_\eta, N_{\xi\eta}, N_{\eta\xi}, Q_\xi, M_\xi, M_\eta, M_{\xi\eta}, M_{\eta\xi}$$

Deoarece starea de eforturi :

$$N_\xi^*, N_\eta^*, N_{\xi\eta}^*, N_{\eta\xi}^*, Q_\xi^*, M_\xi^*, M_\eta^*, M_{\xi\eta}^*, M_{\eta\xi}^*$$

și

$$N_\xi^0, N_\eta^0, N_{\xi\eta}^0, N_{\eta\xi}^0, Q_\xi^0, M_\xi^0, M_\eta^0, M_{\xi\eta}^0, M_{\eta\xi}^0$$

satisfacă aceeași ecuație a învelitorii sub aceeași presiune internă și ecuații de margine , în scopul determinării componentelor:

$$N_\xi, N_\eta, N_{\xi\eta}, N_{\eta\xi}, Q_\xi, M_\xi, M_\eta, M_{\xi\eta}, M_{\eta\xi}$$

se pot utiliza ecuațiile omogene următoare:

$$-\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \nabla^2 \nabla^2 w - \nabla_k^2 \Phi = 0$$

$$\frac{1}{Eh} \nabla^2 \nabla^2 \Phi + \nabla_k^2 w = 0 \tag{3.5}$$

unde:

$E$  - modulul lui Yung

$\nu$  - coeficientul lui Poisson

$w$  - deplasarea normală

$\Phi$  - funcția de tensiune

$h$  - grosimea învelitorii

și operatorii  $\nabla^2$  și  $\nabla_k^2$  în coordonate  $\xi, \eta$  sunt:

$$\nabla_k^2 = \frac{1}{H^2} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{R_\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{R_{\xi\eta}} \frac{\partial}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{K_{\xi\eta}} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \right] +$$

$$+ \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{R_\xi} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \tag{3.6}$$

unde

$$H^2(\xi, \eta) = a^2 e^{2\xi} [A^2(\xi, \eta) + B^2(\xi, \eta)]$$

și

$$A(\xi, \eta) = a_1 - \frac{a-1}{e^{2\xi}} \cos 2\eta - \frac{2a-2}{e^{3\xi}} \cos 3\eta - \dots - \frac{na-n}{e^{(n+1)\xi}} \cos(n+1)\eta \quad (3.7)$$

$$B(\xi, \eta) = \frac{a-1}{e^{2\xi}} \sin 2\eta + \frac{2a-2}{e^{3\xi}} \sin 3\eta + \dots + \frac{na-n}{e^{(n+1)\xi}} \sin(n+1)\eta$$

iar

$$\frac{1}{R_\xi} = \frac{D}{H^2} \quad \frac{1}{R_\eta} = \frac{D^{**}}{H^2} \quad \frac{1}{R_{\xi\eta}} = \frac{D^*}{H^2}$$

reprezintă curburile în secțiunea normală prin linii de coordonate ale suprafeței medii a învelitorii  $\xi = const.$  și  $\eta = const.$  iar  $D, D^*, D^{**}$  sunt coeficienți în coordonate  $\xi, \eta$  exprimabili prin relațiile:

$$\begin{aligned} D &= -a \left( \frac{\partial a}{\partial \xi} \right)^2 \\ D^* &= -a \frac{\partial a}{\partial \eta} \frac{\partial a}{\partial \xi} \\ D^{**} &= -a \left( \frac{\partial a}{\partial \eta} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.8)$$

În coordonate  $\xi, \eta$  componentele de tensiune  $\chi_1, \chi_2, \tau_1, \tau_2$  pot fi determinate prin ecuațiile următoare:

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial w}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{H^3} \frac{\partial H}{\partial \eta} \frac{\partial w}{\partial \eta} \\ \chi_2 &= \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{H^3} \frac{\partial H}{\partial \xi} \frac{\partial w}{\partial \xi} \\ \tau_1 &= \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) - \frac{1}{H^3} \frac{\partial H}{\partial \eta} \frac{\partial w}{\partial \xi} \\ \tau_2 &= -\frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial w}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{H^3} \frac{\partial H}{\partial \xi} \frac{\partial w}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Momentele de încovoiere  $M_\xi, M_\eta$  și momentele de torsiune  $M_{\xi\eta}, M_{\eta\xi}$  pot fi determinate din componentele de tensiune  $\chi_1, \chi_2, \tau_1, \tau_2$  cu ajutorul următoarelor ecuații:

$$M_\xi = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} (\chi_1 + \nu\chi_2) \quad (3.10)$$

$$M_{\xi\eta} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}(\tau_1 + \tau_2)$$

$$M_{\eta\xi} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}(\tau_2 + \nu\tau_1)$$

Componentele eforturilor lângă orificiu  $N_\xi, N_\eta, N_{\xi\eta}, N_{\eta\xi}$  pot fi determinate din funcțiile de tensiune  $\Phi(\xi, \eta)$  prin ecuațiile:

$$\begin{aligned} N_\xi &= \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{H^3} \frac{\partial H}{\partial \xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \\ N_\eta &= \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{H^3} \frac{\partial H}{\partial \eta} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \\ N_{\xi\eta} &= -\frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{H^3} \frac{\partial H}{\partial \xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \\ N_{\eta\xi} &= \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) - \frac{1}{H^3} \frac{\partial H}{\partial \eta} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (3.11)$$

iar forțele transversale tăietoare  $Q_\xi$  și  $Q_\eta$  cu relațiile:

$$\begin{aligned} Q_\xi &= \frac{1}{H^2} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (HM_\xi) - \frac{\partial H}{\partial \eta} M_{\xi\eta} + \frac{\partial}{\partial \eta} (HM_{\eta\xi}) - \frac{\partial H}{\partial \xi} M_\eta \right] \\ Q_\eta &= \frac{1}{H^2} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (HM_{\xi\eta}) + \frac{\partial H}{\partial \eta} M_\xi - \frac{\partial}{\partial \eta} (HM_\eta) - \frac{\partial H}{\partial \xi} M_{\eta\xi} \right] \end{aligned} \quad (3.12)$$

Pentru determinarea funcțiilor  $w$  și  $\Phi$  necesare la calculul eforturilor și momentelor se procedează în felul următor:

Introducând o funcție complexă:

$$\Phi(\xi, \eta) = \frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)} w(\xi, \eta) + i\Phi(\xi, \eta) \quad (3.13)$$

sistemul(3.5) poate fi înlocuit cu relația:

$$\nabla^2 \nabla^2 \Phi + i + \frac{12(1-\nu^2)}{h} \nabla^2 k = 0 \quad (3.14)$$

Soluția problemei se reduce astfel la a afla funcția de abatere (deplasare)  $w(\xi, \eta)$  și funcția de tensiune  $\Phi(\xi, \eta)$  din sistemul (3.5) sau (3.14).

În scopul eliminării termenilor arbitrari induși în integrarea generală, se vor introduce condiții de margine ale conturului orificiului și condiții infinite..

Ecuatiile conturului orificiului pot fi scrise în cazul în care orificiul este o elipsă cu axele majore și minore:

$$a^* = cch\xi_0 \qquad b^* = csh\xi_0 \qquad (3.15)$$

unde  $c$  este jumătate din distanța focală, funcția analitică a conturului  $\omega(\zeta)$  poate fi scrisă ca și:

$$\alpha + i\beta = \omega(\zeta) = \frac{c}{2a} \left( \zeta + \frac{1}{\zeta} \right) = \frac{c}{a} sh(\xi + i\eta) \qquad (3.16)$$

unde

$$\alpha = \frac{c}{a} sh\xi \sin \eta \qquad \beta = \frac{c}{a} ch\xi \cos \eta \qquad (3.17)$$

Parametrii  $\xi$  și  $\eta$  variază astfel:

$$0 \leq \xi < \infty \qquad 0 \leq \eta < 2\pi$$

Substituind  $\alpha$  și  $\beta$  din relațiile (3.17) în ecuația (3.1) și considerând  $\xi = 0$ , se obține ecuația de contur  $\Gamma$  pe suprafața medie a învelitorii.

Substituind  $\alpha, \beta$  în ecuația (3.8) se obține:

$$D = -\frac{c^2}{a} (ch\xi \sin \eta)^2$$

$$D^* = \frac{c^2}{a} (ch\xi \sin \eta)(sh\xi \cos \eta) \qquad (3.18)$$

$$D^{**} = \frac{c^2}{a} (ch2\xi \cos \eta)$$

și

$$H^2 = \frac{c^2}{2} (ch2\xi - \cos 2\eta) \qquad (3.19)$$

Înlocuind ecuațiile (3.18) și (3.19) în relațiile (3.7) se obține:

$$\frac{1}{R_\xi} = \frac{2ch^2\xi \sin^2 \eta}{a(ch2\xi - \cos 2\eta)}$$

$$\frac{1}{R_\eta} = \frac{2sh^2\xi \cos^2 \eta}{a(ch2\xi - \cos 2\eta)} \qquad (3.20)$$

$$\frac{1}{R_{\xi\eta}} = \frac{2(ch\xi \sin \eta)(sh\xi \cos \eta)}{a(ch2\xi - \cos 2\eta)}$$

Introducând relațiile (3.19) și (3.20) în ecuațiile (3.5) se obține:

$$\nabla^2 = \frac{1}{H^2} \left( \frac{g^2}{g_\xi^2} + \frac{g^2}{g_\eta^2} \right) = \frac{2}{c^2 (ch2\xi - \cos 2\eta)} \left( \frac{g^2}{g_\xi^2} + \frac{g^2}{g_\eta^2} \right) \qquad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \nabla_k^2 = & \frac{2}{c^2(ch2\xi \cos 2\eta)} \frac{\vartheta}{\vartheta\xi} \left( \frac{2ch^2\xi \sin^2\eta}{a(ch2\xi - \cos 2\eta)} \frac{\vartheta}{\vartheta\xi} \right) + \\ & + \frac{\vartheta}{\vartheta\eta} \frac{2(ch\xi \sin \eta)(sh\xi \cos \eta)}{a(ch2\xi - \cos 2\eta)} \frac{\vartheta}{\vartheta\xi} + \frac{\vartheta}{\vartheta\eta} \left( \frac{2sh^2\xi \cos^2\eta}{a(ch2\xi - \cos 2\eta)} \frac{\vartheta}{\vartheta\eta} \right) + \\ & + \frac{\vartheta}{\vartheta\xi} \left( \frac{2(ch\xi \sin \eta)(sh\xi \cos \eta)}{a(ch2\xi \cos 2\eta)} \frac{\vartheta}{\vartheta\eta} \right) + \frac{\vartheta}{\vartheta\eta} \left( \frac{2sh^2\xi \cos^2\eta}{a(ch2\xi - \cos 2\eta)} \frac{\vartheta}{\vartheta\eta} \right) \end{aligned}$$

Substituind relațiile(3.21) în(3.5) se pot obtine expresiile care concură la determinarea eforturilor și momentelor deci la rezolvarea problemei concentrației de tensiune a învelitorii cilindrice cu un orificiu eliptic a cărei axe majore și minore sunt  $a^*$  și  $b^*$ .

Pentru învelitoarea cilindrică fără orificiu ecuația diferențială între tensiuni și deplasări este:

$$\nabla^4 \Phi + 8ik^2 \frac{\vartheta\Phi}{\vartheta\beta^2} = 0 \quad (3.22)$$

unde

$$\nabla^2 = \frac{\vartheta^2}{\vartheta x^2} + \frac{\vartheta^2}{\vartheta \beta^2} \quad (3.23)$$

$$\Phi = w - im\phi$$

și

$w$  - deplasarea normală  
 $\phi$  - funcția de tensiune

$$m = \sqrt{12(1 - \nu^2)} / (Eh^2) \quad -$$

$$k^2 = \sqrt{12(1 - \nu^2)} / (8ah)$$

$h$  - grosimea învelitorii  
 $a$  - raza învelitorii

În coordonatele  $\xi, \eta$  starea de tensiune cauzată de presiunea internă în învelitoarea fără orificiu poate fi exprimată prin:

$$N_\xi^0 = \frac{ch}{2} \left[ 1 + \frac{ch2\xi \cos 2\eta}{ch2\xi - \cos 2\eta} \right] \quad (3.24)$$

$$N_\eta^0 = \frac{ch}{2} \left[ 1 - \frac{ch2\xi \cos 2\eta - 1}{ch2\xi \cos 2\eta} \right]$$

$$N_{\xi\eta}^0 = -\frac{\sigma h \operatorname{sh} 2\xi \sin 2\eta}{2 \operatorname{ch} 2\eta - \cos 2\eta}$$

## 2. Tubul atașat

Considerând un cilindru infinit atașat înveliței cilindrice, cu sistemul de coordonate și componentele de deplasare definite ca și în fig.3.4 deformațiile vor fi guvernate de ecuațiile lui Flugge:

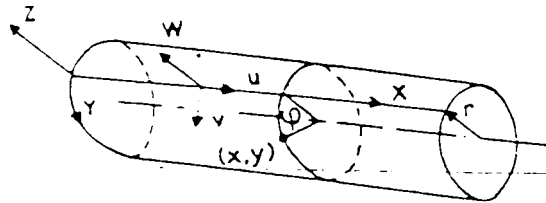


Fig.3.4 Cilindru atașat

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \Phi^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \Phi} - \nu \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \Phi} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \Phi^2} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (3.25)$$

$$\nu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial \Phi} - w - c \nabla^4 w = 0$$

unde

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial \Phi^2}$$

și

$$c = \frac{t^2}{12r^2}$$

unde \$t\$- grosimea tubului atașat

\$r\$- raza tubului atașat

Relațiile dintre componentele eforturilor rezultante și deplasările suprafeței mediane sunt:

$$n_x = \frac{\bar{D}}{r}(u' + vv' - vw) \quad (3.26)$$

$$n_\Phi = \frac{\bar{D}}{r}(v^\bullet - w + vu')$$

$$n_{x\Phi} = n_{\Phi x} = \frac{\bar{D}(1-\nu)}{2r}(u^\bullet + v')$$

$$m_x = -\frac{\bar{k}}{r^2}(w'' + vw^{\bullet\bullet})$$

$$m_\Phi = -\frac{\bar{k}}{r^2}(w'' + vw^{\bullet\bullet})$$

$$m_{x\Phi} = m_{\Phi x} = -\frac{\bar{k}(1-\nu)}{r^2}\omega'$$

$$q_x = \frac{\partial m_{x\Phi}}{\partial \Phi} + \frac{\partial m_x}{\partial x}$$

$$q_\theta = \frac{\partial m_{x\Phi}}{\partial x} + \frac{\partial m_\Phi}{\partial \Phi}$$

unde

$$(\ )' = \frac{\partial (\ )}{\partial \Phi}$$

$$(\ )^\bullet = \frac{\partial (\ )}{\partial x}$$

$$\bar{D} = \frac{Et}{1-\nu^2}$$

În relațiile (3.26) mărimile  $u, v, w$  sunt:

$$u = \sum A e^{\lambda x} \cos n\Phi$$

$$v = \sum B e^{\lambda x} \sin n\Phi \quad (3.27)$$

$$w = \sum C e^{\lambda x} \cos n\Phi$$

$$n=0,1,2,\dots$$

Substituind relațiile (3.27) în ecuația (3.25) se obține ecuația algebrică în  $\lambda$  :

$$\lambda^8 - 4n^2\lambda^6 + \left(6n^2 + \frac{(1-\nu)^2}{2}\right)^2 \lambda^4 - 4n^6\lambda^2 + n^8 = 0 \quad (3.28)$$

cu cele 8 soluții:

$$\lambda_1 = -p_1 + iq_1$$

$$\lambda_2 = -p_1 - iq_1$$

$$\lambda_3 = -p_2 + iq_2$$

$$\lambda_1 = -p_1 - iq_2$$

$$\lambda_5 = -p_1 + iq_1$$

$$\lambda_6 = p_1 - iq_1$$

$$\lambda_7 = p_2 + iq_2$$

$$\lambda_8 = p_2 - iq_2$$

Deci ecuațiile (27) devin:

$$\begin{aligned} u &= \sum [e^{-p_1 x} (A_1 e^{iq_1 x} + A_2 e^{-iq_1 x}) + \\ &+ e^{-p_2 x} (A_3 e^{iq_2 x} + A_4 e^{-iq_2 x})] \cos n\Phi \\ v &= \sum [e^{-p_1 x} (B_1 e^{iq_1 x} + B_2 e^{-iq_1 x}) + \\ &+ e^{-p_2 x} (B_3 e^{iq_2 x} + B_4 e^{-iq_2 x})] \sin n\Phi \\ w &= \sum [e^{-p_1 x} (C_1 e^{iq_1 x} + C_2 e^{-iq_1 x}) + \\ &+ e^{-p_2 x} (C_3 e^{iq_2 x} + C_4 e^{-iq_2 x})] \cos n\Phi \end{aligned} \quad (3.29)$$

unde

$$A_1, A_2, A_3, A_4, B_1, B_2, B_3, B_4, C_1, C_2, C_3, C_4$$

sunt constante complexe. Obținând deplasările ele se pot substitui în ecuațiile (3.26) astfel că expresiile eforturilor pot fi scrise în forma generală:

$$\begin{aligned} f &= Z \{ e^{-p_1} [(a_1 \bar{C}_1 + a_2 \bar{C}_2) \cos q_1 x + (a_1 \bar{C}_2 - a_2 \bar{C}_1) \sin q_1 x] + \\ &+ e^{-p_2} [(a_3 \bar{C}_3 + a_4 \bar{C}_4) \cos q_2 x + (a_3 \bar{C}_4 - a_4 \bar{C}_3) \sin q_2 x] \} \end{aligned} \quad (3.30)$$

unde coeficienții  $C_1, C_2, C_3, C_4$  sunt nedeterminați, iar  $Z, a_1, a_2, a_3, a_4$  sunt dați în tabloul 1. [42]

Sub presiune interioară, eforturile existente în tubul atașat sunt:

$$\begin{aligned} N_x^0 &= \frac{1}{2} pr \\ N_y^0 &= pr \\ N_{xy}^0 &= 0 \\ u^0 &= (1 - 2\nu) \frac{prx}{2Et} \\ v^0 &= 0 \end{aligned} \quad (3.31)$$



$$w^0 = -(2 - \nu) \frac{\rho r^2}{2Et}$$

### 3. Condiții de margine

Tensiunile rezultante și deplasările într-un punct arbitrar pe curba de intersecție sunt arătate în fig.3.5 Un element distinct tăiat în jurul unui punct arbitrar din curba de intersecție în planul meridian și circumferențial al fiecărei învelitori este redat în fig.3.6 în care expresiile eforturilor sunt:

$$\begin{aligned} (N_\beta)_{\xi=\xi_0} &= (N_\xi)_{\xi=\xi_0} \sin^2 \Psi + (N_\eta)_{\xi=\xi_0} \cos^2 \Psi + \\ &\quad + (N_{\xi\eta})_{\xi=\xi_0} \sin^2 \Psi \\ (N_\alpha)_{\xi=\xi_0} &= (N_\xi)_{\xi=\xi_0} \cos^2 \Psi + (N_\eta)_{\xi=\xi_0} \sin^2 \Psi + \\ &\quad - (N_{\xi\eta})_{\xi=\xi_0} \cos^2 \Psi \\ (N_{\alpha\beta})_{\xi=\xi_0} &= \left[ (N_\xi)_{\xi=\xi_0} - (N_\eta)_{\xi=\xi_0} \right] \cos \Psi + \\ &\quad + (N_{\xi\eta})_{\xi=\xi_0} \cos^2 \Psi \\ (M_\alpha)_{\xi=\xi_0} &= (M_\xi)_{\xi=\xi_0} \sin^2 \Psi + (M_\eta)_{\xi=\xi_0} \cos^2 \Psi + \\ &\quad + (M_{\xi\eta})_{\xi=\xi_0} \sin^2 \Psi \\ (M_\beta)_{\xi=\xi_0} &= (M_\xi)_{\xi=\xi_0} \cos^2 \Psi + (M_\eta)_{\xi=\xi_0} \sin^2 \Psi - \\ &\quad - (M_{\xi\eta})_{\xi=\xi_0} \sin^2 \Psi \\ (M_{\alpha\beta})_{\xi=\xi_0} &= \left[ (M_\xi)_{\xi=\xi_0} - (M_\eta)_{\xi=\xi_0} \right] \sin \Psi \cos \Psi + \\ &\quad + (M_{\xi\eta})_{\xi=\xi_0} \cos^2 \Psi \end{aligned} \tag{3.32}$$

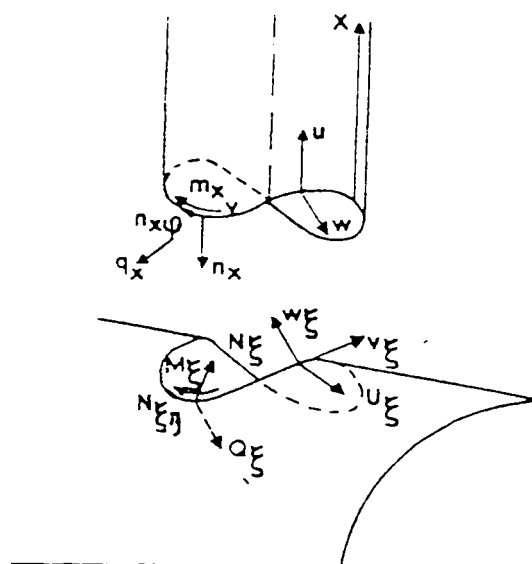


Fig.3.5 Condiții de margine

Ecuatiile de echilibru ale elementului sunt:

$$(N_\alpha)_{\xi=\xi_0 \sin \theta_1} + (N_{\beta\alpha})_{\xi=\xi_0} \cos \theta_1 +$$

$$(n_\phi \sin \theta_2 + n_{x\phi} \cos \theta_2) \sin \alpha \sin \phi + (n_x \cos \theta_2 + n_{x\phi} \sin \theta_2) \cos \alpha + (q_x \cos \theta_2 + q_\phi \sin \theta_2) \sin \alpha \cos \phi = 0$$

$$(N_\beta)_{\xi=\xi_0} \cos \theta_1 + (N_{\beta\alpha})_{\xi=\xi_0} \sin \theta_1 + (n_\phi \sin \theta_2 + n_{x\phi} \cos \theta_2) \cos \phi + (q_x \cos \theta_2 + q_\phi \sin \theta_2) \sin \phi = 0$$

(3.33)

$$(Q_\beta)_{\xi=\xi_0} \cos \theta_1 + (Q_\alpha)_{\xi=\xi_0} \sin \theta_1 + (n_\phi \sin \theta_2 + n_{x\phi} \cos \theta_2) \cos \alpha \sin \alpha - (n_x \cos \theta_2 + n_{x\phi} \sin \theta_2) \cos \alpha * * \cos \Phi + (q_x \cos \theta_2 + q_\phi \sin \theta_2) \cos \alpha \cos \phi = 0$$

$$(M_\beta)_{\xi=\xi_0} \cos^2 \theta_1 + (M_\alpha)_{\xi=\xi_0} \sin^2 \theta_1 + (M_{\beta\alpha})_{\xi=\xi_0} \sin 2\theta_1 - m_x \cos^2 \theta_2 - m_\phi \sin^2 \theta_2 - m_{x\phi} \sin 2\theta_2 = 0$$

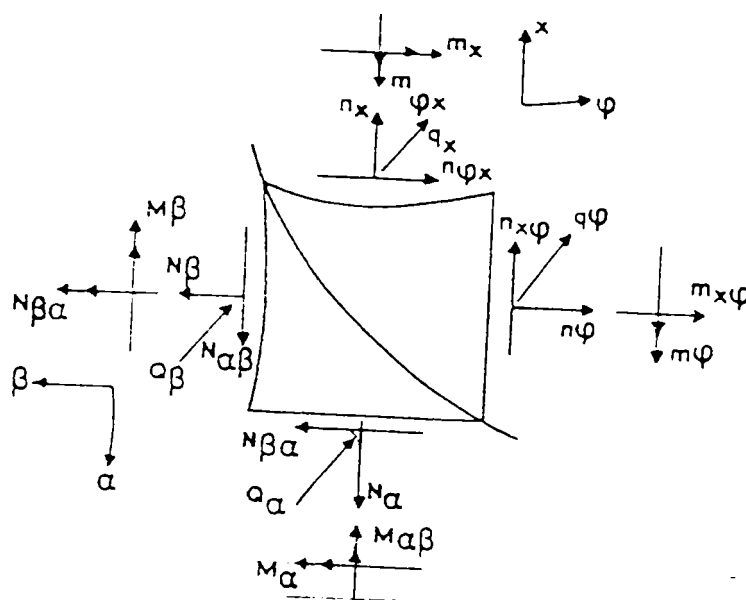


Fig.3.6 Un element de conexiune

iar în condițiile de compatibilitate la deplasări de-a lungul curbei  $\Gamma$  sunt exprimate prin relațiile:

$$V - v \sin \alpha \sin \phi - \mu \cos \alpha - w \sin \alpha \cos \phi = 0$$

$$U - v \cos \phi + w \sin \phi = 0$$

$$W - v \cos \alpha \sin \phi + u \sin \alpha - w \cos \alpha \cos \phi = 0 \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \beta} \cos \theta_1 + \frac{\partial W}{\partial \alpha} \sin \theta_1 - \frac{V}{a} \sin \theta_1 + \frac{\partial W}{\partial x} \cos \theta_2 +$$

$$+ \frac{\partial W}{\partial \phi} \sin \theta_2 - \frac{v}{r} \sin \theta_2 = 0$$

#### 4. Rezultatele de calcul numeric și concluzii

Calculul numeric au fost făcute pentru modelul experimental din fig.3.7 unde raportul  $r/a$  (raza tub atașat/raza tub) = 0.129 și raportul  $t/h$  (grosime tub atașat / grosime tub) = 0.35, unghiul dintre tubul atașat și raza recipientului este de  $2.8^\circ$ .

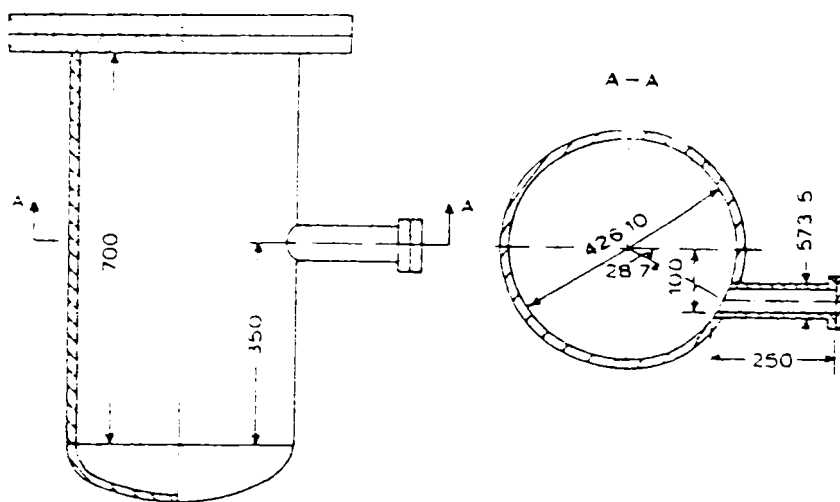


Fig.3.7 Model experimental

Utilizând coeficientul de tensiune definit prin relația :

$$k = \sigma_1 / (p_a / h) \quad (3.35)$$

ca și ordonată, rezultatele calculului numeric sunt arătate în fig.3.8, pentru tubul atașat pe cele două părți superioară și inferioară. Se constată că valorile coeficientului de concentrare al tensiunii maxime se produce la cele două capete ale axei majore a elipsei. Rezultatele calculate după cum se observă în fig.3.8 sunt în concordanță cu datele experimentale obținute prin analiză fotoelastică.

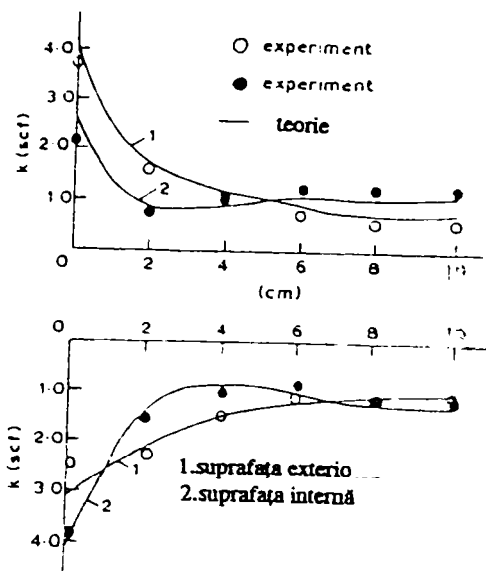


Fig.3.8 Rezultate numerice și experimentale

### 3.2 Studiul numeric al stării de tensiune în joncțiunea neradială cilindru - cilindru cu metoda FEM la solicitări de forță și moment

Analiza de tensiune prezentată în studiul realizat de G.D.Panagiotopoulos [89] ia în considerare calculul câmpului de tensiune în regiunea de intersecție a învelitorilor cilindrice, folosind un program de element finit, calculându-se în final factorul de concentrare al tensiunilor pentru diferite diametre și grosimi ale celor doi cilindri intersectați la  $30^\circ$  și  $90^\circ$ , considerând încărcări (forță și moment) exterioare, aplicate la extremitatea cilindrului de ramificație.

Joncțiunea cilindru-cilindru considerată este prezentată în fig.3.9 și este rezultatul intersecției sub un unghi de înclinare arbitrar, a unei învelitori cilindrice cu alt cilindru.

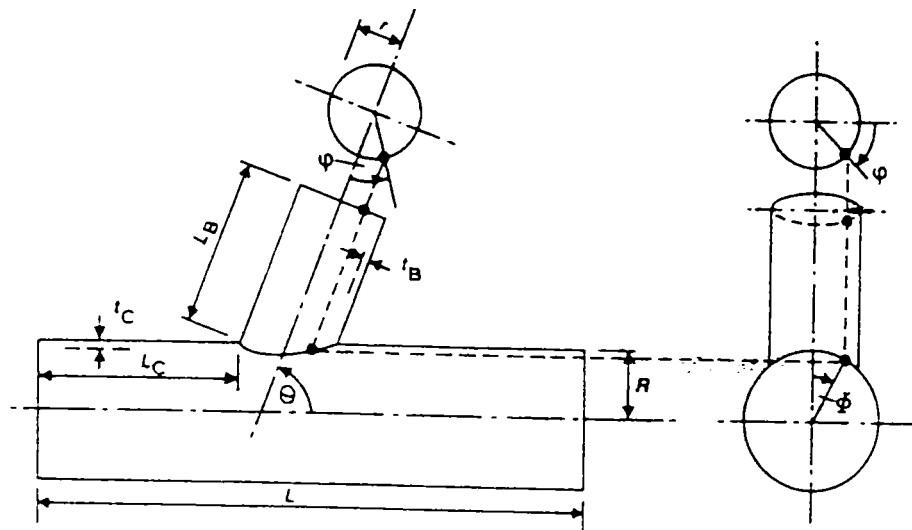


Fig.3.9 Geometria modelului de intersecție a cilindrilor

Se apreciază că în general majoritatea metodelor analitice ce calculează tensiunile de-a lungul joncțiunii nu dau rezultate de încredere și cunoașterea stării de distribuție tridimensională de-a lungul curbei de intersecție a celor doi cilindri se impune a fi cunoscută. Rețeaua de elemente finite utilizată pentru studiu este cea din fig.3.10.

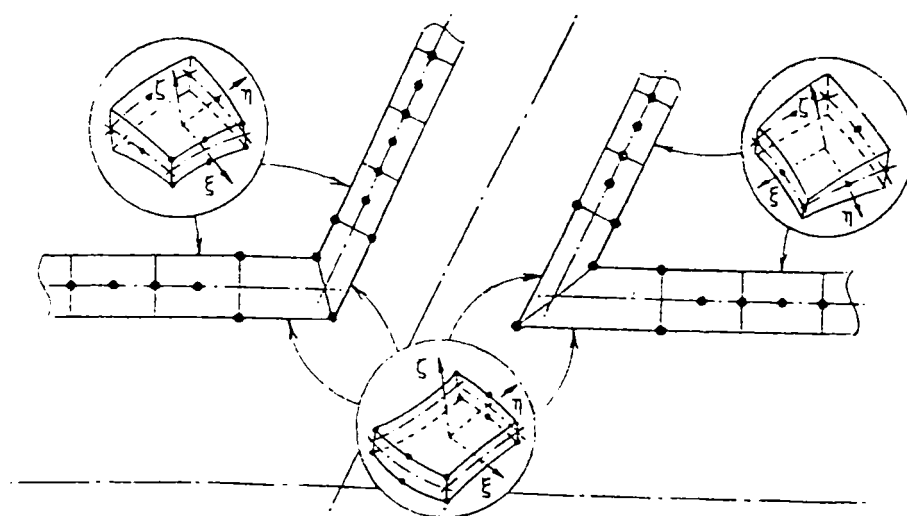


Fig.3.10 Discretizarea cu elemente finite

Structura de încheietură a fost discretizată utilizând un element tridimensional izoparametric cu 12 noduri și 36 grade de libertate, elemente care sunt utilizate de ambele părți ale curbei de intersecție; pentru restul structurii s-au utilizat elemente superparametrice de tip Ahmad.

Cuplarea dintre elementele finite s-a făcut considerând un număr de noduri ale elementului Ahmad, potrivite cu suprafața de conectare cu celelalte elemente. Principalul avantaj al acestui tip de idealizare este limitarea numărului de grade de libertate la un minim necesar, ceea ce permite a lua în considerare caracterul tridimensional al stării de stres de-a lungul liniei de intersecție.

Utilizarea elementelor solide în afara îmbinării devine de prisos, la o mică distanță de intersecție, deoarece starea de tensiune este guvernata de soluția de membrană, care poate fi prezisă de elementul de tip Ahmad cu excelentă acuratețe.

Pentru studiul comparativ al tensiunilor, s-a utilizat exprimarea câmpului de tensiuni cu ajutorul factorului de concentrare al tensiunii SCF definit ca raportul tensiunii maxime pe suprafața exterioară de intersecție produsă în cilindrul B sau C pe direcția axială sau circumferențială și tensiunea nominală în cilindrul B, indusă pentru fiecare caz de încărcare.

Pentru comparație s-a calculat factorul de concentrare al tensiunii pentru o intersecție cilindrică ortogonală și o intersecție înclinată la unghiul de  $\theta = 30^\circ$ , ce are raportul grosime /rază pentru cilindrul principal  $t_c/R = 1/30$ .

S-au considerat 3 tipuri de încărcări: forță axială, moment în planul secțiunii longitudinale și moment în planul secțiunii transversale.

Graficele prezentate se referă la factorul de concentrare al tensiunii SCF raportat la parametru de grosime  $t_B/t_C$ . Pe fiecare grafic sunt prezentate două seturi de curbe, fiecare corespunzând la diferite diametre  $r/R=0.3$  și  $r/R=0.8$ .

La încărcarea cu forță axială la fel ca și pentru încărcarea cu moment în planul secțiunii longitudinale, pentru cazul intersecției sub unghi obtuz, regiunea critică este partea obtuză a intersecției, cu vârful de stres în direcția axială a cilindrilor principal (curba C, fig.3.11, fig.3.12 a)

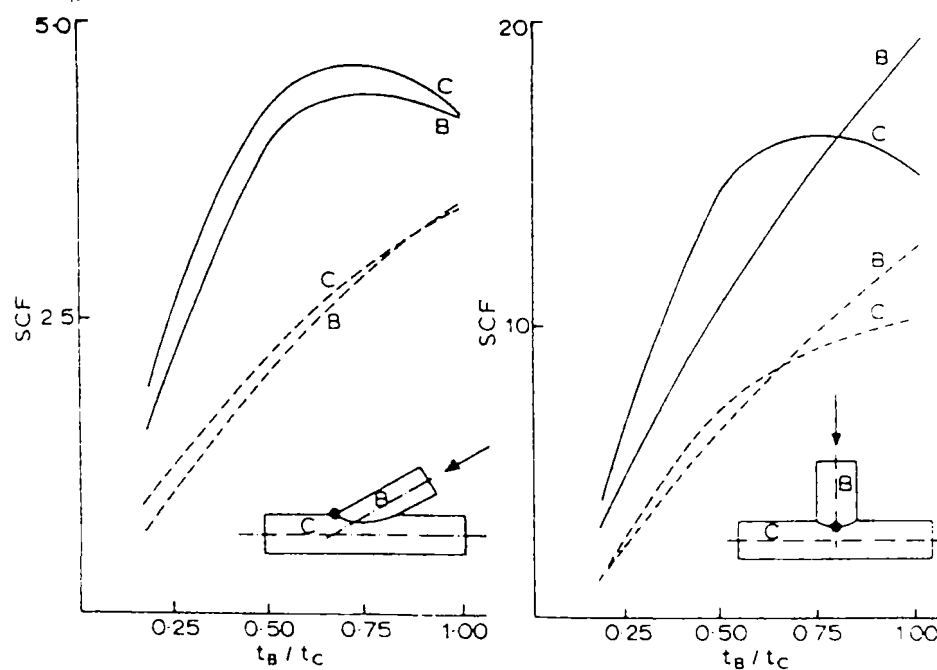


Fig.3.11 Factorul de concentrare al tensiunii pentru încărcare cu forță axială, \_\_\_\_\_  $r/R=0.30$   
 -----  $r/R=0.80$ ;  $R/t_c = 30$ .

Pentru intersecția ortogonală , pentru încărcare axială , punctul cel mai sollicitat este în planul de simetrie cu vârful de stres pe direcție circumferențială al cilindrului principal .(curba C fig.3.11b)

La sollicitarea cu moment în planul secțiunii longitudinale ,pentru intersecția oblică, regiunea critică este în planul longitudinal de simetrie cu vârful de stres în cilindrul principal (C) referitor la tensiunea axială din cilindru.( fig.3.12 a )

Pentru intersecția ortogonală la aceeași sollicitare , punctul critic este în planul de simetrie longitudinal cu vârful de stres în cilindrul principal (C) referitor la tensiunea axială în cilindrul C.(fig.3.12 b)

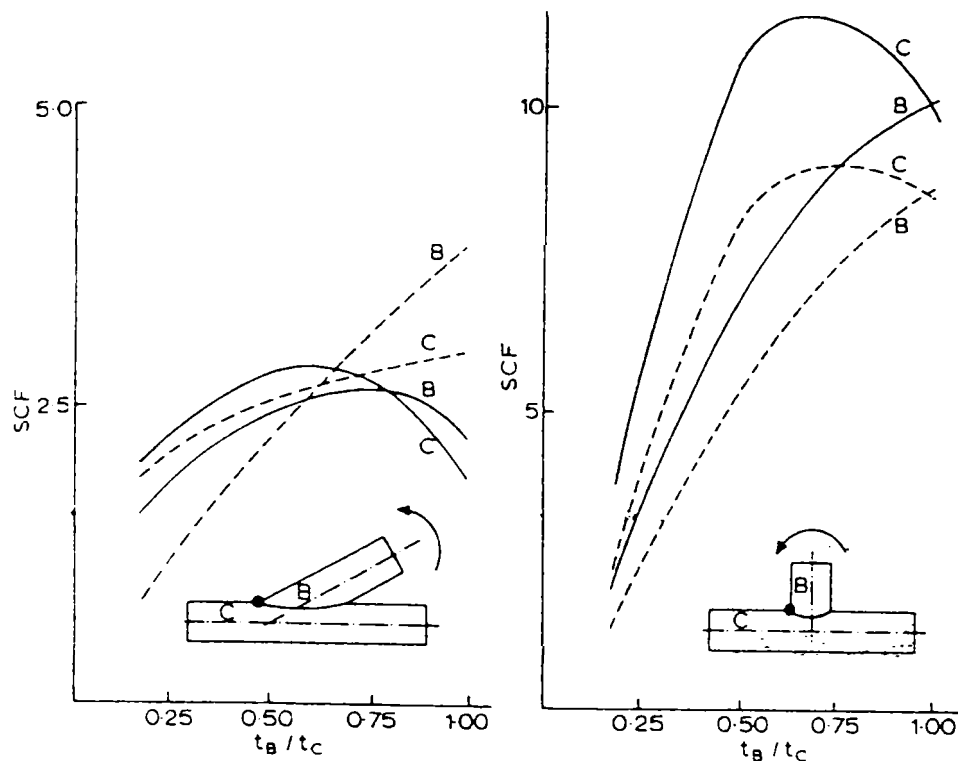


Fig.3.12 Factorul de concentrare al tensiunii pentru încărcare cu moment în planul secțiunii longitudinale, \_\_\_\_\_  $r/R=0.30$ , -----  $r/R=0.80$  ,  $R/t =30$

Pentru sollicitarea cu moment în secțiunea transversală , punctul cel mai sollicitat este punctul cel mai adânc de pe joncțiune atât pentru intersecția înclinată sau ortogonală , cu vârful de stres pe direcție circumferențială în cilindrul principal (C).(fig.3.13)

S-a găsit că indiferent de cazul de încărcare , valoarea factorului de concentrare SCF crește o dată cu creșterea unghiului de intersecție dintre cei doi cilindri.

Se poate deasemenea concluziona că pentru cazul încărcării cu o forță axială , indiferent de unghiul de înclinare , factorul de concentrare aa tensiunilor SCF , crește o dată cu descreșterea raportului diametrelor celor doi cilindri  $r/R$ .

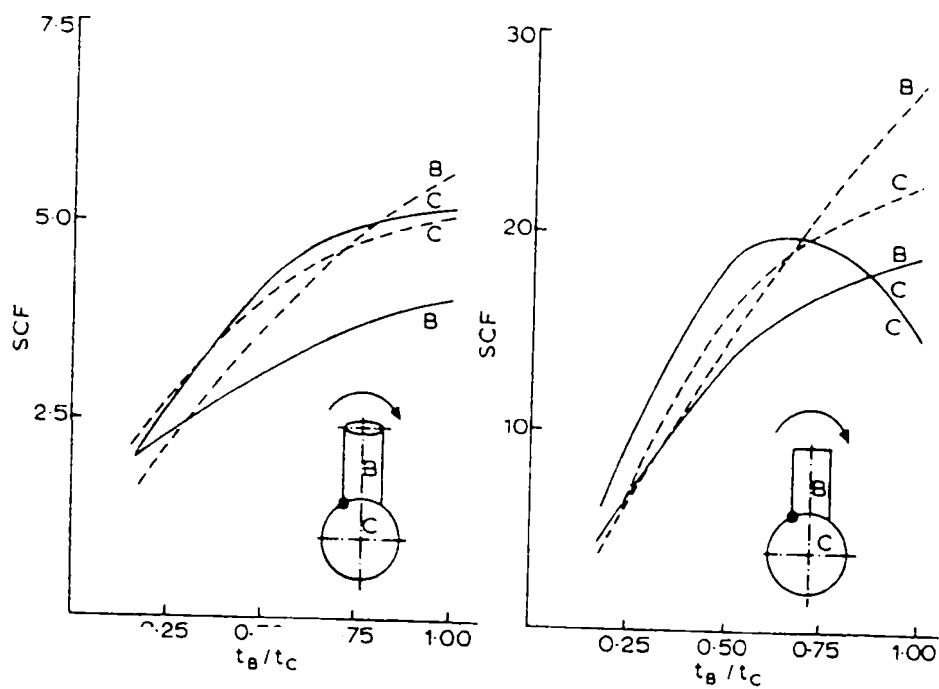


Fig.3.13 Factorul de concentrare al tensiunii pentru încărcare cu moment în planul secțiunii transversale, \_\_\_\_\_  $r/R=0.30$  , -----  $r/R=0.80$  ,  $R/t=30$



### 3.3 Studiul parametric prin analiză numerică al tensiunilor în joncțiunea neradială a învelitorilor cilindrice supuse la presiune internă

V.N.Skopinsky [109] în studiul sistematic întreprins pentru investigarea stării de tensiune a învelitorilor cilindrice intersectate neradial, consideră geometria învelitorilor intersectate prezentată în fig.3.14 unde se definesc 2 plane, unul care trece prin normala  $\bar{n}_0$ , la suprafața învelitorii de bază și care este planul principal și planul transversal perpendicular pe planul principal. Poziția unghiulară a ștuțului relativ la învelitoarea de bază este determinată de 2 unghiuri  $\alpha$  și  $\beta$ , unghiuri ce determină deflexia axei ștuțului în planul principal și transversal.

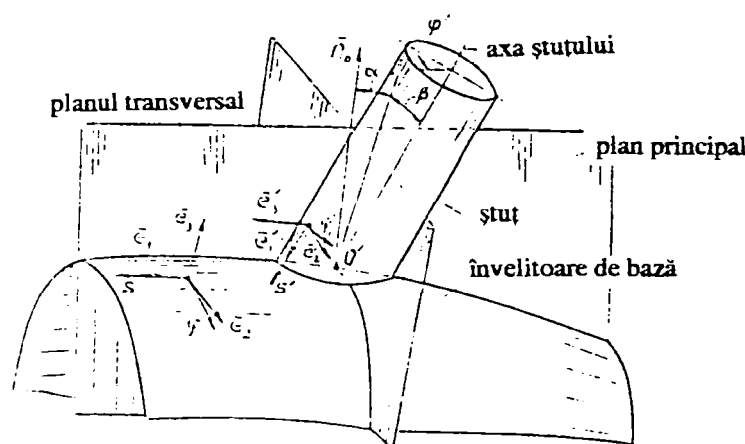


Fig.3.14 Geometria învelitorilor de intersecție

În vederea studiului se face o clasificare a tipului de intersecție a învelitorilor bazată pe poziția ștuțului și învelitorii de bază:

1. Tip de intersecție radială sau joncțiune radială
2. Tip de intersecție neradială sau joncțiune neradială cu  $\beta = 0$  cu axa ștuțului localizată în planul principal sub unghiul  $\alpha$  la normala  $\bar{n}_0$
3. Tip de intersecție tangențială sau joncțiune tangențială cu  $\alpha = 0$ , axa ștuțului este localizată în planul transversal sub unghiul  $\beta$  la normala  $\bar{n}_0$
4. Tip de intersecție arbitrară sau joncțiunea arbitrară cu  $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$ , axa ștuțului și normala  $\bar{n}_0$  au poziție mutuală arbitrară

Tipurile de intersecție pentru 2 învelitori cilindrice cele mai utilizate în practică sunt prezentate în fig.3.15

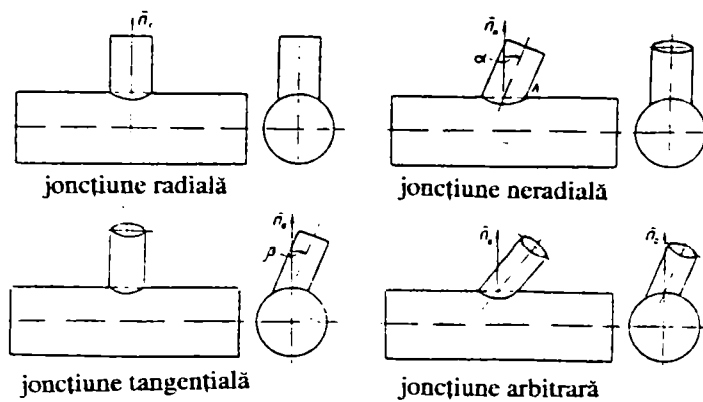


Fig.3.15 Tipuri de joncțiuni ale învelitorilor cilindrice intersectate

Se precizează că geometria specifică a intersecției a 2 învelitori , varietatea de forme geometrice , nivelul înalt de concentrare de tensiune în regiunea de intersecție în cele mai multe cazuri crează dificultăți în obținerea de precizie și soluții economice prin metoda elementului finit. Deasemenea este extrem de important de a dezvolta propriu element pentru a prevedea eficiența necesară pentru programul de calcul.

Se apreciază că analiza învelitorilor subțiri este una dintre cele mai dificile probleme pentru care metoda cu element finit a fost aplicată.

În analiza cu metoda FEM cele mai bune rezultate s-au obținut prin utilizarea elementelor curbe de învelitoare. Printre avantajele utilizării acestor tipuri de elemente sunt:

- precizia în descrierea suprafețelor de învelitoare
- posibilitatea cuplării eficiente a fiecărui element
- și obținerea unui algoritm de calcul eficient.

Problema studiată include și determinarea relațiilor geometrice pentru curba de intersecție a suprafețelor. Aceste relații stabilesc relații cuplate între coordonatele de învelitoare curbilinie și matricea de coordonate de transformare care este cerută pentru a utiliza elemente de învelitoare.

Geometria intersecției a 2 învelitori individuale este determinată de învelitoarea de bază care este o învelitoare arbitrară de revoluție și ștuțul care reprezintă o învelitoare cilindrică circulară astfel că relațiile între coordonatele curbilinii  $(s, \varphi)$  ale învelitorii de bază și coordonatele curbilinii  $(s', \varphi')$  ale ștuțului fig.3.14 se pot considera în forma funcțională:

$$\begin{aligned} S' &= f_1(\varphi') \\ S &= f_2(\varphi') \\ \varphi &= f_3(\varphi') \end{aligned} \tag{3.36}$$

Forma relațiilor de coordonate (3.36) depinde de forma învelitorilor de intersecție și parametrii unghiulari  $\alpha$  și  $\beta$ .

Transformarea de coordonate la curba de intersecție bazată pe sistemul de coordonate curbilinii a învelitorii de bază și ștuțului este realizată în următoarea formă:

$$e' = \lambda e \tag{3.37}$$

Relațiile (3.36) și matricile de transformare  $\lambda$  (3.37) au fost obținute în forma explicită pentru modelul de joncțiune unde învelitorile de bază au fost con , cilindru , elipsoid , sferă.

Modelul de element finit (FEM) pentru diferite tipuri de joncțiuni de învelitoare include elemente de învelitoare de tip S4 pentru aproximarea învelitorilor componente și elemente de tip grindă pentru aproximarea regiunii spațiale de intersecție (regiunea de sudură) fig.3.16

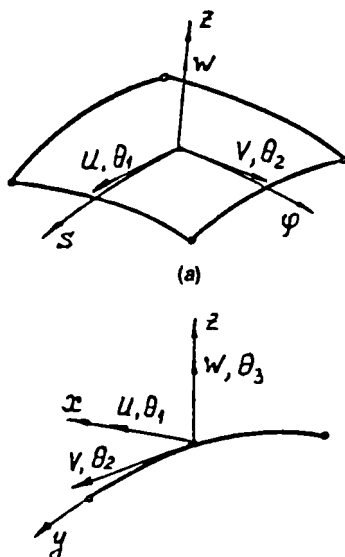


Fig.3.16 Elemente de tip învelitoare și tip grindă a)element S4 de învelitoare b) element S2 de tip grindă

Caracteristicile de rigiditate ale elementelor de grindă sunt calculate în acord cu forma și dimensiunea secțiunii de intersecție și poziția relativă a axei suprafeței ștuțului. Pentru generarea automată a rețelei se utilizează relațiile(3.35) pentru coordonate nodale. Se permit modele de rețele iregulate pe suprafața învelitorii , în mod special în regiunea de intersecție a învelitorilor.

Aplicarea elementelor curbe conduc la un număr minim de transformări de coordonate. Ecuațiile rezultate cu referire la deplasările nodale  $\delta$  pentru FEM sunt obținute în forma :

$$K\delta = F \quad K = \sum K^e \quad F = \sum F^e \quad (3.38)$$

unde  $K^e$  este matricea de rigiditate și  $F^e$  vectorul de încărcare al elementului sunt obținute în sistemul de coordonate al fiecărei învelitori. Caracteristicile elementului ( $K^e, F^e$ ) ale elementelor aparținând ștuțului care au noduri la curba de intersecție sunt transformate în coordonatele sistem de bază.

Metoda ' frontală ' a lui Irons este utilizată pentru a forma și rezolva structura rezultată din ecuațiile(3.38)Vectorul de deplasare nodal al elementelor de ștuț având noduri pe curba de intersecție este următorul:

$$\delta'_i = L_i \delta_i \quad (3.39)$$

unde  $L_i$  este matricea de transformare pentru nodul i. Componentele de tensiune sunt calculate la punctele nodale ale elementelor pentru suprafața de învelitoare interioară și exterioară. Componentele de tensiune ale învelitorii de bază și ștuț sunt determinate separat pentru noduri la curba de intersecție.

Pentru studiul joncțiunilor învelitorilor cilindrice s-a conceput un program de calculator original ce utilizează MEF pentru modele variate de intersecție ale învelitorilor. Programul este numit SAIS (Stress Analysis in Intersecting Shells) este un program orientat pe probleme care permite obținerea cu suficientă precizie a soluției pentru o clasă specială de obiecte structurale. Programul permite generarea automată a rețelei de elemente finite a modelelor cu un minim de date de intrare.

Capabilitățile programului includ analiza următoarelor obiective:

- intersecție în 'I' și forma cruce a intersecției cilindrilor
- derivație de țevi
- intersecție de țevi neradială
- învelitori conice , cilindrice , sferice , elipsoidale cu ștuț
- intersecție cu tranziție de tor
- intersecție întărită

Cazuri diferite de încărcare statică sunt permise de program : presiune internă , forțe și momente , variații de temperatură , încărcări combinate. Compararea directă cu rezultatele publicate relativ la costul de calcul ( timp de procesare , număr de ecuații rezultate) indică avantaje semnificative în utilizarea programului SAIS.

Pentru modelul de element finit a 1/4 din joncțiune prezentat în fig.3.17 supus la presiunea internă ,comparațiile între datele experimentale și rezultatele calculate cu programul SAIS sunt prezentate în fig.3.18 pentru încărcare cu presiune internă și în fig.3.19 încărcare cu moment în plan transversal.

Distribuția tensiunilor axiale  $\sigma_s, \sigma'_s$  și a tensiunilor circumferențiale  $\sigma_\varphi, \sigma'_\varphi$  urmând convenția din fig.3.18 pentru suprafața din exterior și interior a ștuțului și învelitorii de bază este arătată pentru planul principal (secțiunea  $\varphi' = 0$ ) în fig.3.19 și pentru planul transversal (secțiunea  $\varphi' = 90^\circ$ ) în fig.3.19 unde se produc tensiunile maxime pentru încărcări de presiune și respectiv moment. Liniile continue sunt tensiuni calculate în timp ce punctele prezintă rezultatele experimentale.

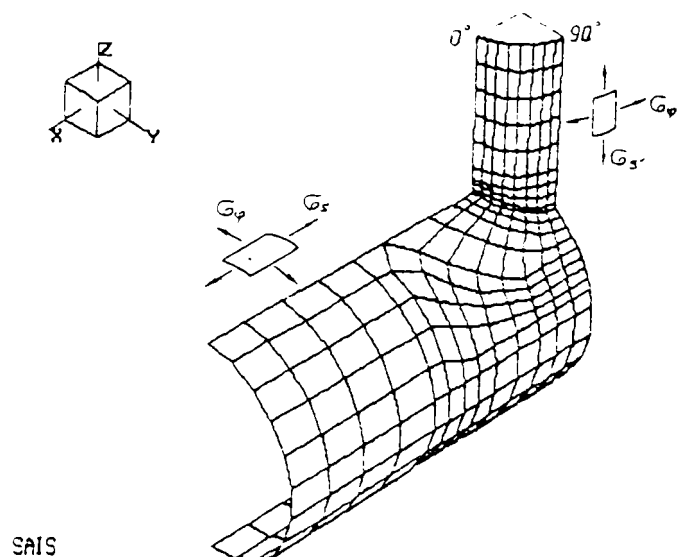


Fig.3.17 Modelul de element finit al joncțiunii radiale

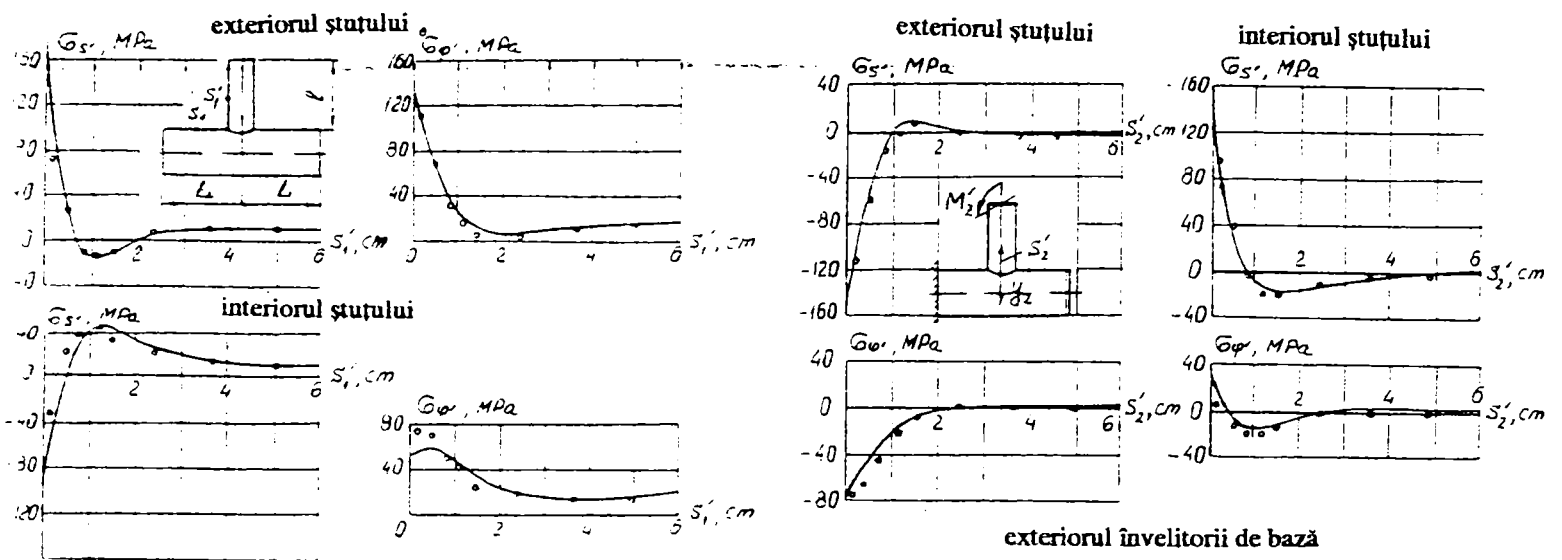


Fig.3.18 Comparația distribuției tensiunilor calculate și experimentale, încărcare presiune internă, planul principal

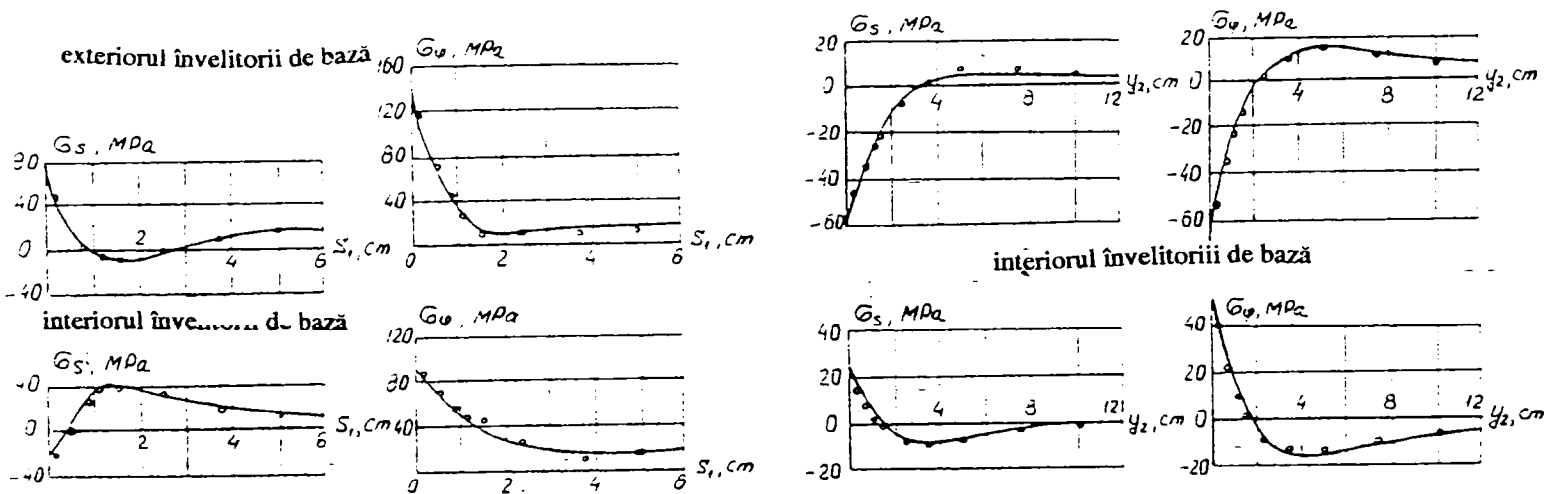


Fig.3.19 Comparația distribuției tensiunilor calculate și experimentale, încărcare de moment, plan transversal

Se constată o bună concordanță a datelor calculate cu cele experimentale. Analiza pe calculator a fost executată pentru modelul reprezentând 1/4 din joncțiune. Analiza unei singure încărcări pentru 1/2 din joncțiune cere 6 minute iar pentru 1/4 din joncțiune cere 1 minut pentru CPU al unui calculator PC-386. Modelele de element finit reprezentând 1/2 din joncțiune și 1/4 din joncțiune utilizează 240 respectiv 120 elemente.

#### Studiu parametric al joncțiunii învelitorilor circulare pentru încărcarea de grosime internă

Pentru cele mai multe aplicații practice, presiunea internă este încărcarea de bază pentru obiectele structurale considerate. Analiza de tensiune include însă și studiul

concentrării de tensiuni și influența parametrilor geometrici. Parametrii geometrici adimensionali importanți pentru joncțiuni cilindrice de intersecție sunt:

$$r/H, R/H, r/h, h/H, \alpha$$

- unde
- $r/R$  este raportul razelor
  - $h/H$  raportul grosimilor
  - $R/H$  raportul rază/grosime al înveliului de bază
  - $r/h$  raportul rază/grosime a ștutului;

Parametrii  $R/H, r/h$  sunt caracteristici ale înveliurilor individuale. Parametrii  $r/R, h/H$  sunt caracteristici de joncțiune în general.

Parametrii unghiulari  $\alpha, \beta$  definesc poziția relativă a înveliurilor și influența asupra concentrării de tensiune în joncțiune.

Rezultatele numerice au fost obținute pentru condiții de graniță determinate de secțiuni de capăt ale înveliului de bază și ștuț corespunzând la flanșe fixate. În urma analizei s-au desprins următoarele concluzii:

1. Tensiuni axiale și circumferențiale maxime se produc la curba de intersecție în planul principal al joncțiunii. Componentele de tensiune de încovoiere domină peste tensiunile axiale. Tensiunile circumferențiale au o natură mixtă dar în cele mai multe cazuri tensiunile de membrană sunt mai mici decât componentele de încovoiere.

2. Apariția tensiunii de membrană circumferențiale și tensiuni de încovoiere axială considerabile este evidențiată.

3. Tensiunea maximă se produce fie pe suprafața exterioară sau interioară a înveliului. Pentru punctele de suprafață de învelitoare din exteriorul suprafeței, tensiunile axiale și circumferențiale sunt de același semn. Totuși tensiunea axială este componenta prelevantă pentru învelitoarea de grosime mai mare.

Există două cazuri posibile de tensiune maximă la suprafața internă. În primul caz pentru joncțiuni ale înveliurilor subțiri, tensiunile axiale și circumferențiale au semn diferit și valorile calculate ale tensiunilor efective (ex. prin criteriul Tresca) pot fi mai mari decât tensiunile efective la suprafața internă. În al doilea caz, pentru joncțiuni cu raportul ( $r/R < 0.3$ ) și ștuț de grosime relativă ( $r/h < 15$ ), tensiunea maximă este tensiunea circumferențială la suprafața internă. Această tensiune este tensiunea maximă efectivă pentru joncțiunea în general.

4. Există trăsături speciale ale distribuției de tensiune pentru regiunea de intersecție la suprafața internă determinate de efectele tridimensionale. Rezultatele comparative ale analizei numerice bi și tridimensionale arată aplicabilitatea teoriei înveliurilor pentru analiza de tensiuni ale înveliurilor intersectate. Mai mult introducerea efectului tridimensional (grindă) în FEM permite reprezentarea acestui model de intersecție mult mai corect. Pentru examinarea tensiunilor maxime la joncțiunea înveliurilor și pentru studiul parametric, tensiuni efective adimensionale au fost considerate. Rapoartele tensiunilor în materialele de bază și ștuturi sunt definite astfel:

$$\begin{aligned} \sigma_m &= \bar{\sigma}_m / \sigma_0^* \\ \sigma'_m &= \bar{\sigma}'_m / \sigma_0^* \\ \sigma_0^* &= pR/H \end{aligned} \tag{3.40}$$

- unde
- $\bar{\sigma}'_m$  reprezintă tensiunea efectivă în învelitoarea de bază
  - $\bar{\sigma}_m$  reprezintă tensiunea maximă efectivă în ștuț
  - $\sigma_0^*$  tensiunea nominală în joncțiune

Tensiunile efective într-un punct au fost definite pe baza criteriului lui Tresca

$$\sigma_e = \sigma_1 - \sigma_3 \text{ cu tensiuni principale maxime și minime } \sigma_1 \text{ și } \sigma_3 .$$

Câteva rezultate ale studiului parametric pentru joncțiuni radiale ale înveliilor cilindrice de intersecție sunt prezentate în fig.3.20, fig.3.21, fig.3.22 ,

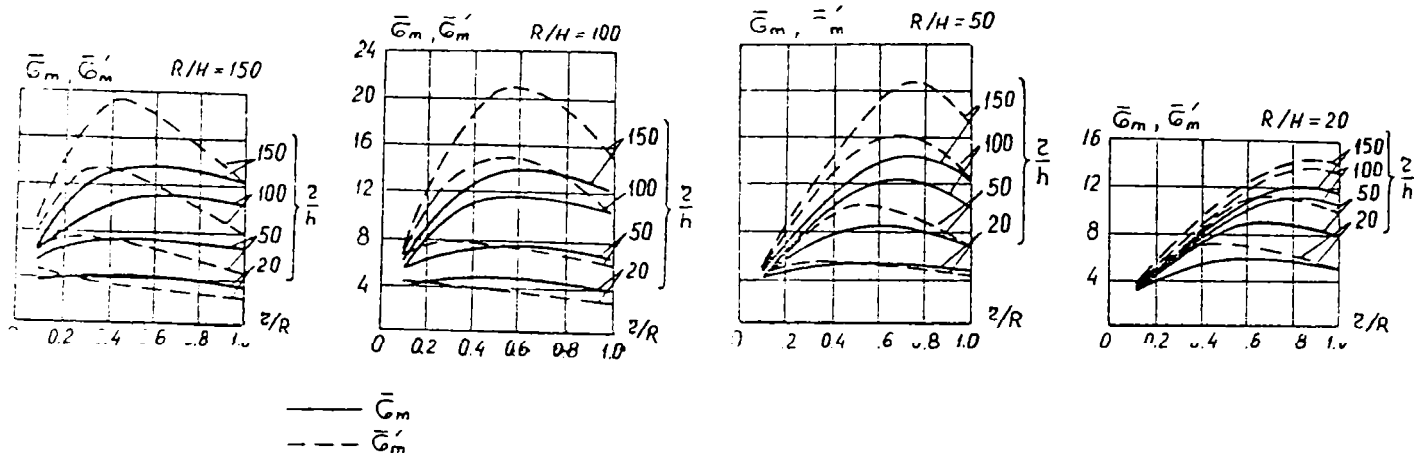


Fig.3.20 Tensiunea maximă efectivă în învelițoarea de bază și ștuț al joncțiunii radiale funcție de  $z/R$

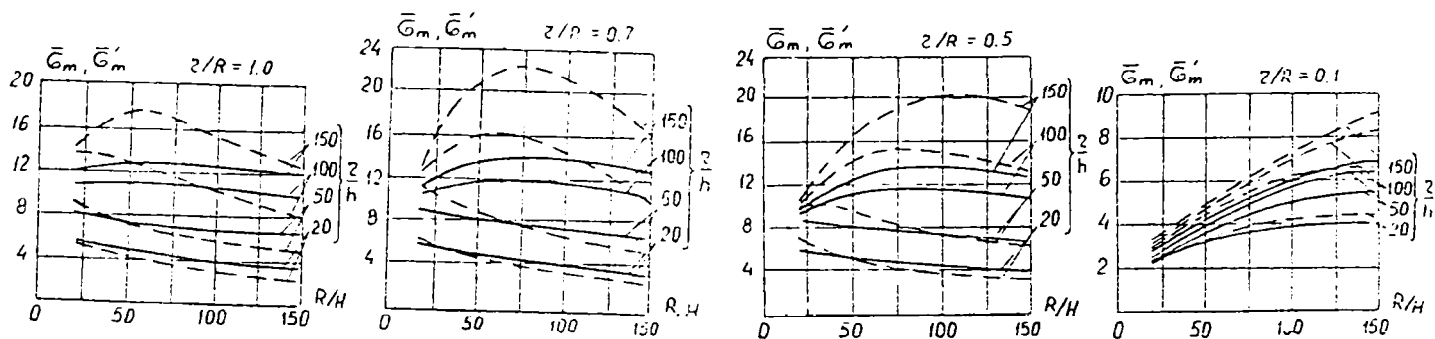


Fig.3.21 Tensiuni maxime efective în învelițoarea de bază și ștuț a joncțiunii radiale funcție de  $R/H$

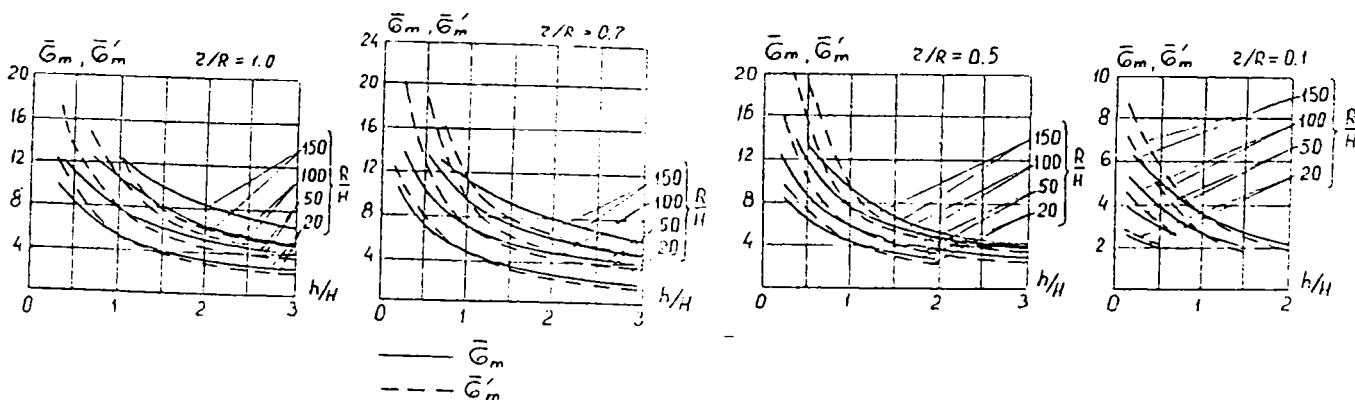


Fig.3.22 Tensiuni maxime efective în învelițoarea de bază și ștuț a joncțiunii radiale funcție de  $h/H$

Variația valorilor  $\bar{\sigma}_m$  și  $\bar{\sigma}'_m$  este prezentată. Aceste rezultate arată influența cuplată a parametrilor geometrici, constatându-se că parametrul  $h/H$  exercită influența maximă. În anumite cazuri de grosime egală ( $h/H = 1$ ) tensiunile maxime pe învelițoarea de bază și ștuț

sunt egale. Cum am arătat pentru joncțiuni cu o constantă de rază mică, tensiuni maxime se pot produce la o suprafață internă a învelișului. Pentru joncțiuni cu  $h/H < 1.0$  tensiunile axiale în ștuț cresc semnificativ și tensiunile efective  $\bar{\sigma}'_m$  în ștuț devin maxime pentru joncțiune în general. Pentru joncțiuni  $h/H > 1.0$ , tensiunea efectivă  $\bar{\sigma}_m$  în învelișoarea de bază este tensiunea maximă pentru joncțiune. Pentru joncțiuni neradiale și tangențiale, influența parametrilor geometrice  $r/R$ ,  $R/H$  și  $r/H$  au același caracteristici ca și pentru joncțiunea radială. În plus câteva influențe ale parametrilor unghiulari  $\alpha$  și  $\beta$  se produc. În joncțiunile neradiale, tensiunile maxime se produc la regiunea de colț acută (punctul A fig.3.15). Pentru joncțiuni cu  $\alpha > 0$  există o intensificare a restricțiilor de deformare a învelișului și o creștere a efectului de încovoire în învelișoarea. După cum rezultă există o creștere a tensiunii axiale și circumferențiale la o comparație cu tensiunile existente în joncțiunea radială. Câteva rezultate ale studiului parametric al joncțiunii radiale sunt vizualizate în fig.3.23. Influența parametrului  $\alpha$  asupra tensiunii maxime efective în joncțiunile învelișurilor cu grosime egală ( $h/H=1.0$ ) este arătată în fig.3.23 (a) în acest caz  $\bar{\sigma}_m = \bar{\sigma}'_m$ . Rezultate analoge pentru joncțiunile cu  $h/H = 0.5$  sunt arătate în fig.2.23 (b); În acest caz  $\bar{\sigma}'_m > \bar{\sigma}_m$ .

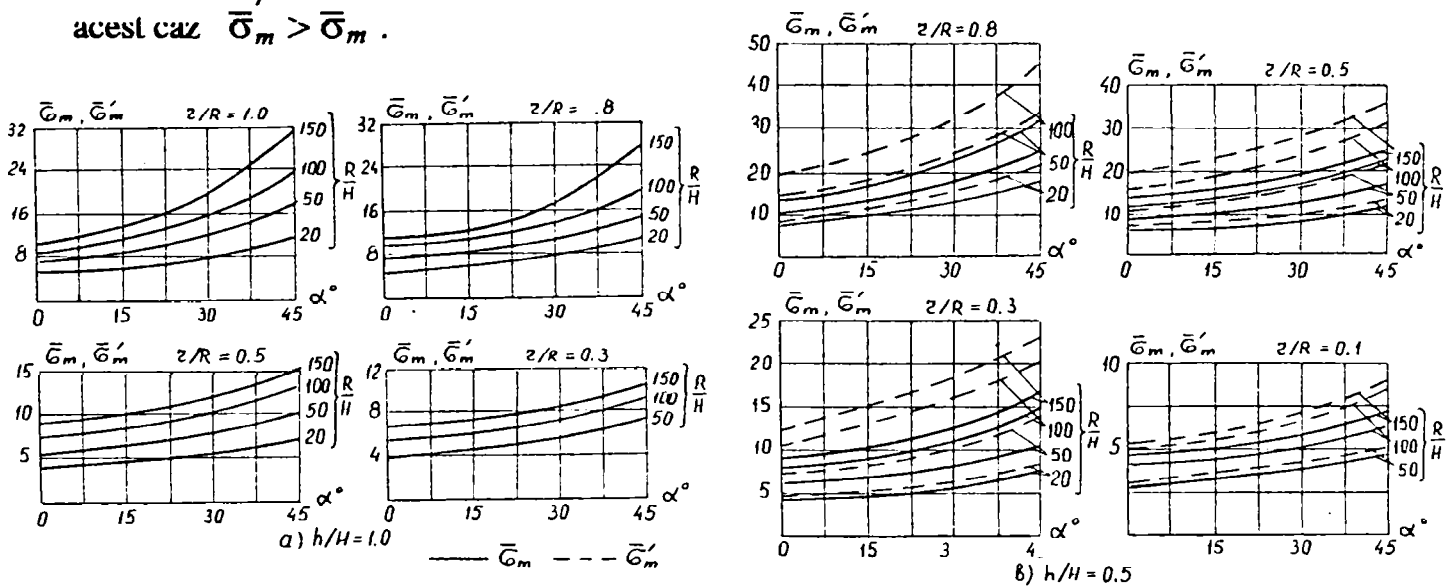


Fig.3.23 Tensiuni maxime efective în învelișoarea de bază și ștuț a joncțiunii neradiale (influența parametrului  $\alpha$ )

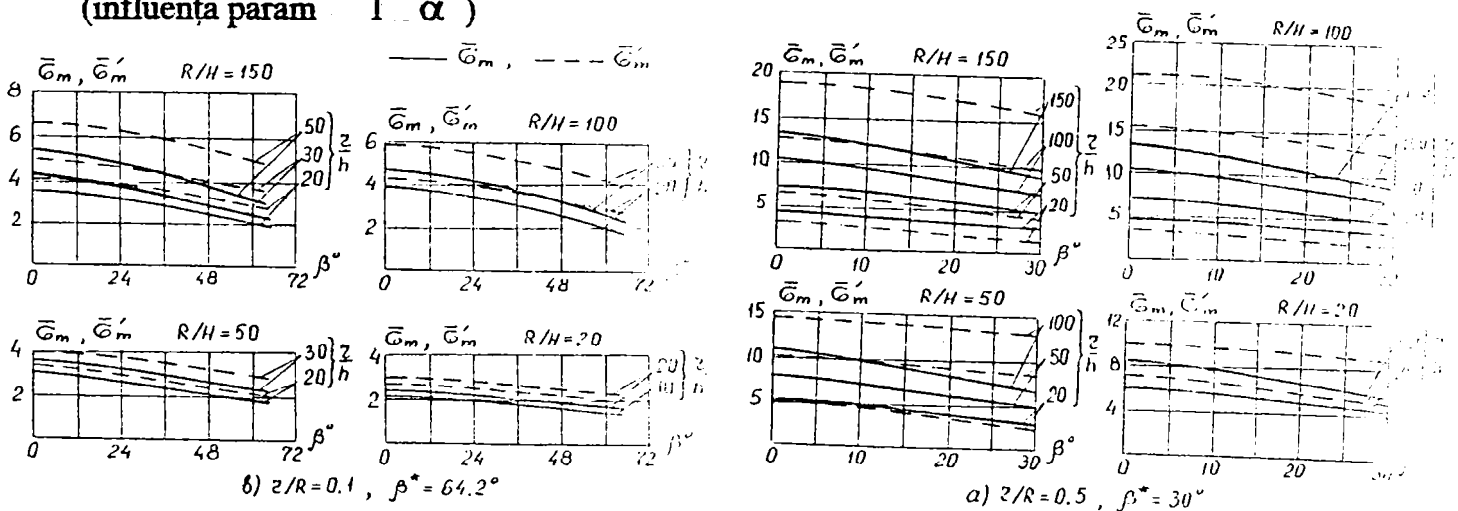


Fig.3.24 Tensiuni maxime efective în învelișoarea de bază și ștuț a joncțiunii tangențiale (influența parametrului  $\beta$ )



Creșterea intensivă a tensiunii maxime se produce pentru joncțiuni cu  $\alpha > 15^\circ$ , în particular pentru joncțiuni cu  $h/H < 1.0$ .

Pentru joncțiuni tangențiale parametrul unghiular  $\beta$  afectează tensiuni efective în manieră opusă. Poziția punctelor cu tensiuni efective maxime este aceeași ca și pentru joncțiuni radiale. Totuși joncțiunea tangențială ( $\beta > 0$ ) este mult mai rigidă în comparație cu joncțiunea radială ( $\beta = 0$ ) deoarece secțiunea axială a ștuțului la  $\varphi = 0$  nu este în planul principal.

Câteva rezultate ale studiului parametric pentru joncțiuni tangențiale sunt prezentate în fig.3.25. Parametrii unghiulari  $\beta$  variază în domeniul :

$$0 \leq \beta \leq \beta^* \quad (3.41)$$

unde

$$\beta^* = \arcsin(1 - r/R)$$

Limita unghiului  $\beta^*$  definește poziția mutuală specifică a ștuțului și învelitorii de bază când aceste învelitori au un plan tangențial comun. Astfel că dacă  $\beta$  crește, tensiunile maxime efective  $\sigma_m, \sigma'_m$  se reduc. Evident cele mai mari valori ale lui  $r/R$  reduc tensiunile mari în joncțiunile tangențiale determinate de creșterea lui  $\beta$ .

Graficele fig.2.32 ; fig.3.24 indică tendința opusă în influența parametrilor unghiulari  $\alpha$  și  $\beta$  asupra tensiunii maxime efective în învelitori cilindrice pentru joncțiuni neradiale și tangențiale. Valori maxime ale tensiunilor efective  $\sigma_m$  și  $\sigma'_m$  (pentru toate modelele de joncțiune) se produc în joncțiunea radială și valori minime  $\sigma_m, \sigma'_m$  se produc în joncțiunea tangențială.

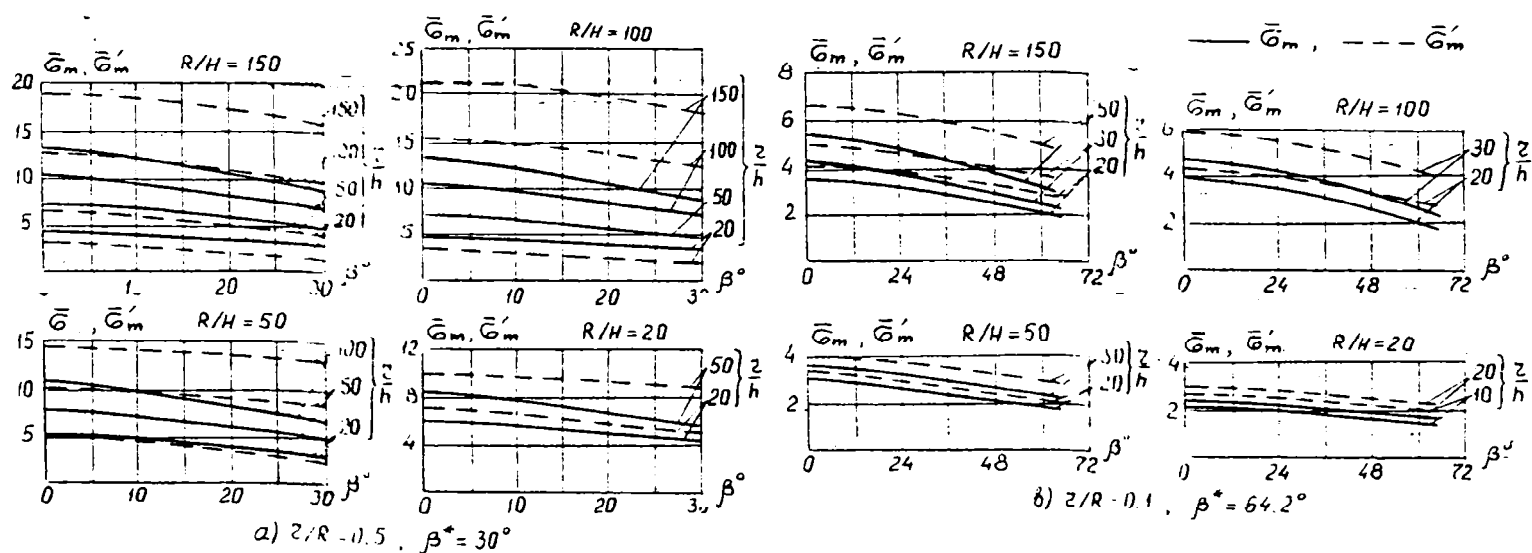


Fig.3.25 Tensiunile maxime efective în învelitorile de bază și ștuț a joncțiunilor tangențiale (influența parametrului  $\beta$ )

### 3.4 Analiza numerică a stării de tensiune la intersecțiile oblice ale învelitorilor cilindrice supuse la diferite încărcări

V.N.Skopinsky [109] a prezentat în 1995 un studiu privind starea de tensiune existentă în intersecțiile oblice (neradiale) ale învelitorilor cilindrice supuse la diferite încărcări externe pe ramificație, folosind teoria de învelitoare subțire utilizând pentru investigații metoda elementului finit.

Geometria intersecției învelitorilor cilindrice și încărcările externe pe învelitoare sunt prezentate în fig.3.26 unde conexiunea este considerată ca și intersecție de 2 învelitori cilindrice, constând din învelitoarea de bază (recipient) și învelitoarea de ramificație (tub atașat). După cum se observă în figură s-a considerat sistemul de coordonate de bază OXYZ și sistemul de coordonate auxiliat O'X'Y'Z', unde punctul O este punctul de intersecție al suprafeței de învelitoare de bază cu axele învelitorii de bransare.

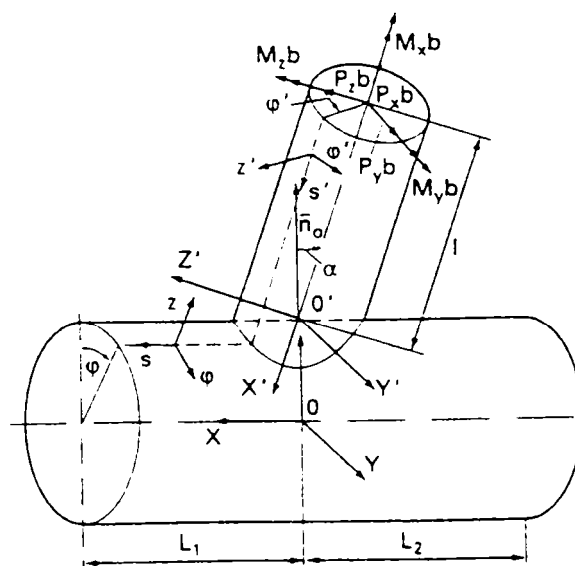


Fig.3.26 Geometria intersecției învelitorilor cilindrice

Planul principal longitudinal trece prin axele învelitorii de bază și normala  $n$  la suprafața învelitorii de bază prin punctul O. Poziția învelitorii bransate este determinată de unghiul  $\alpha$  care fixează deflexia axei bransate în planul principal.

Soluția procedurii utilizată include aplicarea sistemelor de coordonate curbilinii  $(s, \varphi, z)$  și  $(s', \varphi', z')$  la mijlocul suprafeței învelitorii principale și de bransare și determinarea relațiilor geometrice pentru curba de intersecție a suprafețelor medii ale învelitorilor.

Relațiile de cuplare între coordonatele curbilinii ale învelitorilor principale și de bransare la un punct de intersecție curb pot fi exprimate astfel :

$$S'(\varphi') = \frac{R}{\cos \alpha} \left[ 1 + \frac{r}{R} \sin \alpha \cos \Phi' - \sqrt{1 - \left(\frac{1}{R}\right)^2 \sin^2 \varphi'} \right]$$

$$S(\varphi') = \frac{R}{\cos \alpha} \cos \varphi' + \operatorname{tg} \alpha \left[ 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \sin^2 \varphi'} \right] \quad (3.42)$$

$$\varphi(\varphi') = \arcsin \left( \frac{r}{R} \sin \varphi' \right)$$

unde coordonatele meridionale  $s$  și  $s'$  sunt considerate în planele  $y - z$  și  $y' - z$  respectiv coordonatele unghiulare (circumferențiale)  $\varphi$  și  $\varphi'$  sunt considerate din planul principal. fig.3.26. Încărcările externe pe învelitoarea de bransare sunt considerate în sistem de coordonate auxiliar; forța axială  $P_{xb}$ , forța transversală  $Y_b$  (în afara planului), forța transversală  $P_{zb}$  (în plan), momentul de torsiune  $M_{xb}$ , momentul de încovoiere  $M_{yb}$  (în planul  $x - z$ ), momentul de încovoiere  $M_{zb}$  (în afara planului).

În fig.3.26 momentele sunt reprezentate prin vectori de moment. Modelul de element finit al intersecției învelitorilor prezentat include elemente cuadractice pentru aproximarea învelitorilor și elemente tridimensionale pentru aproximarea regiunii spațiale de intersecție. Ecuațiile rezultate cu referire la deplasările nodale pentru modelul de element finit sunt obținute în forma:

$$K\delta = F \quad K = \sum K^e \quad F = \sum F^e \quad (3.43)$$

unde  $K^e$ ,  $F^e$  sunt matricile de rigiditate și vectorul de încărcare al elementului  $e$ . Caracteristicile elementelor de bransare având noduri la curba de intersecție sunt transformate în sistemul de coordonate al învelitorii principale utilizând o formă de bloc a caracteristicilor elementului:

$$K_{ij} = L_i^T K'_{ij} L_j \quad (3.44)$$

$$F_i = L_i^T F'_i \quad (3.45)$$

$$L_k = [\lambda_k, \lambda_k] \quad k = i, j$$

unde  $K'_{ij}, F'_i$  sunt blocuri ale matricii elementelor de rigiditate,  $K^e$  și vectorul de încărcare  $F^e$  corespunde la nodul  $i$ , de pe curba de intersecție (blocurile cu indice prim corespund la sistemul de coordonate de bransare),  $L_k$  este matricea de transformare pentru nodul  $K$  al elementului.

Coeficienții  $\lambda_k$ , submatrici pentru un nod tipic  $K$  al curbei de intersecție pentru intersecția oblică a învelitorii cilindrice sunt;

$$\lambda_{11} = \sin \alpha$$

$$\lambda_{12} = \cos \alpha \sin \alpha$$

$$\lambda_{12} = -\cos \alpha \cos \varphi$$

$$\lambda_{21} = -\cos \alpha \sin \alpha'$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{22} &= \cos \varphi' \cos \varphi + \sin \alpha \sin \varphi' \sin \varphi \\
\lambda_{23} &= \cos \varphi' \sin \varphi - \sin \alpha \sin \varphi' \cos \varphi \\
\lambda_{31} &= \cos \alpha \cos \varphi' \\
\lambda_{32} &= \sin \varphi' \cos \varphi - \sin \alpha \cos \varphi' \sin \varphi \\
\lambda_{33} &= \sin \varphi' \sin \varphi + \sin \alpha \cos \varphi' \cos \varphi
\end{aligned}
\tag{3.46}$$

Pentru analiza de tensiune a joncțiunii neradiale a învelitorilor cilindrice s-a folosit programul specila SAIS Stress Analysis in Intersecting Shells , care execută o preprocesare completă inginerescă , modelare , analiză și postprocesare , folosind metoda elementului finit (MEF), și utilizând un minim de date de intrare. Din cauza simetriei geometriei de învelitoare și încărcării aplicate s-a utilizat numai jumătate din intersecția învelitorii pentru analiză. Modelul de element finit a jumătății din intersecția învelitorii cilindrice oblice este arătat în fig.3.27

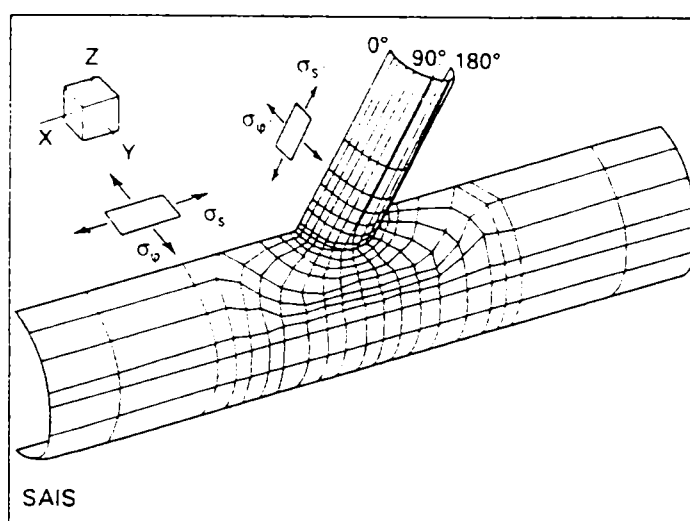


Fig.3.27 Modelul de element finit al intersecției neradiale

Distribuțiile de tensiuni axiale nedimensionale :

$$\bar{\sigma}_s = \sigma_s / \sigma_{or}$$

și tensiunile circumferențiale :

$$\bar{\sigma}_\varphi = \sigma_\varphi / \sigma_{or}$$

(urmând convenția din fig.2) , la suprafața exterioară învelitorii principale pentru orientarea  $\varphi' = 0, 180$  (planul x - z) și pentru  $\varphi' = 270^0$  (planul y - z) sunt arătate în fig.3.28 . 3.29

Valorile adimensionale ale tensiunilor sunt obținute din utilizarea tensiunilor  $\sigma_{or}$  pentru momente cunoscute aplicate în plan și în afara planului ( $\sigma_{or} = M/Z_r$  , M și  $Z_r$  fiind respectiv momentul aplicat și modulul de elasticitate al secțiunii învelitorii principale). Din fig.3.28 și 3.29 se constată că rezultatele numerice sunt în bună concordanță cu rezultatele experimentale deși există diferențe între tensiunile calculate și cele obținute experimental în

vecinătatea regiunii de jonctiune. Aceste diferențe pot fi explicate prin influența cordonului de sudură ce nu a fost inclus în modelul de element finit.

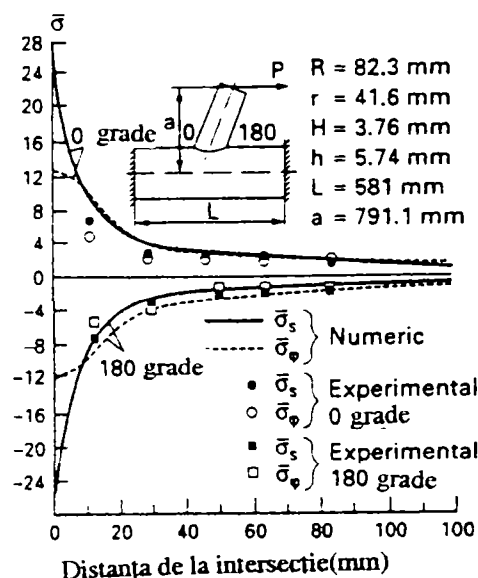


Fig.3.28 Rezultatele numerice și experimentale pentru intersecția oblică  $\alpha = 30^\circ$  pe suprafața externă a învelitorii principale, planele  $\varphi' = 0^\circ$  și  $180^\circ$

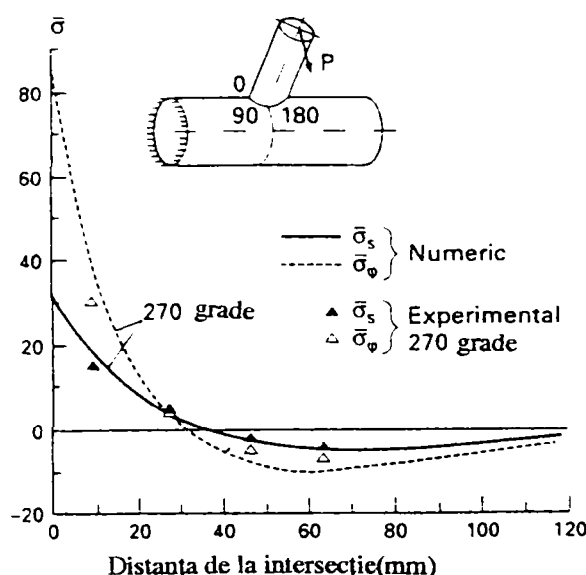


Fig.3.29 Rezultatele numerice și experimentale pentru intersecția oblică  $\alpha = 30^\circ$  pe suprafața exterioară învelitorii principale, planul  $\varphi' = 270^\circ$ .

Analiza cu calculatorul a fost realizată la un cost de timp modest de 4 min de timp CPU pentru un calculator PC 386-40. Modellele de element finit constau din 369 de noduri și 328 de elemente.

Studiul parametric al intersecției învelitorilor cilindrice neradiale a fost condus pe tensiunile maxime în intersecția învelitorilor cilindrice neradiale sub încărcări externe.

Intersecția neradială cu valori variate ale parametrilor geometrici și unghiulari a fost analizată pentru 4 tipuri de încărcări individuale aplicate : forța axială  $P_{xb}$ , momentul de torsiune  $M_{xb}$ , momentul de încovoiere în plan și în afara planului  $M_{yb}$ ,  $M_{zb}$ . Uzual aceste

încărcări cauzează cele mai semnificative concentrări de tensiune în intersecția de învelitoare printre diferitele categorii de încărcări externe care pot fi într-o învelitoare de bransare principală.

Parametrii geometrici nedimensionali importanți ai unui model neradial (intersecție oblică) de învelitori cilindrice intersectate pot fi definiți astfel:

$$r/R, h/H, R/H \text{ (sau } r/H), \alpha$$

În acest studiu rezultatele numerice au fost obținute pentru intersecția de învelitori având funduri pe ambele părți ale învelitorii principale. Fundurile se găsesc la o distanță mai mare de  $3\sqrt{RH}$  de joncțiune, astfel că efectul de discontinuitate determinat de fund este neglijabil în vecinătatea regiunii de joncțiune.

Din cauza simetriei geometrice, numai jumătate din intersecția de învelitoare a fost modelată cu elemente finite. Încărcările externe au fost aplicate pe învelitoarea de bransare conform fig.3.26

Coficienții de concentrare de tensiune pentru tensiuni efective maxime în învelitori sunt definite astfel :

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_m &= \sigma_m / \sigma_0 \\ \bar{\sigma}'_m &= \sigma'_m / \sigma_0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

unde

$$\begin{aligned} \sigma_m &= \sigma_{e,\max} \\ \sigma'_m &= \sigma'_{e,\max} \\ \sigma_e &= \sigma_1 - \sigma_3 \end{aligned}$$

$\sigma_1$  și  $\sigma_3$  reprezintă tensiunile principale de maxim și minim.

Tensiunea niminală  $\sigma_0$  este determinată pentru încărcări cunoscute aplicate pe învelitoarea bransantă ( $\sigma_0 = P_{xb}/2\pi rh$  în cazul încărcării axiale și  $\sigma_0 = M/\pi r^2 h$  în cazul încărcării de moment).

Cîteva din rezultatele studiului parametric sunt arătate în fig.3.30 – fig.3.33 fiind obținute de învelitori cu  $L/R = 4.5$ )

Efectele de schimbare ale parametrilor asupra coeficienților de tensiuni în învelitori sunt prezentate pentru încărcările individuale considerate. Liniile continue și întrerupte reprezintă coeficienți de tensiune în învelitorile principale și respectiv de bransare. Pentru învelitori de intersecție de grosime egală  $h/H = 1$  coeficienții de tensiune în învelitorile principale și de bransare sunt practic egali.

Din analiza de tensiuni se desprind următoarele concluzii:

1) Pentru încărcări externe tensiunile maxime se produc la suprafețele exterioare ale învelitorii. Tensiunile axiale și circumferențiale la punctele critice sunt de același semn ; mai mult componentele de tensiune încovoietoare sunt mai mari decât componentele de tensiune de membrană.

2) Pentru încărcările  $P_{xb}, M_{yb}, M_{zb}$  tensiunile de învelitoare descresc cu creșterea unghiului  $\alpha$  (unghiul de înclinare al învelitorii bransate). Efectele opuse se produc în cazul de acțiune al momentului încovoietor. Mai mult aceste efecte sunt mai mari pentru învelitoarea de bransare în cazul învelitorilor intersectate cu  $h/H < 1.0$ .

(a)  $h/H = 1.0$

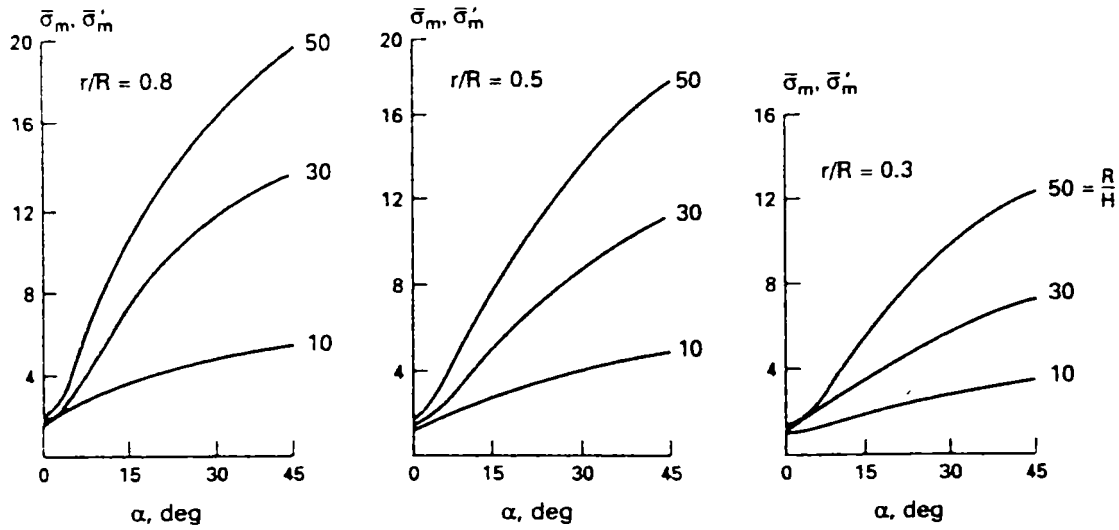
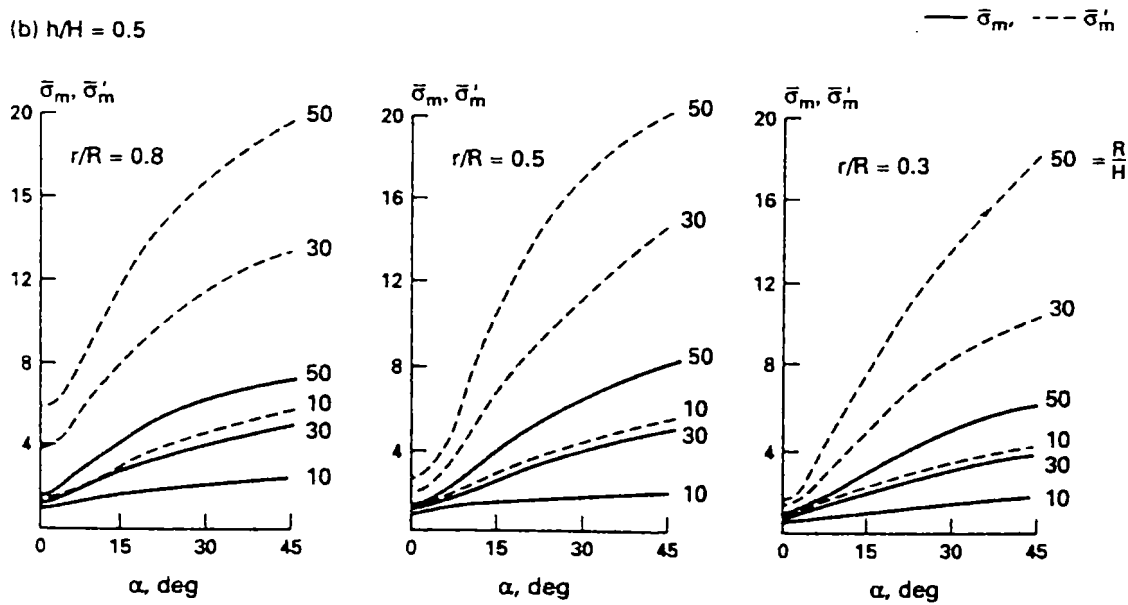


Fig.3.30(a) Coeficienții de concentrare ai învelitorilor cu încărcare  $P_{xb}$  a)  $h/H = 1.0$

—  $\bar{\sigma}_m$ , - - -  $\bar{\sigma}'_m$

(b)  $h/H = 0.5$



—  $\bar{\sigma}_m$ , - - -  $\bar{\sigma}'_m$

Fig.3.30(b) Coeficienții de concentrare ai învelitorilor cu încărcare  $P_{xb}$  b)  $h/H = 0.5$

—  $\bar{\sigma}_m$ , - - -  $\bar{\sigma}'_m$

(a)  $h/H = 1.0$

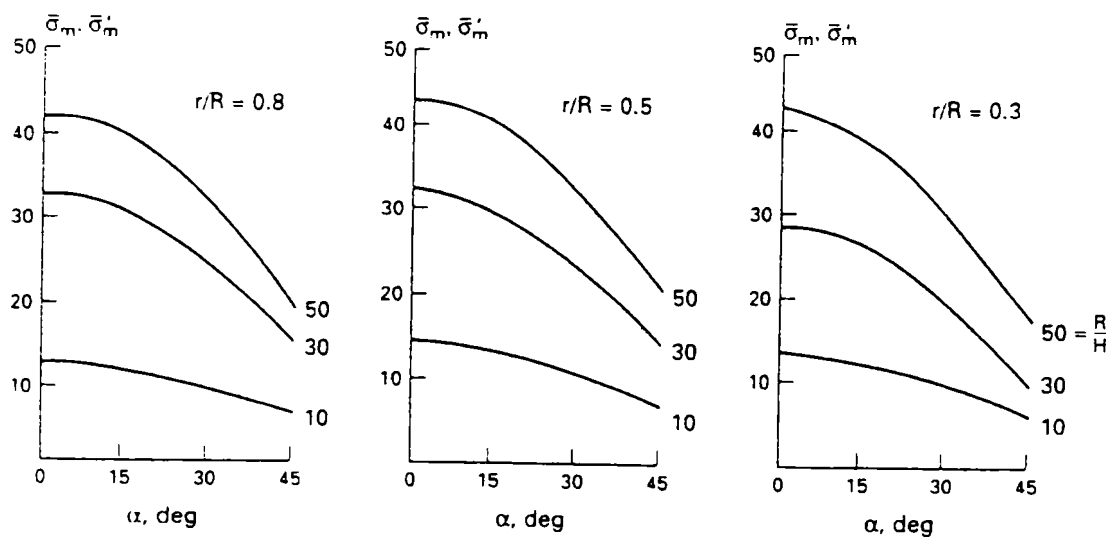
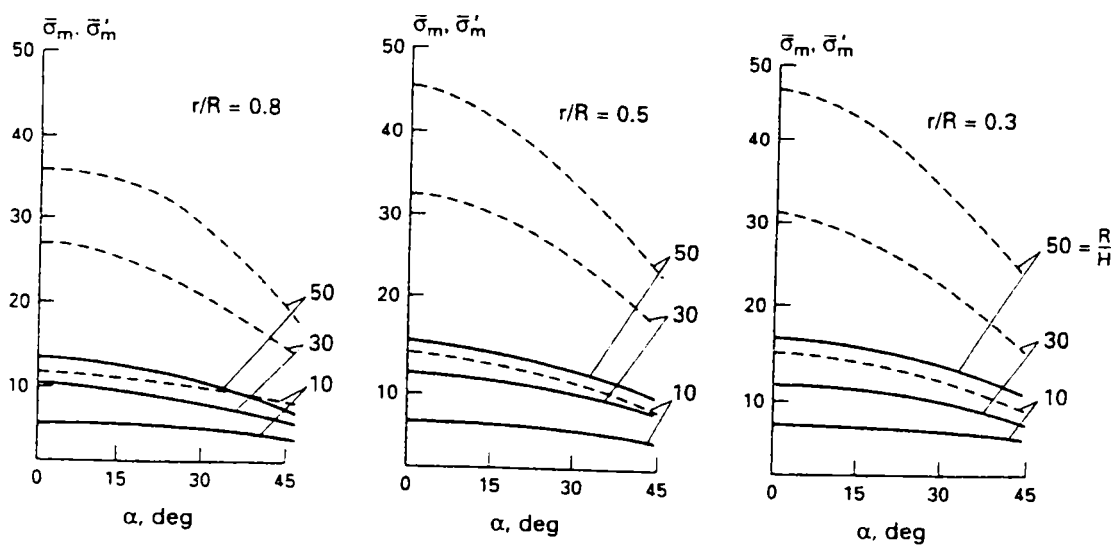


Fig.3.31(a) Coeficienții de concentrare ai învelitorilor cu încărcare  $M_{xb}$  a)  $h/H=1.0$

————  $\bar{\sigma}_m$ , - - - -  $\bar{\sigma}'_m$

(b)  $h/H = 0.5$



————  $\bar{\sigma}_m$ , - - - -  $\bar{\sigma}'_m$

Fig.3.31(b) Coeficienții de concentrare al tensiunii în învelitori , încărcare  $M_{xb}$  . b)  $h/H=0.5$

————  $\bar{\sigma}_m$ , - - - -  $\bar{\sigma}'_m$



(a)  $h/H = 1.0$

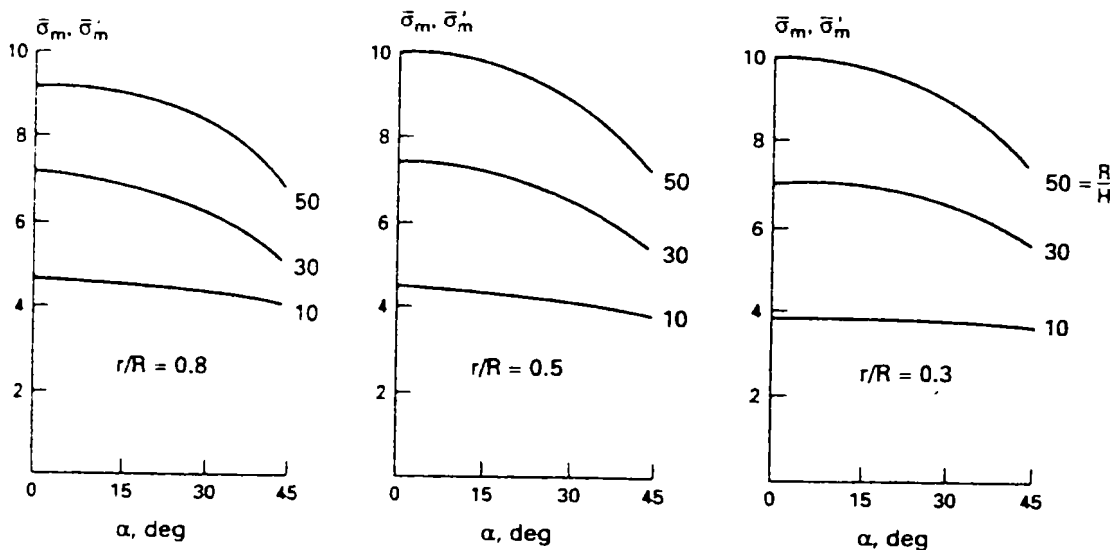


Fig.3.32(a) Coeficienții de concentrare ai tensiunii în învelitori , încărcare  $M_{yb}$  a)  $h/H = 1$

————  $\bar{\sigma}_m$ , - - - -  $\bar{\sigma}'_m$

(b)  $h/H = 0.5$

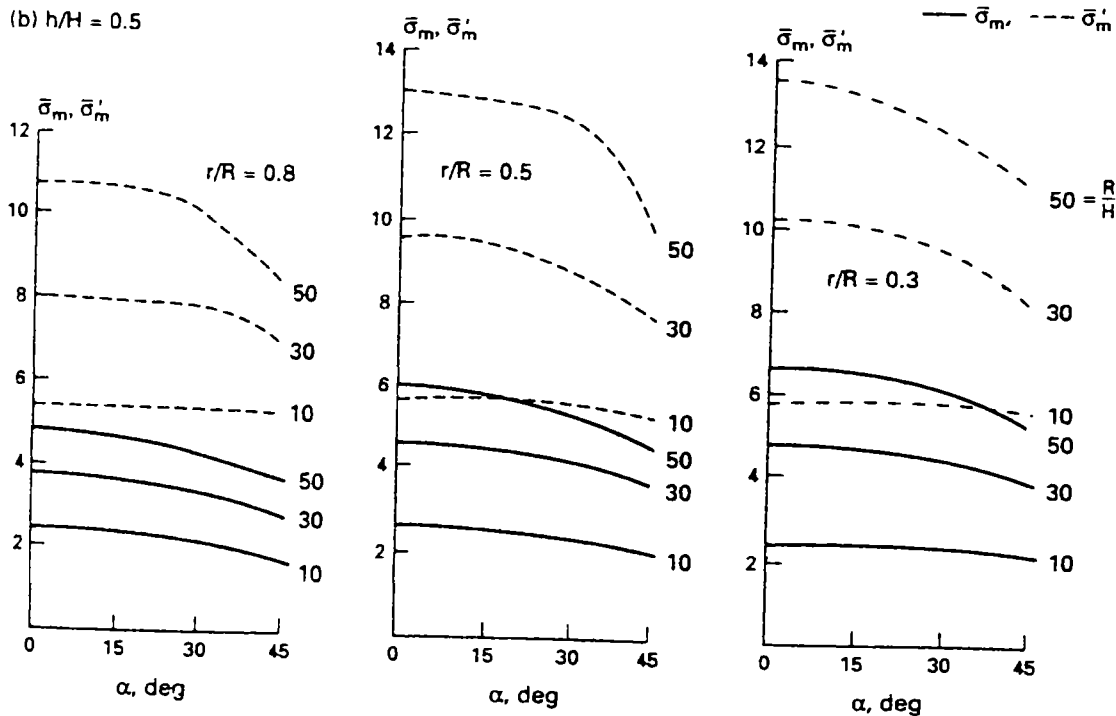


Fig.3.32(b) Coeficienții de concentrare ai tensiunii în învelitori , încărcare  $M_{yb}$  b)  $h/H = 0.5$

————  $\bar{\sigma}_m$ , - - - -  $\bar{\sigma}'_m$

(a)  $h/H = 1.0$

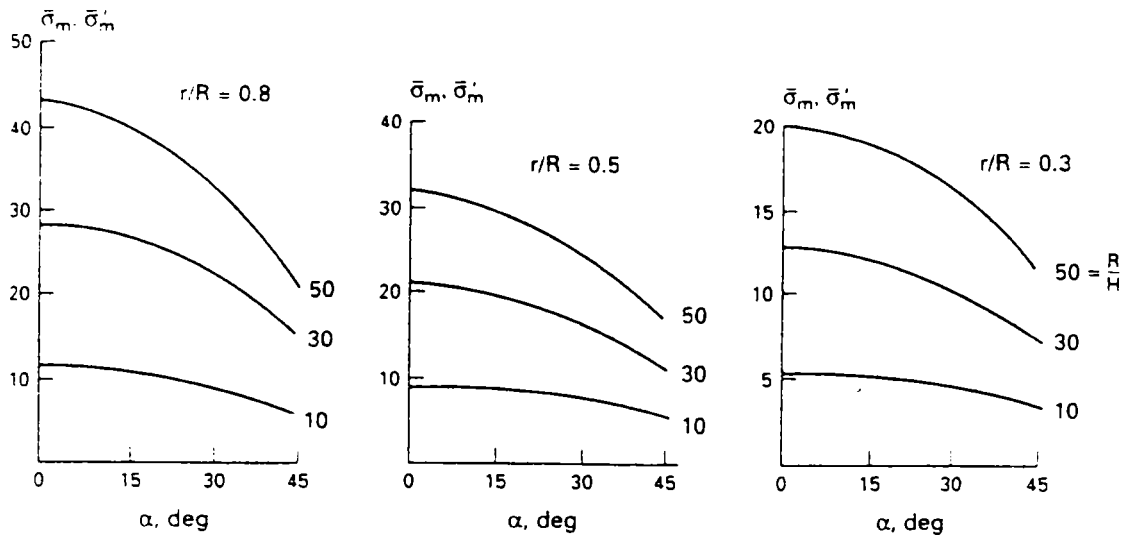
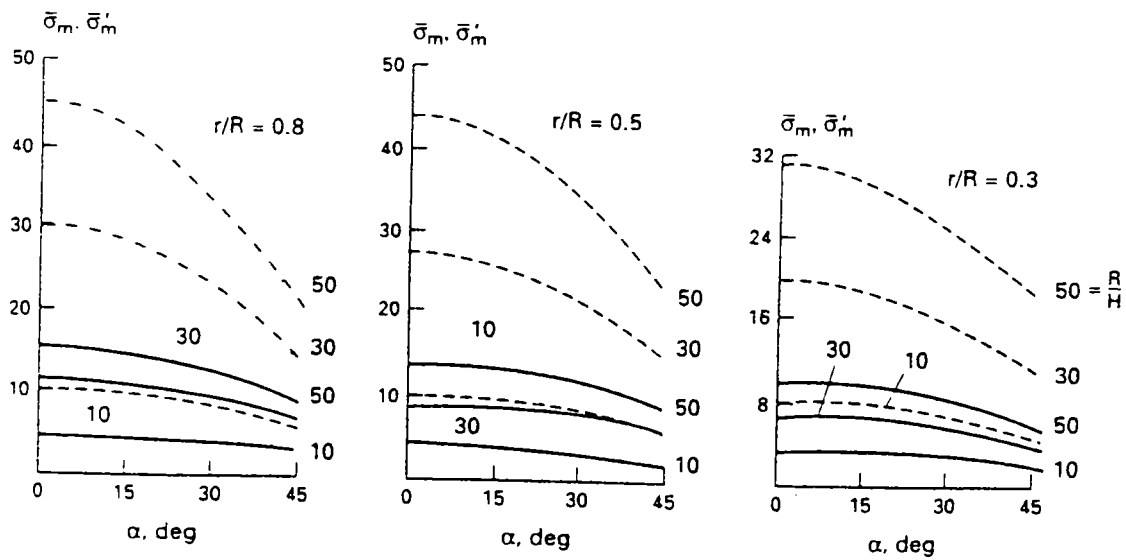


Fig.3.33(a) Coeficienții de concentrare ai tensiunii în învelitori , încărcare  $M_{zb}$  a)  $h/H=1.0$

————  $\bar{\sigma}_m$ , - - - -  $\bar{\sigma}'_m$

(b)  $h/H = 0.5$



——  $\bar{\sigma}_m$ , - - -  $\bar{\sigma}'_m$

Fig.3.33(b) Coeficienții de concentrare ai tensiunii în învelitori , încărcare  $M_{zb}$  b)  $h/H = 0.5$

————  $\bar{\sigma}_m$ , - - - -  $\bar{\sigma}'_m$

Pentru intersecțiile de învelitoare cu raportul  $r/R < 1$  maximum de tensiune se produce în regiunea de joncțiune. Totuși există o variație în localizarea unghiulară a tensiunilor maxime efective în învelitori definite prin coordonata  $\varphi'$  pentru diferite încărcări considerate. Astfel pentru încărcări  $P_{xb}$  și  $M_{zb}$  localizările tensiunilor maxime au fost la  $\varphi' = 85^\circ - 95^\circ$ . Pentru încărcări de moment de torsiune tensiuni maxime uzuale se produc în învelitori pe curba de intersecție în interiorul  $60^\circ \leq \varphi' \leq 120^\circ$  pentru variate valori de parametrii. Pentru momentul de încovoiere în plan  $M_{yb}$ , tensiunea maximă în învelitoare poate fi la o poziție intermediară între planul longitudinal și planul transversal y-z. De altfel localizarea tensiunii maxime este deplasată la regiunea de colț ( $\varphi' = 180^\circ$ ) astfel unghiul  $\alpha$  de intersecție al învelitorii crește.

4) Există trăsături speciale ale distribuției de tensiuni pentru intersecția de învelitori cilindrice în cazul  $r/R = 1$ . Pentru încărcări externe pe învelitoarea de bransare tensiunile maxime în învelitoare se produc departe de joncțiune. Aceste intersecții de învelitoare includ intersecții neradiale care cer o mare atenție și investigații experimentale și numerice.

---

## CAPITOLUL 4

**Studii relativ la starea de tensiune în domeniul elastic la joncțiunea învelitorilor cilindrice cu capace de forme diferite**

---

## Introducere

Analiza stării de tensiune în recipiente sub presiune a fost studiată mult timp cu ajutorul teoriei liniare.

Majoritatea muncii de investigare teoretică a stărilor de tensiune în recipientele sub presiune a fost realizată cu ajutorul unui program al Comitetului de Cercetare al recipientelor sub Presiune (Pressure Vessel Research Committee of Welding Research Council of Engineering Foundation din New York) al Consiliului de cercetare a fundației inginerilor. Sub acest program Watts și Burrows [135] în 1949 au publicat un articol în care teoriile liniare de bază cunoscute pentru diferite funduri de recipiente sub presiune sunt prezentate. Watts și Lang [132], [133], [134] au publicat 3 articole descriind calculele tensiunilor în recipiente sub presiune în capetele conice, plate și semisferice. Aceste eforturi de calcul al tensiunilor a fost extins de Kraus [70] în 1961 cu referire la capul elipsoidal.

Relativ la modalitatea de rezolvare a sistemelor de ecuații diferențiale variabile metode au fost dezvoltate pentru obținerea soluției teoriei de momente liniare a învelitorilor de revoluție. De exemplu Naghdi și De Siva [86] utilizează integrarea asimptotică, Lohmann [78], Munz [84], Klingheil [71] folosește integrarea directă, Penny [93], Radkowski [97] găsește soluția utilizând metoda diferențelor finite și metoda de integrare Runge-Kutta.

Totuși deformările cauzate în joncțiunea dintre învelitori sunt atât de mari încât teoria liniară s-a dovedit inadecvată în prezicerea distribuției de tensiune în zona critică în cazul învelitorilor subțiri și cu încărcări mari. Teoria liniară se găsește a fi potrivită o dată cu creșterea grosimii învelitorii și a încărcării deci în cazul învelitorilor groase sau pentru învelitori subțiri și încărcări ponderate.

Se subliniază că deci este o realitate că în joncțiunea corpului cilindric cu capul respectiv fundul recipientului se produc deformări mari în cazul învelitorilor subțiri supuse la încărcări mari, și deci teoria de momente liniară nu reușește să prezică natura distribuției de tensiune specifică în regiunea de joncțiune, eforturile de analiză a distribuției de tensiune nu au fost extinse la analiza neliniară. Analiza neliniară a învelitorilor a fost dezvoltată la început pentru învelitorile sferice pleoștite și în plăci, limitarea aplicării ei fiind datorată faptului că ecuațiile care guvernează analiza neliniară a învelitorilor nu erau docile la soluțiile obținute prin metode numerice ca metoda diferențelor finite, metode care conduc la soluție prin rezolvarea unui număr mare de ecuații algebrice prin tehnici iterative sau prin metoda elementului finit.

Pentru aceste motive Kalnins și Lestigi [65] au dezvoltat metoda de integrare multisegment pentru rezolvarea ecuațiilor neliniare ale învelitorilor axisimetrice.

Paragraful 4.1 prezintă analiza stării de tensiune în recipiente cu fund plat bazată pe teoria neliniară a lui Reissner care ia în considerare deformările mari ale recipientelor sub presiune. Ecuațiile diferențiale neliniare ce guvernează starea de tensiune sunt rezolvate aplicând metoda de integrare multisegment dezvoltată de Kalnins și Lestigi [65]. Printr-un studiu comparativ se arată că teoria liniară de moment este inadecvată în stabilirea naturii distribuției tensiunii în joncțiunea recipient cilindric cu fund plat, în cazuri de învelitori subțiri cu încărcări foarte mari, ce produc deformări mari în joncțiune. Un program de

calculator original a fost conceput pentru a obține rezultatele numerice pentru recipiente cu fund plat , pentru orice set de valori ale parametrilor și încărcării , care calculează distribuția de tensiuni bazat pe ecuațiile neliniare ale învelitorilor conform teoriei lui Reissner cât și pe versiunea liniară ale aceleași teorii , astfel încât diferențele analizelor sunt ușor de sesizat.

Concluzia care se obține este că ecuațiile neliniare produc rezultate liniare în joncțiune atunci când încărcarea este joasă , astfel că în aceste circumstanțe deformațiile învelitorii sunt neglijabile și cele două teorii liniară și neliniară conduc la același rezultat.

Paragraful 4.2 analizează deformațiile existente în capetele elipsoidale ale recipientelor utilizând teoria liniară și neliniară a lui Reissner. Teoriile liniare sunt conservative în precizarea tensiunilor și creșterea conservativă este o dată cu creșterea în grosime și descreșterea în încărcare. Astfel rezultatele liniare pot fi acceptabile pentru capetele de recipiente elipsoidale groase dar pentru recipiente sub presiune subțiri supuse la presiune mare , analiza neliniară este esențială pentru distribuția adecvată de tensiune. În studiu se arată că ecuațiile neliniare ale învelitorii vor produce rezultate identice cu ecuațiile liniare la încărcări joase.

Paragraful 4.3 prezintă studiul stării de tensiune prin analiză numerică și experimentală luând în considerare efectul imperfecțiunilor de formă și grosime pentru diferite solicitări în cazul unor recipiente cilindrice cu închidere torisferică. Pentru studiu s-a utilizat metoda elementului finit FEM folosind diferite modele de element finit ale recipientelor sub presiune cu pereți subțiri cu scopul de a evalua efectele de variație a grosimii și curburii pe vârfuri de încărcări.

Se concluzionează că imperfecțiunile de manufacturare conduc la diferențe semnificative a stării de tensiune. Studiul se referă și la investigarea efectului de variație a parametrilor de formă în punctul critic al joncțiunii în cazul extremităților perfecte.

Paragraful 4.4 investigează starea de tensiune a diferitelor forme de joncțiuni posibile în cazul unor învelitori de tip GRP cilindrice cu capete de tip cupolă sferică supuse la presiune. Analiza s-a realizat cu ajutorul unui program de calculator BOSOR4 care permite predicții teoretice asupra analizei de tensiune a învelitorilor subțiri în domeniul elastic , utilizând metoda diferențelor finite și luând în considerare schimbările de geometrie ce interviu în ecuațiile de echilibru. Cercetările întreprinse se referă și la studiul experimental prin metoda fotoclastică pentru geometria considerată optimă din punct de vedere a distribuției de tensiune care prezintă concordanțe bune cu rezultatele obținute teoretic.

## 4.1 Analiza stării de tensiune folosind teoria neliniară a lui Reissner în recipiente cilindrice cu fund plat supuse la presiune internă

În studiul întreprins de Md.Wahhaj Uddin [131] asupra stării de tensiune și deformație în domeniul elastic în recipiente cilindrice cu fund plat supuse la încărcarea de presiune internă, s-a considerat teoria deformațiilor largi axisimetrice a lui Reissner. Parametrii geometrici relativ la învelișul de revoluție cu fund plat utilizați în studiul prezent sunt prezentați în fig.4.1.

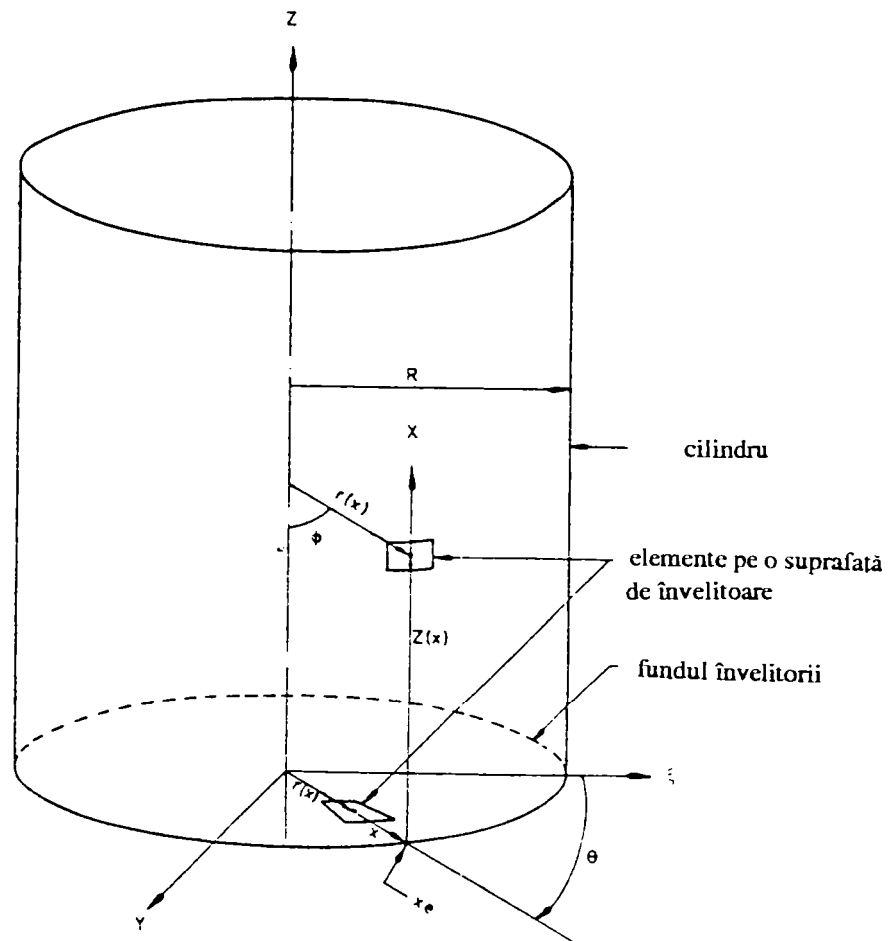


Fig.4.1 Parametrii geometrici și axele de coordonate ale învelitorii

Un element de înveliș în forma nedeformată și deformată este prezentat în fig.4.2.

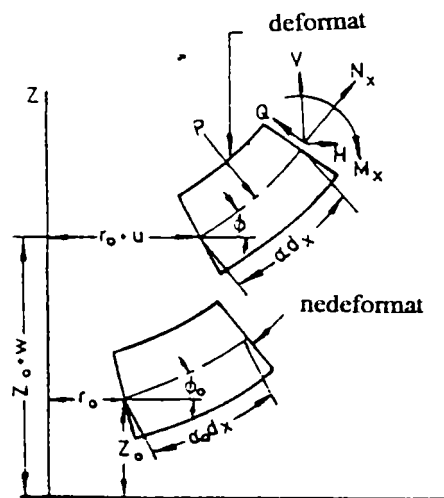


Fig.4.2 Elementul de înveliș în forma deformată și nedeformată

Eforturile și momentele ce sunt considerate într-un element de învelitoare sunt prezentate în fig.4.3-

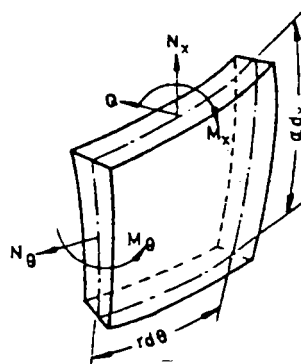


Fig.4.3 Elementul de învelitoare cu eforturi și momente

Variabilele normalizate și parametrii de învelitoare utilizați în ecuațiile diferențiale ce descriu comportarea învelitorii sunt:

$$\bar{C} = (1 - \nu^2)X_e/R$$

$$D = 1/12(1 - \nu^2)\bar{P}\bar{T}^2\bar{R}$$

$$\bar{H} = h/PR$$

$$\bar{L} = \bar{k}/\bar{P}\bar{T} = X_eREh/pR^2$$

$$\bar{k} = k_xX_e$$

$$\bar{k}_\theta = k_\theta X_e \tag{4.1}$$

$$\bar{M}_x = M_x/PRh$$

$$\bar{M}_\theta = M_\theta/PRh$$

$$\bar{N}_x = N_x/PR$$

$$\bar{N}_\theta = N_\theta/PR$$

$$\bar{R} = X_e/R$$

$$\bar{r}_o = r_o/X_e$$

$$\bar{P} = P/E$$

$$\bar{T} = R/h$$



$$\bar{u} = uFh/PR^2$$

$$\bar{w} = wEh/PR^2$$

$$\bar{v} = v/PR$$

$$\bar{x} = x/X_e$$

$$\bar{\xi}_x = \xi EhX_e/PR^2$$

$$\bar{\xi}_\theta = \xi_\theta EhX_e/PR^2$$

unde R este raza învelitorii cilindrice

$X_e$  - distanța totală meridională măsurată de la centrul fundului la joncțiunea cilindru  
- fund

P - presiunea internă

C - rigiditatea

$$\bar{C} = (1 - \nu^2)X/R$$

H - tensiunea orizontală rezultantă

h - grosimea învelitorii

$k_x, k_e$  - curburi

E - modulul lui Young

u - deplasarea radială

v - rezultanta tensiunii verticale

$\xi_x, \xi_\theta$  - deplasările suprafeței medii

w - deplasarea axială

$M_x$  - momentul meridional

$M_\theta$  - momentul circumferențial

$N_x$  - efortul meridional

$N_\theta$  - efortul circumferențial

Ecuatiile ce guvernează analiza neliniară a învelitorilor de revoluție bazate pe teoria neliniară a deformațiilor mari ale lui Reissner [102] elaborate în anul 1950, în forma normalizată sunt următoarele:

$$\bar{r}_0 = \bar{x} \quad \text{pentru} \quad 0 \leq \bar{x} \leq 1$$

$$\bar{r}_0 = 1 \quad \text{pentru} \quad \bar{x} \geq 1$$

$$\Phi_0 = 0 \quad \text{pentru} \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (4.2)$$

$$\Phi_0 = \pi/2 \quad \text{pentru} \quad \bar{x} \geq 1$$

$$\bar{\xi}_\theta = \bar{u}/\bar{r}_0$$

$$\Phi = \Phi_0 - \beta$$

$$\bar{k}_\theta = (\sin \Phi_0 - \sin \Phi) / \bar{r}_0$$

$$\bar{N}_x = \bar{H} \cos \Phi + \bar{v} \sin \Phi$$

$$\bar{\xi}_x = \bar{c} \bar{N}_x - v \xi_0$$

$$\bar{k}_x = \bar{M}_x / \bar{D} - v \bar{k}_\theta$$

$$\bar{N}_\theta = \left( \bar{\xi}_\theta - v \bar{\xi}_x \right) / \bar{c}$$

$$\bar{M}_\theta = \bar{D} \left( \bar{k}_\theta + v \bar{k}_x \right)$$

$$\bar{\alpha} = \bar{L} + \bar{\xi}_x$$

$$\bar{r} = \bar{L} \bar{r}_0 + \bar{u}$$

$$d\bar{w}/d\bar{x} = \bar{\alpha} \sin \Phi - \bar{L} \sin \Phi_0$$

$$d\bar{u}/d\bar{x} = \bar{\alpha} \cos \Phi - \bar{L} \cos \Phi_0$$

$$d\bar{\beta}/d\bar{x} = \bar{k}_x$$

$$d\bar{v}/d\bar{x} = -\bar{\alpha} \cos \Phi \left( \bar{v}/\bar{r} - \bar{P}T \right)$$

$$d\bar{H}/d\bar{x} = -\bar{\alpha} \left( \bar{H} \cos \Phi - \bar{N}_\theta \right) / \bar{r} + \bar{P}T \sin \Phi$$

$$d\bar{M}_x/d\bar{x} = \bar{\alpha} \cos \Phi \left( \bar{M}_\theta - \bar{M}_x \right) / \bar{r} - \bar{\alpha} \bar{P}T^2 \left( \bar{H} \sin \Phi - \bar{V} \cos \Phi \right)$$

unde  $r_0$  este distanța radială a punctului suprafeței medii nedeformate de la axa de simetrie

$$\bar{r}_0 = r_0 / X_e$$

$\Phi_0$  este unghiul între axele de simetrie și normala la suprafața medie nedeformată

$\Phi$  unghiul dintre axa de simetrie și normala la suprafața medie deformată

$\alpha_1$  parametru de învelitoare

$$\beta = \Phi - \Phi_0$$

Ecuțiile (4.2) sunt scrise în ordinea în care se vor evalua în serie, ele conținând termeni cu 6 variabile fundamentale:  $\bar{u}$ ,  $\bar{\beta}$ ,  $\bar{w}$ ,  $\bar{v}$ ,  $\bar{H}$  și  $\bar{M}_x$ . Acest lucru s-a realizat cu scopul de a păstra setul de ecuații diferențiale cât mai simplu și de a evalua toate cantitățile de interes, incluzând  $\bar{N}_\theta$ ,  $\bar{N}_x$  și  $\bar{M}_\theta$  în timpul procesului de integrare numerică a ecuațiilor (4.2). Pentru  $\bar{x} = 0$  ecuațiile (4.2) iau forma ecuațiilor (4.3)

$$d\bar{u}/d\bar{x} = \bar{c}\bar{H}(1 + \nu)$$

$$d\bar{w}/d\bar{x} = 0$$

$$d\bar{\beta}/d\bar{x} = \bar{M}_x(1 - \nu)\bar{D} \quad (4.3)$$

$$d\bar{v}/d\bar{x} = \bar{T}\bar{\alpha}\bar{P}/2$$

$$d\bar{H}/d\bar{x} = 0$$

$$d\bar{M}_x/d\bar{x} = 0$$

#### Condițiile de frontieră pentru recipientele cu fundul plat

Pentru cazul general de deformare axisimetrică a învelitorilor de revoluție , Uddin [130] impune condițiile de frontieră în felul următor :

$$\bar{H} \quad \text{sau} \quad \bar{u} \quad \bar{M}_x \quad \text{sau} \quad \bar{\beta} \quad \bar{v} \quad \text{sau} \quad \bar{w} \quad (4.4a)$$

Pentru cazul particular al recipientelor cu funduri plate condițiile (4) devin:

$$\bar{u} = 0 \quad \bar{\beta} = 0 \quad \bar{v} = 0 \quad (4.4b)$$

la centrul fundului plat.

Dacă partea cilindrică este foarte scurtă , atunci centrul cilindrului poate fi considerat ca și frontieră. Pentru celelalte cazuri se cunoaște că starea de membrană a părții cilindrice nu este deranjată dincolo de o distanță meridională anumită față de joncțiune și astfel soluția de membrană poate fi considerată ca și condiție de frontieră în partea cilindrică departe de joncțiune.

În ambele cazuri condițiile de frontieră devin:

$$\bar{H} = 0 \quad \bar{\beta} = 0 \quad \bar{v} = 0 \quad (4.4c)$$

#### Metoda pentru obținerea soluției

Setul de ecuații fundamentale(4.2) care ia forma (4.3) la centrul fundului plat împreună cu condițiile de frontieră (4.4b) și (4.4c) se integrază pentru un număr finit de valori independente de  $x$ .

Integrarea numerică prin metode obișnuite a acestor ecuații conduce la o precizie mică , de aceea ecuațiile de guvernare a soluției neliniare se rezolvă utilizând metoda de integrare multisegment dezvoltată de Kalnins și Lestingi [99]

Se convine a reprezenta ecuațiile diferențiale folosind următoarea notație matricială :

$$dy(\bar{x})/d\bar{x} = F(\bar{x}, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6) \quad (4.5)$$

unde vom nota

$$\bar{y}(x) = \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{matrix} = \begin{matrix} \bar{u} \\ \beta \\ \bar{w} \\ \bar{V} \\ \bar{H} \\ M_x \end{matrix} \quad (4.6)$$

F reprezentând cele 6 funcții de ecuații (4.2) aranjate în forma matricială. Soluția ecuației (4.5) prin metoda de integrare multisegment în intervalul:

$$x_1 \geq \bar{x} \geq \bar{x}_{M+1}$$

unde  $\bar{x}_1$  corespunde la același punct în partea cilindrică în care condițiile de margine (4.4c) sunt aplicabile iar  $\bar{x}_{M+1}$  corespunde la centrul fundului plat pe baza căruia s-a alcătuit programul de calcul, constă din următorii pași:

- (1) Divizarea intervalului dat de  $\bar{X}$  în M segmente suficient de mici așa că lungimea fiecărui segment să fie mai mică decât lungimea critică meridională definită de Sepkoski [107]
  - (2) Integrarea ecuației (4.5) acoperă fiecare segment M ca și o problemă de valoare inițială, valorile inițiale utilizate pentru pornire în fiecare segment fiind arbitrare
  - (3) Integrarea a 6 probleme de valori inițiale în fiecare segment pentru care variabilele sunt derivate de 6 variabile fundamentale  $\bar{u}, \beta, \bar{w}, \bar{V}, \bar{H}$  și  $\bar{M}_x$ .
  - (4) Soluționarea sistemului de M ecuații matriciale care asigură continuitatea valorilor în punctul de sfârșit al segmentelor
  - (5) Repetarea pașilor (2), (3), (4) până ce condițiile de continuitate ale variabilelor la punctul de sfârșit al segmentului sunt satisfăcute. La fiecare pas valorile îmbunătățite ale variabilelor obținute în pasul (4) sunt utilizate ca și valori inițiale în pasul (2)
- Convergența soluției este obținută atunci când valorile variabilelor la fiecare punct de sfârșit al segmentului obținut din integrarea valorii inițiale a ecuației (4.2) se potrivesc cu valorile inițiale ale segmentului următor obținut din soluția ecuațiilor matriciale din pasul (4).

#### Limitările teoriei de învelitoare a lui Reissner

La aproximările ipotezelor lui Kirchhoff, Reissner a introdus alte presupuneri plauzibile și aproximări necesare, particulare cu descrierea cinematică a învelitorii, cu scopul de a interpreta teoria mai convenabil pentru aplicații practice. Deși aceste presupuneri sunt justificate vor indica precis poziția teoriei aproximative a lui Reissner relativ la cea exactă.

1) Expresiile exacte pentru deformații ale suprafeței medii ~~de~~ ipotezele lui Kirchhoff au fost deduse de Naghdi și Nordgren și sunt:

$$\xi_x = \frac{u - u_0}{\alpha_0} \left( 1 + \frac{u - u_0}{2\alpha_0} \right) \quad \xi_\theta = -\frac{u}{r_0} \left( 1 + \frac{u}{2r_0} \right) \quad (4.7)$$

$$k_{\theta} = -\frac{1}{\alpha_0} \left[ \Phi' \left( 1 + \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_0} \right) - \Phi'_0 \right]$$

$$k_{\theta} = -\frac{r \sin \Phi - r_0 \sin \Phi_0}{r_0^2}$$

Expresiile lui Reissner pentru deformații sunt aproximații acceptabile , precizând că rapoartele

$$\frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_0} \quad \text{și} \quad \frac{r - r_0}{r_0}$$

deci  $\xi_x$  și  $\xi_{\theta}$  sunt foarte mici în raport cu unitatea.

2) În definiția eforturilor rezultante și momentelor , Reissner a omis termenii de ordin  $h / R$  comparabili cu unitatea și astfel a restrâns aplicarea teoriei la învelitorile subțiri. Dealtfel omiterea termenilor de ordin  $h / R$  în ecuațiile consecutive nu introduce erori semnificative în soluția celor mai practice probleme de învelitoare. Rezultatele obținute cu ajutorul calculatorului pe baza teoriei indică clar că soluțiile sunt de o precizie mare pentru deformații axisimetrice ale învelitorilor subțiri de revoluție.

### Rezultate și discuții

Din rezultatele obținute , se trage concluzia că rezultatele liniare pot fi considerate ca și echivalente cu rezultatele neliniare la încărcări mici , deci când deformațiile recipientelor sub încărcare sunt mici. În figurile următoare punctul  $\bar{x} = 0$  corespunde fundului plat , în timp ce punctul  $\bar{x} = 1$  corespunde joncțiunii fund - cilindru.

Fig.4.4 prezintă forma deformată a recipientului sub presiune. Configurația deformată a părții cilindrice este trasată pe o scală diferită de fundul plat.

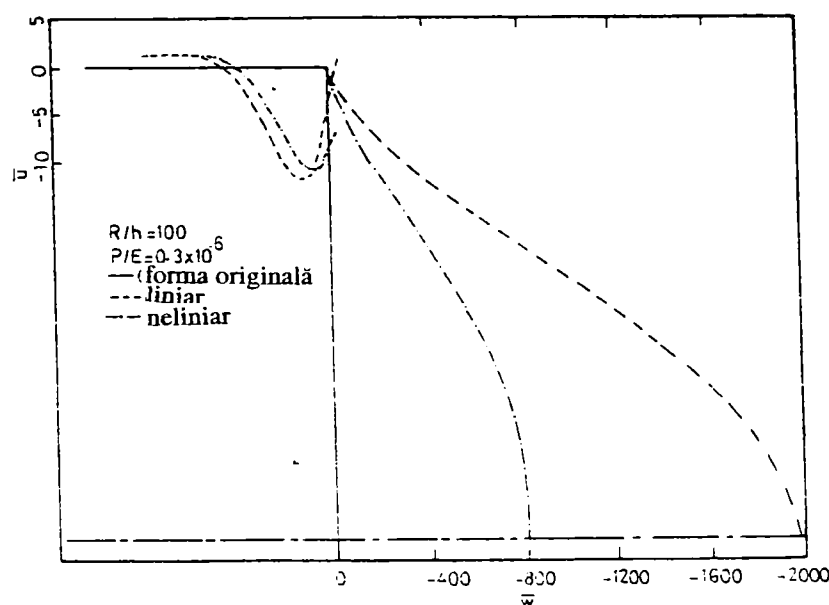


Fig.4.4 Forma deformată a recipientului sub presiune cu fund plat. Deformația în partea cilindrică este de 4 ori mai mare decât deformația cu fundul plat

Forma deformată indică că fundul drept ia forma de umbrelă sub încărcare. O foarte mare regiune din partea cilindrică lângă jonctiune este comprimată. Deformația mare specifică jonctiunii cap-cilindru conduce la ideea că teoria liniară a învelitorii este nedemnă de încredere în analiza eforturilor.

Fig.4.5 prezintă distribuția momentului încovoietor meridional de-a lungul meridianului.

După cum se vede în figură momentul meridional  $M_x$  este la maxim în jonctiune, soluția de stare de membrană în partea cilindrică fiind perturbată numai lângă jonctiune. Teoria liniară este găsită ca fiind foarte potrivită în prezicerea momentului meridional de încovoiere și corespunzătoare cu creșterea presiunii în sensul că este acoperitoare pentru siguranță.

Diferențele teoriei liniare față de teoria neliniară sunt mai proeminente evidente când ne apropiem de centrul fundului și jonctiunea recipientului.

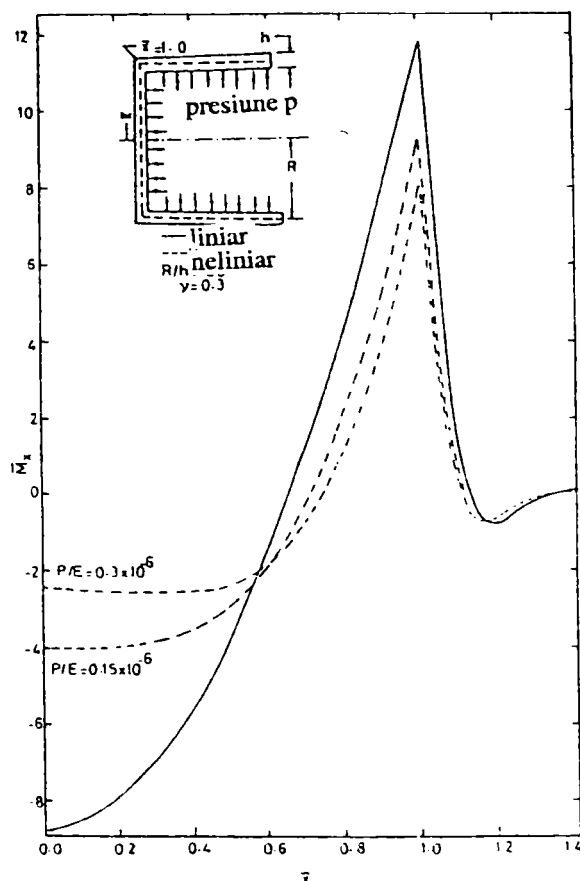


Fig.4.5 Momentul de încovoiere meridional al recipientului sub presiune cu fund plat

Fig.4.6 prezintă momentul de încovoiere circumferențial de-a lungul liniei meridionale. Se observă că mărimea momentului încovoietor circumferențial este mai mică decât momentul de încovoiere meridional, distribuția sa având aceeași alură. Se sesizează că soluția de membrană a părții cilindrice este afectată de fundul plat numai lângă jonctiune. Predicția teoriei liniare lângă centrul fundului plat derivă așa de mult de realitate cu creșterea presiunii încât este nefolositoare analiza recipientelor sub presiune cu fundul plat prin această teorie.

Fig.4.7 prezintă variația momentului de încovoiere meridional  $M_x$  în centrul fundului plat la  $\bar{x} = 0$  și la jonctiunea recipientului  $\bar{x} = 1$ , cu raportul razei la grosime  $R / h$ .

Ambele aceste momente de încovoiere sunt factori dominanți pentru eforturile mari dezvoltate în recipiente sub presiune cu fund plat.

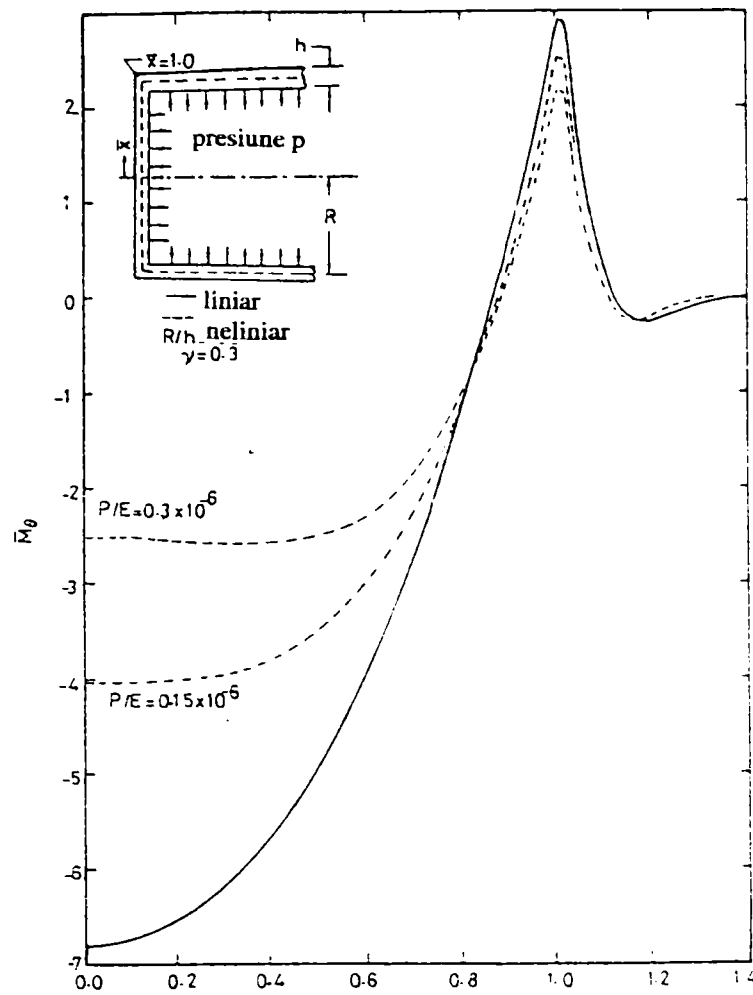


Fig.4.6 Momentul de încovoiere circumferențial al recipientului sub presiune cu fund plat

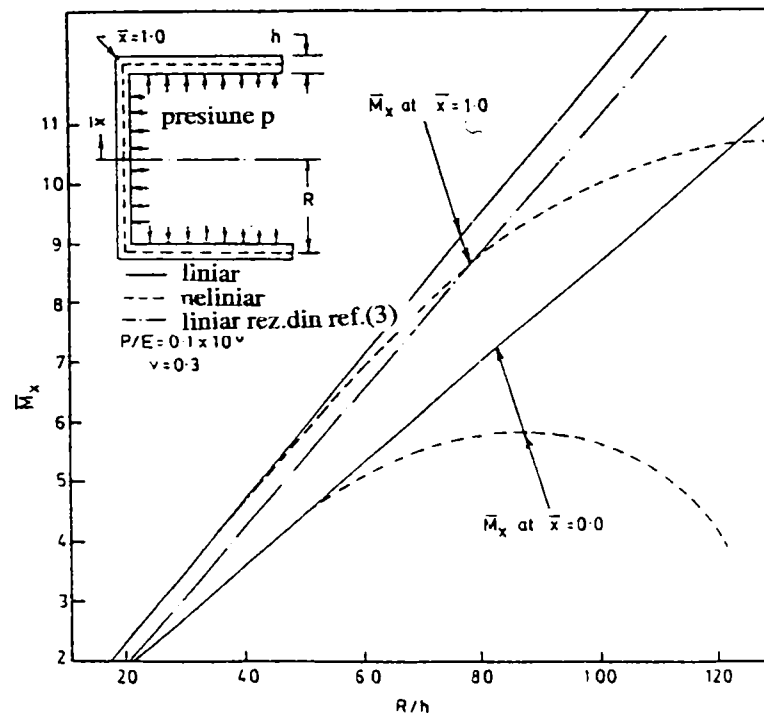


Fig.4.7 Variația momentului de încovoiere meridional al recipientului cu fund plat cu  $R/h$

Cu se vede din această figură , teoria liniară este aproape de valorile teoriei neliniare pentru raportul  $R/h < 50$ . Cu cât crește grosimea învelitorii , fundul se umflă într-o calotă sferică și imediat crește starea de membrană lângă regiunea centrală. Totuși această stare de membrană cauzată de grosimea învelitorii poate să nu fie observată niciodată prin teoria liniară deoarece această teorie nu poate lua în calcul forma deformată a fundului de încărcare. În fig.4.7' se prezintă și distribuția momentului meridional obținută de Watts și Lang bazată pe o teorie liniară. Se observă că valorile lui  $M_x$  sunt constant mai mici decât rezultatele liniare prezentate de Uddin din cauza modelului matematic impropriu.

Fig.4.8 prezintă distribuția efortului circumferențial  $N_\theta$  de-a lungul meridianului recipientului cu fundul plat. Rezultatele din figură arată că în zona de lângă jonctiune se dezvoltă o zonă de comprimare înaltă în întregime în partea cilindrică și că starea de membrană a părții cilindrice este perturbată numai în această zonă. În zona de fund , teoria liniară arată că există efort circumferențial uniform , dar aceasta este departe de a fi starea de fapt. Rezultatul teoriei neliniare arată că fundul devine o calotă sferică cu creșterea presiunii.

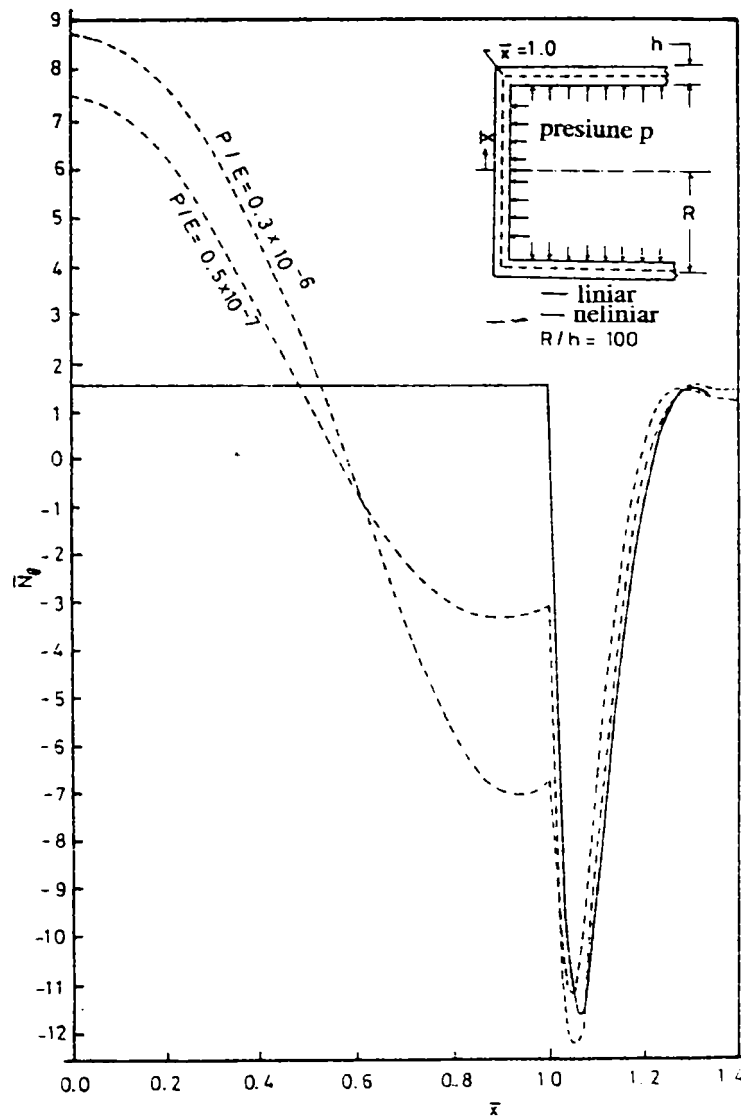


Fig.4.8 Efortul circumferențial  $N_\theta$  în recipientul sub presiune cu fund plat

Fig.4.9(a) prezintă variația deformației centrale  $w$  a fundului cu valoarea raportului  $R/h$  , demonstrând inadecvența teoriei liniare în analiza recipientelor cu fund plat.



Fig.4.9(b) prezintă distribuția tensiunii circumferențiale pe suprafața internă  $\sigma_{ci}$  și suprafața externă  $\sigma_{co}$  funcție de distanța meridională  $\bar{x}$ . Cum se așteaptă și este verificat din rezultatele din această figură, tensiunea prezisă de teoria liniară diferă substanțial de cea prezisă de teoria neliniară.

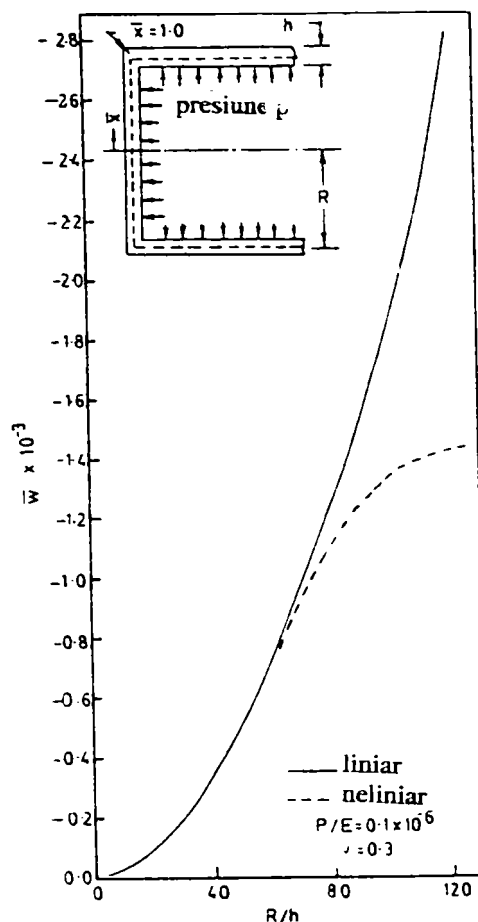


Fig.4.9(a) Variația deformației centrale la fundul recipientului cu  $R/h$

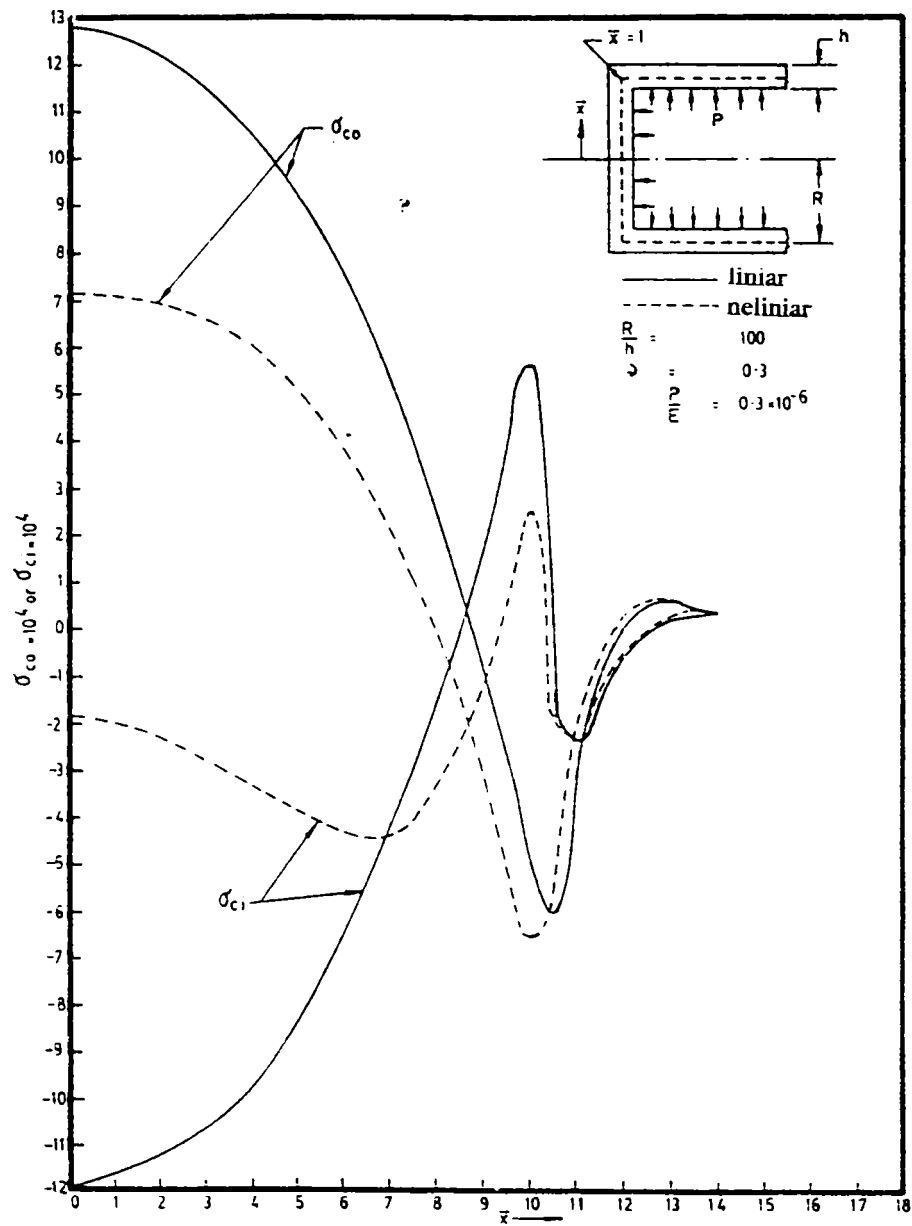


Fig.4.9(b) Tensiunile circumferențiale centrale la suprafața internă și externă a recipientului cu fund plat

## 4.2 Analiza stării de tensiune folosind teoria neliniară a lui Reissner în recipientele cilindrice cu cap elipsoidal supuse la presiune internă

Majoritatea cercetărilor relativ la starea de tensiune a recipientelor cu cap elipsoidal au fost desfășurate sub un program inițiat de Institut of Pressure Vessel Research Committee of Welding Research Council of the Engineering Foundation , New York. Toate aceste analize de tensiune au fost bazate pe teoria de moment liniară folosind pentru rezolvare diferite tehnici numerice , dar deficiența acestor teorii era în special în joncțiunea cap-cilindru la deformații largi deoarece ele nu prevăd o analiză acceptabilă a distribuției de tensiune în zona critică ,în cazul încărcărilor foarte mari. Studiul prezent [131] analizează starea de tensiune în capetele elipsoidale utilizând teoria neliniară a lui Reissner prezentând un studiu comparativ cu teoria liniară a lui Reissner.

Ecuatiile de guvernare ale analizei neliniare ale învelitorilor de revoluție cu capete elipsoidale bazate pe conceptul lui Reissner al deformațiilor largi [102] se prezintă sub forma unui set de 6 ecuații diferențiale de ordinul I.

Variabilele și parametrii de învelitoare utilizați în ecuațiile diferențiale sunt definite în fig.4.10 fig.4.11 , fig.4.12 .

Variabila independentă  $x$  este distanța meridională măsurată de la vârful capului elipsoidal care este normalizată în așa manieră că joncțiunea părții cilindrice și capului coincid.

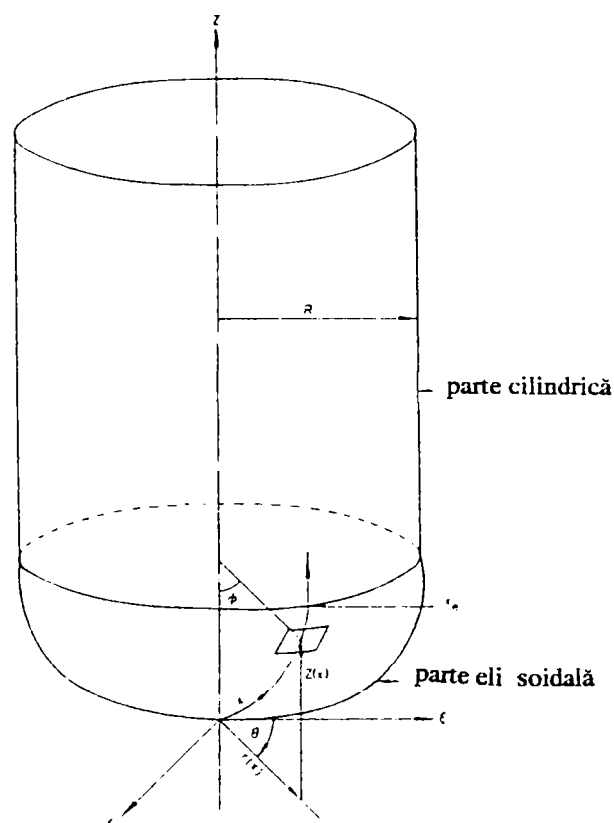


Fig.4.10 Parametrii de învelitoare ai suprafeței medii a recipientului cilindric cu cap elipsoidal

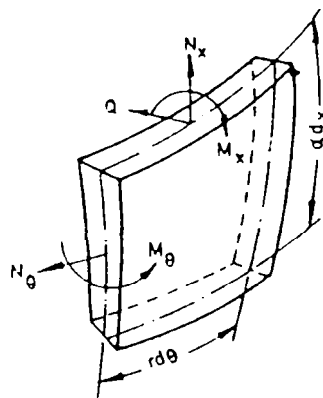


Fig.4.11 Element de învelitoare rezetând eforturi și momente rezultante

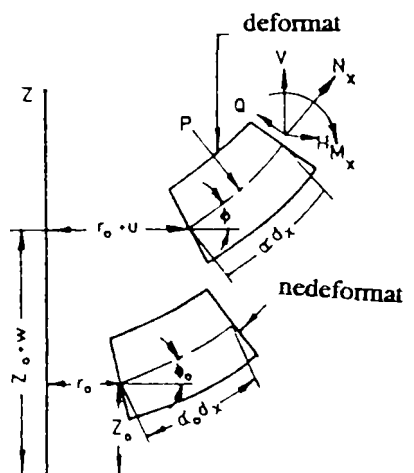


Fig.4.12 Vederea elementelor de învelitoare în stare deformată și nedeformată

Variabilele normalizate și parametrii de învelitoare utilizați în ecuațiile diferențiale sunt definite astfel:

$$\begin{aligned} \bar{w} &= wEh/PR^2 \\ \bar{u} &= uEh/PR^2 \end{aligned} \quad (4.8)$$

unde  $u, w$  sunt deplasările radiale și axiale

$$\begin{aligned} \bar{H} &= H/PR \\ \bar{V} &= V/PR \\ \bar{N}_x &= N_x/PR \\ \bar{N}_\theta &= N_\theta/PR \end{aligned} \quad (4.8')$$

unde  $H, N_x, N_\theta, V$  sunt eforturi rezultante orizontale, meridionale, circumferențiale, verticale

$$\bar{M}_x = M_x/PRh \quad (4.8'')$$

$$\bar{M}_\theta = M_\theta / PRh$$

unde  $M_x, M_\theta$  sunt momente circumferențiale și meridionale

$$\bar{\epsilon}_\theta = \epsilon_\theta E h X_e / PR^2$$

$$\bar{\epsilon}_x = \epsilon_x E h X_e / PR^2$$

$$\bar{k}_\theta = k_\theta x X_e$$

$$\bar{k}_x = k_x X_e$$

(4.8''')

unde  $\epsilon_\theta, \epsilon_x$  sunt deformații specifice ale suprafeței medii,

iar  $k_\theta, k_x$  sunt curburi circumferențiale și meridionale

$$\bar{X} = X / X_e$$

unde  $x$  - distanța măsurată de-a lungul meridianului

$X_e$  - lungimea meridională a capului de recipient

$$\bar{C} = (1 - \vartheta^2) X_e / R$$

$$\bar{P} = P / E$$

$$\bar{T} = R / h$$

$$\bar{R} = X_e / R$$

(4.8''')

unde  $E$  - modulul lui Young

$\vartheta$  - constantă lui Poisson

$h$  - grosimea învelitorii

$R$  - raza părții cilindrice

$P$  - presiunea internă

$$\bar{r}_0 = r_0 / X_e$$

$$\bar{D} = 1 / I_{12} (1 - \vartheta^2) \bar{P} \bar{T}^2 \bar{R}$$

$$\bar{Z} = \bar{R} / \bar{P} \bar{t}$$

(4.8''')

Ecuațiile de guvernare în termenii de variabile normalizate definite de ecuațiile (4.8) sunt:

$$\bar{r}_0 = \bar{r}_0(\bar{x})$$

$$\bar{\Phi}_0 = \Phi_0(\bar{x})$$

$$\bar{\varepsilon}_0 = \bar{u}/\bar{r}_0$$

$$\Phi = \Phi_0 - \beta$$

$$\bar{k}_\theta = (\sin \Phi_0 - \sin \Phi)/\bar{r}_0$$

$$\bar{N}_x = H \cos \Phi + \bar{V} \sin \Phi$$

$$\bar{\varepsilon}_x = \bar{c}\bar{N}_x - \mathfrak{G}\bar{k}$$

$$\bar{N}_0 = (\bar{\varepsilon}_\theta + \mathfrak{G}\bar{\varepsilon}_x)/\bar{c}$$

$$\bar{M}_\theta = \bar{d}(\bar{k}_\theta + \mathfrak{G}\bar{k}_x) \quad (4.9)$$

$$\alpha = \bar{L} + \bar{\varepsilon}_x$$

$$\bar{r} = \bar{L}\bar{r}_0 + \bar{u}$$

$$\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} = \alpha \sin \Phi - \bar{L} \sin \Phi_0$$

$$\frac{d\bar{u}}{d\bar{x}} = \alpha \cos \Phi - \bar{L} \cos \Phi_0$$

$$\frac{d\bar{\beta}}{d\bar{x}} = \bar{k}_x$$

$$\frac{d\bar{V}}{d\bar{x}} = -\alpha \cos \Phi \left( \bar{V}/\bar{r} - \bar{P}\bar{T} \right)$$

$$\frac{d\bar{H}}{d\bar{x}} = -\alpha \left\{ \left( H \cos \Phi - \bar{N}_\theta \right) / \bar{r} - \alpha \bar{P}\bar{T} \sin \Phi \right\}$$

$$\frac{d\bar{M}}{d\bar{x}} = \alpha \cos \Phi \left( \bar{M}_\theta - \bar{M}_x \right) / \bar{r} - \alpha \bar{P}\bar{T}^2 \left( \bar{H} \sin \Phi - \bar{V} \cos \Phi \right)$$

Ecuatiile(4.9)sunt scrise într-o asemenea ordine astfel că atunci când sunt evaluate serial , prezintă 6 variabile fundamentale:  $\bar{u}$ ,  $\beta$ ,  $\bar{w}$ ,  $\bar{V}$ ,  $\bar{H}$  și  $\bar{M}_x$  . Acestea sunt date în scopul de a reține setul fundamental de 6 ecuații diferențiale cât mai simplu posibil și de a evalua deasemenea toate cantitățile de interes , inclusiv  $\bar{N}_\theta$ ,  $\bar{N}_x$  și  $\bar{M}_\theta$  în timpul procesului numeric de integrare.

Se va nota că ecuațiile de guvernare (4.9)sunt singulare la vârful capului sub presiune. Ecuatiile aplicabile numai la vârf ( $\bar{x} = 0$  ) sunt următoarele:

$$\frac{d\bar{u}}{d\bar{x}} = \bar{c}\bar{H}/(1 + \mathfrak{G})$$

$$\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} = 0$$

$$\frac{d\bar{B}}{d\bar{x}} = \bar{M}_x / [(1 - 9)\bar{D}] \quad (4.10a)$$

$$\frac{d\bar{V}}{d\bar{x}} = \bar{T}\alpha P/2$$

$$\frac{d\bar{H}}{d\bar{x}} = 0$$

$$\frac{d\bar{M}_x}{d\bar{x}} = 0$$

Se observă că există câțiva parametri de învelitoare nedimensionale în ecuațiile (4.8) care sunt definiți în termeni de  $X_e$  și care depind de geometria capului de extremitate. În cazul capului elipsoidal supus la presiune,  $X_e$  va fi evaluat prin integrare numerică. Expresia integrală pentru  $X_e$  este:

$$X_e = \int_0^{\pi/2} A (1 - Z^2 \sin^2 \theta)^{1/2} d\theta \quad (4.10b)$$

unde

$$Z^2 = 1 - (B/A)^2$$

B - este lungimea semiaxe mici

A - lungimea semiaxe mari și deci egală cu raza R a părții cilindrice.

Din ecuația (4.10b) constanta R devine:

$$\begin{aligned} \bar{R} = X_e/R &= \int_0^{\pi/2} (1 - Z^2 \sin^2 \theta)^{1/2} d\theta = \\ &= (\pi/2) \left[ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{Z^2}{1} - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}\right)^2 \frac{Z^4}{3} - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}\right)^2 \frac{Z^6}{5} \dots \right] \end{aligned} \quad (4.10c)$$

Unghiul meridional  $\Phi_0$  relativ la variabila independentă  $x$  se obține din ecuația diferențială:

$$\frac{d\Phi_0}{d\bar{x}} = \left( \bar{R}/Z^2 \right) \left[ \sin^2 \Phi_0 + Z^2 \cos^2 \Phi_0 \right]^{3/2} \quad (4.10d)$$

Relația explicită între  $\Phi$  și  $\bar{x}$  va fi determinată prin integrarea numerică a ecuației (4.10d). O dată ce  $\Phi_0$  este cunoscut din ecuația (4.10d), distribuția radială este dată de relația :

$$\bar{r}_0 = \frac{\sin \Phi_0 \bar{R}}{\left( \sin^2 \Phi_0 + Z^2 \cos^2 \Phi_0 \right)^{1/2}} \quad (4.10e)$$

Se notează că valorile  $r_0$  și  $\Phi_0$  rămân constante în interiorul părții cilindrice pentru recipientele sub presiune și valorile sunt:

$$\bar{r}_0 = 1/\bar{R} \quad \Phi_0 = \frac{\pi}{2}$$

#### Condițiile de frontieră pentru recipiente sub presiune

Condițiile de margine pentru învelitorile de revoluție sub presiune sunt prescrise pentru:

$$\bar{H} \text{ sau } \bar{u} \quad \bar{M}_x \text{ sau } \beta \quad \bar{V} \text{ sau } \bar{w} \quad (4.11a)$$

În cazul recipientelor sub presiune, condițiile (4.11a) devin:

$$\bar{u} = 0 \quad , \quad \beta = 0 \quad , \quad \bar{H} = 0 \quad (4.11b)$$

la vârful corpului elipsoidal.

În partea cilindrică la mică distanță de jonctiune, se presupune că soluțiile de membrană ale învelitorii cilindrice nu sunt conturbate. Dacă partea cilindrică este foarte scurtă, punctele de mijloc pot fi considerate ca și frontieră. În ambele aceste cazuri condițiile de frontieră devin:

$$\bar{w} = 0 \quad , \quad \beta = 0 \quad , \quad \bar{H} = 0 \quad (4.11c)$$

#### Metoda soluției

Setul de ecuații neliniare (4.9) împreună cu forma corespunzătoare la vârf și condițiile de frontieră (4.11b), (4.11c) vor fi integrate peste un șir finit al variabilei independente,  $x$  utilizând metoda multisegment dezvoltată de Kalnins și Lestingi.

Dacă notăm ecuațiile diferențiale (4.9) matricial:

$$\frac{dy(\bar{x})}{d\bar{x}} = F(\bar{x}, y^1, y^2, y^3, y^4, y^5, y^6) \quad (4.12)$$

unde

$$y(\bar{x}) = \begin{matrix} Y^1 \\ Y^2 \\ Y^3 \\ Y^4 \\ Y^5 \\ Y^6 \end{matrix} = \begin{matrix} \bar{u} \\ \rho \\ \bar{w} \\ \bar{v} \\ \bar{H} \\ M_x \end{matrix}$$

unde  $F$  reprezintă 6 funcții de ecuații (4.2) aranjate într-o formă de matrice colană.

Soluționarea ecuației (4.12) prin metoda de integrare multisegment în intervalul  $\bar{x}_1 > x > \bar{x}_{M+1}$  unde  $\bar{x}_1$  corespunde la același punct în partea cilindrică la care condiția de margine (4.11c) este aplicabilă și  $\bar{x}_{M+1}$  corespunde la vârful capului, constă din următorii pași:



- a) Împărțirea intervalului dat în  $M$  segmente suficient de mici astfel că integrarea directă a ecuației (4.12) este posibilă peste fiecare din cele  $M$  segmente
- b) Integrarea ecuației (4.12) peste fiecare  $M$  segmente ca și o problemă de valoare inițială. Prin integrarea ecuației (4.12) se vor integra  $6$  probleme de valori inițiale pentru care ecuațiile necesare pot fi derivate prin diferențierea fiecărei variabile a ecuației (4.9) care se referă la valori inițiale în fiecare segment
- c) Soluționarea sistemului de  $M$  ecuații matriciale care asigură continuitatea variabililor la punctele de capăt ale segmentelor
- d) Repetarea pașilor (b) și (c) până ce condițiile de continuitate ale variabilelor și la punctele de sfârșit ale segmentelor sunt satisfăcute. În fiecare pas, valorile perfecționate ale variabilelor obținute în pasul (c) sunt utilizate ca și valori inițiale în pasul (b). Convergența soluției este obținută când valorile variabilelor la punctele de capăt ale segmentului ca și formă, obținute din valoarea inițială de integrare a ecuației (4.12) se potrivesc cu valorile inițiale ale segmentului următor obținute din soluția ecuațiilor matriciale obținute în pasul (c).

### Rezultate și discuții

Rezultatele teoriilor liniare și neliniare de recipiente sub presiune sunt prezentate aici, punctându-se deficiențele rezultatelor liniare. Se menționează că variabilele nedimensionale utilizate în această analiză sunt independente de parametrul de încărcare. Din figură rezultă că rezultatele liniare prezentate pot fi considerate echivalente cu rezultatele neliniare la încărcări joase, astfel că există diferențe mici între rezultatele celor două teorii când încărcarea este foarte mică. În figurile următoare, punctele  $\bar{x} = 0$  reprezintă vârful capului, iar punctul  $\bar{x} = 1$  corespunde la joncțiunea cap-cilindru și pentru a puncta deficiențele teoriei liniare față de teoria neliniară, rezultatele ambelor teorii pentru aceleași valori sunt prezentate în aceeași figură. Fig.4.13 prezintă momentele de încovoiere meridionale și circumferențiale pentru un recipient sub presiune la  $R/h = 100$ .

Prezența momentelor de încovoiere arată perturbarea soluției de membrană a părții cilindrice și elipsoidale din cauza prezenței joncțiunii comune. Din fig.4.13 se observă că perturbarea învelitorii subțiri este limitată în interiorul unei zone foarte înguste lângă joncțiune.

Tensiunea circumferențială  $\bar{N}_\theta$  nedimensională rezultantă a unui cap elipsoidal cu  $R/h = 100$  este prezentată în fig.4.14

Comparația rezultatelor celor două teorii arată că teoria liniară este conservativă în predicția tensiunilor circumferențiale rezultante în ambele părți cilindrice și elipsoidale. Mai mult o zonă mare de comprimare este dezvoltată la joncțiunea cilindru - cap, dar nu așa de mare ca și cea prescrisă de teoria liniară. Efectul joncțiunii asupra soluției de membrană este limitat numai lângă joncțiune.

Fig.4.15 prezintă tensiunea circumferențială în interiorul și exteriorul recipientului cu cap elipsoidal de grosime mai mare  $R/h = 38$ . Din figură se observă că la recipientele sub presiune relativ groase, predicția teoriei liniare și neliniare nu diferă prea mult. Predicția teoriei liniare este consistent conservativă atât pentru capul elipsoidal cât și pentru capul cilindric. Zona de comprimare lângă joncțiune este în întregime în capul elipsoidal și se propagă aproximativ 30% în lungimea meridională. Tensiune circumferențială maximă se produce la exteriorul capului elipsoidal și este aproximativ 10% peste tensiunea de membrană a învelitorii cilindrice.

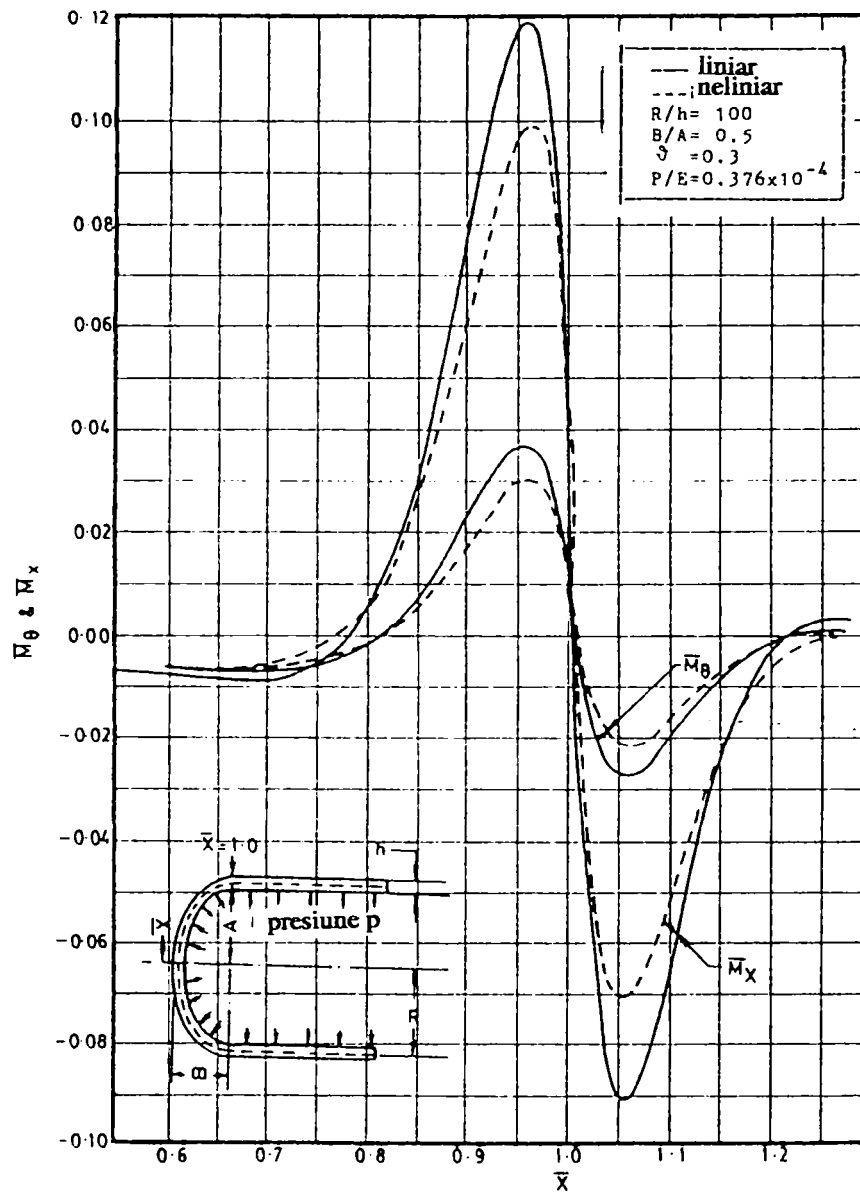


Fig.4.13 Momente de încovoiere meridionale și circumferențiale în capetele elipsoidale  $R/h = 100$

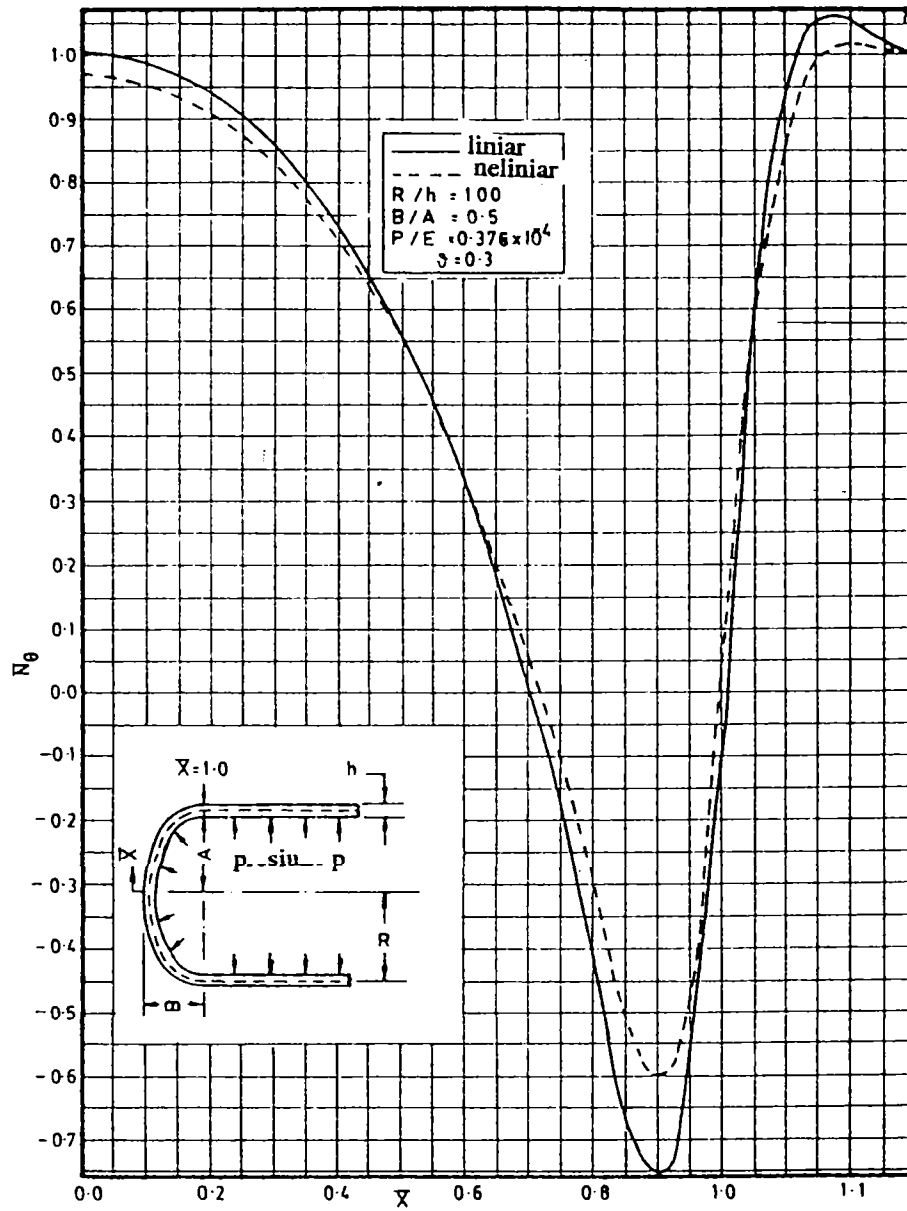


Fig.4.14: Tensiunea circumferențială a unui cap elipsoidal

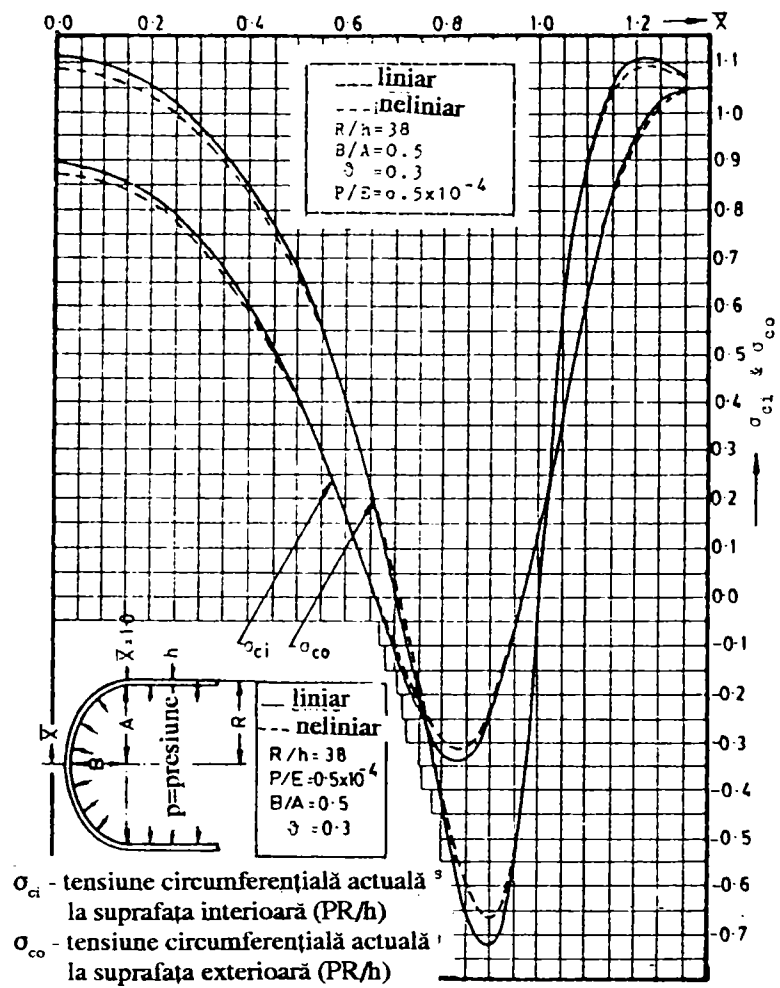


Fig.4.15 Tensiuni circumferențiale interioare și exterioare în capul elipsoidal

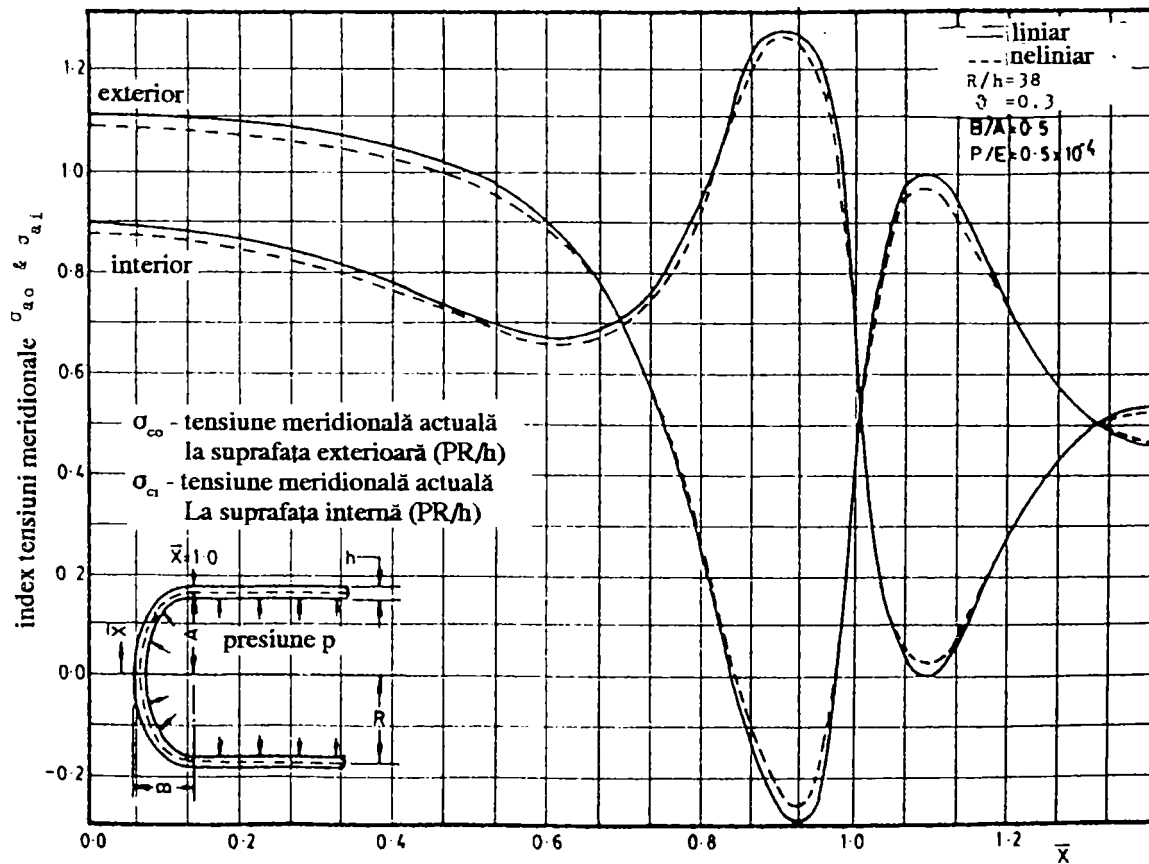


Fig.4.16 Tensiuni meridianale ale capetelor elipsoidale

Distribuția tensiunii meridionale la interiorul și exteriorul unui recipient sub presiune relativ gros  $R/h = 38$  este prezentată în fig.4.16

Deși teoria liniară este conservativă peste întreaga regiune critică a recipientului sub presiune, predicția sa este aceeași ca și la teoria neliniară dacă învelitoarea este relativ groasă. Tensiunea maximă meridională se produce în capul elipsoidal în interior la  $1/14$  din lungimea meridională de la joncțiune.

### 4.3 Analiza numerică și experimentală a capetelor subțiri de închidere torisferică, cu imperfecțiuni de formă și grosime

Într-un studiu de Tafreshi și Thorpe [123] efectul imperfecțiunilor de formă și grosime pe nivele de solicitare a fost investigat la un număr de extremități torisferice aparținând cilindrilor. Modelele de element finit ale recipientelor cilindrice sub presiune cu pereți subțiri și cu extremități torisferice au fost dezvoltate cu scopul de a evalua efectele de variație de grosimi și curburi pe vârfuri de încărcări.

Cu imperfecțiunile găsite în procedurile de manufacturare tensiunile au arătat că diferă de multe ori printr-o semnificativă cantitate de ceea ce era de așteptat de la formele perfecte de recipiente. Cele mai mari schimbări se produc la variația de curbură, dar efectele variației de grosime sunt de asemenea semnificative.

La solicitări suficient de mari ale materialului, învelitorile foarte subțiri sunt supuse la pierderea stabilității elastice. Problema stabilității învelitorilor torisferice supuse la presiuni interne a fost prima dată studiată de Mescall, Soric care au investigat influența imperfecțiunilor geometrice pre și post încheietură.

În prezentul studiu, metoda elementului finit FEM a fost folosită la investigarea efectului de variație a parametrilor de formă pe încheietura critică la presiune și solicitare maximă a recipientelor torisferice sub presiune cu extremități perfecte. Efectele de manufacturare cu imperfecțiuni a formei ca variație de grosime și curbură sub încărcări sunt de asemenea investigate, rezultatele fiind comparate cu rezultatele experimentale.

#### Capete torisferice ale recipientelor sub presiune

Capetele de închidere ale cilindrilor presurizați sunt uzuale de tip torisferic și câteodată emisferic sau elipsoidal. Fig.4.17 reproduce din BS550 parametrii utilizați la definirea unui cap torisferic.

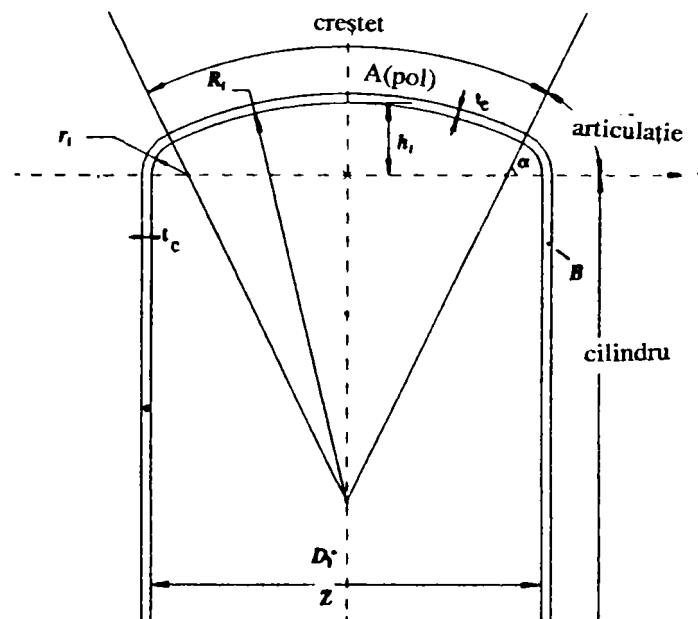


Fig.4.17 Geometria capetelor de închidere torisferică

Dimensiunile fundului, grosimea, raza de articulație, raza de creștet și înălțimea capului pot fi adimensionate în raport cu diametrul cilindricului. Există infinite combinații între un cap neted ( $R = \infty$ ) și unul emisferic ( $r+t=D/2$ ). Geometric un cap este complet definit prin parametrii de grosime  $t/D$  și alți parametrii de formă  $r/D$ ,  $R/D$  sau  $h/D$ .

Relația între acești parametri de formă este:

$$\frac{r}{D} = \frac{\left(\frac{2R}{D} \frac{h}{D}\right) \frac{h}{D} \frac{1}{4}}{2\frac{R}{D}-1} \quad (4.13)$$

$$\frac{h}{D} = \frac{R}{D} - \sqrt{\left(\frac{R}{D}\right)^2 - \left[\frac{r}{D}\left(\frac{2r}{D}-1\right) + 0.25\right]}$$

și unghiul  $\alpha$  determinat de arcul de articulație la centrul curbei meridionale poate fi obținut cu următoarea ecuație:

$$\alpha = \arcsin \frac{\frac{h}{D} \frac{R}{D}}{\frac{\left(\frac{2R}{D} \frac{h}{D}\right) \frac{h}{D} \frac{1}{4} \frac{R}{D}}{\frac{2R}{D}-1}} \quad (4.14)$$

S-au considerat 17 tipuri de capete pentru cilindrii a căror parametri sunt arătați în tabelul 4.1. Curbura creștetului poate varia local de două ori de la valoarea nominală și poate scădea la zero sau poate deveni negativă.

Curbura articulației se poate apropia de 2 ori sau de 1.5 ori de valoarea nominală a lungimii arcului de articulație normal.

Reducerea în grosime poate fi de asemenea importantă, în particular în regiunea de articulație a capetelor strunjite; reducerea grosimii mai mare decât 20% din valoarea nominală a fost măsurată.

Tabelul 4.1. Detalii ale capetelor: dimensiuni nominale și parametri de formă

Cap no.	D(mm)	r/D	R/D	t <sub>c</sub> /D	t <sub>c</sub> /D
3	54(1371.6)	0.111	1.0	0.0023 7	0.0019 3
4	54(1371.6)	0.074	1.0	0.0023 7	0.0019 3
5	54(1371.6)	0.074	0.833	0.0023 7	0.0019 3
6	54(1371.6)	0.074	0.788	0.0023 7	0.0019 3
8	108(2743.2)	0.111	1.0	0.0011 9	0.0009 6
9	108(2743.2)	0.074	1.0	0.0011 9	0.0009 6
10	108(2743.2)	0.074	0.833	0.0011 9	0.0009 6
11	108(2743.2)	0.074	0.722	0.0011 9	0.0009 6
2	108(2743.2)	0.056	1.0	0.0011 9	0.0009 6
16	81(2057.4)	0.074	1.0	0.0015 8	0.0012 8
17	81(2057.4)	0.074	0.833	0.0015 8	0.0012 8

Valorile de curbură și grosime măsurate de-a lungul meridianelor capetelor de tipul 3,4,5 sunt arătate în fig.4.18 și fig.4.19.

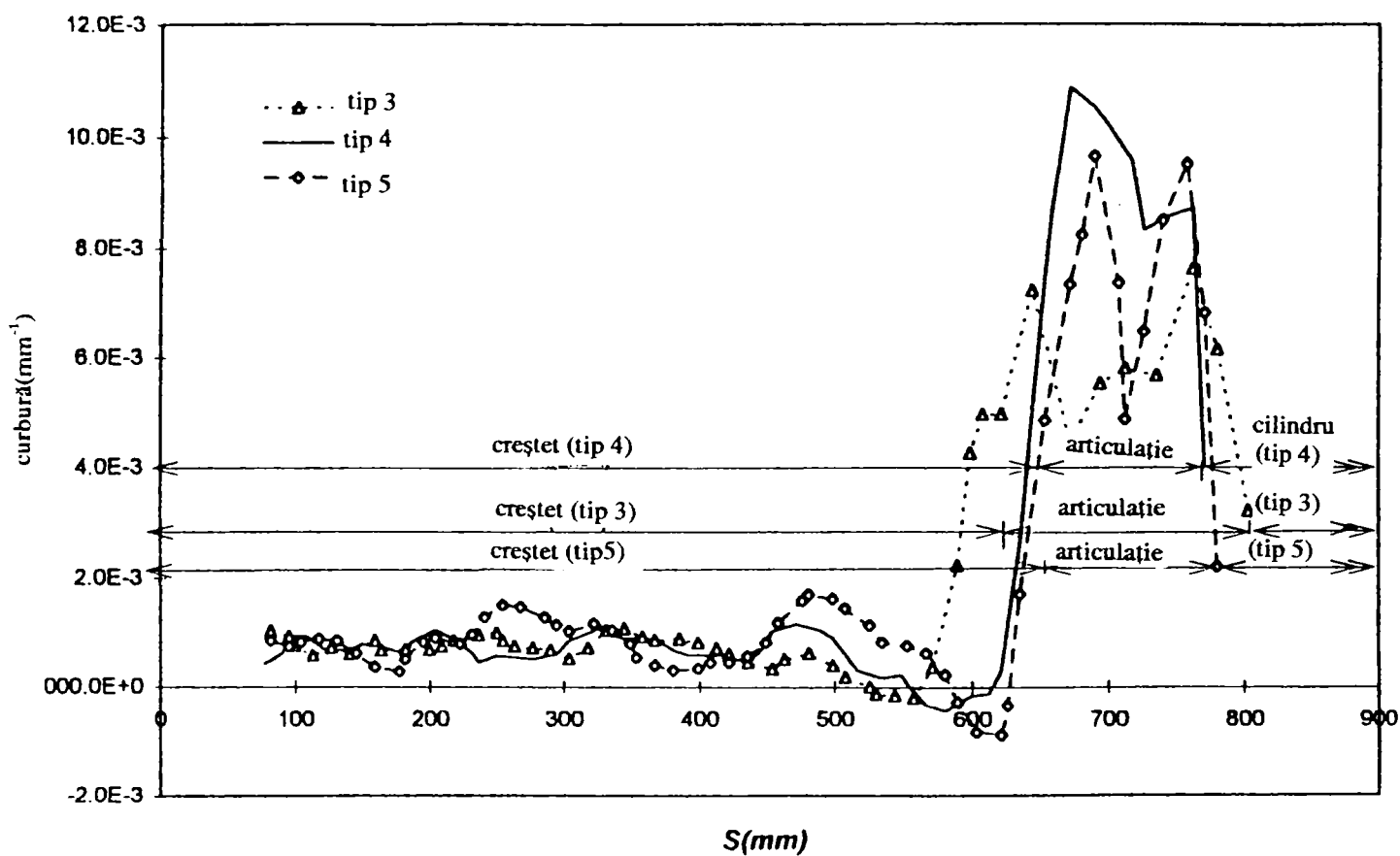


Fig.4.18 Variația de curbură pentru capetele 3,4 și 5

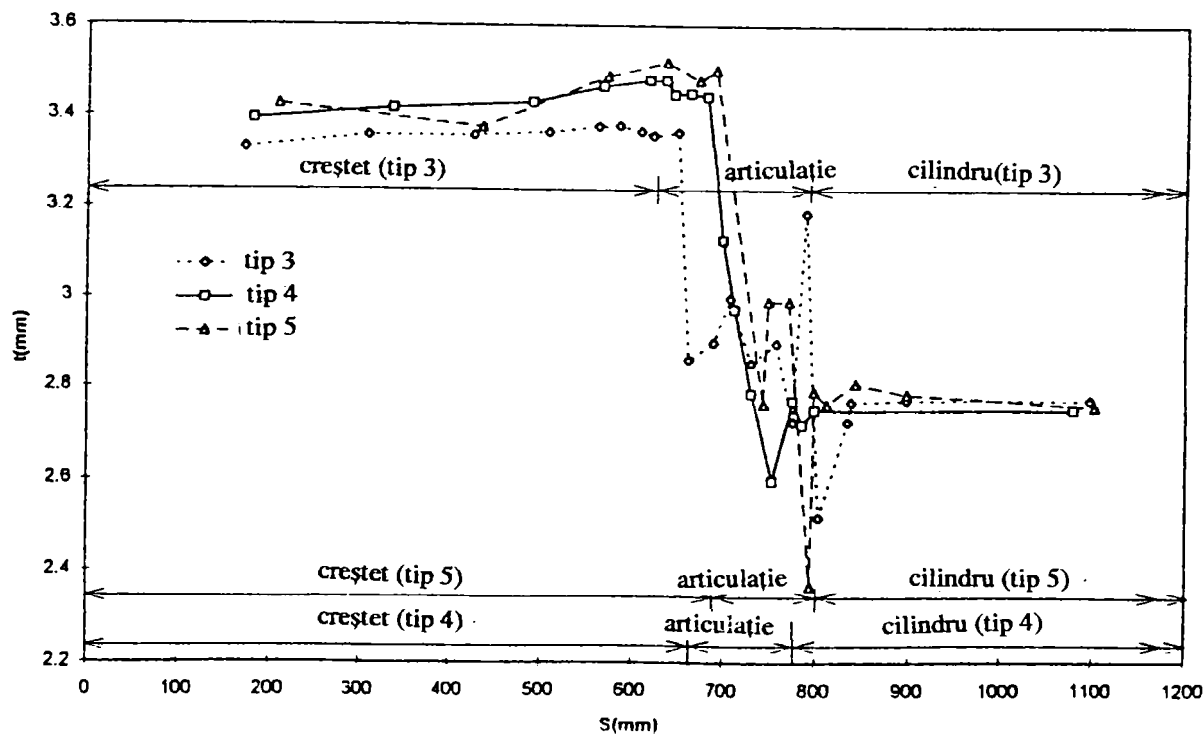


Fig.4.19 Variația de grosime pentru capetele 3,4 și 5



Variația de curbură pentru capetele de tipul 8,10,16 sunt prezentate în fig.4.20 și fig.4.21.

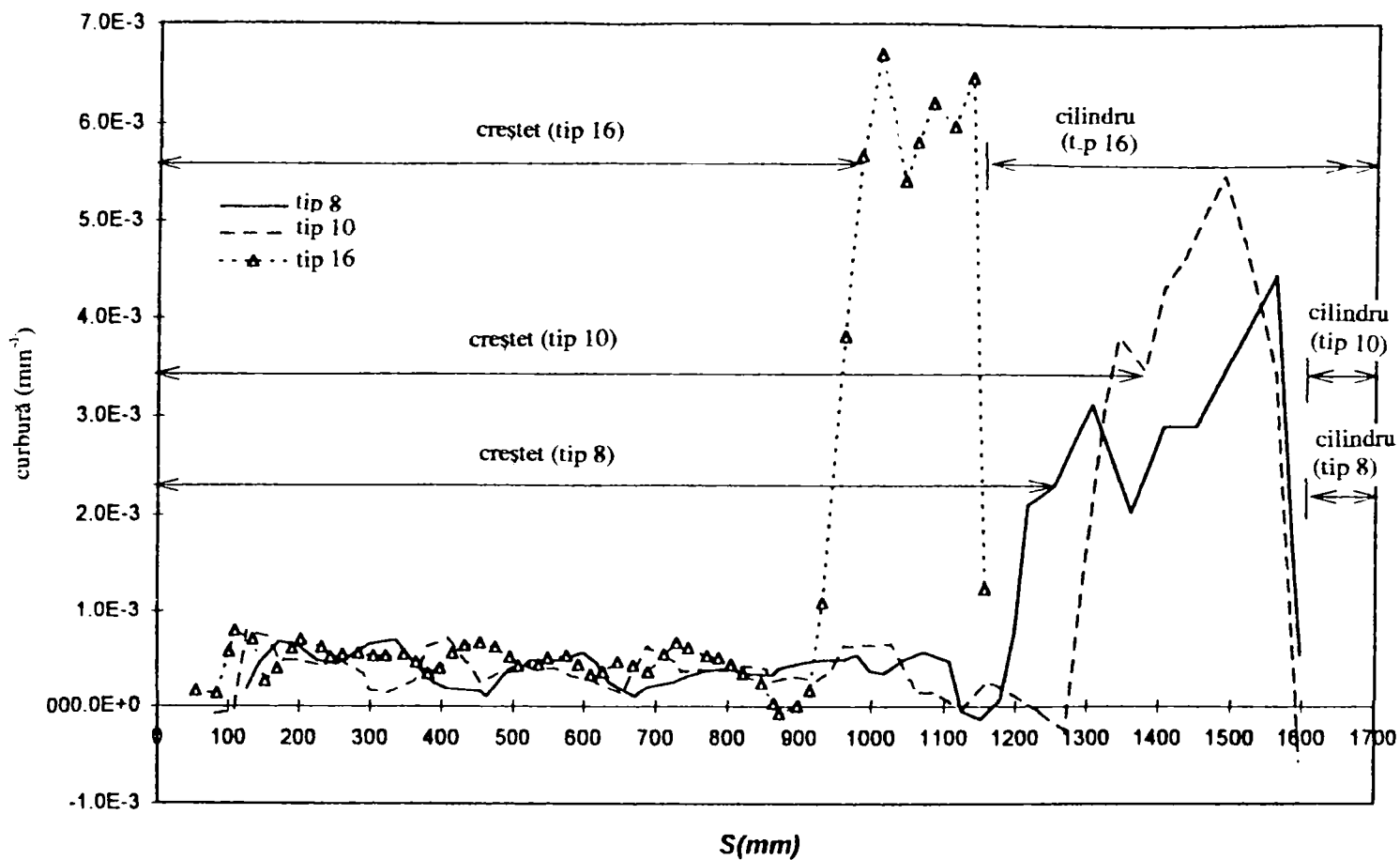


Fig.4.20 Variația de curbură a capetelor 8,10,16

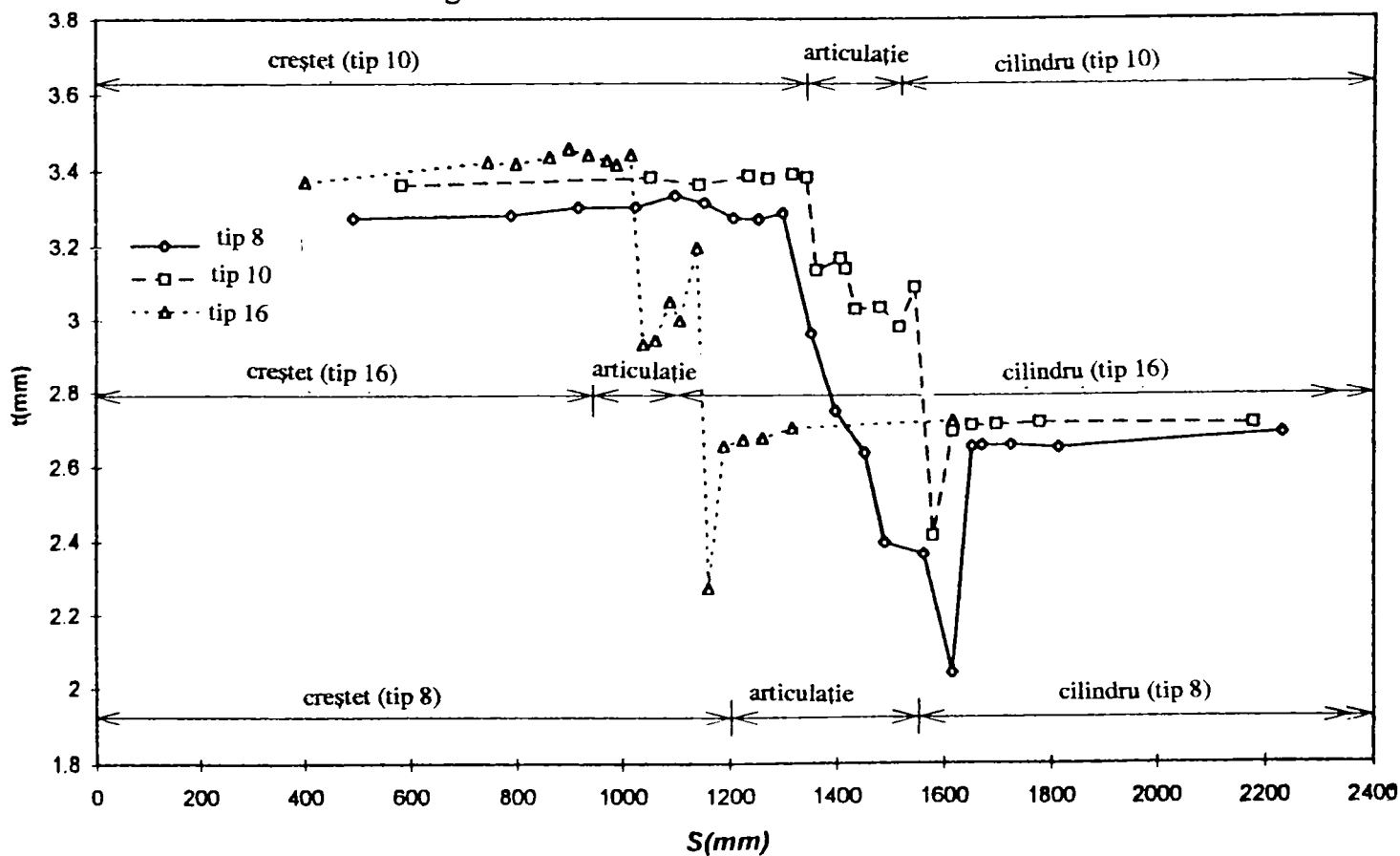


Fig.4.21 Variația de grosime a capetelor 8,10,16

Conform cu modelele de capete reale , un program scris în Fortran a fost scris să citească curbările într-o serie de puncte și să calculeze coordonatele capului folosind interpolarea prin curbe spline. Capetele de tip 4,8 și 16 cu trei diametre de cilindrii diferiți sunt prezentate în detaliu în fig.4.22 extremitățile 4 și 8 având cel mai mare și cel mai mic diametru.

Fig.4.22 prezintă la scară forma acestor extremități cu imperfecțiunile de curbură indicate în fig.4.18 și fig.4.20 alături de geometriile perfecte.

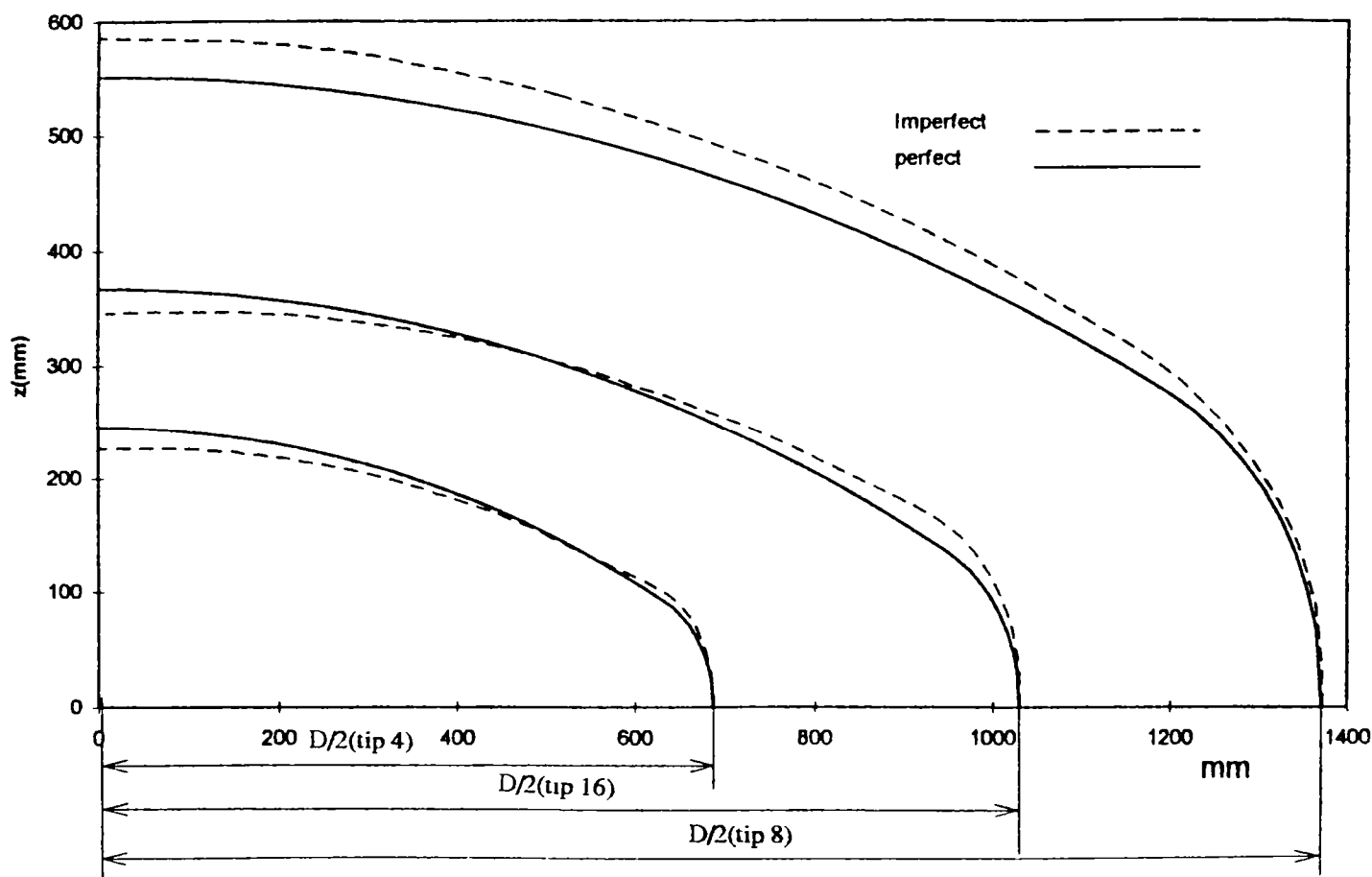


Fig.4.22 Geometrii imperfecte și perfecte ale capetelor 4,8,16

#### Analiza numerică utilizând metoda elementului finit

Pachetele IDEAS și ABAQUS, CAD/CAE au fost utilizate pentru modelarea și analiza cu element finit. Analiza include evaluarea tensiunilor și estimarea extremității recipientelor torisferice.

Elemente de învelitoare axi-simetrică cu trei noduri numite SAX2 în manualul de utilizare ABAQUS au fost utilizate pentru modelarea extremităților torisferice sub presiune internă. De altfel acestea sunt elemente de învelitoare , extensii simple ale elementelor grindă B21 și B22 în manualul de utilizare ABAQUS. Extensia este de adăugare de componente de tensiune circumferențială la componente meridionale existente deja. Ele sunt astfel uni-dimensionale , deformate în plan meridional. Coordonatele axi-simetrice în acest plan sunt pozițiile  $r$ (radial) și  $z$ (axial) , gradele de libertate fiind deplasările și rotațiile în planul  $rz$ .

Pentru condiții de margine ale modelelor analizate , polul (punctul A fig.4.17) a fost fixat în direcție radială , în timp ce punctul B a fost fixat în direcție axială. Deasemenea variația de tensiune este uniformă de-a lungul cilindrului , punctul B este selectat 'retras' din joncțiunea cilindru- ariculație unde tensiunile sunt neliniare cu referire la coordonata z. Punctele A și B sunt deasemenea împiedicate pentru rotație în planul rz.

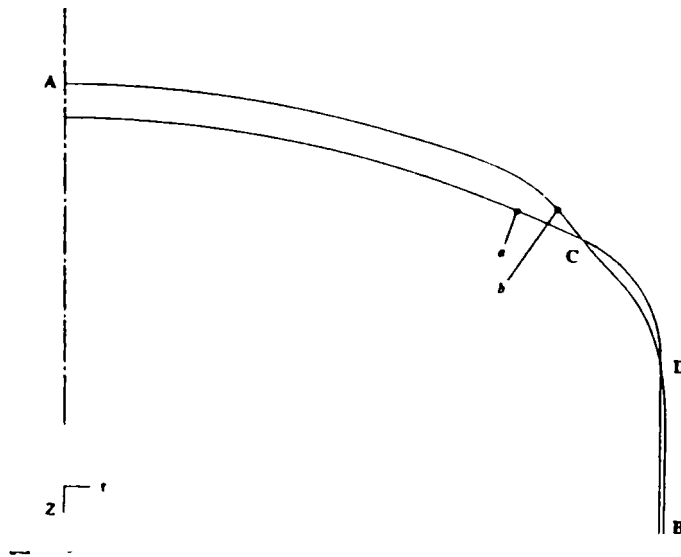


Fig.4.23 Geometria deformată exagerat a unui sfert de cap perfect supus unei presiuni interne :  
a) geometrie originală b) geometrie deformată

Fig.4.23 arată un cap tipic perfect torisferic împreună cu profilul deformat exagerat sub presiune internă unde înlocuirea articulației interioare și creștetul are maximum de deplasare. Pentru analiză dimensiuni medii ale capului și cilindrului au fost considerate deoarece elementele de element finit se consideră pe suprafața medie a învelitorii.

Pentru capete cu imperfecțiuni de formă ABAQUS permite ca grosimea învelitorii să fie specificată la noduri. Această opțiune implică definiția grosime de învelitoare ne-constantă Pe această cale extremitățile reale cu imperfecțiuni de grosime și variații de curbura , ca și cele discutate mai înainte , au fost modelate. Se menționează că numai imperfecțiunile în plan meridianal sunt considerate , imperfecțiunile circumferențiale fiind ignorate , astfel că modelele sunt presupuse să fie axi-simetrice.

În recipientele de presiune din OL analizate de Tofreshi și Thorpe , cea mai bună potrivire cu rezultatele experimentale a fost obținută prin asumarea linearității geometrice. Aceasta contrastează cu constatarea lui Galletly și Moffat care a obținut cea mai bună potrivire prin includerea neliniarității geometrice pentru recipiente de presiune din Al. Acest lucru se datorează diferenței considerabile între valorile modulului lui Young între Ol și Al , manifestându-se prin creșteri la cele mai mici deplasări în recipientele de OL. Totuși cele mai mari valori de tensiune rezultă din analiza lineară , astfel pentru modelele analizate este presupusă linearitatea geometrică.

Fig.4.24 prezintă indicii de tensiune meridionali pentru suprafața interioară și indicii de tensiune circumferențiali pentru suprafața exterioră pentru capul 4 , considerând geometria lineară și neliniară pentru elementele de învelitoare axi-simetrice.

Fig.4.25 arată plotarea tipică a manierei de buclare (voalare) a capului torisferic care în mod uzual este una din cele mai critice , presupunându-se că maniera de voalare este axi-simetrică. Se observă că deplasările maxime se produc la pol. În general presiunea critică

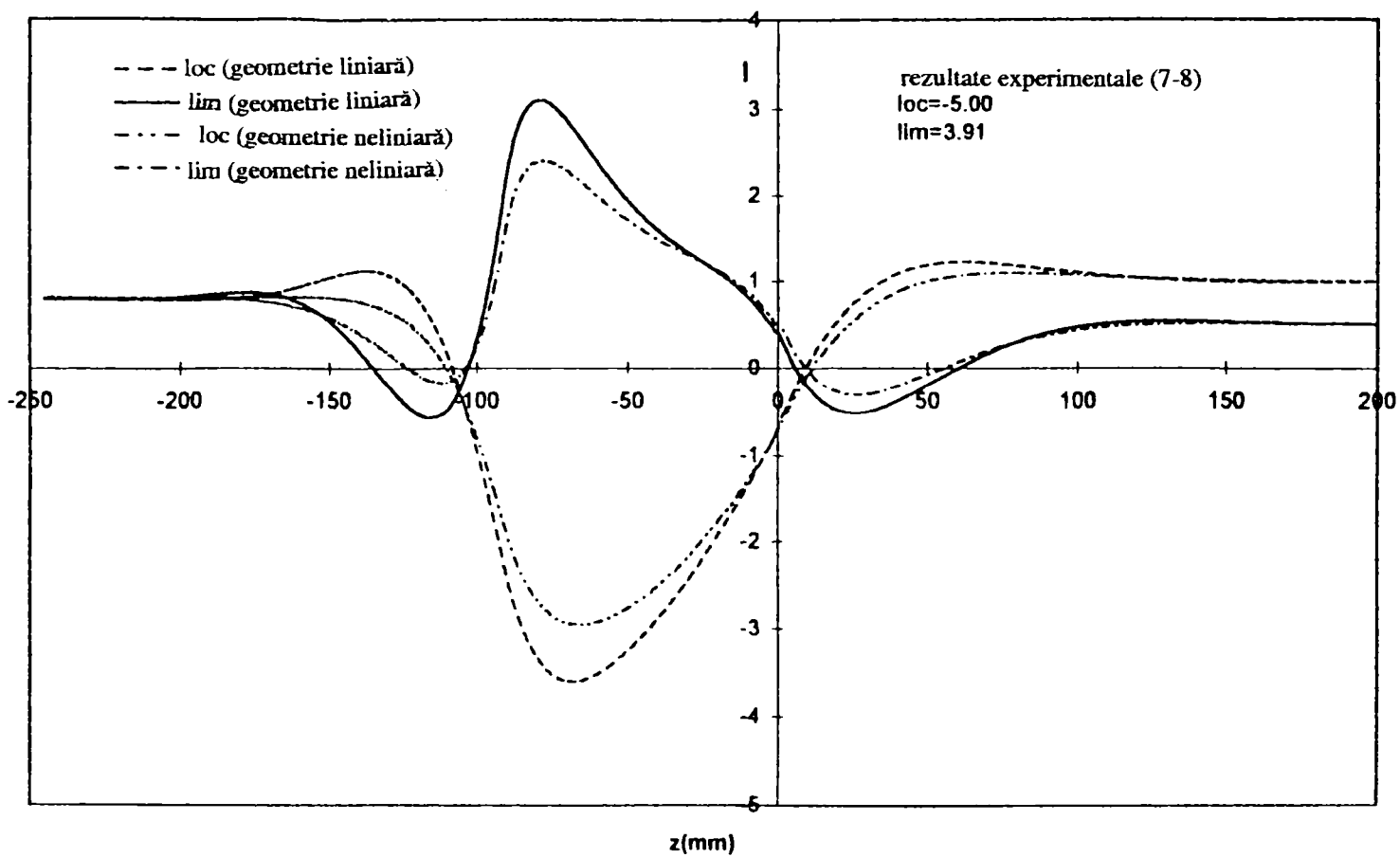


Fig.4.24 Indicii de tensiune circumferențială pe suprafața internă și externă a capetelor perfecte 4 pentru analiza geometrică liniară și neliniară

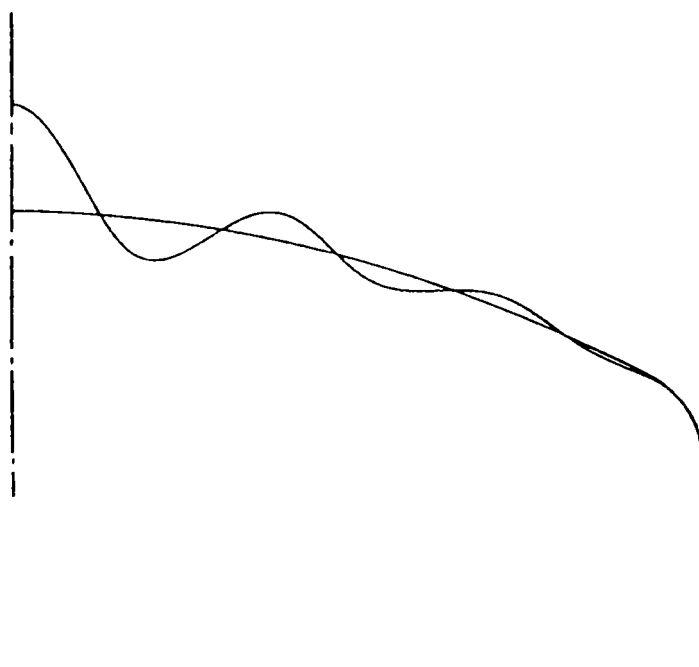


Fig.4.25 Modul de voalare axi-simetric

de voalare este mai redusă în prezența imperfecțiunilor de formă cum se poate vedea în tabelul 4.2

Tabelul 4.2 Indici de vârfuri de tensiune și presiuni critice în capetele torisferice ale recipientelor sub presiune

Cap no.	Rezultate el. finit			Rezultate experimentale				
	Capete perfecte			Capete reale (Variații de curbură și grosime)		Capete reale		
	$I_{oc}$	$I_{im}$	Presiune de voalare $P_{cr}$ $I_{br}$ /in <sup>2</sup>	$I_{uc}$	$I_{im}$	$I_{oc}$	$I_{im}$	Presiune de voalare $P_{br}$ $I_{br}$ /in <sup>2</sup> (10 <sup>6</sup> Pa)
1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	-2.504	2.374	219(1.511)	-2.690	2.9218	-3.040	2.480	248(1.711)
4	-3.596	3.099	229(1.579)	-4.603	4.171	-5.00	3.91	198(1.366)
5	-2.983	2.526	329(2.268)	-2.864	2.515	-3.16	2.64	278(1.918)
6	-2.747	2.364	388(2.268)	-	-	-3.84	3.09	278(1.918)
8	-2.904	2.552	53(0.364)	-2.243	2.311	-3.78	2.35	70(0.483)
9	-4.226	3.312	53(0.364)	-	-	-5.83	2.63	62(0.427)
10	-3/398	2.503	71(0.490)	-3.505	2.445	-4.19	2.11	78(0.538)
11	-2.868	2.022	109(0.751)	-	-	-4.07	2.38	86(0.593)
12	-5.503	4.233	54(0.378)	-	-	-5.51	3.21	66(0.455)
16	-3.900	3.158	100(0.690)	-4.848	4.413	-5.79	3.57	95(0.655)
17	-3.231	2.494	151(1.044)	-	-	-4.71	2.78	107(0.738)

Coloanele 2 și 3 ale tabelului indică vârfuri pe suprafața externă circumferențială  $I_{oc}$  și indici de solicitare meridională pe suprafața internă meridională  $I_{im}$  pentru capuri din tabelul 4.1 cu geometrii perfecte pentru articulație și creștet, calculate cu metoda FEM.

Acestea sunt normalizate prin solicitări nominale circumferențiale în cilindru. Acești indici de tensiune sunt comparați cu rezultatele experimentale prezentate în coloanele 7 și 8 ale tabelul 4.2. În general vorbând indicii  $I_{oc}$  obținuți experimental sunt mai mari decât valorile numerice cu capuri perfecte. Excepție sunt extremitățile 5 și 12 pentru care diferențele între valorile  $I_{oc}$  sunt în interior 0.1 % și 6%, pentru restul modelelor fiind între -24% și 26%.

Coloana 4 a tabelul 4.2 arată presiunea critică de voalare a extremităților perfecte a tabelul 4.1 obținută utilizând FEM. Coloana 9 a tabelul 4.1 prezintă presiune de voalare obținută experimental. Diferențele între valorile numerice și cele obținute experimental sunt între -29% și 32% la capul de tip 16 diferența fiind de 5%.

Tabelul 4.3 arată indicii vârfurilor de tensiune și presiune de voalare la o serie de recipiente torisferice sub presiune cu capete perfecte obținute utilizând FEM. Pentru aceste capete diametrul normal al cilindrului este de 54 in (1371,6 mm).

Parametrii de grosime ai cilindrilor și capului sunt:  $t_c/D = 0.00193$  și  $t_c/D = 0.00237$ .  
**Tabelul 4.3 Indici vârf de tensiune și presiunea de voalare la o serie de capete torisferice a recipientelor sub presiune (rezultate element finit) ( $D = 54$  in ,  $t_c/D = 0.00193$   $t_c/D = 0.00237$ )**

$r/D$	$R/D$	$I_{oc}$	$I_{im}$	$P_{cr}$ $I_{cr}/in^2$ ( $10^6 Pa$ )	
0.04	1.0	-	5.493	5.312	199.36(1.375)
	0.833		-5.491	4.500	286.57(1.977)
	0.788		-4.217	4.310	319.07(2.201)
	0.722		-3.728	3.961	380.04(22.621)
0.056	1.0		-4.606	3.464	199.39(1.375)
	0.833		-3.823	3.318	285.76(1.971)
	0.788		-3.578	3.106	319.085(2.201)
	0.722		-3.201	3.099	381.552(2.632)
0.074	1.0		-3.596	3.099	199.60(1.377)
	0.833		-2.983	2.600	285.44(1.969)
	0.788		-2.747	2.364	320.84(2.213)
	0.722		-2.646	2.305	380.50(2.625)
0.1	1.0		-2.80	2.561	198.98(1.372)
	0.833		-2.277	1.957	285.39(1.968)
	0.788		-2.142	1.805	319.30(2.202)
	0.722		-1.934	1.654	381.14(2.629)
0.111	1.0		-2.504	2.374	198.62(1.370)
	0.833		-1.999	1.775	286.29(1.975)
	0.788		-1.877	1.668	319.08(2.201)
	0.722		-1.689	1.487	382.01(2.635)

Parametrii ( $r/D$ ) rază de articulație variază între 0.04 și 0.111 în timp ce parametrii de rază a creștetului  $R/D$  variază de la 0.7222 la 1.0

Rezultatele tabelului 4.3 sunt plotate în fig. 4.26-4.28. Fig. 4.26 și 4.27 arată variația indicelui de solicitare meridional intern  $I_{im}$  cu referire la raza de articulație  $r/D$  și raza de creștet  $R/D$ . Se poate vedea că raza de articulație cea mai mare este la indicele de solicitare cel mai jos și vice versa.

Pentru o valoare constantă a razei de articulație, raza cea mai mare a creștetului are și cel mai mare indice de solicitare.

Fig. 4.26 arată efectul razei de articulație și creștet la o presiune critică de voalare. Această plotare arată că pentru o valoare constantă a razei de creștere presiunea critică de voalare este independentă de raza de articulație. Pentru o valoare constantă a razei de articulație, raza cea mai mare a creșterii are cea mai joasă presiune critică.

Pentru distribuția indicilor de încărcare circumferențială și meridională pe suprafețele interne și externe ale capetelor perfecte de tipul 3 s-au considerat 4 cazuri diferite:

- cap perfect
- variație de grosime cu profil perfect
- variația de curbură la extremități, grosime uniformă
- variații de curbură și grosime

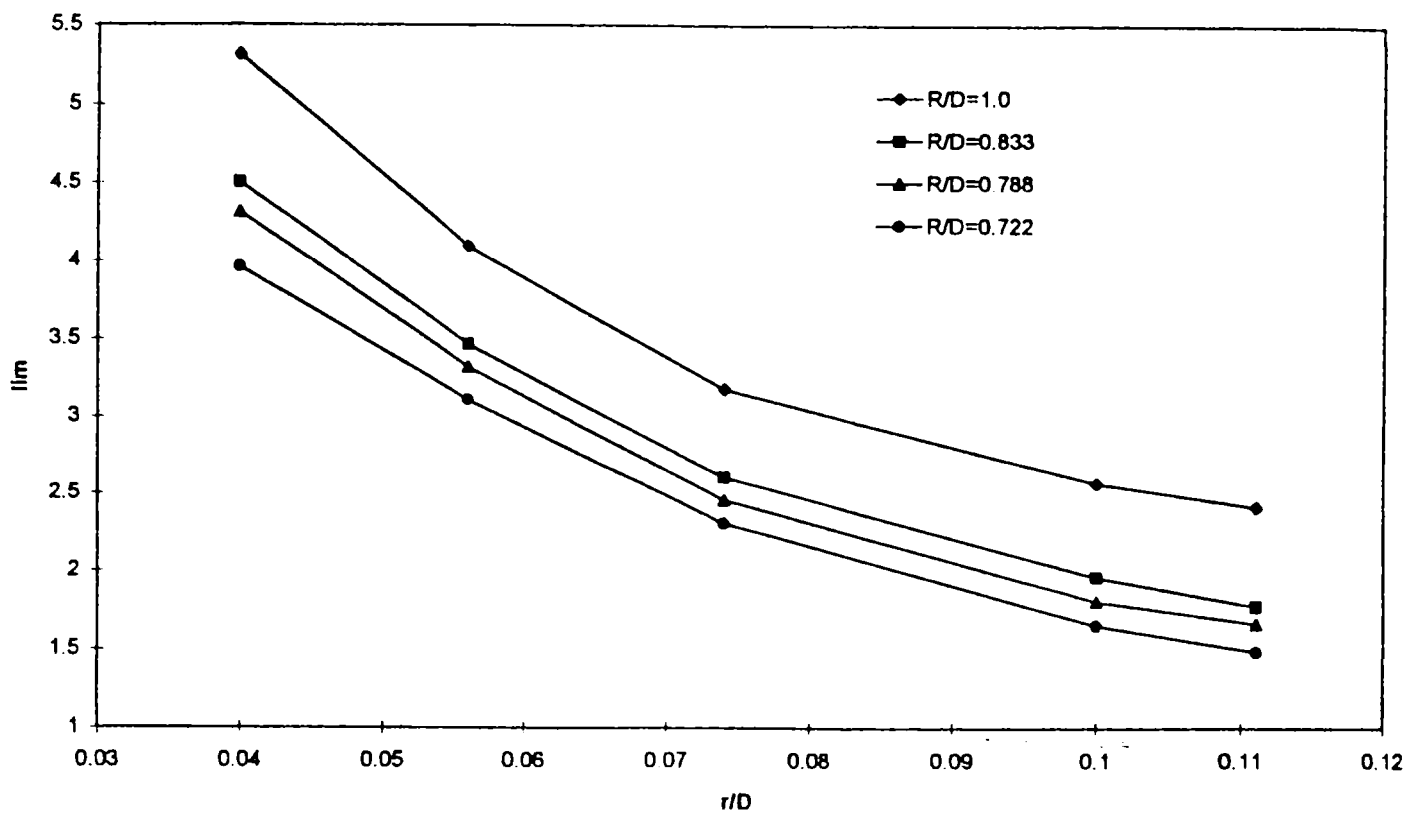


Fig.4.26 Efectul razei de articulație asupra indicelui de tensiune de vârf meridiană interior ( $I_{im}$ ), ( $D = 54''$ ,  $t_c/D = 0.00237$ ,  $t_c/D = 0.00193$ )

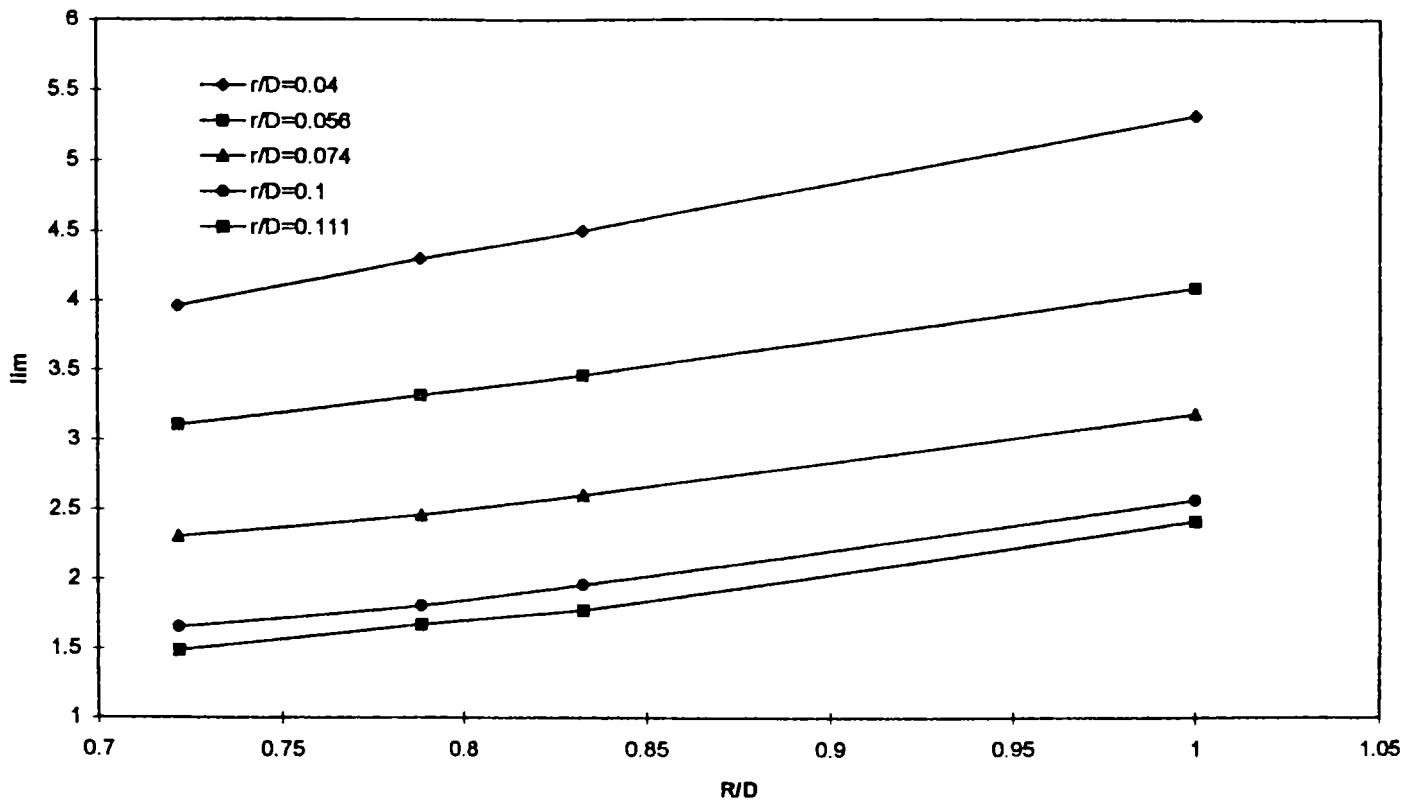


Fig.4.27 Efectul razei de crștere asupra indicelui de tensiune de vârf pe suprafața internă meridiană ( $I_{im}$ ), ( $D = 54''$ ,  $t_c/D = 0.00237$ ,  $t_c/D = 0.00193$ )

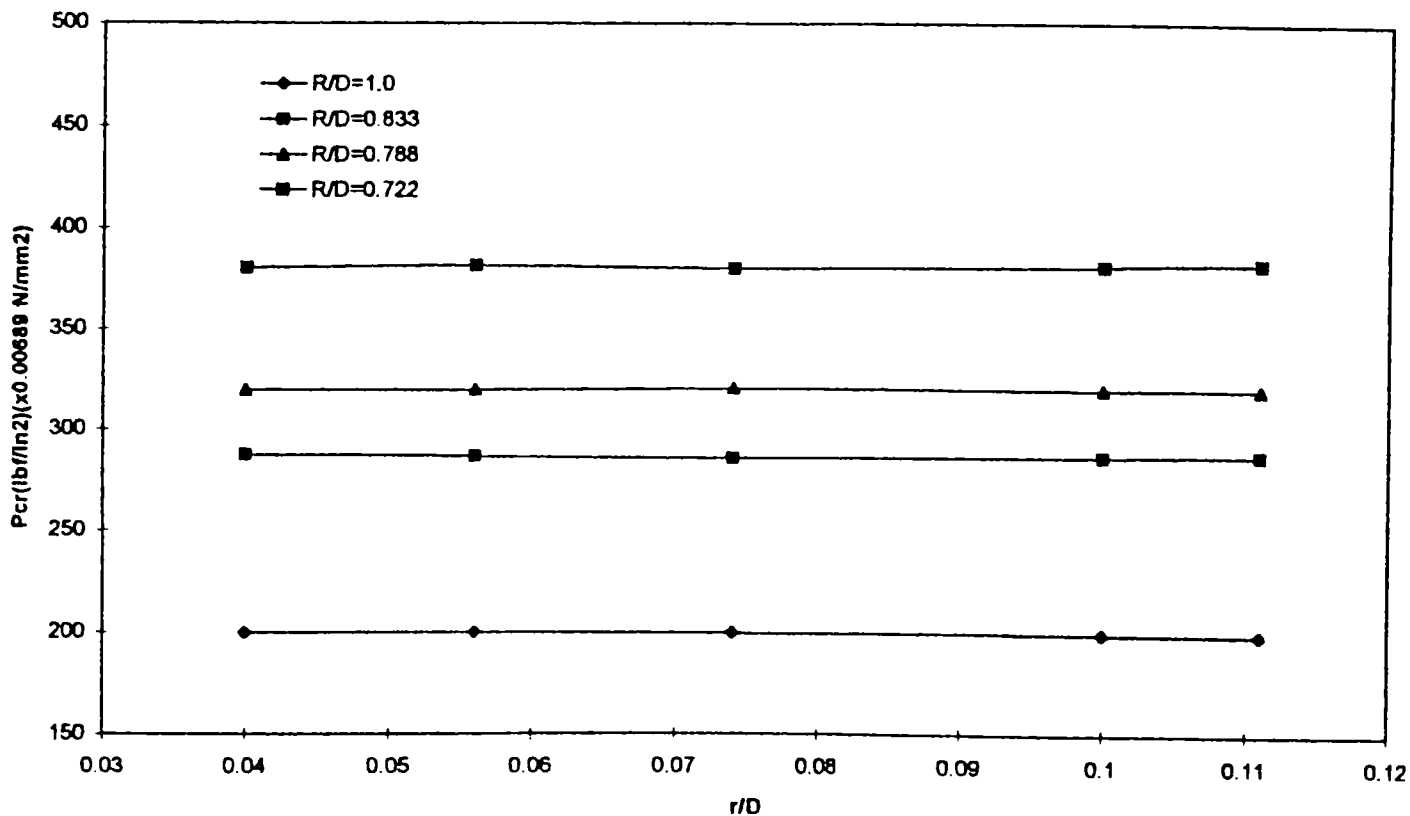


Fig.4.28 Efectul razei de articulație și creștere asupra presiunii critice de voalare ( $P_{cr}$ ), ( $D = 54''$ ,  $t_c/D = 0.00237$ ,  $t_c/D = 0.00193$ )

Concluzia acestui studiu a fost că discrepanțele în curbură au avut un efect considerabil pe nivele de încărcare decât variațiile de grosime.

Coloanele 5 și 6 ale tabelului 4.2 arată că rezultatele MFE ale capetelor 3,4,5,10 și 16 cu variații de grosime arată ca în fig.4.18-4.21. Indicii de încărcare meridională ai suprafeței interioare variază de la valori pentru extremități perfecte între -9% și 3%. În comparație cu rezultatele experimentale, diferențele sunt între -6% și 17%.

Fig.4.29– fig.4.31 arată distribuția indicilor de solicitare meridionali pe suprafața interioară și circumferențiali pe suprafața exterioară a capetelor reale perfecte 4,8 și 16.

Distribuția de încărcare spre care tind extremitățile reale este similară cu extremitățile perfecte.

Totuși există fluctuații de tensiune în creștet lângă pol ce conduc la variații largi de curbură în această regiune. Diferențele de +28%, -22% și 24% pentru indicii  $I_{oc}$  și +34%, -9% și 31% pentru indicii  $I_{im}$ , pot fi observați în extremitățile 4,8 și 16 respectiv. După cum se vede în fig.4.31 tendința către profilul real 8 este diferită de tipurile de capete 4 și 16.

Stanley și Champbell au determinat deflexia polului la capete de tip 9 reprezentând-o prin presiunea VS. Se arată că în ciuda deformațiilor semnificative neliniare dezvoltate la presiuni joase la aceeași poziție, variația de deflexie cu presiunea a fost practic liniară la presiuni de voalare. Fig.4.32 arată deflexia polului reprezentată prin VS și creșterea circumferințială în cilindru pentru capete de tip 4, care este obținută numeric.

Se poate vedea că la aceeași valoare de presiune, deflexia polului este mai mare pentru capul real decât pentru capul perfect. Creșterea cilindrului este cel mult identică pentru capete reale și perfecte.



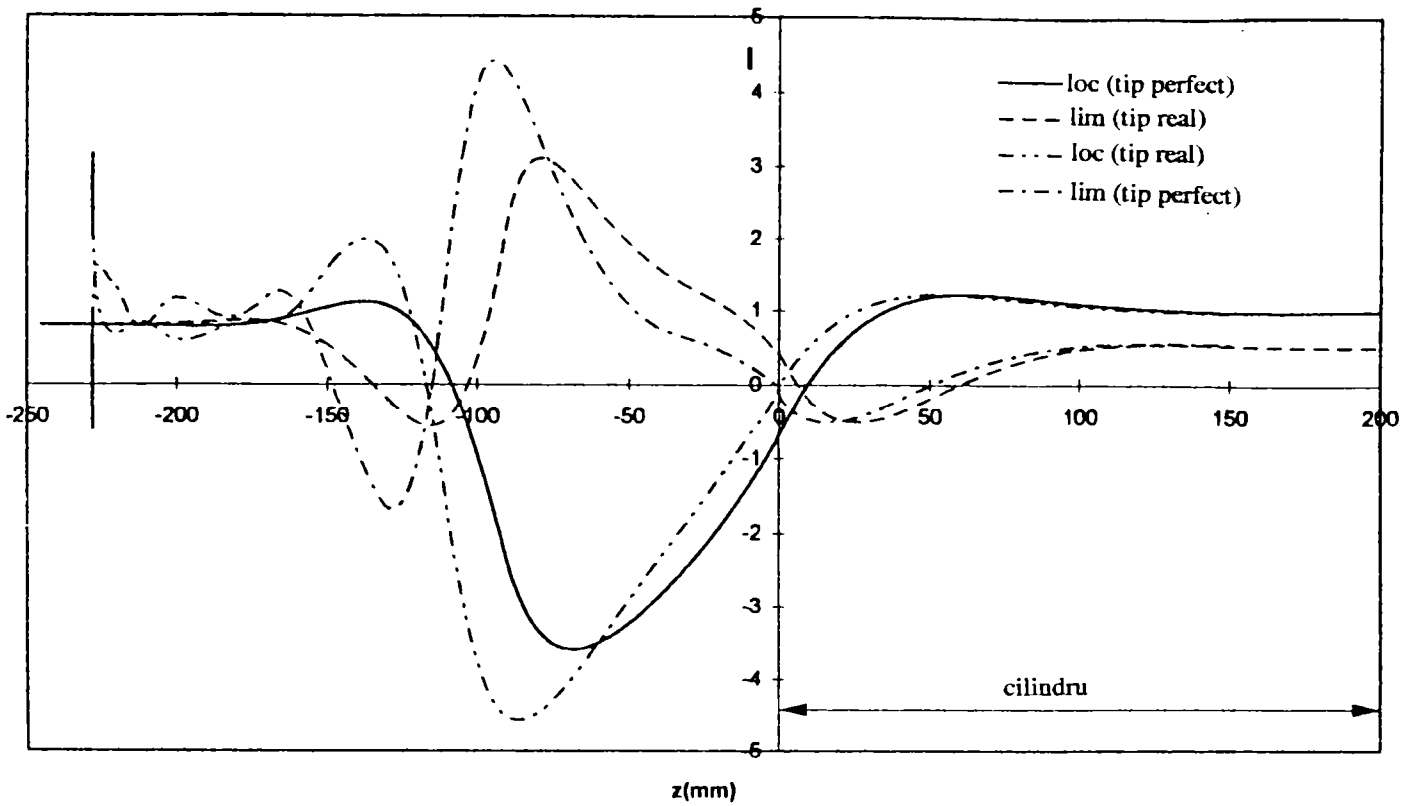


Fig.4.29 Distribuția indicilor de tensiune meridionali pe suprafața interioară și de tensiune circumferențiali pe suprafața exterioară pentru capete de tip 4 reale și perfecte.

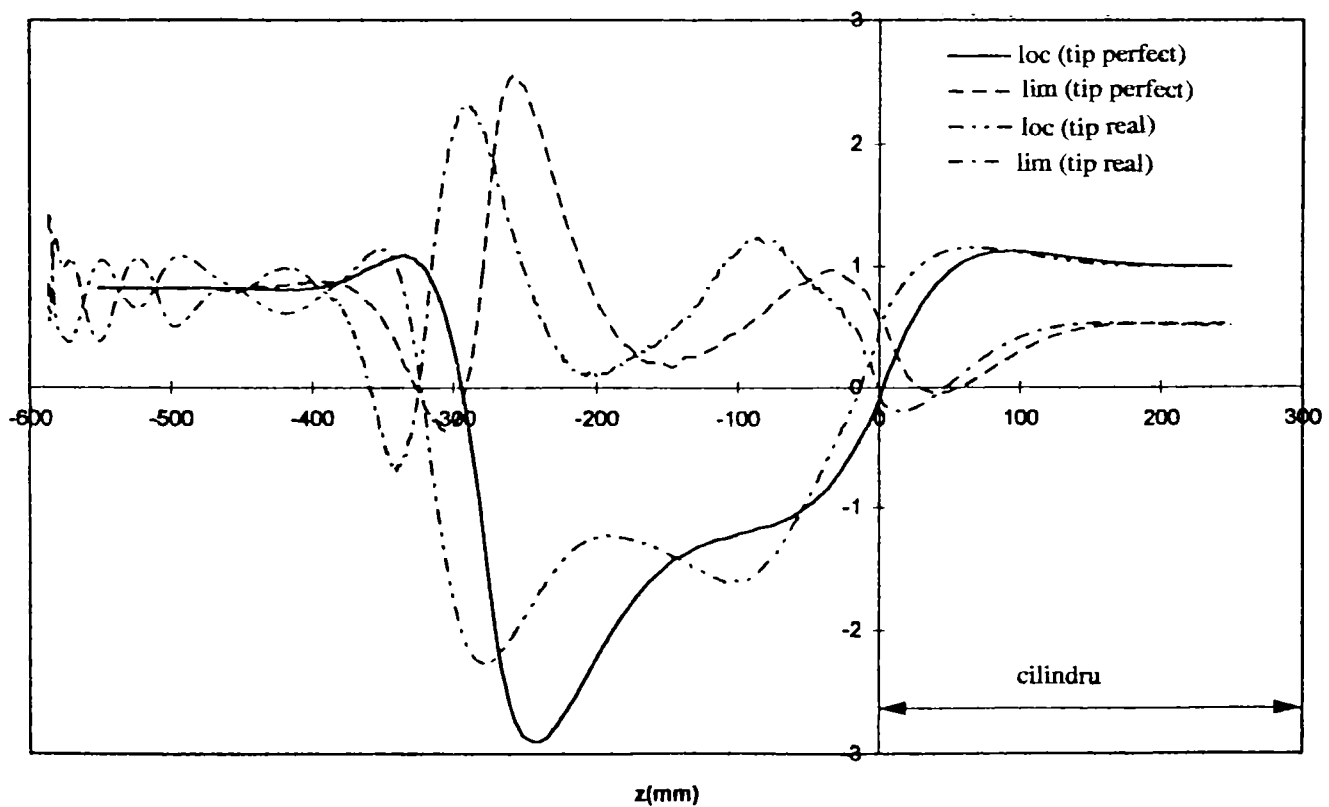


Fig.4.30 Distribuția indicilor de tensiune pe suprafața meridională interioară și indicilor circumferențiali pe suprafața circumferențială exterioară pentru capete de tip 8 reale și perfecte

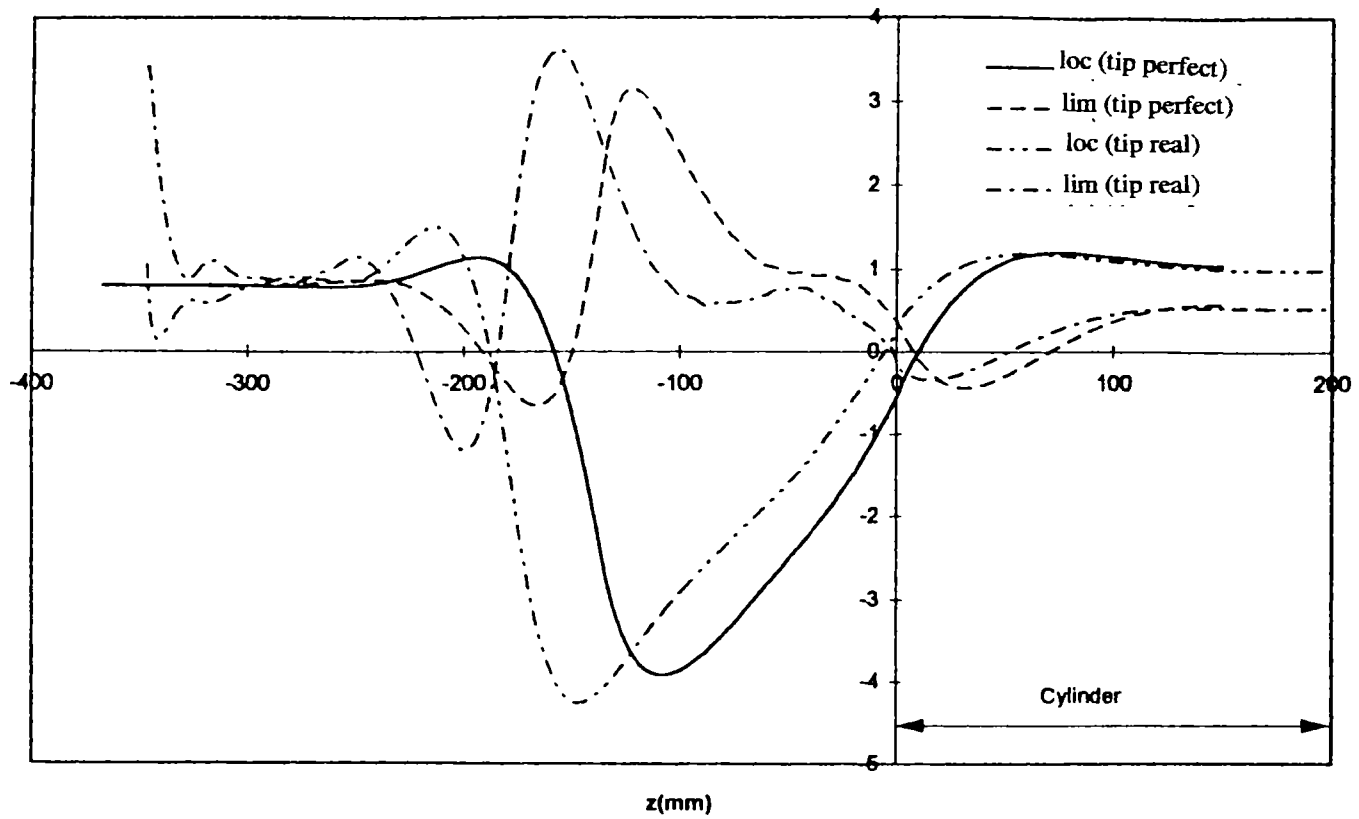


Fig.4.31 Distribuția indicilor de tensiune meridionali pe suprafața interioară și de tensiune circumferențiali pe suprafața exterioară pentru capete de tip 16 reale și perfecte

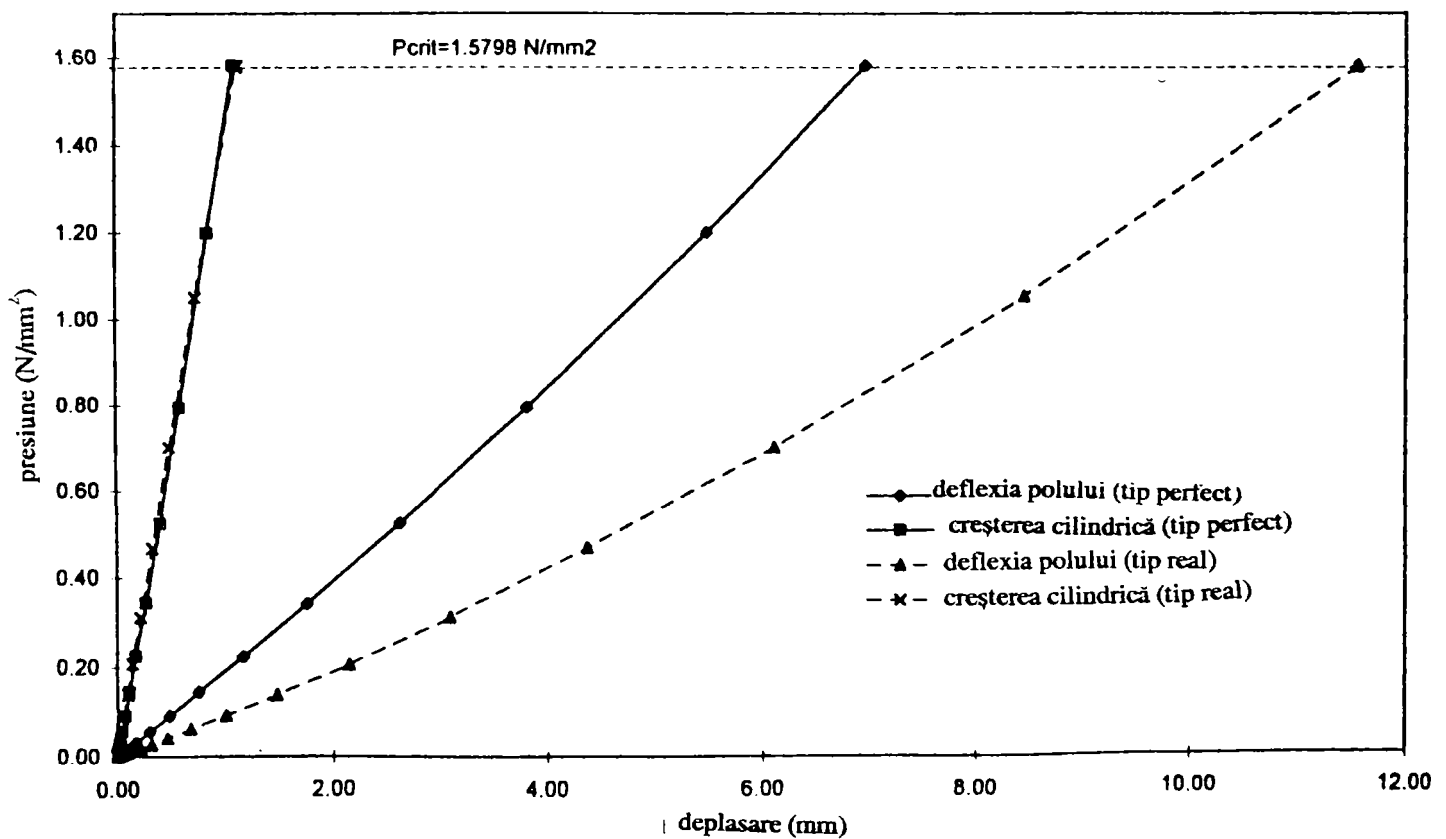


Fig.4.32 Presiunea de deflexie VS pentru capete perfecte și reale de tip 4

## 4.4 Studiul stării de tensiune pentru diferite configurații a joncțiunii cupolă sferică- cilindru supusă presiunii interne , aparținând invelitorilor de tip GRP

În cele ce urmează se discută rezultatele obținute pe calculator , de investigare a tranzițiilor între cupolele sferice și cilindrii aparținând recipientelor supuse presiunii de tip GRP (Glass Reinforced Plastic). Cercetările au fost inițiate de UMIST și suportate de Polymer Engineering Directorate of Science and Engineering Research Council. Pentru studiu a fost conceput programul BOSOR4 [75] , care dă predicții teoretice asupra distribuției de tensiuni și deformații pentru diferite configurații , rezolvând astfel problema învelitorilor subțiri GRP în domeniul elastic liniar, utilizând metoda diferențelor finite. Rezultatele sunt prezentate sub formă de factori de concentrare pentru tensiuni și deformații și sunt de așteptat a se aplica la orice material izotrop și omogen în domeniul elastic.

S-a considerat materialul izotrop și omogen având modulul lui Young  $E=7.0$  GPa și coeficientul lui Poisson  $\nu =0.34$ . Cupola a fost atașată la un cilindru lung cu diametru intern de 1 m și 10 mm grosime și supusă la o presiune internă de 400 KPa.

În fig.4.33 se arată detalii de geometrie pentru principalele cazuri considerate .

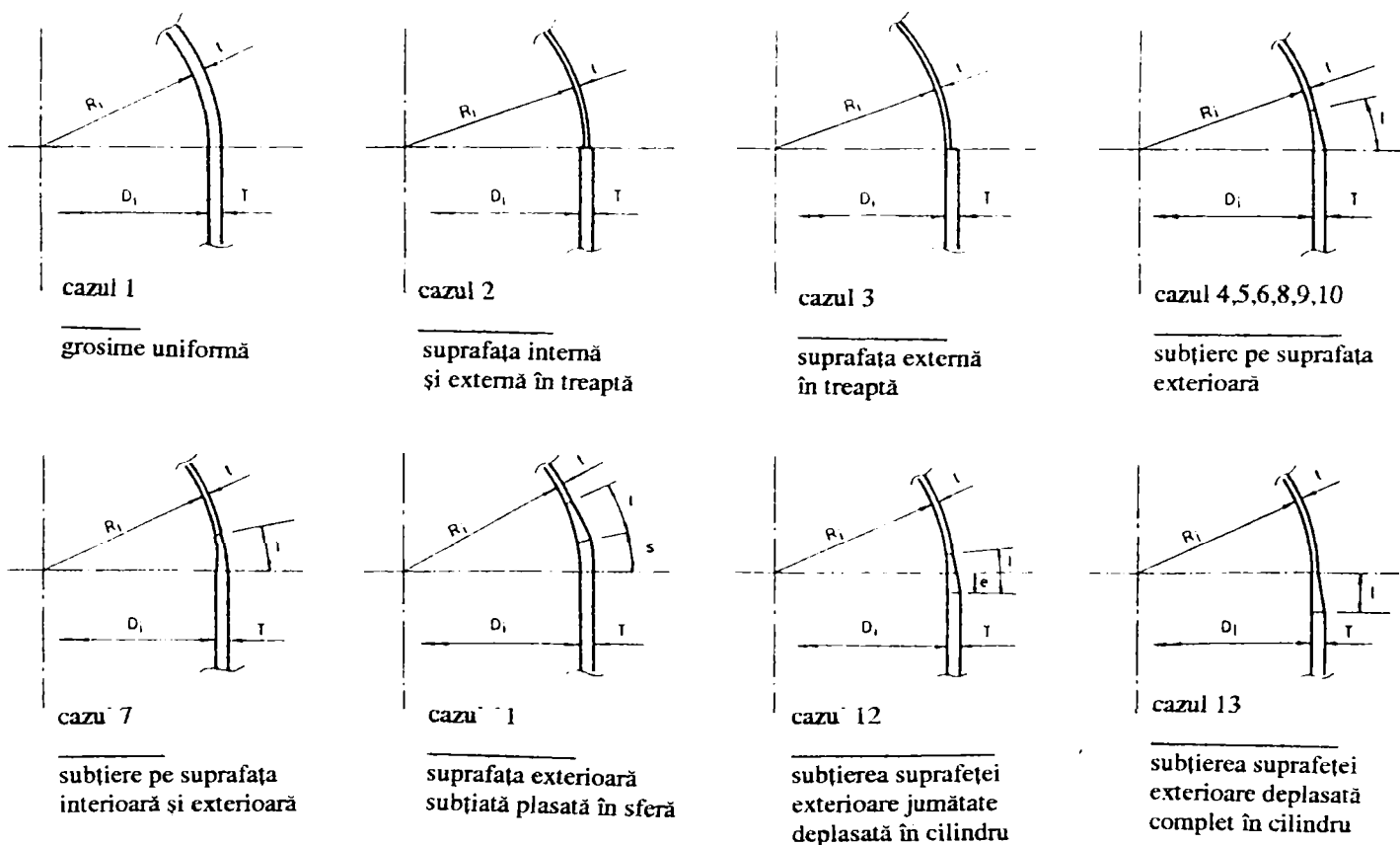


Fig.4.33 Detalii de tranziție  $D =1000$ mm,  $T=10$  mm,  $R =500$ mm(exceptând cazul 2 și 7 unde  $R =502.5$ mm) ; valorile  $t$  și  $l$  sunt date pentru diferite cazuri în tabela 1.

În cazul 1 grosimea cupolei este egală cu grosimea cilindrului.

Cazurile 2 și 3 consideră grosimea cupolei redusă abrupt cu 50% față de grosimea cilindrului la joncțiunea cilindru-cupolă. În cazul 2 suprafața mijlocie a cupolei coincide cu suprafața mijlocie a cilindrului iar în cazul 3 suprafața internă este continuă.

Cazurile 4 la 10 consideră că descreșterea grosimii care începe cu joncțiunea cilindru -cupolă , grosimea cupolei variind liniar cu distanța meridională pentru lungimea subțiată. Degroșarea este aplicată numai la suprafața exterioară cupolei cu excepția cazului 7 unde atât suprafața din interior cât și suprafața din exterior este subțiată , suprafețele de mijloc ale sferei și cilindrului având aceeași rază.

Cazul 11 examinează efectul de începere a degroșării în sferă la o distanță depărtată de joncțiunea cupolă-cilindru , fiind subțiată numai suprafața exterioară.

Ultimele două cazuri 12 și 13 examinează efectul degroșării în cilindru și sferă. În cazul 12 degroșarea se extinde la distanțe egale în cilindru și cupolă , iar în cazul 13 degroșarea este numai în cilindru terminând cu joncțiunea cupolă-cilindru.

Pentru studiu s-au introdus 2 factori de concentrare :

- SCF factor de concentrare pentru tensiune
- SNCF factor de concentrare pentru deformații

$$SCF = \frac{\text{tensiunea maxima in cupola}}{\text{tensiunea circumferentiala in cilindru}} = \frac{\sigma_{\max}}{pD_i/2T}$$

$$SNCF = \frac{\text{deformatia maxima in cupola}}{\text{deformatia circumferentiala in cilindru}} = \frac{\epsilon_{\max}}{pD_i \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) / 2ET}$$

unde D - diametru intern al cilindrului

p - presiunea internă

T - grosimea cilindrului

$\nu$  - coeficientul lui Poisson

E - modulul lui Young

Fig.4.34 -fig.4.44 arată distribuții de tensiuni și deformații obținute cu BOSOR4.

Tabela 1 prezintă rezultatele analizei astfel : coloana 1 , 2 și 3 descrie cazurile considerate , coloana 4 se referă la grosimea cupolei , coloana 5 prezintă lungimea degroșată , coloana 6 prezintă presiunea  $P_{0,002}$  la care deformația maximă a suprafeței în recipient este 0.2%. Coloanele 7 și 8 prezintă coeficienții de concentrare SCF și SNCF.

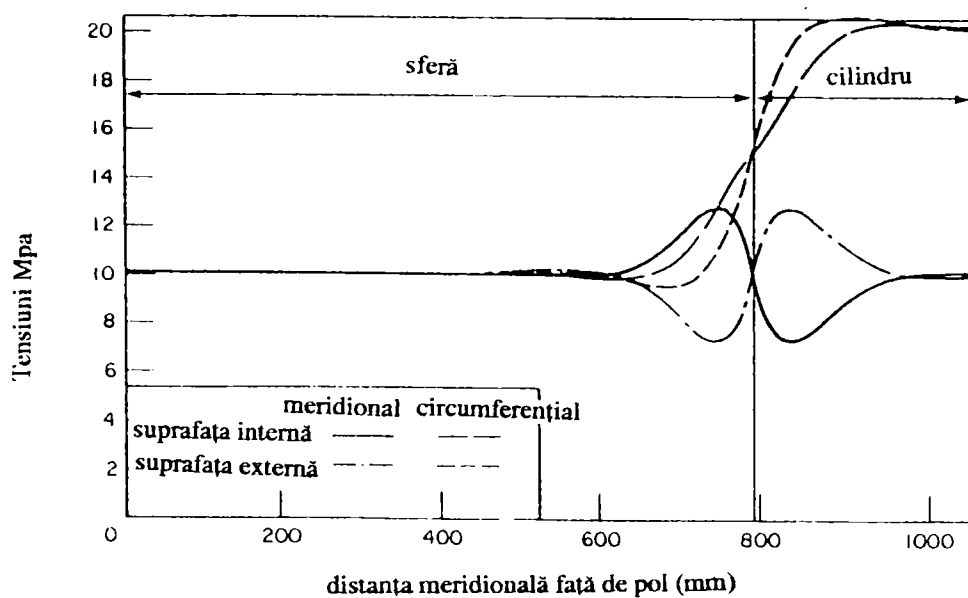
Tabelul 4.1 arată că  $SCF > SNCF$  pentru toate cazurile și deci comparația cazurilor este bazată pe factorul de concentrare SCF. Rezultatele marcate cu asterisc în tabela 1 sunt dobândite la o presiune de 400 KPa care este aproximativ cu 70 KPa mai mare decât  $P_{0,002}$  .

Figurile 4.34 a și 4.34 b arată distribuția de tensiune și deformație pentru cazul 1.

Vârful de tensiune pentru învelitoare se produce în direcție circumferențială pe partea din exteriorul cilindrului. În cupolă tensiunea și deformația maximă se produce în direcție circumferențială la joncțiunea cilindru/sferă. Tensiunile și deformațiile sunt joase peste tot în cupolă , deci este evident că materialul poate fi economisit prin reducerea grosimii în această zonă.

Tabelul 4.4  
Factorii de concentrare a tensiunii și deformației pentru geometriile din fig.1 In toate cazurile diametru  $D = 1000\text{mm}$ , grosimea pereților cilindricului  $T=10\text{mm}$

Caz	Descriere	Fig.	t	l	P	SCF	SNCF
1	Grosime constantă	2	10.0	-	329.3	0.750*	0.712
2	Treaptă pe două suprafețe	3	5.0	-	332.4	1.140	0.912
3	Treaptă pe o suprafață	4	5.0	-	207.3	1.864	1.628
4	Subțiere pe suprafața externă	5	5.0	30	267.0	1.486	1.264
5	Ca și cazul 4	6	5.0	70	302.5	1.318	1.116
6	Ca și cazul 4	-	5.0	123	319.3	1.254	1.057
7	Două suprafețe subțiate	7	5.0	70	330.3	1.074	0.895*
8	Suprafața externă subțiată	9	6.6	70	330.3	0.876*	0.714*
9	Ca și cazul 8	10	6.0	70	330.3	0.996*	0.814*
10	Ca și cazul 8	-	6.0	77	330.3	0.986*	0.814*
11	Subțiere mutată în sferă	8	5.0	70	271.0	1.430	1.244
12	Subțiere pe jumătate în cilindru	11	6.0	70	330.3	1.030*	0.873*
13	Subțiere în totalitate în cilindru	12	6.0	77	292.7	1.340	1.153



(a)

Fig.4.34(a) Distribuția de tensiune la  $P=400\text{kPa}$  pentru grosime uniformă  $t=10\text{mm}$  (cazul No.1)

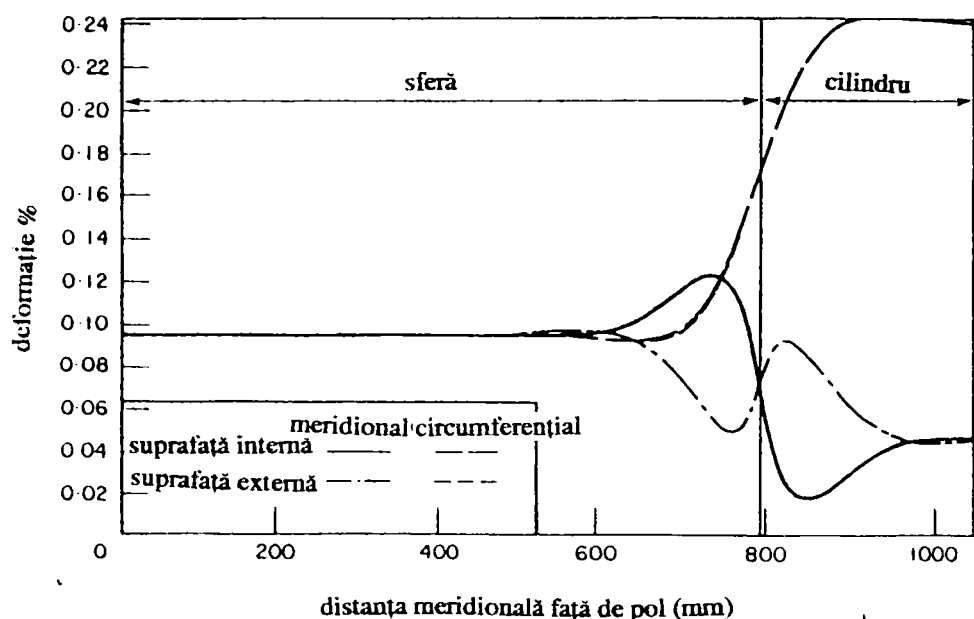


Fig.4.34(b) Distribuția de deformare specifică la  $P=400\text{KPa}$  pentru grosime constantă  $t=10\text{ mm}$  (cazul No.1)

Când grosimea sferei este redusă la jumătate față de grosimea cilindrului, tensiunile de membrană în sferă și tensiunile circumferențiale de membrană în cilindru sunt egale fig.4.35(a), se produce o foarte slabă concentrare de tensiune ( $\text{SCF}=1.14$ ) determinată de tensiuni circumferențiale ridicate din exteriorul sferei la joncțiunea sferă-cilindru. Concluzia este următoarea: cazul 2 face eficientă utilizarea de material, dar designul este impractic din punct de vedere al fabricației recipientelor. Se face observația că teoria nu consideră efectul de ridicare al tensiunilor la colțul formei.

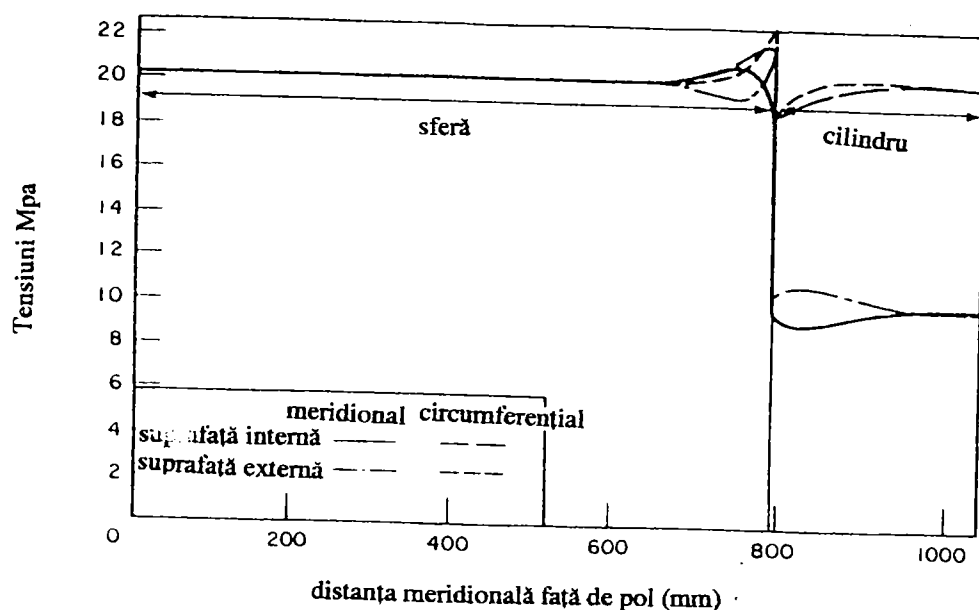


Fig.4.35(a) Distribuția de tensiune la  $P=400\text{KPa}$  pentru treaptă dublă,  $t=5\text{ mm}$  (cazul No.2)

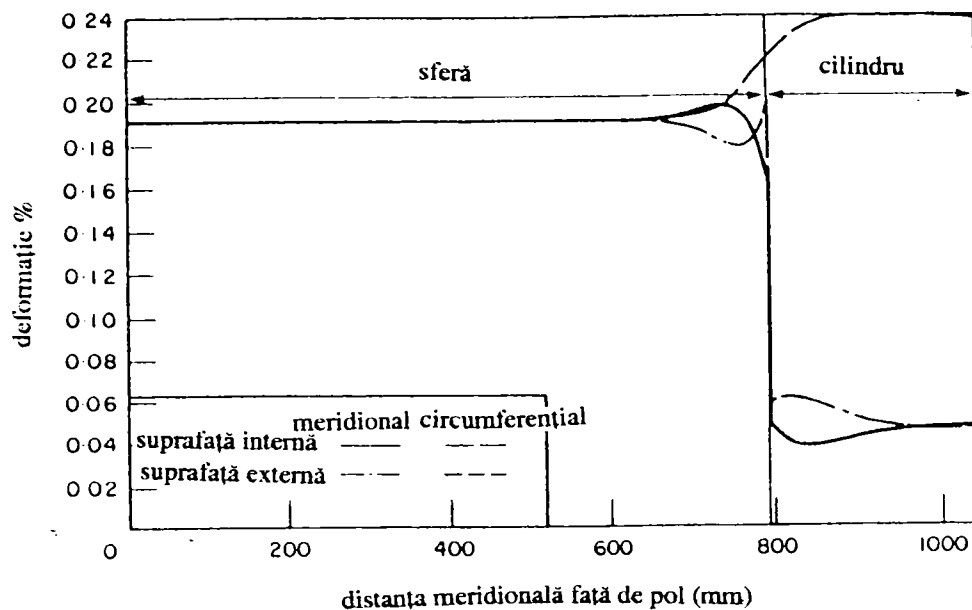


Fig.4.35(b) Distribuția de deformație specifică la  $P=400\text{KPa}$  pentru treaptă dublă,  $t=5\text{mm}$  (cazul No.2)

Cazul 3 ce prezintă o treaptă în afara suprafeței, astfel încât diametrul intern al sferei și cilindrului să rămână egal, este mult mai practic și mai ușor de realizat. Totuși așa cum se vede în fig.4.36 distribuția de tensiune meridională este inacceptabil de mare pe suprafața exterioară în cupolă, rezultând un factor de concentrare SCF de 1.864 în comparație cu 1.14 pentru designul anterior dublă treaptă.

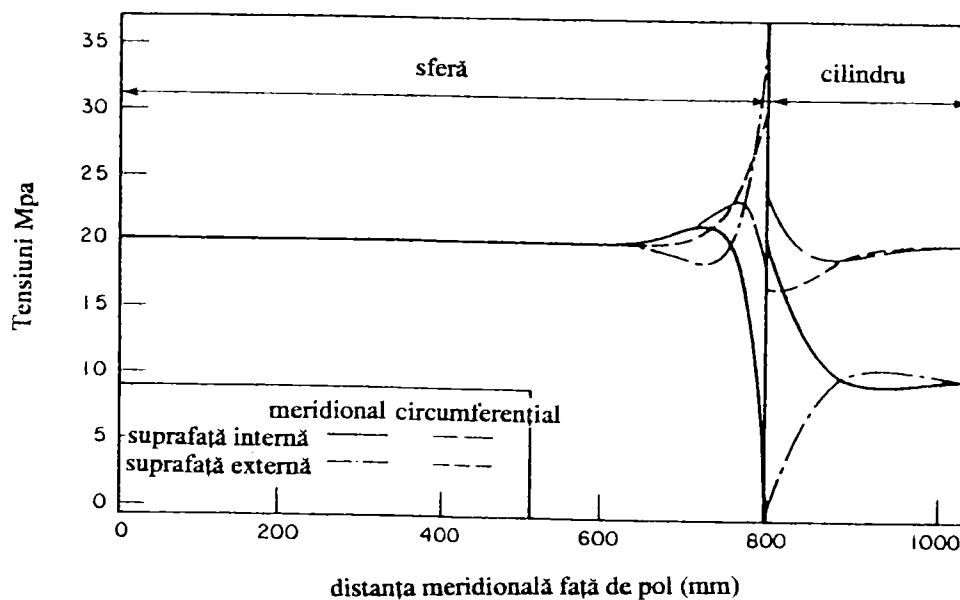


Fig.4.36(a) Distribuția de tensiune la  $P=400\text{KPa}$  pentru un singur pas,  $t=5\text{mm}$  (cazul No.3)

Tensiunile sunt mari pe cupolă la jonctiunea cupolă-cilindru. Distribuția deformațiilor corespunzătoare este de altfel inacceptabil de mare pentru cupolă. (fig.4.36 b) O formă de

tranziție (degroșare continuă ) este așteptată pentru a reduce tensiunile mari asociate cu o treaptă (cazul 3) ceea ce determină o formă practică de design ușor de realizat pentru recipiente GRP.

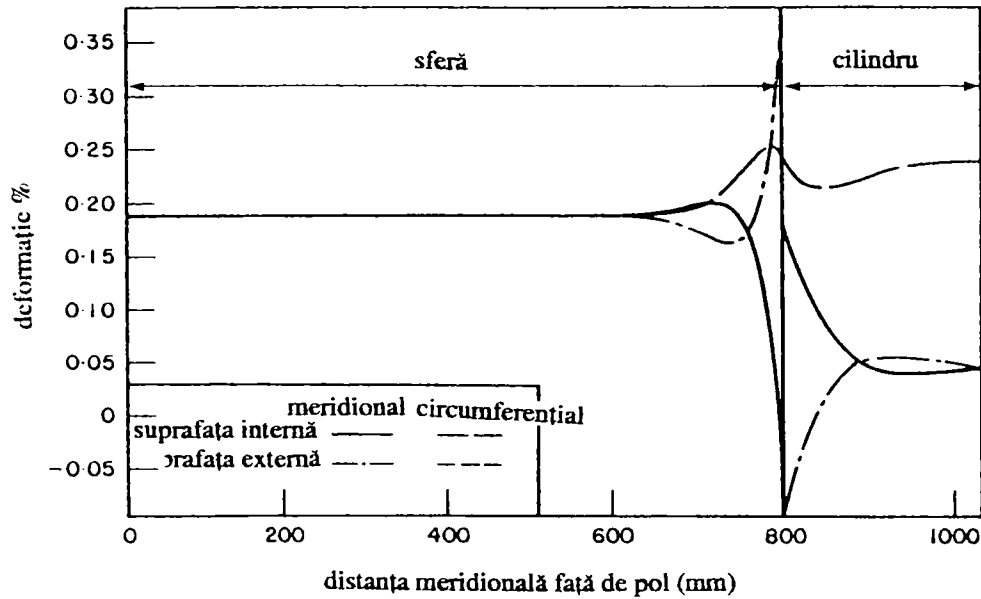


Fig.4.36(b) Distribuția de deformare specifică la  $P=400\text{KPa}$  pentru un singur pas ,  $t=5\text{mm}$ (cazul No.3)

Fig.4.37 a și 4.37b arată că dacă se consideră pe o lungime de 30 mm o reducere continuă a grosimii pe suprafața exterioară a sferei , ce determină reducerea grosimii de la 10mm în cilindru la 5mm în sferă (cazul 4) se reduce tensiunea maximă și deformarea ,dar nu atât cât este de așteptat.

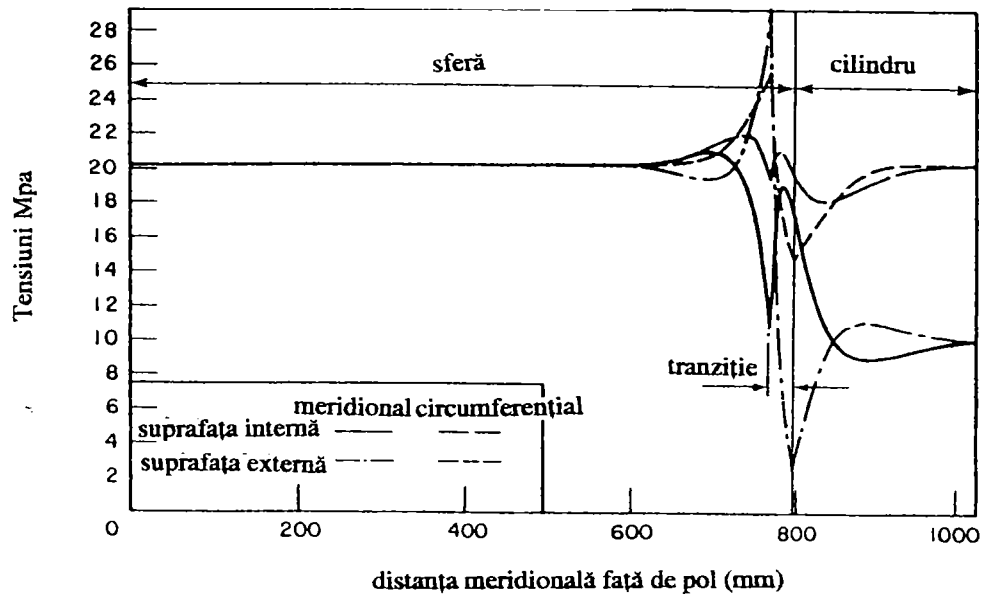


Fig.4.37(a) Distribuția de tensiune la  $P=400\text{KPa}$  pentru 30mm degroșare,  $t=5\text{mm}$  (cazul no.4)



Fig.4.37 arată un vârf pronunțat de tensiune meridională în exteriorul sferei la extremitatea degroșării , rezultând un coeficient SCF de 1.486 comparat cu 1.864 pentru cazul o singură treaptă (cazul 3).Tensiunile circumferențiale din exterior sunt mult mai mari decât în cilindru.

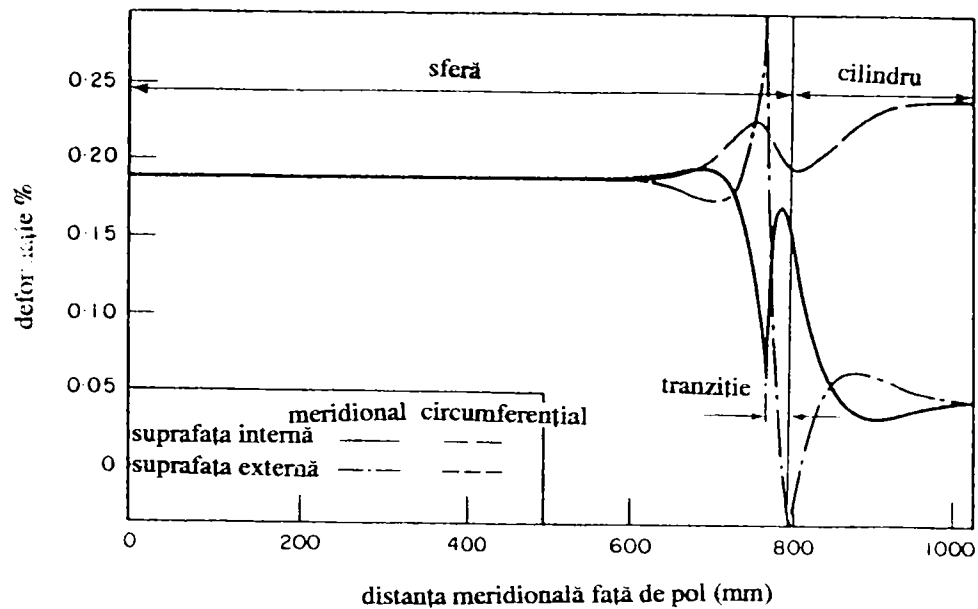


Fig.4.37(b) Distribuția de deformare la P=400KPa pentru 30mm degroșare , t=5mm (cazul No.4)

Distribuția corespunzătoare deformației este arătată în fig.4.37(b) și vârful de deformație este pe suprafața exterioară fiind deformație meridională ce coincide cu poziția tensiunii maxime. Deformațiile circumferențiale pe suprafața interioară și exterioară sunt egale și sunt mai mici în cupolă decât în cilindru.

Cazul 5 utilizează o degroșare extinsă pe 70mm ( $\sqrt{D_{it}} = 70.7\text{mm}$ ) , corespunzând la lungimi de degroșare sugerate de BS4994 [89] pentru tranziții de la 10mm la 5mm grosime pe diametru recipientului de 1m.

Din comparația fig. 4.37 și 4.38 este evident că o creștere a lungimii de degroșare reduce SCF la 1.318.

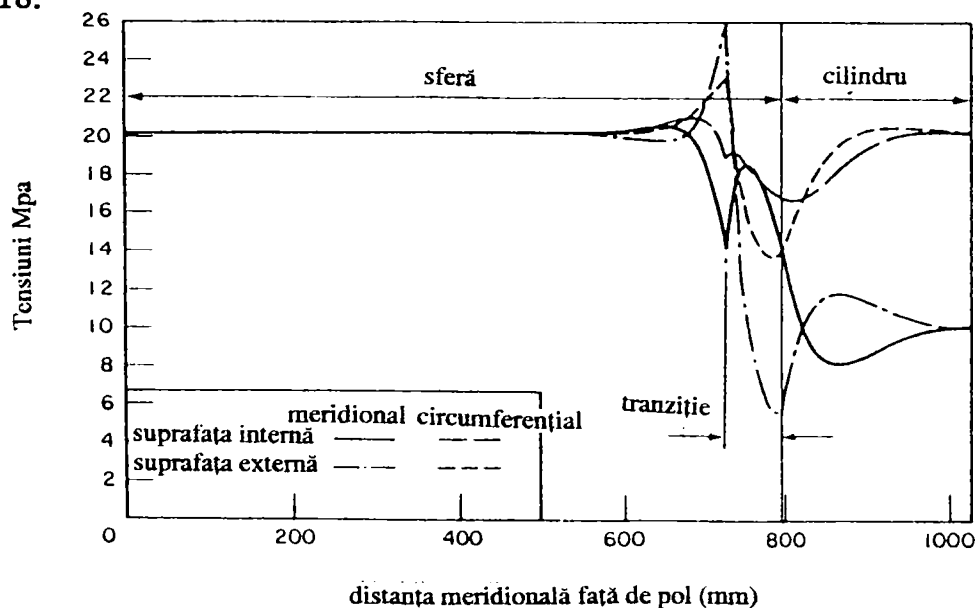
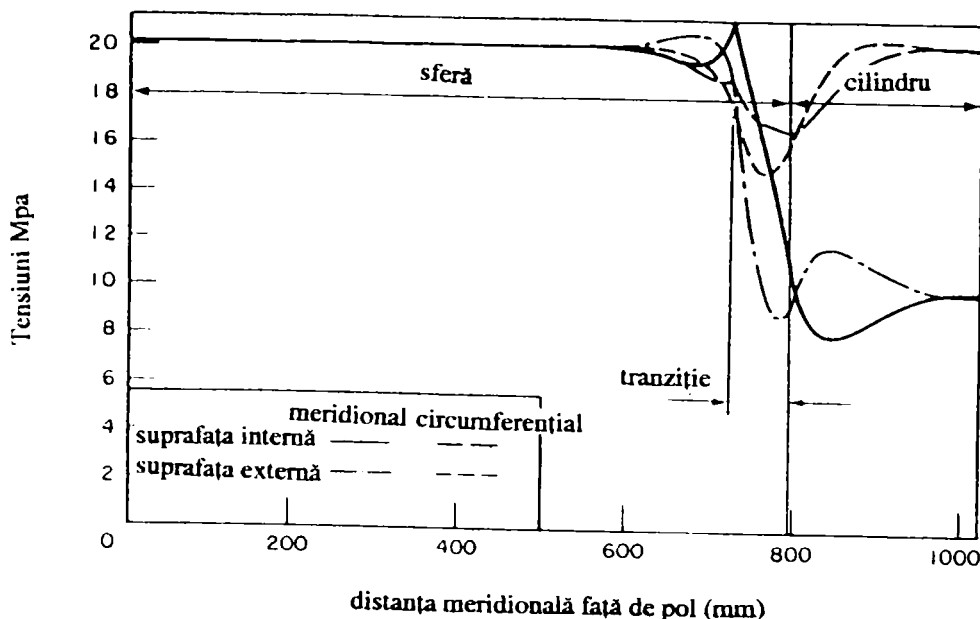


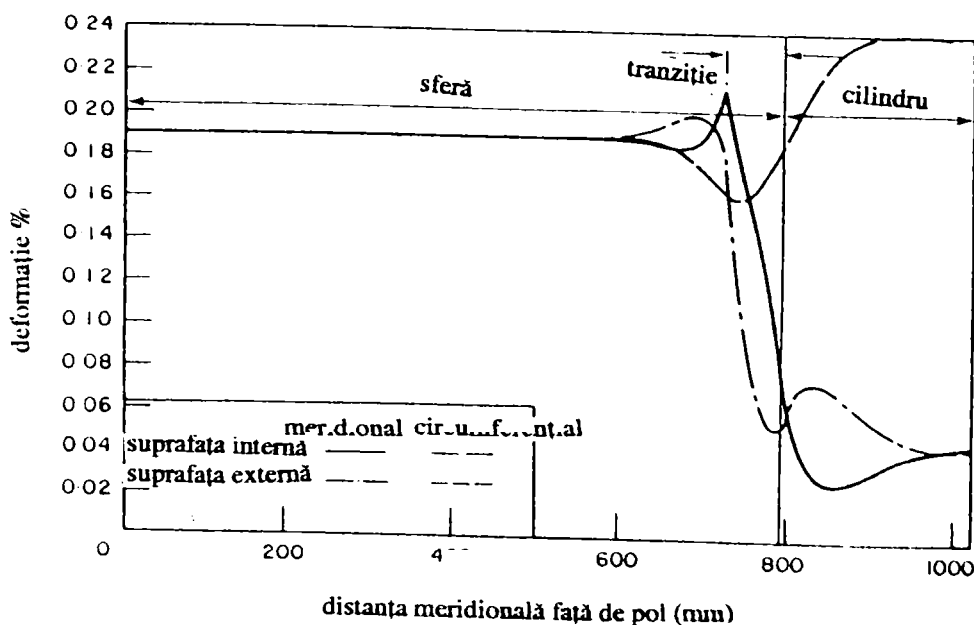
Fig.4.38 Distribuția de tensiune la P=400KPa pentru 70mm degroșare , t=5mm (cazul No.5)

Totuși tensiunile meridionale pe suprafața externă rămân mari chiar atunci când lungimea degroșării (l) este crescută la 123mm (cazul 6). Factorul de concentrare al tensiunii SCF este de 1.254 și distribuția tensiunii este de aceeași formă ca și fig.4.38 Distribuția deformației pentru 70mm care este aproximativ lungimea de slăbire  $\pi\sqrt{RT}/(3(1-\nu^2))^{1/4}$  asociată cu grosimea de 5mm la diametru de 1 m pentru învelitori GRP și 123mm subțirime urmează un șablon similar ca în fig.4.37 b

Alte tipuri de lungimi de degroșări vor conduce la SCF apropiat de unitate, dar vor reprezenta o degroșare nerealistă cu utilizare inefficientă a materialului. Utilizarea unei trepte duble pe lungime de 70mm (cazul 7) conduce la un SCF aproape de unitate (1.074). Fig.4.39 a arată distribuția de tensiuni pentru o degroșare dublă pe ambele părți tensiunea cea mai mare fiind tensiunea meridională pe suprafața interioară la terminarea lungimii subțiate.



(a)



(b)

Fig.4.39 Distribuția de tensiune și deformație specifică la P=4(X)KPa pentru 70mm lungime degroșare pe 2 suprafețe t=5mm (cazul No.7)

Distribuția deformației din fig.4.39b arată că deformațiile din cupolă sunt mai joase decât cele din cilindru. Din nefericire degroșarea dublă treaptă este o formă mult mai dificil de realizat și deci este o soluție practic nesatisfăcătoare.

Cazul 11 arată că dacă se continuă grosimea cilindrului în sferă, producând o degroșare de 70mm se manifestă o creștere de tensiune fig.4.40 dincolo de cea ce se observă în cazul 5 fig.4.38. Vârful tensiunii pentru cazul 11 este pe suprafața exterioară fiind tensiunea meridiană, la terminarea degroșării în sferă cu  $SCF=1.43$ .

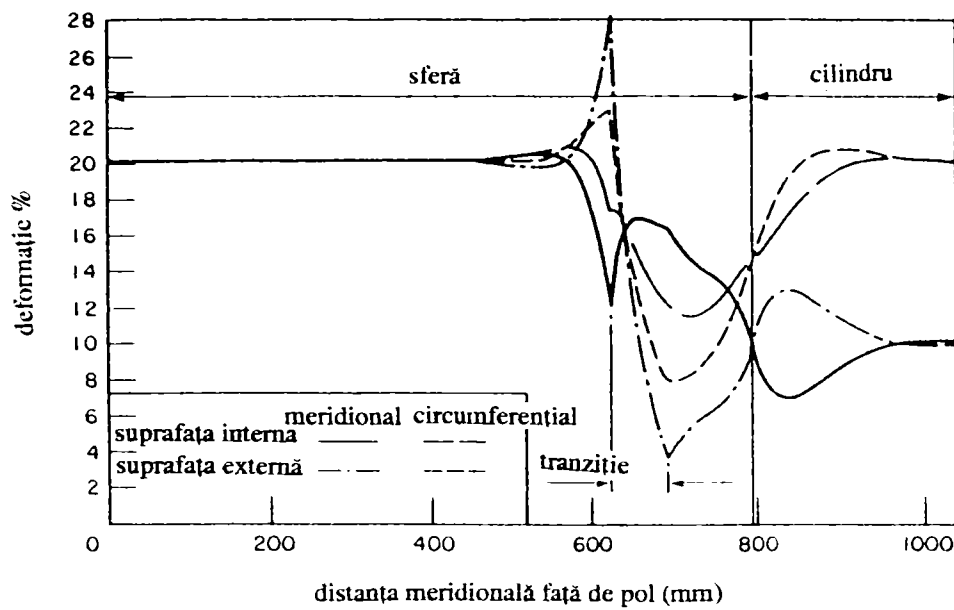


Fig.4.40 Distribuția de tensiune la  $P=400KPa$  pentru 70 mm degroșare în sferă,  $t=5mm$  (cazul No.11)

Cazurile 8,9, și 10 arată o reducere de tensiune prin menținerea unei lungimi de degroșare de 70mm pe suprafața externă începând de la jonctiunea cupolă-cilindru, dar crescând grosimea cupolei.

Fig.4.41 evidențiază distribuția tensiunilor pentru creșterea grosimii sferi la 6.6mm ( $SCF \times t = 1.318 \times 5 = 6.6mm$ ).

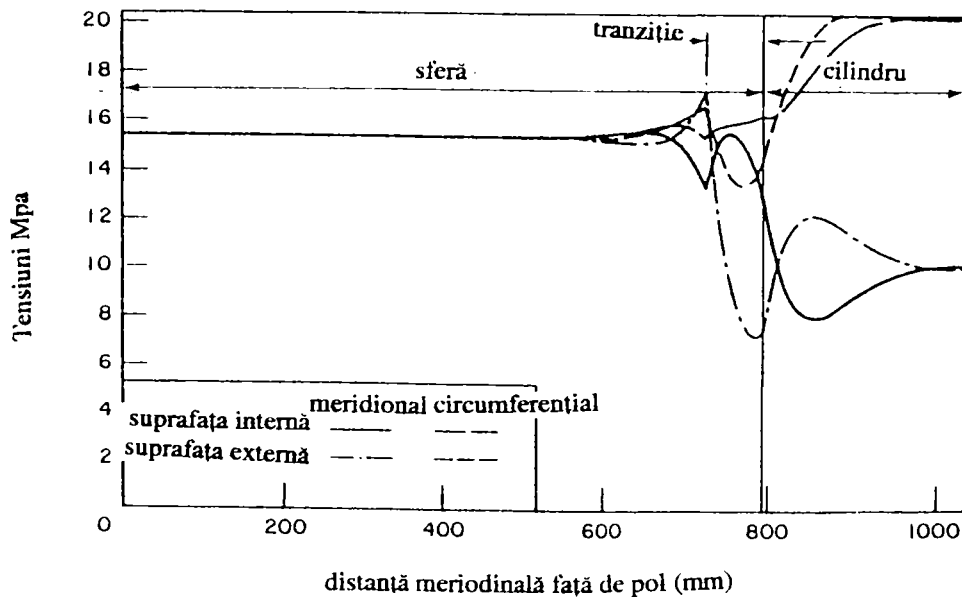
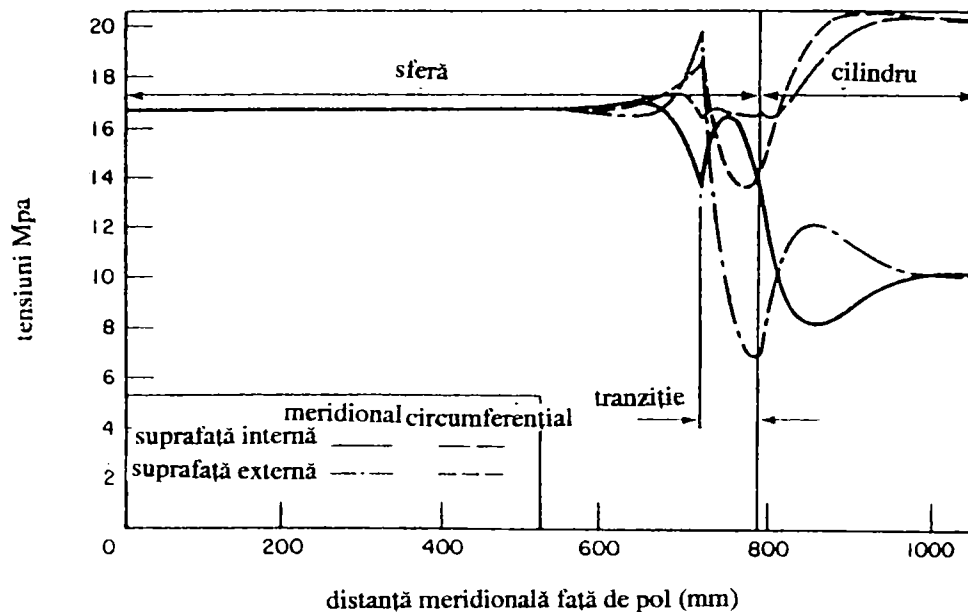


Fig.4.41 Distribuția de tensiune la  $P=400KPa$  pentru 70 mm degroșare,  $t=6.6mm$  (cazul No.8)

Se observă că la această grosime de sferă tensiunile în extremități în sferă sunt mai joase decât în cilindru, ceea ce demonstrează că această creștere de grosime nu este necesară.

Cazul 9 abordează soluția optimă unde diferența dintre tensiunea maximă din cupolă fig.4.42a și tensiunea circumferențială în cilindru este nesemnificativă.



(a)

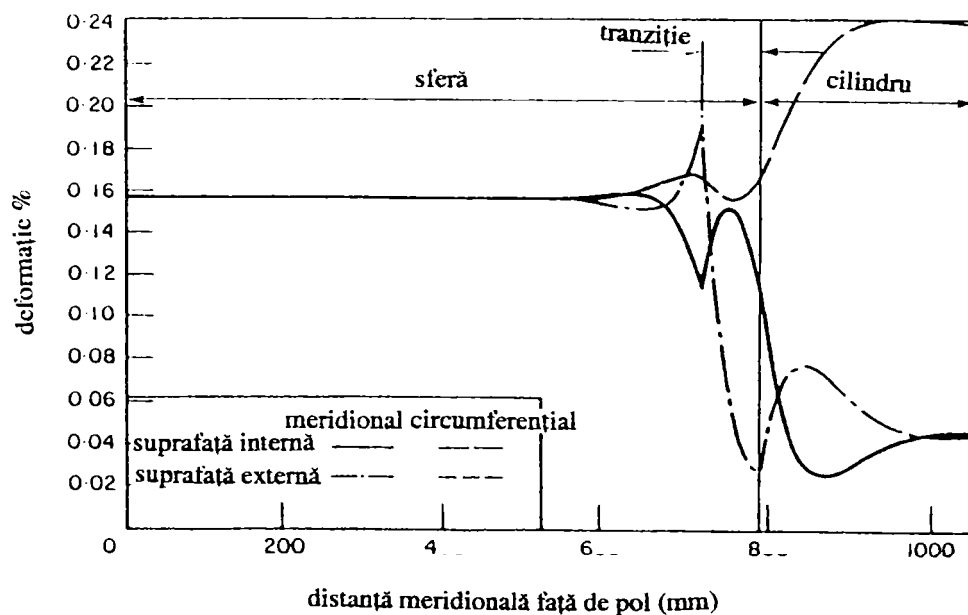
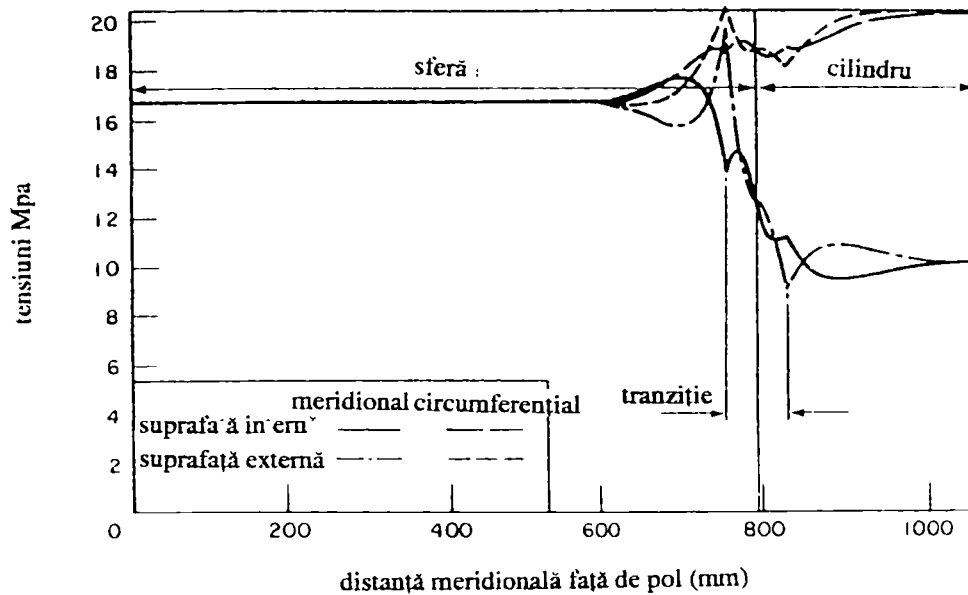


Fig.4.42 Distribuția de a) tensiune și b) deformație la  $P=400\text{KPa}$  pentru 70mm de grosime și  $t=6\text{mm}$  (cazul No.9)

Rezultatele din fig.4.42a corespund la o grosime de sferă de 6mm care este numai cu 20% mai mare decât grosimea sferei ce produce tensiuni egale în cilindru și sferă. Fig.4.42b arată că în cazul 9 toate deformațiile extremității sunt semnificativ mai joase decât în cilindru. Se obține un coeficient de concentrare  $SCF=0,996$  ( $\sqrt{D/t} = \sqrt{1000 \times 6} = 77,4\text{mm}$ )

comparat cu  $\sqrt{1000 \times 5} = 70\text{mm}$ ) nu este semnificativ, SCF fiind de 0.986 (cazul 10) comparat cu 0.996 (cazul 9).

Ultimele două cazuri examinate (cazurile 12 și 13) investigează susceptibilitatea soluției referitoare la joncțiunea cupolă - cilindru. Lungimea slăbirii de 70mm, 35mm în cilindru (cazul 12, fig.4.43) are un efect relativ nesemnificativ în distribuția tensiunii (comparat cu cazul 9) și determină ca SCF să crească superficial de la 0.996 la 1.030.



(a)

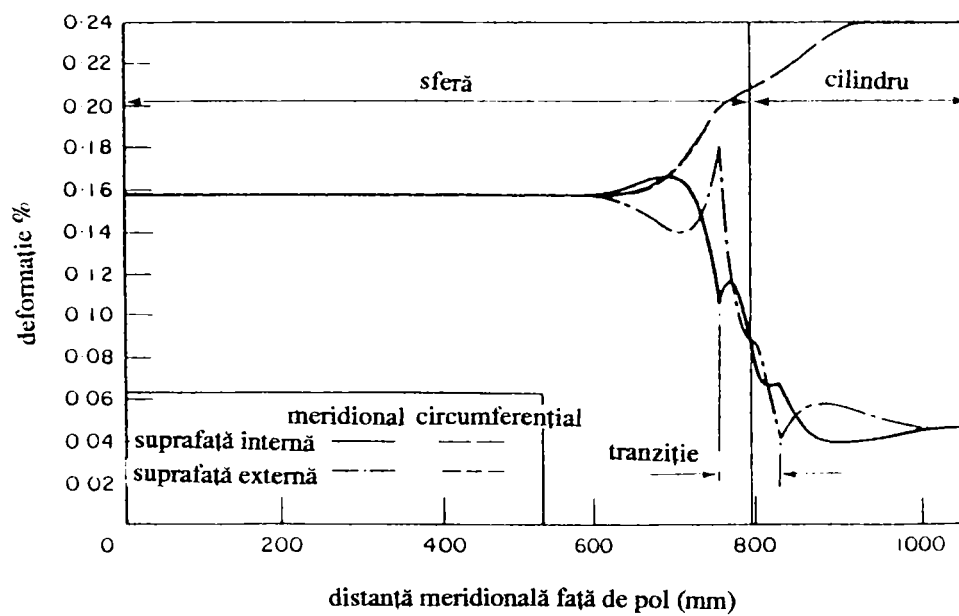
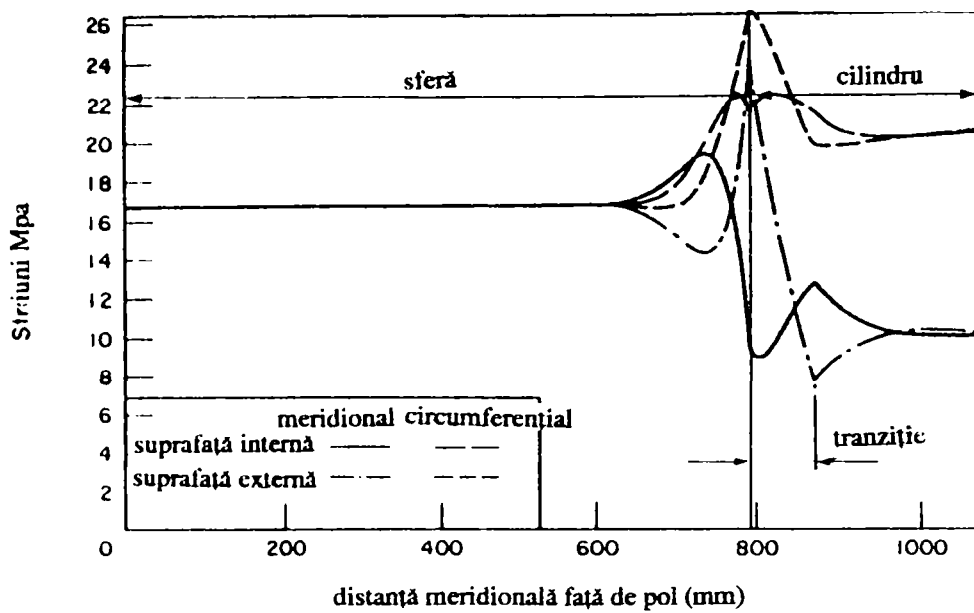


Fig.4.43 Distribuția a) de tensiune și b) deformație la  $P=400\text{KPa}$  pentru 70mm degroșare,  $t=6\text{mm}$  cu jumătate de degroșare în cilindru

Cazul 13 (fig.4.44(a)) ce prezintă degroșare în cilindru, arată că tensiunile circumferențiale mari apar când degroșarea este considerată complet în cilindru și SCF crește semnificativ la 1.34.



( a )

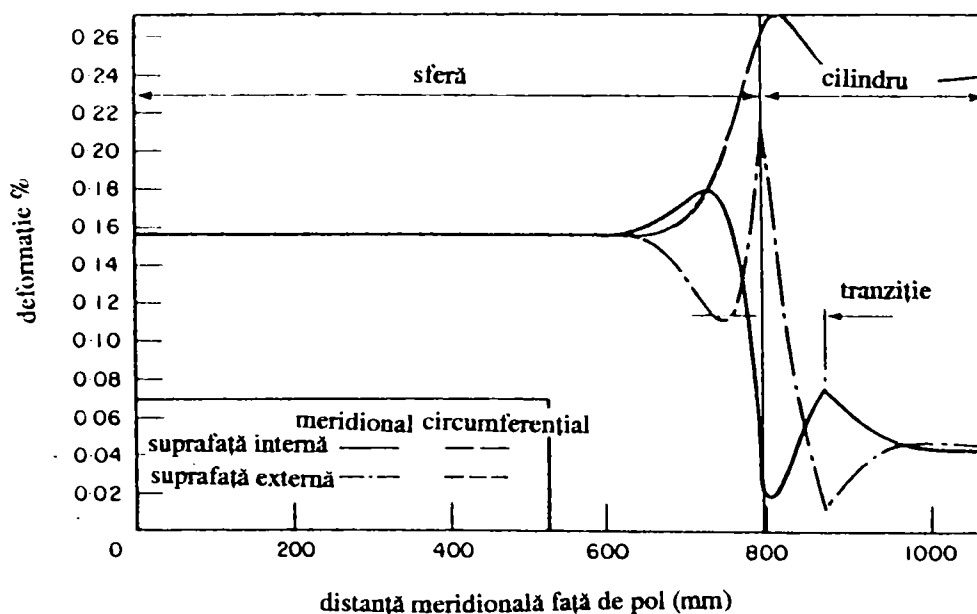


Fig.4.44 Distribuția de A) tensiune și b) deformație la  $P=400\text{KPa}$  pentru 70mm degroșare în cilindru (cazul No.13)

Comparația fig.4.42(b), 4.43(b), 4.44(b) arată că la degroșare realizată în cilindru, deformația circumferențială în cilindru devine cca mai mare.

Cercetările întreprinse de J.I. Leach [74] asupra stării de tensiune și deformație în recipientele de tip GRP, învelitoare compusă cupolă sferică - cilindru, cu privire la designul regiunii de tranziție al recipientelor GRP supuse presiunii interne, au evidențiat în urma calculelor analitice, ca soluție acceptabilă atât din punct de vedere al distribuției tensiunilor și a deformațiilor cât și al ușurinței de realizare practică a designului recipientului, configurația din fig. 4.45. Parametrii geometrici pentru soluția propusă sunt:  $D = 1000$  mm,  $T = 10$  mm,  $t = 6$  mm,  $l = 70$  mm, presiunea internă la care a fost supus recipientul fiind de  $P = 400$  KPa, rezultatele fiind considerate pentru materialul izotrop și omogen având modulul lui Young  $E = 7.0$  GPa și coeficientul lui Poisson  $\nu = 0.34$ .

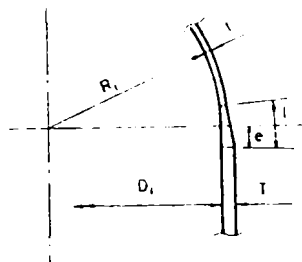


Fig. 4.45 Recipient cu suprafață din exterior subțiată, pe jumătate deplasată în cilindru  $e = 35$  mm  $t/T = 0.6$

Fessler și Lekshminarayana [26] prezintă rezultatele experimentale pentru modelul cu grosimea și designul din fig. 4.45. Grosimea la joncțiunea cilindru-cupolă a fost fixată ca media grosimii cilindrului și grosimii cupolei, realizând în acest fel în această zonă de tranziție cu exteriorul un trunchi de con. (fig. 4.46)

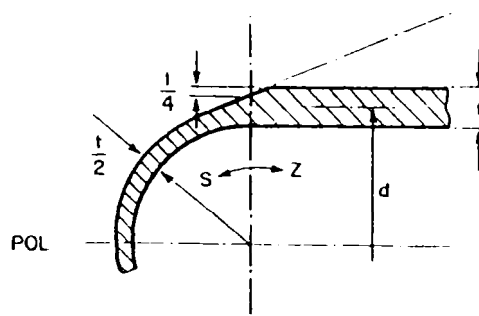


Fig. 4.46 Elemente de geometrie pentru recipientul supus studiului experimental  $t/T = 0.5$

Distribuția tensiunilor obținută experimental prin studiul fotoelastic pentru valorile  $D/T = 13$  și  $t/T = 0.5$  este prezentată în fig. 4.47, care după cum se poate observa se compară favorabil cu distribuția de tensiune obținută prin calcul analitic fig. 4.48.

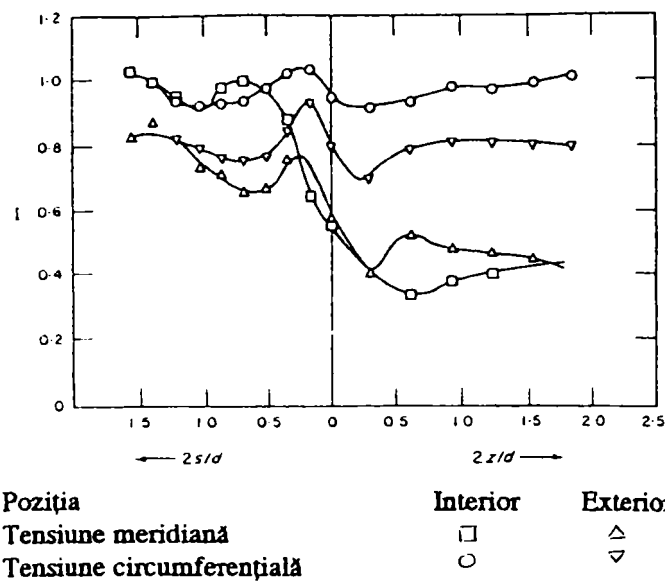


Fig.4.47 Distribuția tensiunilor experimentale prin studiul fotoelastic pentru recipientul din fig.4.

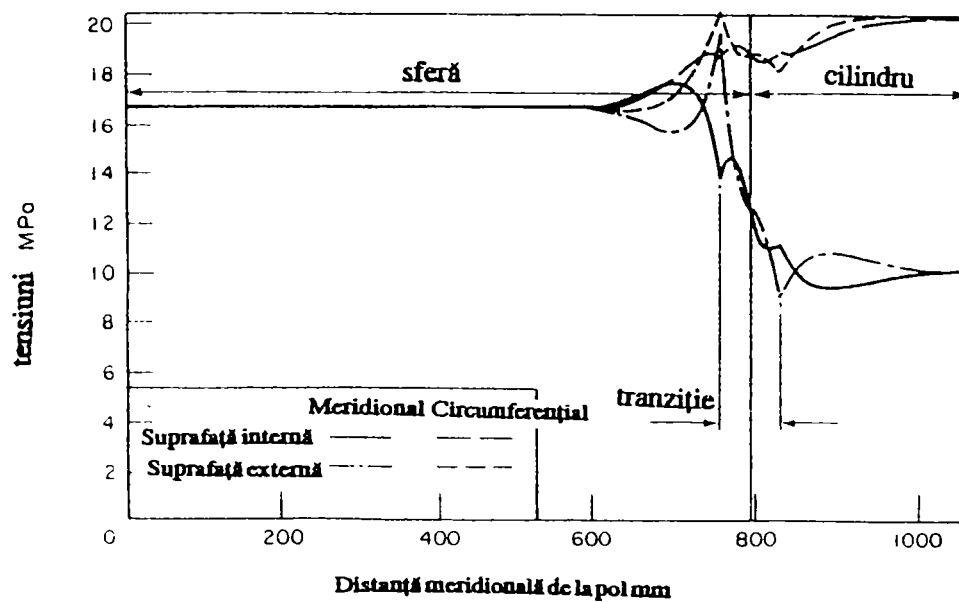


Fig.4.48 Distribuția de tensiune calculată analitic pentru cazul din fig. 4.46

Rezultatele experimentale evidențiază că tensiunile de suprafață circumferențiale interne sunt dominante.

Comparând graficile din fig. 4.47 și fig.4.48 se reține că pentru  $t/T=0.6$  din calculele analitice rezultă tensiuni joase de membrană în sferă.

Concluzia studiilor efectuate arată că este posibil de a specifica forma de tranziție a joncțiunii cupolă sferică- cilindru care va permite o economie de material. Este recomandată



o tranziție subțiată pe suprafața exterioară cu menținerea grosimii de sferă  $t > 0.5 T$ . Propunerea finală este de a utiliza  $t \geq 0.6 T$  pentru care factorul de concentrare corespunzător (SCF) este apropiat de unitate, toate tensiunile și deformațiile la sfârșitul tranziției fiind mai joase decât tensiunile și deformațiile în cilindru. Deasemenea valorile maxime ale tensiunilor și deformațiilor care apar în cilindru sunt cele mai mici posibile comparativ cu celelalte cazuri studiate.

Se concluzionează că pentru designul indicat fig.4.46 este posibilă o salvare de 16% material concomitent asigurându-se o structură sigură și ușor de realizat.

---

PARTEA II

CONTRIBUȚII PERSONALE RELATIV LA STUDIUL STĂRII DE  
TENSIUNE ȘI DEFORMAȚIE PRIVITOR LA JONCTINEA  
CILINDRU-SFERĂ ÎN DOMENIUL ELASTIC

---

## CAPITOLUL 5

Studii privitor la starea de tensiune în joncțiunea învelitorii cilindru-sferă  
GRP

## 5.1 Studiul parametric al stării de tensiune și deformație în jonctiunea cilindru-sferă ce aparține învelitorilor subțiri GRP , supuse la presiune interioară , în domeniul elastic

Jonctiunea cilindru - sferă considerată în studiu , având ca parametri geometrici raza învelitorii cilindrice egală cu raza cupolei semi-sferice  $r$  , și grosimea constantă  $h$  , supusă la solicitarea de presiune internă  $p$  , este prezentată în fig.5.1

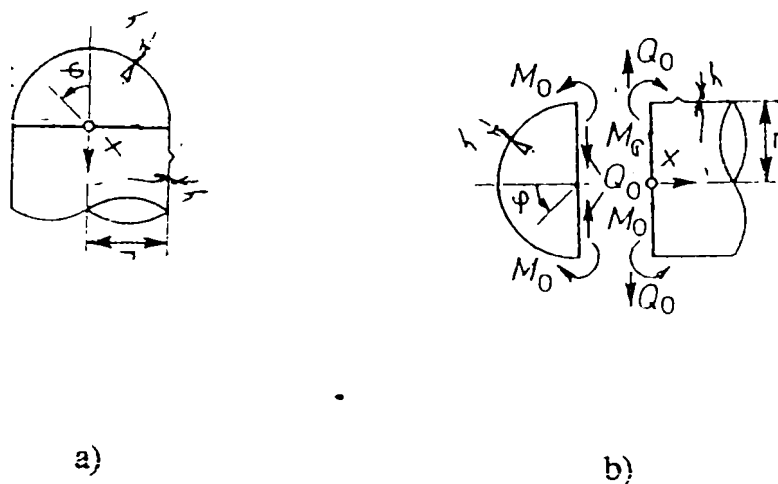


fig.5.1 Jonctiune sferă-cilindru a) configurație geometrică b) secțiune în jonctiune

După cum se cunoaște în cazul recipientelor subțiri , în cele două învelitori ce compun jonctiunea cilindru și emisferă departe de jonctiune , la solicitarea de presiune internă  $p$  se realizează starea de tensiune de membrană în condițiile de presurizare uniformă și în absența salturilor bruște de geometrie . În jonctiune se manifestă eforturile  $M_0$  ,  $Q_0$  a căror valori se pot determina aplicând soluția încovoierii pe margine prezentată de Cioclov [1]. Determinarea valorilor acestor eforturi conduce la obținerea soluției stării de tensiune în jonctiunea și în imediata apropiere a sa.

Dacă se consideră cele două învelitori ce compun jonctiunea cilindru-emisferă detașate prin secțiunea de jonctiune , atunci sub presiunea  $p$  , deplasările pe marginile învelitorii cilindrice sunt:

$$\delta_c = r\epsilon_\theta = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu\sigma_x) = \frac{pr^2}{2Eh}(2 - \nu) \quad (5.1)$$

respectiv deplasările de pe marginea învelitorii sferice sunt:

$$\delta_s = \frac{pr^2}{2Eh}(1 - \nu) \quad (5.2)$$

Se observă că deplasările radiale nu sunt egale astfel că pentru a satisface condiția de continuitate în secțiunea jonctiunii trebuie să acționeze efortul  $Q_0$  și momentul încovoietor  $M_0$  care induc o deplasare egală și de sens opus cu diferența :

$$\delta_c - \delta_s = pr^2/(2Eh) \quad (5.3)$$

Presiunea internă nu induce rotiri ale generatoarei cilindrului sau meridianului pe semisferă. Pentru cilindru deplasarea radială se obține din soluția încovoierii pe margine la care se adaugă al treilea termen pentru soluția de membrană:

$$\delta_c = \frac{Q_0}{2\beta^2 D} + \frac{M_0}{2\beta^2 D} + \frac{pr^2}{2Eh}(2 - \nu) \quad (5.4)$$

iar rotirea tangentei în secțiune este:

$$V_c = \operatorname{tg}\alpha = -\left(\frac{Q_0}{2\beta^2 D} + \frac{M_0}{\beta D}\right) \quad (5.5)$$

unde  $\beta$  este parametru secțiunii de referință:

$$\beta = \sqrt[4]{3(1 - \nu^2) / r^2 h^2} \quad (5.6)$$

Pentru semisferă, deplasările se obțin tot din soluția încovoierii pe margine, al treilea termen fiind soluția de membrană:

$$\delta_s = \frac{2\lambda^2 M_0}{Eh} - \frac{2\lambda^2 Q_0}{Eh} + \frac{pr^2}{2Eh}(1 - \nu) \quad (5.7)$$

iar rotirea tangentei are expresiile:

$$V_s = \frac{4\lambda^2 M_0}{Erh} - \frac{2\lambda^2 Q_0}{Eh} \quad (5.8)$$

unde

$$\lambda^4 = 3(1 - \nu)(R/h)^2 \quad (5.9)$$

Din condițiile de continuitate ale deplasărilor și rotirilor pe joncțiune:

$$\begin{aligned} \delta_c &= \delta_s \\ V_c &= V_s \end{aligned} \quad (5.10)$$

rezultă

$$\begin{aligned} Q_0 &= \frac{p}{8\beta} \\ M_0 &= 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

O dată determinate mărimile  $Q_0$  și  $M_0$  se poate determina starea de tensiune în învelitoarea cilindrică și semisferică adăugând și eforturile de membrană.

Soluția pentru învelitoarea semisferică se determină cu relațiile:

-pentru efortul meridian

$$N_{\varphi} = \frac{pr}{2} \quad (5.12)$$

-pentru efortul circumferențial

$$N_{\theta} = \frac{pr}{4} e^{-\lambda\Psi} \cos \lambda\Psi + \frac{pr}{2} \quad (5.13)$$

-pentru momentul meridian

$$M_{\varphi} = \frac{prh}{8\sqrt{3(1-\nu^2)}} e^{-\lambda\Psi} \sin \lambda\Psi \quad (5.14)$$

-pentru momentul circumferențial

$$M_{\theta} = \nu M_{\varphi} \quad (5.15)$$

unde

$$\Psi = \alpha - \varphi$$

$$\lambda^4 = 3(1-\nu)(R/h)^2 \quad (5.16)$$

Asfel că starea de tensiune de poate determina cu relațiile:

$$\sigma_{\varphi} = \pm \frac{6M_{\varphi}}{h^2} + \frac{N_{\varphi}}{h} = \pm \frac{3pr}{4h\sqrt{3(1-\nu^2)}} e^{-\lambda\Psi} \sin \lambda\Psi + \frac{pr}{2h} \quad (5.17)$$

$$\sigma_{\theta} = \pm \frac{6M_{\theta}}{h^2} + \frac{N_{\theta}}{h} = \pm \frac{pr}{4h} e^{-\lambda\Psi} \left( \cos \lambda\Psi \pm \frac{3\nu}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \sin \lambda\Psi \right) + \frac{pr}{h} \quad (5.18)$$

În învelitoarea cilindrică eforturile se exprimă aditionând la soluția încovoierii pe margine și eforturile de membrană, expresiile lor fiind:

-efortul axial

$$N_x = \frac{pr}{2} \quad (5.19)$$

-efortul circumferențial

$$N_{\theta} = -\frac{pr}{4} \xi_{\beta x} + pr \quad (5.20)$$

-momentul axial

$$M_x = -\frac{p}{8\beta^2} \xi_{\beta x} \quad (5.21)$$

-momentul circumferențial

$$M_{\theta} = \nu M_x \quad (5.22)$$

în care funcțiile  $\theta_{\beta x}$  și  $\xi_{\beta x}$  sunt determinate prin:

$$\theta_{\beta x} = e^{-\beta x} \cos \beta x \quad (5.23)$$

$$\xi_{\beta x} = e^{-\beta x} \sin \beta x$$

iar

$$\beta = \sqrt[4]{3(1 - \nu^2)/(r^2 h^2)} \quad (5.24)$$

Asfel starea axială indusă se calculează cu relațiile:

-tensiune axială

$$\sigma_x = \pm \frac{6M_x}{h^2} + \frac{N_x}{h} = \pm \frac{3p\xi_{\beta x}}{4\beta^2 h^2} - \frac{pr}{4h} \theta_{\beta x} + \frac{pr}{h} \quad (5.25)$$

-tensiune circumferențială

$$\sigma_{\theta} = \pm \frac{6M_{\theta}}{h^2} + \frac{N_{\theta}}{h} = \pm \frac{3\nu p \xi_{\beta x}}{h\beta^2 h^2} - \frac{pr}{4h} \theta_{\beta x} + \frac{pr}{h} \quad (5.26)$$

Pentru calculul eforturilor cât și a stării de tensiune în învelitoarea cilindru-sferă s-a conceput programul de calcul PCETJ1 scris în limbajul Pascal V.6.0 pentru un calculator PC pentru care valorile de intrare cerute sunt:

-presiune	$p$
-raza învelitorii	$R$
- grosimea învelitorii	$h$
- coeficientul lui Poisson	$\nu$
- modulul de elasticitate	$E$
-lungime cilindru	$l$

În final programul PCETJ1 generează valorile pentru eforturile  $N_{\varphi}, N_{\theta}, M_{\varphi}, M_{\theta}$ , tensiunile  $\sigma_{\varphi}, \sigma_{\theta}$  în cazul învelitorii semisferice și valorile pentru eforturile  $N_x, N_{\theta}, M_x, M_{\theta}$ , tensiunile  $\sigma_x, \sigma_{\theta}$  pentru învelitoarea cilindrică componentă a jonctiunii pentru o serie de puncte  $i=1...n$ , valoarea  $n$  fiind determinată de pasul  $pas_x$  pentru cilindru și pasul  $pas_{\alpha}$  pentru sferă. Schema bloc a programului de calcul PCETJ1 este redată în fig.5.2.

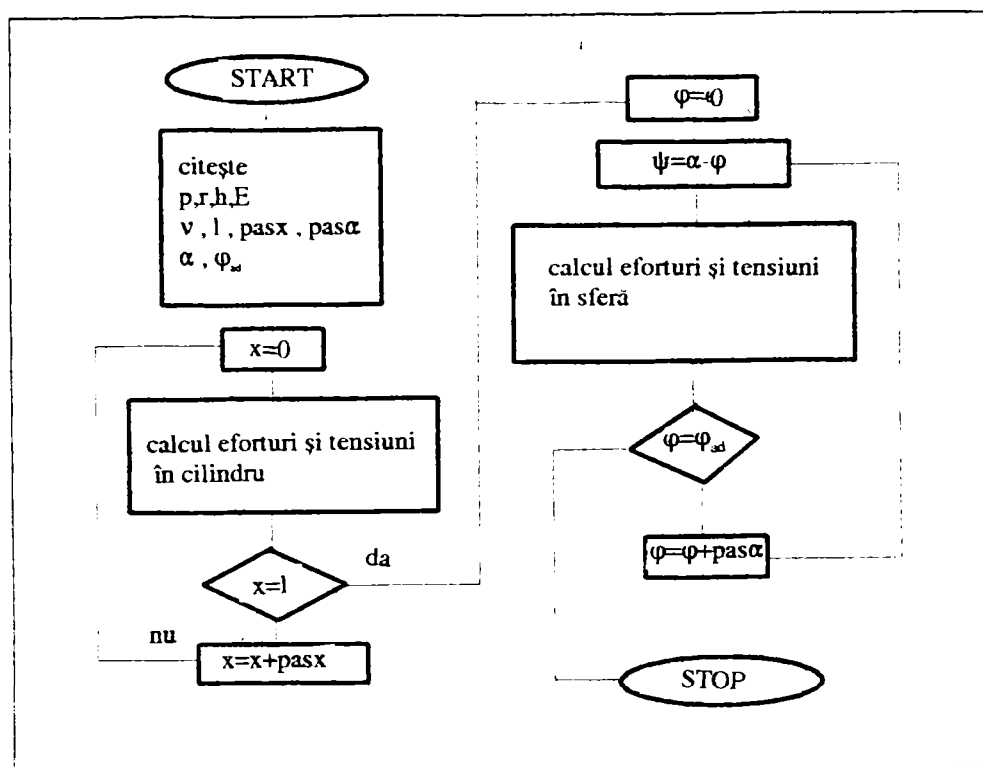


fig.5.2 Schema logică de calcul

Pentru cazul particular cu parametrii geometrici , parametrii de material și de funcționare:  
 $p=0.4 \text{ MPa}$  ,  $R=500\text{mm}$ ,  $h=5\text{mm}$ ,  $\nu=0.34$ ,  $E=7.E+3 \text{ MPa}$  ,  $l=500\text{mm}$ ,  $pasl=10\text{mm}$ ,  $\alpha =90^\circ$   
 diagramele tensiunilor  $\sigma_x, \sigma_\theta$  pentru fața internă și externă a învelitorii cilindrice  
 $\sigma_{xi}, \sigma_{xe}, \sigma_{\theta i}, \sigma_{\theta e}$  și  $\sigma_\varphi, \sigma_\theta$  pe fața internă și externă a învelitorii sferice  
 $\sigma_{\omega i}, \sigma_{\omega e}, \sigma_{\theta i}, \sigma_{\theta e}$  sunt reprezentate în fig.5.3

În fig.5.4 se prezintă diagramele corespunzătoare tensiunilor pe jonctiune calculate utilizând teoria clasică de calcul a stării de tensiune după J.Leach [74] pentru aceeași situație. Comparând diagramele din fig.5.3 cu cele din fig.5.4 se constată o bună concordanță.



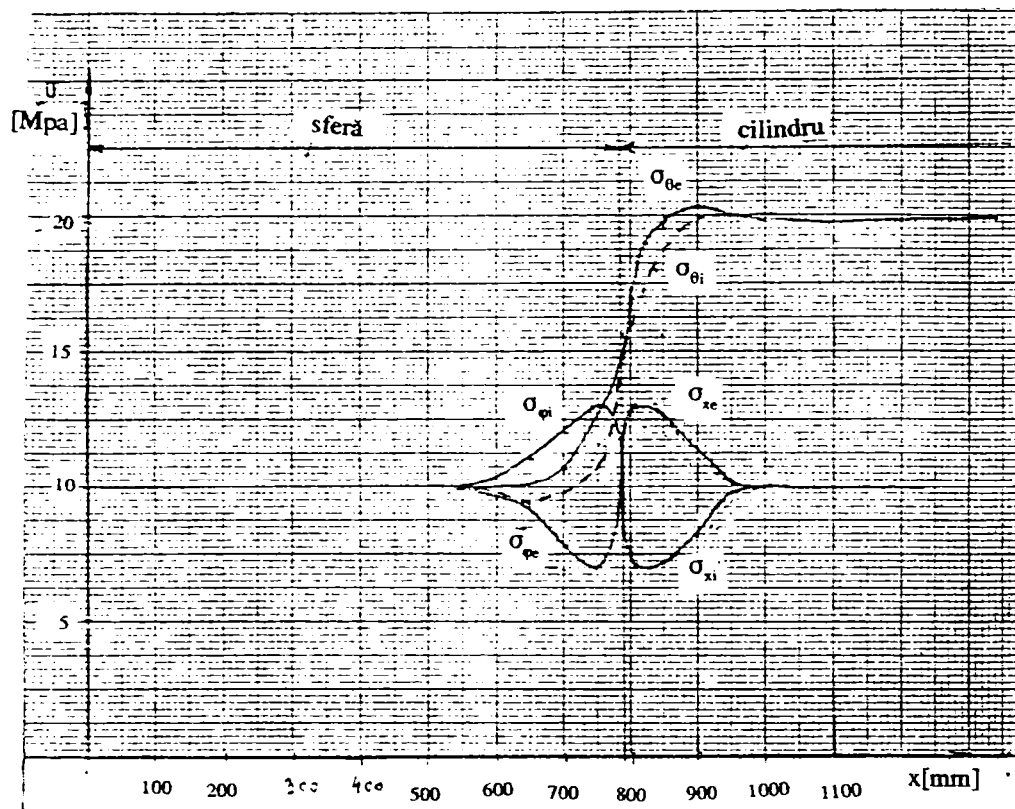


fig.5.3 Diagrama  $\sigma_{xi}, \sigma_{xe}, \sigma_{\theta i}, \sigma_{\theta e}$  pentru învelițoare cilindrică respectiv  $\sigma_{\phi i}, \sigma_{\phi e}, \sigma_{\theta i}, \sigma_{\theta e}$  pentru învelițoare sferică corespunzătoare datelor considerate

Fig.5.5 prezintă variația deformațiilor specifice circumferențiale  $\epsilon_{\theta}$  meridionale  $\epsilon_{\phi}$ , evidențiind valori maxime pentru deformația specifică radială în cilindru. Se observă că pentru  $\epsilon_{\theta}$  există o zonă de tranziție la joncțiunea sferă-cilindru, mai mare în sferă, dar variația maximă este evidențiată în cilindru la 110mm de joncțiune și această valoare se păstrează.

Din reprezentarea grafică a tensiunilor fig.5.3 ce apar în cele două învelițoare și în joncțiune se relevă un maxim de tensiune circumferențială pe suprafața exterioară, în învelițoarea cilindrică departe de joncțiune. Se constată deasemenea că în învelițoarea sferică, tensiunile calculate sunt mici reducându-se la jumătate comparativ cu tensiunile din învelițoarea cilindrică, zona de tranziție manifestându-se printr-o traversare continuă a valorilor de tensiune pe o lungime ce depinde de valoarea parametrului  $h$ .

Asfel pentru următorul caz considerat care se încadrează în categoria învelițoarelor subțiri:

- $\rho=0.4$  MPa
- $R=500$ mm
- $h=5$ mm
- $\nu=0.34$
- $E=7.E+3$ MPa
- $l=500$ mm
- pas $\bar{1}=5$ mm

valoarea  $\sigma_{\theta e}$  devine constantă și egală cu 40MPa și se stabilizează la valoarea 20MPa la distanța de 150mm de la joncțiune unde apare starea de membrană.fig.6

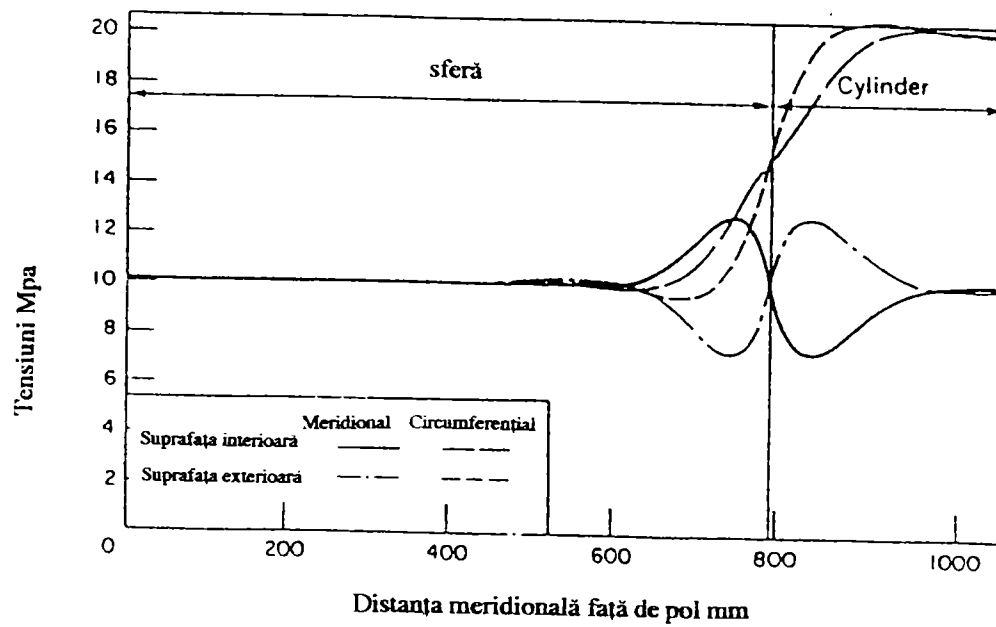


fig.5.4 Digrama tensiunilor după J Leach pentru aceleași date

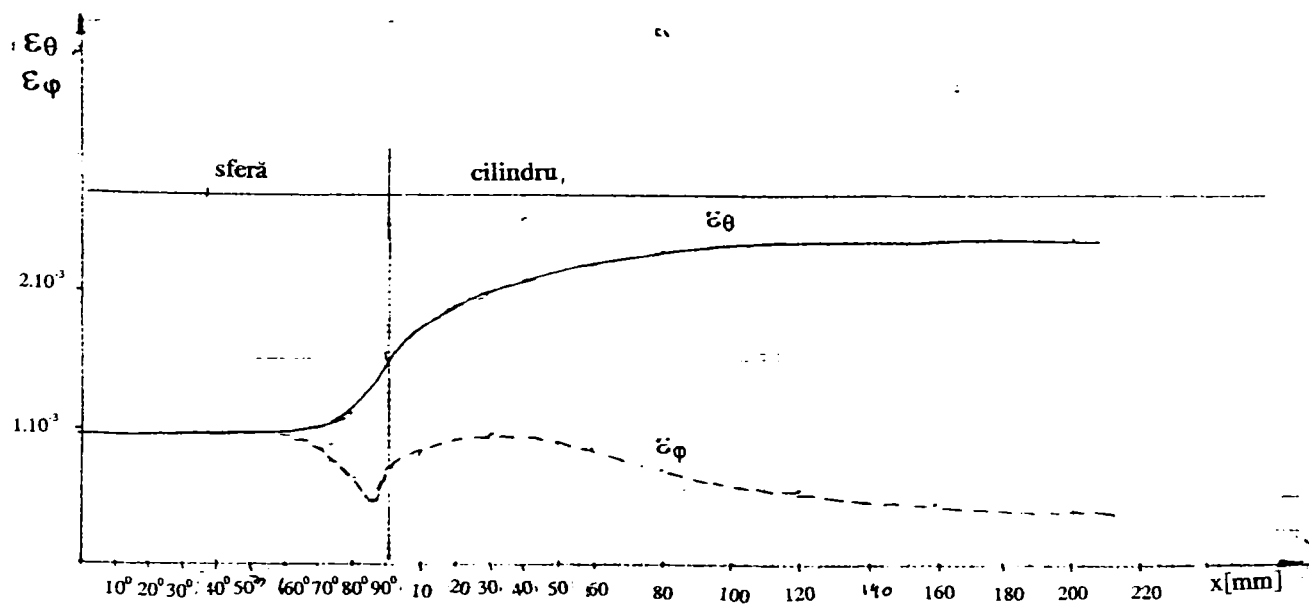


fig.5.5 Diagrama deformațiilor specifice  $\epsilon_\theta$  și a deformațiilor specifice  $\epsilon_\phi$

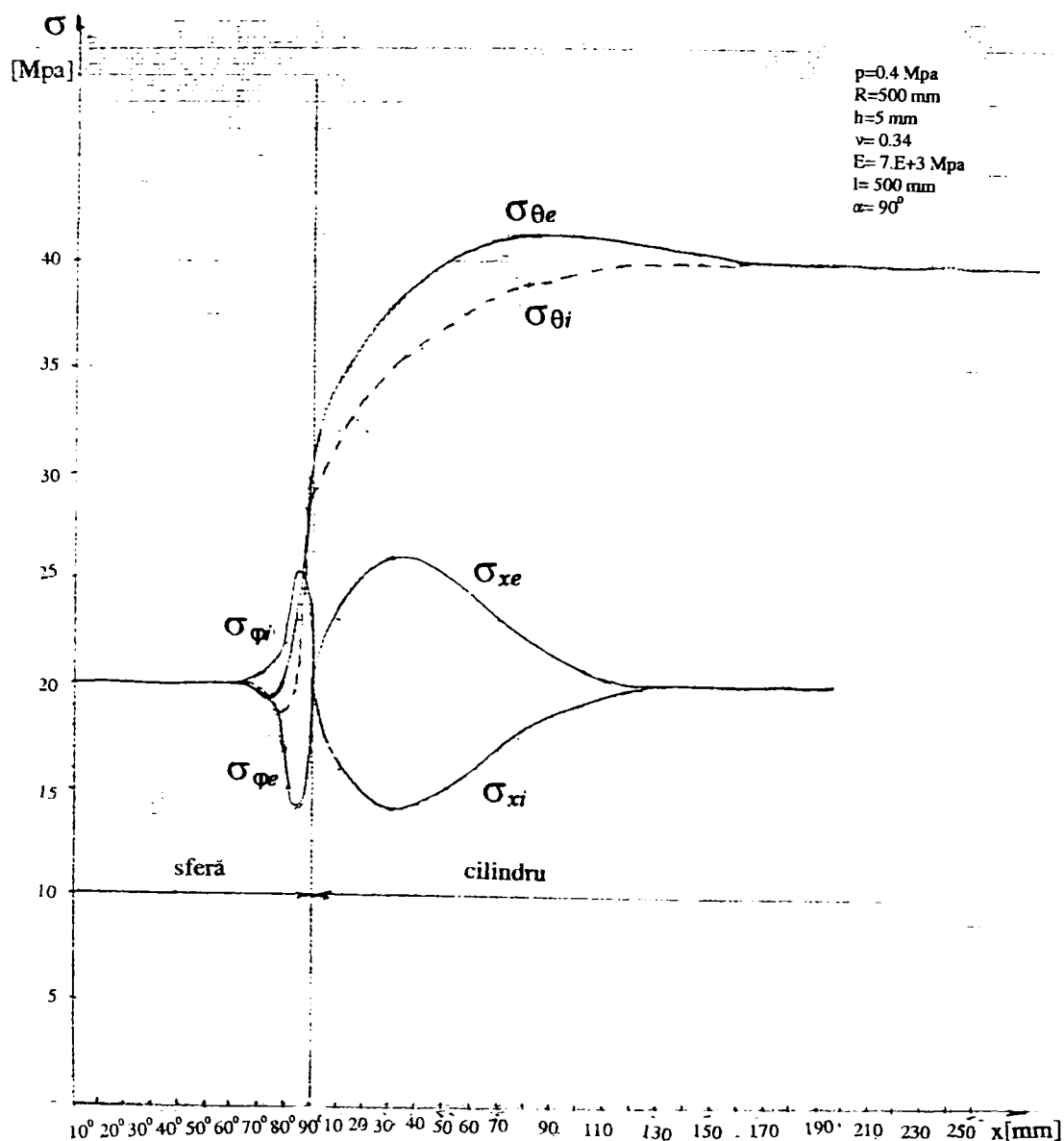


fig.5.6 Diagrama tensiunilor  $\sigma_{\theta_i}, \sigma_{\theta_e}, \sigma_{\phi_i}, \sigma_{\phi_e}, \sigma_{x_i}, \sigma_{x_e}$  pentru cazul  $h=5\text{mm}$

În fig.5.7 și fig.5.10 sunt reprezentate tensiunile pentru valori diferite ale grosimii de învelițoate  $h(1,10,20,50)$  mm pentru aceeași valoare de presiune  $p=0.4$  MPa observând că saltul de tensiune în zona joncțiunii este mai abrupt și are o valoare mai mare când grosimea  $h$  este mică.

Deasemenea se observă că la aceeași presiune internă dar pentru valori diferite ale grosimii  $h$  zona de tranziție are valori diferite.

Tabelul 1 prezintă dimensiunile zonei de tranziție în sferă și cilindru pentru  $p=0.4$  MPa și  $h=1,5,10,20,50$  mm deasemenea dimensiunile zonei de tranziție pentru  $h=10$  și  $p=0.1, 0.5, 1.5, 20$  MPa.

- $\Delta_{\phi_s}$  zona de tranziție pentru tensiunile  $\sigma_{\phi_i}, \sigma_{\phi_e}$  în sferă
- $\Delta_{\theta_s}$  zona de tranziție pentru tensiunile  $\sigma_{\theta_i}, \sigma_{\theta_e}$  în sferă
- $\Delta_{\theta_c}$  zona de tranziție pentru tensiunile  $\sigma_{\theta_i}, \sigma_{\theta_e}$  în cilindru
- $\Delta_{x_c}$  zona de tranziție pentru tensiunile  $\sigma_{x_i}, \sigma_{x_e}$  în cilindru
- $\Delta_s$  dimensiunea maximă a zonei de tranziție în sferă
- $\Delta_c$  dimensiunea zonei de tranziție în cilindru
- $\Delta_{tr}$  dimensiunea maximă a zonei de tranziție în învelițoate

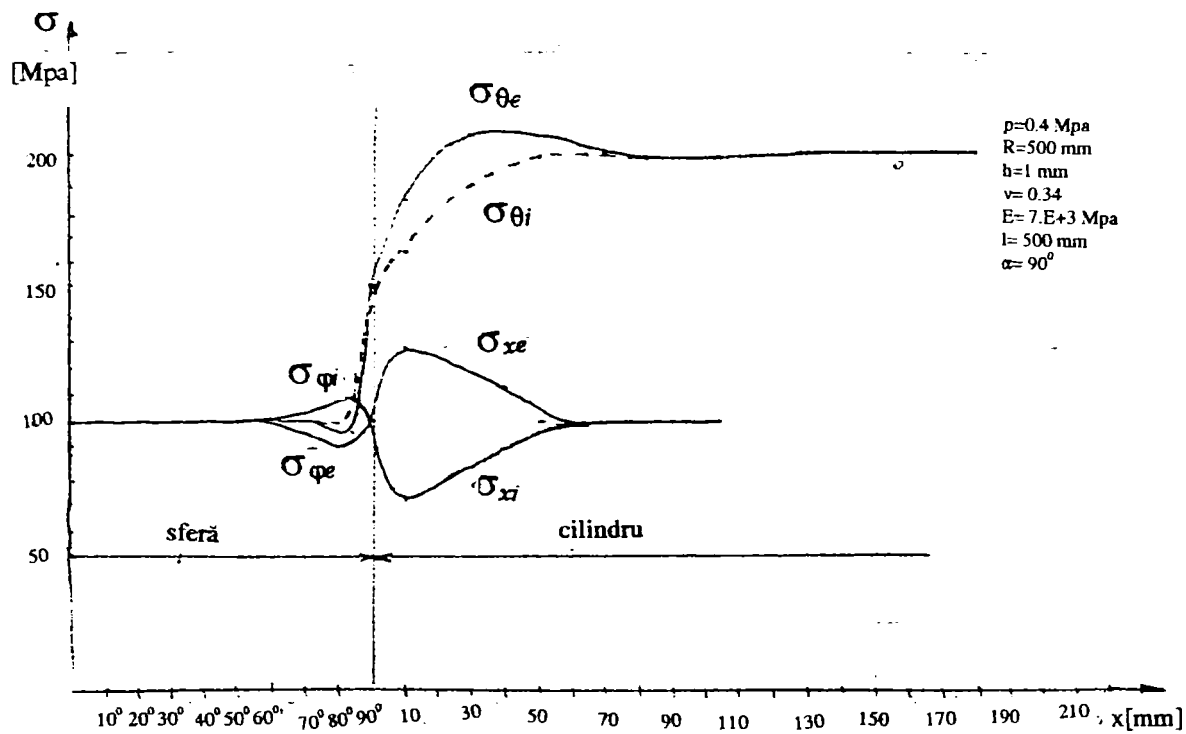


fig.5.7 Diagrama tensiunilor  $\sigma_{\theta_i}$ ,  $\sigma_{\theta_e}$ ,  $\sigma_{\phi_i}$ ,  $\sigma_{\phi_e}$ ,  $\sigma_{x_i}$ ,  $\sigma_{x_e}$  pentru cazul  $h=1$  mm

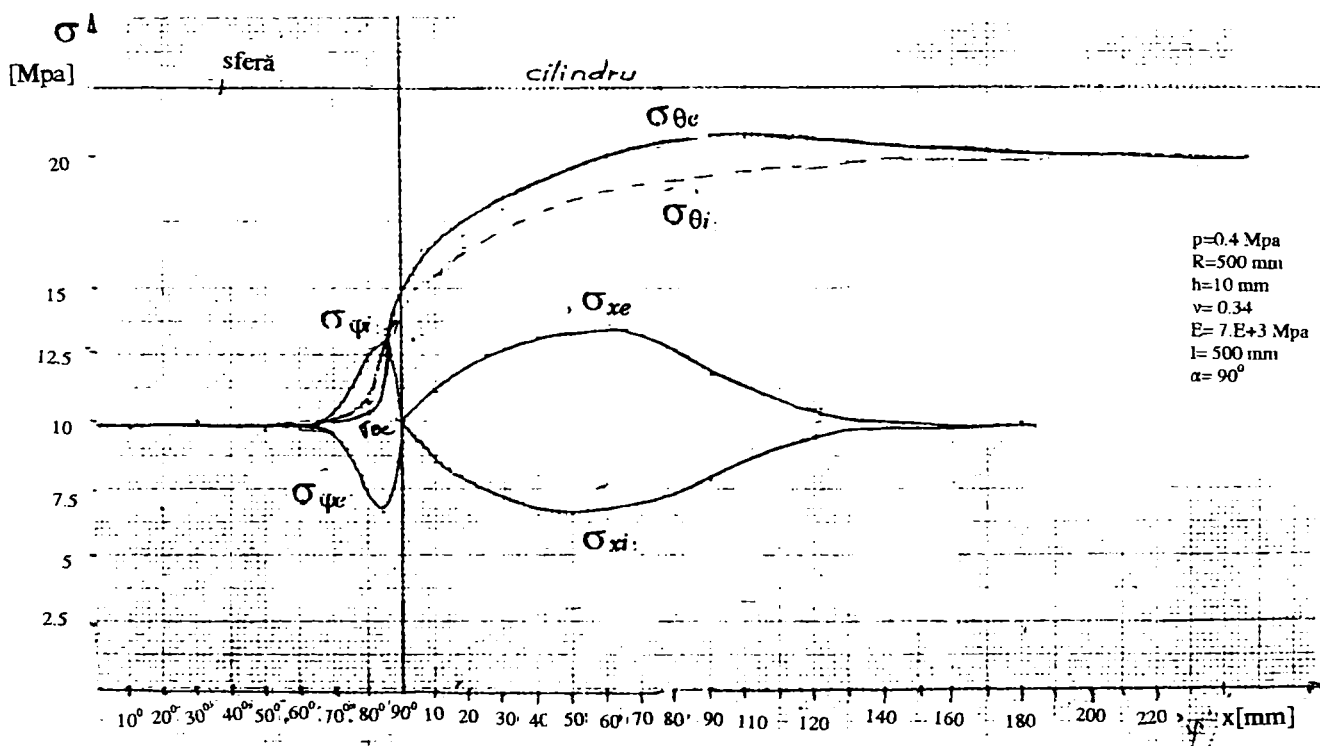


fig.5.8 Diagrama tensiunilor  $\sigma_{\theta_i}$ ,  $\sigma_{\theta_e}$ ,  $\sigma_{\phi_i}$ ,  $\sigma_{\phi_e}$ ,  $\sigma_{x_i}$ ,  $\sigma_{x_e}$  pentru cazul  $h=10$  mm

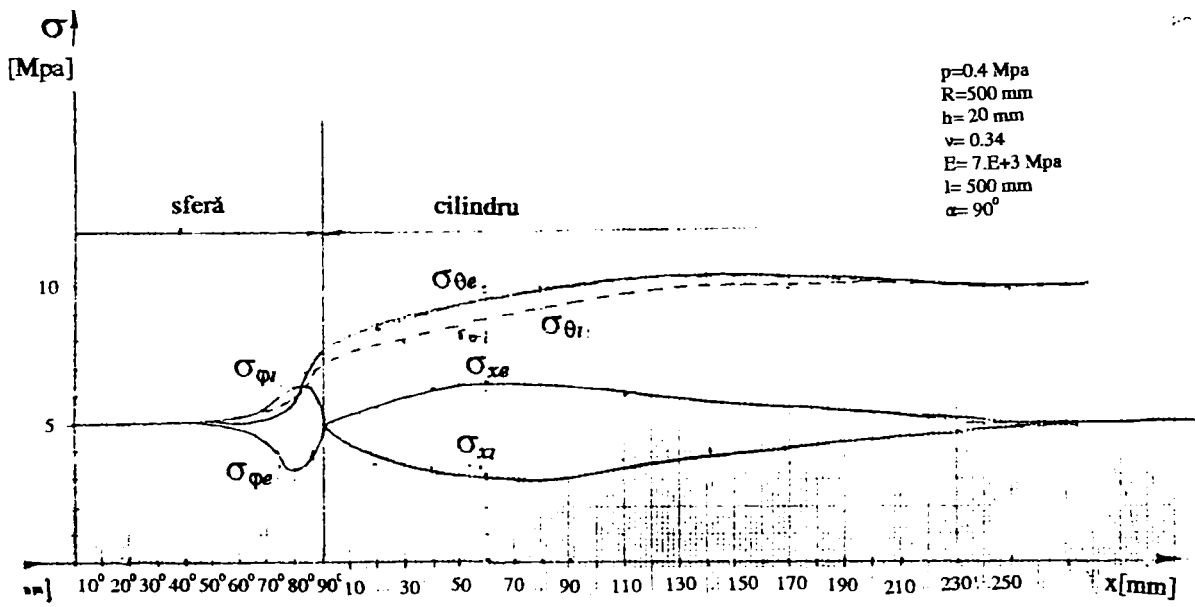


fig.5.9 Diagrama tensiunilor  $\sigma_{\theta_i}$ ,  $\sigma_{\theta_e}$ ,  $\sigma_{\phi_i}$ ,  $\sigma_{\phi_e}$ ,  $\sigma_{x_i}$ ,  $\sigma_{x_e}$  pentru cazul  $h=20$

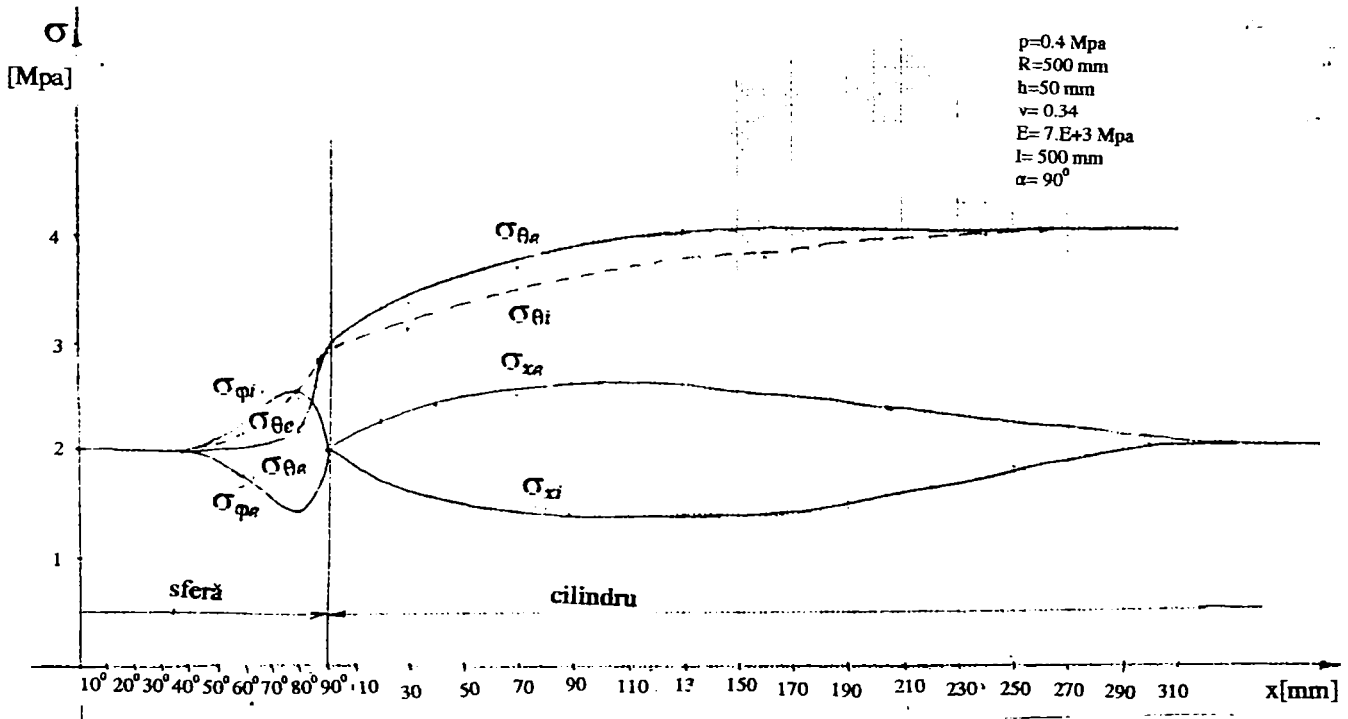


fig.5.10 Diagramele tensiunilor  $\sigma_{\theta_i}$ ,  $\sigma_{\theta_e}$ ,  $\sigma_{\phi_i}$ ,  $\sigma_{\phi_e}$ ,  $\sigma_{x_i}$ ,  $\sigma_{x_e}$  pentru cazul  $h=50\text{mm}$

Tabelul 5.1

p=0.4 MPa								h=10mm							
h	$\Delta_{\varphi s}$	$\Delta_{\theta s}$	$\Delta_{\theta c}$	$\Delta_{xc}$	$\Delta_s$	$\Delta_c$	$\Delta_{tr}$	p	$\Delta_{\varphi s}$	$\Delta_{\theta s}$	$\Delta_{\theta c}$	$\Delta_{xc}$	$\Delta_s$	$\Delta_c$	$\Delta_{tr}$
1	261	174	80	60	261	80	341	0.1	261	261	200	170	261	200	461
5	261	261	170	130	261	170	431	0.5	261	261	200	170	261	200	461
10	261	261	200	170	261	200	461	1	261	261	200	170	261	200	461
20	392	261	230	280	392	280	672	5	261	261	200	170	261	200	461
50	435	435	250	320	435	320	755	20	261	261	200	170	261	200	461

Din tabelul 5.1 se observă că pentru o valoare a grosimii h dimensiunea zonei de tranziție este aceeași.

Graficul din fig.5.11 prezintă variația dimensiunii zonelor de tranziție  $\Delta_s, \Delta_c, \Delta_{tr}$ , constatându-se următoarele:

1. Pentru învelitoarea sferică, zona de tranziție este mare și reprezintă 57% pentru grosimi mari și 76% pentru grosimi mici, din dimensiunea zonei de tranziție totală din joncțiune.
2. Pentru învelitoare cilindrică, zona de tranziție prezintă valori cu mult mai mici decât decât zona de tranziție a sferei și dimensiunea sa crește o dată cu grosimea h a cilindrului.
3. Concluzia este că cu cât valoarea grosimii h a învelitorii este mai mică cu atât zona de tranziție a valorilor tensiunilor până la stabilizarea valorilor tensiunilor de membrană este mică și crește cu dimensiunea h a învelitorii.

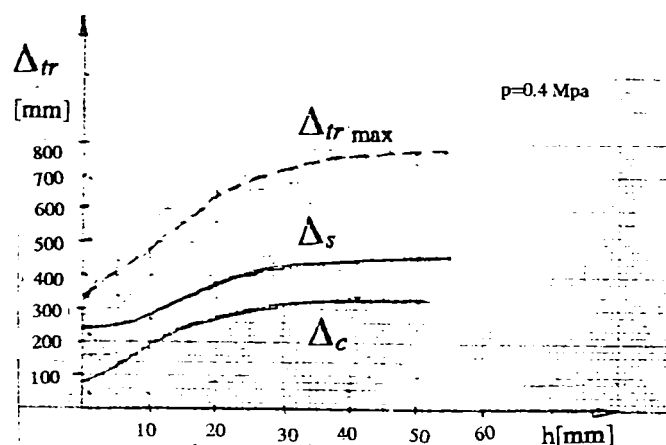


fig.5.11 Variația zonei de tranziție în cilindru  $\Delta_c$ , sferă  $\Delta_s$  și învelitoare  $\Delta_{tr}$  cu grosimea h

Studiul stării de tensiune pentru diferite valori de presiune  $p=0.1, 0.3, 0.4, 1, 5$  MPa și pentru diferite valori  $h=1, 5, 10, 20, 50$  mm și pentru parametrii constanți  $R=500$ mm,  $\nu=0.34$ ,  $E=7E+3$  MPa,  $l=500$  mm,  $pasl=10$ mm,  $\alpha=90^\circ$  prin reprezentarea grafică a variației tensiunilor circumferențiale maxime  $\sigma_{\theta c \max}$  pe fața exterioară a învelitorii cilindrice este reprezentată în fig.5.12 funcție de parametrul h și raportul  $D/h$ . În reprezentarea variației funcției  $\sigma_{\theta \max}$  la aceeași solicitare de presiune p se evidențiază o variație exponențială, astfel că valori infinite de mari se obțin pentru rapoarte mari  $D/h$  (deci pentru învelitori subțiri) și valori ce tind la 0 pentru rapoarte  $D/h$  foarte mici (pentru învelitori groase).

Deasemenea se remarcă că valorile  $h$  respective raportului  $D/h$  pentru care tensiunile circumferențiale  $\sigma_{\theta \max}$  tind la infinit sau 0, este funcție de valoarea presiunii  $p$ .

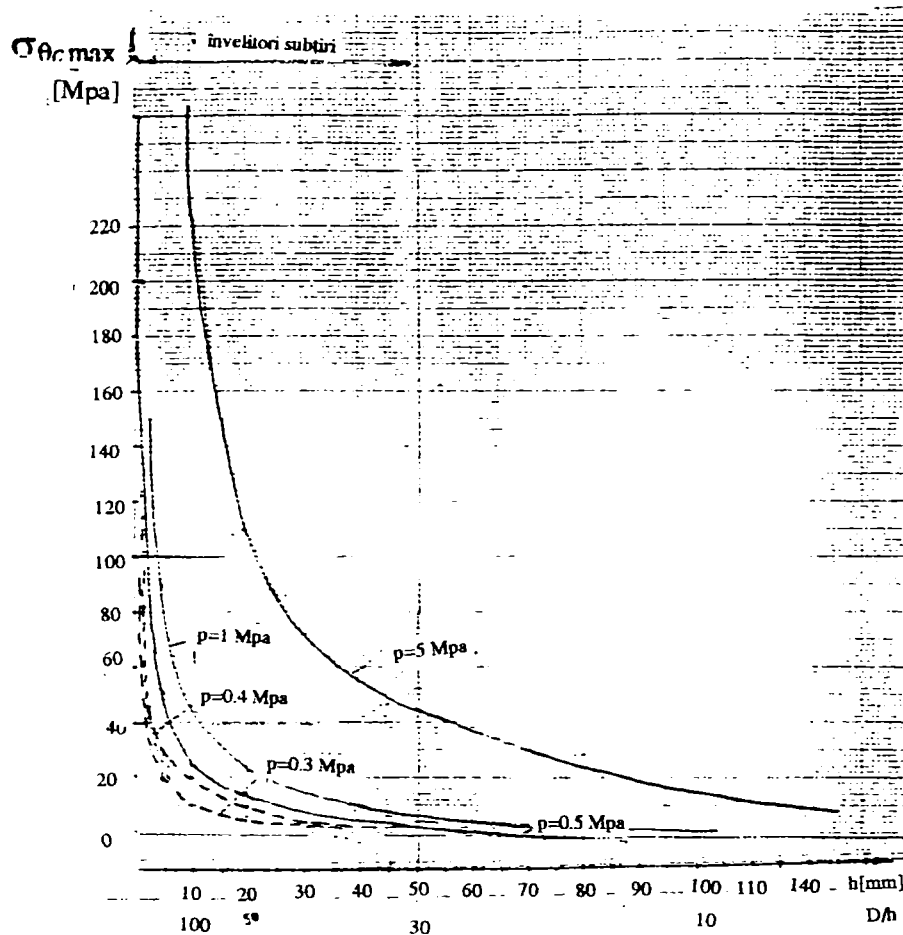


fig.5.12 Variația tensiunilor circumferențiale  $\sigma_{\theta \max}$  pe suprafața exterioară funcție de  $h$  și raportul  $D/h$

### Concluzii

1. La aceeași grosime a învelișului indiferent de presiune, dimensiunea de tranziție este aceeași. Este evidențiată o diferență mare între grosimile de înveliș  $h=1$  mm,  $h=50$  mm și aceasta este de 414 mm.

2. Zona de tranziție pentru cilindru este mai mică decât zona de tranziție a sferii pentru toate cazurile.

3. Graficul zonei de tranziție arată că dimensiunile zonei de tranziție cresc cu grosimea  $h$  (tabelul 1).

4. Tensiunea circumferențială de membrană în cilindru are o lege exponențială în funcție de grosimea învelișului cu valori ce tind la infinit pentru grosimi mici  $h$  și cu valori ce tind la 0 pentru grosimi mari.

5. Graficul relevă că pentru valori mici de grosime  $h$  diferența valorilor pentru tensiunile circumferențiale este mai mare la aceeași grosime iar pentru grosimi  $h$  mai mari diferența tensiunilor circumferențiale este mai mică.

Se face observația că funcțiile reprezentate în fig.5.12 au fost calculate cu relațiile (5.26) pentru diferite valori ale parametrului  $h$  care aparțin învelișurilor subțiri după criteriul lui Novojilov ( $h/D < 1/10$ ) și pentru presiuni cu valori ponderate.

În continuare s-a făcut calculul tensiunilor Von Mises cu relațiile cunoscute din teoria a V de rezistență :

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3\sigma_2)} \quad (5.27)$$

unde calculul tensiunilor principale  $\sigma_1$  și  $\sigma_2$  s-a realizat prin relațiile de calcul:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (5.28)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (5.29)$$

în care  $\sigma_x$  și  $\sigma_y$  sunt  $\sigma_\theta$  (tensiunile circumferențiale) și  $\sigma_\varphi$  (tensiunile meridiene) pentru semi-sferă, respectiv  $\sigma_\theta$  (tensiunea circumferențială) și  $\sigma_x$  (tensiunea axială) pentru cilindru. Relația de calcul utilizată pentru deformația specifică radială în semisferă este:

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu\sigma_\varphi) \quad (5.30)$$

Pentru studiu s-a considerat cazul joncțiunii sferă-cilindru având următorii parametri:

R=500mm	-raza tubului
h=5mm	-grosimea tubului
$\nu = 0.34$	- coeficientul lui Poisson
E=7.E+3 MPa	modulul de elasticitate
l=500mm	lungime tub

Calculul tensiunilor Von Mises s-a făcut pentru presiunea  $p=0.1$  MPa, 0.2 MPa, 0.3 MPa, 0.4 MPa, 5MPa, 10MPa, 20MPa, 40MPa, 80MPa [105]

Fig.5.13 prezintă variația tensiunilor maxime Von Mises pe fața interioară și exterioară pentru cazul particular  $p=0.4$  MPa,  $R=500$ mm,  $h=10$ mm,  $\nu = 0.34$ ,  $E=7E+3$ MPa,  $l=500$ mm. Se observă că valori maxime încep să apară pe fața exterioară a cilindrului la o distanță apreciabilă  $x=100$ mm.

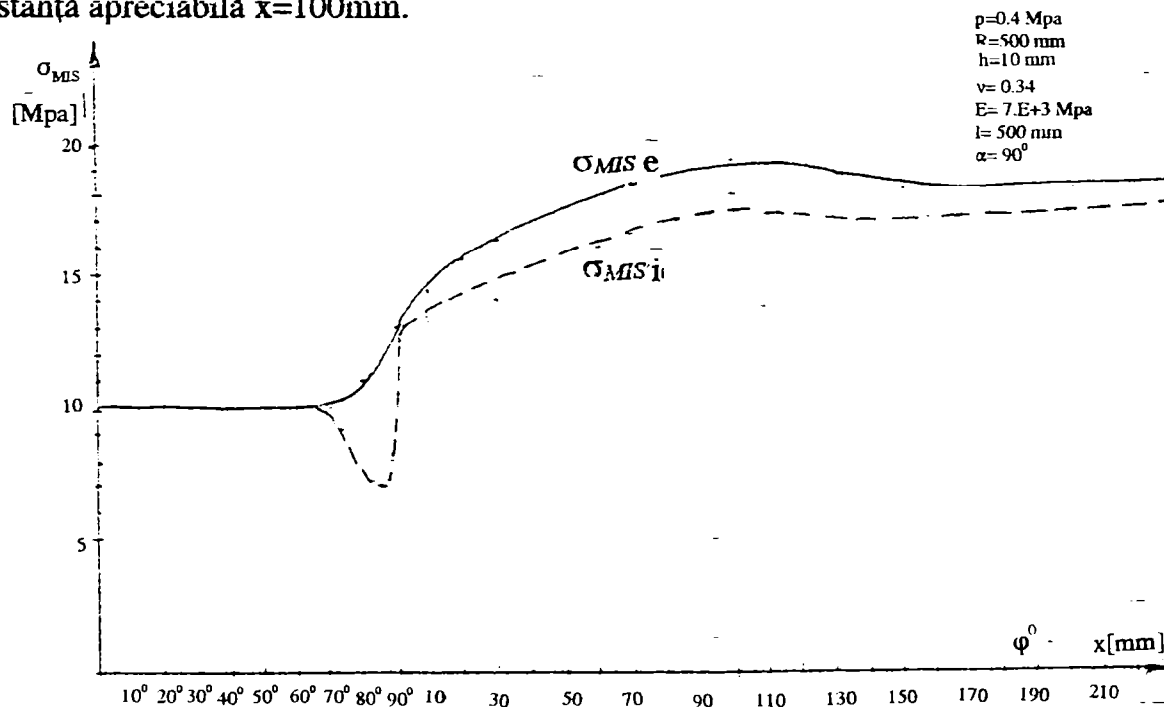


Fig.5.13: Variația tensiunilor Von Mises pentru un caz particular



Fig.5.14 evidențiază variația deformației specifice radiale pe fețele internă și externă ale învelitorii pentru același caz considerat. Maximul deformației specifice se observă la distanța  $x=150\text{mm}$  de joncțiune și ea continuă pe toată lungimea cilindrului.

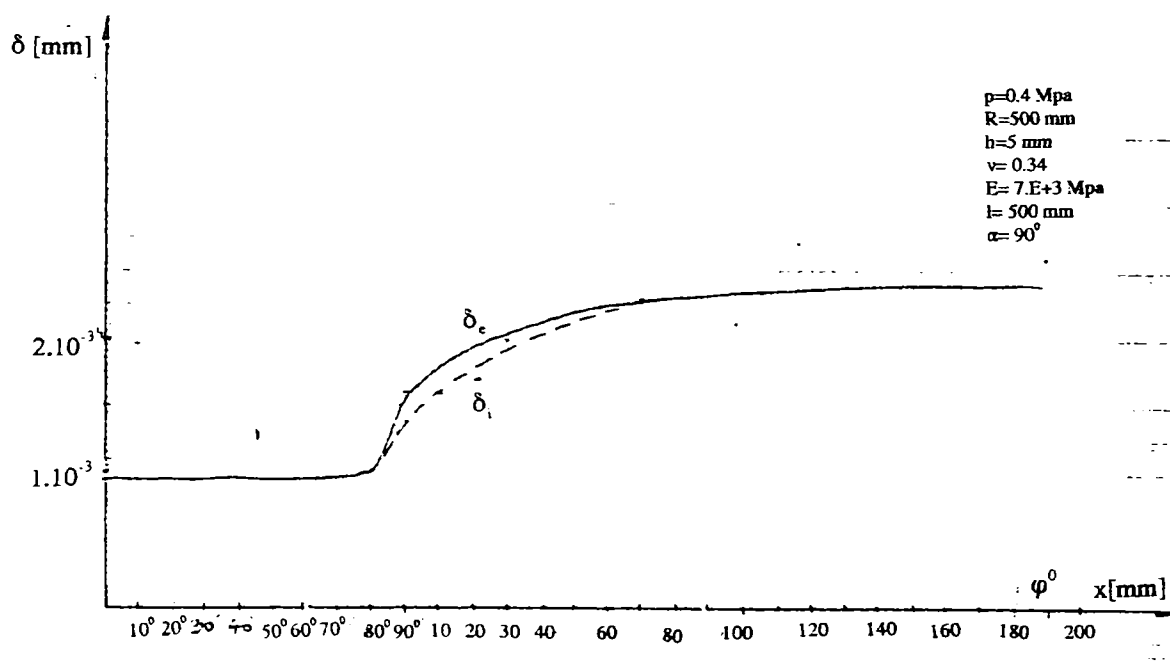


fig.5.14 Variația deformației radiale specifice pentru un caz particular

Tabelul 5.2 conține rezultatele calculului tensiunilor Von Mises și a deplasărilor specifice radiale pentru variate valori de grosime  $h$  ale învelitorii :  $h=10,20,50\text{mm}$ .

Tabelul 5.2

h=10mm										
$p[\text{MPa}]$	0.1	0.2	0.3	0.4	1	5	10	20	40	80
$\sigma_{MIS\max}$	4.9	8.2	13.47	17.96	44.9	224.5	449.01	890.1	1,796	3,592
$X_{\sigma_{MIS\max}}$	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90
$\delta_{\max}$	0.604E-4	1.209E-3	1.81E-3	2.419E-3	6.04E-3	30.24E-3	60.48E-3	120.9E-3	241.9E-3	483.8E-3
$X_{\delta_{\max}}$	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130
h=20mm										
$p[\text{MPa}]$	0.1	0.2	0.3	0.4	1	5	10	20	40	80
$\sigma_{MIS\max}$	2.25	4.49	6.74	8.98	22.45	112.27	224.53	449.05	898.11	1,796
$X_{\sigma_{MIS\max}}$	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130
$\delta_{\max}$	0.301E-3	0.604E-3	0.907E-3	1.209E-3	3.023E-3	15.11E-3	30.23E-3	60.47E-3	120.9E-3	241E-3
$X_{\delta_{\max}}$	180	180	180	180	180	180	180	180	180	180
h=50mm										
$p[\text{MPa}]$	0.1	0.2	0.3	0.4	1	5	10	20	40	80
$\sigma_{MIS\max}$	0.9	1.8	2.69	3.59	8.98	44.9	89.81	179.62	359.25	718
$X_{\sigma_{MIS\max}}$	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210

$\delta_{\max}$	0.302E-3	0.241E-3	0.362E-3	0.483E-3	1.209E-3	6.048E-3	12.09E-3	24.19E-3	48.38E-3	96.77E-3
$X_{\delta_{\max}}$	290	290	290	290	290	290	290	290	290	290

Se observă că distanțele  $X_{\sigma_{MIS\max}}$  de la jonctiune pe tub pentru care tensiunile Von Mises respectiv valorile distanțelor  $X_{\delta_{\max}}$  de la jonctiune pe cilindru încep să devină maxime ,prin dublarea valorilor tensiunilor de membrană care apar în emisferă , după o zonă de tranziție mai mică în cilindru , mai mare în sferă în care apar valori mici de tensiuni și deformații specifice.

Reprezentarea grafică a tensiunilor maxime Von Mises  $h=10\text{mm}$  ,  $h=20\text{mm}$  ,  $h=50\text{mm}$  este reprezentată în fig.5.15 Se observă variația liniară a valorilor maxime tensiunilor Von Mises în relație cu presiunea  $p$  la o valoare a grosimii  $h$ .

Deasemenea se remarcă cum era de așteptat că se obțin valori mari pentru tensiunile Von Mises cu cât grosimea  $h$  a învelitorii este mai mică.

Variația deplasărilor maxime care apar lângă jonctiunea sferă-cilindru funcție de presiunea  $p$  este reprezentată în fig.5.17 evidențiind o variație liniară a deformațiilor specifice funcție de presiunea  $p$  pentru o valoare  $h$  a grosimii.

Deasemenea valorile maxime a deformațiilor specifice radiale se obțin cu cât grosimea  $h$  a învelitorii este mai mică.

Fig.5.16 prezintă graficul de variație al distanțelor maxime  $X_{\sigma_{MIS\max}}$  respectiv  $X_{\delta_{\max}}$  după care apar tensiuni Von Mises maxime, respectiv deplasări radiale maxime. Se constată că la grosimi mici distanțele  $X_{\sigma_{MIS\max}}$  respectiv  $X_{\delta_{\max}}$  sunt mici și valorile lor cresc o dată cu creșterea grosimii  $h$  a învelitorilor. De remarcat că valorile pentru  $X_{\sigma_{MIS\max}}$  respectiv  $X_{\delta_{\max}}$  se mențin constante indiferent de valorile presiunii  $p$ .

Concluziile care se desprind sunt următoarele:

1. Din studiul analitic al tensiunilor Von Mises pe un caz particular se observă că acestea devin maxime pe tub la o distanță apreciabilă de jonctiunea cilindru-sferă.
  2. Graficul deplasărilor radiale pentru același caz particular arată că valoarea maximă apare la o distanță de jonctiune aproximativ egală cu a tensiunilor Von Mises.
  3. Reprezentarea grafică a tensiunilor maxime Von Mises funcție de presiune pentru diferite grosimi ale învelitorilor ce constituie jonctiunea  $h=10,20,50\text{mm}$  evidențiază o variație liniară a tensiunilor maxime Von Mises cu creșterea presiunii.
- Același lucru se observă la reprezentarea grafică a deplasărilor maxime radiale funcție de presiune pentru valori variate ale grosimii  $h$ .
4. Se observă că distanțele față de jonctiune pe sferă și tub pentru care tensiunile Von Mises și deformațiile specifice sunt maxime au aceleași valori indiferent de solicitarea  $p$  , pentru același raport  $D/h$ .
  5. Studiul distanțelor maxime față de jonctiune în zona unde încep să apară tensiuni Von Mises maxime , respectiv deplasări radiale maxime , evidențiază o creștere a valorilor distanțelor o dată cu creșterea grosimii învelitorilor ,

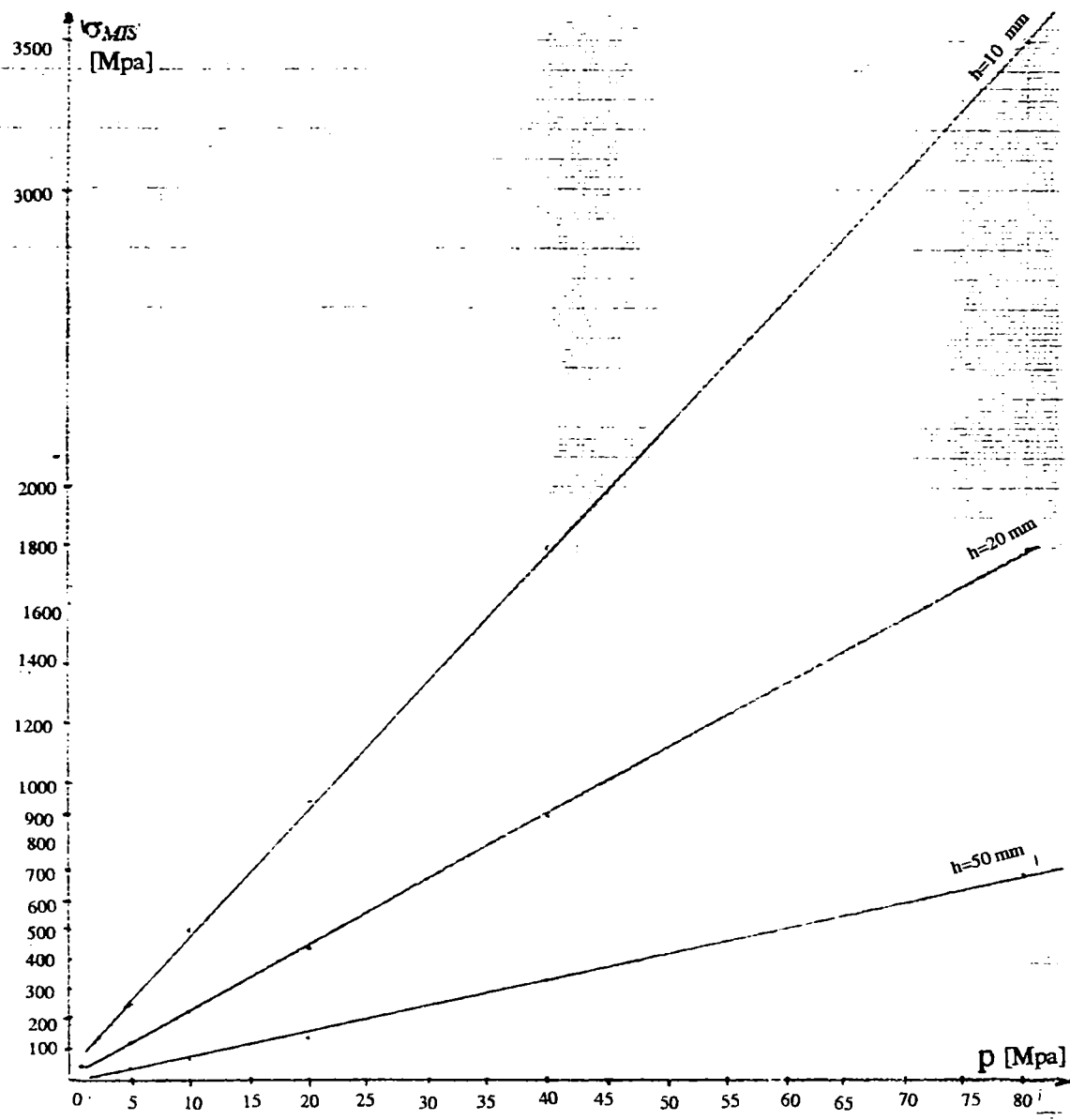


fig.5.15 Variația tensiunilor Von Mises maxime în funcție de presiune

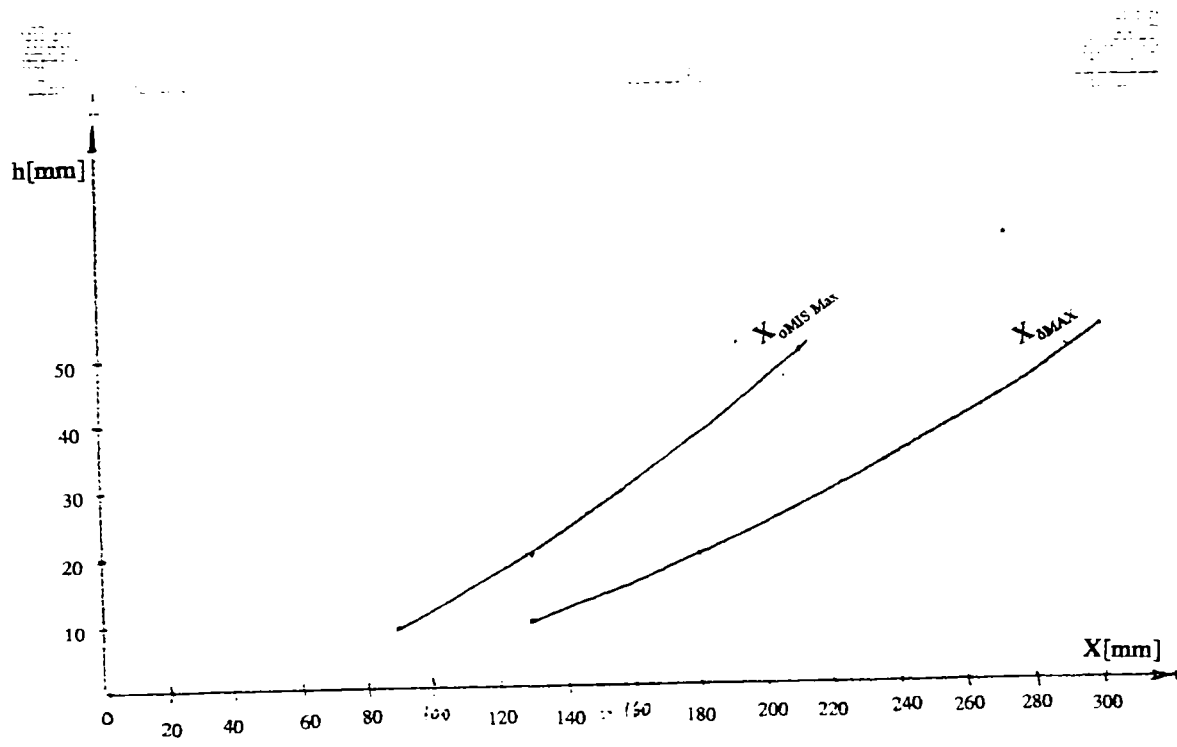


fig.5.16 Variația distanțelor maxime  $X_{oms\_max}$ ,  $X_{\delta\_max}$  în raport cu grosimea  $h$

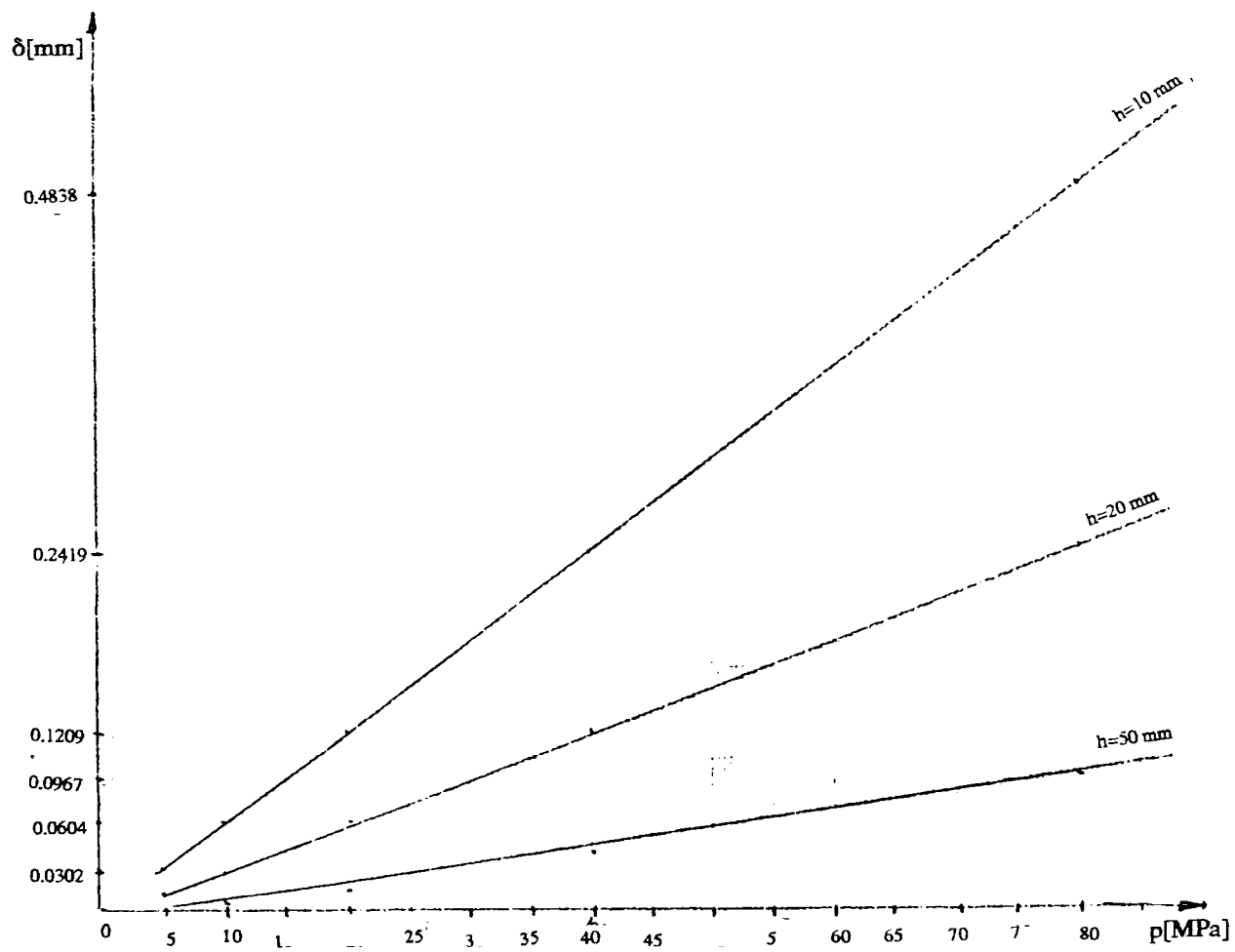


fig.5.17 Graficul deplasărilor maxime funcție de presiune pentru un caz particular

## 5.2 Analiza FEA în domeniul elastic cu programul NASTRAN V4.0 pentru o învelitoare subțire GRP cilindru-sferă sub presiune internă

Scopul acestui studiu este de a investiga comportarea unei învelitori GRP cilindru-sferă supusă unei presiuni interne în domeniul elastic liniar utilizând metoda FEA, asistat de programul NASTRAN V 4.0 [87] instalat pe un computer PC. Modelul geometric idealizat al structurii este prezentat în fig. 5.18.

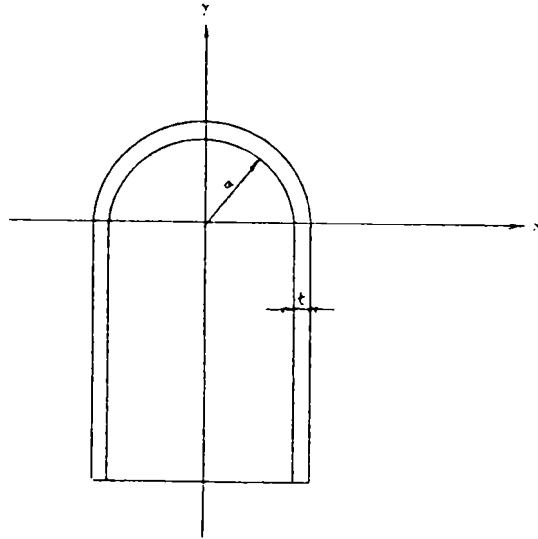


Fig.5.18 Modelul de învelitoare cilindru-sferă

Recipientul prezentat în fig.5.18 supus la presiune internă este o structură axisimetrică. Cilindru este îmbinat cu un cap semisferic, considerat suficient de lung, având lungimea egală cu raza semisferei  $L=R$ , cu scopul ca zona critică de joncțiune din jurul semisferei să nu fie afectată de condițiile de margine puse pentru cilindru.

Modelul axisimetric și condițiile de margine puse sunt arătate în fig.5.19. Nodurile pe axa simetrică în vârful cilindrului sunt libere de a se mișca pe direcție axială și fixe pe direcția radială, iar nodurile pe marginea cilindrului sunt fixe pe direcție axială și libere de a se mișca în direcția radială.

Presiunea uniformă este aplicată pe suprafața interioară a elementelor finite în care este discretizată structura.

La analiza FEA a modelului prezentat în fig.5.19 s-au utilizat diferite densități de rețea și de asemenea s-au considerat diferite tipuri de elemente finite existente în biblioteca programului NASTRAN V 4.0, deoarece alegerea elementului și a rețelei este o problemă contraversată care trebuie studiată.

Pentru studiu s-a considerat o geometrie de învelitoare supusă la presiune internă  $p = 0.4 \text{ Mpa}$ , cu următorii parametrii geometrici:

raza  $R=500\text{mm}$ , lungimea  $l = 500 \text{ mm}$ , grosimea  $h = 10 \text{ mm}$

și parametrii de material:

modulul de elasticitate  $E=7.E+3$  Mpa , coeficientul lui Poisson  $\nu = 0.34$ .

Rețelele de elemente FEA studiate s-au considerat alcătuite din următoarele elemente:

- element axisimetric liniar CTRIA3
- element axisimetric izoparametric parabolic triunghiular CTRIA6
- element axisimetric liniar quadrilateral CQUAD6
- element izoparametric parabolic quadrilateral CQUAD8

care sunt prezentate în fig.5.20' și fig.5.20''..

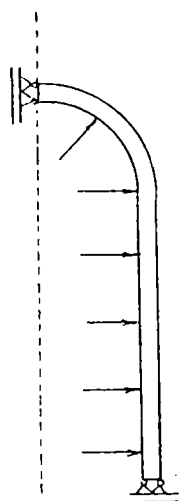
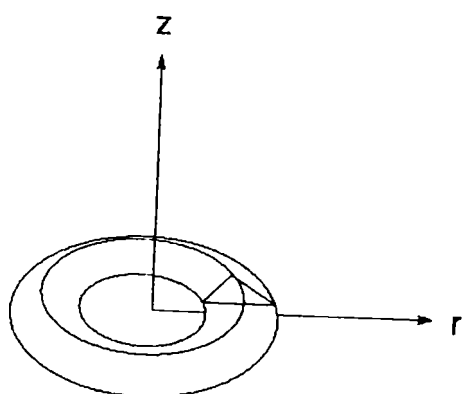


fig.5.19 Modelul axi-simetric cu condițiile de margine



) m x m c triunghiular - vedere spațială

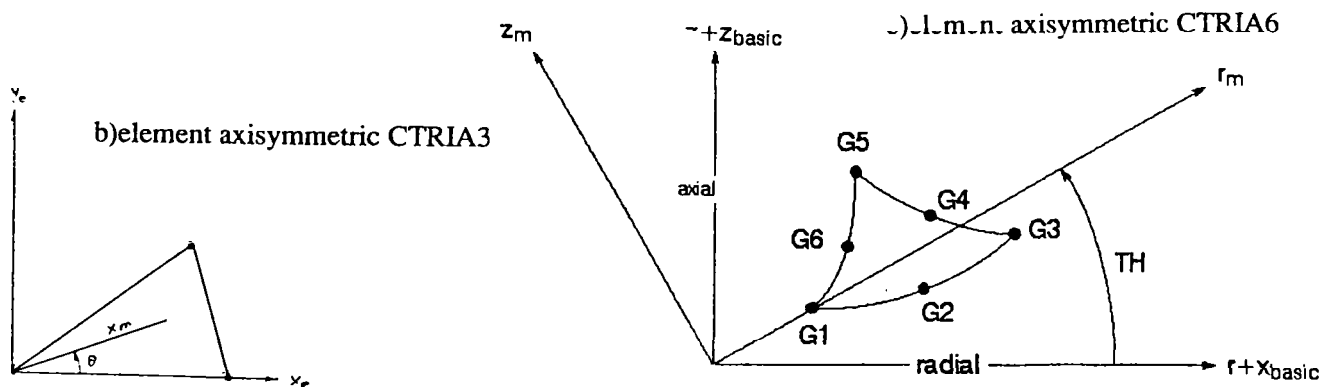
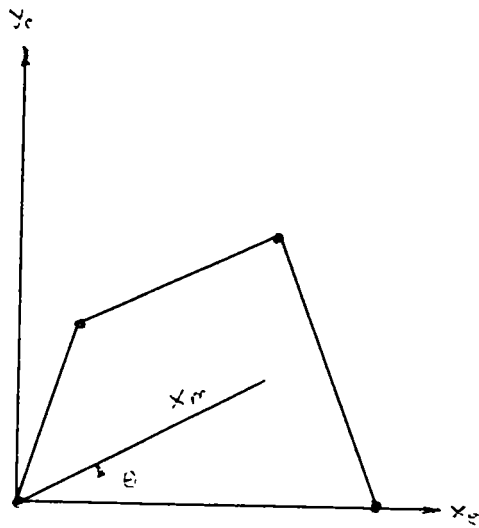
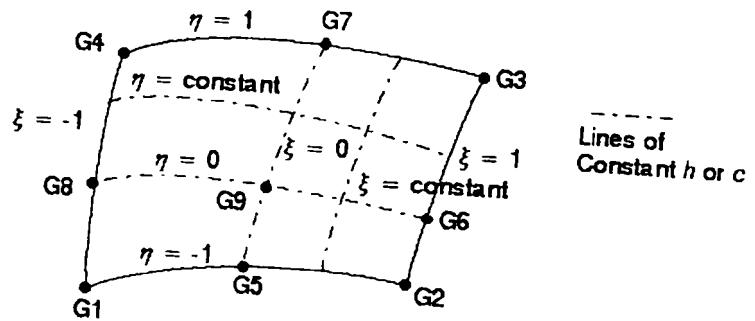


fig.5.20' Elemente utilizate în analiza FEA a) , b) , c)



d) element axisymmetric CQUAD4



e) element axisymmetric CQUAD8

fig.5.20' Elemente utilizate în analiza FEA d),c)

Elementul liniar triunghiular CTRIA3 a fost considerat în rețele FEA pe aceeași grosime a învelitorii de  $h=10$  mm cu 1, 2 respectiv 5 elemente pe grosime, astfel că numărul de elemente în rețea este de 259, 772 respectiv 6470 elemente.

În fig.5.21a, fig.5.21b respectiv fig.5.21c se prezintă structurile cu elemente de tip CTRIA3 cu 1, 2, respectiv 5 elemente pe grosime.

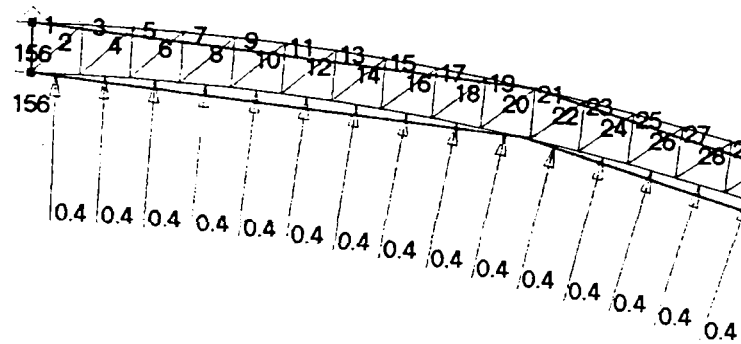


fig.5.21a Rețeaua de elemente finite 1CTRIA3 cu 1 element densitate radială

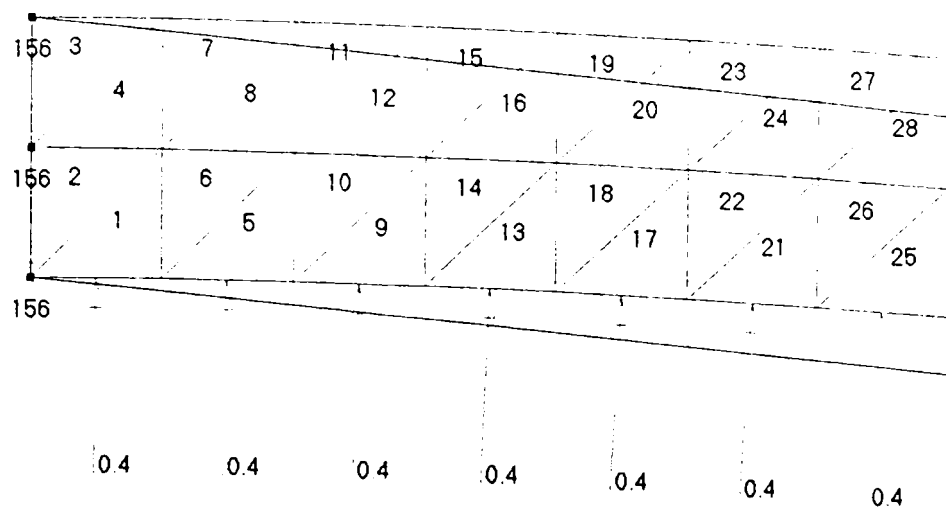


fig.5.21b Rețeaua de elemente finite 2CTRIA3 cu 2 elemente densitate radială

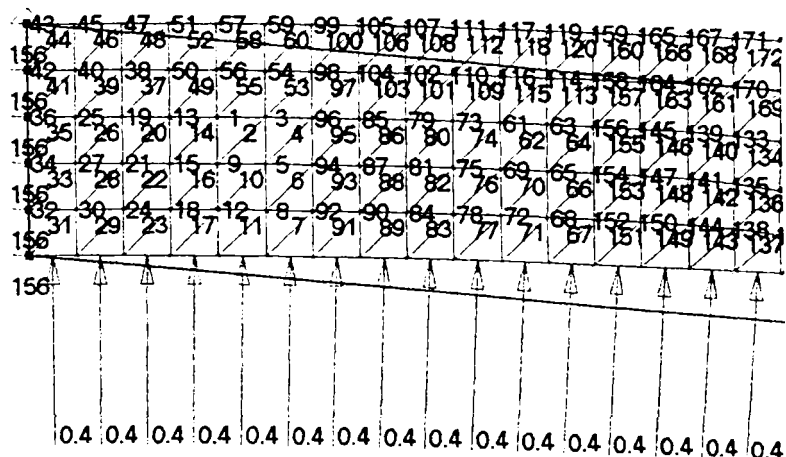


fig.5.21c Rețeaua de elemente finite 5CTRIA3 cu 5 elemente densitate radială

Elementul izoparametric parabolic triunghiular CTRIA6 a fost utilizat pentru modelarea unei rețele cu densitate de 1 element pe grosime , astfel că numărul total de elemente a rețelei modelului studiat este de 259 de elemente .

Rețeaua FEA din elemente CTRIA6 cu un element densitate pe grosime este prezentată în fig.5.22.



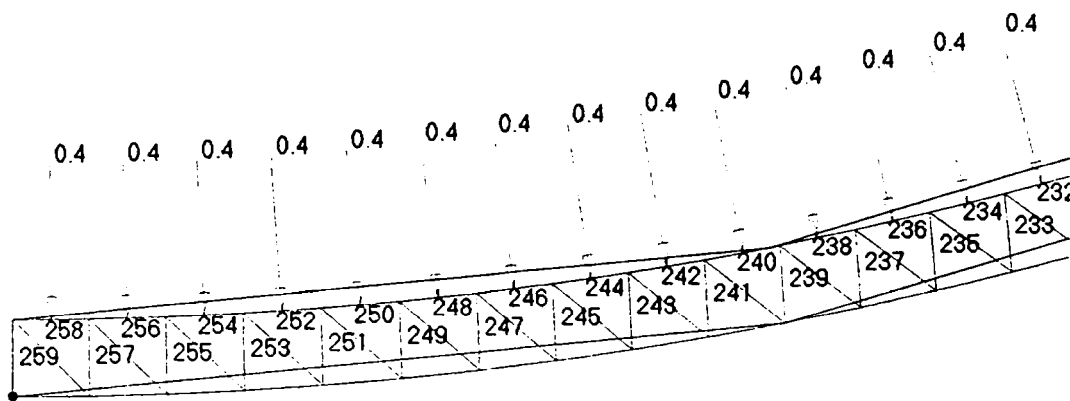


fig.5.22 Rețeaua 1CTRIA6 cu 1 element CTRIA6 pe grosime

Diagramele tensiunilor echivalente Von Mises pentru rețelele 1CTRIA6 cu un element CTRIA6 pe grosime , respectiv 2CQUAD8 cu două elemente CQUAD8 pe grosime sunt prezentate în fig.5.23 respectiv fig.5.24.

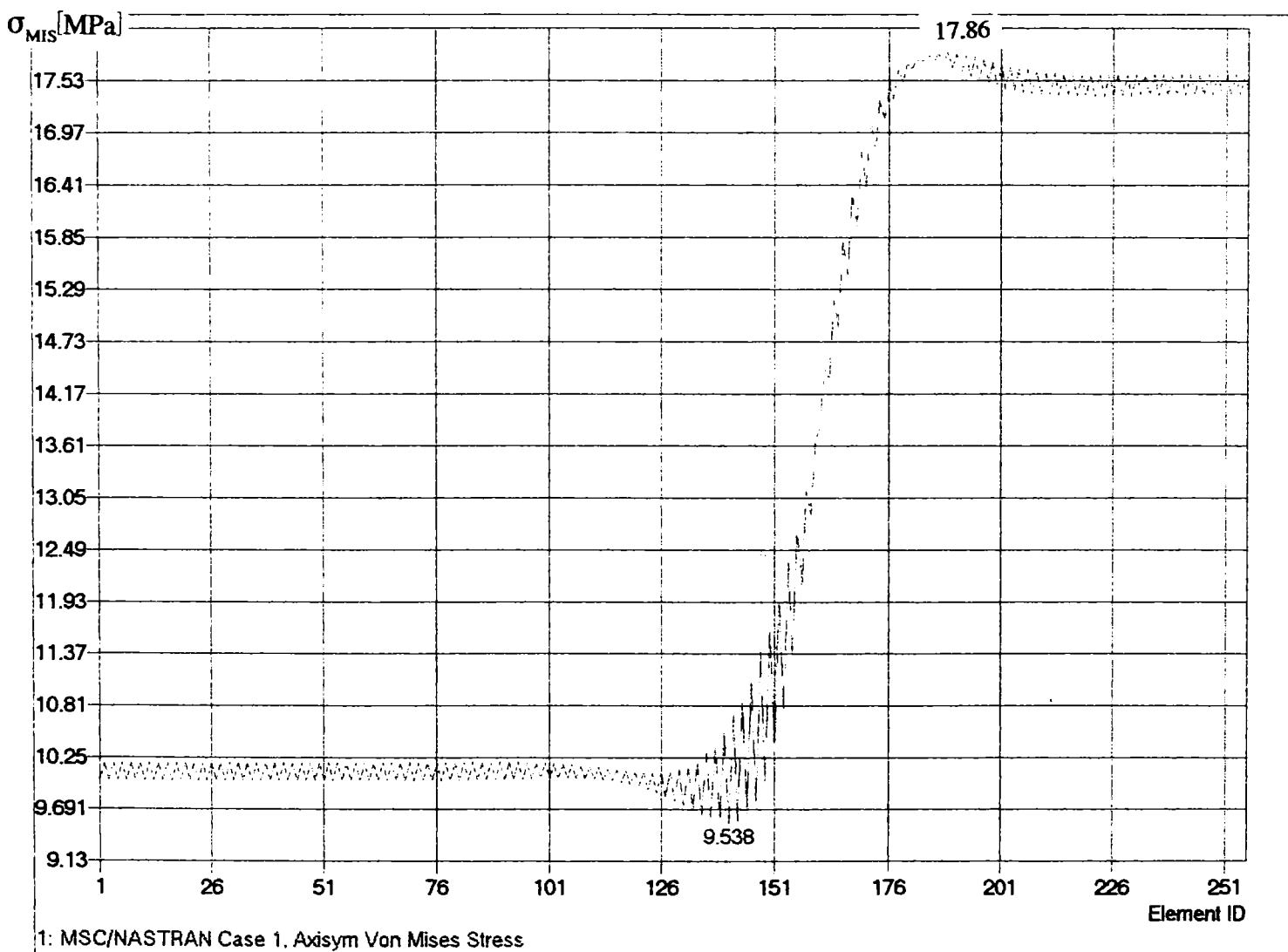


fig.5.23 Diagrama tensiunilor echivalente Von Mises pentru rețeaua 1CTRIA6

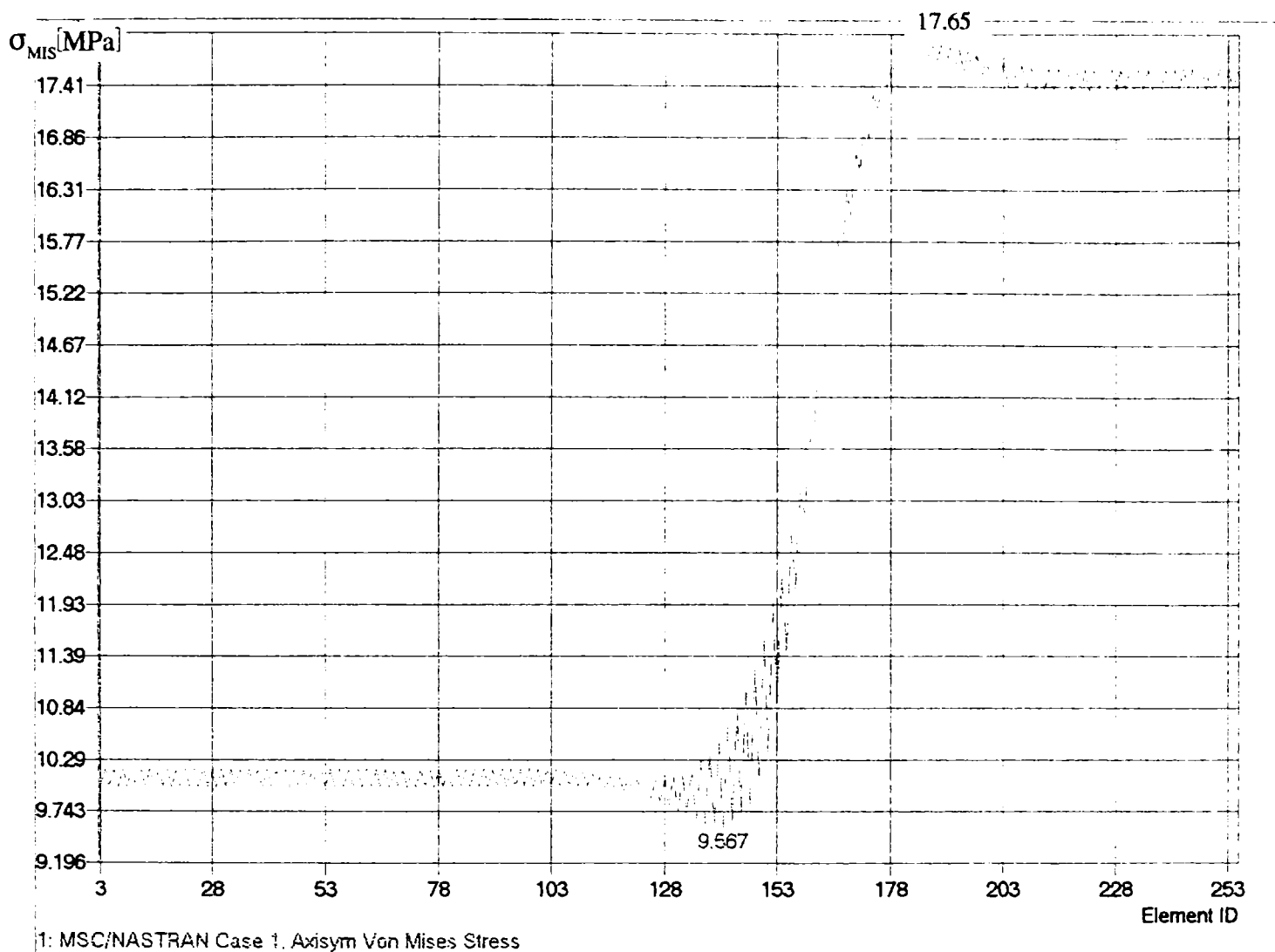


fig.5.24 Diagrama tensiunilor echivalente Von Mises pentru rețeaua 1CQUAD8

Tabelul 5.3 prezintă comparativ rezultatele obținute cu programul NASTRAN V 4.0 pentru modelul de învelitoare studiat considerând 6 tipuri de rețele FEA și rezultatele prin calcul analitic, considerând valoarea maximă a tensiunii echivalente Von Mises.

Tabelul 5.3 Comparatie între valorile maxime ale tensiunilor echivalente Von Mises pentru diferite tipuri de rețea

Retea FEA	Valoarea maximă a tensiunii echivalente Von Mises (Mpa) $\sigma_{VMmax}$	Număr de element al rețelei cu val maximă $\sigma_{VMmax}$ [MPa]	Abaterea procentuală (%) față de soluția analitică
(1x259)1CTRIA3	17.82	199	0.7

(2x386)2CTRIA3	17.86	772	0.5
(5x1294)5CTRIA3	17.94	4873	0.1
(1x259)1CTRIA6	17.86	93	0.5
(1x259)1CQUAD8	17.65	455	1.1
(2x544)2CQUAD8	17.87	82	0.6
analitic	17.96		

Analizând rezultatele din tabelul 5.3 se observă că prin utilizarea unui element axisimetric CTRIA3 în rețelele de densitate diferită pe secțiune și anume 1CTRIA3 , 2CTRIA3 , 5CTRIA3 , diferențele valorilor maxime ale tensiunilor echivalente Von Mises și rezultatele analitice sunt între 0.1% și 0.7%. Aceasta dovedește că o rețea FEA cu o densitate mică de elemente CTRIA3 este suficientă pentru a obține rezultate satisfăcătoare. Rețelele cu elemente CQUAD8 , 1CQUAD8 și 2CQUAD8 conduc la rezultate cuprinse între 0.6% și 1.1% în comparație cu rezultatele analitice [104]. Este de asemenea evident că rețeaua 1CTRIA6 la aceeași densitate de rețea pe grosime și cu numărul cel mai mic de elemente pe model, oferă rezultatele cele mai bune.

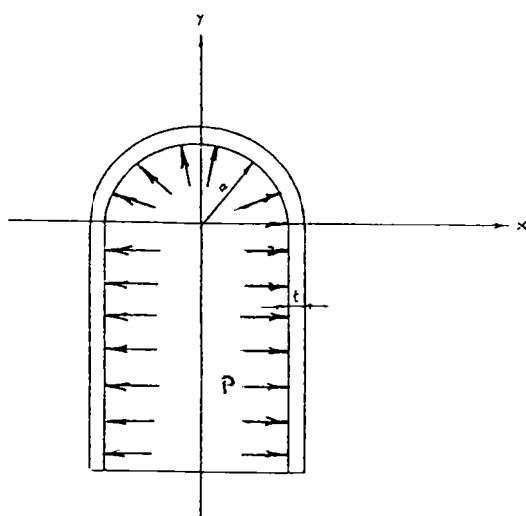
Deci concluzia este că pentru studiul FEA cu programul NASTRAN V 4.0 a structurii de învelitoare prezentat în fig. 5.18 este indicat să se folosească rețele alcătuite din elemente triunghiulare parabolice izoparametrice CTRIA6 care oferă rezultatele cele mai bune utilizând un număr minim de elemente pe rețea.

### 5.3 Optimizarea rețelei de element finit pentru analiza FEA cu programul NASTRAN V 4.0 pentru învelitoarea sferă - cilindru

Un studiu asupra rezultatelor obținute prin analiza FEA cu programul NASTRAN V . 4.0 pentru învelitoarea hemisferă-cilindru pentru diferite densități de rețea și diferite tipuri de elemente finite: CTRIA3 - element axisimetric liniar triunghiular , CTRIA6 - element axisimetric izoparametric parabolic triunghiular , CQUAD6 - element axisimetric liniar cuadrilateral , CQUAD8 - element axisimetric izoparametric parabolic cuadrilateral s-a prezentat în capitolul 5.2. Concluzia a fost că cel mai bun element utilizat pentru aceeași densitate de rețea este elementul axisimetric izoparametric parabolic triunghiular CTRIA6 , obținându-se la analiza tensiunilor o eroare de 0.5% față de soluția analitică. Deasemenea cel mai bun rezultat cu eroare de 0.1% față de soluția analitică s-a obținut cu prețul unei densități de rețea foarte mare 5x1294 utilizând elementulCTRIA3 , ceea ce implică memorie foarte mare de utilizat și timp de calcul mai mare.

În acest capitol se prezintă studiul comparativ al stării de tensiune pentru învelitoarea cilindru-sferă utilizând o rețea Rd1 cu densitate de 2x515 alcătuită din elemente CQUAD8 și o rețea Rd2o cu densitate 2x411 elemente CQUAD8 având inclusă în zona de joncțiune unde se cunoaște că există concentratori de tensiune , o rețea mai fină de elemente finite. Rezultatele evidențiază că soluția obținută cu o rețea optimizată Rd2o sunt identice cu rezultatele obținute pentru modelul de rețea (5x1294) CTRIA3 ce cuprinde 4873 elemente , față de 822 elemente existente în rețeaua optimizată construită cu elemente CQUAD8.

Învelitoarea studiată de tip cilindru-sferă prezentată în fig.5.25a este supusă unei presiuni interne uniforme axial simetrice. Studiul efectuat utilizând metoda FEA s-a făcut cu asistența programului NASTRAN V 4.0 instalat pe un calculator PC.



$$E = 7.E+3\text{MPa}$$

$$\mu = 0.34$$

$$P = 0.4 \text{ MPa}$$

fig.5.25a Învelitoarea cilindru-sferă

Modelul cu elemente finite Rd1 pentru studierea structurii din fig.5.25a este prezentat în fig.5.26a , iar detalii ale structurii realizate cu elemente finite pentru vrful cupolei sferice , joncțiunii și cilindrului sunt prezentate în fig.5.26b , fig.5.26c și fig.5.26d unde se evidențiază și numărul de element asociat.

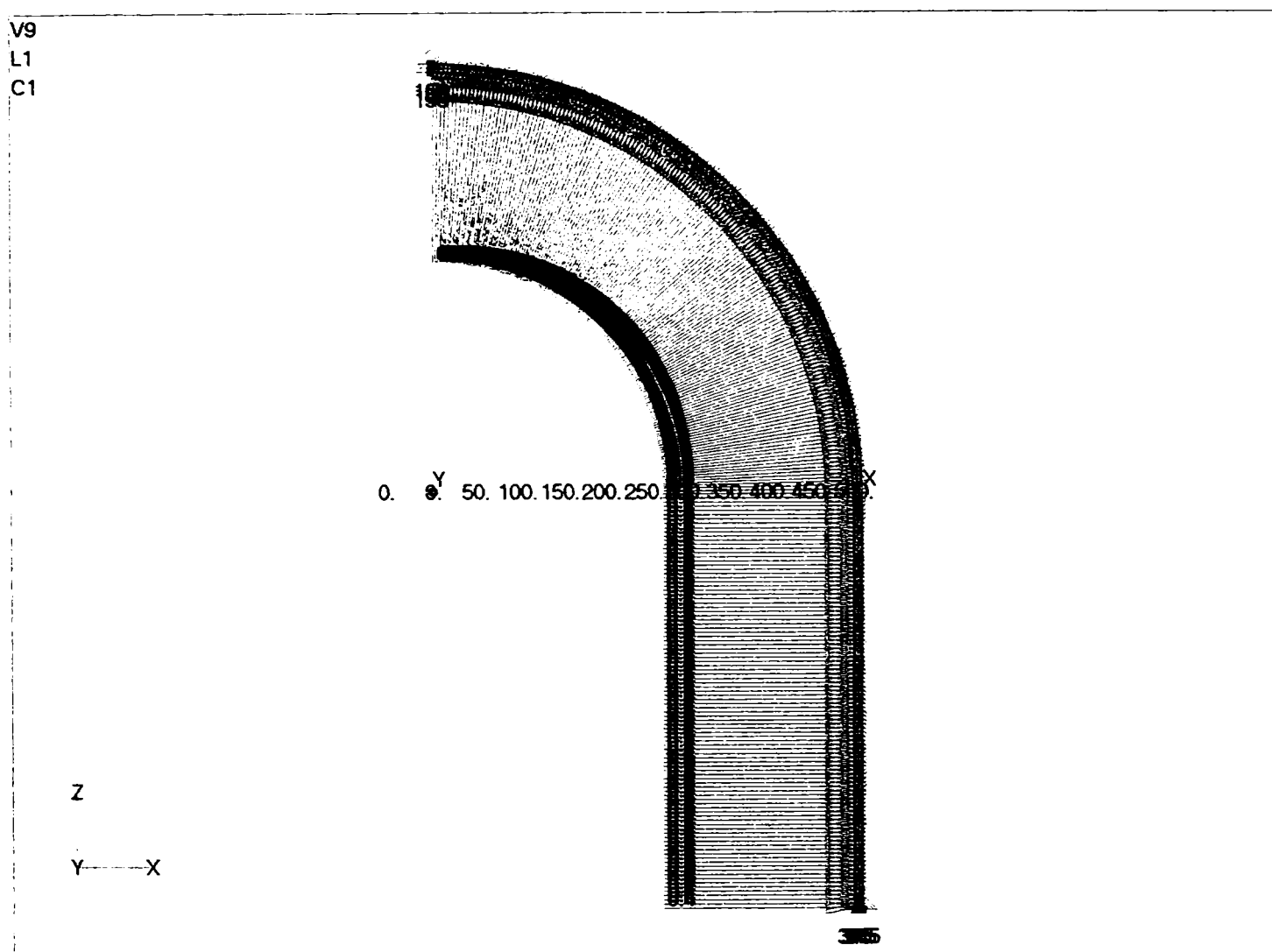


Fig.5.26a Modelul cu elemnte finite pentru structura Rd1

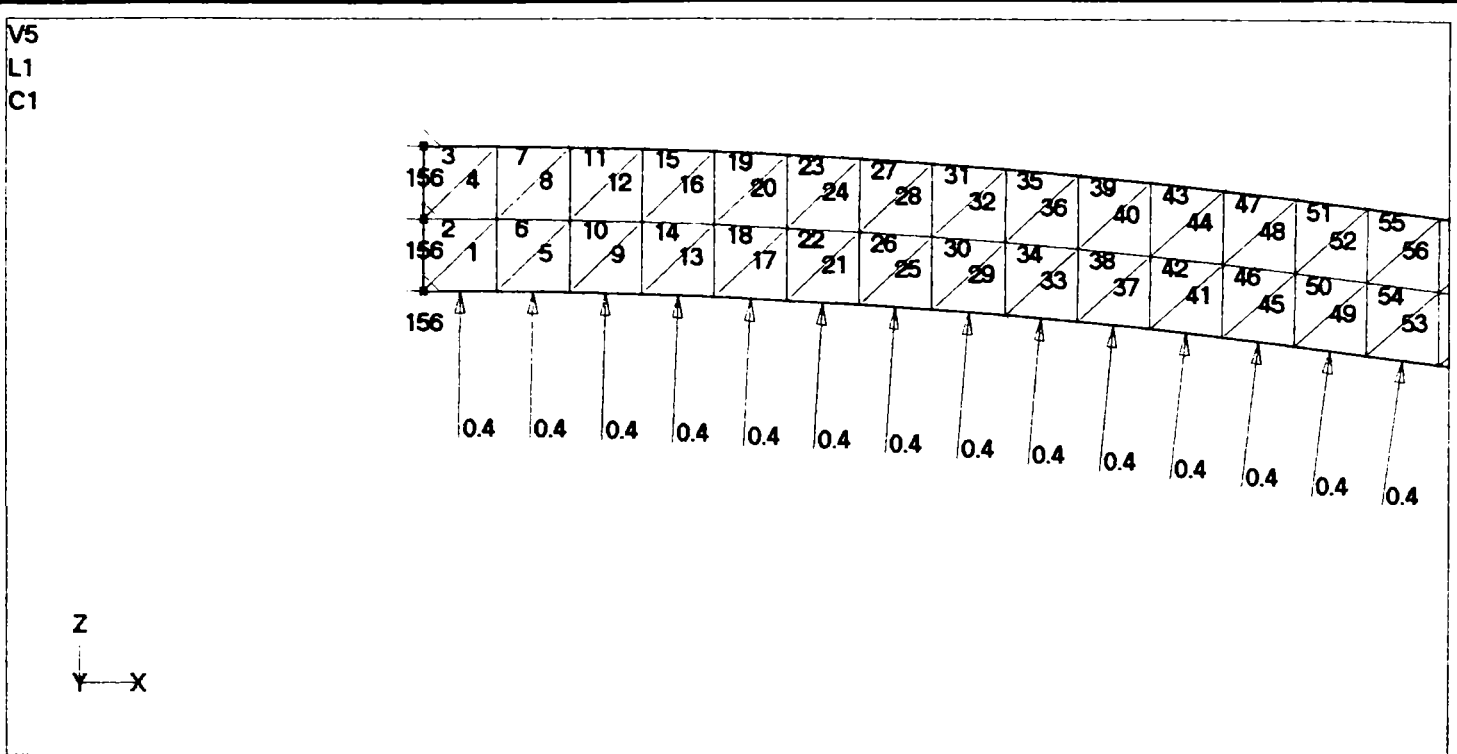


Fig.5.26b Detaliu vârf cupolă pentru fig.5.26a

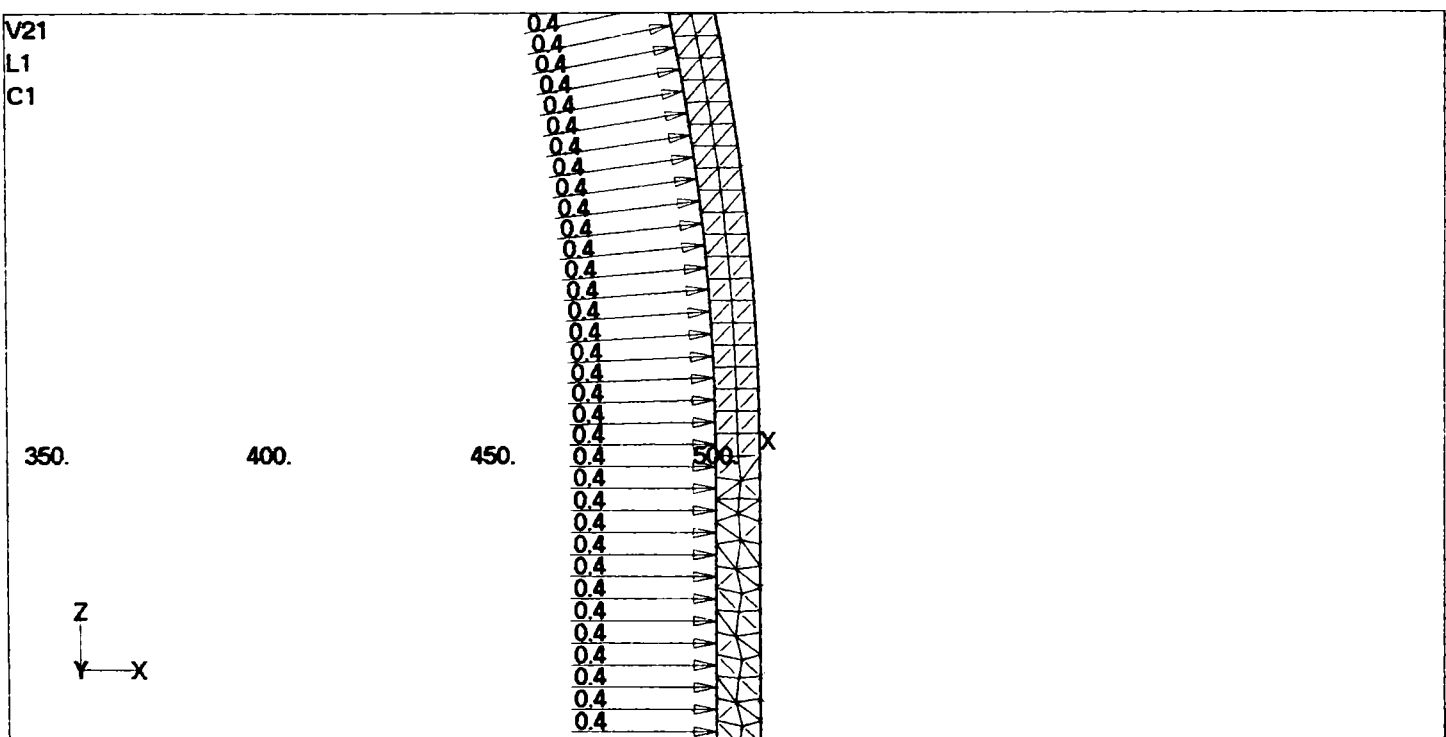


Fig.5.26c Detaliu jonțiune pentru fig.5.26a

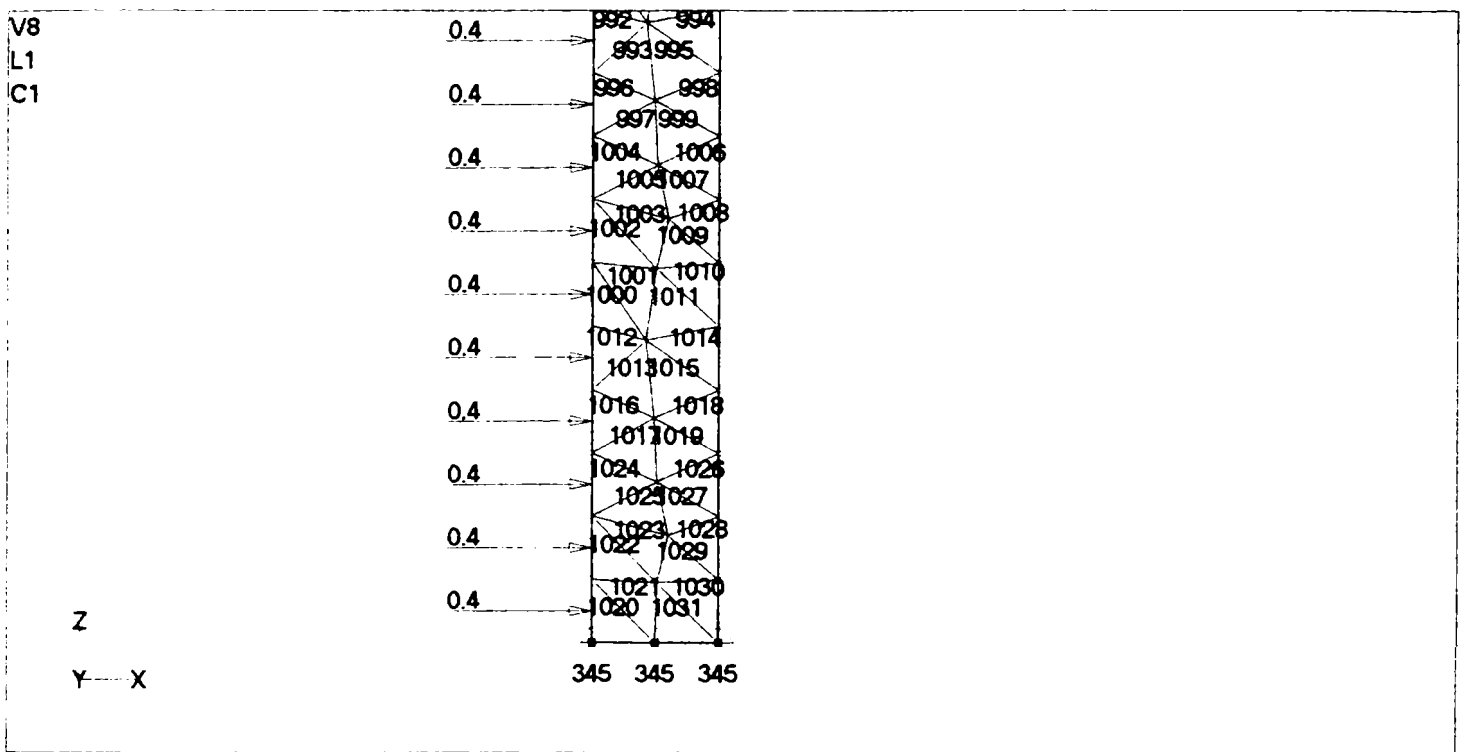


Fig.5.26d Detaliu cilindru pentru fig.5.26a

Izostaticile tensiunilor echivalente Von Mises pentru modelul Rd1 sunt prezentate în fig.5.27a detaliu pentru hemisferă , fig.5.27b detaliu pentru jocțiune , respectiv fig.5.27c detaliu pentru cilindru.

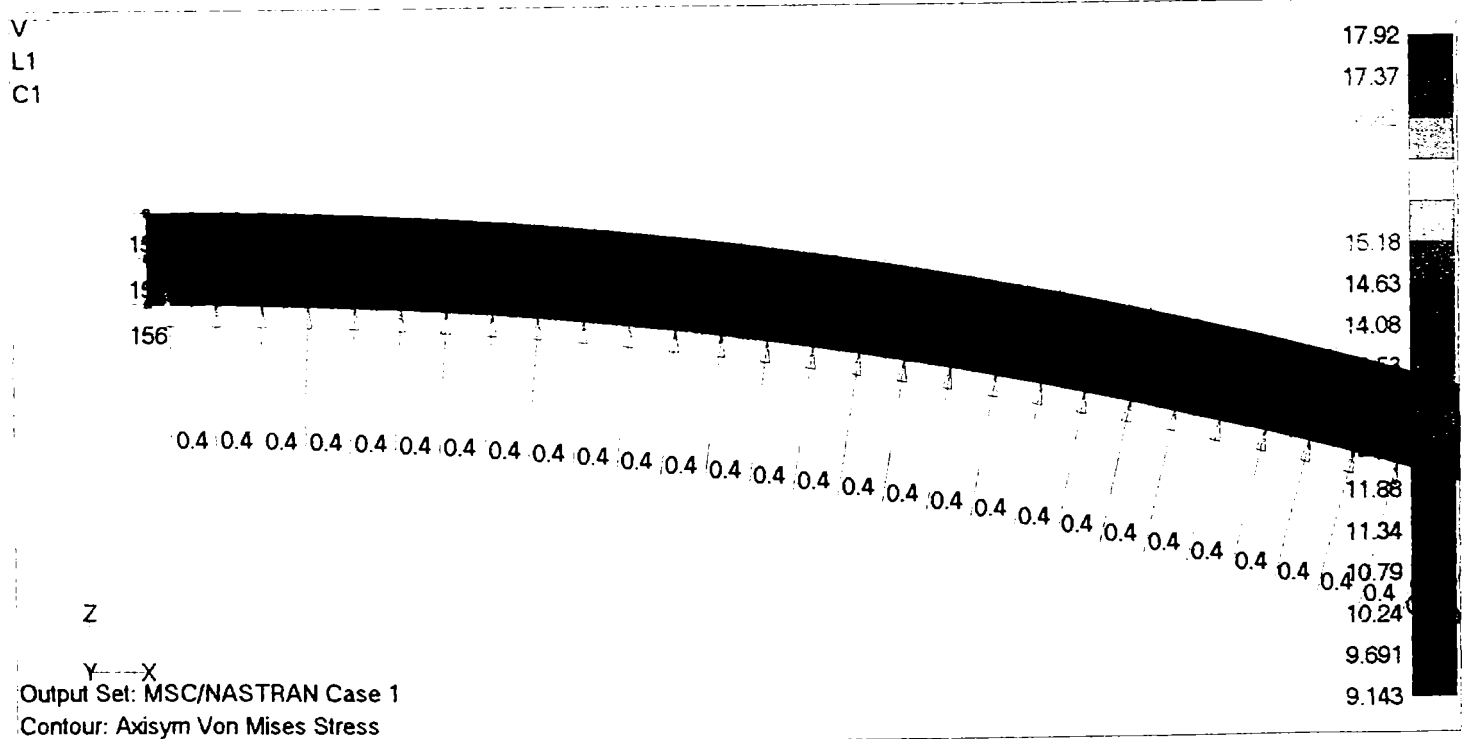


Fig. 5.27a Izostaticile tensiunilor echivalente Von Mises pentru hemisferă structura Rd1

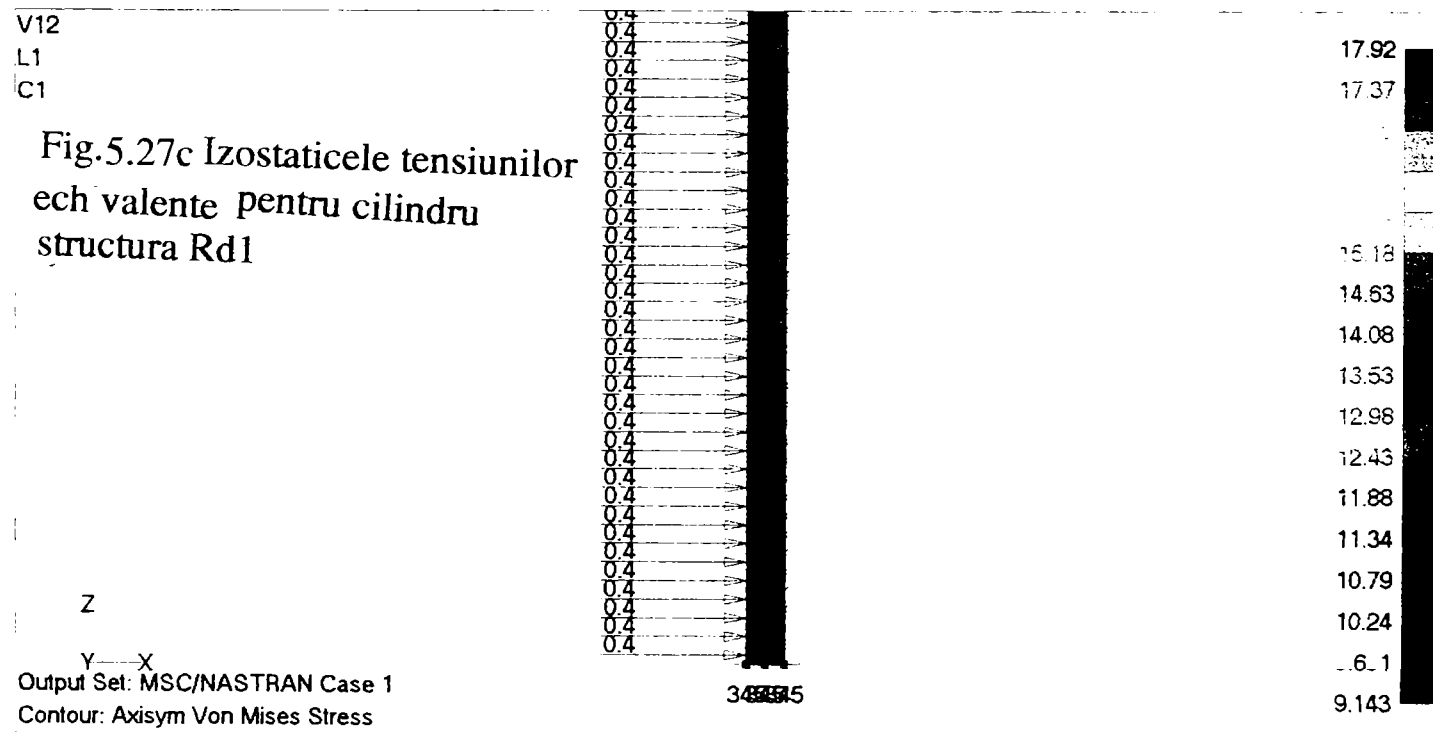
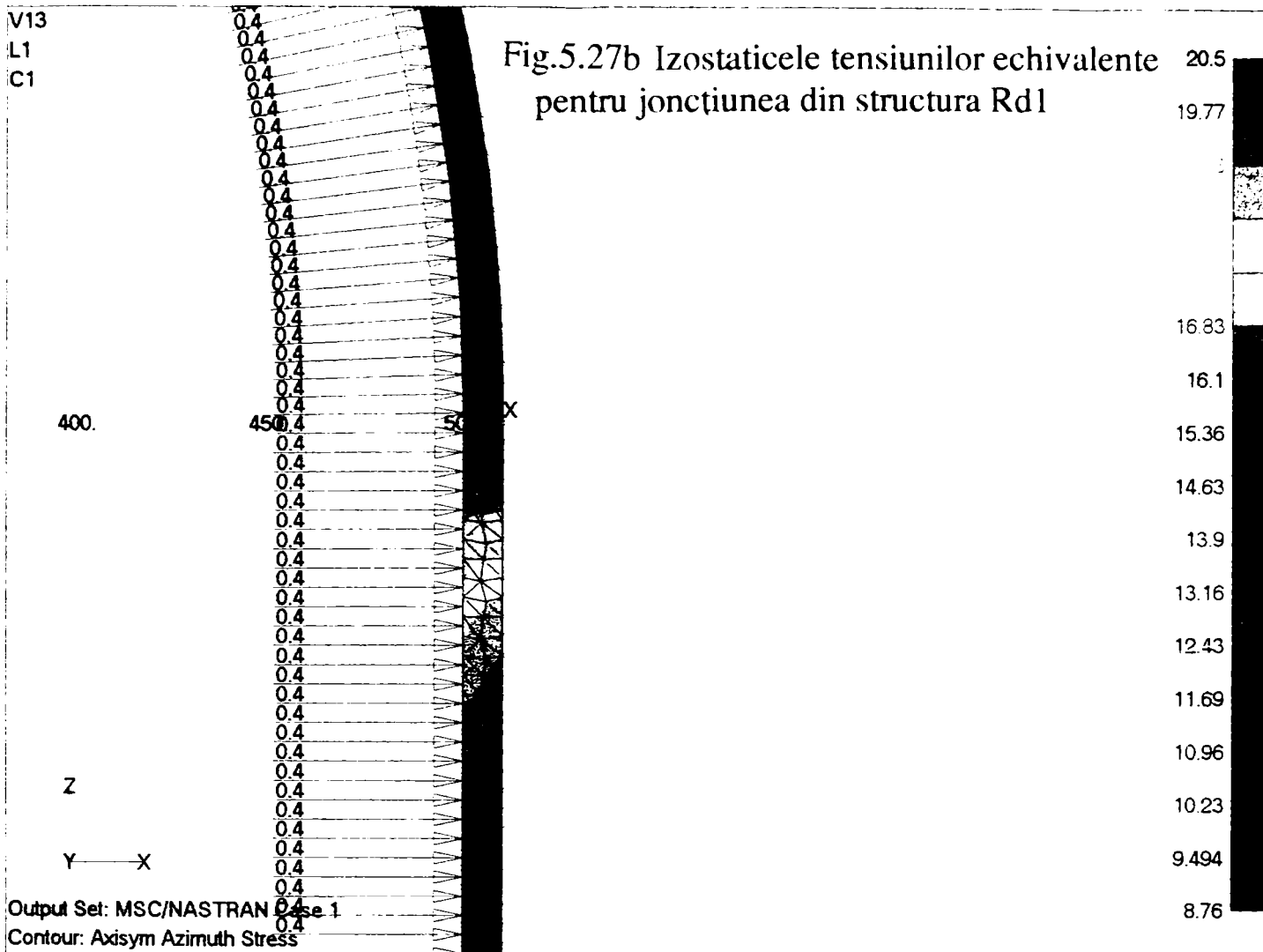




Fig. 5.28 prezintă variația tensiunilor echivalente Von Mises cu evidențierea tensiunilor extreme  $\sigma_{vmmax} = 17.87$  Mpa și  $\sigma_{vmmin} = 8.828$  Mpa pentru structura Rd1.

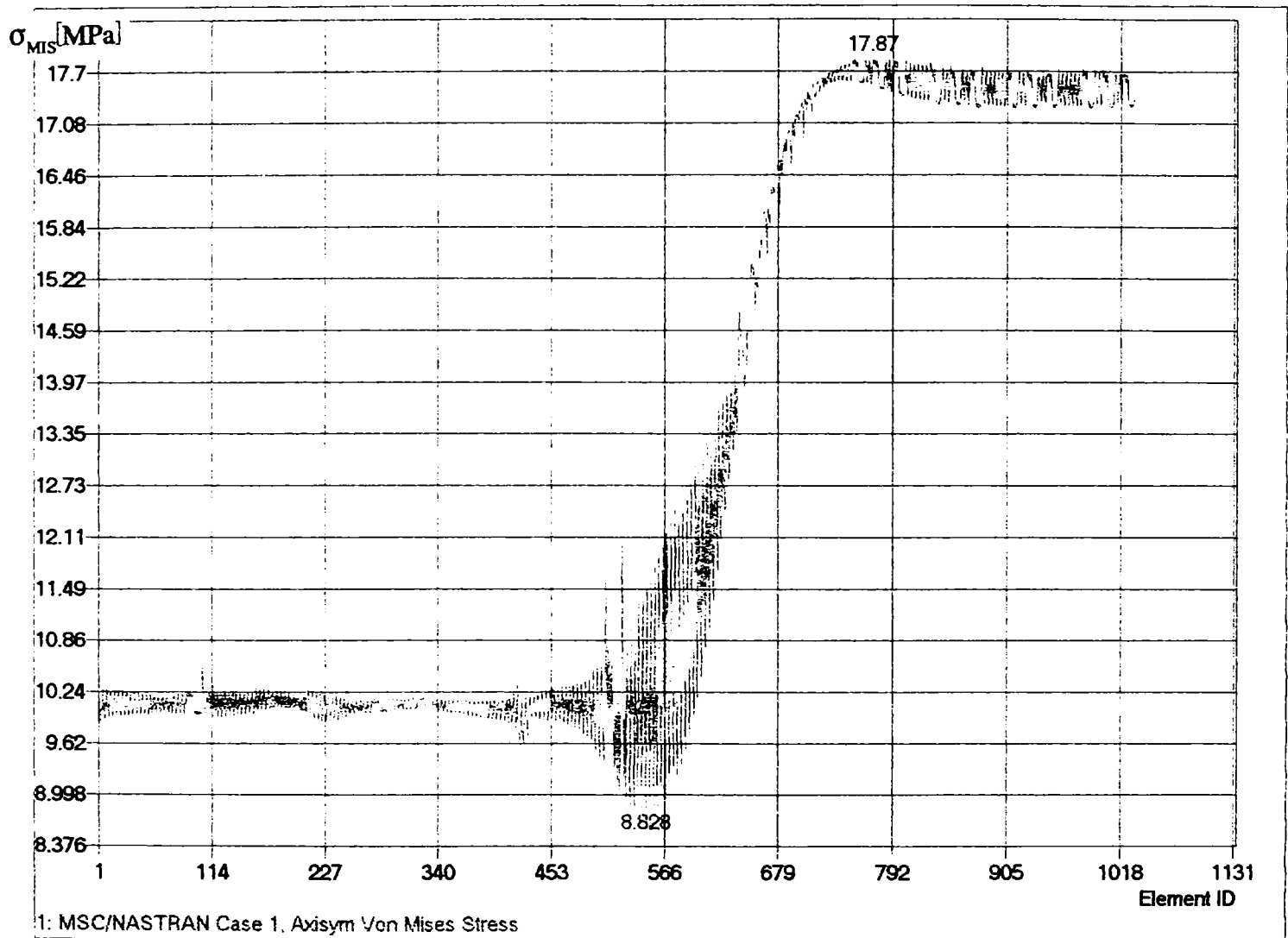


Fig. 5.28 Graficul tensiunilor echivalente Von Mises pentru Structura Rd1

Modelul de rețea cu elemente finite optimizată Rd2o este prezentat în fig.5.29a iar detalii privind structura Rd2o sunt prezentate în fig. 5.29b, fig.5.29c , fig.5.29d relativ la vârful sferei , joncțiune și cilindru.

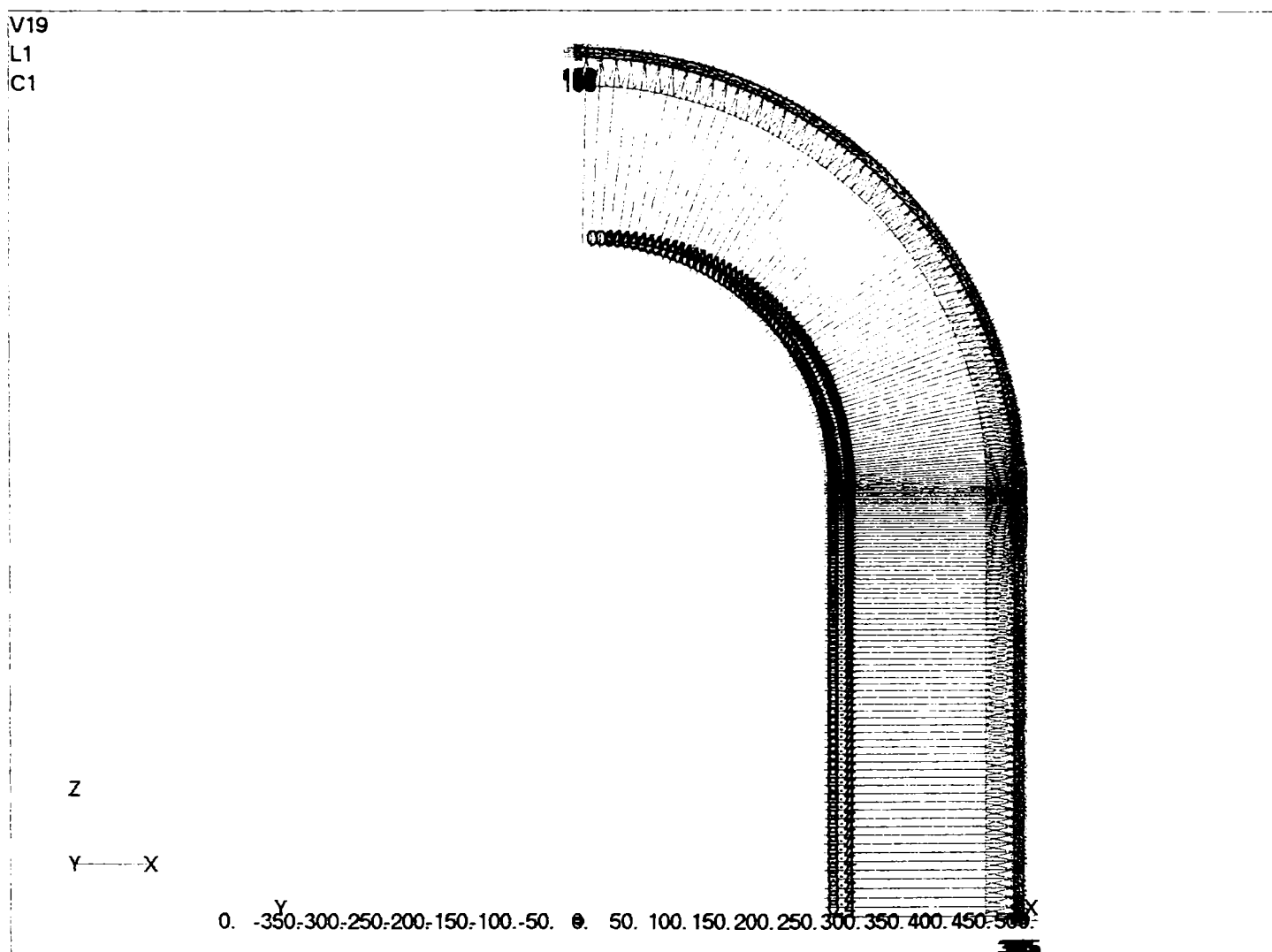
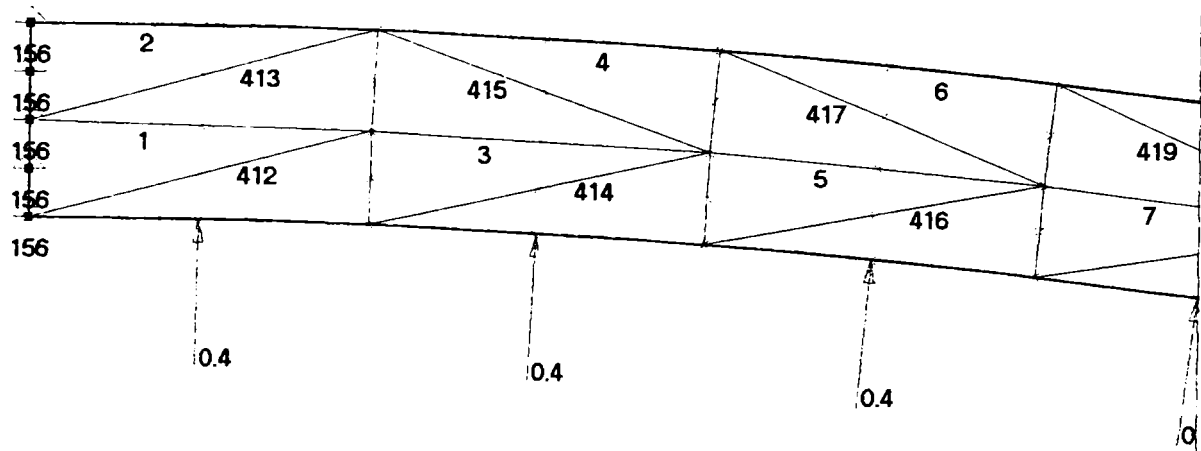


Fig5.29aRețea de elemente finite Rd2o

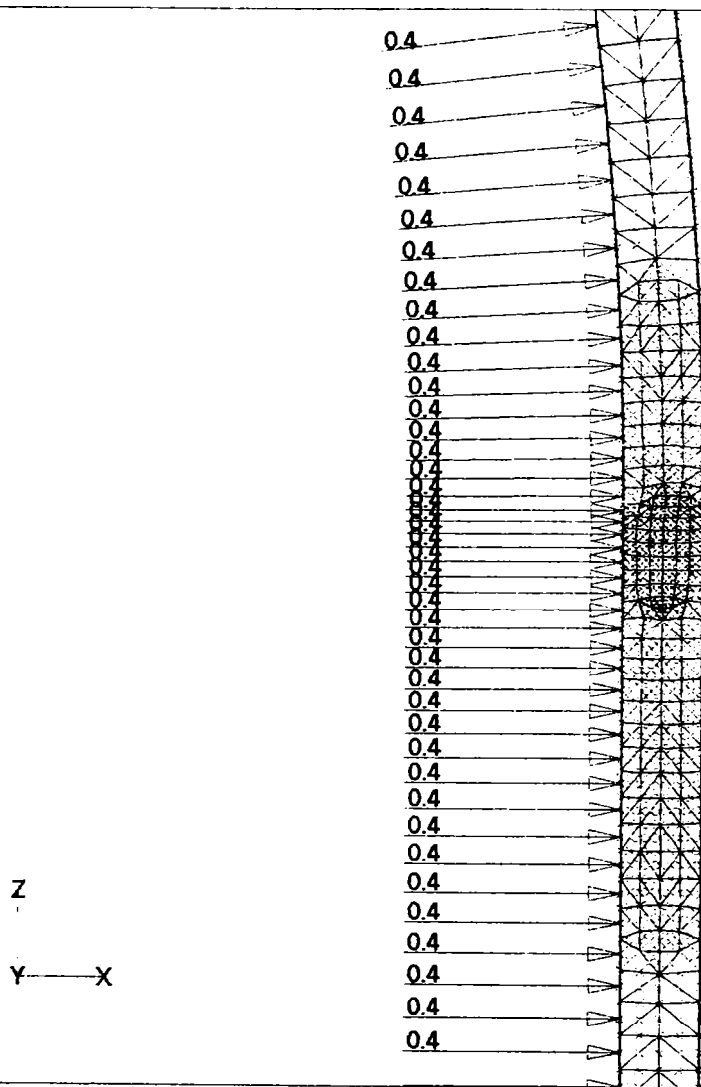
V2  
L1  
C1

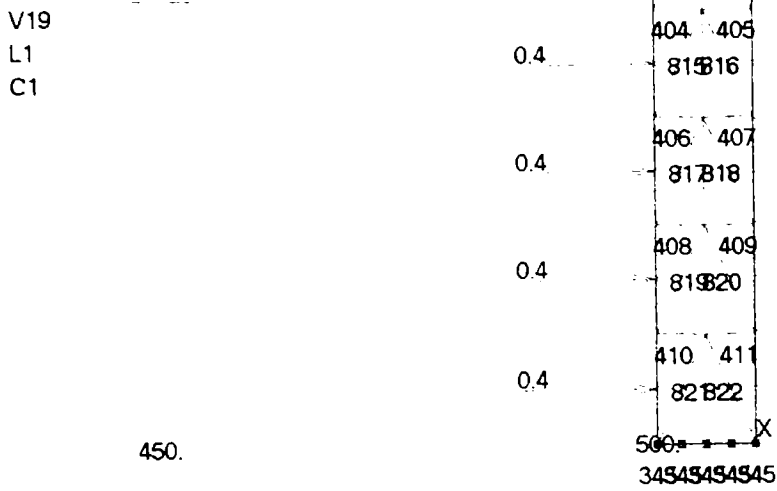
Fig.5.29b Detaliu rețea cupolă sferică model Rd2o



V1  
L1  
C1

Fig.5.29c Detaliu rețea joncțiune model Rd2o

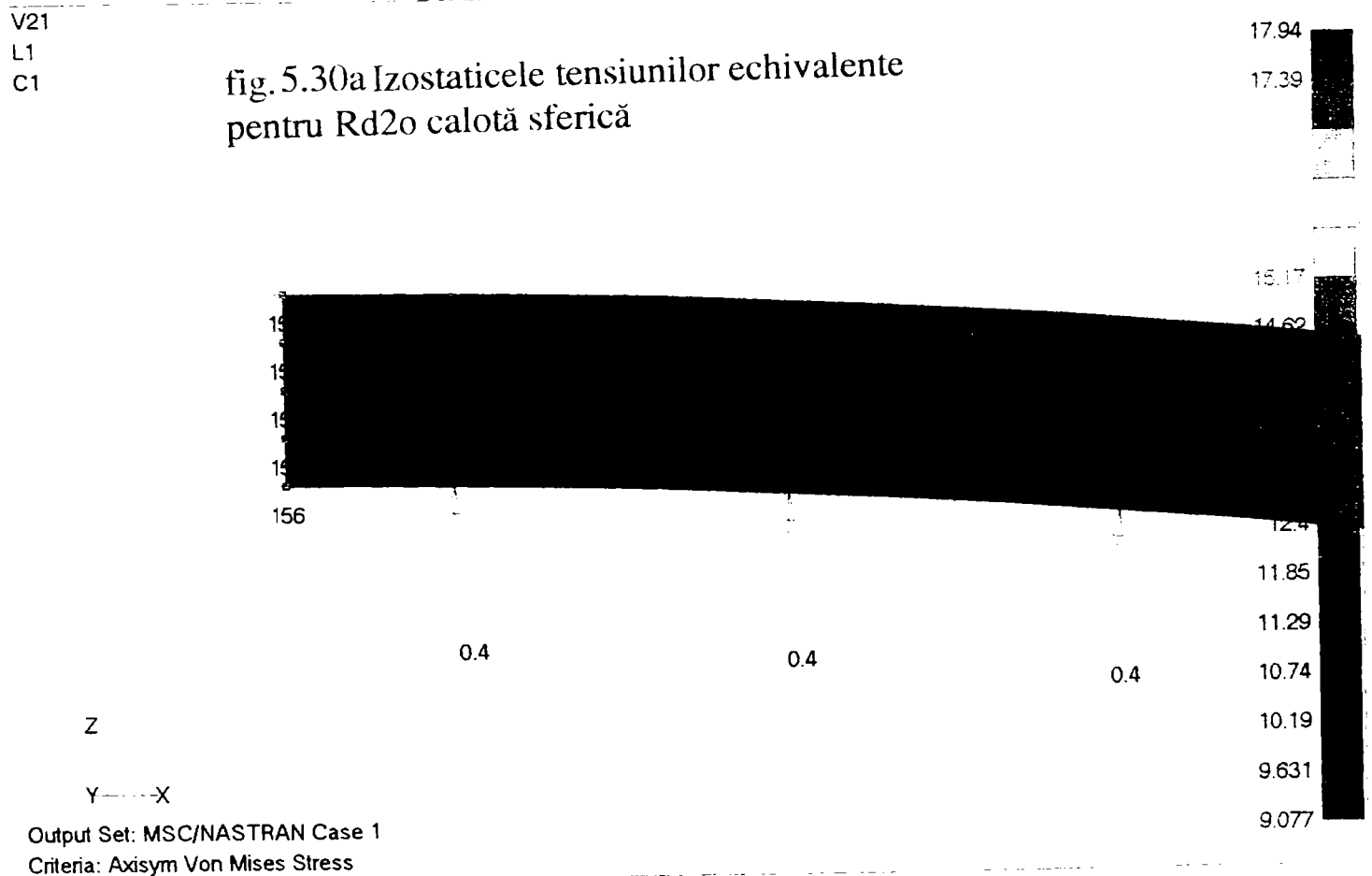


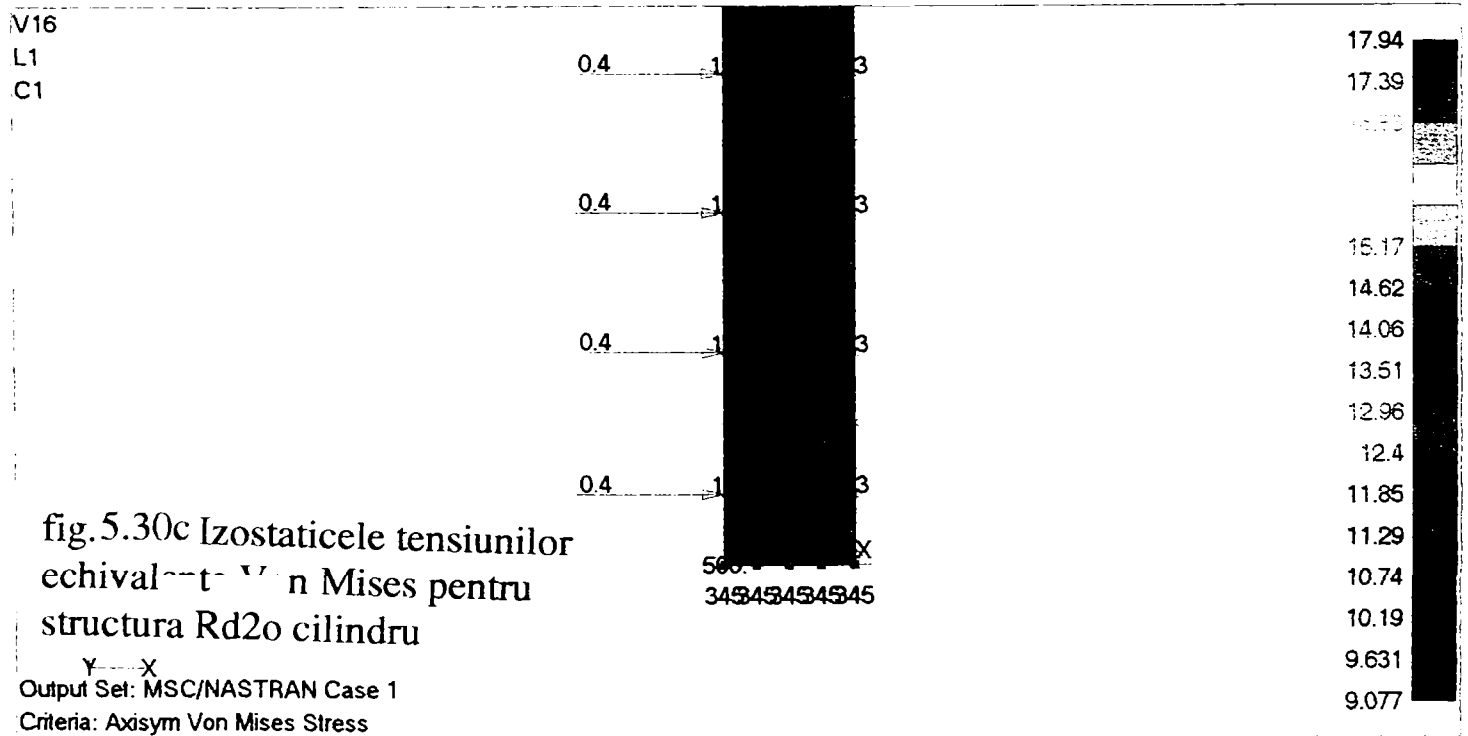
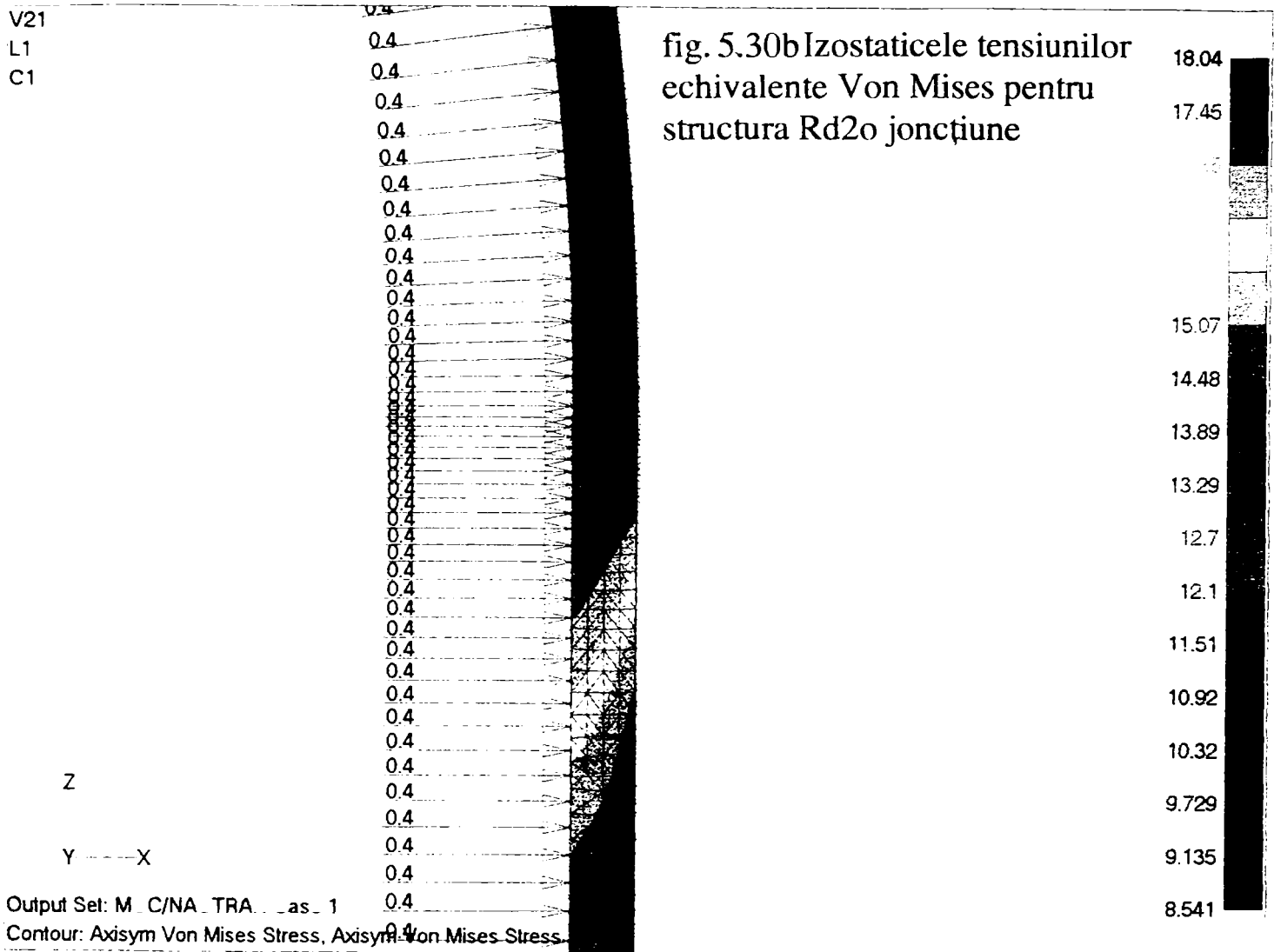


Z Fig. 5.29d Detaliu rețea cilindru pentru Rd2o

Y → X

Izostaticile tensiunilor echivalente Von Mises pentru calota sferică , jonctiune și cilindru sunt prezentate în fig.5.30a , fig.5.30b , fig.5.30c





În fig.5.31 este prezentat graficul tensiunilor echivalente Von Mises cu precizarea valorii maxime ca fiind  $\sigma_{vmmax} = 17.94$  Mpa pentru elementul 3330 pe fața internă a învelitorii și a valorii minime  $\sigma_{vmmin} = 9.077$  Mpa.

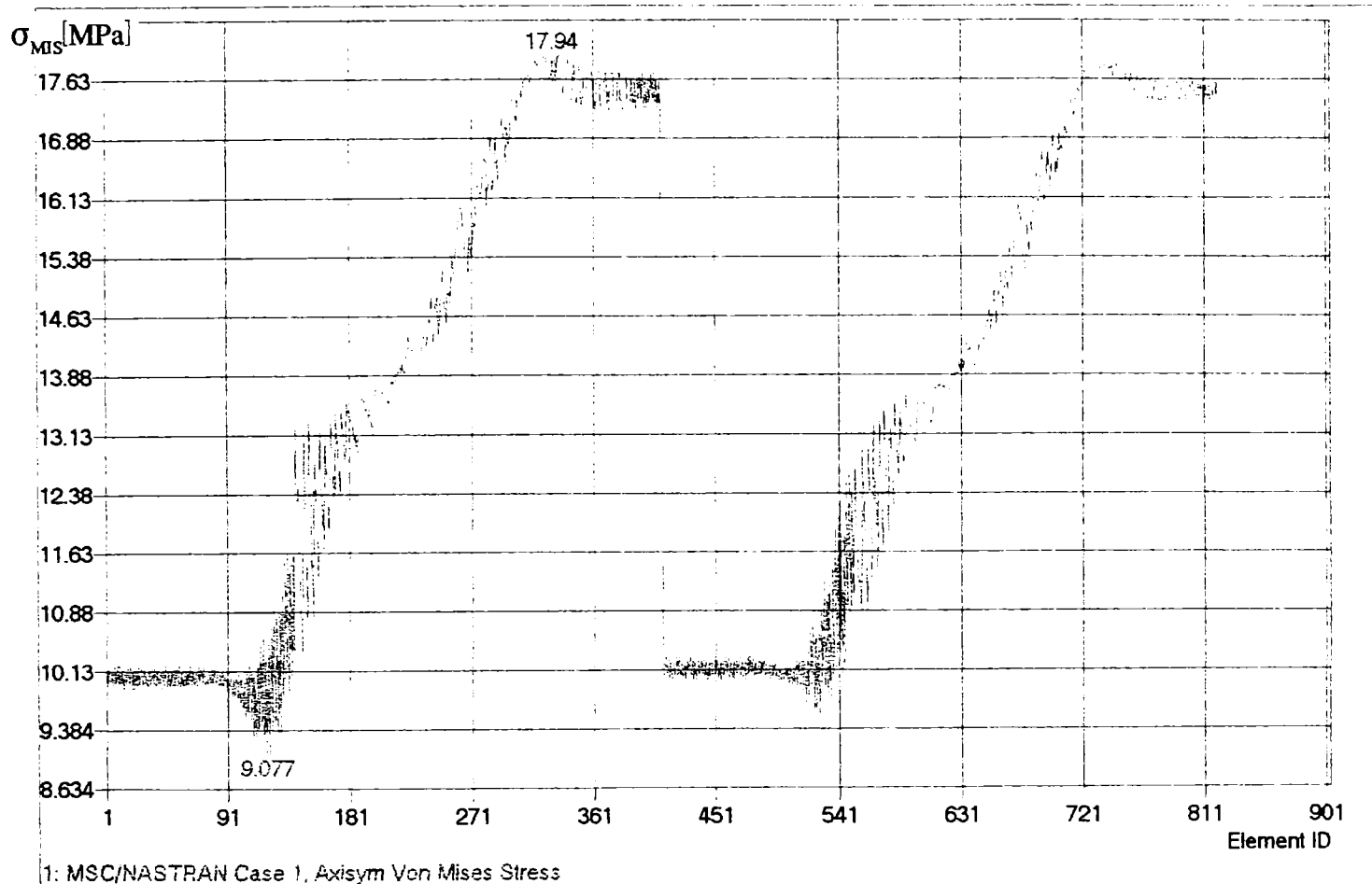


Fig.5.31 Tensiunile echivalente Von Mises pentru structura Rd2o

Rezultatele privind rețelele studiate Rd1 , Rd2o , și cele relativ la rețeaua (5x1294)CTRIA3 și abaterea procentuală a valorilor tensiunilor echivalente Von Mises față de valoarea tensiunii echivalente Von Mises obținută prin calcul analitic sunt prezentate în tabelul 5.4

Tabelul 5.4

Rețea	Nr.elemente în rețea	Tensiuni echivalente Von Mises maxime [MPa]	Abatere % față de $\sigma_{vm}$ analitic
(5X1294)CTRIA3	4873	17.94 Mpa	0.1%

(2x515)CQUAD8 - Rd1	1030	17.87 Mpa	0.6%
(2x411)CQUAD8 - Rd2o	822	17.94 Mpa	0.1%
Calcul analitic		17.96 MPa	

Asfel se evidențiază că modelul de rețea Rd1 aplicat învelitorii subțiri prezentate în fig.5.25a conduce în urma analizei de tensiuni cu programul NASTRAN V 4.0 la valori pentru tensiunile echivalente Von Mises cuprinse în intervalul 8.828 Mpa și 17.87 Mpa ceace față de soluția analitică calculată în lucrarea [104] relativ la valoarea maximă a tensiunii echivalente Von Mises de 17.96 Mpa reprezintă o abatere de 0.6%. Pentru rețeaua optimizată Rd2o care prezintă o rețea rafinată în zona de joncțiune unde există o solicitare maximă , analiza stării de tensiune conduce la valori cuprinse între 9.077 Mpa și 17.94 Mpa , tensiunea echivalentă Von Mises maximă reprezentând 0.1% față de soluția analitică , rezultat ce coincide cu soluția obținută pentru rețeaua de (5x1294) CTRIA3 cu 4873 elemente [43] .Deci la un număr de elemente de 822 rețeaua optimizată Rd2o este echivalentă din punct de vedere al rezultatelor analizei de tensiuni cu rețeaua de 4873 elemente prezentată în lucrarea [43] .

## 5.4 Asupra conceptului de învelitoare subțire privitor la structura cilindru-semisferă sub presiune internă axial -simetrică constantă și uniformă

Referitor la calculul analitic al stării de tensiune și deformație al învelitorilor există elaborate o serie de metode și teorii de rezistență care doresc să ofere soluții la câte un segment din problemele care apar atunci când se consideră caracteristicile geometrice specifice ale învelitorii particulare luate în calcul, proprietățile fizico-mecanice ale materialului din care este alcătuită învelitoarea, nivelul de intensitate al acțiunilor exterioare care determină un anumit domeniu de solicitare al învelitorii.

Relativ la clasificarea recipientelor din punct de vedere al comportării lor în recipiente cu pereți groși sau subțiri se menționează că ea s-a făcut având în vedere că relațiile folosite la calculul analitic al stării de tensiune și deformație se simplifică prin neglijarea unor factori. Astfel în teoriile de rezistență privitoare la învelitorile subțiri se consideră tensiunile radiale și deformațiile radiale ca fiind neglijabile. În cazul recipientelor cu pereți subțiri există două teorii dezvoltate care caracterizează starea de tensiune și deformație și anume teoria de membrană și teoria de momente.

Starea de membrană într-o învelitoare apare atunci când starea de tensiune indusă este biaxială și omogenă, materialul fiind integral și uniform solicitat, tensiunile cât și deformațiile fiind aceleași pe secțiune în orice punct al recipientului fără a exista variații pe secțiune. Astfel în învelitori apar eforturi normale pe direcția circumferențială  $N_\theta$ , pe direcția meridiană  $N_\varphi$  și eforturi tangențiale în plan tangent la învelitoare  $N_{\varphi\theta}$ ,  $N_{\theta\varphi}$ . Starea de eforturi generală într-un element de învelitoare în cazul stării de membrană este vizibilă în fig.5.32

În stadiul de membrană momentele încovoietoare circumferențiale  $M_{\varphi\theta}$  și  $M_{\theta\varphi}$  sunt nule.

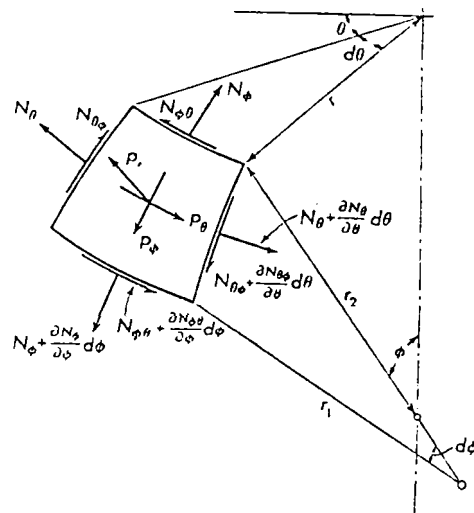


Fig.5.32 Eforturi într-un element de învelitoare în stadiul de membrană

Ecuatiile de echilibru ce caracterizează starea de tensiuni la o solicitare de presiune de valoare  $p$  axial uniform distribuită și constantă sunt:



$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi}(r_0 N_{\varphi\theta}) + r_1 \frac{\partial N_{\theta}}{\partial \theta} + r_1 N_{\theta\varphi} \cos \varphi - p_{\theta} r_1 r_0 &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \omega}(r_0 N_{\varphi}) + r_1 \frac{\partial N_{\theta\varphi}}{\partial \theta} - r_1 N_{\theta} \cos \varphi + p_{\varphi} r_1 r_0 &= 0 \end{aligned} \quad (5.31)$$

$$r_1 N_{\theta} \sin \varphi + r_0 N_{\varphi} - p_r r_1 r_0 = 0$$

În cazul încărcării axial simetrice cu presiune  $p$  eforturile  $N_{\varphi\theta} = N_{\theta\varphi}$ , astfel că ecuațiile sistemului (5.31) vor conține numai eforturile  $N_{\theta}$  și  $N_{\varphi}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi}(r_0 N_{\varphi}) - r_1 N_{\theta} \cos \varphi + p_{\varphi} r_1 r_0 &= 0 \\ \frac{N_{\varphi}}{r_1} + \frac{N_{\theta}}{r_2} &= p_r \end{aligned} \quad (5.32)$$

În general stadiul de membrană nu se realizează în învelitori cu pereți subțiri care prezintă salturi bruște privitor la forma învelitorii sau consolidări rigide sau care sunt sollicitate de forțe sau cupluri concentrate.

În cuprinsul teoriei de membrană sau teoriei fără momente se face ipoteza că în urma solicitării exterioare nu apar momente încovoietoare pe grosimea secțiunii sau că acestea sunt neglijabile, această teorie verificându-se cu cât grosimea este mai mică. Deformarea învelișului în cazul teoriei fără moment nu este împiedicată iar în calcule grosimea învelișului se consideră neglijabilă în comparație cu celelalte dimensiuni ale învelișului toate considerațiile referindu-se la suprafața mediană. În consecință se neglijează și efectul deformării împiedicate a două straturi adiacente pe grosimea învelișului, deformarea învelișului fiind constantă pe grosime.

Dimensionarea pe baza teoriei fără moment se face în cadrul încărcării axial-simetrice care poate fi dată de presiunea unui gaz sau unui lichid, de presiunea hidrostatică a lichidului, de greutatea proprie sau o forță centrifugă. Eroarea datorită aplicării teoriei fără moment în cazul încărcării cu sarcină axial simetrică uniform repartizată pe suprafață este cu atât mai mică cu cât raportul  $h/R$  este mai mic.

Teoria fără moment nu se aplică:

- în zonele în care deformarea învelișului cu perete subțire este împiedicată (zone de fixarea sau îmbinare)
- în zone în care panta tangentei la meridian se schimbă brusc (îmbinări în unghi)

c) în secțiunile de îmbinare a două învelișuri cu pereți subțiri adiacente în cazul variațiilor bruște a rigidității ( determinată de variația bruscă a secțiunii sau a caracteristicilor fizico-mecanice a materialelor de construcție)

d) secțiuni de îmbinare unde are loc variația bruscă a parametrilor de regim ( presiune , temperatură)

Teoria de momente a fost dezvoltată pentru învelitori care sunt cu pereți subțiri pentru care  $\sigma_r \approx 0$  și  $\xi \approx 0$  ; ea presupune că există și tensiuni tangențiale determinate de eforturile tăietoare circumferențiale  $Q_\theta$  și meridian  $Q_\varphi$  , deasemenea momente încovoietoare circumferențiale  $M_\theta$  și meridiane  $M_\varphi$  cât și momente de răsucire  $M_{\theta\varphi}$  și  $M_{\varphi\theta}$ .

În cazul teoriei de membrană s-a presupus că deformarea învelișului se face ca și cum aceasta nu ar avea grosime neconsiderându-se interacțiunea straturilor vecine de material. Împiedicarea reciprocă a deformărilor straturilor alăturate de material este echivalentă cu considerarea pe grosimea învelișului a unor momente încovoietoare. Teoria de momente se bazează pe ipoteza că momentele nu sunt neglijabile. Tensiunile meridiane și circumferențiale în acest caz nu vor fi uniform repartizate pe grosimea învelișului ca și în cazul teoriei fără moment ; la suprafața interioară se vor manifesta tensiuni maxime iar la suprafața exterioară tensiuni minime.

Apariția unor momente încovoietoare importante pe grosimea învelișului poate avea loc în următoarele cazuri:

a) învelișul este încărcat axial simetric cu o sarcină uniform repartizată pe suprafață , fără ca deformarea învelișului să fie împiedicată .În acest caz oportunitatea teoriei de momente încovoietoare se datorește geometriei învelișului și are loc în următoarele situații:

- grosimea învelișului nu este constantă ci variază continuu în lungul învelișului(înveliș cilindric cu grosimea peretelui variabilă)

- raportul  $h/R_e$  variază continuu în lungul meridianului deși  $h$  este constant (de exemplu la suprafețe conice)

- raportul  $h/R_e$  este constant dar mai mare decât 10% ( în acest caz prin neglijarea momentelor încovoietoare se ajungă la erori ce depășesc 10%)

b) învelișul este încărcat axial simetric , dar cu sarcină care nu este uniform repartizată pe suprafață de exemplu învelișul încărcat în lungul unui cerc paralel cu forțe transversale  $Q$  sau cu momente meridionale  $M_\varphi$  ; o asemenea încărcare se întâlnește în toate situațiile în care deformarea învelișului la un anumit nivel este împiedicată:

- secțiunea în care are loc variația bruscă a rigidității (îmbinarea a două învelișuri cu profil diferit sau cu același profil dar de grosimi diferite sau de același profil cu aceleleași grosime însă din materiale cu caracteristici fizico-mecanice diferite)

- secțiunea în care panta tangentei la meridian se schimbă brusc ( îmbinare în unghi)

- secțiunea în care are loc variația bruscă a parametrilor de regim

Repartiția eforturilor normale, tangențiale, tăietoare și a momentelor de încovoiere și răsucire într-un element de învelitoare este vizibilă în fig.5.33.

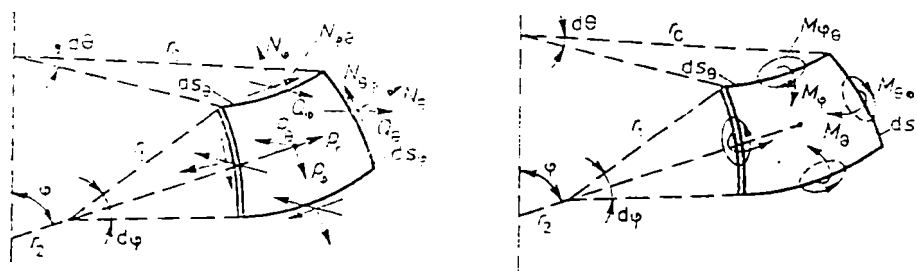


fig.5.33 Repartiția eforturilor într-un element de învelitoare subțire - teoria de momente

Ecuțiile de echilibru static conțin eforturile și momentele următoare:

- eforturi normale  $N_\theta$  pe direcție circumferențială
- eforturi normale  $N_\varphi$  pe direcție meridiană
- eforturi tangențiale în plan tangent la învelitoare  $N_{\varphi\theta}$ ,  $N_{\theta\varphi}$
- eforturi tăietoare  $Q_\theta$ ,  $Q_\varphi$  acționând perpendicular pe suprafața învelitorii
- momente încovoiitoare circumferențiale  $M_\theta$  și meridiane  $M_\varphi$
- momente de răsucire  $M_{\theta\varphi}$  și  $M_{\varphi\theta}$

în total 10 eforturi.

Ecuțiile de echilibru static pentru eforturi și momente pe cele 3 direcții sunt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi}(r_0 N_\varphi) + r_1 \frac{\partial N_{\varphi\theta}}{\partial \theta} - r_1 N_\theta \cos \varphi - r_0 Q_\varphi + r_0 r_1 p_\varphi &= 0 \\ (N_{\theta\varphi} - N_{\varphi\theta} r_0 r_1) - M_{\theta\varphi} r_1 \sin \varphi + M_{\varphi\theta} r_0 &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \varphi} M_\varphi r_0 + \frac{\partial M_{\theta\varphi}}{\partial \theta} r_1 - M_\theta r_1 - Q_\varphi r_0 r_1 &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \varphi}(Q_\varphi r_0) + \frac{\partial}{\partial \theta} Q_\theta r_1 + N_\theta r_1 \cos \varphi + N_\varphi r_0 - p_\varphi r_0 r_1 &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \theta} M_{\varphi\theta} r_0 + \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} r_1 + M_{\theta\varphi} r_1 - Q_\theta r_0 r_1 &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \varphi}(r_0 N_{\varphi\theta}) + r_1 \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + N_{\theta\varphi} r_1 \cos \varphi - Q_\theta r_0 + p_\theta r_0 r_1 &= 0 \end{aligned} \tag{5.32}$$

În cazul solicitării axial simetrice eforturile și momentele care sunt incompatibile cu simetria axială sunt nule:

$$Q_{\theta} = N_{\theta\varphi} = N_{\varphi\theta} = M_{\theta\varphi} = M_{\varphi\theta} = 0 \quad (5.33)$$

Privitor la clasificarea recipientelor sub presiune în învelitori cu pereți groși sau subțiri s-au stabilit mai multe criterii de clasificare. Componenta constructivă principală a unui recipient are forma unei suprafețe de revoluție și în acest sens există criteriul după care dacă grosimea peretelui recipientului este relativ mică (nesemnificativă în raport cu razele de curbură) atunci partea esențială a recipientului este un corp de revoluție cu pereți groși.

Învelișul de revoluție cu pereți subțiri are grosimea  $h$ , mult mai mică decât razele de curbură principale  $\rho_1$  și  $\rho_2$  [13]

$$h \ll (\rho_1, \rho_2) \quad (5.34)$$

ceea ce este echivalent cu a spune că raportul dintre raza externă  $R_e$  și raza internă  $R_i$  îndeplinește următoarea condiție :

$$\beta = \frac{R_e}{R_i} \leq 1.1 \quad (5.35)$$

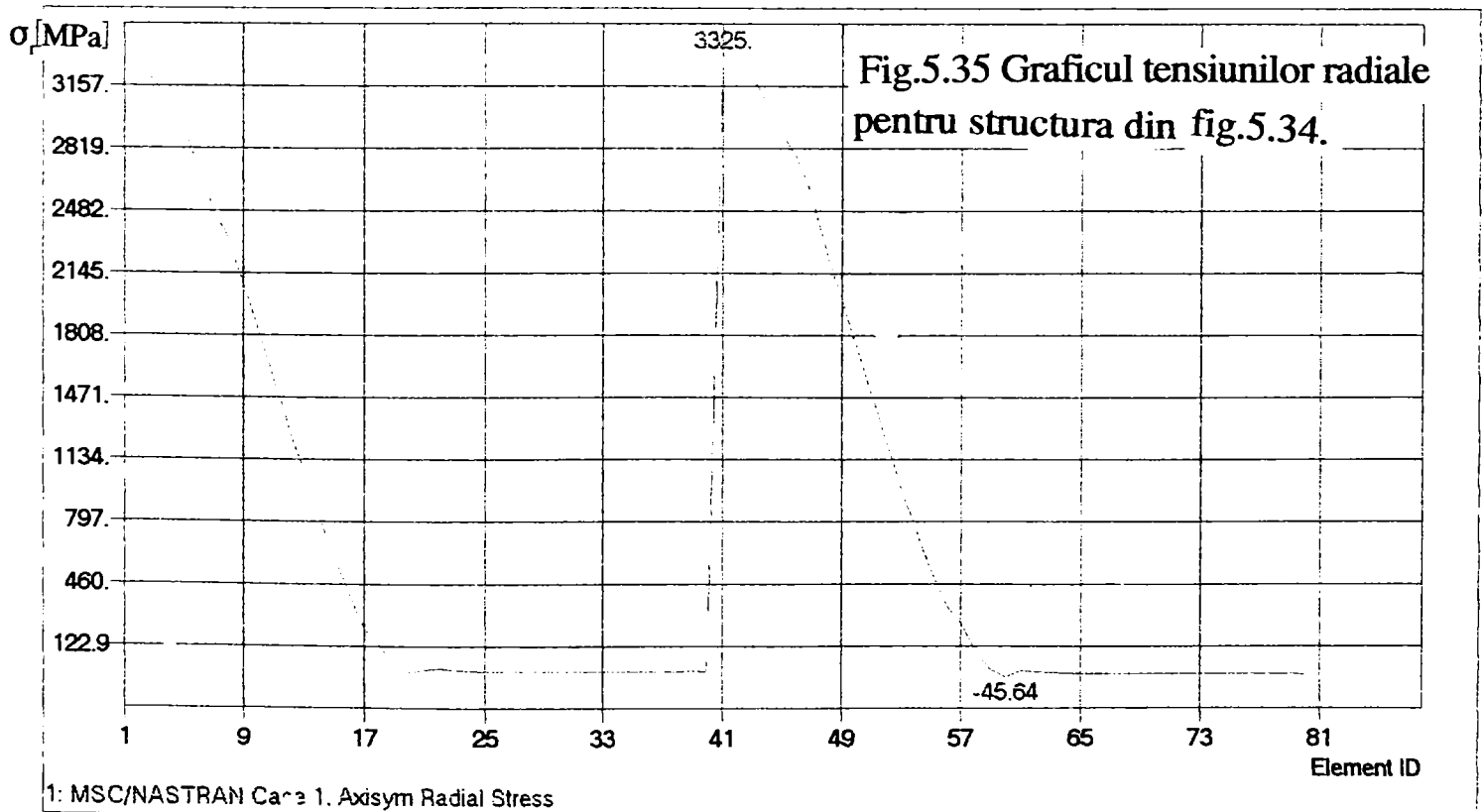
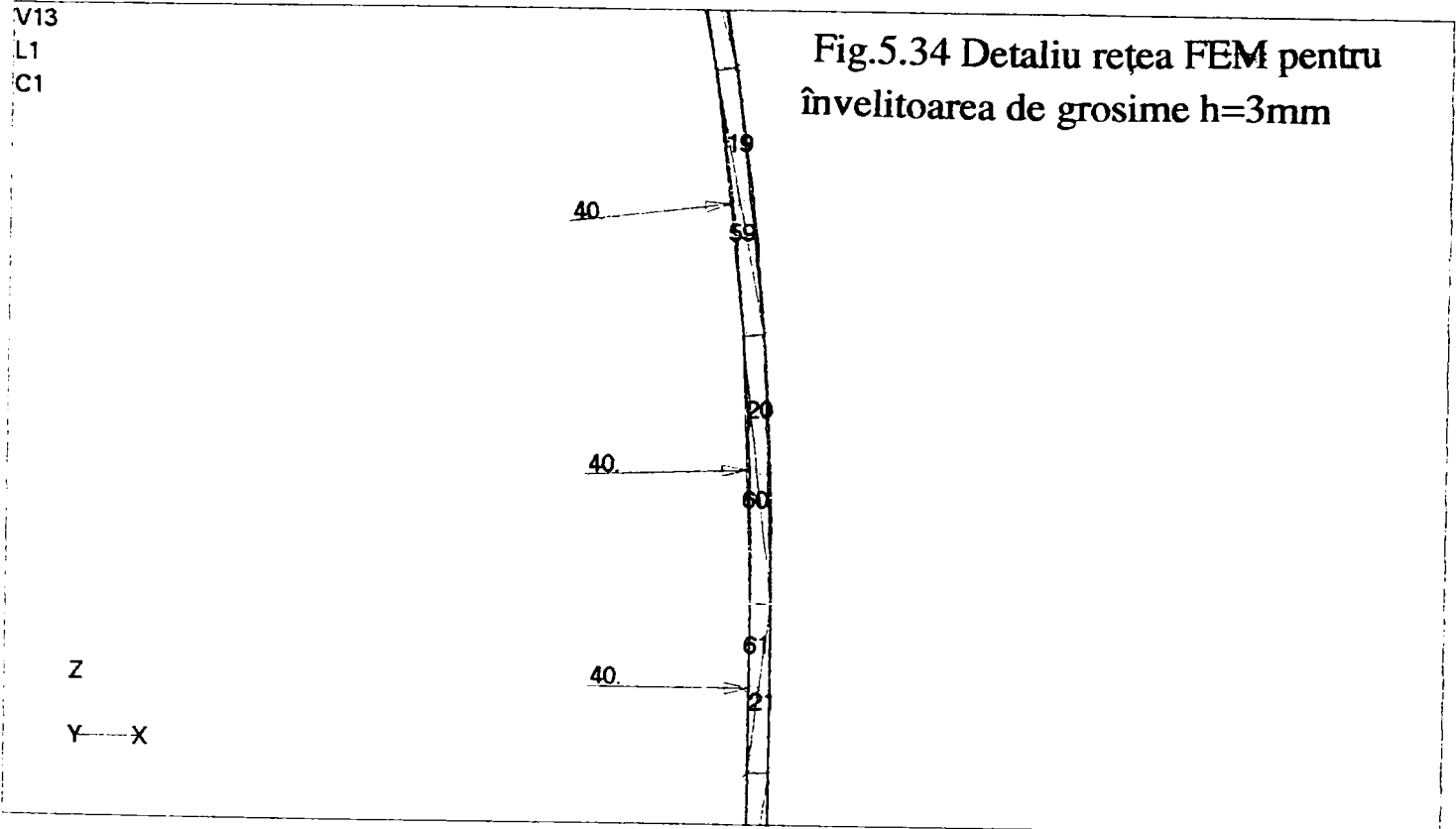
În cazul particular  $R_i = 500$  mm rezultă că  $R_e \leq 550$  mm pentru ca recipientul să fie considerat cu pereți subțiri.

După Flugge și Timošenco învelișurile se pot considera cu pereți subțiri dacă raportul dintre grosimea peretelui învelitorii și cea mai mică rază de curbură este mai mic decât  $1/10$ , în speță în cazul particular  $R_i = 500$  mm și din condiția  $h/500 < 1/10$  rezultă  $h < 50$  mm. După Novojilov raportul dintre grosimea învelitorii și cea mai mică rază de curbură trebuie să fie mai mic decât  $1/120$  pentru a justifica interpretarea de învelitoare subțire. Pentru cazul particular  $R_i = 500$  mm din condiția  $h/500 < 1/120$  rezultă  $h < 4.1$ . Criteriu care stă la baza scrierii ecuațiilor de echilibru privind calculul de rezistență și clasificarea recipientelor în învelitori cu pereți subțiri sau groși este tensiunea radială  $\sigma_r$  a cărei prezență de nenegliaj clasifică învelitorile în învelitori cu pereți groși.

#### 5.41 Rezultate obținute cu programul NASTRAN V4.0

Cu ajutorul programului NASTRAN V 4.0 s-a determinat starea de tensiune tridimensională pentru diferite grosimi ale învelișului cupolă sferică-cilindru supus la presiune internă axisimetrică uniformă constantă și anume pentru  $h = 3, 10, 20, 30, 40, 50, 100$  mm având raza de curbură internă a cupolei sferice de  $R_e = 500$  mm lungimea cilindrului  $l = 500$  mm, caracteristici de material modulul lui Yung  $E =$

7.E+3 și coeficientul lui Poisson  $\mu = 0.34$ , presiunea de solicitare fiind  $p = 40$  Mpa. Infig.5.34 se prezintă un detaliu privitor la structura de elemente finite utilizată pentru analiza FEM a învelitorii cupolă sferică - cilindru de grosime  $h=3$ mm, iar fig.5.35 și fig.5.36 vizualizează graficele tensiunilor radiale și echivalente Von Mises pentru structura din fig.5.34.



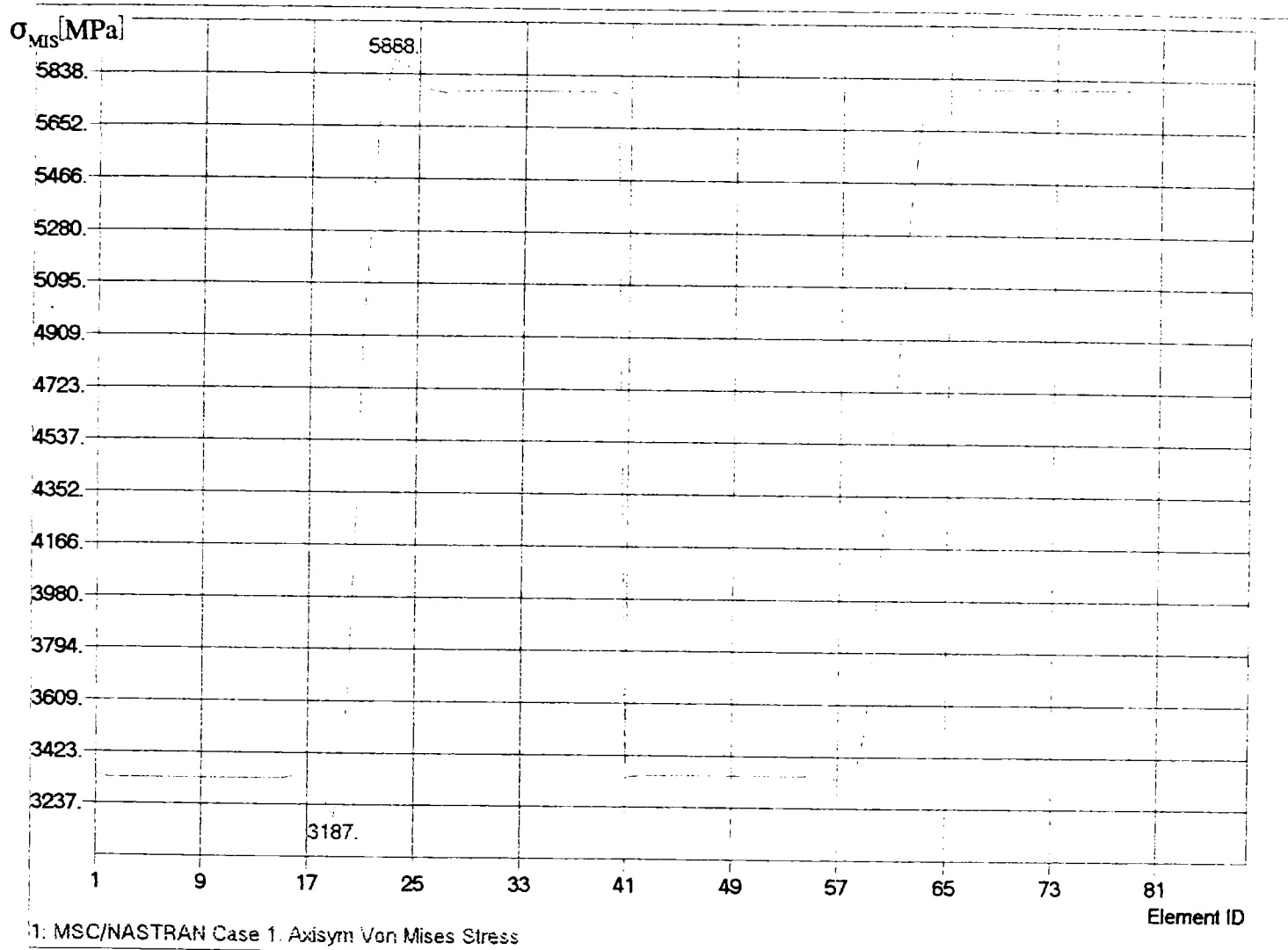


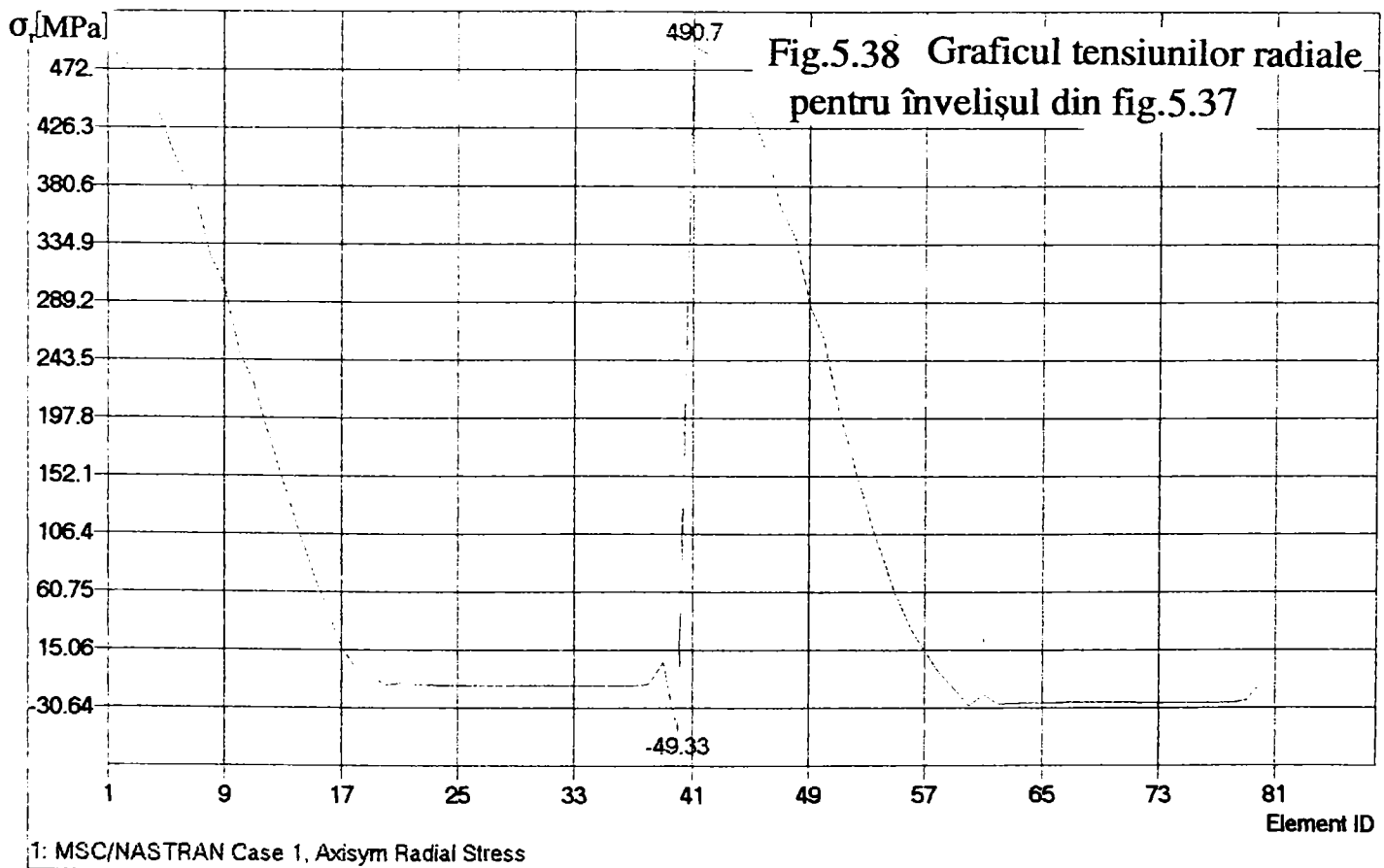
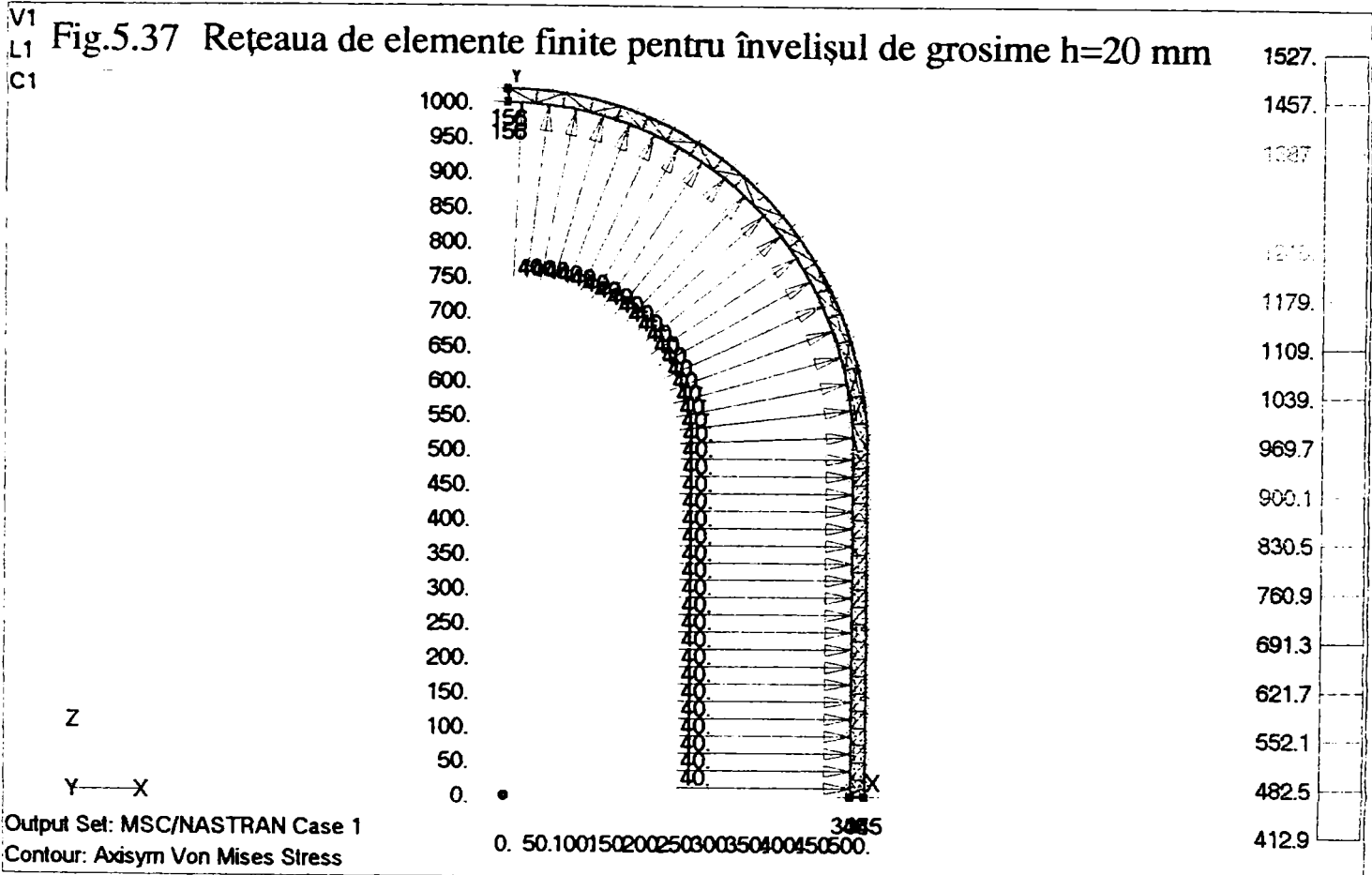
Fig.5.36 Graficul tensiunilor echivalente Von Mises pentru structura din fig.5.34 (pe suprafața exterioră și interioară)

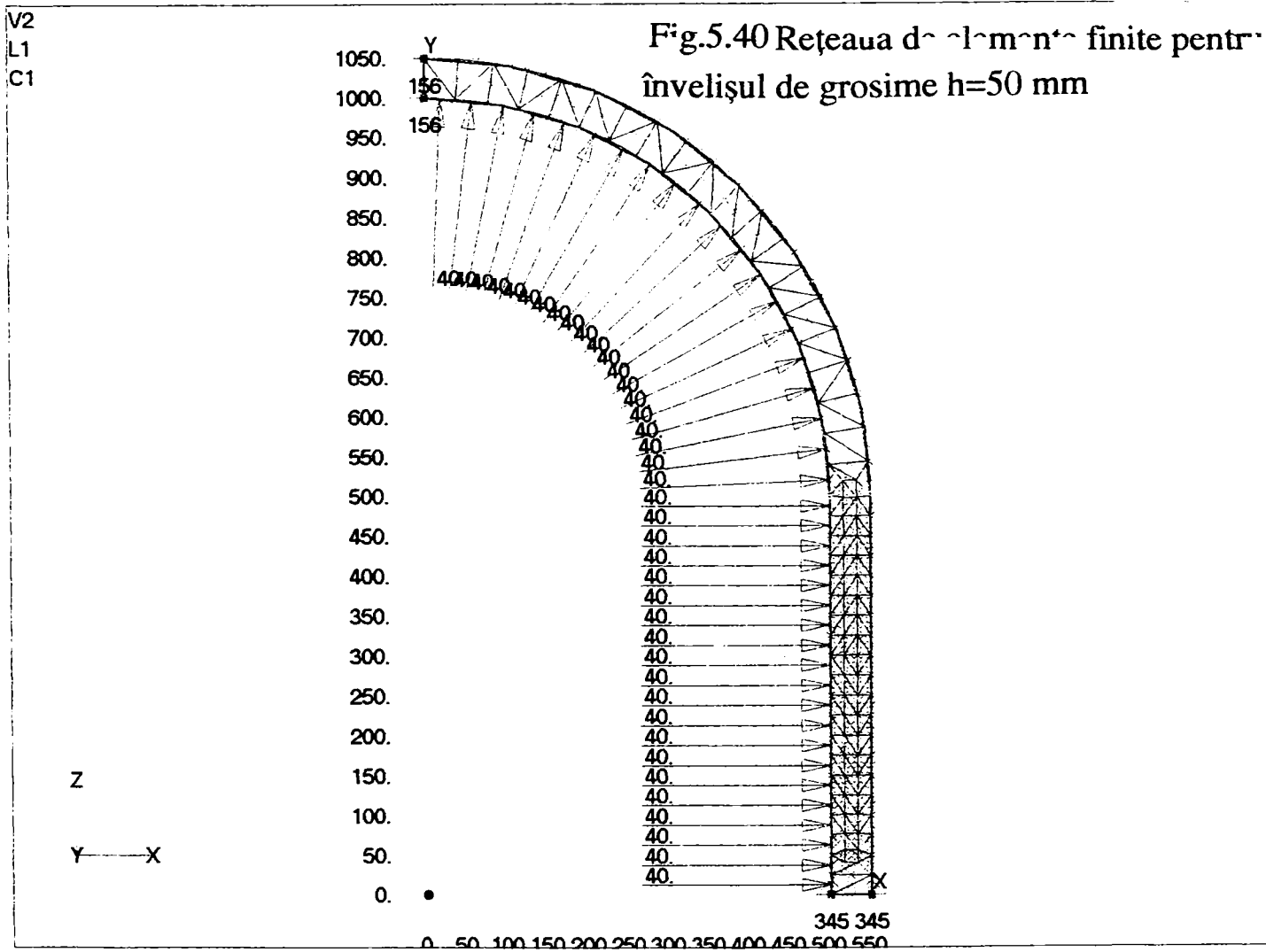
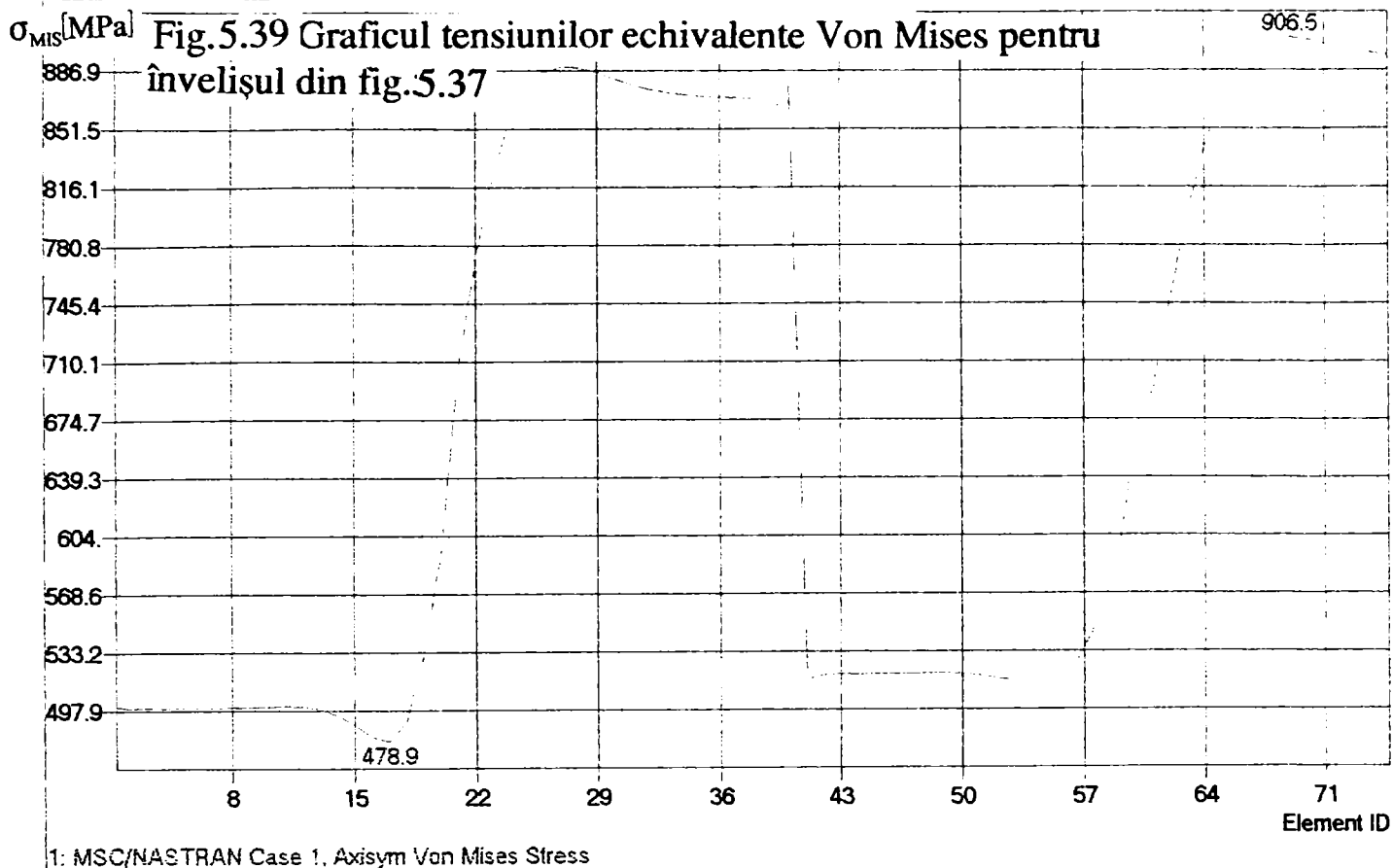
Figura 5.37 prezintă structura de elemente finite pentru grosimea  $h=20$  mm iar figurile 5.38 respectiv figura 5.39 graficul tensiunilor radiale respectiv tensiunilor echivalente Von Mises pentru structura din fig.5.37.

Pentru grosimea  $h=50$  mm structura de elemente finite este prezentată în fig.5.40 , iar graficele tensiunilor radiale respectiv tensiunilor echivalente Von Mises în fig.5.41 respectiv fig.5.42.

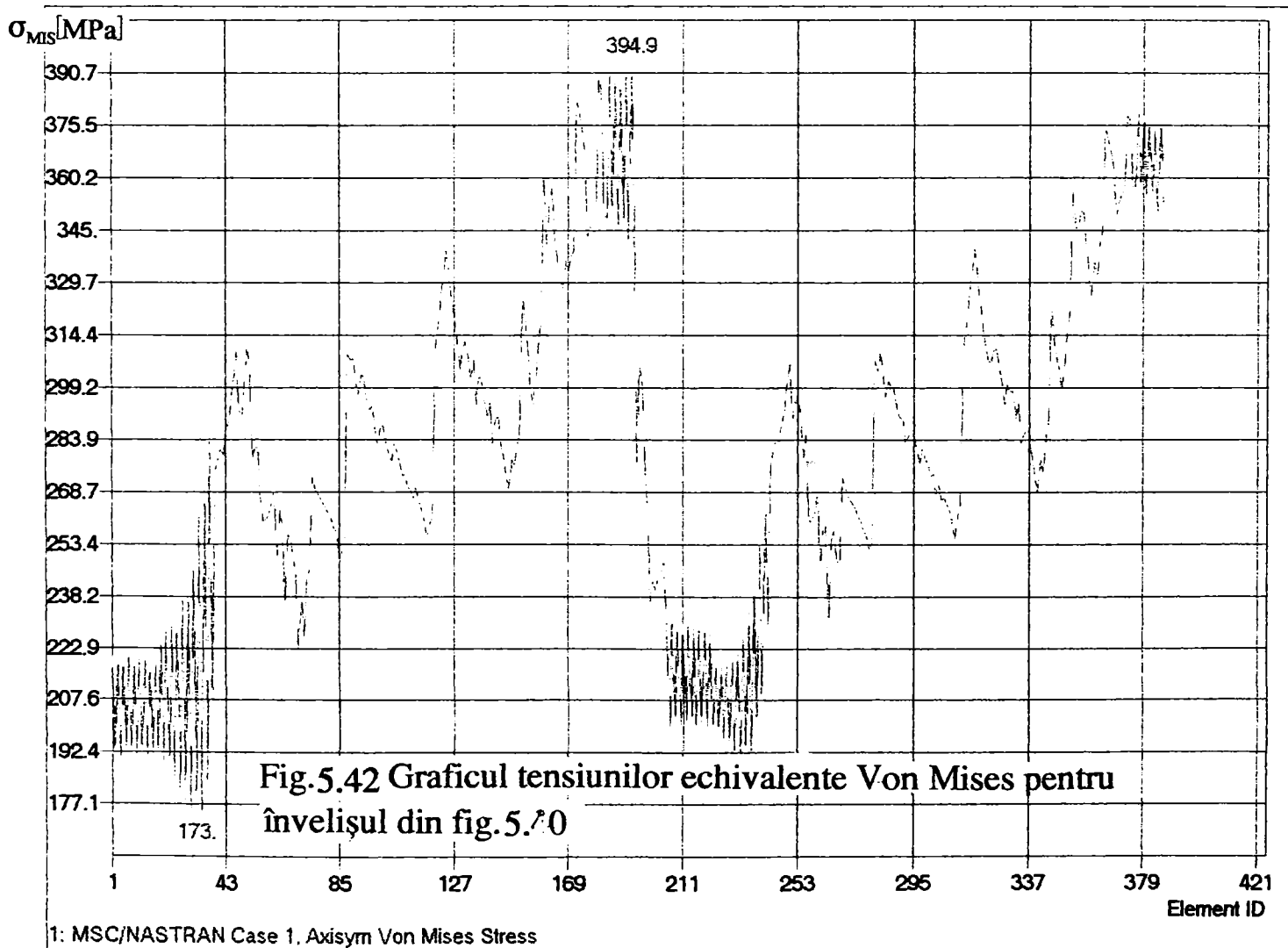
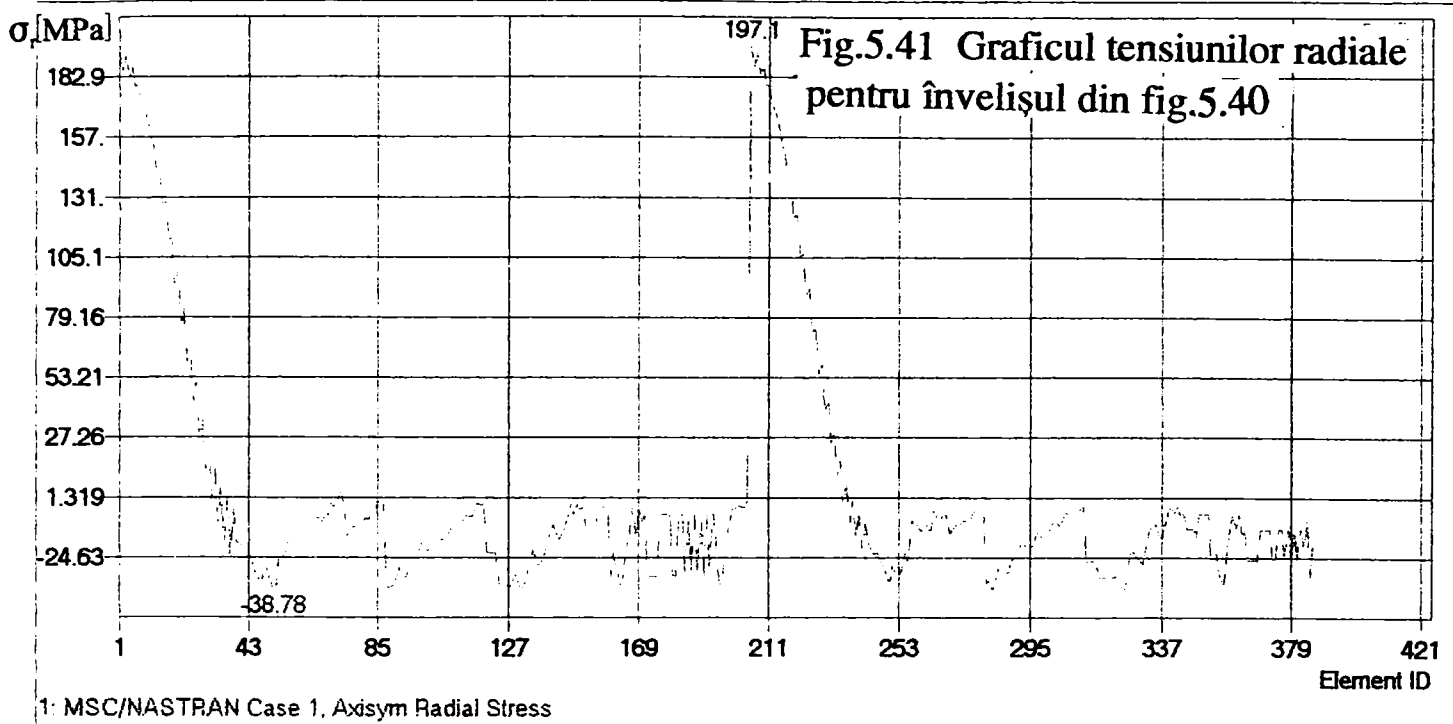
Structura de elemente finite utilizată pentru grosimea  $h=100$  mm se prezintă în fig.5.43

iar fig.5.44 respectiv fig.5.45 reprezintă graficul tensiunilor radiale respectiv graficul tensiunilor echivalente Von Mises.









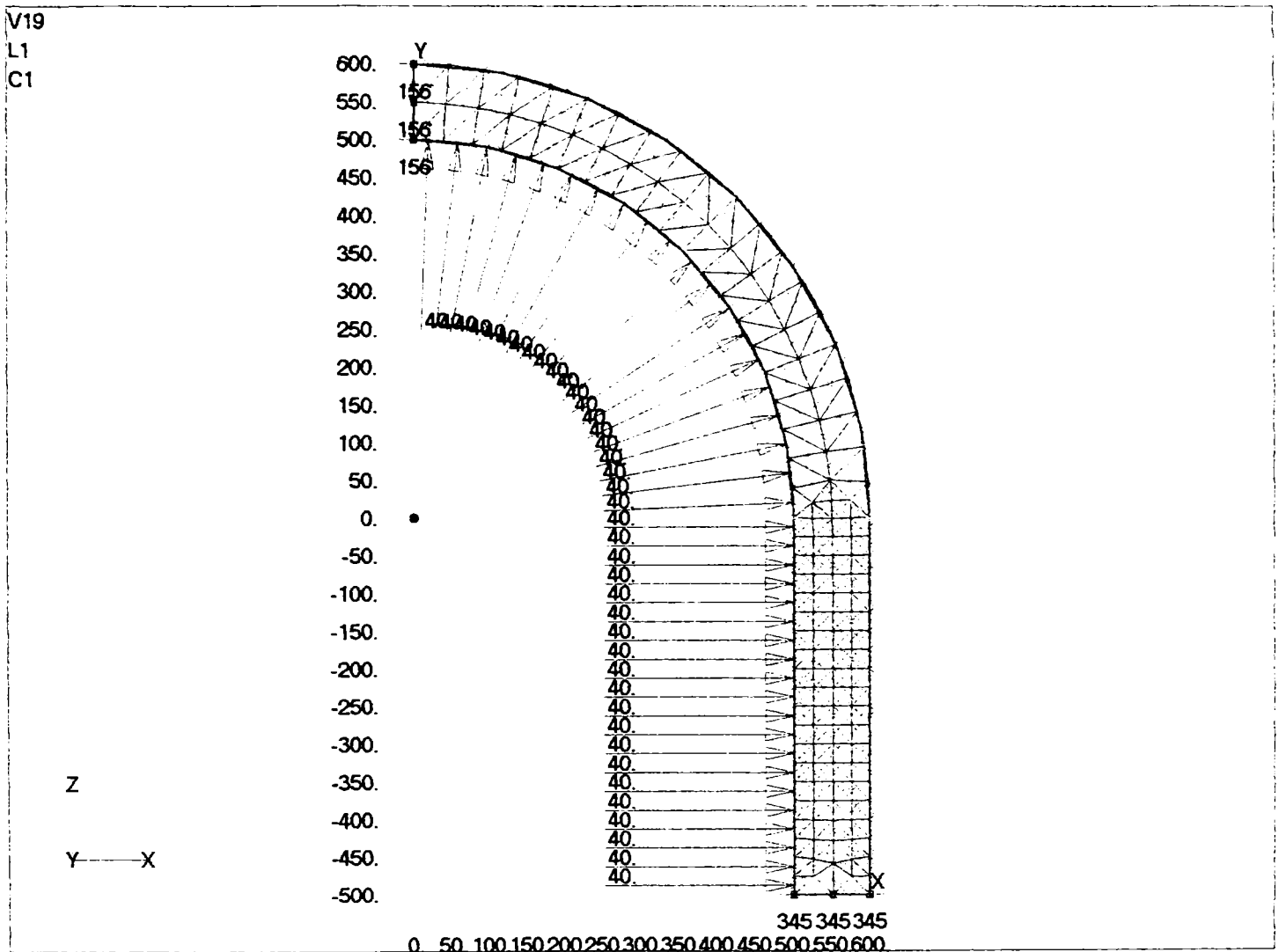


Fig.5.43 Rețeaua de elemente finite pentru învelițoarea de grosime  $h=100$  mm

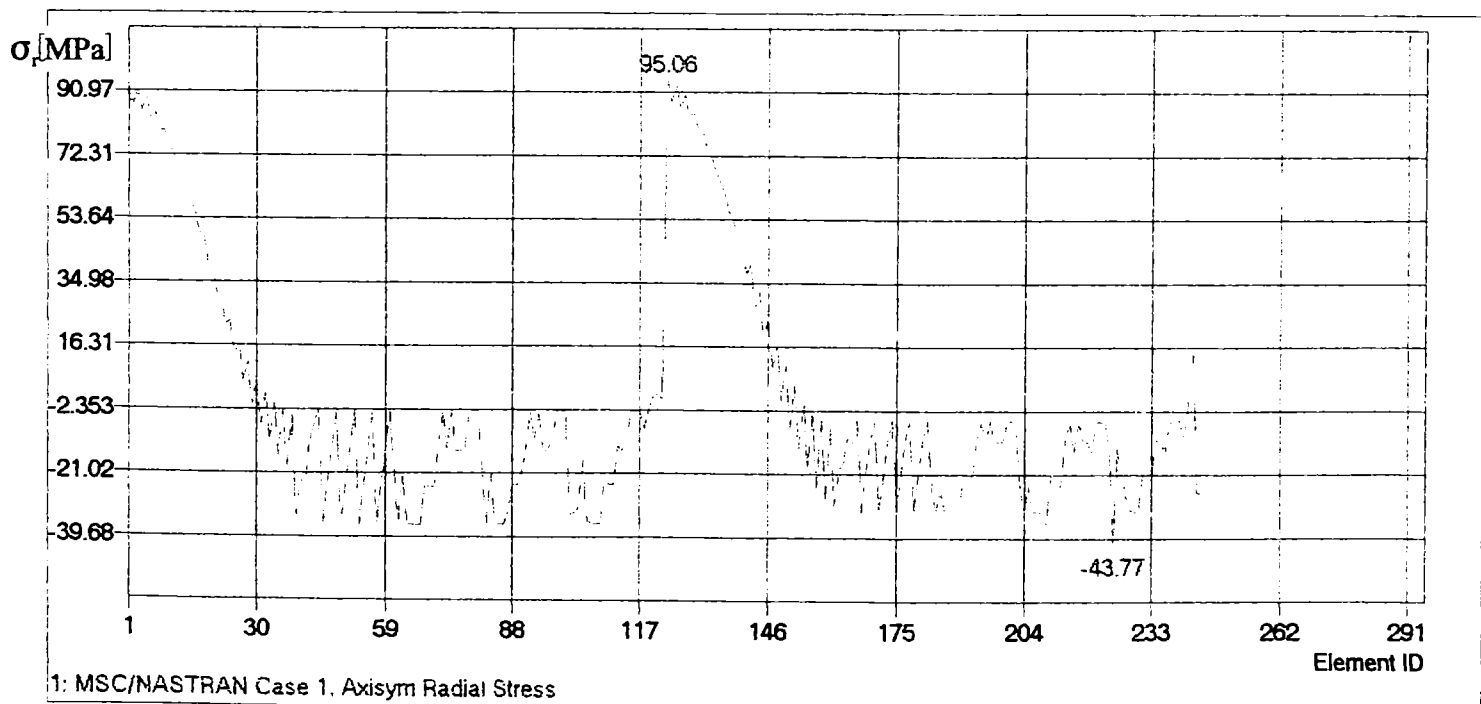


Fig.5.44 Graficul tensiunilor radiale pentru învelițoarea din fig.5.43

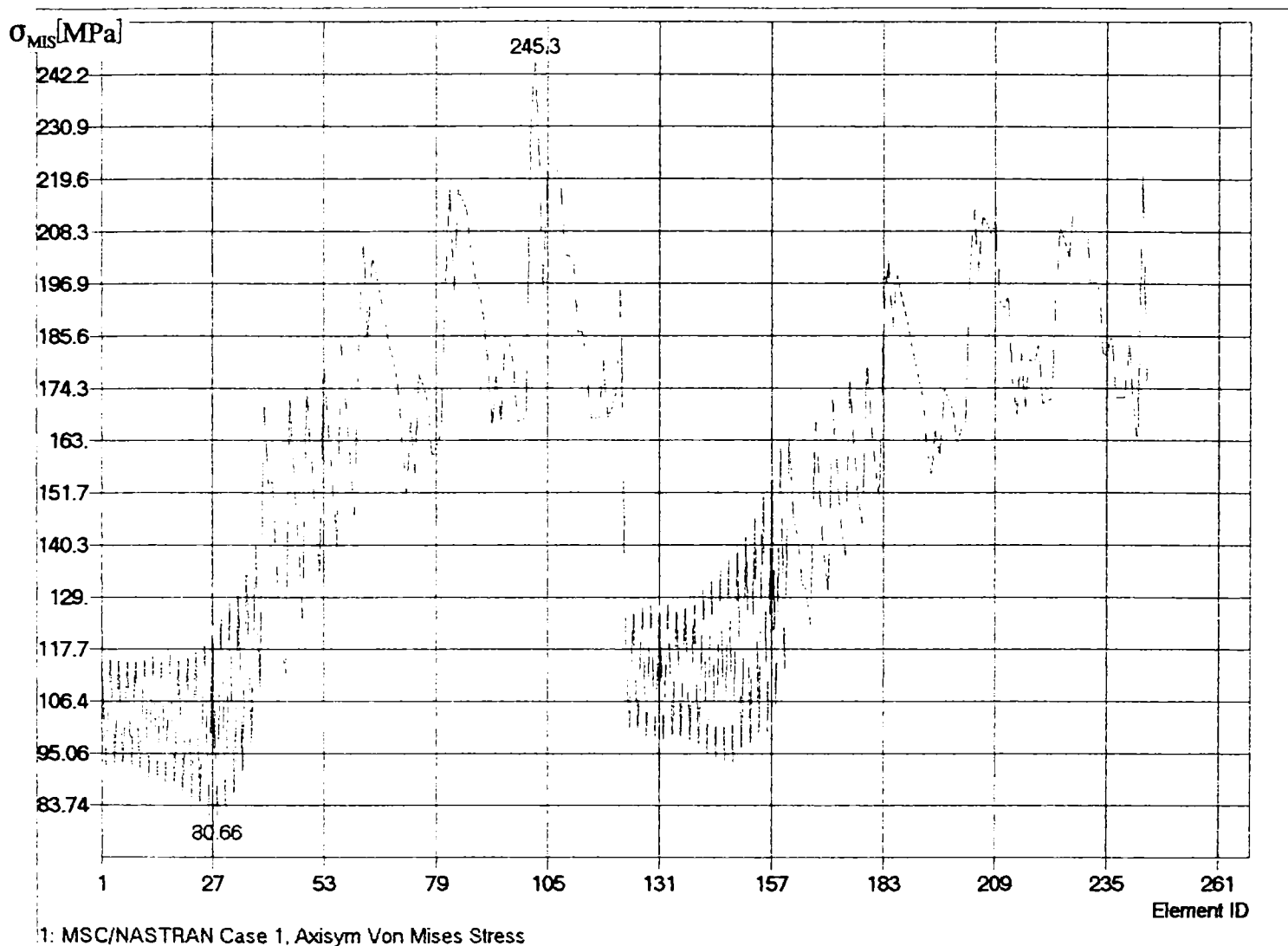


Fig.5.45 Graficul tensiunilor echivalente Von Mises pentru învelitoarea din fig.5.43

Tabelul 5.5 cuprinde rezultate referitoare la starea de tensiuni în vârful cupolei pentru cele 7 grosimi ale învelitorii.

Prezența semnificativă a tensiunilor radiale  $\sigma_r$  exprimată cu procente cuprinse între 75% și 99% exprimate față de tensiunile echivalente Von Mises  $\sigma_{vm}$  pentru grosimi cuprinse între  $h=3\text{mm}$  și  $h = 100 \text{ mm}$  determină clasificarea acestor învelișuri referitoare la cupola sferică ca fiind groase având starea de tensiune triaxială.

Tabelul 5.5 - Stare de tensiuni în cupola sferică a învelitorilor

h grosime [mm]	$\sigma_{vm}$ [MPa]		$\Delta\sigma_{vm}$	$\sigma_r$ [MPa]		% $\sigma_{vm}/$ $\sigma_r$	clasificare
	intern	extern		intern	extern		
3	3345.3	3344.2	1	3325.1	3321	99	gros

10	1009.3	1011.5	2.2	983.82	994.3	88	gros
20	516.25	501.14	15.11	490	486.32	96	gros
30	351.46	333.38	18.8	325.43	319.65	94	gros
40	269	249.76	19.24	243.03	236.65	90.3	gros
50	230.11	191.15	38.62	197.09	185.57	85	gros
100	126.99	91.377	35.62	95.062	86.34	75	gros

Tabelul 5.6 se referă la starea de tensiune în tub după stabilizarea valorilor tensiunilor. Prezența tensiunilor radiale  $\sigma_r$  exprimată în procente peste 7% față de valorile tensiunilor echivalente Von Mises  $\sigma_{vm}$ , determină clasificarea de înveliș gros pentru grosimi mai mari de  $h=50$  mm .

Tabelul 5.6- Starea de tensiuni pentru tub din învelitori

h grosime [mm]	$\sigma_{vm}$ [MPa]		$\Delta\sigma_{vm}$	$\sigma_r$ [MPa]		% $\sigma_{vm}/$ $\sigma_r$	clasificare
	intern	extern		intern	extern		
3	5809	5773.9	35.1	-29.597	-13.553	0.5	subțire
10	1812.8	1720	92.8	-42.007	-32.327	2	subțire
20	906.4	888	19.88	-26.305	-13.158	27	subțire
30	613	593	19.91	-26.242	-13.02	3.2	subțire
40	487	431.25	56.23	-26.161	8.5813	5.3	subțire
50	394.9	347.45	47.45	-30.928	-4.357	7.1	gros
100	245.32	197	48.32	-32.502	0.849	12	gros

Starea de tensiune în joncțiunea de învelitoare unde tensiunea echivalentă Von Mises este maximă , este vizibilă în tabelul 5.7

Tensiunile radiale  $\sigma_r$  sunt evidențiate în procente de peste 7% față de tensiunile echivalente Von Mises pentru grosimi cuprinse între  $h=50$  mm și  $h=100$  mm , ceea ce clasifică învelișurile referitoare la joncțiune cu grosime de peste  $h=50$  mm ca fiind groase.

Tabelul 5.7 - Starea de tensiuni pentru joncțiunea învelitorilor

h gro- sime [mm]	$\sigma_{vm}$ [MPa]		$\Delta\sigma_{vm}$	$\sigma_r$ [MPa]		% $\sigma_{vm}/$ $\sigma_r$	$\sigma_{vma}$ analitic	% $\sigma_{vmi}/$ $\sigma_{vma}$	clasifica re
	intern	extern		intern	extern				
3	5888.4	5876.6	11.8	-21.047	-6.4645	0.31	5888	0	subțire
10	1777.1	1757.4	19.7	-26.213	-13.348	1.4	1776	0.16	subțire
20	906.47	885.71	20.76	-26.282	-13.158	2.8	898	0.9	subțire
30	613.57	591.96	21.61	-26.236	-13.006	4.2	598.8	2.2	subțire
40	487.48	431.25	56.23	-26.161	8.58	5.3	449	7	subțire
50	394.9	347.45	47.45	-32.502	0.8494	8	359	8.8	gros
100	245.3	219	26.3	-32.623	-6.141	13	179.6	27	gros

Rezultatele din tabelul 5.5, tabelul 5.6 și tabelul 5.7 evidențiază că deși tensiunile din Tabelul 1 conduc la concluzia că este vorba de segment de învelitoare groasă pentru cupolă considerând ca și criteriu pentru clasificarea în învelișuri subțiri sau groase tensiunile radiale  $\sigma_r$ , concluzia rezultatelor din tabelele 2 și 3 relativ la cilindru și joncțiune definește tipul de învelitoare ca fiind subțire pentru  $h < 50$ . Deoarece tubul este partea esențială a învelișului unde apar și tensiunile cele mai mari rezultatele din tabelul 2 sunt cele care determină clasificarea învelitorii de structură cupolă sferică - cilindru în subțire pentru grosimea  $h < 50$  mm.

Deasemenea și calculul analitic privitor la tensiunile echivalente Von Mises făcut cu relațiile analitice din teoria clasică pentru învelitori subțiri [95] comparativ cu valorile maxime ale tensiunilor echivalente Von Mises obținute prin metoda FEM cu programul NASTRAN V 4.0 evidențiat în Tabelul 3 arată că există o coincidență de valori, pentru grosimi de învelitoare de  $h < 50$  mm, cuprinsă în intervalul [93...100]%, peste această valoare diferențele dintre calculele analitice pentru învelitori subțiri și metoda FEM care realizează calculul de rezistență tridimensional pentru orice grosime de învelitoare fiind semnificative ceea ce conduce la același criteriu de clasificare pentru învelitoarea cupolă sferică - cilindru și anume de învelitoare subțire pentru grosimea  $h < 50$  mm.

## 5.5 Studiu comparativ prin metoda FEM în domeniul elastic liniar cu NASTRAN V4.0 al unei structuri cilindru-cupolă sferică optimizată

J.Leach [136] a studiat starea de tensiune și deformație ce apare la diferite forme de design, prezentate în fig.5.46, forme posibile pentru joncțiunea unui înveliș cupolă sferică-cilindru GRP (glass reinforced plastic) supus unei presiuni axisimetrice uniforme interne, utilizând metoda diferențelor finite. Pentru studiu J.Leach a conceput un program BOSOR4 [74] utilizând metoda diferențelor finite care dă predicții teoretice asupra distribuției de tensiuni și deformații în domeniul elastic liniar.

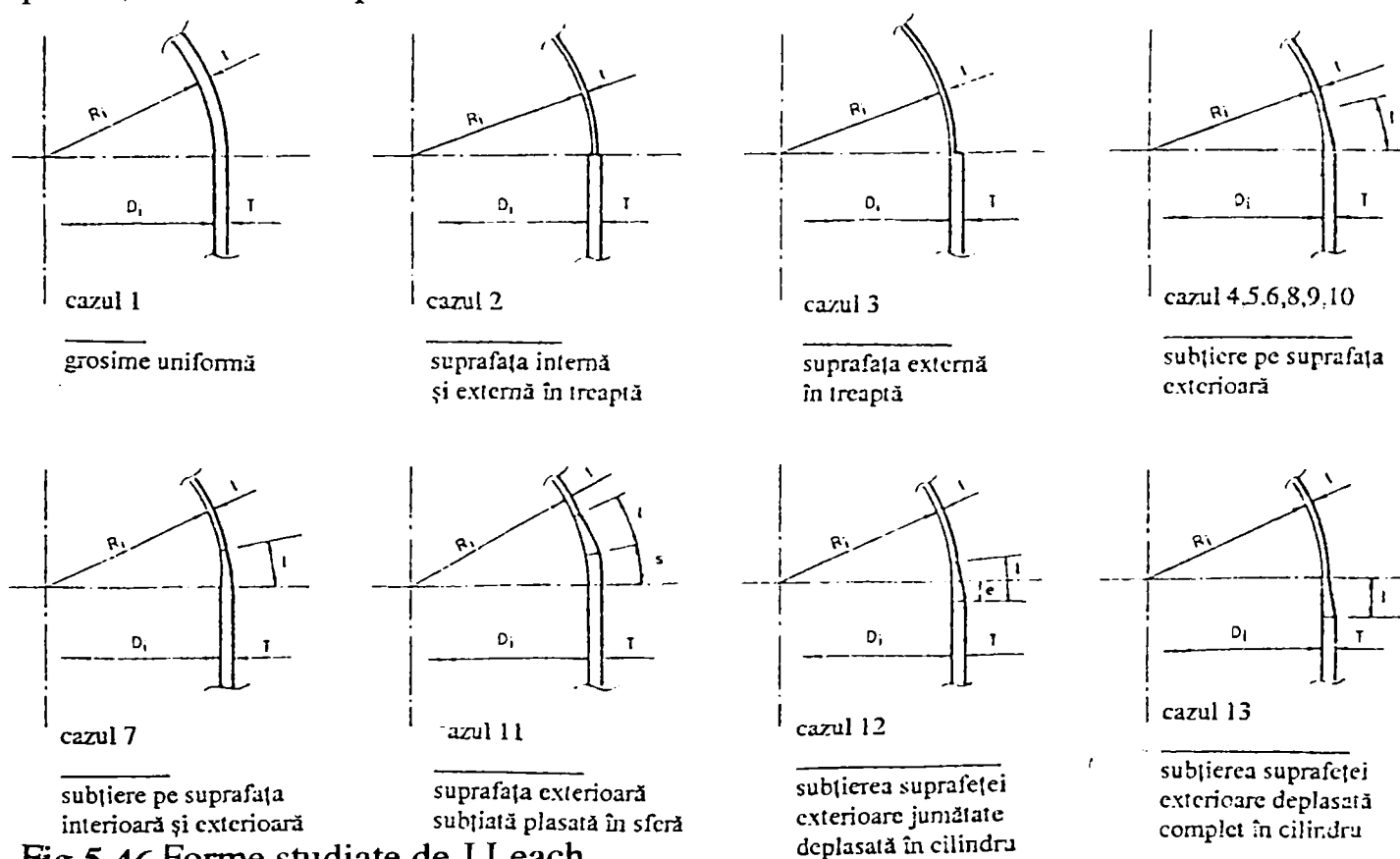


Fig.5.46 Forme studiate de J.Leach

Detalii privind joncțiunea de învelitoare cupolă-sferică cilindru pentru  $R=500$  mm,  $T=10$  mm, grosimea  $t$  și  $l$  sunt prezentate în Tabela 1.

Învelitoarea s-a considerat dintr-un material izotrop și omogen cu modulul lui Young  $E=7.E+3$  Mpa și coeficientul lui Poisson  $\nu = 0.34$ . Cupola sferică de diametru  $D = 1000$  mm este atașată la un cilindru lung cu diametru  $D = 1000$  mm și grosime  $t = 10$  mm, structura fiind supusă la o presiune internă de 0.4 Mpa.

Valorile tensiunilor circumferențială și meridională s-au prezentat sub formă de grafice, calculându-se și factorii de concentrare astfel că acestea se pot aplica pentru orice material izotrop și omogen în domeniul elastic

Rezultatele au fost sintetizate în tabelul 5.8 prin calcularea a 2 factori de concentrare

: SCF - factor de concentrare pentru tensiune și SNCF - factor de concentrare pentru deformații care au fost definiți astfel:

$$SCF = \frac{\text{tensiune max cupola}}{\text{tensiune circum. cilindru}} = \frac{\sigma_{\max}}{pD_i/2T} \quad (5.36)$$

$$SNCF = \frac{\text{deformație max cupola}}{\text{deformație circum. cilindru}} = \frac{\epsilon_{\max}}{pD_i(1-\nu/2)/2ET} \quad (5.37)$$

unde D - diametru intern al cilindrului , p - presiune internă , T - grosimea cilindrului  
 ν - coeficientul lui Poisson , E - modulul lui Young

Tabelul 5.8

Caz	Descriere	fig.	t	l	SCF	SNCF
1	grosime constantă	1	10		0.750	0.712
2	treaptă pe două suprafețe	2	5		1.140	0.912
3	treaptă pe o suprafață	3	5		1.864	1.628
4	subțiere pe o suprafață externă	4	5	30	1.486	1.264
5	ca și 4	4	5	70	1.318	1.116
6	ca și 4	4	5	123	1.254	1.057
7	suprafața internă și exterioară subțiată	5	5	70	1.074	0.895
8	suprafața externă subțiată	4	6.6	70	0.876	0.714
9	ca și 8	4	6	70	0.996	0.814
10	ca și 8	4	6	77	0.986	0.814
11	subțiere în sferă	6	5	70	1.43	1.244
12	subțiere pe jumătate în cilindru	7	6	70	1.03	0.873
13	subțiere în totalitate în cilindru	8	6	77	1.34	1.153

Cercetările întreprinse de J.Leach [74] asupra stării de tensiune și deformație în recipientele de tip GRP, învelitoare cupolă sferică - cilindru, cu privire la designul regiunii de tranziție al recipientelor GRP supuse la presiune internă, au evidențiat în urma calculelor analitice ca soluție acceptabilă atât din punct de vedere al distribuției tensiunilor cât și a deformațiilor configurația 12 prezentată în fig.5.46. Parametrii geometrici pentru soluția propusă sunt:  $D = 1000 \text{ mm}$ ,  $T = 10 \text{ mm}$ ,  $t = 6 \text{ mm}$ ,  $l = 70 \text{ mm}$ .

Graficele tensiunilor meridionale și circumferențiale pentru învelitoarea de configurație 12 (fig.5.46) obținute cu programul BOSOR4 sunt prezentate în fig.5.47.

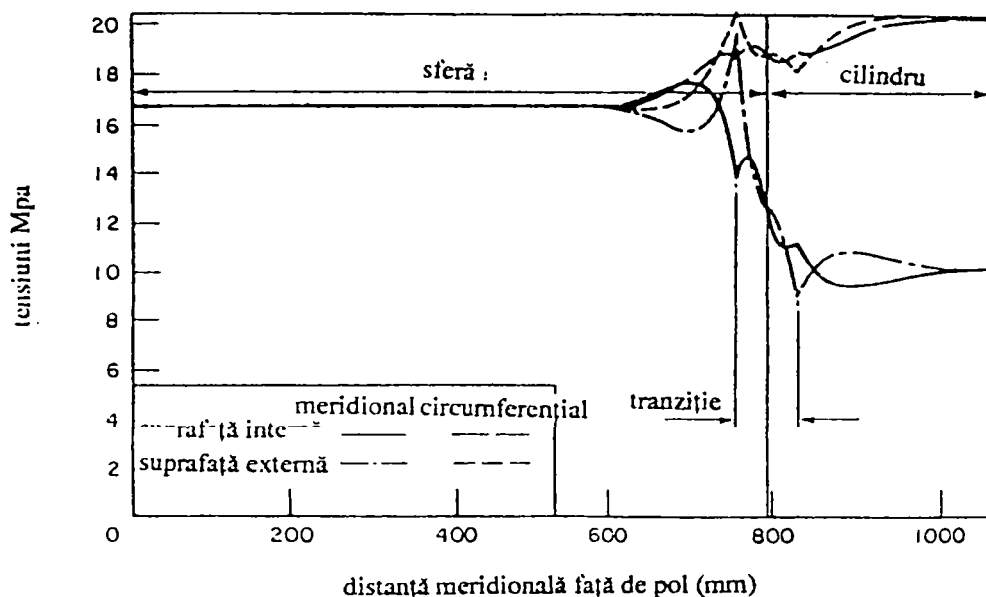


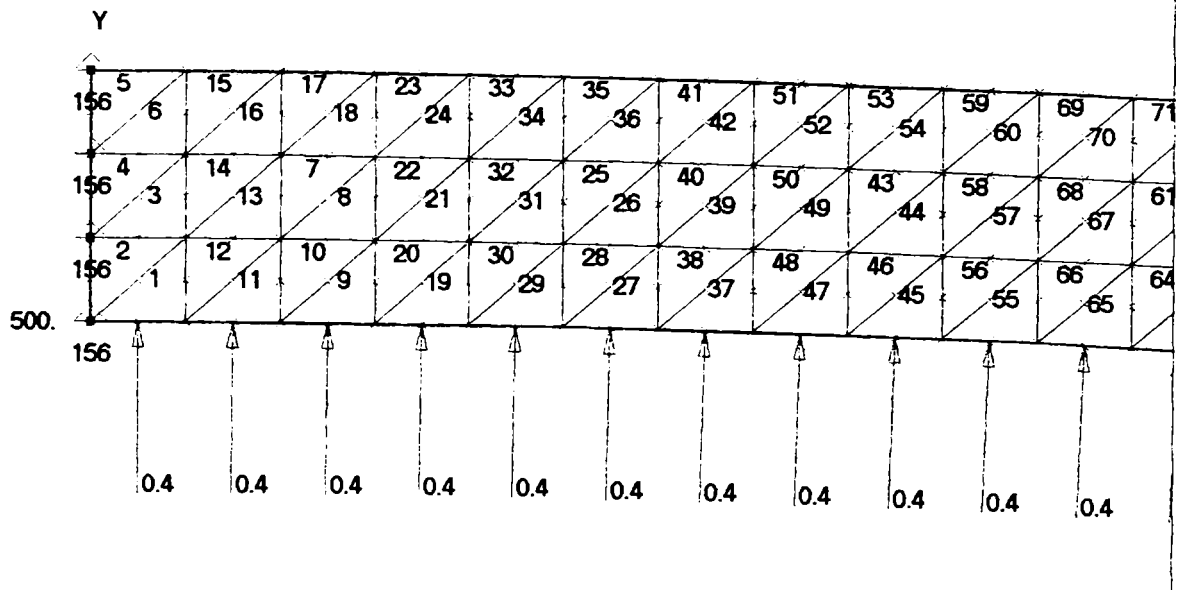
Fig.5.47 Tensiunile meridionale și circumferențiale pentru învelitoarea 12 (fig.5.56)

Considerând structura optimă apreciată de J.Leach, în prezentul studiu s-a urmărit studiarea stării de tensiune utilizând programul NASTRAN V 4.0 în domeniul elastic liniar. Rețeaua de elemente finite corespunzătoare structurii s-a realizat cu elemente axisimetrice de tip triunghiular axisimetrice CTRIA3 și este alcătuită din 4754 elemente fiind aleasă o rețea foarte densă pentru a asigura o precizie mare; ea se prezintă cu detalii pentru cupolă, joncțiune respectiv cilindru în fig.5.48, fig.5.49 respectiv fig.5.50



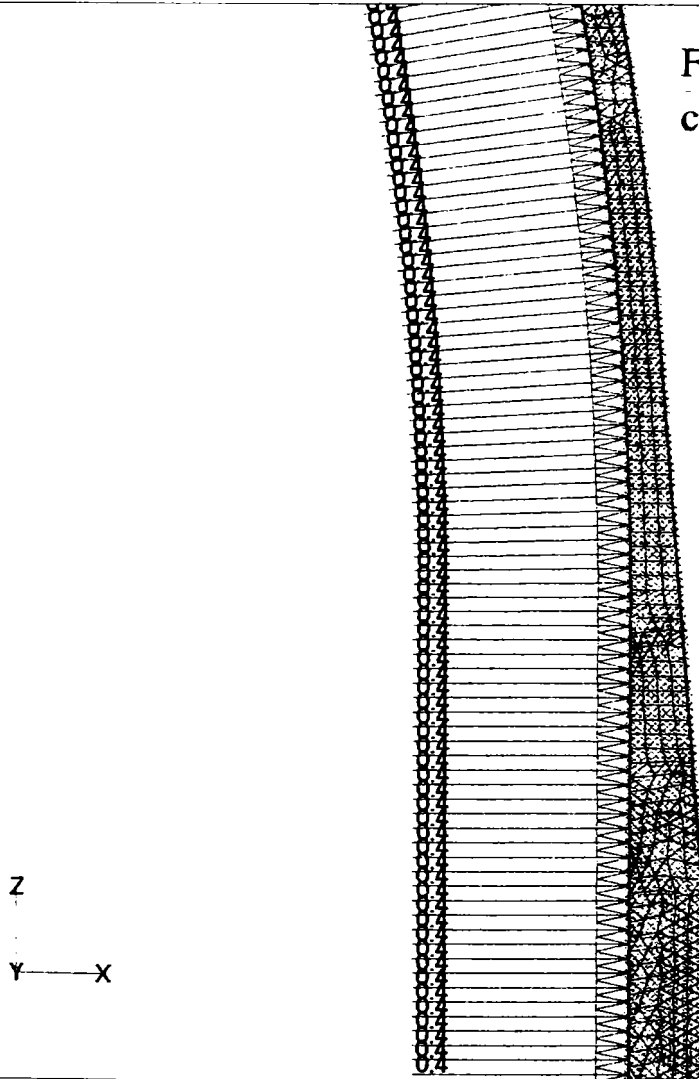
V10  
L1  
C1

Fig.5.48 Detaliu rețea FEM pentru cazul 12 (fig.5.46 - vârf cupolă)



V10  
L1  
C1

Fig.5.49 Detaliu rețea FEM pentru cazul 12 (fig.5.46 - joncțiune)



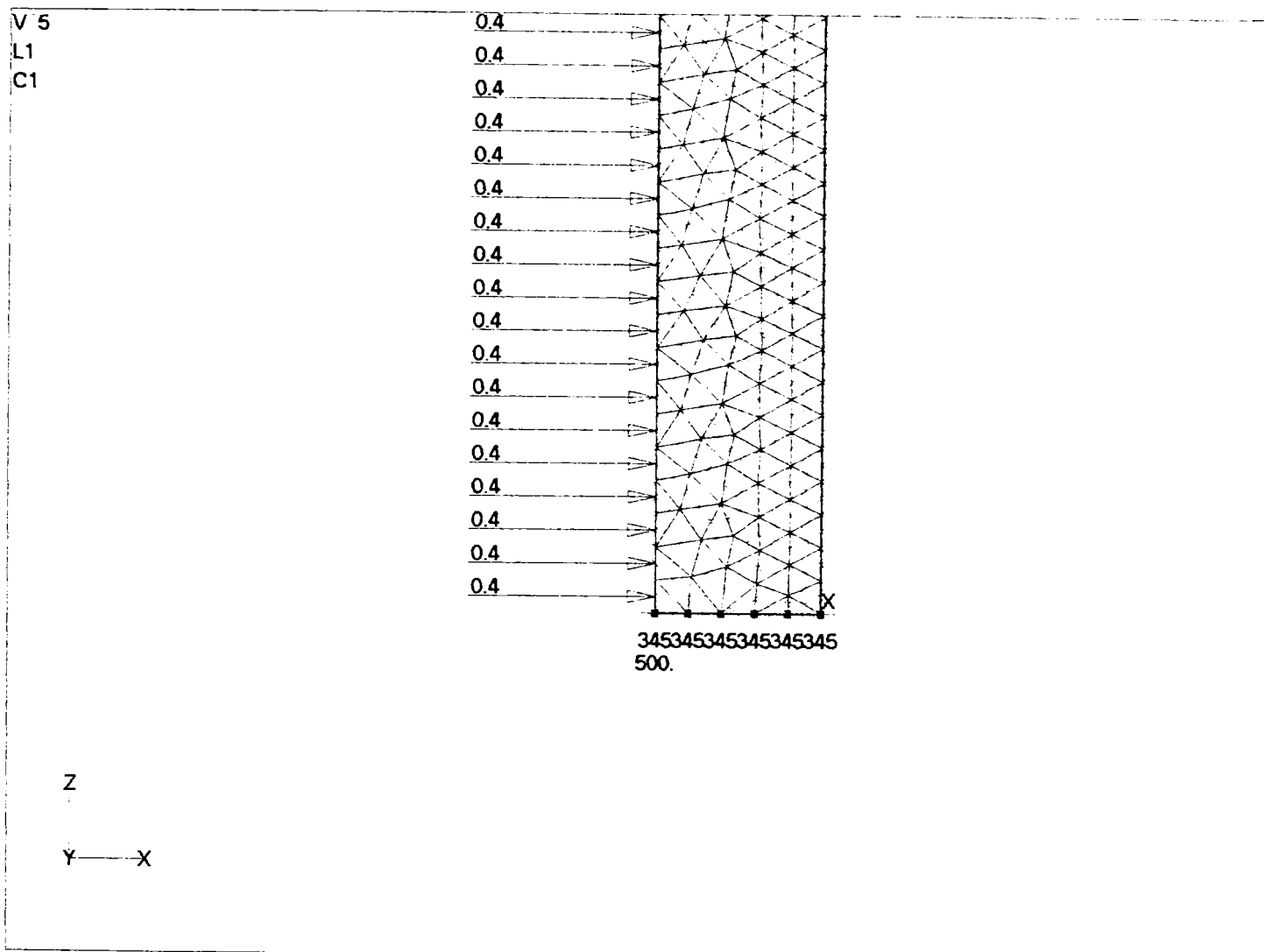


Fig.5.50 Detaliu rețea FEM pentru cazul 12 (fig.5.46) - cilindru

Variația tensiunilor radiale  $\sigma_r$ , circumferențiale  $\sigma_\theta$ , axiale (meridiane)  $\sigma_z$ , tensiuni tangențiale totale  $\tau$  cât și a tensiunilor echivalente Von Mises sunt prezentate în fig.5.51 și fig.5.52

Detalii referitoare la izostaticile tensiunilor echivalente Von Mises în cupolă, joncțiune și cilindru sunt prezentate în fig.5.53, fig.5.54 respectiv fig.5.55.

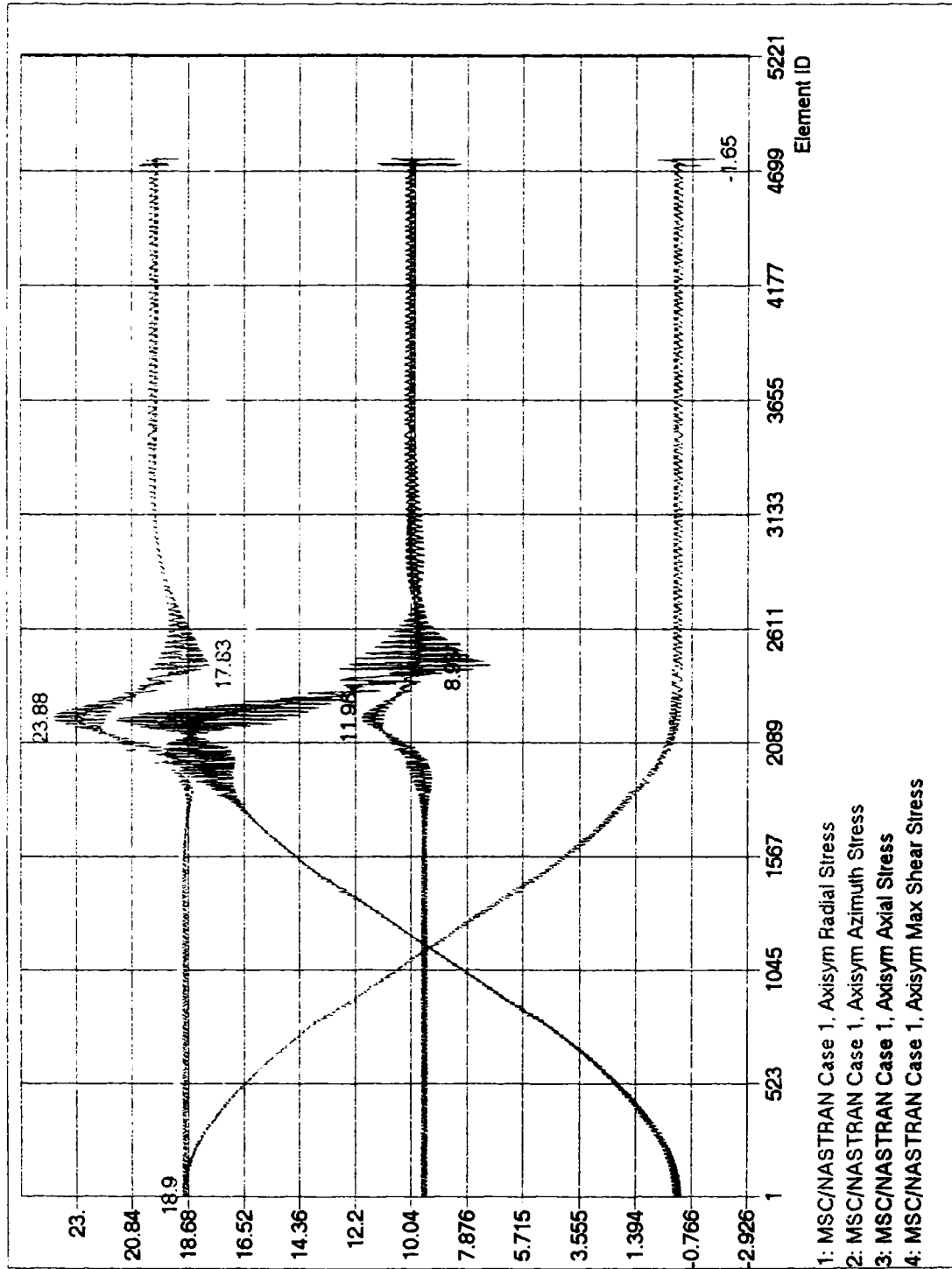
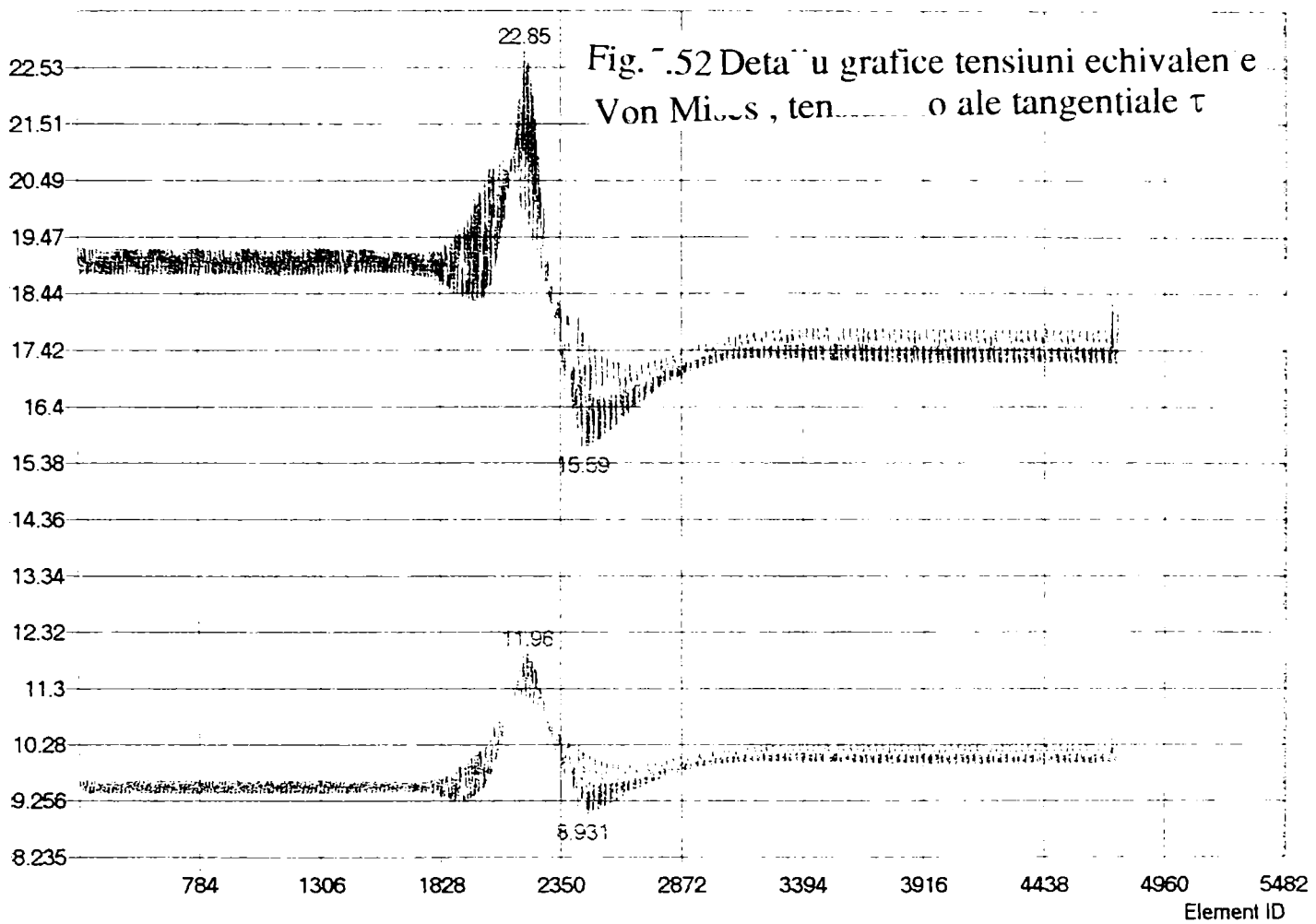
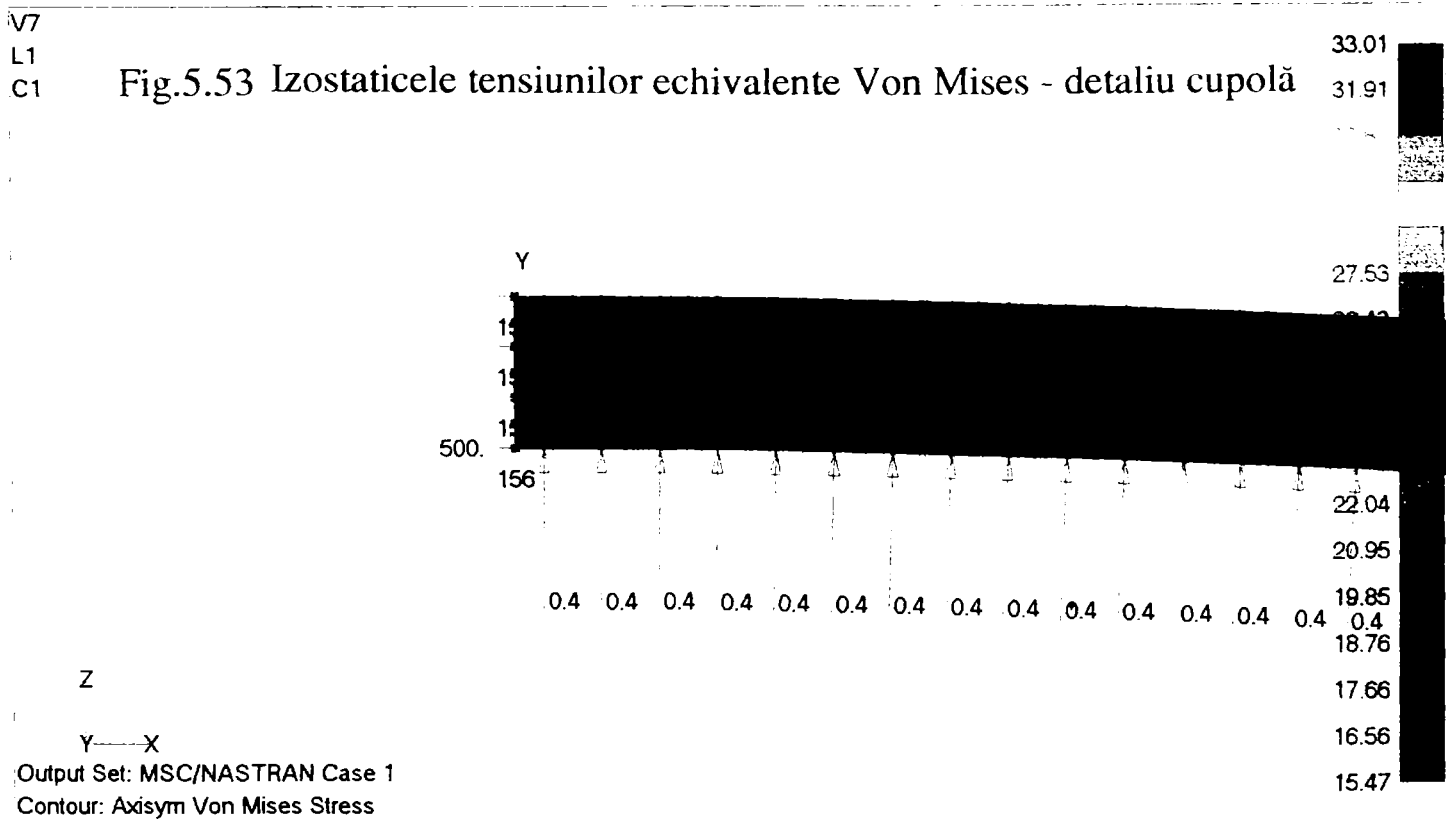
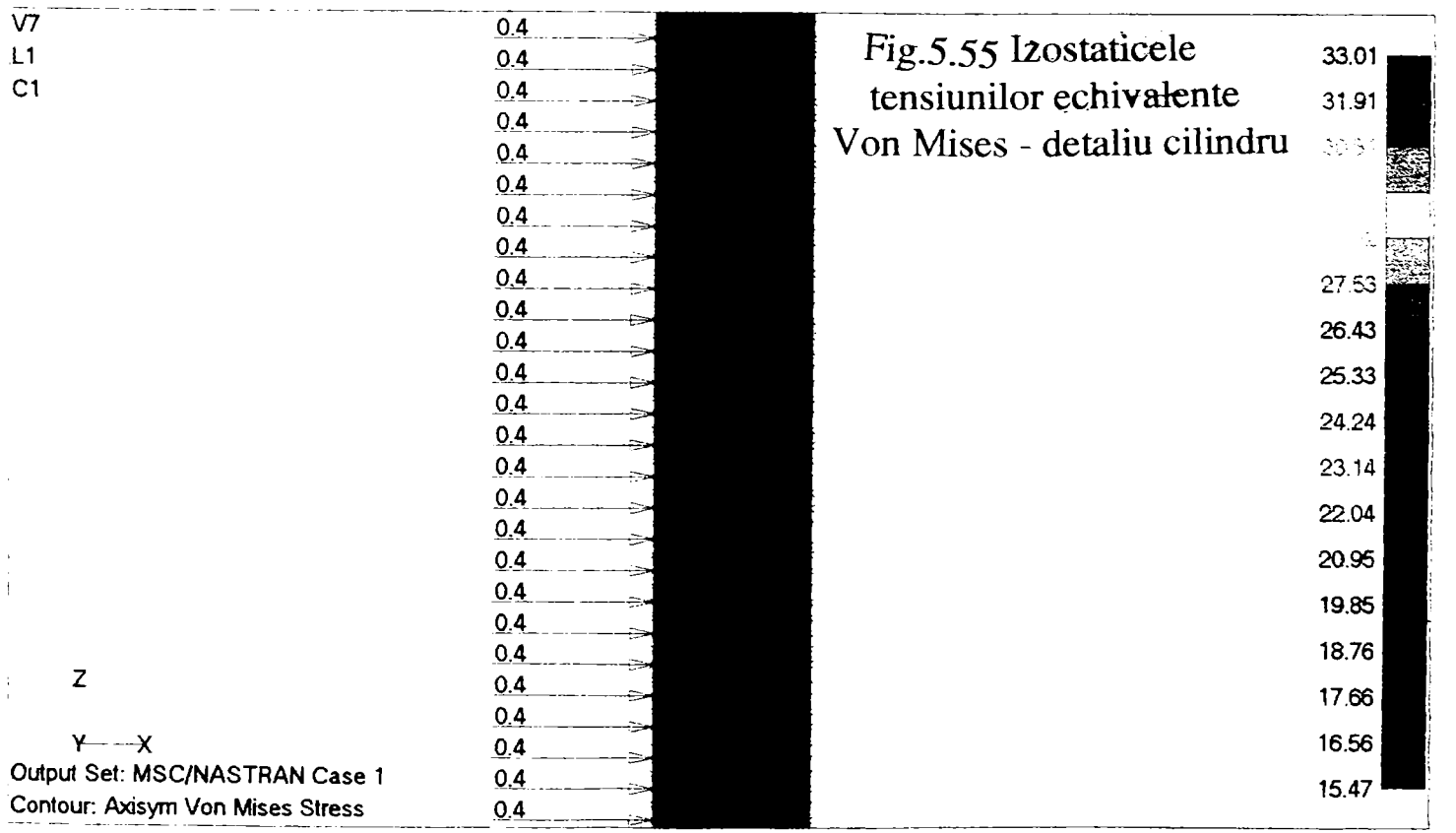
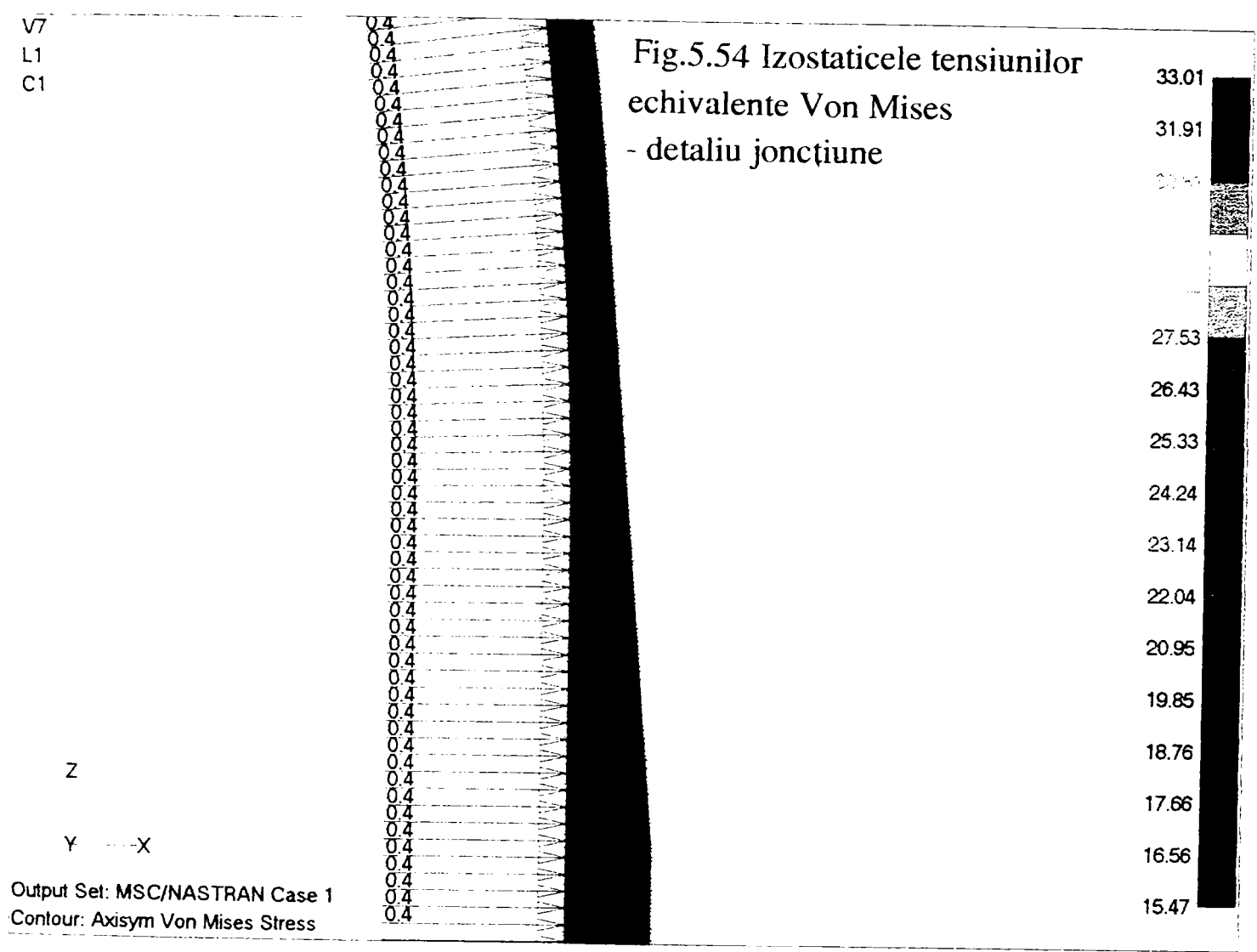


Fig.5.51 Graficele tensiunilor  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_\phi$ ,  $\tau$ ,  $\sigma_{VMises}$



1: MSC/NASTRAN Case 1, Axisym Von Mises Stress  
 2: MSC/NASTRAN Case 1, Axisym Max Shear Stress





Un studiu comparativ al rezultatelor obținute prin programul BOSOR4 care utilizează metoda diferențelor finite și a rezultatelor obținute prin metoda FEM folosind programul NASTRAN V.4 , evidențiază că există diferențe privind rezultatele obținute. Astfel pentru tensiunile circumferențiale  $\sigma_{\theta}$  , programul BOSOR4 cum se evidențiază în fig.5.47,a determinat ca vârf de tensiune valoarea 20.5 MPa și tensiunea în sferă de 16.9 MPa , în timp ce tensiunile circumferențiale  $\sigma_{\theta}$  calculate cu programul NASTRAN V 4.0 au valoarea de vârf 23.88 MPa iar în sferă valoarea tensiunii circumferențiale  $\sigma_{\theta}$  este de 18.9 MPa. Graficele tensiunilor echivalente Von Mises determinate cu programul NASTRAN V.4 evidențiază valori cuprinse între 15.59 MPa și 22.85 MPa , tensiunile menținându-se în cupola sferică în intervalul 18.76 Mpa și 18.27 Mpa iar pentru cilindru marja de valori este cuprinsă în intervalul 17.19 Mpa și 17.81 MPa.

Tabelul 5.9 cuprinde sintetic comparația tensiunilor circumferențiale  $\sigma_{\theta}$  calculate cu programul BOSOR4 și cu programul NASTRAN V.4 prin metoda FEM cât și abaterea procentuală dintre valorile calculate.

Tabelul 5.9

Tensiuni circumferențiale $\sigma_{\theta}$ [MPa]	sferă	vârf de tensiune	cilindru
metoda diferențelor finite BOSOR4	16.9	20.5	20.5
metoda FEM cu NASTRAN V.4.0	18.9	23.88	20.03
abatere %	11%	16%	2.3%

Metodele de calcul aplicate în studiul stării de tensiune a învelitorii și anume metoda diferențelor finite cu programul BOSOR4 și metoda FEM cu programul NASTRAN V.4. au condus la rezultate ce se diferențiază prin valori cuprinse între 2.3% și 16 %. Se apreciază că există o diferență semnificativă privind rezultatele calculate prin cele două metode :diferențe finite și elemente finite.

---

## CAPITOLUL 6

Studii privitoare la optimizarea profilului de învelitoare cilindru-sferă

---

## 6.1 Metodă de optimizare a structurii de învelitoare subțire cupolă sferică - cilindru în domeniu elastic liniar supusă la presiune internă uniformă

La ora actuală există o serie de filozofii concretizate prin teorii privind realizarea unui design optim al recipientelor care se pot implica în cazurile diferitelor rute de căutări pentru aceleași scopuri propuse :

1. Teoria designului de pavuazare sau întărire al regiunilor slabe
2. Teoria designului normal prin determinarea greutateii optime
3. Designul prin analiză pivitoare la starea de tensiune a designului studiat

De multe ori cele 3 filozofii pentru determinarea designului optim incluse într-o rută de căutare pentru un scop propus , se pot implica combinate într-o rută și adesea o rută de căutare poate fi colorată de filozofia de design utilizată de altă rută de căutare.

Alegera metodei de rezolvare a problemei de optimizare este determinată de tipul problemei și de complexitatea sistemelor de studiat.

Prezentul studiu s-a inițiat pentru un recipient de tipul cupolă sferică- cilindru supus la presiune internă , în domeniul elastic adoptându-se filozofia designului prin analiză urmărindu-se obținerea unei structuri care să nu prezinte variații bruște ale tensiunii echivalente Von Mises , variații ce poate conduce în final la deformații sau chiar distrugerea recipientului . Pentru rezolvarea problemei s-a aplicat o metodă indirectă de calcul numită și metoda criteriilor de optim în care valorile variabilelor de proiectare se determină prin intermediul minimizării funcției obiectiv.

Se face observația că designul afectează forma exterioară a învelitorii , forma interioară menținându-se ca fiind cea inițial stabilită cu dimensiunile rezultate din calculele clasice de rezistență.

### 6.1.1.Principiile teoriei de optimizare

Extinderea capacității de calcul și a vitezei de lucru a calculatoarelor a permis elaborarea unor programe de calcul complexe și a stimulat dezvoltarea teoriei optimizării [3] astfel încât aceasta să conducă la constituirea ei ca și disciplină distinctă , care oferă un cadru general pentru metodologia de optimizare pentru situații tipice întâlnite în practica inginerescă . Majoritatea algoritmilor de optimizare elaborați au în vedere programele de element finit utilizate în calculul sistemelor.Pentru a utiliza tehnicile de optimizare este necesar ca problema particulară să fie formulată în termenii generali ai teoriei optimizării putând fii astfel identificată ca și tip și alegându-se astfel algoritmi adecvați de soluționare.

Mărimile cu care se operează în stabilirea procedurii de optimizare sunt:

- 1.variabilele de proiectare care se vor determina astfel încât să se realizeze obiectivul propus
- 2.funția obiectiv care stabilește punctul de optim , indicând astfel performanța dorită
- 3.restricțiile de proiectare care delimitează domeniul admisibil pentru variabilele de proiectare



Variabilele de proiectare sunt parametri ai structurii a căror modificare conduc la îmbunătățirea performanțelor acestora. În cazul proiectării mecanice a unei structuri acești parametri pot fi : dimensiunile elementelor (grosimi de perete, arii ale secțiunilor transversale, lungimi etc.), constante ale materialului (module de elasticitate , densitate , constante de anizotropie , coeficienți de conductivitate și dilatare termică etc.) , mărimi care caracterizează configurația sistemului.

Astfel se pot alege ca variabile de proiectare un număr  $k$  de parametri independenți  $u_1, \dots, u_k$  care definesc în spațiul  $R^k$  un vector  $u$  :

$$u = \{ u_1, \dots, u_k \}^T \quad (6.1)$$

numit vectorul variabilelor de proiectare. Un punct  $l$  în spațiul  $R^k$  definit de vectorul  $u^{(l)} = \{u_1^{(l)}, \dots, u_k^{(l)}\}^T$  ale cărei componente sunt numere precizate reprezintă o variantă constructivă definitivă a structurii considerate. Dacă punctul  $l$  satisface condițiile impuse în problema de optimizare formulată el reprezintă soluția căutată.

Performanțele structurii depind de vectorul de proiectare  $u$  și aceste performanțe se referă la valorile unei funcții scalare de variabilă vectorială  $\Psi(u)$ . Astfel  $\Psi(u)$  poate reprezenta fie costul structurii , fie greutatea (volumul) acesteia , fie profitul etc. Optimul căutat se realizează pentru acea variabilă de proiectare  $u^*$  care asigură o valoare extremă stabilită pentru funcția obiectiv  $\Psi(u^*)$  . Toate funcțiile pentru care extremul este un minim se numesc convențional funcții de cost. Când funcția obiectiv  $\Psi(u)$  trebuie să atingă un maxim pentru a avea o unică formulare a problemei optimizării se lucrează cu valoarea negativă  $-\Psi(u)$  , a funcției obiectiv  $\Psi(u)$ .

În spațiul variabilelor de proiectare , mulțimea punctelor  $u$  pentru care  $\Psi(u) = \text{const.}$ , determină o (hiper)suprafață de nivel constant. Toate punctele unei astfel de suprafețe reprezintă soluții constructive echipperformante. La deplasarea pe o suprafață de nivel constant , funcția obiectiv nu-și modifică valoare; pentru a avea modificări , deplasarea în spațiul variabilelor de proiectare trebuie să aibă o componentă normală pe suprafețele de nivel constant. Direcția de creștere maximă a funcției  $\Psi(u)$  este dată de direcția gradientului funcției:

$$\nabla\Psi(u) = \left[ \frac{\delta\Psi(u)}{\delta u_1}, \dots, \frac{\delta\Psi(u)}{\delta u_k} \right]^T \quad (6.2)$$

care este normală pe suprafața de nivel constant  $\Psi(u) = \text{constant}$ .

Comportarea funcției obiectiv  $\Psi(u)$  la deplasarea între două puncte vecine  $u, u^*$  se poate pune în evidență cu ajutorul dezvoltării în serie Taylor:

$$\Psi(u) = \Psi(u^*) + \nabla\Psi(u^*)^T(u - u^*) + \frac{1}{2}(u - u^*)^T H(u^*)(u - u^*) + \mathfrak{R} \quad (6.3)$$

în care  $\nabla\Psi^T$  este gradientul funcției  $\Psi$  iar  $H$  este hessianul funcției  $\Psi$ , reprezentat de matricea derivatelor parțiale de ordinul doi ale funcției  $\Psi$ .

$$H = \left[ \frac{\delta^2\Psi}{\delta u_i \delta u_j} \right]_{k \times k} = \frac{\delta^2\Psi}{\delta u \delta u} = \nabla^2\Psi \quad (6.4)$$

$i=1, \dots, k$  și  $j=1, \dots, k$

Neglijând restul  $\mathfrak{R}$  în relația (6.3) variația funcției obiectiv  $\Psi$  la trecerea de la punctul  $u$  la punctul  $u^*$  este:

$$\delta\Psi(u) = \Psi(u) - \Psi(u^*) = \nabla\Psi(u)^T \delta u + \frac{1}{2} \delta u^T H \delta u \quad (6.5)$$

unde  $\delta u = u - u^*$ .

În cazul în care  $u^*$  este punct staționar, gradientul  $\nabla\Psi(u^*) = 0$  iar variația  $\delta\Psi(u)$  se reduce la :

$$\delta\Psi(u) = \frac{1}{2} \delta u^T H \delta u \quad (6.6)$$

Pentru ca punctul staționar  $u^*$  să fie un extrem, variația  $\delta\Psi(u)$  trebuie să păstreze un semn constant într-o vecinătate  $u$  a lui  $u^*$ .

În cele mai multe probleme de optimizare domeniile de variație ale variabilelor de proiectare sunt limitate printr-o serie de restricții exprimate prin condiții de egalitate sau de inegalitate impuse unor funcții scalare de variabila vectorială  $u$ .

În practica proiectării structurilor mecanice se întâlnesc în general două tipuri de restricții: de comportament și de mărginire. Primele provin din cerințele de rezistență și rigiditate care permit structurii să-și îndeplinească rolul pentru care a fost proiectată; celelalte provin din limitarea domeniului de variație a unor variabile de proiectare.

Printre restricțiile de comportament cele mai utilizate sunt: tensiunile maxime, deformațiile maxime, coeficienții de siguranță, rezistența la oboseală etc.

Restricțiile de proiectare se pot exprima uneori explicit în funcție de variabilele de proiectare  $u$ , alteori însă ele sunt funcții implicite.

Deoarece restricțiile de egalitate se pot exprima prin 2 inegalități în formularea problemei de optimizare se pot utiliza numai restricții de egalitate:

$$b_i(u) = 0, \quad i=1 \dots n \quad (6.7)$$

și de inegalitate:

$$r_j(u) \leq 0, \quad j=1, \dots, m \quad (6.8)$$

Cele  $m$  restricții impuse limitează în spațiul variabilei de proiectare un domeniu în care toate condițiile (6.7) și (6.8) sunt îndeplinite, numit domeniu admisibil. Frontierele acestui domeniu sunt (hiper)suprafețele  $r_j(u) = 0 \cap b_i(u) = 0$ . În cazul în care se cere a se determina minimumul funcției obiectiv, acesta trebuie căutat în domeniul admisibil al variabilelor de proiectare.

## 6.12. Formularea unei probleme de optimizare

Considerând definițiile și notațiile specificate prin relațiile (6.1) ... (6.8), o problemă de optimizare se definește matematic astfel:

Să se determine vectorul  $u = \{u_1, \dots, u_k\}^T$  al variabilelor de proiectare care minimizează o funcție de cost:

$$\psi(u) = \psi(u_1, \dots, u_k) \quad (6.9)$$

supusă la  $t$  restricții de egalitate :

$$b_i(u) = b_i(u_1, \dots, u_k) = 0 \quad i = 1, \dots, t \quad (6.10)$$

și la  $s$  restricții de inegalitate:

$$r_j(u) = r_j(u_1, \dots, u_k) \leq 0 \quad j = 1, \dots, s \quad (6.11)$$

pentru ca problema să fie corect formulată restricțiile de egalitate nu pot fi în număr mai mare decât numărul variabilelor de proiectare deci  $t \leq k$ . În cazul în care  $t = k$  optimul nu mai trebuie căutat, deoarece restricțiile determină un singur set de valori posibile prin rezolvarea sistemului de ecuații (6.9).

Restricțiile de tipul (6.10) și (6.11) includ și limitările de forma :

$$u_{i\min} \leq u_i \leq u_{i\max} \quad (6.12)$$

Restricțiile care prin natura lor impun inegalitatea  $\geq 0$  se exprimă tot sub forma (6.12) prin înmulțirea inegalităților respective cu  $-1$ . Se menținează că există probleme de optimizare fără restricții ( $t = s = 0$ ), situație în care rezolvarea problemei de minim se reduce la determinarea extremului funcției  $\psi(u)$ .

Condițiile necesare pentru ca punctul  $u^*$  din spațiul variabilelor de proiectare să reprezinte un minim sunt exprimate de teorema Kuhn-Tucker [1]

Dacă se consideră restricțiile de tipul  $r_j(u) \leq 0$ ,  $j = 1 \dots m$ , ( $m \geq s$ ) în care sunt incluse și restricțiile de tipul (6.10) sub forma  $b_j(u) \leq 0$  și  $-b_j(u) \leq 0$  se poate construi langrangeanul problemei de extrem sub forma:

$$L(u, \mu) = \Psi(u) + \sum_{j=1}^m \mu_j r_j(u) \quad (6.13)$$

---

punctul  $u^*$  reprezintă un minim al funcției  $\psi(u^*)$  cu restricțiile  $r_j(u^*)$  dacă sunt îndeplinite condițiile:

- 1)  $u^*$  aparține domeniului admisibil în spațiul variabilelor de proiectare (pentru orice  $j$ ,  $r_j(u^*) \leq 0$ )
- 2) produsul între multiplicatorul lui Lagrange  $\mu_j$  și restricția  $r_j(u^*)$  corespunzătoare se anulează
- 3) gradientul lagrangeanului calculat în  $u^*$  se anulează:

$$\nabla \Psi(u^*) + \sum_{j=1}^m \mu_j \nabla r_j(u^*) = 0 \quad \mu_j \geq 0, \quad j=1, \dots, m \quad (6.14)$$

Condițiile Kuhn-Tucker se numesc condiții de ordinul întâi și ele sunt valabile în puncte regulate ale domeniului admisibil. Se definește prin punct regulat în domeniul admisibil un punct  $u^*$  pentru care gradientii restricțiilor sunt vectori liniari independenți.

Condițiile Kuhn-Tucker nu sunt și suficiente, punctul  $u^*$  fiind doar un punct staționar, urmând ca și condițiile de gradul doi exprimate prin (6.6) să precizeze natura punctului. Se demonstrează că atunci când domeniul admisibil este conex, condițiile Kuhn-Tucker odată îndeplinite devin și suficiente pentru asigurarea minimumului. [3].

La ora actuală metodele de optimizare privitoare la designul recipientelor sub presiune incluse și în programele de analiză FEM au drept obiectiv optimizarea structurii cu condiția de greutate minimă a structurii, în final obținându-se o structură cu grosimea constantă h optimizată calculată să satisfacă condiția impusă pentru rezolvarea problemei de optimizare aplicându-se o metodă directă de calcul pornindu-se de la un set estimativ de valori ale variabilelor de proiectare, set care de obicei nu satisface condițiile de optim. Aceste valori inițiale sunt îmbunătățite iterativ, urmărindu-se în final satisfacerea condițiilor de optim utilizând metode analitice pentru rezolvarea ecuațiilor impuse de teorema Kuhn-Tucker.

### 6.1.3. Metoda de optimizarea a designului unei învelitori cupolă sferică - cilindru în domeniu elastic liniar

Obiectivul propus prin metoda de optimizare prezentată în această lucrare este optimizarea structurii cupolă sferică-cilindru prin determinarea caracteristicilor geometrice de grosime de-a lungul învelitorii astfel încât diagrama analizei tensiunilor să nu prezinte vârfuri de tensiune periculoase, deasemenea să nu existe salturi de tensiune cât și diferențe între tensiunile din cupolă și tensiunile din învelișul cilindric astfel încât să existe o solicitare uniformă pe învelitoare.

J. Leach [74], în 1983 în cercetările sale întreprinse privitoare la starea de tensiune și deformație pentru învelitoare compusă sferă-cilindru la recipientele supuse presiunii de tip GRP, a studiat diverse configurații geometrice de recipiente cupolă-sferică cilindru supuse la presiune internă. Cele 13 configurații de structură diferențiate prin designul zonei de joncțiune sunt prezentate în fig. 6.1. În urma studierii stării de tensiune pentru cele 13 configurații de profil aplicând pentru calculul stării de tensiune metoda diferențelor finite, soluția acceptabilă din punct de vedere a designului a fost configurația 12 de structură vizualizată în fig. 6.1.

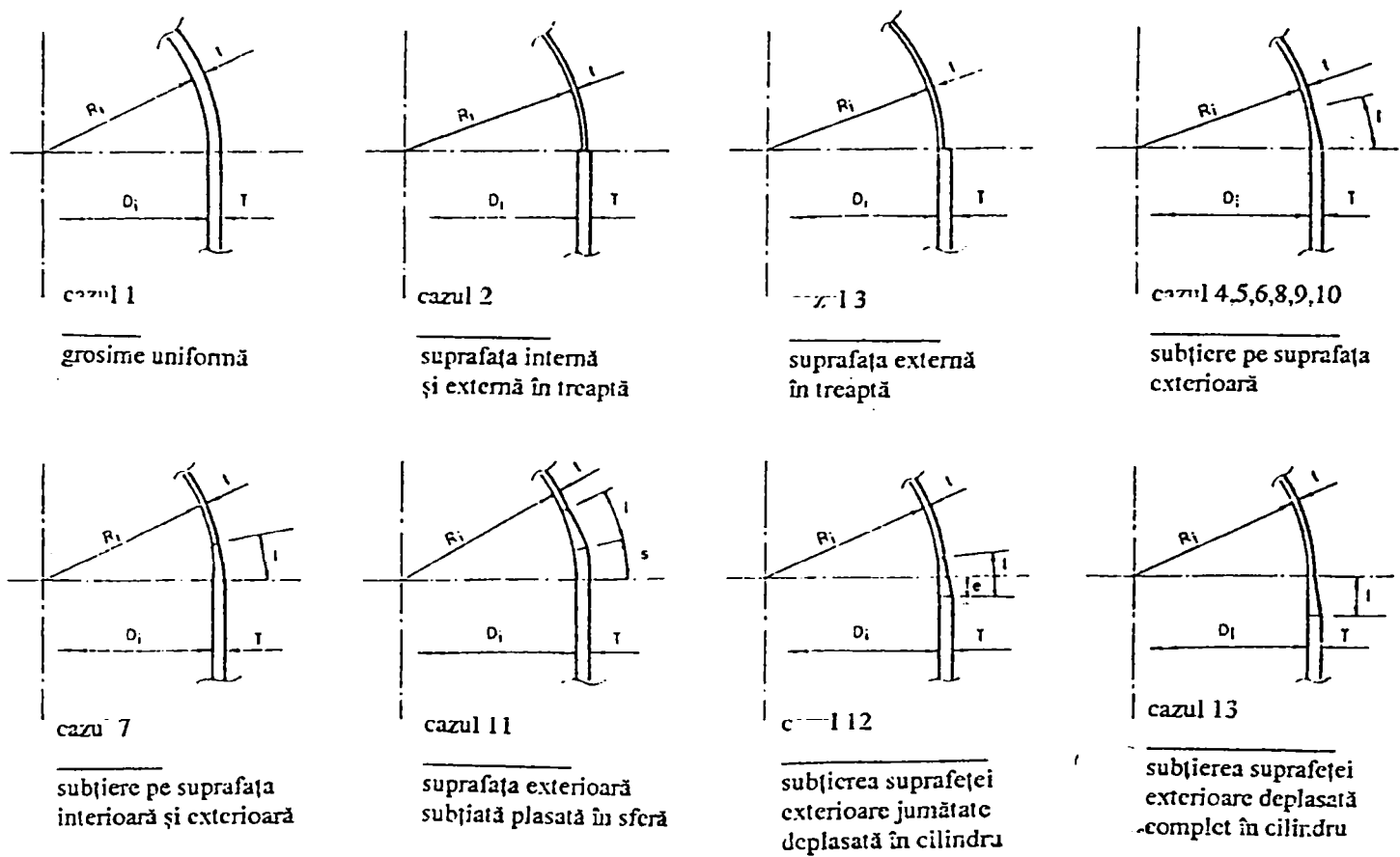


fig.6.1. Tipuri de structuri studiate de J.Leach

Analiza stării de tensiune efectuată analitic și prin metoda FEA [40] și [43] pentru structura de învelitoare din fig.6.2 evidențiază în zona de joncțiune înspre partea cilindrică un salt brusc de tensiune care se stabilizează la valori constante o dată cu depărtarea de intersecție fig.6.3.

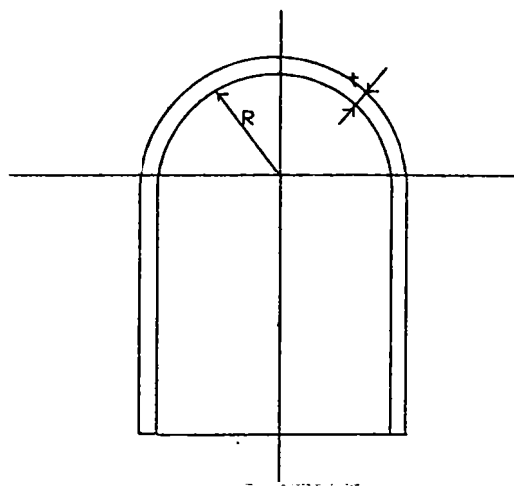


Fig.6.2 Structură cupolă sferică-cilindru

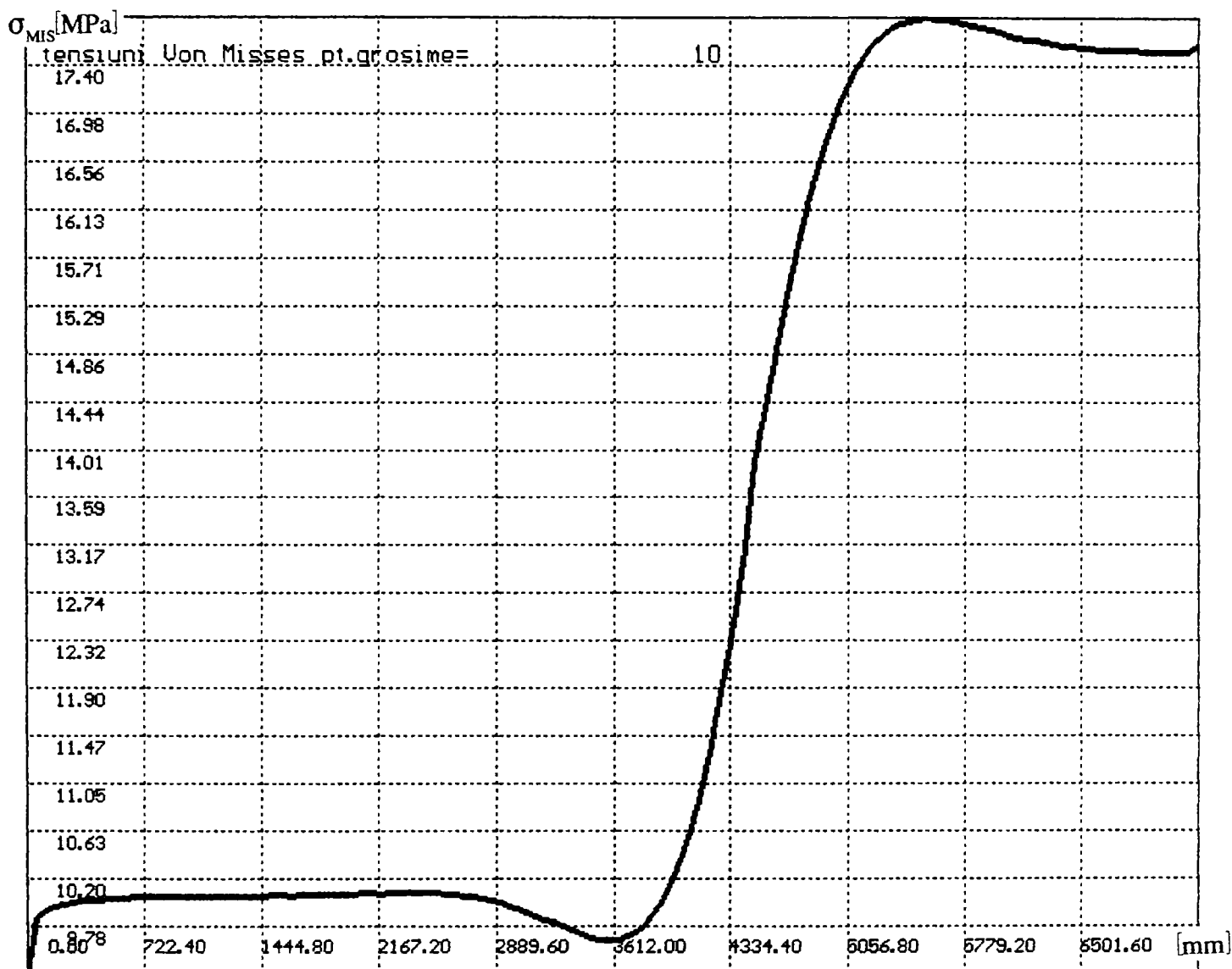


fig.6.3 Variația tensiunii echivalente Von Mises pentru structura din fig.6.2 , h=10 mm , l=500 mm , r=500 mm , E= 7E+3 , μ=0.34 , p=0.4 Mpa

Structura studiată de învelitoare subțire cupolă sferică - cilindru supusă la solicitarea de presiune internă în domeniul elastic liniar și care este obiectul supus optimizării după criteriile expuse mai sus este prezentată în fig.6.2 urmărindu-se a se obține profilul optimizat în urma aplicării metodei de optimizare propuse.

Modelul matematic al problemei de optimizare este următorul:

Să se minimizeze funcția obiectiv:

$$\Psi(u) = V(u) \quad (6.15)$$

unde V este volumul învelișului , supusă la restricția de comportament :

$$b_i(u) = \frac{\sigma_{VonMises}(u)}{\sigma_{ad}} - 1 = 0 \quad i=1..n \quad (6.16)$$

unde vectorul

$$u = \{ u_1, \dots, u_n \}^T = \{ u_{min,1} + g_1(\alpha, h) \dots u_{min,n} + g_n(\alpha, h) \}^T \quad (6.17)$$

în care  $g_1(\alpha, h) \dots g_n(\alpha, h)_{,i=1..n}$  reprezintă grosimile învelitorii în cele n puncte și la restricțiile de margine

$$u_{min,i} < u_i \quad (6.18)$$

în care  $u_{min,i} = r_{intem,i}(\alpha, h)$

și  $\alpha \in [0, \dots, 90^\circ]$ ,  $h \in [0, \dots, 1]$ ,  $i=1..n$  (6.19)

care se referă la faptul că grosimea învelitorii în cele n puncte va fi mai mare decât raza internă  $r_{intem,i}(\alpha, h)$  a învelitorii în cele n puncte care este o funcție de unghiul  $\alpha$  și valoarea distanței  $h$ .

Metoda de optimizare propusă pentru structura studiată constă în 5 etape ce trebuie parcurse în vederea obținerii structurii optime având schema bloc a procesului de optimizare prezentată

în fig.6.4 . Aceste etape sunt:

a) rularea programului PASC [40] pentru determinarea tensiunilor Von Mises  $\sigma_{VonMises}_i(\alpha, h)_{(g=const), i=1..n}$  și a tensiunii admise pentru optimizare  $\sigma_{ad}$  pentru structura cu caracteristici geometrice inițiale de grosime  $g$  constantă

b) rularea programului OPTIMISES [46] pentru optimizarea structurii geometrice și ca urmare obținerea grosimii variabile  $g_i(\alpha, h)_{,i=1..n}$  pentru învelișul optimizat

c) rularea programului NATRAN V4.0 cu structura de înveliș optimizată și obținerea valorilor

---

tensiunilor Von Mises  $\sigma_{Von Mises_i}(u)_{,i=1\dots n}$  pentru structura optimizată

d) comparația tensiunilor echivalente Von Mises  $\sigma_{Von Mises_i}(\alpha, h)_{(g=const), i=1\dots n}$  calculate pentru învelitoarea de grosime constantă  $g$  cu  $\sigma_{Von Mises_i}(u)_{,i=1\dots n}$  pentru învelitoarea de grosime optimizată  $g-\delta g$ .

e) iterarea algoritmului de la punctul b) considerând alt pas de discretizare pentru unghiul  $\alpha$  și pentru distanța  $h$ , care determină implicit valoarea  $n$  sau aplicarea unei alte metode pentru aproximarea funcțiilor ce determină conturul recipientului în cazul în care rezultatul nu este satisfăcător, până când este satisfăcută condiția :

$$|\sigma_{Von Mises_i}(u) - \overline{\sigma_{ad}}| < Eps \quad (6.20)$$

$i=1\dots n$

unde  $Eps$  este un număr ales foarte mic .

Satisfacerea condiției exprimate prin relația (6.20) înseamnă implicit și minimizarea funcției obiectiv  $\Psi(u)$  din relația (6.15) deoarece prin condiția (6.20) se obține designul recipientului cu volum minim pentru care se realizează o stare de tensiune uniformă fără salturi.

#### 6.4. Concluzii

Metoda propusă pornește de la încercările făcute de J. Leach [88] în 1983 de determinare a unui design optim prin analiza stării de tensiune în domeniul elastic ,pentru diverse profiluri care s-au vizualizat în fig.6.1, referitor la cazul concret al unei structuri cupolăsferică - cilindru. Metoda de optimizare prezentată ca și principiu în prezenta lucrare având drept obiectiv obținerea unui design pentru o structură de învelitoare care să prezinte în final o stare de tensiune netedă în domeniul elastic, fără perturbații sau vârfuri care pot cauza în anumite condiții deteriorări ale structurii manifestate prin deformații sau colaps , pornește de la cunoșterea funcției de variație a tensiunii Von Mises și impunerea ca aceasta să manifeste o valoare constantă de-a lungul întregului înveliș. Scopul propus s-a realizat prin propunerea unei metode originale de determinare a designului optim în domeniul elastic ,pentru o stare de tensiune constantă pe întreg învelișul care concepută pentru a fi programată pe calculator prezintă avantaje deosebite putând fi dezvoltată pentru a fi aplicabilă pentru orice tip de învelitoare cu condiția cunoșterii funcției de variație a tensiunii Von Mises. Se remarcă că o astfel de metodă care să urmărească un design optim cu stare de tensiune optimă nu este inclusă la ora actuală în programele de analiză FEA pentru structuri de învelitori.



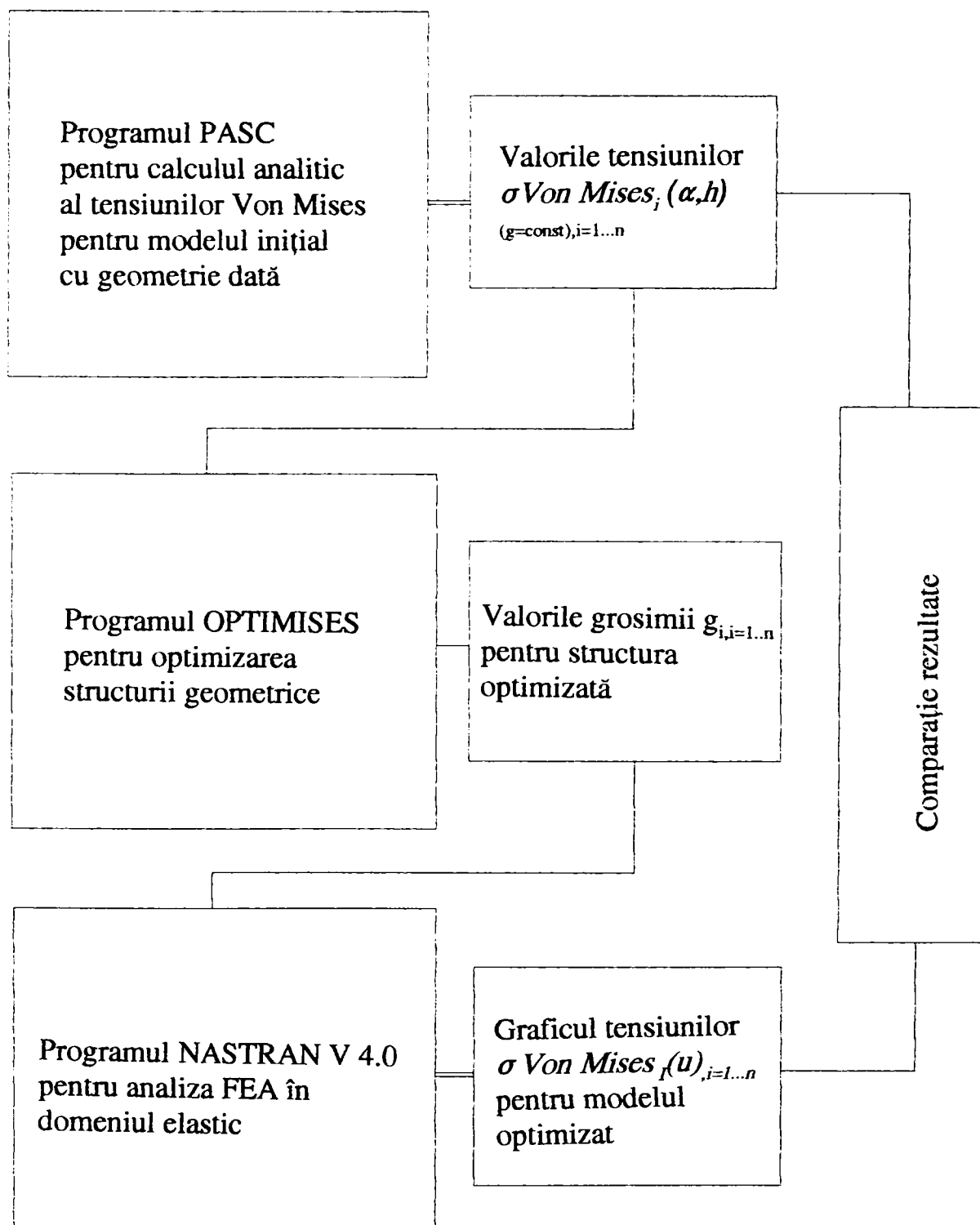


Fig.6.4 Schema bloc a procesului de optimizare

## 6.2 Aspecte teoretice privind realizarea unui program de calcul pentru optimizarea în domeniul elastic liniar a învelișurilor subțiri cilindru-sferă sub presiune internă

La o analiză a stării de tensiune pentru o învelișoare cilindru-sferă subțire referitoare la tensiunea echivalentă Von Mises se constată că există diferențe considerabile între starea de tensiune în cilindru și sferă.

Se cunoaște deasemenea că în apropierea joncțiunilor învelișurilor subțiri apar variații mari de tensiune cât și salturi de deformație pe o zonă restrânsă, astfel că deformațiile fiind considerabile ele pot fi încadrate în categoria deformațiilor largi la valori mari de încărcare. Din acest motiv s-a încercat conceperea unui program pentru învelișoarea cilindru-sferă, care să conducă la determinarea unei configurații geometrice optime a învelișului și să prezinte o tensiune echivalentă Von Mises aproximativ uniformă de-a lungul învelișului fără salturi bruște de tensiune, înprezentul studiu pentru valori mici de încărcare.

Pentru scopul propus s-au utilizat ecuațiile care guvernează teoria liniară a învelișurilor din cadrul teoriei clasice în domeniul elastic liniar relativ la recipiente sub presiune internă axisimetrică uniformă [13]

Programul pe calculator OPTIMISES a fost conceput suficient de general și acceptă orice configurație de învelișoare semisferă-cilindru care se încadrează în categoria învelișurilor subțiri, orice tip de material cu comportare liniară în domeniul elastic, izotrop și omogen, orice valoare de încărcare. Soluțiile obținute în urma rulării programului OPTIMISES s-au dovedit a fi foarte bune la o analiză prin metoda FEA cu programului NASTRAN V.4.0 a configurației determinate prin rularea programului OPTIMISES, tensiunile echivalente Von Mises manifestându-se aproximativ constant cu mici variații de la valoarea stabilită pe tot învelișul la fel și deplasările care au o marjă de variație mult mai mică.

Structura supusă studiului pentru a fi optimizată are pereții subțiri, de grosime uniformă  $h$ , raza de curbura a semisferei  $R$ , lungimea cilindrului  $l$ , și este prezentată în fig.6.5. Variabilele existente în ecuațiile de bază ce definesc eforturile normale meridiene  $N_\varphi$ , circumferențiale  $N_\theta$ , axiale  $N_x$  cât și momentele încovoietoare meridiene  $M_\varphi$ , circumferențiale  $M_\theta$  pentru un element de învelișoare sunt vizualizate în fig.6.6 și fig.6.7. Expresiile ecuațiilor matematice ale eforturilor și momentelor considerate la conceperea programului OPTIMISES sunt prezentate în [103].

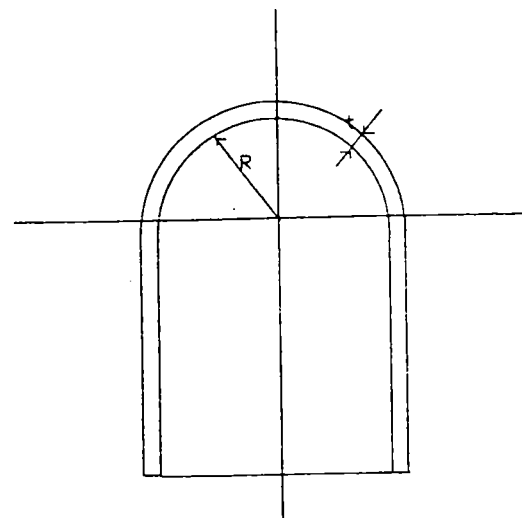


Fig.6.5 Secțiune transversală în învelișoare cilindru-sferă

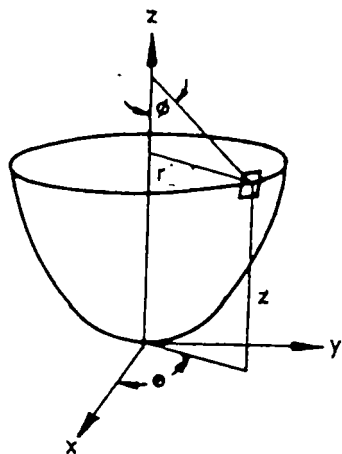


Fig.6.6 Suprafața medie a învelitorii

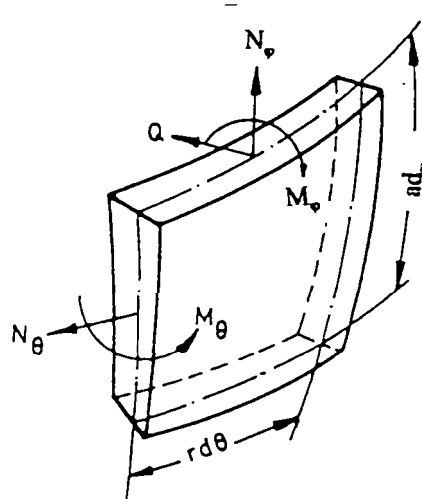


Fig.6.7 Element de învelitoare cu eforturi

În ecuațiile matematice pentru calculul eforturilor normale și momentelor încovoietoare se consideră că este vorba de învelișuri cu pereți subțiri și referitor la comportarea materialului s-au făcut următoarele ipoteze la scrierea ecuațiilor ce definesc starea de eforturi și tensiuni:

1. Materialul este continuu, omogen și izotrop. Această ipoteză aproximând structura discretă a materiei cu o structură continuă, ceea ce a permis exprimarea eforturilor și deformațiilor prin funcții continue. Datorită omogenității izotrope rezultă că modelul de comportare al unui element nu depinde de poziție și de orientare ci numai de solicitările ce acționează asupra sa.
2. Solicitățile materialului sunt inferioare limitei de proporționalitate, iar modulul de elasticitate  $E$  este același pentru întindere și compresiune. Aceasta înseamnă că după descărcare suprafața deformată revine la starea inițială, fără deformații sau eforturi remanente.
3. Deformațiile elastice sunt mici în raport cu grosimea  $h$  a învelitorii ceea ce permite a considera numai termenii liniari din dezvoltarea în serie a expresiilor deformațiilor în raport cu  $z$ , fiind vorba de teoria clasică liniară.
4. Grosimea nu se modifică prin deformație și deplasările tuturor punctelor sunt constante și egale cu deplasarea corespunzătoare a suprafeței mediane.

Luncările specifice  $\gamma_{zx}$  și  $\gamma_{zy}$  în suprafețe paralele cu suprafața mediană sunt nule tensiunile tangențiale  $\tau_{zx}$  și  $\tau_{zy}$  sunt nule, deasemenea alungirea specifică  $\epsilon_z$  este nulă.

5. Eforturile unitare normale pe suprafața mediană sunt neglijabile  $\sigma_z \approx 0$  ele putând avea în practică valori de ordinul 1% din cel al eforturilor unitare, ceea ce justifică neglijarea lor.

Condiția matematică utilizată de programul OPTIMISES care realizează calculul grosimii  $h_i$ ,  $i=1, \dots, n$  a învelitorii în  $n$  puncte cu pasul  $\delta h$  precizat este obținută din condiția egalării tensiunii echivalente Von Mises cu tensiunea admisă precizată  $\sigma_{ad}$  ca fiind tensiunea ideală uniformă pe toată structura.

$$\sqrt{\sigma_{\theta}^2 + \sigma_{\varphi}^2} - \tilde{\sigma}_{ad} \leq 0 \quad (6.21)$$

în care tensiunea circumferențială  $\sigma_{\theta}$  pentru sferă este:

$$\sigma_{\theta} = \frac{pr}{4h} e^{-\lambda\psi} \left( \cos\lambda\psi + \frac{3\nu}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \sin\lambda\psi \right) + \frac{pr}{2h} \quad (6.22)$$

iar tensiunea meridiană  $\sigma_{\varphi}$  pentru sferă este:

$$\sigma_{\varphi} = \frac{3pr}{4h\sqrt{3(1-\nu^2)}} e^{-\lambda\psi} \sin\lambda\psi + \frac{pr}{2h} \quad (6.23)$$

în care  $\psi = \alpha - \varphi$   
iar

$$\lambda^4 = 3(1-\nu)(r/h)^2$$

Rezolvarea relației (6.21) permite determinarea a  $n$  valori pentru grosimea  $h_{i,i=1,\dots,n}$  a învelitorii sferice, valoarea  $n$  fiind determinată de planul  $\Delta\varphi$  admis pe intervalul  $[0, 90^\circ]$ . Pentru învelitoarea cilindrică relațiile de calcul sunt:

$$\sqrt{\sigma_{\theta}^2 + \sigma_x^2} - \tilde{\sigma}_{ad} \leq 0 \quad (6.24)$$

în care tensiunea circumferențială pentru cilindru  $\sigma_{\theta}$  are expresia (6.25):

$$\sigma_{\theta} = \frac{3\nu p \zeta_{\beta x}}{4\beta^2 h^2} - \frac{pr}{4h} \theta_{\beta x} + \frac{pr}{h} \quad (6.25)$$

iar tensiunea axială pentru cilindru  $\sigma_x$  are expresia (6.26):

$$\sigma_x = \frac{3\beta\zeta_{\beta x}}{4\beta^2 h^2} + \frac{pr}{2h} \quad (6.26)$$

Rezolvarea relației (6.24) conduce la obținerea de  $k$  valori pentru grosimea învelitorii cilindrice  $h_{i,i=1\dots k}$ , valoarea  $k$  fiind determinată de pasul  $\Delta_x$  admis pe intervalul  $(0,1)$  unde  $l$  reprezintă lungimea cilindrului.

### 6.1.1. Metoda numerică de calcul folosită la obținerea soluției

Pentru generarea soluției de rezolvarea a ecuațiilor neliniare transcendente (6.21) și (6.24) s-a aplicat metoda biseției [127] care conduce la obținerea unor rădăcini aproximative  $\xi$  cu proprietatea că  $|\xi' - \xi| < \varepsilon$ ,  $\varepsilon \in \mathbb{R}$ ,  $\varepsilon > 0$  sau cu proprietatea că  $|f(\xi)| < \varepsilon$  presupunând că ecuațiile (6.21) și (6.24) se pot exprima sub forma  $f(x) = 0$  și se bazează pe teorema următoare:

*Teoremă. Dacă o funcție continuă  $f(x)$  admite valori de semne opuse la capetele intervalului  $[a,b]$  adică  $f(a)f(b) < 0$ , atunci acel interval conține cel puțin o rădăcină a ecuației  $f(x)$  cu alte cuvinte va exista cel puțin un număr  $\xi \in [a,b]$  astfel încât  $f(\xi) = 0$ .*

Pentru a găsi rădăcina  $\xi \in [a,b]$  intervalul  $[a,b]$  se împarte în părți egale prin punctul  $x_0 = (a+b)/2$ . Dacă  $f(x_0) = 0$  atunci  $\xi = x_0$  este rădăcina căutată. În caz contrar se alege intervalul  $[a_1, b_1]$  la capetele căruia funcția are semne opuse deoarece conține rădăcina  $\xi$ .

Astfel:  $a_1 = a$ ,  $b_1 = x_0$  dacă  $f(a)f(b) < 0$  și  $a_1 = x_0$ ,  $b_1 = b$  dacă  $f(a)f(b) > 0$ . După un număr de  $i$  iterații se obține intervalul  $[a_i, b_i]$ , ca urmare a înjumătățirii intervalului  $[a_{i-1}, b_{i-1}]$  prin punctul  $x_{i-1} = (a_{i-1} + b_{i-1})/2$ , astfel încât  $a_i = a_{i-1}$ ,  $b_i = x_{i-1}$  dacă  $f(a_{i-1})f(x_{i-1}) < 0$  și  $a_i = x_{i-1}$ ,  $b_i = b_{i-1}$  dacă  $f(a_{i-1})f(x_{i-1}) > 0$ .

Dacă extremitățile noului subinterval satisfac relația  $f(a_i)f(b_i) < 0$  și lungimea sa este  $b_i - a_i = (b-a)/2^i$  ca urmare a înjumătățirii acestui interval prin punctul  $x_i = (a_i + b_i)/2$  se obține fie rădăcina exactă  $\xi = x_i$  fie un nou interval  $[a_{i+1}, b_{i+1}]$ .

Deoarece extremitățile stângi ale intervalelor  $a_0, a_1 \dots a_i$  formează un șir mărginit nedescrescător, iar extremitățile drepte  $b_0, b_1 \dots b_i$  formează un șir mărginit nedescrescător, rezultă prin trecerea la limită că șirurile  $[a_i]$ ,  $[b_i]$  au o limită comună

$$\xi = \lim_{i \rightarrow \infty} a_i = \lim_{i \rightarrow \infty} b_i \quad (6.27)$$

Deasemenea în virtutea continuității funcției  $f(x)$  inegalitatea  $f(a_i)f(b_i) < 0$  conduce prin trecerea la limită la  $[f(\xi)]^2 \leq 0$  unde  $f(\xi) = 0$ . În practică se pot efectua un număr finit de iterații deci se poate determina doar o valoare aproximativă a rădăcinii. Procesul de iterare se poate încheia, considerând ca rădăcină aproximativă  $\xi' = x_i$  când este îndeplinită una din condițiile:  $|\xi(x_i)| \leq \varepsilon$ ,  $b_i - a_i \leq \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  fiind un număr foarte mic.

### 6.1.2. Remarci generale privitoare la programul OPTIMISES .

Bazat pe teoria liniară a învelitorilor subțiri , în particular pentru învelitoarea semisferă-cilindru , programul OPTIMISES a fost scris în limbaj Turbo - Pascal 6.0 [140] pentru un calculator PC . Învelitoarea este descrisă prin datele geometrice inițiale : raza interioară  $R$  , grosimea  $h$  a peretelui sferei și a cilindrului , lungimea  $l$  a cilindrului . Deasemenea se specifică pasul unghiular de iterare  $\Delta\varphi$  pentru sferă și pasul de lungime  $\Delta x$  pentru cilindru în scopul precizării punctelor de pe învelitoare în care se vor calcula grosimile optimizate  $h_i$  și deasemenea fiindcă este cazul unei solicitări axial simetrice , valoarea presiunii interne  $p$  cât și valoarea maximă a tensiunii admise care se impune a deveni constantă pe suprafața învelitorii compuse  $\sigma_{ad}$  . Programul are ca date de ieșire grosimile optimizate  $h_{i=1...n}$  , ale învelitorii cât și coordonatele punctelor în sistem ortogonal  $x_i$  ,  $y_{i=1...n}$  corespunzătoare profilului optimizat. În privința rezultatelor grafice , programul OPTIMISES reprezintă tensiunile echivalente Von Mises pentru profilul inițial al învelitorii compuse de grosime constantă  $h$  , tensiunile echivalente Von Mises pentru învelitoarea compusă cu profil exterior optimizat , într-un sistem de coordonate rectangulare normale , graficul structurii cu profil exterior optimizat în ansamblu și în detaliu pentru joncțiune.

În fig.6.8a se prezintă graficul tensiunii echivalente Von Mises pentru profilul inițial al învelitorii cu profil de grosime constantă , considerându-se următoarele caracteristici geometrice:  $R = 500$  mm ,  $h = 10$  mm ,  $l = 500$  mm , parametrii cu privire la caracteristicile materialului învelitorii modulul lui Yung  $E = 7 E+3$  , coeficientul lui Poisson  $\mu = 0.34$  și presiunea de solicitare  $p = 0.4$  Mpa, obținut cu programul OPTIMISES.

În fig.6.8b se vizualizează graficul grosimii învelitorii cu design optimizat funcție de distanța  $x$  măsurată de-a lungul profilului de învelitoare obținut pentru profilul studiat cu programul OPTIMISES.

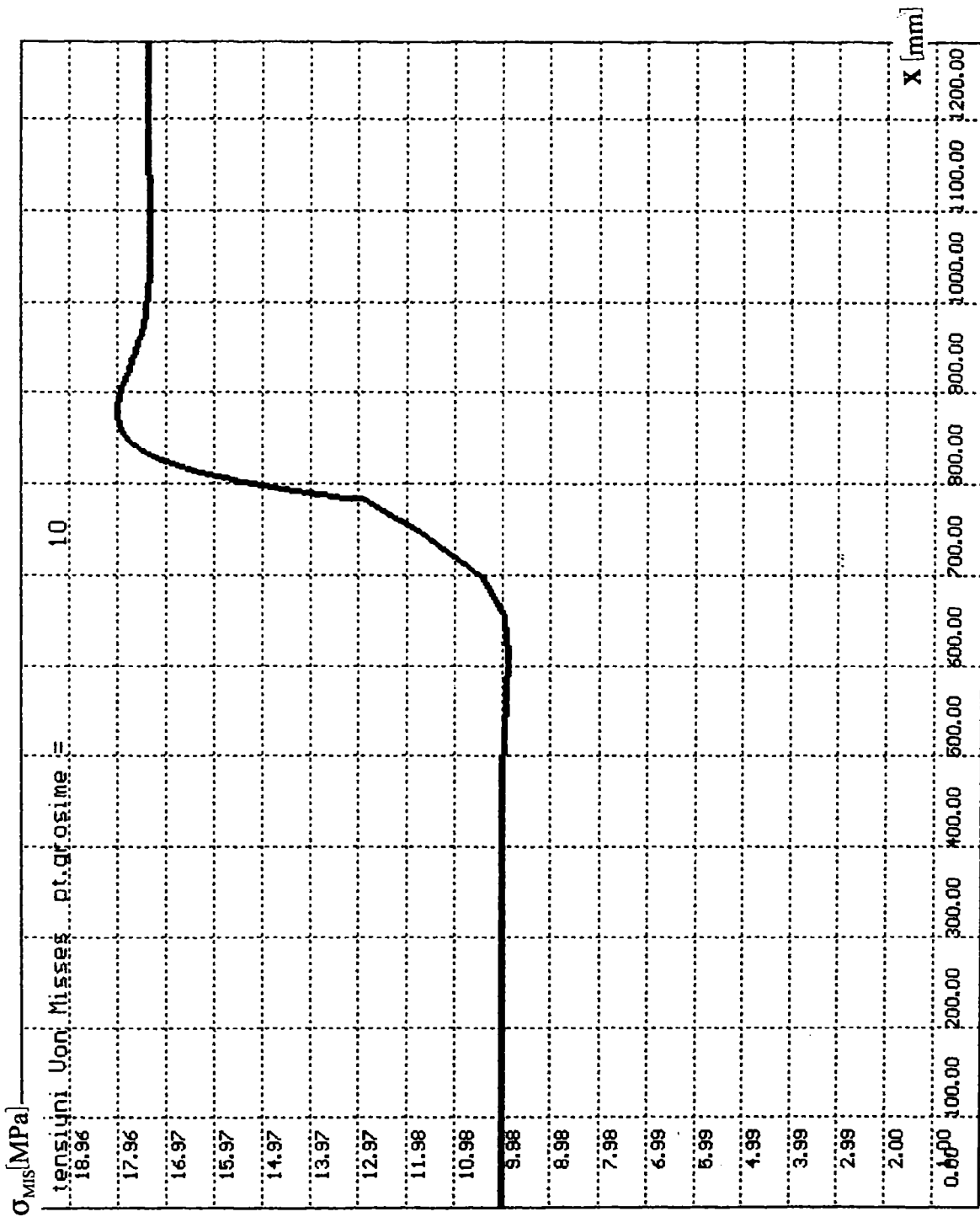
În fig.6.8c este evidențiat graficul tensiunii echivalente Von Mises funcție de  $x$  , în cupola sferică , joncțiune și cilindru calculat în urma optimizării designului de învelitoare , observându-se aliura sa aproximativ dreaptă cu mici abateri de la valoarea impusă  $\sigma_{admax} = 17.95$  Mpa.

Fig. 6.8d și fig.6.8e prezintă designul de profil optimizat în secțiune respectiv detaliu pentru profilul studiat cu programul OPTIMISES.

În fig.6.9a și fig.6.9b se prezintă un profil de învelitoare având designul determinat prin programul OPTIMISES , supusă presiunii interne constantă axial uniformă , cu discretizarea prin metoda FEA cu ajutorul programului NASTRAN V 4.0 .Astfel fig.6.9a reprezintă profilul optimizat pentru tensiunea echivalentă Von Mises maxim admisă  $\sigma_{admax} = 17.95$  Mpa corespunzătoare cu tensiunea echivalentă Von Mises maximă rezultată în urma analizei stării de tensiune a învelitorii iar fig.6.9b prezintă detaliu joncțiune pentru profilul optimizat reprezentat în fig.6.9a.

Figurile 6.10 ,6.11 , 6.12 prezintă graficele tensiunilor echivalente Von Mises pentru profilul inițial , optimizat prin  $\sigma_{admax}$  și optimizat prin  $\sigma_{admin}$  iar fig.6.13 și 6.14 prezintă detaliu de joncțiune cu evidențierea izostaticelor tensiunilor Von Mises corespunzător celor 3 situații studiate

Fig.6.8a Graficul tensiunii echivalente Von Mises pentru profilul de grosime constantă  $h=10$  mm



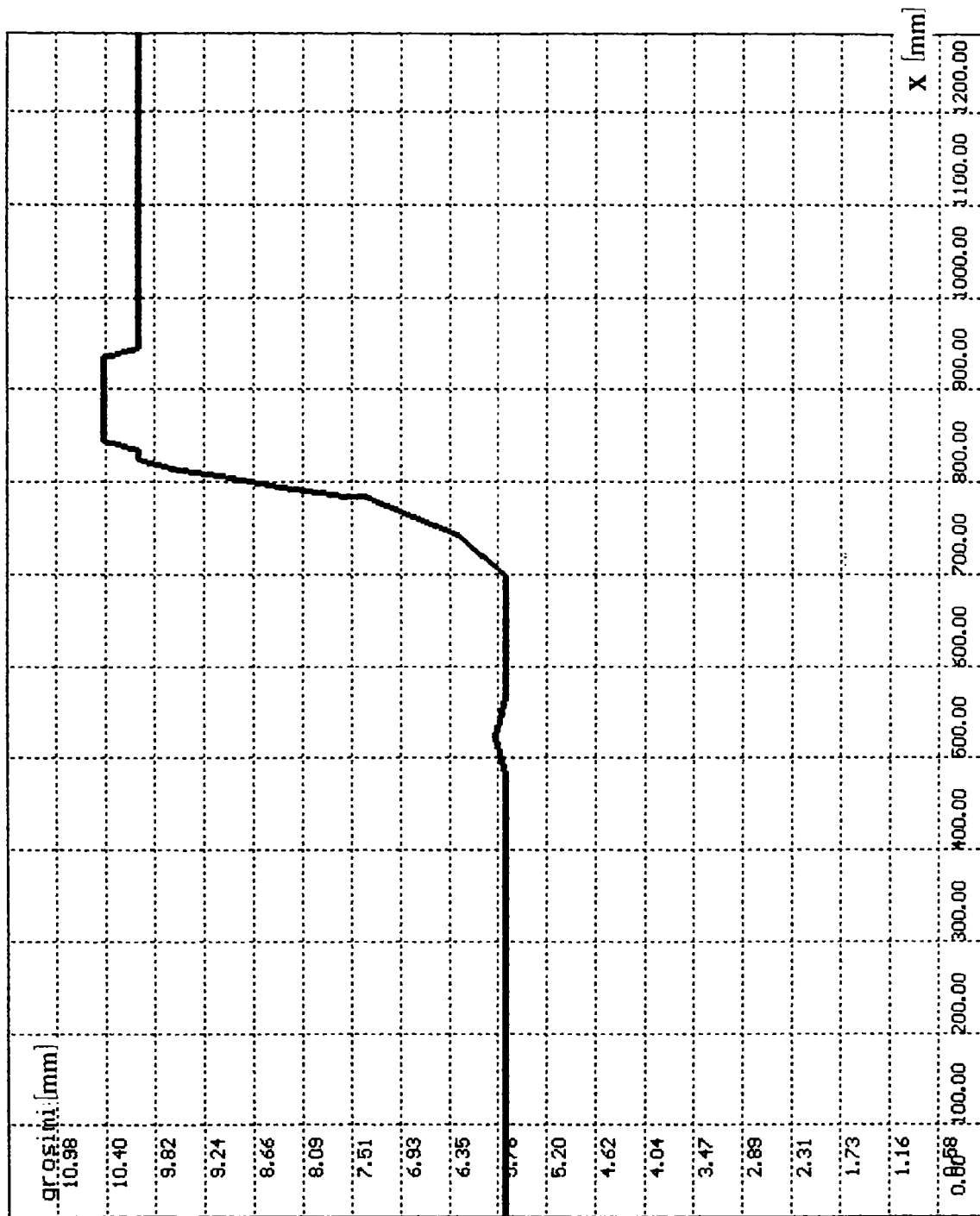


Fig.6.8b Graficul grosimii învelitorii cu design optimizat cu programul OPTIMISES



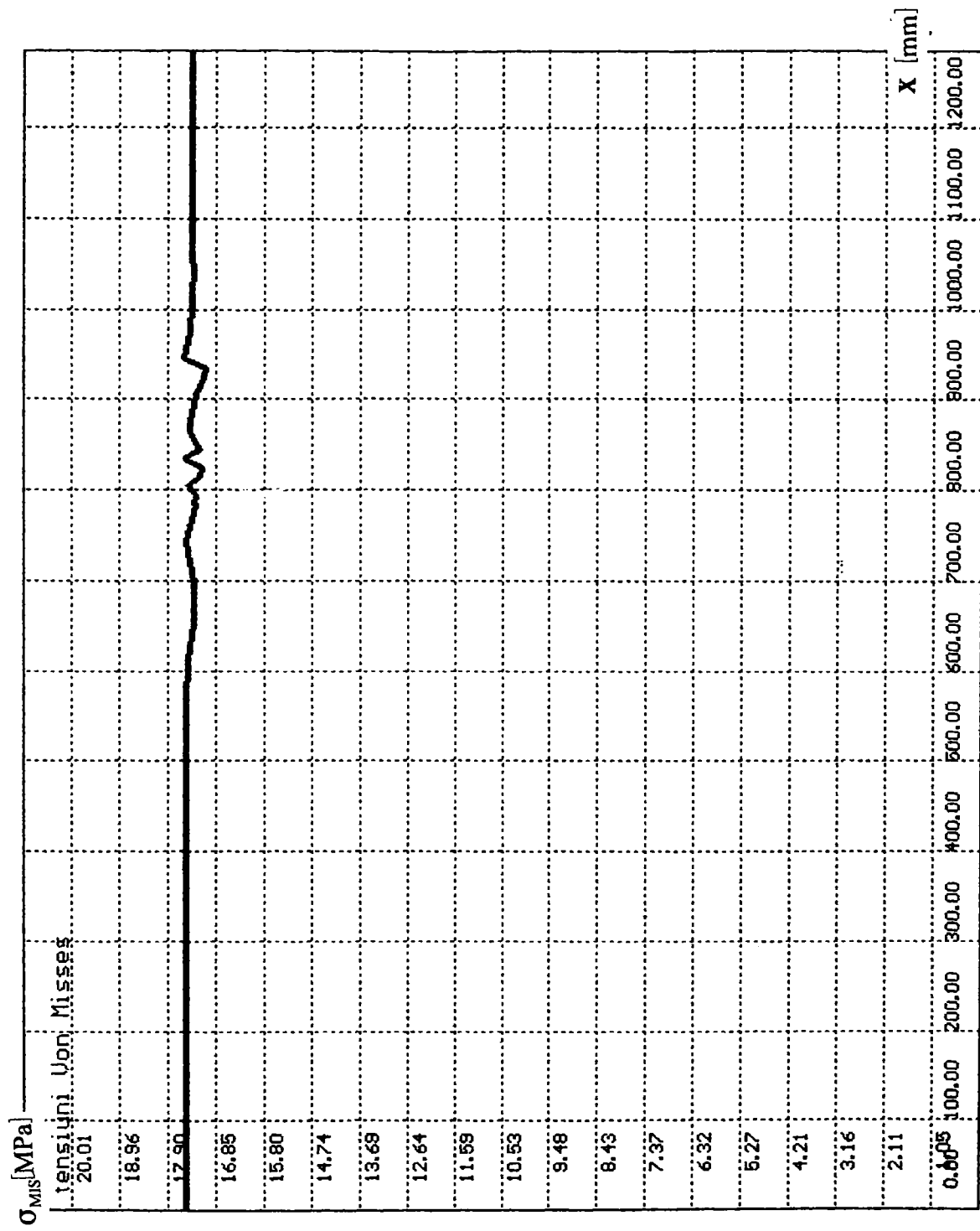


Fig.6.8c Graficul tensiunii echivalente Von Mises pentru învelitoarea cu design optimizat cu programul OPTIMISES

Fig.6.8d Designul de profil optimizat cu programul OPTIMISES

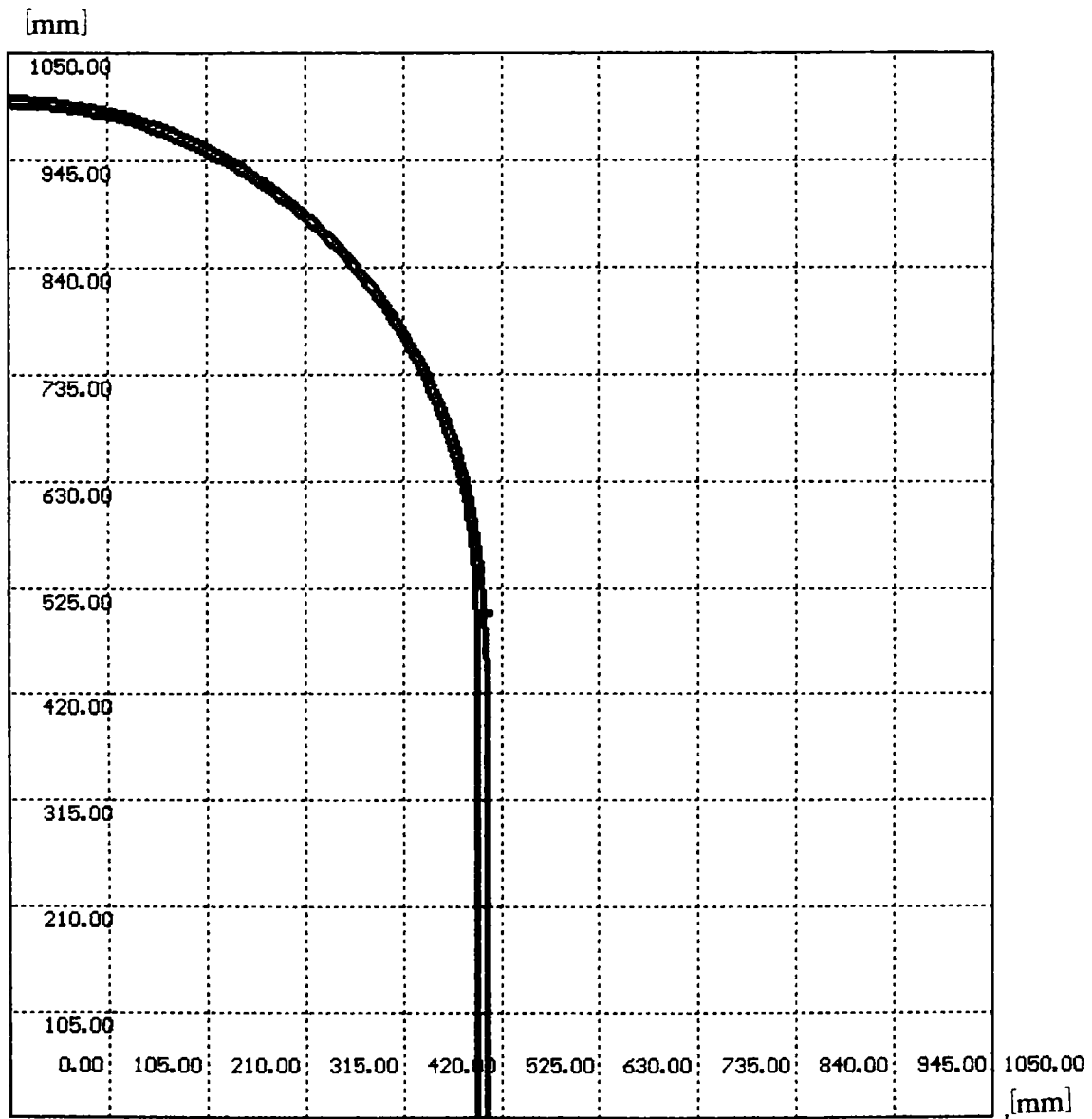
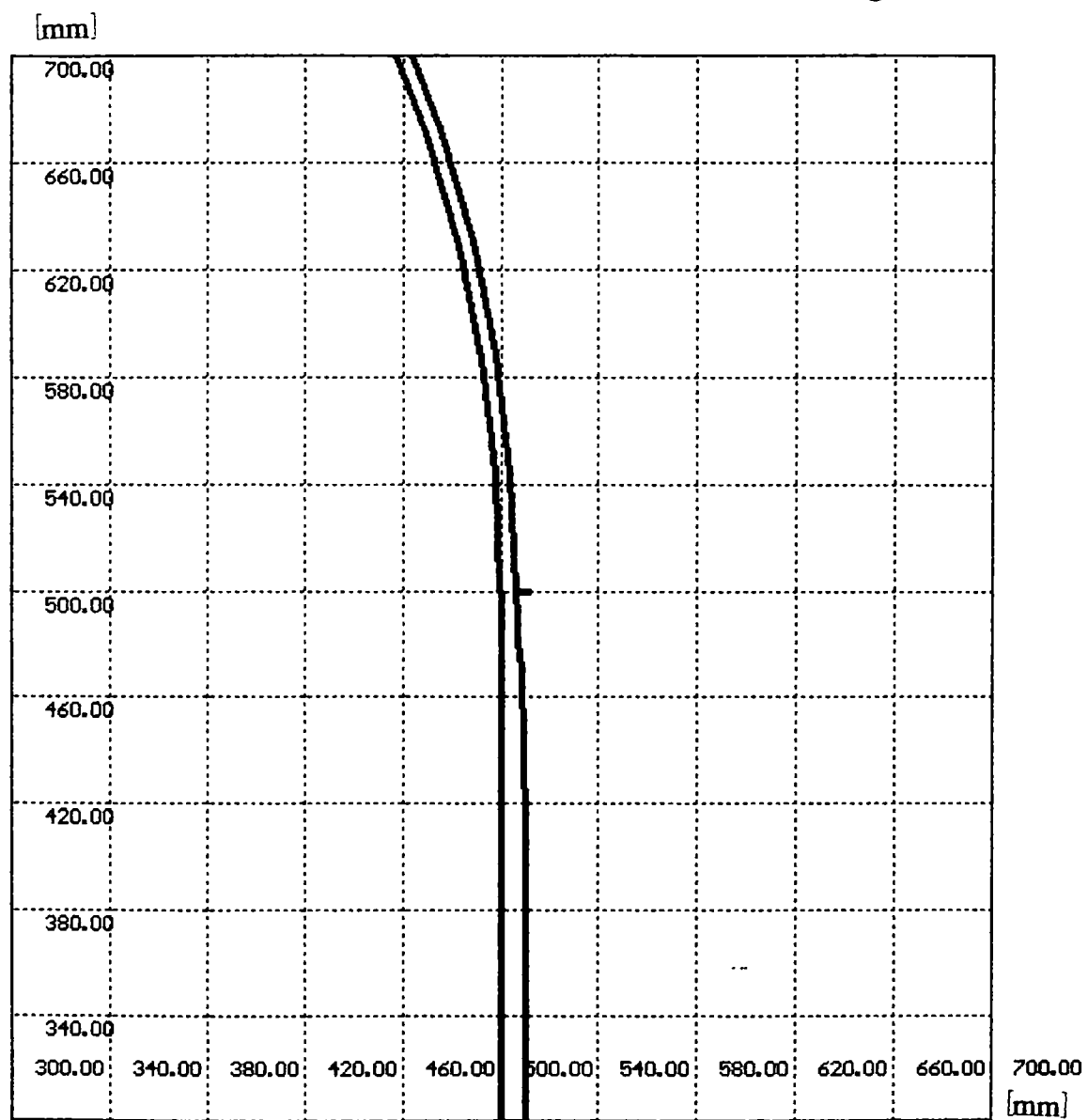
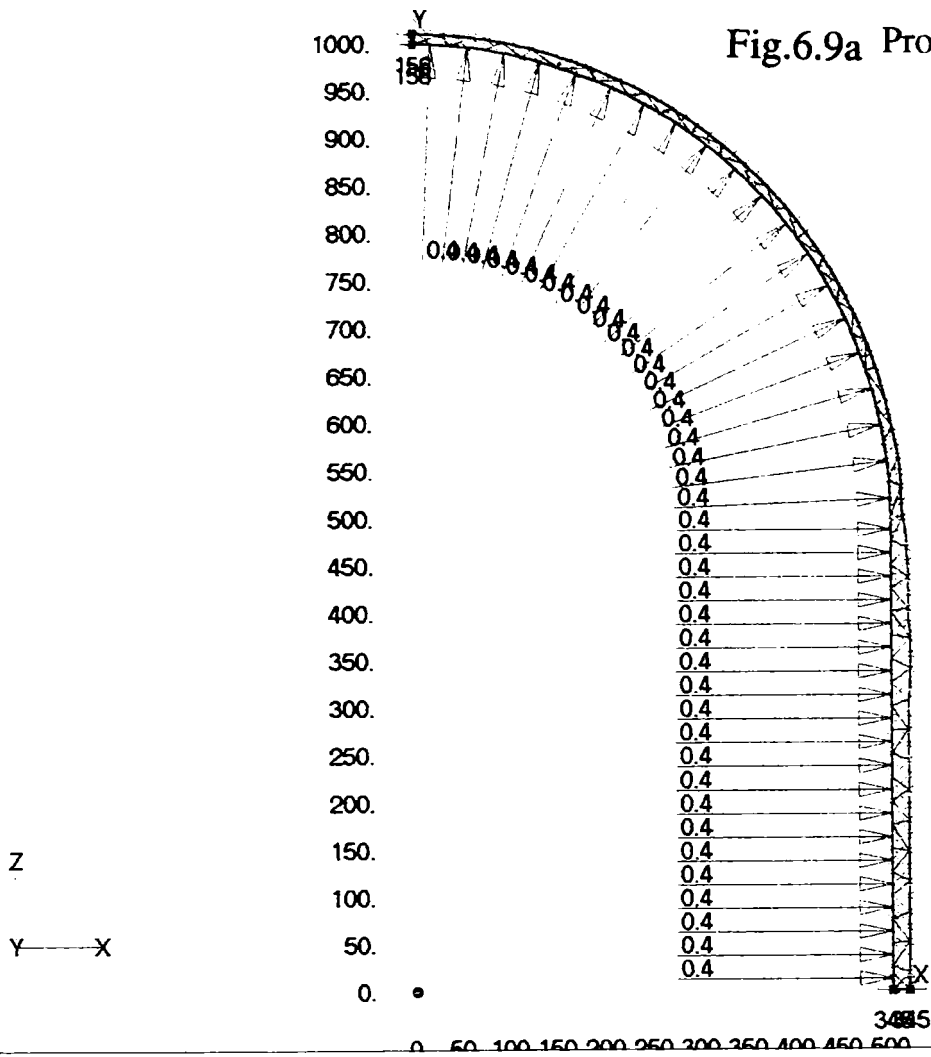


Fig.6.8e Detaliul la profilul optimizat prezentat în fig.6.8d



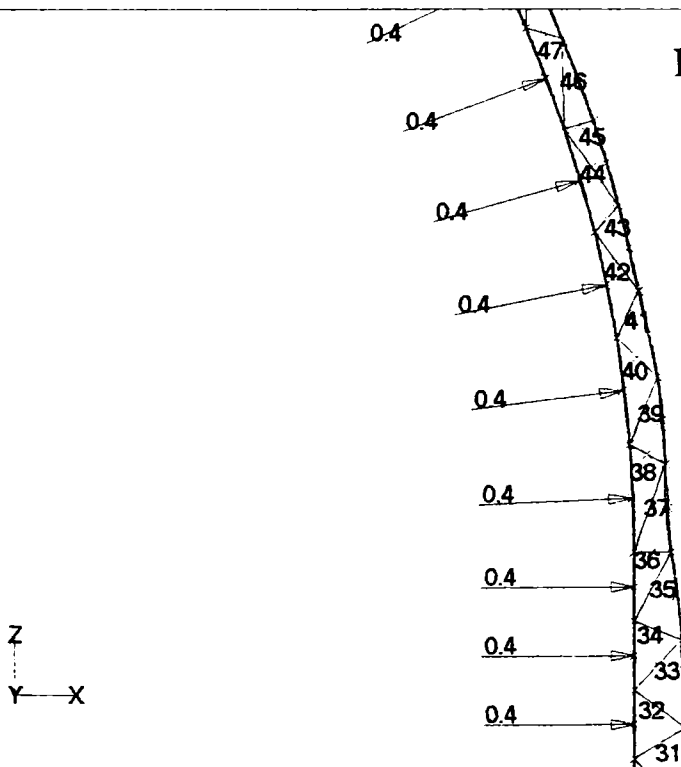
V3  
L1  
C1

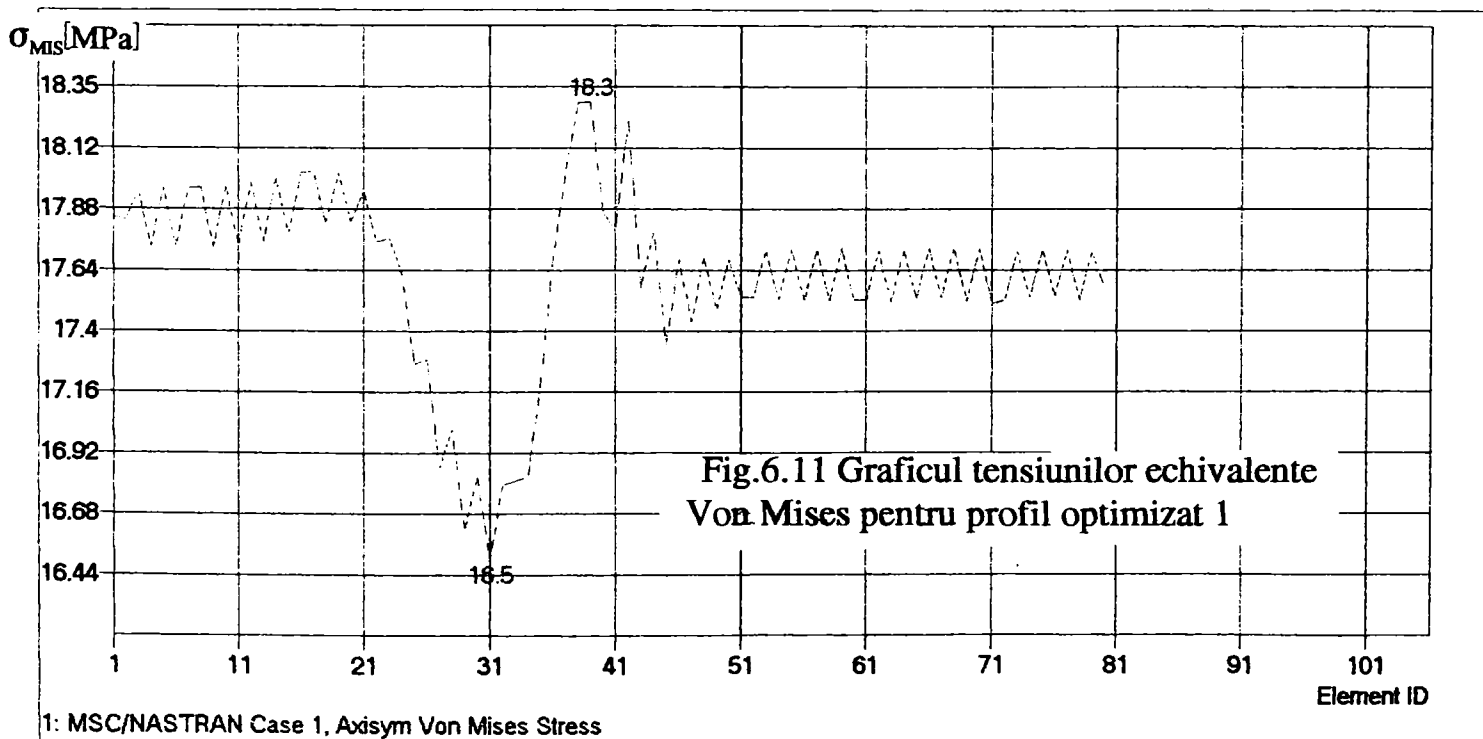
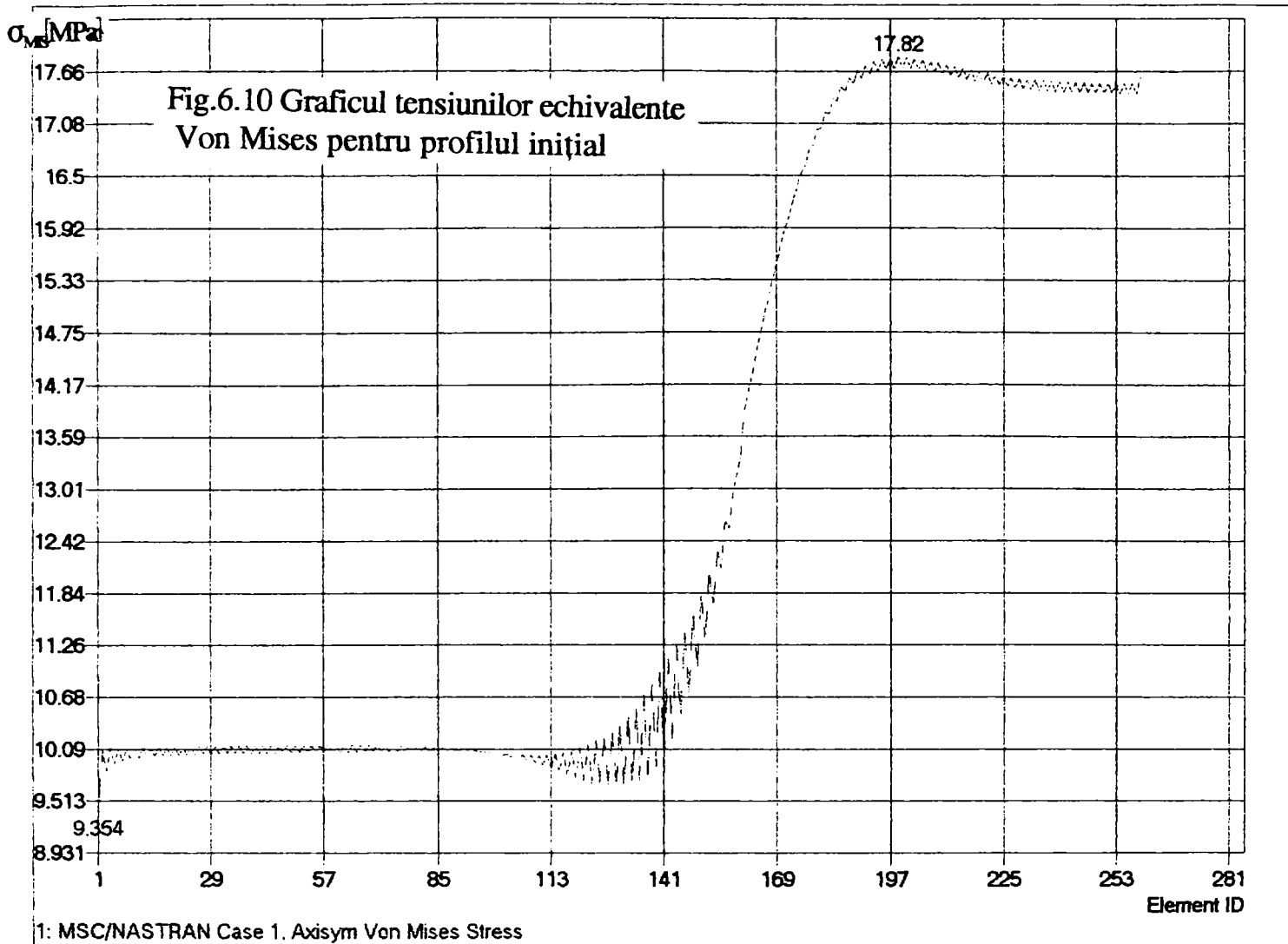
Fig.6.9a Profilul optimizat pentru  $\sigma_{admax}$



V3  
L1  
C1

Fig.6.9b Profilul optimizat pentru  $\sigma_{admax}$   
(detaliu jonctiune)





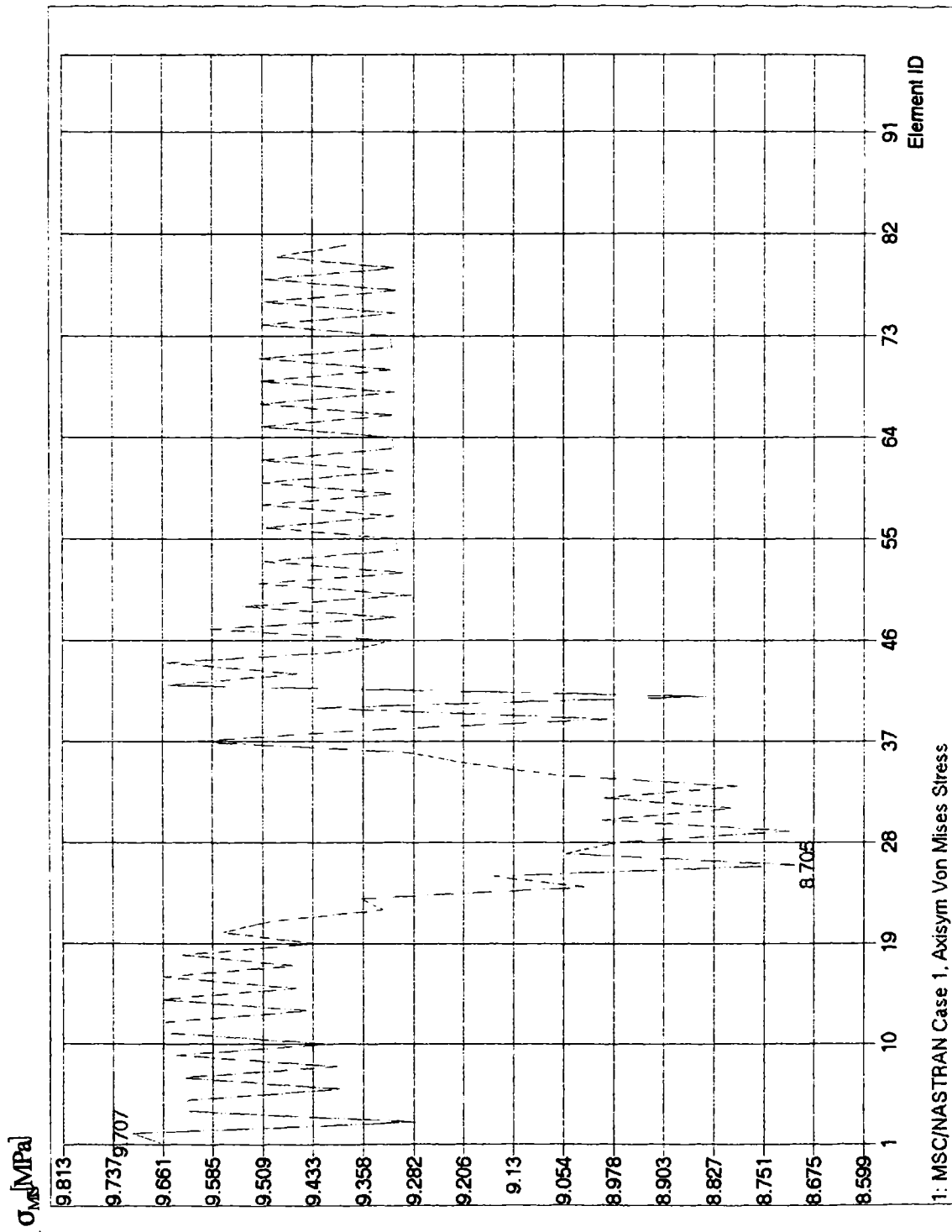
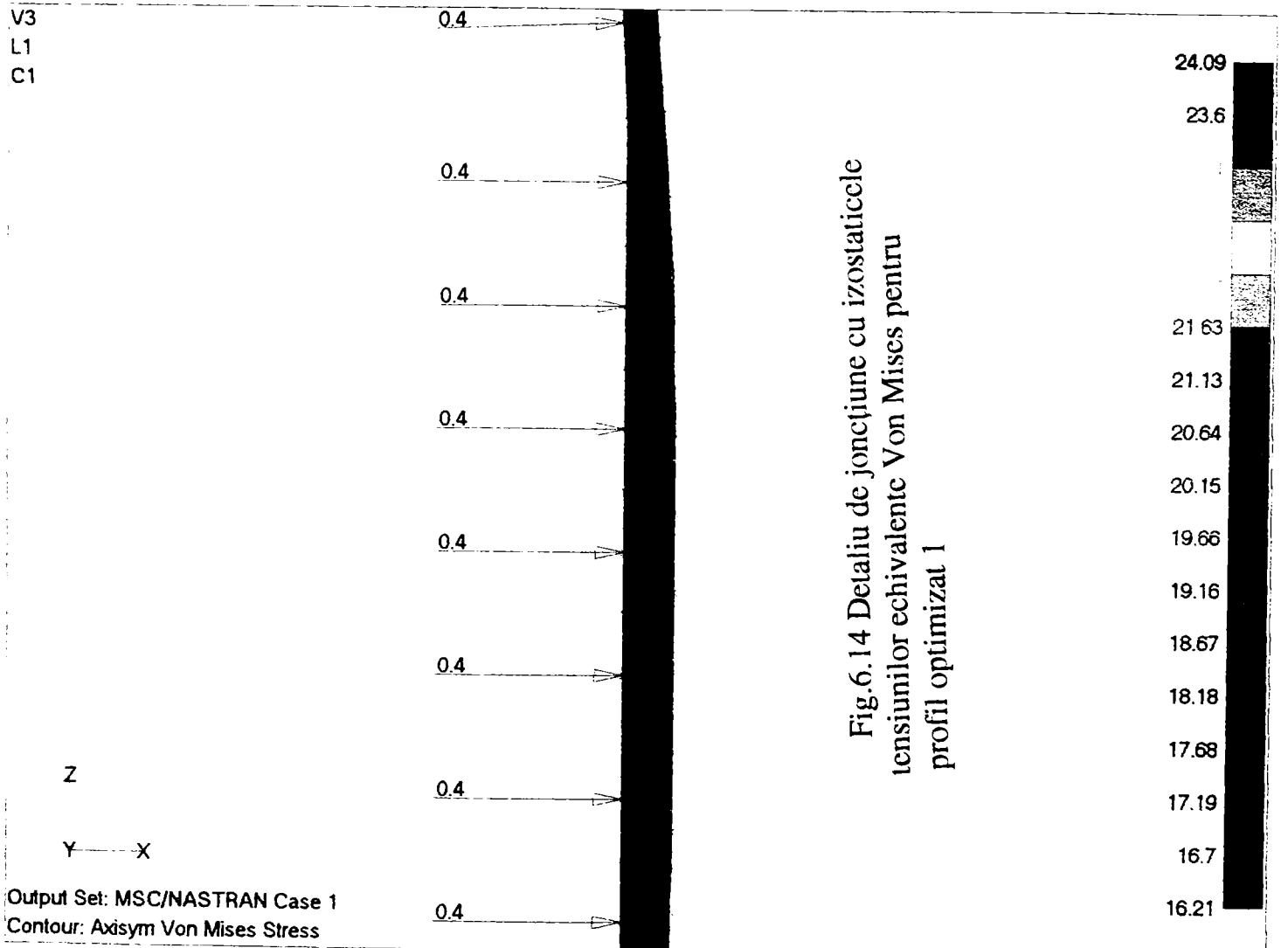
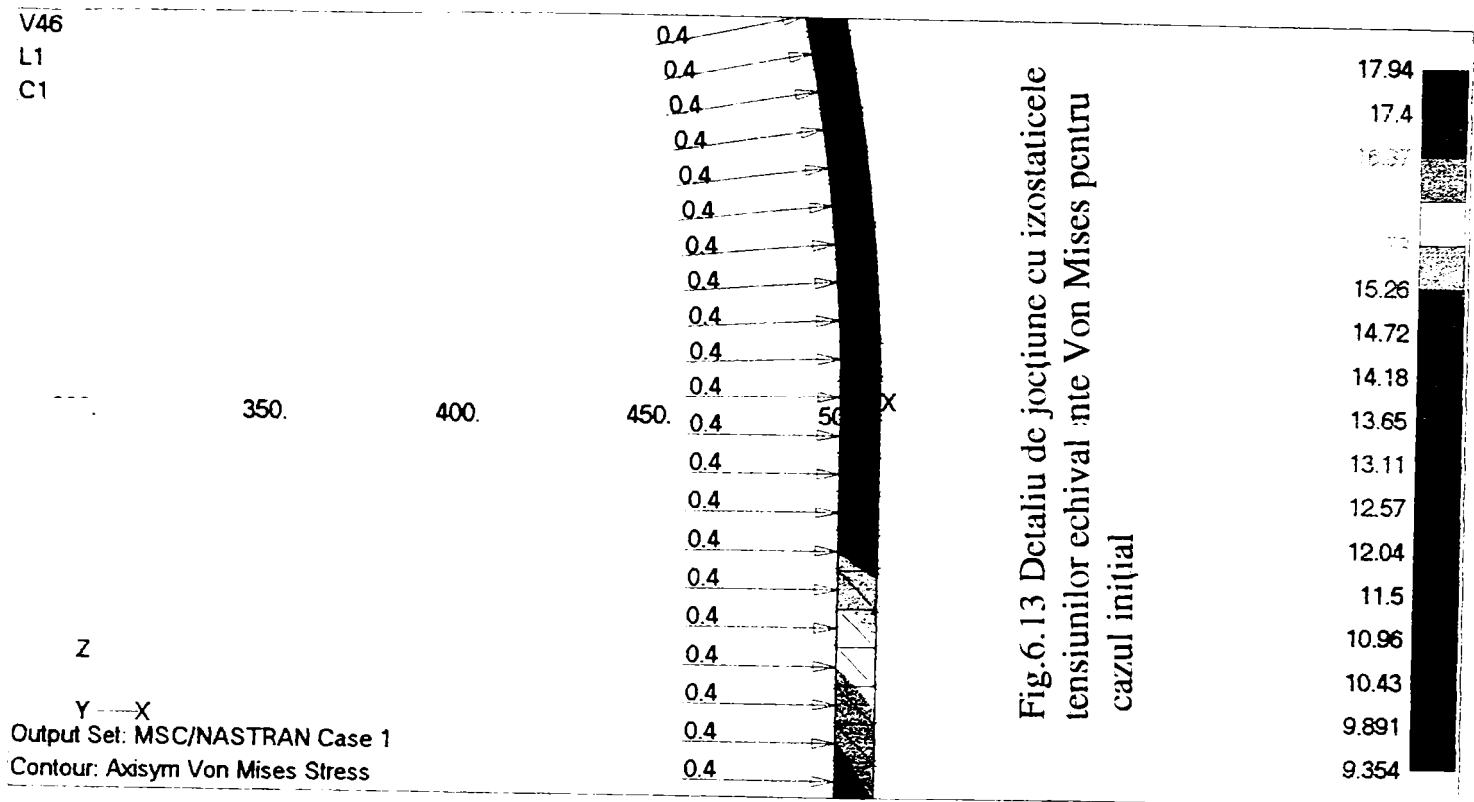


Fig.6.12 Graficul tensiunilor echivalente Von Mises pentru profil optimizat 2



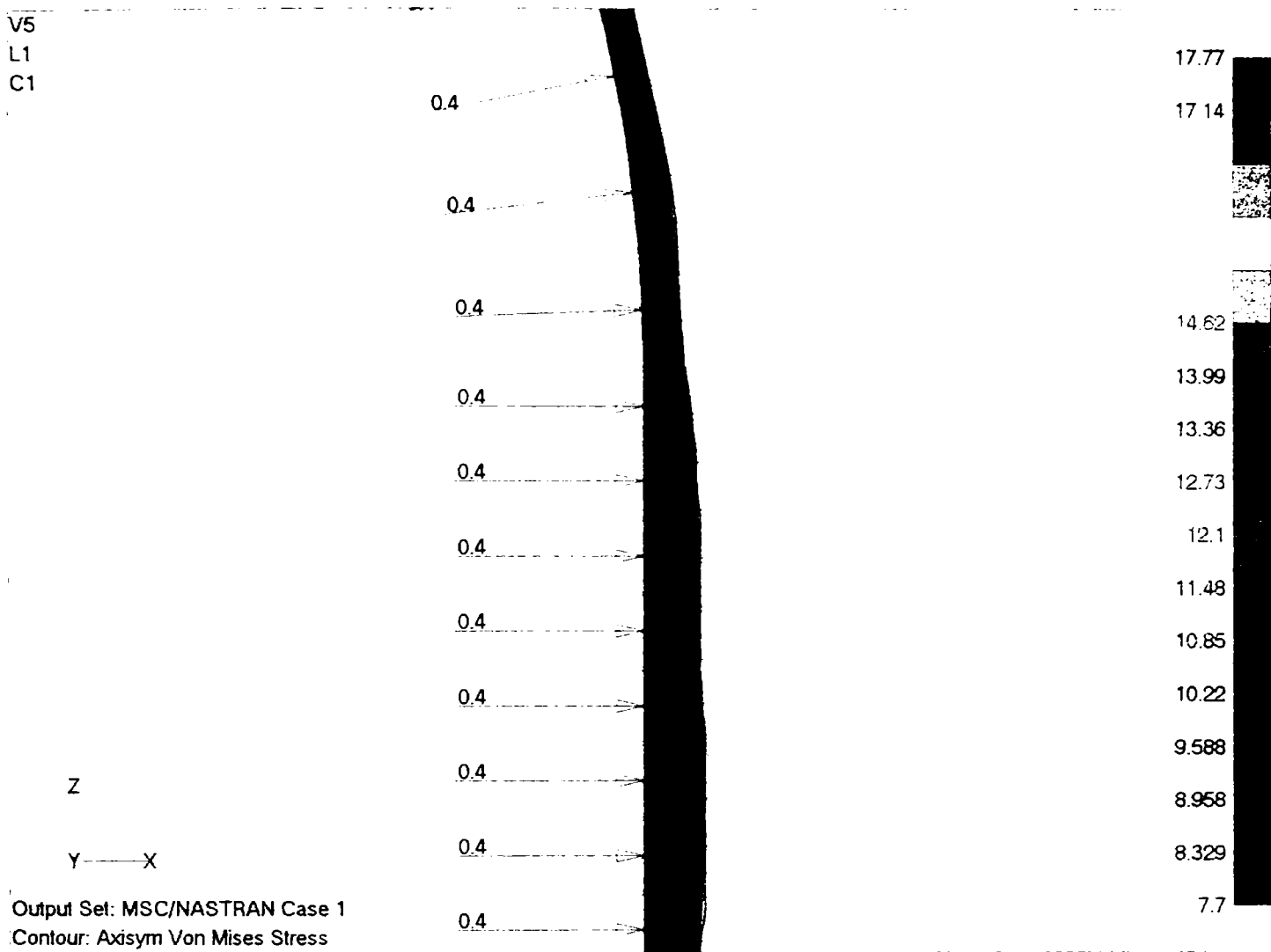


Fig.6.15 Detaliu de jonctiune cu izostaticile tensiunilor echivalente pentru profil optimizat 2

### 5. REZULTATE ȘI CONCLUZII

O imagine concludentă asupra rezultatelor obținute pentru cazul particular studiat este prezentată sintetic în tabelul 6.1 care prezintă comparativ valorile tensiunilor echivalente Von Mises obținute pentru profilul inițial și cele două cazuri de optimizare studiate, cât și relativ la deplasările totale în cele trei situații, prezentându-se totodată și procentual abaterile valorilor prezentate față de valorile existente în situația inițială.

Tabelul 6.1 Valorile tensiunilor echivalente Von Mises și deplasărilor pentru profilul inițial, optimizat 1, optimizat 2

N r.	Mărime	profil inițial	profil optimizat 1 $\sigma_{admax} = 17.87\text{MPa}$	profil optimizat 2 $\sigma_{admin} = 8.82\text{MPa}$	abatere la % optimizat 1 față de profil inițial	abatere % optimizat 2 față de profil inițial
1	$\sigma_{mis\ max}$	17.82 Mpa	18.3 Mpa	9.707 Mpa	+2,6%	+4.8%
2	$\sigma_{mis\ min}$	9.35 Mpa	16.5 Mpa	8.75 Mpa	-6%	-6.2%



3	$\delta_{max}$	1.247	1.249	0.673	0%	25%
4	$\delta_{min}$	0.536	0.895	0.486	-29%	-10%
5	$\Delta\sigma$ (1-2)	8.47 MPa	1.8 MPa	1.002 MPa	21%	11.8%
6	$\Delta\delta$ (3-4)	0.711	0.354	0.187	49%	26.5%

Pentru profilul studiat în primul caz de optimizare rezultă o abatere a valorilor echivalente Von Mises de la valoarea acceptată pentru optimizare  $\sigma_{admax} = 17.82$  Mpa de maxim - 6% și minim de 2,6% , iar în cazul al doilea de optimizare abaterea valorilor tensiunilor echivalente Von Mises de la valoarea admisă pentru optimizare  $\sigma_{admin} = 9.35$  Mpa este de maxim -6.2% și minim +4.8%. La o analiză a valorilor deplasărilor se constată că în situația de optimizare 1 valoarea deplasărilor maxime se situează în intervalul de abatere 0% și -29% iar pentru situația de optimizare 2 intervalul de abatere a deplasărilor totale este de -10% și 25%.

Relativ la variația tensiunilor echivalente Von Mises  $\Delta\sigma = \sigma_{vmis\ max} - \sigma_{vmis\ min}$  pentru profilul inițial aceasta este de 8.47 Mpa , pentru profilul optimizat 1  $\Delta\sigma = 1.8$  Mpa și această valoare reprezintă 21% din valoarea  $\Delta\sigma$  a profilului inițial ; pentru profilul optimizat 2  $\Delta\sigma = 1.002$  Mpa ceea ce reprezintă 11.8% din valoarea  $\Delta\sigma$  a profilului inițial.

Se apreciază că rezultatele obținute sunt bune marja intervalului de abatere  $\Delta\sigma$  pentru cele două tipuri de optimizare fiind mică subliniindu-se că aceste diferențe sunt ca urmare a erorilor de calcul ce apar în desfășurarea calculelor și anume erori de trunchiere și rotunjire generate ca urmare a utilizării metodei numerice iterative de rezolvare a problemei existând posibilitatea de îmbunătățire prin aplicarea unor metode numerice mai performante.

### 6.3 Analiza stării de tensiune în domeniul elastic liniar cu NASTRAN V4.0 pentru o structură de învelitoare cilindru-cupolă sferică optimizată , supusă la o presiune axial simetrică uniformă

Metoda de optimizare propusă de către D.A.T.Florea [46] privind designul unei învelitori subțiri cilindru - cupolă sferică supusă la presiune internă axial-simetrică uniformă are drept scop realizarea unei structuri care să prezinte o stare uniformă de tensiune și deformare pe întreg învelișul fără salturi de tensiune și deformare , punându-se drept restricție de comportament o tensiune care se dorește a fii realizată în structură. Metoda de optimizare are la bază calculul analitic al tensiunilor care apar în structură care s-a realizat cu programul de calcul OPTIMES [45] scris în limbajul Turbo Pascal V 6.0 și care furnizează în final coordonatele conturului exterior al structurii optimizate.

#### 6.3.1. Analiza stării de tensiune a modelului optimizat cu programul NASTRAN V 4.0

Structura de învelitoare cilindru-cupolă sferică analizată are elementele geometrice : raza interioară a cupolei și cilindrului  $R = 500 \text{ mm}$  , lungime cilindru  $l = 500 \text{ mm}$  , caracteristici de material, modulul de elasticitate al lui Young  $E = 7.E+3$  , coeficientul lui Poisson  $\mu = 0.34$  , presiune  $p = 0.4 \text{ Mpa}$ . Coordonatele carteziene corespunzătoare celor 70 de puncte ale învelișului optimizat prin programul OPTIMES [45] , a căror valori  $X_{oi}, Y_{oi}, i=1..70$  sunt prezentate în tabelul 6.2 , împreună cu valorile razelor corespunzătoare celor 70 de puncte  $R_{eoi,i=1..70}$  s-au obținut în urma rulării programului OPTIMES [143] unde s-a impus drept restricție de comportament, tensiunea echivalentă Von Mises de  $17.96 \text{ Mpa}$  pe întreaga învelișul, tensiune ce reprezintă tensiunea maximă echivalentă Von Mises realizată pentru o structură cu caracteristicile prezentate dar de grosime uniformă  $h = 10 \text{ mm}$ .

Tabelul 6.2 prezintă deasemenea și valorile grosimilor învelișului optimizat  $H_{oi,i=1..70}$  corespunzătoare celor 70 de puncte carteziene.

Tabelul 6.2- Valorile coordonatelor carteziene  $X_{oi}, Y_{oi}$ , razelor interioară și exterioară  $R_{ei}$  respectiv  $R_{eoi}$ , grosimea structurii inițiale  $H_i$  respectiv a structurii optimizate  $H_{oi}$

Nr	Xoi [mm]	Yoi [mm]	Rei [mm]	Reoi [mm]	Hi [mm]	Hoi [mm]
1	0.4	1005.62	500	505.62	10	5.62
2	44.45	1003.66	500	505.62	10	5.62
3	88.15	997.87	500	505.62	10	5.62
4	131.19	988.3	500	505.62	10	5.62

5	173.23	975.02	500	505.62	10	5.62
6	213.95	958.12	500	505.62	10	5.62
7	253.04	937.74	500	505.62	10	5.62
8	290.21	914.04	500	505.62	10	5.62
9	325.18	887.18	500	505.62	10	5.62
10	357.67	857.35	500	505.62	10	5.62
11	387.44	825.87	500	506.02	10	6.02
12	414.27	789.88	500	507.25	10	7.25
13	437.95	752.69	500	507.46	10	7.46
14	458.29	713.59	500	508.2	10	8.2
15	475.16	672.85	500	508.77	10	8.77
16	488.41	630.80	500	509.43	10	9.43
17	497.94	587.76	500	509.8	10	9.8
18	504.1	544.08	500	509.8	10	9.8
19	507.25	500	500	510.2	10	10.2
20	508.2	490	500	510.2	10	10.2
21	508.77	480	500	510.2	10	10.2
22	509.43	470	500	510.2	10	10.2
23	509.8	460	500	510.2	10	10.2
24	509.8	450	500	510.2	10	10.2
25	510.2	440	500	510.2	10	10.2
26	510.2	430	500	510.2	10	10.2
27	510.2	420	500	510.2	10	10.2
28	510.2	410	500	510.2	10	10.2
29	510.2	400	500	509.8	10	9.8
30	510.2	390	500	509.8	10	9.8
31	510.2	380	500	509.8	10	9.8
32	510.2	370	500	509.8	10	9.8
33	510.2	360	500	509.8	10	9.8
34	510.2	350	500	509.8	10	9.8
35	509.8	340	500	509.8	10	9.8
36	509.8	330	500	509.8	10	9.8
37	509.8	320	500	509.8	10	9.8

38	509.8	310	500	509.8	10	9.8
40	509.8	300	500	509.8	10	9.8
41	509.8	290	500	509.8	10	9.8
42	509.8	280	500	509.8	10	9.8
43	509.8	270	500	509.8	10	9.8
44	509.8	260	500	509.8	10	9.8
45	509.8	250	500	509.8	10	9.8
46	509.8	240	500	509.8	10	9.8
47	509.8	230	500	509.8	10	9.8
48	509.8	220	500	509.8	10	9.8
49	509.8	210	500	509.8	10	9.8
50	509.8	200	500	509.8	10	9.8
51	509.8	190	500	509.8	10	9.8
52	509.8	180	500	509.8	10	9.8
53	509.8	170	500	509.8	10	9.8
54	509.8	160	500	509.8	10	9.8
55	509.8	150	500	509.8	10	9.8
56	509.8	140	500	509.8	10	9.8
57	509.8	130	500	509.8	10	9.8
58	509.8	120	500	509.8	10	9.8
59	509.8	110	500	509.8	10	9.8
60	509.8	100	500	509.8	10	9.8
61	509.8	90	500	509.8	10	9.8
62	509.8	80	500	509.8	10	9.8
63	509.8	70	500	509.8	10	9.8
64	509.8	60	500	509.8	10	9.8
65	509.8	50	500	509.8	10	9.8
66	509.8	40	500	509.8	10	9.8
67	509.8	30	500	509.8	10	9.8
68	509.8	20	500	509.8	10	9.8
69	509.8	10	500	509.8	10	9.8
70	509.8	0	500	509.8	10	9.8

Datele obținute în urma rulării programului OPTIMISES prezentate în tabelul 6.2 au

---

fost folosite la obținerea structurii supusă analizei stării de tensiune prin metoda FEA cu programul NASTRAN V.4.0. Structura a fost discretizată în 80 de elemente finite uniform distribuite de tip CTRIA6. Pentru obținerea conturului extern al structurii optimizate s-au folosit coordonatele carteziene calculate prin programul OPTIMES [143], conturul fiind obținut prin aproximarea cu curbe spline, facilitate prezentată de programul NASTRAN V 4.0. Structura cu elemente finite utilizată pentru analiza de tensiune este prezentată în fig.6.16a cu detalii de structură vizibile în fig.6.16b relativ la calotă iar în fig.6.16c și fig.6.16d cu detalii relativ la joncțiune respectiv cilindru. Izostaticile tensiunilor echivalente Von Mises în modelul optimizat obținute cu programul NASTRAN V 4.0 sunt prezentate în fig.6.17a pentru calota sferică, fig.6.17b pentru joncțiune și fig.6.17c pentru cilindru.

Graficele tensiunilor echivalente Von Mises sunt prezentate în fig.6.18a unde se evidențiază valorile maxime și minime pentru fiecare grafic, iar în fig.6.18b se prezintă același grafic cu specificarea numărului elementului pentru care se realizează valorile maxime și minime.

Detalii privind tensiunile echivalente Von Mises în zona de solicitare extremă unde se observă că tensiunea maximă este de 18.3 Mpa iar tensiunea minimă este de 16.7 Mpa se prezintă în fig.6.18c, iar în fig.6.18d se prezintă același grafic cu precizarea elementului în care tensiunea echivalentă are valoarea maximă respectiv minimă și anume elementul 39 respectiv 31.

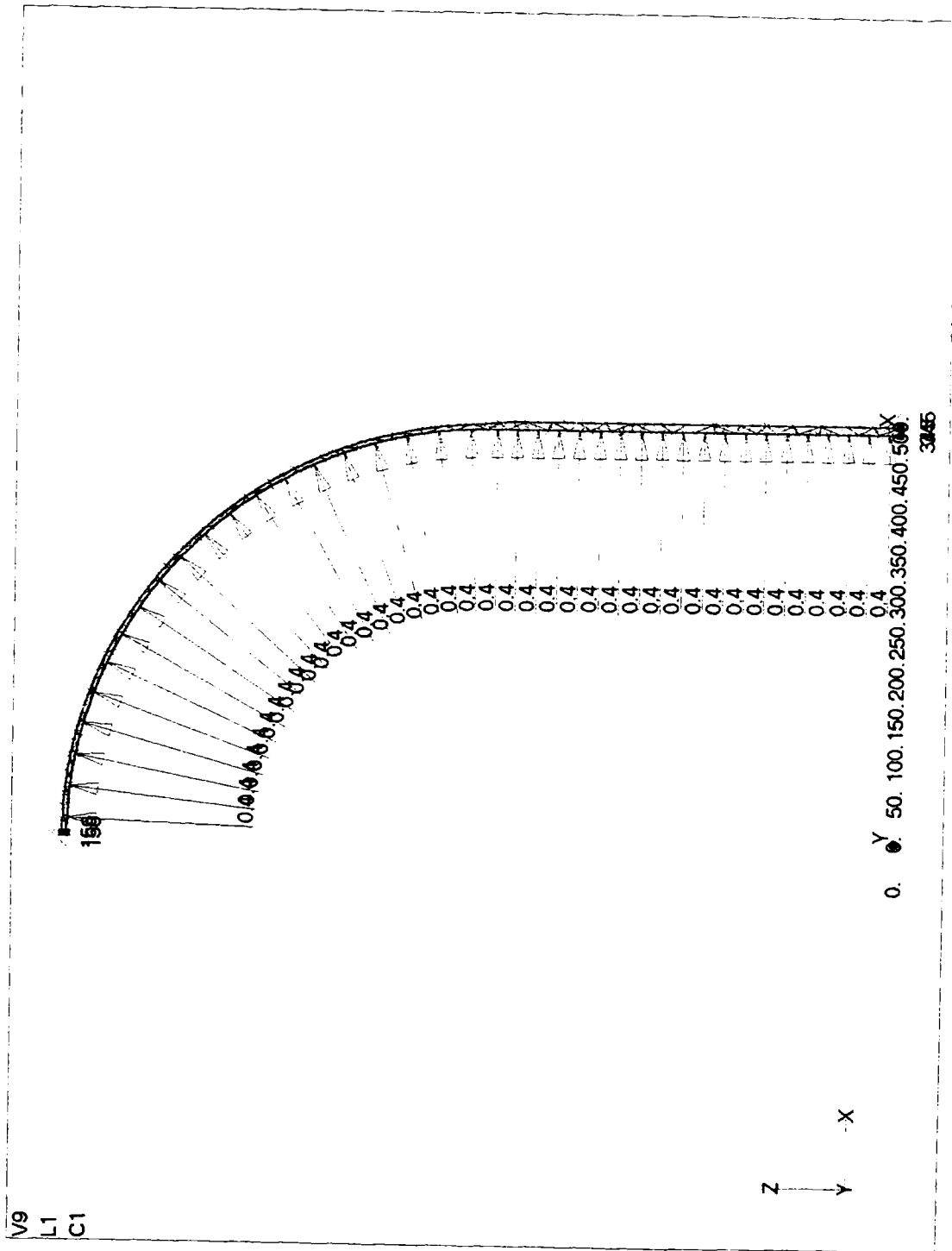
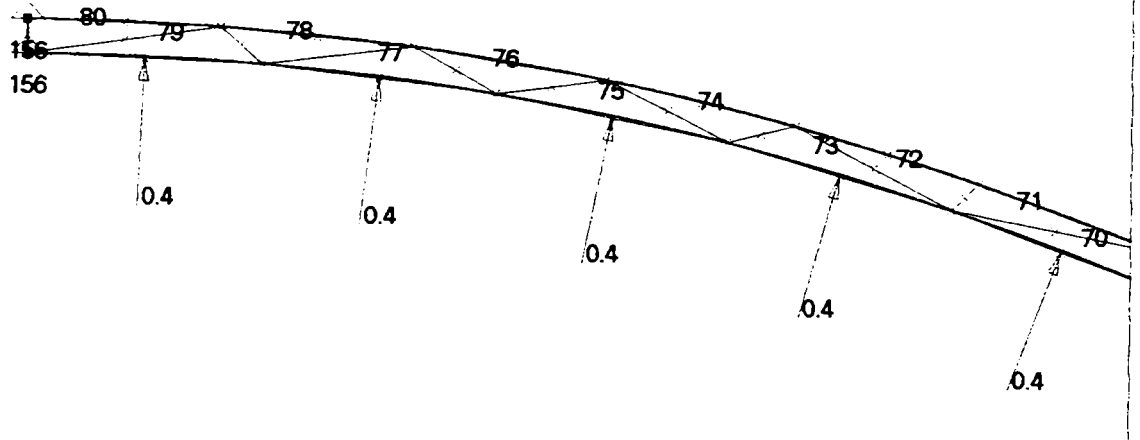


Fig.6.16a Structură de elemente finite pentru învelișul optimizat

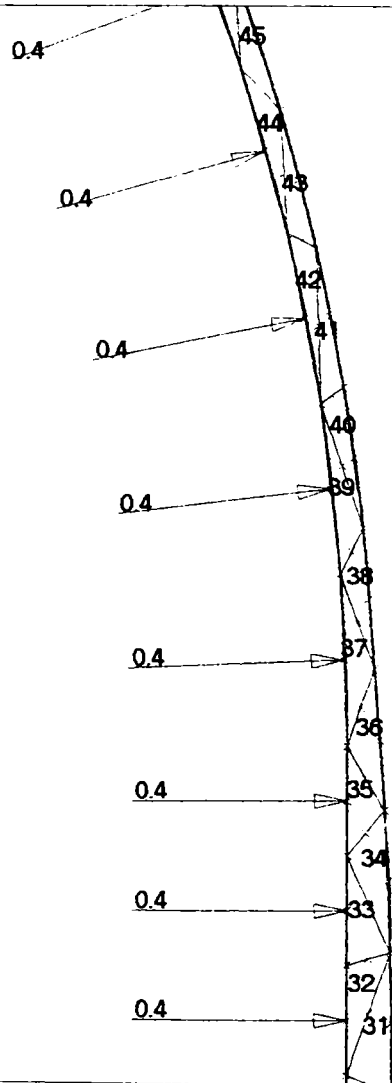
V8  
L1  
C1

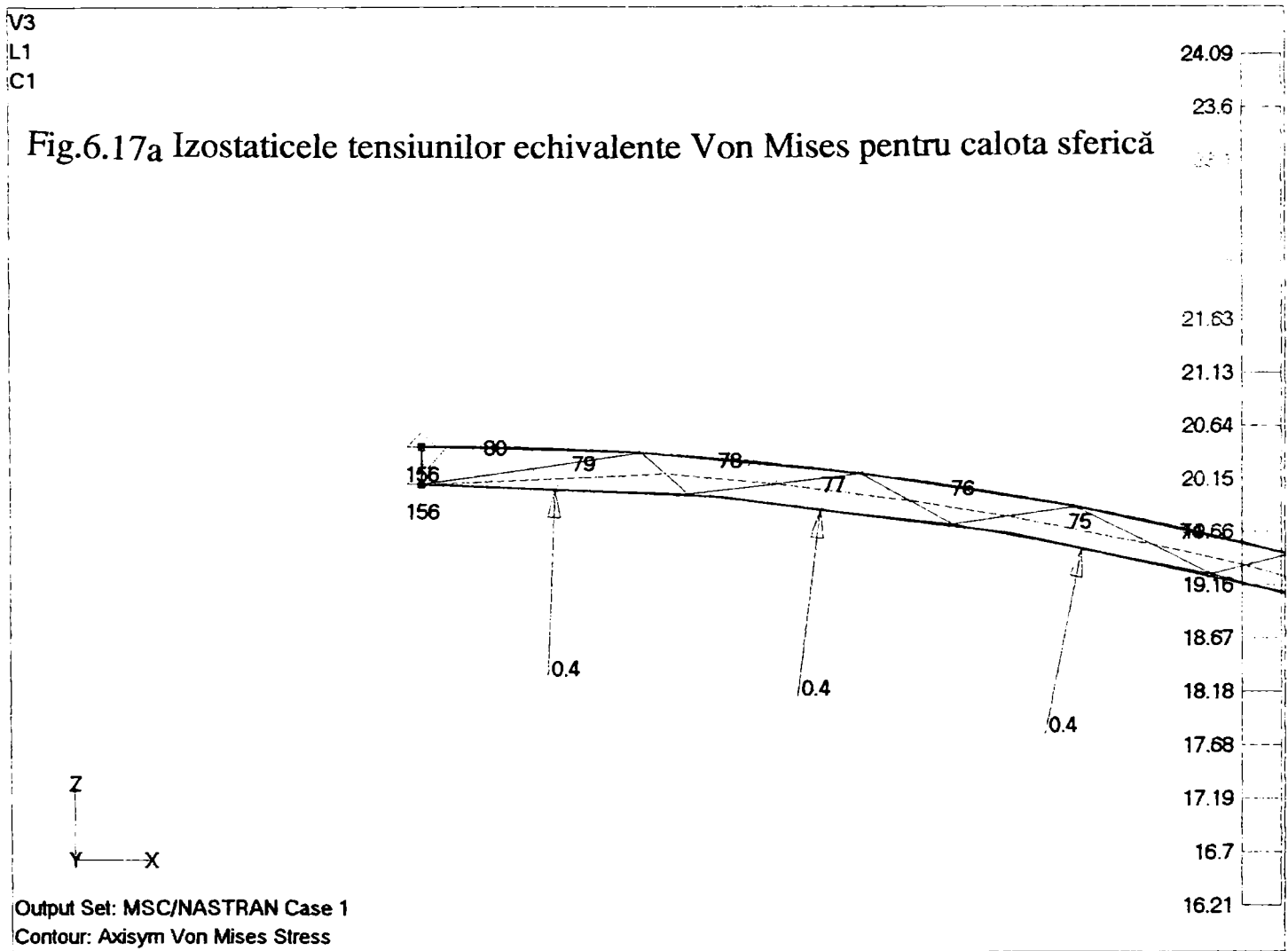
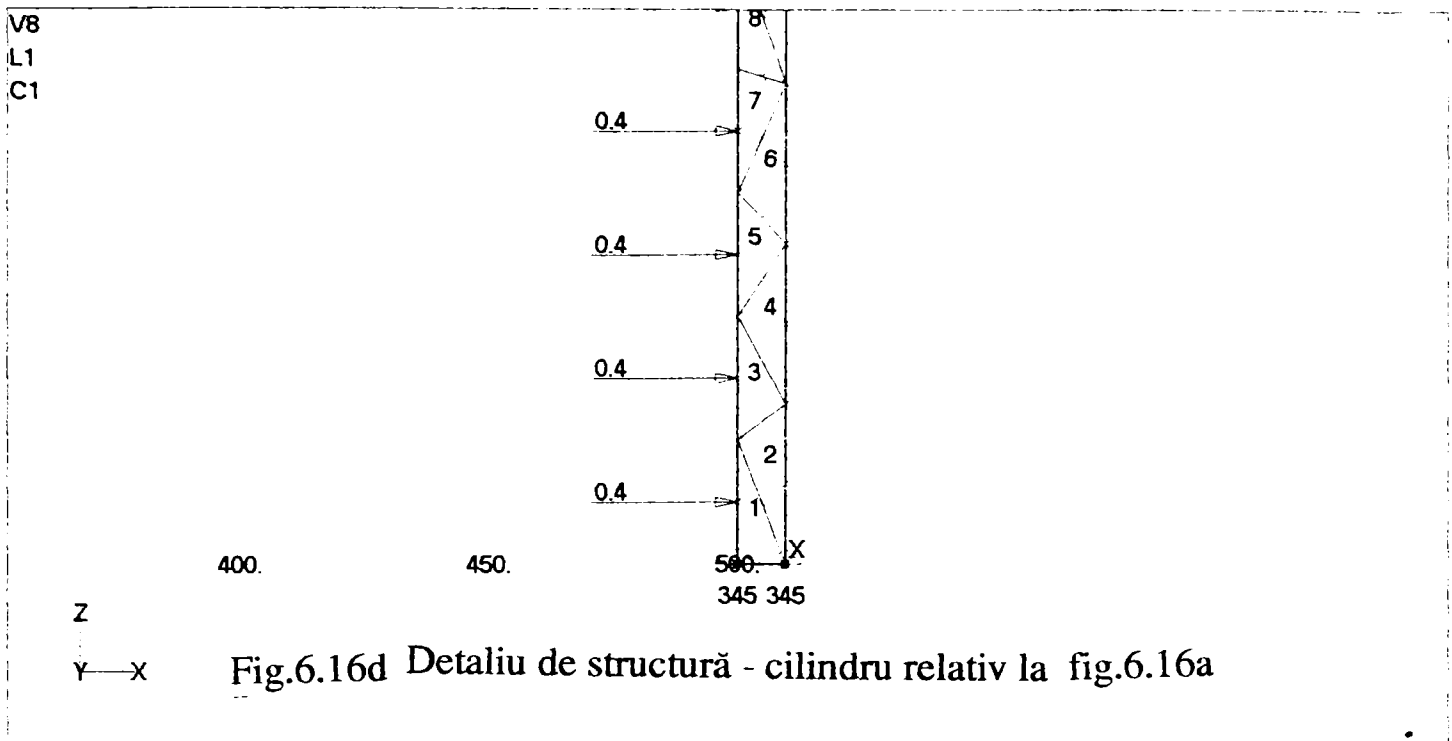
Fig.6.16b Detaliu de structură - calotă  
----- v ----- fig...16a



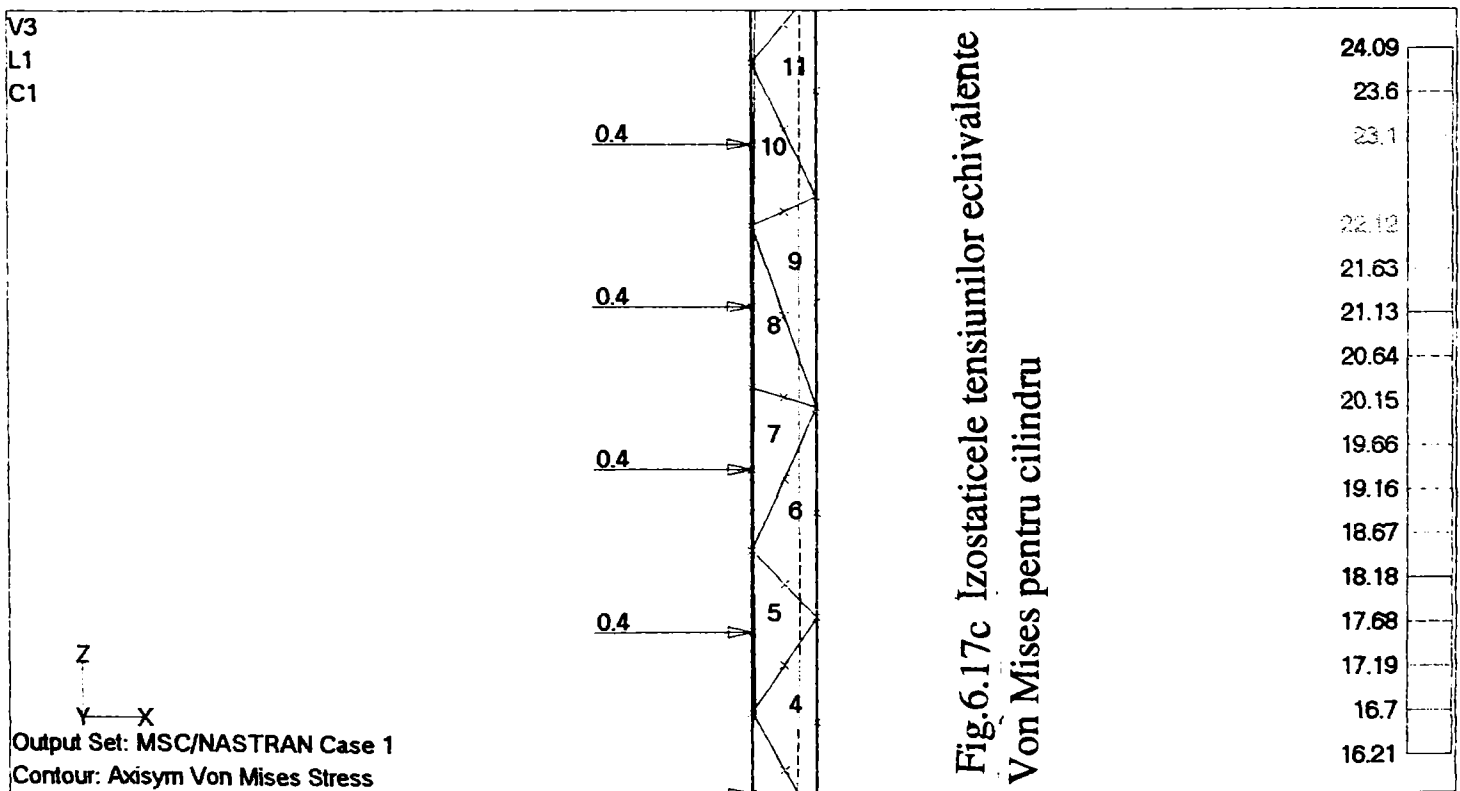
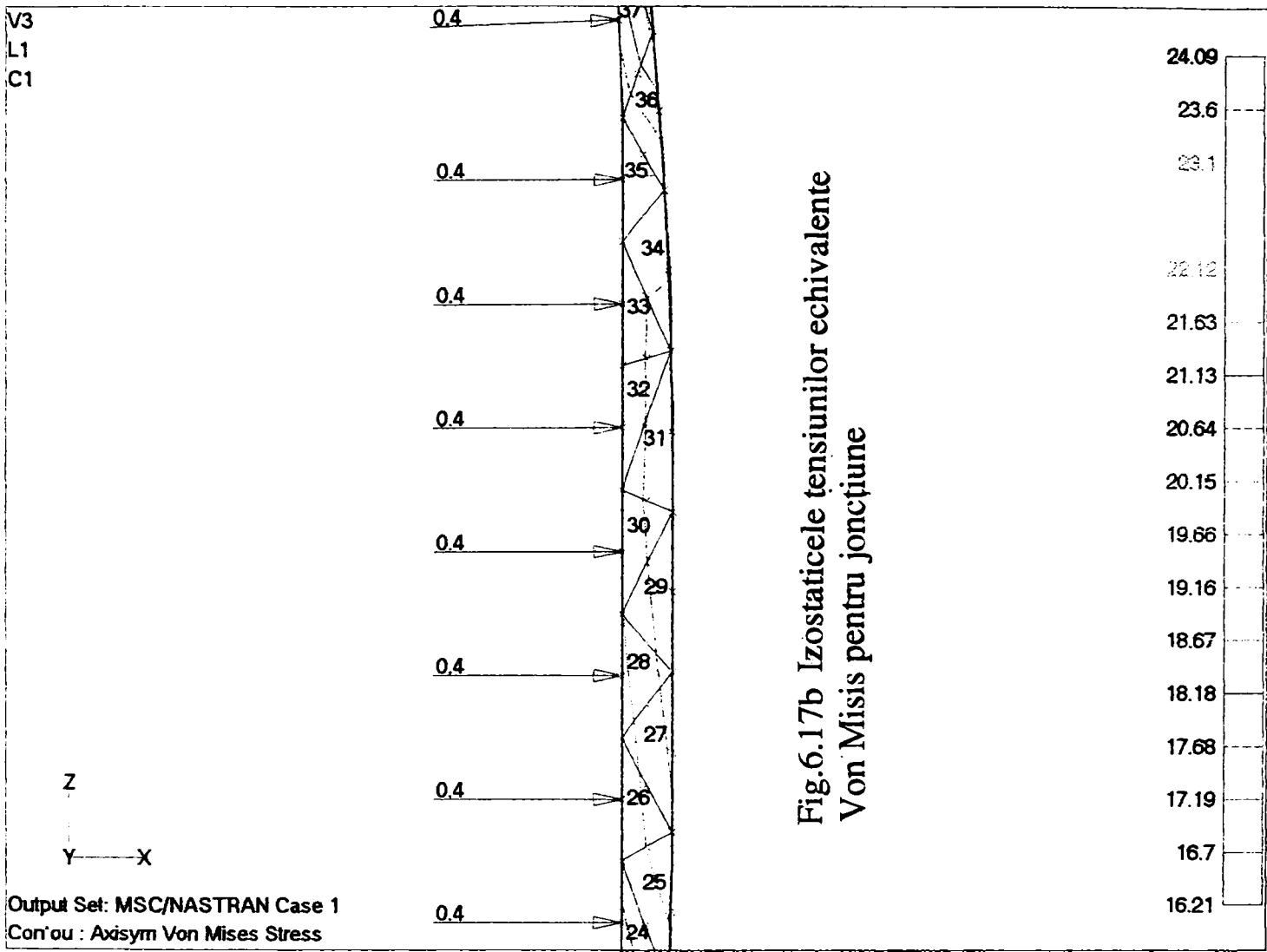
V8  
L1  
C1

Fig.6.16c Detaliu de structură - joncțiune  
relativ la f fig.6.16a









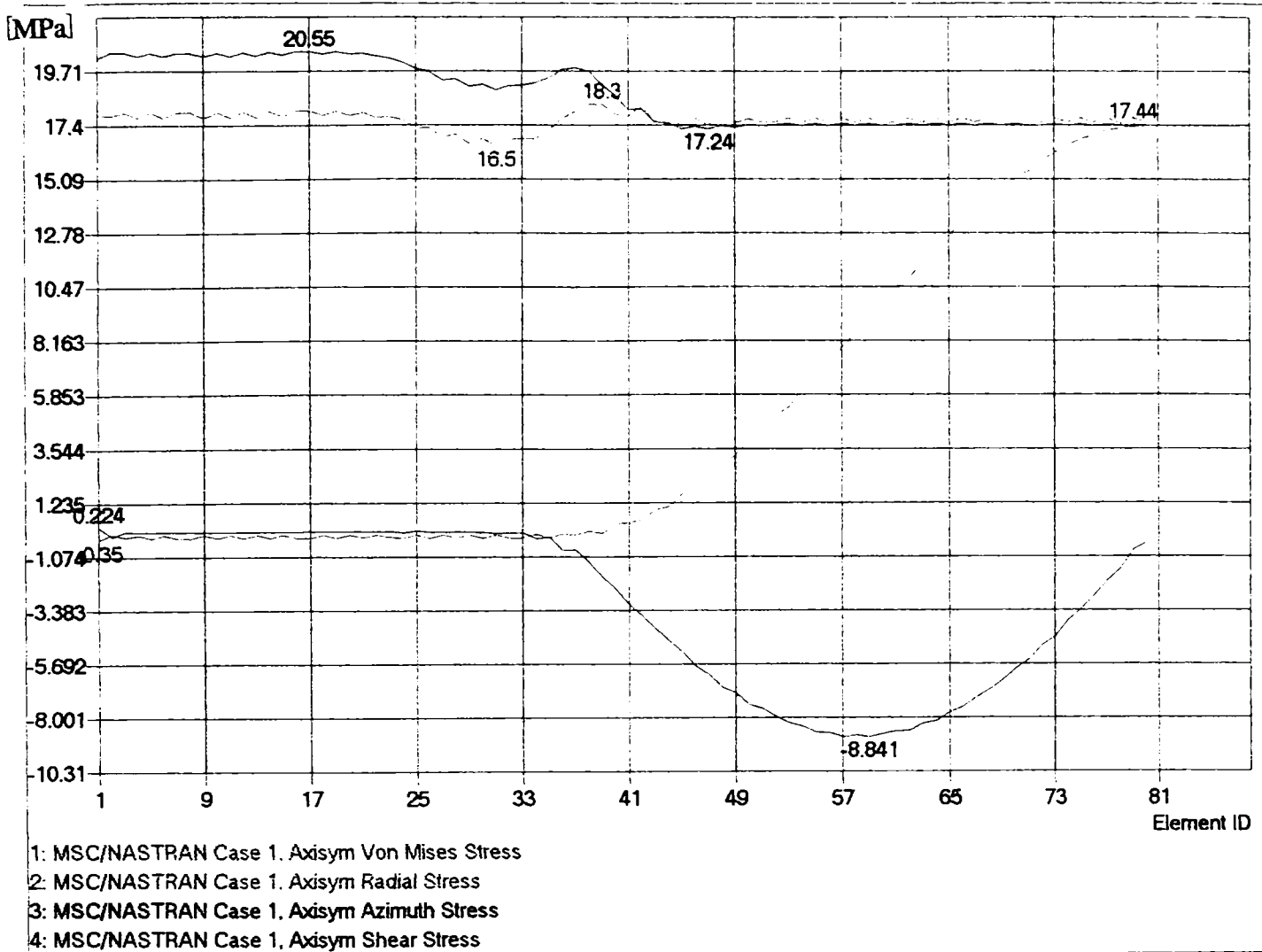


Fig.6.18a Graficul tensiunilor echivalente Von Mises pentru structura optimizată

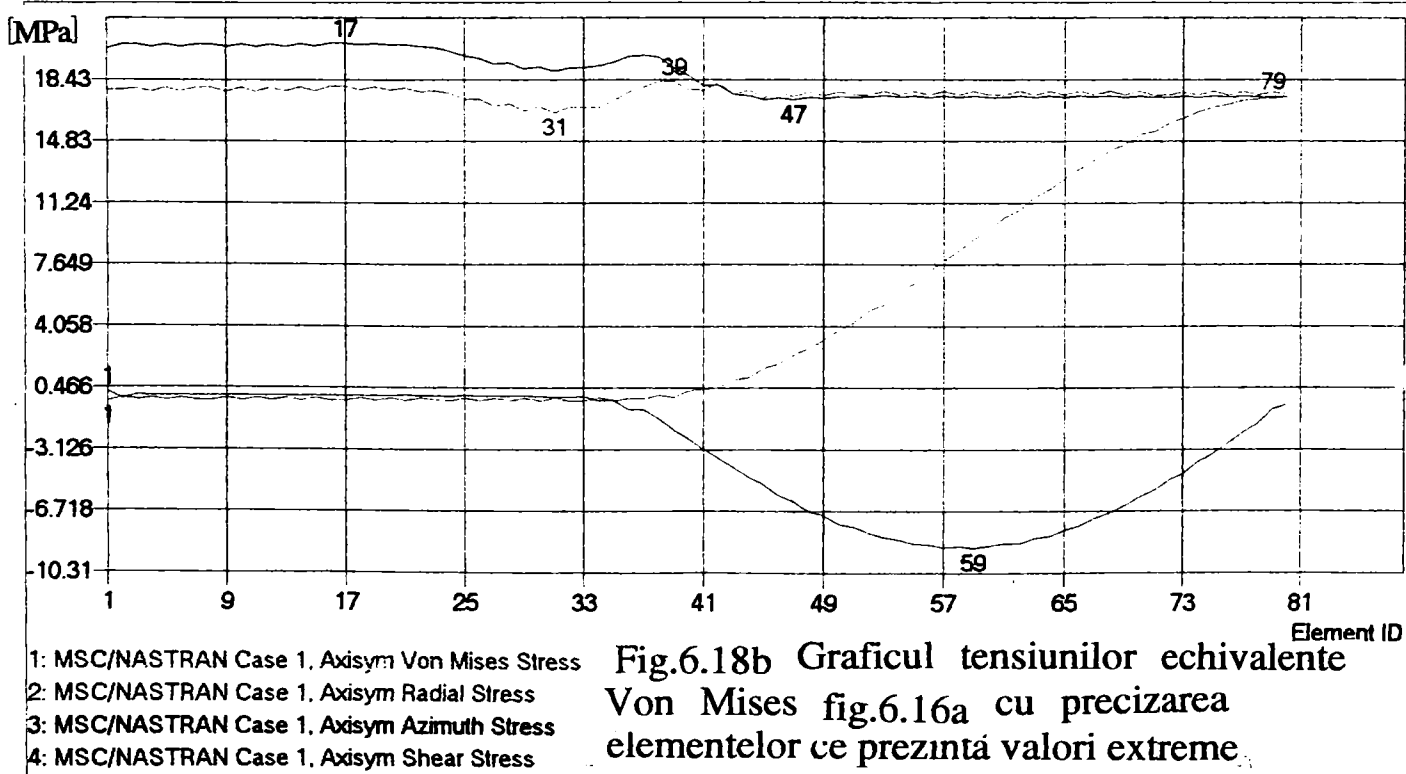


Fig.6.18b Graficul tensiunilor echivalente Von Mises fig.6.16a cu precizarea elementelor ce prezintă valori extreme

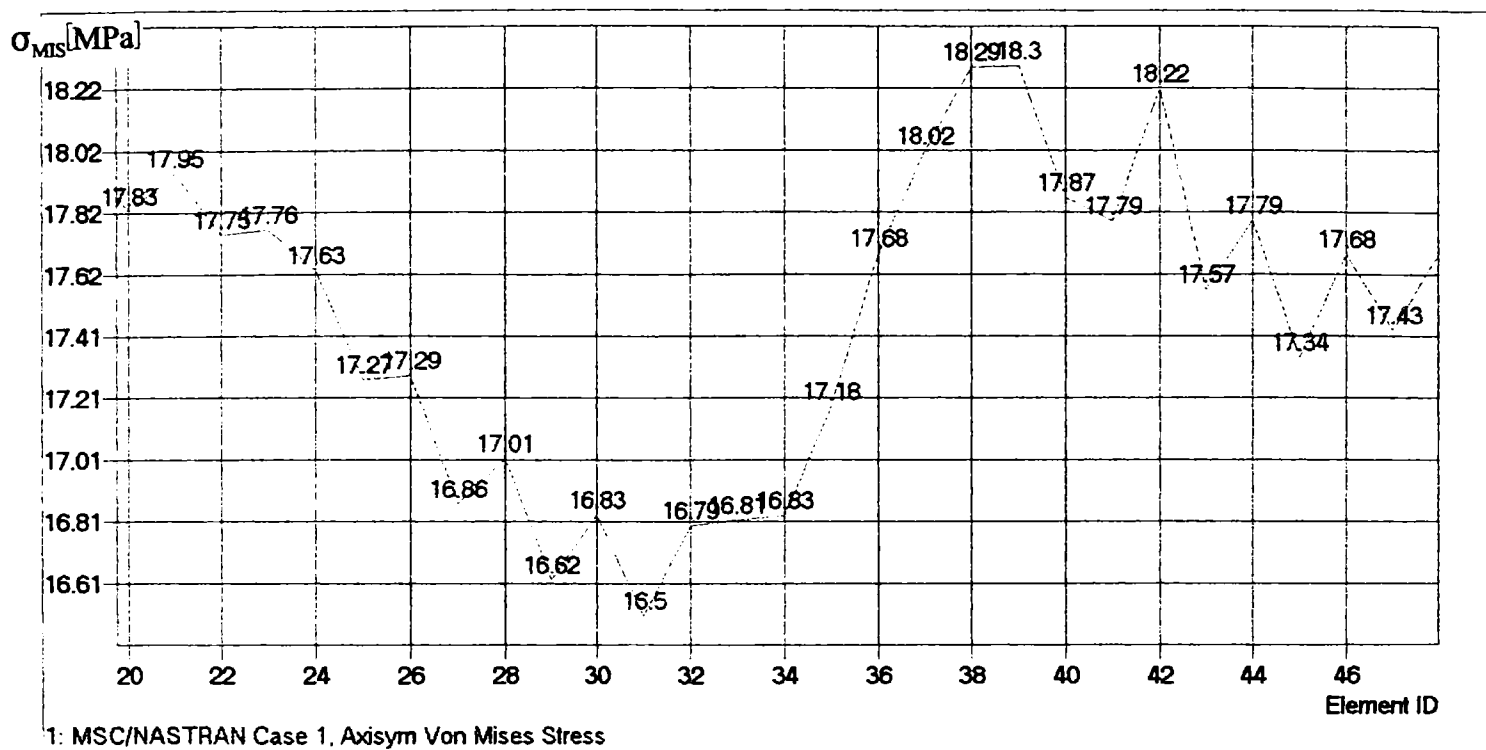


Fig.6.18c Detaliu privind graficul din fig. 6.18a

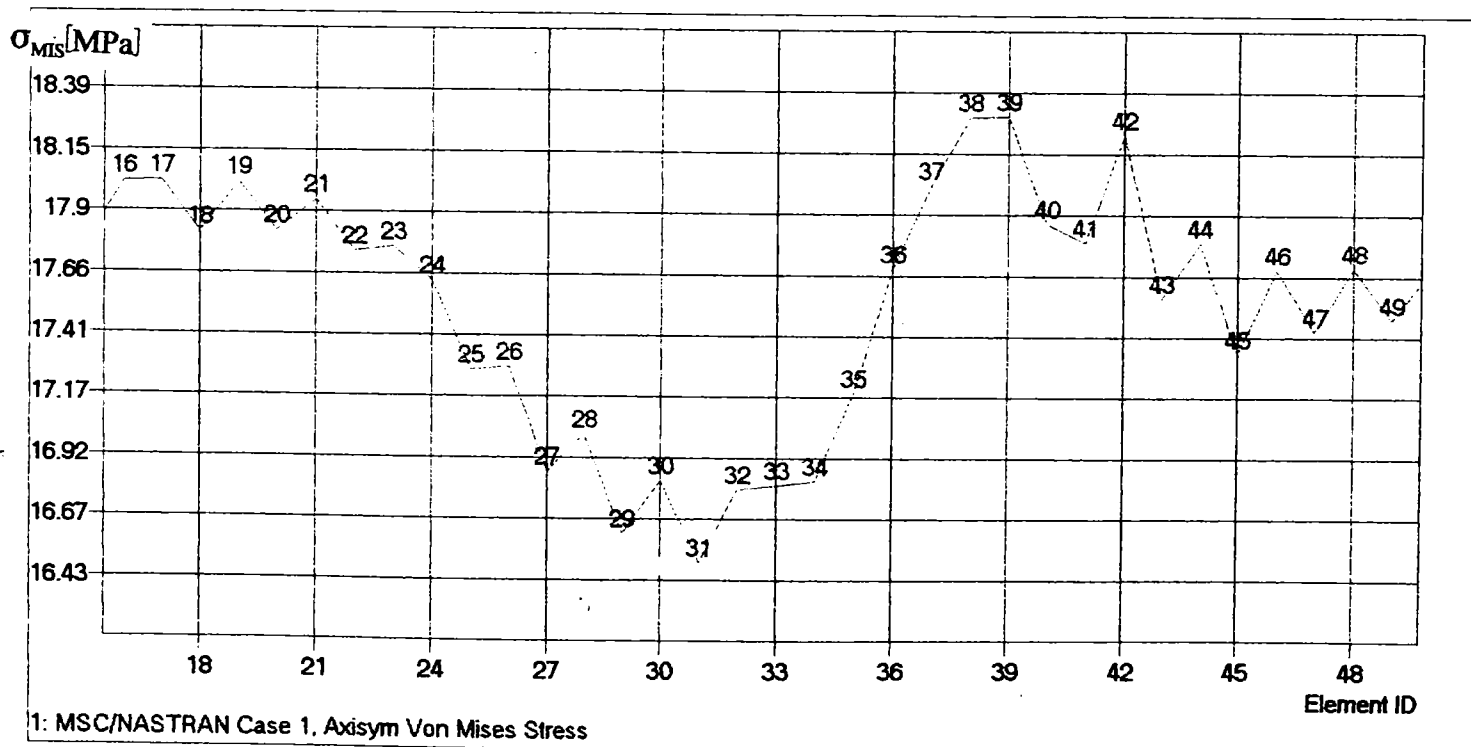


Fig.6.18d Detaliu 2 privind graficul din fig.6.18b

---

### 6.3.2. Concluzii

Analiza stării de tensiune cu programul Nastran V 4.0 evidențiază pentru structura de cupolă sferă-cilindru o variație a tensiunilor echivalente Von Mises cuprinsă în intervalul 16.5 și 18.3 Mpa , valoarea maximă de 18.3 Mpa manifestându-se la elementul cu numărul 39 pe partea internă din cupola sferică iar valoarea minimă este de 16.5 Mpa în elementul cu numărul 31 din cilindru pe partea externă a sa, foarte aproape de joncțiune. De menționat că în cilindru cât și în hemisferă se manifestă în intervalul de variație cuprins între elementele 31 și 39 o valoare a tensiunii echivalente Von Mises aproape constantă, în cilindru , valorile fiind în medie de 18 Mpa pe fața externă iar în cupolă în medie de 17.72 Mpa pe fața externă după cum se vede în fig.6.18a și fig.6.18b Saltul apărut este datorat erorilor de calcul generate de metoda de calcul care s-a aplicat la obținerea coordonatelor profilului analizat prin rularea programului OPTIMISES[46] Se subliniază și faptul că numărul de puncte generate pentru realizarea conturului exterior prin funcții spline influențiază forma conturului și cu cât numărul de puncte este mai mare aproximarea prin funcții Spline este mai bună.

---

## 6.4 Studiu de design pentru învelitoarea subțire emisferă - cilindru supusă la presiune internă axial simetrică uniformă

La ora actuală referitor la calculul de construire a vaselor cu pereți subțiri cu privire la rezistența lor în scopul determinării siguranței minime a instalației există 2 teorii [19]:

1) calculul de rezistență conform teoriei elasticității în care rezistența se determină pe baza teoriei elasticității în care rezistența se determină pe baza valorii limită a tensiunii pe care piesa o poate suporta fără ca să se distrugă

2) calculul de rezistență conform teoriei plasticității în care rezistența este determinată de valoarea limită a sarcinii pe care piesa o poate suporta fără ca să capete deformații remanente.

Aceste teorii sunt deduse din faptul că practica a arătat că unele materiale supuse un timp îndelungat unei solicitări de întindere la o tensiune mai mică decât limita de elasticitate a materialului se deformează continuu și remanent, putând ajunge ușor să se rupă mai ales dacă sunt îndeplinite și anumite condiții de temperatură. Acest fenomen de curgere lentă a materialului se numește fluaj.

Metoda de calcul a rezistenței după teoriile limită justificată la prima vedere se bazează pe presupunerea că în toate porțiunile piesei sau construcției, materialul de găsește într-o stare de elasticitate și niciunde nu se depășește limita de curgere a materialului  $\sigma_c$ .

În realitate materialul diferitelor părți componente ale recipientelor este solicitat neuniform de exemplu fundul sau joncțiunea învelitorilor.

Dacă la baza calculului de rezistență după teoriile limită stă tensiunea maximă care apare în porțiunea cea mai solicitată și care cuprinde un volum mic de material, aceasta va conduce fără îndoială la un consum prea mare de material în momentul proiectării. Din această cauză în mod uzual la calculul privind construcția după teoria limită se face luând ca bază teoriile medii de exemplu tensiunile de membrană la construcțiile cu pereți subțiri, fără a lua în considerație existența unor tensiuni locale foarte intense. Dezavantajul acestei metode constă în faptul că rezerva reală de rezistență în unele porțiuni ale construcției rămâne neprecizată fiind neclară.

Deasemenea designerul este obligat să urmeze economia de material și să nu admită consumuri nejustificate și deasemenea să realizeze o construcție stabilă, care să se poată menține dacă solicitările variază, fără a determina în nici o parte a corpului depășirea limitei de elasticitate.

Multe din învelișuri sunt încălzite la temperaturi înalte în timpul funcționării. La astfel de temperaturi trebuie să se țină seama de deformația plastică înceată și continuă a materialului sub acțiunea sarcinii, cu toate că sarcina aplicată este constantă și tensiunile din material nu depășesc limita de curgere. Cu cât temperatura este mai înaltă cu atât alungirea piesei la aceeași sarcină are loc mai repede, deformația nu mai

---

este elastică și plastică.

Limita de curgere încetează să mai fie un criteriu de apreciere a stării de tensiune la temperaturi înalte deoarece în urma deformării continue materialul se poate distruge din cauza creșterii deformațiilor în cazul unei perioade de timp, deformații care în anumite zone pot fi foarte mari.

La proiectarea recipientelor se pune drept condiție principală invariabilitatea dimensiunilor elementelor solicitate la diferite sarcini, în cazul temperaturilor înalte se renunță la această condiție și se impune ca valoare finală a deformației plastice să nu treacă peste limita periculoasă.

Din aceste motive se caută tot mai des a se recurge la studii de design pentru determinarea profilului optim care să elimine dezavantajele enumerate cu scopul de a stabili o stare de tensiune uniformă fără vârfuri de tensiune care pot să determine deformări ale învelișului și care să conducă la distrugerea sa, cu un volum minim al recipientului.

#### 6.4.1. Considerații teoretice

Deoarece cu privire la recipientele sub presiune de tip GRP (glass reinforced plastic), British Standard BS4994 se referă la un factor de formă  $k_s$ , precizându-se în cazul capetelor semisferice sub presiune internă, dacă capul cât și fundul este fabricat din același tip de laminat, grosimea semisferei derivată din standarde este 71,5% din grosimea cilindrului și deoarece aceste coduri dădeau mici informații despre designerul regiunii de tranziție pentru diferite grosimi J. Leach [74] a întreprins cercetări cu privire la designul recipientelor de tip GRP pentru învelitoarea cupolă-sferică -cilindru supusă la presiune internă axisimetrică constantă incluzând un număr de 13 cazuri având profile diferite. Cercetările întreprinse în urma unui studiu de 13 cazuri, au evidențiat în urma calculelor analitice ca soluție acceptabilă atât din punct de vedere al distribuției tensiunilor cât și al deformațiilor cât și a ușurinței de realizare practică a designului recipientului configurația din fig.6.19a Parametri geometrici pentru soluția propusă fiind  $D = 1000 \text{ mm}$ ,  $T = 10 \text{ mm}$ ,  $t = 6 \text{ mm}$ ,  $l = 70 \text{ mm}$ , presiunea la care este supus recipientul fiind de  $0.4 \text{ Mpa}$ , rezultatele fiind considerate pentru un material izotrop și omogen având modulul lui Young  $E = 7.E+3 \text{ Mpa}$  și coeficientul lui Poisson  $\nu=0.34$ .

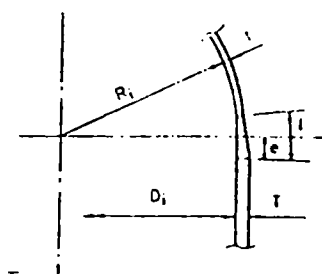


Fig.6.19a recipient cu suprafața din exterior subțiată , deplasată în cilindru cu  $l=35\text{mm}$  și  $t/T=0.6$  , model J.Leach

Graficul tensiunilor circumferențiale  $\sigma_\theta$  și meridiană  $\sigma_\varphi$  determinate cu metoda diferențelor finite este prezentat în fig.6.19b

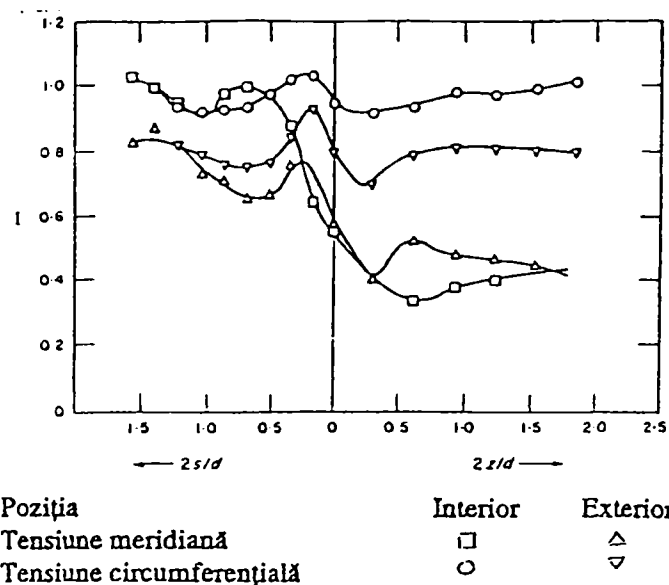


Fig.6.19b Tensiuni circumferențiale și meridiene pentru recipientul din fig.6.19a

Fessler și Lekshminaroyane [26] au studiat recipientul cu grosimea și designul din fig.6.32a. Grosimea la joncțiunea cilindru-cupolă a fost fixată ca media grosimii realizând în acest fel în această zonă de tranziție cu exteriorul un trunchi de con.

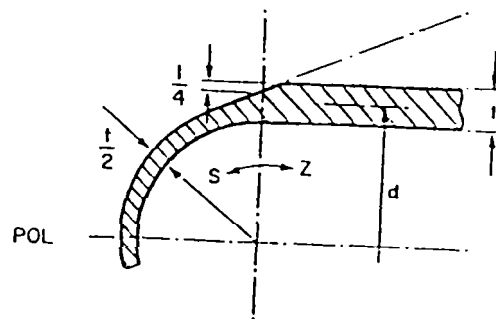


Fig.6.20a Elemente de geometrie pentru recipientul model Fessler și Lekshminaroyane

Graficul tensiunilor circumferențiale  $\sigma_\theta$  și meridiane  $\sigma_\varphi$  pentru structura din fig.6.20a este prezentat în fig.6.20b

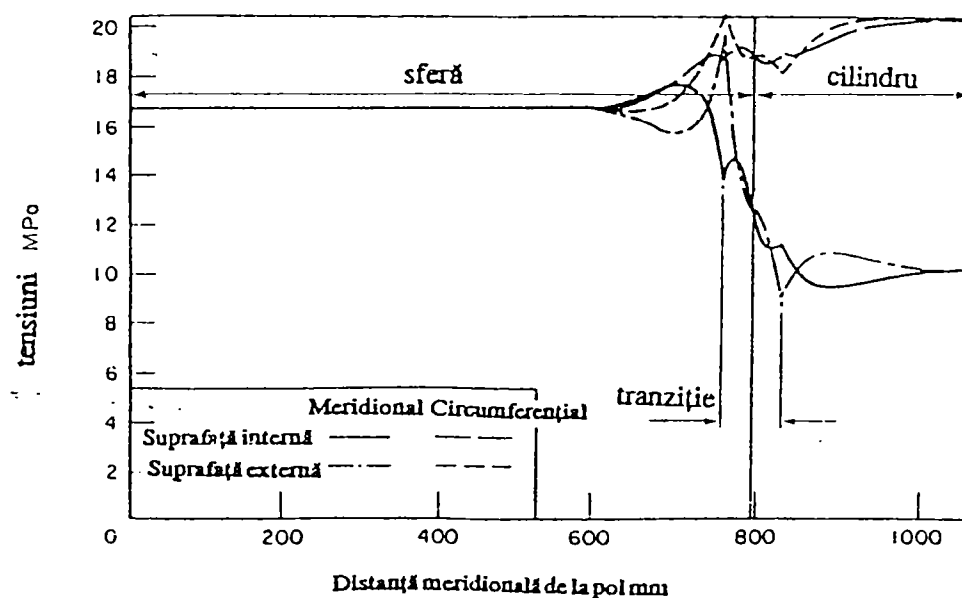


Fig.6.20b Tensiuni în structura din fig.6.20a

Pentru profilul de învelitoare subțire prezentat în fig.6.21a cu parametrii geometrici ;  $R=500$  mm ,  $l = 500$  mm ,  $t = 10$  mm , caracteristici de material  $E=7.E+3$  Mpa și  $\nu = 0.34$  și solicitarea de presiune axial uniformă constantă  $p = 0.4$  Mpa , starea de tensiune caracterizată prin tensiuni echivalente Von Mises studiată prin metoda FEM



cu programul NASTRAN V 4.0 este prezentată în fig.6.21b iar izostaticile tensiunilor echivalente von Mises sunt prezentate în fig.6.21c [142].

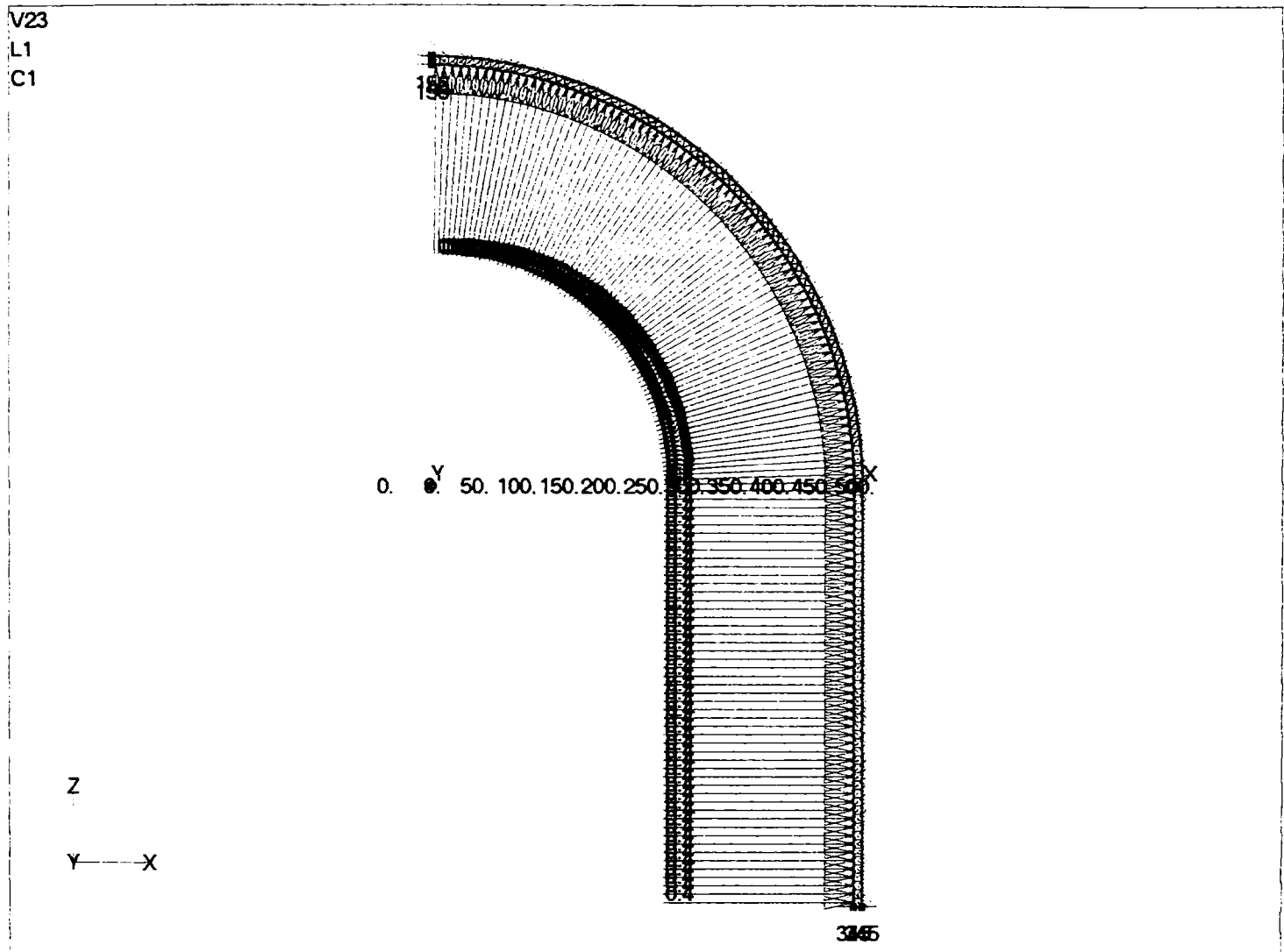


Fig.6.21a Profil de învelitoare subțire cu  $R = 500$  mm ,  $l = 500$  mm ,  $t = 10$  mm discretizat în elemente finite

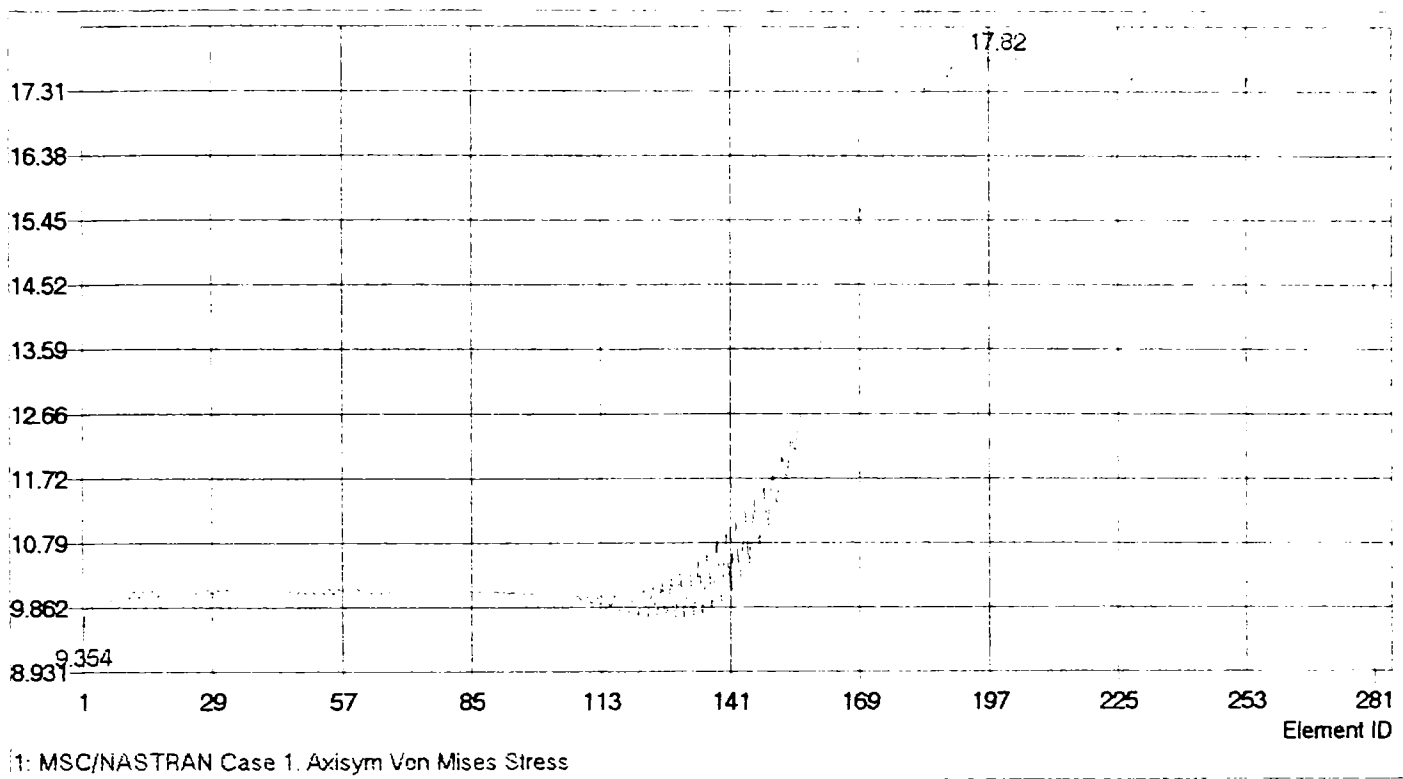
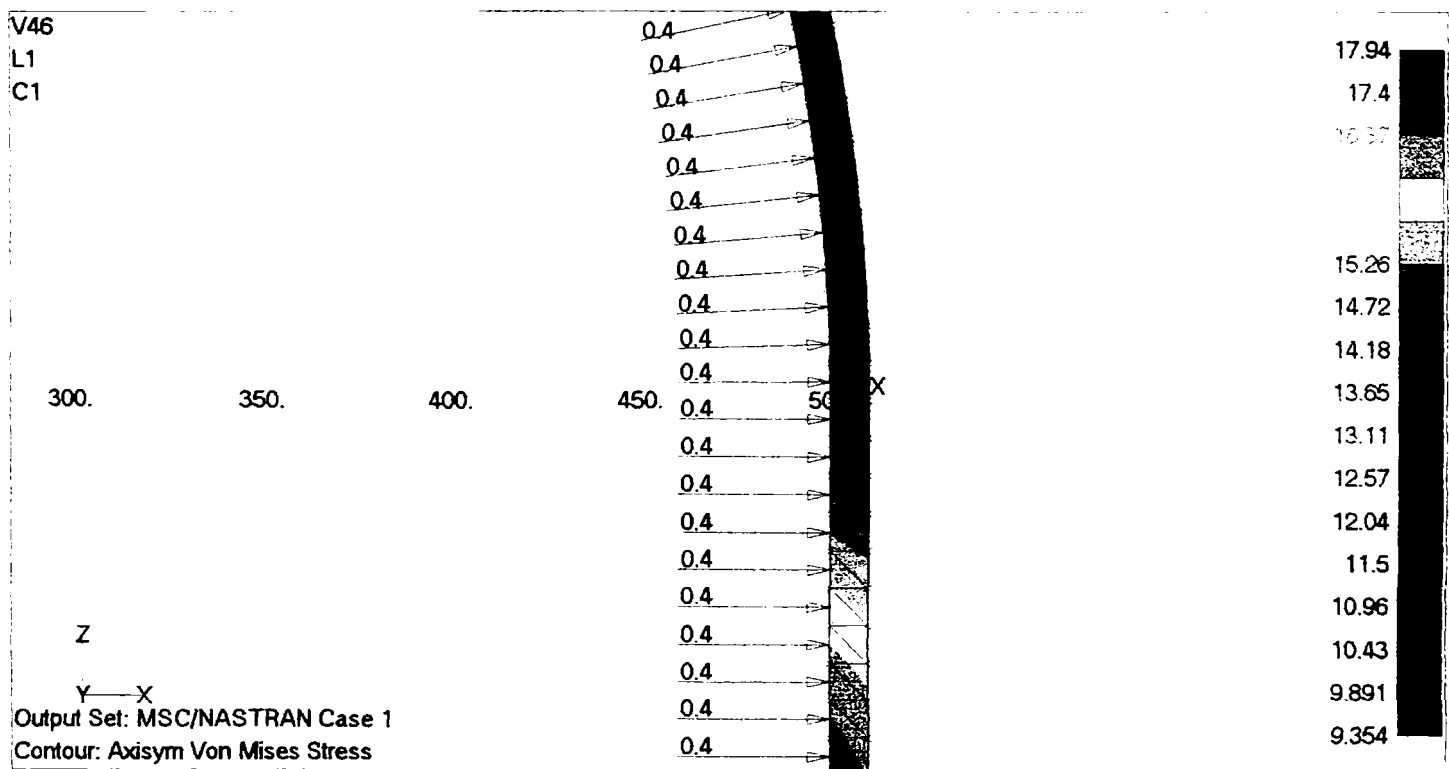


Fig.6.21b Graficul tensiunilor echivalente Von Mises pentru structura din fig.6.21a

Fig.6.21c Izostaticcele tensiunilor echivalente Von Mises pentru structura din fig.6.21a



În urma calculului de optimizare prin metoda propusă , D.Florea [ 45 ] a obținut un profil optim al învelișului exterior cu impunerea condiției solicitării uniforme cât și a deformației uniforme , prezentat în fig.6.22a

Graficul tensiunilor echivalente Von Mises pentru profilul optimizat este prezentat în fig.6.22b , iar izostaticcele tensiunilor echivalente Von Mises sunt prezentate în fig.6.22c Se evidențiază că intervalul de variație al tensiunilor echivalente Von Mises este de 1.8 Mpa.

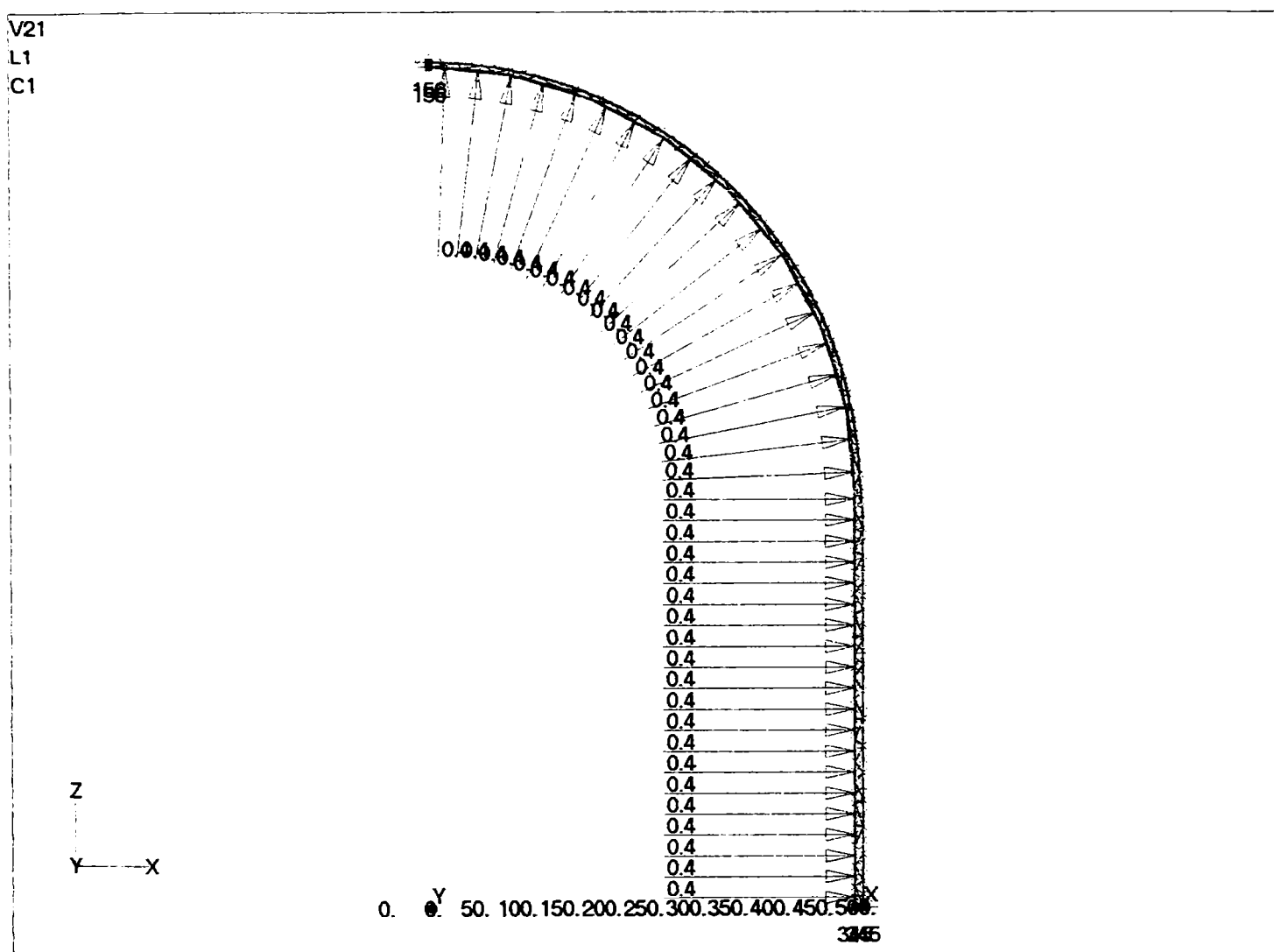
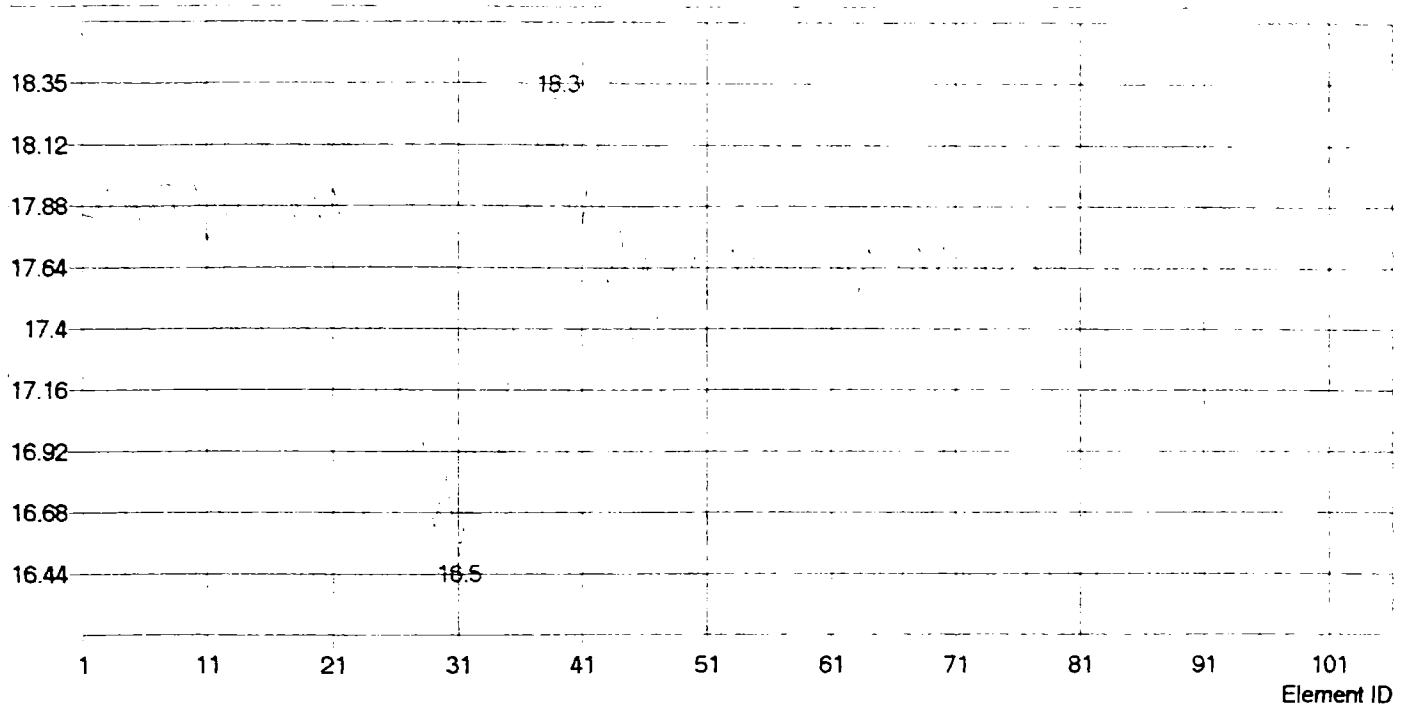
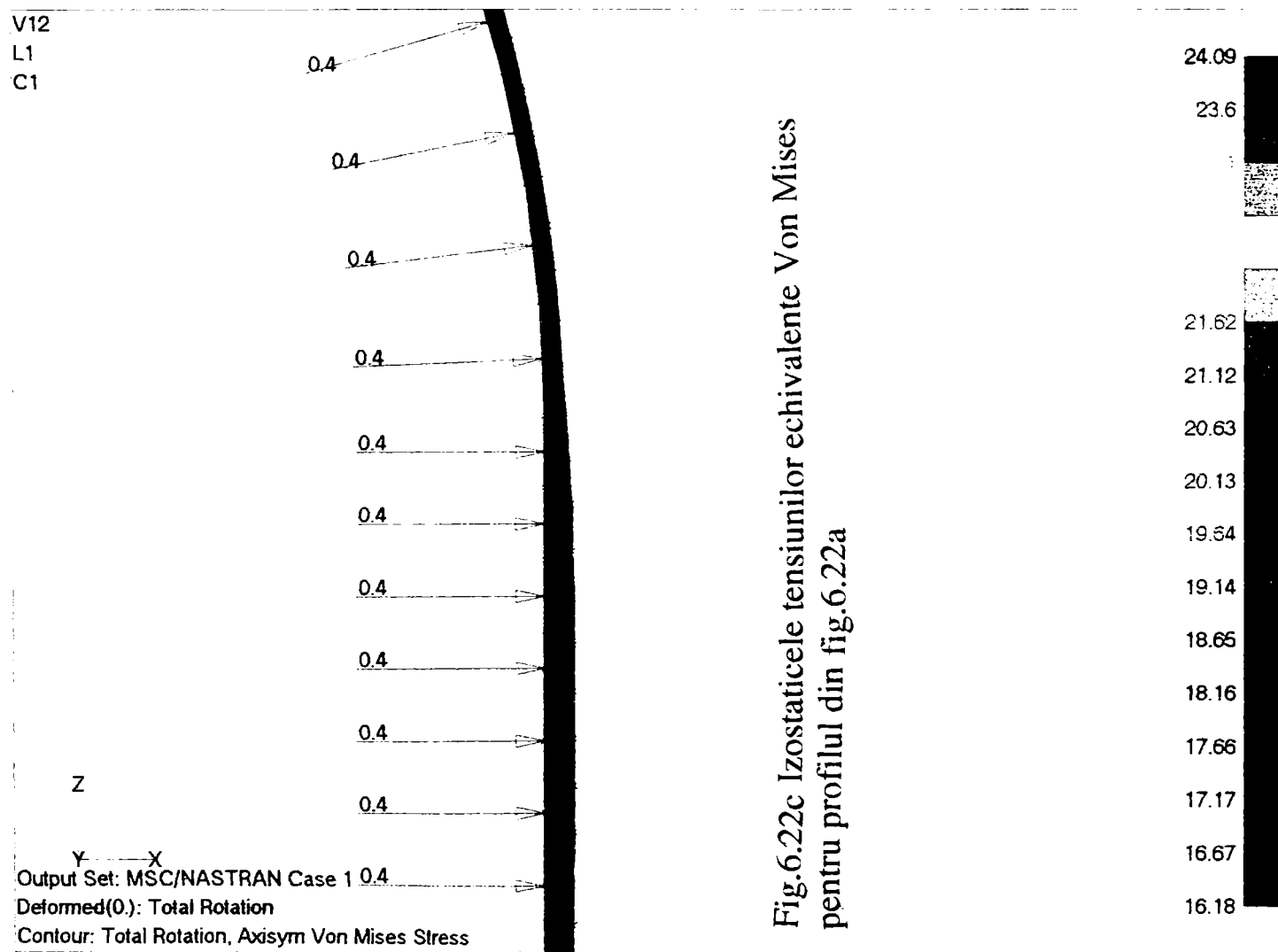


Fig.6.22a Înveliș cilindru-sferă optimizat model1 D.Florea



1: MSC/NASTRAN Case 1, Axisym Von Mises Stress

Fig.6.22b Graficul tensiunilor echivalente Von Mises pentru profilul din fig.6.22a



---

În prezentul studiu s-au considerat 3 variante de profil în vederea obținerii unui design care să permită o structură ușor de realizat și care să prezinte caracteristici apropiate de cele stabilite prin soluția optimă prin metoda de optimizare D.Florea [ 45 ] cu privire la tensiuni și deformații uniforme repartizate pe întreg învelișul.

Profilul propus este cel prezentat în fig.6.25a în care sunt prezente 3 zone distincte a) zona calotei sferice b) zona joncțiunii c) zona învelișului cilindric. Zonele a) și c) au grosimi constante și anume zona a) de 10.64 mm și zona c) de 18.52 mm.

Zona joncțiunii care prezintă variații de grosime s-a împărțit în 3 zone , dintre care primele două sunt egale ca și lungime , cea de-a treia fiind aproape dublă ca și lungime. Punctele între care s-au considerat cele 3 segmente sunt:

A(503.35 , 588.71) , B(510.87 , 544.67) , C(513.51 , 500) , D(518.52 , 455) , primul segment fiind AB , al doilea segment este BC , iar al treilea segment fiind CD.

La această soluție s-a ajuns după ce în prealabil au fost încercate 2 soluții anterioare ; prima soluție care consideră că zona de joncțiune b) are ca profil un segment cuprins între punctele A și D ; a doua soluție care consideră că zona de joncțiune b) are ca profil 2 segmente [A,C] și [C,D] .

Profilul optimizat printr-un segment este prezentat în fig.6.23a , izostaticile tensiunilor echivalente Von Mises pentru prima soluție sunt prezentate în fig.6.23b , graficul tensiunilor echivalente Von Mises este prezentat în fig.6.23c observându-se că tensiunile variază între valorile 8.389 Mpa și 17.03 MPa.

Profilul optimizat prin 2 segmente este prezentat în fig.6.24a iar izostaticile tensiunilor echivalente Von Mises și graficele tensiunilor echivalente Von Mises sunt prezentate în fig.6.24b respectiv fig.6.24c unde se vede că tensiunile echivalente Von Mises variază între valorile 8.522 Mpa și 10.65 Mpa.

Studiul tensiunilor echivalente Von Mises a condus la adoptarea soluției prezentate în fig.6.25a unde joncțiunea este alcătuită din trei segmente.

Izostaticile pentru tensiunile echivalente Von Mises sunt prezentate în fig.6.25b pentru soluția din fig.6.25a iar graficul tensiunilor echivalente Von Mises este prezentat în fig.6.25c unde se vede că acestea variază între valorile 8.57 Mpa și 9.864 MPa.

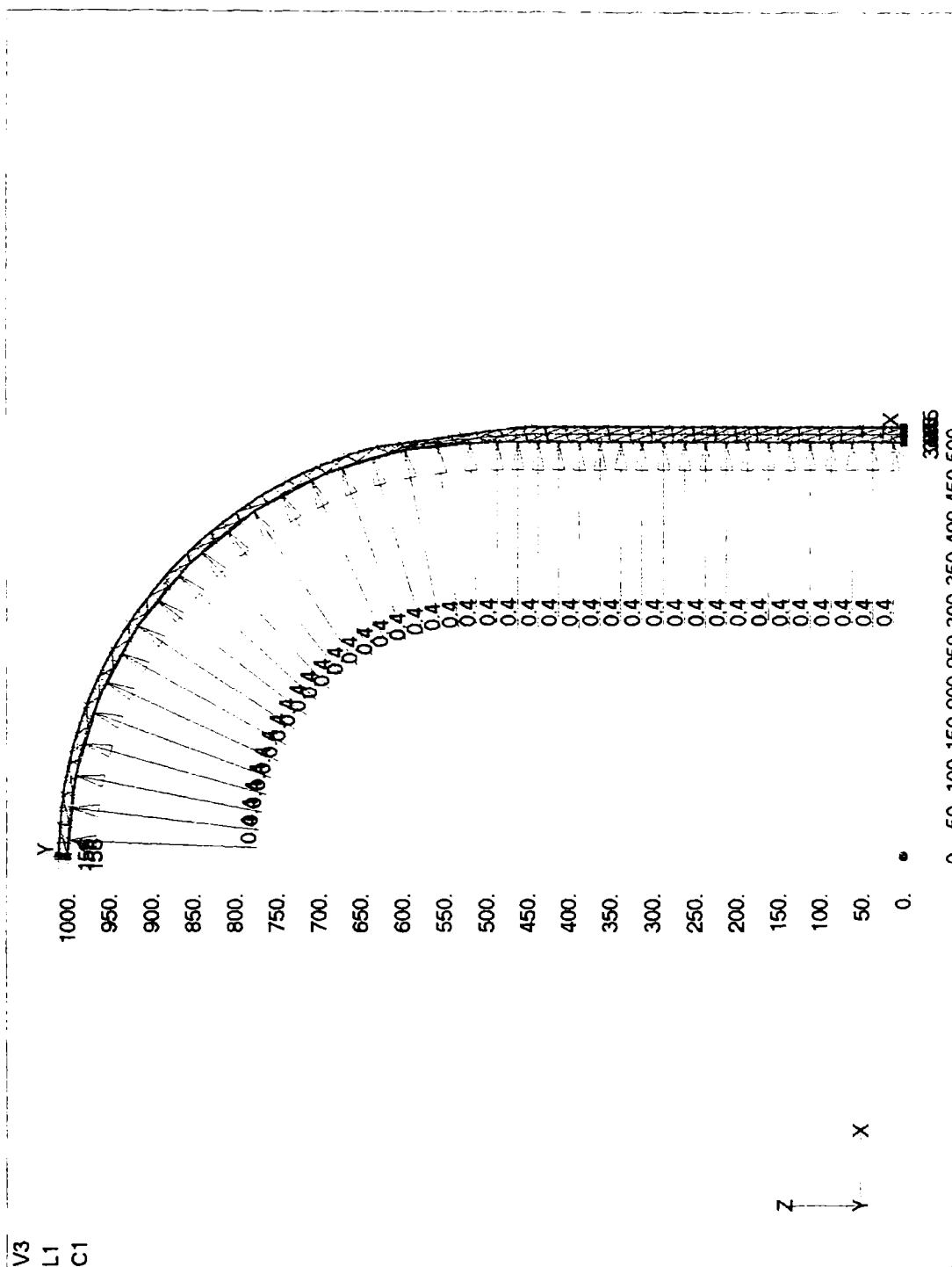
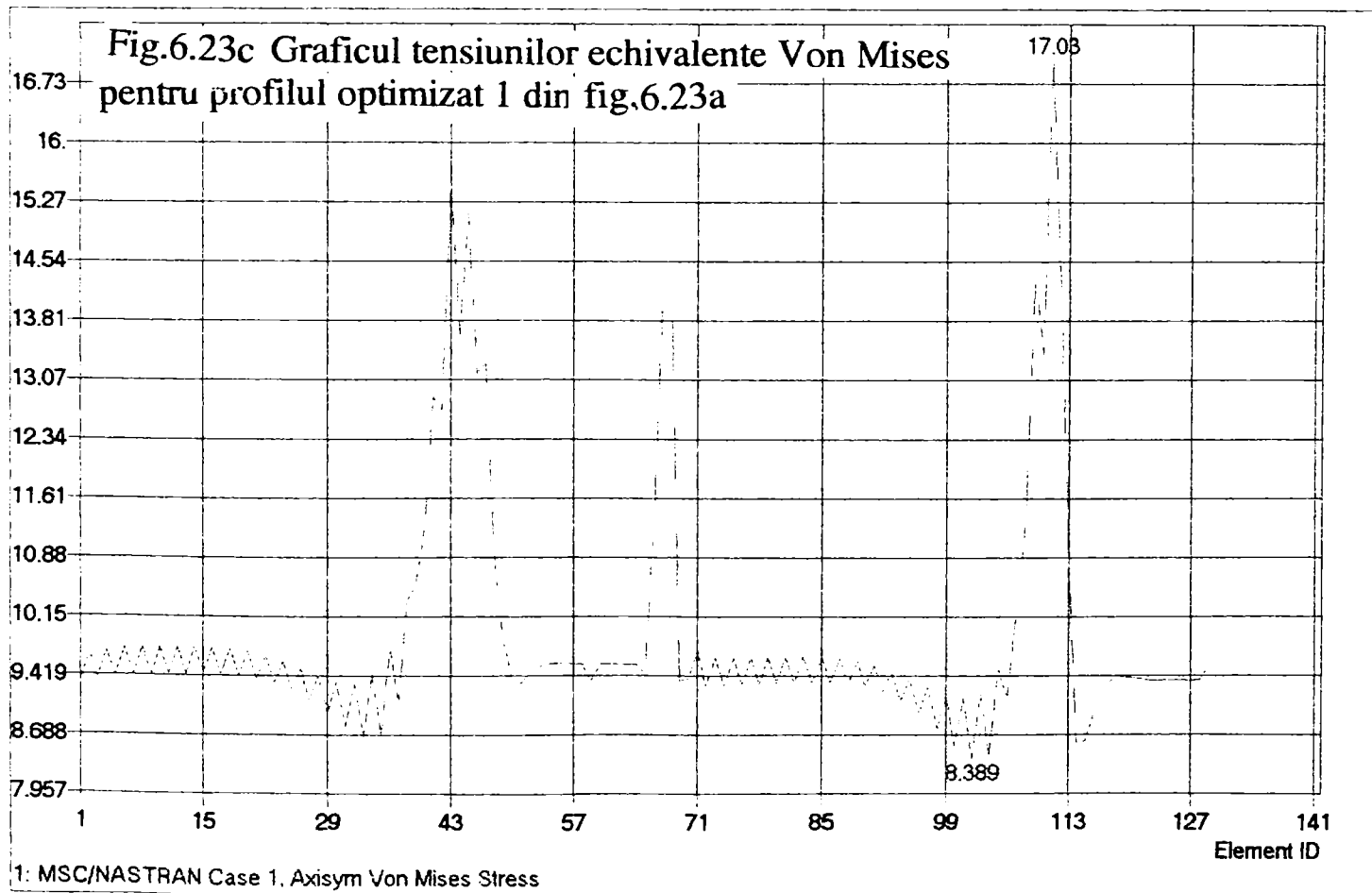
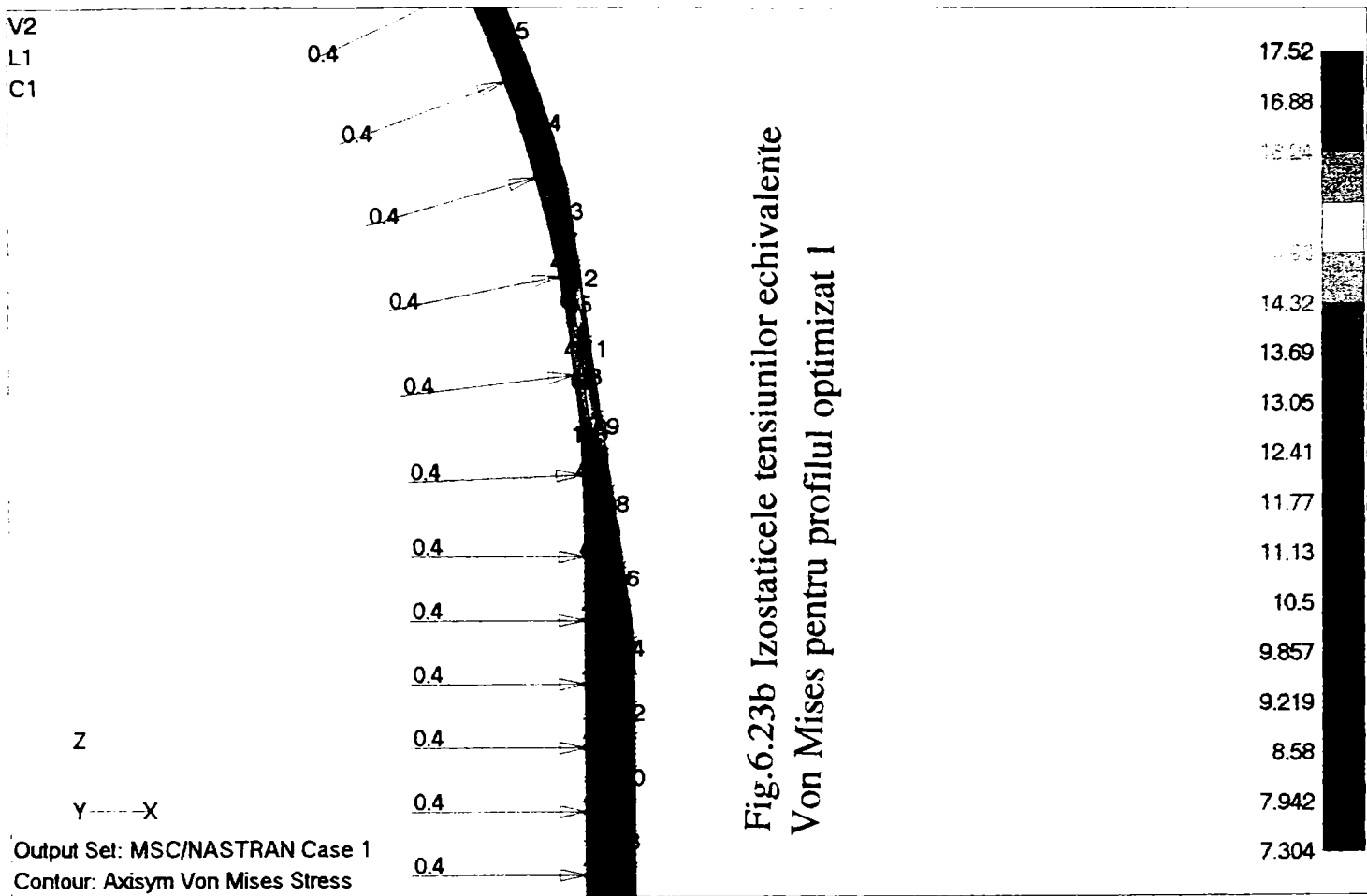


Fig.6.23a Profilul optimizat 1 pentru soluția de profil al jonctiunii cu un segment



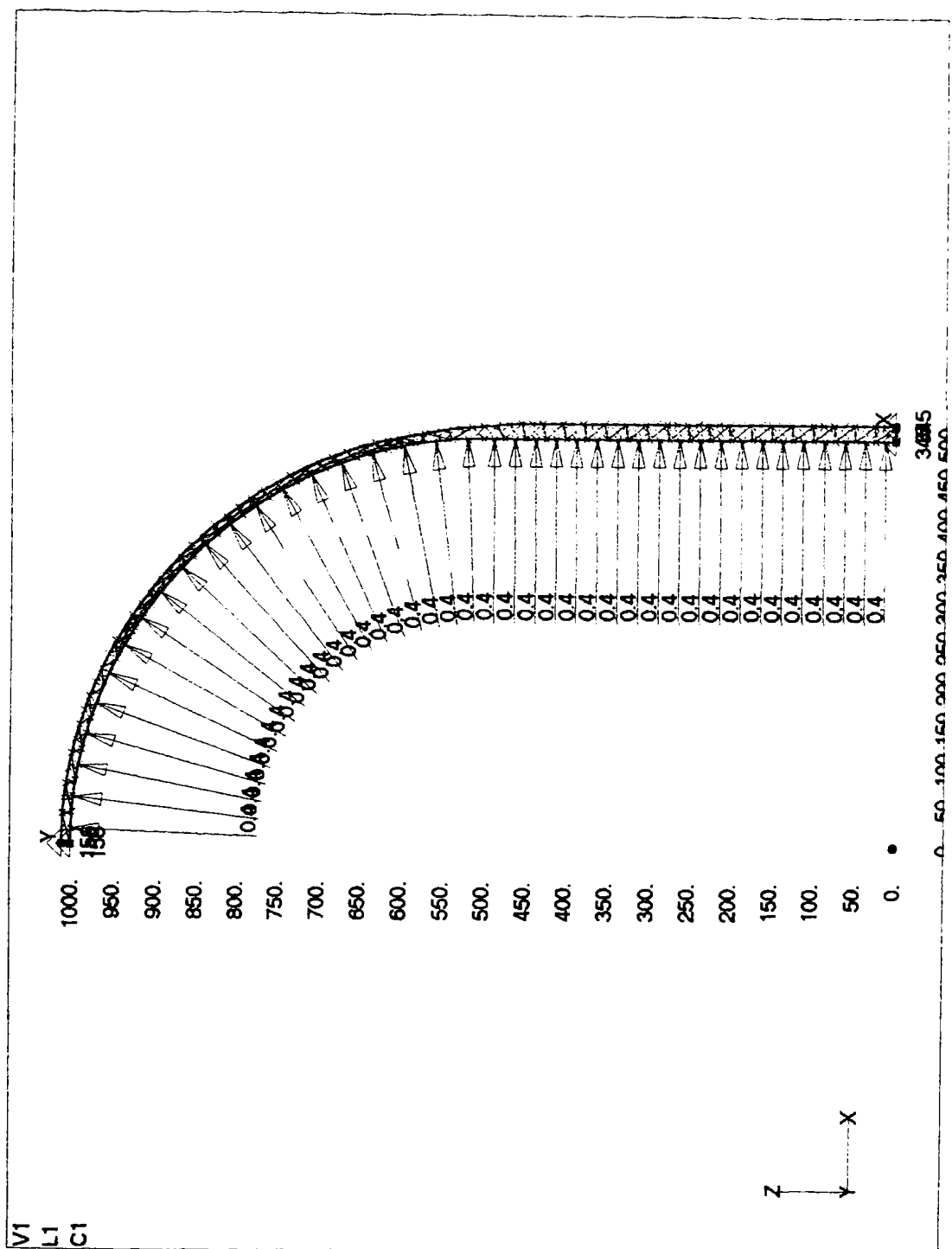
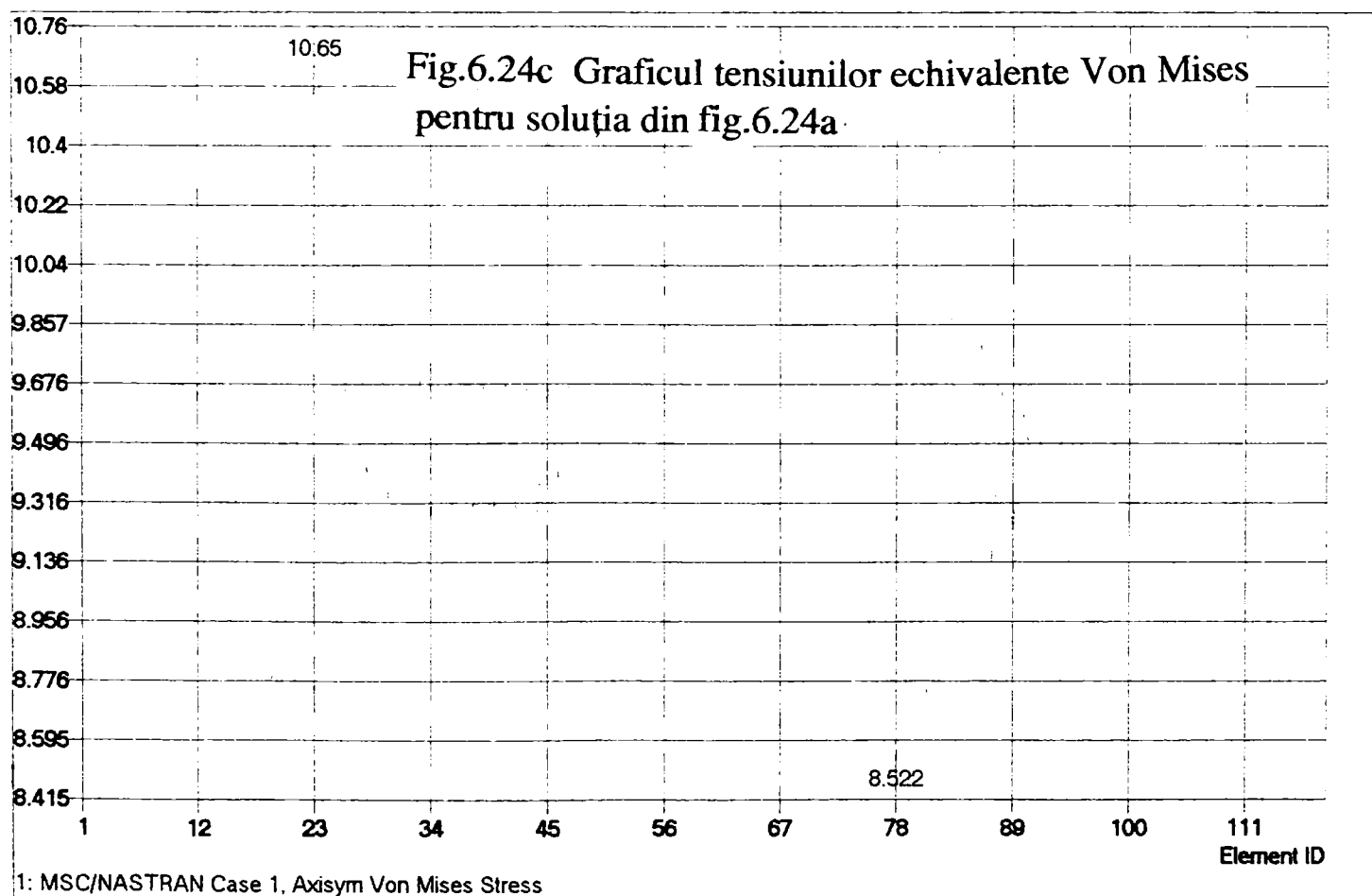
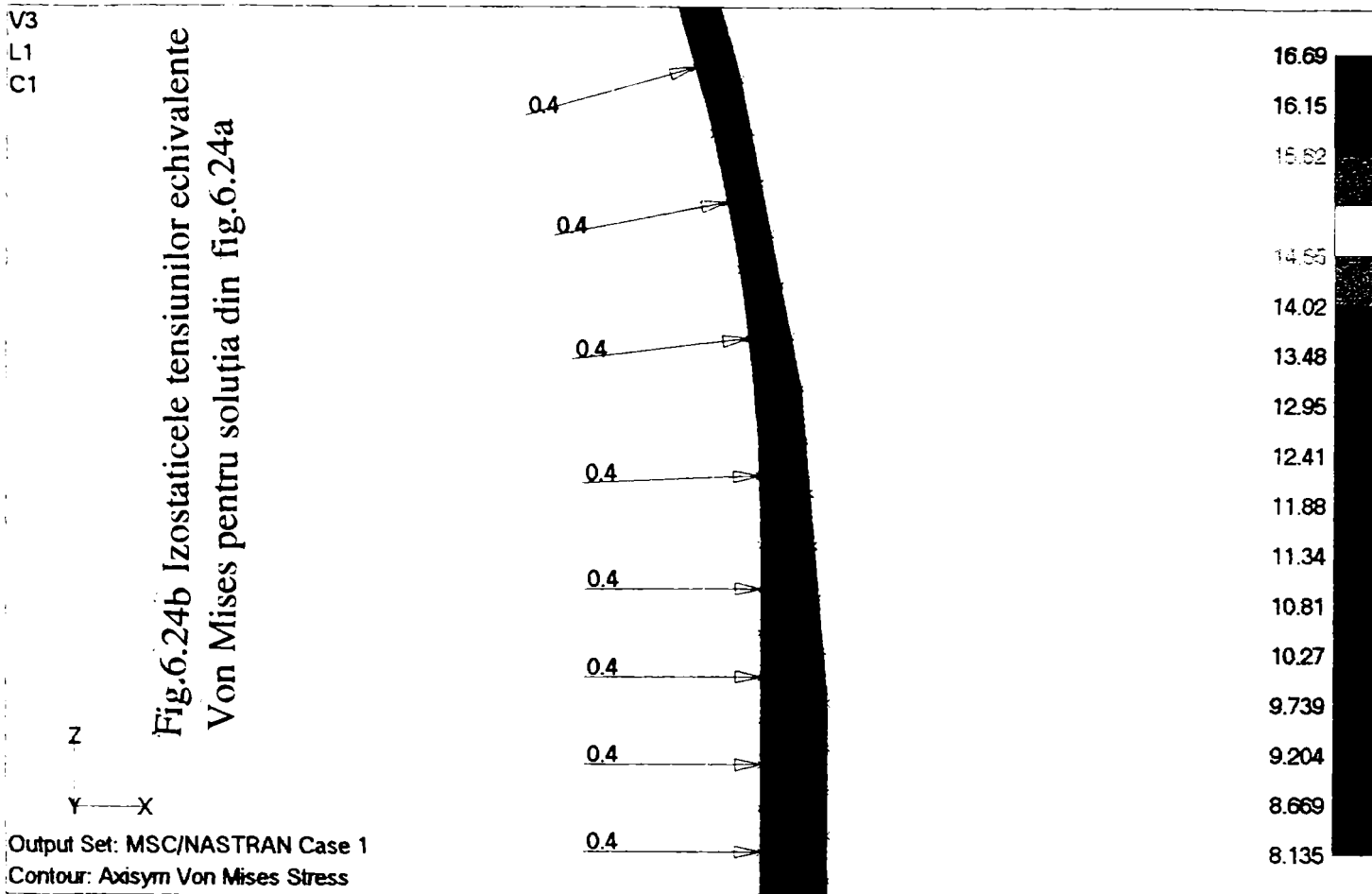


Fig.6.24a Profilul optimizat 2 pentru soluția de profil a jonctiunii cu 2 segmente





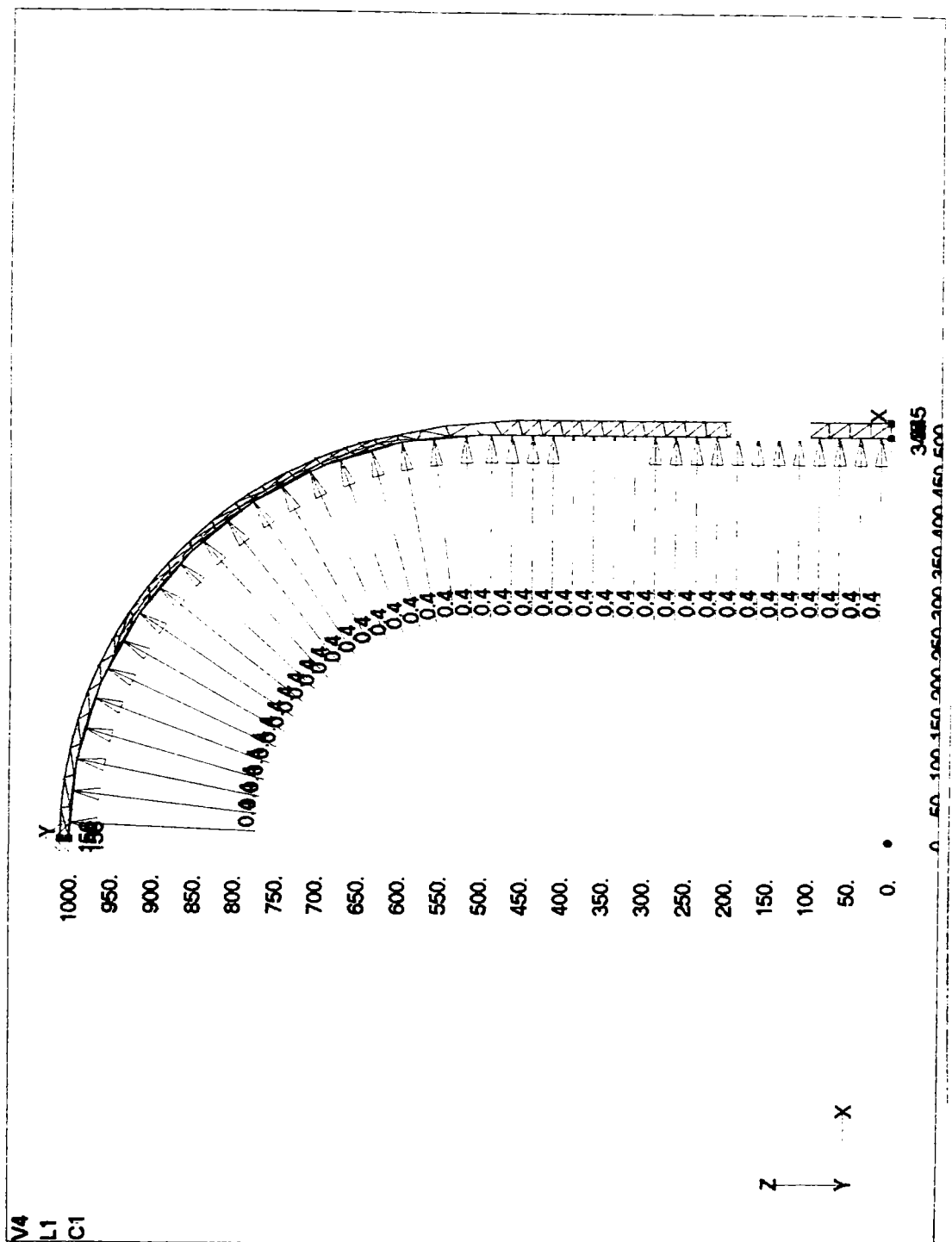
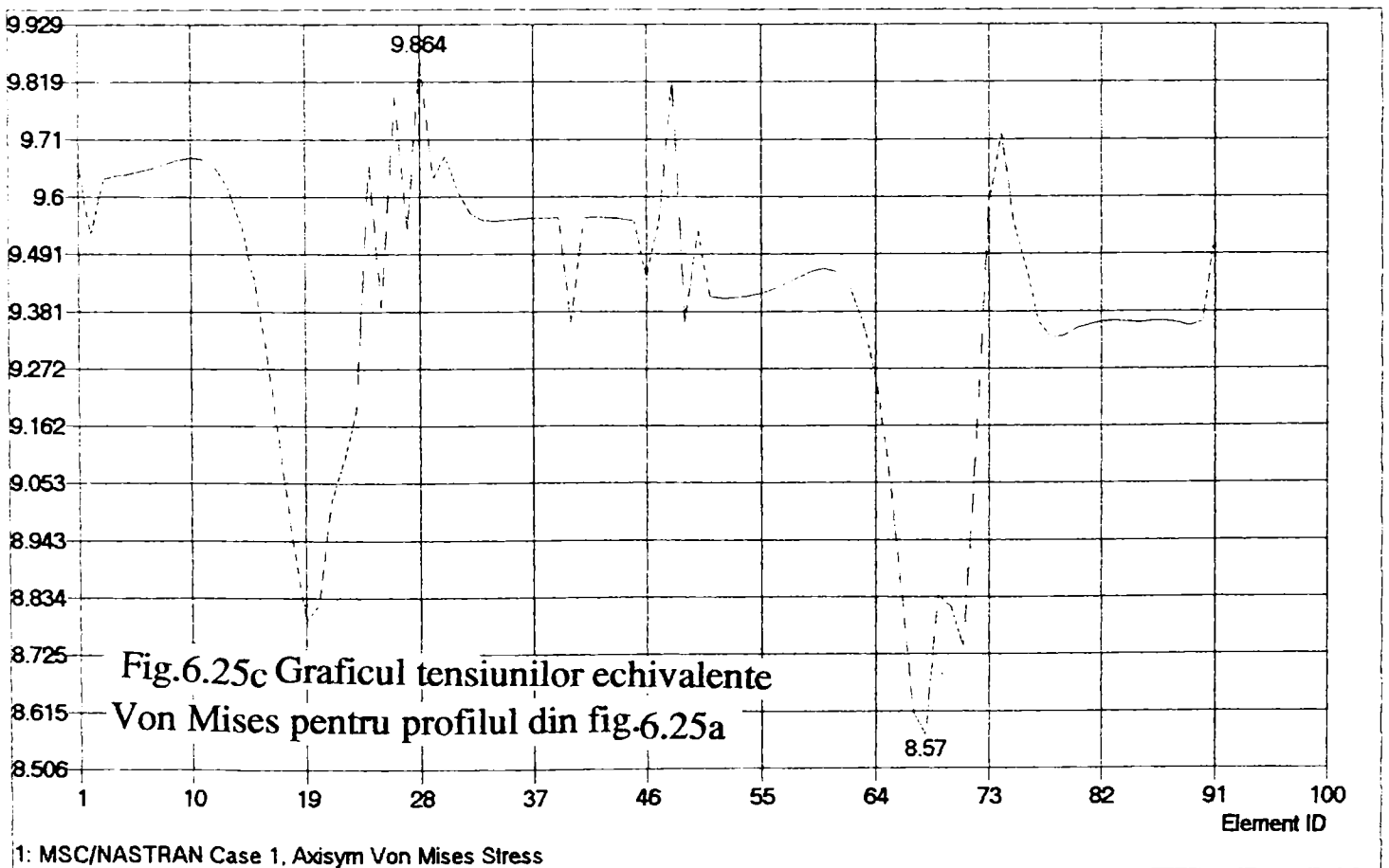
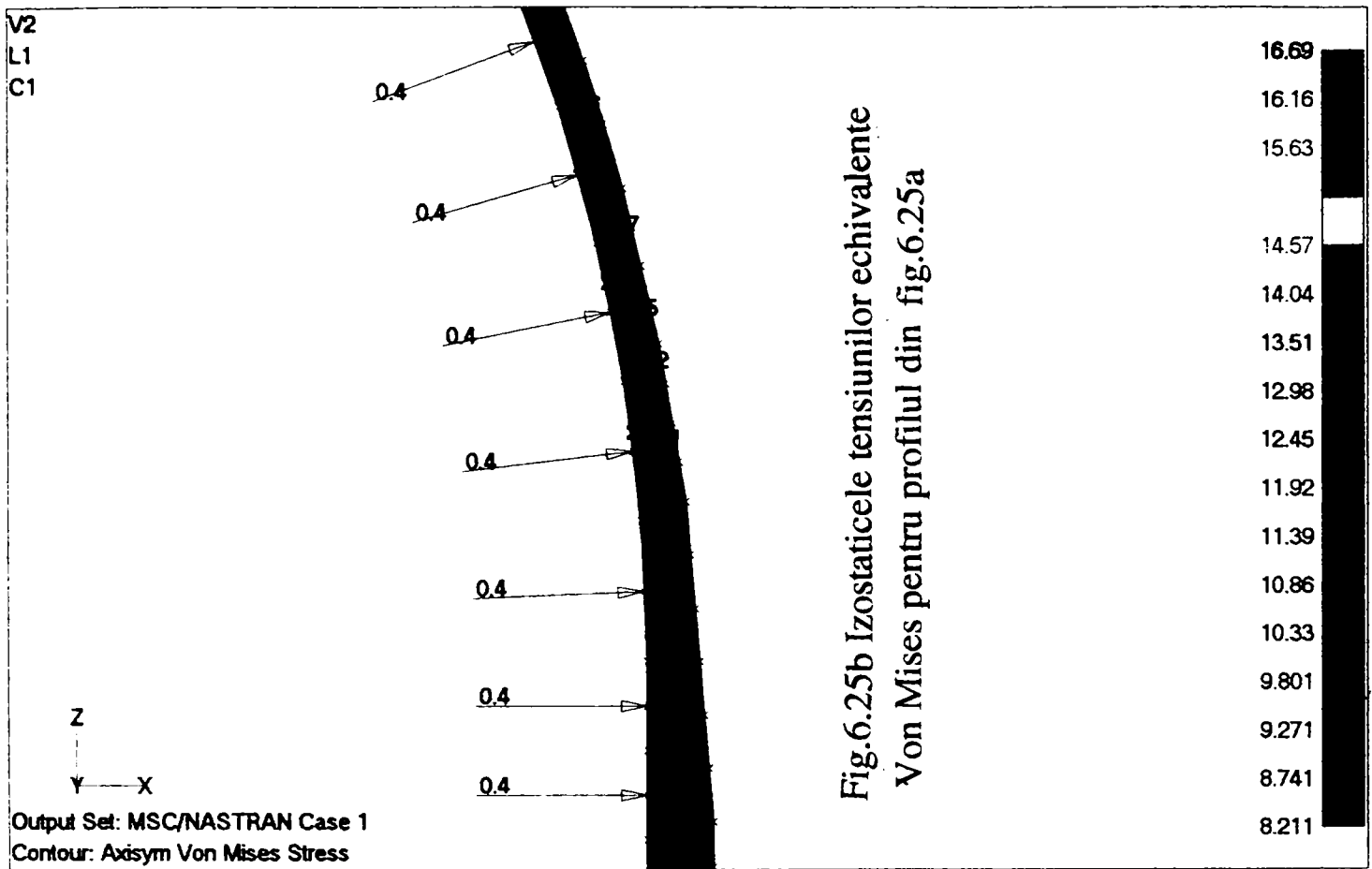


Fig.6.25a Soluția de profil optim cu jonctiune din 3 segmente



## 6.4.2. Concluzii

Pentru a concluziona rezultatele obținute în urma experimentărilor făcute se definește factorul de concentrare pentru tensiune  $FCT_{vm}$  astfel:

$$FCT_{vm} = \frac{\text{tensiune echivalentă Von Mises max. cupola}}{\text{tensiune echivalentă Von Mises cilindru}}$$

Întrucât din studiu se evidențiază că vârfurile de tensiune apar pe suprafața internă a învelitorii, pentru studiul întreprins, tensiunile pentru calculul factorului de concentrare  $FCT_{vm}$  se consideră tensiunile maxime ce apar pe suprafața internă a învelitorii. Deasemenea s-a determinat banda de variație a tensiunilor echivalente Von Mises,  $B_{vm}$  ca fiind diferența tensiunilor echivalente Von Mises maximă și minimă ce apare în învelitoare precum și abaterea procentuală față de tensiunea minimă echivalentă Von Mises.

Tabelul 6.3 prezintă starea de tensiune echivalentă Von Mises pentru cele 7 cazuri prezentate și anume: modelul inițial (fig.6.21a), modelul J.Leach (fig.6.19a), modelul Fessler, Lekshminoroyane (fig.6.20a); modelul optimizat (fig.6.22a), model 1 jonctiune cu o tăietură (fig.6.23a), model 2 jonctiune cu 2 tăieturi (fig.6.24a), model 3 jonctiune cu 3 tăieturi (fig.6.25a) și cuprinde vârfurile de tensiune Von Mises pentru cupolă și cilindru, banda în care variază tensiunile Von Mises și abaterea procentuală față de tensiunea minimă.

Concluzia este foarte clară, pentru cazul jonctiunii alcătuită din 3 segmente, banda de variație pentru tensiunile Von Mises este minimă și este de 1.294 Mpa ceea ce reprezintă procentual 13.3% raportat la tensiunea echivalentă Von Mises minimă.

Tabelul 6.3

nr	Modele	Vârfuri de tensiune [MPa]		banda de variație [MPa]	Abaterea % față de tensiunea minimă	FCT
		cupolă	cilindru			
1	model inițial (fig.6.21a)	9.354	17.82	8.466	90.4	0.53
2	model J.Leach (fig.6.19a)	18	21	3	37.4	0.85
3	model Fessler & Lekshminoroyana (fig.6.20a)	18	21	3	37.6	0.85

4	model optimizat (fig.6.22a)	16.5	18.3	1.8	10.9	0.9
5	model optim 1 cu o tăietură (fig.6.23a)	8.389	17.03	8.631	12.8	0.49
6	model optim 2 cu 2 tăieturi (fig.6.24a)	8.522	10.65	2.128	24.9	0.8
7	model optim 3 cu 3 tăieturi (fig.6.25a)	9.7	9.864	1.294	13.3	0.98

Din tabelul 6.3 se concluzionează având în vedere factorul de concentrare  $FCT_{vm}$  că față de cazul 1 când se manifestă o puternică concentrare de tensiuni evidențiată și prin valoarea  $FCT_{vm} = 0.53$ , modelul J.Leach are factorul de concentrare  $FCT_{vm} = 0.85$  ceea ce reflectă o concentrare de tensiuni, modelul optimizat după metoda D.Florea prezintă un factor de concentrare mai bun  $FCT_{vm} = 0.9$ . Soluția de model optim 3 cu 3 tăieturi conduce la un factor de concentrare de  $FCT_{vm} = 0.98$  minim, apropiat de unitate deci practic este soluția fără concentratori de tensiune.

Deasemenea modelul optim 3 prezintă o bandă de variație pentru tensiunile echivalente Von Mises minimă comparativ cu toate cazurile studiate și anume de 1.294 Mpa.

Desigur că există și alte variante de profil care se pot studia în aceeași manieră, alegându-se în cele din urmă varianta cea mai convenabilă

## 6.5 A supra metodei de determinare a profilului optim pentru recipientul cupolă - sferică cilindru cu realizarea unei stări de tensiune uniforme

### 6.5.1 Introducere

Metoda de optimizare a conturului exterior unui recipient cupolă sferică - cilindru supus la presiune internă axial simetrică uniformă cu scopul de a realiza o stare de tensiune uniformă ,prezentată în lucrarea [45] , are ca punct de plecare ecuațiile analitice ce definesc starea de tensiune în recipient. Deoarece de multe ori nu se cunosc ecuațiile analitice ale stării de tensiune ,cum ar fi starea de tensiune în recipiente cu pereți groși în situația recipientelor cupolă-sferică cilindru , în studiul prezent s-a propus optimizarea profilului recipientului, pornind de la cunoașterea valorilor tensiunilor echivalente Von Mises determinate prin metoda FEM , rezultate în urma rulării programului de element finit NASTRAN V 4.0.

Datele de intrare sunt valorile funcțiilor echivalente Von Mises  $y_{i,i=1..n}$  într-un număr de n puncte echidistante  $x_{i,i=1..n}$  de pe învelitoare , pentru diferite grosimi de învelitoare  $g_{k,k=1..m}$ .

$$F_k(x_i, g_k) = y_i \quad , i=1..n, k=1..m \quad (6.28)$$

Întrucât se impune cunoașterea în final a valorilor grosimilor recipientului  $g_{i,i=1..n}$  în cele n puncte de pe învelitoare pentru o valoare  $Y_u$  a tensiunii echivalente Von Mises , se impune a se determina funcția:

$$g_i = G(Y_u, x_i) \quad , i=1..n \quad (6.29)$$

### 6.5.2. Considerații teoretice

Familia de funcții  $y_{i,i=1..n}$  exprimă dependența între tensiunile echivalente Von Mises și punctele de pe învelitoare  $x_{i,i=1..n}$  , determinată pentru un număr finit de valori ale parametrului grosime de învelitoare  $g_{k,k=1..m}$  și deoarece este necesară cunoașterea grosimilor de învelitoare  $g_{i,i=1..n}$  în cele n puncte de pe învelitoare în condițiile păstrării unei valori  $Y_u$  constante pentru tensiunea echivalentă Von Mises în toate cele n puncte de pe învelitoare , este necesară aplicarea unei metode de interpolare și în acest caz s-a ales interpolarea prin funcții spline care beneficiază de proprietatea remarcabilă de minim al curburii [5].

Funcția ce exprimă grosimea recipientului ce urmează a se determina  $g_{i,i=1..n} = G(Y_u, x_i)$  în cele n puncte este definită pe un interval [a,b] și fie  $\Delta$  o diviziune a intervalului :

$$a=x_1 < x_2 < \dots < x_n = b \quad (6.30)$$

Pentru determinarea funcției  $G:[a,b] \rightarrow R$  este necesar de a determina valorile familiei de funcții  $g_k = G_{i,i=1..n}(y_k, x_i)$  definită în  $m$  puncte  $k=1..m$ , pentru cele  $n$  puncte  $i=1..n$ , pornind de la familia de funcții  $F_{k,k=1..m}$  definită prin relația (6.28).

Funcția  $G_i$  fiind o funcție tabelară pentru determinarea sa în cele  $n$  puncte pentru o valoare a tensiunii echivalente Von Mises  $Y_u$  stabilită a fi constantă în cele  $n$  puncte, se construiește o funcție spline pentru funcția  $G_i$  în final determinându-se funcția  $g_i$  (6.29).

Funcția spline de ordinul  $n$  relativ la dimensiunea  $\Delta$  a intervalului  $[a,b]$  este o funcție  $S:[a,b] \rightarrow R$  de clasă  $C^{n-1}[a,b]$  ale cărei restricții  $S_i(y)$  pe fiecare subinterval  $[y_k, y_{k+1}]$  al diviziunii sunt polinoame de ordinul  $j$ , adică

$$S_i(y) = P_j^{(i)}(y) \text{ dacă } y \in [y_k, y_{k+1}] , k=1 \dots m-1 \quad (6.31)$$

Funcția spline  $S(y)$  are primele  $(j-1)$  derivate continue pe intervalul  $[a,b]$ , derivata de ordinul  $j$  fiind discontinuă în nodurile  $y_k$  ale diviziunii, deci ea este o funcție netedă pe porțiuni, gradul de netezire al funcției spline este dat de ordinul  $j$ .

*Definiție.* Se numește funcție spline de interpolare pentru funcția  $G_i$  o funcție spline  $S(y)$  pe diviziunea dată care îndeplinește condițiile de interpolare:

$$S(y_k) = g_k , k=1 \dots m \quad (6.32)$$

Se consideră funcții spline cubice de interpolare și în acest caz restricțiile  $S_k(y)$  sunt polinoame de ordinul 3:

$$S_k(y) = A_k y^3 + B_k y^2 + C_k y + D_k \text{ dacă } y \in [y_k, y_{k+1}] , k=1 \dots m-1 \quad (6.33)$$

Funcțiile spline cubice sunt de clasă  $C^2[a,b]$ , adică sunt continue împreună cu primele două derivate. Coeficienții  $A_k, B_k, C_k, D_k$  ai fiecărei restricții pot fi determinați din condițiile de continuitate în punctele diviziunii.

Derivata de ordinul doi a funcției  $S_k(y)$  este o funcție liniară și deci:

$$\frac{S_k'' - D_k^*}{y - y_k} = \frac{D_{k+1}^* - D_k^*}{y_{k+1} - y_k} \quad (6.34)$$

unde

$$D_k^* = S''(y_k) \quad , \quad k=1,2,\dots,m$$

sunt valorile derivatei de ordinul doi a funcției spline în nodurile rețelei de interpolare. Relația (6.34) mai poate fi pusă sub forma:

$$S_k''(y) = \frac{D_{k-1}^*(y - y_k) + D_k^*(y_{k+1} - y)}{h_k} \quad (6.35)$$

cu  $h_k = y_{k+1} - y_k \quad k=1,2,\dots,m-1$

Integrând de două ori, relația (6.35) devine succesiv:

$$S_k'(y) = \frac{D_{k-1}^*(y - y_k)^2 - D_k^*(y_{k+1} - y)^2}{2h_k} + C_k' \quad (6.36)$$

$$S_k(y) = \frac{D_{k-1}^*(y - y_k)^3 + D_k^*(y_{k+1} - y)^3}{6h_k} + C_k'y + C_k'' \quad (6.37)$$

Constantele de integrare  $C_i'$  și  $C_i''$  pot fi determinate impunând pentru restricția  $S_i(x)$  condiția de interpolare în nodurile  $x_i$  și  $x_{i+1}$ . Astfel din relația (6.37) se obține:

$$\frac{D_k^* h_k^2}{6} + C_k' x_k + C_k'' = g_k \quad (6.38)$$



$$\frac{D_{k+1}^* h_k^2}{6} + C_k^I x_{k-1} + C_k^{II} = g_{k-1} \quad (6.39)$$

de unde rezultă:

$$C_k^I = \frac{g_{k+1} - g_k}{h_k} - \frac{(D_{k+1}^* - D_k^*) h_k}{6} \quad (6.40)$$

$$C_k^{II} = \frac{y_{k+1} g_k - y_k g_{k+1}}{h_k} + \frac{(y_k D_{k+1}^* - y_{k-1} D_k^*) h_k}{6} \quad (6.41)$$

Înlocuind aceste expresii în relația (6.37) și identificând coeficienții puterilor lui  $y$ , rezultă pentru coeficienții restricțiilor (6.33) următoarele:

$$A_k = \frac{D_{k+1}^* - D_k^*}{6h_k} \quad (6.42)$$

$$B_k = \frac{D_k^* y_{k+1} - D_{k-1}^* x_k}{2h_k}$$

$$C_k = \frac{D_{k+1}^* y_k^2 - D_k^* y_{k+1}^2}{2h_k} + \frac{g_{k+1} - g_k}{h_k} - A_k h_k^2$$

$$D_k = \frac{D_k^* y_{k+1}^3 - D_{k+1}^* y_k^3}{6h_k} + \frac{g_k y_{k+1} - g_{k+1} y_k}{h_k} - \frac{B_k h_k^2}{3}$$

pentru definirea completă a funcției spline trebuie determinate derivatele sale de ordinul doi  $D_k^*$  în punctele diviziunii. În acest scop se impune continuitatea primei derivate a funcției spline în aceste puncte:

$$S_{k-1}'(x_k) = S_k'(x_k) \quad (6.43)$$

folosind expresia (6.36) pentru prima derivată și având în vedere expresiile (6.40) pentru constantele de integrare, expresia (6.43) devine:

$$\frac{h_{k-1}}{6} D_{k-1}^* + \frac{h_{k-1} + h_k}{3} D_k^* + \frac{h_k}{6} D_{k+1}^* = \frac{g_{k-1} - g_k}{h_k} - \frac{g_k - g_{k-1}}{h_{k-1}} \quad , k=2,3\dots m-1 \quad (6.44)$$

Acesta este un sistem de  $(m-2)$  ecuații având ca necunoscute cele  $m$  derivate de ordinul doi  $D_k^*$ , ale funcției spline în nodurile de interpolare. Din condițiile de la capetele intervalului  $[y_1, y_m]$ , se pot obține 2 relații suplimentare. Presupunând că sunt cunoscute derivatele  $g_1'$  și  $g_m'$  în aceste puncte, au loc relațiile:

$$S_1'(y_1) = g_1'$$

$$S_{m-1}'(y_m) = g_m'$$

sau

$$\frac{h_1}{3} D_1^* + \frac{h_1}{6} D_2^* = \frac{g_2 - g_1}{h_1} - g_1' \quad (6.45)$$

$$\frac{h_{m-1}}{6} D_{m-1}^* + \frac{h_{m-1}}{3} D_m^* = g_m' - \frac{g_m - g_{m-1}}{h_{m-1}}$$

Cu aceste relații se obține următorul sistem de ecuații liniare cu matrice tridiagonală pentru determinarea derivatelor de ordinul doi ale funcției spline:

$$b_1 D_1^* + c_1 D_2^* = d_1$$

$$a_j D_{j-1}^* + b_j D_j^* + c_j D_{j+1}^* = d_j \quad (6.46)$$

$$a_m D_{m-1}^* + b_m D_m^* = d_m$$

unde

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 0, \quad b_1 = 2h_1, \quad c_1 = h_1, & d_1 &= 6\left(\frac{g_2 - g_1}{h_1} - g_1'\right) \\
 a_j &= h_{j-1}, \quad b_j = 2(h_{j-1} + h_j), & & \\
 c_j &= h_j, & d_j &= 6\left(\frac{g_{j-1} - g_j}{h_j} - \frac{g_j - g_{j-1}}{h_{j-1}}\right) \quad j=2,3,\dots,m-1 \\
 & & & \\
 a_m &= h_{m-1}, \quad b_m = 2h_{m-1}, \quad c_m = 0, & d_m &= 6\left(g_m' - \frac{g_m - g_{m-1}}{h_{m-1}}\right)
 \end{aligned}
 \tag{6.47}$$

Sistemul de ecuații liniare (6.47) se poate rezolva aplicând o metodă de rezolvare pentru sistemele de ecuații cu matrice tridiagonală. După obținerea valorilor  $D_j^*$  se pot calcula coeficienții  $A_j, B_j, C_j, D_j$  ai restricțiilor pe baza relațiilor (6.42), funcția spline fiind astfel definită.

### 6.5.3. Rezultate experimentale

Pentru realizarea scopului propus s-a întocmit programul SPLINE29 în limbajul Pascal V7.0 care are ca date de intrare valorile tensiunilor echivalente Von Mises obținute în urma analizei stării de tensiune cu programul de element finit NASTRAN V4.0. Pentru testare s-a considerat un recipient cupolă sferică-cilindru cu următorii parametrii geometrici și de lucru:  $R=500$  mm,  $l=500$  mm, realizat din material de tip GRP, cu modulul de elasticitate  $E=7E+3$  Mpa, și coeficientul Poisson  $\nu=0.34$ , supus la presiune internă de valoare  $p=0.4$  Mpa, pentru grosimile de  $h=5,6,7,8,9,10,11$  mm. Ca dată de restricție s-a impus pentru tensiunea echivalentă Von Mises  $\sigma_{VM}=17.81$  Mpa, ce reprezintă tensiunea echivalentă Von Mises maximă pentru recipientul cu parametrii specificați mai sus și de grosime  $g=10$  mm, tensiune ce se urmărește a fi realizată în recipientul având profilul determinat de grosimile determinate în cele  $m$  puncte echidistante.

Programul afișează graficele tensiunilor echivalente Von Mises pentru diferite grosimi  $g$  obținute în urma citirii datelor de intrare pentru a asigura corectitudinea datelor de intrare, și o exemplificare este dată în fig.6.26 unde este vizualizată tensiunea echivalentă Von Mises pentru grosimea  $g=10$  mm.

Deasemenea programul permite vizualizarea variației grosimii recipientului studiat

---

funcție de valoarea tensiunii echivalente Von Mises realizată pentru un punct din secțiunea recipientului , acest lucru fiind posibil de vizualizat pentru orice punct din secțiune. Astfel în fig.6.27 se reprezintă funcția  $g_k = G_{i=1}(y_k, x_{i=1})$  ,  $k=1..n$  pentru punctul  $x_1=0$ .

Programul furnizează în final grosimile recipientului pentru întreaga secțiune , la o valoarea a tensiunii echivalente Von Mises impusă. Fig. 6.28 reprezintă variația grosimii recipientului pentru cele 130 puncte în care a fost discretizată secțiunea de învelitoare  $g_j$  (6.39) valori obținute în urma interpolării prin funcții spline a familiei de funcții  $G_{i,i=1..n}$ .

Se observă în intervalul cuprins între punctele de pe secțiunea învelitorii  $\in [78..85]$  , o variație a grosimii neașteptată , acest lucru datorându-se erorilor de furnizare a tensiunilor echivalente Von Mises , rezultate din rularea programului NASTRAN V4.0 , și ținând cont că aceste valori reprezintă valorile medii pe element și nu valori pe fața internă a recipientului. Deasemenea se face observația că deși s-a ales pentru analiza stării de tensiune elemente axisimetrice quadrilaterale izoparametrice parabolice CQUAD8 , programul NASTRAN V4.0 realizează divizarea în elemente triunghiulare înainte de a începe analiza stării de tensiune.

Valorile grosimilor calculate în cele  $m$  puncte echidistante au fost folosite pentru analiza stării de tensiune a recipientului astfel determinat , cu ajutorul programului NASTRAN V 4.0 Detalii privitoare la profilul obținut , cuprinzând discretizarea cu elemente finite de tip CTRIA3 sunt vizibile în fig.6.29a și fig.6.29b . Iar izostaticile tensiunilor echivalente Von Mises sunt prezentate în fig.6.30a și fig.6.30b .

În urma analizei stării de tensiune s-a obținut graficul tensiunii echivalente Von Mises prezentat în fig.6.31 , corespunzătoare recipientului având grosimile în cele 130 de puncte de pe secțiunea recipientului , calculate prin programul SPLINE29.

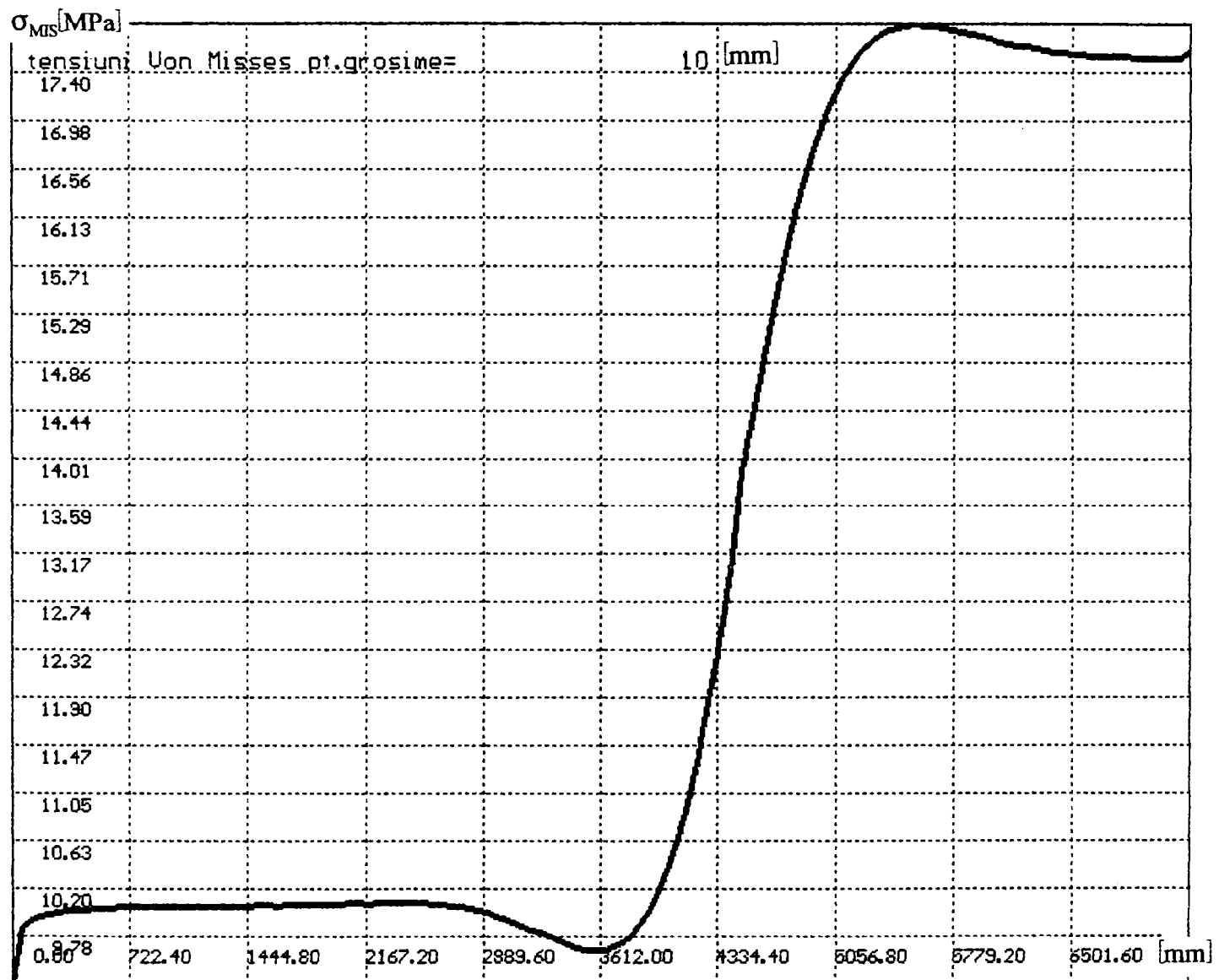


Fig.6.26 Tensiunea echivalentă Von Mises pentru  $g_{k=1}=10 \text{ mm}$ ,  $y_i = F_{k=1}(x_i, g_{k=1})$ ,  $i=1..n$

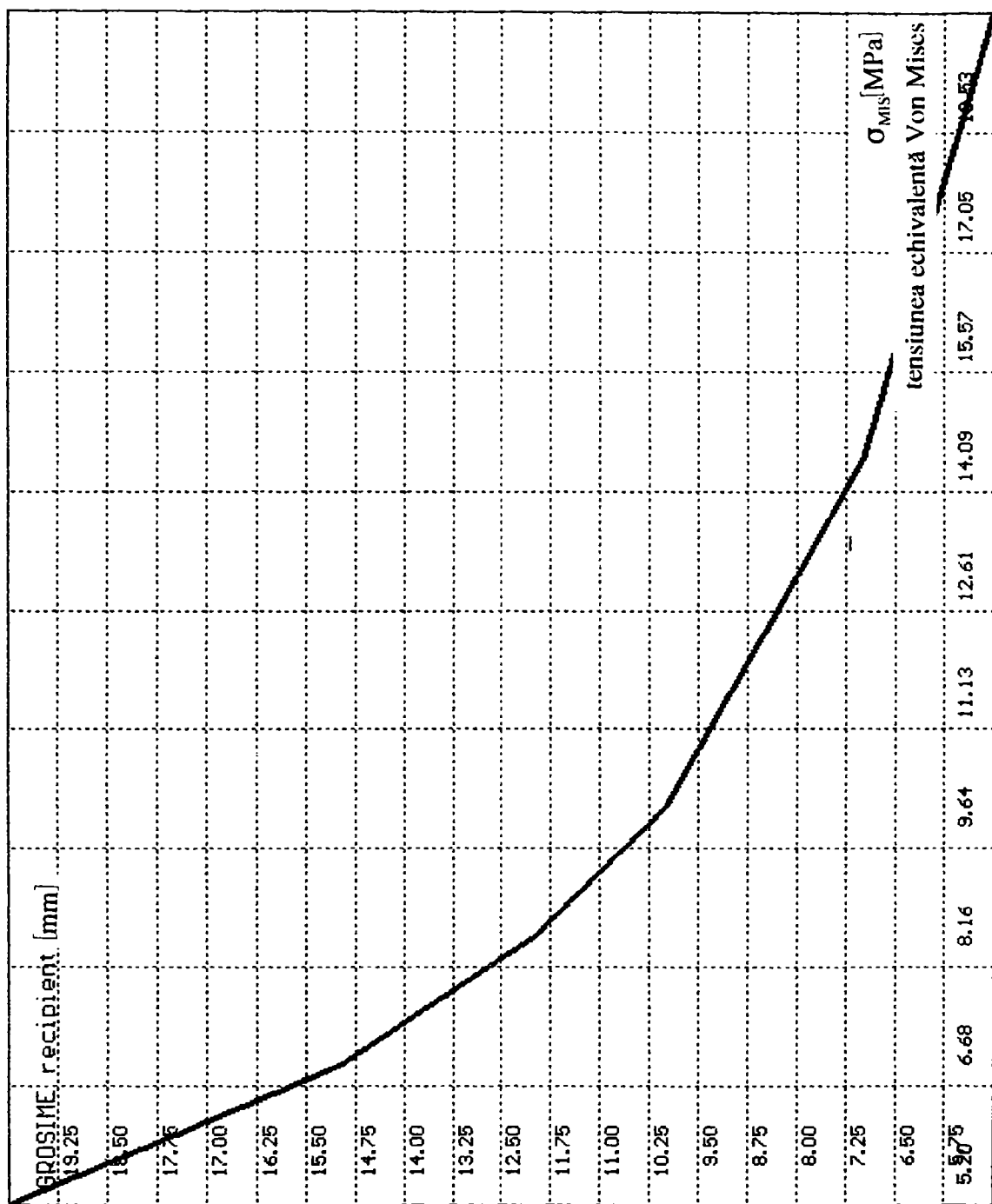


Fig.6.27 Funcția grosime în raport cu tensiunea Von Mises pentru punctul  $x_1=0$ ,  $g_k = G_{i=1}(Y_k, X_{i=1})$ ,  $k=1..m$

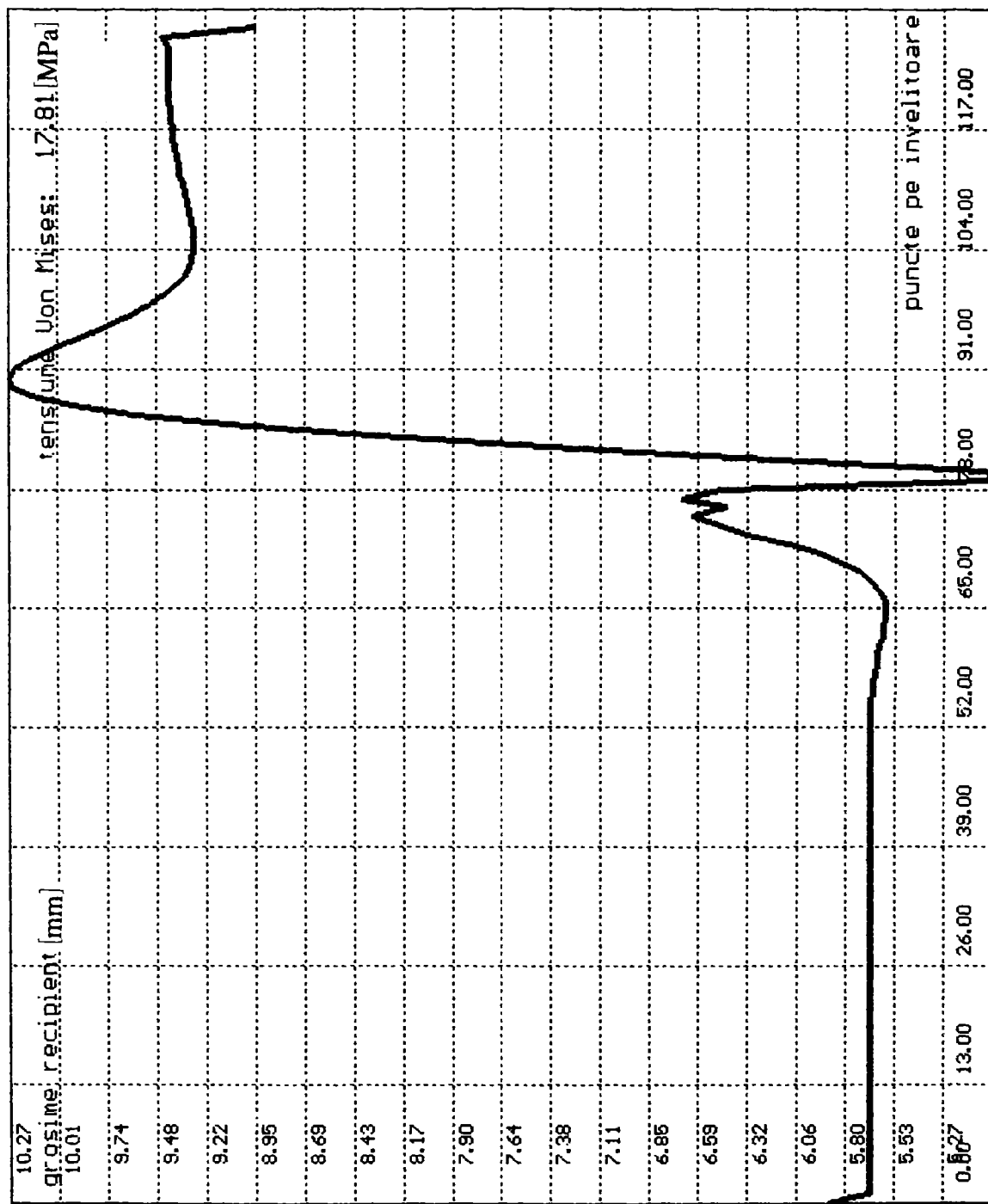


Fig.6.28 Functia  $g_i = \alpha(Y_u, X_i)$ ,  $i=1..n$

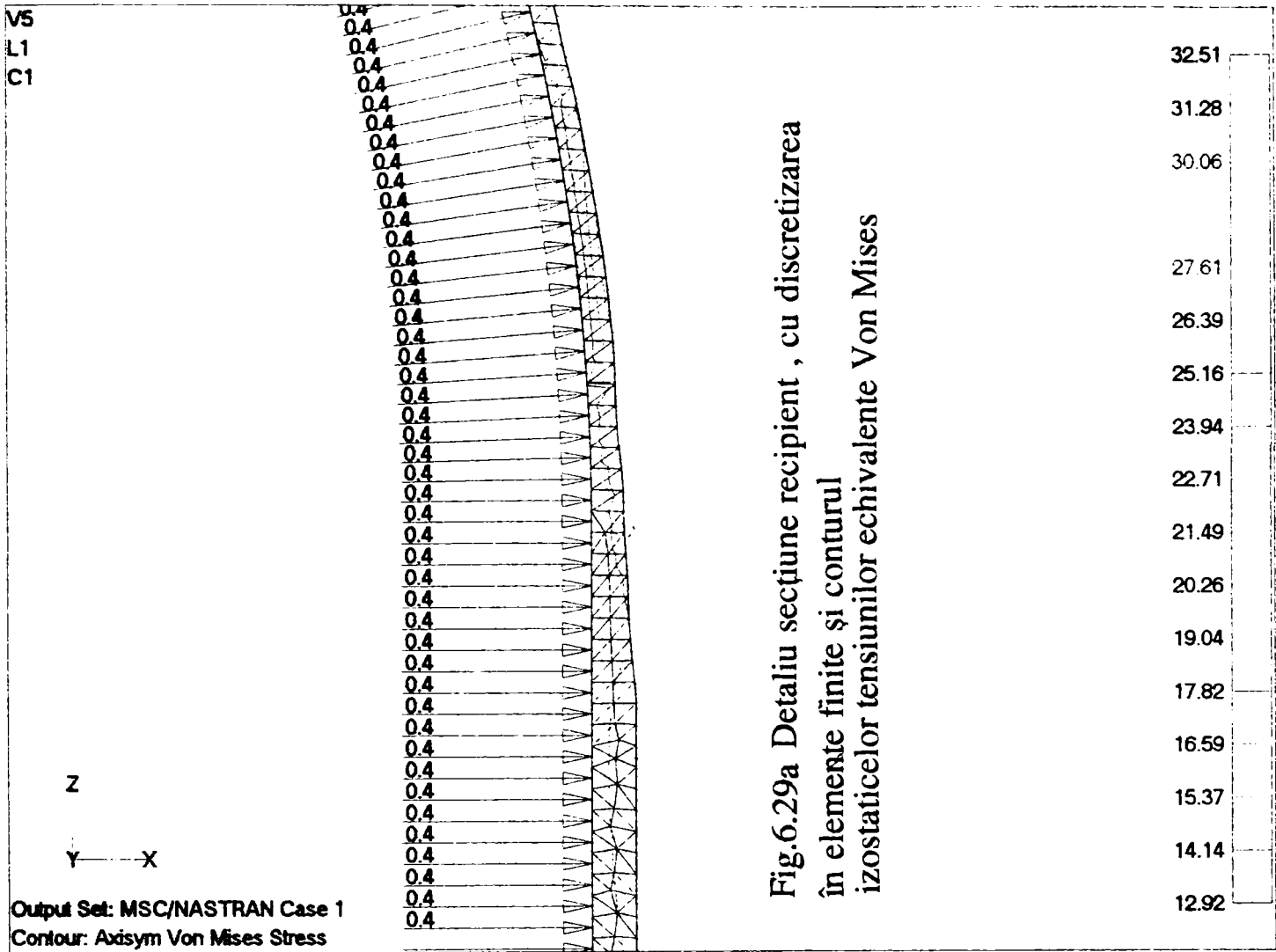


Fig.6.29a Detaliu secțiune recipient , cu discretizarea în elemente finite și conturul izostaticelor tensiunilor echivalente Von Mises

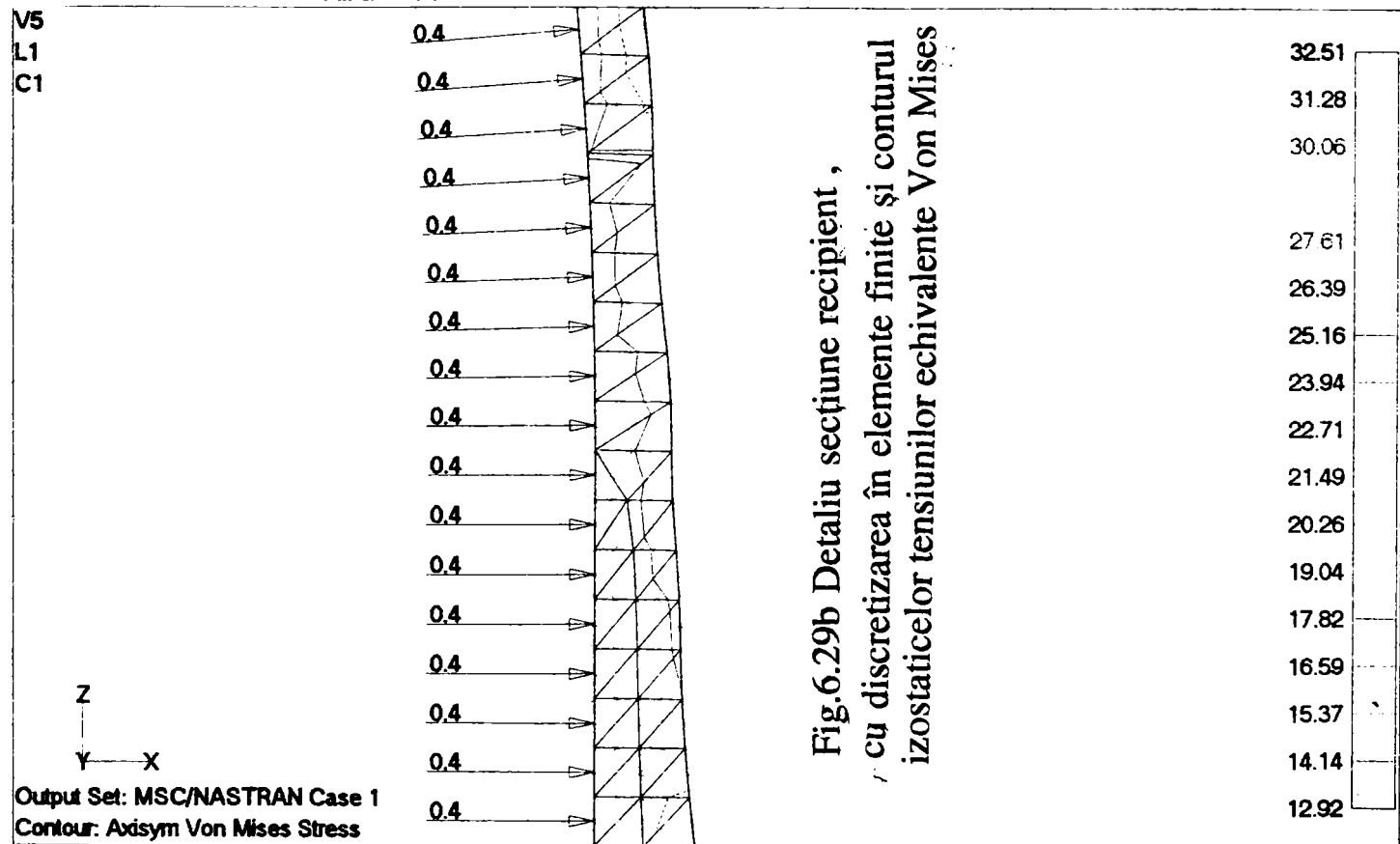


Fig.6.29b Detaliu secțiune recipient , cu discretizarea în elemente finite și conturul izostaticelor tensiunilor echivalente Von Mises



V5  
L1  
C1

Z

Y X

Output Set: MSC/NASTRAN Case 1  
Contour: Axisym Von Mises Stress

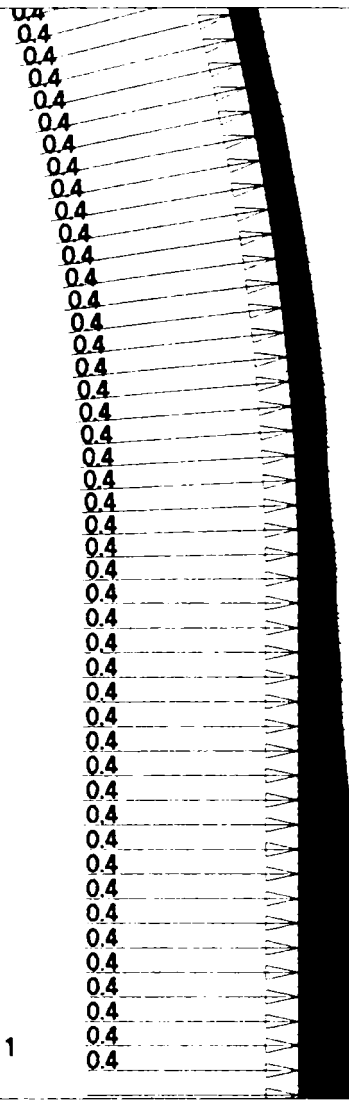


Fig.6.30a Detaliu secțiune recipient cu evidențierea tensiunilor echivalente Von Mises

32.51  
31.28  
30.06  
27.61  
26.39  
25.16  
23.94  
22.71  
21.49  
20.26  
19.04  
17.82  
16.59  
15.37  
14.14  
12.92

V5  
L1  
C1

Z

Y X

Output Set: MSC/NASTRAN Case 1  
Contour: Axisym Von Mises Stress

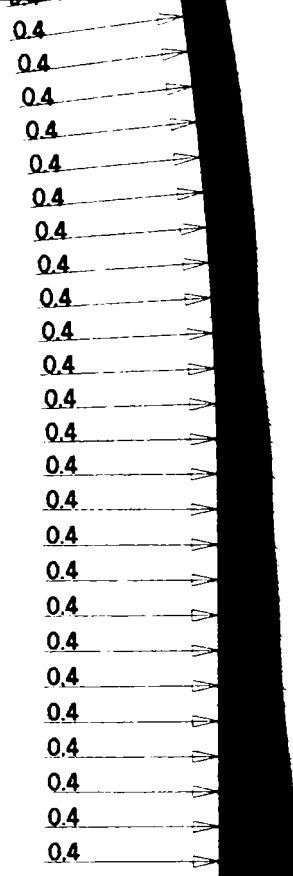


Fig.6.30b Detaliu secțiune recipient cu evidențierea tensiunilor echivalente Von Mises

32.51  
31.28  
30.06  
27.61  
26.39  
25.16  
23.94  
22.71  
21.49  
20.26  
19.04  
17.82  
16.59  
15.37  
14.14  
12.92

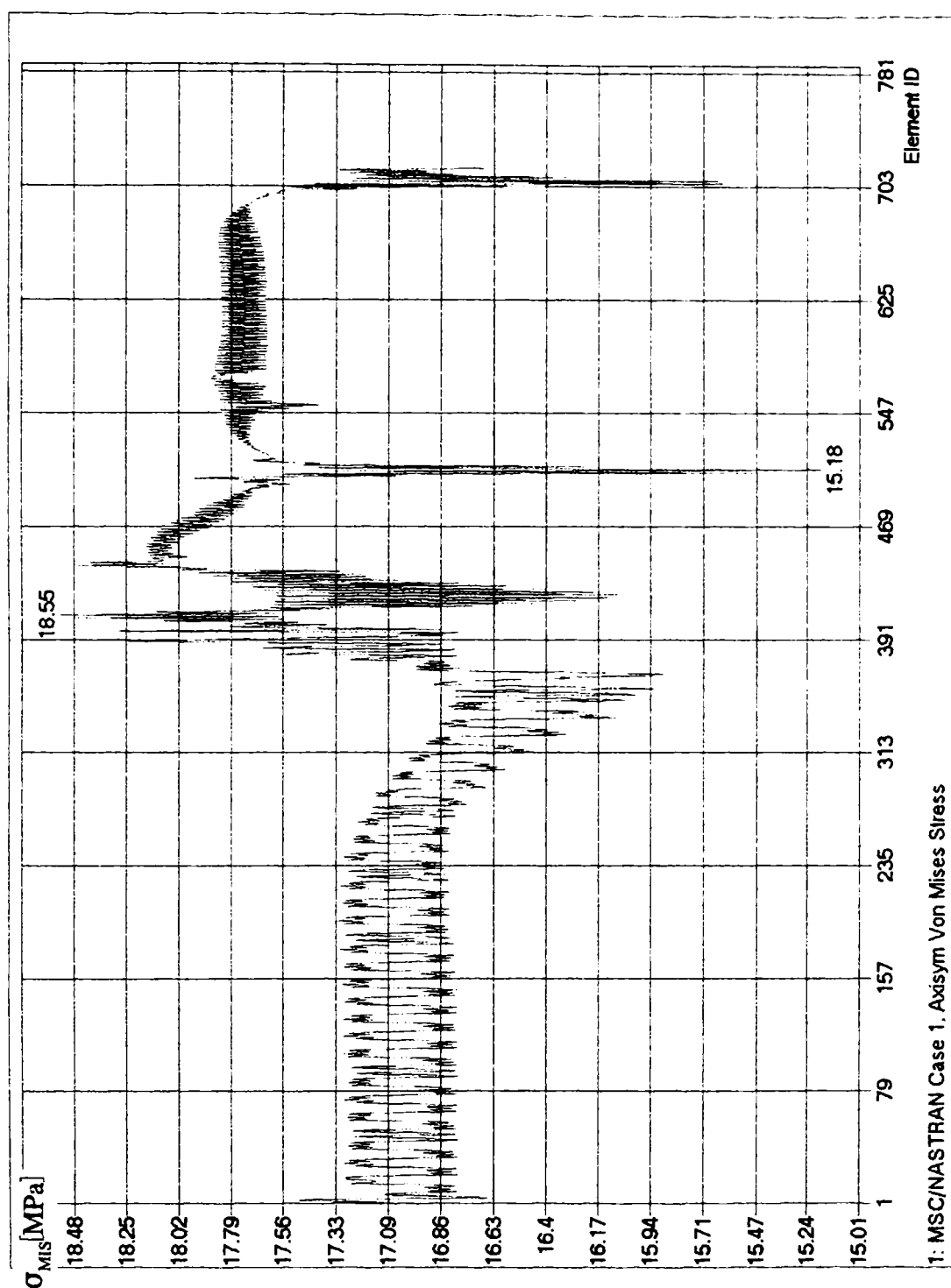


Fig.6.31 Graficul tensiuni echivalente Von Mises pentru profulul determinat cu SPLINE29

În fig.6.31 se observă că există un vârf de tensiune de valoare 18.55 Mpa , care prezintă o abatere mică de la valoarea tensiunii echivalente Von Mises de 17.8 Mpa impusă inițial a fi realizată în recipient ; deasemenea se evidențiază o variație mică în minus a tensiunii echivalente Von Mises în cupolă aici tensiunea echivalentă Von Mises fiind 17.3 MPa, față de tensiunea echivalentă Von Mises impusă .Se apreciază că abaterile valorilor tensiunilor echivalente Von Mises de la valoarea impusă se

---

datorează erorilor de date furnizate de programul NASTRAN V 4.0 și că aceste abateri sunt foarte mici.

#### 6.5.4. Concluzii

Se apreciază că aceste rezultate obținute sunt foarte bune și că metoda se poate perfecționa , utilitatea ei fiind deosebită putând fi aplicată la obținerea designului optim fără concentratori de tensiune pentru orice tip de învelitoare în domeniul liniar sau neliniar , pentru orice tip de parametrii geometrici , parametrii de material , valoare sau tip de încărcare , întrucât nu se impune cunoșterea funcțiilor analitice de calcul ale tensiunilor echivalente von Mises , decât graficul acestora.

Deasemenea se menționează că profilul obținut este posibil a fi ajustat în cazul în care se dorește acest lucru , existând posibilitatea de a se studia diverse variante și a se alege varianta cea mai convenabilă .

---

CAPITOLUL 7  
Concluzii și contribuții

---

## 7.1 PREZENTARE SINTETICĂ A CONȚINUTULUI TEZEI

1. Prima parte a lucrării prezintă o sinteză originală asupra studiului stării de tensiune și deformație în joncțiunile învelitorilor compuse, cu referire la intersecția radială și oblică a învelitorilor cilindrice și respectiv a învelitorilor cilindrice cu diverse capace, în urma consultării unui număr de 115 de cărți, articole științifice, teze de doctorat referitoare la acest subiect.

Partea doua a lucrării cuprinde contribuții personale privitoare la studiul stării de tensiune și deformație privitor la joncțiunea cilindru- sferă în domeniul elastic liniar.

2. Capitolul 1 prezintă o introducere a studiului joncțiunilor compuse, cu definirea noțiunii de joncțiune, prezentarea tipurilor de joncțiuni ce se găsesc în structurile construcțiilor tehnologice, cu enumerarea solicitărilor la care sunt posibil a fi supuse joncțiunile aparținând recipientelor sau structurilor de conducte. Se fac precizări asupra stării limită care definesc starea de tensiune și deformație și deasemenea se face o trecere în revistă a teoriilor de rezistență care definesc starea de tensiune a învelitorilor subțiri care stau la baza calculelor analitice ale învelitorilor subțiri.

Se precizează modelele de calcul și metodele experimentale uzuale folosite în analiza stării de tensiune și deformație a joncțiunilor învelitorilor compuse.

3. Capitolul 2 cuprinde studii relativ la analiza stării de tensiune în domeniul elastic la intersecția radială a învelitorilor cilindrice. După o expunere a istoricului cercetării în acest domeniu se prezintă 3 studii.

4. Paragraful 2.1 se referă la soluția analitică de rezolvare a stării de tensiune la intersecția radială a învelișurilor cilindrice supuse la presiune internă, având la bază ecuația modificată a lui Morley și condițiile de continuitate ale eforturilor și deplasărilor în joncțiune expandate în serii Fourier, coeficienții Fourier fiind obținuți prin cuadratură numerică. Rezultatele au fost comparate cu rezultatele evaluate de alți autori Decock, Mershon, Taylor și Lind, Findley și Moffat, Corum și Riley constatându-se concordanțe pentru raportul  $d/D < 0.8$ . Soluțiile obținute au fost verificate prin analiză numerică folosind metoda 3-MEF constatându-se o bună concordanță, deasemenea au fost confruntate cu rezultatele experimentale obținute prin tensometrie electrică rezistivă, apreciindu-se că diferențele existente sunt datorate diferenței existente între învelitoarea subțire idealizată geometric și modelul real.

5. Paragraful 2.2 prezintă studiul analitic al stării de tensiune al joncțiunii a două învelitori cilindrice intersectate și supuse la un moment încovoietor ce acționează într-un plan ce conține axele cilindrilor pe baza unui studiu analitic având la bază ecuațiile lui Green și Zerno care au fost simplificate presupunând curba de intersecție într-un singur plan. Deasemenea condițiile de graniță au fost simplificate cu scopul de a face ca analiza să fie corectă pentru cilindrii cu raportul de raze  $1/3$ , rezultatele fiind date pentru un număr de cazuri având raportul razelor  $1/10$  și  $1/4$ . Soluțiile obținute relevă tensiuni circumferențiale de membrană mari în ștuț și tensiuni de moment radial mari în tub la joncțiune.

---

6. Paragraful 2.3 prezintă analiza stării de tensiune în domeniul elastic pentru joncțiunea T neîntărită folosind metoda 3D-FEM în joncțiunea T , determinată de intersecția a 2 învelitori cilindrice , supusă la diferite încercări , presiune, momente de încovoiere, încărcări variate.

Analiza folosind elemente tri-dimensionale a fost realizată pe baza unui program original de element finit cu capabilități de analiză liniar-elastică și elasto-plastică, întocmit deasemenea și pentru analiza transferului de căldură deci pentru calculul tensiunilor termice. Modelul de structură folosit este 1/4 din geometria completă și având în vedere simetria structurii, partea de joncțiune este discretizată mai fin.

Se prezintă pentru un caz particular rezultatele obținute referitor la valoarea maximă a deplasărilor suferite de structură precum și intensitatea tensiunilor maxime , pentru încărcările specificate , concluzionând că tensiuni maxime apar la suprafața internă sau externă funcție de modul de solicitare.

7. Capitolul 3 prezintă studii relativ la starea de tensiune în domeniul elastic la intersecția oblică a învelitorilor cilindrice care sunt cuprinse în cele 3 paragrafe aparținând capitolului.

8. Paragraful 3.1 prezintă o procedură teoretică de calcul analitic pentru intersecția oblică a învelitorilor cilindrice cu orificiu arbitrar supuse la presiune internă pe baza ecuațiilor lui Flugge de tensiune și deplasare pentru învelitori intersectate. Calculele numerice s-au făcut pentru un caz particular folosind un program de element finit și datele calculului numeric au fost comparate cu datele obținute prin analiză fotoelastică constatându-se o bună concordanță.

9. Paragraful 3.2 prezintă un studiu numeric prin analiză 3D-FEM pentru determinarea stării de tensiune în joncțiunea neradială la solicitări de forță și moment utilizând elemente finite tridimensionale superparametrice de tip Ahmad de-a lungul curbei de intersecție a celor doi cilindrii, în rest utilizând elemente finite bidimensionale. Graficele prezentate se referă la factorul de concentrare al tensiunii SCF relativ la raportul de grosime  $t_p/t_c$  al celor doi cilindrii, funcție de rapoartele  $r/R=0.3$  și  $r/R=0.8$ . Pentru intersecția oblică se concluzionează că partea solicitată este partea obtuză a intersecției atât pentru încărcarea cu forță axială cât și la încărcarea de moment. Pentru intersecția ortogonală , la încărcare axială , punctul cel mai solicitat este planul de simetrie cu vârful de stres pe direcție circumferențială al cilindrului principal iar pentru încărcarea cu moment punctul cel mai solicitat este în planul longitudinal de simetrie cu vârful de stres în cilindrul principal relativ la tensiunea axială în cilindru.

Concluzia este că indiferent de cazul de încărcare valoarea factorului de concentrare SCF crește o dată cu descreșterea raportului diametrelor celor doi cilindrii.

10. Paragraful 3.3 prezintă studiul parametric relativ la parametrii geometrici adimensional  $r/H$  ,  $R/H$  ,  $h/H$  ,  $r/R$  , prin analiză numerică a tensiunilor în joncțiunea

---

neradială a învelitorilor cilindrice supuse la presiune internă și moment folosind un programul de element finit SAIS special creat pentru analiza tensiunilor la joncțiune . Rezultatele numerice sunt comparate cu rezultatele experimentale constatându-se o bună concordanță și concluzionându-se următoarele:

a) Tensiuni axiale și circumferențiale maxime se produc la curba de intersecție în planul principal al joncțiunii. Componentele de tensiune de încovoiere domină peste tensiunile axiale.

b) Tensiunea maximă se produce pe suprafața externă sau internă a învelitorii

c) Rezultatele analizei bi și tridimensionale arată aplicabilitatea teoriei învelitorii pentru analiza de tensiune a învelitorilor intersectate

d) Creșterea intensivă a tensiunii maxime se produce pentru joncțiuni cu  $\alpha > 15^\circ$  , în particular pentru joncțiuni  $h/H < 1$ .

e) Rezultatele arată influența cuplată a parametrilor geometrici , constatându-se că parametrul  $h/H$  exercită influența maximă.

Rezultatele obținute arată efectele de schimbare a parametrilor geometrici asupra tensiunilor maxime efective în învelitori. Analiza prezentată poate fi utilizată pentru proiectarea rațională a acestor structuri de învelitoare. În concluzie problema intersecției învelitorilor nu a fost investigată suficient. Importanța practică a acestei probleme cere investigații incluzând analiza elastică a tensiunilor la intersecția diferitelor forme supuse la diferite încărcări cât și analiza elasto-plastică.

11. Paragraful 3.4 prezintă analiza numerică a stării de tensiune la intersecțiile oblice ale învelitorilor cilindrice supuse la încercări individuale: forța axială , moment de torsiune, moment de încovoiere în plan și în afara planului, folosind teoria de învelitoare subțire utilizând pentru investigații metoda MEF , folosind un program special de element finit SAIS.

Parametrii geometrici adimensionali care au fost luați în considerare la studiul stării de tensiune sunt:  $r/R$  ,  $h/H$  ,  $R/H$  (sau  $r/H$ ) . Din analiza de tensiuni se desprind următoarele:

a) pentru încărcări extreme tensiunile maxime se produc la suprafețele exterioare învelitorii , componentele de tensiune de încovoiere sunt mai mari decât componentele de tensiune de membrană

b) pentru încărcările de forță axială, momentele de încovoiere, tensiunile de învelitoare descresc cu creșterea unghiului

c) există trăsături speciale ale distribuției de tensiuni pentru intersecția de învelitori cilindrice în cazul  $r/R=1$ . Pentru încărcări extreme pe învelitoarea de bransare tensiunile maxime în învelitoare se produc departe de joncțiune. Aceste intersecții de învelitoare includ intersecții neradiale care cer o mare atenție și investigații experimentale și numerice.

12. Capitolul 4 conține studii relativ la starea de tensiune în domeniul elastic la joncțiunea învelitorilor cilindrice cu capace de forme diferite cuprinzând 5

---

paragrafe. Se fac observații asupra teoriilor liniare și neliniare folosite pentru studiul recipientelor sub presiune .

13. Paragraful 4.1 prezintă analiza stării de tensiune în recipiente cu fund plat bazată pe teoria liniară și neliniară a lui Reissner ultima luând în considerare deformațiile mari ale recipientelor sub presiune. Printr-un studiu comparativ se arată că teoria liniară de moment este inadecvată în stabilirea naturii distribuției tensiunii în joncțiunea recipient cilindric cu fund plat , subliniindu-se că în cazuri de învelitori subțiri cu încărcări foarte mari , ce produc deformații mari în joncțiune. Studiul s-a făcut pe baza unui program original de calcul și concluzia este că ecuațiile neliniare produc rezultate liniare în joncțiune atunci când încărcarea este joasă , deoarece în aceste circumstanțe deformațiile învelitorii sunt neglijabile și cele 2 teorii liniară și neliniară conduc la același rezultat. Rezultatele prezentate se aplică numai în cazul grosimii uniforme ale capului și cilindrului astfel că proiectantul poate înțelege ce pași sunt de făcut în alegerea materialului și grosimii pentru zone diferite ale structurii.

14. Paragraful 4.2 analizează tensiunile și deformațiile existente în capetele elipsoidale ale recipientelor utilizând analiza liniară și neliniară a lui Reissner. Concluziile sunt:

a) Se precizează că rezultatele teoriei liniare sunt acceptabile pentru recipiente elipsoidale groase , dar pentru recipiente subțiri supuse la presiune mare , analiza neliniară este esențială.

b) Ecuațiile neliniare ale învelitorii vor produce rezultate identice cu ecuațiile liniare la încărcări joase

15. Paragraful 4.3 prezintă studiul prin analiză numerică și experimentală considerând imperfecțiunile de formă și grosime pentru diferite solicitări în cazul recipientelor cu închidere torisferică , utilizând metoda elementului finit FEM , prin folosirea pachetelor IDEAS, ABAQUS, CAD/CAE . S-au considerat 4 cazuri diferite:

a) cap perfect

b) variație de grosime cu profil perfect

c) variație de curbură la extremități, grosime uniformă

d) variație de curbură și grosime

Concluziile sunt:

a) Discrepanțele de curbură au un efect considerabil pe nivele de încărcare față de variațiile de grosime

b) Modelele de element finit considerând imperfecțiuni de formă și grosimi au fost comparate cu capete perfecte și cu rezultatele experimentale de capete reale constatându-se mici diferențe.

16. Paragraful 4.4 realizează studiul stării de tensiune pentru diferite configurații a joncțiunii cupolă-sferă - cilindru supusă presiunii interne , aparținând învelitorilor de tip GRP. Analiza se realizează cu ajutorul programului BOSOR4 care utilizând metoda diferențelor finite ce determină starea de tensiune pentru diferite configurații de învelitoare. Pe baza rezultatelor prezentate sub formă de factori de concentrare



---

pentru tensiune și deformații s-a obținut designul care este practic atât din punct de vedere al fabricației recipientelor cât și din punct de vedere al utilizării eficiente de material. Rezultatele arată că este posibil a specifica funcția de tranziție a joncțiunii emisferă-cilindru care permite reducerea grosimii și salvarea de material pe baza studiului diagramelor tensiunilor meridionale și circumferențiale interioare și exterioare. Soluția propusă acceptabilă din punct de vedere al distribuției tensiunilor și deformațiilor cât și al ușurinței de realizare practică a designului recipientului, a fost verificată experimental prin studiul fotoelastic.

17. Capitolul 5 are incluse un număr de 5 studii referitoare la starea de tensiune în joncțiunea învelitorii cilindru-sferă GRP folosind pentru studiu analitic în vederea soluționării sistemului de ecuații ce definesc starea de tensiune și deformație în învelitoare și joncțiune, soluția axial simetrică a încovoierii învelitorilor subțiri încărcate pe margini [13], metodă ce face parte din analiza liniară a învelitorilor ce nu consideră în calcul deformațiile ce apar în joncțiuni.

18. Paragraful 5.1 conține studiul parametric al stării de tensiune și deformație în joncțiunea cilindru-sferă ce aparține învelitorilor subțiri GRP supuse la presiune internă axial uniformă studiul fiind realizat cu programul original PCETJ1 scris în limbajul TURBO PASCAL V.6, utilizând teoria clasică de rezolvare a stării de tensiune în domeniul elastic liniar. Concluziile ce se desprind sunt următoarele:

a) Comparatia cu rezultatele obținute de J. Leach relevă o bună concordanță observându-se că tensiunile maxime sunt tensiunile circumferențiale pe fața exterioară a cilindrului, deasemenea deformațiile specifice circumferențiale pe cilindru sunt maxime pe cilindru.

b) Zona de tranziție la joncțiune relativ la tensiuni este mare în învelitoarea sferică și reprezintă 57% pentru grosimi mari și 76% pentru grosimi mici, din dimensiunea totală a zonei de tranziție

c) Pentru învelitoarea cilindrică, zona de tranziție prezintă valori cu mult mai mici decât zona de tranziție a sferei și dimensiunea sa crește o dată cu grosimea  $h$

d) Cu cât grosimea  $h$  a învelitorii este mai mică cu atât zona de tranziție a valorilor tensiunilor până la stabilirea valorilor tensiunilor de membrană este mai mică și crește cu dimensiunea  $h$

e) Dimensiunile zonei de tranziție sunt aceleași pentru orice valoare de solicitare pentru aceeași valoare  $h$

f) Reprezentarea tensiunilor circumferențiale de membrană funcție de grosimea învelitorii  $h$  și cu parametru  $p$ , reflectă o lege exponențială, cu valori ce tind la infinit pentru grosimi mici  $h$  și cu valori ce tind la 0 pentru grosimi mari.

g) Din studiul analitic al tensiunilor Von Mises pentru un caz particular se observă că acestea devin maxime pe tub la o distanță apreciabilă de joncțiunea cilindru-sferă

h) Graficul deplasărilor radiale pentru același caz particular arată că valoarea

---

maximă apare la o distanță de jonctiune aproximativ egală cu a tensiunilor echivalente Von Mises

i) Reprezentarea grafică a valorilor maxime a tensiunilor echivalente Von Mises cât și a deformațiilor specifice radiale maxime funcție de grosimea  $h = 10, 20, 50$  mm, având ca parametru presiunea  $p$ , evidențiază o variație liniară, valorile maxime obținându-se pentru valori mici ale lui  $h$ .

j) Tensiunile Von Mises și deformațiile radiale maxime apar fiecare la aceeași distanță de jonctiune indiferent de solicitarea  $p$ , pentru același raport  $D/h$ .

k) Studiul distanțelor maxime față de jonctiune în zona unde încep să apară tensiuni echivalente Von Mises maxime respectiv deformații radiale maxime, evidențiază o creștere a valorilor distanțelor o dată cu creșterea grosimii învelitorilor după o lege exponențială.

19. Paragraful 5.2 prezintă un studiu privitor la elementele finite existente în biblioteca programului NASTRAN V 4.0 utilizate pentru studiul stării de tensiune cu ajutorul programului NASTRAN V 4.0 în domeniul elastic liniar pentru o structură de învelitoare cupolă-sferică cilindru GRP, rezultatele fiind comparate cu cele obținute analitic în paragraful anterior, concluzionându-se că elementul axisimetric izoparametric parabolic triunghiular CTRIA6 existent în biblioteca programului NASTRAN V 4.0 asigură soluția cea mai bună la aceeași densitate de rețea.

20. Paragraful 5.3 cuprinde un studiu privitor la optimizarea rețelei de element finit folosită la analiza FEM a stării de tensiune cu programul NASTRAN V 4.0 a învelitorii sferă-cilindru GRP, făcându-se un studiu comparativ al stării de tensiune între rezultatele obținute cu trei tipuri de rețea, una dintre rețele fiind o rețea optimizată în zona de jonctiune. Concluzia este că rețeaua rafinată 2QUAD8 cu densitate de 822 de elemente CDUAD8 conduce la rezultate identice cu cele ale unui model de rețea cu densitate foarte mare de 4872 de elemente CTRIA3.

21. Paragraful 5.4 prezintă conceptele teoretice care stau la baza teoriilor de rezistență privitoare la învelitorile subțiri și groase cât și criteriile clasice cu ajutorul cărora se face încadrarea învelitorilor în cele două categorii. Se prezintă un studiu relativ la un caz concret de învelitoare cu prezentarea stării de tensiune și clasificarea învelitorilor de diferite grosimi în învelitori subțiri și groase. Folosind rezultatele obținute prin analiza FEA s-a făcut clasificarea de înveliș subțire sau gros pentru un caz concret de învelitoare semisferă-cilindru considerându-se ca și criteriu de clasificare valorile tensiunilor radiale.

22. Paragraful 5.5 se referă la prezentarea unui studiu comparativ privind starea de tensiune în domeniu elastic liniar pentru învelitoarea cilindru-cupolă optimizată de J. Leach. Se compară rezultatele obținute prin metoda diferențelor finite prin programul BOSOR4 și rezultatele obținute prin metoda FEM cu ajutorul programului NASTRAN V 4.0. Studiul relatează diferențe semnificative, abaterea procentuală fiind de maxim 16% a rezultatelor obținute prin metoda diferențelor finite față de

---

rezultatele obținute prin metoda FEM.

23. Capitolul 6 are incluse 5 studii referitoare la o metodă de optimizare propusă privind profilul de învelitoare cilindru-sferă cu scopul de a obține o stare uniformă de tensiune în înveliș fără salturi bruște de tensiune așa cum evidențiază învelitoarea GRP studiată , cu învelișul de grosime constantă  $h=10$  mm , unde se constată că variația tensiunii echivalente Von Mises este cuprinsă între valorile 9.354 Mpa în cupola sferică și 17.82 Mpa în tub pentru profilul studiat la o încărcare mică de presiune internă.

24. Paragraful 6.1 face prezentarea unei metode originale de optimizare a designului unei structuri de învelitoare subțire cupolă-sferică cilindru în domeniul elastic liniar supusă la presiune internă având ca obiectiv obținerea unei structuri care să evidențieze o tensiune echivalentă Von Mises constantă pe întreaga structură fără salturi bruște de tensiune . Optimizarea afectează designul exterior al învelitorii , designul interior fiind cel clasic. Metoda propusă pornește de la încercările făcute de J. Leach de determinare a unui design optim prin analiza stării de tensiune în domeniul elastic pentru diverse profile . Scopul metodei de optimizare este obținerea unei structuri de învelitoare fără perturbații sau vârfuri de tensiune care pot cauza în anumite condiții , deteriorări ale structurii manifestate prin deformații sau colaps. Studiul pentru elaborarea metodei pornește de la cunoașterea funcției de variație a tensiunii echivalente Von Mises determinată în prezenta lucrare prin aplicarea metodei de soluționare axial simetrică a încovoierii învelitorilor subțiri încărcate pe margini, metodă ce face parte din cadrul metodelor liniare .

25. Paragraful 6.2 prezintă considerentele teoretice care stau la baza conceperii unui program original scris în limbajul Turbo Pascal V.6 pentru un calculator PC care să permită optimizarea structurii geometrice a unui înveliș axisimetric cilindru-sferă supus la presiune internă constantă uniformă distribuită în domeniul elastic liniar , în scopul de a obține o distribuție uniformă în structură a tensiunilor echivalente Von Mises. Întrucât programul se referă la starea de tensiune în domeniul elastic liniar și presupune încărcări mici , folosindu-se la conceperea sa teoria liniară pentru învelișuri subțiri , există o marjă de valori pentru tensiunea echivalentă Von Mises care poate fi considerată a fi impusă a se realiza în recipient , domeniul fiind limitat inferior de valoarea tensiunii echivalente Von Mises realizată în cupola sferică și limitat superior de valoarea tensiunii echivalente Von Mises realizată în tub , pentru o structură cu caracteristici geometrice , parametrii de material și de funcționare precizați.

26. Paragraful 6.3 se referă la analiza stării de tensiune a modelului optimizat după metoda prezentată în paragraful 6.1 realizată prin metoda FEA cu programul NASTRAN V 4.0 pentru o structură de învelitoare cilindru-cupolă optimizată , supusă la presiune internă axial simetrică uniformă. În paragraf se prezintă rezultatele analizei prin graficele de variație a tensiunilor echivalente Von Mises pentru structură și detalii

---

de structură . Coordonatele carteziane privind profilul exterior optimizat al structurii analizate sunt conținute într-un tabel , obținute cu programul OPTIMES , fiind prezentate deasemenea și grosimile profilului corespunzătoare punctelor de coordonate carteziane ale profilului exterior.

27. Paragraful 6.4 cuprinde un studiu de design relativ la o învelitoare subțire emisferă-cilindru supusă la presiune internă simetrică uniformă pornind de la soluția propusă prin metoda de optimizare prezentată în paragraful 6.1. Se prezintă starea de tensiune a modelului inițial neoptimizat și a învelișului optimizat prin metoda de optimizare propusă prezentată în paragraful 6.3 , cu ajutorul graficelor tensiunilor echivalente Von Mises cât și a izostaticelor tensiunilor echivalente Von Mises .

În continuare se prezintă studiul a trei profiluri de învelitoare obținute pornind de la profilul optimizat cu programul OPTIMES cu rezultate vizualizate prin graficele tensiunilor echivalente Von Mises și a izostaticelor tensiunilor echivalente Von Mises , ultimul model de profil analizat evidențiind o bandă de variație a tensiunii echivalente Von Mises de 1.294 Mpa și cu un factor de concentrare de  $FCT_{vm} = 0.98$  apropiat de unitate ceea ce relevă că este soluția fără concentratori de tensiune.

28. Paragraful 6.5 prezintă un studiu asupra metodei de determinare a profilului optim cu realizarea unei stări de tensiune uniforme pentru recipientul cupolă-sferică cilindru sub presiune . Studiul analizează metoda de optimizare prezentată în paragraful 6.1 care pornește de la ecuațiile analitice ale tensiunilor echivalente Von Mises privind starea de tensiune și rezolvă aceeași problemă de determinare a profilului optim pornind de la funcțiile tensiunilor echivalente Von Mises obținute în urma analizei cu programul NASTRAN 4.0 approximate cu funcții spline. Rezultatele obținute prin programul original SPLINE29 scris în limbaj Pascal V 7.0 care sunt concretizate prin coordonatele carteziane ale profilului optimizat cât și a grosimilor corespunzătoare profilului optimizat , s-au folosit la analiza FEA cu programul NASTRAN V 4.0 . Se constată că banda de variație a tensiunilor echivalente Von Mises este cuprinsă între 15.18 Mpa și 18.55 Mpa , vârfurile evidențiate în graficul tensiunilor echivalente Von Mises fiind cauzate de erorile de date . Deasemenea se evidențiază că în cupola sferică banda de variație a tensiunii echivalente Von Mises este cuprinsă între 16.7 Mpa și 17.25 Mpa iar în cilindru banda de variație a tensiunii echivalente Von Mises este cuprinsă între 17.6 Mpa și 17.82 Mpa ceea ce reprezintă abateri mici de la valoarea de 17.8 Mpa a tensiunii echivalente Von Mises care a fost impusă a fi realizată în recipient..

---

## 7.2 CONTRIBUȚII PERSONALE

- Definirea noțiunii de joncțiune și clasificarea tipurilor de joncțiune
- Redarea unei sinteze privitoare la analiza stării de tensiune și deformare în domeniul elastic cu privire la intersecția radială a învelitorilor cilindrice cu prezentarea a trei studii privitoare la analiza stării de tensiune la intersecția radială a învelitorilor cilindrice supuse la presiune internă , moment încovoietor , și diverse încărcări, utilizând metode analitice , analiză FEA și analiză experimentală.
- Relatarea unei sinteze cu privire la analiza stării de tensiune și deformare în domeniul elastic liniar la intersecția radială a învelitorilor cilindrice și prezentarea a patru studii referitoare la acest tip de joncțiuni supuse la solicitări de presiune internă , solicitări de forță și moment , diverse încărcări folosind metode analitice , metode FEM și metode experimentale.
- Expunerea unei sinteze cu privire la analiza stării de tensiune și deformare în domeniul elastic la joncțiunile învelitorilor cilindrice cu capace de forme diferite și prezentarea a trei studii relativ la starea de tensiune și deformare folosind teoria neliniară a lui Reissner pentru diferite recipiente cilindrice cu fund plat , recipiente cilindrice cu cap elipsoidal și recipiente cilindrice cu cap sferic , supuse la presiune internă , folosind metode analitice , metode FEM și metode experimentale.
- Realizarea studiului parametric al stării de tensiune și deformare în joncțiunea cilindru-sferă ce aparține învelitorilor subțiri GRP (glass reinforced plastic) în domeniul elastic liniar utilizând soluția axial simetrică a încovoierii învelitorilor subțiri încărcate pe margini pentru rezolvarea sistemului de ecuații ce definesc starea de tensiune și deformare cu ajutorul unui program de calcul PCETJ1 scris în limbaj Pascal V.4.0.
- Realizarea unui studiu privitor la rezultatele obținute cu diferite tipuri de elemente axial simetrice existente în biblioteca programului NASTRAN V.4.0 referitor la studiul stării de tensiune pentru o structură de învelitoare cupolă-sferică cilindru GRP încărcată cu valori mici de presiune , rezultatele fiind comparate cu rezultatele obținute analitic , concluzionându-se că elementul axisimetric izoparametric parabolic triunghiular CTRIA6 existent în biblioteca programului NASTRAN V 4.0 asigură soluția cea mai bună la aceeași densitate de rețea.
- Realizarea unui studiu privind rețeaua de elemente finite folosite la analiza FEM a stării de tensiune cu programul NASTRAN V.4.0 pentru învelitoarea cilindru-sferă , concluzia fiind că rețeaua rafinată în joncțiune 2QUAD8 cu o densitate de 822 de elemente QUAD8 care a condus la rezultate identice cu ale unei rețele cu densitate foarte mare de 4872 elemente CTRIA6.
- Realizarea unui studiu privind încadrarea învelitorii în subțire sau groasă , folosind rezultatele obținute prin analiza FEA cu ajutorul programului NASTRAN V 4.0

---

pentru un caz concret de învelitoare , considerându-se ca și criteriu de clasificare valorile tensiunii radiale.

●Realizarea unui studiu comparativ privind starea de tensiune în domeniul elastic liniar pentru învelitoarea cilindru-cupolă sferică GRP propusă de J.Leach , comparându-se rezultatul obținut de J.Leach prin metoda diferențelor finite cu programul BOSOR4 și rezultatele obținute prin metoda FEM cu ajutorul programului NASTRAN V.4. Studiul relatează diferențe semnificative , abaterea procentuală între cele două metode fiind de 16%.

●Prezentarea unei metode originale de optimizare a designului exterior unei structuri de învelitoare subțire cupolă-sferică cilindru supusă la presiune internă în domeniul elastic liniar, având ca obiectiv obținerea unei structuri care să evidențieze o tensiune echivalentă von Mises constantă pe întreaga structură fără salturi bruște de tensiune. Metoda în această variantă permite studiul de design pentru domeniul liniar cu încărcări de presiune mici , pentru învelitoarea cupolă-sferică cilindru pentru care se cunosc funcțiile analitice de calcul al tensiunilor echivalente von Mises .

●Realizarea unui program OPTIMISES care face calculul grosimii învelitorii și coordonatelor carteziene al tensiunii echivalente von Mises pentru structura optimizată , în care se realizează o stare de tensiune uniformă cu o tensiune echivalentă von Mises impusă a se realiza în mod uniform în învelitoare. Marja de valori care poate fi considerată pentru tensiune echivalentă von Mises a se impune în recipient este limitată , fiind cuprinsă între valoarea tensiunii echivalente von Mises realizată în cupola sferică respectiv în tub.

● Realizarea unui studiu de design relativ la o învelitoare subțire semisferă - cilindru supusă la presiune internă simetrică uniformă , considerându-se 3 modele de învelitoare obținute pornind de la profilul optimizat cu programul OPTIMISES. Rezultatele sunt concretizate prin graficele tensiunilor echivalente von Mises , un profil de învelitoare evidențiind un factor de concentrare  $FCT_{VM}=0.98$  ceea ce relevă că este soluția fără concentratori de tensiune.

●Realizarea unui studiu de metodă pentru obținerea soluției de design optimizată pentru profilul recipientului cupolă-sferică cilindru , care să permită optimizarea stării de tensiune în recipient pornind de la valorile tensiunilor echivalente von Mises obținute în urma analizei cu programul NASTRAN V.4.0 approximate cu funcții spline fără a se impune cunoaște ecuațiilor analitice ale tensiunilor von Mises.

---

### 7.3 CONCLUZII LA CONTRIBUȚIILE PERSONALE

Cu referire la contribuțiile personale privitoare la studiul stării de tensiune și deformație în joncțiunea cilindru-sferă în domeniul elastic cuprinsă în capitolele 5 și 6 ale tezei se concluzionează:

- Analiza FEA cu programul NASTRAN V.4.0 , întreprinsă pentru profilul propus de J.Leach obținut de acesta în urma studiului a 13 profile de învelitori , s-a dovedit a fi superioară calculului cu diferențe finite realizat de J.Leach cu programul BOSOR4 , evidențiindu-se că există diferențe de 16% privind valorile tensiunilor calculate.

- Alegera tipului de element finit axisimetric izoparametric parabolic triunghiular CTRIA6 existent în biblioteca programului NASTRAN V.4.0 cât și a rețelei optime de 822 elemente finite , rețea rafinată în zona de joncțiune unde se manifestă concentratorii de tensiune , au permis studiul structurii de învelitoare cupolă-sferică cilindru , în mod exact , diferențele față de calculele analitice ale tensiunilor fiind de 0.1%.

- Studiul întreprins relativ la conceptul de învelitoare subțire sau groasă pentru recipientul studiat s-a impus având în vedere că în literatura de specialitate există mai multe criterii de clasificare care nu conduc la rezultate identice, diferențele fiind mari , criteriul considerat pentru studiu fiind valoarea tensiunii radiale obținută cu programul NASTRAN V.4.0 , care conduce la aceleași rezultate ca și criteriu stabilit de Flugge și Timošenco.

- Variantele de design studiate au evidențiat soluții de profil optimizat , pentru una din variantele propuse obținându-se un factor de concentrare  $FCT_{VM} = 0.98$  apropiat de unitate , ceea ce este practic soluția fără concentratori de tensiune.

- Metoda elaborată pentru optimizarea designului pornește de la cunoașterea ecuațiilor analitice ale tensiunilor echivalente von Mises și a fost generalizată pentru a avea ca date de intrare valorile tensiunilor echivalente von Mises determinate prin metoda FEM , în urma rulării programului de element finit NASTRAN V.4.0 .

- Metoda propusă permite obținerea coordonatelor profilului care corespunde condiției impuse de realizare a unei tensiuni echivalente von Mises uniforme în învelitoare , în mod exact , banda de variație a tensiunii echivalente von Mises fiind de 1.8 MPa pentru cazul studiat , parametrii geometrici fiind furnizați prin program , spre deosebire de metoda lui J.Leach care a obținut profilul ce realizează o stare de tensiune aproximativ uniformă având banda de variație a tensiunii echivalente von Mises de 3 MPa , prin încercări studiind 13 profile de învelitoare.

- Programul OPTIMISES permite determinarea designului de învelitoare cu o valoare constantă impusă pentru tensiunea echivalentă von Mises a se realiza în înveliș , valoare care poate varia între tensiunea echivalentă von Mises realizată în cupolă și tensiunea echivalentă von Mises realizată în tub.

---

● Modelul de profil obținut prin programul OPTIMISES prezintă factorul de concentrare  $FCT_{VM}=0.9$  spre deosebire de profilul propus de J. Leach care are factorul de concentrare  $FCT_{VM}=0.85$ .

● Generalizarea metodei de optimizare concretizată prin realizarea programului SPLINE29 poate fi folosită pentru obținerea designului optim fără concentratori de tensiune pentru orice tip de învelitoare în domeniul liniar sau neliniar, pentru orice parametrii geometrici, parametrii de material, valoare de încărcare sau tip de încărcare. Metoda în această variantă permite studiul de design a profilului învelitorii fără a se impune cunoașterea funcțiilor analitice de calcul ale tensiunilor echivalente von Mises.

● Profile de design obținute prin programul SPLINE29 la fel ca și cele obținute cu programul OPTIMISES, pot fi ajustate în cazul în care se consideră că este necesar pentru ușurința realizării practice sau din motive estetice după cum s-a arătat și în paragraful 6.4.



---

## 7.4 LISTA PROGRAMELOR DE CALCUL UTILIZATE LA ELABORAREA TEZEI

1. Programul de calcul PCETJ1 scris în limbaj Pascal V.6.0 , autor Ing.Dora Aglaia Tatiana FLOREA

Programul calculează starea de tensiune în învelitoarea cilindru-cupolă sferică având ca date de intrare: parametrii geometrici , parametrii de material , parametrii de funcționare și furnizând la ieșire eforturi , momente, tensiuni calculate pentru cupola sferică și cilindru în domeniul elastic liniar.

2. Programul NASTRAN V.4.0 folosit pentru analiza FEA , autor The MacNeal-Schwendler Corporation , Los Angeles

Programul realizează analiza FEA , permite desenarea modelului solicitat supus analizei , furnizând grafice privitoare la tensiunile calculate pentru un model cerut de învelioare , deasemenea prezentarea izostaticelor tensiunilor și deplasărilor solicitate cu diverse tipuri de elemente finite.

3. Programul BOSOR4 scris folosind metoda diferențelor finite , autor J.LEACH .

Programul calculează starea de tensiune și deformație pentru 13 modele de design ale învelitorii cilindru-cupolă sferică și afișează graficele corespunzătoare tensiunilor și deformațiilor calculate.

4. Programul OPTIMISES scris în limbaj Pascal V.6.0 , autor Ing.Dora Aglaia Tatiana FLOREA .

Programul calculează starea de tensiune în învelitoarea cilindru-cupolă sferică cu parametrii geometrici , parametrii de material și parametrii de stare precizați , determinând profilul optim exterior al învelișului care realizează o stare de tensiune uniformă caracterizată printr-o tensiune echivalentă von Mises constantă , impusă a se realiza în înveliș.

Programul furnizează graficul tensiunii echivalente von Mises cu grosimea constantă inițială, graficul grosimii designului optim al învelitorii în punctele precizate pentru calcul , graficul tensiunii echivalente tensiunii von Mises pentru profilul optimizat , profilul de învelitoare optimizată și detaliu la profilul optimizat.

5. Programul SPLINE29 scris în limbaj Pascal V.6.0 , autor Ing.Dora Aglaia Tatiana FLOREA .

Programul are ca date de intrare parametrii geometrici , parametrii de material, parametrii de stare , pentru învelitoarea cilindru - cupolă sferică precizată , și furnizează graficul tensiunilor echivalente von Mises pentru diferite grosimi de învelitoare precizate , variația grosimii învelitorii funcție de tensiunea echivalentă

---

*von Mises pentru fiecare punct din secțiunea învelitorii la cerere , graficul variației grosimii profilului optimizat pentru o stare de tensiune uniformă caracterizată de tensiunea echivalentă von Mises impusă a se realiza în învelitoare, valorile grosimilor calculate pentru un număr de puncte de pe învelitoare cât și coordonatele punctelor profilului exterior ce reprezintă designul optim de învelitoare.*

---

## BIBLIOGRAFIE

1. Ahmed S. , *Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements* , Int. J. Num.Meth.Enging. 2 (1970)
2. M.Aldea , *Cazane de abur și recipiente sub presiune* , Editura Tehnică ,1972
3. Arora J.S., *Introduction to optimization design* , McGraw - Hill , New York, 1989
4. ASME , *Boiler and Pressure Vessel Code Section III Division I Subsection NC - Class 2 Components* , New York , ASME 1977 ,Edition incl.Winter 1979
5. Bakhvalov N., *Methodes numeriques*, Edition Mir,1986
6. Bass , B.R.Bryson , J.W. and Moore, S.E. , *Validation of the finite element stress analysis computer program CORTES-SA for analyzing piping tees and pressure vessel nozzles*,Proc.ASME Petroleum and Mechanical Engineering Conf.,Houston , TX,September 1977
7. A.Beleș , M.Soare , *Calculul plăcilor curbe subțiri* , Editura Tehnică ,București 1969
8. A.Beleș ,Voinea R. ,*Rezistența materialelor*,Ed.Tehnică,1958
9. Bijlard,Dohrmann,Wang,*Nucl.Engng.Des.* 1967
- 10.Buzdugan Gh.,*Rezistența materialelor* , Ed.Didactică și Pedagogică,Bucuești , 1986
- 11.Buzdugan Gh.,Blumenfeld M. , *Calculul de rezistență al pieselor de mașini*, Ed.Tehnică , București,1979
- 12.BS4994 , *Specification for vessel and tanks in reinforced plastics* , British Standard Institution 1973
- 13.Dragoș D.Cioclov , *Recipiente sub presiune* , Editura Academiei R.S.Romania , București 1983
- 14.Valentin Cristea, *Turbo Pascal 6.0*, Editura Teora,București 1992
- 15.Constantin Cristuinea , Dora Florea , *Asupra stării de tensiune din peretele unei conducte de abur supusă unor șocuri termice* , Conferința de "Vibrații în construcția de mașini",Timișoara,1980
- 16.Constantinescu,I.N.,*Calcul de rezistență pentru utilaje tehnologice*, Editura Tehnică,București,1979
- 17.Constantinescu I.N. , Munteanu M.Gh,Golumbovici D.C. , *Calcul de rezistență rezistența structurilor de mașini și utilaje*, Editura Tehnică , București , 1984
- 18.Constantinescu Ioan, *Stări de eforturi unitare în recipiente cilindrice cu fund plat,solicitare cu presiune internă* ,Teză de doctorat,București 1972
- 19.Constantinescu I.N., Dăneț G. ,*Metode noi pentru calcule de rezistență* , Editura Tehnică , București,1989
- 20.Corum W.I. ,1974 , *Theoretical and experimental stress analysis of ORNL , Thin shell cylinder to cylinder modul-1* , ORNL Report 4553
- 21.Decock I. , *Reinforcement method of openings in cylindrical pressure Vessel subjected to the internal pressure* , W.Elding Research Abroad ,1995
- 22.Deutsch Ioan,*Rezistența materialelor*, Ed.Tehnică și Pedagogică, București,1979

- 
23. Elliyig F. , *Elastic stresses near a skewed hole in a flat plate and application to oblique nozzle attachment in shell* WCR bulletins , No.153,1970
  24. Eringen , Suhubi , *Nucl.Struct.Engng.*,1965,2,3,253-270
  25. Eringen A.C. Suhubi E.S. , *Stress Distribution at two Normally Intersection Shells* , *Nuclear Structural Engineering* , vol.2 , No.3 , 1965 p.253-270
  26. Fessler H.,Lekshminarayana C.M.,*Stresses in the hemispherical heads,Pressure Vessel , Research better design* , 18-19 ianuary,1981,J.Mech.E.
  27. Fidler R., *A photoelastic analysis of oblique cylinder intersections subjected to internal pressure* , WCR Bulletin No.153,1970
  28. Findley G.E.,Mofat D.G.,Spence J. , *Some experimantal stress results on the pressure vessel components* , WCR Bulletin no.144,1970
  29. Flugge, *Elementary statics of shells*, New York 1961
  30. Fritz,A.N.,*Studies in the theory of thin shells with holes survey* ,Prikl.Mech. ,(11)1979,pp.3-37
  31. Colectiv,Dora Florea,*Studiul privind controlul stării materialului unor conducte de abur viu din centralele termoelectrice,ICMENERG* , București, 120/1980
  32. Colectiv,Dora Florea, *Studiul privind starea materialului unor țevi de cazan de la CCH-Dej,CCH-Dej*,184/1980
  33. Dora Florea , Constantin Cristuinea , *Metodă de stabilire a funcțiilor analitice între tensiune , alungire și temperatură*, Sesiunea de Comunicări științifice , Oradea , 1981
  34. Colectiv,Dora Florea,*Studiul privind controlul stării materialului unor conducte de abur viu din centralele termoelectrice,ICMENERG* București,260/1981
  35. Dora Florea, *Optimizarea codificării elementelor finite în calculul structurilor* ,Al III Simpozion Național de Tensometrie , cu participare internațională , Timișoara , 28 sept.-1 oct. 1983
  36. Dora Florea, *Procedure for the calculation of the weigtht centre concerning the turbine blades*, Al IV Simpozion Național de Tensometrie , Brașov 24-27 sept. 1986
  37. Dora Florea , *Stadiul actual al cercetărilor în domeniul joncțiunilor învelitorilor compuse*,Referat nr.1 al tezei de doctorat, Universitatea Politehnica , Timișoara , 1997
  38. Dora Florea , *Studiul comparativ privind starea de tensiune în vase cu pereți subțiri*,Referat nr.2 al tezei de doctorat,Universitatea Politehnica,Timișoara , 1997
  39. Dora Florea , *Rezultate experimentale*,Referat nr.3 al tezei de doctorat Universitatea Politehnica,Timișoara ,1998
  40. Dora Florea , Tiberiu Babeu , *Upon The Stress state in the joint sphere-cylinder under internal pressure* , Buletin Științific al Universității Politehnica, Timișoara, Tom 44(58),Mecanică,1999
  41. Dora Florea , *The parametric study of stress state in the joint sphere-cylinder under internal pressure* , Buletin Științific al Universității Politehnica, Timișoara , Tom 44(58),Mecanică ,1999
-

- 
42. Dora Florea, *The consideration about of the stress and displacement state in the joint sphere-cylinder under internal pressure*, Buletin Științific al Univerității "Politehnica", Timișoara, Tom 44(58), Mecanică , 1999
  43. Dora Florea , Tiberiu Babeu, Viorel Ungureanu, *The FEA elastic analysis with NASTRAN V4.0 for the sphere-cylinder of GRP skin shells under internal pressure* , Buletin Științific al Universității Politehnica Timișoara, Mecanică , Tom 45(59) 2000
  44. Dora Florea , *The theoretical aspect about the realization of a computer program for the optimization in the elastic linear of thin shells sphere-cylinder under internal pressure* ,( în curs de publicare)
  45. Dora Florea , *The method of optimization in the elastic linear field of the thin shell for sphere-cylinder GRP under the pressure* (în curs de publicare)
  46. Dora Florea , *The theoretical aspect about of realization a computer program for the optimization in the elastic linear field for the thin shell sphere-cylinder GRP under the pressure* , (în curs de publicare)
  47. Dora Florea, *The optimization of the element finite network for the FEA analysis with the NASTRAN V 4.0 program for the sphere-cylinder shell*(în curs de publicare)
  48. Dora Florea, *About of the shell skin concept concerning at the sphere-cylinder shell under internal axial symmetric constant and uniform pressure* (în curs de publicare)
  49. Dora Florea , *The compared study through the FEM method in the elastic linear field with NASTRAN V4.0 of a optimization sphere-cylinder shell through the J.Leach method under the internal pressure* (în curs de publicare)
  50. Dora Florea , *The analysis of the stress state in the elastic linear field with NASTRAN V 4.0 for a structure of sphere-cylinder optimization shell under axial symmetric uniform shell* (în curs de publicare)
  51. Dora Florea , *The study of the design for the skin shell sphere-cylinder under the uniform symmetric axial internal pressure* ( în curs de publicare)
  52. Dora Florea , *About the method of determination the optim contour for the sphere-cylinder under the pressure with the realization a state uniform stress* (în curs de publicare)
  53. Gantayat, A.N. and Powell , G.H., *Stress Analysis of tee Joints by Finite Element Method*, Berkeley , University of California (Ref.No.UCSESM 73-6), 1973
  54. Gordon W.S. , *Blending function methods for bivariate and multivariate interpolation and approximation SIAM* , J.Num. Anal. 8 (1971)
  55. Gordon W.J.& Hall C.A., *Construction of curvilinear coordinate system and application to mesh generation* , Int. J. Num. Meth. Engng. 7 (1973)
  56. Green A.E., Zerna W. , *Theoretical Elasticity* , Oxford , 1960
  57. Gwalney r.c. , Corum J.M. , Bolt S.E. , Bryson J.W. , *Experimental Stress Analysis of Cylinder to cylinder Shell Models and Comparisons with Theoretical Predictions*, ASME Journal of Pressure Vessel Technology ,
-

58. John F. Harvey , *Pressure Vessel Design , Nuclear and Chemical Application* , New York , 1960
59. J.W. Hansberry , N. Jones , *A theoretical study of the elastic behaviour of two Normally Intersecting Cylindrical Shells*, Journal of Engineering for Industry Industry, August 1969 , 563-572
60. Hinton & Campbell J.S. , *Local and global smoothing of discontinuous finite element function using least squares method* , Int. J. Num. Meth. Engn. 8(1974)
61. Huei-Lin Chien, Shao-Jun Wu , *Elastic Stress Analysis of two Oblique Intersecting Cylindrical Shells Subjected to Internal Pressure* , Int.J.Pres. Ves.& Piping 31 (1988)
62. Huebner K.H., Thornton, E.A. Byrom, *The finite Element Method for Engineers*, John Wiley , New York, 1995
63. Jinescu Valeriu , *Utilaj tehnologic pentru industriile de proces*, 1983
64. Kalnins A., Lestingi J.E. , *On linear analysis of elastic shells of revolution*, J.Appl.Mech. ser.E 3(2), 1966
65. Kalnins A, Lestingi J.E , *On nonlinear analysis of elastic shells of revolution* , J Appl. Mech.ser. E 34(1) , 1967
66. A.Kalnins , J.E.Lestingi, *On nonlinear analysis of elastic shells of revolution* , Journal of Strain Analysis, 1981, 16
67. Khan A.S., Chen J.C. , Hsio C. , *A comparative study of stress field around a reinforced an unreinforced normal intersection of two cylindrical shells*, Int.J.Pres.Ves.&Piping 15(2), 1984
68. Khan A.S. , Shah Syed S., *A parametric study of two normally intersecting cylindrical shells subjected to out of plane moment* , Int. J.Pres. Ves.& Piping 22(1986)
69. Kirkwood M.G., Carmichael G.D.T. and Moffat D.G. , *Finite element stress analysis of an equal diameter branch pipe intersection subjected to out of plane and twisting moments* , J.Strain Analysis 21(1) 1986
70. Kraus H., Bilodeau G.G , Lannger B.F., *Stresses in a thin-walled pressure vessel with an ellisoidal head*, J.Eng.Ind.Ser B 83(1961)
71. E.Klingbeil, *Zur Theorie der Rotationschalen von Stand - punkt numerischer Rechnungen* , Ingenieur - Archiv, vol.27, 1959
72. Ioan Lazăr, Călin Anghel, *Recipiente sub presiune*, Universitatea Cluj - Napoca, 1983
73. Ioan Lazăr , Călin Anghel, *Recipiente sub presiune*, Cluj , 1983
74. J.Leach , *Domed ends for GRP pressure vessel* , M.Sc. Dissertation , UMIST , 1983
75. J.Leach & P.D.W.Saden , *The Design of Thickness Transition Regions for GRP Pressure Vessel* , Int.J.Pres&Piping 17(1984)
76. Lekerker J.G. 1972 , *The determination of Elastic Stresses Near Cylinder to Cylinder Intersection* , Nuclear Engineering Design, vol.20, pp.57-84

- 
77. Leven M.M., *Photoelastic determination of stresses at oblique openings in lates and shells*, WCR Bulletin, No.153,1970
78. W.Lohmann, *Beitrag zur Integration der Reissner-Meissner shen Schalen gleichung fur Beholter unter Kausttanten Innerdruck*, Ingenieur - Archiv, vol.6 1935
79. Merson J.L 1989, *A compareson of FASTS2 Results with Test Data and Finite Element Results*, PVRC Raport
80. Mershon J.L., *Interpretative report on oblique nozzle connections in pressure ading*, WCR bulletins, No.153,1970
81. Mokhtarian K., Endicot J.S 1991, *Stresses in intersecting cylinder subjected to pressure*, WRC Bulletin No.368
82. Murthy M.V.V., *Stress around an elliptical hole in a cylindrical shell*, Journal of Applied Mechanics, 36(1), 1969, pp.39-46
83. Murthy, M.V.V., *Stress around an elliptic hole in a cylindrical shell*, Journal of Aplied Mechanics, 36(1) (1969)
84. H.Munz, *Ein Integration srefahren fur die Berchnung der Biegespannungen achsensymmetrischer Scalen unter adisensymmetrischer Balastung*, Ingenieur Archiv., vol.19, 1951
85. Myint, Rodak, Wolfan, *Trans. ASME*, J. pressure Vessel, 1971
86. P.M.Naghdi, C.N.DeSilva, *Deformation of Elastic Ellipsoidal Shells of Revolution*, Proceedings of the second U.S.National Congreaa of Applied Mechanics, 1954
87. *Nastran V4.0*
88. Novozhilov V.V., *Theory of Thin Shells*, Shipbuilding, Leningrad, 1962
89. G.D.Panagiotopoulos, *Stress Concentration Factors for intersecting cylindrical shells under mechanical loading*, Int.J.Pres.Ver&Piping 33 (1988)
90. G.D.Papagiotopoulos, *A finite element procedure for the stress analysis of tubular joint conections*, Int. J.Num.Meth.Engng. 2 (1986)
91. A.Pavel, *Elastostabilitaea recipientelor cilindrice*, Ed. Academiei, București 1983
92. A.Pavel, *Jonctiuni Tubulare, Racorduri și Teuri*, Editura Briliant, Bucuretti, 1998
93. R.K.Penny, *Symmetric Bending of the general shell of Revolution by finite Difference Method*, Journal of Mechanical Engineering Science, vol.3.1961
94. S.D.Ponomariov, *Calculul de rezistență în construcția de mașini*, Editura Tehnică, București, 1963
95. Nicolae Posea, *Rezistența materialelor*, Edit. Didactică și Pedagogică, București, 1979
96. Qian L.x. et al, 1965, *General Solution of Cylindrical Shell with a cutout*, *Journal of Dalian*, Institute of Technology, Nov.3-4, pp 1-23
97. P.P Radkowski, R.M.Davis, M.R.Bolduc, *Numerical Analysis of Equation of thin of revolution*, American Rocket Society Journal, vol.32, 1962
98. Raju P.P., *A parametric three-dimensional finite element study of 45 degree lateral connections*, WCR Bulletins No.301, Jan.1985
-

- 
99. Reidelbach W. ,*In.Ing.Arch.* 1961 ,30,5 293-316
  - 100.Reidelbach W. , *The stage of stress at the perpendicular Intersection of two Right Circular Problems*, Osterreichishen Ing.Arch , vol.16 ,No.3,1962, p.253-270
  - 101.Reissner E.,*On axisymmetric deformations on thin shells of revolution* , Proc.Symposion Appl.Math.,Mc.,Graw-Hill, New York , 3(1950)
  - 102.Reissner, *On The Theory of Thin elastic shells*, H.Reissner Anniversary Volume , J.W.Edwards,Ann Arbor,MI(1949)
  - 103.Z.S.Revesz , *Evaluation of stress Intensities in Man-holes Incorporated in Thin - walled Piping*, Int.J.Pres.Ves.&Piping 16(1984) 203-220
  - 104.Riley W.F., *Experimental determination of stress distribution in thin - walled cylindrical and spherical pressure vessel with circular nozzles* , WRC Bulletin no.108,1965
  - 105.A.L.Rusu Casandra, *Analiza stării de tensiune în jonctiunile structurilor în plăci* , Teză de doctorat , București ,1996
  - 106.Salvin , G.N. , *Stress Distribution Around Holes* , Naukova Dumka,1968
  - 107.Sepetoski W.K., *A digital computer program for the generally axially symmetric thin shell problem*, J.Appl.Mech.,ser E 29,1962
  - 108.W.K.Sepetoski , C.E.Pearson I.W.Dingwell,A.W.Adkins, *A digital computer program for the general symetric thin shell pproblem*, J.Appl.Mech.Ser.E 29,1962
  - 109.V.N.Skopinsky, *Numerical Stress Analysis of Intersecting Cylindrical Shells*, Journal of Pressure Vessel Technology, 1993,Vol.115
  - 110.V.N.Skopinsky , *About Feature of Stress Distubution into Intersection Region of Cylindrical Shells*, Construction Mechanics and Calculation of the Structures , No.2 , 1986
  - 111.Skopinsky V.N. , *The Analysis of Shell Structures with curved Quadrilateral Elements*, News of VUZ , Machine Building ,No.5, 1983
  - 112.V.N.Skopinsky , *The analysis of Shell Structures with curved Quadrilateral Elements*, News of VUZ , Machine Builbing,No.5 , 1983
  - 113.V.N. Skopinsky , *The Effective Models of finite Elements for Analysis of Shell Structures*,Dept.VINITI No.241-85 , Moscow,1985
  - 114.V.N. Skopinsky, *Stress analysis of nonradial cylindrical shell intersections subjected to external loading*, Int.J.Pres.Ves.&Piping 67,1996
  - 115.Steele C.R. , Khathlan , *An Efficient Computational Approach for a large Opening in Pressure Vessel* , WCR Bulletin No.133,1986
  - 116.Stanley P., Campbell T.D., *Very thin torispherical pressure vessel ends under internal pressure , test procedure and typical results*, Journal of strain Analysis 1980,14
  - 117.Stanley P. ,Campbell T.D. , *Very thin torispherical pressure vessel ends under internal pressure , strains, deformations and buckling behaviour* , Journal of Strain Analysis ,1981 ,16
  - 118.Stanley P. and Campbell T.D. *Very thin Toripherical pressure vessel*
-



- end actual versus nominal dimensions*, International Journal of pressure Vessels and Piping, 1991, 46
119. Stanley P, Campbell T.D., *Very thin torispherical pressure vessel ends under internal pressure: Test procedure and typical results*, Journal of Strain Analysis , 1981, 16
  120. Stanley P., Campbell T.D., *Very thin torispherical pressure vessel ends under internal pressure: strains, deformations and buckling behaviour*, Journal of strain Analysis , 1981, 16
  121. Stanley P , Campbell T.D. , *Very thin torispherical pressure vessel ends: actual versus nominal dimensions*, International Journal of Pressure Vessels and Piping , 1991, 46
  122. Soric J. , *Elastic buckling of internally pressurised imperfect torispherical shells*, Computational Mechanics, 1991, 8
  123. Tafreshi A. and Thorpe T.E., *Effect of local departature from nominal dimension on stresses in thin torispherical end closure* , Computational Mechanics, 1996, 8.
  124. Tafreshi A., Fenner, R.T., *Design optimization using the boundary element method* , Journal of Strain Analysis, 1991, 26
  125. Tafreshi A. , Fenner R.T., *Design optimization using the boundary element method*, Journal of Strain Analysis , 1991 , 26
  126. Taylor C.E. , Lind N.C. , *Photoelastic study of the stresses near openings in the pressure vessels* , WCR Buletin No.133, 1966
  127. A.Theodor, *L'analyse numerique*, Masson Italia Editori, Paris, 1982
  128. P.Timoshenko, S.Woinowsky-Krieger, *Teoria plăcilor plane și curbe*, Editura Tehnică, București, 1968
  129. Tingleff O. , *Stress concentration in a cylindrical shell with an elliptical cutout* , AIAA Journal 9(11) 1971
  130. Md.Wahhaj Uddin, *Large Deformation Analysis of Plate- end Pressure Vessel*, Int. J.Pres.Ves.& Piping 29, 1987
  131. Wahhaj Uddin , *Large deformation analysis of ellipsoidal head pressure vessel* , Computer&Structures, Vol.23, No.4 1986
  132. Watts G.W., Lang H.A., *The stresses in a pressure vessel with a conical head*, Trans.ASME 74, 1952
  133. Watts G.W., Lang H.A. , *The stresses in a pressure vessel with a flat closure* , Trans.ASME 74, 1952
  134. Wats G.W., Lang H.A. , *The stresses in a pressure vessel with a hemispherical head*, Trans.ASME 75, 1953
  135. Watts G.W., Burows W. R. , *The basic elastic theory of vessel heads under internal pressure*, Trans. ASME 74, 1952
  136. Watts G.W., Lang H.A., *The stress in a pressure vessel with a flat closure* , Trans. ASME 74, 1952
  137. M.D.Xue , K.C.Hwang , W.Lu , W.Chen , *A Reinforcement Design Method Based on Analysis of Large Openings in Cylindrical Pressure Vessels*, Trans.

