

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

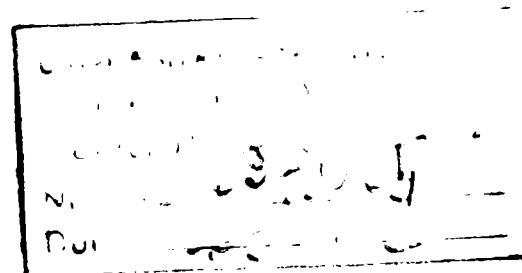
**UNIVERSITATEA „POLITEHNICA” TIMIȘOARA
FACULTATEA DE MECANICĂ**

Ing. BORZA ALEXANDRU

**CONTRIBUȚII LA STUDIUL COMPORTĂRII
CINEMATICE ȘI DINAMICE A TRANSMISIILOR
ARMONICE DINȚATE**

TEZĂ DE DOCTORAT

**Conducător științific
Prof. univ. dr. ing. ȘTEFAN ANGHEL**



**Timișoara
2003**

PREFAȚĂ

Prezenta lucrare reprezintă o sinteză a activității de documentare și cercetare desfășurată de autor în domeniul transmisiilor armonice dințate.

Lucrarea abordează cu precădere problema repartiției tensiunilor în roata flexibilă a transmisiilor armonice dințate radiale, cu două unde, cu generator de unde cu discuri excentrice. Autorul cercetează posibilitatea utilizării unor metode numerice moderne pentru optimizarea constructiv – dimensională a acestei transmisii, care prezintă unele avantaje importante în comparație cu alte variante constructive.

Teza este structurată pe cinci capitole și se întinde pe 180 de pagini. Aceasta cuprinde: 154 relații matematice numerotate, 89 de figuri și 60 de tabele cu date numerice.

Finalizarea acestei lucrări nu ar fi fost posibilă fără sprijinul unor persoane care s-au implicat într-o formă sau alta și cărora autorul le aduce pe această cale mulțumirile de rigoare.

În primul rând, mulțumiri se cuvin conducătorului științific, prof. univ. dr. ing. Ștefan Anghel, reputat specialist în domeniul mecanismelor și al organelor de mașini, om de aleasă ținută morală, care l-a susținut pe autor pe parcursul întregii perioade de pregătire individuală și de finalizare a tezei, atât prin îndrumarea științifică de specialitate competentă, cât și din punct de vedere moral.

În cadrul activității de susținere a examenelor și referatelor planificate în perioada de pregătire individuală, autorul a beneficiat de participarea unor personalități de renume din lumea științifică, care, prin sugestiile de real folos acordate, au contribuit la finalizarea acestei lucrări în forma actuală și cărora le mulțumește: prof. univ. dr. ing. dr. h. C. Francisc Kovács, prof. univ. dr. ing. Dan Perju, prof. univ. dr. ing. Ion Vela, prof. univ. dr. ing. Lucian Mădăras, prof. univ. dr. ing. Lucian Bagiu.

Pentru sprijinul acordat la realizarea standului de probe și la efectuarea experimentelor autorul le mulțumește domnilor ing. Alexandru Borza sr., ing. Virgil Adam de la firma Pangram S.A. Reșița, tinerilor specialiști în domeniul automatizărilor industriale ing. Horațiu Vornica și ing. Gabriel Culinco de la firma Logics Sistem, Reșița.

Pentru înțelegea și suportul acordat, se cuvin mulțumiri colegilor din echipa de management a firmei Pangram S.A. Reșița, ing. Ioan Popa, ec. Aurica Jura, precum și membrilor Biroului Tehnic al acestei firme.

Mulțumirile autorului sunt adresate și colegilor de la Facultatea de Inginerie a Universității “Eftimie Murgu” Reșița, pentru sugestiile utile exprimate în timpul elaborării tezei.

Nu în ultimul rând, autorul mulțumește familiei pentru că l-a susținut pe tot parcursul elaborării tezei.

Reșița, 20 decembrie, 2002

Autorul

CONTRIBUȚII LA STUDIUL COMPORTĂRII CINEMATICE ȘI DINAMICE A TRANSMISIILOR ARMONICE DINȚATE

CUPRINS

1	Stadiul actual al problemelor legate de calculul și construcția transmisiilor armonice	1
1.1	Scurt istoric și aspecte privind evoluția transmisiilor armonice dințate (T.A.D.)	1
1.2	Elemente componente caracteristice ale T.A.D. și principiul de funcționare	3
1.3	Locul T.A.D. între alte transmisii mecanice clasice și moderne.	5
1.4	Clasificarea T.A.D. Cinematica T.A.D. Analiza critică comparativă a unor variante constructive	8
1.5	Forțele nominale care acționează în T.A.D.	20
2	Cercetări analitice asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile	25
2.1	Aspecte legate de angrenajul armonic radial de referință admis	25
2.2	Solicitări specifice ale elementelor T.A.D. radiale, calcule de dimensionare și de verificare	28
2.3	Influența profilului dintelui asupra capacității portante a roții flexibile	39
2.4	Lanțuri de dimensiuni și aspecte referitoare la precizia de execuție și montaj a elementelor componente specifice T.A.D. radiale	49
2.5	Cercetări analitice asupra unui model cu forțe concentrate	57
2.6	Cercetări analitice asupra unui model cu forțe distribuite	63
3	Modelarea prin metode numerice a stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile	85
3.1	Principiul metodelor utilizate	85
3.2	Analiza statică liniară aplicată la un model cu forță concentrată la mijlocul roții	94
3.3	Analiza statică liniară aplicată la un model cu forță concentrată la capătul liber al roții	100
3.4	Analiza statică neliniară aplicată asupra unui model cu forțe distribuite	106
4	Cercetări experimentale asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile. Analiza rezultatelor obținute	122
4.1	Considerații generale legate de organizarea încercărilor experimentale	122
4.2	Aspecte legate de concepția și construcția instalației experimentale	126
4.3	Încercări experimentale privind determinarea deplasărilor	129
4.4	Încercări experimentale privind determinarea deformațiilor și tensiunilor	132
4.5	Analiza rezultatelor obținute pe modele cu forțe concentrate	138
4.6	Analiza rezultatelor obținute pe modele cu forțe distribuite. Comparatie cercetări analitice – analiză statică neliniară	139
4.7	Analiza rezultatelor obținute pe modele cu forțe distribuite. Comparatie analiză statică neliniară – încercări experimentale	147
4.8	Analiza rezultatelor obținute pe modele cu forțe distribuite. Influența diametrului discului deformat și a forței radiale asupra repartiției tensiunii echivalente	159
5	Concluzii, contribuții personale, obiective de perspectivă	167
5.1	Concluzii	167
5.2	Contribuții personale	172
5.3	Obiective de perspectivă	174
	Bibliografie	176

CAPITOLUL I. STADIUL ACTUAL AL PROBLEMELOR LEGATE DE CALCULUL ȘI CONSTRUCȚIA TRANSMISIILOR ARMONICE

1.1 Scurt istoric și aspecte privind evoluția transmisiilor armonice dințate

Industria constructoare de mașini trece printr-o perioadă de concurență acerbă, datorită ofertei mari de produse foarte competitive.

Principala tendință a actualei etape de dezvoltare și modernizare a industriei constructoare de mașini o constituie crearea de mașini, agregate și instalații noi, în componența cărora intră mecanisme tot mai performante care, în construcții compacte, realizează parametri de performanță extrem de ridicați. Această tendință s-a manifestat atât prin perfecționarea performanțelor cinematice, energetice și dinamice ale transmisiilor mecanice clasice cât și prin brevetarea unor transmisiilor mecanice noi.

Transmisia armonică dințată (T.A.D.) face parte din familia transmisiilor mecanice moderne derivate din transmisia planetară cu o roată centrală.

T.A.D. se remarcă prin următoarele avantaje :

- rapoarte de transmitere mari pe o singură treaptă ($i = 60...360$);
- gabarit și greutate reduse;
- randamente superioare la același raport de transmitere;
- precizie cinematică ridicată;
- funcționarea silențioasă, comparativ cu angrenajele clasice.

Avantajele menționate au condus la utilizarea T.A.D. în ramurile de vârf ale tehnicii și anume în construcția:

- roboților industriali;
- mașinilor unelte;
- navelor cosmice;
- reactoarelor atomice;
- calculatoarelor;
- antenelor radar;
- avioanelor;
- elicopterelor;
- macaralelor;
- mecanismelor navale;
- capetelor divizoare de precizie;
- servo-mecanismelor;
- moto-reductoarelor;
- acționărilor în spații ermetizate din industria chimică și petrolieră;
- mecanica-fină.

T.A.D. se deosebește esențial de transmisiile mecanice clasice, deoarece transmite și transformă parametrii cinematici și dinamici ai mișcării de rotație cu ajutorul deformației

elastice, care se repetă după o lege armonică, a unuia dintre elementele sale, numit roata dințată flexibilă. T.A.D. a fost brevetată în 1957 (S.U.A., propunere din 1955) de dr. C.W. Musser [94], iar în 1960 firma japoneză UNITED SHOE MACHINERY & a expus la expoziția tehnică din New-York primul reductor armonic dințat fabricat în serie. Apoi această firmă vinde licența firmei japoneze HASEGAWA GEAR WORKS LTD. Și, în scurt timp, s-a trecut la fabricația de serie a reductoarelor armonice în mai multe țări: S.U.A., Japonia, Rusia, Elveția, Germania, ș.a.

Se pot distinge următoarele etape în evoluția cercetării și producției de T.A.D.:

- 1960-1970 apar primele serii de T.A.D și se fac primele cercetări asupra angrenării armonice, urmărindu-se realizarea de noi tipuri constructive;
- 1970-1980 - această etapă se caracterizează prin diversificarea formelor și variantelor constructive, cercetarea cinematicii și geometriei, îmbunătățirea metodelor de calcul.
- după 1980 a început utilizarea T.A.D. în construcția roboților industriali; s-au efectuat cercetări privind mărirea durabilității elementelor portante ale transmisiei și, în special, a roții dințate flexibile. T.A.D. se dezvoltă în paralel cu alte transmisii moderne, datorită avantajelor remarcabile pe care le prezintă.

S-au dezvoltat preponderent T.A.D reductoare, cu două unde, cu roata dințată flexibilă lungă sau scurtă. Datorită controlului mai bun al formei elementului flexibil deformat s-au utilizat mai mult deformatoare cu camă și rulment flexibil. Pentru astfel de transmisii, în unele țări (Germania) s-au elaborat cataloage cu serii de tipodimensiuni uzuale[119], [120], [121].

În țara noastră, studiul T.A.D. a început în mod sistematic în 1965, iar în 1967 un grup de cadre didactice de la catedra O.M.M. a U.T. Timișoara (I. Idițoiu, Șt. Anghel, L. Mădăras) au proiectat primul reductor armonic dințat. Reductorul a fost realizat în anul 1969 cu sprijinul întreprinderii "Electromotor" Timișoara, în luna iulie a aceluiași an efectuându-se primele încercări experimentale. Ulterior s-au executat și cercetat alte câteva modele de transmisii armonice la I.P. Brașov, I.P. București, I.P. Cluj-Napoca, I.M. Dr. Petru Groza, I. Neptun Cămpina, R.R. Reșița. Preocuparea pentru studiul acestor transmisii mecanice s-a manifestat și prin elaborarea și susținerea unor teze de doctorat:

- Dali, A., Contribuții la geometria cinematică și calculul de rezistență al angrenajelor cu elemente dințate deformabile. Cluj-Napoca, 1981;
- Bruja, A., Contribuții la studiul stării de tensiune în unele elemente ale reductoarelor armonice. I.C.B., 1986;
- Vela, I., Cercetări privind funcționarea și construcția mecanismelor cu elemente dințate elastice. I.P. Timișoara, 1987;
- Filipoiu, I.D., Contribuții asupra îmbunătățirii capacității portante a transmisiilor armonice dințate. I.P. București, 1987;
- Șerban, R. Contribuții teoretice și experimentale la optimizarea geometrică a reductoarelor armonice cu deformator eliptic în vederea creșterii fiabilității acestora. I.P. Iași, 1992;
- Kaposta, I. Optimizarea funcțional-constructivă a transmisiei armonice frontale, U.P. Timișoara, 1994;
- Ianici, S. Contribuții la sinteza transmisiilor cu elemente deformabile. U.P. Timișoara 1998.

La UEM Reșița, există de mai mulți ani preocupări pentru studiul teoretic și experimental al acestei transmisii, materializate prin existența unor standuri experimentale, numeroase articole științifice, unele teze de doctorat etc.

1.2 Elemente componente caracteristice ale T.A.D. și principiul de funcționare

Există o mare varietate de forme constructive ale T.A.D. În vederea evidențierii elementelor componente caracteristice și a expunerii succinte a principiului de funcționare, ne vom referi la o variantă constructivă frecvent întâlnită în practică și anume transmisia armonică dințată radială, cu roată flexibilă lungă (tubulară), cu două unde, cu generator cu camă (fig.1.2.1) [119].

Următoarele trei elemente sunt caracteristice acestui mecanism:

1. generatorul de unde, care produce deformația roții dințate flexibile în vederea asigurării angrenării acesteia cu roata dințată rigidă;
2. elementul flexibil , care este o roată dințată cu pereți subțiri, coaxială cu roata dințată rigidă, numită roată dințată flexibilă;
3. elementul rigid, care este o roată dințată cu dantura interioară, numită roată dințată rigidă (coroana dințată rigidă).

T.A.D. este formată din două roți dințate: rigidă (3) și flexibilă (2), cu numerele de dinți $z_3 > z_2$, și funcționează pe principiul înfășurării cercului de rostogolire al roții dințate flexibile pe cercul de rostogolire al roții dințate rigide, în urma rotirii generatorului de unde (1) în interiorul roții dințate flexibile, pe care o deformează elastic sub formă de elipsă.

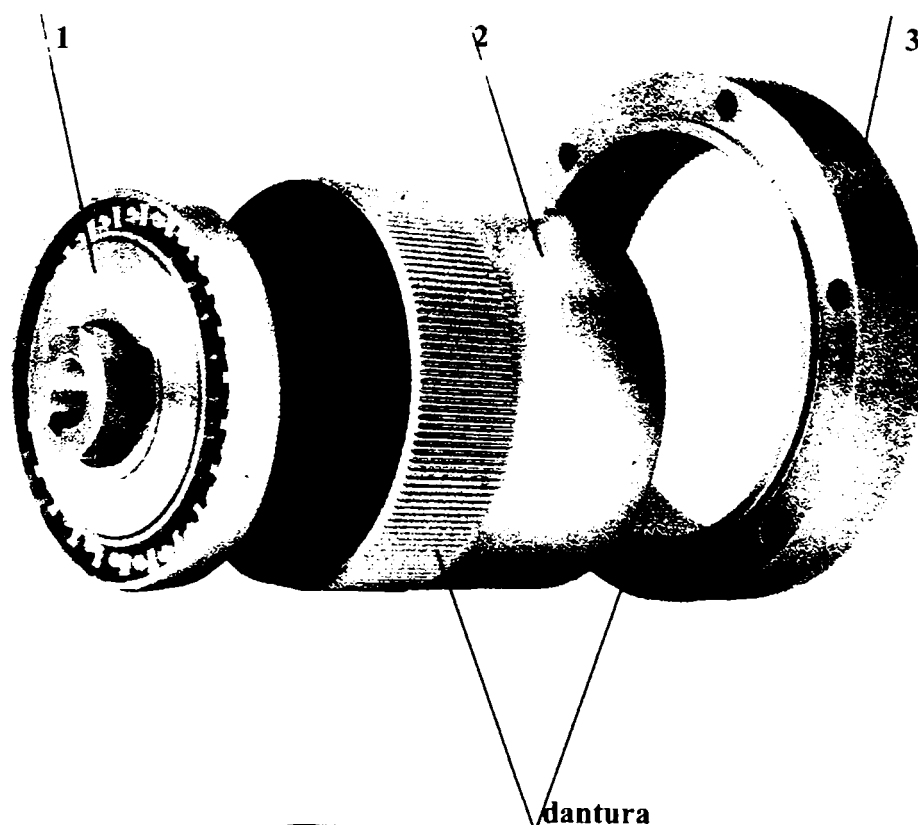


Fig.1.2.1 Elementele caracteristice ale T.A.D.

Roata dințată flexibilă (2) cu dantura exterioară are, în general, doi dinți mai puțin decât roata dințată rigidă (3) și este deformată de generatorul de unde eliptic (1). S-a prezentat cazul, frecvent întâlnit în practică, al generatorului cu două unde. Dinții roții flexibile situați în apropierea extremităților axei mari a elipsei vor angrena complet cu dantura interioară a roții rigide, iar la extremitățile axei mici a elipsei dinții vor ieși complet din angrenare.

La rotirea generatorului de unde, zonele de angrenare se deplasează simultan cu deplasarea unghiulară a axei mari a elipsei, iar la o rotație a generatorului de unde de 180° se produce o deplasare unghiulară relativă corespunzătoare unui dinte, în sens opus, între roata flexibilă și cea rigidă. După o rotație completă a generatorului de unde, roata flexibilă se rotește în raport cu roata rigidă cu un unghi la centru corespunzător a doi dinți în sens opus.

Fig. (1.2.2). [119], prezintă poziția relativă a dinților roții rigide și flexibile pentru poziția inițială a generatorului de unde (a), rotire cu 90° (b), rotire cu 180° (c) și rotire cu 360° (d).

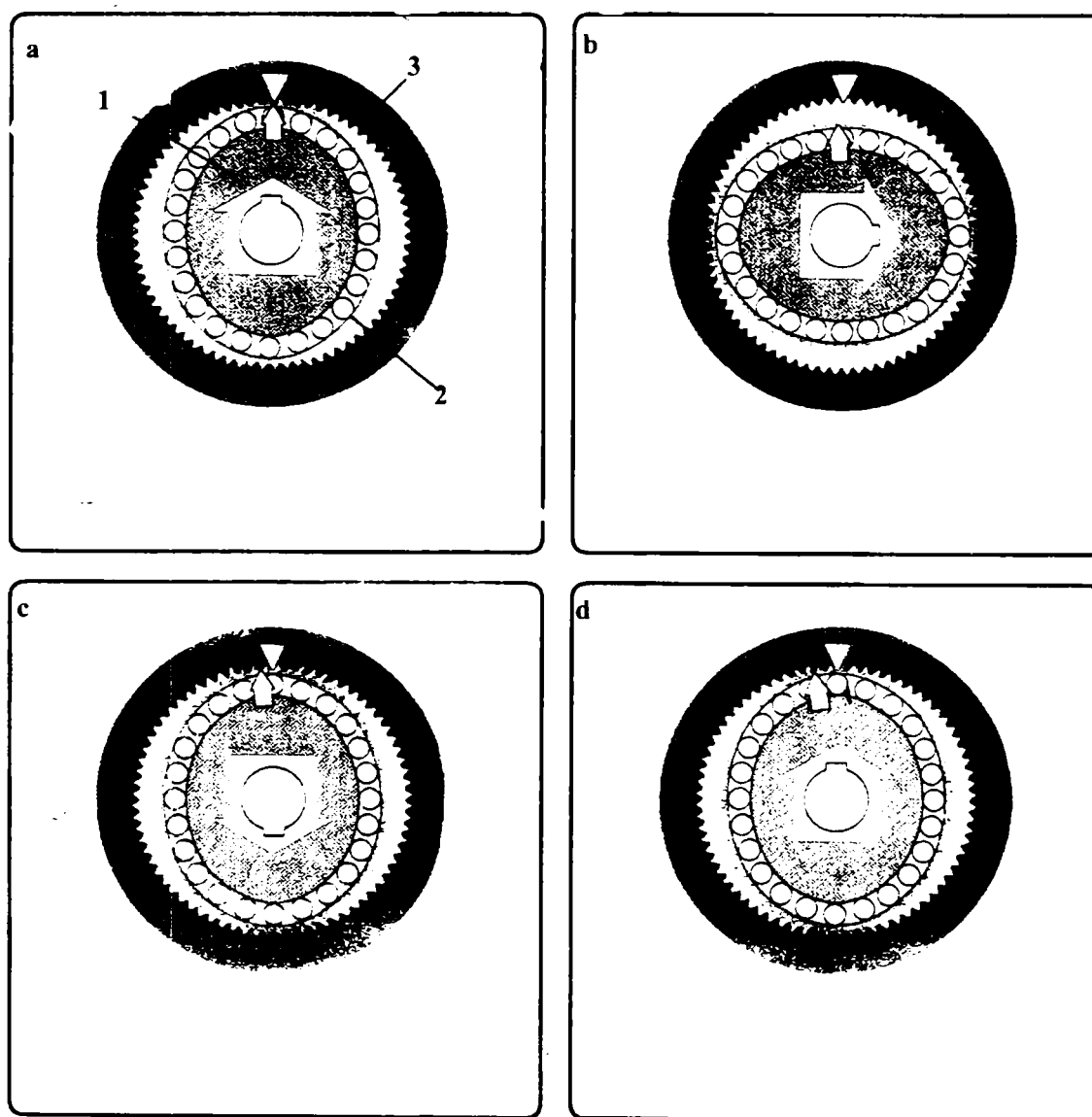


Fig. 1.2.2 Principiul de funcționare al T.A.D.

Roata dințată flexibilă se deformează după o lege armonică, de unde derivă și denumirea acestor transmisii mecanice. Cele trei elemente componente prezentate sunt obligatorii în toate cazurile, principiul de funcționare fiind asemănător indiferent de varianta constructivă aleasă.

1.3 Locul T.A.D. între alte transmisii mecanice clasice și moderne

T.A.D. trebuie comparate în primul rând cu alte transmisii mecanice, care pot îndeplini funcții similare (raport de transmitere foarte mare în construcție compactă), cum ar fi transmisiile melcate, planetare, transmisiile cicloidale cu bolțuri și transmisiile precesionale.

În comparație cu transmisia planetară cu roată rigidă, T.A.D. (datorită elementului flexibil) prezintă următoarele caracteristici :

- a) În angrenare participă simultan un număr mare de perechi de dinți. La T.A.D. cu generator de unde cu role sau discuri excentrice, cu cât momentul de torsiune este mai mare la elementul flexibil, cu atât crește numărul perechilor de dinți în angrenare, deci crește capacitatea de încărcare a transmisiei. În absența momentului de încărcare numărul perechilor de dinți din angrenare este mai mic și, pentru creșterea, lui se recomandă folosirea generatorului de unde cu camă .
- b) Datorită modificării formei roții flexibile sub încărcare, mișcarea relativă a dinților în angrenare este neînsemnată, de aceea pierderile prin frecare în angrenare sunt mici și uzura dinților este mică . În principiu, mișcarea relativă între dinți apare doar în zona de intrare în angrenare și în zona de ieșire din angrenare.
- c) Tot datorită modificării formei roții flexibile se produce o micșorare a unghiului de presiune în cupla cinematică generator de unde - roată flexibilă, deci se reduc pierderile energetice în această cuplă.

Dintre avantajele T.A.D. remarcăm:

- randament mare (0,85...0.90) la rapoarte de transmitere mari, randamentul fiind substanțial mai mare decât cel al transmisiilor mecanice clasice, cu același raport de transmitere;
- raport de transmitere mare pe o singură treaptă (80...350);
- gabarit redus și simplitate constructivă;
- gamă largă de puteri transmise (0.1...500) kW;
- erori cinematice reduse;
- funcționarea silențioasă (zgomot redus);
- sistemul de forțe este autocentrat, zonele de angrenare sunt astfel dispuse încât forțele se echilibrează reciproc, iar în lagăre nu apar încărcări datorită sarcinii transmise;
- uzare redusă a dinților , datorită vitezelor de alunecare mici între profilele conjugate aflate în contact;
- tehnologie simplă de execuție a dinților;
- insensibilitate la erorile privind abaterile de profil și subțierea dintelui.

Principalele aspecte negative ale acestor transmisii sunt :

- variația alternant simetrică a solicitărilor determină oboseala roții dințate flexibile și a rulmentului flexibil (în cazul deformatorului cu camă);
- dificultăți tehnologice de execuție a corpului și danturii în stare deformată a roții dințate flexibile; se necesită materiale cu caracteristici mecanice înalte pentru execuția roții dințate flexibile;
- apare patinarea între generatorul de unde și roata dințată flexibilă (mai ales la cupluri

mari);

- limitarea vitezei unghiulare motoare datorită creșterii temperaturii;
- la depășirea abaterilor admisibile la oricare din elementele de bază, scade mult durabilitatea transmisiei;
- măsuri constructive speciale de montaj;
- greutăți constructive la producția de unicat și la repararea elementelor de bază;
- creșterea randamentului conduce la restrângerea domeniului de valori pentru parametrii transmisiei (viteză unghiulară a arborelui de intrare, raport de transmitere, temperatură și lubrifianț).

Prezentăm în continuare o comparație între performanțele T.A.D. și transmisiile planetare, transmisiile melcate, transmisiile cicloidale cu bolțuri, pentru un reductor cu o treaptă cu următoarele caracteristici: $i = 100$, $P_1 = 1,36$ kW [77].

Tab.1.3.1

Comparație între T.A.D. și alte transmisiile mecanice

Parametri	U.M.	Planetare	Melcate	Cicloidale cu bolțuri	Armonice
Randament	[%]	85	70	85	82
Nr. roți dințate	[-]	10	2	2	2
Nr. rulmenți	[-]	14	6	5	5
Presiune de contact	[Mpa]	350	350	-	42
Nr. total de dinți aflați în angrenare	[-]	7	2	6...12	50
Gabarit: Înălțime Lungime Lățime	[mm]	331 381 331	584 482 356	148 225 148	152 252 152
Joc la răsucire	[-]	da, modificabil	da, modificabil	da/nu, constant	da, modificabil
Eroarea de poziționare	[⁰ ,',''']	< 3'	< 3'	< 1'	< 1'
Randament teoretic al angrenajului	[%]	98	97	98	97
Moment de inerție masiv, relativ la arborele de intrare	[kg.m ²]	0,01	Depinde de structură	< 0,003	<0,055
Durabilitate limitată de	[-]	Ruperea dinților	ruperea dinților	cuplajul de antrenat	roata flexibilă
Tip model construcție	[-]	Coaxial	Axe încrucișate	Coaxial	coaxial
Moment transmis / masă	[Nm/kg]	78	120	124	128

Examinând datele din tab. (1.3.1), se constată următoarele: angrenajul armonic este o construcție compactă (comparabil cu angrenajul cicloidal cu bolțuri); numărul de roți dințate și de rulmenți din componența sa este minim (două roți și cinci rulmenți); presiunea de contact este mică; numărul de dinți aflați simultan în contact este foarte mare.

Analiza critică a acestor date ne îndreptățește să formulăm unele concluzii privind competitivitatea transmisiilor armonice dințate, în raport cu alte transmisii mecanice clasice și moderne.

Având în vedere cele expuse mai sus, se poate afirma că transmisia armonică dințată reprezintă o alternativă demnă de luat în considerație în cazul în care se dorește realizarea unor rapoarte de transmitere mari ($i > 80$), în construcții compacte, precizie cinematică ridicată, randament mare. Puterea motoare până la care este recomandată utilizarea T.A.D. este de cca. 45 kW. Viteza ungiulară la intrare recomandată este până la 300 rad / s [77].

Principala problemă, care necesită a fi serios ameliorată pe viitor, o constituie mărirea durabilității roții flexibile. În principiu, acest lucru se poate realiza fie prin utilizarea unor materiale cu proprietăți mecanice și de rezistență deosebit de bune, fie prin modificări constructive, care să conducă la solicitări mai puțin severe pentru roata flexibilă. Se justifică, deci, continuarea cercetărilor teoretice și experimentale în domeniul acestor transmisii.

1.4 Clasificarea T.A.D. Cinematica T.A.D. Analiza critică comparativă a unor variante constructive

De la apariția lor și până în prezent, T.A.D. s-au diversificat continuu, apărând noi tipuri și noi variante constructive, atât în ceea ce privește transmisia în ansamblul ei, cât și forma roții dințate flexibile, forma și modul de acționare a generatorului de unde.

Se prezintă în continuare o clasificare a T.A.D. după mai multe criterii [6],[24],[65],[77],[94],[111]:

- **După numărul de unde** (egal cu numărul de brațe ale generatorului, respectiv cu numărul zonelor de contact dintre roata flexibilă și cea rigidă):
 - cu o undă;
 - cu două unde;
 - cu trei unde.

- **După gradul de mobilitate al mecanismului:**
 - $M = 1$;
 - $M = 2$ – mecanism diferențial.

- **După forma roții flexibile** (în concordanță cu direcția de aplicare a forțelor de deformare elastică a acesteia):
 - roată cilindrică (forța de deformare elastică acționează pe direcție radială);
 - roată plană (forța de deformare elastică acționează pe direcție axială → T.A.D. frontale);
 - roată tronconică (forța de deformare elastică acționează pe o direcție care formează un unghi față de direcția axială).

- **După raportul dintre lungimea roții flexibile și diametrul acesteia** (în concordanță cu modul de fixare a roții flexibile pe arborele de ieșire):
 - $L / d = 0,3 \dots 0,4$ – roată scurtă (inelară), îmbinare mobilă;
 - $L / d \geq 0,8$ - roată lungă (tubulară), îmbinare rigidă.

- **După raportul de transmitere:**
 - reductoare, $i > 1$;
 - multiplicatoare, $i < 1$.

- **După numărul de trepte de reducere:**
 - cu o treaptă;
 - cu două trepte;
 - cu trei sau mai multe trepte.

- **După principiul de acționare al generatorului de unde:**
 - cu acționare mecanică;
 - cu acționare hidromecanică;
 - cu acționare pneumomecanică;
 - cu acționare electromagnetică (motoreductoare armonice) [41];

- **După natura frecării în cupla cinematică generator de unde-roată dințată flexibilă:**
 - cu frecare de rostogolire;
 - cu frecare de alunecare;

- **După tipul deformației:**
 - generatoare cu deformație continuă a elementului flexibil (de regulă cele mecanice);
 - generatoare cu deformație pulsatorie (de exemplu deformatoarele cu acționare hidromecanică și cele cu acționare electromagnetică);

- **După poziția roții armonice:**
 - T.A.D. cu roată dințată flexibilă interioară ;
 - T.A.D. cu roată dințată flexibilă exterioară.

- **După materialul roților dințate flexibile:**
 - roți armonice din metale (oțeluri);
 - roți armonice din material plastic.

- **După etanșare:**
 - roți armonice fără etanșare;
 - roți armonice cu etanșare.

- **După extensia zonei de contact:**
 - cu contact normal;
 - cu contact mărit.

Întrucât T.A.D. radiale cu două unde sunt cele mai răspândite și ele fac obiectul studiului din capitolele următoare, problema raportului de transmitere va fi tratată numai pentru aceste tipuri. Vom porni de la cazul general în care toate cele trei elemente (generatorul de unde, roata dințată flexibilă, roata dințată rigidă) se pot roti, caz în care, evident, mecanismul are două grade de mobilitate (mecanism diferențial).

Pentru T.A.D. diferențială cu o treaptă (fig.1.4.1), raportul de transmitere se poate calcula în conformitate cu ecuația raportului vitezelor unghiulare, dând întregului ansamblu o mișcare inversă cu viteza unghiulară $-\omega_1$ și considerând că între roata dințată flexibilă și roata dințată rigidă nu există alunecare relativă :

$$i_{21}^{(1)} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_3 - \omega_1} = \frac{L_3}{L_2} = \frac{\pi \cdot d_3}{\pi \cdot d_2} = \frac{\pi \cdot m \cdot z_3}{\pi \cdot m \cdot z_2} = \frac{z_3}{z_2} \quad (1.4.1)$$

unde:

- ω_1 este viteza unghiulară a generatorului de unde;
- ω_2 - viteza unghiulară a roții dințate flexibile;
- ω_3 - viteza unghiulară a roții dințate rigide;
- L_2 - lungimea fibrei medii a roții dințate flexibile;
- L_3 - lungimea fibrei medii a roții dințate rigide;
- m – modulul danturilor;
- z_2, z_3 , numerele de dinți ale roții flexibile, respectiv roții (coroanei) rigide.

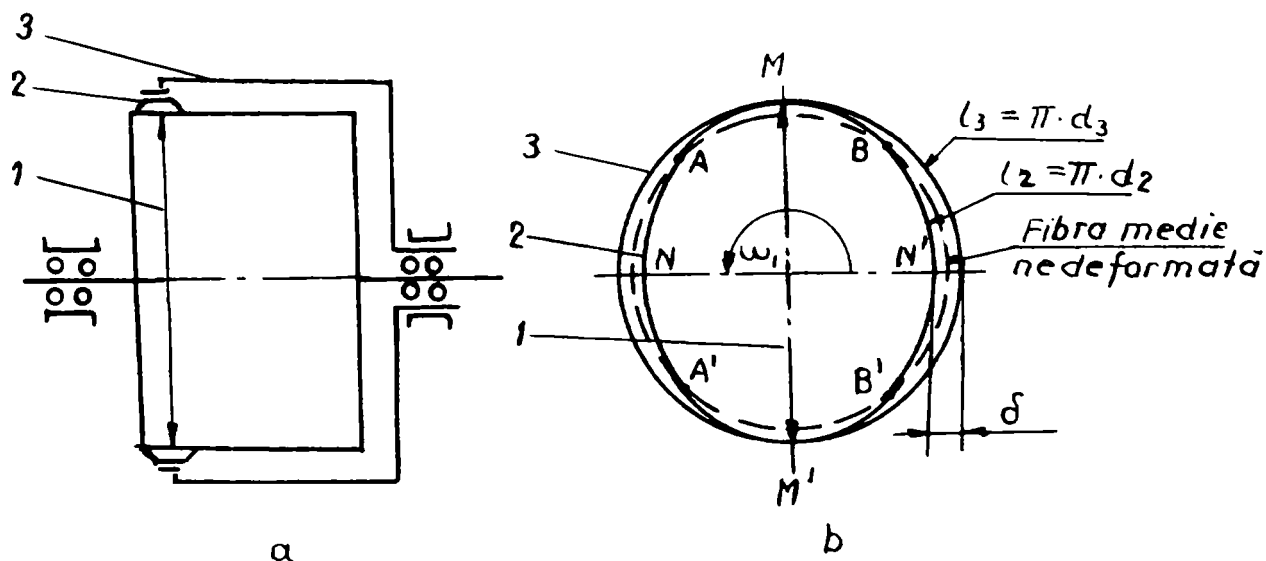


Fig. 1.4.1. T.A.D. diferențială cu o treaptă

Prin fixarea unuia dintre elementele de bază ale transmisiei armonice dințate, se obțin următoarele variante constructive:

1. Dacă $\omega_1 = 0$, rezultă două variante:

1.a. Cazul când elementul (2) este conducător, iar elementul (3) este condus:

$$i_{23}^{(1)} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_2} \quad (1.4.2)$$

1.b. Cazul când elementul (2) este condus, iar elementul (3) este conducător:

$$i_{32}^{(1)} = \frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_3} \quad (1.4.3)$$

2. Dacă $\omega_3 = 0$, se obțin două cazuri:

2.a. Elementul (2) este conducător, iar (1) este condus:

$$i_{21}^{(3)} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = -\frac{z_3 - z_2}{z_2} \quad (1.4.4)$$

2.b. Elementul (2) este condus, iar (1) este conducător:

$$i_{12}^{(3)} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_3 - z_2} \quad (1.4.5)$$

3). Dacă $\omega_2 = 0$, se obțin alte două variante:

3.a. Elementul (1) este conducător, iar (3) este condus:

$$i_{13}^{(2)} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_3 - z_2} \quad (1.4.6)$$

3.b. Elementul (1) este condus, iar elementul (3) este conducător:

$$i_{31}^{(2)} = \frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{z_3 - z_2}{z_3} \quad (1.4.7)$$

Din toate cazurile prezentate se observă că, la T.A.D. cu o treaptă, se pot obține șase variante constructive, cu raport de transmitere diferit în funcție de rolul îndeplinit de fiecare element component.

O condiție pentru funcționarea corectă a transmisiei o constituie respectarea următoarei relații între numerele de dinți ale roții flexibile și roții (coroanei) rigide:

$$z_3 - z_2 = k \cdot n_u \quad (1.4.8)$$

unde:

- k este o constantă întregă, $k = 1, 2, 3, \dots$
- n_u – numărul de unde.

În mod uzual, se adoptă $k = 1$ și $n_u = 2$.

Dintre variantele teoretic posibile antemenționate prezintă importanță practică transmisiile reductoare cu generatorul de unde (1), pe post de element conducător, și roata flexibilă (2), pe post de element condus (varianta 2b, raport de transmitere calculat cu relația 1.4.5), respectiv cu generatorul de unde (1), pe post de element conducător, și roata rigidă (3), pe post de element condus (varianta 3a, raport de transmitere calculat cu relația 1.4.6).

În cele ce urmează, vom trece în revistă mai detaliat câteva variante constructive, supunându-le unei analize critice comparative.

T.A.D. cu o undă au raportul de transmitere cel mai mare. T.A.D. cu o undă se folosesc mai rar în special datorită faptului că forțele de angrenare nefiind echilibrate apar reacțiuni pe direcție radială în lagăre. Acest dezavantaj poate fi eliminat prin adăugarea de contragreutăți sau prin utilizarea unui disc dublu cu excentricități diferite, soluție care complică constructiv transmisia.

Transmisiile armonice dințate cu trei unde sunt utilizate mai ales la gabarite mari, deoarece în cazul gabaritelor mici sunt dificultăți legate de amplasarea în spațiu a brațelor generatorului. Ele sunt echilibrate dinamic, deoarece cele trei brațe sunt dispuse la 120° și au raze identice.

Aceste transmisii prezintă dezavantajul că frecvența solicitărilor la oboseală este mai mare cu 50%, în raport cu transmisiile cu două unde, deci prezintă o durabilitate mai scăzută.

Nu se folosesc T.A.D. cu un număr de unde mai mare decât trei din cauza numărului mare de cicluri de solicitare la oboseală, a înălțimii mici a dinților și a dificultăților legate de amplasarea generatorului de unde.

Având în vedere cele de mai sus, T.A.D. cu două unde sunt cele mai răspândite datorită avantajelor rezultate din considerente dinamice (generator de unde echilibrat) și din punct de vedere al deformării simetrice a roții flexibile.

Cele mai răspândite sunt generatoarele cu acționare mecanică în construcția transmisiilor armonice dințate, datorită simplității constructive și a execuției relativ ușoare a acestora. Generatoarele cu acționare mecanică pot avea diferite forme constructive.

După numărul de brațe, care de regulă este egal cu numărul zonelor de contact, deosebim:

- generator cu un singur braț ;
- generator cu două brațe ;
- generator cu trei brațe .

Din punct de vedere a alcătuirii zonei de contact între arborele generatorului de unde și roata dințată flexibilă, în construcția acestor generatoare se utilizează : rulmenți radiali cu bile sau cu role , discuri mari montate cu o anumită excentricitate, came.

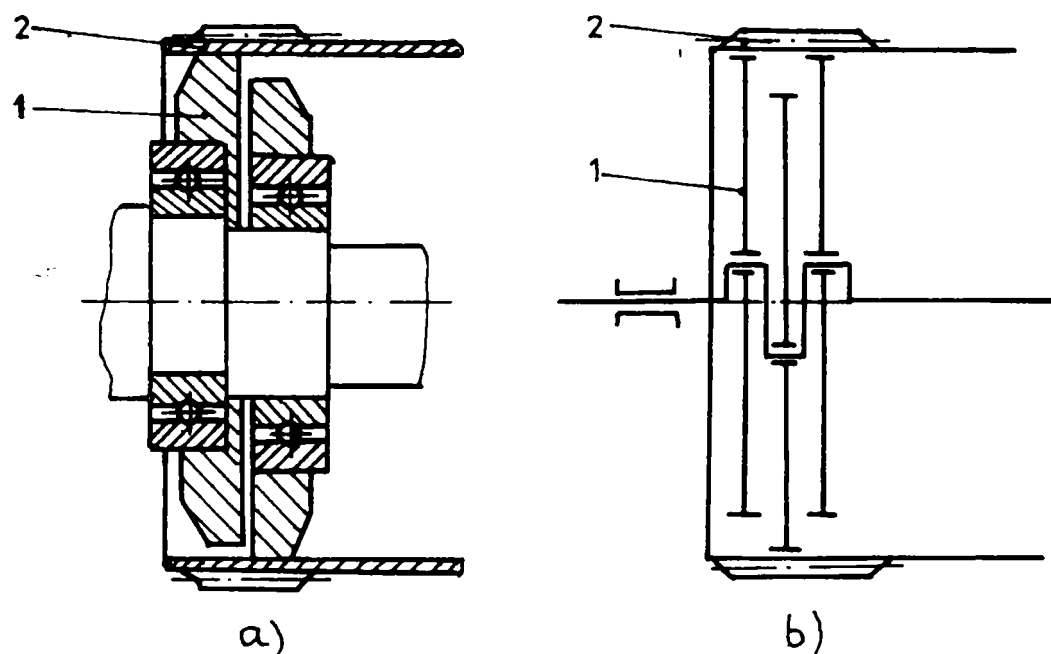


Fig. 1.4.2. T.A.D. cu discuri excentrice

În fig. (1.4.2), sunt prezentate două variante de generator de unde cu discuri excentrice, care asigură transmisiei un randament mare. Varianta constructivă din fig. (1.4.2.a), prezintă dezavantajul că discurile (1) deformează roata dințată flexibilă (2), în plane diferite, și sistemul nu este echilibrat dinamic.

De asemenea, această variantă constructivă provoacă o deformare asimetrică a roții dințate flexibile, cu dezavantajele care decurg de aici în legătură cu starea de tensiune din roata flexibilă, capacitatea portantă și durabilitatea transmisiei. În cazul generatorului cu trei discuri (fig.1.4.9.b), se micșorează dezechilibrul dinamic al generatorului de unde, iar deformarea roții flexibile se ameliorează în sensul unor solicitări mai simetrice, dar crește gabaritul axial al întregului mecanism.

Dezavantajul generatoarelor cu role și discuri constă în faptul că acestea pot asigura o defomație impusă roții dințate flexibile, numai după un arc de cerc, în zona de contact dintre rolă sau disc și suprafața interioară a roții dințate flexibile.

În cazul acestor generatoare, există zone ale roții flexibile care se deformează liber, acest fenomen având consecințe nefavorabile asupra stării de tensiune din elementul flexibil.

Utilizarea generatorului de unde tip camă oferă transmisiei armonice dințate posibilitatea obținerii celor mai bune rezultate din punct de vedere al randamentului, momentului de torsiune și a durabilității roții dințate flexibile. T.A.D. cu generator de unde cu camă este prezentată în fig. (1.2.1).

În fig.(1.4.3) se prezintă schematic generatorul de unde tip camă, care poate avea diferite forme. În scopul asigurării unei rostogoliri pure între camă și roata dințată flexibilă, se montează un rulment flexibil (fig.14.3.a, soluția cea mai utilizată, similară cu cea prezentată în fig. 1.2.1), la care inelul exterior este cu pereți subțiri și adâncimea căilor de rulare micșorată (deoarece lipsesc forțe axiale), iar inelul interior se montează presat pe camă. Inelul interior al rulmentului, deși de formă necirculară (are profilul camei), rămâne fix pe camă în timpul funcționării transmisiei. Inelul exterior se deformează o dată cu roata flexibilă. Din această cauză, el se confecționează de grosime mică, fiind puternic solicitat la oboseală.

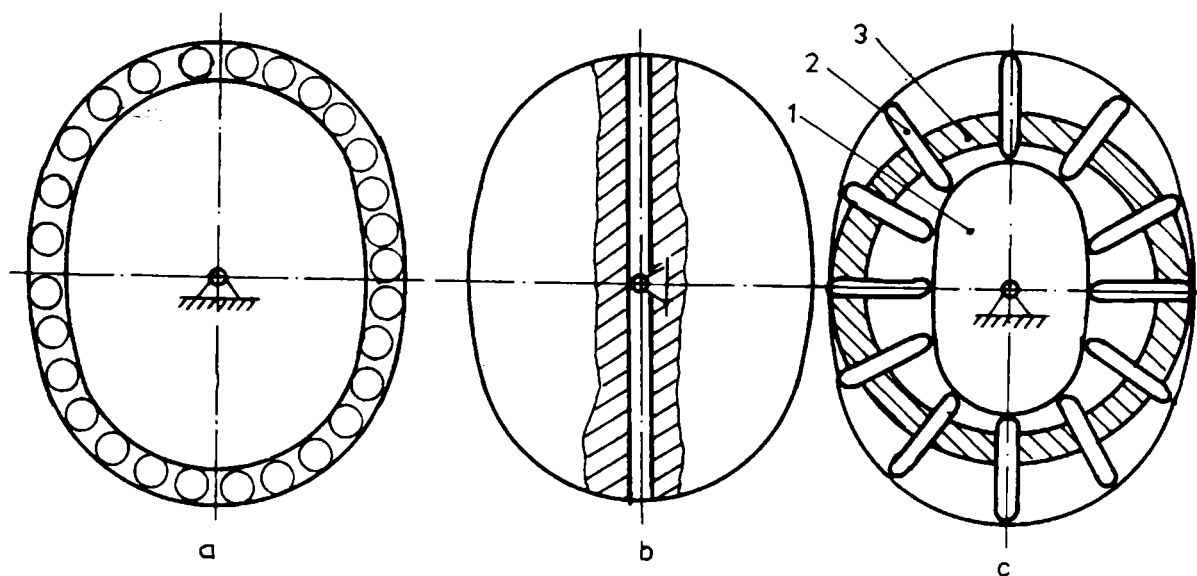


Fig. 1.4.3. Tipuri de generatoare de unde mecanice

La acest rulment flexibil special, separatorul poate fi rigid, dar cu locașe pentru bile mărite, în vederea asigurării deplasărilor bilelor corespunzător deformației radiale a roții dințate flexibile. Se pot utiliza și rulmenți flexibili fără separatoare, dar în acest caz numărul corpurilor de rostogolire crește și este necesar să se asigure un joc tangențial de 0.02...0.03 mm între corpurile de rostogolire, pentru evitarea frecărilor și a blocărilor.

După cum se vede soluția prezentată în fig. (1.2.1) și (1.4.3.a), această soluție prezintă dezavantajul utilizării unui rulment de construcție specială, puternic solicitat la oboseală, care cedează de multe ori înaintea roții dințate flexibile, reducând durabilitatea transmisiei.

Varianta de generator tip camă, prezentat în fig. (1.4.3.b), permite realizarea contactului cu roata dințată flexibilă, prin intermediul unui strat de ulei introdus sub presiune. În această situație se elimină dezavantajele legate de existența rulmentului flexibil, dar este necesară o instalație care să asigure permanent circulația uleiului sub presiune în așa fel încât, între camă și suprafața interioară a roții flexibile, să existe filmul de lubrifiant necesar pentru realizarea frecării lichide și evitarea gripării. Evident acest lucru complică construcția mecanismului și îi mărește costurile de execuție și exploatare.

În fig. (1.4.3.c), se prezintă un generator de unde care se caracterizează prin dimensiuni mici și moment de inerție redus. Cama (1) acționează pe corpurile interioare (tacheți) (2), așezate în separatorul (3), și le modifică poziția. În acest caz, se pune problema asigurării ungerii la cuplele de alunecare formate între camă și corpurile interioare(2).

Generatoarele de undă cu camă prezintă avantajul unor curbe de deformare a roții dințate flexibile după dorință, acest lucru realizându-se prin modificarea convenabilă a profilului camei. Se remarcă, de asemenea, faptul că, suprafața interioară a roții flexibile este în contact cu generatorul de unde de-a lungul întregului profil, neexistând zone de deformare liberă a roții flexibile. Acest lucru are efecte favorabile asupra stării de tensiune din roata flexibilă deformată și, implicit, asupra capacității portante și durabilității transmisiei. Așa cum s-a arătat mai sus, fiecare variantă constructivă de generator de undă cu camă prezintă însă și dezavantaje importante.

Două variante constructive de generator de unde cu acționare hidromecanică sunt prezentate în fig. (1.4.4).

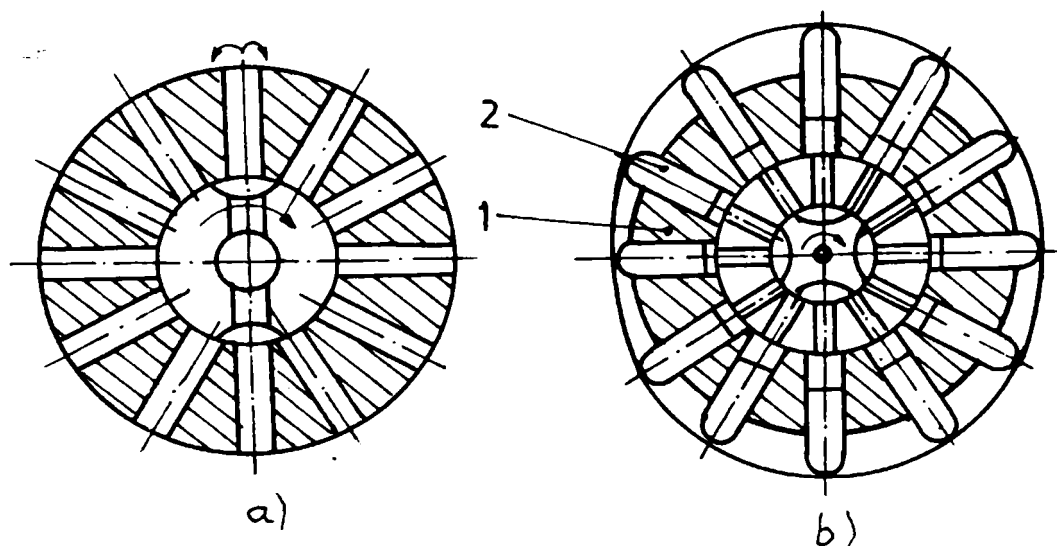


Fig. 1.4.4. Generatoare de unde cu acționare hidromecanică

Deformarea roții dințate flexibile de către generatorul cu acționare hidromecanică, se poate face direct sub acțiunea presiunii fluidului (fig.1.4.4.a) sau prin intermediul pistonășelor (2) (fig.1.4.4.b) acționate de agentul fluid aflat sub presiune, ca urmare a rotirii distribuitorului (1). Distribuitorul are o construcție care permite (pe o direcție) trecerea fluidului sub presiune spre elementul flexibil, respectiv spre pistonășe, iar pe direcția perpendiculară permite golirea fluidului.

Aceste generatoare prezintă avantajul că momentul de inerție este mic, dar au randamente mai scăzute, datorită consumului puterii atât pentru acționarea arborelui de intrare cât și pentru realizarea presiunii de lucru a fluidului.

Generatoarele cu acționare pneumatică au același principiu de funcționare ca și cele hidromecanice, cu deosebirea că pentru realizarea deformației roții dințate flexibile este utilizat aerul comprimat.

Deformarea roții dințate flexibile se poate realiza și cu ajutorul unor electromagneți așezați radial pe conturul roții și fixați de batiu (carcasă) (fig.1.4.5) (motoreductor armonic) [41].

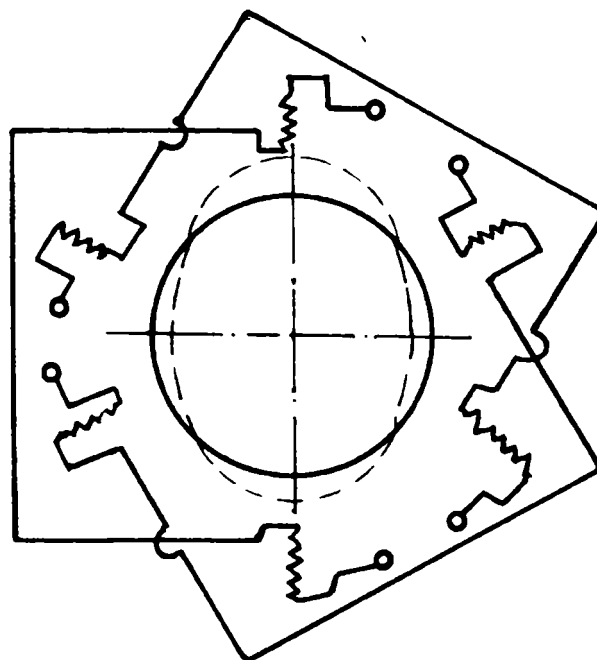


Fig.1.4.5 Generator de unde cu acționare electromagnetică

Legarea electromagneților la instalația de alimentare cu tensiune electrică este realizată în așa fel încât să funcționeze simultan doi câte doi situați pe același diametru. Prin comutarea la curent a celor doi electromagneți ai unui diametru, roata dințată flexibilă va fi atrasă către miezurile electromagneților, iar prin conectarea succesivă a bobinelor se produce propagarea deformației pe periferia roții.

Generatorul electromagnetic prezintă o construcție compactă, produce deformații mici ale roții flexibile. Aceste mecanisme sunt de fapt motoreductoare armonice, ele înglobează în aceeași construcție un motor electric și un reductor.

Un exemplu de transmisie armonică dințată frontală este prezentat în fig. 1.4.6. Elementul flexibil (2) se prezintă sub forma unei diafragme circulare plane subțiri, prevăzută cu dinți frontali așezați spre exteriorul diafragmei. Această formă a roții dințate flexibile determină și forma roții rigide (3), care va fi prevăzută deasemenea cu dantura frontală.

Dinții elementului flexibil intră în contact cu dinții elementului rigid, cu ajutorul generatorului de unde (1), care este executat sub forma unui disc prevăzută cu corpuri de rostogolire care asigură deformarea elementului flexibil, necesară angrenării.

Această T.A.D. prezintă dezavantajul încărcării suplimentare a lagărelor axiale datorită forțelor axiale de deformare.

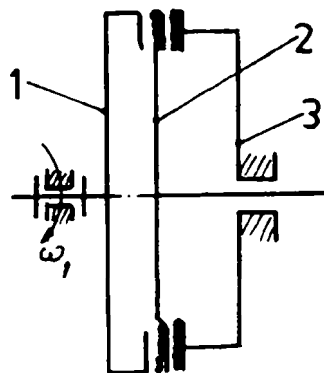


Fig. 1.4.6. T.A.D. frontală

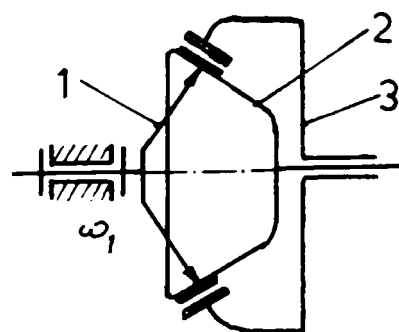


Fig. 1.4.7. T.A.D. tronconică

În fig.(1.4.7), se prezintă schema structurală a transmisiei armonice dințate tronconice, care este o variantă intermediară între T.A.D. cilindrică și cea frontală.

Prezentăm, în continuare, câteva variante constructive de roți dințate flexibile:

- cilindru deschis la ambele capete (fig.1.4.8,a și b);
- cilindru închis la un capăt cu un disc plan (fig.1.4.8.c);
- cilindru închis la un capăt cu semisferă (fig.1.4.8.d);
- cilindru racordat la alt cilindru concentric, printr-o suprafață semitoroidală (fig.1.4.8.e);
- cilindru racordat la ambele capete prin suprafețe toroidale la două discuri inelare (fig.1.4.8.f);
- cilindru închis la un capăt cu o suprafață toroidală, la care s-a racordat un disc plan (fig.1.4.8.g);
- disc plan (fig.1.4.8.h);
- tronconică, închisă la un capăt cu un disc plan (fig.1.4.8.i).

Modul de cuplare a roții dințate flexibile cu arborele de ieșire influențează funcționarea și parametrii transmisiei. În cazul cuplării rigide a roții dințate flexibile (fig.1.4.8,c,d,g,f) este limitată deplasarea axială și radială.

Pentru ca această limitare să nu influențeze funcționarea transmisiei, roata dințată flexibilă trebuie să aibă o lungime corespunzătoare, $L = (0,8 \dots 1) \cdot d$. În acest caz vorbim despre roată dințată flexibilă lungă.

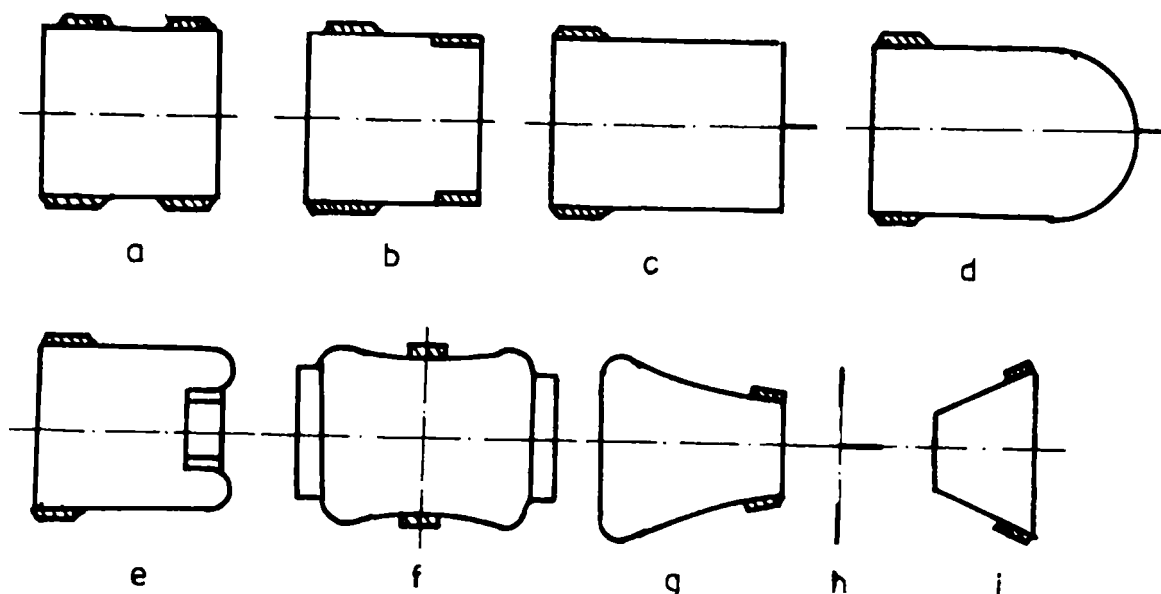


Fig.1.4.8. Tipuri de roți flexibile

Îmbinarea rigidă se realizează prin seraj, cu șuruburi, prin sudură sau prin cuplaj dințat (fără joc) (fig.1.4.9). Acest mod de cuplare este avantajos din punct de vedere al deformațiilor, stabilității și al randamentului transmisiei.

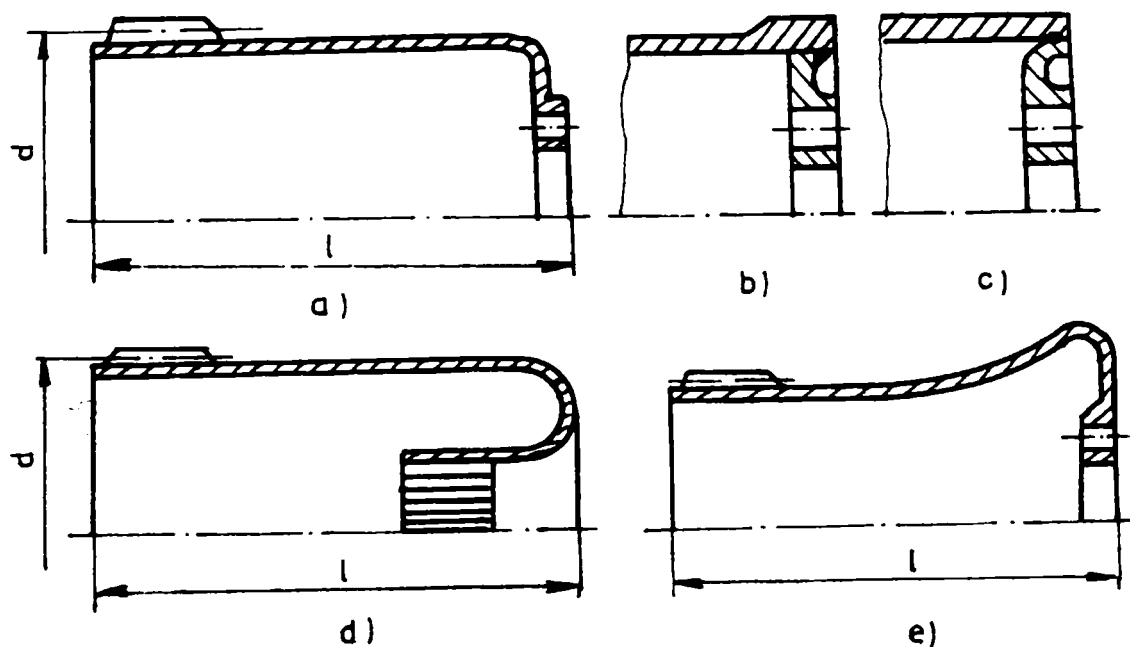
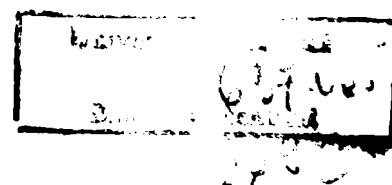


Fig.1.4.9. Modalități de realizare a îmbinării rigide

Cuplarea mobilă a roții dințate flexibile (fig.1.4.10) permite deplasări radiale și axiale, lungimea roților este mai mică (roată dințată flexibilă scurtă) : $L = (0.3...0.4)d$, și poate fi de diferite tipuri :



- cuplarea prin folosirea danturii (fig.1.4.10.a și b), care impune o precizie de prelucrare mai ridicată;
- cuplarea prin știfturi (fig.1.4.10.d);
- cuplarea prin lamele (fig.1.4.10.c).

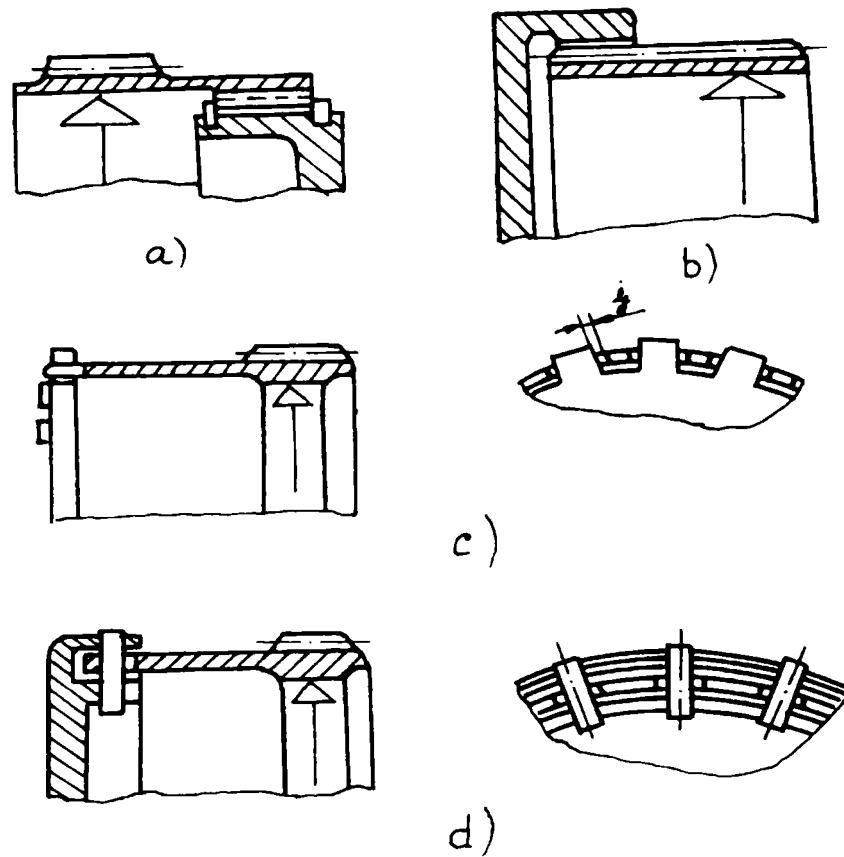


Fig.1.4.10. Modalități de realizare a cuplării mobile

Transmisiile armonice dințate, care conțin roți dințate flexibile cu îmbinare mobilă, au randament mai scăzut decât cele cu roți dințate flexibile cu îmbinare rigidă, dar au avantajul unui gabarit longitudinal mai mic.

Remarcăm faptul că forma și dimensiunile roții dințate flexibile influențează considerabil geometria roții deformată, starea de tensiune, capacitatea portantă și durabilitatea acesteia.

În această situație rezultatele studiilor privind aceste probleme, făcute pentru un tip de roată dințată flexibilă de o anumită formă geometrică, nu pot fi extrapolate la alte tipuri de roți dințate flexibile de altă formă.

Oțelurile folosite la construcția roții flexibile trebuie să fie caracterizate prin rezistență ridicată la oboseală prin încovoiere, sensibilitate redusă la concentratori de tensiune, limită de elasticitate ridicată.

Din punct de vedere al solicitării la oboseală, cele mai puțin afectate sunt elentele flexibile alcătuite din segmente rigide articulate, care nu sunt supuse la oboseală prin încovoiere. Această soluție constructivă nu s-a răspândit datorită execuției foarte dificile a acestor segmente, care sunt pretențioase în privința preciziei.

Roțile dințate flexibile din materiale plastice se folosesc la transmisiile cinematice de putere foarte mică. Se prezintă un exemplu de roată armonică cu etanșare în fig.(1.4.11).

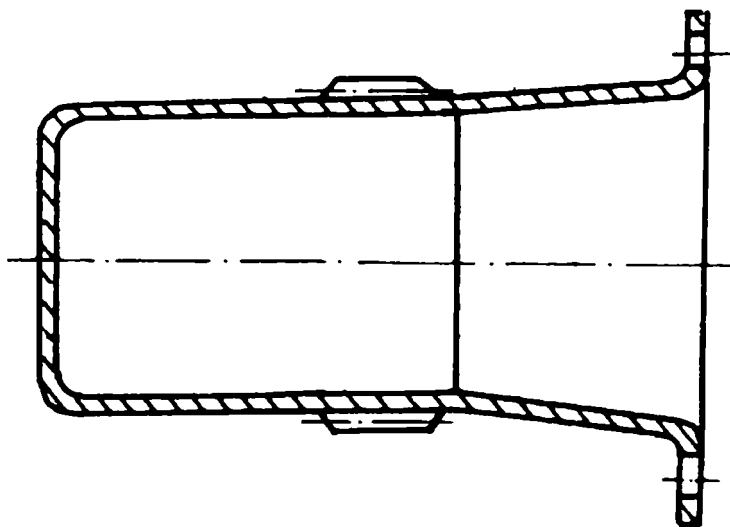


Fig.1.4.11. Roată flexibilă pentru T.A.D. etanșă

Transmisia armonică dințată etanșă (ermetică) se deosebește de toate celelalte transmisiile prin faptul că roata dințată flexibilă prin construcția ei asigură o etanșare perfectă între două medii ermetic separate și are o lungime dublă față de roțile dințate flexibile cu îmbinare rigidă (fig.1.4.11). Transmisiile armonice etanșe se pot utiliza spre exemplu în industria chimică dacă este necesară o etanșare perfectă în cazul unor substanțe toxice.

1.5 Forțele nominale care acționează în transmisiile armonice dințate

Forțele care acționează asupra elementelor transmisiilor armonice dințate sunt:

- forțe motoare;
- forțe de rezistență utilă;
- forțe de frecare;
- forțe elastice;
- forțe de inerție;
- reacțiunile din cuplele cinematice ale mecanismelor.

Forțele, care acționează asupra generatorului de unde sunt, în funcție de tipul său constructiv, următoarele:

- forțe radiale de deformație elastică a roții dințate flexibile, ce apar la montarea generatorului de unde în elementul flexibil;
- reacțiunea radială dintre roata dințată flexibilă și generatorul de unde, datorită momentului de torsiune transmis;
- forțele de frecare din cupla cinematică generator de unde-roată dințată flexibilă și din cuplele de rotație;
- forțe de inerție datorate mișcării de rotație a generatorului de unde;

Asupra roții dințate flexibile acționează următoarele forțe:

- forțe elastice de deformație;
- forțele din angrenare (radială și tangențială); aceste forțe se datorează interacțiunii dintre flancurile dinților roții rigide și cei ai roții flexibile;
- forțe de frecare dintre generatorul de unde și roata dințată flexibilă, respectiv roata dințată flexibilă și roata dințată rigidă;
- forța axială suplimentară (în cazul roților flexibile lungi).

La roata dințată rigidă apar forțele dezvoltate din angrenare cu roata dințată flexibilă și forțele de frecare datorate interacțiunii cu roata dințată flexibilă.

Experiența arată că, problema cea mai serioasă în ceea ce privește durabilitatea acestor transmisii, o reprezintă ruperea la oboseală a roții flexibile. Vom prezenta deci, mai detaliat, forțele care acționează asupra acestui element.

În fig. (1.5.1) și (1.5.2), se prezintă schematic forțele de angrenare pentru o pereche de dinți aflați în contact [111]:

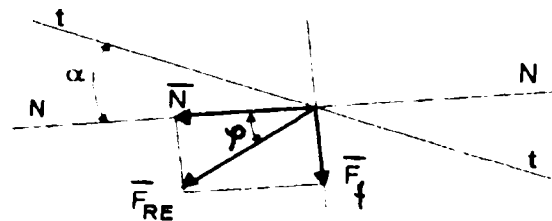
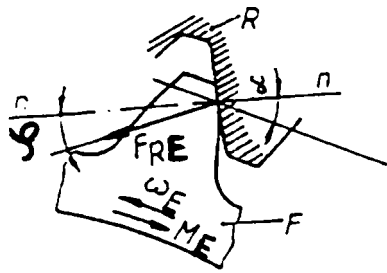


Fig. 1.5.1. Pereche de dinți în contact Fig. 1.5.2. Forțele de angrenare

În fig. (1.5.1) și (1.5.2) notațiile au următoarea semnificație:

- \overline{F}_{RE} este forța de angrenare cu care acționează dintele roții rigide asupra dintelui roții flexibile (elastice);
- ω_E - viteza unghiulară a elementului flexibil;
- M_E - momentul forțelor care acționează dinspre elementul flexibil spre roata rigidă;
- n-n - normala comună la cele două profile în punctul de contact;
- t-t - direcția tangențială;
- N - forța normală;
- \overline{F}_f - forța de frecare;
- α - unghiul de angrenare;
- φ - unghiul de frecare.

Forța \overline{F}_{RE} , de interacțiune dintre dintele roții rigide și dintelui roții flexibile, formează cu tangenta comună la cele două profile, în punctul de contact, unghiul $\alpha + \varphi$ în cazul zonei de intrare a dinților în angrenare, respectiv $\alpha - \varphi$ în cazul zonei de ieșire a dinților din angrenare.

Forțele de tip \overline{F}_{RE} , prezentate în fig. (1.5.1) și (1.5.2) aferente tuturor perechilor de dinți aflați simultan în contact de o parte și de alta a semiaxe mari, se adună vectorial și rezultantele lor formează un cuplu, care reprezintă tocmai momentul de torsiune transmis.

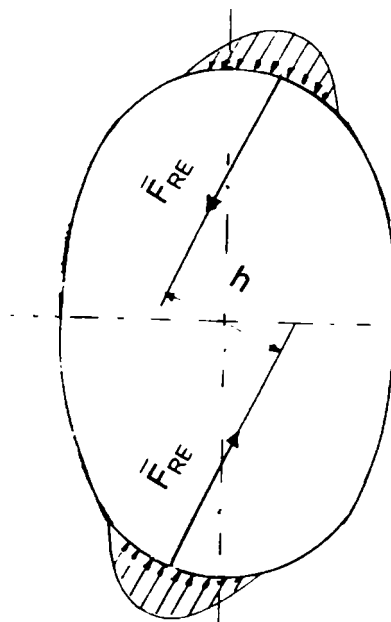


Fig. 1.5.3. Forțele de interacțiune dintre dinții roții rigide și cei ai roții flexibile

După cum se observă în fig. (1.5.3), momentul de torsiune transmis poate fi realizat cu forță rezultantă \overline{F}_{RE} mare și braț h mic sau dimpotrivă cu valori mici ale forței rezultante \overline{F}_{RE} și cu un braț al forțelor mai mare [94].

Evident, în situația unor forțe mari și concentrate la același moment de torsiune transmis roata flexibilă va suferi solicitări mai mari. Distribuția forțelor de angrenare pe perechile de dinți aflați în contact depinde de numeroși factori, între care amintim numărul de dinți aflați simultan în contact, geometria roții flexibile deformată, momentul de torsiune transmis.

Întrucât această repartiție a forței pe dinți în zona de angrenare este dificil de determinat, unii o consideră, pentru simplificare, sinusoidală. Dacă acceptăm ipoteza repartiției sinusoidale a forței pe dinți, se poate proceda în felul următor [20]:

- $\Delta\alpha = 360^\circ / z$ [$^\circ$ / dinte] este pasul danturii exprimat în grade față de centrul roții flexibile nedeformate;
- m - numărul de ordine al dintelui unde se anulează încărcarea;
- n - numărul de ordine al dintelui curent;
- α_n - unghiul de poziție al dintelui curent;
- $x_n = \sin(\alpha_n)$.

$$P_n = x_n - x_m \cdot \frac{1}{x_1 - x_m} \quad (1.5.1)$$

$$TA = \frac{P_n}{\sum P_n}$$

În relația (1.5.1), TA reprezintă fracțiunea corespunzătoare dintelui n din capacitatea portantă a transmisiei, în ipoteza repartiției sinusoidale, astfel încât $\sum TA = 1$.

Prezentăm în continuare o metodă de determinare a repartiției forțelor de angrenare pe dinți, care nu acceptă ipoteza simplificatoare a repartiției sinusoidale [33]. Presupunem că forța F_a , normală pe flancul dinților, împiedică dintele roții mobile să se deplaseze după traiectoria reprezentată cu linie întreruptă și îl obligă să se deplaseze de-a lungul flancului dintelui roții rigide.

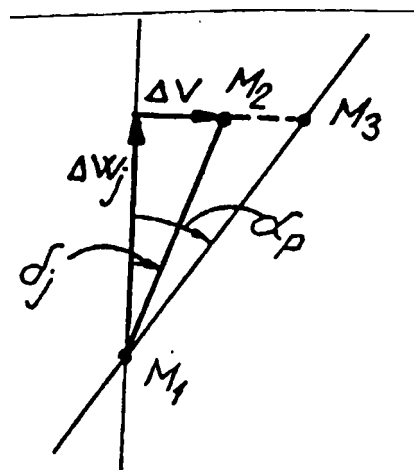


Fig.1.5.4. Direcția de deplasare a dintelui roții flexibile

Dacă dintele s-ar deplasa după traiectoria desenată cu linie întreruptă (în absența forței de angrenare F_a), centrul dintelui ar descrie traiectoria M_1M_2 . Deplasarea reală a dintelui, în prezența forței de angrenare, corespunde unei deplasări a centrului dintelui după traiectoria M_1M_3 .

Între mărimile de pe figura (1.5.4), din rațiuni geometrice, există relația:

$$M_2M_3 = \Delta W_j (\operatorname{tg} \alpha_p - \operatorname{tg} \delta_j) \quad (1.5.2)$$

unde:

- α_p este unghiul profilului;
- δ_j - unghiul cinematic.

Se acceptă, în continuare, că, între componenta tangențială a forței de angrenare, care acționează asupra unui dinte, și deplasarea M_2M_3 , există o relație de proporționalitate

$$d_{c2} \cdot k \cdot \sum \Delta W_j (\operatorname{tg} \alpha_p - \operatorname{tg} \delta_j) = M_t \quad (1.5.3)$$

unde:

- d_{c2} este diametrul de contact pe coroană;
- k - coeficient de proporționalitate;
- M_t - momentul de torsiune transmis.

$$\frac{1}{2} d_{c2} = r_d + e + \frac{h_t}{2} + \frac{h_d}{2} \quad (1.5.4)$$

unde:

- r_d este raza discului generator de unde;
- e - excentricitatea generatorului de unde.

Relația (1.5.4) permite determinarea coeficientului de proporționalitate k :

$$k = \frac{M_t}{dd_{c2} \left[\sum_{j=0}^{j=n_2} (W_{j+1} - W_j) (\operatorname{tg} \alpha_p - \operatorname{tg} \delta_j) + \sum_{j_1=0}^{j_1=n_1} (-W_{j_1+1} + W_{j_1}) (\operatorname{tg} \alpha_p - \operatorname{tg} \delta_{j_1}) \right]} \quad (1.5.5)$$

După determinarea coeficientului k , se pot determina componentele tangențiale și radiale ale forțelor din angrenare:

$$\begin{aligned} F_{tj} &= k \cdot \Delta W_j (\operatorname{tg} \alpha_p - \operatorname{tg} \delta_j) && \text{pentru } j = 0, \dots, n_2 \\ F_{rj} &= F_{tj} \cdot \operatorname{tg} \alpha_p \end{aligned} \quad (1.5.6)$$

respectiv:

$$\begin{aligned} F_{tj_1} &= k (-W_{j_1+1} + W_{j_1}) \cdot (\operatorname{tg} \alpha_p - \operatorname{tg} \delta_{j_1}) && \text{pentru } j_1 = m_1 \\ F_{rj_1} &= F_{tj_1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_p \end{aligned} \quad (1.5.7)$$

Figura (1.5.5) arată o posibilă repartitie a forțelor de angrenare determinată cu această metodă.

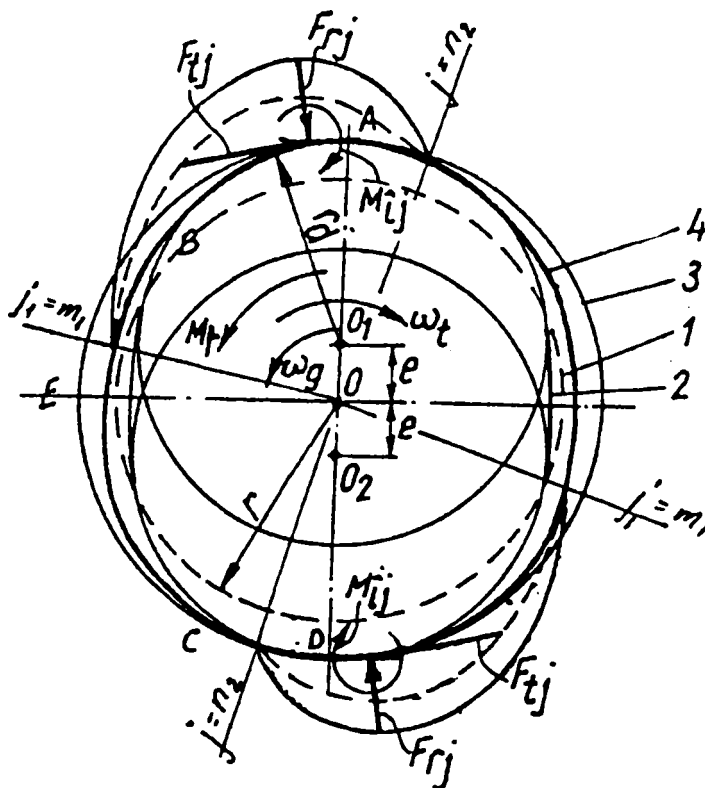


Fig.1.5.5. Repartiția forțelor de angrenare

unde:

- r este raza fibrei medii a tubului nedeformat;
- r_d - raza discurilor generatorului de unde;
- e - excentricitatea centrelor discurilor generatorului;
- ω_g - viteza unghiulară a generatorului;
- ω_t - viteza unghiulară a tubului deformabil;
- M_t - momentul de răsucire (torsione) transmis.

Pe figură s-a notat cu:

1. Fibra medie a tubului în stare nedeformată.
2. Fibra medie a tubului deformat la montaj.
3. Coroana rigidă.
4. Fibra medie a tubului deformat sub sarcină.

Metoda de determinare a forțelor de angrenare, prezentată mai sus, presupune cunoașterea ecuației fibrei medii deformate a roții flexibile. În ceea ce privește forța elastică de deformare a roții flexibile, care apare ca urmare a montării generatorului de unde, ne vom ocupa mai detaliat în cadrul acestei lucrări, în cap. 3 și 4.

Transmisiile armonice dințate s-au impus în cazurile în care se cer rapoarte de transmitere foarte mari în construcții compacte și precizie cinematică bună sau randament mare. Dintre numeroasele variante constructive, sunt mai răspândite T.A.D. radiale, cu două unde. În acest capitol, s-a pus accentul, în special, pe prezentarea problemelor specifice acestor transmisi.

Prezentarea câtorva metode de determinare a forțelor, care acționează asupra roții flexibile, arată că modul de repartizare exactă a încărcării pe dinții aflați în angrenare nu este posibil de cunoscut, prin urmare, starea de tensiune din acest element se poate determina doar cu o oarecare aproximație.

CAPITOLUL II. CERCETĂRI ANALITICE ASUPRA STĂRII DE TENSIUNE ȘI DEFORMAȚIE ELASTICĂ A ROȚII FLEXIBILE

2.1 Aspecte legate de angrenajul armonic radial de referință admis

Modelele utilizate în cele ce urmează pentru studiile prin metode analitice, numerice sau experimentale, pornesc de la un angrenaj armonic existent. Figura (2.1.1) reprezintă roata flexibilă în stare nedeformată.

Prezentăm, în continuare, câteva date referitoare la dantură, precum și relațiile dintre ele, conform [6]:

$$z_2 = 198; m = 1 \text{ mm}; z_3 = 200; i_{12} = \frac{198}{2} = 99;$$

- diametrul de divizare a danturii: $d_2 = m \cdot z_2 = 198 \text{ mm}$;
- pasul (pe cercul de divizare): $p = \pi \cdot m = 3,14 \text{ mm}$;

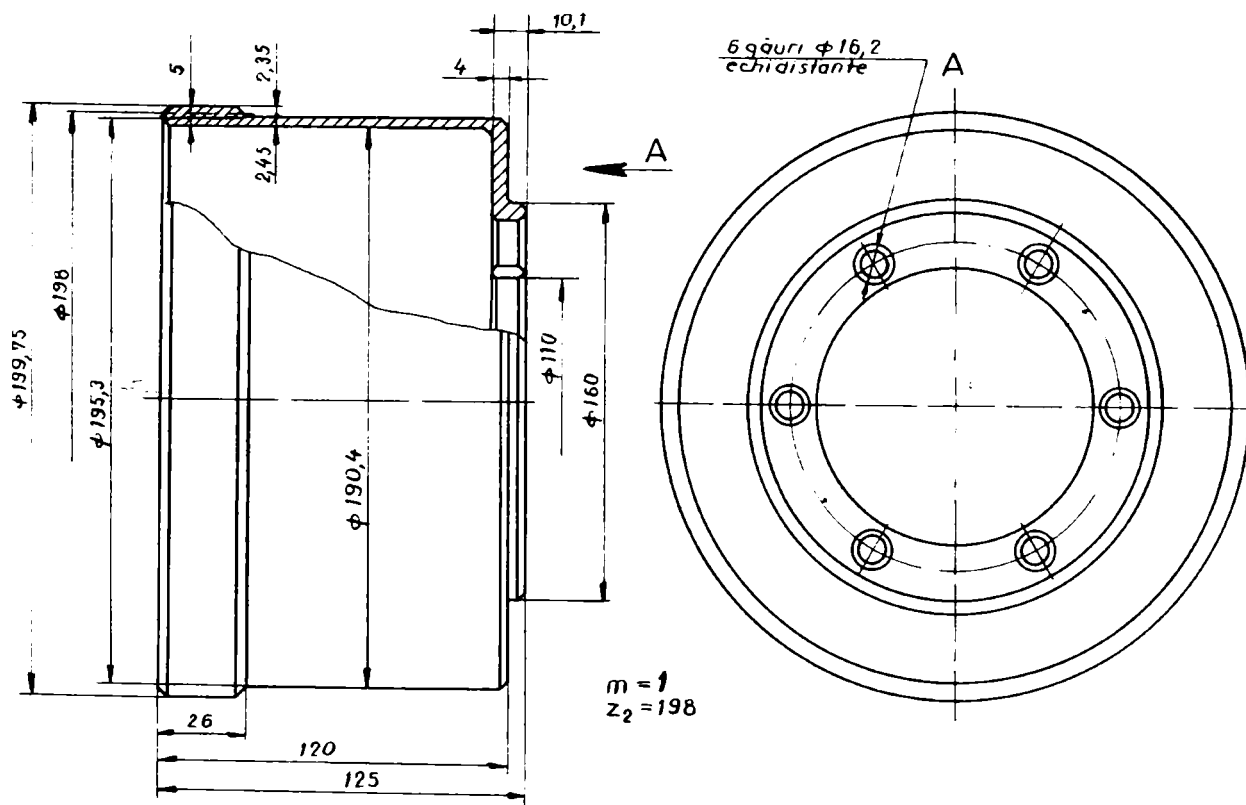


Fig. 2.1.1. Roata flexibilă a angrenajului armonic radial de referință admis

Capitolul II. Cercetări analitice asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile

- înălțimea capului dintelui: $h_a = \frac{7}{8} \cdot m = 0,875 \text{ mm}$;
- înălțimea piciorului dintelui: $h_f = \frac{9}{8} \cdot m = 1,125 \text{ mm}$;
- grosimea dintelui pe cercul de divizare: $s_d = \frac{7}{16} \cdot p = \frac{7}{16} \cdot 3,14 = 1,374 \text{ mm}$;
- lungimea arcului golului pe cercul de divizare: $s_g = \frac{9}{16} \cdot p = \frac{9}{16} \cdot 3,14 = 1,766 \text{ mm}$;
- diametrul de picior: $d_{f2} = d_2 - 2 \cdot h_f = 198 - 2 \cdot 1,125 = 195,75 \text{ mm}$;
- diametrul de cap: $d_{a2} = d_2 + 2 \cdot h_a = 198 + 2 \cdot 0,875 = 199,75 \text{ mm}$;
- semiunghiul de vârf al profilului dintelui: $\alpha = \text{arctg} \frac{\pi}{2,88 \cdot 2} = \text{arctg} 0,54514 = 28^{\circ}36'31''$;
- semiunghiul de vârf al golului dintre dinți: $\alpha + \Delta\alpha = 28^{\circ}36'31'' + 1^{\circ}3' = 29^{\circ}39'31''$.

Profilul flancului dintelui este rectiliniu.

Fig. (2.1.2) reprezintă un detaliu din secțiunea transversală prin roata flexibilă nedeformată.

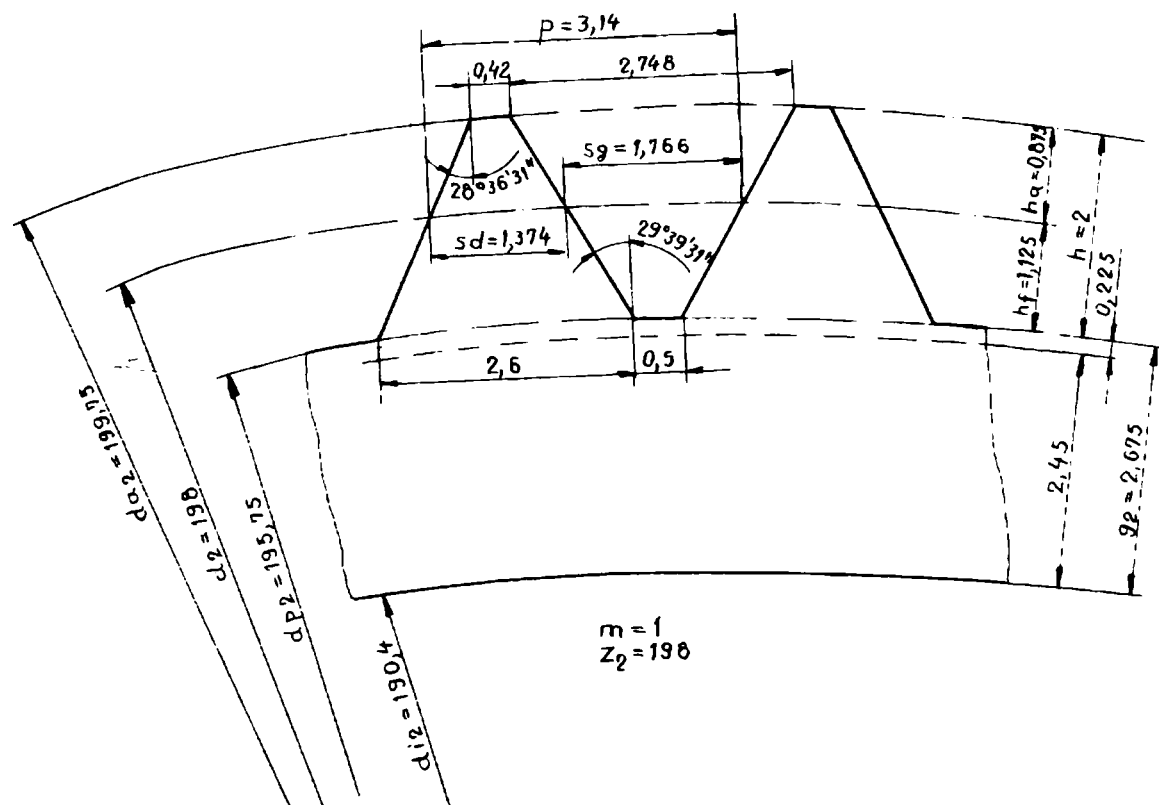


Fig. 2.1.2. Secțiune transversală prin roata flexibilă nedeformată

Diametrul de divizare al coroanei rigide este: $d_3 = z_3 \cdot m = 200$ mm. Dacă acceptăm că dimensiunea $g_2 = 2.45 + 0.225 = 2.675$ mm este corespunzătoare, atunci ecuația lanțului de dimensiuni devine:

$$\frac{200}{2} = e + \frac{d}{2} + 2.675 + 1.125$$

sau

$$D = 192.4 - 2 \cdot e$$

Valoarea maximă a diametrului discurilor conform relației (2.4.5) este:

$$D_{\max} = 190.4 - 3.504 \cdot 1 = 186.896 \text{ mm}$$

Pentru această valoare corespunde o excentricitate minimă de:

$$e_{\min} = \frac{192.4 - D_{\max}}{2} = \frac{192.4 - 186.89}{2} = 2.75 \text{ [mm]}$$

În sensul reducerii diametrului discurilor și a măririi excentricității nu pot fi definite limite teoretice. Acționând în acest sens deformatorul devine cu role, diametrul minim al acestora fiind limitat numai din motive constructive.

Studiile teoretice și cercetările experimentale care urmează utilizează modele care au la bază acest angrenaj de referință care este de tip radial, reductor, cu o treptă, cu două unde, cu roată flexibilă lungă (tubulară).

Pentru concizia exprimării se vor folosi termeni ca angrenaj armonic, transmisie armonică, roată flexibilă etc., fără a se mai preciza în detaliu de ce tip sunt acestea.

2.2 Solicitări specifice ale elementelor T.A.D. radiale, calcule de dimensionare și de verificare

Studii teoretice și verificări experimentale au demonstrat că elementul cel mai sollicitat este roata dințată flexibilă. În cazul generatoarelor de unde cu camă, dacă se utilizează un rulment flexibil la interacțiunea dintre suprafața exterioară a camei și roata dințată flexibilă, inelul exterior al rulmentului generatorului de unde este, de asemenea, foarte puternic sollicitat la oboseală prin încovoiere, deoarece el se deformează împreună cu roata flexibilă.

În ceea ce privește solicitarea roții flexibile, vom considera separat solicitările existente înainte de punerea în funcțiune a mecanismului, datorate unor forțe care apar la montaj, și solicitările datorate încărcării transmisiei în timpul funcționării în sarcină. Astfel, avem:

- cazul transmisiei neîncărcate (solicitări datorate montării generatorului de unde):
 - momentul încovoietor datorat montării generatorului de unde determină apariția unor tensiuni normale în special tangențiale în corpul roții dințate flexibile;
 - presiunea de contact între generatorul de unde și roata dințată flexibilă.
- cazul transmisiei încărcate (solicitări apărute ca urmare a transmiterii unui moment de torsiune util):
 - solicitări ale dinților: strivirea, încovoierea, compresiunea și forfecarea;
 - presiunea de contact dintre generatorul de unde și roata dințată flexibilă, datorită forței radiale din angrenare;
 - răsucirea corpului roții flexibile datorită momentului de torsiune transmis;
 - încovoierea suplimentară a corpului roții dințate flexibile sub dantură, datorită contactelor în puncte discrete cu rulmentul flexibil (în cazul generatoarelor de unde cu camă) și acțiunii excentrice a forțelor din angrenare față de fibra mediană.

Dintre cauzele, care limitează capacitatea portantă sau chiar pot duce la scoaterea din uz a transmisiilor armonice dințate, se pot enumera:

- ruperea roții dințate flexibile prin oboseală (fisura apărând în lungul golului dintre dinți);
- ruperea prin oboseală a inelului exterior al rulmentului flexibil al generatorului de unde (în cazul generatoarelor de undă cu camă), fie datorită sarcinilor din angrenajul armonic fie ca urmare a creșterii considerabile a temperaturii;
- interferența dinților la suprasarcini;
- patinarea generatorului de unde la suprasarcini;
- uzarea excesivă a dinților;
- curgerea plastică a materialului roții flexibile pe suprafața de contact cu generatorul de unde (la suprasarcini);
- depășirea limitei termice.

Prezentăm în continuare câteva metode de calcul de dimensionare și de verificare a transmisiilor armonice dințate cu o treaptă, cu generator cu două unde, recomandate în literatura de specialitate.

Deoarece roata dințată flexibilă este elementul cel mai greu solicitat, calculul de rezistență urmărește stabilirea cu prioritate a dimensiunilor sale geometrice, iar pentru roata dințată rigidă și generatorul de unde se adoptă dimensiunile având în vedere părțile conjugate cu roata flexibilă.

Materialul din care este confecționată roata flexibilă trebuie să aibe o bună rezistență la oboseală prin încovoiere, rezistență la strivire, rezistență la uzare.

Pentru roata dințată flexibilă se recomandă utilizarea unor oțeluri aliate cum ar fi [6]:
19 Cr Ni 35, 16 Cr Ni W 10, 30 Si Mn Cr Ni 16, 40 Cr Ni 15 (grupa I),
35 Cr Mn Si, 41 Cr Ni 12, 31 Cr Mn Si 10 (grupa II), sau oțel carbon de calitate OLC 50, OLC 60 (grupa III), care au duritate cuprinsă între 32....36 HRC.

Pentru roata rigidă se recomandă oțelurile carbon de calitate: OLC 45, OLC 50, OLC 60 cu duritatea cuprinsă între 28.....32 HRC.

În cazul utilizării generatorului de unde cu camă și rulment flexibil, pentru inelul intermediar se recomandă următoarele oțeluri aliate pentru arcuri : 51 Si 17 A, 56 Si 17 A, 60 Si 15 A, 51 V Cr 11 A cu duritatea cuprinsă între 55...60 HRC.

Dacă se folosește generator de unde cu discuri, pentru discurile generatorului se recomandă utilizarea oțelului carbon de calitate: OLC 45, OLC 50, OLC 60 având duritatea cuprinsă între 50....54 HRC.

Pentru elemente ce vin în contact direct, în timpul funcționării, nu se recomandă a se folosi materiale identice (cu aceeași duritate).

Admițând că roata dințată flexibilă are o formă de tub cilindric, cu diametrul mediu d_m , lungimea l și grosimea peretelui în zona nedanturată h , atunci trebuie parcurse următoarele etape succesive [6]:

- Se aleg materiale pentru cele două roți (flexibilă respectiv rigidă), după recomandările de mai sus, și se determină rezistențele admisibile σ_{HP} la solicitarea de contact, τ_{af} la forfecare și σ_{ai} la încovoiere.
- Se calculează diametrul de divizare d_3 al roții dințate rigide, din condiția de rezistență la solicitarea de contact, și se determină numerele de dinți z_2 și z_3 (ținându-se seama de raportul de transmitere i).
- Se calculează modulul danturii : $m = d_3/z_3$ și se rotunjește la valoarea imediat superioară din șirul: 0.1; 0.12; 0.15; 0.2; 0.25; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.8; 1; 1.25; 1.5; 2; mm (date în STAS 822-82) și se recalculează diametrul de divizare d_3 .
- Se determină diametrul de divizare d_2 al roții dințate flexibile și diametrul mediu al obezii roții flexibile:

$$d_2 = m \cdot z_2 \quad ; \quad d_m = d_2 - 2 \cdot m \quad (2.2.1)$$

- Se calculează valoarea coeficientului adimensional θ cu relația:

$$\theta \leq \frac{(z_2 - 2) \cdot \sigma_{ai}}{4,25 \cdot E} \quad (2.2.2)$$

- Se determină coeficientul adimensional ψ :

$$\psi = \theta / (2 \dots 5) \quad (2.2.3)$$

- Se determină grosimea h_1 a peretelui și lungimea l a roții dințate flexibile:

$$h_1 = \frac{\theta \cdot d_m}{2}; \quad l = \frac{h_1}{\psi} \quad (2.2.4)$$

- Se verifică la solicitarea de forfecare și încovoiere dantura.
- Se fac calcule de dimensionare geometrică a danturii.

Se recomandă ca dimensionarea roții dințate rigide să se facă din condiția de rezistență la contact a dinților cu relația:

$$d_3 \geq \sqrt[3]{\frac{10^7 \cdot \eta_1 \cdot k_1 \cdot P_1 \cdot \tan \alpha}{y_k \cdot \psi_d \cdot \omega_2 \cdot \sigma_{HP}}} \quad [\text{mm}] \quad (2.2.5)$$

unde:

- k_1 este coeficientul de distribuție neuniformă a sarcinii pe dinți ($k_1=1,1 \dots 1,3$);
- P_1 - puterea la arborele generatorului de unde, în kW;
- y_k - coeficientul de formă al dinților la solicitarea de contact ($y_k=0,55 \dots 0,65$);
- η_1 - randamentul mecanic preliminar al angrenajului armonic ;
- ω_2 - viteza unghiulară a roții flexibile, în rad / s ;
- Ψ_d - coeficientul lățimii danturii ($\Psi_d = b / d_3 = 0,1 \dots 0,3$);
- σ_{HP} - rezistența admisibilă la contact a dinților , în MPa.

După efectuarea calculelor geometrice, se verifică la oboseală roata flexibilă cu relația:

$$\sigma_t = \frac{4,25 \cdot k_h \cdot k_\sigma \cdot h_1 \cdot \delta \cdot E}{d_m^2} \leq \sigma_{ai} \quad [\text{MPa}] \quad (2.2.6)$$

unde:

- k_h -coeficientul de rigiditate a roții flexibile datorită danturii ($k_h=1,05 \dots 1,1$);
- k_σ -coeficientul de concentrare al tensiunilor la piciorul dintelui;
- d_m -diametrul mediu al peretelui roții flexibile [$d_m=m(z_2-2)$] ;
- δ -deformația elastică diametrală a roții flexibile în poziție angrenată ($\delta=k \cdot m \cdot n_u$) ;
- σ_{ai} -rezistența admisibilă la încovoiere a roții flexibile, care se determină cu relația:

$$\sigma_{ai} = \frac{\sigma_{-1}}{k_0 \cdot c_\sigma} \quad [\text{MPa}] \quad (2.2.7)$$

unde:

- σ_{-1} este rezistența la oboseală, în MPa (pentru ciclul alternant simetric) ;
- c_σ - coeficientul de siguranță la oboseală ($c_0=1,5$) .

Capitolul II. Cercetări analitice asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile

O altă modalitate de a determina diametrul mediu al roții flexibile (d), recomandată în literatura de specialitate [44],[113], este următoarea: se calculează din condiția de rezistență la torsiune, sub acțiunea momentului nominal M_0 [kN·m] și după forțele tangențiale uniform repartizate pe dinții din angrenare (din cele două zone diametral opuse) :

$$d = c \cdot \sqrt[3]{\frac{\psi \cdot M_0}{\tau_{at}}} \quad [\text{mm}] \quad (2.2.8)$$

unde:

- c este coeficientul care ține seama de influența repartizării sarcinilor pe zonele de angrenare și de repartiția tensiunilor în roata flexibilă ;
- M_0 - momentul de calcul .

Valorile coeficientului c sunt date în tabelul (2.2.1), în funcție de raportul de transmitere i .

Tabelul 2.2.1

Valori pentru coeficientul "c"

Forma roții flexibile	Roată flexibilă lungă $l/d > 0,5$			Roată flexibilă scurtă $0,15 \leq l/d \leq 0,3$
	100.....160	160.....250	250.....400	100.....400
Raportul de transmitere [i]				
Coeficientul c	14	13	12	16.....14

Momentul de torsiune nominal la roata dințată flexibilă se calculează cu relația:

$$M_0 = M \cdot k_r \cdot k_d \quad (2.2.9)$$

unde :

- k_r este coeficientul de suprasarcină (tab.2.2.2) ;
- k_d - coeficientul dinamic (tab.2.2.3) ;
- M – momentul de torsiune nominal.

Tabelul 2.2.2

Valori pentru coeficientul de suprasarcină k_r

M_{max}/M	k_r în funcție de I		
	100....160	160....250	250....400
1,2	1	1,1	1,2
1,6	1,1	1,2	1,3
2,5	1,2	1,3	1,4

Raportul între diametrul d și grosimea h a peretelui roții flexibile ($\Psi = d / h$) se adoptă în funcție de raportul de transmitere și materialul roții flexibile.

Tabelul 2.2.3

Valori pentru coeficientul dinamic k_d

Clasa de precizie a angrenajului	k_d în funcție de turația generatorului de unde		
	< 1000	1000....1500	1500....3000
6	1	1,15	1,4
7	1,07	1,20	1,5
8	2	1,35	-

Tabelul 2.2.4

Rezistențe admisibile la forfecare [MPa]

Raportul de transmitere	Grupa de material al roții flexibile		
	I	II	III
100....160	80	85	90
160....250	85	90	95
250....400	90	95	100

Tensiunile admisibile la torsiune, în cazul solicitărilor reversibile, se calculează cu relația :

$$\tau_{at} = \frac{0,22 \cdot \sigma_r \cdot k_i}{c_1 \cdot k_r} \quad (2.2.10)$$

unde:

- σ_r este limita de rezistență la rupere ;
- k_i - coeficientul regimului de încărcare, Tab.(2.2.5);
- c_1 - coeficientul de siguranță a construcției ($c_1 > 1,4 \div 1,6$) ;
- k_r - coeficientul de concentrare al tensiunilor ($k_r = 1,7 \div 2$, în cazul $i = 400 \dots 100$).

Tabelul 2.2.5

Valori pentru coeficientul regimului de încărcare k_i

Durata de funcționare în ore a transmisiei armonice dințate la $n = 1000$ rot/min	k_i pentru regim de lucru		
	Ușor	Mijlociu	greu
1000	1,22	1,17	1,1
2500	1,10	1,05	1,0
6300	1,00	0,95	0,9
10000	0,95	0,9	0,85
25000	0,85	0,81	0,75

Dacă turația generatorului de unde este diferită de 1000 rot/min, atunci coeficientul regimului de încărcare k_i se ia în funcție de timpul echivalent de funcționare, calculat cu relația:

$$T_0 = T \cdot (n_1 / 1000) \quad (2.2.11)$$

unde T este durată efectivă de funcționare .

Pentru calculul aproximativ al lui $|\tau_a|$ se recomandă $k = 1$ și pentru materialele din grupa I, II, și III se admit valorile 80,70,60 [MPa].

Numărul de dinți la roata dințată flexibilă, pentru transmisiile armonice dințate cu generator cu două unde, se calculează cu relația :

$$z_2 \cong 2 \cdot i \quad (2.2.12)$$

în care i este raportul de transmitere al angrenajului armonic.

Diametrul de divizare al roții flexibile sau rigide se poate determina și din condiția de rezistență la strivire în zona de contact a dinților [70],[94] :

$$d_{2(3)} = \sqrt[3]{\frac{M_{2(3)}}{p_a \cdot \Psi_b}} \quad [\text{mm}] \quad (2.2.13)$$

unde :

- $M_{2(3)}$ este momentul de torsiune la elementul condus [N·mm];
- Ψ_b - coeficientul lățimii inelului dințat ($\Psi_b = b / d_{23}$; $\Psi_b = 0,1 \dots 0,3$);
- p_a - presiunea admisibilă la contact [MPa].

Pentru presiunea admisibilă la contact p_a , se recomandă următoarele valori:

- $p_a = 8$ MPa, pentru roți din material plastic;
- $p_a = 10 \dots 35$ MPa, pentru roți din oțel la transmisiile armonice dințate cu viteze mari și mijlocii și cu o ungere bună ;
- $p_a = 60 \div 100$ MPa, pentru roți din oțel la transmisiile armonice dințate cu viteze reduse.

Având diametrul de divizare și numărul de dinți, se poate calcula modulul m și apoi standardiza, iar după efectuarea calculului geometric se propune verificarea la oboseală .

După unii autori [102], este indicat să se calculeze diametrul de divizare al roții conduse tot cu ajutorul condiției de rezistență la strivire a dinților în zona de contact :

$$d_{2(3)} = \sqrt[3]{\frac{k \cdot M}{p_a \cdot \Psi_b}} \quad [\text{mm}] \quad (2.2.14)$$

unde :

- $\Psi_b = b / d_{2(3)}$, se recomandă $\Psi_b = 0,2 \div 0,18$ (coeficientul lățimii danturii);
- k - coeficientul regimului de încărcare.

Pentru coeficientul k se recomandă următoarele valori:

- $k=1$ pentru încărcările lente și $M_{\max} / M < 1,2$;
- $k=1,25$ pentru încărcări dinamice reduse și $M_{\max} / M < 1,6$;
- $k=1,75$ pentru încărcări dinamice rapide și $M_{\max} / M < 2,5$.

- p_a - presiunea admisibilă la strivire a dinților:

$$p_a = 160 \cdot k_i \cdot k_n \cdot k_d \quad (2.2.15)$$

unde :

- k_n este coeficientul de turație, $k_n = (100 / n_1)$;
- k_d - coeficientul mărimii diametrului;

Pentru coeficientul k_d se recomandă valorile:

$$k_d = 1.25 \text{ dacă } d_{2(3)} < 130 \text{ mm};$$

$$k_d = 1 \text{ dacă } d_{2(3)} > 130 \text{ mm};$$

k_i - coeficientul raportului de transmitere, $k_i = (i-20)/i$.

După efectuarea calculelor geometrice, se recomandă să se facă verificarea la oboseală.

După alți autori [70], diametrul roții flexibile se poate calcula din condiția de rezistență la oboseală cu relația:

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{0,456 \cdot M_2}{\left[\frac{\sigma_{-1}}{k_\sigma \cdot n_\sigma} - \frac{3 \cdot E \cdot Y_z \cdot \Psi_{sd}}{2 \cdot i_{12}^{(3)}} \right]} \cdot \Psi_{bd} \cdot \Psi_{sd}} \quad [\text{mm}] \quad (2.2.16)$$

unde:

- Ψ_{bd} este un coeficient ce ține seama de lățimea coroanei dințate;

Pentru coeficientul Ψ_{bd} se recomandă valorile:

$\Psi_{bd} = 0,15 \div 0,2$ pentru T.A.D. de forță, valoarea maximă pentru $i > 150$;

$\Psi_{bd} = 0,1 \div 0,15$ pentru transmisii cinematice;

- Ψ_{sd} - coeficient ce ține seama de grosimea peretelui roții dințate și pentru care se recomandă valorile:

$\Psi_{sd} = 0,012 \div 0,014$, valoarea maximă se recomandă pentru rapoarte de transmitere mari;

- Y_z - coeficientul ce ține seama de unghiul de profil al danturii.

Se recomandă valorile:

pentru dinți cu unghi de profil mare $Y_z = 1,2 \div 1,3$;

pentru dinți cu unghi de profil mic $Y_z = 1,35 \div 1,5$;

Pentru coeficienții k_σ și n_σ se recomandă:

$$k_\sigma = 1.8 \dots 2; \quad n_\sigma = 1.3 \dots 1.7.$$

Alți autori [33] consideră că este necesară limitarea momentului de torsiune maxim M_{tmax} , pe care poate să-l transmită instantaneu reductorul armonic, din rațiuni de evitare a interferenței dinților.

Potrivit acestor autori, posibilitatea apariției fenomenului de interferență a dinților la T.A.D. trebuie luată în considerare ținând seama de faptul că, atât în cazul profilului rectiliniu cât și a celui evolventic, condițiile unei angrenări corecte sunt respectate numai aproximativ.

Fenomenul de interferență poate să apară, practic, în zonele de intrare și de ieșire din angrenare. Evitarea apariției gripajului se face prin rodaj; angrenajul fiind încărcat progresiv, se realizează corectarea geometriei dinților.

Se consideră cunoscută ecuația fibrei medii deformată a tubului sub sarcină, adică se presupun cunoscute deplasările radiale (W_j) și tangențiale (V_j), în diferite puncte j de pe fibra medie deformată.

În figura (2.2.1), este prezentată traiectoria centrului dintelui, cu linie continuă pentru $M_t < M_{tmax}$, și cu linie întreruptă, pentru cazul $M_t > M_{tmax}$.

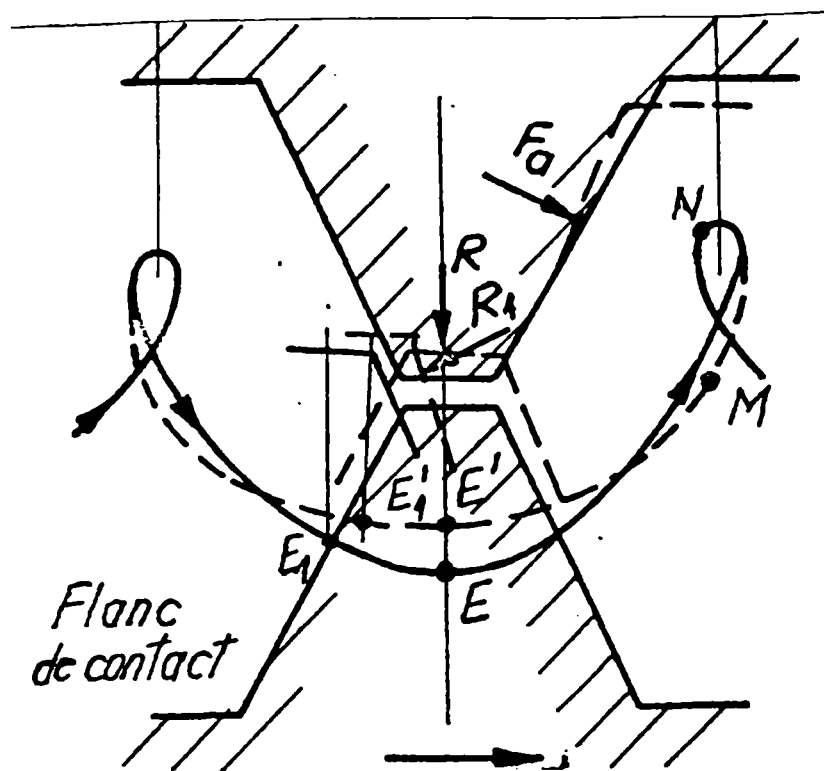


Fig.2.2.1. Traiectoria centrului dintelui

Sunt reprezentate de asemenea pozițiile succesive ale vârfului dintelui în cele două cazuri, ținând seama de faptul că vârful dintelui descrie o traiectorie paralelă cu cea descrisă de centrul dintelui. Reacțiunile R și R_1 acționează asupra dintelui roții flexibile în cazul apariției interferenței, în sens opus sensului de mișcare a roții flexibile (ω_t).

Condiția de evitare a interferenței este:

$$W_j \leq r_{a2} - (r - j_{min} + h_t / 2 + h_d) \quad (2.2.17)$$

unde:

- W_j este deplasarea radială a dintelui roții flexibile, în momentul când trece prin dreptul dintelui roții rigide;
- r_{a2} - este raza de cap a dinților coroanei;

- r - este raza roții flexibile nedeformate;
- h_d - este înălțimea dintelui roții flexibile;
- h_t - este grosimea roții flexibile.

În ceea ce privește temperatura de regim, care se stabilește la funcționarea în regim permanent a transmisiei, aceasta depinde echilibrul termic între căldura degajată prin frecare și căldura eliminată spre mediul exterior.

Și în cazul transmisiilor armonice dințate, fenomenele de frecare dintre diferite piese în mișcare relativă provoacă pierderi energetice prin transformarea energiei mecanice în energie termică, conducând la un randament subunitar al transmisiei.

Trebuie remarcat însă, că la același raport de transmitere într-o singură treaptă, transmisia armonică dințată realizează un randament mai bun decât orice altă transmisie mecanică clasică sau modernă. Evident acest lucru se explică prin faptul, că la aceste mecanisme, se pierde prin frecare, în ansamblu, mai puțină energie mecanică.

Fenomenele de frecare provoacă, de asemenea, uzarea suprafețelor pieselor aflate în contact și în mișcare relativă. Pentru studiul detaliat al acestor fenomene trebuie luată în considerare frecarea pentru fiecare pereche de piese aflate în mișcare relativă în parte, în conformitate cu principiile generale ale frecării, ungerii, uzării stabilite de tribologie.

Estimarea prin calcul a randamentului transmisiilor armonice dințate este importantă de asemenea, pentru a se putea evalua cantitatea de căldură degajată prin frecări și pentru a se lua măsuri pentru evacuarea acesteia prin convecție termică, astfel încât temperatura de echilibru care se stabilește în timpul funcționării continue în sarcină să aibe o valoare normală care asigură proprietăți optime pentru lubrifiant.

Randamentul transmisiilor armonice dințate depinde de mulți factori care influențează fenomenele de frecare din mecanism.

Se pot identifica următoarele cauze, care conduc la pierderi energetice prin frecare:

- frecarea dintre dinții în angrenare;
- frecarea din generatorul de unde (rulmentul flexibil dacă generatorul este cu camă);
- frecarea dintre suprafețele de contact a generatorului cu roata flexibilă;
- frecarea în cuplajul de legare a elementului flexibil la arborele de ieșire sau la carcasă;
- histereza de deformare a materialului roții flexibile;
- frecările din lagărele de sprijin ale arborilor;
- frecările pieselor aflate în mișcare de rotație cu lubrifiantul și cu aerul;
- frecările din etanșări, ș.a.

Frecarea dintre dinții aflați în angrenare se deosebește mult de frecarea dintre dinții angrenajelor clasice. Există evident și la angrenajul armonic o presiune de contact între flancurile dinților care face posibilă transmiterea momentului de torsiune dar alunecarea relativă a suprafețelor flancurilor se produce numai la intrarea și la ieșirea dinților din angrenare. Această alunecare relativă este influențată de geometria elementului flexibil deformat care la rândul ei depinde de numeroși parametri.

Alunecarea relativă limitată, precum și existența mai multor perechi de dinți aflați simultan în contact face ca presiunea de contact dintre dinți să fie mai mică decât la alte

angrenaje care funcționează în condiții similare, cu consecințe favorabile asupra comportării angrenajului armonic față de principalele fenomene care pot duce la scoaterea din uz a angrenajelor prin distrugerea suprafețelor flancurilor dinților (pitting, exfoliere, gripare, uzare abrazivă).

În ceea ce privește celelalte fenomene de frecare enumerate mai sus, ele sunt cazuri clasice de frecare elasto-hidrodinamică care pot fi menținute în stare normală de funcționare prin măsuri constructive și de organizare corectă a ungerii care să asigure existența în permanență a filmului de lubrifianț între suprafețele pieselor în mișcare relativă.

Deși evaluarea cantitativă a pierderilor energetice prin frecare este greoaie, datorită numeroșilor factori care influențează aceste fenomene, totuși au fost stabilite unele relații pentru calculul randamentului transmisiilor armonice dințate.

După [94], [118], randamentul T.A.D. funcționând în regim de reductor se poate determina cu relația:

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{0.84 \cdot \mu_1}{\cos^2 \alpha} + 1 + \frac{\mu_2 \cdot i \cdot \tan \alpha \cdot d}{d_f}} \quad (2.2.18)$$

unde:

- d este diametrul căii de rulare a inelului interior al rulmentului flexibil;
- d_f - diametrul de divizare al elementului flexibil;
- μ_1 - coeficientul de frecare convențional în angrenare ($\mu_1=0.025 \div 0.04$);
- μ_2 - coeficientul de frecare convențional în rulmentul generatorului de unde ($\mu_2=0.0045 \div 0.006$).

După [6], expresia randamentului se determină luând în considerare pierderile din angrenare și din generatorul de unde, în cazul unei transmisii armonice cu o treaptă reductoare cu relația:

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{1.114 \cdot \mu_1 \cdot n}{\cos^2 \alpha} + k_f \cdot \mu_2 \cdot i \cdot \tan(\alpha + \varphi) + \frac{2.24 \cdot d_3 \cdot E \cdot b \cdot h^3 \cdot \delta \cdot \mu_2 \cdot i \cdot n_u}{M_2 \cdot d_m^3}} \quad (2.2.19)$$

unde :

- μ_1 este coeficientul de frecare între dinți ($\mu_1 = 0.05 \div 0.1$);
- μ_2 - coeficientul de frecare convențional redus la diametrul de divizare d_3 al roții dințate rigide, ține seama de frecările din generatorul de unde ($\mu_2 = 0.0015 \div 0.003$);
- k_f - coeficient care arată influența forței de frecare din angrenare asupra reacțiunii radiale totale dintre generator și roata dințată flexibilă ($k_f = 0.5 \div 1$);
- φ - unghiul de frecare dintre dinți ($\varphi = \arctg \mu_1$);
- d_m - diametrul mediu al obezii roții dințate flexibile, în mm;
- b - lungimea de contact între dinți [$b = (0.1 \div 0.2) \cdot d_2$, în mm];
- α - semiunghiul de vârf al profilului rectiliniu sau unghiul de profil al danturii evolventice;
- h - grosimea peretelui roții dințate flexibile, în mm;
- E - modulul de elasticitate longitudinal al materialului roții flexibile, în MPa;
- δ - deformația radială a roții flexibile, în mm;
- i - raportul de transmitere al angrenajului armonic.

Randamentul unei transmisii armonice dințate este influențat de următorii factori:

- regimul de funcționare a transmisiei (reductor sau multiplicator);
- raportul de transmitere;
- turația generatorului de undă;
- momentul de torsiune la arborele lent;
- schimbarea formei roții flexibile sub acțiunea încărcării;
- jocul de flanc din angrenare, ș.a.

Intensitatea fenomenelor de frecare determină două din limitele importante de încărcare a transmisiilor armonice dințate: uzura dinților și limita termică.

Pentru limitarea vitezei de uzare a dinților la valori acceptabile care să asigure o durabilitate suficientă din acest punct de vedere, se limitează presiunea de contact dintre dinții în angrenare la $p_a = 10...30$ MPa pentru transmisiile de uz general cu elementele dințate din oțeluri îmbunătățite la cca 300 HB, respectiv $p_a < 100$ MPa pentru sarcini de scurtă durată la turații mici [94]. Aceste considerente au stat la baza stabilirii relației (2.2.13) pentru dimensionarea angrenajului armonic din condiții de rezistență la uzare.

Prin verificarea limitei termice se înțelege calculul temperaturii de funcționare a transmisiei. Echilibrul termic se stabilește dacă căldura degajată prin frecări este egală cu căldura care se disipă în mediul ambiant prin convecție termică. Căldura degajată prin frecare depinde de puterea transmisă și de randament.

Căldura evacuată în mediul ambiant depinde de temperatura exterioară a carcusei, de suprafața carcusei și de forma acestei suprafețe (nervuri). Limita termică impusă de uleiurile de transmisie este de max. 85° C [94]. Temperatura de funcționare în regim permanent va fi însă limitată la valori mai mici. Creșterea temperaturii influențează negativ și comportarea la oboseală a roții flexibile și a rulmentului flexibil.

Limitarea pierderilor energetice prin frecare și a vitezei de uzare a elementelor transmisiei armonice se realizează și prin organizarea corespunzătoare a ungerii mecanismului.

Uleiurile de ungere trebuie să îndeplinească următoarele funcțiuni:

- asigurarea frecării fluide între suprafețele în contact ale angrenajelor și ale lagărelor, între care există mișcare relativă de alunecare, de rostogolire sau combinate;
- să asigure răcirea reductorului prin transportul căldurii din zonele unde datorită frecărilor intense temperatura are tendința de creștere;
- să asigure spălarea produselor uzării. Acestea se așează pe fundul carcusei. Sunt de dorit dopuri de evacuare magnetice, care să mențină particulele metalice rezultate în urma uzurii în partea inferioară a carcusei.

Nivelul de ulei este în funcție de tipul și mărimea reductorului și de turația de intrare; un nivel prea înalt de ulei micșorează randamentul (se măresc pierderile ca urmare a frecărilor cu lubrifianț). Schimbarea lubrifianțului în perioada de rodaj, se face după câteva ore de funcționare, iar în condiții normale de funcționare la intervale de câte 2500 ore de funcționare.

La nevoie, se admite folosirea unsorii consistente. Se ung, în principiu, rulmentul flexibil al generatorului, angrenajul și lagărele de sprijin ale arborilor, în timpul montării reductorului sau periodic. Înlocuirea unsorii consistente se recomandă să se facă după 1000 ore de funcționare [119].

La stabilirea termenului de înlocuire a lubrifianțului trebuie să se țină cont de turația generatorului de unde și încărcarea transmisiei.

2.3 Influența profilului dintelui asupra capacității portante a roții flexibile

Studiul legat de mișcarea relativă a dinților arată că, profilul rectiliniu, atât pentru dantura coroanei rigide cât și pentru cea a roții flexibile asigură respectarea relativ corectă a teoriei generale a angrenării.

Se acceptă că deplasările radiale produse de deformatoare sunt cunoscute, și că acestea sunt de forma [94]:

$$\delta_r = \delta_{r0} \cdot \cos 2\varphi_1 \quad (2.3.1)$$

unde:

- φ_1 este unghiul de poziție al punctului curent față de semi-axa mare a elipsei deformatoarei;
- $\delta_{r0} = \delta_{\max}$ - diferența dintre razele celor două roți în stare nedeformată, adică deformația radială maximă a roții flexibile;
- δ_r - deplasarea radială a punctului curent (de poziție φ_1).

Pentru a evidenția legătura dintre deplasarea radială δ_r și cea tangențială δ_t , se consideră o porțiune infinit mică din elementul flexibil, înainte de deformare cd și după deformare c_1d_1 precum și o poziție intermediară c_2d_2 (fig. 2.3.1)[94]. Poziția intermediară, reprezentată pe figură prin segmentul c_2d_2 , corespunde unei deplasări radiale δ_r a punctului d , respectiv $\delta_r + d\delta_r$ a punctului c , în absența unor deplasări tangențiale.

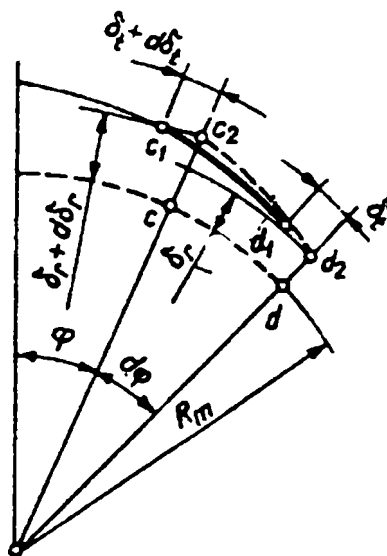


Fig.2.3.1. Deplasarea elementului flexibil

Din condiția ca elementul flexibil să fie inextensibil rezultă:

$$\begin{aligned} \delta_r \cdot d\varphi + d\delta_t &= 0 \\ \Rightarrow \delta_t &= -\int \delta_r \cdot d\varphi \Rightarrow \delta_t = -\int \delta_{r0} \cdot \cos 2\varphi \cdot d\varphi \Rightarrow \delta_t = -0,5 \cdot \delta_{r0} \cdot \sin 2\varphi_1 \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

În relațiile (2.3.2), $\delta_r \cdot d\varphi$ reprezintă alungirea segmentului elementar inițial ca datorită deplasării radiale, iar $d\delta_t$ reprezintă alungirea segmentului elementar inițial ca datorită deplasării tangențiale (cel de-al doilea termen fiind evident negativ).

Sistemul de ecuații, definit de relațiile (2.3.1) și (2.3.2), descrie traiectoria unui punct de pe elementul flexibil într-un sistem de coordonate legat de acest element nerotitor, în stare nedeformată.

Dacă notăm cu φ_D unghiul de poziție al semiaxe mari a deformatoarei există relația:

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_D \quad (2.3.3)$$

Imaginea în mișcare a deformației elementului flexibil devine:

$$\begin{aligned} \delta_r &= \delta_{r0} \cos 2(\varphi_1 - \varphi_D) \\ \delta_t &= -0,5 \cdot \delta_{r0} \cdot \sin 2(\varphi_1 - \varphi_D) \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

Traectoria unui punct de pe elementul flexibil, în raport cu un sistem de coordonate legat de acest element nerotitor, în stare nedeformată, este o curbă închisă fig. (2.3.2), iar traectoria unui punct de pe elementul flexibil, în raport cu un sistem de coordonate legat de elementul rigid fix, este o curbă deschisă [94]:

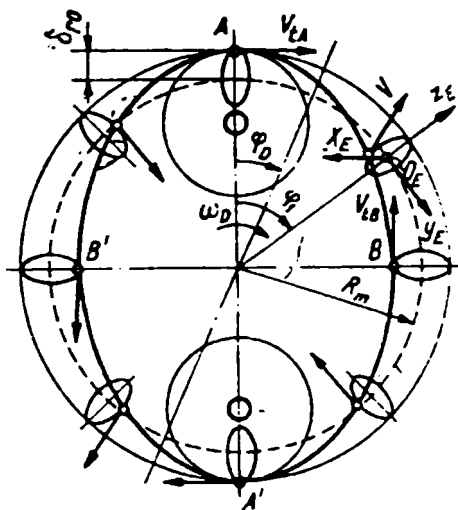


Fig. 2.3.2. Traectoriile unor puncte de pe elementul flexibil

În fig. (2.3.3) [94], s-a reprezentat elementul rigid R și cu linie întreruptă elementul flexibil E în stare nedeformată, iar cu linie continuă elementul flexibil E, deformat după direcția axei mici a deformatoarei.

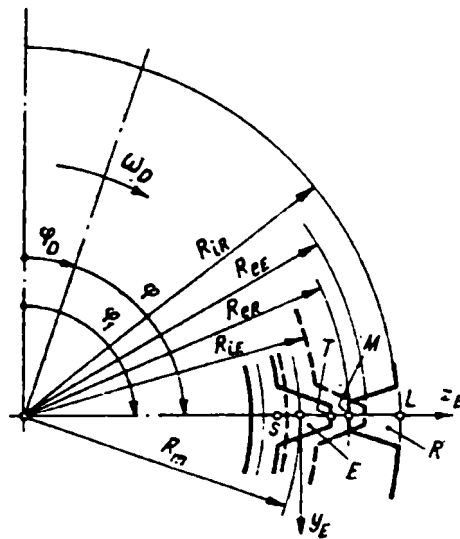


Fig.2.3.3. Elementul flexibil deformat

În sistemul de referință $E_E (y_E O_E z_E)$, legat de elementul flexibil în stare nedeformată, punctele L și M, care caracterizează poziția dintelui elementului rigid, vor fi caracterizate de deplasările:

$$\begin{cases} \delta_{rL} = R_{iR} - R_m; \\ \delta_{iL} = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} \delta_{rM} = R_{eR} - R_m; \\ \delta_{iM} = 0. \end{cases} \quad (2.3.5)$$

unde:

- R_{iR} și R_{eR} sunt razele interioară și exterioară a elementului rigid, unde prin interioară înțelegem la piciorul dintelui, iar prin exterioară înțelegem la vârful dintelui;
- R_m - raza originii sistemului de axe pe lementul flexibil nedeformat.

Punctele T și S definesc poziția dintelui elementului flexibil E. Coordonatele acestor puncte în sistemul $y_E O_E z_E$ sunt:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{rT} &= (R_{eE} + \delta_r) \cdot \cos \varphi_R - R_m; \\ \delta_{iT} &= \delta_t + (R_{eE} - R_m) \cdot \theta - (R_{eE} + \delta_r) \cdot \varphi_R; \\ \delta_{rS} &= (R_{iE} + \delta_r) \cdot \cos \varphi_R - R_m; \\ \delta_{iS} &= \delta_t + (R_{iE} - R_m) \cdot \theta - (R_{iE} + \delta_r) \cdot \varphi_R. \end{aligned} \right\} \quad (2.3.6)$$

unde deplasările radială și tangențială, δ_r și δ_t sunt date de relațiile (2.3.4), iar θ este rotația secțiunii normale a elementului flexibil:

$$\theta = \frac{1}{R_m} \left(\delta_t - \frac{d\delta_r}{d\varphi} \right) \quad (2.3.7)$$

unde:

- R_m este raza elementului flexibil nedeformat (originea sistemului cartezian $y_E O_E z_E$);
- R_{iE} și R_{eE} - razele interioară și exterioară a elementului flexibil nedeformat;
- φ_R - rotirea elementului rigid față de elementul flexibil considerat fix.

$$\varphi_R = \frac{\varphi_D}{i_{DE}^E}; \quad \varphi_D = \frac{\pi}{2} - \varphi; \quad i_{DE}^E = \frac{V_D}{V_R} = \frac{1}{1 - \frac{Z_E}{Z_R}} \quad (2.3.8)$$

unde:

- V_D este viteza deformatoarei;
- V_R - viteza elementului rigid (elementul flexibil este considerat fix);
- Z_E - numărul de dinți ai elementului flexibil;
- Z_R - numărul de dinți ai elementului rigid.

Pe baza acestor relații, considerându-se elementul rigid ca fiind un element fix, s-au trasat curbele L_T și L_S , care reprezintă traiectoriile punctelor T și S în funcție de unghiul φ . Pentru $\varphi = 0 \dots 60^\circ$, aceste traiectorii se aproximează cu linia dreaptă L_E^* (fig.2.3.4).

Pentru a cerceta valorile convenabile pentru unghiul α_{med} se va studia problema vitezelor relative ale celor două roți. În relațiile (2.3.4), dacă acceptăm $\varphi_1 = ct$ (un punct de poziție dată pe roata flexibilă) și derivăm aceste relații în raport cu timpul se obține:

$$\left. \begin{aligned} V_r &= \frac{d\delta_2}{dt} = 2\delta_{r0} \cdot \omega_D \sin 2(\varphi_1 - \varphi_D), \\ V_t &= \frac{d\delta t}{dt} = \delta_{r0} \cdot \omega_D \cos 2(\varphi_1 - \varphi_D). \end{aligned} \right\} \quad (2.3.9)$$

unde:

$$\omega_D = \frac{d\varphi_D}{dt} \text{ - viteza unghiulară a deformatoarei.}$$

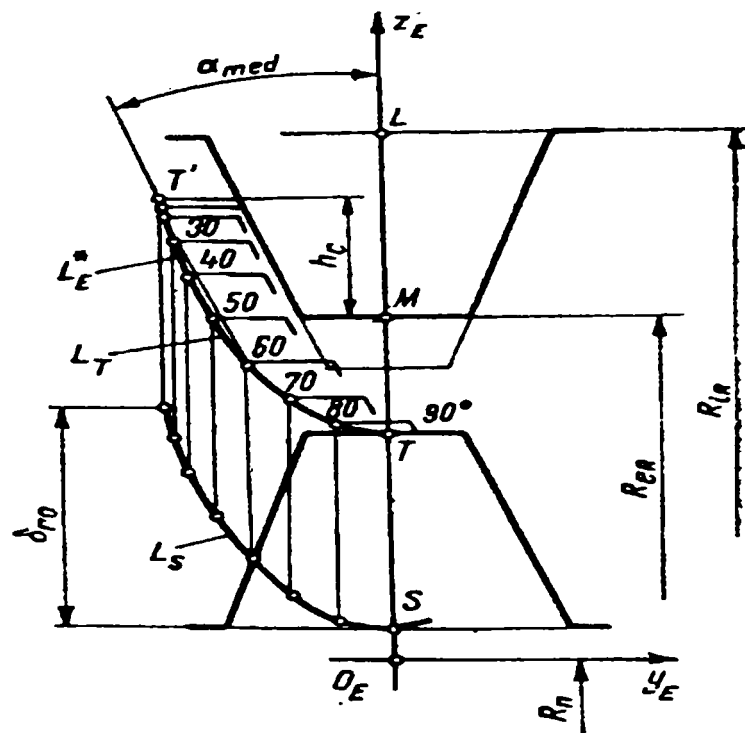


Fig.2.3.4. Traiectoriile punctelor T și S

Pe fig. (2.3.2) [94], sunt reprezentați vectorii viteze calculați cu relațiile (2.3.9) în opt puncte echidistante pe roata flexibilă.

Pentru $\varphi_D = 0$ (deformatorul este în poziția de pe figură, adică axa mare este AA') vitezele în punctele A,B,A',B' sunt:

$$\begin{aligned}
 \text{A} \quad \varphi_1 = 0 \quad & \left. \begin{aligned} V_r &= 0 \\ V_t &= \delta_{r0} \cdot \omega_D \end{aligned} \right\} & \text{B} \quad \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \quad & \left. \begin{aligned} V_r &= 0 \\ V_t &= -\delta_{r0} \cdot \omega_D \end{aligned} \right\} \\
 \varphi_1 = \pi \quad & \left. \begin{aligned} V_r &= 0 \\ V_t &= \delta_{r0} \cdot \omega_D \end{aligned} \right\} & \text{B}' \quad \varphi_1 = \frac{3\pi}{2} \quad & \left. \begin{aligned} V_r &= 0 \\ V_t &= -\delta_{r0} \cdot \omega_D \end{aligned} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.3.10}$$

Se observă că sensul vitezei coincide cu sensul de rotație al deformatorului în punctele situate la extremitatea axei mari a deformatorului $\overline{AA'}$.

Dacă se ia în considerare grosimea elementului flexibil, pentru a caracteriza complet mișcarea unui punct de pe aceasta, trebuie definită rotația θ a secțiunii normale pe acest element. Rotația θ este definită de către relația (2.3.7), relație care se justifică dacă se ia în considerare fig. (2.3.5) [94].

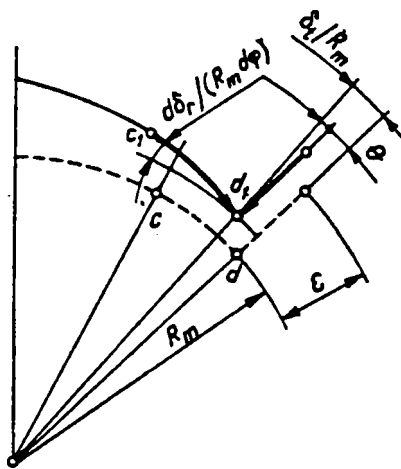


Fig.2.3.5. Rotirea secțiunii normale

Dacă considerăm secțiunea normală ca fiind direcția radială care trece prin punctul d, se observă pe fig. (2.3.5) că această secțiune se rotește în sens trigonometric cu unghiul $\frac{\delta_t}{R_m}$,

apoi în sens invers cu unghiul $\frac{d\delta_r}{R_m \cdot d\varphi}$, și deci:

$$\theta = \frac{\delta_t}{R_m} - \frac{d\delta_r}{R_m d\varphi} = \frac{1}{R_m} \left(\delta_t - \frac{d\delta_r}{d\varphi} \right) \tag{2.3.11}$$

Ținând seama de rotația θ , viteza tangențială a unui punct situat la distanța ε față de circumferința de rulare a elementului flexibil va fi:

$$V_{t\theta} = V_t + V_\theta; V_\theta = \varepsilon \cdot \omega_\theta \quad (2.3.12)$$

$$\omega_\theta = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{R_m} \left(\frac{d\delta_t}{dt} - \frac{d^2\delta_r}{d\varphi \cdot dt} \right) \quad (2.3.13)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_\theta &= \frac{1}{R_m} \left(\delta_{r_0} \cdot \omega_D \cdot \cos 2(\varphi_1 - \varphi_D) - \frac{4}{R_m} \cdot \delta_{r_0} \cdot \omega_D \cdot \cos 2(\varphi_1 - \varphi_D) \right); \\ \omega_\theta &= -\frac{3}{R_m} \cdot \delta_{r_0} \cdot \omega_D \cdot \cos 2(\varphi_1 - \varphi_D); \\ V_\theta &= -\frac{3 \cdot \varepsilon}{R_m} \cdot \delta_{r_0} \cdot \omega_D \cdot \cos 2(\varphi_1 - \varphi_D); \\ V_{t\theta} &= \delta_{r_0} \cdot \omega_D \cdot \cos 2(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{3 \cdot \varepsilon}{R_m} \cdot \delta_{r_0} \cdot \omega_D \cdot \cos 2(\varphi_1 - \varphi_D); \end{aligned} \right\} \quad (2.3.14)$$

$$V_{t_0} = \left(1 - \frac{3 \cdot \varepsilon}{R_m} \right) \cdot \delta_{r_0} \cdot \omega_D \cdot \cos 2(\varphi_1 - \varphi_D) \quad (2.3.15)$$

Considerăm contactul a doi dinți la o distanță R_φ de axa transmisiei, fig. (2.3.6) [94].

Punem condiția cunoscută din teoria angrenajelor: egalitatea proiecțiilor după normala comună a vitezelor punctelor în care profilurile vin în contact și avem:

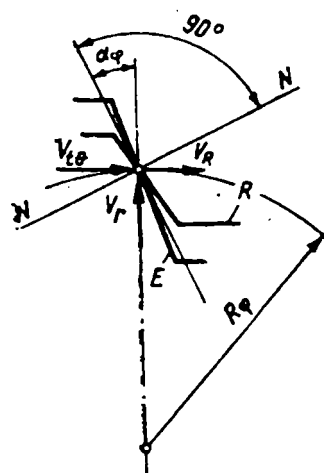


Fig.2.3.6. Doi dinți în contact

$$\left. \begin{aligned} V_R \cdot \cos \alpha_\varphi &= V_{t_0} \cdot \cos \alpha_\varphi + V_r \cdot \sin \alpha_\varphi \quad | : \cos \alpha_\varphi; \\ V_R &= V_{t_0} + V_r \cdot \operatorname{tg} \alpha_\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (2.3.16)$$

unde:

- V_R este viteza elementului rigid;
- $V_{t\theta}$ - viteza tangențială a elementului flexibil (ținând seama și de rotația secțiunii normale);
- V_r - viteza radială a elementului flexibil.

Dar

$$V_r = \frac{V_D}{i_{DR}^E} \quad (2.3.17)$$

unde i_{DR}^E este raportul de transmitere de la deformatoare la elementul rigid, considerând elementul flexibil fix:

$$i_{DR}^E = \frac{1}{1 - \frac{z_E}{z_R}} \quad (2.3.18)$$

În aceste condiții, unghiul de profil pentru respectarea condiției angrenării este :

$$\alpha_\varphi = \arctg \frac{V_R - V_{t\theta}}{V_r} \quad (2.3.19)$$

unde $V_{t\theta}$ și V_r sunt funcții de φ .

Pentru $\varphi = 0$ (angrenare pe axa mare a deformatoarei):

$$\left. \begin{aligned} V_{t\theta} &= \left(1 - \frac{3 \cdot \varepsilon}{R_m}\right) \cdot \delta_{r_0} \cdot \omega_D = V_{t\theta \max} \\ V_r &= 0; V_{t\theta} = V_R \end{aligned} \right\} \quad (2.3.20)$$

În această poziție nu există alunecare, unghiul profilului dinților nu prezintă importanță.

Pentru $\varphi = \pi / 4$:

$$V_{t\theta} = 0; \quad V_r = 2\delta_{r_0} \cdot \omega_D = V_{r \max} \quad (2.3.21)$$

Transmiterea mișcării se face numai pe seama efectului de pană, însoțită de alunecare sub unghiul α_φ .

Pentru $\pi / 4 < \varphi < \pi / 2$, se observă că viteza $V_{t\theta} < 0$, adică componenta tangențială a vitezei roții flexibile este de sens opus vitezei roții rigide. V_r se reduce, devenind 0 la $\varphi = \pi / 2$. În această zonă, transmiterea mișcării se face numai prin efectul de pană sub unghiul α_φ , care crește la creșterea lui φ (la $\varphi \rightarrow 90^\circ \Rightarrow \alpha_\varphi \rightarrow 90^\circ$).

Revenind la fig. (2.3.4), se pot observa următoarele: curba L_T nu se suprapune perfect peste dreapta L_E^* . Prin urmare, în cazul profilului rectiliniu al dinților, în funcție de unghiul φ , există joc între dinți sau poate să apară interferența. Aceasta înseamnă că, în cazul profilului rectiliniu, condițiile angrenării sunt doar cu aproximație realizate.

În cazul din fig. (2.3.4), se observă că interferența apare la $\varphi > 60^\circ$ (la ieșire din angrenare). Dacă se limitează înălțimea dinților corespunzător unui unghi φ de maxim 50° se exclude interferența.

Așa cum s-a arătat în subcapitolul (2.2), pericolul apariției interferenței la intrarea și la ieșirea dinților din angrenare crește o dată cu creșterea momentului de torsiune transmis și se evită practic prin încărcarea treptată a angrenajului în timpul rodajului, perioadă în care se realizează autocorectarea profilului danturii.

În intervalul $\varphi = 30^\circ \dots 50^\circ$ există un mic joc între dinții angrenajului, ceea ce, teoretic, ar însemna că acești dinți nu participă la transmiterea momentului de torsiune. În realitate, datorită deformării elementului flexibil, acest joc se anulează și dinții situați în această zonă participă la angrenare.

Ținând seama de faptul, că în jurul valorii de 45° angrenarea se face practic numai prin efectul de împănare, ceea ce conduce la o uzare accentuată a dinților, se limitează înălțimea activă a dinților h_c la astfel de valori încât angrenarea efectivă a dinților să se facă pentru $\varphi = \pm 30^\circ$. Unghiul de profil este, în aceste condiții, de $20^\circ \dots 30^\circ$, în funcție de tipul deformatorului și de mărimea deformației δ_{r0} .

Datorită numărului mare de dinți ($Z > 150$) și înălțimii mici a dinților angrenajului armonic, profilul rectiliniu poate fi considerat cu o bună aproximație evolventic, ceea ce aduce importante avantaje tehnologice la prelucrare. Având în vedere această observație, în mod frecvent dantura se prelucrează cu profil evolventic.

La concluzii asemănătoare s-a ajuns și prin modelarea pe calculator a angrenării armonice, pornind de la un model fizic al roții flexibile asemănător unui lanț dințat articulat, la care deformațiile elastice se produc numai în zonele situate între dinți (fig. 2.3.7) [48].

Modelarea pe calculator a demonstrat că nu se produc modificări importante ale mișcării relative a dinților dacă se modifică deplasările radiale produse de deformator față de cele acceptate conform relației 2.3.1.

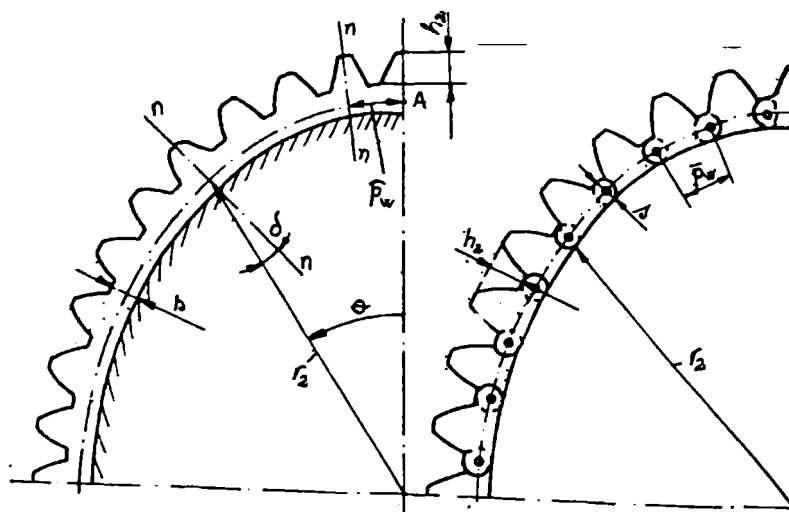


Fig. 2.3.7. Model fizic al roții flexibile asemănător unui lanț dințat articulat

Luând în considerare cele de mai sus, se poate concluziona că profilul rectiliniu sau evolventic al dinților, cu toate că este folosit aproape în exclusivitate la agrenajele armonice devenite "clasice", prezintă totuși următoarele inconveniente:

- asigură numai parțial respectarea legilor angrenării, corectarea profilului danturii prin rodaj și deformarea roții flexibile la funcționarea în regim normal fiind condiții obligatorii pentru compensarea acestei aproximații și realizarea numărului mare de dinți aflați simultan în angrenare;
- în zona de la baza dintelui, se însumează eforturi normale de întindere datorate încovoierii tubului flexibil și solicitării dintelui la încovoiere, eforturi care se manifestă în regim dinamic, după un ciclu alternant-simetric, și duc la apariția unor fisuri datorită fenomenului de oboseală a materialului;
- raza de racordare a piciorului dintelui la corpul roții flexibile fiind destul de mică, se manifestă puternic efectul de concentrare a tensiunilor.

În literatura de specialitate există lucrări [26], [78] care recomandă utilizarea profilului "S" pentru flancul dinților T.A.D.

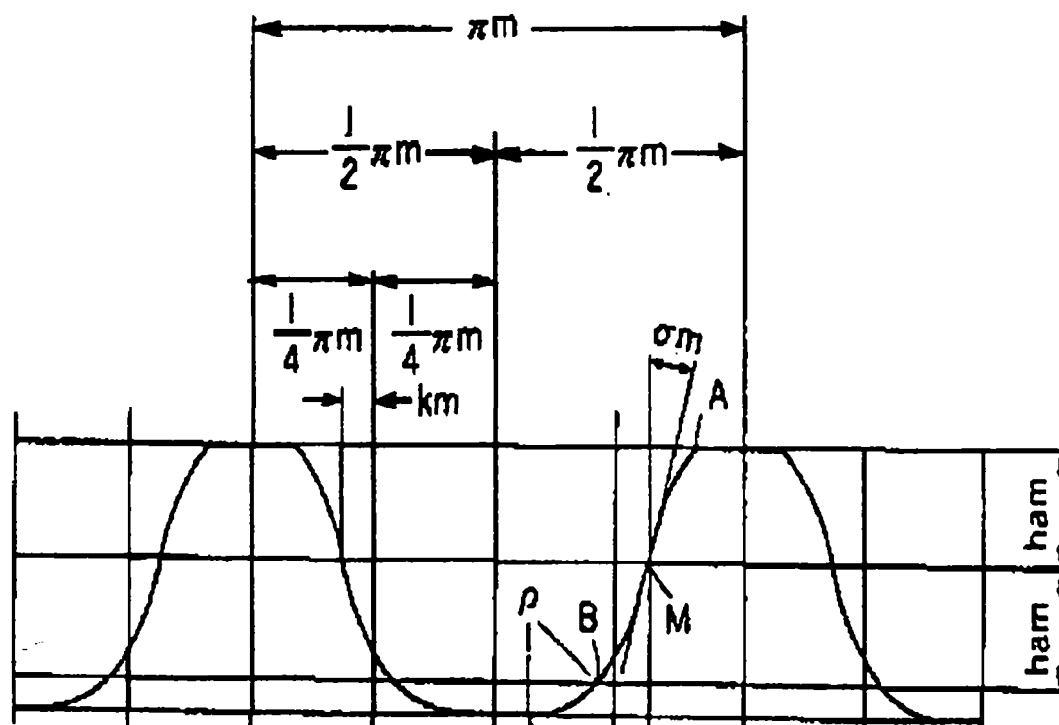


Fig. 2.3.8. Profilul „S”

Acest profil a fost obținut prin simularea angrenării armonice prin metode numerice. Profilul "S" este compus dintr-o serie de arce circulare convexe și concave (fig. 2.3.8).

Analiza angrenării, făcută prin metode numerice, arată o mai bună respectare a teoriei angrenării decât în cazul clasic al dinților cu profil drept sau evolventic (fig 2.3.9). Curbele de histereză din fig. 2.3.10 arată deformațiile torsionale ale roții flexibile în funcție de momentul de torsiune transmis la două T.A.D., una clasică și una cu profil "S".

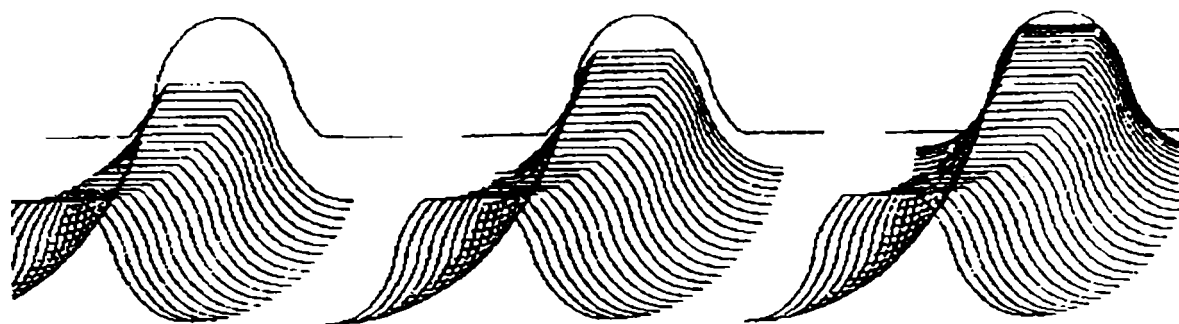


Fig. 2.3.9. Poziții succesive ale dinților cu profil „S”

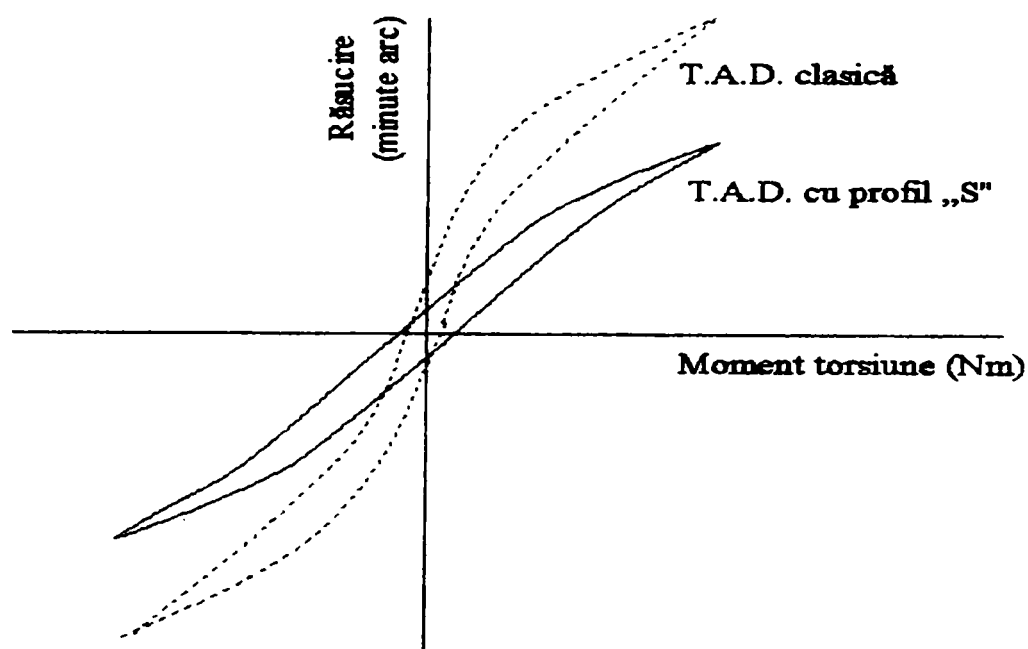


Fig. 2.3.10. Curbe de histereză

Examinând curbele din fig. (2.3.10) se observă că, la T.A.D. clasică, deformația crește mult (curba are alură parabolică), în domeniul momentelor de torsiune mici. Acest lucru este explicabil dacă ținem seama de imperfecțiunile aplicării legilor angrenării la aceste transmisii, așa cum au fost ele explicate mai sus.

Într-adevăr, tocmai deformarea roții flexibile în domeniul momentelor de torsiune mici conduce la anularea jocurilor și la intrarea în angrenare a unui număr mare de perechi de dinți și la realizarea capacității portante necesare pentru transmiterea momentelor de torsiune mari. La T.A.D. cu profil “S”, deformația unghiulară este semnificativ mai mică decât la cele clasice, pentru momente de torsiune transmise similare.

În plus, curba este aproape o dreaptă, ceea ce arată o proporționalitate între momentul transmis și deformația unghiulară a roții flexibile. Raza de racordare a piciorului dintelui fiind mai mare, se diminuează și efectul de concentrare a tensiunilor. Aceste observații arată că alegerea judicioasă a profilului dintelui poate duce la sporirea substanțială a capacității portante a roții dințate flexibile.

2.4 Lanțuri de dimensiuni și aspecte referitoare la precizia de execuție și montaj a elementelor componente specifice T.A.D. radiale

Numărul mare de dinți aflați simultan în angrenare, precum și realizarea contactului simultan pe mai multe perechi de dinți, în condițiile unei repartizări cât mai uniforme a sarcinii în vederea unei încărcări raționale a transmisiei armonice, presupun o precizie deosebită de execuție și montaj a elementelor acesteia.

În cele ce urmează, ne vom referi la acele elemente care intră în componența lanțului de dimensiuni pe direcție radială, în cazul transmisiilor armonice dințate radiale, cu două unde, cu deformatoare mecanic cu discuri sau cu role.

Lanțul de dimensiuni pe direcție radială la transmisiile armonice dințate reprezintă o problemă tipică de lanțuri de dimensiuni liniare paralele. Se remarcă două probleme distincte: închiderea lanțului la nivel de dimensiuni nominale, respectiv închiderea lanțului de dimensiuni la nivel de abateri și toleranțe [22],[23],[27],[104].

La nivel de dimensiuni nominale, analiza lanțului de dimensiuni stabilește unele condiții obligatorii, pe care trebuie să le îndeplinească dimensiunile pieselor ce constituie verigi ale lanțului, pentru ca montajul și funcționarea transmisiei să fie posibile.

Elementele transmisiei sunt prezentate schematic în fig. (2.4.1).

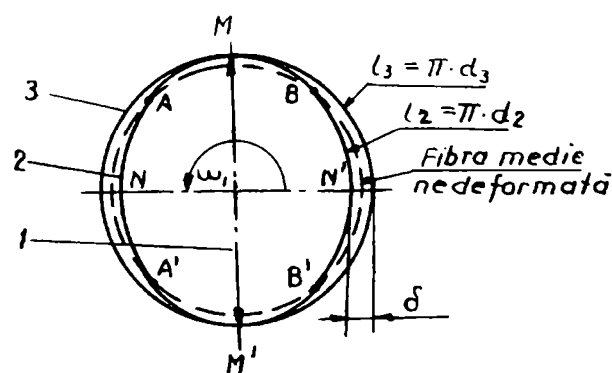


Fig.2.4.1. Elementele transmisiei armonice

În fig. (2.4.1), s- au folosit următoarele notații:

1. Generatorul de unde;
2. Roata flexibilă;
3. Roata rigidă.

Roata flexibilă în stare nedeformată este reprezentată schematic în fig. (2.4.2).

Din condiții cinematice și de rezistență la strivire, se determină numărul de dinți și modulul danturii. Presupunem, deci, cunoscute diametrele d_{2a} , d_2 , d_{2f} .

Diametrele D și d_{2i} , excentricitatea e și grosimea g_2 a părții nedanturate a roții flexibile formează un lanț de dimensiuni care trebuie optimizat. O excentricitate "e" prea mică ar putea să conducă la imposibilitatea ieșirii din angrenare a dinților pe semiaxa mică a roții flexibile deformată.

O excentricitate "e" prea mare conduce la mărirea porțiunii din roata flexibilă care se deformează liber, cu consecințe nefavorabile asupra stării de tensiune și a durabilității acesteia.

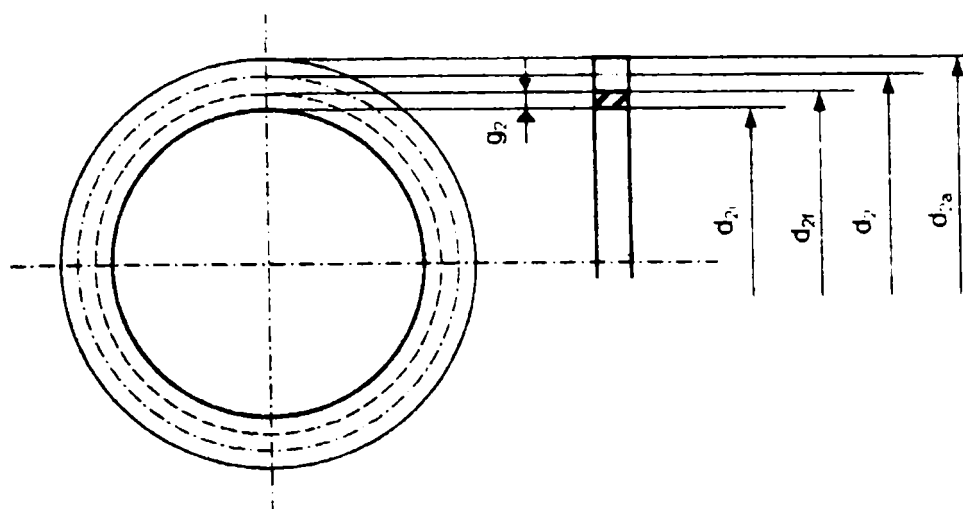


Fig.2.4.2. Roata flexibilă în stare nedeformată

În fig. (2.4.2) s-a notat cu:

- d_{2a} - diametrul de cap al danturii;
- d_2 - diametrul de divizare;
- d_{2f} - diametrul de fund;
- d_{2i} - diametrul interior al roții.

Dacă grosimea g_2 este prea mică, crește efortul datorat transmiterii momentului de torsiune. Dacă grosimea g_2 este prea mare, crește forța necesară deformării roții flexibile la montaj și, implicit, eforturile unitare asociate acestei deformări.

Presupunem că am decis grosimea g_2 a părții nedanturate a roții flexibile. În această situație, $d_{2i} = d_{2f} - 2g_2$ se poate calcula. Deformația elastică diametrală a roții flexibile angrenate cu coroana rigidă este:

$$\delta = d_3 - d_2 = m(z_3 - z_2) = 2m \quad (2.4.1)$$

(am luat în considerare cazul frecvent întâlnit în practică când $z_3 - z_2 = 2$).

Relația (2.4.1) reprezintă o condiție ca la nivelul semiaxe mari a roții flexibile deformată, cercurile de divizare ale celor două roți aflate în angrenare să fie tangente. Teoretic, roata flexibilă ar putea să se înfășoare pe o lungime $2\gamma = 180^\circ$ pe fiecare disc al deformatorului, iar pe porțiunea liberă să aibe o formă rectilinie, ca în fig.2.4.3.

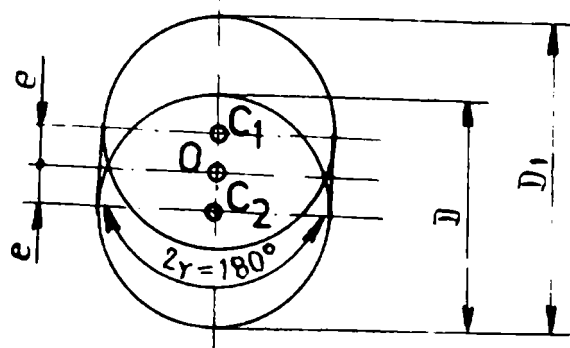


Fig.2.4.3. Forma teoretică a roții flexibile

Notațiile de pe fig. (2.4.3) au următoarea semnificație:

- e este excentricitatea axului discurilor;
- D-diametrul discurilor;
- D₁-cota peste discuri.

Situația prezentată în fig (2.4.3) este o situație limită, când discurile deformatoare au diametrul maxim, iar excentricitatea “e” are valoarea minimă posibilă.

Vom încerca să determinăm valorile celor doi parametri (diametrul D al discurilor deformatoare și excentricitatea “e”), pentru această situație limită, în funcție de mărimile cunoscute. Din figura (2.4.3), din considerente geometrice, lungimea L_{2i} a interiorului roții flexibile este:

$$L_{2i} = \pi \cdot D + 4 \cdot e \quad (2.4.2)$$

Conform fig. (2.4.2) aceeași lungime se poate scrie:

$$L_{2i} = \pi d_{2i} \quad (2.4.3)$$

Deformația elastică diametrală a roții flexibile este :

$$\delta = D_1 - d_{2i} = 2m, \text{ adică:}$$

$$2m = D + 2e - d_{2i} \quad (2.4.4)$$

Din relațiile (2.4.2.), (2.4.3.), (2.4.4.) rezultă :

$$\pi D + 4e = \pi d_{2i};$$

$$2m = D + 2e - d_{2i};$$

$$e = \frac{2m + d_{2i} - D}{2};$$

$$\pi \cdot D + 4 \frac{2m + d_{2i} - D}{2} = \pi \cdot d_{2i};$$

$$D = d_{2i} - \frac{4m}{\pi - 2} \approx d_{2i} - 3,504 \cdot m \quad (2.4.5)$$

$$e = m + \frac{2m}{\pi - 2} \approx 2,752 \cdot m \quad (2.4.6)$$

Pe direcția semiaxe mici a roții flexibile deformate distanța dintre cercurile de divizare ar fi:

$$\delta_1 = D_1 - D = D + 2e - D = 2e, \text{ adică:}$$

$$\delta_1 = 2 \left(m + \frac{2m}{\pi - 2} \right) = m \cdot 2 \cdot \left(1 + \frac{2}{\pi - 2} \right) \cong 5,5039 \cdot m \quad (2.4.7)$$

La limită, pentru a se evita teoretic interferența dinților, această distanță ar trebui să fie egală cu de două ori înălțimea capului dintelui:

$$\delta_2 = 2 \cdot h_a = 2 \cdot \left(\frac{7 \cdot m \cdot 2}{16} \right);$$

Pentru înălțimea capului dintelui s-a admis expresia [6]:

$$h_a = 7 \frac{k \cdot m \cdot n_u}{16};$$

$$\delta_2 = \frac{7}{4} \cdot m = 1,75 \cdot m \quad (2.4.8)$$

Examinând expresiile (2.4.7) și (2.4.8) se constată că aceste valori limită sunt acoperitoare, deoarece există o diferență apreciabilă între δ_1 și δ_2 ($\approx 3,76$ m).

De altfel, situația limită prezentată în fig. (2.4.3) nu este posibilă practic din punct de vedere al montajului, forța elastică de deformare a roții flexibile și eforturile aferente ar fi, desigur, foarte mari.

Este evident că, în practică, diametrul D al roților trebuie adoptat mai mic decât cel rezultat din relația 2.4.5; în mod corespunzător excentricitatea “e” va fi mai mare decât valoarea dată de relația 2.4.6, iar unghiul de înfășurare a roții flexibile pe discuri $2\gamma < 180^\circ$.

Valorile optime pentru acești parametri trebuie adoptate din condiții de rezistență; eforturile în zonele critice trebuie să fie minime, pentru a mări durabilitatea roții flexibile.

În cazul deformatorului cu discuri excentrice, există, de asemenea, pericolul apariției interferenței dinților pe direcția semiaxe mici, în cazul unor încărcări care depășesc o anumită valoare critică.

Schematizat, lanțul de dimensiuni pe direcție radială se prezintă ca în fig. (2.4.4).

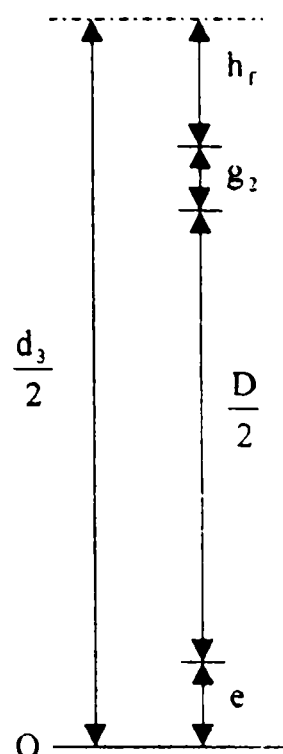


Fig.2.4.4. Lanțul de dimensiuni pe direcție radială

$$\frac{d_3}{2} = e + \frac{D}{2} + g_2 + h_r \quad (2.4.9)$$

La nivel de abateri și toleranțe se pune problema preciziei de execuție a cotelor care reprezintă verigi ale lanțului de dimensiuni.

În conformitate cu teoria lanțurilor de dimensiuni se disting două probleme: problema directă și problema inversă [18],[67],[104].

În cazul problemei directe se consideră cunoscute mărimile elementelor componente ale lanțului atât ca valori nominale cât și ca abateri și toleranțe și se cere valoarea tolerată a dimensiunii de închidere.

Valoarea nominală a dimensiunii de închidere se calculează cu relația:

$$L_0 = \sum_{i=1}^j L_{im} - \sum_{i=j+1}^n L_{ir} \quad (2.4.10)$$

În această relație:

- L_0 este valoarea nominală a dimensiunii de închidere;
- L_{im} sunt valorile nominale ale componentelor măritoare ale lanțului de dimensiuni;
- L_{ir} sunt valorile nominale ale componentelor reducătoare ale lanțului de dimensiuni.

Prin metoda teoretică de calcul abaterile și toleranța dimensiunii de închidere se calculează cu relațiile:

$$A_{s0} = \sum_{i=1}^j A_{(i)sm} - \sum_{i=j+1}^n A_{(i)ir} \quad (2.4.11)$$

$$A_{i0} = \sum_{i=1}^j A_{(i)im} - \sum_{i=j+1}^n A_{(i)sr} \quad (2.4.12)$$

$$T_0 = \sum_{i=1}^n T_i \quad (2.4.13)$$

În aceste relații:

- A_{s0} este abaterea superioară a dimensiunii de închidere;
- A_{i0} - abaterea inferioară a dimensiunii de închidere;
- $A_{(i)sm}$ - abaterile superioare ale componentelor măritoare ale lanțului de dimensiuni;
- $A_{(i)ir}$ - abaterile inferioare ale componentelor reducătoare ale lanțului de dimensiuni;
- $A_{(i)im}$ - abaterile inferioare ale componentelor măritoare ale lanțului de dimensiuni;
- $A_{(i)sr}$ - abaterile inferioare ale componentelor reducătoare ale lanțului de dimensiuni;
- T_0 - toleranța dimensiunii de închidere;
- T_i - toleranțele verigilor lanțului de dimensiuni.

Calculul abaterilor limită și al toleranței cu relațiile de mai sus este extrem de sever, întrucât la precizii rezonabile pentru verigile lanțului rezultă toleranță mare pentru dimensiunea de închidere. Întrădevăr, spre exemplu, relația (2.4.2) ia în considerare situația extrem de nefavorabilă când toate abaterile efective ale componentelor măritoare ale lanțului sunt egale cu abaterea superioară, iar abaterile efective ale componentelor reducătoare ale lanțului sunt egale cu abaterea inferioară. O situație la fel de nefavorabilă și de puțin probabilă este luată în considerare și de către relația (2.4.3).

Practic toleranța dimensiunii de închidere a lanțului poate fi considerată mai mică decât cea rezultată din relația (2.4.4). Dacă se acceptă o metodă, care ține seama de calculul probabilităților asupra mărimilor întâmplătoare ale dimensiunilor efective ale verigilor lanțului, în ipoteza unei distribuții normale ale acestora, toleranța practică a elementului de închidere se poate calcula cu relația [18]:

$$T_{0p} = [1.8 - 0.8 \cdot \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n T_i^2}}{\sum_{i=1}^n T_i}] \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n T_i^2} \quad (2.4.14)$$

În această relație:

- T_{0p} este toleranța practică a dimensiunii de închidere;
- T_i - toleranțele celor n verigi ale lanțului de dimensiuni.

În cazul problemei inverse, se consideră impuse, din considerente funcționale, atât valoarea nominală cât și abaterile limită și toleranța dimensiunii de închidere.

Mărimile elementelor componente ale lanțului, atât ca valori nominale cât și ca abateri și toleranțe se cer a fi calculate.

Pentru rezolvarea problemei inverse, se acceptă inițial ipoteza simplificatoare conform căreia toate verigile componente ale lanțului ar fi construite în aceeași clasă de precizie. Aceasta înseamnă că numărul unității de toleranță este același pentru dimensiunea de închidere și pentru toate verigile lanțului, adică:

$$c_0 = c_{x1} + c_{x2} + \dots + c_{xn} = c_x \quad (2.4.15)$$

În această relație, c_0 este numărul unității de toleranță pentru dimensiunea de închidere, iar c_{x1}, \dots, c_{xn} sunt numărul unității de toleranță pentru verigile lanțului. Unitatea de toleranță, conform standardelor ISO, se calculează în funcție de dimensiunea medie cu relația:

$$i = 0.45 \cdot \sqrt[3]{L_{med}} + 0.001 \cdot L_{med} \quad (2.4.16)$$

Având în vedere faptul că toleranța este în accepțiunea standardelor ISO produsul dintre unitatea de toleranță și numărul unității de toleranță ($T = i \cdot x$), expresia (2.4.4) devine:

$$c_x i_0 = c_x i_1 + c_x i_2 + \dots + c_x i_n \quad (2.4.17)$$

adică:

$$i_0 = i_1 + i_2 + \dots + i_n \quad (2.4.18)$$

Pe baza acestor relații, se poate calcula numărul unității de toleranță c_x care, în conformitate cu standardele ISO, impune clasa de precizie. În această etapă, având în vedere ipoteza simplificatoare acceptată, vom avea, evident, o clasă de precizie unică pentru toate verigile lanțului, inclusiv pentru dimensiunea de închidere. Clasa de precizie rezultată din aceste calcule nu este în mod obligatoriu o mărime inclusă în lista claselor de precizie standardizate.

Pornind de la precizia rezultată în prima aproximație, se impun o serie de corecții care să conducă la clase de precizie standardizate și nu neapărat identice pentru toate elementele lanțului de dimensiuni.

Întrădevăr, considerente tehnologice legate de execuția pieselor precum și considerente funcționale neluate în seamă în prima etapă, pot să impună clase de precizie diferite pentru verigile lanțului. Indiferent de modalitatea practică prin care se fac aceste corecții, în final se impune o verificare a lanțului de dimensiuni prin procedeele specifice problemei directe.

Revenind la problema noastră legată de lanțul de dimensiuni pe direcție radială la transmisiile armonice dințate și examinând fig. (2.4.4), se observă că relația (2.4.9) poate fi scrisă sub forma:

$$J = \frac{d_3}{2} - e - \frac{D}{2} - g_2 - h_f \quad (2.4.19)$$

În această relație, J este jocul la nivelul diametrelor de divizare, dintre dantura roții rigide și cea a roții flexibile la nivelul semiaxe mari.

În lanțul de dimensiuni definit de relația (2.4.19), J este dimensiunea de închidere, $d_3 / 2$ este o componentă măritoare, iar e , $D / 2$, g_2 , respectiv h_f sunt componente reducătoare. Dacă la nivelul tangentei celor două cercuri de divizare, din cauza erorilor de execuție ar apărea o strângere, montajul ar fi dificil, solicitarea la strivire a danturii ar crește mult. De asemenea, ar crește solicitarea de contact dintre discuri și suprafața interioară a roții flexibile și angrenajul ar funcționa greoi, cu viteze de uzare mari și cu randament scăzut.

Se impune, deci, existența unui ajustaj cu joc. Dacă jocul rezultat este prea mare, rezultă o deformare liberă exagerată a roții flexibile, eforturi suplimentare, pericolul interferenței dinților. Se impune, în acest caz, optimizarea acestui joc și stabilirea unor toleranțe de execuție rezonabile pentru piesele care materializează dimensiunile d_3 , e , $\frac{D}{2}$, g_2 , h_f , ținând seama de faptul că jocul reprezintă dimensiunea de închidere a lanțului de dimensiuni definit de relația (2.4.19) și că toleranța acestui joc reprezintă suma toleranțelor elementelor componente ale lanțului.

Practic, precizia de execuție a tuturor verigilor acestui lanț de dimensiuni, precum și abaterile limită admise sunt impuse de considerente funcționale. Este necesară o examinare minuțioasă a închiderii lanțului de dimensiuni la nivel de abateri și toleranțe.

Folosirea teoriei lanțurilor de dimensiuni a permis aducerea unei serii de contribuții la proiectarea reductoarelor armonice radiale cu roată flexibilă tubulară și generator de unde cu discuri excentrice.

Prin această teorie, au fost stabilite o serie de corelații matematice între dimensiunile geometrice principale ale pieselor portante ale reductoarelor armonice radiale. Relațiile stabilite au un grad mare de generalitate și permit optimizări dimensionale pentru generatoarele de unde cu discuri excentrice, care prezintă numeroase avantaje în raport cu cele cu camă eliptică și rulment, mai ales referitor la: durabilitate, simplitate constructivă, tehnologie de execuție accesibilă, moment de inerție și preț de cost.

Se studiază cazurile limită ale fenomenelor ilustrate de expresiile matematice propuse și se determină cazurile optime recomandate pentru cotele geometrice principale și pentru alegerea toleranțelor de execuție ale acestora.

Toleranța lanțurilor de dimensiuni și studiul cazurilor posibile de extensie a analizei generatoarelor de unde cu discuri excentrice relevă faptul esențial că generatoarele mecanice cu role, folosite la modelele de reductoare armonice realizate practic, sunt, de fapt, cazuri particulare ale celor cu discuri excentrice.

2.5 Cercetări analitice asupra unui model cu forțe concentrate

Fig. (2.5.1) prezintă un model acceptat pentru această primă etapă de calcul.

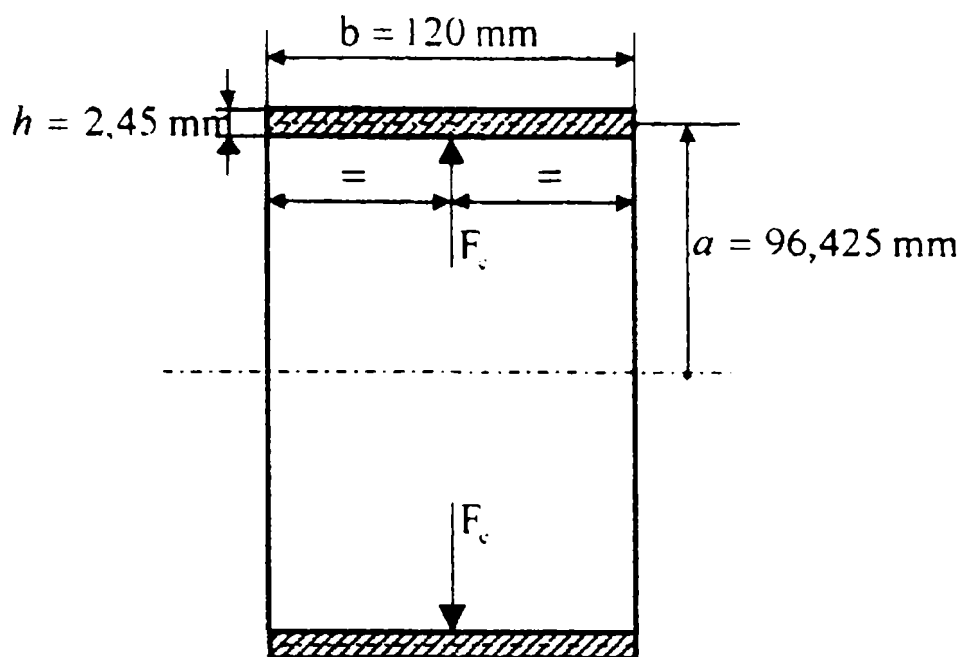


Fig. 2.5.1. Model de roată flexibilă

Modelul reprezentat în fig. (2.5.1) a fost construit prin acceptarea următoarelor ipoteze simplificatoare:

- roata flexibilă a fost înlocuită printr-un tub cu pereți subțiri, fără fund, se neglijează dantura;
- forța elastică este concentrată la mijlocul tubului;
- raza pe fibra medie nedeformată s-a calculat în relația:

$$a = \frac{195,3 + 190,4}{2} = 96,425 \text{ mm} .$$

Întrucât raportul $\frac{a}{h} = \frac{96,425}{2,45} = 39,36$, pentru calculul static poate fi utilizată expresia energiei potențiale de deformație corespunzătoare barelor drepte [17],[19],[51],[106]:

$$W = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{N^2}{EA} dx + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M^2}{EI} dx + \frac{1}{2} \cdot k \cdot \int_0^l \frac{T^2}{GA} dx + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M_t^2}{GI_t} dx \quad (2.5.1)$$

(Teorema a doua a lui Clapeyron).

În secțiunea A-B, perpendiculară pe direcția forțelor elastice F_e , efortul axial este egal cu $\frac{F_e}{2}$; forța tăietoare este nulă (din motive de simetrie).

Expresia momentului încovoietor într-o secțiune curentă, definită prin unghiul φ , este:

$$M_\varphi = X - \frac{F_e \cdot a}{2}(1 - \cos \varphi) \quad (2.5.2)$$

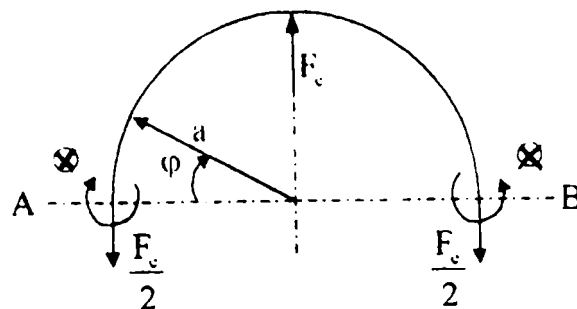


Fig. 2.5.2. Secțiunea A-B

Neglijând efectul forțelor axiale și al forțelor tăietoare în expresia energiei potențiale expresia (2.5.1) devine:

$$W = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M^2}{EI} dx \quad (2.5.3)$$

sau ținând cont de faptul că $dx = a d\varphi$ și de simetria față de axa forțelor elastice:

$$W = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M_\varphi^2}{EI} \cdot a d\varphi. \quad (2.5.4)$$

Conform primei teoreme a lui Castigliano, condiția de rotire nulă a secțiunii A devine:

$$\frac{\partial W}{\partial X} = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M_\varphi}{EI} \frac{\partial M_\varphi}{\partial X} \cdot a \cdot d\varphi = 0 \quad (2.5.5)$$

dar

$$\frac{\partial M_\varphi}{\partial X} = \frac{\partial \left[X - \frac{F_e \cdot a}{2}(1 - \cos \varphi) \right]}{\partial X} = 1.$$

$$2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{X - \frac{F_e \cdot a}{2}(1 - \cos \varphi)}{E \cdot I} a d\varphi = 0.$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[X - \frac{F_e \cdot a}{2} (1 - \cos \varphi) \right] d\varphi = 0$$

$$X \cdot \varphi - \frac{F_e \cdot a}{2} (\varphi - \sin \varphi) \Big|_0^{\pi/2}$$

$$X \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{F_e \cdot a}{2} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) = 0$$

$$X = F_e \cdot a \frac{\frac{\pi}{2} - 1}{\pi}; \quad X = F_e \cdot a \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \right)$$

$$X = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \right) \cdot F_e \cdot a \cong 0,1815 \cdot F_e \cdot a \quad (2.5.6)$$

Relația (2.5.2) devine:

$$M_\varphi = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \right) \cdot F_e \cdot a - \frac{F_e \cdot a}{2} (1 - \cos \varphi) = - \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \cos \varphi \right) \cdot F_e \cdot a. \quad (2.5.7)$$

Momentul încovoietor maxim are valoarea maximă în punctul de aplicație al forței care deformează piesa, unde $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

$$M_{\max} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \right) \cdot F_e \cdot a - \frac{F_e \cdot a}{2} = - \frac{1}{\pi} \cdot F_e \cdot a. \quad (2.5.8)$$

Considerând piesa ca o bară curbă cu axa circulară, scriem ecuația diferențială a săgeților:

$$\frac{d^2 W}{d\varphi^2} + W = - \frac{M_\varphi R^2}{E \cdot I}, \text{ adică } \frac{d^2 W}{d\varphi^2} + W = \frac{F_e \cdot a^3}{E \cdot I} \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \cos \varphi \right). \quad (2.5.9)$$

Pentru ecuația (2.5.9), se poate scrie următoarea soluție generală:

$$W = C_1 \cdot \cos \varphi + C_2 \cdot \sin \varphi + \frac{F_e \cdot a^3}{E \cdot I} \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4} \cdot \varphi \cdot \sin \varphi \right). \quad (2.5.10)$$

În relația (2.5.10), punem condițiile $\frac{dW}{d\varphi} = 0$ pentru $\varphi = 0$ și pentru $\varphi = \frac{\pi}{2}$:

$$\frac{dW}{d\varphi} = -C_1 \cdot \sin \varphi + C_2 \cdot \cos \varphi + \frac{F_e \cdot a^3}{E \cdot I} \left(-\frac{1}{4} \sin \varphi \right) + \frac{F_e \cdot a^3}{E \cdot I} \left(-\frac{1}{4} \varphi \cos \varphi \right) = -C_1 \cdot \sin \varphi + C_2 \cdot \cos \varphi - \frac{F_e \cdot a^3}{4 \cdot E \cdot I} \cdot (\sin \varphi + \varphi \cos \varphi).$$

$$\frac{dW}{d\varphi_{(\varphi=0)}} = C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

$$\frac{dW}{d\varphi_{(\varphi=\frac{\pi}{2})}} = -C_1 - \frac{F_e \cdot a^3}{4 \cdot E \cdot I} (1 + 0) \Rightarrow C_1 = -\frac{F_e \cdot a^3}{4 \cdot E \cdot I}.$$

Ecuția săgeților devine:

$$W = -\frac{F_e \cdot a^3}{4 \cdot E \cdot I} \cos \varphi + \frac{F_e \cdot a^3}{E \cdot I} \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4} \varphi \cdot \sin \varphi \right)$$

$$W = \frac{F_e \cdot a^3}{E \cdot I} \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4} \cos \varphi - \frac{1}{4} \varphi \cdot \sin \varphi \right).$$

Pentru $\varphi = \frac{\pi}{2}$ se obține:

$$W_{\frac{\pi}{2}} = \frac{F_e \cdot a^3}{E \cdot I} \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4} \cdot \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{F_e \cdot a^3}{E \cdot I} \left(\frac{\pi}{8} - \frac{1}{\pi} \right) \approx -0,0744 \frac{F_e \cdot a^3}{E \cdot I} \quad (2.5.11)$$

Alungirea diametrului pe direcția forțelor de deformare va fi:

$$\Delta = 2 \cdot W_{\frac{\pi}{2}} = 0,1488 \cdot \frac{F_e \cdot a^3}{E \cdot I} \quad (2.5.12)$$

Forța elastică se poate, deci, calcula cu relația:

$$F_e = \frac{\Delta \cdot E \cdot I}{0,1488 \cdot a^3}. \quad (2.5.13)$$

În cazul nostru:

$$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Mpa.}$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{120 \cdot 2.45^3}{12} = 147.06 \text{ mm}^4; \Delta = 2,1 \text{ mm}; \quad (2.5.14)$$

$$a = 97,475 \text{ mm.}$$

$$F_c = \frac{2,1 \cdot 2,1 \cdot 10^4 \cdot 147.06}{0,1488 \cdot 96.425^3} = 486 \text{ N} \quad (2.5.15)$$

Calculul tensiunii maxime:

Tensiunea maximă este datorată încovoierii, în punctul de aplicație al forței de deformare, pe extradrosul barei.

Calculul se va face cu relația specifică pentru bare curbe plane:

$$\sigma = \frac{M \cdot z}{S_y (R_0 - z)} \quad (2.5.16)$$

unde:

- M este momentul încovoietor;
- z – distanța de la axa neutră la fibra unde se calculează σ ;
- S_y – momentul static al acțiunii transversale în raport cu axa neutră;
- R_0 – distanța de la centrul de curbură al barei la axa neutră.

Momentul static al secțiunii transversale, în raport cu axa neutră, se calculează cu relația:

$$S_y = A(R - R_0) = A \cdot z_0 \quad (2.5.17)$$

unde R este distanța de la centrul de curbură al barei la centrul de greutate al secțiunii, iar A este aria secțiunii transversale.

Raza R_0 se calculează cu relația:

$$R_0 = \frac{A}{\rho_A \frac{dA}{\rho}}$$

unde ρ este distanța de la centrul de curbură al axei barei la fibra în care se calculează tensiunea normală, σ .

Pentru cazul secțiunii dreptunghiulare:

$$R_0 = \frac{h}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (2.5.18)$$

unde R_2 este distanța de la centrul de curbură al barei la extradusul secțiunii, iar R_1 este distanța de la centrul de curbură al barei la intradosul secțiunii.

Aplicând relațiile de mai sus la datele concrete ale problemei noastre, se obține:

$$M_{\max} = -\frac{1}{\pi} \cdot F_c \cdot a = -\frac{1}{3,14} \cdot 486 \cdot 96,465 = -14924,38 \text{ N} \cdot \text{mm} = -14924,38 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$A = b \cdot h = 120 \cdot 2,45 = 294 \text{ mm}^2; R = a = 96,465 \text{ mm}$$

$$R_1 = a - \frac{h}{2} = 92,24 \text{ mm}; R_2 = a + \frac{h}{2} = 97,69 \text{ mm}$$

$$R_0 = \frac{2,45}{\ln \frac{97,69}{95,24}} = 96,46 \text{ mm}$$

$$S_y = 294 \cdot (96,465 - 96,46) = 1,47 \text{ mm}^3$$

Distanța maximă de la fibra neutră până la o fibră oarecare a secțiunii este:

$$z_2 = R_0 - R_2 = 96,46 - 97,69 = -1,23 \text{ mm} \quad (2.5.19)$$

Tensiunea maximă datorată încovoierii calculată pe baza prezentei metode analitice va fi:

$$\sigma_{\max} = \frac{-1492,438 \cdot (-1,23)}{1,47 \cdot [96,46 - (-1,23)]} = 12,783 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2} = 127,83 \text{ MPa} \quad (2.5.20)$$

Prin urmare, modelul acceptat, încărcat cu o forță radială concentrată la mijlocul roții, în valoare de 486 N, rel. (2.5.15), suferă o deformare diametrală de 2,1 mm, iar tensiunea normală maximă este de 127,83 MPa, conform relației (2.5.20).

Vom utiliza aceste rezultate pentru a le compara cu cele oferite de analiza numerică cu elemente finite.

2.6 Cercetări analitice asupra unui model cu forțe distribuite

În literatura de specialitate [94], [118], sunt expuse metode analitice pentru calculul geometriei roții flexibile deformate sub acțiunea forței radiale exercitate de generatorul de unde cu discuri asupra suprafeței interioare a roții.

Vom accepta, în continuare că roata flexibilă se înfășoară pe disc cu unghiul 2γ (vezi fig. 2.6.1).

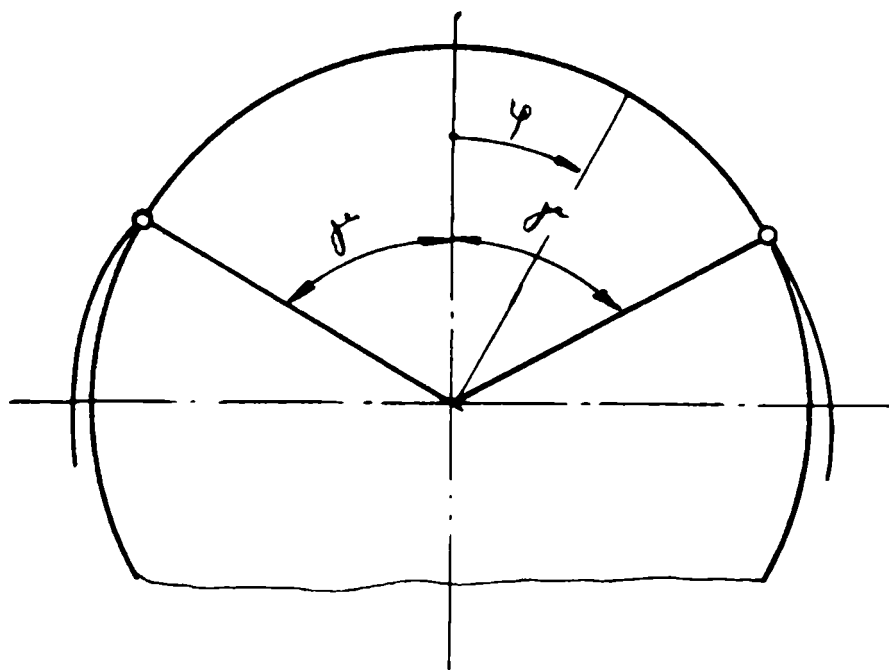


Fig. 2.6.1. Înfășurarea roții flexibile pe disc

Deformația elementului flexibil este descrisă de relațiile:

- pe porțiunea $0 \leq \varphi \leq \gamma$:

$$\left. \begin{aligned} \partial_r &= \partial_{r_0} \frac{A_1 \cdot \cos \varphi - B_1}{A_1 - B_1} \\ \partial_t &= \partial_{r_0} \frac{B_1 \cdot \varphi - A_1 \cdot \sin \varphi}{A_1 - B_1} \\ \theta &= \partial_{r_0} \frac{B_1 \cdot \varphi}{R_m \cdot (A_1 - B_1)} \end{aligned} \right\} \quad (2.6.1)$$

- pe porțiunea $\gamma < \varphi \leq \pi / 2$

$$\left. \begin{aligned} \delta_r &= \delta_{r0} \frac{(1 + \sin^2 \gamma) \cdot \sin \varphi + (\frac{\pi}{2} - \varphi) \cdot \cos \varphi - 2 \cdot \sin \gamma - B_1}{A_1 - B_1} \\ \delta_t &= \delta_{r0} \frac{(2 + \sin^2 \gamma) \cdot \cos \varphi - (\frac{\pi}{2} - \varphi) \cdot \sin \varphi + 2 \cdot \sin \gamma - B_1}{A_1 - B_1} \\ \theta &= \delta_{r0} \frac{2 \cdot \cos \varphi + (2 \cdot \sin \gamma + B_1) \cdot \varphi - 2 \cdot (\cos \gamma + \gamma \cdot \sin \gamma)}{R_m \cdot (A_1 - B_1)} \end{aligned} \right\} (2.6.1)$$

În relațiile (2.6.1) și (2.6.2), δ_r și δ_t reprezintă deplasările pe direcție radială, respectiv tangențială, așa cum se arată în fig. (2.6.2):

- δ_{r0} reprezintă deplasarea radială maximă de pe semi-axa mare a roții flexibile deformată, corespunzător unghiului de poziție $\varphi = 0$ (vezi fig. 2.6.2);
- R_m - raza roții flexibile nedeformate, socotită din centru până în punctul a cărui deplasare o studiem;
- θ - deplasarea unghiulară (rotirea secțiunii transversale). În prezentul calcul analitic vom studia forma deformată a suprafeței interioare a elementului flexibil. În această situație, parametrul deplasarea unghiulară nu prezintă importanță.

Parametrii adimensionali A_1 și B_1 se calculează cu relațiile:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{\pi}{2} - \sin \gamma \cdot \cos \gamma - \gamma \\ B_1 &= 4 \cdot (\cos \gamma + \gamma \cdot \sin \gamma) / \pi - 2 \cdot \sin \gamma \end{aligned} \right\} (2.6.3)$$

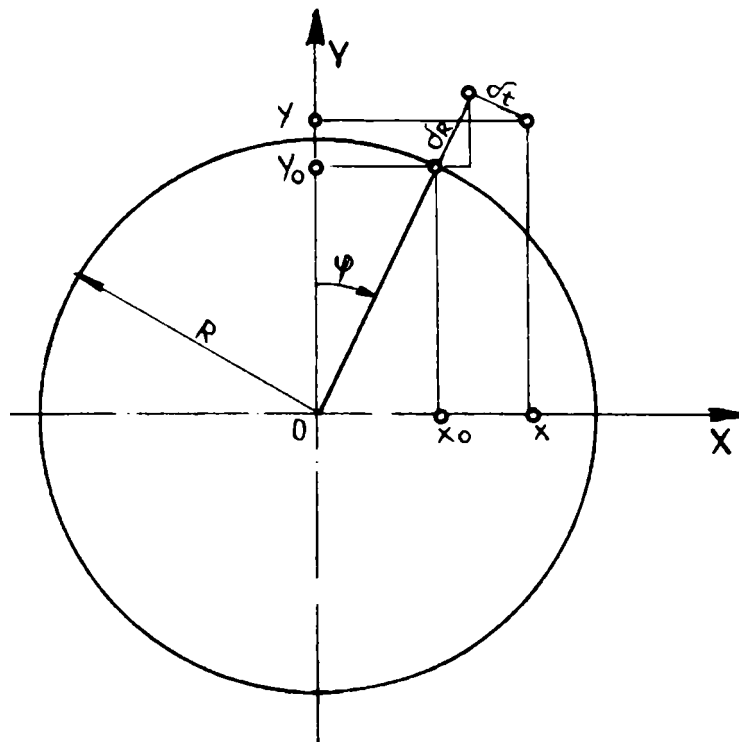


Fig. 2.6.2. Deplasările pe direcție radială și tangențială

Pornind de la relațiile (2.6.1), (2.6.1), (2.6.3), s-a realizat un algoritm de calcul pe baza căruia s-a scris programul destinat prelucrării computerizate **DEFORM1**, în limbajul DBASE5 (BORLAND). Programul a fost conceput în felul următor: s-a definit o bază de date care să cuprindă datele de intrare în program, fișierul DATE_INT.DBF cu următoarea structură:

Structura bazei de date DATE_INT.DBF

Structure for database: C:\ARMONIC\DATE_INT.DBF

Number of data records: 1

Field	Field Name	Type	Width	Dec	Index
1	DRO	Numeric	5	2	N
2	GAMA	Numeric	9	5	N
3	RD	Numeric	9	5	N
4	INCREMENT	Numeric	11	9	N

** Total ** 35

Câmpurile acestei baze de date sunt de tip numeric, ele au următoarea semnificație:

- DRO reprezintă parametrul δ_{r0} din relațiile (2.6.1) și (2.6.2) (deformația radială maximă a roții flexibile);
- GAMA reprezintă parametrul γ din relațiile (2.6.1), (2.6.2) și (2.6.3) (semiunghiul de înfășurare a roții flexibile pe discul deformat);
- RD reprezintă raza roții flexibile nedeformate, socotită din centru până în punctul a cărui deplasare o studiem (parametrul R_m în relațiile 2.6.1 și 2.6.2);
- INCREMENT reprezintă valoarea de incrementare a unghiului de poziție φ .

Programul păstrează în memorie toate datele din fișierul DATE_INT.DBF, dar permite modificarea acestora, după dorință, la fiecare rulare. Ca unități de măsură, parametrii liniari DRO și RD se exprimă în milimetri, iar parametrii unghiulari GAMA și INCREMENT se exprimă în radiani.

S-a definit de asemenea o bază de date care să conțină datele de ieșire din program, fișierul DAT_IES1.DBF, cu următoarea structură:

Structura bazei de date DAT_IES1.DBF

Structure for database: C:\ARMONIC\DAT_IES1.DBF

Number of data records: 18

Field	Field Name	Type	Width	Dec	Index
1	A1	Numeric	9	5	N
2	B1	Numeric	9	5	N
3	PHI	Numeric	9	5	N
4	PHI_GRADE	Numeric	7	4	N
5	DR	Numeric	7	4	N
6	DT	Numeric	7	4	N
7	DTETA	Numeric	7	4	N
8	X0	Numeric	7	4	N
9	Y0	Numeric	7	4	N
10	X	Numeric	7	4	N
11	Y	Numeric	7	4	N
12	DELTA	Numeric	7	4	N
13	DELTA X	Numeric	7	4	N
14	DELTA Y	Numeric	7	4	N

** Total ** 105

Câmpurile acestei baze de date sunt de tip numeric, ele au următoarea semnificație:

- A1 reprezintă parametrul adimensional A_1 definit de relațiile (2.6.3);
- B1 - parametrul adimensional B_1 definit de relațiile (2.6.3);
- PHI - unghiul de poziție φ exprimat în radiani;
- PHI_GRADE - unghiul de poziție φ exprimat în grade sexagesimale;
- DR - deplasarea radială δ_r calculată cu relațiile (2.6.1) și (2.6.2) (mm);
- DT - deplasarea tangențială δ_t calculată cu relațiile (2.6.1) și (2.6.2) (mm);
- DTETA - deplasarea ungiulară θ calculată cu relațiile (2.6.1) și (2.6.2) (radiani);
- X0, Y0 - coordonatele punctului curent situat pe suprafața interioară a roții flexibile nedeformate (mm);
- X, Y - coordonatele punctului curent situat pe suprafața interioară a roții flexibile deformate (mm);
- DELTA - deplasarea rezultantă a punctului curent (mm);
- DELTAX - deplasarea pe direcția axei OX a punctului curent (mm);
- DELTAZ - deplasarea pe direcția axei OZ a punctului curent (mm).

Legătura dintre deplasările radiale și tangențiale, și cele pe direcția axelor OX și OY, precum și deplasarea rezultantă, este dată de următoarele relații, a căror explicație rezultă din considerente geometrice (Fig. 2.6.2):

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= R \cdot \sin \varphi \\ y_0 &= R \cdot \cos \varphi \\ x &= x_0 + (\delta_r \cdot \sin \varphi + \delta_t \cdot \cos \varphi) \\ y &= y_0 + (\delta_r \cdot \cos \varphi - \delta_t \cdot \sin \varphi) \\ \Delta &= \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.6.4)$$

unde R este raza roții dințate flexibile în stare nedeformată (măsurată pe suprafața interioară).

Pentru calculul mărimilor X0, Y0, X, Y, DELTA, DELTAX și DELATY algoritmul programului **DEFORM1** se bazează pe relațiile (2.6.4).

Programul sursă **DEFORM1.PRG** (documentat):

PROGRAM DEFORM1

*** declarare variabile publice**

public var _DRO

public var _GAMA

public var _RD

public var _INCREMENT

public var _A1

public var _B1

*** setare precizie calcul**

set decimals to 18

*** program principal**

do date_int

do calc_A1B1

```

do calc_param
clear
@ 0.0 say 'A1='
@ 0.10 say var_A1 picture '99.99999'
@ 1.0 say 'B1='
@ 1.10 say var_B1 picture '99.99999'
wait
use DAT_IES1
brow
use
return
*****

procedure DATE_INT
* introducere/editare date de intrare
* datele de intrare sunt:
* DRO = deformatia radiala maxima a rotii flexibile
* GAMA = semiunghiul de infasurare a rotii flexibile pe disc
  * RD = raza roții flexibile nedeformate, socotită din centru până în punctul a cărui
  * deplasare o studiem (parametrul Rm în relațiile 2.6.1 și 2.6.2)
* INCREMENT = pasul unghiului de pozitie PHI intre 0 si 180 grade
use date_int
brow
use
* atribuirea valorilor din DATE_INT.dbf pentru variabilele de memorie
use DATE_INT
store DRO to var_DRO
store GAMA to var_GAMA
store RD to var_RD
store INCREMENT to var_INCREMENT
use
return
*****

procedure calc_A1B1
* initializare variabile var_A1, var_B1
store 0 to var_A1
store 0 to var_B1
* calculul parametrului A1
var_A1=3.1415/2-SIN(var_GAMA)*cos(var_GAMA)-var_GAMA
* calculul parametrului B1
var_B1=(4*(COS(var_GAMA)+var_GAMA*SIN(var_GAMA)))/3.1415-2*SIN(var_GAMA)
return
*****

procedure calc_param
* se sterg toate datele anterioare din fisierul DAT_IES1.DBF
use DAT_IES1
delete all
pack
use

```

```

* se initializeaza variabilele de memorie var_DR, var_DT, var_DTETA
store 0 to var_DR
store 0 to var_DT
store 0 to var_DTETA
* se defnesc valori pentru unghiul curent de pozitie PHI, intre 0 si 90 grade
* (3.1415/2 radiani) cu incrementul var_INCREMENT si se repeta calculele
* pentru 0 <= var_PHI <= 3.1415/2 (1.57075 radiani)
* in prima etapa se fac calculele cu relatia aferenta intervalului
* 0 <= var_PHI <=var_GAMA
store 0 to var_PHI
do while var_PHI<=var_GAMA
* se calculeaza parametrii DR, DT, DTETA care definesc forma rotii flexibile
* deformatate
var_DR=(var_DRO*(var_A1*COS(var_PHI)-var_B1))/(var_A1-var_B1)
var_DT=(var_DRO*(var_B1*var_PHI-var_A1*SIN(var_PHI)))/(var_A1-var_B1)
var_DTETA=(var_DRO*var_B1*var_PHI)/(var_RD*(var_A1-var_B1))
* se introduc datele in fisierul DAT_IES1.DBF
use DAT_IES1
append blank
replace A1 with var_A1
replace B1 with var_B1
replace PHI with var_PHI
replace PHI_GRADE with (var_PHI*180)/3.1415
replace DR with var_DR
replace DT with var_DT
replace DTETA with var_DTETA
use
* se incrementeaza unghiul PHI cu valoarea de intrare INCREMENT
store var_PHI+var_INCREMENT to var_PHI
enddo
* sfarsitul buclei de calcul pentru intervalul 0 <= var_PHI <=var_GAMA
* in a doua etapa se fac calculele cu relatia aferenta intervalului
* var_GAMA < var_PHI <= 3.1415/2 (1.57075 radiani)
do while var_PHI<=1.57075
* se calculeaza parametrii DR, DT, DTETA care definesc forma rotii flexibile
* deformatate
var_DR=(var_DRO*((1+SIN(var_GAMA)*SIN(var_GAMA))*SIN(var_PHI)+(1.57075-
var_PHI)*COS(var_PHI)-2*SIN(var_GAMA)-var_B1))/(var_A1-var_B1)
var_DT=(var_DRO*((2+SIN(var_GAMA)*SIN(var_GAMA))*COS(var_PHI)-(1.57075-
var_PHI)*SIN(var_PHI)+(2*SIN(var_GAMA)+var_B1)*var_PHI-
2*(COS(var_GAMA)+var_GAMA*SIN(var_GAMA)))/(var_A1-var_B1)
var_DTETA=(var_DRO*(2*COS(var_PHI)+(2*SIN(var_GAMA)+var_B1)*var_PHI-
2*(COS(var_GAMA)+var_GAMA*SIN(var_GAMA)))/(var_RD*(var_A1-var_B1))
* se introduc datele in fisierul DAT_IES1.DBF
use DAT_IES1
append blank
replace A1 with var_A1
replace B1 with var_B1
replace PHI with var_PHI

```



```

replace PHI_GRADE with (var_PHI*180)/3.1415
replace DR with var_DR
replace DT with var_DT
replace DTETA with var_DTETA
use
* se incrementeaza unghiul PHI cu valoarea de intrare INCREMENT
store var_PHI+var_INCREMENT to var_PHI
enddo
* sfarsitul buclei de calcul pentru intervalul var_GAMA < var_PHI <=1.57075 rad
* se calculeaza coordonatele carteziene ale punctelor situate pe roata
* nedeformata si a celor situate pe roata deformata precum si deplasarile
* rezultante
* R0 este raza interioara a rotii flexibile nedeformate R0=190.4/2=95.2 mm
store 95.2 to R0
use DAT_IES1
do while .not.eof()
replace X0 with R0*SIN(PHI)
replace Y0 with R0*COS(PHI)
replace X with X0+(DR*SIN(PHI)+DT*COS(PHI))
replace Y with Y0+(DR*COS(PHI)-DT*SIN(PHI))
replace DELTAX with X-X0
replace DELTAY with Y-Y0
replace DELTA with SQRT((X-X0)*(X-X0)+(Y-Y0)*(Y-Y0))
skip
enddo
use
return
*****

```

Întrucât valorile uzuale pentru semiunghiul de înfășurare a roții flexibile pe discul deformatoare sunt cuprinse între 20° și 40° , programul a fost rulat, pentru verificare, cu trei variante de date de intrare: $\gamma = 20^\circ$ (0,349 radiani), $\gamma = 30^\circ$ (0.52360 radiani), $\gamma = 40^\circ$ (0.69812 radiani).

În toate cazurile, calculele s-au făcut pe o porțiune de 90° , încărcarea și deformația fiind evident simetrice după ambele axe.

Unghiul de poziție ϕ este incrementat cu valoarea $\Delta\phi = 5^\circ$ (0.087266462 radiani). Raza roții flexibile nedeformate pe suprafața interioară este $RD=190.4/2=95.2$ mm (acest parametru a fost introdus prin cod, el nu este explicat în fișierul DATE_INT.DBF).

DATE DE INTRARE PENTRU $\gamma = 20$ grade (0.349 radiani), incrementul unghiului de poziție $\Delta\phi = 5^\circ$ (0.087266462 radiani)

Record#	DRO	GAMA	RD	INCREMENT
1	1.00	0.34900	95.2	0.087266462

Capitolul II. Cercetări analitice asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile

DATE DE INTRARE PENTRU $\gamma = 40$ grade (0.69812 radiani), incrementul unghiului de poziție $\Delta\phi = 5^\circ$ (0.087266462 radiani)

Record#	DRO	GAMA	RD	INCREMENT
1	1.00	0.69812	95.2	0.087266462

DATE DE IEȘIRE PENTRU $\gamma = 40$ grade (0.69812 radiani), incrementul unghiului de poziție $\Delta\phi = 5^\circ$ (0.087266462 radiani)

Tab. 2.6.3

Date de ieșire pentru $\gamma = 40$ grade

A1	B1	PHI	PHI_GRADE	DR	DT	DTETA	X0	Y0	X	Y	DELTA	DELTA X	DELTA Y
0.38023	0.26121	0.00000	0.00	1.000	0.000	0.000	0.000	95.200	0.000	96.200	1.000	0.000	1.000
0.38023	0.26121	0.08727	5.00	0.988	-0.087	0.002	8.298	94.838	8.297	95.829	0.992	-0.001	0.992
0.38023	0.26121	0.17453	10.00	0.952	-0.172	0.004	16.531	93.754	16.527	94.721	0.967	-0.004	0.967
0.38023	0.26121	0.26180	15.00	0.891	-0.252	0.006	24.640	91.956	24.627	92.882	0.926	-0.013	0.926
0.38023	0.26121	0.34907	20.00	0.807	-0.327	0.008	32.561	89.459	32.530	90.329	0.871	-0.031	0.870
0.38023	0.26121	0.43633	25.00	0.701	-0.393	0.010	40.233	86.281	40.174	87.082	0.803	-0.060	0.801
0.38023	0.26121	0.52360	30.00	0.572	-0.448	0.012	47.600	82.446	47.498	83.165	0.727	-0.102	0.720
0.38023	0.26121	0.61087	35.00	0.422	-0.492	0.014	54.605	77.983	54.444	78.611	0.648	-0.161	0.628
0.38023	0.26121	0.69813	40.00	0.253	-0.521	0.016	61.193	72.928	60.956	73.456	0.579	-0.237	0.529
0.38023	0.26121	0.78540	45.00	0.066	-0.535	0.018	67.317	67.316	66.985	67.741	0.539	-0.332	0.425
0.38023	0.26121	0.87266	50.00	-0.130	-0.533	0.018	72.927	61.194	72.485	61.518	0.548	-0.442	0.324
0.38023	0.26121	0.95993	55.00	-0.326	-0.513	0.018	77.983	54.605	77.422	54.838	0.608	-0.561	0.233
0.38023	0.26121	1.04720	60.00	-0.514	-0.476	0.017	82.446	47.600	81.763	47.755	0.700	-0.683	0.155
0.38023	0.26121	1.13446	65.00	-0.686	-0.423	0.015	86.280	40.234	85.480	40.328	0.806	-0.800	0.094
0.38023	0.26121	1.22173	70.00	-0.836	-0.357	0.013	89.459	32.560	88.552	32.610	0.909	-0.907	0.050
0.38023	0.26121	1.30900	75.00	-0.958	-0.278	0.010	91.956	24.639	90.959	24.660	0.997	-0.997	0.021
0.38023	0.26121	1.39626	80.00	-1.048	-0.191	0.007	93.754	16.532	92.688	16.537	1.066	-1.066	0.006
0.38023	0.26121	1.48353	85.00	-1.104	-0.096	0.004	94.838	8.297	93.730	8.297	1.108	-1.108	0.000

Din analiza acestor date se pot trage următoarele concluzii:

- În zona apropiată de semiaxa mare (valori mici ale unghiului ϕ), coordonatele punctelor situate pe elementul flexibil deformat au valori foarte apropiate, indiferent de valoarea semiunghiului de înfășurare γ . În această zonă, forma elementului flexibil urmărește îndeaproape circumferința deformatului-disc.
- O dată cu deplasarea spre semiaxa mică (valori mari ale unghiului ϕ), apar diferențe apreciabile între coordonate, în funcție de valoarea semiunghiului de înfășurare γ .

De exemplu, pentru $\phi = 85^\circ$ situația se prezintă astfel:

Tab. 2.6.4

Deplasări pentru $\phi = 85^\circ$

Γ	X	DELTA	DELTA X
20°	93.867	0.971	-0.971
30°	93.805	1.032	-1.032
40°	93.730	1.108	-1.108

Aceste date arată că, la valori mari ale unghiului γ , în apropierea semiaxei mici, roata flexibilă se depărtează mai mult de coroana rigidă. Având în vedere faptul că, în sarcină, geometria elementului flexibil deformat se schimbă, existând riscul interferenței, rezultă că

această rezervă de spațiu între roata flexibilă și cea rigidă este binevenită. Unghiurile mari de înfășurare a roții flexibile pe deformatoare sunt, deci, avantajoase și din acest punct de vedere.

Având în vedere analiza neliniară statică cu elemente finite, precum și încercările experimentale care vor fi prezentate ulterior, vom completa și vom rula programul cu astfel de date de intrare încât punctele cercetate să coincidă cu nodurile rețelei de elemente finite, respectiv cu punctele posibile de control în cadrul încercărilor experimentale.

Punctele de control, în vederea asigurării posibilității practice de amplasare a aparatelor de măsură pe modelul supus încercărilor experimentale, s-au acceptat pe suprafața exterioară a elementului flexibil la 4 mm distanță de muchie (fig. 2.6.3).

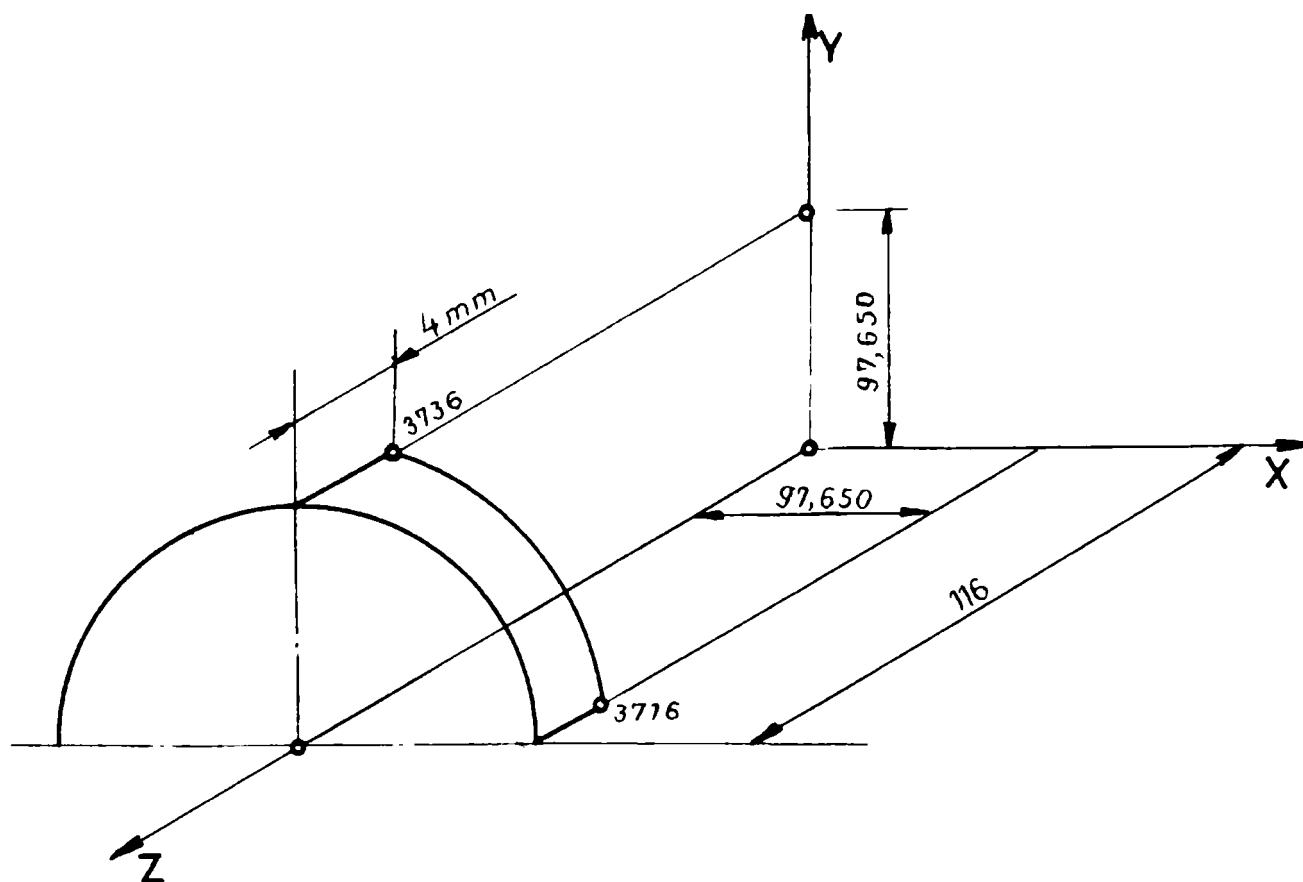


Fig. 2.6.3. Poziționarea nodurilor pe roata flexibilă

Axele de coordonate sunt dispuse ca în fig. (2.6.3), pentru a se asigura compatibilitatea cu produsul software COSMOS 1,75 A, utilizat pentru analiza numerică cu elemente finite.

Întrucât acest program permite calculul deplasărilor și a tensiunilor în nodurile rețelei de elemente finite, punctele de control folosite în cadrul prezentului calcul analitic vor respecta poziția acestor noduri.

Datorită perfecte simetrii față de două axe vom accepta calculul analitic pe un sfert din circumferința roții flexibile, coordonetele inițiale ale punctelor de control (nodurilor rețelei de discretizare) fiind cele din tab. (2.6.5).

Tab. 2.6.5.

Coordonatele inițiale ale nodurilor rețelei de discretizare

Node	X-Coordinate	Y-Coordinate	Z-Coordinate
3716	97,650	0,000	116,000
3717	97,326	8,009	116,000
3718	96,372	15,839	116,000
3719	94,812	23,466	116,000
3720	92,672	30,865	116,000
3721	89,976	38,010	116,000
3722	86,750	44,876	116,000
3723	83,020	51,438	116,000
3724	78,809	57,671	116,000
3725	74,144	63,550	116,000
3726	69,049	69,049	116,000
3727	63,550	74,144	116,000
3728	57,671	78,809	116,000
3729	51,438	83,020	116,000
3730	44,876	86,751	116,000
3731	38,010	89,976	116,000
3732	30,865	92,672	116,000
3733	23,466	94,812	116,000
3734	15,839	96,372	116,000
3735	8,009	97,326	116,000
3736	0,000	97,650	116,000

Întrucât discretizarea modelului supus analizei este realizată de către programul COSMOS 1,75 A prin proceduri automate, vom cerceta în ce măsură incrementul unghiului de poziție $\Delta\varphi$ se păstrează constant, pentru a putea utiliza programul DEFORM1 așa cum a fost prezentat anterior.

Așa cum se vede în fig. (2.6.4), relația de calcul pentru unghiul $\Delta\varphi_i$ este:

$$\Delta\varphi_i = \arctg \frac{y_{i+1}}{x_{i+1}} - \arctg \frac{y_i}{x_i} \quad (2.6.5)$$

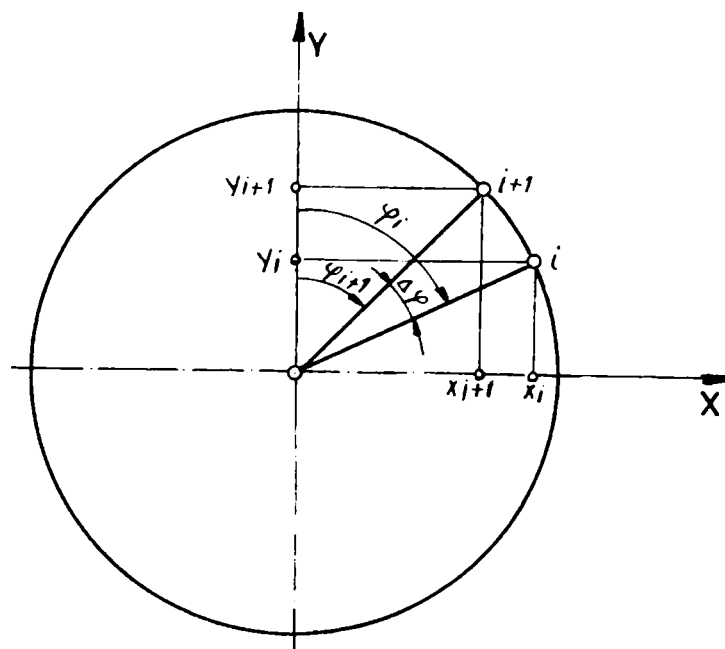


Fig. 2.6.4. Incrementul unghiului de poziție

Tab. (2.6.6) prezintă unghiurile $\Delta\varphi_i$, calculate cu relația (2.6.5).

TAB. 2.6.6

Incrementul unghiului de poziție

Node	X-Coordinate	Y-Coordinate	DELTA PHI
3716	97,650	0,000	0,082103378
3717	97,326	8,009	0,080796599
3718	96,372	15,839	0,079728863
3719	94,812	23,466	0,078872881
3720	92,672	30,865	0,078200969
3721	89,976	38,010	0,077686862
3722	86,750	44,876	0,077306783
3723	83,020	51,438	0,077040141
3724	78,809	57,671	0,076871581
3725	74,144	63,550	0,076790180
3726	69,049	69,049	0,076790035
3727	63,550	74,144	0,076871807
3728	57,671	78,809	0,077040110
3729	51,438	83,020	0,077306726
3730	44,876	86,751	0,077686913
3731	38,010	89,976	0,078201007
3732	30,865	92,672	0,078872853
3733	23,466	94,812	0,079728866
3734	15,839	96,372	0,080796691
3735	8,009	97,326	0,082101757
3736	0,000	97,650	

După cum rezultă din examinarea tab. (2.6.6), incrementul $\Delta\varphi_i$ variază în limite destul de largi, prin urmare, din acest punct de vedere programul DEFORM1 trebuie modificat.

Având în vedere că analiza neliniară statică cu elemente finite s-a făcut în șapte variante cu valori diferite pentru diametrul deformatoarei –disc, forța radială aplicată și deplasarea diametrală maximă rezultată, vom încerca să efectuăm prezentele calcule pentru toate aceste variante după cum se arată în tabelul (2.6.7).

Tab. 2.6.7.

Deplasări radiale pentru diferite variante

Varianta	Diametru deformatorei-disc [mm]	Forța radială aplicată [N]	Deplasarea radială maximă [mm]
1.	20	803	0,743
2.	60	803	0,738
3.	100	803	0,733
4.	140	803	0,728
5.	186	803	0,549
6.	186	1000	0,634
7.	186	2000	0,927

Se pune problema, în această etapă, să ținem cont de valorile diferite ale diametrelor deformatorei-disc și de diversele valori ale semiunghiului γ de înfășurare a deformatorei pe roata flexibilă.

Dacă prin raza de calcul (de rulare) R_D a deformatoarei-disc înțelegem distanța de la centrul discului la punctul a cărui deplasare ne-am propus să o determinăm, se poate scrie relația [94]:

$$R_D = \frac{R_M}{\left[1 + \frac{\partial_{r0} \cdot B_1}{R_M \cdot (A_1 - B_1)}\right]} \quad (2.6.6)$$

Între raza de calcul R_D și raza efectivă a discului R , există evident relația:

$$R = R_D - 2.45 \quad (2.6.7)$$

Având în vedere că parametrii A_1 și B_1 conțin implicit semiunghiul de înfășurare γ (vezi relațiile 2.6.3), relațiile (2.6.6) și (2.6.7) constituie o legătură univocă între raza efectivă a discului deformat și semiunghiul de înfășurare γ .

Întrucât rezolvarea pe cale analitică a sistemului de ecuații format de relațiile (2.6.3), (2.6.6) și (2.6.7) pare dificilă, am scris programul GAMA1, în limbajul DBASE5 (BORLAND), care calculează valorile semiunghiului γ pentru toate valorile diametrelor efective ale discului cuprinse în tab. (2.6.7).

Programul a fost conceput cu o singură bază de date care să conțină atât datele de intrare cât și datele de ieșire. În acest scop, s-a definit fișierul bază de date GAMA.dbf cu următoarea structură:

```
Structure for database: C:\ARMONIC\GAMA\GAMA.DBF
Number of data records: 3
Field Field Name Type Width Dec Index
  1 R Numeric 9 3 N
  2 DRO Numeric 6 3 N
  3 GAMA Numeric 9 5 N
** Total ** 25
```

Câmpurile acestei baze de date sunt de tip numeric, ele au următoarea semnificație:

- R este raza deformatoarei-disc;
- DRO este deplasarea radială maximă;
- GAMA este semiunghiul de înfășurare a roții flexibile pe disc exprimat în radiani.

Primele două câmpuri ale acestei baze de date reprezintă date de intrare în program, iar ultimul câmp reprezintă datele de ieșire calculate prin rezolvarea pe cale numerică, prin iterații, a sistemului de ecuații format de relațiile (2.6.3), (2.6.6) și (2.6.7).

Programul sursă GAMA1.PRG (documentat).

PROGRAM GAMA1

***se declara variabila publica epsilon**

public epsilon

***se atribuie valoarea corecta variabilei RM (raza rotii flexibile nedeformate**

***masurata intr-un punct pe suprafata exterioara**

store 97.650 to RM

```

*se deschide fisierul gama.dbf
use gama
*se deschide o bucla do while pentru parcurgerea tuturor inregistrarilor
*bazei de date
do while .not.eof()
*se atribuie valorile R si DRO unor variabile de memorie
store R to var_R
store DRO to var_DRO
*se defineste variabila var_gama de tip numeric si i se atribuie
*valoarea 0
store 0 to var_gama
*se defineste variabila de control epsilon de tip numeric si i se atribuie
*valoarea 1
store 1 to epsilon
*se deschide o bucla do while cu conditia ca variabila de control sa fie in
*modul mai mare decat 0.01
do while abs(epsilon)>0.01
*se incrementeaza var_gama cu 0.001
var_gama=var_gama+0.001
*se calculeaza parametrii A1 si B1 cu relatiile 2.6.3
store 0 to var_A1
store 0 to var_B1
* calculul parametrului A1
var_A1=3.14159/2-SIN(var_GAMA)*cos(var_GAMA)-var_GAMA
* calculul parametrului B1
var_B1=(4*(COS(var_GAMA)+var_GAMA*SIN(var_GAMA)))/3.14159-
2*SIN(var_GAMA)
*se calculeaza RD cu relatia 2.6.6
store 0 to RD
RD=RM/(1+(DRO*var_B1)/(RM*(var_A1-var_B1)))
*se calculeaza epsilon (var_R-R calculat cu relatia 2.6.7)
epsilon=var_R-(RD-2.45)
clear
@ 0,0 say 'epsilon='
@ 0,15 say epsilon
@ 1,0 say 'gama='
@ 1,15 say var_gama
@ 2,0 say 'A1='
@ 2,15 say var_A1
@ 3,0 say 'B1='
@ 3,15 say var_B1
@ 4,0 say 'R='
@ 4,15 say RD-2.45
*wait
* pasaj optional pentru urmarirea evolutiei variabilelor pe parcursul parcurgerii buclei
do while
enddo
*dupa parcurgerea buclei pana cand epsilon devine mai mic decat 0.01 se atribuie
*campului gama valoarea variabilei var_gama

```



```

replace gama with var_gama
skip
enddo
return
.....

```

Programul GAMA1 a fost rulat cu succes pentru datele aferente variantelor 5,6 și 7 din tabelul (2.6.7), variante care se caracterizează prin valoarea $D = 186$ mm a diametrului efectiv al deformatoarelui-disc. Tabelul (2.6.8) prezintă rezultatele obținute prin rularea programului:

Tab. 2.6.8

Rezultate obținute după rularea programului

Record#	R	DRO	GAMA
1	93.000	0.549	0.02500
2	93.000	0.634	0.13000
3	93.000	0.927	0.52800

La TAD cu diametrul de cca. 200 mm, modulul danturii este de regulă $m=1$ mm, deplasarea radială maximă fiind de același ordin de mărime cu modulul. Prin urmare, datele din înregistrarea nr. 3 din tabelul de mai sus sunt compatibile cu cele aferente unei transmisii uzuale. Valoarea semiunghiului de înfășurare $\gamma = 0.528$ rad., respectiv $\gamma = 30^{\circ} 15'$, se încadrează în valorile recomandate în literatura de specialitate ($\gamma = 20...40^{\circ}$). Acest lucru constituie un argument care ne îndreptățește să afirmăm că programul gama1 scris pe baza relațiilor (2.6.3), (2.6.6) și (2.6.7), stabilește corect legătura dintre parametrii R, DRO și GAMA în cazul unor valori de tipul celor corespunzătoare variantelor 5,6 și 7 din tab. (2.6.7).

Încercând să rulăm programul gama1 pentru variantele 1,2,3 și 4 din tab. (2.6.7), s-a constatat că bucla *do while abs(epsilon)>0.01* (vezi programul sursă) se repetă la nesfârșit, condiția de ieșire din buclă nefiind îndeplinită niciodată.

S-au cercetat cauzele care conduc la această situație pentru varianta 4, care este mai apropiată de variantele pentru care programul a fost rulat cu succes. Pentru aceasta s-a definit o baza de date de control, care să urmărească evoluția parametrului R calculat prin iterații o dată cu incrementarea valorii semiunghiului γ . În prima etapă, incrementarea s-a făcut cu pași foarte mici (0,0001 rad), pentru a observa ce se întâmplă la valori apropiate de 0 ale parametrului GAMA (tab.2.6.9).

Tab. 2.6.9.

Parametrul GAMA pentru increment de 0,0001 radiani

Record#	R	R_CALC	GAMA
1	70.0000	92.1816	0.00010
2	70.0000	92.1821	0.00020
3	70.0000	92.1826	0.00030
4	70.0000	92.1830	0.00040
5	70.0000	92.1835	0.00050
6	70.0000	92.1839	0.00060
7	70.0000	92.1844	0.00070
8	70.0000	92.1848	0.00080
9	70.0000	92.1853	0.00090
10	70.0000	92.1858	0.000100

Capitolul II. Cercetări analitice asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile

În a doua etapă, incrementarea s-a făcut cu pași mai mari (0,1 rad) pentru a observa evoluția razei calculate până la valoarea de $\pi/2$ rad. a semiunghiului de înfășurare, într-un tabel de dimensiuni rezonabile (tab. 2.6.10)

Tab. 2.6.10

Parametrul GAMA pentru increment de 0,1 radiani

Record#	R	R CALC	GAMA
1	70.0000	92.57578	0.10000
2	70.0000	92.8712	0.20000
3	70.0000	93.0988	0.30000
4	70.0000	93.2779	0.40000
5	70.0000	93.4211	0.50000
6	70.0000	93.5369	0.60000
7	70.0000	93.6311	0.70000
8	70.0000	93.7079	0.80000
9	70.0000	93.7705	0.90000
10	70.0000	93.8210	1.00000
11	70.0000	93.8612	1.10000
12	70.0000	93.8922	1.20000
13	70.0000	93.9145	1.30000
14	70.0000	93.9269	1.40000
15	70.0000	93.8796	1.50000
16	70.0000	93.4906	1.60000

Examinând datele din tab. (2.6.9) și (2.6.10), se trag următoarele concluzii: raza calculată pe baza relațiilor (2.6.3), (2.6.6) și (2.6.7) este pentru valori foarte mici ale semiunghiului γ mai mare decât valoarea de 70 mm presupusă inițial. Prin incrementarea parametrului GAMA până la valoarea de $\pi / 2$ rad. (valoare maximă teoretic posibilă după cum s-a arătat în Cap. III) raza calculată crește continuu. În această situație programul GAMA1 conceput pe baza relațiilor (2.6.3), (2.6.6) și (2.6.7), nu poate fi folosit decât pentru discuri deformatoare de diametre mari, specifice TAD cu deformatoare cu discuri. Vom calcula prin urmare deplasările numai în variantele 5, 6 și 7 prezentate în tab. (2.6.6), acceptând ca date de intrare valorile obținute prin rularea programului gama1, prezentate în tab. (2.6.8).

În vederea efectuării acestor calcule, programul DEFORM1 a fost modificat substanțial, noul program sursă primind denumirea DEFORM2.

Programul DEFORM2 lucrează cu singură bază de date care conține atât mărimile de intrare cât și cele de ieșire, a cărei structură o prezentăm mai jos:

Structure for database: C:\ARMONIC\DEFORM2\DATE.DBF

Number of data records: 21

Field	Field Name	Type	Width	Dec	Index
1	DRO	Numeric	7	4	N
2	GAMA	Numeric	9	5	N
3	NOD	Numeric	4		N
4	X	Numeric	6	3	N
5	Y	Numeric	6	3	N
6	PHI	Numeric	7	5	N
7	DR	Numeric	7	4	N
8	DT	Numeric	7	4	N

Capitolul II. Cercetări analitice asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile

9 DTETA	Numeric	7	4	N
10 DELTAX	Numeric	7	4	N
11 DELTAY	Numeric	7	4	N
** Total **		75		

Câmpurile bazei de date sunt de tip numeric. Ele au următoarea semnificație:

- DRO reprezintă deformația radială maximă a roții flexibile;
- GAMA reprezintă semiunghiul de înfășurare a roții flexibile pe disc;
- NOD este numărul de ordine al nodului rețelei de discretizare;
- X, Y reprezintă coordonatele punctului curent situat pe suprafața exterioară a roții flexibile nedeformate (mm) (vezi fig. 2.6.3);
- PHI reprezintă unghiul de poziție φ exprimat în radiani;
- DR reprezintă deplasarea radială δ_r , calculată cu relațiile (2.6.1) și (2.6.2) (mm);
- DT reprezintă deplasarea tangențială δ_t , calculată cu relațiile (2.6.1) și (2.6.2) (mm);
- DTETA reprezintă deplasarea unghiulară θ calculată cu relațiile (2.6.1) și (2.6.2) (radiani);
- DELTAX reprezintă deplasarea pe direcția axei OX a punctului curent (mm);
- DELTAZ reprezintă deplasarea pe direcția axei OZ a punctului curent (mm).

Programul sursă DEFORM2 (documentat):

PROGRAM DEFORM2

* **declarare variabile publice**

```
public var_DRO
public var_GAMA
public var_RM
public var_A1
public var_B1
public var_PHI
public var_DR
public var_DT
public var_DTETA
public var_DELTAX
public var_DELTAY
```

* **se da valoarea constanta a variabilei var_RM**

```
store 97.650 to var_RM
```

* **setare precizie calcul**

```
set decimals to 18
```

* **program principal**

```
do date_int
do calc_A1B1
do calc_param
return
```

```
procedure DATE_INT
```

* **introducere/editare date de intrare**

* **datele de intrare sunt:**

- **DRO = deformatia radiala maxima a rotii flexibile**
- * **GAMA = semiunghiul de infasurare a rotii flexibile pe disc**

```

* NOD = numarul de ordine al nodului care coincide cu punctul de control curent
* X, Y coordonatele initiale ale punctelor curente
* intrucat parametrii NOD, X si Y sunt aceeasi pentru toate variantele de
* rulare ale programului, se introduce initial printr-o comanda BROWSE
* se iau ultimele valori existente in fisierul date.dbf pentru parametrii
* DRO si gama
use date
store DRO to var_DRO
store GAMA to var_GAMA
use
clear
@ 0.5 say 'Intruduceti valorile parametrilor DRO si GAMA:'
@ 1.0 say 'DRO = '
@ 1.10 get var_DRO picture '9.999'
@ 2.0 say 'GAMA = '
@ 2.10 get var_GAMA picture '9.99999'
read
* se copleteaza campurile DRO si GAMA din fisierul date.dbf
use date
do while .not.eof()
replace DRO with var_DRO
replace gama with var_GAMA
skip
enddo
use
* se calculeaza parametrul PHI (unghiul punctului curent in radiani)
* (se evita prin program situatia X=0)
use date
do while .not.eof()
if x > 0
replace PHI with ((3.14159/2)-atan(Y/X))
else
replace PHI with 0
endif
skip
enddo
use
return
*****
procedure calc_A1B1
* calculeaza parametrii adimensionali A1 si B1 (unici pentru tot fisierul
* date.dbf)
* atribuirea valorii din DATE.dbf pentru variabilele de memorie var_GAMA
* si var_DRO
use DATE
store GAMA to var_GAMA
store DRO to var_DRO
use

```

```

* initializare variabile var_A1, var_B1
store 0 to var_A1
store 0 to var_B1
* calculul parametrului A1
var_A1=3.14159/2-SIN(var_GAMA)*cos(var_GAMA)-var_GAMA
* calculul parametrului B1
var_B1=(4*(COS(var_GAMA)+var_GAMA*SIN(var_GAMA)))/3.14159-
2*SIN(var_GAMA)
return
*****
procedure calc_param
* calculeaza parametrii DR, DT, DTETA, DELTAX si DELTAY pentru fiecare
* inregistrare din fisierul DATE.dbf
use date
do while .not.eof()
* se initializeaza variabilele de memorie var_DR, var_DT, var_DTETA,
* var_DELTAX si var_DELTAY
store 0 to var_DR
store 0 to var_DT
store 0 to var_DTETA
store 0 to var_DELTAX
store 0 to var_DELTAY
* se dau valorile potrivite lui var_PHI
store PHI to var_PHI
* se fac calculele cu relatia aferenta intervalului
* 0 <= var_PHI <=var_GAMA
if var_PHI>=0 .and. var_PHI<=var_GAMA
* se calculeaza parametrii DR, DT, DTETA care definesc forma rotii flexibile
* deformate
var_DR=(var_DRO*(var_A1*COS(var_PHI)-var_B1))/(var_A1-var_B1)
var_DT=(var_DRO*(var_B1*var_PHI-var_A1*SIN(var_PHI)))/(var_A1-var_B1)
var_DTETA=(var_DRO*var_B1*var_PHI)/(var_RM*(var_A1-var_B1))
replace DR with var_DR
replace DT with var_DT
replace DTETA with var_DTETA
endif
* se fac calculele cu relatia aferenta intervalului
* var_GAMA < var_PHI <= 3.14159/2 (1.57075 radiani)
if var_PHI>var_GAMA .and. var_PHI<=(3.14159/2+0.0001)
* se calculeaza parametrii DR, DT, DTETA care definesc forma rotii flexibile
* deformate
var_DR=(var_DRO*((1+SIN(var_GAMA)*SIN(var_GAMA))*SIN(var_PHI)+(1.57075-
var_PHI)*COS(var_PHI)-2*SIN(var_GAMA)-var_B1))/(var_A1-var_B1)
var_DT=(var_DRO*((2+SIN(var_GAMA)*SIN(var_GAMA))*COS(var_PHI)-(1.57075-
var_PHI)*SIN(var_PHI)+(2*SIN(var_GAMA)+var_B1)*var_PHI-
2*(COS(var_GAMA)+var_GAMA*SIN(var_GAMA))))/(var_A1-var_B1)
var_DTETA=(var_DRO*(2*COS(var_PHI)+(2*SIN(var_GAMA)+var_B1)*var_PHI-
2*(COS(var_GAMA)+var_GAMA*SIN(var_GAMA))))/(var_RM*(var_A1-var_B1))
replace DR with var_DR

```

```

replace DT with var_DT
replace DTETA with var_DTETA
endif
skip
enddo
use
* se calculeaza deplasările pe direcția celor două coordonate carteziene
* 0X și 0Y pe baza relațiilor 2.6.2
use date
do while .not.eof()
replace DELTAX with (DR*SIN(PHI)+DT*COS(PHI))
replace DELTAY with (DR*COS(PHI)-DT*SIN(PHI))
skip
enddo
use
return
*****

```

Sunt prezentate, în continuare, datele obținute prin rularea programului DEFORM2, variantele 5, 6 și 7 din tabelul (2.6.7), semiunghiul de înfășurare γ conform tabelului (2.6.8).

VARIANTA 5. Semiunghiul de înfășurare $\gamma = 1^{\circ} 26'$ (0.025 radiani), diametrul deformativului-disc 186 mm și deplasare radială maximă 0,549 mm, forța radială aplicată 803 N.

Tab. 2.6.11

Varianta 5

DRO	GAMA	NOD	X	Y	PHI	DR	DT	DTETA	DELTAX	DELTAY
0,5490	0,02500	3716	97,650	0,000	1,57080	-0,5044	0,0001	0,0000	-0,5044	-0,0001
0,5490	0,02500	3717	97,326	8,009	1,48869	-0,4982	-0,0412	0,0011	-0,4999	0,0002
0,5490	0,02500	3718	96,372	15,839	1,40790	-0,4801	-0,0808	0,0022	-0,4868	0,0019
0,5490	0,02500	3719	94,812	23,466	1,32817	-0,4509	-0,1179	0,0032	-0,4660	0,0061
0,5490	0,02500	3720	92,672	30,865	1,24929	-0,4114	-0,1520	0,0042	-0,4384	0,0142
0,5490	0,02500	3721	89,976	38,010	1,17109	-0,3628	-0,1823	0,0051	-0,4051	0,0267
0,5490	0,02500	3722	86,750	44,876	1,09340	-0,3059	-0,2084	0,0059	-0,3675	0,0445
0,5490	0,02500	3723	83,020	51,438	1,01610	-0,2419	-0,2296	0,0066	-0,3266	0,0678
0,5490	0,02500	3724	78,809	57,671	0,93906	-0,1720	-0,2456	0,0071	-0,2838	0,0966
0,5490	0,02500	3725	74,144	63,550	0,86218	-0,0975	-0,2559	0,0075	-0,2406	0,1308
0,5490	0,02500	3726	69,049	69,049	0,78540	-0,0199	-0,2605	0,0078	-0,1983	0,1701
0,5490	0,02500	3727	63,550	74,144	0,70861	0,0594	-0,2590	0,0080	-0,1580	0,2137
0,5490	0,02500	3728	57,671	78,809	0,63174	0,1387	-0,2513	0,0079	-0,1209	0,2603
0,5490	0,02500	3729	51,438	83,020	0,55470	0,2163	-0,2376	0,0077	-0,0881	0,3090
0,5490	0,02500	3730	44,876	86,571	0,47824	0,2897	-0,2183	0,0073	-0,0605	0,3577
0,5490	0,02500	3731	38,010	89,976	0,39970	0,3593	-0,1927	0,0066	-0,0377	0,4060
0,5490	0,02500	3732	30,865	92,672	0,32150	0,4208	-0,1622	0,0058	-0,0209	0,4505
0,5490	0,02500	3733	23,466	94,812	0,24262	0,4729	-0,1269	0,0047	-0,0096	0,4895
0,5490	0,02500	3734	15,839	96,372	0,16290	0,5133	-0,0875	0,0034	-0,0031	0,5207
0,5490	0,02500	3735	8,009	97,326	0,08210	0,5396	-0,0448	0,0018	-0,0004	0,5415
0,5490	0,02500	3736	0,000	97,650	0,00000	0,5490	0,0000	0,0000	0,0000	0,5490

Capitolul II. Cercetări analitice asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile

VARIANTA 6. Semiunghiul de înfășurare $\gamma = 7^{\circ} 27'$ (0,130 radiani), diametrul deformativului-disc 186 mm și deplasare radială maximă 0,634 mm, forța radială aplicată 1000 N.

Varianta 6

Tab. 2.6.12

DRO	GAMA	NOD	X	Y	PHI	DR	DT	DTETA	DELTA X	DELTA Y
0,6340	0,13000	3716	97,650	0,000	1,57080	-0,5890	0,0001	0,0000	-0,5890	-0,0001
0,6340	0,13000	3717	97,326	8,009	1,48869	-0,5817	-0,0481	0,0013	-0,5837	0,0002
0,6340	0,13000	3718	96,372	15,839	1,40790	-0,5604	-0,0943	0,0026	-0,5683	0,0022
0,6340	0,13000	3719	94,812	23,466	1,32817	-0,5261	-0,1377	0,0038	-0,5438	0,0073
0,6340	0,13000	3720	92,672	30,865	1,24929	-0,4799	-0,1774	0,0049	-0,5114	0,0167
0,6340	0,13000	3721	89,976	38,010	1,17109	-0,4228	-0,2128	0,0060	-0,4723	0,0315
0,6340	0,13000	3722	86,750	44,876	1,09340	-0,3561	-0,2431	0,0069	-0,4280	0,0523
0,6340	0,13000	3723	83,020	51,438	1,01610	-0,2811	-0,2678	0,0077	-0,3800	0,0796
0,6340	0,13000	3724	78,809	57,671	0,93906	-0,1992	-0,2863	0,0084	-0,3298	0,1134
0,6340	0,13000	3725	74,144	63,550	0,86218	-0,1120	-0,2983	0,0088	-0,2792	0,1536
0,6340	0,13000	3726	69,049	69,049	0,78540	-0,0212	-0,3035	0,0092	-0,2296	0,1996
0,6340	0,13000	3727	63,550	74,144	0,70861	0,0713	-0,3015	0,0093	-0,1825	0,2503
0,6340	0,13000	3728	57,671	78,809	0,63174	0,1638	-0,2925	0,0092	-0,1393	0,3049
0,6340	0,13000	3729	51,438	83,020	0,55470	0,2542	-0,2764	0,0089	-0,1011	0,3617
0,6340	0,13000	3730	44,876	86,571	0,47824	0,3394	-0,2537	0,0084	-0,0690	0,4181
0,6340	0,13000	3731	38,010	89,976	0,39970	0,4199	-0,2238	0,0076	-0,0428	0,4739
0,6340	0,13000	3732	30,865	92,672	0,32150	0,4907	-0,1881	0,0066	-0,0234	0,5250
0,6340	0,13000	3733	23,466	94,812	0,24262	0,5502	-0,1470	0,0053	-0,0105	0,5694
0,6340	0,13000	3734	15,839	96,372	0,16290	0,5956	-0,1012	0,0037	-0,0033	0,6041
0,6340	0,13000	3735	8,009	97,326	0,08210	0,6243	-0,0518	0,0019	-0,0004	0,6264
0,6340	0,13000	3736	0,000	97,650	0,00000	0,6340	0,0000	0,0000	0,0000	0,6340

VARIANTA 7. Semiunghiul de înfășurare $\gamma = 30^{\circ} 15'$ (0,528 radiani), diametrul deformativului-disc 186 mm și deplasare radială maximă 0,634 mm, forța radială aplicată 2000 N.

Varianta 7

Tab. 2.6.13

DRO	GAMA	NOD	X	Y	PHI	DR	DT	DTETA	DELTA X	DELTA Y
0,9270	0,52800	3716	97,650	0,000	1,57080	-0,9692	0,0003	0,0000	-0,9692	-0,0003
0,9270	0,52800	3717	97,326	8,009	1,48869	-0,9561	-0,0790	0,0025	-0,9594	0,0003
0,9270	0,52800	3718	96,372	15,839	1,40790	-0,9177	-0,1548	0,0048	-0,9307	0,0039
0,9270	0,52800	3719	94,812	23,466	1,32817	-0,8561	-0,2257	0,0071	-0,8853	0,0134
0,9270	0,52800	3720	92,672	30,865	1,24929	-0,7733	-0,2901	0,0091	-0,8253	0,0309
0,9270	0,52800	3721	89,976	38,010	1,17109	-0,6718	-0,3467	0,0109	-0,7538	0,0579
0,9270	0,52800	3722	86,750	44,876	1,09340	-0,5540	-0,3944	0,0125	-0,6733	0,0958
0,9270	0,52800	3723	83,020	51,438	1,01610	-0,4229	-0,4323	0,0137	-0,5872	0,1447
0,9270	0,52800	3724	78,809	57,671	0,93906	-0,2816	-0,4595	0,0146	-0,4986	0,2045
0,9270	0,52800	3725	74,144	63,550	0,86218	-0,1335	-0,4754	0,0152	-0,4107	0,2741
0,9270	0,52800	3726	69,049	69,049	0,78540	0,0177	-0,4799	0,0153	-0,3268	0,3519
0,9270	0,52800	3727	63,550	74,144	0,70861	0,1680	-0,4727	0,0150	-0,2496	0,4352
0,9270	0,52800	3728	57,671	78,809	0,63174	0,3132	-0,4542	0,0141	-0,1816	0,5210
0,9270	0,52800	3729	51,438	83,020	0,55470	0,4488	-0,4248	0,0128	-0,1247	0,6052
0,9270	0,52800	3730	44,876	86,571	0,47824	0,5693	-0,3859	0,0111	-0,0806	0,6830
0,9270	0,52800	3731	38,010	89,976	0,39970	0,6757	-0,3369	0,0093	-0,0474	0,7535
0,9270	0,52800	3732	30,865	92,672	0,32150	0,7637	-0,2805	0,0074	-0,0248	0,8132
0,9270	0,52800	3733	23,466	94,812	0,24262	0,8336	-0,2173	0,0056	-0,0107	0,8614
0,9270	0,52800	3734	15,839	96,372	0,16290	0,8848	-0,1487	0,0038	-0,0032	0,8972
0,9270	0,52800	3735	8,009	97,326	0,08210	0,9163	-0,0758	0,0019	-0,0004	0,9194
0,9270	0,52800	3736	0,000	97,650	0,00000	0,9270	0,0000	0,0000	0,0000	0,9270

Tabelele (2.6.11), (2.6.12) și (2.6.13), definesc forma elementului flexibil deformat, la nivelul punctelor definite prin nodurile rețelei de discretizare alese conform fig. (2.6.3) și definite prin coordonatele inițiale așa cum se arată în tab. (2.6.5), așa cum rezultă în urma aplicării metodei analitice prezentate mai sus. Vom compara aceste date cu rezultatele obținute prin aplicarea analizei statice neliniare cu elemente finite.

Starea de tensiune și de deformație a elementului flexibil se poate determina doar cu oarecare aproximație. Utilizarea danturii cu profil drept sau evolventic respectă cu aproximație legea din teoria angrenării, jocurile fiind anulate prin deformarea suplimentară a roții flexibile, iar zonele de interferență prin corectarea profilului în perioada de rodaj (vezi § 1.7).

Îmbunătățirea performanțelor T.A.D. este posibilă prin utilizarea unor materiale cu caracteristici de rezistență superioare, prin utilizarea unor profile ale dinților care să asigure respectarea în mai bune condiții a legilor angrenării sau prin optimizarea dimensiunilor constructive ale transmisiei.

T.A.D. cu deformatoare cu camă sunt de preferat, datorită controlului formei elementului flexibil deformat pe întreaga circumferință a acestuia. Această soluție constructivă presupune însă utilizarea unui rulment special, al cărui inel exterior este supus la solicitări atât de severe, încât uneori cedează înaintea roții flexibile. Generatoarele de unde cu discuri nu prezintă acest neajuns, și în plus, sunt mai simple constructiv. Această soluție constructivă permite însă deformarea necontrolată a roții flexibile în anumite zone. Porțiunea din circumferința roții flexibile, care se deformează liber, depinde de dimensiunile elementelor de bază ale transmisiei.

Studiul variantelor constructive teoretic posibile, pentru aceste elemente, s-a făcut pe baza teoriei lanțurilor de dimensiuni. S-a ajuns la concluzia că există o situație limită când discurile au diametru maxim, iar excentricitatea are valoarea minimă (vezi fig. (1.8.3), rel. (1.8.5) și (1.8.6). Limitarea diametrului minim al discurilor nu se impune din condiții geometrice. Cazul unor diametre mici ale discurilor corespunde unui deformatoare cu role, cele două tipuri de deformatoare (cu discuri și cu role) fiind tratate în mod unitar, ca două modalități distincte de închidere a lanțului de dimensiuni.

Alegerea variantei optime pentru dimensiunile de bază ale transmisiei armonice cu generator cu discuri (grosimea peretelui roții flexibile, diametrul discurilor, excentricitatea) este legată de posibilitatea studierii stării de tensiune și de deformație din roata flexibilă, în cazul diverselor variante constructive adoptate. Utilizarea unor metode analitice, prezentate în literatura de specialitate, presupune un volum mare de calcule și, adesea, efectuarea unor iterații. Se impune utilizarea unor programe destinate prelucrării computerizate.

Programele DEF0RM1, DEF0RM2 și GAMA1 sunt destinate calculului formei roții flexibile deformate prin montarea pe generatorul de unde și a unghiului de înfășurare pe acesta prin utilizarea unui algoritm corespunzător unei metode analitice preluate din literatura de specialitate. Rularea repetată a acestor programe a dus la rezultate bune numai pentru deformatoarele cu discuri excentrice de diametru mare (aproape de diametrul maxim teoretic posibil conform teoriei lanțului de dimensiuni), demonstrându-se astfel faptul că metoda analitică respectivă nu poate fi utilizată în cazul deformatoarelor cu role (de diametre mici).

CAPITOLUL III. MODELAREA PRIN METODE NUMERICE A STĂRII DE TENSIUNE ȘI DEFORMAȚIE ELASTICĂ A ROȚII FLEXIBILE

3.1 Principiul metodelor utilizate

Roata flexibilă a unei TAD se află într-o stare complexă de tensiune și deformație, care depinde de tipul generatorului de unde, forma geometrică a roții dințate flexibile, modul de cuplare a roții dințate flexibile cu arborele de ieșire, momentul de torsiune transmis. Determinarea riguroasă a câmpurilor deplasărilor, deformațiilor și tensiunilor, pe cale analitică, nu este posibilă datorită complexității problemei.

Metoda elementului finit este o tehnică de analiză numerică pentru a obține soluții aproximative, pentru o serie de probleme ingineresti, între care se numără și problema solidului deformabil asupra căruia acționează forțe exterioare [40],[56],[57],[92],[95],[98]. În esență, prin această metodă, problema complexă a piesei întregi este redusă la considerarea unei multitudini de probleme mult simplificate (pe elemente finite).

Etapile care trebuie parcurse la aplicarea metodei elementului finit sunt următoarele:

a) Discretizarea domeniului de analiză.

Domeniul de analiză (solidul deformabil în întregime) este separat prin linii sau suprafețe imaginare într-un număr de elemente finite. În această etapă, din infinitatea de puncte în care ar trebui să se calculeze valorile deplasărilor, deformațiilor și tensiunilor în ipoteza unui calcul analitic, se aleg numai punctele mai importante, în care se vor furniza soluțiile. Aceste puncte se numesc noduri. În literatura de specialitate sunt definite numeroase tipuri de elemente finite. Numărul și tipul elementelor finite, care se folosesc într-o problemă dată, este la latitudinea analistului. Discretizarea într-o manieră neinspirată a domeniului de analiză poate conduce la rezultate eronate.

b) Alegerea funcțiilor de interpolare.

Dacă presupunem cunoscute valorile câmpului deplasărilor (necunoscute primare) în nodurile rețelei, se pune problema să precizăm modificarea acestui câmp variabil în interiorul elementului finit. De regulă, aceste funcții de interpolare sunt polinoame, deoarece ele sunt ușor de integrat și de diferențiat. Gradul polinoamelor depinde de numărul de noduri care sunt atribuite elementelor finite, de numărul de necunoscute de la fiecare nod, de cerințele de continuitate impuse în noduri sau pe frontierele elementelor finite adiacente.

c) Determinarea proprietăților elementelor finite.

Se scriu ecuațiile matriceale care exprimă proprietățile individuale ale fiecărui element finit. De regulă, se folosește formularea variațională, care implică determinarea proprietăților elementului finit prin minimalizarea unei funcționale (energia potențială de deformație). Ecuațiile obținute se numesc ecuații elementale. Ele nu se rezolvă.

d) Asamblarea proprietăților elementelor finite pentru a obține proprietățile întregului. Proprietățile elementelor finite reprezintă un sistem de ecuații, care exprimă comportarea elementului finit respectiv. Pentru a determina proprietățile întregului, modelat prin rețeaua de elemente finite, trebuie să formăm, prin asamblare, sistemul de ecuații care exprimă comportarea acestuia. Ecuațiile sistemului asamblat sunt de aceeași formă cu sistemele de ecuații elementale individuale. Ele reprezintă, însă, un sistem de foarte multe ecuații, cu foarte multe necunoscute, deoarece conțin toate nodurile. Principiul asamblării ecuațiilor elementale constă în faptul că la nodurile unde elementele sunt interconectate valoarea necunoscutei primare (deplasarea), este aceeași pentru toate elementele care împart același nod.

e) Rezolvarea sistemului de ecuații. Pentru ca sistemul de ecuații să aibe soluții diferite de cea banală, este necesară introducerea condițiilor la limită. Sistemul de ecuații poate fi liniar sau neliniar, el conține de regulă un număr extrem de mare de ecuații. Rezolvarea este posibilă numai pe calculator, orice program performant este dotat cu procedurile necesare pentru rezolvarea acestor sisteme de ecuații. În cazul nostru (problema solidului deformabil supus la forțe exterioare) soluțiile sistemului de ecuații reprezintă deplasările în nodurile rețelei.

f) Efectuarea de calcule adiționale.

Dacă numim necunoscute primare valorile deplasărilor în nodurile rețelei, obținute prin rezolvarea sistemului de ecuații asamblate, în această etapă sunt calculate celelalte mărimi necesare pentru rezolvarea problemei (deformații, tensiuni), numite necunoscute secundare. Valoarea necunoscutelor secundare se calculează tot în nodurile structurii.

În cazul problemei solidului deformabil, aplicarea metodei elementului finit se bazează pe ecuațiile de bază, care definesc starea generală de tensiune și de deformație din teoria elasticității.

Tensorul deformațiilor reprezintă rotorul vectorului deplasărilor \bar{d} :

$$\nabla \bar{d} = \left(\bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) (\bar{i}u + \bar{j}v + \bar{k}w) \quad (3.1.1)$$

unde u, v, w sunt componentele vectorului \bar{d} :

$$\bar{d} = u\bar{i} + v\bar{j} + w\bar{k} \quad (3.1.2)$$

unde $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ sunt versorii axelor sistemului de coordonate cartezian.

Funcțiile scalare de 3 variabile u, v și w reprezintă deplasarea elementului infinezimal de volum $dV = dx dy dz$ în direcțiile axelor sistemului de coordonate:

$u(x,y,z)$ – în direcția axei OX;

$v(x,y,z)$ – în direcția axei OY;

$w(x,y,z)$ – în direcția axei OZ.

Valorile acestor funcții în nodurile rețelei de elemente finite reprezintă necunoscutele primare, obținute prin rezolvarea sistemului de ecuații asamblate.

Matricea asociată tensorului deformațiilor conține inițial nouă elemente distincte:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{vmatrix}$$

Această matrice se compune dintr-o componentă simetrică și o componentă asimetrică:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right) & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}\right) & 0 \end{vmatrix} \quad (3.1.3)$$

Componenta simetrică reprezintă deformația specifică, iar componenta asimetrică reprezintă vectorul de rotație.

Cele șase elemente ale componentei simetrice reprezintă deformațiile specifice liniare și unghiulare, care se pot exprima în funcție de cele trei deplasări (u, v, w) cu ajutorul operatorului de derivare [L]:

$$\{\varepsilon\} = \begin{vmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ 2\gamma_{xy} \\ 2\gamma_{yz} \\ 2\gamma_{zx} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \Rightarrow \{\varepsilon\} = [L] \cdot \{d\} \quad (3.1.4)$$

Legea lui Hooke stabilește legătura între tensiuni și deformații:

$$\{\sigma\} = [E] \cdot \{\varepsilon\} \quad (3.1.5)$$

unde:

- $\{\sigma\}$ este tensorul tensiunilor;
- $[E]$ - matricea de elasticitate;
- $\{\varepsilon\}$ - tensorul deformațiilor specifice.

Pentru un corp omogen și izotrop, matricea de elasticitate $[E]$ are expresia:

$$[E] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{vmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{vmatrix} \quad (3.1.6)$$

unde:

- E este modulul de elasticitate longitudinal;
- ν - coeficientul lui Poisson.
-

Relația (3.1.5) poate fi scrisă și în alt mod:

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{vmatrix} = \frac{1}{E} \begin{vmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{vmatrix} \quad (3.1.7)$$

În cazul stării plane de tensiune și deformații:

$$\sigma_x = \tau_{yz} = \tau_{zx} = \varepsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{vmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.1.8)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{vmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.1.9)$$

Energia potențială π este diferența dintre energia de deformație a sistemului W și lucrul mecanic al forțelor exterioare L :

$$\pi = W - L \quad (3.1.10)$$

În teoria elasticității, formularea diferențială în deplasări se obține acceptând principiul minimului energiei potențiale sau teorema energiei potențiale minime, care poate fi enunțată astfel: funcțiile de deplasare $u(x,y,z)$, $v(x,y,z)$ și $w(x,y,z)$, care satisfac ecuațiile diferențiale de echilibru, precum și condițiile la limită ale unei probleme date, asigură o valoare minimă a energiei potențiale decât orice alte funcții de deplasare care satisfac aceleași condiții la limită.

În conformitate cu metoda elementului finit, domeniul de analiză se descompune în subdomenii simple, astfel încât reuniunea acestora să reprezinte cât mai fidel întregul domeniu. Pentru fiecare element finit se consideră un anumit număr de puncte (noduri), în care se calculează valorile deplasărilor. În fiecare punct din interiorul elementului finit și de pe frontiera acestuia, deplasările se exprimă cu ajutorul valorilor nodale și a unor funcții de interpolare $[N]$ specifice fiecărui element finit:

$$\{d\}_e = [N] \cdot \{d_N\}_e \quad (3.1.11)$$

unde:

- $\{d\}_e$ este deplasarea unui punct din interiorul elementului finit;
- $[N]$ - matricea funcțiilor de formă;
- $\{d_N\}_e$ - vectorul deplasărilor nodale ale elementului finit.

Energia de deformație pentru un element finit de volum V_e , fără a se lua în considerare energia de deformație corespunzătoare tensiunilor inițiale este:

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{1}{2} \int_{V_e} \{\epsilon\}^T \cdot \{\sigma\} \cdot dV = \frac{1}{2} \int_{V_e} \{\epsilon\}^T \cdot [E] \cdot \{\epsilon\} \cdot dV = \frac{1}{2} \int_{V_e} ([L] \cdot \{d\}_e) \cdot [E] \cdot ([L] \cdot \{d\}_e) \cdot dV = \\ &= \frac{1}{2} \int_{V_e} ([L][N]\{d_N\}_e)^T [E]([L][N]\{d_N\}_e) dV = \frac{1}{2} \int_{V_e} \{d_N\}_e^T ([L][N])^T [E]([L][N])\{d_N\}_e dV \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

Integrala făcându-se pe volumul unui element finit definit, matricea deplasărilor nodale a elementului finit $\{d_N\}_e$ și matricea transpusă a deplasărilor nodale $\{d_N\}_e^T$ nu depind de punctul curent de integrare și pot fi scoase în afara integralei ca niște constante:

$$W_e = \frac{1}{2} \{d_N\}_e^T \left(\int_{V_e} [B]^T \cdot [E] \cdot [B] dV \right) \{d_N\}_e \quad (3.1.13)$$

unde s-a notat:

$$[B] = [L] \cdot [N] \quad (3.1.14)$$

Lucrul mecanic al forțelor exterioare (de volum, de suprafață și concentrate), pentru un element finit, este:

$$L_e = \{d_N\}_e^T \int_{V_e} [N]^T \cdot \{F\} \cdot dV + \{d_N\}_e^T \int_{S_e} [N]^T \{Q\} \cdot dS + \{d_N\}_e^T \{p\}_e \quad (3.1.15)$$

Funcționala potențialului total, pentru un element finit considerat, se obține înlocuind în relația (3.1.10) ultimii doi termeni și ținând seama de relațiile (3.1.13) și (3.1.15):

$$\begin{aligned} \Pi_e = W_e - L_e = & \frac{1}{2} (d_N)_e^T \left(\int_{V_e} [B]^T \cdot [E] \cdot [B] \cdot dV \right) \cdot \{d_N\}_e - \\ & - \{d_N\}_e^T \int_{V_e} [N]^T \cdot \{F\} \cdot dV - \{d_N\}_e^T \int_{S_e} [N]^T \cdot \{Q\} \cdot dS - \{d_N\}_e^T \{p\}_e \end{aligned} \quad (3.1.16)$$

Dacă considerăm sistemul elastic divizat în n elemente finite, potențialul total este suma potențialelor elementelor finite:

$$\begin{aligned} \Pi = \sum_1^n \pi_e = & \frac{1}{2} \{d\}^T \cdot \left(\sum_1^n \int_{V_e} [B]^T \cdot [E] \cdot [B] \cdot dV \right) \cdot \{d\} - \{d\}^T \cdot \\ & \cdot \sum_1^n \left(\int_{V_e} [N]^T \cdot \{F\} \cdot dV + \int_{S_e} [N]^T \cdot \{Q\} \cdot dS \right) - \sum_1^n \{d\}^T \cdot \{p\}_e \end{aligned} \quad (3.1.17)$$

unde:

- $\{d\} = \sum_1^n \{d_N\}_e$ reprezintă deplasările nodale ale întregii structuri elastice;
- $\{p\} = \sum_1^n \{p\}_e$ - forțele nodale pentru întreaga structură elastică.

Aplicarea teoremei energiei potențiale minime înseamnă minimizarea funcționalei exprimată de relația (3.1.17), adică anularea derivatelor în raport cu toate deplasările nodale:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial (d_i)} = 0 ; \quad i=1,m \quad (3.1.18)$$

unde m reprezintă numărul gradelor de libertate ale structurii.

Se obține:

$$\left(\sum_1^n \int_{V_e} [B]^T \cdot [E] \cdot [B] \cdot dV \right) \cdot \{d\} = \sum_1^n \left(\int_{V_e} [N]^T \cdot \{F\} \cdot dV + \int_{S_e} [N]^T \cdot \{Q\} \cdot dS \right) + \{p\} \quad (3.1.19)$$

Expresia (3.1.19) este un sistem linear cu n ecuații. În membrul stâng al sistemului de ecuații se notează cu [K] matricea de rigiditate a structurii:

$$[K] = \sum_1^n \int_{V_e} [B]^T \cdot [E] \cdot [B] \cdot dV = \sum_1^n [k]_e \quad (3.1.20)$$

unde $[k]_e = \int_{V_e} [B]^T \cdot [E] \cdot [B] \cdot dV$ este matricea de rigiditate a elementului finit.

Membrul drept al relației (3.1.19) se pune sub forma:

$$\sum_1^n \left(\int_{V_e} [N]^T \cdot \{F\} \cdot dV + \int_{S_e} [N]^T \cdot \{Q\} \cdot dS \right) + \{p\} = \sum_1^n \{r\}_e + \{p\} = \{R\} \quad (3.1.21)$$

unde:

- $\{r\}_e$ sunt forțele aplicate pe elementul finit;
- $\{p\}$ - vectorul forțelor aplicate în nodurile structurii.

Sistemul de n ecuații liniare se poate scrie sub forma concentrată:

$$[k] \cdot \{d\} = \{R\} \quad (3.1.22)$$

Prin rezolvarea sistemului de ecuații (3.1.22) se obțin deplasările din nodurile structurii (necunoscutele primare). Calculele adiționale se referă la determinarea deformațiilor și a tensiunilor. Deformațiile se pot obține prin rezolvarea ecuațiilor (3.1.4) iar tensiunile prin rezolvarea ecuațiilor aferente legii lui Hooke generalizată.

Tot în etapa calculelor adiționale se determină tensiunile normale după direcțiile principale. Conform teoriei elasticității direcțiile principale sunt trei direcții de solicitare reciproc perpendiculare, care se bucură de proprietatea că, de-a lungul lor, tensiunile normale au valori extreme, iar cele tangențiale sunt nule. Dacă se cunosc valorile tensiunilor normale și tangențiale după direcțiile a trei axe de coordonate carteziene, tensiunile principale sunt soluțiile ecuației de gradul trei în σ :

$$\sigma^3 - I_1 \cdot \sigma^2 + I_2 \cdot \sigma - I_3 = 0 \quad (3.1.23)$$

unde invariantii I_1 , I_2 și I_3 se determină cu relațiile:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\ I_2 &= \sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2 \\ I_3 &= \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (3.1.24)$$

Cosinușii directori ai direcției principale (l,m,n) se pot determina prin rezolvarea sistemului de ecuații:

$$\begin{aligned} l(\sigma_x - \sigma) + m\tau_{yx} + n\tau_{zx} &= 0 \\ l\tau_{xy} + m(\sigma_y - \sigma) + n\tau_{zy} &= 0 \\ l\tau_{xz} + m\tau_{yz} + n(\sigma_z - \sigma) &= 0 \\ l^2 + m^2 + n^2 &= 1 \end{aligned} \quad (3.1.25)$$

Tensiunea echivalentă, după Von Mises, în funcție de tensiunile principale, se calculează cu relația:

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_3 - \sigma_2 \cdot \sigma_3 - \sigma_2 \cdot \sigma_1} \quad (3.1.26)$$

În cele ce urmează, se utilizează programul de calcul computerizat performant COSMOS 1,75 A, produs de firma SRAC. Acest program permite utilizarea unui număr mare de tipuri de elemente finite[117]. Elementele finite folosite sunt elemente spațiale de tip SOLID cu 8 noduri (vezi fig. 3.1.1).

După cum se vede, elementele finite sunt pseudo-paralelipipede mărginite de suprafețe curbe (două suprafețe cilindrice pentru fiecare element finit în faza inițială a roții flexibile nedeformate). Sistemul cartezian de coordonate globale este de tip dextrogir, ordinea axelor a fost acceptată așa cum în mod implicit este impusă de programul COSMOS.

Dintre numeroasele variante de analiză oferite de acest program, s-au ales modulul STAR de Analiză Structurală Statică Liniară, și modulul NSTAR pentru Analiză Structurală Neliniară Statică. S-au utilizat trei variante de modele fizice. Primul model a acceptat încărcarea cu forță radială punctiformă, concentrată la mijlocul roții flexibile (modulul STAR). Al doilea model a acceptat încărcarea cu forță radială punctiformă, concentrată la extremitatea roții flexibile (modulul STAR).

În cazul celui de-al treilea model, s-a renunțat la ipoteza simplificatoare a forței radiale concentrate într-un punct (nod al rețelei de elemente finite) și s-a abordat problema spinoasă a distribuției forțelor de interacțiune dintre deformatorul – disc și suprafața interioară a roții flexibile în zona de contact. În acest caz, s-a folosit modulul NSTAR.

În nici unul din cazuri nu s-a ținut seama de interacțiunea roată flexibilă – coroană rigidă și roată flexibilă – arbore condus. Interacțiunea roată flexibilă – deformatore disc a fost luată în considerare numai sub aspectul deformației elastice produse la montarea roții pe deformatore.

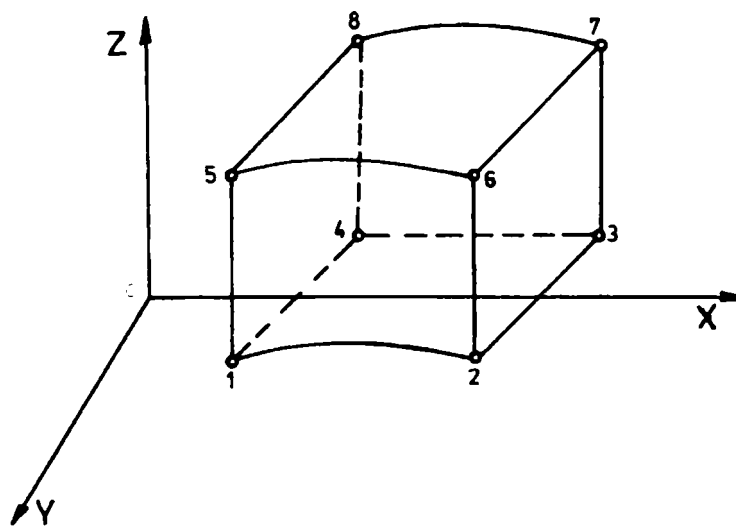


Fig. 3.1.1. Element spațial de tip SOLID cu 8 noduri

Pentru ultimul model fizic, s-au efectuat analize cu elemente finite pentru șapte variante distincte, pentru un număr de 21 de noduri ale rețelei. În toate cazurile, s-a arătat modul cum s-a făcut discretizarea, încărcarea cu forțele exterioare, precum și condițiile de contur acceptate.

Roata flexibilă a TAD este un caz de rigid deformabil mai deosebit. Grosimea roții fiind mică în raport cu diametrul, deplasările rezultate sunt considerabil mai mari decât în cazul altor organe de mașini uzuale.

Programul COSMOS 1,75 A permite o mare libertate în alegerea tipului de elemente finite, modului de realizare a discretizării, a încărcării cu forțe exterioare, condițiilor de contur, tipului de analiză numerică, etc. Acest program permite utilizarea unui număr mare de tipuri de elemente finite, care sunt elemente spațiale de tip SOLID cu 8 noduri.

Din această cauză am procedat cu prudență, am utilizat gradual modele fizice diferite, de la simplu la complicat, și am verificat prin diverse mijloace dacă rezultatele obținute prin analiza numerică sunt corecte sau cel puțin plauzibile.

3.2 Analiza statică liniară aplicată la un model cu forță concentrată la mijlocul roții

Studiul se va face prin metoda elementelor finite. Se utilizează programul COSMOS 1,75 A, produs de firma SRAC, modulul STAR de Analiză Structurală Statică Liniară.

Elementele finite utilizate sunt de tip SOLID (elemente spațiale) cu 8 noduri [117].

Modulul de elasticitate al materialului: $E = 2.1 \times 10^5$ MPa.

Coefficientul lui Poisson: $\mu = 0.28$

Încărcarea modelului cu forță elastică s-a acceptat ca în Fig. (2.5.1), în vederea realizării unei comparații între calculul analitic și cel numeric.

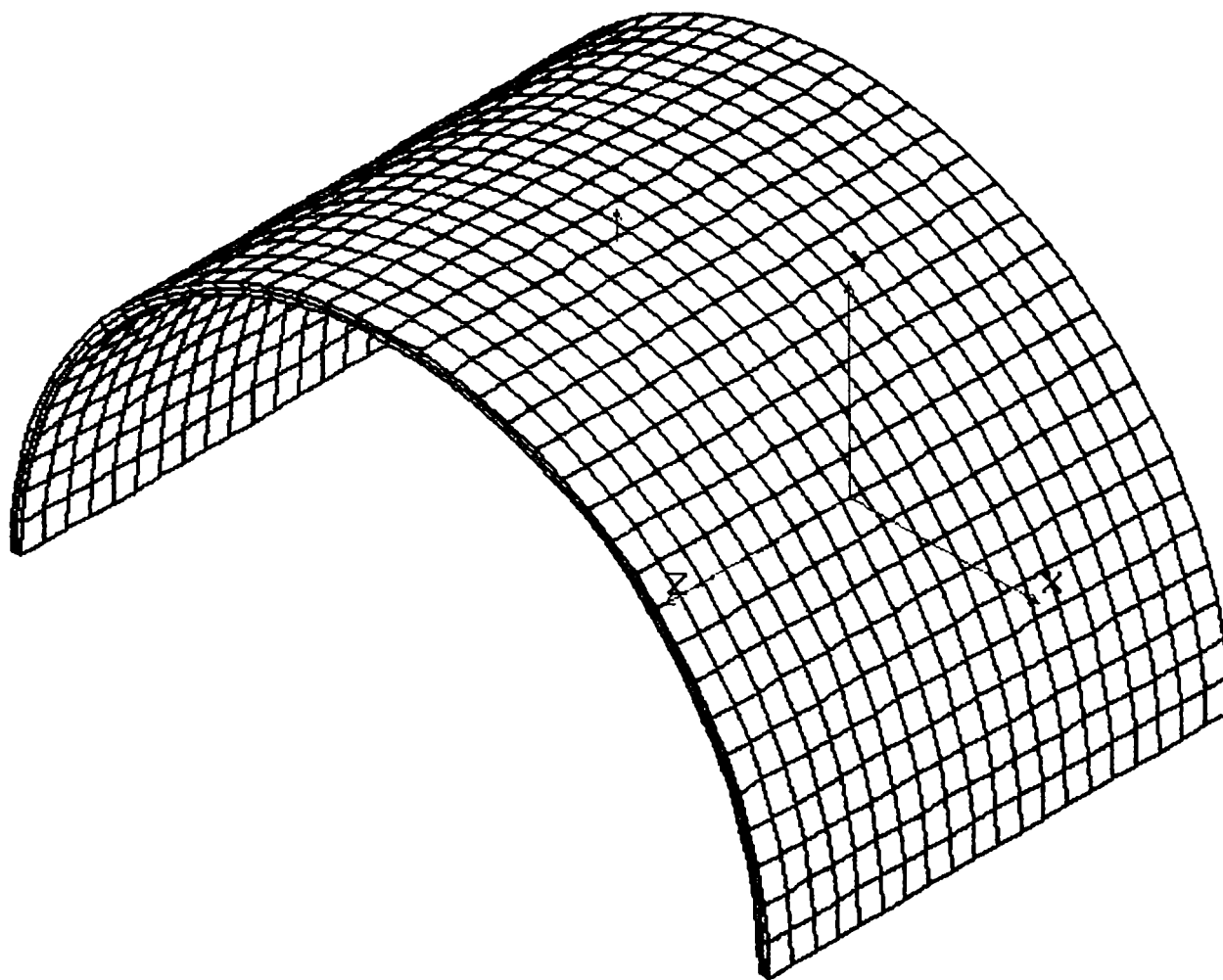


Fig. 3.2.1. Încărcarea modelului cu forță elastică

Fig. 3.2.1. arată modul cum s-a realizat discretizarea modelului. S-a luat în considerare o jumătate din piesa reală. S-a definit întâi una din suprafețele frontale, apoi prin translație de-a lungul axei Z (extrudare) s-a obținut volumul corpului. Numărul elementelor finite este 1600. Numărul nodurilor este 2646.

Pe direcție radială (pe grosime) s-au acceptat câte două elemente finite. Pe Fig. (3.2.1), este de asemenea reprezentată forța elastică (culoarea roșie pe figură), forța concentrată, orientată radial, modulul forței fiind de 486 N.

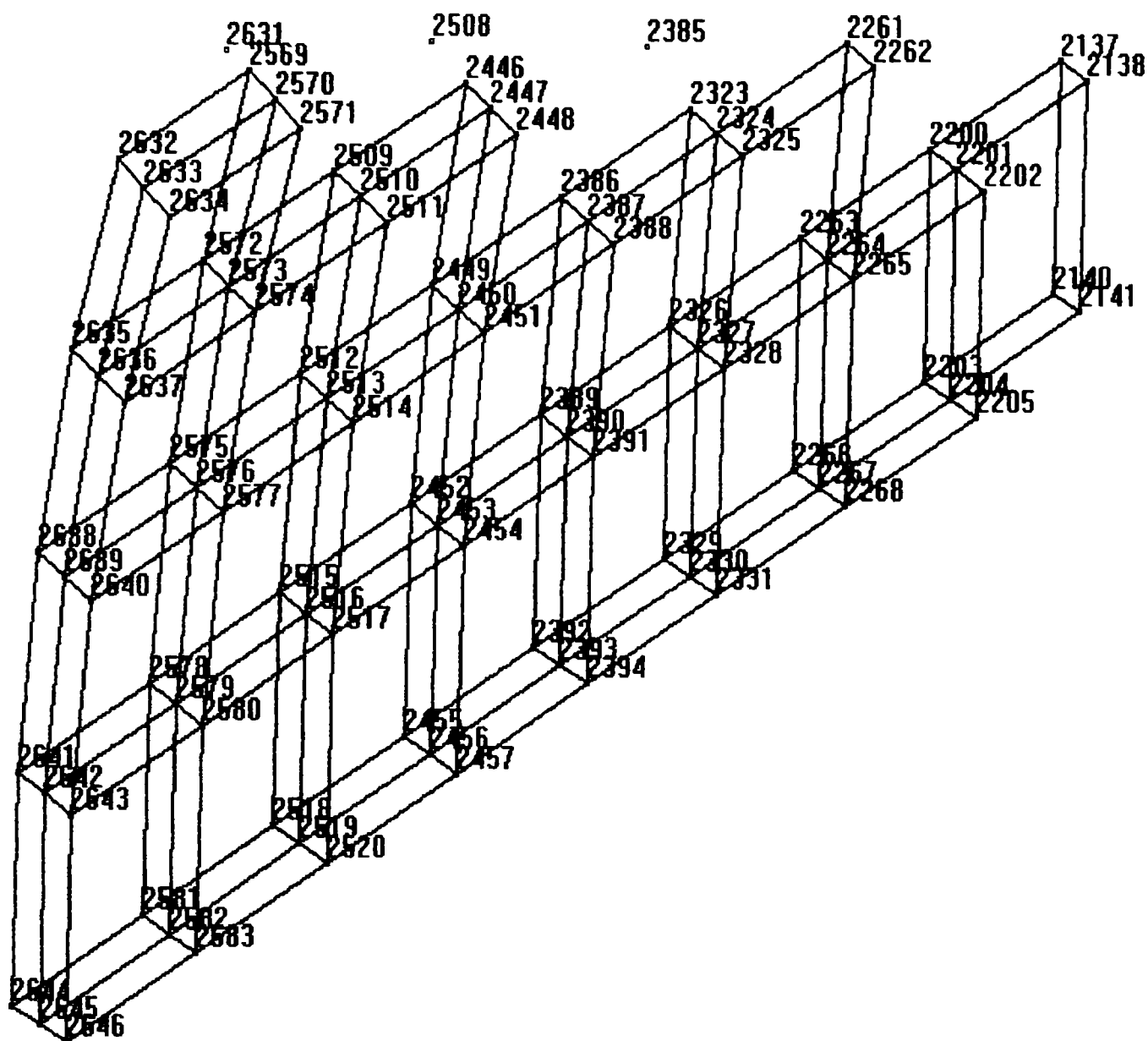


Fig. 3.2.2. Modul de amplasare și numerotare a elementelor finite spațiale și a nodurilor.

Fig. (3.2.2) prezintă un detaliu cu modul de amplasare și numerotare a elementelor finite spațiale și a nodurilor.

În Fig. (3.2.3) se arată modul cum au fost definite suprafețele care mărginesc volumul corpului, în vederea prezentării condițiilor de contur, care s-au impus pentru ca analiza numerică să reflecte cât mai fidel situația aferentă modelului utilizat. Pentru nodurile situate pe suprafețele notate cu 4 și 10 pe Fig. (3.2.3), s-a interzis deplasarea liniară după direcția axei Y, precum și libertatea de rotație în jurul axelor X și Z.

După cum s-a dovedit ulterior, obligând nodurile situate pe suprafețele 4 și 10 să nu părăsească planul XOZ, în mod implicit, se elimină posibilitățile de rotație în jurul axelor X și

Z, lucru care se va utiliza la analizele numerice efectuate în etapele următoare. Pentru nodurile situate pe suprafața notată cu 6 pe Fig. (3.2.3), s-a interzis deplasarea liniară după direcția axei X, precum și libertatea de rotație în jurul axelor Y și Z. Și în acest caz, este valabilă observația făcută anterior.

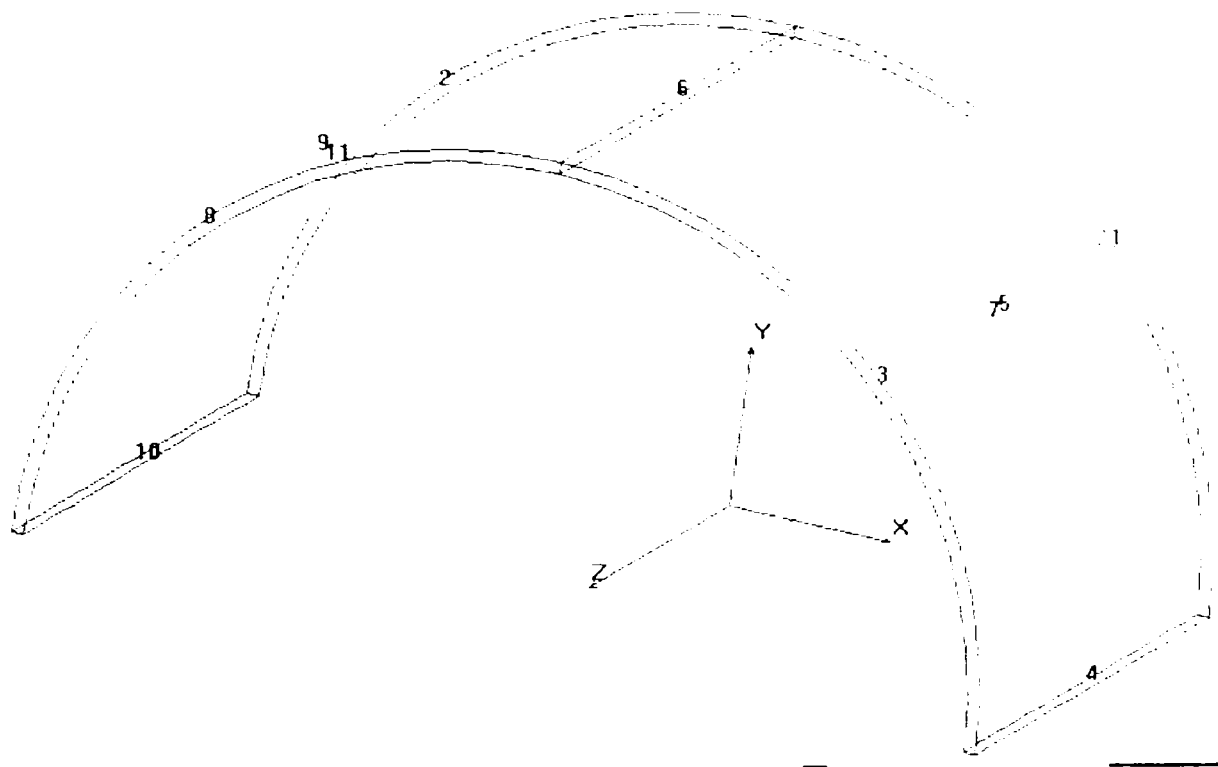


Fig. 3.2.3. Definirea suprafețelor care mărginesc volumul corpului
Pentru nodurile situate pe suprafețele notate cu 1, 2, 3, 8, pe Fig. (3.2.3)
s-a interzis deplasarea liniară după direcția axei Z.

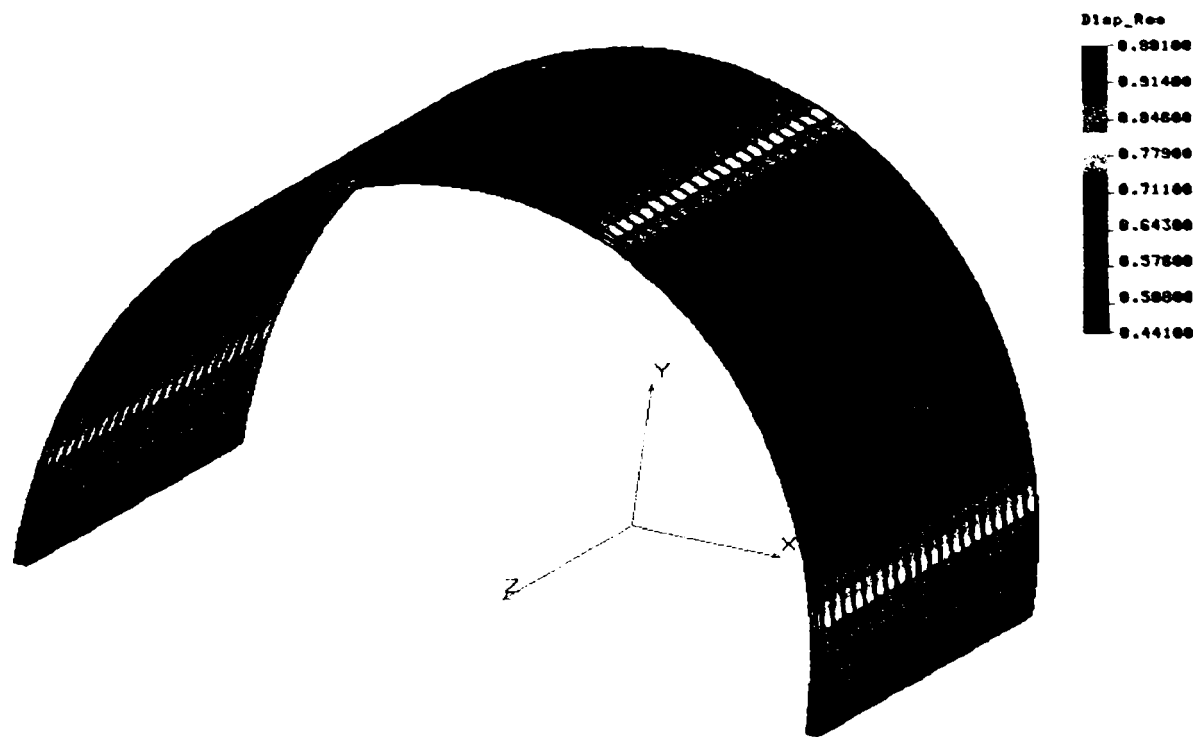


Fig. 3.2.4. Deplasările rezultate prin rularea programului

În urma rulării programului de analiză numerică (7314 ecuații), deplasările rezultante se prezintă ca în Fig. (3.2.4).

Fig. (3.2.4) reprezintă piesa în stare deformată, factorul de scară fiind 10. Se observă că deplasarea maximă, calculată în punctul de aplicare a forței este de 0,991 mm, pe direcție radială, adică o deformație diametrală de $2 \times 0,991 = 1.962$ mm.

În această etapă, am considerat interesant să vizualizăm deplasările determinate de analiza numerică separat pe direcțiile axelor OY (Fig. 3.2.5), respectiv OX (Fig. 3.2.6).

În aceste figuri piesa este reprezentată în stare nedeformată.

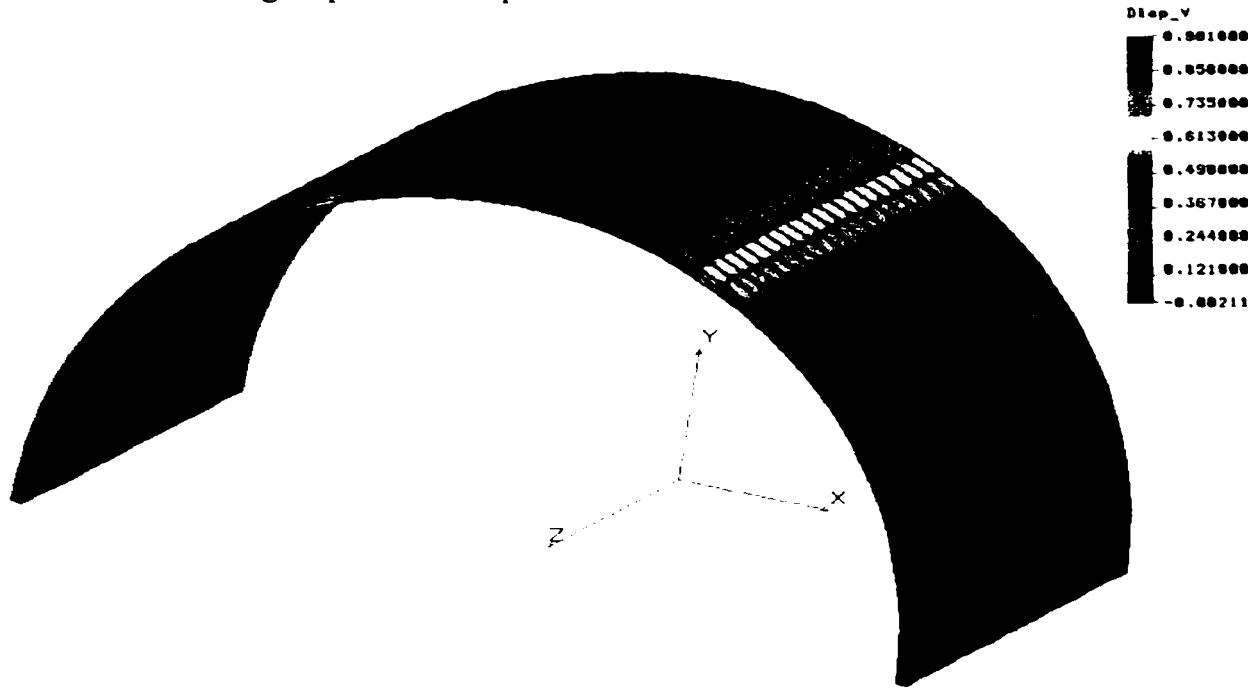


Fig. 3.2.5. Deplasările determinate de analiza numerică pe direcția axei OY

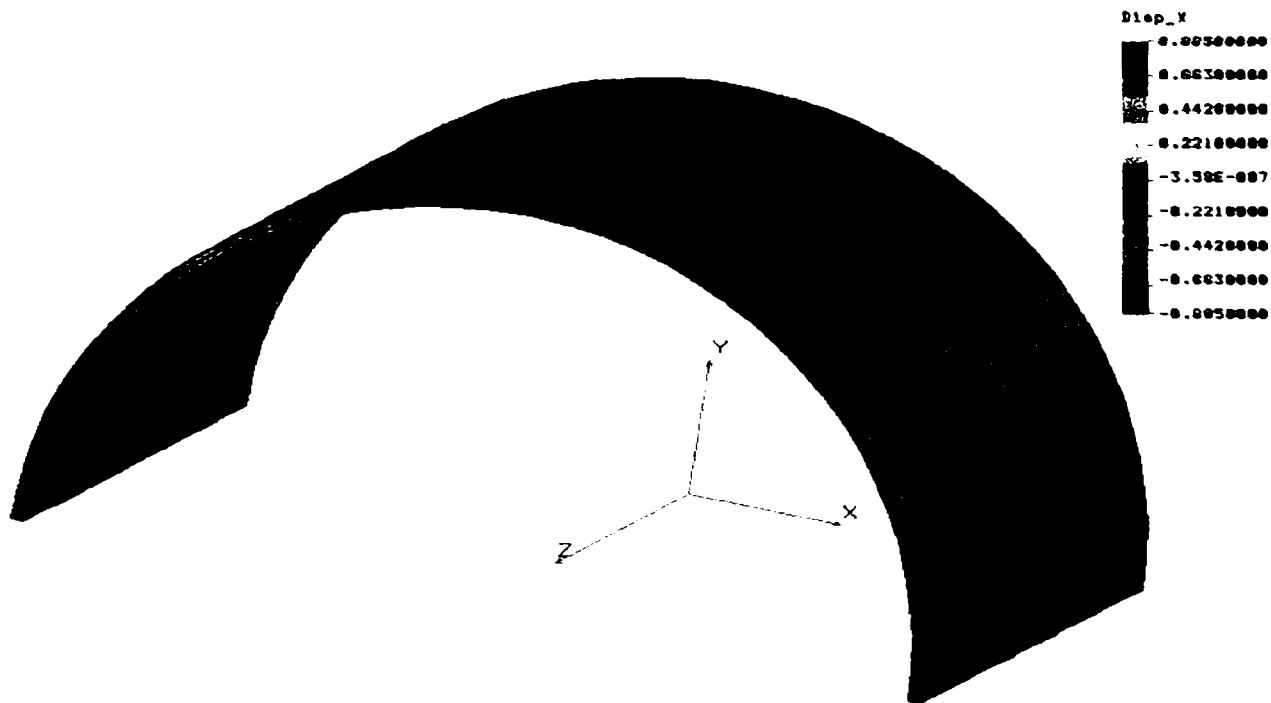


Fig. 3.2.6. Deplasările determinate de analiza numerică pe direcția axei OX

Analizând Fig.(3.2.5) și Fig. (3.2.6), se observă că, în zona punctului de aplicare a forței, deplasarea pe direcția axei OY este egală cu deplasarea rezultantă, iar deplasarea pe direcția axei OX este practic nulă. Dacă examinăm deplasările în zonele suprafețelor 4 și 10 (notațiile suprafețelor corespund cu Fig. 3.2.3.) se observă că deplasarea pe direcția axei OY este practic nulă, în timp ce deplasările pe direcția axei OX sunt mari, în sensul apropierii de originea axelor. Aceste observații sunt în concordanță cu condițiile de contur inițiale, ceea ce confirmă că analiza numerică este corectă.

În Fig. (3.2.7) este prezentată starea de tensiune din piesă, așa cum rezultă din analiza numerică.

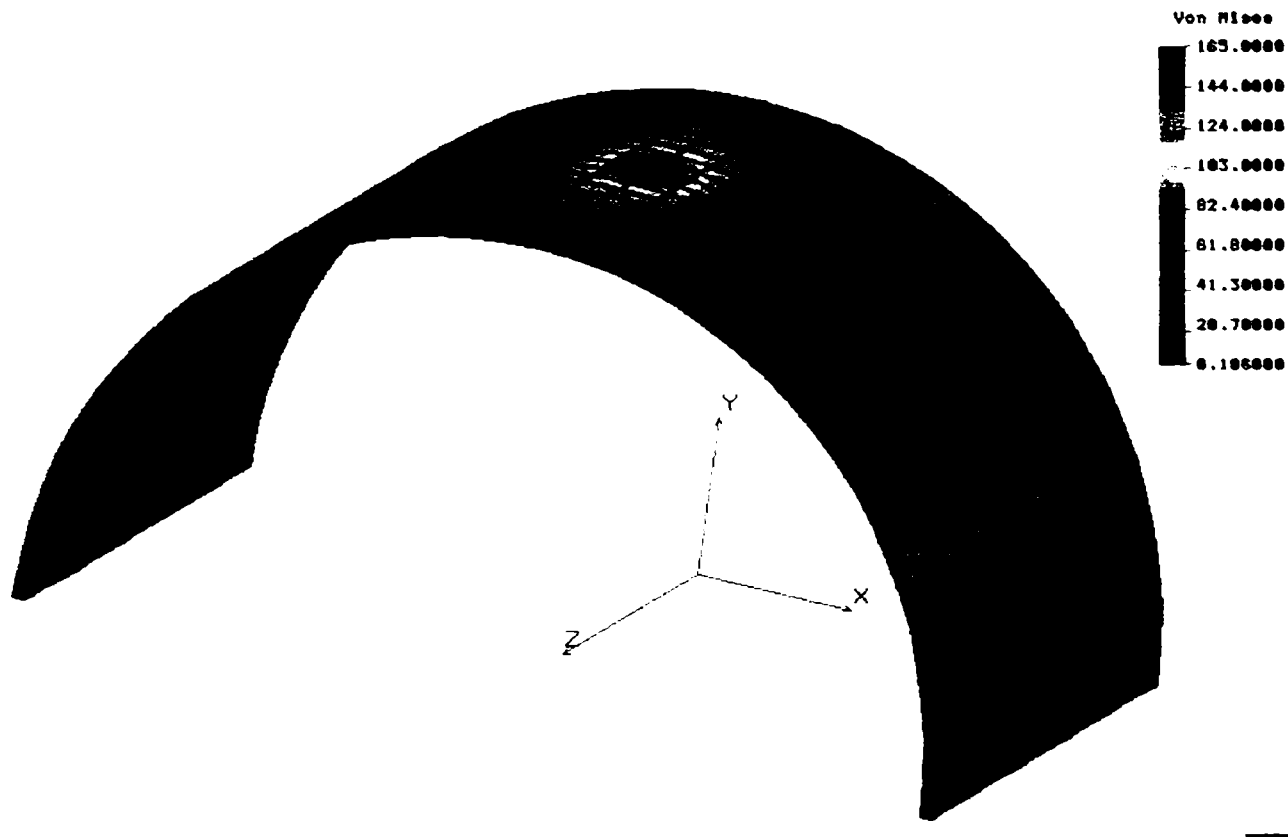


Fig. 3.2.7. Starea de tensiune din piesă (tensiunea echivalentă)

Eforturile, prezentate în figură, reprezintă tensiunea echivalentă din cazul solicitărilor compuse, calculată după Von Misses (Teoria a V-a de rezistență), cu relația:

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_3 - \sigma_2 \cdot \sigma_3 - \sigma_2 \cdot \sigma_1} \quad (3.2.1)$$

unde $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, sunt tensiunile normale după direcțiile principale.

Valoarea efortului normal de 165 MPa este, desigur, foarte mare. După cum se vede în figură, această valoare este caracteristică numai pentru imediata vecinătate a punctului de aplicare a forței de deformare elastică. O astfel de situație (forță concentrată într-un punct) conduce la solicitări mult mai severe decât în cazurile reale, când, într-o formă sau alta, forța aplicată este distribuită pe o suprafață mai mare.

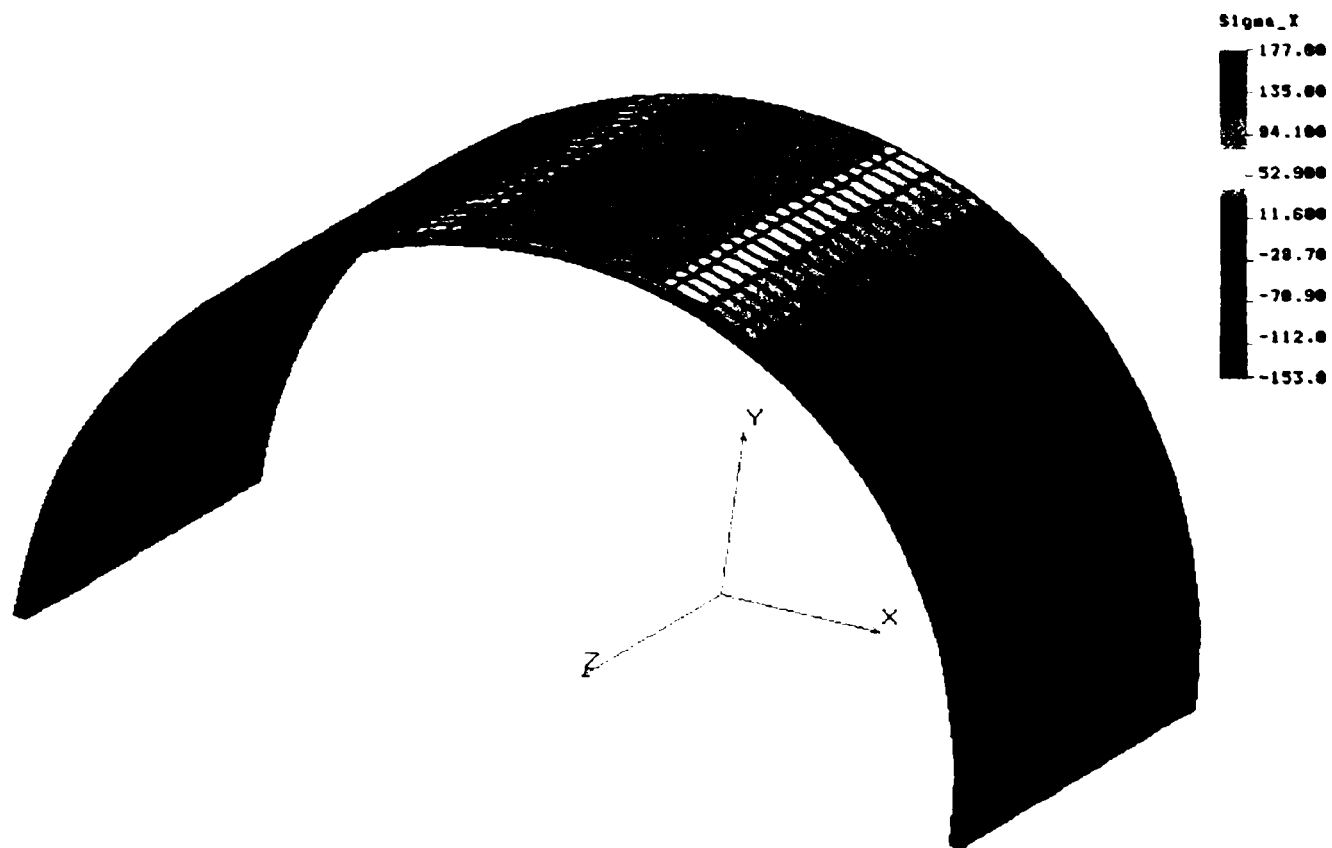


Fig. 3.2.8. Tensiunea pe direcția axei OX

Fig. (3.2.8) prezintă tensiunea pe direcția axei OX. După cum se observă, această tensiune prezintă o valoare maximă de 177 MPa, mai mare decât tensiunea echivalentă, ceea ce justifică ipoteza acceptată în calculul analitic, și anume, că solicitarea cea mai importantă o constituie încovoierea în jurul axei OZ.

3.3 Analiza statică liniară aplicată la un model cu forță concentrată la capătul liber al roții

Studiul se va face prin metoda elementelor finite. Se utilizează programul COSMOS 1,75 A, produs de firma SRAC, modulul STAR de Analiză Structurală Statică Liniară. Elementele finite utilizate sunt de tip SOLID (elemente spațiale) cu 8 noduri[117].

Modulul de elasticitate al materialului: $E = 2.1 \times 10^5$ MPa.

Coeficientul lui Poisson: $\mu = 0.28$.

În prima etapă, s-a încercat crearea unui model care să conțină numai peretele exterior al roții (de grosime 2,45 mm), încastrat în partea unde în realitate se află fundul acesteia. Prin rularea programului s-au obținut forțe elastice exagerat de mari pentru deformări diametrale uzuale. Fundul roții dințate flexibile lungi, fixat cu șuruburi de arborele de ieșire din angrenaj, oferă posibilități destul de mari de deformare pentru peretele roții flexibile față de situația în care aceasta ar fi încastrată, ceea ce face ca modelul acceptat în această primă etapă să nu corespundă cu situația reală .

Pentru realizarea unui model cât mai apropiat de realitate, s-a procedat la definirea a trei volume distincte după cum urmează:

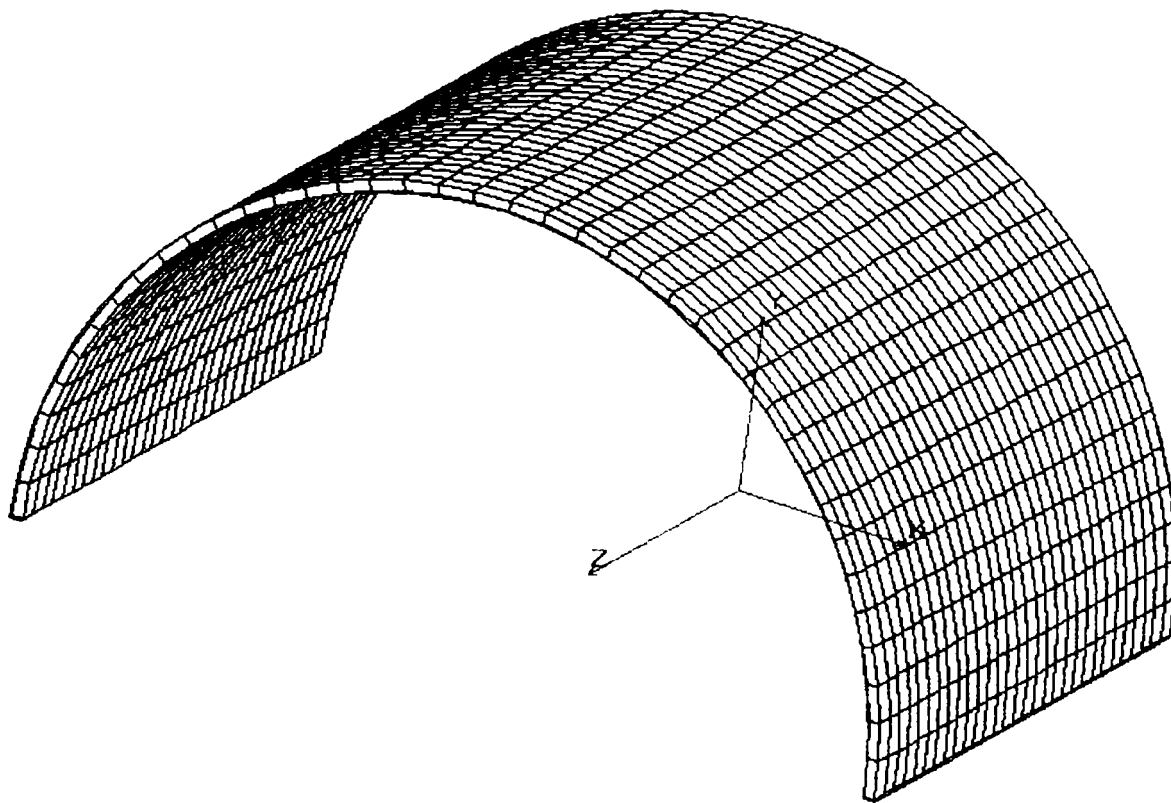


Fig. 3.3.1. Volumul corespunzător corpului roții

Volumul corespunzător corpului roții a fost realizat prin definirea suprafeței corespunzătoare secțiunii transversale urmată de o translație (extrudare) de-a lungul axei OZ. Pe generatoare s-au definit 30 elemente finite spațiale de tip SOLID, iar pe arcul de 180° s-au definit 40 de elemente finite. Radial, grosimea peretelui roții flexibile a fost discretizată, de data aceasta printr-un singur element finit. (Vezi fig. 3.3.1)

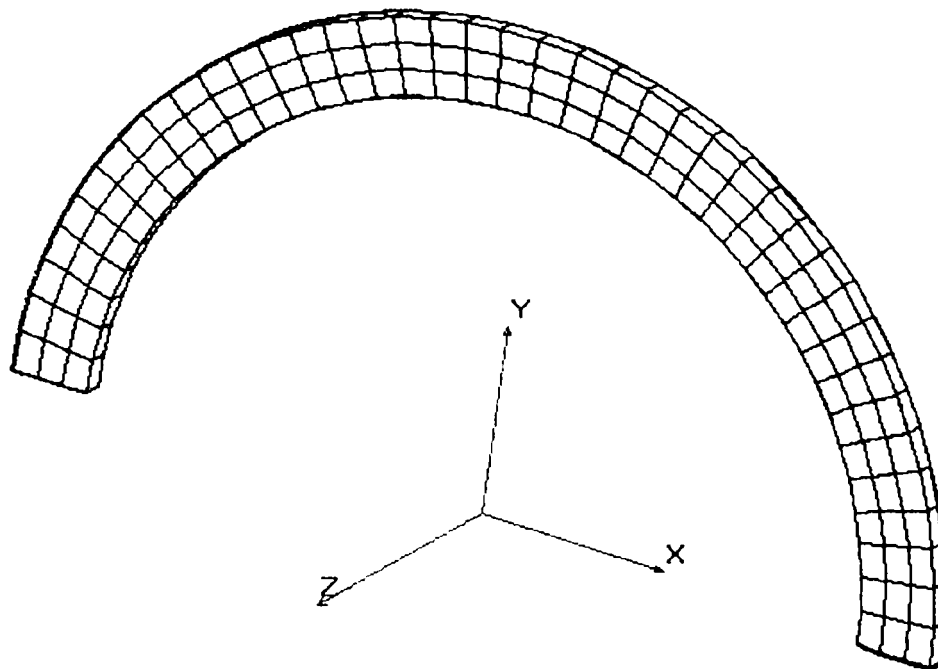


Fig.3.3.2. Volumul corespunzător fundului roții

Volumul corespunzător fundului roții s-a realizat în două etape:

- întâi zona de grosime 4 mm, prin definirea secțiunii în planul XOZ, apoi rotire cu 180° în jurul axei OZ (Fig. 3.3.2);
- apoi flanșa de grosime 10.1 mm, realizată prin același procedeu (vezi fig. 3.3.3).

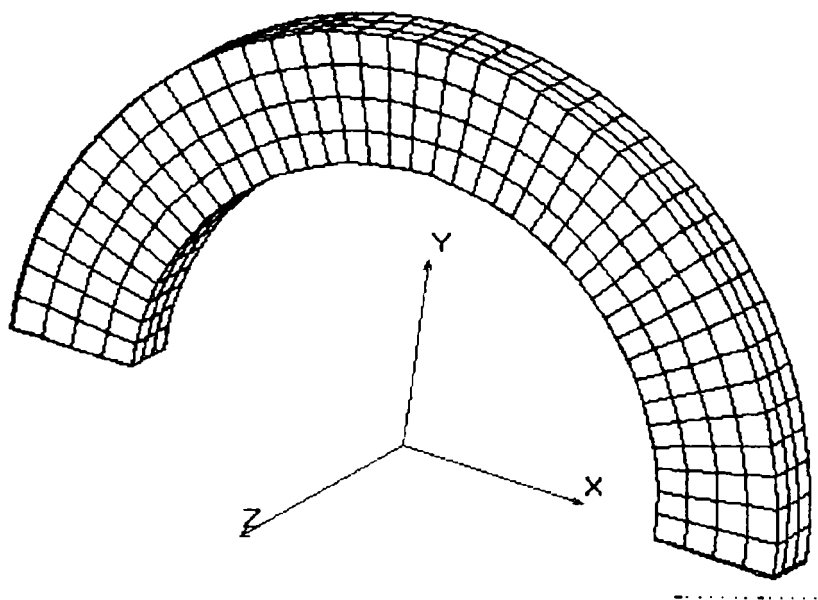


Fig. 3.3.3. Volumul corespunzător flanșei

Pentru reunirea celor trei volume prezentate mai sus într-un singur corp, programul impune ca nodurile situate pe suprafețele adiacente să se suprapună. Pentru realizarea acestui deziderat, grosimea flanșei (discretizată în trei elemente finite pe direcție axială, așa cum se vede în fig. 3.3.3), a fost acceptată de 12 mm în loc de 10.1 mm, ceea ce, evident, are ca efect un model ceva mai rigid.

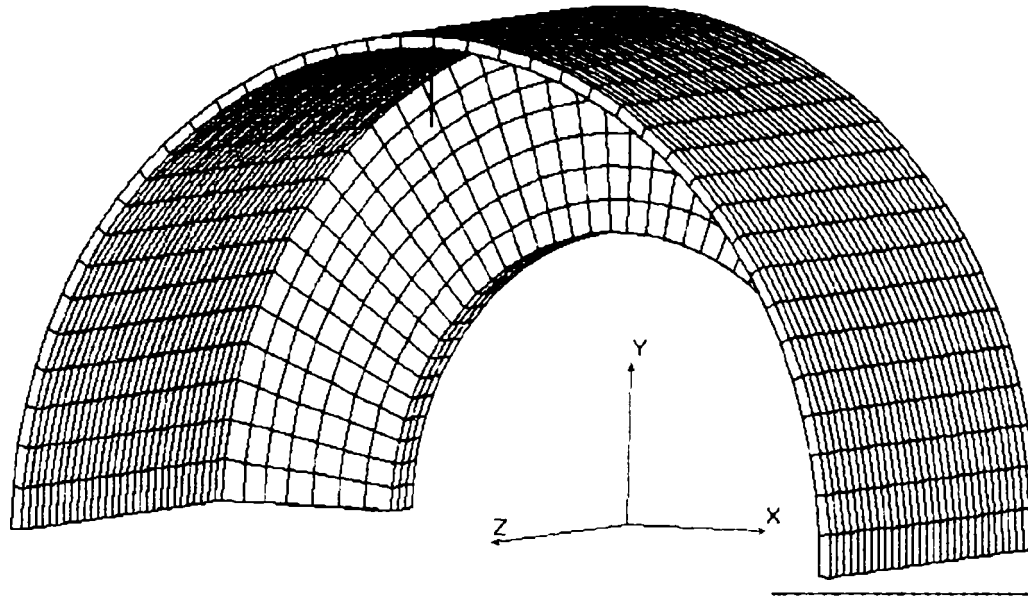


Fig. 3.3.4. Configurația modelului supus analizei numerice

Contopirea nodurilor pereche, suprapuse pe suprafețele adiacente (instrucțiunea MERGE), conduce la realizarea unui singur corp, a cărui configurație se apropie mult de forma reală a piesei (Fig. 3.3.4). Pe figură se observă de asemenea amplasarea forței radiale de deformare.

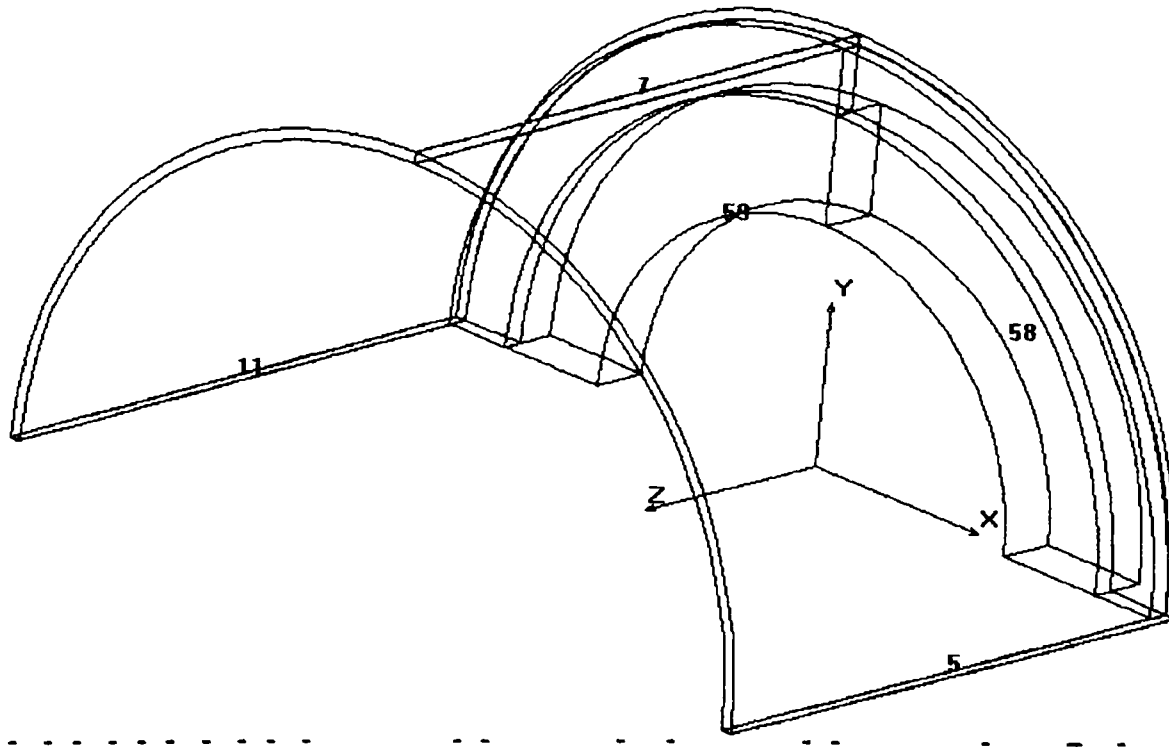


Fig. 3.3.5. Elementele geometrice pentru care s-au impus condiții de contur

Elementele geometrice pentru care s-au impus condiții de contur pot fi vizualizate pe Fig. (3.3.5).

Pentru nodurile dispuse pe suprafețele 5 și 11, s-a interzis deplasarea de-a lungul axei OY. Această restricție, în mod implicit, interzice rotația suprafețelor respective în jurul axelor OX și OZ.

Pentru nodurile dispuse pe suprafața notată cu 7, s-a interzis deplasarea de-a lungul axei OX, ceea ce, implicit impune restricții la rotațiile în jurul axelor OY și OZ.

Nodurilor, situate pe curba definită prin intersecția suprafețelor notate cu 58 și 59, li s-a interzis deplasarea de-a lungul axei OZ.

S-a considerat că încastrarea pe suprafața notată cu 58 reprezintă o condiție prea dură. Ultima interdicție (cea aferentă curbei definite prin intersecția suprafețelor 58 și 59) este totuși necesară, deoarece, dacă toate elementele piesei sunt libere după o anumită direcție programul nu poate rula. În realitate, echilibrul de-a lungul axei OZ se realizează prin forțele de frecare dintre reazeme și suprafața interioară a roții flexibile.

Modelul realizat se caracterizează printr-un număr total de 1800 elemente finite spațiale de tip SOLID, 3780 de noduri, 10351 de ecuații.

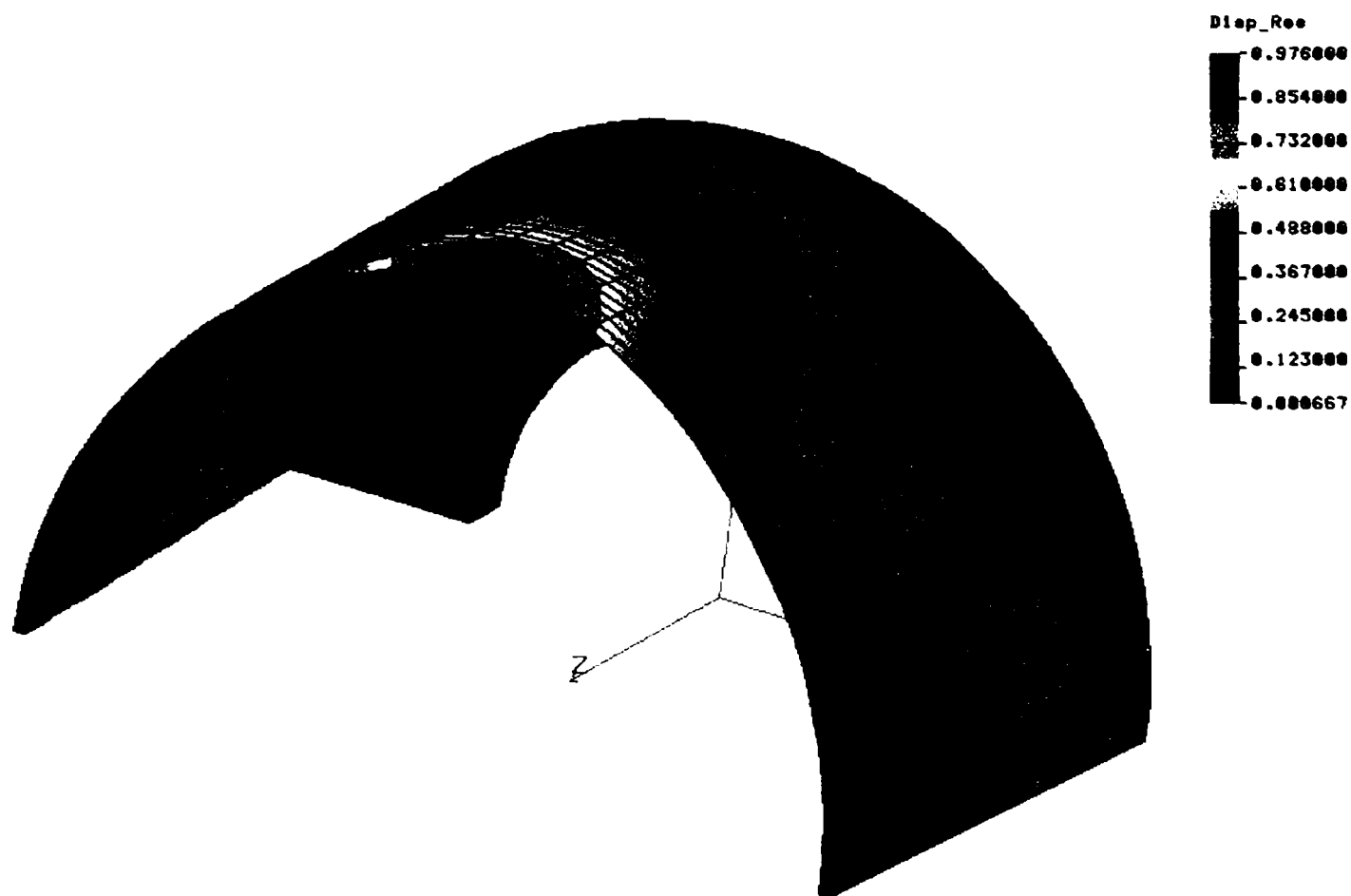


Fig. 3.3.6. Deformațiile totale obținute prin rularea programului

Fig. (3.3.6) reprezintă deformațiile totale obținute prin rularea programului de analiză numerică cu un factor de deformare de 10, forța radială aplicată fiind de 803 N. S-a insistat asupra acestei valori deoarece o deformare diametrală a roții dințate flexibile de cca. 2 mm este normală în timpul funcționării mecanismului. Se observă că deformația maximă (pe rază) este de 0,976 mm, ceea ce corespunde unei deformații diametrale de $0,976 \times 2 = 1.952$ mm.

Prin rularea succesivă a programului de analiză numerică pentru diferite valori ale forței radiale de deformație s-au obținut următoarele rezultate:

Tab. 3.3.1

Deformarea diametrală în funcție de forța radială elastică

FORȚA [N]	DEFORMAREA DIAMETRALĂ [10^{-2} mm]
80.3	19.4
160.6	39
240.9	58.6
321.2	78.2
401.5	97.6
481.8	117.2
562.2	136.6
642.4	156.2
772.7	175.8
803	195.2
883	214

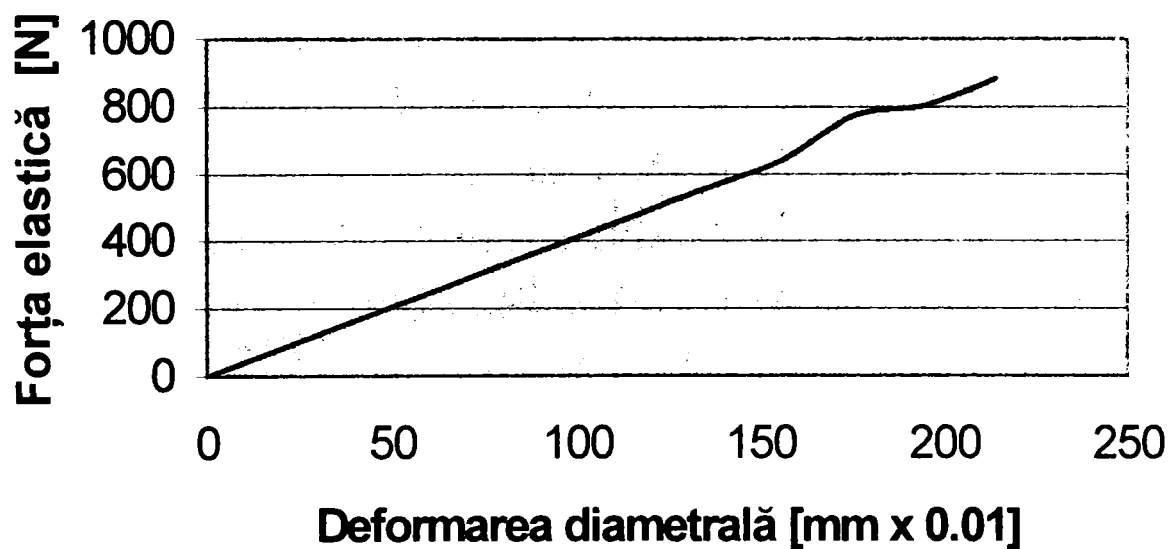


Fig. 3.3.7. Diagrama deformarea diametrală - forța radială elastică

Examinând Fig. (3.3.7), se constată că variația forței elastice radiale în funcție de deformarea diametrală, așa cum reiese din analiza numerică, este aproximativ liniară.

Vom analiza, în continuare, eforturile din roata dințată flexibilă, pentru cazul unei forțe radiale de deformare de 803 N.

Evident că valoarea maximă de 578 Mpa, limitată la o porțiune extrem de mică în jurul punctului de contact, reprezintă un rezultat inacceptabil, datorat pe de o parte situației extrem de nefavorabile a aplicării forței într-un punct, cât și imperfecțiunii modelului acceptat.

De altfel, chiar și valorile mai mici reprezentate cu albastru pe figură sunt inacceptabil de mari.

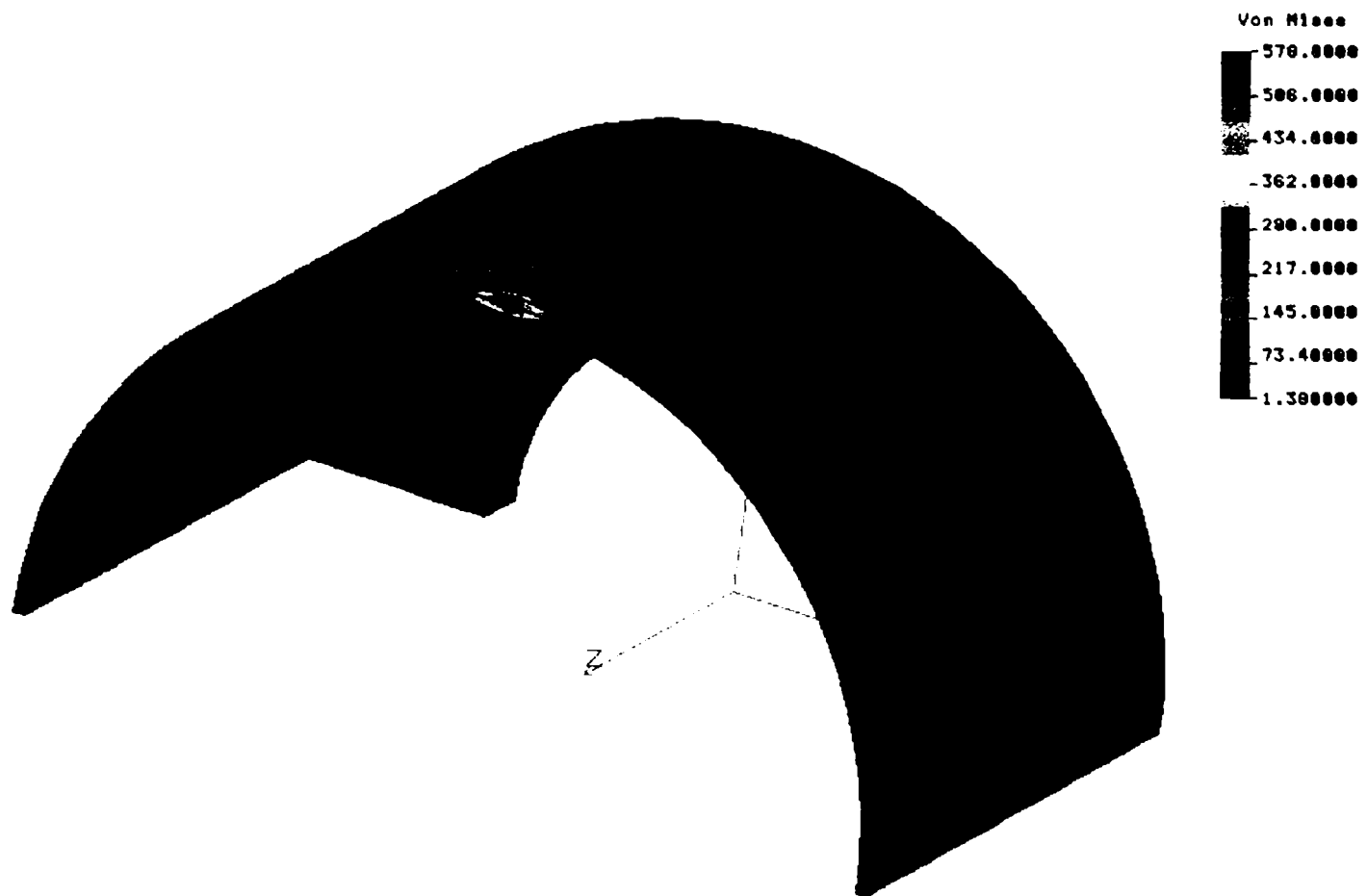


Fig. 3.3.8. Tensiunea echivalentă

Efortul normal pe direcția axei OX, așa cum rezultă din analiza numerică, este foarte mare. Faptul că efortul pe direcția axei OX este comparabil cu cel resultant (chiar mai mare), arată că întradevăr solicitarea la încovoiere este foarte importantă și în acest caz.

Eforturile foarte mari rezultate din analiza numerică (evident nereale), pot fi datorate incompatibilității Analizei Structurale Statice Liniare, oferită de modulul STAR al programului COSMOS 1,75 A cu situația pe care o analizăm (datorită deformațiilor foarte mari ale roții flexibile), sau ipotezei deosebit de severe a aplicării forței radiale de deformare concentrată într-un punct.

Se impune evident cercetarea efectului pe care îl are luarea în considerare a suprafeței reale de contact dintre deformator și roata flexibilă, și a distribuției forței de interacțiune dintre cele două elemente pe această suprafață.

3.4 Analiza statică neliniară aplicată asupra unui model cu forțe distribuite

Studiul se va face prin metoda elementelor finite [117]. Elementele finite utilizate sunt de tip SOLID (elemente spațiale) cu 8 noduri. Se acceptă:

Modulul de elasticitate al materialului: $E = 2.1 \times 10^5$ MPa.

Coefficientul lui Poisson: $\mu = 0.28$

Întrucât problemele de contact nu pot fi studiate prin metodele utilizate anterior, vom apela la modulul NSTAR pentru Analiză Neliniară Statică a aceluiași program COSMOS 1.75 A. Neliniaritățile acceptate de acest modul pot fi:

- neliniarități structurale;
- neliniarități geometrice;
- neliniarități de material;
- neliniarități de contact (de frontieră).

Spre deosebire de modulul STAR, în acest caz se introduce conceptul de "Curbă de timp". mai precis încărcarea se aplică incremental după o anumită lege. Întrucât pentru problema noastră nu este important modul de aplicare a încărcării, s-a ales, pentru simplitate, o curbă de timp liniară.

Punctele de contact se definesc prin contactul dintre un nod al unei suprafețe și un punct oarecare de pe suprafața vecină (în acest caz nu este obligatoriu ca nodurile celor două suprafețe să se suprapună). Programul admite maximum 600 de elemente de contact.

Pentru realizarea unui model viabil, a fost necesar ca, în acest caz, volumul corpului exterior al roții flexibile (partea cilindrică de grosime 2,45 mm) să fie definit prin două părți distincte, un volum de lungime 16 mm (discretizarea s-a făcut pe direcție axială în 8 rânduri de elemente finite), și un volum de lungime 104 mm (discretizarea s-a făcut pe direcție axială în 26 de rânduri de elemente finite).

Cele două părți au fost reunite într-un singur corp, prin utilizarea instrucțiunii MERGE. Această împărțire inițială a fost necesară deoarece programul cere definirea explicită a suprafețelor care vor genera forțele de interacțiune de contact.

Orificiul interior al deformatoarei s-a acceptat ca având un diametru de 10 mm. De-a lungul generatoarei deformatoarei-disc (lățime $b = 10$ mm) s-au definit patru rânduri de elemente finite. Forța, care acționează radial asupra deformatoarei, s-a dispus pe suprafața interioară a orificiului central. Forța a fost repartizată în mod egal pe cinci noduri coliniare.

Cu excepția observațiilor de mai sus, definirea și discretizarea modelului, precum și condițiile de contur au rămas ca în cazul prezentat la subcapitolul 3.3.

Fig. (3.4.1) reprezintă deplasările pentru cazul unui deformatore disc cu diametrul exterior de 186 mm. Forța de 2000 N a fost aleasă pentru a rezulta deplasări diametrice în jur de 2 mm.

Fig.(3.4.2) reprezintă tensiunile rezultate pentru același caz. S-a ales această proiecție în figură pentru a se evidenția faptul, deosebit de interesant, că valori foarte mari ale tensiunii se pot observa în zona fundului roții, și chiar pe flanșă. Pentru evidențierea tensiunilor, în zona de contact, în Fig. (3.4.3) se prezintă ansamblul celor două piese privit de sus (lateral).

Menționăm că aplicarea forței s-a făcut în opt pași, variația încărcării fiind liniară.

Din figura (3.4.3) se observă că, în zona de contact, tensiunea este mai mică decât în zona flanșei. De altfel, prin compararea Fig. (3.4.3) cu Fig. (3.3.8), rezultă clar că tensiunea în roata flexibilă este mult mai mică în cazul luării în considerare a forțelor de contact deformativ – roată flexibilă.

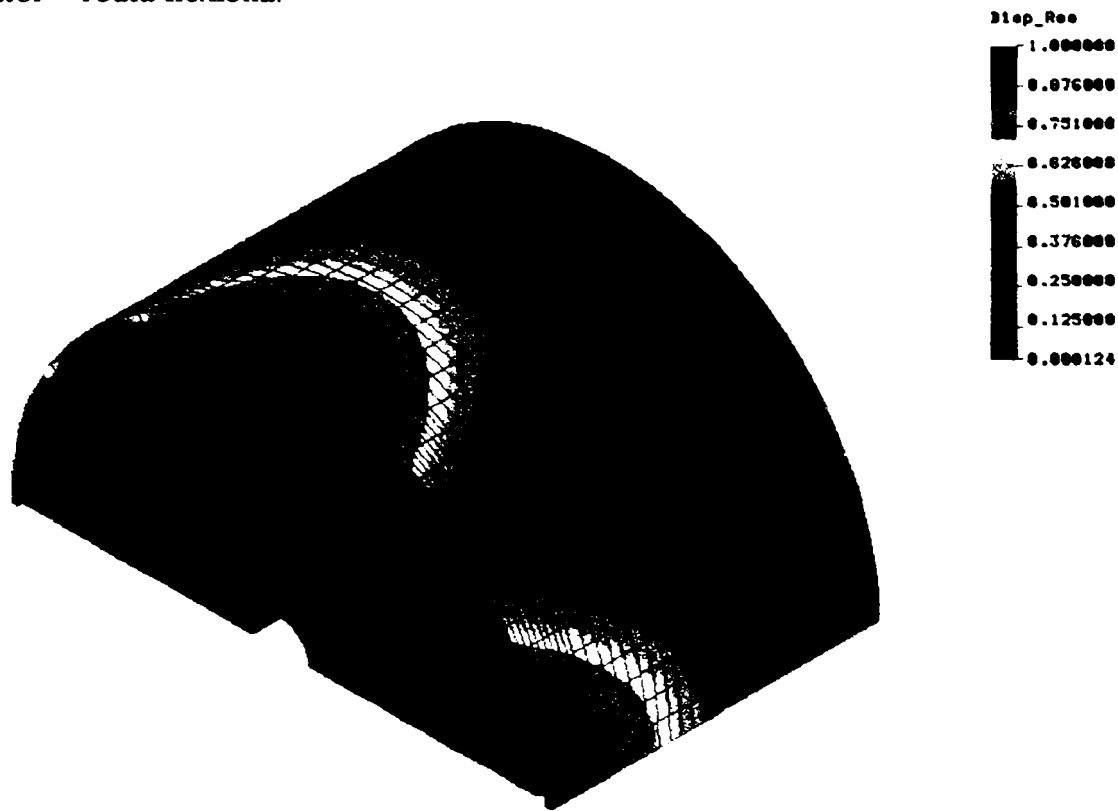


Fig.3.4.1. Deplasările pentru cazul unui deformativ disc cu diametrul exterior de 186 mm.

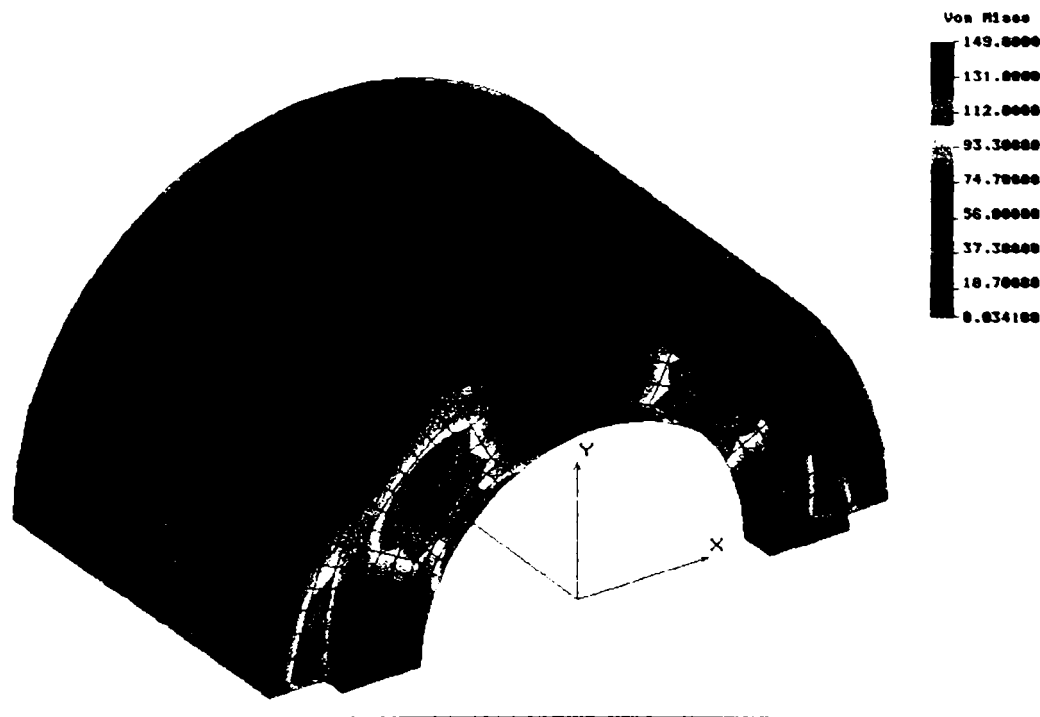


Fig.3.4.2. Tensiunile pentru cazul unui deformativ disc cu diametrul exterior de 186 mm.

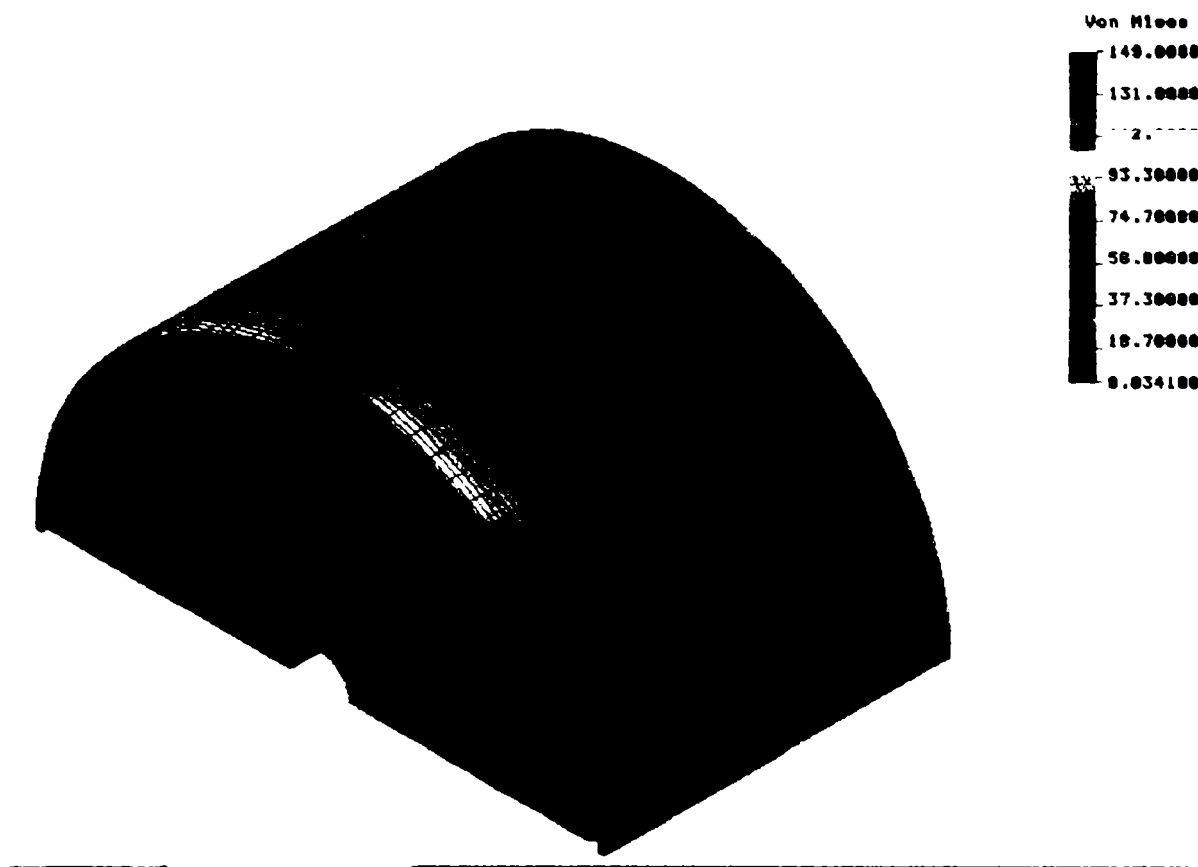


Fig.3.4.3. Tensiunile în zona de contact

Pentru a se evidenția efectul diametrului deformatoarei asupra stării de tensiune și deformație din roata flexibilă, programul de analiză numerică a fost rulat în mod repetat, câteva date rezultate din rularea programului fiind prezentate în tab. (3.4.1).

Determinarea pe cale analitică a distribuției reacțiunii, în zona de contact dintre roata flexibilă deformată și deformatorul-disc, este extrem de dificilă. Întrucât analiza statică neliniară realizează acest lucru, această metodă numerică pare a fi un instrument extrem de eficient în analiza comportării reductorului armonic. Se impune verificarea atentă a rezultatelor obținute prin această metodă.

În vederea comparării datelor rezultate din analiza statică neliniară cu cele obținute prin metode analitice sau experimentale, au fost extrase datele rezultate din rularea acestui program pentru toate cele șapte variante prezentate în tabelul (3.4.1), pentru un număr de 21 de noduri, dispuse așa cum se vede în fig. (2.6.3). Aceste noduri, numerotate de la 3716 la 3736, acoperă un unghi de $\pi / 2$ radiani, suficient dacă ținem seama că, atât deplasările cât și tensiunile, sunt simetrice față de axele OX și OY.

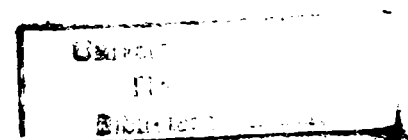
Au fost alese aceste noduri, situate pe suprafața exterioară a roții flexibile la distanță de 4 mm față de muchia roții, pentru a avea acces în zona respectivă pentru determinări experimentale.

Deplasările, tensiunile după axele carteziene, tensiunile principale și tensiunile echivalente după Von Mises pentru cele 21 de noduri, corespunzătoare celor șapte variante, sunt prezentate în tabelele 3.4.2....3.4.22.

Tab. 3.4.1

Variantele pentru care s-a rulat programul de analiză statică neliniară

Varianta	Diametru disc deformatoare [mm]	Forța radială aplicată [N]	Deplasarea Diametrală maximă [mm]	Contrația diametrală maximă [mm]	Tensiune maximă în zona de contact [MPa]	Observații
1	20	803	1.486	0.856	274	Raza orificiului central al discului deformatoare 2 mm Efort foarte mare pe deformatoare (> 500 MPa)
2	60	803	1.476	0.856	242	Raza orificiului central al discului deformatoare 5 mm
3	100	803	1.466	0.856	221	Raza orificiului central al discului deformatoare 8 mm Tensiunea în zona flanșei scade mult.
4	140	803	1.456	0.856	213	Raza orificiului central al discului deformatoare 10 mm. Tensiune mică în zona flanșei.
5	186	803	1.098	0.834	92	Raza orificiului central al discului deformatoare 10 mm. Tensiune foarte mică în zona flanșei.
6	186	1000	1.268	1.028	95,7	Raza orificiului central al discului deformatoare 10 mm. Tensiune mare în zona flanșei.
7	186	2000	1.854	1.886	100	Raza orificiului central al discului deformatoare 10 mm. Tensiune mare în zona flanșei.



Tab. 3.4.2

Deplasări după axele carteziene - varianta 1

Nod	UX[mm]	UY[mm]	UZ[mm]
3716	-0.428	0.000	0.118
3717	-0.427	0.000	0.116
3718	-0.424	0.000	0.113
3719	-0.418	0.000	0.107
3720	-0.409	0.002	0.100
3721	-0.396	0.006	0.090
3722	-0.379	0.013	0.079
3723	-0.358	0.024	0.066
3724	-0.332	0.040	0.052
3725	-0.302	0.063	0.036
3726	-0.267	0.093	0.020
3727	-0.229	0.132	0.003
3728	-0.188	0.181	-0.015
3729	-0.146	0.241	-0.033
3730	-0.105	0.311	-0.050
3731	-0.067	0.391	-0.067
3732	-0.034	0.477	-0.083
3733	-0.009	0.567	-0.097
3734	0.005	0.651	-0.109
3735	0.008	0.717	-0.116
3736	0.000	0.743	-0.118

Tab. 3.4.3

Tensiuni normale și tangențiale după axele carteziene - varianta 1

Nod	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{xz} [MPa]	τ_{yz} [MPa]
3716	0.04	-10.24	-0.42	0.39	0.05	-0.14
3717	-0.02	-10.80	-0.46	0.85	0.07	-0.30
3718	-0.26	-12.37	-0.56	1.97	0.17	-0.64
3719	-0.80	-14.67	-0.73	3.55	0.35	-1.08
3720	-1.80	-17.30	-0.94	5.68	0.65	-1.64
3721	-3.41	-19.85	-1.18	8.32	1.11	-2.31
3722	-5.73	-21.93	-1.42	11.29	1.75	-3.06
3723	-8.76	-23.19	-1.67	14.35	2.60	-3.86
3724	-12.41	-23.43	-1.90	17.15	3.67	-4.67
3725	-16.41	-22.52	-2.14	19.33	4.99	-5.47
3726	-20.37	-20.48	-2.37	20.54	6.57	-6.23
3727	-23.66	-17.42	-2.60	20.43	8.50	-6.95
3728	-25.41	-13.58	-2.83	18.70	10.87	-7.65
3729	-24.47	-9.28	-3.04	15.17	13.81	-8.28
3730	-19.15	-4.93	-3.06	9.78	17.44	-8.82
3731	-7.34	-1.12	-2.91	2.75	21.67	-9.01
3732	14.36	1.79	-1.55	-5.43	26.01	-8.63
3733	49.89	2.96	0.94	-13.44	28.65	-7.49
3734	109.50	2.43	10.27	-19.95	23.01	-3.93
3735	191.90	1.64	27.27	-17.58	8.74	-4.07
3736	236.30	3.05	23.05	0.00	0.00	-5.08

Tab. 3.4.4

Tensiuni principale, tensiuni echivalente – varianta 1

Nod	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	σ_3 [MPa]	σ_{ech} [MPa]
3716	0.06	-0.42	-10.25	10.08
3717	0.05	-0.45	-10.87	10.68
3718	0.06	-0.53	-12.72	12.49
3719	0.06	-0.65	-15.61	15.33
3720	0.07	-0.78	-19.33	18.99
3721	0.08	-0.90	-23.62	23.22
3722	0.10	-0.98	-28.19	27.76
3723	0.12	-1.00	-32.73	32.30
3724	0.14	-0.94	-36.93	36.55
3725	0.17	-0.77	-40.47	40.17
3726	0.22	-0.46	-42.98	42.87
3727	0.48	-0.06	-44.11	44.32
3728	1.56	0.08	-43.46	44.30
3729	3.85	0.08	-40.72	42.81
3730	8.60	0.05	-35.80	40.80
3731	17.99	-0.09	-29.27	41.30
3732	36.24	-0.22	-21.43	50.53
3733	66.79	-0.62	-12.38	73.99
3734	118.20	5.23	-1.18	116.30
3735	194.00	27.17	-0.36	182.20
3736	236.30	24.26	1.83	224.10

Tab. 3.4.5

Deplasări după axele carteziene – varianta 2

Nod	UX[mm]	UY[mm]	UZ[mm]
3716	-0.428	0.000	0.117
3717	-0.427	0.000	0.116
3718	-0.424	0.000	0.113
3719	-0.418	0.000	0.107
3720	-0.408	0.002	0.100
3721	-0.396	0.006	0.090
3722	-0.379	0.013	0.079
3723	-0.357	0.024	0.066
3724	-0.331	0.040	0.052
3725	-0.301	0.063	0.036
3726	-0.266	0.093	0.020
3727	-0.228	0.133	0.003
3728	-0.187	0.182	-0.015
3729	-0.145	0.242	-0.033
3730	-0.104	0.312	-0.050
3731	-0.066	0.391	-0.067
3732	-0.033	0.477	-0.083
3733	-0.009	0.566	-0.097
3734	0.005	0.649	-0.108
3735	0.007	0.713	-0.115
3736	0.000	0.738	-0.118

Tab. 3.4.6

Tensiuni normale și tangențiale după axele carteziene –varianta 2

Nod	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{xz} [MPa]	τ_{yz} [MPa]
3716	0.04	-10.38	-0.43	0.39	0.05	-0.14
3717	-0.02	-10.94	-0.46	0.86	0.07	-0.30
3718	-0.26	-12.49	-0.57	1.99	0.17	-0.66
3719	-0.81	-14.77	-0.74	3.58	0.35	-1.10
3720	-1.81	-17.38	-0.94	5.71	0.66	-1.66
3721	-3.42	-19.90	-1.18	8.34	1.12	-2.32
3722	-5.73	-21.95	-1.42	11.31	1.76	-3.08
3723	-8.76	-23.19	-1.67	14.34	2.62	-3.88
3724	-12.39	-23.40	-1.91	17.13	3.69	-4.69
3725	-16.38	-22.47	-2.14	19.29	5.01	-5.49
3726	-20.29	-20.40	-2.37	20.46	6.60	-6.26
3727	-23.53	-17.32	-2.61	20.31	8.54	-6.99
3728	-25.20	-13.46	-2.83	18.54	10.93	-7.70
3729	-24.12	-9.14	-3.02	14.95	13.89	-8.34
3730	-18.62	-4.79	-3.05	9.49	17.51	-8.85
3731	-6.48	-0.95	-2.77	2.37	21.70	-9.02
3732	15.59	1.91	-1.45	-5.87	25.86	-8.63
3733	52.30	3.13	1.72	-14.11	27.76	-7.17
3734	112.20	2.63	11.31	-20.27	22.03	-4.20
3735	188.10	1.81	24.62	-16.99	9.45	-3.95
3736	226.80	2.36	24.38	0.00	0.00	-4.69

Tab. 3.4.7

Tensiuni principale, tensiuni echivalente - varianta 2

Nod	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	σ_3 [MPa]	σ_{ech} [MPa]
3716	0.06	-0.43	-10.40	10.22
3717	0.05	-0.46	-11.01	10.82
3718	0.06	-0.54	-12.85	12.62
3719	0.06	-0.66	-15.72	15.44
3720	0.07	-0.79	-19.42	19.08
3721	0.08	-0.90	-23.68	23.29
3722	0.10	-0.98	-28.22	27.80
3723	0.12	-1.00	-32.73	32.31
3724	0.14	-0.93	-36.90	36.52
3725	0.17	-0.76	-40.39	40.10
3726	0.23	-0.44	-42.86	42.76
3727	0.51	-0.04	-43.92	44.16
3728	1.63	0.08	-43.20	44.08
3729	4.01	0.08	-40.37	42.56
3730	8.87	0.04	-35.37	40.55
3731	18.55	-0.08	-28.67	41.20
3732	37.05	-0.25	-20.76	50.77
3733	68.39	-0.63	-10.61	74.52
3734	120.40	6.71	-1.01	117.80
3735	190.20	24.44	-0.12	179.30
3736	226.80	25.33	1.40	214.40

Tab. 3.4.8

Deplasări după axele carteziene - varianta 3

Nod	UX[mm]	UY[mm]	UZ[mm]
3716	-0.428	0.000	0.117
3717	-0.427	0.000	0.116
3718	-0.424	0.000	0.113
3719	-0.417	0.000	0.107
3720	-0.408	0.002	0.100
3721	-0.395	0.006	0.090
3722	-0.378	0.013	0.079
3723	-0.357	0.024	0.066
3724	-0.331	0.041	0.052
3725	-0.300	0.063	0.036
3726	-0.265	0.094	0.020
3727	-0.227	0.133	0.002
3728	-0.186	0.183	-0.015
3729	-0.144	0.242	-0.033
3730	-0.103	0.312	-0.050
3731	-0.065	0.391	-0.067
3732	-0.033	0.477	-0.083
3733	-0.009	0.565	-0.097
3734	0.005	0.647	-0.108
3735	0.007	0.709	-0.115
3736	0.000	0.733	-0.117

Tab. 3.4.9

Tensiuni normale și tangențiale după axele carteziene - varianta 3

Nod	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{xz} [MPa]	τ_{yz} [MPa]
3716	0.04	-10.52	-0.44	0.40	0.05	-0.15
3717	-0.02	-11.07	-0.47	0.87	0.08	-0.31
3718	-0.27	-12.62	-0.58	2.01	0.17	-0.67
3719	-0.82	-14.87	-0.74	3.60	0.36	-1.12
3720	-1.82	-17.46	-0.95	5.74	0.66	-1.68
3721	-3.43	-19.95	-1.18	8.36	1.13	-2.34
3722	-5.74	-21.97	-1.43	11.32	1.77	-3.10
3723	-8.76	-23.18	-1.67	14.34	2.63	-3.90
3724	-12.38	-23.37	-1.91	17.11	3.71	-4.71
3725	-16.34	-22.41	-2.14	19.24	5.03	-5.52
3726	-20.22	-20.33	-2.37	20.39	6.63	-6.29
3727	-23.40	-17.23	-2.61	20.20	8.59	-7.04
3728	-24.99	-13.34	-2.83	18.38	10.99	-7.74
3729	-23.78	-9.00	-3.00	14.73	13.97	-8.39
3730	-18.11	-4.65	-3.04	9.21	17.58	-8.89
3731	-5.64	-0.78	-2.63	2.01	21.72	-9.04
3732	16.78	2.02	-1.35	-6.29	25.72	-8.62
3733	54.65	3.29	2.48	-14.76	26.89	-6.84
3734	114.70	2.82	12.31	-20.59	21.07	-4.46
3735	184.30	1.98	22.04	-16.42	10.15	-3.84
3736	217.50	1.67	25.69	0.00	0.00	-4.31

Tab. 3.4.10

Tensiuni principale, tensiuni echivalente - varianta 3

Nod	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	σ_3 [MPa]	σ_{ech} [MPa]
3716	0.06	-0.44	-10.54	10.36
3717	0.05	-0.47	-11.15	10.95
3718	0.06	-0.55	-12.97	12.74
3719	0.06	-0.66	-15.83	15.55
3720	0.07	-0.79	-19.51	19.17
3721	0.08	-0.90	-23.75	23.35
3722	0.10	-0.98	-28.26	27.83
3723	0.12	-0.99	-32.73	32.31
3724	0.14	-0.93	-36.87	36.48
3725	0.17	-0.75	-40.32	40.04
3726	0.23	-0.42	-42.73	42.64
3727	0.54	-0.03	-43.74	44.00
3728	1.71	0.08	-42.95	43.87
3729	4.17	0.08	-40.04	42.31
3730	9.13	0.03	-34.95	40.31
3731	19.12	-0.08	-28.09	41.12
3732	37.86	-0.28	-20.12	51.04
3733	69.99	-0.64	-8.93	75.12
3734	122.60	8.16	-0.90	119.20
3735	186.50	21.78	0.11	176.50
3736	217.50	26.44	0.92	205.00

Tab. 3.4.11

Deplasări după axele carteziene – varianta 4

Nod	UX[mm]	UY[mm]	UZ[mm]
3716	-0.428	0.000	0.117
3717	-0.427	0.000	0.116
3718	-0.423	0.000	0.113
3719	-0.417	0.000	0.107
3720	-0.408	0.002	0.099
3721	-0.395	0.007	0.090
3722	-0.378	0.014	0.079
3723	-0.356	0.025	0.066
3724	-0.330	0.041	0.052
3725	-0.299	0.064	0.036
3726	-0.264	0.094	0.020
3727	-0.226	0.134	0.002
3728	-0.185	0.183	-0.015
3729	-0.143	0.243	-0.033
3730	-0.102	0.313	-0.050
3731	-0.064	0.392	-0.067
3732	-0.032	0.477	-0.083
3733	-0.008	0.565	-0.097
3734	0.005	0.645	-0.108
3735	0.007	0.705	-0.115
3736	0.000	0.728	-0.117

Tab. 3.4.12

Tensiuni normale și tangențiale după axele carteziene - varianta 4

Nod	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{xz} [MPa]	τ_{yz} [MPa]
3716	0.04	-10.66	-0.45	0.41	0.05	-0.15
3717	-0.02	-11.21	-0.48	0.88	0.08	-0.32
3718	-0.27	-12.74	-0.58	2.03	0.17	-0.68
3719	-0.82	-14.97	-0.75	3.63	0.36	-1.13
3720	-1.83	-17.53	-0.95	5.76	0.67	-1.69
3721	-3.44	-20.00	-1.18	8.38	1.13	-2.36
3722	-5.75	-21.99	-1.43	11.33	1.78	-3.11
3723	-8.76	-23.18	-1.67	14.34	2.64	-3.92
3724	-12.36	-23.34	-1.91	17.08	3.72	-4.74
3725	-16.30	-22.36	-2.14	19.20	5.05	-5.54
3726	-20.14	-20.25	-2.38	20.31	6.66	-6.32
3727	-23.27	-17.13	-2.61	20.08	8.63	-7.07
3728	-24.78	-13.23	-2.84	18.22	11.05	-7.79
3729	-23.43	-8.87	-2.98	14.51	14.04	-8.44
3730	-17.59	-4.52	-3.03	8.93	17.65	-8.92
3731	-4.80	-0.61	-2.49	1.64	21.74	-9.06
3732	17.98	2.14	-1.26	-6.72	25.57	-8.62
3733	57.01	3.45	3.24	-15.42	26.01	-6.52
3734	117.30	3.02	13.31	-20.90	20.12	-4.73
3735	180.60	2.15	19.45	-15.85	10.85	-3.73
3736	208.30	0.98	27.00	0.00	0.00	-3.94

Tab. 3.4.13

Tensiuni principale, tensiuni echivalente – varianta 4

Nod	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	σ_3 [MPa]	σ_{ech} [MPa]
3716	0.06	-0.45	-10.68	10.50
3717	0.05	-0.47	-11.29	11.09
3718	0.06	-0.55	-13.10	12.87
3719	0.06	-0.66	-15.94	15.66
3720	0.07	-0.79	-19.60	19.25
3721	0.08	-0.90	-23.81	23.42
3722	0.10	-0.97	-28.29	27.87
3723	0.12	-0.99	-32.73	32.31
3724	0.14	-0.92	-36.83	36.45
3725	0.17	-0.73	-40.24	39.96
3726	0.23	-0.40	-42.61	42.53
3727	0.57	-0.02	-43.55	43.83
3728	1.78	0.08	-42.70	43.65
3729	4.34	0.08	-39.70	42.07
3730	9.39	0.02	-34.54	40.07
3731	19.68	-0.07	-27.52	41.06
3732	38.68	-0.31	-19.50	51.34
3733	71.64	-0.65	-7.30	75.83
3734	124.80	9.62	-0.81	120.80
3735	182.70	19.11	0.34	173.80
3736	208.30	27.59	0.40	195.70

Tab. 3.4.14

Deplasări după axele carteziene – varianta 5

Nod	UX[mm]	UY[mm]	UZ[mm]
3716	-0.417	0.000	0.108
3717	-0.415	-0.001	0.107
3718	-0.410	-0.001	0.104
3719	-0.400	0.001	0.098
3720	-0.386	0.004	0.091
3721	-0.368	0.010	0.082
3722	-0.345	0.019	0.071
3723	-0.319	0.033	0.059
3724	-0.288	0.053	0.045
3725	-0.253	0.079	0.030
3726	-0.215	0.113	0.015
3727	-0.175	0.155	-0.001
3728	-0.134	0.204	-0.018
3729	-0.095	0.262	-0.034
3730	-0.059	0.324	-0.049
3731	-0.031	0.388	-0.063
3732	-0.011	0.447	-0.076
3733	-0.001	0.495	-0.086
3734	0.003	0.527	-0.093
3735	0.002	0.544	-0.098
3736	0.000	0.549	-0.099

Tab. 3.4.15

Tensiuni normale și tangențiale după axele carteziene – varianta 5

Nod	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{xz} [MPa]	τ_{yz} [MPa]
3716	0.043	-17.090	-0.798	0.675	0.085	-0.294
3717	-0.057	-17.410	-0.818	1.396	0.136	-0.590
3718	-0.411	-18.290	-0.888	2.954	0.292	-1.193
3719	-1.100	-19.520	-1.004	4.776	0.562	-1.829
3720	-2.202	-20.840	-1.157	6.893	0.967	-2.514
3721	-3.796	-21.920	-1.340	9.230	1.533	-3.261
3722	-5.900	-22.480	-1.546	11.620	2.292	-4.076
3723	-8.432	-22.240	-1.769	13.800	3.289	-4.962
3724	-11.170	-21.030	-1.999	15.430	4.575	-5.917
3725	-13.710	-18.730	-2.218	16.120	6.209	-6.929
3726	-15.400	-15.360	-2.384	15.460	8.245	-7.963
3727	-15.230	-11.040	-2.417	13.010	10.690	-8.919
3728	-11.750	-6.011	-2.109	8.394	13.380	-9.637
3729	-2.760	-0.628	-1.047	1.216	15.680	-9.665
3730	15.160	4.646	2.039	-8.695	16.170	-8.521
3731	42.620	8.288	6.312	-18.880	14.390	-7.007
3732	70.270	8.425	9.058	-23.780	11.750	-5.430
3733	84.550	5.332	11.310	-20.730	8.373	-3.782
3734	80.920	2.157	8.048	-12.700	5.080	-2.081
3735	67.210	0.047	5.435	-5.020	2.555	-0.934
3736	59.530	-0.502	3.500	0.001	0.004	-0.233

Tab. 3.4.16

Tensiuni principale, tensiuni echivalente – varianta 5

Nod	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	σ_3 [MPa]	σ_{ech} [MPa]
3716	0.076	-0.799	-17.130	16.780
3717	0.064	-0.806	-17.550	17.190
3718	0.075	-0.815	-18.850	18.490
3719	0.079	-0.835	-20.870	20.510
3720	0.089	-0.850	-23.440	23.070
3721	0.101	-0.845	-26.320	25.960
3722	0.116	-0.791	-29.250	28.920
3723	0.138	-0.644	-31.940	31.690
3724	0.184	-0.345	-34.040	33.960
3725	0.506	-0.007	-35.170	35.420
3726	1.679	0.057	-34.880	35.770
3727	3.982	0.039	-32.710	34.890
3728	8.320	-0.010	-28.180	33.130
3729	16.310	-0.129	-20.610	32.030
3730	31.420	-0.240	-9.345	37.070
3731	56.110	1.393	-0.278	55.570
3732	80.670	7.014	0.068	77.370
3733	90.680	10.550	-0.034	85.910
3734	83.290	7.876	-0.046	79.680
3735	67.690	5.421	-0.422	65.390
3736	59.530	3.513	-0.516	58.140

Tab. 3.4.17

Deplasări după axele carteziene - varianta 6

Nod	UX[mm]	UY[mm]	UZ[mm]
3716	-0.514	0.000	0.131
3717	-0.511	-0.001	0.129
3718	-0.503	-0.001	0.125
3719	-0.489	0.001	0.119
3720	-0.470	0.006	0.110
3721	-0.446	0.014	0.098
3722	-0.416	0.026	0.085
3723	-0.380	0.045	0.070
3724	-0.340	0.071	0.053
3725	-0.295	0.105	0.035
3726	-0.247	0.148	0.017
3727	-0.197	0.200	-0.003
3728	-0.147	0.261	-0.023
3729	-0.101	0.330	-0.042
3730	-0.060	0.403	-0.060
3731	-0.030	0.473	-0.077
3732	-0.010	0.533	-0.091
3733	0.000	0.580	-0.102
3734	0.003	0.612	-0.111
3735	0.002	0.629	-0.116
3736	0.000	0.634	-0.118

Tab. 3.4.18

Tensiuni normale și tangențiale după axele carteziene – varianta 6

Nod	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{xz} [MPa]	τ_{yz} [MPa]
3716	0.05	-23.82	-1.13	0.95	0.12	-0.42
3717	-0.08	-24.13	-1.15	1.94	0.19	-0.83
3718	-0.57	-24.96	-1.23	4.04	0.41	-1.68
3719	-1.48	-26.08	-1.36	6.39	0.78	-2.55
3720	-2.88	-27.20	-1.54	9.01	1.33	-3.47
3721	-4.85	-27.96	-1.75	11.78	2.08	-4.46
3722	-7.36	-28.00	-1.99	14.49	3.10	-5.54
3723	-10.27	-27.04	-2.26	16.79	4.43	-6.72
3724	-13.23	-24.85	-2.52	18.25	6.15	-7.99
3725	-15.65	-21.31	-2.74	18.36	8.32	-9.34
3726	-16.57	-16.43	-2.85	16.57	10.98	-10.66
3727	-14.53	-10.36	-2.60	12.28	14.00	-11.77
3728	-7.33	-3.39	-1.66	4.89	16.83	-12.23
3729	8.61	4.10	1.32	-6.23	18.02	-11.23
3730	35.25	10.36	6.11	-19.22	16.78	-9.60
3731	64.07	12.27	8.50	-27.52	14.98	-7.99
3732	81.96	9.24	11.63	-27.33	11.88	-5.60
3733	87.14	5.21	11.03	-21.29	6.83	-3.13
3734	82.00	2.20	7.44	-12.93	3.48	-1.92
3735	69.05	0.13	5.49	-5.19	2.07	-0.98
3736	61.40	-0.51	3.86	0.00	0.00	-0.29

Tab. 3.4.19

Tensiuni principale, tensiuni echivalente – varianta 6

Nod	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	σ_3 [MPa]	σ_{ech} [MPa]
3716	0.10	-1.13	-23.87	23.38
3717	0.08	-1.13	-24.32	23.82
3718	0.10	-1.12	-25.73	25.24
3719	0.10	-1.11	-27.91	27.43
3720	0.12	-1.09	-30.65	30.18
3721	0.13	-1.02	-33.66	33.23
3722	0.15	-0.88	-36.63	36.28
3723	0.19	-0.58	-39.18	38.98
3724	0.35	-0.12	-40.84	40.97
3725	1.37	0.06	-41.13	41.86
3726	3.56	0.05	-39.46	41.38
3727	7.67	0.01	-35.17	39.57
3728	15.14	-0.10	-27.43	37.36
3729	29.15	-0.24	-14.90	38.85
3730	53.57	-0.01	-1.84	54.52
3731	79.97	4.90	-0.03	77.65
3732	93.17	9.78	-0.13	88.77
3733	93.01	10.55	-0.18	88.31
3734	84.22	7.51	-0.09	80.78
3735	69.51	5.54	-0.38	67.13
3736	61.40	3.88	-0.53	59.85

Tab. 3.4.20

Deplasări după axele carteziene – varianta 7

Nod	UX[mm]	UY[mm]	UZ[mm]
3716	-0.943	0.000	0.222
3717	-0.935	-0.002	0.220
3718	-0.911	-0.002	0.212
3719	-0.873	0.003	0.200
3720	-0.821	0.016	0.183
3721	-0.756	0.038	0.162
3722	-0.680	0.071	0.138
3723	-0.594	0.117	0.111
3724	-0.502	0.177	0.081
3725	-0.407	0.251	0.049
3726	-0.313	0.338	0.017
3727	-0.228	0.432	-0.015
3728	-0.156	0.527	-0.046
3729	-0.099	0.617	-0.076
3730	-0.057	0.697	-0.103
3731	-0.027	0.768	-0.127
3732	-0.009	0.827	-0.147
3733	0.001	0.874	-0.164
3734	0.004	0.905	-0.176
3735	0.002	0.922	-0.183
3736	0.000	0.927	-0.186

Tab. 3.4.21

Tensiuni normale și tensiuni tangențiale după axele carteziene – varianta 7

Nod	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{xz} [MPa]	τ_{yz} [MPa]
3716	0.13	-68.05	-3.41	2.75	0.37	-1.26
3717	-0.27	-67.82	-3.43	5.49	0.58	-2.51
3718	-1.56	-67.02	-3.55	10.92	1.20	-5.03
3719	-3.75	-65.35	-3.75	16.11	2.28	-7.62
3720	-6.69	-62.41	-4.02	20.79	3.87	-10.35
3721	-10.13	-57.67	-4.31	24.45	6.05	-13.27
3722	-13.51	-50.65	-4.56	26.37	8.93	-16.36
3723	-15.82	-40.80	-4.53	25.55	12.52	-19.46
3724	-15.42	-27.82	-4.03	20.74	16.59	-22.19
3725	-9.34	-10.99	-1.77	10.00	20.14	-23.13
3726	6.82	9.04	3.74	-8.13	21.33	-21.87
3727	32.42	25.69	7.78	-28.49	21.20	-20.07
3728	56.13	30.92	11.36	-41.21	20.96	-17.81
3729	69.57	26.72	12.50	-43.10	19.02	-13.76
3730	76.57	20.32	11.04	-39.66	15.27	-9.54
3731	83.07	14.72	10.37	-35.18	11.65	-6.57
3732	90.18	9.92	10.89	-30.11	8.22	-4.36
3733	95.78	5.86	11.62	-23.58	4.82	-3.01
3734	93.16	2.64	9.75	-14.80	3.18	-2.42
3735	79.93	0.32	7.38	-6.03	2.53	-1.43
3736	71.29	-0.56	6.88	0.00	0.00	-0.65

Tab. 3.4.22

Tensiuni principale, tensiuni echivalente – varianta 7

Nod	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	σ_3 [MPa]	σ_{ech} [MPa]
3716	0.27	-3.41	-68.19	66.69
3717	0.22	-3.37	-68.37	66.86
3718	0.26	-3.19	-69.19	67.80
3719	0.26	-2.86	-70.26	69.01
3720	0.28	-2.27	-71.13	70.16
3721	0.31	-1.24	-71.18	70.73
3722	0.95	-0.01	-69.66	70.14
3723	4.27	0.10	-65.53	67.81
3724	10.30	0.02	-57.59	63.39
3725	21.06	-0.15	-43.00	56.52
3726	41.09	-0.22	-21.27	54.95
3727	71.17	0.48	-5.76	74.01
3728	95.57	3.45	-0.59	94.21
3729	102.40	6.79	-0.38	99.37
3730	100.70	7.71	-0.43	97.28
3731	99.92	8.65	-0.41	96.12
3732	101.20	10.19	-0.35	96.67
3733	101.90	11.57	-0.22	96.78
3734	95.66	9.97	-0.09	91.14
3735	80.48	7.49	-0.33	77.20
3736	71.29	6.93	-0.62	68.45

Angrenajul armonic de referință de la care s-a pornit pentru realizarea modelelor supuse cercetărilor teoretice și experimentale este prezentat în § 2.1.

Un prim model simplificat sub forma unui tub fără fund și supus unei forțe radiale de deformare concentrată a fost supus analizei numerice cu elemente finite, analiză statică liniară (§ 3.2.) Rezultatele obținute, comparate cu cele oferite de metoda analitică aplicată aceluiași model, coincid destul de bine în ceea ce privește deplasarea diametrală; în ceea ce privește tensiunea maximă analiza numerică oferă o valoare mai mare. Proportionalitatea dintre forța de deformare elastică și deplasarea diametrală este confirmată și de rezultatele analizei numerice. Concluzionăm că modelul de la care s-a pornit este prea depărtat de situația reală; el se deformează mai ușor și rezultă tensiuni mai mari decât în cazul roții flexibile reale.

Un model ceva mai apropiat de realitate a fost conceput sub forma unei roți cu fund, de dimensiuni foarte apropiate de angrenajul de referință acceptat, forța de deformare elastică fiind aplicată concentrat la capătul liber al roții. Acest model a fost supus analizei numerice cu elemente finite (analiză statică liniară). O primă concluzie a fost păstrarea proporționalității

dintre forța de deformare elastică și deplasarea diametrală. Unei deplasări diametrale de cca. 2 mm (1,952) îi corespunde o forță radială de deformare de 803 N și o tensiune maximă de 578 MPa. Tragem concluzia că și în cazul acestui model deformarea se face prea ușor (cu forță prea mică) iar tensiunile rezultate sunt foarte mari. Evident față de primul model, prezența fundului a mărit rigiditatea fiind necesară o forță dublă, iar tensiunea maximă a crescut de peste trei ori. Ipoteza forței concentrate într-un punct este deosebit de severă și conduce la concentrarea puternică a tensiunilor în jurul aceluși punct. În plus există rezerve mari în ceea ce privește metoda de analiză numerică utilizată (compatibilitatea cu modelul supus analizei).

Ultimul model acceptat ține cont de contactul real dintre discul deformat și suprafața interioară a roții flexibile. Acest model a fost studiat anterior prin utilizarea unor programe a căror algoritmi pornesc de la o metodă analitică expusă în literatura de specialitate [94]. Același model a fost supus și unei analize numerice cu element finit (Analiza statică neliniară, programul COSMOS 1,75 A, modulul NSTAR, elemente finite spațiale de tip SOLID cu opt noduri fiecare). Având în vedere faptul că rularea programului este laborioasă ne-am limitat la șapte variante, corespunzătoare celor cinci diametre ale discului deformat enumerate mai sus, pentru diametrul de 186 mm fiind luate în considerare trei valori ale forței radiale de deformare elastică: 803, 1000 respectiv 2000 N. Pentru a aprecia corectitudinea datelor oferite de analiza statică neliniară pe ultimul model adoptat, s-au organizat încercări experimentale care au vizat măsurarea deplasărilor și a tensiunilor (prin tensometrie electrică rezistivă) în trei puncte semnificative și compararea acestora cu datele oferite de programul COSMOS.

CAPITOLUL IV. CERCETĂRI EXPERIMENTALE ASUPRA STĂRII DE TENSIUNE ȘI DEFORMAȚIE ELASTICĂ A ROȚII FLEXIBILE. ANALIZA REZULTATELOR OBȚINUTE

4.1 Considerații generale legate de organizarea încercărilor experimentale

Ca urmare a analizei comparative a valorilor obținute prin diverse metode analitice și numerice, se remarcă faptul că analiza statică neliniară, prezentată în § 3.4, oferă rezultatele cele mai încurajatoare.

Metoda elementului finit, utilizată în cadrul analizelor numerice efectuate, se bazează pe teoria elasticității care, după cum se știe, acceptă modelul solidului deformabil. Una dintre ipotezele simplificatoare este aceea că deplasările punctelor aparținătoare solidului sunt mici în raport cu dimensiunile nominale ale acestuia. În cazul roții flexibile a angrenajului armonic, deplasările sunt comparabile cu grosimea acesteia. Având în vedere acest fapt, se impune verificarea atentă a rezultatelor oferite de către analiza numerică.

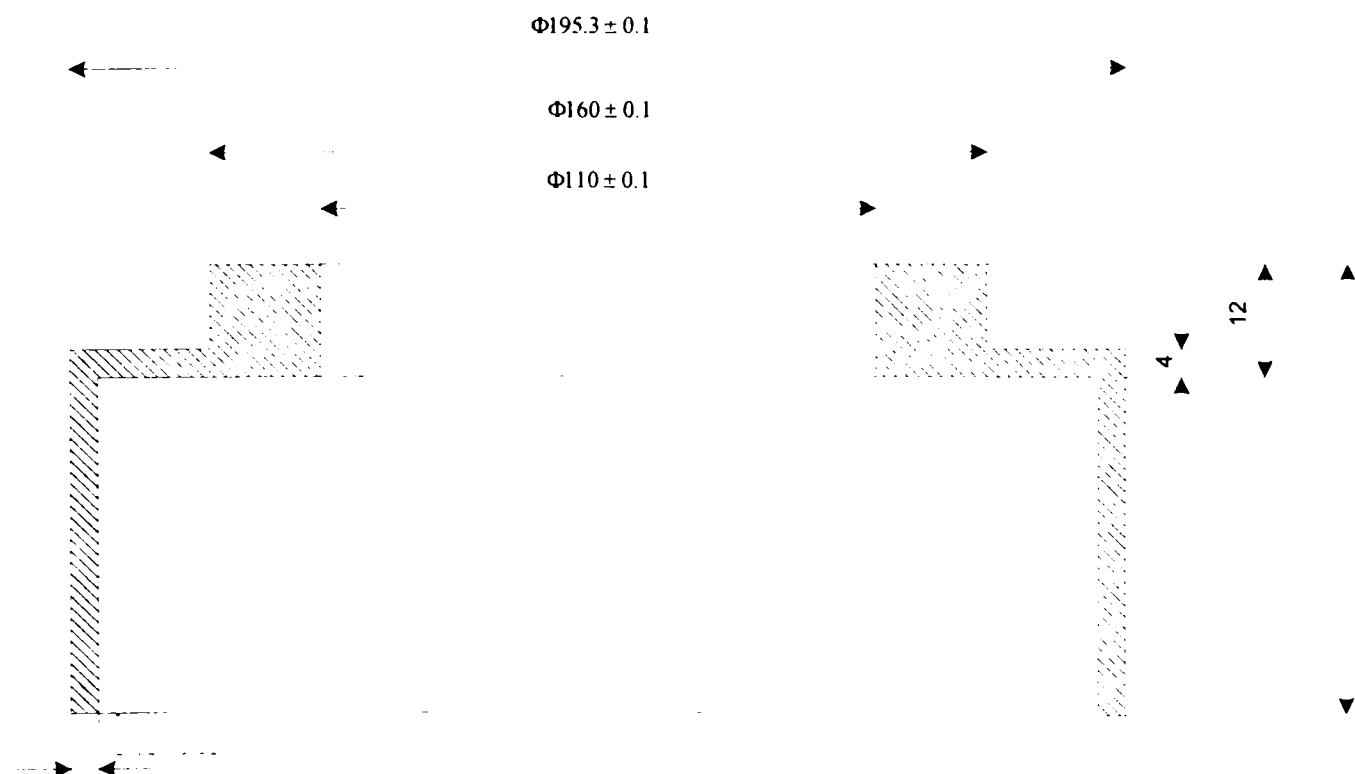


Fig. 4.1.1. Modelul pentru roata flexibilă

Încercările experimentale prezentate în continuare au drept scop verificarea rezultatelor oferite de analiza statică neliniară (§ 3.4). Modelul supus analizei numerice a fost definit în § 3.3. Modelul utilizat în încercările experimentale reprezintă o copie fidelă a acestuia (vezi fig. 4.1.1).

În vederea organizării experimentului, conform variantelor cuprinse în Tab. (3.4.1), se utilizează cinci modele de deformatoare și anume: disc cu diametre de 20, 60, 100, 140, respectiv 186 mm. Atât în cazul real al reductorului armonic, cât și în cazul modelului supus analizei numerice, centrul roții flexibile este un punct virtual fix, iar cele două discuri deformatoare se depărtează radial, pe direcții diametral opuse, față de acest punct fix (vezi fig. 4.1.2).

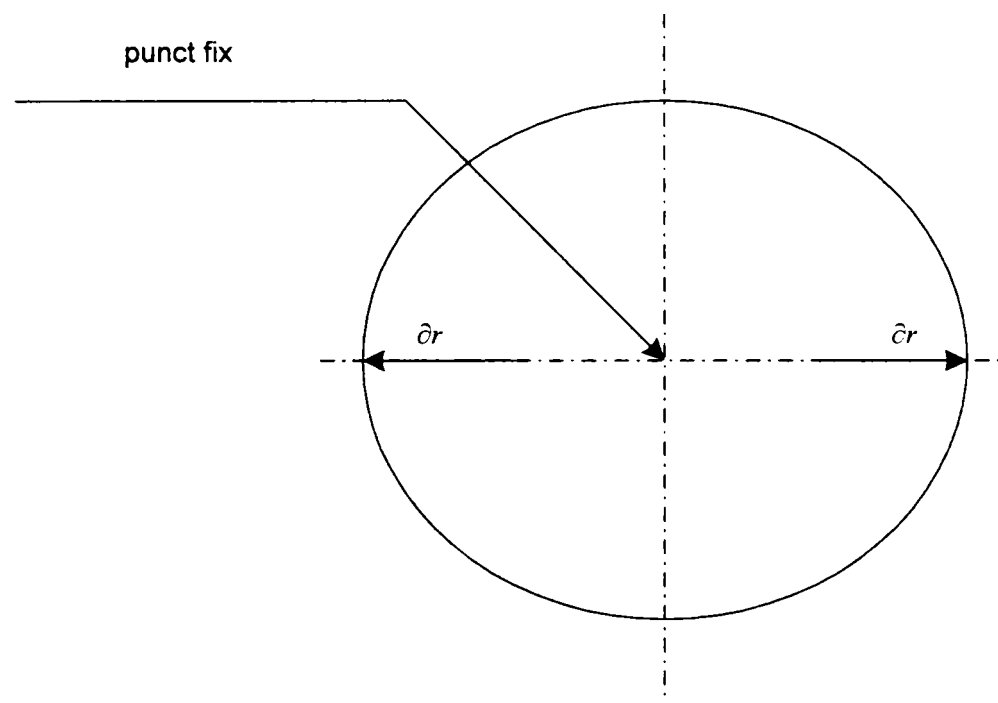


Fig. 4.1.2. Deplasări în cazul analizei numerice

În cazul modelului supus încercărilor experimentale, din motive practice, unul din discuri este fix, iar celălalt se deplasează, evident cu dublul deplasării radiale a discului real (vezi fig. 4.1.3).

Punctele pentru care s-au determinat deplasări și tensiuni în cadrul analizei numerice sunt nodurile rețelei de elemente finite. Aceste puncte, situate pe suprafața exterioară a roții, la o distanță de 4 mm de extremitatea acesteia, sunt definite pe roata flexibilă nedeformată prin coordonatele carteziene sau prin unghiul de poziție (fig. 2.6.3., fig. 2.6.4, tab. 2.6.5).

În cazul aplicării unor timbre tensometrice, la deformarea roții acestea se deplasează împreună cu punctul respectiv. Un comparator cu cadran, amplasat inițial pe direcție radială pentru măsurarea deplasării unui punct, din cauza deformării roții va măsura deplasarea unui punct aflat în vecinătate. În această situație sunt, evident, necesare unele corecții.

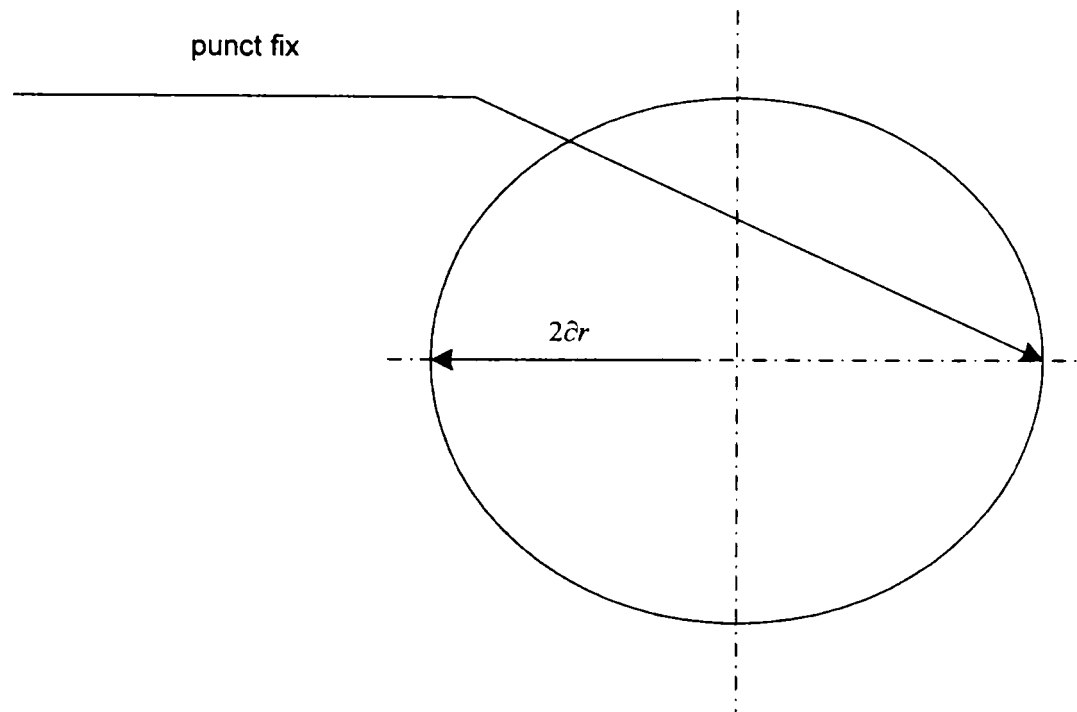


Fig. 4.1.3. Deplasări în cazul încercărilor experimentale.

Având în vedere fig. (2.6.3), fig. (2.6.4), tab. (2.6.5) și luând în considerare simetria, se aleg pentru încercările experimentale următoarele trei puncte (vezi tab. 4.1.1):

Tab. 4.1.1.

Punctele alese pentru efectuarea încercărilor experimentale

Nod rețea	Coordonate inițiale [mm]			Unghi de poziție
	X	Y	Z	φ [rad]
3736	0,000	97,650	112	0
3726	69,049	69,049	112	$\Pi / 4$
3716	97,650	0,000	112	$\Pi / 2$

În vedere de sus, nodurile asupra cărora se efectuează încercările experimentale sunt poziționate astfel (vezi fig. 4.1.4):

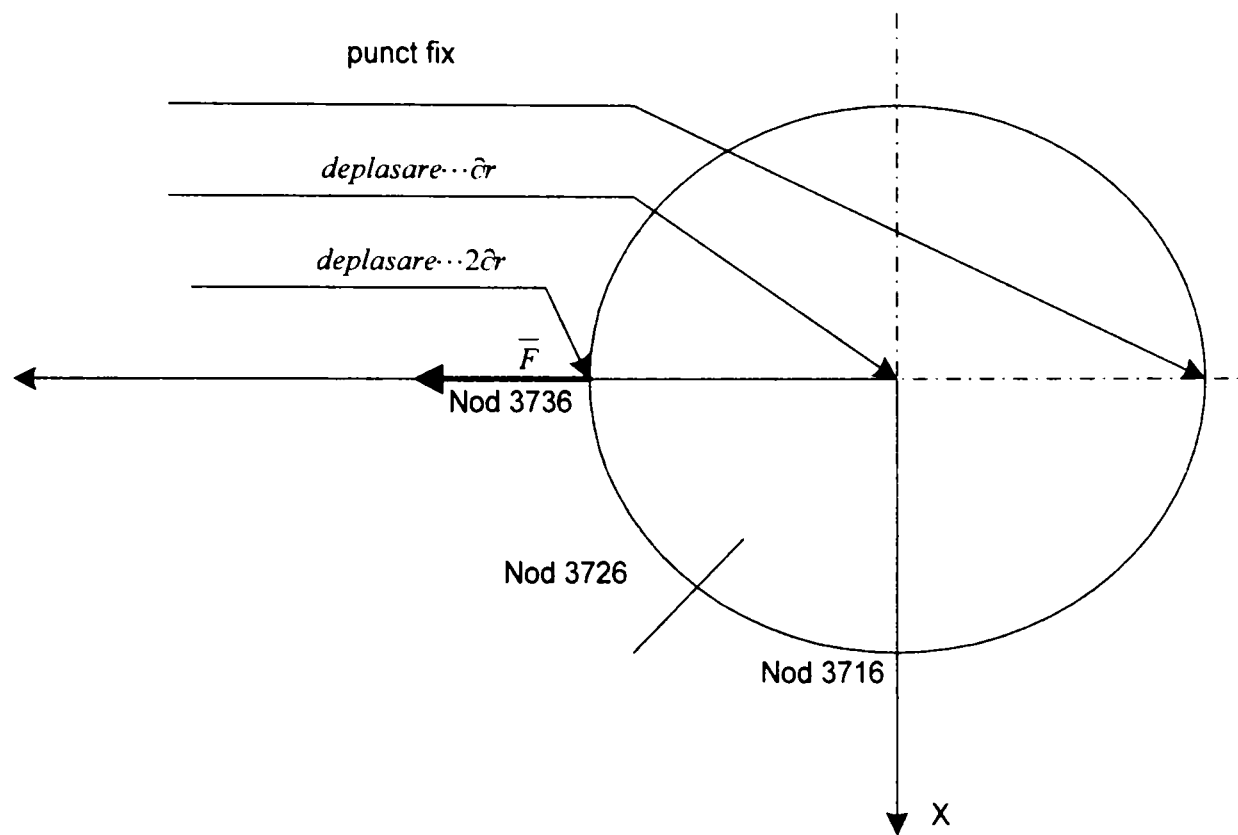


Fig. 4.1.4. Nodurile asupra cărora se efectuează încercări experimentale

Un comparator cu cadran situat într-o poziție intermediară, cum ar fi direcția înclinată la 45^0 , care înainte de deformare intersectează nodul 3726, va măsura o valoare a deplasării a cărei interpretare se face detaliat în § 4.7.

4.2 Aspecte legate de concepția și construcția instalației experimentale

Instalația experimentală a fost concepută astfel încât să reproducă cât mai fidel modelul supus analizei statice neliniare (prezentat în § 3.4), modul de aplicare a forțelor de deformare elastică, condițiile de contur (prezentate în § 3.3), variantele de solicitare prezentate în tab. (3.4.1).

Instalația experimentală utilizată este alcătuită dintr-un batiu rigid, pe care s-au montat o placă fixă și o placă mobilă, prevăzute cu găuri filetate pentru fixarea cu precizie a discurilor deformatoare de diferite diametre. Batiul este confecționat din fontă turnată. Forma și principalele dimensiuni ale acestuia sunt prezentate în fig. (4.2.1).

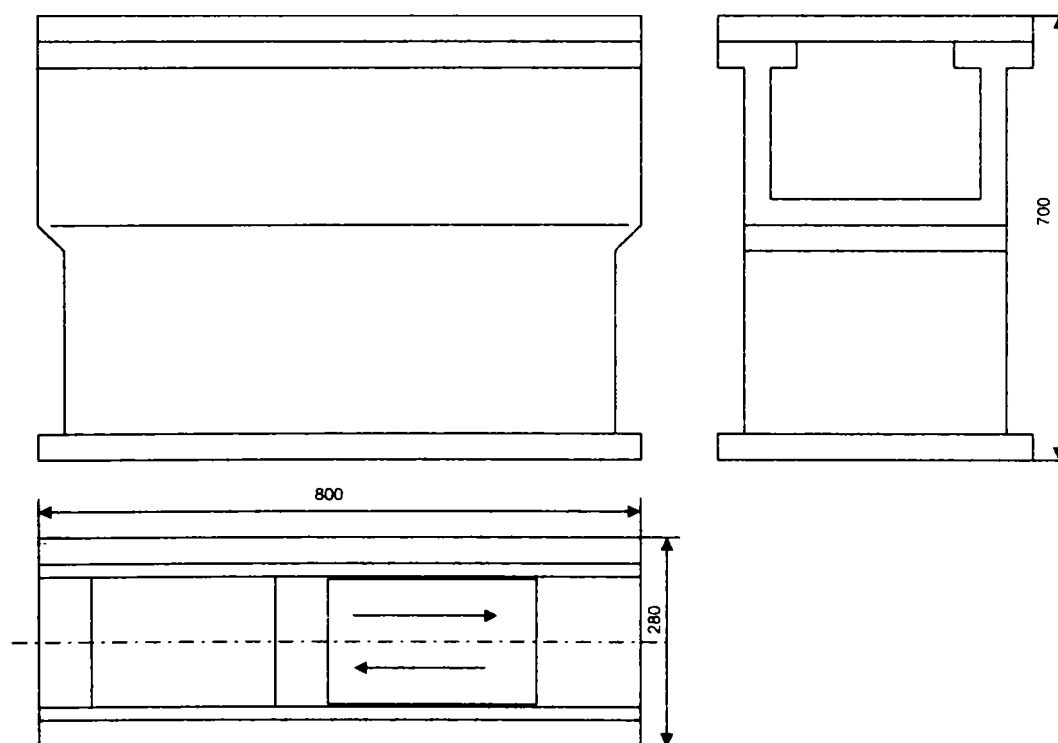


Fig. 4.2.1. Forma și principalele dimensiuni ale batiului

Placa mobilă se poate deplasa pe direcția semiaxe mari prin intermediul unei cuple de translație prevăzute cu corpuri de rostogolire (bile de rulment de diametru 2 mm).

Corpurile de rostogolire s-au montat în lăcașe speciale, prelucrate cu grijă, pentru a reduce la minimum forțele de frecare din cuplă (fig. 4.2.2).

Capitolul IV. Cercetări experimentale asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile. Analiza rezultatelor obținute.

Pentru aplicarea forței de deformare diametrale, instalația a fost echipată cu un dispozitiv cu roata de acționare de mână, un angrenaj cu roți dințate conice și un mecanism șurub – piuliță cu filet pătrat. Măsurarea forței de tracțiune s-a făcut cu un dinamometru tip potcoavă (U) cu constanta $k = 10700 \text{ N/mm}$.

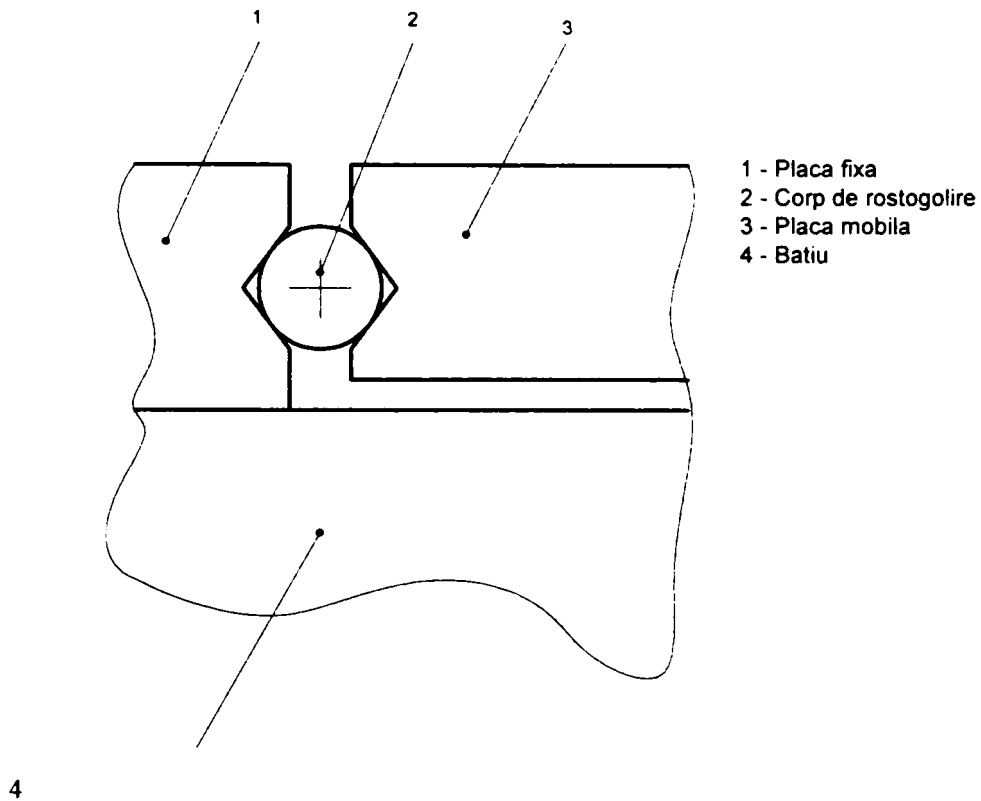
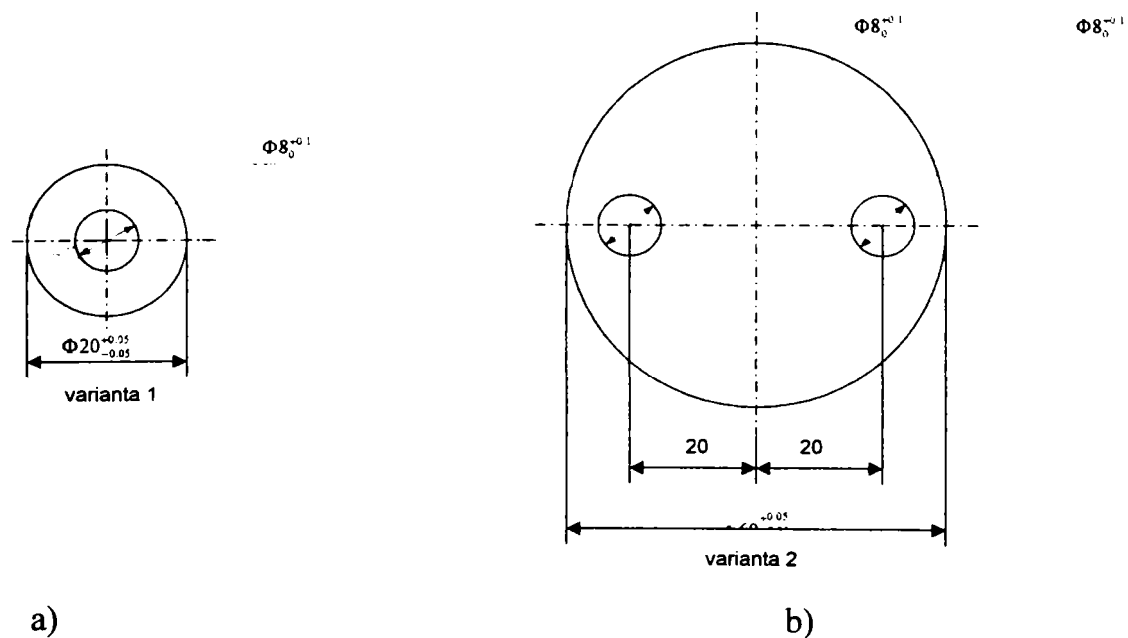


Fig. 4.2.2. Cupla de translație cu corpuri de rostogolire



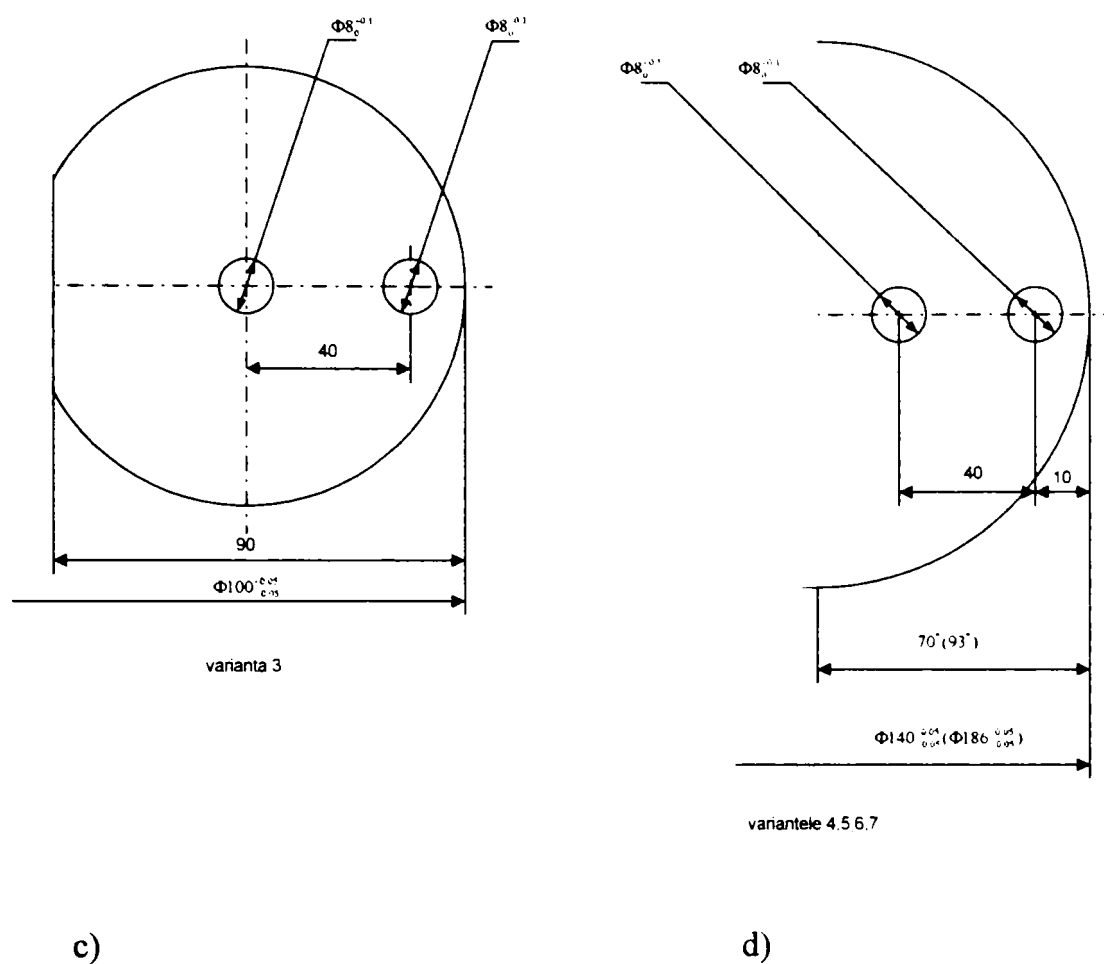


Fig. 4.2.3. Discurile folosite pentru deformarea elastică

Modelul de roată flexibilă supusă încercărilor este prezentat în fig. (4.1.1). Dispozitivul de aplicare a forței de deformare elastică este prezentat în fig. (4.3.1). Cele cinci discuri necesare deformării elastice sunt prezentate în fig. (4.2.3., a, b, c, d). Discurile au fost executate în toate cazurile de grosime 10 mm. În cazul fig. (4.2.3. d), în paranteză sunt trecute cotele pentru discul de diametru 186 mm, corespunzător variantelor 5, 6 și 7.

Cotele marcate cu asterix sunt în realitate mai mici decât jumătatea diametrului, întrucât s-au obținut câte două semidiscuri prin debitarea câte unui disc întreg pe mașina de frezat. Găurile cu diametru nominal de 8 mm sunt găuri străpunse pentru fixarea discurilor pe placa fixă și pe placa mobilă. Discurile sunt amplasate în același plan (fără decalare pe direcție axială ca în cazul reductorului real) pentru a păstra similitudinea cu modelul corespunzător analizei numerice. În acest scop, discurile cu diametre de 100, 140 și 186 mm au fost decupate pentru a putea fi montate în interiorul roții flexibile. Alte aspecte în legătură cu dotarea standului de probe cu aparatura necesară pentru măsurarea deplasărilor și a tensiunilor sunt prezentate în § 4.3 și § 4.4.

4.3 Încercări experimentale privind determinarea deplasărilor

Pentru determinarea experimentală a deplasărilor s-a utilizat următorul aranjament (fig. 4.3.1.)

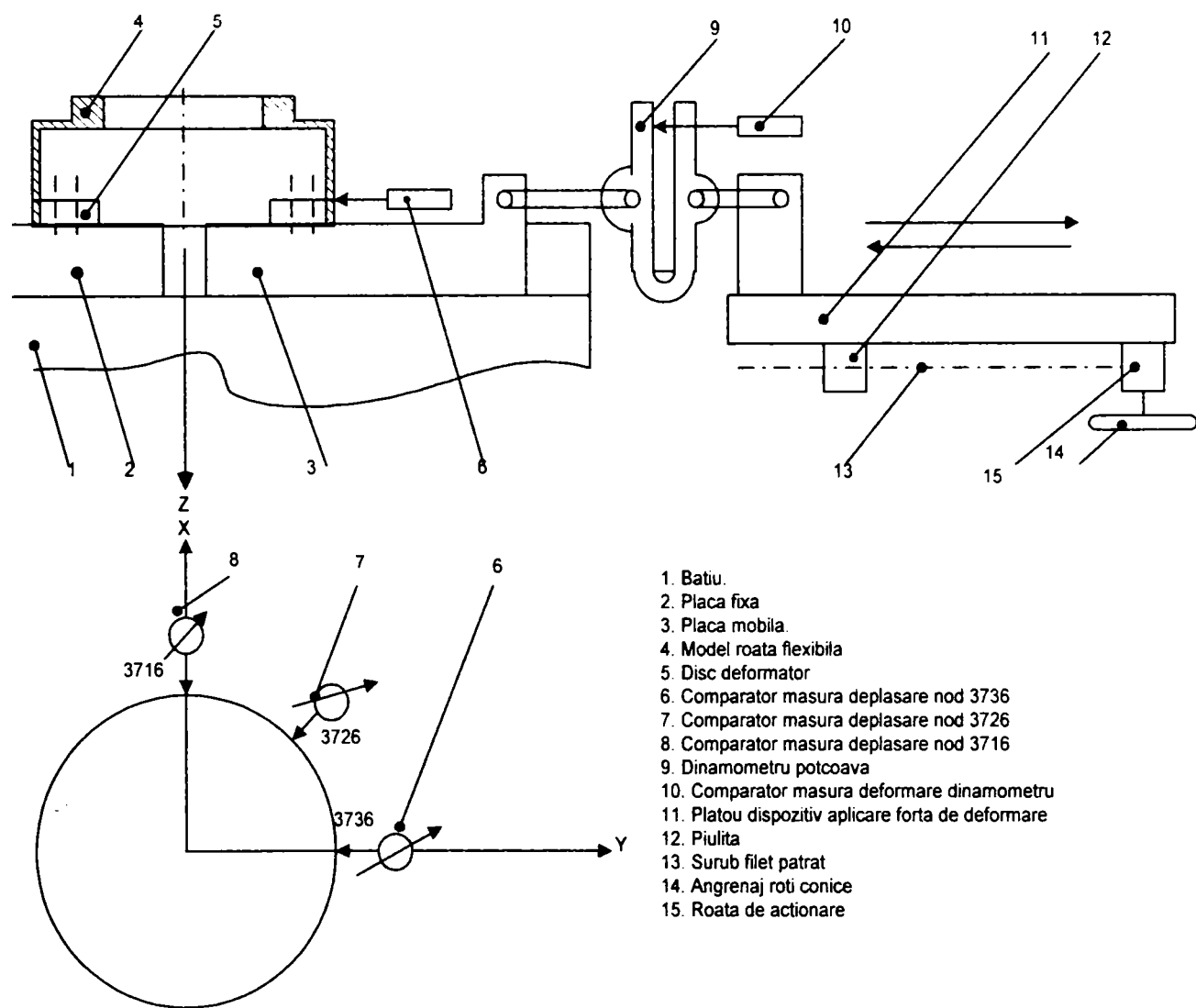


Fig. 4.3.1. Schema instalației folosite la măsurarea deplasărilor

Fig. (4.3.2) prezintă un aspect din timpul determinării experimentale a deplasării nodului 3726 cu comparatorul notat cu 7 pe fig. (4.3.1).

Capitolul IV. Cercetări experimentale asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile. Analiza rezultatelor obținute.

Pentru materializarea comparatoarelor (notate cu 6, 7 și 8 pe fig. 4.3.1), s-a folosit în realitate un singur aparat montat pe dispozitivul care se vede în fig. 4.3.2. În vederea poziționării corecte a comparatorului în mod repetat în cele trei poziții, pe placa fixă și pe cea mobilă au fost trasate direcțiile corespunzătoare și au fost executate mai multe găuri filetate.

S-au efectuat măsurători pentru toate variantele prezentate în Tab. (3.4.1).

Pentru fiecare măsurătoare s-au efectuat câte cinci citiri, prin repetarea tensionării roții flexibile, după rotirea acesteia într-o altă poziție (rotire efectuată pentru evitarea unor erori datorate neuniformităților de material sau a unor erori de prelucrare). În figură se poate remarca, de asemenea, o riglă montată pe placa fixă pentru poziționarea corectă a roții flexibile, astfel încât centrul roții să fie situat pe direcția de aplicare a forței de deformare elastică.

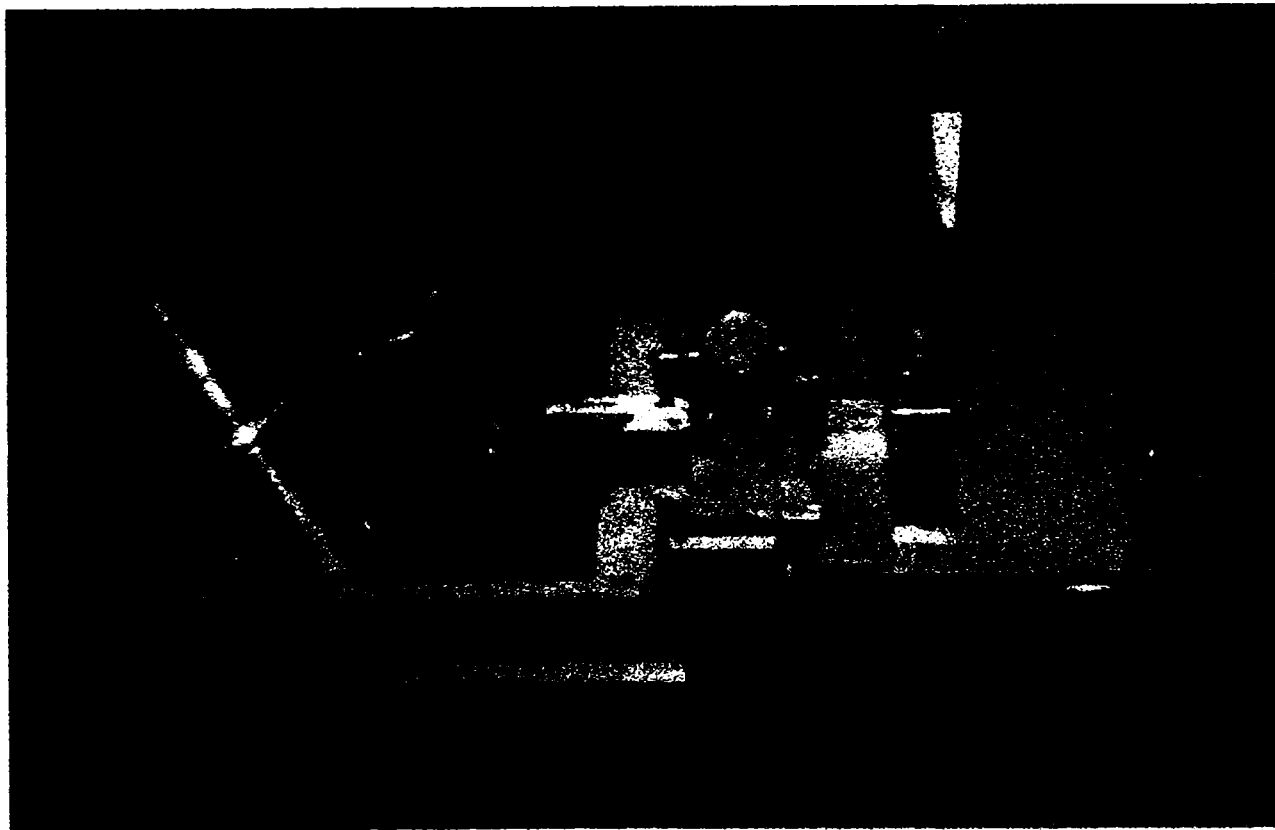


Fig. 4.3.2. Fotografia modului de măsurare a deplasărilor pentru nodul 3726

Rezultatele măsurătorilor sunt prezentate în Tab. (4.3.1).

Capitolul IV. Cercetări experimentale asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile. Analiza rezultatelor obținute.

Tab. 4.3.1

Rezultatele măsurării experimentale a deplasărilor

Varianta	Diametru disc [mm]	Forța def. [N]	Citire comp. dinam.10 [10 ⁻² mm]	Comparator nr / Nod.retea	Deplasare radiala [10 ⁻² mm]					
					Citire 1	Citire 2	Citire 3	Citire 4	Citire 5	Media
1	20	803	7.5	6 / 3736	136	140	142	137	139	138.8
		803	7.5	7 / 3726	34	32	35	34	33	33.6
		803	7.5	8 / 3716	-48	-46	-47	-47	-46	-46.8
2	60	803	7.5	6 / 3736	147	147	145	149	147	147.0
		803	7.5	7 / 3726	36	34	38	35	35	35.6
		803	7.5	8 / 3716	-46	-48	-47	-47	-48	-47.2
3	100	803	7.5	6 / 3736	147	145	144	147	149	146.4
		803	7.5	7 / 3726	37	39	38	37	38	37.8
		803	7.5	8 / 3716	-49	-48	-46	-45	-46	-46.8
4	140	803	7.5	6 / 3736	154	155	160	159	158	157.2
		803	7.5	7 / 3726	38	39	37	36	39	37.8
		803	7.5	8 / 3716	-49	-48	-47	-49	-50	-48.6
5	186	803	7.5	6 / 3736	119	118	118	117	116	117.6
		803	7.5	7 / 3726	30	32	31	33	30	31.2
		803	7.5	8 / 3716	-45	-47	-46	-46	-48	-46.4
6	186	1000	9.3	6 / 3736	133	138	136	135	137	135.8
		1000	9.3	7 / 3726	40	41	38	33	35	37.4
		1000	9.3	8 / 3716	-56	-55	-56	-56	-57	-56.0
7	186	2000	18.7	6 / 3736	188	187	188	189	188	188.0
		2000	18.7	7 / 3726	69	67	68	68	70	68.4
		2000	18.7	8 / 3716	-97	-100	-97	-94	-97	-97.0

4.4 Încercări experimentale privind determinarea deformațiilor și tensiunilor

Pentru determinarea experimentală a tensiunilor [35],[68],[103], s-au folosit traductoare tensometrice rezistive marca HOTTINGER BALDWIN MESSTECHNIK GmbH, tip: 6/120 RY 41, cu următoarele caracteristici tehnice: rezistența electrică: $R = 120,0 \Omega \pm 0,2 \%$, constanta de sensibilitate: $k = 1,96 \pm 1 \%$, coeficientul de variație cu temperatura: $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \Omega/^\circ\text{C}$.

Traductoarele sunt sub formă de rozete, alcătuite fiecare din câte trei rezistențe calibrate, notate cu a, b, c, așezate la unghiuri de 120° așa cum se vede în fig. (4.4.1). Traductoarele au fost aplicate pe modelul de roată flexibilă prin lipire cu adeziv LOCTITE 406, în punctele corespunzătoare nodurilor 3736, 3726, 3716. În fig. (4.4.1) sunt reprezentate axa OZ, care corespunde ca direcție axei omonime definită de către programul COSMOS (dar are sens opus), și axa OT, tangentă la profilul roții flexibile. Această axă are o poziție relativă în raport cu axele carteziene definite de programul COSMOS în funcție de nodul unde a fost aplicat traductorul și de starea de deformație a roții.

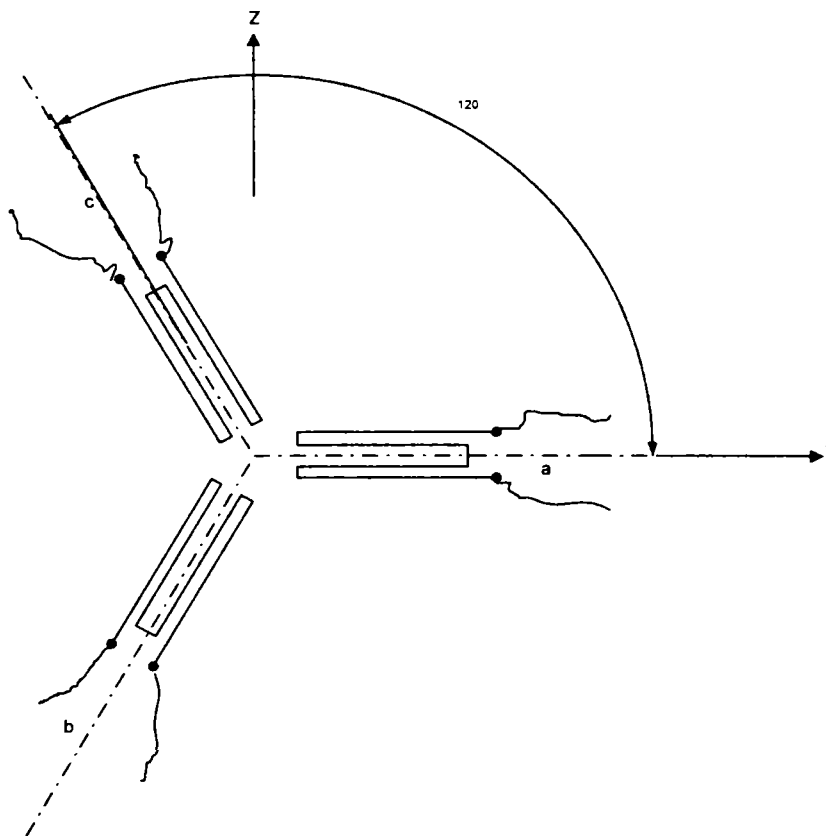


Fig.4.4.1 Rozeta tensometrică cu trei rezistențe la 120°



Fig. 4.4.2 Echiparea standului pentru măsurarea tensiunilor

Fig. (4.4.1) prezintă modul de amplasare al traductoarelor tensometrice rezistive în cadrul unei rozete în raport cu axele OT și OZ. Se vede că rezistența notată cu "a" este orientată în direcția axei OT, iar celelalte două (notate cu "b" și "c") sunt orientate la 240° , respectiv la 120° față de această axă.

Aparatura electrică de măsură utilizată constă dintr-o punte de măsură PHILIPS PR 9307, Carrier Frequency Bridge și o unitate de echilibrare PHILIPS PT2266/01.

Fig. (4.4.2) prezintă o imagine din timpul montajului traductorilor tensometrici și a aparaturii necesare efectuării măsurătorilor tensometrice. Deoarece pe parcursul măsurătorilor a fost necesară deplasarea roții flexibile-model în mod repetat pentru schimbarea discurilor deformatoare s-a optat în favoarea utilizării unei benzi flexibile în prelungirea conductorilor ecranati (necesari pentru realizarea legăturilor electrice între traductori și puntea Wheatstone).

Pe plăcile fixă și mobilă sunt montate discurile de deformare cu diametrul maxim $d = 186$ mm. Pe pupitrul din planul din spate se văd, de la stânga spre dreapta, aparatura electrică, o placă metalică suplimentară pe care s-au amplasat traductorul de compensare a temperaturii și un termometru pentru urmărirea evoluției temperaturii pe parcursul experimentului, discuri deformatoare de diferite diametre.

În prim plan se vede parțial dispozitivul pentru aplicarea forței deformatoare, dinamometrul potcoavă și comparatorul pentru măsurarea deformației acestuia. Traductorii tensometrici tip rozetă permit determinarea deformației specifice pe trei direcții. Pentru a justifica modul de prelucrare a informației obținute se prezintă următorul raționament bazat pe un sistem plan de axe de coordonate (vezi fig. 4.4.3):

Se notează:

- ε_T - deformația specifică liniară după axa OT;
- ε_z - deformația specifică liniară după axa OZ;
- γ_{TZ} - deformația specifică unghiulară în planul TOZ;
- ε_{α} - deformația specifică liniară după direcția α ;
- ε_{β} - deformația specifică liniară după direcția β ;
- $\gamma_{\alpha\beta}$ - deformația specifică unghiulară în planul $\alpha O \beta$.

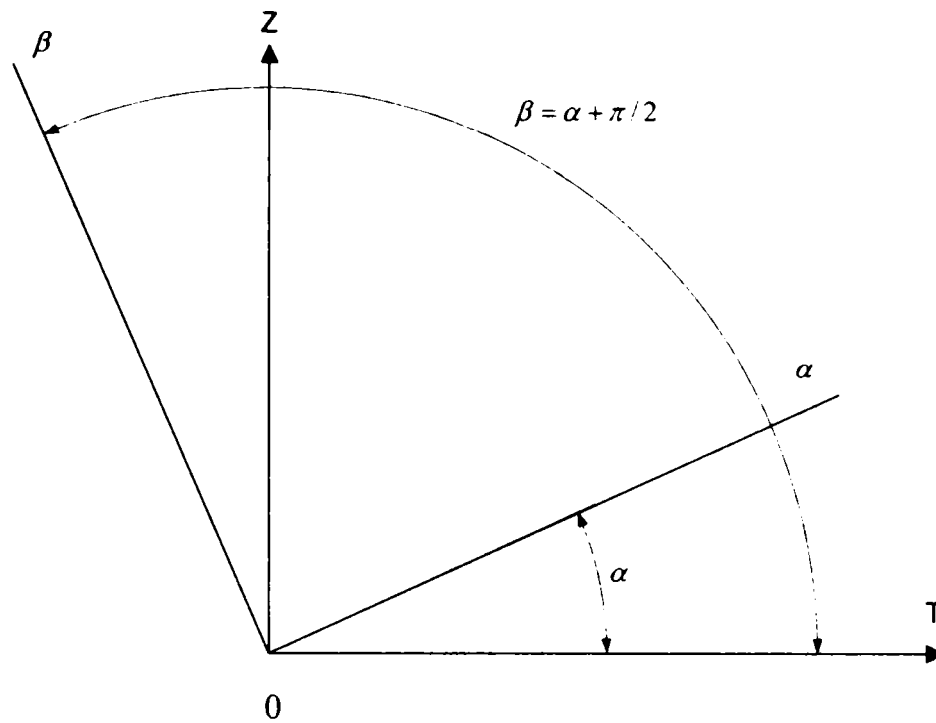


Fig.4.4.3 Sistemul plan de axe de coordonate

Între aceste mărimi subzistă relațiile (teoria elasticității, problema plană)[106]:

$$\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_T \cos^2 \alpha + \varepsilon_z \sin^2 \alpha + \gamma_{Tz} \sin \alpha \cos \alpha \quad (4.4.1)$$

$$\varepsilon_{\beta} = \varepsilon_T \sin^2 \alpha + \varepsilon_z \cos^2 \alpha - \gamma_{Tz} \sin \alpha \cos \alpha \quad (4.4.2)$$

$$\gamma_{\alpha\beta} = (\varepsilon_T - \varepsilon_z) \sin \alpha \cos \alpha - \gamma_{Tz} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (4.4.3)$$

Traductoarele tensometrice rezistive din componența rozetelor folosite (fig. 4.4.1) sunt orientate față de direcția OT, după cum urmează:

a: $\alpha = 0^{\circ}$

b: $\alpha = 240^{\circ}$

c: $\alpha = 120^{\circ}$

Înlocuind aceste valori în relația (4.4.1) se obține:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_a &= \varepsilon_T \\ \varepsilon_b &= \frac{\varepsilon_T + \varepsilon_z}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_T - \varepsilon_z}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\gamma_{Tz}}{2} \\ \varepsilon_c &= \frac{\varepsilon_T + \varepsilon_z}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_T - \varepsilon_z}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\gamma_{Tz}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (4.4.4)$$

Considerăm relațiile (4.2.4) ca un sistem de ecuații cu necunoscutele ε_1 , ε_2 și $\gamma_{\alpha\beta}$, ale cărui rădăcini sunt:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon_a \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{3} \cdot (-\varepsilon_a + 2\varepsilon_b + 2\varepsilon_c) \\ \gamma_{12} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot (\varepsilon_b - \varepsilon_c) \end{aligned} \right\} (4.4.5)$$

Direcția principală poate fi calculată prin tangenta arcului dublu:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \sqrt{3} \cdot \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_c}{2\varepsilon_a - \varepsilon_b - \varepsilon_c} \quad (4.4.6)$$

Deformațiile specifice principale se calculează cu relația:

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2 = \frac{1}{3} \cdot (\varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c) \pm \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c)^2 + (\varepsilon_c - \varepsilon_a)^2} \quad (4.4.7)$$

Tensiunile normale principale:

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot \left[\frac{1+\mu}{3} \cdot (\varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c) \pm (1-\mu) \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c)^2 + (\varepsilon_c - \varepsilon_a)^2} \right] \quad (4.4.8)$$

Pentru compatibilitatea cu analiza statică neliniară acceptăm: modulul de elasticitate al materialului: $E = 2,1 \times 10^5$ MPa, coeficientul lui Poisson: $\mu = 0,28$.

După realizarea montajului și efectuarea primelor probe s-a hotărât utilizarea a două dintre cele trei rozete montate pe roata flexibilă, fiecare rozetă fiind folosită pentru întreaga gamă de măsurători, prin rotirea corespunzătoare a roții flexibile.

Utilizarea succesivă a două rozete tensometrice pentru fiecare dintre cele trei noduri supuse încercării experimentale este de natură să mărească precizia măsurătorilor. Pentru

Capitolul IV. Cercetări experimentale asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile. Analiza rezultatelor obținute.

compensarea efectului temperaturii s-a utilizat un traductor de compensație de același tip cu traductoarele active. Datele experimentale obținute în urma acestor încercări sunt prezentate în tab. (4.4.1).

Tab. 4.4.1

Date experimentale. Măsurarea deformațiilor.

Varianta	Nod retea	ε_a [$\mu m / mm$]	ε_o [$\mu m / mm$]	ε_b [$\mu m / mm$]	ε_b [$\mu m / mm$]	ε_c [$\mu m / mm$]	ε_c [$\mu m / mm$]
		rozeta 1	rozeta 2	rozeta 1	rozeta 2	rozeta 1	rozeta 2
1	3736	1100	1050	120	140	140	130
2	3736	1030	1000	140	130	120	140
3	3736	980	1000	140	140	140	135
4	3736	995	950	110	150	150	145
5	3736	260	250	30	25	20	25
6	3736	265	270	25	25	20	25
7	3736	300	320	50	40	20	30
1	3716	-60	-50	-5	0	-5	-10
2	3716	-70	-60	-30	-10	-10	-10
3	3716	-70	-60	-30	-10	-10	-10
4	3716	-60	-70	-30	-10	-10	-30
5	3716	-90	-80	-25	-20	-10	-30
6	3716	-140	-130	-30	-20	-20	-35
7	3716	-350	-370	-45	-30	-38	-50
1	3726	-200	-180	-40	-35	30	50
2	3726	-210	-190	-35	-40	40	45
3	3726	-190	-200	-40	-45	35	35
4	3726	-180	-185	-40	-45	40	50
5	3726	-150	-160	-80	-70	70	60
6	3726	-160	-170	-50	-80	50	70
7	3726	140	120	-160	-170	140	175

4.5 Analiza rezultatelor obținute pe modele cu forțe concentrate

Comparăm rezultatele oferite de metoda analitică cu cele aferente analizei statice liniare. În calculul analitic prezentat în § 2.5 s-a luat în considerare o deplasare diametrală de 2,1 mm (rel. 2.5.4). Analiza statică liniară (fig. 3.2.5) pentru aceeași forță radială în valoare de 486 N arată o deplasare radială (pe direcția axei 0Y) de 0,981 mm, adică o deplasare diametrală de $2 \times 0,981 = 1,962$ mm.

Eroarea relativă între cele două procedee de calcul a deplasării diametrale este:

$$Err = \frac{2.1 - 1.962}{2.1} \times 100 = 6.57\% \quad (4.5.1)$$

În ceea ce privește tensiunea maximă, din calculul analitic a rezultat valoarea de 127,83 MPa (rel. 2.5.20). Analiza statică liniară a stabilit pentru tensiunea maximă echivalentă valoarea de 165 MPa (fig. 3.2.7), iar pentru tensiunea după axa 0X valoarea de 177 MPa (fig. 3.2.8). Putem aprecia o eroare relativă de:

$$Err = \frac{165 - 127.83}{165} \times 100 = 22.52\%, \quad (4.5.2)$$

dacă ne raportăm la tensiunea echivalentă, sau mai corect:

$$Err = \frac{177 - 127.83}{177} \times 100 = 27.78\% \quad (4.5.3)$$

dacă ne raportăm la tensiunea după direcția tangențială.

Desigur că nu putem fi satisfăcuți de concordanța dintre rezultatele obținute prin cele două metode. Având însă în vedere ipotezele simplificatoare acceptate la definirea modelelor în ambele cazuri, aceste rezultate pot fi considerate încurajatoare pentru continuarea studiului pe baza altor modele mai apropiate de realitate.

În cazul analizei statice liniare aferente modelului cu forță concentrată la capătul liber al roții, efectuată în § 3.3, deplasări diametrale de peste 2,1 mm s-au obținut doar la forțe mult mai mari (2,14 mm la 883 N, vezi tab. 3.3.1). Întrădevăr, modelul acceptat în acest caz este mult mai rigid. Graficul din fig. (3.3.7) arată o variație aproape liniară a forței elastice radiale în funcție de deformarea diametrală, ceea ce poate fi acceptat ca o concordanță calitativă între rezultatele analizei statice liniare și relația (2.5.13) stabilită pe cale analitică, chiar dacă ne referim la două modele destul de diferite.

4.6 Analiza rezultatelor obținute pe modele cu forțe distribuite. Comparație cercetări analitice – analiză statică neliniară

Ne propunem să comparăm rezultatele obținute în ceea ce privește forma roții flexibile montate pe deformatorul cu discuri, așa cum rezultă ea din rularea programului DEFORM2, pentru variantele 5, 6, și 7 din tab. (2.6.7), cu rezultatele obținute prin analiza statică neliniară, pentru aceleași variante.

Pentru o vizualizare sugestivă a repartiției erorilor relative pe circumferința roții flexibile, vom atribui fiecărui nod care materializează punctele de control corespunzător fig. (2.6.3) și a tab. (2.6.5) un unghi de poziție inițial în conformitate cu situația prezentată în fig. (2.6.4). Pentru a respecta numărul de ordine al nodurilor, așa cum a fost el definit în mod implicit de programul COSMOS, s-a acceptat ca la o evoluție crescătoare a numărului de ordine al nodurilor de la 3716 la 3736, să corespundă o evoluție descrescătoare a unghiului de poziție de la φ_{20} la φ_0 . Se atribuie așadar nodului 3736 unghiul de poziție $\varphi_0 = 0$ rad. Dacă acceptăm valorile $\Delta \varphi_i$ corespunzătoare din tab. (2.6.6), unghiurile de poziție pentru fiecare nod de control se calculează cu relația de recurență:

$$\varphi_{i+1} = \varphi_i + \Delta \varphi_i \quad (4.6.1)$$

Pe baza relației (4.6.1) s-au calculat unghiurile de poziție φ_i și s-a completat tab. (4.6.1).

Pornind de la rezultatele cercetării analitice conținute în tab. (2.6.11), (2.6.12) și (2.6.13), respectiv de la rezultatele modelării numerice conținute în tab. (3.4.2....3.4.22) se determină eroarea relativă exprimată în procente, în ceea ce privește deplasările pe direcția a două axe carteziane (OX și OY) determinate prin cele două metode.

În tab. (4.6.2) sunt cuprinse erorile relative ale acestor deplasări pentru varianta 5, exprimate în procente din valoarea maximă a deplasării radiale corespunzătoare acestei variante.

Tab. 4.6.1

Unghiurile de poziție pentru nodurile de control

Node	X-Coordinate	Y-Coordinate	DELTA PHI	PHI
3716	97,650	0,000	0,08210338	1,57079500
3717	97,326	8,009	0,08079660	1,48869162
3718	96,372	15,839	0,07972886	1,40789502
3719	94,812	23,466	0,07887288	1,32816616
3720	92,672	30,865	0,07820097	1,24929328
3721	89,976	38,010	0,07768686	1,17109231
3722	86,750	44,876	0,07730678	1,09340545
3723	83,020	51,438	0,07704014	1,01609867
3724	78,809	57,671	0,07687158	0,93905852
3725	74,144	63,550	0,07679018	0,86218694
3726	69,049	69,049	0,07679004	0,78539676
3727	63,550	74,144	0,07687181	0,70860673
3728	57,671	78,809	0,07704011	0,63173492
3729	51,438	83,020	0,07730673	0,55469481
3730	44,876	86,751	0,07768691	0,47738809
3731	38,010	89,976	0,07820101	0,39970117
3732	30,865	92,672	0,07887285	0,32150017
3733	23,466	94,812	0,07972887	0,24262731
3734	15,839	96,372	0,08079669	0,16289845
3735	8,009	97,326	0,08210176	0,08210176
3736	0,000	97,650		0,00000000

Mărimile din tab. (4.6.2) au următoarea semnificație:

- PHI este unghiul φ_i exprimat în radiani;
- UX_5_NUM - deplasarea pe direcția axei 0X, varianta 5, determinată prin metode numerice, exprimată în milimetri;
- UX_5_ANA - deplasarea pe direcția axei 0X, varianta 5, determinată prin metode analitice, exprimată în milimetri;
- D_UX_5 - eroarea relativă a deplasării pe direcția axei 0X exprimată în procente din deplasarea radială maximă corespunzătoare variantei 5.

D_{UX_5} este calculată cu relația:

$$D_{UX_5} = \frac{UX_{5_ANA} - UX_{5_NUM}}{DRO} \cdot 100 \quad (4.6.2)$$

unde DRO este deplasarea radială maximă corespunzătoare variantei 5.

Mărimile UY_{5_NUM} , UY_{5_ANA} și D_{UY_5} au semnificații similare, cu deosebirea că se referă la deplasări pe direcția axei OY .

Fig. (4.6.1) reprezintă eroarea relativă D_{UX_5} [%], în funcție de unghiul de poziție φ , [rad].

Fig. (4.6.2) reprezintă eroarea relativă D_{UY_5} [%], în funcție de unghiul de poziție φ , [rad], conform datelor din tab. (4.6.2).

În mod analog, au fost calculate erorile relative ale deplasărilor după direcțiile axelor carteziene OX și OY rezultate din metoda analitică, respectiv din modelarea numerică – analiză statică neliniară pentru variantele 6 și 7.

Reamintim că cele trei variante se referă la același diametru al deformatoarei-disc $D = 186$ mm, și diferă prin semiunghiul de înfășurare a roții flexibile pe deformatore, deplasarea radială maximă și forța radială aplicată după cum urmează:

VARIANTA 5. Semiunghiul de înfășurare $\gamma = 1^\circ 26'$ (0.025 radiani), deplasare radială maximă 0,549 mm, forța radială aplicată 803 N.

VARIANTA 6. Semiunghiul de înfășurare $\gamma = 7^\circ 27'$ (0,130 radiani), deplasare radială maximă 0,634 mm, forța radială aplicată 1000 N.

VARIANTA 7. Semiunghiul de înfășurare $\gamma = 30^\circ 15'$ (0,528 radiani) deplasare radială maximă 0,634 mm, forța radială aplicată 2000 N.

Dacă examinăm graficele din fig. (4.6.1), (4.6.2), (4.6.3), (4.6.4), (4.6.5), (4.6.6) și (4.6.7), observăm că ele se aplatizează pe măsură ce trecem la unghiuri de înfășurare mai mari, deplasări radiale mai mari, respectiv forțe radiale aplicate mai mari.

Vom examina evoluția erorilor relative maxime pe direcția celor două axe carteziene în funcție de deplasarea radială maximă.

Tab. 4.6.2

Erorile relative ale deplasărilor – varianta 5

Node	PHI	UX_5_NUM	UX_5_ANA	D_UX_5	UY_5_NUM	UY_5_ANA	D_UY_5
3716	1,5708	-0,417	-0,504	-15,87	0,000	0,000	-0,02
3717	1,4887	-0,415	-0,500	-15,39	-0,001	0,000	0,14
3718	1,4079	-0,410	-0,487	-14,08	-0,001	0,002	0,44
3719	1,3282	-0,400	-0,466	-12,08	0,001	0,006	0,97
3720	1,2493	-0,386	-0,438	-9,56	0,004	0,014	1,87
3721	1,1711	-0,368	-0,405	-6,79	0,010	0,027	3,07
3722	1,0934	-0,345	-0,368	-4,04	0,019	0,045	4,58
3723	1,0161	-0,319	-0,327	-1,48	0,033	0,068	6,27
3724	0,9391	-0,288	-0,284	0,67	0,053	0,097	7,94
3725	0,8622	-0,253	-0,241	2,19	0,079	0,131	9,39
3726	0,7854	-0,215	-0,198	2,97	0,113	0,170	10,42
3727	0,7086	-0,175	-0,158	3,02	0,155	0,214	10,77
3728	0,6317	-0,134	-0,121	2,39	0,204	0,260	10,18
3729	0,5547	-0,095	-0,088	1,23	0,262	0,309	8,63
3730	0,4774	-0,059	-0,061	-0,18	0,324	0,358	6,08
3731	0,3997	-0,031	-0,038	-1,27	0,388	0,406	3,22
3732	0,3215	-0,011	-0,021	-1,80	0,447	0,451	0,58
3733	0,2426	-0,001	-0,010	-1,64	0,495	0,490	-0,93
3734	0,1629	0,003	-0,003	-1,06	0,527	0,521	-1,07
3735	0,0821	0,002	0,000	-0,44	0,544	0,542	-0,42
3736	0,0000	0,000	0,000	0,00	0,549	0,549	0,00

Eroarea relativă deplasări în direcția axei 0X varianta 5

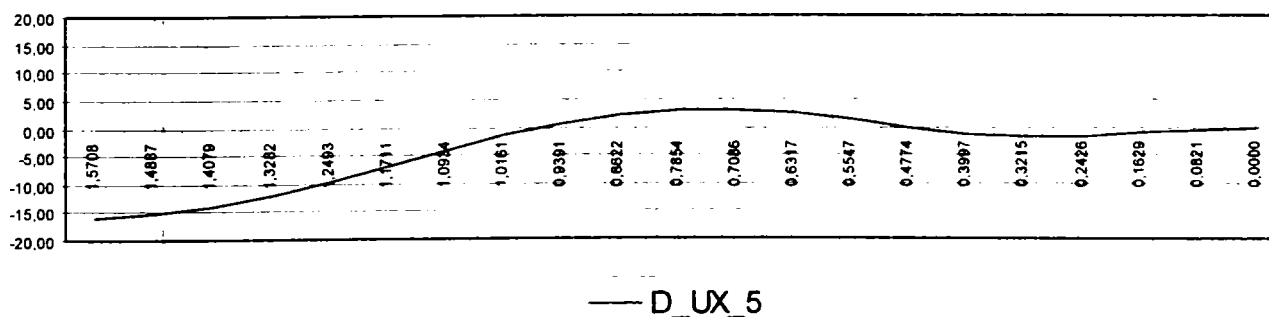


Fig. 4.6.1. Eroarea relativă a deplasării pe direcția axei Ox – varianta 5

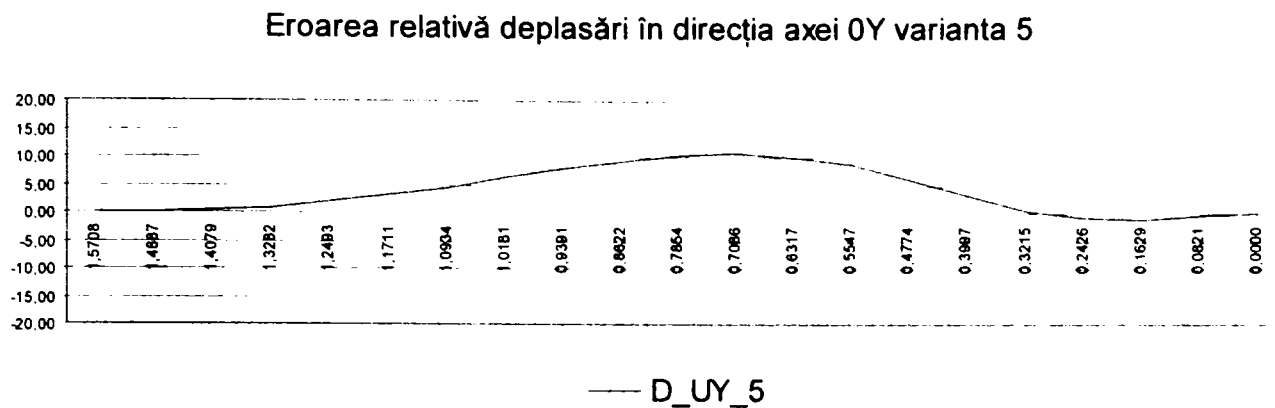


Fig. 4.6.2. Eroarea relativă a deplasării pe direcția axei Oy – varianta 5

Tab. 4.6.3

Erorile relative ale deplasărilor – varianta 6

Node	PHI	UX_6_NUM	UX_6_ANA	D_UX_6	UY_6_NUM	UY_6_ANA	D_UY_6
3716	1,5708	-0,514	-0,589	-11,88	0,000	-0,0001	-0,02
3717	1,4887	-0,511	-0,5837	-11,48	-0,001	0,0002	0,15
3718	1,4079	-0,503	-0,5683	-10,35	-0,001	0,0022	0,46
3719	1,3282	-0,489	-0,5438	-8,63	0,001	0,0073	0,98
3720	1,2493	-0,470	-0,5114	-6,51	0,006	0,0167	1,76
3721	1,1711	-0,446	-0,4723	-4,21	0,014	0,0315	2,83
3722	1,0934	-0,416	-0,428	-1,96	0,026	0,0523	4,09
3723	1,0161	-0,380	-0,38	0,02	0,045	0,0796	5,46
3724	0,9391	-0,340	-0,3298	1,55	0,071	0,1134	6,73
3725	0,8622	-0,295	-0,2792	2,46	0,105	0,1536	7,71
3726	0,7854	-0,247	-0,2296	2,68	0,148	0,1996	8,20
3727	0,7086	-0,197	-0,1825	2,24	0,200	0,2503	7,95
3728	0,6317	-0,147	-0,1393	1,23	0,261	0,3049	6,88
3729	0,5547	-0,101	-0,1011	-0,08	0,330	0,3617	4,97
3730	0,4774	-0,060	-0,069	-1,36	0,403	0,4181	2,41
3731	0,3997	-0,030	-0,0428	-2,03	0,473	0,4739	0,17
3732	0,3215	-0,010	-0,0234	-2,06	0,533	0,525	-1,31
3733	0,2426	0,000	-0,0105	-1,61	0,580	0,5694	-1,69
3734	0,1629	0,003	-0,0033	-0,97	0,612	0,6041	-1,18
3735	0,0821	0,002	-0,0004	-0,39	0,629	0,6264	-0,33
3736	0,0000	0,000	0	0,00	0,634	0,634	0,05

Capitolul IV. Cercetări experimentale asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile. Analiza rezultatelor obținute.

Eroarea relativă deplasări în direcția axei OX varianta 6

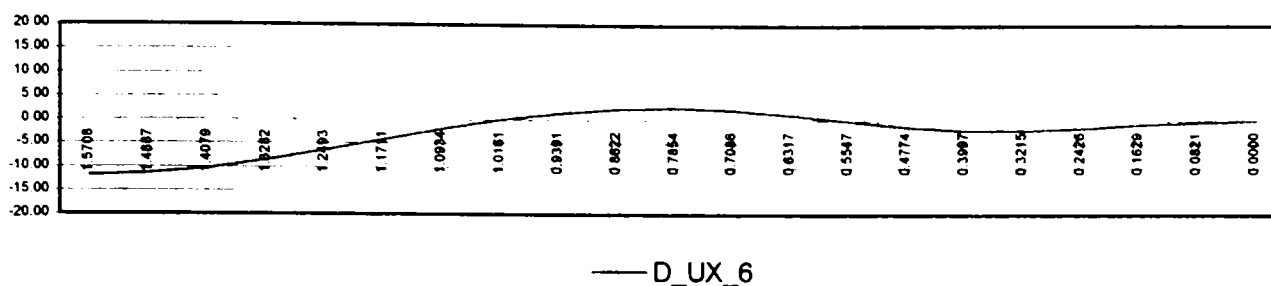


Fig 4.6.3 Eroarea relativă a deplasării pe direcția axei Ox – varianta 6

Eroarea relativă deplasări în direcția axei OY varianta 6

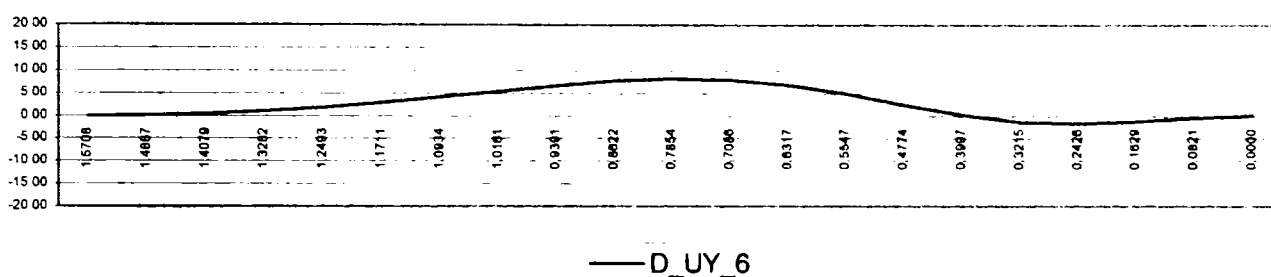


Fig. 4.6.4 Eroarea relativă a deplasării pe direcția axei Oy – varianta 6

Tab. 4.6.4

Erorile relative ale deplasărilor – varianta 7

Node	PHI	UX_7_NUM	UX_7_ANA	D_UX_7	UY_7_NUM	UY_7_ANA	D_UY_7
3716	1,5708	-0,943	-0,9692	-2,86	0,000	-0,0003	-0,03
3717	1,4887	-0,935	-0,9594	-2,68	-0,002	0,0003	0,27
3718	1,4079	-0,911	-0,9307	-2,14	-0,002	0,0039	0,62
3719	1,3282	-0,873	-0,8853	-1,37	0,003	0,0134	1,08
3720	1,2493	-0,821	-0,8253	-0,52	0,016	0,0309	1,62
3721	1,1711	-0,756	-0,7538	0,20	0,038	0,0579	2,18
3722	1,0934	-0,680	-0,6733	0,69	0,071	0,0958	2,69
3723	1,0161	-0,594	-0,5872	0,77	0,117	0,1447	3,00
3724	0,9391	-0,502	-0,4986	0,38	0,177	0,2045	2,97
3725	0,8622	-0,407	-0,4107	-0,41	0,251	0,2741	2,48
3726	0,7854	-0,313	-0,3268	-1,46	0,338	0,3519	1,55
3727	0,7086	-0,228	-0,2496	-2,37	0,432	0,4352	0,37
3728	0,6317	-0,156	-0,1816	-2,82	0,527	0,5210	-0,64
3729	0,5547	-0,099	-0,1247	-2,78	0,617	0,6052	-1,22
3730	0,4774	-0,057	-0,0806	-2,56	0,697	0,6830	-1,55
3731	0,3997	-0,027	-0,0474	-2,17	0,768	0,7535	-1,59
3732	0,3215	-0,009	-0,0248	-1,74	0,827	0,8132	-1,53
3733	0,2426	0,001	-0,0107	-1,26	0,874	0,8614	-1,31
3734	0,1629	0,004	-0,0032	-0,74	0,905	0,8972	-0,84
3735	0,0821	0,002	-0,0004	-0,31	0,922	0,9194	-0,26
3736	0,0000	0,000	0,0000	0,00	0,927	0,9270	0,02

Eroarea relativă deplasări în direcția axei 0X varianta 7

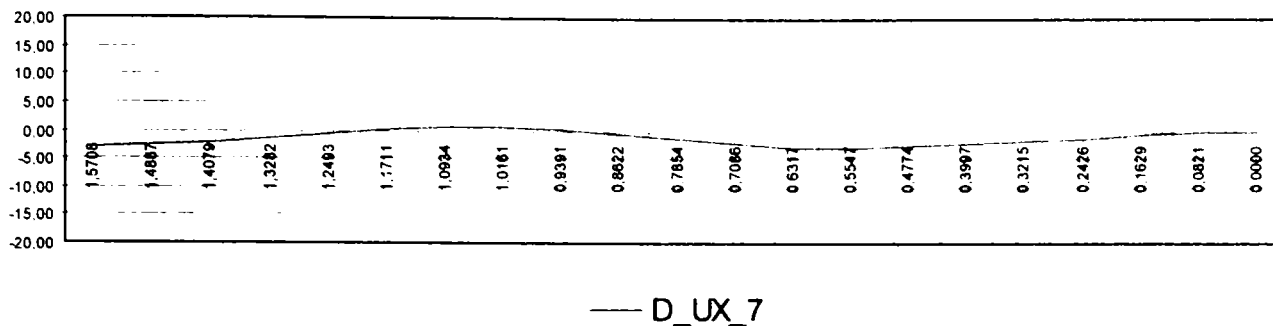


Fig. 4.6.5 Eroarea relativă a deplasării pe direcția axei Ox – varianta 7

Eroarea relativă deplasări în direcția axei 0Y varianta 7

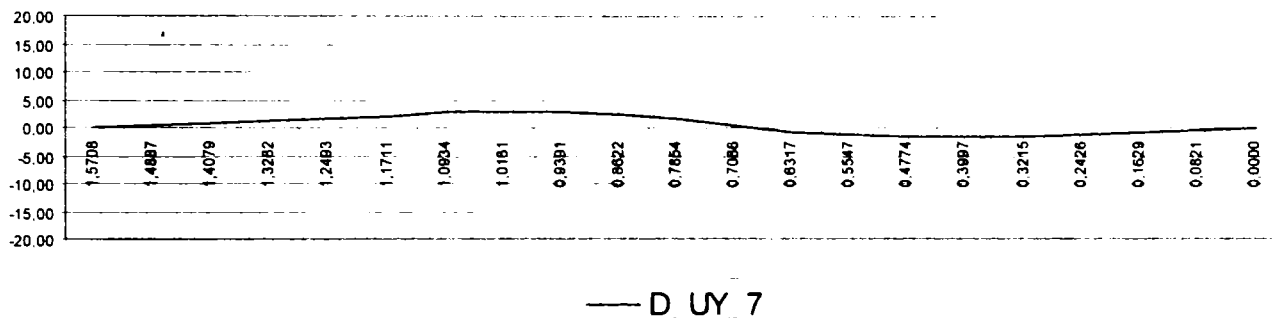


Fig. 4.6.6 Eroarea relativă a deplasării pe direcția axei Oy – varianta 7
Erorile relative maxime sunt centralizate în tab. (4.6.5).

Tab. 4.6.5

Erorile relative maxime ale deplasărilor

VARIANTA	DRO	D_UX_MAX	D_UY_MAX
5	0,549	15,87	10,77
6	0,634	11,88	8,2
7	0,927	2,86	3

Datele din tab. (4.6.4) sunt reprezentate grafic în fig. (4.6.7).

Evoluția erorii relative pe direcția axelor 0X și 0Y în funcție de deplasarea radială maximă

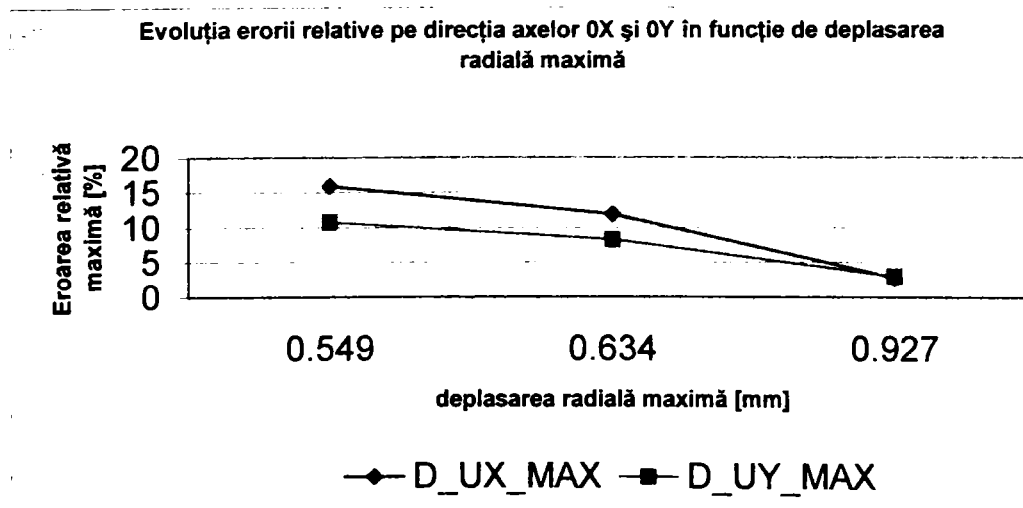


Fig. 4.6.7. Evoluția erorii relative a deplasărilor

Având în vedere faptul că în cazul angrenajului armonic de referință admis la § 2.1 deplasarea radială maximă, de același ordin de mărime cu modulul este de cca. 1 mm, varianta 7 prezintă valori rezonabile pentru deplasarea radială maximă și pentru forța radială de deformare elastică.

Dacă ținem seama de faptul că în cadrul § 2.6 nu a fost posibil calculul semiunghiului de înfășurare prin rularea programului GAMA1 pentru variantele 1, 2, 3 și 4 (variante cărora le corespund valori sensibil mai mici pentru diametrul deformatorului), ajungem la concluzia că metoda analitică de determinare a formei roții flexibile montate pe deformatorul cu discuri prezentată în § 2.6, pe baza relațiilor (2.6.1), (2.6.2) și (2.6.3) este valabilă numai pentru dimensiuni ale discului deformator apropiate de valoarea maximă calculată cu relația (2.4.5) pe baza teoriei lanțului de dimensiuni radiale, și numai pentru deplasări radiale maxime uzuale, respectiv forțe radiale rezonabile pentru a impune aceste deplasări.

Metoda analitică prezentată în § 2.6 și analiza numerică statică neliniară utilizată în § 3.4 sunt metode de cercetare teoretică principial diferite. În aceste condiții, eroarea relativă maximă de cca. 3 % din fig. (4.6.7), corespunzătoare variantei 7, reprezintă un argument puternic în favoarea corectitudinii datelor oferite de modelarea numerică.

4.7 Analiza rezultatelor obținute pe modele cu forțe distribuite. Comparație analiză statică neliniară – încercări experimentale

Pentru analiza datelor cuprinse în tab. (4.3.1) (deplasări determinate experimental) trebuie făcute unele precizări.

Deplasarea UY a nodului 3736 citită la comparatorul notat cu 6 pe fig. (4.3.1) reprezintă dublul deplasării radiale UY a aceluiași nod din tab. (3.4.2....3.4.22).

Pentru analiza semnificației deplasării UX a nodului 3716 citită la comparatorul notat cu 8 pe fig. (4.3.1) remarcăm următoarele:

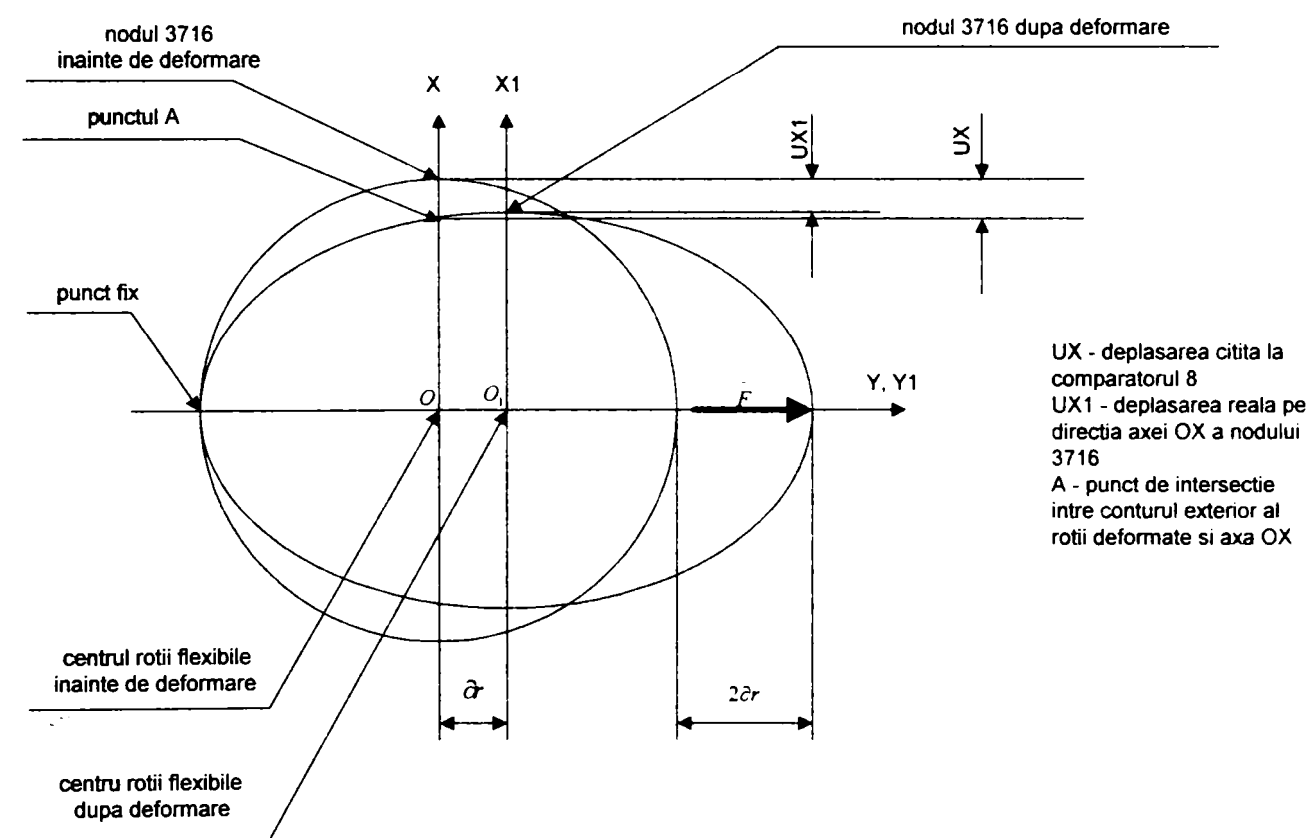


Fig. 4.7.1. Semnificația citirilor făcute la comparatorul 8

Fig. (4.7.1) arată că deplasarea reală pe direcția axei OX a nodului 3716 (determinată prin analiză numerică de programul COSMOS) diferă de deplasarea citită la comparatorul 8 în cadrul măsurătorilor experimentale. Vom aproxima deplasarea UX așa cum rezultă din analiza numerică, pentru a o compara cu valorile citite experimental la comparatorul 8.

Capitolul IV. Cercetări experimentale asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile. Analiza rezultatelor obținute.

Aceasta reprezintă distanța de la poziția inițială a nodului 3716 și punctul A, punct de intersecție între conturul exterior al roții deformată și axa OX.

Dacă la coordonatele inițiale ale nodurilor se adaugă deplasările UX și UY așa cum rezultă din analiza numerică se obțin coordonatele în stare deformată în sistemul cartezian $X_1 O_1 Y$. Dacă la toate coordonatele $O_1 Y$ se adaugă segmentul $OO_1 = \partial r$, se obțin coordonatele nodurilor roții deformată în sistemul cartezian XOY. Tab. (4.7.1) prezintă aceste date pentru nodul 3716, în conformitate cu cele șapte variante prezentate anterior. Coordonatele inițiale ale nodului sunt conform tab. (2.6.5), deplasările în sistemul $X_1 O_1 Y$, precum și mărimea segmentului $OO_1 = \partial r$ sunt conform tab. (3.4.2....3.4.22).

Tab. 4.7.1

Coordonatele nodului 3716

Varianta	Coordonate inițiale nod 3716 [mm]		Deplasări în sistemul de coordonate $X_1 O_1 Z$ [mm]		Coordonate finale în sistemul de coordonate $X_1 O_1 Z$ [mm]		Segmentul OO_1 [mm]	Coordonate finale în sistemul de coordonate XOY [mm]	
	OX	OY	UX	UY	$O_1 X_1$	$O_1 Y_1$		$= \partial r$	OX
1	97,650	0	-0,428	0	97,222	0	0,743	97,222	0,743
2	97,650	0	-0,428	0	97,222	0	0,738	97,222	0,738
3	97,650	0	-0,428	0	97,222	0	0,733	97,222	0,733
4	97,650	0	-0,428	0	97,222	0	0,728	97,222	0,728
5	97,650	0	-0,417	0	97,233	0	0,549	97,233	0,549
6	97,650	0	-0,514	0	97,136	0	0,634	97,136	0,634
7	97,650	0	-0,943	0	96,707	0	0,927	96,707	0,927

Punctul A se află la intersecția conturului exterior al roții deformată cu dreapta de ecuație $Y = 0$. Evident, el este situat undeva în stânga nodului 3716. Pentru a cerceta dacă nodul 3715 este în stânga sau în dreapta punctului de intersecție A avem nevoie de coordonatele acestui punct în sistemul cartezian XOY, valoarea pozitivă sau negativă a coordonatei OY oferind informații în acest sens. Întrucât nodul 3715 nu a făcut obiectul analizei numerice vom stabili coordonatele nodului 3717, apoi ne vom baza pe simetria nodurilor 3715 și 3717 în raport cu axa $O_1 X_1$.

Tab. 4.7.2

Coordonatele nodurilor 3717 și 3715

Varianta	Coordonate inițiale nod 3717 [mm]		Deplasările nodului 3717 în sistemul de coordonate X_1O_1Y [mm]		Coordonate finale ale nodului 3717 în sistemul de coordonate X_1O_1Y [mm]		Coordonate finale ale nodului 3715 în sistemul de coordonate X_1O_1Y [mm]		Segmentul OO_1 [mm]	Coordonate finale ale nodului 3715 în sistemul de coordonate XOY [mm]	
	OX	OY	UX	UY	O_1X_1	O_1Y_1	O_1X_1	O_1Y_1		$= \partial r$	OX
1	97,326	8,009	-0,427	0	96,899	8,009	96,899	-8,009	0,743	96,899	-7,266
2	97,326	8,009	-0,427	0	96,899	8,009	96,899	-8,009	0,738	96,899	-7,271
3	97,326	8,009	-0,427	0	96,899	8,009	96,899	-8,009	0,733	96,899	-7,276
4	97,326	8,009	-0,427	0	96,899	8,009	96,899	-8,009	0,728	96,899	-7,281
5	97,326	8,009	-0,415	0,001	96,911	8,010	96,911	-8,010	0,549	96,911	-7,461
6	97,326	8,009	-0,511	0,001	96,815	8,010	96,815	-8,010	0,634	96,815	-7,376
7	97,326	8,009	-0,935	0,002	96,391	8,011	96,391	-8,011	0,927	96,391	-7,084

Datele din tab. (4.7.2) arată că nodul numerotat 3715 are coordonata OY negativă în toate cele șapte variante supuse analizei. Putem trage concluzia că punctul A se află pe suprafața exterioară a roții deformată între nodurile 3715 și 3716.

Distanța dintre cele două noduri fiind de cca. 8 mm, vom accepta, pentru simplificare, o formă liniară a profilului roții deformată pe această porțiune.

Fie

$$x = a \cdot y + b \quad (4.7.1)$$

ecuația acestei drepte.

Ecuația (4.7.1) trebuie satisfăcută de coordonatele nodurilor 3715 și 3716:

$$\left. \begin{aligned} x_{3715} &= a \cdot y_{3715} + b; \\ x_{3716} &= a \cdot y_{3716} + b. \end{aligned} \right\} \quad (4.7.2)$$

Soluția sistemului de ecuații (4.7.2) este:

Capitolul IV. Cercetări experimentale asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile. Analiza rezultatelor obținute.

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{x_{3715} - x_{3716}}{y_{3715} - y_{3716}} ; \\ b &= x_{3716} - \frac{x_{3715} - x_{3716}}{y_{3715} - y_{3716}} \cdot y_{3716} \end{aligned} \right\} \quad (4.7.3)$$

Dacă ecuația (4.7.1) cu parametrii a și b conform relațiilor (4.7.3) se intersectează cu dreapta $y = 0$ se obține un alt sistem de două ecuații de gradul întâi a cărui rezolvare conduce la aflarea coordonatei punctului de intersecție A:

$$x_A = x_{3716} - \frac{x_{3715} - x_{3716}}{y_{3715} - y_{3716}} \cdot y_{3716} \quad (4.7.4)$$

Deplasarea UX a cărei valoare o vom compara cu rezultatele încercărilor experimentale (citiri la comparatorul 8), o vom calcula ca diferență între X_A și coordonata OX a nodului 3716 înainte de deformare:

$$UX = X_A - X_{3716 \text{ înainte deformare}} \quad (4.7.5)$$

Pe baza relațiilor (4.7.4) și (4.7.5) s-a întocmit o foaie de calcul Excel și s-a completat tab. (4.7.3).

Tab. 4.7.3

Deplasarea UX a nodului 3716

Varianta	X_{3716} înainte de deformat e [mm]	Coordonate după deformare [mm]				X_A [mm]	UX [mm]
		X_{3715}	Y_{3715}	X_{3716}	Y_{3716}		
1	97.650	96.899	-7.266	97.222	0.743	97.192	-0.458
2	97.650	96.899	-7.271	97.222	0.738	97.192	-0.458
3	97.650	96.899	-7.276	97.222	0.733	97.192	-0.458
4	97.650	96.899	-7.281	97.222	0.728	97.193	-0.457
5	97.650	96.911	-7.461	97.233	0.549	97.211	-0.439
6	97.650	96.815	-7.376	97.136	0.634	97.111	-0.539
7	97.650	96.391	-7.084	96.707	0.927	96.670	-0.980

Pentru analiza semnificației deplasării nodului 3726 citită la comparatorul notat cu 7 pe fig. (4.2.2), comparator amplasat sub un unghi de 45° față de axele inițiale OX și OY, remarcăm următoarele:

Pe fig. (4.7.2) punctul A reprezintă punctul de intersecție dintre profilul inițial nedeformat și dreapta de ecuație $x = y$, adică poziția inițială a nodului 3726 de coordonate $x=69,049$; $y = 69,049$. Punctul B reprezintă punctul de intersecție dintre profilul roții deformat și dreapta de ecuație $x = y$. Citirile efectuate la comparatorul 7 reprezintă distanța dintre punctele A și B, măsurată, evident, pe direcția dreptei de ecuație $x = y$.

Nodul 3726 aflat inițial în punctul A se va afla după deformare undeva în dreapta punctului B.

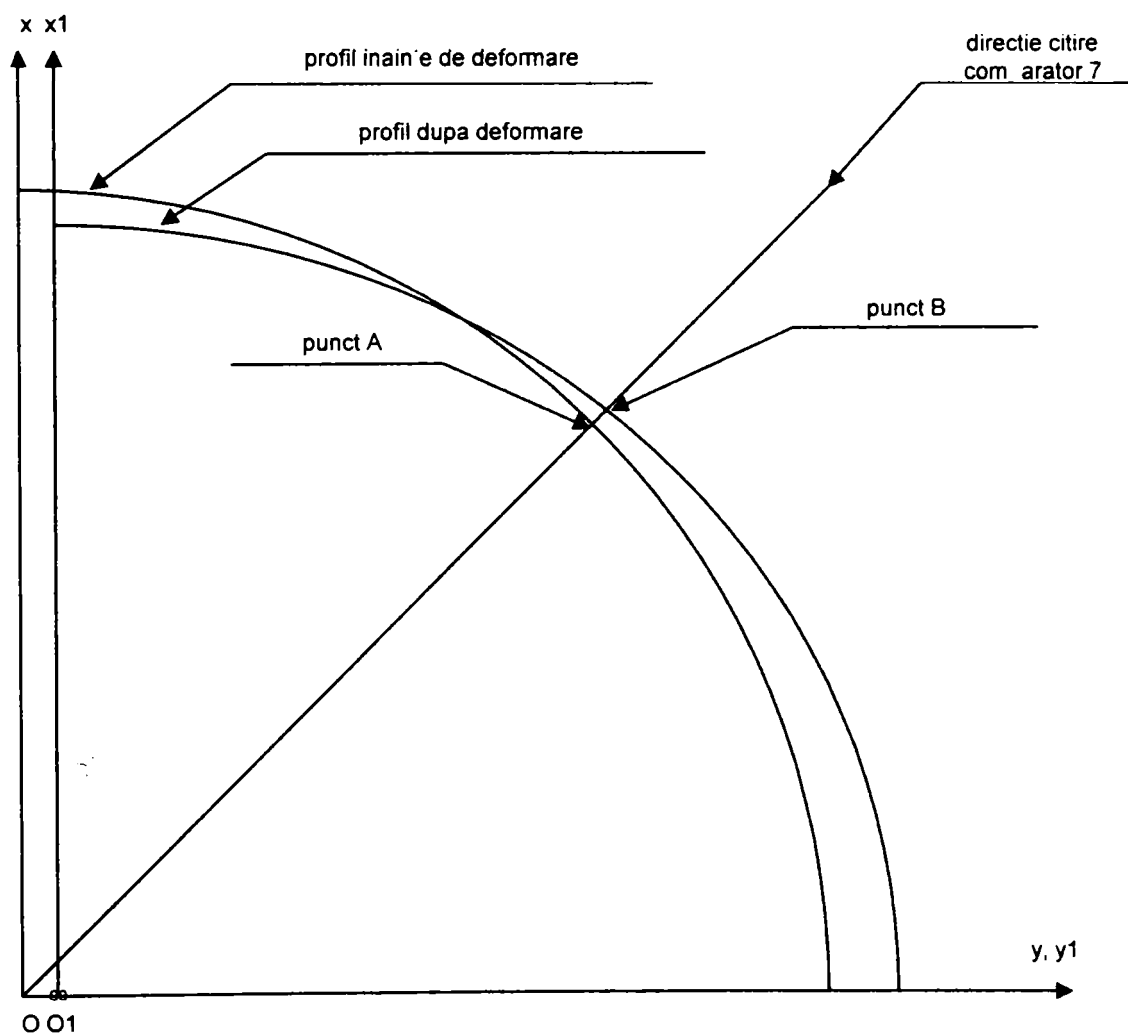


Fig. 4.7.2 Semnificația citirilor făcute la comparatorul 7

Datorită faptului că deplasările punctelor sunt mici în raport cu distanța dintre două noduri care este de cca. 8 mm, putem presupune că punctul B se află undeva între nodurile

Capitolul IV. Cercetări experimentale asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile. Analiza rezultatelor obținute.

3725 și 3726. Vom presupune pentru simplificare că profilul roții deformate este liniar pe porțiunea situată între nodurile 3725 și 3726 și vom găsi coordonatele punctului B la intersecția dintre dreapta care unește aceste noduri și dreapta de ecuație $x = y$.

Ecuția dreptei care unește nodurile 3725 și 3726 în stare deformată trebuie scrisă raportat la sistemul cartezian inițial XOY. Tab. (4.7.4) prezintă coordonatele finale ale nodului 3725 în sistemul XOY calculate pe baza relațiilor:

$$\left. \begin{aligned} O_1X_1 &= OX_i + UX; \\ O_1Y_1 &= OY_i + UY; \\ OX_f &= O_1X_1; \\ OY_f &= O_1Y_1 + \partial r. \end{aligned} \right\} (4.7.6)$$

Tab. (4.7.5) prezintă coordonatele finale ale nodului 3726 în sistemul XOY calculate pe baza unor relații similare.

Obs. Aceste tabele s-au întocmit pe baza unor foi de calcul Excel.

Tab. 4.7.4

Coordonatele finale ale nodului 3725

Varianta	Coordonate inițiale nod 3725 [mm]		Deplasările nodului 3725 în sistemul de coordonate X_1O_1Y [mm]		Coordonate finale ale nodului 3725 în sistemul de coordonate X_1O_1Y [mm]			Coordonate finale ale nodului 3725 în sistemul de coordonate XOY [mm]	
	OX_i	OY_i	UX	UY	O_1X_1	O_1Y_1	∂r	OX_f	OY_f
1	74.144	63.550	-0.302	0.063	73.842	63.613	0.743	73.842	64.356
2	74.144	63.550	-0.301	0.063	73.843	63.613	0.738	73.843	64.351
3	74.144	63.550	-0.300	0.063	73.844	63.613	0.733	73.844	64.346
4	74.144	63.550	-0.299	0.064	73.845	63.614	0.728	73.845	64.342
5	74.144	63.550	-0.253	0.079	73.891	63.629	0.549	73.891	64.178
6	74.144	63.550	-0.295	0.105	73.849	63.655	0.634	73.849	64.289
7	74.144	63.550	-0.407	0.251	73.737	63.801	0.927	73.737	64.728

Tab. 4.7.5

Coordonatele finale ale nodului 3726

Varianta	Coordonate inițiale nod 3726 [mm]		Deplasările nodului 3726 în sistemul de coordonate X_1O_1Y [mm]		Coordonate finale ale nodului 3726 în sistemul de coordonate X_1O_1Y [mm]			Coordonate finale ale nodului 3726 în sistemul de coordonate XOY [mm]	
	OX_i	OY_i	UX	UY	O_1X_1	O_1Y_1	$= \partial r$	OX_f	OY_f
1	69.049	69.049	-0.267	0.093	68.782	69.142	0.743	68.782	69.885
2	69.049	69.049	-0.266	0.093	68.783	69.142	0.738	68.783	69.880
3	69.049	69.049	-0.265	0.094	68.784	69.143	0.733	68.784	69.876
4	69.049	69.049	-0.264	0.094	68.785	69.143	0.728	68.785	69.871
5	69.049	69.049	-0.215	0.113	68.834	69.162	0.549	68.834	69.711
6	69.049	69.049	-0.247	0.148	68.802	69.197	0.634	68.802	69.831
7	69.049	69.049	-0.313	0.338	68.736	69.387	0.927	68.736	70.314

Dreapta care unește nodurile 3725 și 3726 în cazul roții deformate este definită de către o ecuație de forma:

$$x = ay + b \quad (4.7.7)$$

Dacă notăm cu X_{3725} , Y_{3725} , respectiv X_{3726} , Y_{3726} coordonatele finale ale celor două noduri, condițiile ca ele să fie situate pe dreapta de ecuație (4.7.7) se scriu:

$$\left. \begin{aligned} x_{3725} &= a \cdot y_{3725} + b; \\ x_{3726} &= a \cdot y_{3726} + b. \end{aligned} \right\} \quad (4.7.8)$$

Rădăcinile sistemului de ecuații (4.7.8) sunt:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{x_{3725} - x_{3726}}{y_{3725} - y_{3726}}; \\ b &= x_{3726} - \frac{x_{3725} - x_{3726}}{y_{3725} - y_{3726}} \cdot y_{3726}. \end{aligned} \right\} \quad (4.7.9)$$

Coordonatele punctului B (fig. 4.7.2) sunt rădăcinile sistemului format de ecuația (4.7.7), completată cu parametrii a și b conform relațiilor (4.7.9) și ecuația $y = x$:

$$x_B = y_B = \frac{x_{3726} \cdot y_{3725} - y_{3726} \cdot x_{3725}}{(y_{3725} - x_{3725}) - (y_{3726} - x_{3726})} \quad (4.7.10)$$

Coordonatele punctului A (poziția inițială a nodului 3726), sunt:

$$x_A = y_A = 69.049 \quad (4.7.11)$$

Distanța $AB = \Delta_{45}$, care trebuie comparată cu citirile făcute la comparatorul 7, înclinat la 45° față de axele de coordonate se calculează cu relația:

$$\Delta_{45} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = (x_B - x_A)\sqrt{2} \quad (4.7.12)$$

Având în vedere relațiile (4.7.10), (4.7.11) și (4.7.12) și datele cuprinse în tab. (4.7.4) și (4.7.5), se calculează distanța $AB = \Delta_{45}$ (tab. 4.7.6).

Tab. 4.7.6

Semnificația citirilor făcute la comparatorul 7

Varianta	X_{3725}	Y_{3725}	X_{3726}	Y_{3726}	X_B	Δ_{45}
1	73.842	64.356	68.782	69.885	69.309	0.367
2	73.843	64.351	68.783	69.880	69.307	0.364
3	73.844	64.346	68.784	69.876	69.306	0.362
4	73.845	64.342	68.785	69.871	69.304	0.359
5	73.891	64.178	68.834	69.711	69.253	0.287
6	73.849	64.289	68.802	69.831	69.292	0.343
7	73.737	64.728	68.736	70.314	69.481	0.610

Pentru compararea datelor obținute din analiza statică neliniară cu cele obținute pe cale experimentală în ceea ce privește deplasările, tab. (4.7.7) grupează datele din tab. (4.3.1), (4.7.3), (4.7.6). S-a calculat, de asemenea, eroarea relativă cu relația:

$$Err = \frac{\Delta_{\text{experimental}} - \Delta_{\text{analiză numerică}}}{\Delta_{\text{experimental}}} \times 100[\%] \quad (4.7.12)$$

Capitolul IV. Cercetări experimentale asupra stării de tensiune și deformație elastică a roții flexibile. Analiza rezultatelor obținute.

unde prin $\Delta_{\text{experimental}}$ se înțeleg valorile medii ale citirilor făcute la comparatoarele 6, 7 și 8 (fig.4.3.1), iar prin $\Delta_{\text{analiza numerică}}$ se înțeleg datele conținute initial în tab. (3.4.2....3.4.22) și prelucrate separat pentru nodurile 3736, 3726 și 3716 așa cum s-a arătat mai sus.

Tab. 4.7.7

Eroarea relativă a deplasărilor

Varianta	Diametru disc [mm]	Forța radială [N]	Citire comparator 10 dinamometru [10^{-2} mm]	Nod rețea	Deplasări determinate experimental [10^{-2} mm]	Deplasări rezultate din analiza numerică [10^{-2} mm]	Eroarea relativă [%]
1	20	803	7.5	3736	138.8	148.6	-7.06
				3726	33.6	36.7	-9.14
				3716	-46.8	-45.8	2.14
2	60	803	7.5	3736	147.0	147.6	-0.41
				3726	35.6	36.4	-2.27
				3716	-47.2	-45.8	3.02
3	100	803	7.5	3736	146.4	146.6	-0.14
				3726	37.8	36.2	4.22
				3716	-46.8	-45.8	2.23
4	140	803	7.5	3736	157.2	145.6	7.38
				3726	37.8	35.9	4.90
				3716	-48.6	-45.7	5.89
5	186	803	7.5	3736	117.6	109.8	6.63
				3726	31.2	28.7	7.90
				3716	-46.4	-43.9	5.37
6	186	1000	9.3	3736	135.8	126.8	6.63
				3726	37.4	34.3	8.22
				3716	-56.0	-53.9	3.68
7	186	2000	18.7	3736	188.0	185.4	1.38
				3726	68.4	61.0	10.86
				3716	-97.0	-98.0	-0.99

Pentru analiza datelor cuprinse în tab. (4.4.1) (studiul experimental al stării de tensiune) trebuie făcute unele precizări.

În ceea ce privește nodul 3736, axa OT, tangentă la profilul roții flexibile și corespunzătoare direcției traductorului tensometric notat cu "a", coincide cu axa OX din sistemul cartezian definit de către programul COSMOS. Dacă analizăm datele din tab. (3.4.2....3.4.22), observăm că pentru acest nod tensiunea σ_x corespunde cu tensiunea σ_1 și putem deduce că această axă este direcția principală corespunzătoare tensiunii normale maxime. Ne așteptăm deci, ca unghiul α calculat cu relația 4.4.6 să aibe valori apropiate de 0.

Tot din tab. (3.4.2....3.4.22) deducem că tensiunile σ_z corespunzătoare acestui nod au valori foarte apropiate de tensiunile σ_2 de unde putem concluziona că axa OZ este direcția principală a tensiunilor medii în sistemul tridimensional corespunzător analizei numerice, respectiv direcția principală a tensiunilor minime în sistemul plan definit în fig. (4.4.2).

Tab. 4.7.8

Tensiuni principale nod 3736

Varianta	$\alpha [^\circ]$	$\alpha [^\circ]$	σ_{\max} [MPa]	σ_{\max} [MPa]	σ_1 [MPa]	σ_{\min} [MPa]	σ_{\min} [MPa]	σ_2 [MPa]
	rozeta 1	rozeta 2	rozeta 1	rozeta 2	Numeric	rozeta 1	rozeta 2	Numeric
1	-0.51149	0.27114	238.43	228.51	236.3	26.22	28.35	24.26
2	0.55126	-0.28681	223.97	218.18	226.8	27.06	28.96	25.33
3	0.00000	0.14382	214.47	218.39	217.5	30.72	29.72	26.44
4	-1.14666	0.15458	216.79	208.91	208.3	27.43	33.36	27.59
5	1.05526	0.00000	55.88	53.80	59.53	4.44	4.58	3.513
6	0.51149	0.00000	56.69	57.93	61.4	3.64	4.34	3.88
7	2.79971	0.87025	65.12	69.13	71.29	6.88	6.76	6.93

Tab. (4.7.8) s-a completat pe baza datelor din tab. (4.4.1). Unghiul α format între axa OT și axa principală s-a calculat pe baza relației (4.4.6). Valorile foarte apropiate de 0 ale acestui unghi (care arată că axa OT este întradevăr direcție principală), certifică precizia geometrică a aplicării traductorului pe piesă, precum și corectitudinea măsurătorilor. Tensiunile σ_{\max} și σ_{\min} au fost calculate pe baza relației (4.4.8). Tensiunile σ_1 și σ_2 reprezintă tensiunile principale corespunzător analizei numerice și au fost preluate din tab. (3.4.2....3.4.22).

În ceea ce privește nodul 3716, axa OT, tangentă la profilul roții flexibile și corespunzătoare direcției traductorului tensometric notat cu "a", coincide cu axa OY din sistemul cartezian definit de către programul COSMOS.

Din analiza datelor din tab. (3.4.2....3.4.22) observăm că pentru acest nod tensiunea σ_y corespunde cu tensiunea σ_3 și putem deduce că această axă este direcție principală corespunzătoare tensiunii normale minime. Ne așteptăm deci, ca unghiul α calculat cu relația (4.4.6) să aibe valori apropiate de 0.

Tot din tab. (3.4.2....3.4.22) deducem că tensiunile σ_z corespunzătoare acestui nod au valori foarte apropiate de tensiunile σ_2 , de unde putem trage concluzia că axa OZ este direcție principală a tensiunilor medii în sistemul tridimensional corespunzător analizei numerice, respectiv direcția principală a tensiunilor maxime în sistemul plan definit în fig. (4.4.2).

Tab. 4.7.9

Tensiuni principale nod 3716

Varianta	α [°]	α [°]	σ_{\max} [MPa]	σ_{\max} [MPa]	σ_2 [MPa]	σ_{\min} [MPa]	σ_{\min} [MPa]	σ_3 [MPa]
	Rozeta 1	rozeta 2	rozeta 1	rozeta 2	numeric	rozeta 1	rozeta 2	Numeric
1	0.00000	-5.44670	-0.80	-0.83	0.06	-12.83	-10.85	-10.25
2	9.55332	0.00000	-4.92	-2.32	0.06	-16.49	-13.25	-10.4
3	9.55332	0.00000	-4.92	-2.32	0.06	-16.49	-13.25	-10.54
4	11.70665	-9.55332	-4.96	-4.92	0.06	-14.50	-16.49	-10.68
5	5.07917	-4.47414	-4.11	-6.56	0.076	-20.22	-18.74	-17.13
6	2.15331	-3.61145	-5.87	-6.70	0.1	-31.10	-29.30	-23.87
7	0.56287	-1.50225	-8.38	-7.64	0.27	-75.88	-79.93	-68.19

Tab. (4.7.9) s-a completat pe baza datelor din tab. (4.4.1) prin aceleași metode ca și tabelul precedent. Remarcăm abateri mai mari de la valoarea 0 ale unghiului α , fapt care se datorează unor erori de măsurare.

În ceea ce privește nodul 3726, axa OT, tangentă la profilul roții flexibile și corespunzătoare direcției traductorului tensometric "a", nu coincide cu nici o axă din sistemul cartezian definit de către programul COSMOS. Dacă analizăm în tab. (3.4.2....3.4.22) tensiunile σ_x , σ_y și σ_z corespunzătoare acestui nod și le comparăm cu tensiunile principale σ_1 , σ_2 și σ_3 , constatăm că ele nu coincid. Tragem concluzia că în acest caz nici una din axele sistemului cartezian definit de programul COSMOS nu este axă principală. Starea de tensiune în jurul acestui punct este, evident, o stare spațială. Completăm tab. (4.7.10) pe baza datelor din tab. (4.4.1) prin aceleași metode ca și în cazul tabelelor precedente.

Tab. 4.7.10

Tensiuni principale nod 3726

Varianta	$\alpha [^\circ]$	$\alpha [^\circ]$	σ_{\max} [MPa]	σ_{\max} [MPa]	σ_1 [MPa]	σ_{\min} [MPa]	σ_{\min} [MPa]	σ_3 [MPa]
	rozeta 1	rozeta 2	rozeta 1	rozeta 2	Numeric	rozeta 1	rozeta 2	numeric
1	8.63475	10.71747	1.90	5.98	0.22	-42.77	-38.09	-42.98
2	8.49806	10.46348	4.36	4.54	0.23	-44.25	-40.54	-42.86
3	9.55332	9.77989	2.73	2.20	0.23	-40.68	-43.07	-42.73
4	10.52589	11.84564	3.58	4.88	0.23	-38.61	-39.91	-42.61
5	20.92860	17.99641	5.72	4.41	1.679	-36.86	-37.49	-34.88
6	14.21265	19.10676	4.33	5.45	3.56	-35.47	-40.48	-39.46
7	-30.00052	-34.26667	44.49	47.28	41.09	-21.14	-22.95	-21.27

Observăm că, în acest caz, unghiul α are valori semnificativ diferite de 0, ceea ce înseamnă că direcția principală este înclinată față de axa OT cu un unghi cuprins între 8.5° și -34.27° . În acest caz, ne așteptăm ca direcțiile principale spațiale determinate de programul COSMOS să nu se afle în planul TOZ definit în fig. (4.4.2). Erorile ceva mai mari rezultate din compararea tensiunilor σ_{\max} cu σ_1 respectiv σ_{\min} cu σ_3 sunt astfel explicabile.

Studiul datelor cuprinse în tab. (4.7.7), (4.7.8), (4.7.9), (4.7.10) conduce la concluzia că rezultatele încercărilor experimentale confirmă datele conținute în tab. (3.4.2....3.4.22), oferite de analiza statica neliniara prezentată în § 3.4.

În cazul modelului fizic acceptat atât pentru analiza statică neliniară cât și pentru încercările experimentale, există evident o simetrie a stării de tensiune și de deformație atât raportat la axa OX cât și raportat la axa OY. De altfel datele rezultate din rularea programului COSMOS au fost listate doar pentru nodurile 3716....3736, adică pentru un sector de 90° din circumferința roții flexibile, tocmai datorită faptului că s-a observat această simetrie în cadrul analizei datelor primare oferite de către acest program. Având în vedere aceste observații, se vor trage în continuare unele concluzii pentru întreaga circumferință a roții flexibile, adică pentru un ciclu cinematic complet de funcționare a T.A.D.

4.8 Analiza rezultatelor obținute pe modele cu forțe distribuite. Influența diametrului discului deformatoare și a forței radiale asupra repartiției tensiunii echivalente

Având în vedere analiza datelor obținute pe cale analitică, numerică și experimentală prezentată în § 4.5 , § 4.6 și § 4.7 vom accepta, în continuare, că metoda Analizei statice neliniare prezentată în § 3.4 oferă rezultate corecte. Vom analiza mai detaliat datele obținute prin această metodă. Așa cum s-a arătat în subcapitolul precedent, vom lua în considerare întreaga circumferință a roții flexibile, adică un ciclu cinematic complet de funcționare a angrenajului armonic.

Din punct de vedere funcțional este necesară deformarea roții flexibile suficient de mult pentru a se evita interferența dinților și a se asigura un anumit joc în zona semiaxei mici, cu apariția unor tensiuni minime în roată.

Solicitarea reală fiind la oboseală, este de asemenea important ca amplitudinea tensiunii calculată cu relația:

$$\sigma_v = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad (4.8.1)$$

să aibe o valoare cât mai mică.

Vom analiza această problemă pentru variantele 1...5, care se referă la situația unei forțe radiale constante $F = 803 \text{ N}$, diametrul discurilor deformatoare crescând treptat de la 20 la 186 mm.

Fig. (4.8.1.....4.8.5) reprezintă diagrame ale tensiunii echivalente pe circumferința roții flexibile la o distanță de 4 mm de marginea acesteia. Pe abscisă este unghiul de poziție φ exprimat în radiani înainte de deformarea roții.

Poziția $\varphi = 0$ corespunde semiaxei mari, adică punctului de intersecție a direcției aplicării forței radiale cu profilul roții. Programul de analiză statică neliniară a acceptat aplicarea vectorului forță radială pe axa discului deformatoare.

Roata flexibilă este supusă forței de interacțiune dintre disc și suprafața ei interioară, această presiune de contact având o anumită repartiție pe suprafețele de contact, determinată

pe cale numerică de către programul COSMOS. Prin "direcția aplicării forței radiale .. înțelegem direcția rezultantei. Tensiunea echivalentă este calculată conform Teoriei energiei specifice de variație a formei (Teoria a V-a de rezistență – Von Mises).

Toate datele au fost preluate din tab. (3.4.2....3.4.22), și au fost extinse pe circumferința roții prin simetrie.

Valorile corespunzătoare pozițiilor $\varphi = 0$ și $\varphi = \pi$ sunt cele aferente nodului 3736 din tab. (3.4.2....3.4.22), iar valorile corespunzătoare pozițiilor $\varphi = \pi/2$ și $\varphi = 3\pi/2$ sunt cele aferente nodului 3716. Pentru σ_{\max} și σ_{\min} s-au extras valorile tensiunii echivalente maxime și minime din tab. (3.4.2....3.4.22). Pentru contracția radială ∂_r a semiaxe mici s-a acceptat deplasarea UX a nodului 3716. Pentru calculul amplitudinii tensiunii s-a utilizat relația (4.8.1).

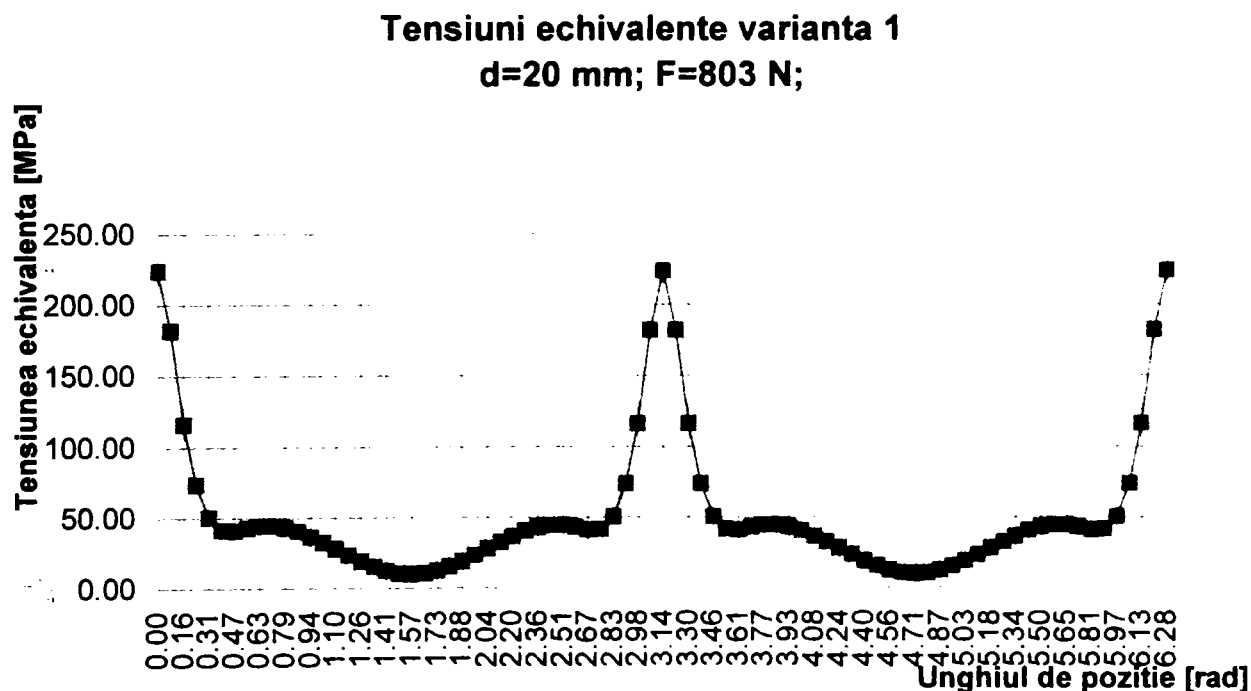


Fig. 4.8.1. Repartiția tensiunilor echivalente – varianta 1

Valoarea maximă a contracției radiale, tensiunile maximă, minimă și amplitudinea tensiunii au valorile:

$$\partial_r = -0.428\text{mm}; \sigma_{\max} = 224.1\text{MPa}; \sigma_{\min} = 10.08\text{MPa}; \sigma_v = 107.01\text{MPa}.$$

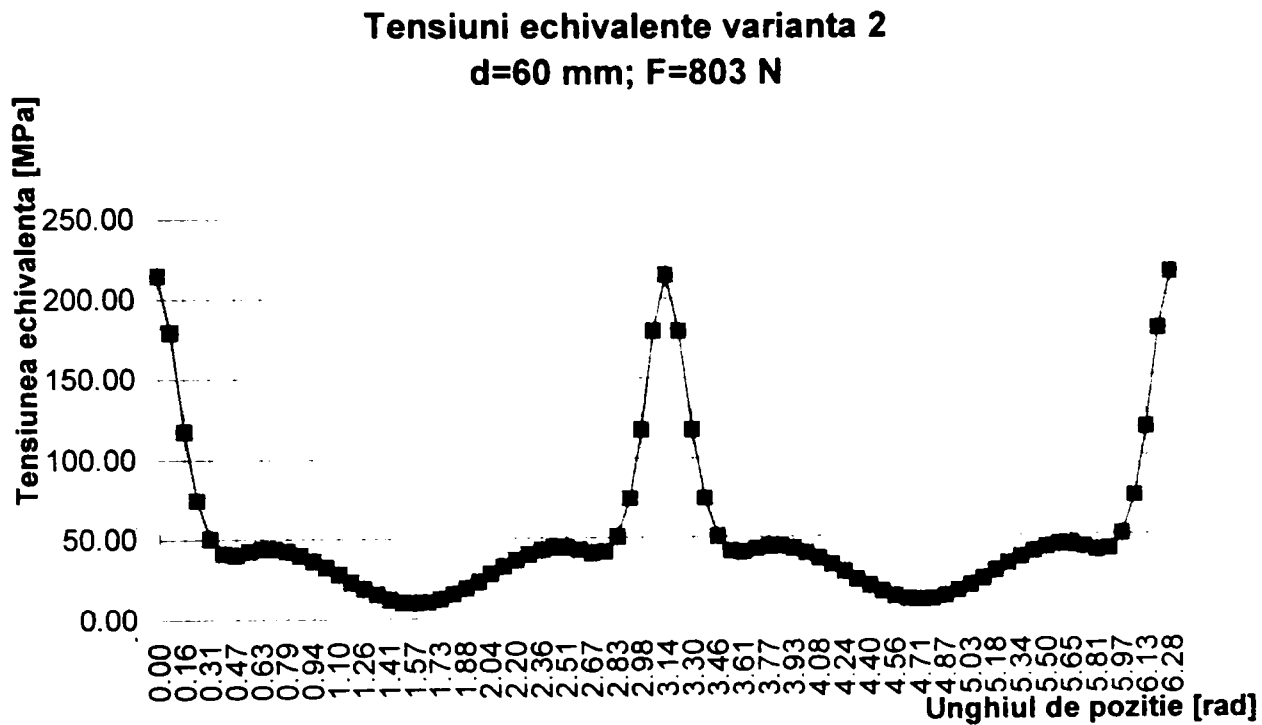


Fig. 4.8.2. Repartiția tensiunilor echivalente – varianta 2

$$\partial_r = -0.428mm; \sigma_{\max} = 214.4MPa; \sigma_{\min} = 10.22MPa; \sigma_v = 102.09MPa.$$

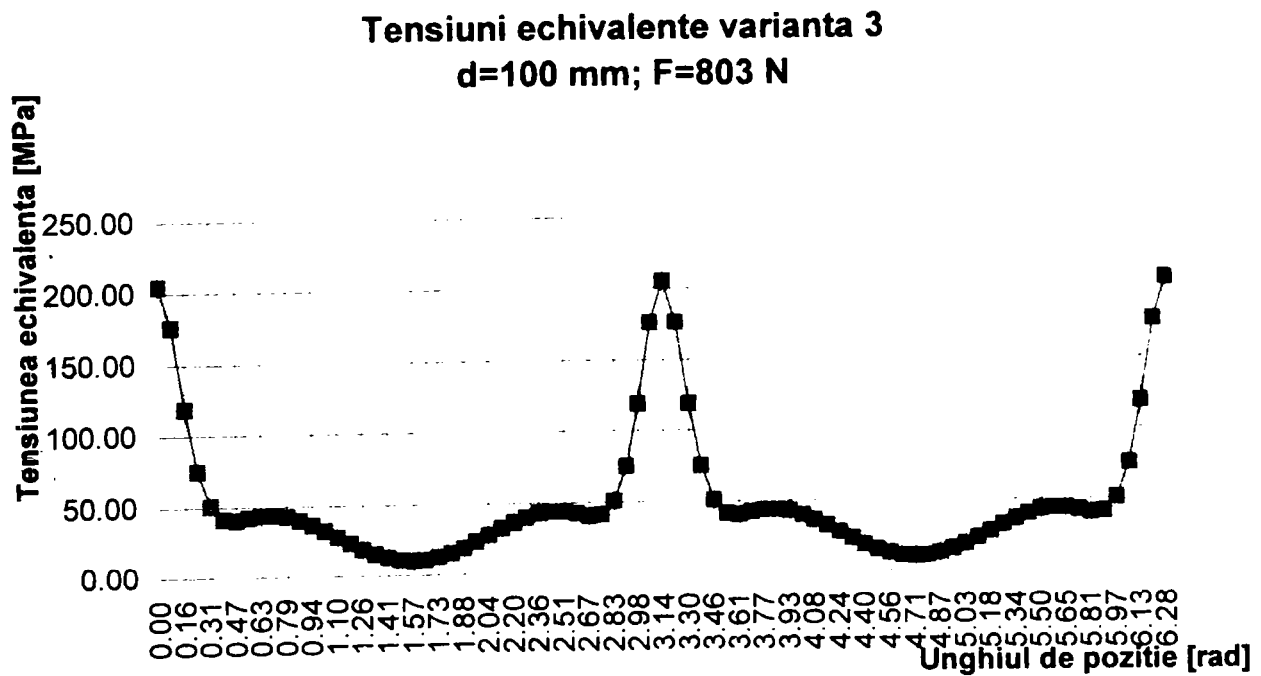


Fig. 4.8.3. Repartiția tensiunilor echivalente – varianta 3

$$\partial_r = -0.428mm; \sigma_{\max} = 205.0MPa; \sigma_{\min} = 10.36MPa; \sigma_v = 97.32MPa.$$

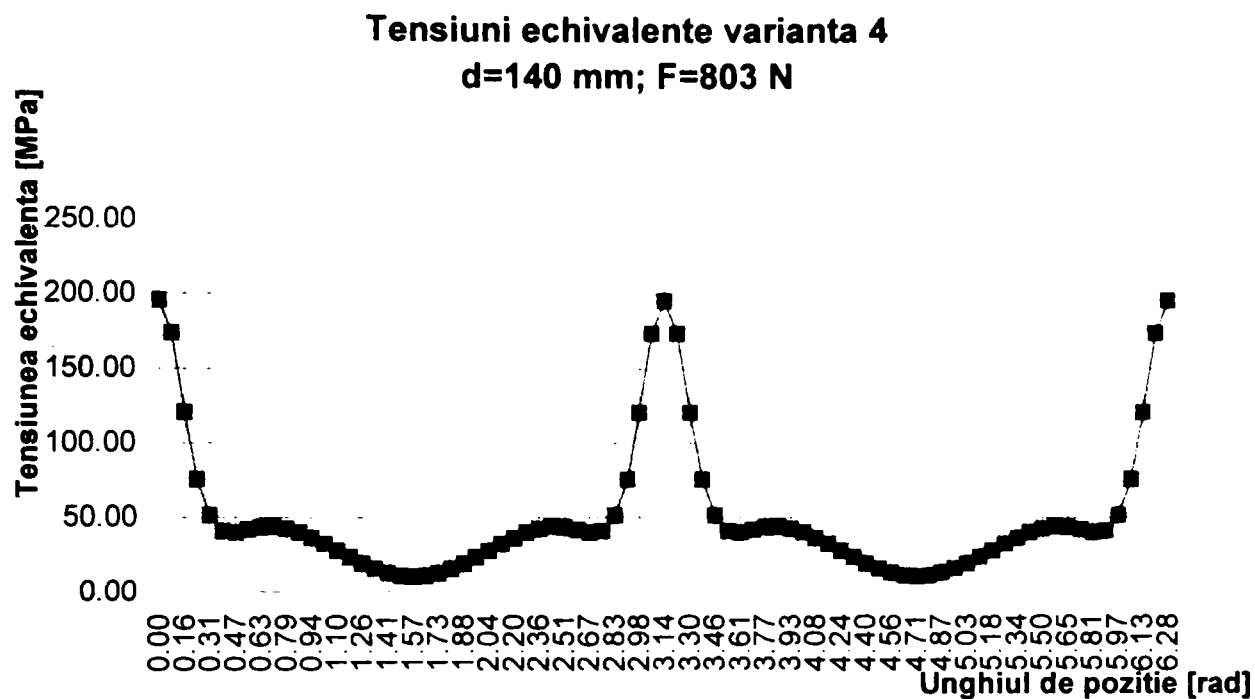


Fig. 4.8.4. Repartiția tensiunilor echivalente – varianta 4

$\partial_r = -0.428mm; \sigma_{max} = 195.7MPa; \sigma_{min} = 10.5MPa; \sigma_v = 92.6MPa.$

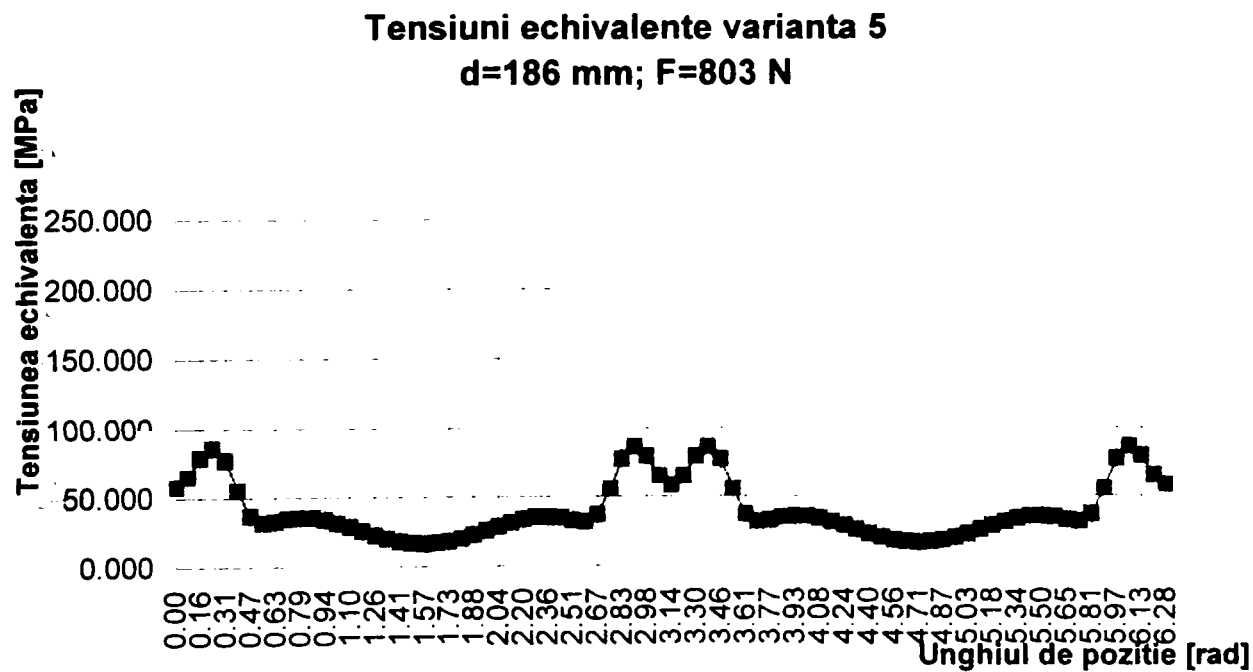


Fig. 4.8.5. Repartiția tensiunilor echivalente – varianta 5

$\partial_r = -0.417mm; \sigma_{max} = 85.91MPa; \sigma_{min} = 16.78MPa; \sigma_v = 34.565MPa.$

Sintetizăm datele aferente fig. (4.8.1...4.8.5) în tab. (4.8.1).

Tab. 4.8.1

Tensiune maximă, minimă, amplitudinea tensiunii

Varianta	Forța radială [N]	Diametrul discului deformatoare [mm]	Contrația radială maximă ∂_r [mm]	σ_{\max} [MPa]	σ_{\min} [MPa]	σ_v [MPa]
1	803	20	-0,428	224,1	10,08	107,01
2	803	60	-0,428	214,4	10,22	102,09
3	803	100	-0,428	205,0	10,36	97,32
4	803	140	-0,428	195,7	10,5	92,6
5	803	186	-0,417	85,91	16,78	34,565

Observăm că, la o forță radială constantă, o dată cu creșterea diametrului discului deformatoare contrația radială maximă rămâne constantă, cu excepția ultimei valori care arată o tendință clară de scădere a contrației la valori mari ale diametrului. Aceasta înseamnă că la diametre mari ale discului deformatoare sunt necesare forțe radiale mai mari pentru a obține o anumită contrație impusă, ceea ce constituie un dezavantaj. Cifrele din tab. (4.8.1) arată că acest fenomen nu are o pondere însemnată din punct de vedere cantitativ. Tensiunea maximă echivalentă scade continuu o dată cu creșterea diametrului discului deformatoare, această scădere fiind foarte accentuată la valori mari ale diametrului.

În ceea ce privește tensiunea minimă echivalentă fenomenul este invers, manifestându-se o creștere a acesteia o dată cu creșterea diametrului discului deformatoare, rezultând astfel o scădere accentuată a amplitudinii tensiunii. O valoare rezonabilă pentru amplitudinea tensiunii are efecte deosebit de favorabile asupra comportării la oboseală a roții flexibile.

Examinând alura curbelor prezentate în fig. (4.8.1...4.8.5) se observă că pentru diametre de până la 140 mm, tensiunea maximă este concentrată în punctele $\varphi = 0$, respectiv $\varphi = \pi$. Pentru diametrul de 186 mm tensiunea maximă se distribuie în două puncte situate simetric în jurul punctului de intersecție dintre direcția forței radiale și profilul roții. În general în acest caz diagrama de repartiție a tensiunii echivalente este mult aplatizată în comparație cu

cazurile precedente. Aplatizarea vârfurilor de tensiune este, evident, o cauză a reducerii tensiunii maxime și a amplitudinii tensiunii.

Cele expuse mai sus constituie argumente în favoarea adoptării unor diametre mari pentru discurile deformatoare, cât mai apropiate de valoarea maximă teoretic posibilă stabilită în § 2.4.

Analizăm în continuare evoluția repartiției tensiunii echivalente în cazul unui diametru constant al discurilor deformatoare și a creșterii progresive a forței radiale aplicate.

Situația în care la diametrul discului deformatoare $d = 186 \text{ mm}$ se aplică o forță $F = 803 \text{ N}$ (variante 5) a fost prezentată în fig. (4.8.5). Fig. (4.8.6) și (4.8.7) prezintă variantele 6 și 7 cu același diametru al discului deformatoare dar cu forțe radiale aplicate $F = 1000 \text{ N}$, respectiv $F = 2000 \text{ N}$.

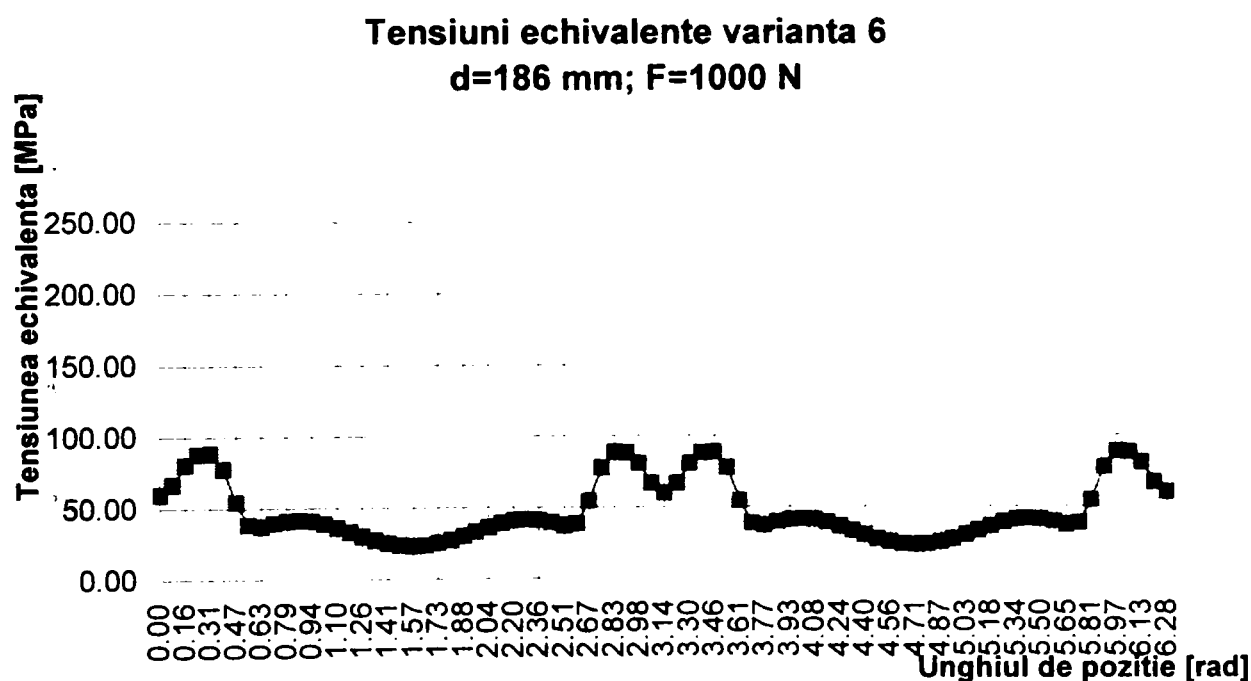


Fig. 4.8.6. Repartiția tensiunilor echivalente – varianta 6

Valoarea maximă a contracției radiale, tensiunile maximă, minimă și amplitudinea tensiunii au valorile:

$$\partial_r = -0.514 \text{ mm}; \sigma_{\max} = 88.77 \text{ MPa}; \sigma_{\min} = 23.38 \text{ MPa}; \sigma_v = 32.695 \text{ MPa}.$$

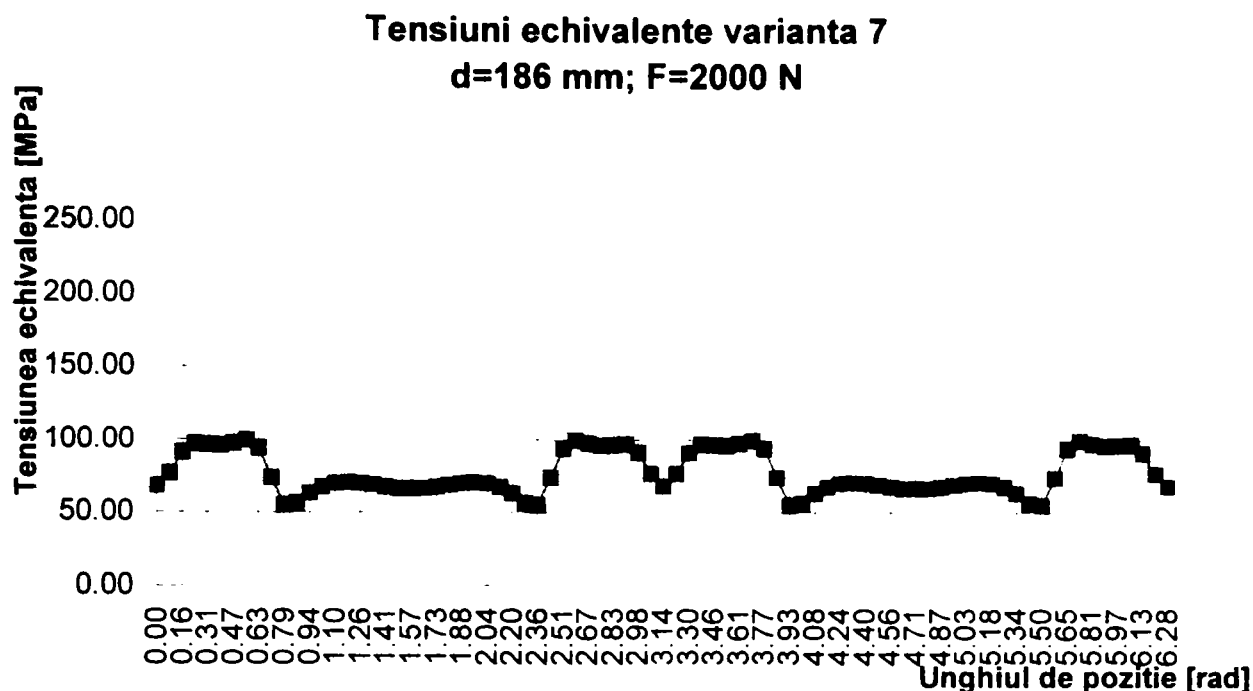


Fig. 4.8.7. Repartiția tensiunilor echivalente – varianta 7

$$\partial_r = -0.943\text{mm}; \sigma_{\max} = 99.37\text{MPa}; \sigma_{\min} = 54.95\text{MPa}; \sigma_v = 22.21\text{MPa}.$$

Sintetizăm datele aferente fig. (4.8.5....4.8.7) în tab. (4.8.2).

Tab. 4.8.2

Tensiune maximă, minimă, amplitudinea tensiunii

Varianta	Forța radială [N]	Diametrul discului deformat [mm]	Contrația radială maximă ∂_r [mm]	σ_{\max} [MPa]	σ_{\min} [MPa]	σ_v [MPa]
5	803	186	-0,417	85,91	16,78	34,565
6	1000	186	-0.514	88.77	23.38	32.695
7	2000	186	-0.943	99.37	54.95	22.21

O dată cu creșterea forței de deformare radială în cazul menținerii constante a diametrului discului deformat se remarcă o creștere a contracției radiale, o creștere a tensiunii echivalente maxime, o creștere a tensiunii echivalente minime și o scădere a amplitudinii tensiunii.

Pentru o evaluare cantitativă a acestor fenomene luăm varianta 5 ca referință și o comparăm cu varianta 7. Creșterea relativă a forței radiale de deformare:

$$\Delta F = \frac{2000 - 803}{803} \times 100 = 149\%$$

Creșterea relativă a contracției radiale în valoare absolută:

$$\Delta\delta_r = \frac{0.943 - 0.417}{0.417} \times 100 = 126.14\%$$

Creșterea relativă a tensiunii maxime echivalente:

$$\Delta\sigma_{\max} = \frac{99.37 - 85.91}{85.91} \times 100 = 15.66\%$$

Variația relativă a amplitudinii tensiunii:

$$\Delta\sigma_v = \frac{22.21 - 34.565}{34.565} \times 100 = -35.74\%$$

Observăm că la o creștere cu 149 % a forței radiale, deformarea radială crește cu 124,14 % ceea ce arată că proporționalitatea forță – deformație dedusă analitic pentru un model simplificat (relația 2.5.13) se păstrează într-o anumită măsură și în cazul de față. Tensiunea maximă crește cu doar 15,66 %, iar amplitudinea tensiunii scade cu 35,74 %.

Aceste lucruri se explică prin aplatizarea evidentă a diagramei repartiției tensiunilor pentru forța de 2000 N (variantea 7), situație în care tensiunea echivalentă minimă nu scade sub valoarea de 54,95 MPa.

Deplasarea radială de 0,943 este rezonabilă pentru un angrenaj armonic de genul angrenajului de referință ales în § 2.1, care are modulul $m = 1$ mm și înălțimea capului dintelui $h_a = 0.875$ mm.

Datele din tab. (4.8.2) constituie, de asemenea, argumente în favoarea adoptării unor diametre cât mai mari pentru discurile deformatoare.

Dacă din motive de închidere a lanțului de dimensiuni sau din motive de altă natură sunt necesare deplasări radiale mai mari decât cea aferentă variantei 7, vor fi necesare forțe de deformare elastică mai mari (variație cca. liniară), dar tensiunea maximă echivalentă va crește nesemnificativ, în timp ce amplitudinea tensiunii ne așteptăm să scadă.

CAPITOLUL V. CONCLUZII, CONTRIBUȚII PERSONALE, OBIECTIVE DE PERSPECTIVĂ

5.1 Concluzii.

Transmisiile armonice dințate s-au impus în cazurile în care se cer rapoarte de transmitere foarte mari în construcții compacte și precizie cinematică ridicată sau randament mare. Dintre numeroasele variante constructive sunt mai răspândite T.A.D. radiale, cu două unde. Capacitatea portantă a T.A.D. și durabilitatea acestora sunt limitate în primul rând de către rezistența la oboselă a roții flexibile care este supusă la solicitări complexe, în regim dinamic.

Utilizarea danturii cu profil drept sau evolventic respectă cu aproximație legea din teoria angrenării, jocurile fiind anulate prin deformarea suplimentară a roții flexibile iar zonele de interferență prin corectarea profilului în perioada de rodaj. Îmbunătățirea performanțelor T.A.D. este posibilă prin utilizarea unor materiale cu caracteristici de rezistență superioare, prin utilizarea unor profile ale dinților care să asigure respectarea în mai bune condiții a legilor angrenării sau prin optimizarea dimensiunilor constructive ale transmisiei. T.A.D. cu deformatoare cu camă sunt de preferat datorită controlului formei elementului flexibil deformat pe întreaga circumferință a acestuia. Această soluție constructivă presupune însă utilizarea unui rulment special, al cărui inel exterior este supus la solicitări atât de severe, încât uneori cedează înaintea roții flexibile.

Generatoarele de unde cu discuri excentrice nu prezintă acest neajuns, și în plus, sunt mai simple constructiv. Această soluție constructivă permite însă deformarea necontrolată a roții flexibile în anumite zone. Porțiunea din circumferința roții flexibile care se deformează liber depinde de dimensiunile elementelor de bază ale transmisiei.

Studiul variantelor constructive teoretic posibile pentru aceste elemente s-a făcut pe baza teoriei lanțurilor de dimensiuni. S-a ajuns la concluzia că există o situație limită când discurile au diametru maxim iar excentricitatea are valoarea minimă (vezi fig. 2.4.3, rel. 2.4.5

și 2.4.6). Limitarea diametrului minim al discurilor nu se impune din condiții geometrice. Cazul unor diametre mici ale discurilor corespunde unui deformativ cu role, cele două tipuri de deformativ (cu discuri excentrice și cu role) fiind tratate în mod unitar, ca două modalități distincte de închidere a lanțului de dimensiuni. Alegerea variantei optime pentru dimensiunile de bază ale transmisiei armonice cu generator cu role sau cu discuri excentrice (grosimea peretelui roții flexibile, diametrul discurilor, excentricitatea) este legată de posibilitatea studierii stării de tensiune și deformație din roata flexibilă în cazul diverselor variante constructive adoptate. În concluzie, se justifică efectuarea unor cercetări pentru determinarea stării de tensiune și deformație în roata flexibilă a unei transmisii armonice dințate cu două unde, cu deformativ cu discuri excentrice.

Angrenajul armonic de referință de la care s-a pornit pentru realizarea modelelor supuse cercetărilor teoretice și experimentale este prezentat în § 2.1.

Un prim model simplificat sub forma unui tub fără fund și supus unei forțe radiale de deformare concentrată într-un punct a fost tratat printr-o metodă analitică pornind de la expresia energiei potențiale de deformație (§ 2.5.). Ca urmare a aplicării acestei metode s-a ajuns la concluzia că forța elastică este proporțională cu deplasarea diametrală. La o forță elastică de 486 N s-a ajuns la o deplasare diametrală de 2,1 mm, tensiunea maximă fiind de 127,83 MPa.

Un model asemănător a fost supus analizei numerice cu elemente finite, analiză statică liniară (§ 3.2.) Rezultatele obținute prin cele două metode coincid destul de bine în ceea ce privește deplasarea diametrală; în ceea ce privește tensiunea maximă analiza numerică oferă o valoare cu 22,52 % mai mare. Proporționalitatea dintre forța de deformare elastică și deplasarea diametrală este confirmată și de rezultatele analizei numerice. Oricare din cele două rezultate le-am accepta ca fiind corecte, concluzionăm că modelul de la care s-a pornit este prea depărtat de situația reală; el se deformează mai ușor și rezultă tensiuni mai mari decât în cazul roții flexibile reale.

Un model ceva mai apropiat de realitate a fost conceput sub forma unei roți cu fund, de dimensiuni foarte apropiate de angrenajul de referință acceptat, forța de deformare elastică fiind aplicată concentrat la capătul liber al roții. Acest model a fost supus analizei numerice cu elemente finite (analiză statică liniară). O primă concluzie a fost păstrarea proporționalității dintre forța de deformare elastică și deplasarea diametrală. Unei deplasări diametrului de cca. 2 mm (1,952) îi corespunde o forță radială de deformare de 803 N și o tensiune maximă de 578 MPa. Concluzionăm că și în cazul acestui model deformarea se face prea ușor (cu forță

prea mică) iar tensiunile rezultate sunt foarte mari. Evident, față de primul model, prezența fundului a mărit rigiditatea fiind necesară o forță dublă, iar tensiunea maximă a crescut de peste trei ori. Ipoteza forței concentrate într-un punct este deosebit de severă și conduce la concentrarea puternică a tensiunilor în jurul aceluși punct. În plus există rezerve mari în ceea ce privește metoda de analiză numerică utilizată (compatibilitatea cu modelul supus analizei).

Următorul model acceptat ține cont de contactul real dintre discul deformator și suprafața interioară a roții flexibile. Acest model a fost studiat în prima etapă printr-o metodă analitică expusă în literatura de specialitate [94]. În vederea aplicării acestei metode care presupune un volum foarte mare de calcule s-au întocmit câteva programe în limbajul DBASE5 (BORLAND). Programul DEFORM1 calculează coordonatele punctelor de pe roata flexibilă deformată în condițiile unei incrementări constante a unghiului de poziție $\Delta\varphi = 5^{\circ}$ pentru trei valori ale semiunghiului de înfășurare a roții flexibile pe discul deformator 20° , 30° și 40° . Datele obținute prin rularea acestui program au condus la concluzia că semiunghiurile mari de înfășurare sunt mai avantajoase din punct de vedere al evitării interferenței dinților.

Întrucât acest model a fost supus și unei analize numerice cu element finit s-a pus problema compatibilității datelor pentru a fi posibilă compararea acestora. Studiul influenței diametrului discurilor deformatoare a impus utilizarea a cinci diametre diferite (20, 60, 100, 140 respectiv 186 mm). S-a pus în această etapă problema corelației existente între diametrul discului deformator și semiunghiul de înfășurare. Pe baza unor relații analitice existente în literatura de specialitate [94] am găsit o metodă de rezolvare a acestei probleme. Datorită volumului mare de calcule și necesității efectuării de iterații am conceput programul GAMA1. Rularea acestui program pentru diametrele de 20, 60, 100 și 140 mm nu a fost posibilă datorită intrării programului într-un ciclu infinit. Analizând în detaliu cauzele care au dus la această situație am ajuns la concluzia că relațiile pe baza cărora am conceput această metodă de calcul nu sunt valabile decât pentru diametre mai mari decât un diametru minim dat (metoda este valabilă pentru ceea ce numim “generator cu discuri excentrice” și nu este valabilă pentru ceea ce numim “generator cu role”). Rularea programului GAMA1 pentru un diametru de 186 mm a condus la un rezultat de $\gamma = 30^{\circ}15'$ ceea ce ținând seama de valorile uzuale recomandate în literatura de specialitate (20° ... 40°) ne permite să tragem concluzia că metoda de calcul este corectă. Întrucât programul de analiză cu elemente finite definește nodurile rețelei astfel încât incrementul unghiului de poziție nu este constant și în plus trebuia

ținut cont de rezultatele rulării programului GAMA1, s-a scris programul DEFORM2 pentru a obține rezultate comparabile cu analiza numerică.

Modelul care ține seama de contactul dintre discul deformat și suprafața interioară a roții flexibile completat cu forma geometrică completă a roții flexibile cât se poate de apropiată de cea a roții angrenajului de referință acceptat a fost supusă unei analize statice neliniare cu elemente finite (Programul COSMOS 1,75 A, modulul NSTAR, elemente finite spațiale de tip SOLID cu opt noduri fiecare). Având în vedere faptul că rularea programului este laborioasă ne-am limitat la șapte variante, corespunzătoare celor cinci diametre ale discului deformat enumerate mai sus, pentru diametrul de 186 mm fiind luate în considerare trei valori ale forței radiale de deformare elastică: 803, 1000 respectiv 2000 N.

Comparând forma roții flexibile rezultate din analiza numerică cu cea rezultată din rularea programului DEFORM2 pentru variantele care acceptă pentru diametrul discului deformat valoarea de 186 mm, s-a ajuns la concluzia că ele coincid în limitele unei erori de cca. 15 % în cazul forței elastice de 803 N, respectiv cca. 3 % în cazul forței elastice de 2000 N. Metoda analitică prezentată în § 2.6 și analiza numerică statică neliniară utilizată în § 3.4 sunt metode de cercetare teoretică principial diferite. În aceste condiții rezultatele obținute reprezintă un argument în favoarea corectitudinii datelor oferite de modelarea numerică.

Pentru a aprecia mai bine corectitudinea datelor oferite de analiza statică neliniară pe ultimul model adoptat, s-au organizat încercări experimentale care au vizat măsurarea deplasărilor și a tensiunilor (prin tensometrie electrică rezistivă) în trei puncte semnificative și compararea acestora cu datele oferite de programul COSMOS. În cazul deplasărilor eroarea relativă este cuprinsă între 0,14 și 10,86 %. În cazul tensiunilor s-au obținut de asemenea rezultate relativ apropiate (vezi tab. 4.7.8, 4.7.9, 4.7.10). Aprecierea acestor rezultate trebuie să țină seama de erorile de măsurare inerente metodelor tensometrice, în special în cazul deformațiilor specifice mici, precum și de faptul că interpretarea rezultatelor experimentale a acceptat ipoteza stării plane de tensiune, spre deosebire de programul COSMOS care lucrează în ipoteza stării spațiale de tensiune. Dacă ținem seama și de faptul că în cazul acestui ultim model, o deformare diametrală rezonabilă din punct de vedere practic (de cca. 2 mm) a fost obținută prin aplicarea unei forțe radiale elastice de 2000 N și de faptul că s-a realizat o tensiune echivalentă maximă de 99,37 MPa putem trage concluzia că modelul acceptat și metoda de analiză numerică folosită sunt valabile.

Printr-o prelucrare suplimentară a datelor oferite de analiza statică neliniară s-a ajuns la concluzia că o dată cu creșterea diametrului discurilor deformatoare scade mult tensiunea maximă din roata flexibilă, scade amplitudinea tensiunii datorită aplatizării diagramei de repartiție a tensiunii pe contur (cu efecte foarte favorabile asupra solicitării reale la oboseală). Crește ne semnificativ forța radială necesară deformării roții. O deformare suplimentară a roții în vederea măririi deplasării radiale necesită o forță de deformare proporțional mai mare, dar conduce la o creștere ne semnificativă a tensiunii maxime și chiar la o scădere a amplitudinii tensiunii. Putem deci concluziona că diametrul discurilor trebuie ales cât mai mare posibil din punctul de vedere al tensiunilor datorate deformării elastice. Modul de repartizare a presiunii de contact dintre suprafața activă a generatorului de unde și suprafața interioară a roții flexibile are o influență foarte mare asupra diagramei tensiunilor rezultate în corpul roții flexibile, asupra tensiunii maxime echivalente și asupra amplitudinii tensiunii.

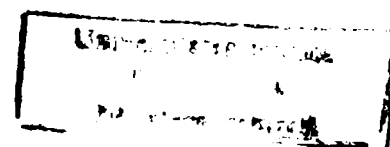
O altă concluzie importantă este aceea că T.A.D. cu deformatoare cu discuri excentrice nu trebuie complet abandonate în favoarea celor cu deformatoare cu camă. Optimizarea geometrică a reductorului armonic este posibilă prin aplicarea metodelor numerice moderne, cu toate că, datorită deplasării radiale comparabile cu grosimea ei, roata flexibilă reprezintă un element diferit de piesele care sunt supuse curent unor astfel de analize.

T.A.D. cu deformatoare cu discuri excentrice, optimizate prin metode de genul celor prezentate în această lucrare, pot funcționa aproape la fel de bine ca cele echipate cu generator de unde cu camă și sunt mai simple din punct de vedere constructiv (lipsește cama și rulmentul flexibil de construcție specială).

În mod cert această variantă este de preferat în cazul unor unicate sau a unei producții de serie mică.

5.2 Contribuții personale.

- Tratarea unitară a T.A.D. cu deformatoare cu role și cu deformatoare cu discuri pe baza teoriei lanțurilor de dimensiuni. Cele două variante constructive devin două cazuri particulare ale aceluiași tip de T.A.D.
- O metodă de determinare a valorilor extreme teoretic posibile ale diametrului discului deformatoare și excentricității pe baza teoriei lanțurilor de dimensiuni (valoarea maximă a diametrului discului deformatoare și valoarea minimă a excentricității).
- Calculul pe cale analitică a deplasării diametrului și a tensiunii maxime pentru modelul simplificat cu forță concentrată la mijlocul roții pornind de la energia potențială de deformație.
- Programul DEFORM1 pentru calculul coordonatelor profilului roții flexibile deformatoare cu incrementare constantă a unghiului de poziție.
- Metoda de calcul pentru semiunghiul de înfășurare a roții flexibile pe discul deformatoare în funcție de raza discului și de deplasarea radială maximă, și programul GAMA1 pentru efectuarea pe cale numerică a acestui calcul.
- Stabilirea limitelor de aplicabilitate a metodei enunțate mai sus.
- Programul DEFORM2 pentru calculul coordonatelor profilului roții flexibile deformatoare cu acceptarea unei incrementări variabile impuse a unghiului de poziție. Acest program acceptă pentru semiunghiul de înfășurare a roții flexibile pe discul deformatoare valorile rezultate din rularea programului



GAMA1, iar pentru unghiul de poziție valorile impuse de programul de analiză numerică cu elemente finite.

- Realizarea a trei modele de analiză numerică cu elemente finite a roții flexibile, două de analiză statică liniară și unul de analiză statică neliniară și rularea acestora pe programul COSMOS 1,75 A. În cazul analizei statice neliniare s-a definit un model care ține seama de contactul real disc deformat-roată flexibilă, model care a fost rulat în șapte variante cu valori diferite pentru diametrul discurilor și forța de deformare elastică radială. Forța de deformare elastică radială a fost aplicată concentrat pe axa discului generatorului de unde, diagrama presiunii de contact dintre suprafața activă a discului și suprafața interioară a roții flexibile fiind stabilită prin calcule numerice de către program.
- Concepția și realizarea standului de probă și a modelelor pentru încercări experimentale în vederea determinării deplasărilor și a tensiunilor în trei puncte semnificative de pe circumferința roții flexibile corespunzător celor șapte variante supuse analizei statice neliniare. Efectuarea propriuzisă a încercărilor experimentale.
- Concepția metodelor de interpretare și analiză a rezultatelor încercărilor experimentale, organizarea acestora într-o formă care să permită compararea cu datele oferite de analiza numerică.
- Interpretarea corelației existente între rezultatele obținute prin aplicarea metodelor analitice, numerice și experimentale, analiza detaliată a datelor rezultate din rularea programului de analiză statică neliniară pentru cele șapte variante, elaborarea concluziilor, a obiectivelor de perspectivă.

5.3 Obiective de perspectivă

Una dintre concluziile importante cu care se încheie lucrarea de față este aceea că T.A.D. cu deformatoare cu discuri excentrice reprezintă o variantă viabilă, a cărei optimizare geometrică este posibilă prin aplicarea metodelor numerice moderne.

Modelul de analiză statică neliniară acceptat și verificat în cadrul acestei lucrări poate fi rulat pentru mai multe variante constructive (diferite grosimi ale roții flexibile, diferite diametre și grosimi ale discurilor deformatoare, poziții relative în planuri distincte ale discurilor în cazul unor generatoare cu două sau cu trei discuri, variante constructive diferite pentru fundul roții și zona de asamblare cu arborele condus etc) și trase concluzii mai detaliate cu privire la influența factorilor constructivi asupra stării de tensiune și deformație din roata flexibilă.

Într-o etapă ulterioară se pot elabora modele mai apropiate de reductorul armonic real prin luarea în considerare a unor elemente pe care modelele folosite în prezenta lucrare le-a neglijat. Enumerăm câteva elemente care ar putea fi luate în considerare de viitoarele modele:

- Contactul real dintre dinții roții flexibile și cei ai coroanei rigide și modelarea repartiției forțelor de interacțiune dintre aceștia (determinarea pe cale numerică a alurii diagramei din fig. 1.5.3).
- Studiul repartiției tensiunilor în roata flexibilă ținând seama pe lângă efectul deformării elastice și de torsiunea datorată interacțiunii dintre dinți și momentului rezistent transmis de la arborele condus.
- Studiul formei roții flexibile deformate simultan de forța datorată montajului pe generatorul de unde și de momentul de torsiune transmis (determinarea pe cale numerică a alurii fibrei medii deformate sub sarcină și apoi a diagramei din fig. 1.5.5).

- Utilizarea unor profile ale dinților care să respecte mai bine legea angrenării cum ar fi profilul “S” și influența acestor profile asupra stării de tensiune și deformație a roții flexibile.
- Elaborarea unor modele dinamice care să ia în considerare mișcarea pieselor, forțele de frecare, forțele de inerție...

Programele de analiză numerică existente sunt foarte diverse și permit adoptarea a numeroase variante de către utilizator. Alegerea variantei care se potrivește cel mai bine modelului fizic acceptat trebuie făcută cu grijă, fiind necesară întotdeauna verificarea prin compararea cu rezultatele unor încercări experimentale. Nu în ultimul rând, trebuie stabilite corect condițiile de contur, care să asigure o comportare a modelului supus analizei cât mai apropiată de cazul real.

BIBLIOGRAFIE

- [1] **Anghel, Șt.**, ș.a. *Contribuții la evaluarea durabilității transmisiei armonice cu ajutorul calculatorului electronic*. Al III-lea Simpozion internațional SYROM 1981
- [2] **Anghel, Șt.** *O metodă de sinteză dimensională a transmisiei armonice dințate cu două unde și roată flexibilă cilindrică* – Culegere de lucrări științifice și tehnice, I.S.Reșița, 1983
- [3] **Anghel, Șt.**, ș.a. *Aspecte privind realizarea reductoarelor armonice utilizate în construcția roboților industriali și a preciziei cinematice a acestora*. Al IV-lea Simpozion MTM – Robotizarea industriei, Timișoara, 1984
- [4] **Anghel, Șt.** *Criterii de alegere a transmisiilor mecanice moderne*. Gazeta tehnico-științifică a UCMR S.A. și a F.I.R. Nr. 2, Reșița, 1993
- [5] **Anghel, Șt.** *Aspecte specifice proiectării transmisiilor armonice ermetizate*, Sesiunea de comunicări tehnico-științifice, Reșița, 1993
- [6] **Anghel, Șt.**, ș.a. *Proiectarea transmisiilor mecanice*. Vol.I și II, Lito U.T. Timișoara, 1993
- [7] **Anghel, Șt.**, ș.a. *Certain Criteria to Make a Choice the Harmonic or the Precession Drive for Actuate Robots*. Revista Robotică & Management Vol. 2, Nr.1, Reșița, 1997.
- [8] **Anghel, Șt.** *Organe de mașini*. vol. II, Editura “Eftimie Murgu”, Reșița, 1997
- [9] **Anghel, Șt., Borza, A.**, ș.a. *Protocol I. Cercetări privind creșterea performanțelor unor transmisii mecanice moderne: armonice, precesionale și cicloïdale cu bolțuri.Faza I*. Contract de grant anual Nr.7045/1997, Cod CNCSU 980, Reșița, noiembrie 1997.
- [10] **Anghel, Șt., Borza, A.**, ș.a. *Protocol II. Cercetări privind creșterea performanțelor unor transmisii mecanice moderne: armonice, precesionale și cicloïdale cu bolțuri. Faza II*. Contract de grant Nr.30/1998, Cod CNCSU 87/1998, Reșița. noiembrie 1998.
- [11] **Anghel, Șt.**, ș.a. *Determinarea experimentală a parametrilor cinematici și dinamici ai reductorului armonic*. Vol. II Lucrările științifice ale Universității din Petroșani, 1998.
- [12] **Anghel, Șt.**, ș.a. *Testarea preciziei cinematice de orientare a transmisiei armonice duble*. Revista de Robotică și Management, Vol II, Nr.2, Reșița, 1998
- [13] **Anghel, Șt., Vela, I., Borza, A.**, ș.a. *Implementarea unor transmisii mecanice moderne. de randament ridicat în sistemele interne de transport în vederea reducerii consumurilor energetice*. Contract de cercetare Nr. 62, cu S.C. Pangram S.A., Reșița, noiembrie 2002.
- [14] **Anghel, Șt.**, ș.a. *Similitudini structural-funcționale între un nou tip de reductor de turație și cele armonice sau cicloïdale cu bolțuri*. Sesiunea științifică a F.I. Hunedoara, 4-5.11.1999
- [15] **Anghel, Șt., Borza, A.**, ș.a. *Protocol III. Cercetări privind creșterea performanțelor unor transmisii mecanice moderne: armonice, precesionale și cicloïdale cu bolțuri.Faza III*. Contract adițional de grant Nr.34472/1999, Cod CNCSIS 58/1999, Reșița, noiembrie 1999.
- [16] **Anghel, Șt., Borza, A.**, ș.a. *Optimizarea geometrică a reductoarelor armonice cu ajutorul lanțurilor de dimensiuni* Revista Robotică & Management Vol. I/2000.
- [17] **Babeu, T.** *Rezistența materialelor*, Vol I,II, I.P.T.V.T. Facultatea de mecanică, Timișoara, 1980
- [18] **Bagiu L.** *Toleranțe și ajustaje*, Editura Helicon, Timișoara, 1994
- [19] **Beer, F.** *Mechanics of materials*, Mc Graw Hill Book Compan, 1981
- [20] **Bender, K.W.** *Diplomarbeit*, Technische Hochschule Darmstat, 1981

- [21] **Borza, A.** *O modalitate de proiectare a reductoarelor armonice cu o treaptă, două unde și roată flexibilă cilindrică lungă, prin metode numerice.* Analele UEMR, Fascicola I Inginerie, Anul II, Nr.1, Reșița, 1995.
- [22] **Borza, A.** *Toleranțe, abateri de formă și poziție reciprocă la transmisiile armonice dințate,* U.E.M. Reșița, 25-26.11.1996
- [23] **Borza, A.** *Lanțuri de dimensiuni la transmisiile armonice,* U.E.M. Reșița, 25-26.11.1996
- [24] **Borza, A.** *Stadiul actual al problemelor legate de construcția transmisiilor armonice,* Referat de doctorat Nr. 1 UEMR – UPT, 1997.
- [25] **Borza, A.** *Capacitatea portantă a elementelor specifice transmisiilor armonice dințate.* Referat de doctorat Nr. 2 UEMR – UPT, 1997.
- [26] **Borza, A.** *Dantura cu profil S pentru angrenaje armonice,* Analele UEMR, Fascicola I Inginerie, Anul IV, Nr.1, Reșița, 1997.
- [27] **Borza, A.** *Lanțuri de dimensiuni la transmisiile armonice dințate.* Referat de doctorat Nr. 3, UEMR – UPT, 1999.
- [28] **Borza, A.** *Finite element application for state of stress and strain in the flexible wheel of the harmonic drives,* SYROM 2001, The Eight IFToMM International Symposium on Theory of Machines and Mechanisms, Vol. III, pp. 85-90, București, 2001
- [29] **Bruja, A.** *Reductoare armonice cu grad foarte mare de acoperire. Studiu cinematico-geometric,* Al VIII-lea Simpozion Național de Roboți Industriali, Cluj Napoca, 1981
- [30] **Bruja, A.** *Contribuții la studiul stării de tensiune în unele elemente ale reductoarelor armonice.* Teza de doctorat, I.C.B., 1986
- [31] **Bruja, A.,ș.a.** *Determinarea experimentală a jocului la inversarea sensului și a deformației remanente a tubului reductoarelor armonice în cazul solicitării acestora la torsiune,* Al V-lea Simpozion Național MTM, Cluj Napoca, 1988.
- [32] **Bruja, A. ș.a.** *Studiul traiectoriei dinților tubului deformabil pentru reductoare armonice cu raza de curbură constantă în zona de contact,* Al IX-lea Simpozion Național de roboți industriali, Baia Mare, 1989.
- [33] **Bruja, A.** *Determinarea forțelor care acționează asupra dinților angrenajului armonic.* The Seventh IFToMM International Symposium on Linkages and Computer Aided Design Methods - Theory and Practice of Mechanisms – Vol. III, pp. 89-92, București, 1997
- [34] **Bruja, A.** *Cinematica angrenajului armonic,* The Seventh IFToMM International Symposium on Linkages and Computer Aided Design Methods – Theory and Practice of Mechanisms , Vol. III, pp. 83-88, București, 1997
- [35] **Buzdugan, Gh.** *Tensometrie electrică rezistivă,* Editura Tehnică, București 1966
- [36] **Buzdugan, Gh. ș.a.** *Calculul de rezistență al pieselor de mașini,* Editura Tehnică, București, 1979
- [37] **Cernavski , ș.a.** *Kursovoe proiectirovanie detalii masin.* Moskova, Izd. Masinostroenie, 1979
- [38] **Chișiu, A.** *Organe de mașini,* EDP, București, 1981
- [39] **Constantinescu, I. ș.a.** *Calculul de rezistența structurilor de mașini și utilaje,* Editura tehnică, București, 1984
- [40] **Constantinescu, I. ș.a.** *Metode noi pentru calcule de rezistență,* Editura Tehnică, București, 1989
- [41] **Da Lio, M.** *Experimental and theoretical study of harmonic motors,* IFT₀MM pp 2686-2692 Politecnica di Milano, 1995
- [42] **Dali, A.** *Studiul transmisiei armonice etanșe șurub-piuliță,* Simpozionul de mecanisme și transmisii mecanice, Reșița, 1976

- [43] **Dali, A.** *Influența deformației roții flexibile asupra profilului dinților*, Second IFToMM International Symposium on Linkages and computer aided design methods, București, 1977
- [44] **Dali, A.** *Contribuții la geometria cinematică și calculul de rezistență al angrenajelor cu elemente dințate deformabile*. Teza de doctorat, Cluj-Napoca, 1981
- [45] **Dali, A. ș.a.** *Posibilități de utilizare a dinților de formă trapezoidală la angrenaje armonice*. Simpozionul Național "Prasic", Brașov, 1986
- [46] **Dali, A.** *Calculul tensiunilor maxime în angrenajul armonic*, Al V-lea Simpozion Național MTM, Clu Napoca, 1988
- [47] **Dali, A. ș.a.** *Studiul profilului conjugat la angrenajele armonice*, Al VI-lea Simpozion Internațional de Teoria și practica mecanismelor, Volume III, Paper 11, pp. 67-72, București, 1993
- [48] **Dali, A. ș.a.** *Angrenarea specială a profilurilor la angrenajul armonic modelat pe calculator*, PRASIC '94 al V-lea Simpozion Național , Proiectare asistată pe calculator, pp. 63-67, Brașov, 1994
- [49] **Dali, A.** *Posibilități de extindere a domeniului de rapoarte de transmitere la angrenaje armonice*, The Seventh IFToMM International Symposium on Linkages and Computer Aided Design Methods – Theory and Practice of Mechanisms. Vol. III, pp. 177-182, București, 1997
- [50] **Deutsch, I** *Rezistența materialelor*, EDP, București, 1979
- [51] **Dobre, I. ș.a.** *Probleme propuse de Rezistența materialelor vol III – Elemente de teoria elasticității, teorii de rezistență, solicitări compuse, bare curbe, metode energetice*, I.P.T.V.Timișoara, 1982
- [52] **Filipoiu, I.D.** *Contribuții asupra îmbunătățirii capacității portante a transmisiilor armonice dințate*, Teza de doctorat, I.P.București, 1987
- [53] **Filipoiu, I.D.** *Randamentul transmisiei armonice luând în considerare repartiția sarcinii în angrenajul armonic și în rulmentul elastic*, a V-a conferință Tribotehnica, București, 1987.
- [54] **Gafițanu, M ș.a.** *Organe de mașini, vol. I*, EDP, București, 1981
- [55] **Gafițanu, M ș.a.** *Organe de mașini, vol. II*, EDP, București, 1983
- [56] **Gafițanu, M ș.a.** *Elemente finite și de frontieră la calculul organelor de mașini*, Editura Tehnică, București, 1987
- [57] **Gârbea, D.** *Analiză cu elemente finite*, Editura Tehnică, București, 1990
- [58] **Gheorghiu, N.S. ș.a.** *Organe de mașini*, IPTVT, 1978
- [59] **Gligor, O. ș.a.** *Elemente de mecanică fină*, IPTVT, 1987
- [60] **Handra-Luca, V. ș.a.** *Introducere în teoria mecanismelor, vol.I, II*, Ed. Dacia, Cluj, 1983
- [61] **Ianici, S.** *Aspecte privind alegerea grosimii peretelui roții flexibile a unui angrenaj armonic*, Sesiunea de comunicări tehnico-științifice, Reșița, 1993
- [62] **Ianici, S.** *Soluții pentru mărirea durabilității elementelor portante ale T.A.D.*, Referat 3 Doctorat. Timișoara, 1997
- [63] **Ianici, S.** *Studiul legilor de deformație ale roții dințate flexibile scurte a transmisiei armonice duble*, Analele U.E.M.Reșița, 1998
- [64] **Ianici, S.** *Sinteza structurală a transmisiei armonice duble*, Analele U.E.M.Reșița, 1998
- [65] **Ianici, S.** *Contribuții la sinteza transmisiilor cu elemente deformabile*, Teza de doctorat. U.P.Timișoara, 1998
- [66] **Idițoiu, I., ș.a.** *Transmisia armonică dințată. Realizare. Studiul theoretic și experimental al pierderilor energetice.*, Simpozionul de mecanisme și transmisii mecanice, pp. 764-779, Reșița, 1972
- [67] **Iliescu, D.V. ș.a.** *Statistică și toleranțe*, Editura tehnică, București, 1977

- [68] **Iovițiu, E.** ș.a. *Variația rezistenței timbrelor tensometrice funcție de umiditate și indicarea unor substanțe protectoare, corespunzătoare măsurătorilor în aer umed*. Culegere de lucrări științifice I.S.Reșița, 1983
- [69] **Ivanov, M.N.** ș.a. *Rascet ctositelnogo polojenia zubev v volnovci peredace*, Izvestia VUZ-Mașinostroenie, Nr. 11, 1969
- [70] **Ivanov, M.N.** *Volnovae zubciatae peredaci*. Moskova, Izd. Vassaia skola, 1981
- [71] **Juran, J.M.** *Calitatea produselor*, Editura tehnică, București, 1973
- [72] **Kaposta, I.**, ș.a. *Studiul, cercetarea și proiectarea reductoarelor armonice frontale*, Al IV-lea Simpozion Național MTM, Timișoara, 1984
- [73] **Kaposta, I.** *Stabilirea eforturilor maxime din transmisia armonică frontală*, al IX-lea Simpozion Național de Roboți Industriali, Baia Mare, 1989
- [74] **Kaposta, I.** *Studiul experimental al stării reale de eforturi în transmisia armonică frontală*, al IX-lea Simpozion Național de Roboți Industriali, Baia Mare, 1989
- [75] **Kaposta, I.** *Metode specializate de investigație experimentală a transmisiilor armonice*. Referat teză de doctorat, Univ. Tehnică Timișoara, 1992
- [76] **Kaposta, I.** *Optimizarea funcțional-constructivă a transmisiei armonice frontale*, Teza de doctorat, U.P.Timișoara, 1994
- [77] **Kaposta, I.** *Transmisii armonice frontale*, Editura Mirton, Timișoara, 2000
- [78] **Kiosawa, Y** ș.a. *Performance of Strain Wave Gearing Using a New Tooth Profile*. ASME International Power Transmission and Gearing Conference, Vol 11, Book No. 10288B, 1989
- [79] **Kovacs, Fr., Crudu, M., Perju, D.** *Mecanisme, Curs pentru uzul studenților*, I.P.Timișoara, 1991
- [80] **Kovacs, Fr., Perju, D. Crudu, M.** *Mecanisme, Partea I-a. Analiza mecanismelor*, I.P.Timișoara, 1978
- [81] **Kovacs, Fr.** *Manipulatoare, roboți și aplicațiile lor industriale*, Editura Facla, Timișoara, 1982
- [82] **Kovacs, Fr.**, ș.a. *Mecanisme*, Lito, U.T.Timișoara, 1992
- [83] **Kovacs, Fr.**, ș.a. *Roboți industriali*, vol. I și II, Lito, U.T.Timișoara, 1992
- [84] **Kovacs, Fr.**, ș.a. *Sinteza mecanismelor*, Lito, U.T.Timișoara, 1992
- [85] **Kovacs, Fr.**, ș.a. *Fabrica viitorului*, Editura Multimedia International, Arad, 1999
- [86] **Kovalev, N.A.** *Peredaci gibkim kolesami*, Moskova Izd. Masinostroenie, 1979
- [87] **Kudriatev, V.N.**, ș.a. *Planetarnae peredacii*, Leningrad, Izd. Masinostroenie, 1977
- [88] **Litvin, F.A.** *Teoria zupciata zateplenii*, Moscova, Fizmasghiz, 1960
- [89] **Mădăras, L.** ș.a. *Organe de mașini*, vol. I Lito, U.T.Timișoara, 1990
- [90] **Mădăras, L.** ș.a. *Încercarea organelor de mașini*, Vol. I. Editura „Universitatea Tehnică Timișoara”, 1994
- [91] **Manolăscu, N.I., Kovacs, Fr., Orănescu, A.** *Teoria mecanismelor și a mașinilor*, EDP, București, 1972
- [92] **Mârșăvină, L.** *Metode numerice în mecanica ruperii*, Editura Miron, Timișoara, 1998
- [93] **Miloiu, G.** *Angrenaje speciale*, Manualul inginerului mecanic, vol. III, Editura tehnică, București, 1976
- [94] **Miloiu, G.**, ș.a. *Transmisii mecanice moderne*, București, Ed. Tehnica, 1981
- [95] **Okrouhlik, M.** *Finite Element Homework an Programing Aplications* IFToMM p.p. 3161-3165 Politecnica di Milano, 1995
- [96] **Pelecuți, C.** ș.a. *Mecanisme*, EDP, București, 1985
- [97] **Perju, D.** *Mecanisme de mecanică fină*, I.P.T.V. Timișoara, 1990
- [98] **Raicov, P.C.** *Calculul structurilor cu metoda elementului finit – Teorie, programe utilitare, aplicații*, Editura “Mirton”, Timișoara, 1998

- [99] **Razin, S.A.** *Eksperimentalnoe opredelenie nagru zok na zubiev i na generator sdvoenoi volnovoi peredaci*, In Izv. VUZ-Masinstroenie, 1984, nr.9
- [100] **Razin, S.A., ș.a.** *Isledovanie forma deformirovania i naprajenii gibkovo koleasa sdvoenoi volvovoi peredaci*, In Izv.VUZ-Masinstroenie, 1984, nr.11
- [101] **Razin, S.A., s.a.** *Izmenenie forma gibkovo koleasa i nagruzok na zuchia sdvoenoi volnovoi peredaci s koltom jestkosti*, In Izv. VUZ-Masinstroenie, 1987,nr.5
- [102] **Resetov,D.N.** *Atlas konstruktii-detalii masin*, Moskova, Masinstroenie, 1979
- [103] **Rudașevski,G.E.** *Automatizarea măsurărilor tensometrice statice în mai multe puncte*, Mașinovedenie, nr.3, iun. 1971
- [104] **Schweinert,I.,Borza,A.** *Toleranțe și ajustaje- Culegere de probleme*, U.E.M.Reșița, 1994
- [105] **Șerban, R.** *Contribuții teoretice și experimentale la optimizarea geometrică a reductoarelor armonice cu deformator eliptic în vederea creșterii fiabilității acestora*, Teza de doctorat, Iași, 1992
- [106] **Soare V., ș.a.** *Rezistența materialelor în aplicații*, E.T. București, 1996
- [107] **Suvalov, ș.a.** *Rasciot volnovah peredaci sucetom podatlivosti zvenev.*, Vestnik-Masinstroenie, 1974, nr.6
- [108] **Timoshenko, S.P.** *Teoria stabilității elastice*, E.T. București, 1967
- [109] **Vela, I.** *Concepția și realizarea unei cuple cinematice conducătoare folosită în construcția roboților industriali, utilizând angrenajul armonic dințat*, Lucrările științifice și tehnice, Reșița, 1983
- [110] **Vela, I.** *Elemente de cinetostatică ale transmisiei armonice dințat*, .Simpozionul C.S. Hunedoara, 1986
- [111] **Vela, I.** *Cercetări privind funcționarea și construcția mecanismelor cu elemente dințate elastice*, Teza de doctorat, Timișoara, 1987
- [112] **Vistriari, M.** *Actuatori în mecatronică*, Editura Mediamira, Cluj-Napoca, 2000
- [113] **Volkov, D.P. ș.a.** *Volnovae zubciatae peredaci*, Kiev, 1976
- [114] **Zamfir, V.** *Mecanisme. Sinteza analitică a mecanismelor*, Lito Institutul de Mine Petroșani, 1977
- [115] **Zamfir, V.** *Mecanisme. Îndrumar de proiectare*, Lito Institutul de Mine Petroșani, 1988
- [116] **Zamfir, V. ș.a.** *Teoria mecanismelor pentru sisteme automate și roboți industriali*, Notițe de curs, Universitatea Petroșani, 1997
- [117] *** *COSMOS/M 1,75 USER GUIDE for UNIX, WINDOWS NT, WINDOWS 95*
- [118] *** *Metodiceskie rekomandatii – Volnovae mehaniceskie peredaci*, Moskova, 1976
- [119] *** *Harmonic drive-Antriebstechnik G.M.B.H.*, 1990, nr.9
- [120] *** *Harmonic drive-Antriebstechnik G.M.B.H.*, 1974
- [121] *** *Catalog ROBERT BOSCH Kunststoffzeugnisse waiblingen, 705. Germany*