Ing. Pater Marcel Sorin

# ANALIZA SEMNALELOR DE ZGOMOTE ȘI VIBRAȚII ÎN VEDEREA DETECTĂRII SURSELOR

BIBLIOTECA CENTRALA UNIVERSITATEA •POLITEHNICA• TIMISOARA

## **CONDUCĂTOR ȘTIINȚIFIC:**

- •

PROF. UNIV. DR. ING. BRÎNDEU LIVIU MEMBRU AL ACADEMIEI DE ȘTIINȚE TEHNICE DIN ROMÂNIA

2003

.....

## **CUPRINS**

1. SEMNALE DE VIBRAȚII LA AUTOVEHICULE	7
1.1. CONSIDERAȚII PRIVIND VIBRAȚIILE AUTOVEHICULELOR	7
1.2. SURSE PERTURBATOARE EXTERNE	8
1.3. SURSE PERTURBATOARE INTERIOARE	9
1.4. ELEMENTE DE DIAGNOSTICARE VIBROACUSTICĂ	11
1.5. MONITORIZAREA ȘI DIAGNOSTICAREA PRIN VIBRAȚII	16
1.6. BAZELE MONITORIZĂRII PRIN VIBRAȚII	17
1.7. NOȚIUNI DE PROBABILITATE ÎN DIAGNOSTICARE	23
1.7.1. Generalități	23
1.7.2. Metode probabiliste de diagnosticare	23
2. DIAGNOSTICAREA DEFECTELOR LA CUTII DE VITEZĂ	28
2.1. ROLUL CUTIEI DE VITEZE	28
2.1.1. Clasificarea cutiilor de viteze	28
2.1.2. Cutii de viteze mecanice în trepte	29
2.1.3. Solicitarea transmisiei la cuplarea treptelor	30
2.2. MODELAREA ELEMENTELOR CUTIILOR DE VITEZĂ	32
2.2.1. Modelarea rulmenților	33
2.2.2. Determinarea echilibrului corpului de rostogolire	38
2.2.3. Calculul matricei de rigiditate tangențială între noduri	39
2.2.4. Forțele aplicate de corpurile de rostogolire	40
2.2.5. Calculul forțelor între căile de rulare și role	41
2.2.6. Calculul forțelor din umerii inelelor	42

2.2.7. Modelarea statică și dinamică a angrenajelor	
cilindrice exterioare	43
2.2.7.1. Geometria și configurația elementelor	43
2.2.7.2. Matricea de rigiditate echivalentă	45
2.2.8. Forțele exterioare echivalente la o excitație dinamică	46
2.2.9. Modelarea dinamică a arborilor	47
2.2.9.1. Matricea de rigiditate	48
2.2.9.2. Matricea maselor	48
2.2.9.3. Formulele lui Palmgreen	49
3. MODELAREA GLOBALĂ A CUTIEI DE VITEZE	51
3.1. COMPORTAMENTUL DINAMIC AL CUTIILOR DE VITEZĂ	51
3.1.1. Principii de modelare	51
3.2. STUDIUL INFLUENȚEI CARCASEI	52
3.2.1. Legătura dintre deformațiile carcasei și cele	
ale lanțului cinematic	52
3.2.2. Influența carcasei asupra frecvențelor proprii și	
a formelor proprii	53
3.2.3. Influența carcasei asupra energiilor de deformare	53
3.2.4. Studiul unui mod atipic	54
3.3. RĂSPUNSUL LA O EXCITAȚIE	55
3.3.1. Caracteristicile excitației și calculele realizate	55
3.3.2. Influența carcasei asupra erorii de transmisie dinamică	57
3.3.3. Eforturile dinamice asupra lagărelor cu rulmenți	58
3.4. STUDIUL INFLUENȚEI LEGĂTURII ÎN MĂSURĂRI	61
3.5. SURSA DE EXCITAȚIE A ANGRENAJULUI TREPTEI A TREIA	62
3.5.1. Măsurarea erorii de transmisie dinamică	63
3.5.2. Eforturi dinamice	65
3.6. SURSA DE EXCITAȚIE MULTIPLĂ	66
3.6.1. Analiza erorilor de transmisie dinamică	66
3.6.2. Forțele transmise de rulment asupra carcasei	68

mmm	~ ~	Dia ama D / m
TEZA	DE	DOCTORAT

72

99

## 4. ANALIZA SEMNALELOR

4.1. SEMNALE DE ZGOMOT ȘI VIBRAȚIE	72
4.2. SEMNALE DETERMINISTICE ȘI ALEATOARE	73
4.3. TEHNICI DE ANALIZĂ A SEMNALELOR FUNDAMENTALE	75
4.4. ANALIZA AMPLITUDINII SEMNALULUI	76
4.5. ANALIZA ÎN DOMENIUL TIMP	79
4.6. ANALIZA ÎN DOMENIUL FRECVENȚĂ	81
4.7. ANALIZA SEMNALULUI DUAL	84
4.8. ANALIZA SEMNALULUI ANALOG	93
4.9. ANALIZA SEMNALULUI DIGITAL	95

## 5. DIAGNOSTICAREA PRIN ANALIZA CEPSTRUM

5.1. GENERALITĂȚI	99
5.2. DEFINIȚII ȘI METODE DE CALCUL	102
5.3. CEPSTRUMUL COMPARAT CU AUTOCORELAȚIA	105
5.4. CEPSTRUMUL COMPARAT CU ANALIZA SPECTRALĂ	106
5.5. CONSIDERAȚII PRACTICE	110
5.6. VIBRAȚIILE ANGRENAJELOR	113
5.6.1. Armonicile de angrenare	114
5.6.2. Efectele modulației	115
5.6.3. Impulsuri aditive	116
5.6.4. Considerații teoretice	118
5.7. CONCLUZII	123
6. DETERMINĂRI EXPERIMENTALE	124
6.1. DESCRIEREA STANDULUI	124
6.2. SISTEMUL DE ACHIZIȚIE A DATELOR	127
6.2.1. Traductoare de vibrații	128
6.2.2. Condiționarea semnalului	130
6.2.3. Placa de achiziție	132

TEZĂ DE DOCTORAT	
6.3. PROGRAM PENTRU ACHIZIȚIA DATELOR	132
7. PRELUCRAREA ȘI INTERPRETAREA DATELOR	136
7.1. METODA DE ANALIZĂ	136
7.2. PROGRAME DE CALCUL	138
7.3. INTERPRETREA REZULTATELOR	145
8. CONCLUZII ȘI CONTRIBUȚII	156
8.1. CONCLUZII GENERALE	156
8.2. CONTRIBUȚII PERSONALE	159
BIBLIOGRAFIE	160
ANEXA	

## **1. SEMNALE DE VIBRAȚII LA AUTOVEHICULE**

#### **1.1. CONSIDERAȚII PRIVIND VIBRAȚIILE AUTOVEHICULELOR**

Deplasarea autovehiculelor este însoțită de apariția permanentă a vibrațiilor și șocurilor. Aceste vibrații se manifestă la nivelul maselor suspendate și nesuspendate ale autovehiculelor influențând considerabil confortabilitatea pasagerilor, durabilitatea elementelor componente ale caroseriei, suspensiei, transmisiei și motorului.

Șocurile și vibrațiile la care sunt supuse autovehiculele sunt determinate de cauze exterioare și interioare. Aceste cauze se manifestă de cele mai multe ori simultan. În afară de aceasta, din cauza șocurilor și vibrațiilor în organele componente ale autovehiculelor (suspensie, transmisie, motor) apar sarcini dinamice mari. Chiar dacă nu în toate situațiile se ajunge la depășirea limitei de rupere a pieselor, din cauza șocurilor și oscilațiilor, piesele componente ale automobilelor sunt supuse la solicitări variabile care au un caracter, de cele mai multe ori, aleator și care reduc mult rezistența la oboseală a acestora.

Şocurile și vibrațiile la autovehicule depind de drumul pe care se deplasează și de tipul autovehiculului. Ele se pot clasifica în:

a) șocuri și vibrații provocate de denivelările și neregularitățile suprafeței drumului, de rafale de vânt, de frânarea autovehiculului etc;

b) șocuri și vibrații provocate de motor, transmisie, direcție și sistemul pneuroată.

La autovehicule se studiază:

a) vibrațiile libere sau proprii, care pot fi neamortizate și amortizate, în scopul stabilirii pulsațiilor proprii și a influențelor maselor nesuspendate, caracteristicilor elastice și de amortizare ale suspensiei asupra confortabilității și a regimului de deplasare;

b) vibrațiile forțate sau întreținute care solicită permanent autovehiculele în timpul mișcării. Studiul acestor vibrații este necesar pentru a stabili pulsațiile periculoase ale factorilor perturbatori în scopul evitării funcționării întregului sistem de rezonanță. De asemenea studiul unor astfel de vibrații permite cercetarea influenței fiecărui factor perturbator în parte asupra comportării autovehiculelor și a subansamblelor componente în timpul deplasării.

La autovehicule, în timpul deplasării, se pot întâlni următoarele tipuri de vibrații:

➢ Vibrații ale şasiului şi caroseriei, considerate ca un rigid nedeformabil, aşezat pe suspensia elastică formată din arcuri, sau arcuri şi pneuri. Aceste oscilații au un caracter de oscilații libere, provocate de neregularitățile suprafeței drumului, care acționează sub formă de şocuri. Uneori, în urma uzării, suprafața şoselei ia forma unor valuri; autovehiculele care se deplasează pe ea la o anumită viteză intră în rezonanță, ajungându-se la vibrații periculoase. Ca rigid suspendat elastic, ansamblul șasiu-caroserie are 6 grade de libertate: translații verticale, orizontale, longitudinale și transversale și rotații în jurul celor trei axe, pe aceleași direcții. Pe de altă parte, roțile din față și din spate sprijinite pe pneuri, pot să vibreze împreună cu punțile corespunzătoare, dacă punțile sunt rigide, sau fiecare separat când autovehiculul este echipat cu suspensie independentă. Dacă fiecare punte se poate asimila printr-un rigid, se mai obțin încă 12 grade de libertate, care corespunde autovehiculelor cu două punți și suspensie dependentă. La atsfel de autovehicule se ajunge la 18 grade de libertate. Numărul de grade de libertate poate să fie mai mare de 18, pentru autovehiculele cu suspensie independentă și pentru cele cu mai multe punți. În realitate, vibrațiile anumitor grade de libertate sunt inexistente sau se pot neglija. Simplificările necesare sunt determinate de tipul autovehiculului și a suspensiei acestuia.

➤ Vibrațiile de torsiune și încovoiere ale pieselor motorului și subansamblelor transmisiei. Aceste vibrații se analizează pe modele dinamice echivalente cu un număr mai mare sau mai mic de grade de libertate, în funcție de numărul de cilindri ai motorului, de numărul de punți motoare și dacă se ia în considerare sau nu cinematica și dinamica mecanismelor diferențiale de transmisie. Aceste vibrații sunt cauzate atât de neregularitățile suprafeței drumului cât și de o serie de factori perturbatori interiori( momentul de torsiune al motorului este variabil periodic în timp, cuplarea ambreiajului, schimbarea treptelor de viteze, funcționarea transmisiilor cardanice).

> Vibrațiile motorului, ambreiajului și cutiei de viteze, de ansamblul față, de șasiu. De obicei aceste componente se montează elastic pe șasiu și dacă rezemarea este necorespunzătoare se ajunge la desfacerea prematură a îmbinărilor, la fisuri și ruperi în șasiu și cartere. Prin luarea în considerare a acestor vibrații modelele dinamice echivalente ale autovehiculelor se complică și mai mult.

Cercetarea teoretică a vibrațiilor autovehiculelor se face pe modele dinamice de complexitate mai mică sau mare. Complexitatea modelelor dinamice fiind determinată în mare măsură de posibilitățile de analiză și integrare a sistemelor de ecuații diferențiale care descriu starea de mișcare. Odată cu îmbunătățirea performanțelor calculatoarelor electronice s-au dezvoltat și metodele de integrare numerică aproximativă a sistemelor de ecuații diferențiale și ca urmare a crescut complexitatea modelelor dinamice pe care se studiază oscilațiile autovehiculelor.

## **1.2. SURSE PERTURBATOARE EXTERNE**

Vibrațiile autovehiculelor sunt provocate de factori perturbatori exteriori și interiori. Factorul cu acțiune continuă, determinat de profilul suprafeței drumului, are de obicei un caracter aleator. Se consideră însă, că acest factor perturbator poate să varieze după o lege apropiată de cea periodică.

Profilul suprafeței drumului este caracterizat de lungimea l, înălțimea  $h_o$ , succesiunea și frecvența neregularităților. La același număr de neregularități, intensitatea oscilațiilor poate să se modifice pe diferite drumuri din cauza înălțimii neregularităților. Considerând că, în mod normal, forma neregularităților este lină, profilul lor se poate admite sinusoidal. În acest caz ecuația profilului este:

$$h = \frac{h_o(1 - \cos\omega t)}{2} \tag{1.1}$$

unde  $\omega$  este pulsația factorului perturbator, a cărei mărime se calculează cu relația:

$$\omega = 2\pi \frac{v}{l} \tag{1.2}$$

în care v este viteza automobilului și l este lungimea neregularității.

În unele cazuri profilul neregularităților se consideră sinusoidal:

$$h = h_o \cdot \sin \omega \cdot t, \qquad 0 \le \omega t \le \pi \tag{1.1}$$

Compararea vibrațiilor produse de suprafețele drumului, care au ecuația profilului (1.1) și (1.1), a arătat că între aceste două legi este o diferență mică.

În realitate, de cele mai multe ori, neregularitățile suprafeței drumului nu pot fi descrise prin funcții periodice, funcția h(t) fiind aleatoare (fig.1.1.a). Aceasta constă dintr-o distribuție continuă de funcții sinusoidale la toate frecvențele, ale căror amplitudini și faze variază într-un mod ce nu poate fi prevăzut. Cunoașterea valorilor instantanee ale funcției aleatoare la un moment dat nu dă nici o informație asupra valorilor ulterioare ale acesteia. Funcția poate să fie descrisă numai în termeni statistici, indicându-se probabilitatea de apariție a unor anumite amplitudini și frecvențe.



Figura 1.1. Amplitudinea neregularităților drumului

Prin analogie cu funcția periodică h(t) oarecare, la funcția aleatoare se definește un spectru continuu al distribuției amplitudinilor (fig.1.1.b). Din punct de vedere matematic funcția aleatoare h(t) se exprimă prin relația:

$$h(t) = \int_{0}^{\infty} b \sin(\omega t + \varphi) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} b \cdot e^{i\omega t} d\omega$$
(1.3)

Spectrelor discrete și continue ale distribuțiilor amplitudinilor le corespund spectre similare de distribuție a accelerațiilor caroseriilor autovehiculelor.

#### **1.3. SURSE PERTURBATOARE INTERIOARE**

Sursa principală de vibrații existentă pe autovehicul este motorul cu ardere internă, iar factorul perturbator este momentul de torsiune care solicită arborele cotit [37]. Deoarece acest moment de torsiune  $M_g$  este o funcție periodică, el poate fi dezvoltat în serie Fourier:

$$M_{g} = M_{g0} + M_{g1} \sin(\Omega t + \gamma_{1}) + M_{g2} \sin(2\Omega t + \gamma_{2}) + \dots + M_{gk} \sin(k\Omega t + \gamma_{k})...$$
(1.4)

unde:

 $M_{g0}$  - valoarea medie a momentului de torsiune  $M_g$ ;

 $M_{gk}$  - amplitudinea armonicii k a momentului  $M_g$ ;

- $\gamma_k$  faza inițială a componentei armonice k;
- $\Omega$  pulsația fundamentală în timp.

Valoarea coeficienților din relația (1.4) se obține prin analiză armonică, pe baza diagramei indicate a motorului. Dacă viteza unghiulară de rotație a arborelui cotit este  $\omega$ , atunci  $\Omega = \frac{\omega}{2}$  la motoarele în patru timpi și  $\Omega = \omega$  la motoarele în

doi timpi.

Se definește ca ordin al unei armonici numărul de vibrații efectuate în timpul unei rotații complete a arborelui. Rezultă că, la motoarele în patru timpi se întâlnesc ordinele 1/2, 1, 2/3, iar cele în doi timpi ordinele 1,2,3,...etc.

Cuplul motor periodic variabil excită întreaga construcție a autovehiculului, de aceea de relația (1.4) trebuie să se țină seama la studiul vibrațiilor de torsiune ale arborelui cotit și ale transmisiilor mecanice, a vibrațiilor motorului față de cadrul autovehiculului, etc. Trebuie precizat că relația (1.4) corespunde unei anumite turații a motorului și ca urmare este necesar să fie prelucrate un număr mare de diagrame indicate pentru un număr mare de turații și sarcini deci trebuie combinată cu caracteristicile exterioare și parțiale ale motorului.

Un alt factor perturbator interior este momentul de frecare transmis de către ambreiaj în timpul procesului de cuplare la pornirea de pe loc și la schimbarea treptelor de viteze. Modelarea momentului de frecare din ambreiaj poate să se facă în mai multe moduri. Considerând, de exemplu, că la pornirea de pe loc momentul de frecare variază liniar în timp, se poate scrie:

$$M_{a}(t) = \begin{cases} \beta_{d}M_{n} \frac{t}{t_{0}} pentru 0 \le t \le t_{o} \\ \beta_{d}M_{n} pentru t \ge t_{o} \end{cases}$$
(1.5)

unde:

 $M_n$  - momentul de torsiune nominal al motorului;

 $\beta_s \beta_s$  - coeficientul de rezervă dinamic și respectiv static al ambreiajului;

*t<sub>o</sub>* - timpul de cuplare al ambreiajului.

Pe de altă parte tot pentru calculul momentului de frecare din ambreiaj poate fi utilizată relația

$$M_{a}(t) = [M_{a0} - \chi(\omega_{m} - \omega_{a})] (1 - e^{-n^{t}}) sin(\omega_{m} - \omega_{a})$$
(1.6)

unde:

 $M_{a0}$  - momentul nominal de frecare din ambreiaj;

- *n* coeficient care caracterizează ritmul de creștere a momentului de frecare la cuplarea ambreiajului;
- $\omega_m$  viteza unghiulară de rotație a arborelui;
- $\omega_a$  viteza unghiulară de rotație a discului condus al ambreiajului;

 $\chi$  - coeficient care caracterizează înclinarea caracteristicii discului condus, care indică dependența momentului de frecare de viteza de alunecare din ambreiaj.

O sursă de vibrații permanente în transmisia autovehiculului o constituie articulațiile cardanice, mai ales atunci când montajul nu se face corect sau când apar dezechilibrări dinamice. După cum este cunoscut, o articulație cardanică modifică vitezele unghiulare și legea de variație a momentului de torsiune între elementul conducător și cel condus. În general, legătura dintre vitezele unghiulare ale celor două elemente este:

$$\omega_2 = \frac{tg\varphi_1 \sin\alpha}{\cos^2 \alpha + tg^2 \varphi_1} \cdot \frac{1}{\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\cos^2 \varphi_1 \cos^2 \alpha + \sin^2 \varphi_1} \omega_1 \qquad (1.7)$$

unde:

- $\omega_1$  viteza unghiulară a elementului conducător,
- $\omega_2$  viteza unghiulară a elementului condus;
- $\varphi_1$  unghiul de rotație al elementului conducător;
- $\alpha, \alpha$  unghiul dintre cei doi arbori și respectiv viteza unghiulară corespunzătoare.

Dacă  $\alpha = ct$  relația (1.7) devine:

$$\omega_2 = \frac{\cos\alpha}{\cos^2\varphi_1 \cos^2\alpha + \sin^2\varphi_1} \omega_1 \tag{1.8}$$

și în acest caz legătura dintre momentele de torsiune aplicate elementelor conducător  $M_{t1}$  și condus  $M_{t2}$  va avea forma:

$$M_{t2} = M_{t1} \frac{\cos^2 \varphi_1 \cos^2 \alpha + \sin^2 \varphi_1}{\cos \alpha}$$
(1.9)

Pentru realizarea sincronismului la transmisiile autovehiculelor se înseriază de obicei două articulații cardanice.

#### 1.4. ELEMENTE DE DIAGNOSTICARE VIBROACUSTICĂ

Diagnosticarea prin vibrații a stării de funcționare a instalațiilor, utilajelor și mașinilor se bazează pe faptul că în procesul de transfer energetic, orientat către realizarea unei funcțiuni date, diferite componente, situate pe traseul de transfer energetic, pot fi excitate mecanic, intrând astfel în vibrație.

Modalitatea de manifestare a vibrației este apreciată prin deplasare, viteză, accelerație, evoluție în timp, spectru de frecvență sau de amplitudine, etc. și este individualizată atât în funcție de structura și particularitățile constructive și funcționale ale sistemului, cât și prin starea de funcționare, performanțele, dar și eventualele defecte.

Procesul se desfășoară constant atâta timp cât vibrația componentelor excitate se manifestă constant. Orice modificare a stării de funcționare modifică implicit condițiile dinamice ale sistemului, condițiile de propagare a undelor elastice precum și caracteristicile vibrațiilor.

Variația forțelor, pe traseul organe mobile-reazeme-organe fixe, specifică funcționării, se manifestă ca vibrație și se măsoară fie ca mișcare relativă a unor componente, fie ca mișcare absolută.

Vibrația poate fi considerată ca reflexie a raportului dintre forță și impedanța mecanică. Modificarea vibrației, este un rezultat al modificării stării de funcționare. În același timp, deși se consideră că impedanța este factorul mai cunoscut, se observă că și aceasta depinde de structura și de particularitățile elementelor sistemului.

Deoarece în funcționarea unei mașini nu acționează o singură forță ca sursă de vibrații și propagarea vibrației se poate face pe mai multe căi, este evident că răspunsul în vibrație la diversele solicitări poate deveni deosebit de complicat. Interpretarea răspunsului cere nu numai experiență, date și informații satisfăcătoare cu privire la particularitățile de vibrație ale mașinii, ci și aplicarea unor criterii de selecție și de apreciere a corelației calcul experiment.

Modificările în starea de funcționare a mașinii erau sesizate prin evidențierea zgomotelor și vibrațiilor, care erau comparate subiectiv cu zgomotul și vibrațiile specifice condițiilor sau stării normale de funcționare [79]. Această monitorizare elementară beneficia de două importante avantaje:

- finețea de analiză a organelor senzoriale ale omului
- posibilitatea de a controla, analiza şi diagnostica pe parcursul funcționării, fără să se ajungă la defectare.

Diagnosticarea se bazează pe aprecieri subiective, se realizează fie indirect prin sondă de contact, fie direct prin organ auditiv sau mână:

- bătaie înfundată deformarea, smulgerea şuruburilor de bielă;
- bătăi metalice seci piston sau cilindru uzat;
- > șuierături ruperea coliviei rulmentului axial din ambreiaj;
- huruituri defectarea rulmenților;
- trosnituri ruperea dinților la pinioane.

Diagnosticarea obiectivă prin vibrații s-a dezvoltat repede, odată cu dezvoltarea tehnicii de măsurare și de prelucrare a semnalelor, practica aplicării ei dovedindu-se de mare eficiență.

Diagnosticarea prin vibrații este preferată, cu rare excepții, diagnosticării prin zgomot, care este afectată de sursele de zgomot din mediul ambiant, necesitând fie metode și aparatură specială, fie condiții speciale pentru măsurare.

Diagnosticul global, compară una din caracteristicile vibrației, deplasare, viteză sau accelerație mediată în timp, cu valorile limită prestabilite la nivelul ansamblului sau subansamblurilor.



Figura 1.2. Nivele stărilor de funcționare

Determinarea concretă a stării normale de funcționare oferă un suport mai sigur în luarea deciziilor ulterioare: depășirea cu 6-8 dB, indică modificări notabile de stare; iar depășirea cu 20 dB, indică defecțiuni grave și necesitatea opririi pentru remedieri (pentru frecvențe  $\leq$  1 kHz; fig.1.2). În figura 1.2 sunt prezentate pozițiile vârfurilor determinate experimental, pentru studierea și compararea în timp a zonelor de coincidență pe baza unor spectre de referință.

O privire comparativă evidențiază că analizele în domeniul frecvență sau timp oferă mai multă informație calitativă și cantitativă în comparație cu analiza în amplitudine.

Identificarea surselor posibile de vibrații se realizează pe baza studiului procesului de funcționare; identificarea se rezumă la găsirea frecvențelor de bază și a armonicelor specifice acestor surse. Vibrația ca mișcare complexă, captată de traductori, este analizată în componentele ei de frecvență.

Vârfurile evidente în spectrul de frecvență se corelează cu defectele sau fenomenele specificate, prezentate în fig.1.3.



Figura 1.3. Apariția defectelor

În scopul separării surselor de vibrații în spectrul de frecvență, (fig.1.4), sunt prezentate, orientativ, în paralel, comportările unor surse diferite, atât în domeniul frecvență, cât și în domeniul timp:



Figura 1.4. Comportarea surselor de vibrații

- spectrul de frecvență, pentru un semnal cu variație sinusoidală, se reduce la un singur vârf; dacă perioada semnalului este T, vârful este poziționat la frecvența 1/T [Hz] (fig.1.4.a);
- un semnal periodic dreptunghiular corespunde vibrațiilor care apar la strângerea insuficientă a lagărelor; în spectrul de frecvență se observă vârfuri corespunzătoare armonicelor impare ale excitației, situate la 1/T, 3/T, 5/T...[Hz] (fig.1.4.b); de remarcat este faptul că într-o situație reală, pe lângă armonicele impare, se manifestă și cele pare, frecvența principală fiind frecvența de rotație a arborelui;
- defectele în rulmenți și angrenaje constituie surse de tip impuls în domeniul timp; în domeniul frecvență, armonicele sunt distanțate corespunzător intervalului de timp dintre impulsuri și modulate în funcție de uniformitatea încărcării corpurilor de rulare, dezechilibrare, etc.(fig.1.4.c);
- semnalul periodic cu perioada T<sub>2</sub>, este modulat cu perioada T<sub>1</sub>; în domeniul de frecvență apar vârfuri la poziția 1/T<sub>2</sub> [Hz], dar și vârfuri laterale situate la distanțele 1/T<sub>1</sub> [Hz] etc. (fig.1.4.d).

Imaginea spectrului de frecvență este deosebit de complexă, greu de analizat și interpretat în mod obișnuit deoarece:

- un utilaj sau o mașină complexă prezintă numeroase vârfuri;
- dintre acestea, experimentul confirmă doar o parte;
- există posibilitatea suprapunerii vârfurilor pe aceeași frecvență;
- pe traseul undei elastice, componentele care, excitate, intră în rezonanță, pot deveni, la rândul lor, puternice surse de vibrații, cu numeroase moduri posibile de vibrații.

Desigur că experiența monitorizării, a diagnosticării, intervine cu criterii de selecție individualizate pe tip de utilaj, sau chiar mașină separată sau element.

În cazul rulmenților, cercetările experimentale au arătat că, în spectrul de frecvență, zona frecvențelor joase conține modificări care corespund defectelor care au apărut și sunt relativ dezvoltate, în timp ce zona frecvențelor înalte este interesantă pentru defectele care sunt în curs de apariție.

La arbori, cu numeroase moduri proprii de vibrații, există criterii de selecție în funcție de ponderea lor ca surse de vibrații.

Separarea surselor principale de cele excitate prin rezonanță se realizează în scopul simplificării diagnosticării. Procesarea digitală a semnalului permite analize de frecvență în timp real, astfel încât repetarea analizei, odată cu creșterea turației, conduce la separarea vârfurilor corespunzătoare surselor principale, în frecvență, în creștere odată cu turația, de vârfurile rezonanțelor, fixe în frecvență, indiferent de turație.

De asemenea, tehnicile noi de procesare a semnalului, în cazul în care componentele semnificative sunt suprapuse cu alte componente lipsite de importanță, conduc la o filtrare, în scopul unei interpretări mai corecte.

Același interes de simplificare îl poate prezenta și aplicarea metodei *Cepstrum* sau *Wavelet* pentru care aparatura modernă oferă posibilități adecvate de grupare a armonicelor comune aceleiași surse de bază. În domeniul frecvență, rezultatul analizei constituie "semnătura" mașinii, inimitabilă și irepetabilă în toate amănuntele. Conținutul de informații al acestei "semnături" este suportul diagnosticării prin vibrații.

Analiza în timp a semnalului global, sau filtrat pe o anumită frecvență sau zonă de frecvență, asigură, cu aparatură simplă, unele concluzii deosebit de utile cu privire la modificările de stare semnificative: începutul defectării, analiza de frecvență pentru diagnostic, predicția în timp a defectării finale, necesitatea reparației preventive sau întreruperea automată, înaintea defectării (fig.1.5).



Figura 1.5. Nivelele modificărilor de stare

Apariția vârfurilor "noi", în raport cu un spectru de frecvență de referință, prezintă numărul vârfurilor pentru un anumit nivel în unitatea de timp sau raportul dintre media amplitudinii la nivel de vârfuri și media amplitudinii pentru semnalul de bază (fig.1.6).



Astfel, la rulmenți, evoluția factorului de vârf se modifică de la 3:1, în stare normală, la 10:1...15:1, în stadiul inițial de defectare, pentru ca odată cu dezvoltarea dimensiunilor defectelor, să scadă din nou la 3:1.

Pentru un număr mare de sisteme, instalații și mașini simple sau de importanță tehnică și economică mai redusă, există practica utilizării până la oprirea prin defect, fără supraveghere, sau cu supraveghere redusă. Diagnosticarea prin demontare, control divers și montare, pe parcursul exploatării, sau în final, este o metodă obiectivă recunoscută, simplă, cu o însemnată notă de precizie în concluziile privitoare la proiectarea, execuția, montajul și exploatarea mașinilor. Un asemenea diagnostic "post factum" este însă neeconomic și adesea îngreunat de suprapunerea unor cauze și fenomene în stadiile finale ale defectării.

Acumularea unor date statistice, pe categorii de mașini, corelând starea de funcționare cu diverși parametri, inclusiv vibrația, analiza evoluției în timp a acestor parametri (fig.1.6), analiza ratei defectărilor au permis organizarea întreținerii și reparațiilor preventive. Acestea s-au stabilit în funcție de anumite procente de defectare acceptate, de exemplu 2%.

Informațiile obținute asupra sistemului în funcțiune se pot dirija, printr-o supraveghere periodică sau continuă, cu funcție de protecție și alarmare, automată sau comandată, către analiză și diagnostic, apoi către predicție.

#### 1.5. MONITORIZAREA ȘI DIAGNOSTICAREA PRIN VIBRAȚII

Supravegherea funcționării mașinilor și utilajelor în exploatare prin parametri specifici procesului de funcționare (vibrații, temperatură, etc.), este recunoscută ca o importantă cale de mărire a fiabilității, eficienței de exploatare, a reducerii costurilor de producție și de exploatare. Scopul utilizării instalațiilor sau sistemelor de monitorizare este acela de a verifica normalitatea funcționării, de a detecta eventualele abateri și de a furniza informații-suport pentru decizii și intervenții de deconectare sau oprire și pentru diagnosticare.

O definiție a monitorizării poate fi formulată astfel: activitatea de obținere a informației de stare de funcționare, dintr-un sistem dat, prin intermediul unor observații adecvate asupra unor instrumente și aparate de măsură, în scop de supraveghere și intervenție pentru corecție.

Funcțiile sistemului de monitorizare pot fi de:

- protecție (supraveghere, întrerupere şi alarmare), cu oprirea automată a funcționării dacă starea maşinii o impune;
- analiză și diagnosticare, cu determinarea cauzelor modificărilor de stare și, prin aceasta, predicție, cu selecția principalelor modificări de stare, în evoluția lor, de prevenire a defectelor, prin stabilirea celor mai eficiente soluții de intervenție pentru eliminarea cauzelor de defectare.

Este evident, că proporțiile calitative și cantitative ale sistemelor de supraveghere-monitorizare sunt în strânsă corelație cu complexitatea, performanțele și caracteristicile, cu importanța tehnică și economică a mașinilor sau instalațiilor respective.

Pe lângă alte criterii de clasificare, în funcție de poziția în timp, în raport cu durabilitatea mașinii, monitorizarea poate fi plasată:

- pe parcursul procesului tehnologic, după montaj, în legătură cu precizia de execuție a componentelor, cu precizia de montaj; monitorizarea se poate face "la cald"- în condiții de funcționare; sau "la rece"- cu antrenare din exterior;
- în timpul rodajului în condiții de funcționare în gol sau în sarcină, în legătură cu verificarea atingerii parametrilor de proces, cu precizia de execuție sau de montaj, cu depistarea defectelor de proiect sau cu îmbunătățirea acestuia;
- la pornirea maşinilor noi sau a celor reparate, pe locul de aşezare finală; diversitatea amplasamentelor, a condițiilor concrete de lucru face ca

această monitorizare să aibă cele mai mari pretenții cu privire la pregătirea personalului sau la aparatura folosită; monitorizarea de pornire permite verificarea proiectării, a echilibrării, solicitărilor tranzitorii, precum și inițierea programului de monitorizare de rutină prin individualizarea datelor generale.

Diagnosticarea prin vibrații este posibilă și pe parcursul monitorizării de rutină, în cazul unor modificări semnificative de stare. Ea devine cu atât mai necesară, deși mai dificilă, în situațiile de excepție, care pot culmina cu oprirea sistemului, atât pentru diagnosticarea în timp real, dacă aparatura, personalul și timpul permit lucrul, cât și pentru diagnosticarea ulterioară. Informațiile oferite de sistemul de monitorizare trebuie deci să asigure: stabilirea naturii defectului, aprecierea gravității situației, a consecințelor, orientarea către acțiunile de intervenție necesare.

Pe plan funcțional, experiența acumulată în domeniul sistemelor de monitorizare permite câteva concluzii:

- Folosirea la nivelul treptelor primare ale sistemului a prelevării imediate de semnal pentru funcția de alarmă sau de protecție, a automatizării prin circuite electrice sau electronice, cu înregistrare în timp, continuu sau periodic, în vederea asigurării unei fiabilități superioare;
- Calculatorul cu program specializat oferă avantaje rentabile la nivelul dirijării informațiilor, păstrării şi procesării lor în vederea interpretării pentru diagnostic. Câteva din aceste avantaje sunt:
  - calculatoarele cu viteze mari de exploatare pot furniza secvențe de evenimente, în timpul defectărilor semnificative, pentru operatori sau experți;
  - parametri controlați pot fi corelați cu ajutorul unor programe adecvate;
  - evenimentele zilnice de excepție pot fi reținute și urmărite în timp;
  - calculatorul asigură, cu precizie ridicată, efectuarea a numeroase lucrări de rutină, poate îndeplini numeroase funcții de analiză: analiză digitală în frecvență sau amplitudine, comparare de spectre, detecție de defectare, analiză cepstrum, analiză și mediere în timp.

## 1.6. BAZELE MONITORIZĂRII PRIN VIBRAȚII

Proiectarea sistemelor de monitorizare prin vibrații se realizează fie odată cu proiectarea mașinilor sau utilajelor de monitorizat, fie pentru mașini sau utilaje executate în strânsă legătură cu destinația, performanțele, dar și cu amploarea și consecințele unor eventuale avarii.

Monitorizarea prin vibrații urmărește starea de funcționare a mașinii prin intermediul direct sau indirect al vibrației unor componente, care, în stare normală și cu atât mai mult în stare defectă, pot constitui surse de vibrație: angrenaje, rotoare cu discuri, cu palete, arbori, lagăre, etc.

Monitorizarea apare ca o etapă superioară în dezvoltarea sistemelor de control și supraveghere:



- Funcționarea până la defect, pentru maşini nepretențioase sau dublate, dacă întreruperile de producție nu au consecințe economice sau tehnice grave şi dacă reparațiile simple fac posibilă exploatarea. Controlul prin vibrații prezintă interes numai dacă oferă indicații asupra unor elemente care cedează cu precădere.
- Monitorizarea preventivă se recomandă pentru maşinile care nu sunt dublate integral sau pentru care întreruperile neplanificate duc la mari pierderi de producție. Monitorizarea periodică sau continuă a acestor componente poate proteja maşinile împotriva unor defectări grave, prin oprire imediată.
- Monitorizarea predictivă vizează în primul rând maşinile, instalațiile, întreprinderile, cu flux tehnologic continuu, în care opririle accidentale, precum şi perioadele de oprire pentru reparații, revizii, în general, implică însemnate pierderi de producție.

În acest caz, starea de funcționare a mașinilor este urmărită intermitent, periodic sau continuu, până când modificarea parametrilor controlați este de natură să impună reparația sau oprirea, în legătură cu defectări iminente sau prevăzute.

Efectuarea analizei în domeniul frecvență și desigur aparatura utilizată implică următoarele [77]:

- Reprezentarea valorilor de amplitudine în scală logaritmică (dB), care oferă posibilitatea acoperirii unui domeniu dinamic satisfăcător (100dB, față de cca 20 dB pentru scala liniară, cu o precizie de 10% în citiri).
- Reprezentarea valorilor de frecvență în:
  - scală logaritmică, satisfăcătoare pentru detecția și predicția defectărilor, în domeniu larg de frecvențe; astfel, pentru o transmisie cu angrenaje de mare putere și turație, analiza trebuie să cuprindă domeniul 20Hz...20KHz care include atât frecvența mişcărilor de precesie în lagărele cu alunecare (oil whirl), cât și primele armonice pentru frecvența contactelor din angrenaje;
  - scală liniară pentru problemele de diagnosticare, depistarea armonicelor egal distanțate în frecvență fiind simplificată;
  - scală liniară în multipli ai turației arborelui, cu o mai bună separare a armonicelor excitației și a frecvențelor de rezonanță, mai ales dacă încercările sau măsurările se repetă la diverse turații, frecvențele de rezonanță deplasându-se în spectru, în timp ce armonicele excitației au poziții fixe.
- Realizarea spectrului de frecvență se obține prin:
  - utilizarea analizei cu bandă îngustă, cu analizor de baleiaj, pentru fiecare spectru; această metodă se poate folosi numai în lipsa altor posibilități, datorită timpului îndelungat de prelucrare, la un număr restrâns de puncte de control, dar cu costuri care nu sunt de neglijat;
  - aceeași metodă ca mai înainte, dar cu utilizarea prealabilă a unui înregistrator digital cu mari posibilități de comprimare și dilatare a semnalului, care reduce timpul analizei;
  - analiza în timp real, cu compresia în timp a semnalului, transformarea rapidă Fourier (FFT), cu spectru afișat continuu, în domeniu de frecvență

- analiza în timp real prezintă avantajul incontestabil al informației oferite cu mare rapiditate, pentru fenomenele tranzitorii, unde deciziile se impun imediat, precum și în cazurile în care este necesară o mediere statistică de spectre; analiza digitală FFT, pe un calculator de tip universal, nu este justificată;
- analiza prin filtrarea digitală a semnalului cu bandă procentual constantă, poate prezenta interes în cazul în care se monitorizează un mare număr de puncte de control, cu orientare spre detecția defectărilor.
- > Sporirea rezoluției în analiza spectrală se poate realiza în legătură cu:
  - utilizarea unor funcții speciale de pondere sau funcții de tip "fereastră" prin filtre adecvate introduse în schemă;
  - utilizarea efectului ZOOM prin expandarea spectrului în jurul unei frecvențe semnificative.
- Depistarea tendințelor ca şi diagnosticarea sunt înlesnite dacă se recurge la comparația în timp a spectrelor de frecvență, pentru evidențierea şi aprecierea modificărilor. Comparația se realizează, fie printr-o simplă suprapunere de grafice, fie asistată de calculator.

Spectrul de referință corespunde situației de funcționare normală, fiind rezultatul unei măsurări concrete, sau este stabilit prin mediere.

Compararea unor parametri, cu variație în timp (fig. 1.5.), cu valori de referință și mai ales, adoptarea pe această bază a unor decizii de reparație preventivă sau de oprire, impune o serie de precauții.

Modificări minore de turație, în spectre cu rezoluție fină în frecvență, conduc la concluzii nejustificate, prin suprapuneri necorelate frecvență-turație. În legătură cu aceasta, fie că se recurge la normalizarea spectrului în funcție de turația arborelui, fie că pentru spectrul de referință se practică extensii. Se apreciază astfel ca suficientă extensia la nivelul vârfurilor cu câte o linie la dreapta și la stânga. În figura 1.7. se poate observa spectrul normal pentru vibrația la nivelul unor lagăre de compresor (fig.1.7.a), spectrul extins de referință (fig.1.7.b) și spectre măsurate la interval de o lună, care arată în creștere, impunând în final o reparație.



Figura 1.7. Spectrul normal al lagărelor

Analiza concomitentă pe două canale pentru studiul în paralel al excitației şi răspunsului.

- În afara acestor resurse, pentru creşterea performanțelor analizei în frecvență, mai pot fi menționate următoarele:
  - medierea în timp a mai multor spectre pentru eliminarea zgomotului de fond și evidențierea mai pronunțată a vârfurilor semnificative (fig.1.8);



Figura 1.8. Medierea spectrelor

- efectuarea medierii sincrone a spectrelor numai pentru armonicile de interes, eliminarea zgomotului de fond și a componentelor nesemnificative oferă condiții avantajoase pentru interpretare;
- repetarea analizei la intervale de timp prestabilite și reprezentarea rezultatelor în 3D, în funcție de timp, frecvența excitațiilor, respectiv viteza arborelui de rotație, etc;
- reluarea în analiză de frecvență a logaritmului amplitudinii semnalului în spectrul de frecvență, pentru evidențierea periodicităților din spectrul de frecvență;
- analiza de tip interspectral pentru a reliefa caracteristici mutuale de semnal în domeniul frecvență, interpretarea rezultatelor solicitând criterii de selecție adecvate pentru evitarea unor erori;
- analiza interspectrală permite determinarea funcției de răspuns sau de transfer pentru raportul intrare/ieșire sau între două puncte oarecare dintr-un sistem; rezultatele, în magnitudine și fază pot conduce la identificarea rigidităților, maselor, amortizării sistemelor de vibrație, asigurând totodată și informații necesare pentru analiza modală; funcția de răspuns se obține înregistrând concomitent excitația, de tip periodic, aleator sau impuls, și răspunsul de vibrație; dacă experimentul asigură evitarea înregistrării unor semnale secundare sau parazite, ca și alterarea prin distorsiuni, rezultatele oferă cu destulă claritate, zonele de rezonanță ale sistemului, caracterizate prin vârfuri ale funcției de răspuns în modul și variații bruște de fază (fig. 1.9);



 analiza prin funcția de coerență dă indicații de precizie asupra corelației dintre două semnale, funcția de coerență se calculează prin raportarea funcției interspectrale la spectrele de densitate de putere pentru fiecare din cele două puncte din sistem analizate; valoarea "0" indică lipsa corelației dintre semnalele celor două puncte, iar valoarea "1", o perfectă dependență sau corelație (fig. 1.10);



Figura 1.10. Funcția de coerență

- analiza prin funcția de coerență se poate desfășura la nivelul spectrelor de putere, pentru identificarea surselor, prin multiplicarea, în domeniul frecvență, a spectrului funcției de răspuns în putere, pentru o poziție oarecare, cu funcția de coerență între semnalul acestei poziții și o altă poziție de referință; dacă nivelul global este rezultanta acțiunii mai multor surse care nu sunt reciproc coerente, puterea coerentă rezultantă dă indicații asupra participării fiecărei surse în semnalul global;
- în sfârșit, analiza modală, folosind funcția de răspuns în frecvență, determinată în diferite puncte ale unei structuri în vibrație pentru diferite amplasamente sau particularități de excitație, dă posibilitatea cunoașterii calitative și cantitative a modurilor de vibrație; în acest fel, pentru un model conceput eficient pe cale teoretică și experimentală, proiectantul poate obține nu atât informații suplimentare asupra unor comportări cunoscute, cât informații despre modificări posibile în comportarea modelului, ca răspuns la modificări ale unor componente sau caracteristici; asemenea reprezentări arată zonele cu tensiuni maxime și minime, zonele de rigiditate maximă (noduri), punctele recomandate pentru fixarea pe fundație, etc.

Analiza în domeniul timp apare într-o primă apreciere ca una dintre cele mai simple metode și oferă rezultate semnificative în situații destul de numeroase în care componentele semnalului sunt puține la număr și de tip periodic. Componentele numeroase nu pot fi separate și cu atât mai mult explicate în apariția și evoluția lor. Interpretarea se complică mult dacă semnalul analizat este de tip aleator (fig. 1.11.a). Practicarea unei procesări de mediere în raport cu un fenomen periodic oarecare (angrenare, paletă de turbină în vibrație, etc.) clarifică forma de reprezentare (fig. 1.11.b).



Figura 1.11. Semnal aleator

Eşantionul de semnal este astfel prelevat în timp, încât procesul de eşantionare începe și se termină concomitent cu impulsul de sincronizare de referință. Alte componente care pot să apară accidental, care nu sunt corelate cu fenomenul de bază și deci, cu impulsul de sincronizare, nu sunt aplicate prin însumare în timp și prin mediere tind către zero.

Analiza funcției de autocorelație, tot în domeniu timp, este orientată către determinarea unor eventuale periodicități într-un semnal cu o formă arbitrară în evoluția sa în timp. Funcția de autocorelație stabilită experimental poate oferi, de asemenea, indicații asupra intervalului de timp între diferite emisii și surse, implicit asupra traseului de undă.

Analiza de intercorelație urmărește definirea relației de dependență dintre doi parametri. De asemenea, se pot stabili date cu privire la traseul de undă pe baza intervalului de timp dintre diferite poziții de măsurare. Aportul de informații este doar calitativ și puțin eficient în diagnosticarea periodicităților.

Tot în domeniul timp, folosirea unei tehnici de filtrare adaptivă a semnalului a oferit posibilități de înlăturare a zgomotului de fond, de îmbunătățire a raportului semnal-zgomot pe baza sumării semnalului contaminat de zgomot cu un alt semnal corelat cu zgomotul de filtrat adaptiv (fig.1.12); analiza ulterioară în frecvență va interveni cu caracteristici suplimentare de precizie.



Figura 1.12. Filtrarea adaptivă a semnalului

În domeniul amplitudine măsurarea densității de probabilitate a amplitudinii dă indicații asupra împrăștierii rezultatelor sau caracterului aleator al semnalului.

#### **1.7. NOȚIUNI DE PROBABILITATE ÎN DIAGNOSTICARE**

#### 1.7.1. Generalități

Diagnosticarea stării de funcționare a sistemelor, mașinilor și utilajelor pe baza unor informații, care nu pot fi decât limitate în cantitate și calitate, constituie una dintre problemele de actualitate ale tehnicii și prezintă interes nu numai pentru exploatare, ci și pentru proiectare și concepție.

Pentru starea unui sistem, în dependență de parametrii independenți  $x_j$ , se poate scrie  $x=x(x_1,x_2,x_3,...,x_j)$ , în care pentru parametrul  $x_j$  pot fi cunoscute  $m_j$  valori sau date [68], [88].

Un parametru "simplu" poate prezenta numai două informații specifice sau date ( $m_i=2$ ), de exemplu, "se rotește" sau "nu se rotește".

Alți parametri pot prezenta mai multe informații semnificative, de exemplu pentru nivelul de vibrații, apreciat prin trepte de amplitudine a accelerației  $(x_0)$ :

 $\begin{array}{cccc} x_{0} \rightarrow x_{0} \langle 10^{-3}; & 10^{-3} \langle x_{0} \langle 10^{-2}; & 10^{-2} \langle x_{0} \langle 10^{-1}; & x_{0} \rangle 10^{-1} m/s^{2} \\ x_{i} \rightarrow x_{i1} & x_{i2} & x_{i3} & x_{i4} \end{array}$ 

În condițiile unei aparaturi dezvoltate, de asemenea, în condiții de informare suficientă, starea de funcționare se poate descrie printr-un vector, cu variație continuă, într-un spațiu multidimensional:

 $x(x_1, x_2, x_3, \dots, x_j),$ 

fiecare vector-parametru  $x_i$  prezentând o repartiție continuă.

Problema diagnosticării stării de funcționare poate fi formulată, în general, astfel:

Pentru un sistem dat în funcțiune prezintă interes stabilirea prin diagramă a unui număr de stări în care sistemul se poate afla. Fiecare stare se caracterizează prin parametri, cu repartiții discrete sau continue.

In cele ce urmează se prezintă unele elemente ale metodelor probabiliste, cu posibilități de aplicare în cazul diagnosticării prin vibrații și zgomot.

#### 1.7.2. Metode probabiliste de diagnosticare

Metoda Bayes [79] apare ca un instrument eficace, putând, în vederea interpretării condițiilor de diagnosticare, să considere atât parametrii cu repartiții de valori discrete, cât și continue.

Dacă se notează cu  $D_i$  starea de funcționare pentru diagnostic și  $x_j$  un parametru de tip simplu, atunci probabilitatea de manifestare a ambelor evenimente este dată de:

$$P(D_i, x_j) = P(D_i) P(x_j/D_i) = P(x_j) P(D_i/x_j),$$
(1.10)

din care rezultă

$$P(D_i, x_j) = P(D_i) P(x_j/D_j) / P(x_j)$$
(1.11)

unde:

 $P(D_i)$  - probabilitatea diagnosticului  $D_i$  stabilită pe baza datelor statistice, la un timp dat;

- $P(x_j)$  probabilitatea de manifestare a parametrului  $x_j$  în sistemele urmărite, indiferent de starea lor;
- $P(D_i/x_j)$  probabilitatea diagnosticului  $D_i$ , în condițiile cunoscute ale influenței parametrului  $x_j$  asupra sistemului, respectiv stării de funcționare;

 $P(x_i/D_i)$ - probabilitatea de manifestare a parametrului  $x_i$  în starea  $D_i$ .

Dacă din totalul de sisteme, la un moment dat, în starea  $D_i$  se află  $N_i$  sisteme, atunci:

$$P(D_i) \approx N_i / N \tag{1.12}$$

Dacă printre cele  $N_i$  sisteme aflate în starea  $D_i$ , la  $N_{ij}$  se manifestă parametrul  $x_i$ , atunci:

$$P(x_j/D_i) = N_{ij}/N_i$$
 (1.13)

În sfârșit, din totalul de sisteme N, parametrul  $x_j$  se manifestă numai la  $N_j$  sisteme și deci:

$$P(x_j) = N_j / N \tag{1.14}$$

Se consideră în continuare mulțimea  $x(x_1, x_2, ..., x_j)$  de tip multi-informațional și  $x^*$  o realizare concretă a unei asemenea mulțimi de parametri. Pentru un parametru oarecare  $x_j$ , informația cu indicele  $m_j$  se scrie  $x_j = x^*_{jmj}$ .

Relația lui Bayes, pentru o mulțime de parametri multi-informaționali este următoarea:

$$P(D_{ij}x^{*}) = P(D_{ij})P(x^{*}/D_{ij})/P(x^{*}), \qquad (1.15)$$

în care  $P(D_i, x^*)$  este probabilitatea stării  $D_i$  dacă complexul de parametri are realizarea  $x^*$ . Cum sistemul diagnosticat se poate afla "într-una și numai una" stare de funcționare:

$$\sum_{i=1}^{n} P(D_i) = 1$$
(1.16)

Probabilitatea de manifestare a mulțimii de parametri devine:

$$P(x^*) = P(D_1)P(x^*/D_1) + \dots + P(D_n)P(x^*/D_n) = \sum_{i=1}^n P(D_i)P(x^*/D_i) \quad (1.17)$$

și relația lui Bayes devine:

$$P(D_{i}, x^{*}) = \frac{P(D_{i})P(x^{*}/D_{i})}{\sum_{i=1}^{n} P(D_{i})P(x^{*}/D_{i})}$$
(1.18)

În majoritatea cazurilor practice se consideră că parametrii  $x_j$  nu sunt interdependenți, deci relația generală

$$P(x^*/D_i) = P(x^*_1/D_i)P(x^*_2/x^*_1D_i)\dots P(x^*_n/x^*_1x^*_2\dots x^*_{n-1}D_i)$$
(1.19)  
se simplifică astfel:

$$P(x^*/D_i) = P(x^*_{l}/D_i) P(x^*_{2}/D_i) \dots P(x^*_{l}/D_i)$$
(1.20)

Dacă, de exemplu, parametrii  $x_1$  și  $x_2$  sunt interdependenți,

$$P(x_{1}^{*}x_{2}^{*}/Di) \neq P(x_{1}^{*}/D_{i}) P(x_{2}^{*}/D_{i})$$
(1.21)

şi:

$$P(x_{1}^{*}/D_{i}) P(x_{2}^{*}/x_{1}^{*}D_{i}) = P(x_{1}^{*}x_{2}^{*}/D_{i}), \qquad (1.22)$$

care va înlocui produsul primilor doi factori în expresia (1.15).

În ipoteza considerării absenței manifestării unui parametru, de exemplu  $x_{1}^{*}$ , cu notația  $\overline{x_{1}}$ , se observă că:

$$P(\bar{x}_{1}/D_{i}) = 1 - P(\bar{x}_{1}/D_{i})$$
(1.23)

care va înlocui  $P(x^*_l/D_l)$  în formula (1.16).

De notat de asemenea că:

$$\sum_{m_i=1}^{m_i} \left[ P(x_{jm_i}^* / D_i) \right] = 1$$
(1.24)

respectiv suma probabilităților de manifestare a parametrilor  $x_{jmj}$  în starea  $D_i$  este egală cu unitatea.

În cazul unor distribuții continue pentru parametrii  $x_j$  pentru fiecare stare  $D_i$  trebuie cunoscută densitatea de repartiție  $f(x_j/D_i)$  pe calea unor analize statistice prealabile, desigur mai amănunțite decât în cazul precedent. De regulă, pentru această repartiție se stabilește repartiția normală. Coloanele  $P(x_{j1}^*/D_i) \dots P(x_{jmj}^*/D_i)$ , corespunzătoare parametrului  $x_j$  pentru care se cunoaște legea de repartiție, se înlocuiesc cu expresiile specifice repartiției normale:

$$f(x_{j}/D_{i}) = P(x_{j}^{*}/D_{i}) = \frac{1}{\sigma_{x_{ji}}\sqrt{2\pi}} \exp[-(x_{j}^{*} - x_{ji})^{2}/2\sigma_{x_{ji}}^{2}]$$
(1.25)

în care:

 $\sigma_{xii}$  - dispersia repartiției continue a parametrului  $x_j$  pentru starea *i*;

 $x_{j}^{*}$  - valoarea semnificativă a parametrului  $x_{j}$ ;

 $\vec{x}_{ji}$  - media repartiției continue normale a parametrului  $x_{ji}$  pentru starea i.

Ca recomandare generală, se poate reține că, pentru un sistem, cel mai semnificativ diagnostic "i" asigură condiția

$$P(D_{i}, x^{*}) = max$$
(1.26)

în același timp cu condiția:

$$\sum_{i=1}^{n} P(D_i / x^*) = 1$$
 (1.27)

Pe de altă parte, dacă probabilitățile calculate  $P(D_i, x^*)$ , deși maxime, nu sunt suficient de mari (de exemplu mai mici de 0,4...0,5), bazele de stabilire a diagnosticului trebuie reluate.

Se poate stabili astfel regula: - complexul de parametri determinați experimental sau în practică x<sup>\*</sup> poate defini o stare  $D_i$  dacă  $P(D_i, x^*) = max$  și dacă  $P(D_i, x^*) > P_i$ , unde  $P_i$  este o probabilitate limită pentru starea  $D_i$  (se poate recomanda  $P_i \ge 0.9$ ).

Se observă astfel ca semnificativ diagnosticul de stare  $D_1$  (creșterea pasului lanțului), în raport cu parametrii  $x_{12}^* x_{21}^*$ , (vibrații și puterea motorului),  $D_3$ (funcționarea normală) în raport cu parametrii  $x_{12}^* x_{22}^*$  (absența vibrațiilor și menținerea normală a puterii motorului); diagnosticarea stării  $D_2$  (defectarea sistemului de întindere) nu apare ca semnificativă în decizii, datorită în primul rând, probabilității reduse de apariție; intervenția parametrului  $x_{21}^*$  sau  $x_{22}^*$ (reducerea puterii motorului) nu apare ca semnificativă în diagnosticarea stării  $D_1$ sau  $D_3$  în ipoteza că nu se consideră și alți parametri semnificativi (alimentare etc.); diagnosticarea stării  $D_3$  pe baza parametrilor  $x^*_{11}$ ,  $x^*_{21}$ ,  $x^*_{11}$ ,  $x^*_{22}$  apare ca nerealizabilă, fapt explicabil.

De remarcat este faptul amplificării volumului analizei o dată cu numărul stărilor de funcționare și al parametrilor semnificativi pentru aceste stări.

Astfel, dacă numărul de stări pentru diagnostic este n și numărul de valori pentru fiecare din cei j parametri semnificativi este  $m_j$ , atunci numărul relațiilor de tip (1.10) este  $n\prod_{j=1}^{j} m_j$ . Aplicarea criteriilor de selecție, prin reducerea numărului de valori semnificative ale parametrilor  $x_j^*$ , constituie o primă cale de simplificare.

Metoda statistică s-a dezvoltat în special în radiolocație, dar se aplică cu rezultate bune și în problemele de diagnostic tehnic.

Se efectuează astfel măsurări asupra parametrului x (de exemplu, nivelul de vibrații) și pe baza rezultatelor obținute urmează să se stabilească diagnosticul  $D_1$  (stare normală) și decizia de continuare a funcționării, sau  $D_2$  (stare necorespunzătoare), respectiv decizia de oprire.

Se presupun cunoscute repartițiile parametrului *x* în cele două stări,  $D_1; f_1(x); D_2; f_2(x)$ , conform figurii 1.13, și se adoptă un nivel limită, pentru vibrații,  $x_0$ .



Figura 1.13. Repartițiile parametrului x

Urmează:

 $x < x_0$ ;  $x \in D_1$ , stare normală;

 $x > x_0$ ;  $x \in D_2$ , stare necorespunzătoare.

Se observă, de asemenea, că adoptarea nivelului limită  $x_0$  implică un risc anumit, ilustrat prin intersectarea domeniilor  $D_1$  și  $D_2$ .

Apar deci două tipuri de risc: riscul "alarmei false", când un sistem corespunzător este apreciat ca necorespunzător și "riscul nerealizării scopului", când sistemul necorespunzător este apreciat ca normal (riscul producătorului și riscul beneficiarului sau eroare de ordinul I și II).

Pentru x<sub>0</sub> dat, probabilitatea alarmei false este:

$$\alpha = \int_{x_0}^{\infty} f_1(x) dx \tag{1.28}$$

și probabilitatea scopului este:

$$\beta = \int_{-\infty}^{x_0} f_2(x) dx \tag{1.29}$$

Dacă se stabilesc pe baze statistice probabilitățile de stare  $P(D_1)$ , respectiv  $P(D_2)$ , și dacă costurile pe care le implică alarma falsă se notează cu  $C_{21}$ , respectiv costurile nerealizării scopului cu  $C_{12}$ , costul riscului global este:

$$C = C_{21} P(D_1) \int_{x_0}^{\infty} f_1(x) dx + C_{12} P(D_2) \int_{-\infty}^{x_0} f_2(x) dx$$
(1.30)

Pentru condiția de minim,

$$\frac{\partial C}{\partial x_0} = -C_{21}P(D_1)f_1(x_0) + C_{12}P(D_2)f_2(x_0) = 0$$
(1.31)

şi

$$f_1(x_0)/f_2(x_0) = C_{12}P(D_2)/C_{21}P(D_1)$$
(1.32)

care asigură costuri minime, valabilă pentru repartițiile monomodale și din care se poate deduce  $x_0$ .

Metoda Newman-Pearson, pentru sistemele cu un singur parametru (x), consideră un nivel admis pentru probabilitatea de alarmă falsă, din care se deduce valoarea  $x_0$ .

$$\int_{x_0}^{\infty} f_1(x) dx = a , \qquad (1.33)$$

Se poate considera și posibilitatea de determinare a valorii  $x_0$  din condiția de nivel admis pentru nerealizarea scopului:

$$\int_{x}^{0} f_{2}(x)dx = b$$
 (1.34)

unde:

$$b \le 1/kN \tag{1.35}$$

cu k=1...10 și N numărul total de sisteme aflat în exploatare; în orice caz, b<0.05 astfel ca riscul de nerealizare a scopului să fie redus.

Metodele statistice, în cazurile în care costul nerealizării scopului sau al alarmei false este foarte ridicat, admit existența unor zone de nedeterminare (fig.1.13), delimitate de valorile  $x_a$ ,  $x_b$  ale parametrului x, astfel că:

 $x < x_a, x \in D_1$ ;  $x > x_b, x \in D_2$ ;  $x_a < x < x_b$  (1.36) Dacă se notează cu  $C_0$  costul nedeterminării stării de funcționare, reluând relația (1.30) pentru costul global *C*, se obține:

$$C = C_{2I}P(D_{I}) \int_{x_{b}}^{\infty} f_{1}(x)dx + C_{12}P(D_{2}) \int_{-\infty}^{x_{a}} f_{2}(x)dx + C_{0}[P(D_{I})] \int_{x_{a}}^{x_{b}} f_{1}(x)dx + P(D_{2}) \int_{x_{a}}^{x_{b}} f_{2}(x)dx ]$$
(1.37)

Condițiile de minimum devin:

$$\frac{\partial C}{\partial x_a} = C_{12} P(D_2) f_1(x_a) - C_0 [P(D_1) f_1(x_a) + P(D_2) f_2(x_a)] = 0$$
  
$$\frac{\partial C}{\partial x_b} = -C_{21} P(D_1) f_1(x_b) + C_0 [P(D_1) f_1(x_b) + P(D_2) f_2(x_b)] = 0$$
(1.38)

de unde rezultă:

$$f_1(x_a)/f_2(x_a) = (C_{12}-C_0)P(D_2)/C_0P(D_1)$$
  

$$f_1(x_b)/f_2(x_b) = C_0P(D_2)/(C_{21}-C_0)P(D_1),$$

din care se determină  $x_a$ ,  $x_b$ .

## 2. DIAGNOSTICAREA DEFECTELOR LA CUTII DE VITEZĂ

#### 2.1. ROLUL CUTIEI DE VITEZE

Rezistențele la înaintarea automobilului variază mult în funcție de condițiile de deplasare și corespunzător acestora trebuie modificată și forța de tracțiune. Marea majoritate a automobilelor actuale sunt echipate cu motoare cu ardere internă, a căror particularitate constă în faptul că permit o variație limitată a momentului motor, respectiv a forței de tracțiune. Din această cauză, automobilele prevăzute cu motoare cu ardere internă sunt înzestrate cu cutie de viteze având rolul:

- să permită modificarea forței de tracțiune de variația rezistențelor la înaintare;
- să permită deplasarea automobilului cu viteze reduse ce nu pot fi asigurate de către motorul cu ardere internă, care are turația minimă stabilită relativ mare;
- să permită mersul înapoi al automobilului fără a inversa sensul de rotație a motorului;
- să realizeze întreruperea îndelungată a legăturii dintre motor și restul transmisiei, în cazul în care automobilul stă pe loc, cu motorul în funcțiune.

Cutiile de viteze trebuie să asigure automobilului cele mai bune calități dinamice și economice la o caracteristică exterioară dată a motorului; acționare simplă și comodă; funcționare silențioasă; construcție simplă; randament ridicat; siguranță în funcționare; fiabilitate ridicată; greutate mică; gabarit redus; întreținere ușoară.

#### 2.1.1. Clasificarea cutiilor de viteze

Cutiile de viteze utilizate la automobile se clasifică după modul de variație a raportului de transmisie și după modul de schimbare a treptelor de viteze.

După modul de variație a raportului de transmitere, cutiile de viteze pot fi:

- în trepte (cu etaje), la care variația raportului de transmitere este discontinuă;
- continue sau progresive, care asigură între anumite limite o variație continuă a raportului de transmitere;
- combinate, care reprezintă o asociere între o cutie de viteze progresivă și una în trepte.

Cutiile de viteze în trepte se clasifică in funcție de poziția axelor arborilor și după numărul treptelor pentru mersul înainte.

După poziția axelor arborilor, în timpul funcționării, cutiile de viteze în trepte pot fi:

- cu axe fixe (simple), la care arborii au axa geometrică fixă;

- planetare, la care axele unor arbori execută o mișcare de revoluție

După numărul treptelor de viteze, cutiile de viteze pot fi cu trei, patru, cinci sau mai multe trepte.

Cutiile progresive se clasifică, după principiul de transformare a momentului, în:

- mecanice, de tipul cu fricțiune și cu impulsuri;
- hidraulice, de tipul hidrodinamice sau hidrostatice;
- electrice.

Cutiile de viteze combinate reprezintă, în general, o asociere între un hidrotransformator și o cutie de viteze în trepte, de obicei planetară.

După modul de schimbare a treptelor de viteză, cutiile de viteze pot fi:

- cu acționare directă, la care schimbarea treptelor se face, în general, manual sau cu ajutorul unui servomecanism;
- cu acționare semiautomată, la care numărul de operații necesare la trecerea în treapta următoare se reduce (stabilirea treptei de viteză se face de către conductor, dar schimbarea se efectuează de către un servomecanism);
- cu acționare automată, la care schimbarea treptelor se face în mod automat, în funcție de condițiile de mers (caracterizate de poziția clapetei de admisie a carburatorului, respectiv pârghia de comandă a pompei de injecție și de viteza automobilului, asigurând automobilului regimul optim de mișcare în ce privește calitățile dinamice sau economice.

#### 2.1.2. Cutii de viteze mecanice în trepte cu arbori cu axe fixe

În prezent cele mai răspândite la automobile sunt cutiile de viteze cu variația în trepte a raportului de transmitere, cu arbori cu axe fixe și cu acționare mecanică. Aceste cutii de viteze permit obținerea variației raportului de transmitere în limitele necesare pentru o construcție nu prea complicată, cu un randament ridicat și la un cost scăzut.

Părțile componente ale unei cutii de viteze în trepte sunt:

- mecanismul reductor (cutia de viteze propriu-zisă);
- sistemul de acționare;
- dispozitivul de fixare a treptelor;
- dispozitivul de închidere a treptelor.

Mecanismul reductor constituie partea principală a cutiei de viteze și servește la modificarea raportului de transmitere, respectiv a momentului motor, în funcție de variația rezistențelor la înaintarea automobilului.

Mecanismul reductor se compune din doi sau trei arbori pe care se află montate mai multe perechi de roți dințate (cu ajutorul cărora se transmite mişcarea între arbori) și dintr-un carter. Sistemul de acționare servește la cuplarea și decuplarea treptelor, dispozitivul de fixare nu permite trecerea dintr-o treaptă în alta sau în poziția neutră, decât la intervenția conductorului, iar dispozitivul de zăvorâre (blocare) nu permite cuplarea simultană a mai multor trepte.

Cuplarea treptelor la cutiile de viteze se poate obține: prin roți dințate cu deplasare axială; prin roți dințate cu angrenare permanentă și mufe de cuplare.

Cuplarea treptelor cu roți dințate cu angrenare permanentă și mufe de cuplare poate fi: cu mufe de cuplare simple; cu mufe de cuplare cu dispozitiv tip roată liberă.

#### 2.1.3. Solicitarea transmisiei la cuplarea treptelor

În figura 2.1. este reprezentat modelul dinamic al transmisiei automobilului pentru determinarea solicitărilor la cuplarea treptelor.



Figura 2.1. Modelul dinamic al transmisiei

Pentru cuplarea treptei este necesar ca pinionul 3 să se deplaseze pe canelurile arborelui secundar 5 până va angrena cu pinionul 4 al arborelui intermediar 6. Se consideră că, înainte de cuplarea pinioanelor 3 și 4, arborele secundar 5 și arborele intermediar 6 au viteze unghiulare diferite ( $\omega_s \neq \omega_i$ ), iar în cazul pornirii din loc a automobilului arborele secundar are  $\omega_s = 0$ . În ambele cazuri, în momentul cuplării pinioanelor, vitezele lor tangențiale trebuie să se egaleze instantaneu. Pinionul condus 3 este solidar la rotație cu arborele secundar pe care se găsește volantul convențional, cu momentul de inerție al masei automobilului, aflate în miscare de translatie, și al celorlalte piese ale transmisiei (transmisia longitudinală, transmisia principală, diferențialul, arborii planetari și rotile motoare), legate cinematic permanent de arborele secundar, când cutia de viteze se găsește în poziția neutră. Pinionul conducător 4 este solidar la rotație cu arborele intermediar, iar prin intermediul roții 7 și al pinionul 2 cu arborele primar 1 pe care se găsește volantul convențional, cu momentul de inerție  $I_p$ , echivalent cu momentul de inerție al pieselor legate cinematic cu arborele primar, când ambreiajul este decuplat (partea condusă a ambreiajului și arborele intermediar).

La cuplarea celor două sisteme ce se rotesc cu viteze unghiulare diferite și posedă o mare inerție, apar forțe percutante foarte mari, deoarece angrenarea, prin egalarea instantanee a vitezelor tangențiale a pinioanelor este similară cu o ciocnire între două corpuri rigide. Acțiunea forțelor percutante care intervin într-o ciocnire se exprimă cu ajutorul percuției P.

Pentru determinarea percuției care acționează asupra arborelui secundar, la intrarea în angrenare a pinioanelor 3 și 4, se pornește de la relația cunoscută

 $M_i = I_s \cdot d\omega/dt$ . Prin înlocuirea momentului  $M_i = Fr_3$  se obține  $Fr_3dt = I_s d\omega$ . Dacă se integrează această expresie, în ipoteza că sub acțiunea momentului  $M_i$  viteza unghiulară a arborelui secundar crește de la  $\omega_s$  până la  $\omega_s$ , se obține:

$$r_s \int_{-\infty}^{\infty} F dt = I_s \left( \omega_s - \omega_s \right) \tag{2.1}$$

în care:

 $P = \int F dt$  - percuția

F – forța percutantă care acționează asupra danturii;

 $r_3$  – raza cercului de divizare a roții 3

Rezultă, deci, pentru arborele secundar relația:

$$P \cdot r_3 = I_s \left( \omega_s - \omega_s \right) \tag{2.2}$$

Pentru a scrie o relație asemănătoare pentru arborele intermediar, trebuie redus la acest arbore momentul de inerție  $I_p$ . Notând cu  $I_i$  momentul de inerție redus la arborele intermediar, din condiția egalității energiei cinematice  $I_i \cdot \omega_i^2/2 = I_p \cdot \omega_p^2/2$ , rezultă  $I_i = I_p \cdot \omega_p^2/\omega_i^2$ .

Cunoscând momentul de inerție  $I_i$ , se poate scrie o relație analogă și pentru arborele intermediar:

$$P' \cdot r_4 = I_p \cdot \frac{\omega_p^2}{\omega_i^2} \left( \omega_i - \omega_i' \right)$$
(2.3)

în care:

 $\omega_i = \omega_p \cdot r_2/r_7$  este viteza unghiulară a arborelui intermediar înainte de intrarea în angrenare a roților;

 $\omega_i = \omega_s \cdot r_3 / r_4$  este viteza unghiulară a arborelui intermediar după angrenarea roților.

Dacă se ține seama că percuțiile P și P' sunt egale, din relațiile (2.2) și(2.3) rezultă viteza unghiulară  $\omega_{i}$ :

$$\omega_{s}^{'} = \frac{I_{p}\omega_{p}i_{cvi} + I_{s}\omega_{s}}{I_{p}i_{cvi}^{2} + I_{s}}$$
(2.4)

în care:

 $i_{cvi} = r_7/r_2 \cdot r_3/r_4$  este raportul de transmitere dintre arborii primar și secundar.

Înlocuind pe  $\omega_s$  în relația (2.2), rezultă momentul percuției care apare la schimbarea treptelor:

$$P \cdot r_3 = \frac{I_p I_s i_{cvi} (\omega_s - i_{cvi} \omega_s)}{I_p i_{cvi}^2 + I_s}$$
(2.5)

Din analiza relației (2.5), rezultă că momentul percuției este direct proporțional cu diferența  $(\omega_p - i_{cvi}\omega_s)$ . Pentru a micșora șocul care apare la cuplarea roților, trebuie ca această diferență să fie cât mai mică sau egală cu zero. În cazul cutiilor de viteze, reducerea diferenței dintre vitezele unghiulare se obține prin utilizarea cutiilor de viteze cu sincronizatoare sau utilizarea dublei debreieri.

Considerând că treapta cu raportul de transmitere  $i_{cvi}$  se cuplează în procesul de demarare al automobilului, atunci înainte de angrenarea pinioanelor 3 și 4, când cutia de viteze se află în treapta i-1, între vitezele unghiulare ale arborelui primar șî arborelui secundar există relația:

$$\omega_p = \omega_s i_{cvi-1} \tag{2.5'}$$

în care:

 $i_{cvi-1}$  este raportul de transmisie al cutiei de viteze în treapta *i*-1, care a precedat treapta *i* care se cuplează.

De asemenea, momentul de inerție  $I_p$  redus la arborele secundar va deveni  $I_s = I_p i_{cvi}^2$ .

Ținând seama de relațiile lui  $I_s$  și  $\omega_p$ , momentul percuției devine:

$$P \cdot r_{3} = \frac{I_{s}^{\prime} I_{s} \omega_{s}}{I_{s}^{\prime} + I_{s}} \left( \frac{i_{cvi-1}}{i_{cvi}} - 1 \right)$$
(2.6)

Din analiza relației (2.6), rezultă următoarele:

- momentul percuției (șocul), care acționează asupra dinților pinioanelor care se cuplează, este cu atât mai mare cu cât viteza unghiulară a arborelui secundar  $\omega_s$  este mai mare;
- momentul percuției este cu atât mai mare cu cât raportul dintre rapoartele de transmitere a două trepte vecine este mai mare.

#### 2.2. MODELAREA ELEMENTELOR CUTIILOR DE VITEZĂ

În acest subcapitol sunt prezentate modelele globale de analiză a mecanismelor de transmitere cu roți dințate și metodele de analiză a acestora. Aceste mecanisme considerate au un comportament neliniar, iar analiza statică este etapa prealabilă pentru studiile dinamice realizată prin liniarizarea comportamentului în jurul punctului de funcționare.

Mecanismele de transmisie de putere sunt formate din structuri cu comportament liniar (arbori, carcasă,...) și de elemente de legătură cu comportament neliniar (rulmenți, angrenaje,...). Modelarea trebuie să țină cont de aceste caracteristici.

Tehnicile prezentate în acest capitol se referă la modelarea elementelor componente ale unei cutii de viteze de autoturism. Elementele componente ale cutiei de viteze sunt prezentate în figura 2.2.

Elementele neliniare ale cutiei de viteze sunt: Rulmenți:

- R11, R12, R31, R32 cu role conice;
- R21 cu bile;
- R22 cu role cilindrice;



Figura 2.2. Cutia de viteze

Angrenaje cilindrice exterioare :

- Angrenajul de intrare;
- Angrenajul treptei 1 de viteză;
- Angrenajul treptei 2 de viteză;
- Angrenajul treptei 3 de viteză;
- Angrenajul treptei 4 de viteză;
- Angrenajul treptei 5 de viteză;
- Angrenajul de ieşire.

Arbori:

- Arborele de intrare;
- Arborele secundar,
- Arborele de transmisie (ieşire).

#### 2.2.1. Modelarea rulmenților

Ideea esențială urmărită este de discretizarea rulmentului în "elemente de rostogolire" cu role sau bile și de asociere fiecărui element un element finit. Aproximarea prin metoda forțelor clasice pentru rulmenți [88], [102], [162] a fost înlocuită cu metoda deplasărilor în scopul utilizării unei metode globale care permite legătura între calculul rulmentului și calculul structurii globale.

Aceste elemente numite "elemente de rostogolire" considerate ca fiind o placă plană face legătura între un nod al inelului interior și un nod al inelului exterior prin intermediul unei matrice de rigiditate cu dimensiunile 10x10. Această matrice stabilește legătura între cele zece grade de libertate active (2x3 grade de libertate de translație și 2x2 grade de libertate de rotație) și asigură transmiterea a trei forțe și două momente. Gradele de libertate corespunzătoare rotației rulmentului sunt libere de toate legăturile nici un moment nu este transmis pe direcția respectivă.



Figura 2.3. Discretizarea rulmenților în "elemente de rostogolire"

Discretizarea inelelor a fost verificată prin următoarele ipoteze:

- secțiunea transversală a inelelor este nedeformabilă.
- pentru fiecare corp de rostogolire corespunde un nod al inelului exterior şi un nod al inelului interior. Aceste noduri sunt situate într-un plan radial care conține centrul corpului de rostogolire.

Pentru ansamblul lagărelor cu rulmenți, la care bilele sau rolele pot fi asimilate cu corpuri solide, principiile determinării elementelor rulmenților prin aproximarea cu elemente finite clasice sau prin calculul numeric sunt identice. Integrarea elementelor constă în a determina, pentru deplasările date de nodurile legate  $N_1$  și  $N_2$ , ale inelului interior respectiv exterior (fig.2.3.), deplasările elementare ale centrului  $C_r$  al corpului de rostogolire, asigurând echilibrul acestuia din urmă în plan radial.



Figura 2.4. Secțiuni prin" elementul de rostogolire"

Într-adevăr, pentru deplasări cunoscute ale nodului din fiecare inel, corpul de rostogolire va fi supus la forțe de contact la nivelul căii de rulare și umeri. Aceste eforturi Q sunt estimate de teoria lui Hertz la presiune de contact:

$$Q = C_i \delta^n$$

(2.7)

unde

-  $\delta$  reprezintă deformarea corpurilor în contact, n fiind un exponent care depinde de natura contactului

-  $C_f$  este constanta de rigiditate a contactului definită de Hertz și depinde de geometria rulmentului și caracteristicile materialelor.

Pentru fiecare iterație sunt determinate forțele care acționează asupra corpurilor de rostogolire și inele precum și umerii acestora. Acest calcul se face ținând cont de elementele geometrice ale rulmentului.

Cu toate că echilibrul este insuficient, forțele între corpurile de rostogolire, inele și umeri sunt cunoscute, deci matricea de rigiditate tangentă între corpurile de rostogolire și inele este cunoscută. O matrice de rigiditate echivalentă poate fi determinată între nodurile inelului interior și exterior al rulmentului. Această matrice corespunde matricii de rigiditate tangente asociate elementului de rostogolire.

Diferența esențială între elementele considerate, conform [102], [119], este că oscilațiile în plan radial sunt definite prin intermediul unei matrice de rigiditate tangențială pentru fiecare corp de rostogolire. În toate cazurile asamblarea "elementelor de rostogolire" conduce la un model cu element finit neliniar clasic, unde matricea de rigiditate depinde de deplasări.

Poziția de echilibru a sistemului "inele–corpuri de rostogolire" este calculată pe bucla iterativă Newton-Raphson.

Metoda Newton-Raphson [8], [154] presupune determinarea iterativă a matricei deplasării generalizate a fenomenelor neliniare:

$$R(\{x^{\cdot}\}) = [K(\{x^{\cdot}\})] \{x^{\cdot}\} - \{F_{cxt}\} = \{0\}$$
(2.8)

unde:

-  $\{x^*\}$  este vectorul de deplasare generalizat;

- [K(x)] este matricea de rigiditate a sistemului;

-  $\{F_{ext}\}$  este vectorul forțelor exterioare aplicate sistemului;

-  $\{R(x)\}$  este vectorul eforturilor reziduale.

La fiecare iterație se determină:

- forțele și momentele exercitate asupra corpurilor de rostogolire de inele și eventual de umeri;
- matricea de rigiditate tangențială între corpurile de rostogolire și inele;
- vectorul eforturilor suplimentare care acționează asupra corpurilor de rostogolire.

Aceste calcule se fac ținând cont de jocuri și de elementele geometrice ale rulmentului.

Pentru fiecare rulment se asociază un sistem de axe  $S_1(O,x,y,z)$  în care axa z corespunde axei rulmentului. Poziția de referință a centrului  $C_r$  a unui corp de rostogolire este determinat de unghiul  $\Phi$  al sistemului de axe  $S_2(C_r,r,n,z)$  legat de corpul de rostogolire.



Figura 2.5. Sistemele de axe asociate

In planul radial  $(C_r, r, z)$  se determină echilibrul corpului de rostogolire. Sistemul de coordonate  $S_2$  este sistemul de referință în care sunt definite elementele geometrice ale corpului de rostogolire și pozițiile nodurilor  $N_1$  și  $N_2$  în raport cu centrul  $C_r$ . Vectorii de deplasare vor fi:



Figura 2.6. Vectorii de deplasare generalizată

Pentru calculul elementelor finite globale, vectorii de deplasare generalizată ale nodurilor  $N_1$  și  $N_2$  sunt calculați la fiecare iterație și pot fi exprimați în sistemul de coordonate  $S_1$ . Pentru determinarea echilibrului sistemului "corpuri de rostogolire-inele" se consideră doar deplasarea relativă a inelelor. Considerăm inelul exterior ca bază de referință și vom determina deplasările relative ale centrelor corpurilor de rostogolire într-un sistem de coordonate  $S_3(C_r, r, n, z)$  legat de acest inel, dar vom ține cont de eventualele oscilații ale secțiunii inelului exterior în sistemul de referință  $S_2$ .



Figura 2.7. Unghiul de oscilație

Unghiul de oscilație  $\gamma$  al inelului exterior in planul radial de calcul, se exprimă în funcție de deplasările  $\theta_1$  și  $\theta_2$  ale nodului  $N_1$  în sistemul de referință  $S_1$  prin:

$$\gamma = -\sin\varphi \cdot \theta_x + \cos\varphi \cdot \theta_y \tag{2.10}$$

În acest sistem de coordonate poziția nodurilor  $N_1$  și  $N_2$  se exprimă prin vectorul:

$$\left\{\overline{N_{1}C_{r}}\right\}_{s_{3}} = \left\{\begin{array}{c}r_{1}\\0\\z_{1}\end{array}\right\}; \quad \left\{\overline{N_{2}C_{r}}\right\}_{s_{3}} = \begin{bmatrix}\cos\gamma & 0 & \sin\gamma\\0 & 1 & 0\\-\sin\gamma & 0 & \cos\gamma\end{array}\right] \cdot \left\{\overline{N_{2}C_{r}}\right\}_{s_{2}} = \left\{\begin{array}{c}r_{2}\\0\\z_{2}\end{array}\right\}$$

$$(2.11)$$

unde:

$$r_2 = (-r_2 \sin \gamma + z_2 \sin \gamma) \qquad z_2 = (r_2 \cos \gamma + z_2 \cos \gamma)$$

Matricele geometrice  $[G_1]$  și  $[G_2]$  permit să determinăm deplasările în plan ale punctului  $C_r$  și inelului interior și exterior în sistemul de coordonate  $S_3$ , în funcție de deplasările în spațiul 3D ale nodurilor  $N_1$  și  $N_2$  definite în sistemul de coordonate  $S_1$ .

$$\left\{ \overline{dep}(C_r \in I_e) \right\}_{S_1} = \left\{ \begin{matrix} u_r^1 \\ \theta_n^1 \\ u_z^1 \end{matrix} \right\} = \left[ G_1 \right] \left\{ \overline{dep}(N_1 \in I_e) \right\}_{S_1}$$
(2.12)

$$\left\{ \overline{dep}(C_r \in I_i) \right\}_{S_3} = \left\{ \begin{array}{c} u_r^2 \\ \theta_n^2 \\ u_z^2 \end{array} \right\} = \left[ G_2 \right] \left\{ \overline{dep}(N_2 \in I_i) \right\}$$
(2.13)

Aceste relații se obțin prin calcularea deplasărilor punctelor  $N_i$  în sistemul de coordonate  $S_3$ , plecând de la deplasările în sistemul de coordonate  $S_1$ :

$$\left\{ \overrightarrow{dep}(N_i) \right\}_{S_3} = \left( \begin{bmatrix} \Re_{1 \to 3} \end{bmatrix} 0 \\ 0 & [\Re_{1 \to 3} \end{bmatrix} \right) \left\{ \overrightarrow{dep}(N_i) \right\}_{S_1}$$
(2.14)

unde  $[\mathfrak{R}_{1\to3}]$  este matricea de rotație ce permite trecerea de la sistemul de coordonate  $S_1$  la sistemul  $S_3$ .

$$\left[\Re_{1\to3}\right] = \begin{bmatrix} \cos\gamma\cos\varphi & \cos\gamma\sin\varphi & \sin\gamma\\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0\\ -\sin\gamma\cos\varphi & -\sin\gamma\sin\varphi & \cos\gamma \end{bmatrix}$$
(2.15)

Vom exprima deplasările de translație și rotație ale fiecărui inel în punctul  $C_r$  prin asimilarea secțiunilor inelelor cu corpuri solide. Pentru fiecare inel vom obține:

$$\left\{ \overrightarrow{T}(C_r) \right\}_{s_3} = \left\{ \overrightarrow{T}(N_i) \right\}_{s_3} + \left\{ \overrightarrow{C_r N_i} \right\}_{s_3} \times \left\{ \overrightarrow{R}(N_i) \right\}_{s_3}$$

$$\left\{ \overrightarrow{R}(C_r) \right\}_{s_3} = \left\{ \overrightarrow{R}(N_i) \right\}_{s_3}$$

$$(2.16)$$
unde  $\{\vec{T}\}\$  și  $\{\vec{R}\}\$  sunt torsorii de translație și de rotație a inelului considerat. Matricea geometrică, pentru trei deplasări relative reținute în plan radial, se exprimă prin:

$$[G_i] = \begin{bmatrix} \cos\gamma\cos\varphi & \cos\gamma\sin\varphi & \sin\gamma & -z\sin\varphi & z\cos\varphi & 0\\ -\sin\gamma\cos\varphi & -\sin\gamma\sin\varphi & \cos\gamma & r\sin\varphi & -r\cos\varphi & 0\\ 0 & 0 & 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \end{bmatrix}$$
(2.17)

unde r și z reprezintă coordonatele vectorului { $\overline{N_iC_r}$ } în sistemul de coordonate  $S_3$ . Ultima coloană, egală cu zero, indică faptul că rotațiile în jurul axei rulmentului nu se iau în considerare.

#### 2.2.2. Determinarea echilibrului corpului de rostogolire

Pentru determinarea echilibrului corpului de rostogolire vom efectua calcule în planul radial în raport cu sistemul de coordonate S<sub>3</sub>. În acest plan, deplasările inelului exterior sunt nule, iar cele ale inelului interior se exprimă în C<sub>r</sub>, funcție de deplasările relative ale nodurilor N<sub>2</sub> în raport cu nodul N<sub>1</sub>, în sistemul de coordonate S<sub>1</sub> cu relația:

$$\left\{ \overrightarrow{u} \right\} = \left\{ \begin{matrix} u_r \\ u_\theta \\ u_z \end{matrix} \right\} = \left[ G_2 \right] \left\{ \left\{ \overrightarrow{dep} \left( N_2 \right) \right\}_{s_1} - \left\{ \overrightarrow{dep} \left( N_1 \right) \right\}_{s_1} \right\}$$
(2.18)

Echilibrul corpurilor de rostogolire este determinat de o buclă de iterație Newton-Raphson pentru vectorul de deplasare a centrelor corpurilor de rostogolire:

$$\left\{ \vec{v} \right\} = \left\{ \begin{matrix} u_r \\ u_\theta \\ u_z \end{matrix} \right\}$$
(2.19)

Pentru un vector  $\{\vec{v}\}$  dat și utilizând ipoteza de nedefomabilitate a corpurilor de rostogolire și a secțiunii inelelor, ca și geometria rulmentului, se pot determina punctele de contact și deplasarea corpurilor solide. Când această deplasare este superioară jocurilor, forțele și momentele rezultante în  $C_r$  pot fi determinate. Corpurile de rostogolire sunt deci supuse unor forțe de contact de ambele inele, iar forțele suplimentare se exprimă prin:

$$\left\{ \vec{R} \right\} = -\sum F_{ext} = - \left\{ \begin{array}{c} F_r^{I_c} \left( v_r, v_{\theta}, v_z \right) \\ F_z^{I_c} \left( v_r, v_{\theta}, v_z \right) \\ M_n^{I_c} \left( v_r, v_{\theta}, v_z \right) \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{c} F_r^{I_i} \left( v_r, v_{\theta}, v_z \right) \\ F_z^{I_i} \left( v_r, v_{\theta}, v_z \right) \\ M_n^{I_i} \left( v_r, v_{\theta}, v_z \right) \end{array} \right\}$$
(2.20)

Metoda Newton-Raphson constă în a determina ca la fiecare iterație, vectorul  $\{\Delta \vec{v}\}\$  ca și vectorul forțelor suplimentare calculat pentru deplasările  $(\{\vec{v}\}+\{\Delta \vec{v}\})\$  să fie un vector nul. Pentru fiecare iterație vectorul  $\{\Delta \vec{v}\}\$  este evaluat în funcție de  $\{\vec{v}\}\$  și de  $\{\vec{R}\}\$  prin rezolvarea sistemelor liniare:

$$\left[\frac{\partial \left\{\vec{R}\right\}}{\partial \left\{\vec{v}\right\}}\right]_{v_{t}} \left\{\Delta \vec{v}\right\} = \left[K_{t}\right] \left\{\Delta \vec{v}\right\} = \left\{\vec{R}\right\}$$
(2.21)

unde  $[K_i]$  este matricea de rigiditate tangențială, asociată sistemului inele-corpuri de rostogolire calculată în punctul  $C_r$ . Ea se exprimă ca suma matricelor de rigiditate tangențiale asociată contactelor corpurilor de rostogolire cu inelul exterior și inelul interior:

$$\begin{bmatrix} K_t \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \left\{ \vec{F}^{I_c} \right\}}{\partial \left\{ \vec{v} \right\}} \end{bmatrix}_{\vec{v}_i} + \begin{bmatrix} -\frac{\partial \left\{ \vec{F}^{I_i} \right\}}{\partial \left\{ \vec{v} \right\}} \end{bmatrix}_{\vec{v}_i} = \begin{bmatrix} K_t^{I_c} \end{bmatrix}_{\vec{v}_i} + \begin{bmatrix} K_t^{I_i} \end{bmatrix}_{\vec{v}_i}$$
(2.22)

Echilibrul corpurilor de rostogolire este atins când:

Datele caracteristice ale încărcării corpurilor de rostogolire: forțele la nivelul căilor de rulare a rulmentului umerilor, unghiurile de oscilație sau de contact sunt cunoscute.

### 2.2.3. Calculul matricii de rigiditate tangențială între noduri

Calculul matricelor de rigiditate  $\left[K_{t}^{I_{e}}\right]$ și  $\left[K_{t}^{I_{i}}\right]$  definite anterior se face în sistemul de coordonate  $S_{I}$ . Ele leagă deplasările din planul radial ale centrului  $C_{r}$  al corpurilor de rostogolire de punctele  $C_{r}$  ale fiecărui inel [50], [51], [52]. O matrice de rigiditate echivalentă poate fi definită între punctele  $C_{r}$  ale fiecărui inel:

$$\begin{bmatrix} \overline{K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & -K \\ -K & K \end{bmatrix}_{6x6}$$
(2.23)

utilizând relația:

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix}_{3x3} = \begin{bmatrix} K_t^{I_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_t^{I_c} + K_t^{I_i} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_t^{I_i} \end{bmatrix}$$
(2.24)

Utilizarea matricii geometrice definită anterior permite exprimarea acestei matrice  $[\overline{K}]$  într-un sistem de referință "3D" -  $S_I$ , și definirea matricei de rigiditate elementară asociată corpurilor de rotație între nodurile  $N_I$  și  $N_2$ :

$$\underbrace{\left[K_{t}^{e}\right]_{S_{1}}}_{12x12} = {}^{T}\left[G\right]\left[\overline{K}\right]\left[G\right]$$
(2.25)

unde :

$$[G] = \begin{bmatrix} G_1 \dots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 \dots & G_2 \end{bmatrix}$$
(2.26)

Aceasta este matricea globală asociată matricelor altor corpuri de rostogolire și restului structurii înaintea rezolvării problemei de nonliniaritate.

### 2.2.4. Fortele aplicate de corpurile de rostogolire asupra nodurilor

In același mod, forțele aplicate de corpurile de rostogolire asupra nodurilor  $N_{l}$  și  $N_{2}$ , pot fi calculate în funcție de forțele aplicate asupra inelelor, în plan radial și evaluate în punctul  $C_r$ :

$$\frac{\left\{F^{N_1}\right\}_{S_1}}{\left\{F^{N_2}\right\}_{S_1}} = {}^{T} \left[G_1\right] \left\{-F^{T_1}\right\}_{3_{X_1}} \\
\frac{\left\{F^{N_2}\right\}_{S_1}}{\left\{F^{N_2}\right\}_{S_1}} = {}^{T} \left[G_2\right] \left\{-F^{T}\right\}_{3_{X_1}} \\
(2.27)$$

Acești vectori de forțe elementare sunt asamblați cu vectorii de forțe suplimentare a problemei nonliniare generale.



Inel exterior

Figura 2.8. Parametrii geometrici ai rulmentului

Parametrii geometrici ai unor rulmenți cu role cilindrice și inele cu doi umeri prezentați în figura 2.8 sunt:

- $R_s$  raza sferei exterioare maxime;
- $X_s$  distanța de la centrul sferei exterioare maxime la centrul de rulare C<sub>r</sub>:
- $\mu^{o}$  unghiul de contact a umerilor inelului;
- $R_{br}$  raza de bombare a rolei;
- $R_{ble}$  raza de bombare a inelului exterior;
- $R_{bli}$  raza de bombare a inelului interior;
- $J_b$  jocul inițial inel-rolă;
- $J_e$  jocul inițial rolă-umăr inel;
- $L_r$  lungimea generatoarei rectilinii a căii de rulare;
- $L_e$  lungimea efectivă de rulare.

În sistemul de referință  $S_3$  legat de inelul exterior și pentru deplasările  $\langle \vec{u} \rangle$  și  $\langle v \rangle$  date, rolele și inelul interior oscilează. Considerăm unghiul orientat A<sub>e</sub> dintre axa inelului exterior și axa rulmentului, și unghiul orientat A<sub>i</sub> între axa inelului interior și axa rolei, care vor fi definite în funcție de componentele deplasărilor  $\frac{1}{\mu}$  $si \{v\}$ :



Figura 2.9. Deplasările dintre role și inele

În mod similar, putem defini unghiul  $\mu_i$ , asociat fiecărui umăr al inelului exterior și interior, ca fiind unghiul efectiv între normala în punctul de contact și axa rolei.



Figura 2.10. Unghiurile umerilor inelelor

# 2.2.5. Calculul forțelor care acționează între căile de rulare și role

Vor fi calculate numai forțele de pe direcția r în sistemul de coordonate  $S_3$ . Pe această direcție deplasările  $\delta_i$  și  $\delta_e$ , ale rolei în raport cu fiecare cale de rulare a rulmentului se exprimă prin:

$$\delta_i = u_r - v_r - J_b \qquad \qquad \delta_e = v_r - J_b \qquad (2.28)$$

Când aceste valori sunt pozitive, există contact între rolă și calea de rulare a rulmentului. Calculul forțelor corespunzătoare se efectuează prin împărțirea în N zone de contact potențial între role și căile de rulare. Această discretizare se face simetric, în raport cu centrul  $C_r$  a rolelor:



Figura 2.11. Discretizarea în raport cu centrul rolei

Pentru eșantioane înguste și dese  $d_e$ , exprimate prin:

$$d_e = \frac{L_e}{N}$$

situate în jurul unui nod k de abscisă  $z_k$ , strivirea între cele două corpuri se exprimă ținând cont de unghiul  $\alpha'$  de oscilație relativă a celor două corpuri și de eventualele raze de curbură, cu relația:

$$\Delta d = \delta + \alpha \, z_k - h_k^1 - h_k^2 \tag{2.29}$$

unde  $h_k^i$  este un termen care ne permite să luăm în considerare eventuale curburi  $R_{ci}$  ale corpurilor *i*. Dacă punctul *k* se află în afara generatoarei rectilinii, ceea ce înseamnă:

$$|z_k| \ge \frac{L_r}{2}$$

și avem o curbură, termenul  $h_k^i$  se exprimă prin:

$$h_{k}^{i} = R_{ci} - \sqrt{R_{ci} - \left(z_{k} - \frac{L_{r}}{2}\right)^{2}}$$
(2.30)

iar în alte cazuri este nul.

Forțele de contact se exprimă după teoria lui Hertz pentru domenii înguste prin:

$$Q_k = C_f \left(\Delta d\right)^{\frac{10}{9}} d_e \tag{2.31}$$

Aceste forțe generează un moment în punctul  $C_r$ :

$$M_k = Q_k z_k \tag{2.32}$$

Forțele și momentele cu care acționează căile de rulare ale rulmentului asupra rolelor vor fi:

$$Q_I = \sum_{k=1}^{N} Q_k$$
  $M_I = \sum_{k=1}^{N} M_k$  (2.33)

În concluzie,  $Q_{Ie}(v_r, v_{\theta}, v_z)$  și  $M_{Ie}(v_r, v_{\theta}, v_z)$  sunt forțele și momentele care acționează asupra rolelor în punctul C<sub>e</sub>, datorate inelului exterior, iar  $Q_{Ii}(v_r, v_{\theta}, v_z)$ și  $M_{Ii}(v_r, v_{\theta}, v_z)$  datorate inelului interior.

### 2.2.6. Calculul forțelor din umerii inelelor

Direcțiile efective de contact între extremitățile rolelor și umerii inelelor au fost prezentate în figura 2.10. De-a lungul acestor direcții, jocul dintre rolă și umărul *i* se exprimă în funcție de jocul inițial  $J_e$ , de unghiul contact în gol  $\mu^o$ , de unghiul de contact sub încărcătură  $\mu_i$  și de distanța  $X_s$  prin:

$$J_i = J_e + X_s (\cos \mu_i - \cos \mu^o)$$
 (2.34)

Apropierile dintre umeri și rolă de-a lungul direcției de contact se exprimă prin:

$$\delta_{1} = v_{z} \cos \mu^{o} + v_{r} \sin \mu^{o} - \widetilde{J}_{1}$$

$$\delta_{2} = -v_{z} \cos \mu^{o} + v_{r} \sin \mu^{o} - \widetilde{J}_{2}$$

$$\delta_{3} = -(u_{z} - v_{z}) \cos(\mu^{o} - u_{\theta}) + (u_{r} - v_{r} \sin(\mu^{o} - v_{\theta}) - \widetilde{J}_{3}$$

$$\delta_{4} = (u_{z} - v_{z}) \cos(\mu^{o} - u_{\theta}) + (u_{r} - v_{r}) \sin(\mu^{o} - v_{\theta}) - \widetilde{J}_{4}$$
(2.35)

Când  $\delta_i$  este pozitiv, există contact între rolă și umărul *i*, iar efortul rezultant  $Q_{Ei}$  dirijat de-a lungul normalei în contact se exprimă prin legea lui Hertz pentru un contact punctual prin:

$$Q_{Ei}(v_r, v_{\theta}, v_z) = C_{ep}(\delta_i)^{3/2}$$
(2.36)

și momentul rezultant în C<sub>r</sub> prin:

$$M_{Ei} = -Q_{Ei} X_S \sin \mu_i \tag{2.37}$$

Ecuațiile de echilibru și matricele Jacobiene ale sistemului rolă-inel se scriu, în sistemul de coordonate  $S_3$  ținând cont de forța centrifugă  $F_c$  și de momentul giroscopic  $M_g$  care se exercită asupra rolei:

$$F_{r}(v_{r}, v_{\theta}, v_{z}) = \underbrace{-Q_{Ic} - Q_{E2} \sin \mu^{o} - Q_{E1} \sin \mu^{o}}_{lc \cdot rola} + \underbrace{Q_{Ii} - Q_{E4} \sin(\mu^{o} + u_{\theta}) - Q_{E3} \sin(\mu^{o} - u_{\theta}) + F_{c}}_{li / rola} = F_{r}^{lc}(v_{r} + v_{\theta} + v_{z}) + F_{r}^{li}(v_{r} + v_{\theta} + v_{z}) + F_{c}$$
(2.38)

$$F_{z}(v_{r}, v_{\theta}, v_{z}) = \underbrace{Q_{E2} \cos \mu^{o} - Q_{E1} \cos \mu^{o}}_{lecrola} + \underbrace{Q_{E4} \cos(\mu^{o} + u_{\theta}) - Q_{E3} \cos(\mu^{o} - u_{\theta})}_{licrola} = (2.39)$$

$$= F_{r}^{le}(v_{r} + v_{\theta} + v_{z}) + F_{r}^{li}(v_{r} + v_{\theta} + v_{z})$$

$$M_{\theta}(v_{r}, v_{\theta}, v_{z}) = \underbrace{-M_{le} - M_{E2} - M_{E1}}_{le \ rola} + \underbrace{M_{li} - M_{E4} - M_{E3}}_{li \ rola} =$$

$$= M_{\theta}^{le}(v_{r} + v_{\theta} + v_{z}) + M_{\theta}^{li}(v_{r} + v_{\theta} + v_{z}) + M_{g}$$
(2.40)

Necunoscutele problemei sunt  $v_r, v_{\theta}, v_z$ . Matricele de rigiditate tangențială asociate contactelor inel exterior-rolă și inel interior-rolă sunt matricele Jacobiene asociate relațiilor forțe-deplasare, exprimate prin:

$$\begin{bmatrix} K_{l}^{le} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial F_{r}^{le}}{\partial v_{r}} & \frac{\partial F_{r}^{le}}{\partial v_{\theta}} & \frac{\partial F_{r}^{le}}{\partial v_{z}} \\ \frac{\partial M_{\theta}^{le}}{\partial v_{r}} & \frac{\partial M_{\theta}^{le}}{\partial v_{\theta}} & \frac{\partial M_{\theta}^{le}}{\partial v_{z}} \\ \frac{\partial F_{r}^{le}}{\partial v_{r}} & \frac{\partial F_{r}^{li}}{\partial v_{\theta}} & \frac{\partial M_{\theta}^{le}}{\partial v_{z}} \\ \frac{\partial F_{z}^{le}}{\partial v_{r}} & \frac{\partial F_{z}^{le}}{\partial v_{\theta}} & \frac{\partial F_{z}^{le}}{\partial v_{z}} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} K_{l}^{li} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial F_{r}^{li}}{\partial v_{r}} & \frac{\partial F_{r}^{li}}{\partial v_{\theta}} & \frac{\partial F_{r}^{li}}{\partial v_{z}} \\ \frac{\partial M_{\theta}^{li}}{\partial v_{r}} & \frac{\partial M_{\theta}^{li}}{\partial v_{\theta}} & \frac{\partial M_{\theta}^{li}}{\partial v_{z}} \\ \frac{\partial F_{z}^{le}}{\partial v_{r}} & \frac{\partial F_{z}^{le}}{\partial v_{\theta}} & \frac{\partial F_{z}^{le}}{\partial v_{z}} \end{bmatrix}$$
(2.41)

#### 2.2.7. Modelarea statică și dinamică a angrenajelor cilindrice exterioare

#### 2.2.7.1. Geometria și configurația elementelor

Elementele angrenajelor cilindrice exterioare sunt permanent unite prin intermediul unei matrice de rigiditate între un nod de pe arborele de intrare și un nod de pe arborele de ieșire [155]. Elementele angrenajelor cilindrice exterioare sunt prezentate în figura 2.12.



Figura 2.12. Elementele angrenajelor

Pentru modelele dinamice, nodurile  $N_1$  și  $N_2$  corespund centrelor pinioanelor  $(d_1=d_2=0)$ . În funcție de încărcarea statică aplicată putem considera două configurații de angrenare diferite, corespunzătoare contactului dintre profilurile roților dințate (fig.2.13).



Figura 2.13. Contactul dintre profilul dinților

Pentru fiecare poziție de angrenare se poate defini un sistem de referință legat de această poziție conform figurii 2.14.



Figura 2.14. Sistemul de referință pentru cele două poziții

Ipoteza de modelare statică și dinamică presupune asimilarea pinioanelor cu solide nedeformabile, cu excepția punctelor situate pe normala punctelor de contact. Cunoașterea deplasărilor generalizate a nodurilor de legătură a elementelor în angrenare, în sistemul de coordonate  $R_0(X_0, Y_0, Z_0)$ , permite calcularea deplasărilor punctelor primitive de angrenare. Vectorii de deplasare și de rotație ai nodurilor  $N_i$ , în sistemul  $R_0$ , vor fi:

$$\left\{ \overline{dep}(N_i) \right\}_{R_0} = \begin{cases} u_i \\ v_i \\ w_i \end{cases} \qquad \left\{ \overline{rot}(N_i) \right\}_{R_0} = \begin{cases} rx_i \\ ry_i \\ rz_i \end{cases} \qquad (2.42)$$

Putem calcula deplasările punctelor primitive de angrenare pentru fiecare pinion:

$$\left\{ \overline{dep}(I \in S_i) \right\}_{R_0} = \left\{ \overline{dep}(N_i) \right\}_{R_0} + \left\{ \overline{IN_i} \right\} \times \left\{ \overline{rot}(N_i) \right\}_{R_0}$$
(2.43)

știind că:

$$\left\{\overline{IN_{i}}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\mu_{i}\\\lambda_{i}\\-d_{i}\end{array}\right\}$$
(2.44)

unde  $d_i$  este distanța algebrică N<sub>i</sub>O<sub>i</sub> măsurată pe axa Z<sub>0</sub>.

Valorile coeficienților  $\mu_i$  și  $\lambda_i$  depind de modul de angrenare din figura 2.9:

$$\begin{array}{ll}
\mu_{1} = -R_{b1} \cdot tg\alpha & \mu_{1} = -R_{b1} \cdot tg\alpha \\
\mu_{2} = R_{b2} \cdot tg\alpha & \mu_{2} = R_{b2} \cdot tg\alpha \\
\lambda_{1} = R_{b1} & \lambda_{1} = -R_{b1} \\
\lambda_{2} = -R_{b2} & \lambda_{2} = R_{b2}
\end{array}$$
(2.45)

Deplasările punctelor primitive de angrenare se exprimă prin:

$$\{dep(I \in S_i)\} = \begin{cases} u_i + \lambda_i + d_i r y_i \\ v_i - d_i r x_i - \mu_i r z_i \\ w_i + \mu_i r y_i - \lambda_i r x_i \end{cases}$$
(2.46)

Expresia normalei de contact în sistemul  $R_0$ , depinde de modul de angrenare și de valorile unghiului elicei de bază  $\beta_b$ . Transformarea pentru modelul static și dinamic este legată doar de sensul elicei roții 1. Dacă elicea roții 1 este la dreapta, unghiul elicei ( $\beta$ ) este negativ, iar dacă este la stânga, el este pozitiv. Normala la profilul de contact a roții 1 exprimată în sistemul de coordonate  $R_0$  este:

$$\left\{ \overrightarrow{n_{1}} \right\}_{R_{0}} = \left\{ \begin{matrix} \cos \beta \\ 0 \\ \sin \beta \end{matrix} \right\} \qquad \qquad \left\{ \overrightarrow{n_{1}} \right\}_{R_{0}} = \left\{ \begin{matrix} \cos \beta \\ 0 \\ -\sin \beta \end{matrix} \right\} \qquad (2.47)$$

Strivirea dintelui poate fi scrisă sub forma:

$$\Sigma = \left\{ \overrightarrow{dep} (I \in S_1) \right\} \left\{ \overrightarrow{n_1} \right\} - \left\{ \overrightarrow{dep} (I \in S_2) \right\} \left\{ \overrightarrow{n_1} \right\}$$
(2.48)

Deci, vectorul de deplasare generalizată  $\{Q\}$  a nodurilor atașate elementului angrenajului cilindric exterior va fi:

$$\{Q\}_{R_0} = {}^{T} \{u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad rx_1 \quad ry_1 \quad rz_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad rx_2 \quad ry_2 \quad rz_2\}$$
(2.49)

Strivirea dintelui mai poate fi scrisă sub forma:

$$\Sigma = {}^{T} \{\sigma\} \{Q\}_{R_0}$$
(2.50)

unde:

$${}^{T}\left\{\sigma\right\} = \left\{\cos(\beta_{b}) \quad 0 \quad \sin(\beta_{b}) - \lambda\sin(\beta_{b}) \quad \mu\sin(\beta_{b}) + d_{1} \quad \lambda_{1}\cos(\beta_{b}) \quad -\cos(\beta_{b}) \quad 0 \quad -\sin(\beta_{b}) \quad \sin(\beta_{b}) \quad \right\}$$

$$(2.51)$$

#### 2.2.7.2. Matricea de rigiditate echivalentă

Linia de angrenare este modelată printr-un resort de rigiditate  $k^0$ , poziționat pe normala comună în punctul de contact. Energia potențială pierdută în acest element se exprimă prin:

$$E_{p} = \frac{1}{2}k^{\circ}\Sigma^{2} = \frac{1}{2}k^{\circ}({}^{T}\{\sigma\}\{Q\}_{R_{0}}) = \frac{1}{2}k^{\circ}\{Q\}_{R_{0}}\{\sigma\}^{T}\{\sigma\}\{Q\}_{R_{0}} = \frac{1}{2}k^{\circ}\{Q\}_{R_{0}}[K_{ang}]\{Q\}_{R_{0}}$$
(2.52)

Matricea  $[K_{ang}]$  este matricea de rigiditate echivalentă a elementelor angrenajului cilindric exterior exprimat în sistemul de coordonate  $R_0$ , prin :

$$\left[K_{ang}\right] = k^{\circ} \left\{\sigma\right\}^{T} \left\{\sigma\right\}$$
(2.53)

#### 2.2.8. Forțele exterioare echivalente la o excitație dinamică

Introducerea unei excitații datorate erorilor de transmisie, prin intermediul unei forțe exterioare, constă în modelarea eforturilor produse asupra danturii de către acestea. În cadrul modelului global prezentat anterior, linia de angrenare poate fi schematizată printr-un arc și un amortizor montate în paralel între punctul  $I_1$  corespunzător roții unu și punctul  $I_2$  corespunzător roții a doua, conform figurii 2.15:



Figura 2.15. Modelul redus de angrenare

Mărimea  $\epsilon$  poate fi determinată prin studiu cvasistatic și depinde de contactul corpurilor. Această mărime va genera o forță exterioară  $\{\vec{F}(I_1)\}$  asupra roții unu și  $\{\vec{F}(I_2)\}$  asupra roții a doua, aplicată în punctele  $I_1$  și  $I_2$  situate pe normala comună în punctul de contact:

$$\left\{ \overrightarrow{F}(I_1) \right\}_{R_0} = \varepsilon(t) \left\{ \overrightarrow{n} \right\}_{R_o}$$

$$\left\{ \overrightarrow{F}(I_2) \right\}_{R_0} = -\varepsilon(t) \left\{ \overrightarrow{n} \right\}_{R_o}$$

$$(2.54)$$

Roțile se consideră nedeformabile și putem calcula torsorul forțelor echivalente aplicate în polurile angrenării care sunt noduri comune:

$$\left\{ \overrightarrow{F}(O_i) \right\}_{R_0} = \left\{ \overrightarrow{F}(I_i) \right\}_{R_0}$$

$$\left\{ \overrightarrow{M}(O_i) \right\}_{R_0} = \left\{ \overrightarrow{O_i I_i} \right\}_{R_0} \times \left\{ \overrightarrow{F}(O_i) \right\}_{R_0}$$

$$(2.55)$$

#### TEZĂ DE DOCTORAT

Aceste expresii ale torsorilor pot fi exprimate într-un sistem de referință al elementelor de angrenare definit anterior. Coordonatele vectorilor  $\{\vec{n}\}$ , în sistemul de referință R<sub>0</sub>, au fost definite anterior în funcție de modul de angrenare.

Vectorii  $\{O_1I_1\}$  și  $\{O_2I_2\}$  se exprimă în sistemul de referință R<sub>0</sub> cu relațiile:

$$\left\{ \overline{O_1 I_1} \right\}_{R_0} = \left\{ \begin{array}{c} R_{b_1} \cdot tg\alpha \\ -R_{b_1} \\ 0 \end{array} \right\} \qquad \left\{ \overline{O_2 I_2} \right\}_{R_0} = \left\{ \begin{array}{c} -R_{b_2} \cdot tg\alpha \\ R_{b_2} \\ 0 \end{array} \right\} \qquad (2.56)$$

pentru poziția 1 de angrenare, și pentru poziția 2 cu:

$$\left\{\overline{O_{1}I_{1}}\right\}_{R_{0}} = \left\{\begin{array}{c}R_{b1} \cdot tg\alpha\\R_{b1}\\0\end{array}\right\} \qquad \left\{\overline{O_{2}I_{2}}\right\}_{R_{0}} = \left\{\begin{array}{c}-R_{b2} \cdot tg\alpha\\-R_{b2}\\0\end{array}\right\} \qquad (2.57)$$

### 2.2.9. Modelarea dinamică a arborilor

Arborii sunt modelați ca elemente de grindă cu două noduri, care au șase grade de libertate fiecare.



Figura 2.16. Modelul dinamic al arborilor

Elementele considerate sunt pentru o grindă de secțiune constantă, ținând cont de eventualele încastrări la solicitarea statică de compresiune a grinzii. Caracteristicile elementului de grindă sunt:

- Modulul lui Young E;

- Modulul lui Coulomb *G*;
- Sectiunea grinzii S;
- Lungimea grinzii L;
- Coeficienții de forfecare  $k_y$  și  $k_z$ ;
- Momentele de inerție  $I_{x}$ ,  $I_{y}$ ,  $I_{z}$ ;
- Masa volumică (densitatea);
- Forța axială statică F.

#### 2.2.9.1. Matricea de rigiditate

Matricea de rigiditate a grinzii se obține pornind de la calculul energiei cinetice a grinzii la încovoiere, tracțiune-compresiune și torsiune. Dacă  $\Phi_y$  și  $\Phi_z$  sunt eforturile de forfecare asupra deformațiilor la încovoiere, vom avea:

$$\Phi_{y} = \frac{12EI_{z}}{GSk_{z}L^{2}}; \qquad \Phi_{z} = \frac{12EI_{y}}{GSk_{y}L^{2}}; \qquad (2.58)$$

Vom face notațiile:

$$b_{y} = \frac{EI_{z}}{L^{3}(1 + \Phi_{y})}; \qquad b_{z} = \frac{EI_{y}}{L^{3}(1 + \Phi_{z})}; \qquad c = \frac{F}{30L}; \quad (2.59)$$

Vom putea exprima matricea de rigiditate sub [K] forma:



#### 2.2.9.2. Matricea maselor

Matricea maselor grinzii se obține pornind de la calculul energiei cinetice a grinzii la încovoiere, tracțiune-compresiune și torsiune, neglijând efectele giroscopice.

Notăm termenii de inerție ai secțiunii grinzii cu  $b_y$  și  $b_z$ , exprimați prin:

$$b_{y} = \frac{I_{y}}{30 S L^{2}} \qquad b_{z} = \frac{I_{z}}{30 S L^{2}} \qquad (2.61)$$

Matricea maselor [M] se va exprima prin:





În formulele lui Palmgreen [130] sunt folosite notațiile următoare:

- $\delta_r$  deplasarea radială în mm;
- $\delta_a$  deplasarea axială în mm;
- $F_r$  forța radială în daN;
- $F_a$  forța axială în daN;
- $D_w$  diametrul corpurilor de rostogolire în mm;
- $D_r$  diametrul nominal al rulmentului în mm;
- $l_a$  lungimea efectivă a corpurilor de rostogolire în mm;
- *z* numărul corpurilor de rostogolire;
- *i* numărul de rânduri a corpurilor de rostogolire;
- $\alpha$  unghiul de contact;
- Q forța maximală pe elementele rulante.

Deformările elastice  $\delta_r$  și  $\delta_a$  din rulment se exprimă prin relațiile din tabelul de mai jos:

	Cazurile forței	
	radială: δ <sub>r</sub>	axială: ô <sub>a</sub>
Forța pe elementele rulante	$Q = \frac{5F_r}{i \cdot z \cdot \cos\alpha}$	$Q = \frac{5F_a}{z \cdot \sin \alpha}$
Tipul rulmentului		
Rulment radial cu bile	$\delta_r = \frac{0.0032}{\cos\alpha} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_w}}$	-
Rulment radial cu role	$\delta_r = 0.002 \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_w}}$	-
Rulment radial axial cu bile	$\delta_r = \frac{0.002}{\cos\alpha} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_w}}$	$\delta_a = \frac{0.002}{\sin\alpha} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_w}}$
Rulment radial-axial cu role pe două rânduri	$\delta_r = \frac{0.0006}{\cos\alpha} \cdot \frac{Q^{0.9}}{l_a^{0.8}}$	$\delta_{a} = \frac{0.0006}{\sin \alpha} \cdot \frac{Q^{0.9}}{l_{a}^{0.8}}$
Rulment radial-axial cu role pe un rând	$\delta_r = \frac{0.0012}{\cos\alpha} \cdot \frac{Q^{3/4}}{l_a^{1/2}}$	$\delta_a = \frac{0.0012}{\sin\alpha} \cdot \frac{Q^{3/4}}{l_a^{1/2}}$
Rulment axial	_	$\delta_a = \frac{0.024}{\sin \alpha} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{D_w}}$

TEZĂ DE DOCTORAT

# 3. MODELAREA GLOBALĂ A CUTIEI DE VITEZE

### 3.1. COMPORTAMENTUL DINAMIC AL CUTIILOR DE VITEZĂ

Studiile dinamice ne permit să cuantificăm influența diferitelor elemente de modelare a lanțului cinematic asupra modurilor proprii ale elementului condus și să punem în evidență rolul preponderent al lagărelor cu rulmenți [15], [89], [130]. Ele ne permit totodată să justificăm interesul studiilor statice globale prealabile și să definim limitele acceptabile ale "liniarizării" comportamentului mecanismului, ipoteza principală a realizării modelelor dinamice propuse.

Aceste studii, împreună cu rezultate experimentale, ne permit să garantăm că lanțul cinematic de ieșire este modelat corect. În acest capitol, excitațiile interne ce modelează funcționarea cutiei de viteze și carcasa, sunt introduse în modelele dinamice globale.

#### 3.1.1. Principii de modelare

Comportamentul dinamic al carcasei este introdus în modelul global prin intermediul matricelor reduse, obținute prin sub-structurare.

Studiile prezentate au ca prim obiectiv verificarea fiabilității modelului. Pentru aceasta, a fost definit un prim model redus de carcasă ca și noduri de legătură, nodurile de contact a corpurilor de rostogolire cu lagăre și nodurile de fixare a cutiei pe blocul motor, având 672 de grade de libertate. Acest prim model a fost realizat prin menținerea doar a primelor 19 moduri proprii ale carcasei cu legături fixe, având frecvența inferioară lui 1 800 Hz. Această valoare corespunde deci unei limite de "frecvență reprezentativă" a modelului global considerat.

Fenomenul de angrenare, reprezintă principala sursă de excitație a mecanismelor de transmisie de putere cu roți dințate. Numeric, această excitație parametrică poate fi introdusă prin intermediul unei variații periodice a rigidității de angrenare. Această variație este dată de rotația arborilor, a numărului de dinți în contact, de flexibilitatea dinților, de erorile de profil, etc. Metodele de calcul cvasistatice permit determinarea precisă a acestei mărimi în funcție de caracteristicile de angrenare.

Aceste studii au ca și obiectiv cuantificarea influenței carcasei asupra comportamentului dinamic global al sistemului, în repaus sau în funcționare. În primul rând, rezultatele obținute pentru un lanț cinematic montat într-o carcasă "rigidă" au fost comparate cu modurile proprii obținute cu modelul complet. În al doilea rând, a fost studiată influența carcasei asupra comportamentului lanțului cinematic supus unei excitații simple, iar în al treilea rând, variația sinusoidală a rigidității.

#### TEZĂ DE DOCTORAT



Figura 3.1. Modelul global

# 3.2. STUDIUL INFLUENȚEI CARCASEI

#### 3.2.1. Legătura dintre deformațiile carcasei și cele ale lanțului cinematic

Modelul complet considerat, conține 40 de moduri proprii de frecvență inferioară frecvenței de 1800 Hz.

Aceste moduri proprii, după cum arată figura 3.2, sunt modurile globale, care reprezintă procentajul energiei de deformare în carcasă, prin intervenția în pașii lanțului cinematic, al rulmenților și al carcasei.



Figura 3.2. Energia de deformație în carcasă

Pentru toate aceste moduri, există cel puțin 7% din energia de deformare localizată în carcasă. Nu există deci, doar mod de deformație a lanțului cinematic. Invers, nu există decât două moduri de deformație a carcasei sau, mai puțin de 1% din energia de deformație este localizată în lanțul cinematic și rulmenți: acestea sunt modul 4 de frecvență 280 Hz și modul 15 de frecvență 625 Hz. Per global, sunt omise primele 3 moduri proprii, din ansamblul de moduri considerate, mai mult de 30% din energia de deformație se găsește în carcasă. Aceasta înseamnă că există forțe de legătură între cele două structuri și că comportamentul dinamic al ansamblului diferă semnificativ față de comportamentul dinamic al lanțului cinematic singur. Aceste diferențe de comportament se traduc prin frecvențele proprii, vectorii proprii și repartițiile energetice diferite.

#### 3.2.2. Influența carcasei asupra frecvențelor proprii și a formelor proprii

Pentru studiul realizat asupra lanțului cinematic dintr-o carcasă rigidă, numărul de moduri proprii de frecvență, cuprins între 0 și 1 800 Hz, este mai fiabil decât în cazul modelului complet. Figura 3.3. permite vizualizarea repartiției acestor frecvențe în aceste două cazuri. Amplitudinea liniilor reprezentând frecvențele este proporțională cu energia de deformație localizată, pentru modul corespunzător, în lanțul cinematic și rulmenți.



Figura 3.3. Repartiția frecvențelor

Pentru primele trei moduri proprii, care sunt modurile de ansamblu ale lanțului cinematic, spectrul de frecvență obținut datorită influenței dinamice a carcasei este complex și sensibil diferit de cel obținut cu ipoteza de carcasă rigidă.

#### 3.2.3. Influența carcasei asupra energiilor de deformare

Ținând cont de deformațiile dinamice ale carcaselor, vom obține o diminuare a energiei de deformație din rulmenți (fig. 3.4). Acest fenomen se explică prin mărirea flexibilității ansamblului.



Figura 3.4. Energia de deformație în rulmenți

Cu toate acestea, diagramele energetice caracteristice ale comportamentului modal al lagărelor rulmentului, definite pentru carcase rigide, rămân reprezentative, dar vârfurile caracteristice au amplitudinile mai mici și sunt asociate frecvențelor mai joase.



Figura 3.5. Diagramele energetice caracteristice rulmenților

Din punctul de vedere al angrenajului, introducerea carcasei în modelul global, este însoțită de o diminuare a energiei de deformație a dinților (fig. 3.6)



Figura 3.6. Energia de deformație a dinților

### 3.2.4. Studiul unui mod atipic

Modul atipic [102] se distinge de celelalte moduri printr-o frecvență de bază (111 Hz în cazul unei carcase flexibile, 115 Hz în cazul unei carcase rigide), și printr-o participare energetică foarte importantă a rulmentului cu bile R21. Ca și efect, 90% din energia de deformație se găsește în acest lagăr. Următoarea propunere pentru modelarea lagărelor cu rulmenți permite un studiu mai detaliat al

repartiției energiei de deformație între corpurile de rostogolire. Se pare că, (fig. 3.7.a), numai două bile ale acestui rulment sunt încărcate și energia de deformație a primului mod este localizată la nivelul contactelor acestor bile cu căile de rulare (fig. 3.7.b).



Acesta este un mod "pseudo-rigid" al lanțului cinematic, corespunzător deplasărilor axiale ale arborelui secundar (fig. 3.8) cuplat prin intermediul cuplajelor cu dinți înclinați, a rotațiilor arborilor rigizi primari și secundari. Acest mod este însoțit și de deformarea elastică la flexiunea arborelui secundar, dar de importanță mai mică (aproximativ 3% din energia de deformație totală).



Figura 3.8.Deformarea elastică a arborelui secundar

# 3.3. RĂSPUNSUL LA O EXCITAȚIE

### 3.3.1. Caracteristicile excitației și calculele realizate

Sistemul format de lanțul cinematic și eventual de carcasă este excitat de o variație sinusoidală a rigidității de angrenare a angrenajului al treilea:

$$k_{ang}(t) = 3.0 \cdot 10^8 + 0.2 \cdot 10^8 * \sin(2\pi \cdot f_{ang} \cdot t)$$
(3.1)

Problema dinamică se rezumă deci la rezolvarea sistemului de coeficienți periodici:

$$[M] \cdot \left\{ x \right\} + [C] \cdot \left\{ x \right\} + [K(t)] \cdot \left\{ x \right\} = \left\{ C \right\}$$
(3.2)

unde  $\{C\}$  corespunde cuplului static aplicat cutiei de viteze.

Rezolvarea acestei ecuații se face printr-o metodă pseudo-modală. Sunt utilizate toate modurile proprii de frecvență inferioară lui 1800 Hz și amortizarea este introdusă sub formă de amortizare modală de 3% pentru cele 40 de moduri proprii reținute.

Pentru determinarea vitezei critice de rotație a arborelui primar, pentru care parametrii observați (eroarea de transmisie dinamică, efortul dinamic din rulmenți...) trec printr-un maxim, calculele sunt realizate pentru frecvențe de angrenare cuprinse între 100 și 1 700 Hz cu un pas de 5 Hz. În cazul angrenajului al treilea, acest domeniu de studiu corespunde vitezelor de rotație a arborelui primar, cuprins între 200 și 3 700 rot/min și un pas de 11 rot/min. Pentru fiecare valoare a frecvenței de angrenare, limitele de integrare sunt suficiente pentru depășirea regimului tranzitoriu. Pentru prima iterație, regimul este stabil pentru un timp de integrare superior lui 0.5s. (fig. 3.9)



Figura 3.9. Regim stabil



Figura 3.10. Regim instabil

### 3.3.2. Influența carcasei asupra erorii de transmisie dinamică

Parametrul observat în această parte este amplitudinea erorii de transmisie dinamică, măsurată la centrele pinioanelor angrenajului al treilea, atunci când regimul tranzitoriu este depășit. Carcasa va modifica sensibil rezultatele obținute (fig. 3.11.a). Numărul, poziția frecvențelor, amplitudinea vârfurilor de rezonanță, diferă de la o configurație la alta.

Când carcasa este introdusă în modelul dinamic (fig. 3.11.b), apare un vârf principal de 592 Hz, și patru vârfuri secundare de amplitudine, vecine cu cele ale modelului fără carcasă.



Figura 3.11. Eroarea de transmisie dinamică

Modul propriu corespunzător vârfului principal este un mod global de deformație a ansamblului sistemului. Energia de deformație asociată acestui mod se repartizează în modul următor:

- 41% în carcasă
- 48% în arbori, aceste deformații sunt deformațiile la încovoierea arborelui primar (7%) și secundar (41%)
- 10% în rulmenți și în special rulmenți conici
- mai puțin de 1% în dantură

Aceste deformații modale sunt însoțite de deplasările "rigide" de translație ale arborelui de ieșire și de rotația arborilor primar și secundar.



Figura 3.12.Deformații modale

#### 3.3.3. Eforturile dinamice asupra lagărelor cu rulmenți

Excitația, legată de variația rigidității de angrenare este transmisă carcasei prin intermediul lagărelor cu rulmenți. Parametrii examinați sunt amplitudinea, eforturile dinamice aplicate pe inelele interioare ale rulmenților, prin raportare la eforturile statice. Modelarea obținută pentru lagărele cu rulmenți permite transmiterea eforturilor și a momentelor. Pentru fiecare rulment, pot fi analizate cinci tipuri de eforturi dinamice.

Primul mod de verificare este asigurarea că rezultatele numerice obținute rămân conform ipotezei de modelare. S-a demonstrat că pentru variații cvasistatice ale eforturilor aplicate rulmentilor, cuprinse între  $\pm 12\%$  a unei valori nominale, comportamentul dinamic al lagărelor poate fi modelat prin matricele de rigiditate tangentiale calculate pentru toată încărcarea nominală. Când se introduce influenta dinamică a carcasei, pentru toate eforturile considerate (5 pe rulment) amplitudinea eforturilor dinamice aplicată inelelor interioare rămâne mai mică cu 5.5% decât efortul static, maximul fiind atins de rulmenții conici R31 (fig. 3.13). Pentru acest rulment, eforturile dinamice radiale în lungul axei z și momentele dinamice în lungul axei y pot, pentru anumite viteze, atinge 25% din valoarea lor statică. Dar, în cazul acestui rulment, încărcările statice de-a lungul acestor directii sunt exprimate relativ mai mici în raport cu alte directii ( $F_y=3847$  N,  $F_z=500$  N,  $M_v=1.6$  N/m,  $M_z=12$  N/m) pentru care ipotezele de modelare rămân valabile. Aceste variații nu sunt așadar foarte semnificative. Cu toate acestea, în cazul unei carcase rigide, pentru rulmenți reali și direcții reale, amplitudinea eforturilor dinamice este cuprinsă între 8% și 10% din efortul static.

Cele două vârfuri principale (1 120 Hz și 1 245 Hz) corespund, în frecvență, celor două moduri energetice pentru rulmentul conic R31 (respectiv 43% și 23% din energia de deformație).



Figura 3.13. Energia de deformație

Introducerea sau nu a influenței dinamice a carcasei va modifica, într-o manieră semnificativă, aspectul general al curbelor evoluției amplitudinii eforturilor dinamice în funcție de frecvența de excitație (proporțională cu viteza de rotație a arborelui de intrare). Cu toate acestea, nu este posibil să enunțăm o regulă generală asupra evoluției acestor răspunsuri. În cazul rulmentului cu bile R21 solicitat axial, rezultatele obținute cu sau fără carcasă sunt diferite (fig. 3.14). Apare, în particular când carcasa este integrată, o viteză critică în vecinătatea frecvenței de 1170 Hz (la 2 600 tur/min) pentru care eforturile statice din rulmentul cu bile trec printr-un maxim. Această frecvență nu corespunde exact unei frecvențe proprii a sistemului la ieșire (frecvențele proprii vecine sunt cele ale modurilor 28: 1 155 Hz și 29: 1 190 Hz). Modul 29 este al treilea mod energetic pentru rulmentul cu bile (mai mult de 20% din energia totală de deformație) și este egal energetic, dar într-o manieră mai puțin semnificativă, pentru ceilalți rulmenți, figura 3.14, (în total 29% din energia de deformație este în rulmenți).



Figura 3 .14. Energia de deformație (rulment cu bile)

Invers, pentru alți rulmenți și alte direcții ale eforturilor, figura 3.15, introducerea carcasei poate conduce la o diminuare a amplitudinii eforturilor dinamice. Acesta este cazul, spre exemplu, pentru încărcarea radială  $F_y$  a rulmentului conic al arborelui primar R11.



Figura 3.15. Energia de deformație (rulment cu role)

Cele două viteze critice, obținute în cazul în care carcasa este neglijată, sunt de asemenea vitezele critice pentru eroarea de transmisie dinamică.

Luarea în considerare a carcasei în modelul dinamic global al unei cutii de viteze de automobil modifică considerabil comportamentul vibrator al acestui sistem.

Introducerea carcasei, se traduce printr-o mărire importantă a numărului de moduri proprii la ieșire. Acestea sunt în majoritate modurile globale ale lanțului cinematic și carcasei. Această legătură puternică (fig. 3.16) dintre cele două "structuri" pune în evidență, încă o dată, necesitatea modelării într-o manieră satisfăcătoare comportamentul vibrator al lagărelor cu rulmenți. Prin comparație cu rezultatele obținute cu o carcasă rigidă participarea energetică a rulmenților la deformările modale este mai puțin importantă. Diagramele energetice caracteristice comportamentului modal al rulmenților unei cutii de viteze, definiți în capitolul precedent pentru o carcasă rigidă, rămân valabile chiar dacă este introdusă influența dinamică a carcasei. Aceste "semnături" energetice sunt deci reprezentative pentru comportamentul modal general a lagărelor cu rulmenți ai cutiei de viteze.



Figura 3.16. Energia de deformație globală

În momentul studierii acestor "sub-vectori" proprii asociați gradelor de libertate a lanțului cinematic, rezultatele obținute cu o carcasă rigidă (ipoteza clasică pentru studierea fenomenelor de angrenare [9], [178], [179], [180] și cele obținute cu o carcasă flexibilă sunt net diferite. Foarte puține dintre moduri pot apare între cele două configurații și abaterile în frecvență sunt relativ importante. Modurile proprii la ieșire sunt utilizate pentru determinarea vitezelor critice de funcționare a sistemului excitat prin eroarea de transmisie. Pare deci mai dificil, chiar imposibil în cadrul studierii cutiilor de viteze a automobilelor, să neglijăm influența dinamică a carcasei, decât să modelăm "predictiv" fenomenele de angrenare.

Comparatia între răspunsul sistemului, cu sau fără carcasă, la o excitatie "simplă" dar reală (variația sinusoidală a rigidității de angrenare a angrenajului), permite confirmarea acestei analize. Când fenomenul observat este eroarea de transmisie dinamică, măsurată în centrele pinioanelor (adică abaterea unghiulară între poziția reală a roții de ieșire în raport cu poziția sa teoretică, dacă cinematica angrenajului este perfectă), numărul, poziția frecvențială și amplitudinea erorii de transmisie a vitezelor critice depind puternic de luarea în considerare sau nu a carcasei. Calculul amplitudinii eforturilor dinamice transmise de lagărele rulmenților ne permite să verificăm că, în cazul modelului complet, incluzând influența carcasei, ipotezele de modelare a lagărelor rulmentului sunt respectate: eforturile dinamice nu depășesc cu 6% din efortul static. În cazul carcasei rigide, pentru un rulment (cel conic de tip R31) și două directii ale eforturilor (radiale  $F_z$  și  $M_{y}$ ), amplitudinea eforturilor dinamice depășește 20% din eforturile statice. Dar, valoarea "joasă" a eforturilor statice asociate permite aproximarea acestor rezultate care sunt, ca și restul, puțin semnificative. În ansamblu, introducerea influenței dinamice a carcasei va modifica semnificativ vitezele "critice" și amplitudinile

eforturilor transmise de rulmenți. Dar, este imposibil de definit reguli generale de influență a carcasei: pentru anumiți rulmenții amplitudinea eforturilor dinamice va crește (efortul axial al rulmentului cu bile) și pentru alții această amplitudine va scădea (efortul radial al rulmentului conic R11).

# 3.4. STUDIUL INFLUENȚEI LEGĂTURII ÎN MĂSURĂRI

Caracterul discontinuu al angrenării este principala sursă de excitație a sistemelor de transmisie de putere cu roți dințate. Experimental, este imposibil să măsurăm direct această excitație, doar consecințele sale asupra comportamentului dinamic al sistemului pot fi observate (eroarea de transmisie, eforturile dinamice, accelerațiile, ...). În modelele numerice, această excitație este introdusă prin intermediul unei variații a rigidității angrenării și este perfect cunoscută. Scopul este de a evalua relațiile existente între diferiții parametrii observabili și excitația introdusă de angrenaje, în cadrul studiului unei cutii de viteze și a modelelor globale ce includ ansamblul componentelor tehnologice, și de a cuantifica în final consecințele rezultatelor experimentale asupra mărimilor măsurate. Două cazuri au fost evidențiate, în primul, excitația este introdusă sub forma unei variații sinusoidale a rigidității angrenării a angrenajului treptei a treia. În al doilea caz, o sursă secundară de excitație este introdusă la nivelul angrenajului arborelui de ieșire.

În mod experimental, tehnicile de măsurare a erorii de transmisie dinamică au fost elaborate la Laboratorul C.A.S.M. [8], [9], [150], [151]. Dezvoltarea acestor tehnici nu prezintă interes în acest studiu. Totuși studiile experimentale ale măsurării erorilor de transmisie dinamică sunt actualmente realizate în laborator, asupra unei cutii de viteze în funcțiune, comparabilă cu cea considerată în lucrare. Obiectivul acestui studiu este de a defini o relație între geometria internă și măsurile externe. Dar, din motive tehnice, traductoarele nu au putut fi montate în centrele pinioanelor și au trebuit montate în butucul arborilor (fig. 3.17)



Figura 3.17. Schema de montaj a traductoarelor

Excitațiile generate de angrenaje se transmit carcasei prin intermediul lagărelor rulmenților și pot fi o sursă de perturbare sonoră. Captatorii piezoelectrici au fost plasați pe rulmentul cu bile R21 după cum indică figura următoare (fig. 3.18). Ei ne permit să măsurăm eforturile dinamice radiale care apar între inelele exterioare și alezajele carcasei cutiei, în timpul funcționării.



Figura 3.18. Montajul traductoarelor în rulmenți

Alegerea rulmentului cu bile a fost dictată de motive experimentale (datorate uşurinței de montare, gabaritului, ...) și de motive "numerice": calculele de simulare ne-au arătat influența mare a acestui lagăr asupra comportamentului vibrator al ansamblului. Dacă rezultatele experimentale sunt concludente, aceste măsurători vor putea fi aplicate și altor rulmenți ai cutiei. Studiile prezentate în această parte sunt completările numerice la studiile experimentale, când excitația este perfect cunoscută.



Figura 3.19. Modelul dinamic al nodurilor

Matricele de rigiditate tangențială, care modelează comportamentul dinamic al lagărelor rulmenților, sunt calculate pentru o poziție precisă a corpurilor de rulare. Cele 7 noduri ale rețelei inelelor exterioare reținute în modelul dinamic corespund acestei discretizări (fig. 3.19.a). Aceasta pentru acele noduri pentru care sunt calculate eforturile dinamice "numerice" transmise carcasei de către rulment.

Matricele de rigiditate nenule sunt asociate corpurilor de rostogolire care transmit un efort static (fig. 3.19.b), adică corpurile de rotație 1, 5, 6 și 7. Doar ele singure pot transmite un efort dinamic.

# 3.5. SURSA DE EXCITAȚIE UNICĂ A ANGRENAJUL TREPTEI A TREIA

Modelul considerat este format de lanțul cinematic și de carcasă. Acest sistem este excitat de variația sinusoidală a rigidității angrenării treptei a treia:

$$k_{ang}(t) = 3.0 \cdot 10^8 + 0.2 \cdot 10^8 * \sin(2 \cdot \pi \cdot f_{ang} \cdot t)$$
(3.3)

Rezolvarea sistemului de ecuații de echilibru dinamic este realizată prin metoda pseudo-modală prin menținerea primilor 40 de termeni ai subansamblului de ieșire, de frecvența inferioară valorii 1800 Hz, și prin introducerea unei amortizări modale de 3% asupra fiecăruia dintre aceștia.

#### 3.5.1. Măsurarea erorii de transmisie dinamică

Sursa de excitație a sistemului în acest prim studiu a fost asociată angrenajului treptei a treia, măsura principală a acestei excitații fiind eroarea de transmisie dintre arborii primar și secundar. Figura 3.20 reprezintă, în funcție de viteza de rotație a arborelui de intrare, amplitudinea erorii de transmisie dinamică calculată, fie în centrele pinioanelor angrenajului treptei a treia, fie în extremitățile arborilor conform celor ai dispozitivului experimental (fig. 3.17).



Figura 3.20. Eroarea de transmitere dinamică

Rezultatele obținute sunt aproape identice, vitezele critice sunt aceleași și amplitudinea erorii de transmisie dinamică corespunzătoare este identică. În sfârșit, conform acestor rezultate, variația relativă  $\Delta$ ETD a amplitudinii erorii de transmisie dinamică dintre cele două configurații de măsurat este calculată cu formula:

$$\Delta ETD = \frac{(\Delta ETD_{in \ capatul \ arborelui}) - (ETD_{in \ centrele \ pinioanelor \ angrenajului3})}{(ETD_{in \ centrele \ pinioanelor \ angrenajului3})} * 100 \quad (3.4)$$

Figura 3.21. Amplitudinea erorii de transmitere dinamică

Abaterile cele mai importante dintre cele două poziții de calcul a erorii de transmisie dinamică (fig. 3.21) corespunzătoare celor două viteze de rotație a arborelui primar, sunt cele pentru care amplitudinea erorii de transmisie dinamică este cea mai mică (fig. 3.20). Aceste abateri nu sunt deci semnificative și nu corespund vitezelor critice de funcționare. Totuși, pentru majoritatea vitezelor considerate, variația relativă este pozitivă, cu alte cuvinte, amplitudinea erorii de transmisie măsurată în lagărul arborelui, este superioară celei calculate în centrele pinioanelor ( $\approx 2.5\%$ ).

Examinarea buclei de putere în cutia de viteze (fig. 3.22) permite explicarea ansamblului acestor rezultate: slaba influență a modului de supraveghere și o amplitudine puțin mai ridicată a erorii de transmisie dinamică, deși ea este măsurată în capătul arborelui.



Figura 3.22.Bucla de putere în cutia de viteze

Punctele de măsură fiind plasate în exteriorul buclei de putere, diferențele observate între cele două măsurări, provin din deformările la torsiune a zonei arborelui secundar cuprinsă între centrul pinioanelor treptei a treia și acest punct. Această zonă fiind relativ scurtată (136 mm) și diametrele arborilor mari (între 25 mm și 80 mm), rigiditatea în torsiune echivalentă este mare ( $\approx$ 4.2 10<sup>4</sup> N.m.rad<sup>-1</sup>). Deformațiile induse sunt deci mici ceea ce explică abaterea mică între cele două măsurări. Excitația indusă la nivelul danturii angrenajului treptei a treia va genera o eroare de transmisie între arborele secundar și arborele de ieșire (fig. 3.23), dar amplitudinea acestei erori este mult mai mică.



Figura 3.23. Eroarea de transmitere

### 3.5.2. Eforturi dinamice: inelul exterior al rulmentului – alezajul carcasei

Parametrul analizat în acest subcapitol este amplitudinea efortului radial transmis de rulmentul cu bile R21 carcasei, la nivelul a 7 noduri de discretizare a inelelor exterioare. După cum s-a arătat, eforturile dinamice nu sunt transmise decât pentru direcțiile radiale alăturate direcției de încărcare statică, fie considerând modelul cu 4 noduri de discretizare. Figura 3.24., indică, pentru aceste noduri amplitudinea eforturilor dinamice transmise, în funcție de viteza de rotație a arborelui primar.



Figura 3.24. Amplitudinea efortului radial

Pentru o excitație datorată unei variații a rigidității de angrenare "simplă" dar reală, amplitudinea eforturilor dinamice transmise de rulmentul cu bile carcasei, este suficient de importantă pentru ca măsurătorile experimentale să poată fi realizate cu ajutorul unui film piezo-electric. Curbele precedente permit verificarea, dacă amplitudinea eforturilor dinamice radiale transmise sunt la fel de ridicate, dacă încărcarea statică a corpurilor de rostogolire corespunde direcțiilor considerate (direcțiile 6 și 7). Pentru aceste direcții, eforturile dinamice rămân inferioare cu 10% efortului static radial. Ipotezele de liniarizare a comportamentului dinamic a palierelor rulmentului sunt deci verificate. Totodată, pentru aceste direcții, apare o viteză "critică" (2 550 rot/min, fiind o frecvență de angrenare de 1150 Hz), pentru care eforturile dinamice radiale trec printr-un maxim de 25 N, reprezentând 3% din efortul static. Această frecvență de angrenare

corespunde în frecvență celui de al 28-lea mod propriu al sistemului de ieșire (1155 Hz). Este un mod mediu energetic pentru rulmenți: 10% din energia de deformare este localizată în lagăre din care 7% în rulmentul cu bile.

# 3.6. SURSA DE EXCITAȚIE MULTIPLĂ

Lanțul cinematic considerat în acest capitol (fig. 3.25) este constituit din două angrenaje în contact susceptibile de a excita sistemul simultan. Este vorba despre angrenajul treptei a treia (cu număr de dinți  $Z_1$  și  $Z_2$ ) al celui de ieșire (cu număr de dinți  $Z_3$  și  $Z_4$ ).



Figura 3.25.Lanțul cinematic al angrenajelor

Obiectivul este de a estima interferențele eventuale dintre cele două excitații. Pentru aceasta, au fost introduse variațiile sinusoidale "identice" (dar de frecvențe diferite) a rigidității angrenajelor treptei a 3-a și a arborelui de ieșire (4.5). Rezultatele obținute cu această excitație dublă au fost comparate cu cele obținute în cazurile precedente, pentru o excitație unică la nivelul angrenajului treptei a treia.

$$k_{ang}(t) = 3.010^8 + 0.210^8 * \sin(2 \cdot \pi \cdot f_{ang} \cdot t)$$
(3.5)

Frecvența de angrenare  $f_{ang}$  a fiecărui angrenaj se exprimă în funcție de viteza de rotație a arborelui de intrare  $\omega_1$  (în rotații pe minut) și de numărul de dinți  $Z_i$  a angrenajelor considerate:

$$f_{ang_3} = \frac{Z_1}{60} \cdot \omega_1$$

$$f_{iesire} = \frac{Z_1}{60} \cdot \frac{Z_3}{60} \cdot \omega_1$$
(3.6)

A fost realizată o explorare fină a vitezei între 170 rot/min și 3780 rot/min cu un pas de 10 rot/min. În acest domeniu de analiză, frecvențele de excitație sunt inferioare celei de 1800 Hz, care reprezintă limita de validitate a modelului dinamic considerat. Ca și în cazul precedent, rezolvarea numerică a fost realizată prin superpoziția modală, cu o amortizare modală identică a tuturor modurilor. Rezultatele analizate corespund regimului staționar.

Combinarea a două excitații sinusoidale va modula răspunsul temporal. Analiza amplitudinii dinamice a semnalului temporal nu mai este în acest caz un parametru de analiză eficace. Parametrul global care permite observarea evoluției răspunsului în funcție de viteza de rotație, este amplitudinea în dB a primei armonici de angrenare a fiecărui angrenaj. Pentru o viteză de rotație  $\omega_i$  și un răspuns temporal r(t) date, amplitudinea H<sub>1</sub>( $\omega_i$ ) a primei armonici a frecvenței de angrenare f<sub>ang</sub> este dată prin:

$$H_1(\omega_i) = R_d B_{\omega_i}(f_{ang})$$
(3.7)

unde:

$$R_{dB_{\omega i}}(f) = 20 \log \left( \frac{|R(f)|}{V_r} \right)$$
(3.8)

în care R(f) este transformata Fourier a semnalului r(t) și  $V_r$  este o valoare de referință.

În cazul semnalelor discrete, transformata Fourier a semnalului este de asemenea discretă cu pasul de discretizare  $\delta_f$  care depinde de durata de înregistrare T a semnalului r(t):

$$\delta_f = \frac{1}{T} \tag{3.9}$$

Numai pentru o variație fină a vitezei, frecvențele de angrenare nu vor corespunde exact cu pasul de discretizare a semnalului în frecvență și valoarea amplitudinii primelor armonici se estimează prin amplitudinea semnalului asociat frecvenței mai apropiate. Abaterea frecvențială  $\Delta f_{\omega i}$  dintre frecvența de angrenare reală și valoarea măsurată variază cu viteza  $\omega_i$  considerată:

$$\Delta f_{\omega_{i}} = f_{ang} - E\left(\frac{f_{ang}}{\delta_{f}}\right)\delta_{f} = \frac{n_{1}}{n_{2}}\omega_{i} - E\left(\frac{n_{1}}{n_{2}}\frac{\omega_{i}}{\delta_{f}}\right)\delta_{f}$$
(3.10)

unde *E* reprezintă partea întreagă a funcției de intrare.

Variația preciziei amplitudinii datorată variației vitezei va provoca modificări în jurul curbei reale a răspunsului numeric conform figurii 3.26.a). Pentru evitarea acestei fluctuații valorice, este necesar să mărim durata de achiziție T a semnalului temporal, pentru diminuarea abaterii în domeniul frecvență  $\delta_f$ .

În general, a doua metodă nu poate fi utilizată în cazul frecvențelor de excitație multiple. Aceste fenomene de oscilație nu apar pentru un pas mai mare al vitezei de rotație.



Curba b). din figura 3.26 este obținută pornind de la curba a)., dar considerând un pas al vitezei de rotație de 50 rot/min în jurul valorilor experimentale.

#### 3.6.1. Analiza erorilor de transmisie dinamică

Curbele de evoluție a amplitudinii primei armonici de angrenare a treptei 3a, determinate pornind de la eroarea de transmisie dinamică calculată în centrele pinionului 3, pentru o excitație singulară figura 3.27.a) și pentru excitații multiple figura 3.27.b) sunt aproape identice. Vitezele critice sunt aceleași și abaterile de amplitudine provin datorită unei discretizări a vitezei ușor diferită între cele două cazuri.



Figura 3.27. Abaterile amplitudinii

Această concordanță bună a rezultatelor apare atunci când eroarea de transmisie dinamică este calculată în alte puncte.

Vitezele critice de pe aceste curbe corespund cu cele determinate la analiza amplitudinii semnalului temporal.

Considerând variațiile sinusoidale identice ale rigidității de angrenare a roților treptei a treia și a celor de pe arborele de ieșire, alegând amplitudinea primei armonici de angrenare ca parametru de analiză a erorilor de transmisie dinamică, reiese că rezultatele obținute sunt independente de numărul surselor de excitație prezentate în acest model. Aceasta înseamnă că evoluția în funcție de viteză a primei armonici de angrenare a angrenajului treptei a treia nu depinde decât de acest angrenaj și este independentă de excitațiile legate de alte roți dințate.

Pentru analiza primei armonici de angrenare a pinionului de ieșire rezultatele obținute plecând de la erorile de transmitere calculate în capătul arborelui primar și secundar, sau în centrele pinioanelor de ieșire, sunt diferite figura 3.28.

Amplitudinea primei armonici a angrenajului este mult mai înaltă când este determinată plecând de la eroarea de transmisie la capătul arborelui.



Figura 3.28. Analiza primei armonici de angrenare

Compararea rezultatelor obținute pentru prima armonică de angrenare pentru oricare treaptă, calculată pornind de la eroarea de transmisie dinamică la capătul arborelui, arată că amplitudinea primei armonici a angrenajului de ieșire este mai înaltă decât a angrenajului treptei a treia și că vitezele critice asociate fiecărui angrenaj sunt distincte.



Figura 3.29. Prima armonică de angrenare pentru oricare treaptă

Pentru prima armonică de angrenare a fiecărui angrenaj considerat, prima viteză critică care apare la 240 rot/min respectiv 500 rot/min, corespunde unei frecvențe de excitație apropiate de prima frecvență a sistemului.

### 3.6.2. Forțele transmise de rulment asupra carcasei.

Parametrii analizați sunt amplitudinea primei armonici a frecvenței de angrenare calculată în fiecare punct de discretizare a inelului exterior al rulmentului pornind de la funcția de transfer FT(f) între forțele radiale transmise de rulment carcasei și erorile de transmitere dinamică măsurate la capătul arborelui.

Pentru un nod al inelului exterior și o viteză de rotație  $\omega_l$  dată, vom avea:

$$FT_{\omega_{i}}(f) = \frac{\left| FFT\left(F_{r}^{\omega_{i}}(t)\right) \right|}{\left| FFT\left(ETD^{\omega_{i}}(t)\right) \right|}$$
(3.11)

unde:

-  $F_r^{\omega_r}(t)$  este forța radială transmisă de rulmentul cu role carcasei în perioada T de observare;

-  $ETD^{\omega_1}(t)$  este eroarea dinamică măsurată în capătul arborilor primar și secundar.

Pentru prima armonică de angrenare a angrenajului treptei a treia, rezultatele obținute când una sau două surse de excitație sunt introduse pentru acest model, sunt foarte apropiate, iar vitezele critice și amplitudinile corespunzătoare sunt identice.



Figura 3.31. Prima armonică de angrenare cu excitații diferite

În cazul unei excitații simultane, a angrenajului treptei a treia și de ieșire și de analiza funcțiilor de transfer a forțelor radiale și erorilor de transmisie dinamice amplitudinea armonicii treptei a treia este mult mai mare decât a celei de ieșire.





Figura 3.32. Amplitudinea armonicilor

Obiectivul acestui studiu este de a analiza rezultatele din punct de vedere experimental în scopul evaluării influenței unei excitații cunoscute asupra erorii de transmisie dinamică și a forțelor de transmise de rulment asupra carterului.

# 4. ANALIZA SEMNALELOR

### 4.1. SEMNALE DE ZGOMOT ȘI VIBRAȚIE

Evoluția în timp a zgomotului sau a semnalului vibrator presupune înregistrarea directă a variației unei presiuni acustice, o deplasare, o viteză sau o accelerație sinusoidală în timp, care permite o reprezentare a semnalului în domeniul timp.

Un aparat de măsură a vibrației sau zgomotului, va furniza deci, direct nivelul rădăcinii pătrate a evoluției în timp, măsurată pe o bandă de largă frecvență ce este definită de limitele aparatului.

Aceste niveluri directe ale rădăcinii pătrate a semnalelor vibratoare sau zgomotului reprezintă, în general, suma totală a mai multor unde simple de frecvență; în timp ce evoluțiile în timp pot fi sintetizate prin însumarea undelor simple de frecvență, folosind procedurile de analiză Fourier.

Este de preferat ca semnalul măsurat să fie convertit din domeniul timp în domeniul frecvență, astfel încât componentele de frecvență variabile să poată fi identificate prin analiza frecvenței sau analiza spectrală [73], [126], [146].

Așa cum orice semnal de zgomot sau vibrație poate fi generat prin însumarea undelor sinusoidale, reciproca este de asemenea adevărată prin aceea că semnalele pot fi descompuse în unde sinus, astfel încât să-i descrie frecvența.

Figura 4.1 este o ilustrare schematică elementară tridimensională a semnalului care e alcătuit din două unde sinusoidale; domeniul frecvență permite identificarea componentelor frecvență din semnalul global și amplitudinile lor individuale, iar domeniul timp permite identificarea undei globale și amplitudinea vârful i să .



Figura 4.1.Componentele de timp și frecvență

Contribuțiile individuale ale componentelor dintr-o mașină la vibrația mașinii și radiația zgomotului este în general foarte dificil de identificat în domeniul timp, mai ales dacă sunt implicate multe componente de frecvență.

Este cu mult mai ușor în domeniul frecvență, întrucât frecvențele vârfurilor majore pot fi ușor asociate cu parametrii ca: vârful frecvenței de rotație, frecvență de angrenare a dinților unei roți dințate, figura 4.2.



Figura 4.2. Componentele de frecvență la angrenare

Un defect dezvoltat într-o mașină va genera întotdeauna o creștere a vibrației la o frecvență asociată cu defectul. Oricum, defectul poate fi bine dezvoltat înainte ca el să afecteze nivelul global al vibrației (RMS), fie nivelul vârfului (Peak) în domeniul timp.

Analiza frecvenței unei vibrații ne va oferi o avertizare mult mai timpurie a defectului, cât timp este selectivă, și ne va permite să identificăm creșterea vibrației la frecvența asociată cu defectul conform figurii 4.3.



Figura 4.3. Nivelul vibrațiilor în funcție de defecte

#### 4.2. SEMNALE DETERMINISTICE ȘI ALEATOARE

Evoluțiile în timp ale semnalelor de zgomot și vibrație observate pot fi clasificate ca fiind fie deterministice fie aleatoare.

Semnalele deterministice pot fi exprimate prin relații matematice explicite și semnalele aleatoare trebuie exprimate în termeni de probabilitate și medii statistice.

Din punct de vedere practic, semnalele deterministice produc un spectru liniar discret de frecvență ilustrat în figura 4.4.


Când liniile spectrale arată o relație armonică, adică sunt multipli ai unor frecvențe fundamentale, semnalul deterministic este descris ca fiind periodic. Un exemplu tipic de semnal periodic este vibrația unui arbore de rotație.

Când nu există relație armonică între diferitele componente ale frecvenței, semnalul deterministic este descris ca fiind aproape periodic sau cvasiperiodic.

Este important de asemenea să notăm că mai potrivit ar fi să analizăm cantitatea totală de energie în tranziție, decât puterea medie (puterea este energia/unitatea de timp), care este un parametru mai fidel pentru semnale continue.

Deci, spectrul semnalelor tranzitive are legătură cu energia și sunt considerate ca și densități spectrale de energie. Spectrul semnalelor deterministe continue și a semnalelor aleatoare continue are legătură cu energia și sunt considerate de obicei ca și densități spectrale de putere.

Semnalele deterministice pot fi de asemenea tranzitive sau aperiodice.



Figura 4.5. Semnale tranzitorii și spectrul

Exemplele tipice includ pulsuri rectangulare, vârfuri de ton și jumătatea cosinusului pulsului, ilustrate în figura 4.5 cu spectrul lor corespunzător.

Semnalele de vibrație aleatoare sunt semnale continue și ele produc spectru continuu ca și în figura 4.6. Datorită naturii lor aleatoare, nu pot fi descrise prin relații matematice explicite și trebuie să fie analizate în termeni de parametrii statistici. Ei sunt valori medii-pătratice, variații, distribuții probabilistice, funcții de corelație și funcții spectru a densității puterii. Deoarece ele sunt funcții continue, spectrul asociat cu semnalele aleatoare este mai de grabă densitatea spectrală a puterii decât densitatea spectrală a energiei. Cele mai multe semnale aleatoare din domeniul ingineriei pot fi aproximate ca fiind staționare de exemplu: distribuțiile probabilistice sunt constante. Aceasta implică faptul că mecanismele ce produc semnale staționare sunt invariante în timp.



Figura 4.6. Spectrul continuu al semnalelor aleatoare

Chiar dacă semnalele aleatoare sunt nestaționare (ex: distribuțiile probabilistice și mecanismele ce produc semnale variabile în timp), ele pot fi în general descompuse în segmente mai mici cvasistaționare sau în segmente mai mici tranzitive.

Cele mai multe semnale industriale de zgomot și vibrație sunt deterministic staționare (sinusoidale, periodice sau aproape periodice), aleator staționare sau tranzitive.

# 4.3. TEHNICI DE ANALIZĂ A SEMNALELOR FUNDAMENTALE

Tehnicile de analiză a semnalelor pot fi clasificate în patru categorii fundamentale:

- analiza amplitudinii semnalului;
- analiza în domeniul timp a semnalelor individuale;
- analiza în domeniul frecvență a semnalelor individuale;
- analiza semnalului dual în domeniul timp sau în domeniul frecvență.

Analiza amplitudinii semnalului și analiza în domeniul timp oferă informații de bază despre semnal și de aceea necesită doar instrumente de analiză nesofisticate, pe când analizele din domeniul frecvenței și a semnalului dual oferă informații foarte detaliate despre semnal și de aceea necesită expertize de specialitate și instrumente de analiză destul de sofisticate. Tehnicile de analiză a semnalului care sunt folosite de obicei pentru a cuantifica un semnal măsurat experimental sunt totalizate în figura 4.7.



Figura 4.7. Analiza semnalului

## 4.4. ANALIZA AMPLITUDINII SEMNALULUI

Uneori doar amplitudinea totală a semnalului este de interes real. Cercetări și experiențe importante despre performanța unei anumite piese a unei mașini oferă adesea indicii pentru a permite stabilirea continuării sau nu la nivelele următoare.

Câteva exemple simple includ: nivelul admisibil dinamic total și viteza vibrației asociată unor puncte critice ale unei piese, a mașinii, nivelul admisibil de vârf a presiunii sunetului datorat unor procese de impact, sau nivelul admisibil al sunetului datorat unor surse de zgomot continue. În aceste circumstanțe, tot ce se cere sunt echipamente de analiză relativ simple pentru evaluarea amplitudinii totale a semnalelor. Este o practică obișnuită să monitorizăm continuu amplitudinea totală a semnalului de vibrație sau zgomot, iar analiză spectrală să o facem doar periodic.

Analiza amplitudinii semnalului implică deci monitorizarea și analiza parametrilor ca: nivelul mediu al semnalului, nivelul mediu pătrat al semnalului, nivelul de vârf și variațiile semnalului. Acești patru parametri oferă informații despre amplitudinea semnalului. Ocazional sunt necesare informații despre proprietăți statistice ale amplitudinii semnalului pentru a stabili frecvența relativă a apariției acestora. Este necesară cunoașterea probabilității funcțiilor de densitate (p(x)) și probabilitatea funcțiilor de distribuție P(x) ale semnalului.

Probabilitatea funcției de densitate p(x), reprezintă probabilitatea p(x)dx ca un semnal x(t) să se afle în domeniul x la x+dx. Cele două funcții sunt exprimate prin:

$$P(x) = \int_{-\infty}^{x} p(\alpha) d\alpha \le 1$$
(4.1)

unde:  $\alpha$  este o variabilă de integrare.

P(x)=1 când limita superioară de integrare x reprezintă amplitudinea maximă a semnalului; domeniul total în care probabilitatea funcției densitate trebuie să fie tot timpul unitară. Această relație este ilustrată în figura 4.8. Diferențiind ecuația 4.1. vom vedea că probabilitatea funcției densitate este panta probabilității funcției distribuție:



Figura 4.8. Relația dintre densitatea de probabilitate și distribuție

În principiu, fiecare fenomen fizic are propria sa probabilitate a funcției densitate. Din fericire procesele aleatoare staționare sunt în general de natură Gaussiană și deci au bine cunoscută probabilitatea Gaussiană a distribuției densității care este dată de:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma(2\pi)^{1/2}} \cdot e^{-(x-m_x)^2/2\cdot\sigma^2}$$
(4.3)

unde:

m<sub>x</sub> - valoarea medie a semnalului;

 $\sigma$  - deviația sa standard.

Celălalt tip de probabilitate a funcției densitate este cea a unei unde sinus. Probabilitatea distribuției densității sale este dată de:

$$p(x) = \frac{1}{\pi \left\{ \left( X^2 - x^2 \right) \right\}^{1/2}}$$
(4.4)

pentru -X < x < X.

Ambele probabilități ale distribuțiilor densității sunt prezentate în figura 4.9.

Este util să notăm că, doar valoarea medie și valoarea medie pătrată a semnalului aleator staționar este necesară pentru a calcula probalitatea distribuției densității sale.



Figura 4.9. Distribuția densității probabile

O altă aplicație foarte importantă a analizei amplitudinii semnalului este studierea distribuției valorilor vârfurilor sau extremelor evenimentelor discrete.

Destul de des, distribuțiile nu sunt Gaussiene și se poate observa o înclinare marcantă. Informația statistică despre înclinarea distribuției este deci necesară. Valoarea medie a distribuției este primul element statistic dat de ecuația:

$$E[x(t)] = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} x(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x) dx$$
(4.5.)

Valoarea medie pătratică este al doilea element statistic dat de ecuația:

$$E[x^{2}] = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} x^{2} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x^{2} p(x) dx$$
(4.6.)

Înclinarea distribuției este al treilea său element statistic. Convențional este dat într-o formă nondimensională de:

$$\frac{E[x^{3}]}{\sigma^{3}} = \frac{1}{\sigma^{3}} \int_{-\infty}^{\infty} x^{3} p(x) dx = \frac{1}{\sigma^{3} \cdot T} \int_{0}^{T} x^{3} dt$$
(4.7)

sau:

$$\frac{E[x^3]}{\sigma^3} = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{\sigma^3 N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i^3 d(t)$$
(4.8)

Înclinarea este o măsură a simetriei probabilității funcției densitate [125]. O funcție care este simetrică față de mijloc, are o înclinare 0, înclinarea pozitivă fiind la stânga și cea negativă la dreapta. Pentru analiza distribuțiilor înclinate sunt disponibile diferite tipuri de funcții de distribuție probabilistice. Acestea includ: distribuții log-normal, distribuții echi-pătrate, distribuții student, distribuții Maxwell, distribuții Weibull și distribuții Gumble.

Distribuțiile Weibull a vârfurilor și relația logaritmică Gumble sunt două proceduri convenabile pentru estimarea probabilității depășirii (sau nedepășirii) unui anumit nivel, a unui eveniment definit nongaussian, a cărui distribuției probabilistică este înclinată semnificativ. Ele sunt folositoare în special pentru analiza statistică a multor rezultate experimentale separate și pentru corelarea fostelor rezultate cu cele care vor urma. Procedurile sunt cunoscute și ca analiza valorii extreme.

Newland [125], a oferit discuții amănunțite despre diferite aspecte ale subiectului. Fhay [74], a utilizat recent relațiile logaritmice Gumble pentru a estima probabilitatea nedepășirii raportului specific al vitezei la efort, la învelișurile cilindrice comprimate sau necomprimate, pentru a corela nivelurile stress/efort cu vibrațiile peretelui țevii, pentru aplicațiile de analiză statistică a energiei. Relațiile logaritmice Gumble au mai fost folosite pentru a prezice nivelurile de vârf ale presiunii sunetului.

## 4.5. ANALIZA ÎN DOMENIUL TIMP

Semnalele individuale pot fi analizate în domeniul timp, fie studiind înregistrările în timp, fie generând funcțiile lor de autocorelare. Funcțiile de autocorelare oferă o măsură a gradului de corelare a semnalelor cu ele însele ca o funcție a dispersiei în timp.

Semnalele pot fi observate în domeniul timp pe un osciloscop și aceasta este o cale utilă de a analiza forma evoluției în timp și de identificare a vârfurilor semnalului. Este o practică inginerească să monitorizăm evoluția în timp a semnalelor înregistrate înainte de a efectua o analiză a frecvenței, astfel încât să obținem o viziune de ansamblu a calității semnalelor, să observăm nivelurile semnalului și să detectăm orice particularități. Dacă semnalul este obținut digital, medierea înregistrării în timp este un mijloc util de extragere a semnalelor dintr-un zgomot aleator la o frecvență apropiată. Medierea implică obținerea câtorva înregistrări independente în timp pentru a obține o medie aritmetică.

După o perioadă de timp suficient de lungă, mediile zgomotului aleator tind spre o valoare de mijloc zero și dacă este prezent un impuls, el va fi detectat. Medierea înregistrărilor în timp este folosită pentru a extrage pulsurile sonore ascunse în zgomotele aleatoare ale mașinii. Raportul semnal/zgomot pentru medierea înregistrării în timp este dat de:

## $S/n(dB) = 10 \cdot log_{10}n$

unde *n* este numărul înregistrărilor în timp ce sunt mediate.

După cum crește n, raportul semnal zgomot (S/n) se îmbunătățește.

Funcțiile de autocorelare pentru câteva semnale deterministe și aleatoare tipice sunt ilustrate în figura 4.10.

Funcțiile de autocorelare definite mai devreme au următoarele proprietăți:

- pentru funcții periodice  $R_{xx}(\tau)$  este periodic;
- pentru funcții aleatoare  $R_{xx}(\tau)$  scade spre 0 pentru  $\tau$  mari;
- $R_{xx}(\tau)$  ajunge în vârf la întârzieri de timp 0;
- Valoarea lui  $R_{xx}(\tau)$  pentru  $\tau > 0$  este valoarea medie pătratică.

Ele pot fi folosite pentru a identifica pulsuri în semnale și întârzierile asociate lor și pentru a detecta orice componentă sinusoidală care poate fi inclusă într-un semnal de vibrație sau zgomot aleator.



Semnal sinus



Semnal cu zgomote aleatoare pentru o banda de frecventa inalta



Semnal cu zgomote aleatoare pentru o banda de frecventa vida



Semnal cu zgomote aletoare pentru un semnal sinusoidal Figura 4.10. Funcțiile de autocorelare

Este important că funcțiile de autocorelare nu oferă nici o informație de fază despre un semnal de timp. Uneori funcțiile de autocorelare sunt definite în funcție de covariantele lor [147]:

$$R_{xx}(\tau) = e[x(t)x(t+\tau)]$$
(4.8)

Covarianta  $C_{xx}(\tau)$  este definită ca:

$$_{xx}(\tau) = E[x(t)x(t+\tau)] - m_x^2$$
(4.9)

unde  $m_x$  este valoarea de medie a semnalului deci:

$$R_{xx}(\tau) = C_{xx}(\tau) + m_x^2$$
(4.10)

Când  $\tau=0$ ,

$$C_{xx}(0) = [x^{2}(t)] - m_{x}^{2} = \sigma_{x}^{2}$$
(4.9)

și deci coeficientul de corelație:

С

$$\rho_{xx}(\tau) = \frac{R_{xx}(\tau) - m_x^2}{\sigma_x^2}$$
(4.11)

este pur și simplu o covarianță normalizată.

Valoarea 1 implică o corelație maximă și valoarea 0 nu implică nici o corelație (valoarea 1 implică faptul că semnalul este defazat cu 180° față de el însuși). Analiza în domeniul timp a semnalelor duale include funcții de intercorelație și funcții răspuns impuls.

# 4.6. ANALIZA ÎN DOMENIUL FRECVENȚĂ

În principiu, analiza în domeniul frecvență a semnalelor continue necesită o conversie a evoluției în timp a semnalului, într-o funcție densitate autospectrală cu ajutorul unei transformări Fourier a funcției de autocorelare. În practică, sunt utilizate tehnicile de transformare rapidă Fourier digitală (FFT), înainte ca echipamentele de procesare a semnalului digital să fie disponibile.



Funcțiile de densitate autospectrală sunt funcții cu valori reale și este important de notat că aria unui autospectru reprezintă valoarea medie pătratică a unui semnal (ex: accelerația, viteza, deplasarea, fluctuația presiunii). De asemenea, deoarece este o funcție cu valori reale, un autospectru nu conține nici o informație despre faza semnalului. Autospectrul este de obicei folosit în analiza zgomotului și vibrației și exemple tipice pentru semnale deterministice și aleatoare sunt ilustrate în figura 4.11.

Spectrul semnalelor continue este privit ca densități spectrale de putere, deoarece ele au componente de putere și pentru că spectrul semnalelor tranzitive este privit ca densități spectrale de energie deoarece ele au componente de energie.

Este mai relevant să analizăm energia totală într-un semnal tranzitiv, decât puterea sau media energiei pe unitatea de timp. Deci, pentru un semnal tranzitiv de durată *T*, densitatea spectrală de energie  $G_{xx}(\omega)$  este dată de: $G_{xx}(\omega)=T \cdot G_{xx}(\omega)$ , unde  $G_{xx}(\omega)$  este densitatea spectrală de putere. Singura diferență între densitatea spectrală de putere și densitatea spectrală de energie este factorul *T*. Ca și în cazul densității spectrale de putere pot fi folosite atât densitatea spectrală de energie dublă-față ( $S_{xx}(\omega)$ ) și simplă-față ( $G_{xx}(\omega)$ ).

În ultimii ani au apărut noi tehnici puternice de analiză spectrală. Puterea cepstrum  $P_{pxx}(\tau)$  este o funcție cu valori reale și este inversa transformatei Fourier a logaritmului spectrului puterii unui semnal:

$$C_{pxx}(\tau) = F^{-1} \{ \log_{10} G_{xx}(\varpi) \},$$
(4.12)

unde  $F^{1}$ {}reprezintă inversa transformatei Fourier a termenului din paranteză, iar F{} reprezintă transformata Fourier directă. Variabila independentă  $\tau$  are dimensiunile timpului (este similară cu variabila întârziere în timp a funcției de autocorelare) și este exprimată în literatură ca quefrency.

Avantajul pe care puterea cepstrum o are față de funcția de autocorelare este că efectele de multiplicare în puterea cepstrum devin aditive în spectrul logaritmic de putere, deci puterea cepstrum permite separația efectelor sursei, de calea de transmisie sau efectele funcției de transfer. Uneori cepstrumul de putere este definit ca pătratul modulului transformatei Fourier directe a logaritmului din spectrul de putere a semnalului, în loc de inversa transformatei Fourier.

$$C_{pxx}(\tau) = \left| F \left\{ \log_{10} G_{xx}(\varpi) \right\} \right|^2, \tag{4.13}$$

Se poate arăta că ambele definiții sunt consecvente una față de cealaltă după cum distribuția spectrală a frecvenței rămâne aceeași singura diferență fiind factorul de scalare.

Randall [143], [144], argumentează că ultima definiție este mai convenabilă deoarece este mai eficient să folosim transformatele Fourier directe.

Cepstrumul de putere are câteva aplicații în zgomote și vibrații. El poate fi folosit pentru a identifica orice structură periodică în spectrul de putere. Este ideal pentru detectarea defectelor periodice cum ar fi detectarea modelelor armonice în spectrul vibrației mașinii, detectarea și separarea familiilor de benzi laterale diferite dintr-un spectru (ex. cutie de viteze). Cepstrumul de putere este folosit de asemenea pentru detectarea ecoului și a îndepărtării pentru analiza vorbirii și pentru măsurarea proprietăților suprafețelor reflectorizante.

Analiza cepstrumului de putere este de obicei folosită ca instrument complementar în analiza spectrală. Ea ajută la identificarea noțiunilor care nu pot fi identificate prin analiza spectrală. Principala sa limitare constă în reducerea informației despre conținutul spectral total al semnalului, conținut spectral care poate avea informații folositoare. Este recomandabil ca analiza cepstrum să fie folosită întotdeauna împreună cu analiza spectrală. Figura 4.10, ilustrează diagnosticul potențial al analizei cepstrum de putere pentru semnalul vibrației unei cutii de viteze. Densitatea spectrală de putere a semnalului vibrației unei cutii de viteze nu permite detectarea nici unei structuri periodice în vibrație, în timp ce cepstrumul de putere identifică clar prezența a două familii de benzi laterale armonice, cu intervale de 85Hz și 50Hz corespunzătoare vitezelor de rotație a celor două roți (notăm că armonicele sunt referite în cepstrum ca și rahmonics).

Un alt tip de cepstrum care este folosit uneori în analiza semnalului este cepstrumul complex. El este definit ca și transformata Fourier inversă a logaritmului din transformata Fourier directă a semnalului timp:

$$C_{ax}(\tau) = F^{-1} \{ \log_{10} F\{x(t)\} \},$$
(4.14)

unde:

$$G_{xx} = \frac{2|F\{x(t)^2|}{T}$$
(4.15)

și T este lungimea înregistrării finite.

Ecuația 4.15, este echivalentă analizei semnalului digital din relația de transformare integrală pentru semnale continue.

În ciuda numelui său cepstrumul complex este o funcție cu valori reale, deoarece  $F{x(t)}$  este chiar conjugata.





Figura 4.11. Analiza cepstrum a vibrațiilor cutiei de viteze

Ea conține informații despre faza semnalului. Deoarece informația de fază este redusă, se poate obține întotdeauna un cepstrum complex, ignorând orice componente quefrency nedorite ale spectrului, și apoi să revenim din domeniul quefrency în domeniul timp, deci reproducând semnalul inițial fără efectele nedorite.

Această procedură este folosită în îndepărtarea ecoului și în analiza semnalelor seismice prin separarea pulsului undei seismice din impulsul de răspuns al pământului din poziția de măsurare.

#### 4.7. ANALIZA SEMNALULUI DUAL

Tehnicile de analiză a semnalului dual sunt disponibile atât în domeniul timp cât și frecvență. Ele implică relații între două semnale de intrare într-un sistem, sau două semnale de ieșire dintr-un sistem sau un semnal de intrare și ieșire. Cele două, cel mai des utilizate relații în domeniul timp sunt funcția de intercorelație și funcția răspuns impuls. În domeniul frecvenței sunt folosite de obicei trei relații în analiza spectrală. Ele sunt funcția densitate interspectrală, funcția de răspuns în frecvență (uneori referită ca o funcție transfer) și funcția de coerență. Funcția de intercorelație este dată de relația:

$$R_{xy}(\tau) = E[x(t)y(t+\tau)] = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{0}^{T} x(t)y(t+\tau)dt$$
(4.16)

Ea este similară cu funcția de autocorelare cu excepția faptului că oferă o indicație a similarității între două semnale diferite ca și o funcție a variației timpului  $\tau$ . Spre deosebire de funcțiile de autocorelare, funcțiile de intercorelație nu sunt simetrice față de origine conform figurii 4.12.a.,b.



Figura 4.12.a. Autocorelare



Figura 4.12.b. Intercorelație

După cum am menționat, intercorelațiile sunt folosite pentru a detecta: întârzierile de timp dintre două semnale diferite, întârzierile căilor de transmisie în încăperile acustice, analiza zgomotului aeropurtat, identificarea surselor de zgomot, aplicații radar și sonore.

Dacă un semnal transmis, cum ar fi o undă sinus de frecvență cercetată (de la o sursă dată), a fost primit la o altă locație după o întârziere de timp  $\tau$  și dacă semnalul primit conține unda sinus cercetată, plus zgomot exterior (fără legătură), o intercorelație între cele două semnale va produce, un semnal a cărui întârziere în timp corespunde întârzierii transmisiei.

Dându-se viteza sunetului în mediu, funcția de intercorelație permite o estimare a distanței dintre sursă și receptor.

Funcția de intercorelație poate fi de asemenea folosită pentru a stabili căi de transmisie diferite pentru semnalele de zgomot și vibrație. Prin intercorelația dintre o sursă unică și o singură poziție de recepție, prima poate fi ușor identificată și stabili căile de transmitere diferite. Această aplicație importantă a funcției de intercorelație e ilustrată în figura 4.13.



Figura 4.13. Identificarea căilor de transmisie prin intercorelație

Procedura poate fi extinsă la sisteme unde sunt mai multe surse independente, fiecare cu calea sa proprie de transmisie. Acest lucru e ilustrat în figura 4.14.

Este important să recunoaștem că funcția de intercorelație oferă doar informație despre contribuția totală a unei căi sau surse particulare la ieșire.



Figura 4.14. Identificarea căilor de transmisie pentru surse multiple

Funcția de coerență, care va fi discutată pe scurt, oferă informație despre corelația dintre componentele de frecvență individuale.

Funcția răspuns impuls este o altă relație în domeniul timp a semnalului dual. Ea este reprezentarea în domeniul timp a funcției răspuns frecvență a sistemului (ex. ea este legată de funcția răspuns frecvență a sistemului, prin intermediul transformatei Fourier).

Ca și intercorelația, ea poate fi folosită pentru a identifica vârfurile asociate cu diferite căi de propagare. Uneori, când un semnal este dispersat (ex. viteza sa de propagare variază cu frecvența), funcția de intercorelație tinde să fie lipsită de definiția funcției răspuns impuls.

În aceste cazuri, funcția răspuns impuls este mult mai folositoare. Funcțiile răspuns impuls sunt folosite de asemenea pentru a măsura coeficienții de absorbție acustică, pentru a caracteriza filtrele electronice și pentru a determina căile de transmisie a zgomotului.

O altă aplicație particulară des utilizată a funcției răspuns impuls este identificarea modurilor structurale de vibrație prin intermediul transformatei Fourier.

Modurile structurale de vibrație a unei structuri complexe sau mașini pot fi stabilite oferind sistemului o intrare de tip impuls (cu un ciocan care conține un traductor de forță calibrat), și monitorizând răspunsul de ieșire tranzitiv.

Funcția răspuns frecvență a sistemului este obținută ulterior prin transformata Fourier a funcției răspuns impuls a sistemului.

Relația pentru determinarea semnalului de ieșire este dată de:

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) \tag{4.17}$$

unde:

 $X(\omega)$  - transformata Fourier a mărimii de intrare;

 $H(\omega)$  - funcția de răspuns în frecvență a sistemelor liniare.

Transformata Fourier a mărimii de intrare este:

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{2\pi}$$
(4.18)

iar a mărimii de ieșire:

$$Y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt$$
(4.19)

Prin înlocuirea relațiilor 4.18. și 4.19. în relația 4.17. vom obține:

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt$$
(4.20)

unde  $H(\omega)$  este transformata Fourier a funcției de răspuns în frecvență h(t), mai puțin factorul  $\frac{1}{2\pi}$ . Aplicând inversa transformatei Fourier obținem:

$$H(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(t) e^{-i\omega t} dt$$
(4.21)

Această procedură de testare a impulsului este ilustrată schematic în figura 4.15. Avantajele sale principale sunt acelea că nu sunt necesare accesorii pentru structura de test, munca poate fi îndeplinită, echipamentul este relativ ușor de folosit, și testele pot fi efectuate rapid.



Figura 4.15. Model structural pentru testarea impactului

Principalul dezavantaj este acela că, întrucât există o mică intrare de energie în sistem, răspunsul frecvență la semnalul de intrare este limitat la aproximativ 6000Hz (ex. testarea impactului nu este potrivită pentru identificarea modurilor structurale de înaltă frecvență).

Densitatea interspectrală este o funcție complexă și este transformata Fourier a funcției de intercorelație. Ea este o măsură a puterii mutuale dintre două semnale și conține atât informația magnitudine cât și fază. Ea este foarte folositoare pentru identificarea semnalelor majore care sunt comune atât intrării cât și ieșirii unui sistem. Mai este de asemenea folosită pentru a analiza diferențele de fază dintre două semnale. Modificările fazei ne ajută de asemenea să identificăm modurile structurale care sunt foarte apropiate în domeniul frecvență Nu este întotdeauna ușor să identificăm modurile structurale apropiate în spațiu din spectrul frecvenței. Aceasta este ilustrată în figura 4.16.

Densitatea interspectrală sugerează prezența a două sau trei moduri structurale; informația nu este foarte clară, oricum, datorită zgomotelor străine din sistemul de măsură.



Figura 4.16. Densitatea interspectrală a sistemelor liniare

Informația de fază corespunzătoare oferă o imagine mult mai clară; prezența a două moduri este identificată ușor prin schimbarea fazei la ~1000Hz.

Densitățile interspectrale pot fi folosite de asemenea pentru a măsura puterea. Puterea este produsul dintre fază și viteză.

$$\langle P \rangle = E[F(t)v(t)]$$

acum putem scrie:

$$E[F(t)v(t+\tau)] = R_{Fv}(\tau) = \int_{0}^{\infty} G_{Fv}(\varpi) e^{i\sigma\tau} d\,\varpi$$
(4.22)

şi:

$$\int_{0}^{\infty} G_{Fv}(\varpi) e^{i\varpi t} d\varpi = \int_{0}^{\infty} G_{Fv}(\varpi) \cos \varpi \tau d\varpi + i \int_{0}^{\infty} G_{Fv}(\varpi) \sin \varpi \tau d\varpi$$
(4.23)

Deci:

$$\langle P \rangle = R_{F_V}(\tau = 0) = \int^{\infty} G_{F_V}(\varpi) \tau d\varpi$$
 (4.24)

Puterea totală de intrare într-o structură, sau puterea de ieșire dintr-un sistem poate, deci, fi obținută prin integrarea densității interspectrale a forței și vitezei.

Integrarea din partea reală a densității interspectrale reprezintă deci pierderea de putere departe de sursă; componenta imaginară reprezintă puterea reactivă în vecinătatea sursei.

Tehnicile de analiză a pierderii de putere sunt folosite pentru a măsura factorii pierduți structurali și alți parametri ceruți de analiza statistică a energiei.

Funcțiile răspuns frecvență (uneori sunt definite ca funcții de transfer) joacă un rol foarte important în analiza semnalelor de zgomot și vibrație – ele descriu relațiile dintre intrările și ieșirile unui sistem liniar. Avem la dispoziție o varietate de funcții răspuns frecvență.

Ele includ rapoartele:

- Deplasare / forță receptanță;
- Forța /deplasare rigiditate dinamică;
- Viteza / forță mobilitate;
- Forța /viteză impedanță;
- Accelerație /forță inertanță;
- Forței /accelerație masa aparatului.

Pentru sistemele cu o singură intrare, și o singură ieșire, ca și cele din figura 4.16, funcția răspuns frecvență este definită ca raportul dintre transformata Fourier directă a ieșirii,  $F\{y(t)\}$ , și transformata Fourier directă a intrării,  $F\{x(t)\}$ .

$$H(\varpi) = \frac{F\{y(t)\}}{F\{x(t)\}}$$
(4.25)

deci:

$$\left|H(\varpi)\right|^{2} = \frac{F\{y(t)\}F^{*}\{y(t)\}}{F\{x(t)\}F^{*}\{x(t)\}} = \frac{G_{yy}(\varpi)}{G_{xx}(\varpi)}$$
(4.26)

unde:

 $F^*{y(t)}$  - conjugata complexă a lui  $F{y(t)}$ ;  $G_{yy}(\omega)$  - densitatea autospectrală a semnalului de ieșire;  $G_{\rm vv}(\omega)$  - densitatea autospectrală a semnalului de intrare.

Factorul 2/T este omis deoarece el este comun atât la numitor cât și la numărător.

Efectele măsurătorii zgomotului pot fi reduse prin utilizarea relațiilor funcției răspuns frecvență astfel încât  $H(\omega)$  să fie obținut din densitatea interspectrală.

În acest stadiu, este suficient să notăm că transformata Fourier directă poate fi re aranjată astfel încât:

$$H(\varpi)^{2} = \frac{F\{y(t)\}F^{*}\{x(t)\}}{F\{x(t)\}F^{*}\{x(t)\}} = \frac{G_{xy}(\varpi)}{G_{xx}(\varpi)}$$
(4.27)

Funcțiile răspuns frecvență sunt folosite într-o varietate de aplicații. Acestea includ analiza modală a structurilor, estimarea amortizării structural, răspunsul vibrațional al unei structuri față de o excitație de intrare și analiza transmisiei undei (ex. reflexia, transmisia, absorbția, etc.)

Deoarece ele sunt funcții complexe, conțin informație și despre amplitudine și fază. Un exemplu tipic de funcție răspuns frecvență a unui sistem liniar cu două frecvențe naturale este ilustrat în figura 4.17. Sistemul este identic cu cel folosit în figura 4.15. pentru densitatea interspectrală.



Figura 4.17. Funcția de răspuns în frecvență a sistemelor liniare

În primul, rând să notăm că funcția răspuns frecvență oferă o imagine mult mai clară a răspunsului modal al sistemului, deci cele două moduri rezonante sunt identificate ușor atât din informația magnitudine cât și din informația fază.

Funcția răspuns impuls a unui sistem este transformata Fourier inversă a funcției răspuns frecvență. Funcția răspuns impuls pentru un singur mod rezonant este ilustrată în figura 4.18 și ea a fost obținută prin transformarea Fourier inversă a funcției răspuns frecvență.



Figura 4.18. Răspunsul în impuls și frecvență a sistemelor liniare

Funcția de coerență,  $\gamma_{xy}^2(\omega)$ , măsoară gradul de corecție dintre semnalele în domeniul frecvență.

Ea este definită ca:

$$\gamma_{xy}^{2}(\omega) = \frac{\left|G_{xy}(\omega)\right|^{2}}{G_{xx}(\omega)G_{yy}(\omega)}$$
(4.28)

Funcția de coerență este astfel încât  $0 < \gamma_{xy}^2(\omega) < 1$ , și ea oferă o estimare a proporției în care ieșirea este datorată intrării.

Pentru un sistem ideal cu o singură intrare și o singură ieșire, fără zgomote străine la intrare sau ieșire:

$$\gamma_{xy}^{2}(\omega) = \frac{\left|H(\omega)G_{xx}(\omega)\right|^{2}}{G_{xx}(\omega)\left|H(\omega)\right|G_{xx}(\omega)} = 1$$
(4.29)

În general,  $\gamma_{xy}^2(\omega) \le 1$ , deoarece:

- în măsurători zgomotele străine sunt prezente

- în estimările spectrale sunt prezente erori de rezoluție

- legătura sistemului x(t) la y(t) este nonlineară.

ieșirea y(t) este datorată intrărilor adiționale în plus x(t)

Ca un exemplu, considerăm un sistem cu zgomote străine, n(t), la ieșire, cum am ilustrat în figura 3.19.

Aici, y(t) = v(t) + n(t)

şi:

$$G_{yy}(\omega) = G_{vv}(\omega) + G_{nn}(\omega)$$
(4.30)

De asemenea,  $G_{xy}(\omega)=G_{xv}(\omega)$  cât timp zgomotul străin se poate presupune că este necorelat cu semnalul de intrare(ex. $R_{xn}(\tau)=0$  și  $G_{xn}(\omega)=0$ ).

Acum:

$$G_{vv}(\omega) = |H(\omega)|^2 G_{xx}(\omega)$$
(4.31)

dar

$$\left|H(\omega)\right|^{2} = \left|G_{xy}(\omega)/G_{xx}(\omega)\right|^{2} = \left|G_{xy}(\omega)/G_{xx}(\omega)\right|^{2}$$
(4.32)

și deci

$$G_{yy}(\omega) = \left| G_{xy}(\omega) / G_{xx}(\omega) \right|^2 G_{xx}(\omega) = \gamma_{xy}^2(\omega) G_{yy}(\omega)$$

(4.33)

Deci,

$$\gamma_{xy}^{2}(\omega) = \frac{1}{1 + \{G_{nn}(\omega) / G_{yy}(\omega)\}}$$
(4.34)

Ecuația 4.33 reprezintă spectrul de putere de ieșire coerentă – (ex. densitate spectrală de ieșire care este asociată cu intrarea).

Astfel,  $G_{yy}(\omega)$ {1- $\gamma^2_{xy}(\omega)$ } este acea parte a densității spectrale de ieșire care este datorată zgomotului străin.

Ecuația 4.34, ilustrează că, coerența este partea fracționară a densității spectrale de ieșire care este datorată intrării liniare.

Raportul semnal la zgomot este evaluat ușor din funcția de coerență. El este:

$$S/n = \frac{G_{vv}(\omega)}{G_{nn}(\omega)} = \frac{\gamma_{xy}^2(\omega)}{1 - \gamma_{xy}^2(\omega)}$$
(4.35)



În figurile 4.19 și 4.20, sunt prezentate exemple de funcții răspuns frecvență asociate unor coerențe bune și reale. Ambele figuri se referă la același sistem liniar ce a fost folosit mai devreme la ilustrarea funcției de densitate interspectrală, a funcției răspuns frecvență și a funcției răspuns impuls.

Coerența bună din figura 4.19, sugerează că zgomotul străin a fost eliminat, că ieșirea este complet datorată intrării, și că funcția răspuns frecvență este întradevăr reprezentativă pentru răspunsul sistemului la semnalul de intrare.



Figura 4.20. Coerență săracă

Figura 4.20, este rezultatul raportului dintre semnalul sărac și zgomot (n=2) și insuficient mediat – coerența săracă sugerează că funcția răspuns frecvență nu este definită clar, cât timp ieșirea este în funcție atât de intrare cât și de câteva zgomote străine.

Tehnicile de analiză a semnalului de zgomot și vibrație au câteva aplicații:

- ca instrument de diagnosticare;
- pentru identificarea căii de transmisie;
- pentru studiul caracteristicilor răspunsului sistemului;
- pentru identificarea sursei zgomotului.

## 4.8. ANALIZA SEMNALULUI ANALOG

Înainte ca echipamentele de analiză a semnalului digital să fie disponibile, analiza frecvenței se realiza folosind filtre analogice de bandă îngustă cu funcții răspuns de unitate de frecvență.

Caracteristicile unui filtru analogic tipic, de bandă îngustă sunt ilustrate în figura 4.21.

Analizele semnalului analogic sunt foarte des utilizate în practică. Un semnal tipic x(t) este alimentat într-un filtru variabil de bandă îngustă de frecvență (frecvența centrală  $\omega$  și dimensiunea bandei  $\Delta \omega$ ). Ieșirea filtrului este apoi alimentată într-un dispozitiv de ridicare la pătrat, un dispozitiv de calculare a mediei, și în final împărțit cu dimensiunea bandei



Figura 4.21. Caracteristicile tipice filtrării analogice

Procedura, ilustrată în figura 4.22, oferă o estimare a funcției densitate autospectrală.



Figura 4.22. Metodă de filtrare analogică

Deci:

$$G_{xx}(\omega) \approx \frac{1}{T\Delta\omega} \int_0^T x^2(\omega, \Delta\omega, t) dt, \qquad (4.36)$$

unde  $x(\omega, \Delta \omega, t)$  este semnalul timp filtrat.

Trebuie notat faptul că amplitudinea funcției frecvență răspuns a filtrului se presupune că este unitară în ecuația anterioară. Dacă nu ar fi unitară, ar avea o valoare arbitrară  $|H(\omega)|$ , atunci:

$$G_{xx}(\omega) = \frac{1}{T\Delta\omega|H(\omega)|^2} \int_0^T x^2(\omega, \Delta\omega, t)dt, \qquad (4.37)$$

cât timp:

$$E[y^{2}] = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} x^{2}(\omega, \Delta\omega, t) dt = \int_{0}^{\infty} |H(\omega)|^{2} G_{xx}(\omega) d\omega \approx |H(\omega)|^{2} \Delta\omega G_{xx}(\omega)$$
(4.38)

O estimare exactă a lui  $G_{xx}(\omega)$  este dependentă de:

- îngustarea filtrului
- caracteristicile de intrare și ieșire
- timpul de mediere T
- amplitudinea oricărei faze schimbate între intrare și ieșire.

Intuitiv, se poate aștepta o acuratețe mai bună cu timp de mediere mai mare – în practică, medierea analogică este obținută folosind un filtru netezit RC trecejos cu un anumit timp constant.

De asemenea cu cât îngustăm dimensiunea bandei,  $\Delta \omega$ , cu atât este mai exactă rezoluția frecvenței.

Filtrele analogice sunt disponibile pentru bande de frecvență înguste, bande octavă și bande o treime de octavă.

#### 4.9. ANALIZA SEMNALULUI DIGITAL

Cu disponibilitatea ușoară a convertoarelor analogico-digitale (convertoare A/D), funcțiile de densitate spectrală pot fi obținute cu ajutorul transformării Fourier a unei reprezentări serie a timpului discret a semnalului timp original, fie direct, fie cu ajutorul funcției de autocorelare. Acest lucru important este ilustrat schematic în figura 4.23.



Figura 4.23. Analiza semnalului digital

Medierea (calcularea mediei aritmetice) pentru fiabilitatea statistică este obținută, în domeniul frecvență, pentru procedura de transformare directă și în domeniul timp, când folosim procedura de transformare de autocorelare Fourier.

Procedura de transformare directă este de obicei referită în literatură ca și transformata Fourier directă (DFT) și este executată pe o serie finită și discretă de valori alese. Seria timp discretă este generată printr-o alegere a unei lungimi finite a semnalului timp analogic peste o serie de intervale de timp egal distanțate. Această procedură este ilustrată în figura 4.24.



Figura 4.24. Conversia analog-digitală a semnalelor continui

Secvența transformării Fourier directă a semnalului în domeniul frecvență a fost îmbunătățită semnificativ prin introducerea algoritmului transformatei Fast Fourier (FFT). Acest algoritm (FFT) este larg folosit de ambele analizoare spectrale disponibile comercial și de sistemele de analiză a semnalelor de bază calculate.

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt,$$
  
si  

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$
(4.39)

Deoarece teoria clasică Fourier este valabilă doar pentru funcțiile care sunt absolut integrabile care descresc spre zero, transformata  $X(\omega)$  va exista doar pentru un semnal aleator, care este limitat de un interval finit de timp. Așa că, este introdus conceptul de transformată Fourier finită  $X(\omega, T)$ .

Transformata Fourier finită a unui semnal de timp x(t), este dată de:

$$F\{x(t)\} = X(\omega, T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^T x(t) e^{-i\omega t} dt$$
(4.40)

și este limitată la intervalul de timp (0,T).

Cum am notat mai devreme, F{} reprezintă transformata Fourier directă, și F{} reprezintă transformata Fourier inversă.

Pentru un semnal staționar aleator, densitatea spectrală unilaterală  $G_{xx}(\omega)$  este dată de:

$$G_{xx}(\omega) = \lim_{T \to \infty} \frac{2}{T} E[X^*(\omega, t)X(\omega, t)]$$
(4.41)

Se poate arăta că această ecuație este identică cu funcția densității spectrale definite în limitele funcției de auto-corelație.  $G_{xx}(\omega)$  poate fi astfel estimată de:

$$G_{xx}(\omega) = \frac{2|F\{x(t)\}|^2}{T} = \frac{2|x(\omega,T)|^2}{T}$$
(4.42)

De asemenea, termenii inter-spectrali, cum ar fi  $G_{xy}(\omega)$ , etc. pot fi definiți de asemenea în limitele transformatelor Fourier.

Este important să notăm că funcția de densitate spectrală  $G_{xy}(\omega)$  este definită de X+Y și nu de XZ<sup>\*</sup>.

Conceptul de dezvoltare în serie Fourier pentru un semnal periodic armonic, poate fi extins la o serie discretă în timp a unui semnal timp aleator (fig.4.25). Spectrul frecvenței este astfel aproximat de o serie de linii de frecvență (armonice) egal distanțate (ex. în procedurile de analiză a semnalului digital, transformata Fourier,  $X(\omega,T)$ , este obținută din seria discretă în timp a semnalului timp).

Dezvoltarea seriei Fourier pentru un semnal periodic armonic poate fi exprimată și în formă exponențială astfel:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{i\omega_n t}$$
(4.43)

unde,  $X_0=a_0/2$  și

$$X_n = \frac{1}{2}(a_n - ib_n) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-i\omega_n t} dt \qquad pentru \quad n = \pm 1, 2, etc. \quad (4.44)$$

Valorile  $X_n$  sunt acum coeficienții Fourier a semnalului timp.

Ecuația 5.34 și 5.37 demonstrează că la frecvențe discrete  $f_n = \omega_n/2\pi = n/T$ ,

$$X(\omega_n - T) = \frac{TX_n}{2\pi} \tag{4.45}$$

astfel,

$$X_{n} = \frac{2\pi}{T} X(\omega_{n}, T) = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} x(t) e^{-i\omega_{n}t} dt$$
(4.46)

și coeficienții Fourier pot fi aproximați de o însumare bazată pe seria discretă în timp  $X_k(t)$  (cu k=0,1,...,N-1) a lui x(t).

Deci

$$x_{n} = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{N-1} X_{k} e^{-i2\pi n k \Delta} \Delta$$
 (4.47)

unde  $t=k\Delta$ ;

Cât timp 
$$T=N\Delta$$
 și  $f_n=n/T=n/N\Delta$ ,  

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{-i2\pi nk/N}$$
(4.48)

pentru n=0,...,N-1.

Aceasta este transformarea Fourier discretă în N puncte pentru seria în timp  $X_k(t)$ , pentru k=0,...,N-1.

Transformarea Fourier discretă (DFT) inversă este dată de

$$x_k = \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{i2\pi nk/N}$$
(4.49)

Algoritmul DFT este de bază în analiza semnalului digital – multiplicarea complexă  $N^2$  este necesară pentru a stabili transformata într-un singur punct N. Calcularea mediei aritmetice este necesară pentru M semnale timp, apoi este necesară calcularea lui  $MN^2$ .

Algoritmul transformării rapide Fourier reduce semnificativ numărul de calcule necesar – este o procedură mult mai eficientă pentru evaluarea DFT. Aici, este necesară doar calcularea lui  $Nlog_2N$ .

De exemplu, când N=1000, FFT este mai rapidă de 100 de ori, și, când N= $10^6$ , FFT este mai rapidă de ~50000 de ori.

Newland [125], și Randall [146], [147], oferă detalii specifice despre algoritmul FFT.

Algoritmul este de asemenea ușor disponibil ca un pachet pentru mini și micro calculatoare și conține toate analizoarele spectrului digital.

Erorile statistice asociate cu analiza semnalului digital include erori aleatoare datorate calculării insuficiente a mediei aritmetice, erori de înclinare, erori alias și erori datorate încadrării inadecvate a semnalului. Acești parametrii sunt discutați în secțiunea următoare.

### **5. DIAGNOSTICAREA PRIN ANALIZA CEPSTRUM**

#### 5.1. GENERALITĂȚI

Detecția unui defect în condiții de funcționare se poate realiza prin compararea nivelurilor de vibrații sau zgomot cu nivelurile admisibile. Utilizarea valorilor admisibile standard nu este recomandată, întrucât impedanța mecanică variază mult, chiar la cutii de viteze de același tip. În același timp, impedanța mecanică variază cu frecvența și deci, utilizarea criteriilor de apreciere absolute, pe spectre de frecvențe, ar putea conduce la rezultate incerte.

De aceea, pentru rezolvarea problemelor de diagnosticare se recomandă utilizarea unor niveluri de referință de vibrații și zgomot măsurate atunci când cutia de viteze este recunoscută a fi în stare de funcționare perfectă și care vor servi ca bază pentru criteriile de determinare.

În diagnosticarea defectelor cutiilor de viteze, de construcție relativ complicată, determinarea acestor frecvențe de modulație poate constitui un indiciu suplimentar și important. În acest scop, pentru detecția periodicităților din spectrul de frecvențe a cutiilor de viteze și determinarea cu precizie a frecvenței de modulație se utilizează tehnica de analiză cepstrum [61], [74], [79], [174].

Cepstrumul este definit în diverse moduri, dar poate fi considerat ca spectrul unui spectru logaritmic (amplitudine logaritmică, liniară de frecvență).

Aceasta înseamnă că analiza cepstrum poate fi utilizată ca o metodă pentru detectarea periodicității în spectru; de exemplu, familii de armonici cu distribuție uniformă. Scala logaritmică de amplitudine accentuează structura armonică a spectrului și reduce influența căii de transmisie aleatoare pe care semnalul o parcurge de la sursă la spectrul de măsurare.

Analiza cepstrum are multe aplicații; de exemplu, identificarea și îndepărtarea ecourilor, sau analiza vorbirii, dar cea mai importantă în industrie este cea legată de diagnosticarea mașinilor, unde se folosește capacitatea sa de a detecta periodicități în spectru.

Tipul structurii periodice considerate este dat de familiile de benzi laterale găsite de obicei în spectrele de vibrații ale angrenajelor și care adesea sunt o indicație a defectelor de diverse feluri. Astfel de benzi laterale pot fi considerate că iau naștere din modulația vibrațiilor angrenărilor neuniforme cu frecvența joasă a roților dințate, care corespund vitezelor de rotație a arborilor. Excentricitatea unei roți dințate de exemplu, va tinde să dea o modulație de amplitudine a vibrației de bază, generată la frecvența de angrenare a dinților și armonicelor ei cu o perioadă care corespunde rotației arborelui.

În același timp, variațiile în presiunea de contact a dinților, care dau modulație în amplitudine, dau naștere la variații în viteza de rotație, care provoacă modulație de frecvență la aceeași turație. Deci, modulațiile de amplitudine sau frecvență apar rar izolate, dar pe de altă parte, amândouă dau naștere unei familii de benzi laterale cu aceeași distribuție a frecvenței de modulație fundamentală și această distribuție conține informația de bază pentru diagnoză cu privire la sursa de excitație (figura 5.1).



Figura 5.1. Graficele pentru pinion defect

Benzi laterale apar și în cazul defectelor apărute la calea de rulare sau la corpurile de rostogolire a rumenților (figura 5.2).



Figura 5.2. Graficele pentru rulment defect

În funcționare, nivelul de zgomot și vibrații al rulmenților montați, se corelează cu starea lor de defectare, indicând prezența, eventual mărirea defectelor și permițând intervenții de natură să evite accidente costisitoare.

Vibrațiile și zgomotele produse de rulmenți acționează fie prin efecte directe, radiație acustică sau vibrație, fie prin efecte indirecte. Efectele directe se constată îndeosebi în condiții de cercetare sau încercare tehnologică, pe standuri adecvate.

Rulmenții se folosesc montați pe mașini sau utilaje, într-un ansamblu; în aceste condiții, se constată atât efecte directe, cât și, într-o măsură mai mare, efecte indirecte, la nivelul altor elemente (arbori, carcase etc) sau cuple cinematice, excitate de vibrația rulmenților, pe traseul sursă – receptor.

În categoria vibrațiilor, la rulmenți, s-a introdus recent și neuniformitatea de rotire a rulmenților, parametru care prezintă interes funcțional deosebit în aparatura de precizie, pentru turație redusă sau foarte redusă.

În rulmenți, generarea vibrațiilor și zgomotului are următoarele cauze:

- modificarea poziției corpurilor de rostogolire în zona încărcată, respectiv neîncărcată a rulmentului, în legătură cu dimensiunile și numărul corpurilor de rostogolire, deformațiile elastice de contact și jocul de lucru; în același timp, modificarea poziției contactelor, a încărcărilor, determină modificarea periodică a rigidității contactelor și sistemului, cu favorizarea apariției vibrațiilor de tip parametric;

- mișcarea neuniformă a corpurilor de rostogolire, ca urmare a solicitărilor diferite în funcție de poziție, această mișcare neuniformă conduce și la frecări și ciocniri ale corpurilor de rostogolire cu inelele sau colivie;

- realizarea contactelor de rostogolire pe suprafețe cu abateri dimensionale, de formă și poziție: diferențe de diametre, bătaie frontală sau radială a căilor de rulare, excentricitate, ovalitate, poligonalitate, ondulații, rugozitate;

- deplasarea corpurilor de rostogolire peste impurități plasate pe suprafețele de contact sau peste defecte sau deteriorări localizate (ciupituri de tip *Peeling* sau *Pitting*, uzură abrazivă, amprente etc.).

Dificultățile de conturare a unui model teoretic care să considere toate cauzele de mai înainte este evidentă. Cu toate acestea, tratarea teoretică parțială, însoțită de cercetări experimentale, a permis atât explicații fizice calitative și cantitative, cât și elemente de fundamentare a controlului tehnologic și monitorizare a exploatării.

### **5.2. DEFINIȚII ȘI METODE DE CALCUL**

Definiția originală a cepstrumului de putere poate fi exprimată cu ajutorul relației [120], [121], [126]:

$$C_{AA}(\tau) = \left|\Im\{\log S_{AA}(f)\}\right|^2$$
(5.1.)

în care spectrul de putere  $S_{AA}(f)$  a unui semnal de timp a(t) este dată de relația:

$$S_{AA}(f) = \overline{\left|\Im\{a(t)\}\right|^2}$$
(5.2.)

care reprezintă media peste un număr de semnale temporale.

O nouă definiție a cepstrumului de putere este dată de relația:

$$C_{AA}(\tau) = \Im^{-1} \{ \log S_{AA}(f) \}$$

unde  $\Re_{AA}(f) = \log S_{AA}(f)$ , de unde rezultă cepstrumul real

$$C\mathfrak{R}_{AA}(\tau) = \mathfrak{I}^{-1}\{\mathfrak{R}_{AA}(f)\}$$
(5.4.)

(5.3.)

în care:

$$\Re_{AA}(f) = 2 \log S_{AA}(f), \qquad \text{pentru } f > 0 \qquad (5.5.)$$
  
$$\Re_{AA}(f) = \log S_{AA}(f), \qquad \text{pentru } f = 0 \qquad (5.6.)$$
  
$$\Re_{AA}(f) = 0 \qquad \text{pentru } f < 0 \qquad (5.7.)$$

Partea reală a mărimii  $\Re_{AA}(f)$  coincide cu  $C_{AA}(\tau)$  definită cu relația 5.3.

Deoarece spectrul de putere  $S_{AA}(f)$  este funcție reală, cepstrumul este deasemenea o funcție reală, iar transformările directe sau inverse dau același rezultat. Diferența reală apare din rezultatele pătratelor ecuației 5.1, care face procesul ireversibil și accentuează valorile extreme. În general, valorile extreme nu prezintă un avantaj, deoarece frecvențele joase sunt mai puțin importante decât vârfurile frecvențelor înalte. Folosirea unei transformări inverse în definiție produce legătura cepstrumului cu funcția de autocorelare și de asemenea, trecerea de la o funcție în frecvență la o funcție în timp. Astfel, parametrul  $\tau$ , utilizat în definiții, reprezintă timpul, deși se referă la frecvență. În cazul funcției de autocorelare parametrul  $\tau$  poate fi considerat ca fiind defazajul sau perioada, nu un timp absolut.

Cepstrumul complex poate fi definit cu relația:

$$C_{A}(\tau) = \Im^{-1}\{\log A(f)\}$$
5.8

unde A(f) reprezintă spectrul compex al semnalului temporal a(t):

$$A(f) = \Im\{a(t)\} = A_{R}(f) + jA_{I}(f)$$
 5.9.

ținând cont de părțile reale sau imaginare în termenii fazei și amplitudinii corespunzătoare fiecărei frecvențe:

$$A(f) = |A(f)| e^{j\Phi(f)}$$
 5.10

Considerând logaritmul complex din relația 5.6. rezultă că aceasta este funcția compexă a frecvenței cu partea reală a amplitudinii pe scară logaritmică, iar partea imaginară este faza. Cepstrumul complex se va obține prin transformarea inversă a relației 5.5.

Atunci când semnalul temporal a(t) este o valoare reală, spectrul complex A(f) este conjugata pară care conduce la următoarele concluzii:

- partea reală a spectrului complex  $A_R(f)$  este pară;
- partea imaginară a spectrului complex  $A_R(f)$  este impară;
- modulul spectrului complex |A(f)| este par;
- logaritmul modulului spectrului complex ln|A(f)| este par;
- funcția de fază  $\Phi(f)$  este impară.

Din aceste concluzii rezultă că logA(f) este conjugata pară, iar cepstrumul complex  $C_A(f)$  este o funcție cu valoare reală.

În principiu, cepstrumul complex este considerabil mai puternic decât cepstrumul de putere, dar este mult mai dificilă utilizarea acestuia. Funcția de fază  $\phi(f)$  în ecuația 5.10. trebuie să fie o funcție continuă a frecvenței, mai mică decât valoarea principală modulo  $2\pi$  măsurată normal. Figura 5.3. ilustrează ce se înțelege prin "fază desfășurată", pentru a obține o funcție continuă de fază. În porțiunea unde curba fazei este îngustă, nu este dificilă desfășurarea, utilizând un criteriu simplu, numit săritura de fază, între eșantioanele adiacente mai mici decât  $\pi$ . Acest criteriu nu este întotdeauna corect, totuși în caz general, este necesară utilizarea unui algoritm complex cum ar fi cel al lui Tribolet.



Figura 5.3. Ilustrarea "fazei desfășurate"

Există o situație unde faza nu trebuie măsurată în cazul așa-numitelor funcții de "fază minimă". Așa că funcția fazei  $\phi(f)$  este transformarea Hilbert a funcției logaritmice ln|A(f)|. Cepstrumul complex al unei funcții de fază minimă există doar pentru quefrențe pozitive, pentru că părțile reale și imaginare ale transformării Fourier sunt independente de transformarea Hilbert. Partea pară este cepstrumul de putere obținut dintr-un spectru de amplitudine logaritmică, iar partea impară este cepstrumul de fază. Cepstrumul de putere și cepstrumul de fază al unei funcții cu faza minimă, trebuie să fie identice la quefrențe pozitive.

Cepstrumul complex poate fi obținut din cepstrumul de putere prin simpla dublare a componentelor pozitive de quefrență și considerând componentele negative de quefrență la zero.

O funcție minimă necesită un logaritm de fază sau de întârziere de fază, în cazul unei funcții de amplitudine dată. Funcția de transfer a unei funcții stabile nu are poli în jumătatea din dreapta planului Laplace. O funcție de fază minimă nu trebuie să aibă nici poli, nici zerouri în jumătatea dreaptă a planului, deoarece pentru logaritmii considerați zerourile devin poli, care permit ca cepstrumul să fie stabil. O asemenea funcție de transfer poate fi întotdeauna considerată ca fiind produsul unei funcții cu fază minimă, cu o funcție trece bandă având perechi de poli zero, dați sub forma generală  $\frac{s-a}{s+a}$ . Funcția trece bandă are amplitudine de unitate, dar însumează logaritmul de fază  $2\pi$ , la trecerea fiecărei perechi de poli zero. Deoarece efectul funcției de răspuns în frecvență este aditiv în domeniul

cepstrumului, trebuie investigat ce formă va avea această funcție. Acest lucru se realizează cel mai simplu, folosind transformarea Laplace pentru o funcție tipică de transfer, exprimată ca:

$$H(z) = \frac{\left|A\right|_{k=1}^{m} (1 - a_{k} z^{-1})_{k=1}^{m} (1 - b_{k} z)}{\prod_{k=1}^{p} (1 - c_{k} z^{-1})_{k=1}^{p} (1 - d_{k} z)}$$
(5.11)

unde  $a_k$  și  $c_k$  sunt zerouri și poli în interiorul cercului de unitate, care corespunde la jumătatea din stânga a planului *s*, iar  $b_k$  și  $d_k$  sunt zerouri și poli în exteriorul cercului de unitate (corespunzător jumătății din dreapta a planului *s*). Modulele  $|c_k|$ și  $|d_k|$  sunt toate < 1. Luând logaritmii și dezvoltând termenii logaritmici  $(1 - \alpha \cdot z^{\pm 1})$  sub formă de serii de putere rezultă cepstrumul discretizat în termeni de zero și poli pentru valorile incrementale a numărului *n* de discretizare în timp.

Astfel;

$$C_{a}(n) = -\sum_{k=1}^{m_{0}} \frac{a_{k}^{n}}{n} + \sum_{k=1}^{p_{0}} \frac{c_{k}^{n}}{n}, \quad n < 0$$
(5.12)

$$C_{a}(n) = \sum_{k=1}^{m_{0}} \frac{b_{k}^{-n}}{n} - \sum_{k=1}^{p_{0}} \frac{d_{k}^{-n}}{n}, \quad n < 0$$
(5.13)

Așa cum era de așteptat partea de fază minimă apare doar la frecvențele pozitive, iar partea de fază maximă la cvefrențele negative. Pentru funcții cauzale stabilite,  $d_k$  va fi zero și astfel partea de fază maximă va proveni în întregime din zerouri,  $b_k$ . Fiecare termen este un exponențial complex (în perechi conjugate o sinusoidală amortizată) mai târziu amortizat prin multiplicarea funcției hiperbolice.

#### 5.3. CEPSTRUMUL COMPARAT CU FUNCȚIA DE AUTOCORELAȚIE

În comparație cu funcția de autocorelație, principalul avantaj al cepstrumului constă în faptul că logaritmarea valorilor spectrului este efectuată înaintea transformării inverse, conform relațiilor (5.3) și (5.4). Se consideră spectrul normal de putere al unui semnal de vibrație, pentru un punct de măsură exterior, ca fiind produsul dintre spectrul de putere al funcției sursă și (pătratul amplitudinii) funcția de răspuns în frecvență a căii de transmisie, adică:

$$F_{yy}(f) = F_{xx}(f) \cdot \mathcal{F}^{1} \langle F_{xx}(f) \rangle^{2}$$
(5.14)

Efectul logaritmării este transformarea multiplicării într-o adunare, adică:

$$\log F_{yy} = \log F_{xx} + 2 \log |H_{xy}|$$
(5.15)

și relația aditivă este menținută de transformarea Fourier liniară, adică:

 $\mathcal{F}^{-1}\left\{\log F_{yy}\right\} = \mathcal{F}^{-1}\left\{\log F_{xx}\right\} + \mathcal{F}^{-1}\left\{2\log |H_{xy}(f)|\right\}$  (5.15) însemnând că efectele sursei și căii de transmisie sunt aditive în cepstrum. Deoarece ele au adesea conținut de cvefrență foarte diferit, vor fi deci separate în cepstrum și asta chiar utilizând relația (5.1) deoarece termenii opuși dispar. În contrast, autocorelația obținută prin transformarea inversă a relației (5.5) implică o convoluție a două efecte, ceea ce este mult mai complicat.

Autocorelarea este în principal dominată de valorile înalte ale spectrului. Logaritmul utilizat când se calculează cepstrumul face ca acesta să ia mai mult în considerare armonicele joase decât o face autocorelarea. De asemenea mai înseamnă că autocorelarea este puternic influențată de forma semnalului de timp, pe când cepstrumul reacționează mai ales la armonicile prezente în autospectru și mult mai puțin la mărimile lor relative.

#### 5.4. CEPSTRUMUL COMPARAT CU ANALIZA SPECTRALĂ

Cepstrumul poate fi considerat ca un ajutor în interpretarea spectrului, în particular, în ceea ce privește o familie de benzi laterale, deoarece prezintă informația într-o manieră mai eficientă. Un avantaj care rezultă direct este lipsa de sensibilitate la efectele căii de transmisie. Mici schimbări în poziționarea unui accelerometru, de exemplu, pot modifica total forma spectrului și deci pot influența nivelul benzilor laterale individuale. Componenta de cepstrum corespunzătoare pentru o spațiere de bandă laterală, este o înălțime medie de bandă laterală, peste întreg spectrul și este mult mai puțin probabil să fie afectată. Figura 5.4. ilustrează un caz tipic cu spectre luate din două puncte separate de măsură pe aceeași cutie de viteze, dar reprezentând aceeași condiție internă. Spectrele sunt foarte diferite ca formă dar componentele semnificative din cepstrum sunt aproape identice.



Figura 5.4. Lipsa de sensibilitate a cepstrumului la efectele căii de transmisie.

Un alt efect care poate modifica forma spectrului chiar cu același grad de defecțiune în același angrenaj, sunt relațiile de fază ale modulației în frecvență și amplitudine la aceeași frecvență. Deși sunt cuplate la sursă, modulația în frecvență este în directă legătură cu proprietățile torsionale ale sistemului, în timp ce modulația în amplitudine este afectată mai mult de proprietățile de răspuns lateral, și aceasta poate explica schimbările de fază. Atât modulația în amplitudine cât și în frecvență, izolate, tind să dea familii simetrice de benzi laterale în jurul frecvenței purtătoare, dar combinația lor va da, de regulă creșteri pe o parte și scăderi pe altă parte, lucru ce explică parțial asimetria găsită de obicei în practică. Efectele căii de transmisie pot de asemenea modifica simetria.

Figura 5.5. este un exemplu generat numeric arătând lipsa de sensibilitate a cepstrumului la relațiile de fază ale modulației în amplitudine și în fază. O modificare de fază de 180°, dă o diferență la benzile laterale individuale de până la 8 dB, depinzând dacă partea de frecvență joasă sau înaltă este accentuată de modulația în amplitudine, dar componentele de cepstrum corespunzând spațierii benzii laterale rămân modificate. Altă relație de fază intermediară dă de asemenea același rezultat.



Figura 5.5. Lipsa de sensibilitate a cepstrumului la relațiile de fază ale modulației în amplitudine și frecvență.

Cele două avantaje citate mai sus sunt în legătură cu detectarea schimbărilor semnificative în starea mașinii, și arată că cepstrumul este mai puțin sensibil la efectele secundare decât nivelul benzilor laterale individuale, deoarece el dă o măsură a "activității" medii de bandă laterală peste întreg spectrul. Un avantaj rezultă de asemenea din faptul că întreaga familie de benzi laterale este redusă în mod esențial la o linie în cepstrum, ceea ce este mult mai simplu de monitorizat.

Acest lucru necesită câteva explicații ulterioare deoarece cepstrumurile conțin de obicei, în practică, mai multe armonice în cepstrum care corespund fiecărei spațieri de bandă laterală.

Așadar, se poate aprecia că armonica fundamentală în cepstrum conține informația semnificativă despre mărimea medie a benzii laterale în timp ce celelalte reprezintă o distorsiune și sunt deci influențate de caracteristica filtrului și interacțiunea sa cu spațierea de bandă laterală. Deci, recunoscând o serie de armonice în cepstrum este în general suficient să luăm în considerare prima armonică și să le neglijăm pe cele de ordin superior.

Cepstrumul are de asemenea avantaje în raport cu diagnosticarea (în opoziție cu detectarea) defectelor. Aceasta este în legătură cu capacitatea cepstrumului de a detecta periodicitatea în spectru care nu este imediat percepută și precizia cu care aceasta poate fi măsurată.



Figura 5.6. Spectrul de bază dintr-un punct.

Figura 5.6., ilustrează spectrul de bază dintr-un punct de măsurare al cutiei de viteze. Figura 5.6.a. este un spectru a unui semnal de vibrații de la o cutie de viteze conținând cel puțin primele 3 armonice ale frecvenței de angrenare. În această analiză, benzile laterale nu sunt rezolvate. Figura 5.6.b. este un spectru

compus care acoperă domeniul care include primele trei armonici de angrenare, dar exclude armonicele joase ale ambelor viteze ale arborelui.

Pentru a face mai clară rezoluția obținută cu această analiză zoom, figura 5.6.c., arată secțiunea de linii extinsă, care include a doua armonică de angrenare desfășurată în direcția abscisei.

Spectrul din figura 5.6.b. a fost citit digital înapoi în analizor ca semnal de timp, (utilizând un calculator personal) și apoi a fost realizată o analiză "scan" pentru a obține cepstrumul corespunzător întregului spectru. Aceasta reprezintă deci cepstrumul de amplitudine a spectrului unilateral și este reprodus în figura 5.6.d.

Cepstrumul arată că numai două componente, corespunzătoare celor două frecvențe ale arborelui de sunt importante în domeniul analizat al spectrumului. Toate componentele semnificative ale spectrului sunt armonici în cepstrum, a uneia din cele două viteze de arbore. Această periodicitate nu este vizibilă în spectrul zoom deoarece combinarea celor două periodicități dă o structură aproape periodică.



Figura 5.7. Spectre și cepstrumuri la cutii de viteze în stare bună și defecte.

Al doilea avantaj în diagnosticare este ilustrat de figura 5.7. Aceasta arată spectre și cepstrumuri pentru două cutii de viteze, în condiții bune și respectiv rele, funcționând pe un stand de test cu primul angrenaj cuplat. Cutia de viteze bună nu
arată nici o periodicitate marcantă în spectru, dar spectrul celei defecte conține un mare număr de benzi laterale cu o spațiere de aproximativ 10 Hz. Este dificil să se determine spațierea mult mai precis în spectru.

În cepstrum, quefrența corespunzătoare este 22,3 ms, în timp ce mai există de asemenea o serie de armonici în cepstrum corespunzătoare vitezei arborelui de intrare 18,7 ms.

Totuși în final s-a găsit că viteza celui de al doilea angrenaj, corespunde exact indicând că acesta era sursa modulației, deși primul angrenaj era angajat și al doilea angrenaj nu era încărcat.

#### 5.5. CONSIDERAȚII PRACTICE

În teorie, problemele apar în spectre, constând în componente de frecvență discrete (cum ar fi spectrele de vibrație la cutii de viteze) deoarece logaritmul nu există pentru zerouri între componente. Totuși, în practică, trebuie să fie în mod normal un nivel de zgomot de bază în fiecare spectru, sau în orice caz o limită inferioară determinată de domeniul dinamic al sistemului. Figura 5.8. ilustrează cum raportul semnal/zgomot dintr-un spectru va avea un efect direct asupra componentelor de cepstrum corespunzătoare unei componente de spectru periodic și din acest motiv se pot compara numai cepstrumuri obținute cu condiții de zgomot de bază similare.



Figura 5.8. Efectul nivelului de zgomot asupra mărimii componentei de cepstrum

În acest sens, trebuie notat că raportul semnal/zgomot este numai parțial determinat de semnal; este de asemenea influențat de alegerea lățimii de bandă a analizorului, deoarece fiecare înjumătățire a lățimii de bandă va ridica componentele discrete de frecvență cu încă 3 dB în afara zgomotului. Pe de altă parte, această înjumătățire a lățimii de bandă (pentru aceeași spațiere de componentă), va tinde să reducă prima armonică în cepstrum în raport cu celelalte astfel încât efectul complet este foarte complex.

Pentru aplicațiile de monitorizare de stare poate fi avantajos să se limiteze artificial domeniul de măsurare pentru analiză astfel încât să detecteze o schimbare mare în cepstrum de la unul sau amândouă efectele:

- o creștere a armonicelor de angrenare determinând o creștere a benzilor laterale;

- o creștere a numărului și/sau a mărimii benzilor laterale, în raport cu armonici de angrenare constante.

Ambele efecte semnifică deteriorarea într-un fel sau altul, deși pentru a determina felul deteriorării va fi probabil necesar să se ia în considerare schimbările din spectru.

Un alt punct practic care poate afecta valorile de cepstrum considerabil este alegerea parametrului de vibrație, adică accelerația sau viteza. În teorie, alegerea parametrului nu ar trebui să conteze foarte mult, deoarece acesta alterează numai panta locală a spectrului, un efect de joasă quefrență. Oricum, așa cum e ilustrat în figura 5.9., în general va fi cel mai bine să fie ales acel parametru care are spectrul cel mai plat, astfel încât componentele semnificative să nu cadă în afara domeniului dinamic.



Figura 5.9. Alegerea parametrului corect pentru analiza de cepstrum.

Punctul final în legătură cu limitarea artificială a componentelor semnificative de cepstrum este problema translației între componentele adiacente.

Așa cum e ilustrat în figura 5.10, aceasta poate apare dacă:

a) Factorul de formă al filtrului este prea mic pentru lățimea de bandă dată.

b) Spațiul dintre componente este prea mic în raport cu lățimea de bandă.

Metoda recomandată aici pentru calcularea cepstrumului implică un analizor FFT conectat la un calculator personal și astfel caracteristica filtrului este determinată de funcția de pondere de timp utilizată pentru analizorul FFT.



Figura 5.10. Efectul lățimii de bandă a filtrului și a factorilor de formă

Deoarece semnalele de vibrație de la cutiile de viteze sunt continue este de dorit să fie utilizat filtrul Hanning în analiza spectrum inițială, aceasta dând o caracteristică relativ bună a filtrului. Se constată că, utilizând filtrul Hanning, separarea componentelor discrete de frecvența adiacentă trebuie să fie de cel puțin 8 linii pentru a se asigura că translatarea este redusă la mai puțin de 50dB și aceasta este recomandată ca spațiere minimă.

Aceasta înseamnă că într-o analiză FFT normală, va fi posibil să se includă numai 50 de componente la spațierea minimă și astfel se explică de ce adesea este necesar să se utilizeze analiza zoom pentru a obține o rezoluție suficientă.

De exemplu, pentru angrenajul ipotetic cu 20 dinți din figura 5.11., aceste 50 de componente se vor extinde numai până între a doua și a treia armonică de angrenare. Chiar restrângând analiza la prima armonică de angrenare, ea se va putea face pentru angrenaje cu până la 40 dinți. Pe de altă parte, un factor de mărire 10, dând o rezoluție de 10 ori mai bună, va face posibil să se analizeze angrenaje cu până la 450 dinți, sau 150 dacă se dorește să se includă până la a treia armonică de angrenare.



Figura 5.11. Spectrul ipotetic pentru un angrenaj cu 20 dinți

Din raționamentele de mai sus se deduce că poate fi necesar adesea să realizăm o analiză zoom pentru a obține o rezoluție suficientă în spectrul original înaintea realizării analizei de cepstrum.

Este deci relevant să se considere efectele realizării unei analize de cepstrum pe un astfel de spectru cu zoom.

Cepstrumul definit în conformitate cu relația 5.3. va da vârfuri pozitive când benzile laterale corespund cu frecvențele armonice. Dacă proiecția familiei de benzi laterale nu trece prin frecvența zero, situația nu va fi aceeași și în particular dacă ele sunt egal dispersate în jurul lui zero, atunci rezultatele în cepstrum vor fi o serie alternativă de armonici în cepstrum, cu prima dintre ele negativă.

In particular, când cepstrumul este obținut pe un spectru cu zoom, frecvența limită mai joasă este interpretată ca fiind zero, și semnificația de fază este pierdută.Este de așteptat ca un cepstrum peste un domeniu mai larg de frecvență să dea un rezultat mai reprezentativ.

Figura 5.12. arată rezultatele acestui tip de analiză pentru aceeași cutie de viteze, atât înainte cât și după reparație. Ce este interesant aici este că două componente principale din cepstrum domină chiar peste acest domeniu incluzând primele armonici de angrenare, dar eliminând frecvențele sub jumătate din frecvența de angrenare. Ambele componente sunt semnificative înainte de

reparație, indicând o modulație atât la viteza arborelui cât și la armonicile acesteia. Modulația cu viteza arborelui s-a datorat probabil nealinierii care a fost corectată în timpul reparației, în timp ce a treia armonică s-a descoperit a fi datorată unei "triangularități" măsurabile a angrenajului. După reparație componenta 2,1kHz a dispărut complet și componenta de viteză a arborelui a scăzut drastic. S-a descoperit ca triangularitatea s-a datorat unei îndoiri excesive în timpul execuției și reparația a constat în parte în inversarea pinionului pe arborele său, utilizând flancurile neutilizate.



Figura 5. 12. Spectre și cepstrum-uri pentru o cutie de viteze
a) Înainte de reparație;
b) Imediat după reparație;

### 5.6. VIBRAȚIILE ANGRENAJELOR.

Deși spectrele de vibrații produse de angrenaje par adesea foarte complicate, ele pot fi de obicei privite ca o motivație a următoarelor efecte :

Armonicile frecvenței de angrenare - reprezentând acele deviații de la profilul ideal al dintelui care sunt aceleași pentru fiecare angrenare.

- Componenta fantomă care apare precum componentele de angrenare, dar corespund unui număr diferit de dinți față de aceia care angrenează de fapt. Ele pot avea originea în numărul egal de dinți ai roții index a angrenajului și se datorează erorilor de execuție la acești dinți și ai angrenajului complementar.
- Benzi laterale datorate modulației semnalului uniform de angrenare şi reprezentând schimbări lente (ex: excentricitate) sau variații rapide datorate defectelor locale.
- Armonici joase ale vitezei arborelui datorate impulsurilor aditive repetate datorită rotației.
- Componente de intermodulație reprezentând suma şi diferența frecvențelor altor componente, în particular când acestea sunt apropiate una față de alta.

### 5.6.1. Armonicile de angrenare

Abaterile de la profilul ideal, care sunt aceleași pentru fiecare angrenare și care așadar, au un semnal periodic la fiecare intrare în angrenare pot fi atribuite la două surse principale. Pe de o parte este încovoierea dintelui sub sarcina care variază după cum sarcina este distribuită între diversele numere de dinți, în timpul fiecărui ciclu de antrenare, și pe de altă parte există abateri care rezultă din uzura uniformă. Deoarece componenta de deformație a dintelui este dependentă de sarcină, pentru a obține spectre repetative este esențial să se facă măsurători întotdeauna cu aceeași încărcare. Sarcina trebuie să fie de asemenea suficientă pentru a asigura ca dinții să fie permanent în contact altfel nu numai că va fi introdusă o sursă de aleatoriu dar angrenajele se vor defecta mult mai rapid.

Cu sarcina constantă așadar, orice schimbare în frecvența de angrenare și armonicile ei, va fi cel mai probabil datorată uzurii. Figura 5.14 ilustrează un profil de uzură tipic, datorat alunecării specifice și șocurilor, având în vedere că pe cercul de angrenare apare frecarea între flancurile profilului danturii.



Figura 5.14. Profil tipic de uzură pentru un angrenaj.

Se va vedea în figura 5.15, că această eroare de profil tinde să dea o distorsiune considerabilă frecvenței angrenare, care va fi de ordin mai mare decât la frecvența de angrenare însăși.

De regulă, este recomandabil să se monitorizeze cel puțin primele trei armonici de angrenare pentru a detecta uzura danturii.



Figura 5.15. Modificări tipice ale spectrului de vibrație datorată uzurii.

### 5.6.2. Efectele modulației

Componentele la alte frecvențe, în particular benzi laterale în jurul armonicilor de angrenare, pot fi de regulă explicate prin modulația vibrației de angrenare. De exemplu, datorită dependenței de sarcină a efectului de încovoiere a dintelui, orice variație în încărcarea dintelui (ex. cauzată de nealienere) va tinde să provoace variația amplitudinii vibrației, dând astfel o modulație în amplitudine.

În același timp aceste variații în încărcarea dintelui trebuie să dea variații în viteza unghiulară care au ca rezultat modulația în frecvență. Atât modulația în frecvență, cât și în amplitudine la o anumită frecvență, dau naștere la benzi laterale spațiate în jurul frecvenței de bază (și a armonicelor ei dacă este distorsionată) cu o spațiere egală cu frecvență modulatoare și aceste benzi laterale conțin informații de diagnostic foarte valoroase despre sursa efectului de modulație conducând adesea la o anumită roată într-un angrenaj complex.

Figura 5.16 face uz de o metodă grafică pentru a determina influența în spectru de frecvență a unui efect de modulație în amplitudine în domeniul timp. Se utilizează teorema convoluției, plus faptul că convoluția unei funcții delta cu altă funcție constă în înlocuirea funcției delta de funcția convolutivă în funcție (ponderală) de "aria" funcției delta.

Figura 5.16.a. reprezintă efectul unui defect local idealizat într-un angrenaj unde semnalul de angrenare este presupus a fi modulat de un impuls scurt de lungime corespunzătoare distanței dintre dinți (plus componenta DC)

Impulsul este evident repetat periodic la fiecare rotație a roții. Spectrul acestui impuls periodic constă în toate armonicile vitezei de rotație a angrenajului până la un prim zero la frecvența de angrenare și rezultatul convoluției lui cu toate armonicele de angrenare este un spectru plat conținând un mare număr de benzi laterale de nivel mic pe un domeniu larg de frecvențe. Normal în practică armonicele joase, vor fi de asemenea completate prin efectele unui impuls aditiv.



Figura 5.16. Efectul distribuției defectului asupra familiei de armonici a) defect local; b) defect distribuit.

Figura 5.16.b. ilustrează efectul unei extinderi a defectului în domeniul timp. Cu cât este mai largă înfășurătoarea defectului în domeniul timp, cu atât mai îngustă și mai înaltă va fi înfășurătoarea benzilor laterale în domeniul frecvență, astfel ca ele vor apare mai evident ca benzi laterale în jurul armonicelor de angrenare.

Chiar dacă au fost arătate spectre de amplitudine în locul spectrelor complexe care sunt strict aplicabile, ele reprezintă cazul mediu. Cazurile individuale vor diferi numai în mici detalii, prin accentuarea sau anularea parțială a unor benzi laterale și se vor aplica aceleași tendințe generale. De exemplu, rezultatele din figura 5.16.a. vor concorda calitativ atât cu rezultatele obținute teoretic cât și cu cele măsurate pentru un dinte.

Figurile 5.16.a. și 5.16.b. iau în considerare numai modulația în amplitudine, iar modulația în frecvență, care este întotdeauna prezentă, va tinde să modifice rezultatele într-o oarecare măsură. Chiar modulația cu o frecvență pură tinde să dea o familie de benzi laterale, dar considerând că modulația nu este foarte pronunțată, ea poate fi reprezentată prin două sau trei perechi de benzi laterale.

Astfel, efectul adițional al modulației în frecvență este de a crește într-o oarecare măsură numărul de benzi laterale și de a face familiile de benzi laterale asimetrice prin întărirea/slăbirea datorată relațiilor de fază diferite ale benzilor laterale datorate modulației în amplitudine și frecvență.

### 5.6.3. Impulsuri aditive

Atât modulația în frecvență cât și cea în amplitudine tind să dea semnale care sunt simetrice în jurul liniei de zero. Orice asimetrie poate fi interpretată ca un impuls aditiv prezentat în figura 5.17. care este repetat la fiecare rotație a roții din angrenajul în discuție și care astfel dă un număr de armonici ale acestei frecvențe. Mărimea cu care acestea se extind în frecvență, depinde de lungimea impulsului ca semnal în timp și de exemplu, o lungime corespunzând spațierii unui dinte, va da un spectru care tinde spre zero apropiat de frecvența de angrenare.

Așadar armonicile sub jumătatea frecvenței de angrenare sunt mult mai probabil datorate efectelor adiționale, în timp ce acelea din jurul și deasupra frecvenței de angrenare sunt generate ca benzi laterale mai degrabă decât ca o distorsiune a frecvenței fundamentale.



Figura 5.17. Diviziunea semnalului unui angrenaj în componente aditive și componente modulate în amplitudine

Oricare alte componente în spectrele de vibrații ale angrenajelor pot fi de regulă explicate, ca suma și diferența frecvențelor generate prin intermodulația celorlalte componente de bază. Odată recunoscute, astfel de componente nu dau în mod normal motive de îngrijorare deoarece ele în mod normal se vor schimba ca rezultat al schimbărilor în componentele fundamentale care pot fi puse în legătură cu condițiile fizice așa cum s-a discutat anterior.

Figura 5.18 ilustrează un număr de probleme discutate în acest capitol, prin arătarea spectrelor de la același angrenaj.

Luând întâi spectrul după reparație din figura 5.18.a., acesta poate fi considerat ca reprezentând stare nouă. S-a găsit că spectrul este dominat în întregime de frecvența de angrenare (333Hz) și o componentă fantomă de 96Hz mai înaltă. Pot fi localizate până la a patra armonică de angrenare, primele două fiind mai proeminente. Cealaltă componentă semnificativă din spectru este o bandă laterală de intermodulație o aceeași spațiere de 96Hz de la a doua armonică de angrenare, ca aceea a frecvenței fantomă față de frecvența de angrenare fundamentală.

Sunt prezente și câteva benzi laterale dar la un nivel relativ scăzut.

Considerând apoi spectrul înainte de reparație figura 5.18.b. se poate vedea că nivelele din întreg spectrul sunt mari, în special spre armonicile mai mari ale frecvenței de angrenare, indicând uzura conform figurii 5.14. O altă indicație a uzurii este aceea ca nu mai poate fi văzută componenta fantomă deși este probabil prezentă la un nivel mai mic.

În sfârșit numărul mare de benzi laterale cu spațieri de 8,3Hz cât și 25Hz indică o modulație considerabilă cu aceste două frecvențe. Proporția mare a acestor benzi laterale plus faptul că multe din armonicile din angrenare sunt apreciabil mai mici decât benzile laterale indică o influență considerabilă a modulației în frecvență în generarea benzilor laterale.



a) dupa reparație b) inaintea reparației Figura 5.18. Spectre de la un semnal de vibrație

#### 5.6.4. Considerații teoretice

Unele din considerațiile acestui capitol sunt bazate pe aspectele teoretice ale analizei Fourier, care vor fi expuse puțin mai detaliat aici.

Transformata Fourier, va fi reprezentată printr-o săgeată curbă cu două sensuri cu transformarea directă de la stânga la dreapta și viceversa.

Deci  $g(t) \longleftarrow G(f)$ înseamnă că:

$$G(f) = \mathcal{F} \left\{ g(t) \right\}$$
(5.16)

şi:

$$g(t) = \mathcal{F}^{l} \left\{ G(f) \right\}$$
(5.17)

Vor fi presupuse următoarele proprietăți ale transformatei Fourier.

$$g(t)$$
  $G(f)$   $g(-t)$   $G(f)$   $g(t)$ 

și relațiile dintre componentele pare și impare ale părților reale și imaginare ale funcțiilor de frecvență și/sau de timp sunt după cum urmează:

Real par	*	Real par
Real impar	*	Imaginar impar
Imaginar par	*	Imaginar par
Imaginar impar	*	Real impar

Deoarece orice funcție reală poate fi exprimată ca o sumă de componente pare și impare urmează ca spectrul unei funcții reale este "conjugata pară" adică:  $G(-f) = G^*(f)$  (5.18) Exista o relație definită (Transformata Hilbert) între părțile reale și imaginare ale spectrului Fourier al unei "funcții cauzale" (adică una egală cu zero pe timp negativ). Datorită relevanței sale, este necesară o scurtă prezentare.

Figura 5.19 arată o funcție cauzală ipotetică în care ea poate fi divizată în componente pare și impare. Așa cum se va vedea, acestea trebuie să fie identice pentru timp pozitiv și se vor anula pentru timp negativ. Astfel componenta pară (care determină părțile reale ale transformatei) nu este independentă de componenta impară (care determină părțile imaginare) ci sunt legate prin funcția:

$$o(t) = sgn(t) \cdot e(t)$$
 (5.19)

dar:

$$g(t) = e(t) + o(t)$$
 (5.20)

$$G(f) = E(f) + i 0(f)$$
Unde  $g(t) \leftarrow G(f); e(t) \leftarrow E(f); o(t) \leftarrow I 0(f)$ 
(5.21)

Acum,

$$o(f) = \frac{1}{i} \Im\{o(t)\} = \frac{1}{i} \Im\{e(t) \operatorname{sgn}(t)\} = \frac{1}{i} \Im\{e(t)\}\Im\{\operatorname{sgn}(t)\}$$
(5.22)

Conform teoremei convoluției = 
$$-\frac{1}{\tau} \left| E(f) \cdot \left(\frac{1}{f}\right) \right|$$
 (5.23)

$$\operatorname{sgn}(t) - \frac{1}{i\Pi f}$$
(5.24)

care este transformata Hilbert (inversă) a lui E(f).



Figura 5.19. Divizarea unei funcții cauzale în componente pare și impare

Această informație de bază poate fi utilizată acum pentru a determina cea mai eficientă cale de calculare a cepstrumului. Deoarece spectrul de putere este o funcție pară reală rezultă ca spectrul de putere logaritmică este de asemenea o funcție reală pară.

Considerând:

$$C(\mathcal{T}) = \mathcal{F}^{l}\{\log F_{xx}\}$$
(5.25)

$$C'(\mathcal{T}) = \mathcal{F}_{\ell}^{\prime} \log F_{xx}^{\prime}$$
(5.26)

atunci din:

$$C'(\mathcal{T}) = C(-\mathcal{T}) \tag{5.27}$$

și din:

şi

$$C(-T) = C(T) \tag{5.28}$$

$$C'(\mathcal{T}) = C(\mathcal{T}) \tag{5.29}$$

Deci același rezultat este obținut prin transformata directă sau inversă (cu excepția) unui posibil factor de scală, depinzând de definiția transformatei Fourier.

Într-un analizor FFT normal o transformată inversă, dacă este disponibilă, presupune date complexe, în timp ce transformata directa presupune adesea date reale (acesta este cazul cu analizorul B & K tip 2031 și 2033). Astfel, deoarece spectrul de putere logaritmica este real, el poate fi mai eficient transformat printr-o transformată directă, deoarece numai jumătate din mărimea tampon este necesară sau invers, pentru o mărime tampon dată, rezoluția posibilă este de două ori mai bună.

Figura 5.20 arată un exemplu tipic. Figura 5.20.a. reprezintă intrarea la o transformată directă de 1024 puncte de date în analizorul tip 2033. Ea reprezintă un spectru de putere logaritmic de 400 linii măsurat anterior pe analizor și transformată digital într-un calculator.

Aceste valori de date, după conversia de format corespunzătoare, au fost plasate în eşantioanele numărul 1 până la 400 de înregistrări de timp (Eşantionul nr.0) componenta de curent continuu, a fost stabilită egală cu valoarea în dB a eşantionului nr.1). Deoarece spectrul de putere logaritmic este în realitate o funcție reală pară, programul calculatorului a plasat de asemenea imaginea oglindă a spectrului de 400 linii (reprezentând componentele de frecvență negative) în eşantioanele numărul 624 la 1023 ale funcției de timp (amintindu-ne că orice spectru calculat prin proces FFT este periodic).

Programul de calculator va determina analizorul să realizeze o transformată Fourier directă a acestei înregistrări de date și să se oprească după obținerea spectrului complex. Figura 5.20.b. reprezintă părțile reale ale transformatei și figura 5.20.c. părțile imaginare. Așa cum era de așteptat părțile imaginare sunt toate egale cu zero deoarece cepstrumul în aceste condiții este o funcție reală pară. Figura 5.20.d. arată rezultatul continuării procesului de ridicare la pătrat și adăugare a părților reale și imaginare pentru a obține spectrul de putere și apoi de extragere a rădăcinii pătrate pentru a obține spectrul de amplitudine. Acesta când este afișat pe o scală lineară de amplitudine, este modulul părții reale figura 5.20.b.. Se va vedea că această versiune este puțin mai ușor de interpretat,

dar deoarece informația de bază a fost pierdută nu este posibil să se transforme înapoi în domeniul frecvență.

Definiția originală a cepstrumului relația 5.1 reprezintă, pur și simplu, pătratele acestor valori de amplitudine.

Aceeași procedură poate fi realizată utilizând analizorul 2031 [195], [196], [198], cu excepția afișării cu scală de amplitudine linear din figura 5.20.d. și apoi conversia de logaritmare poate fi mai ușor făcută în calculator.







Soft-ul de cepstrum inițial realizat de B & K pentru analizoarele FFT împreună cu un calculator, utiliza procedura de mai sus, dar curând s-a văzut că inserția componentelor de frecvență negativă nu este necesară. Figura 5.21 similar cu figura 5.20., arată rezultatul transformării unui spectru unilateral, lăsând valorile de frecvență negativă egale cu zero și înjumătățind componenta de frecvență zero.

Așa cum se va vedea, exact același rezultat este obținut pentru partea reală a transformatei cu excepția unui factor de scală egal cu doi cu care rezultatul a fost multiplicat înaintea afișării. Aceasta, deoarece el este determinat de partea pară a spectrului care prin analogie cu funcția cauzală din figura 5.19., este exact spectrul adevărat, scalat la jumătate din mărime. Astfel, dacă este dorit cepstrum-ul unui spectru bilateral, partea imaginară poate fi ignorată. Pe de altă parte, se va vedea că partea imaginară reprezintă transformata Hilbert a părții reale și deci are proprietăți foarte interesante.

De exemplu, există treceri de zero în partea imaginară corespunzător vârfurilor din partea reală, dar un vârf pozitiv și negativ pe fiecare parte. Este ca și cum părțile reale și imaginare reprezintă proiecțiile pe două plane perpendiculare ale unui vector rotitor a cărui amplitudine devine brusc mai mare în acea regiune de quefrență. În cazul general, amplitudinea reală a vârfului nu va apare în mod necesar fie în planul real, fie în cel imaginar și este un motiv special pentru care acest lucru s-a întâmplat în acest caz.

Spectrul original din figurile 5.20 și 5.21 este unul măsurat în mod real, unde frecvențele de bandă laterală vor coincide toate cu armonicile vitezei arborelui de baza și deci familia de benzi laterale include frecvența zero.



Figura 5.22. a) Cepstrum-ul unei serii armonice b) Cepstrum-ul unei serii armonice impare

Așa cum e ilustrat în figura 5.22.a. un astfel de spectru va avea un cepstrum conținând numai valorile reale pozitive. La extrema cealaltă, dacă familia de benzi laterale nu trece prin frecvența zero, dar este spațiată simetric în jurul ei (cum ar fi un spectru bilateral de armonici impare) componentele de cepstrum vor fi o serie alternantă cu prima negativă conform figurii 5.22.b.. Dacă faza benzilor laterale este ceva intermediar componentele de cepstrum nu vor mai fi reale ci complexe și singura cale de a determina amplitudinea maximă și quefrența corespunzătoare este combinarea componentelor reale și imaginare prin ridicare la pătrat, adunare și extragerea rădăcinii pătrate, ceea ce este exact ce face analizorul când formează un spectru de amplitudine instantaneu din transformata complexă Fourier.

Figura 5.20.d. arată rezultatul unei asemenea operații, dar în acest caz nu există aici un avantaj, deoarece vârfurile principale devin ceva mai late datorită contribuției părții imaginare. Pe de altă parte, acolo unde spectrul original a fost obținut printr-un proces zoom, acest cepstrum de amplitudine al unui spectru unilateral este mult mai ușor de interpretat.

O altă situație unde această procedură este de preferat, deoarece benzile laterale nu coincid în mod necesar cu frecvențele armonice, este în analiza angrenajelor planetare unde vitezele de rotație nu sunt întotdeauna exact submultiplu frecvențelor de angrenare.

Se va vedea că există unele situații în care o formă de cepstrum este de preferat și altele în care cealaltă este mai bună.

# 5.7. CONCLUZII

Spectrele de vibrații ale cutiilor de viteze conțin în mod normal benzi laterale datorate atât modulației frecvențelor de angrenare și armonicilor lor, cât și creșterii în număr sau mărime a acestor benzi laterale, indicând de obicei defectarea.

Spațierea acestor benzi laterale oferă informații valoroase de diagnostic despre sursa lor, deoarece atât modulația în amplitudine cât și cea în frecvență, la aceeași frecvență prezintă benzi laterale cu aceași spațiere. Cele mai multe defecte dau o combinație de modulație în amplitudine și modulație în frecvență în același timp, proporțiile relative și relațiile de fază fiind dependente într-un mod complex de proprietățile de răspuns ale unei mașini, și astfel o divizare în cele două categorii este mai puțin utilă, decât o măsurare a "activității" totale de benzi laterale cu o spațiere dată.

Cepstrumul, fiind un spectru al unui spectru logaritmic, este foarte potrivit atât pentru detectarea prezentei cât și/sau pentru creșterea benzilor laterale în spectrele de vibrații ale cutiilor de viteză și pentru indicarea spațierii lor medii peste întreg spectrul, și este deci aplicabil atât pentru detecția cât și pentru diagnoza defectelor.

În legătură cu detecția defectelor, cepstrum-ul are avantaje (în comparație cu analiza spectrală normală) de a fi capabil să extragă periodicitățile în spectru, ce nu sunt imediat evidente pentru ochi, și de a fi insensibil la efectele secundare cum ar fi calea de transmisie a semnalului și relațiile de fază ale modulației în amplitudine și frecvență.

În legătură cu diagnoza defectelor, cepstrumul are avantaje în măsurarea spațierii medii a benzii laterale peste un domeniu foarte larg al spectrului, deci permite o măsurare foarte precisă a spațierii, și de a fi reprezentativ pentru întreg spectrul. Cepstrumul are abilitatea de a concentra informația semnificativă de bandă laterală într-o manieră foarte eficientă. Deseori, atât informația spectrală cât și cea cepstrală vor fi utile în efectuarea unui diagnostic, deoarece schimbările în forma spectrului, la care cepstrumul nu este sensibil, pot fi importante din punctul de vedere al diagnozei. De exemplu, la întrebarea dacă un defect este localizat distribuit sau același pentru fiecare dinte se poate răspunde cel mai ușor privind spectrul.

# 6. DETERMINĂRI EXPERIMENTALE

# 6.1. DESCRIEREA STANDULUI

Efectuarea măsurătorilor experimentale, pentru studiul cutiilor de viteze, s-a efectuat pe un stand de măsurare, care simulează funcționarea cutiei de viteze, în condițiile exploatării pe autoturism. Măsurătorile experimentale conduc la concluzii care pot confirma sau corecta considerațiile teoretice din capitolele anterioare.

Standul este prevăzut cu un lanț de măsurare bazat pe un sistem de achiziție de date, cu senzori piezoelectrici poziționați pe carcasa cutiei de viteze.

Standul de măsurare este conceput pentru a simula cât mai fidel funcționarea cutiei de viteze în condiții de exploatare. Sistemul de antrenare este asigurat de un motor electric trifazic (10), cu o putere de 5kW, care are turația arborelui de ieșire de 900 rot/min. Transmisia prin curele trapezoidale în trepte (8) asigură antrenarea arborelui cotit (6) a motorului autoturismului. Întinderea curelei se realizează prin greutatea proprie a motorului electric și un mecanism de întindere. Modificarea turației de antrenare se realizează prin oprirea motorului electric și trecerea curelei trapezoidale pe un alt diametru.



Figura 6.1. Standul experimental

Cuplarea cutiei de viteze se face prin intermediul unui ambreiaj (2), care poate fi acționat prin intermediul unei pârghii (3). Măsurarea turației arborelui cotit se face cu o lampă stroboscopică (11) și un traductor de turație (12).

Cutia de viteze (1) este fixată pe placa de bază cu ajutorul a două traverse sprijinite prin intermediul cuplajelor elastice cu care este fixată și pe autoturism. Montajul permite o simulare a condițiilor reale de funcționare ale cutiei de viteze.

Pe carcasa cutiei de viteze am stabilit un număr de opt puncte de măsurare în care s-au făcut determinările experimentale. Pe cele opt puncte s-au montat plăcuțe metalice, lipite rigid pe carcasă, care au rolul de fixare a traductorului piezoelectric.



Figura 6.2. Poziționarea plăcuțelor și a traductorului

Inițial măsurătorile s-au efectuat pentru determinarea vibrațiilor introduse de sistemul de antrenare, cutia de viteze fiind decuplată, având turația arborelui cotit de 900 rot/min, respectiv 2000 de rot/min. Determinările au fost făcute cu scopul de a putea elimina erorile introduse de sursele exterioare.

Cutia de viteze se consideră în stare perfectă de funcționare, deci vom considera aceste măsurători de referință.

În continuare s-au efectuat determinări pentru cutia de viteze în sarcină, la turația de 900 rot/min, pentru toate cele cinci trepte de viteză. Rezistența la înaintare a fost simulată prin introducerea unei frâne electromagnetice.

În prezent cele mai răspândite, la automobile, sunt cutiile de viteze cu variația în trepte a raportului de transmitere, cu arbori cu axe fixe și cu acționare mecanică. Aceste cutii de viteze permit obținerea variației raportului de transmitere în limitele necesare pentru o construcție nu prea complicată, cu un randament ridicat și la un cost scăzut. Părțile componente ale unei cutii de viteze în trepte sunt:

- mecanismul reductor (cutia de viteze propriu-zisă);
- sistemul de acționare;
- dispozitivul de fixare a treptelor;
- dispozitivul de zăvorire a treptelor.

Mecanismul reductor constituie partea principală a cutiei de viteze și servește la modificarea raportului de transmitere, respectiv a momentului motor, în funcție de variația rezistențelor la înaintarea automobilului.

Mecanismul reductor se compune din doi arbori pe care se află montate cinci perechi de roți dințate (cu ajutorul cărora se transmite mișcarea între arbori) și dintr-un carter.



Figura 6.3. Cutia de viteze

Sistemul de acționare servește la cuplarea și decuplarea treptelor, dispozitivul de fixare nu permite trecerea dintr-o treaptă în alta sau în poziția neutră, decât la intervenția conductorului, iar dispozitivul de blocare nu permite cuplarea simultană a mai multor trepte.

Cutiile de viteze sunt prevăzute cu mecanisme de sincronizare pentru realizarea schimbării vitezelor fără șocuri. Sincronizatoarele cu inerție garantează cuplarea treptelor de viteză fără șocuri, deoarece au dispozitive de blocare care permit cuplarea treptelor numai la egalizarea vitezelor unghiulare ale pinionului și roții dințate corespunzătore, înainte de intrarea în angrenare a acestora.

Pentru a analiza modul de vibrație a cutiei de viteze cu defecte, s-au generat defecte pentru sursele generatoare de vibrații: rulmenți, roți dințate, sincroane, etc.

În scopul detectării vibrațiilor datorate defectelor rulmenților, s-au înlocuit rulmenții de referință, cu rulmenți a căror defect a fost generat pe calea de rulare și pe două corpuri de rostogolire (role) prin atacarea acestora cu o soluție concentrată de acid sulfuric.



Figura 6.4. Rulmenții analizați

După înlocuire s-a refăcut setul de măsurători în cele opt puncte de măsurare, pentru toate treptele de viteză la turația de 900 rot/min.

Următorul defect a fost generat pentru pinionul arborelui de intrare al cutiei de viteze. Defectul pinionului constă în deformarea profilului unui dinte și generarea unor ciupituri pe profilul acestuia. Experimentul s-a efectuat pentru cutia de viteze cu ambele defecte generate pentru toate punctele de măsurare și toate treptele de viteză.



Figura 6.5. Pinioanele analizate

În urma acestui experiment am înlocuit rulmenții cu cei de referință și am refăcut tot setul de măsurători doar cu pinionul defect.

Măsurătorile experimentale efectuate pe standul experimental au fost achiziționate și prelucrate prin intermediul unui sistem de achiziție a datelor.

# **6.2. SISTEMUL DE ACHIZIȚIE A DATELOR**

O modalitate din ce în ce mai răspândită astăzi pentru măsurare, testare și control industrial constă în utilizarea unui calculator personal cu extensii de magistrală corespunzătoare.



# Figura 6.6. Sistem de achiziție a datelor

Obținerea unor rezultate corecte cu ajutorul unui sistem de achiziție a datelor dotat cu calculator personal depinde de fiecare element al sistemului. Un astfel de sistem, prezentat în figura 6.6., este compus din: calculator personal, traductoare, circuite de condiționare a semnalelor, hardware de achiziție a datelor și software specializat.

### 6.2.1. Traductoare de vibrații

În principiu, determinarea vibrațiilor presupune măsurarea unuia dintre cei trei parametri caracteristici: amplitudinea, viteza sau accelerația mișcării corpului care vibrează. Cunoscând unul dintre acești parametri se pot deduce ceilalți doi prin operații de derivare sau integrare. Deoarece din punct de vedere al procesării semnalului, integrarea este mai avantajoasă decât derivarea, în tehnică se preferă măsurarea accelerației. Un alt avantaj îl constituie faptul că traductoarele de accelerație sau accelerometrele nu necesită un sistem de referință.

Una dintre cele mai răspândite soluții constructive pentru accelerometre are la bază fenomenul piezoelectric, care constă în proprietatea unor cristale fără centru de simetrie de a genera sarcini electrice pe fețele acestora, când sunt supuse la solicitări de întindere sau compresiune. Cantitatea de sarcină electrică Q este proporțională cu mărimea forței F ce produce deformația.

În cadrul experimentărilor se folosesc traductoare piezoelectrice de compresie. Un astfel de traductor este arătat în figura 6.7.



Figura 6.7. Traductor piezoelectric

Elementele active ale accelerometrului sunt cristale piezoelectrice. Acestea acționează ca niște arcuri ce fac legătura între baza accelerometrului și masele seismice, prin intermediul piesei centrale prismatice. Când accelerometrul vibrează, asupra fiecărui element piezoelectric acționează o forță egală cu produsul dintre accelerația masei seismice și masa ei. Masele seismice fiind constante, rezultă că sarcina electrică produsă este proporțională cu accelerația maselor seismice. Cum acestea au aceeași accelerație (amplitudine și fază) ca și baza accelerometrului, într-un domeniu foarte larg de frecvențe, semnalul de ieșire al accelerometrului este proporțional cu accelerația bazei și deci cu accelerația suprafeței pe care este montat accelerometrul.

Traductorul KD42 utilizat are o sensibilitate  $B_{qa} = 140 \text{ [pC/g]}$  care exprimă legătura dintre accelerația măsurată și semnalul electric generat.

O altă caracteristică importantă a traductorului este răspunsul în amplitudine, prezentat în figura 6.8. Se observă că domeniul de liniaritate este cuprins între 1Hz și 10 kHz, interval în care trebuie să se găsească și frecvențele vibrațiilor mecanice măsurate.



Figura 6.8. Domeniul de liniaritate al traductorului KD42

Ultima realizare în domeniul accelerometrelor o constituie cele de tip DeltaTron, acestea având încorporate preamplificatoare ce elimină necesitatea folosirii unor amplificatoare de sarcină separate.

### 6.2.2. Condiționarea semnalului

Circuitele de măsurare pentru traductoarele piezoelectrice ridică o serie de probleme începând cu cablul de conectare, care introduce o rezistență de izolație și o capacitate parazită. Un alt factor perturbator este fenomenul triboelectric, prin care se produc sarcini electrice ca urmare a frecărilor dintre izolator și metal, din cauza îndoirilor, șocurilor și vibrațiilor. Filtrarea acestor zgomote printr-un amplificator de tensiune este o soluție rigidă, deoarece etalonarea schemei se face numai pentru un cablu dat, iar modificarea unor parametri externi poate introduce erori importante.

Eliminarea acestor neajunsuri se poate realiza cu ajutorul unor amplificatoare de sarcină, mai exact convertoare de sarcină-tensiune, cu schema prezentată în figura 6.9.



Figura 6.9. Schemă amplificator de sarcină

Cele două amplificatoare operaționale au fost ecranate pentru a reduce nivelul tensiunilor perturbatoare. Tensiunea măsurată utilizând acest circuit va fi proporțională cu accelerația. Circuitele de măsurare pentru traductoarele piezoelectrice ridică o serie de probleme începând cu cablul de conectare, care introduce o rezistentă de izolație și o capacitate parazită. Un alt factor perturbator este fenomenul triboelectric, prin care se produc sarcini electrice ca urmare a frecărilor dintre izolator și metal, din cauza îndoirilor, șocurilor și vibraților. Filtrarea acestor zgomote printr-un amplificator de tensiune este o soluție rigidă deoarece etalonarea schemei se face numai pentru un cablu dat, iar modificarea unor parametri externi pot introduce erori importante.

Eliminarea acestor neajunsuri se face cu ajutorul unor amplificatoare de sarcină, mai exact convertoare de sarcină - tensiune, cu schema prezentată în figura 6.9. Cele două amplificatoare operaționale au fost ecranate pentru a reduce nivelul tensiunilor perturbatoare. Tensiunea măsurată utilizând acest circuit va fi proporțională cu accelerația. La realizarea practică a circuitului de condiționare a semnalului conform figurii 6.8, trebuie avut în vedere că acesta se comportă ca și un filtru de semnal.

Componentele electronice trebuie alese în așa fel încât să nu se elimine frecvențele utile, în special cele joase, corespunzătoare modurilor proprii de vibrație.



Figura .6.10. Circuit de interfață al traductorului

Pentru circuitul din figura 6.10 s-au utilizat următoarele componente :

- AO circuitul operațional de amplificare 0PA27GP;
- rezistențele Rl = 40 K $\Omega$ , R2 = 1 K $\Omega$ , R3 = 39 K $\Omega$ , R4 = RS = 1,8 K $\Omega$
- condensatorul C = 0,47  $\mu$ F.

Componentele electronice trebuie alese în așa fel încât să nu se elimine frecvențele utile, în special cele joase, corespunzătoare modurilor proprii de vibrație a structurii mecanice testate. Relația de legătură între accelerație și tensiunea măsurată la ieșirea din circuitul de condiționare se deduce pornind de la formula schemei, scrisă în domeniul operațional:

$$U(s) = L[U(t)] = \frac{Q}{C} \frac{sR_1C}{1+sR_1C} \frac{R_3}{R_2},$$
 (6.1)

unde U(s) este tensiunea în domeniul operațional, U(t) tensiunea în domeniul de timp, iar *L* este operatorul de *transformare Laplace*. Trecând în domeniul frecvență se obține

$$U(j\omega) = \frac{Q}{C} \frac{j\omega R_1 C}{1 + j\omega R_1 C} \frac{R_3}{R_2},$$
(6.2)

formulă în care se impune ca:  $|j\omega R_1 C| = \omega R_1 C > 2,3$ , pentru a satisface condiția de liniaritate a răspunsului în amplitudine al amplificării. Rezultă în final:

$$U = \frac{Q}{C} \frac{R_3}{R_2} = \frac{B_{qa} a}{C} \frac{R_3}{R_2}.$$
 (6.3)

Înlocuind valorile numerice în relația (6.3) se obține formula de legătură dintre amplitudinea tensiunii măsurate și amplitudinea accelerației care o determină a=256U.

### 6.2.3. Placa de achiziție

Memorarea semnalelor continue provenite de la traductoare se poate realiza numai în mod discret, la anumiți pași de timp într-un interval de observație, numit eșantionare. Valorile discrete obținute aproximează semnalul continuu, cu o acuratețe care se exprimă prin precizia de conversie analog-digitală. Transformarea semnalului continuu într-o serie de valori discrete se realizează cu ajutorul unor circuite electronice specializate numite și plăci de achiziție, care sunt de fapt convertoare analog digitale ce se interpun între traductor și calculator.



Figura 6.11. Schema plăcii de achiziție

Sistemul de achiziție a datelor realizat se bazează pe placa de achiziție PCI-1200 din figura 6.11.a., produsă de firma National Instruments. Schema bloc de funcționare a acesteia este prezentată în figura 6.11.b.

Principalele caracteristici ale acestei plăcii sunt :

- 8 canale analogice de intrare;
- 24 de canale de intrare digitale;
- convertire analog-digitală și digital-analogică cu o precizie de 12 biți,
- rata de eşantionare maximă 100 kS/s;
- domeniul semnalelor de intrare  $0 \div 10$  V unipolar sau  $-5 \div +5$ V bipolar.

Precizia de digitizare a semnalelor exprimă legătura dintre valoarea numerică naturală înregistrată de sistem și valoarea reală corespunzătoare semnalului analog.

În cazul plăcii PCI-1200, precizia de aproximare este de 12 biți, ceea ce înseamnă că domeniul semnalelor  $-5 \div +5V$  este divizat în  $2^{12} = 4096$  intervale cărora li se asociază o unitate digitală întreagă, cu alte cuvinte o unitate digitală înregistrată corespunde unei tensiuni de 10/4096 = 0,00241 [V].

### 6.3. PROGRAM PENTRU ACHIZIȚIA DATELOR

Programul realizează achiziția datelor primite de la traductorul piezoelectric într-un interval de timp de 5 secunde. Programul este scris în limbajul de programare Visual C folosind bibliotecile standard ale acestuia și biblioteca de funcții a plăcii de achiziție Nat. Instr. PCI 1200. Datele achiziționate sunt salvate într-un fișier de date. Achiziția se realizează în opt puncte de măsurare pentru fiecare din cele cinci viteze ale cutiei. La sfârșitul achiziției datelor, programul verifică dacă aceasta s-a realizat corect și afișează pe ecran un mesaj de confirmare.

/\* Biblioteci utilizate \*/

/\*biblioteca de funcții a plăcii de achiziție Nat. Instr. PCI1200 \*/

#include "nidaqex.h"

/\* bibliotecile standard Visual C\*/

```
#include <fcntl.h>
#include <io.h>
#include <stdlib.h>
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <ctype.h>
#include <math.h>
#include <string.h>
#include <sys/types.h>
#include <sys/stat.h>
```

/\* Început program \*/

```
void main(void)
{
    /*
    * Variabile locale:
    */
```

i16 iStatus = 0;

/\*Valoare returnată în caz de eroare\*/

### i16 iRetVal = 0;

/\*Identificatorul plăcii de achiziție\*/

i16 iDevice = 1;

/\*Timpul total de achiziție. În cazul apariției unei erori achiziția se oprește automat după expirarea acestui timp\*/ i32 lTimeout = 600;

/\*Numărul de canale pe care se achiziționează \*/

i16 inumChans = 1;

/\* Amplificarea plăcii de achiziție \*/

i16 iGain = 1;

/\* Numărul de achiziții pe secundă pentru mai multe canale \*/

f64 dSampRate = 20000.0;

/\* Numărul de achiziții pe secundă pe un canal \*/

f64 dScanRate = 0;

/\*Numărul total de achiziții \*/

u32 ulCount = 100000;

/\*Nume fișier cu date achiziționate \*/

char\* strFilename = "a"; i16 iIgnoreWarning = 0;

/\* Setarea limitei de timp : nr. secunde \* 18tacturi/sec.) \*/

iStatus = Timeout\_Config(iDevice, lTimeout);

iRetVal = NIDAQErrorHandler(iStatus, "Timeout\_Config", iIgnoreWarning);

/\* Specificarea numelui de fişier în care se înscriu datele \*/
printf("\n Numele fisierului : ");
scanf("%s",strFilename);
printf("\n");
printf("\n Pentru pornirea achizitiei apasati orice tasta.... ");

/\*Așteaptă apăsarea unei taste pentru începerea achiziției \*/

while(!kbhit());

printf("Start achizitie!\n");

/\* Achiziție pe disc \*/

iStatus = Lab\_ISCAN\_to\_Disk (iDevice, inumChans, iGain, strFilename, ulCount, dSampRate, dScanRate, 0);

iRetVal = NIDAQErrorHandler(iStatus, "Lab\_ISCAN\_to\_Disk", iIgnoreWarning);

/\*Daca achiziția s-a terminat cu succes scrie "OK" pe ecran \*/

if (iStatus == 0) printf(" O.K.!");

/\*Resetează limita de timp \*/

iStatus = Timeout\_Config(iDevice, -1);

/\* Afişează pe ecran mesajul de terminare a achiziției \*/

printf("Terminat achizitie!\n");

}

/\* Sfårşit program \*/

# 7. PRELUCRAREA ȘI INTERPRETAREA DATELOR

### 7.1. METODA DE ANALIZĂ

Metoda de analiză utilizată [146], [147] este cu canal dual și are facilități de editare, care o fac cel mai potrivită pentru identificarea și separarea familiilor de armonice utilizând analiza cepstrum.

Spectrul semnalului unei cutii de viteze va consta, de obicei, dintr-un număr de familii de armonice. Aceste familii de armonice provin de la diferiți arbori și rulmenți din cutia de viteze și de la frecvențele angrenajelor cu roți dințate. Roțile dințate au de obicei un număr prim de dinți. Acesta este un avantaj, deoarece face ca uzura să fie distribuită mai uniform pe profilul danturii angrenajelor, dar este de asemenea un avantaj din punct de vedere al măsurătorilor, deoarece înseamnă că de obicei diferitele familii de armonici nu se suprapun. Pe de altă parte, deseori pot exista câteva familii de armonice care pot fi separate dificil în spectru. Cepstrumul este un instrument practic care face ușoară găsirea acestor familii diferite de armonice, iar familiile individuale pot fi monitorizate pentru detectarea modificărilor, care indică faptul că funcționarea este necorespunzătoare.

Cepstrumul de putere fiind definit ca transformata Fourier inversă a logaritmului spectrului de putere conform relației 5.3. este utilizat pentru această analiză duală conform schemei următoare.

Schema bloc a prelucrării datelor este prezentată în figura 7.1.



Fig. 7.1. Diagrama bloc a fluxului de date în analiza Cepstrum

A fost efectuată o măsurare de mediere a spectrului pe o cutie de viteze cu o singură treaptă (arbore de intrare, un angrenaj, arbore de ieșire). Semnalul de vibrații a fost măsurat și analizat pe un analizor de semnal cu canal dual.

Dacă studiem autospectrul semnalului vedem un număr mare de armonici prezentate în figura 7.2.

Familiile de armonici pot fi găsite utilizând cursorul de armonici, dar acesta poate fi un proces laborios. Pe grafic a fost găsită o familie de armonici cu  $\Delta f=125$  Hz.



Figura 7.2. Spectrul semnalului

Procesul de căutare a familiilor de armonici este mult mai ușor în domeniul cepstrum prezentate în figura 7.3.

Pe grafic, a fost găsită familia de armonice în cepstrum cu  $\Delta t=8,4$  ms notată cu A. Se poate vedea că există de asemenea și o altă familie de armonice în cepstrum, cu un pas mai mare 20 ms notată cu B.



Figura 7.3. Cepstrumul semnalului

Familia de 8,4 ms corespunde familiei de armonice găsită anterior în spectru care identifică un defect. Intervalele dintre armonice în frecvență și armonicele în cepstrum sunt reciproce una alteia.

# 7.2. PROGRAME DE CALCUL

Prelucrarea datelor achiziționate cu traductorul piezoelectric s-a realizat cu ajutorul unui program implementat în mediul MatLab 6.0. Programul realizează analiza semnalelor de zgomot și vibrație în scopul diagnosticării defectelor apărute. În figura 7.4. este prezentată schema bloc a programului.



Figura 7.4 Schema bloc pentru analiza rezultatelor

### Programul principal specan 1

Acest program definește interfața grafică utilizator, creând un meniu din care pot fi selectate subprogramele *specan 3, specan 4, specan 5, specan 6, specan 7* și *specan 8.* 

% Initializare variabile % Definire interfața grafica utilizator : "specan1" global contor x1 calibrare; fre\_esant = 20000; nr\_esant = 16384; contor = 1; % Calibrare semnal %Transformare in volti calib1 = (10/4096); % Constanta traductorului KD42 kd42 = 0.0415; kd35 = 0.0;

#### % Transformare in m/s^-2

% calibrare = calib1\*9.81/kd42;

f40\_1\_1 = figure('Name','Analiza spectrala a semnalelor achizitionate',... 'NumberTitle','off');

%'MenuBar','none',

#### % Butoane

f40\_1\_4\_2 = uicontrol('Style', 'pushbutton', 'String', 'Semnal',... 'Position', [5 5 70 20], 'Callback', 'specan5');

- f40\_1\_4\_3 = uicontrol('Style', 'pushbutton', 'String', 'Spectru',... 'Position', [80 5 70 20], 'Callback', 'specan4');
- f40\_1\_4\_1 = uicontrol('Style', 'pushbutton', 'String', 'Cepstru',... 'Position', [155 5 70 20], 'Callback', 'specan3');
- f40\_1\_4\_4 = uicontrol('Style', 'pushbutton', 'String', 'RMS',... 'Position', [230 5 70 20], 'Callback', 'specan6');
- f40\_1\_4\_5 = uicontrol('Style', 'pushbutton', 'String', 'PEAK to PEAk',... 'Position', [305 5 100 20], 'Callback', 'specan7');
- f40\_1\_4\_6 = uicontrol('Style', 'pushbutton', 'String', 'PEAK',...
- 'Position', [410 5 70 20], 'Callback', 'specan8');

#### % lesire

f40\_1\_6 = uicontrol('Style', 'pushbutton', 'String', 'lesire',...

# 'Position', [485 5 70 20], 'Callback', 'delete(f40\_1\_1)');

### Subprogramul specan4

Acest subprogram are ca date de intrare datele achiziționate care se găsesc în fișierele de date. După selectarea fișierelor de date se apelează subprogramul *spectru*.

#### % Deschidere fisier si lansare spectru

```
global contor x1;
[filename,pathname] = uigetfile('*.*','Selectati fisierul de date',300,100);
if filename ~=0
      fid = fopen(strcat(pathname,filename),'r');
      [x1,count1] = fread(fid,inf,'int16');
      fclose('all');
      spectru;
elseif filename == 0
      disp('Nu s-a selectat nici un fisier');
end
```

### Subprogramul spectru

Subprogramul *spectru* realizează analiza spectrului de putere cu ajutorul transformatei Fourier. După definirea constantelor proprii și a constantei traductorului în funcție de tipul acestuia, se realizează filtrarea semnalului prin apelarea funcției Hanning (*hann*). Aplicând transformata Fourier (*fft*) rezultatul este obținut în domeniul frecvență [dB].

```
% Calcul si afisare Spectru
% Constante program
global x1;
fre esant = 20000;
nr esant = 2^16; % trebuie sa fie o putere a lui 2
pct med = 128; % trebuie sa fie o putere a lui 2
domeniu plot frecv = 3200;
% Calibrare semnal
% Transformare in volti
x1 = x1.*(10/4096);
% Se scade valoarea offset
x1 = x1 - mean(x1);
% Constanta traductorului KD42
kd42 = 0.0415;
kd35 = 0.0439;
% Calibrare
x1 = x1./kd35;
% Transformare in m/s^2
x1 = x1*9.81;
% Generare filtru
H = hann(pct med)/pct med;
% Spectru
amp = 20^{log10(real(fft(x1,nr esant)).^{2/(10^{-5}))};
amp = amp(1:nr esant/2);
amp = abs(amp);
% Medie
amp = conv(H, amp);
% Grafic spectru
amp = abs(amp(pct med/2:length(amp)-(pct med/2)));
frecv = (0:length(amp)-1)*fre_esant/nr_esant;
frecv = frecv(:);
dom spec = floor(domeniu plot frecv*nr esant/fre esant);
figure;plot(frecv(10:dom spec),amp(10:dom spec),'k');
title(strcat('Spectru semnal'));
xlabel('Frecventa [Hz]');
ylabel('dB (m/s<sup>2</sup>)');
```

### Subprogramul specan 3

Acest subprogram primește la intrare datele achiziționate care se găsesc în fișierele de date. După selectarea fișierelor de date se apelează subprogramul *Cepstru*.

#### % Deschidere fisier si lansare Cepstru

```
global contor x1;
[filename,pathname] = uigetfile('*.*','Selectati fisierul de date',300,100);
if filename ~=0
    fid = fopen(strcat(pathname,filename),'r');
    [x1,count1] = fread(fid,inf,'int16');
    fclose('all');
    cepstru;
```

```
elseif filename == 0
disp('Nu s-a selectat nici un fisier');
end
```

# Subprogramul Cepstru

Subprogramul *cepstru* realizează analiza cepstrum a semnalului achiziționat. După definirea constantelor se asociază fiecărui tip de traductor constanta proprie. Semnalul analizat este filtrat prin intermediul filtrului Hanning (funcția *hann* - care realizează medierea semnalului) după care se execută analiza cepstrum și se afișează rezultatul.

```
% Calcul si afisare Cepstru
% Constante program
      global x1
      fre esant = 20000;
      nr esant = 2^16; % trebuie sa fie o putere a lui 2
      durata = 5;
      pct med = 64; % trebuie sa fie o putere a lui 2
      domeniu plot frecv = 3200;
      domeniu plot timp = 0.128;
%Transformare in volti
x1 = x1.*(10/4096);
% Se scade valoarea offset
x1 = x1 - mean(x1);
% Constanta traductorului KD42
kd42 = 0.0415;
kd35 = 0.0439;
% Calibrare
x1 = x1./kd35;
%Transformare in m/s^2
x1 = x1*9.81;
% Generare filtru
H = hann(pct_med)/pct_med;
% Spectru
amp = real(fft(x1,nr esant)).^2;
amp = amp(1:nr_esant/2);
amp = abs(amp);
% Filtrare (mediere cu filtru Hanning)
amp = conv(H, amp);
amp = abs(amp(pct_med/2:length(amp)-(pct_med/2)));
frecv = (0:length(amp)-1)*fre esant/nr esant;
frecv = frecv(:);
dom spec = floor(domeniu plot frecv*nr esant/fre esant);
% Logaritm
amp = 20*log10(amp/(10^{-5})));
% Ifft
amp ceps = abs(real(ifft(amp)));
% Grafic cepstru
timp ceps = (0:length(amp ceps)-1)/fre esant;
dom ceps = floor(domeniu plot timp*fre esant);
```

figure;plot(timp\_ceps(10:dom\_ceps),amp\_ceps(10:dom\_ceps),'k'); title(strcat('Cepsrum')); xlabel('Timp [s]'); ylabel('dB (m/s^2)');

# Subprogramul specan 5

Acest subprogram preia semnalul traductorului piezoelectric achiziționat din fișierul de date și îl afișează.

```
% Deschidere fisier si afisare semnal
```

```
global contor x1;
[filename,pathname] = uigetfile('*.*','Selectati fisierul de date',300,100);
if filename ~=0
      fid = fopen(strcat(pathname,filename),'r');
      [x1,count1] = fread(fid,inf,'int16');
      fclose('all');
      count1 = 100000;
      x1 = x1(1:count1);
      timp = [1:count1]/20000;
       % Calibrare semnal
       %Transformare in volti
      x1 = x1.*(10/4096);
       % Se scade valoarea offset
      x1 = x1 - mean(x1);
       % Constanta traductorului KD42
       kd42 = 0.0415;
       kd35 = 0.0439;
       % Calibrare
       x1 = x1./kd35;
       %Transformare in m/s^2
       x1 = x1*9.81;
       %Afisare
       f 1 = figure('Name','Semnal',...
       'NumberTitle','off');
       plot(timp,x1,'k');
       title(strcat('Semnal traductor piezoelectric'));
       xlabel('Timp [s]');
       ylabel('Acceleratie [g]');
elseif filename == 0
       disp('Nu s-a selectat nici un fisier');
end
```

### Subprogramul specan 6

Pentru determinarea caracteristicii statistice  $RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i)^2}{n}}$  subprogramul *specan* 6 calculează și afișează această valoarea pentru fiecare semnal achiziționat.

```
% Calcul si afisare RMS
global contor x1;
[filename,pathname] = uigetfile('*.*','Selectati fisierul de date',300,100);
if filename ~=0
      fid = fopen(strcat(pathname,filename),'r');
      [x1,count1] = fread(fid,inf,'int16');
      fclose('all');
      % Calibrare semnal
       %Transformare in volti
      x1 = x1.*(10/4096);
      % Se scade valoarea offset
      x1 = x1 - mean(x1);
       % Constanta traductorului KD42
      kd42 = 0.0415;
      kd35 = 0.0439;
      % Calibrare
      x1 = x1./kd35;
       %Transformare in m/s^2
      x1 = x1*9.81;
       % Calcul RMS
       x1_rms = (sqrt(sum(x1.^2)/size(x1,1)));
       x1 rms str = num2str(x1 rms);
       % Afisare
       f46_1_4_1 = uicontrol('Style', 'Text', 'String', x1_rms_str,...
        'Position', [20 305 70 20]);
      f46_1_4_2 = uicontrol('Style', 'Text', 'String', 'RMS',...
        'Position', [20 330 70 20]);
elseif filename == 0
       disp('Nu s-a selectat nici un fisier');
end
```

### Subprogramul specan 7

Acest subprogram calculează și afișează valoarea caracteristicii statistice dată între valorile maxime și valorile minime a semnalului.

#### %Calcul si afisare Peak to Peak

```
global contor x1;

[filename,pathname] = uigetfile('*.*','Selectati fisierul de date',300,100);

if filename ~=0

fid = fopen(strcat(pathname,filename),'r');

[x1,count1] = fread(fid,inf,'int16');

fclose('all');

% Calibrare semnal

%Transformare in volti

x1 = x1.*(10/4096);

% Se scade valoarea offset

x1 = x1 - mean(x1);

% Constanta traductorului KD42

kd42 = 0.0415;

kd35 = 0.0439;
```

```
% Calibrare
x1 = x1./kd35;
%Transformare in m/s^2
x1 = x1*9.81;
%Calcul Peak to Peak
x1_peak_to_peak = max(x1)-min(x1);
x1_peak_to_peak_str = num2str(x1_peak_to_peak);
%Afisare
f46_1_4_1 = uicontrol('Style', 'Text', 'String', x1_peak_to_peak_str,...
'Position', [95 305 70 20]);
f46_1_4_2 = uicontrol('Style', 'Text', 'String', 'PEAK to PEAK',...
'Position', [95 330 100 20]);
elseif filename == 0
disp('Nu s-a selectat nici un fisier');
end
```

### Subprogramul specan 8

Acest subprogram calculează și afișează valorile pozitive ale caracteristicii statice maxime a semnalului.

### % Calcul si afisare Peak

```
global contor x1;
[filename,pathname] = uigetfile('*.*','Selectati fisierul de date',300,100);
if filename ~=0
      fid = fopen(strcat(pathname,filename),'r');
      [x1,count1] = fread(fid,inf,'int16');
      fclose('all');
       % Calibrare semnal
       % Transformare in volti
      x1 = x1.*(10/4096);
       % Se scade valoarea offset
      x1 = x1 - mean(x1);
       % Constanta traductorului KD42
      kd42 = 0.0415;
      kd35 = 0.0439;
       % Calibrare
      x1 = x1./kd35;
       % Transformare in m/s^2
      x1 = x1*9.81;
       % Calcul Peak to Peak
       x1 peak = (max(x1)-min(x1))/2;
       x1 peak str = num2str(x1 peak);
       % Afisare
       f46 1 4 1 = uicontrol('Style', 'Text', 'String', x1 peak str,...
         'Position', [200 305 70 20]);
       f46 1 4 2 = uicontrol('Style', 'Text', 'String', 'PEAK',...
         'Position', [200 330 70 20]);
elseif filename == 0
       disp('Nu s-a selectat nici un fisier');
```

end

# 7.3. INTERPRETREA REZULTATELOR

În scopul diagnosticării cutiei de viteze fără defect s-au trasat diagramele din figura 7.5., ale semnalului achiziționat în timp, spectrului de putere în frecvență și ale cepstrumului în timp cu ajutorul programelor sus menționate.



Figura 7.5. Diagramele cutiei de viteze fără defecte

S-au obținut valori ale amplitudinii în cepstrum până la 0,55m/s<sup>2</sup> și spațierea benzilor laterale corespunde frecvențelor vibrațiilor generate de rulmenți
angrenaje și transmisia prin intermediul curelei. Valoarea RMS corespunzătoare semnalului achiziționat este de 1,3761 m/s<sup>2</sup>.

Pentru diagnosticarea cutiei de viteze cu angrenaj defect s-au obținut diagramele din figura 7.6., ale semnalului achiziționat în timp, spectrului de putere în frecvență și ale cepstrumului în timp. În aceste diagrame apar vârfuri egal spațiate pe diagrama cepstrum care corespund defectului din angrenaj.



Figura 7.6. Diagramele cutiei de viteze cu defect în angrenaj

Pentru determinarea aproximativă prin calcul a frecvenței semnalului generat de defectul din angrenaj se utilizează următoarea metodologie:

Frecvența de angrenare se determină cu relația:

$$f_a = \frac{f_m}{N_a} \tag{7.1}$$

în care  $f_m$  reprezintă frecvența de rotație a roții conducătoare iar  $N_a$  reprezintă cel mai mic divizor comun al numărului de dinți corespunzător pinionului și roții dințate. Matematic frecvența de rotație  $f_m$  a roții conducătoare se poate exprima cu ajutorul frecvenței de rotație a pinionului și numărului de dinți ai acestuia, sau a frecvenței de rotație a roții conduse și numărului de dinți ai acesteia.

$$f_m = f_{rp} \times Z_p = f_{rg} \times Z_g \tag{7.2}$$

unde:

- $\geq Z_p$  reprezintă numărul de dinți ai pinionului;

 $> Z_g$  – reprezintă numărul de dinți ai roții dințate.

Frecvența de angrenare  $f_{tr}$ , pentru un dinte al pinionului care intră în angrenare cu același dinte al roții conduse este dat de relația:

$$f_{\prime\prime} = \frac{f_{\prime\prime} \cdot N_{a}}{Z_{g} \cdot Z_{p}}$$
(7.3)

Frecvența de angrenare va avea o frecvență joasă care poate fi greu detectată în spectru dar poate fi depistată ușor în cepstrum.

Pentru această cutie de viteze analizată în domeniul timp, frecvența de angrenare are valoarea dată în tabelul de mai jos:

Tipul	Treapta	Numărul de	Numărul de	Na	Frecvența	Frecvența
cutiei	de viteză	dinți ai roții	dinți ai		de rotație	de
			pinionului			angrenare
365	1	42	11	1	899,97	50,94
	2	38	17	1	899,98	49,09
	3	34	23	1	899,98	47,36
	4	33	34	1	899,96	40,29
	5	31	36	1	899,93	40,29

Această valoare obținută prin calcul indică apariția vârfurilor de frecvență pe diagrama cepstrum la un interval  $\Delta t_{cp} = 1/f_{tr} = 1/50,94 = 0,0196$  [s]

Analizând diagramele obținute experimental se observă o spațiere între două vârfuri în diagrama cepstum, apropiată de valoarea calculată de  $\Delta t_{mp}$ = 0,0192[s], deci frecvența va măsurată va fi  $f_m$ = 1/ $\Delta t_{mp}$ =52.083 [Hz]

Aceste vârfuri și spațierea lor pot fi utilizate pentru depistarea defectelor angrenajului.În comparație cu cutia fără defecte amplitudinea în cepstrum este de aproximativ două ori mai mare.

Pentru diagnosticarea cutiei de viteze cu rulment defect s-au trasat diagramele din figura 7.7., ale semnalului achiziționat în timp, spectrului de putere în frecvență și ale cepstrumului în timp. În aceste diagrame apar vârfuri egal spațiate pe diagrama cepstrum care corespund defectului din rulment.



Figura 7.7. Diagramele cutiei de viteze cu rulment defect

În scopul determinării aproximative a frecvenței datorate defectului rulmentului s-a calculat frecvența caracteristică pentru rulmenții radial axiali cu role conice pe două rânduri.

> Frecvența de caracteristică datorată rotației coliviei  $f_c$  cu relația:

$$f_{c} = \frac{1}{2} f_{n} \left( 1 - \frac{d_{rola}}{d_{mcd}} \right)$$
(7.4)

unde:

 $f_n$ - frecvența de rotație a arborelui de intrare;

 $d_{rola}$ - diametrul corpului de rostogolire;

 $d_{med}$ - diametrul mediu al rulmentului.

Frecvența de caracteristică datorată rotației inelului exterior al rulmentului cu relația:

$$f_{le} = \frac{1}{2} f_n \cdot z \left( 1 - \frac{d_{rola}}{d_{med}} \right)$$
(7.5)

unde:

*z*- numărul corpurilor de rostogolire pe un rând.

Frecvența de caracteristică datorată rotației inelului interior al rulmentului cu relația:

$$f_{li} = \frac{1}{2} f_n \cdot z \left( 1 + \frac{d_{rola}}{d_{med}} \right)$$
(7.6)

Frecvența de caracteristică datorată corpurilor de rostogolire pe un inel exterior cu defect cu relația:

$$f_{le\ rola} = \frac{1}{2} f_n \cdot \frac{d_{med}}{d_{rola}} \left( 1 - \left(\frac{d_{rola}}{d_{med}}\right)^2 \right)$$
(7.7)

Frecvența de caracteristică datorată corpurilor de rostogolire pe ambele inele cu defecte cu relația:

$$f_{I-rola} = f_n \cdot \frac{d_{med}}{d_{rola}} \left( 1 - \left( \frac{d_{rola}}{d_{med}} \right)^2 \right)$$
(7.8)

Aceste relații pot fi utilizate în diagnosticarea defectelor, pentru orice tip de rulment radial axial cu bile sau role.

Pentru cazul studiat experimental, utilizând un rulment 35305R defectul fiind generat pe inelul exterior vom obține o frecvență calculată pe baza relației (7.6) se obține  $f_{le}=102,2$  Hz.

Analizând diagramele obținute experimental conform figurii 7.7 se observă o spațiere în cepstrum între două vârfuri  $\Delta t_m = 0,01$  [s]. Frecvența determinată experimental fiind  $f_m = 1/\Delta t_m = 100$  [Hz], se obține o frecvență apropiată de cea calculată. Această spațiere cât și amplitudinea semnalului în cepstrum dau indicații pentru depistarea defectelor rulmenților.

Pentru cutia de viteze cu defecte, atât la angrenaje cât și la rulmenți, se obțin grupe de vârfuri egal spațiate, caracteristice fiecărui defect.



Figura 7.8. Diagramele cutiei de viteze cu angrenaj și rulment defect

Se remarcă o grupă de semnale cu spațierea caracteristică corespunzătoare angrenajului defect și o grupă de semnale cu spațierea caracteristică rulmentului defect.

În concluzie la diagnosticarea unei cutii de viteze cu defecte necunoscute se poate utiliza analiza cepstrum pentru determinarea defectelor, în modul următor:

> Dacă apar vârfuri spațiate cu  $\Delta t_{mp}$  în cepstrum, defectul cutiei de viteze este datorat unui angrenaj;

> Dacă apar vârfuri spațiate cu  $\Delta t_{mr}$  în cepstrum, defectul cutiei de viteze este datorat rulmenților.

Dacă se fac măsurători pe cutii de viteze cu mai multe trepte de viteză, atunci pot exista mai multe familii de armonici care se suprapun. Utilizând posibilitatea de achiziție de date în timp, care permite utilizarea transformatei Fourier, va crește rezoluția în frecvență și va face astfel mai ușoară separarea familiilor de armonici.

Acest tip de analiză este de sine stătătoare și permite efectuarea tuturor calculelor necesare pentru a realiza o analiză cepstrum avansată. Analiza permite afișarea graficelor cepstrum, care pot fi transformate înapoi într-un spectru de putere. Editarea poate de asemenea fi efectuată pe spectrele de frecvență, înainte ca cepstrumul sa fie calculat, în scopul de a analiza gamele de frecvență, fie cu familii de armonice, fie cu familii de benzi laterale. Este de asemenea menționat că analiza cepstrum poate fi efectuată pe date prestabilite urmărite, sau pe date cu achiziție în timp. Urmărirea este utilă atunci când cutia de viteze nu funcționează la turație constantă. Achiziția în timp este utilă dacă există multe familii de armonice care trebuie separate.

Se poate observa că valorile statistice determinate (RMS, Peak to peak, Peak) au valori mai mici pentru cutia de viteză fără defecte și valori mari pentru cutia de viteze cu defecte la angrenaj și rulment. Valorile statistice pentru un rulment defect sunt mai mari decât valorile pentru angrenajul defect. Aceste valori sunt indicate în diagramele cestrum pentru fiecare set de măsurări.

Rezultatele obținute în urma analizei experimentale ne conduc la concluzia că valorile cele mai mari ale amplitudinilor se obțin pentru punctul de măsurare cel mai apropiat de defect. Pentru cutia de viteze analizată acest punct este punctul 8, unde este montat rulmentul biconic al arborelui de transmisie. Aceste valori sunt prezentate în figurile 7.9-12, de mai jos, pentru cutia de viteze fără defect și cutia de viteze cu defectele generate pentru rulmenți și angrenaje.

Cazul studiat în figurile de mai jos se referă la treapta a treia de viteză deoarece este treapta de cea mai mare putere.

În anexă se prezintă o serie de seturi de măsurători pentru alte puncte de măsurare respectiv alte trepte de viteză.





Figura 7.9. Diagramele cutiei de viteză fără defect corespunzătoare punctului 8 de măsurare



Figura 7.10. Digramele pentru cutia de viteze cu angrenaj defect corespunzătoare punctului 8 de măsurare



Figura 7.11. Digramele pentru cutia de viteze curulment și angrenaj defect corespunzătoare punctului 8 de măsurare



TEZĂ DE DOCTORAT

Figura 7.12. Digramele pentru cutia de viteze cu rulment defect corespunzătoare punctului 8 de măsurare

# 8. CONCLUZII ȘI CONTRIBUȚII

#### 8.1. CONCLUZII GENERALE

Obiectivul principal al acestei teze îl reprezintă analiza semnalelor de zgomote și vibrații în vederea detectării surselor în cazul mecanismelor de transmitere de putere cu roți dințate, respectiv a cutiilor de viteze de automobile. Este prezentată o metodologie unitară pentru analiza și diagnosticarea mașinilor aflate în mișcare de rotație, pentru care identificarea surselor de vibrații și zgomote se realizează în timpul funcționării acestora. Studiul comportamentului global al cutiei de viteze a fost realizat prin modelarea și analiza experimentală realizată asupra elementelor componente ale mecanismelor considerate: carcase, lanțuri cinematice, angrenaje. În această optică, a fost utilizată o nouă formulare și prezentare a tehnicilor de calcul, precum și a elementelor componente pentru a descrie comportamentul global al unui sistem mecanic, care au condus la rezultate noi și originale.

Tehnica de diagnosticare pentru determinarea surselor vibrațiilor și zgomotelor se bazează pe analiza semnalelor de vibrații și zgomote achiziționate în domeniul timp, prin analiza în domeniul frecvență, cu ajutorul transformării Fourier și analiza cepstrum, care dau indicații valoroase pentru depistarea acestora.

In primul capitol au fost prezentate sursele de vibrație interne și externe ale autoturismului precum și elemente de diagnosticare vibro-acustică.

Monitorizarea vibrațiilor mașinilor presupune compararea continuă, la termene stabilite, a nivelului vibrațiilor cu limitele stabilite, în scopul detectării rapide a creșterii nivelului vibrațiilor peste limita normală.

Identificarea exactă a cauzelor vibrațiilor și zgomotelor, în scopul remedierii defectelor sau înlocuirea componentelor defecte în timp util, aduce beneficii mari în industria constructoare de mașini:

- prelungirea duratei de funcționare a maşinilor;
- reducerea timpului total de oprire în funcționare pentru întreținere sau reparații accidentale;
- creșterea siguranței în funcționare a mașinilor;
- asigurarea unui grad de utilizare optim al maşinilor şi utilajelor;
- reducerea costurilor de exploatare;
- > asigurarea protecției operatorului și a mediului înconjurător.

Tehnica de monitorizare și diagnosticare prin vibrații și zgomote utilizează elemente statistice ale nivelului de vibrație, care dau informații utile pentru depistarea stării de funcționare a mașinii sau utilajului, al cărui nivel limită este stabilit de producător.

Un studiu complet al comportamentului mecanic al unui sistem complex pune în evidență a interacțiunile mecanice dintre diferite elemente componente. Din punct de vedere numeric, realizarea modelelor globale performante, a mecanismelor de transmisie de putere, necesită integrarea și punerea în evidență într-o manieră pertinentă a fenomenelor macroscopice și a fenomenelor microscopice ale sistemului și a comportamentului legăturilor mecanice.

Al doilea capitol cuprinde metode de modelare dinamică a elementelor componente ale mecanismelor de transmitere de putere și metodele numerice utilizate în scopul unei simulări cât mai exacte.

Angrenajele cilindrice exterioare sunt o sursă principală de excitație a sistemului în funcțiune datorate solicitărilor la încovoiere și la torsiune ai arborilor lanțului cinematic. Aceste modele consideră eroarea de transmisie ca sursă principală de excitație a mecanismelor de transmitere de putere. În cadrul studiilor dinamice globale realizate, a reieșit că angrenajele nu necesită o modelare foarte precisă și că o bună estimare a caracteristicilor lor geometrice și a rigidității angrenajului, permit obținerea unor rezultate satisfăcătoare.

Inelele exterioare ale rulmenților, care asigură legătura dintre carcasă și lanțul cinematic, trebuie modelate într-o manieră foarte precisă, și a fost propusă o nouă metodă de discretizare a unui element corp de rostogolire. Introducerea în modelele dinamice globale a matricelor de rigiditate, obținute pentru fiecare corp de rostogolire, este metodă nouă în raport cu modelele existente, prin care se permite luarea în evidență a deformabilității carcasei.

Deși rigiditatea rulmentului este de același ordin de mărime cu rigiditatea angrenajului, angrenajele participă mult mai puțin la deformarea lanțului cinematic decât rulmenții, energia de deformare din dantură rămânând relativ mică pentru gama de frecvențe considerată.

În capitolul al treilea, excitațiile interne, care modelează funcționarea cutiei de viteze și a carcasei, sunt introduse în modelul dinamic global. Studiile realizate cu aceste modele complete au arătat că luarea în considerare a carcasei modifică considerabil comportamentul vibrator al sistemului. Introducerea influenței carcasei în model se manifestă printr-o creștere importantă a numărului de moduri proprii a sistemului intrare/ieșire și o legătură importantă între deformările lanțului cinematic și cele ale carcasei. Modurile proprii la ieșire sunt utilizate în mod curent pentru determinarea vitezelor critice de funcționare a sistemului excitat de eroarea de transmitere.

În concluzie, compararea răspunsului sistemului, cu sau fără carcasă, la o excitație simplă, dar reală, permite confirmarea acestei prime analize. Atunci când fenomenul analizat este eroarea de transmitere dinamică, măsurată în centrele pinioanelor nominalizate, valoarea frecvenței și amplitudinea erorii de transmitere a vitezelor critice depinde în mod semnificativ de influența carcasei.

Analiza semnalelor de zgomot și vibrație sunt caracteristice diagnosticării mecanismelor de transmitere de putere cu angrenaje și face obiectul de studiu al capitolului patru. Datorită progresului fulminant din ultimii ani a tehnologiei informaționale, analiza datelor se poate realiza cu programe specifice în scopul detectării surselor de vibrație și zgomot.

Tehnicile de analiză a semnalelor pot fi clasificate în patru categorii fundamentale:

- analiza amplitudinii semnalului;
- analiza în domeniul timp a semnalelor individuale;

- analiza în domeniul frecvență a semnalelor individuale;
- analiza semnalului dual în domeniul timp sau în domeniul frecvență.

Detecția unui defect în condiții de funcționare se poate realiza prin compararea nivelurilor de vibrații sau zgomot cu nivelurile admisibile. Utilizarea valorilor admisibile standard nu este recomandată, întrucât impedanța mecanică variază mult, chiar la cutii de viteze de același tip. În același timp, impedanța mecanică variază cu frecvența și deci, utilizarea criteriilor de apreciere absolute, pe spectre de frecvențe, ar putea conduce la rezultate incerte.

În diagnosticarea defectelor cutiilor de viteze, de construcție relativ complicată, determinarea acestor frecvențe de modulație, poate constitui un indiciu suplimentar și important. În acest scop, pentru detecția periodicităților din spectrul de frecvențe a cutiilor de viteze și determinarea cu precizie a frecvenței de modulație, se utilizează tehnica de analiză cepstrum prezentată în capitolul cinci.

Aceasta înseamnă că analiza cepstrum poate fi utilizată ca o metodă pentru detectarea periodicității în spectru; de exemplu, familii de armonici cu distribuție uniformă. Scala logaritmică de amplitudine accentuează structura armonică a spectrului și reduce influența căii de transmisie aleatoare pe care semnalul o parcurge de la sursă la spectrul de măsurare.

Tipul structurii periodice considerate este dat de familiile de benzi laterale găsite de obicei în spectrele de vibrații ale angrenajelor și care adesea sunt o indicație a defectelor de diverse feluri. Astfel de benzi laterale pot fi considerate că iau naștere din modulația vibrațiilor angrenărilor neuniforme, cu frecvența joasă a roților dințate, care corespund vitezelor de rotație a arborilor

Vibrațiile și zgomotele produse de rulmenți acționează fie prin efecte directe, radiație acustică sau vibrație, fie prin efecte indirecte.

Cepstrumul poate fi considerat ca un ajutor în interpretarea spectrului, în particular, în ceea ce privește o familie de benzi laterale, deoarece prezintă informația într-o manieră mai eficientă. De asemenea este mai eficient decât autocorelarea, deoarece aceasta este puternic influențată de forma semnalului de timp, pe când cepstrumul reacționează mai ales la armonicile prezente în autospectru și mult mai puțin la mărimile lor relative.

În capitolul șase se prezintă standul de măsurare și determinările experimentale, pentru studiul cutiilor de viteze. Acest stand simulează funcționarea cutiei de viteze, în condițiile exploatării pe autoturism. Măsurătorile experimentale conduc la concluzii care pot confirma sau corecta unele considerații teoretice din capitolele anterioare.

Obținerea unor rezultate corecte se face cu ajutorul unui sistem de achiziție a datelor compus din: calculator personal, traductoare, circuite de condiționare a semnalelor, hardware de achiziție a datelor și software specializat.

Capitolul şapte prezintă interpretarea rezultatelor experimentale, analizate prin metoda cepstrum, spectrul de putere și metode statistice.

Spectrul semnalului unei cutii de viteze va consta, de obicei, dintr-un număr de familii de armonice. Aceste familii de armonice provin de la diferiți arbori și rulmenți din cutia de viteze și de la frecvențele angrenajelor cu roți dințate. Aceste familii de armonice sau benzi laterale și spațierea lor dau indicații cu privire la defectul apărut.

## 8.2. CONTRIBUȚII PERSONALE

Contribuțiile originale pentru fundamentarea teoretică și aplicativă pentru dezvoltarea tehnicii de diagnosticare vibroacustică, au condus la elaborarea unei tehnici unitare în scopul identificării fiecărei surse principale de vibrații. Principalele contribuții personale :

- Realizarea standului experimental şi stabilirea unei metodologii adecvate pentru măsurarea şi analiza vibrațiilor, prin determinarea punctelor de măsurare şi a aparaturii necesare;
- Crearea şi implementarea programului de achiziție a datelor în limbajul de programare C++;
- Crearea şi implementarea programelor de analiză şi prelucrare a datelor experimentale pentru realizarea diagnosticării (specan1, specan3, specan4, specan5, specan6, specan7, specan8, spectru şi cepstru) în mediul MatLab 6.0.;
- Modelarea dinamică a cutiei de viteze cu luarea în considerare a influenței carcasei, care produce modificări considerabile în comportamentul vibrator al sistemului;
- Modelarea angrenajelor consideră eroarea de transmitere ca sursă principală de excitație și o bună estimare a caracteristicilor geometrice și de rigiditate;
- Pentru măsurarea vibrațiilor datorate transmisiilor prin angrenaje au fost determinate valori specifice statistice şi experimentale în scopul determinării defectului care confirmă valorile determinate experimental;
- Modelarea lagărelor de rostogolire prin introducerea în modelele dinamice globale a matricelor de rigiditate, obținute pentru fiecare corp de rostogolire, prin care se permite luarea în evidență a deformabilității carcasei;
- Pentru diagnosticarea vibrațiilor datorate defectelor rulmenților rezultatele experimentale şi statistice confirmă valorile determinate prin calcul;
- Metoda de analiză cepstrum utilizată în scopul detectării defectelor poate fi utilizată pentru diagnosticarea unei cutii de viteze cu defecte necunoscute astfel:
  - Dacă apar vârfuri spațiate cu  $\Delta t_{mp}$  în cepstrum, defectul cutiei de viteze este datorat unui angrenaj;
  - Dacă apar vârfuri spațiate cu  $\Delta t_{mr}$  în cepstrum, defectul cutiei de viteze este datorat rulmenților.
- Implementarea unui program de comparare a rezultatelor obținute prin analiza spectrală și analiza cepstrum, care evidențiază eficiența în diagnosticare a analizei cepstrum.

## **BIBLIOGRAFIE**

- Abramov, B.M., Abramov, A.B., Dinamiceski poglotitel kolebanii, vîzîvaemîh periodiceskimi udarami, Mehanica maşin, Vîp. 19-20. M., 1969; p.(103-117); Opredelenie usilii pri prodolîno-poperecinom udre.-Izv.vuzov. Stroitelstvo i arhitectura, nr.9, 1975, p.(58-69).
- Abramov, B.M., Dinamiceska şarnimîx mehaniznov s ucetom trenia, Hakov, Izdvo pri Hark. un-te, 1960, p.(182); Podbor jestkostei uprughih sviazei v mehanismah s dvumia stepeniami svobodî po zadannîm ceastotam svobodnîh kolebanii – V kn., Teoriia mehanizmov i maşinî, Vîp.16, Harkov, 1974, p.(117-120).
- 3. Alban, L.E., Systematic Analysis Of Gear Failures, ASM Inst Metals Park, 1985
- 4. Alămoreanu, E., Buzdugan, Gh., Iliescu, N., Mincă, I., Sandu, M., Îndrumar de calcul în ingineria mecanică, Ed. Tehnică, București, 1996.
- 5. Andrews, S.A., Noise and Vibrations of Engines and. Transmissions, MIMechE. University of Waster Australia, Conference Publications, 1979, p (47-57).
- 6. Anzulovic, B., Usporedba toplinske i vibratione obrade za popustanje zaostalih napetosti na utrosak energije, Zavarivanje XXII, 1980, p.(247-253).
- Attia, A.Y., Noise or involutes helical gear, Paper Amer Soc. Mech. Engrs., 1968, nr. Mech.61, E.I.D.M., 1969, p (40)
- 8. Bard, C., Modélisation du comportement dynamique des transmissions par engrenages, Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquees de Lyon, 1995, Nr. 95 ISAL 0031, p296
- Bard, C., Remond, D. & Play, D., Une technique originale de mesure de l'erreur de transmission dans des conditions réelles de fonctionnement, Journée d'information 'des engrenages plus silencieux', Centre d'Etudes Techniques des Industries Mécaniques (CETIM), Senlis,21-22oct.1993, p6
- 10. Bathe, K.J., Finite Element procedures in engineering analysis, Englewood cliffs, New Jersey USA, Prentice Hall, 1982, p735
- 11. Beer, G., Watson, J.O., Introduction to Finite and Boundary Element Methods for Engineers, John Wiley & Soons Limited, Chichester, 1992.
- 12. Beranek, L., Noise and Vibration Control, New-York, Mc. Graw Hill Book Co., 1972
- 13. Birgher, I.A., Rasceti na procinosti detalei mașinî, Moscova, Izd. Mașinostroenie, 1979.
- 14. Boloş, I., Considerații asupra controlului danturii evolventice, Sesiunea de Lucrări Științifice, Craiova 15–16 mai, 1986, p.(302–307)

- Bourdon, A. & Play, D., Modélisation dynamique globale des boites de vitesses automobile, In: Proceedings PRIMECA, 6eme Colloque sur la Conception Mécanique Intégrée, La Pagne, avril 1997
- 16. Boyes, J.D. Analysis Technique for Gearbox-Diagnosis Using the High Resolution FFT Analyses, Bruel & Kjaer, Application Notes, nr.106, 1981.
- 17. Brauer, J., Rheonome Schwingungserscheinungen in evolventenverzahten Stirnradgetrieben Einfluss der Biegeelastizitat von Zahnen und Wellen. Dissertation, T.U., Berlin, 1969
- 18. Bratu, I., Determinarea experimentală a rigidității, Anale. Mecanică, Univ. Oradea, 1994, p.(89-93).
- 19. Bratu, I., Rus, Al., Pater, S., Determinarea sarcinii dinamice la angrenajele cilindrice, Anale. Mecanicã, Univ. Oradea, 1998, p.(233-238).
- 20. Bratu, I., Rus, A., Pater S., Studiul mişcării relative a elementelor din cupla cinematică, Anale. Mecanicã, Univ. Oradea, 2000, p.(291-297).
- 21. Brîndeu, L., Stability of the Periodic Motions of treVibroimpact Systems Chaos, Solutions&Fractals, Elsevier Science,Kindleton Oxford,Nr11/2000.
- 22. Brîndeu, L., Buzilă, T., Herişanu, N., Dinamica structurilor mecanice Ed., Politehnica, Timişoara, 2000.
- 23. Brîndeu, L., Modeling of the Pumping Phenomenon The Proc. of the Fifth International Conference on Hydraulic Machinery and Hydrodynamics, Vol. II, Timişoara, 2000
- 24. Brîndeu, L., Orgovici, I., Chioreanu, M., Teoremele generale ale dinamicii. Probleme, Ed. Păunescu, Timișoara, 1991.
- 25. Brîndeu, L., Tămăşdan, C., Anghelescu, V., Tămăşdan, M., Metode şi tehnici de calcul în teoria vibrațiilor, Editura M&H srl, Timişoara, 1992.
- 26. Brîndeu, L., Tămăşdan, C., Tămăşdan, M., Mecanica şi vibrații. Culegere de probleme (programe) pentru calculator, Ed. Univ. Tehnică, Timişoara, 1992
- 27. Brîndeu, L., Mecanică. Dinamică, Inst. Polit. "T. Vuia", Timișoara, 1975.
- 28. Brîndeu, L., Contribuții privind studiul mișcărilor periodice ale sistemelor vibropercutante, Teză de doctorat, Inst. Polit. "T. Vuia", Timișoara, 1970.
- 29. Brîndeu, L., Vibrații. Mecanica analitică. Vibrații mecanice, Inst. Polit. "T. Vuia", Timișoara, 1978.
- 30. Brîndeu, L., Groșanu, I. Vibrații mecanice, Inst. Polit. "T. Vuia", Timișoara, 1986.
- 31. Brîndeu, L., Drăgulescu, D., Influența vibrațiilor asupra tensiunilor din materiale, A XI-a Sesiune de Comunicări Științifice şi referate. Inst. de Marină "Mircea cel Bătrân", Constanța, 1988, p.(75-80).
- 32. Brîndeu, L., Bereteu, L., Rheologische Modelle des Festkorpers gestort durch Schwingungen, Proc. Of the 6th Conf. on Vibration in Mechanical Engineering. Vol. III, Timişoara 1-3 dec. 1988, p. (61-66).
- 33. Brîndeu, L., Drăgulescu, D., Bereteu, L., Studiul vibrodetensionării corpurilor cu proprietăți plastice și revenire elastică, Simpozionul de

Tehnologii și Echipamente Moderne de Utilizare a Vibrațiilor în Tehnică Vibrotehnica. Cluj-Napoca, 26-27 oct., 1989.

- 34. Brîndeu, L., Roşca, G., Bratu I., Influența ciocnirilor asupra vibrațiilor la transmisiile cu roți dințate; Anale. Mecanicã, Univ. Oradea, 1992, p.(232-240).
- 35. Brîndeu, L., Bratu, I, Oscilațiile roților exacte, Anale. Mecanică, Univ. Oradea, 1993, p.(293-295).
- 36. Brîndeu, L., Popa, S., Study Regarding the Impact of Deformable Bodies, Rev. Roum. Sci. Tech. – Mec. Appl., Tom. 43, nr.1, 1998.
- 37. Brîndeu, L., Toader, M., Hegeduş, A., Dynamics of the Vehicle under the action of the Road Discontinuity, Conference on Vehicle under System Dynamics Identifications and Anomalies, VSIDIA'98, Budapest, Hungary, 1998
- 38. Briere, P., Sabot, J., Engrenages á denture droite. Erreur cinématique de transmission induit par un defáut d'excentricité, C.R. Acad. Sc. Paris, t.308, Série II, 1989, p.(1307–13 11).
- 39. Brown, D.N. and Jorgensen, J.C. Machine Condition Monitoring Using Vibration Analysis. Bruel & Kjaer, Application Note, 1987.
- 40. Bruce, B., Precise control of vibratory stress relief, Poolinght & Production, nov. 1983, p.(64-66).
- 41. Buciu, Gh., Bunda, A., Generarea danturilor flancate şi bombate cilindrice cu dinți drepți şi înclinați, Sesiunea de Comunicări Științifice, Craiova 15– 16 mai, 1989, p.(177–182).
- 42. Buculei, M., Rindeu, P., Modelarea computațională a sistemelor mecanice mobile, Ed. Universitaria, Craiova, 1995.
- 43. Buzdugan, Gh., Fetcu, L., Radeş, M., Vibrațiile sistemelor mecanice, Ed. Acad. Române, București, 1975.
- 44. Buzdugan, Gh., Fetcu, L., Radeş, M., Vibrații mecanice, Ed. Did. și Ped., București, 1979.
- 45. Buzdugan, Gh., Mihăilescu, E., Radeş, M., Măsurarea vibrațiilor, Ed. Acad. Române, București, 1979.
- 46. Buzdugan, Gh., Rezistența materialelor, Ed. Tehnică., București, 1980.
- 47. Buzdugan, G., Izolarea antivibratorie a mașinilor, Ed. Acad. Române, București, 1980.
- 48. Cicala, E.F., Metode de prelucrare statistică a datelor experimentale, Ed. Univ. Tehnică, Timisoara, 1999.
- 49. Choi, I.S., Simulation des mécanismes complexes en C.M.A.O. étude des non linéarités de comportement. Application aux boites de transmission de puissance d'hélicoptère, Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1993, Nr.93 ISAL 0034, p224
- 50. Choi, I.S., Rigal, J.F. & Play, D., Contribution of highly deformable mechanical parts on load distribution of rolling element bearings, International Rolling Element Bearing Symposium '91 ans sponsored by

the Charles Stark Draper Laboratory and DoD/Instrument Bearing Working Group, Orlando, Florida, USA, 9-12 April 1991, p18

- 51. Choi, I.S., Rigal, J.F. & Play, D., Influence of deformable ring bearing in helicopter gearbox design. Application to cylindrical and taper roller bearings. In: Proceedings of the international conference SRUGENG FEMCAD-91, Paris, Institute for industrial Technology Transfer, 10-11 October, 1991, p (115-120)
- 52. Choi, I.S., Rigal, J.F. & Play, D., Housing effects on bearing load distributions of power transmission gearboxes. In: Proceedings of 3rd world congress on gearing and power transmissions CMET'92, Paris, 12-13 October, 1992, p 339-350)
- 53. Constantinescu, I., Danet, G., Metode noi pentru calcule de rezistență, Ed. Tehnică, București, 1989.
- 54. Cotet, F., Les basses de la programmation avec Lab. View, P.Renard-N.I.F., Paris, 1992.
- 55. Dally, J.W., Riley, W.F., McConnell, K.G., Instrumentation for Engineering Measurements, Jonh Wiley & Sons Inc., New York, 1990.
- 56. Darabonț, Al., Șocuri și vibrații. Aplicații în tehnică, Ed. Tehnică, București, 1988.
- 57. Darie, S., Vibratoare electrice, Ed. Tehnică București, 1987.
- 58. Davis, J.L., Finite Difference Methods in Dynamics of Continuous Media, MacMillian Publishing Company, London, 1986.
- 59. Deacu, L., Vibrații la mașini-unelte. Cluj-Napoca, Ed. Dacia, 1977.
- Dempsey, P.J., A comparison of Vibration and Oil Debris Gear Damage Detection Methods Applied to Pitting Damage, <u>NASA/TM-2000-210371</u>, 2000
- 61. Dempsey, P.J., and Zakrajsek, J.J., Minimizing Loan Effects on NA4 Gear Vibration Diagnostic Parameter, <u>NASA/TM-2001-210671</u>, 2001
- 62. Deutsch, I., Rezistența materialelor, Ed. Did. și Ped., București, 1979.
- 63. Dhatt, G., Thouzot, G., Une présentation de la méthode des éléments finit, Paris, Malouines, 1984, p539
- 64. Dincă, G., Metode variaționale și aplicații, Ed. Tehnică, București, 1980.
- 65. Dobre, G., Contribuții privind influența factorilor constructivi și tribologici asupra producerii zgomotului angrenajelor cilindrice, Teza de doctorat, Inst. Pol., București ,1987.
- 66. Dobre, G., Cercetări experimentale privind influența factorilor tribologici asupra nivelului de zgomot emis de angrenajele cilindrice, Construcția de mașini, nr. 7, 1988, p. (365–369).
- 67. Dobre, G., Criterii vibroacustice în proiectarea și execuția transmisiilor cu roți dințate, Construcția de mașini, nr. 2, 1981, p. (101–109).
- 68. Dodescu, Gh., Metode numerice în algebră, Ed. Tehnică, București, 1979.
- 69. Donovan, P.R., Interpretation of Acoustic Intensity Contours for Identification of Truck Tire Noise Sources, p. (253-256), New York, 1981
- 70. Drăgulescu, D., Dinamica roboților, Ed. Did. și Ped., București, 1997.

- 71. Droit, N., Rigaud, D., Alocation of Gear Tolerances to Minimize Gearbox Noice Variability, Acta Acustica, 2001.
- 72. Dudlze, D.W., Gear wear, ASM Wear Control Handbook. M. B. Perterson and Winer, W.O. (eds.), 1980, p. (755-830).
- 73. Fertis, D.G., Mechanical and Structural Vibrations, John Wiley &Sons Ltd., New York, 1995.
- 74. Fhay, K., Perez, E., Fast Fourier Transforms and Power Spectra in Lab. VIEW, National Instruments Corporation, Application Note 040.
- 75. Frederiksen, B.W., Sound intensity Measurements of Machinery Noise, Bruel & Kjaer, 1980.
- 76. Gade, S., Thrane, N.K.B., Sound Power Determination Using Sound Intensity Measurement Bruel & Kjaer, Application Note, B 0054.
- 77. Gafițanu, M., Focșa, V., Merticaru, V., Biborosoh, L., Vibrații și zgomote, Ed. Junimea, Iași, 1980.
- 78. Gafițanu, M., Drăgan, R., Calculul vibrațiilor forțate amortizate la sisteme de acționare în trepte ale mașinilor unelte folosind matricele de transfer, Construcția de mașini, nr.1, 1986, p.(5–9).
- 79. Gafițanu, M., Diagnosticarea vibroacustică a mașinilor și utilajelor, Ed. Tehnică, București, 1989.
- 80. Gafițanu, M., Mihalache, N., Poterasu, V. F., Elemente finite și de frontieră cu aplicații la calculul organelor de mașini, Ed. Tehnică, București, 1987.
- 81. Geraldin, M., Rixen, D., Mechanical Vibrations, John Wiley & Sons Ltd. London, England, 1997.
- 82. Gough, W., Richards, J., Williams, R., Vibrations and Waves, 1996.
- 83. Haberman, R., Mathematical Models Mechanical Vibrations, 1998.
- 84. Handra-Luca, V., Stoica, I.A., Introducere în teoria mecanismelor, Cluj Napoca, Vol. 1 și 2, Ed. Dacia, 1982.
- 85. Handschuh, R.F. and at., Experimental Comparison of Face-Milled and Face-Hobbed Spiral Bevel Bears, <u>NASA/TM-2001-210940</u>, 2001
- 86. Hanna, A.J., Predictive Maintenance via Vibration Analysis. In: TAPPI, The Journal of the Technical Association of the Pulp and Paper Industry. Spectral Dynamics Corp., San Diego, California, 1989.
- 87. Harris, C.M., Shock and vibration, Handbook, Third Edition, McGraw-Hill Book Company, 1988.
- 88. Harris, C.M., Crede, C.E., Şocuri şi vibrații, Vol. 1,2,3,Ed., Tehnică, Bucureşti, 1986.
- 89. Harris, T.A., Rolling bearing analysis. 2nde edition, New York, John Wiley and Sons, 1984, p 565
- 90. Harrison, J.C., An Experimental Methods for Appraisal and Comparison of Vibration in High-rise Elevator cars, Elevator Word, June, 1998.
- 91. Horovitz, Al., Metode de limitare a jocului dintre flancuri la angrenaje cilindrice, Sesiunea de Comunicări Științifice, Craiova 15–16 mai, 1984, p.(177–182).

- 92. Horovitz, B., Gheorghiu, N., Messung der Vorsponnung bei Reimentrieben, In: Maschinenmarkt, 75, nr.11, 1969, p. (177–182).
- 93. Ignea, A., Măsurarea electrică a mărimilor neelectrice, Ed. de Vest, 1996.
- 94. Ilea, H., Analiza numerică și determinări experimentale în inginerie, Transilvania Press, Cluj-Napoca, 1996.
- 95. Ispas, C., Simion, F.P., Vibrațiile mașinilor-unelte. Teorie și aplicații, Ed. Acad. Române, București, 1986.
- 96. Irudzuma, I., Sum zubciatîh peredaci. Journal Soc. Automat. Engrs. Japan, Inc., nr.8, 1970, p.(758–767).
- 97. Kasmi, A., Calcul du bruit rayonne par le carter simplifie d'une boite de vitesses, Mécanique, Matériaux, Electricité, nr. 434, 1990, p.(13 14).
- 98. Kecs, W., Elasticitate și vâscoelasticitate. Mecanică teoretică și aplicată, Ed. Tehnică, București, 1986.
- 99. Koroma, A.M., Monitoring scuffing and abrasive wear in spur gears using simple vibration-based techniques, ImechE. Int. Conf. Gear Noise and Vibration, Churchill College, Cambridge, 1990, p.(47-53).
- 100.Lalor, N., The experimental determination of vibration energy balance in complex structures, SIRA Conference on Stress and Vibration, Ind. Meas. and Analysis, London, 1989.
- 101.Lemaitre, J., Influence de l'endommangement de phatique sur les caractéristiques de résistances des matériaux, Rech.Aerosp.no.5, sept.-oct., 1970.
- 102.Lim, T.C., Singh, R., Vibration transmission through rolling element bearings. Part I, II, III, System studies, Journal of Sound and Vibrations, 1990, Vol. 139, nr.2, p (179-199, 201-225)
- 103.Liu, J.Y., The effect of misalignment on the life of high speed cylindrical roller bearings, Journal of lubrification technology, Trans. ASME, January 1970, p (129-137)
- 104.Liu, J.Y., Chiu, Y.P., Analysis of thin elastic ring under arbitrary loading, Journal of engineering for industry, Trans. ASME, august 1974, p (870-876)
- 105.Mangeron, D., Irimiciuc, N., Mecanica rigidelor cu aplicații în inginerie, vol.3., Mecanica vibrațiilor sistemelor rigide, Ed. Tehnică, București, 1981.
- 106.Maersk-Moller, H., Bearing Monitoring Equipment for Gear Driven Paper Machines, Bruel & Kjaer, Application Notes 219/80.
- 107.Marinescu, Gh., Rizzoli, Popescu, I., Ştefan, C., Probleme de analiză numerică rezolvate cu calculatorul, Ed. Acad. Române, București, 1987.
- 108.Mateiu, H., Rezistența materialelor la solicitări termo-mecanice, Buletin de Informare Documentare, ISIM Timișoara, 1993.
- 109.Max, J. Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques. Paris, Ed. Masson, 1981.
- 110.McKerrow, P.J., Introduction to Robotics, Addison-Wesley Publishing Company, Sydney, 1991.
- 111.McLean, R.F., Lim, K.P., Fleming, J.S., A diagnostic for gearbox monitoring, IMechE., Part C., Vol. 199, 1985, p.(287-292).

- 112.Merticaru, V., Atanasiu, V., Influența deformațiilor elastice ale arborelui pinion asupra factorului de repartiție a sarcinii pe lățimea danturii, Sesiunea de comunicări Științifice, Craiova, 15–16 mai, 1986, p. (34–39).
- 113.Merticaru, V., Dinamica mecanismelor, Ed. Junimea, Iași, 1990.
- 114.Merticaru, V., Contribuții privind dependența zgomotului angrenajelor cu roți dințate cilindrice cu dinți drepți de condițiile de execuție și exploatare, Teza de doctorat, Inst. Pol. Iași, 1971
- 115. Minciu, C., Precizia și controlul angrenajelor, Ed. Tehnică, București, 1984.
- 116.Misun, V., Prikryl, K., Mechanical gearbox noise analysis of ZETOR type, Res. Rep. TU Brno, num. ZET 101/93, 1993.
- 117.Moraru, V., Vibrațiile și stabilirea mașinilor-unelte, Ed. Tehnică, București, 1982.
- 118.Moszynski, K., Metode numerice de rezolvare a ecuațiilor ordinare, Ed. Tehnică, București, 1973.
- 119.de Mul, J.M., Vree, J.M., Mass, D.A., Equilibrium and associated load in ball and roller bearing in five degrees of freedom while neglecting friction, Part I and II, Journal of Tribology, Trans. ASME, January 1989, Vol. 111, p (142-148, 149-155)
- 120. Munro, R.G., A review of theory and measurement of gear transmission error, Proc. 1-st IMechE Int. Conf. Gearbox Noise and Vib., Cambridge, 1991, p.(3-10).
- 121. Munro, R.G., The DC component of gear transmission error, 5-th ASME International Power Transmission and Gearing Conference, Chicago, 1989, p.(467-470)
- 122.Nakamura, K., Experimental studies about the effects of dynamic loads upon gear noise, Bulletin of J.S.M:E., 10, nr.37, 1967, p.(180 188).
- 123.Nakamura, K., Generating mechanism and radiation field of gear noise "J.S.M.E. Semi International Sympos Papers Tokyo, 1967, Gearing". Tokyo, Japan, Soc. Mech. Engrs., 1967, p. (171–180).
- 124.Natke, H.G., Identification of Vibration Structures, Wien-New-York, Springer Verlag, 1982.
- 125.Newland, D.E., An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis, 1996.
- 126.Nicks, J.E., Krishnappa, G., Gear fault detection using modulation analysis techniques, Twelfth Machinery Dynamics Seminar, Edmonton, Alberta, 1992, p (57-67).
- 127.Ohayon, R., Soize, Ch., Structural Acoustics and Vibration Mechanical Models, Variational Formulations and Discretization, 1998.
- 128.Ohol, R.D., Nagendra Kumar, B.V., Noras, R.A., Measurement Vibration -Induced Stress Relief in the Heavy Fabrication Industry, ASTM STP 993, L. Mordfin, Ed., American Societz for Testing and Materials, Philadelphia, 1988, p.(45-57).
- 129.Pacoste, C., Stoian, V., Dubina, D., Metode moderne în mecanica structurilor, Ed. Did. și Ped., București, 1998.

- 130.Palmgren, A., Les roulements descriptions, théorie, applications, Paris : SKF, 1967, p120
- 131.Pain, H., The Physics of Vibrations and Waves, 1999.
- 132.Pater, S., Bratu I., Variația erorilor geometrice la măsurarea alezajelor utilizând doi palpatori; Anale. Mecanicã, Univ. Oradea, 1996, p.(219-222).
- 133.Pater, S., Bratu I., Ghilea L., Analizarea vibrațiilor torsionale în angrenajul cilindric, Anale. Mecanică, Univ. Oradea, 1998, p.(245-249).
- 134.Pater, S., Bratu I., Metode de cercetare a roților dințate, Anale. Mecanică, Univ. Oradea, 2000, p.(287-291).
- 135.Pater, S., Bratu, I., Rus, Al., Erorile cinematice în cuplele cu joc, Anale. Mecanică, Univ. Oradea, 1998, p.(245-249).
- 136.Pater, S., Bratu, I., Abrudan, Gh., Transmission Errors Caused By Eccentricity, The Eight International Symposium on Theory of Machines and Mechanisms Bucharest, SYROM, 2001.
- 137.Pater, S., Bratu, I., Abrudan, Gh., Gear Flaws Diagnosis Though Cepstrum Analisis, The Eight International Symposium on Theory of Machines and Mechanisms Bucharest, SYROM, 2001.
- 138.Pater, S., Bratu, I., Pater, M., Cepstrum Analysis Of Gearbox, International Machinery Faire, Nitra, Slovachia, 2002.
- 139.Pîrcălabu, P., Aplicarea metodei elementului finit la verificarea dinților roților dințate cilindrice, Sesiunea de Comunicări Științifice, Craiova, 15--16 mai, 1984, p.(157-163).
- 140.Ponomariov, S.D., Biderman, V.L., Liharev, K.K., Calculul de rezistență în construcția de mașini, vol.II-III, Ed. Tehnică, București, 1963.
- 141.Popescu, H., Chiroiu, V., Calculul structurilor optimale, Ed. Acad. Române, București, 1984.
- 142.Popescu, I., Aplicarea metodei elementului finit la verificarea dinților roților dințate cilindrice, Sesiunea de Comunicări Științifice, Craiova, 15-16 mai, 1986, p.(17-23).
- 143. Posea, N., Florian, V., Talle, V., Tocaci, E., Mecanică aplicată pentru ingineri, Ed. Tehnică, București, 1984.
- 144.Poterasu, V.F., Mihalache, N., Mangeron, D., Metode numerice in elasticitate si plasticitate, Vol.1,Ed. Acad. Române, București, 1993.
- 145.Poterasu, V.F., Mihalache, N., Elemente de contur, Ed. Militară, București, 1992.
- 146. Randall, R.B., Frequency Analysis, Bruel & Kjaer, Measuring system, 1987.
- 147.Randall, R.B., Cepstrum Analysis and Gearbox Fault Diagnosis. Bruel & Kjaer, Application Note, 1990, p.(13-15).
- 148. Rădulescu, Gh., Comportarea vibroacustică factor de bază a calității transmisiei cu roți dințate, Construcția de mașini, 40, nr.8, 1988, p.(407-416).
- 149.Rădulescu, Gh., Diagnosticarea vibroacustică a transmisiilor cu roți dințate. Construcția de mașini 40, nr.8, 1988, p.(430-434).

- 150.Remond, D., Velex, P. & Sabot, J., Comportement dynamique et acoustique des transmissions par engrenages. Synthèse bibliographique. Senlis : Publication CETIM, 1993, p 189
- 151.Remond, D., Jean, Y., Gosselin, C., Practical performances in high speed measurement of gear transmission error using optical encoders. In: comptes rendus du 16eme congres canadien de mécanique appliqué, CANCAM 97, Université de Laval, Québec, Canada, 1er au 5 juin 1997, Edited by L. Cloutier, D. Rancourt, 1997, Vol. 1, p (141-143)
- 152.Rigal, J.F., Analyse et modélisation des systèmes mécaniques en conception assiste par ordinateur. Application a la simulation du comportement statique des boites de transmission de puissance d'hélicoptères. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1989, Nr.89 ISAL 0095, p243
- 153.Rigal, J.F., Le comportement global des mécanismes en Conception Assistée par Ordinateur. Habilitation a diriger des recherches en sciences, spécialité mécanique : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1994, Nr. HDR 94 008, p143
- 154.Rigal, J.F., Karam, A., Play, D., Leneveu, G., Analysis of a complex mechanical system in computer aided design, application to an automobile gearbox. International gearing conference, Newcastle upon Tyne, 1994, p (207-211)
- 155.Rigaud, E., Sabot. J., Approche globale pour l'analyse de la reponce vibratoire d'une transmission par engrenages, Revue Eeropeenne des Elements Finis, 2000.
- 156.Ripianu, A., Popescu, P., Bălan, B., Mecanica tehnică, Ed. Did. și Ped., București, 1982.
- 157.Roosmalen, A.N.J., Noise generation mechanism of gear transmissions, PhD. thesis, TU Eidhoven, The Netherlands, 1995.
- 158.Roșca, G., Bratu, I., Cocaină, A., Vibrații datorate rigidității variabile; Anale. Mecanicã, Univ. Oradea, 1992, p.(240-245).
- 159.Roșca, G., Bratu, I., Angrenaje cilindrice model dinamic, Anale. Mecanică, Univ. Oradea, 1993, p.(30-33).
- 160.Rust, A., Brandl, F.K., Thien, G.E., Investigations into gear rattle phenomena key parameters and their influence on gearbox noise, Int. Conference, Newport Beach, 1995, p. (113-121).
- 161.Ryu, J., Kim, S.S., An Efficient Computational Method for Dynamic Stress Analysis of Flexible Multibody Systems, Computers & Structures, Vol.42, No.6, 1992, p.(969-977).
- 162.Sabot, J, Erreurs dynamiques de transmission induites par les réducteurs utilisés en robotique industrielle, Mécanique, Matériaux, Electricité, nr.416, 1986, p.(68–72).
- 163.Sabot, J., Bouchareb, A., Mechanical Sources of the noise radiated by gears, Proceedings of the 1988 International Conference on Noise Control Engineering, Inter Noise, 1988.

- 164. Sandi, H., Elemente de dinamica structurilor, Ed. Tehnică, București, 1983.
- 165.Sauer, L., Horovitz, B., Basu, T., Miloiu, Gh., Thomie, V., Saanen, E. Van, Erlicz, I., Chiriacescu, S., Angrenaje. Proiectare. Materiale, vol.1,2,3, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1970.
- 166.Schlagel, A., Measurement of Modules of Elasticity and Factor for solid Materials, B&K, Technical Review, oct., 1987.
- 167.Serafin, S., Smith, J., Modeling high-frequency modes of complex resonators using a waveguide mesh", Proceedings of the International Conference, Verona, Italy, Dec. 2000.
- 168. Silaş, Gh., Mecanică. Vibrații mecanice, Ed. Did. și Ped., București, 1968.
- 169.Silaş, Gh., Groşanu, I., Mecanica, Ed. Did. şi Ped., Bucureşti, 1980.
- 170.Silaş, Gh., Rădoi, Gh., Brîndeu, L., Hegedus, A., Culegere de probleme de vibrații mecanice, Vol.I,II, Ed. Tehnică, București, 1967-1973.
- 171. Silaş, Gh., Brîndeu, L., Sisteme vibropercutante, Ed. Tehnica, Bucureşti, 1986.
- 172.Smith, S.W., The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing, California Technical Publishing, San Diego, 1999.
- 173.Steward, R.M., Through-life Monitoring of Transmission Systems, First Int. Conf. on Noise and Vibration, Proc. of the Inst. of Mechanical Engineers, 1990, p.(135-140).
- 174.Taylor, J.I., Fault Diagnosis of Gears Using Spectrum Analysis. Vibr. Rotating Mach, 2nd, Int. Conf. Cambridge, London, 1980.
- 175. Tănăsescu, T.F., Stanciu, V., Niti, S., Nitu, C., Agenda Tehnică, București, 1990.
- 176.Thomson, R.A., Mcculough, J.R., The Detection of Wear in Gears, ASME 72-PTG-24, 1972.
- 177.Toshinari, I., Development of transmission error apparatus for final drive unit improvement of torsion vibration characteristic, Instn. Mech. Engrs., 1995.
- 178.Umezawa, K., Houjoh, H., Ichikawa, N., and at., Simulation of rotational vibration of a helical gear pair transmitting light loads. In: Proceedings of the 3<sup>rd</sup> J.S.M.E. International Conference on Motion and Power Transmissions, MPT'91, Hiroshima, Japan, p (85-91)
- 179.Umezawa, K., Houjoh, H., Ichikawa, N., and at., The influence of flank deviations on the vibration of helical gear pair transmitting light loads. In: Proceedings of the 6th A.S.M.E. International Conference Power Transmissions and gearing, Phoenix, 1992, Vol. 2, p (681-688)
- 180.Velex, P., Contribution a l'analyse du comportement dynamique de réducteurs a engrenages a axes parallèles. Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1988, Nr.88 ISAL 0032, p188
- 181.Voinea, R., Voiculescu, D., Simion, F.P., Introducere în mecanica solidului cu aplicații în inginerie, Ed. Acad. Române, București, 1989, p.(11-51),
- 182.Voinea, R., Voiculescu, D., Ceauşu, V., Mecanica, Ed. Did. şi Ped., Bucureşti, 1983.

- 183.Wilson, E.L., Articles on Numerical Techniques used in SAP2000, ETABS and SAFE, Computers and Structures, 1998.
- 184.Zakrajsek, J.J., Oswald, F.B., Townsend, D.P., Coy, J.J., Gear noise vibration and diagnostic studies at NASA Lewis Research Center, Ohio, IMechE., 1990.
- 185.Zakrajsek, J.J., Townsend, D.P., Transmission diagnostic research at NASA Lewis Research Centre, Ohio, IMechE, 1995.
- 186.Zaveri, K. Modal Analysis of Large Structures Multiple Exciter Systems. Bruel & Kjaer, 1985
- 187.Zienewicz, O.C., Taylor, R.L., La méthode des éléments finit, ANFOR, Paris, 1991.
- 188.\*\*\*Data Acquisition (DAQ) Fundaments, National Instruments Corporation, Application Note 007.
- 189.\*\*\*Design-Expert 5.0.Reference Manual, Stat-ease, Inc., Minneapolis, 1998.
- 190.\*\*\*Frequency Analysis, Bruel & Kjaer, Naerum, 1985.
- 191.\*\*\*Instalația de stabilizare prin vibrații cu afișaj numeric, prospect, ICSITMTAE Craiova, (prospect) 1988.
- 192.\*\*\*ISO/D 3790 Determination of Sound power Levels of Noise .Sources-Guidelines for the Use of Basic Standards.
- 193.\*\*\*MATLAB Reference Guide The Math Works, Inc., 1992.
- 194.\*\*\*MATLAB Signal Processing Toolbox User's Guide The Math Works Inc., 1998
- 195.\*\*\*Measurement of the Complex Modulus of Elasticity. A Brief Survey. Bruel & Kjaer Application Note, 13-099.
- 196.\*\*\*Monitoring with the Vibration Analyzer Type 2515, Bruel & Kjaer.
- 197.\*\*\*NEWPORT CATALOG. Research, Industry, Education, 1990.
- 198.\*\*\*Notes on the Use of Vibration Measurements for Machinery Condition Monitoring. Bruel & Kjaer Application Note 14-227.
- 199.\*\*\*PCI-1200 User Manual .Multifunctional O/O Board for PCI Bus Computers, National Instruments Corporations, 1998.
- 200.\*\*\*Spectrum Analysis in Machinery Health Monitoring, Scientific Atlanta, Spectral Dynamics, Corp. DSP-030 12/1978.
- 201.\*\*\*VSR Martin Engineering, Application news, (prospect), 1982.
































