

UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" TIMIȘOARA
FACULTATEA DE ELECTRONICĂ ȘI TELECOMUNICAȚII

**METODE MODERNE DE PROCESARE
A SEMNALELOR RADAR, BAZATE PE
REPREZENTĂRI TIMP-FRECVENȚĂ**

TEZA DE DOCTORAT

Coordonator științific:
Prof. dr. ing. NAFORNIȚĂ IOAN

Doctorand:
ing. CRIȘAN VIOREL DORIN

-2003-

CUPRINS

I.INTRODUCERE.....	pag.1
II.BAZELE TEORETICE ALE REPREZENTĂRII ȘI ANALIZEI	
SEMNALELOR RADAR.....	pag.5
2.1.METODE DE REPREZENTARE A SEMNALELOR RADAR	
2.1.1 Modelul matematic al semnalului radar spațio-temporal de bandă largă.....	pag.5
2.1.2 Reprezentarea și analiza Fourier a semnalelor RADAR.....	pag.10
2.1.3 Metode de reprezentare timp-frecvență.....	pag.13
2.1.3.1 Ferestre și atomi timp-frecvență	pag.15
2.1.3.2 Proprietățile atomilor timp-frecvență. Baze de descompunere a semnalelor	pag.17
2.1.3.3 Principiul incertitudinii în analiza timp-frecvență.....	pag.20
2.1.3.4 Transformata Fourier cu fereastră glisantă (T.F.F.G. ,T.F.S.).....	pag.24
2.1.3.5 Transformata Gabor.....	pag.27
2.1.3.6. Interpretarea T.F.F.G. (T.F.S).....	pag.29
2.1.3.7 Transformata WAVELET.....	pag.35
2.1.3.8 Interpretarea T.W.C.....	pag.39
2.1.3.9 Transformarea Wavelet discretă.....	pag.41
2.1.3.10 Serii Wavelet în timp discret.....	pag.45
2.1.3.11 Proprietățile transformatei Wavelet.....	pag.45
2.1.4 Reprezentarea și analiza multirezoluție a semnalelor RADAR.	
2.1.4.1 Conceptul de analiză multirezoluție.....	pag.47
2.1.4.2 Exemple de analiză multirezoluție.....	pag.51
2.1.5 Funcția de incertitudine (ambiguitate) și corelația de bandă largă.....	pag.56
2.2 FILTRUL OPTIM ADAPTAT CU SEMNALUL DE SONDAJ DE BANDĂ LARGĂ.....	pag.58
2.3. CONVOLUȚIA SEMNALELOR RADAR DE BANDĂ LARGĂ.....	pag.59

III. NOI TEHNICI DE PROCESARE A SEMNALULELOR RADAR BAZATE PE	
REPREZENTĂRILE TIMP-FRECVENȚĂ.....	pag.64
3.1 Generalități.....	pag.64
3.2 Aplicații ale reprezentării de tip TFS (TFFG) și a funcției	
de incertitudine de B.L.	pag.66
3.3 Metode de implementare a algoritmilor de procesare	
bazati pe reprezentări TFS și FIBI	pag.85
3.4 Transformarea Fourier Scurtă Discretă. Aplicații în procesarea	
semnalului RADAR.....	pag.96
3.5 Metode de procesare a semnalului RADAR bazate pe	
reprezentările de tipul TW și a funcției de incertitudine de bandă	
largă(FIBL).....	pag.104
3.6 Determinarea parametrilor semnalului ecou pe baza	
procedeele comparative a funcțiilor de incertitudine de BL.....	pag.120
3.7 Discretizarea TW și a FIBL. Aplicații în procesarea	
semnalului RADAR.....	pag.124
3.8 Procesarea semnalului RADAR pe baza reprezentărilor	
multirezoluție	pag.134
3.8.1 Generarea unor "undișoare mamă" , care au aplicabilitate	
în procesarea semnalelor radar.....	pag.137
3.8.2 Algoritmi duali de reprezentare multirezoluție	
a semnalelor.....	pag.153
3.9 Aplicație RADAR a reprezentărilor multirezoluție.....	pag.154
3.10 Procesarea semnalelor nearmonice de bandă foarte largă.....	pag.168
3.11 Sistem RADAR multifuncțional cu agilitate de frecvență bazat	
pe principiul analizei timp-fază-frecvență al semnalului.....	pag.175
3.12 Aplicații ale rețelelor neuronale în procesarea adaptivă	
a semnalului RADAR.....	pag.182
IV.CONCLUZII, CONTRIBUȚII ORIGINALE.....	pag.189
BIBLIOGRAFIE.....	pag.196

ANEXE

- Anexa1a,1b Eliminarea succesivă a zgomotelor prin metode multirezoluție în cazul unui raport $S/Z_g=9\text{dB}$.
- Anexa1c Separare ținte fixe de ținte mobile, prin algoritmi cu prag la nivelul reprezentării multirezoluție.
- Anexa2a Program MATLAB, pentru reprezentarea multirezoluție și procesarea cu algoritmi cu prag.
- Anexa2b Program MATLAB, pentru procesarea cu algoritmi tip rețea neuronală.
- Anexa2c Programul Mathcad de procesare TFS și TWD a semnalului radar simulat CHIRP (MLF).

DIN PARTEA AUTORULUI

Pentru început doresc să-mi exprim recunoștința și să adresez mulțumiri domnului prof. dr. ing. Ioan Naforniță, care mi-a îndrumat cu profesionalism pașii pe toată perioada de pregătire și elaborare a tezei și mi-a pus la dispoziție documentația necesară. De asemenea vreau să mulțumesc OMULUI Ioan Naforniță pentru ajutorul acordat și înțelegerea de care în unele momente a trebuit să dea dovadă.

Doresc să mulțumesc domnului prof. dr. ing. Alexandru Isar, pentru ajutorul acordat pe toată perioada de elaborare a tezei, profesionalismul și exigența de care a dat dovadă în aprecierea lucrărilor și întregului colectiv al catedrei, pentru sprijinul acordat.

Nu în ultimul rând doresc să adresez calde mulțumiri domnului col. ing Ilie Iordache, care mi-a dat "impulsul de pornire" (ca să folosesc un termen din radiolocație) de a urma acest drum și pentru sfaturile și ajutorul acordat.

I.INTRODUCERE

Condițiile reale din mediile de propagare a semnalului RADAR determină la intrarea receptoarelor din sistemele de locație existența unor semnale cu efect perturbator (semnale ecou de la alte ținte care nu prezintă interes, reflexii de la obiecte fixe sau formațiuni meteo pe fundalul cărora se pierde semnalul util, bruiaj activ sau pasiv de diferite tipuri, zgomotul gaussian al traseului de recepție din sistemul de locație). Prezența perturbațiilor aleatoare, cât și fluctuația semnalului ecou imprimă un caracter statistic algoritmilor de prelucrare a semnalului, impunând metodele teoriei probabilităților și ale statisticii matematice pentru sinteza structurilor de procesare.

Principalele funcțiuni care vizează etapa de prelucrare primară a semnalului într-un sistem RADAR se referă la : identificarea componentelor utile ale semnalului (componentele purtătoare ale informațiilor de interes), separarea acestora de componentele perturbatoare și apoi măsurarea parametrilor purtători de informație.

În scopul obținerii unor informații cât mai concludente, exacte și detaliate asupra obiectelor din spațiul explorat, procesarea semnalelor de tip RADAR presupune mai întâi o reprezentare cât mai exactă, dacă e posibil chiar în "detaliu" a semnalului ecou în ai cărui parametri se regăsesc informațiile utile ce caracterizează structura zonei de supraveghere RADAR.

În general neajunsurile reprezentărilor Fourier sunt legate de imposibilitatea de a descrie proprietățile spectrale ale semnalului simultan cu proprietățile temporale, îngreunându-se analiza semnalelor nestaționare și selecția semnalului util din fondul zgomotelor.

Pentru eliminarea acestui neajuns se pot utiliza alte spații de reprezentare a semnalului, care conțin aceeași cantitate de informație ca și

reprezentările clasice, dar parametrii utili se regăsesc sub o formă mai accesibilă sistemului de prelucrare și măsurare ale acestora. Astfel modelul de reprezentare a semnalului devine determinant pentru alegerea strategiilor de prelucrare, impunând algoritmul de procesare și structura sistemului.

De asemenea se poate utiliza o reprezentare mixtă a semnalului ecou, într-o serie de semnale elementare, care să ocupe fiecare un domeniu bine determinat în planul timp-frecvență. Aceasta presupune reprezentarea semnalului ca o superpoziție de undișoare elementare, care posedă fiecare o frecvență definită (localizare într-o fereastră de frecvență) și o localizare temporală bine definită (fereastră temporală). În acest mod se obține un spectru "instantaneu", care oferă informații spectrale asociate unei porțiuni temporale cunoscute a semnalului. Dacă, în plus, se utilizează undișoare scalate temporal (Transformata Wavelet) se obține o rezoluție variabilă a informației spectrale, care scade odată cu creșterea frecvenței, iar rezoluția temporală crește odată cu frecvența.

Aceste reprezentări permit alegerea unor algoritmi de prelucrare în concordanță cu scopul urmărit, determinând mărirea preciziei și a calității informațiilor extrase în urma procesării semnalului RADAR.

În etapa de prelucrare primară a semnalului într-un sistem RADAR, un element foarte important îl reprezintă identificarea componentelor utile ale semnalului ecou, precum și separarea acestora de componentele perturbatoare. Practic nu se poate obține o separare totală, dar se urmărește îmbunătățirea semnificativă a raportului semnal util/ zgomot. Cu cât acest raport este mai mare cu atât se asigură o calitate mai bună a procesării ulterioare a semnalului și o precizie mai mare la măsurarea parametrilor purtători de informație. În acest sens, în scopul obținerii unor informații cât mai concludente și exacte asupra obiectelor din spațiul explorat, procesarea

semnalelor de tip RADAR presupune mai întâi o reprezentare detaliată, pe mai multe nivele de rezoluție timp-frecvență a semnalului ecou, în a cărei parametri se regăsesc informațiile utile ce caracterizează structura zonei de supraveghere RADAR. Apoi se va face o analiză prin diferite metode a acestor reprezentări, se separă componentele utile de cele perturbatoare sau se evidențiază componentele ce conțin informațiile relevante, de interes la momentul respectiv și se reface semnalul într-o formă accesibilă subsistemelor care urmează să-l prelucreze sau să extragă informația.

În sistemele RADAR clasice, realizate până în prezent, se utilizează frecvent reprezentarea temporală pentru obținerea parametrilor de localizare în distanță, antene directive pentru localizarea în azimut și unghi de înălțare și Transformata Fourier Rapidă (FFT) pentru selecția în viteză (respectiv frecvență Doppler). Dar există situații în care după aplicarea acestor tehnici, chiar implementate pe sisteme tehnologice foarte avansate, calitatea informațiilor RADAR obținute nu este satisfăcătoare, deoarece nu se realizează staționarizarea semnalelor recepționate și nu se oferă posibilitatea de a descrie proprietățile spectrale ale semnalului, simultan cu proprietățile temporale.

De aceea este utilă înlocuirea reprezentărilor clasice, cu reprezentări timp-frecvență multirezoluție, care conțin aceeași cantitate de informație ca și reprezentările clasice dar parametrii utili se regăsesc sub o formă mai accesibilă sistemului de prelucrare, analiză și măsurare a acestora. Aceste reprezentări permit alegerea unor algoritmi de prelucrare în concordanță cu scopul urmărit, determinând mărirea preciziei și a calității informațiilor extrase în urma procesării semnalului RADAR, deschizând în același timp orizonturile unor noi metode de analiză și prelucrare a semnalelor, precum și de sinteză a unor semnale de sondaj și structuri de sisteme performante.

Pornind de la aceste premise și ținând cont de neajunsurile metodelor de reprezentare și analiză clasice, în această lucrare mi-am propus să abordez rezolvarea următoarelor probleme:

-determinarea unui model general de reprezentare a semnalului ecou RADAR de bandă largă, care să permită analiza, sinteza și procesarea acestuia pe baza reprezentărilor multirezoluție și a transformării Wavelet;

-determinarea de noi tehnici de reprezentare și procesare a semnalului radar, bazate pe reprezentări timp-frecvență;

-prezentarea unor metode de măsurare a parametrilor semnalului radar prin compararea reprezentărilor tip Funcție de Incertitudine de Bandă Largă (FIBL) ;

-implementarea unor algoritmi de procesare primară bazați pe aceste reprezentări și elaborarea soluțiilor tehnice corespunzătoare;

-elaborarea unor algoritmi de compensare la nivelul Transformatei Fourier Scurte Discrete (TFSD) și Transformatei Wavelet Discretă (TWD), pentru extragerea semnalului util pe fondul bruiajului, în condițiile unui raport semnal-zgomot foarte scăzut (subunitar);

-realizarea filtrării neliniare adaptive la nivelul reprezentării multi-rezoluție cu utilizarea algoritmilor de tip rețea neuronală;

II. BAZELE TEORETICE ALE REPREZENTĂRII ȘI ANALIZEI**SEMNALELOR RADAR****2.1. METODE DE REPREZENTARE A SEMNALELOR RADAR****2.1.1 Modelul matematic al semnalului radar spațio-temporal de bandă largă.**

Semnalul RADAR reflectat de către punctul mobil $P(R, \beta, \varepsilon)$, la intrarea în antenă (pe apertură) în punctul de coordonate (x, y) va avea următoarea formă :

$$y(t) = \text{Re}\{y_{ia}(t)\}$$

$$y_{ia}(t) = \tilde{A} \cdot x(t - \tau) = \tilde{A} \cdot x[t - \tau(t)] \quad (2.1)$$

unde :

$x(t)$ - semnal de sondaj

$\tilde{A} = A \cdot e^{(j-\varphi)}$ -variabilă aleatoare care arată distribuția amplitudinii și fazei semnalului ecou ;

A -distribuție Rayleigh ; φ - distribuție uniformă în intervalul $[0 ; 2\pi]$;

$\tau(t)$ - timpul de întârziere al semnalului ecou , variabil în cazul punctelor de reflexie mobile ;

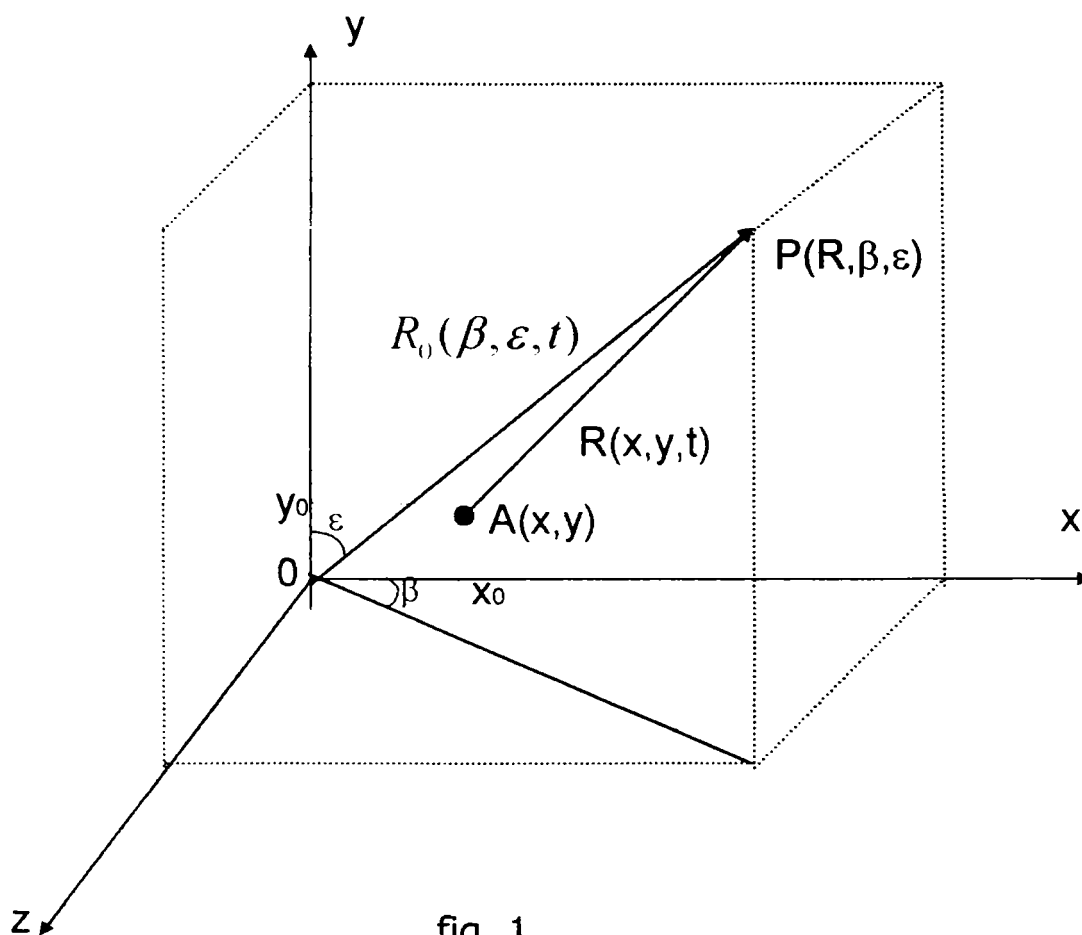


fig. 1

$$\tau(t) = \frac{2R(x, y, t)}{c} \quad (2.2)$$

unde :

$R(x, y, t)$ - distanța de la punctul P la punctul A(x , y) de pe apertura antenei (vezi fig. 1) .

c - viteza de propagare a undelor .

$$\begin{aligned} R(x, y, t) &= R_0(t) - x \cdot \cos[\beta(t)] - y \cdot \cos[\epsilon(t)] = \\ &= R_0(t_0) - V_r \cdot t - x \cdot \cos[\beta(t)] - y \cdot \cos[\epsilon(t)] \end{aligned}$$

$$\beta(t) = \beta_0 - \Omega_\beta \cdot t$$

$$\epsilon(t) = \epsilon_0 - \Omega_\epsilon \cdot t$$

Ω_β - viteza unghiulară în plan orizontal;

Ω_ε - viteza unghiulară în plan vertical;

Se obține :

$$R(x, y, t) = R_0(t_0) - V_r \cdot t - x \cdot \cos \beta_0 - y \cdot \cos \varepsilon_0 - x \cdot \Omega_\beta \cdot \sin(\beta_0 t) - y \cdot \Omega_\varepsilon \cdot \sin(\varepsilon_0 t) \quad (2.3)$$

Prelucrând ecuațiile (2.2) și (2.3) se obțin:

$$\tau(t) = \frac{2}{c} R\left[t - \frac{\tau(t)}{2}\right] \quad (2.4)$$

$$R(x, y, t) = R_0 - x \cdot \cos \beta_0 - y \cdot \cos \varepsilon_0 - t \cdot (V_r + x \cdot \Omega_\beta \sin \beta_0 + y \cdot \Omega_\varepsilon \sin \varepsilon_0)$$

$$R(x, y, t) = R_0 - x \cdot \cos \beta_0 - y \cdot \cos \varepsilon_0 - t \cdot \alpha \quad (2.5)$$

$$\alpha = V_r + x \cdot \Omega_\beta \sin \beta_0 + y \cdot \Omega_\varepsilon \sin \varepsilon_0$$

Înlocuind (2.5) în (2.4) se obțin:

$$c \cdot \frac{\tau(t)}{2} = R_0 - x \cos \beta_0 - y \cos \varepsilon_0 - \left[t - \frac{\tau(t)}{2}\right] \cdot \alpha$$

$$\tau(t) = \frac{2}{c - \alpha} \cdot (R_0 - x \cos \beta_0 - y \cos \varepsilon_0 - t \cdot \alpha) \quad (2.6)$$

$$\tau(t) = \frac{2}{c - \alpha} \cdot (R_0 - x \cos \beta_0 - y \cos \varepsilon_0) - \frac{2\alpha}{c - \alpha} \cdot t$$

$$\tau(t) = \tau_0 - \frac{2 \cdot \alpha}{c - \alpha} \cdot t \quad (2.7)$$

$$Y_{ia}(t) = \tilde{A} \cdot X\left(t + \frac{2\alpha}{c - \alpha} - \tau_0\right) = \tilde{A} \cdot X\left(\frac{c + \alpha}{c - \alpha} \cdot t - \tau_0\right) \quad (2.8)$$

Se notează :

$$s(x, y) = \frac{c + \alpha}{c - \alpha} = \frac{c + V_r + x \cdot \Omega_\beta \sin \beta_0 + y \cdot \Omega_\varepsilon \sin \varepsilon_0}{c - V_r - x \cdot \Omega_\beta \sin \beta_0 - y \cdot \Omega_\varepsilon \sin \varepsilon_0} \quad (2.9)$$

unde:

$s(x, y)$ - parametrul ce caracterizează mobilitatea, atât în viteză radială, cât și în viteză unghiulară, a punctului P, precum și direcția acestuia relativă la punctul de recepție.

$$y_{ia}(t) = \tilde{A} \cdot x(s \cdot t - \tau_0) \quad (2.10)$$

Deci semnalul reflectat de punctul mobil P este recepționat de punctul A(x,y) de pe apertura antenei ca o replică retardată cu τ_0 și scalată cu s, a semnalului de sondaj .

Fie D(x,y) funcția de distribuție complexă a câmpului pe apertura antenei. Rezultă :

$$y_0(t) = D(x, y) \cdot y_{ia}(t) = D(x, y) \cdot \tilde{A} \cdot x[s(x, y) \cdot t - \tau_0] \quad (2.11)$$

(S-a considerat că emisia se face de aceeași antenă cu apertura iluminată uniform) .

Antena transformă semnalul spațio - temporal într-un semnal temporal :

$$y_r(t) = \iint_S y_0(x, y, t) dx dy \quad (2.12)$$

S-a notat cu S suprafața aperturii antenei .

În cazul rețelelor plane de antene se obține :

$$y_r(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} y_0(x_{ij}, y_{ij}, t) \quad (2.13)$$

În cazul modelului de bandă îngustă semnalul reflectat este:

$$\begin{aligned} y_{ia}(t) &= Ae^{j\varphi} \cdot \tilde{A}[t - \tau(t)] \cdot e^{j\omega[t - \tau(t)]} = \\ &= Ae^{j\varphi} \cdot \tilde{A}[t - \tau(t)] \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-j\omega\tau(t)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau(t) &= \frac{2R(x, y, t)}{c} = \frac{2}{c} \cdot [R_0(t_0) - V_r \cdot t - x \cdot \cos \beta_0 - y \cdot \cos \varepsilon_0 - \\ &- x \cdot \Omega_\beta \cdot \sin(\beta_0 t) - y \cdot \Omega_\varepsilon \sin(\varepsilon_0 t)] = \frac{2}{c} R_0(t_0) - \frac{2V_r}{c} t - \frac{2x}{c} \cos \beta_0 - \frac{2y}{c} \cos \varepsilon_0 - \\ &- \frac{2x}{c} \Omega_\beta \cdot \sin(\beta_0 t) - \frac{2y}{c} \Omega_\varepsilon \sin(\varepsilon_0 t) \end{aligned}$$

$$y_{ia}(t) = Ae^{j\varphi} \cdot \tilde{A}(t - \tau_0) \cdot e^{j\omega t} e^{-j\{\omega\tau_0 - \omega_d t - 2\pi\{v_x u_x + v_y u_y - (v_x \frac{du_x}{dt} + v_y \frac{du_y}{dt}) \cdot t\}} \quad (2.14)$$

$$y_{ia}(t) = Ae^{j\varphi} \cdot \tilde{A}(t - \tau_0) \cdot e^{-j\omega\tau_0} e^{j2\pi(v_x u_x + v_y u_y)} e^{j(\omega + \omega_d)t} e^{-j2\pi(v_x \frac{du_x}{dt} + v_y \frac{du_y}{dt})} \quad (2.15)$$

În relațiile (2.14) și (2.15) s-au folosit următoarele notații:

$$\omega_d = \frac{2V_r}{c} \text{ -frecvența Doppler;}$$

v_x, v_y - coordonate normate (frecvențe spațiale);

u_x, u_y - cosinuzii directori ai direcției de sosire a undei.

În relația (2.15) se observă forma modelului clasic al semnalului ecou de bandă îngustă, care este o replică retardată cu τ_0 și deplasată în frecvență cu :

$$\omega_{tot} = \omega_d - 2\pi(v_x \frac{du_x}{dt} + v_y \frac{du_y}{dt}) \quad (2.16)$$

unde :

ω_d - componenta Doppler radială;

$2\pi(v_x \frac{du_x}{dt} + v_y \frac{du_y}{dt})$ – componenta Doppler datorată vitezelor unghiulare;

și defazată în funcție de direcția unde și poziția punctului pe apertura antenei cu:

$$\Psi(u_x, v_x, u_y, v_y) = \Psi(\beta, \varepsilon, x, y) = 2\pi(v_x u_x + v_y u_y) = 2\pi\left(\frac{2x}{\lambda} \cos\beta_0 + \frac{2y}{\lambda} \cos\varepsilon_0\right) \quad (2.17)$$

După cum se observă în cazul semnalului de bandă largă nu se poate face o separare în fază și frecvență a parametrilor de direcție și mobilitate, aceștia fiind conținuți în parametrul de scalare s (relația 2.9), complicându-se astfel mult algoritmul de prelucrare spațio-temporală.

2.1.2 Reprezentarea și analiza Fourier a semnalelor RADAR

Acest tip de reprezentare oferă o relație biunivocă între domeniul timp și domeniul frecvență, stând la baza proiectării filtrelor analogice sau numerice din sistemele de locație clasice.

Pentru semnalul $y(t)$ transformata sa Fourier se definește cu relația :

$$Y(\omega) = \int_R y(t) e^{-j\omega t} dt$$

Transformata inversă, care permite refacerea univocă a semnalului temporal este:

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_R Y(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Se cunoaște că sistemele de recepție clasice, optime din punct de vedere al criteriului maximizării raportului semnal / zgomot (pentru zgomot alb

gaussian) calculează integrala de corelație între semnalul recepționat $y(t)$ și replicile retardate și deplasate Doppler ale semnalului emis.

$$R_{x,y}(\tau, \omega_d) = \int_R y(t)x^*(t-\tau)e^{-j\omega_d(t-\tau)} dt \quad (2.18)$$

Ieșirea receptorului corelațional admite un maxim absolut, obținut numai în cazul în care semnalul ecou coincide cu replica așteptată, realizându-se astfel selecția după τ și ω_d (respectiv distanță și viteză radială)

$$R_{\max} = \int_R x(t-\tau)e^{j\omega_d(t-\tau)}x^*(t-\tau)e^{-j\omega_d(t-\tau)} dt = \int_R |x^2(t-\tau)| dt = E_x$$

Dacă în relația (2.18) se consideră $y(t)=x(t)$ se obține funcția de incertitudine a semnalului de sondaj $x(t)$, care joacă un rol important în analiza și prelucrarea semnalelor radar de bandă îngustă, determinând capacitatea potențială de separare în distanță și viteză, specifică semnalului de sondaj $x(t)$.

$$T_x^{FIBI}(\tau, \omega_d) = R_{x,x}(\tau, \omega_d) = \int_R x(t)x^*(t-\tau)e^{-j\omega_d(t-\tau)} dt \quad (2.19)$$

Prelucrând relația (2.18) se obține:

$$R_{x,y}(\tau, \omega_d) = \int_R y(t+\tau)x^*(t)e^{-j\omega_d(t)} dt = \int_R y(\tau-t)x^*(-t)e^{j\omega_d(t)} dt = \int_R y(\tau-t)h(t) dt$$

unde:

$$h(t) = x^*(-t)e^{j\omega_d(t)}$$

$$R_{x,y}(\tau, \omega_d) = y(t) * h(t) \quad (2.20)$$

$$R_{x,y}(\omega, \omega_d) = Y(\omega) \cdot H(\omega) = Y(\omega) \cdot X^*(\omega - \omega_d) \quad (2.21)$$

Deci ieșirea receptorului optim coincide cu răspunsul unui filtru având caracteristica :

$$H(\omega) = X^*(\omega - \omega_d)$$

Această reprezentare simplifică mult structura receptorului optim, acesta realizându-se cu un banc de filtre (fig. 2).

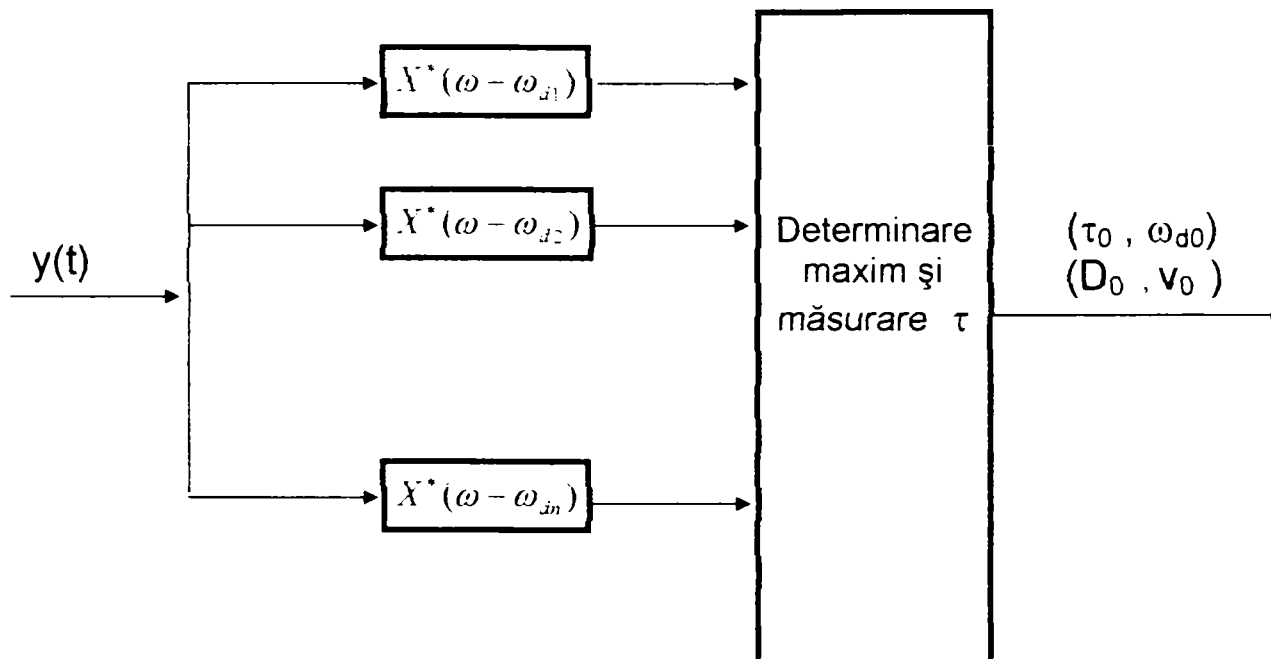


fig.2

O altă metodă de analiză Fourier, întâlnită la radarele clasice, o reprezintă aplicarea TFD la filtrele de fază utilizate în scopul selecției în viteză (frecvență Doppler) a țintelor.

Aceste metode de reprezentare utilizează modelul de bandă îngustă al semnalului (relația 2.15), nefiind aplicabile în cazul semnalelor de bandă foarte largă. Se va arăta ulterior că acestui model de semnal (relația 2.10) i se potrivesc mult mai bine tehnicile de reprezentare Wavelet și analiza timp-frecvență.

2.1.3 Metode de reprezentare timp-frecvență

Analiza spectrală a funcțiilor prin utilizarea seriilor sau integralelor Fourier a devenit în ultimul timp o reprezentare neconcludentă pentru cerințele de performanță impuse sistemelor radar moderne. După cum s-a subliniat și în paragrafele anterioare, reprezentarea semnalelor într-un singur plan nu este suficientă pentru a surprinde anumite proprietăți ce caracterizează semnalele nestaționare și regimurile tranzitorii, influențându-se astfel negativ calitatea procesării. Reprezentarea unui semnal ca o funcție exclusiv temporală oferă informații puține despre spectru, iar reprezentările Fourier maschează forma temporală și durata unor elemente ale semnalului, care pot fi determinante în analiza acestuia.

O reprezentare adecvată va combina avantajele celor două descrieri : temporală și spectrală, obținându-se reprezentarea timp-frecvență (Time Frequency Representations), care asociază unui semnal unidimensional (de obicei după variabila timp sau spațiu) o funcție bidimensională, având ca și variabile timpul și frecvența . Se pot utiliza mai multe tipuri de reprezentări timp-frecvență ($t-\omega$), o clasă particulară a acestora fiind reprezentările ce urmăresc descompunerea liniară a semnalului după o mulțime de funcții (care formează o bază într-un subspațiu de semnale). Descrierea și analiza semnalului se va face astfel pe baza coeficienților de descompunere și a elementelor bazei.

O altă clasă de reprezentări timp-frecvență o constituie transformatele liniare continue, care asociază semnalului $x(t)$ o funcție continuă bidimensională.

$$T_x(\tau, s) = \langle x(t), h^*(\tau, s) \rangle = \langle x(t), h^*(\tau, \omega) \rangle$$

Aceste reprezentări descriu o evoluție spectrală funcție de timp,

arătând în ce interval de timp sunt dominante anumite componente spectrale.

Dar elementele bazei de descompunere sau funcțiile familiei $h(\tau, s)$ sunt de obicei funcții nenule pe un compact (sau chiar pe un interval infinit), având de asemenea și un spectru mai larg (diferit de armonica pură întâlnită în descompunerile Fourier). Astfel caracterizarea semnalului se face cu o anumită imprecizie, atât în timp, cât și în frecvență, imprecizie determinată de intervalele $\Delta t \times \Delta \omega$ (produs cartezian) pe care funcțiile bazei, respectiv transformatele lor Fourier sunt esențial definite. Aceasta ne demonstrează în plus că informația conținută într-o reprezentare oarecare este constantă, fiind diferită doar forma ei de prezentare, imprecizia totală respectând o inegalitate de tip Heisenberg.

O aplicație bine cunoscută a reprezentărilor $t-\omega$ o constituie portativul muzical. Astfel semnalul temporal corespunzător unei linii melodice conține întreaga informație ce caracterizează melodia și este suficientă aplicarea lui la un sistem amplificator-difuzor pentru transformarea lui în muzică. Dar această formă a semnalului este total neconcludentă pentru membrii unei orchestre care ar încerca să-l transforme în melodie sonoră, fiind necesară reprezentarea lui pe portativ, unde fiecare notă muzicală (caracterizată de o armonică sau un set de armonici) este bine poziționată în timp. De asemenea, dacă transformata Fourier a semnalului muzical s-ar aplica sistemului amplificator-difuzor s-ar obține un rezultat total diferit de efectul dorit, dar aceasta are o largă aplicabilitate în proiectarea filtrelor de procesare a semnalului audio și a sistemelor de transmisie a acestuia.

În concluzie se poate spune că orice semnal se poate reprezenta în planul $t-\omega$ în mai multe moduri, alegerea reprezentării fiind în funcție de scopul urmărit și de sistemul care va extrage, prelucra și utiliza informația conținută în semnal.

Se prezintă în continuare câteva din aceste metode de reprezentare.

2.1.3.1 Ferestre și atomi timp-frecvență .

Se numește fereastră temporală o funcție $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$, pentru care $t \cdot f(t) \in L^2(\mathbb{R})$.

Se pot defini centrul ferestrei, C_f și raza ferestrei, R_f prin :

$$C_f = \frac{1}{\|f\|_R^2} \int_{\mathbb{R}} t |f(t)|^2 dt \quad (2.3.1)$$

$$R_f = \frac{1}{\|f\|_R^2} \int_{\mathbb{R}} (t - C_f)^2 \cdot |f(t)|^2 dt \quad (2.3.2)$$

Lungimea utilă a ferestrei va fi $2 \cdot R_f$, și aceasta definește intervalul I pentru care funcția $f(t)$ este esențial definită :

$$I = [C_f - R_f; C_f + R_f]$$

Dacă $f(t)$ este pară sau impară rezultă $C_f = 0$ și se spune că fereastra este centrată :

$$I = [-R_f; +R_f]$$

Dacă $f(t)$ este o fereastră temporală și în plus $\omega \cdot F(\omega) \in L^2(\mathbb{R})$, atunci cuplul (f, F) formează o fereastră timp-frecvență:

$$W_f = [C_f - R_f; C_f + R_f] \times [C_F - R_F; C_F + R_F] \quad (2.3.3)$$

Aria ferestrei este :

$$S(W_f) = 4R_f \cdot R_F \quad (2.3.4)$$

Atomii timp-frecvență sunt funcții obținute prin acțiunea unui grup de transformări elementare (translație, scalare) asupra unei funcții de bază

(atomul generator), care posedă proprietăți bune de localizare în planul timp-frecvență și sunt prin definiție purtători ai unei unități de informație, fiind elementul etalon de comparare în analiza unui semnal. Se poate demonstra că operațiile elementare de translație și scalare conservă rezoluția $t-\omega$ a semnalului asupra căruia acționează, deci și atomii $t-\omega$ rezultați vor avea proprietăți bune de localizare în acest plan. În general se utilizează o fereastră $t-\omega$ ca și atom generator, aceasta având proprietăți bune de localizare (relația 2.3.3).

Exemplu:-fereastră gaussiană centrată

$$g_{\sigma}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad (2.3.5)$$

Conform relațiilor (2.3.1) și (2.3.2) se determină $C_g = 0$ și $R_g = \frac{\sigma}{\sqrt{2}}$

$$G_{\sigma}(\omega) = e^{-\omega^2 \sigma^2 / 2} = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma} g_{1/\sigma}(\omega) \quad (2.3.6)$$

și rezultă:

$$C_G = 0 \quad \text{și} \quad R_G = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \Rightarrow$$

$$S(W_g) = 4 \cdot R_g R_G = 2 \quad (2.3.7)$$

Deci aria oricărei ferestre gaussiene este independentă de σ și egală cu 2 (fig. 3).

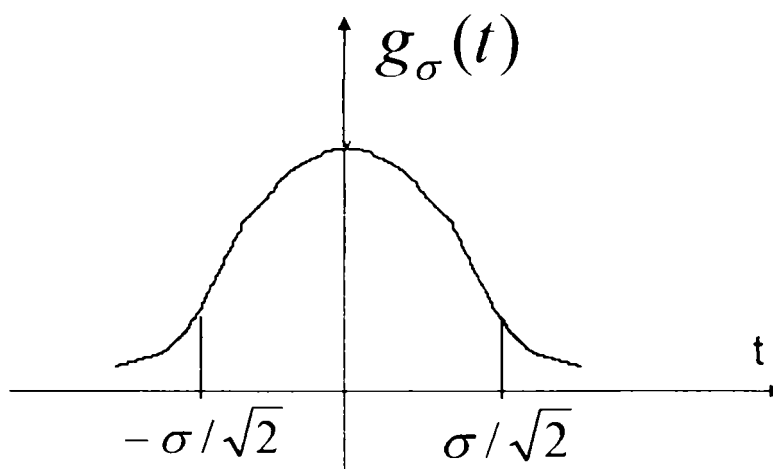


fig. 3

Atomii timp-frecvență obținuți din fereastra gaussiană $g_\sigma(t)$ se exprimă prin familia de funcții :

$$g_\sigma(s, \tau, t) = g_\sigma\left(\frac{t - \tau}{s}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(t-\tau)^2}{2s^2\sigma^2}} \quad (2.3.8)$$

2.1.3.2 Proprietățile atomilor timp-frecvență. Baze de descompunere a semnalelor .

Se pune problema constituirii bazelor de descompunere cu ajutorul atomilor timp-frecvență. Pentru obținerea unei eficiențe mărite în analiza semnalelor, atomii $t - \omega$ trebuie să aibă în primul rând proprietăți bune de localizare timp-frecvență. Se consideră că o funcție $g(t)$ are o localizare bună în planul timp-frecvență dacă produsul $R_g R_G$ este suficient de mic. (Limita inferioară a produsului este dată de inegalitatea Heisenberg)

Se recomandă ca atomul generator să aparțină clasei de funcții tip fereastră timp-frecvență sau clasei de funcții Schwartz.

Fie $g_{i,k}(t) \in L^2(\mathbb{R})$ un atom $t - \omega$, în jurul punctului $(i, k) \in \mathbb{Z}^2$. Dacă :

$$\int_{\mathbb{R}} g_{i,k}(t) g_{n,m}^*(t) dt = \delta_{i,n} \delta_{k,m}$$

și $(\forall) x(t) \in L^2(\mathbb{R})$ acesta se poate scrie:

$$x(t) = \sum_{i \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \alpha(i, k) \cdot g_{i,k}(t) \quad (2.3.9)$$

$$\alpha(i, k) = \int_{\mathbb{R}} x(t) \cdot g_{i,k}^*(t) dt \quad (2.3.10)$$

Un coeficient al descompunerii $\alpha(i,k)$ poate fi interpretat ca o măsură a energiei de interacțiune dintre semnalul analizat și atomul $g_{i,k}(t)$, sau altfel spus acesta arată gradul de "asemănare" dintre cele două semnale $x(t)$ și $g_{i,k}(t)$, determinat prin intermediul produsului scalar pe $L^2(\mathbb{R})$.

$$\text{Dacă } x(t) = g_{i_0, k_0}(t) \quad \Rightarrow \quad \alpha(i, k) = \delta_{i, i_0} \cdot \delta_{k, k_0}$$

Energia semnalului $x(t)$ se exprimă cu relația :

$$E_x = \int_{\mathbb{R}} |x(t)|^2 dt = \sum_{i \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} |\alpha(i, k)|^2 \quad (2.3.11)$$

Astfel o descompunere liniară după o bază ortonormată ne arată și distribuția energetică în planul $t - \omega$ a semnalului analizat.

Un exemplu de atom $t - \omega$ îl constituie familia de funcții armonice "ferestruite" rectangular:

$$\varphi_{i,k}(t) = \begin{cases} e^{j2\pi i(t-k)} & \text{pentru } t \in [k - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

Deși funcția:

$$\varphi(t) = \varphi_{0,0}(t) = \begin{cases} 1 & \text{pentru } t \in [-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}] \\ 0 & \text{in rest} \end{cases}$$

nu îndeplinește condițiile unei ferestre $t - \omega$ ($\omega \cdot \varphi(\omega) \notin L^2(\mathbb{R})$), atomii generați pot fi utilizați ca o bază ortonormată de descompunere:

$$\tilde{x}(t) = \sum_{i \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \alpha(i, k) \cdot \varphi_{i,k}(t) \quad (2.3.12)$$

Se arată că:

$$\begin{aligned} \|x(t) - \tilde{x}(t)\|_{L^2} &= 0 \quad \Rightarrow \\ x(t) &= \tilde{x}(t) \quad \text{a.p.t.} \end{aligned}$$

Dacă se consideră o familie de atomi: $g_{s,\tau}(t)$, unde $(s,\tau) \in \mathbb{R}^2$, aceasta formează o bază continuă în spațiul $L^2(\mathbb{R})$, dacă:

$$\iint_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}} g_{s,\tau}(t) \cdot g_{s,\tau}^*(t') \cdot J_G(s, \tau) ds d\tau = \delta(t - t')$$

(relația de închidere a bazei)

$J_G(s,\tau)$ – reprezintă iacobianul transformării care acționează asupra atomului generator .

Pentru un semnal oarecare $x(t)$ se definește :

$$T_x(s, \tau) = \int_{\mathbb{R}} x(t) \cdot g_{s,\tau}^*(t) dt \quad (2.3.13)$$

Relația (2.3.13) reprezintă o transformare continuă, care este foarte redundantă, rezultând suprapuneri de suporturi ale elementelor bazei. De aceea se impune o discretizare a reprezentărilor continue prin eșantionarea timp-frecvență a acestor funcții, rezultând o analiză multirezoluție a semnalelor.

2.1.3.3 Principiul incertitudinii în analiza timp-frecvență.

Acest principiu arată că în analiza timp-frecvență a unui semnal nu poate să se obțină o precizie (rezoluție) oricât de bună, atât în domeniul timp, cât și în domeniul frecvență. Principiul se poate interpreta și justifica prin prisma afirmației făcute anterior, că orice reprezentare conține aceeași cantitate de informație modificându-se doar forma ei de prezentare.

Principiul ne arată că oricare ar fi $[g(t), G(\omega)]$ o fereastră timp-frecvență, aria acesteia verifică relația :

$$S(W_g) \geq 4R_g \cdot R_G \quad (2.3.14)$$

Egalitatea are loc dacă și numai dacă fereastra este gaussiană.

Pentru demonstrarea teoremei se poate aplica inegalitatea Cauchy-Schwarz, care afirmă că:

$(\forall) u, v \in E$ –spațiu vectorial normat cu $\|u\| = \langle u, u \rangle$, se respectă inegalitatea:

$$|\langle u, v \rangle|^2 = \|u\|^2 \|v\|^2 \quad (2.3.15)$$

Egalitatea se indeplinește dacă și numai dacă u, v liniar dependenți,

adică $u = \lambda \cdot v \quad \lambda \in \mathbb{R}$

Pentru două funcții $f, g \in L^2$, se definește produsul scalar:

$$\langle f, g \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(t) \cdot g(t) dt$$

$$u = t \cdot g(t) \in L^2$$

$$v = g'(t) \in L^2 \quad (\text{aceasta rezultă din definiția ferestrei timp-frecvență; } \omega \cdot G(\omega) \in L^2)$$

$$\langle t \cdot g, g' \rangle = \int_{\mathbb{R}} t \cdot g(t) \cdot g'(t) dt = -\frac{1}{2} \cdot \|g\|^2$$

$$\|t \cdot g\|^2 = \int_R t^2 \cdot g^2(t) dt = \|g\|^2 \cdot R_g^2$$

$$\|g'\|^2 = \langle g', g' \rangle = \int_R g'^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \cdot \|g'\|^2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \|\omega \cdot G\|^2 = \|g\|^2 \cdot R_g^2$$

$$\Rightarrow 4R_g \cdot R_G = 2 \quad S(Wg) = 2$$

Dacă $f(t)$ este o funcție gaussiană rezultă evident :

$$S(W_g) = 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sigma} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{2}} = 2$$

Reciproc , dacă $S(Wg) = 2 \Rightarrow t \cdot g(t) = \lambda g'(t)$, $\lambda \in \mathbb{R} \Rightarrow$

$$t \cdot g = \lambda \cdot \frac{dg}{dt} \Rightarrow t^2 / 2 = -\lambda \ln(g) \Rightarrow g(t) = C \cdot \exp(-t^2 / 2\lambda)$$

Rezultatul acestei teoreme, care reprezintă o relație de tip Heisenberg, ne arată că nu se poate obține o rezoluție oricât de bună, atât în timp, cât și în frecvență. Astfel, dacă se îmbunătățește rezoluția în domeniul frecvenței, implicit se va mări fereastra temporală și rezoluția în timp scade (fig.4).

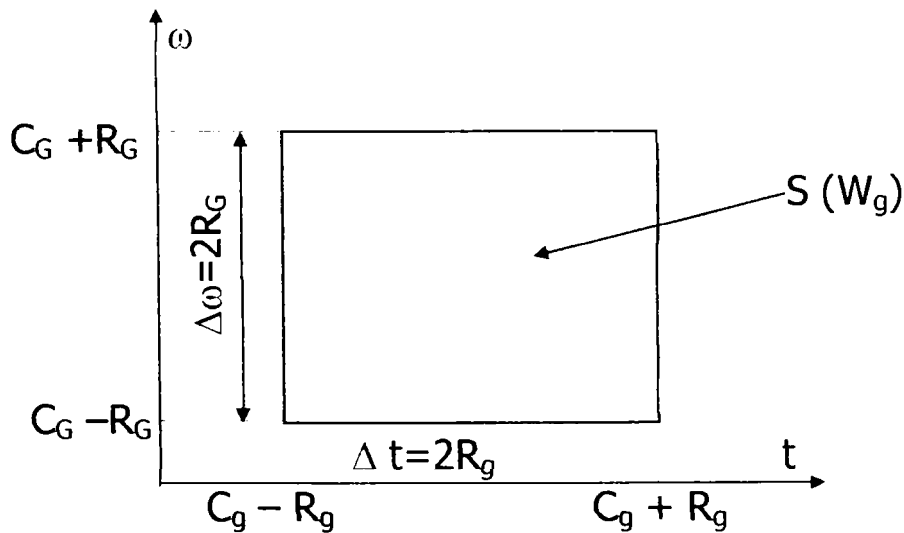


fig. 4

Principiul incertitudinii stabilește că dacă o funcție g este esențial definită pe intervalul $[C_g - \Delta t/2 ; C_g + \Delta t/2]$, atunci transformata sa Fourier G va

fi esențial definită pe un interval mai larg decât $[C_G - 1/\Delta t ; C_G + 1/\Delta t]$:

$$S(Wg) \geq \Delta t \cdot (2/\Delta t) = 2$$

Relația se verifică simplu și în cazul impulsului rectangular de VF, deși acesta nu îndeplinește condițiile unei ferestre $t-\omega$:

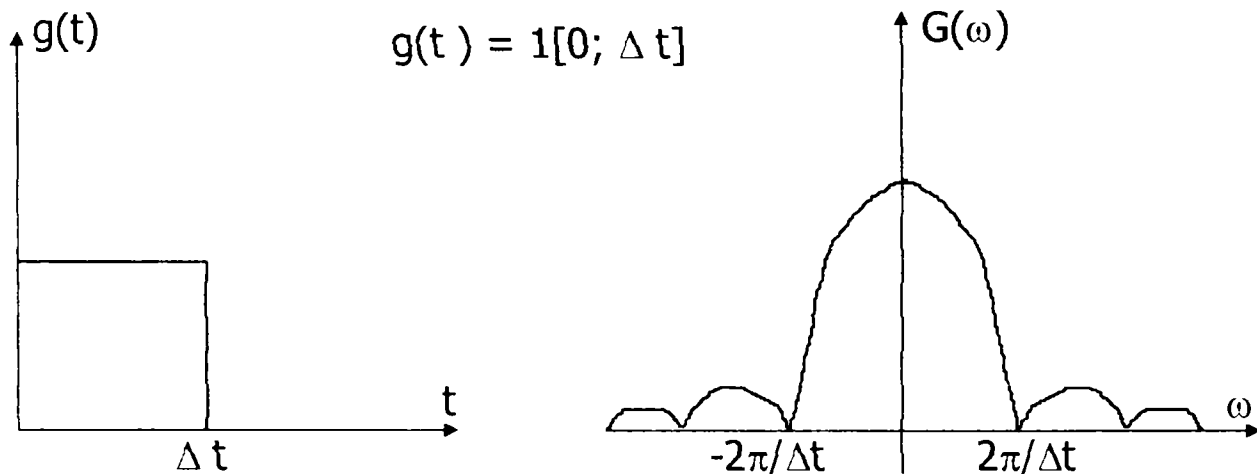


fig. 5

Mărimea $S(Wg) = \Delta t \cdot \Delta \omega$ se mai numește și baza semnalului $g(t)$. În funcție de mărimile R_g și R_G se pot defini durata efectivă a semnalului T_g și respectiv banda efectivă a semnalului B_g :

$$T_g = \frac{R_g}{\sqrt{2}} \quad B_g = \frac{R_G}{\sqrt{2}} \quad (2.3.16)$$

Cu aceste notații se obține :

$$S(Wg) = 8T_g \cdot B_g = 2 \quad \Rightarrow \quad T_g \cdot B_g = 1/4 \quad (2.3.17)$$

În etapele procesării semnalului RADAR aceste mărimi au o semnificație majoră pentru interpretarea capacității potențiale de separare în distanță, respectiv viteză, precum și a preciziei de măsurare a acestor parametri. Astfel se pot exprima parametrii "potențiali" de calitate ai receptorului RADAR în funcție de aceste mărimi, care caracterizează semnalul

de sondaj $g(t)$:

-capacitatea potențială de separare în distanță:

$$\delta D = (c/2) \cdot \Delta t = c \cdot R_g \quad (2.3.18)$$

-capacitatea potențială de separare în viteză radială :

$$\delta v = (\lambda/2) \cdot \Delta \omega = \lambda \cdot R_G \quad (2.3.19)$$

-precizia potențială de măsurare a distanței (timpului de întârziere) și vitezei radiale (deviației de frecvență) este invers proporțională cu coeficientul :

$$k = 2q^2 \cdot T_g \cdot B_g = q^2 \cdot R_g \cdot R_G = (q^2/4) \cdot S(W_g) \quad (2.3.20)$$

(q reprezintă raportul semnal / zgomot)

Din relațiile (2.3.18) și (2.3.19) se obține :

$$\delta D \cdot \delta v = c \cdot R_g \cdot \lambda \cdot R_G \Rightarrow \delta D \cdot \delta v = c \cdot \lambda / 4 \quad (2.3.21)$$

Utilizarea unor semnale cu baza mare și prelucrarea corespunzătoare a acestora permite extragerea unor informații RADAR superioare, atât calitativ, cât și cantitativ. Alegerea tipului de semnal de sondaj și a formei de reprezentare a semnalului ecou se face în funcție de scopul urmărit, observându-se din relațiile prezentate anterior imposibilitatea maximizării simultane a acestor parametri.

Inegalitatea Heisenberg pune în evidență imposibilitatea localizării simultane (în același spațiu de reprezentare), cu o precizie arbitrar de bună, atât în domeniul timp, cât și în domeniul frecvență. În mod similar se poate arăta că este imposibil ca un semnal să-și concentreze toată energia pe suporturi compacte în cele două domenii. Relațiile (2.3.20) și (2.3.21) reprezintă transpuneri ale principiului incertitudinii din analiza timp-frecvență în capacitatea potențială de separare distanță-viteză, respectiv precizie potențială de măsurare a acestor parametri ce caracterizează semnalul ecou radar.

2.1.3.4 Transformata Fourier cu fereastră glisantă (T.F.F.G. ,T.F.S.)

S-a arătat că analiza Fourier clasică a unui semnal nu permite obținerea de informații localizate în timp, pe baza imaginii semnalului în domeniul de reprezentare transformat. T.F.F.G. (T.F.S) va asigura analizei Fourier și o anumită localizare temporală prin "ferestruirea " semnalului supus analizei cu ajutorul unei funcții (fereastră temporală), centrate în jurul momentului de interes .

Ideea naturală de realizare a unei descompuneri a funcției $f(t)$, în planul ω - t , constă în utilizarea unei ferestre temporale $w(t)$, care să localizeze în timp informația dată de transformata Fourier. Fereastră $w(t)$ va fi translatată în timp, obținându-se replici retardate ale acesteia, $w(t-\tau)$ și un spectru instantaneu al semnalului analizat.

Transformata Fourier cu fereastră glisantă a semnalului $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$, se definește ca fiind funcția de două variabile $T_f(\omega, \tau) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, dată de relația:

$$T_f(\omega, \tau) = \int_{\mathbb{R}} f(t) \cdot w^*(t - \tau) e^{-j\omega t} dt \quad (2.3.22)$$

cu $w(t)$ –fereastră temporală

Exemple :

a) Fereastră rectangulară :(fig. 6)

$$w(t) = 1[-T; T]$$

$$W(\omega) = 2T \cdot \text{sinc}(\omega T)$$

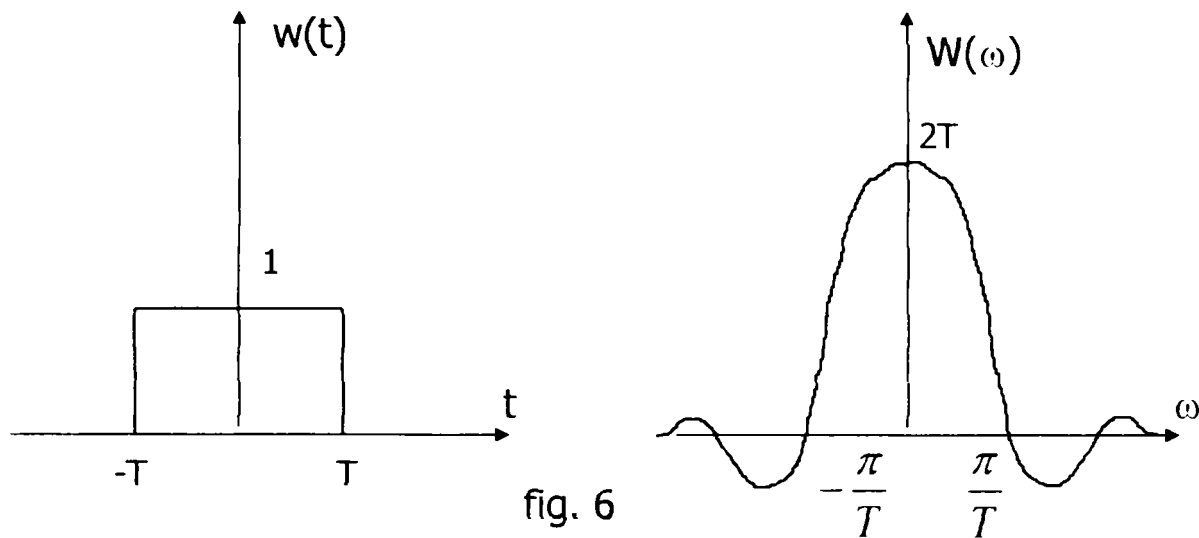


fig. 6

Acest tip de fereastră asigură o bună localizare temporală, dar o slabă localizare în frecvență (funcția sinc prezintă lobi laterali mari)

$$T_f(\omega, \tau) = \int_R f(t) \cdot w^*(t - \tau) e^{-j\omega t} dt = \int_{-T}^{+T} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

La limită, pentru $T \rightarrow \infty$, se obține:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} T_f(\omega, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{\tau-T}^{\tau+T} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = F(\omega)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} W(\omega) = \delta(\omega)$$

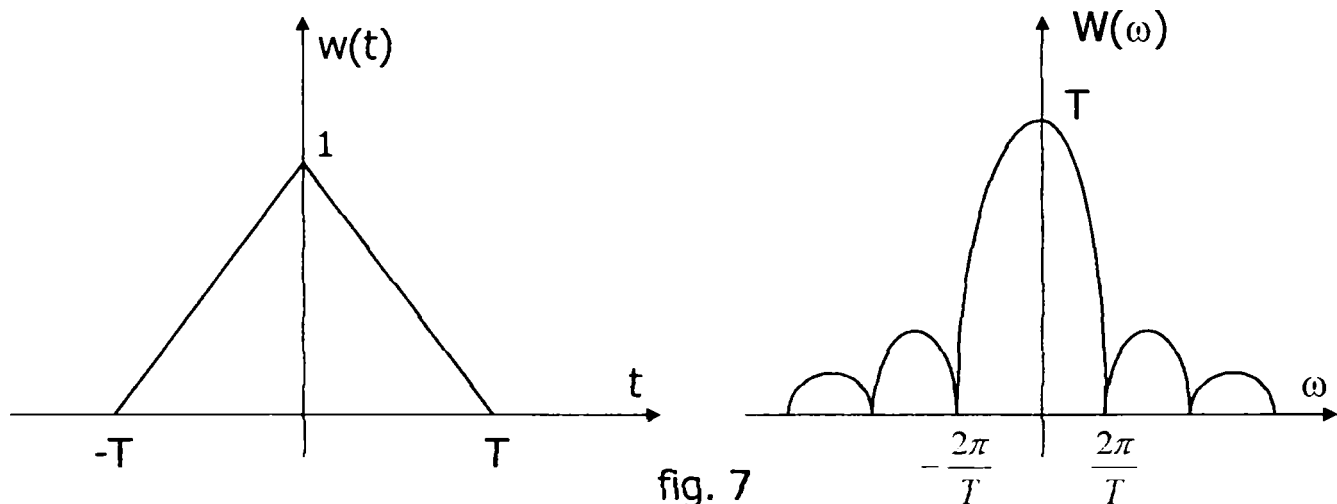
Se observă și din acest exemplu că o localizare ideală în domeniul frecvenței (o fereastră $W(\omega)$ de tip distribuție Dirac), determină pierderea totală a informației temporale, obținându-se la limită cazul transformatei Fourier clasice.

Se arată că $\omega \cdot W(\omega) \notin L^2$, deci impulsul rectangular nu îndeplinește condițiile unei ferestre t - ω .

b) Fereastra triunghiulară (BARTLET) (fig. 7)

$$w(t) = \begin{cases} 1 - |t|/T & \text{pentru } t \in [-T; T] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

$$W(\omega) = T \operatorname{sinc}^2(\omega T/2)$$



Se arată că $\omega \cdot w(\omega) \in L^2(\mathbb{R})$, deci îndeplinește condițiile unei ferestre t - ω , dar are o rezoluție slabă în frecvență.

$$T_f(\omega, \tau) = \int_{\mathbb{R}} f(t) \cdot w^*(t - \tau) e^{-j\omega t} dt = \int_{\tau-T}^{\tau+T} f(t) \cdot \left(1 - \frac{|t - \tau|}{T}\right) e^{-j\omega t} dt$$

La fel, ca și în cazul ferestrei rectangulare, la limită se obține:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} T_f(\omega, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{\tau-T}^{\tau+T} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = F(\omega)$$

Dacă semnalul de analizat este de energie finită, atunci ferestrelor $w(t)$ nu trebuie să li se impună condiții de admisibilitate, fiind suficient ca ele să fie din $L(\mathbb{R})$ sau $L^2(\mathbb{R})$. Dar se recomandă ca funcțiile w să fie ferestre t - ω și să fie normate $\|w\|=1$.

2.1.3.5 Transformata Gabor.

Se numește transformata Gabor a semnalului $f(t)$, T.F.F.G. (T.F.S.) care utilizează fereastra gaussiană cu $\sigma = 1$.

$$G_f(\omega, \tau) = \int_R f(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(t-\tau)^2}{2}} e^{-j\omega t} dt \quad (2.3.23)$$

$$G_f(\omega, \tau) = \int_R f(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-[\frac{(t-\tau)^2}{2} + j\omega t]} dt \quad (2.3.24)$$

Deci transformata Gabor este un caz particular al TFFG , pentru care

$$w(t) = g_1(t) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (\text{vezi fig.8})$$

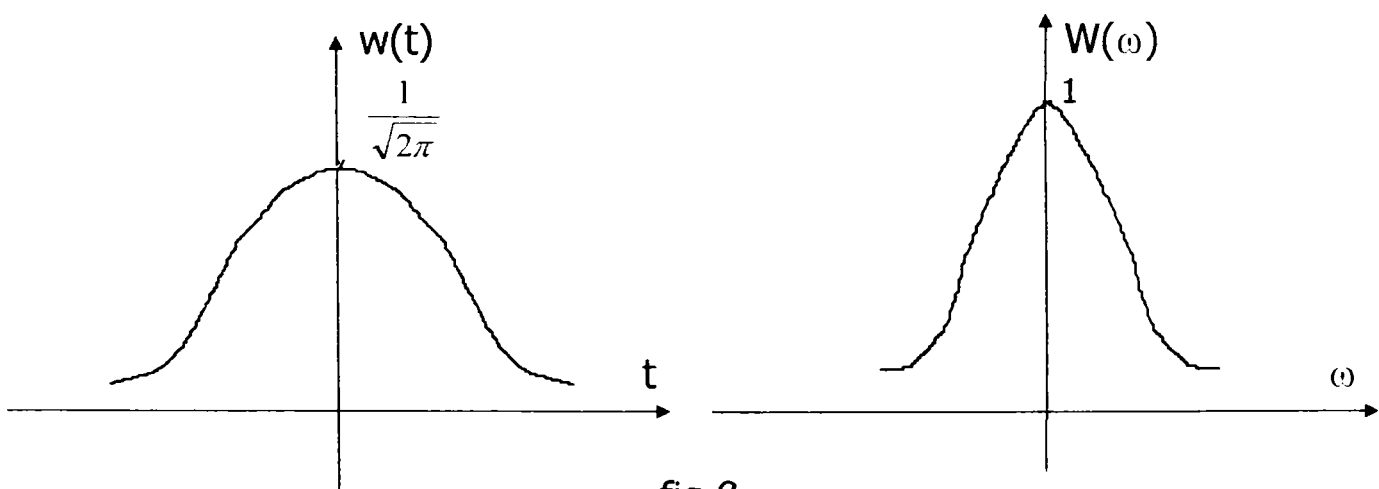


fig.8

$$W(\omega) = \exp(-\omega^2/2)$$

$$S(Wg) = 4 R_g \cdot R_G = 2$$

Utilizarea acestui tip de fereastră conferă avantajul optimizării din punct de vedere al principiului incertitudinii, având aria minimă.

Dacă se discretizează frecvența, $\omega = n \cdot \omega_0$ și întârzierea, $\tau = m \cdot \tau_0$ se poate obține T.G.D. (transformata Gabor discretă, în timp continuu)

$$G_f(n, m) = \int_R f(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(t-m\tau_0)^2}{2}} e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (2.3.25)$$

$$\tau_0 = 1 \text{ și } \omega_0 = \pi$$

$$G_f(n, m) = \int_R f(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(t-m)^2}{2}} e^{-jn\pi t} dt \quad (2.3.26)$$

$$G_f(n, m) = \int_R f(t) \cdot \psi_{n,m}^*(t) dt \quad (2.3.27)$$

$$\psi_{n,m}^*(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(t-m)^2}{2}} e^{-jn\pi t} \quad (2.3.28)$$

Reprezentând grafic funcțiile definite de relația (2.3.28), pentru diferite valori ale cuplului (m,n) se obține figura 9:

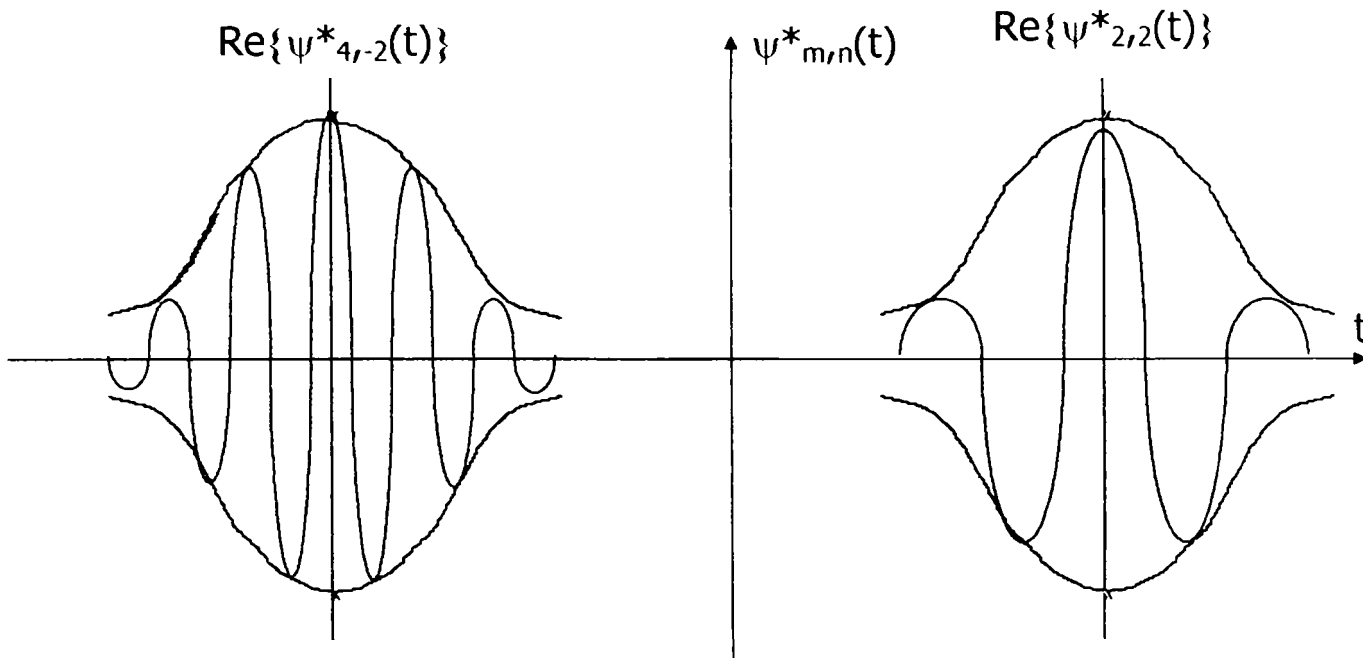


fig.9

Din figura 9 se observă că atât aria, cât și profilul ferestrei este constant, undeșoarele elementare (de descompunere) având aceeași anvelopă gaussiană. Ele se obțin prin modulații cu diferite purtătoare ($n\omega_0$) și translații în timp a ferestrei gaussiene de parametri constanți ($\sigma = 1$).

2.1.3.6. Interpretarea T.F.F.G. (T.F.S)

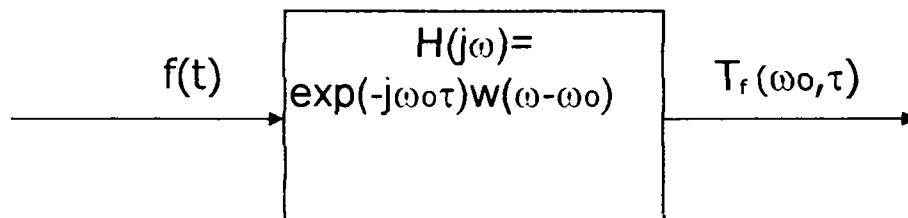
Conform relației de definiție a T.F.F.G. rezultă :

$$\begin{aligned}
 T_f(\omega_0, \tau) &= \int_R f(t) \cdot w^*(t - \tau) e^{-j\omega_0 t} dt = \\
 &= e^{-j\omega_0 \tau} \cdot \int_R f(t) \cdot w^*(t - \tau) e^{-j\omega_0(t - \tau)} dt = \\
 &= e^{-j\omega_0 \tau} \cdot \int_R f(t + \tau) \cdot w^*(t) e^{-j\omega_0 t} dt
 \end{aligned}$$

Se notează: $v(t) = -w^*(-t)e^{-j\omega_0 t} \Rightarrow$

$$T_f(\omega_0, \tau) = e^{-j\omega_0 \tau} \cdot v * f(\tau)$$

Deci $T_f(\omega_0, \tau)$ reprezintă răspunsul unui filtru, cu funcția pondere $h(t) = \exp(-j\omega_0 t) \cdot v(t)$, când la intrare se aplică $f(t)$.



$T_f(\omega_0, \tau)$ reprezintă răspunsul unui filtru trece bandă, având caracteristica de amplitudine identică cu spectrul funcției fereastră, translatat la ω_0 . Exemplificând pentru cazul gaussian și undișoarele prezentate în fig.9 se obțin caracteristicile de filtraaj din figura 10.

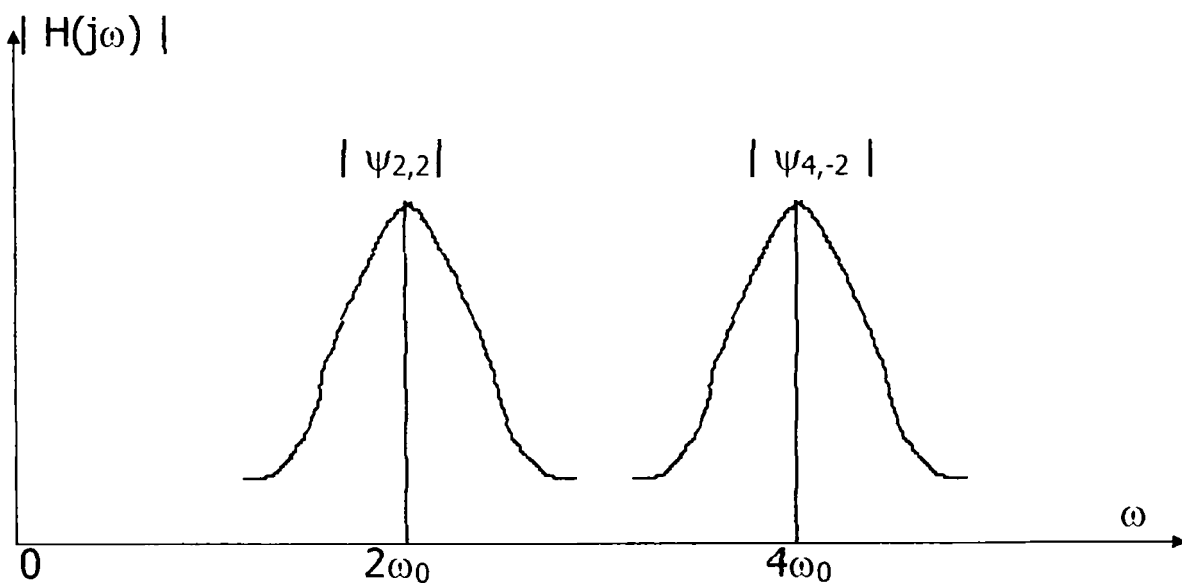


fig. 10

Se poate afirma că $T_f(\omega, \tau_0)$ ne arată spectrul unei porțiuni din semnalul $f(t)$, localizat în fereastra temporală $[\tau_0 - R_w; \tau_0 + R_w]$. Evident, rezoluția de

determinare a spectrului este cu atât mai bună cu cât fereastra este mai îngustă în domeniul frecvență, implicând o fereastră cât mai largă în domeniul timp. Imprecizia de determinare a spectrului este dată de $2 \cdot R_w$. Dacă se micșorează R_w , rezultă o creștere a lui R_w și implicit o localizare mai slabă în timp (fig.11).

Pentru $R_w \rightarrow 0$, adică $W(\omega) = 2\pi \cdot \delta(\omega)$, rezultă $w(t) = 1$ și $R_w \rightarrow \infty$,

$T_f(\omega, \tau) = F(\omega)$, obținându-se reprezentarea Fourier a semnalului.

Pentru $R_w \rightarrow \infty$, adică $w(t) = \delta(t)$, rezultă $W(\omega) = 1$ și $R_w \rightarrow 0$,

$$T_f(\omega, \tau) = \int_R f(t) \cdot \delta(t - \tau) e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega \tau} \cdot f(\tau)$$

obținându-se astfel o reprezentare temporală a semnalului.

$$T_f(\omega, \tau) = \int_R f(t) \cdot \delta(t - \tau) e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega \tau} \cdot f(\tau)$$

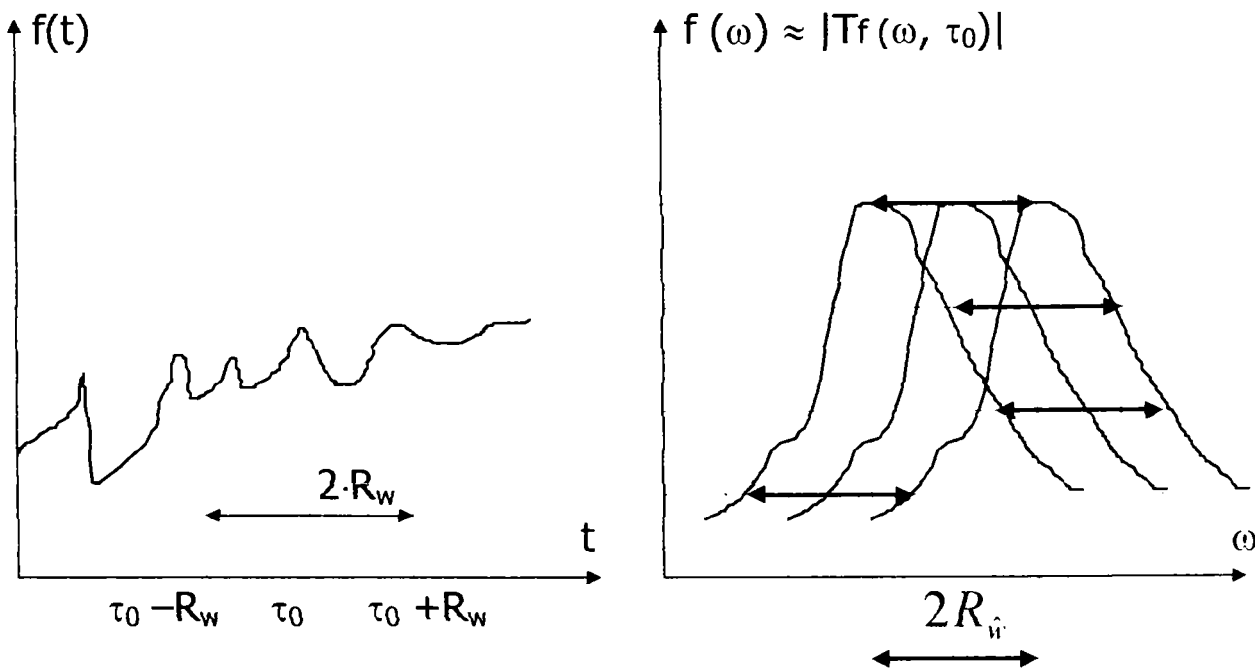


fig. 11

Din punct de vedere al procesării semnalului RADAR, TFS se poate interpreta ca o funcție de incertitudine de bandă îngustă. Dacă se scrie funcția de ambiguitate, modelul de bandă îngustă, pentru semnalul ecou $y(t)$ și semnalul de sondaj $x(t)$ se obține cu relația:

$$\rho_{x,y}(\tau, \omega_d) = R_{x,y}(\tau, \omega_d) = \int_R y(t) \cdot x^*(t - \tau) e^{-j\omega_d(t-\tau)} dt = T_y^{TFS}(\tau, \omega_d) \quad (2.3.29)$$

Deci funcția de ambiguitate (incertitudine) de bandă îngustă se poate reprezenta ca o TFS (TFFG) a semnalului ecou $y(t)$, utilizând ca și fereastră semnalul de sondaj $x(t)$. De altfel, receptorul optim, din punct de vedere al maximizării raportului semnal/zgomot calculează corelația între semnalul ecou și replicile retardate și deplasate Doppler ale semnalului de sondaj (fig.2). Astfel ieșirea receptorului RADAR coincide cu o TFS, a cărei precizie de localizare temporală R_x determină precizia de măsurare a distanței, iar precizia de localizare în frecvență R_x determină precizia de măsurare a vitezei.

Analizând atomii timp-frecvență specifici unei reprezentări de tip TFS se obțin domeniile din planul t - ω prezentate în fig. 12.

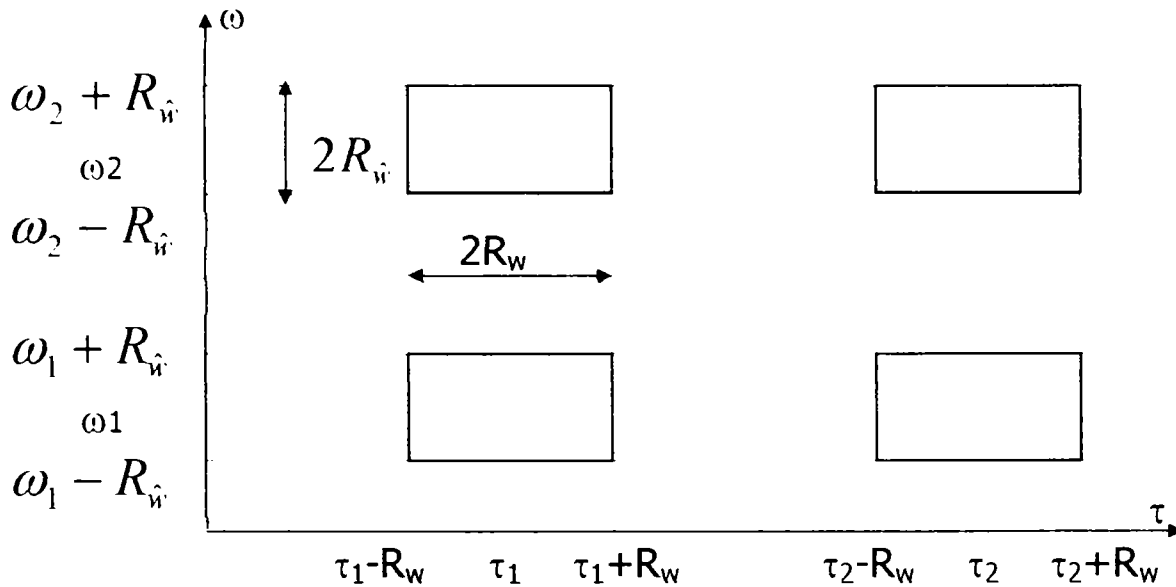


fig.12

Un coeficient $T_f(\omega_i, \tau_i)$ descrie funcția $f(t)$ într-o fereastră dreptunghiulară de arie constantă $2R_w \cdot R_w$ și de profil constant. Aceasta nu permite obținerea simultană a unor rezoluții bune, atât în timp, cât și în frecvență și a unei rezoluții variabile. În funcție de caracteristicile locale ale semnalului analizat se va face un compromis rezoluție t/rezoluție ω .

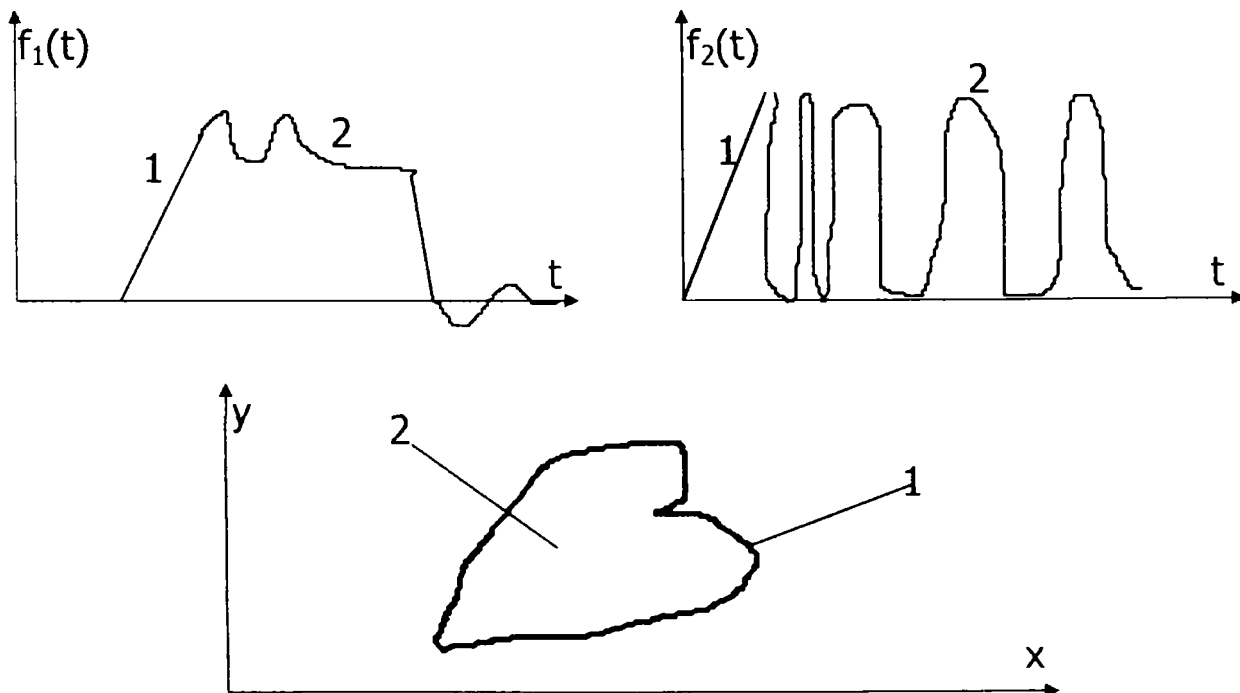


fig.13

În fig. 13 sunt prezentate trei cazuri de semnale arbitrare, întâlnite în practică (impuls RADAR de video frecvență), notă produsă de un instrument muzical și o imagine plană). Se observă că în toate cele trei cazuri se disting zone de regim tranzitoriu (1) și zone de regim staționar (2), în funcție de caracteristicile locale ale semnalului. Astfel porțiunile staționare ale semnalelor se vor studia cu o fereastră îngustă în frecvență și largă în timp. Porțiunile tranzitorii sunt limitate în timp, dar spectrul lor este foarte larg, utilizându-se în consecință o fereastră îngustă în timp și largă în frecvență. Altfel spus la joasă frecvență procesele au o durată mare în timp și un spectru îngust iar la înaltă frecvență procesele sunt scurte ca durată, dar au o bandă largă, cu salturi mari de frecvență. Deci atomii $t-\omega$ se vor alege în funcție de tipul semnalului analizat (staționar sau tranzitoriu) și de frecvența medie a lor (fig.14).

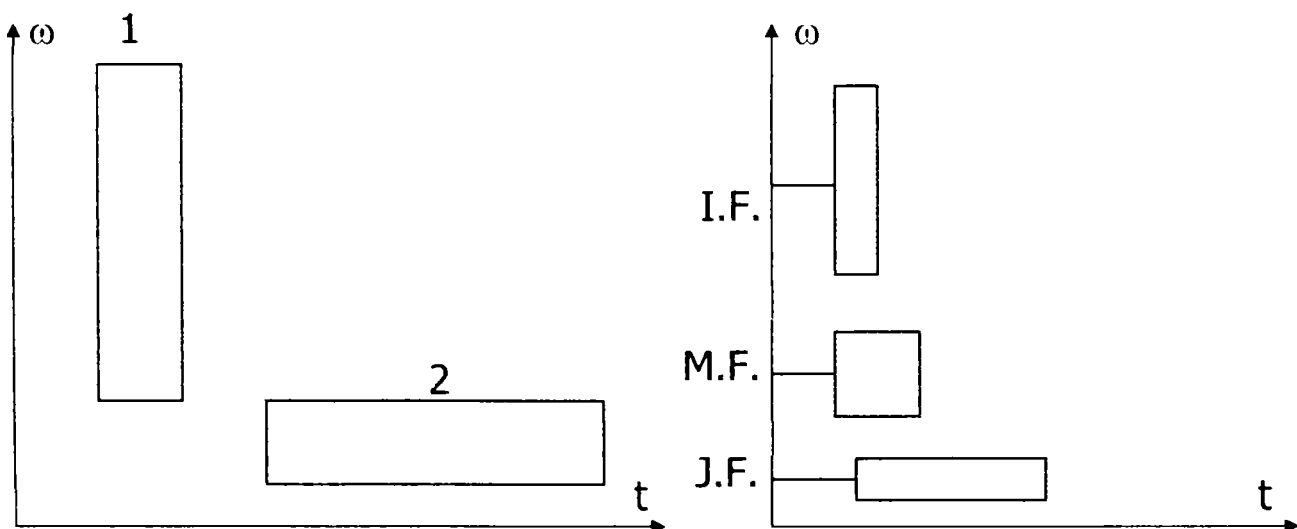


fig.14

În cazul TFS profilul ferestrei $t-\omega$ este același indiferent de frecvența centrală a atomului (fig.12), obținându-se o rezoluție constantă. Pentru a se obține o rezoluție variabilă (fig.14) este necesară alegerea unor ferestre cu profil diferit și schimbarea funcției fereastră $w(t)$ pentru fiecare domeniu de frecvență. Eliminarea acestui dezavantaj se face prin aplicarea transformatei

Wavelet, care spre deosebire de TFS își generează atomii prin translații și dilatări ale unei funcții de bază, rezultând rezoluții diferite.

2.1.3.7 Transformata WAVELET.

Se numește "undișoară mamă" o funcție $\psi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ care definește o fereastră $t-\omega$ și îndeplinește condiția de admisibilitate:

$$\int_{\mathbb{R}} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (2.3.30)$$

Deoarece $\psi(t)$ definește o fereastră $t-\omega$ rezultă $\psi \in L(\mathbb{R}) \cap L^2(\mathbb{R})$ și $\hat{\psi} \in L(\mathbb{R}) \cap L^2(\mathbb{R})$. Din condiția de admisibilitate rezultă:

$$\hat{\psi}(0) = \int_{\mathbb{R}} \psi(t) dt = 0.$$

Deci "undișoarele mamă" trebuie să fie funcții continue, mărginite și nule la infinit și cu media nulă.

Se numește transformată WAVELET (continuă) a unei funcții $f \in L^2(\mathbb{R})$, asociată undișoarei $\psi(t)$, funcția $W_f: \mathbb{R}^* \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, dată de relația :

$$W_f(s, \tau) = \langle f, \psi_{s, \tau} \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(t) \cdot \psi_{s, \tau}^*(t) dt \quad (2.3.31)$$

$\psi_{s, \tau}$ - reprezintă o familie de undișoare (atomi), generată din undișoara mamă prin translații cu τ și dilatații (scalări) cu s .

$$\psi_{s, \tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \psi\left(\frac{t - \tau}{s}\right) \quad (2.3.32)$$

s-parametru de scală, invers proporțional cu frecvența $s = \omega_0/\omega$;

τ - parametru temporal, semnificând translația temporală;

Exemple:

1. Armonica atenuată gaussian.

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}} \cos(4\pi t)$$

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi s}} \cdot e^{-\frac{(t-\tau)^2}{2s^2}} \cos\left(4\pi \frac{t-\tau}{s}\right)$$

$$\Psi(\omega) = e^{-\frac{(\omega-4\pi)^2}{2}}$$

$$\Psi_s(\omega) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \cdot \Psi(s\omega) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \cdot e^{-\frac{(s\omega-4\pi)^2}{2}}$$

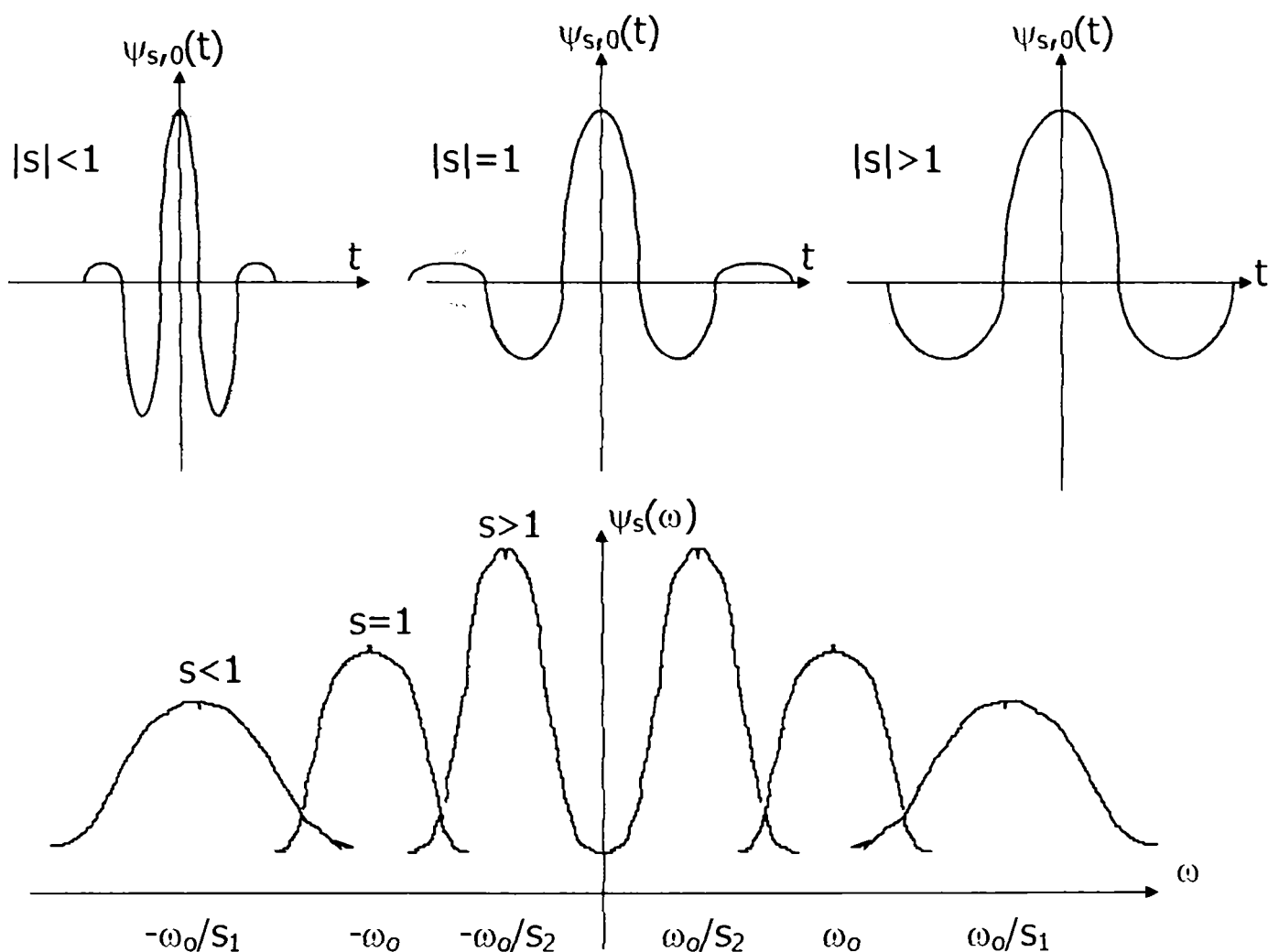


fig.15

Din fig.15 se observă proprietățile de filtraj ale TWC. Dacă se compară acestea cu cele obținute pentru TFS (fig.10) se observă că în acest caz fereastra $t-\omega$ are profil variabil, asigurându-se astfel o bandă de filtrare adecvată frecvenței de lucru.

2. Pălăria mexicană (derivata de ordinul 2 a funcției gaussiene).

$$\psi(t) = (1 - t^2) \cdot e^{-\frac{t^2}{2}}$$

$$\psi_{s,0}(t) = \left(1 - \frac{t^2}{s^2}\right) \cdot e^{-\frac{t^2}{2s^2}}$$

$$\Psi_s(\omega) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \cdot \psi(s\omega)^2$$

Acest tip de "undișoară" asigură o localizare bună, atât temporală, cât și în frecvență (fig 16).

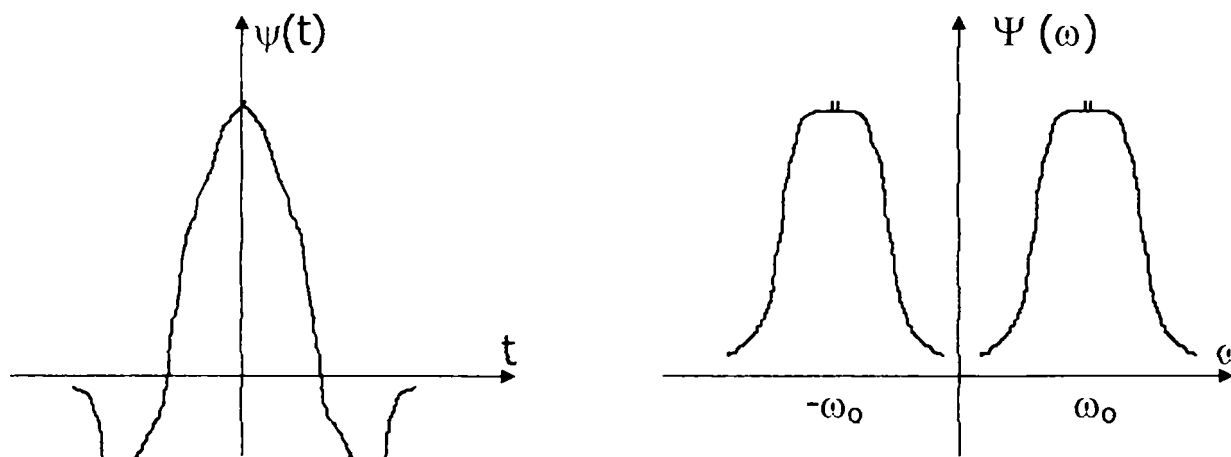


fig.16

3. Undișoare Haar.

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & \text{pentru } t \in [0; 1/2] \\ -1 & \text{pentru } t \in [1/2; 1] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

$$\Psi(\omega) = j\omega \cdot e^{-\frac{j\omega}{2}} \cdot \text{sinc}^2 \frac{\omega}{4}$$

$$\psi_{s,0}(t) = \begin{cases} |s|^{-1/2} & \text{pentru } t \in [0; s/2] \\ -|s|^{-1/2} & \text{pentru } t \in [s/2; s] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

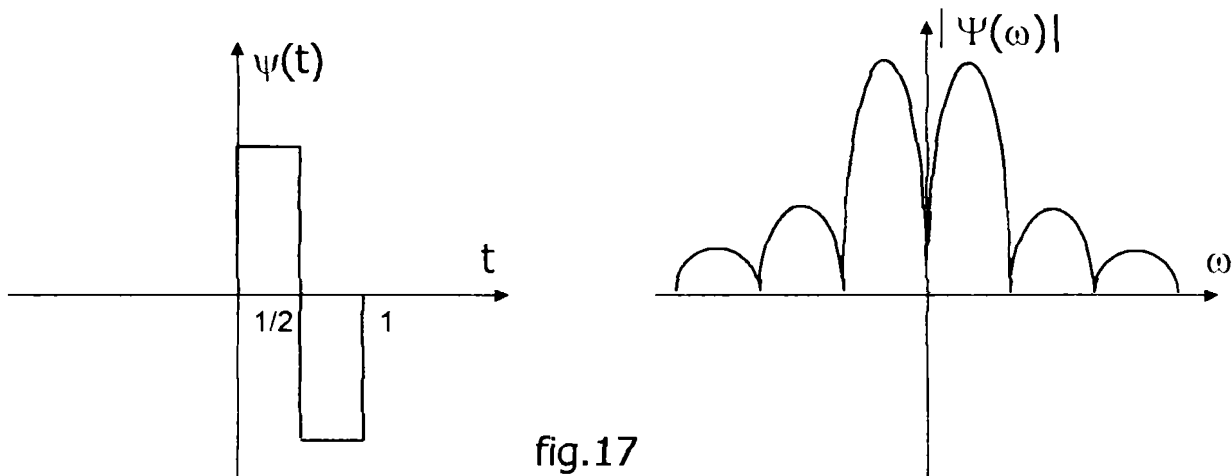


fig.17

2.1.3.8 Interpretarea T.W.C.

Se consideră $\psi(t)$ o undișoară centrată ($C_\psi=0$).

$$R_\psi^2 = \frac{1}{\|\psi\|_R^2} \int_R t^2 \cdot |\psi(t)|^2 dt$$

$$\omega_0 = C_\Psi = \frac{1}{\|\Psi\|_R^2} \int_R \omega \cdot |\Psi(\omega)|^2 d\omega$$

$$R_\Psi^2 = \frac{1}{\|\Psi\|_R^2} \int_R (\omega - \omega_0)^2 \cdot |\Psi(\omega)|^2 d\omega$$

În general $\Psi(\omega)$ este o caracteristică de tip trece-bandă, având frecvența centrală ω_0 și lărgimea de bandă $2R_\Psi$. Se poate spune atunci că prin coeficientul Wavelet $W_f(s, \tau)$ se obține o informație asupra spectrului lui f în fereastra $t-\omega$:

$$[\tau - sR_\Psi ; \tau + sR_\Psi] \times [s^{-1}(\omega_0 - R_\Psi) ; s^{-1}(\omega_0 + R_\Psi)] \quad (2.3.33)$$

a cărei frecvență centrală este ω_0/s și a cărei arie este:

$$S(W_\psi) = 2sR_\psi \cdot 2s^{-1} \cdot R_\psi = 4 R_\psi \quad R_\psi = \text{constant} .$$

Deci aria ferestrei este constantă, iar profilul ei variabil. Se demonstrează simplu următoarele relații:

$$R_{\psi_s, \tau} = sR_\psi \quad C_\psi = \omega_0 \quad C_{\psi_s, \tau} = \omega_0/s \quad R_{\psi_s, \tau} = s^{-1}R_\psi$$

În comparație cu fereastra $t-\omega$ a TFS, în cazul TWC profilul ferestrei este variabil în funcție de frecvență .

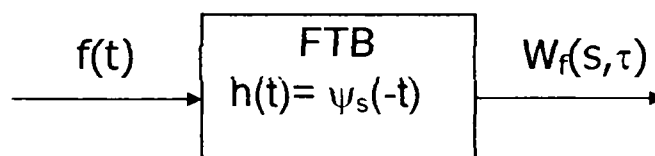
Din punct de vedere al filtraajului TWC se poate interpreta astfel:

$$W_f(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_R f(t) \cdot \psi^* \left(\frac{t - \tau}{s} \right) dt = \int_R \psi_s(-t) \cdot f(\tau - t) dt$$

$$\psi_s(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi \left(\frac{t}{s} \right)$$

$$W_f(s, \tau) = f * \psi_s(-t)$$

$W_f(s, \tau)$ reprezintă răspunsul unui filtru trece-bandă, a cărei funcție pondere este $h(t) = \psi_s(-t)$, când la intrare se aplică $f(t)$.



$$H_s(j\omega) = |s|^{-1/2} \psi(s\omega)$$

Deci caracteristica de filtraaj a unui atom are deplasată frecvența centrală la $\omega_0(s) = \omega_0/s$ și are banda de trecere variabilă în funcție de frecvență.

$$B_s = \frac{2R_\psi}{s} = \frac{B_0}{s} \quad B_\omega = \omega \cdot B_0$$

2.1.3.9 Transformarea Wavelet discretă.

Dacă în locul variației continue a parametrilor s și τ ai funcției $\psi_{s,\tau}(t)$ se alege o variație discretă, definită de :

$$s = s_0^m \quad \text{și} \quad \tau = \tau_0 n \cdot s = \tau_0 n \cdot s_0^m \quad m, n \in \mathbb{Z}$$

(τ_0, s_0 reprezintă dimensiunile pasului de discretizare pentru translația și respectiv dilatarea variabilei t), se obține transformata Wavelet discretă (TWD) sau seria Wavelet în timp continuu.

$$W_f(m, n) = \int_R f(t) \cdot \psi_{m,n}^*(t) dt \quad (2.3.34)$$

$$\psi_{m,n}^*(t) = s_0^{-m/2} \psi^* \left(\frac{t - \tau_0 n s_0^m}{s_0^m} \right) = s_0^{-m/2} \psi^* (s_0^{-m} t - n \tau_0) \quad (2.3.35)$$

Transformarea asociază unei funcții din $L^2(\mathbb{R})$ o funcție de două variabile discrete $W_f \in l^2(\mathbb{Z}^2)$.

În unele cazuri se alege $s_0 = 2$, $\tau_0 = 1$ și se obține:

$$\psi_{m,n}^*(t) = 2^{-m/2} \psi^*(2^{-m} t - n)$$

$$W_f(m, n) = \int_R f(t) \cdot \psi_{m,n}^*(t) dt = 2^{-m/2} \int_R f(t) \cdot \psi^*(2^{-m} t - n) dt \quad (2.3.36)$$

Reprezentând grafic, în planul $t-\omega$, punctele de discretizare a celor doi parametri se obține situația din fig. 18.

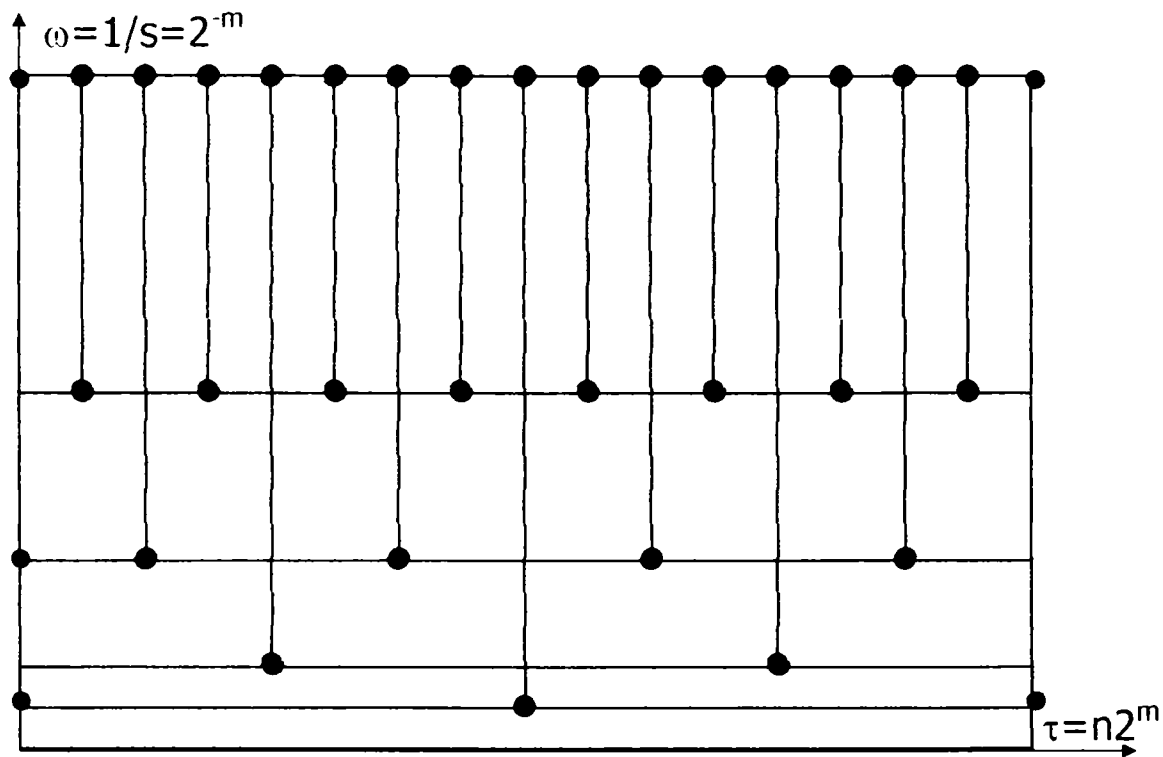


fig.18

După cum se observă din fig.18 pasul de translație este proporțional cu pasul de discretizare a scalei (invers proporțional cu pasul de discretizare a frecvenței). Scala de reprezentare a frecvențelor este diadică, iar a timpului este liniară. Punctele rețelei reprezintă perechile $m \times n$ pentru care se calculează coeficienții $W_f(m,n)$. Numărul punctelor de calcul crește în serie geometrică de rație 2, odată cu creșterea frecvenței. De asemenea se poate observa că prin acest mod de definire, rețeaua de eșantionare este în bună concordanță cu structura ferestrelor $t-\omega$, asigurându-se o rezoluție bună în frecvență la coeficienți de scală mari și o rezoluție mai slabă la coeficienți de scală mici. Se elimină astfel redundanțele TWC.

Funcția $\psi(t)$ se poate alege astfel încât șirul de funcții $(\psi_{m,n})$ $m,n \in \mathbb{Z}$ să formeze o bază ortonormată în spațiul $L^2(\mathbb{R})$. Se obțin astfel bazele de "undișoare" diadice ortogonale.

Dacă se dorește o rezoluție mai fină în frecvență, se poate utiliza tehnica numită "voicing", pentru a se obține J voci/octavă. În acest caz se

alege $s=2^{m+j/2}$ și fiecare octavă de pe axa scalei este divizată în J valori adiționale $j=0,1,\dots,J-1$. Se spune că tripletul (m,j,n) definește vocea j din diada m , în jurul momentului n .

Funcțiile de bază devin în acest caz :

$$\psi_{m,j,n}^*(t) = 2^{-\frac{m+j/2}{2}} \cdot \psi^*\left(2^{-\frac{m+j}{2}}(t-n)\right) \quad m,n \in \mathbb{Z} \quad j=0,1,2,\dots,J-1$$

$$W_f(m,j,n) = \int_R f(t) \cdot \psi_{m,j,n}^*(t) dt \quad (2.3.37)$$

În acest fel marcajul coeficienților reprezentat în fig.18 se completează cu încă J puncte de calcul pe fiecare diadă.

Exprimarea lui $f(t)$ se face ca o serie de "undișoare", având coeficienții W_f , relație care se mai numește și transformata wavelet discretă inversă:

$$f(t) = \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} W_f(m,n) \cdot \psi_{m,n}(t) \quad (2.3.38)$$

$$f(t) = \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \sum_{j=0}^{J-1} W_f(m,j,n) \cdot \psi_{m,j,n}(t) \quad (2.3.39)$$

Exemplu:(Pălăria mexicană)

$$h(t) = \frac{2}{\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{\pi}} \cdot (1-t^2) e^{-t^2/2}$$

$$h_{m,n}(t) = \frac{2}{\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{\pi}} \cdot 2^{-m/2} [1 - (2^{-m}t - n)^2] \cdot e^{-\frac{(2^{-m}t - n)^2}{2}}$$

$$W_f(m,n) = \int_R f(t) \cdot h_{m,n}^*(t) dt$$

$$f(t) = \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} W_f(m,n) \cdot h_{m,n}(t)$$

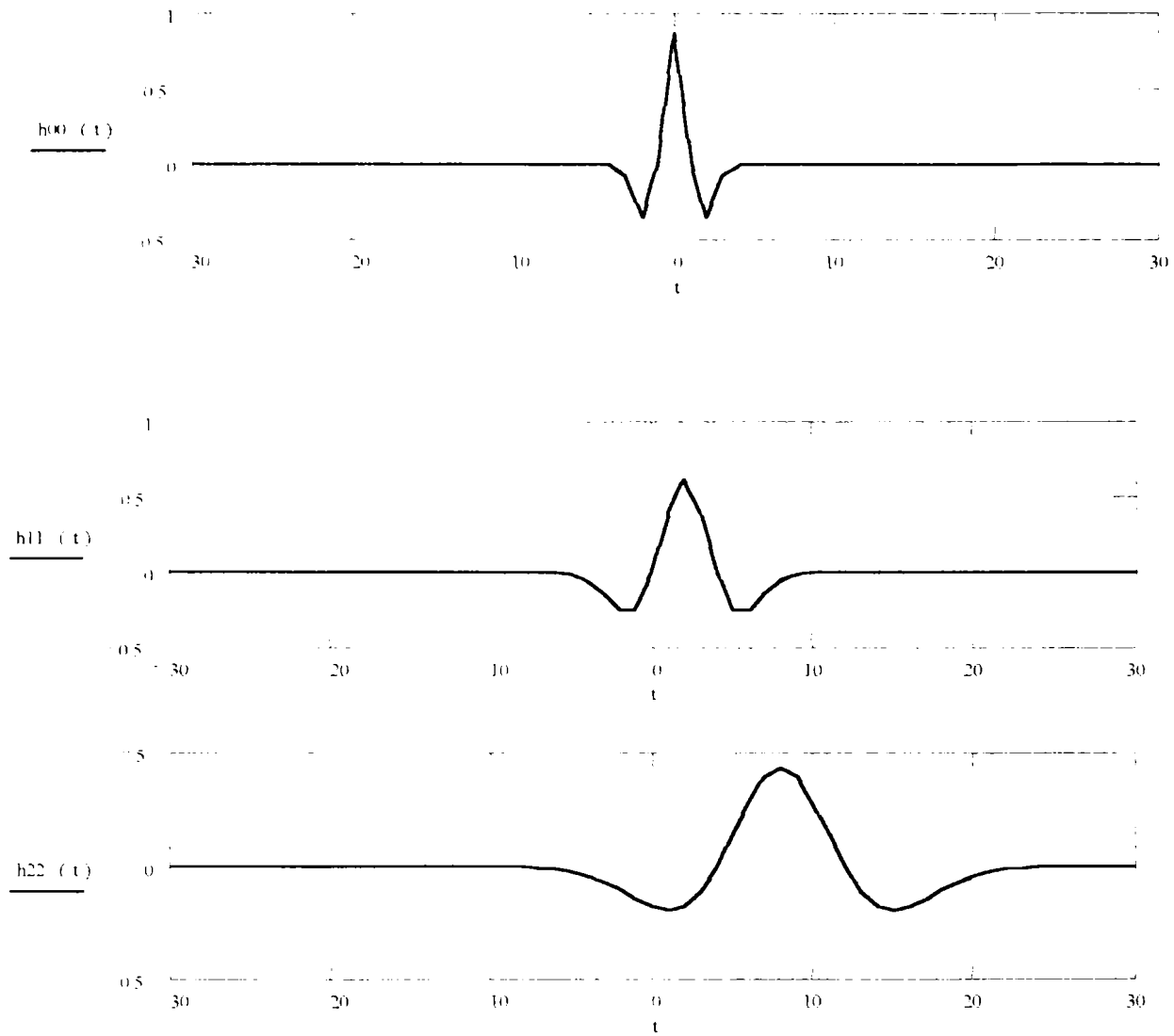


fig. 19

2.1.3.10 Serii Wavelet în timp discret

Se definește pornind de la TWD prin discretizarea timpului: $t=kT_0$

$$W_f(m, n) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} f(kT_0) \psi_{m,n}^*(kT_0)$$

$$W_f(m, n) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} f(k) \psi_{m,n}^*(k) \quad (2.3.40)$$

Transformata inversă se scrie:

$$f(k) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} W_f(m, n) \cdot \psi_{m,n}(k) \quad (2.3.41)$$

2.1.3.11 Proprietățile transformatei Wavelet**1. Simetria.**

Această proprietate permite interschimbabilitatea lui $f(t)$ și $g(t)$, când ambele funcții sunt admisibile.

$$W_{f/g}(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \cdot \int_R f(t) \cdot g^*\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt$$

$$W_{g/f}(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \cdot \int_R g(t) \cdot f^*\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt$$

$$W_{f/g}(s, \tau) = W_{g/f}\left(\frac{1}{s}, \frac{-\tau}{s}\right) \quad (2.3.42)$$

2. Forma corelațională a TW.

Dacă se notează $g_s(t) = |s|^{-1/2} g(t/s)$, atunci TW este identică cu corelația funcțiilor $f(t)$ și $g_s(t)$.

$$f(t) \bullet g_s(t) = \int_R f(t) \cdot g_s^*(t - \tau) dt = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \cdot \int_R f(t) \cdot g^*\left(\frac{t - \tau}{s}\right)$$

$$f(t) \bullet g_s(t) = W_{f/g}(s, \tau) \tag{2.3.43}$$

3. Formula de inversare și conservarea energiei:

Fie $f, g \in L^2(\mathbb{R})$, $g(t)$ admisibilă și $s \neq 0$, atunci :

$$f(t) = \frac{1}{K_g} \int \int_R W_f(s, \tau) \cdot g\left(\frac{t - \tau}{s}\right) \cdot \frac{s^{-2}}{\sqrt{|s|}} ds d\tau \tag{2.3.44}$$

$$K_g = \int_R \frac{|G(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$$

Energia semnalului $f(t)$ se poate exprima cu relația:

$$E_f = \frac{1}{K_g} \cdot \int \int_R \frac{|W_f(s, \tau)|^2}{s^2} ds d\tau = \int_R |f(t)|^2 dt \tag{2.3.45}$$

4. Produsul scalar al funcțiilor, exprimat prin TW.

$$\langle f_1, f_2 \rangle = \frac{1}{K_g} \cdot \int \int_R W_{f_1/g}(s, \tau) \cdot W_{f_2/g}(s, \tau) s^{-2} ds d\tau \tag{2.3.46}$$

$$\langle f_1, f_2 \rangle = \frac{1}{K_g} \cdot \int \int_R \langle f_1, g_{s,\tau} \rangle \cdot \langle g_{s,\tau}, f_2 \rangle \cdot s^{-2} ds d\tau$$

Dacă $f_1 = f_2 = f$ se obține:

$$\langle f, f \rangle = E_f = \frac{1}{K_g} \cdot \int \int_R |W_f(s, \tau)|^2 s^{-2} ds d\tau$$

5. TW încrucișată.

$$W_{f \cdot g}(s, \tau) = \frac{1}{K_h} \cdot \int_R \int_R W_{f/h}(s_1, \tau_1) \cdot W_{g^*/h} \left(\frac{s_1}{s}, \frac{\tau_1 - \tau}{s} \right) s_1^{-2} ds_1 s \tau_1$$

Această formulă exprimă TW ca o relație între transformatele funcțiilor f și g , relativ la aceeași "undișoară mamă" h .

2.1.4. Reprezentarea și analiza multirezoluție a semnalelor RADAR.

2.1.4.1 Conceptul de analiză multirezoluție.

Analiza semnalelor nestaționare ar necesita o rezoluție temporală bună, simultan cu o rezoluție bună în frecvență. Dar, după cum s-a arătat în (2.3.3) (principiul incertitudinii în analiza $t-\omega$) obținerea unei rezoluții simultane, oricât de bună nu este posibilă. Soluția optimă, în acest caz este o reprezentare timp-frecvență de rezoluție variabilă.

Se numește analiză multirezoluție a spațiului Hilbert $L^2(\mathbb{R})$ o aproximare a acestuia realizată printr-o familie de subspații închise $V_m \subset L^2(\mathbb{R})$, $m \in \mathbb{Z}$, astfel încât:

$$i) \quad \dots V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset V_{-2} \subset \dots$$

$$ii) \quad \bigcap_{m \in \mathbb{Z}} V_m = \{0\} \quad ; \quad \bigcup_{m \in \mathbb{Z}} V_m = L^2(\mathbb{R})$$

$$iii) \quad (\forall) f_m(x) \in V_m \Leftrightarrow f_m(2x) \in V_{m-1}$$

$$iv) \quad (\exists) 0 \text{ funcție } g(x) \in V_0, \text{ astfel încât } \{g(x-k)\}_{k \in \mathbb{Z}} \text{ formează o bază în } V_0$$

Dacă se alege $m=2^j$, $j \in \mathbb{Z}$ și se consideră $\varphi_{0,k}(x)=g(x-k)$, $(\forall) k \in \mathbb{Z}$, atunci $\varphi_{j,k}(x)=2^{-j/2} \varphi(2^{-j}x-k)$ $j,k \in \mathbb{Z}$ formează o bază ortonormată pe subspațiul V_{2^j} .

Se demonstrează simplu că dacă $\{g(x-k)\}_{k \in \mathbb{Z}}$ formează o bază în V_0 , rezultă că $\varphi_{j,k}(x)=2^{-j/2} \varphi(2^{-j}x-k)=2^{-j/2} g(2^{-j}x-k)$ formează o bază ortonormată în V_{2^j} :

$$1) \varphi(x-k) \in V_0 \Rightarrow \varphi(2x-k) \in V_{-1} \Rightarrow \dots \Rightarrow \varphi(2^{-j}x-k) \in V_{2^j} \quad (\forall) j,k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \langle \varphi_{j,k}(x) ; \varphi_{j,l}(x) \rangle = \int_{\mathbb{R}} \varphi_{j,k}(x) \cdot \varphi_{j,l}^*(x) dx = \int_{\mathbb{R}} \varphi(x-k) \cdot \varphi^*(x-l) dx = \\ = \langle \varphi(x-k) ; \varphi(x-l) \rangle = \delta_{l,k}$$

În aceste condiții se poate defini un set de operatori $A_{2^j} : L^2(\mathbb{R}) \rightarrow V_{2^j}$, care permit aproximarea funcției $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$ în subspațiul V_{2^j} (descompunerea funcției pe baza ortonormată din V_{2^j}). Se spune că $f(x)$ este aproximată cu rezoluția 2^j .

$$(\forall) f(x) \in L^2(\mathbb{R}) \Rightarrow$$

$$f(x) \approx A_{2^j} \{f\} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle f(u), \varphi_{j,k}(u) \rangle \cdot \varphi_{j,k}(x) \quad (2.4.1)$$

$$\alpha_{j,k} \{f\} = \langle f(u), \varphi_{j,k}(u) \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(u) \cdot \varphi_{j,k}^*(u) du \quad (2.4.2)$$

$$\alpha_{j,k} \{f\} = 2^{-j/2} \cdot \int_{\mathbb{R}} f(u) \cdot \varphi^*(2^{-j}u - k) du$$

Aproximarea $A_{2^j} \{f\}$ reprezintă proiecția ortogonală a semnalului $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$ pe subspațiul V_{2^j} iar $\alpha_{j,k} \{f\}$ reprezintă coeficienții aproximării lui $f(x)$ cu rezoluția 2^j . După cum se observă din relația (2.4.2) coeficienții $\alpha_{j,k} \{f\}$

se identifică cu transformata Wavelet discretă a semnalului $f(x)$, relativ la "undișoara mamă" $\varphi(x)$.

$$\alpha_{j,k}\{f\} = W_f(j,k) = T_f^{TWD}(j,k) \quad (2.4.2)$$

$$A_{2^j}\{f\} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \alpha_{j,k}\{f\} \cdot \varphi_{j,k}(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} T_f^{TWD}(j,k) \cdot \varphi_{j,k}(x) \quad (2.4.3)$$

Dacă funcția $\varphi(x)$ îndeplinește în plus și condiția de admisibilitate, atunci familia $\varphi_{j,k}(x)$ formează o bază "diadică" de undișoare ortonormate.

Semnalul $f(x)$ se poate scrie:

$$f(x) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} A_{2^j}\{f(x)\} = \sum_{j \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} T_f^{TWD}(j,k) \cdot \varphi_{j,k}(x) \quad (2.4.4)$$

Aproximările succesive $A_{2^j}\{f(x)\}$ corespund unei aproximații din ce în ce mai fine a funcției $f(x)$. La limită, pentru $j \rightarrow -\infty$ funcția $\varphi_j(x)$ tinde spre o distribuție Dirac și funcția $f(x)$ se identifică cu aproximația $A_{2^j}\{f(x)\}$.

$$\lim_{j \rightarrow -\infty} A_{2^j}\{f(x)\} = f(x) \quad (2.4.5)$$

Diferența de informație dintre două aproximații de rezoluții succesive 2^{j+1} și 2^j poartă denumirea de semnal detaliu. Se poate calcula și analiza diferența dintre aproximațiile $A_{2^j}\{f\}$ și aproximația mai grosieră $A_{2^{j-1}}\{f\}$.

$$A_{2^j}\{f\} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \alpha_{j,k}\{f\} \cdot \varphi_{j,k}(x)$$

$$A_{2^{j-1}}\{f\} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \alpha_{j-1,k}\{f\} \cdot \varphi_{j-1,k}(x)$$

$$\varphi_{j+1,k}(x) = 2^{-1/2} \varphi_{j,k}\left(\frac{x}{2}\right) \quad (2.4.6)$$

$$\alpha_{j+1,k} \{f\} = 2^{-1/2} \int_R f(u) \cdot \varphi_{j,k}^* \left(\frac{u}{2} \right) du = \sqrt{2} \cdot \int_R f(2u) \cdot \varphi_{j,k}^*(u) du \quad (2.4.7)$$

$$\varphi \left(\frac{u}{2} \right) = 2 \cdot \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_n \varphi(u-n) \quad h_n = \frac{1}{2} \int_R \varphi \left(\frac{u}{2} \right) \cdot \varphi^*(u-n) du \quad (2.4.8)$$

Semnalul detaliu se exprimă cu relația :

$$\begin{aligned} D_{2^j} \{f\} &= A_{2^j} \{f\} - A_{2^{j-1}} \{f\} = \\ &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} \left[\alpha_{j,k} \{f\} \cdot \varphi_{j,k}(x) - \alpha_{j+1,k} \{f\} \cdot \varphi_{j+1,k}(x) \right] \end{aligned} \quad (2.4.9)$$

Prelucrând relația (2.4.9), cu ajutorul relațiilor (2.4.6); (2.4.7); (2.4.8) se exprimă $D_{2^j} \{f\}$ ca o descompunere într-o bază ortogonală Wavelet, definită în $L^2(\mathbb{R})$ astfel:

$$D_{2^j} \{f\} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j,k} \{f\} \cdot \psi_{j,k}(x) \quad (2.4.10)$$

$$\psi(x) = 2 \cdot \sum_{n \in \mathbb{Z}} (-1)^n h_{1-n} \cdot \varphi(2x-n) \quad (2.4.11)$$

$$d_{j,k} \{f\} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = \int_R f(x) \cdot \psi_{j,k}^*(x) dx \quad (2.4.12)$$

Funcția $\varphi(x)$, care caracterizează aproximările $A_{2^j} \{f\}$ se mai numește și funcție scală sau "undișoară tată", iar funcția $\psi(x)$ definită conform relației (2.4.10) caracterizează semnalul detaliu și poartă denumirea de "undișoară mamă". $D_{2^j} \{f\}$ reprezintă de fapt proiecția ortogonală a lui $f(x)$ pe subspațiul $W_{2^j} = V_{2^j} - V_{2^{j-1}}$ (complementarul lui $V_{2^{j-1}}$ în V_{2^j}), în care $\psi_{j,k}(x)$ formează o bază ortogonală.

2.1.4.2 Exemple de analiză multirezoluție.

1. Fie V_0 spațiul funcțiilor de tip trece-jos, de bandă limitată la $(-\pi; \pi)$ $V_0 \subset L^2(\mathbb{R})$. Funcția $\varphi(x) = \text{sinc}(\pi x)$, generează prin translații o bază ortonormată a subspațiului V_0 (fig.19).

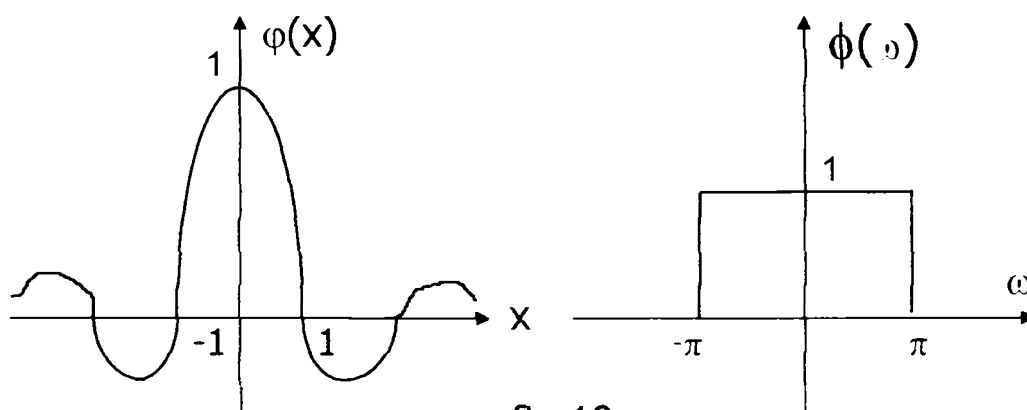


fig.19

$$\varphi(x-k) = \text{sinc}[\pi(x-k)], \quad k \in \mathbb{Z}$$

Se observă că $\varphi(x), \phi(\omega) \in L^2(\mathbb{R})$, dar nu este admisibilă ($\phi(0) \neq 0$), condiție care nu împiedică utilizarea ei ca o bază de descompunere în analiza multirezoluție.

Dacă V_m este spațiul funcțiilor de bandă limitată la $(-2^m\pi; 2^m\pi)$, familia de funcții $\{2^{m/2}\varphi(2^m x - k), k \in \mathbb{Z}\}$ formează o bază ortonormată în subspațiul respectiv. La fel familia de funcții $\{2^{-m/2}\varphi(2^{-m} x - k), k \in \mathbb{Z}\}$ formează o bază ortonormată în subspațiul V_m (al funcțiilor de bandă limitată la $(-2^{-m}\pi; 2^{-m}\pi)$).

Fie $W_0 \subset L^2(\mathbb{R})$ spațiul funcțiilor tip "trece bandă" în domeniul de frecvență $(-2\pi, -\pi) \cup (\pi, 2\pi) \Rightarrow W_0 = V_{-1} - V_0 \quad V_{-1} = V_0 \oplus W_0$, adică W_0 este complementarul ortogonal al lui V_0 în V_{-1} (V_{-1} este echivalent cu V_0 plus un detaliu adițional corespunzător lui W_0). În general se poate scrie:

$$\dots \subset V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset V_{-2} \subset \dots$$

$$V_{-m} = W_{-m+1} \oplus V_{-m+1} = W_{-m+1} \oplus W_{-m+2} \oplus V_{-m+2} = W_{-m+1} \oplus W_{-m+2} \oplus \dots = \oplus \sum_{j=1}^{\infty} W_{-m+j}$$

$$V_{-m} = \oplus \sum_{j=-m+1}^{\infty} W_{-m+j}$$

Această relație ne arată că subspațiul V_{-m} , al funcțiilor de bandă limitată la $(-2^m\pi ; 2^m\pi)$ se poate descompune într-o sumă infinită de subspații, care la limită conduce la subspațiul funcțiilor de bandă $(-2^m\pi ; 0) \cup (0 ; 2^m\pi)$, (fig.20).

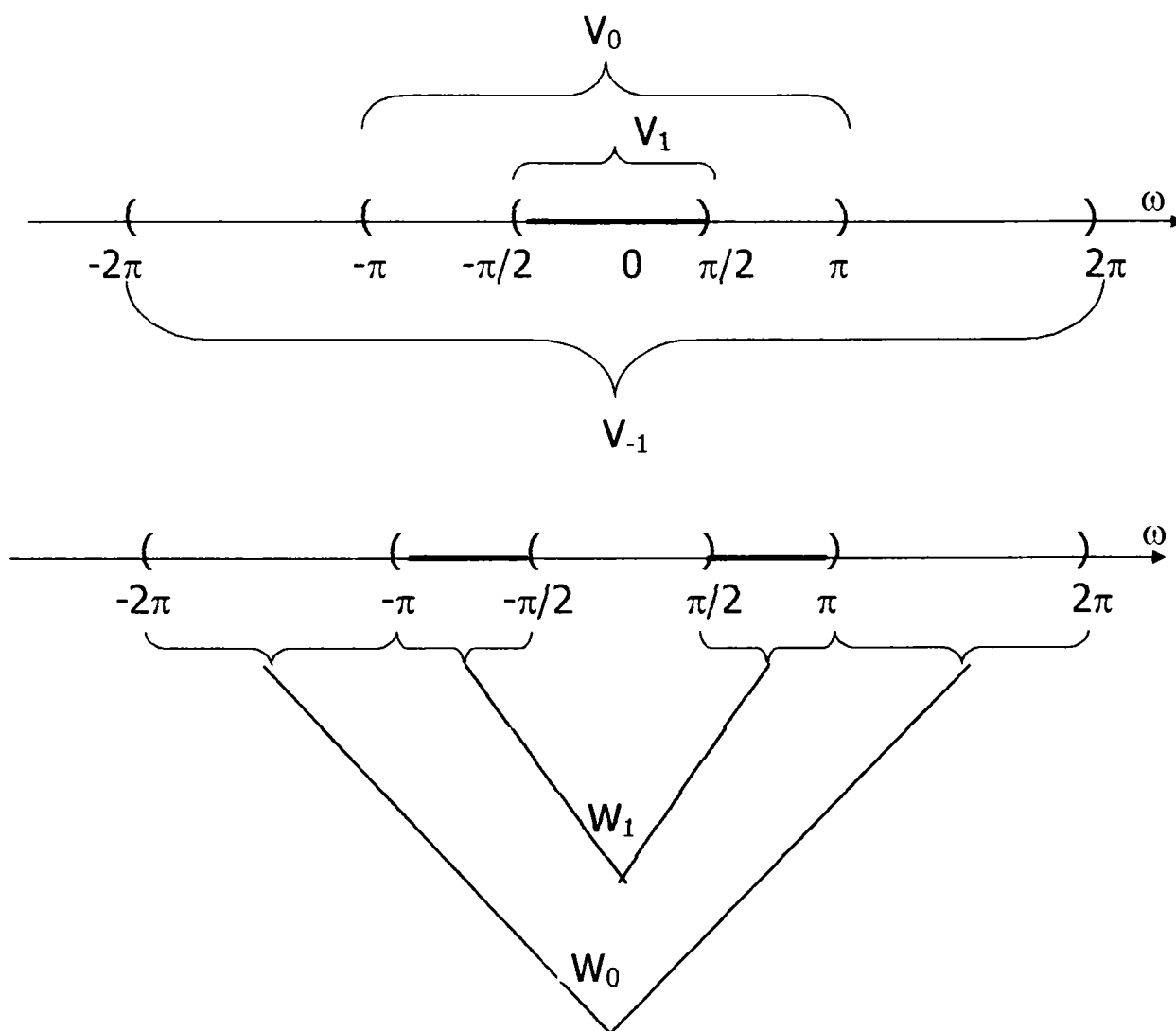


fig.20

Pentru o funcție oarecare $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$, se determină coeficienții $\alpha_{j,k}\{f\}$:

$$\alpha_{j,k}\{f\} = 2^{-j/2} \int_{\mathbb{R}} f(t) \cdot \varphi^*(2^{-j}t - k) dt = 2^{-j/2} \int_{\mathbb{R}} f(t) \cdot \text{sinc}[\pi(2^{-j}t - k)] dt$$

Se obține astfel proiecția ortogonală a lui $f(t)$ pe subspațiul V_j , care reprezintă de fapt o aproximație prin funcții sinc de rezoluție 2^j , a funcției $f(t)$. La limită, pentru $j \rightarrow -\infty$ funcția sinc tinde spre o distribuție Dirac, confirmându-se relația (2.4.5).

$$A_{2^j}\{f\} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \alpha_{j,k}\{f\} \varphi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \alpha_{j,k}\{f\} \cdot \text{sinc}[\pi(2^{-j}t - k)]$$

Semnalul detaliu se exprimă cu relația (2.4.10):

$$D_{2^j}\{f\} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j,k}\{f\} \cdot \psi_{j,k}(t)$$

Conform fig.20, semnalul detaliu este caracterizat de subspațiul funcțiilor tip "trece-bandă" $W_{j+1} = V_j \ominus V_{j+1}$, în care familia de funcții :

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j} \text{sinc}[\pi(2^{-(j+1)}t - k)] \cos [3\pi(2^{-(j+1)}t - k)]$$

formează o bază ortonormată (fig.21).

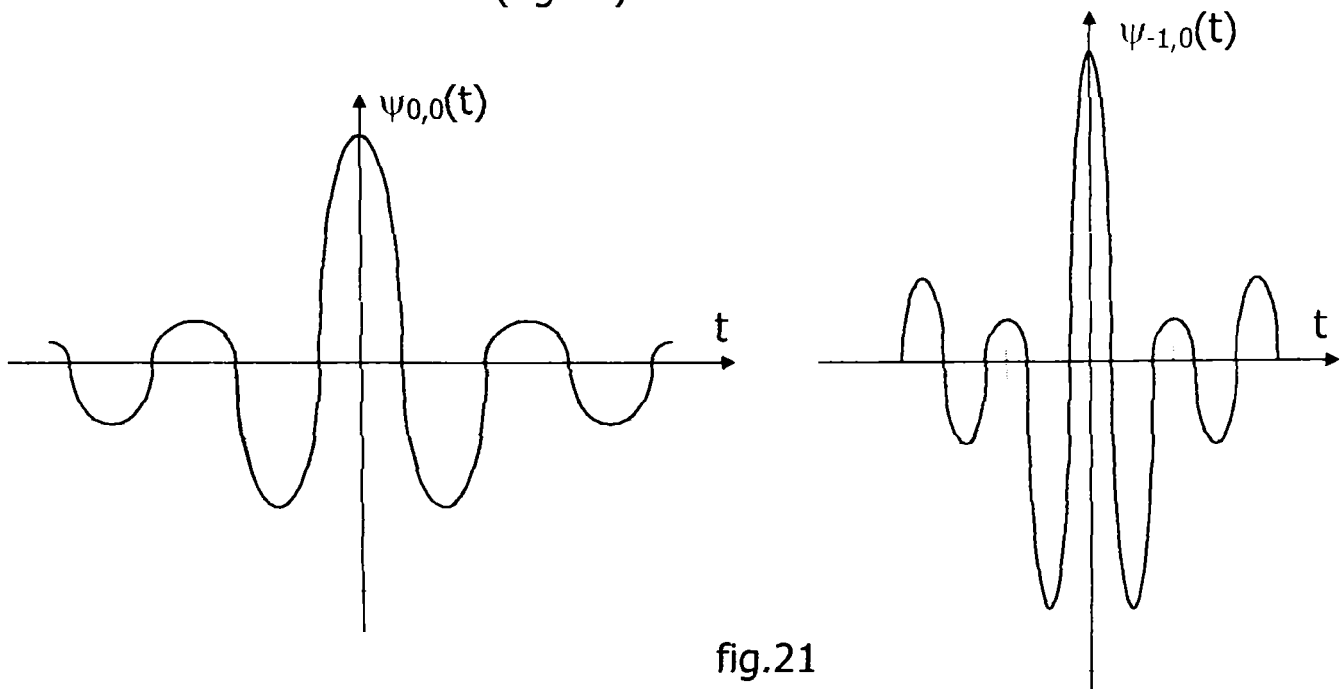


fig.21

Se observă că $\psi_{j,k}(t) \in L^2(\mathbb{R})$ și în plus : $\psi_{j,k}(0)=0$, deci $\psi(t)$ admisibilă. Semnalul detaliu se descompune în serie Wavelet, având ca bază de undișoare, baza diadică ortogonală :

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j} \text{sinc}[\pi(2^{-(j+1)}t-k)] \cdot \cos [3\pi(2^{-(j+1)}t-k)]$$

2. Fie $V_{2^j} \subset L^2(\mathbb{R})$ spațiul funcțiilor constante pe porțiuni și $\varphi : [0;1] \rightarrow \mathbb{R}$

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1 & \text{pentru } t \in [0;1] \\ 0 & \text{în rest;} \end{cases}$$

$\varphi(t) \in V_0$ și $\{\varphi_{0,k}(t) = \varphi(t-k)\}_{k \in \mathbb{Z}}$ formează o bază ortonormată în V_0 .

$\varphi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \cdot \varphi(2^{-j}t-k)$ formează o bază ortonormată în V_{2^j} (fig.22).

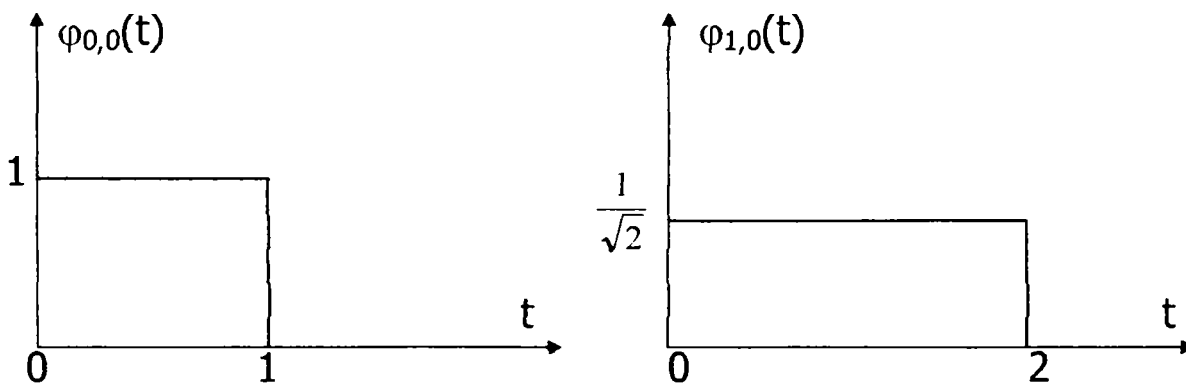


fig.22

Proiecția funcției $f(t)$ pe subspațiul V_{2^j} se obține calculând coeficienții:

$$\alpha_{j,k}\{f\} = 2^{-j/2} \int_{\mathbb{R}} f(t) \cdot \varphi^*(2^{-j}t-k) dt = 2^{-j/2} \cdot \int_{k \cdot 2^j}^{(k+1) \cdot 2^j} f(t) dt$$

$$A_{2^j} \{f\} = \sum_{k \in Z} \alpha_{j,k} \{f\} \cdot \varphi_{j,k}(t)$$

La limită, pentru $j \rightarrow -\infty$ funcția $\varphi(t)$ tinde spre o distribuție Dirac, confirmându-se relația (2.4.5).

Semnalul detaliu este, conform relației (2.4.9):

$$\begin{aligned} D_{2^j} \{f\} &= A_{2^j} \{f\} - A_{2^{j+1}} \{f\} = \\ &= \sum_{k \in Z} [\alpha_{j,k} \{f\} \cdot \varphi_{j,k}(t) - \alpha_{j+1,k} \{f\} \cdot \varphi_{j+1,k}(t)] \end{aligned}$$

$$\varphi_{j+1,k}(t) = 2^{-1/2} \cdot [\varphi_{j,2k}(t) + \varphi_{j,2k+1}(t)]$$

$$\alpha_{j+1,k} \{f\} = 2^{-1/2} \cdot [\alpha_{j,2k} \{f\} + \alpha_{j,2k+1} \{f\}]$$

$$D_{2^j} \{f\} = 2^{-1} \cdot \sum_{k \in Z} \{ [\alpha_{j,2k} \{f\} - \alpha_{j,2k+1} \{f\}] \cdot [\varphi_{j,2k}(t) - \varphi_{j,2k+1}(t)] \}$$

$$d_{j,k} \{f\} = 2^{-1/2} [\alpha_{j,2k} \{f\} - \alpha_{j,2k+1} \{f\}]$$

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-1/2} [\varphi_{j,2k}(t) - \varphi_{j,2k+1}(t)] \quad (\text{fig.23})$$

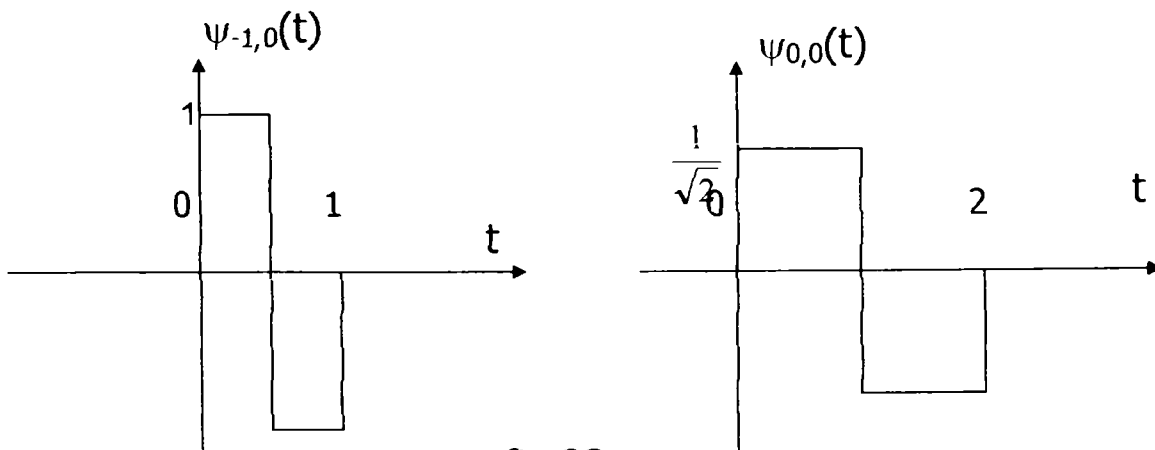


fig.23

Semnalul detaliu se exprimă ca o sumă de undișoare Haar.

2.1.5 Funcția de incertitudine (ambiguitate) și corelația de bandă largă.

După cum s-a afirmat și în 2.1.2 prelucrarea optimă a semnalului RADAR, în sensul maximizării raportului semnal/zgomot, pentru semnale ecou perturbate aditiv cu zgomot alb gaussian, se realizează prin calculul integralei de corelație a semnalului recepționat cu replicile ipotetice ale semnalului de sondaj. Conform relației (2.10) modelul matematic al semnalului recepționat este:

$$y(t) = A \cdot x(st - \tau_0)$$

Dacă se consideră $s_1 = 1/s$ și $\tau_0 = \tau s$, se obține forma standard a semnalului recepționat:

$$y(t) = s^{-1/2} x[(t - \tau)/s] = x_{s,\tau}(t) \quad (3.1.1)$$

Funcția de corelație a semnalului $x(t)$ cu $y(t)$ este:

$$R_{y,x}(s, \tau) = \langle y(t), x_{s,\tau}(t) \rangle = \int_R y(t) \cdot x_{s,\tau}^*(t) dt = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_R y(t) \cdot x^*\left(\frac{t - \tau}{s}\right) dt \quad (3.1.2)$$

După cum se observă din relația (3.1.2), calculul corelațional coincide cu TWC a semnalului recepționat $y(t)$, folosind ca "undișoară mamă" semnalul de sondaj $x(t)$.

$$R_{y,x}(s, \tau) = W_{y/x}(s, \tau) = T_y^{TWC}(s, \tau) \quad (3.1.3)$$

Replicile ipotetice, care se obțin prin scalări și întârzieri ale semnalului de sondaj, servesc ca și tipare de comparație corelațională cu semnalul recepționat. Când cele două semnale se "potrivesc" cel mai bine rezultă o corelație maximă. Semnalul prezumtiv care conduce la obținerea corelației maxime furnizează o estimare a parametrilor s și τ . Schema receptorului corelațional de bandă largă este prezentată în fig.24.

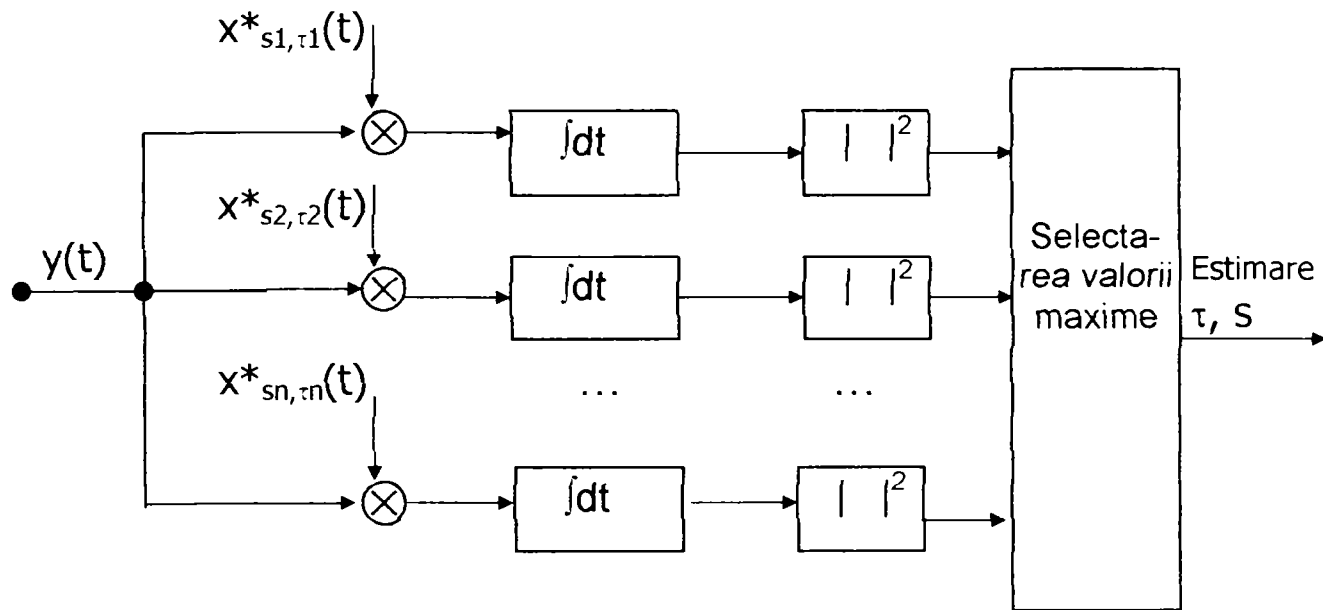


fig.24

După selectarea valorii maxime, detectarea unui obiect este realizată atunci când $|R_{y,x}(s, \tau)|^2 = |W_{y/x}(s, \tau)|^2 \geq R_0$. Estimarea parametrilor (s, τ) corespunde determinării vitezei radiale v_r și distanței R a țintei.

Funcția de autoambiguitate (incertitudine) a semnalului de sondaj $x(t)$ se exprimă cu relația:

$$T_x^{FIBL}(s, \tau) = \rho_{x,x}(s, \tau) = \sqrt{s} \int_R x(t) \cdot x^*(st - \tau) dt \quad (3.1.4)$$

$$T_x^{FIBL}(s, \tau) = R_{x,x}\left(\frac{1}{s}, \tau\right) = T_{x/x}^{TWC}\left(\frac{1}{s}, \tau\right) \quad (3.1.5)$$

În concluzie se poate afirma că implementarea receptorului corelațional de bandă largă, procesarea cu filtre adaptate și generarea funcțiilor de ambiguitate(incertitudine) se reduc la calculul și analiza TW a semnalului ecou. Alegerea semnalului de sondaj $x(t)$, cu o funcție de incertitudine optimă constituie o parte importantă în teoria proiectării radarelor.

2.2. FILTRUL OPTIM ADAPTAT CU SEMNALUL DE SONDAJ DE BANDĂ LARGĂ.

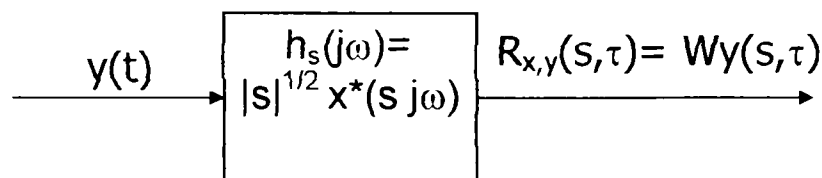
Schema de procesare prezentată în fig.24 este de tip multicanal, atât în coeficient de scală s , cât și în timp de întârziere τ . Se pune problema implementării unui filtru, care să realizeze calculul funcției de corelație (TW), eliminându-se astfel structura multicanal după τ .

După cum s-a arătat în (2.3.8) (proprietățile de filtraj ale TW)

$$T_y^{TWC}(s, \tau) = Wy(s, \tau) = y * x_s(-\tau)$$

$$x_s(t) = |s|^{-1/2} x(t/s)$$

$$y * x_s(-\tau) = R_{x,y}(s, \tau) = x(t) \bullet y_{s,\tau}(t)$$



Funcția pondere a filtrului va fi : $h_s(t) = x_s(-t) = |s|^{-1/2} \cdot x(-t/s)$, iar caracteristica de frecvență: $H_s(j\omega) = |s|^{1/2} x^*(s, j\omega)$. La ieșirea filtrului se obține funcția de corelație sau TWC a semnalului recepționat $y(t)$, utilizând ca "undișoară mamă" semnalul de sondaj. Funcția pondere a filtrului este "imaginea în oglindă" a replicii scalate cu s a semnalului de sondaj $x(t)$. Dacă intrarea filtrului $y(t)$ corespunde replicii așteptate, în absența bruijului, se obține:

$$R_{x,y}(s, \tau) = \frac{1}{s} \cdot \int_R x^2\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt = \int_R x^2(t) dt = E_x$$

În cazul ideal se obține la ieșirea filtrului, la momentul τ , semnalul maxim E_x . Receptorul corelațional cu filtre adaptate, prezentat în fig.25

simplifică mult schema corelatorului din fig.24

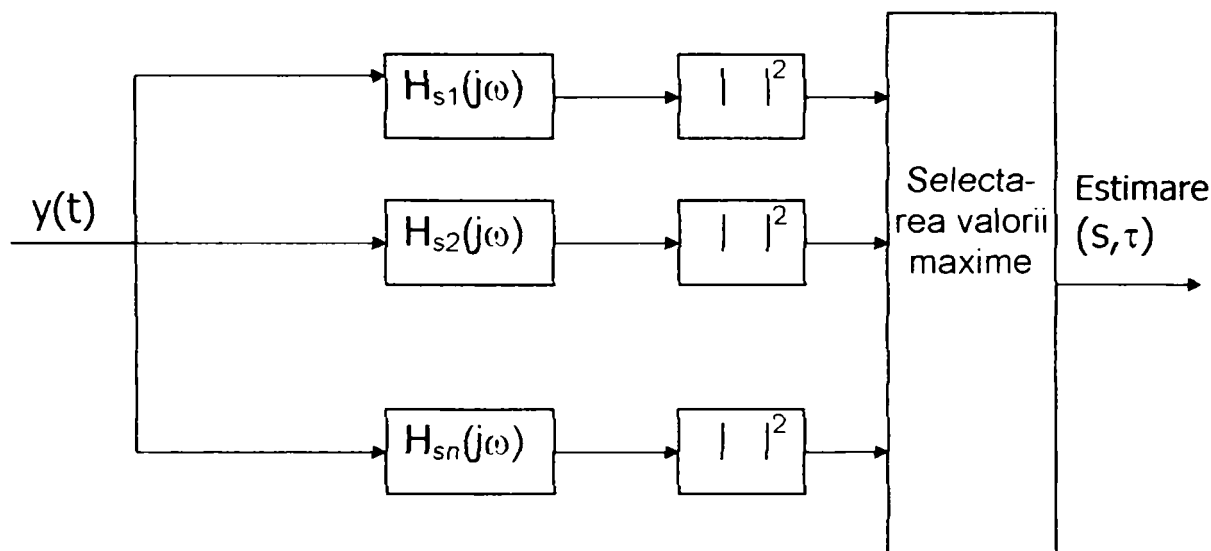


fig.24

După cum se observă sistemul este multicanal doar după coeficientul de scală s_n , iar calculul TW se face prin filtrare.

2.3 CONVOLUȚIA SEMNALELOR RADAR DE BANDĂ LARGĂ.

Dacă există mai multe obiecte apropiate, care reflectă semnalul de sondaj sau când un singur obiect are mai multe puncte reflectorizante, semnalul recepționat de un punct al antenei se poate exprima ca o integrală după funcția de densitate a reflectivității:

$$y(t) = \iint_D S_W(s, \tau) \cdot x_{s, \tau}(t) \cdot s^{-2} ds d\tau \quad (3.3.1)$$

$$y(t) = \iint_D S_W(s, \tau) \cdot x\left(\frac{t - \tau}{s}\right) \cdot |s|^{-1/2} \cdot s^{-2} ds d\tau$$

Funcția de densitate a reflectivității $S_W(s, \tau)$ descrie modul cum obiectele (sau punctele reflectorizante ale aceluiași obiect) sunt distribuite în s și τ .

D -reprezintă domeniul de interes a lui s și τ .

În cazul particular al obiectelor singulare, funcția de densitate a reflectivității este o distribuție Dirac:

$$S_W(s, \tau) = \delta(s - s_1) \cdot \delta(\tau - \tau_1)$$

$$y(t) = |s_1|^{-1/2} x[(t - \tau_1)/s_1]$$

În caz general se pune problema determinării distribuției $S_W(s, \tau)$, pentru a obține o hartă a distribuției obiectelor (punctelor reflectorizante) în spațiu.

Dacă $D = R^2$ și semnalul de sondaj îndeplinește condițiile de admisibilitate, atunci relația (3.3.1) are forma unei TW inverse :

$$y(t) = \iint_{R \times R} S_W(s, \tau) \cdot x\left(\frac{t - \tau}{s}\right) \cdot \frac{s^{-2}}{\sqrt{|s|}} ds d\tau \quad (3.3.2)$$

și $S_W(s, \tau)$ se determină ca TW directă:

$$S_{W'}(s, \tau) = \int_R y(t) \cdot x_{s, \tau}^*(t) dt = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_R y(t) \cdot x^*\left(\frac{t - \tau}{s}\right) dt \quad (3.3.3)$$

$$S_{W'}(s, \tau) = R_{y/x}(s, \tau) = W_{y/x}(s, \tau) = T_{y/x}^{TW} (s, \tau) \quad (3.3.4)$$

Deci funcția de densitate a reflectivității se regăsește în TW a semnalului ecou și la ieșirea receptorului corelațional de bandă largă. Dar în cazurile practice, datorită limitărilor tehnice ale radarelor, $D \neq R^2$ și relația (3.3.3) nu se poate aplica direct. În acest caz:

$$\begin{aligned}
R_{y,x}(s, \tau) &= \frac{1}{\sqrt{|s|}} \cdot \int_R y(t) \cdot x^* \left(\frac{t-\tau}{s} \right) dt = \\
&= \frac{1}{\sqrt{|s|}} \cdot \int_R x^* \left(\frac{t-\tau}{s} \right) \cdot \iint_D S_W(s_1, \tau_1) \cdot x \left(\frac{t-\tau_1}{s_1} \right) |s|^{-1/2} \cdot s_1^{-2} ds_1 d\tau_1 dt = \\
&= \iint_D S_W(s_1, \tau_1) \cdot x^* \left(\frac{t-\tau}{s} \right) \cdot x \left(\frac{t-\tau_1}{s_1} \right) \cdot |s_1 s|^{-1/2} s_1^{-2} ds_1 d\tau_1 dt
\end{aligned}$$

Prelucrând ultima relație și ținând cont de funcția de incertitudine a semnalului de sondaj se obține:

$$R_{y,x}(s, \tau) = \iint_D S_W(s_1, \tau_1) \cdot T_x^{FIBL} [s_1(\tau_1 - \tau), s_1 s] \cdot s_1^{-2} ds_1 d\tau_1 = S_W \bullet \bullet T_x^{FIBL}(s, \tau) \quad (3.3.5)$$

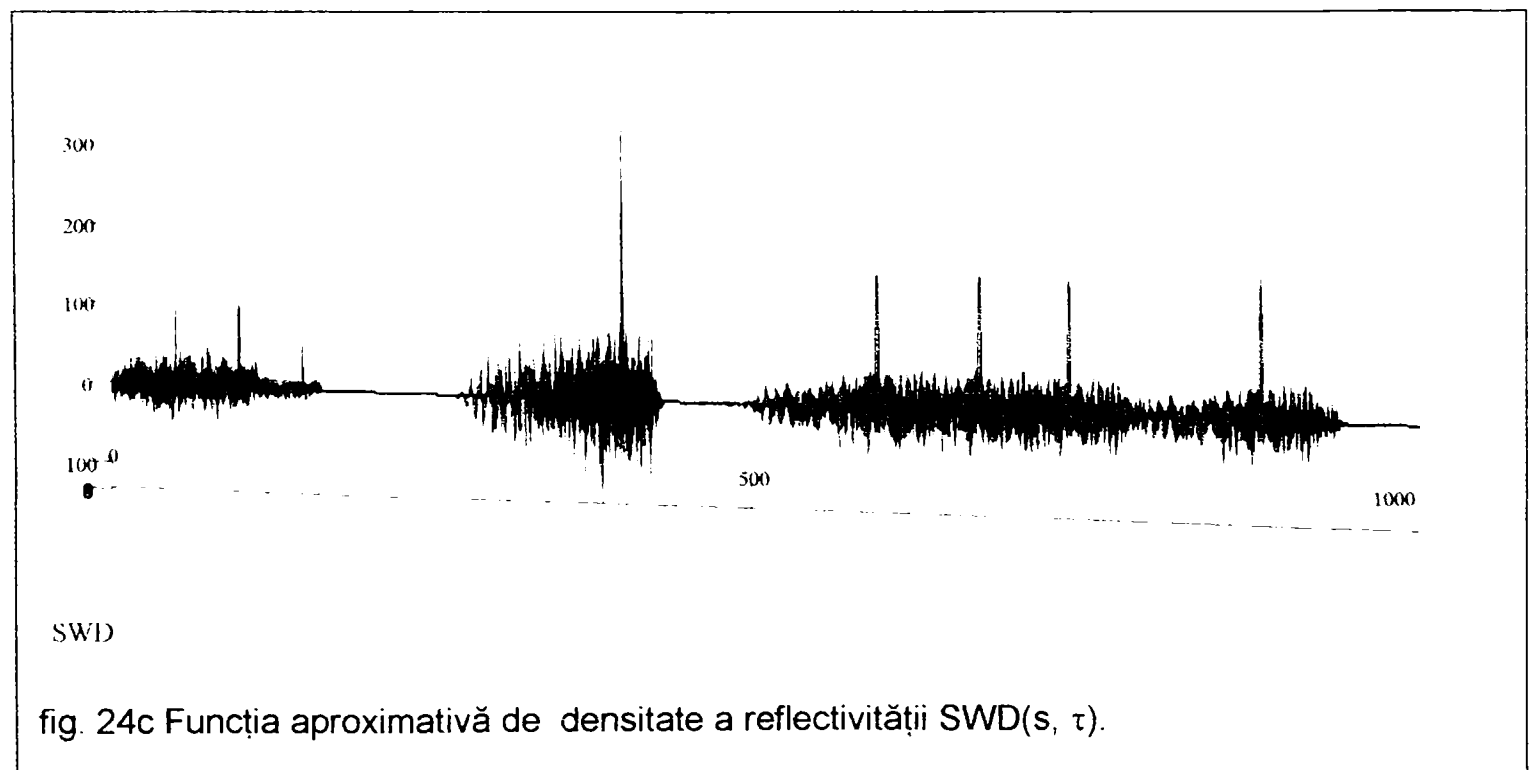
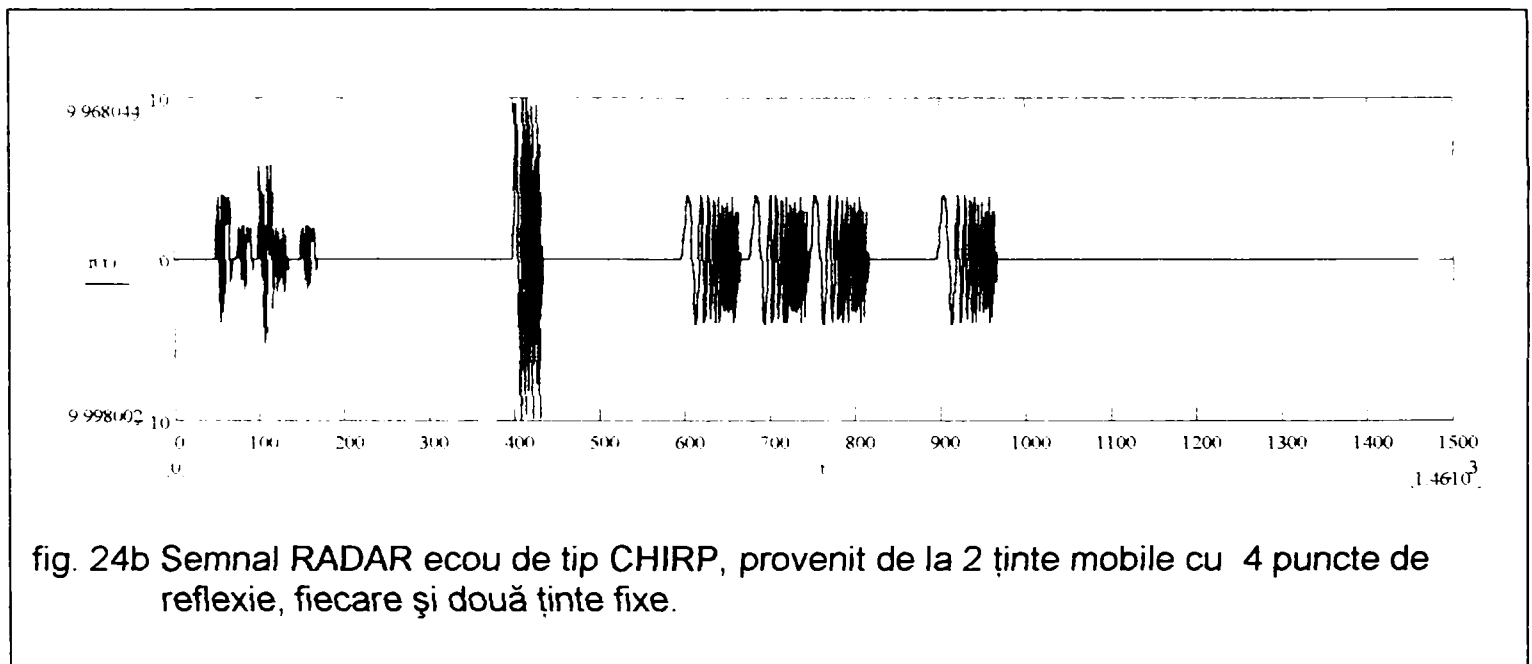
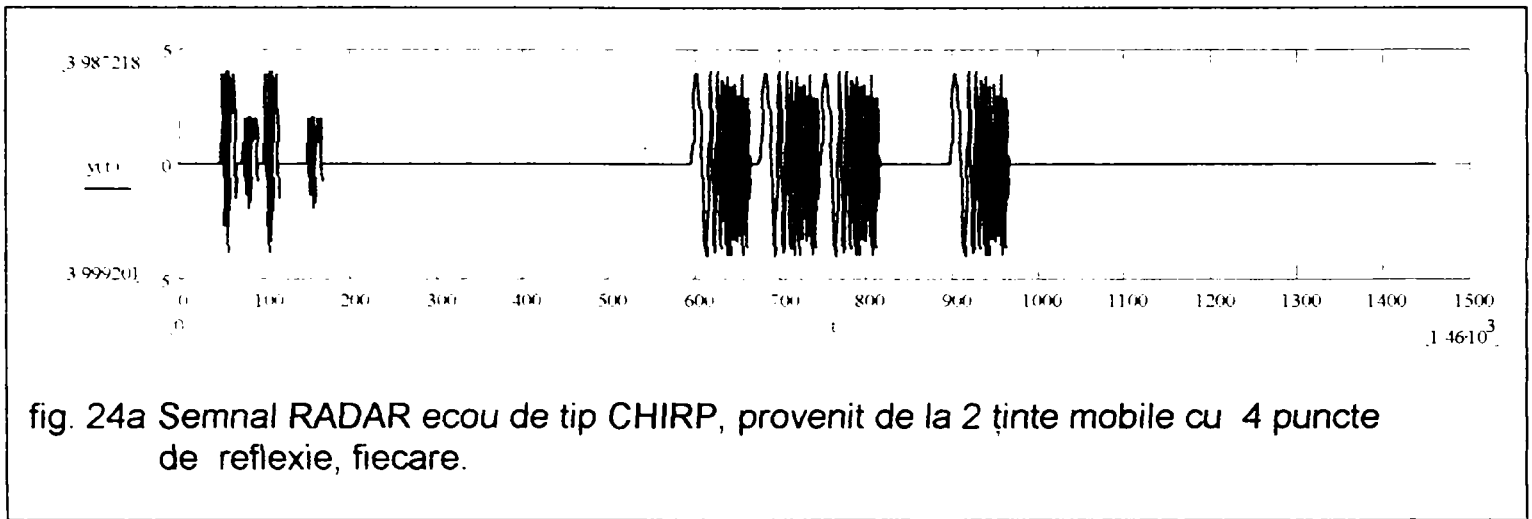
Relația (3.3.5) reprezintă o convoluție de două variabile, a funcției de densitate a reflectivității cu funcția de incertitudine a semnalului de sondaj. Deci ieșirea receptorului corelațional "modifică" S_W cu funcția de incertitudine a semnalului transmis. În cazul ideal, în care $T_x^{FIBL}(s, \tau) = \rho_{xx}(s, \tau) = \delta(s-1)\delta(\tau)$, ieșirea receptorului corelațional coincide cu S_W . În cazurile practice, în care funcția de incertitudine a semnalului transmis nu este o distribuție Dirac, pentru obținerea S_W se va face o deconvoluție a relației (3.3.5).

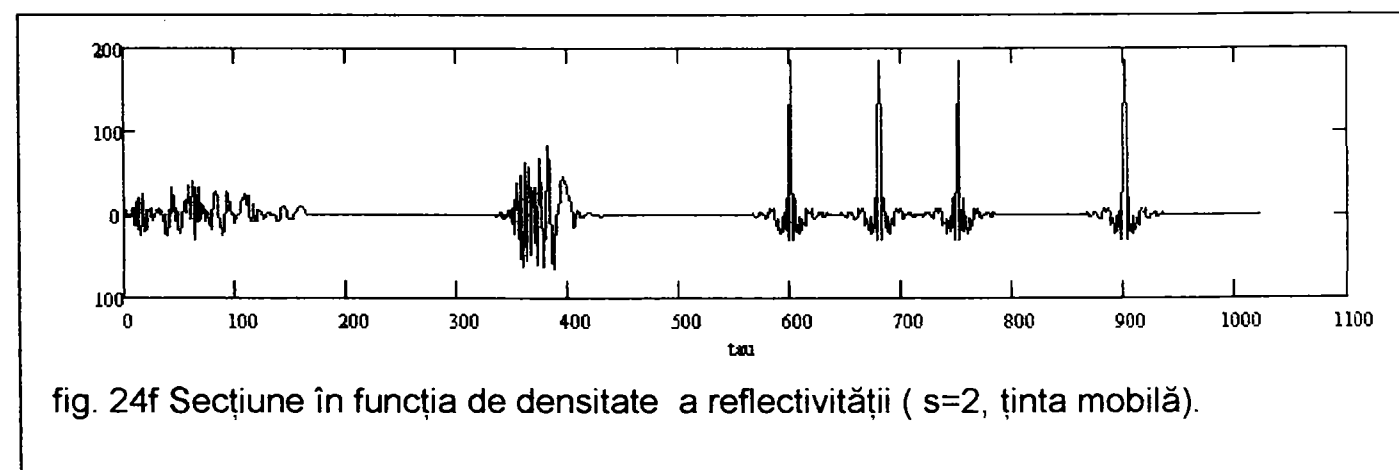
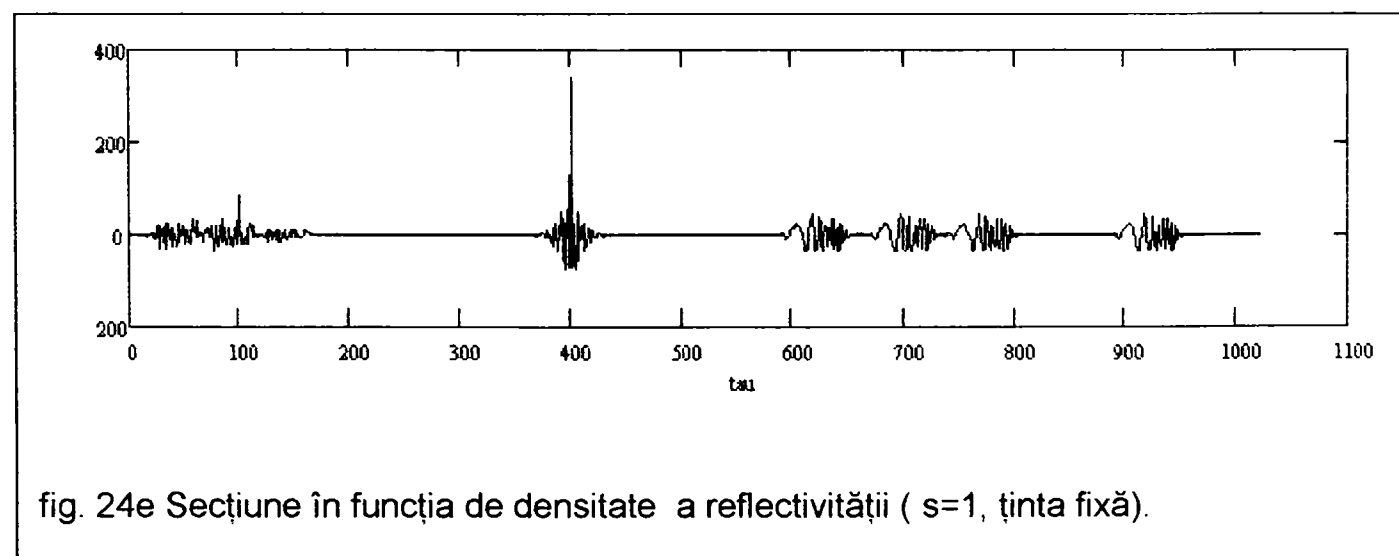
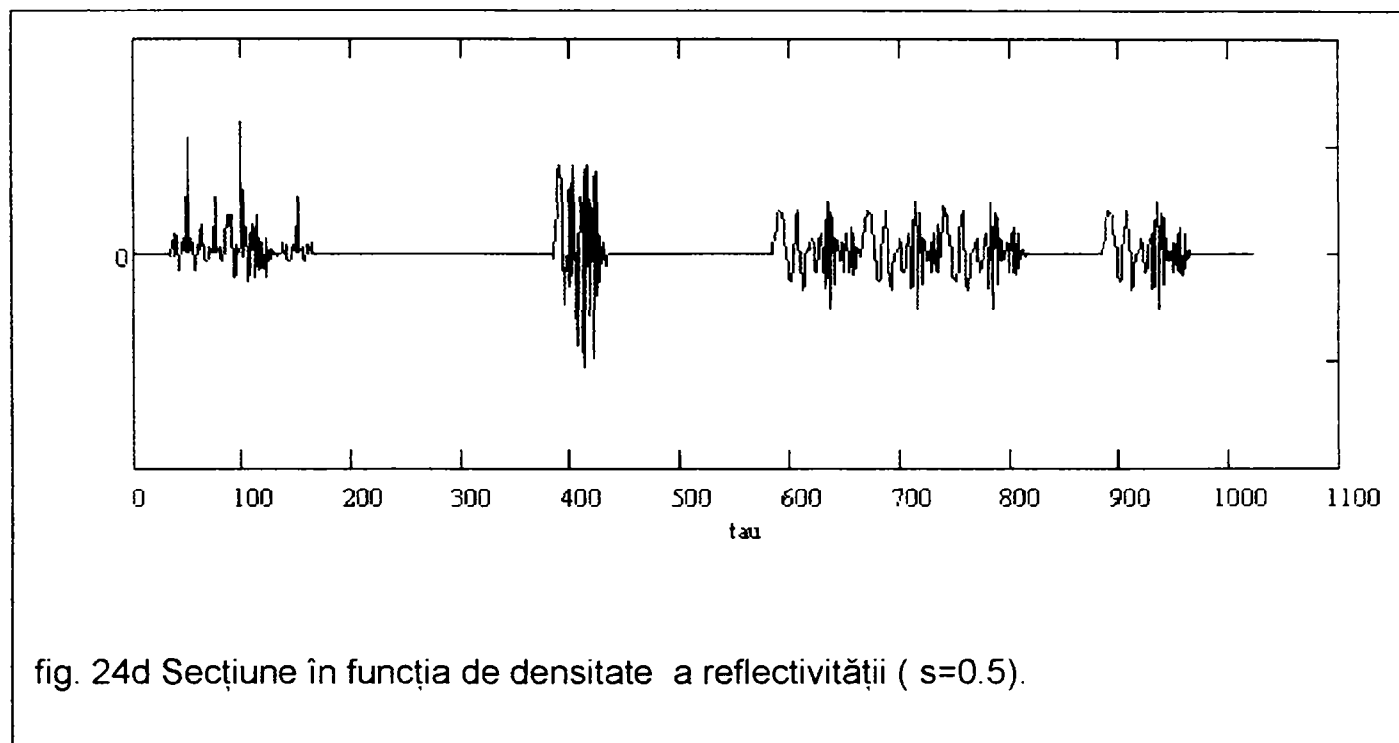
Având în vedere redundanțele TWC, parametrii integralei (3.3.1) se pot discretiza, simplificându-se astfel mult calculele.

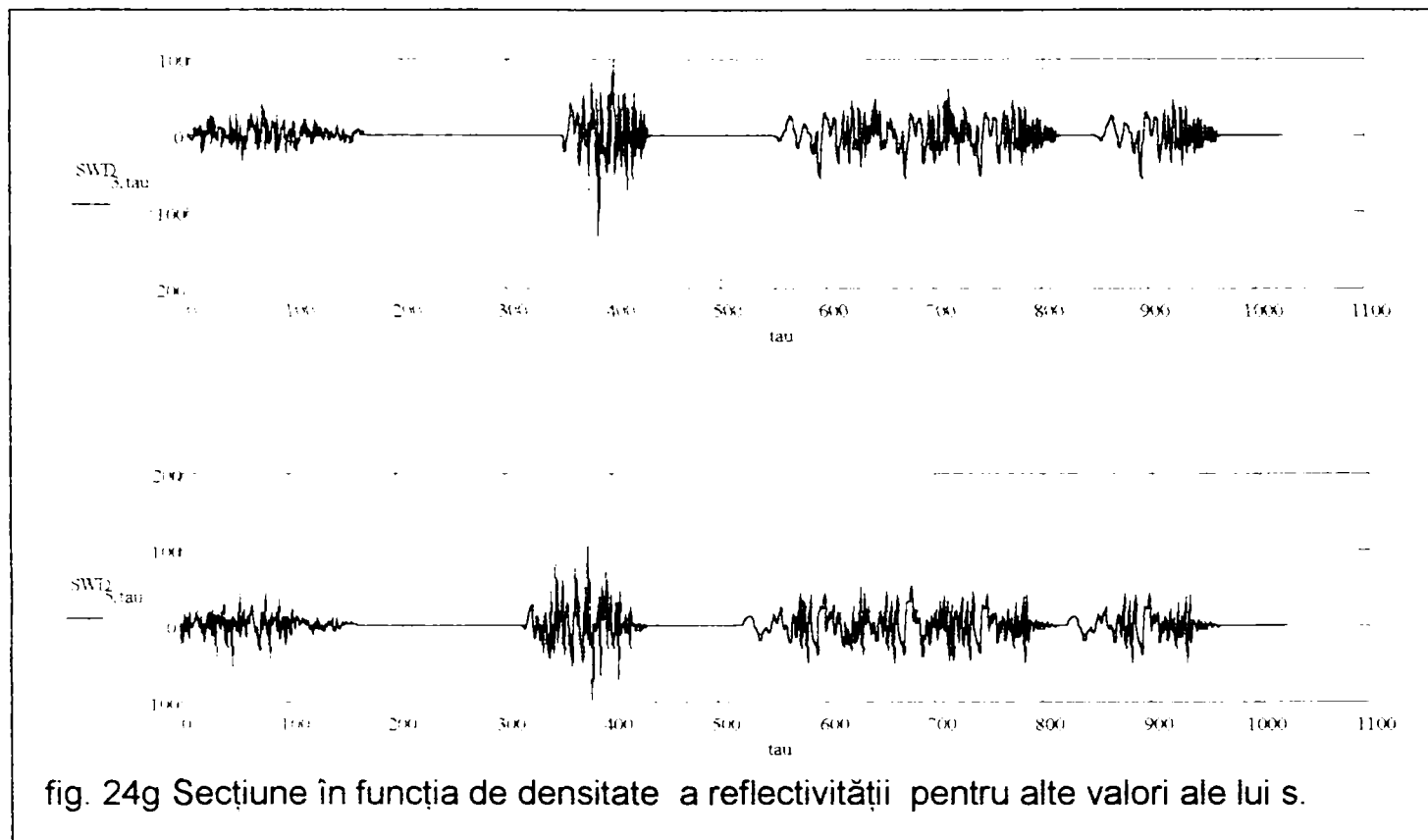
$$y(t) = \sum_m \sum_n S_W(m \cdot \Delta s, n \cdot \Delta \tau) \cdot \frac{(m \cdot \Delta s)^{-2}}{\sqrt{m \cdot \Delta s}} \cdot x \left(\frac{t - n \cdot \Delta \tau}{m \cdot \Delta s} \right) \quad (3.3.6)$$

Δs , $\Delta \tau$ -rezoluțiile de discretizare a coeficientului de scalare, respectiv timpului de întârziere.

Rezultatele obținute pentru funcția de densitate a reflectivității, a unui semnal ecou tip CHIRP sunt prezentate în fig. 24a,24b,24c,24d,24e,24f,24g.







III. NOI TEHNICI DE PROCESARE A SEMNALELOR RADAR BAZATE PE REPREZENTĂRILE TIMP-FRECVENȚĂ

3.1. GENERALITĂȚI

O primă etapă în procesarea primară a semnalului RADAR o constituie prezentarea acestuia într-o formă adecvată scopului urmărit, (formă determinată de parametrii esențiali ai semnalului recepționat, care sunt purtători ai informației relevante) și cât mai accesibilă sistemului de procesare. Această etapă premergătoare procesării propriu – zise, mai poartă denumirea și de preprocesare. Urmează apoi etapa următoare a prelucrării, în care pe baza unui algoritm, ales în concordanță cu scopul urmărit și cu forma

de reprezentare a semnalului din etapa anterioară se realizează îmbunătățirea raportului Semnal util/ Zgomot (atenuarea pe cât posibil a componentelor perturbatoare și accentuarea celor purtătoare de informație). De asemenea, tot în această etapă trebuie să se facă reconstituirea semnalului cu parametrii purtători de informație, într-o formă adecvată sistemului care va efectua etapa următoare a procesării, denumită și postprocesare.

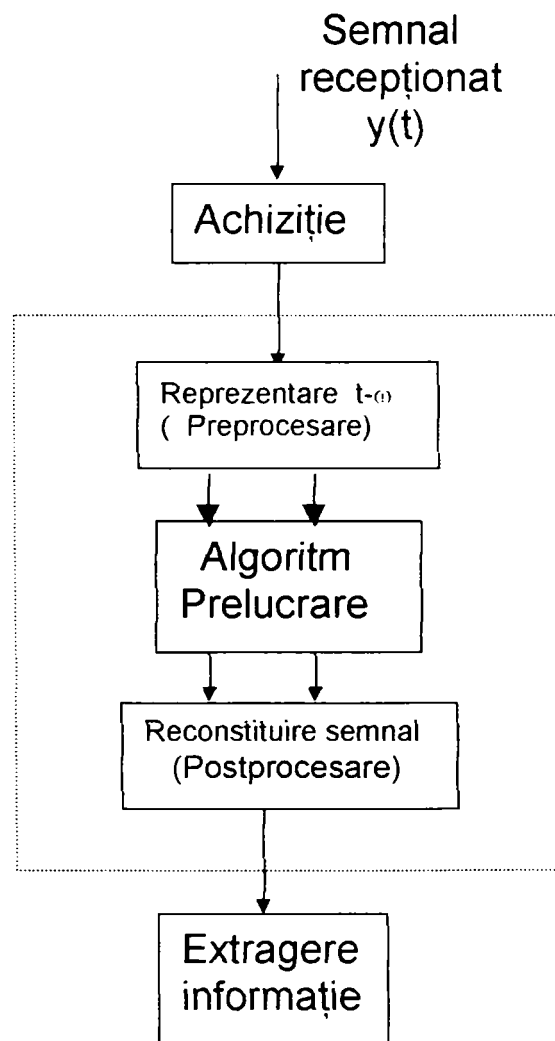


fig. 25.

În fig.25. este prezentat un model de prelucrare primară a semnalului RADAR. În etapa de preprocesare se va face o reprezentare timp-frecvență convenabilă a semnalului, reprezentare ce va determina în mare măsură alegerea algoritmului de prelucrare. Ca model de reprezentare, se pot utiliza,

în funcție de aplicație mai multe reprezentări timp-frecvență : reprezentarea de tipul Transformare Fourier Scurtă (TFFG), reprezentarea timp-frecvență de tipul „funcție de incertitudine” de bandă îngustă, reprezentarea de tip Wigner - Ville, reprezentarea timp-frecvență de tipul Wavelet și reprezentarea de tipul „funcție de incertitudine de BL”. După cum s-a arătat în [102], primele 3 tipuri de reprezentări se pretează în cazul semnalelor de sondaj simple de bandă îngustă, iar următoarele 2 tipuri rezolvă problema semnalelor nestaționare, de bandă foarte largă cu spectru împrăștiat.

3.2. Aplicații ale reprezentării de tip TFS (TFFG) și a funcției de incertitudine de B.L.

S-au arătat în [36] și în [64] diferite tehnici de implementare a TFFG (TFS).

Se pot obține și alte metode de implementare a TFFG (TFS) :

$$T_y^{TFS}(\omega_0, \tau) = \int_R y(t) \cdot w^*(t - \tau) \cdot e^{-j\omega_0 t} dt = \int_R y(t) \cdot [e^{j\omega_0 t} \cdot w(t - \tau)]^* dt = u(t) \bullet v(t) \quad (3.4.1)$$

unde:

$$u(t) = y(t) \cdot e^{-j\omega_0 t}$$

$$v(t) = w(-t)$$

Se obține astfel schema sistemului analogic, care transformă semnalul $y(t)$ în reprezentarea sa $t - \omega$ de tipul TFFG, printr-o modulare cu $e^{-j\omega_0 t}$ și printr-o filtrare trece jos cu un filtru având caracteristica :

$$H(j \cdot \omega) = F\{w(-t)\} \quad (3.4.2)$$

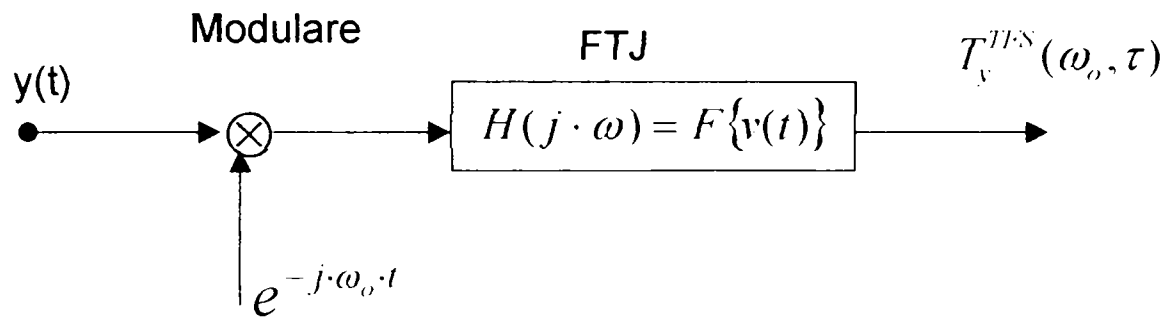


fig. 26.

O altă exprimare alternativă a TFS este $T_y^{TFS}(\omega_0, \tau) = e^{-j \cdot \omega_0 \cdot \tau} (y(t) * w(-t) \cdot e^{j \cdot \omega_0 \cdot t})$, cu implementarea prezentată în fig.27.

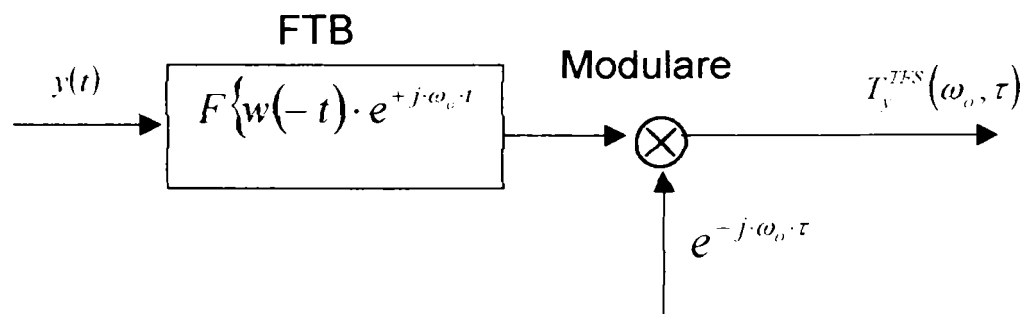


fig. 27.

Din punct de vedere al procesării semnalului RADAR, receptorul optim care maximizează raportul Semnal/Zgomot trebuie să determine corelația între semnalul ecou $y(t)$ și replicile retardate și deplasate Doppler ale semnalului de sondaj $x(t)$.

Ieșirea receptorului corelațional este :

$$R_{yx}(\tau, \omega_d) = \int_R y(t) \cdot x^*(t - \tau) \cdot e^{-j \cdot \omega_d t} \cdot dt = T_y^{SFT}(\omega_d, \tau), \text{ reprezentând de}$$

fapt TFS a semnalului ecou, utilizând ca fereastră semnalul de sondaj $x(t)$.

Considerând semnalul recepționat $y(t) = x(t - \tau_1) \cdot e^{-j \cdot \omega_{d1} t} + n(t)$, forma clasică a semnalului de B.Î. bruiat cu zgomotul $n(t)$, se obține :

$$R_{yx}(\tau, \omega_d, \tau_1, \omega_{d1}) = \int_R [x(t - \tau_1) \cdot e^{-j \cdot \omega_{d1} t} + n(t)] \cdot x^*(t - \tau) \cdot e^{-j \cdot \omega_d t} dt =$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_R x(t - \tau) x^*(t - \tau) \cdot e^{j(\omega_d - \omega_d)t} dt + \int_R n(t) \cdot x^*(t - \tau) \cdot e^{-j\omega_d t} dt = \\
 &= \int_R n(t) \cdot x^*(t - \tau) \cdot e^{-j\omega_d t} dt = \int_R x(t) \cdot x^*(t - \Delta\tau) \cdot e^{j\Delta\omega t} dt + T_n^{SFT}(\omega_d, \tau) \quad (3.4.3)
 \end{aligned}$$

$\Delta\omega \rightarrow \omega$ $\Delta\tau \rightarrow \tau$, se obține :

$$R_{yx}(\tau, \omega) = \int_R x(t) \cdot x^*(t - \tau) \cdot e^{-j\omega t} dt + T_n^{SFT}(\omega_d, \tau) \quad (3.4.4)$$

După cum se observă în relația (3.4.4), răspunsul filtrului corelațional se poate descompune în doi termeni :

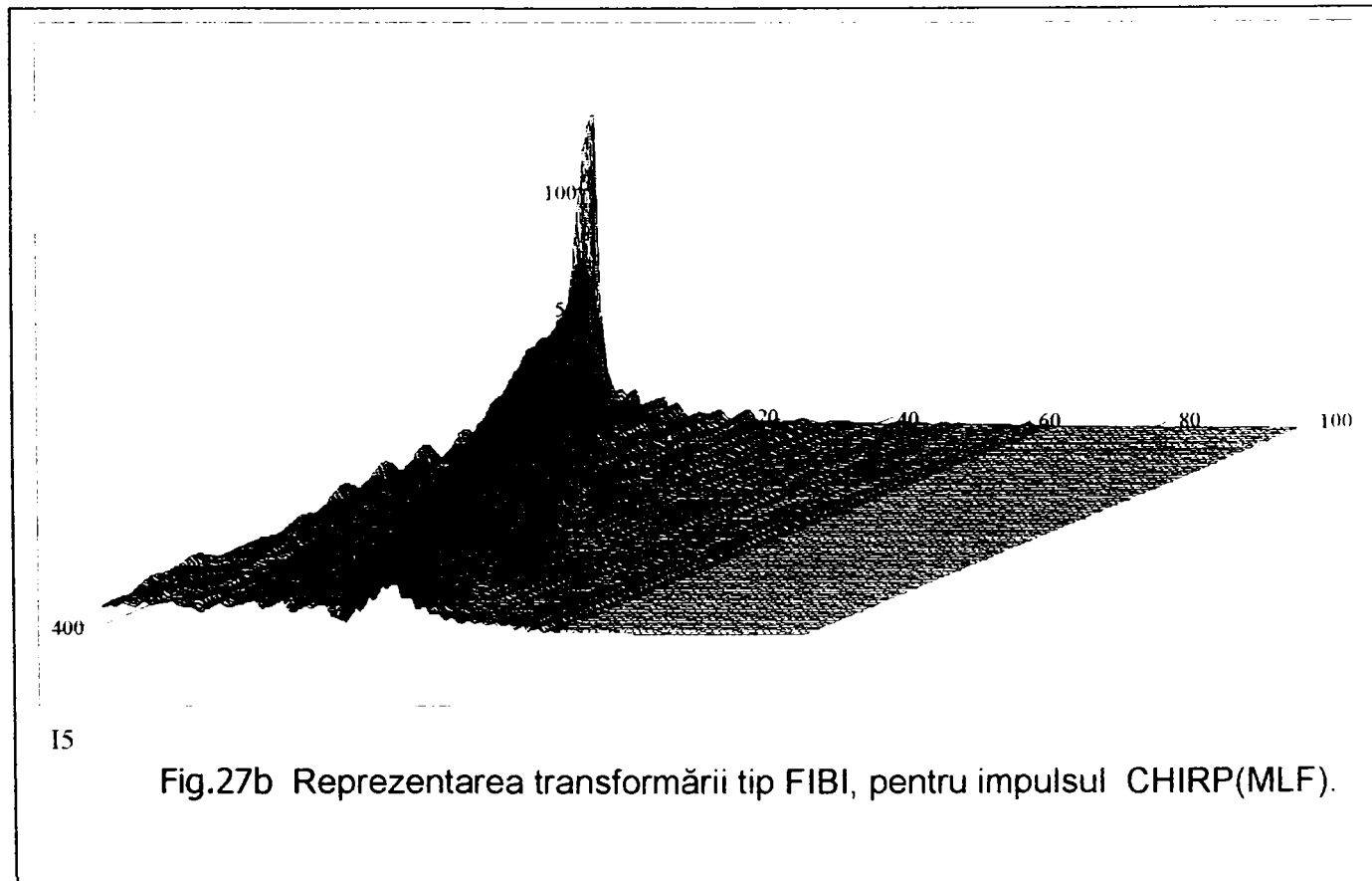
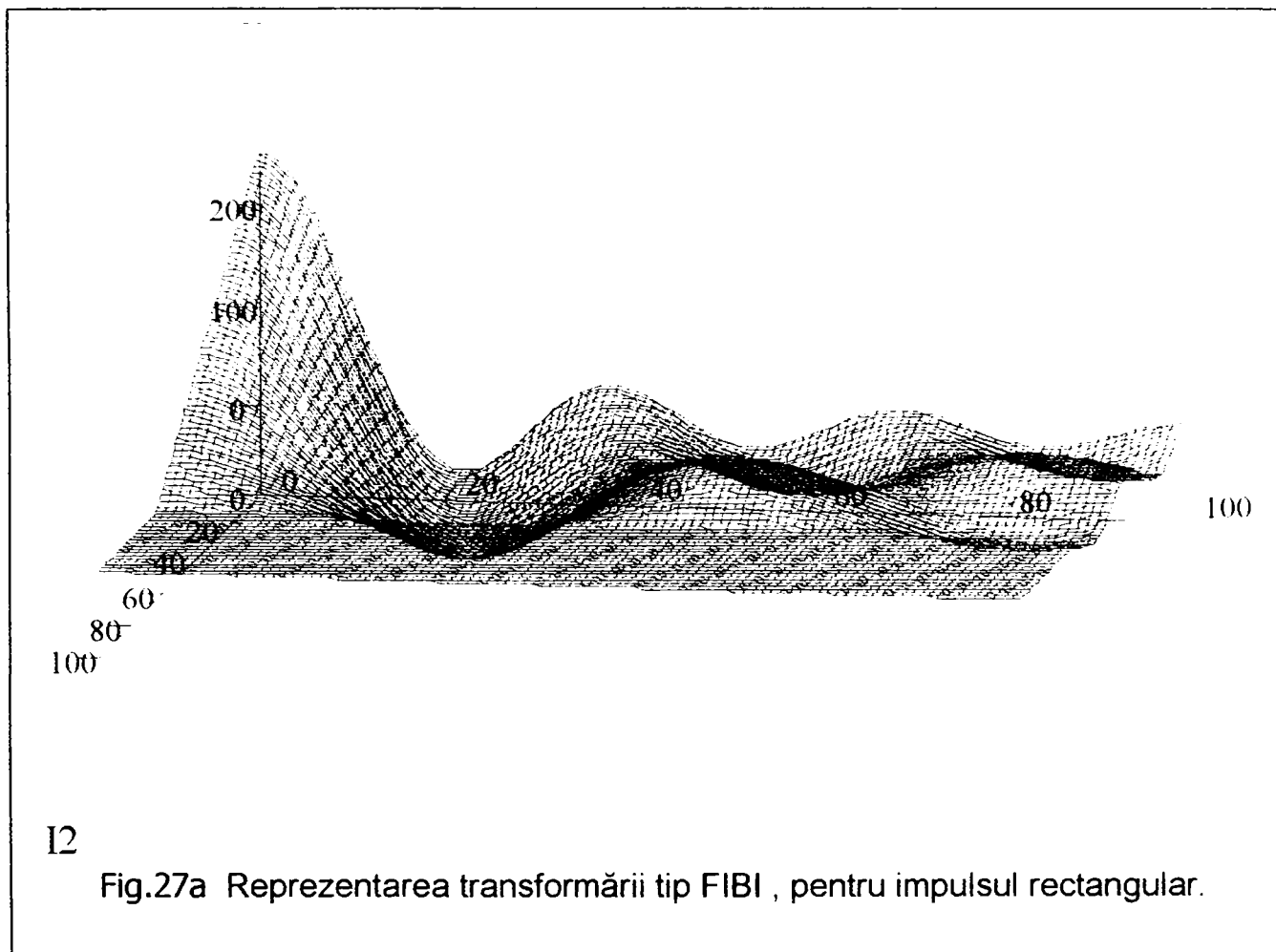
Primul termen, în care se regăsesc parametrii purtători de informație și care definește o altă reprezentare t- ω , denumită în literatura de specialitate „funcție de incertiudine”

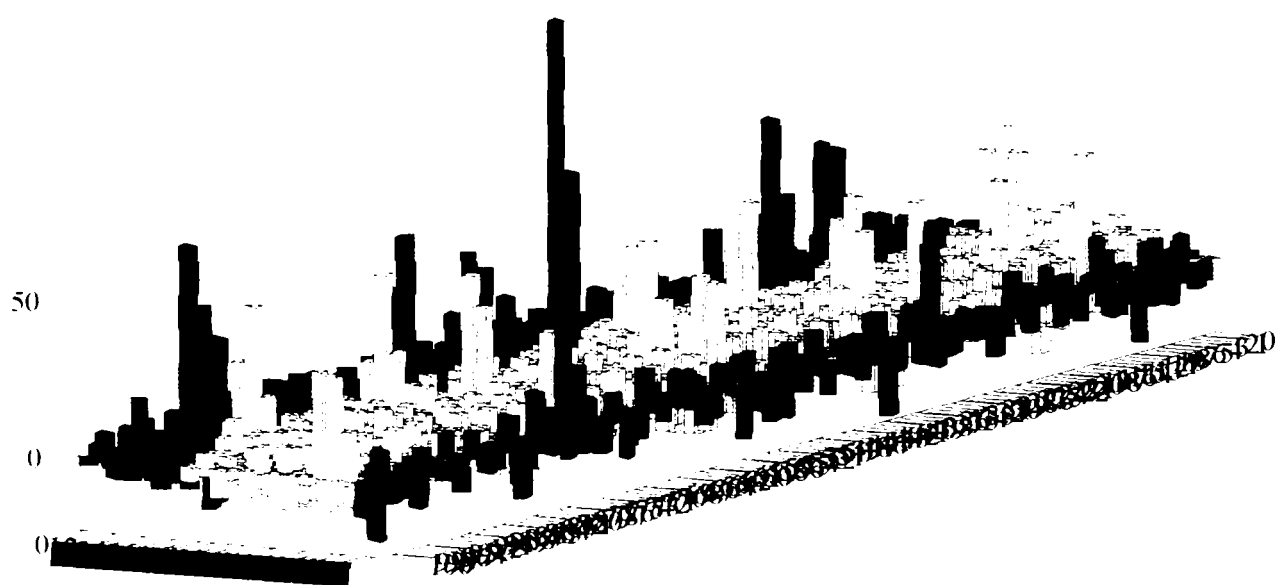
$$T_x^{FI}(\tau, \omega) = \int_R x(t) \cdot x^*(t - \tau) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (3.4.5)$$

$$T_x^{FI}(\tau, \omega) = T_x^{TFS}(\tau, \omega)$$

Se poate deci afirma că reprezentarea t- ω de tipul funcție de incertiudine este de fapt un caz particular al reprezentării de tip TFS, în care fereastra temporală este puternic dependentă de semnalul analizat, fiind chiar identică cu acesta.

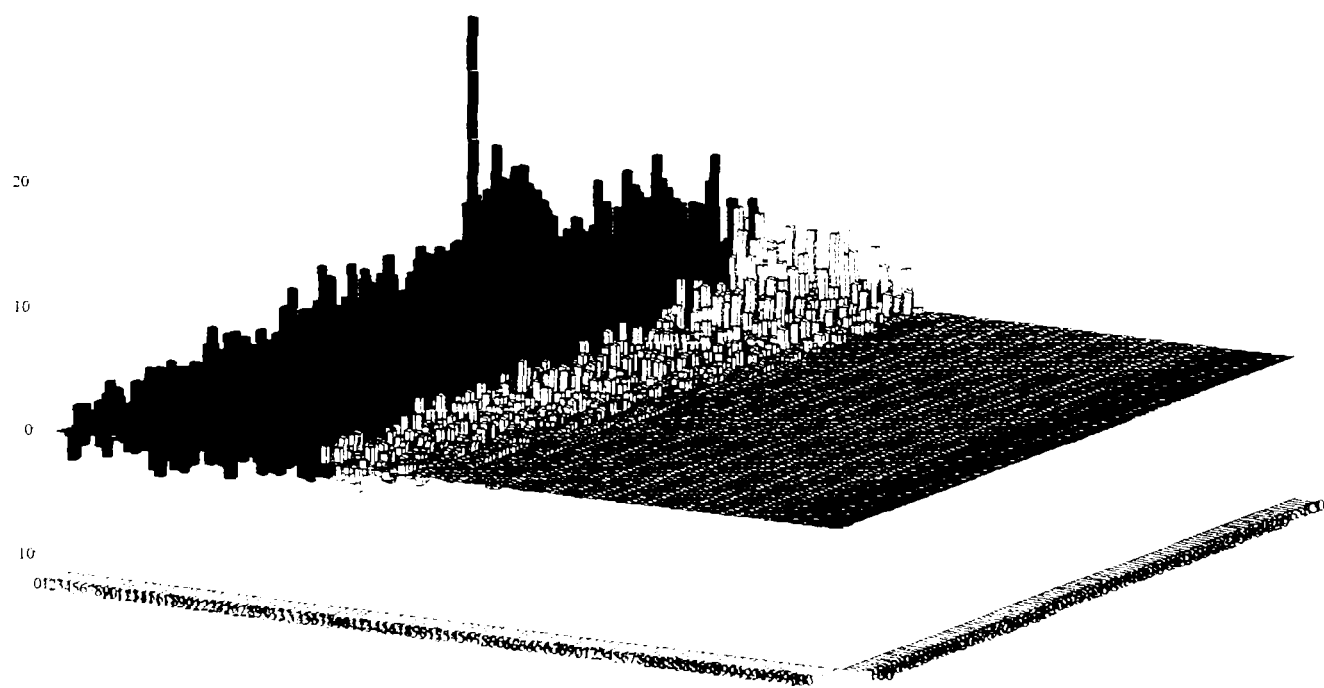
Funcțiile de incertiudine de bandă îngustă FIBI și bandă largă FIBL, pentru diferite semnale RADAR sunt prezentate în fig. 27a, 27b, 27c, 27d, 27e, 27f.





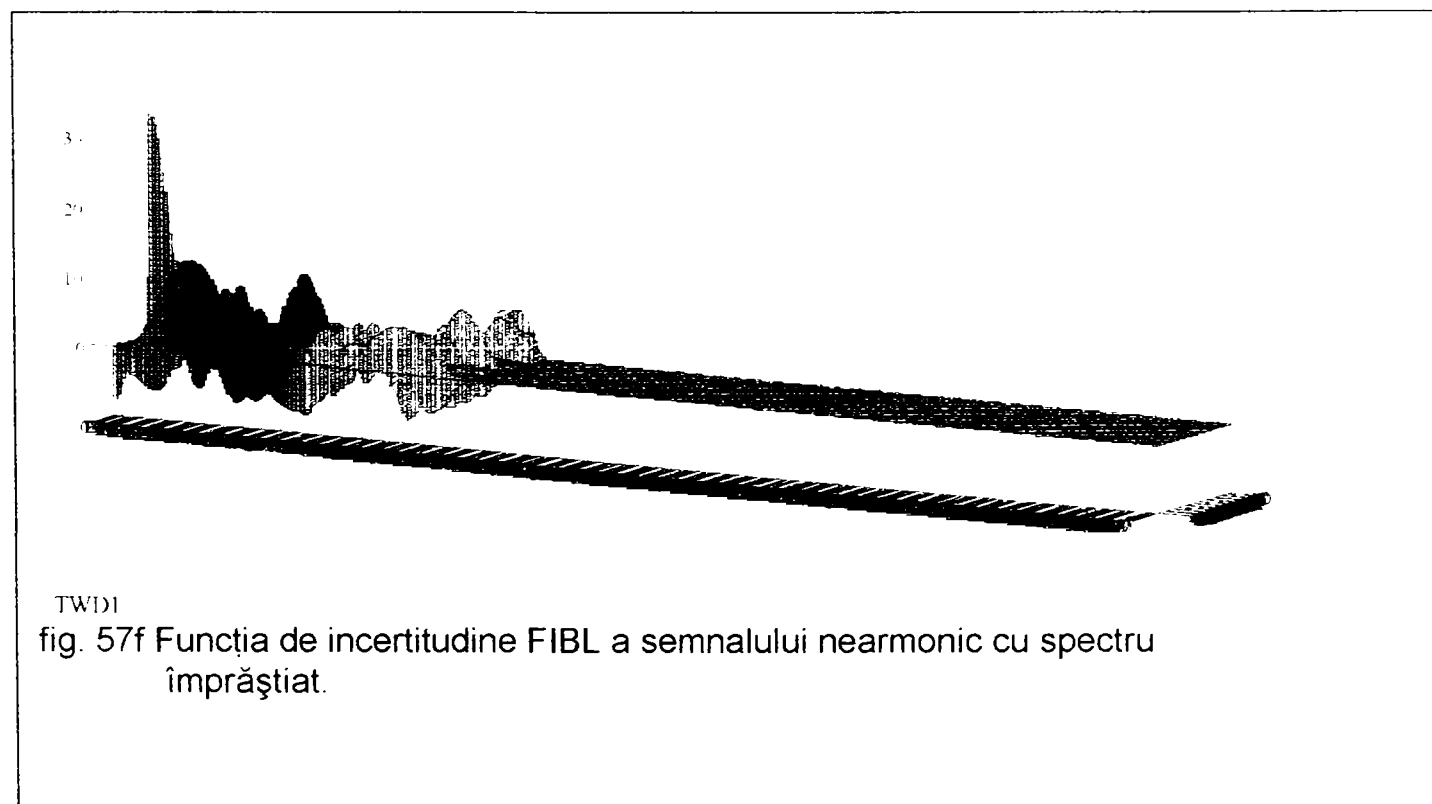
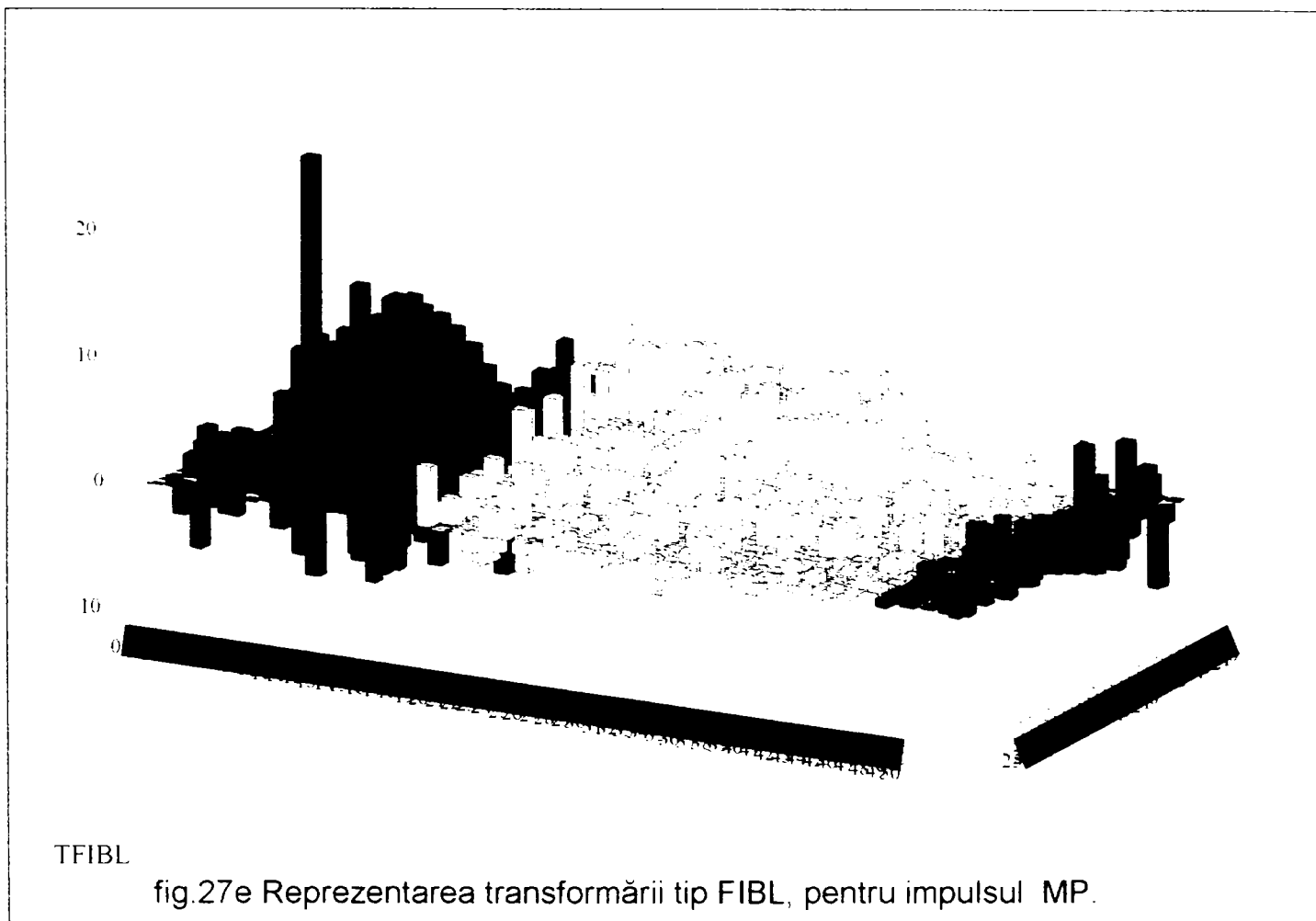
I

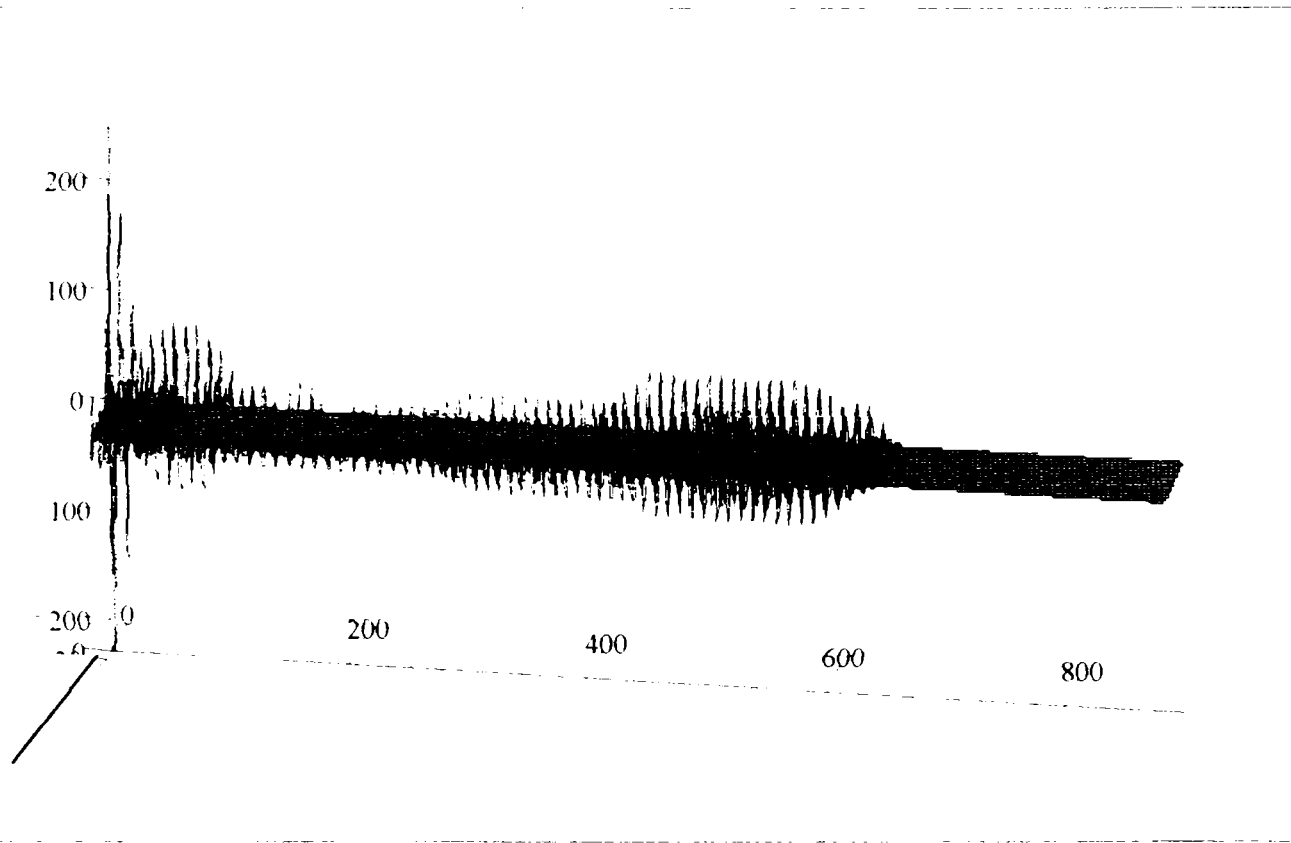
fig.27c Reprezentarea transformării tip FIBL, pentru impulsul MP (modulație de fază).



TFIBL

fig.27d Reprezentarea transformării tip FIBL, pentru impulsul CHIRP.





TFIBLx

fig. 57g Funcția de incertitudine FIBL a semnalului cu salt de frecvență.

Există și alte exprimări alternative ale funcției de incertitudine, putându-se alege forma adecvată de reprezentare, funcție de specificul aplicației în care va fi utilizată.

Astfel, dacă se face schimbarea de variabilă $t \rightarrow t + \frac{\tau}{2} \Rightarrow$

$$T_x^{FI}(\tau, \omega) = e^{-j\omega\frac{\tau}{2}} \cdot \int_R x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

$$T_x^{FI}(\tau, \omega) = e^{-j\omega\frac{\tau}{2}} \cdot \int_R x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (3.4.6)$$

De asemenea funcția de incertitudine mai poate fi reprezentată ca o transformată FOURIER :

$$T_x^{FI}(\tau, \omega) = e^{-j\omega\frac{\tau}{2}} \cdot F\left\{x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\right\} \quad (3.4.7)$$

$$\begin{aligned}
 T_x^{FI}(\tau, \omega) &= e^{j\omega\tau} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot F \left\{ x \left(t + \frac{\tau}{2} \right) \right\} * F \left\{ x^* \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \right\} = \\
 &= e^{-j\omega\tau/2} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \left[e^{j\omega\tau/2} \cdot F \left\{ x(t) \right\} * e^{-j\omega\tau/2} \cdot F \left\{ x^*(t) \right\} \right] = \\
 &= \frac{e^{-j\omega\tau/2}}{2\pi} \cdot \left[e^{j\omega\tau/2} \cdot X(\omega) * e^{-j\omega\tau/2} \cdot X^*(-\omega) \right] = \\
 &= \frac{e^{-j\omega\tau/2}}{2\pi} \cdot \int_R e^{ju\tau/2} \cdot X(u) \cdot e^{-j(\omega-u)\tau/2} \cdot X^*(u-\omega) du = \\
 &= \frac{e^{-j\omega\tau/2}}{2\pi} \cdot \int_R e^{-ju\tau/2} \cdot X^*(-u) \cdot e^{j(\omega-u)\tau/2} \cdot X(\omega-u) du = \\
 &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_R x^*(-u) \cdot X(\omega-u) \cdot e^{-ju\tau} du \\
 \omega - u = V &\Rightarrow T_x^{FI}(\tau, \omega) = + \frac{1}{2\pi} \cdot \int_R X(V) \cdot X^*(V-\omega) \cdot e^{j(u-V)\tau} dV = \\
 &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_R X(V) \cdot X^*(V-\omega) \cdot e^{j(V-\omega)\tau} dV \tag{3.4.8}
 \end{aligned}$$

$$V \rightarrow u + \frac{\omega}{2} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
 T_x^{FI}(\omega, \tau) &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_R X \left(u + \frac{\omega}{2} \right) \cdot X^* \left(u - \frac{\omega}{2} \right) \cdot e^{j \left(u - \frac{\omega}{2} \right) \tau} du \\
 T_x^{FI}(\omega, \tau) &= \frac{e^{-j\omega\tau/2}}{2\pi} \cdot \int_R X \left(u + \frac{\omega}{2} \right) \cdot X^* \left(u - \frac{\omega}{2} \right) \cdot e^{ju\tau} du \tag{3.4.9}
 \end{aligned}$$

Făcând abstracție de termenul de fază $e^{-j\omega\tau/2}$, cele două reprezentări alternative ale funcției de incertitudine se pot scrie sub formele:

$$T_x^{FI}(\omega, \tau) = \int_R X \left(t + \frac{\tau}{2} \right) \cdot X^* \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

$$T_x^{FT}(\omega, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_R X\left(u + \frac{\omega}{2}\right) \cdot X^*\left(u - \frac{\omega}{2}\right) \cdot e^{ju\tau} du$$

Cel de-al doilea termen din relația (3.4.4) reprezintă de fapt TFS a semnalului perturbator, utilizând ca fereastră semnalul de sondaj $x(t)$.

$$T_n^{SFT}(u, \tau) = \int_R n(t) \cdot x^*(t - \tau) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

Evident, un element esențial al procesării primare a semnalului RADAR îl va constitui atenuarea pe cât posibil a acestui termen perturbator, care se regăsește la ieșirea filtrului corelațional împreună cu semnalul util, de tip funcție de incertitudine. Dar, în cele mai multe cazuri întâlnite în radiolocație semnalul perturbator este un semnal aleator nestaționar și reprezentarea de tip TFS este inadecvată (așa cum s-a arătat în [23] pag.26), preferându-se în acest caz alte tipuri de reprezentări $t-\omega$. Totuși în cazul utilizării semnalelor de sondaj de B.I. și în care semnalul perturbator $n(t)$ poate fi asimilat cu un zgomot gaussian, cvasistaționar, se pot utiliza cu succes reprezentările de tip TFS și funcția de incertitudine de B.I.

După cum s-a menționat, în scopul îmbunătățirii raportului Semnal/Zgomot se pune problema atenuării, pe cât posibil a perturbațiilor. Se pot utiliza diverse metode de îmbunătățire a raportului Semnal/Zgomot, una din ele fiind chiar prelucrarea corelațională, prezentată anterior, care din punct de vedere spectral corespunde filtrării optime adaptate. Astfel ieșirea filtrului optim adaptat cu semnalul de sondaj de B.I. coincide cu ieșirea receptorului corelațional de B.I. și reprezintă o TFS a semnalului recepționat $y(t)$, utilizând ca fereastră semnalul de sondaj $x(t)$.

Se poate astfel explica și din punct de vedere spectral semnificația fizică a reprezentării $t-\omega$ de tip funcție de incertitudine.

Spectrul semnalului recepționat $Y(\omega)$ este :

$$Y(\omega) = e^{-j\omega\tau} \cdot X(\omega - \omega_{d1}) + N(\omega) \quad (3.4.10)$$

$N(\omega) \rightarrow$ spectrul semnalului perturbator, care reprezintă de fapt transformata Fourier a unei realizări a zgomotului, având durată limitată la o perioadă de observare;

Filtrul optim adaptat cu semnalul de sondaj are caracteristica de frecvență

$$H_a(\omega) = K \cdot e^{-j\omega t_i} \cdot X^*(\omega) \quad (3.4.11)$$

$t_i \rightarrow$ întârzierea filtrului causal.

La momentul $t_i=0$, momentul maximizării raportului Semnal/ Zgomot la ieșirea sistemului se obține:

$$\begin{aligned} Y_e(\omega) &= Y(\omega) \cdot H_a(\omega) = K \cdot e^{-j\omega t_i} X(\omega - \omega_{d1}) \cdot X^*(\omega) + K \cdot N(\omega) \cdot X^*(\omega) = \\ &= K \cdot [e^{-j\omega t_i} X(\omega - \omega_{d1}) \cdot X^*(\omega) + N(\omega) \cdot X^*(\omega)] \end{aligned}$$

Răspunsul filtrului la semnalul recepționat este :

$$y_e(t) = \frac{K}{2\pi} \cdot \left[\int_R X(\omega - \omega_{d1}) \cdot X^*(\omega) \cdot e^{j\omega(t-t_i)} d\omega + \int_R N(\omega) \cdot X^*(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \right] \quad (3.4.12)$$

Al doilea termen al relației (3.4.12) reprezintă zgomotul de la intrarea receptorului RADAR, trecut prin filtrul optim adaptat, iar primul termen, care reprezintă componenta utilă de la ieșirea filtrului se poate scrie, făcând schimbările de variabilă :

$$\begin{cases} \tau = t - t_i \\ u = \omega - \frac{\omega_{d1}}{2} \\ \omega_{d1} = \frac{\omega}{2} \end{cases}$$

$$y_{e1}(\tau, \omega) = \frac{K \cdot e^{j\tau \cdot \frac{\omega}{2}}}{2\pi} \cdot \int_R X\left(u - \frac{\omega}{2}\right) \cdot X^*\left(u + \frac{\omega}{2}\right) \cdot e^{j\tau \cdot u} du$$

Pentru $K = e^{-j\omega \tau}$ se obține :

$$y_{e1}(\tau, \omega) = T_X^{H1}(\tau, \omega) = \frac{e^{j\omega \tau}}{2\pi} \cdot \int_R X\left(u - \frac{\omega}{2}\right) \cdot X^*\left(u + \frac{\omega}{2}\right) \cdot e^{j\tau \cdot u} du \quad (3.4.13)$$

Deci partea utilă a răspunsului filtrului adaptat cu semnalul emis $x(t)$, coincide cu reprezentarea $t-\omega$ de tipul funcție de incertitudine de bandă îngustă a semnalului emis : $T_x^{FI}(\tau, \omega)$, demonstrându-se astfel semnificația fizică a reprezentării de tipul funcție de incertitudine .

După filtrarea adaptată, care s-a arătat că este identică cu recepția corelațională a semnalului se poate trece la determinarea și măsurarea parametrilor utili ai semnalului recepționat, care în cazul nostru sunt τ_1 și ω_{d1} . Se pot utiliza două metode pentru determinarea acestor parametri, care ne indică distanța la punctul reflectorizant $\tau_1 = \frac{2D_1}{c}$, respectiv viteza radială a punctului reflectorizant $\omega_{d1} = \frac{2Vr}{c} \cdot \omega_0$. Metoda clasică utilizează sistemul prezentat în [14], care este de fapt un ansamblu matriceal de receptoare corelaționale. Astfel la momentul $\tau = \tau_1$ se va obține un maxim absolut la ieșirea receptorului corelațional pentru care $\omega_d = \omega_{d1}$:

$$\begin{aligned} R_{xy, \max} &= R_{xy}(\tau = \tau_1; \omega = \omega_{d1}) = \int_R x(t) \cdot x^*(t) \cdot dt + \int_R n(t) \cdot x^*(t - \tau_1) \cdot e^{-j \cdot \omega_{d1} \cdot t} \cdot dt = \\ &= \int_R |x(t)|^2 dt + \int_R n(t) \cdot x^*(t - \tau_1) \cdot e^{-j \cdot \omega_{d1} \cdot t} dt = E_x + T_n^{IFS}(\tau_1, \omega_{d1}) \end{aligned}$$

Aceleași condiții, scrise pentru funcția de incertitudine de B.I. sunt : $\tau = 0$; $\omega = 0$ și se obține :

$$T_x^{FI}(0,0) = \int_R x(t) \cdot x^*(t) \cdot dt = E_x$$

Dacă $\omega \neq 0$, adică $\omega_d \neq \omega_{d1}$ - replica generată nu este perfect acordată în frecvență Doppler cu semnalul recepționat, se obține :

$$T_x^{FI}(0, \omega) = \int_R x(t) \cdot x^*(t) \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot t} dt = \int_R |x(t)|^2 \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot t} dt = F\{x^2(t)\} \leq E_x$$

Dacă $\omega = 0$ și $\tau \neq 0$ se obține funcția de autocorelație a semnalului $x(t)$:

$$T_x^{FI}(\tau, 0) = \int_R x(t) \cdot x^*(t - \tau) \cdot dt ,$$

relație care justifică denumirea filtrului corelațional.

Rezultate identice se obțin și în cazul utilizării unui banc de filtre adaptate, (fig.28).

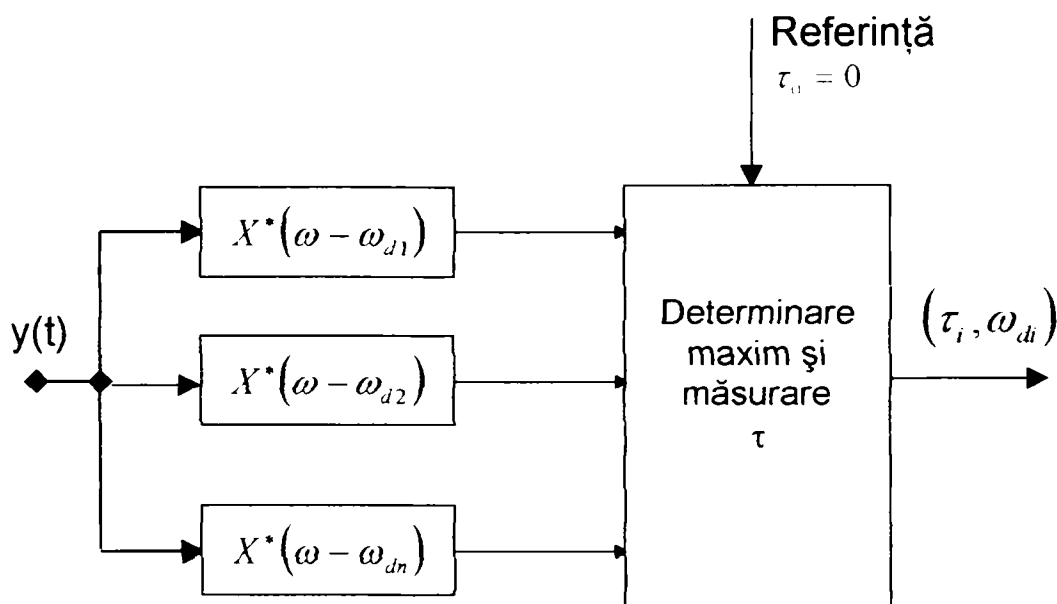


fig. 28

Înlocuind în relația (3.4.12) $t = \tau_1$ și $X^*(\omega)$ cu $X^*(\omega - \omega_{d1}) \Rightarrow$

$$\begin{aligned}
 y_e(\tau_1) &= \frac{K}{2\pi} \cdot \left[\int_R X(\omega - \omega_{d1}) \cdot X^*(\omega - \omega_{d1}) \cdot d\omega + \int_R N(\omega) \cdot X^*(\omega - \omega_{d1}) \cdot e^{j\omega \cdot \tau_1} d\omega \right] = \\
 &= \frac{K}{2\pi} \cdot \left[\int_R |X(\omega)|^2 d\omega + \int_R N(\omega) \cdot X^*(\omega - \omega_{d1}) \cdot e^{j\omega \cdot \tau_1} d\omega \right] = \\
 &= K \cdot E_x + \frac{K}{2\pi} \cdot \int_R N(\omega) \cdot X^*(\omega - \omega_{d1}) \cdot e^{j\omega \cdot \tau_1} d\omega
 \end{aligned}$$

Aceleași condiții scrise pentru funcția de incertitudine sunt:

$$\omega = 0 \text{ și } \tau = 0 \Rightarrow$$

$$T_x^{FI}(0,0) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_R x(u) \cdot x^*(u) \cdot du = E_x$$

Dacă $\tau = 0$ și $\omega \neq 0$ (filtrul este dezacordat) se obține:

$$T_x^{FI}(0, \omega) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_R x\left(u - \frac{\omega}{2}\right) \cdot x^*\left(u + \frac{\omega}{2}\right) du = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_R X(V) \cdot x^*(V + \omega) dV ,$$

care reprezintă funcția de autocorelație spectrală a semnalului $x(t)$. Dacă

$\omega = 0$ și $\tau \neq 0$ se obține:

$$T_x^{FI}(\tau, 0) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_R x(u) \cdot x^*(u) \cdot e^{j\omega\tau} du = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_R |x(\omega)|^2 \cdot e^{j\omega\tau} d\omega = F^{-1}\{|x(\omega)|^2\},$$

care reprezintă răspunsul filtrului la un moment oarecare $t = \tau$, făcând abstracție de termenul perturbator.

O altă metodă de determinare a parametrilor (τ_1, ω_{d1}) presupune stabilirea legăturii dintre funcțiile de incertitudine ale semnalelor: emis $x(t)$ și recepționat $y(t)$.

Reprezentarea timp-frecvență de tipul funcție de incertitudine a semnalului recepționat este :

$$T_y^{FI}(\tau, \omega) = \int_R y(t) \cdot y^*(t - \tau) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (3.4.14)$$

$$\begin{aligned} T_y^{FI}(\tau, \omega) &= \int_R [x(t - \tau_1) \cdot e^{-j\omega_{d1}t} + n(t)] \cdot [x^*(t - \tau_1 - \tau) \cdot e^{-j\omega_{d1}(t - \tau)} + n^*(t - \tau)] \cdot e^{-j\omega t} dt = \\ &= \int_R x(t - \tau_1) \cdot x^*(t - \tau_1 - \tau) \cdot e^{-j\omega_{d1}\tau} \cdot e^{-j\omega t} dt + \int_R n(t) \cdot x^*(t - \tau_1 - \tau) \cdot e^{-j\omega_{d1}(t - \tau)} \cdot e^{-j\omega t} dt + \\ &\quad + \int_R x(t - \tau_1) \cdot e^{-j\omega_{d1}t} \cdot n^*(t - \tau) \cdot e^{-j\omega t} dt + \int_R n(t) \cdot n^*(t - \tau) \cdot e^{-j\omega t} dt = \\ &= \int_R x(t) \cdot x^*(t - \tau) \cdot e^{-j\omega_{d1}\tau} \cdot e^{-j\omega(t + \tau_1)} dt + \int_R x^*(t) \cdot n(t + \tau_1 + \tau) \cdot e^{-j\omega_{d1}(t + \tau_1)} \cdot e^{-j\omega(t + \tau_1 + \tau)} dt + \\ &\quad + \int_R x(t) \cdot e^{-j\omega_{d1}(t + \tau_1)} \cdot n^*(t + \tau_1 - \tau) \cdot e^{-j\omega(t + \tau_1)} dt + \int_R n(t) \cdot n^*(t - \tau) \cdot e^{-j\omega t} dt = \\ &= e^{-j(\omega_{d1}\tau + \omega\tau_1)} \cdot T_x^{FI}(\tau, \omega) + e^{-j(\omega\tau_1 + \omega\tau - \omega_{d1}\tau_1)} \cdot \int_R x^*(t) \cdot n(t + \tau_1 + \tau) \cdot e^{-j(\omega - \omega_{d1})t} dt + \\ &\quad + e^{-j(\omega_{d1}\tau_1 - \omega\tau_1)} \cdot \int_R x(t) \cdot n^*(t + \tau_1 - \tau) \cdot e^{-j(\omega + \omega_{d1})t} dt + \int_R n(t) \cdot n^*(t - \tau) \cdot e^{-j\omega t} dt = \\ &= e^{-j(\omega_{d1}\tau + \omega\tau_1)} \cdot T_x^{FI}(\omega, \tau) + e^{-j\omega_{d1}\tau} \cdot \int_R n(t) \cdot x^*[t - (\tau + \tau_1)] \cdot e^{-j(\omega - \omega_{d1})t} dt + \\ &\quad + \int_R n^*(t) \cdot x(t + \tau - \tau_1) \cdot e^{-j(\omega + \omega_{d1})(t + \tau)} dt + \int_R n(t) \cdot n^*(t - \tau) \cdot e^{-j\omega t} dt = \\ &= e^{-j(\omega_{d1}\tau + \omega\tau_1)} \cdot T_x^{FI}(\omega, \tau) + e^{-j\omega_{d1}\tau} \cdot T_n^{IFS}(\omega - \omega_{d1}, \tau + \tau_1) + \\ &\quad + e^{-j(\omega + \omega_{d1})\tau} \cdot T_n^{IFS}(\omega + \omega_{d1}, \tau_1 - \tau) + T_n^{FI}(\omega, \tau) \end{aligned}$$

Se obține :

$$T_y^{FI}(\omega, \tau) = e^{-j(\omega_{d1}\tau + \omega\tau_1)} \cdot T_x^{FI}(\omega, \tau) + T_n^{FI}(\omega, \tau) + e^{-j\omega_{d1}\tau} \cdot [T_n^{IFS}(\omega - \omega_{d1}, \tau + \tau_1) + e^{-j\omega\tau} \cdot T_n^{IFS}(\omega + \omega_{d1}, \tau_1 - \tau)] \quad (3.4.15)$$

Analizând relația (3.4.15) se observă că reprezentarea $t-\omega$ de tip funcție de incertitudine a semnalului ecou depinde de reprezentarea de tip funcție de incertitudine a semnalului de sondaj, care este cunoscută. De asemenea mai depinde de încă trei termeni, care nu sunt altceva decât reprezentări $t-\omega$ ale semnalului perturbator, astfel :

$T_n^{FI}(\omega, \tau)$ - funcția de incertitudine a semnalului perturbator ;

$T_n^{IFS}(\omega, \tau)$ - transformarea Fourier scurtă a semnalului perturbator, utilizând ca fereastră semnalul de sondaj ;

Considerând pentru început că semnalul perturbator este nul se obține :

$$\tilde{T}_y^{FI}(\omega, \tau) = e^{-j(\omega_{d1}\tau + \omega\tau_1)} \cdot T_x^{FI}(\omega, \tau) \quad (3.4.16)$$

unde cu \tilde{T}_y^{FI} s-a notat forma ideală a funcției de incertitudine a semnalului ecou (în absența perturbației).

Funcția de incertitudine ideală a semnalului ecou modulează în fază funcția de incertitudine a semnalului transmis cu parametrii care trebuie determinați (τ_1, ω_{d1}) . Dacă se fac notațiile de mai jos, se deduce :

$$\begin{aligned} \varphi_{20}(\omega) &= \arg\{T_x^{FI}(\omega, 0)\} = \arg\{T_x^{FI}(\omega, 0)\} \\ \varphi_{20}(\omega) &= \arg\{\tilde{T}_y^{FI}(\omega, 0)\} = \arg\{e^{-j\omega\tau_1} \cdot T_x^{FI}(\omega, 0)\} = \varphi_{10}(\omega) - \omega \cdot \tau_1 \Rightarrow \\ \tau_1 &= \frac{\varphi_{10}(\omega) - \varphi_{20}(\omega)}{\omega} \end{aligned} \quad (3.4.17)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{02}(\tau) &= \arg\{T_x^{FI}(0, \tau)\} \\ \varphi_{02}(\tau) &= \arg\{\tilde{T}_y^{FI}(0, \tau)\} = \varphi_{01} - \omega_{d1} \cdot \tau \Rightarrow \omega_{d1} = \frac{\varphi_{01}(\tau) - \varphi_{02}(\tau)}{\tau} \end{aligned} \quad (3.4.18)$$

Se observă că formulele de calcul pentru τ_1 , respectiv ω_{d1} se obțin pentru orice valoare a lui $\omega \neq 0$, respectiv $\tau \neq 0$.

Înlocuind în relațiile de definiție se obține :

$$\begin{aligned} \varphi_{10}(\omega) &= \arg \left\{ \int_R |x(t)|^2 \cdot e^{-j\omega t} dt \right\} = \arg \left\{ F \{ |x(t)|^2 \} \right\} = \arg \left\{ \int_R \left(|x(t)|^2 \cdot \cos \omega t - j |x(t)|^2 \cdot \sin \omega t \right) dt \right\} = \\ &= \arg \left\{ \int_R |x(t)|^2 \cdot \cos \omega t dt - j \cdot \int_R |x(t)|^2 \cdot \sin \omega t dt \right\} = -\arctg \frac{\int_R |x(t)|^2 \cdot \sin \omega t dt}{\int_R |x(t)|^2 \cdot \cos \omega t dt} \end{aligned} \quad (3.4.19)$$

$$\varphi_{20}(\omega) = \arg \left\{ \int_R |y(t)|^2 \cdot e^{-j\omega t} \right\} = \arg \left\{ F \{ |y(t)|^2 \} \right\} = -\arctg \frac{\int_R |y(t)|^2 \cdot \sin \omega t dt}{\int_R |y(t)|^2 \cdot \cos \omega t dt} \quad (3.4.20)$$

$$\varphi_{01}(\tau) = \arg \left\{ \int_R x(t) \cdot x^*(t - \tau) dt \right\} = \arg R_{XX}(\tau)$$

$$\varphi_{02}(\tau) = \arg \left\{ \int_R y(t) \cdot y^*(t - \tau) dt \right\} = \arg R_{YY}(\tau)$$

$R_{XX}(\tau) \rightarrow$ funcția de autocorelație a semnalului de sondaj.

$$\varphi_{01}(\tau) = \arctg \frac{\text{Im}\{R_{XX}(\tau)\}}{\text{Re}\{R_{XX}(\tau)\}} \quad (3.4.21)$$

$$\varphi_{02}(\tau) = \arctg \frac{\text{Im}\{R_{YY}(\tau)\}}{\text{Re}\{R_{YY}(\tau)\}} \quad (3.4.22)$$

Sistemul care va utiliza această metodă pentru extragerea parametrilor va fi mai complex decât sistemul prezentat în prima metodă, dar are avantajul că oferă o precizie mai bună de calcul a acestor parametri. Se constată că impreciziile de calcul, respectiv măsurare a reprezentărilor t- ω de tip funcție de incertitudine, sunt cauza impreciziilor de determinare a mărimilor τ_1 și ω_{d1} , care justifică astfel denumirea acestor reprezentări de tipul funcție de incertitudine.

Se observă că în calculul celor două mărimi intervin două funcții, ce caracterizează semnalul de sondaj și semnalul ecou : densitățile spectrale de energie a celor două semnale și funcțiile de autocorelație ale acestora.

Se calculează :

$$\begin{aligned} F \{ R_{XX}(\tau) \} &= F \left\{ \int_R x(t) \cdot x^*(t - \tau) dt \right\} = \int_R \left[\int_R x(t) \cdot x^*(t - \tau) \cdot dt \right] \cdot e^{-j\omega \cdot \tau} d\tau = \\ &= \int_R \int_R x(t) \cdot x^*(t - \tau) \cdot e^{-j\omega \cdot \tau} dt d\tau = \int_R \left(x(t) \cdot \int_R x^*(t - \tau) \cdot e^{-j\omega \cdot \tau} d\tau \right) dt = \end{aligned}$$

$$= \int_R \left(x(t) \cdot \int_R x^*(\alpha) \cdot e^{j\omega(t-\alpha)} d\alpha \right) dt = \int_R \left(x(t) \cdot e^{j\omega t} \cdot \int_R x(\alpha) \cdot e^{-j\omega\alpha} d\alpha \right) dt =$$

$$= \int_R \left(x(t) \cdot e^{j\omega t} \cdot X^*(\omega) \right) dt = |X(\omega)|^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{XX}(\tau) = F^{-1} \left\{ |X(\omega)|^2 \right\} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_R |X(\omega)|^2 \cdot e^{j\omega\tau} d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\int_R |X(\omega)|^2 \cdot \cos\omega\tau + j \cdot \int_R |X(\omega)|^2 \cdot \sin\omega\tau \right) \quad \Downarrow$$

$$\varphi_{01}(\tau) = \arctg \frac{\int_R |X(\omega)|^2 \cdot \sin\omega\tau \, d\omega}{\int_R |X(\omega)|^2 \cdot \cos\omega\tau \, d\omega} \quad (3.4.23)$$

$$\varphi_{02}(\tau) = \arctg \frac{\int_R |Y(\omega)|^2 \cdot \sin\omega\tau \, d\omega}{\int_R |Y(\omega)|^2 \cdot \cos\omega\tau \, d\omega} \quad (3.4.24)$$

Înlocuind relațiile (3.4.19), (3.4.20) și (3.4.23), (3.4.24) în (3.4.17), respectiv (3.4.18), se obține :

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega} \cdot \left[\arctg \frac{\int_R |y(t)|^2 \cdot \sin\omega t \, dt}{\int_R |y(t)|^2 \cdot \cos\omega t \, dt} - \arctg \frac{\int_R |x(t)|^2 \cdot \sin\omega t \, dt}{\int_R |x(t)|^2 \cdot \cos\omega t \, dt} \right] \quad (3.4.25)$$

$$\omega_{d1} = \frac{1}{\tau} \cdot \left[\arctg \frac{\int_R |X(\omega)|^2 \cdot \sin\omega\tau \, d\omega}{\int_R |X(\omega)|^2 \cdot \cos\omega\tau \, d\omega} - \arctg \frac{\int_R |Y(\omega)|^2 \cdot \sin\omega\tau \, d\omega}{\int_R |Y(\omega)|^2 \cdot \cos\omega\tau \, d\omega} \right]$$

Se poate verifica principiul incertitudinii a lui Heisenberg, în cazul celor 2 relații. Astfel dacă energia semnalului $x(t)$ este concentrată temporal în jurul

valorii $t_0 = 0$, adică $|x(t)|^2 = \delta(t)$, atunci $|y(t)|^2 = \delta(t - \tau_0)$ și

$\tau_{1masurat} = \frac{1}{\omega} [\arctg(\tg\omega \cdot \tau_0)] = \tau_0$, iar $|X(\omega)|^2$ - este nemărginită și ω_{d1} nu este

determinată.

Dacă $|X(\omega)|^2 = \delta(\omega) \Rightarrow |Y(\omega)|^2 = \delta(\omega - \omega_{d0})$ și $\omega_{d1masurat} = \frac{1}{\tau} \arctg[\tg(\omega_{d0} \cdot \tau)] = \omega_{d0}$,

iar în plan temporal semnalul este nemărginit și τ_1 nedeterminat.

Pentru un semnal având energia concentrată într-o fereastră temporală

R_τ se obține :

$$\tau_1 \approx \frac{1}{\omega} \left[\operatorname{arctg} \frac{\int_{\tau_0 - \frac{R_\tau}{2}}^{\tau_0 + \frac{R_\tau}{2}} \sin \omega t \, dt}{\int_{\tau_0 - \frac{R_\tau}{2}}^{\tau_0 + \frac{R_\tau}{2}} \cos \omega t \, dt} - \operatorname{arctg} \frac{\int_{R_{\tau,2}}^{R_{\tau,1}} \sin \omega t \, dt}{\int_{R_{\tau,2}}^{R_{\tau,1}} \cos \omega t \, dt} \right] =$$

$$= \frac{1}{\omega} \left[\operatorname{arctg} \frac{\cos\left(\tau_0 - \frac{R_\tau}{2}\right) \cdot \omega - \cos\left(\tau_0 + \frac{R_\tau}{2}\right) \omega}{\sin\left(\tau_0 + \frac{R_\tau}{2}\right) \cdot \omega - \sin\left(\tau_0 - \frac{R_\tau}{2}\right) \omega} - 0 \right] = \frac{1}{\omega} \cdot \operatorname{arctg} \frac{2 \cdot \sin\left(\frac{\tau_0 + \tau_0}{2}\right) \omega \cdot \sin \frac{R_\tau}{2} \cdot \omega}{2 \cdot \cos \tau_0 \omega \cdot \sin \frac{R_\tau}{2} \cdot \omega} =$$

$$= \frac{1}{\omega} \operatorname{arctg} [\operatorname{tg}(\tau_0 \cdot \omega)] = \tau_0$$

$$\tau_{\text{masurat}} \approx \tau_0$$

Dacă semnalul are energia concentrată într-un domeniu

spectral R_ω (fig.29b), se obține relația aproximativă de calcul (3.4.26):

$$\omega_{d1} \approx \frac{1}{\tau} \left[\operatorname{arctg} \frac{\int_{\omega_0 - R_\omega/2}^{\omega_0 + R_\omega/2} \sin(\omega \tau) d\omega}{\int_{\omega_0 - R_\omega/2}^{\omega_0 + R_\omega/2} \cos(\omega \tau) d\omega} - \operatorname{arctg} \frac{\int_{\omega_0 - \omega_{d0} + R_\omega/2}^{\omega_0 - \omega_{d0} + R_\omega/2} \sin(\omega \tau) d\omega}{\int_{\omega_0 - \omega_{d0} + R_\omega/2}^{\omega_0 - \omega_{d0} + R_\omega/2} \cos(\omega \tau) d\omega} \right]$$

$$\omega_{d1} = \frac{1}{\tau} \left[\operatorname{arctg} \frac{\sin(\omega_0 \tau)}{\cos(\omega_0 \tau)} - \operatorname{arctg} \frac{\sin(\omega_0 - \omega_{d0}) \tau}{\cos(\omega_0 - \omega_{d0}) \tau} \right] = \omega_{d0} \quad (3.4.26)$$

Deci $\omega_{d1 \text{masurat}} \approx \omega_{d0}$

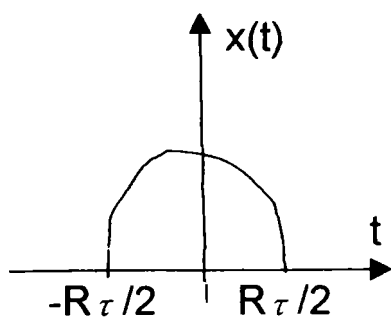


fig.29a

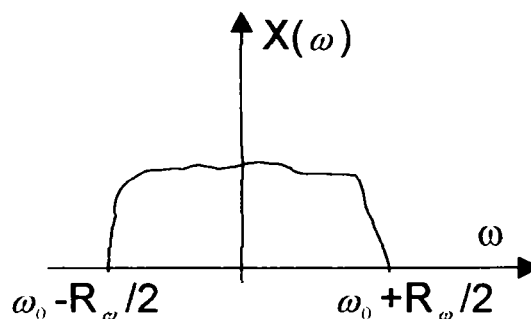


fig.29b

Pentru semnale de sondaj definite pe suport mărginit în domeniul temporal, determinarea lui τ_1 nu depinde de lungimea ferestrei temporale R_τ și de variabila ω a funcției de incertitudine, dar având în vedere că acest semnal va avea suport nemărginit în domeniul frecvență, determinarea lui ω_{d1} va fi aproximativă, lungimea ferestrei R_ω aproximându-se cu intervalul de frecvență în care semnalul are concentrată cea mai mare parte a energiei. La fel pentru semnale de sondaj definite pe suport mărginit în domeniul spectral, determinarea lui ω_{d1} nu depinde de lungimea ferestrei spectrale R_ω și de variabila τ a funcției de incertitudine, dar determinarea lui τ_1 este aproximativă, având în vedere că în plan temporal semnalul va avea suport nemărginit.

Pentru exemplificare se va considera impulsul rectangular ideal :

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pentru } t \in [-R_\tau / 2; R_\tau / 2] \\ 0 & \text{în rest;} \end{cases}$$

Evident $\tau_1 \text{ măsurat} = \tau_0$, iar spectrul semnalului va fi:

$$X(\omega) = R_\tau \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega R_\tau}{2}\right)$$

$$Y(\omega) = R_\tau \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega - \omega_{d0}}{2} R_\tau\right) \quad (\text{fig.29c})$$

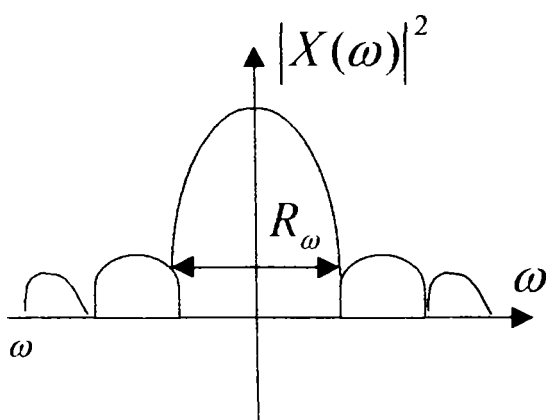
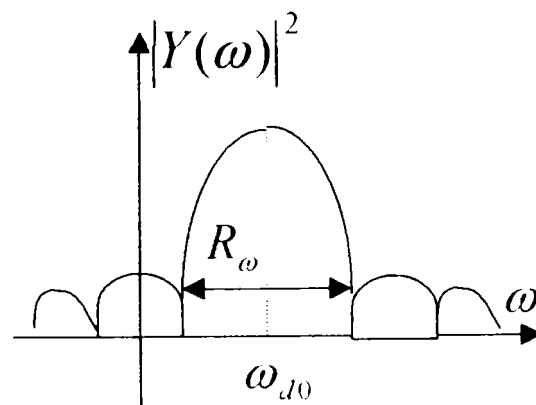


fig.29c



$$\omega_{d1} = \frac{1}{\tau} \operatorname{arctg} \frac{\int_R \sin c^2 \left[\frac{R_\tau}{2} (\omega - \omega_{d0}) \right] \sin(\omega\tau) d\omega}{\int_R \sin c^2 \left[\frac{R_\tau}{2} (\omega - \omega_{d0}) \right] \cos(\omega\tau) d\omega}$$

$$\omega_{d1} \approx \frac{1}{\tau} \operatorname{arctg} \frac{\int_{\omega_{d0}-R_\tau/2}^{\omega_{d0}+R_\tau/2} \frac{\sin^2 \left[\frac{R_\tau}{2} (\omega - \omega_{d0}) \right] \sin(\omega\tau)}{(\omega - \omega_{d0})^2} d\omega}{\int_{\omega_{d0}-R_\tau/2}^{\omega_{d0}+R_\tau/2} \frac{\sin^2 \left[\frac{R_\tau}{2} (\omega - \omega_{d0}) \right] \cos(\omega\tau)}{(\omega - \omega_{d0})^2} d\omega}$$

Cu schimbarea de variabilă $\omega \leftarrow \omega - \omega_{d0}$ se obține:

$$\omega_{d1} = \frac{1}{\tau} \cdot \operatorname{arctg} \frac{\int_{-R_\omega/2}^{R_\omega/2} \frac{[1 - \cos(R_\tau \omega)]}{\omega^2} \cdot \sin[\tau(\omega + \omega_{d0})] d\omega}{\int_{-R_\omega/2}^{R_\omega/2} \frac{[1 - \cos(R_\tau \omega)]}{\omega^2} \cdot \cos[\tau(\omega + \omega_{d0})] d\omega} =$$

$$= \frac{1}{\tau} \cdot \operatorname{arctg} \frac{\sin(\tau\omega_{d0}) \int_{-R_\omega/2}^{R_\omega/2} \frac{[1 - \cos(R_\tau \omega)]}{\omega^2} \cdot \cos(\tau\omega) d\omega}{\cos(\tau\omega_{d0}) \int_{-R_\omega/2}^{R_\omega/2} \frac{[1 - \cos(R_\tau \omega)]}{\omega^2} \cdot \cos(\tau\omega) d\omega} = \omega_{d0}$$

Aceleași rezultate se obțin și în cazul ferestrei rectangulare din domeniul frecvență. Deci, în cazul ferestrei rectangulare ideale, într-un domeniu (timp sau frecvență) formula teoretică de calcul din domeniul dual (frecvență, respectiv timp) se poate înlocui cu o formulă simplificată, în care integrările se fac pe un domeniu finit, rezultatele fiind identice ca și în cazul folosirii formulei teoretice. Totuși, ultimele rezultate obținute rămân la nivel de exemplu teoretic, datorită imposibilității generării în practică a ferestrelor

rectangulare ideale, în oricare din cele două domenii. Mai interesante pentru cazurile practice, rămân relațiile aproximative (3.4.25), respectiv (3.4.26).

3.3 Metode de implementare a algoritmilor de procesare bazați pe reprezentări TFS și FIBI

După cum s-a afirmat în 2.2 se pot utiliza două variante de procesare, în funcție de metoda aleasă pentru determinarea parametrilor utili. Dar ambele metode prezentate anterior fac abstracție de componentele perturbatoare ale semnalului ecou, realizând îmbunătățirea raportului semnal/zgomot doar prin metoda recepției corelaționale (filtrare adaptivă). În unele situații această filtrare este necesară dar nu este și suficientă pentru a obține nivelul de performanță dorit. Astfel analizând relațiile (3.4.4) și (3.4.12) se observă prezența componentelor perturbatoare, care se prezintă sub forma unei TFS a semnalului perturbator de la intrarea receptorului, utilizând ca fereastră semnalul de sondaj. Pe baza relației (3.4.4) se poate completa receptorul corelațional prezentat în figura 26, prin calculul și memorarea TFS a semnalului perturbator și apoi compensarea acesteia. Rezultă schema de procesare prezentată în fig. 30.

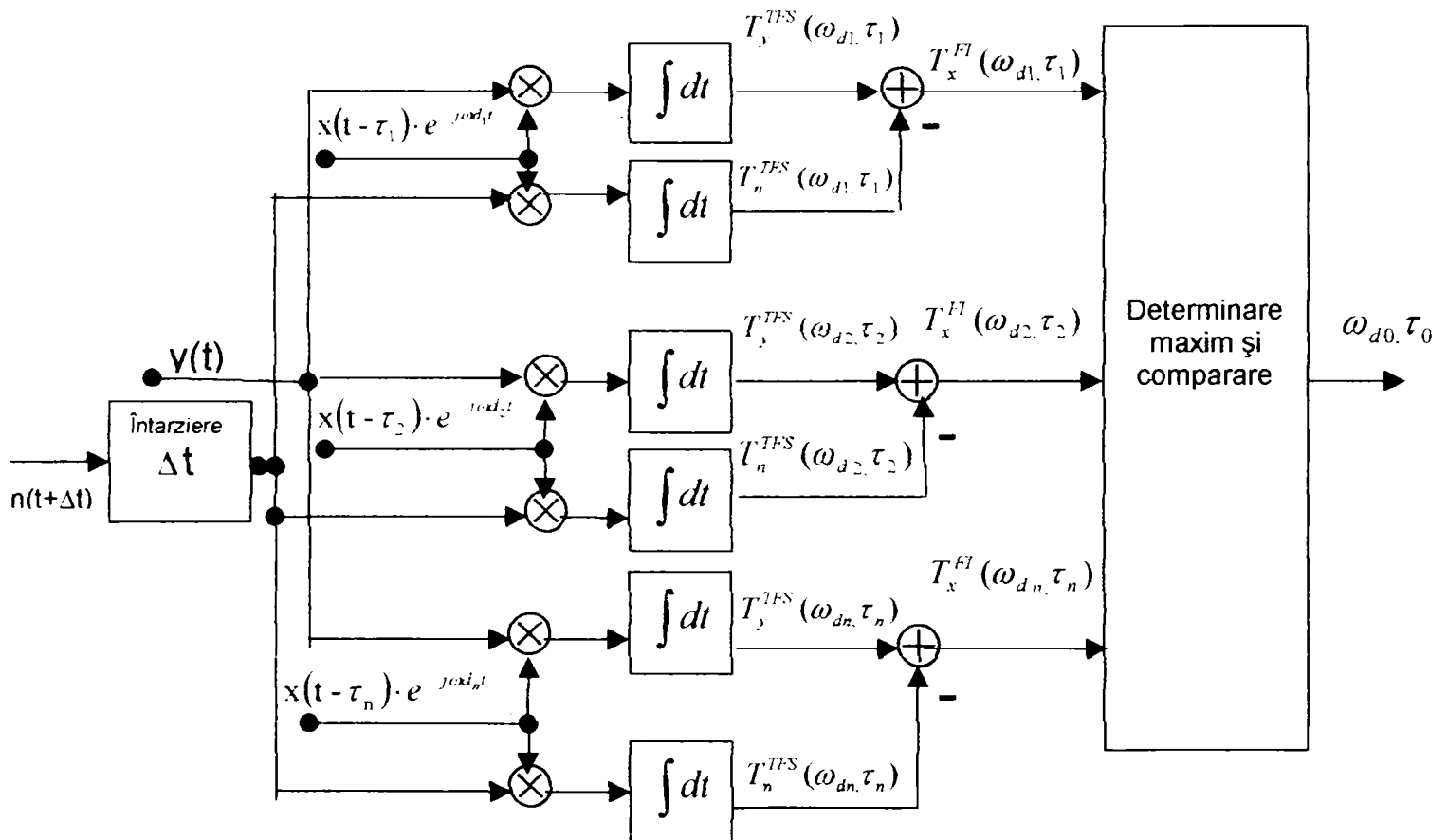


fig. 30

Această schemă completează matricea corelațională clasică cu compensatoare la nivelul componentelor Transformatei Fourier Scurte a semnalului ecou și a perturbației. Evident problema cea mai delicată care intervine în acest caz este de a obține informațiile despre perturbație cât mai apropiate de momentul atingerii valorii maxime la ieșirea filtrului corelațional. Pentru a se obține informații despre perturbație este necesară o perioadă "de ascultare", în care radarul va recepționa și analiza componentele perturbatoare a căror spectru se situează în banda receptorului, fără a emite semnal de sondaj. Semnalul astfel obținut conține în totalitate componente perturbatoare de tipul bruiajului activ, avansate cu Δt față de semnalul ecou $y(t)$, (fig. 31).

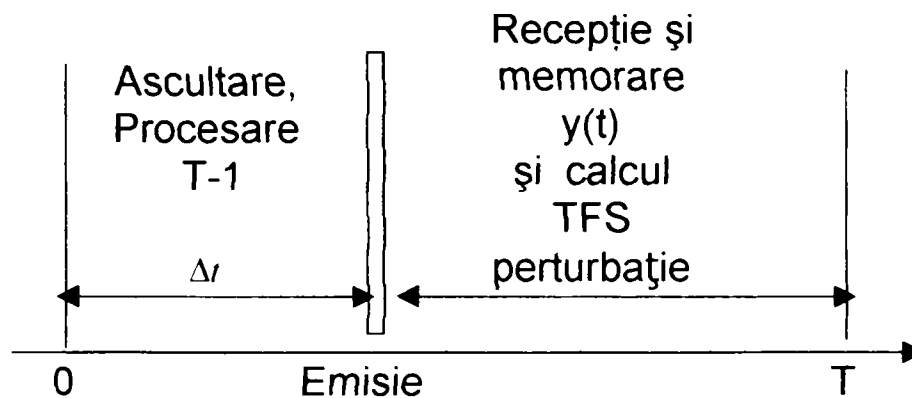


fig.31

Perioada de observare T se împarte astfel în două intervale: de la 0 la Δt se desfășoară etapele algoritmului de ascultare bruiat activ, eșantionare și memorare a acestuia, precum și procesarea propriu-zisă a informațiilor achiziționate și memorate în perioada $T-1$. În această etapă a algoritmului de procesare se poate opta și pentru regimul de compensare cu bruiat "în devans" față de semnalul ecou. Se pune totuși problema influenței perioadei de desincronizare Δt "în avans" sau "în devans" a perturbației față de semnalul ecou. Dacă perturbația este un semnal aleator cvasistaționar, atunci variațiile componentelor TFS în intervalul Δt sunt ne semnificative și se poate aplica cu rezultate bune algoritmul prezentat. Dar având în vedere că intervalul Δt și semnalul determinist $x(t)$ sunt cunoscute cu precizie, se poate calcula TFS a perturbației desincronizate cu relația:

$$T_{nl}^{TFS}(\omega_d, \tau) = \int_R n_1(t) x^*(t - \tau) \exp(-j\omega_d t) dt = \int_R n(t + \Delta t) x^*(t - \tau) \exp(-j\omega_d t) dt$$

Se notează $t + \Delta t = t_1$ și se obține :

$$T_{nl}^{TFS}(\omega_d, \tau) = \int_R n(t_1) x^* [t_1 - (\Delta t + \tau)] \exp(-j\omega_d t_1) \exp(j\omega_d \Delta t) dt$$

$$T_n^{TFS}(\omega_d, \tau) = \exp(-j\omega_d \Delta t) \cdot T_{nl}^{TFS}(\omega_d, \tau - \Delta t) \quad (3.4.27)$$

Relația (3.4.27) arată avantajul compensării la nivelul componentelor TFS a semnalului ecou și respectiv perturbației, rezultat care nu s-ar fi obținut în cazul compensării simple în timp sau în frecvență și care în unele situații în care bruiatul este un semnal nestaționar nu ar fi dat rezultate. Sistemul implementat pe baza relației (3.4.27) este prezentat în fig.32.

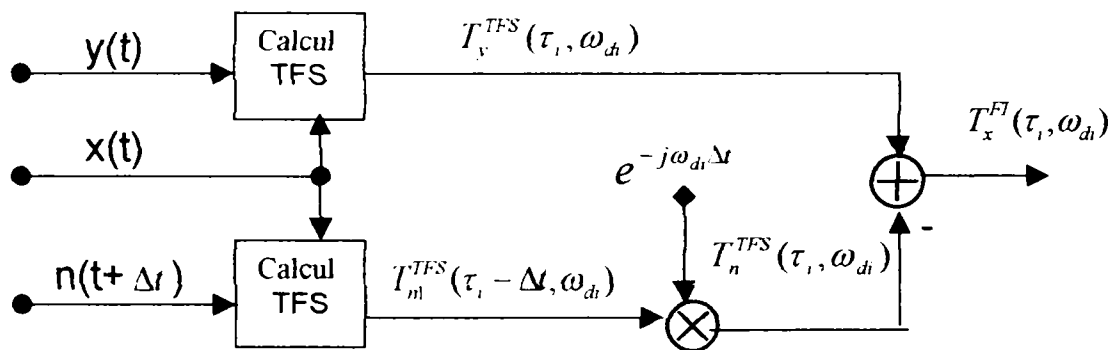
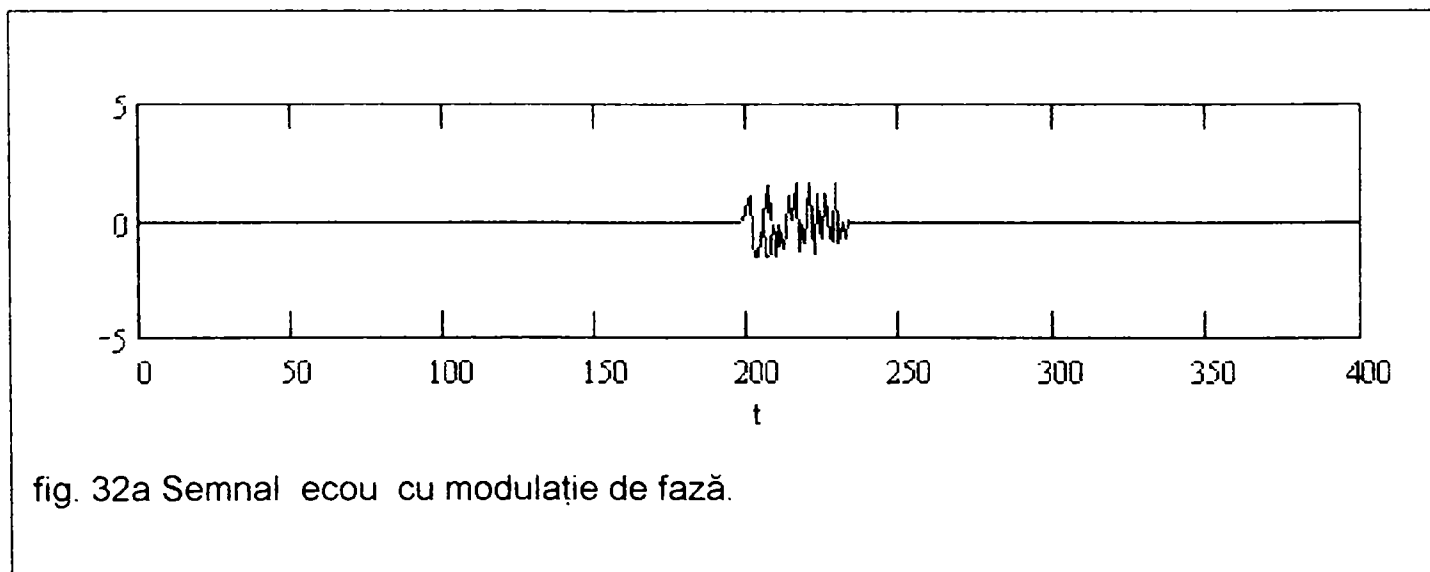
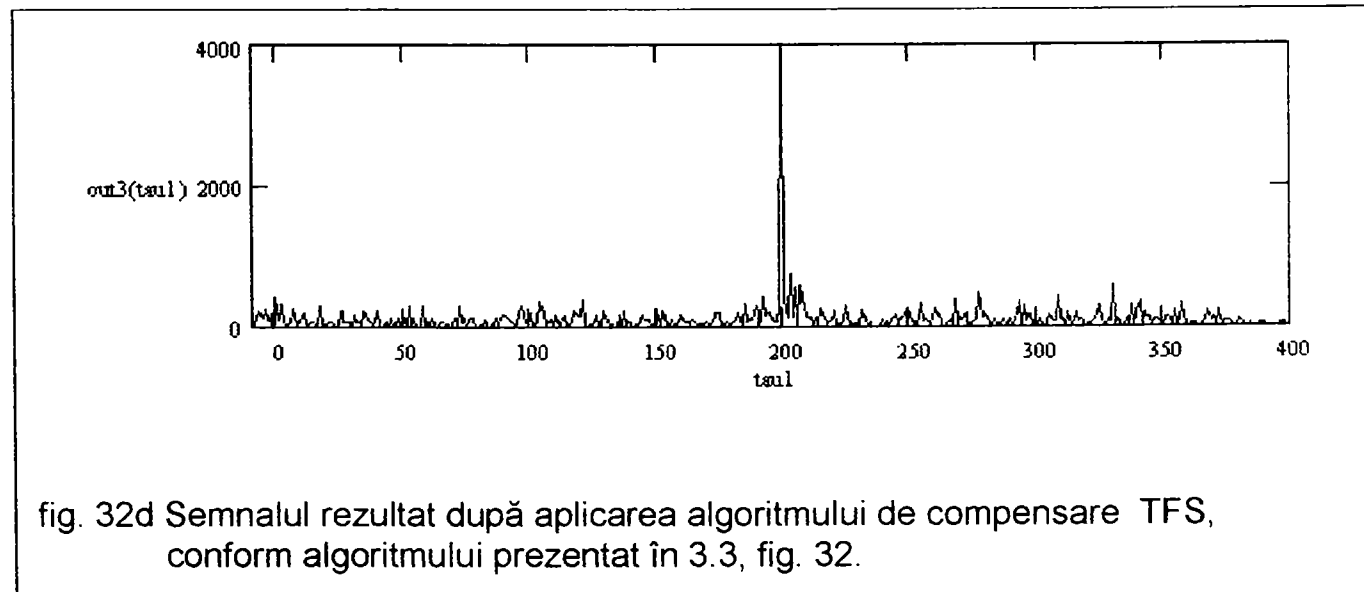
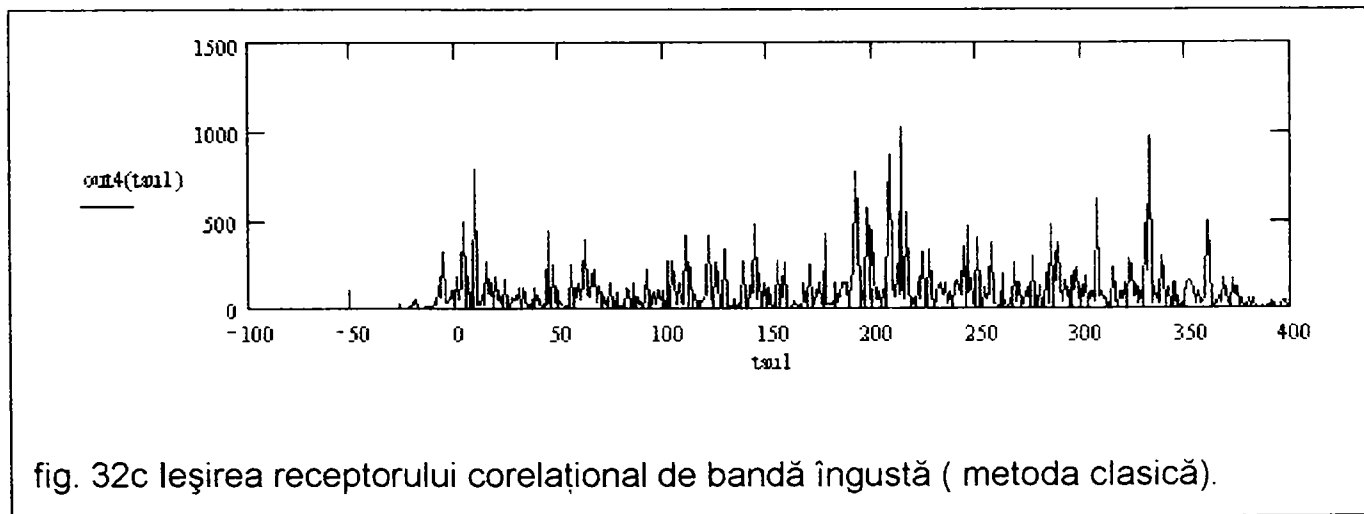
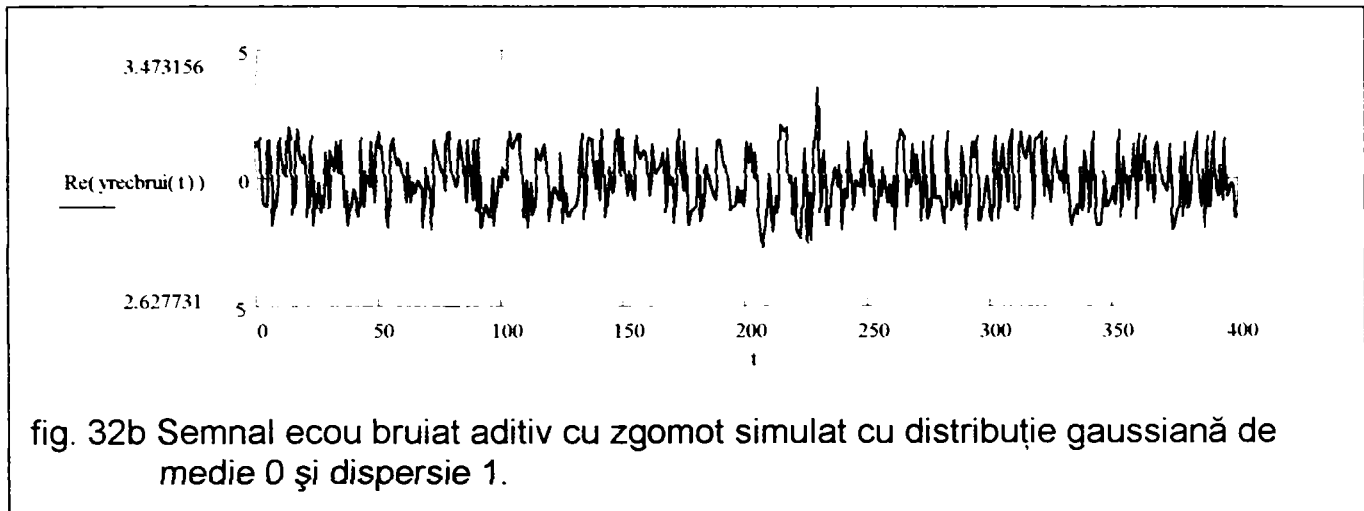


fig.32

Rezultatele obținute prin această metodă de procesare, pentru un semnal cu modulație de fază (MP), sunt prezentate în fig. 32a, 32b, 32c, 32d, 32e, 32f, 32g, 32h.





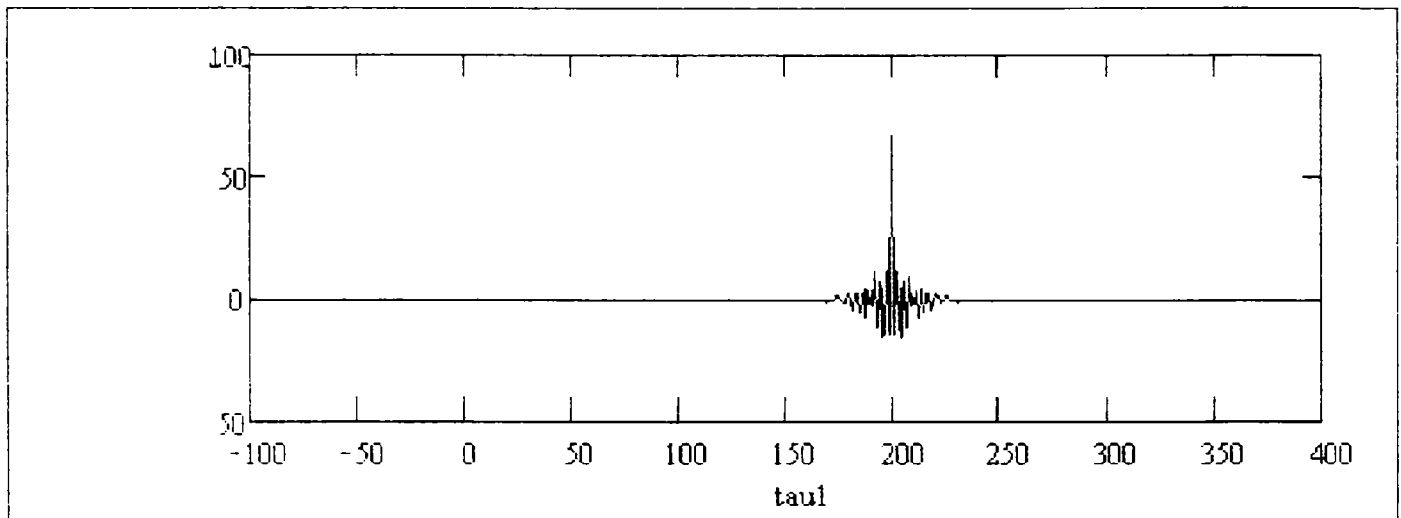
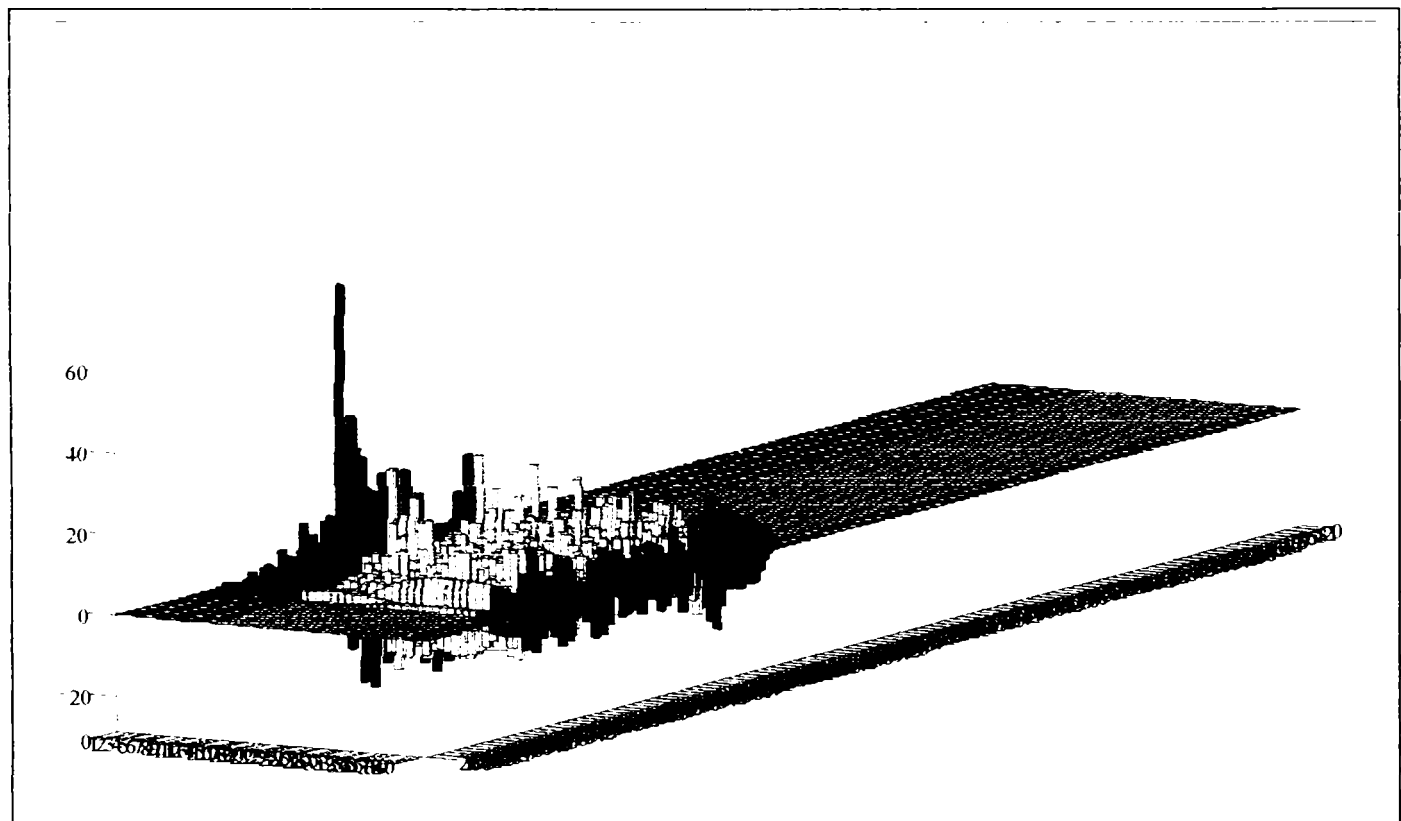
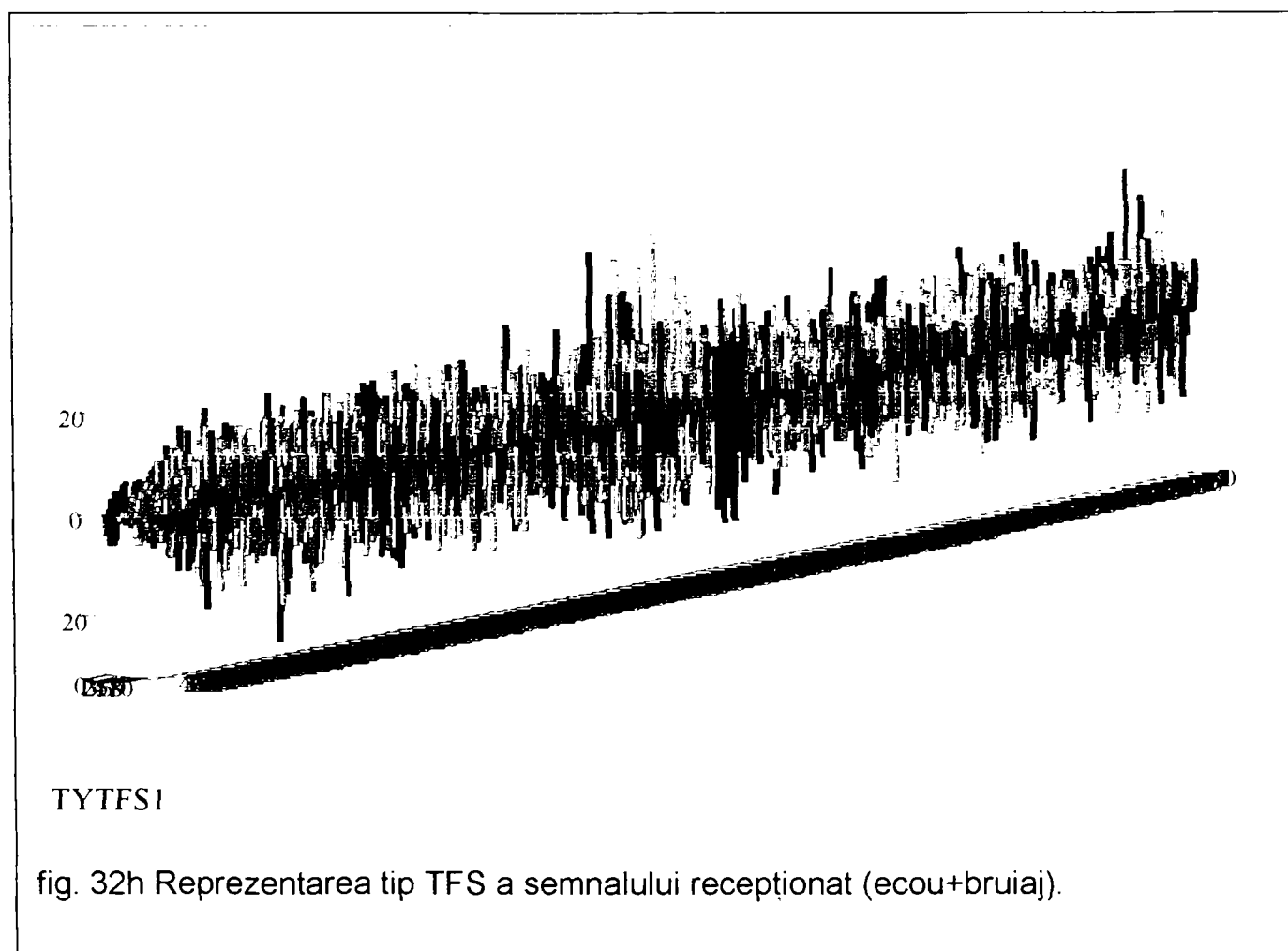
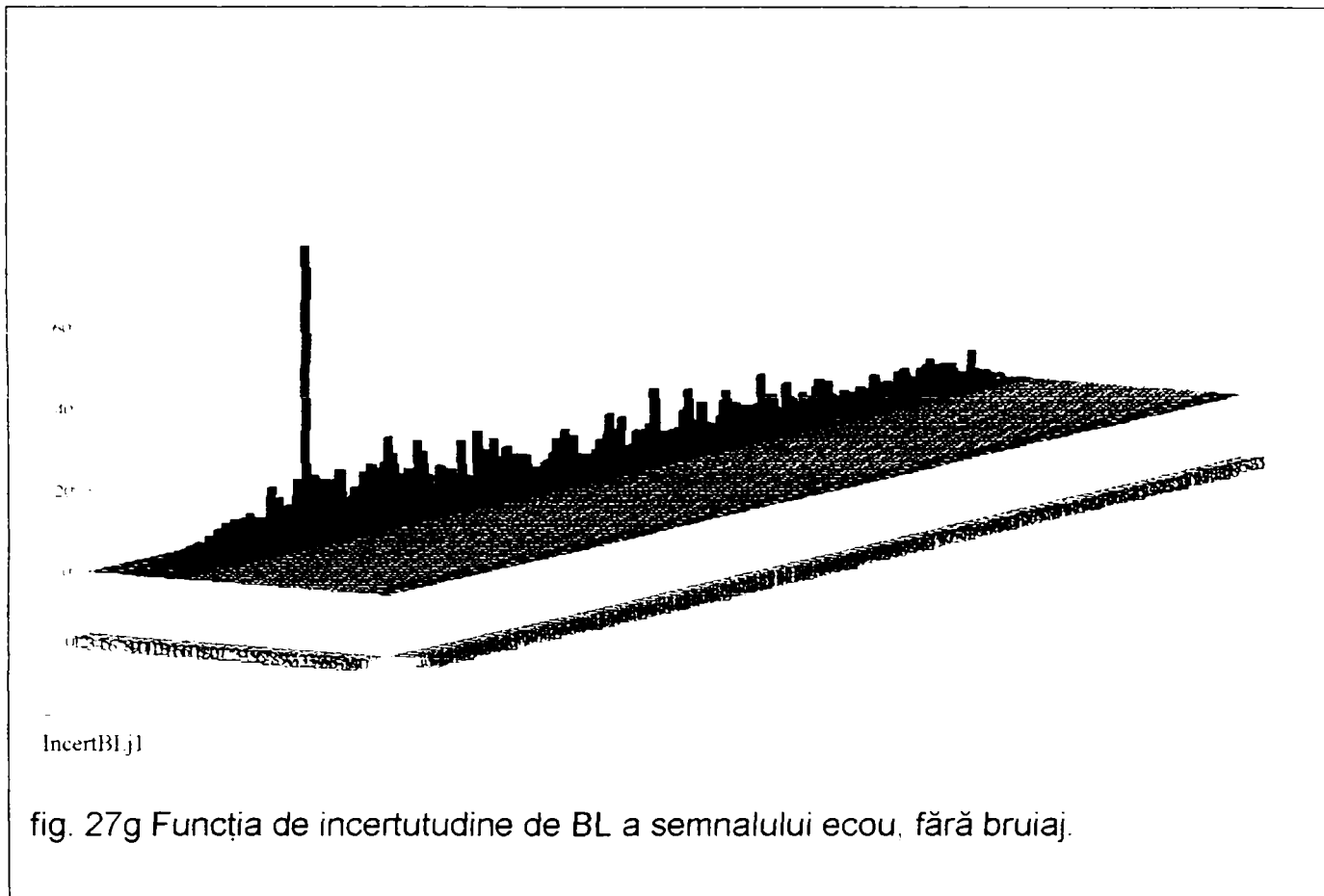


fig. 32e Ieșirea ideală a receptorului corelațional, în lipsa zgomotului.



Incertx1

fig. 27f Funcția de incertitudine de BI a semnalului ecou, fără bruiaj.



Pornind de la relația (3.4.12) se poate implementa algoritmul de procesare și în domeniul frecvență. Răspunsul filtrului adaptat, acordat pe ω_{di} la momentul τ_i va fi :

$$y_e(\omega_{di}, \tau_i) = \frac{k}{2\pi} \left[\int_R X(\omega - \omega_{di}) X^*(\omega - \omega_{di}) d\omega + \int_R N(\omega) X^*(\omega - \omega_{di}) \exp(j\omega\tau_i) d\omega \right]$$

$$y_e(\omega_{di}, \tau_i) = kE_x + \frac{k}{2\pi} \int_R N(\omega) X^*(\omega - \omega_{di}) \exp(j\omega\tau_i) d\omega$$

$$N1(\omega) = \int_R n(t + \Delta t) \exp(-j\omega t) = \exp(-j\omega\Delta t) N(\omega)$$

$$N(\omega) = \exp(-j\omega\Delta t) N(\omega)$$

$$y_e(\omega_{di}, \tau_i) = k \cdot E_x + \frac{k}{2\pi} \cdot \int_R N1(\omega) X^*(\omega - \omega_{di}) \cdot \exp[j\omega(\tau - \Delta t)] d\omega$$

$$y_e(\omega_{di}, \tau_i) = k \cdot E_x + \frac{k}{2\pi} \cdot T_{N1}^{TFS}(\omega_{di}, \Delta t - \tau_i) \quad (3.4.28)$$

Conform relației (3.4.28) sistemul prezentat în fig.32 se completează cu compensatorul spectral, care va determina TFS a densității spectrale a zgomotului, utilizând ca fereastră funcția de densitate spectrală a semnalului de sondaj (fig.33).

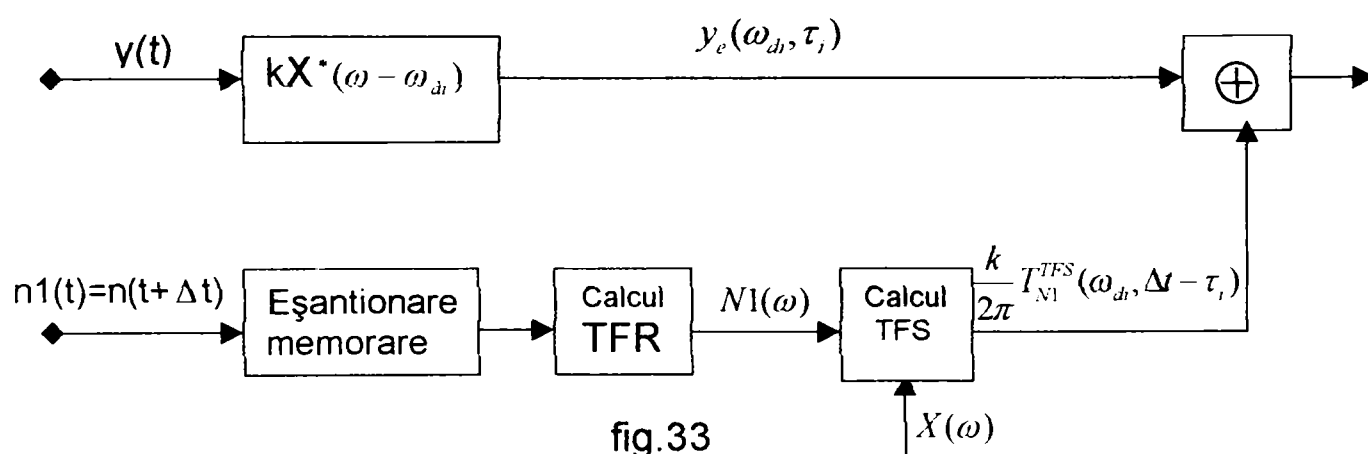


fig.33

Partiționarea perioadei de observare este identică cu situația din algoritmul prezentat în fig.6, doar că în această schemă mai intervine în plus calculul funcției de densitate spectrală a perturbației. De asemenea, trebuie

menționat că în toate situațiile prezentate anterior s-a accentuat pe compensarea bruiajului activ, considerându-se că bruiajul pasiv se elimină prin metoda filtrării Doppler.

Metoda a-II-a, bazată pe legătura dintre funcțiile de incertitudine a celor două semnale, respectiv semnalul de sondaj și semnalul recepționat se implementează printr-un algoritm de procesare mai complicat. Astfel prelucrând relațiile (3.4.15), (3.4.17) și (3.4.18) se obține :

$$T_y^{FI}(\omega_0, 0) = \exp(-j\omega_0\tau_1)T_x^{FI}(\omega_0, 0) + T_n^{FI}(\omega_0, 0) + T_n^{TFS}(\omega_0 - \omega_{d1}, \tau_1) + T_n^{TFS}(\omega_0 + \omega_{d1}, \tau_1)$$

$$T_y^{FI}(0, \tau_0) = \exp(-j\omega_{d1}\tau_0)T_x^{FI}(0, \tau_0) + T_n^{FI}(0, \tau_0) + \exp(-j\omega_{d1}\tau_0) [T_n^{TFS}(-\omega_{d1}, \tau + \tau_0) + T_n^{TFS}(-\omega_{d1}, \tau - \tau_0)]$$

Considerând $\omega_0 = \omega_{d1}$ și $\tau_0 = \tau_1 \Rightarrow$

$$T_y^{FI}(\omega_0, 0) = \exp(-j\omega_0\tau_1)T_x^{FI}(\omega_0, 0) + T_n^{FI}(\omega_0, 0) + T_n^{TFS}(0, \tau_0) + T_n^{TFS}(2\omega_0, \tau_0) \quad (3.4.29)$$

$$T_y^{FI}(0, \tau_0) = \exp(-j\omega_{d1}\tau_0)T_x^{FI}(0, \tau_0) + T_n^{FI}(0, \tau_0) + \exp(-j\omega_0\tau_0) [T_n^{TFS}(-\omega_0, 2\tau_0) + T_n^{TFS}(\omega_0, 0)] \quad (3.4.30)$$

Pe baza relațiilor (3.4.29) și (3.4.30) se obține algoritmul de procesare prezentat în figura 34, unde s-au utilizat următoarele notații:

$$T1 = \exp(-j\omega_0\tau_0)T_n^{TFS}(-\omega_0, 2\tau_0)$$

$$T2 = \exp(-j\omega_0\tau_0)T_n^{TFS}(\omega_0, 0)$$

$$T3 = T_n^{TFS}(0, \tau_0)$$

$$T4 = T_n^{TFS}(2\omega_0, \tau_0)$$

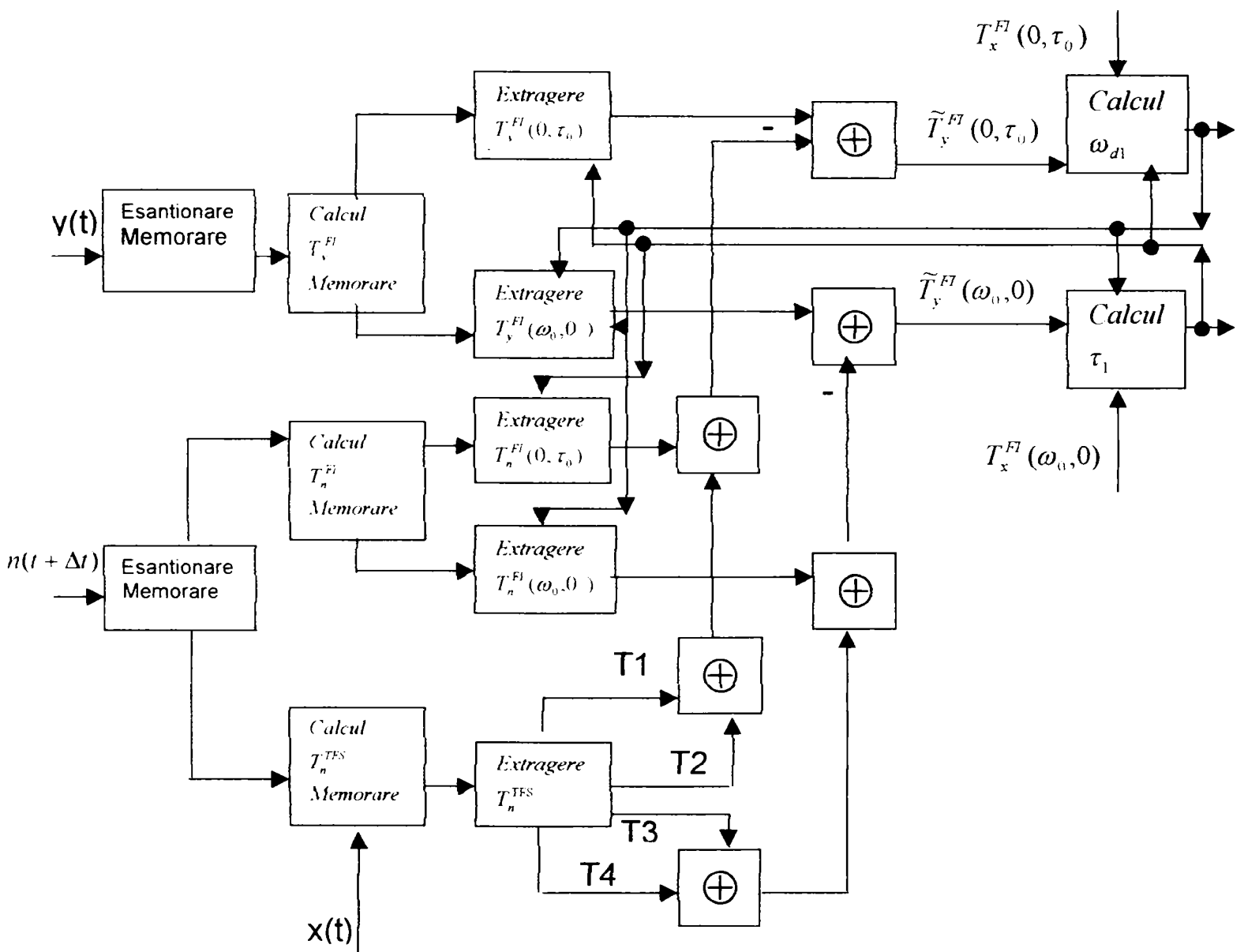


fig.34

După cum se observă algoritmul prezentat este destul de complex și prezintă deocamdată interes doar din punct de vedere teoretic, implementarea lui necesitând sisteme cu viteze de prelucrare și capacități de memorare foarte mari.

O schemă simplificată de procesare se obține pe baza relațiilor (3.4.25), dar trebuie precizat că aceasta nu realizează compensarea suplimentară a bruiajului activ. Considerând $\omega_0 = k_1$ și $\tau_0 = k_2$ se obține schema prezentată în figura 35.

Semnalul $x(t)$ fiind cunoscut, valorile $\varphi_{10}(k_1)$ și $\varphi_{01}(k_2)$ pot fi calculate și

memorate, la fel și funcțiile: $\sin(k_1 t)$, $\cos(k_1 t)$, $\sin(k_2 \omega)$, $\cos(k_2 \omega)$, calculându-se efectiv în fiecare perioadă de observare doar valorile $\varphi_{2,0}(k_1)$ și $\varphi_{0,2}(k_2)$.

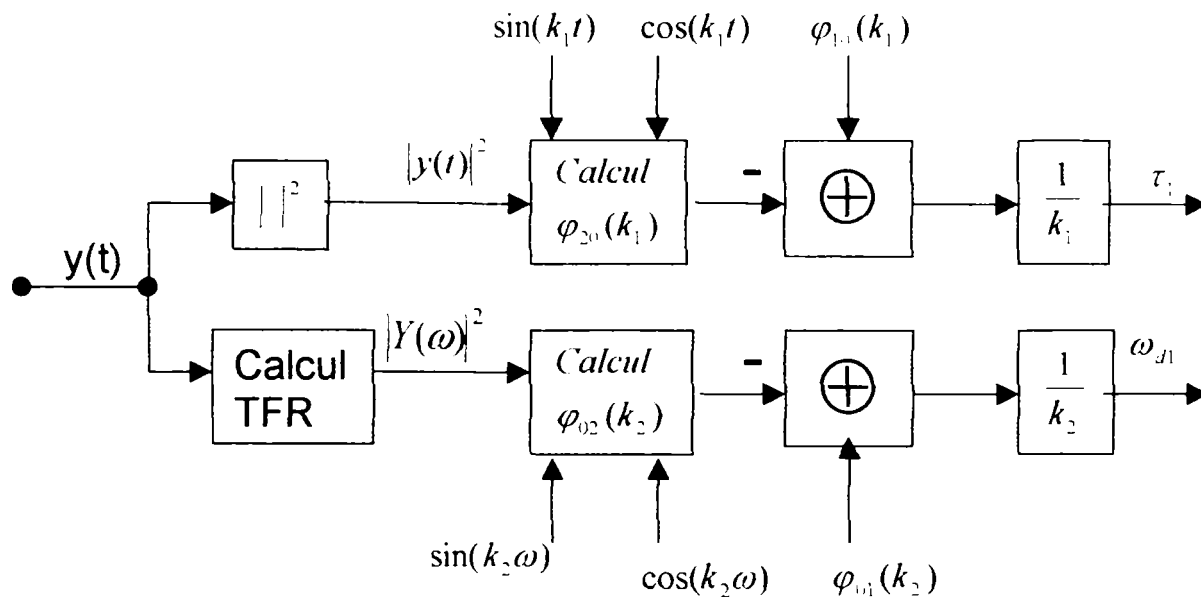


fig.35

În concluzie, se poate afirma că reprezentările timp-frecvență de tipul TFS și FIBI oferă o gamă largă de metode de procesare și analiză a semnalului RADAR de bandă îngustă, conferind o îmbunătățire semnificativă a calității procesării și a raportului semnal/zgomot al semnalului ecou. Dar aparatul matematic specific acestor reprezentări este destul de complex și implementarea algoritmilor presupune sisteme de procesare cu viteze mari și capacități de memorare foarte mari, necesitând astfel o simplificare a algoritmilor. În continuare se va prezenta o aplicație bazată pe TFS discretă, care simplifică algoritmul de procesare, implementarea acestuia fiind mai ușor de realizat.

3.4 Transformarea Fourier Scurtă Discretă. Aplicații în procesarea semnalului RADAR

S-a arătat în [23] , capitolul 2.3.6 că localizarea în domeniul timp a reprezentării TFS depinde de durata ferestrei temporale $w(t)$, R_τ și că localizarea în domeniul frecvență depinde de lărgimea de bandă a ferestrei spectrale R_ω . Se poate afirma deci că semnalul ecou poate fi descris prin intermediul reprezentării sale timp-frecvență de tipul TFS, la momentul t , în jurul pulsației ω , în celula de rezoluție descrisă de produsul cartezian:

$$\left[t - \frac{R_\tau}{2}; t + \frac{R_\tau}{2} \right] \times \left[\omega - \frac{R_\omega}{2}; \omega + \frac{R_\omega}{2} \right]$$

Acoperirea planului $t - \omega$ cu celule de rezoluție, în cazul TFS, este prezentată în fig.36.

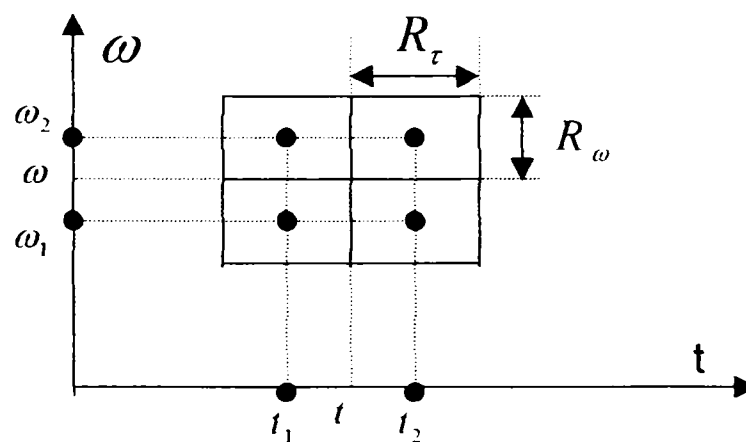


Fig.36

Se observă că nu are sens să se obțină mai multe eșantioane în aceeași celulă de rezoluție. O densitate optimă de eșantionare poate fi obținută dacă se prelevează câte un eșantion din reprezentarea $t - \omega$, cu coordonatele în centrul fiecărei celule de rezoluție. Evident că ar putea fi achiziționate mai

multe eșantioane într-o celulă de rezoluție, dacă aplicația o impune. Dacă se aleg pașii de eșantionare la valorile limită $t_0 = R_\tau$ și $\omega_0 = R_\omega$, se obține:

$$T_y^{TFSD}(nt_0, m\omega_0) = \int_{R_\tau} y(t) w^*(t - nt_0) \exp(-jm\omega_0 t) dt$$

Se demonstrează că transformarea este inversabilă și că operatorul invers este mărginit dacă sunt îndeplinite condițiile: $\omega_0 t_0 \leq 2\pi$, adică $R_\tau R_\omega \leq 2\pi$, iar din principiul incertitudinii se obține $R_\tau R_\omega \geq 2$. Deci pentru $\omega_0 t_0 \in [2:2\pi]$, semnalul ecou se poate scrie ca o superpoziție de atomi $t - \omega$:

$$y(t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} T_y^{TFSD}(nt_0, m\omega_0) w_{m,n}(t)$$

$$w_{m,n}(t) = w(t - nt_0) \exp(jm\omega_0 t)$$

Relația de mai sus se poate interpreta din două puncte de vedere: unul se referă la faptul că semnalul ecou poate fi reconstituit pe baza eșantioanelor reprezentării sale $t - \omega$ de tip TFS, prelevate corespunzător unei densități minime, iar cel de-al doilea punct de vedere se referă la faptul că semnalul ecou, de energie finită, care în general este un semnal nestaționar poate fi descompus cu ajutorul mulțimii de funcții: $\{w_{m,n}(t)\}_{m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}}$, care ocupă poziții bine definite în planul $t - \omega$.

Această relație descrie o posibilitate simplă de analiză și prelucrare $t - \omega$ a semnalului ecou $y(t)$. Pentru aceasta trebuie să se identifice valorile semnificative ale coeficienților $T_y^{TFSD}(m, n)$, determinându-se astfel zonele din planul $t - \omega$ în care semnalul $y(t)$ are componente utile semnificative. Altfel spus trebuie determinate celulele de rezoluție în care semnalul perturbator $n(t)$ are componente maxime, apoi să se atenueze acei coeficienți conform intensității perturbației și să se refacă semnalul $\tilde{y}(t)$, care va conține doar

componente utile semnificative.

O fereastră temporală adecvată analizei semnalului RADAR de bandă îngustă, în impuls ar fi fereastră rectangulară :

$$w(t) = \begin{cases} 1 & \text{pentru } t \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \\ 0 & \text{în rest;} \end{cases}$$

Pe baza acesteia se poate construi mulțimea $\{w_{m,n}(t)\}_{m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}}$

$$w_{m,n}(t) = \begin{cases} \exp(-jm\omega_0 t) & \text{pentru } t \in \left[n - \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2}\right] \\ 0 & \text{în rest;} \end{cases}$$

care este o bază ortonormată a spațiului $L^2(\mathbb{R})$ (fig.37).

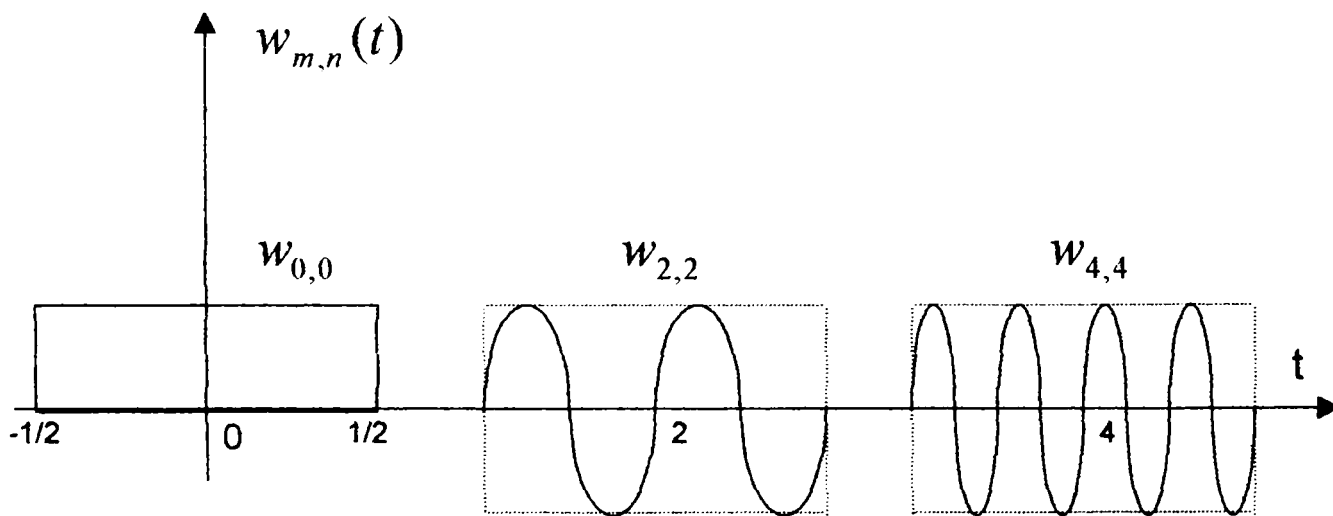


fig.37

Dacă $\omega_0 = 2\pi$, $t_0 = 1$, atunci sunt îndeplinite condițiile: $\omega_0 t_0 = 2\pi$ și $\{w_{m,n}(t)\}_{m,n \in \mathbb{Z}}$ este o bază ortonormată a lui $L^2(\mathbb{R})$, dar din păcate fereastra rectangulară nu are o localizare suficient de bună în frecvență ($R_\omega \rightarrow \infty$ și $\omega_0 \neq R_\omega$). În fapt teorema Balian –Low ne confirmă faptul că nu există nici o fereastră temporală, care să aibă o localizare bună în timp și în frecvență și

care să genereze o mulțime $\{ w_{m,n}(t) \}_{m,n \in \mathbb{Z}}$, bază ortonormată a lui $L^2(\mathbb{R})$. Altfel spus, pot genera baze a lui $L^2(\mathbb{R})$ numai funcțiile $w(t)$ care au produsul $R_x R_\omega$ infinit. Totuși acest rezultat teoretic nu ne împiedică să folosim fereastra rectangulară, dar pentru reconstrucția semnalului $y(t)$ va fi necesară eșantionarea redundantă ($\omega_0 t_0 < 2\pi$).

Relația (3.4.29) se scrie:

$$T_y^{TFSD}(m, n) = \int_{n-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} y(t) \exp(-jm\omega_0 t) dt$$

Dacă semnalul $y(t)$ este eșantionat cu perioada T_e , situație impusă de procesarea numerică, se obține:

$$T_y^{TFSD}(m, n) = \sum_{kT_e \in \left[n-\frac{1}{2}; n+\frac{1}{2} \right]} y(kT_e) \exp(-jmk\omega_0 T_e)$$

$$y(kT_e) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} T_y^{TFSD}(m, n) w_{m,n}(kT_e)$$

$$y(kT_e) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \exp(jmk\omega_0 T_e) \sum_{n \in \left[kT_e - \frac{1}{2}; kT_e + \frac{1}{2} \right]} T_y^{TFSD}(m, n)$$

Considerând cazul limită $\omega_0 = 2\pi$ și $T_e = \frac{R_x}{2} = \frac{1}{2}$ se obține:

$$T_y^{TFSD}(m, n) = \sum_{k \in \{2n-1; 2n+1\}} y\left(\frac{k}{2}\right) \exp(-jmk\pi) = y_{n-1} \exp[-jm\pi(2n-1)] + y_n + y_{n+1} \exp[-jm\pi(2n+1)]$$

$$T_y^{TFSD}(m, n) = \begin{cases} y_{n-1} + y_n + y_{n+1} & \text{pentru } m=2m_1 \\ -y_{n-1} + y_n - y_{n+1} & \text{pentru } m=2m_1+1 \end{cases}$$

În acest caz relațiile de calcul a TFSD sunt foarte simple, schema de

procesare reducându-se la un sistem de eșantionare-memorare și la două sumatoare algebrice a eșantioanelor (fig.38).

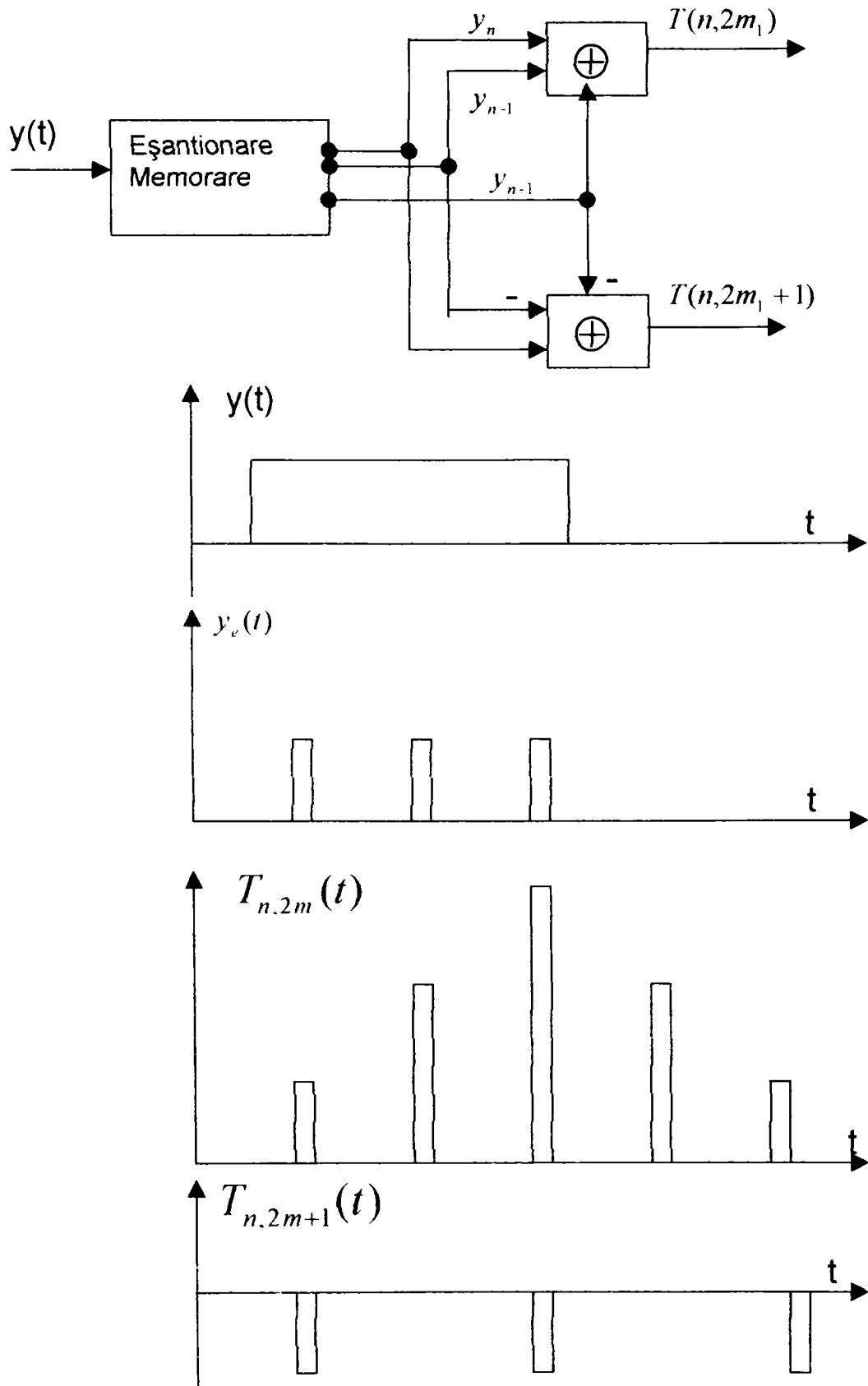


Fig.38

Cazul particular prezentat în fig.38 este binecunoscut în radiolocația clasică ca fiind acumularea necoerentă a eșantioanelor, realizându-se astfel în primul caz o integrare a semnalului ecou, iar în al doilea caz o diferențiere numerică a acestuia. Cazul este prezentat în lucrarea de față doar pentru a se arăta generalitatea metodei și se va analiza în continuare cazul procesării Doppler în frecvență intermediară.

$$T_y^{TFSD}(n,1) = \int_{(n-\frac{1}{2})\tau}^{(n+\frac{1}{2})\tau} y(t) \exp(-j\omega_{0r}t) dt, \text{ unde:}$$

ω_{0r} - reprezintă frecvența intermediară la recepție, modificată față de frecvența intermediară la emisie cu frecvența Doppler;

$$\omega_{0r} = \omega_0 + \omega_d = \omega_0 + i \cdot \Delta\omega_d, \quad i \in Z$$

$\Delta\omega_d$ -pasul de discretizare necesar la selecția în viteză Doppler;

τ - durata impulsului de sondaj;

$$T_y^{TFSD}(n,1,i) = \int_{(n-\frac{1}{2})\tau}^{(n+\frac{1}{2})\tau} y(t) \exp(-j\omega_0 t) \cdot \exp(-ji\Delta\omega_d t) dt$$

Relația (3.4.30) devine în acest caz :

$$T_y^{TFSD}(n,1,i) = \sum_{kT_e \in \left[(n-\frac{1}{2})\tau; (n+\frac{1}{2})\tau \right]} y(kT_e) \exp(-j\omega_0 kT_e) \exp(-ji\Delta\omega_d kT_e)$$

$$T_y^{TFSD}(n,1,i) = \sum_{k \in \left[(n-\frac{1}{2})\frac{\tau}{T_e}; (n+\frac{1}{2})\frac{\tau}{T_e} \right]} y(kT_e) \exp(-j\omega_0 kT_e) \exp(-ji\Delta\omega_d kT_e)$$

Pentru $T_e = \frac{2\pi}{\omega_0}$ se obține:

$$T_y^{TFSD}(n,1,i) = \sum_{k \in \left[(n-\frac{1}{2})\frac{\tau}{T_e}; (n+\frac{1}{2})\frac{\tau}{T_e} \right]} y\left(\frac{k}{f_0}\right) \exp(-j 2\pi k) \exp(-ji \frac{\Delta\omega_d}{\omega_0} 2\pi k)$$

$$T_y^{TFSD}(n,1,i) = \sum_{k \in \left[(n-\frac{1}{2})\varphi_0; (n+\frac{1}{2})\varphi_0 \right]} y_k \exp(-ji \frac{\Delta\omega_d}{\omega_0} 2k\pi)$$

$$T_y^{TFSD}(n,1,i) = \sum_{k \in \left[(2n-1)\frac{\varphi_0}{2}; (2n+1)\frac{\varphi_0}{2} \right]} y_k \exp(-ji \frac{\Delta\omega_d}{\omega_0} 2k\pi)$$

Având în vedere că $\frac{\Delta\omega_d}{\omega_0} = \frac{2\Delta v}{c}$, unde

Δv - rezoluția în viteză radială;

c - viteza de propagare a undei exploratoare;

$$T_y^{TFSD}(n,1,i) = \sum_{k \in \left[(2n-1)\frac{\varphi_0}{2}; (2n+1)\frac{\varphi_0}{2} \right]} y_k \exp(-ji \frac{\Delta v}{c} 4k\pi) \quad (3.4.31)$$

Sistemul care implementează relația (3.4.31) este prezentat în fig.39.

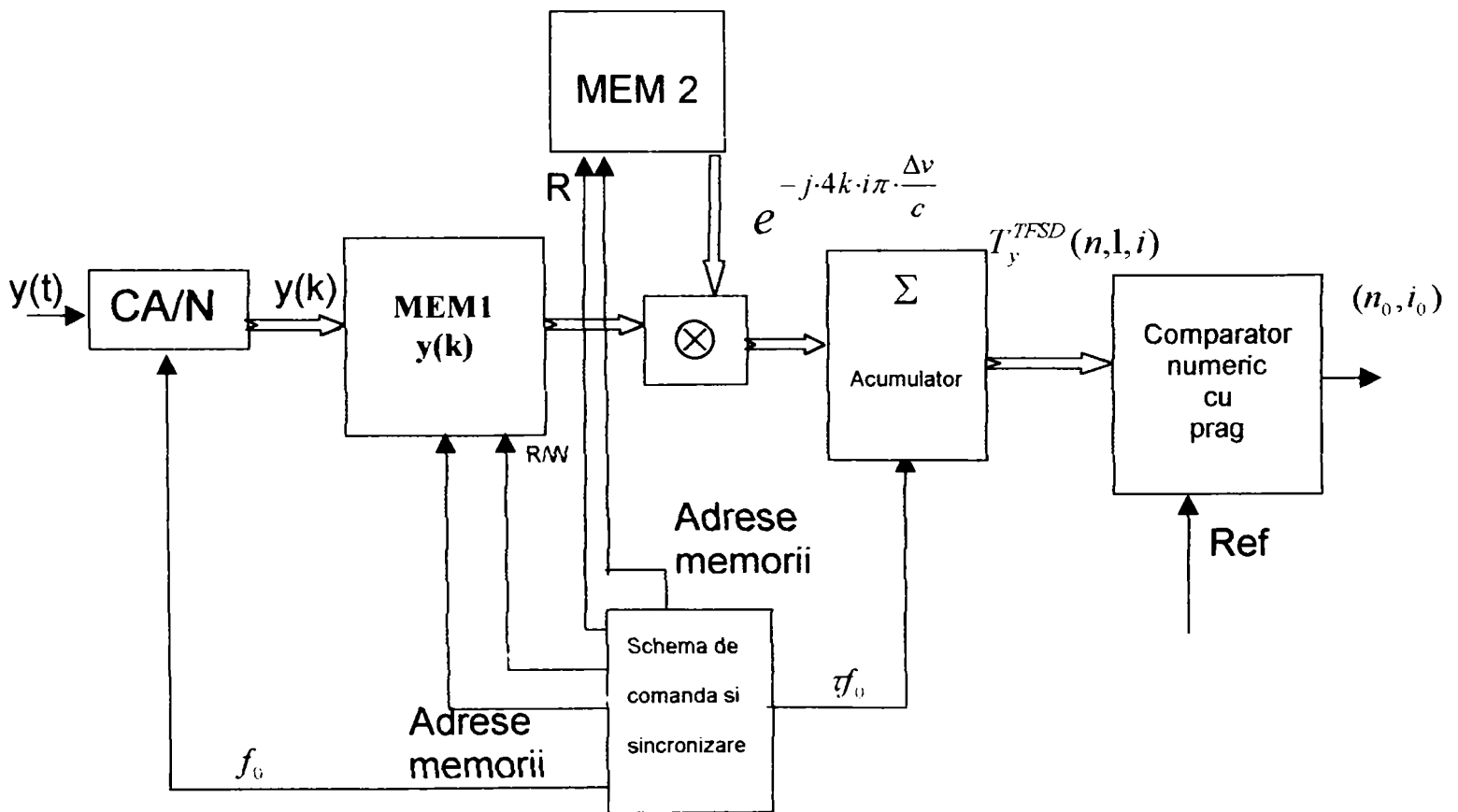


Fig.39

Operațiile aritmetice necesare pentru calculul TFSD, comenzile de înscriere – citire și adresare a memoriilor, precum și compararea coeficienților TFSD se pot realiza cu un procesor digital de semnal (DSP).

Pentru a se determina performanțele necesare sistemului de procesare se va analiza cazul unui radar metric cu $\tau = 10\mu s$, $f_0 = 10MHz$, $D_{max} = 300km$. În aceste condiții se obține:

$$T_y^{TFSD}(n,l,i) = \sum_{k \in [50(2n-1); 50(2n+1)]} y_k \exp(-ji \frac{\Delta v}{c} 4k\pi)$$

Numărul de eșantioane care trebuie memorate pe o perioadă de observare este $N_e = \frac{2D_{max}}{c} f_0 = 2 \cdot 10^4$. Numărul de coeficienți care se calculează

pentru i fixat este $N_{ci} = \frac{N_e}{100} = 200$ – coeficienți. Pentru o rezoluție în viteză

$\Delta v = 30m/s$, la o viteză radială maximă $v_{max} = 900m/s$, se obține numărul de

coeficienți care trebuie calculați la n fixat: $N_{cn} = \frac{2v_{max}}{\Delta v} = 60$.

Numărul total al coeficienților este: $N_i = N_{ci} \cdot N_{cn} = 12000$, iar numărul total al operațiilor necesare a se efectua într-o perioadă de observare este $N_{op} = 200 \cdot N_i = 2400000$. La o perioadă de observare de $10ms$ este necesară o viteză de lucru a sistemului de procesare de $24 \cdot 10^7$ operații/secundă.

Se observă că deși memoriile au capacități relativ mici, viteza de lucru impusă sistemului de procesare este destul de mare, dar realizabilă pentru sistemele actuale. Se poate folosi, după caz, cuplarea în paralel a procesoarelor.

3.5 Metode de procesare a semnalului RADAR bazate pe reprezentările de tipul TW și a funcției de incertitudine de bandă largă (FIBL)

Dacă semnalul ecou este nestaționar (situația cea mai adesea întâlnită în practică) și acesta este descris printr-o succesiune de semnale de durată limitată, dintre care unele sunt de durată mare și cu viteză de variație redusă (grupări de ținte fixe de dimensiuni mari, reflexii de la dipoli, formațiuni noroase sau zone ionizate), unele de durată medie (semnal util reflectat de către țintele în mișcare) iar altele sunt scurte și cu variație rapidă, ar fi necesar ca acest semnal să fie prelucrat cu ajutorul unei reprezentări timp-frecvență care să folosească o fereastră de profil variabil (fig.40).

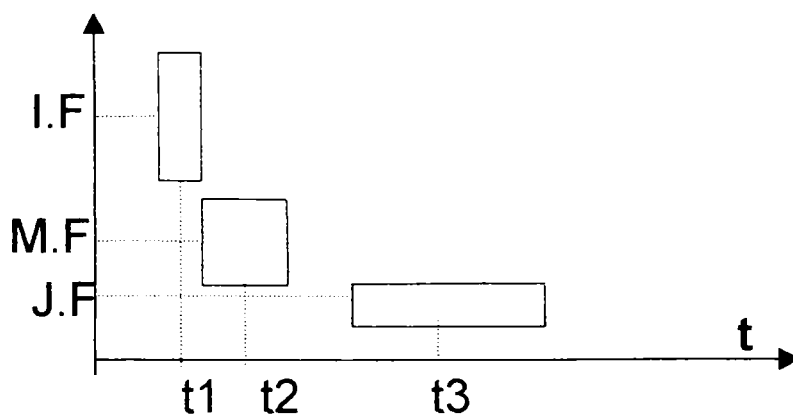


fig.40

Pornind de la aceste considerente, reprezentarea bidimensională adecvată semnalului ecou nestaționar ar fi reprezentarea timp-frecvență de tip transformare Wavelet (TW).

$$T_y^{TWC}(s, \tau) = \sqrt{|s|} \int_{\mathbb{R}} y(t) \psi[s(t - \tau)] dt$$

$y(t)$ –semnalul ecou;

$\psi(t)$ -"undișoara mamă" în raport cu care se face reprezentarea;

Aceasta mai poate fi denumită și o reprezentare de tipul timp-factor de scală. Dacă se consideră că parametrul s este un raport de frecvențe

$$s = \frac{f}{f_0} = \frac{\omega}{\omega_0}, \text{ unde } f_0 \text{ reprezintă frecvența centrală a filtrului FTB cu}$$

răspunsul la impuls $\psi(t)$, atunci reprezentarea timp-factor de scală devine o reprezentare timp – frecvență adaptivă a semnalului ecou relativ la undișoara $\psi(t)$.

$$T_y^{TWC}(\omega, \tau) = \sqrt{\left| \frac{\omega}{\omega_0} \right|} \int_R y(t) \psi \left[\frac{\omega}{\omega_0} (t - \tau) \right] dt$$

La fel ca și în cazul TFS există și alte exprimări alternative și metode de implementare:

$$T_y^{TWC}(s, \tau) = y(t) * \psi_s(-t) = y(t) * \bar{\psi}_s(t)$$

$$\bar{\psi}_s(t) = \sqrt{|s|} \psi(-st)$$

Deci pentru fiecare valoare pozitivă a lui s , TWC a semnalului $y(t)$ este răspunsul unui sistem liniar și invariant în timp, cu răspunsul la impuls $\bar{\psi}_s(t)$, când la intrare se aplică semnalul $y(t)$, (fig.41).

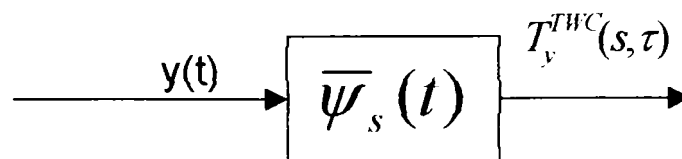


fig.41

Această exprimare stă la baza implementării filtrului optim adaptat cu semnalul ecou de bandă largă. După cum s-a arătat în [20], modelul

matematic al semnalului recepționat, în absența bruiajului este o replică retardată și scalată a semnalului de sondaj.

$$y(t) = \sqrt{s} \cdot x[s(t - \tau)]$$

Ieșirea receptorului corelațional este în acest caz :

$$R_{y..x}(s, \tau) = \sqrt{s} \int_R y(t)x^*[s(t - \tau)]dt \quad (3.4.32)$$

După cum se observă din relația (3.4.32), calculul corelațional coincide cu TWC a semnalului recepționat $y(t)$, folosind ca undișoară semnalul de sondaj $x(t)$.

$$R_{y..x}(s, \tau) = T_{y..x}^{TWC}(s, \tau) \quad (3.4.33)$$

Prelucrarea semnalului ecou pe baza acestui principiu presupune obținerea replicilor retardate și scalate ale semnalului ecou $x_{s,\tau}(t)$, care se vor folosi apoi ca și "tipare" de comparație corelațională cu semnalul ecou $y(t)$. Când cele două semnale se "potrivesc" cel mai bine, rezultă un maxim al funcției de corelație. Semnalul prezumtiv care conduce la obținerea corelației maxime furnizează o estimare a parametrilor S și τ . Schema receptorului corelațional de B.L. este prezentată în fig.42.

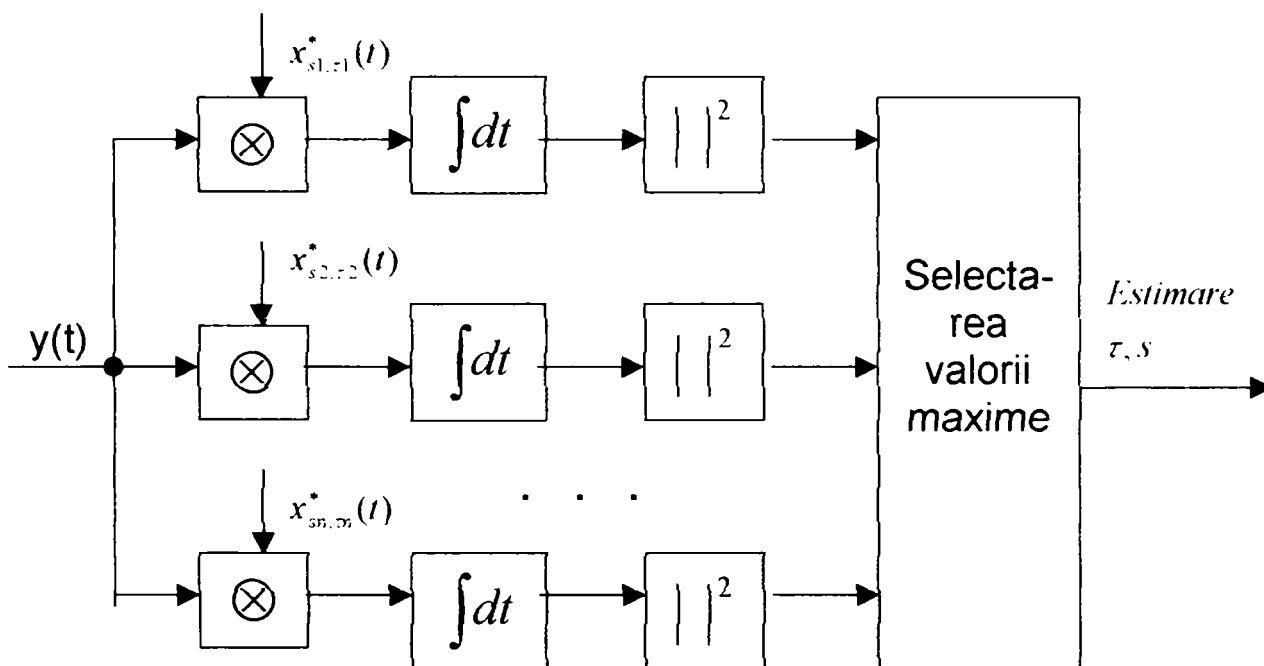
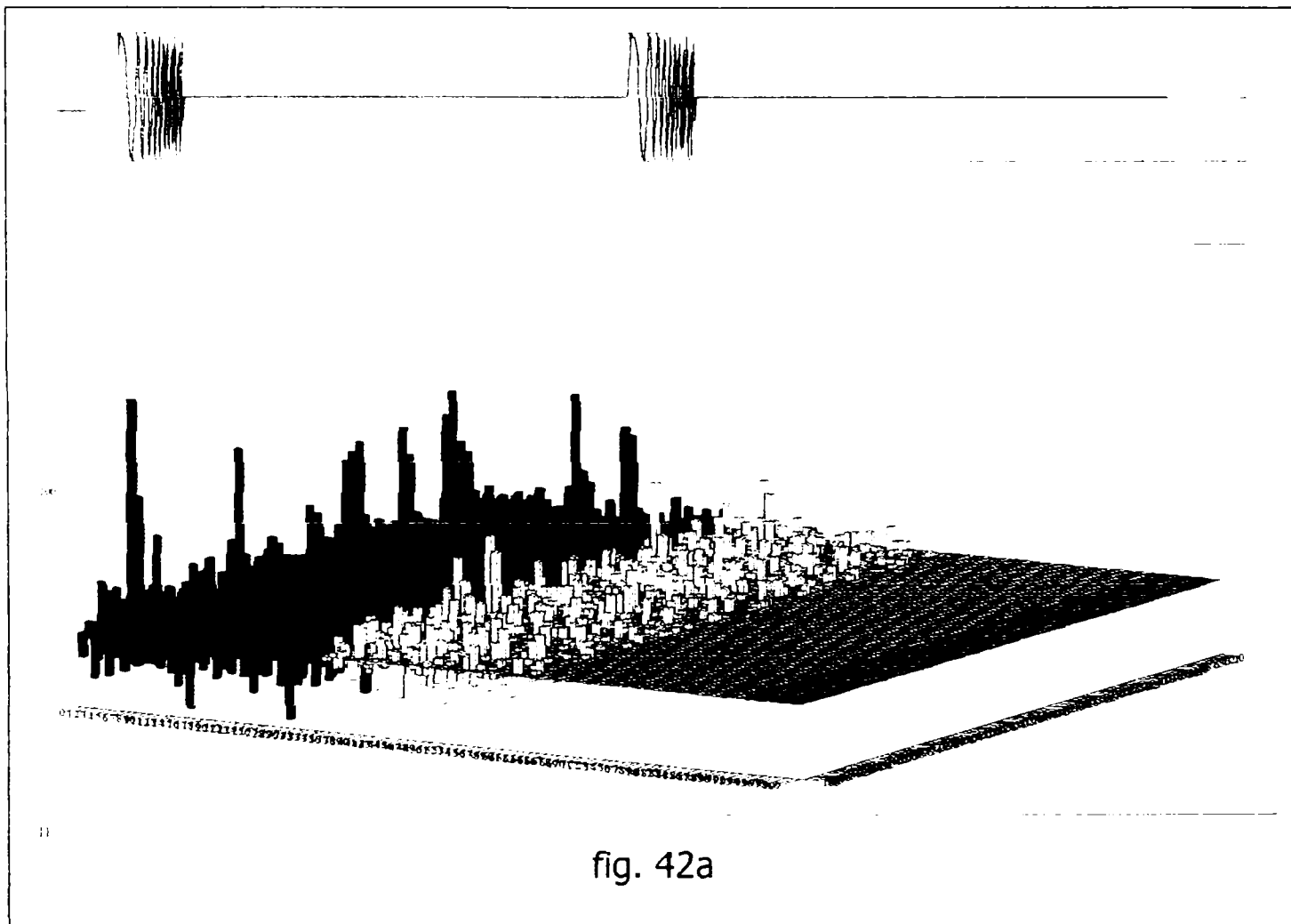


fig.42

După selectarea valorii maxime, detectarea unui obiect în zona de supraveghere radar este realizată pentru $|R_{y/x}(s_i, \tau_i)| = |T_{y/x}^{TW}(s_i, \tau_i)| \geq R_0$.

Estimarea parametrilor (s_i, τ_i) corespunde determinării vitezei radiale v_{ri} și distanței D_i a țintei. Reprezentarea tip TW a unui semnal RADAR tip CHIRP este prezentată în fig. 42a.



Prin utilizarea modelului de implementare a TWC prezentat în fig.41, se simplifică mult structura receptorului corelațional de B.L., obținându-se un banc de filtre adaptate, după coeficientul de scală S_n (fig.43)

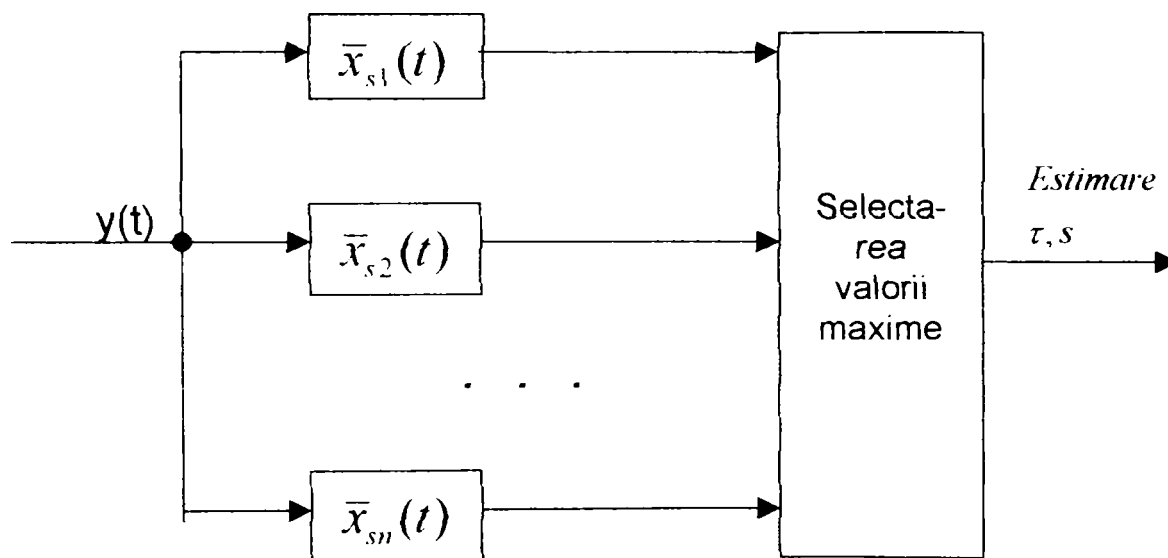


fig.43 108

Considerând acum semnalul ecou ca fiind bruiat aditiv cu perturbația $n(t)$, se obține:

$$y(t) = \sqrt{|s_1|} \cdot x[s_1(t - \tau_1)] + n(t)$$

$$R_{y,x}(\tau, s, \tau_1, s_1) = \sqrt{|s_1 s|} \int_R \left\{ x[s_1(t - \tau_1)] + \frac{1}{\sqrt{|s_1|}} n(t) \right\} x^*[s(t - \tau)] dt$$

$$R_{y,x}(\tau, s, \tau_1, s_1) = \sqrt{|s_1 s|} \int_R x[s_1(t - \tau_1)] x^*[s(t - \tau)] dt + \sqrt{|s|} \int_R n(t) x^*[s(t - \tau)] dt$$

Făcând schimbarea de variabilă $t = \frac{\alpha}{s_1} + \tau_1$ se obține:

$$R_{y,x} = \sqrt{|s_1 s|} \int_R x(\alpha) x^* \left[s \left(\frac{\alpha}{s_1} + \tau_1 - \tau \right) \right] \frac{d\alpha}{s_1} + T_{n/x}^{TWC}(s, \tau)$$

$$R_{y,x} = \sqrt{\frac{s}{|s_1|}} \int_R x(t) x^* \left[\frac{s}{s_1} (t - s_1 \Delta \tau) \right] dt + T_{n/x}^{TWC}(s, \tau)$$

Folosind notațiile: $s' = \frac{s}{s_1}$ și $\tau' = s_1(\tau - \tau_1)$ se obține:

$$R_{y,x}(s, \tau) = \sqrt{s} \int_R x(t) x^*[s(t - \tau)] dt + T_{n/x}^{TWC}(ss_1, \tau_1 + \frac{\tau}{s_1})$$

Prin analogie cu funcția de incertitudine de B.Î., primul termen al ultimei relații se definește ca fiind funcția de incertitudine de bandă largă (FIBL). Se obține astfel relația:

$$R_{y,x}(s, \tau) = T_x^{FIBL}(s, \tau) + T_{n/x}^{TWC}(ss_1, \tau_1 + \frac{\tau}{s_1}) \quad (3.4.34)$$

$$T_x^{FIBL}(s, \tau) = \sqrt{s} \int_R x(t) x^*[s(t - \tau)] dt \quad (3.4.35)$$

Funcția de incertitudine de bandă largă, descrisă de relația (3.4.35) admite un maxim absolut pentru $(s, \tau) = (1, 0)$.

$$T_x^{FIBL}(1,0) = \int_R |x(t)|^2 dt = E_x$$

În aceste condiții răspunsul filtrului corelațional adaptat la replica corespunzătoare va fi:

$$R_{y,x}(1,0) = E_x + T_{n,x}^{TWC}(s_1, \tau_1)$$

Se pot obține și exprimări alternative ale FIBL, alegerea concretă a acestora fiind determinată de specificul aplicației în care se utilizează :

$$T_x^{FIBL}(s, \tau) = \sqrt{s} \int_R x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^* \left[s \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \right] dt \quad (3.4.36)$$

Notând $t = \frac{1}{s}t' + \tau$ se obține:

$$T_x^{FIBL}(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_R x\left(\frac{t}{s} + \tau\right) x^*(t) dt \quad (3.4.37)$$

Notând $t = \frac{1}{s}t' + \tau$ se obține:

$$T_x^{FIBL}(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_R x\left(\frac{t}{s} + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - s\frac{\tau}{2}\right) dt \quad (3.4.38)$$

Funcția de incertitudine de BL se poate exprima și cu ajutorul funcției spectrale a semnalului de sondaj:

$$T_x^{FIBL}(s, \tau) = \sqrt{s} \int_R \left[\frac{1}{2\pi} \int_R X(\omega) \exp(j\omega t) d\omega \right] x^*[s(t - \tau)] dt$$

$$T_x^{FIBL}(s, \tau) = \frac{1}{2\pi\sqrt{s}} \int_R X(\omega) X^*\left(\frac{\omega}{s}\right) \exp(j\omega\tau) d\omega \quad (3.4.39)$$

$$T_x^{FIBL}(s, \tau) = \frac{\sqrt{s}}{2\pi} \int_R X(s\omega) X^*(\omega) \exp(js\omega\tau) d\omega \quad (3.4.40)$$

După cum s-a afirmat și în capitolul 3.2 problema esențială care trebuie

rezolvată în cadrul procesării primare a semnalului radar este atenuarea pe cât posibil a termenului perturbator din relația (3.4.34), care se regăsește la ieșirea filtrului corelațional de BL, împreună cu semnalul util de tip funcție de incertitudine. Spre deosebire însă de situația prezentată în (3.2) termenul perturbator este prezent sub forma unei reprezentări de tip TWC, care este adecvată semnalelor nestaționare. De asemenea și funcția de incertitudine de BL este sub forma unei TWC, arătându-se în lucrarea [19] importanța acesteia în modelarea semnalului ecou cu spectru împrăștiat (de bandă foarte largă) și a semnalelor ecou care provin de la ținte cu viteză foarte mare, comparabilă cu viteza de propagare a undei exploratoare a mediului.

Pentru implementarea schemei de rejecție a perturbației se consideră la intrarea corelatorului i , semnalul: $y(t) = y_u(t) + n(t)$, unde $y_u(t)$ reprezintă semnalul util. La ieșirea corelatorului se obține:

$$R_{y,x}(s_i, \tau_i) = \int_R y(t) x_{s_i, \tau_i}^*(t) dt = \sqrt{s_i} \int_R y_u(t) x_{s_i}^*[s_i(t - \tau_i)] dt + \sqrt{s_i} \int_R n(t) x_{s_i}^*[s_i(t - \tau_i)] dt$$

$$R_{y,x}(s_i, \tau_i) = T_{y_u/x}^{TWC}(s_i, \tau_i) + T_{n/x}^{TWC}(s_i, \tau_i) \quad (3.4.41)$$

Pentru o separare temporală a perturbației de semnalul util se va folosi o perioadă de "tăcere", înaintea emisiei semnalului de sondaj, perioadă în care se recepționează numai perturbația $n(t + \Delta t)$ și se calculează:

$$T_n = \sqrt{s_i} \int_R n(t + \Delta t) x_{s_i}^*[s_i(t + \Delta t - \tau_i)] dt = \sqrt{s_i} \int_R n(t) x_{s_i}^*[s_i(t - \tau_i)] dt = T_{n/x}^{TWC}(s_i, \tau_i)$$

Astfel canalul i al receptorului corelațional din fig. 17 se va completa cu o celulă de compensare, (fig. 44).

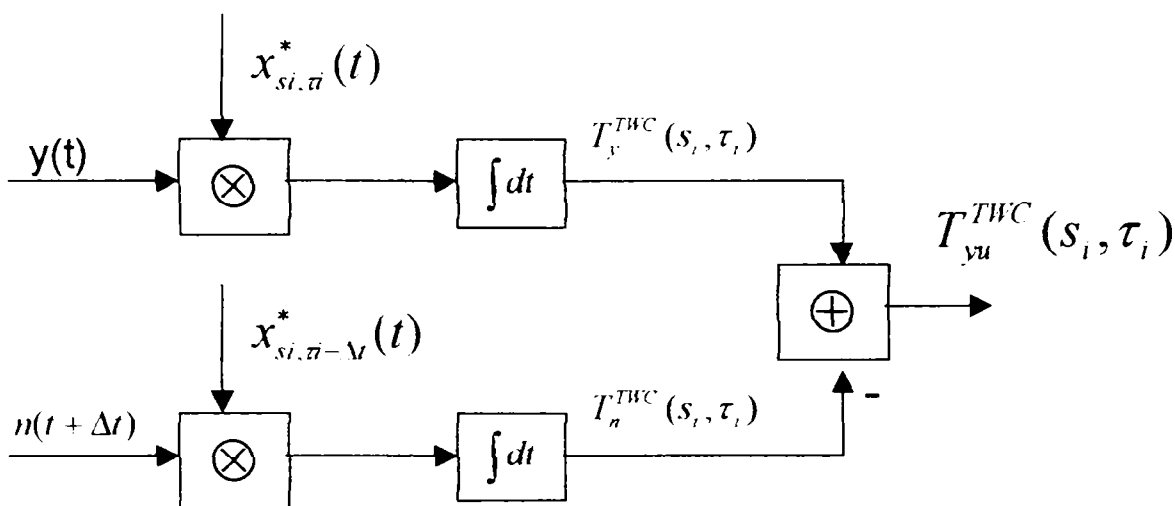


fig.44

Se observă că prelevarea perturbației pentru calculul termenului compensator se face în avans față de momentul recepției și procesării semnalului ecou, aceasta fiind de fapt modalitatea fizică de separare a perturbației. Evident în cazul unor bruiaje puternic nestaționare coeficientul compensator T_n poate să difere într-o oarecare măsură de coeficientul real al perturbației $T_n^{TWC}(s_i, \tau_i)$. Dar oricum se poate presupune că el va prezenta o stabilitate mai bună decât coeficienții de natură pur temporală sau pur spectrală, iar compensarea în spațiul reprezentării de tip TW va da rezultate mai bune decât compensarea în alte spații de reprezentare. În plus, prin calculul TWC se rezolvă și problema filtrării adaptive a semnalului ecou.

Cum perturbația $n(t)$ este un semnal aleator, atunci și

$$T_{n \ x}^{TWC}(s_i, \tau_i) = \sqrt{s_i} \int_R n(t) x^*[s_i(t - \tau_i)] dt \text{ va fi o variabilă aleatoare cu media :}$$

$$E\{T_n\} = E\left\{ \sqrt{s_i} \int_R n(t) x^*[s_i(t - \tau_i)] dt \right\} = \sqrt{s_i} \int_R E\{ n(t) x^*[s_i(t - \tau_i)] \} dt$$

Dar $x[s_i(t - \tau_i)]$ este un semnal determinist și pentru orice valoare t_0

se poate scrie :

$$E\{ x^*[s_i(t_0 - \tau_i)] \} = x^*[s_i(t_0 - \tau_i)]$$

Se obține astfel:

$$E\{T_n\} = \sqrt{s_i} \int_R E\{n(t)\} x^*[s_i(t-\tau_i)] dt = T_{E\{n(t)\}}^{IWC}(s_i, \tau_i) = T_{\bar{n}(t)}(s_i, \tau_i) \quad (3.4.42)$$

$$E\{T_n^2\} = E\left\{s_i \int_R n(t) x^*[s_i(t-\tau_i)] dt \cdot \int_R n^*(t') \cdot x[s_i(t'-\tau_i)] dt'\right\} =$$

$$= s_i \cdot E\left\{\iint_{R^2} n(t) \cdot n^*(t') \cdot x[s_i(t-\tau_i)] \cdot x^*[s_i(t'-\tau_i)] dt dt'\right\} =$$

$$= s_i \cdot \iint_{R^2} x[s_i(t-\tau_i)] \cdot x^*[s_i(t'-\tau_i)] \cdot E\{n(t) \cdot n^*(t')\} dt dt' =$$

$$= s_i \cdot \iint_{R^2} x[s_i(t-\tau_i)] \cdot x^*[s_i(t'-\tau_i)] \cdot r_{nn}(t, t') dt dt'$$

$r_{nn}(t, t')$ – reprezintă autocorelația perturbației nestaționare

Dispersia variabilei aleatoare T_n va fi:

$$\sigma_{T_n}^2 = E(T_n^2) - E^2(T_n) = s_i \cdot \iint_{R^2} x[s_i(t-\tau_i)] \cdot x^*[s_i(t'-\tau_i)] \cdot r_{nn}(t, t') dt dt' -$$

$$- s_i \cdot \iint_{R^2} x[s_i(t-\tau_i)] \cdot x^*[s_i(t'-\tau_i)] \cdot \overline{n(t) \cdot n^*(t')} dt dt' = s_i \cdot \iint_{R^2} [r_{nn}(t, t') - \overline{n(t) \cdot n^*(t')}] x[s_i(t-\tau_i)] \cdot x^*[s_i(t'-\tau_i)] \cdot dt dt'$$

unde s-a notat $\overline{n(t)} = E[n(t)]$

Este interesant de calculat integrala dublă a dispersiei după variabilele s_i, τ_i . Se obține:

$$\iint_{R^2} \sigma_{T_n}^2(s_i, \tau_i) ds_i d\tau_i = \iint_{R^2} [r_{nn}(t, t') - \overline{n(t) \cdot n^*(t')}] \cdot \iint_{R^2} x[s_i(t-\tau_i)] \cdot x^*[s_i(t'-\tau_i)] \cdot ds_i d\tau_i \cdot dt dt'$$

Dacă se aproximează $x_{s_i, \tau_i}(t)$ cu funcții ortogonale, se obține:

$$\iint_{R^2} \sigma_{T_n}^2(s_i, \tau_i) ds_i d\tau_i = \iint_{R^2} [r_{nn}(t, t') - \overline{n(t) \cdot n^*(t')}] \cdot \int (t-t') dt dt' = \iint_{R^2} [r_{nn}(t, t') - \overline{n(t) \cdot n^*(t')}] \cdot \int_R (t-t') dt dt' =$$

$$= \iint_{R^2} [r_{nn}(t, t') - \overline{n(t) \cdot n^*(t')}] \cdot \int_R (t-t') dt dt' = \int_R [r_{nn}(t, t') - \overline{n(t)}^2] dt = \int_R [|\overline{n(t)}|^2 - \overline{n(t)}^2] dt = \int_R \overline{n^2(t)} dt - \int_R \overline{n(t)}^2 dt$$

$$\iint_{R^2} \sigma_{T_n}^2(s_i, \tau_i) ds_i d\tau_i = \overline{P_n} - P_n \quad (3.4.43)$$

Relația (3.4.43) prezintă în membrul drept o constantă ce semnifică diferența dintre puterea medie a perturbației și puterea mediei perturbației.

Deci $\sigma_{T_n}^2$ reprezintă o diferență de distribuții de puteri în raport cu s_i, τ_i .

Concluzionând, se poate observa că prin acest procedeu de procesare se rezolvă într-o oarecare măsură problema nestaționarității, utilizându-se în calcule variabila aleatoare T_n , care are media și dispersia constante, (date de relațiile (3.4.42), respectiv (3.4.43)).

Compensarea se poate face la fel și în cazul bancului de filtre adaptate.

Astfel caracteristica de frecvență a filtrului i va fi:

$$\bar{X}_{s_i}(\omega) = F\{\bar{x}_{s_i}(t)\} = F\{\sqrt{s_i} \cdot x(-s_i \cdot t) \cdot e^{-j\omega t}\} = \sqrt{s_i} \cdot \int_R x(-s_i \cdot t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

$$(-s_i \cdot t) = \alpha \quad dt = -\frac{d\alpha}{s_i}$$

$$\bar{X}_{s_i}(\omega) = -\frac{1}{\sqrt{s_i}} \cdot \int_R x(t) \cdot e^{-j\omega \frac{t}{s_i}} dt = \frac{1}{\sqrt{s_i}} \cdot \left[\int_R x^*(t) \cdot (e^{-j\omega \frac{t}{s_i}})^* dt \right]^* = \frac{1}{\sqrt{s_i}} \cdot X^*\left(\frac{\omega}{s_i}\right)$$

$$Y(t) = \sqrt{s} \cdot x[s(t - \tau)] + n(t) = Y_u(t) + n(t)$$

$$Y(\omega) = Y_u(\omega) + N(\omega)$$

La ieșirea filtrului se va obține:

$$Y_e(\omega) = Y(\omega) \cdot \frac{1}{\sqrt{s_i}} \cdot X^*\left(\frac{\omega}{s_i}\right) = Y_u(\omega) \cdot \frac{1}{\sqrt{s_i}} \cdot X^*\left(\frac{\omega}{s_i}\right) + N(\omega) \cdot \frac{1}{\sqrt{s_i}} \cdot X^*\left(\frac{\omega}{s_i}\right) \quad (3.4.44)$$

$$y_e(t) = F^{-1}\{Y_e(\omega)\} = y_u(t) + F^{-1}\left\{\frac{N(\omega)}{\sqrt{s_i}} \cdot X^*\left(\frac{\omega}{s_i}\right)\right\}$$

$$y_p(t) = F^{-1}\left\{\frac{N(\omega)}{\sqrt{s_i}} \cdot X^*\left(\frac{\omega}{s_i}\right)\right\} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_R \frac{N(\omega)}{\sqrt{s_i}} \cdot X^*\left(\frac{\omega}{s_i}\right) \cdot e^{j\omega t} d\omega$$

$$y_p(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_R \int_R n(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau \cdot \frac{1}{\sqrt{s_i}} \cdot X^*\left(\frac{\omega}{s_i}\right) \cdot e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \cdot \iint_{R^2} n(\tau) \frac{1}{\sqrt{s_i}} \cdot X^*\left(\frac{\omega}{s_i}\right) \cdot e^{j\omega(t-\tau)} d\omega d\tau =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{s_i}} \cdot \int_R n(\tau) \cdot \int_R X^*\left(\frac{\omega}{s_i}\right) \cdot e^{j\omega(t-\tau)} d\omega d\tau$$

$$\frac{\omega}{s_i} = \alpha \quad d\omega = s_i \cdot d\alpha \quad \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
 y_p(t) &= \frac{\sqrt{s_i}}{2\pi} \cdot \int_R n(\tau) \cdot \int_R X^*(\omega) \cdot e^{i \cdot s_i \cdot \omega(t-\tau)} d\omega d\tau = \\
 &= \int_R n(\tau) \cdot \sqrt{s_i} \cdot x^*[s_i(\tau-t)] \cdot d\tau = \\
 &= \int_R n(\tau + \Delta t) \cdot \sqrt{s_i} \cdot x^*[s_i(\tau + \Delta t - t)] \cdot d\tau \quad (3.4.45)
 \end{aligned}$$

Pe baza relațiilor (3.4.44) și (3.4.45), bancul de filtre din fig. 43 se poate completa, obținându-se sistemele prezentate în figura 45.

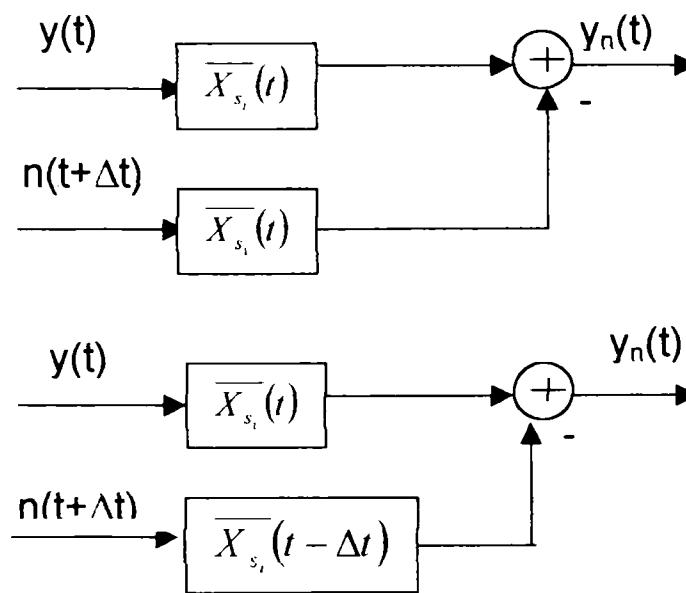


fig. 45

Având în vedere relația (3.4.42) celula de compensare din fig.44 se poate completa, obținându-se sistemul prezentat în fig. 45a.

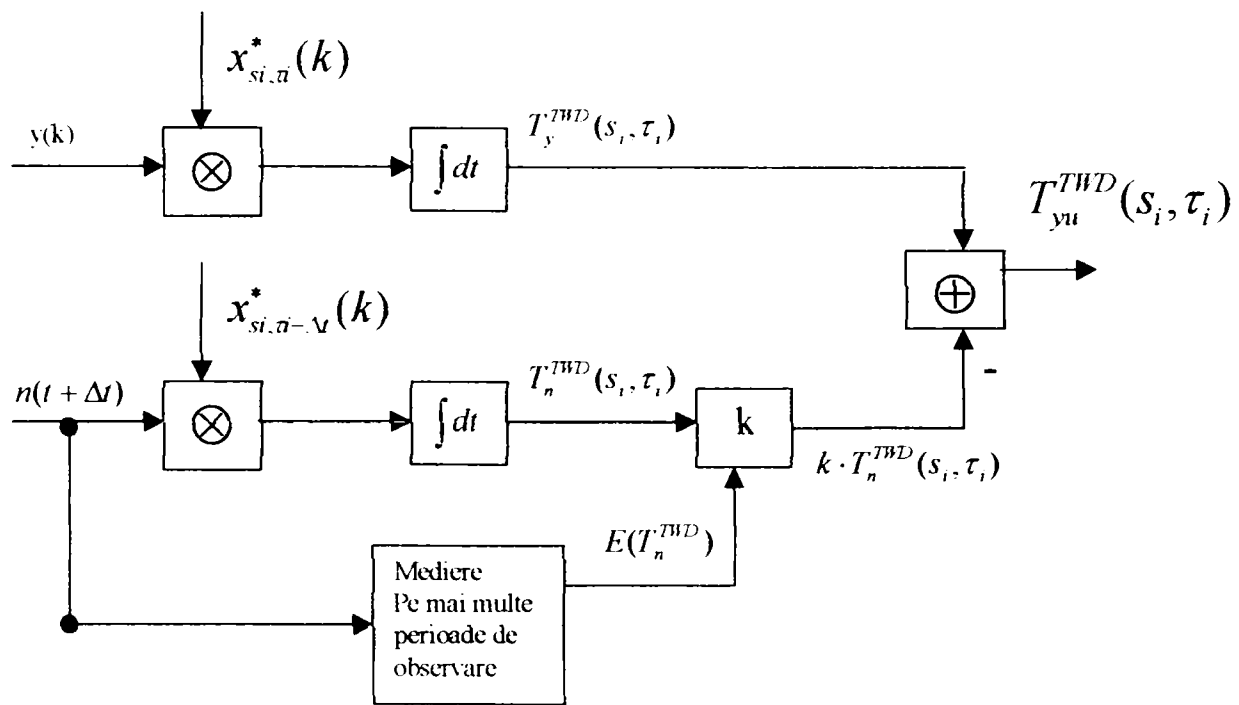


fig. 45a

Rezultatele obținute prin acest algoritm, aplicat la procesarea unui semnal MLF (CHIRP), sunt prezentate comparativ cu metodele de procesare clasica (BI) în fig. 45b, 45c, 45d, 45e, 45f, 45g, 45h.

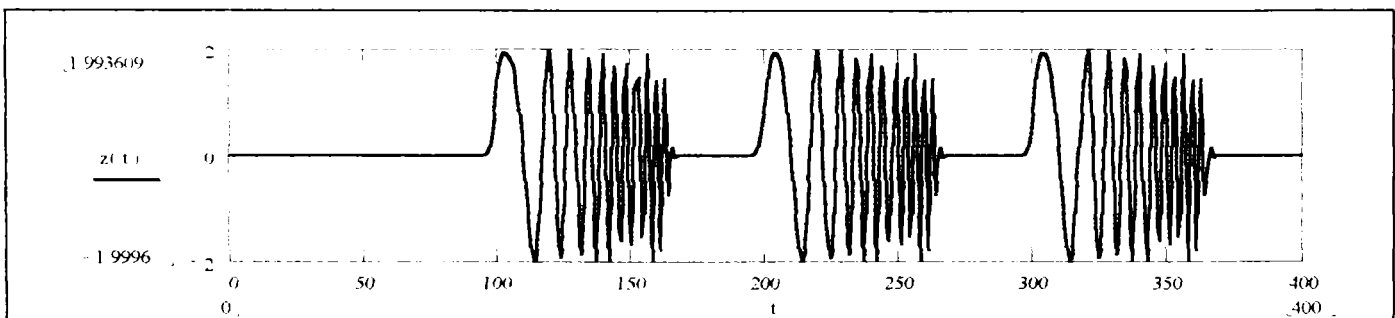


fig. 45b Semnal ecou RADAR, MLF, coeficient de scalare s=2 cu trei ținte.

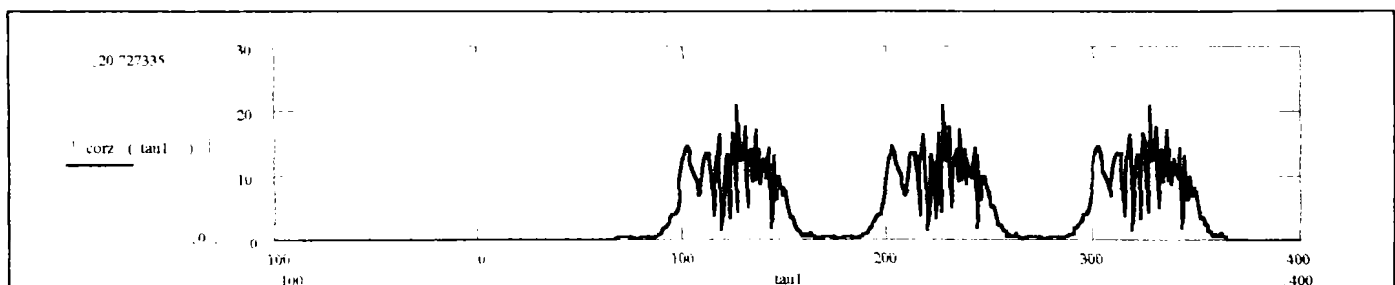


fig. 45c Semnal ieșire filtru corelațional de BÎ (procesare clasică).

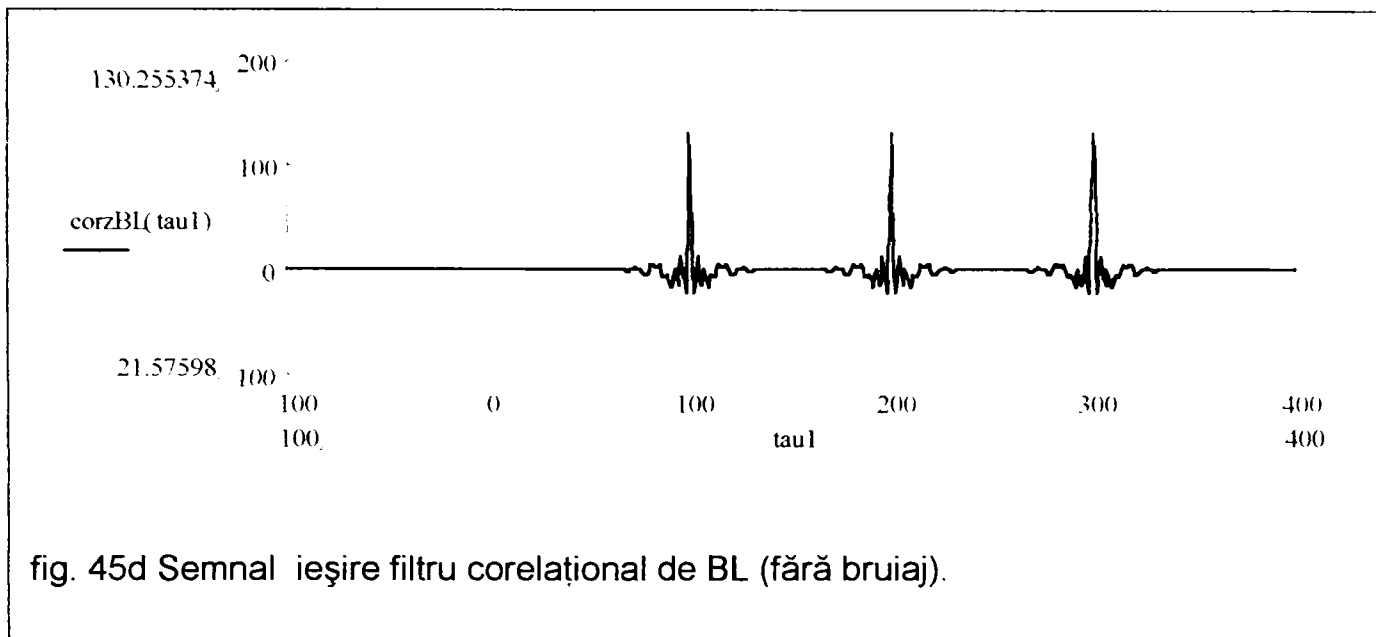


fig. 45d Semnal ieșire filtru corelațional de BL (fără bruiaj).

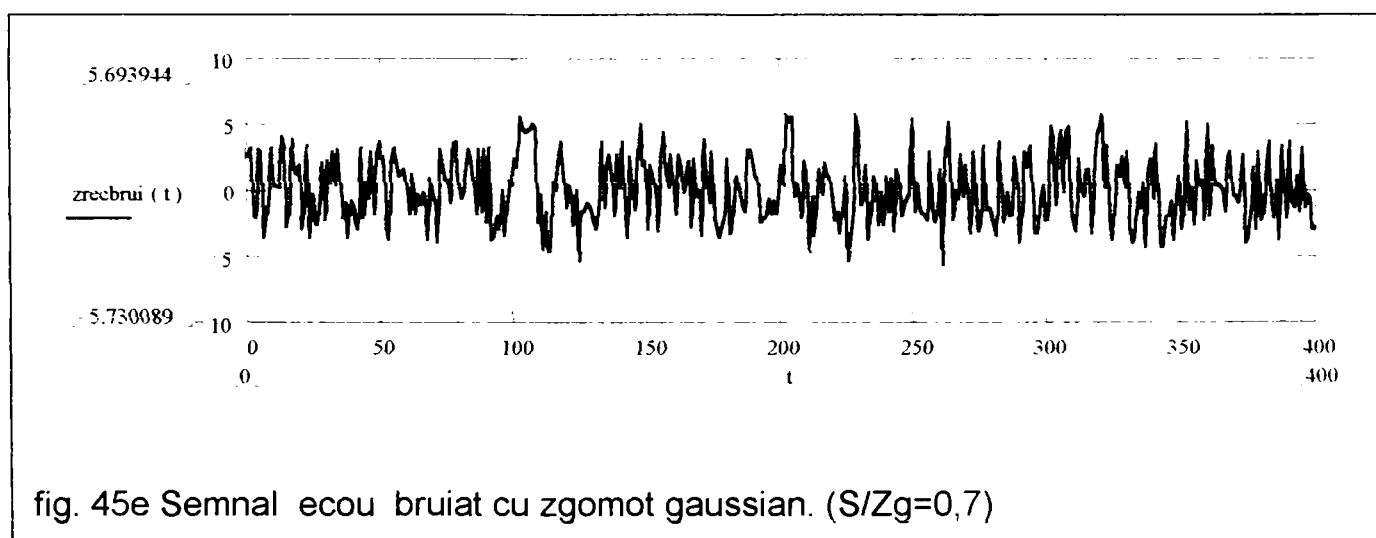


fig. 45e Semnal ecou bruiat cu zgomot gaussian. (S/Zg=0,7)

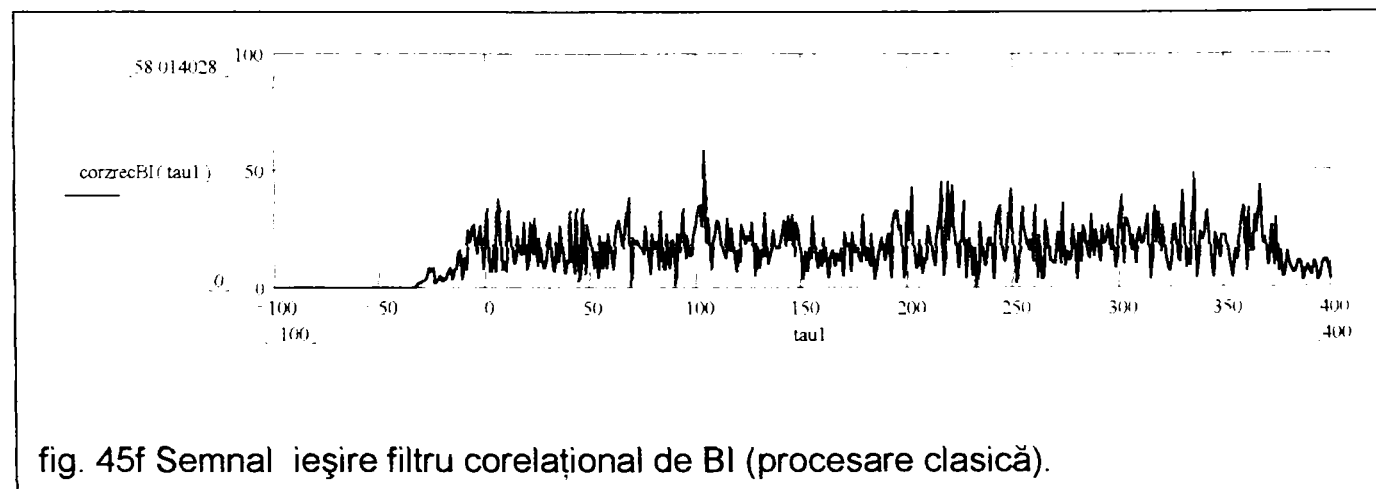


fig. 45f Semnal ieșire filtru corelațional de BI (procesare clasică).

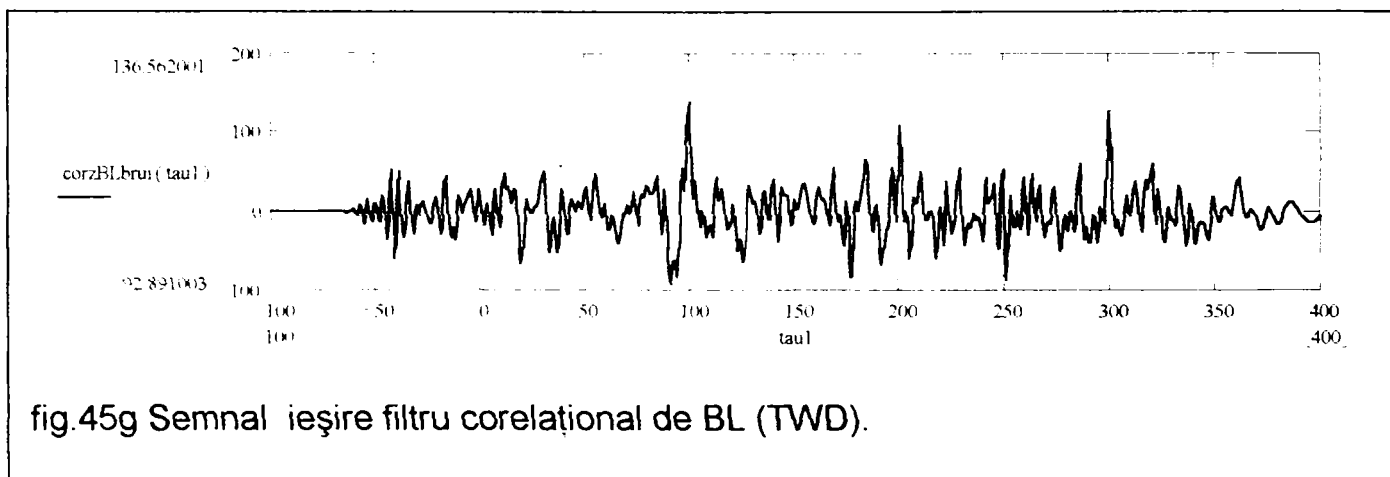


fig.45g Semnal ieșire filtru corelațional de BL (TWD).

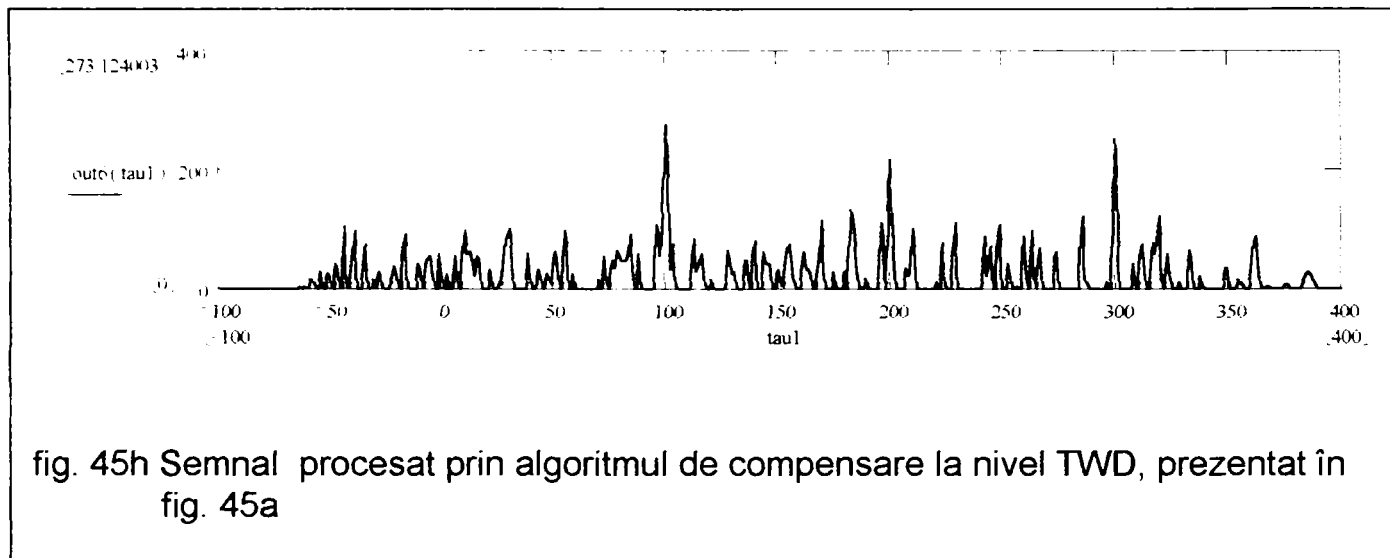


fig. 45h Semnal procesat prin algoritmul de compensare la nivel TWD, prezentat în fig. 45a

Rezultatele comparative obținute, pentru același tip de semnal, dar coeficienți de scalare diferiți, sunt prezentate în fig. 45i, 45j, 45k, 45l, 45m, 45n.

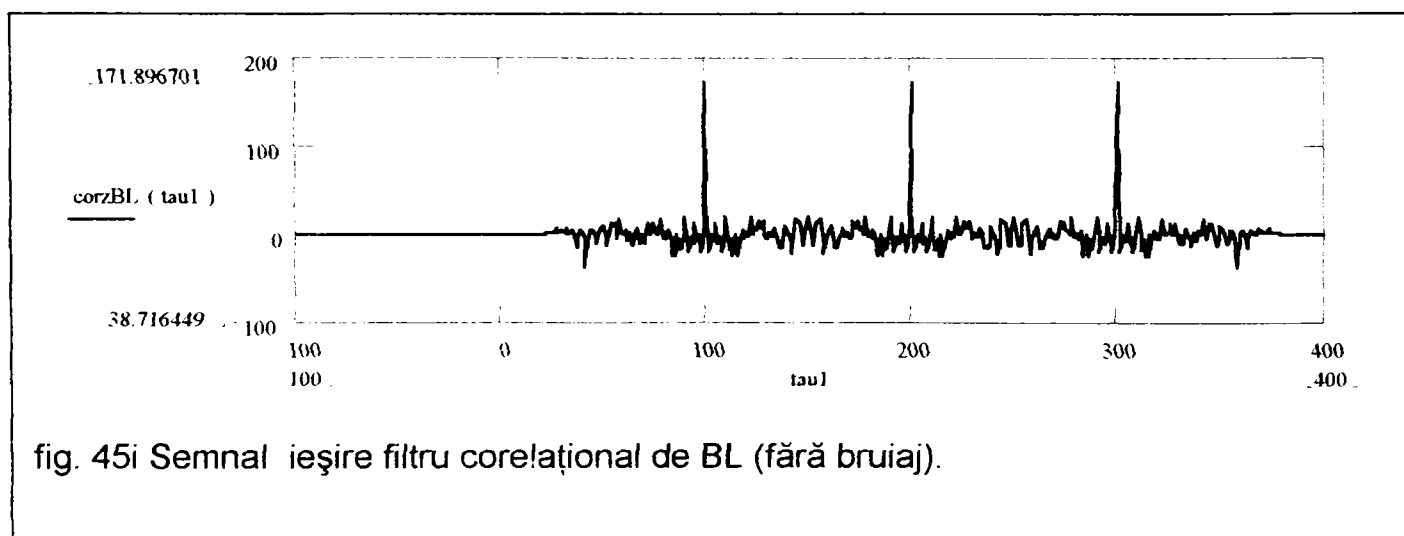


fig. 45i Semnal ieșire filtru corelațional de BL (fără bruiaj).

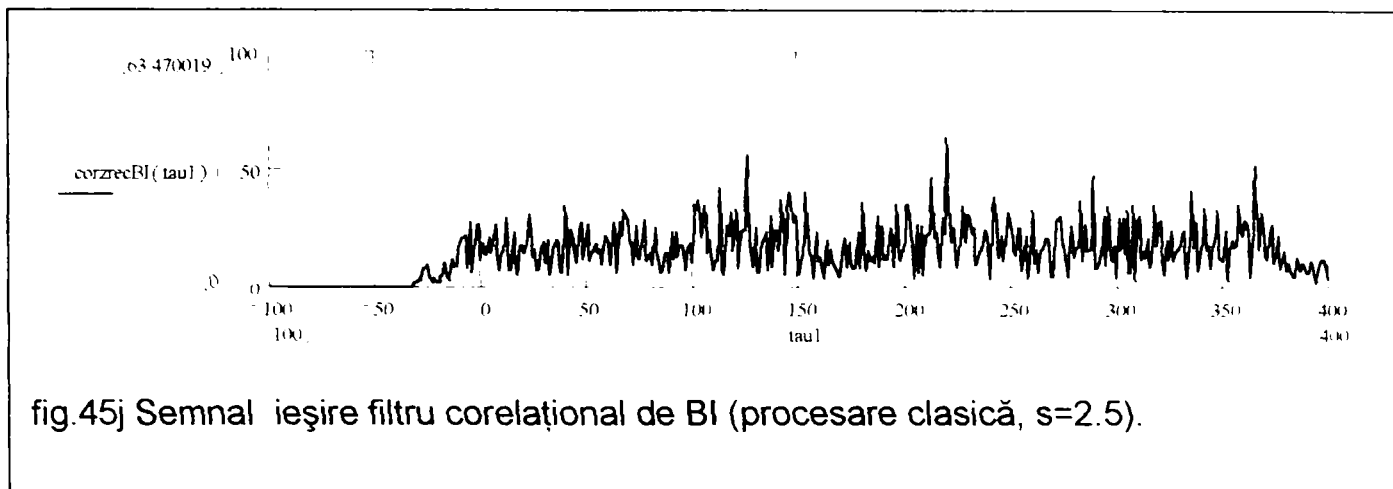


fig.45j Semnal ieșire filtru corelațional de BI (procesare clasică, $s=2.5$).

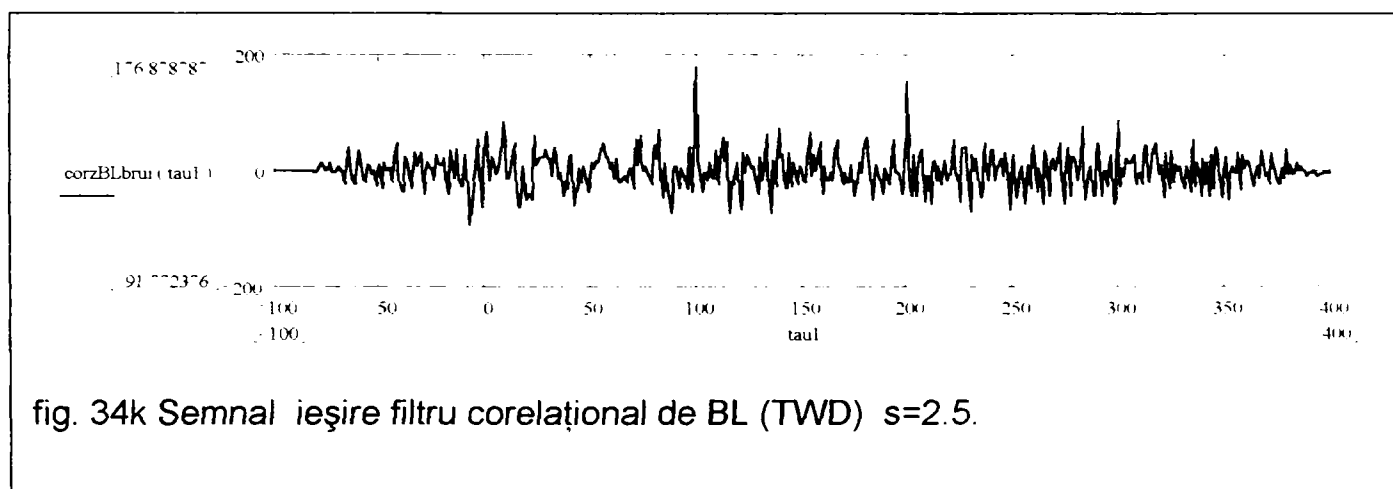


fig. 34k Semnal ieșire filtru corelațional de BL (TWD) $s=2.5$.

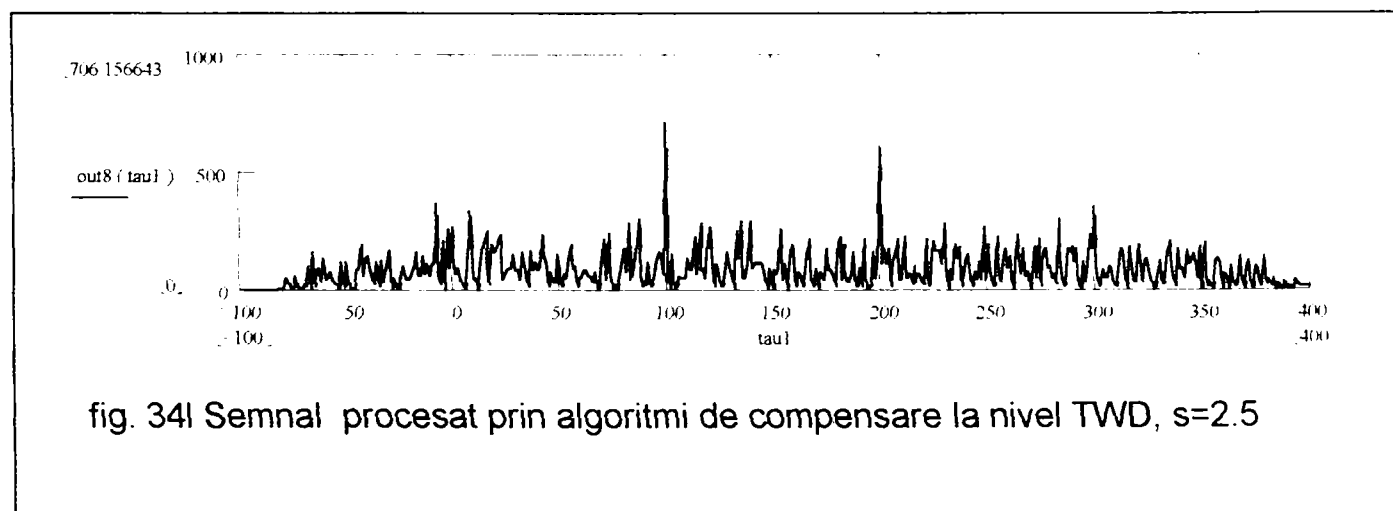


fig. 34l Semnal procesat prin algoritmi de compensare la nivel TWD, $s=2.5$

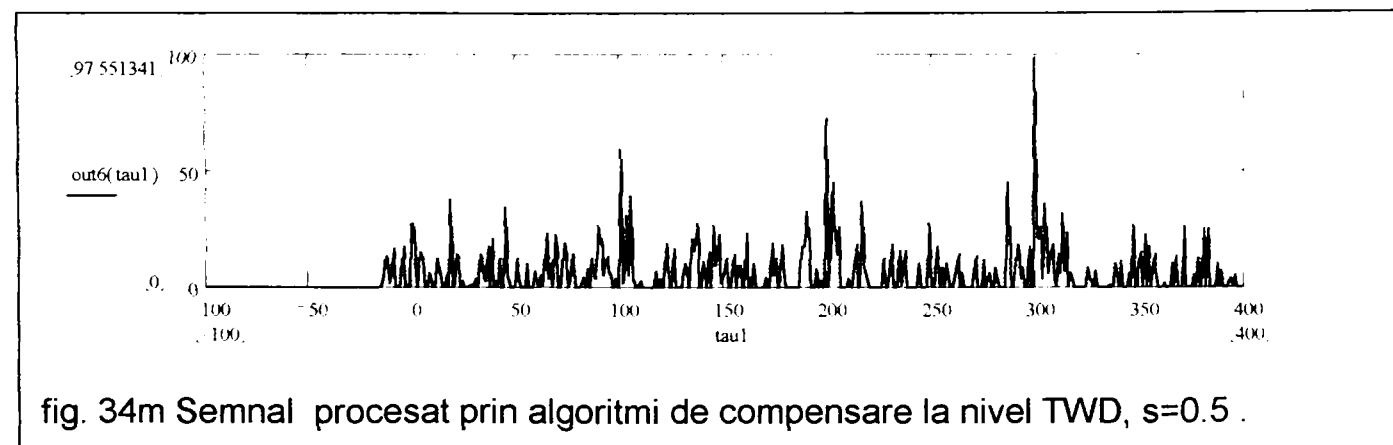


fig. 34m Semnal procesat prin algoritmi de compensare la nivel TWD, $s=0.5$.

Sistemele prezentate pot să îmbunătățească semnificativ raportul semnal util/perturbație prin utilizarea simultană a două procedee: filtrare adaptivă, respectiv compensarea componentelor perturbatoare în spațiul de reprezentare timp – frecvență de tipul TW. În cazul exemplului prezentat raportul Semnal/Zgomot se îmbunătățește de la 0,7 la 2,5. Totuși, în cazul unor semnale perturbatoare puternic nestaționare, de aceeași formă ca replica așteptată a semnalului ecou, sistemul de compensare poate introduce erori prin însumarea unor componente perturbative preluate în perioada de „ascultare” și care nu mai există în perioada de procesare. Aceste erori se manifestă fie prin anularea unui semnal util, în cazul în care acesta există, fie prin apariția unui „ecou” fals de valoare negativă în cazul în care nu există semnal util. Ultima situație se poate rezolva din punct de vedere tehnic considerându-se semnalul util cu valoarea pozitivă, componentele negative ale compensării eronate eliminându-se automat. Prima situație se poate și ea rezolva printr-un procedeu al radiolocației clasice și anume detecția cumulativă pe mai multe perioade de observare, având în vedere că semnalul perturbator este singular.

Se demonstrează astfel că tehnica de procesare prezentată este complementară tehnicilor radiolocației clasice.

3.6. Determinarea parametrilor semnalului ecou pe baza procedeelelor comparative ale funcțiilor de incertitudine de BL.

După efectuarea detecției semnalului util se pune problema determinării cât mai exacte a parametrilor purtători de informație ai acestuia: s_i , respectiv τ_i . În paragraful 3.4 simultan cu detecția se realizează și selecția, respectiv determinarea parametrilor:

$$\tau_i = \frac{2 \cdot D_i}{c} \quad \text{și} \quad s_i = \frac{c + v_i}{c - v_i}$$

O altă metodă de determinare a acestor parametri ar fi posibilă prin compararea funcțiilor de incertitudine a semnalului ecou, respectiv a semnalului transmis și calculul efectiv al acestora printr-o relație matematică.

Astfel reprezentările tip funcție de incertitudine de bandă largă a celor două semnale vor fi:

$$T_x^{FIBL}(s, \tau) = \sqrt{s} \cdot \int_R x(t) \cdot x^*[s(t - \tau)] dt$$

$$T_y^{FIBL}(s, \tau) = \sqrt{s} \cdot \int_R y(t) \cdot y^*[s(t - \tau)] dt$$

Considerând $y(t) = \sqrt{s_i} \cdot x[s_i(t - \tau_i)]$ se obține:

$$T_y^{FIBL}(s, \tau) = \sqrt{s} \cdot \int_R \sqrt{s_i} \cdot x[s_i(t - \tau_i)] \cdot \sqrt{s_i} \cdot x^*[s_i(s(t - \tau) - \tau_i)] dt =$$

$$= \sqrt{s} \cdot s_i \cdot \int_R x[s_i(t - \tau_i)] \cdot x^*[s_i \cdot s \cdot t - s_i \cdot s \cdot \tau - s_i \cdot \tau_i] dt$$

$$t = \frac{t'}{s_i} + \tau_i$$

$$T_y^{FIBL}(s, \tau) = \sqrt{s} \cdot \int_R x(t') \cdot x^*[s \cdot t' + s_i \cdot s \cdot \tau_i - s_i \cdot s \cdot \tau - s_i \cdot \tau_i] dt'$$

$$\frac{T_y^{FIBL}(1, \tau_0)}{T_x^{FIBL}(1, \tau_0)} = \frac{\int_R x(t) \cdot x^*[t - s_i \cdot \tau_0] dt}{\int_R x(t) \cdot x^*[t - \tau_0] dt}$$

Având în vedere că funcția de autocorelație a semnalului de sondaj este:

$$R_{xx}(\tau) = \int_R x(t) \cdot x^*(t - \tau) dt, \text{ ultima relație devine:}$$

$$R_{xx}(s_i \cdot \tau_0) = R_{xx}(\tau_0) \cdot \frac{T_y^{FIBL}(1, \tau_0)}{T_x^{FIBL}(1, \tau_0)}$$

$$s_i = \frac{1}{\tau_0} \cdot R_{xx}^{-1} \left\{ R_{xx}(\tau_0) \cdot \frac{T_y^{FIBL}(1, \tau_0)}{T_x^{FIBL}(1, \tau_0)} \right\} \quad (3.4.46)$$

Dar $R_{xx}(\tau_0) = T_x^{FIBL}(1, \tau_0)$, și relația (46) devine:

$$s_i = \frac{1}{\tau_0} \cdot R_{xx}^{-1} \left\{ T_y^{FIBL}(1, \tau_0) \right\} \quad (\forall) \tau_0 \neq 0 \quad (3.4.47)$$

Relația (3.4.47) oferă o formulă de calcul a parametrului de scală s_i pe

baza funcției de incertitudine a semnalului ecou $y(t)$ și a inversei funcției de autocorelație a semnalului de sondaj $x(t)$, R_{xx}^{-1} .

Dacă se calculează:

$$\frac{T_y^{FIBL}(s_0, 0)}{T_x^{FIBL}(s_0, 0)} = \frac{\int_R x(t) \cdot x^*[s_0 t + \tau_i \cdot s_i (s_0 - 1)] dt}{\int_R x(t) \cdot x^*(s_0 \cdot t) dt} = \frac{F_{xx}[\tau_i \cdot s_i (s_0 - 1)]}{F_{xx}(0)}$$

unde s-a notat cu $F_{xx}(\tau)$, funcția:

$$F_{xx}(\tau) = \int_R x(t) \cdot x^*(s_0 \cdot t + \tau) dt$$

se obține:

$$F_{xx}(\tau_i \cdot s_i (s_0 - 1)) = F_{xx}(0) \frac{T_y^{FIBL}(s_0, 0)}{T_x^{FIBL}(s_0, 0)}$$

$$\tau_i = \frac{1}{s_i (s_0 - 1)} \cdot F_{xx}^{-1} \left\{ \frac{F_{xx}(0) \cdot T_y^{FIBL}(s_0, 0)}{T_x^{FIBL}(s_0, 0)} \right\} \quad (3.4.48)$$

$$(\forall) s_0 \neq 1, s_i \neq 0$$

Dar

$$F_{xx}(0) = \int_R x(t) \cdot x^*(s_0 \cdot t) dt$$

$$T_x^{FIBL}(s_0, 0) = \sqrt{s_0} \cdot \int_R x(t) \cdot x^*(s_0 \cdot t) dt$$

și astfel relația (3.4.48) devine:

$$\tau_i = \frac{1}{s_i (s_0 - 1)} \cdot F_{xx}^{-1} \left\{ \frac{1}{\sqrt{s_0}} \cdot T_y^{FIBL}(s_0, 0) \right\} \quad (3.4.49)$$

$$(\forall) s_0 \neq 1, s_i \neq 0$$

Pe baza relațiilor (3.4.47) și (3.4.49) și având în vedere că funcțiile F_{xx}^{-1} și R_{xx}^{-1} sunt cunoscute, putând fi memorate, se poate implementa un sistem de calcul a acestor parametri (fig. 46).

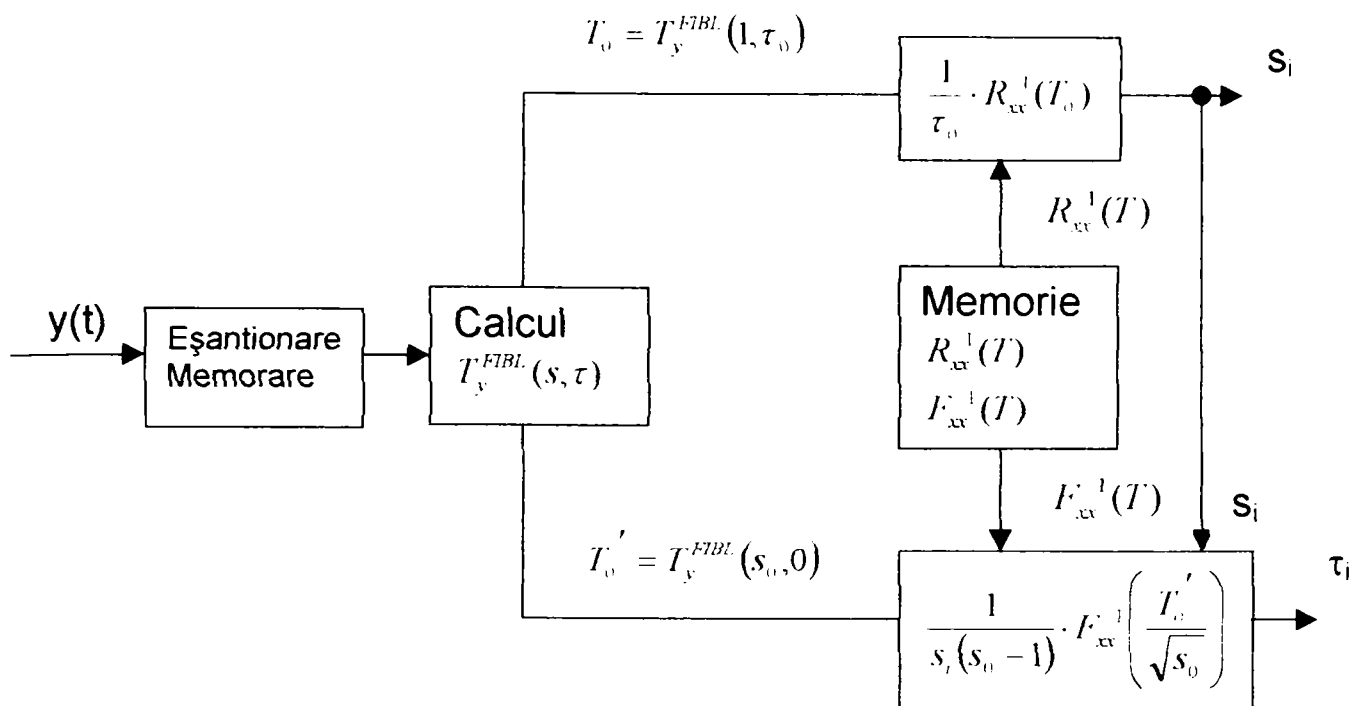


fig.46

În algoritmul de calcul prezentat nu se ține seama de acțiunea perturbației asupra semnalului recepționat $y(t)$, deoarece se consideră că în această etapă a procesării perturbația $n(t)$ este deja eliminată prin alte metode, iar semnalul $y(t)$ refăcut. Scopul acestei etape a algoritmului de procesare este doar de a îmbunătăți precizia de determinare a parametrilor (s_i, τ_i) , care în cazul existenței unor sisteme de calcul performante poate fi superioară celei obținute în cazul relației cu filtre corelaționale sau adaptive.

3.7. Discretizarea TW și a FIBL. Aplicații în procesarea semnalului RADAR.

Din punct de vedere aplicativ problema discretizării acestor reprezentări t-s este foarte importantă deoarece prelucrarea semnalului prin algoritmi prezentați se pretează aproape în totalitate la procesarea digitală. Chiar și în cazul selecției cu filtre, răspunsul acestora reprezintă o mulțime discretă de coeficienți Wavelet, în raport cu factorul de scală: $T_v^{TWC}(s_i, \tau)$.

Se pune astfel problema, ca și în cazul discretizării TFS a unei densități minime de eșantionare, iar în cazul bancului de filtre adaptate a unui ecart maxim acceptabil $\Delta s_{max} = s_{i+1} - s_i$. Densitatea maximă de eșantionare se obține dacă coordonatele punctelor de eșantionare coincid cu coordonatele centrelor celulelor de rezoluție, care sunt date de proprietățile funcției generatoare $\Psi(t)$, de proprietățile transformatei Fourier a acesteia $\Psi(\omega)$ și de valoarea factorului de scală s. Astfel notând cu $2R_{\hat{\varphi}}$ lărgimea de bandă a acesteia se poate afirma că în cazul acestei reprezentări celula de rezoluție este dată de produsul cartezian:

$$\left[\tau - \frac{R_{\Psi}}{s}; \tau + \frac{R_{\Psi}}{s} \right] \times \left[s \cdot \omega_0 - s \cdot R_{\hat{\varphi}}; s \cdot \omega_0 + s \cdot R_{\hat{\varphi}} \right]$$

Se arată în [64] că aria acestor celule de rezoluție este constantă și independentă de s, iar legea care descrie repartiția coordonatelor centrelor celulelor de rezoluție în planul t – s este:

$$s_m = a_0 \cdot s_{m-1} = a_0^m \cdot s_0$$

$$\tau_n = n \cdot a_0^{-m} \cdot \tau_0 \quad m, n \in Z$$

$$a_0 = \frac{s_m}{s_{m-1}} = \frac{\omega_m}{\omega_{m-1}} \quad - \text{ reprezintă raportul factorilor de scală a două celule}$$

învecinate sau a frecvențelor centrale a două celule de rezoluție învecinate. În aceste condiții:

$$\Psi_{m,n}(t) = \sqrt{a_0^m \cdot s_0} \cdot \Psi[a_0^m \cdot s_0 (t - n \cdot a_0^{-m} \cdot \tau_0)]$$

Se consideră $s_0 = 1$ și se obține:

$$\Psi_{m,n}(t) = a_0^{2m} \cdot \Psi[a_0^m \cdot t - n \cdot \tau_0] \quad m, n \in Z$$

$$\Psi_{m,n}(t) = a_0^{2m} \cdot \Psi[a_0^m \cdot t - n \cdot \tau_0] \quad m, n \in Z$$

Astfel semnalul ecou se poate reprezenta ca o transformată Wavelet discretă, denumită și serie Wavelet în timp continuu.

$$T_y^{TWD}(m, n) = \int_R y(t) \cdot \psi_{m,n}^*(t) dt = \int_R y(t) \cdot a_0^{2m} \cdot \Psi^*[a_0^m \cdot t - n \cdot \tau_0] dt$$

$$T_y^{TWD}(m, n) = a_0^{2m} \int_R y(t) \cdot \Psi^*[a_0^m \cdot t - n \cdot \tau_0] dt \quad (3.4.50)$$

Răspunsul filtrului corelațional de BL va fi:

$$R_{xy}(s_m, \tau_n) = R_{xy}(m, n) = a_0^{2m} \int_R y(t) \cdot X^*[a_0^m \cdot t - n \cdot \tau_0] dt$$

iar funcția de incertitudine de bandă largă discretă:

$$T_x^{FIBLD}(s_m, \tau_n) = T_x^{FIBLD}(m, n) = a_0^{2m} \int_R x(t) \cdot x^*[a_0^m \cdot t - n \cdot \tau_0] dt$$

Se constată că eșantionarea este neuniformă. De aceea în unele situații se pune problema posibilității reconstrucției funcției $T_y^{TWC}(s, \tau)$ pe baza eșantioanelor $T_y^{TWC}(m, n)$ sau reconstrucției semnalului inițial $y(t)$ din eșantioanele reprezentării sale.

În situația utilizării filtrelor corelaționale sau a bancului de filtre adaptate problema este oarecum simplificată, deoarece nu se mai pune problema reconstrucției semnalului inițial și nici a funcției T_y^{TWC} , informația

utilă regăsindu-se în coeficienții $T_y^{TWC}(m,n)$ iar operațiile algoritmului de procesare se efectuează în spațiul acestei reprezentări. Astfel condițiile impuse semnalului de sondaj, care în acest caz joacă rolul de funcție generatoare $\Psi(t)=x(t)$, nu vor fi foarte restrictive, ele referindu-se doar la existența transformatei directe $T_y^{TWC}(m,n)$ și la obținerea unor rezoluții impuse.

Pentru o rezoluție în distanță impusă ΔD_0 și în viteză ΔV_0 se obține:

$$\tau = \frac{2D}{c} \quad \Delta\tau_0 = \frac{2 \cdot \Delta D_0}{c}$$

$$s = \frac{c+V}{c-V} = 1 + \frac{2V}{c-V}$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta V} = \frac{2c}{(c-V)^2}$$

$$\Delta s_0 = \frac{2c}{(c-V_0)^2} \cdot \Delta V_0 \approx \frac{2}{c} \cdot \Delta V_0$$

Rezoluția se poate exprima și în funcție de s_i :

$$V = c \cdot \frac{s-1}{s+1} \quad \frac{dV}{ds} = \frac{2c}{(s+1)^2} \quad \Rightarrow$$

$$\Delta s_0 = \frac{(s_i+1)^2}{2c} \cdot \Delta V_0 = \frac{(s_i+1)^2}{2c} \cdot \Delta V_0 \approx \frac{2}{c} \cdot \Delta V_0$$

Se impun condițiile de mai jos și se deduce:

$$\begin{cases} \Delta\tau_0 = \tau_{n+1} - \tau_n = (n+1) \cdot a_0^m \cdot \tau_0 - n \cdot a_0^m \cdot \tau_0 = a_0^m \cdot \tau_0 \\ \Delta s_0 = s_{m+1} - s_m = a_0^{m+1} - a_0^m = a_0^m (a_0 - 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta\tau_0 = \frac{2 \cdot \Delta D_0}{c} \\ \Delta s_0 = \frac{(s_m + 1)^2}{2c} \cdot \Delta V_0 = \frac{(a_0^m + 1)^2}{2c} \cdot \Delta V_0 \end{cases} \quad \text{Se obține:}$$

$$\begin{cases} a_0^{-m} \cdot \tau \leq \frac{2 \cdot \Delta D_0}{c} \\ a_0^m (a_0 - 1) \leq \frac{(a_0^m + 1)^2}{2c} \cdot \Delta V_0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \tau_0 \leq \frac{2 \cdot \Delta D_0}{c} \cdot \frac{1}{a_0^m} \\ \frac{a_0^m (a_0 - 1)}{(a_0^m + 1)^2} \leq \frac{\Delta V_0}{2c} \end{cases} \quad (3.4.52)$$

Într-o primă aproximare se va considera:

$$\Delta s_0 \approx \frac{2}{c} \cdot \Delta V_0 \quad \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \tau_0 \leq \frac{2 \cdot \Delta D_0}{c} \cdot \frac{1}{a_0^m} \\ a_0^m (a_0 - 1) \leq \frac{2}{c} \cdot \Delta V_0 \end{cases} \quad (3.4.53)$$

Fie $M = \max\{m\}$, rezultă valoarea maximă pentru care se calculează factorul de scală:

$$\tau_0 = \frac{2 \cdot \Delta D_0}{c} \cdot \frac{1}{a_0^M}$$

$$a_0^M (a_0 - 1) \leq \frac{2}{c} \cdot \Delta V_0$$

$$a_0^M (a_0 - 1) \leq \frac{2}{c} \cdot \Delta V_0$$

$$a_0^M \leq \frac{2\Delta V_0}{c(a_0 - 1)} \qquad M \cdot \lg a_0 \leq \lg \frac{2\Delta V_0}{c(a_0 - 1)}$$

$$M \leq \frac{\lg \frac{2\Delta V_0}{c(a_0 - 1)}}{\lg a_0} \qquad M \leq \log_{a_0} \frac{2\Delta V_0}{c(a_0 - 1)}$$

Dar valoarea maximă a lui m este impusă de valoarea maximă a factorului de scală:

$$s_{\max} = \frac{c + V_{\max}}{c - V_{\max}}$$

$$a_0^n = s_{\max} \qquad M \cdot \lg a_0 = \lg s_{\max}$$

$$M = \frac{\lg s_{\max}}{\lg a_0} = \log_{a_0} s_{\max}$$

Verificând ultima relație se obține:

$$\log_{a_0} s_{\max} \leq \log_{a_0} \frac{2\Delta V_0}{c(a_0 - 1)}$$

$$s_{\max} \leq \frac{2\Delta V_0}{c(a_0 - 1)} \qquad (a_0 - 1) \leq \frac{2\Delta V_0}{c \cdot s_{\max}}$$

$$a_0 \leq 1 + \frac{2\Delta V_0}{c \cdot s_{\max}} \qquad a_0 \leq 1 + \frac{2\Delta V_0 (c - V_{\max})}{c(c + V_{\max})}$$

În final se obțin următoarele rezultate:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 \leq 1 + \frac{2\Delta V_0 (c - V_{\max})}{c(c + V_{\max})} \\ M = \left[\log_{a_0} \frac{c + V_{\max}}{c - V_{\max}} \right] + 1 \\ \tau_0 = \frac{2\Delta D_0 (c - V_{\max})}{c(c + V_{\max})} \\ N = \frac{D_{\max}}{\Delta D_0} \end{array} \right. \qquad (3.4.54)$$

Alegând

$$a_0 = 1 + \frac{2\Delta V_0}{c} \cdot \frac{(c - V_{\max})}{(c + V_{\max})}$$

se verifică ultima condiție din sistemul (3.4.52), în care s-a folosit valoarea exactă:

$$\Delta s_0 = \frac{(a_0^m + 1)^2}{2c} \cdot \Delta V_0.$$

Având în vedere că:

$$\frac{a_0^m}{(a_0^m + 1)^2} \leq \frac{1}{4} \quad (\forall) m \in Z$$

se obține:

$$\frac{a_0^m}{(a_0^m + 1)^2} \cdot (a_0 - 1) \leq \frac{1}{4} \cdot (a_0 - 1) = \frac{\Delta V_0}{2c} \cdot \frac{(c - V_{\max})}{(c + V_{\max})}$$

$$\frac{\Delta V_0}{2c} \cdot \frac{(c - V_{\max})}{(c + V_{\max})} \leq \frac{\Delta V_0}{2c} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{(c - V_{\max})}{(c + V_{\max})} \leq 1$$

și astfel condiția este verificată.

Mai trebuie impuse condițiile asupra semnalului de sondaj, care trebuie privit ca o fereastră timp – frecvență de dimensiunile căreia depinde rezoluția impusă. Rezoluția temporală, dată de către durata semnalului de sondaj va respecta condiția:

$$2 \cdot R_x \leq \tau_0 \quad R_x \leq \frac{\tau_0}{2} \quad R_x \leq \frac{\Delta D_0}{c} \cdot \frac{c - V_{\max}}{c + V_{\max}}$$

iar rezoluția în frecvență, dată de banda semnalului de sondaj trebuie să respecte condiția:

$$2 \cdot R_{\hat{x}} \leq \Delta s_0 \cdot \omega'_0 = \Delta s_0 \cdot \frac{\omega_0}{s_m} = a_0^m (a_0 - 1) \cdot \frac{\omega_0}{a_0^m} = (a_0 - 1) \cdot \omega_0$$

$$R_{\hat{x}} \leq \frac{a_0 - 1}{2} \omega_0 = \frac{2\Delta V_0}{2c} \cdot \frac{c - V_{\max}}{c + V_{\max}} \cdot \omega_0 = \frac{\Delta V_0}{c} \cdot \omega_0 \cdot \frac{c - V_{\max}}{c + V_{\max}}$$

La limită se poate alege:

$$R_x = \frac{\Delta D_0}{c} \quad \text{și} \quad R_x = \frac{\Delta V_0}{c} \cdot \omega_0 = \frac{\Delta V_0}{c \cdot \omega_0^{-1}} = \frac{\Delta V_0}{\lambda_0},$$

unde :

λ_0 – lungimea de undă a semnalului de sondaj ;

S-au obținut astfel condițiile pe care trebuie să le satisfacă semnalul de sondaj pentru a obține nivelul de rezoluție dorit:

$$R_x \approx \frac{\Delta D_0}{c} \quad R_x \approx \frac{\Delta V_0}{\lambda_0} \quad (3.4.55)$$

În cazul în care semnalul de sondaj este impus se pot obține capacitățile potențiale de rezoluție (separație) în distanță, respectiv viteză:

$$\begin{aligned} \Delta D_0 &= c \cdot R_x = \frac{c \cdot T_{ef}}{2} \\ \Delta V_0 &= \lambda_0 \cdot R_x = \frac{\lambda_0 \cdot B_{ef}}{2} \end{aligned} \quad (3.4.56)$$

T_{ef} – durata efectivă a semnalului de sondaj

B_{ef} – banda efectivă a semnalului de sondaj

Relațiile (3.4.56) sunt cunoscute și în cazul modelului clasic al semnalului de bandă îngustă, dar nu trebuie ignorată, cel puțin din punct de vedere teoretic aproximația făcută în relația (3.4.55), care a fost făcută tocmai în scopul de a arăta generalitatea modelului de BL.

$$K = \frac{c - V_{\max}}{c + V_{\max}} \approx 1$$

Ignorând această aproximație relația (3.4.56) devine:

$$\begin{aligned} \Delta D_0 &= \frac{c \cdot R_x}{K} \\ \Delta V_0 &= \frac{\lambda_0 \cdot R_x}{K} \end{aligned} \quad (3.4.57)$$

Dar având în vedere faptul că în general viteza undei exploratoare este mult mai mare decât viteza obiectelor din spațiul explorat se poate aplica cu bune rezultate relația (3.4.56).

Aplicând principiul incertitudinii în analiza timp – frecvență se obține:

$$\begin{aligned} \Delta D_0 \cdot \Delta V_0 &= c \cdot \lambda_0 \cdot R_x \cdot R_x \geq \frac{1}{2} \cdot c \cdot \lambda_0 \\ \Delta D_0 \cdot \Delta V_0 &\geq \frac{c \cdot \lambda_0}{2} \end{aligned} \quad (3.4.58)$$

relație care exprimă principiul incertitudinii în măsurarea parametrilor în radiolocație.

Se poate folosi și o metodă mai simplă pentru determinarea variabilelor s_m și δ_m . Astfel, în relația:

$$\Psi_{m,n}(t) = \sqrt{s_m} \cdot \Psi[s_m(t - \tau_n)] \quad \text{se consideră}$$

$$s_m = \frac{c - V_m}{c + V_m} \quad \text{și} \quad \tau_n = \frac{2 \cdot D_n}{c}$$

$$V_m = m \cdot \Delta V_0 \quad D_n = n \cdot \Delta D_0 \quad \text{și se obține:}$$

$$R_{xy}(s_m, \tau_n) = R_{xy}(V_m, D_n) = R_{xy}(m, n)$$

$$R_{xy}(m, n) = \sqrt{\frac{c - m \cdot \Delta V_0}{c + m \cdot \Delta V_0}} \cdot \int_R y(t) \cdot x^* \left[\frac{c - m \cdot \Delta V_0}{c + m \cdot \Delta V_0} \cdot \left(t - \frac{2 \cdot n \cdot \Delta D_0}{c} \right) \right] dt$$

Evident și în acest caz semnalul $x(t)$ trebuie să respecte condițiile impuse anterior:

$$R_x \leq \frac{\Delta D_0}{c} \quad R_x \leq \frac{\Delta V_0}{\lambda_0}$$

Pentru exemplificare se consideră următorii parametri de rezoluție impuși:

$$\Delta V_0 = 10m/s$$

$$\Delta D_0 = 10m$$

$$V_{\max} = 1000m/s$$

$$D_{\max} = 300km$$

Se obține:

$$\alpha_0 = 1 + \frac{2 \cdot \Delta V_0 (c - V_{\max})}{c(c + V_{\max})} = 1,000000067$$

$$M = \left[\log_{\alpha_0} \frac{c + V_{\max}}{c - V_{\max}} \right] + 1 = 100$$

$$\tau_0 = \frac{2 \cdot \Delta D_0}{c} \cdot \frac{c - V_{\max}}{c + V_{\max}} = 0,67 \mu s$$

$$N = \frac{D_{\max}}{\Delta D_0} = 3.000$$

$$s_0 = \alpha_0^0 = 1$$

$$s_1 = \alpha_0^1 = 1,000000067$$

$$s_2 = \alpha_0^2 = 1,000000133$$

$$s_3 = \alpha_0^3 = 1,000000201$$

$$s_{100} = \alpha_0^M = 1,000006700$$

Semnalul de sondaj va trebui să îndeplinească condițiile:

$$T_{ef} = 2R_x \leq \tau_0 = 0,67 \mu s$$

$$B_{ef} = 2R_x \leq \frac{2 \cdot \Delta V_0}{\lambda_0} = \frac{20}{\lambda_0}$$

Pentru $\lambda_0 = 10 \text{ cm}$ $B_{ef} = 0,2 \text{ kHz}$

Condițiile nu pot fi însă îndeplinite simultan datorită principiului incertitudinii.

Astfel:

$$\Delta D_0 \geq \frac{c \cdot \lambda_0}{2 \cdot \Delta V_0} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-1}}{2 \cdot 10} = 1,5 \cdot 10^6 m$$

Deci pentru a se obține rezoluțiile impuse inițial trebuie să se folosească

2 tipuri de semnale de sondaj: unul cu durata impusă, iar altul cu banda efectivă impusă.

De asemenea se observă că variația lui s este foarte mică, pentru viteza de deplasare obișnuită, fiind variabilă la zecimala a 8-a. Este necesară efectuarea cu precizie foarte mare a calculelor și cuantizarea semnalului eșantionat pe 32 de biți.

Relațiile de calcul, în cazul discretizării temporale devin:

$$T_Y^{TBD}(m,n) = \sum_k y(k \cdot T_0) \cdot a_0^{\frac{m}{2}} \cdot \psi^* [a_0^m \cdot k \cdot T_0 - n \cdot \tau_0]$$

$$R_{xy}(m,n) = a_0^{\frac{m}{2}} \cdot \sum_k y(k \cdot T_0) \cdot x^* [a_0^m \cdot k \cdot T_0 - n \cdot \tau_0] \quad (3.4.59)$$

$$T_x^{FIBLD}(m,n) = a_0^{\frac{m}{2}} \cdot \sum_k x(k \cdot T_0) \cdot \psi^* [a_0^m \cdot k \cdot T_0 - n \cdot \tau_0]$$

obținându-se seriile WAVELET în timp discret. Însurarea după k se va face pe intervalul în care funcțiile $\Psi^*(m,n,k)$, respectiv $x^*(m,n,k)$ au valori nenule.

Implementarea sistemului digital, care efectuează calculul corelațional de BL este prezentată în fig. 46.

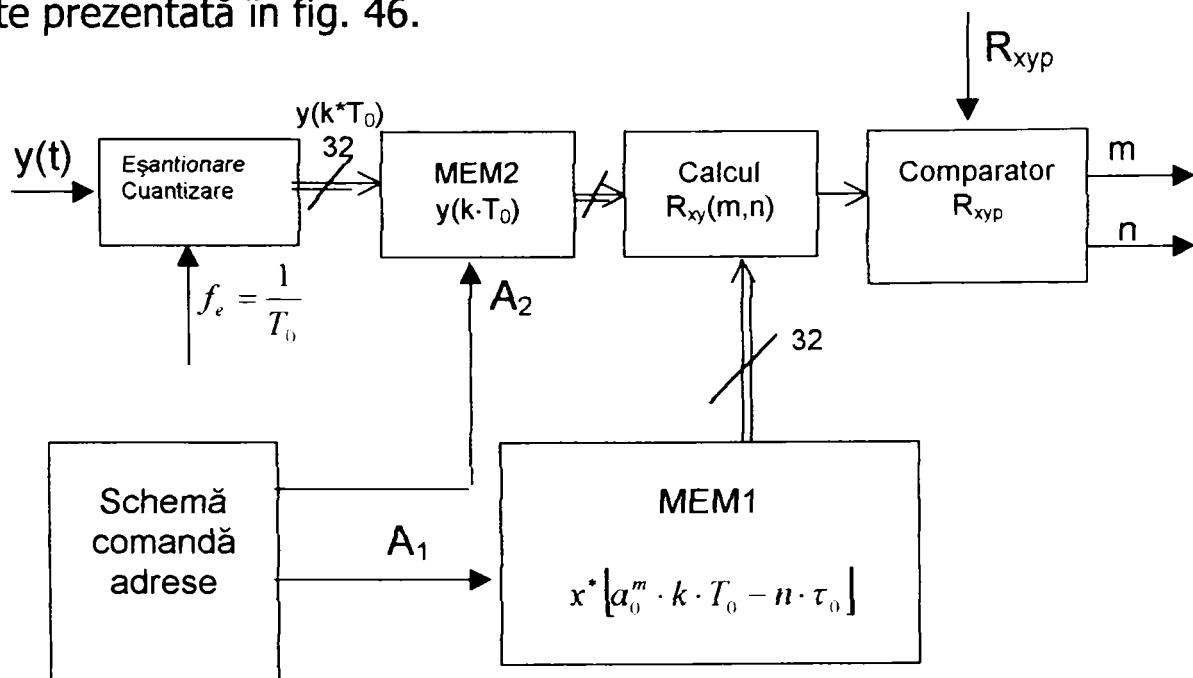


fig. 46

Semnalul $y(k \cdot T_0)$, după eșantionare se înregistrează în memoria MEM2, pe o perioadă de observare T_r . Semnalul de sondaj $x^*(m,n,k)$ ale cărui valori sunt cunoscute se păstrează în memoria MEM1, în care sunt înregistrate doar valorile nenule ale acestuia. Astfel presupunând că $x^*(m,n,k)$ este nenul pentru $\Delta K_{\max} = 10$ eșantioane, capacitatea memoriei MEM1 va fi:

$$C_{\text{MEM1}} = 10 \times M \times N = 3.000.000 \text{ cuvinte} = 12 \text{ Mocteți}$$

iar a memoriei MEM2 :

$$C_{\text{MEM2}} = 10 N = 30.000 \text{ cuvinte} = 120 \text{ Kocteți}$$

Calculul coeficienților $R_{xy}(m,n)$ se reduce la 10 produse $y(K \cdot T_0) \cdot x^*(m,n,k)$ și la însumarea acestor termeni. Apoi se realizează compararea cu R_{xyp} , o valoare de prag și dacă $R_{xy}(m,n) \geq R_{xyp}$, atunci cuplul $(m,n) \equiv (V_m, D_m)$ va reprezenta parametrii țintei, din matricea coeficienților reținându-se doar valorile care îndeplinesc condiția specificată.

3.8. Procesarea semnalului RADAR pe baza reprezentărilor multirezoluție.

În paragraful 3.6 s-a considerat că nu mai este necesară refacerea semnalului ecou, informația extrăgându-se direct din coeficienții TW. Dacă se pune însă problema unei tehnici de procesare bazate pe două etape, una de analiză a semnalului și alta de sinteză a acestuia, atunci este necesară refacerea pe cât posibil a semnalului inițial sub forma primei reprezentări (de obicei reprezentare temporală). În aceste condiții, pe baza coeficienților din spațiul reprezentării intermediare, eventual modificați în scopul obținerii unei filtrări adecvate, trebuie să se refacă semnalul sub forma reprezentării

originale, care va fi apoi folosit pentru extragerea informațiilor utile.

Condițiile impuse "undișoarei mamă"

$$\psi_{m,n}(t) = a_0^{\frac{m}{2}} \cdot \psi[a_0^m \cdot t - n \cdot \tau_0]$$

vor fi evident mai restrictive decât în cazul precedent, deoarece se va pune problema reconstituirii semnalului $y(t)$ din eșantioanele reprezentării sale de tip wavelet, dar trebuie specificat că în acest caz nu trebuie să se folosească numai semnalul $x(t)$ ca "undișoară mamă", putându-se folosi alte undișoare în funcție de scopul analizei care urmează să se facă semnalului $y(t)$.

Pentru a fi posibilă refacerea semnalului $y(t)$ este necesar ca mulțimea $\{\psi_{m,n}(t)\}$, $m, n \in \mathbb{Z}$ să aibă o structură de cadru sau să reprezinte o bază ortonormată în spațiul $L^2(\mathbb{R})$.

Se arată în [64] condițiile pe care trebuie să le îndeplinească funcția $\psi(t)$, pentru ca mulțimea $\{\psi_{m,n}(t)\}$ $m, n \in \mathbb{Z}$ să aibă o structură de cadru:

$$\begin{aligned} \frac{\tau_0 \cdot \ln a_0}{2\pi} \cdot A &\leq \int_0^\infty \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega \leq \frac{\tau_0 \cdot \ln a_0}{2\pi} \cdot B \\ \frac{\tau_0 \cdot \ln a_0}{2\pi} \cdot A &\leq \int_{-\infty}^\infty \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega \leq \frac{\tau_0 \cdot \ln a_0}{2\pi} \cdot B \end{aligned} \quad (3.4.60)$$

relații care reprezintă condiții de admisibilitate pentru $\psi(t)$, în raport cu (a_0, τ_0) . Dar nu orice alegere a tripletului (ψ, a_0, τ_0) conduce la un cadru de funcții Wavelet, chiar dacă funcția $\psi(t)$ este admisibilă. Problema se complică și mai mult deoarece pentru reconstrucția semnalului $y(t)$ pe baza unui cadru este necesară determinarea marginilor cadrului, precum și a cadrului dual $\{\bar{\psi}_{m,n}(t)\}$ $m, n \in \mathbb{Z}$. De aceea este mai convenabilă utilizarea bazelor ortonormate, care oferă o metodă de analiză cel mai puțin redundantă a unui semnal ecou din sistemele RADAR.

Există mai multe metode de construcție a undișoarelor mamă generatoare de baze ortonormate pe $L^2(\mathbb{R})$ (A. Haar, Yves Meyer, P.G. Lemarie') dar cea mai completă este metoda analizei multirezoluție, care permite construirea sistematică de funcții generatoare de baze ortonormate ale spațiului $L^2(\mathbb{R})$.

Această tehnică de procesare a semnalului RADAR se bazează în principal pe o reprezentare multiscală a semnalului ecou, care permite observarea și analiza acestuia la nivelul de rezoluție dorit:

$$y(t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} A_m \{y(t)\}$$

$$A_m(y) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} T_y^{TWD} (m, n) \cdot \varphi_{m,n}(t) \quad (3.4.61)$$

$$\varphi_{m,n}(t) = 2^{-m/2} \cdot \varphi(2^m \cdot t - n)$$

$$D_m(y) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} T_y^{TWD} (m, n) \cdot \psi_{m,n}(t)$$

$$A_{m+1}(y) = A_m(y) + D_m(y),$$

unde:

$A_m(y)$ – aproximarea de rezoluție 2^m a semnalului $y(t)$

$D_m(y)$ – semnalul detaliu sau diferența între două aproximații de rezoluții succesive.

$\varphi(t)$ – funcție de scală ("undișoară tată")

$\psi(t)$ – "undișoară mamă".

3.8.1 Generarea unor "undișoare mamă", care au aplicabilitate în procesarea semnalelor radar.

În lucrarea [64] s-au exemplificat câteva cazuri de analiză multirezoluție, respectiv analiza multirezoluție de tip Haar și analiza multirezoluție de tip Palley – Wiener. Pe baza acestor reprezentări se pot implementa algoritmi adecvați de analiză și sinteză a semnalelor RADAR sau se pot utiliza și alte baze de "undișoare" ortonormate în funcție de aplicație.

În cazul semnalelor de sondaj în impuls se pretează reprezentarea multirezoluție de tip Haar. Funcția de bază va fi:

$$\varphi_H(t) = \begin{cases} \frac{1}{\tau_0} & \text{pt. } t \in [0; \tau_0] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

iar proiecția

$$A_m(y) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} T_{y'}^{TWD} (m, n) \cdot 2^{\frac{m}{2}} \cdot \varphi_H(2^m \cdot t - n \cdot \tau_0) \quad (3.4.62)$$

va reprezenta aproximația de rezoluție 2^m a semnalului $y(t)$ prin impulsuri de durată $\frac{\tau_0}{2^m}$. Completarea informației la un nivel superior de rezoluție se face prin detaliul semnalului ecou:

$$D_m(y) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} T_{y'}^{TWD} (m, n) \cdot 2^{\frac{m}{2}} \cdot \Psi_H(2^m \cdot t - n \cdot \tau_0) \quad (3.4.63)$$

Determinarea funcției $\Psi_H(t)$ se poate face pe baza răspunsului în

frecvență a filtrelor în cuadratură CQF $m_0(\omega)$ și $m_1(\omega)$, prin metoda prezentată în [64].

$$\begin{aligned}\hat{\varphi}(\omega) &= F\{\varphi_H(t)\} = e^{-j\omega\frac{\tau_0}{2}} \cdot \operatorname{sinc} c \frac{\omega \cdot \tau_0}{2} \\ m_0(\omega) &= \frac{\hat{\varphi}_H(\omega)}{\hat{\varphi}_H(\omega)} = \frac{e^{-j2\omega\frac{\tau_0}{2}} \cdot \operatorname{sinc} c \frac{2\omega \cdot \tau_0}{2}}{e^{-j\omega\frac{\tau_0}{2}} \cdot \operatorname{sinc} c \frac{\omega \cdot \tau_0}{2}} = \\ &= e^{-j\omega\frac{\tau_0}{2}} \cdot \frac{2 \operatorname{sinc} \frac{\omega \cdot \tau_0}{2} \cdot \cos \frac{\omega \cdot \tau_0}{2}}{\operatorname{sinc} \frac{\omega \cdot \tau_0}{2}} \cdot \frac{\omega \cdot \tau_0}{\omega \cdot \tau_0} = \\ &= e^{j2\omega\frac{\tau_0}{2}} \cdot \cos \frac{\omega \cdot \tau_0}{2}\end{aligned}$$

Se verifică condițiile:

$$m_0(0) = 1$$

$$m_0(\pi) = e^{-j2\frac{\pi\tau_0}{2}} \cdot \cos \frac{\pi \cdot \tau_0}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$\tau_0 = 2p + 1 \quad p \in \mathbb{N}$$

$$m_1(\omega) = e^{-j\omega} \cdot m_0^*(\omega + \pi) = e^{-j\omega} \cdot e^{j\frac{(\omega + \pi)(2p + 1)}{2}} \cdot \cos \frac{(\omega + \pi) \cdot (2p + 1)}{2} =$$

$$= e^{-j\omega} \cdot e^{\frac{j}{2}[(2p + 1)\omega + (2p + 1)\pi]} \cdot \cos \left[(2p + 1) \cdot \frac{\omega}{2} + (2p + 1) \cdot \frac{\pi}{2} \right] =$$

$$= -(-1)^{2p} \cdot j \cdot e^{\frac{j}{2}(2p - 1)\omega} \cdot \sin \frac{(2p + 1) \cdot \omega}{2} =$$

$$= -j \cdot e^{\frac{j}{2}(2p - 1)\omega} \cdot \sin \frac{(2p + 1) \cdot \omega}{2}$$

Se verifică:

$$m_0(0) = 0$$

$$m_0(\pi) = 1$$

$$\begin{aligned}\hat{\Psi}(\omega) &= m_1\left(\frac{\omega}{2}\right) \cdot \hat{\varphi}_H\left(\frac{\omega}{2}\right) = \\ &= -j \cdot e^{-j(2p+1)\frac{\omega}{2}} \cdot \sin\frac{(2p+1) \cdot \omega}{4} \cdot e^{j(2p+1)\omega} \cdot \sin\frac{(2p+1) \cdot \omega}{4} = \\ &= -j \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \frac{\sin^2(2p+1) \cdot \frac{\omega}{4}}{(2p+1) \cdot \omega} = \\ &= -j \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \frac{\sin^2(2p+1) \cdot \frac{\omega}{4}}{(2p+1) \cdot \frac{\omega}{4}}\end{aligned}$$

Pentru $p = 0$ se obține: $\tau_0 = 1$

$$\varphi_H(t) = \begin{cases} 1 & \text{pt. } t \in [0;1] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

$$m_0(\omega) = e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \cos\frac{\omega}{2} = e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \frac{e^{j\frac{\omega}{2}} + e^{-j\frac{\omega}{2}}}{2} = \frac{1 + e^{-j\omega}}{2}$$

$$m_1(\omega) = -j \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \sin\frac{\omega}{2} = -j \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \frac{e^{j\frac{\omega}{2}} - e^{-j\frac{\omega}{2}}}{2j} = \frac{e^{-j\omega} - 1}{2}$$

$$\hat{\Psi}_H(\omega) = -j \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \frac{\sin^2\frac{\omega}{4}}{\frac{\omega}{4}} = \frac{4 \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}}}{j \cdot \omega} \sin^2\frac{\omega}{4}$$

Făcând transformarea inversă se determină forma temporală a „undișoarei mamă”:

$$\Psi_H(t) = F^{-1} \left\{ \frac{4 \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}}}{j \cdot \omega} \cdot \sin^2\frac{\omega}{4} \right\}$$

Se determină în prealabil:

$$F^{-1} \left\{ 4 \cdot e^{-j \frac{\omega}{2}} \cdot \sin^2 \frac{\omega}{4} \right\} = F^{-1} \left\{ 4 \cdot e^{-j \frac{\omega}{2}} \cdot \frac{\left(e^{j \frac{\omega}{4}} - e^{-j \frac{\omega}{4}} \right)^2}{(2j)^2} \right\} =$$

$$= F^{-1} \left\{ 1 - 2e^{-j \frac{\omega}{2}} + e^{-j \omega} \right\} = \delta(t) - 2 \cdot \delta\left(t - \frac{1}{2}\right) + \delta(t - 1)$$

Se obține:

$$\Psi_H(t) = \int_{\mathbb{R}} \left(\delta(t) - 2\delta\left(t - \frac{1}{2}\right) + \delta(t - 1) \right) dt =$$

$$= u(t) - 2 \cdot u\left(t - \frac{1}{2}\right) + u(t - 1),$$

unde:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{pentru } t \in [0; +\infty] \\ 0 & \text{în rest;} \end{cases}$$

Pentru $p \neq 0$ se obține:

$$\hat{\Psi}_{H_p}(\omega) = e^{-j \frac{\omega}{2}} \cdot \frac{\sin^2(2p+1) \cdot \frac{\omega}{4}}{j \cdot \omega \cdot \frac{(2p+1)}{4}} = e^{-j \frac{\omega}{2}} \cdot \frac{\left(e^{j \frac{2p+1}{4} \omega} - e^{-j \frac{2p+1}{4} \omega} \right)^2}{-4 \cdot j \cdot \omega \cdot \frac{(2p+1)}{4}} =$$

$$= -e^{-j \frac{\omega}{2}} \cdot \frac{e^{j \frac{2p+1}{4} \omega} + e^{-j \frac{2p+1}{4} \omega} - 2}{j \cdot \omega \cdot (2p+1)} =$$

$$= -\frac{e^{j \cdot p \cdot \omega} + e^{-j \cdot (p+1) \cdot \omega} - 2 \cdot e^{-j \frac{\omega}{2}}}{j \cdot \omega \cdot (2p+1)}$$

$$\Psi_{H_p}(t) = \frac{u(t-p) + u[t(p+1)] - 2 \cdot u\left(t - \frac{1}{2}\right)}{2p+1}$$

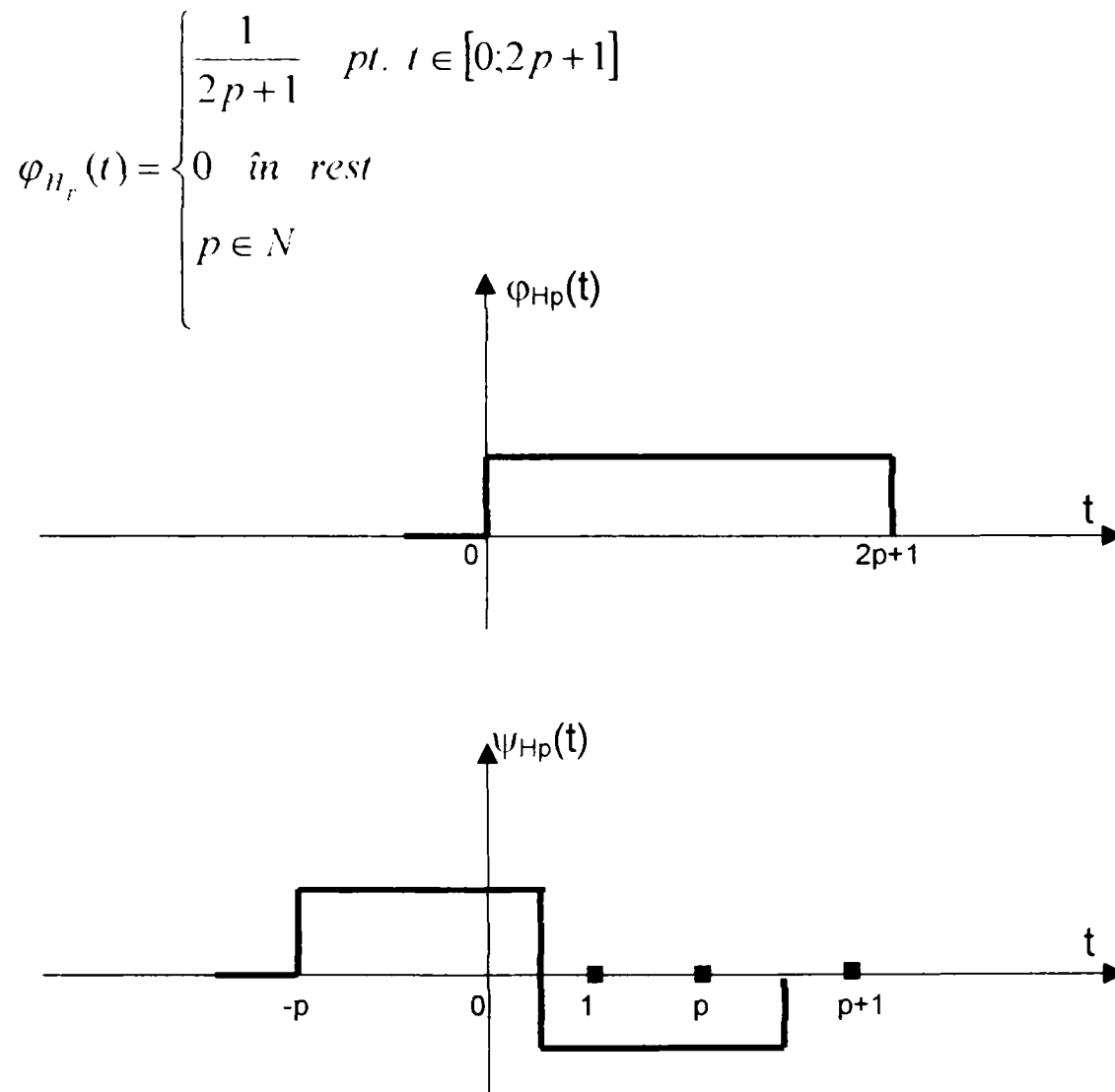


fig. 47

După cum se observă în fig. 47, bazele ortonormate de tip Haar generalizate ($p \neq 0$) sunt variante dilatate ale bazei Haar clasice ($p = 0$), obținându-se o rezoluție temporală mai slabă, în schimb se îmbunătățește rezoluția în frecvență, odată cu creșterea lui p . Totuși se poate spune că, deși localizarea în timp a funcției $\psi_{H_p}(t)$ este bună, localizarea în frecvență este slabă.

Dacă se dorește o localizare mai bună în frecvență se poate folosi analiza Palley – Wiener, care folosește o reprezentare duală față de reprezentarea Haar.

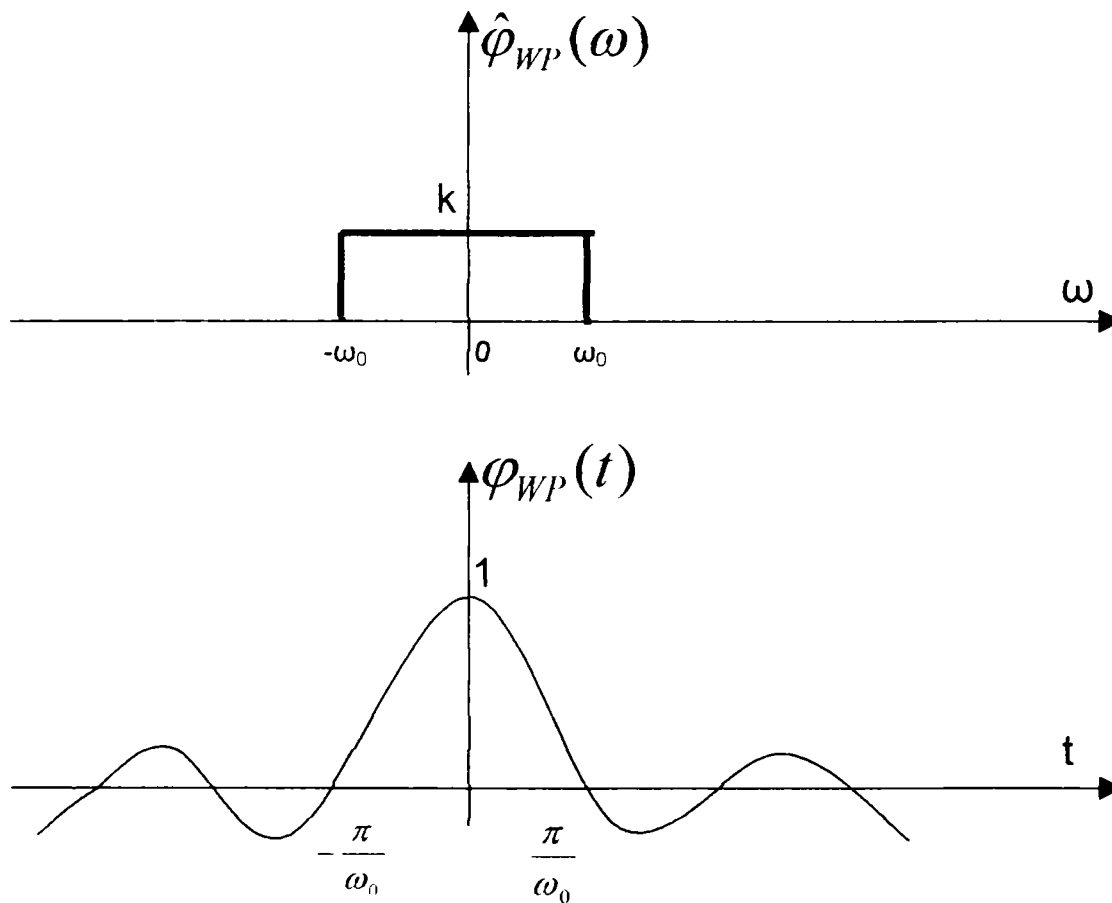


fig. 48

$$\hat{\phi}_{wp}(\omega) = \begin{cases} k & \text{pt. } \omega \in [-\omega_0; \omega_0] \\ 0 & \text{în rest;} \end{cases}$$

$$\phi_{wp}(t) = \frac{k}{2\pi} \cdot \int_{-\omega_0}^{\omega_0} e^{j\omega t} d\omega = \frac{k \cdot \omega_0}{\pi} \text{sinc}(\omega_0 t)$$

Pentru $k = \frac{\pi}{\omega_0}$ se obține:

$$\phi_{wp}(t) = \text{sinc}(\omega_0 t)$$

$$m_0(\omega) = \frac{\hat{\phi}_{pw}(2\omega)}{\hat{\phi}_{pw}(\omega)} = \begin{cases} 1 & \text{pt. } \omega \in \left[-\frac{\omega_0}{2}; \frac{\omega_0}{2}\right] \\ 0 & \text{în rest;} \end{cases}$$

$$m_1(\omega) = e^{-j\omega} \cdot m_0^*(\omega + \pi) = \begin{cases} e^{-j\omega} & \text{pt. } \omega \in \left[-\pi - \frac{\omega_0}{2}; -\pi + \frac{\omega_0}{2}\right] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

Se verifică:

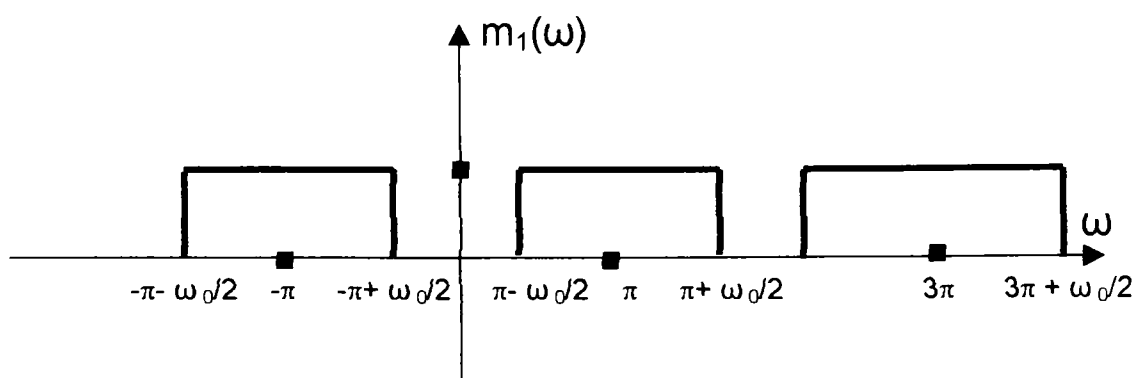
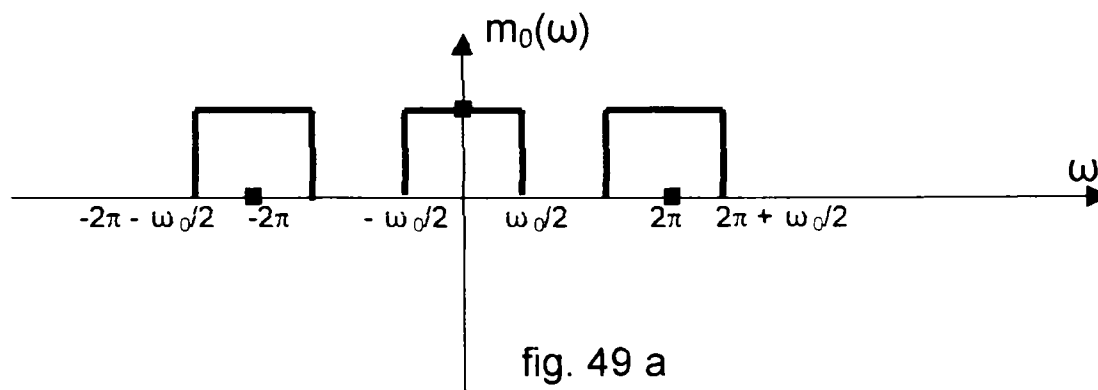
$$m_0(0) = 1$$

$$m_0(\pi) = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 < 2\pi$$

$$m_1(0) = 1$$

$$m_1(\pi) = 0$$

Ținând seama de periodicitatea cu 2π a funcțiilor $m_0(\omega)$ și $m_1(\omega)$ se arată reprezentările acestora în fig. 49.



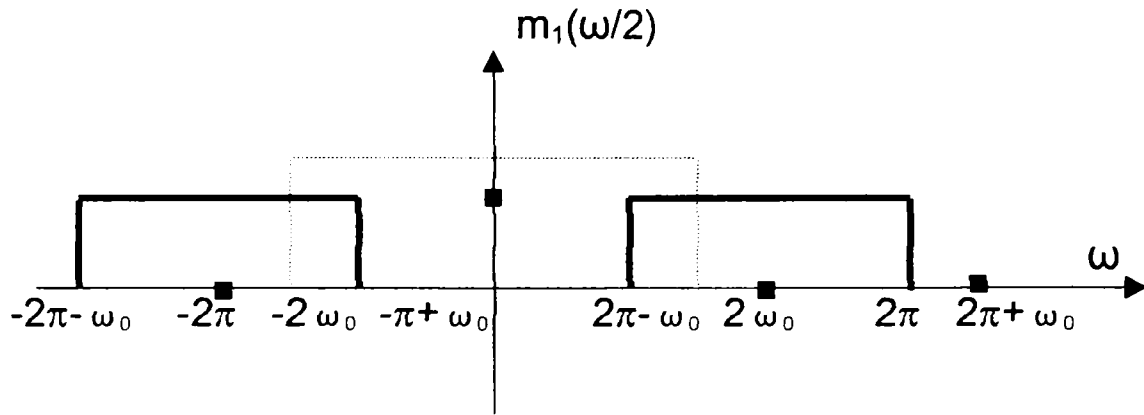


fig. 49 c

$$\hat{\Psi}_{wp}(\omega) = m_1\left(\frac{\omega}{2}\right) \hat{\phi}_{wp}\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

$$\hat{\Psi}_{wp}(\omega) = \begin{cases} e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \frac{\pi}{\omega_0} & \text{pentru } \omega \in [-2\omega_0; \omega_0 - 2\pi] \cup [2\pi - \omega_0; 2\omega_0] \\ 0 & \text{în rest;} \end{cases}$$

Trebuie îndeplinită condiția:

$$2\pi - \omega_0 < 2\omega_0 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 > 2\pi/3$$

$$\begin{aligned} \Psi_{wp}(t) &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-2\omega_0}^{\omega_0 - 2\pi} \frac{\pi}{\omega_0} \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot e^{j\omega t} d\omega + \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{2\pi - \omega_0}^{2\omega_0} \frac{\pi}{\omega_0} \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot e^{j\omega t} d\omega = \\ &= \frac{1}{2\omega_0} \cdot \left[\int_{-2\omega_0}^{\omega_0 - 2\pi} e^{j\omega \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right)} d\omega + \int_{2\pi - \omega_0}^{2\omega_0} e^{j\omega \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right)} d\omega \right] = \\ &= \frac{1}{2\omega_0} \cdot \frac{1}{j \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right)} \cdot \left[e^{j(\omega_0 - 2\pi) \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right)} - e^{-j2\omega_0 \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right)} + e^{j2\omega_0 \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right)} - e^{j(2\pi - \omega_0) \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right)} \right] = \\ &= \frac{1}{\omega_0 \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right)} \cdot \left[-\sin\left[(\omega_0 - 2\pi) \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right)\right] + \sin\left[2\omega_0 \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right)\right] \right] = \\ &= \frac{1}{\omega_0 \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right)} \cdot \left[\sin\left[2\omega_0 \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right)\right] - \sin\left[(\omega_0 - 2\pi) \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right)\right] \right] = \\ &= 2 \cdot \text{sinc} \cdot \left[\omega_0 \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right) \right] - \left(1 - \frac{2\pi}{\omega_0}\right) \cdot \text{sinc} \cdot \left[(\omega_0 - 2\pi) \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\omega_0 \in \left(\frac{2\pi}{3}; 2\pi \right)$$

Pentru $\omega_0 = \pi$ se obține:

$$\varphi_{wp}(t) = \sin c(\pi \cdot t)$$

$$\varphi_{wp}(t) = \frac{1}{\pi \left(t - \frac{1}{2} \right)} \cdot \left[\sin \pi \left(t - \frac{1}{2} \right) - \sin 2\pi \left(t - \frac{1}{2} \right) \right] =$$

$$= \sin c\pi \left(t - \frac{1}{2} \right) - 2 \sin c2\pi \left(t - \frac{1}{2} \right) =$$

$$= \sin c\pi \left(t - \frac{1}{2} \right) \cdot \left[1 - 2 \cdot \cos \pi \left(t - \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$\Psi_{wp} \left(\tau + \frac{1}{2} \right) = \sin c(\pi\tau) - 2 \cdot \sin c(2\pi\tau)$$

S-a obținut și în acest caz o reprezentare WP (Wiener-Palley) generalizată:

$$\hat{\Psi}_{wp}(\omega) = \begin{cases} \frac{\pi}{\omega_0} & \text{pentru } \omega \in [-\omega_0; \omega_0] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

$$\hat{\Psi}_{wp}(\omega) = \begin{cases} e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \frac{\pi}{\omega_0} & \text{pentru } \omega \in [-2\omega_0; \omega_0 - 2\pi] \cup [2\pi - \omega_0; 2\omega_0] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

$$\varphi_{wp}(t) = \sin c(\omega_0 \cdot t)$$

$$\Psi_{wp}(t) = 2 \cdot \sin c \cdot \left[2\omega_0 \cdot \left(t - \frac{1}{2} \right) \right] - \left(1 - \frac{2\pi}{\omega_0} \right) \cdot \sin c \left[(\omega_0 - 2\pi) \left(t - \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$\omega_0 \in \left(\frac{2\pi}{3}; 2\pi \right)$$

Dacă se dorește o rezoluție bună în frecvență se va alege o valoare cât mai mică a lui ω_0 ($\omega_0 = \frac{2\pi}{3} + \varepsilon$), iar dacă se dorește o rezoluție temporală mai bună se alege o valoare cât mai mare a lui ω_0 ($\omega_0 = 2\pi - \varepsilon$). Totuși rezoluția

temporală a funcțiilor $\varphi_{wp}(t)$, $\psi_{wp}(t)$ este mai slabă, utilizarea acestui tip de analiză recomandându-se în cazul semnalelor RADAR de durată relativ mare și bandă limitată.

Un alt tip de analiză multirezoluție care se poate utiliza și la analiza semnalelor RADAR ar fi analiza Bartlet (funcție scală de tip fereastră triunghiulară).

$$\varphi_B(t) = \begin{cases} 1 - |t|/\tau_0 & \text{pentru } t \in [-\tau_0; \tau_0] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

$$\hat{\varphi}_B(\omega) = \tau_0 \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{\tau_0 \cdot \omega}{2}\right)$$

$$m_0(\omega) = \frac{\hat{\varphi}_B(2\omega)}{\hat{\varphi}_B(\omega)} = \frac{\text{sinc}^2(\tau_0 \cdot \omega)}{\text{sinc}^2\left(\frac{\tau_0 \cdot \omega}{2}\right)} = \frac{4 \sin^2 \frac{\tau_0 \cdot \omega}{2} \cdot \cos^2 \frac{\tau_0 \cdot \omega}{2}}{4 \sin^2 \frac{\tau_0 \cdot \omega}{2}} = \cos^2 \frac{\tau_0 \cdot \omega}{2}$$

$$m_0(0) = 1$$

$$m_0(\pi) = 0 \quad \Rightarrow \quad \cos^2 \frac{\tau_0 \cdot \omega}{2} = 0$$

$$\frac{\tau_0 \cdot \omega}{2} = (2p+1) \cdot \frac{\pi}{2} \quad p \in \mathbb{N}$$

$$\tau_0 = 2p+1 \quad p \in \mathbb{N}$$

$$m_1(\omega) = e^{-j\omega} \cdot m_0^*(\omega + \pi) = e^{-j\omega} \cdot \cos^2 \frac{(2p+1)(\omega + \pi)}{2} =$$

$$= e^{-j\omega} \cdot \sin^2 \frac{(2p+1) \cdot \omega}{2}$$

$$\hat{\Psi}_B(\omega) = m_1\left(\frac{\omega}{2}\right) \cdot \hat{\varphi}_B\left(\frac{\omega}{2}\right) = e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \sin^2 \frac{(2p+1) \cdot \omega}{4} \cdot \text{sinc}^2 c \frac{(2p+1) \cdot \omega}{4} =$$

$$= \frac{e^{-j\frac{\omega}{2}}}{(2p+1)} \cdot \sin^4 \frac{(2p+1) \cdot \omega}{4} \cdot \frac{16}{\omega^2} = \frac{16 \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}}}{(2p+1) \cdot \omega^2} \cdot \sin^4 \frac{(2p+1) \cdot \omega}{4} =$$

$$= \frac{e^{-j\frac{\omega}{2}}}{(2p+1)\omega^2} \cdot \left(e^{j(2p+1)\omega} + e^{-j(2p+1)\omega} - 4 \left(e^{-j\frac{2p+1}{2}\omega} + e^{j\frac{2p+1}{2}\omega} \right) + 6 \right)$$

$$\hat{\Psi}_B(\omega) = \frac{1}{(2p+1)\omega^2} \cdot \left(e^{j\left(2p+\frac{1}{2}\right)\omega} + e^{j\left(2p-\frac{3}{2}\right)\omega} - 4 \left(e^{j(p+1)\omega} + e^{j\omega} \right) + 6 \cdot e^{j\frac{\omega}{2}} \right)$$

Se obține:

$$\Psi_B(\omega) = \frac{1}{(2p+1)} \cdot \left(r\left(t+2p+\frac{1}{2}\right) + r\left(t-2p-\frac{3}{2}\right) - 4r(t-p-1) - 4r(t+r) + 6r\left(t-\frac{1}{2}\right) \right)$$

Pentru $p = 0$ se obține:

$$\Psi_B(t) = r\left(t+\frac{1}{2}\right) + r\left(t-\frac{3}{2}\right) - 4r(t-1) - 4r(t) + 6r\left(t-\frac{1}{2}\right),$$

unde cu $r(t)$ s-a notat funcția de tip rampă cu pantă unitară:

$$r(t) = \begin{cases} t & \text{pentru } t \in [0; \infty] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

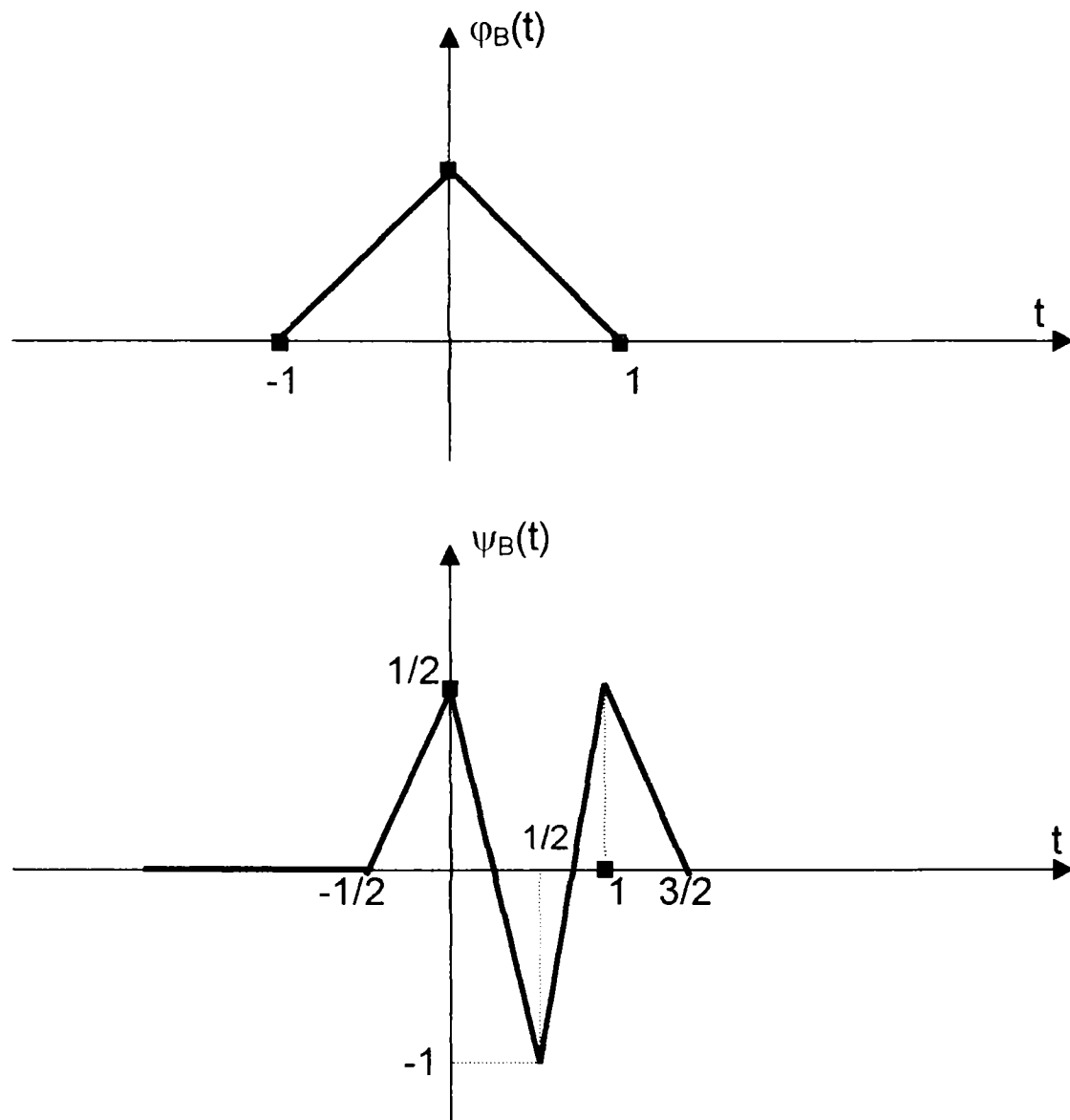


fig. 50

După cum se observă și în acest caz avem o bună localizare în domeniul timp, în schimb localizarea în frecvență este mai slabă (fig. 50).

Și în acest caz se poate folosi analiza duală:

$$\hat{\varphi}_{BD}(\omega) = \begin{cases} k(\omega + \omega_0) & \text{pentru } \omega \in [-\omega_0; 0] \\ k(\omega_0 - \omega) & \text{pentru } \omega \in [0; \omega_0] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

$$\varphi_{BD}(t) = \frac{k \cdot \omega_0}{2\pi} \cdot \sin c^2 \frac{\omega_0 \cdot t}{2}$$

Pentru $k = \frac{2\pi}{\omega_0}$ se obține:

$$\hat{\varphi}_{BD}(\omega) = \begin{cases} \frac{2\pi}{\omega_0}(\omega + \omega_0) & \text{pentru } \omega \in [-\omega_0; 0] \\ \frac{2\pi}{\omega_0}(\omega_0 - \omega) & \text{pentru } \omega \in [0; \omega_0] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

$$\varphi_{BD}(t) = \sin c^2 \frac{\omega_0 \cdot t}{2}$$

$$m_0(\omega) = \frac{\hat{\varphi}_{BD}(2\omega)}{\hat{\varphi}_{BD}(\omega)} = \begin{cases} \frac{2\omega + \omega_0}{\omega + \omega_0} & \text{pentru } \omega \in \left[-\frac{\omega_0}{2}; 0\right] \\ \frac{\omega_0 - 2\omega}{\omega_0 - \omega} & \text{pentru } \omega \in [0; \omega_0] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

Se verifică:

$$m_0(0) = 1$$

$$m_0(\pi) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega_0}{2} < \pi \quad \omega_0 < 2\pi$$

$$m_1(\omega) = e^{-j\omega} \cdot m_0^*(\omega + \pi) = \begin{cases} e^{-j\omega} \cdot \frac{2\omega + \omega_0 + 2\pi}{\omega + \pi + \omega_0} & \text{pentru } \omega \in \left[-\pi - \frac{\omega_0}{2}; -\pi\right] \\ e^{-j\omega} \cdot \frac{\omega_0 - 2\omega - 2\pi}{\omega_0 - \omega - \rho} & \text{pentru } \omega \in \left[-\pi; \frac{\omega_0}{2} - \pi\right] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

$$m_1\left(\frac{\omega}{2}\right) = \begin{cases} 2 \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \frac{\omega + \omega_0 + 2\pi}{\omega + 2\pi + 2\omega_0} & \text{pentru } \omega \in [-2\pi - \omega_0; -2\pi] \\ 2 \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \frac{\omega_0 - 2\omega - 2\pi}{2\omega_0 - \omega - 2\rho} & \text{pentru } \omega \in [-2\pi; \omega_0 - \pi] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

$$\hat{\psi}_{BD}(\omega) = m_1\left(\frac{\omega}{2}\right) \cdot \hat{\psi}_{BD}\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

$$\hat{\varphi}_{BD}\left(\frac{\omega}{2}\right) = \begin{cases} \frac{2\pi}{\omega_0} \left(\frac{\omega}{2} + \omega_0\right) & \text{pentru } \omega \in [-2\omega_0; 0) \\ \frac{2\pi}{\omega_0} \left(\omega_0 - \frac{\omega}{2}\right) & \text{pentru } \omega \in [0; 2\omega_0] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

Impunând condiția $2\omega_0 > 2\pi - \omega_0 \Rightarrow$

$\omega_0 > \frac{2\pi}{3}$ și ținând cont de periodicitatea cu 2π a funcției $m_1(\omega)$ se obține:

$$\hat{\Psi}_{BD}(\omega) = \begin{cases} \frac{4\pi}{\omega_0} \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \frac{\omega_0 - \omega - 2\pi}{2\omega_0 - \omega - 2\pi} \left(\frac{\omega}{2} + \omega_0\right) & \text{pentru } \omega \in [-2\pi - \omega_0; -2\pi] \\ \frac{4\pi}{\omega_0} \cdot e^{j\frac{\omega}{2}} \cdot \frac{\omega + \omega_0 + 2\pi}{\omega + 2\pi + \omega_0} \left(\omega_0 - \frac{\omega}{2}\right) & \text{pentru } \omega \in [2\pi - \omega_0; 2\omega_0] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

Pentru $\omega_0 = \pi$ se obține:

$$\hat{\Psi}_{BD}(\omega) = \begin{cases} 2 \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \frac{(\omega + \pi)(\omega + 2\pi)}{\omega} & \text{pentru } \omega \in [-2\pi; -\pi] \\ 2 \cdot e^{j\frac{\omega}{2}} \cdot \frac{(\omega + 3\pi)(2\pi - \omega)}{\omega + 4\pi} & \text{pentru } \omega \in [\pi; 2\pi] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

În acest caz se obține o localizare bună în frecvență, în schimb avem o slabă localizare în timp.

Dacă se utilizează semnale de tipul celor prezentate în lucrarea [19] atunci se pune problema găsirii unor funcții de scală de aceeași formă cu semnalul de sondaj. Se va căuta o funcție de forma:

$$\varphi_A(t) = \begin{cases} \frac{k}{2} \cdot \sin(k \cdot t) & \text{pentru } t \in \left[0; \frac{\pi}{k}\right] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

$$\hat{\varphi}_A(\omega) = \int_0^{\frac{\pi}{k}} \frac{k}{2} \cdot \sin(k \cdot t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \frac{k^2}{2(k^2 - \omega^2)} \left(1 + e^{-j\frac{\omega\pi}{k}} \right)$$

$$m_0(\omega) = \frac{k^2 - \omega^2}{k^2 - 4\omega^2} \cdot \frac{1 + e^{-j\frac{2\pi\omega}{k}}}{1 + e^{-j\frac{\pi\omega}{k}}}$$

Se verifică: $m_0(0) = 1$

$$m_0(\pi) = 0$$

Pentru $k = \pi$ se obține:

$$\begin{aligned} m_0(\pi) &= -\frac{2}{3\pi^2} \cdot \lim_{\omega \rightarrow \pi} \frac{k^2 - \omega^2}{1 + e^{-j\frac{\pi\omega}{k}}} = -\frac{2}{3\pi^2} \cdot \lim_{\omega \rightarrow \pi} \frac{k^2 - \omega^2}{1 + e^{-j\omega}} = \\ &= -\frac{2}{3\pi^2} \cdot \lim_{\omega \rightarrow \pi} \frac{-2\omega}{-j \cdot e^{-j\omega}} = \frac{2 \cdot 2\pi}{3\pi^2 \cdot j} = \frac{4}{3\pi j} \neq 0 \end{aligned}$$

Pentru $k = 2\pi$ se obține:

$$m_0(\pi) = -\frac{3\pi^2}{4(1-j)} \cdot \lim_{\omega \rightarrow \pi} \frac{1 + e^{-j\omega}}{\pi^2 - \omega^2} = \frac{3\pi j}{8(j-1)} \neq 0$$

$$\text{Pentru } 1 + e^{-j\frac{2\pi^2}{k}} = 0 \quad \Rightarrow \quad e^{-j\frac{2\pi^2}{k}} = -1$$

$$\frac{2\pi^2}{k} = (2p+1)\pi \quad k = \frac{2\pi}{(2p+1)} \quad p \in \mathbb{N}^*, p \neq 0$$

$$\varphi_A(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{2p+1} \cdot \sin \frac{2\pi t}{2p+1} & \text{pentru } t \in \left[0, p + \frac{1}{2} \right] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases} \quad p \in \mathbb{N}^*$$

$$\hat{\varphi}_A(\omega) = \frac{2\pi^2}{4\pi^2 - (2p+1)^2 \cdot \omega^2} \left[1 + e^{-j\omega \left(p + \frac{1}{2} \right)} \right]$$

$$m_0(\omega) = \frac{4\pi^2 - (2p+1)^2 \cdot \omega^2}{4\pi^2 - 4(2p+1)^2 \cdot \omega^2} \cdot \frac{1 + e^{-j(2p+1)\omega}}{1 + e^{-j(p+\frac{1}{2})\omega}}$$

$$m_1(\omega) = e^{-j\omega} \cdot m_0^*(\omega + \pi) = e^{-j\omega} \cdot \frac{4\pi^2 - (2p+1)^2 \cdot (\omega + \pi)^2}{4\pi^2 - 4(2p+1)^2 \cdot (\omega + \pi)^2} \cdot \frac{1 - e^{-j(2p+1)\omega}}{1 + e^{-j(p+\frac{1}{2})\omega}}$$

Pentru $p = 1$ se obține:

$$\varphi_A(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{3} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot t\right) & \text{pentru } t \in \left[0, \frac{3}{2}\right] \\ 0 & \text{în rest} \end{cases}$$

$$\hat{\varphi}_A(\omega) = \frac{2\pi^2}{4\pi^2 - 9\omega^2} \left[1 + e^{j\frac{3}{2}\omega} \right]$$

$$\hat{\Psi}_A(\omega) = m_1\left(\frac{\omega}{2}\right) \cdot \hat{\varphi}\left(\frac{\omega}{2}\right) = \frac{2\pi^2}{4\pi^2 - \frac{9}{4}\omega^2} \left(1 + e^{j\frac{3}{4}\omega} \right) \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \frac{4\pi^2 - \frac{9}{4}\left(\frac{\omega}{2} + \pi\right)^2}{4\pi^2 - 36\left(\frac{\omega}{2} + \pi\right)^2} \cdot \frac{-e^{-j\frac{3}{2}\omega}}{1 - j \cdot e^{j\frac{3}{4}\omega}}$$

Dacă se utilizează impulsurile de formă gaussiană atunci forma funcției de scală va fi:

$$\varphi_G(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

$$\hat{\varphi}_G(\omega) = e^{-\frac{\omega^2 \cdot \sigma^2}{2}}$$

$$m_0(\omega) = \frac{\hat{\varphi}_G(2\omega)}{\hat{\varphi}_G(\omega)} = e^{-\frac{3\omega^2 \cdot \sigma^2}{2}}$$

$$m_0(0) = 1$$

$$m_0(\pi) = e^{-\frac{3\pi^2 \cdot \sigma^2}{2}} \neq 0.$$

Pentru σ suficient de mare se poate aproxima:

$$m_0(\pi) \approx 0$$

$$m_1(\omega) = e^{-j\omega} \cdot e^{-\frac{3(\omega+\pi)^2 \cdot \sigma^2}{2}}$$

$$\hat{\Psi}_G(\omega) = e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot e^{-\frac{\sigma^2(\omega^2 + 3\pi\omega + 3\pi^2)}{2}}$$

$$\Psi_G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{3\omega^2 \cdot \sigma^2}{8}} \cdot e^{j\frac{3}{2}\omega} \cdot e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

$$\Psi_G(\omega) = A \cdot e^{j \frac{3}{2} \pi} \cdot e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

$$R_c\{\Psi_G(t)\} = A \cdot e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \cdot \cos \frac{3}{2} \pi t$$

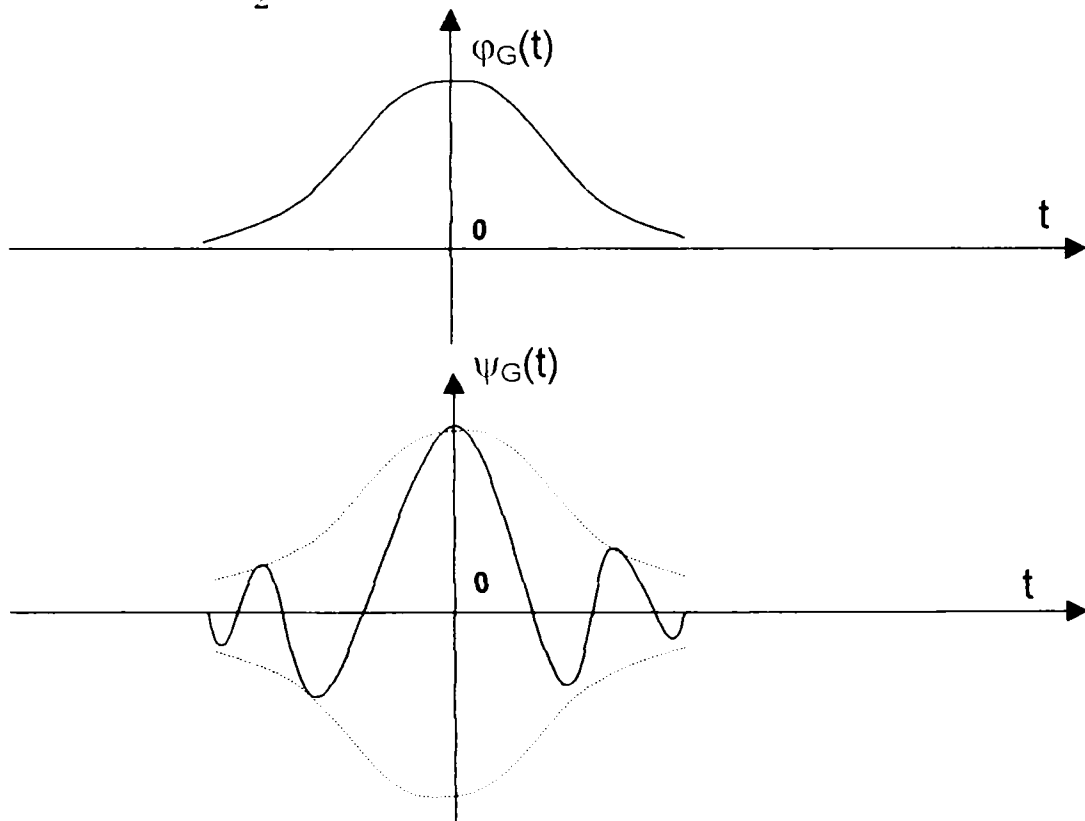


fig. 51

3.8.2 Algoritmi duali de reprezentare multirezoluție a semnalelor.

Prezentarea celor două tipuri de analize multirezoluție duale, respectiv Haar – PW și Bartlet – BD sugerează o procesare pe două canale a semnalului RADAR recepționat. Pe canalul de distanță, unde este necesară o localizare bună în timp se va face o reprezentare și o analiză Haar (sau Bartlet), iar pe canalul de viteză, fiind necesară o bună localizare în frecvență se va folosi o reprezentare PW (sau BD), (fig. 52).

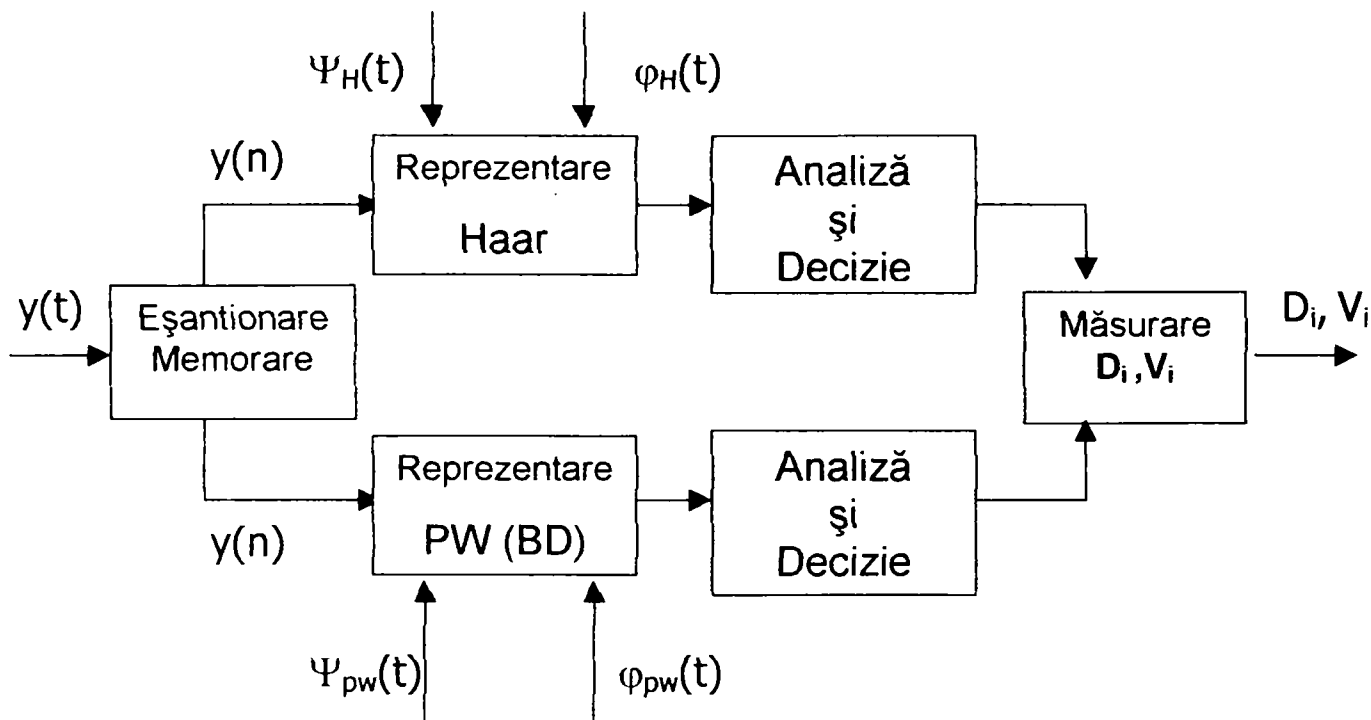


fig. 52

În acest caz, pe lângă îmbunătățirea preciziei de măsurare a parametrilor D_i, V_i se poate obține și o îmbunătățire substanțială a raportului semnal util/zgomot prin procesarea realizată în blocul de analiză și decizie în cadrul căruia se poate implementa algoritmul prezentat în capitolul 2.4., de compensare la nivel de coeficienți Wavelet sau algoritmul prezentat în lucrarea [26], bazat pe rețele neuronale.

3.9 Aplicație RADAR a reprezentărilor multirezoluție.

Această tehnică de procesare se bazează în principal pe o reprezentare multiscală a semnalului ecou, care permite observarea acestuia la nivelul de rezoluție dorit. Relațiile de descompunere sunt:

$$y(t) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \alpha_{j,k} \{y\} \cdot \varphi_{j,k}(t) = \sum_{l \in \mathbb{Z}} A_{2^l} \{y(t)\} \quad \alpha_{j,k} \{y\} = T_y^{TW}(j,k) = \int_R y(t) \cdot \varphi_{j,k}^*(t) dt$$

$$A_{2^l} \{y\} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \alpha_{j,k} \{y\} \cdot \varphi_{j,k}(t)$$

$$\varphi_{j,k}(t) = 2^{-j} \varphi(2^j \cdot t - k)$$

$$D_{2^j} \{y\} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j,k} \{y\} \cdot \psi_{j,k}(t)$$

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j} \psi(2^j \cdot t - k)$$

$$d_{j,k} \{y\} = \langle y, \psi_{j,k} \rangle = \int_{\mathbb{R}} y(t) \cdot \psi_{j,k}^*(t) dt$$

Pentru calculul coeficienților $\alpha_{j,k}$, $d_{j,k}$ se poate utiliza algoritmul piramidal, specific analizei multirezoluție.

La refacerea semnalului se ignoră detaliile care nu conțin informații utile. Astfel, pentru atenuarea perturbațiilor provocate de formațiuni noroase sau perdele de dipoli, caracterizat de impulsuri cu durată mare se elimină detaliile grosiere, informația utilă regăsindu-se în detaliile mai fine. Pentru atenuarea bruiajului de zgomot cu impulsuri foarte scurte se procedează invers : se elimină detaliile fine, care conțin preponderent bruiaj și se ține cont de detaliile mai grosiere (care au durată comparabilă cu impulsul de sondaj). De asemenea, în funcție de particularitățile cunoscute ale semnalului util și de proprietățile probabilistice ale bruiajului se pot implementa algoritmi de recunoaștere ale detaliilor semnificative specifice celor două tipuri de semnale și refacerea corespunzătoare a semnalului rezultat, mărindu-se raportul semnal/zgomot. Rezultatele procesării prin această metodă sunt prezentate în fig. 52a, 52b, 52c, 52d, 52e.

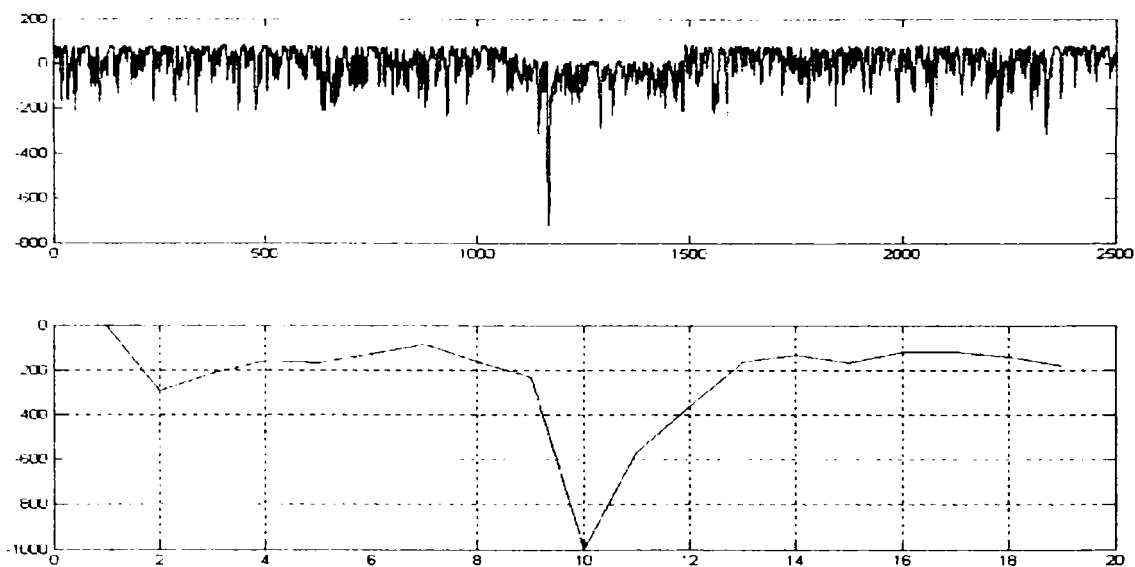


fig.52a Impuls RADAR (radarul de gama metrică P-18), bruiat aditiv cu zgomot gaussian și refăcut prin metode multirezoluție.

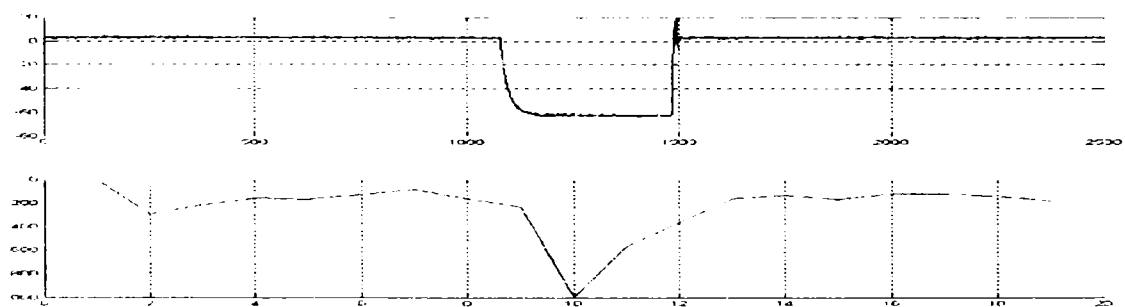


fig.52b Comparație între impulsul inițial și cel refăcut, prin algoritmul multirezoluție, reprezentare Haar, cu eliminarea detaliilor până la nivel $j=7$.

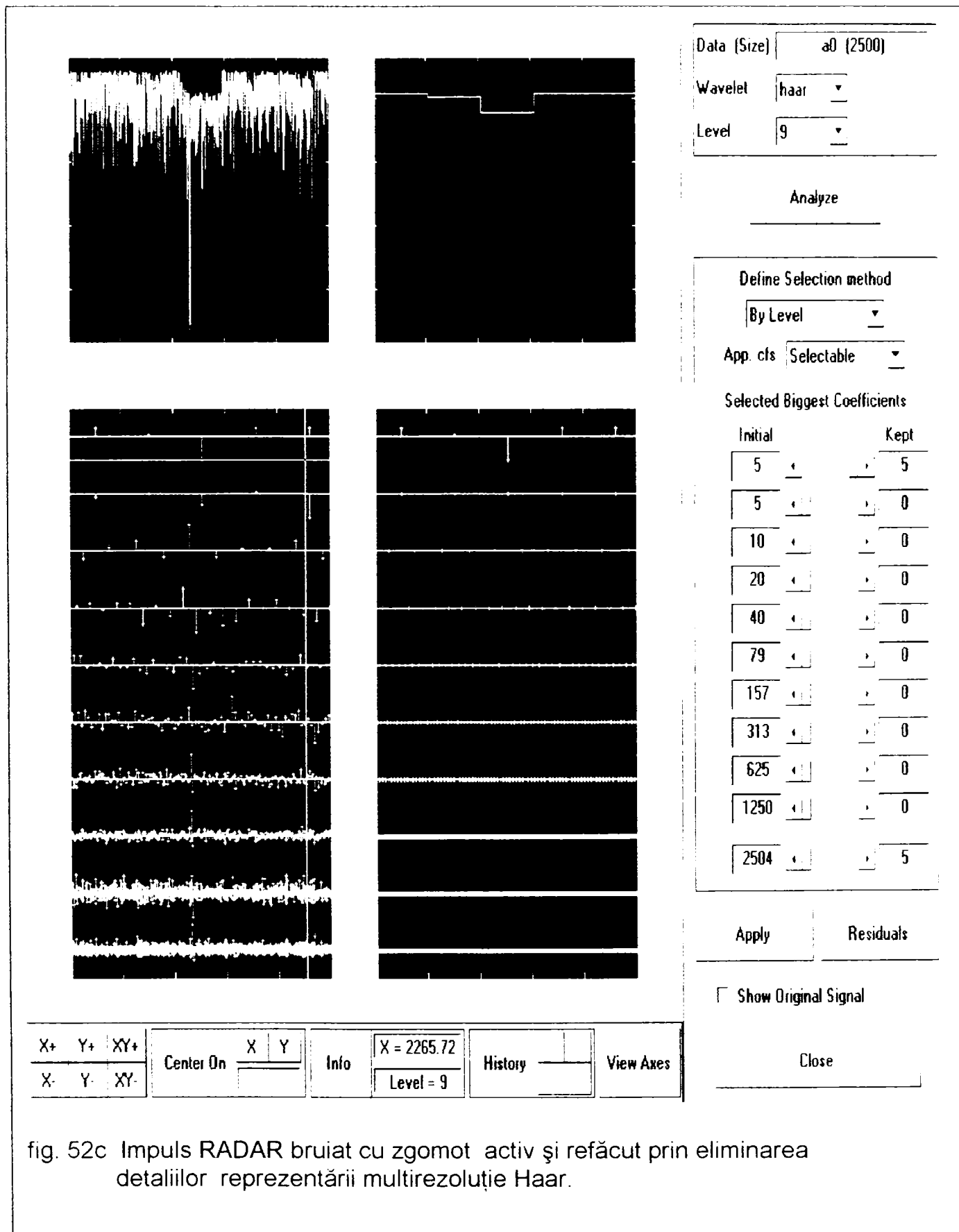


fig. 52c Impuls RADAR bruiat cu zgomot activ și refăcut prin eliminarea detaliilor reprezentării multirezoluție Haar.

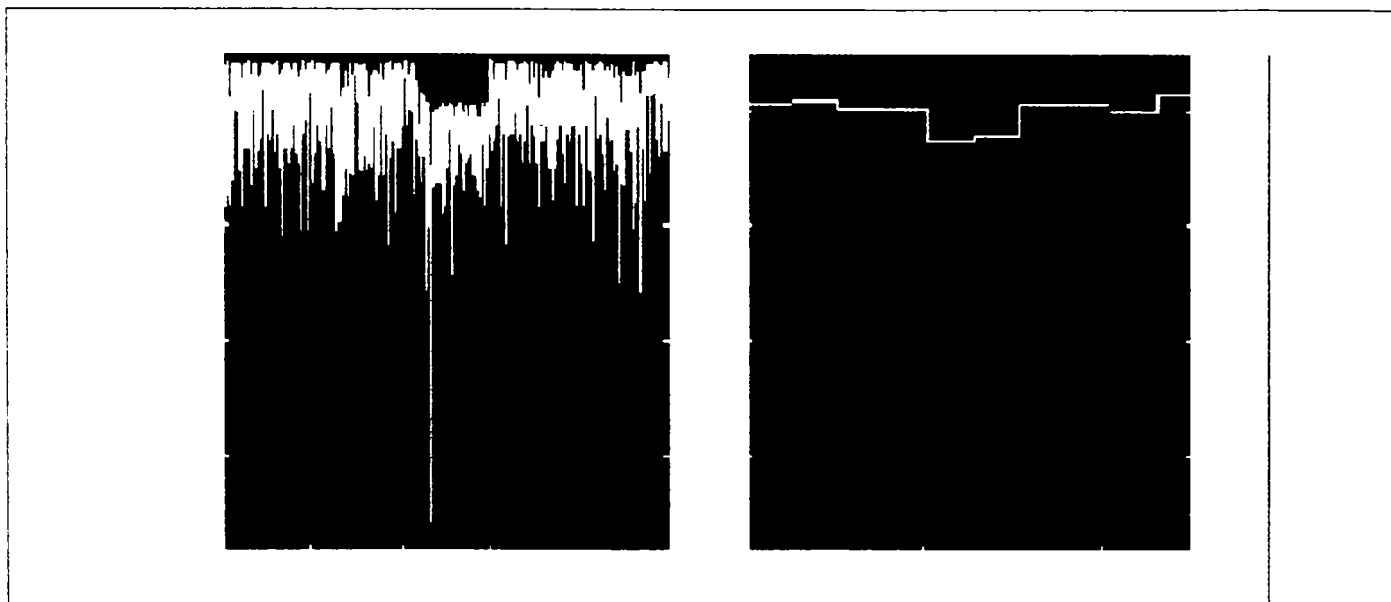


fig. 52d. Impuls radar, bruiat aditiv cu zgomot activ (de la generatorul de zgomot) și refăcut prin eliminarea detaliilor, până la nivelul $j=7$

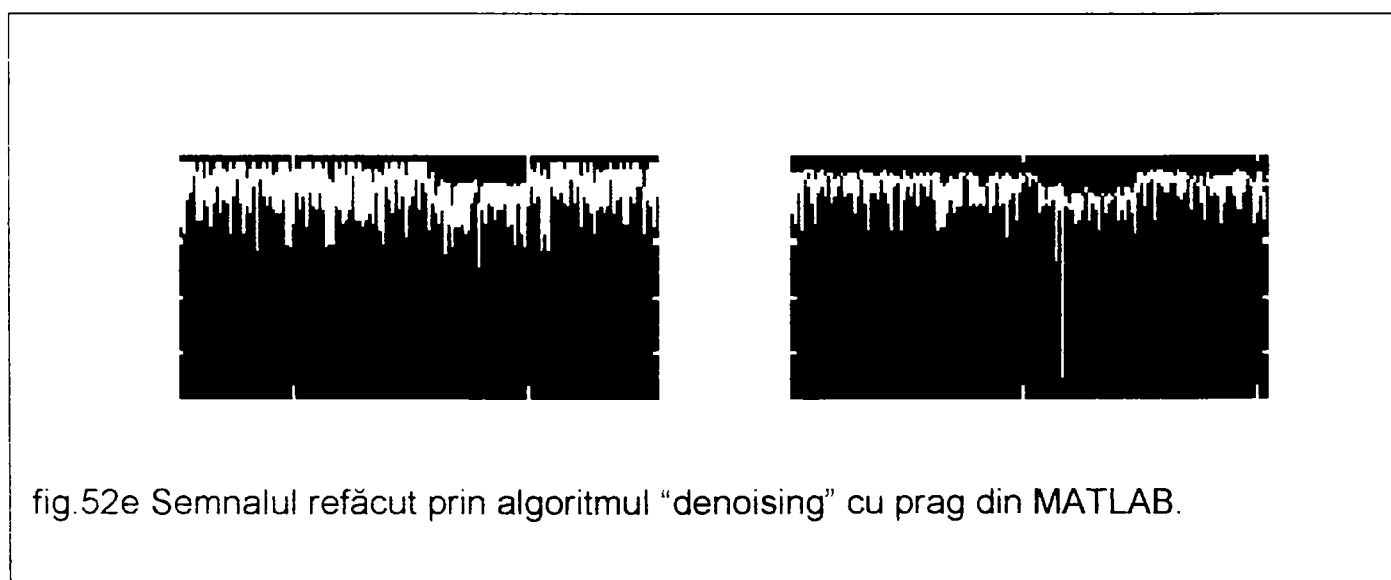


fig.52e Semnalul refăcut prin algoritmul "denoising" cu prag din MATLAB.

După cum se observă s-a utilizat un bruiaj foarte puternic, rezultând un raport semnal/zgomot subunitar ($S/Z_g=0,9$). Astfel aplicarea metodei "denoising" cu prag din MATLAB nu mai dă rezultate, pretându-se în acest caz utilizarea algoritmului multirezoluție propus, cu eliminarea totală a detaliilor până la nivelul la care undișoara Haar de scalare $\varphi(t)$ are durată comparabilă cu impulsul radar.

Un algoritm general de procesare bazat pe această reprezentare poate fi:

1. Achiziționarea și eșantionarea semnalului ecou $y(t)$, rezultând $\{y_k\}_{k \in Z}$

2. Calculul coeficienților $\alpha_{j,k}\{y\}$ și $d_{j,k}\{y\}$

3. Recunoașterea coeficienților purtători de informație semnificativă și atenuarea coeficienților purtători de bruiaj. Această etapă a algoritmului este cea mai importantă, determinând calitatea semnalului refăcut și gradul de îmbunătățire a raportului semnal/zgomot. Transformarea aplicată coeficienților $\alpha_{j,k}\{y\}$ și $d_{j,k}\{y\}$ se alege în funcție de scopul dorit și implică de fapt o filtrare neliniară a semnalului inițial.

În condițiile ecoului RADAR, care este un semnal cu parametri aleatori iar bruiajul poate avea legi probabilistice necunoscute se pretează implementarea unei rețele neuronale pentru efectuarea transformărilor adecvate asupra coeficienților $\alpha_{j,k}$ ($d_{j,k}$). În prima etapă (de proiectare a sistemului) se va aplica metoda de învățare supervizată a rețelei, la diferite condiții de mediu și bruiaj simulat. În etapa următoare (de exploatare a sistemului) se va aplica metoda de învățare nesupervizată, în care sistemul va recunoaște o anumită clasă a condițiilor de lucru și se va adapta corespunzător.

4. Generarea bazelor de "undisoare" φ și ψ .

5. Refacerea semnalului, cu utilizarea coeficienților transformați $\tilde{\alpha}_{j,k}$ și

$\tilde{d}_{j,k}$.

Sistemul care implementează algoritmul descris este prezentat în fig.53.

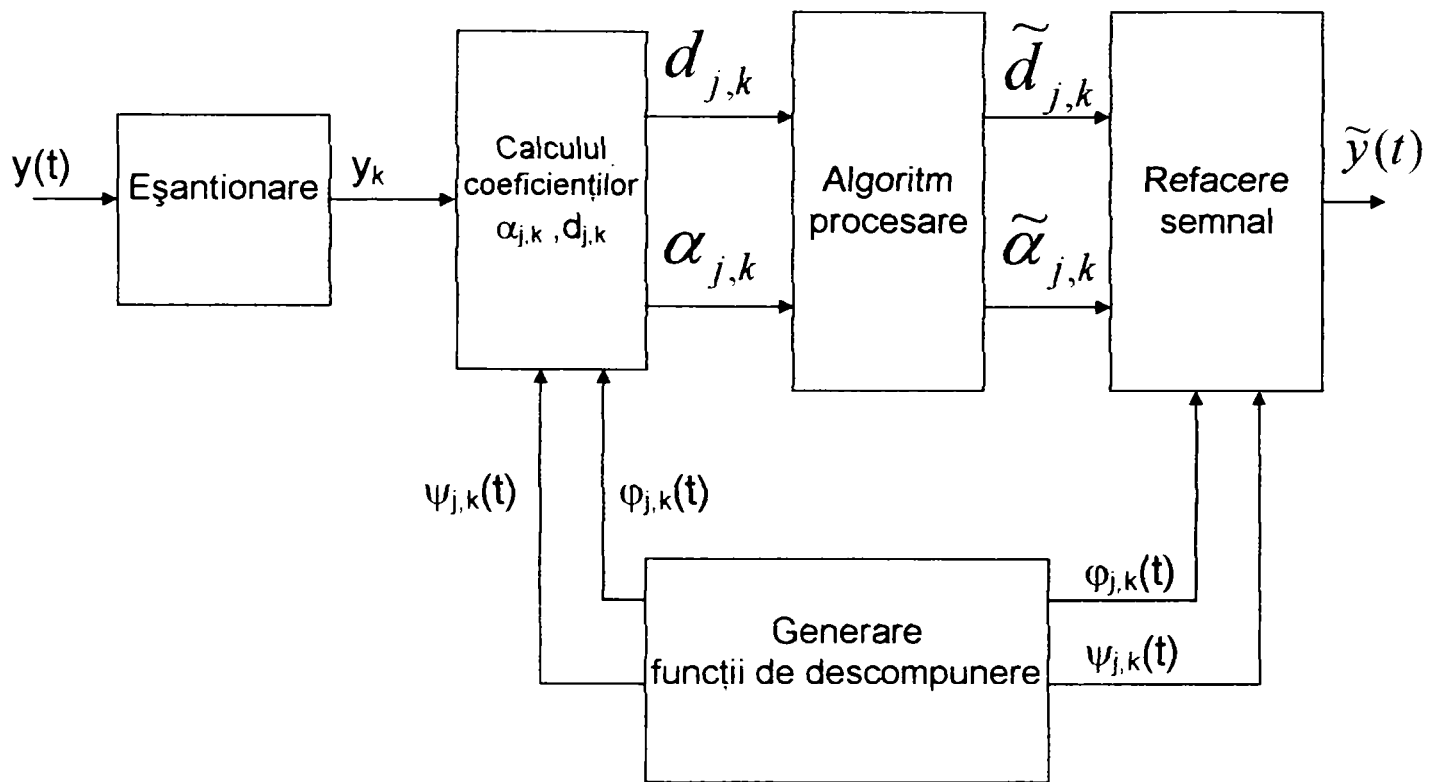


fig.53

În fig.54 sunt prezentate rezultatele experimentale obținute în urma procesării semnalului RADAR de la o stație de gamă metrică P 18. S-a utilizat baza de descompunere Haar, care se pretează în acest caz.

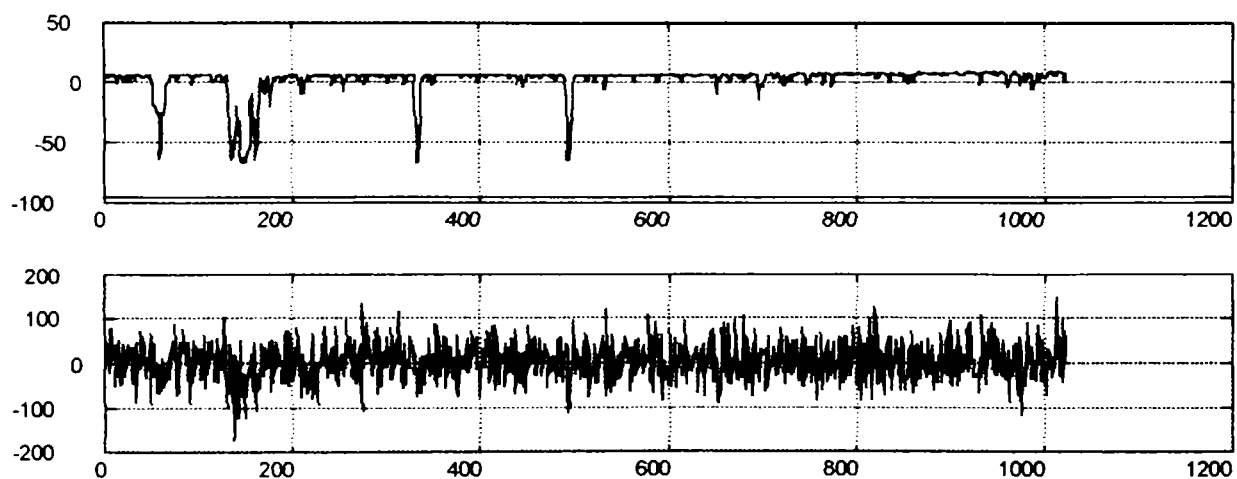


fig.54a Semnal RADAR cu trei ținte mobile și o țintă fixă obținut pe canalul de amplitudine la radarul P 18 și bruiat aditiv cu zgomot cu distribuție normală.

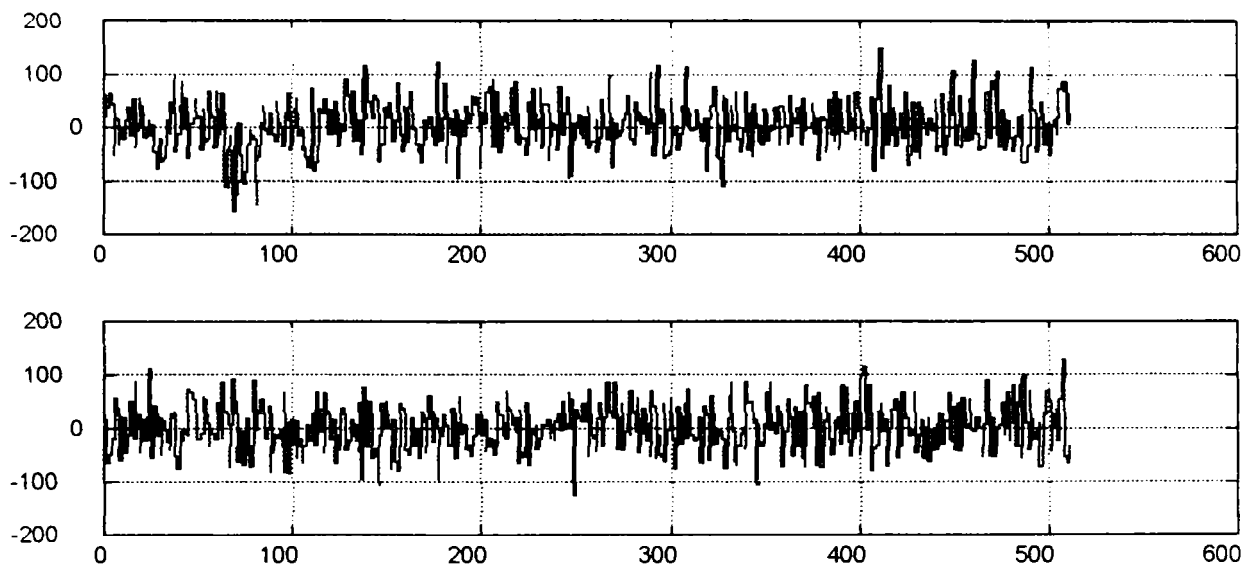


fig.54b Reprezentarea multirezoluție a semnalului bruiat.

$$(A_{2^j}\{y\}, D_{2^j}\{y\}, j=1, \text{ baza de reprezentare Haar})$$

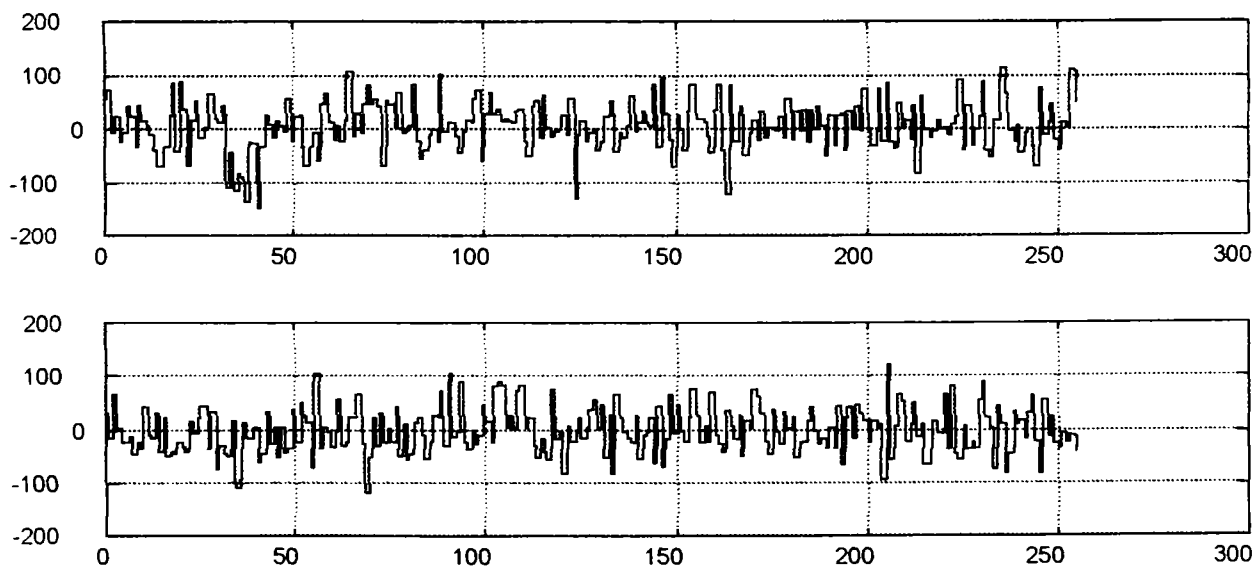


fig.54c Reprezentarea multirezoluție a semnalului bruiat.

$$(A_{2^j}\{y\}, D_{2^j}\{y\}, j=2, \text{ baza de reprezentare Haar})$$

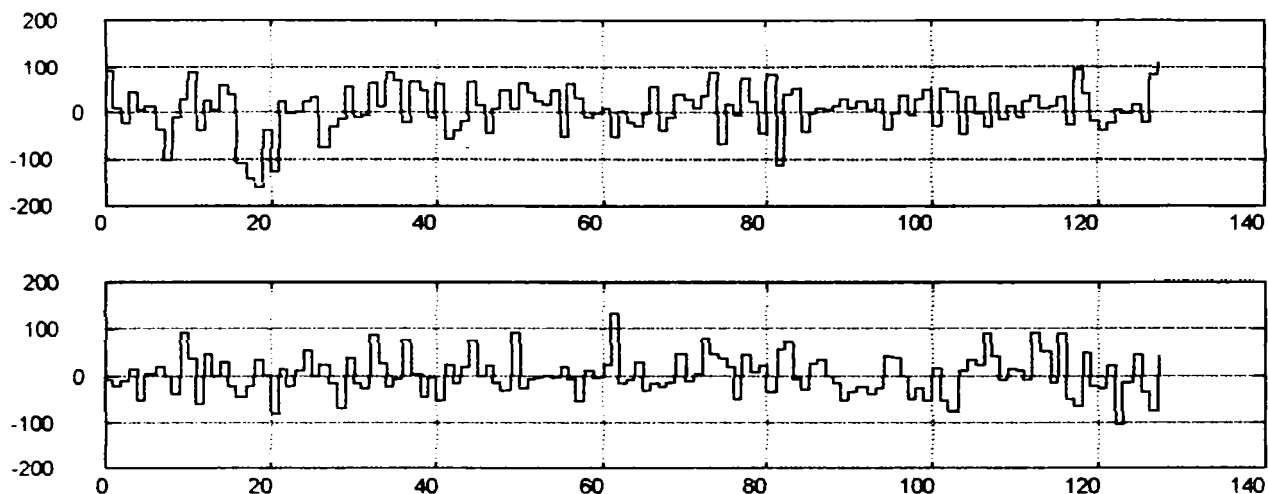


fig.54d Reprezentarea multirezoluție a semnalului bruiat.

$$(A_{2^j}\{y\}, D_{2^j}\{y\}, j=3, \text{ baza de reprezentare Haar})$$

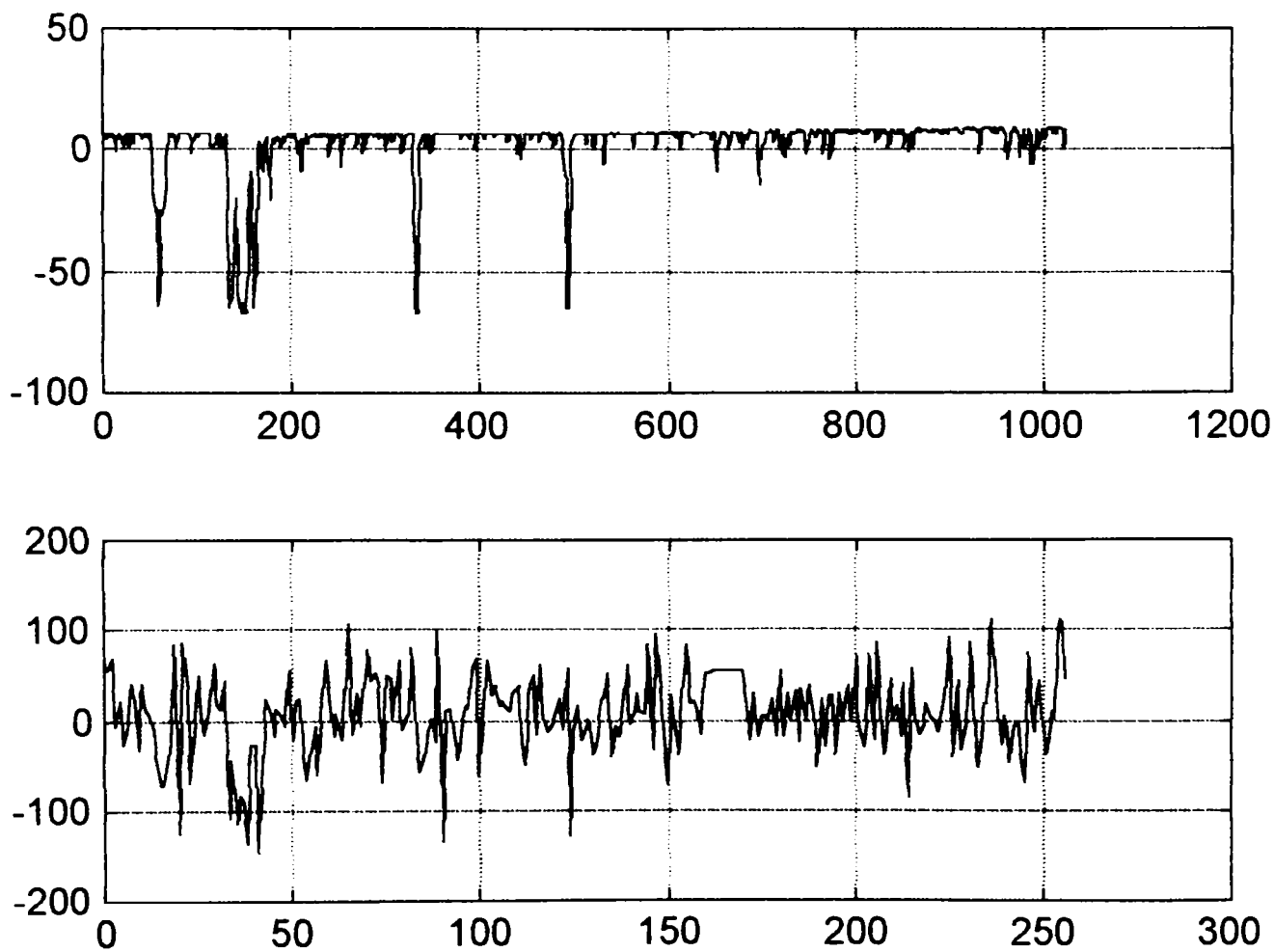


fig.54e Semnalul original și cel reconstituit la nivel de rezoluție $j=2$.

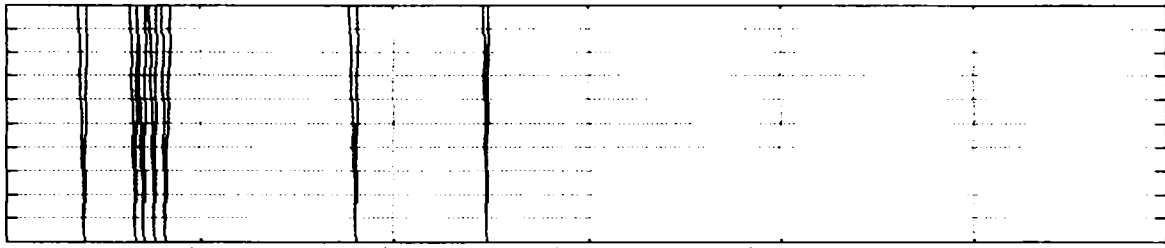


fig.54f Semnalul ecou, după detecția de prag (la sfârșitul procesării primare).

Și în acest exemplu (raportul $S/Zg=0,7$) s-a folosit algoritmul descris, cu suprimarea totală a detaliilor (reconstrucție la nivelul $j=2$). Trebuie remarcată utilitatea algoritmului propus, în cazul semnalelor cu raport S/Zg mic, dar trebuie amintite și limitările sale. Astfel pentru $S/Zg < 0,7$ algoritmul nu mai dă rezultate, crescând mult probabilitatea apariției țintelor false.

De aceea în unele situații este necesară utilizarea unor algoritmi mai complecși, care să realizeze o ponderare corespunzătoare a coeficienților $\alpha_{j,k}$, $d_{j,k}$ și apoi reconstrucția semnalului. Am propus determinarea experimentală a factorilor de ponderare, prin compararea coeficienților semnalului așteptat (fără bruiă) cu ai semnalului bruiat în diverse condiții.

Rezultatele experimentale obținute prin această metodă pentru impulsul bruiat prezentat în fig. 52a sunt prezentate în fig. 54g.

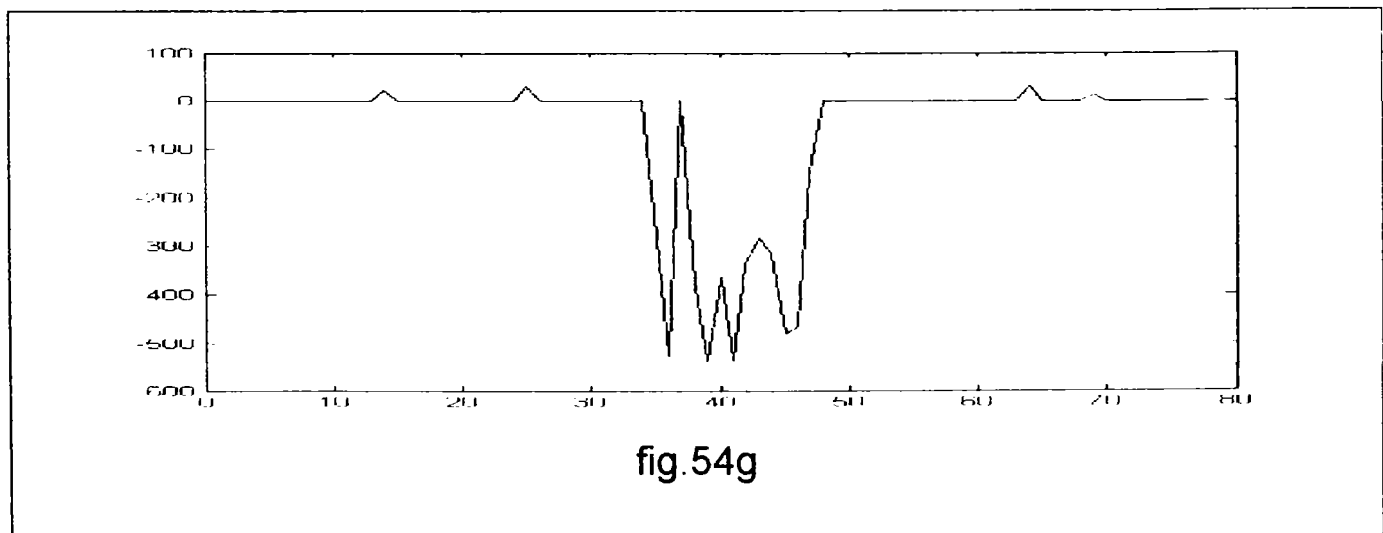
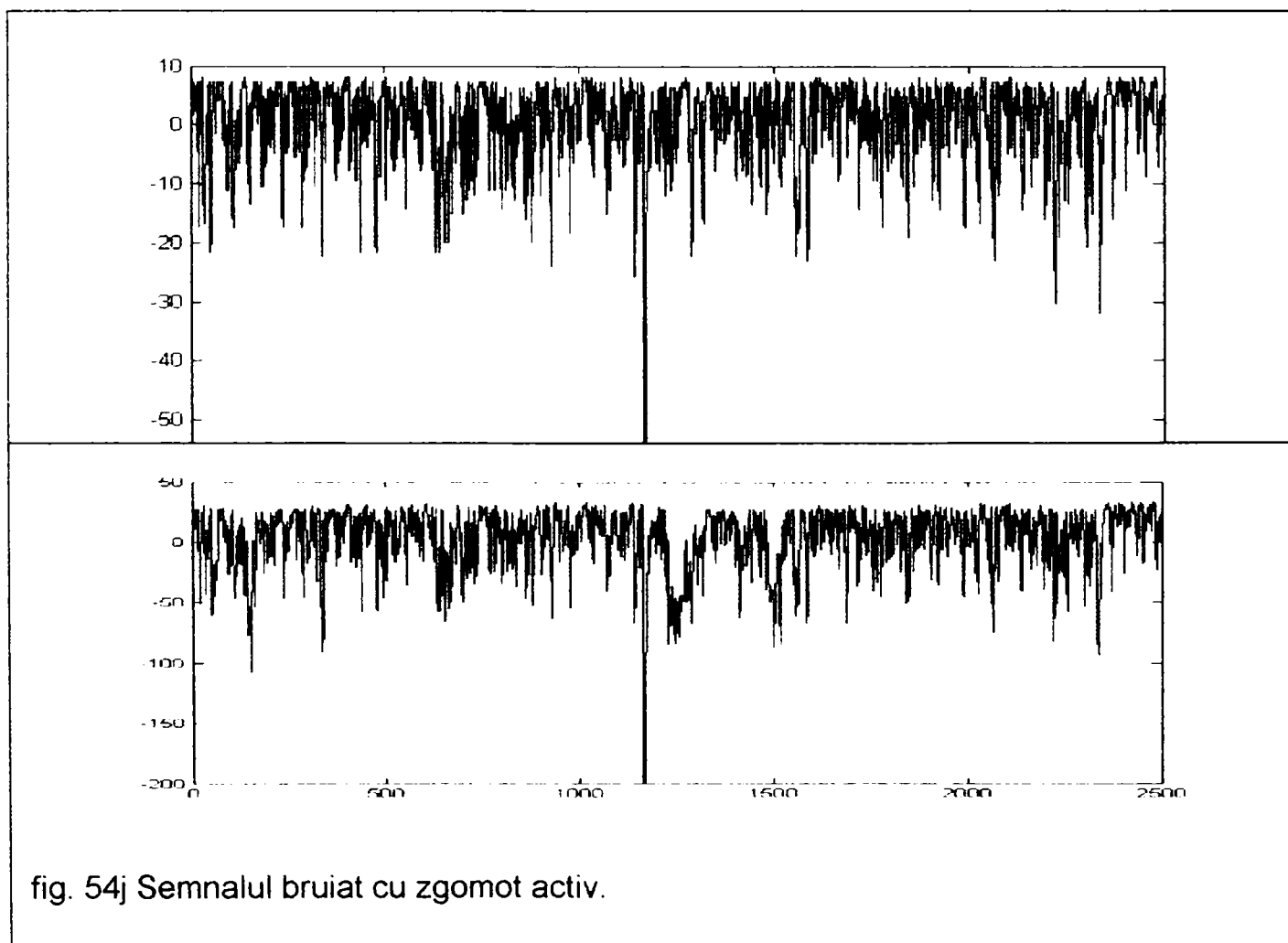
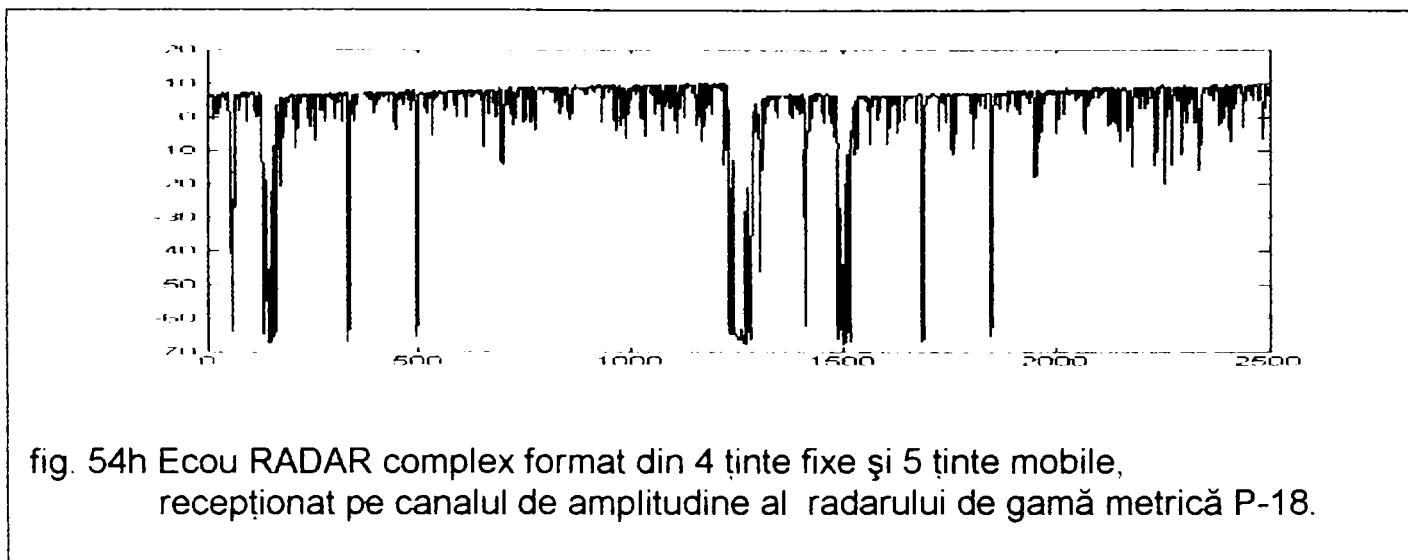


fig.54g

Alte rezultate experimentale obținute în urma procesării semnalului ecou de la radarul P 18, bruiat activ, raport $S/Zg = 3\text{dB}$, sunt prezentate în fig. 54h, 54i, 54j, 54k, 54l, 54m, 54n, 54o.



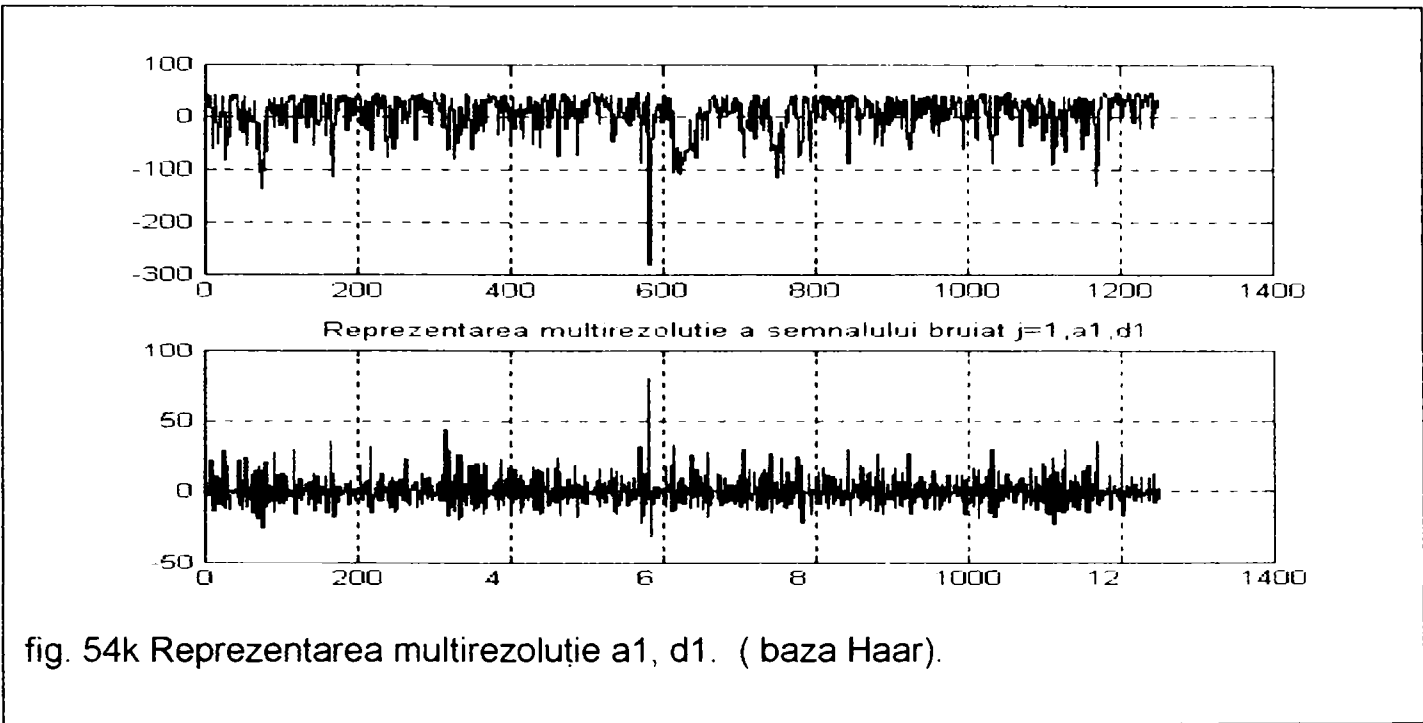


fig. 54k Reprezentarea multirezoluție a1, d1. (baza Haar).

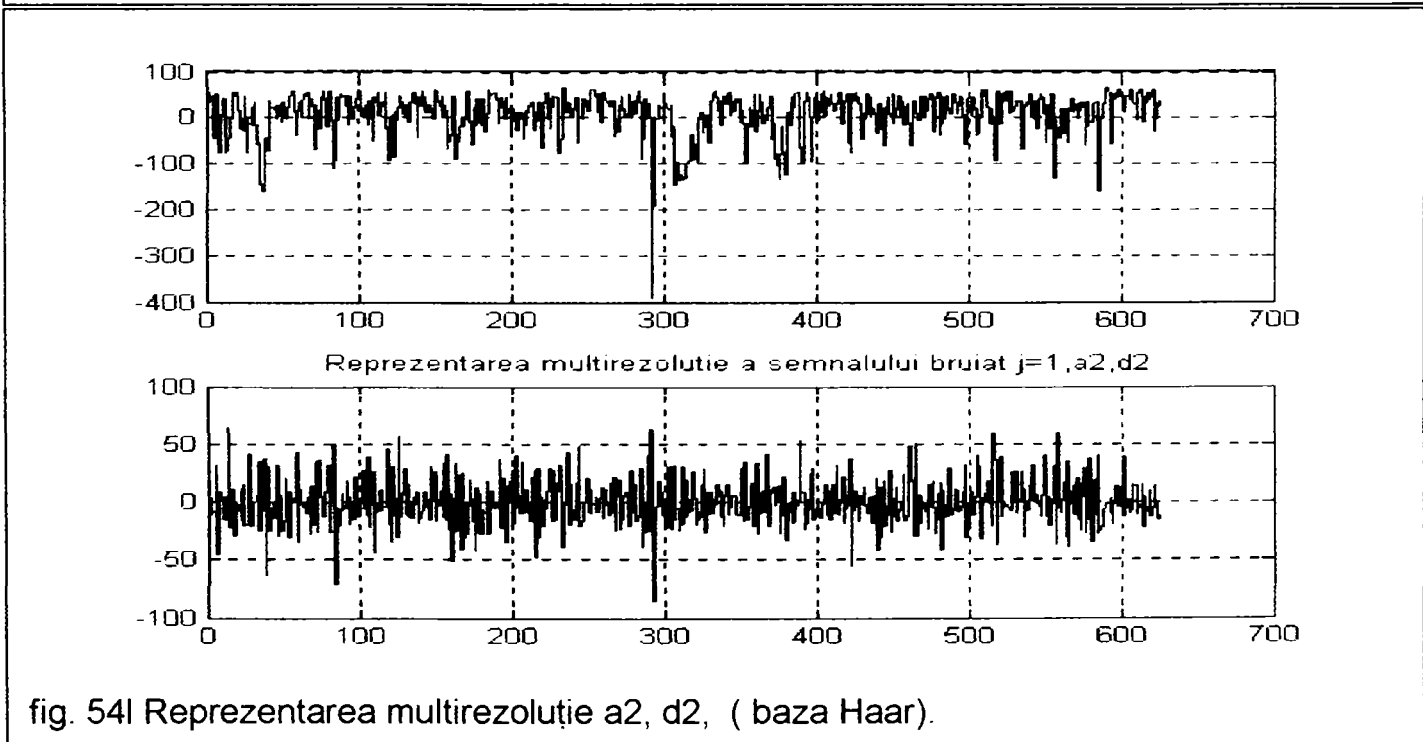


fig. 54l Reprezentarea multirezoluție a2, d2, (baza Haar).

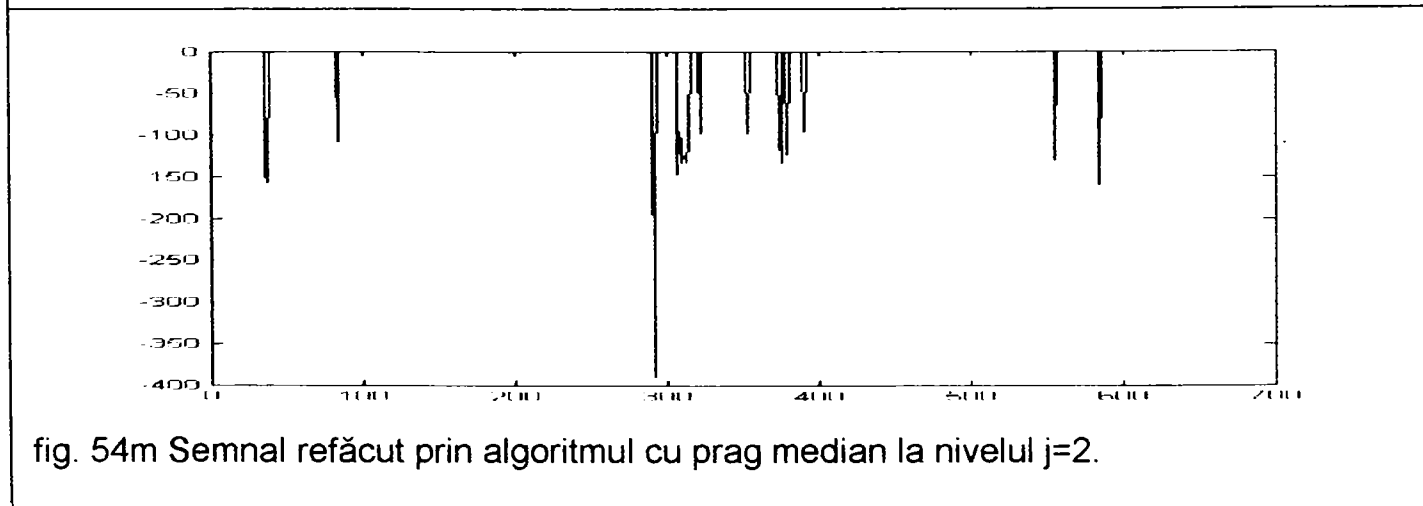


fig. 54m Semnal refăcut prin algoritmul cu prag median la nivelul $j=2$.

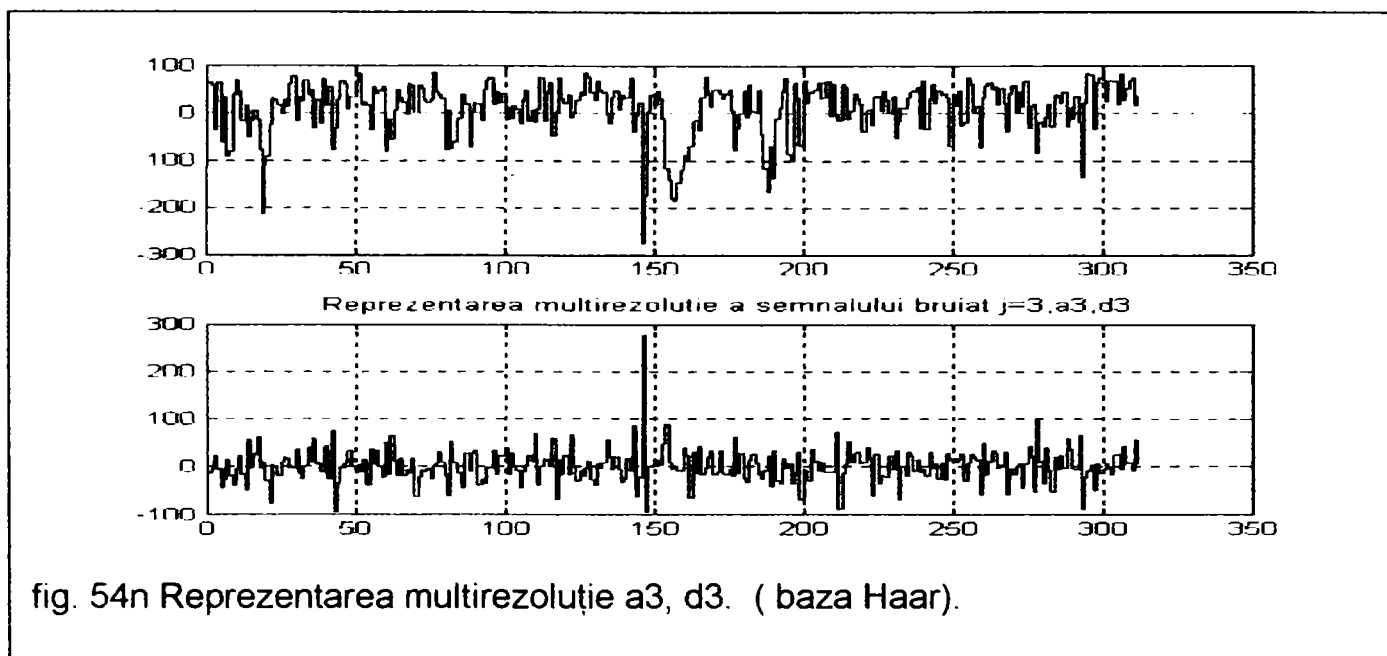


fig. 54n Reprezentarea multirezoluție a_3, d_3 . (baza Haar).

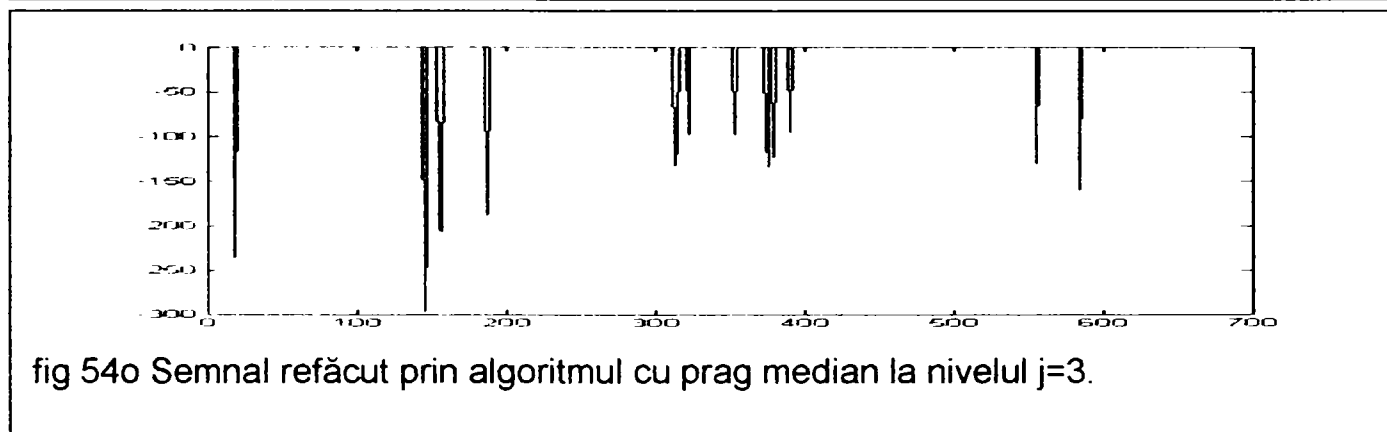


fig 54o Semnal refăcut prin algoritmul cu prag median la nivelul $j=3$.

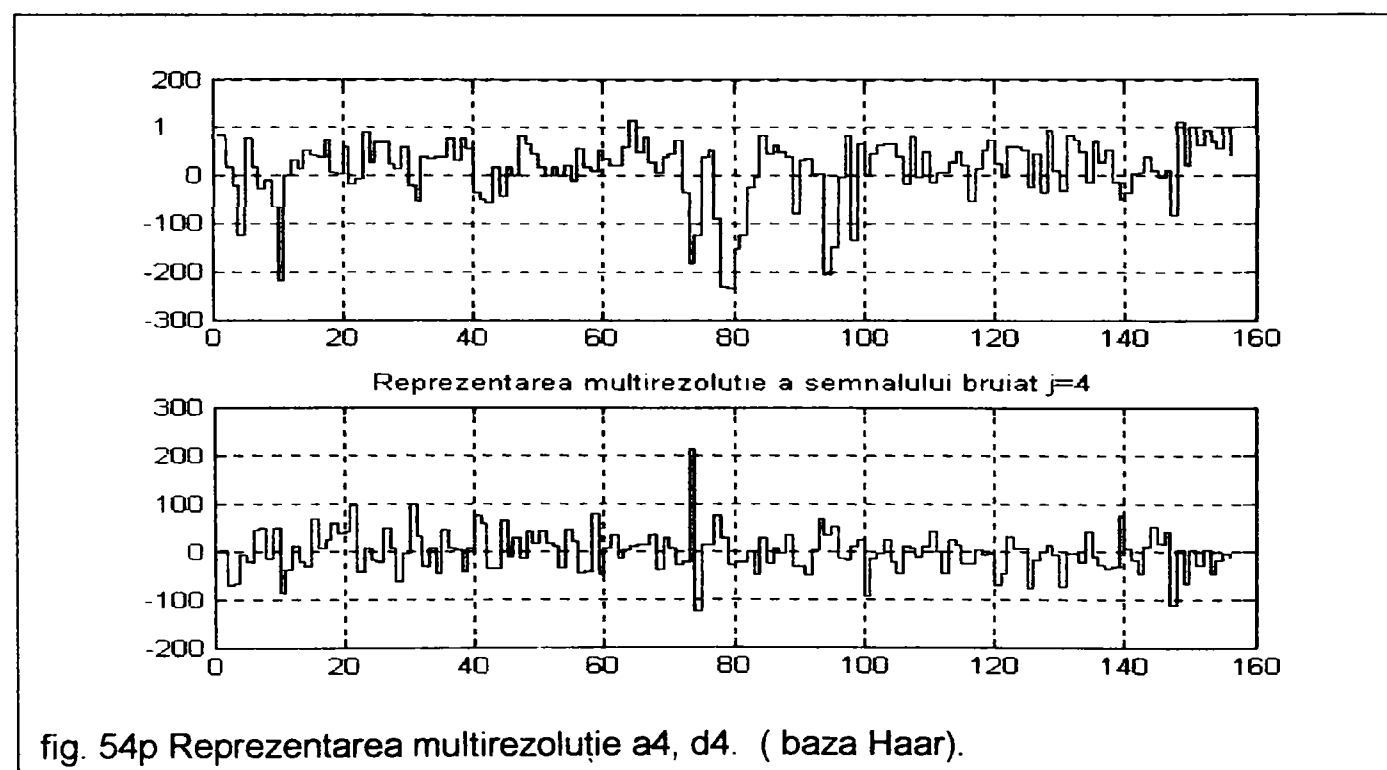
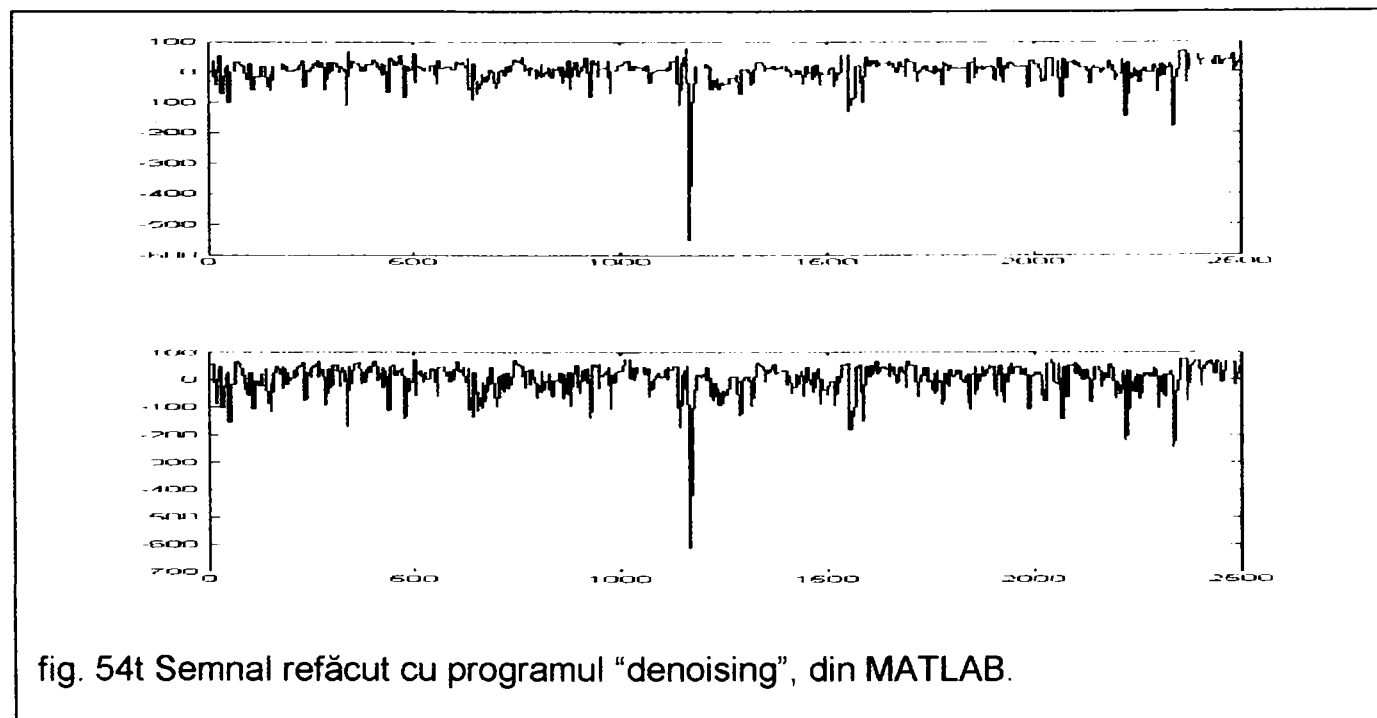
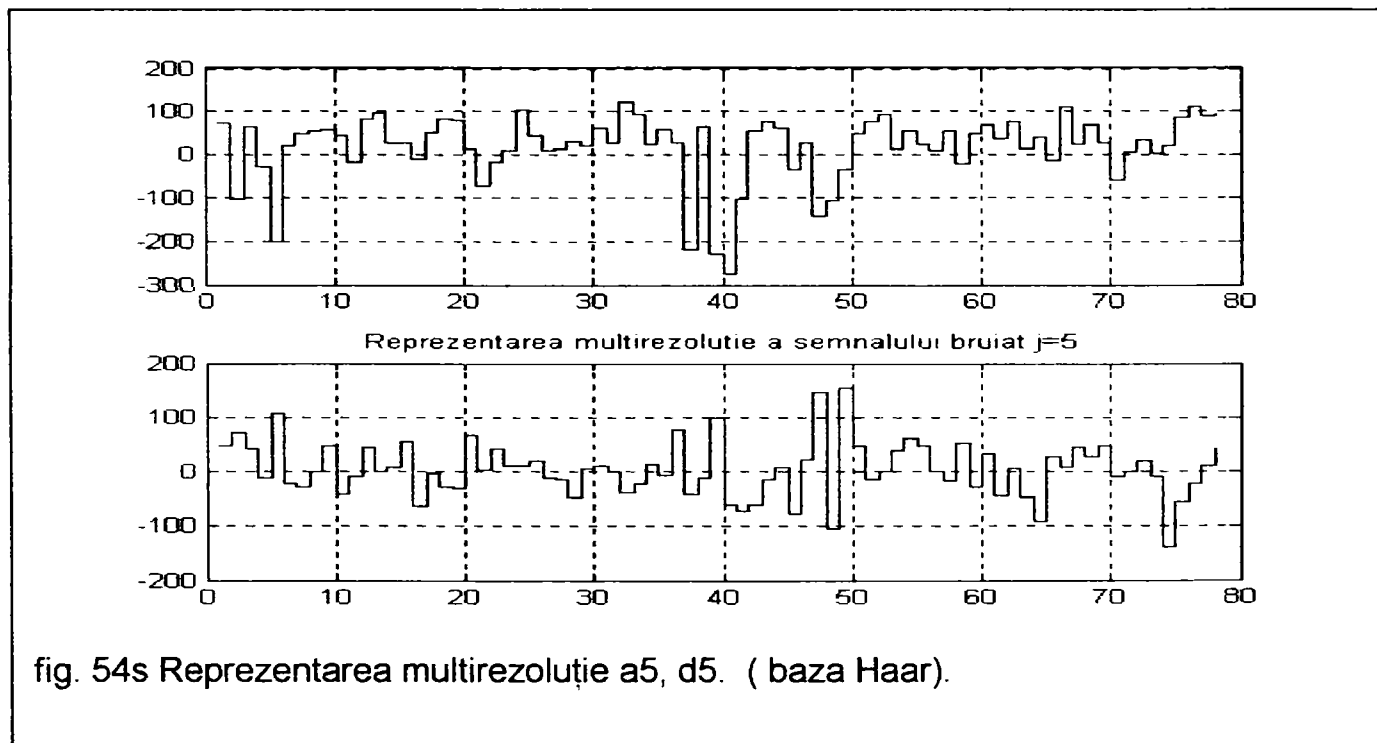
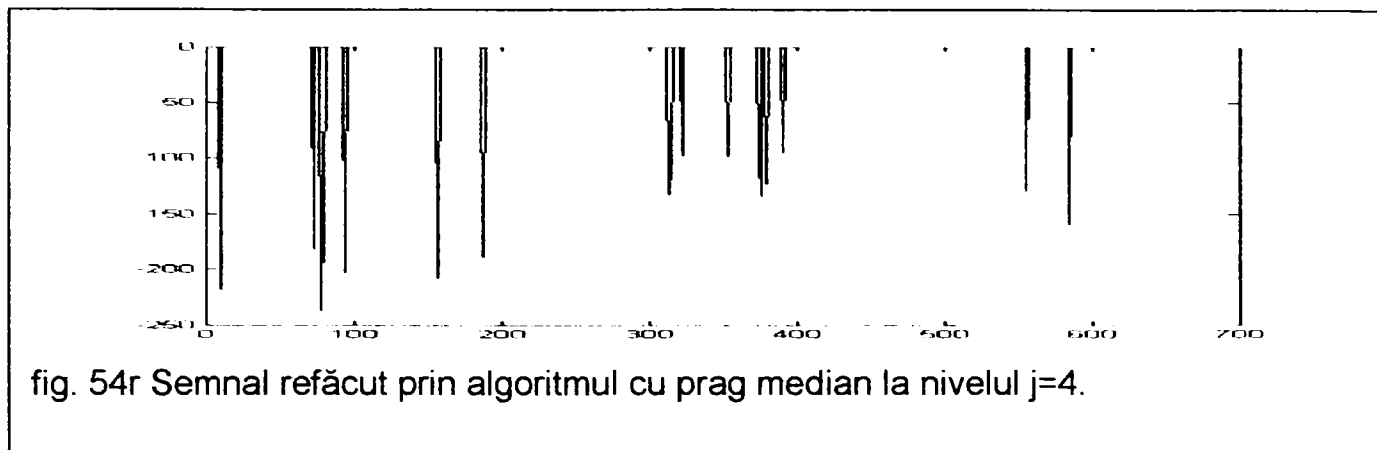


fig. 54p Reprezentarea multirezoluție a_4, d_4 . (baza Haar).



Comparând rezultatele obținute prin algoritmul propus (fig. 54o și 54r), respectiv eliminarea detaliilor până la un nivel de rezoluție determinat și cele obținute cu programul "denoising" din MATLAB (fig. 54t), se observă avantajul net în favoarea primei variante, rezultat datorat raportului S/Z_g foarte mic. Totuși trebuie observată probabilitatea apariției țintelor false sau a pierderii țintelor, funcție de nivelul pragului, dar trebuie remarcată posibilitatea eliminării impulsului perturbator nestaționar, care în cazul algoritmilor clasici este dominant. Alte rezultate obținute, în urma procesării acestui tip de semnal sunt prezentate în Anexa1, iar programele care implementează algoritmi de procesare în Anexa 2.

3.10 Procesarea semnalelor nearmonice de bandă foarte largă.

Semnalele nearmonice sunt forme de undă a căror formă analitică nu poate fi reprezentată sub forma unor funcții sinusoidale continue, de tipul:

$$x(t) = A(t)\sin [\omega_0 t + \varphi(t)]$$

Uzual, pentru modelarea acestor tipuri de semnale se utilizează funcții cu derivata discontinuă. Pentru exemplificare se pot aminti: secvențe de impulsuri rectangulare foarte scurte, impulsuri pozitive și negative provenite dintr-o funcție sinusoidală (durata impulsului trebuie să fie comparabilă cu perioada de repetiție a funcției sinusoidale), secvențe de impulsuri gaussiene scurte (fig. 55).

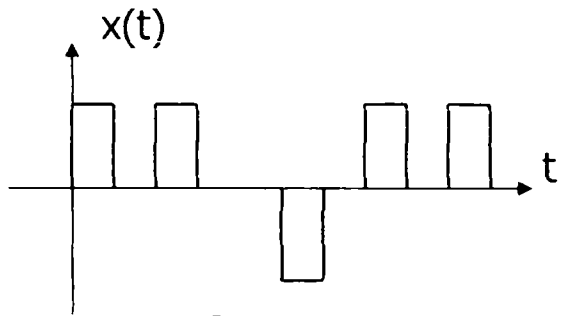


fig. 55a

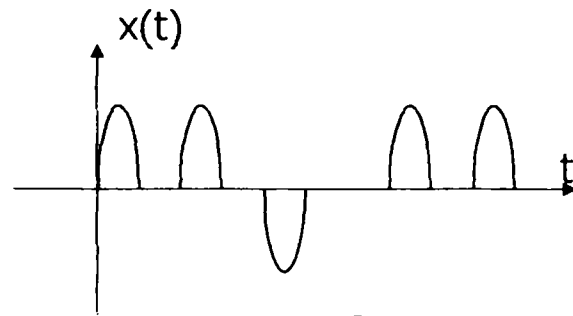


fig. 55b

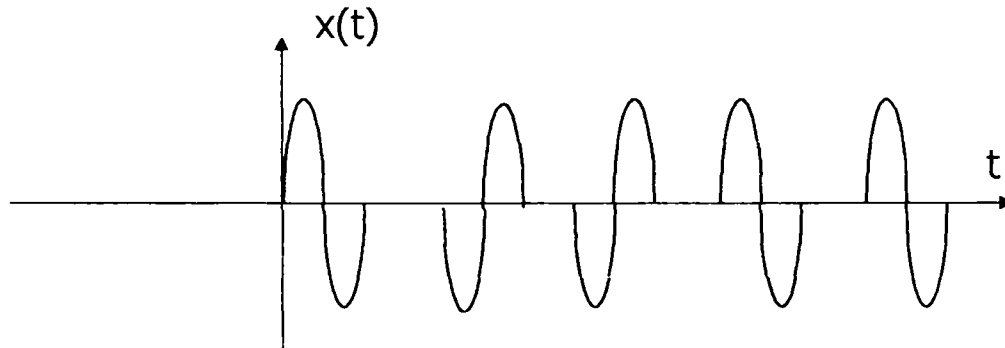


fig. 55c

Caracteristica principală a acestor semnale o reprezintă banda foarte largă și spectrul împrăștiat. Radarele care vor utiliza aceste tipuri de semnale, ca semnale de sondaj vor avea lărgimea de bandă a receptoarelor de 50-100 de ori mai mare decât radarele clasice, mărindu-se astfel stabilitatea la bruij. Conform [105] un semnal este denumit cu spectru împrăștiat (SSI) dacă îndeplinește condițiile:

1. banda semnalului transmis sa fie mult mai mare decât banda semnalului util;
2. împrăștierea spectrului emis trebuie să fie determinată de o funcție independentă de informație și care să poată fi regenerată la recepție;

Forma analitică a semnalului din fig.55b este:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k x_0(t - kT_0) \quad a_k \in \{-1, 1\}$$

$$x_0(t) = \begin{cases} \sin(\omega_0 t) & \text{pentru } t \in [0; T_0/2] \\ 0 & \text{în rest;} \end{cases}$$

Spectrul acestui semnal va fi :

$$X(j\omega) = X_0(j\omega) \cdot \sum_{k=0}^{N-1} a_k \cdot e^{-j\omega T_0 k}$$

$$X_0(j\omega) = \frac{2\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cdot \cos \frac{\omega T_0}{4} \cdot e^{-j\omega T_0 / 4}$$

Lărgimea de bandă a spectrului acestui semnal este comparabilă cu frecvența purtătoare a sinusoidei ω_0 , spectrul fiind "împrăștiat" într-o lărgime de bandă relativă comparabilă cu 1. Se asigură astfel o bună protecție la zgomot și o rată mare a compresiei semnalului în urma filtrării adaptate:

$$C_f = \frac{(N - 1/2)T_0}{T_0 / 2} = 2N - 1$$

Procesarea acestor semnale se poate face în două moduri: filtrarea optimă cu filtre adaptate sau calculul numeric al corelației de bandă largă.

În primul caz funcția pondere a filtrului va fi:

$$h(t) = x(t_i - t) \quad h(n) = x(t_i - nT_0) = a_{N-1-n}$$

$$t_i = (N-1)T_0 \text{ -durata secvenței}$$

Structura filtrului este prezentată în fig.56

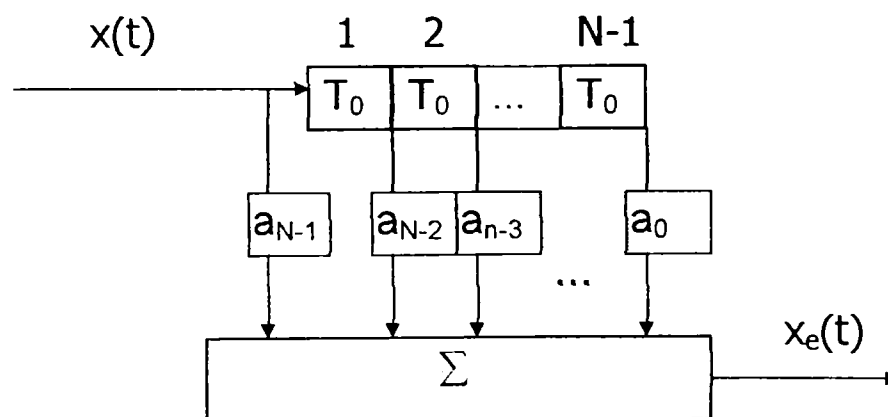


fig. 56

La ieșirea filtrului se va obține :

$$x_e(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot h^*(n-k) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot x^*(N-1-n+k) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \cdot a_{N-1-n+k}^*$$

$$x_e(N-1) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \cdot a_k^* = \sum_{k=0}^{N-1} |a_k|^2 = P_x$$

Valoarea maximă a ieșirii filtrului se obține la momentul $t_0=(N-1)T_0$ și este egală cu puterea semnalului.

Semnalul ecou, conform modelului prezentat în (II.1.1) este:

$$y(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} a_k \cdot x_0(st - \tau - kT_0)$$

Filtrul va avea o structură multicanal, în funcție de coeficientul de scalare al replicii așteptate(fig.57).

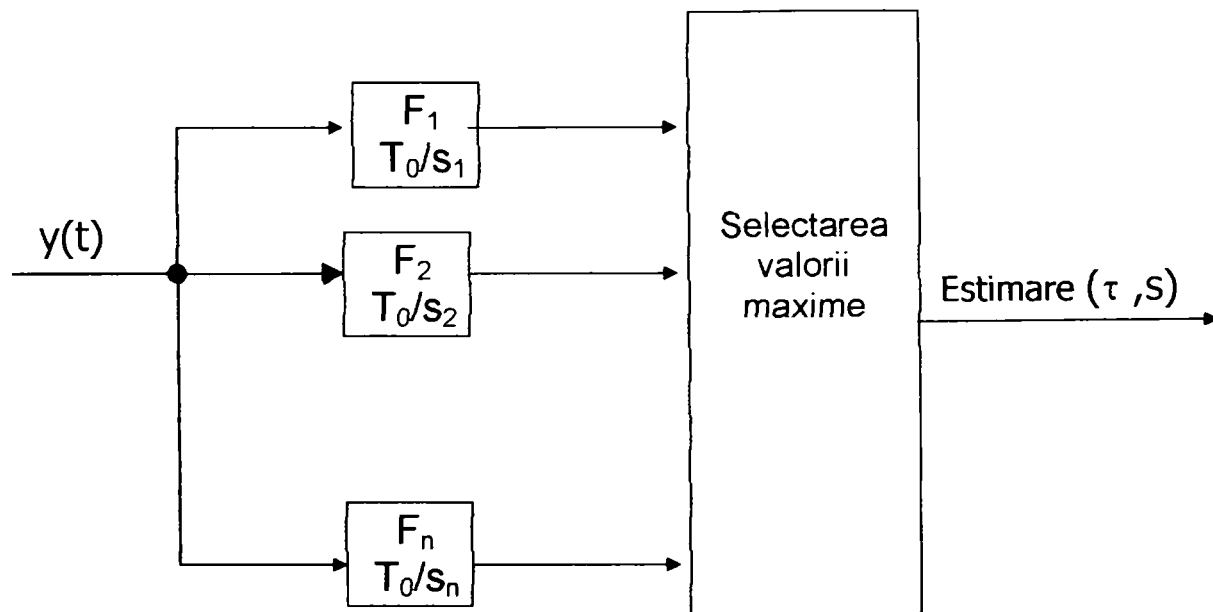
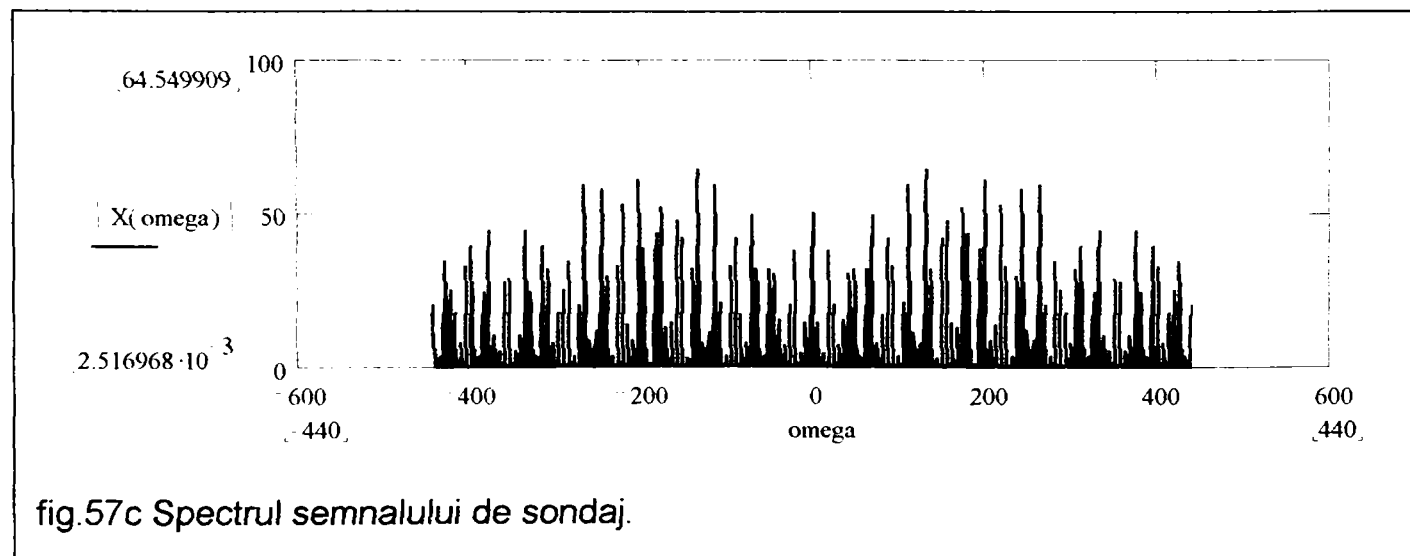
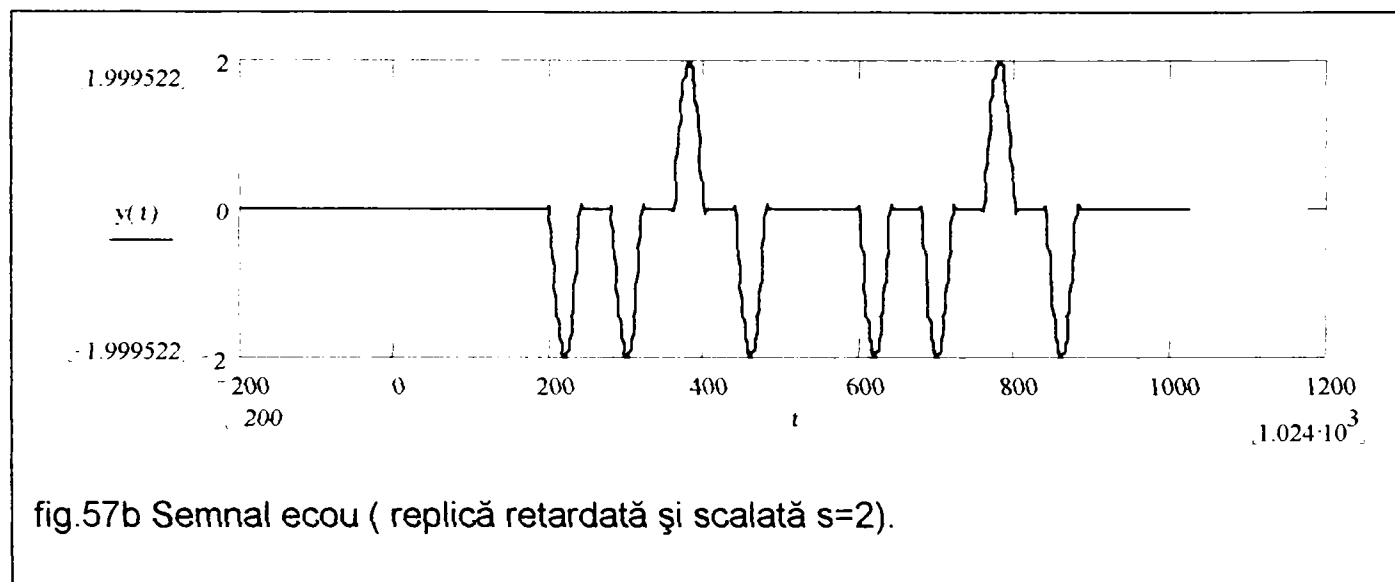
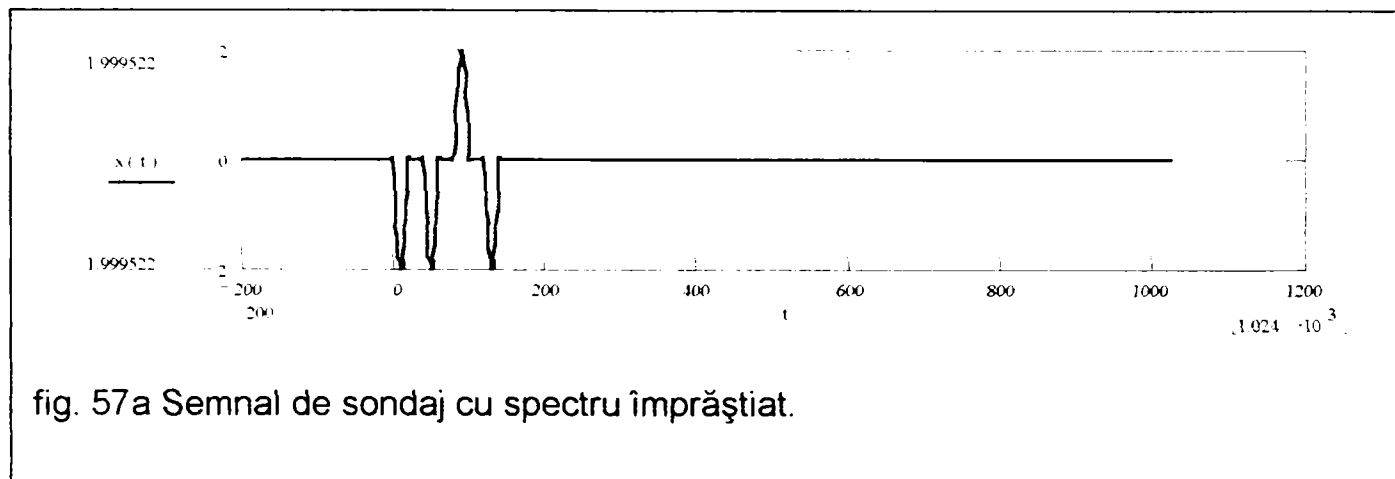


fig.57

Prelucrarea acestui tip de semnale furnizează un exemplu tipic în care utilizarea modelului clasic (de bandă îngustă) a semnalului ecou și sinteza filtrelor pe baza transformatei Fourier duce la rezultate nesatisfăcătoare.

Rezultatele obținute prin această metodă de procesare a unui semnal RADAR cu spectru împrăștiat sunt prezentate în fig.57a, 57b, 57c, 57d, 57e, 57f, 57g, 57h.



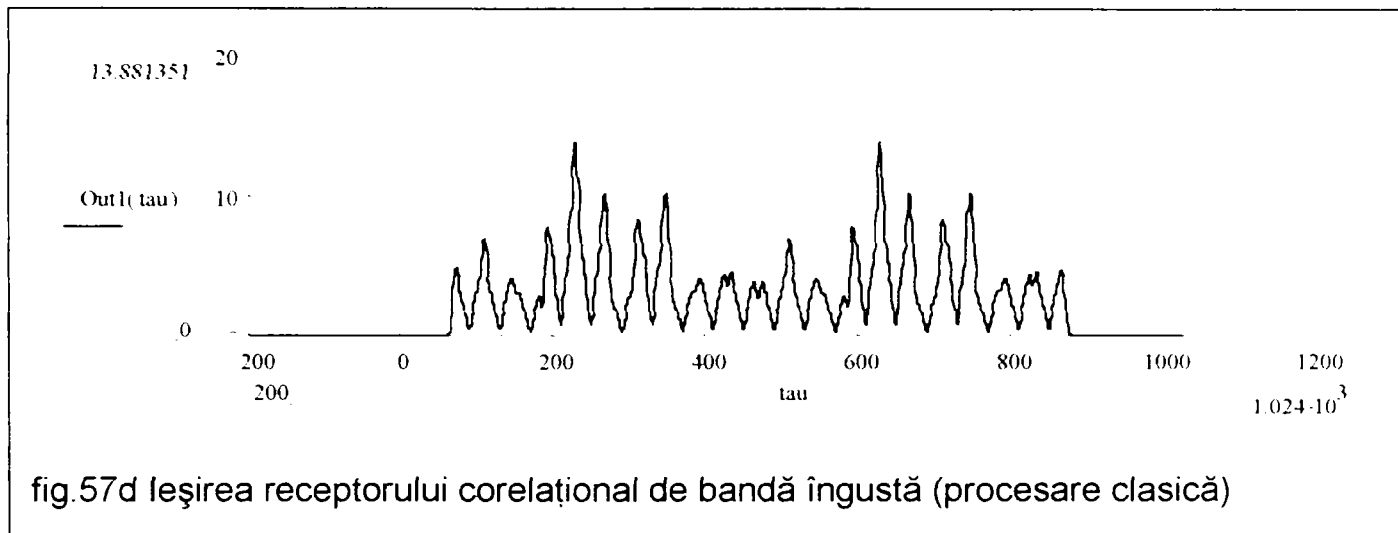


fig.57d ieșirea receptorului corelațional de bandă îngustă (procesare clasică)

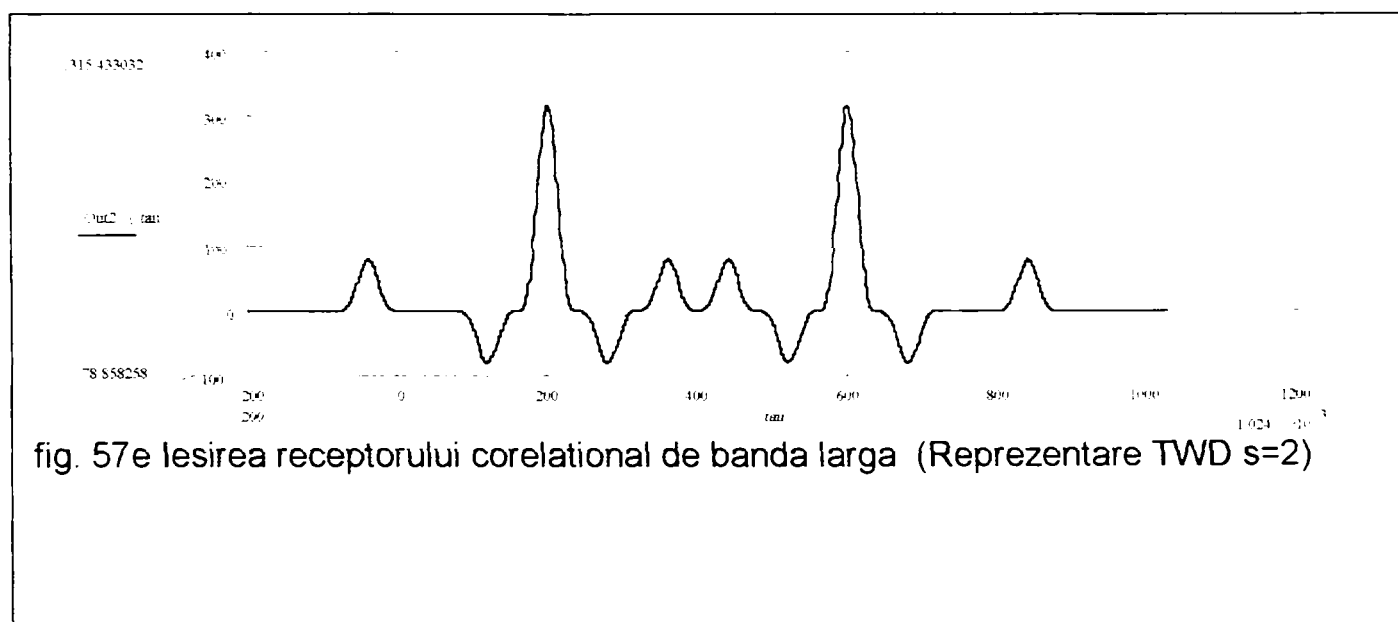


fig. 57e ieșirea receptorului corelațional de banda largă (Reprezentare TWD s=2)

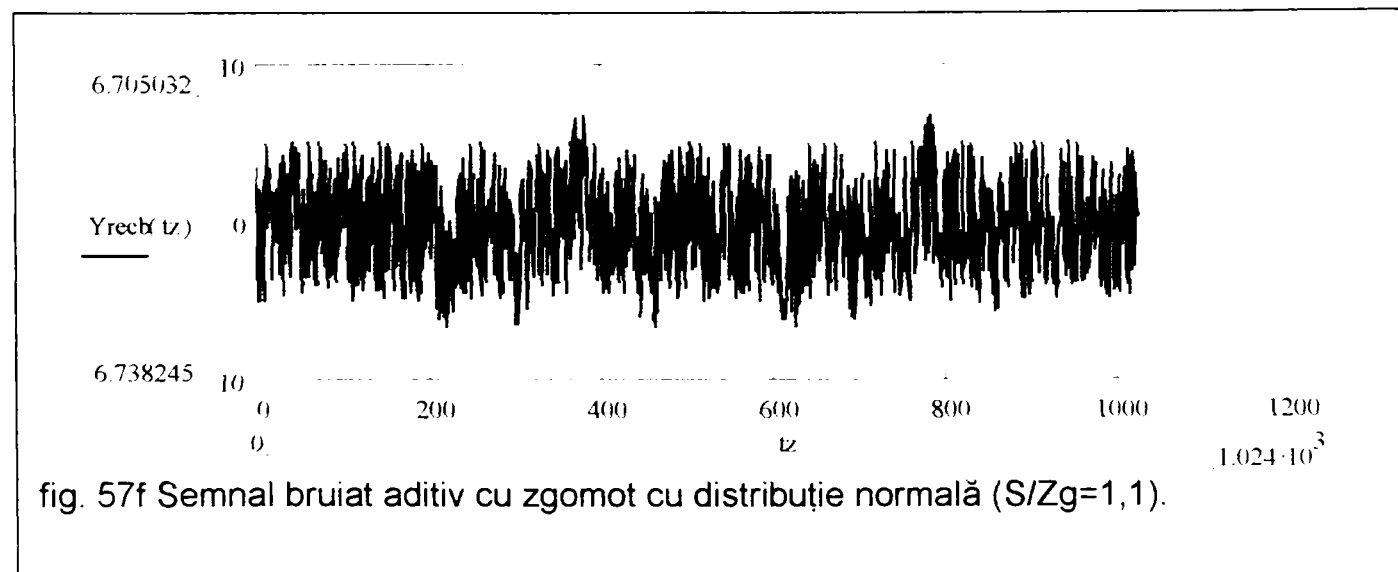


fig. 57f Semnal bruiat aditiv cu zgomot cu distribuție normală (S/Zg=1,1).

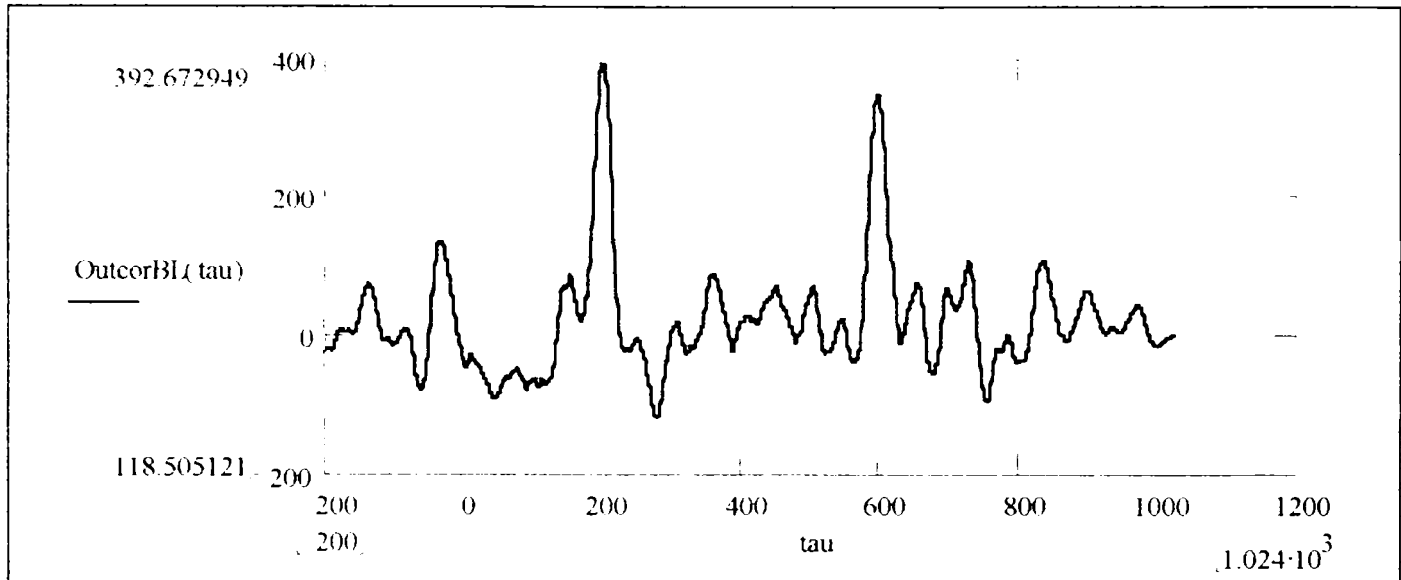
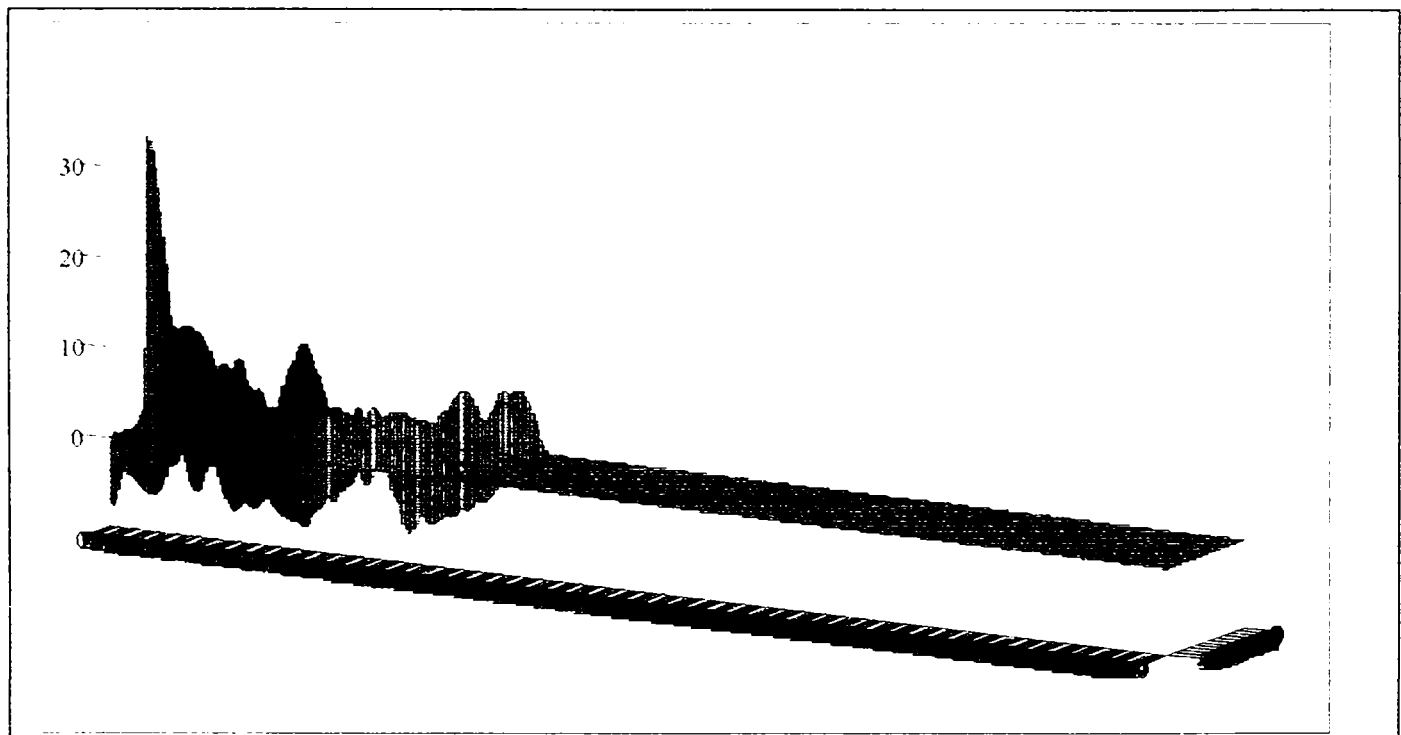


fig. 57g leșirea receptorului corelațional de BL.



TWDI

fig. 57h Funcția de incertitudine FIBL a semnalului.

3.11 Sistem RADAR multifuncțional cu agilitate de frecvență bazat pe principiul analizei timp-fază-frecvență al semnalului.

Cerințele de bază care se impun unui radiolocator modern sunt:

-Să prezinte o foarte bună imunitate la acțiunile de război electronic ale adversarului. Aceasta se traduce prin realizarea protecției la bruiajul de toate tipurile și prin asigurarea unei vulnerabilități reduse la rachetele antiradiolație (ARM).

-Să poată fi integrat într-un sistem automat de conducere și dirijare a armamentului și tehnicii din dotare.

-Să aibă o fiabilitate ridicată și să fie dotat cu un subsistem de control automat al funcționării. Aceasta permite o funcționare aproape continuă a radarului, deci un coeficient de utilizare foarte mare.

-Să fie multifuncțional, adică să asigure atât funcțiile de descoperire și localizare tridimensională, cât și de urmărire automată a țintelor aeriene.

Realizarea simultană a acestor cerințe și criterii de performanță este asigurată doar prin utilizarea unor elemente de proiectare și procesare a semnalului specifice tehnicilor RADAR moderne: sistem de antene sub forma de rețea fazată modulară, sistem de emisie coerent, cu agilitate de frecvență într-o bandă largă și cu modificarea aleatoare a frecvenței de repetiție, sistem de recepție care să asigure reprezentarea și analiza timp frecvență a semnalului ecou, recunoașterea și extragerea semnalului util de pe fundalul zgomotelor prin metode corelaționale de bandă largă.

Ținând cont de cerințele impuse sistemul va fi astfel conceput încât să asigure posibilitatea lucrului în trei regimuri diferite:

- a. Regim de observare circulară.
- b. Regim de scanare tip rastru a unei zone din spațiu.
- c. Regim de însoțire automată în coordonate unghiulare.

Funcționarea în cele trei regimuri diferite este posibilă prin utilizarea unui sistem de antenă sub formă de rețea fazată, cu comanda electronică a formei și poziției în spațiu a caracteristicii de directivitate. Astfel poziția fasciculului și legea de scanare a spațiului se controlează electronic prin comenzi de la procesorul de comandă al sistemului.

a. Regimul de observare circulară este asigurat prin formarea unui fascicul de directivitate tip telemetru și rotirea mecanică în azimut a sistemului de antenă.

b. Regimul de scanare tip rastru a unei zone din spațiu

Se realizează astfel: se fixează sistemul de antene pe o poziție oarecare din spațiu, după care sistemul realizează scanarea electronică de tip rastru în jurul poziției respective.

c. Regimul de însoțire automată în coordonate unghiulare

Se realizează prin metoda analizei de fază a semnalului recepționat.

Sistemul de antenă formează la recepție, electronic, patru fascicule identice situate la distanța d între elementele fizice ale antenei, atât în plan orizontal, cât și în plan vertical. Semnalul recepționat de la o țintă aflată la unghiurile $\Delta\beta$ în plan orizontal și $\Delta\varepsilon$ în plan vertical față de axa electrică a antenei va fi recepționat cu faze diferite de către cele patru fascicule. Funcție de aceste defazaje, sistemul de procesare determină $(\Delta\beta, \Delta\varepsilon)$ și elaborează comenzi pentru deplasarea fasciculelor în sensul micșorării acestor unghiuri. Astfel axa electrică a antenei va însoți automat în coordonate unghiulare ținta.

d. Aplicarea metodelor de analiză timp-fază-frecvență în procesarea semnalului aferent acestui tip de radar.

Sistemul lucrează cu agilitate de frecvență, asigurându-se o bună protecție la bruijajul ochit și posibilități de procesare prin metode moderne.

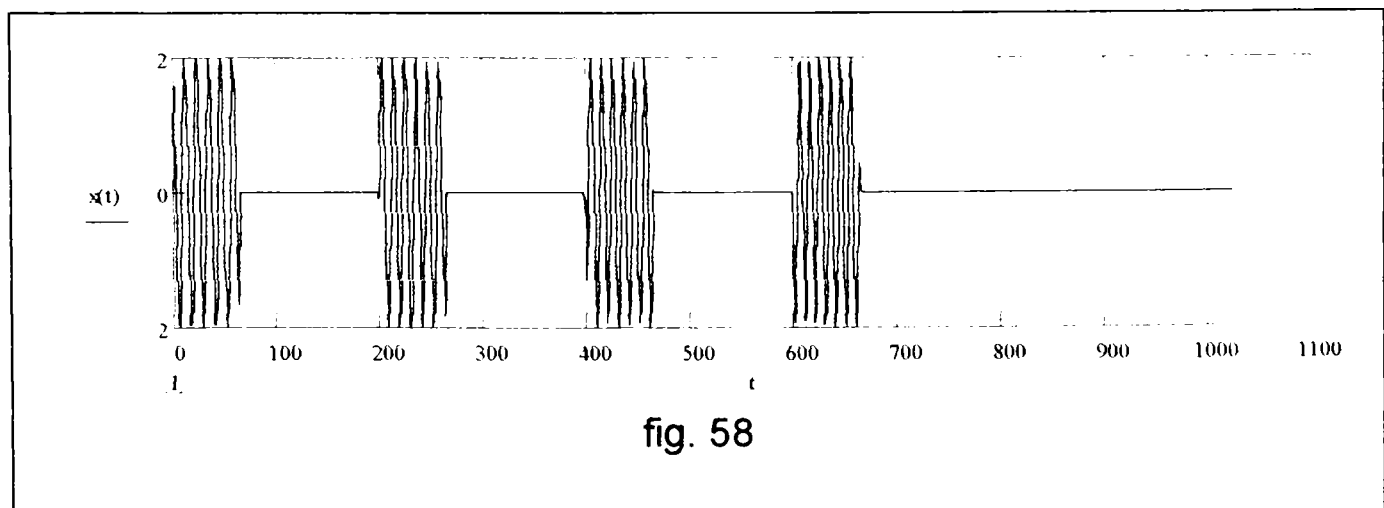
Obiectul prezentei lucrări nu va face referire la prelucrarea spațială, respectiv analiza în fază a semnalului, acestea fiind prezentate detaliat în [21], referindu-se cu preponderență la procesarea și analiza timp-frecvență, respectiv extragerea semnalului util pe fundalul bruijajului și localizarea distanță –mobilitate, a țintelor din spațiul explorat.

Se va utiliza un semnal de patru secvențe cu agilitate de frecvență și spectru împrăștiat (fig.58), de tipul :

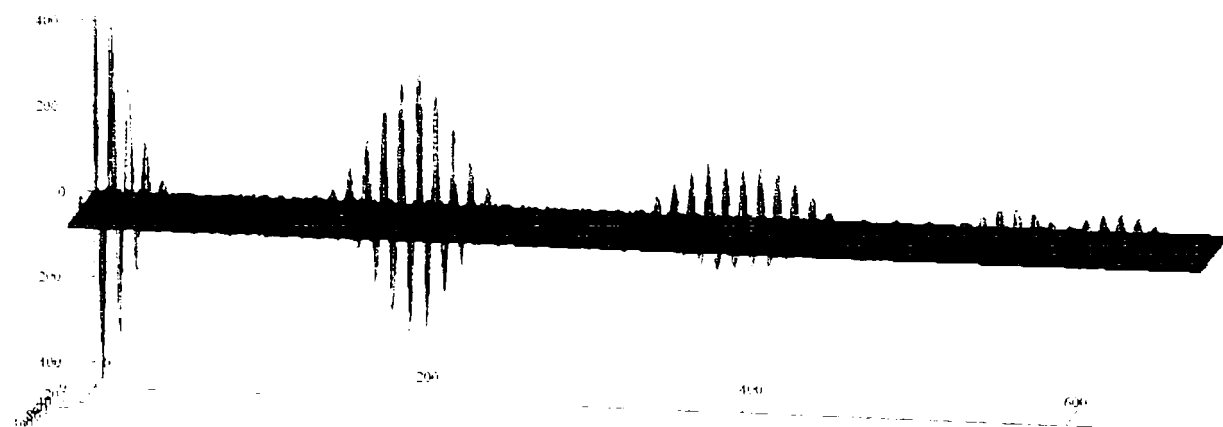
$$x(t) = \sum_{k=0}^3 a_k \cdot p_T(t - k \cdot \Delta t) \cdot \cos(2 \cdot \pi(f_0 + i_k \cdot \Delta f) \cdot t)$$

$p_T(t)$ -impulsul rectangular de durată T

$$i_k \in \{-1,0,1,2\} \quad a_k \in \{-1,1\}$$



Funcția de incertitudine de bandă largă a semnalului este prezentată în fig.59.



TFIBLx

fig.59

Pentru o secvență în cod Barker de tipul :

$$x(t) = p(t) \cdot \cos(2 \cdot \pi f_0 \cdot t) + p(t - 200) \cdot \cos(2 \cdot \pi (f_0 + 10) \cdot t) - p(t - 400) \cdot \cos(2 \cdot \pi (f_0 + 20) \cdot t) + p(t - 600) \cdot \cos(2 \cdot \pi (f_0 + 30) \cdot t)$$

funcția de autocotelație de BL este prezentată în fig. 60a și ieșirea receptorului corelațional de bandă largă, pentru un ecou de acest tip bruiat aditiv cu zgomot de distribuție uniformă în fig. 60b.

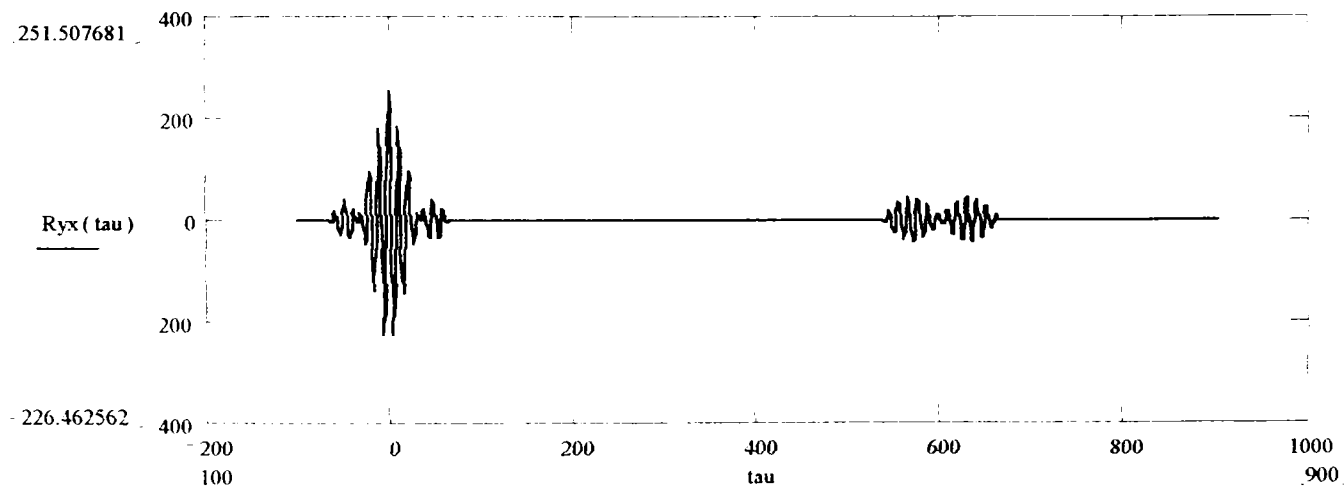


fig. 60a

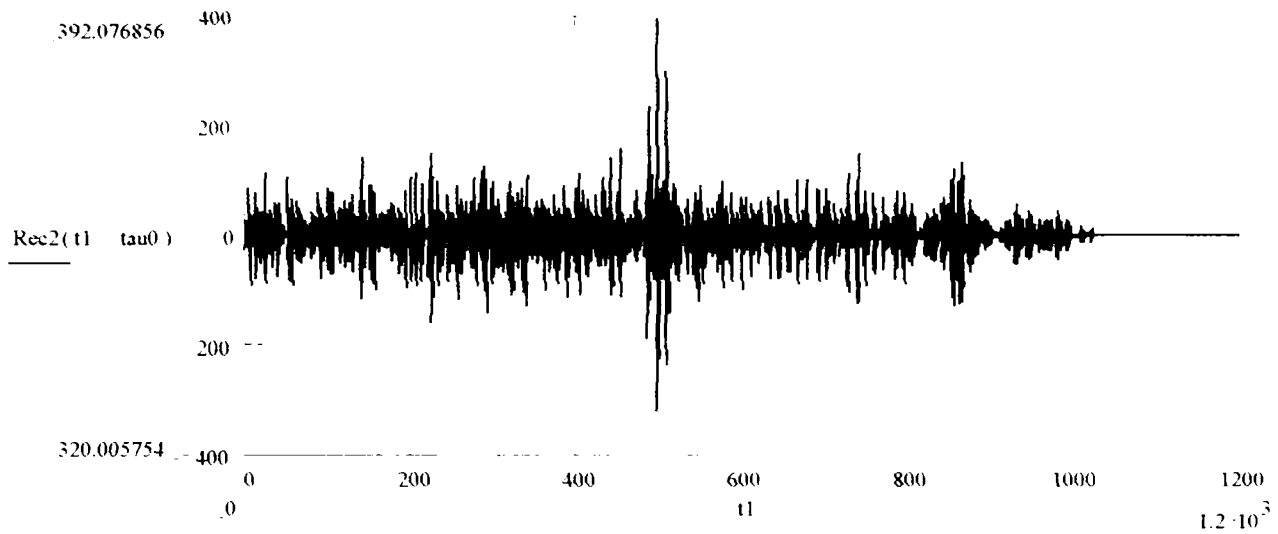


fig. 60b

Rezultatele obținute prin tehnicile de procesare descrise în lucrare sunt prezentate în fig. 60c, 60d, 60e, 60f, 60g, 60h, 60i, 60j.

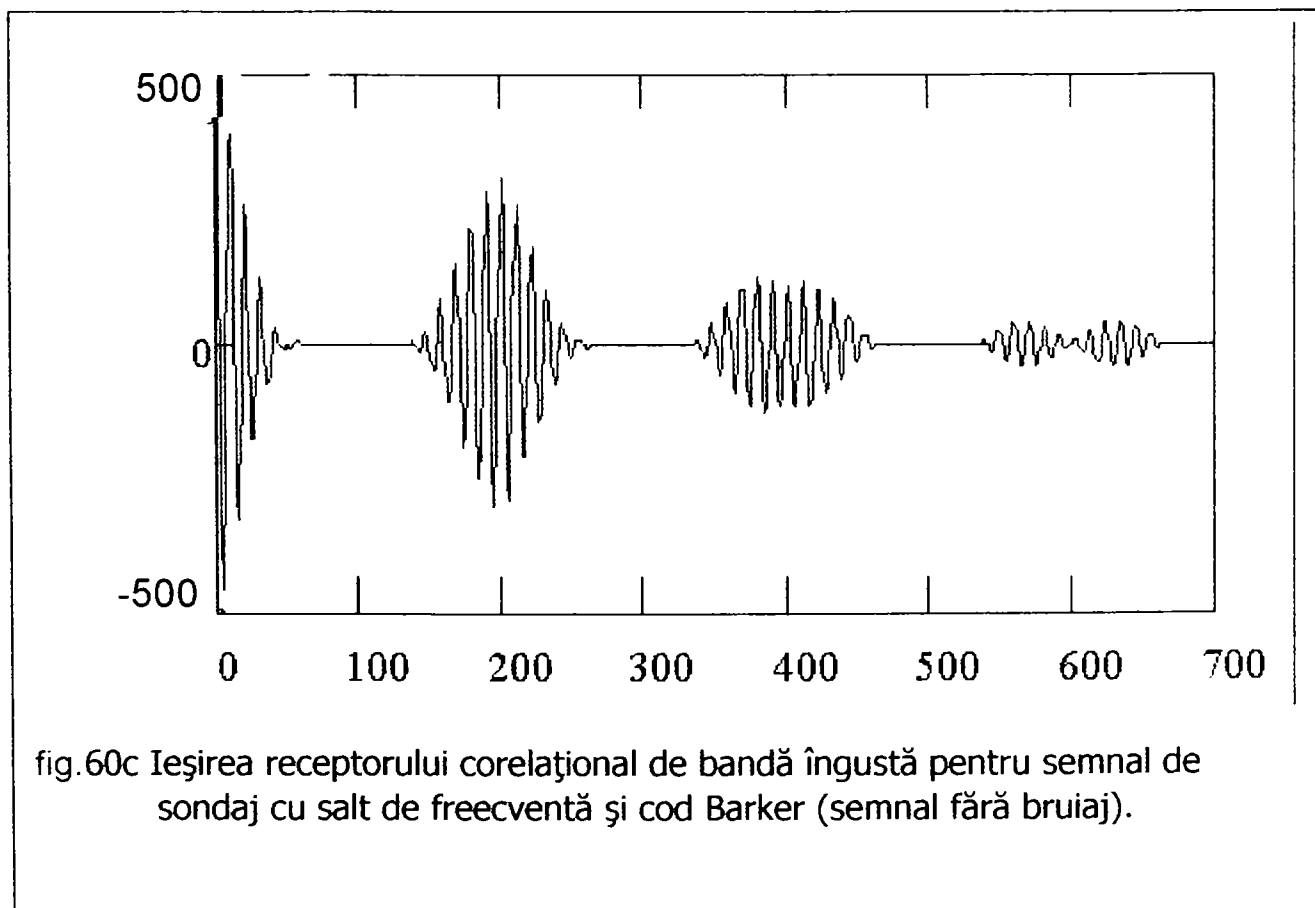
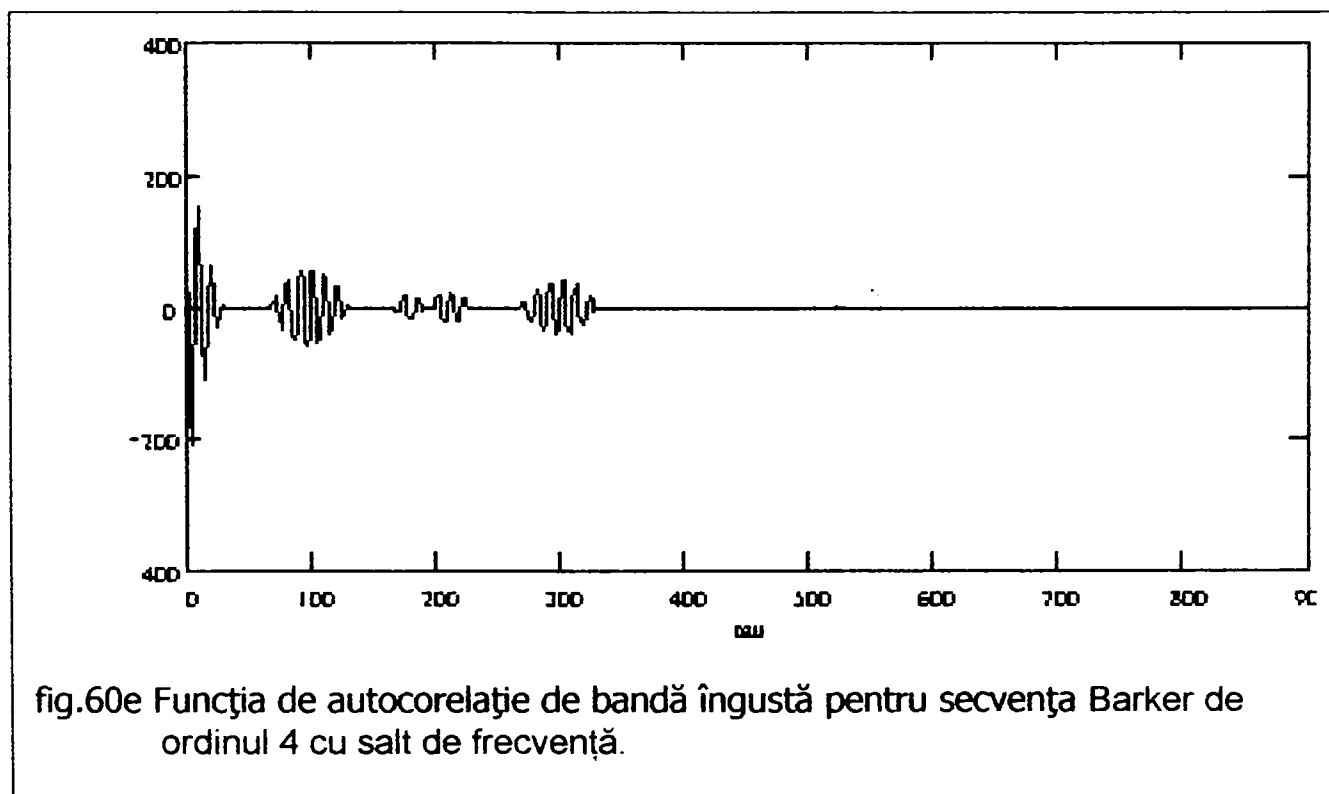
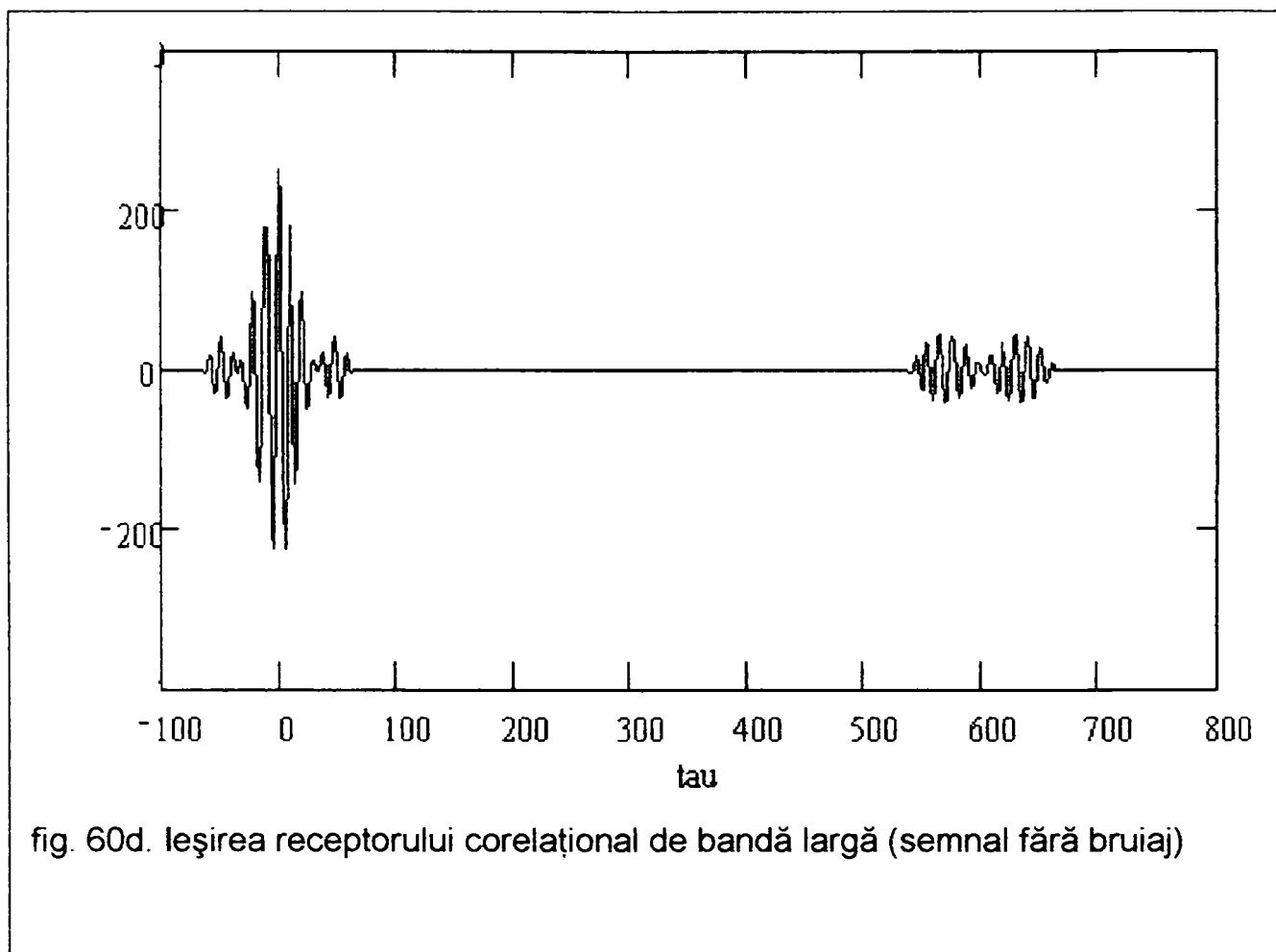
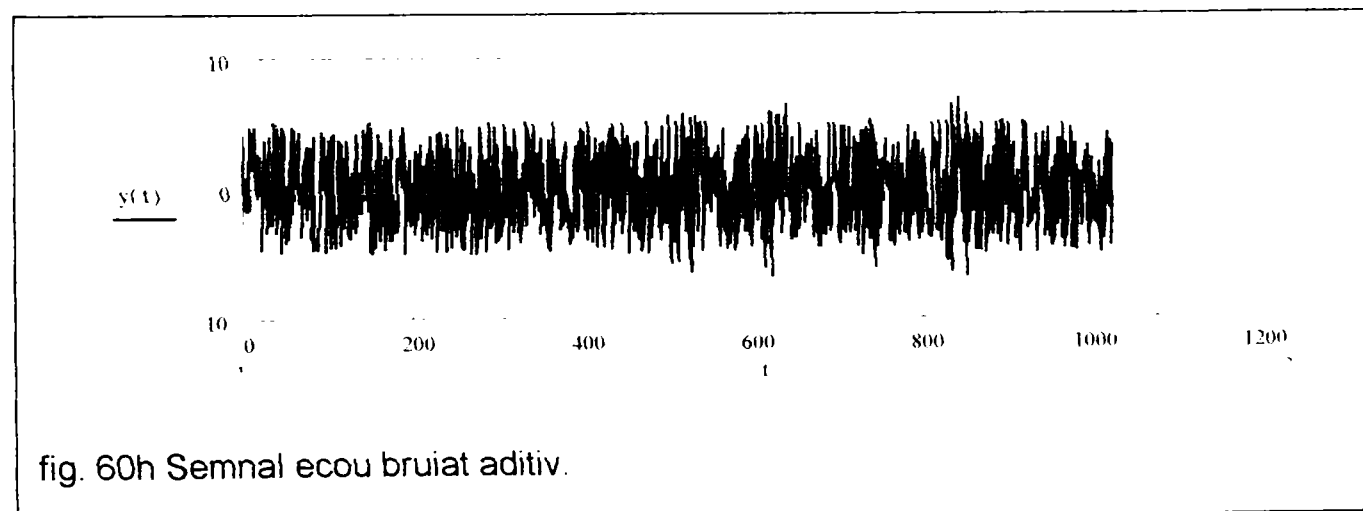
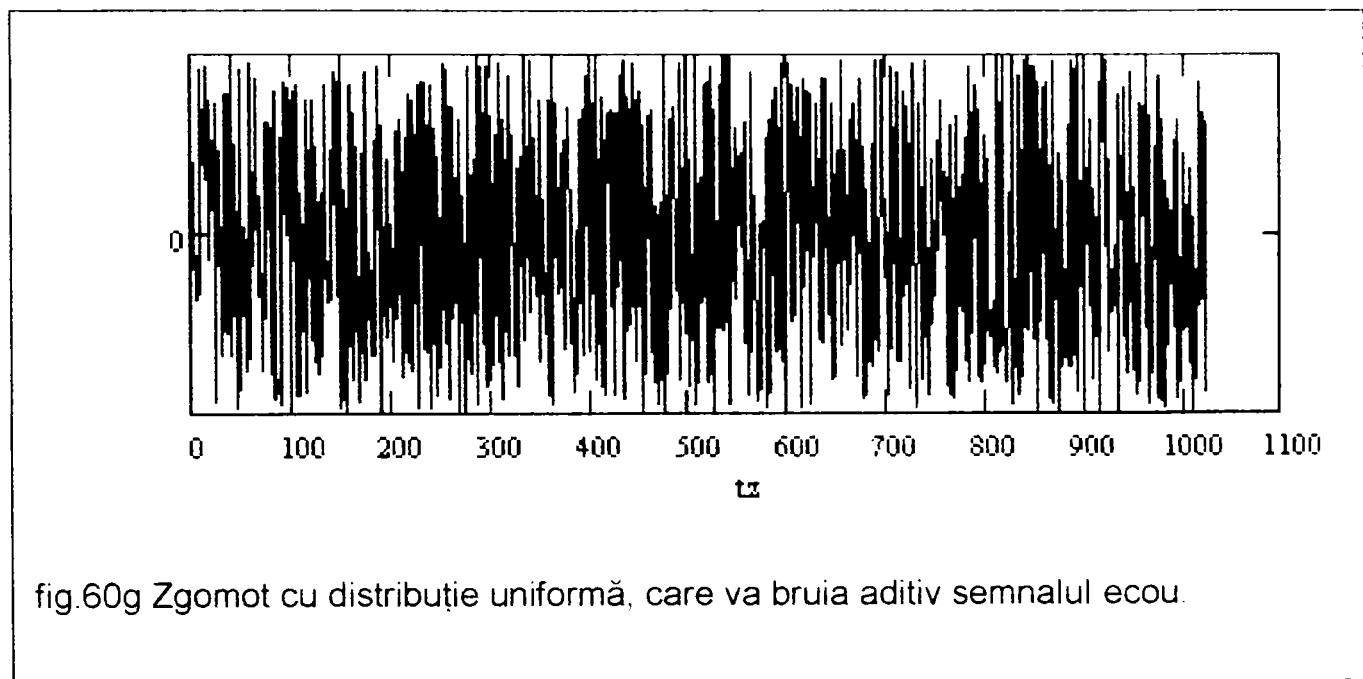
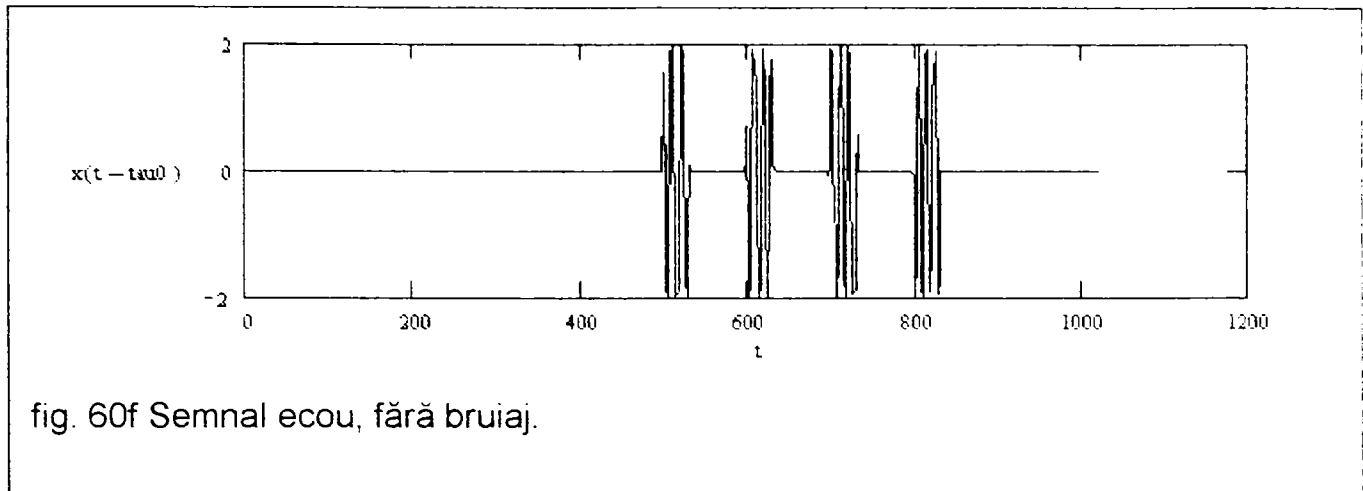


fig.60c Ieșirea receptorului corelațional de bandă îngustă pentru semnal de sondaj cu salt de frecvență și cod Barker (semnal fără bruij).





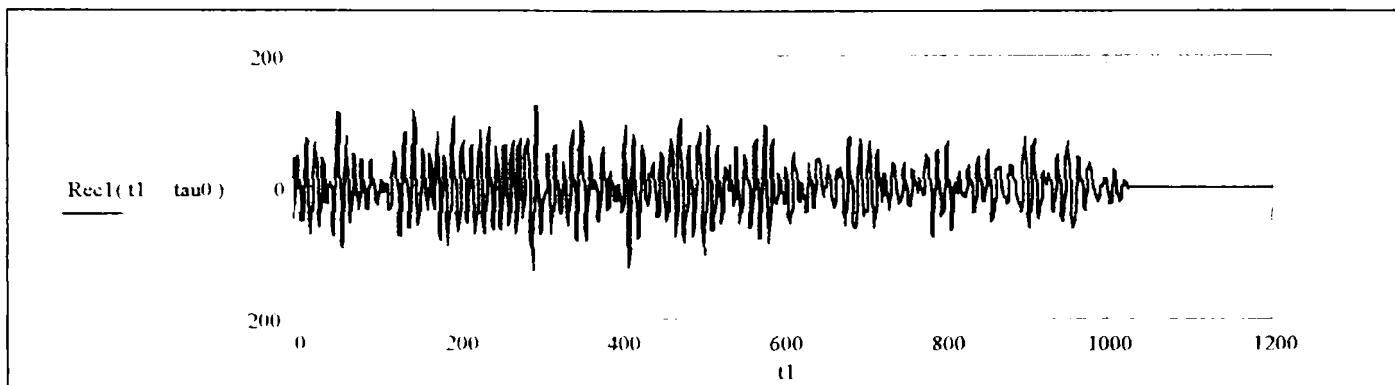


fig.60i leșirea receptorului în cazul procesării clasice (corelație de B.I.).

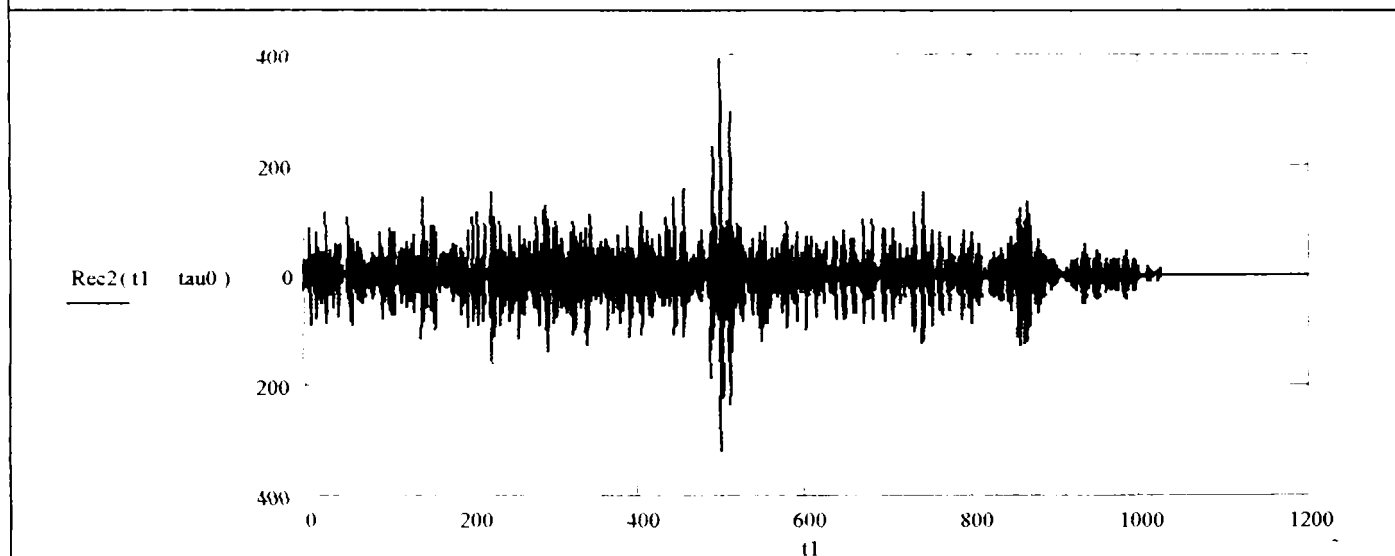


fig. 60j leșirea receptorului în urma procesării cu algoritmi TW.

3.12 Aplicații ale rețelelor neuronale în procesarea adaptivă a semnalului RADAR.

Rețelele neuronale artificiale (RNA) sunt un instrument de analiză, inspirat din structura paralelă a creierului uman. Ele simulează un model de prelucrare paralel, puternic interconectat, compus din celule de procesare relativ simple.

În aplicațiile de prelucrare digitală a semnalelor, RNA sunt implementate ca sisteme software sau hardware și sunt alcătuite dintr-un număr mare de elemente de procesare simple (EP, neuroni), conectate în conformitate cu o anumită topologie și având capacitatea de a-și modifica cantitativ conexiunile, precum și parametrii proprii de prelucrare.

Fiecare element de prelucrare are o singură conexiune de ieșire, iar procesarea ce se desfășoară la nivelul lui poate avea orice formă matematică, cu restricția să fie în totalitate locală, adică să depindă numai de semnalele de intrare și de valorile stocate în memoria sa locală. Stocarea acestor valori se face după un proces de "învățare experimentală" , pe baza unor combinații de vectori intrare-ieșire predefiniți.

Caracteristicile cele mai importante ale RNA sunt :

-Capacitatea de învățare: Astfel RNA nu trebuie să necesite programe puternice ci sunt mai degrabă rezultatul unor antrenamente asupra unui set de date. Pentru un set de intrări-ieșiri, în urma procesului de antrenament rețeaua se auto-organizează pe baza algoritmului de antrenament. Cu cât acest algoritm se adaptează mai bine aplicației cu atât capacitatea de a învăța a rețelei este mai bună.

-Capacitatea de generalizare : Se referă la capacitatea rețelei de a da răspunsuri corecte (în condițiile unui algoritm de antrenare corespunzător) și pentru intrări diferite față de cele cu care a fost antrenată.

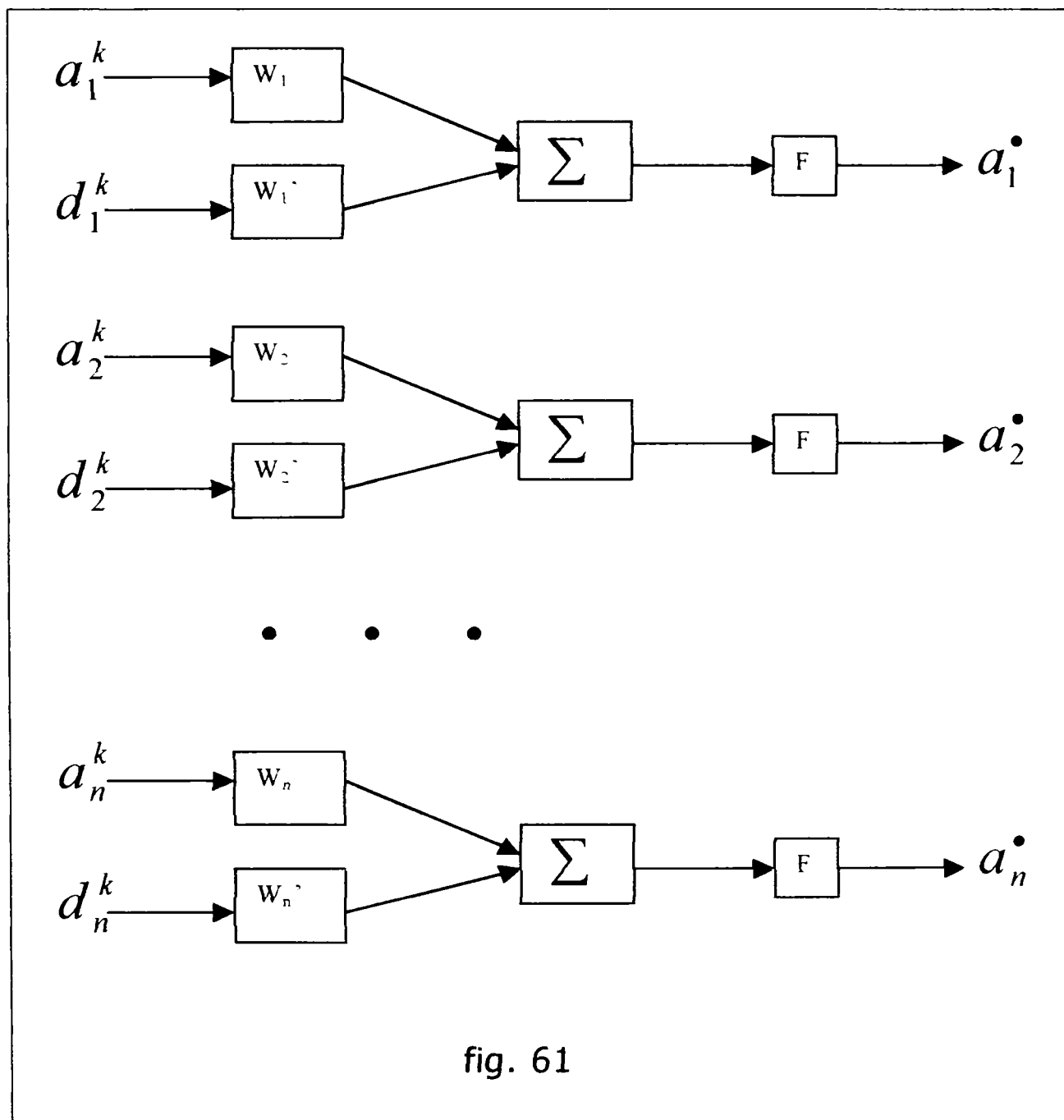
-Capacitatea de sinteză: RNA pot "lua decizii" sau "trage concluzii" când sunt confruntate cu informații complexe, uneori parțiale sau cu zgomote irelevante și atunci trebuie să încadreze cazul într-o clasă din cele cunoscute, făcându-se astfel o învățare

nesupervizată. Deci se poate spune ca rețeaua a învățat să producă ce n-a mai văzut înainte. Astfel o rețea poate fi antrenată cu o secvență de versiuni bruiate ale unui ecou RADAR bruiat artificial cu zgomote aleatoare, iar după aplicarea altei versiuni bruiate real, rețeaua trebuie să aibă la ieșire informația corectă.

Datorită complexității semnalului RADAR și a informației cuprinse în acesta, precum și a varietății perturbațiilor din mediul de propagare, lucrarea propune utilizarea RNA ca instrumente de procesare a semnalelor RADAR, constând în clase de algoritmi cu aplicabilitate doar în rezolvarea problemelor în care metodele reprezentărilor și analizei timp-frecvență, prezentate anterior, nu dau rezultate. După cum s-a aratat în paragraful 3.9, în condițiile ecoului RADAR, care este un semnal cu parametri aleatori iar bruiatul poate avea legi probabilistice necunoscute se pretează implementarea unei rețele neuronale pentru efectuarea transformărilor adecvate asupra coeficienților $\alpha_{j,k}$ ($d_{j,k}$). În prima etapă (de proiectare a sistemului) se va aplica metoda de învățare supervizată a rețelei, la diferite condiții de mediu și bruiat simulat. În etapa următoare (de exploatare a sistemului) se va aplica metoda de învățare nesupervizată, în care sistemul va recunoaște o anumită clasă a condițiilor de lucru și se va adapta corespunzător.

Nu este obiectul acestei lucrări studiul detaliat al rețelelor neuronale, ci doar căutarea celor mai adecvate soluții pentru adaptarea rețelelor cunoscute (rețele feedforward cu algoritmi de învățare backpropagation) la specificul procesării semnalului radar.

Un prim exemplu ar putea fi o celulă simplă de procesare, cu un singur nivel, în care elementele de intrare să fie coeficienții reprezentării multirezoluție de nivel $n = 2^k$ (fig 61) :



Fiind o problema de decizie cu ipoteză nulă, este natural ca funcția de activare să fie o funcție treaptă, dar neexistând o teorie care să determine cu siguranță care funcție de activare este mai potrivită pentru o aplicație, răspunsul la o astfel de întrebare se găsește doar experimental.

$$F(x) = \begin{cases} 1 & \text{pentru } |x| > X_{\text{prag}} \\ 0 & \text{in rest} \end{cases}$$

Cunoștințele rețelei, sunt înglobate în ponderile sale (W_i), (W_i'), ponderi care se ajustează în faza de antrenare. De reușita acestei etape

depind în mare măsură performanțele rețelei, care după această etapă este de fapt un simplu algoritm de ponderare și decizie cu prag al coeficienților aplicați la intrare. De asemenea valoarea X_{prag} poate fi și ea optimizată experimental, pentru a se adapta anumitor aplicații.

Rezultatele experimentale obținute prin această metodă, în cazul unui impuls radar (la ieșirea receptorului radarului P18), bruiat cu zgomot real din mediul de propagare sunt prezentate în fig. 62.

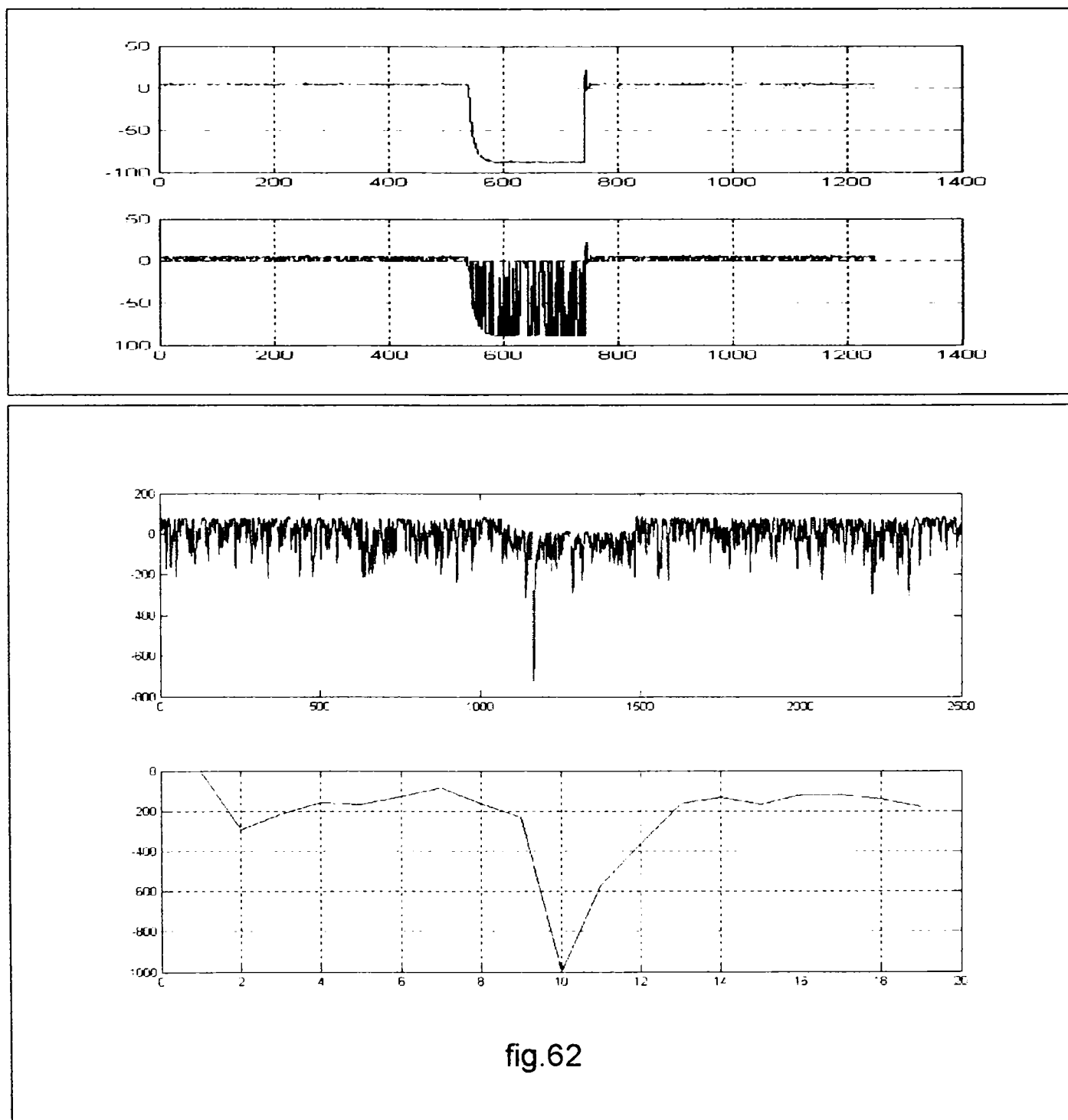


fig.62

S-a prezentat comparativ și rezultatul obținut prin analiza multirezoluție și eliminarea treptată a detaliilor care conțin preponderent bruiaj. Se observă ca în acest caz apar diferențe doar în forma impulsului obținut, care nu este

foarte importantă în cazul deciziei de existență sau inexistență a țintei. Dar trebuie recunoscută simplitatea cazului și faptul că rețeaua a fost antrenată doar cu ecou static, ținta având aceeași poziționare temporală. Pentru eliminarea acestui neajuns va trebui complicată rețeaua, intrând oarecum în contradicție cu afirmația că RNA necesită algoritmi relativi simpli, care nu se modifică de la o situație la alta. Se poate implementa o rețea formată din p celule identice cu rețeaua prezentată în fig. 61, în care fiecare celulă va fi antrenată cu ecou retardat cu $p \cdot \tau$, ajungându-se astfel la un algoritm identic ca formă cu cel prezentat în figura 42, doar că principiul de procesare al celulelor este diferit.

De asemenea se poate implementa o schema mai complexă, cu două nivele, mărindu-se gradul de interconectare al celulelor și implicit generalitatea algoritmului (fig. 63).

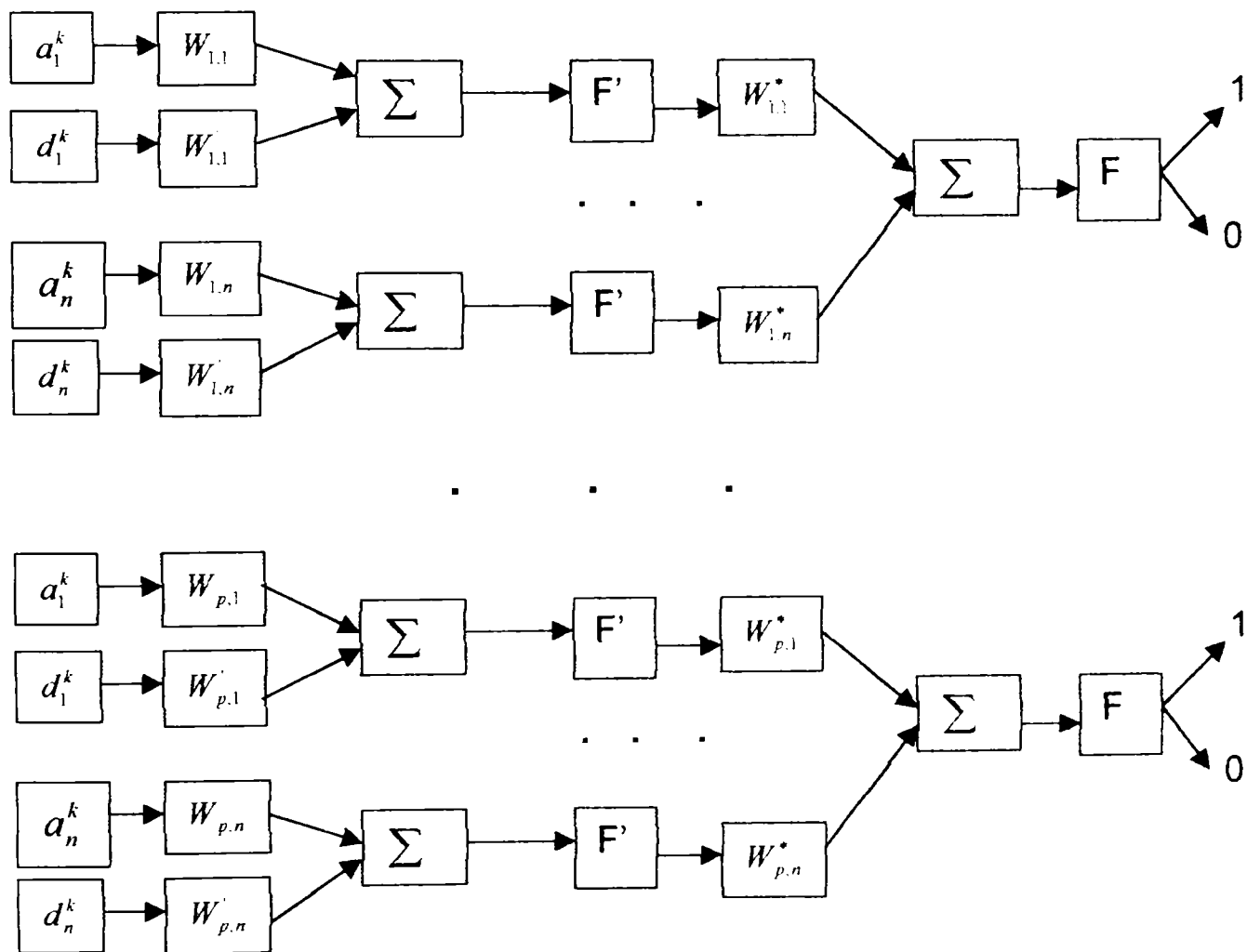
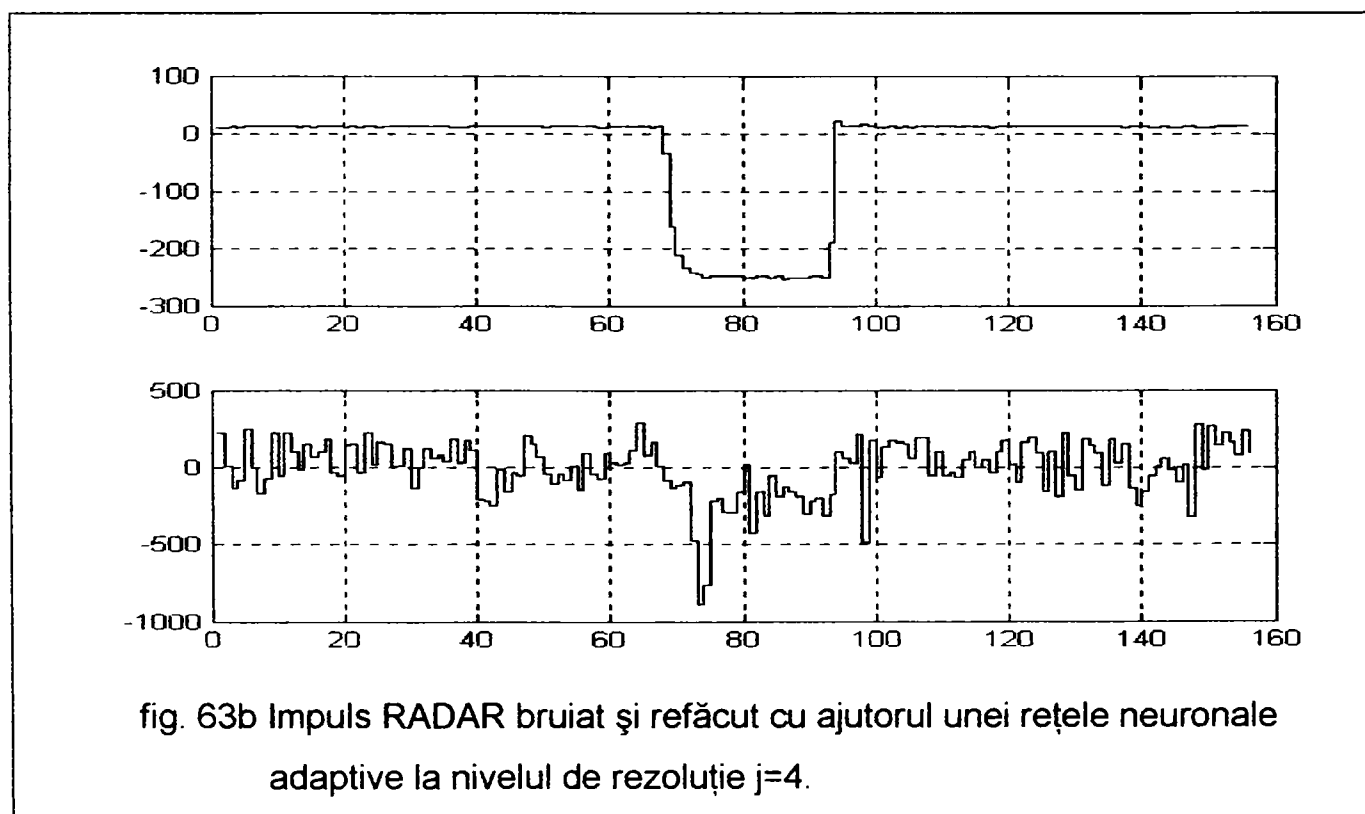
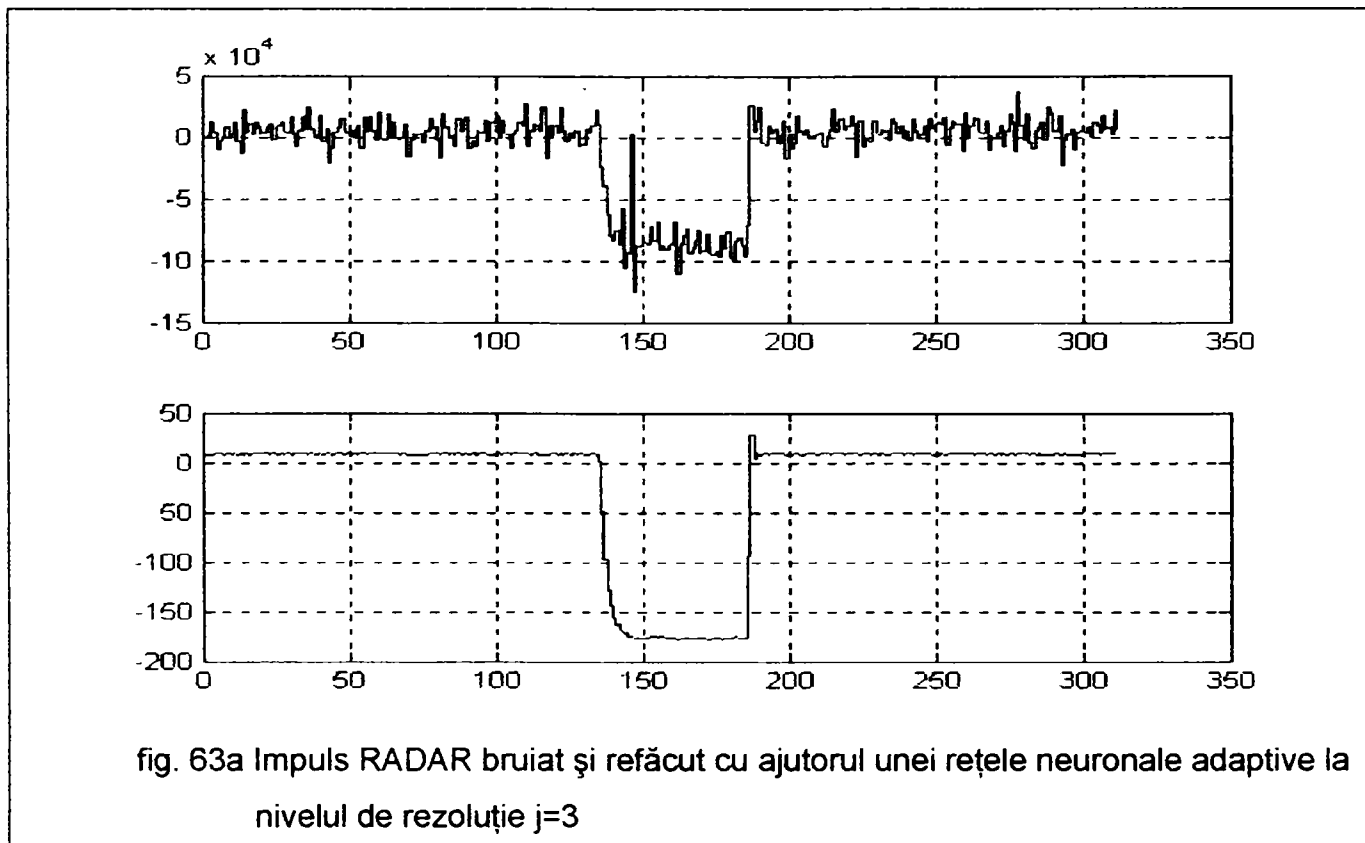


fig. 63

Rezultatele experimentale obținute în urma procesării prin algoritmi tip rețea neuronală sunt prezentate în fig. 63a, 63b.



IV. CONCLUZII, CONTRIBUȚII ORIGINALE

Lucrarea prezintă, într-un concept unitar, pornind de la un model original, de bandă largă al semnalului ecou radar, metode și tehnici de procesare a semnalelor, bazate pe reprezentări timp- frecvență și algoritmi de tip rețea neuronală.

Metodele prezentate oferă mai multe posibilități de prelucrare primară a semnalului RADAR. O primă posibilitate este prezentarea semnalului ecou sub forma reprezentării $t-\omega$ ($t-s$) de tip funcție de incertitudine, compensarea perturbațiilor și extragerea informațiilor în acest spațiu de reprezentare. În funcție de aplicație se poate utiliza modelul de bandă largă FIBL sau modelul clasic de bandă îngustă, demonstrându-se în lucrare limitările acestui model.

O altă posibilitate de procesare dezvoltată în lucrare este reprezentarea semnalului ecou sub forma TFSD sau TWD (respectiv reprezentare multirezoluție), realizarea unei filtrări corespunzătoare în aceste spații de reprezentare în scopul eliminării perturbațiilor, apoi refacerea semnalului în spațiul original, din care se vor extrage apoi parametrii utili prin metodele cunoscute în radiolocația clasică. S-au elaborat algoritmi originali de compensare, prezentându-se comparativ și rezultatele obținute prin metodele de procesare clasice.

Din punct de vedere al vitezei de lucru prima metodă este mult mai avantajoasă, dar a doua metodă permite o reprezentare mai detaliată a semnalului ecou și o filtrare mai precisă.

Pentru fiecare metodă s-au descris 1, 2 sisteme digitale care implementează algoritmul specific metodei și s-au calculat parametrii de viteză și capacitate a memoriilor utilizate, rezultatele încadrându-se în

posibilitățile tehnologiilor actuale. De asemenea s-au punctat și limitele de utilizare ale acestor metode.

În continuare se prezintă, în ordinea capitolelor lucrării, contribuțiile originale :

-Modelul de bandă largă, al semnalului ecou radar, prezentat în paragraful II.1.1 se remarcă prin generalitate și prin forma sa, ca o replică retardată și scalată a semnalului de sondaj. Astfel, parametrul de scalare s , caracterizează mobilitatea, atât în viteză radială, cât și în viteză unghiulară, precum și direcția relativă la punctul de recepție.

După cum se observă în cazul semnalului de bandă largă nu se poate face o separare în fază și frecvență a parametrilor de direcție și mobilitate, aceștia fiind conținuți în parametrul de scalare s , impunându-se o reprezentare tip wavelet a semnalului. S-a arătat, de asemenea că modelul de bandă îngustă este un caz particular al acestui model.

-Transpunerea și demonstrarea aplicării principiului incertitudinii din analiza timp-frecvență în justificarea capacității de separare în distanță și viteză a unui semnal radar (paragraful II.1.3.3).

-Exprimarea formei aproximative a funcției de densitate a reflectivității ca o TWD (paragraful 2.3) și exemplificarea rezultatelor obținute pentru un semnal ecou tip CHIRP prezentate în fig. 24a, 24b, 24c, 24d, 24e, 24f, 24g.

- Exprimarea reprezentării $t-\omega$ de tip funcție de incertitudine de bandă îngustă (FIBI) a semnalului ecou sub forma a trei termeni (relația 3.4.15) : reprezentarea de tip funcție de incertitudine a semnalului de sondaj, funcția de incertitudine a semnalului perturbator, transformata Fourier scurtă a semnalului perturbator, utilizând ca fereastră semnalul

de sondaj. Relația permite implementarea unor algoritmi de compensare a bruiajului, în spațiul acestor reprezentări.

- Metoda și schema de procesare, bazate pe TFS, prezentate în figurile 30, 31, 32 și rezultatele experimentale obținute prin această metodă, comparativ cu cele obținute la ieșirea filtrului corelațional clasic, prezentate în fig. 32a, 32b, 32c, 32d, 32e, 32f, 32g, 32h.

-Relațiile (3.4.29) și (3.4.30) de calcul a timpului de întârziere (respectiv distanța) și a frecvenței Doppler (respectiv viteza) și algoritmul de procesare, care implementează aceste relații, prezentat în fig.34 și fig.35.

- Formula de calcul a TFSD, în frecvență intermediară (3.4.31) și algoritmul de procesare în frecvență intermediară, prezentat în fig.39. Această metodă se poate aplica cu succes pentru prelucrarea pseudocoerentă a semnalului ecou din receptoarele radar clasice, necoerente, îmbunătățind raportul semnal/zgomot și selecția în viteză.

-Algoritmul de compensare la nivelul reprezentării TW, prezentat în fig. 44 și fig. 45. S-a demonstrat că prin acest procedeu de procesare se rezolvă într-o oarecare măsură problema perturbațiilor cvasistaționare, utilizându-se în calcule variabila aleatoare T_n , care are media și dispersia exprimate prin relațiile (3.4.42), respectiv (3.4.43), asigurându-se o stabilitate mai bună decât a coeficienților de natură pur temporală sau pur spectrală, iar compensarea în spațiul reprezentării de tip TW va da rezultate mai bune decât compensarea în alte spații de reprezentare. În plus, prin calculul TW se rezolvă și problema filtrării adaptive a semnalului ecou.

În fig. 45b, 45c, 45d, 45e, 45f, 45g, 45h sunt prezentate comparativ rezultatele obținute prin procesarea clasică, respectiv algoritmi TWD, a

unor semnale de bandă largă. Se observă diferența netă a calității rezultatelor obținute, în favoarea algoritmilor TWD.

- Relațiile (3.4.47) și (3.4.49), demonstrate în paragraful III.3.6, și algoritmul de calcul al parametrilor τ și s prezentat în fig. 46. Prin această metodă de calcul se îmbunătățește precizia de calcul a parametrilor zonei de supraveghere radar și se mărește cantitatea de informație care poate fi extrasă din parametrul s , obținându-se conform relației (2.9), atât parametrii de mobilitate, cât și de direcție a țintei.

- Obținerea pașilor de discretizare a TW , impuse de condițiile de rezoluție radar (sistemul 3.4.54), implementarea sistemului de calcul din fig.46 și determinarea parametrilor tehnici de performanță a componentelor sistemului.

-Generarea principalelor baze ortonormate de funcții wavelet (paragraful III.3.8) cu aplicabilitate în analiza semnalelor radar, pe baza răspunsului în frecvență a filtrelor în cuadratură CQF $m_0(\omega)$ și $m_1(\omega)$. Se propune utilizarea unui algoritm de reprezentare și analiză duală (fig. 51).

-Metoda și algoritmul general de procesare a semnalelor radar, bazat pe reprezentările multirezoluție prezentat în fig.53 și rezultatele experimentale obținute în urma procesării semnalului RADAR de la o stație de gamă metrică P-18 (fig.54). S-au experimentat mai multe metode de filtrare, la nivelul coeficienților reprezentării multirezoluție, începând cu eliminarea totală a detaliilor, peste un anumit nivel de rezoluție, ponderarea coeficienților și scheme de decizie cu prag variabil. S-a utilizat semnal ecou bruiat activ, cu un raport Semnal/Zgomot foarte mic (0,7-2), achiziționat pe canalul de amplitudine al unui radar P-18, iar procesarea s-a efectuat cu

programul MATLAB. S-a arătat că în acest caz aplicarea metodei "denoising" cu prag din MATLAB nu mai dă rezultate, pretându-se în acest caz utilizarea algoritmului multirezoluție propus, cu eliminarea totală a detaliilor până la nivelul la care undișoara Haar de scalare $\varphi(t)$ are durată comparabilă cu impulsul radar.

Algoritmul prezentat utilizează ca funcții de descompunere baza Haar. Dar în funcție de scopul urmărit și de caracteristicile semnalului de sondaj se poate utiliza o gamă largă de funcții de descompunere. Dacă semnalul de sondaj îndeplinește condițiile corespunzătoare funcțiilor de scală (undișoare "tată"), atunci se poate alege o bază ortogonală de undișoare, care se identifică cu replicile retardate și scalate ale semnalului de sondaj.

În acest caz coeficienții reprezentării multirezoluție se identifică cu ieșirea receptorului corelațional de bandă largă sau cu funcția de incertitudine a semnalului, care demonstrează în plus că această tehnică este optimă din punct de vedere al maximizării raportului semnal/zgomot.

-În paragraful III.3.10 se prezintă un model de semnal radar nearmonic, de bandă foarte largă, procesarea acestuia cu ajutorul TWD și rezultatele experimentale obținute, comparativ cu aplicarea metodei convenționale (fig.57a, 57b, 57c, 57d, 57e, 57f, 57g, 57h). Prelucrarea acestui tip de semnale furnizează un exemplu tipic în care utilizarea modelului clasic (de bandă îngustă) a semnalului ecou și sinteza filtrelor pe baza transformatei Fourier duce la rezultate nesatisfăcătoare.

-Modelul de semnal cu agilitate de frecvență și spectru împrăștiat, prezentat în paragraful III.3.11 și rezultatele experimentale obținute

prin procesarea acestuia (fig. 60).

-In paragraful III.3.12 se prezintă principiile aplicării algoritmilor de tip rețea neuronală în cadrul metodei generale de analiză și sinteză a semnalului radar prezentată în fig. 63.

Datorită complexității semnalului RADAR și a informației cuprinse în acesta, precum și a varietății perturbațiilor din mediul de propagare, lucrarea propune utilizarea RNA ca instrumente de procesare a semnalelor RADAR, constând în clase de algoritmi cu aplicabilitate doar în rezolvarea problemelor în care metodele reprezentărilor și analizei timp-frecvență, prezentate anterior, nu dau rezultate. După cum s-a arătat în paragraful III.3.9, în condițiile ecoului RADAR, care este un semnal cu parametri aleatori iar bruiatul poate avea legi probabilistice necunoscute se pretează implementarea unei rețele neuronale pentru efectuarea transformărilor adecvate asupra coeficienților $\alpha_{j,k}$ ($d_{j,k}$). În prima etapă (de proiectare a sistemului) se va aplica metoda de învățare supervizată a rețelei, la diferite condiții de mediu și bruiat simulat. În etapa următoare (de exploatare a sistemului) se va aplica metoda de învățare nesupervizată, în care sistemul va recunoaște o anumită clasă a condițiilor de lucru și se va adapta corespunzător.

Nu este obiectul acestei lucrări studiul detaliat al rețelelor neuronale, ci doar căutarea celor mai adecvate soluții pentru adaptarea rețelelor cunoscute (rețele feedforward cu algoritmi de învățare backpropagation) la specificul procesării semnalului radar. S-a propus algoritmul tip rețea neuronală din fig. 63, iar pentru obținerea rezultatelor experimentale prezentate în fig.62, 63a, 63b s-a utilizat pachetul NNTool din cadrul programului MATLAB.

Trebuie remarcat, de asemenea, că metodele prezentate nu epuizează

aplicabilitatea în RADAR a reprezentărilor timp – frecvență. În radarele de înaltă rezoluție, care reproduc imaginea țintei prin puncte de strălucire este utilă reprezentarea timp – frecvență în procesul de generare al fiecărui cadru de imagine. De asemenea TW bidimensională se poate aplica în etapa procesării secundare a imaginii RADAR.

Lucrarea își aduce contribuția în aplicarea unor noi reprezentări și tehnici, care permit alegerea unor algoritmi de prelucrare în concordanță cu scopul urmărit, determinând mărirea preciziei și a calității informațiilor extrase în urma procesării semnalului RADAR, deschizând în același timp orizonturile unor noi metode de analiză și prelucrare a semnalelor, precum și de sinteză a unor semnale de sondaj și structuri de sisteme performante.

BIBLIOGRAFIE:

- [1] **L. Anton**, "Aspecte ale determinării funcției de profil a sferei" A XXIX-a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 2001.
- [2] **L. Anton**, "Contribuții la prelucrarea semnalelor în radiolocația de înalta rezoluție".
Teza de doctorat, A.T.M. 1996.
- [3] **S. Barbarosa, A. Farina**, "Space-time-frequency processing of synthetic aperture radar signals". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 30, Aprilie 1994.
- [4] **S. Barbarosa, O. Lemoine**, "Analyssis of nonlinear FM signals by pattern recognition of their time-frequency representation". IEEE Signal Processing Letters, vol. 3 , Aprilie 1996.
- [5] **S. Barbarosa**, "Detection and estimation of the instantaneous frequency of polynomial phase signals by multilinear time- frequency representation". Proceedings of the IEEE Workshop on Higher Order Statistics, L.T., June, 1993.
- [6] **D. K. Barton** " Modern Radar System Analysis". Artech House, New York 1988.
- [7] **D.K. Barton, C.E. Cook**. " Radar evaluation handbook", Artech House, 1991 .

- [8] **D.K. Barton**, "Modern Radar System Analysis" , Artech House, Boston, 1990.
- [9] **M. Bellanger**, "Traitement numerique du signal". Masson, Paris, 1981.
- [10] **M.E. Borda** , " Tehnica Transmiterii Informației." Ed. Dacia, Cluj-Napoca 1999.
- [11] **M. Carpentier**, "Principles of Modern Radar Systems". Artech House, London, 1988.
- [12] **C. V. Chen, Hao Ling**, "Joint Time-Frequency Analysis for Radar and Image Processing". IEEE Signal Processing Magazine, vol. 16, nr. 2, 1999.
- [13] **S. Cheregi, C. Coman**: "Aplicațiile Transformatei Wavelet", A XXVII –a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 1997.
- [14] **F. Chevalier**, "Principes de Traitement des Signaux Radar et Sonar". Masson, 1989.
- [15] **A. Cohen** : "Ondelettes et traitement numerique du signal" Masson, 1992.
- [16] **H. W. Cole**, "Understanding Radar" . B.S.P. Professional Books, London 1988.
- [17] **E. Conte, M. Lops, G.Ricci**, "Adaptive Detection Schemes in compound-Gaussian clutter". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 34, Oct. 1998.
- [18] **C.E. Cook , M. Bernfeld**, "Radar Signals. An introduction to Theory and Aplication". Artech House Inc. 1993.
- [19] **V. Crișan** : " Using non-harmonical signals with very large bandwidth in radiolocation" Communications'96,

București 1996.

- [20] **V. Crișan** : "Prelucrarea spațio-temporală a semnalelor radar, utilizând funcția de incertitudine și convoluția de bandă largă." A XXVII -a Sesiune de Comunicări științifice, București 1997.
- [21] **V. Crișan** : „Sistem RADAR multifuncțional bazat pe principiul analizei de fază al semnalului”, a XXVI –a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 1995.
- [22] **V. Crișan, M. Farcaș**: „Aplicații ale reprezentărilor timp – frecvență în procesarea și analiza semnalelor RADAR”, a-XXVIII –a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 1999.
- [23] **V. Crișan**: „Metode moderne de prelucrare a semnalelor de tip radar”, Referat nr. 1 din cadrul pregătirii pentru doctorat. Universitatea Politehnică Timișoara, 1998.
- [24] **V. Crișan**: „Tehnici de procesare a semnalelor radar bazate pe reprezentările timp-frecvență.”, Referat nr. 2 din cadrul pregătirii pentru doctorat. Universitatea Politehnică Timișoara, 1999.
- [25] **V. Crișan**: „Tehnici de procesare a semnalelor radar bazate pe reprezentările timp-frecvență.”, Revista Agenției de Cercetare Pentru Tehnici și Tehnologii Militare nr. 3-4/2000.
- [26] **V. Crișan** : "Metode moderne de procesare a semnalului RADAR, bazate pe reprezentări timp-frecvență". A XXIX–a Sesiune de Comunicări științifice, Academia

- Tehnică Militară, București 2001.
- [27] **I. Daubechies:** "The Wavelet Transform: A Method for Time-Frequency Localization. In advances in Spectrum Analysis and Array Processing." Prentice-Hall, **New Jersey 1991.**
- [28] **S. Demeter,** "Analiza și sinteza semnalelor de radiolocație". Academia Tehnica Militara, 1992.
- [29] **S. Demeter, Gh. Andrei,** "Sisteme de recepție adaptive cu prelucrare digitala a semnalului". A XXVII-a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 1997.
- [30] **S. Demeter, C. Coman,** "Using the Neural Networks in Doppler Signal Processing ". A XXIX-a Sesiune de Comunicări științifice Academia Tehnică Militară, București 2001.
- [31] **S. Demeter, L. Ionescu,** "Rezoluția în distanță și viteză a radiolocatoarelor". Informații tehnico-științifice și tehnologice, ICDA nr. 1/ 1991.
- [32] **A. Dumitraș:** "Proiectarea rețelelor neuronale artificiale".Bucuresti 1997.
- [33] **J.L. Eavs,** "Principles of Modern Radar". Von Nostrand R. Company, New York, 1987.
- [34] **T. Felhauser,** "Digital signal processing for optimum wideband chanel estimation in the presence of noise". IEEE Proceedings, Iunie 1993.
- [35] **J. Froment :** " Traitement d' images et applications de la transformee en ondelettes" ,Teza de doctorat, 1990

- [36] **J. Froment** : "Introduction a la theorie des ondelettes."
curs, Timisoara, Iunie 1995.
- [37] **S. Gade, Klaus Gram-Hansen**, " Non stationary Signal Analysis using Wavelet Transform, Short-Time Fourier Transform and Wigner- Ville Distribution" . Bruel & Kjaer Tehnical Review, nr. 2, 1996.
- [38] **G. Gavrioloia**, "The Discrete Wavelet Transform of the Polarimetric Radar Data" . A XXVII-a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 1997.
- [39] **I. George**, " Modelarea matematică a țintelor de radiolocație". A XXIX-a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 2001.
- [40] **M. Ghinea, V. Fireteanu**, "MATLAB, calcul numeric, grafică, aplicații". Teora 1997.
- [41] **E.N. Gilbert, H.O. Pollak**, "Amplitude distribution of shot noise". Bell System Tehnical Journal, 1960.
- [42] **G.H. Golub, C.F. Van Loan**, "Matrix computations"
J. Hopkins University Press, 1989.
- [43] **G.H. Golub, G.A. Meurant**, "Resolution numerique des grands systemes". Peyrolles, 1983.
- [44] **A. Grossman, J. Mortlet**, "Decomposition of Hardy functions into sqare integrable wavelets of constant shape". SIAM J. Math, vol 15, 1984.
- [45] **S. Haykin, A. Steinhardt**, " Adaptive Radar Detection and Estimation" . John Wiley&Sons 1992.
- [46] **H.N. Helphern**, "Digital Matched Filters using FFT", Radar

Handbook, vol III, Masson, 1975.

- [47] **C.W. Helstrom**, Elements of Signal Detection and Estimation". Prentice Hall, New Jersey, 1995.
- [48] **M. Hussain**, "Principles of High Resolution Radar Based on Nonsinusoidal Waves". IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility, nr. 2, 1990.
- [49] **L. Ionescu**, "Determinarea structurii monodimensionale a țintei prin metode matriceale". A XXVII-a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 1997.
- [50] **L. Ionescu**, "Filtru numeric invariant în timp pentru determinarea structurii monodimensionale a unei ținte". A XXVII-a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 1997.
- [51] **Gh. Iubu ș.a.**, " Analiza și procesarea semnalelor radar de înaltă rezoluție", Academia Tehnică Militară, 1994 .
- [52] **Gh. Iubu**, „Particularitățile filtrelor numerice adaptate cu semnalul de sondaj”, a XXVII –a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 1997.
- [53] **Gh. Iubu**, "Analiza efectelor prelucrării ponderate a impulsului radio modulat liniar în frecvență" . A XXVII-a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 1997.
- [54] **Gh. Iubu**, "Contribuții privind procesarea semnalelor în sistemele radar". Teza de doctorat, Academia Tehnică Militară, București 1996.
- [55] **W.E Kock** , " Radar, Sonar and Holography ". Academic

Press, New York 1973.

- [56] **B.L. Lewis, W.W. Shelton**, "Aspects of Radar Signal Processing". Narwood MA Artech House 1986.
- [57] **S. Mallat**, "Wavelets for a Vision". Proceedings of the IEEE, vol. 84, April 1996.
- [58] **A. Mateescu s.a.** "Prelucrarea numerică a semnalelor". Ed. Tehnica 1997.
- [59] **A. Mateescu**, "Semnale, circuite și sisteme" Ed. Didactica și Pedagogică, București 1985.
- [60] **D.L. Mensa**, "High Resolution Radar Imaging". Artech House, London, 1981.
- [61] **D.P. Meyer, H.A. Meyer**, "Radar Target Detection". New York Academic Press 1973.
- [62] **E.R. Milton**, "The Evolution of Digital Signal Processing for Airborne Radar". IEEE vol. 38 2002.
- [63] **I. Naforniță, A. Isar, ș.a.**, "Semnale circuite și sisteme ", Facultatea de Electronică și Telecomunicații Timișoara, 1995.
- [64] **I. Naforniță, A. Isar**, „Reprezentări timp - frecvență”, Editura Politehnică Timișoara, 1998.
- [65] **I. Naforniță, E. Pop, A. Mihaiescu, L. Toma** "Metode în prelucrarea numerică a semnalelor. Ed. Facla 1986.
- [66] **M. Naforniță, C. Munteanu** "Comunicații de date" Ed. Gh. Asachi, 1996.
- [67] **N.G. Nebabin**, "Methods and Tehniques of Radar Recognition". Artech House, London, 1994.
- [77] **A. Nicula**, " Modalități de eliminare a ambiguităților în

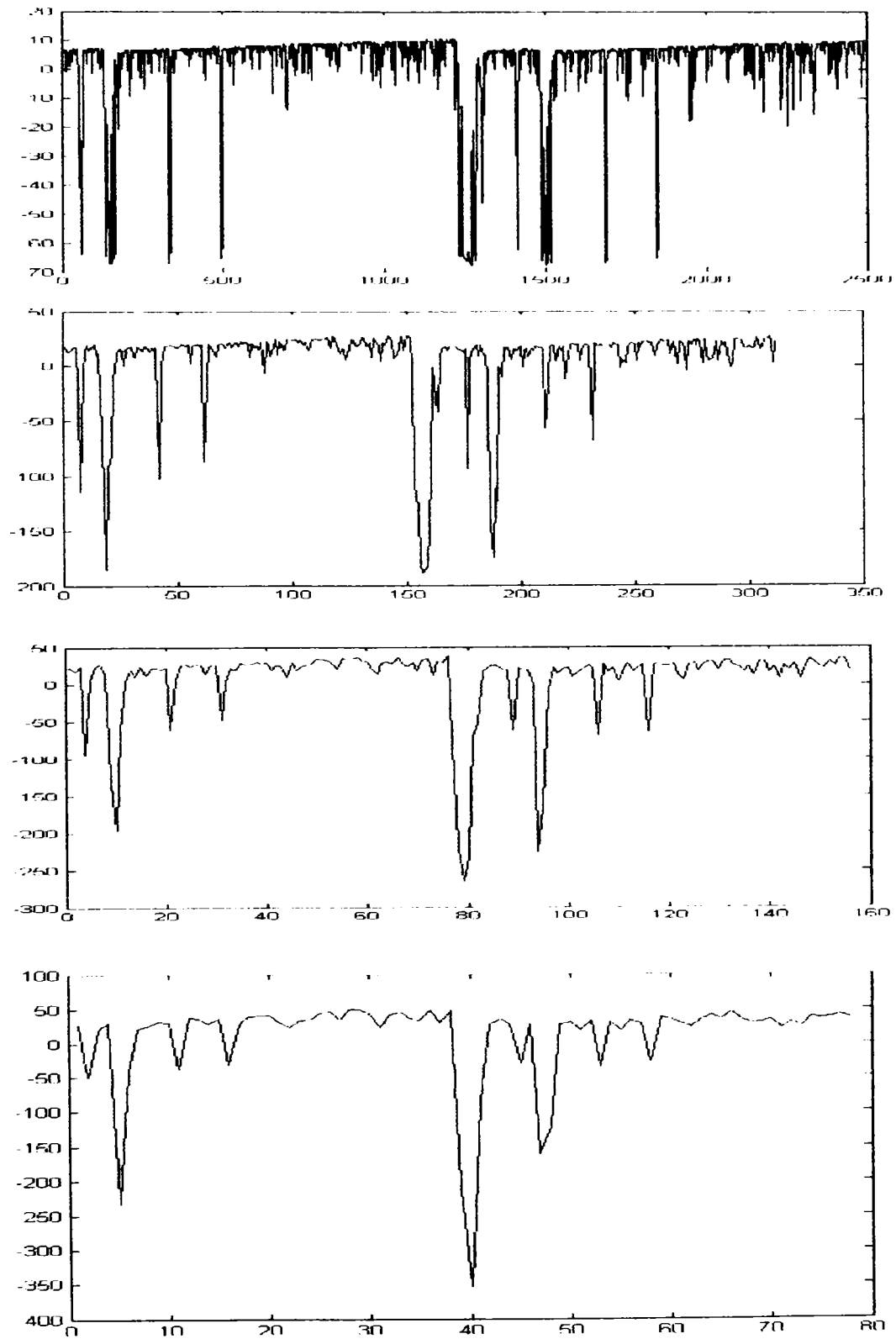
determinarea distanțelor". A XXIX-a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 2001.

- [78] **Poor, H. Vincent** , " An introduction to Signal Detection and Estimation".
New York Springer- Verlag , 1988.
- [79] **M. Popa** , "Un model pentru recunoașterea formelor"
A XXIX-a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 2001.
- [80] **M. Popa** , " Neural Network for Invariant Recognition of Objects". A XXIX-a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 2001.
- [81] **C. Pricop**, " Procesarea wavelet a semnalelor radar".
MatrixRom București 1999.
- [82] **Andre Quinquis, C. Ioana**, "Adaptive Time- Frequency Radar Signal Representation Using Chirp Function Dictionary". A XXIX-a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 2001.
- [83] **Andre Quinquis**, "Wavelet Packets : A Basic Tool for Improving the Decision Process". A XXVII-a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 1997.
- [84] **A.W. Rihaczek**, "Principles of High Radar Resolution".
Artech House, London 1996.
- [85] **A.W. Rihaczek, S.J. Hershkovitz**, "Radar Resolution and Complex Image Analysis". Artech House,
London 1996.

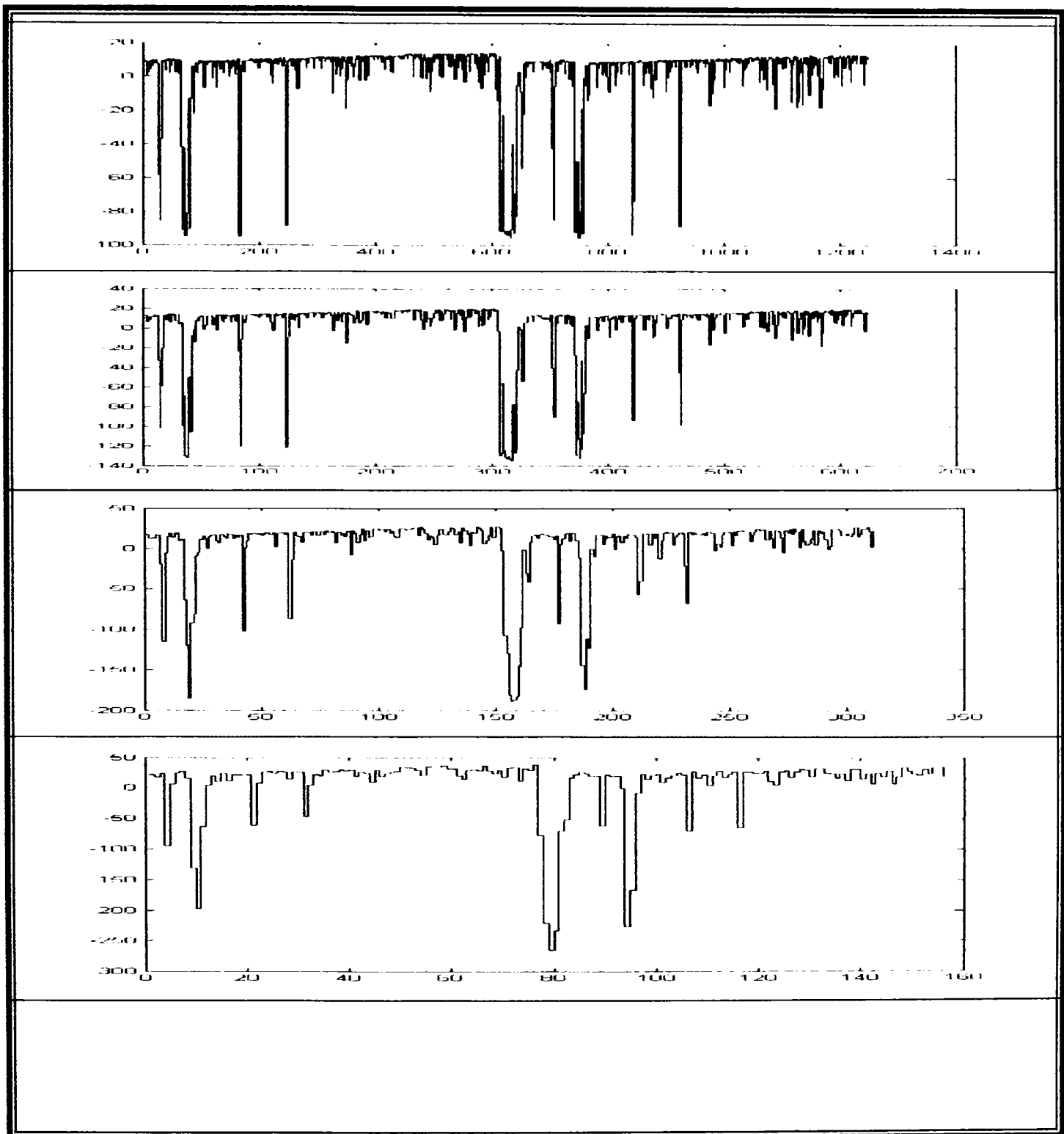
- [86] **O. Rioul**, " A discrete-time multiresolution theory". IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 41, 1993.
- [87] **G. Rulea** "Radiolocație" Ed. Didactică și Pedagogică, București 1980.
- [88] **G. Rulea**, "Prelucrarea optimă a semnalelor radio" Ed. Tehnica, Bucuresti 1980.
- [89] **M.J.B. Scalan**, "Modern Radar Tehniques" . Collins Professional Books, London 1987.
- [90] **D. Șcheianu**, "Compendiu de teoria semnalelor în locație". București 1998.
- [91] **L.A. Shepp**, "The Fourier Reconstruction of a Head Section". IEEE Transactions on Nuclear Science, nr.6/1984.
- [92] **M.I. Skolnik**, "Introduction to Radar System." New York, 1962.
- [93] **A. Stoica, D. Ungureanu**, "Considerații privind utilizarea rețelelor neuronale RBF în prelucrarea semnalelor radar. A XXIX-a Sesiune de Comunicări științifice, Academia Tehnică Militară, București 2001.
- [94] **G. Todorean, s.a.** "Rețele neuronale artificiale" Cluj-Napoca 1995.
- [95] **N.S. Tzanes**, "Communication and Radar System ". Pretince Hall, New York 1985.
- [96] **Harry L. Van Trees** : " Radar-Sonar Signal Processing and Gaussian Signals in Noise" , New York, 1971.

- [97] **E.K. Walton, I. Jouny**, "Bispectral analysis of radar signatures and application to target classification". Radio Science, 25, 1990.
- [98] **H. Wang, L. Cai**, "On adaptive spatial-temporal processing for airborne surveillance radar systems". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 30, July. 1994.
- [99] **K. D. Ward**, "Compound representation of high resolution sea clutter". Electronics Letters, 17, 1981.
- [100] **C.L. Weber**, "Elements of Detection and Signal Design" New York M.C. Graw-Hill Book Co. 1968.
- [101] **D.R. Wehner**, "High Resolution Radar". Artech House, Narwood 1987.
- [102] **Lora G. Weiss** : "Wavelets and Wideband Corelation Processing", IEEE Signal Processing Magazine, Ianuarie, 1999.
- [103] **A.D. Whalen**, "Detection of Signal in Noise" New York, Academic Press 1971.
- [104] **R.G. White**, "A model for MTI radar clutter." In Proceedings of the SEE International Radar Conference, Paris, 1994.
- [105] **C. Mincu, V. Greu, C. Rotariu** " Salt de frecvență și kontrasalt de frecvență" . Editura militară, 1998.
- [106] **V. Greu**, "Transmisiuni radio rezistente la bruijaj și interceptare". Editura militară, București, 1992.

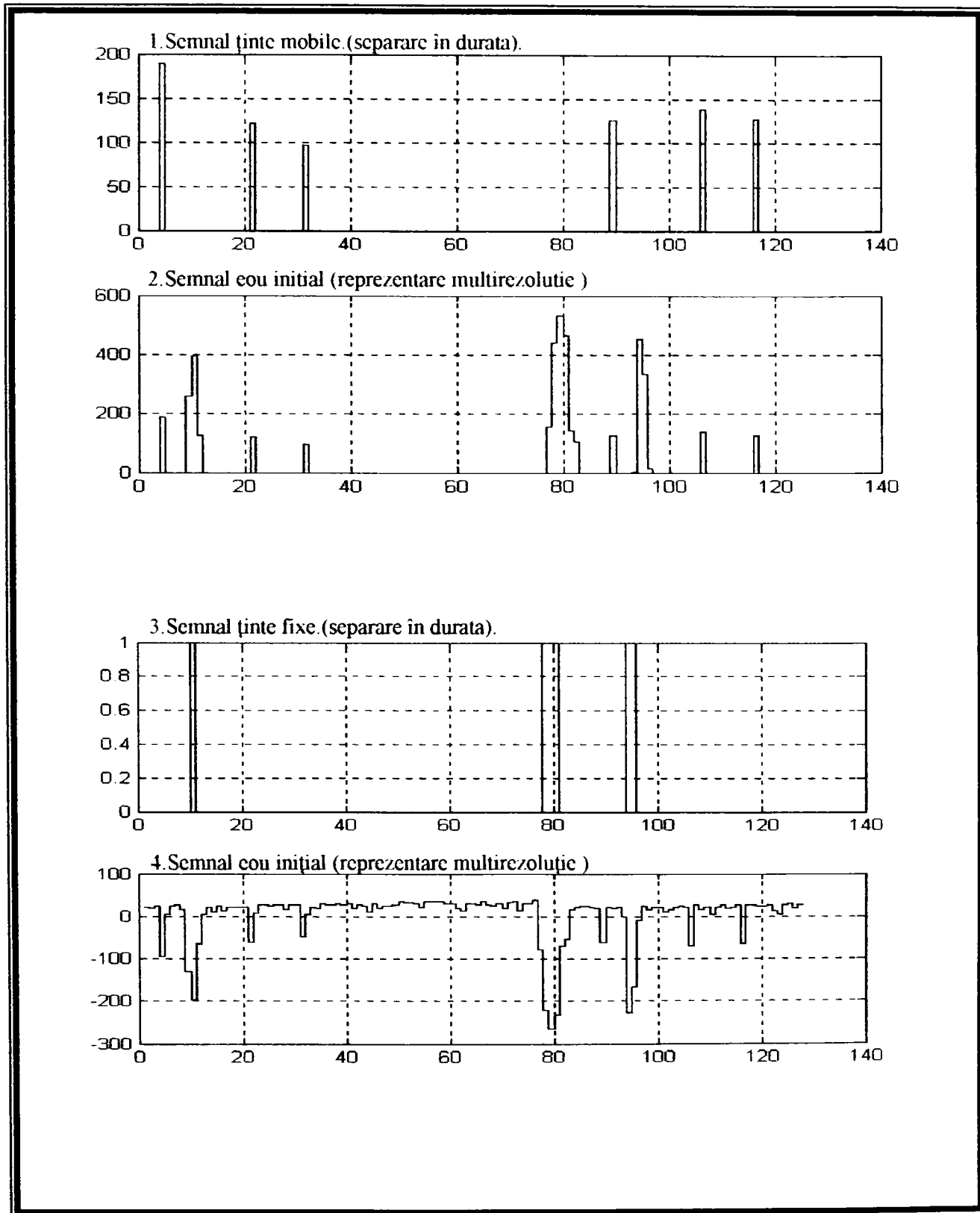
Anexa 1a. Eliminarea succesivă a zgomotelor prin metode multirezoluție în cazul unui raport $S/Z_g=9\text{dB}$.



Anexa 1b. Eliminarea succesivă a zgomotelor prin metode multirezoluție în cazul unui raport $S/Z_g=9\text{dB}$.



Anexa 1c. Separare ținte fixe de ținte mobile, prin algoritmi cu prag la nivelul reprezentării multirezoluție.



```

% calculul coeficientilor reprezentarii multirezolutive;
» N=length(x);for k=1:N;a0(k)=x(k);end;for k=1:N/2;
a1(k)=(a0(2*k-1)+a0(2*k))/1.41;
d1(k)=(a0(2*k-1)-a0(2*k))/1.41;end;for k=1:N/4;a2(k)=(a1(2*k-1)+a1(2*k))/1.41;
d2(k)=(a1(2*k-1)-a1(2*k))/1.41;end;for k=1:N/8;a3(k)=(a2(2*k-1)+a2(2*k))/1.41;
d3(k)=(a2(2*k-1)-a2(2*k))/1.41;end;for k=1:N/16;a4(k)=(a3(2*k-1)+a3(2*k))/1.41;
d4(k)=(a3(2*k-1)-a3(2*k))/1.41;end;for k=1:N/32;a5(k)=(a4(2*k-1)+a4(2*k))/1.41;
d5(k)=(a4(2*k-1)-a4(2*k))/1.41;end;for k=1:N/64;a6(k)=(a5(2*k-1)+a5(2*k))/1.41;
d6(k)=(a5(2*k-1)-a5(2*k))/1.41;end;for k=1:N/128;a7(k)=(a6(2*k-1)+a6(2*k))/1.41;
d7(k)=(a6(2*k-1)-a6(2*k))/1.41;end;for k=1:N/256;a8(k)=(a7(2*k-1)+a7(2*k))/1.41;
d8(k)=(a7(2*k-1)-a7(2*k))/1.41;end;

N=length(Zg1);for k=1:N;b0(k)=Zg1(k);end;for k=1:N/2;
b1(k)=(b0(2*k-1)+b0(2*k))/1.41;
e1(k)=(b0(2*k-1)-b0(2*k))/1.41;end;for k=1:N/4;b2(k)=(b1(2*k-1)+b1(2*k))/1.41;
e2(k)=(b1(2*k-1)-b1(2*k))/1.41;end;for k=1:N/8;b3(k)=(b2(2*k-1)+b2(2*k))/1.41;
e3(k)=(b2(2*k-1)-b2(2*k))/1.41;end;for k=1:N/16;b4(k)=(b3(2*k-1)+b3(2*k))/1.41;
e4(k)=(b3(2*k-1)-b3(2*k))/1.41;end;for k=1:N/32;b5(k)=(b4(2*k-1)+b4(2*k))/1.41;
e5(k)=(b4(2*k-1)-b4(2*k))/1.41;end;for k=1:N/64;b6(k)=(b5(2*k-1)+b5(2*k))/1.41;
e6(k)=(b5(2*k-1)-b5(2*k))/1.41;end;for k=1:N/128;b7(k)=(b6(2*k-1)+b6(2*k))/1.41;
e7(k)=(b6(2*k-1)-b6(2*k))/1.41;end;for k=1:N/256;b8(k)=(b7(2*k-1)+b7(2*k))/1.41;
e8(k)=(b7(2*k-1)-b7(2*k))/1.41;end;

N=length(y2rec);for k=1:N;c0(k)=y2rec(k);end;for k=1:N/2;
c1(k)=(c0(2*k-1)+c0(2*k))/1.41;
dc1(k)=(c0(2*k-1)-c0(2*k))/1.41;end;for k=1:N/4;c2(k)=(c1(2*k-1)+c1(2*k))/1.41;
dc2(k)=(c1(2*k-1)-c1(2*k))/1.41;end;for k=1:N/8;c3(k)=(c2(2*k-1)+c2(2*k))/1.41;
dc3(k)=(c2(2*k-1)-c2(2*k))/1.41;end;for k=1:N/16;c4(k)=(c3(2*k-1)+c3(2*k))/1.41;
dc4(k)=(c3(2*k-1)-c3(2*k))/1.41;end;for k=1:N/32;c5(k)=(c4(2*k-1)+c4(2*k))/1.41;
dc5(k)=(c4(2*k-1)-c4(2*k))/1.41;end;for k=1:N/64;c6(k)=(c5(2*k-1)+c5(2*k))/1.41;
dc6(k)=(c5(2*k-1)-c5(2*k))/1.41;end;for k=1:N/128;c7(k)=(c6(2*k-1)+c6(2*k))/1.41;
dc7(k)=(c6(2*k-1)-c6(2*k))/1.41;end;for k=1:N/256;c8(k)=(c7(2*k-1)+c7(2*k))/1.41;
dc8(k)=(c7(2*k-1)-c7(2*k))/1.41;end;

```

```

» subplot(211);stairs(a1);grid;subplot(212);stairs(d1);grid
title('Reprezentarea multirezolutie a semnalului bruiat j=1')
subplot(211);stairs(a2);grid;subplot(212);stairs(d2);grid
title('Reprezentarea multirezolutie a semnalului bruiat j=2')
subplot(211);stairs(a1);grid;subplot(212);stairs(d1);grid
title('Reprezentarea multirezolutie a semnalului bruiat j=2')
title('Reprezentarea multirezolutie a semnalului bruiat j=2')
subplot(211);stairs(a2);grid;subplot(212);stairs(d2);grid
title('Reprezentarea multirezolutie a semnalului bruiat j=2')
subplot(211);stairs(a3);grid;subplot(212);stairs(d3);grid
title('Reprezentarea multirezolutie a semnalului bruiat j=3')
subplot(211);plot(a3);grid;subplot(212);plot(d3);grid
title('Reconstituire semnal la nivelul de rezolutie j=3')
subplot(211);stairs(a3);grid;subplot(212);stairs(d3);grid
subplot(211);stairs(a4);grid;subplot(212);stairs(d4);grid
title('Reprezentarea multirezolutie a semnalului bruiat j=4')
subplot(211);stairs(a5);grid;subplot(212);stairs(d5);grid
title('Reprezentarea multirezolutie a semnalului bruiat j=5')
subplot(211);plot(a4);grid;subplot(212);plot(d4);grid
title('Reconstituire semnal la nivelul de rezolutie j=4')

```

```

[a1,d1]=dwt(s,'db1');subplot(311); plot(s); title('Original signal');
subplot(323); plot(a1); title('Approx. coef. for db1');
subplot(324); plot(d1); title('Detail coef. for db1');

```

```

[a1,d1]=dwt(s,'haar');subplot(311); plot(s); title('Original signal');
subplot(323); plot(a1); title('Approx. coef. for haar');
subplot(324); plot(d1); title('Detail coef. for haar');

```

```

[a1,d1]=dwt(s,'db1');subplot(311); plot(s); title('Original signal');
subplot(323); plot(a1); title('Approx. coef. for db1');
subplot(324); plot(d1); title('Detail coef. for db1');

```



```
%REPREZENTARE MULTIREZOLUTIE A SEMNALULUI S1
```

```
[a1,d1]=dwt(s1,'db1');subplot(311); plot(s1); title('Perturbate signal');  
subplot(323); plot(a1); title('Approx. coef. for db1');  
subplot(324); plot(d1); title('Detail coef. for db1');
```

```
[a2,d2]=dwt(a1,'db1');subplot(311); plot(a1); title('Original signal');  
subplot(323); plot(a2); title('Approx. coef. for db1');  
subplot(324); plot(d2); title('Detail coef. for db1');
```

```
[a3,d3]=dwt(a2,'db1');subplot(311); plot(a1); title('Original signal');  
subplot(323); plot(a3); title('Approx. coef. for db1');  
subplot(324); plot(d3); title('Detail coef. for db1');
```

```
[a4,d4]=dwt(a3,'db1');subplot(311); plot(a1); title('Original signal');  
subplot(323); plot(a4); title('Approx. coef. for db1');  
subplot(324); plot(d4); title('Detail coef. for db1');
```

```
[a5,d5]=dwt(a4,'db1');subplot(311); plot(a1); title('Original signal');  
subplot(323); plot(a5); title('Approx. coef. for db1');  
subplot(324); plot(d5); title('Detail coef. for db1');
```

```
%COMPARARE PRAG LA NIVEL DETALIU 4
```

```
for i=1:length(d4)  
    if d4(i)>max(s)  
        p(i)=d4(i);  
    else  
        p(i)=0;  
    end;  
end;
```

```

%ALGORITM CU PRAG MEDIAN PONDERAT LA NIVEL j=2
for i=1:length(a2)
    if abs(a2(i))>((median(abs(a2))+max(abs(a2))))/4
        p(i)=a2(i);
    else
        p(i)=0;
    end;
end;plot(p);

% algoritm cu prag median dupa denoising;
a=denoise1;a1=a-median(a);a2=abs(a1);m=median(a2); m1=(m+max(a2))/2;
for i=1:length(a2)
    if a2(i)>m1
        p(i)=a2(i);
    else
        p(i)=0;
    end;
end;
p1=-abs(p);
subplot(2,1,1); plot(s)
subplot(2,1,2); plot(p1);

%selectia tintelor fixe din semnalul ecou;
ec1=abs(a4 ); %sau dupa caz aproximarea potrivita;
m=median(ec1);
m1=(m+max(ec1)/2)/2;
for i=1:length(ec1)
    if ec1(i)>m1
        p(i)=1;
    else
        p(i)=0;
    end;
end;
subplot(211);stairs(p);grid;subplot(212);stairs(abs(a4));grid

```

```

% selectia tintelor mobile (in durata);
ec1=abs(a2 ) ; %sau dupa caz aproximarea potrivita;
m=median(ec1);
m1=(m+max(ec1)/2)/2;
for i=1:length(ec1)
    if ec1(i)>m1
        p2(i)=1;
    else
        p2(i)=0;
    end;
end;
for i=1:length(p2)/4-3
    p1(i)=p2(4*i)+p2(4*i+1)+p2(4*i+2)+p2(4*i+3)+p2(4*i+4);
end; k=length(p)+1;k1=length(p2)/4-1; for i=k1:k p1(i)=0;end;

%selectia tintelor fixe din semnalul ecou;
ec1=abs(a4 ) ; %sau dupa caz aproximarea potrivita;
m=median(ec1);
m1=(m+max(ec1)/2)/2;
for i=1:length(ec1)
    if ec1(i)>m1
        p(i)=1;
    else
        p(i)=0;
    end;
end;
subplot(211);stairs(p);grid;subplot(212);stairs(abs(a4));grid
% selectia tintelor mobile (in durata)
ec1=abs(a2 ) ; %sau dupa caz aproximarea potrivita;
m=median(ec1);
m1=(m+max(ec1)/2)/2;
for i=1:length(ec1)
    if ec1(i)>m1
        p2(i)=1;
    else
        p2(i)=0;
    end;
end;
end;

```

```

for i=1:length(p2)/4-3
    p1(i)=p2(4*i)+p2(4*i+1)+p2(4*i+2)+p2(4*i+3)+p2(4*i+4);
end; k=length(p)+1;k1=length(p2)/4-1; for i=k1:k p1(i)=0;end;for i=1:length(p1)
    if p1(i)>0.5
        p3(i)=1;
    else
        p3(i)=0;
    end;
end; p4=p1+p3;for i=1:length(p4)
    if p4(i)>0.5
        p5(i)=1;
    else
        p5(i)=0;
    end;end: rez=p5-p;

% selectia tintelor mobile (in durata)
ec1=abs(a2 ); %sau dupa caz aproximarea potrivita;
m=median(ec1);
m1=(m+max(ec1)/2)/2;
for i=1:length(ec1)
    if ec1(i)>m1
        p2(i)=1;
    else
        p2(i)=0;
    end;
end;
for i=1:length(p2)/4-4
    p1(i)=p2(4*i)+p2(4*i+1)+p2(4*i+2)+p2(4*i+3)+p2(4*i+4);
end; k=length(p);k1=length(p2)/4; for i=k1:k p1(i)=0;end;for i=1:length(p1)
    if p1(i)>0.5
        p3(i)=1;
    else
        p3(i)=0;
    end;
end;
prag=(max(abs(a4))+median(abs(a4)))/2;
for i=1:length(a4);
    if abs(a4(i))>prag ;
        p4(i)=0 ;
    else p4(i)=p1(i);
    end;
end;
end;

```

```

%METODA DE SEPARARE tf DE tm
ec1=abs(a4-abs(a4)) ; %sau dupa caz aproximarea potrivita;
m=median(ec1);
m1=(m+max(ec1)/2);
for i=1:length(ec1)-1
    if ec1(i)>m1
        p(i)=1;
    else
        p(i)=0;
    end;
    if ec1(i)>m&p(i+1)>0 pmob(i)=1;
    else pmob(i)=0; end;
end;
for i=2:length(ec1)
    if ec1(i)>m1
        p(i)=1;
    else
        p(i)=0; if ec1(i)>m&p(i-1)>0 pmob1(i)=1;
    else pmob1(i)=0;
    end;
end;
for i=3:length(ec1)
    if ec1(i)>m1
        p(i)=1;
    else
        p(i)=0; if ec1(i)>m&p(i-2)>0 pmob2(i)=1; else pmob2(i)=0; end;
    end;
end;pri=p+pmob+pmob1+pmob2;
for i=1:length(pri);
    if pri(i)>0.5 rez(i)=0;
    else
        rez(i)=ec1(i);
    end;
end;
subplot(211);stairs(rez);grid;subplot(212);stairs(ec1);grid ;

```

```
%SELECTIA TF TM
```

```
ec1=abs(a4-abs(a4)) ; %sau dupa caz aproximarea potrivita;for i=1:length(ec1);  
    for i=1:length(ec1); pmob(i)=0;  
    end;for i=1:length(ec1); p(i)=0;  
    end;  
for i=1:length(ec1);  
    pmob1(i)=0;  
    end;  
for i=1:length(ec1);  
    pmob2(i)=0;  
    end;m=median(ec1);  
m1=(m+max(ec1)/2);  
for i=2:length(ec1)  
    if ec1(i)>m1  
        p(i)=1;  
    else  
        p(i)=0;  
    if ec1(i-1)>m&p(i)>0 pmob(i)=1;  
    else pmob(i)=0; end;  
    end;  
end;  
for i=1:length(ec1)-1  
    if ec1(i)>m1  
        p(i)=1;  
    else  
        p(i)=0;  
    if ec1(i)>m&p(i+1)>0; pmob(i)=1;  
    else pmob(i)=0; end;  
    end;  
end;  
for i=2:length(ec1)  
    if ec1(i)>m1  
        p(i)=1;  
    else  
        p(i)=0; if ec1(i)>m&p(i-1)>0 pmob1(i)=1;  
    else pmob1(i)=0;  
    end;  
    end;  
end;  
end;
```

```
%Filtrare cu rețea neuronală adaptivă (după definirea parametrilor și  
antrenarea rețelei neuronale net);
```

```
[net,E,Y] = adapt(net,a3,a03);  
subplot(211);stairs(E);grid;subplot(212);stairs(Y);grid;  
subplot(211);stairs(a4);grid;subplot(212);stairs(Y);grid;
```

```
[net,E,Y] = adapt(net,ecbru,init1);
```

```
zgom2=randn(size(init));  
ecbru2=transp(init+100*zgom2);  
[net,E,Y] = adapt(net,ecbru2,init1);  
subplot(211);stairs(ecbru2);grid;subplot(212);stairs(Y);grid;
```

```
zgom2=randn(size(init));  
ecbru2=transp(testecou+100*zgom2);  
[net,E,Y] = adapt(net,ecbru2,transp(testecou));  
subplot(211);stairs(ecbru2);grid;subplot(212);stairs(Y);grid;
```

% Metoda de prelucrare: -se emite semnal de test ; se fac reprezentările multirezolutive ecou brut și semnal test ; se calculează eroarea pe fiecare nivel de reprezentare ; Refacerea semnalului pe nivelul de eroare minimă;

```
%algoritm adaptiv cu minimizarea erorii;
```

```
t=0:155;w=t/.155;  
for m=1:length(a4)  
out4=a4(m).*w;err4=abs(out4-  
a04(m));[mimi,I]=min(err4);wf(m)=w(I);  
end;  
plot(wf);
```

```
t=0:311;w=t./311;for m=1:length(a3)
out3=a3(m).*w;err3=abs(out3-
a03(m));[mimi,I]=min(err3);wf(m)=w(I);
end;
plot(wf);
```

```
t=0:1249;w=t./1249;
for m=1:length(a1)
out1=a1(m).*w; err1=abs(out1-
a01(m));[mimi,I]=min(err1);wf(m)=w(I);
end;
plot(wf);
```

```
%Generalizare;
p=length(alpha)-1;
t=0:p;
w=t./p;
for m=1:length(alpha)
out=alpha(m).*w;
err=abs(out-alpha0(m));
[mimi,I]=min(err);wf(m)=w(I);
end;
```

```
%varianta 2;
t=0:155;w=t./155;
for m=1:length(a4)
out4=a4(m).*w;err4=abs(out4-
a04(m));[mimi,I]=min(err4);wf(m)=w(I);
end;
raspuns=a4.*wf;subplot(211);stairs(a04);grid;subplot(212);
stairs(raspuns);grid;
```


Anexa 2c. Programul MATCHAD de procesare TFS si TWD a semnalului radar simulat CHIRP (MLF).

```
t = 0..400
tau1 = 100..400
i = (1)^(1/2)

x(t) = cos(40*3.14*t^2 * (erf(t) - erf(t - 32)))

y(t) = x(t - 200) * exp(i*k*t)

tz = 0..1000

Zgd = runif(1001, 0, 1)

Zgld_tz = Zgd_tz * 0.5

Zgd(t) = 4 * Zgld_t - 500

yrecbrui(t) = y(t) - Zgd(t)
```

$$Z_{gf}(t) = Z_{g1d}_t$$

$$TZ_{gfTFS}(\tau_1, k) = \sum_{t=0}^{400} Z_{gf}(t) \cdot x(t - \tau_1) \cdot \exp(-i \cdot k \cdot t)$$

$$\text{beta} = 0.5$$

$$TYTFS(\tau_1, k) = \sum_{t=0}^{400} y_{recbrui}(t) \cdot x(t - \tau_1) \cdot \exp(-i \cdot k \cdot t)$$

$$\text{alfa} = 400$$

$$\text{rez}(\tau_1, k) = TYTFS(\tau_1, k) - \text{beta} \cdot TZ_{gfTFS}(\tau_1, k) \cdot \exp(-i \cdot k \cdot \text{alfa})$$

$$\text{out3}(\tau_1) = \left[(\text{Re}(\text{rez}(\tau_1, k)))^2 + (\text{Im}(\text{rez}(\tau_1, k)))^2 \right]$$

$$\text{Correcyx}(\tau_1) = \sum_{t=0}^{400} y_{recbrui}(t) \cdot x(t - \tau_1)$$

$$\text{out4}(\tau_1) = \left[(\text{Re}(\text{Correcyx}(\tau_1)))^2 - (\text{Im}(\text{Correcyx}(\tau_1)))^2 \right]$$

$$\text{Outideal}(\tau_1) = \sum_{t=0}^{400} x(t) \cdot x(t - \tau_1)$$

$$\omega_0 = 40 \cdot 3.14 \cdot \frac{32}{2}$$

$$\omega_0 = 2.01 \cdot 10^3$$

$$k = 1000$$

$$s = 2$$

$$\omega_{gad} = \frac{(s-1)}{s+1}$$

$$z(t) = x \frac{(t-200)}{s} + x \frac{(t-100)}{s} + x \frac{(t-300)}{s}$$

$$\text{corz}(\tau_1) = \sum_{t=0}^{400} z(t) \cdot x(t - \tau_1) \cdot \exp(-i \cdot \omega_{gad} \cdot t)$$

$$\text{corzBL}(\text{tau1}) = \sum_{t=0}^{400} z(t) \cdot x \frac{(t - \text{tau1})}{s}$$

$$\text{zrecbrui}(t) = z(t) - 2 \cdot \text{Zgd}(t)$$

$$\text{corzBLbrui}(\text{tau1}) = \sum_{t=0}^{400} \text{zrecbrui}(t) \cdot x \frac{(t - \text{tau1})}{s}$$

$$\text{out6}(\text{tau1}) = \text{corzBLbrui}(\text{tau1}) - \text{corzBLbrui}(\text{tau1})$$

$$\text{TZgfTW}(\text{tau1}, s) = \sum_{t=0}^{400} \text{Zgf}(t) \cdot x \frac{(t - \text{tau1})}{s}$$

$$\text{TZgdTW}(\text{tau1}, s) = \sum_{t=0}^{400} \text{Zgd}(t) \cdot x \frac{(t - \text{tau1})}{s}$$

$$\text{out7}(\text{tau1}) = \text{corzBLbrui}(\text{tau1}) - 2 \cdot \text{TZgdTW}(\text{tau1}, s)$$

$$\text{alpha} = 0.51$$

$$\text{btheta} = 300$$

$$\text{out8}(\text{tau1}) = \text{corzBLbrui}(\text{tau1}) - \text{alpha} \cdot \exp(i \cdot \text{btheta}) \cdot \text{TZgfTW}(\text{tau1}, s)$$