

Nr. Inv.: **634.645**
Dulap: **369** Lit: **B**

UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" TIMIȘOARA
FACULTATEA DE MECHANICĂ

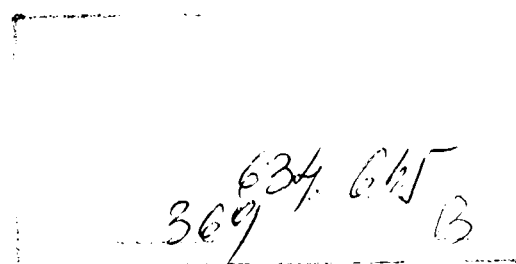
Ing. **SEBASTIAN MUNTEAN**

**METODE NUMERICE
PENTRU DETERMINAREA CÂMPURILOR
TRIDIMENSIONALE ÎN ROTOARELE
TURBINELOR FRANCIS**

Teză de doctorat

Conducător științific:
Acad. Prof. Dr. H. C. Dr. Doc. Ing. **IOAN ANTON**

Timișoara
2001



Cuvânt înainte

Cunoașterea curgerii lichidului prin traseul hidraulic al turbomașinilor reprezintă punctul de pornire pentru proiectarea, optimizarea și exploatarea eficientă a turbinelor hidraulice. Dificultatea efectuării măsurătorilor în interiorul mașinii și în special în paletajul rotoric, conduce practic la cunoașterea doar a caracteristicilor globale energetice și cavitaționale. Deși utile pentru exploatare, aceste informații oferă puține indicii în vederea optimizării geometriei traseului hidraulic.

În ultimele două decade însă se constată o tendință tot mai accentuată de utilizare a analizei numerice pentru curgerea în turbomașini, aceasta fiind posibilă odată cu perfecționarea algoritmilor numerici respectiv a tehnicilor de soluționare. Astfel, simularea numerică a avansat semnificativ în două direcții principale: tratarea globală a curgerii de la intrarea până la ieșirea din turbomașină, respectiv abordarea curgerilor tridimensionale.

Prezenta teză de doctorat se înscrie în tendința modernă de înlocuire a experimentului fizic cu experimentul numeric în procesul de proiectare, analiză și exploatare al turbinelor hidraulice. Problema abordată corespunde curgerii tridimensionale în rotoarele turbinelor Francis urmărindu-se determinarea câmpurilor de viteză și presiune, respectiv evaluarea caracteristicilor cavitaționale, pentru o gamă largă de regimuri de funcționare ale turbinei.

După definirea topologiei și construirea domeniului tridimensional atât pentru distribuitorul cât și pentru rotorul turbinei Francis, au fost stabilite condițiile la limită și rețeaua de discretizare în vederea obținerii prin soluționare numerică (cu programul FLUENT 5.1) a câmpului de viteze și presiuni. Alegerea ingenioasă a condiției de "echilibru radial a presiunii" în secțiunea de intrare în tubul de aspirație a condus la obținerea celor mai apropiate rezultate numerice de datele experimentale, și în același timp a deschis posibilitatea determinării comportamentului turbinei Francis în afara punctului optim. Metodologiile dezvoltate au fost validarea în punctul optim de funcționare cu date experimentale efectuate pe turbina Francis GAMM, proiectată și încercată în Laboratorul de Mașini Hidraulice de la École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Elveția. Rezultatele numerice obținute pentru rotorul turbinei Francis s-au apropiat cel mai bine de datele experimentale în comparație cu cele obținute de alte grupuri de cercetători din Elveția, Suedia, Norvegia, Japonia, Franța, SUA, Grecia, Canada, etc.

Utilizarea metologiei dezvoltate și validate anterior pentru distribuitorul turbinelor împreună cu tehnicile originale concepute pentru echivalarea rețelelor radiale a condus la construirea unei metodologii originale de optimizare a poziției axei de pivotare a paletelor aparatului director pentru minimizarea momentului maxim ce apare în timpul exploatării turbinei. Aplicarea metodologiei dezvoltate în procesul de proiectare al turbinelor hidraulice permite realizarea unor mecanisme de reglare respectiv a unor servomotoare robuste și optime din punct de vedere economic.

Dezvoltarea și implementarea algoritmului de cuplare distribuitor-stator utilizând tehnica interfeței de amestec a condus la caracterizarea turbinei Francis în afara punctului optim de funcționare. Analiza amănunțită a câmpurilor de viteze și presiuni a permis punerea în evidență a fenomenelor ce apar la exploatarea în afara punctului optim. Rezultatele numerice au fost validate cu date experimentale efectuate pe turbina Francis GAMM și comparate cu datele numerice obținute de două grupuri de la Laboratorul de Mașini Hidraulice din cadrul École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Elveția.

Utilizarea metodologiei de cuplare distribuitor-rotor pentru regimuri diferite de cel optim, a permis caracterizarea globală energetică și cavitațională a turbinei Francis. Metodologia numerică dezvoltată pentru caracterizarea cavitațională a turbinelor Francis a stabilit domeniul de valabilitate pentru utilizarea coeficientului de cavitație al turbinei formularea în coeficienți de viteză, dezvoltat de dl. Academician Anton încă din 1964, pentru funcționarea la regimuri în apropierea punctului optim sau la debite mai mici decât acesta. Pornind de la formularea în viteze și de la o analiză atentă a câmpurilor de viteze și presiuni s-a dezvoltat formularea în coeficient de presiune a coeficientului de cavitație care permite caracterizarea cavitațională a turbinei Francis în întreg domeniul de funcționare.

Abordarea problematicilor de investigare numerică a curgerilor în vederea minimizării efortului în efectuarea experimentului fizic pentru caracterizarea globală a turbomașinilor se încadrează în direcțiile promovate consecvent în ultimele decade de Școala Timișoreană de Hidrodinamica Turbomașinilor.

Problemele abordate pe parcursul elaborării lucrării au impus un spectru larg de preocupări, începând cu fundamentele mecanicii fluidelor, algoritmi și metode numerice, programarea calculatoarelor până la problemele complexe din turbomașini. Pentru rezolvarea lor, eforturile autorului au fost încurajate și sprijinite de experiența și profesionalismul multor colegi din colectivele Catedrei de Mașini Hidraulice, Institutului de Fluide Complexe, Centrului Național pentru Ingineria Sistemelor cu Fluide Complexe, Departamentului de Calculatoare din Universitatea "Politehnica" Timișoara și al Secției de Hidrodinamică, Cavitație și Lichide Magnetice din cadrul Academiei Române – Filiala Timișoara.

Gândurile mele de recunoștință se îndreaptă spre Prof.dr.ing. Victor Ancușa, care cu zece ani în urmă îmi călăuzea primii pași în domeniile atât de fascinante ale Mecanicii Fluidelor și Dinamicii Fluidelor Vâscoase. Sprijinul permanent de care am beneficiat atât ca student dar mai ales ca doctorand, discuțiile asupra fenomenelor din turbomașini, accesul la programul profesional FLUENT împreună cu suportul moral și financiar oferit pentru participarea la stagiul de pregătire efectuat în 1999 la Thessaloniki, Grecia au completat cadrul pentru obținerea rezultatelor din teză.

Este greu să încredințez cuvintelor, natura complexă a sentimentelor de stimă și recunoștință pe care le nutresc față de Conf.dr.ing. Romeo Susan-Resiga, cel care mi-a deschis calea spre fascinanta lume a Metodelor Numerice. Îmi sunt vii în memorie, primii pași făcuți sub îndrumarea Domniei Sale în cadrul proiectelor de diplomă și de disertație, rafinatul simț pedagogic cu care m-a introdus în intimitatea metodelor numerice și a modului lor de implementare precum și lejeritatea de a pătrunde în profunzimea fenomenelor complexe. Pentru toate acestea precum și pentru fantastica capacitate de muncă și deosebitul pragmatism organizatoric manifestat zi de zi, ce a oferit ținută și garanție reușitelor mele îi voi purta mereu adâncă considerație.

Țin să mulțumesc d-lui Prof. François Avellan și întregului colectiv al Laboratorului de Mașini Hidraulice de la École Polytechnique Fédérale de Lausanne pentru suportul oferit de-a lungul realizării tezei. În particular adresez mulțumirile mele calde Dr.ing. Gabriel Dan Ciocan pentru sprijinul acordat în momentele dificile ale tezei.

Cum fiecare din noi are o stea norocoasă, a mea se numește Acad.Prof.Dr.H.C.dr.doc.ing. Ioan Anton. Doresc să-i mulțumesc Domniei Sale în primul și în primul rând pentru integritatea morală și frământarea intelectuală care au reprezentat, reprezintă și vor reprezenta elemente de referință în universul meu. Exemplul său de muncă și probitate științifică, sfaturile și învățăturile izvorâte din experiența unei vieți pusă în slujba științei reprezintă un imbold spre autodepășire. Încrederea pe care mi-a arătat-o, încă de la angajarea în 1994 la Laboratorul de Hidrodinamică și Cavitație din cadrul Academiei Române – Filiala Timișoara și promovarea atât în țară cât și peste hotare au deschis calea spre obținerea și aprecierea rezultatelor mele. Pentru susținerea continuă și pentru exigența și mai ales autoexigența pe care mi le-a însuflat și nu în ultimul rând pentru tot ce a investit în mine pe tărâm profesional și moral îi voi rămâne mereu recunoscător.

Ing. Sebastian Muntean

Cuprins

I. Stadiul actual al cercetărilor privind curgerea în turbomașini. Motivația temei	11
I.1. Stadiul actual al cercetărilor în domeniul curgerilor în turbomașini	11
I.2. Metode de investigare în turbomașini	13
I.2.1. Introducere	13
I.2.2. Simulare. Modelare	13
I.2.3. Etape în rezolvarea problemelor prin simulare numerică	15
I.3. Turbine hidraulice. Turbina Francis	17
I.3.1. Introducere	17
I.3.2. Ecuația fundamentală a turbinelor hidraulice	17
I.3.3. Considerații asupra turbinelor Francis	18
I.3.4. Rotorul turbinei Francis	19
I.3.5. Pierderile hidraulice în turbinele Francis	19
I.4. Necesitatea abordării temei	21
II. Simularea numerică a curgerii fluidelor incompresibile.....	23
II.1. Introducere	23
II.2. Ecuațiile ce guvernează curgerea fluidelor incompresibile	23
II.2.1. Introducere	23
II.2.2. Conservarea masei. Ecuația de continuitate	24
II.2.3. Conservarea impulsului. Ecuațiile de mișcare.	24
II.2.4. Conservarea unei cantități scalare	26
II.3. Ipoteze simplificatoare utilizate la modelarea curgerii în turbomașini	27
II.3.1. Introducere	27
II.3.2. Aproximări spațiale	28
II.3.3. Aproximări dinamice	34
II.3.4. Concluzii	40
II.4. Metode de soluționare a ecuațiilor de curgere	40
II.4.1. Introducere	40
II.4.2. Metoda Corectării Presiunii (MCP)	41
II.4.3. Metoda Compresibilității Artificiale (MCA)	43
II.4.4. Concluzii	46
II.5. Tehnici de discretizare a ecuațiilor de curgere	46
II.5.1. Introducere	46
II.5.2. Aranjarea variabilelor	47
II.5.3. Practici de INTERPOLARE	48
II.5.4. Practici de INTEGRARE	54
II.5.5. Concluzii	55
II.6. Alegerea domeniului de analiză. Generarea frontierelor	56
II.6.1. Introducere	56
II.6.2. Alegerea domeniului de analiză	56
II.6.3. Generarea frontierelor	58
II.6.4. Generarea frontierelor 2D	62
II.7. Tehnici de discretizare spațială	62
II.7.1. Rețele structurate și nestructurate	62
II.7.2. Probleme privind generarea rețelelor structurate	64
II.7.3. Tehnici utilizate în generarea rețelelor structurate	68
II.7.4. Generarea rețelelor în componentele turbinei Francis	68
II.8. Rezolvarea sistemelor de ecuații algebrice	70

Medote numerice pentru determinarea câmpurilor tridimensionale în rotoarele turbinelor Francis

II.8.1.	Introducere	70
II.8.2.	Metode de rezolvarea sistemelor liniare de ecuații algebrice.....	72
II.8.3.	Concluzii	73
II.9.	Concluzii finale.....	74
III.	Problema test: Turbina Francis GAMM.....	75
III.1.	Introducere	75
III.2.	Caracteristici generale.....	76
III.3.	Componentele turbinei Francis GAMM	77
III.3.1.	Distribuitorul turbinei Francis GAMM	77
III.3.2.	Rotorul turbinei Francis GAMM ('Henry')	80
III.3.3.	Tubul de aspirație al turbinei Francis GAMM	84
III.4.	Concluzii.....	86
IV.	Analiza numerică a curgerii 3D în distribuitorul turbinei Francis GAMM la punctul optim de funcționare.....	87
IV.1.	Descrierea problemei pentru distribuitorul turbinei Francis GAMM	88
IV.1.1.	Domeniul de analiză.....	88
IV.1.2.	Generarea rețelei de discretizare spațială pentru canalul distribuitor.....	90
IV.1.3.	Ecuațiile ce guvernează curgerea în distribuitorul GAMM	91
IV.1.4.	Condiții la limită.....	91
IV.2.	Prezentarea comparativă a rezultatelor numerice și experimentale	94
IV.2.1.	Introducere	94
IV.2.2.	Varianta de calcul D1	95
IV.2.3.	Varianta de calcul D2.....	104
IV.2.4.	Varianta de calcul D3.....	112
IV.3.	Concluzii.....	119
V.	Analiza numerică a curgerii 3D în rotorul turbinei Francis GAMM la punctul optim de funcționare.....	121
V.1.	Descrierea problemei pentru rotorul turbinei Francis GAMM	121
V.1.1.	Domeniul de analiză.....	121
V.1.2.	Generarea rețelei de discretizare spațiale pentru canalul rotoric.....	124
V.1.3.	Ecuațiile ce guvernează curgerea în rotorul GAMM ('Henry').....	125
V.1.4.	Condițiile la limită pentru canalul rotoric	126
V.2.	Prezentarea comparativă a rezultatelor numerice și experimentale	128
V.2.1.	Introducere	128
V.2.2.	Varianta de calcul {1}	130
V.2.3.	Varianta de calcul {2}	142
V.2.4.	Varianta de calcul {3}	150
V.2.5.	Prezentarea comparativă a rezultatelor cu cele ale grupului Bildall et al.....	158
V.2.6.	Prezentarea comparativă a rezultatelor cu cele ale grupului Bottaro et al.....	165
V.2.7.	Prezentarea comparativă a rezultatelor cu cele ale lui Eliasson	172
V.2.8.	Prezentarea comparativă a rezultatelor cu cele ale lui Goede	179
V.2.9.	Prezentarea comparativă a rezultatelor cu cele ale grupului Grimbert et al.	186
V.2.10.	Prezentarea comparativă a rezultatelor cu cele ale grupului Nagafuji et al.....	193
V.2.11.	Prezentarea comparativă a rezultatelor globale ale rotorului GAMM	200
V.3.	Concluzii.....	202
VI.	Analiza numerică a curgerii 3D în distribuitorul turbinei Francis GAMM în afara punctului optim de funcționare	203
VI.1.	Introducere	203
VI.2.	Ecuația debitului pentru întreaga gamă de deschideri a distribuitorului.....	203
VI.3.	Considerații asupra geometriei distribuitorului.....	205
VI.4.	Influența poziției axei paletelor aparatului director asupra forței și momentului pe paletă	209
VI.5.	Optimizarea poziției axei de pivotare a paletelor aparatului director.....	217

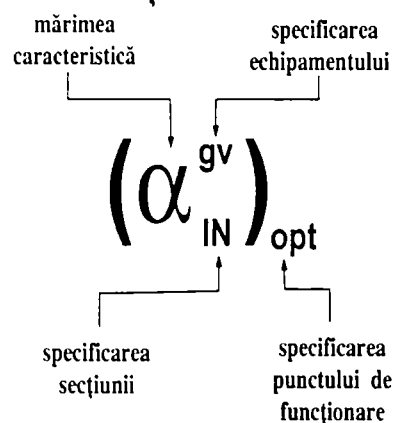
VI.6.	Calculul mărimilor adimensionale.....	221
VI.7.	Concluzii.....	222
VII.	Analiza numerică a curgerii 3D în rotorul turbinei Francis GAMM în afara punctului optim de funcționare	225
VII.1.	Introducere.....	225
VII.2.	Metodologia pentru calculul curgerii în afara punctului optim de funcționare	225
VII.2.1.	Definirea mărimilor pentru calculul în afara punctului optim de funcționare.....	225
VII.2.2.	Alegerea punctelor de calcul în afara punctului optim.	226
VII.2.3.	Calculul presiunii de referință la intrarea în tubul de aspirație pentru întreaga gamă de deschideri a distribuitorului	227
VII.2.4.	Algoritmul pentru calculul cuplat distribuitor-rotor se bazează pe tehnica "interfeței de amestec" ..	230
VII.3.	Validarea algoritmului pentru calculul cuplat distribuitor-rotor la punctul optim de funcționare P1 (Q_{opt} , α_{opt}).....	231
VII.3.1.	Secțiunea de intrare în distribuitor.....	232
VII.3.2.	Secțiunea de intrare în rotor.....	234
VII.3.3.	Secțiunea de ieșire din rotor.....	236
VII.3.4.	Secțiunea de intrare în tubul de aspirație.	238
VII.3.5.	Paleta rotorică.	240
VII.4.	Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru funcționare în afara punctului optim la deschidere constantă	242
VII.4.1.	Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru punctul de funcționare P2 ($0.77Q_{opt}$, α_{opt}).....	242
VII.4.2.	Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru punctul de funcționare P6 ($0.85Q_{opt}$, α_{opt}).....	246
VII.4.3.	Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru punctul de funcționare P7 ($1.12Q_{opt}$, α_{opt}).....	253
VII.4.4.	Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru punctul de funcționare P3 ($1.17Q_{opt}$, α_{opt}).....	256
VII.4.5.	Analiza câmpurilor de viteză și presiune pentru funcționarea la deschidere constantă	260
VII.5.	Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru funcționare în afara punctului optim la "energie constantă"	265
VII.5.1.	Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru punctul de funcționare P4 ($0.77Q_{opt}$, $0.78\alpha_{opt}$)... ..	265
VII.5.2.	Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru punctul de funcționare P5 ($1.17Q_{opt}$, $1.32\alpha_{opt}$)... ..	269
VII.5.3.	Analiza câmpurilor de viteză și presiune pentru funcționarea la "energie constantă"	273
VII.6.	Concluzii.....	277
VIII.	Determinarea teoretică a performanțelor energetice și cavitaționale pentru turbinele Francis.....	279
VIII.1.	Introducere	279
VIII.2.	Determinarea teoretică a performanțelor energetice pentru turbinele Francis	279
VIII.3.	Determinarea teoretică a performanțelor cavitaționale pentru turbinele Francis	281
VIII.3.1.	Introducere	281
VIII.3.2.	Definirea și exprimarea coeficienților de cavitație și a curbelor caracteristice de cavitație.....	281
VIII.3.3.	Coeficientul de cavitație al turbinei (σ_T) _x . Formularea în viteze	283
VIII.3.4.	Coeficientul de cavitație al turbinei (σ_T) _x . Formularea în coeficienți de viteză.....	283
VIII.3.5.	Coeficientul de cavitație al turbinei (σ_T) _x . Formularea în coeficientul de presiune.....	284
VIII.4.	Aplicație: calculul randamentului η_h și a coeficientului de cavitație σ_T și a curbelor de cavitație pentru turbina Francis GAMM.....	286
VIII.4.1.	Introducere	286
VIII.4.2.	Caracterizarea energetică a turbinei Francis GAMM	287
VIII.5.	Caracterizarea cavitațională a turbinei Francis GAMM	291
VIII.5.1.	Comportarea cavitațională a turbinei Francis GAMM în punctul optim de funcționare. Determinarea coeficientului de cavitație σ_T	291
VIII.5.2.	Comportarea cavitațională a turbinei Francis GAMM în afara punctului optim de funcționare. Trasrea curbelor de cavitație $\sigma_T=f(\varphi)$ pentru $\alpha=const.$ și $\psi=var.$ respectiv $\sigma_T=f(\varphi)$ pentru $\alpha=var.$ și $\psi=const$	294
VIII.5.3.	Analiza calitativă a câmpului de presiune pentru diferite valori ale coeficientului de instalare σ_{pl}	301
VIII.6.	Concluzii.....	305
IX.	Concluzii generale. Contribuții personale. Perspective de cercetare.....	306

IX.1.	Concluzii generale.Contribuții personale.....	306
IX.2.	Perspectivile cercetării.	309
X.	Bibliografie.	310
XI.	Anexa A. Noțiuni de matematică numerică.	321

Notății:

A		aria	m^2
\vec{V}		vectorul vitezei absolute	m/s
V_r		componenta radială a vitezei	m/s
V_u		componenta tangențială a vitezei	m/s
V_z		componenta axială a vitezei	m/s
V_m	$V_m = \sqrt{V_r^2 + V_z^2}$	componenta meridională a vitezei	m/s
V_{ref}	$V_{ref} = Q/A_{ref}$	viteza de referință	m/s
U	$U = \omega R$	viteza de transport	m/s
\vec{W}	$\vec{W} = \vec{V} - \vec{U}$	vectorul vitezei relative	m/s
c	$c = V/\sqrt{2E}$	coeficientul vitezei absolute	-
c_r	$c_r = V_r/\sqrt{2E}$	coeficientul componente radiale a vitezei	-
c_u	$c_u = V_u/\sqrt{2E}$	coeficientul componente tangențiale a vitezei	-
c_z	$c_z = V_z/\sqrt{2E}$	coeficientul componente axiale a vitezei	-
c_m	$c_m = V_M/\sqrt{2E}$	coeficientul componente meridionale a vitezei	-
c_w	$c_w = W/\sqrt{2E}$	coeficientul vitezei relative	-
u	$u = U/\sqrt{2E}$	coeficientul vitezei de transport	-
c_p	$c_p = (p - p_{ref})/\rho E$	coeficientul de presiune static raportat la mărimile din secțiunea de intrare în tubul de aspirație (marcată cu "ref")	-
c_{p3}	$c_{p3} = (p - p_3)/\frac{1}{2}\rho W_3^2$	coeficientul de presiune static raportat la mărimile din secțiunea de la ieșire din rotor (marcată cu "3")	-
D_{ij}		tensorul vitezelor de deformare	
E	$E = gH$	energia hidraulică raportată la unitatea de masă considerată între secțiunea de intrare în turbină și secțiunea de referință marcată cu "ref"	J/kg
g		acelerația gravitațională	m/s^2
m		masa	kg
M		momentul	N.m
M_h		momentul hidraulic	N.m
c_M		coeficientul de moment	-
P		puterea	W
p		presiunea	Pa
Q		debitul turbinei	m^3/s
H		căderea turbinei	m
R		raza	m
D		diametrul	m
r		raza curentă	m
z		altitudinea	m
s		coordonata curbilinie	m
S		suprafața	m^2
t		timpul	s
T		temperatura	$^{\circ}C$
T_{ij}		tensorul tensiunilor	

Z		numărul de palete	-
l		lungime	m
b		înălțimea distribuitorului	m
α		deschiderea aparatului director	grad
β^2		compresibilitatea artificială	
γ		unghiul de instalare al paletelor	grad
φ	$\varphi = c_m / u = V_m / U$	coeficientul de debit	-
ψ	$\psi = H / (U^2 / 2g)$	coeficientul de energie	-
θ		poziția unghiulară	grad
γ			grad
e		poziția axei fusului paletelor aparatului director	mm
\vec{r}		vectorul de poziție	
\vec{f}		vectorul forțelor	
σ		coeficientul de cavitație	-
σ_i		coeficientul de incipiență cavitațional	-
σ_T		coeficientul de cavitație al turbinei	-
σ_{pl}		coeficientul de cavitație al centralei	-
ρ		densitatea	kg/m ³
Ω		volumul	m ³
S		suprafața	m ²
ω		viteza unghiulară	rad/s
η_h		randamentul hidraulic	%
h_p		pierderile hidraulice	
n		turația	rot/min
n_s	$n_s = n \left(P^{1/2} / H^{5/4} \right)$	turația specifică	rot/min
n_q	$n_q = n \left(Q^{1/2} / H^{3/4} \right)$	turația caracteristică	rot/min
n_s^*	$n_s^* = \varphi^{1/2} / \psi^{3/4}$	turația specifică adimensională	-
n_0		excentricitatea paletelor aparatului director	-
a_0		deschiderea aparatului director	
\bar{a}_0		deschiderea relativă a aparatului director	%
μ		vâscozitatea dinamică	Pa.s
ν		vâscozitatea cinematică	m ² /s
h_s		înălțimea geometrică de aspirație	m.col. H ₂ O
α	$\alpha = \arctg \left(\frac{c_m}{c_u} \right)$	unghiul format de vectorul vitezei absolute cu viteza de transport	grad
β	$\beta = \arctg \left(\frac{c_m}{u - c_u} \right)$	unghiul format de vectorul vitezei relative cu viteza de transport	grad

Convenție:**Ex:**

Reprezintă unghiul curentului în secțiunea de intrare a coloanei statorice pentru punctul optim de funcționare.

Indici superiori:

sv	stator (stay vane)
gv	aparator director (guide vane)
d	distribuitor (distributor)
r	rotor (runer)
dt	tub de aspirație (draft tub)

Indici inferiori:*interni*

I	secțiunea de la intrarea în camera spirală
2	secțiunea de la ieșire din rotor
ref	secțiunea de referință
$\bar{1}$	secțiunea de la ieșire din turbină
min	minim
med	mediu
max	maxim
IN	intrare
OUT	ieșire
CG	centrul de greutate

externi

max	maxim
nom	nominal
opt	optim
o	obturat
exp	experimental

Abrevieri:

1D	monodimensional
2D	bidimensional
3D	tridimensional
B-spline	Bezier spline
BL	Boundary Layer
CAD	Computed Aided Design
CAE	Computed Aided Engineering
CAM	Computed Aided Manufacturing
CDS	Centrat Differencing Scheme
CFD	Computational Fluid Dynamics
CFS	Computational Field Simulation
DC	domeniul de calcul
DF	domeniul fizic
FDM	Finite Difference Method
FEM	Finite Element Method
FVM	Finite Volume Method
GG	Grid Generation
LES	Large Eddie Simulation
LUDS	Linear UDS
MCA	Metoda Compresibilității Artificiale
MCP	Metoda Corectării Presiunii
NURBS	Non Uniform Rational B-spline
PDE	Partial Differential Ecuation
Pe	numărul Peclet
PNS	Parabolized Navier-Stokes
Q2D	quasi-bidimensional
Q3D	quasi-tridimensional
QUICK	Quadratic Upwind Interpolation for Conservative Kinematics
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
Re	numărul Reynolds
RNS	Reduced Navier-Stokes
St	numărul Strouhal
TFI	Transfinite Interpolation
TLNS	Thin Layer Navier-Stokes
UDS	Upwind Differencing Scheme
URBS	Uniform Rational B-spline

CCHCLM	Centrul de Cercetări pentru Hidrodinamică, Cavitație și Lichide Magnetice
CCSITEH	Centrul de Cercetări Științifice și Inginerie Tehnologică pentru Echipamente Hidroenergetice Reșița-Timișoara
CCTFA	Centrul de Cercetări Tehnice Fundamentale și Avansate
CTI	Commission pour la Technologie et l'Innovation
DFM	Division of Fluid Mechanics
EPFL	Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ERCOFTAC	European Research Community on Flow, Turbulence And Combustion
FLINDT	Flow analysis of Draft Tube in Hydraulic Turbines
IAHR	International Association in Hydraulic Research
IFC	Institutul de Fluide Complexe
IMHEF	Institute de Machines Hydrauliques et de Mécanique des Fluides
LMH	Laboratorul de Mașini Hidraulice
LUT	Luleå University of Technology
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
RENEL	Regia Națională de Electricitate
TSIG	Turbomachinery Special Interest Group
UCMR	Uzinele Constructoare de Mașini Reșița
VAM CE	Voest-Alpine Machinery, Construction & Engineering

Capitolul I

I. Stadiul actual al cercetărilor privind curgerea în turbomașini. Motivația temei

I.1. Stadiul actual al cercetărilor în domeniul curgerilor în turbomașini

Încă din zorii civilizației umane, producția de energie a reprezentat un factor cheie atât în dezvoltarea cunoștințelor științifice cât și a creșterii economice. O avansare fabuloasă găsim în cunoștințele tehnologice și practica inginerescă între cele mai primitive mori de apă, inventate acum mai bine de 2000 de ani și modernele hidrocentrale de mare putere din zilele noastre. Chiar cu unitățile energetice moderne din ultima perioadă, se continuă căutarea celor mai bune soluții tehnice, optime din punct de vedere economic.

În ultimele două decade, calculatoarele s-au impus ca o unealtă indispensabilă în toate ramurile ingineresti, conducând la apariția unor noi direcții de cercetare. Cunoscută în literatura internațională sub titulatura de *Computational Fluid Dynamics* (CFD) aceasta nouă direcție de cercetare se găsește la confluența matematicilor aplicate, calculatoarelor și dinamicii fluidelor, permițând modelarea numerică a curgerii fluidelor. În noile condiții, calculele pot oferi o descriere amănunțită a câmpului de curgere cu o precizie neașteptată, capabilități ce provin dintr-o continuă rafinare a algoritmilor de calcul, precum și dintr-o incredibilă dezvoltare a calculatoarelor digitale moderne.

Problematica abordată încadrează prezentul studiu în categoria investigațiilor numerice complexe a curgerilor în turbomașini, domeniu extrem de actual pe plan mondial, care reunește eforturile specialiștilor din Elveția, Suedia, Norvegia, Japonia, Franța, SUA, Germania, Italia, Austria, Canada, Grecia, etc. Primul pas în unirea eforturilor pentru calculul curgerilor în turbinele hidraulice, l-a reprezentat proiectul GAMM intitulat "3D-Computation of Incompressible Internal Flows" desfășurat în 1989 la *École Polytechnique Fédérale de Lausanne* (EPFL). Prin acest proiect s-a reușit realizarea unei baze de date experimentale pentru componentele (stator, aparat director și rotor) unui model de turbină Francis, bază de date ce a permis testarea și validarea codurilor existente, Sottas & Ryhming (1993). Programul a beneficiat de aportul colectivelor din *Laboratorul de Mașini Hidraulice* (LMH) condus de Profesorul Pierre Henry și *Laboratorul de Mecanica Fluidelor* (LMF) condus de Profesorul Inge Ryhming. Reușita programului a fost garantată și de sprijinul *European Research Community on Flow, Turbulence And Combustion* (ERCOFTAC).

Cerințele, la nivel european, din ce în ce mai exigente pentru definirea strategiilor de cercetare, formare și schimb de informații în domeniul turbomașinilor a condus la apariția în cadrul ERCOFTAC a *Turbomachinery Special Interest Group* (TSIG). Una din prioritățile TSIG a fost crearea bazei de date *TSIG Database*, ce cuprinde rezultatele experimentale pentru 10 probleme test, printre care se numără și curgerea în turbinele Francis. Rezultatele pentru TSIG Database R1: Hydraulic Francis turbine au fost realizate la *Institut de Machines Hydrauliques et de Mecanique des Fluides* (IMHEF) din cadrul EPFL, Parkinson (1995).

Interesul marilor firme producătoare de turbine, Sulzer Hydro, Voest-Alpine Machinery, Construction & Engineering (VA MCE), Hydro-Vevey, Voith Hydro, Kvaerner Turbin AB, Hydro Group, GCE Alsthom Neyrpic și altele, pentru reducerea costurilor și timpilor de fabricație corelate cu performanțe energetice și cavitaționale cât mai bune pentru rotoarele turbinelor Francis a condus la derularea în perioada 1995 - 1997 a proiectului european Eureka No 1339, intitulat "*Fabricated*

Francis Runner with Uniform Trickness Blades”, EUREKA - Francis Runner Project. Scopul acestui program consta în reducerea costurilor de proiectare și fabricare cu până la 25%, prin utilizarea paletelor de grosime uniformă pentru rotoarele turbinelor Francis. Verificarea și optimizarea noilor palete s-a realizat în mare parte prin simularea numerică a curgerilor 3D respectiv în corecțiile finale prin testare pe modele.

Pentru continuarea eforturilor de obținere a unor turbine Francis cu performanțe energetice și cavitaționale superioare, în 1997 s-a demarat proiectul european Eureka No. 1625 “*Flow Analysis of Draft Tubes in Hydraulic Turbines (FLINDT)*” coordonat de LMH-IMHEF/EPFL și având ca parteneri ALSTROM Hydro Power, VA TECH Escher Wyss, VOITH-SIEMENS Hydro, Electricité de France, GE Hydro, Fonds pour Projets et Etudes de l’Economie Electrique (PSEL), Commission pour la Technologie et l’Innovation (CTI) și Ministère Allemand de la Science et de la Technologie (BMBF). Principalele obiective ale proiectului sunt: îmbunătățirea randamentului și puterii hidroagragatelor printr-o mai bună proiectare a ansamblului rotor-tub de aspirație combinată cu reducerea zonelor de recirculare și a instabilităților, EUREKA - FLINDT Project, Avelan (2000), Ciocan et al. (2000), Mauri et al. (2000).

Datorită progreselor considerabile realizate în ultima decadă în domeniul calculatoarelor și a modelării curgerilor, s-a considerat vitală evaluarea capabilității programelor de simulare în tubul de aspirație, acolo unde seminarul GAMM 1989 a oferit rezultate neconvingătoare și incomplete. Ca urmare, în iunie 1999 sub coordonarea Profesorului Håkan Gustafsson, Dr. Rikard Gebart și Dr. Niklas Dahlbäck s-a desfășurat seminarul “*Turbine 99 - Workshop on Draft Tube Flow*” având ca organizatori *Division of Fluid Mechanics (DFM)* din cadrul *Luleå University of Technology (LUT)* și *Vattenfall Utveckling AB* și patronat de ERCOFTAC. Seminarul și-a propus să determine capabilitățile de modelare a curgerilor 3D în tubul de aspirație al turbinelor hidraulice prin compararea cu datele experimentale obținute cu tehnologia modernă de investigare, Turbine 99 (1999).

O dovadă în plus a faptului că simularea numerică a curgerilor 3D în turbinele Francis, este una din problemele fundamentale de larg interes, o reprezintă problematica abordată la ultimele *ERCOFTAC Seminar and Workshop on 3D Turbomachinery Flow Prediction: IV (1996), V (1997), VI (1998), VII (1999)*, precum și numărul mare de articole apărute în volumele ultimelor seminarii IAHR: XV IAHR Symposium - Belgrade (1990), XVI IAHR Symposium - Sao Paulo (1992), XVII IAHR Symposium - Beijing (1994), XVIII IAHR Symposium - Valencia (1996), XIX IAHR Symposium - Singapore (1998), XX IAHR Symposium - USA (2000).

Focalizarea atenției asupra preocupărilor din țara noastră, scot în evidență **Școala timișoreană de mașini hidraulice și hidrodinamică**, a cărei piatră de temelie a pus-o Profesorul Aurel Bărglăzan. Recunoașterea națională și internațională, a fost o consecință firească, a rezultatelor excepționale obținute din “frământarea minților, verticalitatea caracterelor și autoexigența împinsă la extrem”, aceluia ce au condus - Profesorul Aurel Bărglăzan și conduc - Academician Ioan Anton destinele acestei școli.

Școala Timișoreană, având nucleul format din *Catedra de Mașini Hidraulice (CMH) - Facultatea de Mecanică, Centrul de Cercetări pentru Hidrodinamică, Cavitație și Lichide Magnetice (CCHCLM)*, ulterior transformat în *Institutul de Fluide Complexe (IFC)* ambele în cadrul *Universității “Politehnica”* și *Secția de Cavitație a centrului de Cercetări Tehnice a Bazei de Cercetări Științifice a Academiei*, care în 1997 devine *Secția de Hidrodinamică, Cavitație și Lichide Magnetice* din cadrul *Centrului de Cercetări Tehnice Fundamentale și Avansate, Filiala Timișoara (CCTFA) a Academiei Române*, în calitate de coordonator, împreună cu *Uzina Constructoare de Mașini Reșița (UCMR), Centrul de Cercetare Științifică și Inginerie Tehnologică pentru Echipamente Hidroenergetice Reșița-Timișoara (CCSITEH), Regia Națională de Electricitate (RENEL)*, în calitate de colaboratori, au fost organizatorii conferințelor cu participare internațională din 1964, 1985, 1990 și 1994.

Cercetările teoretice și experimentale de înaltă ținută conturate în tradiția Școlii Timișorene se regăsesc atât în tratatele: Anton (1979), Anton (1984), Anton (1985), Anton et al. (1988) cât și în

tezele de doctorat din domeniul mașinilor hidraulice: Anton (1961), Popa (1962), Fitero (1971), Preda (1971), Anton V. (1972), Popovici (1972), Gyulai (1972), Gheorghiu (1976), Câmpian (1978), Santău (1979), Bărglăzan M. (1981), Carte (1986), Tămaș (1986), Baya (1993), Anton L.E. (1994), Nedelcu (1996), Iosif (1998) și altele elaborate sub coordonarea domnului Academician Ioan Anton. Cerințele din practica de zi cu zi, a impus introducerea modelărilor numerice în descrierea fenomenelor de curgere din turbine Francis, cercetări de pionierat concretizate în teza de doctorat “*Contribuții la studiul rețelelor de profile radial-axiale și utilizarea lor în proiectarea rotoarelor turbinelor Francis*” susținută în 1986 de domnul profesor Iuliu N. Carte. Ulterior, cercetările numerice au devenit o parte componentă a tuturor tezelor elaborate la Timișoara: Baya (1993), Anton L.E. (1994), Resiga (1996), Nedelcu (1996), Brujan (1997), Iosif (1998), Bernad (2000) și altele.

I.2. Metode de investigare în turbomașini

I.2.1. Introducere

Necesitatea producerii unor mașini hidraulice cu performanțe optimizate pentru specificul fiecărei amenajări, a impus îmbunătățirea metodelor existente și dezvoltarea unor noi metode de investigare în turbomașini. Studiul turbomașinilor se realizează prin două metode: ***investigații experimentale*** și ***investigații teoretice***. Dezvoltarea și aplicarea unor noi tehnici de investigare experimentală a permis cunoașterea mult mai în detaliu a fenomenelor ce apar în turbomașini, conducând la construirea unor turbomașini cu performanțe superioare. Prin urmare, investigațiile experimentale au jucat până nu demult un rol esențial în proiectarea și/sau optimizarea turbomașinilor. Odată cu dezvoltarea tehnicii de calcul (hardware) și a algoritmilor de soluționare a ecuațiilor de curgere, ***experimentul numeric*** tinde să înlocuiască tot mai mult ***experimentul fizic***. Ca urmare, lucrarea de față, își propune prezentarea, analizarea și utilizarea metodelor de investigare numerică, pentru determinarea și îmbunătățirea performanțelor turbomașinilor.

I.2.2. Simulare. Modelare

Din anii '60 a început să se contureze o nouă tehnică de studiu a sistemelor - ***simularea***, care se bazează pe procedeele de similitudine, de analiză cu ajutorul machetelor și de calcul ***analogic***. Primele domenii în care s-a utilizat această tehnică au fost: proiectarea construcțiilor hidrotehnice și aerospațiale, respectiv cercetarea fenomenelor din hidro-gazo-dinamica subterană.

Simularea este un domeniu de investigare aflat la confluența matematicii, teoriei sistemelor și informaticii, cu o ***metodologie proprie*** (bazată pe identificarea proceselor, modelarea sistemelor și teoria algoritmilor) și cu ***mijloace specifice*** (oferite de echipamentul de calcul automat, de aparatura electronică de măsură, de prelevare a datelor și de valorificare a rezultatelor), Dumitrescu (1983).

Deoarece simularea își are originea în studiul sistemelor, se definește noțiunea de ***sistem***, într-o formulare mai largă: o colecție de elemente diferite în interacțiune, cuprinzând oameni și mașini, integrate pentru îndeplinirea unui obiectiv dorit, prin manipularea și controlul materialelor, informației, energiei și activității umane. Cu alte cuvinte, numim sistem colecția de elemente capabile de interacțiune într-un astfel de mod încât să fie realizat programul dat. Metoda de studiu recomandată este de a efectua experimentările direct pe sistemul original (dacă ele sunt posibile). Din păcate, ***nu*** orice sistem poate suporta sau admite încercările directe; dacă experimentările de acest fel pot “vătăma” ireversibil sistemul, în sensul modificării stării reale, duratei, rezultatelor în timp util, și preciziei informatice necesare, ș.a.m.d., atunci singura cale de studiu și analiză a sistemului este ***simularea***.

Pentru a realiza o simulare, trebuie ca în prealabil să se stabilească un model al sistemului studiat, ce se obține prin tehnica identificării proceselor din sistemul analizat (prin așa-numita

modelare). *Modelarea* se definește ca o procedură a analizei de sistem, ce se realizează prin idealizarea matematică a întregului sistem sau a unor părți de sistem. Rezultatul ei este elaborarea modelului sistemului, sub forma unei reprezentări matematice a relațiilor din sistem. La studierea unui fenomen fizic se face o abstractizare și se stabilește o legătură esențială, reproductibilă și necesară între mărimile care guvernează fenomenul. Această legătură reprezintă legea de desfășurare a fenomenului. În cazul fenomenelor fizice, legile se exprimă cu ajutorul unor relații matematice denumite *modele matematice*. Studiul modelelor matematice conduce la rezultate care desigur, trebuie să fie verificate în practică.

Există în fizică, fenomene care au expresiile matematice, ce le guvernează, de aceeași formă. Acestea permit introducerea noțiunii de fenomene calitativ identice, sau cu alte cuvinte fenomene ce posedă același model matematic. Această clasă de fenomene, dacă cuprinde fenomene din domenii diferite ale fizicii, spunem că formează o *clasă de analogie*. Utilizarea analogiei se practică pe scară largă în momentul în care experimentul dintr-un domeniu devine dificil de realizat, iar în alt domeniu unde avem un fenomen calitativ identic, este mai ușor de lucrat.

Dacă fenomenele calitativ identice sunt din același domeniu al fizicii, ele alcătuiesc o *clasă de similitudine*. Clasa de similitudine fiind prea vastă, se detașează un *grup de similitudine* prin precizarea unor condiții geometrice și marginale. În cazul unui grup de similitudine, desfășurarea fenomenului pe prototip și pe model are loc în mod asemănător, Ancușa (1979).

Scopul simulării constă în determinarea stării reale a sistemului analizat prin rezolvarea modelului ce-l reprezintă. Există două căi distincte de rezolvare a ecuațiilor unui model: 1) prin calcule analitice/numerice; 2) prin dispozitive analogice.

După Olariu & Brătianu (1986), avem următoarele procedee de simulare,:

- *Simularea analogică (simularea pe sistem)* - se bazează pe utilizarea exclusivă a unor mijloace (echipamente) care "înlocuiesc" sistemul original cu un alt sistem fizic efectiv (denumit *simulator analogic*). Simulatorul analogic, pe care se fac încercările experimentale, este descris formal de același model ca și originalul. De aceea, simularea analogică este o simulare de tip "hard" ce se realizează cu echipamente specifice care alcătuiesc instalațiile (simulatoarele). Aceste simulatoare specializate, trebuie "pregătite" pentru specificul fiecărei probleme ce se dorește a fi rezolvată (schemă, structură internă de material, forma frontierei, puncte de alimentare și de măsură, etc.). Toate acestea necesită pentru fiecare problemă, noi construcții și conexiuni, deci noi cheltuieli de materiale (unele recuperabile), însă timpul de pregătire, mare face ca simulatorul analogic să fie mai puțin versatil și mai scump în exploatare cu cât este mai amplu. Iar dacă este de mai mică anvergură devine mai puțin fidel originalului și mai puțin precis.
- *Simularea numerică* necesită doar mijloace (echipamente) de calcul (calculatoare). Aceasta pentru că ea constă în înlocuirea modelului original (ecuații cu derivate parțiale), printr-un alt model, format în funcție de tipul de rezolvare al problemei (ecuații cu diferențe finite, etc.), care este în esență un sistem de ecuații algebrice care formează modelul de simulare. De aceea, putem spune că simularea numerică este simularea de tip "soft". Dezvoltarea tehnicilor de calcul automat, atât în ceea ce privește creșterea în dimensiuni a volumului memoriei operative cât și a celei externe - de stocare, reducerea timpului de prelucrare prin creșterea puterii de calcul, perfecționarea algoritmilor de rezolvare numerică a sistemelor de ecuații algebrice etc. precum și posibilitățile multiple de vizualizare a rezultatelor, în vederea "corectării" în timp real a soluției, a făcut ca simularea numerică asistată de calculator să fie în prezent, cel mai utilizat procedeu de simulare aplicat în obținerea soluțiilor sistemelor.
- În perioada anilor '70 s-au construit și *simulatoare hibride*. Acestea se utilizau atunci când complexitatea ridicată la care s-a ajuns cu simulatoarele analogice făcea

extrem de greoaie manipularea lor (ajustări, modificări, colectarea datelor măsurate etc.) și când sistemele de calcul automat (ajunse atunci la a treia generație, în zilele de astăzi la a șasea generație) erau mai simplu de programat și puteau lucra în timp real. Dar și aceste simulatoare hibride, cu instalațiile specializate și destul de scumpe din cauza simulatorului analogic și a interfeței “hard” (simulator analogic - sistem de calcul), au fost repede depășite în performanțe de simularea numerică bazată pe utilizarea sistemelor de calcul universale.

Datorită avantajelor oferite de simularea numerică, teza de față își propune direcționarea studiului în acest domeniu.

Pentru a rezolva o problemă prin simulare numerică trebuie corelată munca specialiștilor din următoarele domenii:

- *inginerul* - cunoscătorul fenomenelor și a proceselor de câmp;
- *analistul de problemă* - care trebuie să fie un abil și rutinat matematician, capabil să modeleze procesul și să stabilească algoritmi corespunzători;
- *inginerul de sistem* - un specialist în mijloace de calcul electronice.

I.2.3. Etape în rezolvarea problemelor prin simulare numerică

Inventarea calculatoarelor digitale și introducerea lor în lumea științei și tehnologiei a impus apariția **conceptului de aproximare discretă**. Acesta cuprinde teoria aproximării numerice a unui set de ecuații, luând modelul matematic al unui sistem fizic. De asemenea, noțiunea de aproximare implică definirea modelului matematic în raport cu complexitatea lumii fizice.

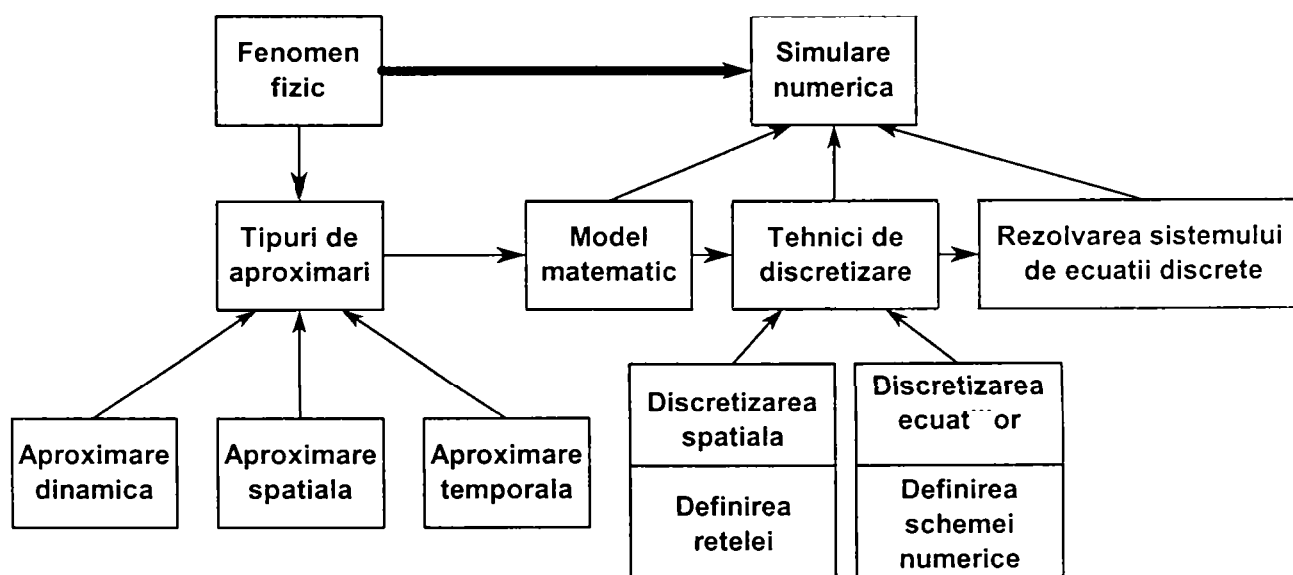


Fig. I.1 Construirea unui model de simulare numerică, Hirsch (1988).

Datorită complexității fenomenelor, se introduc ipoteze simplificatoare care ne conduc la modele matematice, cu considerarea **nivelului de aproximare** impus pentru a atinge o **precizie acceptabilă**, considerând un **set de variabile dependente și independente** (setul conține variabilele primare necesare să descrie complet sistemul considerat precum și alte variabile care caracterizează comportamentul lor). Odată cu evoluția tehnologiei calculatoarelor, ipotezele simplificatoare sunt eliminate treptat, conducând la simulări numerice care redau din ce în ce mai fidel fenomenul real.

Pentru a stabili modelul matematic trebuie să fixăm nivelul “scării reale”, cu alte cuvinte dimensiunea caracteristică (subatomică, atomică, microscopică, macroscopică și până la astronomică). Fiecărui “nivel al scării reale” îi putem asocia un set de variabile fundamentale (primare) din care se deduc celelalte variabile (caracteristice).

Întâlnim următoarele tipuri de aproximări:

Aproximarea temporală implică estimarea diferitelor variabile și coeficienți dependente de timp și alegerea pasului de timp cel mai mic considerat în modelare.

Aproximarea spațială definește numărul de variabile spațiale utilizate în modelare. La acest nivel se stabilește dacă descrierea monodimensională (1D) sau cea bidimensională (2D), ca alternative la cea tridimensională (3D), va furniza suficientă precizie. Deoarece procesele de mediere implică o pierdere de informație în procesul de aproximare, această informație în cele mai multe cazuri va fi disponibilă din exteriorul modelului; de exemplu, din datele empirice. Este evident că modelele simple (de exemplu descrierea curgerii 1D) necesită mai multe date de intrare empirice sau externe decât o curgere 3D vâscoasă, dacă contribuțiile 3D sunt luate în calcul.

Aproximarea dinamică este legată de estimarea influenței relative a diferitelor forțe și a componentelor lor asupra comportării sistemului. Evoluția dinamică a sistemului de curgere este determinată de echilibrul diferitelor forțe ce acționează asupra lui, dar rareori toate componentele forțelor ce acționează au importanță egală. De aceea, unul dintre primii pași pentru estimarea modelelor matematice ce descriu sistemul, este realizarea evaluării componentelor forțelor ce acționează, pentru a simplifica modelul cât mai mult posibil.

Diferitele nivele de aproximare considerate interacționează între ele. De exemplu, pe paleta unui rotor al unei turbomașini, forțele centrifuge vor genera o migrare radială a stratului limită de fluid de-a lungul paletei, conducând la o dezvoltare a curgerii mixte în direcția deschiderii, aceasta limitând validitatea unei descrieri 2D în curgerea paletă-la-paletă.

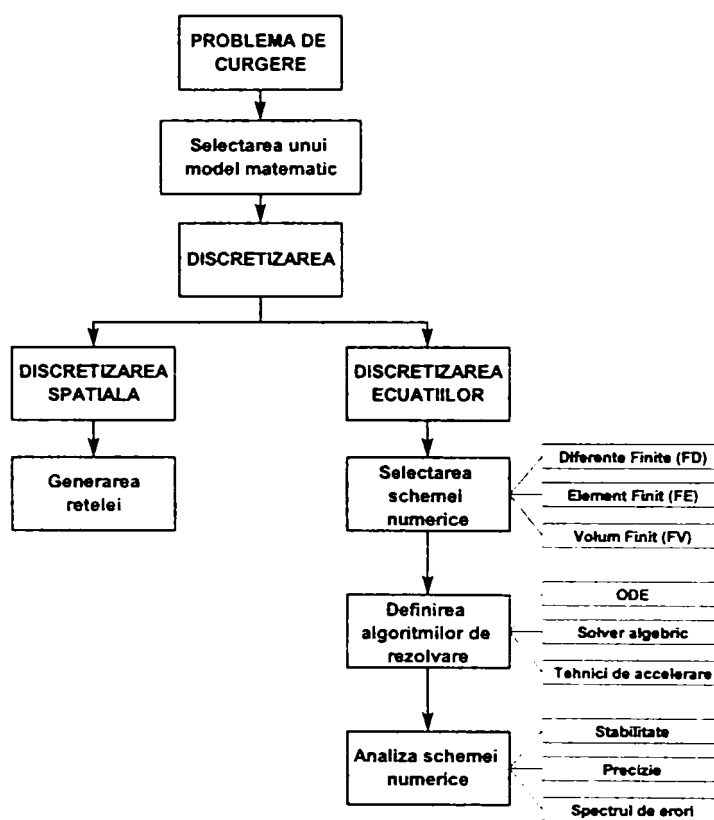


Fig. I.2 Structura unei simulări numerice, Hirsch (1988).

Fig. I.1 prezintă schematic interacțiunea între nivelele de aproximare, ce definesc modelul matematic al unui sistem de curgere și simularea numerică în ansamblu, Hirsch (1988).

În continuare, se combină diferitele discretizări: *discretizarea spațială*, care definește *rețeaua spațială* și *discretizarea ecuațiilor* care specifică *schema numerică*, vezi Fig. I.2.

1.3. Turbine hidraulice. Turbina Francis.

1.3.1. Introducere

Scopul turbinelor hidraulice este de a extrage energia de la fluid și aceasta se realizează cu ajutorul unei părți în mișcare de rotație, denumită *rotor*. Transmiterea energiei de la apă, la rotorul turbinei are loc prin interacțiunea dintre curent și suprafețele paletelor rotorice. Datorită acestei interacțiuni apare o forță cu care acționează curentul, ce se exercită pe paletel rotorului. Cuplul creat de această forță în raport cu axa mașinii pune în mișcare rotorul, realizându-se lucrul mecanic respectiv putere. Turbinele hidraulice fac parte din familia mare a mașinilor, denumite și *turbomașini*, unde prefixul “turbo” este un cuvânt de proveniență latină și înseamnă “rotativ”, corespunzător pentru mașini rotative.

În funcție de construcția turbinei și a rotorului, precum și de poziția acestuia față de curentul de apă se disting două tipuri de turbine hidraulice: cu vână forțată și cu vână liberă.

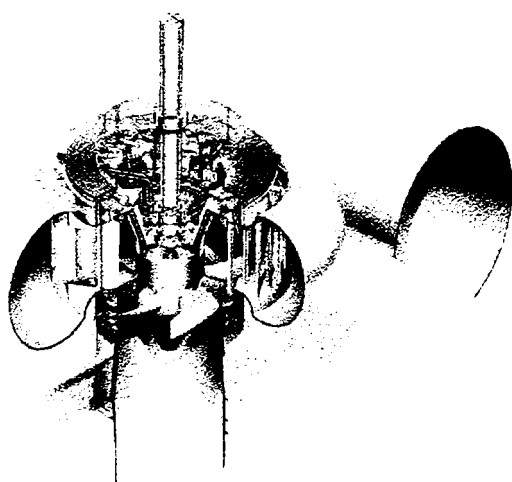


Fig. I.3 Vedere axonometrică a turbinei Kaplan, Nilsson (1999).

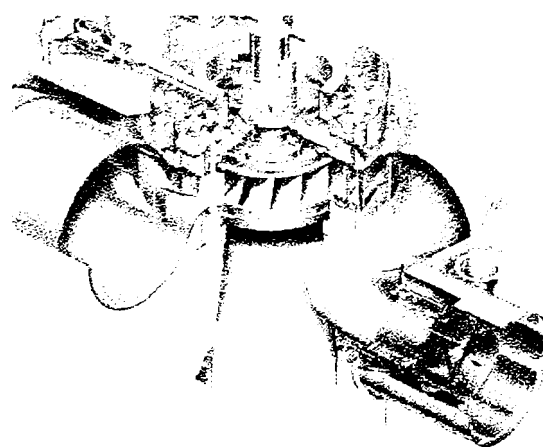


Fig. I.4 Vedere axonometrică a turbinei Francis, Nilsson (1999).

Turbinele Francis se găsesc în clasa turbinelor cu vână forțată, la care rotorul este complet scufundat și este atacat uniform de curentul de apă pe toată periferia.

1.3.2. Ecuația fundamentală a turbinelor hidraulice

Ecuația fundamentală a turbinelor exprimă legătura dintre căderea turbinei și elementele cinematice de la intrarea și ieșirea din rotor.

Astfel, momentul de interacțiune dintre curent și palete, este:

$$\vec{M} = \rho Q (\vec{r}_1 \times \vec{V}_1 - \vec{r}_2 \times \vec{V}_2) \quad (I.1)$$

Puterea primită de rotor de la fluid este deci:

$$\begin{aligned} P &= M \cdot \omega = \rho Q \omega \cdot [r_1 V_1 \cdot \cos(\alpha_1) - r_2 V_2 \cdot \cos(\alpha_2)] = \\ &= \rho Q \cdot (U_1 V_{u1} - U_2 V_{u2}) \end{aligned} \quad (I.2)$$

Aceeași putere scrisă în funcție de cădere și debit, este:

$$P = \rho g Q H \eta_h \quad (I.3)$$

Egalând relațiile (I.2) și (I.3) în final se obține:

$$\rho Q \cdot (U_1 V_{u1} - U_2 V_{u2}) = \rho g Q H \eta_h$$

În construcții uzuale, unghiul de ieșire al vitezei absolute se alege $\alpha_2=90^\circ$. Cu aceasta relația (I.4), devine:

$$\eta_h gH = U_1 V_{u1} \quad (I.5)$$

Folosind relațiile trigonometrice, ecuația (I.4) se poate scrie sub o altă formă, ce poartă denumirea de ecuația fundamentală în viteze, Anton et al. (1988).

$$\eta_h H = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2g} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} \quad (I.6)$$

I.3.3. Considerații asupra turbinelor Francis

Mașinile care transformă energia hidraulică în mecanică se numesc “*motoare hidraulice*” sau *turbine hidraulice*.

Parametrii fundamentali ai turbinelor hidraulice sunt: debitul Q [m³/s], căderea H [m.col. H₂O], puterea P [kW], turația n [rot/min], randamentul η [-], înălțimea geometrică de aspirație h_s [m.col. H₂O], coeficientul de cavitație σ .

Turbinele Francis se comportă optim în domeniul căderilor mijlocii $H=50(70)\div 450(500)$ m și a debitelor mijlocii. În ultima perioadă studiile făcute, au condus la utilizarea unor astfel de turbine, la căderi din ce în ce mai mari. Calitățile principale ale acestor turbine constau în: randament bun, construcție simplă, robustă și o stabilitate mare în funcționare.

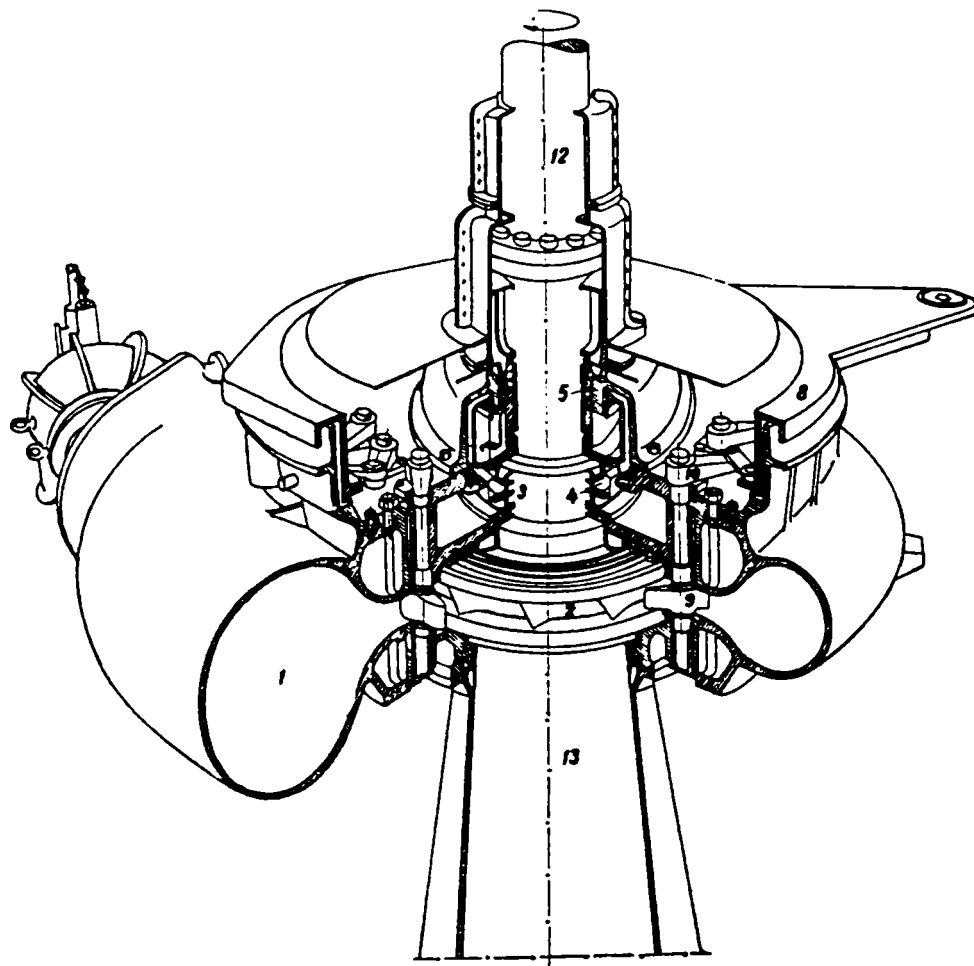


Fig. I.5 Elementele componente ale unei turbine Francis, Anton (1979).

Părțile constructive ale unei turbine Francis sunt prezentate în Fig. I.5: camera spirală (1), rotorul cu palete (2), sistemul de etanșare dintre arbore și partea superioară a turbinei (3), sistemul de etanșare auxiliar (4), lagăr de ghidare (5), camera pompei de ulei a dinamului tachimetric și limitatorului de ambalare (6), sistemul de susținere al carcusei camerei pompei de ulei (7), inelul de

Medote numerice pentru determinarea câmpurilor tridimensionale în rotoarele turbinelor Francis

reglare al aparatului director (8), paletelile aparatului director (9), sistemul de preluare a forțelor axiale ce acționează asupra paletelilor aparatului director (10), servomotorul aparatului director (11), arborele turbinei (12), tubul de aspirație (13).

I.3.4. Rotorul turbinei Francis

Se cunoaște că rotorul este sediul transformărilor energetice ce au loc în mașină. Pentru a obține randamente cât mai ridicate, se impune o proiectare foarte atentă a acestui element.

Calculul rotorului turbinelor Francis, este o problemă complexă de hidrodinamică la baza căreia stau parametrii principali: H , P , Q , n , η și σ (vezi Fig. I.7), Anton (1979).

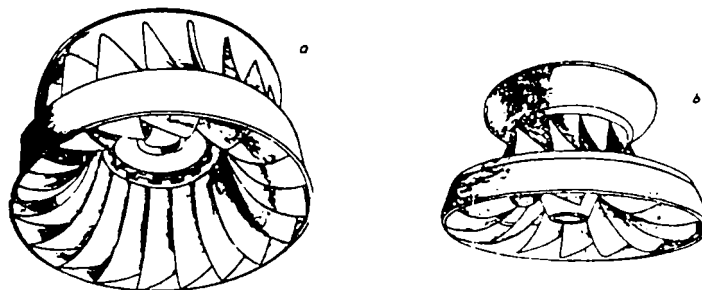


Fig. I.6 Forme constructive de rotoare, Anton (1979).

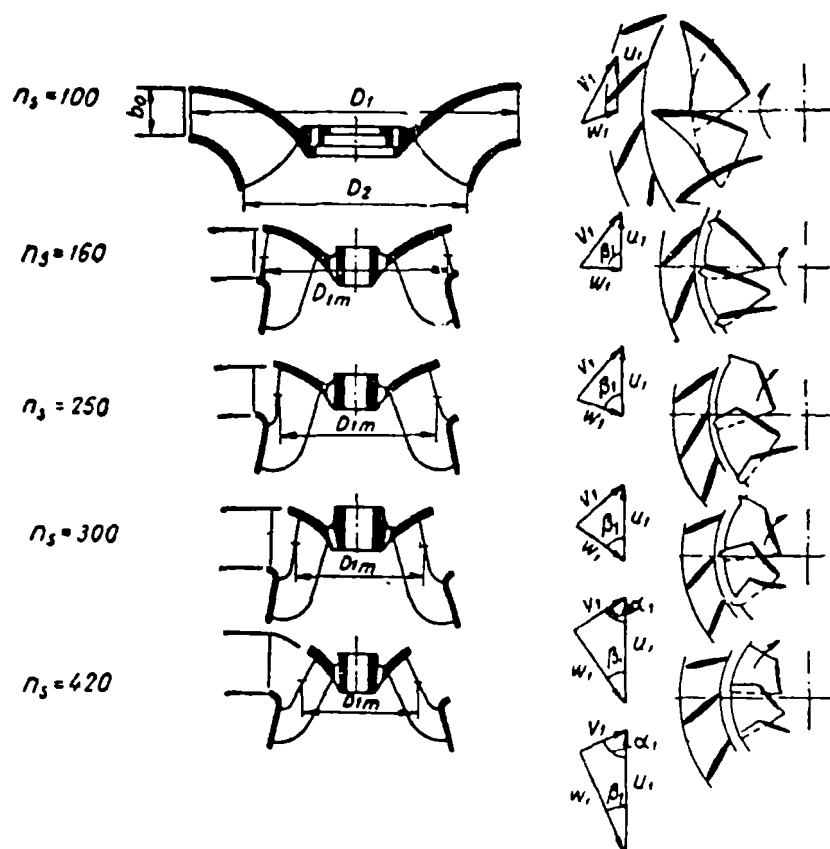


Fig. I.7 Modificarea geometriei rotorului cu n_s , Anton (1979).

I.3.5. Pierderile hidraulice în turbinele Francis

Tratarea clasică a fenomenului disipațiilor hidraulice în ipoteza unei curgeri monodimensionale, preluată de la conducte și instalații, împarte pierderile hidraulice în disipații de tip longitudinal (distribuite) și local (concentrate).

În acest model, disipațiile distribuite sunt datorate frecărilor particulelor de fluid între ele și cu frontierele solide, exprimate cantitativ prin numărul Reynolds. Pierderile locale sunt disipații concentrate ale energiei hidraulice a fluidului, din cauza modificării câmpului de viteze, aceasta

Medote numerice pentru determinarea câmpurilor tridimensionale în rotoarele turbinelor Francis

depinzând strict de geometria rezistenței locale, din cauza existenței unor turbulențe locale puternice.

Pe baza ipotezei de mai sus, luându-se în considerare complexitatea turbomașinilor se întâlnesc următoarele categorii de pierderi: prin frecare, variația mărimii și direcției vitezei caracteristice, pierderi prin șoc datorate mișcărilor secundare și pierderi specifice rețelelor de profile.

De-a lungul traseului hidraulic al unei turbine Francis apar, următoarele disipații, Fig. I.8:

- h_{p1-a} - reprezintă suma pierderilor hidraulice în camera spirală și stator, compuse din pierderi longitudinale, pierderi de confuzor, pierderi datorită mișcărilor secundare caracteristice camerei spirale, pierderi datorită variației de secțiune și prin șoc la intrarea curentului în stator, pierderi datorită variației de secțiune la ieșirea din stator și pierderi de dâră.
- h_{p2-b} - reprezintă suma pierderilor caracteristice trecerii curentului prin rețeaua radială a aparatului director, similare ca structură de definiție cu cele din stator.
- h_{p0-1} - reprezintă pierderile prin șoc la intrarea în rotor.
- h_{p1-2} - reprezintă suma pierderilor hidraulice din rotorul turbinei, compuse din pierderi longitudinale datorită variației de secțiune la intrare, pierderi datorate curburii canalului interpaletar, la care pe lângă modificarea direcției vitezei, induce și mișcări secundare și pierderi datorită variației secțiunii de la intrarea și ieșirea din rotor.
- h_{p2-3} - reprezintă suma pierderilor de la ieșirea din rotor datorită bordului de fugă teșit al paletei, necorespunzător profilat și care generează pierderi de dâră.
- h_{p3-4} - pierderi ce apar în zona de egalizare a curentului în aval de rotor până la intrarea în tubul de aspirație.
- h_{p4-e} - disipații în tubul de aspirație.
- h_{pe} - pierderi de energie cinetică la ieșirea din tubul de aspirație.

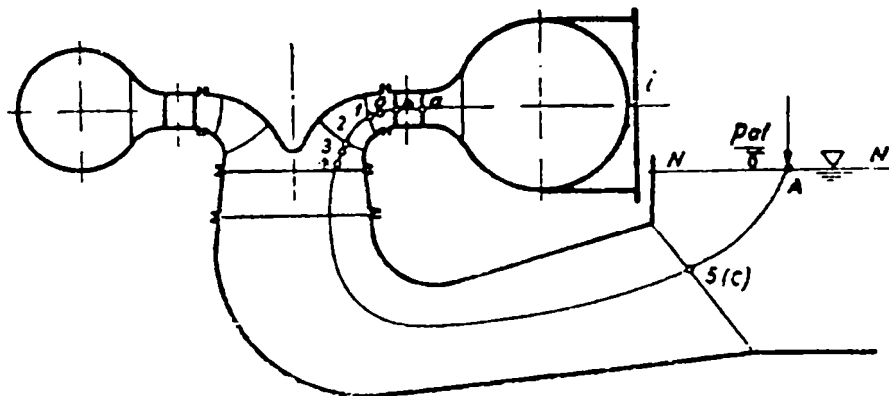


Fig. I.8 Traseul hidraulic al unei turbine Francis, Baya (1993).

Rotorul turbomașinilor, complex din punct de vedere geometric și hidrodinamic, sediu al transformărilor energetice, are o importanță deosebită în ansamblul mașinii și o pondere mare în tabloul pierderilor.

Complexitatea fenomenelor hidrodinamice din rotoarele reale, îngreunează determinarea unui model matematic care să reflecte cât mai fidel curgerea și mecanismul disipațiilor. Din acest motiv, în literatură se găsesc o multitudine de metode aproximative de determinare a pierderilor, care utilizează ipoteze simplificatoare referitoare numai la existența unor anumite tipuri de disipații sau privind modul de abordare a acestora. Tentativele de evaluare a pierderilor hidraulice, pot fi grupate după principiul ce stă la baza metodei de determinare.

Este dificilă stabilirea unor concluzii privind pierderile hidraulice ce apar în organele turbomașinilor pe calea încercărilor, ce se realizează în stațiuni complexe, în timpul funcționării

modelelor de laborator. O serie de cercetări, dintre care îi amintim pe: Fachbach (1970), Furtner (1978), Schlemmer (1973), au realizat măsurători pe modele în domeniul turbinelor radial-axiale.

Investigațiile experimentale globale, efectuate pe modele de turbină cu turații specifice ridicate, au permis desprinderea unor concluzii privind ponderea pierderilor energetice în rotor, care ne conduc la valori cuprinse între 20%-30%, cu precizarea că la regimuri diferite de cel optim sunt atinse valorile maxime, Baya (1993).

I.4. Necesitatea abordării temei

Deși ponderea energiei hidro reprezintă numai 20% din producția mondială, respectiv 16% din producția de energie europeană (în timp ce Elveția dispune de 61%, EUREKA - FLINDT Project, Suedia de 50%, Nilsson (1999), iar România de 31% componenta hidro, Păun (2000)), ea rămâne o componentă cheie în administrarea necesarului de energie. Deși s-au realizat pași importanți la nivel mondial, potențialul hidroenergetic are un grad de utilizare de numai 18%, deci o uriașă rezervă de energie hidraulică așteptă să fie valorificată, Baya (1997). Este important de amintit, că majoritatea hidrocentralelor au fost proiectate cu mulți ani în urmă și nu mai sunt adaptate la noile cerințe de funcționare. De aceea, reabilitarea potențialului hidroenergetic este de mare importanță economică pentru producția de energie europeană. De exemplu, o creștere în eficiență și putere netă furnizată se poate obține prin reproiectarea rotorului care duce la o excelentă investiție cost/kWh. Această problemă implică o analiză atentă a întregului circuit hidraulic existent, și în funcție de condițiile tehnice și posibilitățile economice poate apărea reproiectarea componentelor amonte și/sau aval.

Reducerea volumului excesiv de mare al cercetărilor experimentale necesare, se poate efectua pe rotoarele turbinelor Francis prin cercetări teoretice. Cercetări, care să permită nu numai cunoașterea caracteristicilor globale ale mașinii, redate prin diagrama colinară energetică și cavitațională dar și pierderile hidraulice din turbină (camera în spirală, stator, aparat director, spațiul dintre aparatul director și rotor, din rotor, spațiul dintre rotor și tubul de aspirație și din tubul de aspirație la diferite debite Q și căderi $H(E)$). Cunoașterea acestor pierderi permite calculul randamentului η_h și deci trasarea diagramei colinare obținută numai prin calcul.

Cercetările teoretice, permit determinarea exactă a presiunilor pe paletelile rotorice, cu ajutorul cărora se calculează cuplul, respectiv se determină printr-o altă cale randamentul η_h , care se compară cu valorile experimentale și cele calculate mai sus. Cunoașterea distribuțiilor presiunilor pe paletă conduce la determinarea coeficientului de incipiență cavitațional σ_i și trasarea curbelor de cavitație

$$\sigma_i = f(Q) \text{ pentru } H = \text{const.}$$

$$\sigma_i = f(H) \text{ pentru } Q = \text{const.}$$

În final, obiectivul acestei cercetări este de a stabili o metodologie de simulare numerică a curgerii lichidului real prin turbină care să fie cât mai precisă, simplă și rapidă.

Scopul final este de a reduce la minim volumul de măsurători experimentale, ce implică intervale mari de timp și costuri ridicate. Modelarea permite obținerea rapidă a geometriei optime a turbinei Francis cu caracteristici energetice și cavitaționale superioare.

Teza este structurată astfel:

Capitolul I - studierea stadiului actual al cercetărilor în domeniu și definirea direcțiilor de cercetare cu evaluarea resurselor necesare;

Capitolul II - stabilirea elementelor ce intervin într-o simulare numerică, abordarea sistematică a acestora, tratarea și prezentarea elementelor specifice din turbomașini;

Capitolul III - alegerea și prezentarea problemei tip care să permită validarea rezultatelor numerice;

- Capitolul IV** - analiza numerică tridimensională a curgerii fluidului incompresibil nevâscos (Euler) în distribuitorul turbinei Francis pentru punctul optim de funcționare;
- Capitolul V** - analiza numerică tridimensională a curgerii fluidului incompresibil nevâscos (Euler) în rotorul turbinei Francis pentru punctul optim de funcționare;
- Capitolul VI** - analiza numerică tridimensională a curgerii fluidului incompresibil nevâscos (Euler) în distribuitorul turbinei Francis pentru funcționare pe întreaga plajă de deschideri a aparatului director. Optimizarea poziției axei de pivotare a aparatului director pentru a asigura un sistem de reglare robust și economic;
- Capitolul VII** - dezvoltarea unei tehnici de cuplare distribuitor/rotor care să permită analiza numerică tridimensională a curgerii fluidului incompresibil nevâscos (Euler) prin rotorul turbinei Francis pentru funcționare pe întreaga plajă de deschideri a aparatului director;
- Capitolul VIII** - determinarea caracteristicilor energetice și cavitaționale ale turbinei Francis;
- Capitolul IX** - concluzii, contribuții personale și perspective ale cercetării;

Capitolul II

II. Simularea numerică a curgerii fluidelor incompresibile

II.1. Introducere

Viteza sunetului în apă ($\approx 1500\text{m/s}$) este de departe superioară oricărei viteze a curentului (viteza convectivă). Deci, fluidul poate fi considerat incompresibil și câmpul de viteze este solenoidal. O importantă excepție apare pentru cazurile în care se formează cavități în curent (acolo unde presiunea locală scade sub presiunea vaporilor saturați). Apariția bulelor umplute cu vapori și gaze reduc dramatic viteza locală a sunetului. Totuși, calcularea curgerii cu cavități necesită introducerea modelelor bifazice, care nu reprezintă domeniul de studiu al lucrării.

Într-o turbină reactivă, există o diferență de presiune pozitivă între intrare și ieșire. Cu alte cuvinte, câmpul de curgere este dominat de gradienti de presiune favorabili, (Resiga et al., 1999). În punctul optim de funcționare, câmpul de curgere este în general atașat. Deci, efectele vâscoase sunt limitate la un strat limită relativ subțire, Muntean et al. (2000). Astfel, cu un calcul nevâscos se poate calcula cu o suficient de bună precizie presiunea de pe paletă, Resiga et al., (2000). Calculul termenilor vâscoși, nu necesită calcule costisitoare dar pentru a obține o soluție rezonabilă, trebuie tratat corespunzător stratul limită. Deci un calcul vâscos necesită substanțial mai multe puncte, să obținem o precizie asemănătoare pentru calculul suprafețelor de presiune. De fapt, rezultatele prezentate la workshopul GAMM din 1989 de la Lausanne (Sottas & Rhyning (1993)), prezintă o bună concordanță a calculelor nevâscoase cu rezultatele datele experimentale. Ne luând în seamă rezoluția numerică a domeniului de calcul, problema modelelor turbulente rămâne un obiectiv major. Câmpul de curgere din turbomașinile hidraulice este caracterizat de o rotație puternică și suprafețe puternic curbate. Este bine cunoscut că modelele turbulente standard, ca de exemplu modelul $k-\epsilon$ este insuficient pentru a furniza o soluție validă a câmpului de curgere pentru astfel de condiții de curgere. Pe de altă parte, nu există nici un dubiu că soluțiile Navier-Stokes sunt din ce în ce mai importante ca unelte de proiectare în viitor. În curgerile cu numere Reynolds mari, termenul convectiv domină câmpul de curgere. Evident un model nevâscos bun este o precerință pentru un model vâscos bun la numere Reynolds mari. Deci, tratarea curgerii nevâscoase poate fi văzută ca un prim pas spre un model vâscos complet.

II.2. Ecuațiile ce guvernează curgerea fluidelor incompresibile

II.2.1. Introducere

Legile de conservare se obțin prin considerarea unei cantități de materie sau a unei *mase de control* (CM) și proprietățile “extensive” asociate ei, cum ar fi: masa, impulsul și energia. În curgerea fluidelor, este dificil să cunoaștem o zonă de materie, și de aceea este mai convenabil să considerăm curgerea într-o anumită regiune spațială denumită *volum de control* (CV). Această metodă de analiză se numește *aproximarea volumelor de control*.

În continuare se consideră două dintre proprietăți: (masa și impulsul)

- ecuația de conservare a masei:

$$\frac{dm}{dt} = 0 \quad (\text{II.1})$$

- ecuația de conservare a impulsului:

$$\frac{d(m\bar{V})}{dt} = \sum \bar{f} \quad (\text{II.2})$$

unde t este timpul, \bar{V} este viteza, \bar{f} este forța ce acționează pe CM.

Aceste legi vor fi aduse la o formă pe CV, în variabile fundamentale “intensive”, a căror exprimare sunt independente de cantitatea de materie considerată (de exemplu: ρ este masa pe unitatea de volum și \bar{V} este impulsul pe unitatea de masă).

Considerând ϕ orice proprietate intensivă de conservare (pentru conservarea masei $\phi=1$; iar pentru conservarea impulsului $\phi=\bar{V}$) a unui scalar pe unitatea de masă, atunci proprietatea extensivă corespunzătoare Φ se poate exprima astfel:

$$\Phi = \int_{\Omega_{CM}} \rho \phi d\Omega \quad (\text{II.3})$$

unde Ω_{CM} reprezintă volumul ocupat de CM.

Aplicând relația (II.3) în ecuația de conservare pentru un volum de control, avem:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_{CM}} \rho \phi d\Omega = \frac{d}{dt} \int_{\Omega_{CV}} \rho \phi d\Omega + \int_{S_{CV}} \rho \phi (\bar{V} - \bar{V}_b) \cdot \bar{n} dS \quad (\text{II.4})$$

unde Ω_{CV} reprezintă volumul CV, S_{CV} reprezintă suprafața ce delimitează CV, iar \bar{n} este versorul normal la S_{CV} orientat spre exterior, \bar{V} este viteza fluidului și \bar{V}_b este viteza cu care se mișcă suprafața CV.

Pentru o CV fixă în timp, $\bar{V}_b = 0 \Rightarrow$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_{CM}} \rho \phi d\Omega = \frac{d}{dt} \int_{\Omega_{CV}} \rho \phi d\Omega + \int_{S_{CV}} \rho \phi \bar{V} \cdot \bar{n} dS \quad (\text{II.5})$$

Dacă CV se mișcă astfel încât frontiera coincide cu frontiera CM, avem că $\bar{V} = \bar{V}_b$ și fluxul net prin fețele CV este nul.

$$\int_{S_{CV}} \rho \phi (\bar{V} - \bar{V}_b) \cdot \bar{n} dS = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \int_{\Omega_{CM}} \rho \phi d\Omega = \frac{d}{dt} \int_{\Omega_{CV}} \rho \phi d\Omega \quad (\text{II.6})$$

II.2.2. Conservarea masei. Ecuația de continuitate

Forma integrală a ecuației de continuitate, se obține înlocuind în (II.5), $\phi=1$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \int_S \rho \bar{V} \cdot \bar{n} d\Omega = 0 \quad (\text{II.7})$$

Dacă aplicăm teorema Gauss ultimului termen din partea stângă (*termenului convectiv*, întâlnit în literatură și sub numele de termen *advectiv*) integrală de suprafață este transformată într-o integrală volumică și obținem ecuația de continuitate în forma diferențială:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{V}) = 0 \quad (\text{II.8})$$

II.2.3. Conservarea impulsului. Ecuațiile de mișcare.

Ținând cont de relațiile (II.2) și (II.4), și înlocuind ϕ cu \bar{V} obținem ecuația de conservare a impulsului, pentru un volum fix în spațiu, ce este umplut cu fluid:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \bar{V} d\Omega + \int_S \rho \bar{V} \bar{V} \cdot \bar{n} dS = \sum \bar{f} \quad (\text{II.9})$$

Forțele cuprinse în termenul drept, sunt:

- forțe superficiale: presiunea, tensiuni normale și tangențiale, tensiunea superficială ș.a.
- forțe masice: accelerația gravitațională, forțele centrifuge și Coriolis, forțele electromagnetice ș.a.

Forțele superficiale corespunzătoare presiunii și tensiunilor provin din fluxul prin suprafață. Dacă aceste fluxuri nu pot fi exprimate în funcție de proprietățile care intervin în ecuațiile ce guvernează curgerea, **sistemul de ecuații nu este închis**, adică avem mai puține ecuații decât variabile și soluția nu este posibilă. Această situație poate fi evitată prin introducerea unor ipoteze. Cea mai simplă, este utilizarea unui fluid newtonian, care din fericire este valabilă pentru multe fluide reale.

În cazul fluidului newtonian, tensorul tensiunilor \bar{T} , care este rata moleculară de transport a impulsului, se scrie:

$$\bar{T} = -\left(p + \frac{2}{3}\mu\nabla\cdot\bar{V}\right)\bar{I} + 2\mu\bar{D} \quad (\text{II.10})$$

$$\bar{D} = \frac{1}{2}\left[\nabla\bar{V} + (\nabla\bar{V})^T\right] \quad (\text{II.11})$$

unde μ este vâscozitatea dinamică, \bar{I} este tensorul unitate, p este presiunea statică și \bar{D} este tensorul vitezelor de deformare:

$$T_{ij} = -\left(p + \frac{2}{3}\mu\frac{\partial v_j}{\partial x_j}\right)\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} \quad (\text{II.12})$$

$$D_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) \quad (\text{II.13})$$

Pentru curgeri incompresibile în ecuația (II.12), al doilea termen din paranteze este nul în virtutea ecuației de continuitate. În acest caz partea vâscoasă a tensorului tensiunilor ajunge de forma:

$$\tau_{ij} = 2\mu D_{ij} - \frac{2}{3}\mu\delta_{ij}\nabla\cdot\bar{V} \quad (\text{II.14})$$

Când considerăm un fluid ne-newtonian, relația între tensorul tensiunilor și viteza este definită printr-un set de ecuații diferențiale și problema globală este mult mai complicată.

Cu forțele masice (pe unitatea de masă) reprezentate prin \bar{b} , forma integrală a ecuației de conservare a impulsului devine:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho\bar{V} d\Omega + \underbrace{\int_{S} \rho\bar{V}\bar{V}\cdot\bar{n} dS}_{\text{flux convectiv}} = \underbrace{\int_{S} \bar{T}\cdot\bar{n} dS}_{\text{flux difuziv}} + \int_{\Omega} \rho\bar{b} d\Omega \quad (\text{II.15})$$

Aplicând teorema Gauss, fluxurilor convectiv și difuziv, obținem:

$$\frac{\partial(\rho\bar{V})}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\bar{V}\bar{V}) = \nabla\cdot\bar{T} + \rho\bar{b} \quad (\text{II.16})$$

Ecuația corespunzătoare celei de a i -a componente Carteziene este:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho v_i\bar{V}) = \nabla\cdot\bar{t}_i + \rho b_i \quad (\text{II.17})$$

Deoarece impulsul este o cantitate vectorială, fluxurile convectiv și difuziv prin frontiera CV sunt produsul scalar al unui tensor de ordinul doi ($\rho\bar{V}\bar{V}$ și \bar{T}) cu vectorul suprafeței $\bar{n}dS$. Forma integrală a ecuației de mai sus este:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\bar{V}\bar{V}) = \nabla\cdot\bar{t}_i + \rho b_i \quad (\text{II.18})$$

cu:

$$\bar{t}_i = \mu\nabla\cdot v_i + \mu(\nabla\cdot v_i)^T \bar{i}_i - \left(p + \frac{2}{3}\mu\nabla\cdot\bar{V}\right)\bar{i}_i \quad (\text{II.19})$$

unde f_i este a i -a componentă a forțelor masice, indicele superior T semnifică transpusă și \vec{i}_i versorul Cartezian în direcția coordonatei x_i . Ecuația (II.19) se poate rescrie astfel:

$$\vec{t}_i = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \vec{i}_j - \left(p + \frac{2}{3} \mu \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) \vec{i}_i \quad (\text{II.20})$$

Ecuațiile impulsului sunt în *forma conservativă "tare"* dacă toți termenii au forma divergenței unui vector sau tensor. Aceasta este utilizată în exprimarea pe componente numai când sunt utilizate componentele în direcții fixe. Dacă componenta vectorului de orientare în sistemul de coordonate se rotește, este necesară o "forță aparentă" care să producă rotirea; aceste forțe sunt neconservative în sensul definit mai sus. De exemplu, în coordonate cilindrice componentele unui vector spațial constant se modifică odată cu schimbarea direcțiilor radială (r) și tangențială (θ).

Forma conservativă tare a ecuațiilor, când este utilizată împreună cu o metodă cu volume finite, asigură automat conservarea impulsului global în calcule, .

Ecuația (II.17) este *forma conservativă "tare"*. O formă *neconservativă* a aceleiași ecuații poate fi obținută, utilizând ecuația de continuitate:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{V} v_i) = v_i \nabla \cdot (\rho \vec{V}) + \rho \vec{V} \cdot \nabla v_i \quad (\text{II.21})$$

și în final se obține:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho \vec{V} \cdot \nabla v_i = \nabla \cdot \vec{t}_i + \rho b_i \quad (\text{II.22})$$

Termenul de presiune conținut în \vec{t}_i , se poate scrie astfel:

$$\nabla \cdot (\vec{p} \vec{i}_i) = \nabla p \cdot \vec{i}_i \quad (\text{II.23})$$

Gradientul de presiune este privit astfel ca o forță masică, și conduce la tratarea neconservativă a termenului de presiune. Ecuația neconservativă este mai simplă și este des utilizată în metodele cu diferențe finite. În limitele unei rețele foarte fine, toate formele ecuației și metodele de soluționare numerică dau aceeași soluție, dar pe rețele grobe forma neconservativă introduce erori suplimentare care pot deveni importante.

II.2.4. Conservarea unei cantități scalare

Forma integrală a ecuației ce descrie conservarea unei cantități scalare ϕ , este analoagă cu ecuațiile anterioare:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \phi \, d\Omega + \int_S \rho \phi \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS = \sum f_{\phi} \quad (\text{II.24})$$

unde f_{ϕ} reprezintă transportul lui ϕ prin alte mecanisme decât convecție și difuzie, orice sursă sau absorbție a scalarului. Transportul difuziv este întotdeauna prezent și este în mod obișnuit descris astfel:

$$f_{\phi}^d = \int_S \Gamma \nabla \phi \cdot \vec{n} \, dS \quad (\text{II.25})$$

unde Γ este difuzivitatea cantității ϕ .

Forma integrală a ecuației de conservare generice este:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \phi \, d\Omega}_{\text{termen nestationar}} + \underbrace{\int_S \rho \phi \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS}_{\text{termen convectiv}} = \underbrace{\int_S \Gamma \nabla \phi \cdot \vec{n} \, dS}_{\text{termen difuziv}} + \underbrace{\int_{\Omega} q_{\phi} \, d\Omega}_{\text{termen sursa}} \quad (\text{II.26})$$

unde q_{ϕ} este sursa sau absorbția lui ϕ .

Forma vectorială a ecuației independentă de sistemul de coordonate, este:

$$\frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \phi \vec{V}) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + q_{\phi} \quad (\text{II.27})$$

II.3. Ipoteze simplificatoare utilizate la modelarea curgerii în turbomașini

II.3.1. Introducere

Fluidul privit ca mediu continuu alcătuit din particule fluide¹ este numit *model de fluid* pentru a scoate în evidență simplificările considerate. În utilizarea curentă se folosește termenul de *fluid*, înțelegând că are toate caracteristicile modelului de fluid, Iamandi et al. (1994).

Din punct de vedere al desfășurării în timp (în cadrul *aproximării temporale*), mișcările pot fi:

- *mișcarea nepermanentă* (sau *nestaționară*) a unui lichid este caracterizată prin variația în timp a mărimilor care descriu mișcarea lichidului (de exemplu: $\vec{V} = \vec{V}(\vec{r}, t)$, $p = p(\vec{r}, t)$);
- *mișcarea semipermanentă* este mișcarea în care vectorul viteză din orice punct al domeniului Ω ocupat de lichid variază numai ca intensitate și sens, dar nu și ca direcție;
- *mișcarea permanentă* (sau *staționară*) a unui lichid este caracterizată de invarianță în timp în raport cu un sistem de referință fix, a tuturor mărimilor care descriu mișcarea lichidului (de exemplu: $\vec{V} = \vec{V}(\vec{r})$, $p = p(\vec{r})$);

Din punct de vedere al posibilităților de simplificare a mișcării (în cadrul *aproximării spațiale*) se deosebesc :

- *mișcări tridimensionale sau spațiale*, la care variația mărimilor fizice nu poate fi neglijată după nici una dintre cele trei coordonate;
- *mișcări bidimensionale*, la care variația mărimilor fizice după o direcție poate fi neglijată; în această categorie se încadrează mișcările plane (identice în plane paralele cu un plan dat) și axial-simetrice (identice în plane care trec printr-o axă de simetrie).
 - * mișcarea se consideră plană dacă vitezele sunt paralele cu un plan fix numit plan director și toate mărimile caracteristice au aceeași valoare în punctele situate pe normala la acest plan. Ca plan director se poate considera xOy și prin urmare $V_z = 0$, $\frac{\partial}{\partial z} = 0$.
 - * raportând mișcarea la un sistem de coordonate cilindrice (r, θ, z) , se spune că mișcarea este axial-simetrică dacă $V_u = 0$, $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$ pentru toate mărimile caracteristice.
- *mișcări unidimensionale*, la care mărimile fizice pot fi exprimate în funcție de o singură variabilă spațială;

În funcție de problema studiată, modelul de fluid (din cadrul *aproximării dinamice*) poate avea diferite grade de complexitatea, Iamandi et al. (1994):

- *modelul de fluid perfect (modelul Euler)*, care consideră fluidul lipsit de vâscozitate; s-a constatat practic, că în cazul mișcării în spații largi, în afara stratului limită și departe de zona de influență a unei discontinuități de viteză de altă natură, rolul vâscozității nu mai este determinant în precizarea principalilor parametri ai curgerii (viteză, presiune) și neglijarea sa devine posibilă.
- *modelul de fluid real (modelul Newton)*, la care se ia în considerare vâscozitatea. În cadrul acestui model, datorită complexității fenomenelor se impun și alte ipoteze simplificatoare privind însăși mișcarea, numite modele de mișcare sau regimuri de mișcare:

¹ particulele fluide sunt elemente mai mari decât moleculele care prin formă și dispunere în spațiu asigură ipoteza continuității mediului

- * regimul de mișcare laminară, în care singura formă de transfer a cantității de mișcare sau a altor proprietăți scalare este de natură moleculară;
- * regimul de mișcare turbulentă, spre deosebire de regimul laminar apar pulsațiile aleatorii ale componentelor vitezei locale, care produc difuzia turbulentă prin transfer de microparticule;
- *modelul de fluid incompresibil (modelul Pascal)* aplicabil în general la lichide dacă variațiile de presiune nu sunt foarte mari sau foarte rapide;
- *mișcarea se numește potențială* într-un domeniu Ω dacă în orice punct $M(x,y,z)$ al acestui domeniu și în orice moment se poate defini o funcție scalară $\varphi(x,y,z,t)$ astfel încât vectorul viteză în punctul M și la momentul t să fie dat de relația:

$$\vec{V} = \nabla \varphi$$

eventual cu excepția unor puncte izolate. Funcția φ se numește potențialul vitezei sau funcția de potențial iar relația de mai sus rezultă din $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} = 0$. Deoarece, mișcarea potențială este o mișcare fără vârtejuri se mai numește și *irotațională*.

- mișcarea pentru care $\vec{\omega} \neq 0$ în toate punctele sau numai în unele puncte ale domeniului în care are loc mișcarea fluidului se numește *mișcare cu vârtejuri* sau *rotațională*.

II.3.2. Aproximări spațiale

Curgerea fluidului incompresibil real prin rotoarele turbomașinilor, raportată la *sistemul de referință relativ* legat de rotor, este: tridimensională, turbulentă, rotațională, permanentă și bifazică; pe când dacă o raportăm la un *sistem de referință absolut*, este: tridimensională, turbulentă, rotațională, nepermanentă și bifazică. Toate modelele numerice considerate în lucrare utilizează numai fluide monofazice.

Datorită complexității fenomenului, tratarea numerică a curgerilor prin rotoarele turbomasinilor, implică introducerea unor ipoteze simplificatoare. Modelele obținute reflectă într-o măsură mai mare sau mai mică realitatea, în funcție de: numărul de ipoteze simplificatoare considerate, regimul de curgere, etc.

Estimarea performanțelor mașinilor, este unul din subiectele fundamentale care încearcă să le rezolve inginerul zilelor noastre. Datorită complexității curgerii din turbomașini, nu există o metodă universală de estimare a performanțelor. În proiectarea turbomașinilor, este necesară o metodă pentru estimarea condițiilor de curgere dintr-un rotor, pentru a obține performanțe cât mai bune. Cunoașterea condițiilor de curgere dintr-un rotor nu este completă fără a lua în considerare ambele investigații, teoretice și experimentale.

Atât studiile experimentale, dar mai ales cele numerice, realizate în ultimii ani, au reușit să introducă modele din ce în ce mai apropiate de realitate, cu domenii de aplicabilitate tot mai largi. În continuare se va prezenta o evoluție în timp a modelelor introduse și metodelor generate de acestea, corelate cu domeniul de rezolvare a problemelor din turbomașini.

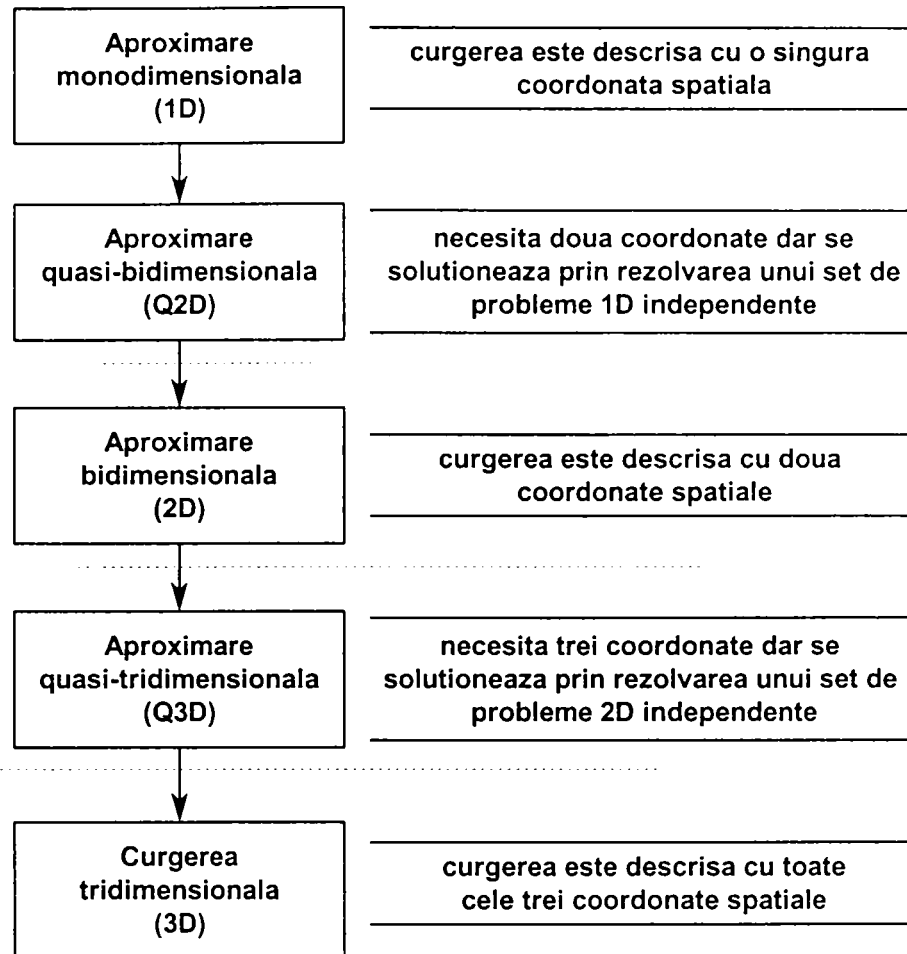


Fig. II.1 Schema aproximărilor spațiale.

II.3.2.1. Aproximarea quasi-bidimensională (Q2D)

Cunoaștem, că o curgere prin rețele staționare rotitoare NU poate fi axial-simetrică, dacă curentul trebuie să exercite un moment pe palete. Din aceste motive, o curgere arbitrară printr-o rețea NU are suprafețe de curent care sunt suprafețe de revoluție. Această situație este prezentată în Fig. II.2.

Se consideră că paletelile sunt așezate între plane de revoluție cu generatoarele m_1 și m_0 (vezi Fig. II.2b), în care pentru simplificare se consideră grosimea paletelor mică.

Vor fi studiate traiectoriile particulelor ce intră în rețea, de-a lungul periferiei cercului B_1B_2 în P (vezi Fig. II.2a) între paletelile adiacente, unde P este jumătatea drumului dintre B_1 și B_2 . O particulă intrată în P va părăsi rețeaua prin Q. Curba PQ rotită în jurul axei va produce suprafața S_m din Fig. II.2a având generatoarea m, din Fig. II.2b, cu razele R_1 și R_2 în P respectiv Q.

În general, suprafața de revoluție S_m nu coincide cu suprafața de curent S_1 a particulelor ce intră în rețea la razele R_1 . Particula intră în B_1 , pe o față a paletelii, și se deplasează în poziția Q_1 , iar particula intră în B_2 pe cealaltă față a paletelii părăsește rețeaua în Q_2 . Considerăm de aceea particulele ce intră de-a lungul liniei radiale ce trece prin poziția P. Pentru a putea avea o orientare, în punctul P este așezată suprafața paletelii S_B rotită în P. În general, particulele de fluid ce intră de-a lungul lui AC NU se vor mișca pe această suprafață. Traiectoriile lor vor forma suprafața de curent S_2 din Fig. II.2a care trece prin punctul Q. Suprafețele S_1 și S_2 sunt numite **suprafețe de primul și al doilea tip**, Wu (1952).

În anumite cazuri particulare, cum am fi **studiul curgerilor în rotoare ce au înălțimea paletelilor mică ($b \ll R$)**, la limită se poate considera că mișcarea are loc pe suprafețe de curent de revoluție S_m , Vavra (1960). Deci, în această metodă

considerăm următoarele ipoteze: mișcare bidimensională, incompresibilă, potențială, staționară. Ecuațiile utilizate pentru calcul, în acest caz sunt:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial m^2} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial m} - \frac{1}{\Delta h} \frac{\partial(\Delta h)}{\partial m} \right] \frac{\partial \psi}{\partial m} = -2\omega \Delta h \sin \lambda \quad (\text{II.28})$$

unde ω reprezintă viteza unghiulară a rotorului.

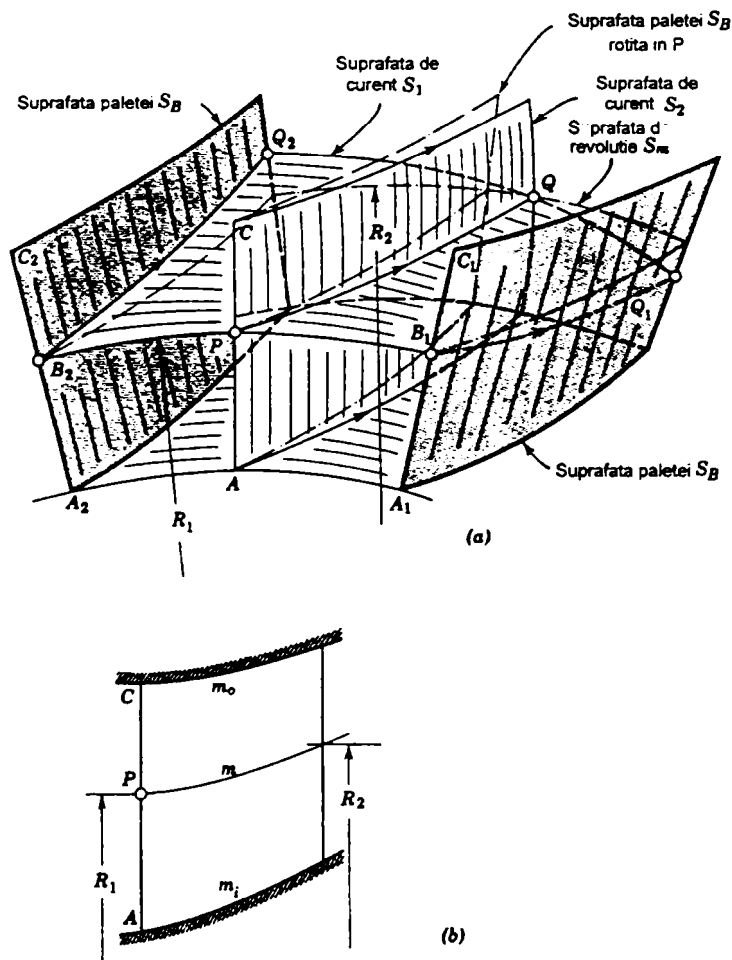


Fig. II.2 Suprafețele ce apar la curgerea Q3D în rețele de profile, Vavra (1960).

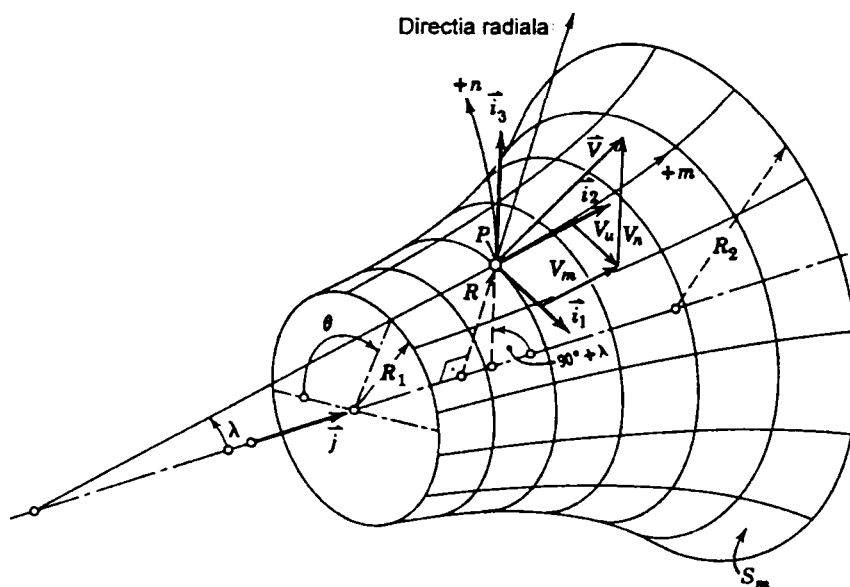


Fig. II.3 Considerații privind suprafața de revoluție S_m , Wu (1952).

Pentru cazul: $\lambda = \pi/2$ și $\Delta h = \text{const.}$

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial m^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial m} \frac{\partial \psi}{\partial m} = -2\omega \Delta h \quad (\text{II.29})$$

cum $m \equiv R$, obținem:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} = -2\omega \Delta h \quad (\text{II.30})$$

În concluzie, această metodă constă din *determinarea curgerii bidimensionale pe suprafețe de curent de revoluție S_m* , suprafețe ce sunt generate prin rotirea unei linii curbe (pentru o mașină radial-axială) sau drepte (pentru o mașină axială) în jurul axei de rotație.

II.3.2.2. Aproximarea bidimensională (2D)

Din necesitatea de a extinde calculul la rotoare mai generale (care nu satisfac ipoteza de mai sus ($b \ll R$)), s-a dezvoltat metoda bidimensională (2D).

În această metodă se determină în primă etapă curbura suprafeței de curent și în a doua curgerea pe aceasta. Această metodă elimină ipoteza suprafeței de curent de revoluție dar păstrează ipoteza mișcării bidimensionale.

În concluzie, prin această metodă se *determină curgerea bidimensională pe suprafața de curent "distorsionată" S_1* , distorsiune ce apare între intradosul unei palete și extradadosul paletei vecine datorită diferenței de presiune, a forțelor centrifuge și Coriolis.

În funcție de ecuațiile considerate putem să avem o mișcare: nevâscoasă (potențială, Euler) sau vâscoasă.

II.3.2.3. Aproximarea quasi-tridimensională (Q3D)

Următoarea etapă a constat din combinarea a două probleme 2D:

1. rezolvarea unei probleme 2D pe una sau mai multe plane "paletă-la-paletă";
2. rezolvarea unei probleme 2D în unul sau mai multe plane meridionale.

obținându-se metoda Q3D.

Metoda constă din determinarea succesivă a problemei 2D pe planul (planele) "paletă-la-paletă" (determinarea curburii suprafeței împreună cu curgerea pe această suprafață), soluții ce vor "inițializa" rezolvarea problemei în planul (planele) meridian. Acești pași se repetă succesiv până se atinge precizia dorită, Wu (1952), Schilling et al. (1994).

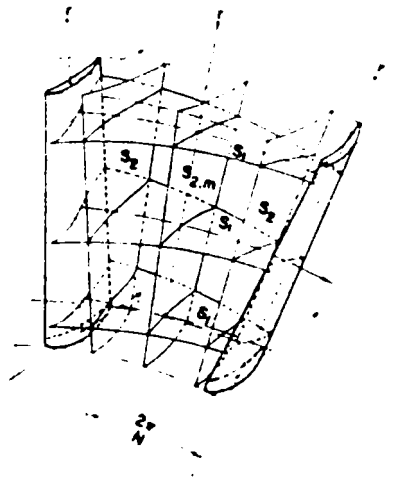


Fig. II.4 Interacțiunea suprafețelor de tipul S_1 și S_2 între palete, Wu (1959).

O aproximare eficientă a conceptului general introdus de Wu (1952), este combinarea numai a unui plan S_{2m} reprezentativ cu mai multe plane simetrice rotaționale S_1 . Ecuația curgerii meridionale este obținută prin medierea ecuațiilor Q3D Euler în raport cu timpul în direcția circumferențială, luându-se în calcul forțele de pe palete, Hirsch et al. În punctul optim de funcționare, în mod normal soluțiile Q3D sunt foarte apropiate de soluțiile 3D Euler, Fisher et al. (1990). Introducând un model de pierderi potrivit și calibrat cu măsurătorile, conceptul Q3D Euler poate da rezultate relativ precise și date sigure asupra curgerii, consumând pe calculatoare identice, timpi de calcul mai mici decât calculele 3D Euler. Ca urmare, codurile Q3D Euler sunt încă utilizate în practica industrială ca o unealtă eficientă pentru recalcularea și optimizarea paletelor, Watzelt & Sporer.

Adăugarea ecuațiilor Poisson, care caracterizează curgerea nevâscoasă pe planele S_1 și S_{2m} corespunzătoare ecuației transportului vârtejului, face ca curgerea Q3D vâscoasă dintre paletele turbomașinilor să poată fi calculată cu modificări ale codurilor nevâscoase.

II.3.2.3.1. Ecuațiile pentru curgerea quasi-tridimensională potențială

Conform teoremei circulației (teorema Kelvin), vorticitatea absolută rămâne nulă la trecerea printr-o rețea de palete. Curgerea staționară sau nestaționară în stator, respectiv rotor, poate fi tratată pe baza ecuațiilor:

$$\nabla \times \vec{V} = 0 \quad (\text{II.31})$$

$$\nabla \times \vec{W} + 2\vec{\omega} = 0 \quad (\text{II.32})$$

Se consideră în prima fază, cazul cel mai simplu, în care curgerea în rotor poate fi tratată pe baza ecuației (II.31) sau (II.32). Aceste două ecuații implică existența potențialului vitezei φ , care este introdus în componentele vitezei absolute și relative, prin relațiile:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = V_r = W_r \quad (\text{II.33})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = V_u = W_u + \omega r \quad (\text{II.34})$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = V_z = W_z \quad (\text{II.35})$$

Utilizând relațiile (II.33)-(II.35), ecuația de continuitate pentru curgerea staționară relativă se poate scrie de forma:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.36})$$

Mai mult, această apropiere de problema tridimensională directă, necesită ca viteza absolută la intrarea în rețeaua de palete să fie irotațională și viteza tangențială să fie de tipul “vârtejului liber”. În mașina reală, curgerea la intrarea într-o rețea de palete NU satisface de obicei condițiile prezentate anterior. De aceea o aproximare este sugerată în secțiunea următoare.

II.3.2.3.2. Studiarea curgerii fluidului pe suprafețe de curent relative

Cu scopul de a rezolva într-un mod relativ simplu, curgerea tridimensională staționară într-un rotor sau stator, cu o curgere absolută irotațională sau rotațională la intrarea în rețeaua de palete, se face o aproximare prin care se combină soluțiile curgerii bidimensionale pe două tipuri de suprafețe de curent relative diferite (vezi Fig. II.4).

Pe ambele suprafețe, exprimarea proprietăților de pe fiecare suprafață cât și a diferențialelor sale sunt în funcție de coordonatele suprafeței respective:

$$S(r, \theta, z) = 0 \quad (\text{II.37})$$

$$n_r dr + n_u r d\theta + n_z dz = 0 \quad (\text{II.38})$$

În ecuația (II.38), \bar{n} este versorul suprafeței de curent și este perpendicular pe \bar{W} :

$$n_r W_r + n_u W_u + n_z W_z = 0 \quad (\text{II.39})$$

În următoarele secțiuni, relațiile de mai sus sunt utilizate pentru a elimina pe fiecare din cele trei coordonate din ecuațiile ce guvernează curgerea pe aceste suprafețe. După ce această lucră este realizat, pe fiecare suprafață se obține o funcție de curent ce este utilizată pentru a forma o ecuație principală pentru soluția curgerii pe suprafața de curent. Metoda generală de rezolvare a ecuației principale și etapele soluțiilor Q3D directe și inverse sunt prezentate de Wu (1952), Wu (1959).

II.3.2.3.3. Curgerea de-a lungul unei suprafețe S_1 generale

Din mecanica fluidelor se cunosc ecuațiile de mișcare a fluidelor în curent ideal și real într-un sistem absolut respectiv relativ, Vavra (1960), Wu (1952). Considerând cazul unui fluid incompresibil, nevâscos într-un sistem relativ, avem ecuația:

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial t} - \bar{W} \times (\nabla \times \bar{W}) + 2\bar{\omega} \times \bar{W} = -\nabla \left(\Omega + \frac{1}{2} W^2 - \frac{1}{2} \omega^2 r^2 + \frac{p}{\rho} \right) \quad (\text{II.40})$$

Forma generală a ecuației pentru determinarea curgerii pe **suprafețe de revoluție S_1** , are forma:

$$\begin{aligned} & (1 + \lambda^2) \frac{\bar{\partial}^2 \psi}{r^2 \bar{\partial} \theta^2} + \frac{\bar{\partial}^2 \psi}{\bar{\partial} z^2} - (1 + \lambda^2) \frac{\bar{\partial} \ln b}{r \bar{\partial} \theta} \frac{\bar{\partial} \psi}{r \bar{\partial} \theta} + \left(\frac{\lambda}{r} - \frac{\bar{\partial} \ln b}{\bar{\partial} z} \right) \frac{\bar{\partial} \psi}{\bar{\partial} z} - \\ & - 2\omega b \lambda - \frac{b^2}{\bar{\partial} \psi} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\bar{\partial} p}{r \bar{\partial} \theta} + \frac{1}{2} \frac{\bar{\partial} W^2}{r \bar{\partial} \theta} \right) = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.41})$$

II.3.2.3.4. Curgerea de-a lungul unei suprafețe S_2 generale

Ecuația generală corespunzătoare suprafeței S_2 , pentru $V_u r$ dat, este:

$$\begin{aligned} & \frac{\bar{\partial}^2 \psi}{\bar{\partial} r^2} + \frac{\bar{\partial}^2 \psi}{\bar{\partial} z^2} - \left(\frac{1}{r} + \frac{\bar{\partial}(\ln b)}{\bar{\partial} r} \right) \frac{\bar{\partial} \psi}{\bar{\partial} r} - \frac{\bar{\partial}(\ln b)}{\bar{\partial} z} \frac{\bar{\partial} \psi}{\bar{\partial} z} + \\ & + \frac{b^2}{\frac{1}{r} \bar{\partial} \psi} \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\bar{\partial} p}{\bar{\partial} r} - \frac{1}{2} \frac{\bar{\partial} W^2}{\bar{\partial} r} + F_u + W_u \frac{\bar{\partial}(V_u r)}{\bar{\partial} r} \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.42})$$

și respectiv:

$$\begin{aligned} & (1 + g^2) \frac{\bar{\partial}^2 \psi}{\bar{\partial} r^2} + \frac{\bar{\partial}^2 \psi}{\bar{\partial} z^2} - \left(\frac{1}{r} + \frac{\bar{\partial}(\ln b)}{\bar{\partial} r} \right) \frac{\bar{\partial} \psi}{\bar{\partial} r} - \frac{\bar{\partial}(\ln b)}{\bar{\partial} z} \frac{\bar{\partial} \psi}{\bar{\partial} z} + \\ & + \frac{b^2}{\frac{1}{r} \bar{\partial} \psi} \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\bar{\partial} p}{\bar{\partial} r} - \frac{1}{2} \frac{\bar{\partial} W^2}{\bar{\partial} r} + F_u + W_u \frac{\bar{\partial}(V_u r)}{\bar{\partial} r} \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.43})$$

pentru W_u/W_z specificat.

Se pot considera două cazuri, în care sunt date ecuațiile pe suprafața S_2 :

$$V_u r = G(r, z) \quad (\text{II.44})$$

$$\frac{W_u}{W_z} = g(r, z) \quad (\text{II.45})$$

Primul caz este utilizat în proiectarea cu vârtej liber (în care G este o funcție numai de z), iar cel de-al doilea este destinat pentru palete cu toate elementele radiale (pentru care $g(r, z) = rg_1(z)$) și altele.

În general, modificarea proprietăților de la paletă-la-paletă se obțin prin calcularea pe suprafața S_1 generală. Pentru curgerea cu vorticitate absolută nulă, această informație poate fi obținută mai ușor prin extinderea soluției găsită pe suprafața de curent mediană pe o direcție circumferențială, utilizând seriile de puteri (fără necesitatea urmării formelor suprafețelor S_1 în general rotite). Rigiditatea ridicată, subțierea secțiunii paletei și micșorarea curburii paletei sunt câțiva termeni necesari pentru a obține precizia dorită. Studiile făcute, indică că numai trei termeni din serie sunt necesari pentru o suficientă precizie pentru turbomașinile cu rigiditate mare.

În general, pentru soluționarea problemei Q3D este necesară utilizarea ambelor suprafețe S_1 și S_2 . Soluționarea corectă a unei suprafețe necesită date de la celălalt tip și în consecință, sunt implicate soluțiile succesive dintre aceste două. De multe ori acest proces iterativ poate fi evitat, dacă este necesară numai o soluție aproximativă în problema directă, pentru a determina geometria paletei sau o distribuție de presiuni în problema inversă Wu (1952).

II.3.3. Aproximări dinamice

După cum s-a prezentat până acum, se pot realiza aproximări spațiale, în care mișcarea este descrisă considerând una sau două coordonate. Utilizarea modelelor 3D, elimină ipotezele simplificatoare introduse din punct de vedere spațial. În continuare se vor prezenta modelele obținute la diferite nivele ale aproximării dinamice, vezi Fig. II.5.

Combinarea aproximărilor spațiale, dinamice și temporale ne conduc la o multitudine de modele (de exemplu: modele 2D potențiale, modele Q3D Euler, etc.)

În general, se acceptă că ecuațiile Navier-Stokes (ecuațiile impulsului și ecuația de continuitate), descriu complet curgerea fluidului incompresibil newtonian, în regim laminar sau turbulent.

- în sistem absolut:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = \vec{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{V} \quad (\text{II.46})$$

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (\text{II.47})$$

- în sistem relativ:

$$\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla \vec{W} = \vec{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{W} - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) - 2\vec{\omega} \times \vec{W} \quad (\text{II.48})$$

$$\nabla \cdot \vec{W} = 0 \quad (\text{II.49})$$

Caracterul neliniar al termenului convectiv $\vec{V} \cdot \nabla \vec{V}$ conduce la comportările haotice proprii turbulenței, chiar dacă legile care guvernează fenomenul sunt perfect deterministe.

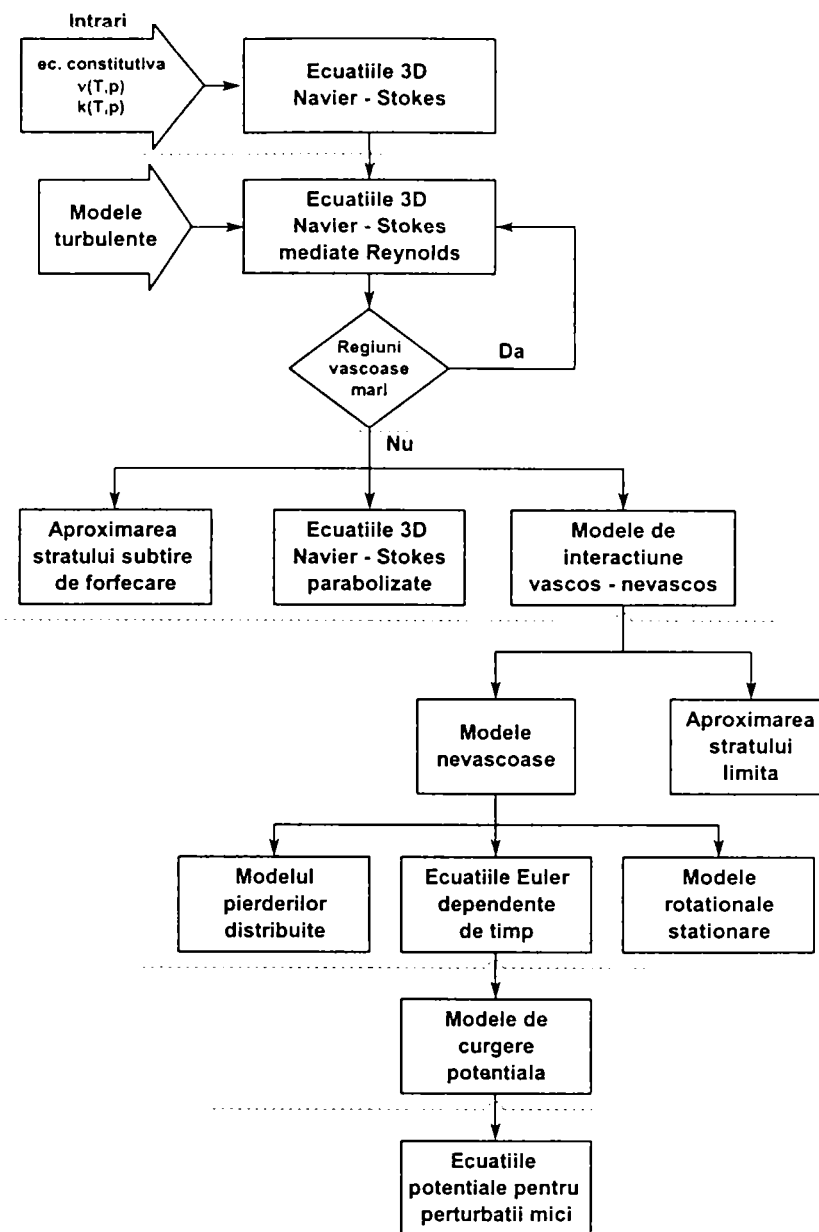


Fig. II.5 Schema aproximărilor dinamice, Hirsch (1988).

În zonele de curgere situate suficient de departe de pereții solizi, în zonele în care apar accelerări/decelerări moderate, în cazul curgerilor fără desprinderi pe paletelor mașinilor hidraulice, influența vâscozității este limitată la stratul limită subțire ce apare de-a lungul paletelor, butucului și carcasi mașinii. Ca o primă aproximare, ecuațiile Navier-Stokes pot fi simplificate considerând $v=0$, și se obțin ecuațiile Euler. Aproximațiile nevâscoase, determină cu o bună aproximare, câmpul de presiune și coeficientul de portanță pentru curgerile fără desprindere. În cazul turbomașinilor, soluțiile modelărilor Euler pot fi foarte aproape de realitate, în special unde se analizează comportamentul în apropierea punctului de funcționare. Chiar și pentru puncte în afara punctului optim de funcționare, cu un model Euler eficient se poate estima rezonabil de bine structura curentului principal. Numai la condiții parțiale de încărcare, unde apar recirculări puternice sau curgeri cu desprindere, modelele Euler nu mai dau rezultate acceptabile și trebuie să utilizăm modele Navier-Stokes respectiv modele turbulente pentru estimarea caracteristicilor reale ale curgerii.

Curgerea laminară este estimată bine cu modelele Navier-Stokes, dacă se reușește să se genereze o rețea spațială destul de fină pentru a reprezenta zona de la pereți, respectiv zonele cu vârtejurile care sunt generate în domeniu.

Curgerea turbulentă constituie o provocare ce menține activă o largă comunitate de cercetători, care încearcă să găsească modele cât mai apropiate de realitatea fizică. Din studiile efectuate, s-a constatat că aceste curgeri sunt: nestaționare (implică fluctuații în timp atât ale vitezei cât și a mărimilor scalare), 3D și conțin o mare distribuție de vorticitate. Propagarea vârtejurilor este unul din principalele mecanisme prin care este crescută intensitatea turbulentă.

Deoarece în practică majoritatea curgerilor sunt turbulente, este util să se introducă o clasificare a modelelor turbulente. După Bardina et al. (1980) există 6 clase, fiecare din ele putându-se împărți în subclase.

- prima implică utilizarea corelațiilor astfel ca factorul de frecare să fie o funcție de numărul Reynolds. Această metodă este foarte utilă, dar este limitată la tipurile simple de curgeri;
- a doua utilizează ecuațiile integrale care pot fi obținute din ecuațiile de mișcare prin integrarea după una sau mai multe direcții de coordonate. De obicei acestea reduc problema la una sau mai multe ecuații diferențiale ordinare care nu ridică probleme în rezolvare;
- a treia se bazează pe ecuațiile obținute din medierea ecuațiilor de mișcare în timp (dacă curgerea este statistic stabilă), după o coordonată în care curgerea nu variază. Această aproximare este numită închidere într-un punct și conduce la un set de ecuații cu derivate parțiale numit ecuațiile Navier-Stokes mediate Reynolds (Reynolds Averaged Navier-Stokes \equiv RANS). Cum aceste ecuații nu formează un set închis, metoda implică introducerea aproximațiilor de tipul modelelor turbulente;
- a patra clasă de metode se numește închidere în două puncte și utilizează ecuații pentru corelarea componentelor vitezelor în două puncte distincte sau mai des transformata Fourier a acestor ecuații. Aceste metode sunt rareori utilizate;
- a cincea este *modelarea structurilor macroscopice* (Large Eddy Simulation \equiv LES) care rezolvă mișcarea pentru scările cele mai mari, în timp ce mișcarea la scările cele mai mici este modelată. Ea poate fi privită ca un compromis între modelele într-un punct și simularea numerică directă;
- în final, există simularea numerică directă (Direct Numerical Simulation \equiv DNS) în care mișcarea este rezolvată pentru toate scările din curgere.

Ultimele metode sunt cele mai exacte dar timpul de calcul crește considerabil. Dificultatea majoră în curgerile turbulente se datorează domeniului mult mai mare a scărilor de timp și lungime decât în curgerile laminare. Astfel, chiar dacă sunt ecuații similare între curgerile laminare și cele turbulente sunt mult mai dezvoltate în rezolvare.

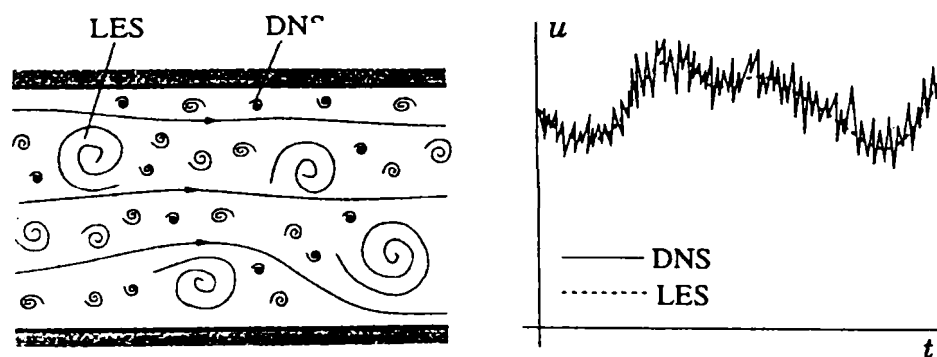


Fig. II.6 Prezentarea schematică a metodelor DNS și LES, Ferziger & Peric (1996).

II.3.3.1.1. Simularea numerică directă (DNS)

DNS este din punct de vedere conceptual cea mai simplă aproximare dar și cea exactă pentru simularea turbulenței. În aceste simulări, rezolvarea ecuațiilor Navier-Stokes se face fără medierea sau aproximarea scărilor de timp și lungime, deci toate mișcările apărute în curgere sunt rezolvate calculul realizându-se la nivelul celui mai mic și celui mai mare vârtej. O măsură folositoare pentru aceste scări este scara integrală a turbulenței.

O simulare corectă trebuie să prindă toate disipațiile de energie cinetică ce apar la nivelul celor mai mici scări, și pe care vâscozitatea este activă. Astfel mărimea rețelei de discretizare nu trebuie să fie mai mare decât o scară determinată, numită *scara Kolmogorov*. Aceasta impune un număr foarte mare de noduri în rețeaua de discretizare, simularea fiind limitată de resursele calculatoarelor (viteza de calcul, memorie) la numere Reynolds mici ($Re < 200$).

Marele avantaj al acestei metode, se datorează numărului mare de noduri și a informației foarte amănunțite privind curgerea, care constă în posibilitatea construirii unui model cantitativ ce a condus la înțelegerea mecanismelor curgerii fizice și anume: înțelegerea mecanismelor de producere a turbulenței, transferului energetic și disipațiilor în curgerile turbulente, controlarea și reducerea rezistenței la înaintare pentru o suprafață solidă, etc. Din punct de vedere al resurselor de calcul, numărul foarte mare de noduri constituie un serios dezavantaj în implementarea metodei DNS pe calculatoarele uzuale.

II.3.3.1.2. Modelarea structurilor macroscopice (LES)

Deoarece mișcările de la scările mari sunt mult mai energice decât mișcările de la scările mici, mărimea și forța lor sugerează că în cea mai mare parte transportul proprietăților de conservare se realizează la acest nivel. LES este simularea în care până la o scară de lungime Δ , mișcările de la scările mai mari sunt rezolvate în timp ce mișcările de la scările mai mici sunt approximate de model. Astfel, Leonard (1974) introduce un filtru cărui i se asociază scara lungimilor Δ , și realizează departajarea în cele două clase. Când ecuațiile Navier-Stokes sunt filtrate, se obține un set de ecuații similare în formă cu ecuațiile RANS.

LES este utilizată în cazurile în care numărul Reynolds este prea mare sau geometria este prea complexă pentru a aplica DNS.

Curgerea reală în componentele mașinilor hidraulice este încă destul de bine descrisă cu ajutorul modelelor turbulente prezentate în continuare, care au fost calibrate cu ajutorul celor mai precise măsurători. Totuși, astfel de calcule sunt încă foarte scumpe și foarte mari consumatoare de timp, Muntean (2000).

II.3.3.1.3. Ecuațiile Navier-Stokes mediate Reynolds (RANS)

Deoarece nici tehnica DNS și nici tehnica LES nu poate fi aplicată la mașinile hidraulice în următorii 10 ani, se utilizează o aproximare simplificatoare. Termenul suplimentar care apare, denumit “tensiune turbulentă” este exprimat prin introducerea unei vâscozități turbulente η_t , care se adaugă vâscozității moleculare, η . Deci, modelele de turbulență se concentrează asupra estimării lui η_t utilizând câmpul hidrodinamic mediat.

Într-o curgere staționară, orice variabilă poate fi scrisă ca o sumă de valoarea mediată și o fluctuație în jurul acestei valori:

$$\phi(x_i, t) = \bar{\phi}(x_i) + \phi'(x_i, t) \quad (\text{II.50})$$

unde:

$$\bar{\phi}(x_i) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \phi(x_i, t) dt \quad (\text{II.51})$$

unde t este timpul și T este intervalul de mediere. T trebuie să fie mare comparativ cu scara temporală a fluctuațiilor ($T \rightarrow \infty$). Dacă T este suficient de mare, $\bar{\phi}$ nu depinde de timpul la care începe medierea.

Dacă curgerea este nestaționară, nu se poate utiliza o mediere în timp și este nevoie de un ansamblu de medieri.

$$\bar{\phi}(x_i, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \phi(x_i, t) \quad (\text{II.52})$$

unde N este numărul de părți ce compun ansamblul.

Utilizăm termenul de *mediere Reynolds* (O Reynolds, 1985) să indice oricare din aceste procese de mediere; rezultatul aplicării la ecuațiile Navier-Stokes sunt ecuațiile Navier-Stokes mediate Reynolds (RANS).

$$\mathbf{V}_i = \bar{\mathbf{V}}_i + \mathbf{v}'_i; \quad P_i = \bar{P}_i + p'_i \quad (\text{II.53})$$

unde cantitățile medii $\bar{\mathbf{V}}$ și \bar{P} sunt mediate pe un interval, ce este comparat cu scara de timp a mișcării turbulente considerate.

RANS pentru curgerile incompresibile, într-un sistem de coordonate Cartezian, în formă tensorială se scriu astfel:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{V}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{V}_i \bar{V}_j) = \rho \bar{f}_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \underbrace{\mu \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right)}_{\bar{\tau}_{ij}} - \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \overline{v'_i v'_j}) \quad (\text{II.54a})$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \bar{V}_i) = 0 \quad (\text{II.54b})$$

Ecuția rezultată conține tensiunile Reynolds ($\rho \overline{v'_i v'_j}$), ceea ce face ca ele să nu fie închise, cu alte cuvinte ele conțin mai multe necunoscute decât ecuații. Închiderea necesită câteva aproximații, care de obicei iau forma tensorului tensiunilor Reynolds în funcție de cantitățile mediate. Aproximațiile introduc așa numitele *modele turbulente*.

În cea mai simplă descriere, turbulența poate fi caracterizată de doi parametri: k - energia cinetică turbulentă (sau o viteză: $q = \sqrt{2k}$) și L - scara lungimilor.

O aproximare des folosită, se bazează pe ipoteza Boussinesq (1877), în care tensiunile Reynolds sunt proporționale cu gradientii vitezelor medii:

$$-\rho \overline{v'_i v'_j} = \eta_t \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{i,j} \quad (\text{II.55})$$

unde η_t este vâscozitatea turbulentă care nu este o proprietate a fluidului, dar depinde de structura de curgere, iar k reprezintă energia cinetică turbulentă.

$$k = \frac{1}{2} \overline{v'_i v'_i} = \frac{1}{2} (\overline{v'_x v'_x} + \overline{v'_y v'_y} + \overline{v'_z v'_z})$$

Cele mai simple modele practice, sunt *modelele lungimii de amestec* (*modele cu zero ecuații*) propuse de Prandtl (1925), în care vâscozitatea turbulentă se determină dintr-o relație de forma:

$$\eta_t = C_\eta \rho q L \quad (\text{II.56})$$

unde C_η este o constantă adimensională. Pentru aceste modele, k este determinat din câmpul de viteze medii utilizând $q = L \frac{\partial \bar{V}}{\partial y}$ și L este o funcție de geometrie

(impunerea lui L este ușoară pentru curgerile simple, fără desprinderi). Aplicarea modelului lungimii de amestec este limitat la problemele de curgere simple, la curgerile în straturile de forfecare. El NU se va aplica la problemele în care turbulența de transport convectivă și/sau difuzia sunt predominante, ca de exemplu la curgerile în turbomașini.

Depășind această limită a modelelor turbulente, au fost dezvoltate modele prin descrierea cantității turbulenței de transport printr-o ecuație de transport pentru energia cinetică k . Evaluând vâscozitatea turbulentă prin expresia Kolmogorow-Prandtl și disipația ε depinzând de k și L dintr-o ecuație model, rezultă:

$$v_t = c'_\eta \sqrt{k} \cdot L \quad (\text{II.57a})$$

$$\varepsilon = c_D \cdot \frac{k^{3/2}}{L} \quad (\text{II.57b})$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + V_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(v_t \cdot \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + \underbrace{v_t \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial V_i}{\partial x_i}}_{\pi} - \varepsilon \quad (\text{II.57c})$$

În ecuațiile (II.57), π reprezintă producția de energie cinetică prin forfecare, c'_η , c_D sunt constante empirice și L este o scară de lungime oarecare.

Modelele cu o ecuație sunt potrivite pentru straturile de forfecare, mai precis pentru estimarea curgerilor în stratul limită neechilibrat cu modificări rapide ale condițiilor curentului liber și curgeri recirculate. Evitarea dificultăților în determinarea scării lungimilor, se poate face prin introducerea în ecuația de transport secundară (ε), a ratei de disipație a ecuației cinetice turbulente. Prin eliminarea lungimii L din (II.57a) și (II.57b) **setul de ecuații al modelului k - ε (modele cu două ecuații)**, devine:

$$v_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (\text{II.58a})$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + V_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + \pi - \varepsilon \quad (\text{II.58b})$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + V_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \pi - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (\text{II.58c})$$

unde c_μ , σ_k , σ_ε , $c_{1\varepsilon}$, $c_{2\varepsilon}$ sunt constante ale acestui model. Modelul k - ε a fost utilizat pentru curgeri 2D cu gradienti de presiune unde vitezele medii și proprietățile grosiere de turbulență sunt estimate bine, Ferziger & Peric (1996).

O aproximație este dată de ipotezele stratului limită (**Boundary Layer** \equiv BL), prin neglijarea termenilor tangențiali ai difuziei $\partial/\partial x$ (τ) și luând câmpul de presiune dintr-o analiză Q3D sau 3D Euler.

O altă aproximație foarte utilizată, este ecuația Navier-Stokes Parabolizată (PNS), ce este obținută prin omiterea difuziei tangențiale. Metoda PNS este identică cu BL, dar ia în calcul gradientii de presiune transversali și normali. Ecuațiile PNS sunt rezolvate printr-o tehnică de marcare a spațiului, introducând gradientii de presiune de-a lungul curentului (tangențiali), calculați dintr-o soluție nevâscoasă. Acest tip de soluționare de unică trecere, este cu un ordin de mărime mai rapidă decât o soluționare Navier-Stokes completă, dar și cu un ordin de mărime mai mare consumatoare de timp decât o aproximație BL. O îmbunătățire a aproximării PNS poate fi obținută prin aplicarea tehnicii PNS Parțiale (PPNS). Această tehnică iterativă (cu treceri multiple) este mult mai precisă dar și consumatoare de timp mult mare decât aproximația PNS. În plus, se pot utiliza aproximația straturilor subțiri Navier-Stokes (TLNS) și aproximația Navier-Stokes Redusă (RNS). Aproximația

TLNS neglijează termenii difuziei tangențiale, în timp ce în aproximarea RNS sunt eliminați din ecuația impulsului termenii vâscoși normali pe corp.

Impunerea acestor tehnici de aproximare, și anume: aproximațiile BL, TLNS și RNS nu pot fi aplicate numai unde există o direcție de curgere dominantă și stratul limită rămâne subțire, pe când tehnica PNS se poate aplica și unde stratul limită crește devenind important, ca de exemplu în conducte sau canalele interpaletare radiale. Comparând soluțiile Navier-Stokes, toate aceste aproximații sunt valabile numai pentru curgeri neseperate. De aceea aplicarea aproximațiilor BL, TLNS și RNS este în primul rând restricționată la mașinile cu curent axial, considerând că funcționează în punctul optim.

Soluția completă a curgerilor în curent real (modele vâscoase + modele de turbulență), poate fi foarte mare consumatoare de timp. Salvarea timpului de calcul pentru calcularea curgerii reale între paletele rotoarelor se poate realiza prin combinația: modele nevâscoase + modele de strat limită.

II.3.4. Concluzii

În acest capitol sunt prezentate și analizate modele matematice cu diferite nivele de aproximare (temporal, spațial, dinamic) a curgerii fluidelor incompresibile prin turbomașini. Apariția calculatoarelor numerice din ultimele generații a condus la implementarea modelelor matematice ce redau din ce în ce mai fidel realitatea (curgeri 3D, vâscoase - ce tratează și turbulența, dar care din păcate produc rezultate corecte doar pentru probleme simple). Deoarece în punctul optim de funcționare și puncte în apropierea acestuia, câmpul de curgere este în general atașat la frontierele solide, efectele vâscoase se limitează doar la stratul limită relativ subțire. În astfel de condiții, modelele nevâscoase (modelele Euler) oferă o suficient de bună precizie pentru calculul suprafețelor de presiune. Modele vâscoase (+ modelele de turbulență) sunt o provocare pentru determinarea câmpului hidrodinamic din elementele turbomașinilor, dar datorită efortului mare de calcul și a costurilor ridicate rămân încă unelte la îndemâna cercetătorului.

II.4. Metode de soluționare a ecuațiilor de curgere

II.4.1. Introducere

În soluționarea ecuațiilor Euler sau Navier-Stokes pentru un fluid incompresibil, calculul câmpului de presiune reprezintă cel mai mare obstacol, deoarece presiunea nu este o variabilă termodinamică și nu există ecuație de evoluție pentru ea. Câmpul de presiune este în echilibru, ajustând câmpul de viteze să rămână de divergență nulă. Pentru aceasta au fost imaginate diferite tehnici numerice, dar numai puține dintre ele sunt utilizate eficient, pentru a ajusta câmpul de viteze să rămână de divergență nulă. Două dintre aceste metode sunt prezentate în secțiunile următoare.

Principala particularitate a ecuațiilor incompresibile este că nu mai conțin derivata temporală a densității, și ecuația de conservare a masei devine,

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (\text{II.59})$$

Aceasta apare ca o constrângere suplimentară pentru ecuația de conservare a impulsului,

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V} + p \vec{I} - \vec{\tau}) = \rho \vec{f} \quad (\text{II.60})$$

unde \vec{f} este accelerația forțelor masice, \vec{I} este tensorul unitate, iar $\vec{\tau}$ este tensorul tensiunilor tangențiale de frecare vâscoasă (vezi II.II.2),

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II.61})$$

Ecuția (II.60) este *forma conservativă* a legii de conservare a impulsului. În formă *neconservativă*, aceasta se scrie:

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + (\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \bar{\tau} + \bar{f}$$

Pentru cazul în care vâscozitatea cinematică, ν , este constantă, ecuația de mai sus devine,

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + (\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \bar{V} + \bar{f} \quad (\text{II.62})$$

Dacă vâscozitatea nu este puternic afectată de efectele termice care însoțesc curgerea, ecuația de conservare a energiei poate fi soluționată după determinarea câmpului hidrodinamic.

Prin aplicarea operatorului divergență ecuației (II.62) și ținând cont de (II.59), obținem

$$\frac{1}{\rho} \nabla^2 p = -\nabla \cdot [(\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V}] + \nabla \cdot \bar{f} \quad (\text{II.63})$$

care este o *ecuație Poisson pentru presiune*, atunci când este precizat câmpul de viteză. Este important de remarcat în (II.62) că, datorită condiției de incompresibilitate (II.59), primul termen al membrului drept conține numai derivate de ordinul întâi ale componentei vitezei.

II.4.2. Metoda Corectării Presiunii (MCP)

Pentru curgerile *nestaționare*, metoda uzuală constă în soluționarea ecuației nestaționare a impulsului, (II.60), împreună cu o ecuație Poisson pentru presiune, (II.63).

Pentru o aproximație inițială a presiunii, câmpul de viteză este calculat din (II.60). Deoarece ecuația de continuitate (II.59), nu va fi satisfăcută, câmpul de viteze trebuie corectat. Această corecție a vitezei este produsă de o modificare corespunzătoare a presiunii, obținută prin rezolvarea unei ecuații Poisson la care termenul sursă încorporează condiția de divergență nulă.

Să considerăm, spre exemplu, o schemă explicită de ordinul întâi pentru discretizarea derivatei temporale a vitezei. Ecuația impulsului poate fi scrisă, (omițând pentru simplificare forțele masice),

$$\frac{\bar{V}^* - \bar{V}^m}{\Delta t} = -\nabla \cdot (\bar{V}^m \bar{V}^m) - \frac{\nabla p^*}{\rho} + \nu \nabla^2 \bar{V}^m \quad (\text{II.64})$$

unde \bar{V}^m este câmpul de viteză la momentul t^m , iar \bar{V}^* și p^* reprezintă câmpul hidrodinamic într-o stare intermediară a procesului iterativ de calcul al mărimilor la momentul $t^{m+1} = t^m + \Delta t$, adică \bar{V}^{m+1} și p^{m+1} .

Presupunând p^* cunoscut, ecuația (II.64) permite calculul câmpului de viteză \bar{V}^* , care *nu* este solenoidal (adică nu are divergența nulă). Pe de altă parte, la momentul $m+1$ avem,

$$\frac{\bar{V}^{m+1} - \bar{V}^m}{\Delta t} = -\nabla \cdot (\bar{V}^m \bar{V}^m) - \frac{\nabla p^{m+1}}{\rho} + \nu \nabla^2 \bar{V}^m \quad (\text{II.65})$$

$$\nabla \cdot \bar{V}^{m+1} = 0 \quad (\text{II.66})$$

Punând $\bar{V}^{m+1} = \bar{V}^* + \bar{V}'$ și $p^{m+1} = p^* + p'$, unde \bar{V}' și p' sunt corecțiile vitezei și presiunii, din diferența (II.65) - (II.64) rezultă,

$$\bar{V}' = -\Delta t \frac{\nabla p'}{\rho} \quad (\text{II.67})$$

Cu alte cuvinte, corecția vitezei este *irotațională*.

Aplicând operatorul divergență ecuației (II.67), și ținând cont că (II.66) implică $\nabla \cdot \bar{V}' = -\nabla \cdot \bar{V}^*$, se obține,

$$\nabla^2 p' = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \bar{V}^* \quad (\text{II.68})$$

care este o ecuație Poisson pentru corecția presiunii. Condițiile la limită pentru (II.68) se obțin considerând componenta normală la frontieră a relației (II.67),

$$\frac{\partial p'}{\partial n} = -\frac{\rho}{\Delta t} \bar{V}'_n \quad (\text{II.69})$$

unde $V'_n = \bar{V}' \cdot \bar{n}$. Spre exemplu, V'_n este zero pe frontierele solide, sau în secțiunile unde se impune profilul de viteză.

Rolul presiunii în curgerile incompresibile

Să presupunem că avem un câmp de viteză, \bar{V}^* , care *nu* satisface ecuația de continuitate pentru curgerea incompresibilă. Ne propunem să găsim un nou câmp de viteză \bar{V} care să satisfacă următoarele cerințe:

- satisface ecuația de continuitate;
- este cât mai apropiat de câmpul original, \bar{V}^* .

Matematic, a doua condiție poate fi exprimată în sensul celor mai mici pătrate ca o problemă de minimizare a funcționalei:

$$\tilde{R} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [\bar{V}(\bar{x}) - \bar{V}^*(\bar{x})]^2 d\Omega \quad (\text{II.70})$$

unde \bar{x} este vectorul de poziție și Ω este domeniul în care se consideră câmpul de viteză. Soluția acestei probleme trebuie să satisfacă și constrângerea impusă de prima condiție,

$$\nabla \cdot \bar{V}(\bar{x}) = 0 \quad (\text{II.71})$$

în orice punct al domeniului Ω .

Aceasta este o problemă clasică de calcul variațional. O metodă convenabilă de soluționare o constituie introducerea multiplicatorilor lui Lagrange. În acest caz, problema (II.70) și (II.71) este înlocuită cu minimizarea unei noi funcționale,

$$R = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [\bar{V}(\bar{x}) - \bar{V}^*(\bar{x})]^2 d\Omega - \int_{\Omega} \lambda(\bar{x}) \nabla \cdot \bar{V}(\bar{x}) d\Omega \quad (\text{II.72})$$

unde $\lambda(\bar{x})$ este multiplicatorul lui Lagrange. Minimul funcționalei \tilde{R} este același cu minimul funcționalei R deoarece soluția va satisface condiția (II.71).

Să notăm cu $\bar{V}^\#$ această soluție, adică

$$\tilde{R}_{\min} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [\bar{V}^\#(\bar{x}) - \bar{V}^*(\bar{x})]^2 d\Omega \quad (\text{II.73})$$

Condiția de minim presupune că o perturbație de ordinul întâi în $\bar{V}^\#$,

$$\bar{V} = \bar{V}^\# + \delta\bar{V} \quad (\text{II.74})$$

va produce numai o variație de ordinul al doilea în R (variația de ordinul întâi va fi nulă în punctul de minim). Înlocuind (II.74) în (II.72) vom obține $R = R_{\min} + \delta R$, unde:

$$\delta R = \int_{\Omega} \delta\bar{V} \cdot [\bar{V}^\#(\bar{x}) - \bar{V}^*(\bar{x})] d\Omega - \int_{\Omega} \lambda(\bar{x}) \nabla \cdot \delta\bar{V} d\Omega \quad (\text{II.75})$$

Deoarece perturbația $\delta\bar{V}$ este considerată mică, în (II.75) am neglijat termenul de ordinul al doilea, $(\delta\bar{V})^2$. Integrând al doilea termen prin părți,

$$\nabla \cdot (\lambda \delta\bar{V}) = (\delta\bar{V}) \cdot \nabla \lambda + \lambda \nabla \cdot (\delta\bar{V})$$

și aplicând teorema lui Gauss, putem rescrie perturbația de ordinul întâi a funcționalei sub forma:

$$\delta R = \int_{\Omega} \delta\bar{V} \cdot [\bar{V}^\#(\bar{x}) - \bar{V}^*(\bar{x}) + \nabla \lambda(\bar{x})] d\Omega + \int_S \lambda(\bar{x}) \delta\bar{V} \cdot \bar{n} dS \quad (\text{II.76})$$

unde S este frontiera lui Ω , iar \bar{n} este versorul normalei exterioare. Pe porțiunea lui S unde se impune viteza (pereți solizi, secțiuni de intrare) evident $\delta\bar{V}$ este zero și nu avem nici o contribuție

a integralei de suprafață. Pe restul frontierei S , unde $\delta\bar{V}$ nu este neapărat zero, vom impune $\lambda=0$ pentru a anula contribuția corespunzătoare a integralei de suprafață. În fine, pentru ca δR să se anuleze pentru orice $\delta\bar{V}$, în domeniul Ω trebuie să avem,

$$\bar{V}^\#(\bar{x}) - \bar{V}^*(\bar{x}) + \nabla\lambda(\bar{x}) = 0 \quad (\text{II.77})$$

deci corecția $\bar{V}' = \bar{V}^\# - \bar{V}^*$ care trebuie aplicată lui \bar{V}^* pentru a obține un câmp solenoidal este:

$$\bar{V}'(\bar{x}) = -\nabla\lambda(\bar{x}) \quad (\text{II.78})$$

Comparând această ecuație cu (II.67) constatăm că λ joacă tocmai rolul corecției de presiune. Aplicând operatorul divergență ecuației (II.77) rezultă,

$$\nabla^2\lambda(\bar{x}) = \nabla \cdot \bar{V}^*(\bar{x}) \quad (\text{II.79})$$

care este o ecuație Poisson pentru λ . Evident, pe porțiunile de frontieră unde viteza este prescrisă avem $\bar{V}^\# = \bar{V}^*$ deci $\nabla\lambda = 0$.

În concluzie, multiplicatorul lui Lagrange, joacă rolul presiunii, ceea ce demonstrează că *pentru curgerile incompresibile presiunea are rolul de a asigura satisfacerea ecuației de continuitate*, Resiga (1998).

II.4.3. Metoda Compresibilității Artificiale (MCA)

Curgerile compresibile reprezintă un domeniu de mare interes în mecanica fluidelor. Aplicațiile acestora, în aerodinamică și proiectarea motoarelor cu reacție, a stat la baza dezvoltării metodelor numerice pentru soluționarea curgerilor compresibile, Rizzi & Eriksson (1984), Rizzi & Eriksson (1985). Posibilitatea extinderii experienței câștigate la rezolvarea curgerilor incompresibile a ridicat unele întrebări cum ar fi: *Care sunt diferențele și unde apar limitările când se dorește extinderea metodelor dezvoltate pentru curgerile compresibile la calculul curgerilor incompresibile?*

Din păcate aceste metode NU lucrează satisfăcător pentru o problemă incompresibilă simplă, doar prin reducerea valorilor numărului Mach, la limită zero. Odată cu descreșterea numărului Mach, viteza undelor sonore devine mult mai mare decât viteza de convecție. Această descreștere disproporțională în viteză, a undelor, cauzează o proastă condiționare a sistemului hiperbolic și o scăzută stabilitate de calcul.

Diferența majoră dintre ecuațiile compresibile și cel incompresibile este **caracterul matematic diferit**. Dacă ecuațiile curgerilor compresibile au caracter hiperbolic, cu alte cuvinte au caracteristici reale de-a lungul cărora informația se propagă cu viteză finită, ecuațiile curgerilor incompresibile au un caracter mixt, parabolic-eliptic. Ca o consecință, pentru a utiliza metodele dezvoltate pentru curgerile compresibile la cele incompresibile, trebuie **să modificăm caracterul ecuațiilor**.

Diferența în caracterul ecuațiilor, poate fi compensată prin introducerea în ecuația de continuitate a unei derivate temporale. Deoarece densitatea este constantă ($\rho=\text{const.}$) și derivatele vitezelor apar în ecuațiile impulsului, este logic să alegem derivata temporală a presiunii. Cu aceasta se introduce și un parametru β^2 , legat fizic de compresibilitate dar în practică ajustat numeric din considerente de convergență și din motive de denaturare a semnificației fizice a variabilei temporale, t . De aceea, această soluție este aplicabilă numai în cazul în care "evoluția temporală" urmărește atingerea unei stări staționare, unde termenul introdus este nesemnificativ în comparație cu restul ecuației, la limită să fie zero. Astfel, ecuația de continuitate devine ecuația de evoluție pentru presiune.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\rho_0} \right) + \beta^2 \nabla \cdot \bar{V} = 0 \quad (\text{II.80})$$

sau în formă integrală

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \frac{p}{\rho_0} d\Omega + \beta^2 \int_S \bar{\mathbf{V}} \cdot \bar{\mathbf{n}} dS = 0 \quad (\text{II.81})$$

Metoda este cunoscută în literatură sub numele de **metoda pseudo-compresibilității** sau **Metoda Compresibilității Artificiale (MCA)** și a fost introdusă de Chorin (1967). Această aproximare elimină undele sonore din sistem, prin introducerea unei evoluții pseudo-temporale pentru presiune, care converge la o valoare a stării staționare.

Este important de subliniat utilizarea formei conservative a ecuației de mișcare, pentru că dacă utilizăm (II.80) pe post de ecuație de continuitate evident (II.62) nu mai este echivalentă cu (II.60). Echivalența formelor conservativă, și neconservativă, ale ecuației impulsului este regăsită la atingerea stării staționare. În concluzie, este obligatorie discretizarea ecuației impulsului în formă conservativă.

Sistemul rezultat din ecuațiile impulsului scrisă în formă integrală

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \bar{\mathbf{V}} d\Omega + \int_S [\bar{\mathbf{V}}(\bar{\mathbf{V}} \cdot \bar{\mathbf{n}}) + (p/\rho_0)\bar{\mathbf{n}}] dS = \int_{\Omega} \bar{\mathbf{f}} d\Omega \quad (\text{II.82})$$

și pseudo-continuității (II.81) NU are semnificație fizică până când nu este atinsă starea staționară, caz în care soluția sistemului modificat este echivalentă cu soluția sistemului original. În consecință, sistemul hiperbolic format de ecuațiile prezentate anterior se scrie de forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \bar{\mathbf{q}} d\Omega + \int_S \bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{q}}) \cdot \bar{\mathbf{n}} dS = \int_{\Omega} \bar{\mathbf{F}}_m d\Omega \quad (\text{II.83})$$

unde

$$\bar{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} p/\rho_0 \\ u \\ v \end{pmatrix}; \quad \bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{q}}) \cdot \bar{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} c^2 \bar{\mathbf{V}} \cdot \bar{\mathbf{n}} \\ u \bar{\mathbf{V}} \cdot \bar{\mathbf{n}} + \frac{p}{\rho_0} \bar{\mathbf{n}} \cdot \bar{\mathbf{e}}_x \\ v \bar{\mathbf{V}} \cdot \bar{\mathbf{n}} + \frac{p}{\rho_0} \bar{\mathbf{n}} \cdot \bar{\mathbf{e}}_y \end{pmatrix}; \quad \bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{q}}) = \begin{pmatrix} \beta^2 u & \beta^2 v \\ \frac{p}{\rho_0} + u^2 & uv \\ vu & \frac{p}{\rho_0} + v^2 \end{pmatrix}; \quad \bar{\mathbf{F}}_m = \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\mathbf{f}} \cdot \bar{\mathbf{e}}_x \\ \bar{\mathbf{f}} \cdot \bar{\mathbf{e}}_y \end{pmatrix};$$

$$\text{și } \bar{\mathbf{V}} = u \bar{\mathbf{e}}_x + v \bar{\mathbf{e}}_y;$$

Cantitatea $\int_S \bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{q}}) \cdot \bar{\mathbf{n}} dS$ reprezintă suma fluxului net a vectorului $\bar{\mathbf{q}}$ prin suprafața închisă S ce mărginește volumul Ω , și a forțelor de presiune ce acționează pe S .

Astfel sistemul (II.83) utilizat în modelarea curgerilor nevâscoase are aceeași structură ca și cel utilizat în modelarea curgerilor vâscoase (II.84), dar termenul din partea dreaptă este diferit conținând termenii de difuzie:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{I} \cdot \bar{\mathbf{q}} d\Omega + \int_S \bar{\mathbf{F}}(\bar{\mathbf{q}}) \cdot \bar{\mathbf{n}} dS = \int_S \bar{\mathbf{F}}_v \cdot \bar{\mathbf{n}} dS \quad (\text{II.84})$$

unde:

$\mathbf{I} = \text{diag}(0,1,1)$ - matricea unitate;

$\bar{\mathbf{F}}_v$ - matricea termenilor de difuzie;

$$\bar{\mathbf{F}}_v = \nu \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & 2 \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{u'u'}{u'v'} & \frac{u'v'}{v'v'} \\ \frac{u'v'}{u'v'} & \frac{v'v'}{v'v'} \end{pmatrix} \quad (\text{II.85})$$

A doua parte a matricii $\bar{\mathbf{F}}_v$ reprezintă tensiunile Reynolds ce sunt necunoscute. De aceea, unele modelări turbulente trebuie să introducă ecuații care să închidă sistemul (II.84).

Metoda compresibilității artificiale introduce câțiva parametri care sunt critici pentru stabilitatea metodei. Unul dintre acești termeni este parametrul β^2 asupra căruia, pentru fluidul ideal s-au realizat studii teoretice Turkel (1986) și teste numerice Borresen et. al (1993), iar pentru fluidul real s-au realizat teste numerice, Marx (1992) ($Re < 10000$).

Pentru a determina validitatea ecuației de continuitate scrisă în forma pseudo-compresibilă, să parcurgem următorul raționament. Această ecuație poate fi dedusă din ecuația de stare a apei, propusă de Tait (1888). Fie

$$p - p_0 = \frac{1}{7} \rho_0 a_0^2 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^7 - 1 \right]$$

unde p_0 , a_0 , ρ_0 reprezintă presiune, viteza și densitatea de referință.

Pentru o variație de presiune de ordinul a 10 bari, variația corespunzătoare a densității este

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 1 + \frac{p - p_0}{\rho_0 a_0^2} + \dots \cong 1 + \frac{10 \cdot 10^5}{10^3 \cdot (1.5 \cdot 10^3)^2} = 1.00045$$

Viteza se modifică conform cu relația

$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = a_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^3$$

Astfel pentru o variație relativă de $4.5^0/000$, valoarea relativă a lui "a" se modifică cu 1.4%. Viteza sa crește cu 2 m/s. Deci pentru o variație a presiunii de ordinul a 10 bari, densitatea și viteza nu suferă modificări prea mari. Astfel putem scrie,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial p}{\partial t} \cong \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} \Rightarrow \nabla p \cong \frac{1}{a_0^2} \nabla p$$

Introducând cele de mai sus în ecuația de continuitate

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0$$

obținem

$$\frac{1}{a_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{a_0^2} (\vec{V} \cdot \nabla) p + \rho_0 (\nabla \cdot \vec{V}) = 0$$

Termenul $\frac{1}{a_0^2} (\vec{V} \cdot \nabla) p$ este mic comparativ cu termenul divergenței vitezei, în plus el nu-și aduce contribuția la formularea hiperbolică, și de aceea se poate neglijeaza.

Ecuația rezultată se scrie:

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial t} + a_0^2 (\nabla \cdot \vec{V}) = 0$$

este similară cu ecuația pseudo-continuității (II.80) scrisă anterior. Ecuația de pseudo-continuitate poate corespunde unui fenomen nestaționar real cu condiția ca

$$O(\beta^2) = O(a^2)$$

Pentru o bună condiționare a sistemului și o bună convergență spre soluția staționară, este necesar să limităm raportul β^2/V^2 , Rizzi & Eriksson (1985). În cadrul instalațiilor hidraulice, încercările efectuate de Saxer & Felici (1987), pe diverse geometrii arată că acest raport este de ordinul 1 la 20, astfel că raportul a_0^2/V^2 , este de ordinul

$$\left(\frac{1500}{15} \right)^2 = 10^4$$

Astfel ecuația de continuitate conține un termen al compresibilității artificiale de ordinul 20, neputându-se considera că o ecuație nestaționară să modeleze un fenomen fizic real.

II.4.4. Concluzii

Prezentarea comparativă sumară între cele două metode:

Metoda Corectării Presiunii (MCP)	Metoda Compresibilității Artificiale (MCA)
Avantaje	
<ul style="list-style-type: none"> poate fi utilizată pentru 3D; convergență bună; pentru curgeri staționare/nestaționare; 	<ul style="list-style-type: none"> poate fi utilizată pentru 3D; simplă; putere de calcul relativ redusă
Dezavantaje	
<ul style="list-style-type: none"> putere de calcul mai mare comparativ cu MCA; implică existența unui solver Poisson performant; 	<ul style="list-style-type: none"> pentru curgeri staționare; convergență relativ lentă; alegerea parametrilor metodei se face în funcție de problemă și afectează convergența și stabilitatea;
Algoritm	
<p>Proces iterativ Pasul 1. ecuația de continuitate → corecția presiunii (câmpul de viteză de divergență nulă) Pasul 2. Ecuația de mișcare → corecția vitezei (câmpul de viteză modificat din considerente dinamice ⇒ divergență nulă) Condiția de convergență: Procesul se repetă până se atinge eroarea impusă a rezidului.</p>	<p>Proces iterativ. Cu variabilele primare calculate la momentul t^n se calculează cele de la t^{n+1}. Condiția de convergență: Procesul se repetă până se atinge eroarea impusă a rezidului.</p>

II.5. Tehnici de discretizare a ecuațiilor de curgere

II.5.1. Introducere

După selectarea modelului matematic, trebuie să alegem o metodă de discretizare convenabilă, o metodă de aproximare a ecuațiilor diferențiale printr-un sistem de ecuații algebrice pentru variabilele din setul de poziții discrete în spațiu și timp. Există mai multe metode de aproximare, dar cele mai utilizate sunt: *diferențe finite* (Finite Difference ≡ **FD**), *volum finite* (Finite Volume ≡ **FV**), *elemente finite* (Finite Element ≡ **FE**) și *elemente de frontieră* (Boundary Element ≡ **BE**). Fiecare tip de metodă conduce la aceeași soluție dacă rețeaua de discretizare este suficient de fină. Totuși, anumite metode sunt mai convenabile pentru anumite clase de probleme decât celelalte.

Deoarece atât *metoda compresibilității artificiale* (MCA) cât și *metoda corecției de presiune* (MCP) ne conduc la ecuațiile de conservare în formă integrală, cea mai convenabilă tehnică de discretizare este *Metoda Volumelor Finite* (**FVM**). Pentru a utiliza FVM domeniul este împărțit în *volum de control* (CV) și ecuațiile de conservare sunt aplicate pe fiecare CV. Primul obiectiv este alegerea punctelor din domeniul de calcul în care sunt calculate valorile variabilelor dependente necunoscute. Pentru aceasta se pot utiliza mai multe practici, unele dintre ele sunt prezentate în II.0.II.5.2. Dar rezolvarea ecuațiilor constă din aproximarea *integralelor volumice* și a *integralelor de suprafață* prin formule de cubatură convenabile. De aceea, determinarea integralelor de suprafață implică valori ale variabilelor de pe suprafața CV, care sunt calculate prin *interpolare* în funcție de valorile nodale (găsite în centrul celulei). În concluzie, FVM implică două nivele de aproximare: 1)

calculul valorilor variabilelor la suprafața CV → *INTERPOLARE*; 2) calculul integralelor volumice și de suprafață → *INTEGRARE*.

Avantajele FVM sunt: metoda este conservativă din construcție, se poate adapta pentru orice tip de rețea de discretizare, toți termenii ce trebuie să fie aproximați au semnificație fizică, simplă de înțeles și de programat.

Dezavantajele FVM sunt: comparativ cu FDM, utilizarea unor scheme de interpolare de ordin mai mare decât II sunt dificil de dezvoltat în 3D.

II.5.2. Aranjarea variabilelor

II.5.2.1. Aranjamentul “colocated”

Cea mai clară alegere este să stocăm toate variabilele în același set de puncte ale rețelei și să utilizăm același CV pentru toate variabilele. Aranjamentul care respectă această regulă este prezentat în Fig. II.7 și este găsit în literatură sub numele de “colocated”.

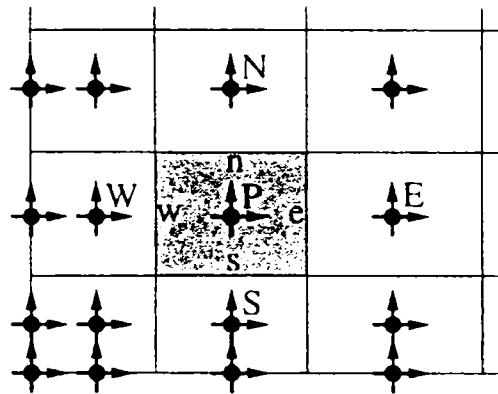


Fig. II.7 Aranjamentul colocated, Peric (1985).

Avantajele aranjamentului “colocated” sunt: calculul și stocarea unui număr minim de coeficienți, utilizarea la domenii complexe, în special unde întâlnim frontiere cu discontinuități (de exemplu, puncte unghiulare) și condiții la limită discontinue, simplificarea implementării în codurile de calcul.

Pentru perioada 1960-1980, utilizarea aranjamentului “colocated” la calculul curgerilor incompresibile a fost diminuată de dificultățile apărute la cuplarea viteză-presiune și a oscilațiilor ce apar în câmpul de presiune. Odată cu îmbunătățirea algoritmilor de cuplare a câmpurilor presiune-viteză, a câștigat popularitatea în domeniul curgerilor incompresibile în geometrii complexe.

II.5.2.2. Aranjamentul “staggered”

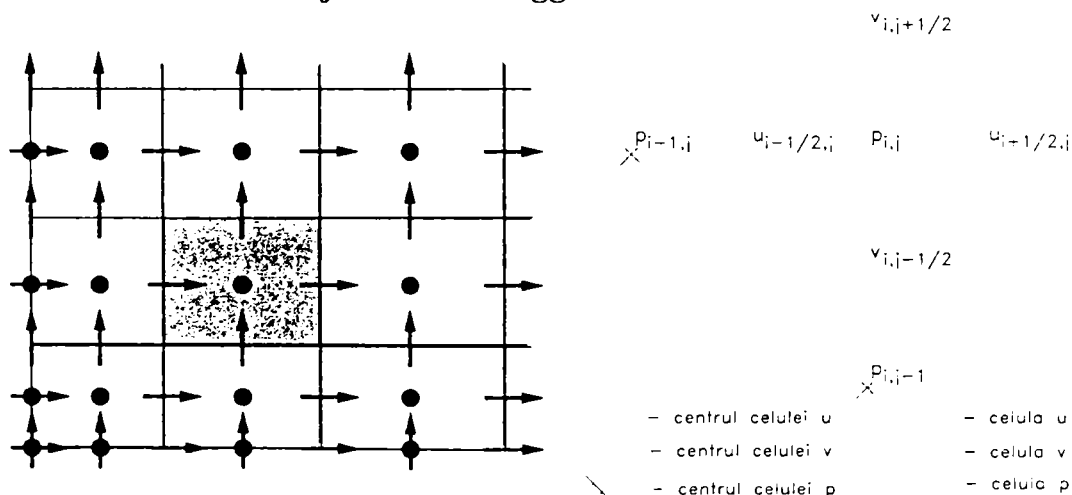


Fig. II.8 Aranjamentul “staggered”, Peric (1985).

Aranjamentul “staggered”, nu necesită ca toate variabilele să fie distribuite în aceleași puncte ale rețelei, vezi Fig. II.8. Aceasta conferă următoarele avantaje: puternica cuplare între viteze și presiune elimină unele probleme de convergență și oscilațiile câmpurilor de viteze și presiune. Unii termeni ce sunt determinați prin interpolare utilizând aranjamentul “colocated”, se calculează (cu o precizie de ordinul II) fără interpolare. Dezavantajele sunt legate de: dificultățile apărute la utilizarea pentru geometrii complexe cu rețele neortogonale, complicarea în coordonate generalizate a ecuațiilor, prin introducerea termenilor de curbură ce sunt dificil de tratat numeric și pot genera erori când rețeaua nu este netedă.

II.5.3. Practici de INTERPOLARE

După cum s-a prezentat anterior, pentru ecuațiile în formă discretă trebuie să determinăm valorile variabilelor pe fețele CV. Tipurile de interpolări utilizate să realizeze această sarcină joacă un rol important atât în stabilitatea algoritmului cât și în precizia soluției obținute. De aceea se vor analiza proprietățile funcțiilor de interpolare și în continuare se vor prezenta câteva scheme de interpolare.

II.5.3.1. Proprietăți ale schemelor de interpolare

Dacă numărul de CV tinde la infinit, ne așteptăm să găsim soluția “exactă” a problemei, indiferent de schemele de interpolare utilizate pentru evaluarea fluxurilor. Totuși, în practică, soluția se poate calcula numai pe un număr finit de CV și de aceea este se impune ca soluția ecuațiilor discretizate să satisfacă anumite proprietăți ale soluției exacte, chiar și pe o rețea grobă. Aceste proprietăți sunt:

Conservativitatea: Setul de ecuații integrale implică fluxurile pe fețele celulei. Aceste ecuații reprezintă balansurile conservative peste CV corespunzător: dacă se însumează toate fluxurile interioare, acestea se vor elimina în perechi, obținându-se soluția ecuațiilor de conservare integrale pe întreg domeniul ca un întreg. Din punct de vedere fizic, este foarte importantă conservarea cantităților fizice (masă, etc) printr-o metodă de soluționare numerică, deoarece sunt eliminate posibilitățile de apariție a soluțiilor nerealiste. Conservarea cantității de transport este asigurată de fluxul de-a latul oricărei fețe a celulei, care este unic reprezentat în ecuațiile discretizate pentru cele două CV adiacente. O schemă care deține această proprietate se numește **conservativă**.

Mărginirea: Asigurarea conservării nu garantează că toate celelalte proprietăți ale proceselor de transport vor fi menținute în interiorul soluției domeniului. De exemplu, în absența surselor, valorile cantității transportate ϕ în interiorul soluției domeniului va fi **mărginită** de valorile Φ_B pe frontiera domeniului, astfel nu vor rezulta valori mai mari decât maximum și nici mai mici decât minimum valorilor limită:

$$\min(\Phi_B) < \phi < \max(\Phi_B) \quad (II.86)$$

Marginile vor exista pentru cazurile mai generale, dar ele nu sunt așa de ușor de precizat.

Schemele de interpolare conduc la coeficienți ai matricii ce satisfac condiția

$$\frac{\sum_k |A_k|}{A_P} = \begin{cases} \leq 1 & \text{in toate nodurile;} \\ < 1 & \text{in cel puțin un nod;} \end{cases} \quad (II.87)$$

deci sunt “diagonali dominanți”, și satisfac criteriul de mărginire (II.86).

Și mărginirea este influențată de raportul între A_P , coeficientul nodului central P, și coeficienții învecinați A_k .

$$A_P \phi_P = \sum_k A_k \phi_k + Q_P, \quad k = W, S, E, N$$

Dacă ecuațiile discretizate nu satisfac criteriul de mărginire (II.86), schema utilizată va fi predispusă să producă supraestimări locale ale valorilor locale (“overshoots”), subestimări locale ale valorilor locale (“undershoots”) sau oscilații ale valorilor locale (“wiggles”).

Transportivitatea: Semnifică că influența fizică la o scară macro este direct exprimată în *coeficienții de influență*, sau în evaluarea fluxului. Deci, pentru situațiile dominant advective, coeficienții amonte sunt mai mari decât cei din aval, reflectând că o perturbație amonte este simțită mult mai puternic decât o perturbație aval.

Cu alte cuvinte, dacă există o sursă constantă ϕ într-un punct P dintr-un câmp de curgere cu viteză și difuzivitate uniformă, contururile lui ϕ vor fi influențate de raportul dintre convecție și difuzie, prin numărul Peclet ($Pe = \frac{\rho u L}{\Gamma}$, unde L este lungimea caracteristică) cum se vede în Fig. II.9:

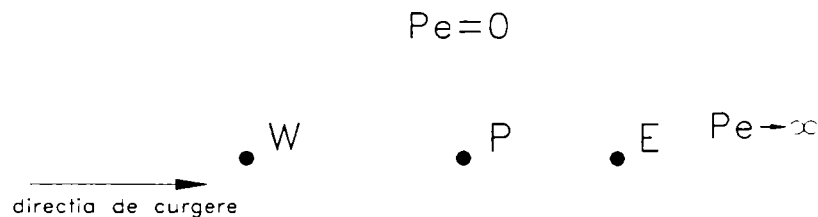


Fig. II.9 Prezentarea proprietății de transportivitate în curgerea unui fluid, Peric (1985).

Când fluidul stagnează $Pe=0$, contururile vor fi cercuri cu centrul în P, în timp ce Pe crește contururile devin eclipse, ascuțite în direcția de curgere până când pentru $Pe=\infty$ (fără difuzie), ajung linii de curent de la P în aval. Implicarea este, că pentru Pe mari, curgerile în nodul P vor avea o slabă influență (la limită zero) asupra regiunilor din amonte, în timp ce regiunile din aval vor fi puternic influențate. Erorile ecuațiilor discretizate datorate acestor caracteristici ale fluidului pot conduce la rezultate false.

Transportivitatea nu exprimă nimic despre precizia de discretizare.

II.5.3.2. Scheme de interpolare pentru termenii convectivi și proprietățile lor

Atenția se va focaliza pe determinarea fluxurilor convective și metode de exprimare a valorilor convective (ϕ_e și derivata acesteia la fața celulei) ce depind de variabilele din nodurile centrale învecinate. Se prezintă câteva scheme de interpolare.

II.5.3.2.1. Schema de interpolare cu diferențe centrate (CDS)

În acest caz, valorile de la fața celulei ϕ_e sunt evaluate cu ajutorul interpolării liniare dintre nodurile P și E (vezi Fig. II.10), cu formula:

$$\phi_e = \phi_E \lambda_e + \phi_P (1 - \lambda_e) \quad (II.88)$$

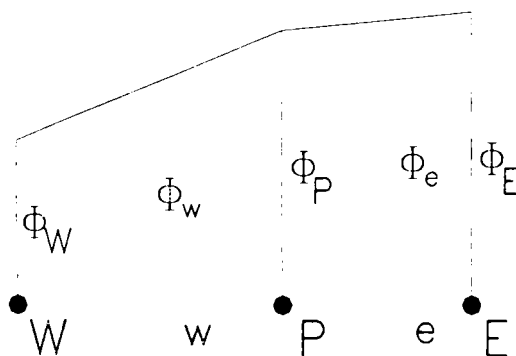


Fig. II.10 Schema de interpolare cu diferențe centrate, Peric (1985).

Unde $\lambda_e = \frac{\overline{Pe}}{\overline{Pe} + eE} = \frac{x_e - x_P}{x_E - x_P}$ este un factor de interpolare liniar, asociat nodului P în care \overline{Pe} respectiv eE sunt distanțele de la poziția “e” de pe fața celulei la nodurile P și E. Prin analogie se scriu și relațiile pentru cea de a doua direcție de coordonate.

Dacă avem un proces în care contribuția convectivă este dominantă, aceasta conduce la faptul că toți coeficienții A_k să fie negativi. În limita unei rețele Carteziene uniforme aceasta se întâmplă dacă numărul Peclet al rețelei este mai mic decât 2 ($Pe < 2$). Dacă condiția nu este respectată este posibil ca soluția să nu fie nemărginită și să apară dificultăți în obținerea ei. CDS are acest comportament deoarece “violează” proprietatea de transportivitate la numere Peclet mari, prin utilizarea nodurilor aval în (II.88). Evident, propagarea în amonte a oricărei perturbații este posibilă chiar și pentru $Pe = \infty$, care este din punct de vedere fizic nerealistă. Totuși, CDS este conservativă și la numere Peclet mici ($Pe < 2$) este stabilă și precisă, ca urmare este și cea mai utilizată schemă de interpolare.

Pentru a determina precizia schemei să urmărim următorul raționament. Dezvoltând în serie Taylor în jurul punctului P, avem:

$$\phi_e = \phi_P + (x_e - x_P) \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_P + \frac{(x_e - x_P)^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_P + H$$

$$\phi_E = \phi_P + (x_E - x_P) \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_P + \frac{(x_E - x_P)^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_P + H$$

unde H indică termenii de ordin mai mare.

Din relația lui ϕ_E expresia lui $\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_P = \frac{(\phi_E - \phi_P)}{(x_E - x_P)} + H'$ este introdusă în relația lui ϕ_e , și rezultă:

$$\phi_e = \phi_E \lambda_e + \phi_P (1 - \lambda_e) - \underbrace{\frac{(x_e - x_P)(x_E - x_e)}{2} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_P}_{\text{termenul conducător al erorii de trunchiere}} + H$$

Termenul conducător al erorii de trunchiere este proporțional cu pătratul spațiului rețelei, pe o rețea uniformă și neuniformă.

Cea mai simplă aproximare pentru calculul gradientului se obține presupunând profilul liniar, aproximare des utilizată pentru evaluarea fluxurilor difuzive.

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e \approx \frac{\phi_E - \phi_P}{x_E - x_P}$$

Pentru analiza erorii de trunchiere, vom considera dezvoltarea în serie Taylor a lui ϕ_P și ϕ_E în jurul lui ϕ_e , după care utilizăm relația de mai sus se obține:

$$\varepsilon_r = \frac{(x_e - x_P)^2 - (x_E - x_e)^2}{2(x_E - x_P)} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_e - \frac{(x_e - x_P)^3 + (x_E - x_e)^3}{6(x_E - x_P)} \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} \right)_e + H$$

Când “e” este la mijlocul distanței dintre P și E, aproximația este cu precizie de ordinul doi, deoarece primul termen din partea dreaptă dispare și termenul conducător al erorii este proporțional cu $(\Delta x)^2$. Când avem o rețea neuniformă, termenul conducător al erorii este proporțional cu produsul dintre Δx și factorul de extindere al rețelei. Cu toate că este cu precizie de ordinul întâi, pentru o rețea fină eroarea tinde la o precizie de ordinul doi chiar și pe o rețea neuniformă.

II.5.3.2.2. Schema de interpolare “upwind” (UDS)

Schema “upwind” (cunoscută și ca schema “celulei donoare”) este reprezentată schematic în figura de mai jos. Valoarea convecției la fața celulei este funcție de direcția curentului, fiind egală cu valoarea din nodul de calcul amonte:

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_P & \text{daca } (\vec{V} \cdot \vec{n})_e > 0 \\ \phi_E & \text{daca } (\vec{V} \cdot \vec{n})_e < 0 \end{cases} \quad (\text{II.89})$$

Din (II.89) este evident că contribuția convectivă la coeficienții A_k este întotdeauna negativă (zero pentru nodurile aval și pozitivă pentru cele amonte). Din punct de vedere a contribuției convecției condiția ce garantează mărginirea soluției este necondiționat satisfăcută. Aceasta se poate pune pe seama faptului că transportivitatea este calculată fără nici o referință la nodurile din aval.

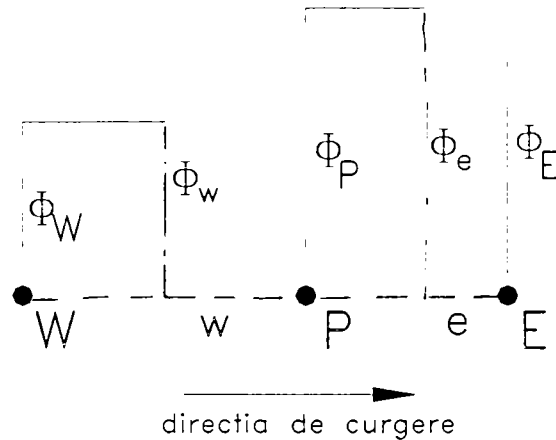


Fig. II.11 Schema de interpolare “upwind”, Peric (1985).

Din analiza erorii de trunchiere, UDS este cu precizie de ordinul întâi. Aceasta conduce la neglijarea termenilor de ordin superior, care sunt o funcție de derivata de ordinul doi ca și difuzia. Pe baza acestei probleme s-a definit conceptul de “difuzie falsă”. Dacă celulele rețelei nu sunt aliniată cu direcția curentului și dacă există gradienti mari ai variabilelor dependente în direcția normală la curgere, utilizarea UDS a condus la procese de difuzie mai accentuate decât în realitate, alterând soluția. S-a determinat că coeficientul difuziei numerice (“false”) este o funcție de unghiul dintre curent și liniile rețelei, și este zero pentru valori 0° sau 90° și este maxim pentru valoarea de 45° .

Cu toate acestea, UDS este o schemă simplă, des utilizată atât în modelele 3D cât și în dezvoltarea altor scheme de interpolare.

II.5.3.2.3. Schema de interpolare “upwind” liniară (LUDES)

LUDES este reprezentată schematic pentru cazul 1D în Fig. II.12

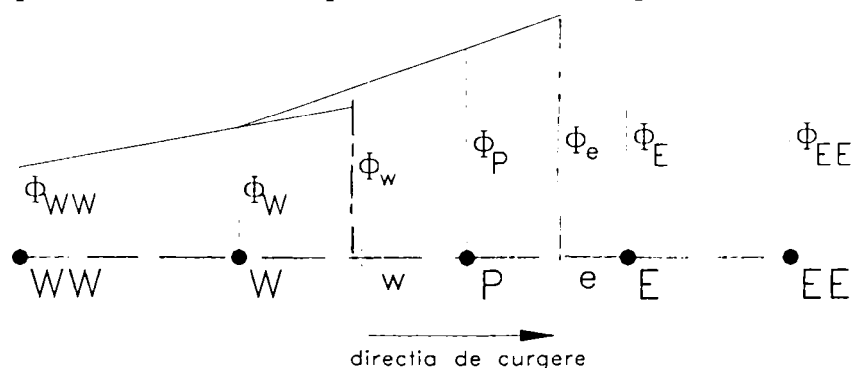


Fig. II.12 Schema de interpolare “upwind” liniară, Peric (1985).

Valorile la fața celulei utilizate la evaluarea fluxurilor convective sunt obținute prin extrapolare liniară din cele două noduri amonte învecinate, astfel:

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_P + (\phi_P - \phi_W)(1 - \lambda_{e,W}) & \text{daca } (\vec{V} \cdot \vec{n})_e > 0 \\ \phi_E + (\phi_P - \phi_{EE})\lambda_{e,E} & \text{daca } (\vec{V} \cdot \vec{n})_e < 0 \end{cases} \quad (\text{II.90})$$

Această schemă satisface proprietatea de transportivitate cerută, deoarece interpolarea nu este influențată de nodurile din regiunea aval. Este și conservativă, dar nu satisface condiția de mărginire, deoarece contribuția la coeficienții nodurilor celor mai depărtate (EE, WW pentru 1D) sunt nepozitive (zero pentru nodurile aval, și negative pentru unele noduri amonte).

Din analiza erorilor schemei LUDS se obține o precizie de ordinul doi, și apar mai puține probleme de mărginire în același timp este atins un nivel de precizie mai bun pe rețele grobe decât cu schema UDS. Diagonala dominantă este mai “puternică” decât în cazul CDS, Peric (1985), aceasta conducând la o mai bună manipulare a matricii cu “solverele” iterative.

LUDS este atractivă pentru relativa simplitate când se utilizează rețele neortogonale și neuniforme, în comparație cu schemele mai complexe.

II.5.3.2.4. Schema de interpolare “upwind” pătratică (QUICK)

Schema este cunoscută în literatură și cu numele de Quadratic Upwind Interpolation for Conservative Kinematics \equiv QUICK. Pentru acest caz, valoarea ϕ_e , este determinată printr-o funcție pătratică g_e (pătratică \rightarrow trei noduri), dintre care două noduri sunt P și E, și în funcție de direcția curentului este W dacă curgerea este de la P la E ($(\vec{V} \cdot \vec{n})_e > 0$) respectiv EE pentru o curgere în sens invers ($(\vec{V} \cdot \vec{n})_e < 0$).

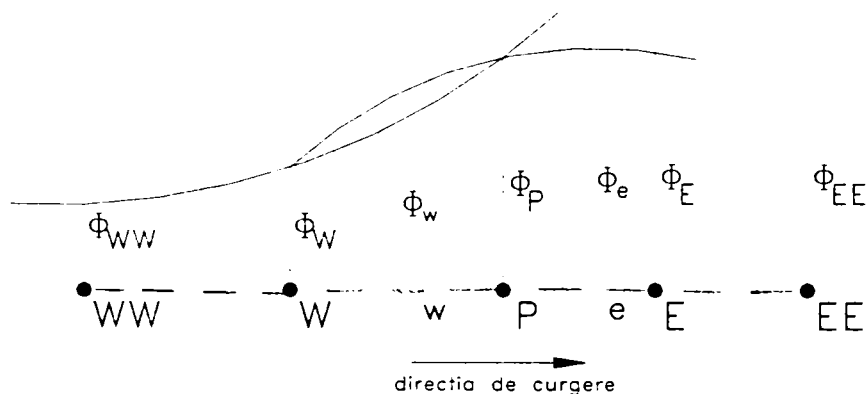


Fig. II.13 Schema de interpolare QUICK, Peric (1985).

$$\phi_e = \begin{cases} g_{e1}^1 \phi_E - g_{e1}^2 \phi_W + (1 - g_{e1}^1 + g_{e1}^2) \phi_P & \text{daca } (\vec{V} \cdot \vec{n})_e > 0 \\ g_{e2}^1 \phi_P - g_{e2}^2 \phi_{EE} + (1 - g_{e2}^1 + g_{e2}^2) \phi_E & \text{daca } (\vec{V} \cdot \vec{n})_e < 0 \end{cases} \quad (\text{II.91})$$

unde coeficienții g_e sunt:

$$\begin{aligned} g_{e1}^1 &= \frac{(2 - \lambda_{e,W}) \lambda_{e,P}^2}{1 + \lambda_{e,P} - \lambda_{e,W}} & g_{e1}^2 &= \frac{(1 - \lambda_{e,P})(1 - \lambda_{e,W})^2}{1 + \lambda_{e,P} - \lambda_{e,W}} \\ g_{e2}^1 &= \frac{(1 + \lambda_{e,W})(1 - \lambda_{e,P})^2}{1 + \lambda_{e,E} - \lambda_{e,P}} & g_{e2}^2 &= \frac{\lambda_{e,P} \lambda_{e,P}^2}{1 + \lambda_{e,E} - \lambda_{e,P}} \end{aligned} \quad (\text{II.92})$$

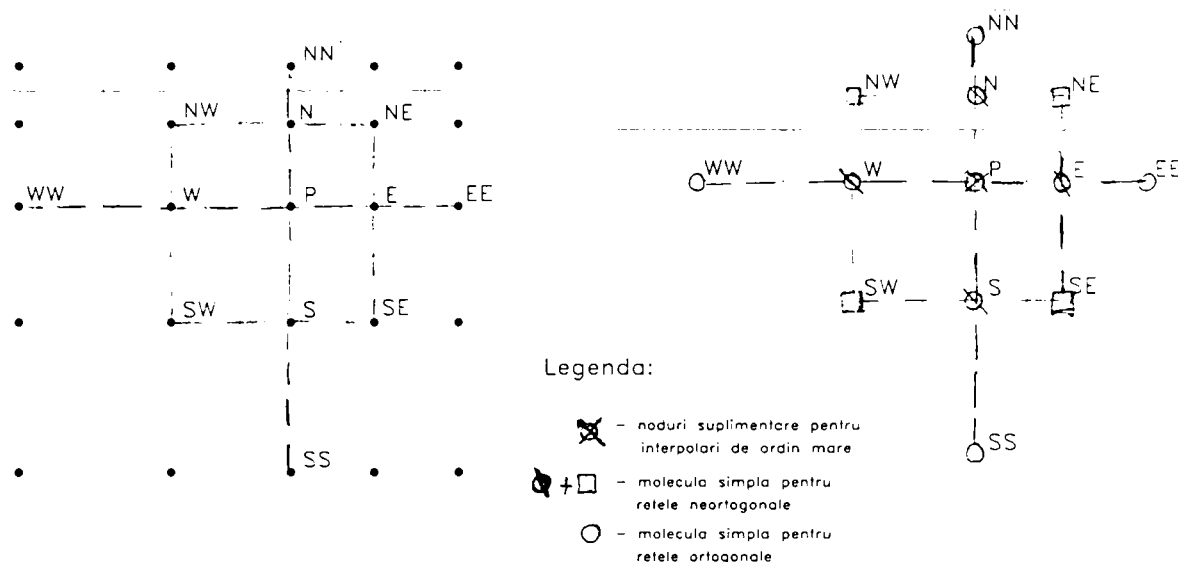


Fig. II.14 Molecula de calcul, Peric (1985).

Această schemă este mai complexă decât CDS, extinzând molecula de calcul cu încă un nod în fiecare direcție (EE, WW, NN și SS pentru 2D), și pentru rețele neortogonale și neuniforme, coeficienții g_e implică un efort de calcul suplimentar. În schimb, shema are ordinul erorii de trunchiere de grad trei atât pe rețele uniforme cât și pe rețele neuniforme Ferziger & Peric (1996).

Când această schemă de interpolare este utilizată împreună cu regula punctului median pentru aproximarea integralelor de suprafață, avem asigurată o precizie de ordinul doi. Deși aproximarea cu QUICK este mai precisă decât cu CDS, ambele scheme converg asimptotic la o precizie de ordinul doi, pentru rețele destul de fine.

II.5.3.2.5. Discuție

Față de schemele de interpolare descrise mai sus, se pot determina și altele. Prezentând comparativ schemele de mai sus se pot concluziona următoarele. Toate schemele sunt conservative, și posedă cel puțin încă o proprietate. Transportivitatea este satisfăcută complet de UDS, LUDS și numai parțial de QUICK. Mărginirea este posedată necondiționat numai de UDS, celelalte scheme fie au coeficienți care sunt întotdeauna negativi (LUDS, QUICK), sau care devin negativi în anumite condiții (CDS, LUDS, QUICK). Ca urmare, deși sunt mai puțin diagonal dominante, au fost utilizate cu succes metodele iterative de soluționare (cu mai multe sau mai puține dificultăți). La schema de interpolare CDS problemele pot fi ameliorate utilizând metoda corecției ulterioare, deoarece fluxul convectiv este exprimat astfel: $F^{CDS} = F^{UDS} + (F^{CDS} - F^{UDS})$ și termenul dintre paranteze este tratat explicit, Peric (1985).

Experiența a arătat că UDS, care este schema care posedă toate proprietățile dorite, suferă datorită difuziei numerice excesive "false" (în anumite condiții), care poate cântări mai mult decât difuzia reală prezentă în curgere. Pentru a diminua apariția difuziei false trebuie să se țină cont de: a) *adaptarea rețelei* (realizarea unei rețele aliniate la direcția de curgere); b) *mărunțirea rețelei* până când numărul Peclet devine destul de mic și difuzia numerică este nesemnificativă în comparație cu difuzia fizică.

Există și posibilitatea utilizării schemelor de ordin mai mare care oferă o mai bună precizie și un răspuns mai rapid la mărunțirea rețelei. Acestea sunt valabile numai dacă soluția este netedă și regiunile mărginite. Dacă în schimb apar "overshoots", "undershoots" sau "wiggles" soluția nu numai că este imprecisă dar poate fi și nereală din punct de vedere fizic. Ca și remedii pentru astfel de cazuri sunt mărunțirea rețelei, până când coeficienții negativi devin nenegativi ($Pe < 2$ pentru CDS), sau soluția este suficient de netedă pentru a utiliza formulele de interpolare particulare (LUDS, QUICK).

II.5.4. Practici de INTEGRARE

II.5.4.1. Aproximarea integralelor de suprafață

Fluxul net prin frontiera CV este suma integralelor pe fețele celulei (4 în cazul 2D, și 6 pentru cazul 3D)

$$\int_S f \, dS = \sum_k \int_{S_k} f \, dS \quad (\text{II.93})$$

unde f este componenta convectivă ($\rho\phi\vec{V}\cdot\vec{n}$) sau difuzivă ($\Gamma\nabla\phi\cdot\vec{n}$) a vectorului, în direcția normală la fața CV. Pentru a calcula exact integrala (II.93) trebuie să cunoaștem integrantul f în toate punctele de pe suprafața S . Dar această informație nu este disponibilă numai în nodurile centrale ale CV, de aceea utilizăm tehnicile de interpolare prezentate în II.5.3, pentru a obține și valorile în alte puncte.

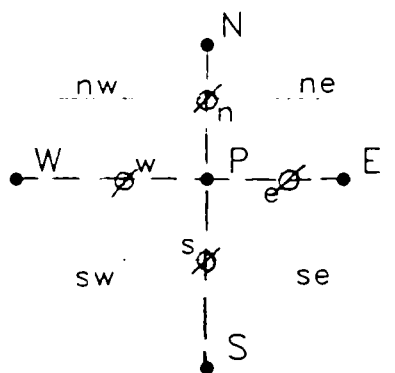


Fig. II.15 Schema unei molecule de calcul simple.

Cea mai simplă aproximare este **regula punctului median**, în care integrala este produsul între valoarea integrantului din centrul feței celulei și aria feței celulei:

$$F_e = \int_{S_e} f \, dS = \bar{f}_e S_e \approx f_e S_e \quad (\text{II.94})$$

Regula trapezului oferă o aproximare de ordinul II a integralei de suprafață, iar în relația de calcul intervin valorile integrantului în colțurile CV:

$$F_e = \int_{S_e} f \, dS \approx \frac{S_e}{2} (f_{ne} + f_{se}) \quad (\text{II.95})$$

Pentru o aproximare de ordinul IV, **regula lui Simpson** introduce un polinom de ordin cel puțin 3 pentru a păstra precizia:

$$F_e = \int_{S_e} f \, dS \approx \frac{S_e}{6} (f_{ne} + 4f_e + f_{se}) \quad (\text{II.96})$$

II.5.4.2. Aproximarea integralelor volumice

Cea mai simplă aproximare se obține considerând produsul între o valoare medie și volumul CV:

$$Q_p = \int_{\Omega} q \, d\Omega = \bar{q} \Delta\Omega \approx q_p \Delta\Omega \quad (\text{II.97})$$

unde q_p este valoarea lui q din nodul central. Aproximarea este exactă dacă q este constant sau are o variație liniară pe CV, altfel conține o eroare de ordinul II.

O aproximare de ordin mai mare necesită valorile lui q în mai multe poziții și nu doar în centrul CV, care se pot obține cu tehnicile de interpolare prezentate în II.5.3.

Pentru o aproximare de ordinul IV se poate utiliza o funcție bipătratică de forma:

$$Q_P = \int_{\Omega} q \, d\Omega = \bar{q} \Delta\Omega \approx q_P \Delta\Omega \quad (\text{II.98})$$

unde q_P este valoarea lui q în centrul CV. Valoarea este ușor de calculat deoarece toate variabilele sunt disponibile în nodul P. Aproximarea are o eroare de ordinul II, cu excepția cazului când devine exactă dacă q este constant sau variază linear în CV.

O aproximare de ordin mai mare necesită valorile lui q în mai multe puncte decât doar în centrul CV. Aceste valori se obțin prin interpolarea valorilor nodale sau utilizarea funcțiilor de formă.

În 2D, o aproximare “volumică” (se calculează aria CV) de ordinul IV se poate obține utilizând funcția de formă bipătratică:

$$q(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4y^2 + a_5xy + a_6x^2y + a_7xy^2 + a_8x^2y^2 \quad (\text{II.99})$$

Cei nouă coeficienți sunt obținuți prin potrivirea valorii funcției q în cele nouă poziții (‘nw’, ‘w’, ‘sw’, ‘n’, ‘P’, ‘s’, ‘ne’, ‘e’ și ‘se’, vezi Fig. II.15). Deoarece numai valoarea în nodul ‘P’ este cunoscută, trebuie să interpolăm, pentru a obține valorile lui q în celelalte noduri.

Aproximarea de ordinul IV prezentată mai sus, se poate utiliza în 3D pentru aproximarea integralelor de suprafață. Aproximările de ordin mai mare a integralelor volumice în 3D sunt mult mai complexe, dar se pot găsi utilizând aceeași schemă.

II.5.4.3. Metoda “corecției ulterioare”²

S-a prezentat, că utilizarea schemelor de interpolare de ordin mai mare conduc la *molecule calcul mai mari* (ex. combinând regula lui Simpson cu schema de interpolare polinomială de ordinul IV \Rightarrow fluxul la fiecare față este calculat funcție de 15 valori nodale și ecuațiile algebrice pentru fiecare CV conțin 25 de valori). Pentru a elimina acest inconvenient, fluxul se poate aproxima *explicit* utilizând relația:

$$F_e = F_e^L + (F_e^H - F_e^L)^{old} \quad (\text{II.100})$$

unde:

F_e^L - fluxul aproximat cu scheme de interpolare de ordin mic (adesea utilizată schema “upwind”)

F_e^H - fluxul aproximat cu scheme de ordin mare

old - termenul din paranteze este evaluat utilizând valorile din iterația anterioară (de cele mai multe ori acest termen este înmulțit cu un factor $0 \leq \beta \leq 1$)

Prin metoda “corecției ulterioare” se introduce un calcul iterativ cu un număr mic de iterații, ce salvează surplusul de memorie utilizat de schemele de interpolare de ordin mai mare.

II.5.5. Concluzii

Prima parte a capitolului prezintă două metode de soluționare în variabile primare (viteză-presiune) a ecuațiilor de curgere (Metoda Corecției Presiunii - MCP și Metoda Compresibilității Artificiale - MCA). Ecuațiile “modificate” rezultate sunt discretizate cu Metoda Volumului Finit - FVM utilizând un aranjament “colocated” pentru calculul variabilelor (componentele vitezei și presiunea). Determinarea integralelor volumice și de suprafață, implică două nivele de aproximare: *interpolarea* și *integrarea* care se realizează cu tehnicile prezentate în partea a doua a capitolului.

² deferred correction - “corecție ulterioară”

II.6. Alegerea domeniului de analiză. Generarea frontierelor

II.6.1. Introducere

Primul pas în Metodele Numerice pentru Simularea Câmpurilor (Computational Field Simulation - CFS) este construirea unei aproximări discrete pentru regiunea studiată. Această reprezentare poate fi: *structurată*, *nestructurată*, *hibridă* sau *multibloc* și *adaptivă*. Rețeaua generată trebuie să fie adaptată la frontiere, acoperind complet regiunea studiată, precum și densitatea punctelor rețelei să fie în concordanță cu soluția fizică a curgerii. Din păcate, numai pentru aplicațiile cele mai simple se poate genera rapid și ușor o rețea. De fapt, construirea geometriei și generarea rețelei este pe departe cea mai mare consumatoare de timp în raport cu întregul proces al CFS. Timpul consumat constă în definirea geometriei și introducerea acestei informații în "modulul" de generare al rețelei. Întâlnirea unei rețele inadecvate simulării, datorită prea puținelor puncte sau a distribuției necorespunzătoare a acestora, adesea conduce la reconstituiri multiple ale rețelei pentru problema dată, pentru ca simularea curgerii să fie îmbunătățită.

Deci, discretizarea spațială a domeniului trebuie să se obțină fără discontinuități a spațiilor rețelei și fără introducerea deformărilor mari ale celulelor sau elementelor. Aceste restricții fac dificil procesul de generare a rețelei, ceea ce a condus la dezvoltarea domeniului în ultima decadă.

Scopul este de a genera o rețea netedă, ce corespunde frontierelor fizice ale problemei, rezolvarea ecuațiilor cu derivate parțiale specificată în problemă cu câteva scheme numerice de integrare, capabile să manipuleze cu coordonatele curbilinii neortogonale generale. Metodele cu diferențe finite sunt orientate pe punctele rețelei și necesită nu numai punctele rețelei dar și metrici ale transformării, în timp ce metoda volumelor finite și a elementelor finite sunt orientate celula și necesită numai punctele rețelei. Depinzând de modelul matematic utilizat, există și diferite cerințe de mapări caracteristice domeniului.

O descriere matematică precisă a geometriei domeniului de analiză este primul pas spre generarea rețelei de discretizare. Din acest punct de vedere, cea mai fericită situație apare când curbele, respectiv suprafețele domeniului de curgere, sunt disponibile ca o funcție analitică de (x,y) pentru cazul 2D, respectiv (x,y,z) pentru cazul 3D. Din păcate, aceasta se întâmplă rareori în practică, și de aceea suntem forțați să generăm curbe, respectiv suprafețe din coordonatele discrete sau din alte surse ce conțin acest tip de informații.

II.6.2. Alegerea domeniului de analiză

În această secțiune vor fi prezentate **mapările**³ (transformările) dintre domeniul fizic și domeniul de calcul, pentru regiuni *simplu*, *dublu* și *multiplu conexe*. O alegere particulară pentru corespondența frontierelor are influență asupra distorsionării rețelei interioare.

II.6.2.1. Regiuni simplu conexe

O regiune *simplu conexă* implică că orice contur ce închide o regiune se poate reduce la lungime nulă fără să conțină o frontieră a regiunii. Cele mai simple tipuri de mapări sunt necesare ca o regiune definită prin patru curbe să fie transformată într-un domeniu de calcul dreptunghiular.

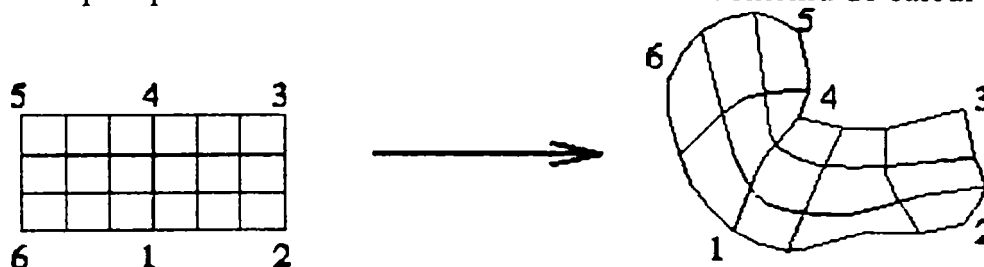


Fig. II.16 Domeniu simplu conex, Filipiak (1996).

³ termenul *mapare* este echivalent cu *transformare*

Aceși regiune de formă "L" în DF poate fi mapată într-o regiune dreptunghiulară în DC (vezi Fig. II.16). Totuși, în acest caz panta discontinuității dintre A și D din DF apare pe liniile de η constant (între 1 și 4) în DC.

Modul de mapare de la DF la DC trebuie să ia în considerare rezultatul distorsionării rețelei cuplat cu studiul soluției curgerii. Pe cât posibil se vor alege acele tipuri de mapări ce au o influență mai mică asupra preciziei globale, să apară pe cât posibil în regiunile în care curgerea este uniformă și să fie eliminate din regiunile de interes.

II.6.2.2. Regiuni dublu conexe

Un domeniu dublu conex este o regiune care se reduce la un domeniu simplu conex prin introducerea unei **singure 'tăieturi'**. Dacă DF include complet în interiorul său un corp, atunci el este luat ca un domeniu dublu-conex.

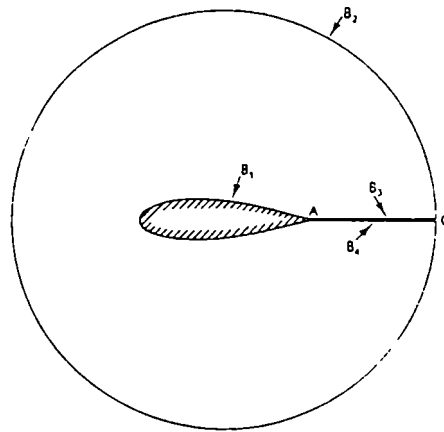


Fig. II.17 Domeniu dublu conex, Paolucci (1992).

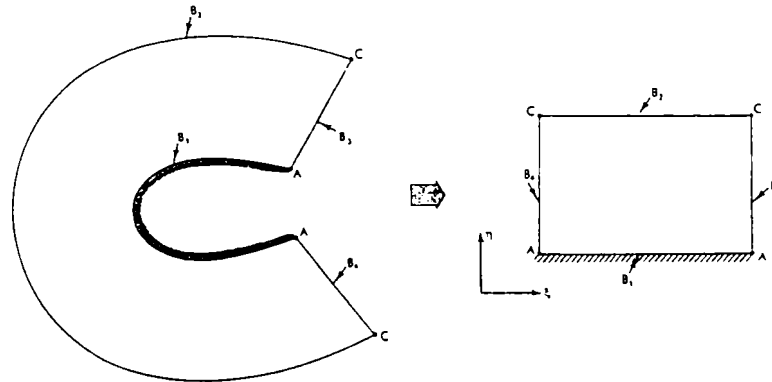


Fig. II.18 Transformarea domeniului dublu conex în simplu conex, Paolucci (1992).

Procedura de reducere a unui domeniu dublu conex la unul simplu conex se realizează prin inserarea unei tăieturi, ce se extinde de la un punct de pe corp (frontiera interioară) la un punct de pe frontiera exterioară. De exemplu, considerăm cazul unui profil aerodinamic (vezi Fig. II.18). Forma frontierei exterioare poate fi luată un cerc, o elipsă sau un dreptunghi, etc.

Pentru a "despacheta" DF la DC dreptunghiular, se introduce tăietura marcată prin linia AC. În acest caz, frontierele sunt identificate prin: B_1 , B_2 , B_3 și B_4 , Paolucci (1992), Hoffmann & Chiang (1998).

II.6.2.3. Regiuni multiplu conexe

Procedura utilizată la domenii dublu conexe poate fi extinsă la domenii multiplu conexe. Pentru o regiune multiplu conexă, în interiorul domeniului se pot găsi mai mult de un obiect. Tăietura este introdusă să lege un corp de celelalte și respectiv de frontieră (vezi Fig. II.19), deci

este introdus un “pas intermediar” rezultând forma DC, Paolucci (1992), Hoffmann & Chiang (1998).

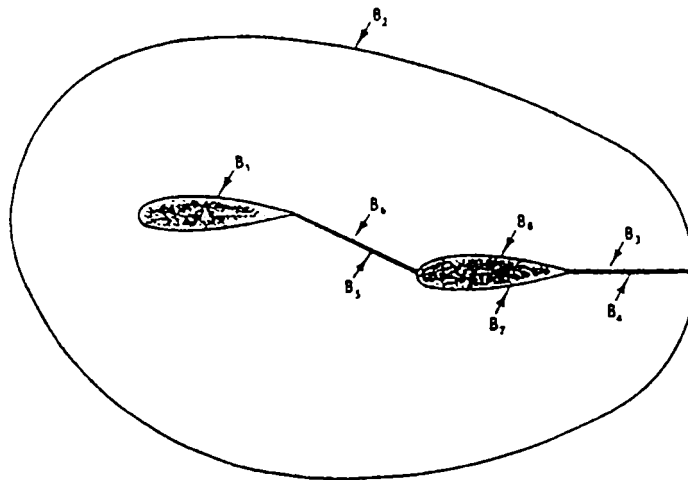


Fig. II.19 Domeniu multiplu conex, Paolucci (1992).

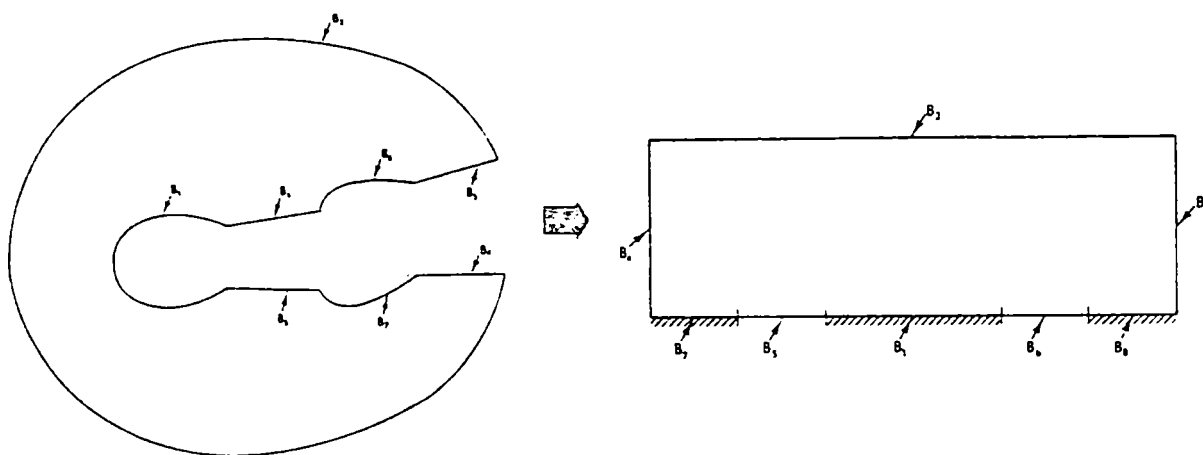


Fig. II.20 Transformarea domeniului multiplu conex în simplu conex, Paolucci (1992).

II.6.3. Generarea frontierelor.

II.6.3.1. Generarea frontierelor 1D

Pentru a construi geometria, sunt necesare punctele ce delimitează domeniul fizic, așa numiții *poli*. Un *pol*, este un punct geometric al cărui coordonate nu pot fi modificate în timpul procesului de generare al rețelei și care în final este un *nod* al rețelei, Reymond (1992). Exemple de poli sunt: colțurile domeniului, bordul de fugă al profilelor, etc. În unele cazuri, pentru frontierele 1D se oferă un set de puncte discrete, așa numitele *puncte de control*. Un punct de control, este un punct geometric al cărui coordonate nu se pot modifica, dar care nu este obligatoriu un *nod* al rețelei. Exemple de noduri de control sunt: punctele ce descriu o curbă respectiv o suprafață, etc.

Pentru definirea frontierelor, în unele cazuri se pot utiliza ecuații analitice care permit descrierea riguroasă a acesteia (linie, cerc, elipsă, etc). Dar cum de cele mai multe ori, frontiera este definită cu ajutorul unor puncte de control, este necesar să se apeleze la, interpolări polinomiale, curbe spline, curbe Bezier, curbe B-spline, curbe NURBS⁴, etc.

Utilizarea **interpolărilor polinomiale** de tip Lagrange sau Hermite,

$$u(t) = \sum_{i=0}^m z_i L_i(t);$$

⁴ NURBS - Non-Uniform Rational B-Spline

$$L_i(t) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^m \frac{(t - t_j)}{(t_i - t_j)};$$

permit construirea unor polinoame de grad m (unde m este numărul de puncte prin care se dorește să se realizeze interpolarea). Problema interpolărilor polinomiale constă în oscilațiile ce apar dacă m este de grad mare ($m > 15$), și poate fi eliminată prin utilizarea interpolărilor polinomiale pe segmente (intervale).

Curbele **spline** reprezintă funcții approximate pe intervale. Unele din cele mai practice curbe spline, sunt curbele spline cubice care utilizează polinoame de grad III la interpolarea pe intervalele și au următoarele avantaje: minimizarea curburii, economie de operații și memorie, stabile din punct de vedere numeric.

În practică se pot genera: curbe spline interpolate la care curba trece prin fiecare punct de control, (vezi Fig. II.21) și curbe spline approximate la care curba urmărește punctele de control, (vezi Fig. II.22), Reymond (1995).

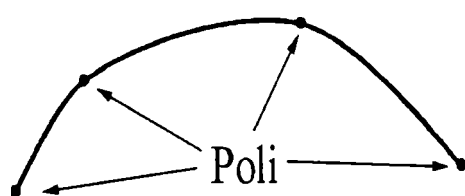


Fig. II.21 Curbă spline interpolată

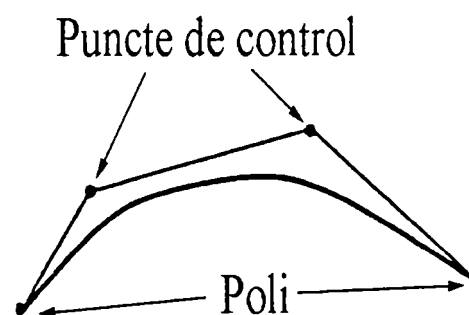


Fig. II.22 Curbă spline aproximată.

Dezavantajul splin-urilor constă în deformarea globală a acestuia dacă se deplasează un punct de control. Acest dezavantaj este eliminat de utilizarea curbelor B-spline.

O curbă **B-spline** este definită de formula,

$$C(t) = \sum_{i=1}^n p_i B_{i,k,t}(t)$$

Curba B-spline este o combinație liniară de secvențe de B-splin-uri $B_{i,k,t}$, numită *baza B*, determinată unic de vectorul de "knot"-uri t și ordinul k . Ordinul este determinat de gradul polinomului plus unu. De exemplu, dacă ordinul este $k=2$, gradul polinoamelor este I și curbele B-spline vor fi generate de segmente liniare. Dacă, ordinul este $k=3$, gradul polinoamelor este II și curbele B-spline sunt generate de segmente parabolice. Dacă ordinul este $k=4$, gradul polinoamelor este III curbele B-spline sunt generate de segmente cubice, etc.

Dimensiunea curbei $C(t)$ este egală cu cea a punctelor de control p_i . De exemplu, dacă dimensiunea punctelor de control este unu, curba este o *funcție*, dacă dimensiunea este doi, curba este *plană*, și dacă dimensiunea este trei, curba este *spațială*.

Domeniul parametric al curbei B-spline $C(t)$ este intervalul $[t_k, t_{n+k}]$ astfel că din punct de vedere matematic, curba este o transformare $C: \dots$ unde d este dimensiunea spațiului Euclidian al punctelor de control.

Reprezentarea completă a unei curbe B-spline constă din:

dim: dimensiunea spațiului Euclidian 1,2,3, ...;

n: numărul de vârfuri (identic cu numărul de curbe B-spline);

k: ordinul curbelor B-spline;

t: vectorul de "knot"-uri al curbei B-spline; $t=(t_1, t_2, \dots, t_{n+k})$

p: punctele de control ale curbei B-spline; $p_{d,i}$ unde $d=1,2,\dots,dim$; $i=1,2,\dots,n$

de exemplu: pentru $dim=3 \Rightarrow p=(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_n, y_n, z_n)$

O curbă NURBS este o generalizare a unei curbe B-spline:

$$C(t) = \frac{\sum_{i=1}^n w_i p_i B_{i,k,t}(t)}{\sum_{i=1}^n w_i B_{i,k,t}(t)}$$

În plus la datele unei curbe B-spline, curba NURBS $C(t)$ are o secvență de ponderi, w_1, w_2, \dots, w_n .

Avantajul curbelor NURBS față de curbele B-spline se regăsește în reprezentarea exactă a secțiunilor conice (pentru ordinul $k=3$). Dezavantajul constă în dependența neliniară între curbele NURBS și ponderile lor, ceea ce conduce la calcule suplimentare pentru evaluarea derivatelor, deci mai complicate și mai puțin eficiente decât curbele B-spline.

Reprezentarea unei curbe NURBS este identică cu a unei curbe B-spline exceptând includerea:

w : secvența de ponderi; $w=(w_1, w_2, \dots, w_n)$

II.6.3.2. Generarea profilelor aero/hidro-dinamice.

O problemă specifică geometriilor din turbomașini, o reprezintă generarea profilelor aero/hidro-dinamice din clasele NACA⁵, Göttingen, MHT, etc. Pentru acestea pot apărea următoarele situații:

1. calculul profilului analitic. Pentru aceste situații utilizăm biblioteci de profile, Norris (1998);
2. trasarea profilului printr-un set de puncte, cu ajutorul curbelor B-spline și NURBS Lavoie (1998). Această metodă se utilizează în situațiile în care profilele sunt disponibile sub forma unui set de puncte, din cataloagele de profile Dobândă (1986), sau din alte surse;

Profilele NACA.

Aceste profile sunt descrise prin curba scheletului $y_f(x)$ și prin funcția de grosime $y_d(x)$. O clasificare a acestora se prezintă în continuare:

Profile NACA din seria 4 cifre

Profilele din această clasă sunt specificate prin: f/l , x_f/l și d/l .

NACA 8 4 10

- > grosimea relativa in procente, $d/l*100[\%]$
- > distanta sagetii scheletului fata de bordul de atac, in zecimi de coarda $x_f/l*10$
- > curbura in procente, $f/l*100[\%]$

Exemplu: Profilul NACA 8410, are curbura $f/l=8\%$, săgeata scheletului este situată la distanța $x_f/l=0.4$ din l față de bordul de atac, iar grosimea relativă este de $d/l=10\%$.

Observație: Profilele ce încep cu 00 NU au curbură și sunt denumite *profile simetrice*.

Profile NACA din seria 5 cifre

Aceste profile au aceeași funcție de grosime ca și cele din seria 4 cifre. Curbura scheletului scade progresiv de la bordul de atac către bordul de fugă.

Sistemul de numerotare a profilelor se bazează în acest caz pe o combinație a caracteristicilor aerodinamice teoretice cu cele geometrice

⁵ NACA - National Advisory Comitee for Aeronautics

NACA 2 30 12

- grosimea relativa a profilului in procente, $d/l \cdot 100[\%]$
- distanta de bordul de atac a ordonatei maxime a scheletului, in procente de coarda (este egala cu jumatatea numarului format din cele doua cifre)
- valoarea relativa a coeficientului de portanta de calcul, in zecimi, C_p (este egal cu $1.5 \cdot$ prima cifra)

Exemplu: Profilul NACA 23012, are un coeficient de portanță de calcul $c_p = \frac{1.5 \cdot 2}{10} = 0.3$, poziția ordonatei maxime a scheletului este $x_f/l = \frac{30/2}{100} = 0.15$, iar grosimea relativă a profilului are valoarea $d/l=0.12$.

Profile NACA ale seriilor modificate cu 4 și 5 cifre

Unele modificări mai vechi ale profilelor seriei cu 4 cifre urmăreau obținerea unor borduri de atac mai teșite sau mai ascuțite decât cele normale. Profilele seriei modificate ale seriei cu 5 cifre au scheletul prevăzut cu inflexiune pentru a produce un coeficient de moment nul, în raport cu punctul situat la abscisa $0.25l$, la regimul de calcul. Aceste profile sunt indicate luând a treia cifră 1 în loc de 0 și sunt mai puțin utilizate.

II.6.3.3. Generarea frontierelor 2D.

Notațiile și discuțiile realizate pentru frontierele 1D sunt extinse pentru generarea frontierelor 2D. Din acest motiv, vom prezenta doar suprafețele B-spline și NURBS.

O suprafață B-spline este definită de relația:

$$s(u, v) = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} p_{i,j} B_{i,k_1,u}(u) B_{i,k_2,v}(v)$$

cu punctele de control $p_{i,j}$ și două variabile u și v .

Formula prezintă faptul că o funcție de bază a suprafeței B-spline este un produs de două funcții de bază a curbelor B-spline.

Reprezentarea completă a unei suprafețe B-spline constă din:

dim : dimensiunea spațiului Euclidian;

n_1 : numărul de vârfuri în raport cu primul parametru (u);

n_2 : numărul de vârfuri în raport cu al doilea parametru (v);

k_1 : ordinul curbelor B-spline după primul parametru;

k_2 : ordinul curbelor B-spline după al doilea parametru;

u : vectorul de "knot"-uri al curbelor B-spline în raport cu primul parametru;

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_{n_1+k_1})$$

v : vectorul de "knot"-uri al curbelor B-spline în raport cu al doilea parametru;

$$v = (v_1, v_2, \dots, v_{n_2+k_2})$$

p : punctele de control ale suprafeței B-spline;

$p_{d,i,j}$ unde $d=1, 2, \dots, dim$; $i=1, 2, \dots, n_1$; $j=1, 2, \dots, n_2$;

pentru $dim=3 \Rightarrow p = (x_{1,1}, y_{1,1}, z_{1,1}, x_{2,1}, y_{2,1}, z_{2,1}, \dots, x_{n_1,1}, y_{n_1,1}, z_{n_1,1}, \dots, x_{n_1,n_2}, y_{n_1,n_2}, z_{n_1,n_2})$

O suprafață NURBS este o generalizare a unei suprafețe B-spline

$$s(u, v) = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} w_{i,j} p_{i,j} B_{i,k_1,u}(u) B_{i,k_2,v}(v)}{\sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} w_{i,j} B_{i,k_1,u}(u) B_{i,k_2,v}(v)}$$

În plus la datele unei suprafețe B-spline, suprafața NURBS are ponderile $w_{i,j}$. Avantajul suprafețelor NURBS constă în reprezentarea exactă a mai multor suprafețe “analitice” comune: sfere, cilindri, tori și conice. Dezavantajul lor, ca și în cazul curbilor, constă din dependența neliniară cu ponderile, conducând la efectuarea unor calcule suplimentare ceea ce le fac mai puțin eficiente în unele cazuri.

Reprezentarea unei suprafețe NURBS este identică cu a unei suprafețe B-spline exceptând includerea:

$$w = (w_{1,1}, w_{2,1}, \dots, w_{n_1,1}, \dots, w_{2,1}, \dots, w_{n_1,n_2})$$

II.6.4. Generarea frontierelor 2D.

Generarea geometriei domeniului de analiză, este primul pas spre realizarea simulării numerice. Avantajul acestui domeniu constă în dezvoltarea unui număr foarte mare de programe CAD⁶/CAE⁷/CAM⁸ care și-au transferat experiența câștigată. Existența librăriilor de obiecte (NURBS++, DTNURBS, etc) disponibile pentru modelarea geometriei reflectă “maturitatea” domeniului.

Următorul pas, constă în discretizarea spațială a domeniului de analiză, care trebuie să satisfacă condiții foarte exigente în ceea ce privește: distribuirea, deformarea, orientarea celulelor. Aceste restricții fac dificil procesul de generarea a rețelei, motiv care a condus la apariția unui nou domeniu, cunoscut ca **Generarea Rețelelor (Grid Generation)**.

Deoarece o foarte mare parte din timpul alocat unei simulări numerice este consumat la *preprocesare* (60-80%), aceasta impune: dezvoltarea și integrarea cu mai multă atenție, a “uneltelor numerice” din procesul de generare a geometrie și rețelei de discretizare, pentru a reduce costurile simulării, împreună cu o creștere a preciziei soluției.

II.7. Tehnici de discretizare spațială

II.7.1. Rețele structurate și nestructurate

Diferența fundamentală dintre rețelele structurate și nestructurate constă în forma structurilor de date care descriu rețeaua, Weatherill (1996).

O **rețea structurată** cu elemente patrulate conține un set de coordonate și legături cu “maparea” naturală în elemente a matricii. Punctele învecinate dintr-o rețea în spațiul fizic sunt elementele învecinate în matricea de puncte a rețelei, vezi Fig. II.23.

În cazul unei rețele structurate 2D, $X(i,j)$, se poate să utilizeze stocarea coordonatelor punctelor într-o matrice 2D. Indexul⁹ poate fi ales să descrie poziția punctelor într-o direcție, astfel în respectiv j , sunt indexii pentru acest caz. Deci, în acest fel indicii i și j reprezintă două familii de linii. Această idee se extinde natural la rețele 3D, introducând al treilea indice, k , pentru cea de-a treia familie de linii.

⁶ CAD - Computed Aided Design

⁷ CAE - Computed Aided Engineering

⁸ CAM - Computed Aided Manufacturing

⁹ indexul - reprezintă indicele de parcurgere a structurii (matrice, arbore, etc.)

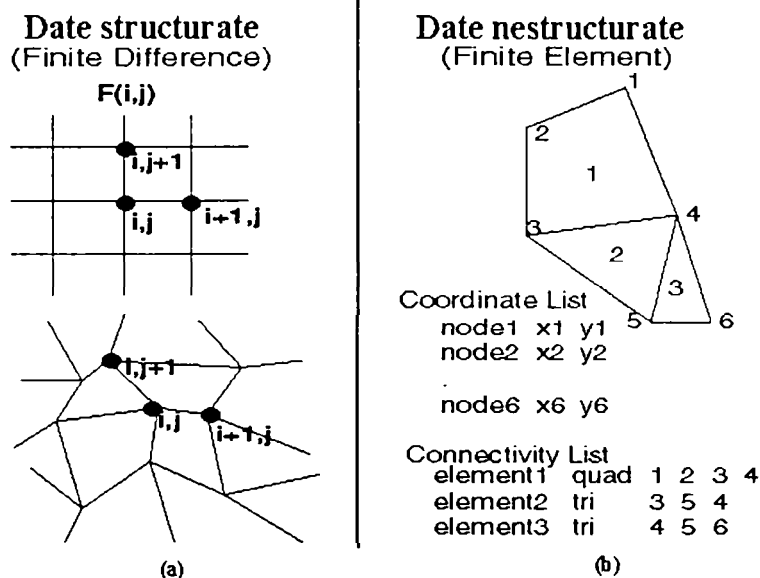


Fig. II.23 Comparație între date structurate (a) și nestructurate (b), Filipiak (1996).

Pentru o rețea nestructurată, punctele nu pot fi reprezentate într-o manieră asemănătoare și sunt furnizate informații suplimentare. Pentru orice punct, se definește explicit și legătura cu celelalte puncte, prin intermediul *matricii de conexiuni*, Fig. II.23.

O formă tipică de format de date pentru o rețea 2D nestructurată este:

Nr. de puncte,
 Nr. de elemente,
 $x_1, y_1,$
 $x_2, y_2,$
 $x_3, y_3,$

 $n_1, n_2, n_3,$
 $n_4, n_5, n_6,$
 $n_7, n_8, n_9,$

unde (x_i, y_i) sunt coordonatele punctului "i", și $n_i=1, \dots, N$ este numărul de puncte. Triada (n_1, n_2, n_3) indică elementul triunghiular ce are vârfurile în nodurile n_1, n_2, n_3 . Celelalte forme de matrici sunt echivalente, de exemplu legăturile se pot realiza pe laturi.

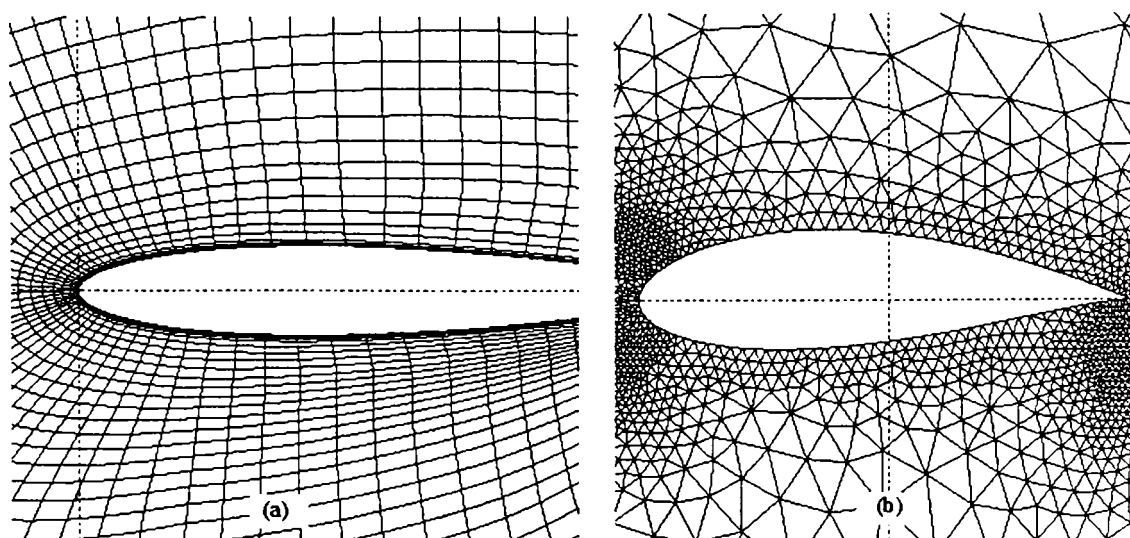


Fig. II.24 Rețeaua structurată (a) și nestructurată (b) din jurul unui profil, Filipiak (1996).

În Fig. II.24 sunt prezentate comparativ rețeaua structurată (Fig. II.24a), respectiv nestructurată (Fig. II.24b), utilizate la dicretizarea domeniului din jurul unui profil, pentru cazul 2D, Filipiak (1996).

Totuși, avantajul real al rețelelor nestructurate este datorat punctelor și legăturilor care nu posedă nici o structură globală. De aceea, este posibil să adăugăm și să eliminăm noduri și elemente, pe baza unei scheme de adaptare la condiții și la geometrie.

Deci, rețeaua nestructurată este forma ideală pentru discretizarea domeniilor geometrice complexe și a câmpurilor caracteristice complexe. Totuși, absența oricărei caracteristici de direcționare globală dintr-o rețea nestructurată, complică structurile de date și algoritmi ce sunt aplicați în aceste cazuri.

II.7.2. Probleme privind generarea rețelelor structurate

II.7.2.1. Rețele nealiniat și aliniat la frontieră

Frontierele solide în interiorul câmpului de curgere joacă un rol important. În majoritatea aplicațiilor, frontierele solide generează caracteristicile de interes ale curgerii. Deci, este esențial ca frontierele solide să fie reprezentate precis în spațiul rețelei și atunci formularea numerică a condițiilor la limită pe pereții solizi poate fi implementată precis și eficient. Aceste cerințe au rezultat din utilizarea rețelelor aliniat la frontieră, punctele acestora sunt amplasate pe frontiere și liniile rețelei sunt aliniat la frontierele geometrice (vezi Fig. II.25).

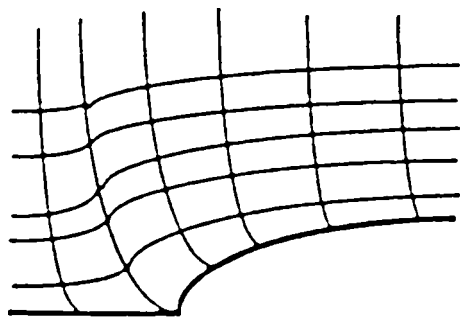


Fig. II.25 Rețea aliniată la frontieră, Weatherill (1996).

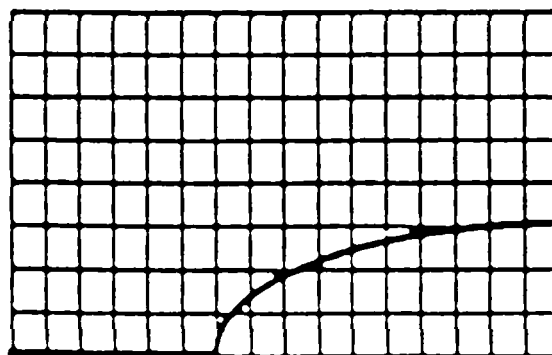


Fig. II.26 Rețea nealiniată la frontieră, Weatherill (1996).

O astfel de aproximare, deși o aproximare naturală din punct de vedere al implementării condițiilor la limită, introduce o severă restricție în procedura de generare a rețelei. O aproximare alternativă, este să elimine această restricție din generarea rețelei și să permită liniilor rețelei să treacă peste frontierele solide, fără să se alinieze la ele (vezi Fig. II.26).

Problema implementării precise a condițiilor la limită este atunci transferată algoritmilor de soluționare și tehnicilor proprii de construcție.

Au fost studiate atât aproximările aliniat cât și cele nealiniat. Astăzi strategia alinierii la frontieră este mult mai populară și utilizată într-o măsură mult mai mare, Weatherill (1996).

Una din caracteristicile tehnicilor de construcție a rețelelor, constă în diferența dintre tehnicile dezvoltate pentru tratarea curgerilor sau alți algoritmi de analiză, deoarece nu există legi fizice care să guverneze obținerea acestora. Se pot utiliza orice fel de ecuații sau construcții geometrice. Aceasta se reflectă în marea diversitate și diferență de tehnicile care au fost explorate.

II.7.2.2. Transformări

Pentru prezentarea problemei se consideră o problemă 2D, făcându-se referire la modelul 3D.

Acest domeniu fizic (DF) este transformat într-un *dreptunghi* (sau în anumite cazuri *patrat unitar*), numit domeniu de calcul (DC). Cunoșcând poziția punctului din domeniul de calcul (ξ, η) , se pune problema determinării coordonatelor (x, y) ale punctului din DC. Pentru cazul problemelor 3D, domeniul de calcul devine o *cutie* (numită *cutie parametrică* sau *cub unitar*). Apare determinarea corespondenței poziției punctului (ξ, η, ζ) din domeniul de calcul, cu cel de coordonate (x, y, z) din domeniul fizic, Fletcher (1991).

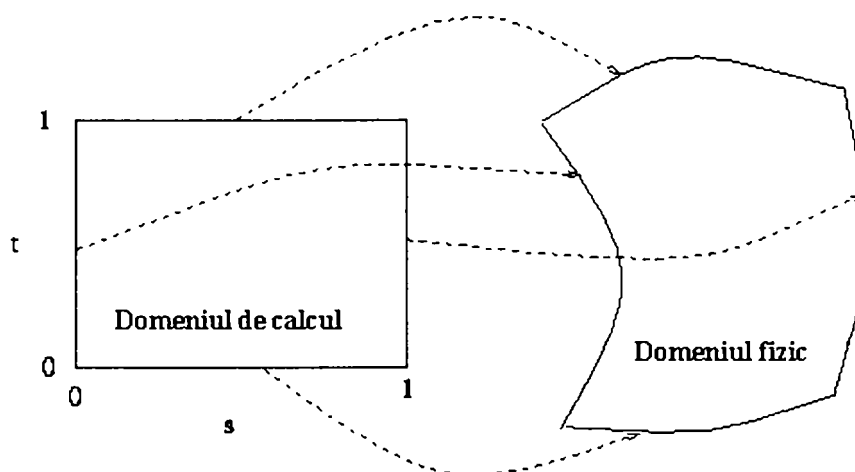


Fig. II.27 Transformarea de la domeniu de calcul (DC) la domeniu fizic (DF), Filipiak (1996).

O aproximare conceptuală în generarea rețelelor constă în fixarea valorilor lui ξ și η pe frontierele fizice, în prima fază. Ulterior sunt determinate punctele interioare prin găsirea intersecțiilor liniilor de coordonate ale familiilor opuse desenate între punctele frontierelor corespunzătoare.

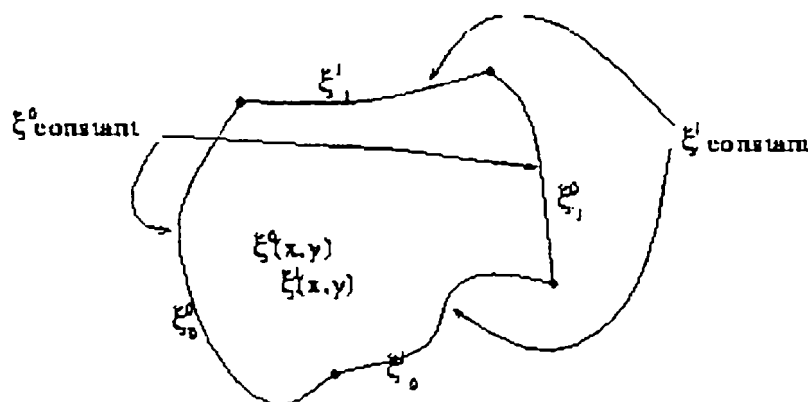


Fig. II.28 Prezentarea problemei.

În acest sens, problema generării rețelei poate fi pusă ca o problemă cu valori la limită: se dau $\xi = \xi_b(x,y)$ și $\eta = \eta_b(x,y)$ pe frontiera ∂R , generăm $\xi = \xi(x,y)$ și $\eta = \eta(x,y)$ în regiunea R mărginită de ∂R .

Coordonatele fizice (x,y) , în general Carteziene, sunt variabile independente și coordoatele generalizate (ξ,η) sunt variabilele dependente.

În practică rețeaua este generată cu un efort de calcul mai mic, lucrând în domeniul de calcul. Evident determinăm pozițiile punctelor pe frontiera dată $x = x_b(\xi,\eta)$ și $y = y_b(\xi,\eta)$.

Deoarece punctele interioare din domeniul de calcul formează o rețea regulată și frontierele coincid cu liniile de coordonate, determinarea $x(\xi,\eta)$, $y(\xi,\eta)$ este mai ușor de realizat decât în domeniul fizic neregulat, aceasta fiind valabilă în particular și pentru rezolvarea unei ecuații cu derivate parțiale.

Specificarea problemei cu valori la limită de mai sus s-a bazat pe condițiile la limită Dirichlet. Totuși adesea dorim să introducem condiții la limită de tip Neumann. De exemplu, acestea se utilizează în cazul în care liniile de coordonate intersectează normal frontiera fizică. Aceasta implică, că pe anumite segmente ale frontierei, se specifică unghiul de intersecție (în general 90 grade) ale liniilor de coordonate cu frontiera și găsirea punctelor de intersecție pe frontiere sunt determinate ca părți ale soluției complete la problema cu condiții la limită. O extindere normală este specificarea condițiilor la limită mixte, unde se dorește menținerea controlului ambelor situații la determinarea punctelor rețelei pe frontieră și ortogonalitatea rețelei la frontieră.

Aproximări în rezolvarea problemei cu valori la limită pentru determinarea punctelor interioare ale rețelei structurate, se pot face prin următoarele clase:

- a) Algebrice.
- mapări conforme;
 - interpolare transfinită (TFI¹⁰);
 - multisuprafață;
- b) Cu ecuații cu derivate parțiale (PDE¹¹).
- eliptice;
 - hiperbolice;
 - parabolice;

c) Variaționale.

Înainte de a descrie tehnicile specifice, se consideră corespondențele topologice între domeniul fizic și domeniul de calcul.

În această transformare, se impun câteva constrângeri:

- a) maparea trebuie să fie bijectivă - nu se acceptă ca unui punct din domeniul fizic să-i corespundă (să-i mapăm) două puncte în domeniul de calcul, și invers. Cu alte cuvinte, liniile aceleiași familii nu trebuie să se intersecteze și liniile diferitelor familii se pot intersecta numai odată.
- b) se dorește o distribuție netedă a rețelei;
- c) concentrarea punctelor în regiunile cu gradienti mari;

Unei mapări $x=x(\xi,\eta)$, $y=y(\xi,\eta)$ i se poate determina biunivocitatea mapării prin evaluarea determinantului Jacobianului transformării, $|J|$.

$$|J| = x_{\xi}y_{\eta} - y_{\xi}x_{\eta} > 0 \quad (\text{II.101})$$

Pentru ca maparea să fie bijectivă, trebuie ca $|J|$ să fie finit și diferit de zero. Depinzând de modul cum a fost generată rețeaua, $|J|$ poate fi evaluat analitic sau numeric în fiecare punct al rețelei pentru a verifica dacă maparea este biunivocă. O astfel de verificare se poate face ușor printr-un program de calcul, afișându-se toate punctele unde maparea are valori duble.

II.7.2.3. Tipuri de mapări. Avantaje și dezavantaje

Termenul “tip de mapare” este utilizat aici într-un sens liber și va semnifica “caracteristicile principale ale transformării între cutia parametrică (DC) și domeniul fizic (DF)”. Tipurile întâlnite sunt: H, C și O și provind din aproximarea formei lor, Eriksson (1982), Sottas & Reymond (1994), Filipiak (1996). Avantajele și dezavantajele tipurilor vor fi discutate pentru cazul generării rețelelor în jurul profilului.

Se cunoaște că un generator structurat construiește o rețea pe domeniul fizic (care este o regiune simplu conexă) prin transpunerea rețelei de pe domeniul canonic.

Tipul H. Specific acestui tip, sunt liniile rețelei care intersectează frontierele domeniului (atât frontiera de intrare cât și cea de ieșire) sugerând existența unui H. Avantajul obținut din utilizarea simplă, este plătit cu dificultatea de a controla mărimea elementelor în zonele bordurilor de atac și de fugă ale profilului.

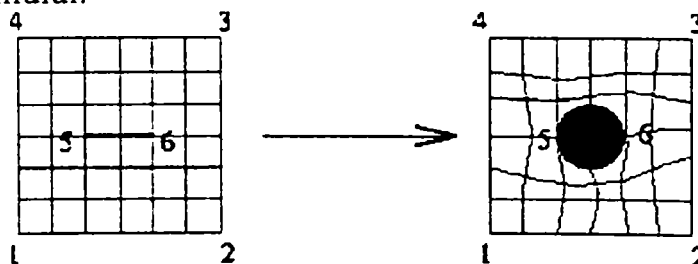


Fig. II.29 Maparea de tipul H, Filipiak (1996).

¹⁰ TFI - Transfinite Interpolation

¹¹ PDE - Partial Differential Equations

Tipul C. Se observă în Fig. II.30, că liniile rețelei intersectează doar frontiera de ieșire, înconjurând zona bordului de atac, de unde provine denumirea de tipologie “C”. Avantajul față de tipul H, constă într-un control foarte bun al mărimii și formei elementului în această zonă, dar are dezavantajul unei implementări mai pretențioase.

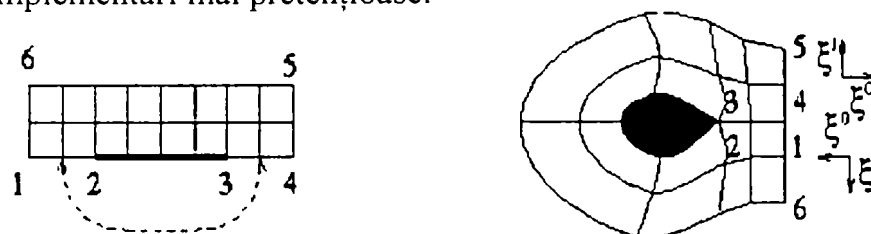


Fig. II.30 Maparea de tipul C, Filipiak (1996).

O variantă a tipului C este prezentată în Fig. II.31.

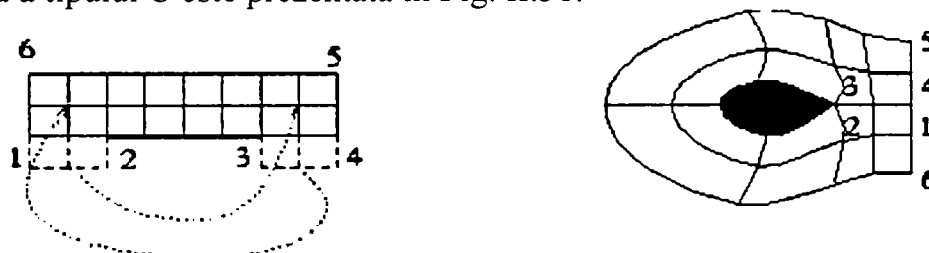


Fig. II.31 Variantă a mapării de tipului C, Filipiak (1996).

Tipul O. Spre deosebire de tipul C, liniile rețelei înconjoară ambele borduri: de atac și de fugă ale profilului, sugerând un O. În acest fel, se extinde avantajul tipului C și la bordul de fugă. Dezavantajul major al acestui tip, este necesitatea bordului de fugă rotunjit.

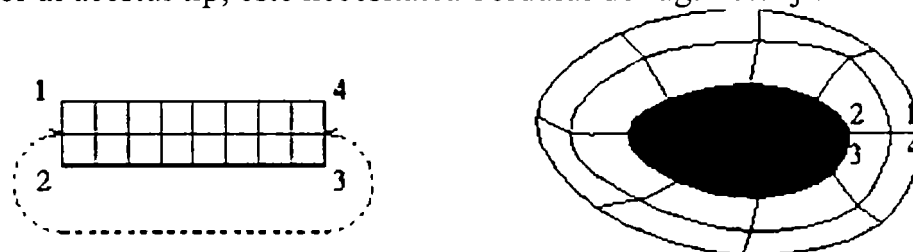


Fig. II.32 Maparea de tipul O, Filipiak (1996).

Deoarece rezolvarea problemelor numerice s-a dezvoltat cu preponderență în domeniul aeronautic, anumiți termeni specifici (cum este în acest caz, tipul de mapare) s-au preluat și în alte domenii. Denumirile date în figură sunt simboluri standard acceptate pentru tipurile de rețele 2D (ex. “Carteziană”/“H”, “C”, “Polară”/“O”), în timp ce pentru cele 3D simbolizarea se obține prin combinarea a două tipuri 2D, primul indică tipologia rețelei după direcția corzii și al doilea tipologia rețelei după direcția anvergurii ca în Fig. II.33 (exemple: “H-H”, “H-C”, “H-O”, “C-H”, “C-C”, “C-O”, “O-H”, “O-C” și “O-O”). O observație importantă trebuie făcută: trebuie să tratăm cu mare atenție problemele 3D și anume specificarea combinațiilor, deoarece există o mare deosebire între rețelele “C-H” și “H-C”, aceasta fiind valabil și pentru celelalte combinații.

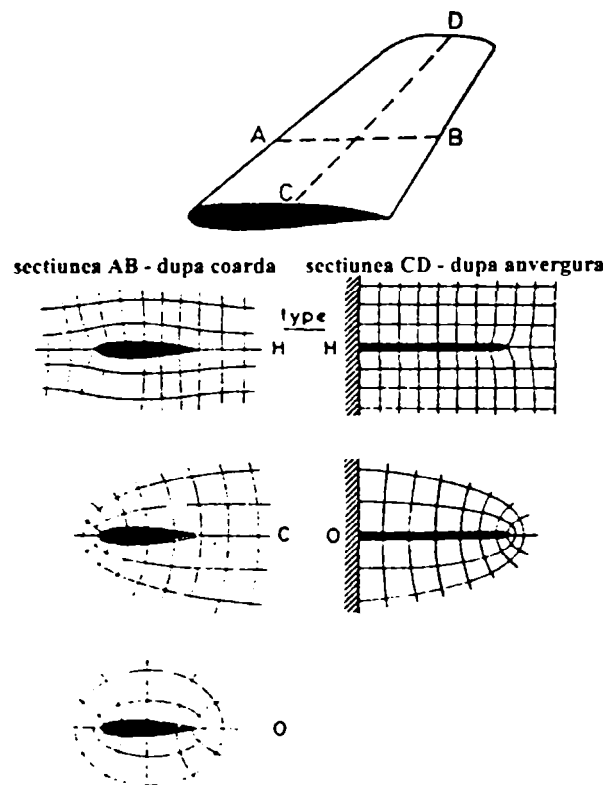


Fig. II.33 Modul de realizare a tipurilor de combinații 3D, Eriksson (1982).

II.7.3. Tehnici utilizate în generarea rețelelor structurate

Pentru a putea genera o rețea pe o suprafață trebuie să parcurgem următoarele etape Steinbrenner et. al. (1990):

- distribuirea punctelor pe frontierele domeniului;
- inițializarea punctelor pe fețe utilizând metode algebrice (TFI);
- redistribuirea punctelor rețelei pe fețe utilizând metode cu PDE;

Din clasificarea prezentată în secțiunea *Transformări* de la pag. 64, vom considera metoda TFI din clasa generatoarelor algebrice și metoda ecuațiilor cu derivate parțiale eliptice din clasa PDE.

Utilizarea metodelor din clasa PDE, permite generarea unor rețele de calitate dorită, dar are dezavantajul că este o metodă iterativă care necesită calculatoare performante. Pentru a elimina această problemă, se utilizează metodele directe (neiterative), metoda “transfinită” care are avantajul generării rapide a rețelei, dar care în schimb are dezavantajul că nu poate satisface toate cerințele. Pentru aceasta s-au realizat studii asupra acestei metode, care au permis îmbunătățirea rețelelor generate.

Programele profesionale de generare a rețelelor, ca: GRIDGEN (dezvoltat de Steinbrenner et. al. (1990) - Pointwise Inc.), 3DGRAPE (dezvoltat de: Sorenson (1989) - NASA Langley Research Center), 3DMAGG (dezvoltat de: Sorenson, Alter & Weilmuenster (1993) - NASA Langley Research Center), TIGER, GENIE++ (dezvoltat de: Soni B. & Shih M.-H. - Mississippi State University), HAMAC (dezvoltat de: Reymond (1995) - EPFL), SMESH3D, etc. au implementate mai multe proceduri pentru metode din clase diferite.

II.7.4. Generarea rețelelor în componentele turbinei Francis

Pentru aplicarea noilor metode pe configurații complexe din turbomașini, se încearcă atingerea obiectivelor principale ale eforturilor de proiectare, care sunt *precizia și fiabilitatea*. Un punct vital în atingerea acestor puncte este rețeaua de noduri ce acoperă domeniul de calcul și pe care se găsește soluția.

Astfel definim, următorii termeni:

- rețele nevâscoase - sunt generate pentru modelarea curgerilor nevâscoase;
- rețele vâscoase - sunt generate pentru modelarea curgerilor vâscoase, și care au o tratare specială în zona stratului limită (de exemplu: un număr foarte mare de elemente în această zonă);

În funcție de fenomenul modelat, din punct de vedere al rețelei generate pot să apară următoarele situații:

- rețele incompatibile - apar în situația în care rețeaua nu este adaptată la fenomenul studiat și conduce la erori fundamentale (de exemplu, utilizarea “rețelelor nevâscoase”¹² pentru rezolvarea unei probleme vâscoase);
- rețele “necorespunzătoare” - apar în situația în care proprietățile rețelei care se impun pentru problema dată, NU sunt corespunzătoare (de exemplu: îndesirea rețelei în zonele cu gradienti mari, nu sunt ortogonale, regulate, etc.);
- rețele “corespunzătoare” - care satisfac cerințele fenomenului modelat și corespunzător proprietățile impuse rețelei;

Aplicarea tipologiilor H și C la domeniul de curgere din turbomașină, se prezintă în Fig. II.34:

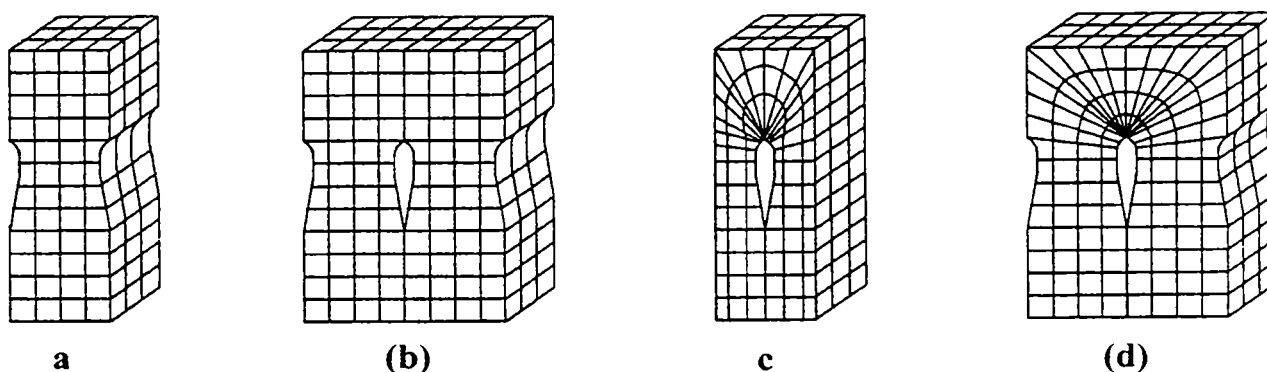


Fig. II.34 Tipuri de măpări utilizate în turbomașini, Sottas & Reymond (1994).

Tipologia de tip H din Fig. II.34a respectiv cele de tip C/C2 din Fig. II.34c,d sunt aplicarea celor din secțiunea “Tipuri de măpări. Avantaje și dezavantaje” din pagina 66.

Tipologia de tip H, din Fig. II.34a a fost la început topologia cel mai frecvent utilizată, vezi Sottas & Ryhming (1993). Această tipologie are marele dezavantaj că rezidurile se concentrează în zona bordului de atac al profilului, generând distribuții de viteze respectiv distribuții de presiuni cu erori mari pe profil. Pentru a elimina acest dezavantaj, s-au introdus tipologiile C/C2 din Fig. II.34c,d respectiv tipologia H2 din Fig. II.34b, care permite distribuirea rezidurilor în zone în care nu se mai simte influența în zona profilului, Borresen et al. (1994), idee sugerată și în secțiunea “Regiuni simplu conexe” de la pagina 56.

Deosebirea dintre cele două tipuri de măpări de tip C/C2, constă din numărul de pași ai rețelei considerați pentru definirea domeniului, și anume: în Fig. II.34c se consideră deschiderea pe un pas pe când în Fig. II.34d s-a luat pe doi pași, cu alte cuvinte modelarea realizându-se pe un canal respectiv două canale interpaletare. Avantajul numărului redus de puncte din tipologia C cu modelare pe un canal este eliminat de determinarea condițiilor la limită la mijlocul canalului interpaletar, fapt ce a impus utilizarea celui de-al doilea tip.

Dificultățile ce apar în turbomașini, constau din deformarea 3D accentuată a geometriei de curgere. Aceasta problemă conduce la dificultăți în generarea rețelei canalului interpaletar, având repercursiuni asupra stabilității și convergenței algoritmului precum și asupra preciziei rezultatelor.

¹² “rețele nevâscoase” este un termen folosit pentru rețelele ce sunt generate pentru rezolvarea problemelor nevâscoase (nu tratează zona stratului limită), denumite în literatură, *rețele Euler*.

Generarea rețelei 3D pentru modelarea curgerii în distribuitorul GAMM constă din generarea unei rețele “corespunzătoare” 2D pentru secțiunea de $z=0$ și utilizarea tehnicii “stivuirii”, vezi Fig. II.35. Această tehnică constă din stivuirea rețelelor plane 2D de la $z=0$ de-a lungul axei z . Tehnica “stivuirii”, este valabilă în zonele în care paleta este dreaptă, deci pentru zona statorului din turbinele Francis și zona aparatului director pentru turbinele Francis cu cădere medie-mare.

Generarea rețelelor 3D din rotorul turbinelor Francis, implică un efort de calcul mai mare, datorat deformării 3D accentuate a canalului. Utilizând tehnicile prezentate mai sus, se obține o rețea 3D corespunzătoare domeniului fizic.

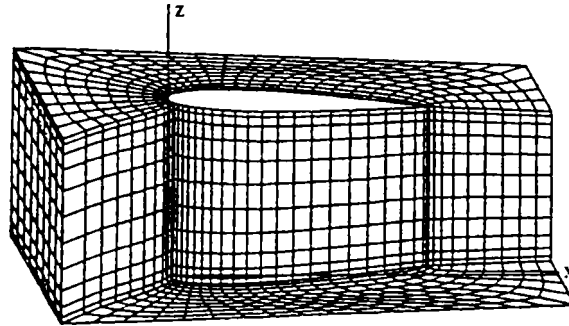


Fig. II.35 Rețea de distribuitor generată prin tehnica “stivuirii”, Neury (1986).

II.8. Rezolvarea sistemelor de ecuații algebrice

II.8.1. Introducere

Aproximarea cu volume finite furnizează 3/4 ecuații algebrice pentru fiecare nod centrat al volumului de calcul din spațiul 2D/3D. Ecuațiile conțin termeni neliniari, necesitând pentru rezolvare o liniarizare, care implică rezolvarea unui sistem liniar la fiecare iterație. Sistemul ajunge de forma:

$$A_P \phi_P + \sum_l A_l \phi_l = Q_P \quad (\text{II.102})$$

unde P este nodul în care ecuațiile cu derivate parțiale sunt approximate și indicele l care rulează peste nodurile centrale ale celulelor învecinate. Nodul P și vecinii formează așa numita moleculă de calcul, ce permite calculul pentru cazurile 2D Fig. II.36 respectiv 3D Fig. II.37.

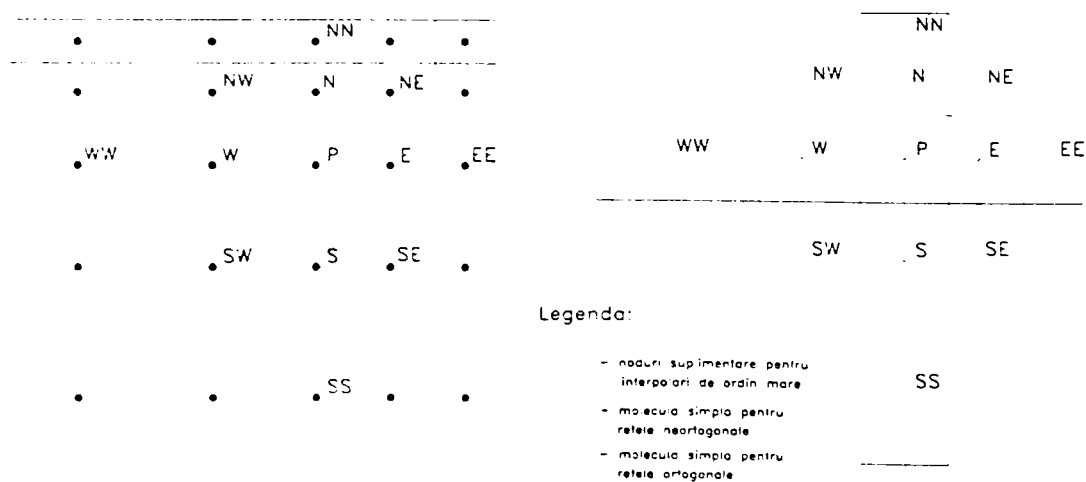


Fig. II.36 Molecula de calcul în rețeaua 2D, Peric (1985).

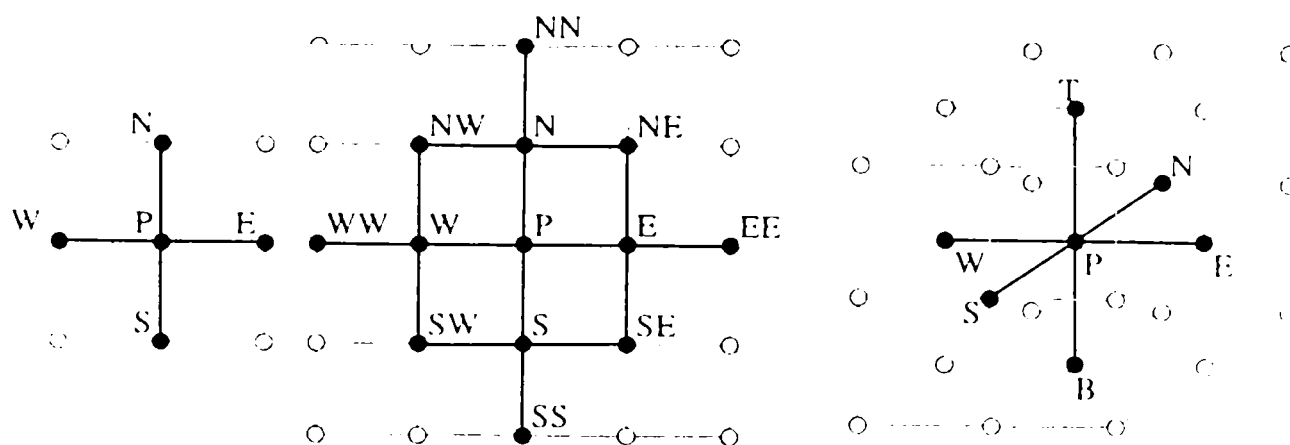


Fig. II.37 Moleculele 2D (5 și 9 puncte) respectiv 3D (7 puncte), Ferzinger & Peric (1996).

Coefficienții de influență A_l conțin mărimi geometrice, proprietățile fluidului și pentru ecuații neliniare, chiar valorile variabilelor. Q_P conține toți termenii care nu conțin necunoscutele (se presupun cunoscute).

Numărul de ecuații și numărul de necunoscute trebuie să fie egal. În mod normal, avem un număr mare de ecuații algebrice liniare, care se rezolvă numeric. Sistemul se poate scrie în notație matriceală astfel:

$$\mathbf{A}\phi = \mathbf{Q} \quad (\text{II.103})$$

unde \mathbf{A} este matricea pătrată rară a coeficienților, ϕ este un vector ce conține valorile variabilelor în nodurile de calcul ale rețelei și \mathbf{Q} este vectorul ce conține termenii cunoscuți.

Structura matricii \mathbf{A} depinde de ordonarea variabilelor în vectorul ϕ . Pentru rețelele structurate, dacă numerotarea variabilelor începe dintr-un colț și se parcurge linie după linie într-o manieră regulată (*ordonare lexicografică*) matricea are o structură multidiazonală. Pentru cazul unei molecule de calcul cu 5 puncte, toți coeficienții sunt plasați pe diagonala principală, cele două diagonale învecinate, și alte două diagonale găsite pe poziția N de la diagonala principală, unde N este numărul de noduri într-o direcție. Toți ceilalți coeficienți sunt nuli. Această structură permite utilizarea eficientă a solver-elor iterative.

Variabilele sunt în mod normal stocate în memoria calculatorului, într-o matrice monodimensională. Pentru cazul 2D conversia între poziția în rețea și poziția din matricea de stocare se face cu relațiile:

Tab. II.1 Relațiile de conversie pentru cazul 2D.

Poziția în rețea	Notăția în molecula de calcul	Poziția în matricea de stocare
i, j	P	$l = (i+1)N_j + j$
$i-1, j$	W	$l - N_j$
$i, j-1$	S	$l - 1$
$i, j+1$	N	$l + 1$
$i+1, j$	E	$l + N_j$

Deoarece matricea \mathbf{A} este rară, nu are sens să stocăm întreaga matrice bidimensională practică utilizată pentru matricile dense. Stocarea elementelor pe fiecare diagonală nenulă într-o matrice separată de dimensiune $1 \times N_i N_j$, unde N_i și N_j sunt numărele de puncte în cele două direcții de coordonate, necesită numai $5N_i N_j$ cuvinte de stocare, în timp ce matricea plină ar necesita $N_i^2 N_j^2$ cuvinte.

Tab. II.2 Relațiile de conversie pentru cazul 3D.

Poziția în rețea	Notația în molecula de calcul	Poziția în matricea de stocare
i,j,k	P	$l=(k-1)N_iN_j+(i-1)N_j-j$
$i-1,j,k$	W	$l-N_j$
$i,j-1,k$	S	$l-1$
$i,j+1,k$	N	$l+1$
$i+1,j,k$	E	$l+N_j$
$i,j,k-1$	B	$l-N_iN_j$
$i,j,k+1$	T	$l+N_iN_j$

Pentru cazul 3D, sunt necesare $7N_iN_jN_k$ cuvinte de stocare, în timp ce matricea plină ar necesita $N_i^2N_j^2N_k^2$ cuvinte. Diferențele sunt suficient de mari, deoarece shema de stocare diagonală permite ținerea problemei în memorie, față de matricea densă la care nu este posibil.

În 2D ecuația algebrică liniarizată ajunge de forma:

$$A_{l,l-N_j}\phi_{l-N_j} + A_{l,l-1}\phi_{l-1} + A_{l,l}\phi_l + A_{l,l+1}\phi_{l+1} + A_{l,l+N_j}\phi_{l+N_j} = Q_l \quad (\text{II.104})$$

Așa cum am notat mai sus, are mai puțin sens să stocăm matricea ca un tablou 2D. Dacă diagonalele sunt stocate în tablouri separate, este mai bine să denumim fiecare tablou separat. Deoarece fiecare diagonală reprezintă conexiunea la un nod poziționat într-o direcție fixă față de variabila nodului central (P), îi vom nota cu A_W , A_S , A_P , A_N și A_E și pozițiile lor în matrice pentru o rețea cu 5x5 noduri interne sunt redată în Fig. II.38. Cu această ordonare a punctelor, fiecare nod este identificat cu indicele l , care este poziția de stocare relativă. În această notație ecuația de mai sus ajunge de forma:

$$A_W\phi_W + A_S\phi_S + A_P\phi_P + A_N\phi_N + A_E\phi_E = Q_P \quad (\text{II.105})$$

unde indicele l , care indică rândul în ecuația (II.104), este subînțeles că indicele coloanei sau poziția în vector au fost înlocuite cu litera corespunzătoare. O tratare similară se aplică și la cazul 3D.

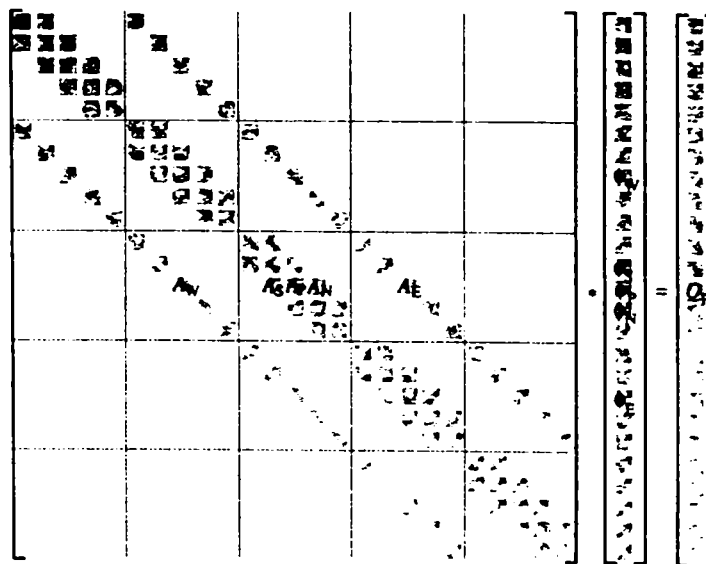


Fig. II.38 Sistemul în format matriceal, Ferzinger & Peric (1996).

II.8.2. Metode de rezolvarea sistemelor liniare de ecuații algebrice

Există mai multe metode pentru rezolvarea sistemelor liniare de ecuații algebrice. Problema provine din găsirea celei mai eficiente metode pentru soluționarea problemei existente. De multe ori, o metodă care lucrează eficient pentru o problemă de un tip, este ineficientă pentru altele.

Metodele de rezolvare a sistemelor liniare se împart în două clase: *metode directe* (la care soluția se obține într-un număr predictibil de pași) și *metode iterative* (la care soluționarea implică îmbunătățirea succesivă la fiecare pas a soluției, soluția finală obținându-se când rezidul este mai mic decât cel impus).

II.8.2.1. Metode iterative

Prin *metodă iterativă* vom înțelege un ansamblu de tehnici ce utilizează aproximații succesive prin care se obțin la fiecare pas soluții mai precise ale sistemului liniar. Metodele iterative se împart în două grupe: ***metode staționare***, care sunt mai vechi, mai simplu de înțeles și implementat dar care nu sunt așa de eficiente: *metoda Jacobi*, *metoda Gauss-Seidel*, *metoda Suprarelaxării Succesive (SOR)*, *metoda Suprarelaxării Succesive Simetrice (SSOR)* și ***metode nestacionare***, dezvoltate relativ mai recent, mai greu de înțeles și implementat dar în cele mai multe cazuri mult mai eficiente: *metoda Gradientului Conjugat (CG)*, *metoda Rezidului Minim (MINRES)* și *LQ Simetrice (SYMMLQ)*, *metoda Gradientului Conjugat la Ecuații Normale (CGNE)* și *Rezid Normal (CGNR)*, *metoda Rezidului Minim Generalizat (GMRES)*, *metoda Gradientului BiConjugat (BiCG)*, *metoda iterativă Chebyshev*, Barrett et. al (1994).

Rata cu care metoda iterativă converge, depinde în mare parte de spectrul coeficienților matricii. În consecință, metoda iterativă în mod obișnuit introduce o matrice ce modifică mult mai favorabil spectrul coeficienților matricii. Această matrice poartă denumirea de *precondiționeer*. Un bun preconditioner îmbunătățește convergența metodei iterative, cel puțin pentru a acoperi costurile de construcție și aplicare, iar în unele cazuri poate aduce chiar convergența problemei.

II.8.3. Concluzii

Extinderea la modelarea problemelor 3D, a adus din nou în atenție tehnicile de **rezolvare a sistemelor liniare și neliniare de ecuații**, precum și modul de stocare a acestora. Necesitatea de a realiza modelări 3D pe calculatoare cu caracteristici “modeste”, a impus dezvoltarea unor *solvere* performante, care să pună la dispoziție, metodele necesare pentru rezolvarea eficientă a unor clase de probleme.

Etapele de discretizare a domeniului și ecuațiilor ne conduc la un sistem cu un număr mare de ecuații neliniare (3/4 variabile pe celulă * numărul de celule pentru 2D/3D, ajungând la ordinul de $10^5 \dots 10^6$ ecuații, și chiar mai mult). Caracterul neliniar al ecuațiilor impune utilizarea unei *metode iterative*, la fiecare pas rezolvându-se un sistem liniar. Numărul mare de ecuații elimină posibilitatea utilizării unor proceduri directe pentru sistemele liniare, acestea fiind la rândul lor soluționate prin metode iterative. Trebuie menționat că până nu demult prezentarea unei metodologii numerice, *model matematic* → *discretizare* → *alcătuire sistem de ecuații* → *soluționare* insistă prea puțin pe ultima etapă, aceasta fiind considerată exclusiv ca o problemă de algebră și analiză matriceală, respectiv de implementare. Această strategie a funcționat relativ bine pentru probleme de dimensiuni modeste, cu cerințe reduse de memorie și timp de calcul. Situația este însă complet diferită în cadrul problemelor 3D. Dacă considerăm cazul aplicării unei proceduri iterative pentru un sistem de $\approx 10^6$ ecuații, a cărui stocare necesită $\approx 10^7$ valori reale, procedurile utilizate ridică cu un ordin de mărime necesarul de memorie, adică $\approx 10^8$ o. Ținând cont de necesarul de memorie fizică pentru stocarea unei variabile reale în dublă precizie (16 octeți), ajungem în final la $\approx 10^9$ o, adică 1Go memorie RAM necesară! Dacă la acestea se adaugă o viteză de convergență modestă, regăsită în timp de calcul de ordinul orelor până la zeci de ore, avem practic o imagine corectă a dificultăților ridicate de modelările 3D, Resiga (1999a).

În concluzie, pentru a obține o soluție cât mai reală, trebuie ca o bună parte a eforturilor de construire a unei metodologii de simulare a curgerilor 3D să fie canalizate spre construirea și implementarea unor tehnici de soluționare a sistemelor mari de ecuații.

II.9. Concluzii finale

Soluționarea problemelor de curgere a fluidelor necesită o pregătire multidisciplinară a inginerului, însoțită de abilitatea de a îmbina, coerent și eficient, cunoștințe din diferite domenii de pregătire tehnică.

Algoritmul general acceptat astăzi pentru abordarea și soluționarea unei probleme ingineresti are următoarele componente: *analiza fenomenului* → *construirea unui model matematic* → *stabilirea unei scheme de soluționare numerică a ecuațiilor* → *implementarea algoritmilor numerici într-un limbaj de programare* → *obținerea și analiza soluției numerice* → *validarea rezultatelor prin comparare cu date experimentale*. Atât strategiile de simulare cât și tehnicile numerice utilizate sunt într-o directă corelare cu fenomenul fizic. Ca rezultat, *simularea numerică a curgerilor necesită încă un nivel ridicat de expertiză pentru utilizator*.

În consecință, capitolul prezintă o abordare modulară care să aducă un plus de claritate, flexibilitate și eficiență în soluționarea curgerilor, cu tratarea elementelor specifice curgerii fluidelor în turbomașini. În această abordare, soluționarea problemelor utilizând simularea numerică necesită parcurgerea următoarelor etape:

PREProcesare - generarea geometriei și rețelei de discretizare spațiale;

Procesare - rezolvarea problemei;

POSTProcesare - vizualizarea datelor și interpretarea rezultatelor.

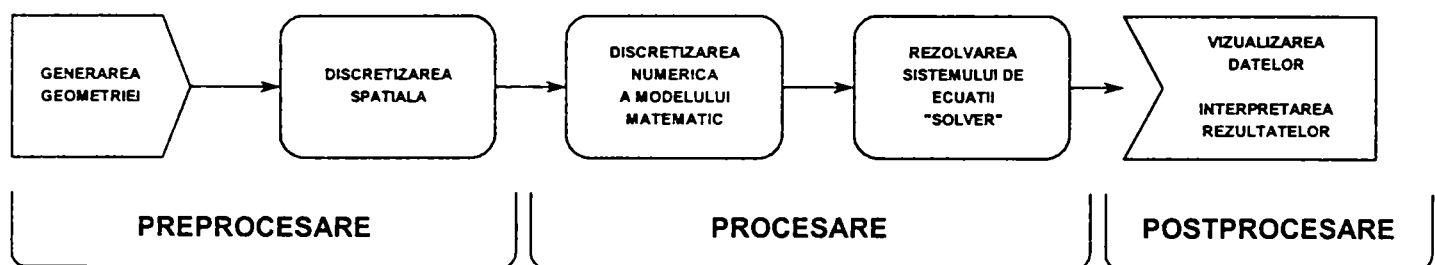


Fig. II.39 Schema unei simulări numerice.

Capitolul III

III. Problema test: Turbina Francis GAMM

III.1. Introducere

Problema test este modelul de turbină Francis, proiectat de grupul de la *Institut de Machines Hydrauliques et de Mécanique des Fluides* (IMHEF) din cadrul *École Polytechnique Federale de Lausanne* (EPFL) condus de Profesorul Pierre Henry. Acest model a fost conceput și realizat pentru seminarul GAMM “*3D - Computation of Incompressible Internal Flows*” care s-a desfășurat în 1989 la Lausanne, Sottas & Ryhming (1993), și ulterior a fost utilizat ca problemă test pentru seminariile derulate sub coordonarea *European Research Community On Flow Turbulence And Combustion* (ERCOFTAC), Parkinson (1995).

Cu măsurătorile experimentale realizate pe turbina Francis GAMM, s-a generat o *bază de date* corespunzătoare *punctului optim de funcționare*, pentru următoarele componente ale turbinei:

- rotorul turbinei în mișcare de rotație;
- distribuitorul turbinei (stator + aparat director);
- cotul tubului de aspirație al turbinei.

Baza de date este utilizată la validarea datelor obținute numeric cu diverse programe, pe fiecare componentă în parte sau într-o combinație de două sau trei componente. Baza conține:

- momentul și debitul total;
- distribuția de viteze și presiuni pe axele specificate;
- distribuția de presiuni pe paletele rotorului în mișcare.

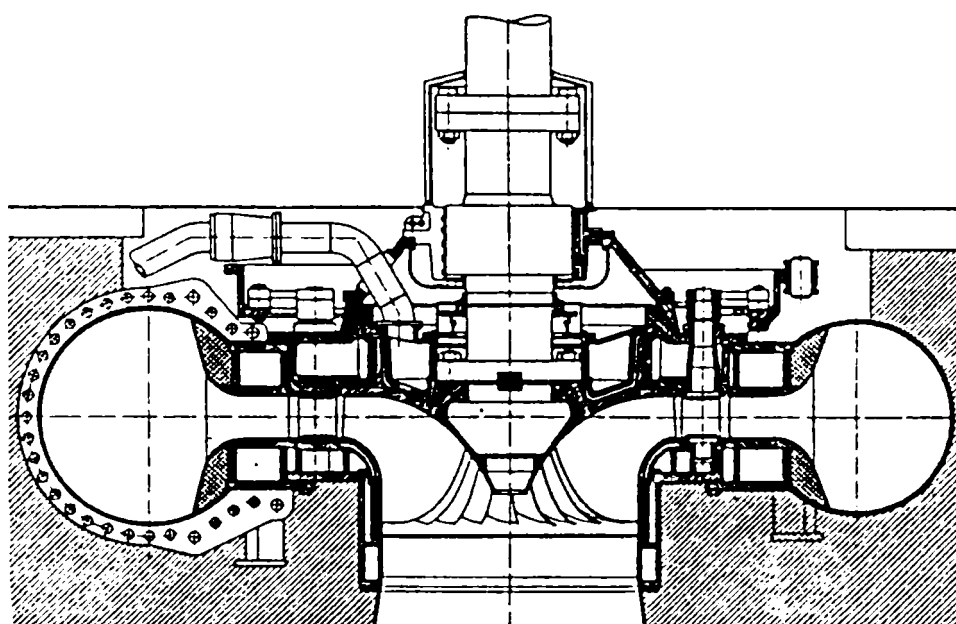


Fig. III.1 Secțiune prin turbina Francis GAMM, Sottas & Ryhming (1993).

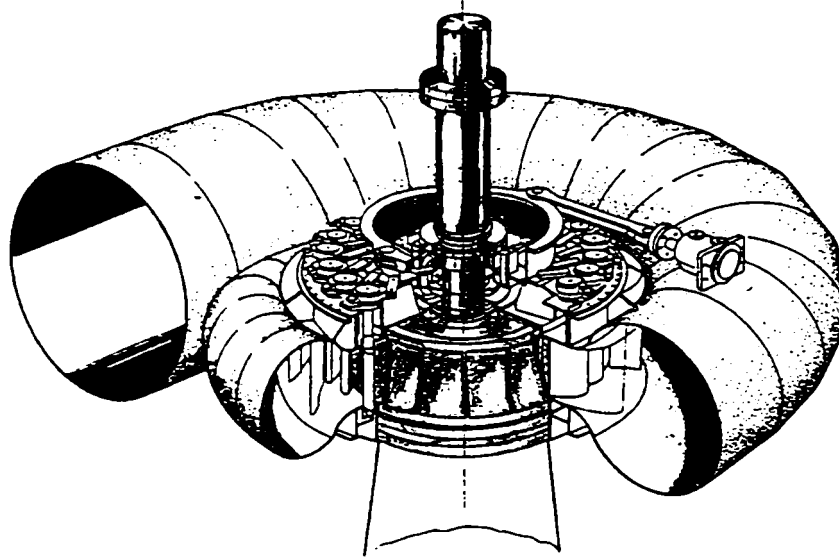


Fig. III.2 Vederea 3D a turbinei Francis GAMM, Parkinson (1995).

III.2. Caracteristici generale

Modelul experimental corespunde unei turbine Francis de turație specifică medie-mare, $n_s=275$ ($n_s^*=0.5$, $n_q=76$). Modelul a fost proiectat special pentru scopuri de cercetare și are următoarele caracteristicile:

Tab. III.1 Caracteristicile turbinei Francis GAMM.

	Sottas & Ryhming (1993)	Parkinson (1995)
deschiderea aparatului director α [°]	25	25.5
debit Q [m ³ /s]	0.372	0.374
viteza unghiulară ω [rad/s]	52.36	52.36
energia hidraulică E [J/kg]	58.42	58.558
momentul M [Nm]	375.54	377.55
temperatura apei T [°]	10.4	10.4

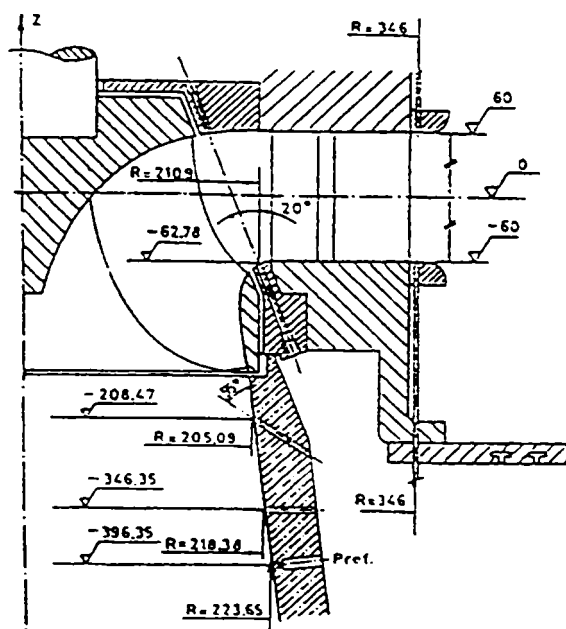


Fig. III.3 Secțiune meridiană a turbinei Francis GAMM, Sottas & Ryhming (1993).

Pentru acest model a fost proiectată o spirală de tip Piquet, ce asigură o distribuție meridională uniformă și constantă a vitezelor la intrarea în stator. Pe ambele părți de intrare în inelul statoric s-a realizat rotunjirea marginilor pentru a asigura cele mai bune condiții la intrare. În Fig. III.3 este prezentată o secțiune meridiană prin turbina Francis GAMM.

Diagramele hill sunt prezentate în Fig. III.4, iar mărimile utilizate sunt definite mai jos:

$$\psi_{\bar{1}e} = f(\varphi_{\bar{1}e}) \text{ respectiv } \psi_{ref} = f(\varphi_{\bar{1}e})$$

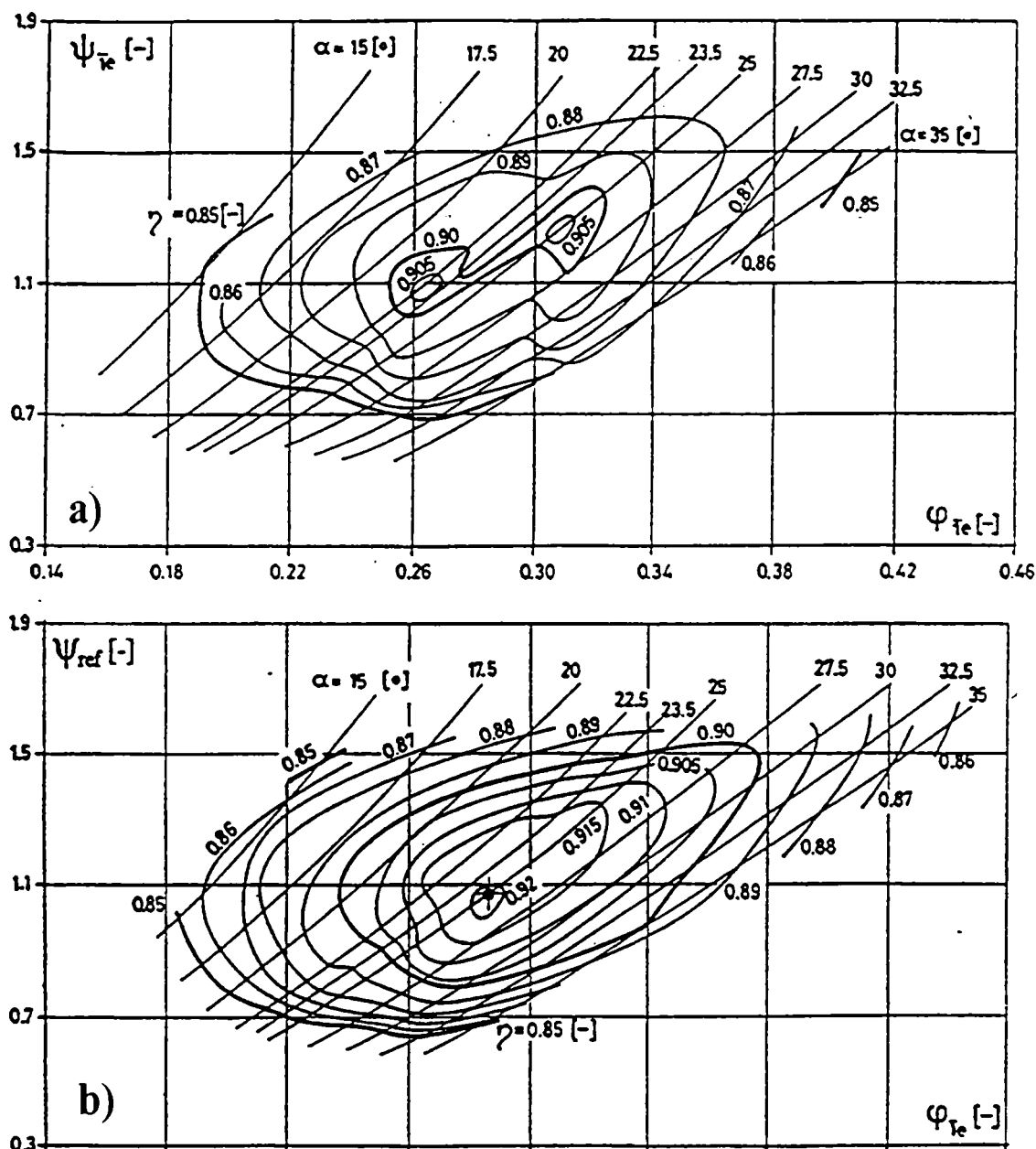


Fig. III.4 Diagramele hill ale turbinei Francis GAMM, Sottas & Ryhming (1993): a) cu secțiunea de măsură la ieșirea din tubul de aspirație; b) cu secțiunea de măsură la ieșirea din rotor (intrarea în tubul de aspirație)

III.3. Componentele turbinei Francis GAMM

III.3.1. Distribuitorul turbinei Francis GAMM

Distribuitorul conține 24 de paletе statorice și 24 de paletе ale aparatului director. Poziția unghiulară relativă a celor două rețele este reglabilă, dar pentru studiul prezent, unghiurile $\theta^{sv}=26.5^\circ$ și $\theta^{sv}=6.5^\circ$ rămân nemodificate, vezi Fig. III.5.

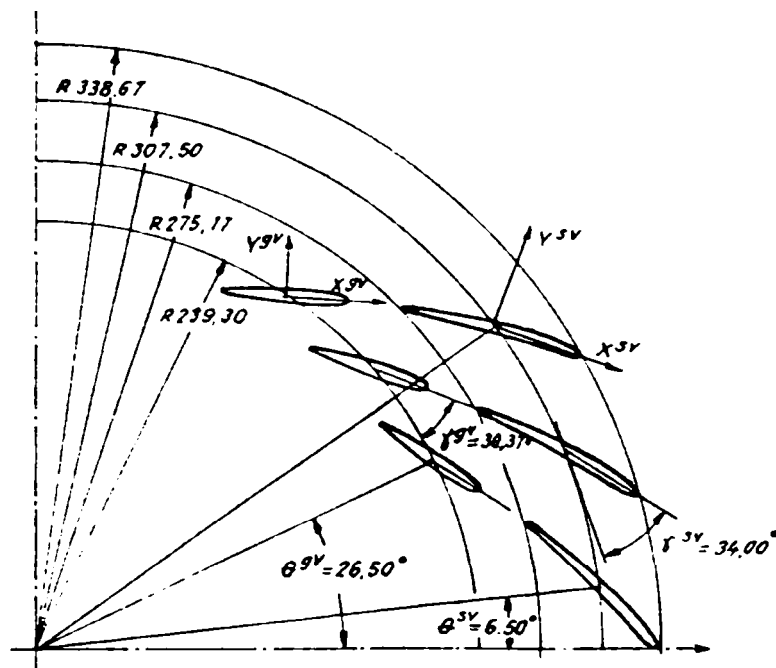


Fig. III.5 Vedere de sus a distribuitorului turbinei Francis GAMM, Sottas & Ryhming (1993).

Poziția închisă a aparatului director corespunde unghiurilor $(\alpha^{sv})_0 = 0^\circ$ și $(\gamma^{sv})_0 = 5.37^\circ$, ca în Fig. III.5. Unghiul de deschidere α^{sv} se determină în funcție de unghiul aparatului director, cu următoarea relație:

$$\gamma^{sv} = \alpha^{sv} + (\gamma^{sv})_0 \quad (III.1)$$

Caracteristicile instrumentelor de măsură utilizate, modul de amplasare în zona distribuitorului sunt prezentate în Avellan et al. (1993).

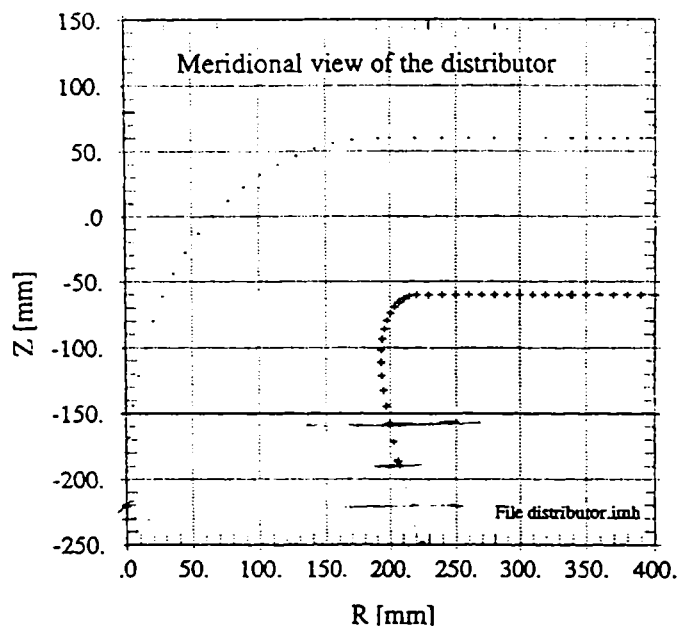


Fig. III.6 Vedere meridională a traseului hidraulic din turbina Francis GAMM, Sottas & Ryhming (1993).

III.3.1.1. Geometria distribuitorului

- inelul superior și inferior:

Modul în care aceste date sunt furnizate în baza experimentală de date, se găsesc în Partea I-a a lucrării, Sottas & Ryhming (1993). Tabelul ce conține coordonatele inelului și coroanei sunt prezentate în Parkinson (1995);

- limitele amonte și aval:

Limitele amonte și aval sunt suprafețe de revoluție generate de axele măsurate. Axa de intrare este verticală și intersectează inelul inferior la $R=346.0$ mm și $Z=-60.0$ mm, în timp ce axa de ieșire este oblică, făcând un unghi de 20° cu verticala și intersectând inelul inferior la $R=210.9$ mm și $Z=-62.78$ mm. Este important de subliniat că această suprafață de ieșire corespunde cu suprafața de intrare în rotor;

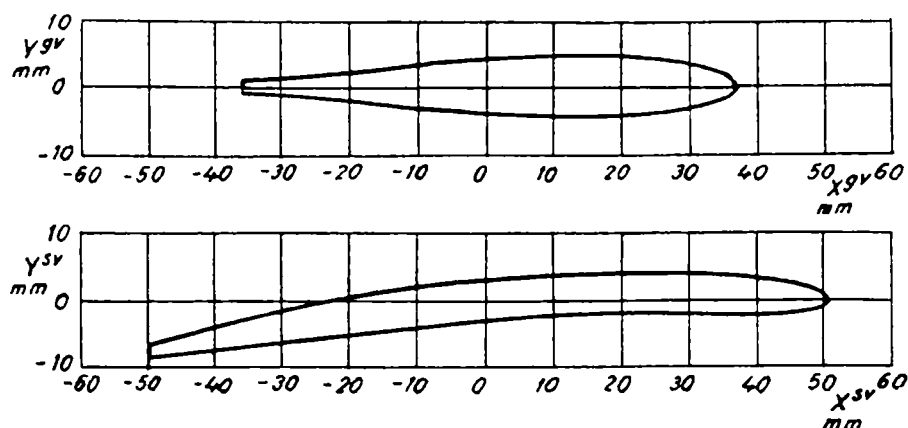


Fig. III.7 Profilele aparatului director și coloanei statorice, Parkinson (1995).

- geometria paletelor:

Paletetele sunt specificate într-un plan (X,Y). Modul în care aceste date sunt furnizate în baza de date experimentală, sunt disponibile în Partea I-a a lucrării, Sottas & Ryhming (1993). Tabelele ce conțin coordonatele profilelor statorului și aparatului director sunt prezentate în Parkinson (1995).

III.3.1.2. Condiții de încercare

Tab. III.2 Datele fizice disponibile pentru modelarea curgerii în distribuitor, Sottas & Ryhming (1993).

Energia hidraulică între secțiunile I și 2	$E_{1,2}=58.42$ J/kg
raza de referință	$R_{ref}=0.2$ m
presiunea statică de referință	$p_{ref}=94300$ N/m ²
acelerația gravitațională	$g=9.806$ m/s ²
Debitul	$Q=0.372$ m ³ /s
densitatea apei	$\rho=1000$ kg/m ³
distribuția de presiune $P-P_{ref}$ măsurată la intrarea și ieșirea din distribuitor	
distribuția de viteze (V_r, V_u, V_z) măsurată la intrarea și ieșirea din distribuitor	

Observație:

1. Fișierele de date cu geometria distribuitorului GAMM, **distribu.imh**, **stayv.imh** și **guide.imh**, sunt disponibile de pe discheta atașată tezei.
2. Distribuția de presiuni $p-p_{ref}$ și distribuția de viteze (V_r, V_u, V_z) măsurată la intrarea și ieșirea din distribuitor, împreună cu pozițiile punctelor de măsură sunt specificate în partea I-a a lucrării, Sottas & Ryhming (1993).

3. Pentru axa de intrare (în stator) sunt disponibile trei seturi de măsurători, corespunzătoare pentru trei poziții ale unghiului axei sondei ($\theta=265^\circ$, $\theta=355^\circ$, $\theta=175^\circ$). Pentru a se putea compara rezultatele din timpul seminarului s-a utilizat setul în care $\theta=265^\circ$.
4. Pe axa de ieșire, s-a constatat din analiza măsurătorilor de presiune, că avem o curgere axial simetrică și astfel s-a furnizat numai un set de date corespunzător în general măsurătorilor mediate transpuse pentru fiecare sondă transversală.

III.3.1.3. Rezultate experimentale

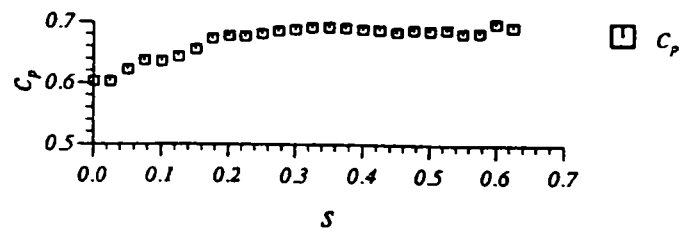
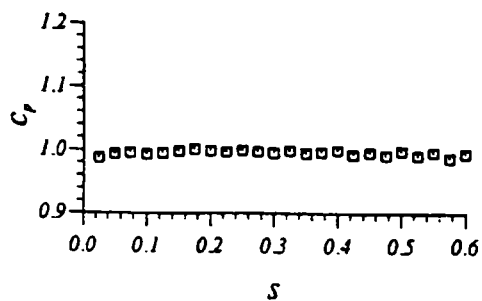
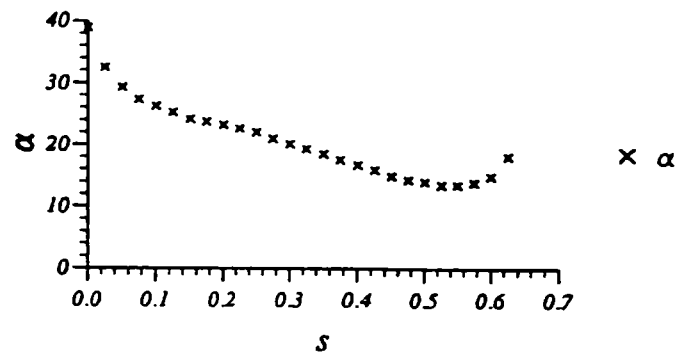
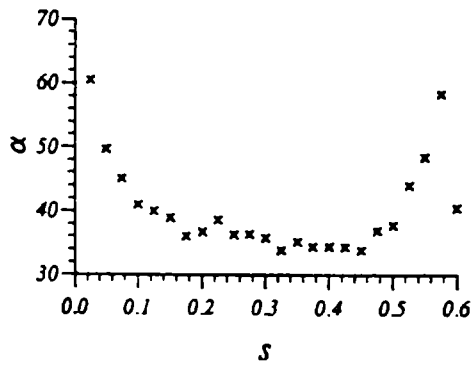
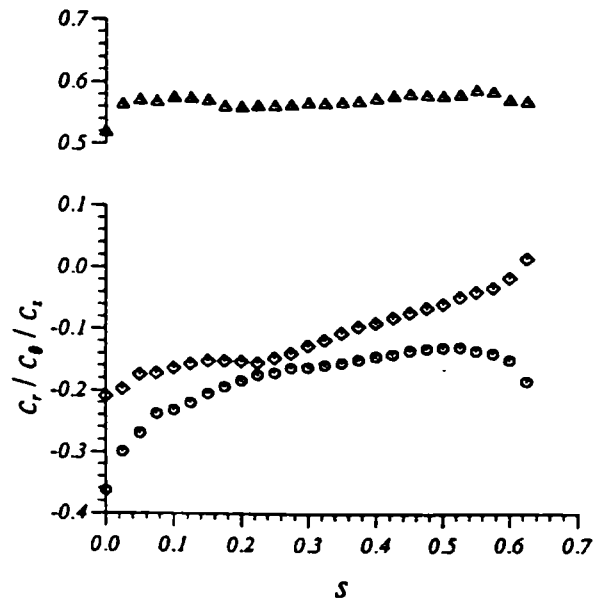
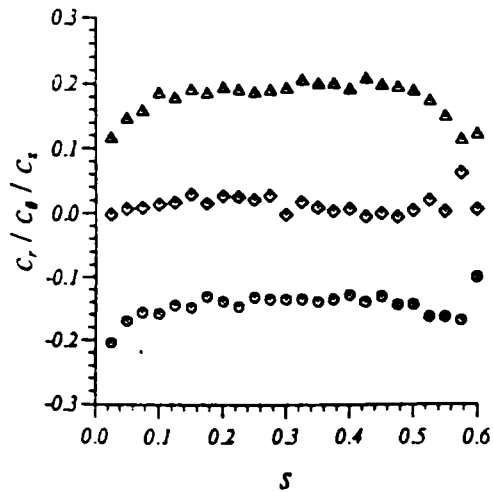


Fig. III.8 Datele experimentale din secțiunea de intrare în distribuitor, Sottas & Ryhming (1993).

Fig. III.9 Datele experimentale din secțiunea de ieșire din distribuitor, Sottas & Ryhming (1993).

III.3.2. Rotorul turbinei Francis GAMM ('Henry')

Rotorul are 13 palete, fiecare paletă a fost turnată din rășină epoxidică armată cu fibre de carbon. Paletele sunt fixate într-un rotor de aluminiu, ce are diametrul exterior de 0.4 m. În lucrarea Avellan et al. (1993), sunt specificate următoarele date:

- nivele de secționare și liniile de curent teoretice în vedere meridiană;

- vedere de sus a suprafeței de presiune;
- vedere de sus a suprafeței de depresiune;

pentru a prezenta paleta 3D (vezi Fig. III.10). S-a ales această soluție datorită numărului mare de puncte (200 de puncte pe fiecare din cele 17 linii de curent).

III.3.2.1. Geometria rotorului

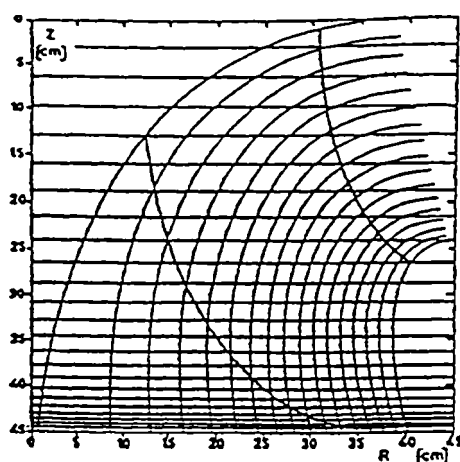
- specificarea canalului meridional;

Modul în care sunt specificate datele coroanei și inelului rotoric, sunt furnizate în baza experimentală de date și sunt precizate în partea I-a a lucrării, Sottas & Ryhming (1993).

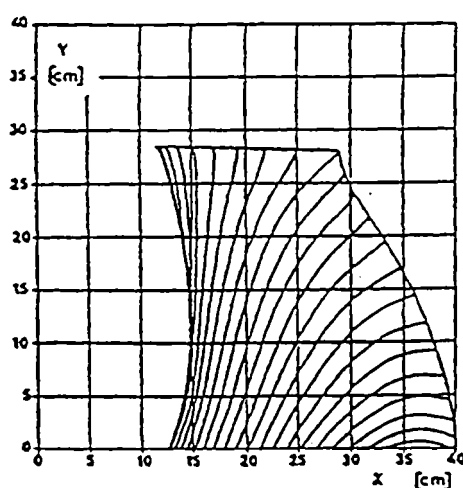
- limitele amonte și aval;

Limita amonte este suprafața de revoluție generată de axa de măsură. Axa de intrare este oblică, făcând un unghi de 20° cu verticala. Ea intersectează inelul inferior la $R=210.9$ mm și $Z=-62.78$ mm. Este important de subliniat că această suprafață de intrare în rotor corespunde cu suprafața de ieșire din distribuitor.

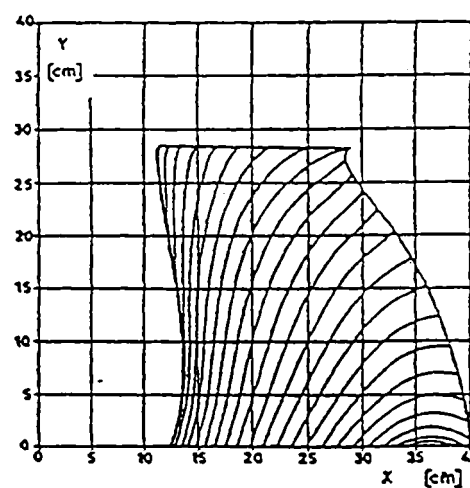
Limita aval este suprafața orizontală generată de axa de măsură. Axa de ieșire este orizontală și intersectează inelul la $R=218.38$ mm și $Z=-346.35$ mm. Se observă că această suprafață de ieșire constituie suprafața de intrare în tubul de aspirație.



Horizontal cross-section levels
and theoretical streamlines in
the meridional view



Top view pressure side



Top view suction side

Fig. III.10 Prezentarea paletii rotorului 'Henry', Sottas & Ryhming (1993).

- geometria paletelor;

Paletetele sunt specificate utilizând 17 secțiuni. Aceste secțiuni sunt intersecții cu suprafețele de revoluție. Modul în care aceste date sunt furnizate în baza experimentală de date, sunt indicate în partea I-a a lucrării, Sottas & Ryhming

(1993). Tabelul cu geometria rotorului, se găsește în fișierul **runner.imh**, disponibil pe discheta atașată tezei.

III.3.2.2. Condiții de încercare

Tab. III.3 Datele fizice disponibile pentru modelarea curgerii în rotor, Sottas & Ryhming (1993).

energia hidraulică între secțiunile I și 2	$E_{1,2}=58.42 \text{ J/kg}$
raza de referință	$R_{ref}=0.2 \text{ m}$
presiunea statică de referință	$p_{ref}=94300 \text{ N/m}^2$
accelerația gravitațională	$g=9.806 \text{ m/s}^2$
momentul global al rotorului	$T=375.54 \text{ Nm}$
debitul	$Q=0.372 \text{ m}^3/\text{s}$
densitatea apei	$\rho=1000 \text{ kg/m}^3$
viteza unghiulară	$\omega=52.36 \text{ rad/s}$
distribuția de presiune $p-p_{ref}$ măsurată la intrarea și ieșirea din rotor	
distribuția de viteze (V_r, V_u, V_z) măsurată la intrarea și ieșirea din rotor	

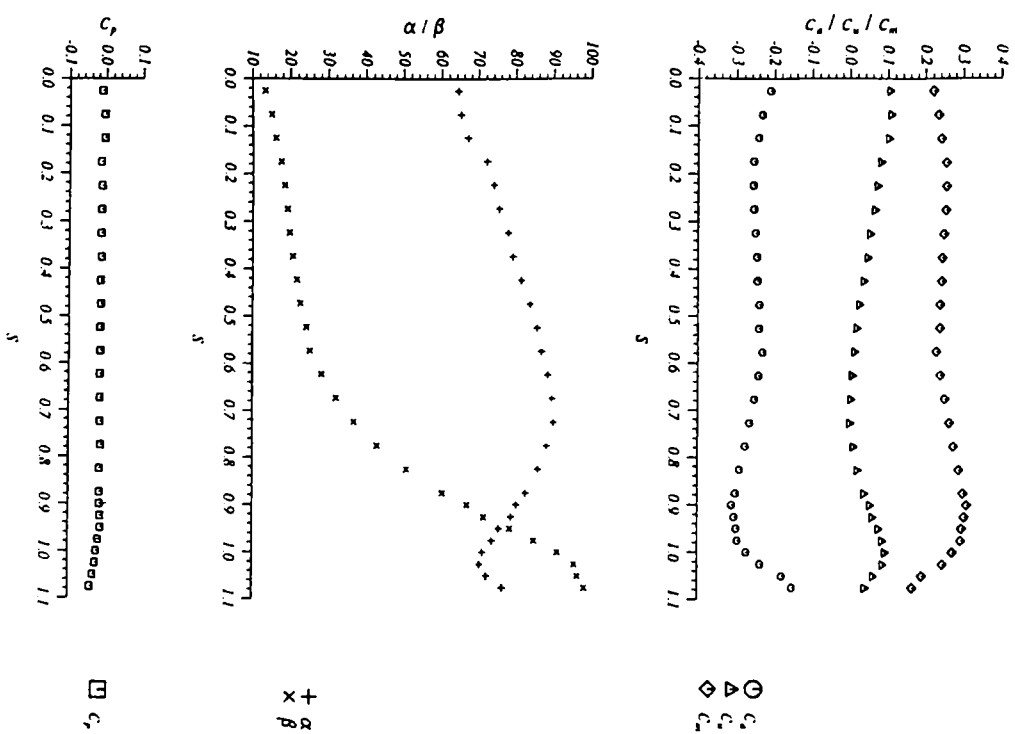
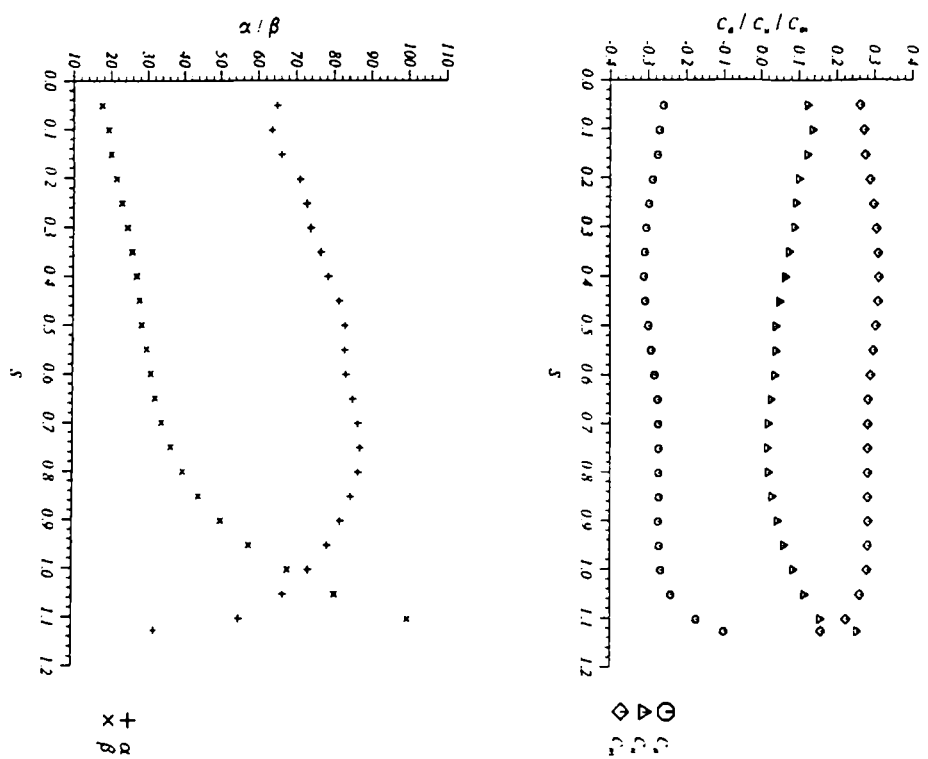
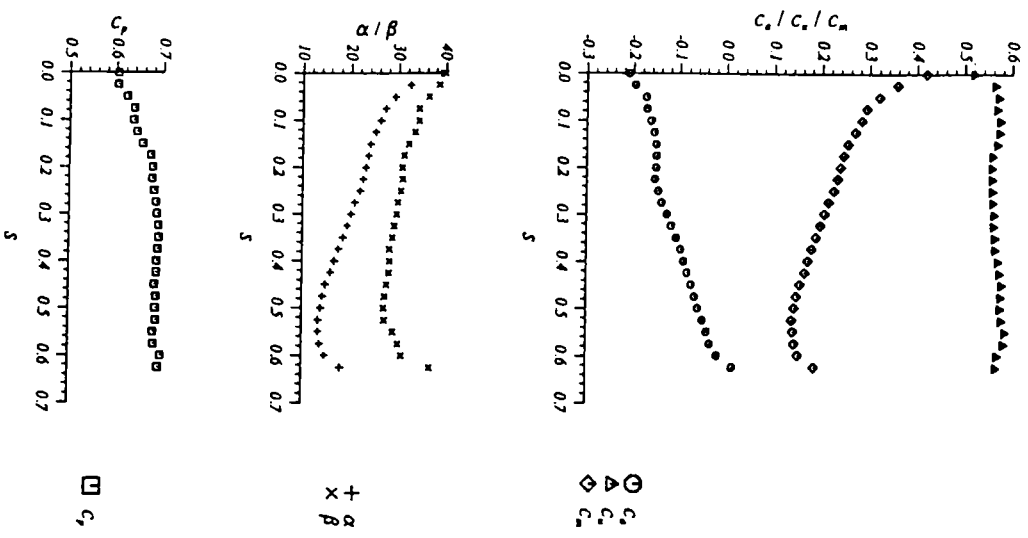
Observații:

1. Distribuția de presiuni $p-p_{ref}$ și distribuția de viteze (V_r, V_u, V_z) măsurată la intrarea și ieșirea din rotor, împreună cu pozițiile punctelor de măsură sunt specificate partea I-a a lucrării, Sottas & Ryhming (1993).
2. Pe axa de intrare, s-a constatat din analiza măsurătorilor de presiune, că avem o curgere axial simetrică și astfel s-a furnizat numai un set de date corespunzător în general măsurătorilor mediate transpuse pentru fiecare sondă transversală.
3. Deoarece axa de ieșire nu se rotește cu rotorul, valorile măsurate sunt valori mediate.

În timpul seminarului au fost date următoarele date experimentale suplimentare:

- a) distribuția de presiuni c_p pe secțiunile 2, 9 și 15 ale paletei, prezentate și în partea I-a a lucrării, Sottas & Ryhming (1993).
- b) distribuția vitezelor c_a, c_u, c_m măsurată pe axa meridiană a rotorului. Această axă mijlocie a rotorului, este o axa oblică ce se găsește imediat sub bordul de atac al paletelor, ce face un unghi de 55° cu verticala și intersectează inelul la $R=205.09 \text{ mm}$ respectiv $Z=-208.47 \text{ mm}$. Deoarece această axă nu se rotește cu rotorul, datele măsurate sunt valori mediate și sunt prezentate în partea I-a a lucrării, Sottas & Ryhming (1993).

III.3.2.3. Rezultate experimentale



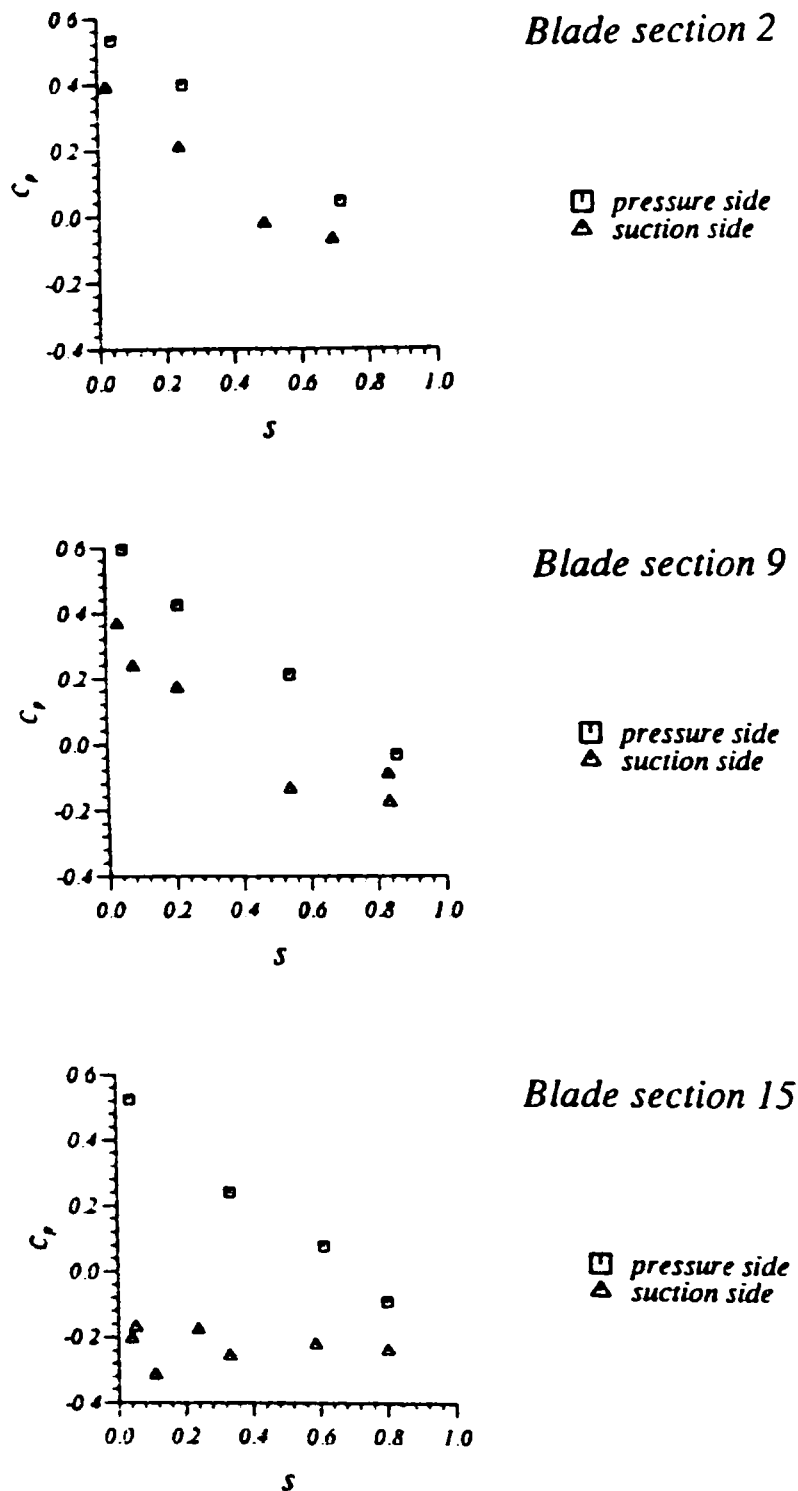


Fig. III.14 Coeficientul de presiune de-a lungul secțiunilor S2, S9 și S15, Sottas & Ryhming (1993).

III.3.3. Tubul de aspirație al turbinei Francis GAMM

Deoarece în teză se dorește modelarea curgerilor 3D în rotorul turbinei GAMM și eventualele posibile modelări în combinația distribuitor-rotor, se va prezenta doar geometria și condițiile de funcționare ale tubului de aspirație, fără a se studia și curgerea în acesta (vezi partea I-a a lucrării, Sottas & Ryhming (1993)).

III.3.3.1. Geometria tubului de aspirație

Geometria tubului de aspirație este prezentată în Fig. III.15.

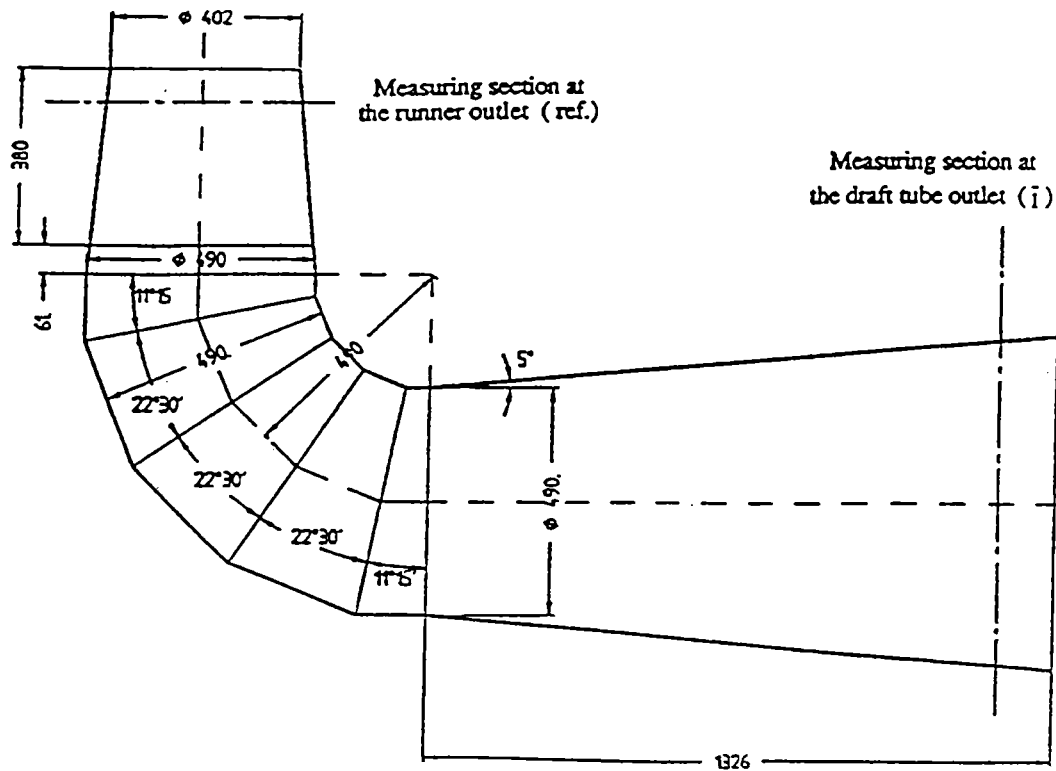


Fig. III.15 Tubul de aspirație al turbinei Francis GAMM, Sottas & Ryhming (1993).

III.3.3.2. Condiții de încercare

Tab. III.4 Datele fizice disponibile pentru modelarea curgerii în tubul de aspirație, Sottas & Ryhming (1993).

energia hidraulică specifică între secțiunile I și 2	$E_{1,2}=58.42 \text{ J/kg}$
energia hidraulică specifică între secțiunile I și \bar{I}	$E_{I, \bar{I}}=60.33 \text{ J/kg}$
raza de referință	$R_{ref}=0.2 \text{ m}$
presiunea statică de referință	$p_{ref}=94300 \text{ N/m}^2$
presiunea statică medie la ieșirea din tubul de aspirație	$p_{out}^{dt}=101566 \text{ N/m}^2$
acelerația gravitațională	$g=9.806 \text{ m/s}^2$
debitul	$Q=0.372 \text{ m}^3/\text{s}$
densitatea apei	$\rho=1000 \text{ kg/m}^3$
distribuția de presiune $p-p_{ref}$ măsurată la intrarea și ieșirea din distribuitor	
distribuția de viteze (V_r, V_u, V_z) măsurată la intrarea și ieșirea din distribuitor	

III.3.3.3. Rezultate experimentale

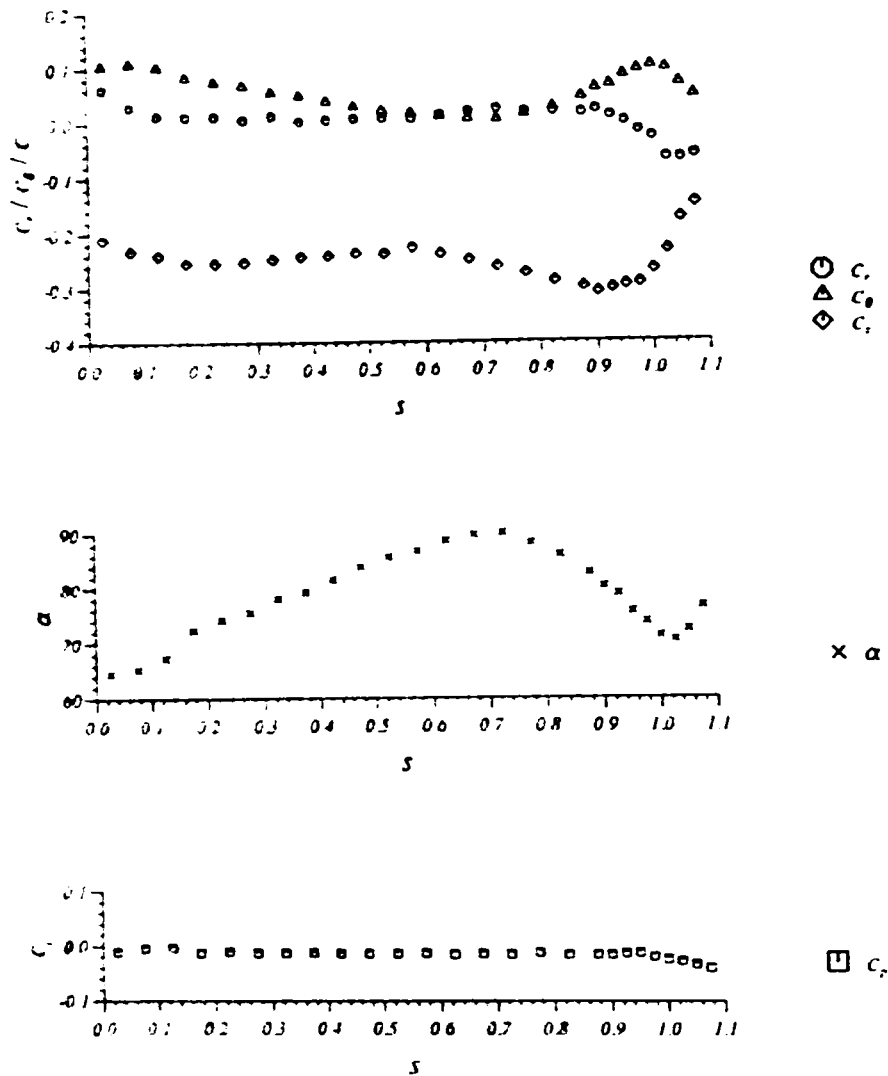


Fig. III.16 Datele experimentale din secțiunea de intrare în tubul de aspirație, Sottas & Ryhming (1993).

III.4. Concluzii

Prezentul capitol are ca scop prezentarea măsurătorilor obținute pe problema test, turbina Francis GAMM și utilizarea acestor rezultate pentru validarea rezultatelor numerice. S-a ales această problemă test, deoarece este recunoscută de comunitatea internațională (în baza de date a ERCOFTAC-ului) și dispunem pe lângă datele experimentale și de date numerice obținute de diverse grupuri de cercetători. În plus, pe discheta atașată tezei se găsesc geometriile componentelor turbinei Francis GAMM (stator, aparat director, rotor) în format tabelar.

Capitolul IV

IV. Analiza numerică a curgerii 3D în distribuitorul turbinei Francis GAMM la punctul optim de funcționare

Distribuitorul turbinei Francis GAMM este alcătuit din două rețele circulare dispuse în tandem: *rețeaua statorică* respectiv *rețeaua aparatului director*.

Rețeaua statorică:

- realizează următoarele funcțiuni:
 - * conduce cu pierderi minime apa de la camera spirală spre rotor;
 - * reprezintă un element de rezistență al turbinei;
- numărul de palete statorice: $Z^{sv}=24$;
- poziția unghiulară a paletelor statorice: $\theta^{sv}=6.5^\circ$;
- unghiul de instalare al paletelor statorice: $\gamma^{sv}=34^\circ$;
- centrul de greutate al paletelor aparatului director se găsesc pe un cerc de rază: $R_{CG}^{sv}=0.3075$ m;

Rețeaua aparatului director:

- realizează următoarele funcțiuni:
 - * conducerea cu pierderi minime a apei spre rotor;
 - * realizează circulația necesară;
 - * asigură o distribuție uniformă a debitului ce intră în rotor;
 - * reglează cuplul motor prin intermediul debitului;
- numărul de palete al aparatului director: $Z^{gv}=24$;
- poziția unghiulară a paletelor aparatului director: $\theta^{gv}=26.5^\circ$;
- unghiul relativ al deschiderii aparatului director: $\alpha^{gv} [^\circ]$
- unghiul relativ al deschiderii aparatului director pentru poziția închis: $(\alpha^{ad})_o=0^\circ$;
- unghiul relativ al deschiderii aparatului director pentru punctul optim de funcționare: $(\alpha^{ad})_{opt}=25^\circ$;
- unghiul paletelor aparatului director: $\gamma^{gv} [^\circ]$

$$\gamma^{gv} = \alpha^{gv} + (\gamma^{gv})_o$$
- unghiul paletelor aparatului director în poziția închis: $(\gamma^{gv})_o=5.37^\circ$;
- unghiul paletelor aparatului director în punctul optim de funcționare: $(\gamma^{gv})_{opt} [^\circ]$

$$(\gamma^{gv})_{opt} = (\alpha^{gv})_{opt} + (\gamma^{gv})_o$$

de unde: $(\gamma^{gv})_{opt}=30.37^\circ$
- centrul de greutate la paletelor aparatului director se găsesc pe un cerc de rază: $R_{CG}^{gv}=0.2393$ m;

Distribuitorul conține 24 de palete statorice și 24 de palete ale aparatului director. Poziția unghiulară relativă a celor două rețele este reglabilă, dar pentru studiul prezent, unghiurile $\theta^s = 26.5^\circ$ și $\theta^d = 6.5^\circ$ rămân nemodificate.

IV.1. Descrierea problemei pentru distribuitorul turbinei Francis GAMM

IV.1.1. Domeniul de analiză

În ipoteza că mișcarea în cele două rețele este spațial periodică (cu pas unghiular $2\pi/z$, unde $z=24$ este numărul de palete), domeniul tridimensional de analiză este un **canal**, ce conține o coloană statorică și o paletă a aparatului director plasate în mijloc domeniului, în timp ce este delimitat de așa-numita *bandă de periodicitate*, vezi Fig. IV.2.

- **suprafața de intrare:** este o suprafață cilindrică, obținută prin rotirea generatoarei pe care s-au realizat măsurătorile și se găsește la raza de 346 mm având înălțimea de 120 mm;
- **suprafața de ieșire:** este o suprafață conică cu semiunghiul la centru de 20° , obținută prin rotirea generatoarei pe care s-au realizat măsurătorile și care intersectează inelul în $R=210.9$ mm și $Z=-62.78$ mm;
- **suprafețele inelului inferior respectiv inelului superior:** sunt suprafețe de revoluție obținute prin rotirea generatoarelor precizate în Fig. III.6;
- **suprafețele periodice:** sunt suprafețe cilindrice a căror generatoare parcurg segmentele ce unesc mijloacele arcelor dintre două puncte consecutive de pe bordurile de atac și de fugă a celor două palete, respectiv de pe cercurile de intrare și respectiv ieșire;

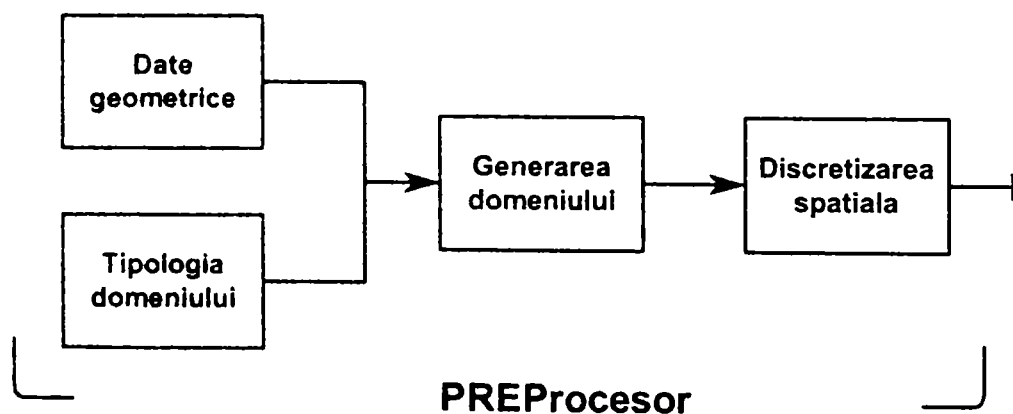


Fig. IV.1 Elementele componente ale PREProcesorului.

Domeniul de analiză 3D pentru canalul distribuitorului GAMM, începe cu alegerea unui domeniu multiplu conex, vezi secțiunea *Alegerea domeniului de analiză* de la pagina 56. Construcția domeniului de analiză pentru canalul distribuitor 3D, pornește de la cunoașterea datelor primare și utilizarea uneltelor specifice domeniului CAD, înglobate în modulul de preprocesare, (Gambit, 1998). Datele primare sunt cele 54 de puncte ce descriu geometria paletii statorice și cele 62 de puncte pentru geometria paletii aparatului director, împreună cu coordonatele de amplasare a acestora, vezi Avellan et al. (1990), Parkinson (1995). Pentru fiecare paletă s-au construit câte două NURBS-uri, vezi *Generarea frontierelor 1D* de la pagina 58, pentru intrados respectiv extradados. Unirea prin segmente de dreaptă a bordurilor de atac și fugă atât pentru paleta statorică cât și pentru paleta aparatului director, a bordului de fugă al paletii statorice cu bordul de atac al paletii aparatului director, a bordului de atac al paletii statorice cu un punct de pe secțiunea intrare și bordul de fugă al paletii aparatului director cu un punct de pe secțiunea de ieșire, oferă ansamblul de segmente de dreaptă care rotite cu jumătate din pas ($\pm t/2$) delimitează domeniul de analiză al canalului distribuitorului. "Extrudarea" acestora, împreună cu profilele celor două palete și arcele de cerc ce marchează secțiunile de intrare și ieșire, oferă canalul 3D al distribuitorului. Pentru a

cerc ce marchează secțiunile de intrare și ieșire, oferă canalul 3D al distribuitorului. Pentru a realiza secțiunea de ieșire conică, se “decupează” din corpul obținut anterior surplusul, rezultând domeniul de analiză 3D pentru canalul distribuitorului turbinei Francis GAMM, vezi Fig. IV.2.

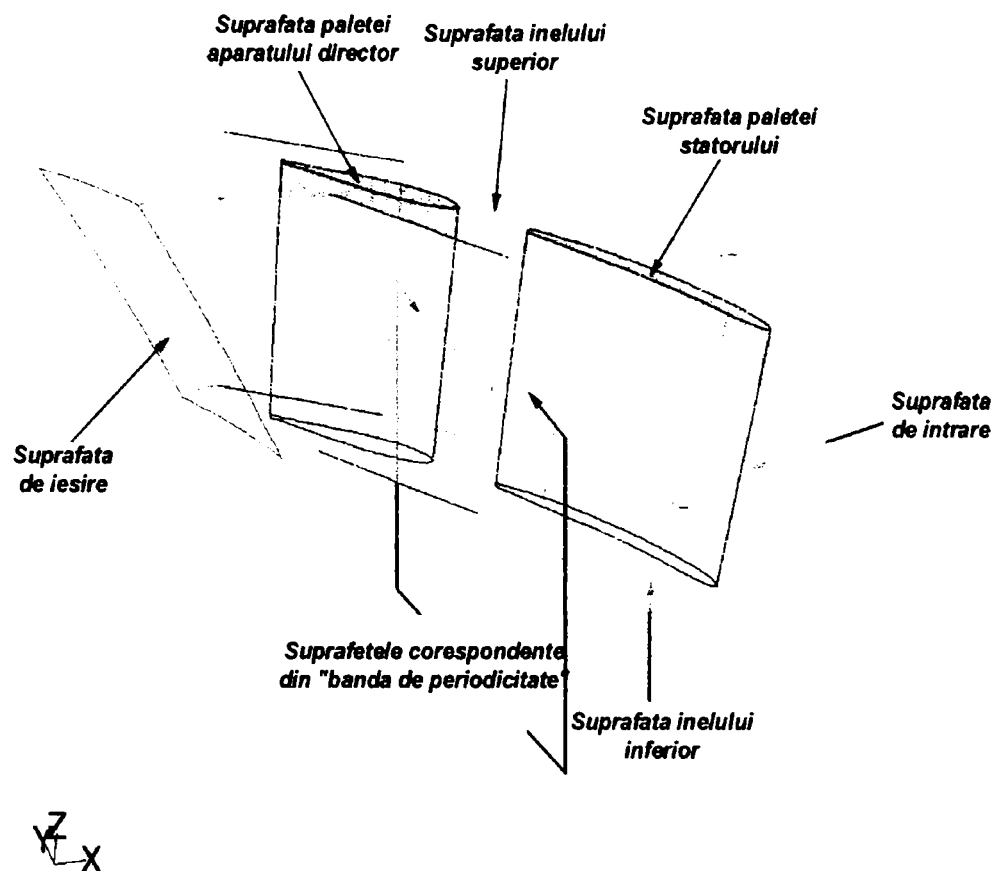


Fig. IV.2 Vedere 3D a canalului distribuitorului.

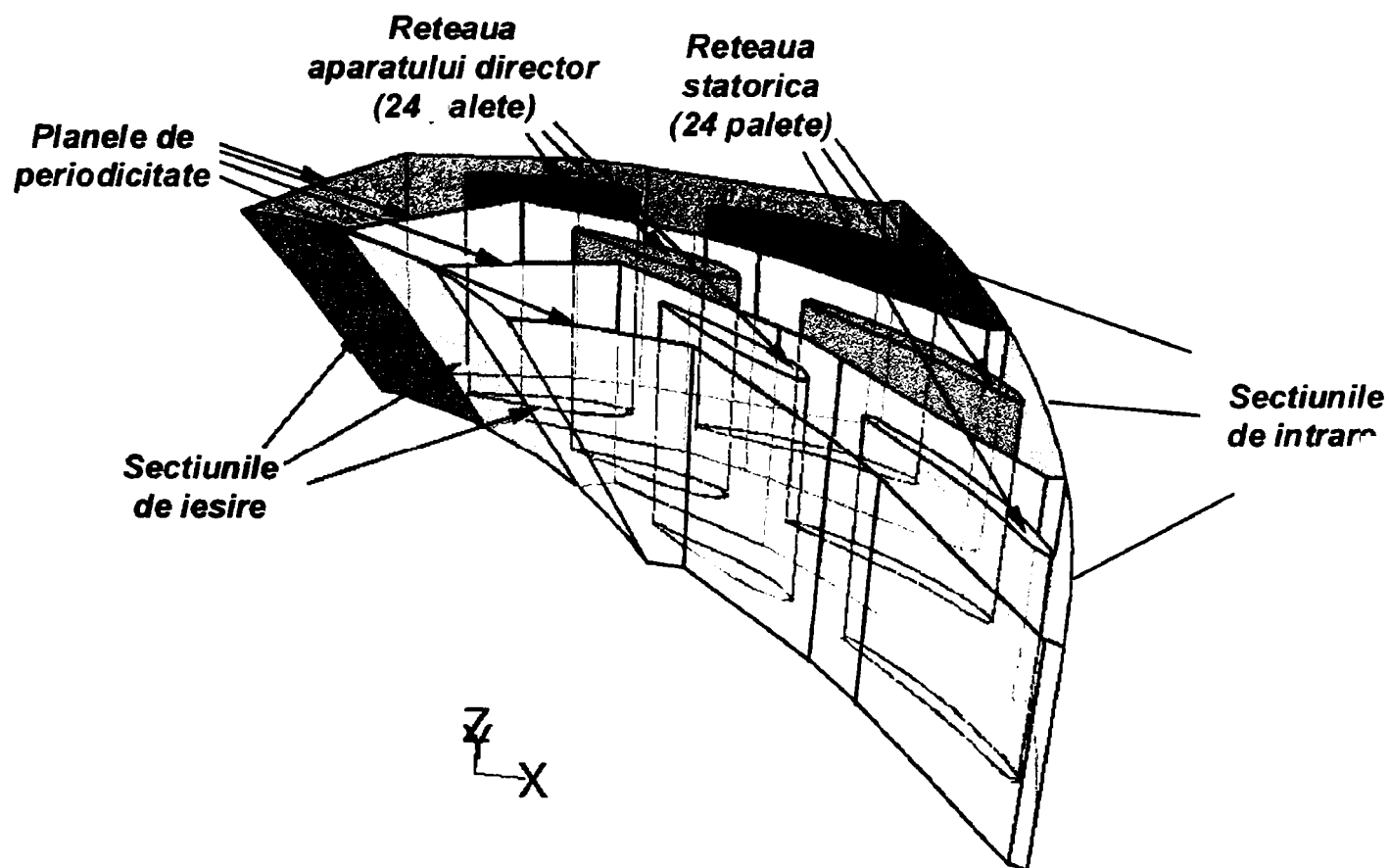


Fig. IV.3 Vedere 3D a canalelor distribuitorului.

IV.1.2. Generarea rețelei de discretizare spațială pentru canalul distribuitor

Discretizarea domeniului de analiză, implică parcurgerea următoarelor etape: discretizarea frontierelor 1D, discretizarea suprafețelor (2D) și în final discretizarea volumelor (3D), etape a căror elemente teoretice au fost prezentate în Muntean (1999). Discretizarea suprafețelor corespunde din "banda de periodicitate", s-a realizat cu rețele de discretizare identice pentru a permite tratarea condițiilor periodice, vezi Resiga & Muntean (1999). Pentru canalul distribuitorului, s-a construit o rețea nevâscoasă, vezi Muntean & Resiga (1999), nestructurată cu tetraedre ce conține 60892 noduri (vezi Fig IV.4a,b), realizată cu ajutorul preprocesorului (Gambit, 1998).

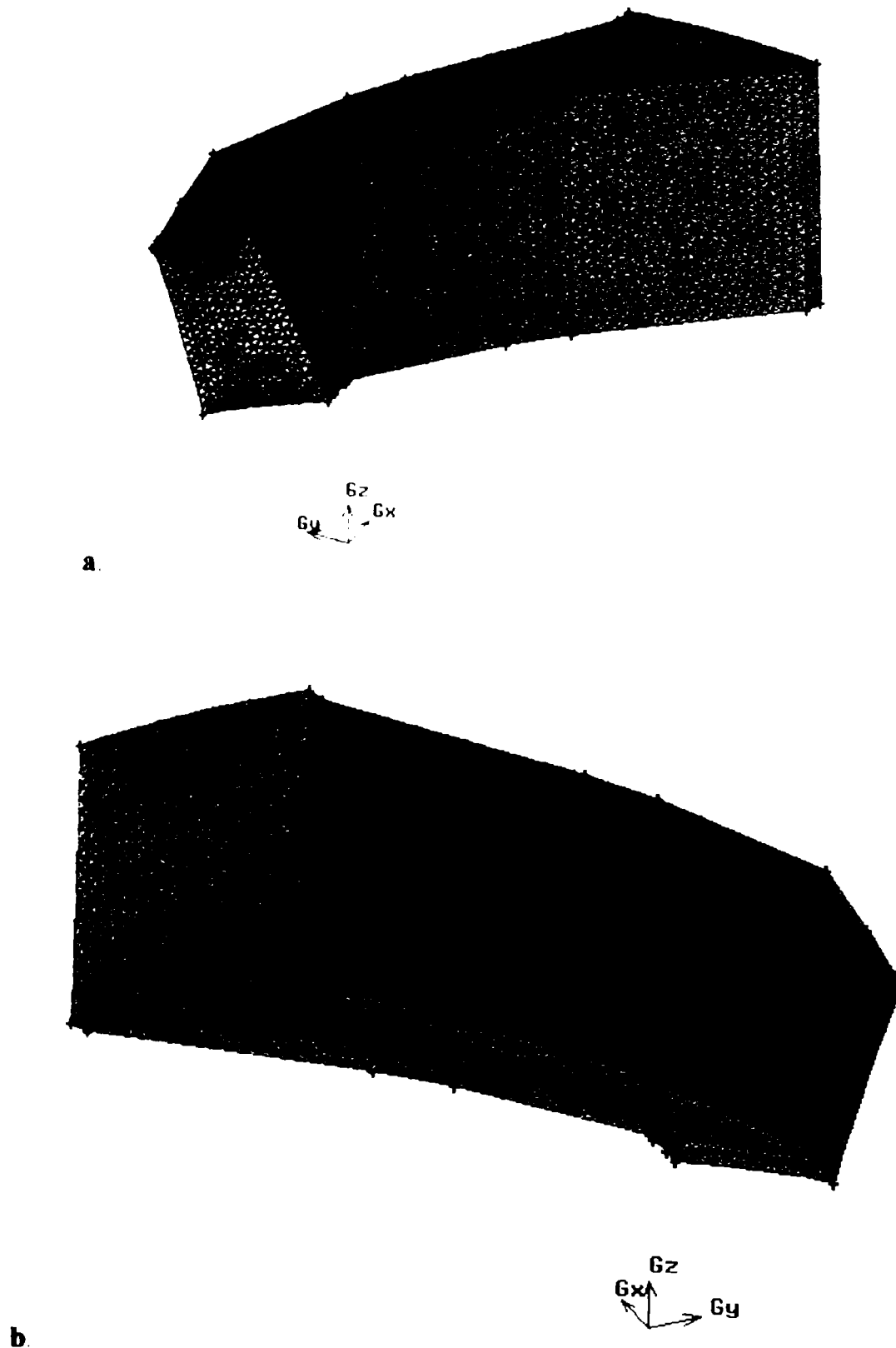


Fig. IV.4 Vederi 3D ale rețelei de discretizare a canalului distribuitorului.

IV.1.3. Ecuațiile ce guvernează curgerea în distribuitorul GAMM

Soluționarea curgerii nevâscoase 3D staționare a fluidului incompresibil în distribuitorul turbinei Francis GAMM se bazează pe ecuațiile de conservare a masei și impulsului (vezi *Ecuațiile ce guvernează curgerea fluidelor incompresibile* de la pagina 17), scrise într-un sistem de coordonate inerțial:

$$\int_S \bar{V} \cdot \bar{n} d\Omega = 0 \quad (IV.1)$$

$$\int_S \bar{V} (\bar{V} \cdot \bar{n}) dS = - \int_{\Omega} \left[\frac{\nabla p}{\rho} + \bar{g} \right] d\Omega \quad (IV.2)$$

unde: ρ - masa specifică a fluidului de lucru (în acest caz a apei), \bar{V} - vectorul vitezei relative, \bar{n} - versorul normalei la suprafața S orientat spre exteriorul domeniului, S - suprafața ce delimitează volumul de control Ω și \bar{g} - accelerația gravitațională.

IV.1.4. Condiții la limită

Prezentarea valorilor câmpului vitezei absolute (V_r , V_u , V_z) și a câmpului de presiune (P) de-a lungul axelor de măsură s-a realizat sub forma coeficienților vitezei absolute (c_r, c_u, c_z) și coeficientului de presiune (c_p), raportați la mărimile de referință.

Se definesc mărimile:

- $\alpha = \arccos \frac{V_u}{V}$ unghiul curentului;
- $c_m = \frac{V_m}{\sqrt{2E}} = \frac{\sqrt{V_r^2 + V_z^2}}{\sqrt{2E}} = \sqrt{c_r^2 + c_z^2}$ coeficientul componente meridonale a vitezei;

Analiza amănunțită a datelor experimentale prezintă inconsistența acestora cu debitul măsurat $Q=0.372 \text{ m}^3/\text{s}$. Și anume, dacă debitul este determinat prin integrarea vitezei în secțiunile de măsură de la intrare și ieșire din distribuitor, se obțin următoarele rezultate:

Secțiunea de intrare în distribuitor (ieșire din camera spirală):

- debitul calculat cu distribuția de viteze din secțiune $\theta=175^\circ$ considerând ipoteza axial-simetriei pe întreaga secțiune de intrare: $Q_{175}=0.37408 \text{ m}^3/\text{s}$;
- debitul calculat cu distribuția de viteze din secțiune $\theta=265^\circ$ considerând ipoteza axial-simetriei pe întreaga secțiune de intrare: $Q_{265}=0.4173 \text{ m}^3/\text{s}$;
- debitul calculat cu distribuția de viteze din secțiune $\theta=355^\circ$ considerând ipoteza axial-simetriei pe întreaga secțiune de intrare: $Q_{355}=0.428 \text{ m}^3/\text{s}$.

Calculul debitului pe baza datelor experimentale din cele trei secțiuni indică o neuniformitate a debitului pe periferia distribuitorului. Debitul mediu calculat pe baza debitelor din cele trei secțiuni, $Q_{\text{med}}=0.40646 \text{ m}^3/\text{s}$ este cu o eroare de 9.26% față de debitul măsurat. Aceste diferențe au fost observate și de Bottaro et al. (1993) și sunt datorate imperfectei proiectări a camerei spirale care cauzează o serie de probleme în definirea corectă a condițiilor de la intrare în distribuitor, Ryhming et al. (1993).

Secțiunea de ieșire din distribuitor (intrare în rotor):

Debitul la ieșire din distribuitor calculat din integrarea profilului de viteză și considerând axial simetria curentului, este $Q_{\text{out}}=0.34771 \text{ m}^3/\text{s}$, valoare ce este cu 6.53% mai mică decât debitul măsurat. Diferența de aproximativ 7% dintre debitul calculat și debitul măsurat a fost semnalată și de Fisher et al. (1990) ($Q_{\text{out}}=0.345 \text{ m}^3/\text{s}$) respectiv Bottaro et al. (1993). În schimb, Kubota (1993) obține debitul de la ieșire de $Q_{\text{out}}=0.339 \text{ m}^3/\text{s}$, cu o eroare de 8.9% față de debitul măsurat.

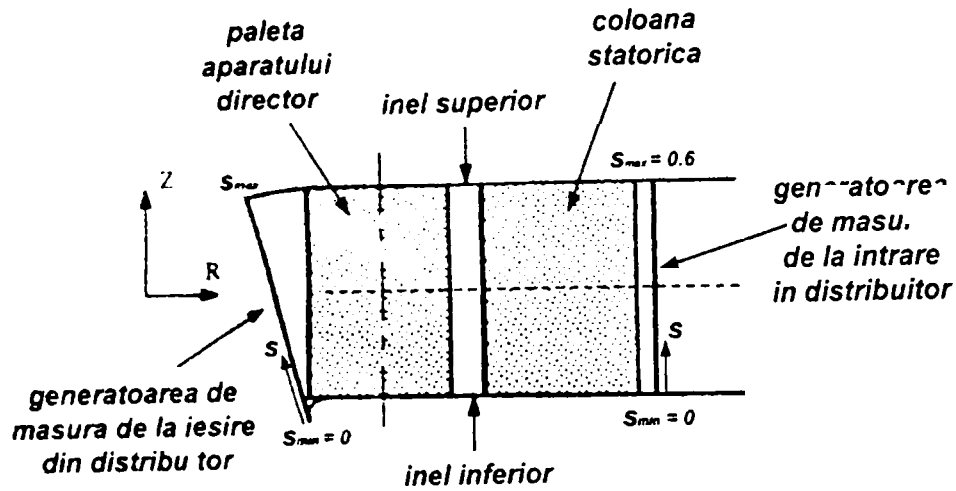


Fig. IV.5 Vedere meridională a canalului distribuitorului.

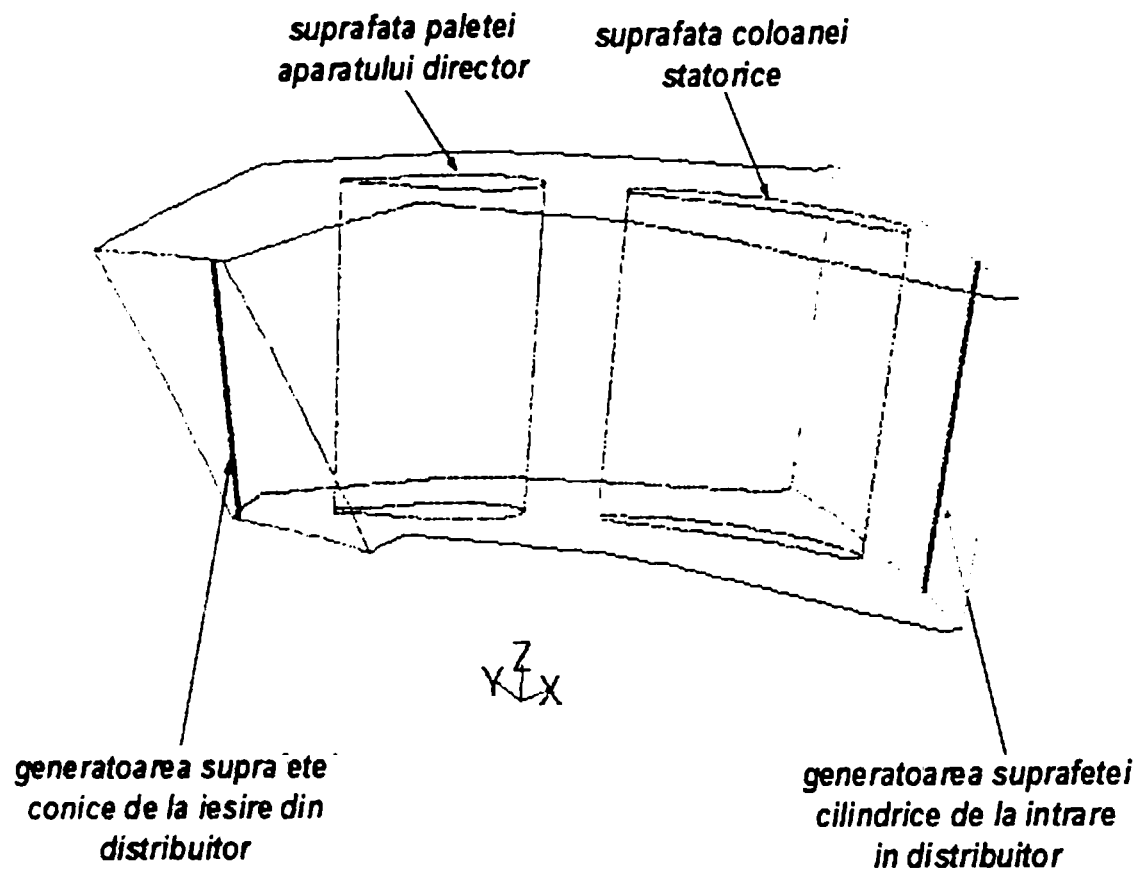


Fig. IV.6 Vedere 3D a generatoarelor de pe suprafețele de intrare și ieșire din distribuitor.

Modelarea curgerii în distribuitorul turbinei Francis GAMM implică impunerea profilului de viteză pe suprafața de intrare și a profilului de presiune pe suprafața de ieșire.

Secțiunea de intrare:

1. Profilul de viteză uniform (profilul Goede):

Impunerea unui profil de viteză constant, rezultă din considerarea unei camere spirale ideale care realizează profilele uniforme pentru componentele vitezei absolute V_r , V_u , V , respectiv pentru coeficienții acestora c_r , c_u , c_z , Goede (1993). Calculul mărimilor profilului de viteză uniform se realizează astfel:

- din formula debitului la intrare în distribuitor

$$Q = 2\pi \int_{b=0}^{b=1} (rV_r dz + rV_z dr),$$

considerând $V_z=0$ m/s ($c_z=0$) se obține

$$V_r = \frac{Q}{2\pi R(z|_{b=1} - z|_{b=0})}$$

cum $Q=0.372$ m³/s, $R=0.346$ m, $z|_{b=1} = 0.06$ m, $z|_{b=0} = -0.06$ m
 $z|_{b=1} - z|_{b=0} = 0.12$ m se obține $V_r=-1.426$ m/s ($c_r=-0.132$).

Observație:

Semnul '-' în valoarea lui V_r indică orientarea în sens opus a componentei radiale față de axa Or.

- deoarece calculele sunt realizate în punctul optim de funcționare, pentru cazul ideal se consideră că unghiul de incidență al curentului este nul deci $\alpha=31.5^\circ$. Considerând valabile măsurătorile unghiului de curgere, din triunghiul de viteze obținem:

$$V_u = \frac{V_r}{\tan \alpha}$$

pentru $\alpha=31.1^\circ$ obținem $V_u=2.367$ m/s ($c_u=0.219$).

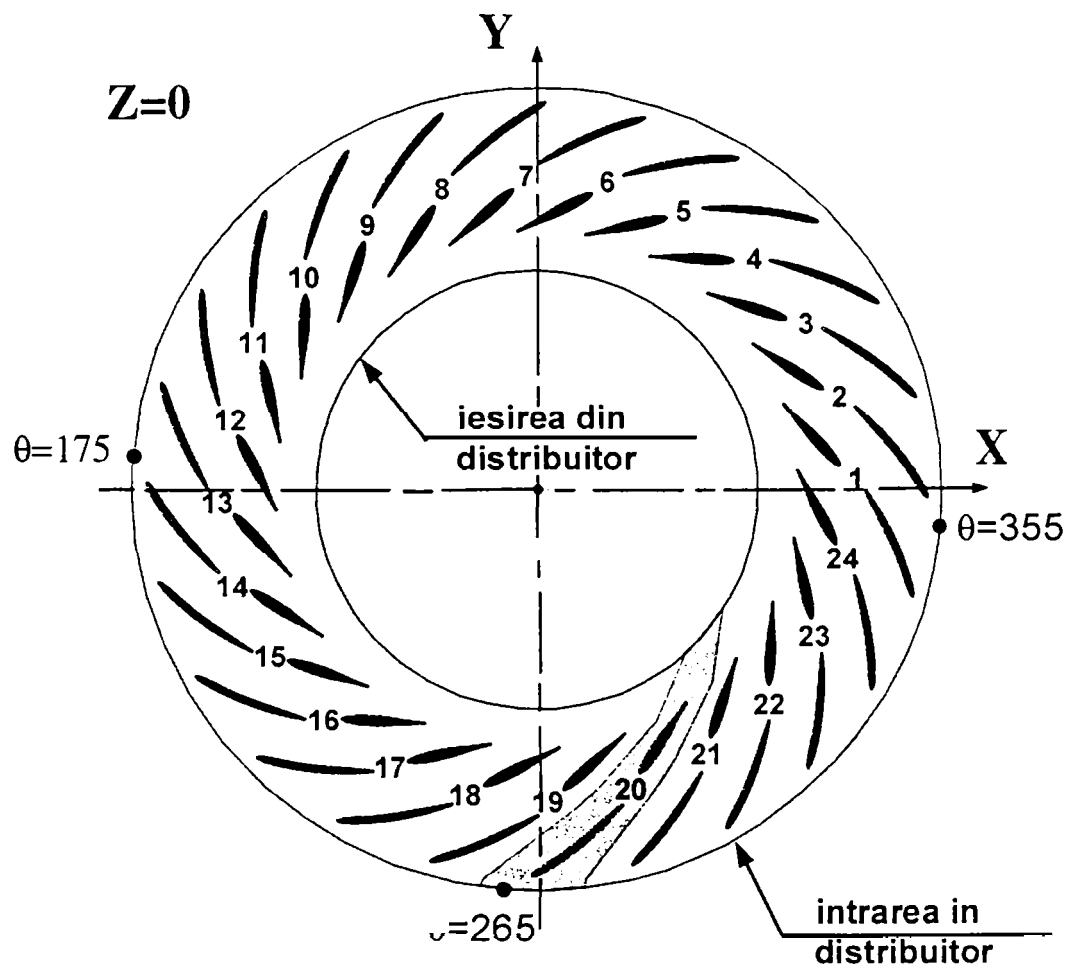


Fig. IV.7 Secțiune transversală prin distribuitor în planul $z=0$.

2. Profilul de viteză măsurat (profilul Sottas&Ryhming):

Profilul de viteză măsurat în secțiunea de intrare indică existența unei zone de recirculare în apropierea inelului superior, care se datorează imperfecțiunilor de proiectare a camerei spirale, Sottas & Ryhming (1993). Măsurarea profilului de

viteză în secțiunea de intrare s-a realizat de-a lungul a trei generatoare amplasate la $\theta=175^\circ$, $\theta=265^\circ$, $\theta=355^\circ$. Considerând valorile de la $\theta=265^\circ$ ca set de lucru, pentru impunerea condițiilor la limită pe suprafața de intrare a canalului interpaletar s-a adoptat condiția axial-simetriei curentului.

3. Profilul de viteză corectat (profilul Bottaro):

Realizând integrarea valorilor vitezei de-a lungul secțiunii de intrare, s-a constatat că apare o diferență de aproximativ $\cong 10\%$ între debitul măsurat și cel calculat numeric. Această discrepanță s-a considerat că provine din amplasarea generatoarelor de măsură prea aproape de bordului de atac al coloanelor statorice, ceea ce face ca ipoteza axial-simetriei curentului în secțiunea de intrare, să fie departe de realitate. Din aceste considerente s-a adoptat un profil de viteze în care componentele V_r și V_u au fost corectate, Bottaro et al. (1993).

Secțiunea de ieșire:

1. Profilul de presiune constant (valoarea medie):

Considerarea unui profil de presiune constant provine din considerente numerice de simplitate a condițiilor la limită. Valoarea considerată reprezintă valoarea medie a măsurătorilor de presiune statice $p_{med}=133460\text{Pa}$ careia îi corespunde un coeficient de presiune static ($c_{p\ med}=0.67$).

2. Profilul de presiune măsurat (profilul Sottas&Ryhming):

Se impune profilul de presiune măsurat.

Frontierele solide (pereții inferior și superior, respectiv suprafața paletelor statorice și ale aparatului director) sunt considerate impenetrabile, deci componenta normală a vitezei este nulă, Muntean & Resiga (1999).

Suprafețele ce delimitează banda de periodicitate, avem:

$$\bar{V}(r, \theta, z) = \bar{V}\left(r, \theta + \frac{2\pi}{Z}, z\right) \text{ și } p(r, \theta, z) = p\left(r, \theta + \frac{2\pi}{Z}, z\right)$$

deci condiții periodice pentru viteză și presiune. Trebuie remarcat că nu se cunosc apriori valorile vitezei și presiunii pe aceste frontiere, Resiga & Muntean (1999).

IV.2. *Prezentarea comparativă a rezultatelor numerice și experimentale*

IV.2.1. *Introducere*

Soluționarea numerică a curgerii nevâscoase incompresibile de-a lungul traseului hidraulic al turbinei Francis, are ca scop validarea modelelor pentru cazul curgerilor complexe tridimensionale din turbomașini. Ca urmare, se urmărește compararea rezultatelor numerice cu cele experimentale, urmând ca apoi să obținem informații suplimentare despre câmpul de viteză și presiune, informații care nu se pot obține din experiment sau care sunt prea costisitoare.

Pentru aceasta se urmărește:

- compararea distribuției câmpului de viteze de la ieșire cu datele experimentale respectiv numerice și analizarea lor;
- compararea distribuției unghiului de curgere de la ieșire cu datele experimentale și numerice și analizarea lor;
- compararea distribuției coeficientului de presiune static de la intrare cu datele experimentale și numerice precum și interpretarea acestora;

- compararea distribuției coeficientului de presiune static de pe paletele statorului și aparatului director cu datele numerice existente și interpretarea lor;

În continuare vom analiza rezultatele curgerii nevâscoase pentru următoarele situații obținute din cuplarea condițiilor la limită prezentate mai sus.

IV.2.2. Varianta de calcul D1

IV.2.2.1. Calculul vitezelor V_r , V_u , V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$

S-a marcat, “*varianta de calcul D1*” simularea realizată în distribuitorul turbinei Francis GAMM, pentru care s-a impus *profilul de viteză constant la intrare* respectiv *profilul de presiune constant la ieșire*

În Fig. IV.8 se prezintă coeficienții de viteză impuși la intrarea în distribuitor, comparativ cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993). Ipoteza unei camere spirale perfecte, ce asigură o distribuție uniformă a curentului la intrarea în distribuitor, se regăsește într-o mișcare plan paralelă respectiv componenta axială a vitezei nulă ($c_z=0$). Secțiunea de intrare în distribuitor este o suprafață cilindrică dispusă la o rază de 0.346 m având înălțimea de 0.12 m. Ca urmare, componenta radială ($c_r=-0.132$) se determină din impunerea debitului la intrarea în distribuitor ($0.372 \text{ m}^3/\text{s}$), semnul minus indicând sensul opus pe care îl are curentul față de sensul ales pentru axa Or. Componenta tangențială ($c_u=0.219$) s-a determinat pe baza ipotezei de intrare fără șoc a curentului pe paletele statorice.

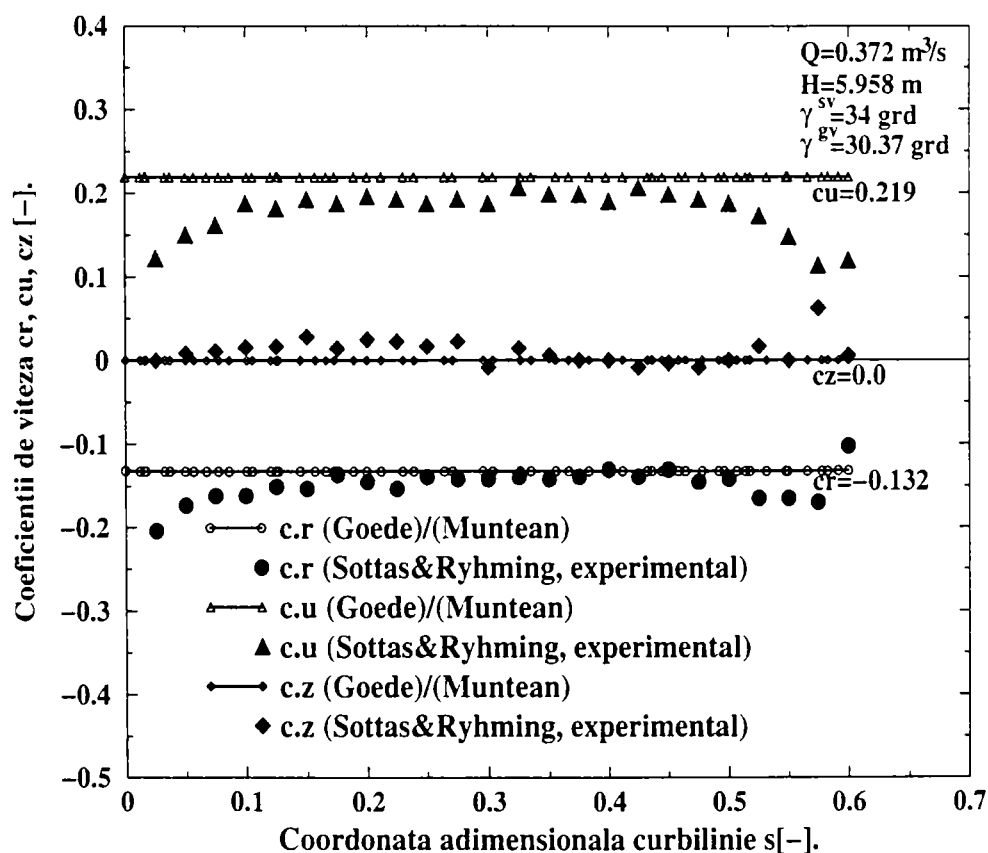


Fig. IV.8 D1. Distribuția impusă pentru coeficienții de viteză în secțiunea de intrare a distribuitorului. Valorile sunt determinate în ipoteza camerei spirale perfecte în curent nevâscos, Goede (1993). Se prezintă comparativ cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

Distribuția vitezei obținută conform ipotezelor de mai sus, indică diferențe semnificative față de datele experimentale în apropierea pereților solizi ai inelului inferior respectiv superior.

Aceste diferențe sunt datorate *efectelor vâscoase* ce nu sunt luate în considerare la determinarea distribuțiilor teoretice.

Deoarece ipotezele utilizate se bazează pe considerente geometrice și dinamice, permit determinarea distribuției de viteze la intrarea în distribuitor încă din faza de proiectare a turbinei. Cu aceste considerente, se testează o metodologie de determinare a performanțelor energetice și cavitaționale precum și una de automatizare a procesului de proiectare a turbinelor Francis.

Analiza mai atentă a datelor experimentale indică o recirculare în apropierea inelului superior ($s \approx 0.6$), recirculare provenită dintr-o "neatență" proiectare a camerei spirale, Ryhming et al. (1993)

Pentru modelarea curgerii în distribuitorul turbinei Francis GAMM, Goede folosește aceleași ipoteze simplificatoare excepție făcând impunerea presiunii măsurate la ieșirea din distribuitor. Goede (1993).

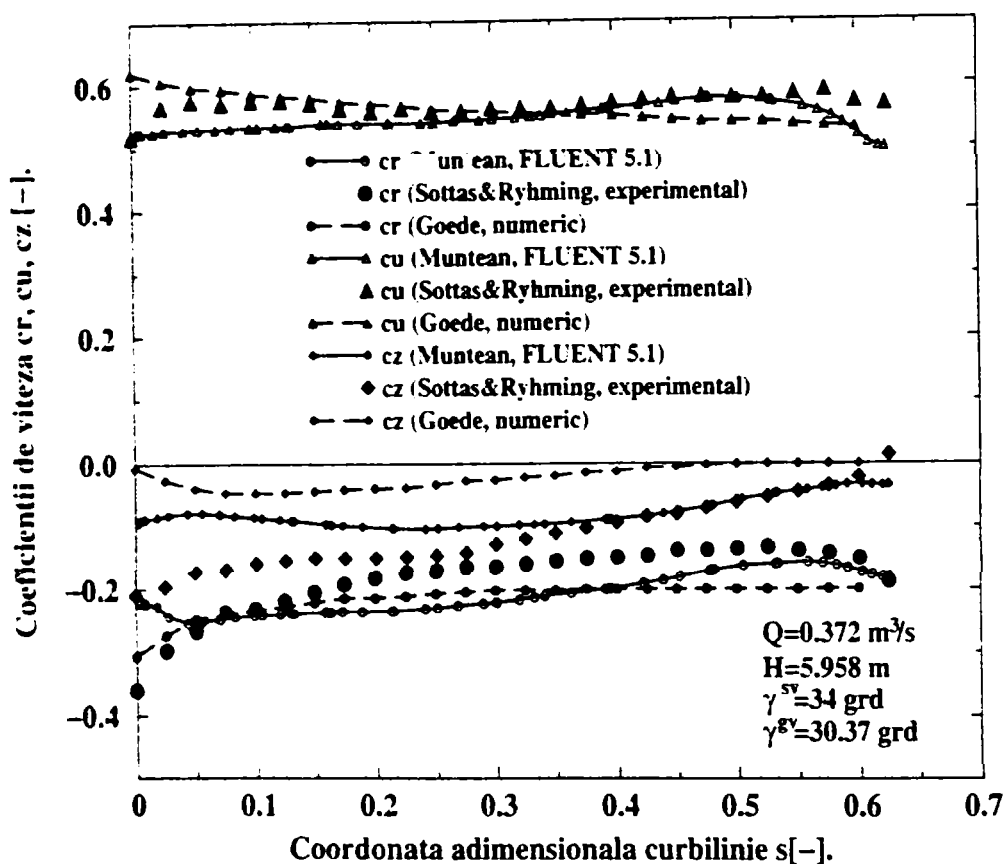


Fig. IV.9 D1. Distribuția calculată pentru coeficienții de viteză în secțiunea de ieșire a distribuitorului. Comparatie cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu rezultate numerice, Goede (1993).

Pentru coeficienții de viteză calculați numeric în varianta D1 în secțiunea de ieșire a distribuitorului, (vezi Fig. IV.9) se observă:

- coeficientul componentei radiale a vitezei (c_r) în zona centrală dintre inelul inferior și cel superior este supraevaluat cu până la 25% la $s \approx 0.3$ excepție făcând zona din apropierea inelului inferior $s \in (0, 0.05)$ unde avem o subevaluare. Rezultatele prezentate de Goede se îndepărtează și mai mult de experiment în treimea superioară a canalului distribuitorului;
- coeficientul componentei tangențiale a vitezei (c_u), în general reproduce cu destul de bună acuratețe datele experimentale, maximul subevaluării atingându-se pe inelul superior de 10%. Alura curbei noastre este corectă, diferențele din vecinătatea inelelor putând fi atribuite vâscozității. În contrast, repartitia lui c_u calculată de Goede, deși se încadrează în plaja de valori a măsurătorilor experimentale prezintă o variație descrescătoare de-a lungul axei de măsură, în discrepanță cu experimentul;

- coeficientul componente axiale a vitezei (c_z) este corect prezisă de rezultatele noastre pentru jumătatea superioară a canalului distribuitorului. Și de această dată, diferențele mari față de experiment pot fi puse pe seama impunerii unei distribuții constante de presiune la ieșire, în vădit dezacord cu măsurătorile experimentale, conform Fig. IV.13, exact în zona în care se înregistrează aceste diferențe. Interesant de remarcat este faptul că deși Goede are o distribuție de presiune foarte apropiată de experiment, rezultatele obținute pentru c_z sunt complet eronate.

IV.2.2.2. Calculul unghiului α și trasarea curbelor $\alpha=f(s)$

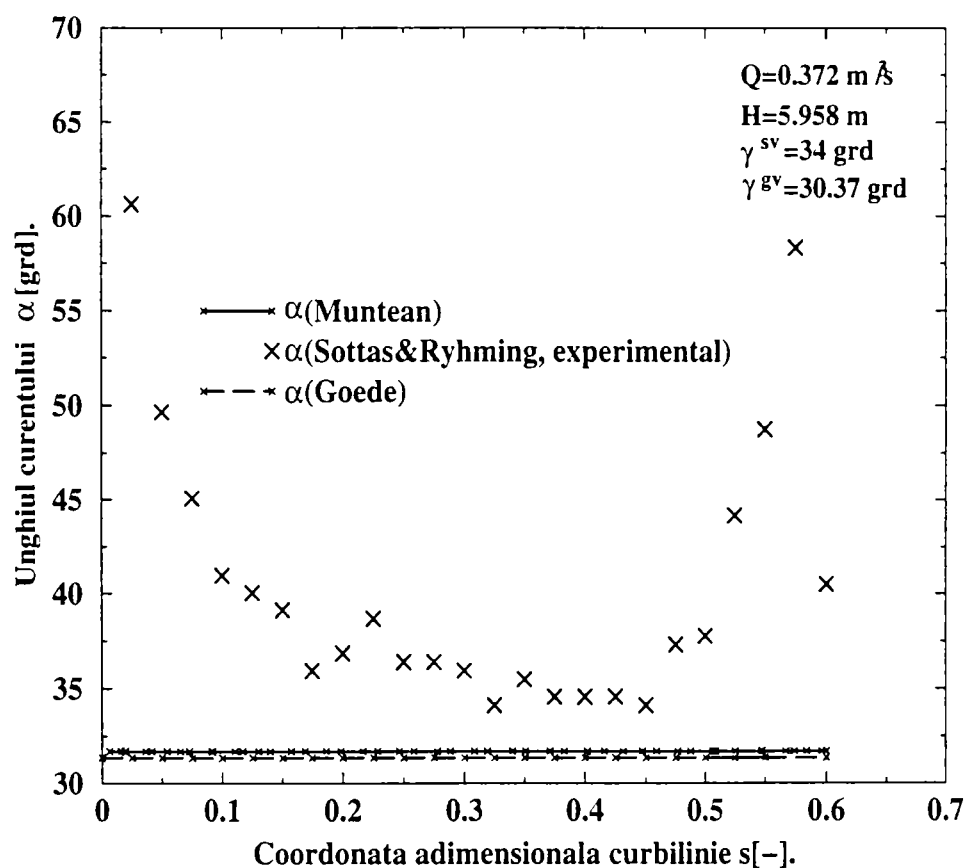


Fig. IV.10 D1. Unghiul format de vectorul viteză cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în distribuitor. Valorile sunt **calculate** utilizând repartiția de viteză din Fig. IV.8.

În secțiunea de intrare s-au impus coeficienții componentelor vitezei conform ipotezelor prezentate: ipoteza unei camere spirale perfecte respectiv intrarea fără șoc a curentului pe palatele statorice, vezi Fig. IV.8 la pagina 95.

Calculul unghiului curentului format de vectorul viteză cu direcția tangențială se face cu relația:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{c_{\mu}}{c_{\nu}} \right)$$

cea ce conduce la diferențe semnificative între datele teoretice și cele experimentale, în special în apropierea pereților solizi ai inelelor inferior și superior unde efectele vâscoase sunt predominante și nu sunt luate în calcul.

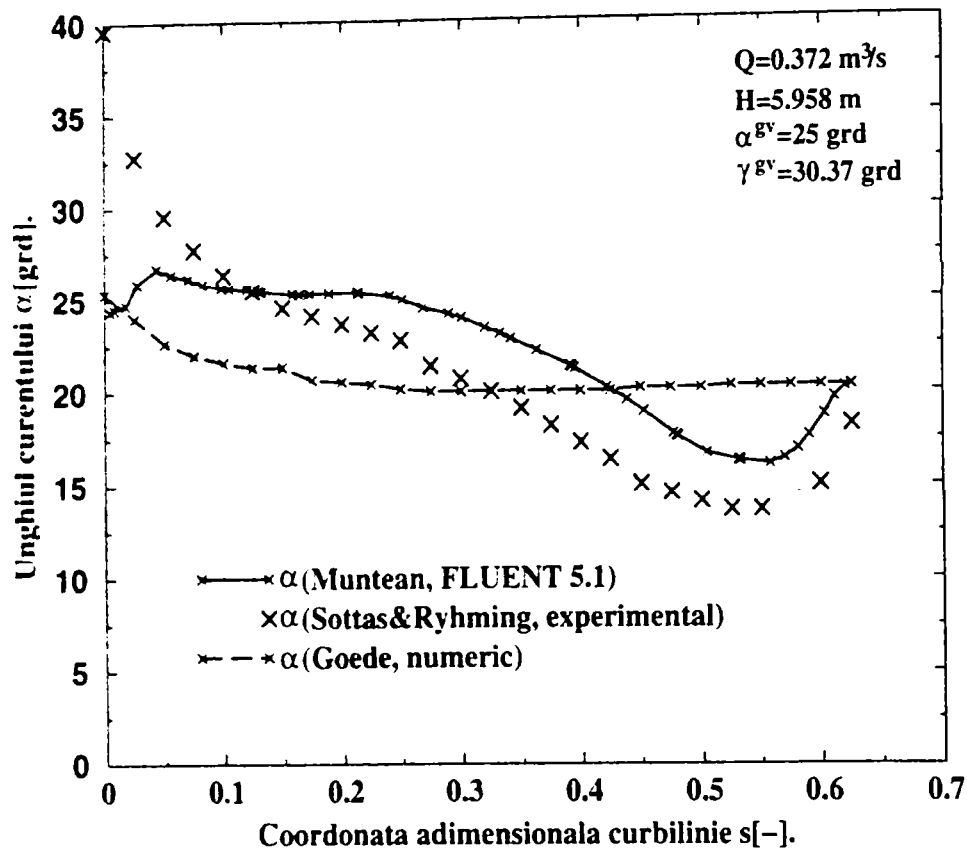


Fig. IV.11 D1. Unghiul format de vectorul viteză cu direcția tangetială în secțiunea de ieșire din distribuitor. Valorile sunt **calculate** utilizând repartiția de viteză din Fig. IV.9. Comparație cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu rezultate numerice obținute de, Goede (1993).

Unghiul curentului la ieșire din distribuitor prezintă aceeași formă pentru $s > 0.25$ și o supraevaluare începând cu $s > 0.1$. În apropierea inelului inferior, $s \in (0, 0.1)$, se observă o subevaluare a unghiului curentului ideal față de cel real.

Rezultatele obținute la impunerea distribuției constante a presiunii la ieșire din distribuitor se apropie mai bine de datele experimentale decât rezultatele obținute de Goede. Distribuția lui α calculată de Goede este aproape constantă (aproximativ 20°) pe întreaga axă de măsură la ieșire, pe când rezultatele noastre reproduc mult mai corect alura curbei experimentale, în special în vecinătatea inelului superior al distribuitorului. Este de remarcat faptul că alura corectă a distribuției calculate pentru unghiul curentului pe axa de ieșire este obținută chiar și în condițiile unei aproximații grosiere (constantă) a distribuției presiunii la ieșire din distribuitor, respectiv intrare în rotor.

IV.2.2.3. Calculul presiunilor și trasarea curbelor $c_p = f(s)$

Impunerea profilului de viteză pe secțiunea de intrare în distribuitor permite determinarea presiunii statice respectiv calculul coeficientului de presiune static în această secțiune. Analiza rezultatelor indică o foarte bună corelare cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

Goede (1993) obține valori în medie cu 4% mai scăzute decât cele experimentale, respectiv față de rezultatele noastre, vezi Fig. IV.12.

Simularea numerică a curgerii în distribuitor necesită impunerea distribuției de viteze în secțiunea de intrare respectiv a distribuției de presiune în secțiunea de ieșire. Pentru această variantă de calcul, marcată D1, s-a utilizat o distribuție constantă de presiune, corespunzătoare valorii medii a datelor experimentale ($c_{p\text{ med}} = 0.67$), etichetată (Muntean). Aproximarea constantă a presiunii pe secțiunea de ieșire este o primă aproximare, pentru o condiție la limită dificil de cunoscut apriori procesului de proiectare.

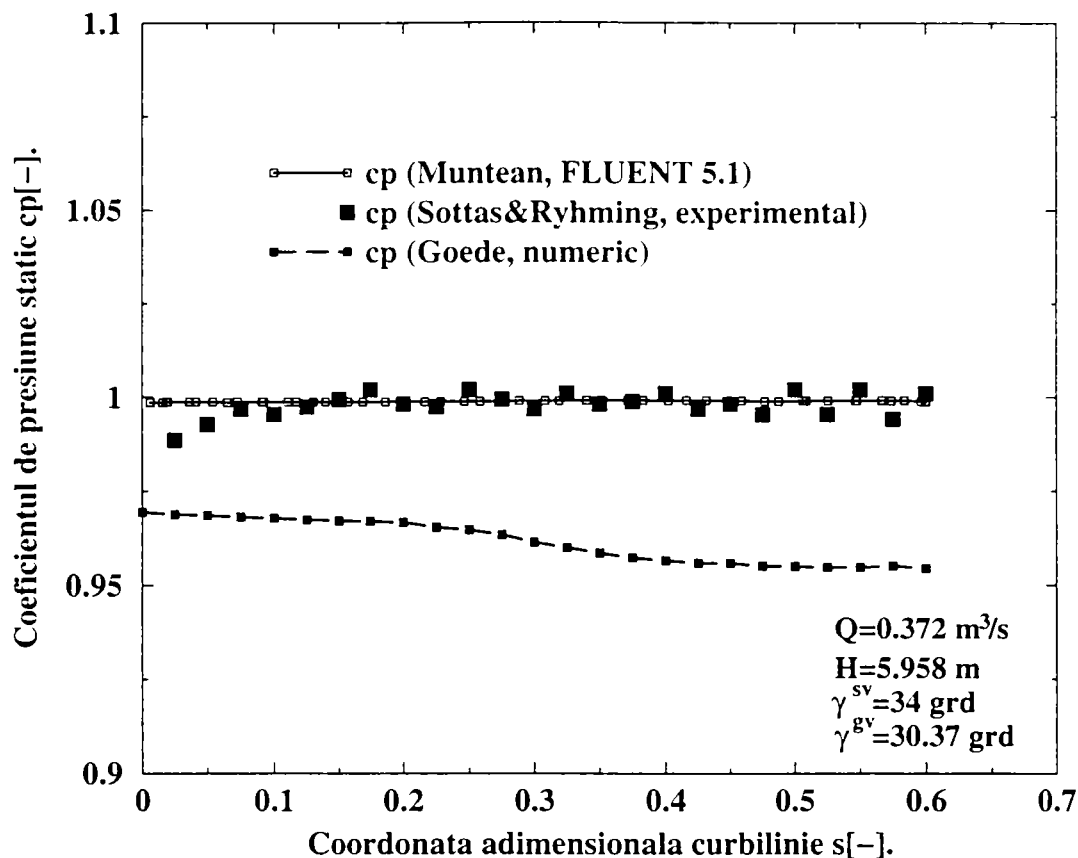


Fig. IV.12 D1. Distribuția **calculată** pentru coeficientul de presiune în secțiunea de intrare a distribuitorului. Comparatie cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu rezultate numerice obținute de, Goede (1993).

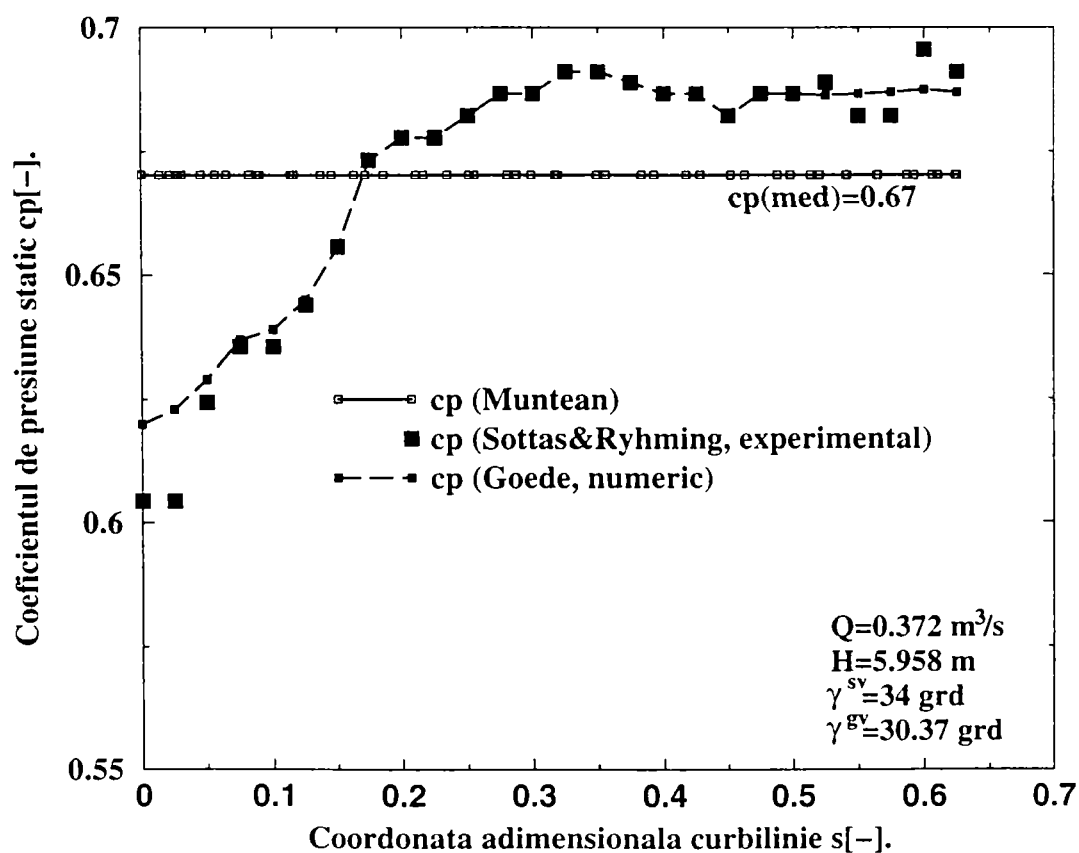


Fig. IV.13 D1. Distribuția **impusă** pentru coeficientul de presiune în secțiunea de ieșire a distribuitorului, în ipoteza presiunii constante.

Pe de altă parte, Goede (1993) utilizează o distribuție a lui c_p mult mai apropiată de experiment, distribuție obținută numeric printr-o procedură iterativă de cuplare a curgerii prin

distribuitorul și prin rotorul turbinei, etichetată (Goede, numeric). În această etapă, suntem practic în poziția de a evalua influența condiției de la ieșire din distribuitor asupra rezultatelor numerice.

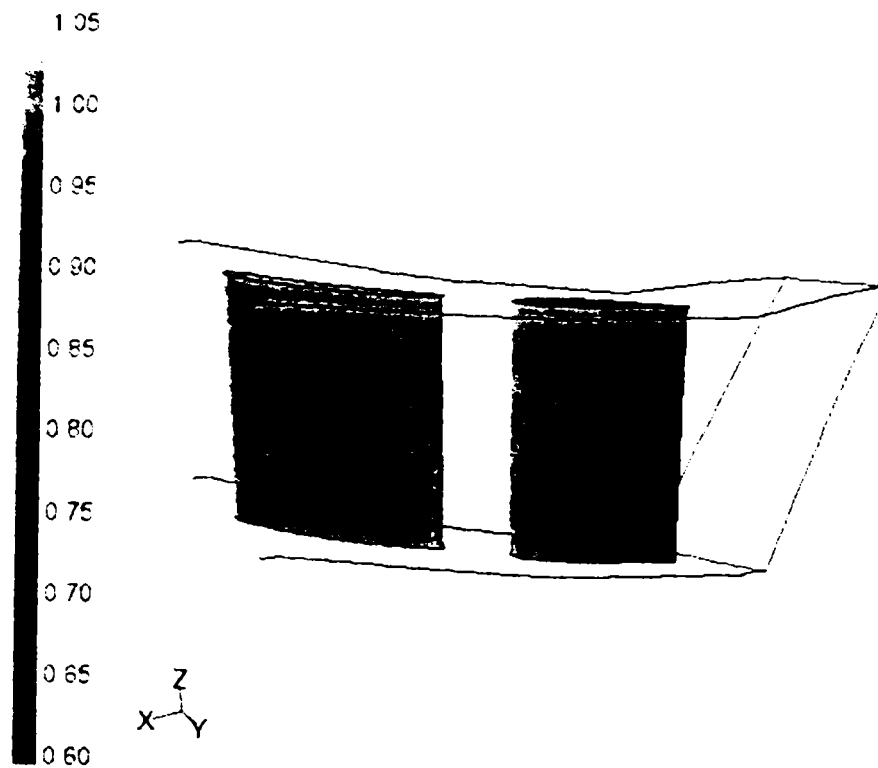


Fig. IV.14 D1. Distribuția coeficientul de presiune **calculată** pe fețele de presiune ale paletelor distribuitorului (stator și aparat director).

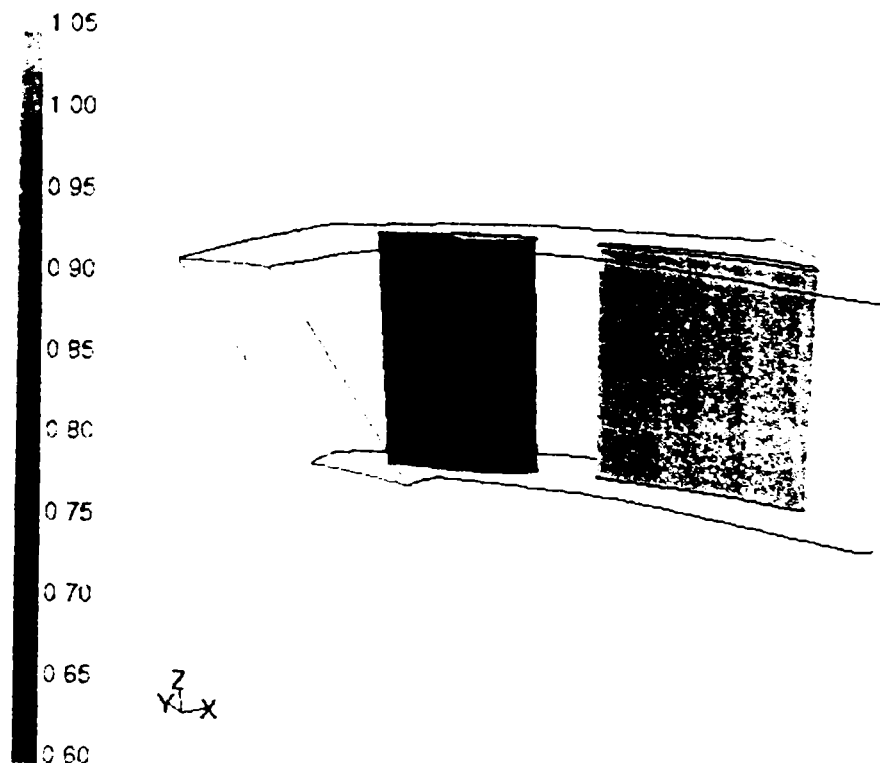


Fig. IV.15 D1. Distribuția coeficientul de presiune **calculată** pe fețele de depresiune ale paletelor distribuitorului (stator și aparat director).

Simularea numerică oferă o cantitate mare de detalii ale câmpului de viteză și presiune, utile pentru analiza aspectelor fundamentale ale curgerii. Din punct de vedere ingineresc însă, pentru cazul turbomașinilor sunt introduse și utilizate câteva mărimi ce descriu sintetic comportarea rețelelor de profile radiale.

O analiză calitativă a curgerii în canalul distribuitorului scoate în evidență curgerea bidimensională din rețeaua statorului și curgerea tridimensională din rețeaua aparatului director.

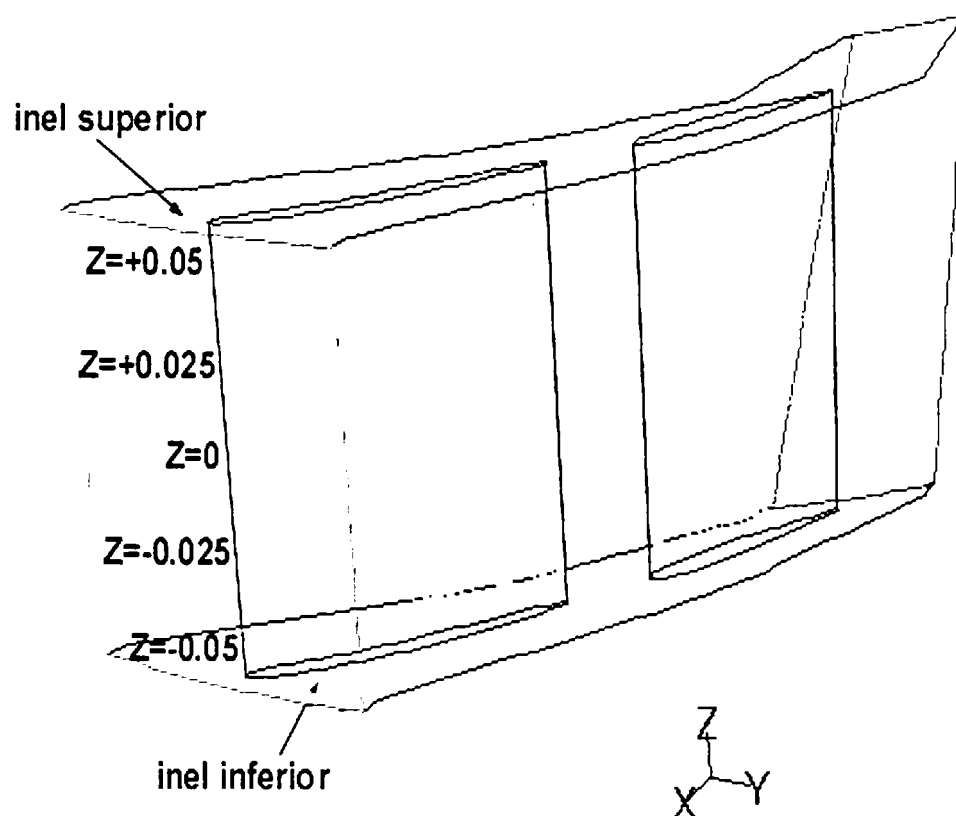


Fig. IV.16 Amplasarea celor 5 plane în distribuitorul turbinei Francis GAMM.

Analiza curgerii în canalul distribuitorului s-a realizat pe cinci plane, situate la $z=+0.05$ m, $+0.025$ m, 0 m, -0.025 m și -0.05 m. Din intersecția planelor de $z=\text{const.}$ cu paletele statorice și paletele aparatului director se obțin profilele în planele corespunzătoare, vezi Fig. IV.16.

Analiza coeficientului de presiune de-a lungul celor cinci plane din distribuitor subliniază existența mișcării tridimensionale în aparatul director. Din considerente hidrodinamice, s-ar impune torsionarea paletelor aparatului director pentru a asigura perturbarea cât mai mică la intrarea în rotor. Deoarece aparatul director asigură reglarea debitului în limitele unui debit maxim ($Q=Q_{\max}$) respectiv a unui debit nul ($Q=0$), din considerente tehnologice ce provin din necesitatea închiderii aparatului director, paleta se realizează dreaptă.

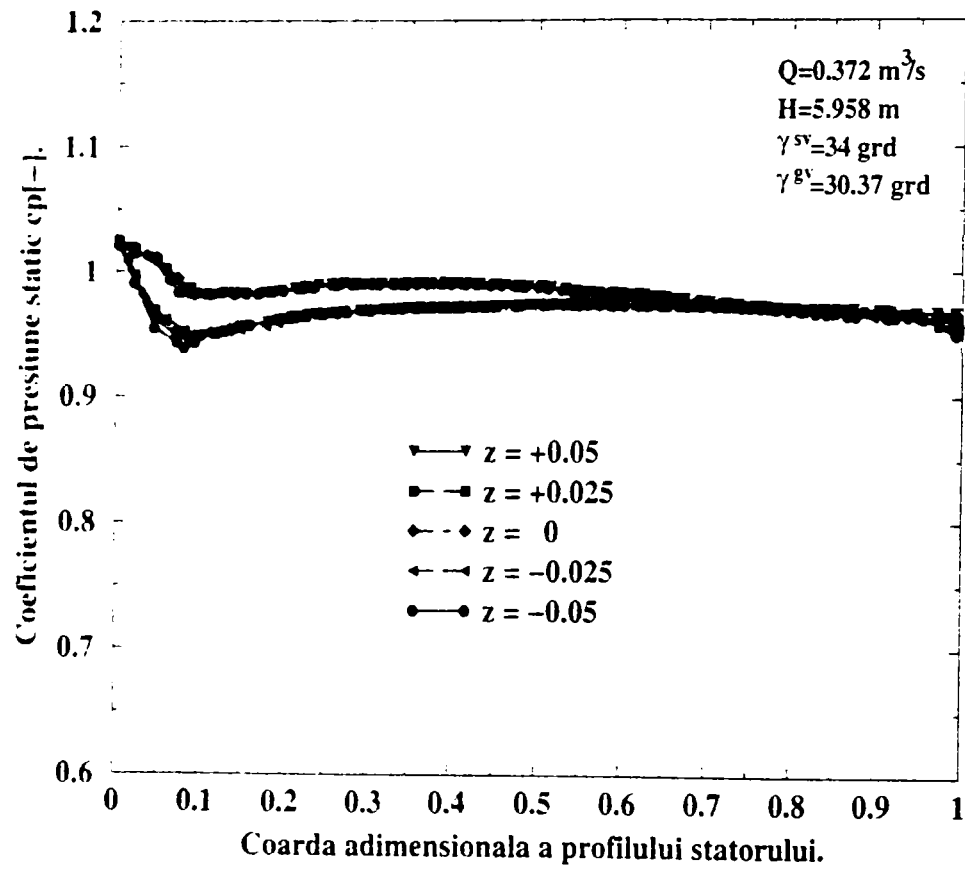


Fig. IV.17 D1. Distribuția coeficientului de presiune calculată în cele 5 secțiuni ale paletii statorice.

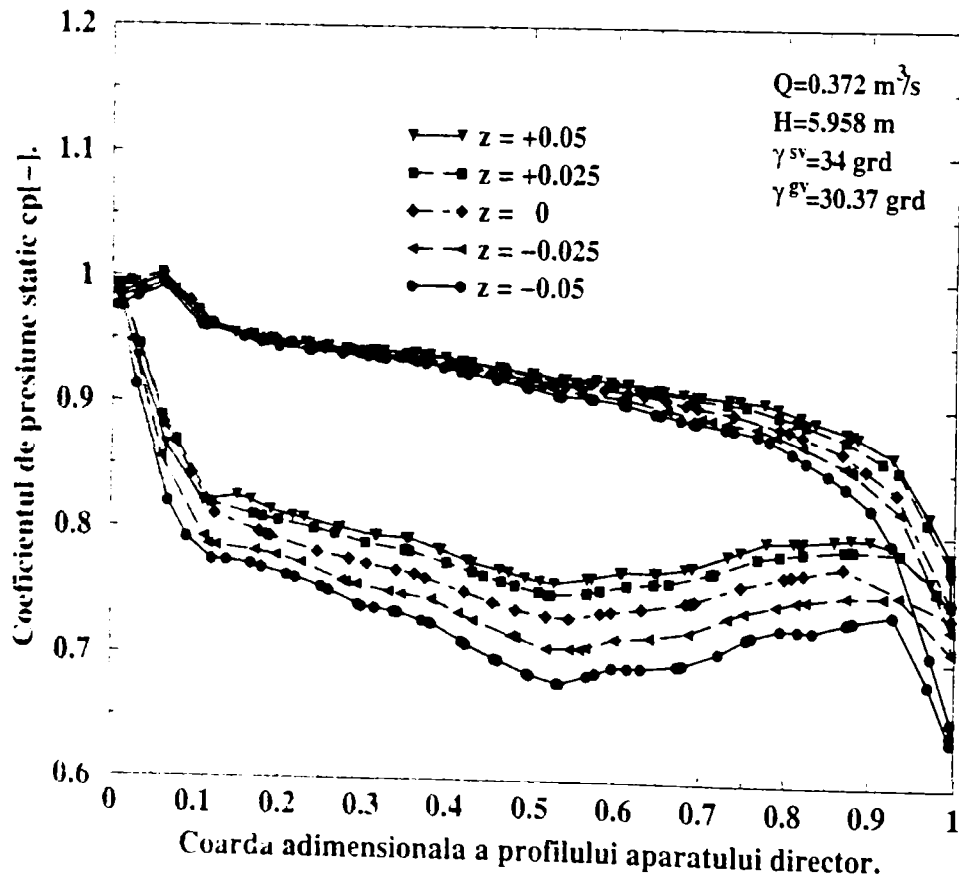


Fig. IV.18 D1. Distribuția coeficientului de presiune calculată în cele 5 secțiuni ale paletii aparatului director.

IV.2.2.4. Concluzii privind varianta D1

Pentru varianta **D1** s-a impus *profilul de viteză constant la intrare* respectiv *profilul de presiune constant la ieșire*. Din considerente hidrodinamice distribuția de viteză constantă impusă la intrare în distribuitor, corespunde unei camere spirale ideale respectiv a curentului cu intrare fără șoc pe paletele statorice. Impunerea acestor condiții la limită reprezintă cel mai simplu caz numeric, datorită valorilor constante mult mai ușor de calculat și impus. În concluzie, pentru aceste condiții la limită sunt necesare: debitul turbinat, valoarea presiunii statice medii la ieșire și datele geometrice ale distribuitorului.

Din analiza câmpului de viteză, Fig. IV.9, și a unghiului curentului, Fig. IV.11, de la ieșire din distribuitor, respectiv a câmpului de presiune la intrare în distribuitor, Fig. IV.12, se poate concluziona:

- coeficientul componente radiale a vitezei (c_r) în zona centrală dintre inelul inferior și cel superior este supraevaluat cu până la 25% la $s \approx 0.3$ excepție făcând zona din apropierea inelului inferior $s \in (0, 0.05)$ unde avem o subevaluare. Rezultatele prezentate de Goede se îndepărtează și mai mult de experiment în treimea superioară a canalului distribuitorului;
- coeficientul componente tangențiale a vitezei (c_u), în general reproduce cu destul de bună acuratețe datele experimentale, maximul subevaluării atingându-se pe inelul superior de 10%. Alura curbei noastre este corectă, diferențele din vecinătatea inelelor putând fi atribuite vâscozității. În contrast, repartiția lui c_u calculată de Goede, deși se încadrează în plaja de valori a măsurătorilor experimentale prezintă o variație descrescătoare de-a lungul axei de măsură, în discrepanță cu experimentul;
- coeficientul componente axiale a vitezei (c_z) este corect prezisă de rezultatele noastre pentru jumătatea superioară a canalului distribuitorului. Și de această dată, diferențele mari față de experiment pot fi puse pe seama impunerii unei distribuții constante de presiune la ieșire, în vădit dezacord cu măsurătorile experimentale, conform Fig. IV.13, exact în zona în care se înregistrează aceste diferențe. Interesant de remarcat este faptul că deși Goede are o distribuție de presiune foarte apropiată de experiment, rezultatele obținute pentru c_z sunt complet eronate;
- unghiului de curgere la ieșire din distribuitor, prezintă faptul că *rezultatele obținute la impunerea distribuției constante a presiunii la ieșire din distribuitor se apropie mai bine de datele experimentale decât rezultatele obținute de Goede.*
- valoarea și distribuția coeficientului de presiune calculată în secțiunea de intrare a distribuitorului concordă foarte bine cu experimentul. Goede obține valori în medie cu 4% mai scăzute decât cele experimentale, respectiv față de rezultatele cazului **D1**.

Din punct de vedere numeric, soluționarea problemei definite mai sus este efectuată cu FVM, utilizând programul comercial FLUENT 5.1, (Fluent, 1998). Discretizarea este efectuată cu o rețea nestructurată cu tetraedre, ce conține 60892 noduri, (Gambit, 1998). Obținerea soluției numerice pe un calculator cu procesor PENTIUM III/450MHz și 128 Mb RAM necesită aproximativ 15 minute.

IV.2.3. Varianta de calcul D2

IV.2.3.1. Calculul vitezelor V_r , V_u , V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$

S-a definit, "varianta de calcul D2" simularea realizată în distribuitorul turbinei Francis GAMM, pentru care s-a impus *profilul de viteză constant la intrare* respectiv *profilul de presiune măsurat la ieșire*.

În Fig. IV.19 se prezintă coeficienții de viteză impuși la intrarea în distribuitor, comparativ cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993). Ipoteza unei camere spirale perfecte, ce asigură o distribuție uniformă a curentului la intrarea în distribuitor, se regăsește într-o mișcare plan paralelă respectiv componenta axială a vitezei nulă ($c_z=0$). Secțiunea de intrare în distribuitor este o suprafață cilindrică dispusă la o rază de 0.346 m având înălțimea de 0.12 m. Ca urmare, componenta radială ($c_r=-0.132$) se determină din impunerea debitului la intrarea în distribuitor ($0.372 \text{ m}^3/\text{s}$), semnul minus indicând sensul opus pe care îl are curentul față de sensul ales pentru axa Or. Componenta tangențială ($c_u=0.219$) s-a determinat pe baza ipotezei de intrare fără șoc a curentului pe palatele statorice.

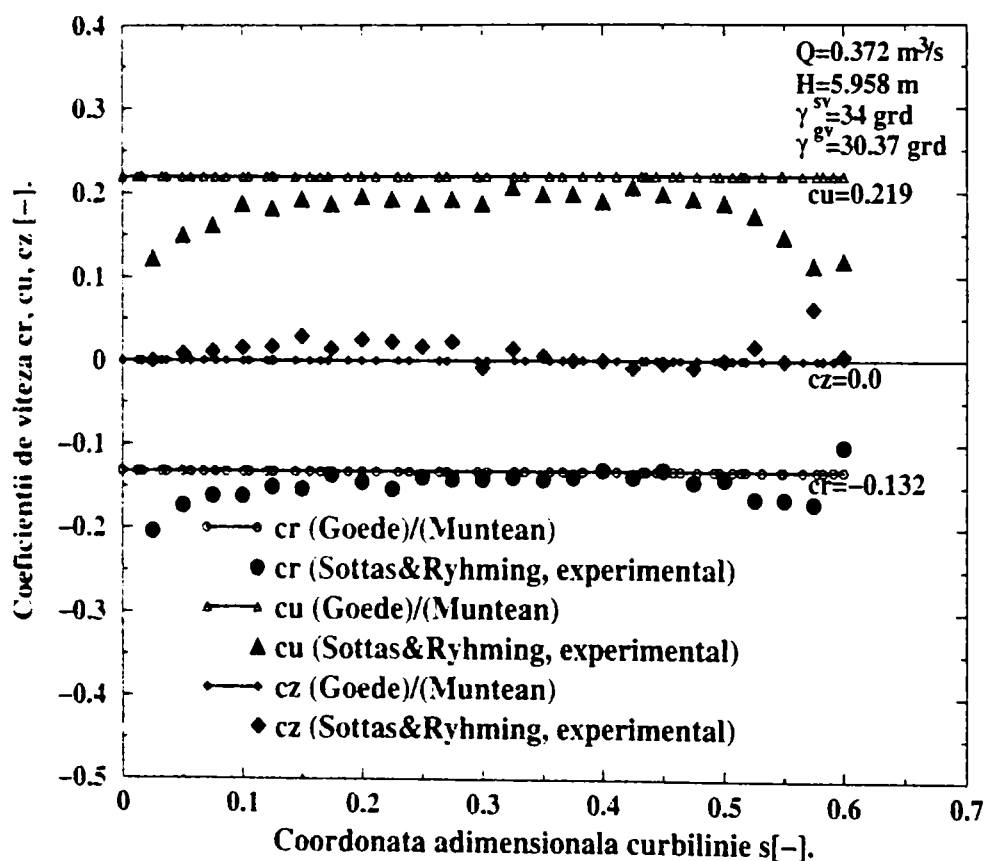


Fig. IV.19 D2. Distribuția **impusă** pentru coeficienții de viteză în secțiunea de intrare a distribuitorului. Valorile sunt determinate în ipoteza camerei spirale perfecte în curent nevâscos, Goede (1993). Se prezintă comparativ cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

Distribuția vitezei obținută conform ipotezelor de mai sus, indică diferențe semnificative față de datele experimentale în apropierea pereților solizi ai inelului inferior respectiv superior. Aceste diferențe sunt datorate *efectelor vâscoase* ce nu sunt luate în considerare la determinarea distribuțiilor teoretice.

Deoarece ipotezele utilizate se bazează pe considerente geometrice și dinamice, permit determinarea distribuției de viteze la intrarea în distribuitor încă din faza de proiectare a turbinei. Cu aceste considerente, se testează o metodologie de determinare a performanțelor energetice și cavitaționale precum și una de automatizare a procesului de proiectare a turbinelor Francis.

Analiza mai atentă a datelor experimentale indică o recirculare în apropierea inelului superior ($s \approx 0.6$), recirculare provenită dintr-o “neatență” proiectare a camerei spirale, Ryhming et al. (1993).

Pentru modelarea curgerii în distribuitorul turbinei Francis GAMM, Goede folosește aceleași ipoteze simplificatoare, Goede (1993).

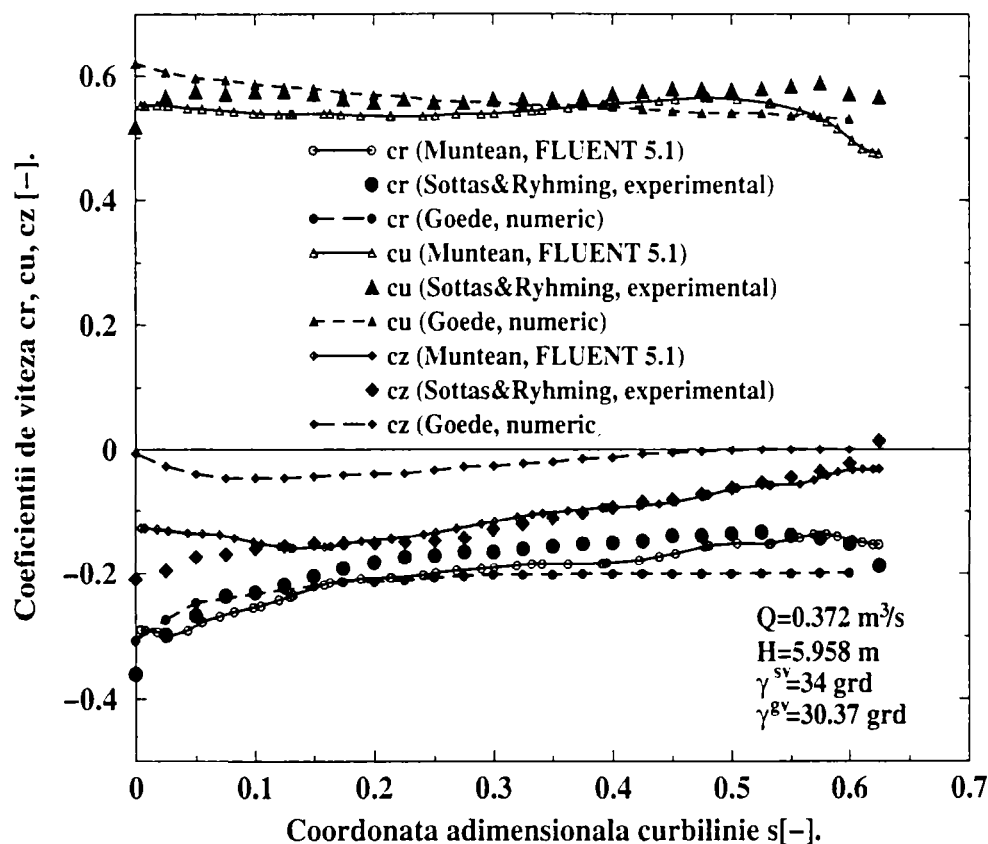


Fig. IV.20 D2. Distribuția **calculată** pentru coeficienții de viteză în secțiunea de ieșire a distribuitorului. Comparatie cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu rezultate numerice, Goede (1993)

Pentru coeficienții de viteză calculați numeric în varianta D2 în secțiunea de ieșire a distribuitorului, (vezi Fig. IV.20) se observă:

- coeficientul componentei radiale a vitezei (c_r) urmărește remarcabil de fidel valorile determinate experimental, micile diferențe putând cu ușurință să fie atribuite incertitudinilor experimentale și/sau efectelor vâscoase (aceasta din urmă făcându-se simțită în special în prezența pereților solizi). Practic putem afirma că modelul utilizat reproduce corect distribuția neuniformă a debitului în secțiunea de ieșire a distribuitorului. Rezultatele prezentate de Goede se îndepărtează și mai mult de experiment în treimea superioară a canalului distribuitorului;
- concordanța coeficientul componentei tangențiale a vitezei (c_u), cu experimentul se îmbunătățește sensibil în vecinătatea inelului inferior, dar se deteriorează ușor în zona inelului inferior. O privire de ansamblu a întregii secțiuni relevă totuși faptul că în general se obține o îmbunătățire și în acest caz;
- o îmbunătățire semnificativă se obține în cazul coeficientul componentei axiale a vitezei (c_z) care, cu excepția imediatei vecinătăți a inelului inferior reproduce aproape exact rezultatele experimentale. Interesant de remarcat este faptul că deși Goede are aceeași distribuție de presiune foarte apropiată de experiment, rezultatele obținute pentru c_z sunt complet eronate.

IV.2.3.2. Calculul unghiului α și trasarea curbelor $\alpha=f(s)$

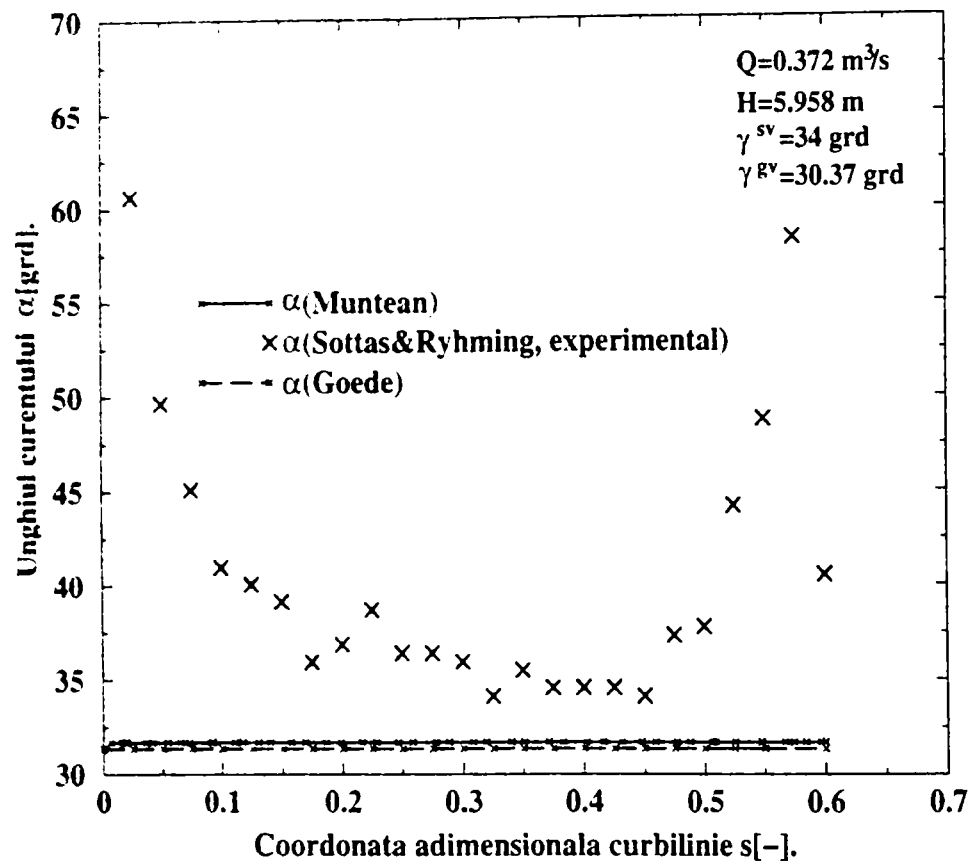


Fig. IV.21 D2. Unghiul format de vectorul viteză cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în distribuitor. Valorile sunt **calculate** utilizând repartiția de viteză din Fig. IV.19.

În secțiunea de intrare s-au impus coeficienții componentelor vitezei conform ipotezelor prezentate: ipoteza unei camere spirale perfecte respectiv intrarea fără șoc a curentului pe palatele statorice, vezi Fig. IV.8 la pagina 95.

Calculul unghiului curentului format de vectorul viteză cu direcția tangențială se face cu relația:

$$\alpha = \arctg\left(\frac{c_{\theta}}{c_u}\right)$$

cea ce conduce la diferențe semnificative între datele teoretice și cele experimentale, în special în apropierea pereților solizi ai inelelor inferior și superior unde efectele vâscoase sunt predominante și nu sunt luate în calcul.

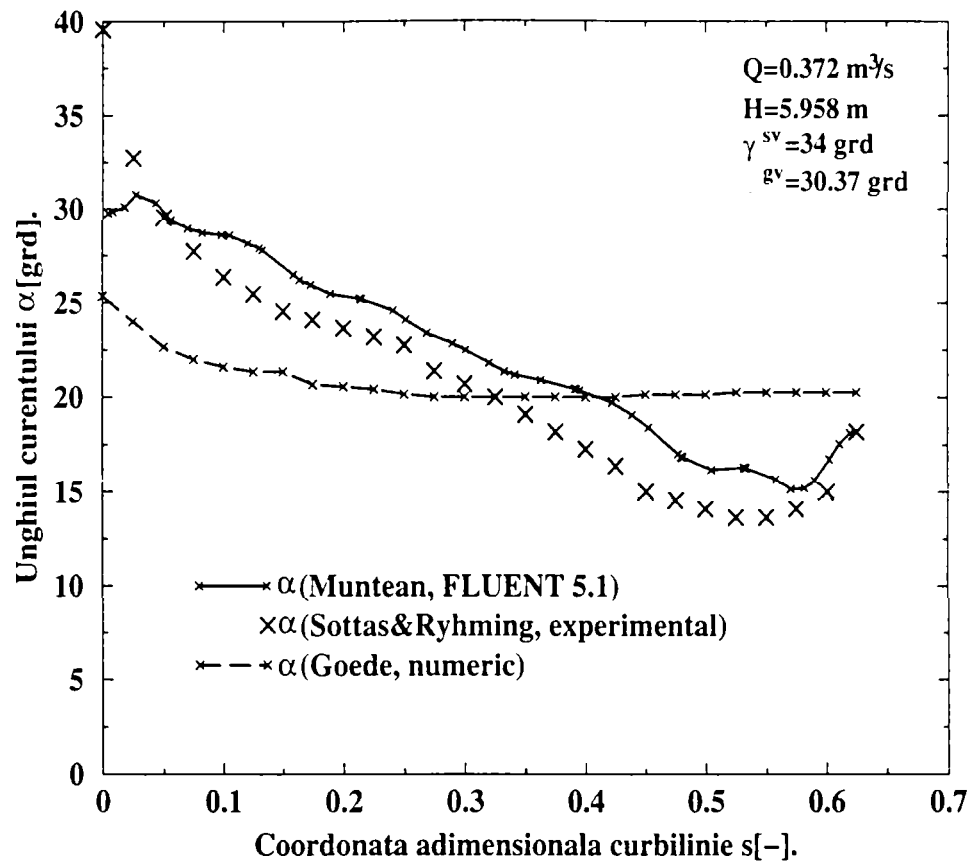


Fig. IV.22 D2. Unghiul format de vectorul vitează cu direcția tangetială în secțiunea de ieșire din distribuitor. Valorile sunt calculate utilizând repartiția de viteză din Fig. IV.20. Comparație cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu rezultate numerice, Goede (1993).

Unghiul curentului la ieșire din distribuitor prezintă aceeași formă pentru $s > 0.1$ și o supraevaluare începând cu $s > 0.03$. În apropierea inelului inferior, $s \in (0, 0.03)$, se observă o subevaluare a unghiului curentului ideal față de cel real. Îmbunătățirea acurateții repartiției de viteză se regăsește imediat în distribuția unghiului de ieșire a curentului din distribuitor. Astfel, din Fig. IV.22 se poate remarca apropierea semnificativă a rezultatelor numerice de datele experimentale.

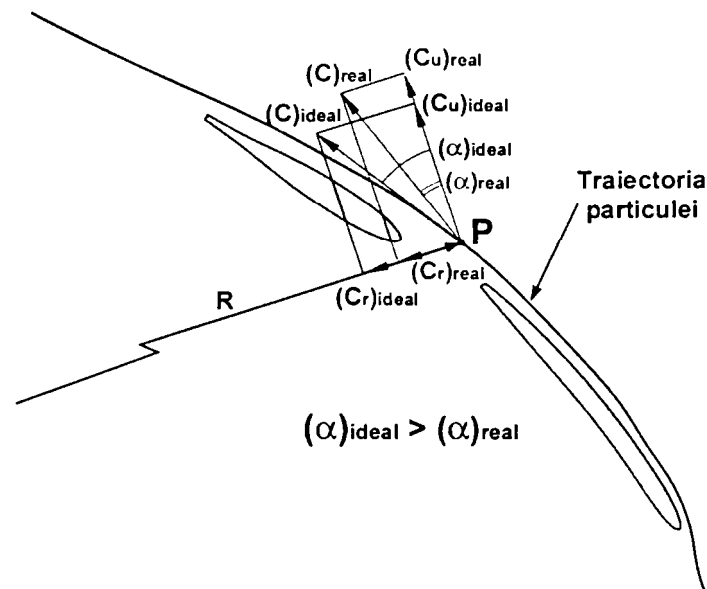


Fig. IV.23 Unghiul curentului α în curent ideal și real.

Pe de altă parte, se pune întrebarea de ce valorile unghiului curentului α calculate cu ipoteza curentului ideal sunt mai mari decât valorile reale măsurate. S-a arătat într-un studiu anterior (Resiga et al., 1999) că luarea în considerare a vâscozității conduce la desprinderea curentului de pe extradusul profilului (fața cu depresiune), chiar și la incidențe optime. Acesta este un rezultat bine cunoscut în literatură, și cuantificarea lui cât mai exactă a făcut obiectul teoriei stratului limită. Din punct de vedere practic, se poate spune că *unghiul de deviere al curentului de fluid real este mai mic decât unghiul de deviere a curentului de fluid ideal*, așa cum prezintă și Fig. IV.21. Rezultatele de față permit însă o evaluare cantitativă a acestei diferențe, care este în medie este de $2^\circ \dots 3^\circ$ în cazul regimului nominal de funcționare. Este de asemenea important de subliniat faptul că descrierea corectă a curgerii la ieșire din distribuitor oferă date foarte apropiate de realitate, pentru intrarea în rotor, cu implicații deosebite asupra acurateții calculului în întreaga turbomașină.

În plus, compararea rezultatelor numerice obținute cu datele experimentale ne confirmă faptul că modelul curentului ideal este suficient de exact pentru evaluarea efectelor tridimensionale asociate geometriei distribuitorului. Această concluzie deschide perspectiva analizei curgerii la regimuri de funcționare diferite de cel optim.

IV.2.3.3. Calculul presiunilor și trasarea curbelor $c_p=f(s)$

Impunerea profilului de viteză pe secțiunea de intrare în distribuitor permite determinarea presiunii statice respectiv calculul coeficientului de presiune static în această secțiune. Analiza rezultatelor indică o foarte bună corelare cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

Goede (1993) obține valori în medie cu 4% mai scăzute decât cele experimentale, respectiv față de rezultatele noastre, vezi Fig. IV.24.

Simularea numerică a curgerii în distribuitor necesită impunerea distribuției de viteze în secțiunea de intrare respectiv a distribuției de presiune în secțiunea de ieșire. Pentru această variantă de calcul, marcată **D2**, s-a utilizat distribuția de presiune măsurată.

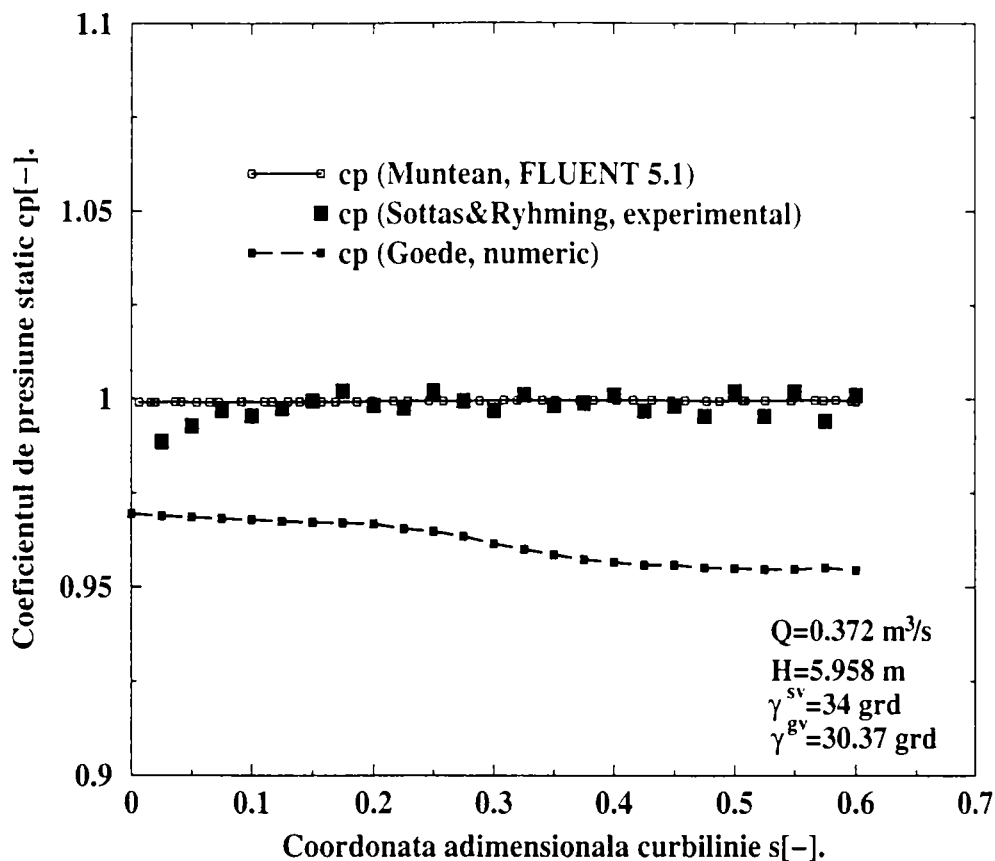


Fig. IV.24 D2. Distribuția **calculată** pentru coeficientul de presiune în secțiunea de intrare a distribuitorului. Comparăție cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu rezultate numerice obținute de, Goede (1993).

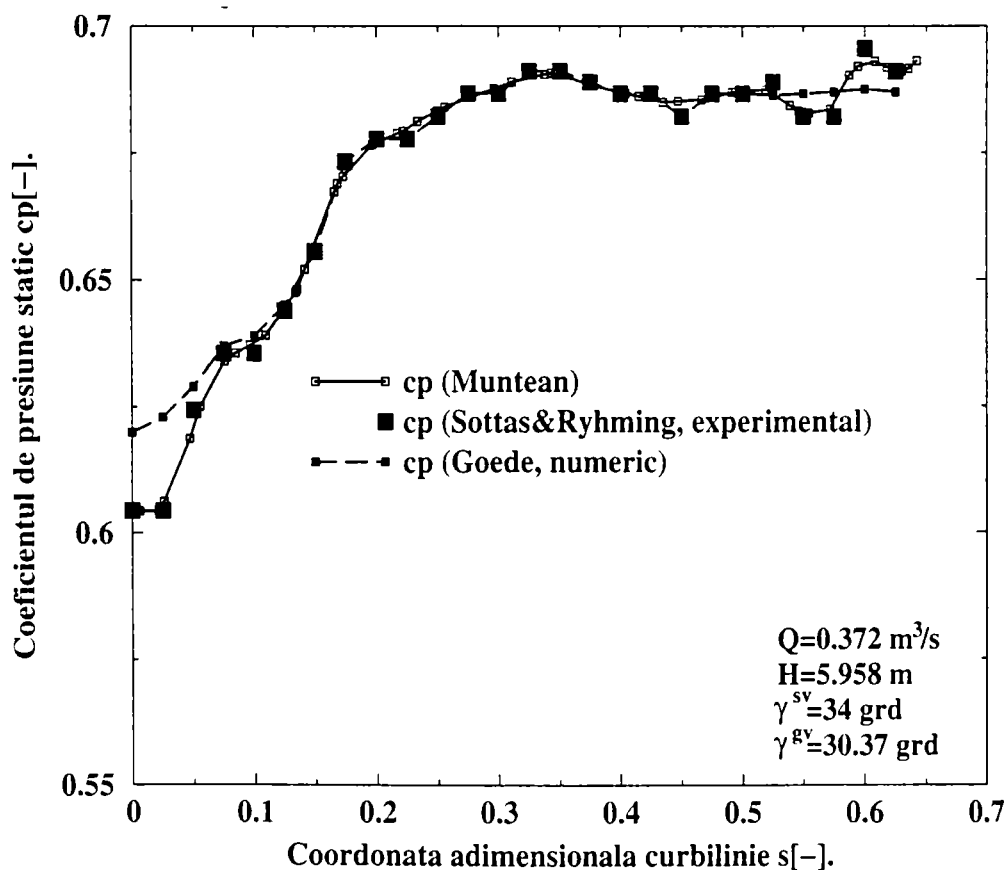


Fig. IV.25 D2. Distribuția **impusă** pentru coeficientul de presiune în secțiunea de ieșire a distribuitorului, în concordanță cu distribuția determinată experimental.

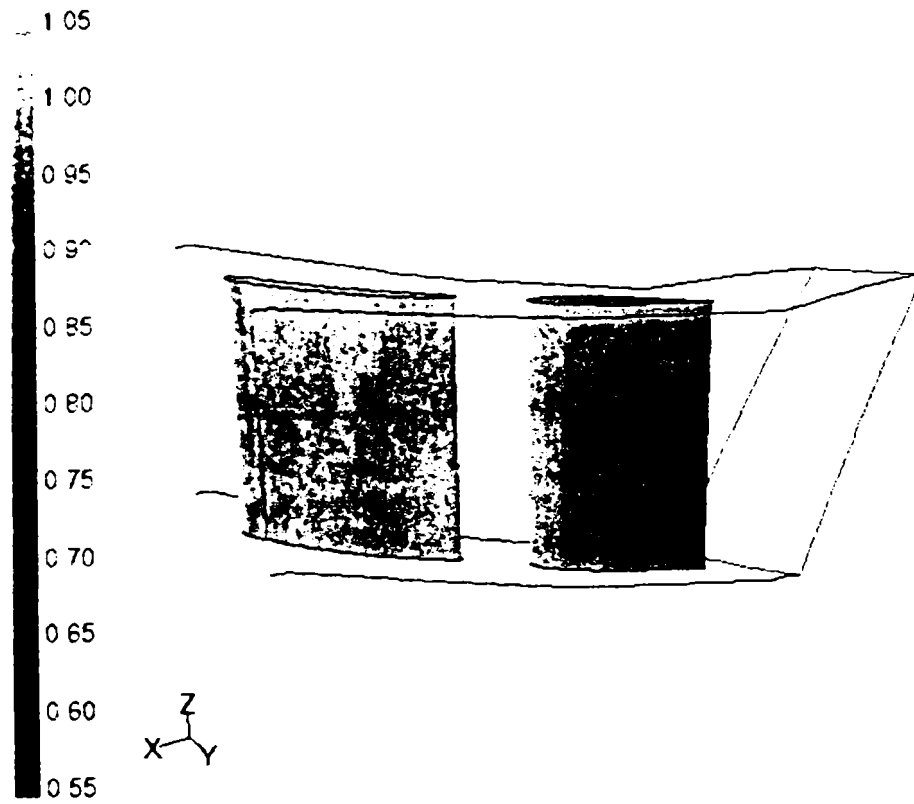


Fig. IV.26 D2. Coeficientul de presiune **calculat** pe fețele de presiune ale paletelor distribuitorului (stator și aparat director).

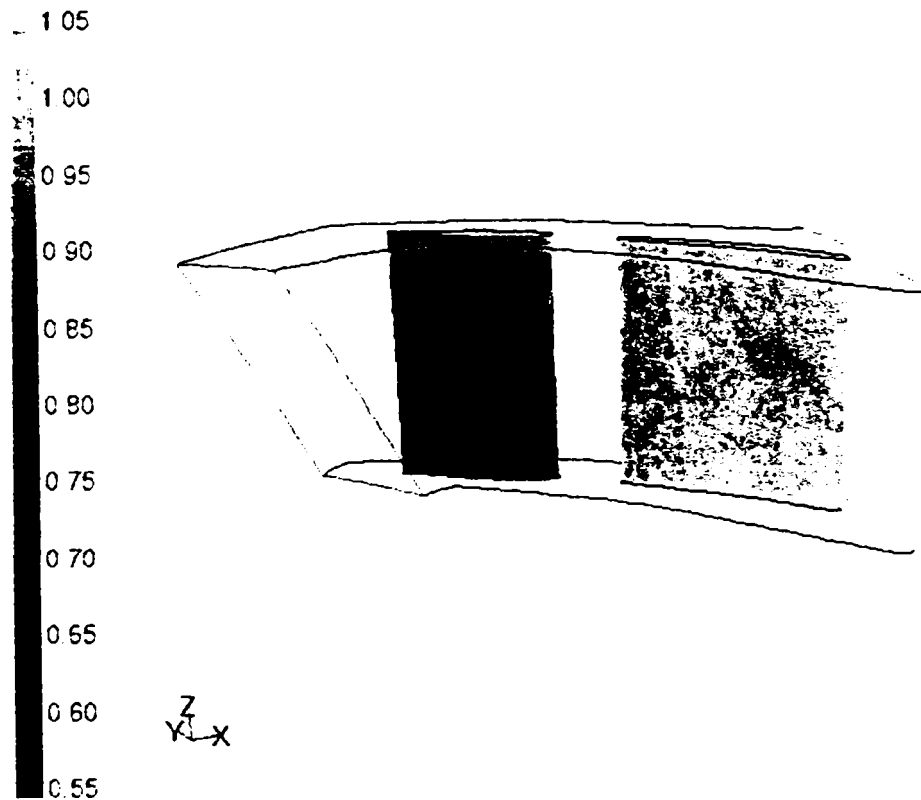


Fig. IV.27 D2. Coeficientul de presiune **calculat** pe fețele de depresiune ale paletelor distribuitorului (stator și aparat director).

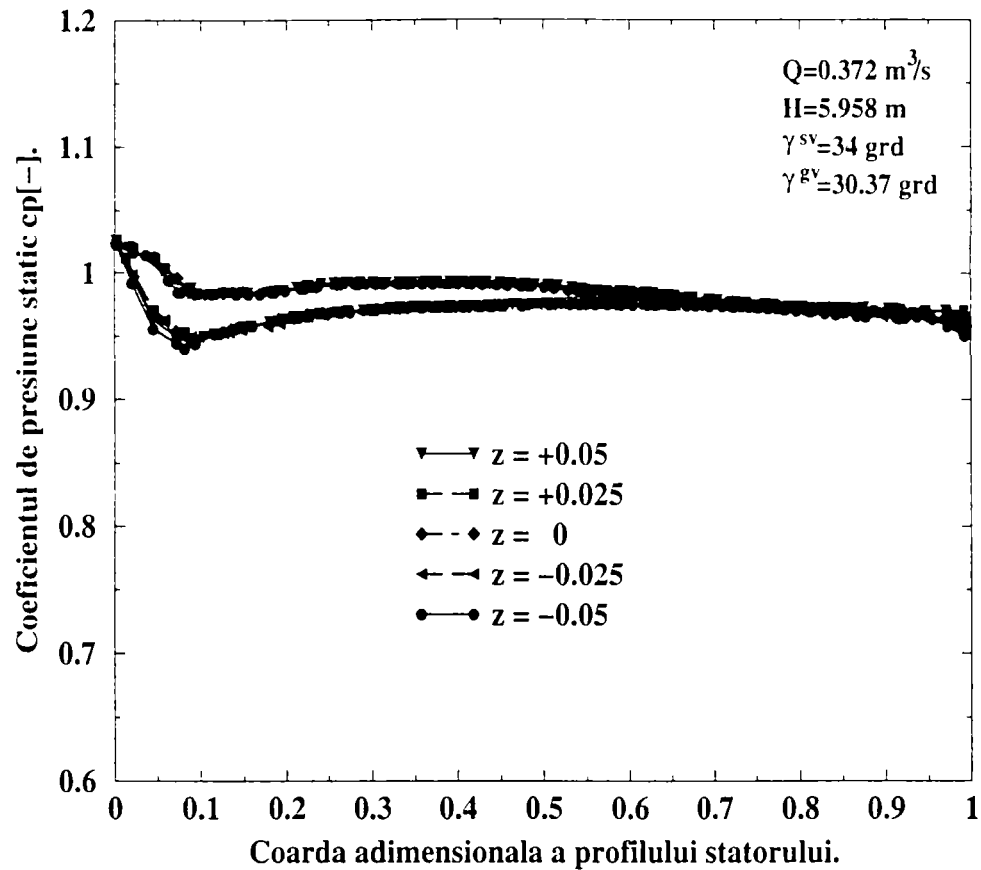


Fig. IV.28 D2. Distribuția coeficientului de presiune calculată în 5 secțiuni ale paletii statorice.

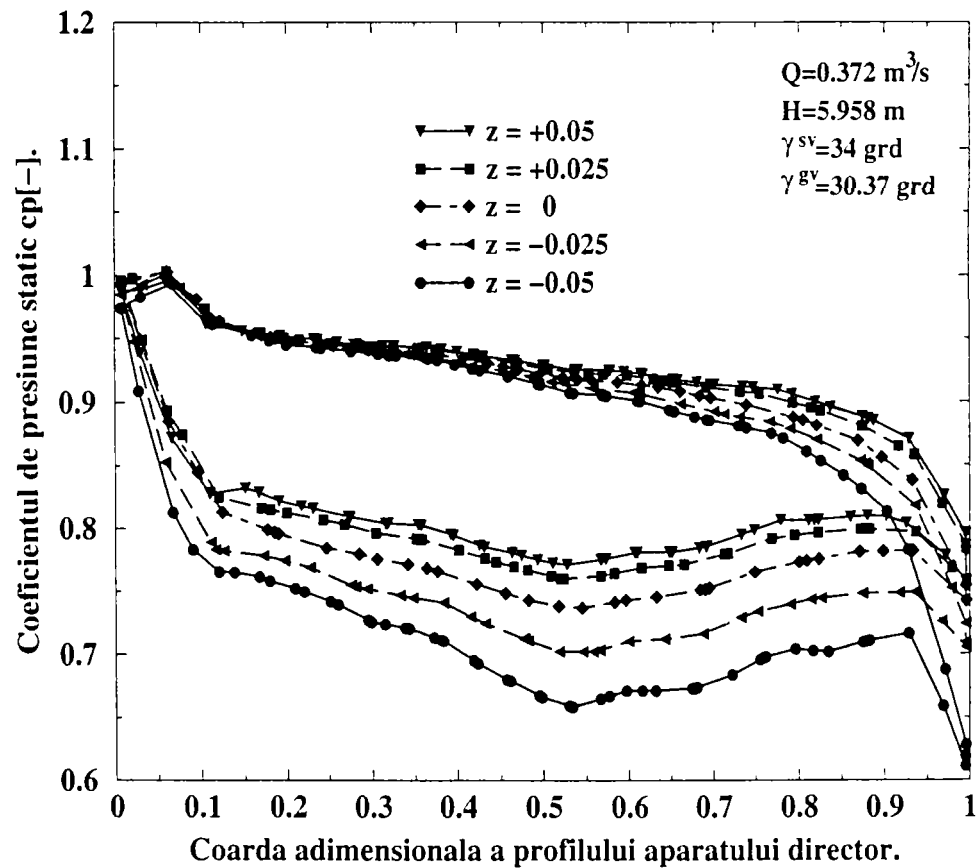


Fig. IV.29 D2. Distribuția coeficientului de presiune calculată în 5 secțiuni ale paletii aparatului director.

IV.2.3.4. Concluzii privind varianta de calcul D2

Pentru varianta **D2** s-a impus *profilul de viteză constant la intrare* respectiv *profilul de presiune măsurat la ieșire*. Din considerente hidrodinamice distribuția de viteză constantă impusă la intrare în distribuitor, corespunde unei camere spirale ideale respectiv a curentului cu intrare fără șoc pe paletele statorice. Impunerea acestor condiții la limită reprezintă cel mai simplu caz numeric, datorită valorilor constante mult mai ușor de calculat și impus. În concluzie, pentru aceste condiții la limită sunt necesare: debitul turbinat, valoarea presiunii statice medii la ieșire și datele geometrice ale distribuitorului.

Din analiza câmpului de viteză, Fig. IV.20, și a unghiului curentului, Fig. IV.22, de la ieșire din distribuitor, respectiv a câmpului de presiune la intrare în distribuitor, Fig. IV.24, se poate concluziona:

- coeficientul componentei radiale a vitezei (c_r) urmărește remarcabil de fidel valorile determinate experimental, micile diferențe putând cu ușurință să fie atribuite incertitudinilor experimentale și/sau efectelor vâscoase (aceasta din urmă făcându-se simțită în special în prezența pereților solizi). Practic putem afirma că modelul utilizat reproduce corect distribuția neuniformă a debitului în secțiunea de ieșire a distribuitorului. Rezultatele prezentate de Goede se îndepărtează și mai mult de experiment în treimea superioară a canalului distribuitorului;
- concordanța coeficientul componentei tangențiale a vitezei (c_u), cu experimentul se îmbunătățește sensibil în vecinătatea inelului inferior, dar se deteriorează ușor în zona inelului inferior. O privire de ansamblu a întregii secțiuni relevă totuși faptul că în general se obține o îmbunătățire și în acest caz;
- o îmbunătățire semnificativă se obține în cazul coeficientul componentei axiale a vitezei (c_z) care, cu excepția imediatei vecinătăți a inelului inferior reproduce aproape exact rezultatele experimentale. Interesant de remarcat este faptul că deși Goede are aceeași distribuție de presiune foarte apropiată de experiment, rezultatele obținute pentru c_z sunt complet eronate.

Comparativ cu varianta de calcul **D1** se observă îmbunătățirea evaluării valorilor componentelor radială (c_r) și axială (c_z) ale vitezei de la ieșire din distribuitor, la care se adaugă corectarea semnificativă a distribuției curbilor, vezi Fig. IV.24. De asemenea, se observă îmbunătățirea distribuției unghiului de curgere, Fig. IV.22. Și pentru cazul **D2** se mențin erorile semnificative ce apar în apropierea inelelor superior și inferior datorate efectelor vâscoase.

IV.2.4. Varianta de calcul D3

IV.2.4.1. Calculul vitezelor V_r , V_u , V_z și trasarea curbilor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

Varianta de calcul D3 prezintă simularea în distribuitorul turbinei Francis GAMM, pentru situația în care s-a impus *profilul de viteză corectat la intrare* pentru a asigura debitul măsurat respectiv *profilul de presiune măsurat la ieșire*.

În Fig. IV.30 se prezintă coeficienții de viteză impuși la intrarea în distribuitor, comparativ cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993). În această variantă, la intrare s-a impus distribuția de viteze corectată pentru a asigura debitul măsurat ($Q=0.372 \text{ m}^3/\text{s}$). Din aceste considerente s-au modificat componentele radială și tangențială în raport cu cele măsurate.

Dacă ipotezele utilizate pentru variantele de calcul **D1** și **D2** se bazează pe considerente geometrice și dinamice, și putem determina distribuției de viteze la intrarea în distribuitor încă din faza de proiectare a turbinei, pentru varianta de calcul **D3** trebuie să avem rezultatele experimentale pentru a putea realiza simularea în aceste condiții.

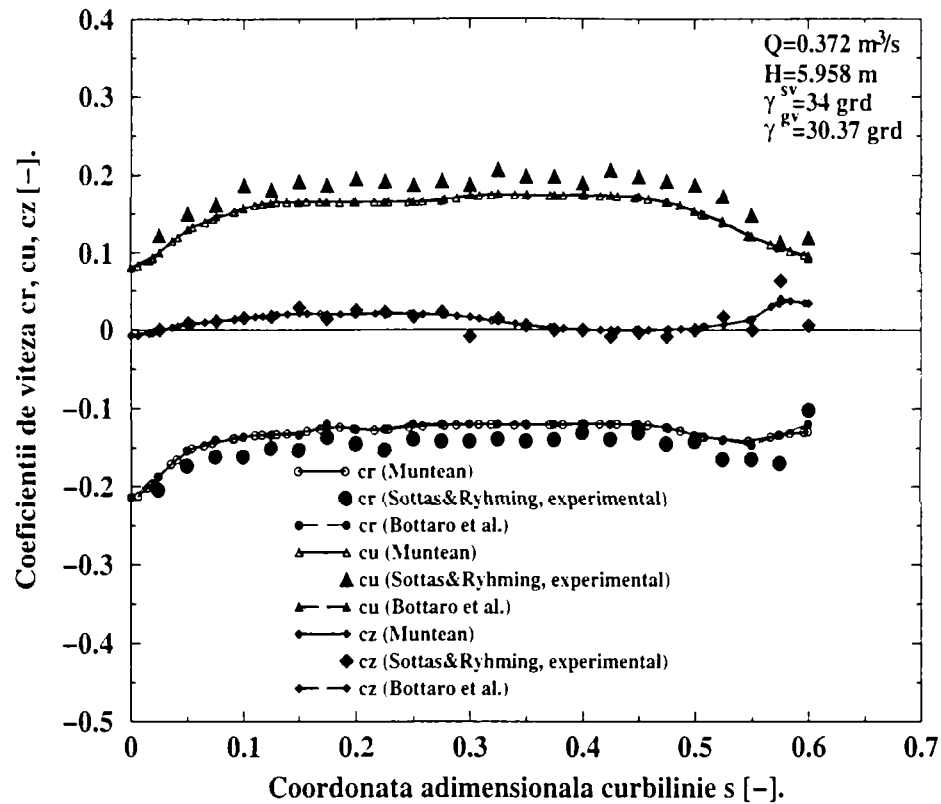


Fig. IV.30 D3. Distribuția **impusă** pentru coeficienții de viteză în secțiunea de intrare a distribuitorului. Valorile experimentale sunt corectate în concordanță cu valoarea de referință a debitului prin turbină, măsurată la intrarea în camera spirală, Bottaro et al. (1993). Se prezintă comparativ cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

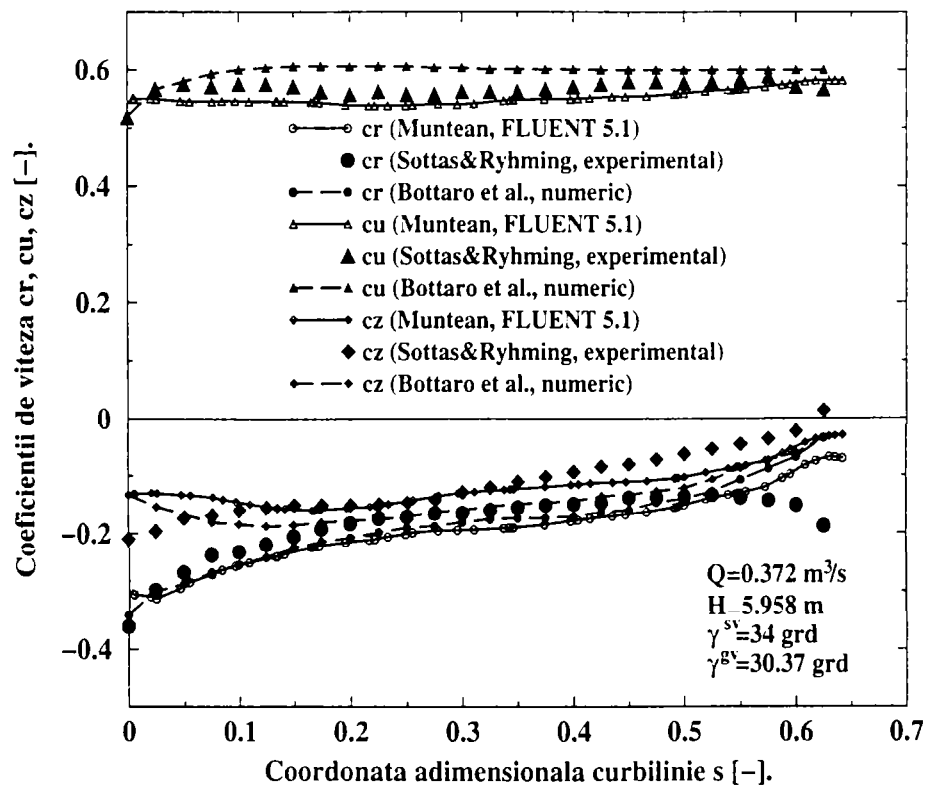


Fig. IV.31 D3. Distribuția **calculată** pentru coeficienții de viteză în secțiunea de ieșire a distribuitorului. Comparăție cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu rezultate numerice, Bottaro et al. (1993).

Analiza mai atentă a datelor experimentale indică o recirculare în apropierea inelului superior ($s \approx 0.6$), recirculare provenită dintr-o "neatență" proiectare a camerei spirale, Ryhming et

al. (1993). Acest lucru se regăsește și la ieșirea din distribuitor, unde se observă diferența semnificativă dintre rezultatele numerice și datele experimentale pentru componenta radială în apropierea inelului superior, vezi Fig. V.31. Componenta tangențială a vitezei prezintă o îmbunătățire semnificativă în apropierea inelului superior față de celelalte două variante de calcul. În schimb, componenta axială prezintă o ușoară creștere a erorii în apropierea inelului superior atât față de datele experimentale cât și față de varianta de calcul D2.

IV.2.4.2. Calculul presiunilor și trasarea curbelor $c_p=f(s)$

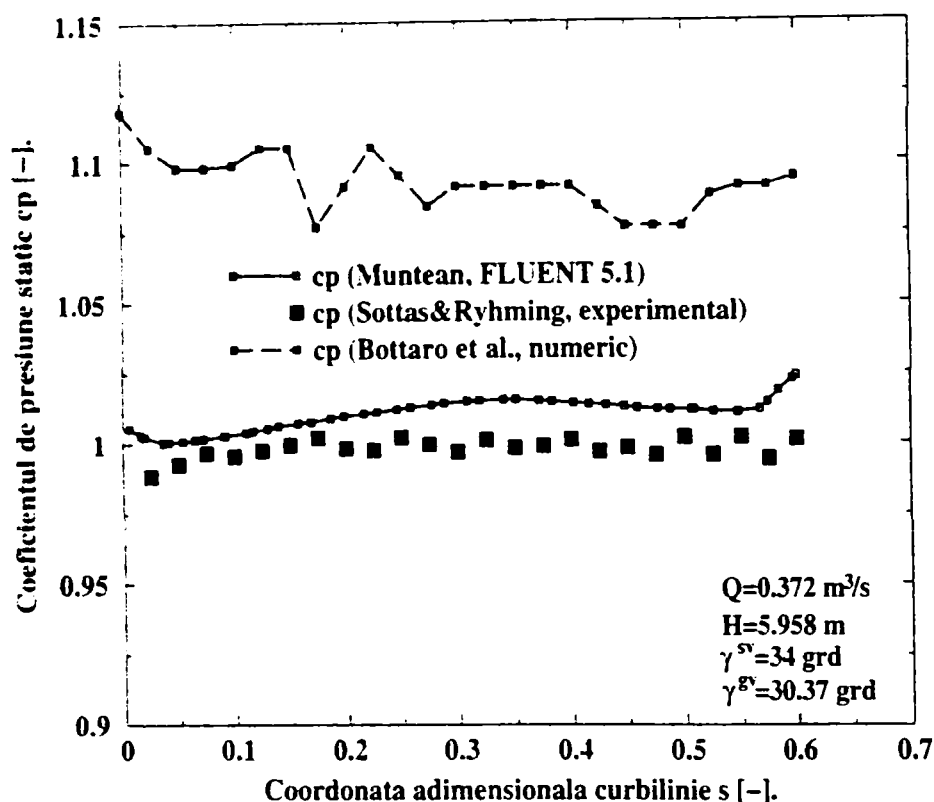


Fig. IV.32 D3. Distribuția **calculată** pentru coeficientul de presiune în secțiunea de intrare a distribuitorului. Comparatie cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu rezultate numerice, Bottaro et al. (1993).

În Fig. IV.32 se prezintă distribuția coeficientului de presiune în secțiunea de intrare a distribuitorului. Se observă o foarte bună corespondență între rezultatele numerice și datele experimentale. Rezultatele pe întreaga înălțime a secțiunii de intrare în distribuitor sunt în marja de eroare de 3%. Față de rezultatele numerice obținute de Bottaro et al. (1993) se constată o îmbunătățire semnificativă.

Comparația dintre distribuția de presiune măsurată de-a lungul axei de măsură și ipoteza axial simetriei a condus la condiția la limită impusă în secțiunea de ieșire a distribuitorului. În Fig. IV.33 se observă că valorile numerice de presiune impuse în secțiunea de ieșire coincid cu cele ale grupului Bottaro et al. (1993).

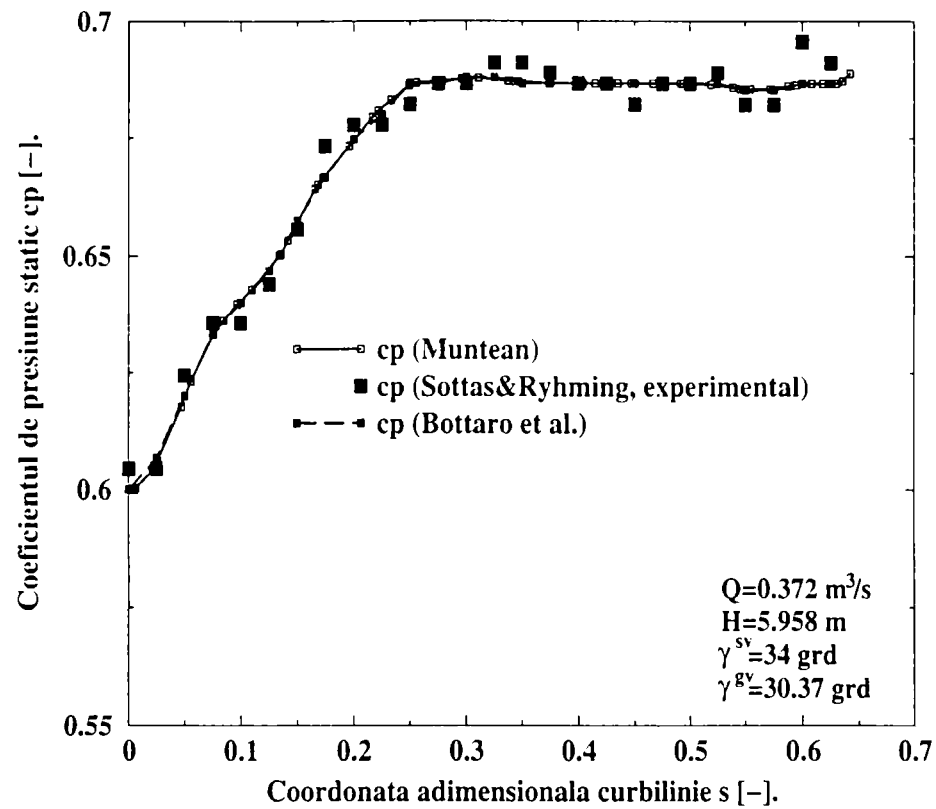


Fig. IV.33 D3. Distribuția **impusă** pentru coeficientul de presiune în secțiunea de intrare a distribuitorului, în concordanță cu distribuția determinată experimental.

IV.2.4.3. Calculul unghiului α și trasarea curbelor $\alpha=f(s)$

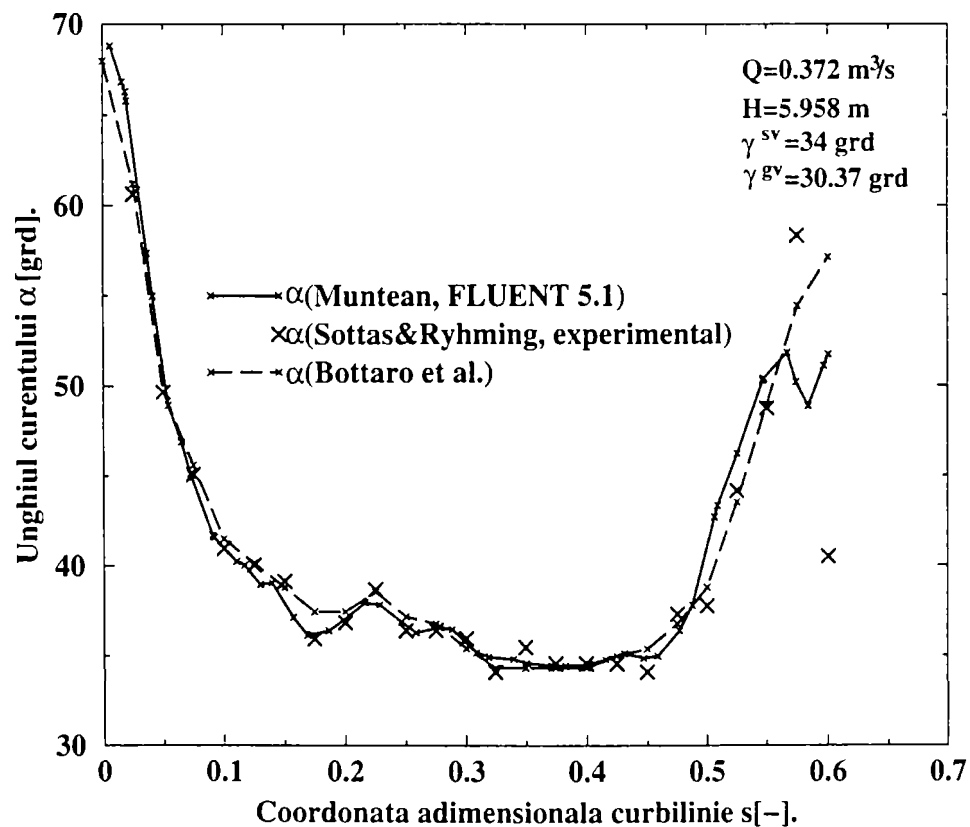


Fig. IV.34 D3. Unghiul format de vectorul vitează cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în distribuitor. Valorile sunt **calculate** utilizând repartiția de viteză din Fig. IV.30.

Odată cu impunerea profilului de viteză corectat, la care s-au modificat proporțional doar componentele radială și tangențială s-a impus și distribuția măsurată a unghiului curentului în secțiunea de intrare a distribuitorului, vezi Fig. IV.34.

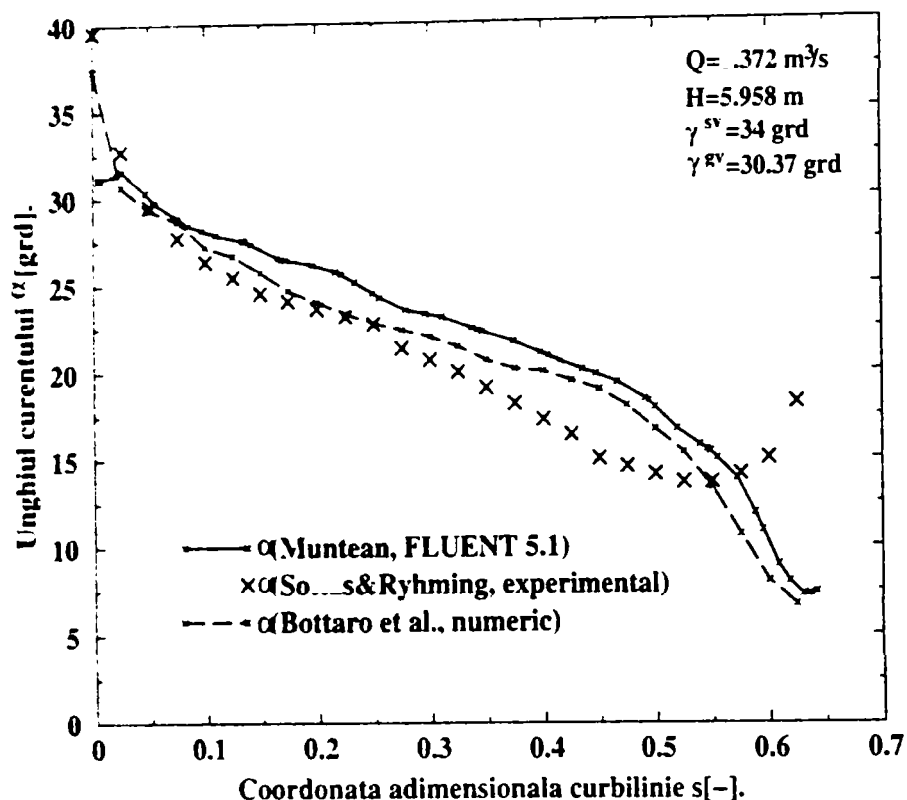


Fig. IV.35 D3. Unghiul format de vectorul viteză cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în distribuitor. Valorile sunt calculate utilizând repartiția de viteză din Fig. IV.33.

Fig. IV.35 prezintă o bună corelare a rezultatelor numerice cu datele experimentale, excepție făcând zona din imediata vecinătate a inelului superior. Se remarcă o foarte bună corelare între rezultatele numerice obținute cu varianta de calcul D3 și cele ale grupului Bottaro et al. (1993).

Prezentarea calitativă a distribuției coeficientului de presiune pe fețele de presiune, Fig. V.36 respectiv pe fețele de depresiune, Fig. V.37, ale paletelor distribuitorului demonstrează caracterul plan paralel al mișcării în stator și caracterul tridimensional al mișcării fluidului în paletajul aparatului director. Prin reprezentarea coeficientului de presiune de-a lungul celor cinci secțiuni obținute din intersecția paletelor statorului și aparatului director cu cele cinci plane paralele cu planul de referință al turbinei, vezi Fig. IV.16, se observă că efectul tridimensional este semnificativ pe paleta aparatului director în apropierea inelului inferior datorită curburii în plan meridian al traseului hidraulic, Fig. IV.39.

Analiza distribuției coeficientului de presiune de-a lungul celor cinci secțiuni ale statorului indică o intare cu șoc a curentului pe paletetele acestuia, vezi Fig. IV.38. Deoarece paleta statorică este suficient de lungă și curentul este accelerat are loc reatașarea acestuia pe paleta statorică în prima jumătate.

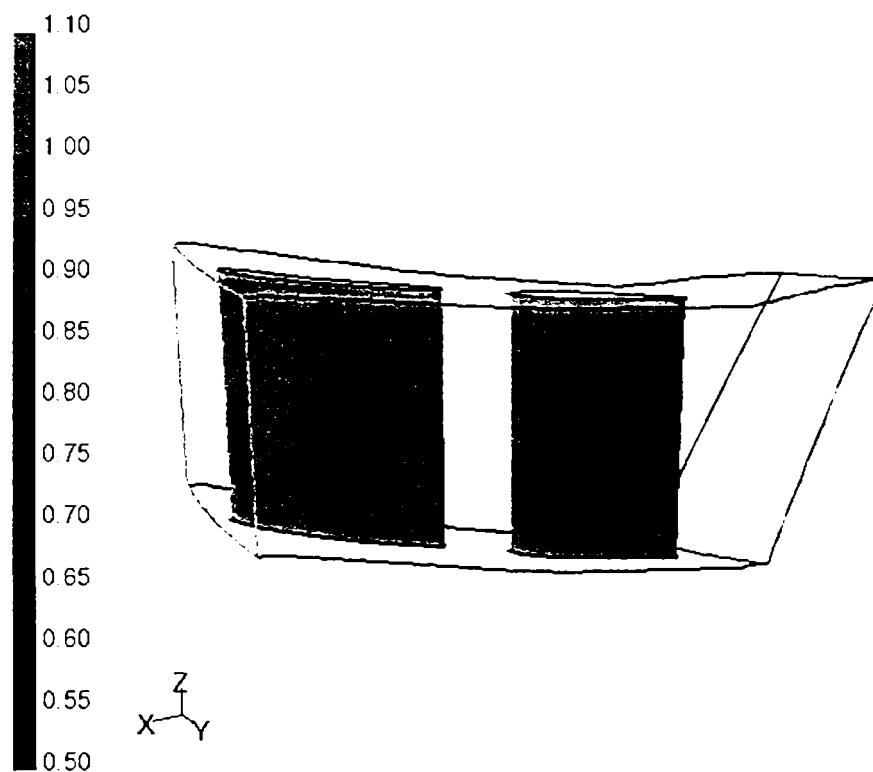


Fig. IV.36 D3. Coeficientul de presiune **calculat** pe fețele de presiune ale paletelor distribuitorului (stator și aparat director).

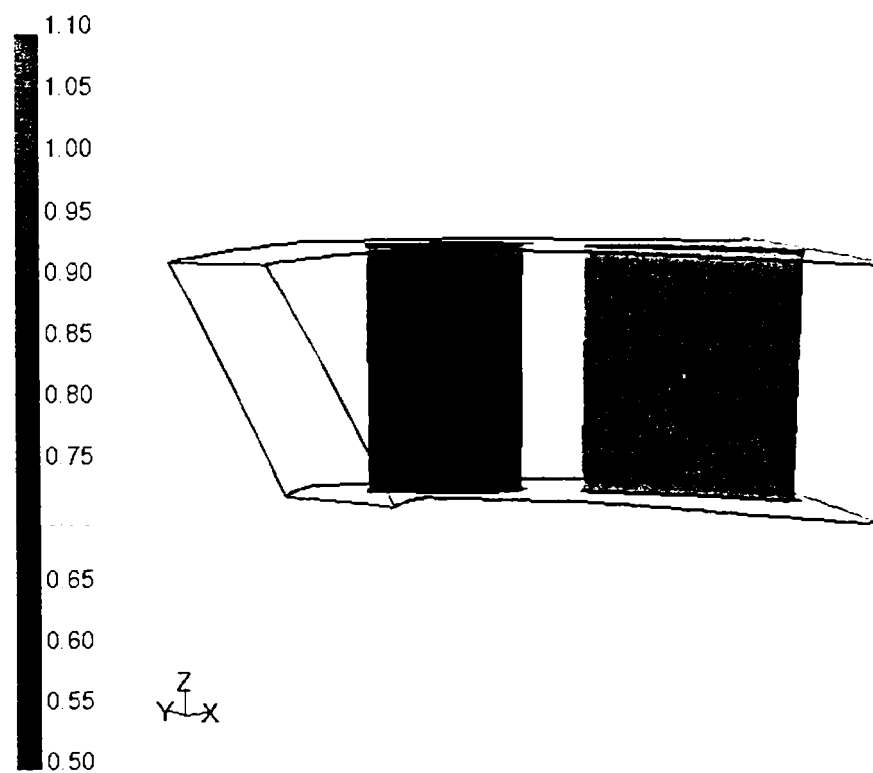


Fig. IV.37 D3. Coeficientul de presiune **calculat** pe fețele de depresiune ale paletelor distribuitorului (stator și aparat director).

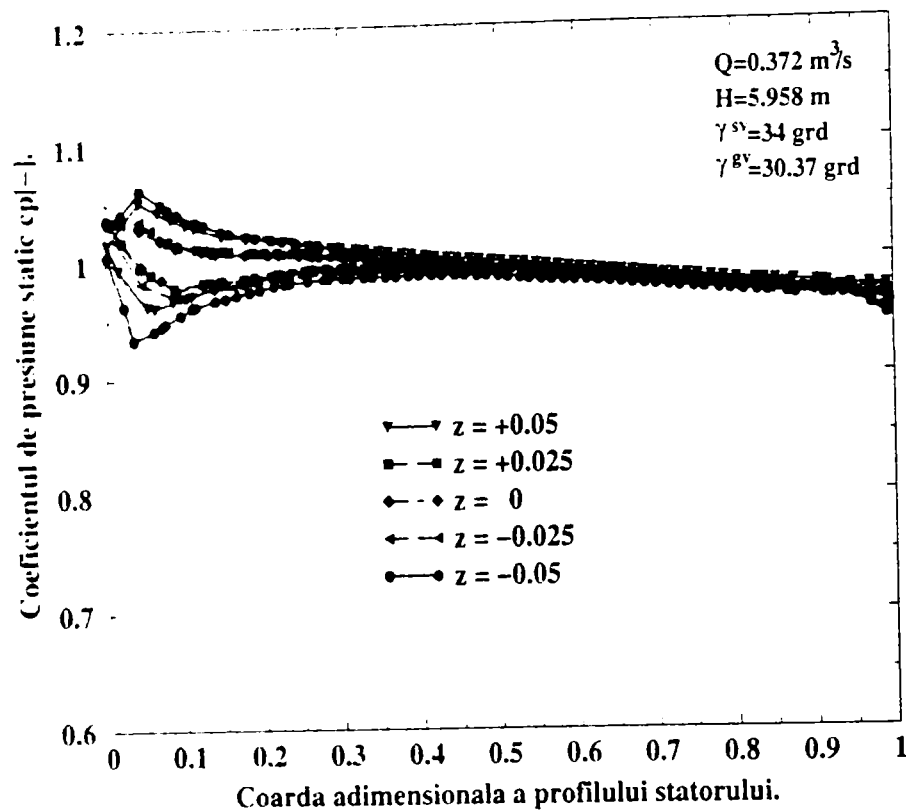


Fig. IV.38 D3. Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în 5 secțiuni ale paletii statorice.

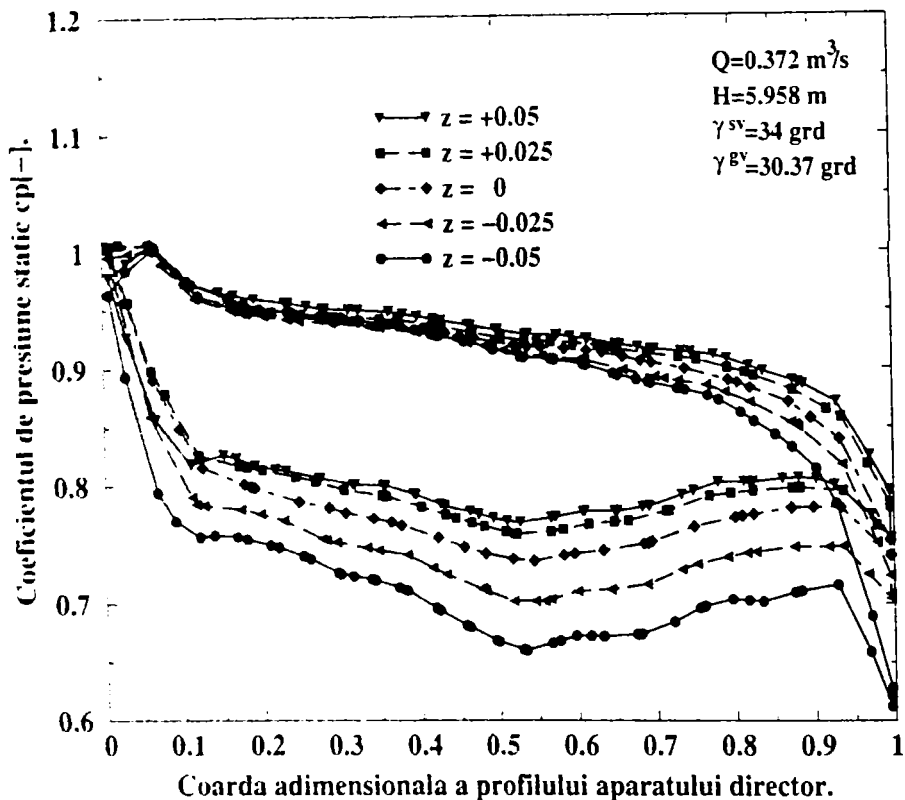


Fig. IV.39 D3. Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în 5 secțiuni ale paletii aparatului director.

IV.2.4.4. Concluzii privind varianta D3

Pentru varianta **D3** s-a impus *profilul de viteză corectat la intrare* pentru a asigura debitul măsurat respectiv *profilul de presiune măsurat la ieșire*.

Din analiza câmpului de viteză, Fig. IV.31, și a unghiului curentului, Fig. IV.35, de la ieșire din distribuitor, respectiv a câmpului de presiune la intrare în distribuitor, Fig. IV.32, se poate concluziona:

- coeficientul componente radiale a vitezei (c_r) prezintă o bună corelare cu datele experimentale, excepție făcând zona din apropierea inelului superior. Rezultatele numerice obținute de grupul Bottaro et al. (1993) prezintă aceeași distribuție cu rezultatele noastre;
- coeficientul componente tangențiale a vitezei (c_u), în general reproduce cu foarte bună acuratețe datele experimentale. Alura curbei noastre urmărește punctele experimentale, în timp ce distribuția componente tangențiale calculată de Bottaro et al. (1993) are o abatere maximă în jumătatea distanței;
- coeficientul componente axiale a vitezei (c_z) prezintă o destul de bună corelare cu datele experimentale, excepția apărând pentru zonele din apropierea pereților solizi în special în partea superioară a canalului. Pentru această componentă rezultatele numerice ale colegilor de la EPFL au aceeași alură dar diferențe față de datele experimentale sunt mai mari;
- unghiului curentului de la ieșire din distribuitor, indică o bună corelare a rezultatelor numerice cu datele experimentale, excepție făcând zona din imediata vecinătate a inelului superior. Se remarcă o foarte bună corelare cu rezultatele numerice obținute de grupul Bottaro et al. (1993)
- valoarea și distribuția coeficientului de presiune calculată în secțiunea de intrare a distribuitorului concordă bine cu experimentul. Bottaro et al. (1993) obțin valori în medie cu 10% mai mari decât cele experimentale.

Analiza distribuție de presiune pe paletetele statorice indică o intrare cu șoc a curentului. Deoarece paleta statorică este suficient de lungă și curentul este accelerat are loc reatașarea acestuia pe paleta statorică în prima jumătate.

IV.3. Concluzii

Simularea curgerii în distribuitorul turbinei Francis GAMM reprezintă una din problemele test pentru determinarea capabilității metodologiei numerice de investigare a curgerii tridimensionale în elementele mașinilor hidraulice, și anume în cele două rețele radiale ale distribuitorului (rețeaua statorică și rețeaua aparatului director).

Baza de date experimentală pentru distribuitorul turbinei Francis GAMM a reprezentat problema test pentru seminarul “3D-computation of incompressible internal flows” de la Lausanne din 1989, Sottas & Ryming (1993). Deoarece proiectarea traseului hidraulic începe cu considerarea unui fluid nevâscos în mișcare Euler staționară, condițiile la limită și rezultatele numerice corespunzătoare sunt prezentate în cazurile **D1** respectiv **D2**. Diferența între cele două variante, a constat din impunerea presiunii medii în secțiunea de ieșire, cazul **D1**, respectiv impunerea profilului de presiune măsurat la ieșire, în cazul **D2**. Din analiza măsurătorilor experimentale, s-au determinat condițiile la limită care asigură conservarea debitului măsurat, păstrând profilul de presiune măsurat pe suprafața de ieșire. Cazul prezentat mai sus, a fost denumit generic **D3**. Toate rezultatele corespund punctului optim de funcționare și au fost comparate cu datele experimentale. Pentru cazurile **D2** și **D3** valorile obținute numeric au fost comparate și cu rezultatele oferite de Goede (1993) respectiv Bottaro et al. (1993).

În ipotezele mișcării staționare și spațial periodice, domeniul de calcul se reduce la un canal tridimensional (ce conține o coloană statorică și o paletă a aparatului director). Pentru discretizarea spațială a domeniului tridimensional s-a utilizat o rețea nestructurată cu tetraedre având 60892

noduri, generată cu ajutorul preprocesorului Gambit 1.1/FLUENT. Modelarea curgerii tridimensionale Euler s-a bazat pe algoritmul SIMPLE cuplat cu o discretizare cu volume finite oferită de codul FLUENT 5.1.

Analiza rezultatelor prezintă o bună concordanță a valorilor numerice cu cele experimentale, atât pentru condițiile la limită având profil de viteză constant la intrare (cazul **D2**) cât și pentru condițiile la limită corectate să asigure debitul măsurat la intrare (cazul **D3**). Comparația între rezultatele numerice din lucrare și cele obținute de colectivele Goede (1993) respectiv Bottaro et al. (1993) prezintă o apropiere mai bună a rezultatelor noastre de experiment, cu o evaluare foarte precisă a câmpului de presiune.

Analiza calitativă și cantitativă a curgerii în distribuitorul turbinei Francis la punctul optim de funcționare prezintă o mișcare plan paralelă a curentului în rețeaua statorică, în timp ce în rețeaua aparatului director mișcarea devine tridimensională datorită curburii în plan meridian a traseului hidraulic. Deoarece se urmărește ca la intrarea în rotor curentul să fie cât mai uniform, soluția ideală din punct de vedere hidrodinamic este torsionarea paletelor aparatului director. Paleta torsionată este nerealizabilă, deoarece din punct de vedere constructiv, aparatul director trebuie să asigure reglarea debitului, și la limita inferioară să asigure închiderea paletelor aparatului director, aceasta impunând o paleta dreaptă.

Deoarece, într-o turbină reactivă, există o diferență de presiune pozitivă între intrare și ieșire, câmpul de curgere este dominat de gradienti de presiune favorabili. În punctul optim de funcționare, curentul este atașat de suprafața paletelor și efectele vâscoase se reduc la un strat limită relativ subțire. Aceste ipoteze sunt confirmate și de buna corelare dintre rezultatele numerice și datele experimentale din cadrul capitolului.

În concluzie, capitolul prezintă studiul curgerii în distribuitorul turbinei Francis GAMM la punctul optim de funcționare, utilizând simularea numerică a curgerii tridimensionale a fluidului Euler. Principalele contribuții sunt:

- metodologia de construirea a domeniului de analiză tridimensional și a rețelei de discretizare pentru distribuitorul funcționând la punctul optim de funcționare;
- formularea problemei în coordonate cilindrice pentru un sistem de referință absolut; testarea diverselor condiții la limită și validarea acestora cu datele experimentale;
- calculul câmpului de viteză și de presiune pentru întreg domeniul de analiză tridimensional și compararea atât cu datele experimentale cât și cu datele numerice disponibile;
- calculul și analiza câmpului de viteză și presiune pe paletele statorice și ale aparatului director și compararea atât cu datele experimentale cât și cu datele numerice disponibile;
- confirmarea mișcării plane a fluidului la intrare în stator precum și a mișcării tridimensionale de la ieșire din aparatul director;

Principala contribuție a acestui capitol o reprezintă **stabilirea, testarea și validarea metodologiei de simulare numerică a curgerii tridimensionale a fluidului incompresibil nevâscos (Euler) în distribuitorul turbinelor Francis la punctul optim de funcționare**.

Capitolul V

V. Analiza numerică a curgerii 3D în rotorul turbinei Francis GAMM la punctul optim de funcționare

V.1. Descrierea problemei pentru rotorul turbinei Francis GAMM

V.1.1. Domeniul de analiză

În ipoteza că mișcarea în rețeaua rotorică este spațial periodică (cu pas unghiular $2\pi/N$, unde $N=13$ este numărul de paletе), domeniul tridimensional de analiză este un canal, ce conține o paletă rotorică amplasată în mijloc domeniului, în timp ce este delimitat de așa-numita bandă de periodicitate, vezi Fig. V.4.

- suprafața de intrare: este o suprafață conică cu semiunghiul la centru de 20° , obținută prin rotirea generatoarei pe care s-au realizat măsurătorile, și care intersectează inelul în $R=210.9$ mm și $Z= -62.78$ mm;
- suprafața de ieșire: este o suprafață plană obținută prin rotirea axei de măsură amplasată în secțiunea conică, și care este mărginită de cercul de rază $R=218.38$ mm și $Z= -396.35$ mm;
- suprafețele inelului respectiv coroanei: sunt suprafețe de revoluție obținute prin rotirea frontierelor solide, Parkinson (1995);
- suprafețele periodice: sunt suprafețe oarecare obținute din rotirea cu $\pm t/2$ a suprafeței schelet a paletеi rotorice și a suprafeței amonte delimitată de bordul de atac, inel, coroană și suprafața de intrare respectiv suprafața aval delimitată de bordul de fugă, inel, coroană și suprafața de ieșire;

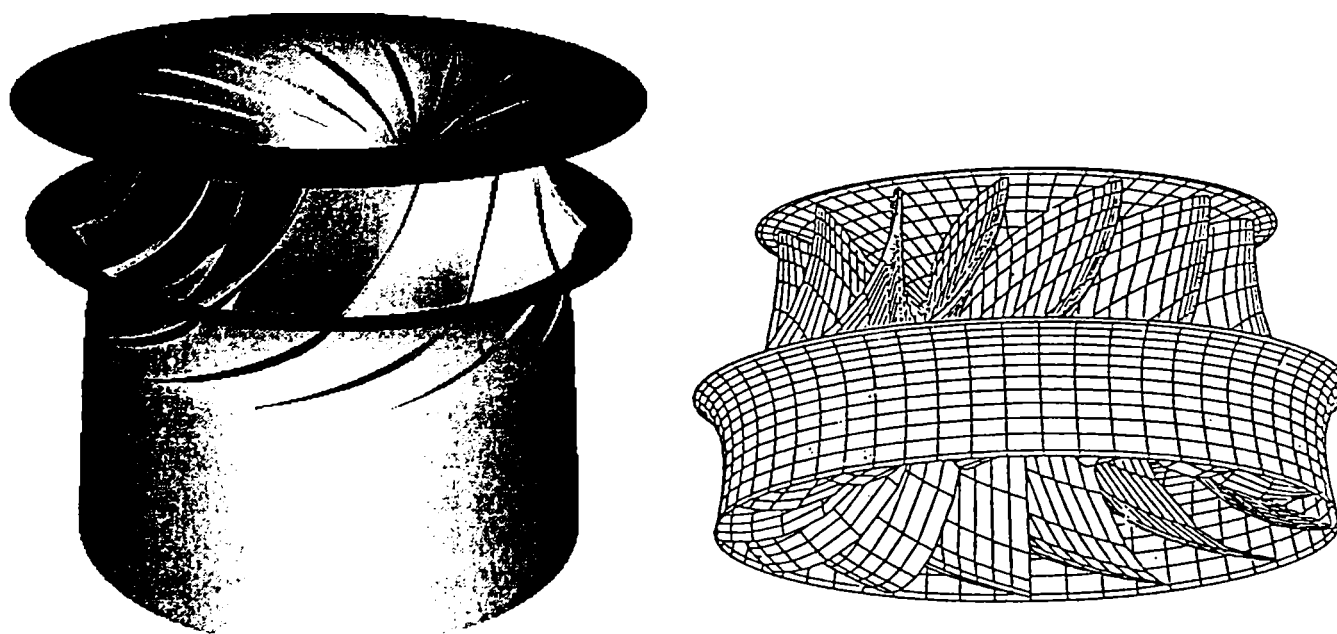


Fig. V.1 Vederi 3D ale rotorului Francis GAMM ('Henry'), Arakawa et al. (1996).

Pentru a înțelege mai bine modul de construcție al domeniului 3D, se precizează de la început că s-a ales o variantă simplu conexă, vezi secțiunea *Alegerea domeniului de analiză* de la pagina 56. Construcția domeniului de analiză pentru canalul rotoric 3D, pornește de la cunoașterea datelor primare și utilizarea uneltelor specifice domeniului CAD, înglobate în modulul de preprocesare, (Gambit, 1998). Datele primare oferite pentru construcția geometriei 3D a paletelor rotorice, ce constau din 400 de puncte (200 de puncte pentru intrados respectiv 200 de puncte pentru extrados) pentru fiecare din cele 17 intersecții ale paletelor rotorice 3D cu liniile de curent calculate în ipoteza fluidului nevâscos, vezi Sottas & Ryhming (1993), Parkinson (1995), au fost prelucrate pentru preluarea în (Gambit, 1998). Pentru fiecare secțiune s-a construit câte trei NURBS-uri, vezi *Generarea frontierelor 1D* de la pagina 58, unul pentru intrados, unul pentru extrados și al treilea pentru linia schelet a secțiunii considerate, vezi Fig. V.2a,b.

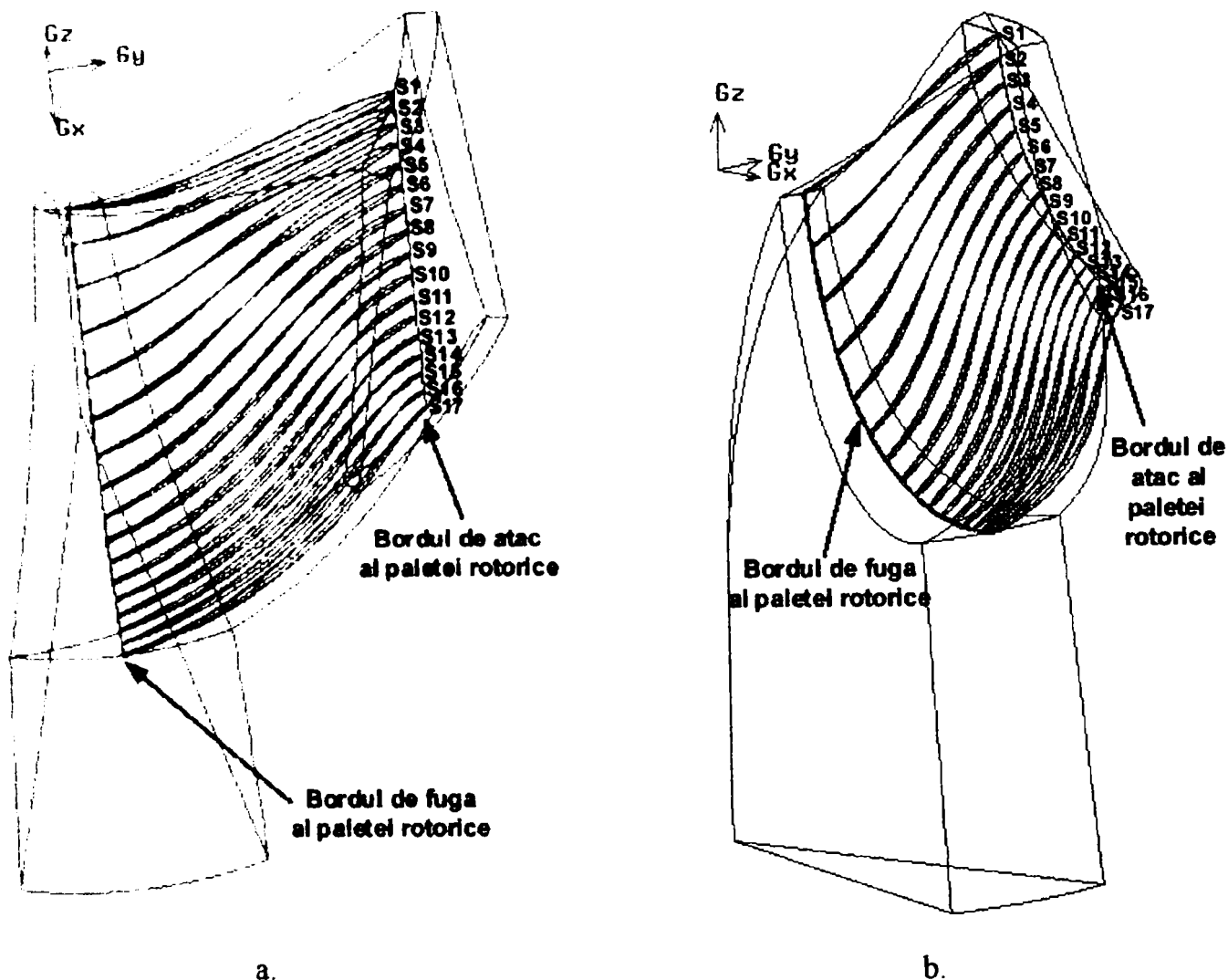


Fig. V.2 Vederi 3D ale celor 17 secțiuni de construcție a paletelor rotorice 3D.

Construirea suprafețelor NURBS 3D ale paletelor rotorice (intrados, extrados, schelet și bord de fugă) s-a realizat cu ajutorul curbelor NURBS generate anterior, vezi *Generarea frontierelor 2D* de la pagina 61. Odată bordurile de atac și fugă stabilite, s-au putut construi suprafețele amonte și aval care împreună cu suprafața schelet a paletelor rotorice prin rotire cu $\pm t/2$ oferă suprafețele periodice ale canalului rotoric 3D. Suprafețele amintite mai sus, se pot observa în Fig. V.3a,b,c pentru cazul în care s-au considerat 4 canale rotorice și în Fig. V.4a,b,c pentru varianta în care s-a considerat un singur canal rotoric.

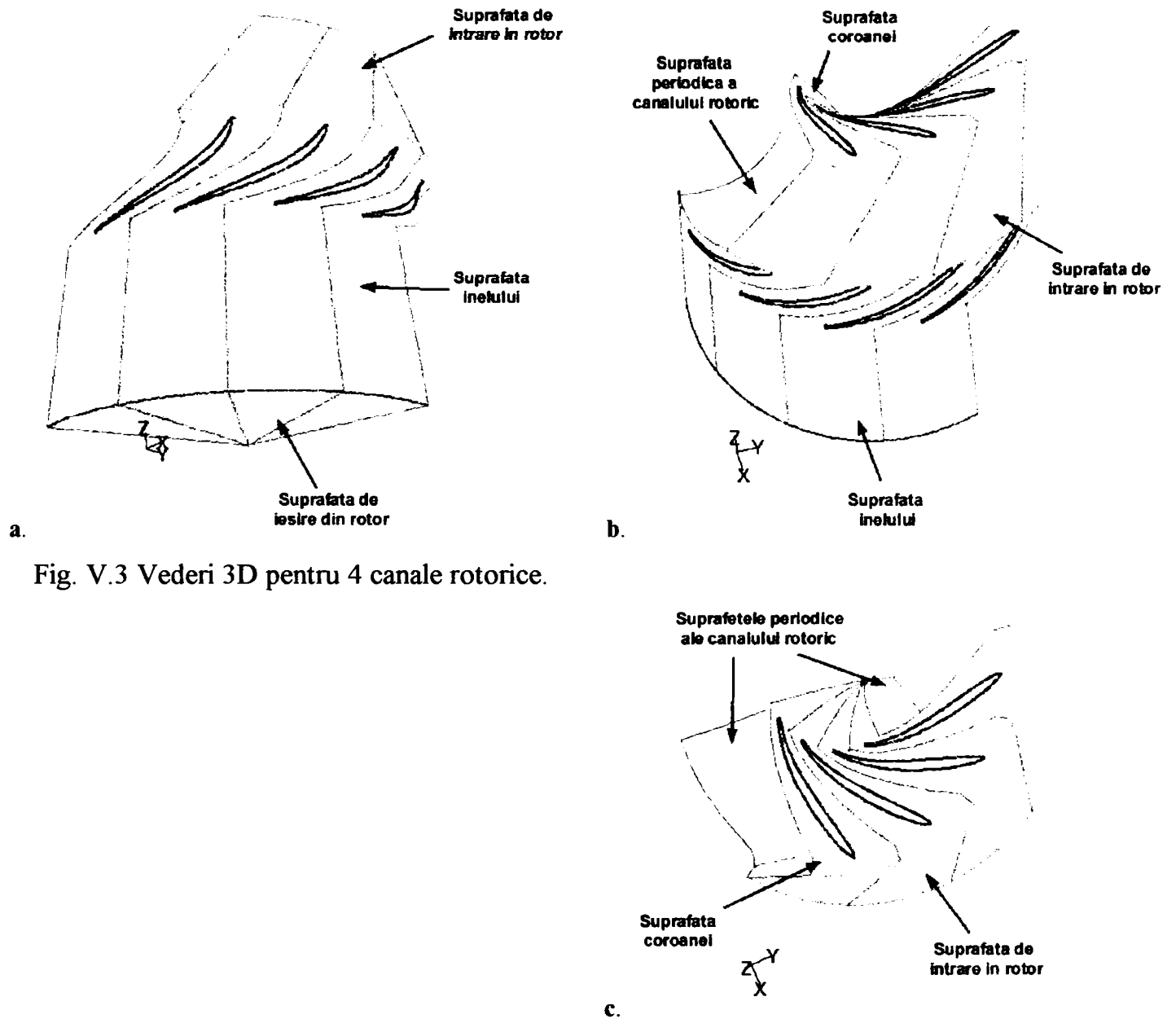


Fig. V.3 Vederi 3D pentru 4 canale rotorice.

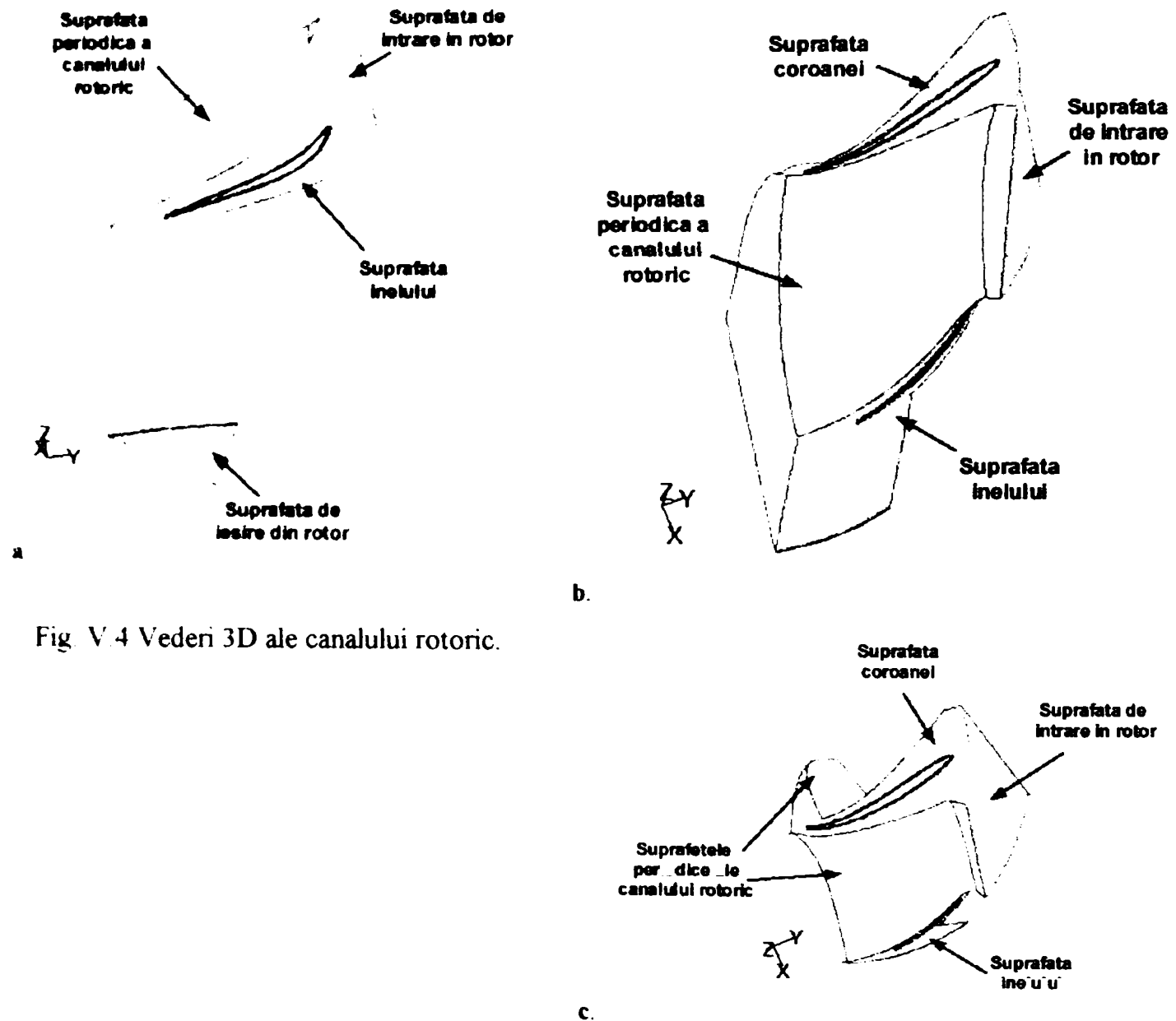


Fig. V.4 Vederi 3D ale canalului rotor.

Construirea solidului 3D pentru canalul rotor s-a realizat cu ajutorul următoarelor suprafețe: intrare, ieșire, coroanei, inelului și cele 2 periodice. În schimb, realizarea solidului 3D pentru paleta rotorică s-a bazat pe suprafețele: intrados, extrados, bord de fugă, coroanei și inelului. În final, prin “decuparea” paletelor rotorică 3D din canalul rotor se obține domeniul de analiză.

V.1.2. Generarea rețelei de discretizare spațiale pentru canalul rotor

La fel ca și canalul distribuitorului, discretizarea suprafețelor corespondente din “banda de periodicitate”, s-a realizat cu rețele de discretizare identice pentru a permite tratarea condițiilor periodice, vezi Resiga & Muntean (1999). Pentru canalul rotor, s-au construit două rețele nevăskoase, vezi Muntean & Resiga (1999), nestructurate cu tetraedre ce conține 55267 respectiv 115829 noduri (vezi Fig. V.5a,b), realizate cu ajutorul preprocesorului (Gambit, 1998).

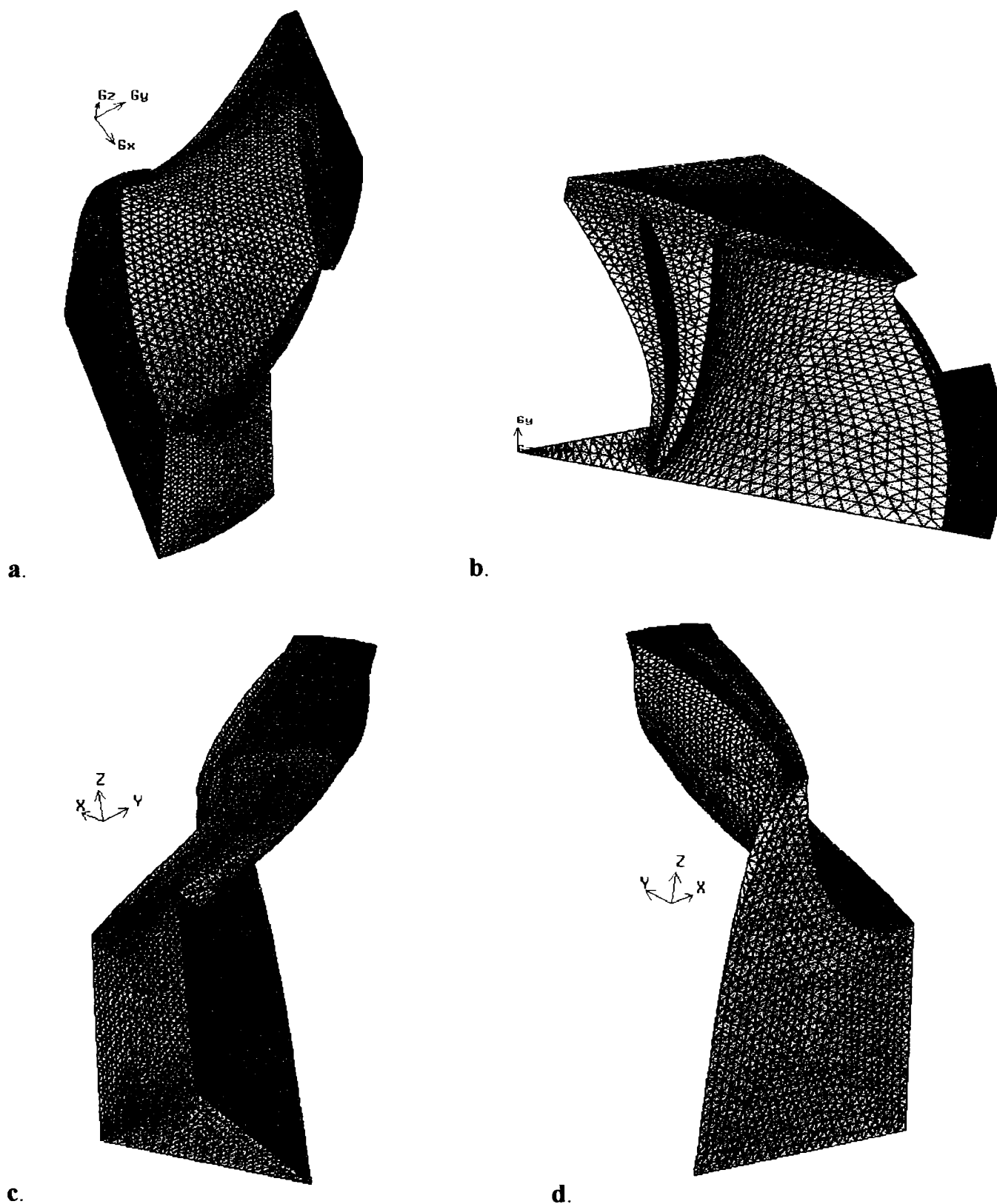


Fig. V.5 Vederi 3D ale rețelei de discretizare a canalului rotoric.

V.1.3. Ecuțiile ce guvernează curgerea în rotorul GAMM ('Henry')

Soluționarea curgerii nevâscoase 3D staționare a fluidului incompresibil în rotorul turbinei Francis GAMM se bazează pe ecuațiile de conservare a masei și impulsului (vezi *Ecuțiile ce guvernează curgerea fluidelor incompresibile* de la pagina 23), scrise într-un sistem de coordonate neinertial, legat de rotor, ce se rotește cu viteza unghiulară $\omega = \text{const.}$:

$$\int_S \bar{W} \cdot \bar{n} d\Omega = 0 \quad (V.1)$$

$$\int_S \bar{W} (\bar{W} \cdot \bar{n}) dS = - \int_{\Omega} \left[\frac{\nabla p}{\rho} + \bar{\omega} \times \bar{\omega} \times \bar{r} + 2\bar{\omega} \times \bar{W} + \bar{g} \right] d\Omega \quad (V.2)$$

unde: ρ - masa specifică a fluidului de lucru (în acest caz a apei), \bar{W} - vectorul vitezei relative, \bar{n} - versorul normalei la suprafața S orientat spre exteriorul domeniului, S - suprafața ce delimitează volumul de control Ω . $\bar{\omega} \times \bar{\omega} \times \bar{r}$ - forța centrifugă, $2\bar{\omega} \times \bar{W}$ - forța Coriolis și \bar{g} - accelerația gravitațională.

La limită, dacă $\omega=0$ se obțin ecuațiile ce descriu mișcarea nevâscoasă 3D staționară într-un sistem de referință fix, vezi *Ecuațiile ce guvernează curgerea în distribuitorul GAMM* de la pagina 91.

V.1.4. Condițiile la limită pentru canalul rotorice

Alegerea condițiilor la limită și modul de implementare au o importanță considerabilă în acuratețea rezultatelor. Ele depind de natura fizică a suprafețelor ce delimitează domeniul de calcul. Aceste suprafețe sunt de două tipuri: fluide și solide. Suprafețele fluide se pot împărți la rândul lor în: suprafețe de intrare-ieșire respectiv suprafețe periodice.

Pentru domeniul de analiză al canalului rotorice s-au considerat următoarele condiții la limită:

- în *secțiunea de intrare*, se precizează componentele radială V_r , tangențială V_u și axială V_z ale vitezei, considerate cunoscute din analiza curgerii la ieșirea din distribuitor; distribuțiile de-a lungul generatoarei suprafeței conice ale componentelor vitezei sunt impuse conform valorilor măsurate experimental, Sottas & Ryhming (1993). Deoarece rotorul are o mișcare de rotație, la acestea se adaugă impunerea vitezei unghiulare $\omega=52.36$ rad/s, care conduce la apariția triunghiului de viteze, vezi Fig. V.6 respectiv Fig. V.7;
- în *secțiunea de ieșire*, se precizează presiunea, conform repartiției experimentale determinată de-a lungul razei discului de la ieșire; în direcție tangențială presiunea se consideră constantă;
- *frontierele solide* (suprafața paletelor rotorice respectiv suprafețele inelului și coroanei) sunt considerate impenetrabile, deci componenta normală a vitezei este nulă; implementarea acestei condiții în contextul utilizării Metodei Volumului Finit pentru formularea în variabile primare (viteză/presiune) este prezentată în Muntean & Resiga (1999);
- pe *suprafețele* ce delimitează *banda de periodicitate*, avem

$$\bar{W}(r, \theta, z) = \bar{W}\left(r, \theta + \frac{2\pi}{Z}, z\right) \quad \text{și} \quad p(r, \theta, z) = p\left(r, \theta + \frac{2\pi}{Z}, z\right),$$

deci condiții periodice pentru viteză și presiune. Trebuie remarcat că nu se cunosc apriori valorile vitezei și presiunii pe aceste frontiere. Implementarea condițiilor la limită periodice în contextul Metodei Elementului Finit este prezentată în Resiga & Muntean (1999).

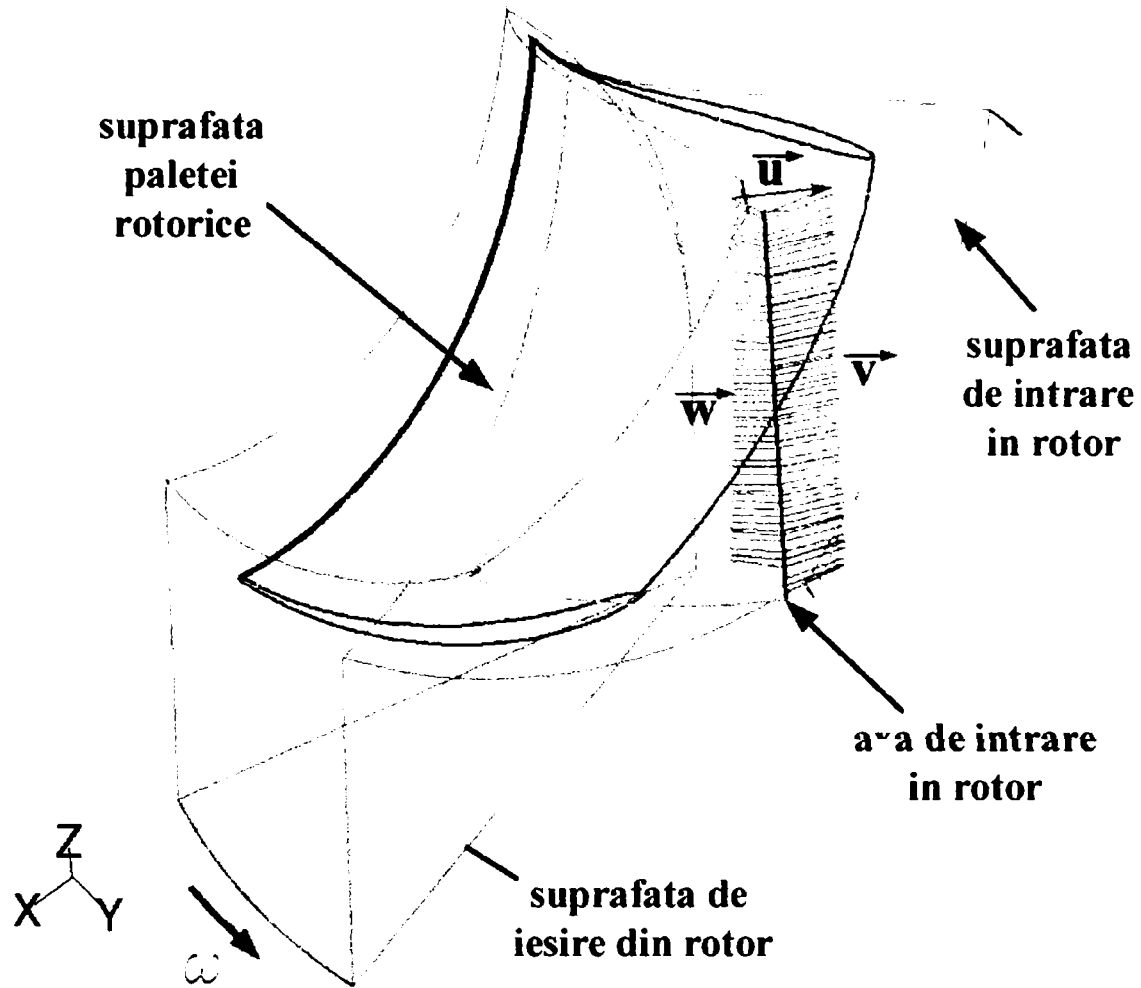


Fig. V.6 Vedere 3D a triunghiului de viteze de pe axa de intrare.

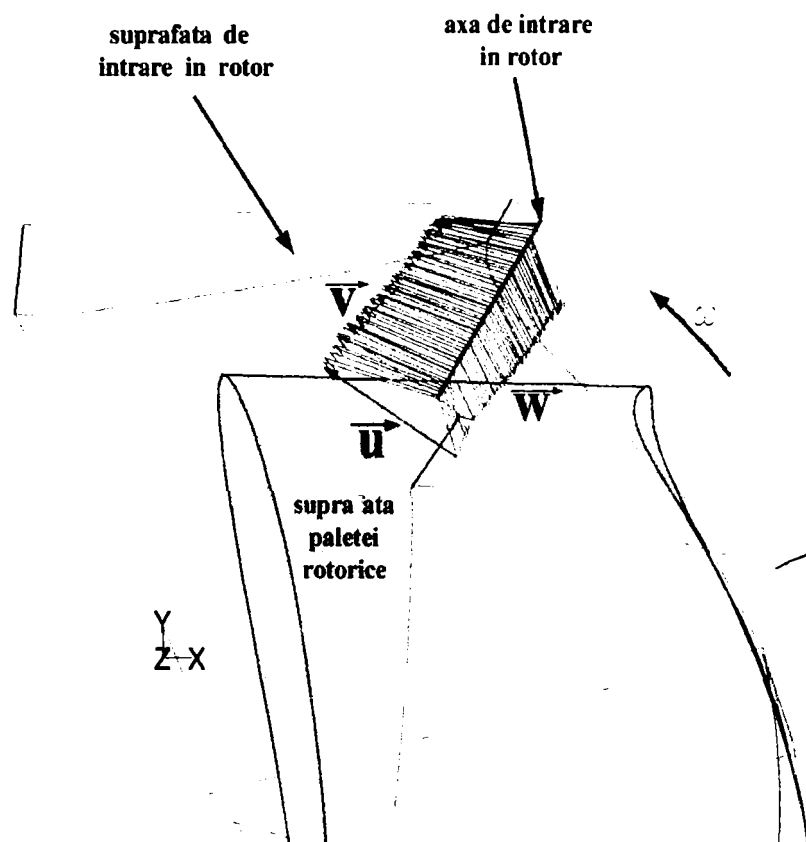


Fig. V.7 Vedere de sus a triunghiului de viteze de pe axa de intrare.

Soluționarea problemei definită mai sus s-a realizat cu programul FLUENT 5.1 (Fluent, 1998), ce se bazează pe o formulare în variabile primare (viteză-presiune), utilizând algoritmul SIMPLE (vezi *Metoda Corectării Presiunii (MCP)* de la pagina 41), și Metoda Volumului Finit într-un aranjament colocated (vezi *Tehnici de discretizare a ecuațiilor de curgere* de la pagina 46).

V.2. Prezentarea comparativă a rezultatelor numerice și experimentale

V.2.1. Introducere

Validarea rezultatelor numerice se realizează de-a lungul celor trei axe de măsură plasate la intrarea, mijlocul și ieșirea din rotorul 'Henry'. În Fig. V.8 se poate observa modul de amplasare al axelor de măsură într-o vedere 2D, în timp ce în Fig. V.9a,b,c,d sunt prezentate în vederi 3D.

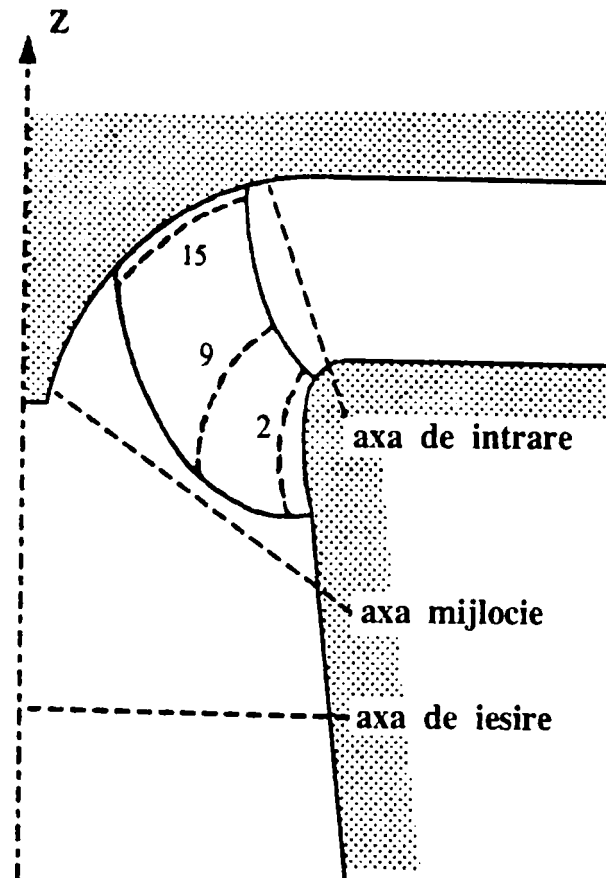


Fig. V.8 Vedere 2D a modului de amplasare al celor 3 axe de măsură.

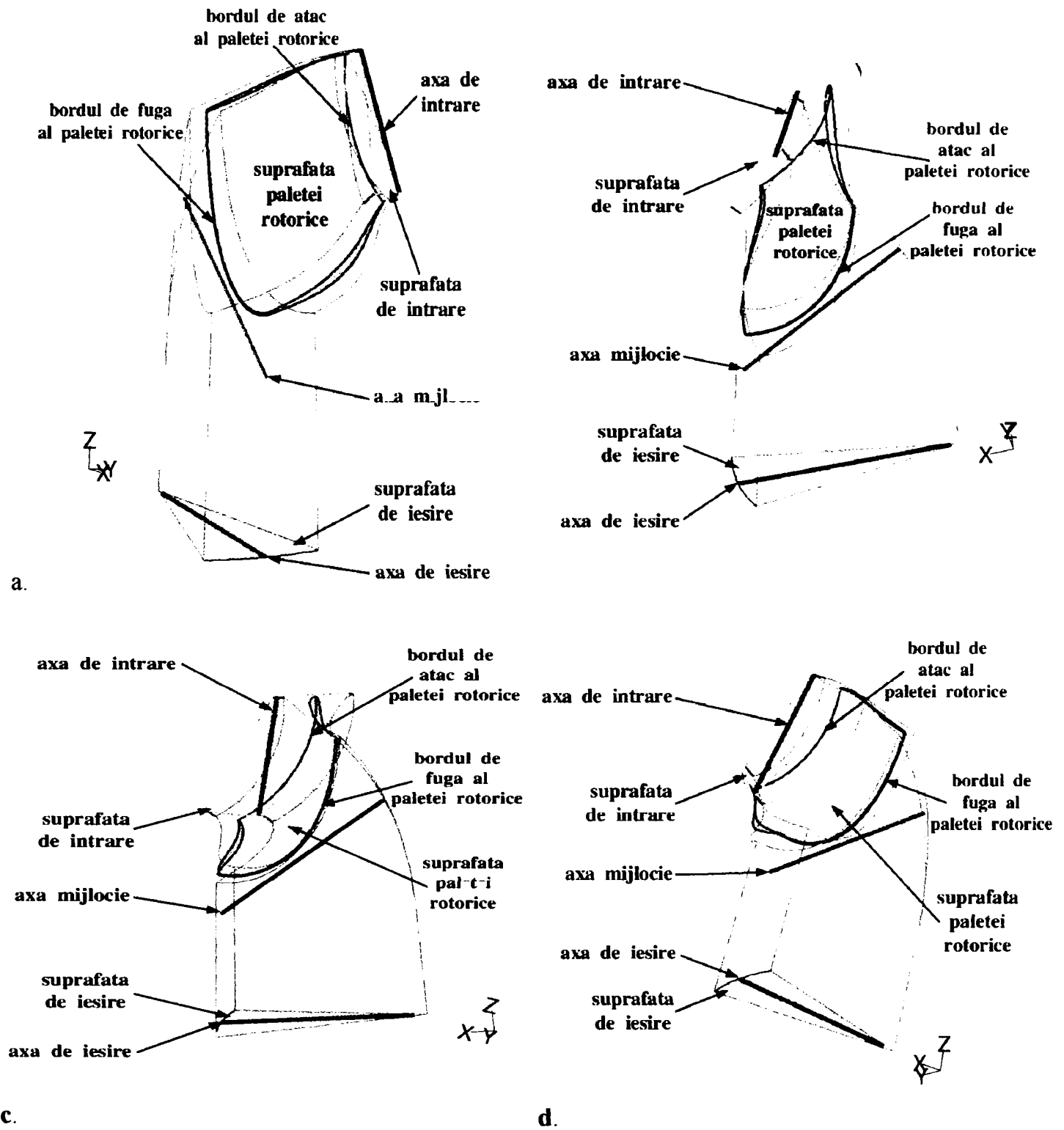


Fig. V.9 Vederi 3D ale celor 3 axe de măsură.

V.2.2. Varianta de calcul {1}

V.2.2.1. Secțiunea de intrare a domeniului de analiză al rotorului

V.2.2.1.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$

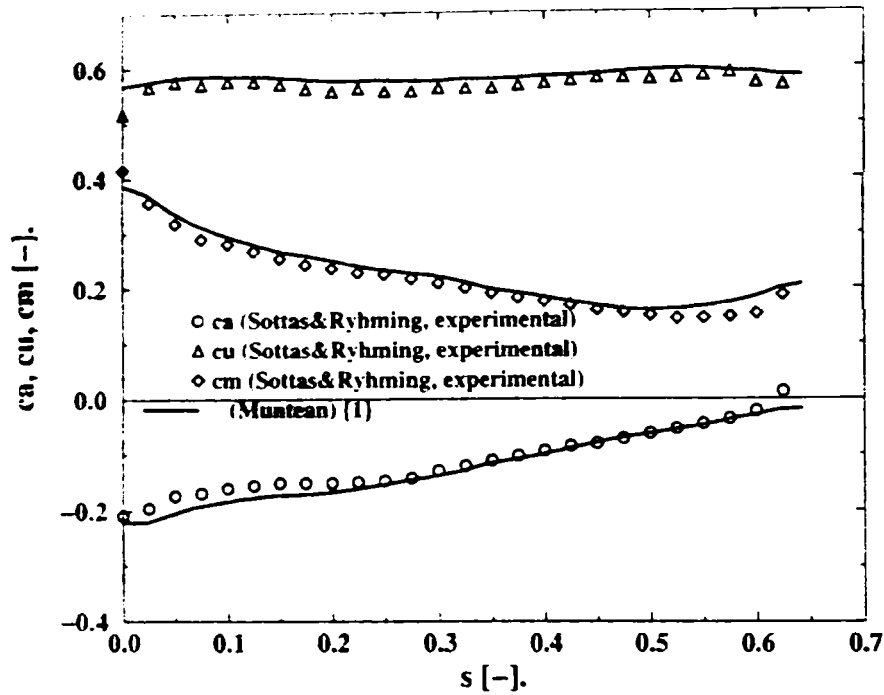


Fig. V.10 {1}. Distribuțiile **impuse** pentru coeficienții de viteză (tangențial **cu**, axial **ca** și meridional **cm**) în secțiunea de intrare a rotorului. Valorile sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

V.2.2.1.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$

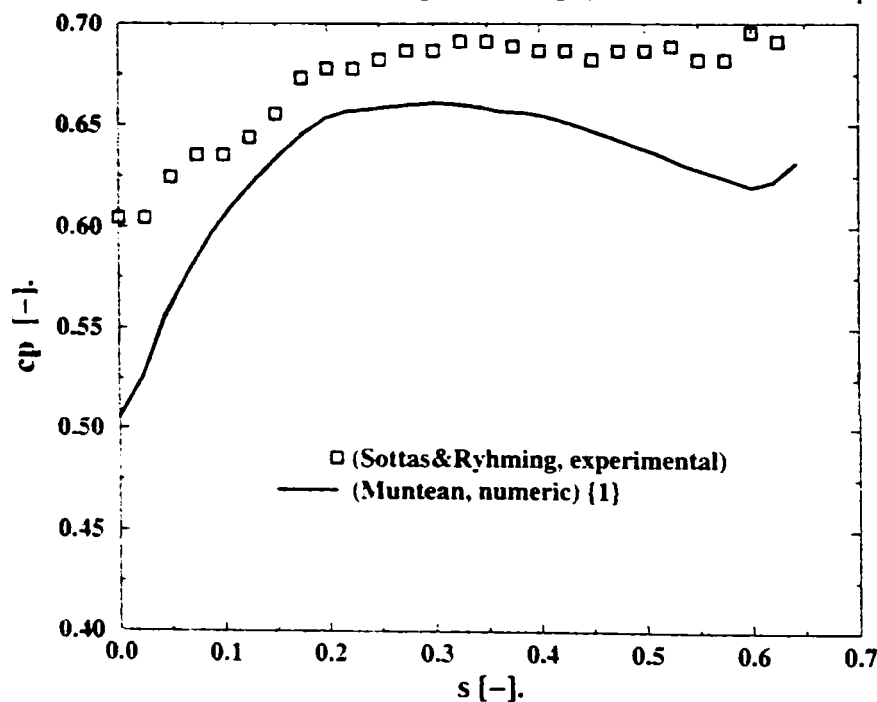


Fig. V.11 {1}. Distribuția **calculată** pentru coeficientul de presiune în secțiunea de intrare a rotorului. În secțiunea de ieșire a rotorului a fost impusă condiția de echilibru radial a presiunii. Valorile numerice sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

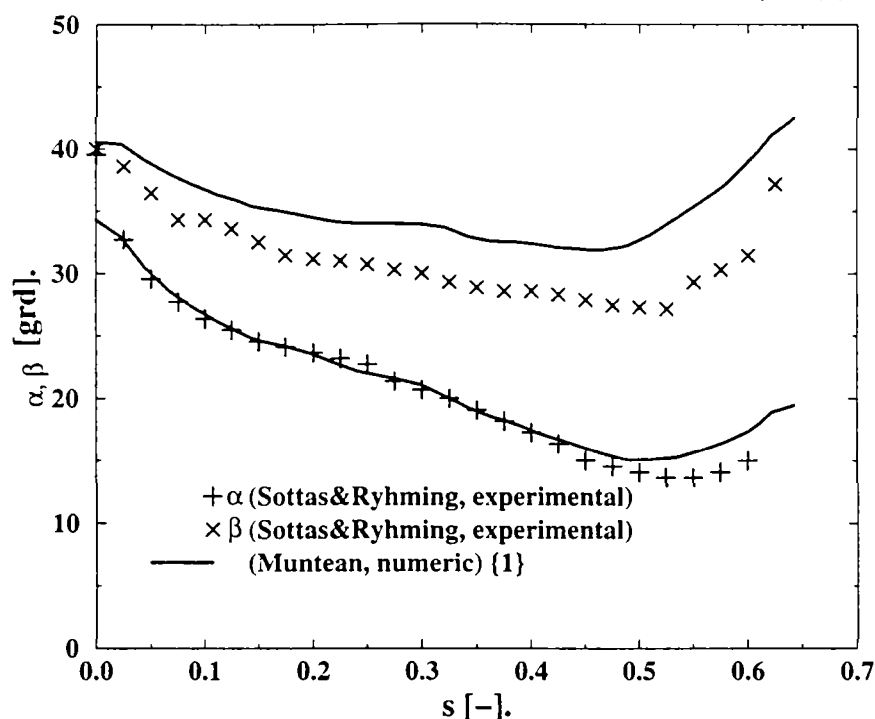
V.2.2.1.3. Calculul și trasarea curbelor $\alpha, \beta=f(s)$ 

Fig. V.12 {I}. Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezei absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare a rotorului. Valorile numerice corespund distribuției de viteze impusă (vezi Fig. V.10) și sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

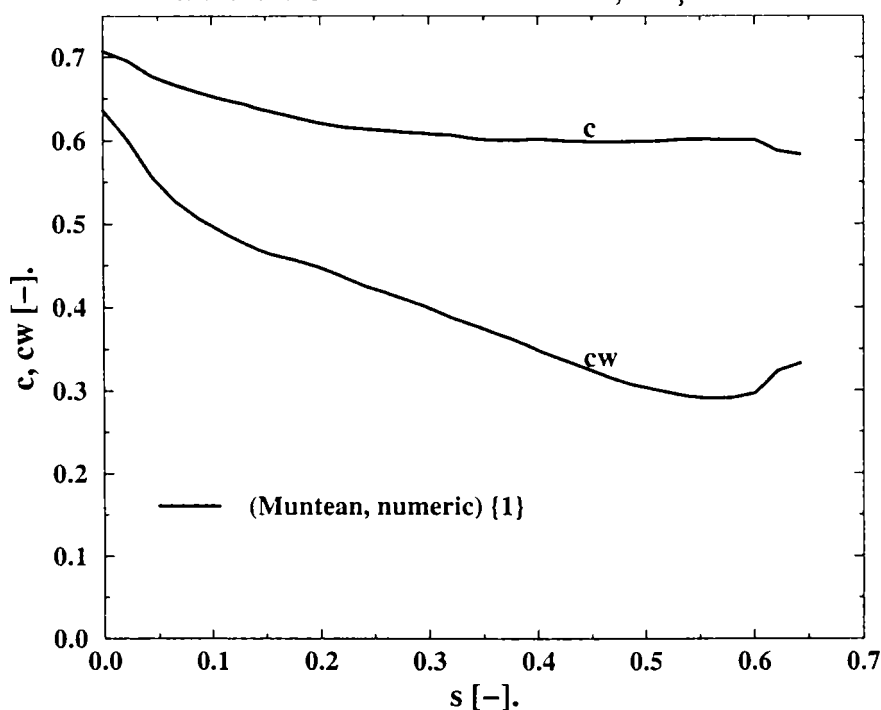
V.2.2.1.4. Calculul mărimilor V, W și trasarea curbelor $c, c_w=f(s)$ 

Fig. V.13 {I}. Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții modului vitezei absolute (c) și relative (c_w) în secțiunea de intrare a rotorului. Valorile corespund distribuției de viteză impusă în Fig. V.10.

V.2.2.2. Secțiunea mijlocie a domeniului de analiză al rotorului

V.2.2.2.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

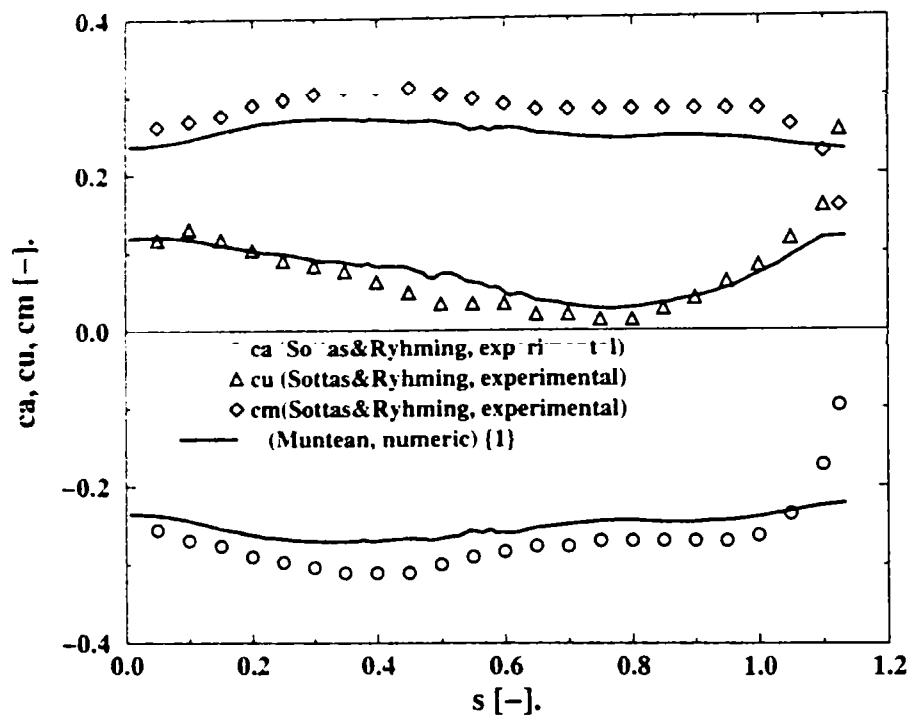


Fig. V.14 {1}. Distribuțiile calculate pentru coeficienții de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Valorile numerice sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

V.2.2.2.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p = f(s)$

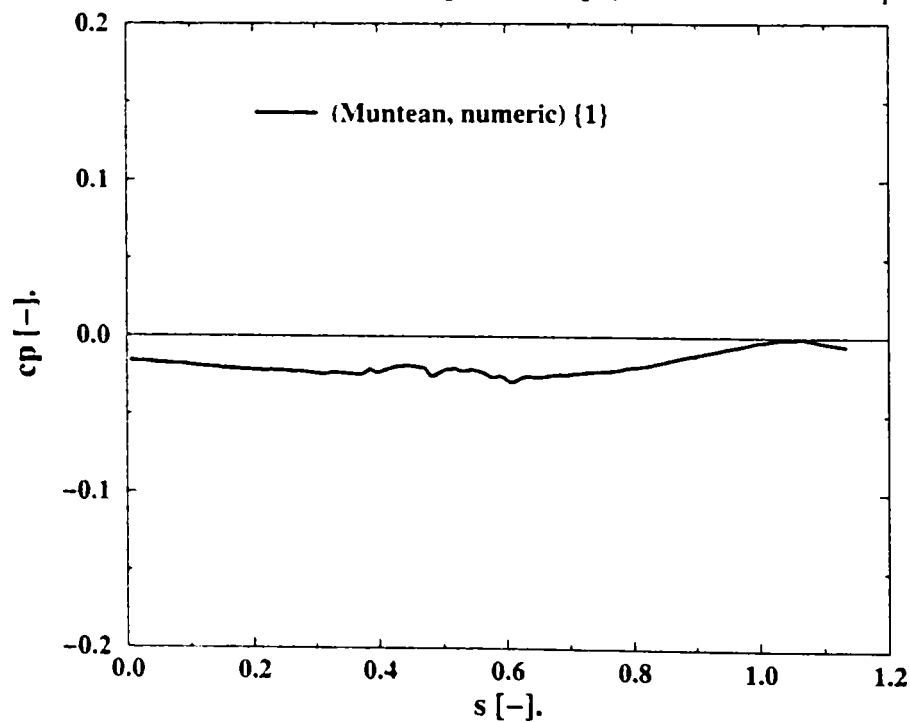


Fig. V.15 {1}. Distribuția calculată pentru coeficientul de presiune în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice).

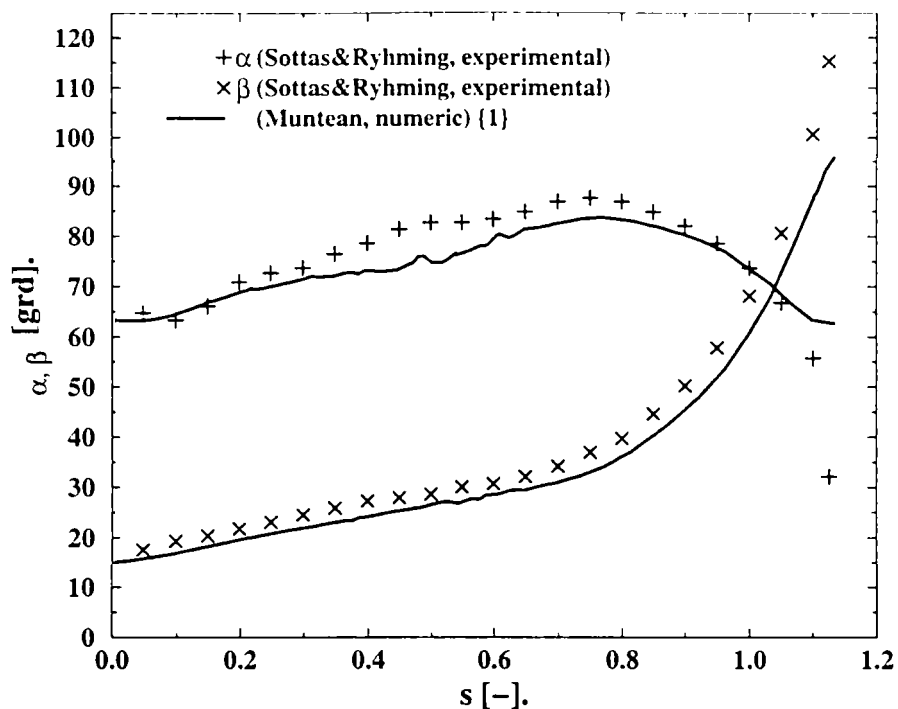
V.2.2.2.3. Trasarea curbelor $\alpha, \beta = f(s)$ 

Fig. V.16 {1}. Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletel rotorice). Valorile numerice sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

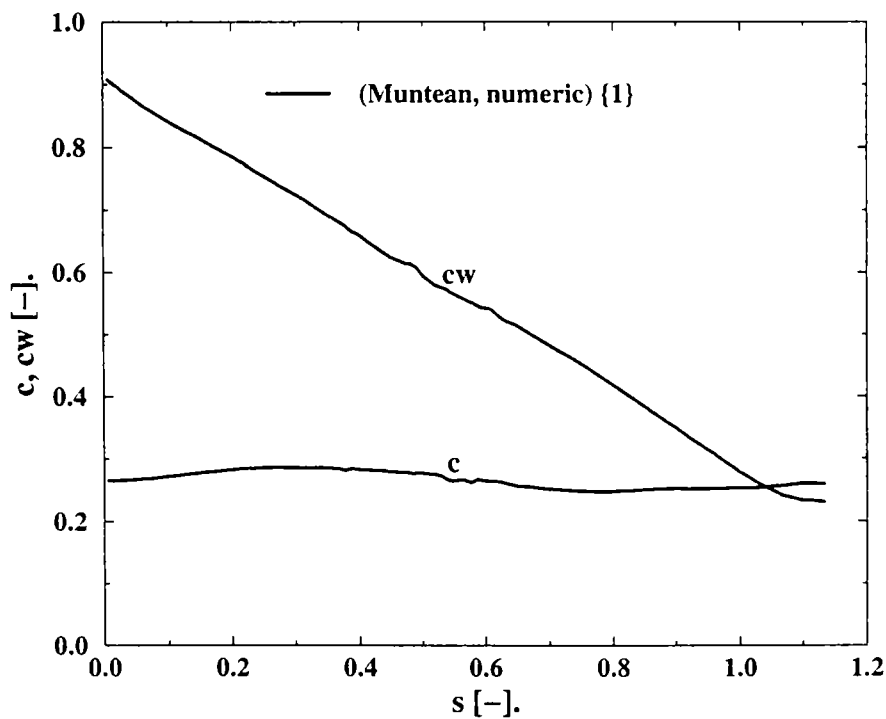
V.2.2.2.4. Calculul mărimilor V, W și trasarea curbelor $c, c_w = f(s)$ 

Fig. V.17 {1}. Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletel rotorice).

V.2.2.3. Secțiunea de ieșire a domeniului de analiză al rotorului

V.2.2.3.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

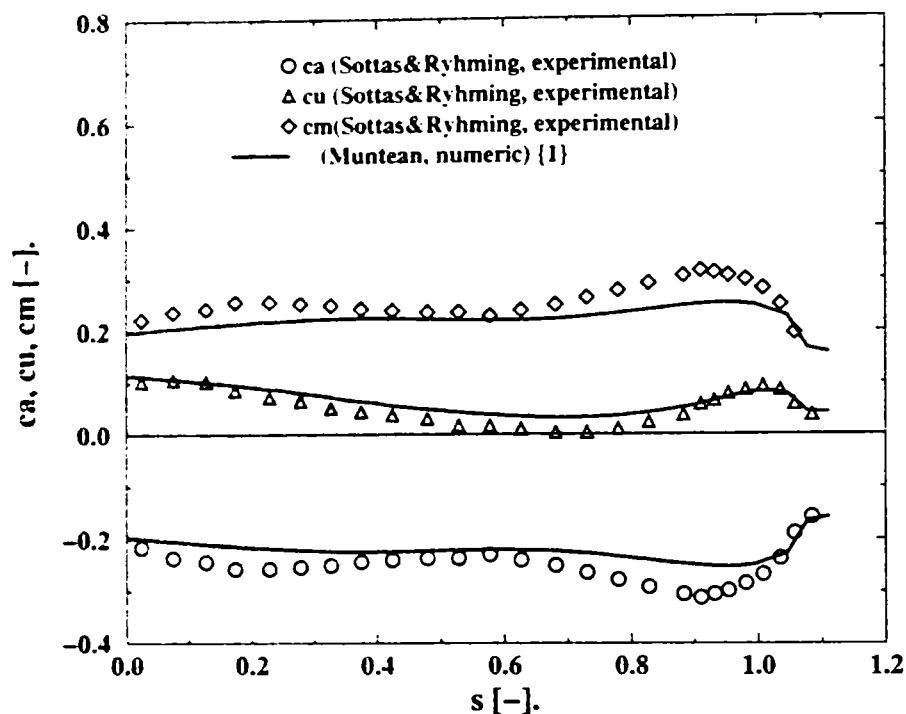


Fig. V.18 {1}. Distribuțiile calculate pentru coeficienții de viteză (tangențial c_u , axial c_a , și meridional c_m) în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele au fost obținute impunând condiția de echilibru radial pentru distribuția de presiune în această secțiune. Valorile numerice sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

V.2.2.3.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p = f(s)$

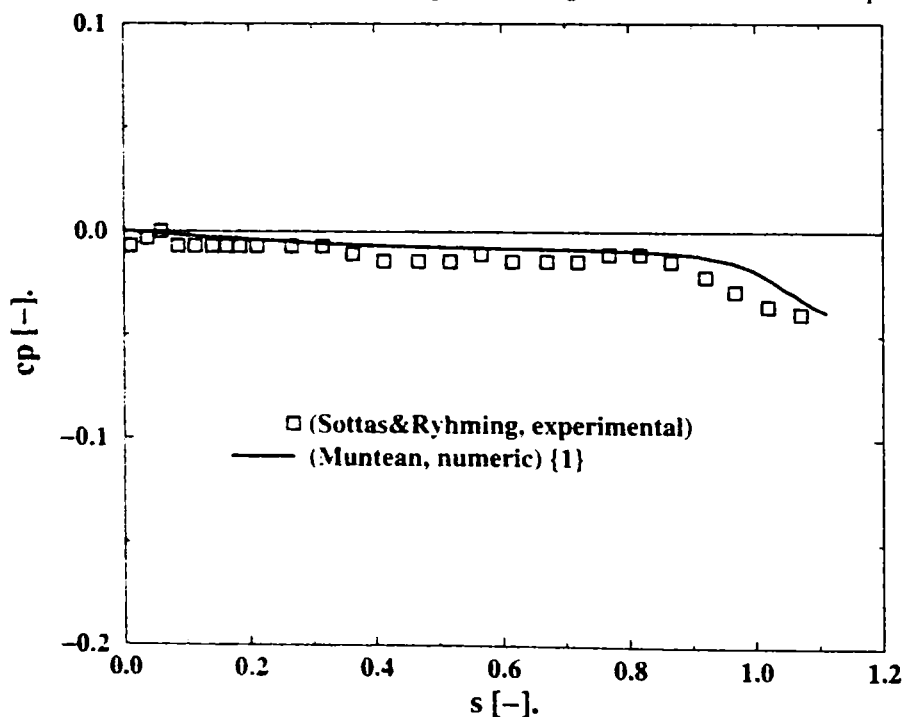


Fig. V.19 {1}. Distribuția coeficientului de presiune din secțiunea de intrare în tubul de aspirație, calculat corespunzător condiției de echilibru radial. Valorile numerice sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

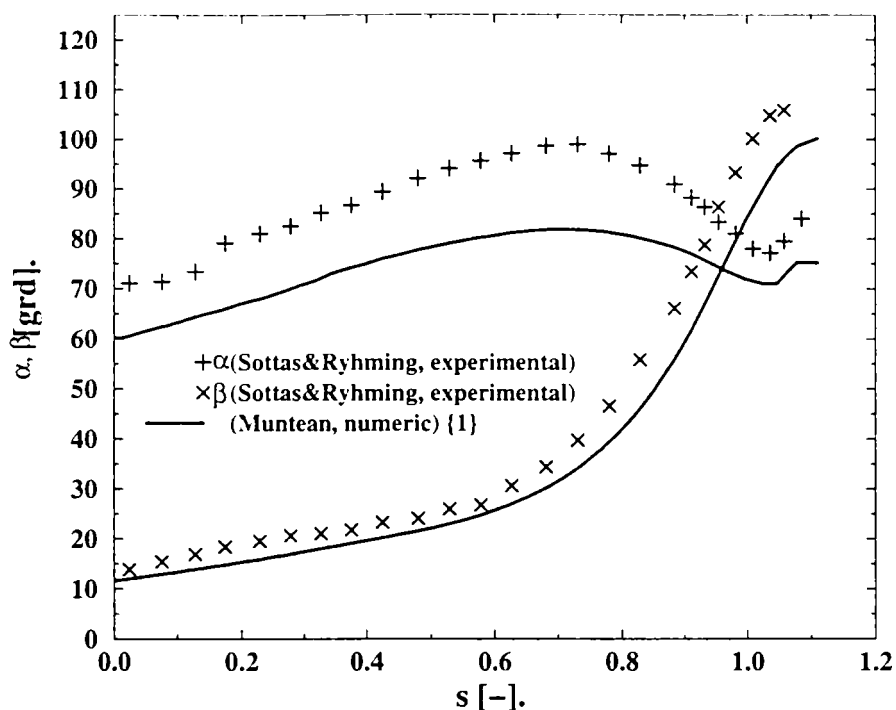
V.2.2.3.3. Trasarea curbelor $\alpha, \beta=f(s)$ 

Fig. V.20 {1}. Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Valorile numerice sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

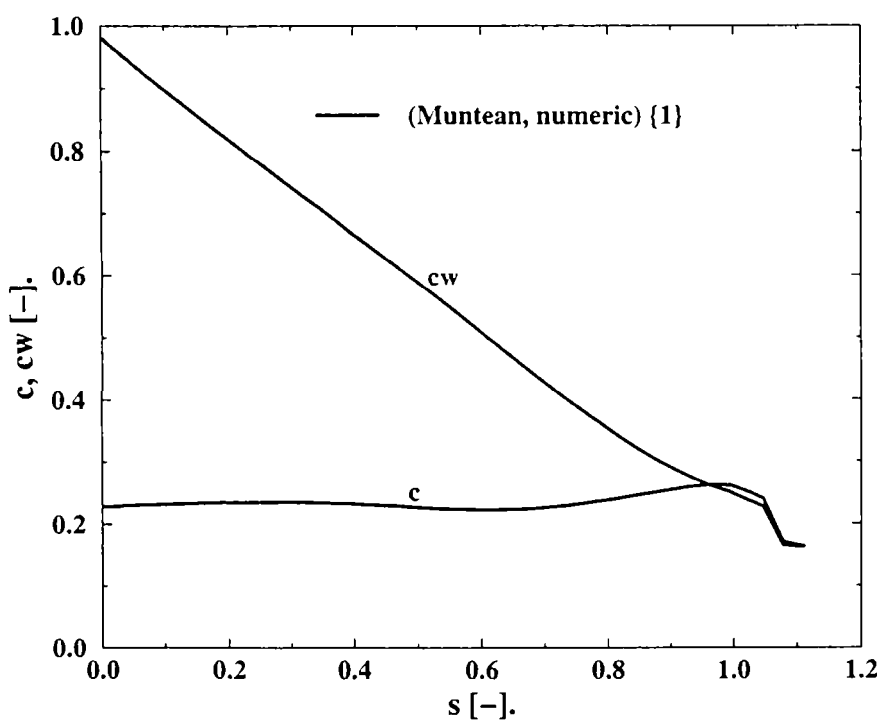
V.2.2.3.4. Calculul mărimilor V, W și trasarea curbelor $c, c_w=f(s)$ 

Fig. V.21 {1}. Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții vitezelor absolute (c) și relative (c_w) în secțiunea de ieșire a rotorului (intrarea în tubul de aspirație).

V.2.2.4. Paleta rotorică

V.2.2.4.1. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ în secțiunea 2 (S2)

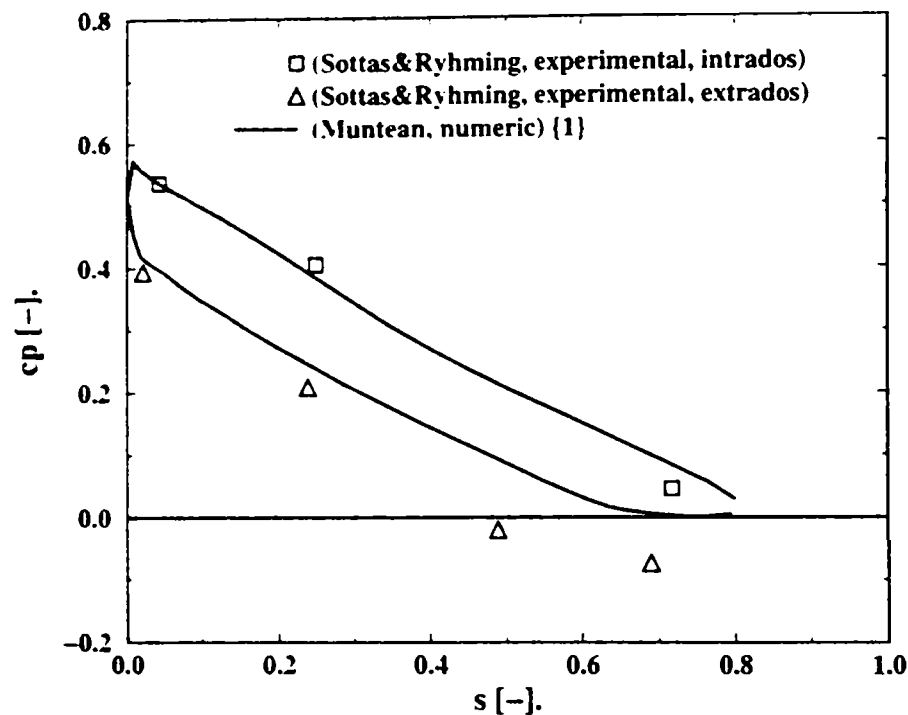


Fig. V.22 {1}. Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în secțiunea S2. Valorile numerice sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

V.2.2.4.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ în secțiunea 9 (S9)

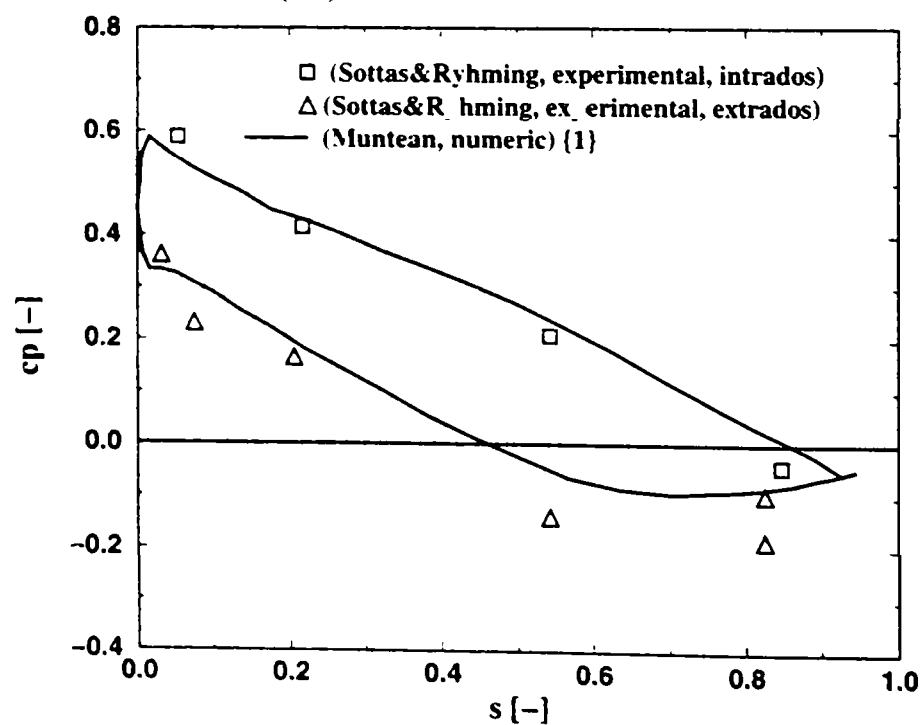


Fig. V.23 {1}. Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în secțiunea S9. Valorile numerice sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

V.2.2.4.3. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ în secțiunea 15 (S15)

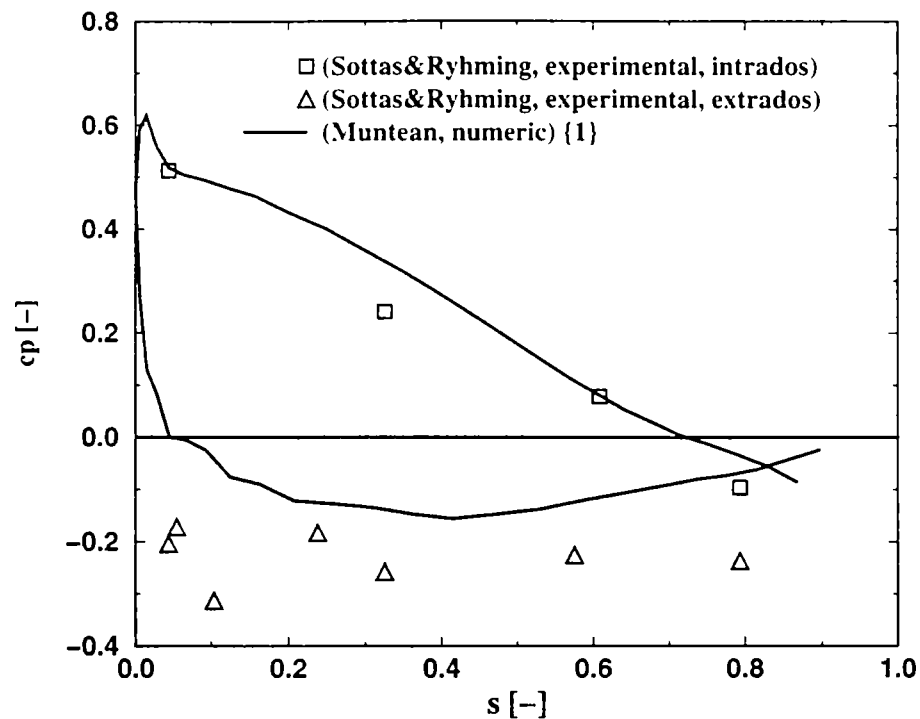


Fig. V.24 {1}. Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în secțiunea S15. Valorile numerice sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

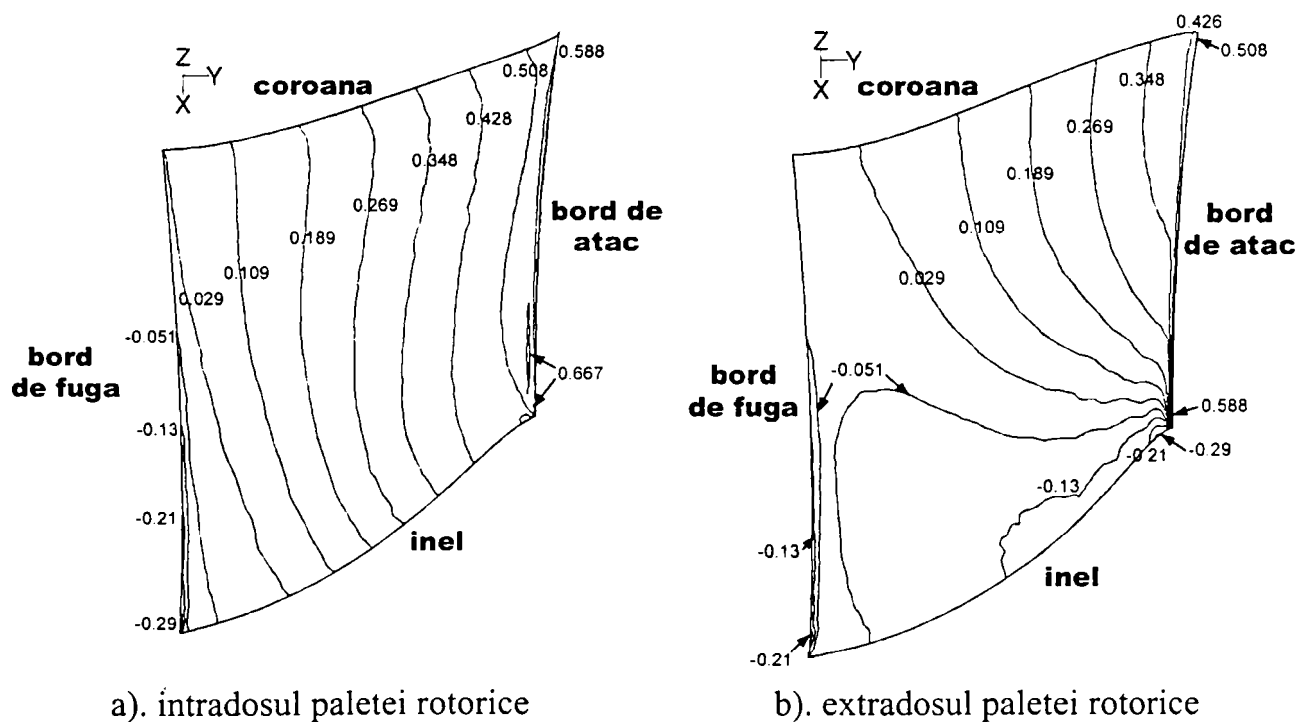


Fig. V.25 Izobarele pe paleta rotorică.

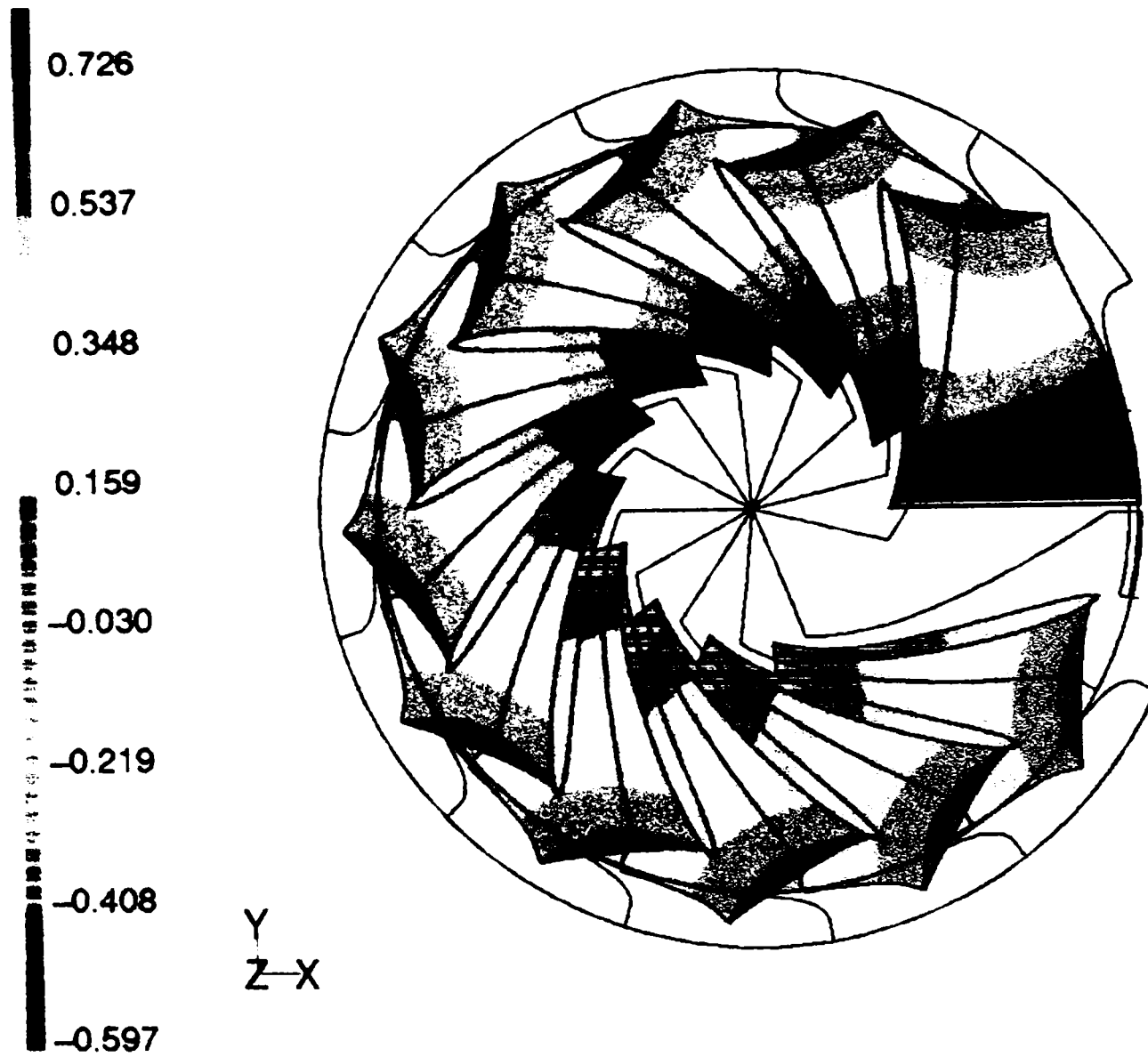


Fig. V.26 Distribuția coeficientului de presiune pe 11 palete rotorice. (vedere de sus)

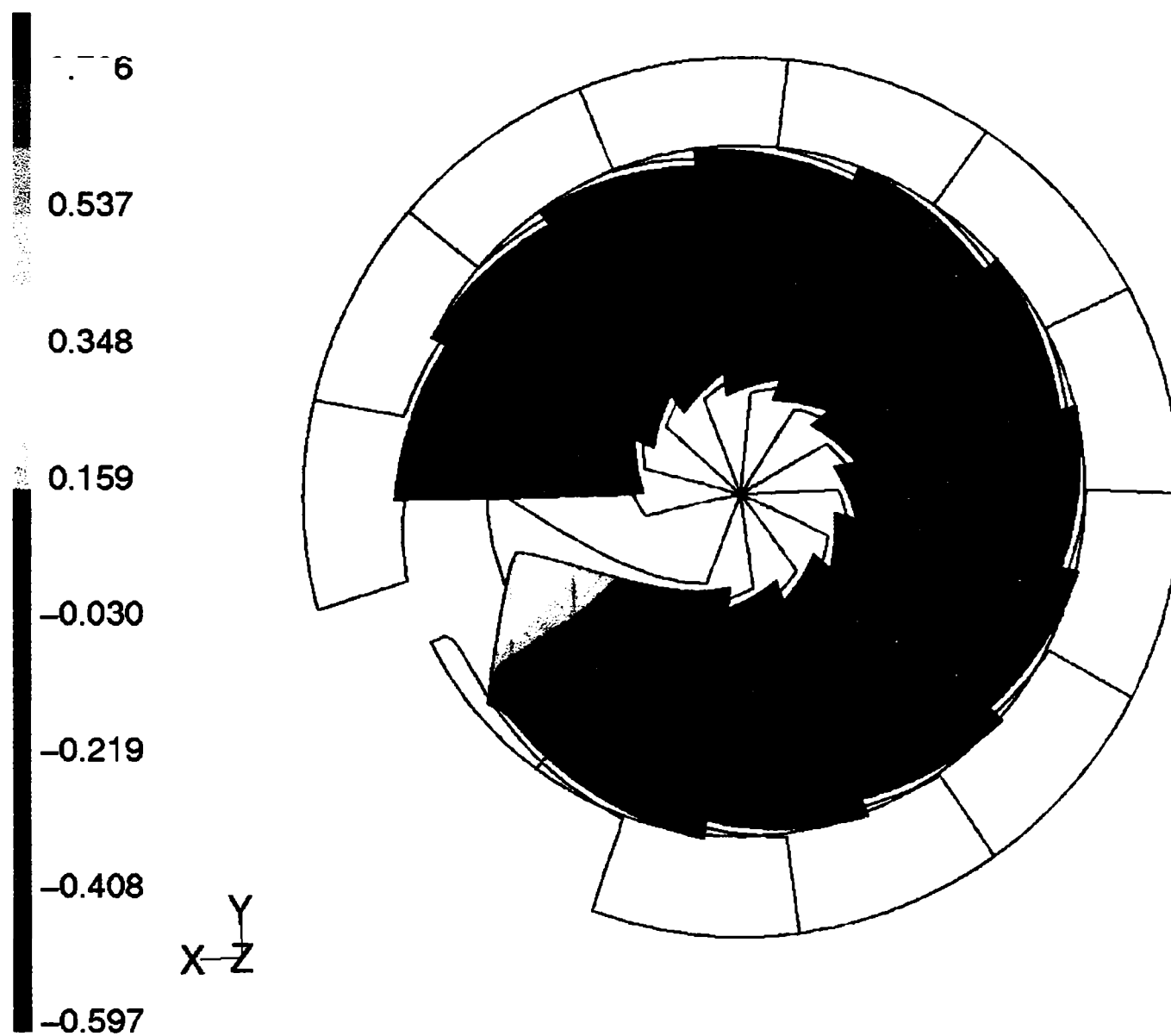


Fig. V.27 Distribuția coeficientului de presiune pe 11 palete rotorice. (vedere de jos)

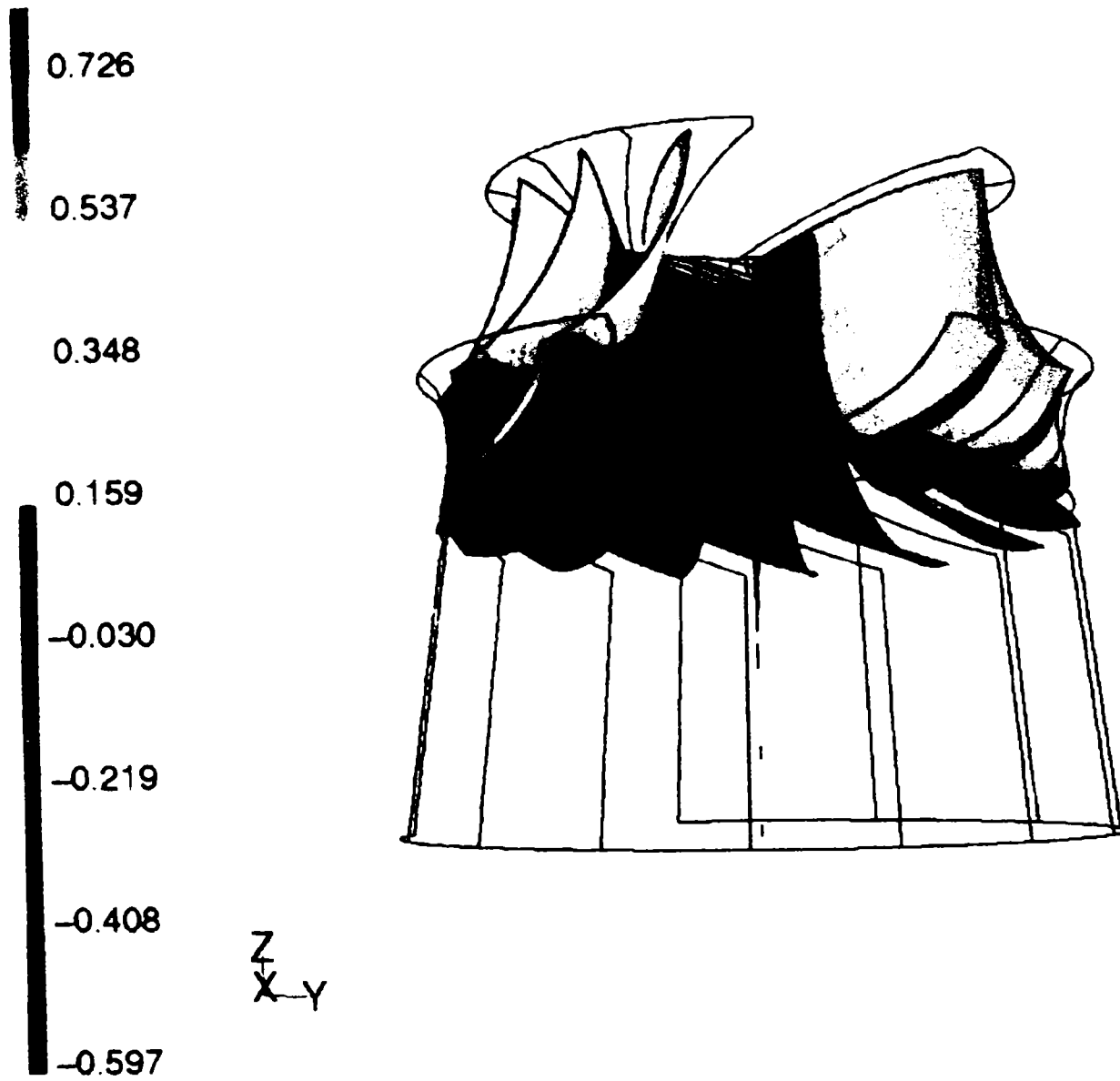


Fig. V.28 Distribuția coeficientului de presiune pe 11 palete rotorice. (vedere axonometrică)

Realizarea unei simulări pentru rotorul Francis GAMM "Henry", implică impunerea unui profil de viteză în secțiunea de intrare și a unei distribuții de presiune la ieșirea din domeniu. Pentru cazul de mai sus, s-a impus o distribuție de viteză corectată în secțiunea de intrare, Fig. V.10, cuplat cu o condiție de echilibru radial a presiunii în secțiunea de ieșire, Fig. V.19. Rezultatele obținute pentru aceste condiții sunt marcate **Muntean {1}** în legenda figurilor, și prezintă cea mai bună corelație cu datele experimentale Sottas & Ryhming (1993), în plus oferă o eroare relativă a momentului de aproximativ 0.14% față de momentul măsurat.

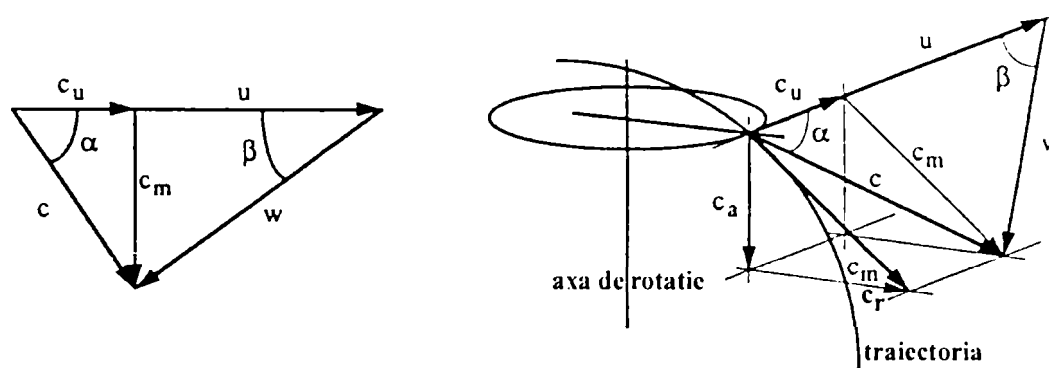


Fig. V.29 Triunghiul de viteze: a) vedere plană; b) vedere spațială.

Impunerea acestui profil de viteză corectat, implică modificarea componentelor vitezei și ca urmare a debitului. În consecință, apare o modificare a triunghiului de viteze de la intrare față de triunghiul de viteze rezultat din distribuția experimentală, Sottas & Ryhming (1993). Păstrarea direcției curentului format cu viteza absolută (α) pe cea mai mare parte din secțiunea de intrare, excepție făcând 10% în apropierea coroanei, cuplat cu o modificare a modulului vitezei absolute, conduce la mărirea valorilor unghiului curentului format cu viteza relativă (β) cu până la 15% față de distribuția originală, vezi Fig. V.12.

Utilizarea condiției de echilibru a presiunii în secțiunea de ieșire, implică impunerea nivelului de presiune în axă, urmând să se determine prin calcul distribuția pe suprafață. Se constată o foarte bună corelare a valorilor numerice cu datele experimentale, vezi Fig. V.19.

Calculul coeficientului de presiune în secțiunea de intrare, prezintă o subevaluare de 4-8%, cu excepția zonelor din apropierea inelului și coroanei unde se ajunge până la 13-17%, vezi Fig. V.11. Apariția diferențelor mai mari în apropierea pereților sunt cauzate de prezența efectelor vâscoase, efecte ce nu pot fi cuantificate de modelul utilizat.

Analiza rezultatelor din secțiunea mijlocie, la ieșirea de pe paletelor rotorice, prezintă o bună evaluare a câmpului de viteze, Fig. V.14. Se remarcă foarte buna evaluare a componentei tangențiale, ceea ce permite determinarea foarte corectă a unghiurilor α și β , Fig. V.16.

În secțiunea de ieșire se constată aceeași bună evaluare a câmpului vitezelor, Fig. V.18. În schimb, dacă observăm o bună evaluare a unghiului β , apare o subevaluare a unghiului α ce atinge valoarea maximă de 20% pentru $s=0.65$. În definiția lui α , componenta tangențială apare la numitor și analizând mai atent distribuția coeficientului componente tangențiale în secțiunea de ieșire se constată o eroare maximă pentru $s=0.65$, unde valoarea experimentală este nulă. Se poate spune că curentul la ieșire din domeniul de analiză al rotorului are o componentă tangențială a vitezei mai mare decât cea determinată experimental și ca urmare unghiul format de vectorul vitezei absolute cu direcția axială este mai mare decât cea măsurată. În concluzie, rotorul NU preia întreaga energie disponibilă.

Analiza câmpului de presiune pe paleta rotorică prezintă o evaluare foarte bună pe fața de presiune, în schimb o evaluare bună pe fața de depresiune în secțiunile S2 (Fig. V.22) respectiv S9 (Fig. V.23) și una satisfăcătoare în secțiunea S15 (Fig. V.24), față de datele experimentale Sottas & Ryhming (1993). În Fig. V.25 sunt prezentate izobarele pe fețele paletei și se observă o zonă de presiune scăzută, pe fața de depresiune în imediata apropiere a bordului de atac și a inelului.

V.2.3. Varianta de calcul {2}

V.2.3.1. Secțiunea de intrare a domeniului de analiză al rotorului

V.2.3.1.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$

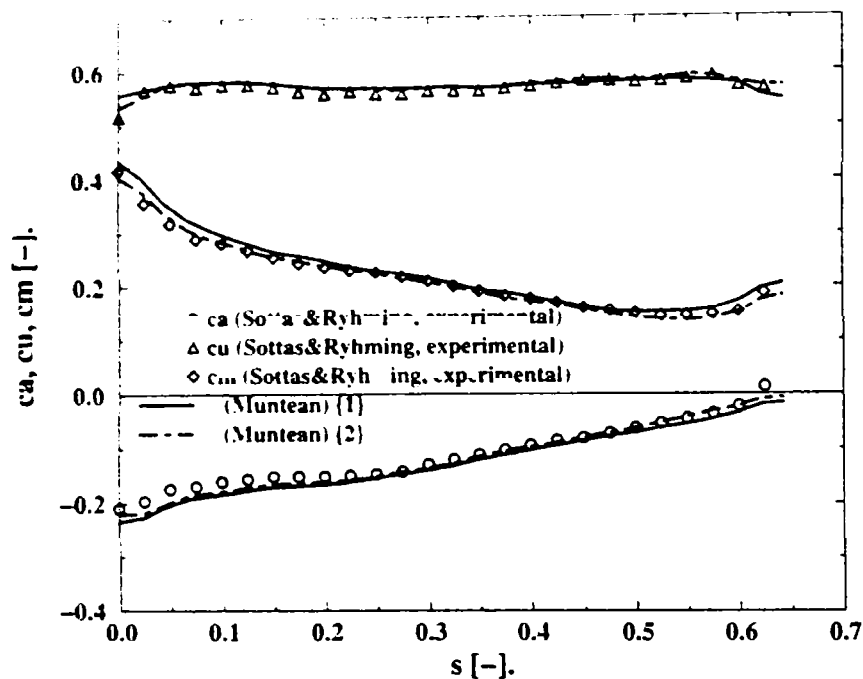


Fig. V.30 {2}. Distribuțiile **impuse** pentru coeficienții de viteză (tangential c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de intrare a rotorului, corespunzătoare măsurătorilor experimentale, Sottas & Ryhming (1993). Valorile impuse sunt comparate și cu cele ale setului Muntean {1}.

V.2.3.1.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$

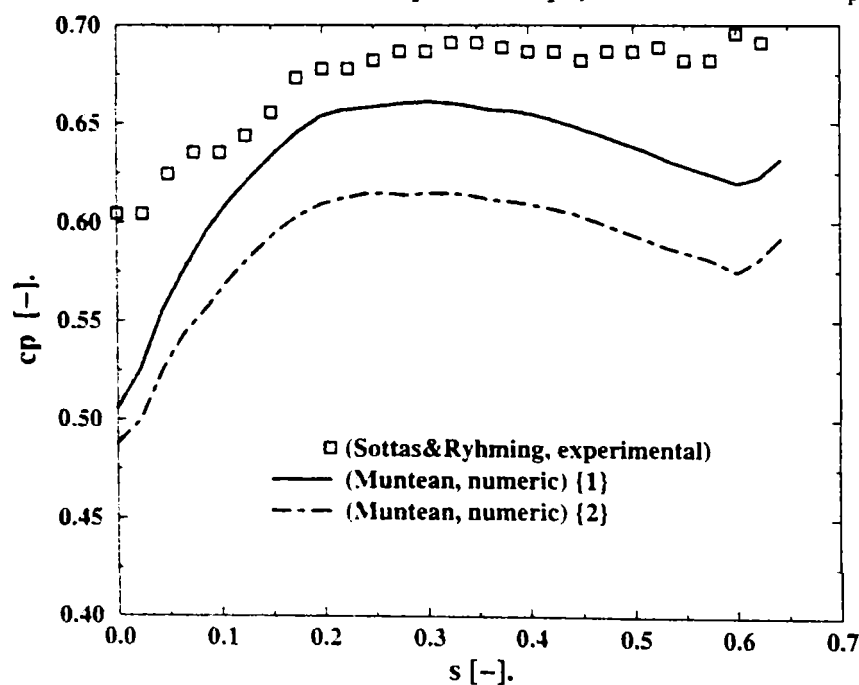


Fig. V.31 {2}. Distribuția **calculată** pentru coeficientul de presiune în secțiunea de intrare a rotorului, în varianta impunerii condiției de echilibru. Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993), și cu valorile numerice, Muntean {1}.

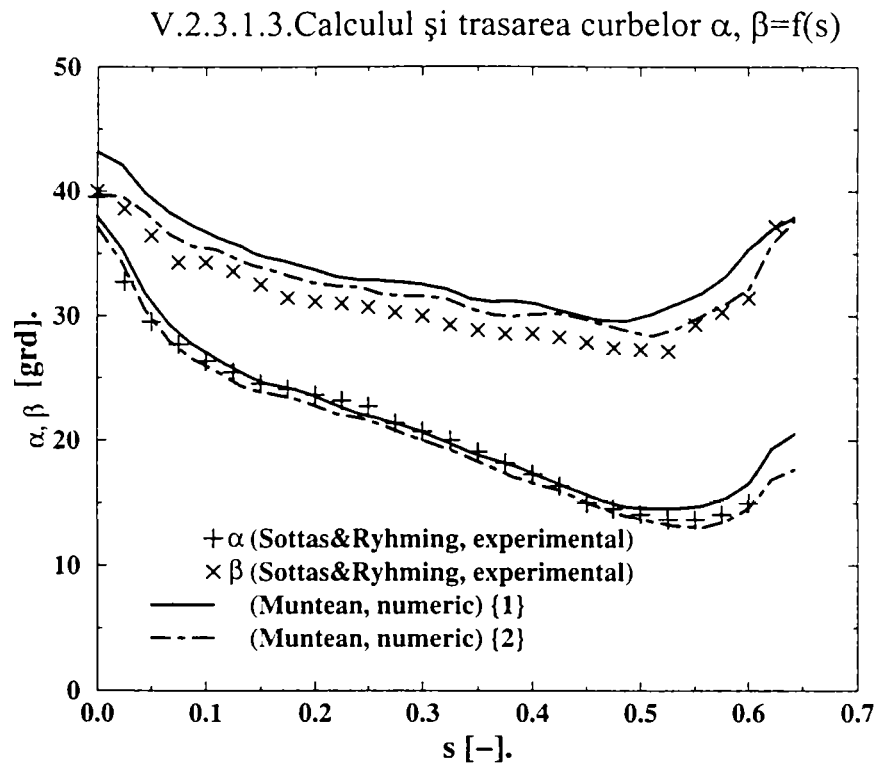


Fig. V.32 {2}. Distribuțiile pentru unghiurile formate de vectorii vitezei absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare a rotorului. Rezultatele corespund distribuției de viteze impusă în această secțiune conform datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993). Valorile sunt comparate și cele impuse de Muntean {1}.

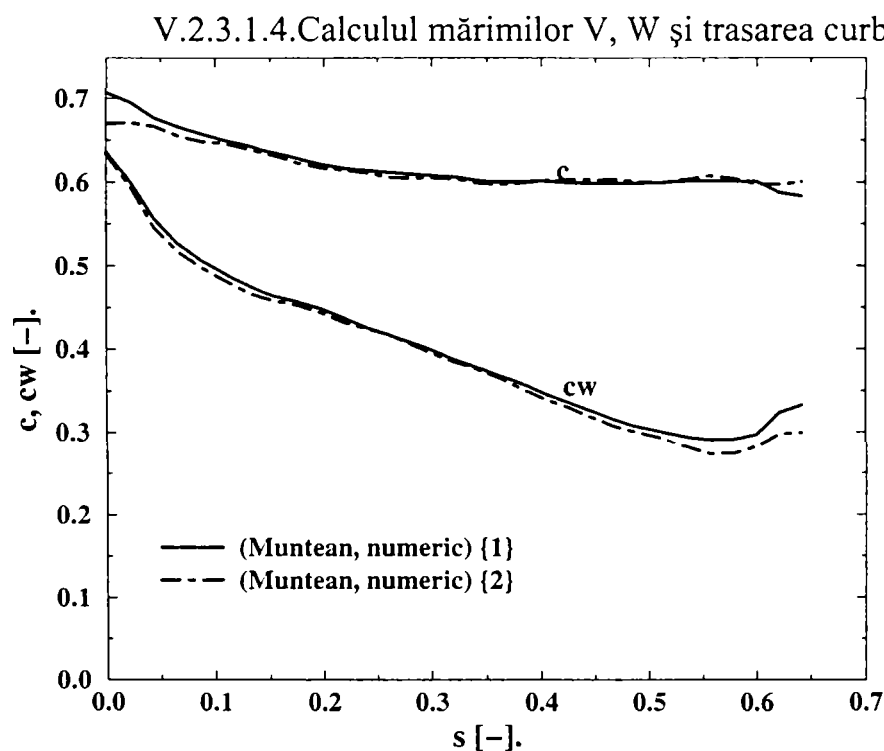


Fig. V.33 {2}. Distribuția modului coeficienților vitezei absolute (c) și relative (c_w) în secțiunea de intrare a rotorului. Valorile corespund distribuției de viteză impusă în această secțiune conform datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993). Rezultate sunt comparate și cu valorile numerice obținute prin corectarea debitului, Muntean {1}.

V.2.3.2. Secțiunea mijlocie a domeniului de analiză al rotorului

V.2.3.2.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

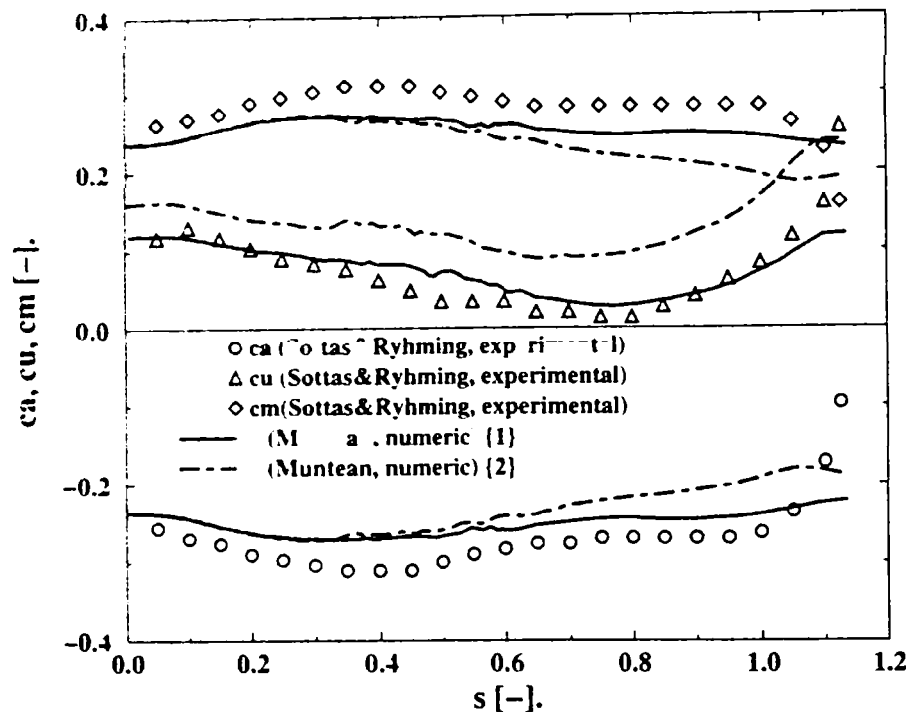


Fig. V.34 {2}. Distribuțiile calculate pentru coeficienții de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993) respectiv cu valorile numerice obținute prin corectarea debitului, Muntean {1}.

V.2.3.2.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p = f(s)$

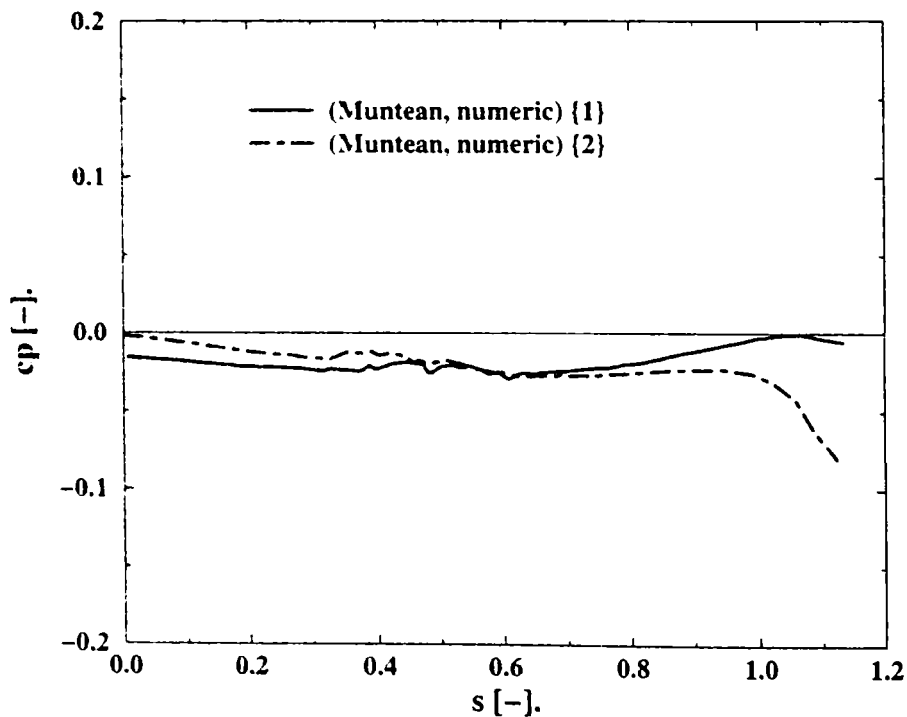


Fig. V.35 {2}. Distribuția calculată pentru coeficientul de presiune în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Rezultatele sunt comparate cu valorile numerice obținute prin corectarea debitului, Muntean {1}.

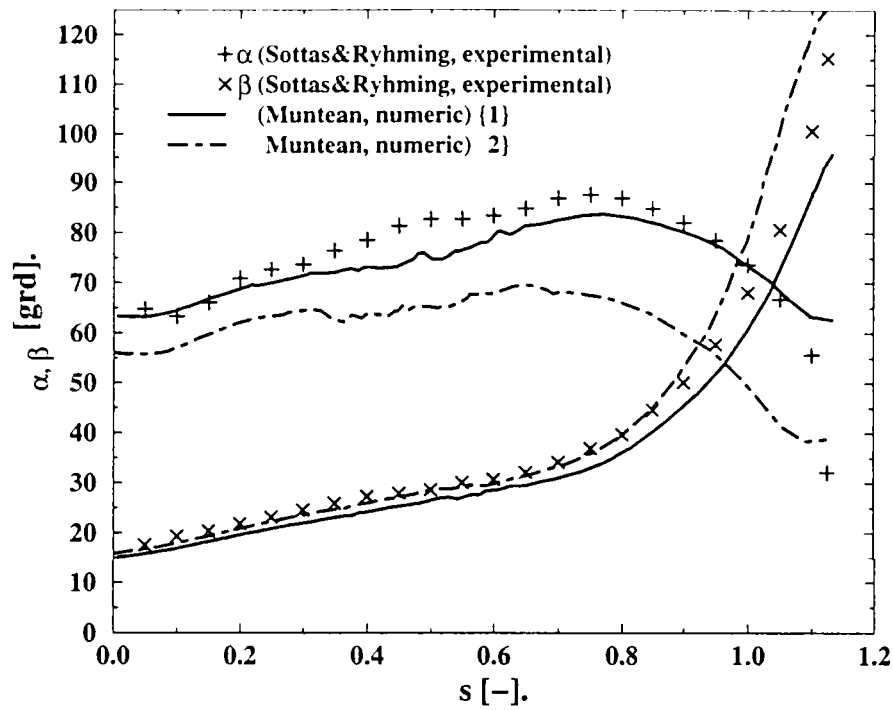
V.2.3.2.3. Calculul și trasarea curbelor α , $\beta=f(s)$ 

Fig. V.36 {2}. Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu valorile numerice obținute prin corectarea debitului, Muntean {1}.

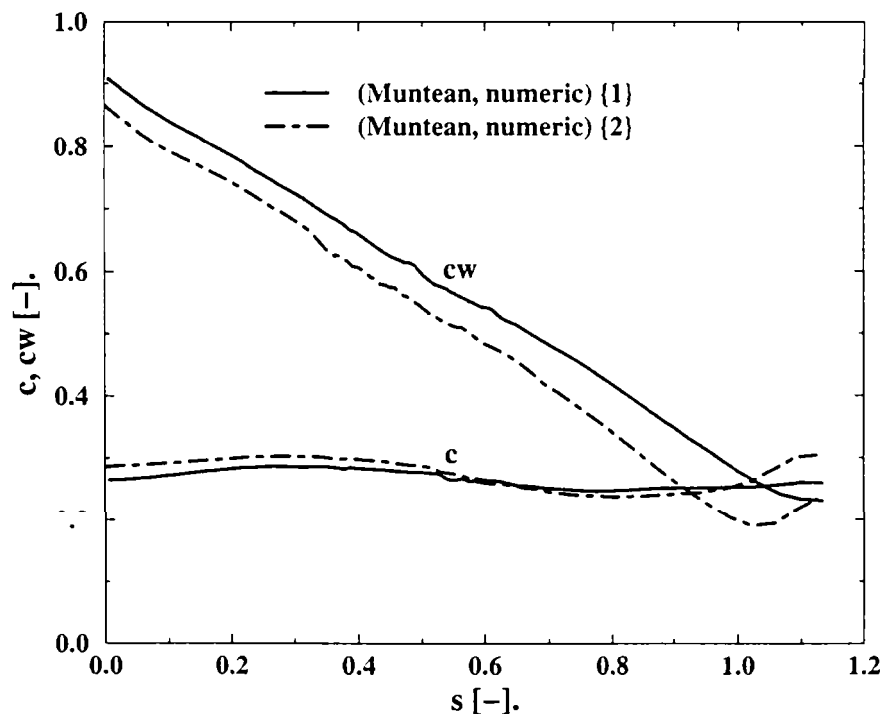
V.2.3.2.4. Calculul mărimilor V , W și trasarea curbelor c , $c_w=f(s)$ 

Fig. V.37 {2}. Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză în secțiunea mijlocie a domeniului de analiză al rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Rezultatele sunt comparate cu valorile numerice obținute prin corectarea debitului, Muntean {1}.

V.2.3.3. Secțiunea de ieșire a domeniului de analiză al rotorului

V.2.3.3.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

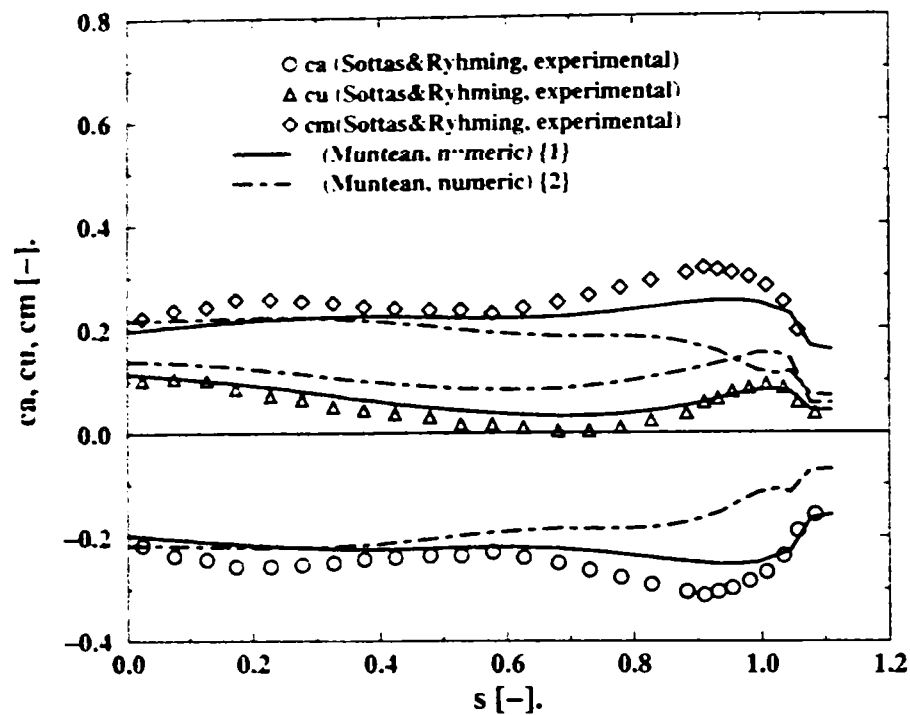


Fig. V.38 {2}. Distribuțiile calculate pentru coeficienții de viteză (tangencial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu valorile numerice obținute prin corectarea debitului, Muntean {1}.

V.2.3.3.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p = f(s)$

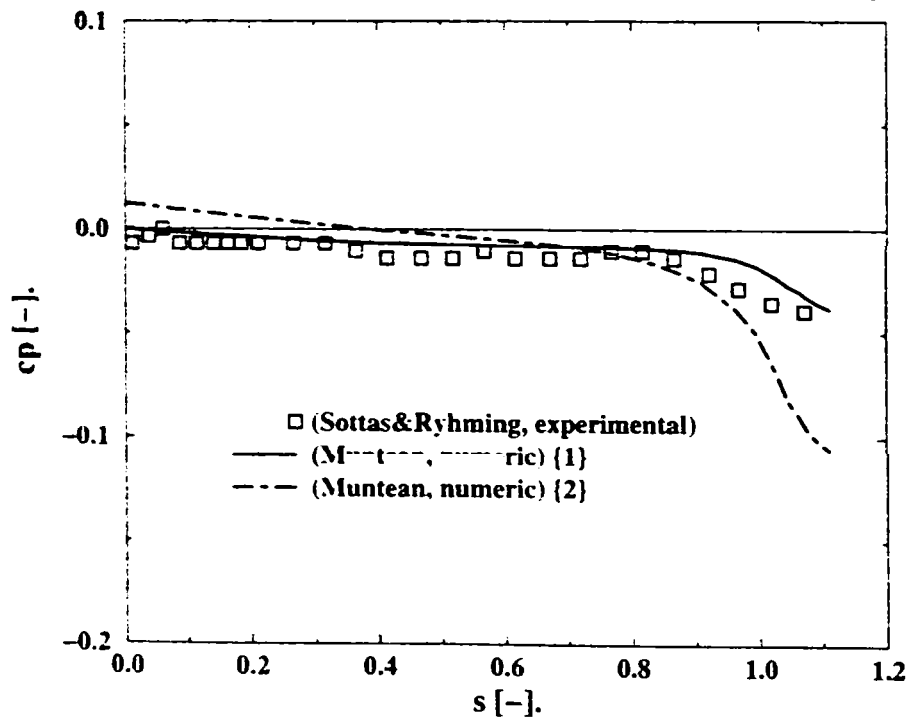


Fig. V.39 {2}. Distribuția impusă pentru coeficientul de presiune în secțiunea de intrare în tubul de aspirație, corespunzător măsurătorilor experimentale, Sottas & Ryhming (1993). Rezultatele sunt comparate cu valorile numerice obținute prin corectarea debitului, Muntean {1}.

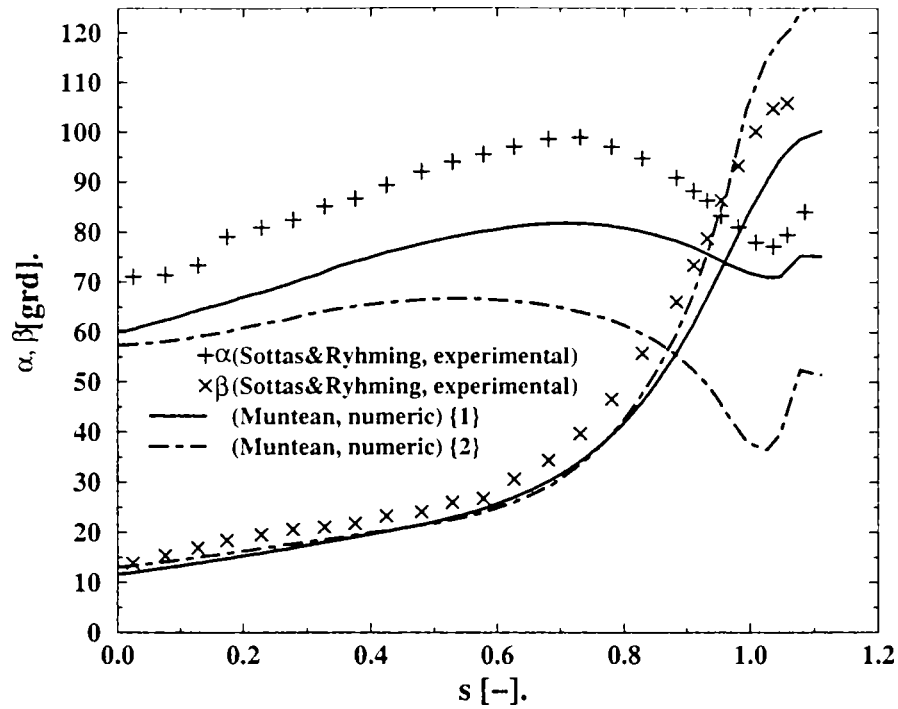
V.2.3.3.3. Calculul și trasarea curbelor $\alpha, \beta=f(s)$ 

Fig. V.40 {2}. Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993) respectiv cu valorile numerice obținute prin corectarea debitului, Muntean {1}.

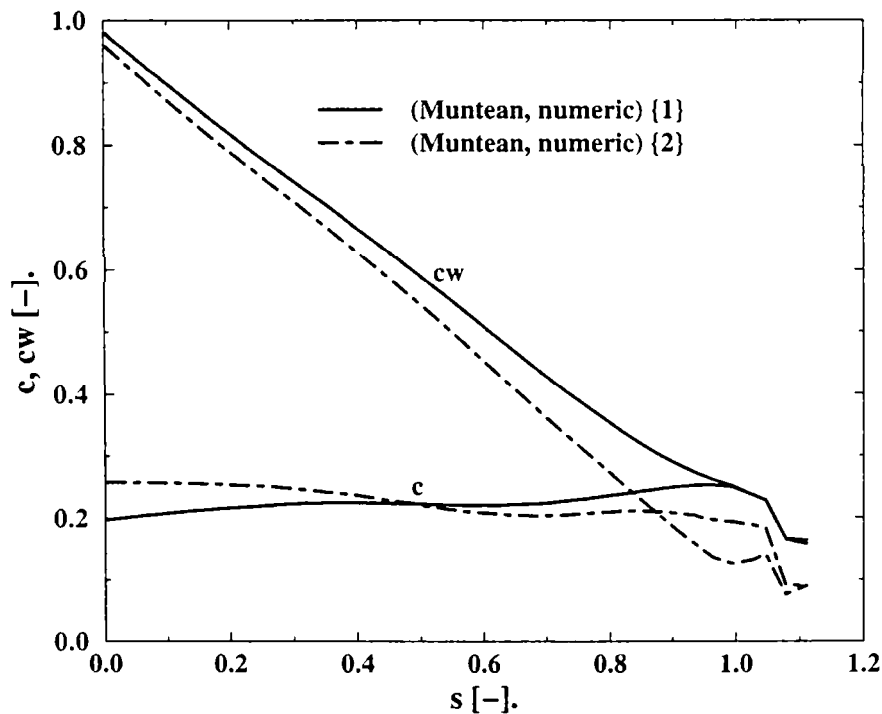
V.2.3.3.4. Calculul mărimilor V, W și trasarea curbelor $c, c_w=f(s)$ 

Fig. V.41 {2}. Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză absolută (c) și relativă (c_w) în secțiunea de intrarea în tubul de aspirație. Rezultatele sunt comparate cu valorile numerice obținute prin corectarea debitului, Muntean {1}.

V.2.3.4. Paleta rotorică

V.2.3.4.1. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ în secțiunea 2 (S2)

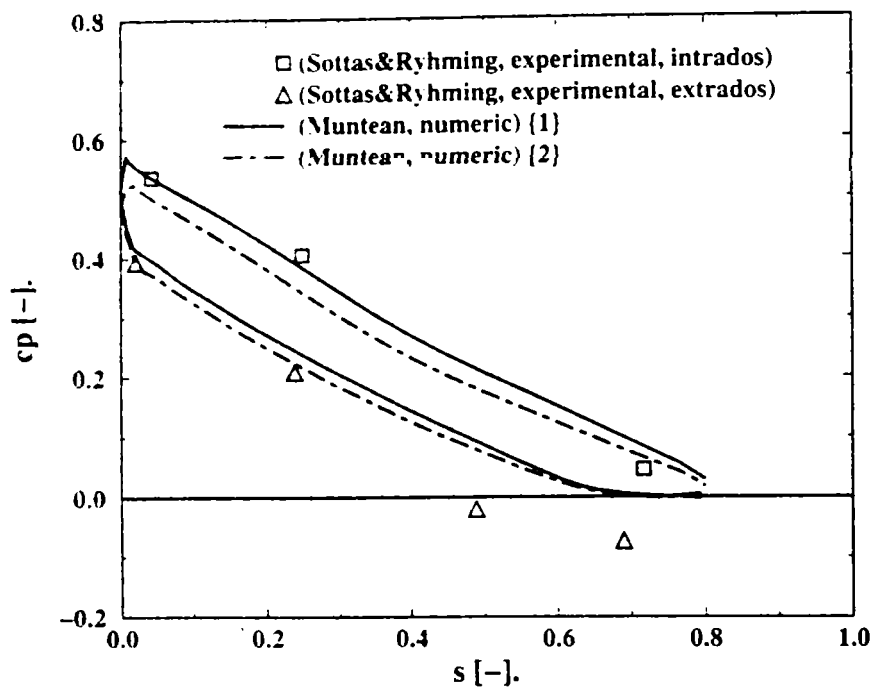


Fig. V.42 {2}. Distribuția coeficientului de presiune **calculată** în secțiunea S2, impunând distribuția de presiune măsurată în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu valorile numerice obținute prin corectarea debitului, Muntean {1}.

V.2.3.4.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ în secțiunea 9 (S9)

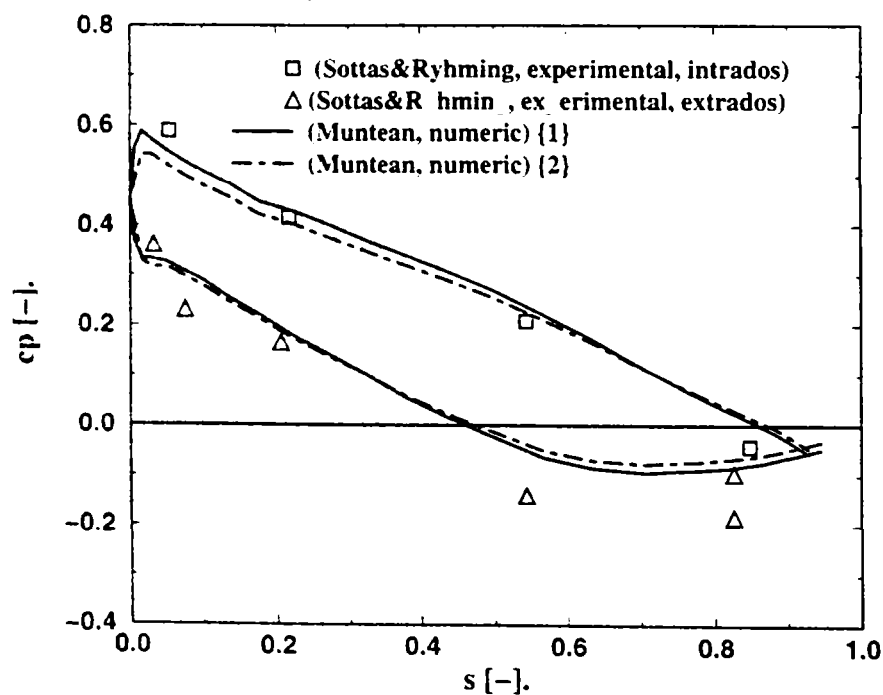


Fig. V.43 {2}. Distribuția coeficientului de presiune **calculată** în secțiunea S9, impunând distribuția de presiune măsurată în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu valorile numerice obținute prin corectarea debitului, Muntean {1}.

V.2.3.4.3. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ în secțiunea 15 (S15)

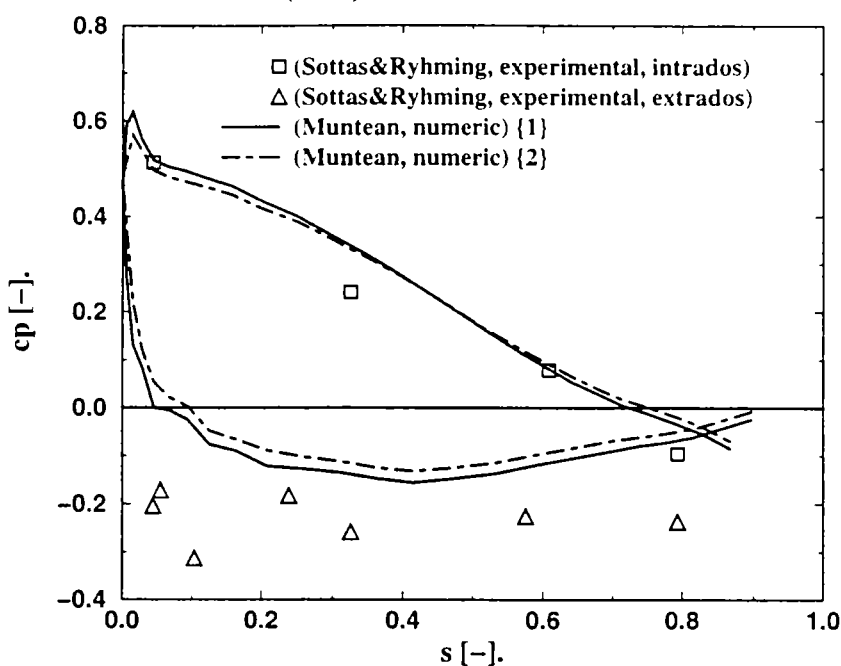


Fig. V.44 {2}. Distribuția coeficientului de presiune **calculată** în secțiunea S15, impunând distribuția de presiune măsurată în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu valorile numerice obținute prin corectarea debitului, Muntean {1}.

Rezultatele obținute prin impunerea în secțiunea de intrare a distribuției de viteză măsurată cuplat cu condiția de echilibru radial a presiunii în secțiunea de ieșire, sunt marcate prin Muntean {2}. Datorită impunerii în secțiunea de intrare a distribuției de viteză măsurată, vezi Fig. V.30, se conservă foarte buna evaluare a lui α în comparație cu datele experimentale, dar se îmbunătățește evaluarea lui β față de valorile numerice ale setului Muntean {1}, Fig. V.32. Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea de intrare prezintă o eroare de aproximativ 15% de-a lungul întregii axe de intrare, Fig. V.31, deci o mai slabă evaluare față de varianta Muntean {1}.

În secțiunea mijlocie a rotorului, zona de ieșire de pe paletele rotorice, distribuția de viteză este mai slab evaluată. Dacă pentru coeficienții de viteză se observă o creștere a erorii față de datele experimentale, coeficientul componente tangențiale este supraevaluat cu cel puțin 30% ajungând la 100% în apropierea coroanei, Fig. V.34. Corespunzător cu determinarea mai eronată a câmpului de viteză și în special a componente tangențiale, se obține o mult mai imprecisa evaluare a unghiului α , Fig. II.36.

În secțiunea de ieșire din domeniul rotorului, intrare în tubul de aspirație, impunerea condiției de echilibru radial a presiunii conduce la determinarea prin simulare numerică a distribuției de presiune pe suprafața de ieșire. Se constată o presiune mult mai mică în axa mașinii față de datele experimentale, Fig. V.39. Atât câmpul de viteză din Fig. V.38, cât și distribuția unghiului α , Fig. V.40, prezintă o mai slabă evaluare, păstrând caracteristicile prezentate în secțiunea mijlocie.

Distribuția coeficientului de presiune în secțiunile paletei rotorice prezintă evaluarea foarte bună pe fața de presiune, în schimb o evaluare bună pe fața de depresiune în secțiunile S2 (Fig. V.42) respectiv S9 (Fig. V.43) și una satisfăcătoare în secțiunea S15 (Fig. V.44), față de datele experimentale Sottas & Ryhming (1993). De asemenea se observă o mai slabă evaluare a presiunii pe paleta rotorică față de setul Muntean {1}, concretizată și într-o eroare mai mare a momentului.

În concluzie, rezultatele obținute cu aceste condiții sunt mai îndepărtate de experiment față de cele din varianta Muntean {1}. Creșterea semnificativă a erorilor în apropierea axei mașinii respectiv a coroanei, este datorată distribuției de viteză diferită impusă în secțiunea de intrare.

V.2.4. Varianta de calcul {3}

V.2.4.1. Secțiunea de intrare a domeniului de analiză al rotorului

V.2.4.1.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

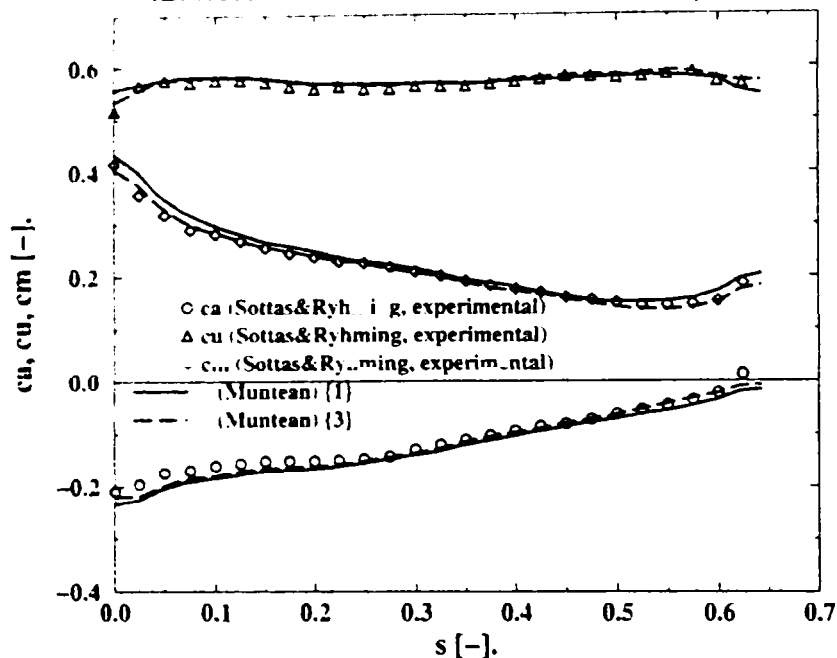


Fig. V.45 {3}. Distribuțiile **impuse** pentru coeficienții de viteză (tangential c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de intrare a rotorului, corespunzătoare măsurărilor experimentale, Sottas & Ryhming (1993). Distribuțiile de viteze în secțiunea de intrare sunt comparate cu cele ale setului Muntean {1}.

V.2.4.1.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p = f(s)$

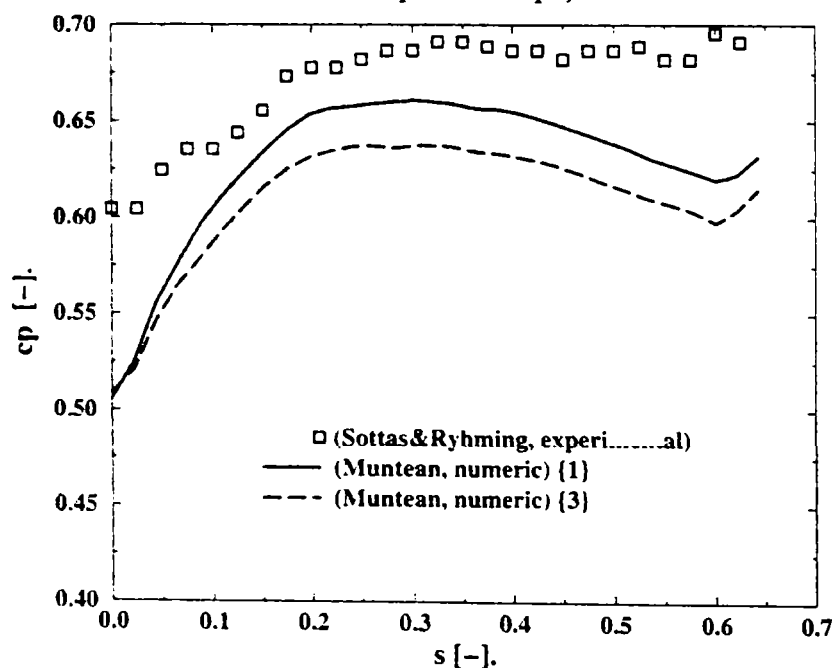


Fig. V.46 {3}. Distribuția **calculată** pentru coeficientul de presiune în secțiunea de intrare a rotorului, în varianta impunerii distribuției de presiune măsurate experimental. Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993), și cu valorile numerice obținute la impunerea echilibrului presiunii la ieșire și a debitului corectat, Muntean {1}.

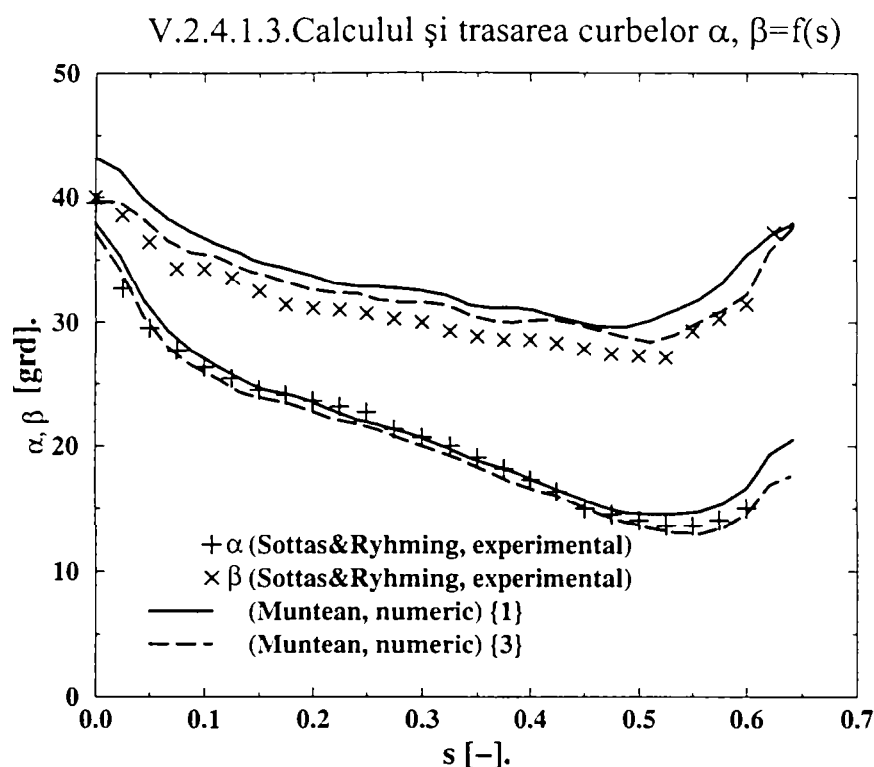


Fig. V.47 {3}. Distribuțiile pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare a rotorului. Rezultatele corespund distribuției de viteze impusă în această secțiune conform datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993) fiind comparate și cu valorile numerice ale setului, Muntean {1}.

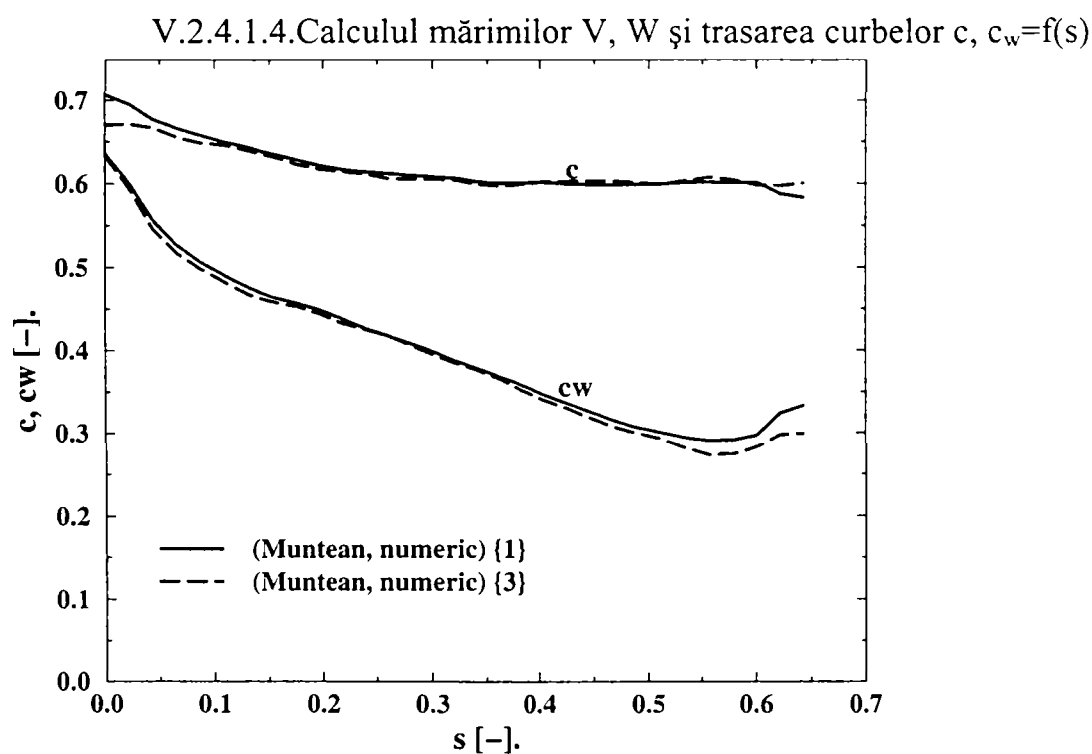


Fig. V.48 {3}. Distribuția modului coeficienților vitezei absolute (c) și relative (c_w) în secțiunea de intrare a rotorului. Valorile corespund distribuției de viteză impusă în această secțiune conform datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993), fiind comparate și cu distribuțiile impuse în Muntean {1}.

V.2.4.2. Secțiunea mijlocie a domeniului de analiză al rotorului

V.2.4.2.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

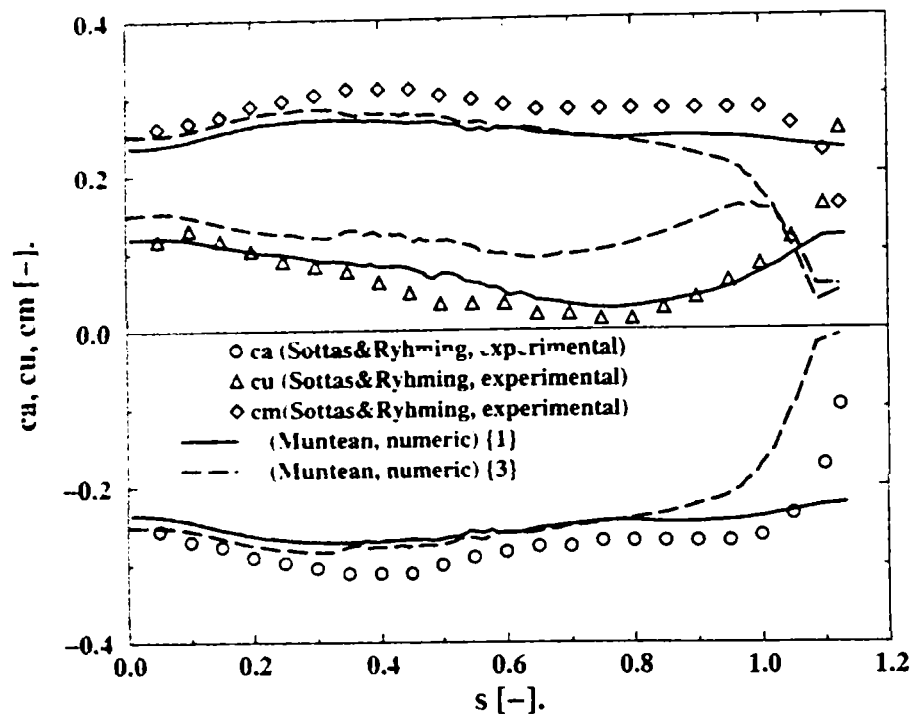


Fig. V.49 {3}. Distribuțiile calculate pentru coeficienții de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993) respectiv cu valorile numerice, Muntean {1}.

V.2.4.2.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p = f(s)$

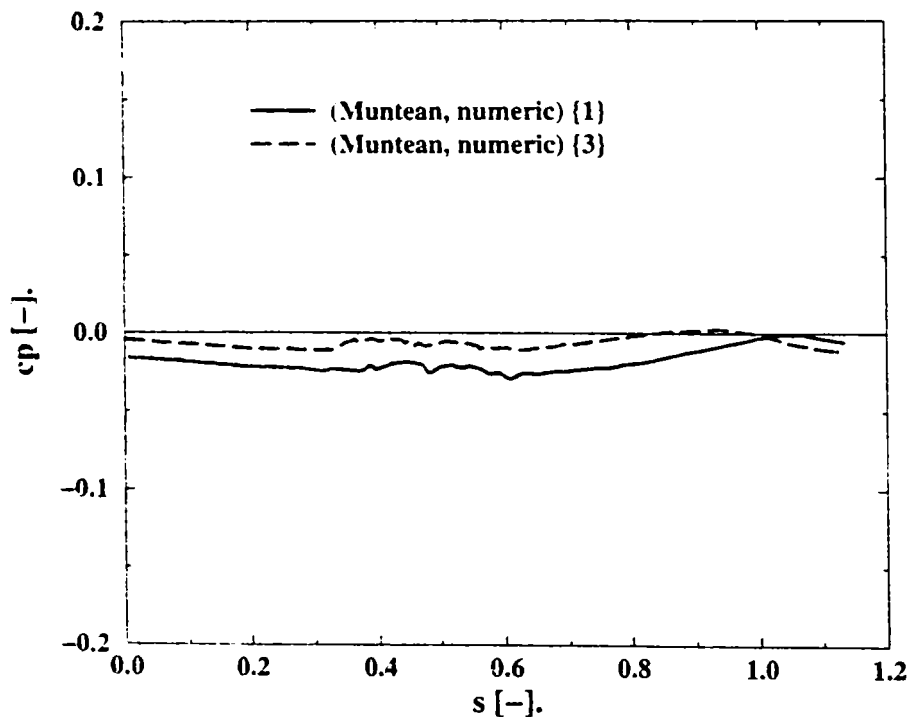


Fig. V.50 {3}. Distribuția calculată pentru coeficientul de presiune în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Rezultatele sunt comparate cu valorile numerice obținute în setul Muntean {1}.

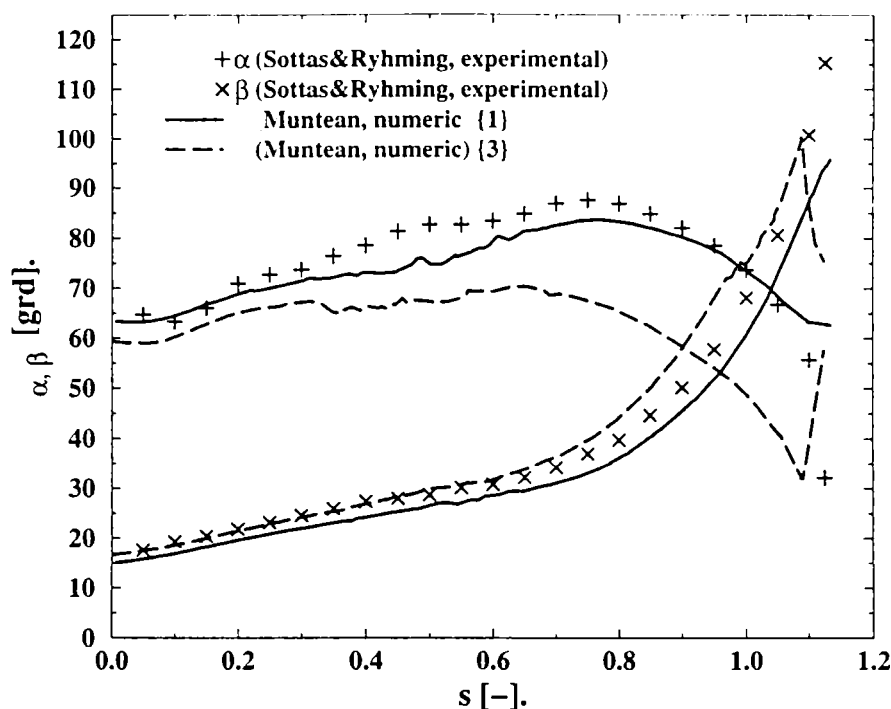
V.2.4.2.3. Calculul și trasarea curbelor α , $\beta=f(s)$ 

Fig. V.51 {3}. Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu valorile numerice, Muntean {1}.

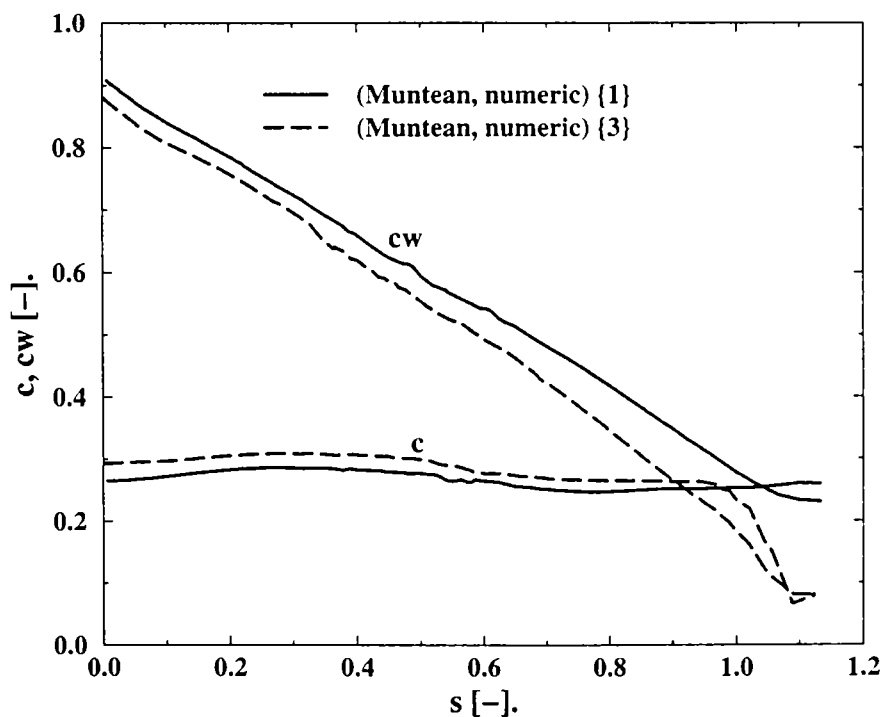
V.2.4.2.4. Calculul mărimilor V , W și trasarea curbelor c , $c_w=f(s)$ 

Fig. V.52 {3}. Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză în secțiunea mijlocie a domeniului de analiză al rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Rezultatele sunt comparate cu valorile numerice obținute în setul Muntean {1}.

V.2.4.3. Secțiunea de ieșire a domeniului de analiză al rotorului

V.2.4.3.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$

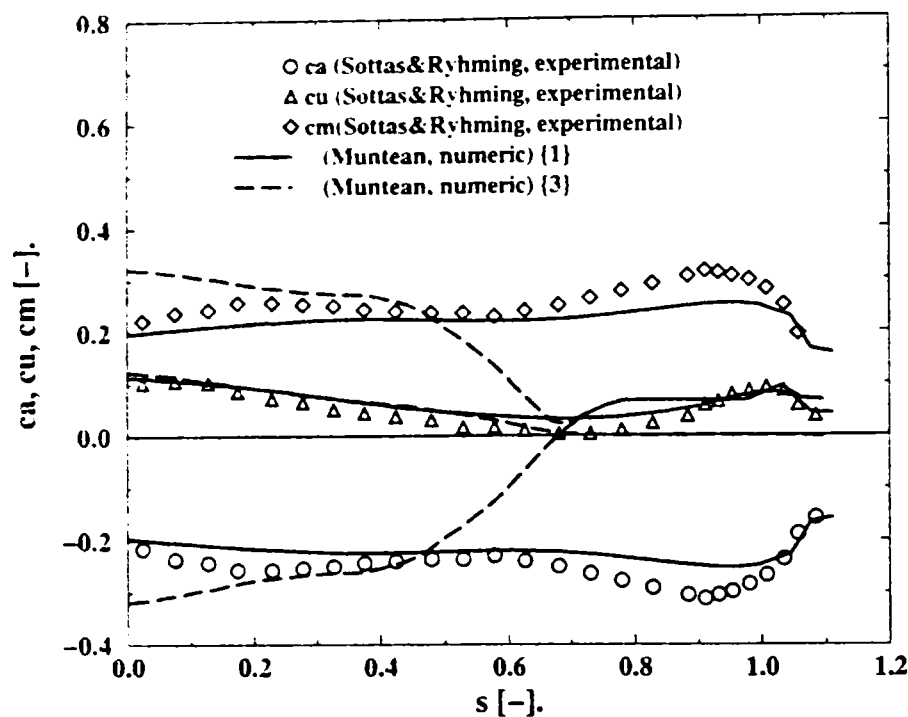


Fig. V.53 {3}. Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză (tangențial **cu**, axial **ca** și meridional **cm**) în secțiunea de intrare în tubul de aspirație, impunând distribuția de presiune măsurată în această secțiune. Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu valorile numerice Muntean {1}.

V.2.4.3.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$

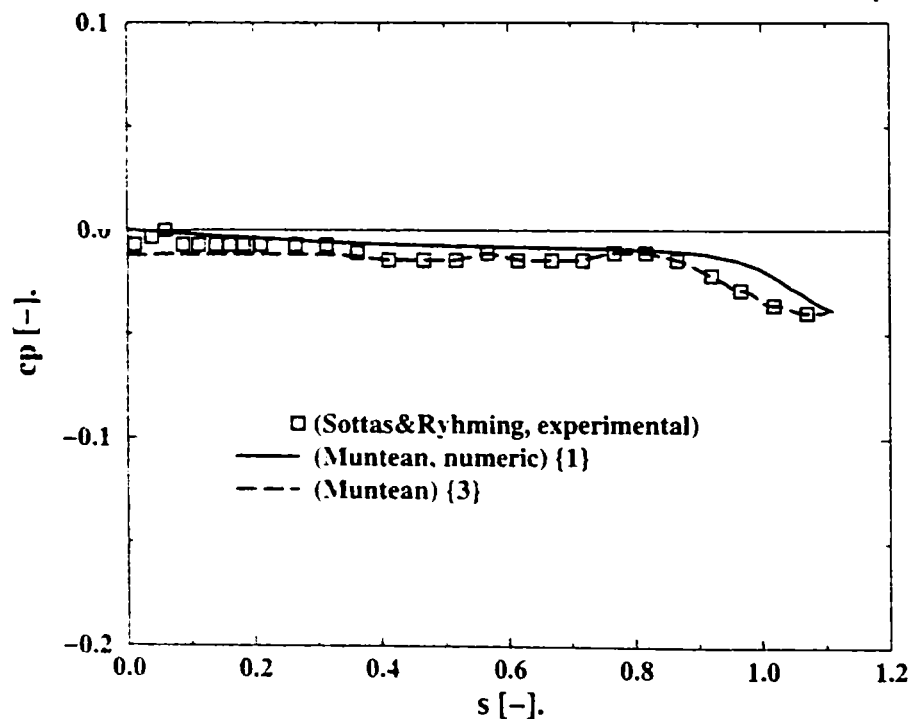


Fig. V.54 {3}. Distribuția **impusă** pentru coeficientul de presiune în secțiunea de intrare în tubul de aspirație, corespunzător măsurătorilor experimentale, Sottas & Ryhming (1993). Rezultatele sunt comparate cu valorile numerice obținute în setul Muntean {1}.

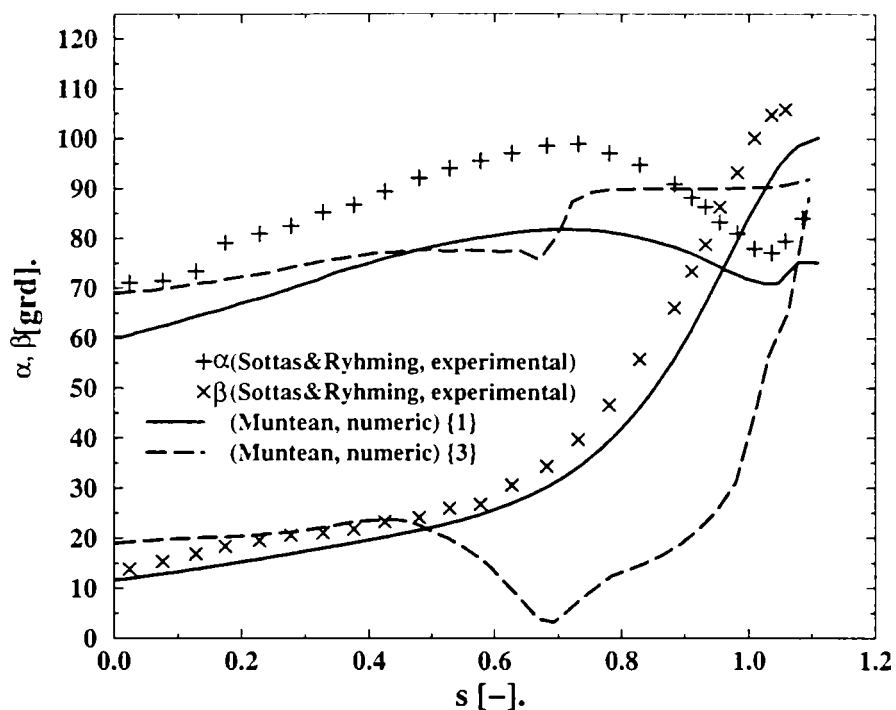
V.2.4.3.3. Calculul și trasarea curbelor α , $\beta=f(s)$ 

Fig. V.55 {3}. Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993) respectiv cu valorile numerice, Muntean {1}.

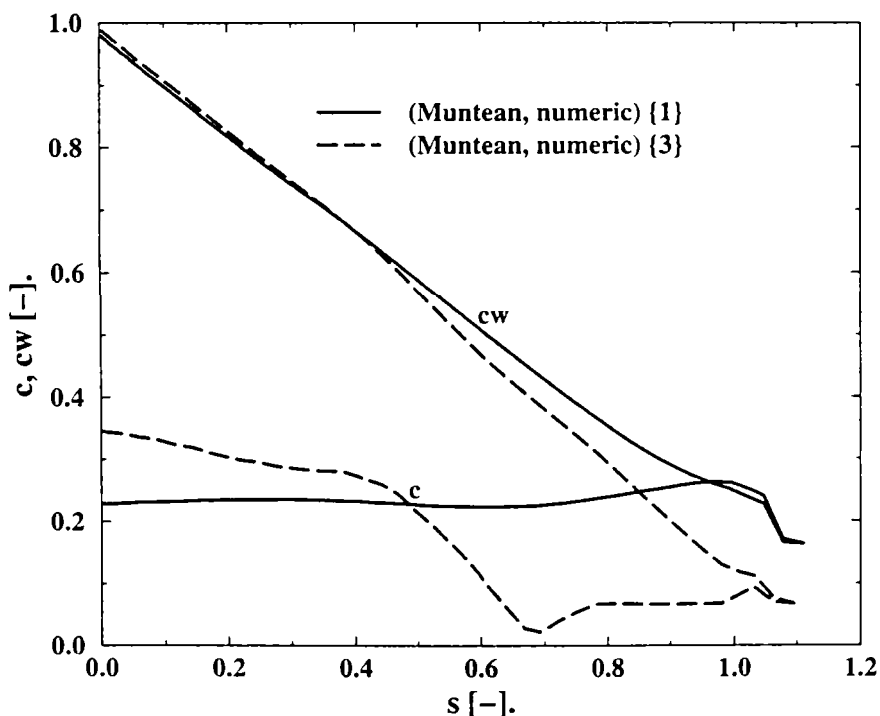
V.2.4.3.4. Calculul mărimilor V , W și trasarea curbelor c , $c_w=f(s)$ 

Fig. V.56 {3}. Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză absolută (c) și relativă (c_w) în secțiunea de intrarea în tubul de aspirație. Rezultatele sunt comparate cu valorile numerice în setul, Muntean {1}.

V.2.4.4. Paleta rotorică

V.2.4.4.1. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ în secțiunea (S2)

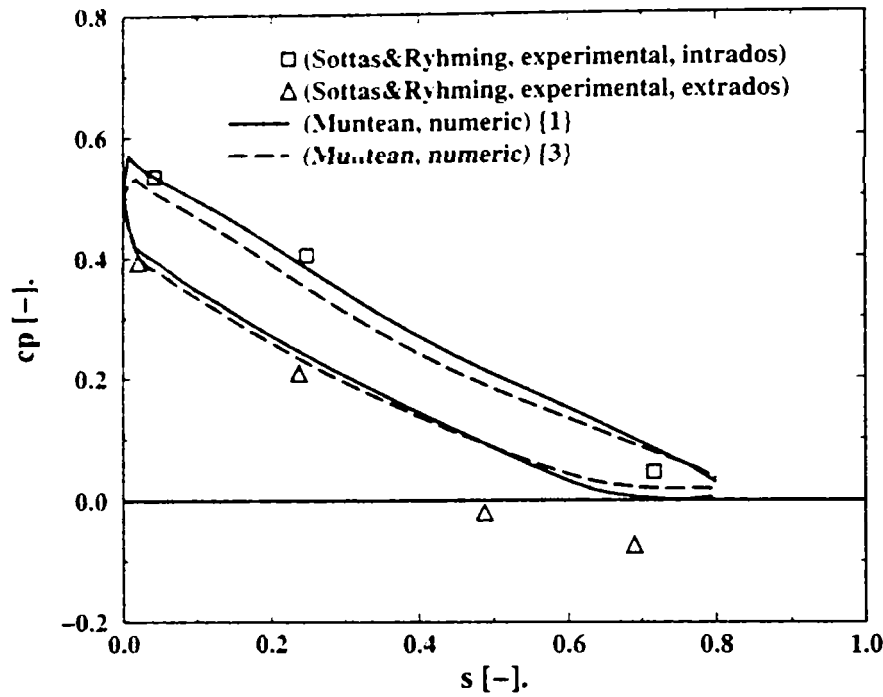


Fig. V.57 {3}. Distribuția coeficientului de presiune **calculată** în secțiunea S2, impunând distribuția de presiune măsurată în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu valorile numerice, Muntean {1}.

V.2.4.4.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ în secțiunea (S9)

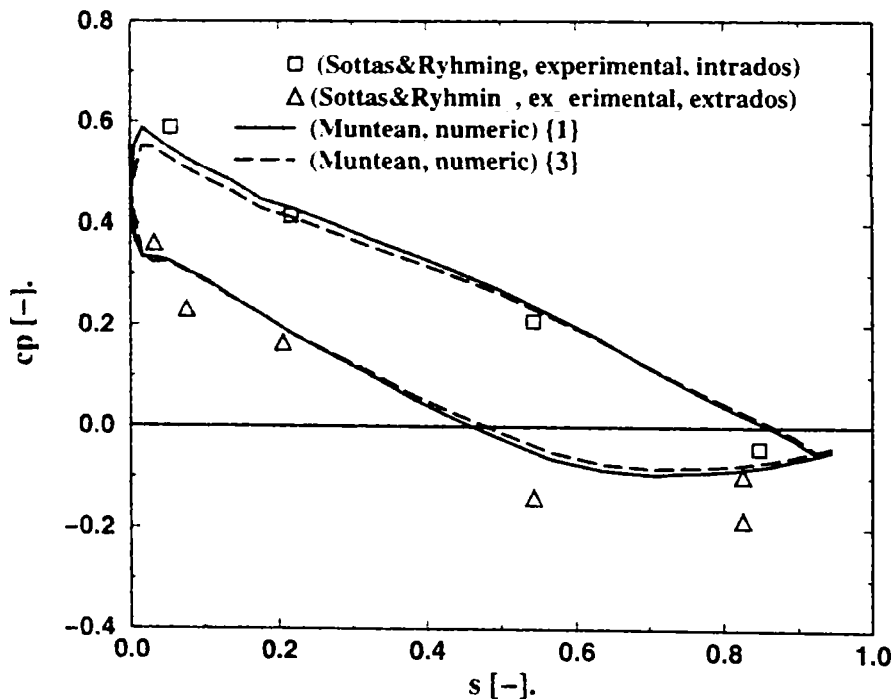


Fig. V.58 {3}. Distribuția coeficientului de presiune **calculată** în secțiunea S9, impunând distribuția de presiune măsurată în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu valorile numerice, Muntean {1}.

V.2.4.4.3. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ în secțiunea (S15)

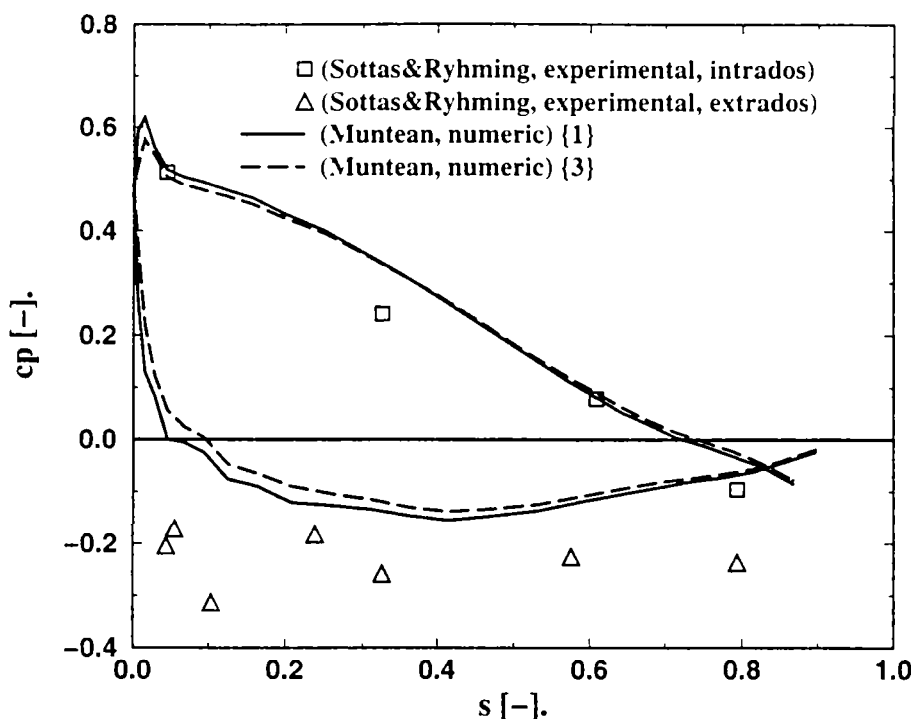


Fig. V.59 {3}. Distribuția coeficientului de presiune **calculată** în secțiunea S15, impunând distribuția de presiune măsurată în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu valorile numerice, Muntean {1}.

Rezultatele obținute din cuplarea distribuției de viteză măsurată în secțiunea de intrare cu presiunea măsurată în secțiunea de ieșire Sottas & Ryhming (1993) sunt marcate **Muntean {3}**.

Impunerea în secțiunea de ieșire a rotorului distribuția de presiune măsurată, Sottas & Ryhming (1993), conduce la apariția unei recirculări mari, pe aproximativ 50% din această suprafață. Recircularea este fictivă și se datorează modelului numeric, ne regăsindu-se în valorile experimentale (vezi Fig. V.53). Perturbarea din câmpul de viteze se propagă și în calculul unghiurilor α respectiv β , Fig. V.55.

În timp ce câmpul de viteză din apropierea secțiunii de ieșire din rotor este puternic perturbat, în secțiune mediană se constată o destul de bună estimare a câmpului de viteză, excepție făcând zona coroanei unde se simte perturbația de la ieșirea din domeniu, Fig. V.49 respectiv Fig. V.51.

Calculul coeficientului de presiune în secțiunea de intrare prezintă o destul de bună evaluare de aproximativ 8-10% față de datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993), semnificativ mai bine evaluat decât în setul Muntean {2}. Excepție fac zonele din apropierea inelului și coroanei unde diferențele sunt mai mari, ajungând până la erori de 14-16% datorate efectelor vâscoase, ce nu sunt cuantificate de model numeric.

În concluzie, rezultatele obținute cu aceste condiții sunt mai îndepărtate de experiment față de cele din varianta Muntean {1}. Pentru acest caz, se obține o recirculare pe frontiera de ieșire a domeniului datorată impunerii distribuției de presiune măsurată. Eliminarea acestei recirculări numerice s-a realizat prin utilizarea condiției de echilibru radial a presiunii.

V.2.5. Prezentarea comparativă a rezultatelor cu cele ale grupului Bildal et al.

Prezentarea sintetică a parametrilor celor două simulări se găsește în Tab. V.1:

Tab. V.1 Prezentarea comparativă a parametrilor simulării Bildal et al. vs. Muntean.

		Billdal et al.	Muntean
PRF:procesor	<ul style="list-style-type: none"> descompunerea domeniului tip domeniu tip rețea tip element număr de rețele numărul de noduri 	1 bloc simplu conex rețea structurată (H-H) paralelipipedice (8 noduri) 1 rețea $78 \times 15 \times 20 = 23.400$ noduri	1 bloc dublu conex rețea nestructurată tetraedre (4 noduri) 2 rețele 65.000/115.000 noduri
Procesor	<ul style="list-style-type: none"> cod tip de variabile utilizate metoda matematică schema numerică 	3D Euler variabile primare MCA F.V. explicit	3D Euler (FLUENT) variabile primare MCP - SIMPLE F.V.
	<ul style="list-style-type: none"> tip computer time de rulare număr de iterații CPU time (iterații*nr.celule) 	CRAY X-MP/28 (1 cpu) 0:07:48 h (468 sec) 1600 iterații 1.46e-5 sec	PC-PentiumIII/450MHz 0:15:12/0:32:15 h 250 iterații

Grupul Bildal et al. (1993) a efectuat simulările pentru rotorul GAMM impunând pe frontiera de intrare un profil de viteze modificat să asigure un debit de $Q=0.377 \text{ m}^3/\text{s}$ față de valoarea debitului obținută din integrarea profilului de viteză măsurat în secțiunea de intrare în rotor $Q=0.339 \text{ m}^3/\text{s}$ și față de debitul măsurat de debitmetrul instalației $Q=0.372 \text{ m}^3/\text{s}$. Modificarea profilului de viteze de la intrare, conduce la modificarea momentului pe paletă și implicit a randamentului.

Analiza coeficientului de presiune din secțiunea de intrare arată o foarte bună corespondență între valorile calculate numeric Fig. V.61, deși s-au impus distribuții de viteză diferite Fig. V.60.

În secțiunea mijlocie, se obține o foarte bună concordanță a câmpurilor de viteză determinate numeric cu datele experimentale, Fig. V.63, corespundență regăsită și la unghiurile α și β . Fig. V.65. Deși se observă aceeași formă a distribuțiilor coeficientului de presiune, apare o diferență de 200%.

Câmpul de viteză din secțiunea de ieșire a rotorului, determinat de Bildal et al. (1993) urmărește mai fidel datele experimentale decât distribuția Muntean {1}, Fig. V.66. În schimb coeficientul de presiune determinat de Bildal et al. (1993) este foarte departe atât de datele experimentale cât și de distribuția calculată în varianta Muntean {1}, Fig. V.67.

Distribuțiile coeficientului de presiune în secțiunile S2, S9 și S15 indică o foarte bună corespondență între rezultatele numerice pe fața de depresiune și mici diferențe pe fața de presiune.

În final, se poate concluziona că rezultatele numerice sunt foarte asemănătoare, deși s-au utilizat metode de discretizare a ecuațiilor, tipologii ale rețelei de discretizare și rețele de discretizare diferite. Excepție face distribuția coeficientului de presiune din secțiunea de ieșire unde există o foarte bună corelație între datele experimentale și Muntean {1}, în comparație cu cel determinat de grupul Bildal et al. (1993).

V.2.5.1. Secțiunea de intrare a domeniului de analiză al rotorului

V.2.5.1.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$

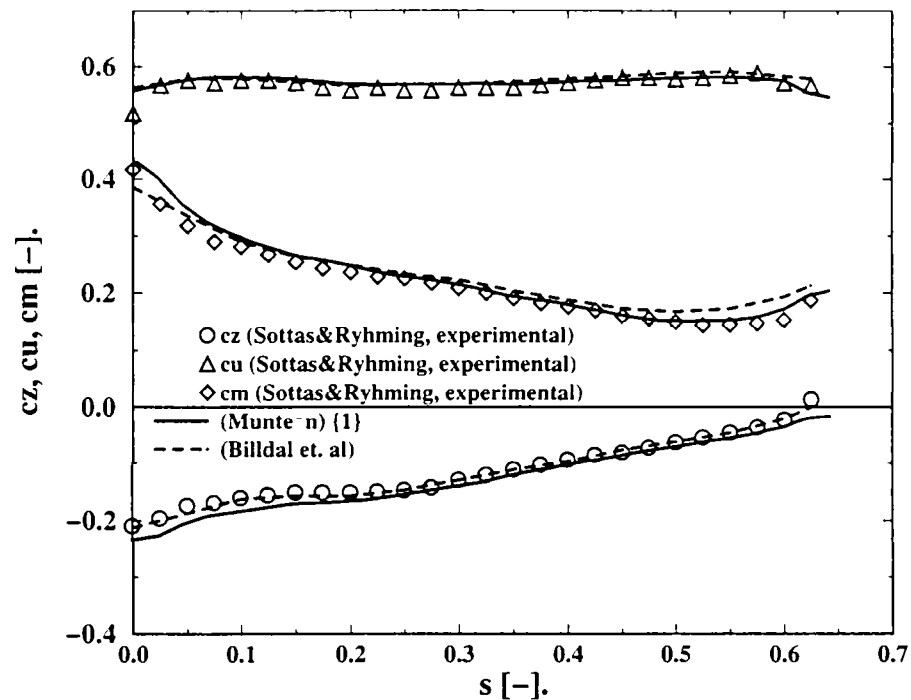


Fig. V.60 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangencial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultatele numerice Muntean {1}, Billdal et al. (1993).

V.2.5.1.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$

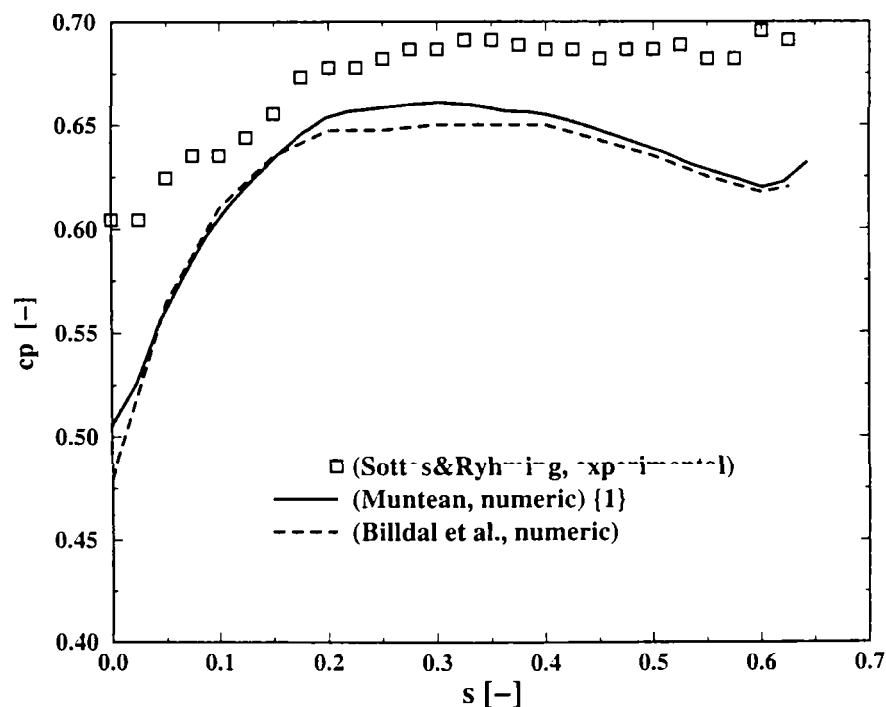


Fig. V.61 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Billdal et al. (1993).

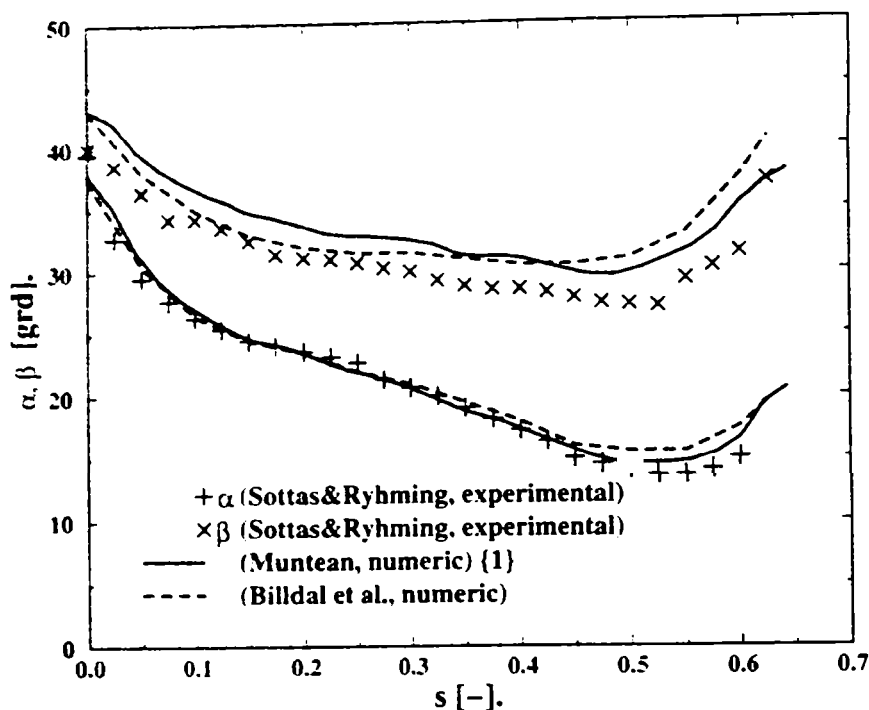
V.2.5.1.3. Calculul și trasarea curbelor α , $\beta=f(s)$ 

Fig. V.62 Distribuțiile pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Billdal et al. (1993).

V.2.5.2. Secțiunea mijlocie a domeniului de analiză al rotorului

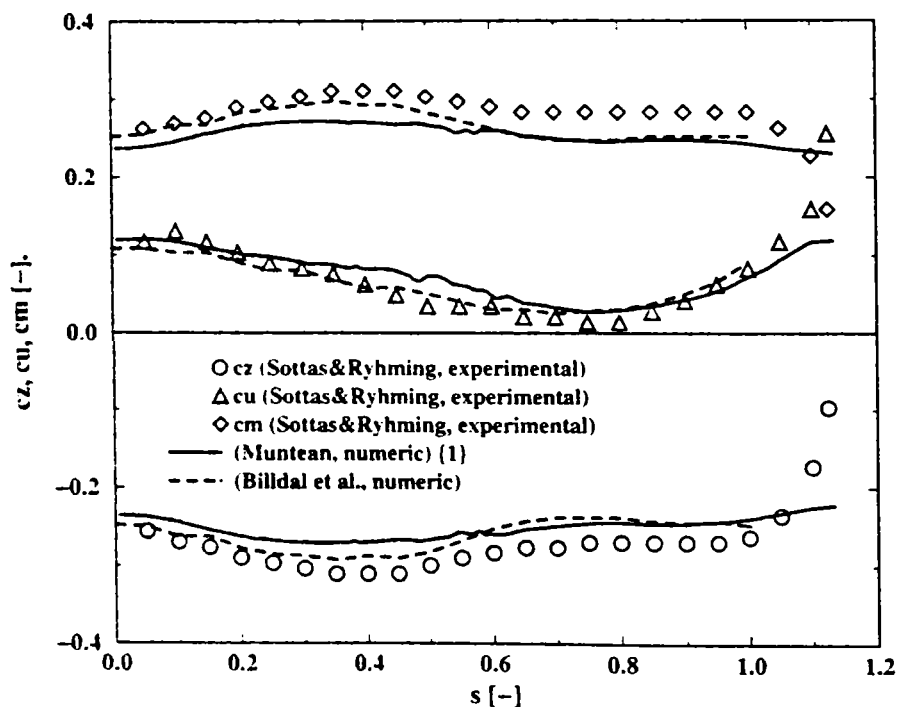
V.2.5.2.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$ 

Fig. V.63 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Billdal et al. (1993).

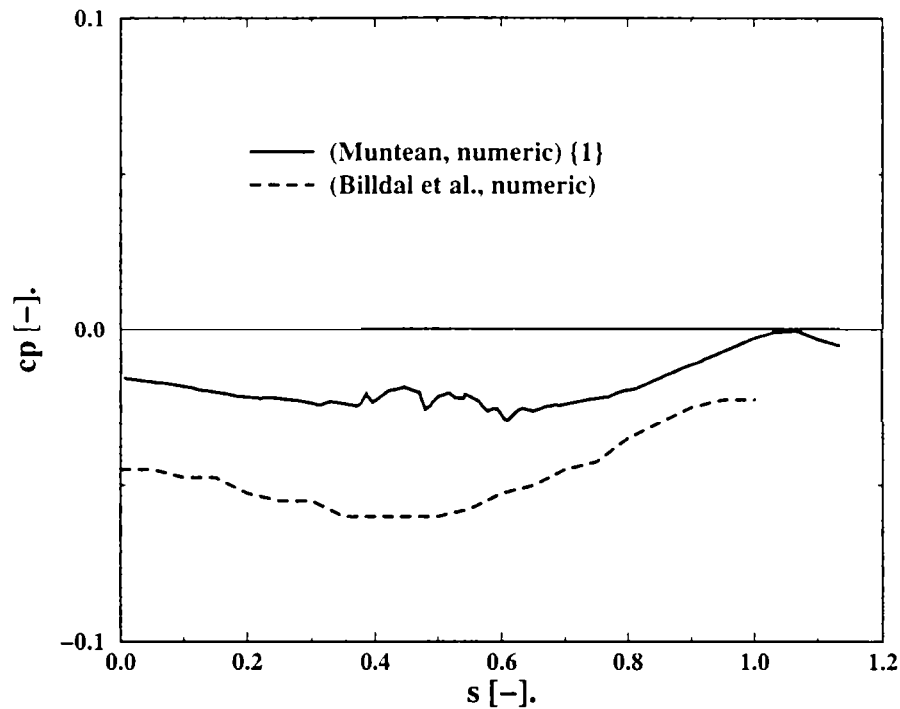
V.2.5.2.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ 

Fig. V.64 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Billdal et al. (1993).

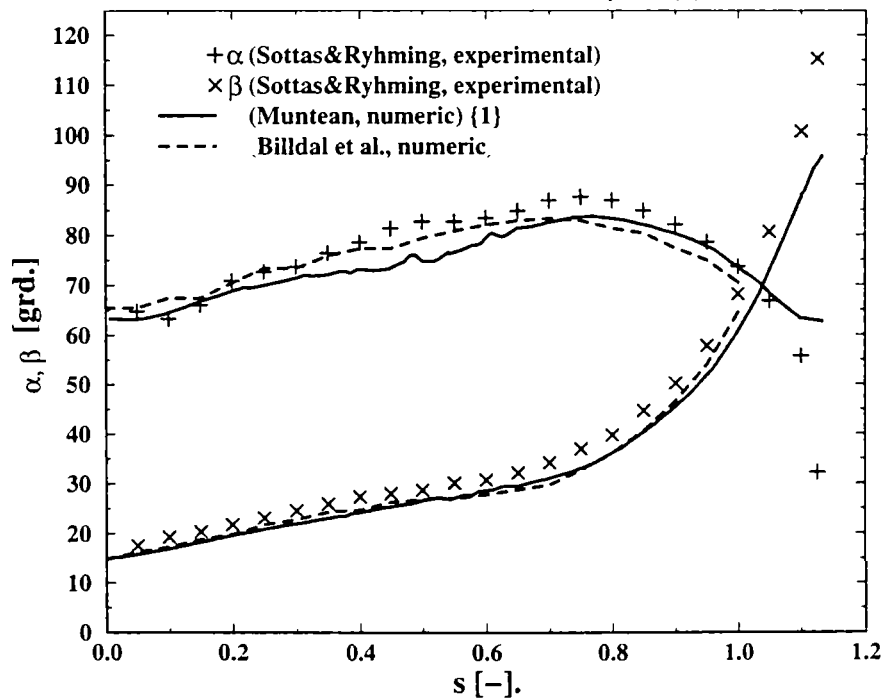
V.2.5.2.3. Trasarea curbelor $\alpha, \beta = f(s)$ 

Fig. V.65 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Billdal et al. (1993).

V.2.5.3. Secțiunea de ieșire a domeniului de analiză al rotorului

V.2.5.3.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

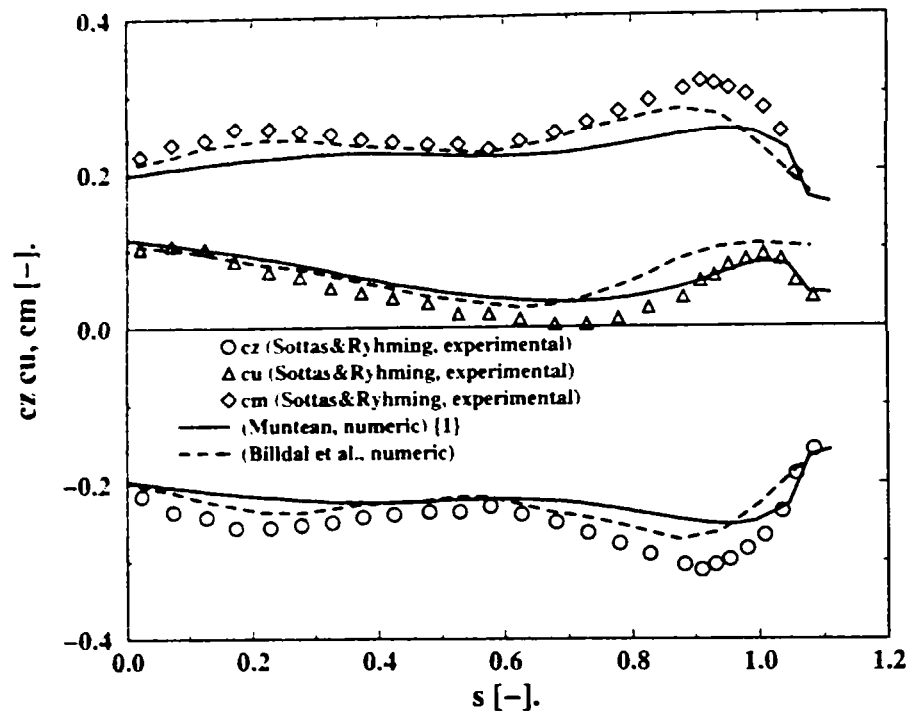


Fig. V.66 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de intrarea în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Billdal et al. (1993).

V.2.5.3.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p = f(s)$

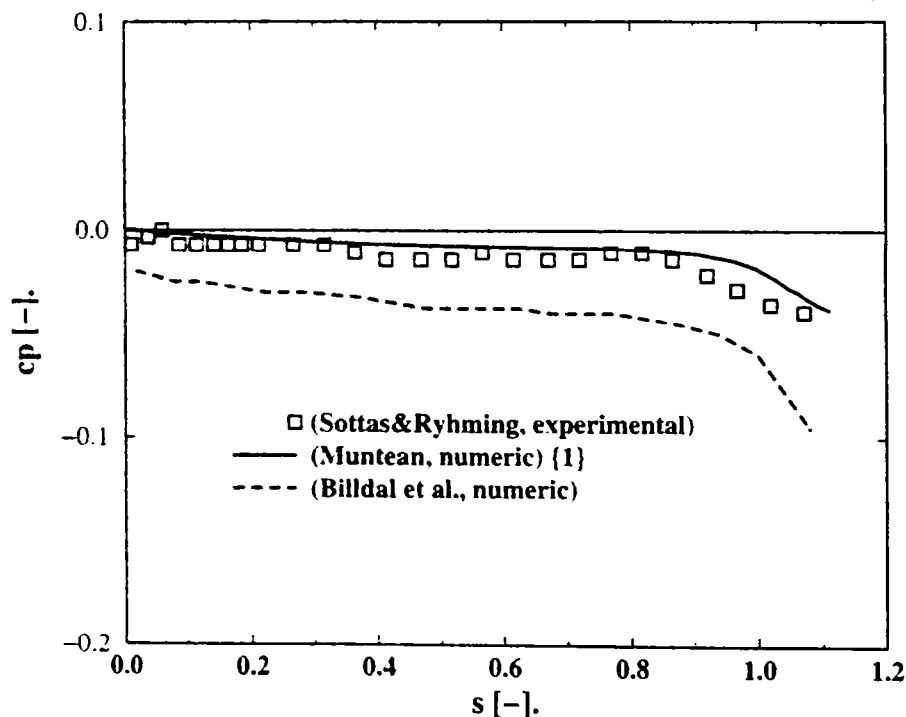


Fig. V.67 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea de intrarea în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Billdal et al. (1993).

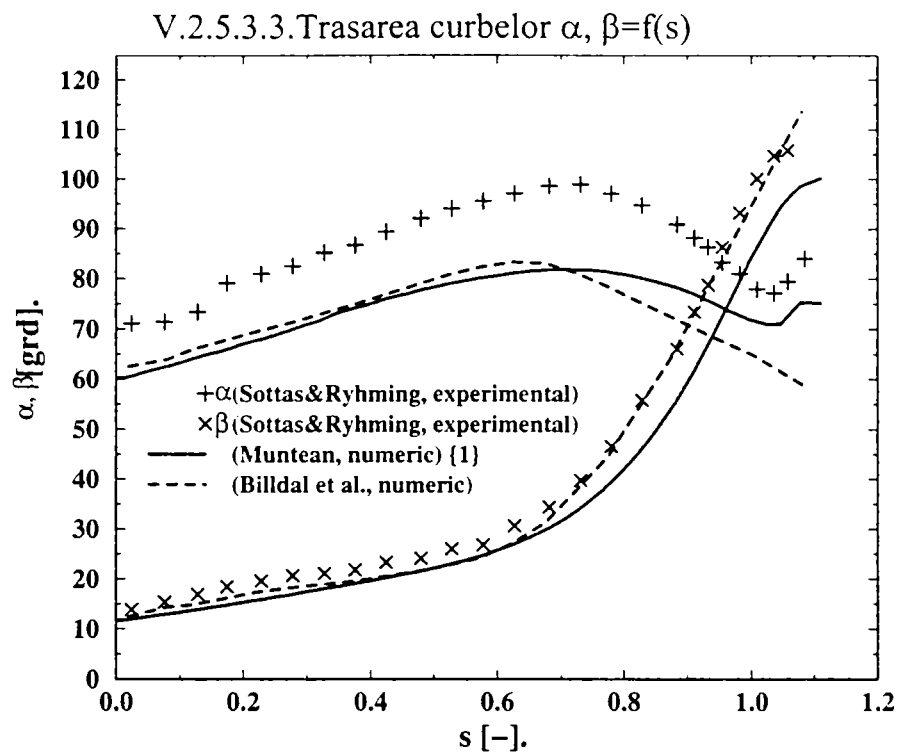


Fig. V.68 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Billdal et al. (1993).

V.2.5.4. Paleta rotorică

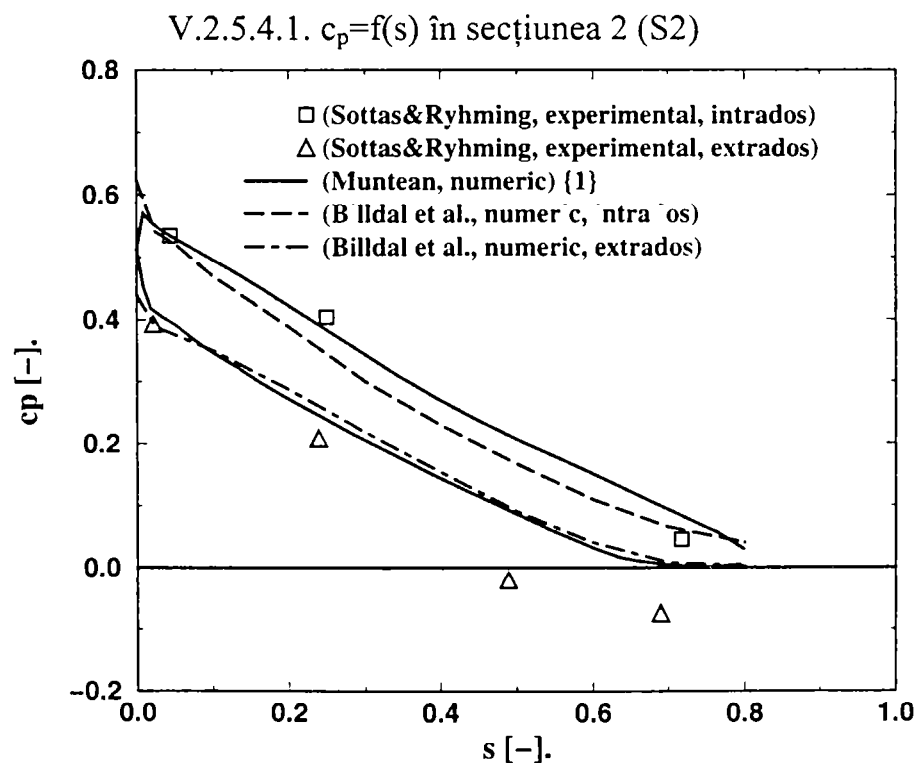


Fig. V.69 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S2. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Billdal et al. (1993).

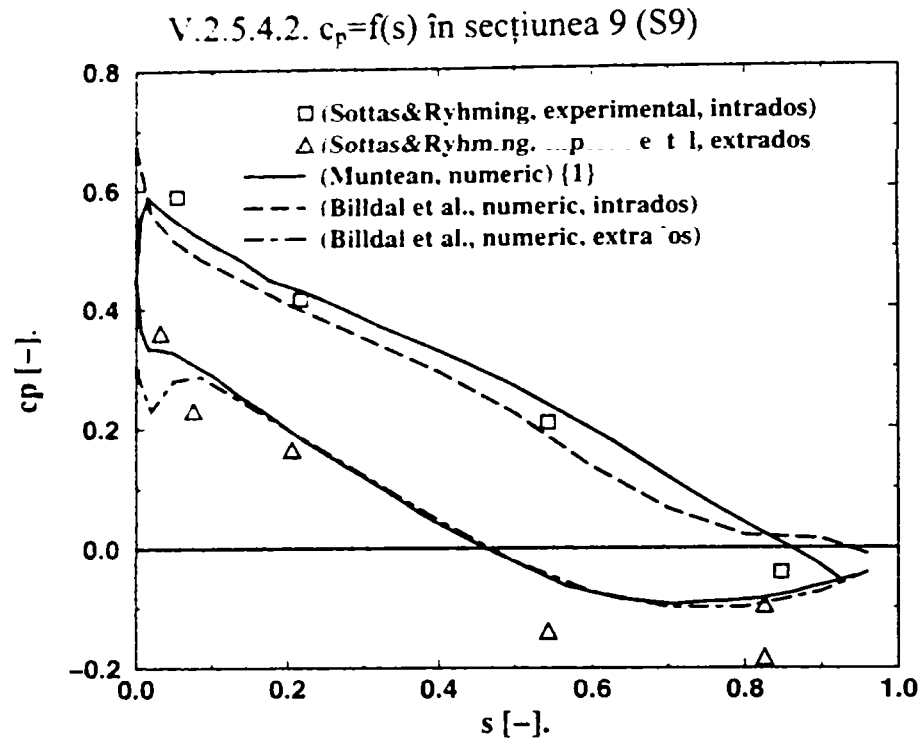


Fig. V.70 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S9. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Billdal et al. (1993).

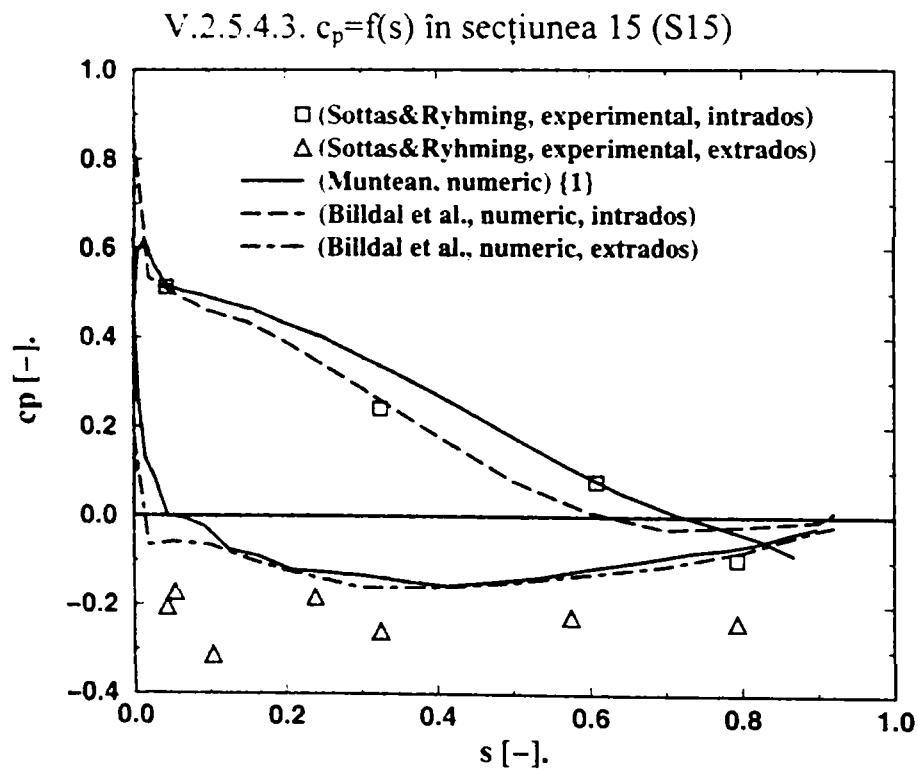


Fig. V.71 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S15. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Billdal et al. (1993).

V.2.6. Prezentarea comparativă a rezultatelor cu cele ale grupului Bottaro et al.

Prezentarea sintetică a parametrilor celor două simulări se găsește în Tab. V.2:

Tab. V.2 Prezentarea comparativă a parametrilor simulării Bottaro et al. vs. Muntean.

		Bottaro et al.	Muntean
PREprocesor	<ul style="list-style-type: none"> • descompunerea domeniului • tip domeniu • tip rețea • tip element • număr de rețele • numărul de noduri 	1 bloc simplu conex rețea structurată (H-H) paralelipipedice (8 noduri) 3 rețele 65x21x17=23.205 noduri	1 bloc dublu conex rețea nestructurată tetraedre (4 noduri) 2 rețele 65.000/115.000 noduri
Procesor	<ul style="list-style-type: none"> • cod • tip de variabile utilizate • metoda matematică • schema numerică 	3D Euler variabile primare MCA F.V. explicit	3D Euler (FLUENT) variabile primare MCP - SIMPLE F.V.
	<ul style="list-style-type: none"> • tip computer • timp de rulare • număr de iterații • CPU time/(iterații*nr.celule) 	CRAY 2 (1 cpu) 0:59:20 h 20.000 iterații 0.767e-5 sec	PC-PentiumIII/450MHz 0:15:12/0:32:15 h 250 iterații

În articolul Bottaro et al. (1993) au fost realizate două serii diferite de calcule pentru rotorul Francis. Motivul provine din faptul că, utilizând datele experimentale furnizate de organizatori la intrarea în partea rotitoare, împreună cu condiția de axial-simetrie, se obține un debit inferior celui măsurat cu aproximativ 7%. Acest caz a fost denumit cu {1} în articolul Bottaro et al. (1993) și utilizat în această lucrare, marcat prin Bottaro et al. (1993). Cazul marcat cu {2} în articolul amintit, s-a efectuat cu ajustarea distribuției de viteze la intrare pentru a satisface compensarea de debit specificată. Este clar că prin adoptarea celei de a doua proceduri s-a modificat unghiul curentului la intrare și în consecință distribuția curentului în rotor și a randamentului.

Impunerea condițiilor diferite în secțiunea de intrare între Bottaro et al. (1993) și varianta Muntean {1} se observă în Fig. V.72 respectiv Fig. V.74.

V.2.6.1. Secțiunea de intrare a domeniului de analiză al rotorului

V.2.6.1.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

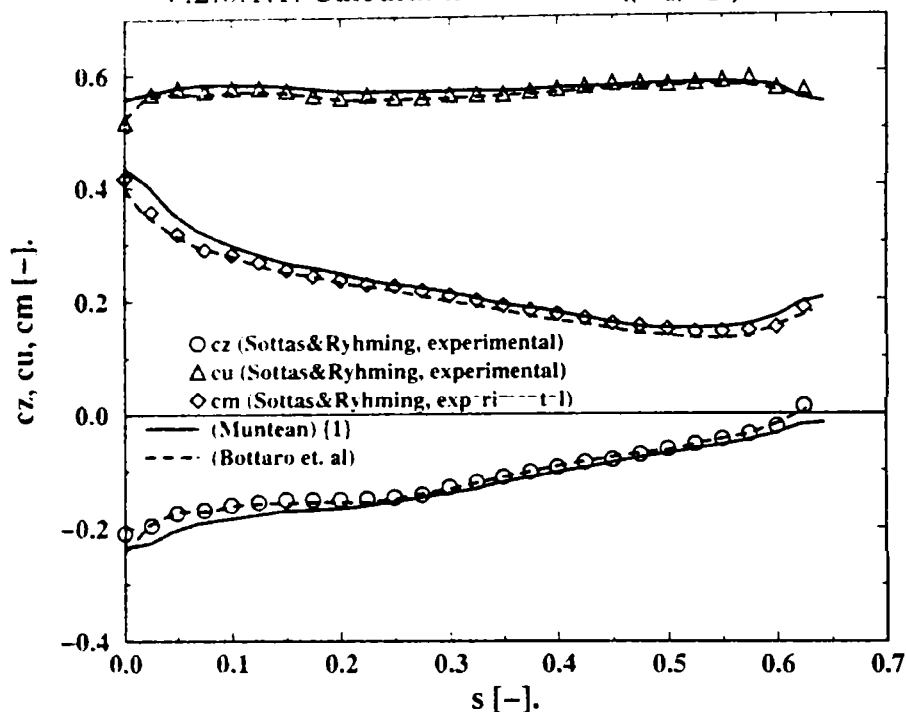


Fig. V.72 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangencial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Bottaro et al. (1993).

V.2.6.1.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p = f(s)$

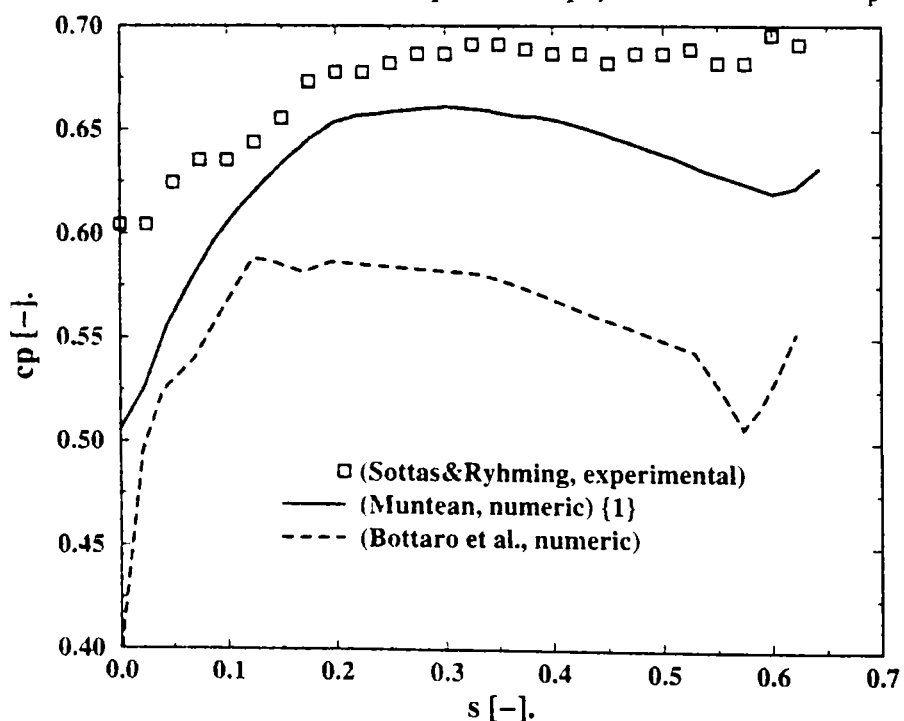


Fig. V.73 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Bottaro et al. (1993).

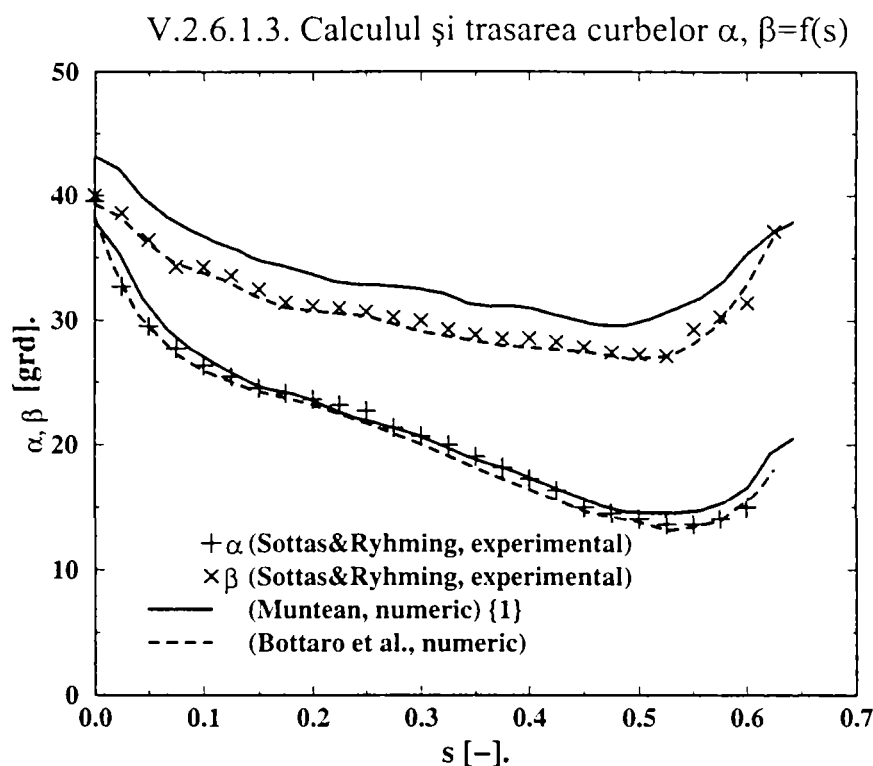


Fig. V.74 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Bottaro et al. (1993).

V.2.6.2. Secțiunea mijlocie a domeniului de analiză al rotorului

V.2.6.2.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$

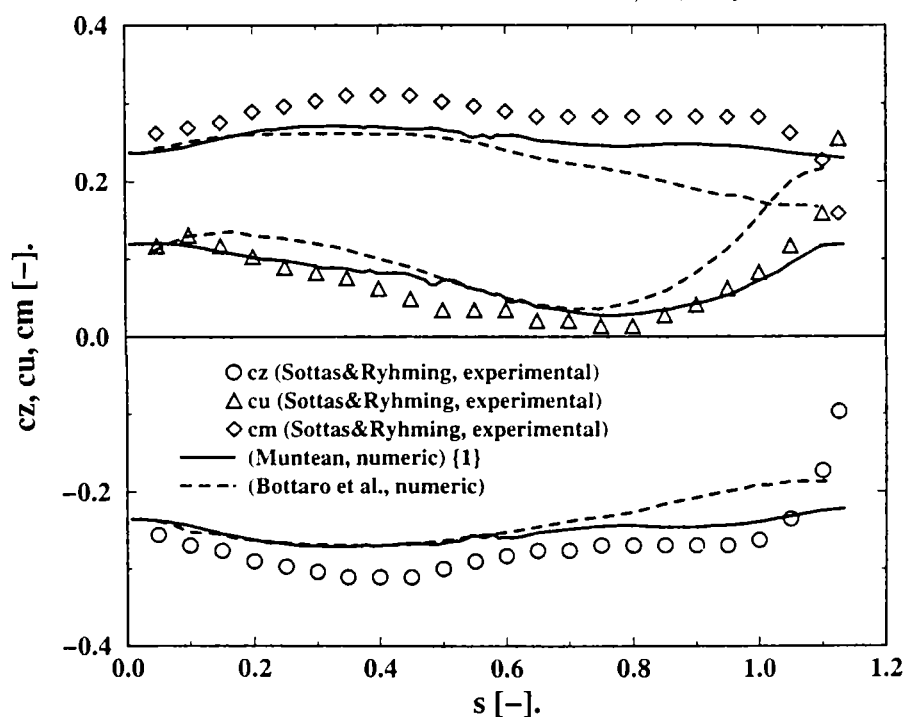


Fig. V.75 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Bottaro et al. (1993).

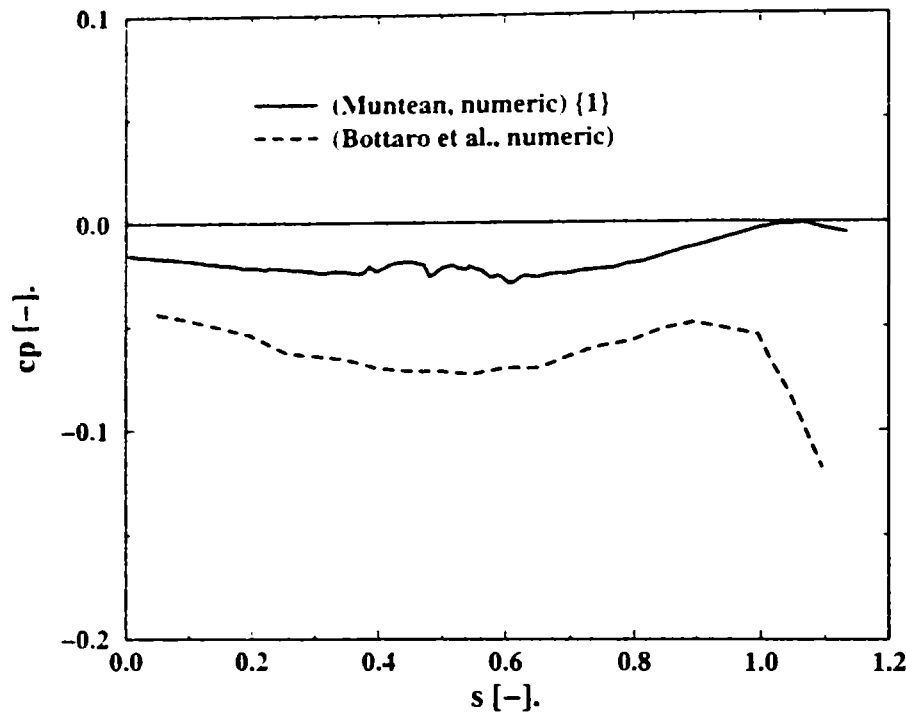
V.2.6.2.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ 

Fig. V.76 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Bottaro et al. (1993).

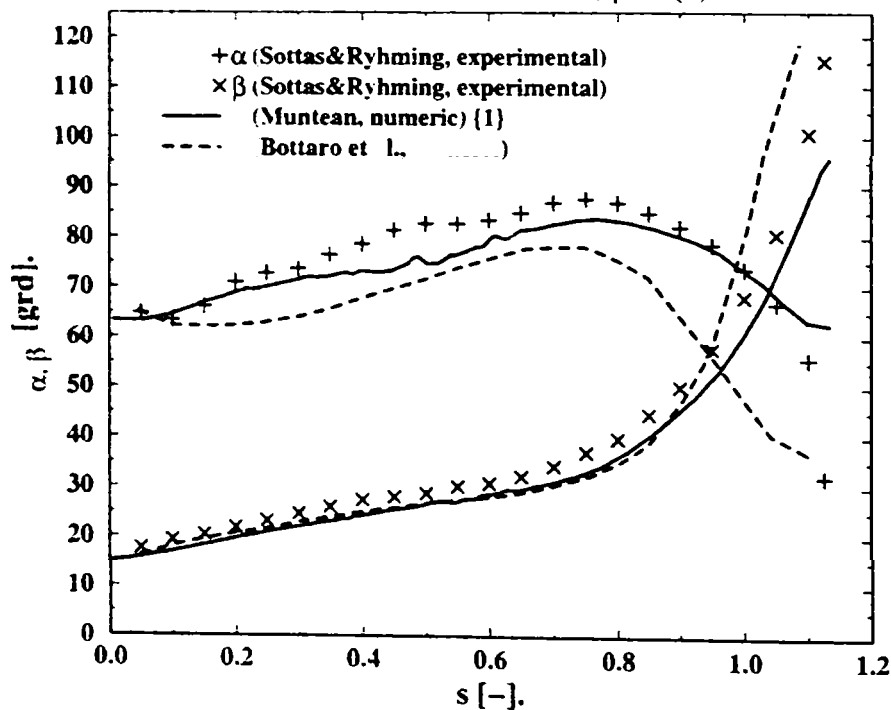
V.2.6.2.3. Trasarea curbelor $\alpha, \beta =f(s)$ 

Fig. V.77 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Bottaro et al. (1993).

V.2.6.3. Secțiunea de ieșire a domeniului de analiză al rotorului

V.2.6.3.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$

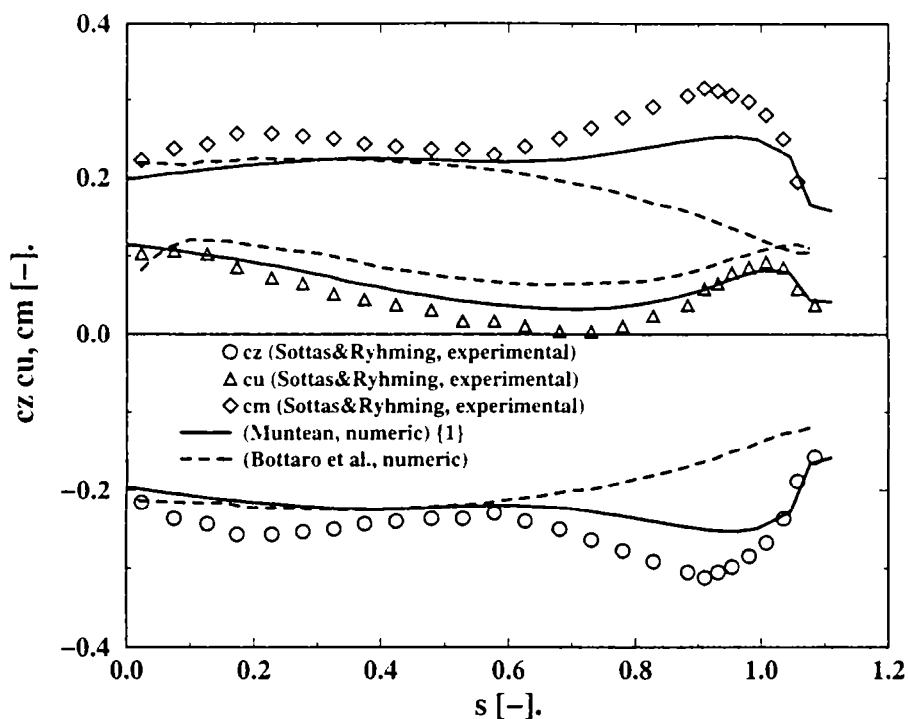


Fig. V.78 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangencial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de intrarea în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Bottaro et al. (1993).

V.2.6.3.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$

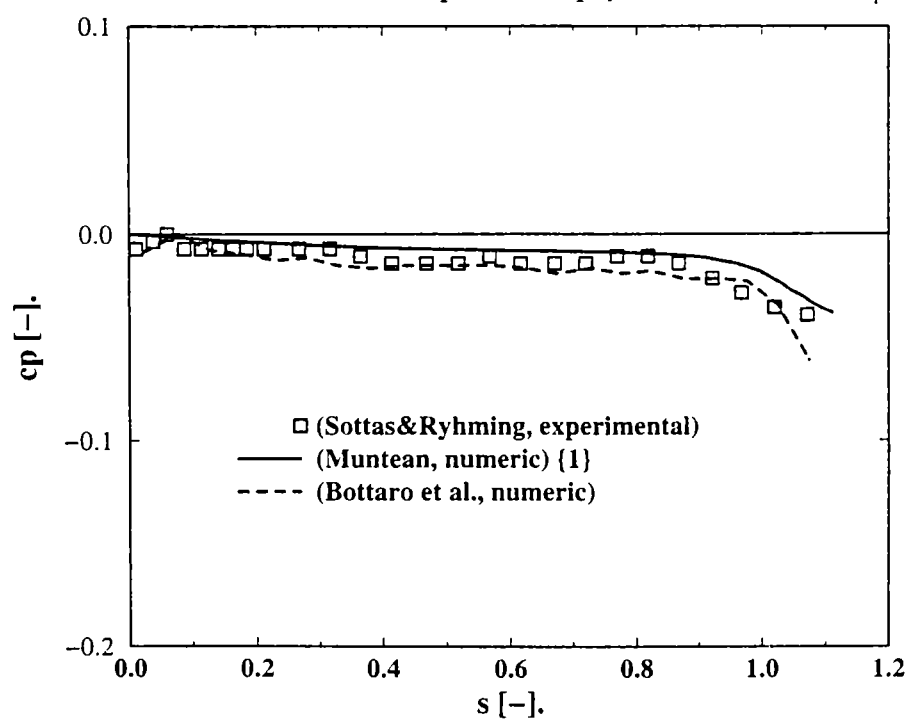


Fig. V.79 Distribuția coeficientul de presiune în secțiunea de intrarea în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Bottaro et al. (1993).

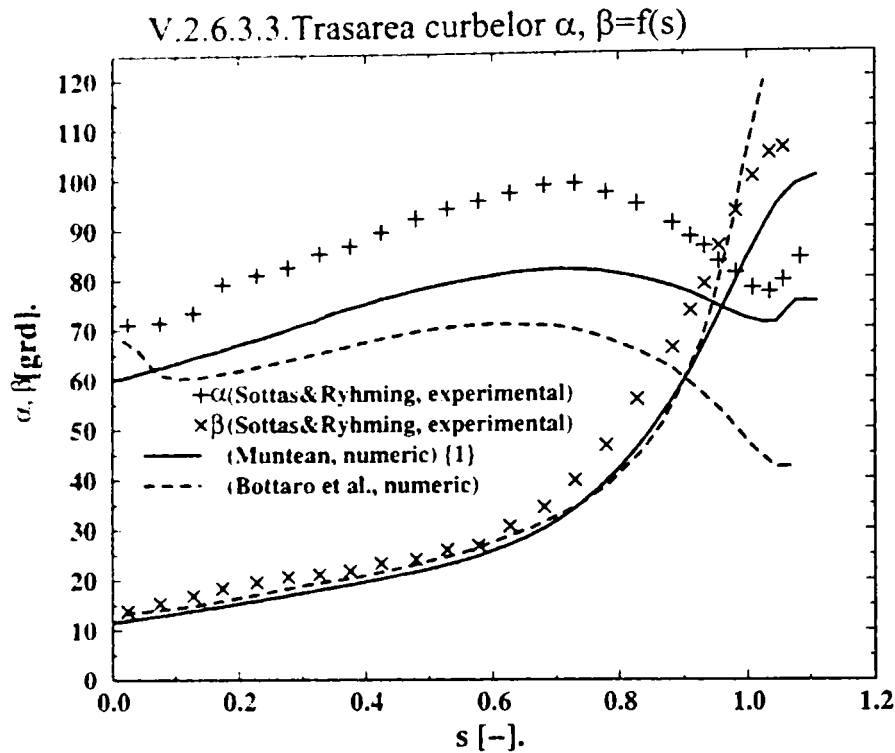


Fig. V.80 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Bottaro et al. (1993).

V.2.6.4. Paleta rotorică

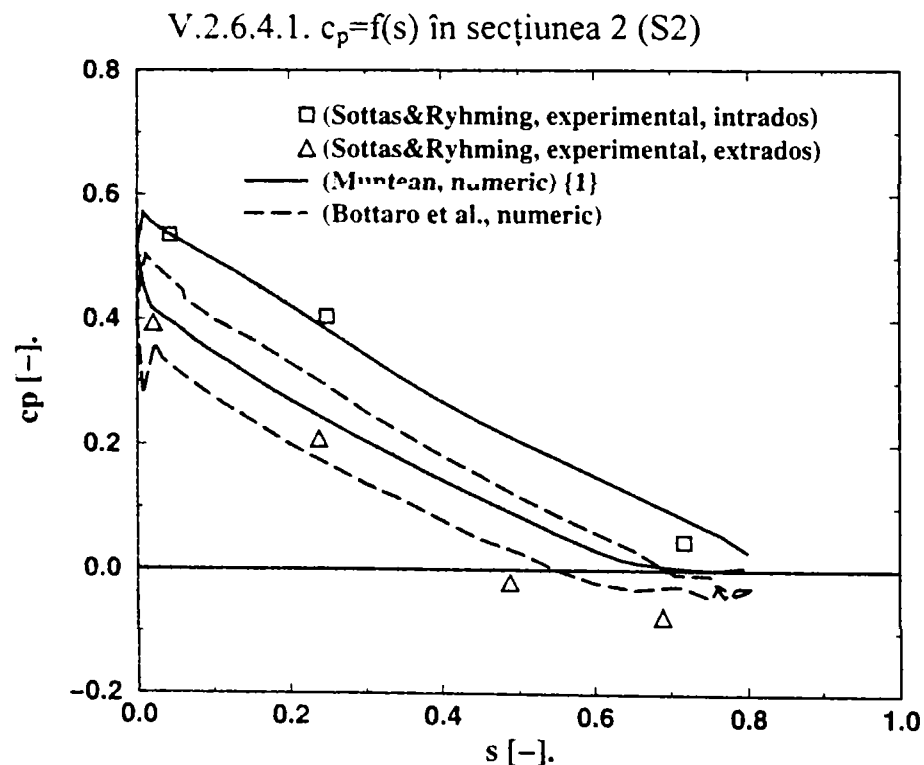


Fig. V.81 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S2. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Bottaro et al. (1993).

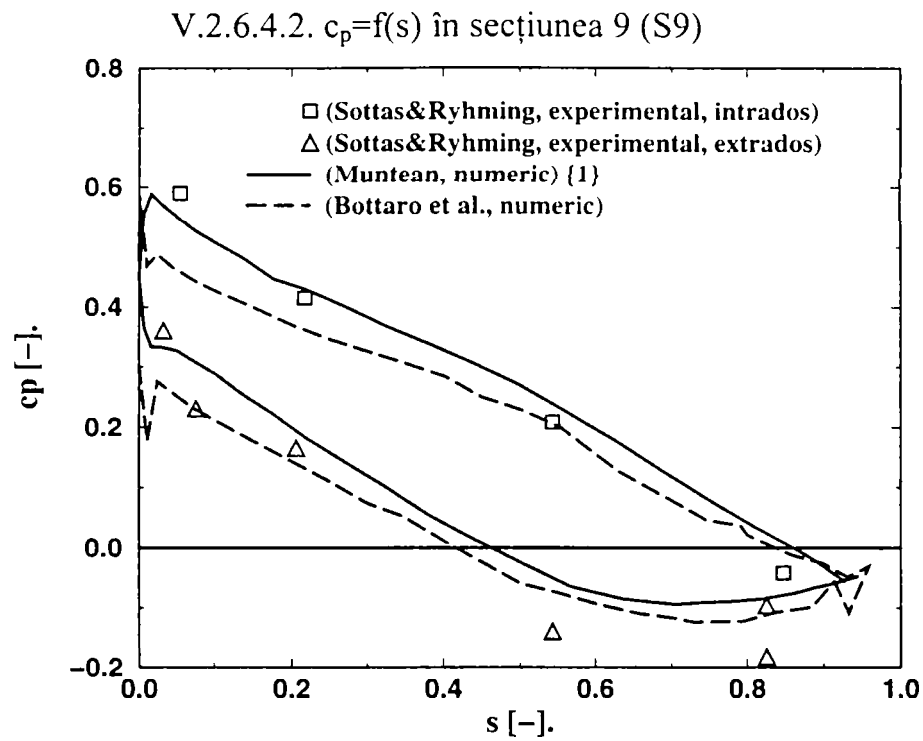


Fig. V.82 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S9. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Bottaro et al. (1993).

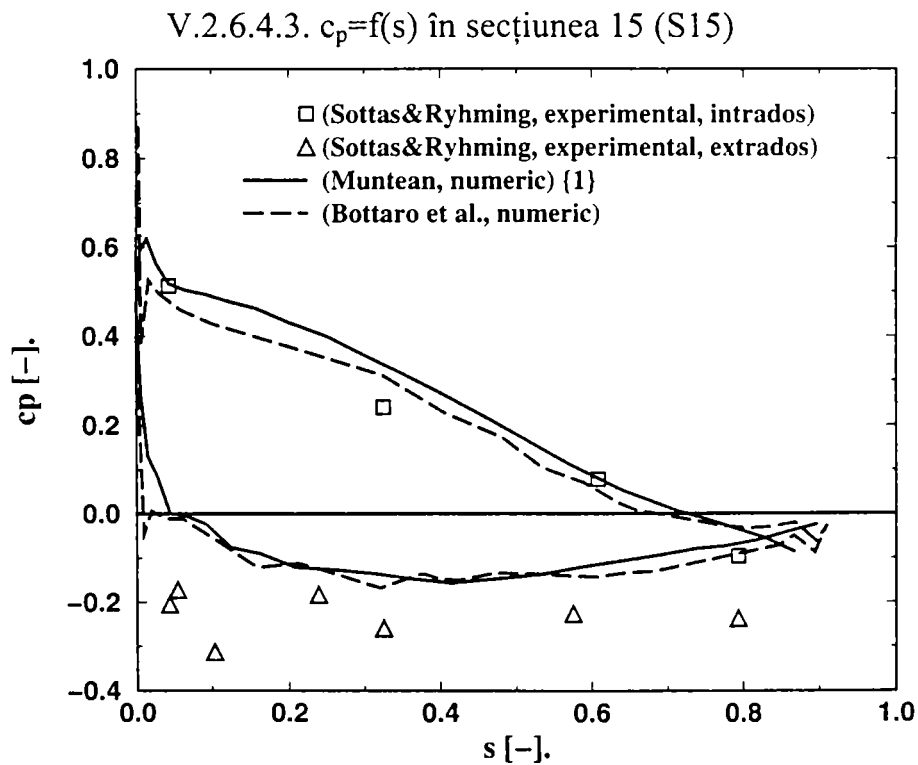


Fig. V.83 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S15. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Bottaro et al. (1993).

V.2.7. Prezentarea comparativă a rezultatelor cu cele ale lui Eliasson

Prezentarea sintetică a parametrilor celor două simulări se găsește în Tab. V.3:

Tab. V.3 Prezentarea comparativă a parametrilor simulării Eliasson vs. Muntean.

		Eliasson	Muntean
PRE-procesor	<ul style="list-style-type: none"> descompunerea domeniului tip domeniu tip rețea tip element număr de rețele numărul de noduri 	3 blocuri (St+AD+R) simplu conex rețea structurată (H-H) paralelipipedice (8 noduri) 3 rețele 113x25x21=59.325 noduri	1 bloc dublu conex rețea nestructurată tetraedre (4 noduri) 2 rețele 65.000/115.000 noduri
Procesor	<ul style="list-style-type: none"> cod tip de variabile utilizate metoda matematică schema numerică 	3D Euler variabile primare MCA F.V. explicit	3D Euler (FLUENT) variabile primare MCP - SIMPLE F.V.
	<ul style="list-style-type: none"> tip computer timp de rulare număr de iterații CPU time/(iterații*nr.celule) 	CRAY -XMP (1 cpu) 0:52:58 h (3178 sec) 2.000 iterații 1.95e-5 sec	PC-PentiumIII/450MHz 0:15:12/0:32:15 h 250 iterații

Din analiza articolului Eliasson (1993), se desprind următoarele idei:

- utilizează o metodologie multibloc, pentru distribuitor și rotor. Construcția pe blocuri a domeniului, permite în plus extinderea amonte respectiv aval a blocurilor, eliminând astfel dificultățile datorate distanțelor prea mici dintre frontiera de intrare și bordul de atac respectiv frontiera de ieșire și bordul de fugă;
- Simularea cuplată a curgerii în distribuitor/rotor elimină cunoașterea condițiilor la limită dintre blocuri. Utilizarea unei metodologii de acest tip, este avantajoasă deoarece necesită doar măsurarea profilului de intrare în stator, a presiunii la ieșire din rotor și cunoașterea geometriei traseului hidraulic.

Analiza distribuției de viteză din secțiunea de intrare indică mici diferențe între distribuția de viteze impusă în setul Muntean {1} și cea determinată numeric de Eliasson (1993), Fig. V.84. Aceste diferențe se regăsesc și în distribuțiile unghiurilor α și β , Fig. V.86. Coeficientul de presiune pe axa de intrare indică o foarte bună corelare între cele două simulări numerice, Fig. V.85.

Pentru secțiunea mijlocie coeficienții de viteză sunt în bună concordanță, excepție făcând componenta tangențială evaluată de Eliasson (1993), care prezintă o supraevaluare sistematică, Fig. V.87. Conform relațiilor de definiție, această diferență se regăsește în subevaluarea unghiului α , Fig. V.89. Coeficienții de presiune determinați numeric în această secțiune sunt foarte bine corelați, Fig. V.88.

În secțiunea de ieșire, câmpul de viteză evaluat de Eliasson (1993) prezintă o componentă axială bine evaluată în timp ce, celelalte două componente sunt incorect estimate, Fig. V.90. În schimb unghiurile α și β resimt aceste fluctuații din componentele vitezei. Dar câmpurile de presiune din secțiunea de ieșire indică o foarte bună corelare cu datele experimentale.

Coeficientul de presiune evaluat de Eliasson (1993) de-a lungul secțiunilor indică o mai bună corelare cu datele experimentale decât pentru cazul Muntean {1}. Câștigul de acuratețe din apropierea bordului de atac provine dintr-o discretizare mai fină în această zonă.

V.2.7.1. Secțiunea de intrare a domeniului de analiză al rotorului

V.2.7.1.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

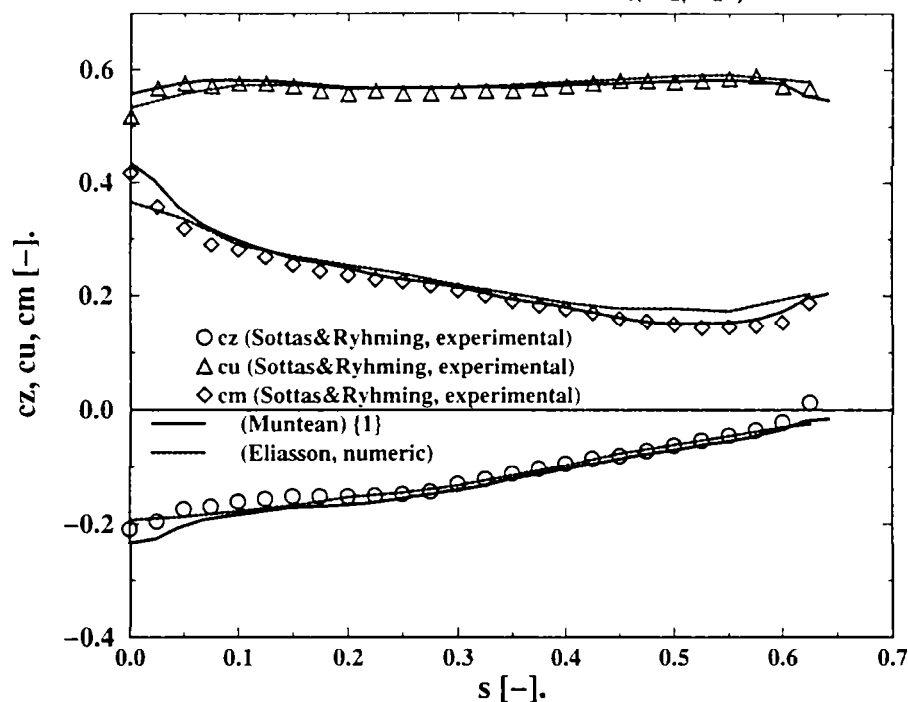


Fig. V.84 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangențial **cu**, axial **ca** și meridional **cm**) în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Eliasson (1993).

V.2.7.1.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p = f(s)$

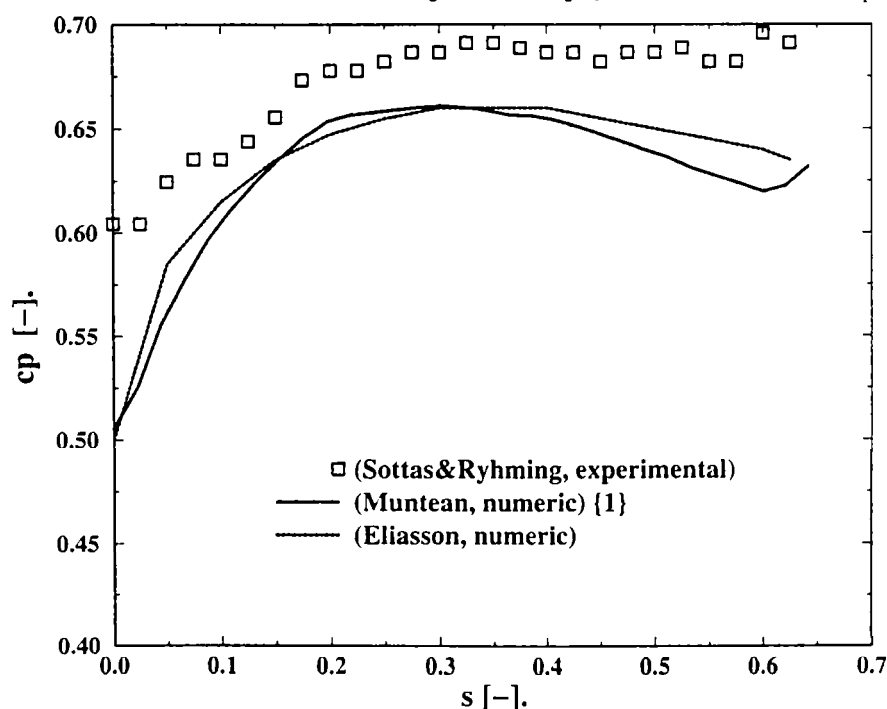


Fig. V.85 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Eliasson (1993).

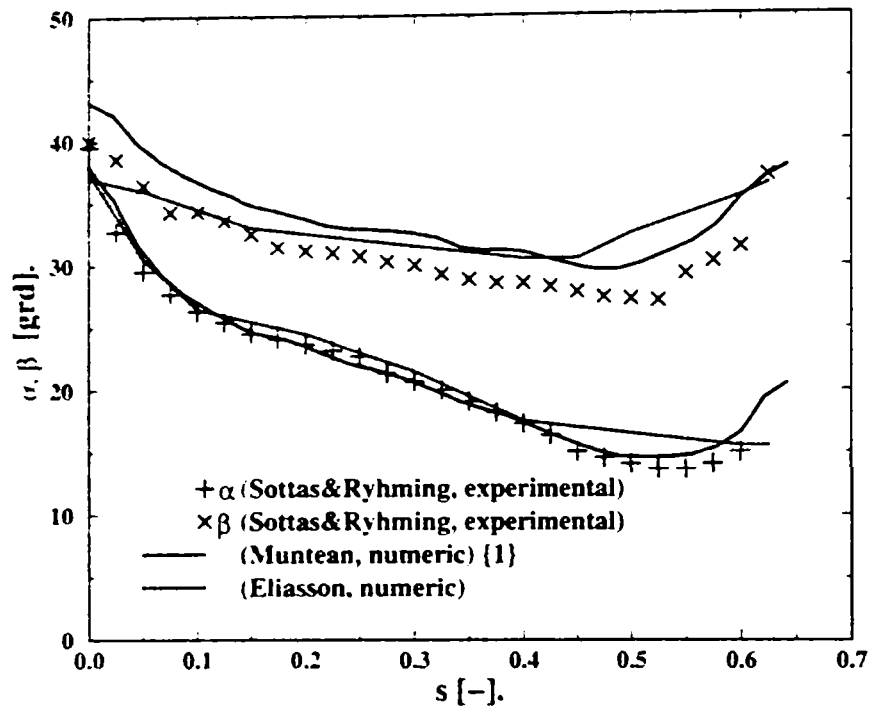
V.2.7.1.3. Calculul și trasarea curbelor α , $\beta=f(s)$ 

Fig. V.86 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Eliasson (1993).

V.2.7.2. Secțiunea mijlocie a domeniului de analiză al rotorului

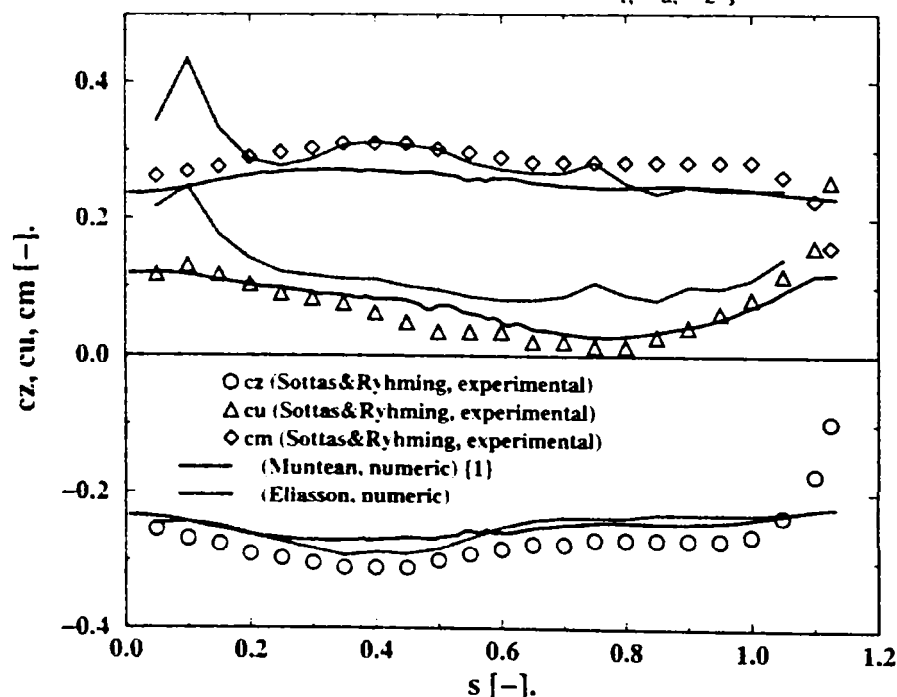
V.2.7.2.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$ 

Fig. V.87 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Eliasson (1993).

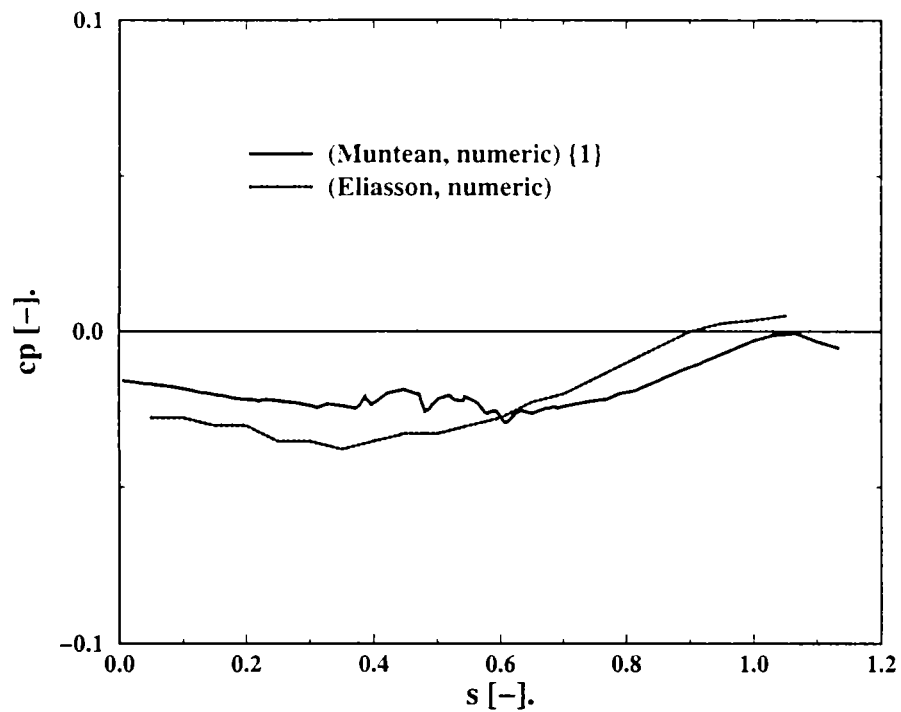
V.2.7.2.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ 

Fig. V.88 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Eliasson (1993).

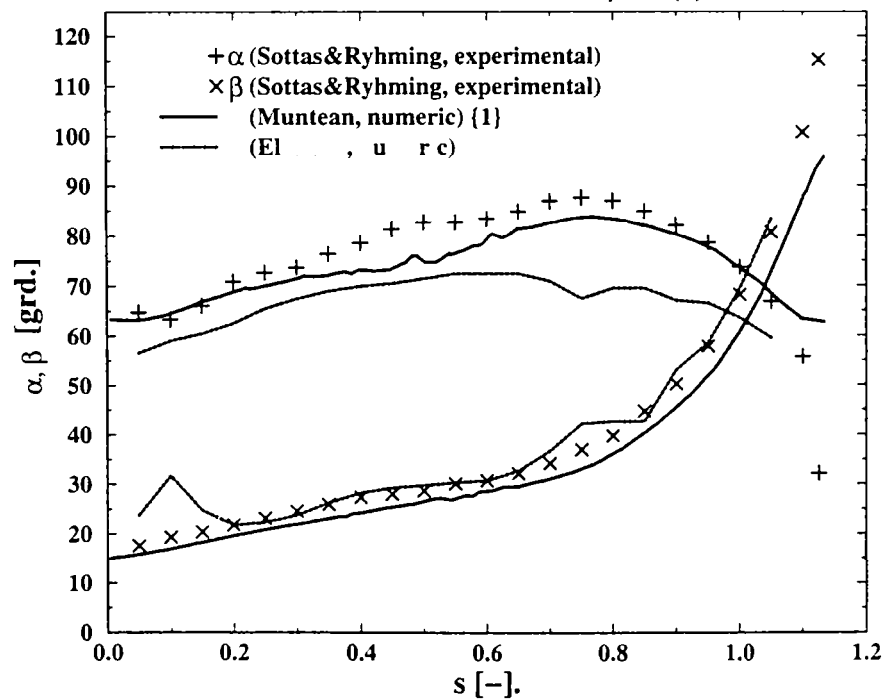
V.2.7.2.3. Trasarea curbelor $\alpha, \beta = f(s)$ 

Fig. V.89 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Eliasson (1993).

V.2.7.3. Secțiunea de ieșire a domeniului de analiză al rotorului

V.2.7.3.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

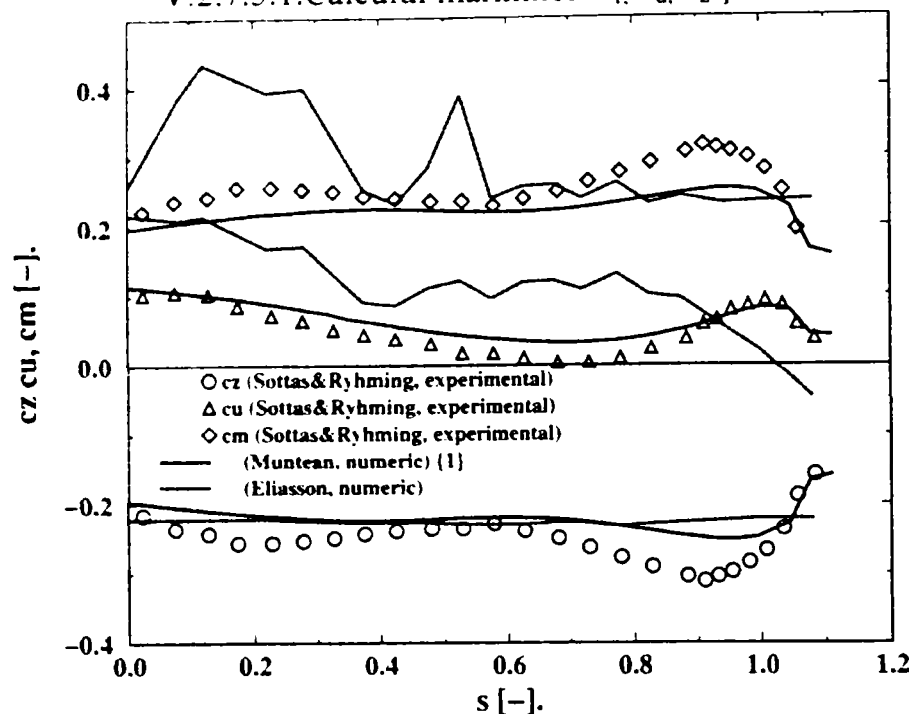


Fig. V.90 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangencial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de intrarea în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Eliasson (1993).

V.2.7.3.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p = f(s)$

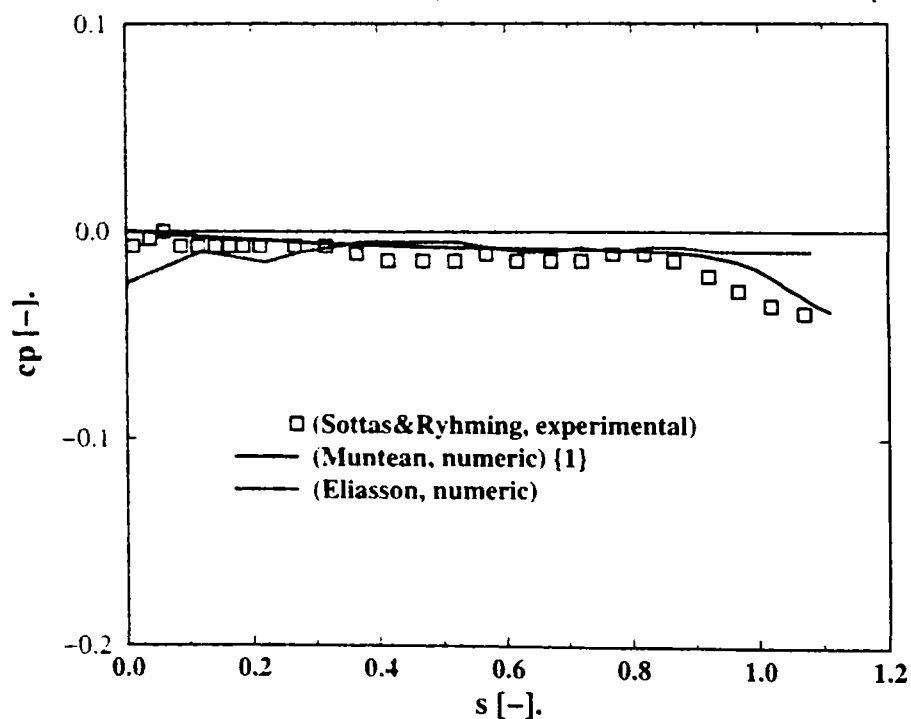


Fig. V.91 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea de intrarea în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Eliasson (1993).

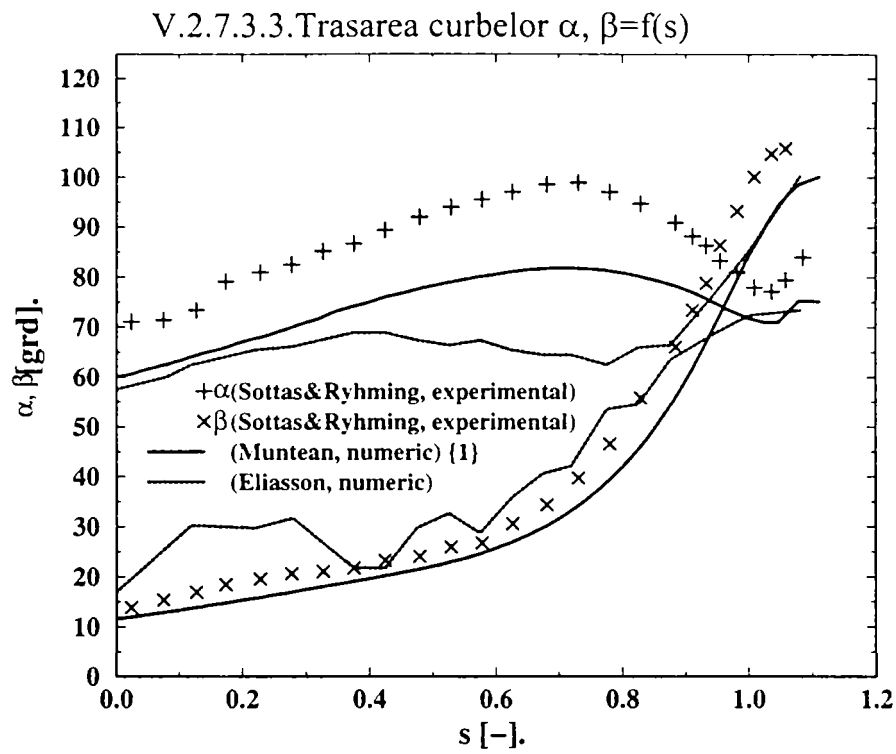


Fig. V.92 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în intrare în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Eliasson (1993).

V.2.7.4. Paleta rotorică

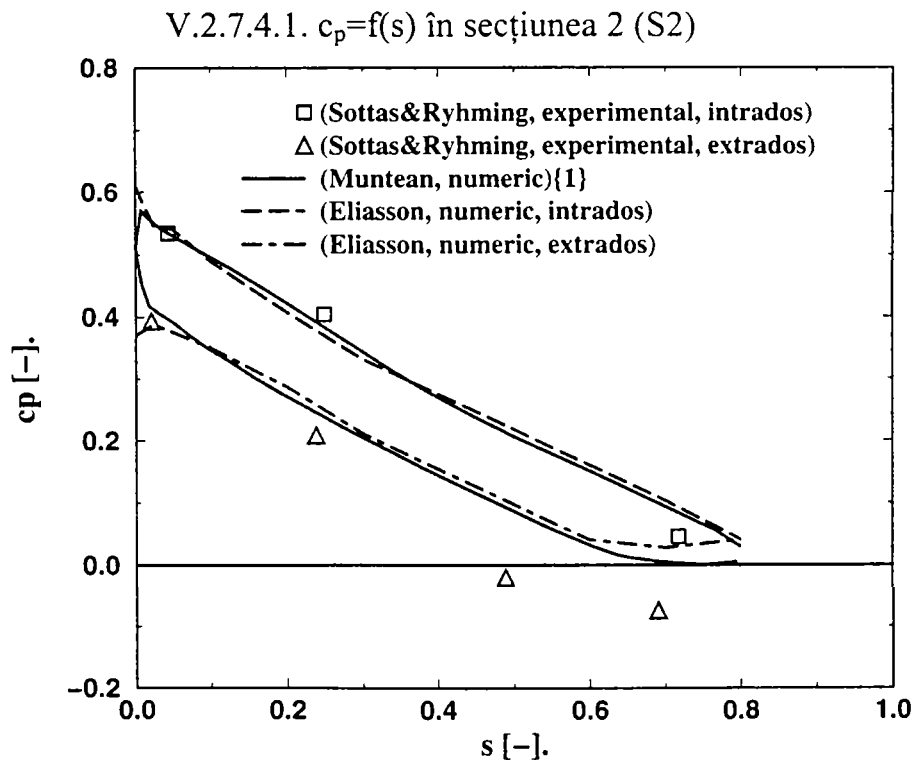


Fig. V.93 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S2. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Eliasson (1993).

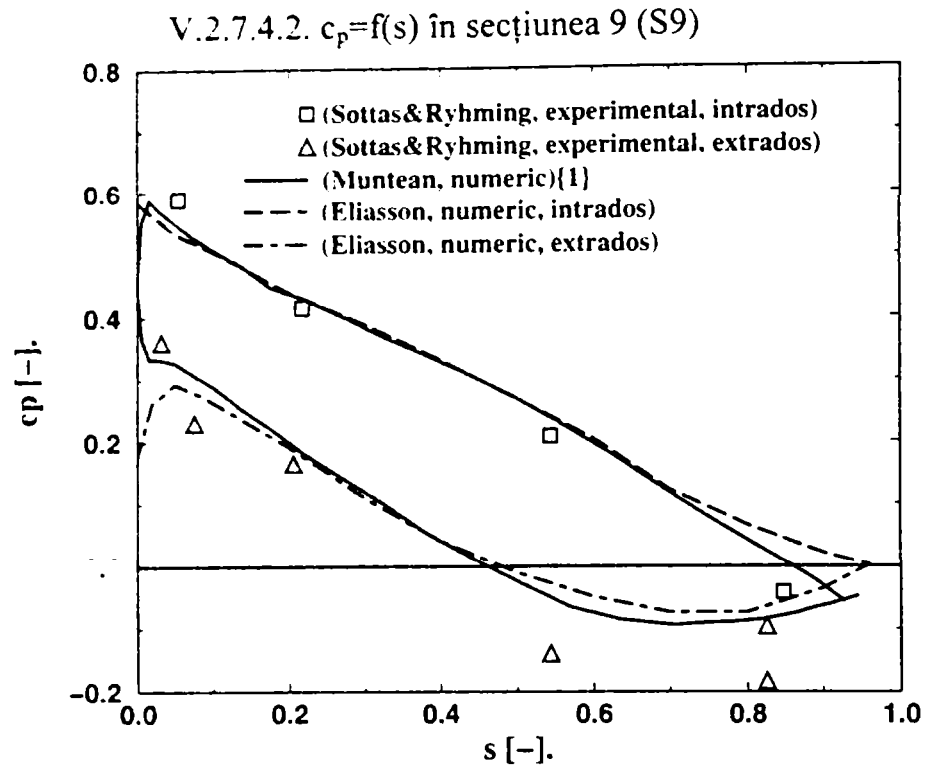


Fig. V.94 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S9. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Eliasson (1993).

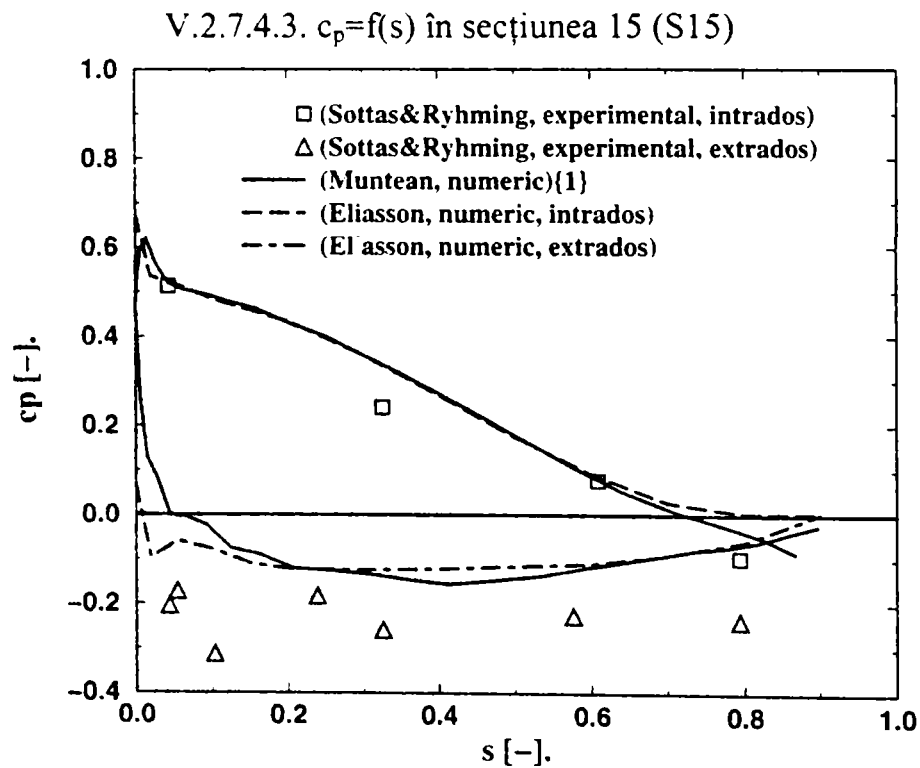


Fig. V.95 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S15. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Eliasson (1993).

V.2.8. Prezentarea comparativă a rezultatelor cu cele ale lui Goede

Prezentarea sintetică a parametrilor celor două simulări se găsește în Tab. V.4:

Tab. V.4 Prezentarea comparativă a parametrilor simulării Goede vs. Muntean.

		Goede	Muntean
PREprocesor	<ul style="list-style-type: none"> descompunerea domeniului tip domeniu tip rețea tip element număr de rețele numărul de noduri 	3 blocuri simplu conex rețea structurată (H-H) paralelipipedice (8 noduri) 3 rețele 42x12x20=10.080 noduri	1 bloc dublu conex rețea nestructurată tetraedre (4 noduri) 2 rețele 65.000/115.000 noduri
Procesor	<ul style="list-style-type: none"> cod tip de variabile utilizate metoda matematică schema numerică 	3D Euler variabile primare MCA F.V. explicit	3D Euler (FLUENT) variabile primare MCP - SIMPLE F.V.
	<ul style="list-style-type: none"> tip computer timp de rulare număr de iterații CPU time/(iterații*nr.celule) 	--- --- --- ---	PC-PentiumIII/450MHz 0:15:12/0:32:15 h 250 iterații

Din analiza articolului Goede (1993), se pot sublinia următoarele:

- domeniul este realizat din trei blocuri, unul pentru fiecare componentă (stator, aparat director și rotor). Utilizarea metodologiei de descompunere a domeniului pe blocuri, permite construcția rapidă a domeniului de calcul pentru diverse poziții ale aparatului director, deci construcția rapidă a rețelei de discretizare pentru debit variabil. Construcția pe blocuri a domeniului, permite în plus extinderea amonte respectiv aval a blocurilor, eliminând astfel dificultățile datorate distanțelor prea mici dintre frontiera de intrare și bordul de atac respectiv frontiera de ieșire și bordul de fugă al paletajelor;
- în această simulare Goede (1993), a impus un profil de viteză constant la intrarea în stator (profil obținut în ipoteza unei camere spirale ideale, cu alte cuvinte avem o intrare fără șoc a curentului pe paletele statorice) și presiunea constantă la ieșire din rotor. Celelalte condiții la limită se obțin prin transmiterea în aval a profilelor de viteză și amonte a distribuției de presiune de la un bloc la altul. Construcția iterativă a procesului de calcul a soluției pe blocuri, permite corectarea succesivă a condițiilor la limită. Utilizarea unei metodologii de acest tip, este avantajoasă deoarece necesită doar măsurarea debitului vehiculat prin turbină, a presiunii la ieșire din rotor și cunoașterea geometriei traseului hidraulic;

V.2.8.1. Secțiunea de intrare a domeniului de analiză al rotorului

V.2.8.1.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

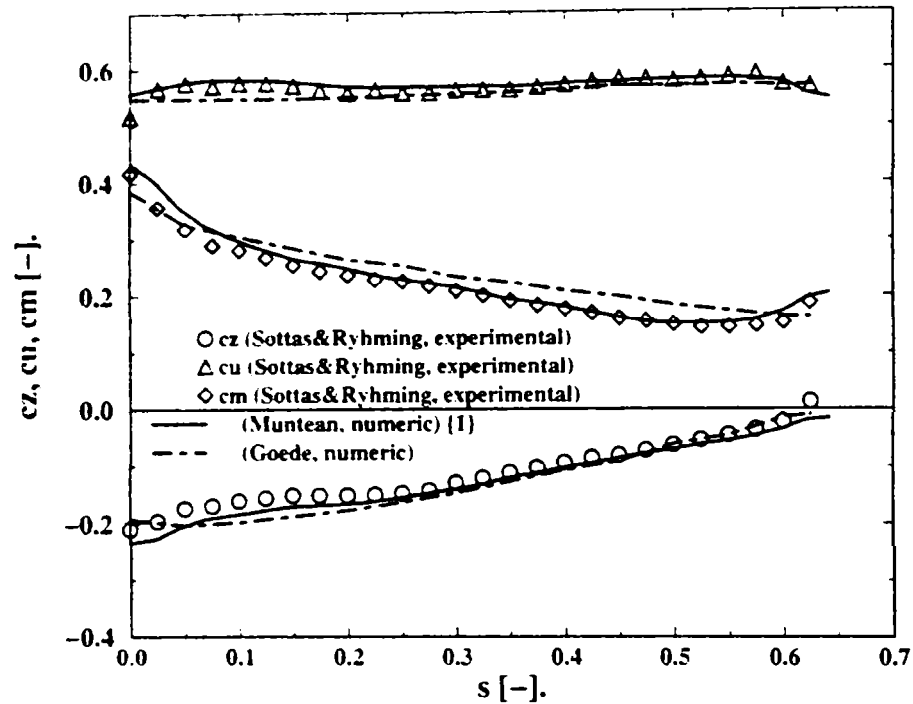


Fig. V.96 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangencial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Goede (1993).

V.2.8.1.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p = f(s)$

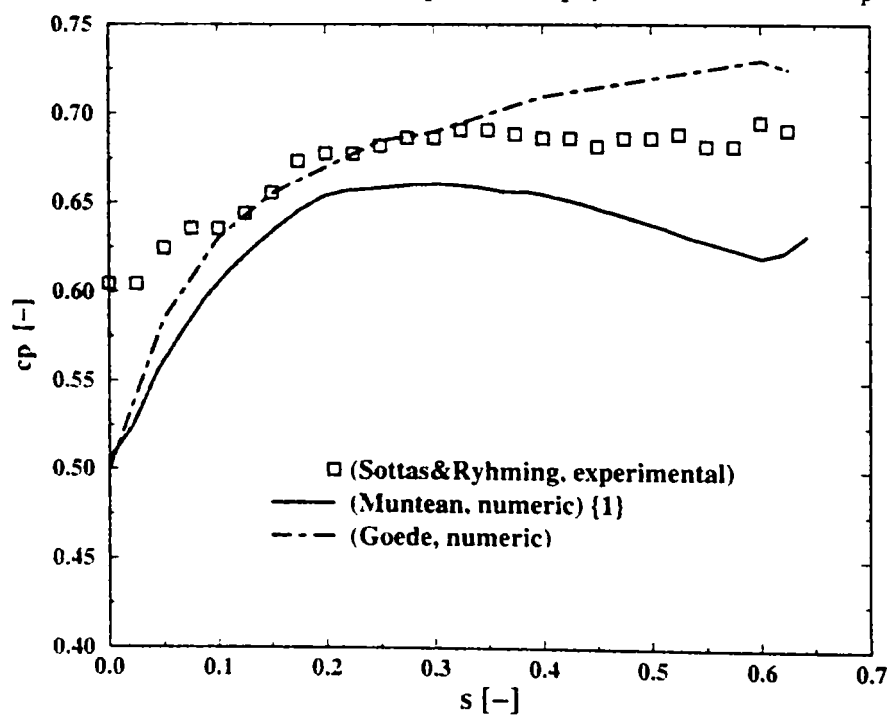


Fig. V.97 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Goede (1993).

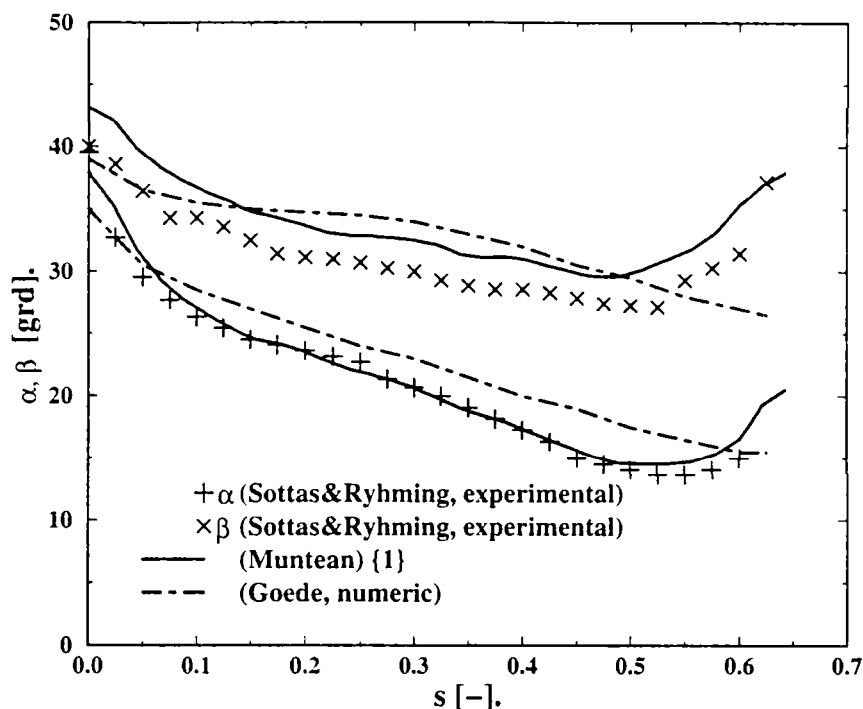
V.2.8.1.3. Calculul și trasarea curbelor $\alpha, \beta=f(s)$ 

Fig. V.98 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Goede (1993).

V.2.8.2. Secțiunea mijlocie a domeniului de analiză al rotorului

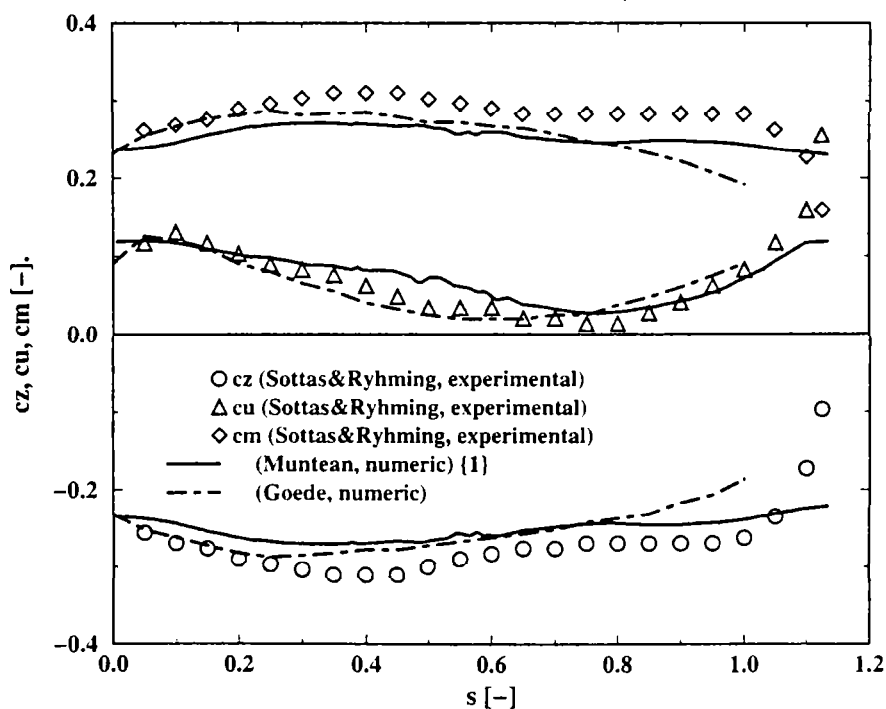
V.2.8.2.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$ 

Fig. V.99 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Goede (1993).

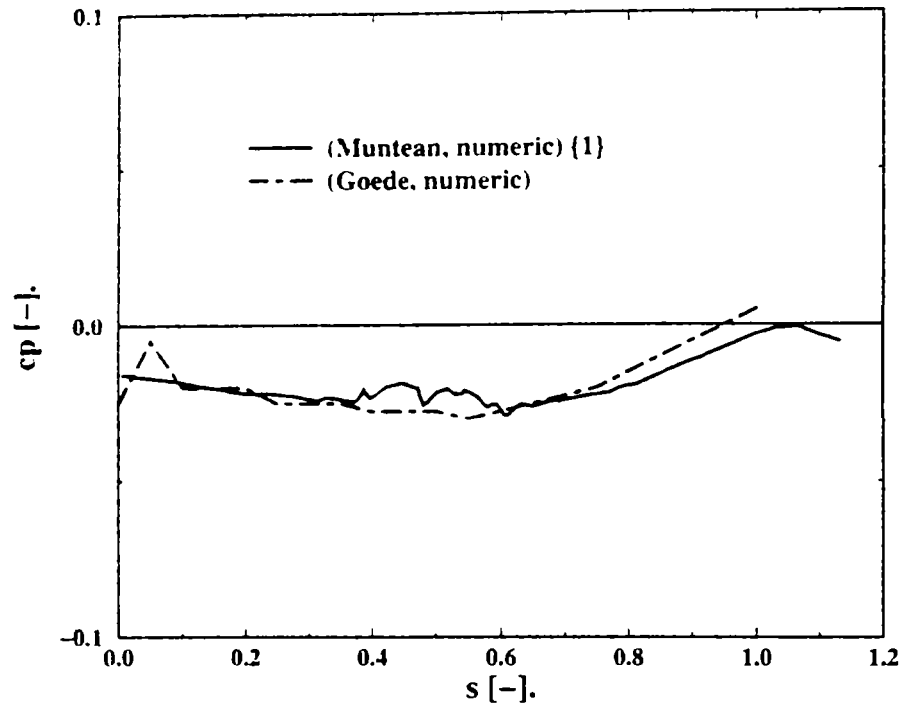
V.2.8.2.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ 

Fig. V.100 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Goede (1993).

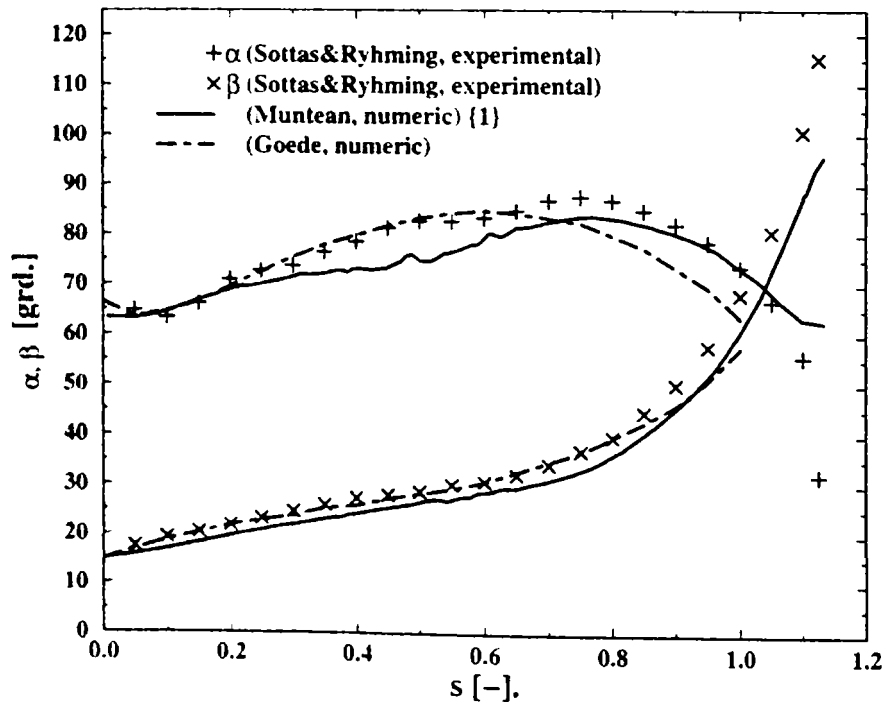
V.2.8.2.3. Trasarea curbelor $\alpha, \beta = f(s)$ 

Fig. V.101 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Goede (1993).

V.2.8.3. Secțiunea de ieșire a domeniului de analiză al rotorului

V.2.8.3.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

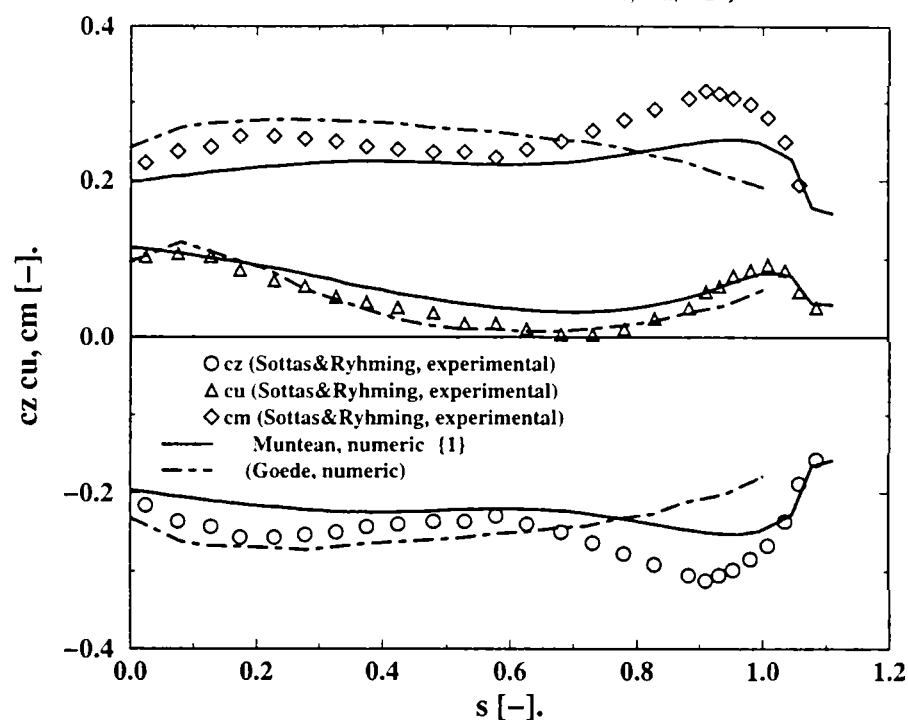


Fig. V.102 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de intrarea în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Goede (1993).

V.2.8.3.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p = f(s)$

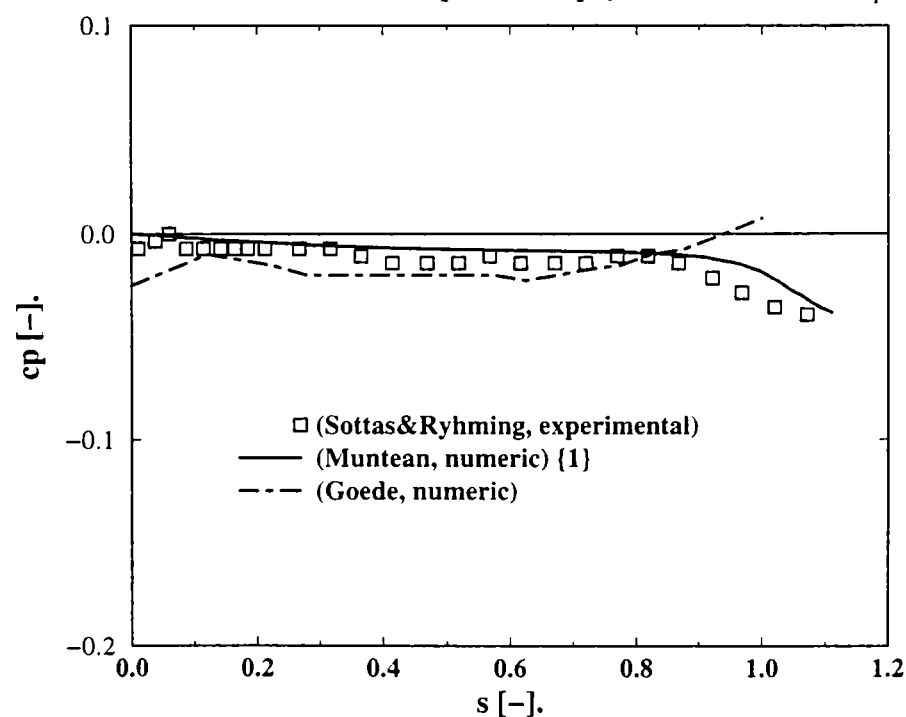


Fig. V.103 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea de intrarea în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Goede (1993).

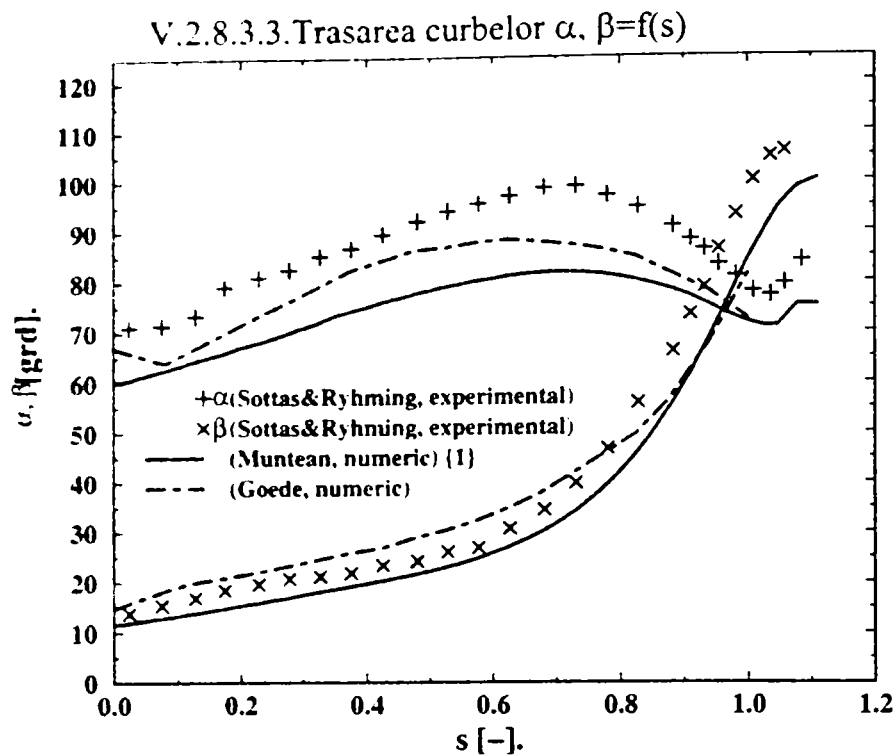


Fig. V.104 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Goede (1993).

V.2.8.4. Paleta rotorică

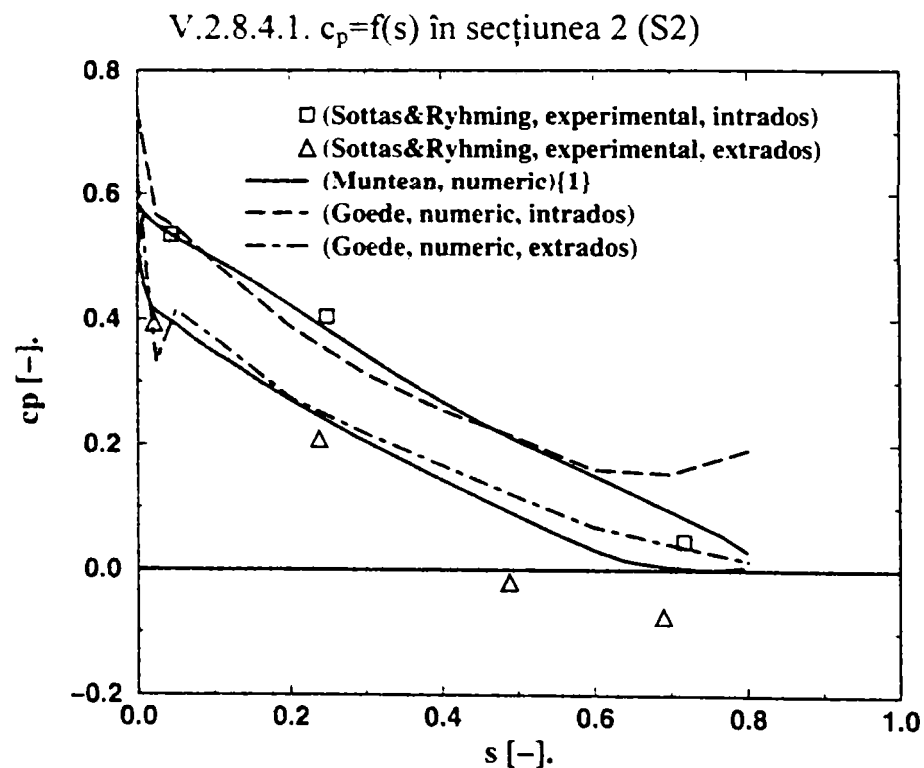


Fig. V.105 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S2. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Goede (1993).

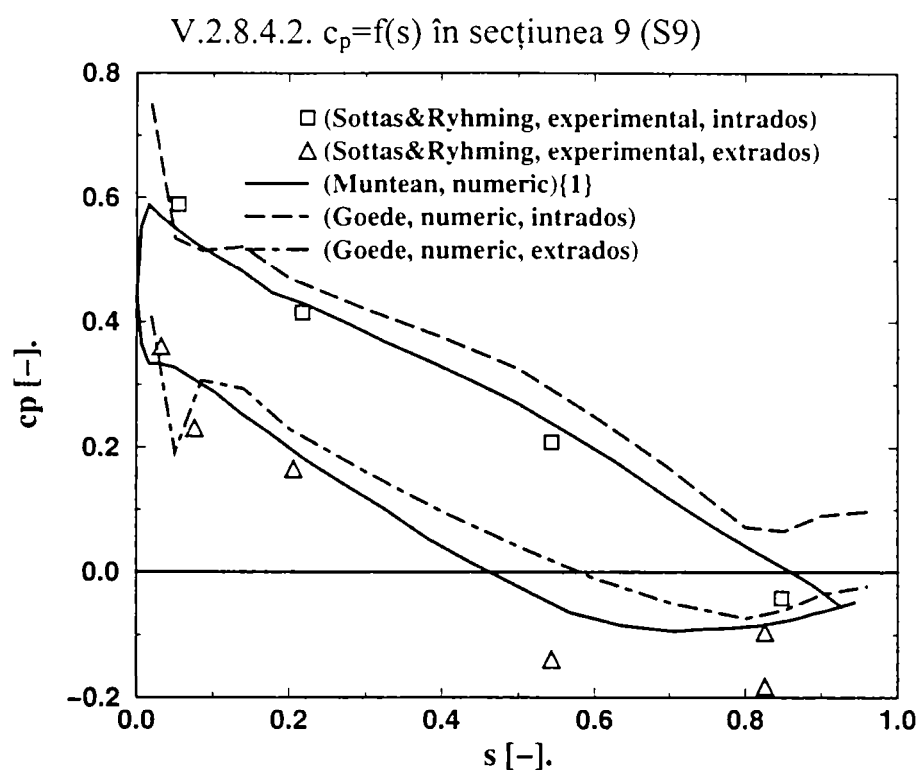


Fig. V.106 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S9. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Goede (1993).

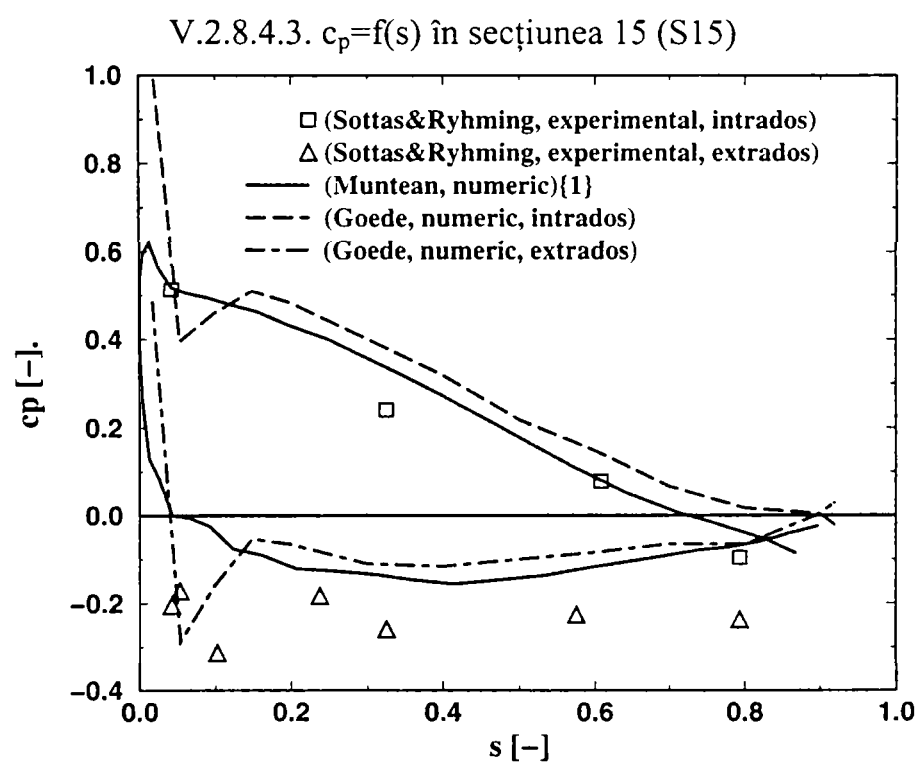


Fig. V.107 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S15. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Goede (1993).

V.2.9. Prezentarea comparativă a rezultatelor cu cele ale grupului Grimbert et al.

Prezentarea sintetică a parametrilor celor două simulări se găsește în Tab. V.5:

Tab. V.5 Prezentarea comparativă a parametrilor simulării Grimbert et al. vs. Muntean.

		Grimbert et al.	Muntean
PREprocesor	<ul style="list-style-type: none"> descompunerea domeniului tip domeniu tip rețea tip element număr de rețele numărul de noduri 	1 bloc simplu conex rețea structurată (H-H) paralelipipedice (20 noduri) 1 rețea 9296 noduri	1 bloc dublu conex rețea nestructurată tetraedre (4 noduri) 2 rețele 65.000/115.000 noduri
Procesor	<ul style="list-style-type: none"> cod tip de variabile utilizate metoda matematică schema numerică 	3D Euler variabile primare Clebsch -Hawthorne F.E.	3D Euler (FLUENT) variabile primare MCP - SIMPLE F.V.
	<ul style="list-style-type: none"> tip computer timp de rulare număr de iterații CPU time/(iterații*nr.elem.) 	CRAY-XMP (4-28) (1cpu) 0:12:25 h (745 sec) 16 iterații 2.5e-2	PC-PentiumIII/450MHz 0:15:12/0:32:15 h 250 iterații

Din lucrarea Grimbert et al. (1993) se desprind următoarele: "... Alegerea condițiilor la limită, a fost principala problemă a acestei probleme test: integerarea vitezei măsurate la intrare și la ieșire NU ne conduce la debitul măsurat. De aceea, s-a realizat prima dată o simulare cu datele de la intrare corespunzătoare câmpului de viteză experimental, Grimbert et al. (1993) {1}. Atunci, colectivul de la EPFL a propus să scalăm distribuția vitezei la intrare pentru a asigura debitul măsurat. Astfel, s-a realizat un al doilea calcul cu distribuția de viteză la intrare modificată, Grimbert et al. (1993) {2}:

$$V'_{amonte} = 1.096 \cdot V_{amonte} "$$

Analiza distribuției de viteză din secțiunea de intrare indică mici diferențe între distribuția de viteze impusă în setul Muntean {1} și cea impusă numeric de Grimbert et al. (1993), Fig. V.108. Aceste diferențe se regăsesc în distribuția unghiului β , Fig. V.110. Coeficientul de presiune pe axa de intrare indică o mai bună corelare a rezultatelor noastre față de cele ale grupului Grimbert et al. (1993), Fig. V.109.

Pentru secțiunea mijlocie, coeficienții de viteză toate mărimile estimate: componentele câmpului de viteză Fig. V.111, unghiurile curentului Fig. V.113 prezintă o mult mai bună corelare cu datele experimentale decât cele determinate de Grimbert et al. (1993).

Pentru secțiunea de ieșire, se menține concluzia prezentată anterior, adică mult mai buna corelare a rezultatelor noastre numerice cu datele experimentale față de cele ale grupului Grimbert et al. (1993), vezi Fig. V.114, Fig. V.115, Fig. V.116.

Analiza comparativă a coeficientului de presiune măsurat pe paleta rotorică cu cei determinați numeric, Fig. V.117, Fig. V.118, Fig. V.119 întărește faptul că metodologia utilizată, oferă rezultate mai apropiate de realitate decât cea a grupului Grimbert et al. (1993).

V.2.9.1. Secțiunea de intrare a domeniului de analiză al rotorului

V.2.9.1.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$

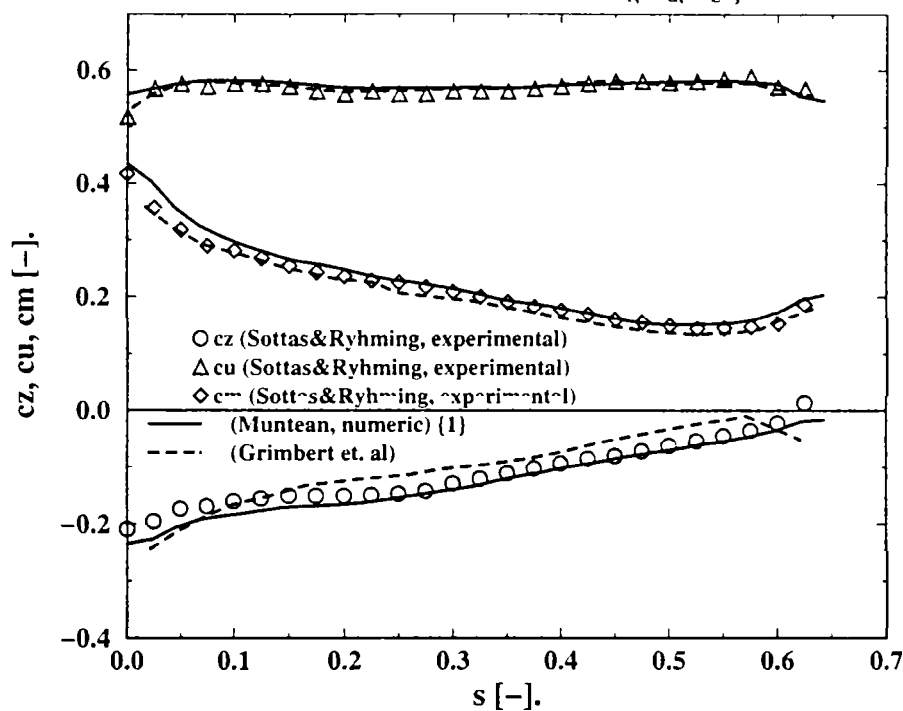


Fig. V.108 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangențial c_u , axial c_z și meridional c_m) în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Grimbert et al. (1993).

V.2.9.1.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$

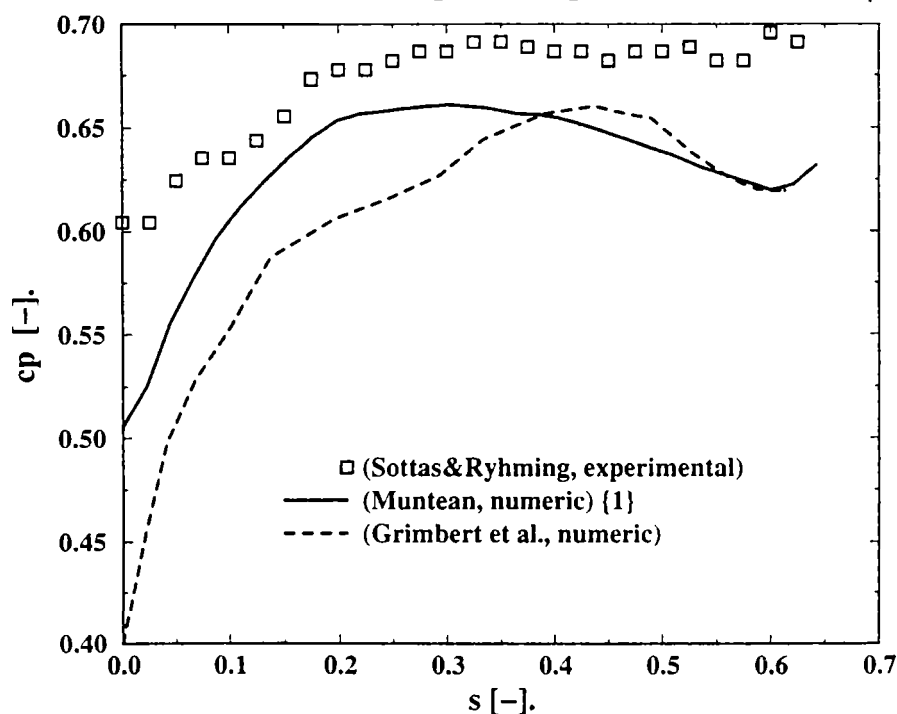


Fig. V.109 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Grimbert et al. (1993).

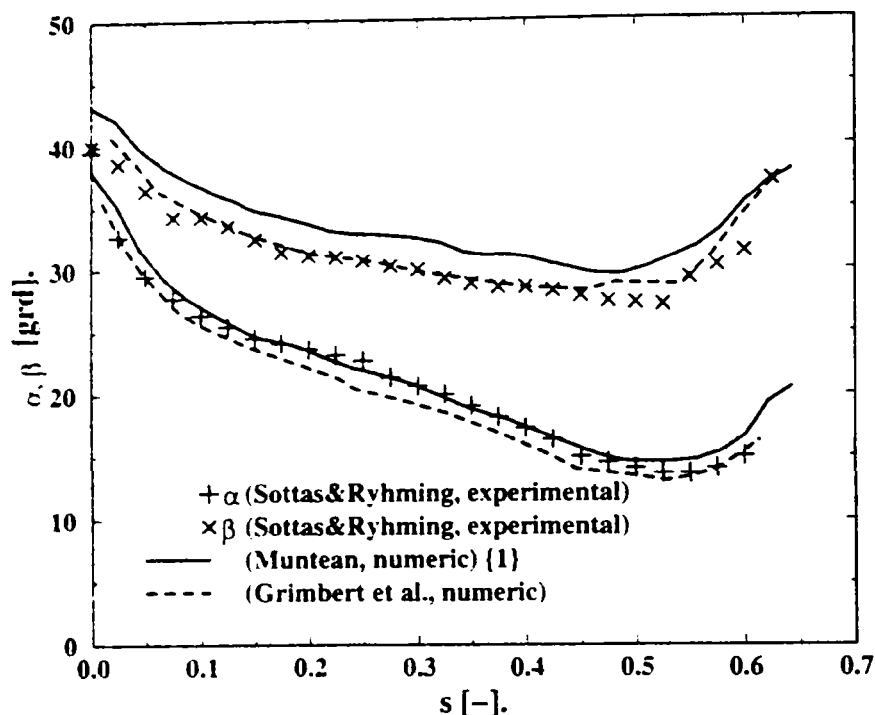
V.2.9.1.3. Calculul și trasarea curbelor $\alpha, \beta=f(s)$ 

Fig. V.110 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Grimbert et al. (1993).

V.2.9.2. Secțiunea mijlocie a domeniului de analiză al rotorului

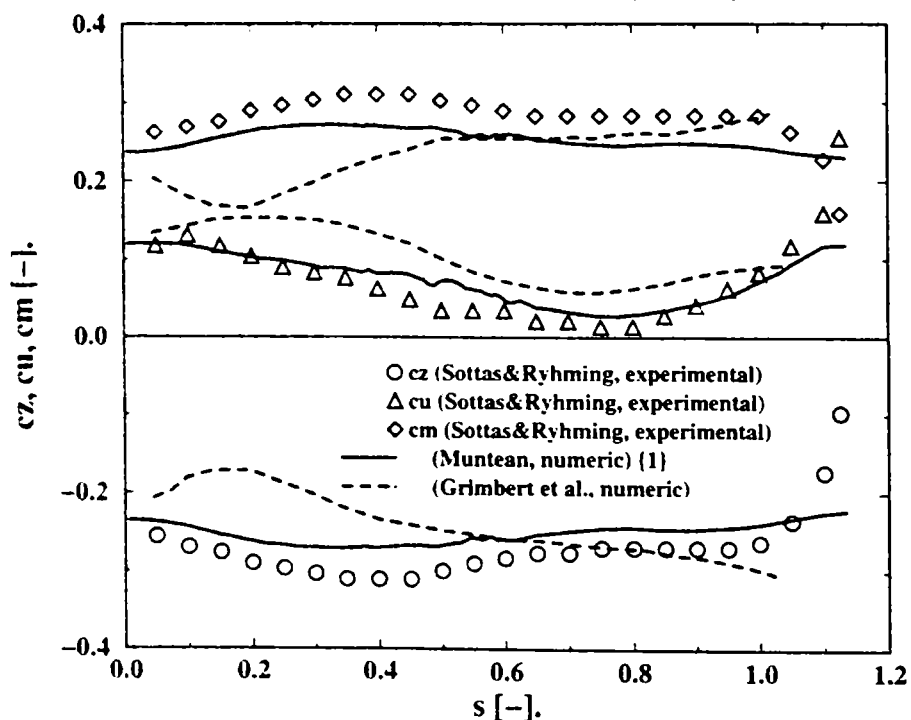
V.2.9.2.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$ 

Fig. V.111 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Grimbert et al. (1993).

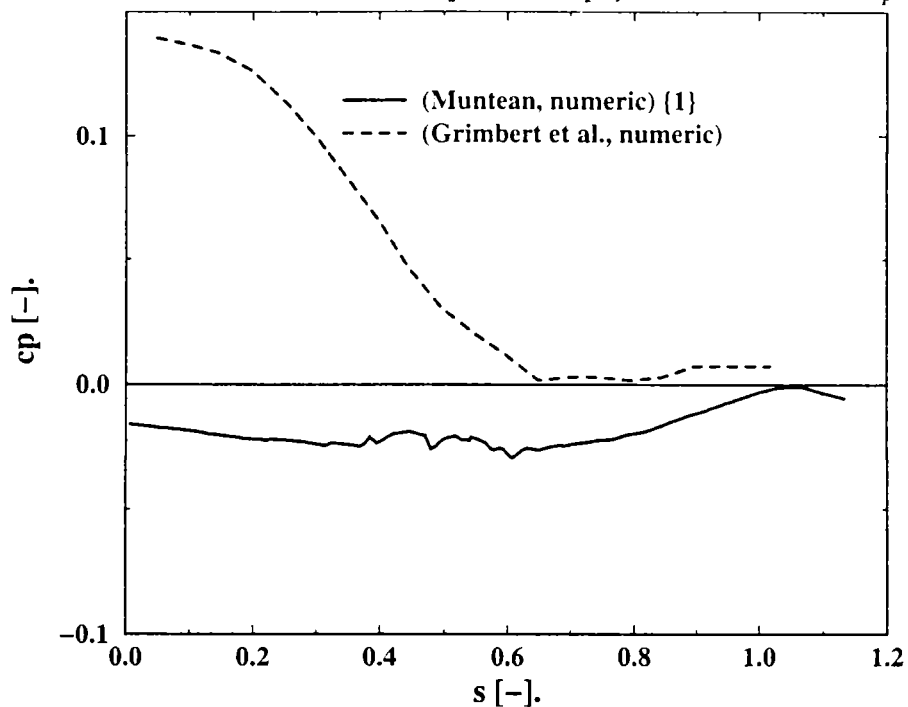
V.2.9.2.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ 

Fig. V.112 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Grimbert et al. (1993).

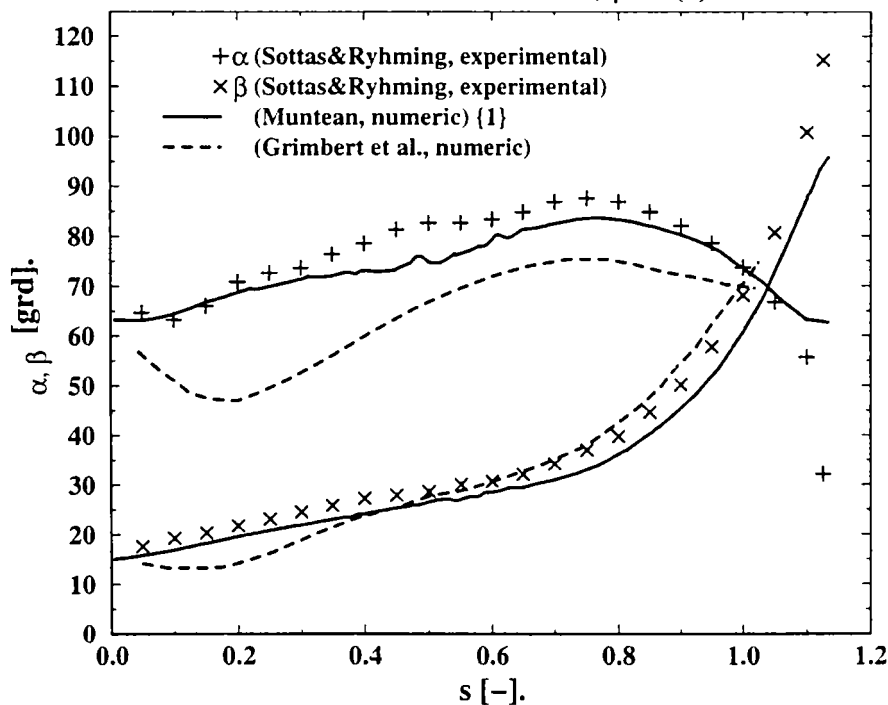
V.2.9.2.3. Trasarea curbelor α , $\beta = f(s)$ 

Fig. V.113 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Grimbert et al. (1993).

V.2.9.3. Secțiunea de ieșire a domeniului de analiză al rotorului

V.2.9.3.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

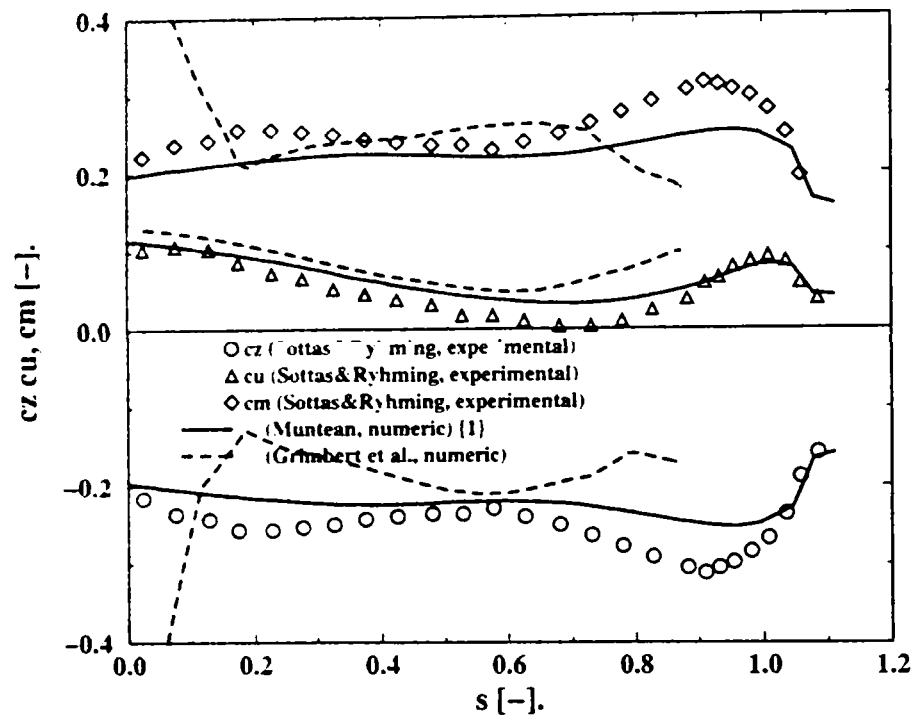


Fig. V.114 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangential c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de intrarea în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Grimbirt et al. (1993).

V.2.9.3.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p = f(s)$

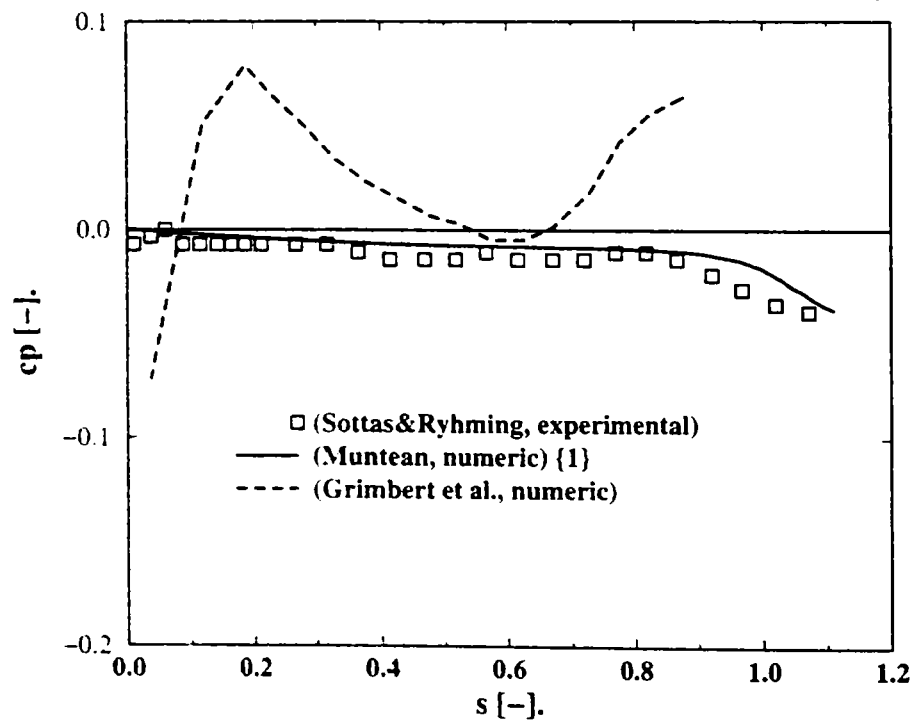


Fig. V.115 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea de intrarea în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Grimbirt et al. (1993).

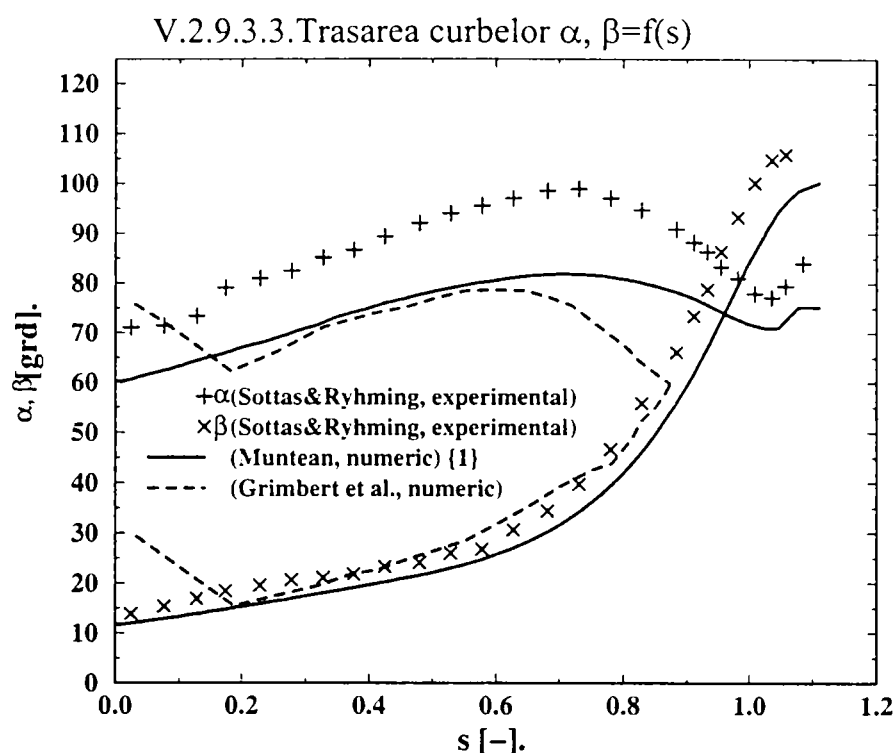


Fig. V.116 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Grimbert et al. (1993).

V.2.9.4. Paleta rotorică

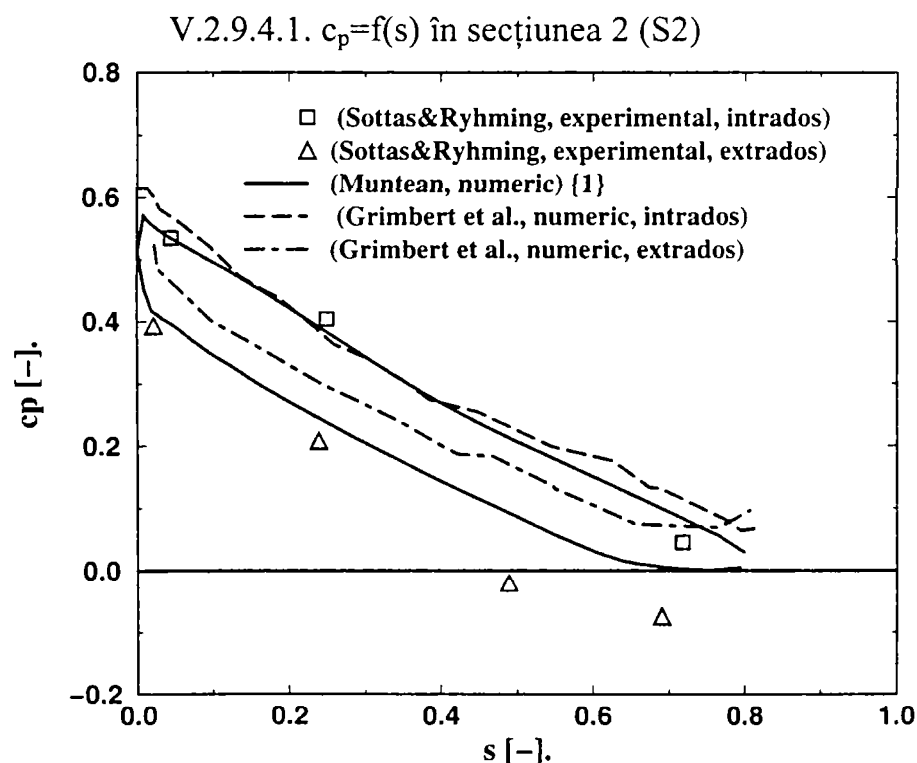


Fig. V.117 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S2. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Grimbert et al. (1993).

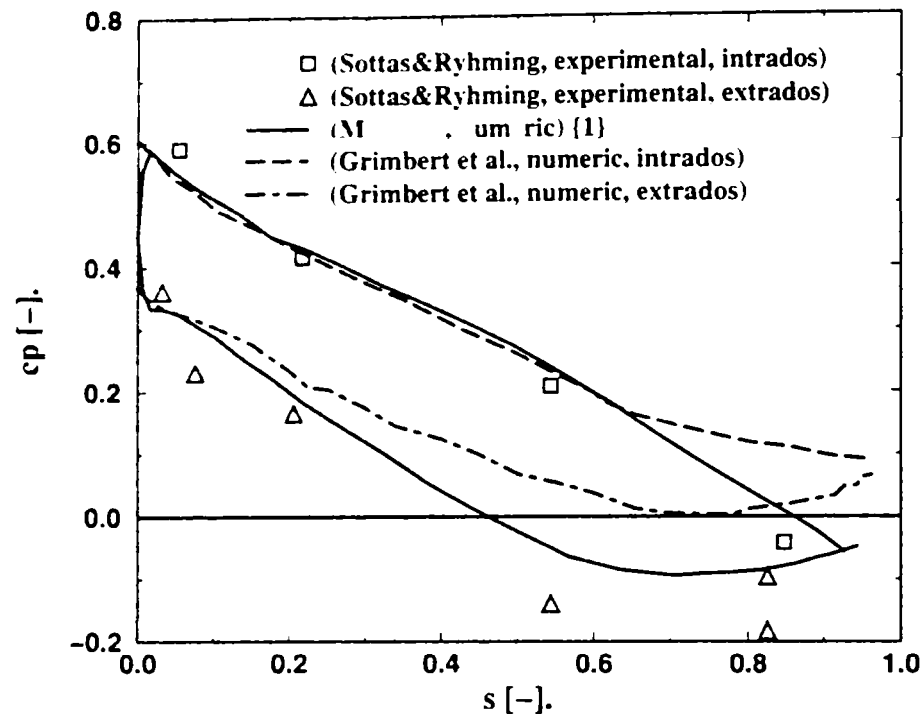
V.2.9.4.2. $c_p=f(s)$ în secțiunea 9 (S9)

Fig. V.118 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S9. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Grimbert et al. (1993).

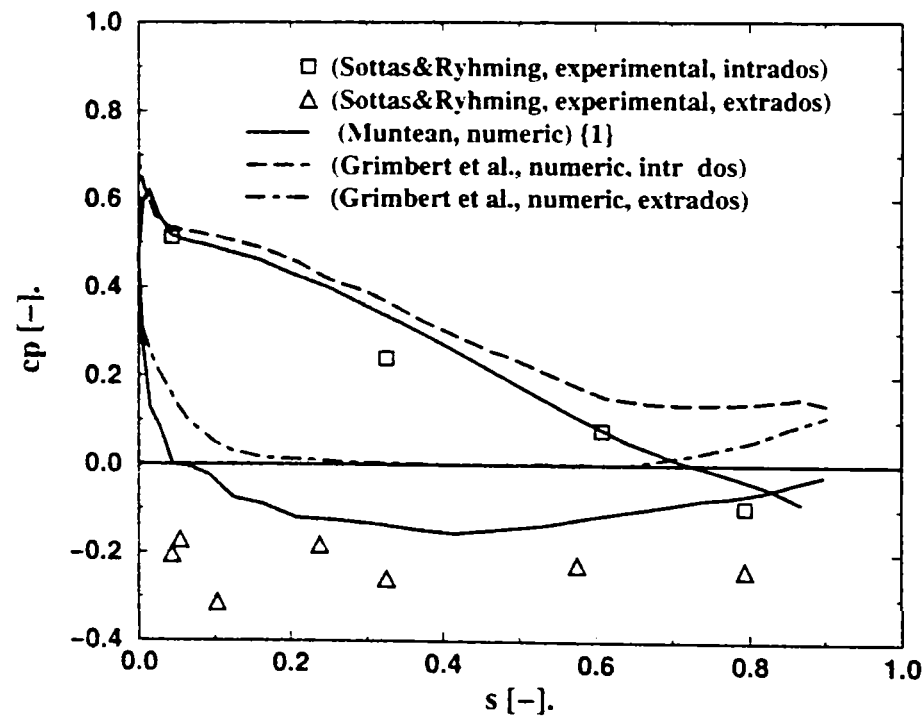
V.2.9.4.3. $c_p=f(s)$ în secțiunea 15 (S15)

Fig. V.119 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S15. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Grimbert et al. (1993).

V.2.10. Prezentarea comparativă a rezultatelor cu cele ale grupului Nagafuji et al.

Prezentarea sintetică a parametrilor celor două simulări se găsește în Tab. V.6:

Tab. V.6 Prezentarea comparativă a parametrilor simulării Nagafuji et al. vs. Muntean.

		Nagafuji et al.	Muntean
PREprocesor	<ul style="list-style-type: none"> descompunerea domeniului tip domeniu tip rețea tip element număr de rețele numărul de noduri 	1 bloc simplu conex rețea structurată (H-H) paralelipipedice (8 noduri) 1 rețea 36x17x7=4.284 noduri	1 bloc dublu conex rețea nestructurat tetraedre (4 noduri) 2 rețele 65.000/115.000 noduri
Procesor	<ul style="list-style-type: none"> cod tip de variabile utilizate metoda matematică schema numerică 	3D Potențial variabile auxiliare ---- F.E.	3D Euler (FLUENT) variabile primare MCP - SIMPLE F.V.
	<ul style="list-style-type: none"> tip computer timp de rulare număr de iterații CPU time/(iterații*nr.elem.) 	ACOS 1000 0:04:40 h (290 sec) soluționare directă ----	PC-PentiumIII/450MHz 0:15:12/0:32:15 h 250 iterații

Analiza distribuției de viteză din secțiunea de intrare indică diferențe între distribuția de viteze impusă în setul Muntean {1} și cea determinată numeric de Nagafuji et al. (1993), Fig. V.120. Diferențele sunt semnificative în apropierea coroanei, unde condițiile impuse de Nagafuji et al. (1993) se îndepărtează de experiment. Datorită impunerii profilului de viteză în secțiunea de intrare regăsim aceste diferențe și în distribuțiile unghiurilor α și β , Fig. V.122. Coeficientul de presiune de-a lungul axei de intrare indică o foarte bună corelare cu datele experimentale și rezultatele numerice obținute Nagafuji et al. (1993), Fig. V.121.

Pentru secțiunea mijlocie se observă o mai bună evaluare a rezultatelor noastre numerice față de cele obținute de Nagafuji et al. (1993), vezi Fig. V.123 - Fig. V.125. Dacă în secțiunea de ieșire rezultatele noastre sunt aproximativ de aceeași precizie (vezi Fig. V.126 - Fig. V.128) raportate la datele experimentale, coeficientul de presiune evaluat de Nagafuji et al. (1993) de-a lungul secțiunilor indică o mai slabă corelare cu datele experimentale decât pentru cazul Muntean {1}.

V.2.10.1. Secțiunea de intrare a domeniului de analiză al rotorului

V.2.10.1.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

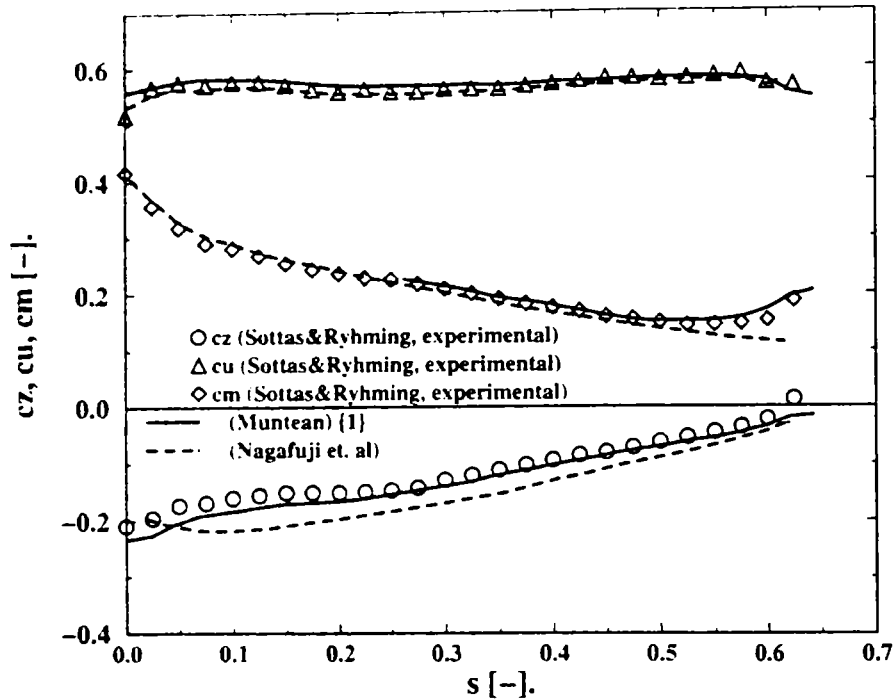


Fig. V.120 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Nagafuji et al. (1993).

V.2.10.1.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p = f(s)$

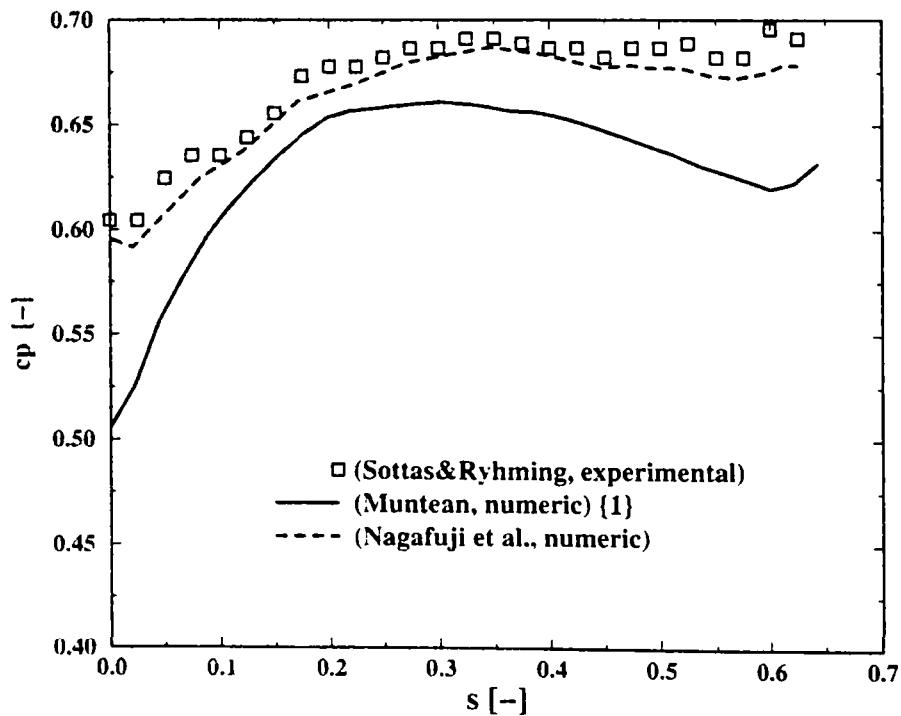


Fig. V.121 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Nagafuji et al. (1993).

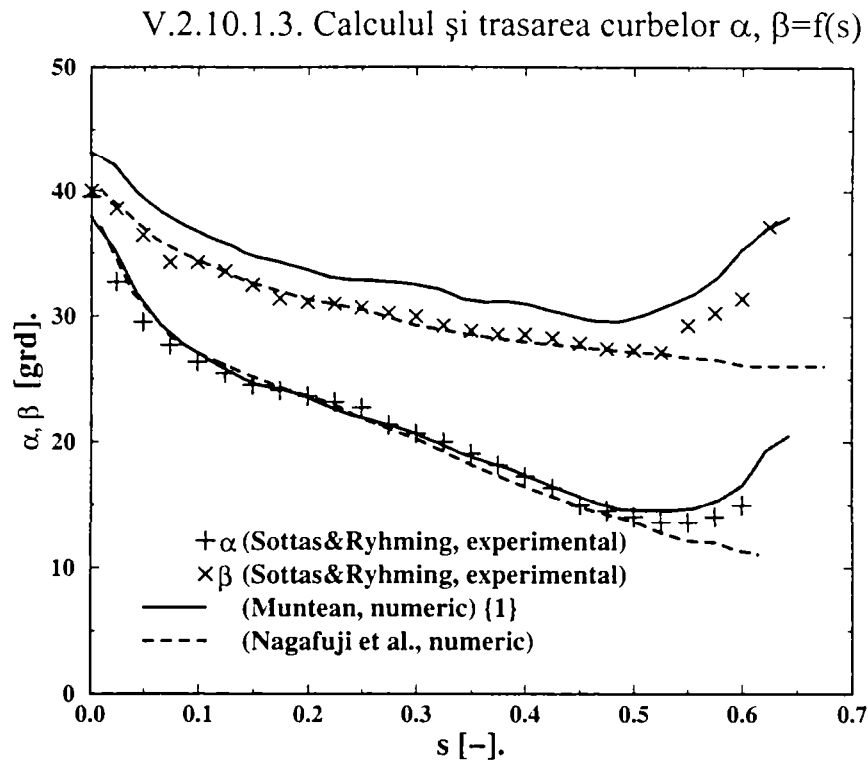


Fig. V.122 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare a rotorului. Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Nagafuji et al. (1993).

V.2.10.2. Secțiunea mijlocie a domeniului de analiză al rotorului

V.2.10.2.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$

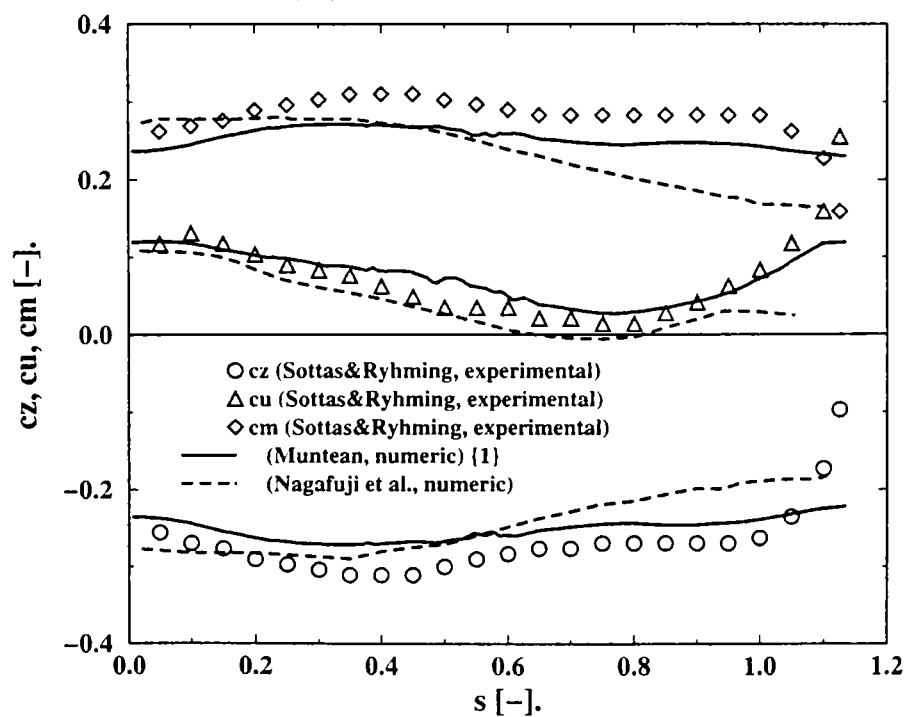


Fig. V.123 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Nagafuji et al. (1993).

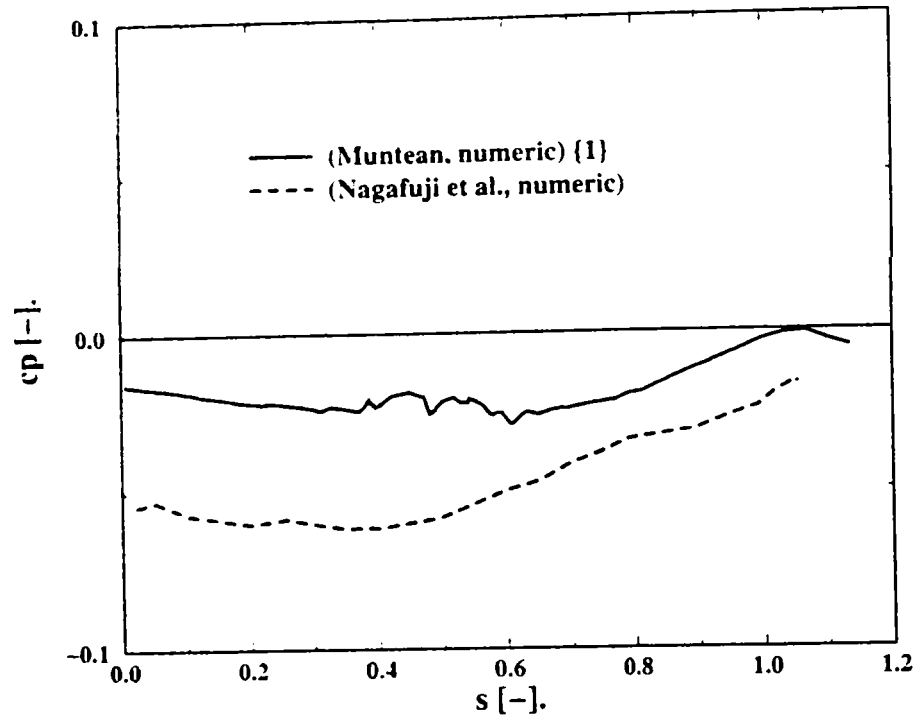
V.2.10.2.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ 

Fig. V.124 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Nagafuji et al. (1993).

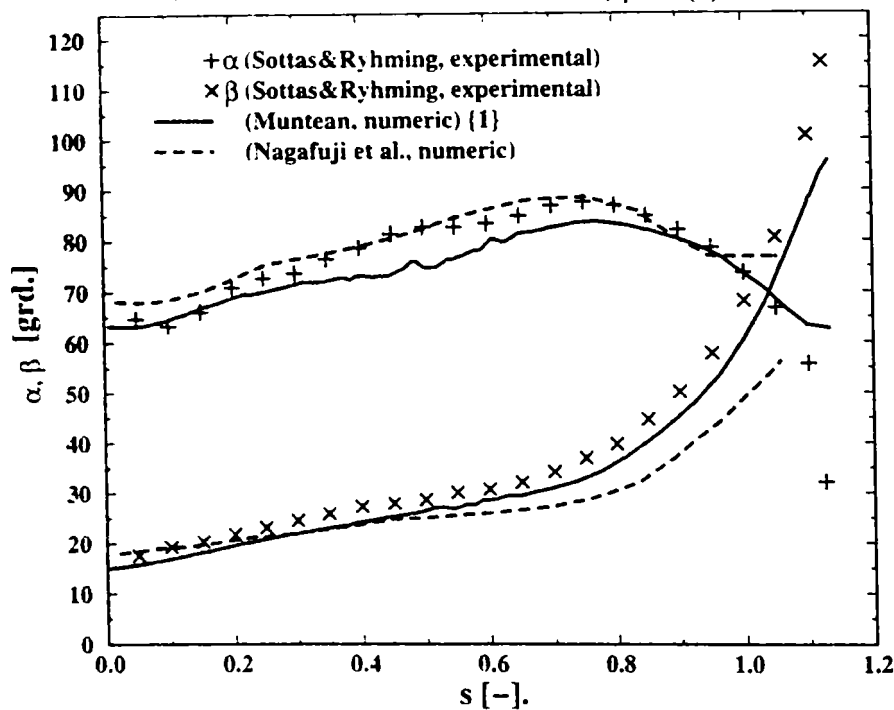
V.2.10.2.3. Trasarea curbelor $\alpha, \beta = f(s)$ 

Fig. V.125 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea mijlocie a rotorului (la ieșirea de pe paletele rotorice). Compararea datelor experimentale, Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Nagafuji et al. (1993).

V.2.10.3. Secțiunea de intrare în tubul de aspirație

V.2.10.3.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

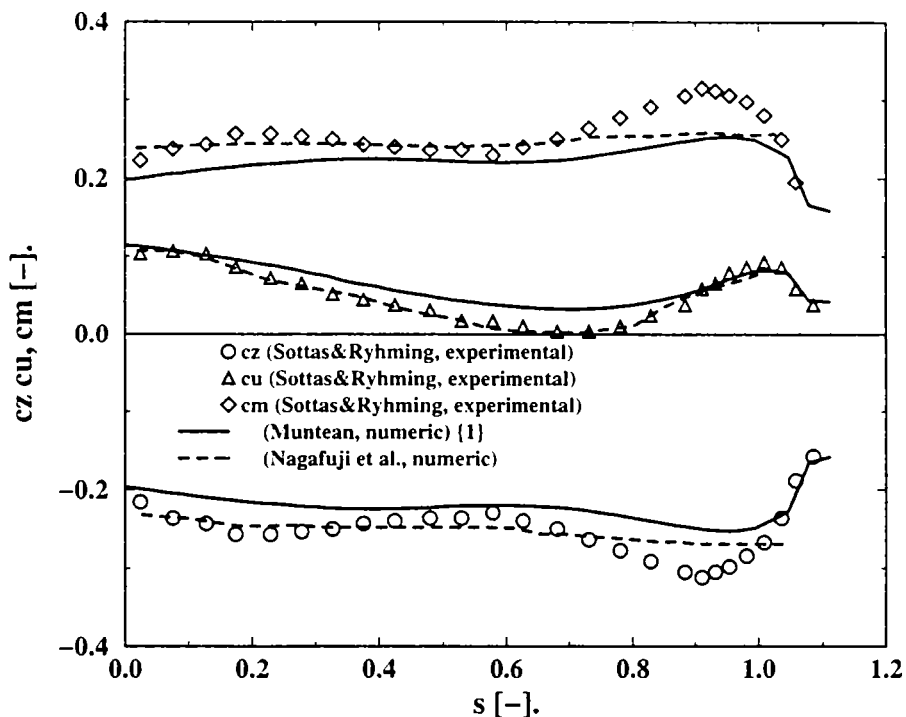


Fig. V.126 Distribuțiile coeficienților de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Nagafuji et al. (1993).

V.2.10.3.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p = f(s)$

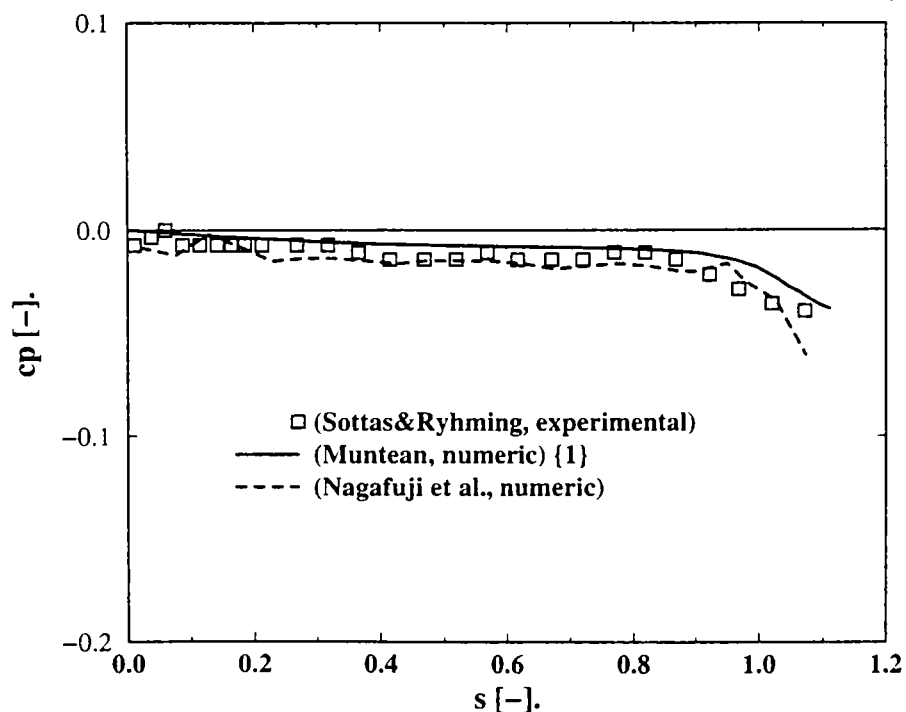


Fig. V.127 Distribuția coeficientul de presiune în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Nagafuji et al. (1993).

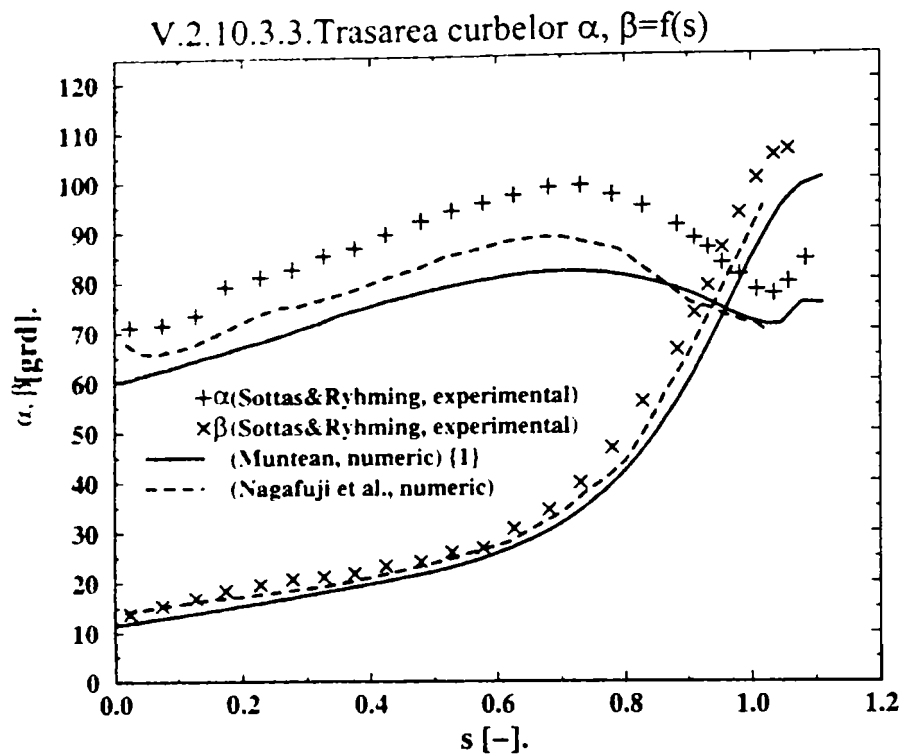


Fig. V.128 Distribuțiile unghiurilor formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Nagafuji et al. (1993).

V.2.10.4. Paleta rotorică

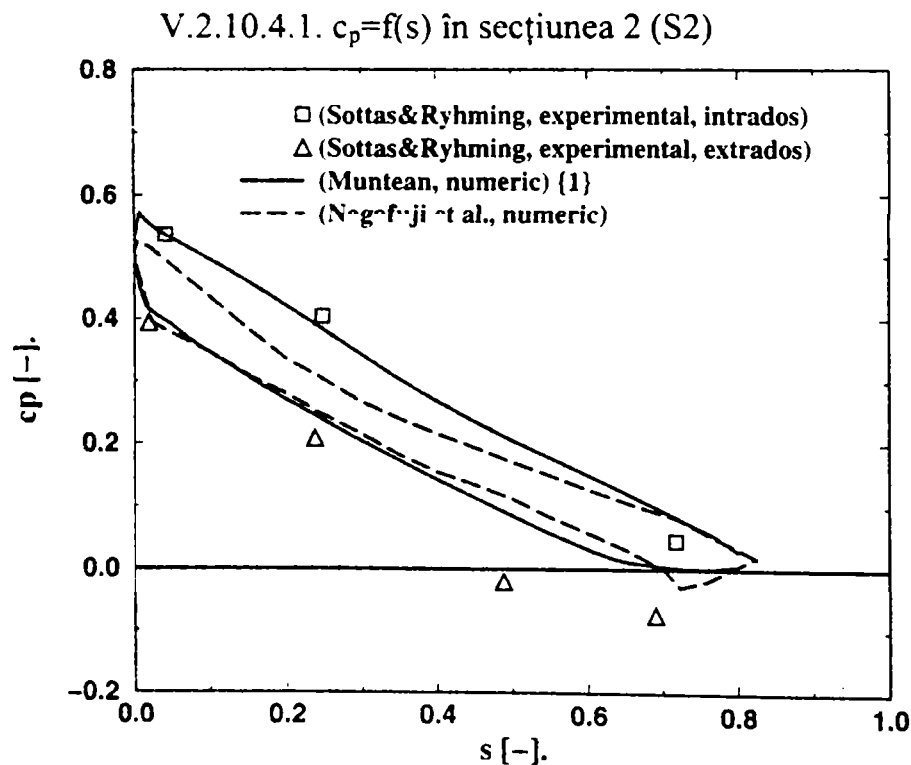


Fig. V.129 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S2. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Nagafuji et al. (1993).

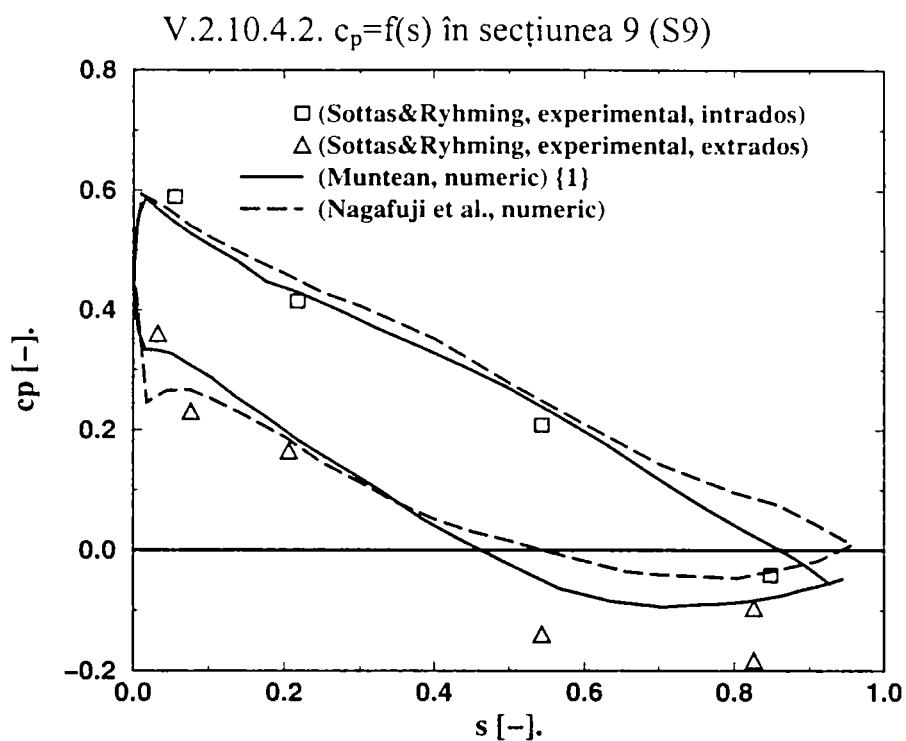


Fig. V.130 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S9. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Nagafuji et al. (1993).

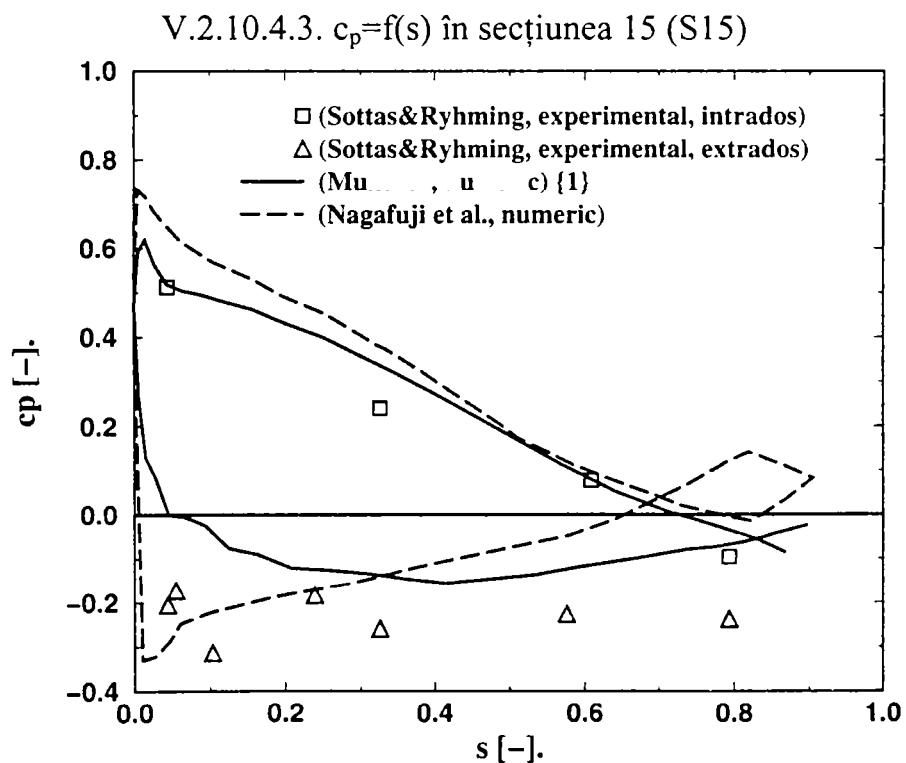


Fig. V.131 Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea S15. Compararea datelor experimentale Sottas & Ryhming (1993) cu rezultate numerice Muntean {1}, Nagafuji et al. (1993).

V.2.11. Prezentarea comparativă a rezultatelor globale ale rotorului GAMM

Deoarece simularea este nevâscoasă, forțele și momentele rezultate din interacțiunea curentului cu palete rotorice se obțin exclusiv din distribuția de presiune, contribuția vâscoasă fiind nulă. Determinarea componentei de-a lungul axei Oz a momentului hidraulic pe suprafața paletei (M'_h) respectiv pe paletele rotorului Francis GAMM (M_h), se realizează cu relațiile:

$$M'_h = \left(\sum_i p_i r_i \times n_i \Delta s_i \right) \cdot i_z$$

$$M_h = Z \cdot M'_h \text{ [N.m]}$$

unde:

p_i - presiunea pe paleta rotorică;

n_i - versorul normalei la suprafața paletei în punctul considerat;

r_i - vectorul de poziție al punctului de pe suprafața paletei rotorice;

Δs_i - aria elementului de suprafață al paletei asociat punctului de calcul;

$S = \sum_i \Delta s_i$ - reprezintă suprafața paletei;

indicele "i" parcurgând toate elementele ce aparțin suprafeței paletei.

Coefficientul de moment este definit astfel:

$$c_M = \frac{M_z}{\rho \pi E R_{ref}^3} \text{ [-]}$$

Iar eroarea relativă se calculează cu relația:

$$\varepsilon_M = \frac{c_M - (c_M)_{exp}}{(c_M)_{exp}} \cdot 100 \text{ [%]}$$

Tab. V.7 Compararea coeficientului de moment determinat experimental pe paleta rotorică cu rezultate numerice Muntean {1}, {2} și {3} și cele 10 grupuri, Sottas & Ryhming (1993).

Nr. crt	Varianta	c_M [-]	ε [%]
1.	Arakawa et al.	0.24960	-2.412
2.	Billdal et al.	0.27753	8.508
3.	Bottaro et al.	0.24270	-5.110
4.	Eliasson	0.26678	4.305
5.	Goede	0.26903	5.184
6.	Grimbert et al.	0.23831	-6.826
7.	Liess & Ecer	0.26300	2.827
8.	Lymberopoulos et al.	0.20015	-21.746
9.	Nagafuji et al.	0.27220	6.424
10.	Vu & Shyy	0.25452	-0.489
11.	Muntean {1}	0.25541	-0.139
12.	Muntean {2}	0.23797	-6.958
13.	Muntean {3}	0.23752	-7.135
14.	Experiment	0.25577	0.0

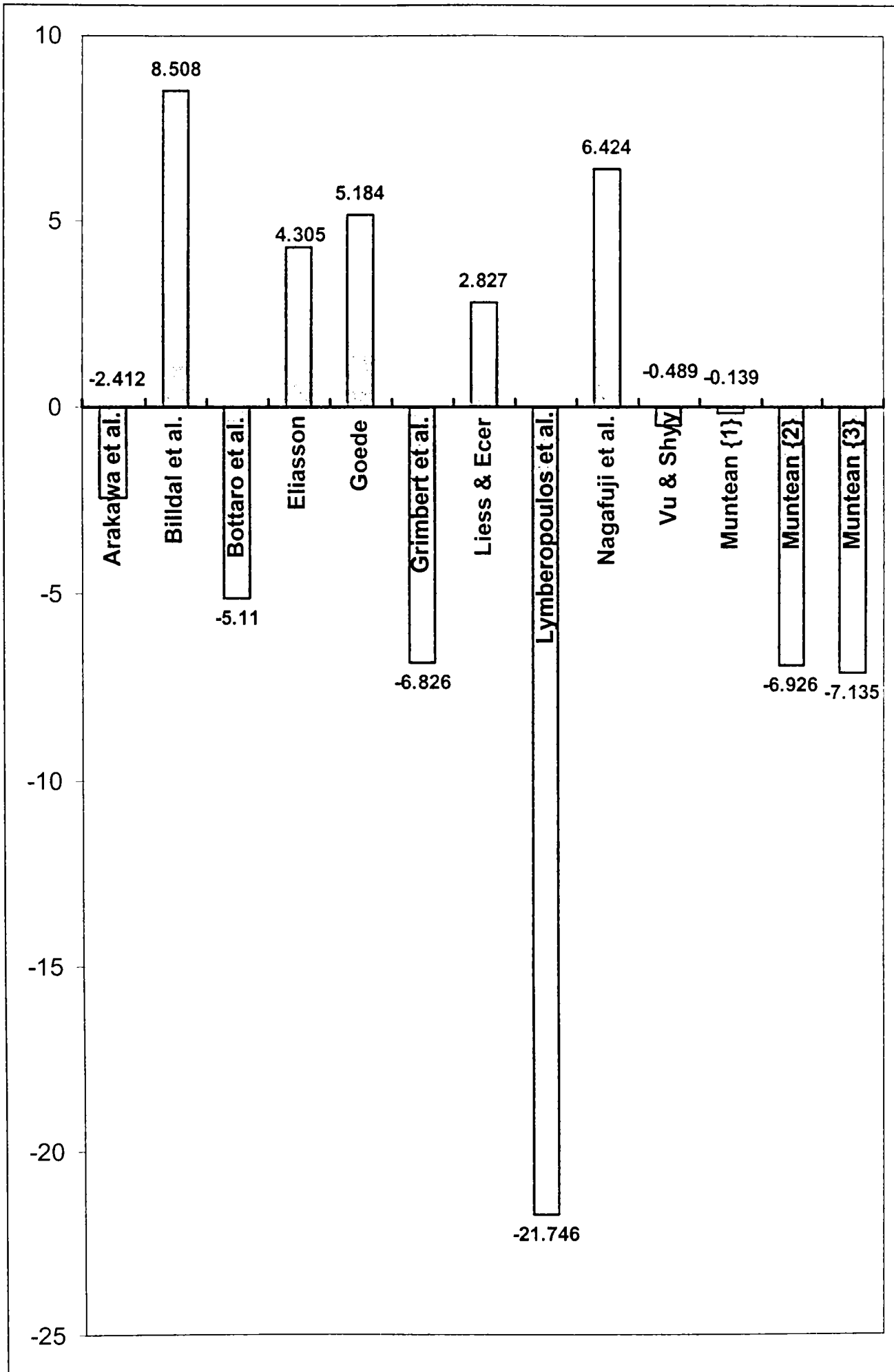


Fig. V.132 Eroarea relativă (ϵ) a momentului numeric față de valoarea experimentală pentru cele 13 rezultate numerice.

4.3. Concluzii

Capitolul tratează curgerea în rotorul turbinei Francis GAMM la punctul optim de funcționare, utilizând simularea numerică a curgerii tridimensionale a fluidului nevâscos Euler.

În ipotezele mișcării staționare și spațial periodice, domeniul de calcul se reduce la un canal tridimensional (ce conține o paletă rotorică). Primul pas a constat din construcția domeniului de analiză tridimensional și a rețelei de discretizare pentru canalul rotoric. Caracteristica puternic tridimensională specifică paletelor turbinelor Francis impune utilizarea cu atenție și abilitate a uneltelor numerice pentru depășirea dificultăților ce apar la realizarea geometriei și generarea rețelei de discretizare. Pentru discretizarea spațială a domeniului tridimensional s-au construit două rețele nestructurate cu tetraedre având 55267 respectiv 115829 noduri. Acestea au fost generate cu ajutorul preprocesorului Gambit 1.1/FLUENT.

Următorul pas constine formularea problemei în coordonate cilindrice pentru un sistem de referință relativ corelat cu alegerea condițiilor la limită. Impunerea profilului de viteză măsurat în secțiunea de intrare și a distribuției de presiune măsurată în secțiunea de ieșire din domeniul rotoric, vezi rezultatele marcate **Muntean {3}**, au condus la apariția unei recirculări false în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Înlocuirea distribuției de presiune măsurată impusă în secțiunea de ieșire din domeniul rotoric cu condiția de "echilibru radial a presiunii" elimină recircularea falsă și oferă o surprinzător de bună concordanță cu datele experimentale, vezi rezultatele marcate **Muntean {2}**. Datorită diferenței dintre debitul măsurat și cel obținut prin integrarea profilului de viteze impus la intrare, s-a corectat profilul de viteze pentru a asigura debitul măsurat, vezi rezultatele marcate **Muntean {1}**. Din analiza celor trei variante de calcul s-a desprins concluzia că reproducerea datelor experimentale s-a realizat în varianta **Muntean {1}**. Modelarea curgerii tridimensionale Euler s-a bazat pe algoritmul SIMPLE cuplat cu o discretizare cu volume finite oferită de codul FLUENT 5.1.

Pentru a evalua metodologia de calcul utiliză atât rezultatele numerice cât și parametrii simulării au fost comparați cu rezultatele numerice a diverselor grupuri Billdal et al. (1993), Bottaro et al. (1993), Eliasson (1993), Goede (1993), Grimbert et al. (1993), Nagafuji et al. (1993). Analiza rezultatelor validează metodologia utilizată și permite utilizarea acesteia și pentru funcționarea în afara punctului optim de funcționare.

Compararea momentului hidraulic cu datele experimentale și cu rezultatele numerice a celorlate grupuri prezintă excelenta evaluarea a acestuia pentru varianta **Muntean {1}**.

Principala contribuție a acestui capitol o reprezintă *stabilirea, testarea și validarea metodologiei de simulare numerică a curgerii tridimensionale a fluidului incompresibil Euler prin rotorul turbinei Francis la punctul optim de funcționare.*

Capitolul VI

VI. Analiza numerică a curgerii 3D în distribuitorul turbinei Francis GAMM în afara punctului optim de funcționare

VI.1. Introducere

Determinarea funcționării rotorului turbinei Francis GAMM la puncte de funcționare diferite de cel optim necesită cunoașterea parametrilor pentru cazurile considerate. Cu alte cuvinte, analiza rotorului la diverse puncte de funcționare, implică cunoașterea parametrilor curentului la intrare, ceea ce impune cunoașterea curgerii în distribuitor.

VI.2. Ecuația debitului pentru întreaga gamă de deschideri a distribuitorului

În Capitolul IV s-a prezentat analiza curgerii prin distribuitorul turbinei Francis GAMM la punctul optim de funcționare, pentru care sunt disponibile rezultate experimentale corespunzătoare câmpului de viteză și presiune din secțiunile de intrare și ieșire. În practică însă, rolul distribuitorului constă și în reglarea debitului. Prin urmare, în acest capitol se va analiza funcționarea la diferite unghiuri de deschidere a aparatului director, cu determinarea forțelor și momentelor pe paleta aparatului director. Acest calcul este deosebit de important pentru determinarea condițiilor de la intrare în rotor, necesare pentru simularea curgerii în rotor la diferite deschideri, precum și pentru dimensionarea sistemului de reglare al turbinei, care este de dorit să suporte încărcări mecanice cât mai mici.

În Fig. III.4 de la pagina 77 sunt prezentate diagramele colinare ale turbinei Francis GAMM, considerând căderea între intrarea în camera spirală și ieșirea din tubul de aspirație (Fig. III.4a), definită conform CEI și notată cu "1e", și căderea considerată între intrarea în camera spirală și secțiunea de referință, definită la IMHEF și marcată prin "ref" (Fig. III.4b). În Fig. III.4a se constată prezența a două maxime distincte pentru randament, datorate unei funcționări defectuase a tubului de aspirație. Prin urmare, în Fig. III.4b s-a calculat diagrama colinară ce nu mai ia în calcul tubul de aspirație, observându-se prezența unui singur maxim de randament.

Considerând funcționarea la cădere constantă, corespunzătoare punctului de optim, $\psi_{ref} = 1.073$, identificăm din diagrama colinară valorile coeficientului de debit, respectiv ale debitului, pentru diferite valori ale unghiului de deschidere. Fig. VI.1 prezintă rezultatele obținute, constatându-se diferențe nesemnificative între citirile de pe cele două diagrame colinare. Variația debitului astfel determinată constituie punctul de pornire pentru investigarea întregii game de regimuri de funcționare ale distribuitorului. Trebuie menționat că această curbă de reglaj depinde de comportarea întregii mașini, și nu este o caracteristică numai a distribuitorului.

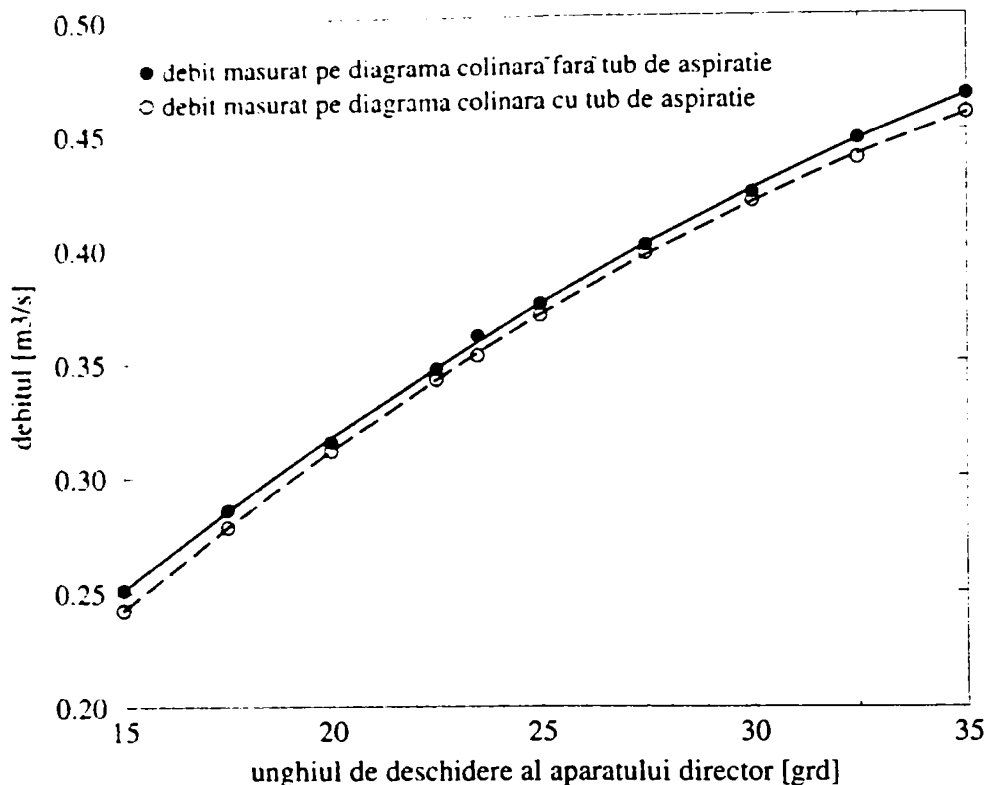


Fig. VI.1 Debitul volumic prin turbina Francis GAMM la diferite unghiuri de deschidere a aparatului director, măsurat din diagrama colinară construită cu (Fig. III.4a) și fără (Fig. III.4b) considerarea tubului de aspirație.

Analiza curgerii prin distribuitor pentru întreaga gamă de regimuri de funcționare necesită extrapolarea curbei din Fig. VI.1 pentru întregul domeniu de variație al unghiului de deschidere, de la $(\alpha^{\text{ex}})_0 = 0^\circ$ corespunzător aparatului director complet închis, până la valoarea sa maximă $(\alpha^{\text{ex}})_{\text{max}} = 35^\circ$.

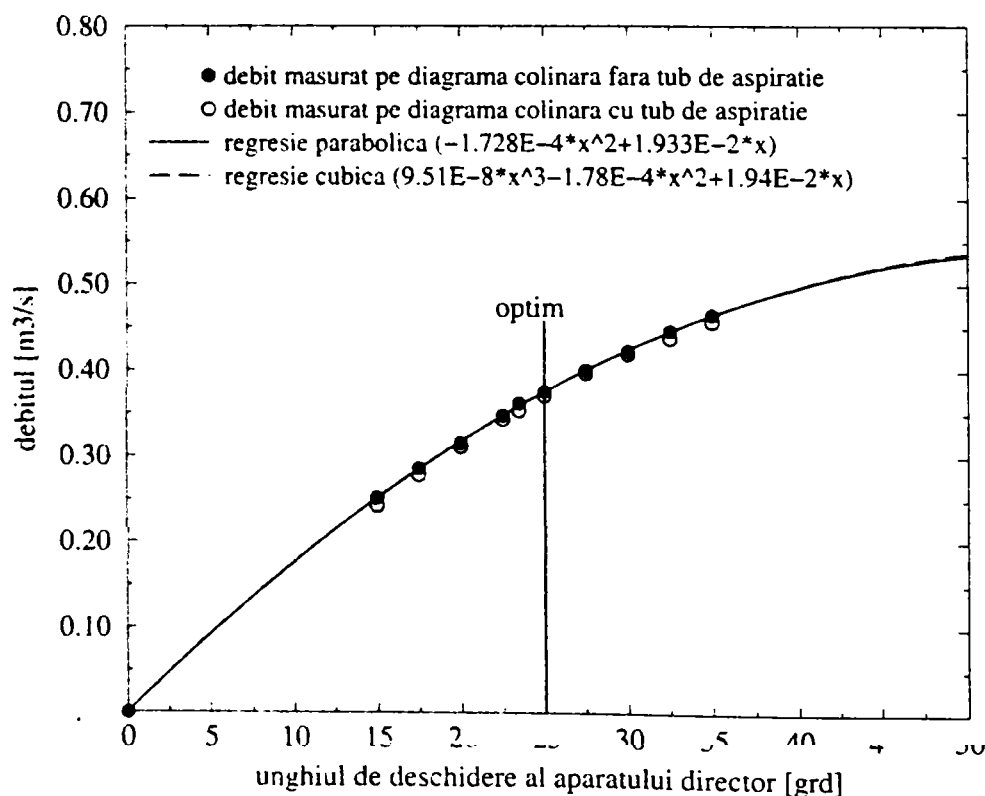


Fig. VI.2 Debitul volumic prin turbina Francis GAMM la diferite unghiuri de deschidere ale aparatului director, extrapolat pornind de la datele experimentale din Fig. VI.1.

Fig. VI.2 prezintă această curbă extrapolată, care poate fi aproximată cu parabola

$$Q[\text{m}^3/\text{s}] = 1.933 \cdot 10^{-2} (\alpha^{\text{gv}} [^\circ]) - 1.728 \cdot 10^{-4} (\alpha^{\text{gv}} [^\circ])^2 \quad (\text{VI.1})$$

o regresie polinomială de ordinul trei furnizează practic rezultate identice, deci vom utiliza în cele ce urmează regresia polinomială.

VI.3. Considerații asupra geometriei distribuitorului

Fig. VI.3 prezintă o secțiune prin distribuitor, normală pe axa mașinii, situată la $z=0$ (vezi Fig. III.3). Ambele rețele radiale (statorică și de aparat director) au un număr de 24 de palete. Sunt de asemenea prezentate secțiunile de intrare și ieșire (pentru $z=0$).

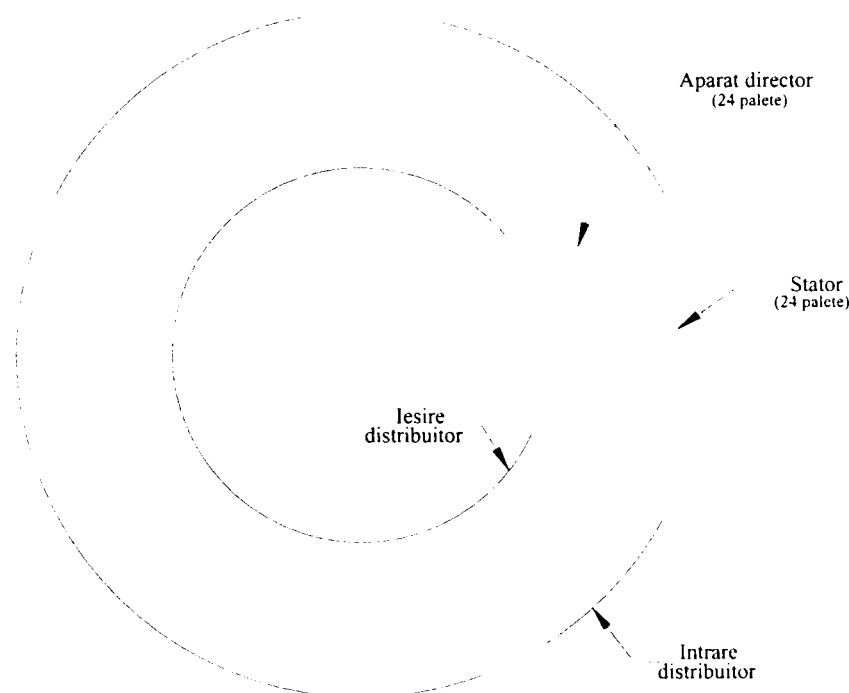


Fig. VI.3 Secțiune normală pe axa mașinii prin distribuitor dispusă la $z=0$.

Fig. VI.4 prezintă distribuitorul cu aparatul director complet închis, adică pentru $(\alpha^{\text{gv}})_0 = 0^\circ$. Detaliul prezintă paletele aparatului director complet închis, ca o verificare pentru $(\gamma^{\text{gv}})_0 = 5.37^\circ$ din relația (III.1).

În Fig. VI.5 pot fi observate pozițiile limită ale paletei aparatului director, pentru $(\alpha^{\text{gv}})_0 = 0^\circ$ complet închis, $(\alpha^{\text{gv}})_{\text{opt}} = 25^\circ$ corespunzător deschiderii nominale, și $(\alpha^{\text{gv}})_{\text{max}} = 35^\circ$ pentru deschiderea maximă.



Fig. VI.4 Secțiune normală pe axa mașinii prin distribuitor cu aparatul director închis la $z=0$.

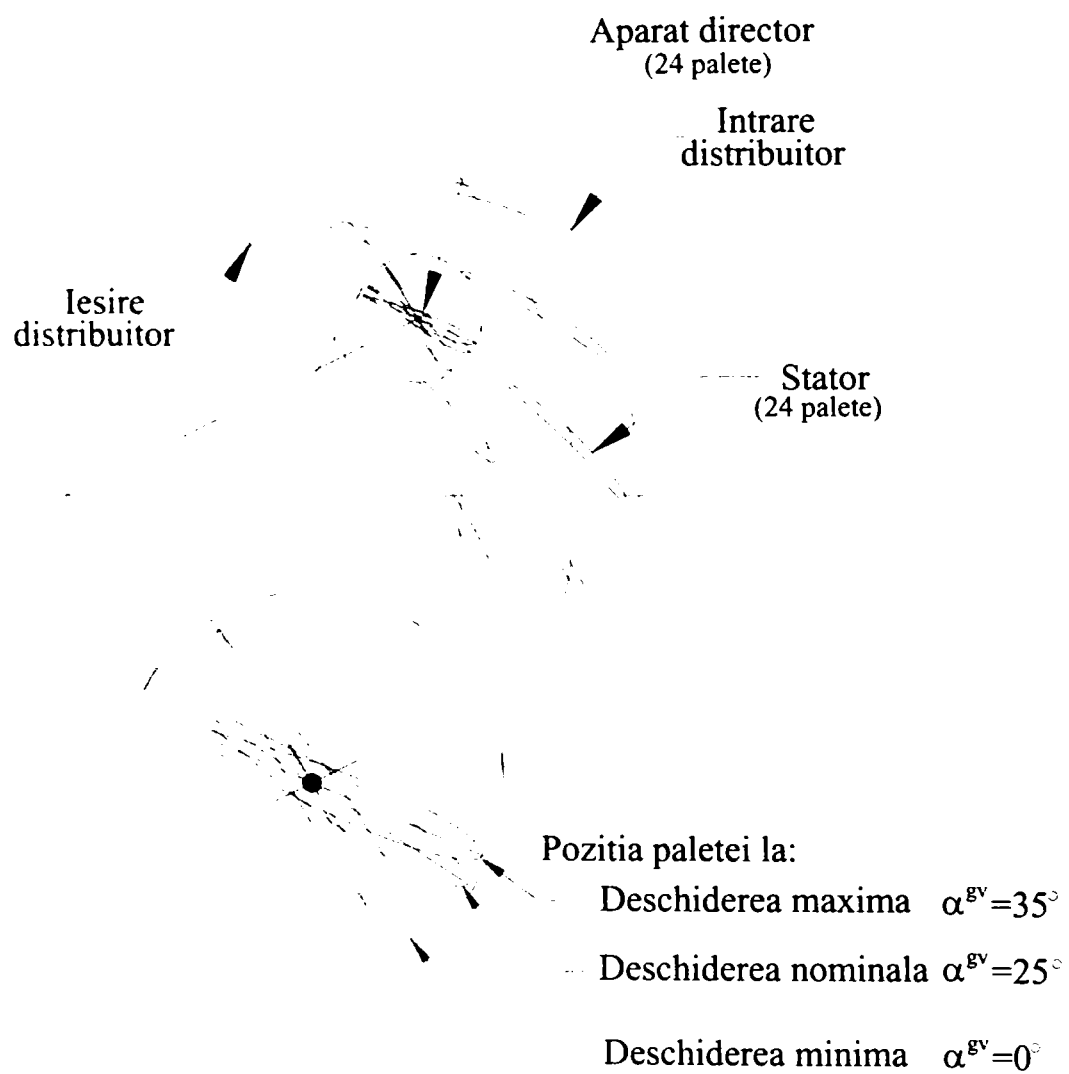


Fig. VI.5 Domeniul de variație al unghiului paletei aparatului director.

Determinarea rețelelor radiale echivalente cu o rețea dată, necesită stabilirea unei metodologii de echivalare. Pentru astfel de rețele se necesită utilizare unei echivalențe din punct de vedere “hidrodinamic”. Echivalența “hidrodinamică” implică, pentru fiecare valoare a debitului să se calculeze căderea de presiune pe distribuitor. Curba, cădere de presiune funcție de debit $\Delta p=f(Q)$, reprezintă *curba de reglaj a distribuitorului* și depinde de funcționarea întregii tubomașini. Această dependență trebuie să rămână nemodificată indiferent de geometria particulară a rețelei radiale a aparatului director. Această metodologie este utilizată în continuare pentru determinarea rețelei ce asigură momentul minim. Primul pas pentru realizarea echivalării “hidrodinamice”, constă din determinarea rețelei echivalente “geometric”. Această echivalare implică determinarea relațiilor geometrice care să ofere rețelele radiale echivalente geometric. Mărimile caracteristice ale rețelei echivalente se modifică cu e , și acestea sunt: noul diametru de așezare al axelor de pivotare ale paletelor directoare R^{gv} , poziția unghiulară a paletelor directoare θ^{gv} și unghiul de reglare al paletelor directoare măsurat față de tangenta în punctul de rotire γ^{gv} (vezi relația (III.1) și Fig. III.5 de la pagina 78):

$$\begin{aligned} R^{gv} &= (R^{gv})_{nom} + e \cdot \sin \left[(\gamma^{gv})_{nom} \right] \\ \theta^{gv} &= (\theta^{gv})_{nom} - \frac{e \cdot \cos \left[(\gamma^{gv})_{nom} \right]}{R^{gv} + e \cdot \sin \left[(\gamma^{gv})_{nom} \right]} \\ \gamma^{gv} &= (\gamma^{gv})_{nom} + \frac{e \cdot \cos \left[(\gamma^{gv})_{nom} \right]}{R^{gv} + e \cdot \sin \left[(\gamma^{gv})_{nom} \right]} \end{aligned} \quad (VI.2)$$

Odată determinați acești parametri, prin modificarea unghiului de deschidere α^{gv} respectiv γ^{gv} (conform relației (III.1)) se obține funcționarea noii rețele pe întreaga gamă de deschideri.

Se recomandă utilizarea echivalării “geometrice” în situațiile unde se dispune de resurse modeste de calcul sau din rațiuni de economie de timp, acestea având ca preț acuratețea rezultatelor. În Fig. VI.6, Fig. VI.7 și Fig. VI.8 sunt prezentate rețelele echivalente “geometric” cu rețeaua distribuitorului turbinei Francis GAMM, pentru $e=-5$ mm, $e=+5$ mm și $e=10$ mm.

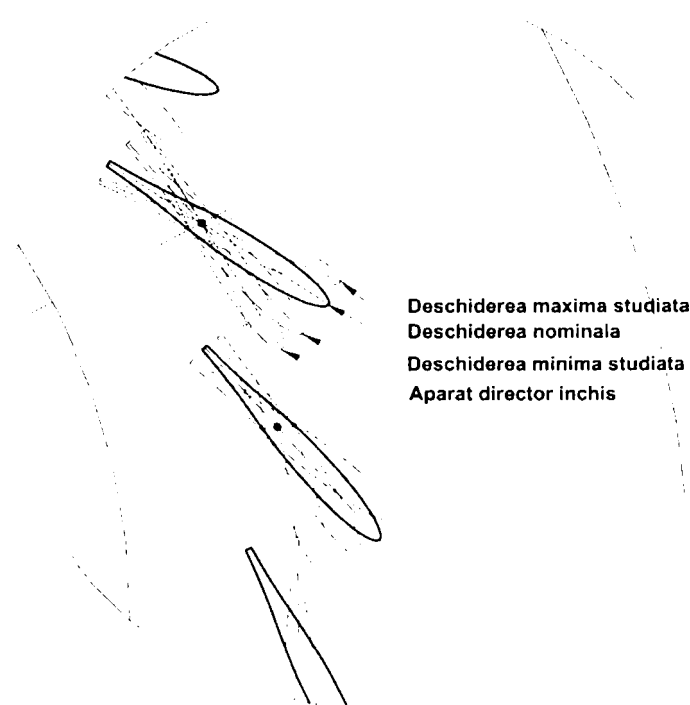


Fig. VI.6 Detaliu cu rețelele radiale echivalente din punct de vedere “geometric” cu cea de la deschiderea nominală, pentru $n_0=-0.00247$ ($e=-5$ mm).

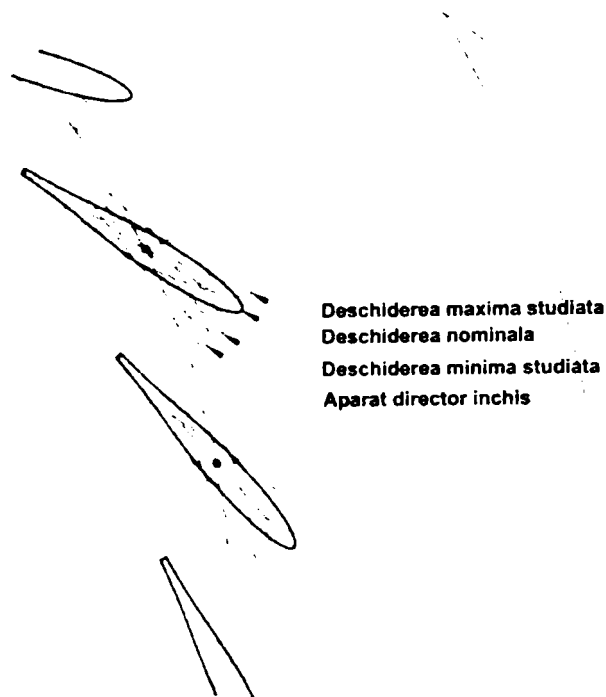


Fig. VI.7 Detaliu cu rețelele radiale echivalente din punct de vedere “geometric” cu cea de la deschiderea nominală, pentru $n_0=0.14508$ ($e=+5$ mm)

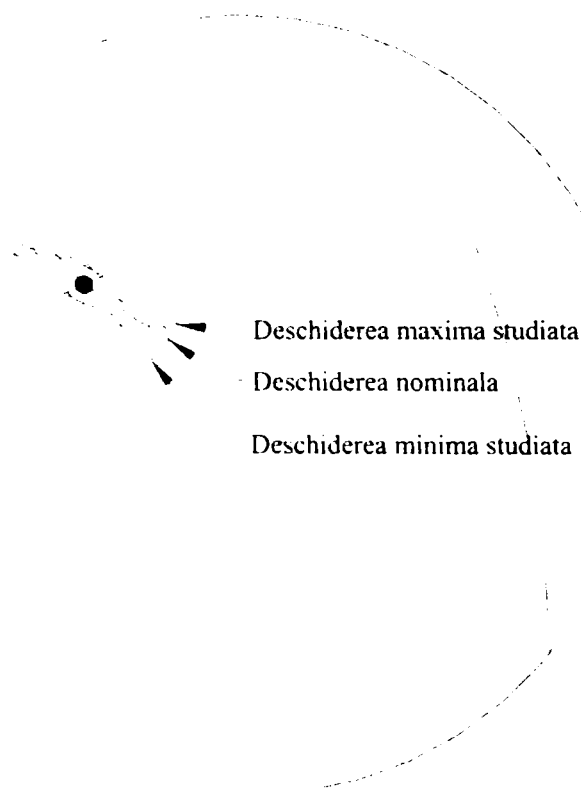


Fig. VI.8 Detaliu cu rețelele radiale echivalente din punct de vedere “geometric” cu cea de la deschiderea nominală, pentru $n_0=0.21656$ ($e=+10$ mm)

Corespunzător domeniului de variație al unghiului de deschidere al paletei de aparat director, Fig. VI.9 prezintă o secțiune prin domeniul de analiză. S-a optat pentru alegerea frontierelor periodice astfel încât acestea să nu fie în contact cu paleta de aparat director în pozițiile extreme ale acestuia. În acest mod devine comodă generarea rețelei de discretizare pentru diferite deschideri.

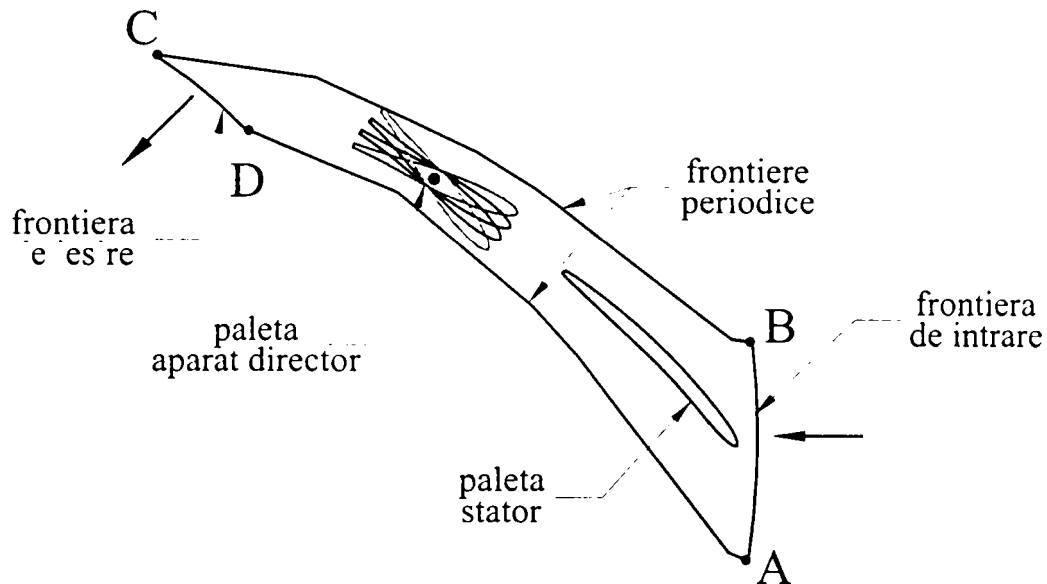


Fig. VI.9 Domeniul de analiză al distribuitorului pentru diferite deschideri ale unghiului aparatului director.

Modelarea curgerii în distribuitorul GAMM pentru fiecare poziție a aparatului director s-a realizat în conformitate cu cele prezentate în secțiunea IV.1.4 de la pagina 91. Profilul uniform impus la intrare s-a obținut conform ipotezelor: incidență nulă și cameră spirală ideală, pentru care valoarea debitului corespunzătoare deschiderii aparatului director se obține din relația (VI.1).

VI.4. Influența poziției axei paletei aparatului director asupra forței și momentului pe paletă

Analiza influenței axei paletei distribuitorului ridică problema stabilirii echivalenței hidrodinamice între configurații geometrice diferite pentru rețeaua radială a distribuitorului. Pentru aceasta vom determina mai întâi căderea de presiune pe distribuitor pentru valorile debitului volumic determinate din diagrama colinară.

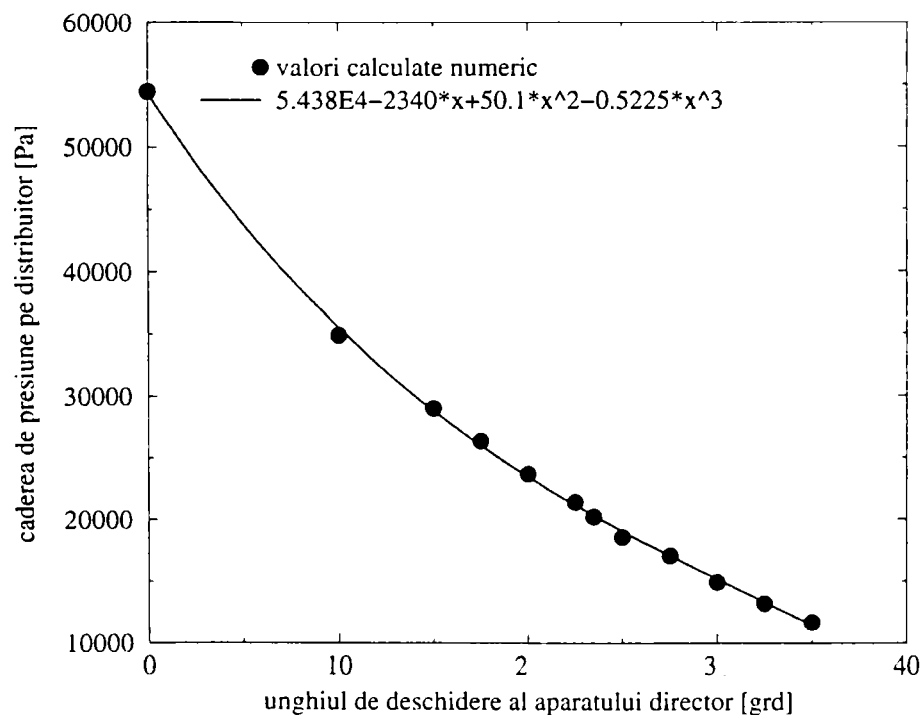


Fig. VI.10 Căderea de presiune pe distribuitorul turbinei Francis GAMM la diferite unghiuri de deschidere ale aparatului director.

Fig. VI.10 prezintă căderea de presiune pe distribuitor pentru unghiul de deschidere al aparatului director $\alpha^{8v}=0 \dots 35^\circ$. Valorile obținute numeric pot fi interpolate cu un polinom de gradul al treilea.

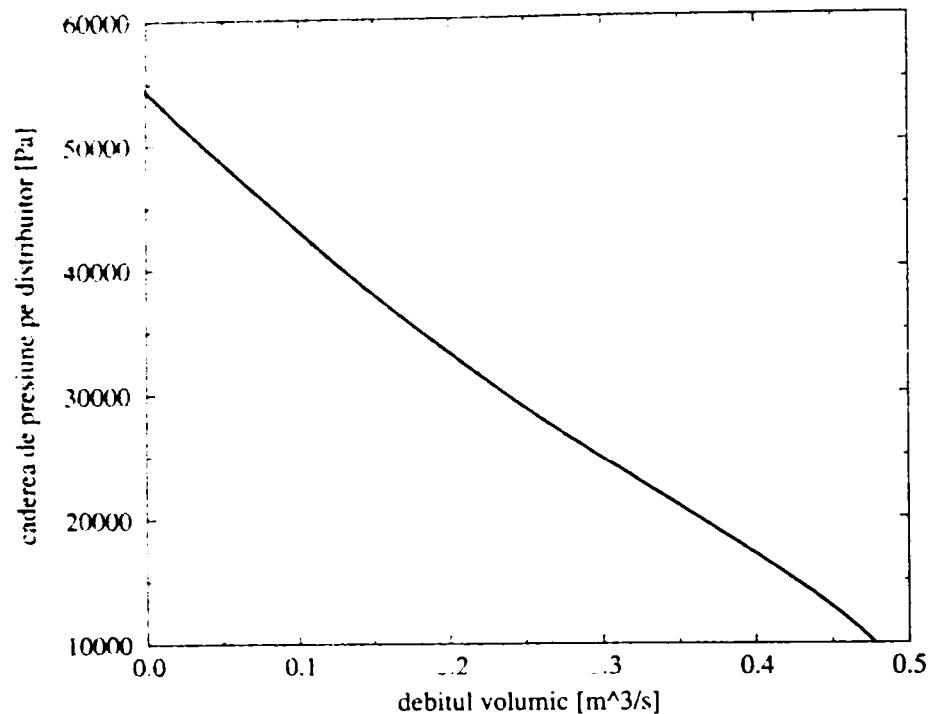


Fig. VI.11 Căderea de presiune pe distribuitorul turbinei Francis GAMM la diferite valori ale debitului turbinat.

Cu acestea, putem reprezenta căderea de presiune pe distribuitor funcție de debitul turbinat. Această curbă, prezentată în Fig. VI.11, reprezintă curba de reglaj a distribuitorului, și **rămâne neschimbată indiferent de poziția axei paletii distribuitorului**. Prin urmare, avem în curba **cădere de presiune - debit** elementul universal care ne permite să tratăm funcționarea distribuitorului pentru orice configurație geometrică a rețelei radiale de distribuitor dat.

În cele ce urmează vom identifica poziția axei paletii distribuitorului față de originea sistemului de coordonate din Fig. III.7, e [mm]. Astfel poziția originală a axei (corespunzătoare turbinei Francis GAMM) corespunde lui $e=0$. Vom investiga în continuare curgerea prin distribuitor la pozițiile axei paletii de distribuitor corespunzătoare lui $e=-5$ mm, $e=+5$ mm și $e=+10$ mm.

În literatură Kovalev (1961), Anton (1979), poziția axei paletii este descrisă de excentricitatea n_0 definită de relația:

$$n_0 = \frac{l_{01} - l_{02}}{2 \cdot l_0} \quad (\text{VI.3})$$

unde l_{01} , l_{02} și l_0 sunt definite în Fig. VI.12 pentru poziția închisă a paletii directeare.

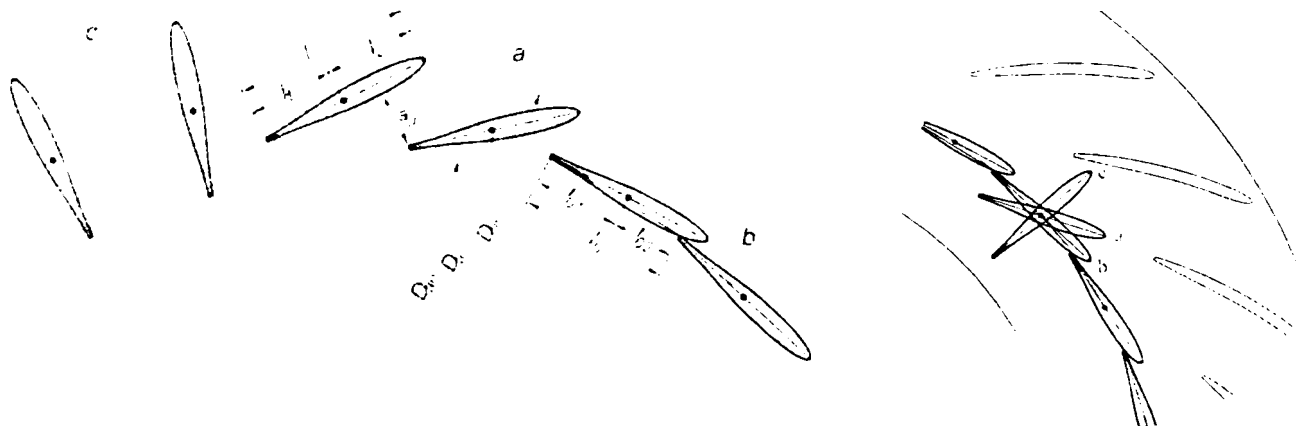


Fig. VI.12 Definirea notațiilor care intervin în relația excentricității axei paletii, Anton (1979).

Tab. VI.1 Excentricitatea axei paletii distribuitorului, n_0 , funcție de poziția axei, e [mm].

e [mm]	R^{gv} [mm]	l [mm]	l_1 [mm]	l_2 [mm]	l_0 [mm]	l_{01} [m]	l_{02} [m]	n_0 [-]
- 5.0	236.772	73.08	30.84	42.24	61.99	30.84	31.15	-0.00247
0.0	239.300	73.08	35.84	37.24	62.65	35.84	26.81	0.07208
+ 5.0	241.828	73.08	40.84	32.24	63.31	40.84	22.47	0.14508
+ 10.0	244.356	73.08	45.84	27.24	63.97	45.84	18.13	0.21656

Tab. VI.1 prezintă valorile lui n_0 considerate, în vederea optimizării poziției axei paletii.

Pentru poziția originală a axei, variația momentului în articulația paletii directoare este prezentată în Fig. VI.13. Prin convenție, se consideră momentul ca fiind negativ atunci când acționează în sensul deschiderii aparatului director, Anton (1979). Se constată că valoarea maximă (în modul) a momentului apare în poziția complet închis. Prin urmare, sistemul de reglare va trebui dimensionat pentru a suporta acest moment, respectiv pentru a putea ține închis aparatul director când se oprește grupul turbinei.

În cazul modificării poziției axei e , va trebui să evaluăm unghiul de deschidere echivalent al noii rețele radiale. Echivalarea din punct de vedere hidrodinamic se face utilizând curba de reglare din Fig. VI.11. Spre exemplu, Tab. VI.2 prezintă calculele efectuate pentru determinarea lui α^{gv} echivalent în cazul $e=+10$ mm. Pentru fiecare din cele șase valori ale debitului considerat au fost efectuate calculele la trei valori ale unghiului α^{gv} . Corespunzător s-au obținut trei valori ale căderii de presiune. Valoarea echivalentă a unghiului de deschidere este determinată prin interpolarea parabolică astfel încât să se obțină valoarea căderii de presiune corespunzătoare valorii debitului din Fig. VI.11, Resiga et al., (2000a).

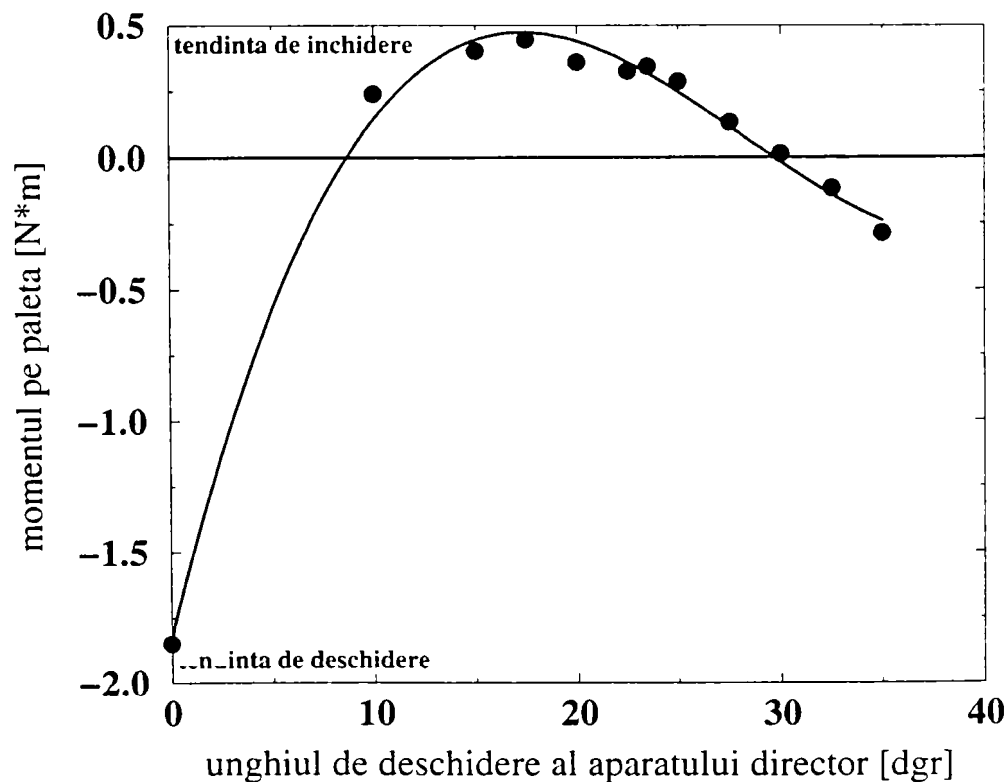


Fig. VI.13 Momentul pe paleta aparatului director, funcție de unghiul de deschidere, pentru excentricitatea $n_0=0.07208$ corespunzătoare lui $e=0$.

Tab. VI.2 Unghiul de deschidere echivalent al aparatului director pentru diferite poziții ale axei de pivotare, în cazul $n_0=0.21656$ corespunzător lui $e=+10$ mm.

Q [m ³ /s]	puncte de calcul	α_{echiv} [°]	Δp [Pa]
0.17602	$\alpha=10.00^\circ \rightarrow \Delta p=51260$	12.23°	35680
	$\alpha=12.02^\circ \rightarrow \Delta p=36780$		
	$\alpha=15.00^\circ \rightarrow \Delta p=21210$		
0.25107	$\alpha=15.00^\circ \rightarrow \Delta p=39690$	17.37°	28785
	$\alpha=17.02^\circ \rightarrow \Delta p=30225$		
	$\alpha=20.00^\circ \rightarrow \Delta p=19660$		
0.31748	$\alpha=20.00^\circ \rightarrow \Delta p=29890$	22.02°	23410
	$\alpha=22.02^\circ \rightarrow \Delta p=23410$		
	$\alpha=25.00^\circ \rightarrow \Delta p=17100$		
0.37525	$\alpha=25.00^\circ \rightarrow \Delta p=23790$	27.02°	19190
	$\alpha=27.02^\circ \rightarrow \Delta p=19190$		
	$\alpha=30.00^\circ \rightarrow \Delta p=14540$		
0.42438	$\alpha=30.00^\circ \rightarrow \Delta p=18240$	32.02°	14990
	$\alpha=32.02^\circ \rightarrow \Delta p=14990$		
	$\alpha=35.00^\circ \rightarrow \Delta p=11515$		
0.46487	$\alpha=35.00^\circ \rightarrow \Delta p=13815$	37.02°	11665
	$\alpha=37.02^\circ \rightarrow \Delta p=11665$		
	$\alpha=40.00^\circ \rightarrow \Delta p=9115$		

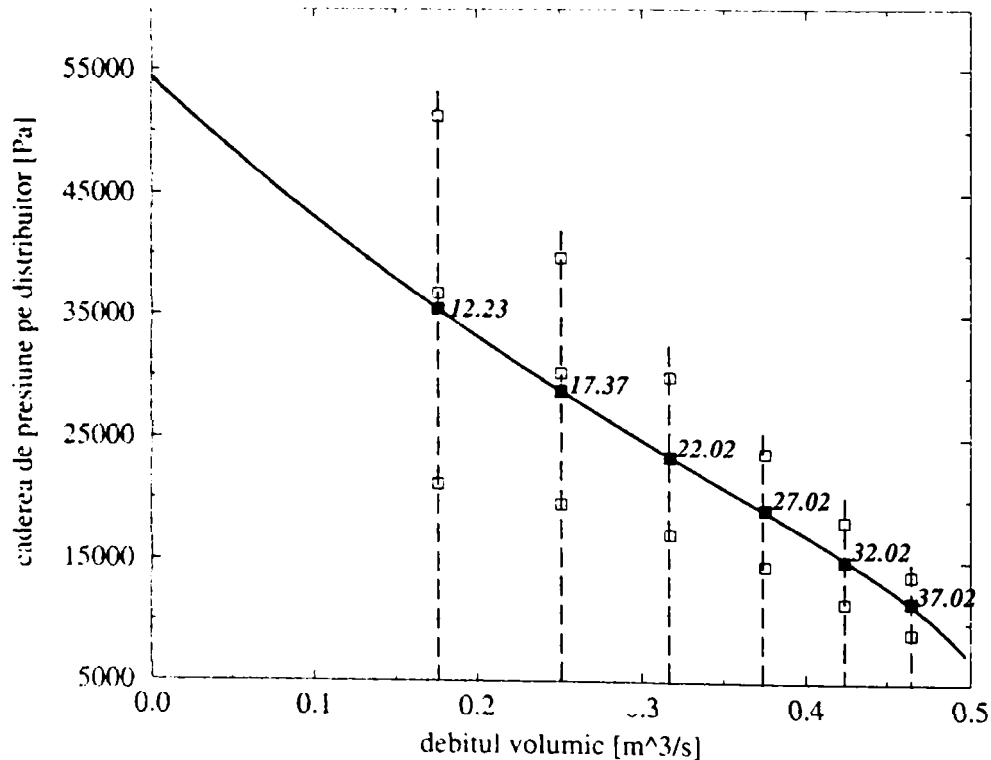


Fig. VI.14 Calculul unghiului echivalent de deschidere al aparatului director pentru excentricitatea axei paletii $n_0=0.21656$ corespunzătoare lui $e=+10$ mm, astfel încât să se păstreze diagrama de reglaj din Fig. VI.11. Lângă fiecare punct de calcul este marcată valoarea corespunzătoare a unghiului de deschidere.

Această metodologie a fost aplicată și pentru celelalte poziții ale axei de pivotare, rezultând valorile echivalente ale unghiului de deschidere din Tab. VI.3. Doresc să evidențiez că această metodologie este originală, și a fost dezvoltată pentru optimizarea geometriei distribuitorului, împreună cu d-l Dr.ing. Romeo Resiga sub coordonarea d-lui Acad. Ioan Anton, Resiga et al., (2000a).

Tab. VI.3 Unghiul de deschidere echivalent al aparatului director pentru diferite poziții ale axei de pivotare.

Debit Q [m^3/s]	cădere pres. Δp [Pa]	poz. axei -5 mm ($n_0=-0.00247$)	poz. axei 0 mm ($n_0=0.07208$)	poz. axei +5 mm ($n_0=0.14508$)	poz. axei +10 mm ($n_0=0.21656$)
0.17602	35467	8.96°	10.0°	11.02°	12.23°
0.25107	28789	13.96°	15.0°	16.02°	17.37°
0.31748	23440	18.96°	20.0°	21.02°	22.02°
0.37525	19028	23.96°	25.0°	26.02°	27.02°
0.42438	15162	28.96°	30.0°	31.02°	32.02°
0.46487	11450	33.96°	35.0°	36.02°	37.02°

Fig. VI.15 prezintă variația momentului în articulația paletii directoare funcție de unghiul de deschidere. Se observă că în acest caz momentul este negativ pe toată plaja de deschideri, cu valoarea maximă (în modul) pentru aparatul director complet închis.

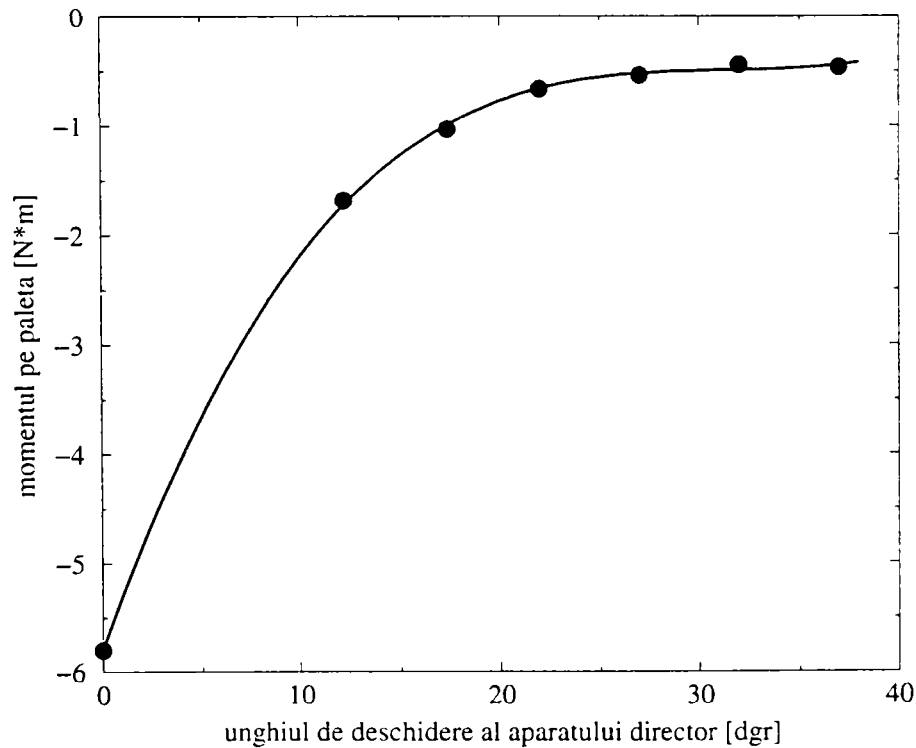


Fig. VI.15 Momentul pe paleta aparatului director, funcție de deschiderea aparatului director, pentru excentricitatea $n_0=0.21656$ corespunzătoare lui $e=+10$ mm.

În continuare este efectuată aceeași analiză pentru $e=+5$ mm și pentru $e=-5$ mm. Fig. VI.16 și Fig. VI.17 prezintă punctele de calcul pe curba de reglaj pentru $e=+5$ mm, iar Fig. VI.18 și Fig. VI.19 corespund lui $e=-5$ mm. Valorile unghiurilor de deschidere echivalente, calculate astfel încât să se mențină neschimbată curba de reglaj din Fig. VI.11 sunt prezentate în Tab. VI.3.

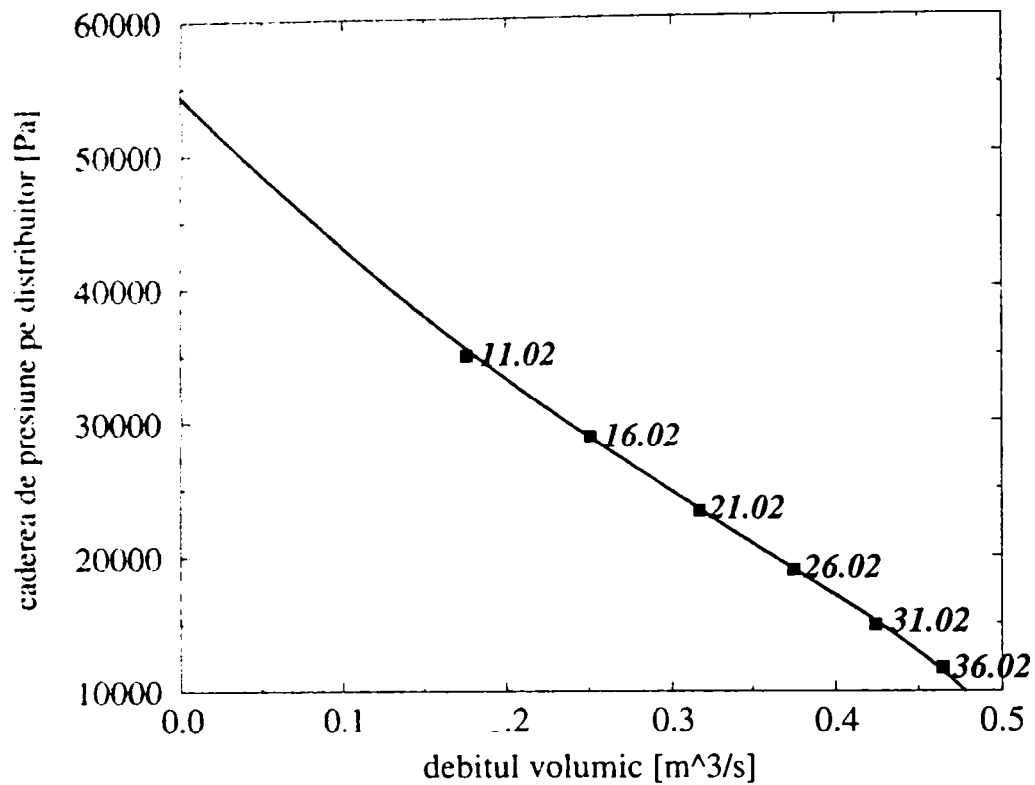


Fig. VI.16 Punctele de calcul pentru aparatul director cu excentricitatea $n_0=0.14508$ (+5 mm), determinate astfel încât să se păstreze diagrama de reglaj din Fig. VI.11. Lângă fiecare punct de calcul este marcată valoarea corespunzătoare a unghiului de deschidere.

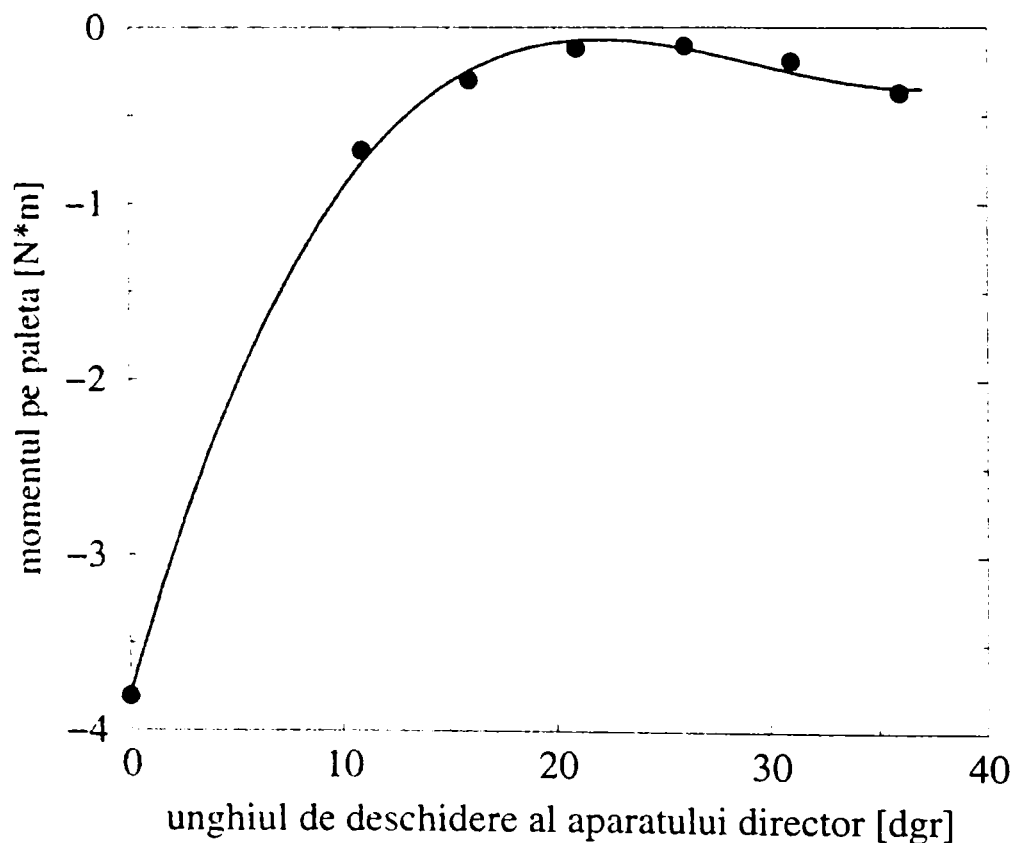


Fig. VI.17 Momentul pe paleta aparatului director, funcție de deschiderea acestuia, pentru excentricitate $n_0=0.14508$ ($e=+5$ mm).

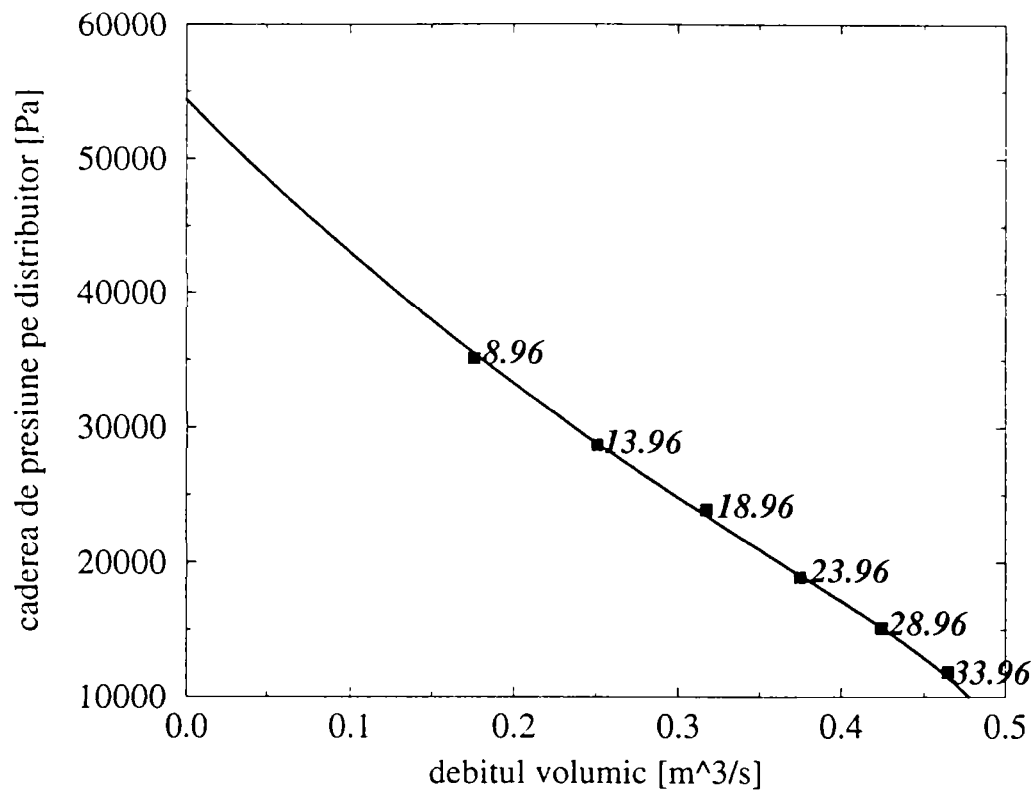


Fig. VI.18 Punctele de calcul pentru aparatul director cu excentricitatea $n_0 = -0.062876$ (-5 mm), determinate astfel încât să se păstreze diagrama de reglaj din Fig. VI.11. Lângă fiecare punct de calcul este marcată valoarea corespunzătoare a unghiului de deschidere.

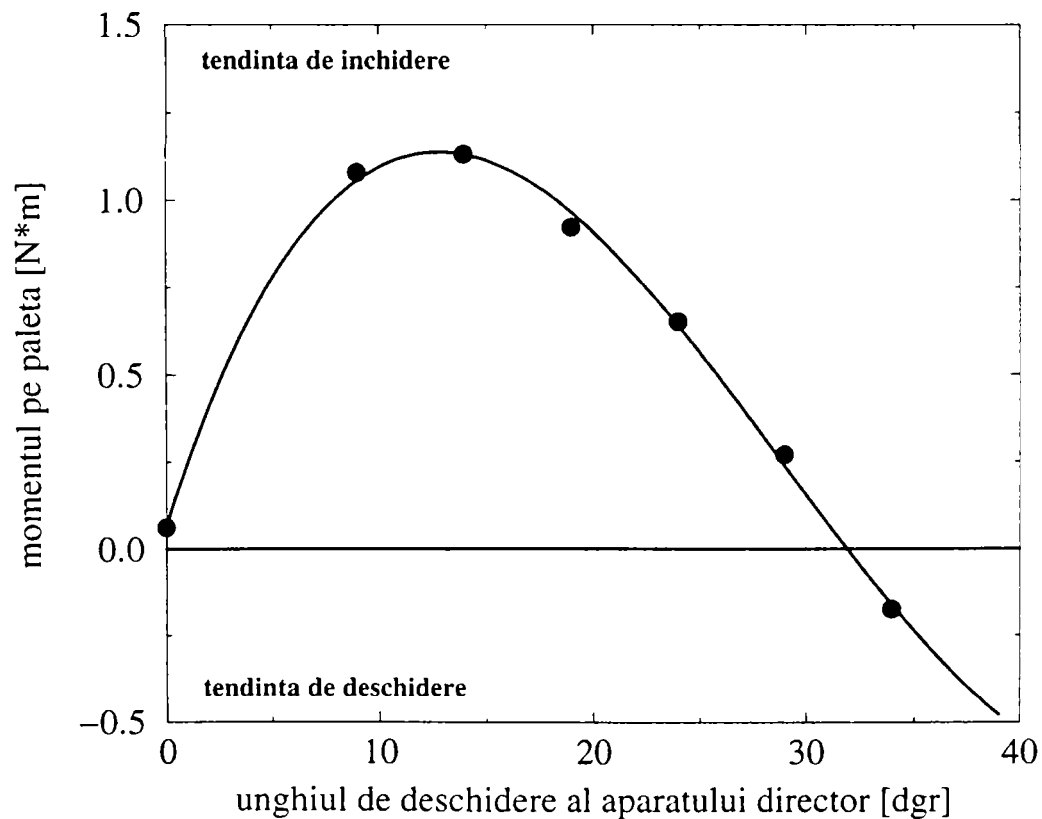


Fig. VI.19 Momentul pe paleta aparatului director, funcție de deschiderea acestuia, pentru excentricitatea $n_0 = -0.00247$ ($e = -5$ mm).

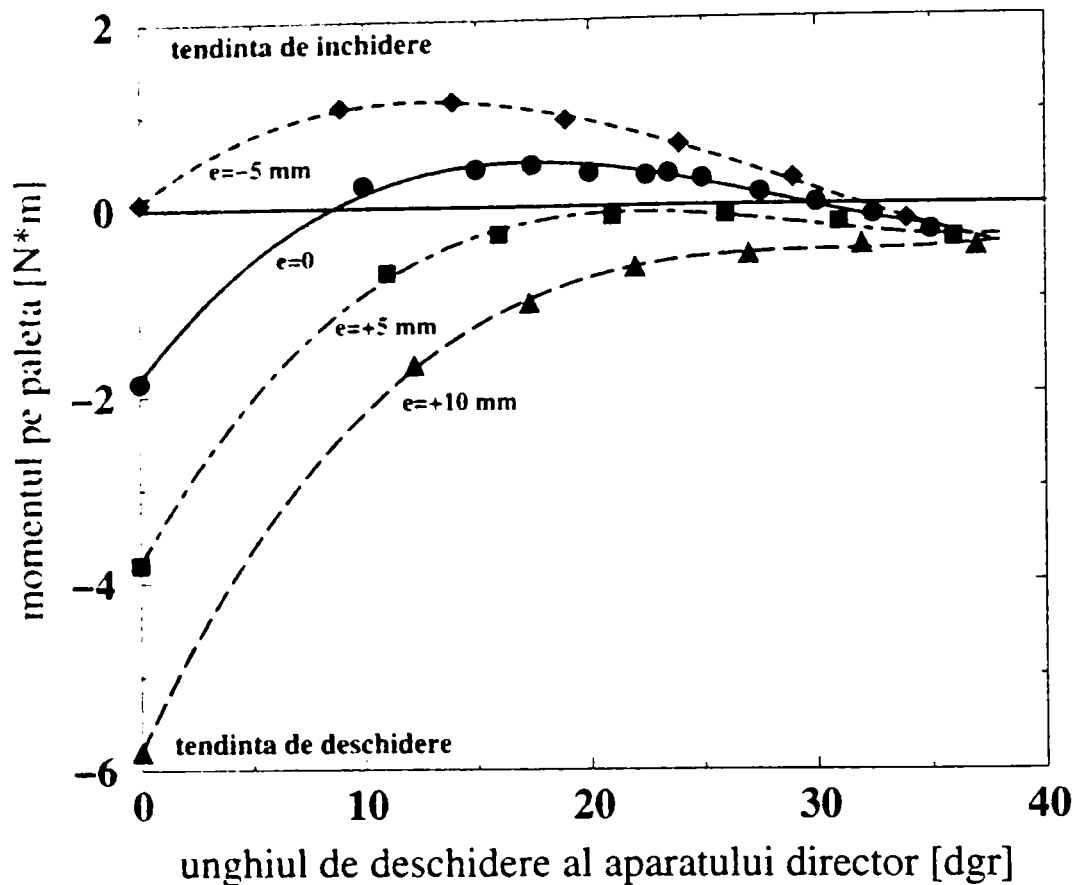


Fig. VI.20 Momentul pe paleta aparatului director, funcție de deschiderea acestuia, pentru diverse poziții ale axei de pivotare.

Fig. VI.20 prezintă toate curbele de variație a momentului obținute pentru diferite poziții ale axei de pivotare. Trebuie remarcat că aceste curbe nu reprezintă calcularea tursorului acțiunii hidrodinamice față de diferite puncte de pivotare, pentru că geometria rețelei radiale și prin urmare forța corespunzătoare acțiunii hidrodinamice evoluează diferit cu unghiul de deschidere de la un caz la altul.

Momentul pentru o paletă de aparat director, considerat în poziția închis, s-a determinat ca fiind produsul dintre forța de presiune ce acționează pe aria activă a paletii și brațul forței față de originea paletii la $e=0$.

$$(M)_0 = \underbrace{\rho(E_{1+2} - g \cdot \Delta z_{0+2})}_{\text{forța de presiune}} \cdot (b \cdot l_0) \cdot \underbrace{\left(l_1 - \frac{l_0}{2}\right)}_{\text{bratul forței}} \quad (\text{VI.4})$$

unde: ρ este densitatea, E_{1-2} reprezintă energia hidraulică între secțiunile 1 și 2 (vezi Tab. III.2 de la pagina 79), Δz_{0+2} diferența de cotă dintre secțiunile 0 și 2, b înălțimea aparatului director, l_0 și l_1 sunt notațiile prezentate în Fig. VI.12 a căror valori sunt specificate în Tab. VI.1.

Analiza Fig. VI.20 relevă faptul că modificarea poziției axei de pivotare are ca efect modificarea valorilor maxime (în modul) a momentului în articulație, precum și a valorii unghiului de deschidere la care apare acest maxim. Pentru trei din pozițiile considerate, solicitarea maximă a sistemului de reglaj are loc la închiderea completă a aparatului director, pe când pentru cea de-a patra poziție ($e=-5$ mm) momentul maxim apare la o valoare a unghiului de deschidere mai mică decât deschiderea nominală.

Apare deci problema alegerii optime a poziției axei de pivotare în vederea minimizării valorii extreme ale momentului de acționare a paletii.

VI.5. Optimizarea poziției axei de pivotare a paletelor aparatului director

În vederea optimizării distribuției momentului pe întreaga plajă de variație a unghiului de deschidere, vom construi mai întâi o regresie polinomială pentru fiecare curbă din Fig. VI.20, de forma:

$$M = a_0 + a_1\alpha + a_2\alpha^2 + a_3\alpha^3, \quad (\text{VI.5})$$

unde coeficienții a_0 , a_1 , a_2 și a_3 sunt prezentați în Tab. VI.4. Coeficientul a_0 reprezintă valoarea momentului pentru aparatul director complet închis, iar al doilea maxim al curbei (care se atinge până la deschiderea maximă) este prezentat în ultima coloană a tabelului.

Tab. VI.4 Coeficienții polinoamelor de regresie ce aproximează curbele de moment.

e [mm]	a_0	a_1	a_2	a_3	M_{\max} [N.m]
-5	0.06916	0.1847	-9.288e-3	1.075e-4	1.122
0	-1.831	0.3127	-1.306e-2	1.550e-4	0.474
+5	-3.792	0.4221	-1.532e-2	1.737e-4	-0.075
+10	-5.790	0.5028	-1.600e-2	1.708e-4	-0.474
-2.697	-0.8165	0.247	-1.122e-2	1.322e-4	0.8165

În Fig. VI.21 am reprezentat grafic variația celor două extreme ale momentului funcție de poziția axei descrisă prin e [mm]. Atât momentul la închidere completă, $(M)_o$, cât și momentul maxim $(M)_{\max}$ au practic o variație liniară cu e , și în Fig. VI.21 sunt prezentate și cele două drepte de regresie. Intersecția acestor drepte marchează egalitatea celor două valori extreme ale momentului.

Prin urmare, *definim ca fiind optimă poziția axei de pivotare a paletelor aparatului director pentru care valorile extreme ale momentului de acționare sunt egale în modul*. Punctul corespunzător este marcat în Fig. VI.21 și corespunde poziției axei $e = -2.697$ mm, respectiv unei valori maxime (în modul) a momentului de 0.8165 N.m.

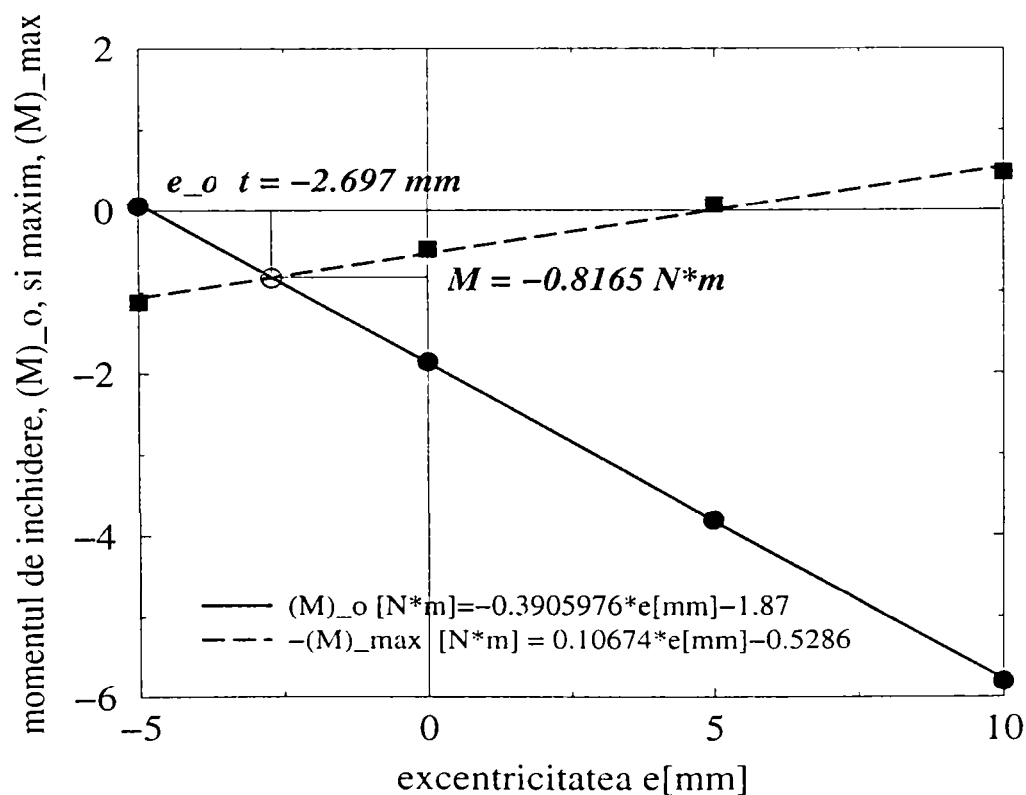


Fig. VI.21 Determinarea excentricității optime astfel încât valorile extreme ale momentului de acționare a paletelor aparatului director să fie egale în modul.

Pentru acest paletaj de aparat director, diametrul corespunzător momentului optim este $(D^{gv})_{opt} = 475.872 \text{ mm}$ ($(R^{gv})_{opt} = 237.936 \text{ mm}$). Celelalte valori necesare pentru calculul excentricității sunt prezentate în Tab. VI.5.

Tab. VI.5 Prezentarea comparativă a rezultatelor pentru deschiderea nominală și optimă

e [mm]	R^{gv} [mm]	l [mm]	l_1 [mm]	l_2 [mm]	l_0 [mm]	l_{01} [m]	l_{02} [m]	n_0 [-]
0.0	239.300	73.08	35.84	37.24	62.65	35.84	26.81	0.07208
-2.697	237.936	73.08	33.14	27.24	62.29	33.14	29.15	0.03206

Conform definiției excentricității dată în relația (VI.3), vom avea pentru poziția optimă a axei de pivotare

$$n_0 = 0.032$$

Literatura de specialitate, Kovalev (1961) p. 223, Anton (1979) p. 324, recomandă pentru un aparat director cu un număr de 24 de palete cu profil simetric valoarea $n_0 = 0.040$. Valoarea obținută în prezenta lucrare se apropie foarte mult de specificarea din literatură, confirmând metodologia modernă de calcul utilizată.

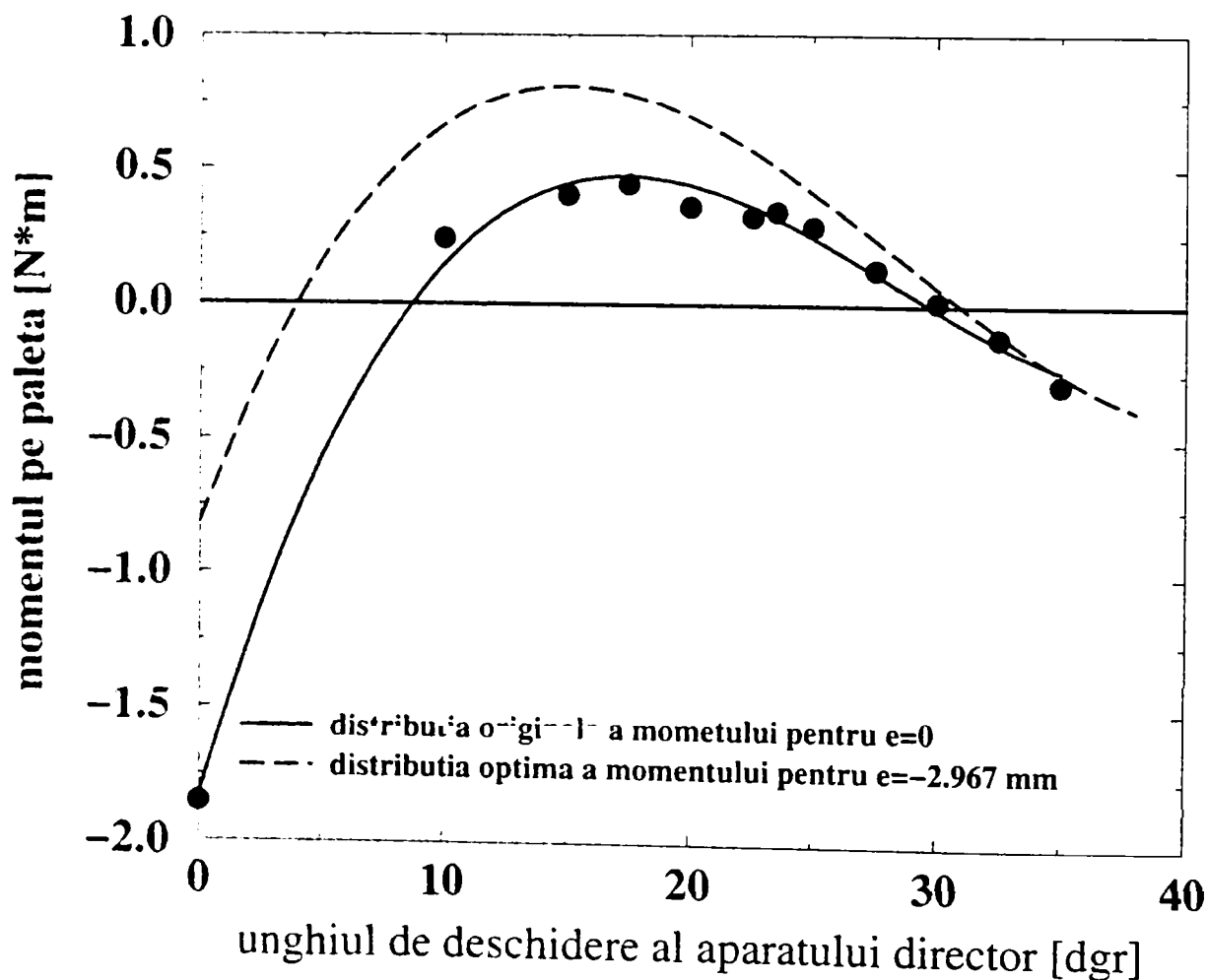


Fig. VI.22 Optimizarea variației momentului pentru paleta aparatului director, prin modificarea excentricității axei de la $e = 0$ la $e = -2.697 \text{ mm}$.

Curba de moment optim pe paleta aparatul director este un polinom de ordinul trei (vezi relația (VI.5)), pentru care trebuie să determinăm coeficienților a_{0opt} , a_{1opt} , a_{2opt} și a_{3opt} corespunzători deschiderii optime $e_{opt} = -2.697 \text{ mm}$. Cum a_0 are interpretare geometrică și reprezintă

valoarea momentului pentru poziția de închis, în consecință $a_{0opt}=-0.8165$. Pentru determinarea celorlalți coeficienți, pornind de la valorile din Tab. VI.4 se construiesc prin regresie, următoarele polinoame de ordinul al doilea:

$$\begin{aligned} a_1 &= -4.73 \cdot 10^{-4} \cdot (e[\text{mm}])^2 + 2.364 \cdot 10^{-2} \cdot (e[\text{mm}]) + 3.142 \cdot 10^{-1} \\ a_2 &= 3.092 \cdot 10^{-5} \cdot (e[\text{mm}])^2 - 6.025 \cdot 10^{-4} \cdot (e[\text{mm}]) - 1.307 \cdot 10^{-2} \\ a_3 &= -5.04 \cdot 10^{-7} \cdot (e[\text{mm}])^2 + 6.692 \cdot 10^{-6} \cdot (e[\text{mm}]) + 1.539 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

Corespunzător deschiderii optime se obțin $a_{1opt}=0.247$, $a_{2opt}=-0.01122$ și $a_{3opt}=0.00013218$, iar polinomul de ordinul trei al momentului optim este:

$$(M)_{opt} = -8.165 \cdot 10^{-1} + 2.47 \cdot 10^{-1} \cdot \alpha [^\circ] - 1.122 \cdot 10^{-2} \cdot (\alpha [^\circ])^2 + 1.322 \cdot 10^{-4} \cdot (\alpha [^\circ])^3 \quad (\text{VI.6})$$

Fig. VI.22 prezintă distribuția inițială (linie continuă) și optimizată (linie întreruptă, relația (VI.6)) a momentului de acționare a paletelor aparatului director. Se poate observa ușor că variația optimizată prezintă o distribuție mai favorabilă a momentului pe întreaga plajă de variație a unghiului de deschidere, respectiv o reducere cu peste jumătate a valorii momentului pentru care se dimensionează servomecanismul de reglare al turbinei.

În ceea ce privește dimensionarea fusului articulației paletelor directe, valoarea maximă a forței corespunde practic poziției complet închis și nu depinde de poziția axei de pivotare.

Fig. VI.23, Fig. VI.24, Fig. VI.25 și Fig. VI.26 prezintă evoluția componentelor tangențială și radială, respectiv a modului forței în fusul paletelor, funcție de deschidere. Se constată că solicitarea principală are loc în direcție radială, și scade monoton odată cu deschiderea.

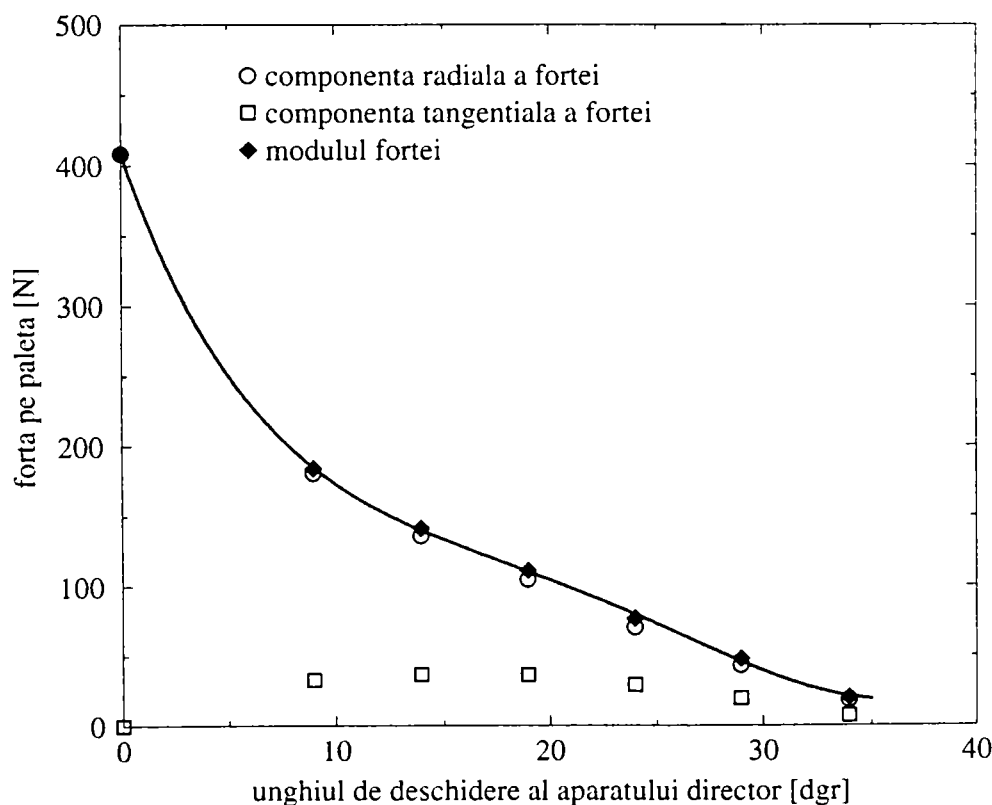


Fig. VI.23 Forța rezultată pe paleta aparatului director pentru excentricitate de $n_0=-0.00247$ corespunzătoare lui $e=-5$ mm.

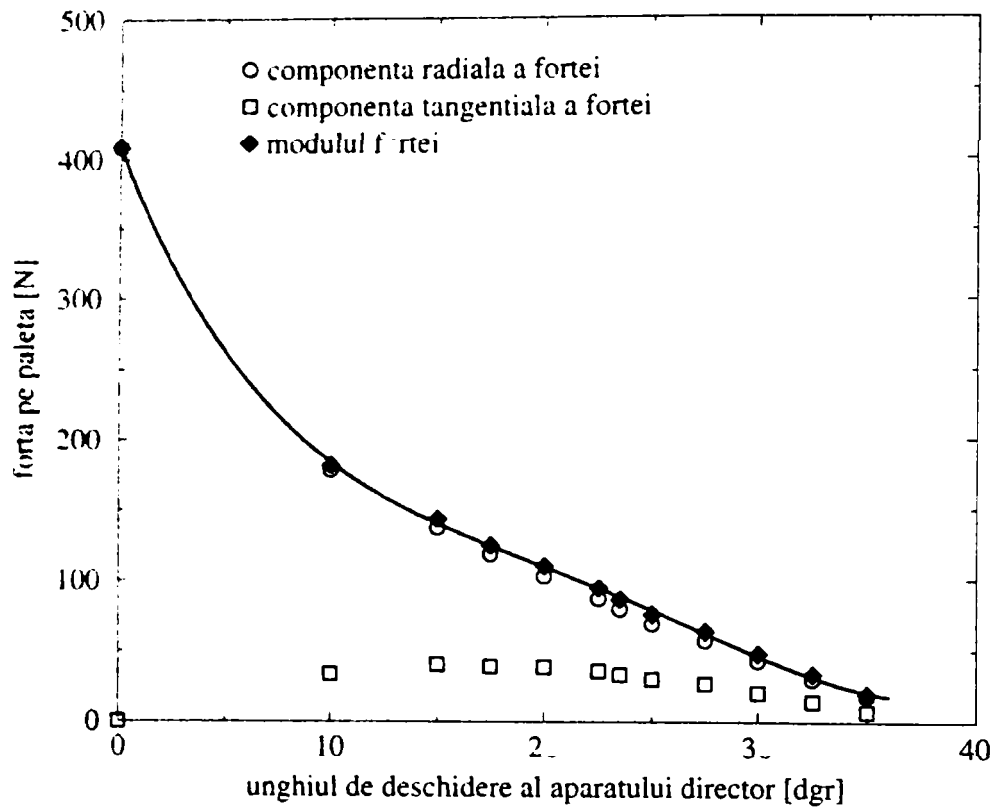


Fig. VI.24 Forța rezultată pe paleta aparatului director pentru excentricitate de $n_0=0.07208$ corespunzătoare lui $e=0$.

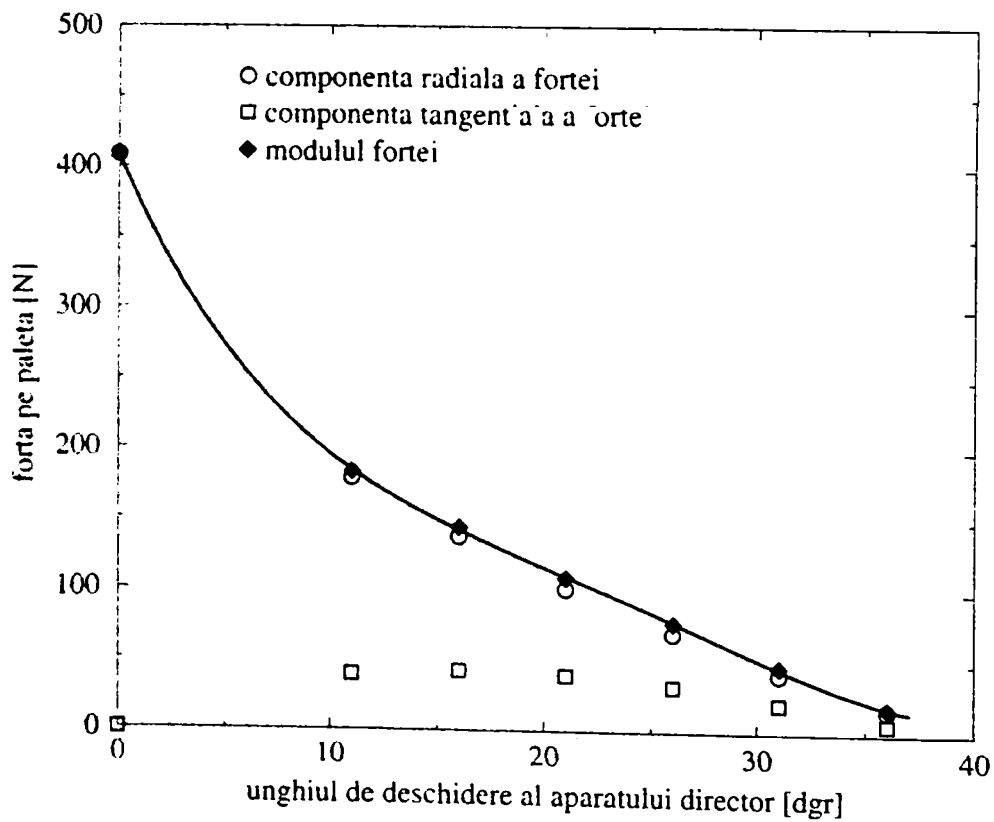


Fig. VI.25 Forța rezultată pe paleta aparatului director pentru excentricitate de $n_0=0.14508$ corespunzătoare lui $e=+5$ mm.

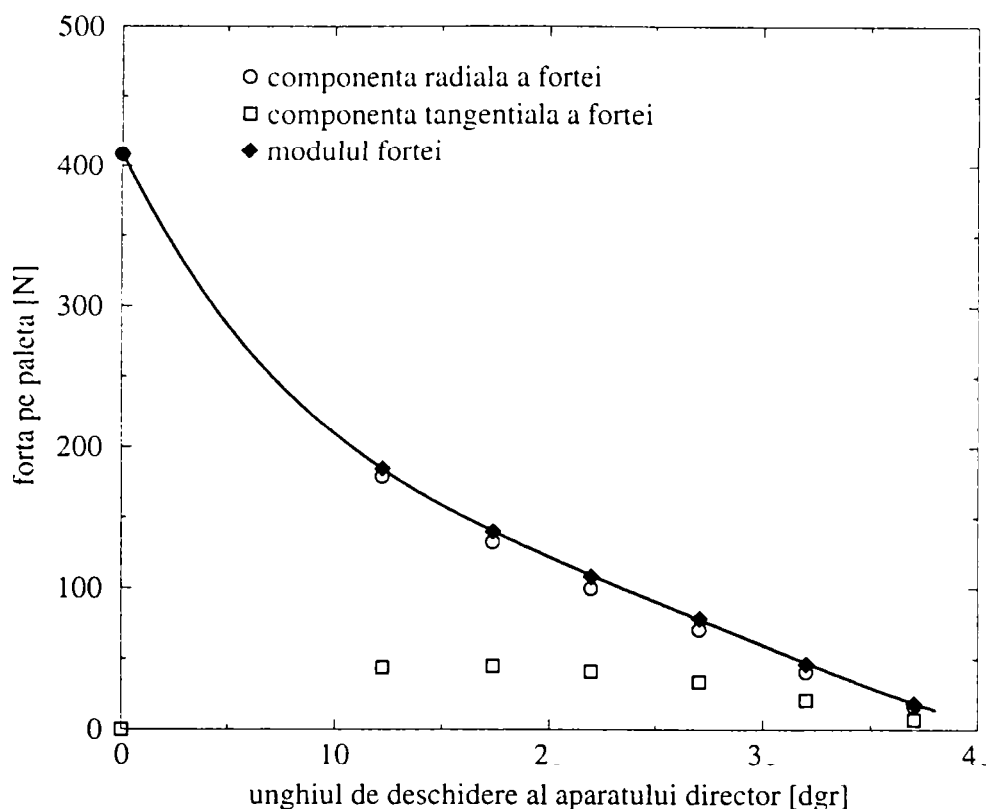


Fig. VI.26 Forța rezultată pe paleta aparatului director pentru excentricitate de $n_0=0.21656$ corespunzătoare lui $e=+10$ mm.

VI.6. Calculul mărimilor adimensionale

Mărimile adimensionale definite în Gheorghiu (1976), Anton (1979) p. 324,

$$\bar{a}_0 = \frac{a_0}{\frac{\pi D_{ref}}{Z^{gv}}} \quad (VI.7)$$

$$c_M = \frac{M}{\rho \frac{Q^2}{D_{ref}}} \quad (VI.8)$$

permit determinarea dependențelor $c_M = f(\bar{a}_0)$ pentru n_0 specificat.

Pentru $e=0$ se construiește prin regresie polinomială funcția de gradul trei ce aproximează relația de legătură dintre unghiul de deschidere $\alpha^{gv} [^\circ]$ și deschiderea relativă \bar{a}_0 a aparatului director. Această funcție s-a construit prin citirea valorilor lui a_0 corespunzătoare unghiurilor de deschidere $\alpha^{gv} [^\circ] = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 50, 60, 70, 80$ și este

$$\bar{a}_0 = 1.42 \cdot 10^{-3} + 1.922 \cdot 10^{-2} \cdot (\alpha^{gv} [^\circ]) - 2.9497 \cdot 10^{-5} \cdot (\alpha^{gv} [^\circ])^2 - 7.14898 \cdot 10^{-7} \cdot (\alpha^{gv} [^\circ])^3.$$

Citirea valorilor lui a_0 funcție de unghiul de deschidere $\alpha^{gv} [^\circ]$ pentru cele 4 excentricități n_0 , a fost posibilă prin construirea unor proceduri LISP ce permit calculul și trasarea rețelelor radiale respectiv a rețelelor radiale echivalente *geometric*.

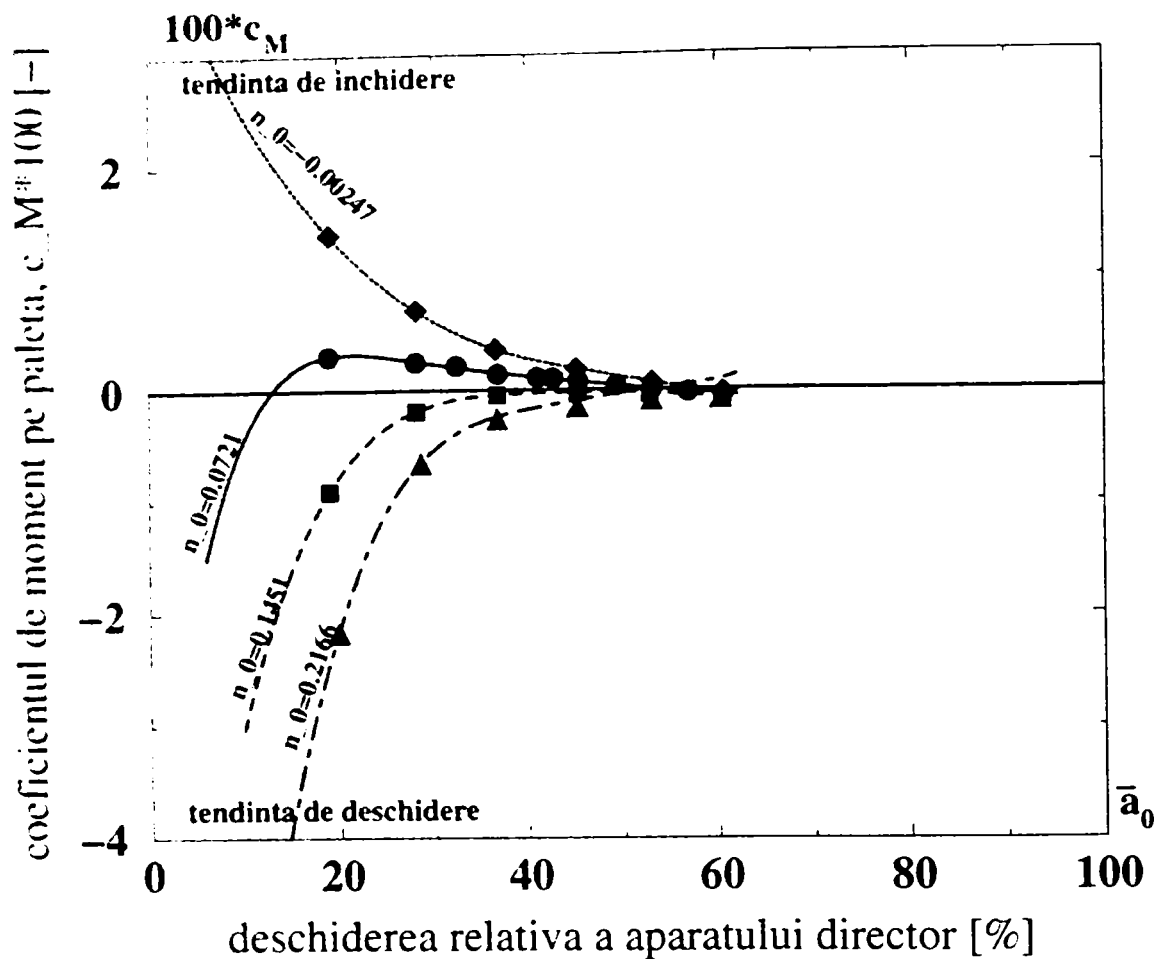


Fig. VI.27 Coeficientul de moment pe paleta aparatului director, funcție de deschiderea relativă a acestuia, pentru diverse excentricități.

VI.7. Concluzii

În acest capitol s-a dezvoltat o metodologie proprie pentru studiul funcționării distribuitorului pe toată gama de deschideri, evidențiindu-se următoarele contribuții originale și concluzii:

- se stabilește variația debitului funcție de unghiul de deschidere al aparatului director, utilizând diagrama universală determinată experimental pentru turbina Francis GAMM. Datele obținute din diagrama universală sunt extrapolate prin regresie polinomială pentru întreg domeniul de variație al unghiului de deschidere, de la complet închis până la deschiderea maximă;
- pentru fiecare valoare a debitului determinată anterior se calculează căderea de presiune pe distribuitor. Curba cădere de presiune funcție de debit, reprezintă curba de reglaj a distribuitorului și depinde de funcționarea întregii turbomașini. Această dependență trebuie să rămână nemodificată indiferent de geometria particulară a rețelei radiale a aparatului director. Pornind de la această idee s-a construit o metodologie de *echivalare hidrodinamică* a diferitelor geometrii de aparat director. Prima etapă în echivalarea hidrodinamică constă din *echivalarea geometrică*, a căror relații sunt determinate. Avantajele utilizării uneia sau alteia dintre echivalările prezentate, derivă din resursele de calcul disponibile, a timpului alocat pentru obținerea soluției corelate cu acuratețea soluției;
- se aleg pentru studiu patru poziții ale axei de pivotare a aparatului director și pentru fiecare se stabilesc valorile echivalente ale unghiurilor de deschidere necesare

obținerii a șase valori prestabilite pentru debit, utilizând metodologia de echivalare hidrodinamică amintită anterior;

- se calculează variația momentului în articulația paletelor aparatului director funcție de deschidere, constatându-se că nici una din pozițiile axei de pivotare alese nu realizează un optim al distribuției momentului;
- este definită o tehnică de optimizare a poziției axei de pivotare, astfel încât să *minimizăm valoarea momentului maxim ce apare pe paletele aparatului director*. Metodologia de optimizare definită aici furnizează o valoare optimă a excentricității $n_0=0.032$, față de valoarea recomandată în literatură pentru aparate directoare cu 24 de palete cu profil simetric, $n_0=0.040$;
- alegerea poziției optime a articulației paletelor directoare reduce cu peste jumătate valoarea momentului de calcul necesar pentru sistemul de reglare al turbinei, și prin urmare permite dimensionarea lui mult mai economică. Forța maximă pe paletă nu depinde de poziția axei de pivotare;
- determinarea curbelor coeficienților de moment funcție de deschiderea relativă a aparatului director, pentru cele patru excentricități considerate.

În concluzie, principala contribuție a capitolului este: ***stabilirea și optimizarea metodologiei de alegere a poziției axei paletelor aparatului director pentru a asigura un sistem de reglare robust și economic, utilizând simulare numerică a curgerii tridimensionale a fluidului incompresibil Euler prin distribuitorul turbinei Francis.***

Capitolul VII

VII. Analiza numerică a curgerii 3D în rotorul turbinei Francis GAMM în afara punctului optim de funcționare

VII.1. Introducere

Pentru calculul rotorului la diverse puncte de funcționare sunt necesare condițiile la limită corespunzătoare regimului de lucru. Cu alte cuvinte, pentru modelarea curgerii în rotorul turbinei Francis GAMM se utilizează ca date inițiale *profilul de viteză în secțiunea de intrare a domeniului de analiză* (secțiune ce coincide cu ieșirea din distribuitor) și *condiția de echilibru a presiunii în secțiunea de ieșire a domeniului de analiză* (secțiune ce coincide cu intrarea în tubul de aspirație). Dacă pentru punctul optim de funcționare dispunem de profilul de viteze măsurat în secțiunea de intrare în rotor și astfel s-a putut realiza modelarea curgerii (vezi capitolul V), pentru calculul în afara punctului optim de funcționare **nu** mai dispunem de date experimentale în secțiunea de intrare. Cu alte cuvinte, s-a conceput o metodologie de determinare a condițiilor la limită de la intrare în rotor pentru orice regim de lucru (ϕ, α) respectiv (Q, α) . Deoarece secțiunea de intrare în rotor coincide cu secțiunea de ieșire din distribuitor, această metodologie are la bază un *algoritm iterativ* de calculul cuplat *distribuitor-rotor*. Descrierea, validarea și testarea algoritmului cuplat distribuitor-rotor sunt prezentate în continuare.

VII.2. Metodologia pentru calculul curgerii în afara punctului optim de funcționare

Metodologia pentru calculul în afara punctului optim de funcționare, implică parcurgerea următoarelor etape:

1. Definirea mărimilor asociate punctului de funcționare considerat;
2. Alegerea parametrilor punctului de funcționare $(Q, \alpha)_x$;
3. Determinarea presiunii de referință de la intrarea în tubul de aspirație corespunzător punctului de funcționare $(Q, \alpha)_x$;

$$(p_{ref})_x = f(Q, \alpha)_x$$
4. Simularea numerică cuplată distribuitor-rotor conform algoritmului prezentat în secțiunea VII.2.4;
5. Calculul mărimilor asociate punctului de funcționare considerat.

VII.2.1. Definierea mărimilor pentru calculul în afara punctului optim de funcționare

- *calculul energiei hidraulice specifice* $(E_{ref})_x$ între secțiunea de intrare în distribuitor (notată cu "I") și cea de intrare în tubul de aspirație (notată cu "ref"):

$$(E_{ref})_x = \left(gz_I + \frac{p_I}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{Q_I^2}{S_I^2} \right)_x - \left(gz_{ref} + \frac{p_{ref}}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{Q_{ref}^2}{S_{ref}^2} \right)_x$$

ținând cont că $Q_I = Q_{ref} = Q_x$ și grupând termenii se obține:

$$(E_{ref})_x = g(z_I - z_{ref}) + \frac{1}{2} \frac{Q_x^2}{S_{ref}^2} \left(\frac{S_{ref}^2}{S_I^2} - 1 \right) + \frac{(p_I - p_{ref})_x}{\rho}$$

în care: primul termen, $g(z_1 - z_{ref})$, depinde doar de elementele geometrice fiind independent de regimul de funcționare ales. Pentru al doilea termen, influența regimului de funcționare se regăsește prin debitul considerat Q_x , în timp ce al treilea termen este funcție de diferența de presiune $(p_1 - p_{ref})_x$ dintre secțiunile de intrare în distribuitor și intrare în tubul de aspirație, diferență care se obține în urma simulării numerice. Este important să subliniat faptul, că în ultimul termen se utilizează *căderea de presiune*, aceasta eliminând dependența energiei hidraulice specifice de presiunea de referință p_{ref} .

- calculul coeficienților de viteză $(c_r)_x$, $(c_u)_x$, $(c_z)_x$, $(c_m)_x$, $(c)_x$ respectiv $(c_w)_x$:

- coeficientul componente radiale a vitezei absolute: $(c_r)_x = \frac{(V_r)_x}{\sqrt{2(E_{ref})_x}}$

- coeficientul componente tangențiale a vitezei absolute: $(c_u)_x = \frac{(V_u)_x}{\sqrt{2(E_{ref})_x}}$

- coeficientul componente axiale a vitezei absolute: $(c_z)_x = \frac{(V_z)_x}{\sqrt{2(E_{ref})_x}}$

- coeficientul componente meridionale a vitezei absolute: $(c_m)_x = \frac{(V_m)_x}{\sqrt{2(E_{ref})_x}}$

- coeficientul vitezei absolute: $(c)_x = \frac{(V)_x}{\sqrt{2(E_{ref})_x}}$

- coeficientul vitezei relative: $(c_w)_x = \frac{(W)_x}{\sqrt{2(E_{ref})_x}}$

- calculul coeficientului de presiune $(c_p)_x$:

$$(c_p)_x = \frac{p_x - (p_{ref})_x}{\rho(E_{ref})_x}$$

se remarcă faptul că și în calculul coeficientului de presiune se utilizează diferența de presiune $p_x - (p_{ref})_x$, oferind un grad de libertate în alegerea presiunii de referință;

VII.2.2. Alegerea punctelor de calcul în afara punctului optim.

Pentru studiul curgerii în afara punctului optim de funcționare s-au ales 8 puncte: 4 la deschidere optimă constantă și 4 la energie optimă constantă.

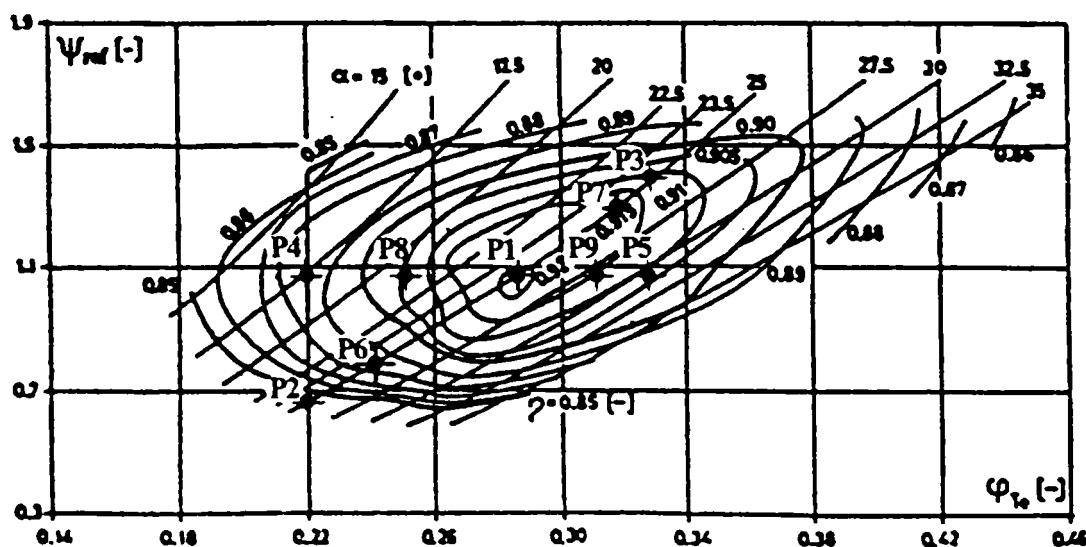


Fig. VII.1 Dispunerea celor 8 puncte în afara punctului optim de funcționare.

În Tab. VII.1 și Tab. VII.2 sunt prezentate caracteristicile punctelor de funcționare considerate.

Tab. VII.1 Caracteristicile punctelor considerate la deschidere constantă.

Nr. Punct	φ [-]	α [°]	Date experimentale disponibile
P2	0.22 (0.77Q _{opt})	25.5	Avellan et al. (1990), Gros et al. (1998)
P6	(0.85Q _{opt})	25	Cobut et al. (1996), Gros et al. (1998)
P1	0.286 (Q _{opt})	25	Sottas & Ryhming (1993)
P7	(1.12Q _{opt})	25	Cobut et al. (1996)
P3	0.33 (1.17Q _{opt})	25.5	Avellan et al. (1990), Gros et al. (1998)

Tab. VII.2 Caracteristicile punctelor considerate la energie constantă.

Nr. punct	φ [-]	α [°]	Date experimentale disponibile
P4	0.22 (0.77Q _{opt})	19.5	Avellan et al. (1990), Gros et al. (1998)
P8	(0.9Q _{opt})	21.65	-----
P1	0.286 (Q _{opt})	25	Sottas & Ryhming (1993)
P9	(1.1Q _{opt})	28.75	-----
P5	0.33 (1.17Q _{opt})	33	Avellan et al. (1990), Gros et al. (1998)

VII.2.3. Calculul presiunii de referință la intrarea în tubul de aspirație pentru întreaga gamă de deschideri a distribuitorului

Deoarece măsurători de presiune pentru turbina Francis GAMM s-au realizat doar la punctul nominal de funcționare, apare necesitatea determinării presiunii pentru funcționarea în afara punctului nominal. Simularea curgerii în rotor, necesită impunerea distribuției de presiune în secțiune de intrare în tubul de aspirație, sau în cazul utilizării condiției de echilibru a presiunii, este suficientă cunoșterea presiunii doar într-un punct de pe suprafața de ieșire. În acest caz se utilizează presiunea la peretele tubului de aspirație, denumită *presiune de referință* (p_{ref})_x.

În continuare se prezintă raționamentul de determinare a presiunii de referință pentru întreaga gamă de debite, raționament ce se bazează pe studierea articolului Kubota et al. (1996). Determinarea presiunii de referință are ca punct de plecare ecuația Bernoulli, scrisă între secțiunea de intrare în camera spirală (marcată cu "I"), și secțiunea de ieșire din tubul de aspirație (marcată cu "Ī").

$$\left(E_{I,\bar{I}}\right)_x = \left(gz_I + \frac{p_I}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{Q_I^2}{S_I^2}\right)_x - \left(gz_{\bar{I}} + \frac{p_{\bar{I}}}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{Q_{\bar{I}}^2}{S_{\bar{I}}^2}\right)_x \quad (VII.1)$$

Ecuația de mai sus este valabilă numai dacă curgerea în ambele secțiuni, de intrare și ieșire, este uniformă, fără vârtej. În general, când curgerea are vârtej, este necesar să se corecteze energia cu cea datorată vârtejurii.

În secțiunea de intrare a turbinei, la intrarea în camera spirală, curgerea este uniformă și energia hidraulică specifică este destul de bine aproximată utilizând presiunea de la perete și viteza medie pe secțiune. Curgerea în secțiunea de intrare a tubului de aspirație se modifică mult cu punctul de funcționare, de la o curgere uniformă în apropierea punctului de optim, până la o curgere cu vârtej și recirculare la puncte depărtate de punctul optim. În schimb, la ieșirea din tubul de

aspirație avem o curgere distorsionată cu vârtej și recirculare. În acest caz, evaluarea energiei hidraulice specifice cu presiunea la perete și viteza medie pe secțiune este eronată.

Calculul energiei hidraulice specifice pentru curgerea cu vârtej liber de la intrarea în tubul de aspirație $(E_{ref})_x$, este calculată într-o primă aproximație cu presiunea de la perete și viteza medie pe secțiune. Dacă se determină pierderea de energie hidraulică între secțiunea de intrare în camera spirală și secțiunea de intrare în tubul de aspirație $(E_{l,ref})_x$ se obține o mai corectă evaluarea a acesteia decât $(E_{I,\bar{I}})_x$. Kubota et al. (1996).

$$(E_{l,ref})_x = \left(gz_I + \frac{p_I}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{Q_I^2}{S_I^2} \right)_x - \left(gz_{ref} + \frac{p_{ref}}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{Q_{ref}^2}{S_{ref}^2} \right)_x \quad (VII.2)$$

$(E_{l,ref})_x$ atinge maximum la punctul de operare unde $(E_{ref})_x$ devine minim pentru $(E_I)_x$ impus și unde energia Euler a rotorului devine maximă. Cum $(E_{ref})_x$ devine minimă în punctele în care nu are vârtej, randamentul de energie obținut cu $(E_{l,ref})_x$ atinge maximum în aceste puncte. Deoarece $(E_{l,ref})_x$ nu include pierderea de energie hidraulică din tubul de aspirație, randamentul calculat cu $(E_{l,ref})_x$ trebuie să fie mai mare decât cel calculat cu $(E_{I,\bar{I}})_x$, Kubota et al. (1996).

Ca urmare, pentru energia specifică recuperată în tubul de aspirație avem relația:

$$(\Delta\psi_{ref,\bar{I}})_x \equiv (\Delta\psi_{I,\bar{I}})_x - (\Delta\psi_{l,ref})_x = \frac{2(E_{ref} - E_{\bar{I}})_x}{\omega^2 R_{ref}^2} \quad (VII.3)$$

Înlocuind în (VII.3), relațiile (VII.1) respectiv (VII.2) și grupând termenii se obține:

$$(p_{ref})_x = p_{\bar{I}} + g(z_{ref} - z_{\bar{I}}) + \frac{\rho}{2} \frac{Q_x^2}{S_{ref}^2} \left[\left(\frac{S_{ref}}{S_{\bar{I}}} \right)^2 - 1 \right] + \frac{\rho\omega^2 R_{ref}^2}{2} (\Delta\psi_{IEC})_x \quad (VII.4)$$

unde s-a utilizat notația $(\Delta\psi_{ref,\bar{I}})_x = (\Delta\psi_{IEC})_x$ pentru a păstra notația din articolul, Kubota et al. (1996).

Din relația (VII.4), se observă că pentru a calcula presiunea de referință $(p_{ref})_x$ trebuie să cunoaștem:

- $p_{\bar{I}}$ presiunea la ieșire din tubul de aspirație;
- $z_{ref} - z_{\bar{I}}$ diferența cotelor pentru secțiunea de intrare și ieșire din tubul de aspirație;
- Q_x debitul regimului de funcționare considerat;
- ρ densitatea lichidului vehiculat;
- R_{ref} , S_{ref} raza respectiv aria secțiunii de intrare în tubul de aspirație;
- $S_{ref}/S_{\bar{I}}$ raportul ariilor de intrare și ieșire din tubul de aspirație;
- ω viteza unghiulară a rotorului;
- $(\Delta\psi_{IEC})_x$ energia hidraulică specifică recuperată pe tubul de aspirație corespunzătoare punctului de funcționare considerat.

Pentru o evaluare cât mai corectă a presiunii de referință $(p_{ref})_x$ la peretele tubului de aspirație, trebuie să corectăm $(p_{ref})_x$ cu presiunea datorată vârtejurii respectiv a forțelor centrifuge. Acest lucru se va trata în continuare.

Toate mărimile în evaluarea lui $(p_{ref})_x$ sunt cunoscute, mai puțin $(\Delta\psi_{IEC})_x$ energia hidraulică specifică recuperată de tubul de aspirație. În plus, conform relației (VII.3), $(\Delta\psi_{IEC})_x$ nu ține cont de pierderea datorată vârtejurii și presiunea generată de forțele centrifuge, de aceea se determină conform relației, Kubota et al. (1996):

$$(\Delta\psi_{IEC})_x = (\Delta\psi_D)_x - (\Delta\psi_{vu})_x + (\Delta\psi_p)_x \quad (VII.5)$$

unde:

- coeficientul de energie la ieșirea din rotor datorat vârtejurii $(\Delta\psi_{vu})_x$ determinat pentru regimul de funcționare considerat:

$$(\Delta\psi_{vu})_x \equiv \frac{V_{u\text{mid}3}^2/2}{U_{\text{ref}}^2/2} = \left(1 - \frac{\varphi_x}{\varphi_{\text{opt}}}\right)^2 \left(\frac{R_{\text{mid}3}}{R_{\text{ref}}}\right)^2$$

- coeficientul de energie $(\Delta\psi_p)_x$ datorat presiunii la perete datorat forțelor centrifuge, determinat pentru regimul de funcționare considerat:

$$(\Delta\psi_p)_x \equiv \frac{\Delta p' \rho}{U_{\text{ref}}^2/2} = (\Delta\psi_{vu})_x \left(\frac{R_{\text{mid}3}}{R_{\text{ref}}}\right)^2$$

- coeficientul energiei recuperate pe tubul de aspirație $(\Delta\psi_D)_x$, se determină din Fig. VII.2:

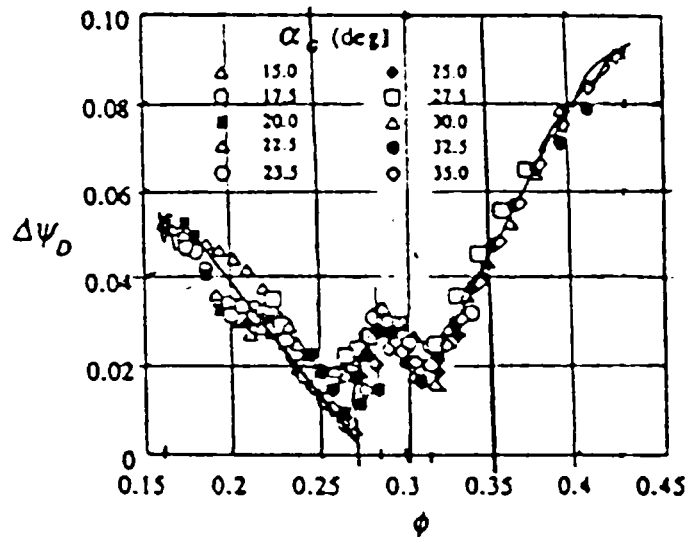


Fig. VII.2 Energia recuperată în tubul de aspirație, $(\Delta\psi_D)_x = f(\varphi)$, Kubota et al. (1996).

Se observă dispunerea coeficientului energiei recuperate pe o linie ce are forma lui "W". Pentru determinarea valorii coeficientului de recuperare $(\Delta\psi_D)_x$ pentru orice coeficient de debit (debit), s-au determinat coeficienții polinoamelor de ordinul 5 și 4 pentru intervalul $(\varphi \leq \varphi_{\text{opt}})$ respectiv $(\varphi > \varphi_{\text{opt}})$. Ordinele polinoamelor au fost determinate astfel încât polinoamele să asigure corelațiile cele mai bune ($r^2 = 0.85077$ pentru $\varphi \leq \varphi_{\text{opt}}$ și $r^2 = 0.98359$ pentru $\varphi > \varphi_{\text{opt}}$).

$$(\Delta\psi_D)_x = a_0 + a_1 \cdot \varphi + a_2 \cdot \varphi^2 + a_3 \cdot \varphi^3 + a_4 \cdot \varphi^4 + a_5 \cdot \varphi^5$$

Tab. VII.3 Coeficienții polinoamelor utilizate pentru calculul coeficientului de recuperare a energiei în tubul de aspirație.

Coeficienții polinoamelor pentru	$\varphi \leq \varphi_{\text{opt}}$	$\varphi > \varphi_{\text{opt}}$
a_0	-22.1548	17.0875
a_1	535.9877	-184.7555
a_2	-5124.861	741.640
a_3	24282.545	-1310.112
a_4	-57064.489	862.478
a_5	53221.045	0

Având toate mărimile determinate putem calcula presiunea de referință $(p_{\text{ref}})_x$ la peretele tubului de aspirație pentru orice valoare a coeficientului de debit, respectiv a debitului.

VII.2.4. Algoritmul pentru calculul cuplat distribuitor-rotor se bazează pe tehnica "interfeței de amestec"

Algoritmul iterativ pentru calculul cuplat distribuitor-rotor se bazează pe tehnica interfeței de amestec și conține două etape, vezi Fig. VII.3:

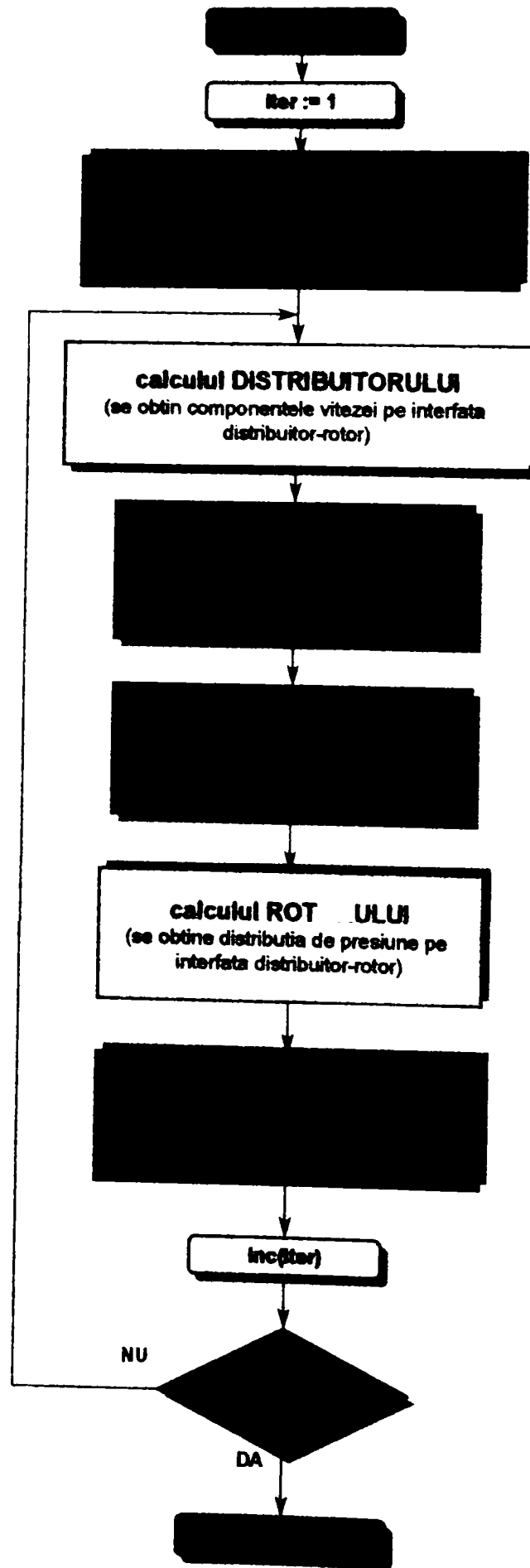


Fig. VII.3 Schema logică a algoritmului iterativ pentru cuplarea distribuitor-rotor.

Medote numerice pentru determinarea câmpurilor tridimensionale în rotoarele turbinelor Francis

Etapa 1. Calculul distribuitorului. Corectarea profilului de viteză să asigure conservarea debitului.

Pentru calculul distribuitorului se utilizează toate elementele (domeniul de analiză, generarea rețelei de discretizare, ecuațiile ce guvernează curgerea fluidului și condițiile la limită) prezentate la analiza curgerii în distribuitorul GAMM ce funcționează la punctul optim de funcționare (vezi capitolul IV de la pagina 87) împreună cu elementele utilizate la analiza curgerii în afara punctului de funcționare (vezi capitolul VI de la pagina 203).

Pentru a efectua calculul distribuitorului trebuie să se calculeze *distribuția de presiune* pe interfața distribuitor-rotor. Pentru inițializarea algoritmului iterativ se poate calcula această distribuție de presiune pornind de la măsurătorile experimentale disponibile la punctul optim, când suntem la punctul optim de funcționare sau în apropierea acestuia. Pentru situațiile în care dorim să efectuăm calculul pentru puncte de funcționare îndepărtate de optim, se poate inițializa algoritmul iterativ cu distribuția de presiune obținută pentru cel mai apropiat punct de funcționare.

Din calculul distribuitorului obținem *distribuția presiunii* pe secțiunea de ieșire. Pentru a putea impune distribuția obținută pe secțiunea de intrare în rotor pe secțiunea de ieșire din distribuitor (reamintim că avem 24 perechi de palete stator- aparat director și 13 palete rotorice și în consecință arii diferite) trebuie să eliminăm variația de-a lungul direcției tangențiale.

Pentru calculul presiunii s-a dezvoltat un program în Microsoft Fortran Power Station V4.0 utilizând funcțiile bibliotecii Microsoft IMSL. Programul se bazează pe construirea polinomului de gradul V prin regresie.

Etapa 2. Calculul rotorului. Corectarea profilului de presiune.

Pentru calculul rotorului se utilizează toate elementele (domeniul de analiză, generarea rețelei de discretizare, ecuațiile ce guvernează curgerea fluidului și condițiile la limită) prezentate la analiza curgerii în rotorul GAMM ce funcționează la punctul optim de funcționare, vezi capitolul V de la pagina 121.

Din calculul distribuitorului obținem *distribuția componentelor vitezei* pe secțiunea de ieșire a acestuia. Pentru a putea impune distribuția obținută pe secțiunea de ieșire din distribuitor pe secțiunea de intrare în rotor (reamintim că avem 24 perechi de palete stator- aparat director și 13 palete rotorice și în consecință arii diferite) trebuie să eliminăm variația de-a lungul direcției tangențiale.

Pentru calculul componentelor vitezei și corectarea acestora pentru a conserva debitul, s-a dezvoltat un program în Microsoft Fortran Power Station V4.0 utilizând funcțiile bibliotecii Microsoft IMSL. Programul se bazează pe construirea polinomului de gradul V prin regresie, pentru fiecare componentă și cu corectarea componentelor vitezei pentru asigurarea debitului.

VII.3. *Validarea algoritmului pentru calculul cuplat distribuitor-rotor la punctul optim de funcționare $P1$ (Q_{opt} , α_{opt})*

Pentru realizarea calculului cuplat distribuitor-rotor la punctul optim de funcționare au fost impuse următoarele condiții:

- *profilul de viteză în secțiunea de intrare a distribuitorului* prin care se asigură debitul corespunzător punctului optim. Utilizând ipoteza camerei spirale perfecte, se consideră o

Medote numerice pentru determinarea câmpurilor tridimensionale în rotoarele turbinelor Francis

distribuire uniformă a curentului la intrare în distribuitor. Din punct de vedere fizic înseamnă o mișcare plan paralelă, deci componenta axială a vitezei nulă ($c_z=0$). Secțiunea de intrare în distribuitor este o suprafață cilindrică dispusă la o rază de 0.346 m având înălțimea de 0.12 m. Ca urmare, componenta radială se determină din impunerea debitului la intrarea în distribuitor, semnul minus indicând sensul opus pe care îl are curentul față de sensul ales pentru axa Or. Componenta tangențială s-a determinat pe baza ipotezei de intrare fără șoc a curentului pe palatele statorice;

- *condiția de echilibru radial a presiunii în secțiunea de intrare a tubului de aspirație*, condiție ce stabilește dependența între variația gradientului presiunii în direcție radială și pătratul componentei tangențiale a vitezei;
- *inițializarea calculului în distribuitor* s-a făcut prin impunerea profilului de presiune măsurat la ieșire din distribuitor, Sottas & Ryhming (1993).

După cum s-a prezentat în Fig. VII.3 algoritmul iterativ startează cu calculul distribuitorului, pentru care impunem profilul de viteză în secțiunea de intrare împreună cu inițializarea condiției de presiune determinată din datele experimentale în secțiunea de ieșire. În urma calculului distribuitorului se obține distribuția de viteză în secțiunea de ieșire, transmisă ca și condiție pe secțiunea de intrare a rotorului, care împreună cu condiția de echilibru radial a presiunii pe secțiunea de intrare a tubului de aspirație permite calculul rotorului. Din calculul rotorului se obține distribuția de presiune pe secțiunea de intrare a rotorului, care corectează distribuția de presiune de la ieșire din distribuitor. Calculul cuplat distribuitor-rotor se efectuează iterativ până se obține o stabilizare a distribuției de presiune pe interfața distribuitor-rotor.

VII.3.1. Secțiunea de intrare în distribuitor

VII.3.1.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$

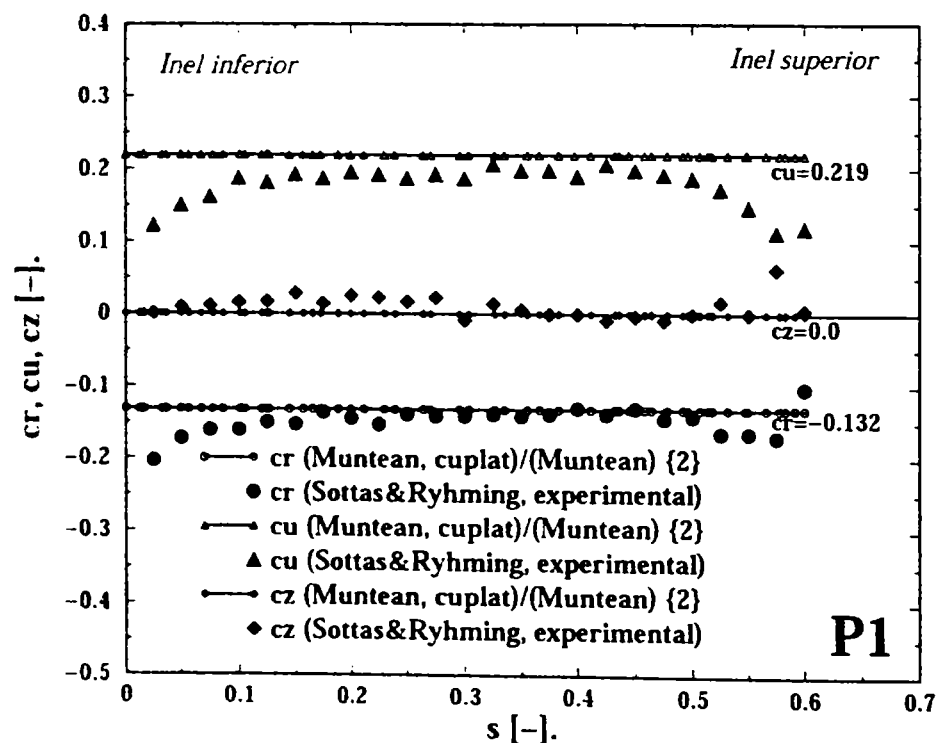


Fig. VII.4 Distribuțiile impuse pentru coeficienții de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de intrare a distribuitorului. Valorile sunt comparate cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993).

VII.3.1.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$

În calculul cuplat rotor-distribuitor, coeficientul de presiune este subevaluat cu până 2%, față de experiment, vezi Fig. VII.5. Cuplarea câmpului de presiune din distribuitor cu cel din rotor realizează continuitatea acestuia. Diferența față de coeficientul de presiune evaluat din calculul separat al distribuitorului, se datorează calcului nevâscos.

Se poate concluziona că la *intrarea în distribuitor câmpul de presiune este bine evaluat.*

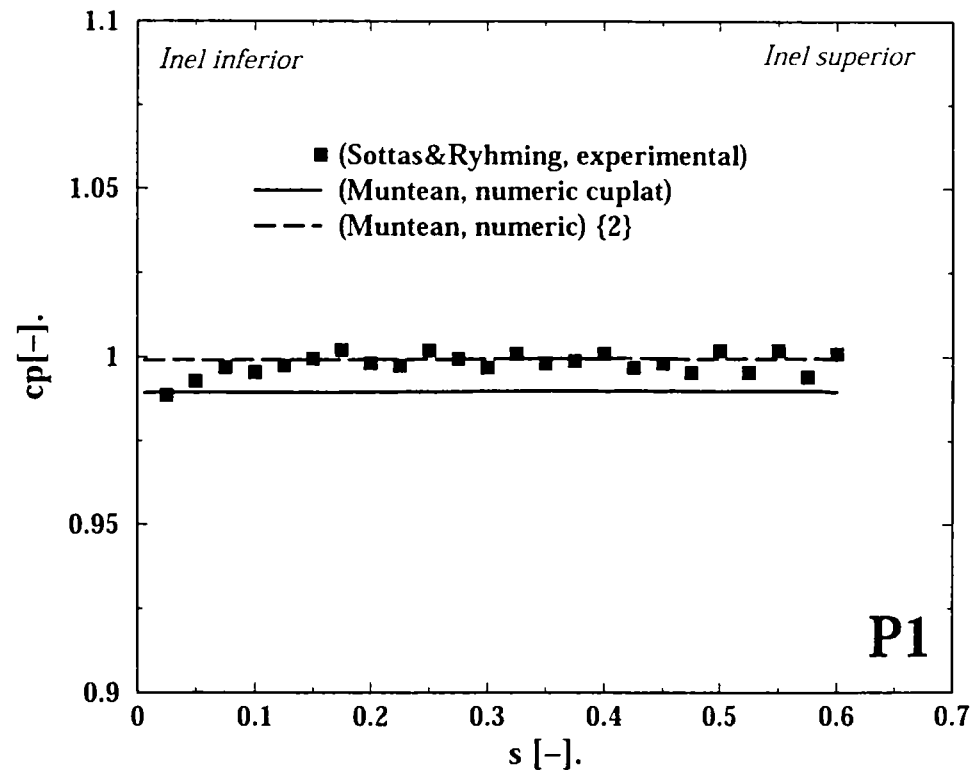


Fig. VII.5 Distribuția **calculată** pentru coeficientul de presiune în secțiunea de intrare a distribuitorului. În secțiunea de intrare în tubul de aspirație a fost impusă condiția de echilibru radial a presiunii. Valorile numerice sunt comparate cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993) și cu cele obținute la simularea distribuitorului Fig. IV.20, Muntean D2.

VII.3.1.3. Calculul și trasarea curbelor $\alpha=f(s)$

Deoarece în secțiunea de intrare s-au impus aceleași distribuții de viteze constante, corespunzătoare unei camere spirale ideale și unei intrări fără șoc a curentului pe paletel statorice, vezi Fig. VII.4, unghiul curentului la intrare pentru cele două cazuri coincide, Fig. VII.6.

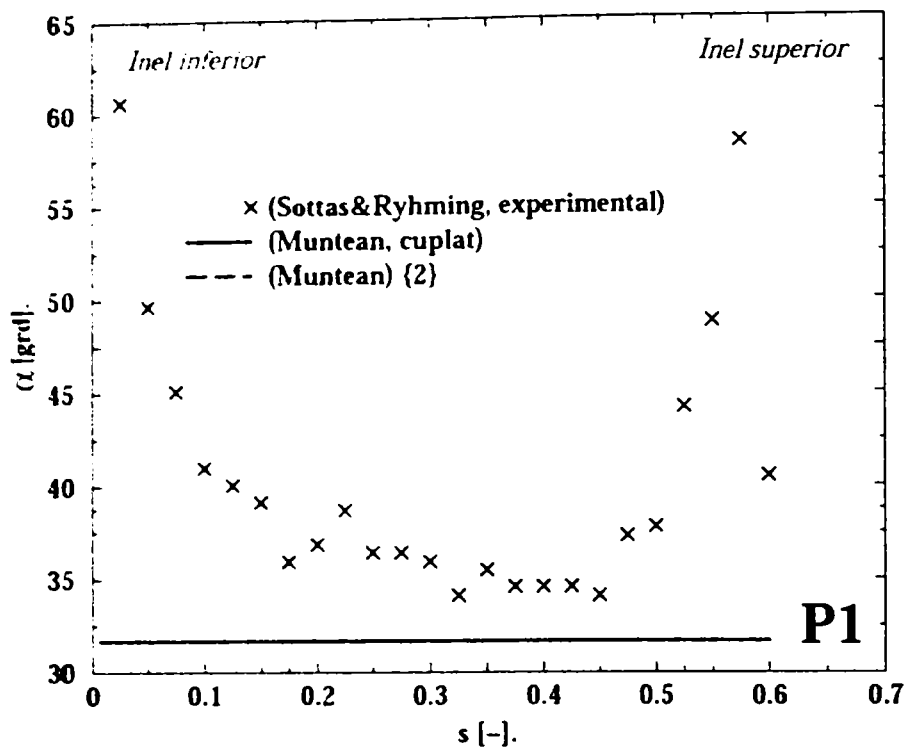


Fig. VII.6 Distribuția **calculată** pentru unghiul format de vectorul vitezei absolute (α) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare a distribuitorului. Valorile numerice corespund distribuției de viteze impusă (vezi Fig. VII.4) și sunt comparate cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993) și coincid cu cele impuse la simularea distribuitorului, Muntean **D2**.

VII.3.2. Secțiunea de intrare în rotor

VII.3.2.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$

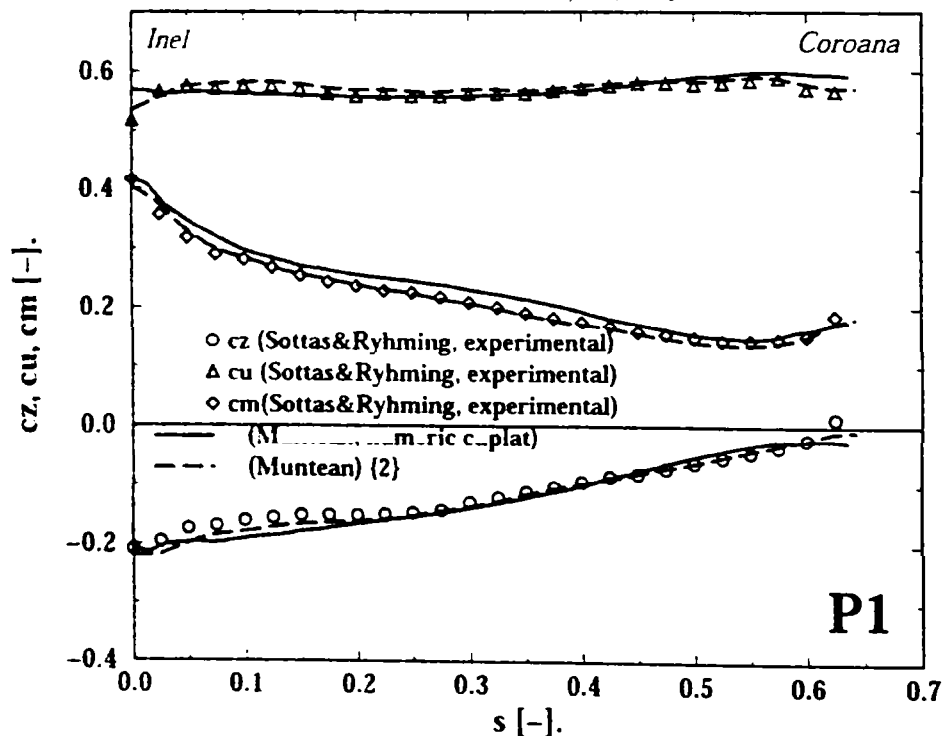


Fig. VII.7 Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de intrare a rotorului. Valorile sunt comparate cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993) și cu cele numerice obținute la impunerea distribuției de viteză experimentale în secțiunea de intrare a rotorului, Muntean {2}.

În Fig. VII.7 se prezintă coeficienții de viteză calculați pe interfața distribuitor-rotor.

- coeficientul componentei meridionale a vitezei c_m prezintă o supraevaluare cu până la 9%, diferență datorată corecției de debit de la 0.345 la 0.372 m³/s;
- coeficientul componentei axiale a vitezei c_a este evaluat în 7%, excepție făcând zona din apropierea coroanei;
- coeficientul componentei tangențiale a vitezei c_u urmărește datele experimentale, diferențe vizibile sunt remarcate în apropierea inelului și coroanei. Aceste diferențe sunt datorate efectelor vâscoase de la pereți, efecte ce nu sunt cuantificate de modelul nevâscos utilizat;

În concluzie, *coeficienții de viteză calculați pe suprafața conică distribuitor-rotor sunt foarte bine evaluați.*

VII.3.2.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$

Calculul coeficientului de presiune pe interfața distribuitor-rotor este subevaluat față de datele experimentale cu până la 5% excepție făcând zonele din apropierea inelului și coroanei unde se ajunge la 15%. Diferențele mai mari din apropierea frontierelor solide sunt puse pe seama efectelor vâscoase.

Se observă o apropiere a coeficientului de presiune evaluat de calculul cuplat distribuitor-rotor de datele experimentale în raport cu cel determinat din calculul rotorului.

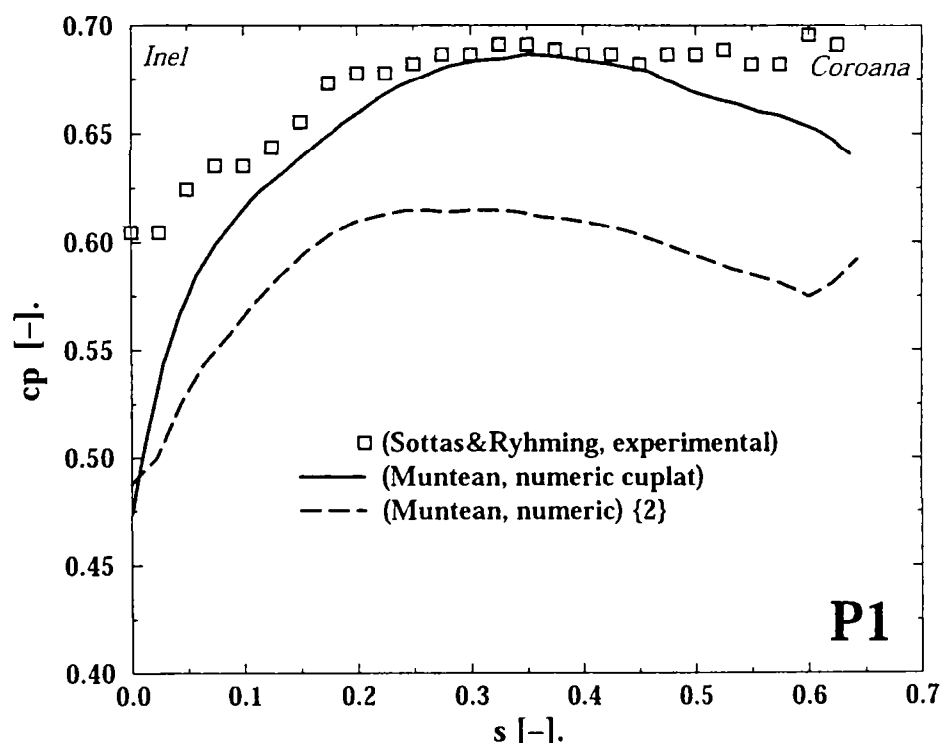


Fig. VII.8 Distribuția **calculată** pentru coeficientul de presiune în secțiunea de intrare a rotorului. Valorile numerice sunt comparate cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993) și cu cele numerice obținute la impunerea distribuției de viteză experimentale în secțiunea de intrare a rotorului, Muntean {2}.

VII.3.2.3. Calculul și trasarea curbelor α , $\beta=f(s)$

Calculul corect al câmpului de viteză este confirmată și de corecta evaluare a unghiurilor curentului, vezi Fig. VII.9.

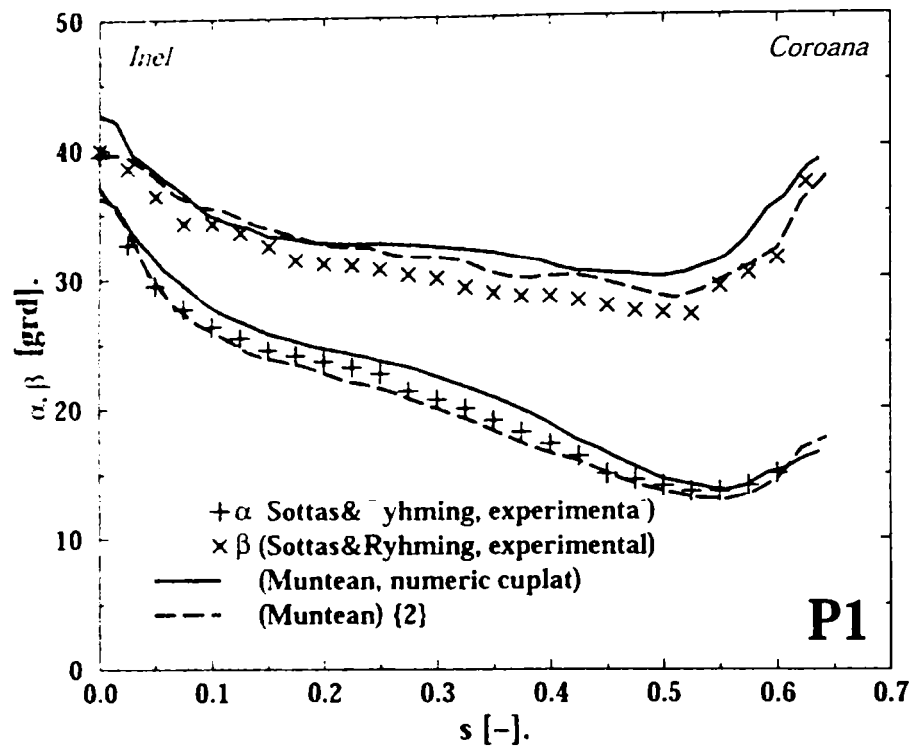


Fig. VII.9 Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezei absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare a rotorului. Valorile numerice corespund distribuției de viteze calculată (vezi Fig. VII.7) și sunt comparate cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993) respectiv cu cele obținute prin impunerea distribuției de viteză experimentale în secțiunea de intrare a rotorului, Muntean {2}.

VII.3.3. Secțiunea de ieșire din rotor

VII.3.3.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z=f(s)$.

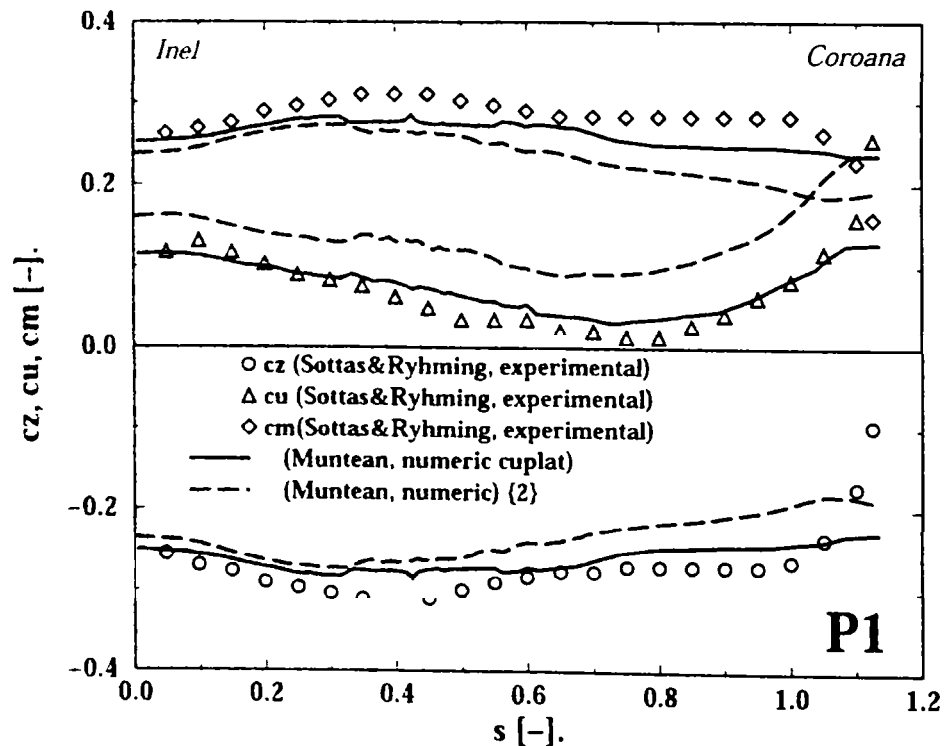


Fig. VII.10 Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză (tangențial c_u , axial c_a și meridional c_m) în secțiunea de ieșire de pe paletelor rotorice. Valorile numerice sunt comparate cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993), respectiv cu cele numerice obținute la impunerea distribuției de viteză experimentale în secțiunea de intrare a rotorului, Muntean {2}.

În Fig. VII.10 se prezintă coeficienții de viteză calculați la ieșirea de pe paletele rotorice.

- coeficientul componentei meridionale a vitezei c_m prezintă o subevaluare cu până la 15%. Se remarcă o îmbunătățire a soluției obținută în calculul cuplat față de cea obținută în calculul rotorului la care s-a impus distribuția de viteze măsurată, Muntean {2}. Diferența este datorată corecției de debit rezultată din impunerea celor două profile de viteză, fapt confirmat și de Fig. V.34;
- coeficientul componentei axiale a vitezei c_a la fel ca și c_m este subevaluat cu până la 15% explicațiile fiind de aceeași natură cu cele prezentate anterior;
- coeficientul componentei tangențiale a vitezei c_u prezintă o îmbunătățire substanțială datorată corecției de debit;

În concluzie, *coeficienții de viteză calculați în secțiunea de ieșire de pe paletele rotorice prezintă o foarte bună reproducere a datelor experimental, excepție face zona din apropierea coroanei.*

VII.3.3.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$

Distribuția coeficientului de presiune în secțiunea de pe paletele rotorice pentru cele două cazuri prezintă o destul de bună asemănare, diferențe mai mari remarcându-se în apropierea coroanei.

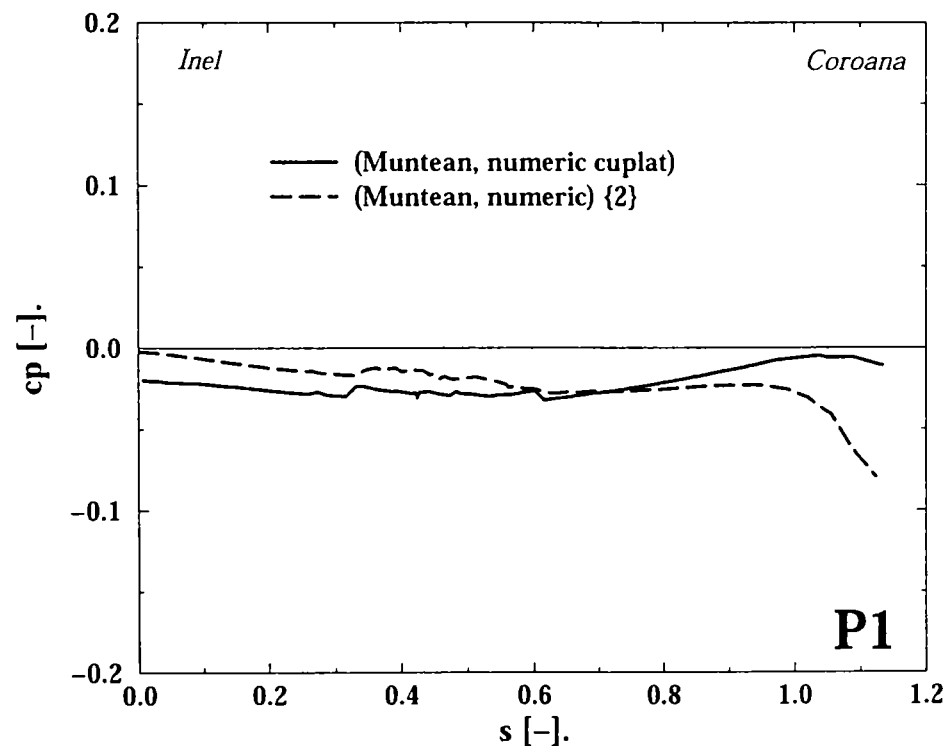


Fig. VII.11 Distribuția **calculată** pentru coeficientul de presiune în secțiunea de ieșire de pe paletele rotorice. Rezultatele numerice obținute pentru cuplarea distribuitor-rotor sunt comparate cu cele numerice obținute la impunerea distribuției de viteză experimentale în secțiunea de intrare a rotorului, Muntean {2}.

VII.3.3.3. Trasarea curbelor α , $\beta=f(s)$

Calculul corect a câmpului de viteză în secțiunea de ieșire de paletele rotorice, vezi Fig. VII.10, se regăsește și în calculul unghiurilor curentului, în special la evaluarea lui α .

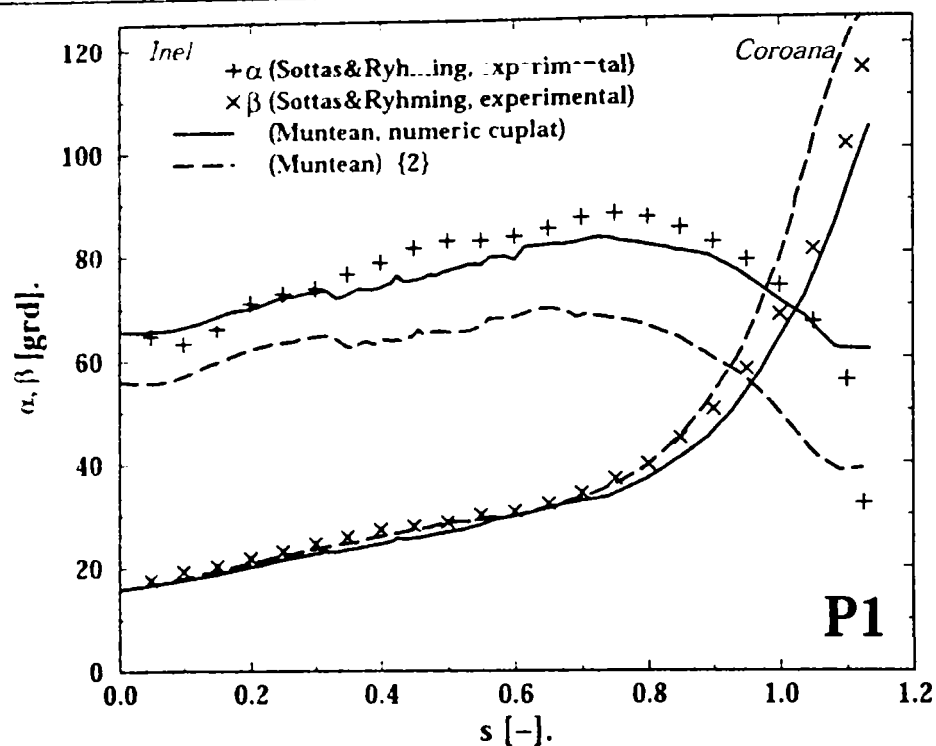


Fig. VII.12 Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de ieșire de pe paletelor rotorice. Valorile numerice sunt comparate cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993) și cu cele numerice obținute la impunerea distribuției de viteză experimentale în secțiunea de intrare a rotorului, Muntean {2}.

VII.3.4. Secțiunea de intrare în tubul de aspirație.

VII.3.4.1. Calculul mărimilor V_r, V_u, V_z și trasarea curbelor $c_r, c_u, c_z = f(s)$.

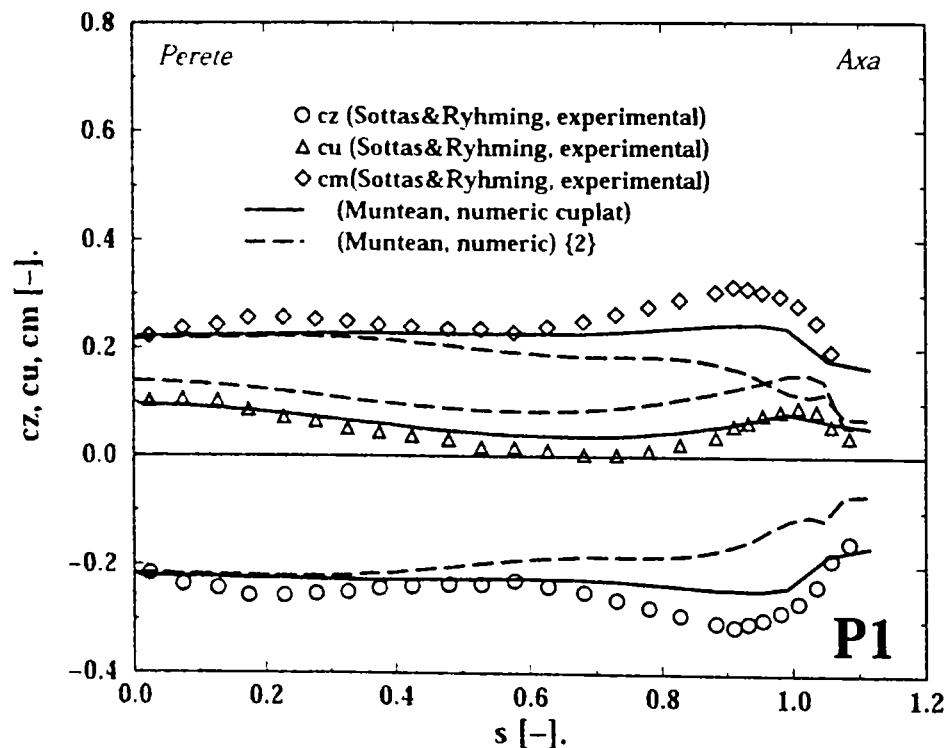


Fig. VII.13 Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză (tangențial c_u , axial c_a , și meridional c_m) în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele au fost obținute impunând condiția de echilibru radial pentru distribuția de presiune în această secțiune. Valorile numerice sunt comparate cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993) și cu cele numerice obținute la impunerea distribuției de viteză experimentale în secțiunea de intrare a rotorului, Muntean {2}.

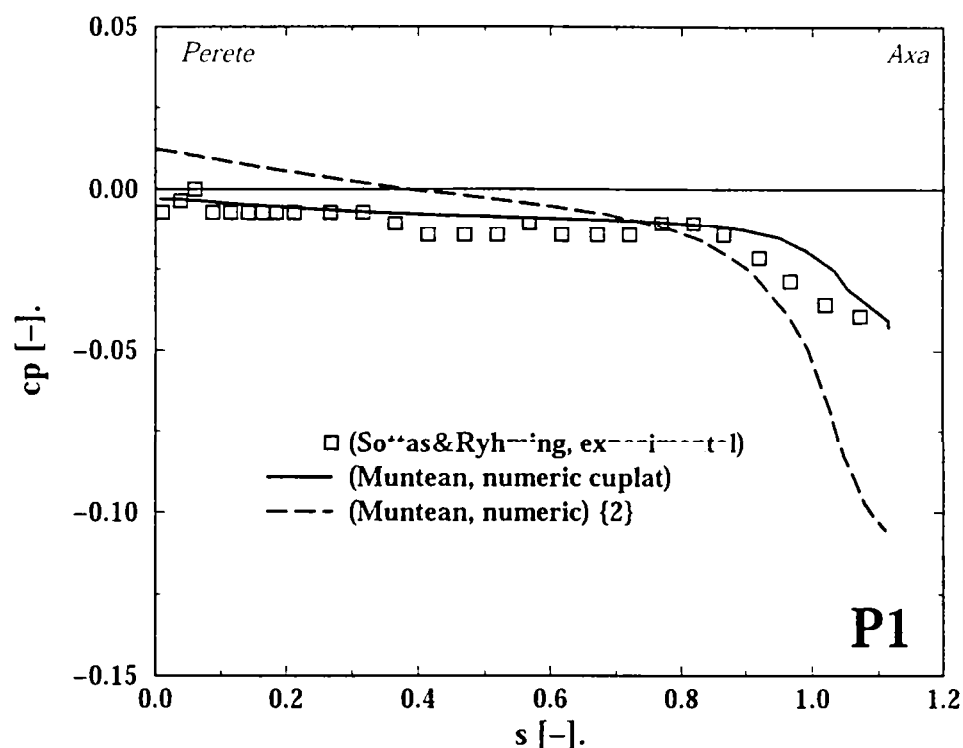
VII.3.4.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$.

Fig. VII.14 Distribuția coeficientului de presiune din secțiunea de intrare în tubul de aspirație, **calculat** corespunzător condiției de echilibru radial. Valorile numerice sunt comparate cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993) și cu cele numerice obținute la impunerea distribuției de viteză experimentale în secțiunea de intrare a rotorului, Muntean {2}.

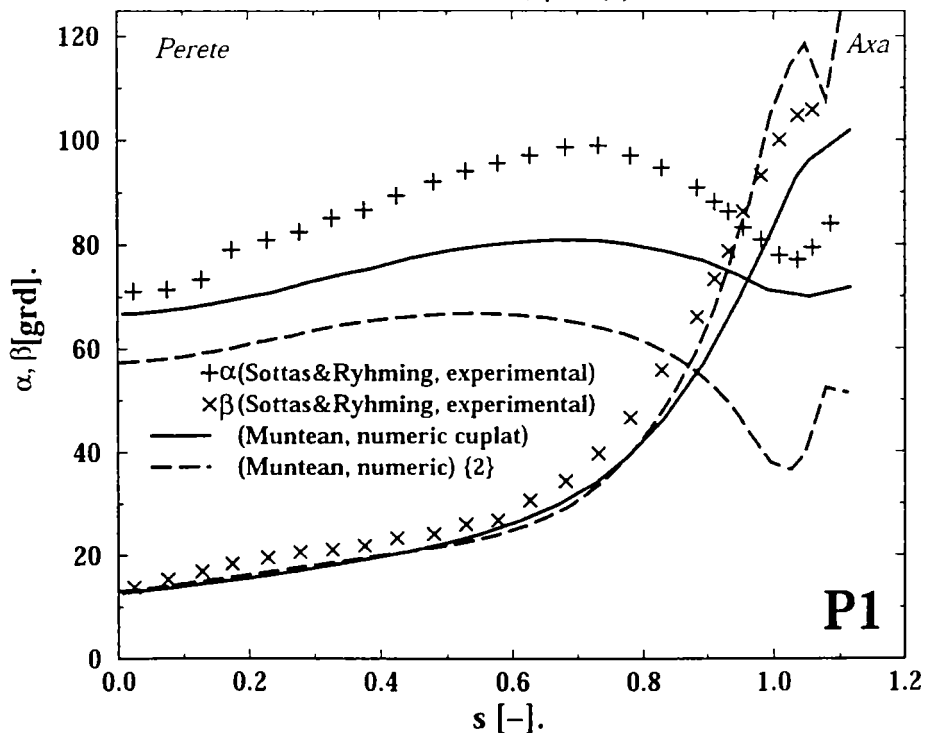
VII.3.4.3. Trasarea curbelor $\alpha, \beta=f(s)$.

Fig. VII.15 Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Valorile numerice sunt comparate cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993) și cu cele numerice obținute la impunerea distribuției de viteză experimentale în secțiunea de intrare a rotorului, Muntean {2}.

VII.3.5. Paleta rotorică.

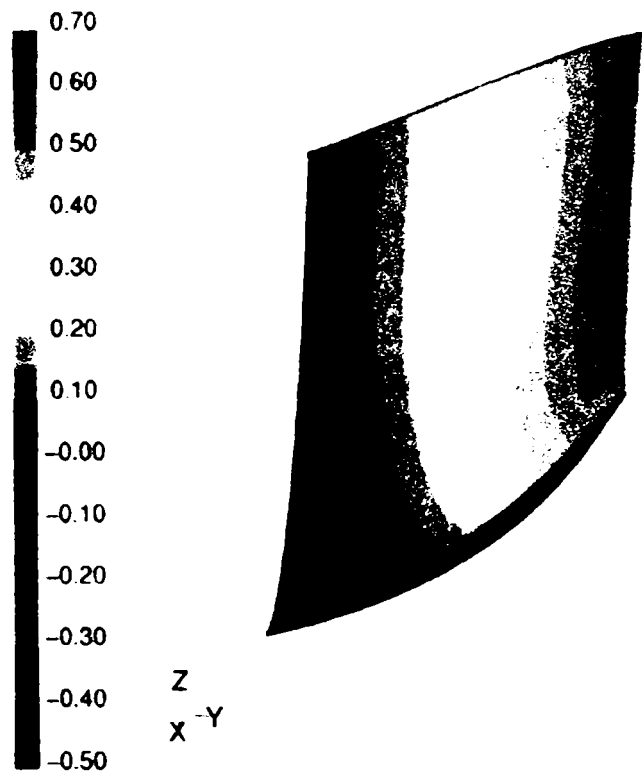


Fig. VII.16 Distribuția coeficientului de presiune c_p pe intradosul paletei rotorică pentru funcționarea în punctul optim, P1.

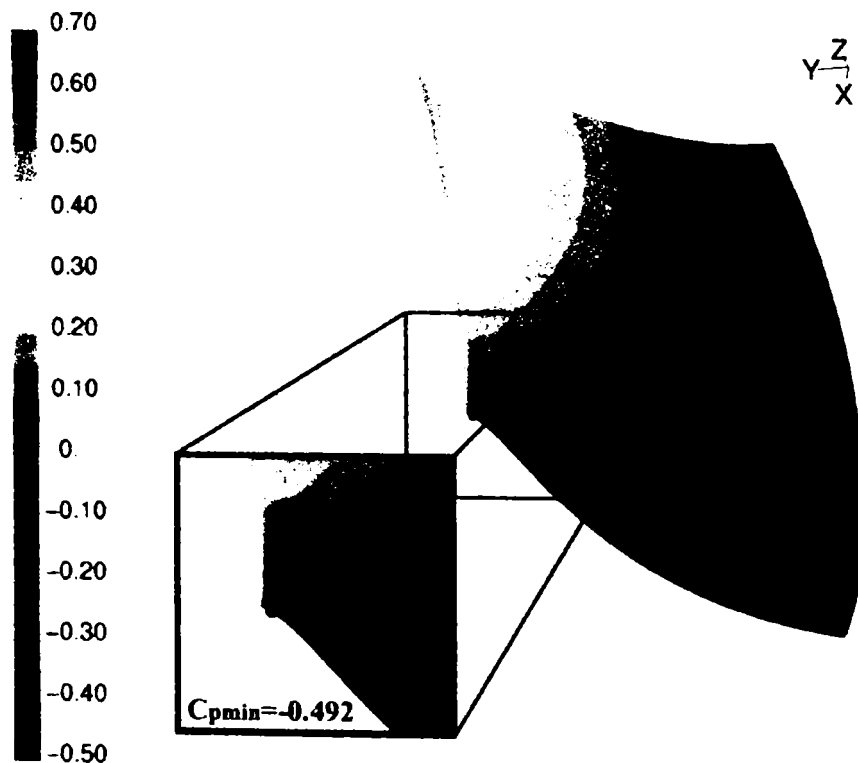


Fig. VII.17 Distribuția coeficientului de presiune c_p pe extradosul paletei rotorică pentru funcționarea în punctul optim, P1.

VII.3.5.1. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ în secțiunea S2

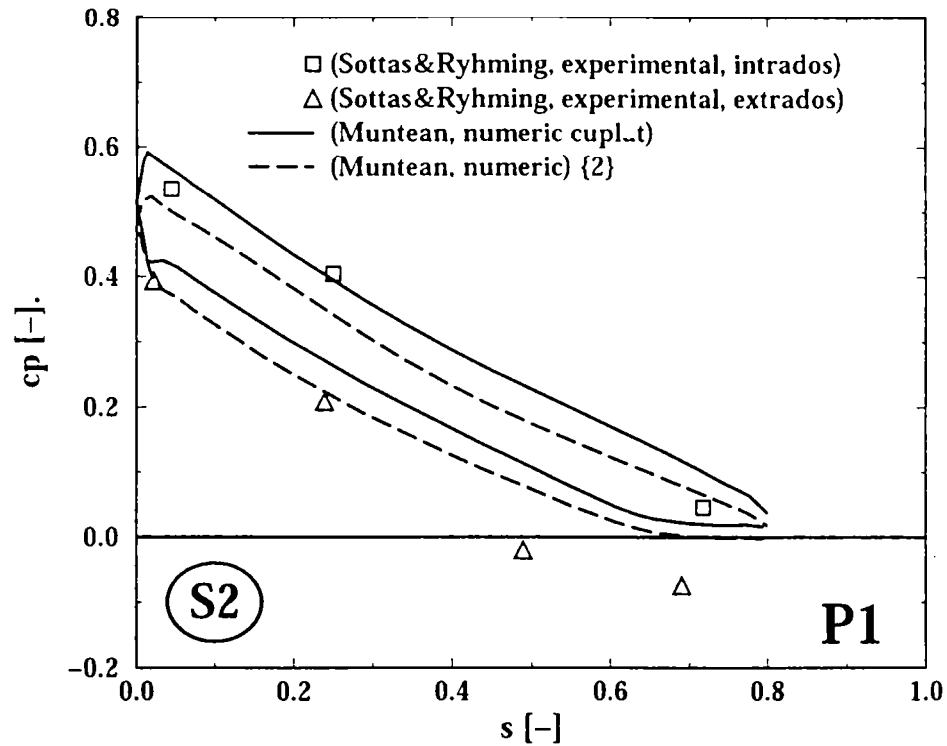


Fig. VII.18 Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în secțiunea S2. Valorile numerice sunt comparate cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993), și cu cele numerice obținute la impunerea distribuției de viteză experimentale în secțiunea de intrare a rotorului, Muntean {2}.

VII.3.5.2. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ în secțiunea S9

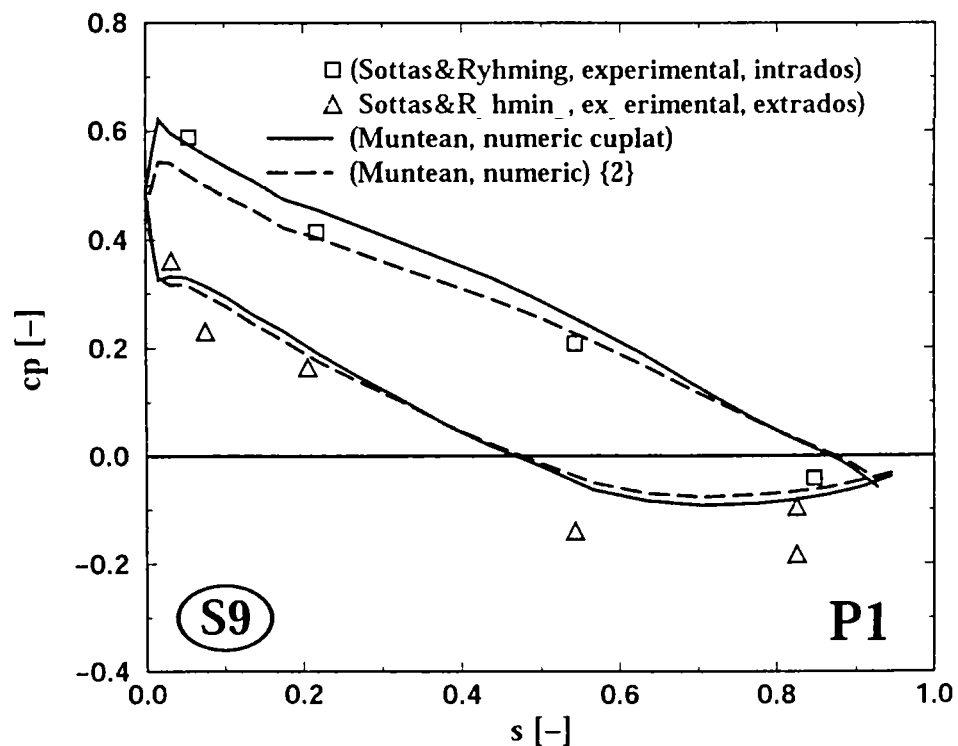


Fig. VII.19 Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în secțiunea S9. Valorile numerice sunt comparate cu datele experimentale, Sottas & Ryhming (1993). Valorile numerice sunt comparate cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993), și cu cele numerice obținute la impunerea distribuției de viteză experimentale în secțiunea de intrare a rotorului, Muntean {2}.

VII.3.5.3. Calculul presiunii p și trasarea curbei $c_p=f(s)$ în secțiunea S15

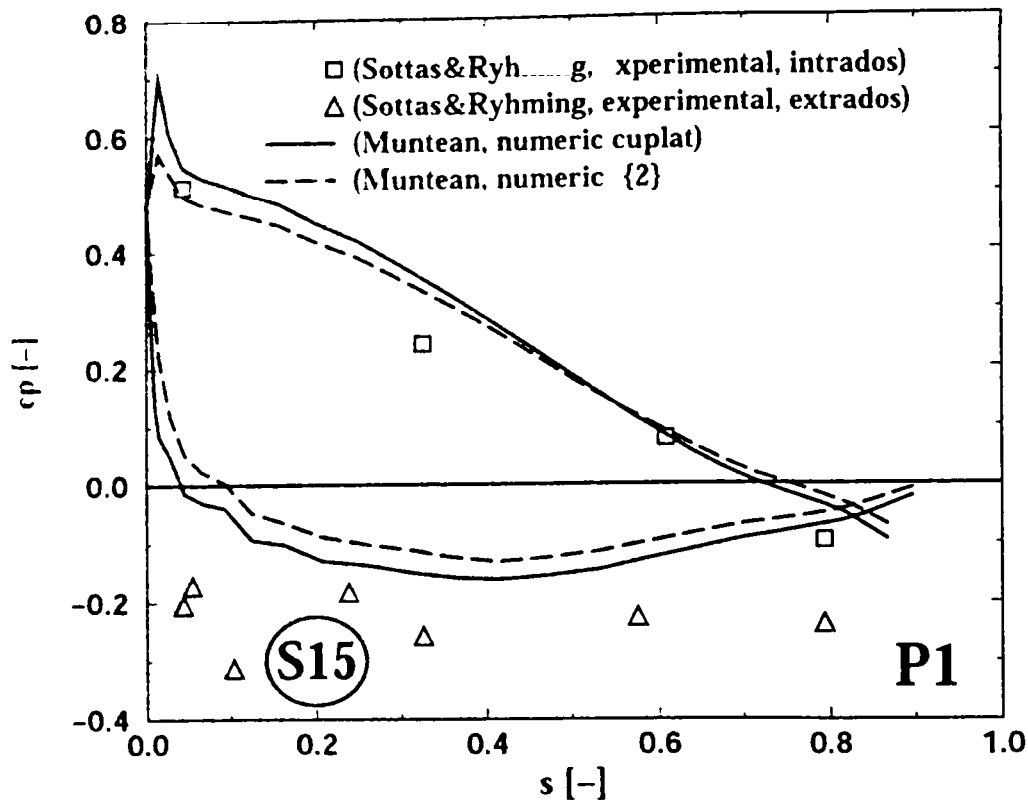


Fig. VII.20 Distribuția coeficientului de presiune calculat în secțiunea S15. Valorile numerice sunt comparate cu date experimentale, Sottas & Ryhming (1993), și cu cele numerice obținute la impunerea distribuției de viteză experimentale în secțiunea de intrare a rotorului, Muntean {2}.

Distribuția coeficientului de presiune pe paleta rotorică calculat cu algoritmul cuplat distribuitor-rotor, indică o îmbunătățire în secțiunile S9 și S15 față de calculul realizat separat doar pentru rotor în varianta Muntean {2}.

Diferența de debit datorată distribuțiilor de viteze impuse în cele două situații, se regăsește și în acest caz în reproducerea mult mai corectă a datelor experimentale. Această afirmație este confirmată și de comparația dintre rezultatele obținute la simularea rotorului la care s-au impus profilele de viteze corectat și cel măsurat, vezi Fig. V.38 de la pagina 146.

Concluziile finale care se desprind din analiza rezultatelor obținute în calculul cuplat distribuitor-rotor pentru funcționarea la punctul optim P1, sunt următoarele:

- reproducerea mult mai corectă a datelor experimentale în toate secțiunile turbinei;
- dezvoltarea algoritmului de calcul cuplat distribuitor-rotor, elimină măsurătorile necesare pentru calculul separat al componentelor turbinei;
- permite determinarea performanțelor turbinei și în puncte de funcționare diferite de cel optim, eliminând măsurătorile necesare pentru impunerea condițiilor la limită corespunzătoare fiecărui punct de funcționare;

VII.4. Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru funcționare în afara punctului optim la deschidere constantă.

VII.4.1. Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru punctul de funcționare P2 ($0.77Q_{opt}$ α_{opt}).

În continuare, metodologia dezvoltată și validată pentru punctul optim, s-a utilizat pentru determinarea câmpurilor de viteză și presiune pentru funcționarea la încărcări parțiale, și anume

punctul P2 situat la deschidere constantă. Parametrii caracteristici punctului de funcționare considerat sunt prezentați în Tab. VII.1.

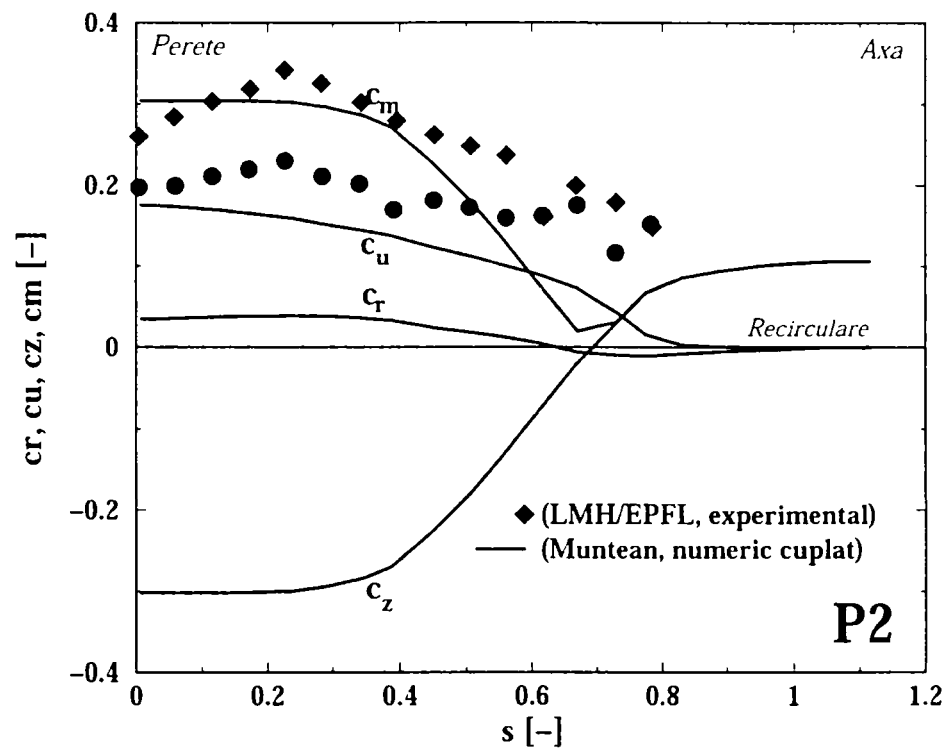


Fig. VII.21 Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză (radial **cr**, tangențial **cu**, axial **cz** și meridional **cm**) în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental).

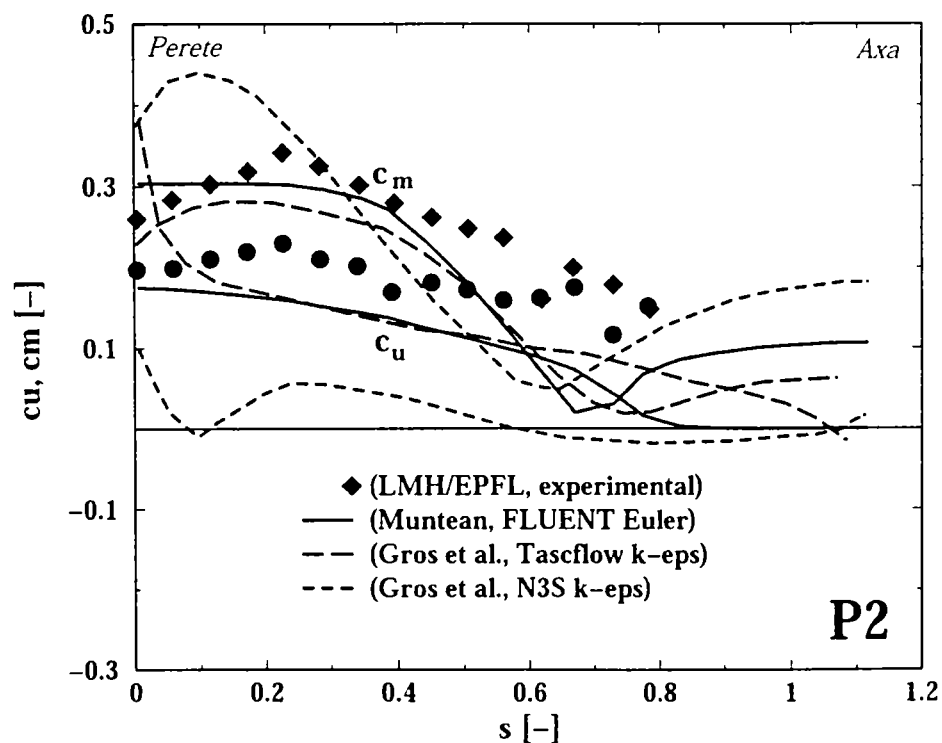


Fig. VII.22 Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză (tangențial **cu** și meridional **cm**) în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental) și cu cele obținute de Gros et al. (1998).

Componenta axiale c_z indică apariția unei recirculări ce cuprinde aproximativ 40% din secțiunea de intrare în tubul de aspirație, vezi Fig. VII.21. Pentru această zonă, atât mișcarea fluidului în direcție radială c_r cât și mișcarea de rotație a fluidului în jurul axei mașinii redată de componenta tangențială c_u sunt nule, confirmând cele afirmate mai sus. Conform definițiilor utilizate pentru unghiurile curenților α și β în care intră componentele vitezei ne conduc la aceleași concluzii.

Analiza comparativă a rezultatelor numerice cu datele experimentale prezintă o bună corelare în zona peretelui, dar pe măsură ce ne apropiem de axă, se constată o îndepărtare de datele experimentale sugerând faptul că modelul numeric nu mai "prinde" fenomenul fizic. Se observă că pentru treimea din apropierea axei nu mai dispunem de date experimentale. Vizualizarea fenomenelor ce apar la încărcări parțiale în turbinele Francis arată apariția în această zonă a turbionului central, care generează oscilații de presiune făcând imposibile măsurătorile experimentale.

Compararea cu rezultatele numerice obținute de Gros et al. (1998) scoate în evidență aceeași alură a curbelor pentru simularea realizată cu modelul turbulent k- ϵ utilizând codul Taskflow. În schimb, rezultatele numerice obținute cu modelul turbulent k- ϵ utilizând codul N3S prezintă o slabă corelare cu datele experimentale.

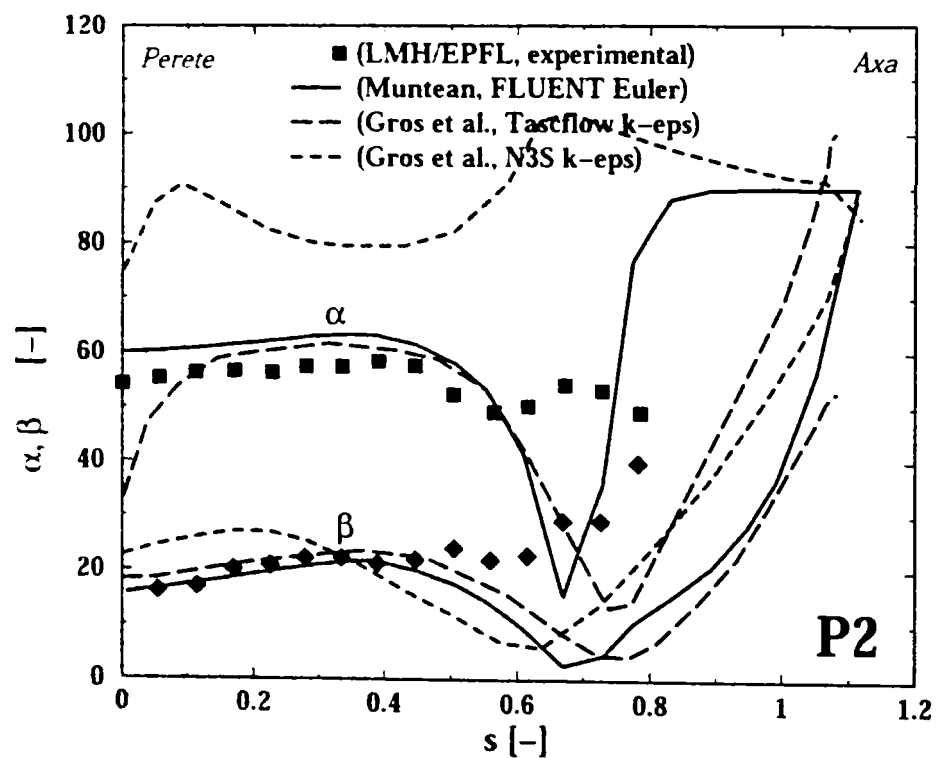


Fig. VII.23 Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental), și cu cele numerice obținute de Gros et al. (1998).

Distribuția coeficientului de presiune de-a lungul secțiunilor S2 (vezi Fig. VII.24) și S15 (vezi Fig. VII.25) ale paletii rotorice indică impactul curenților pe extradosul paletii, obligându-l să se accelereze la trecerea peste bordul de atac. Acest lucru reiese și din reprezentarea coeficientului de presiune pe suprafața paletii rotorice, vezi Fig. VII.26 și Fig. VII.27. Se observă că impactul marcat prin "pata roșie" apare în imediata vecinătate a bordului de atac și a inelului pe extradosul paletii rotorice.

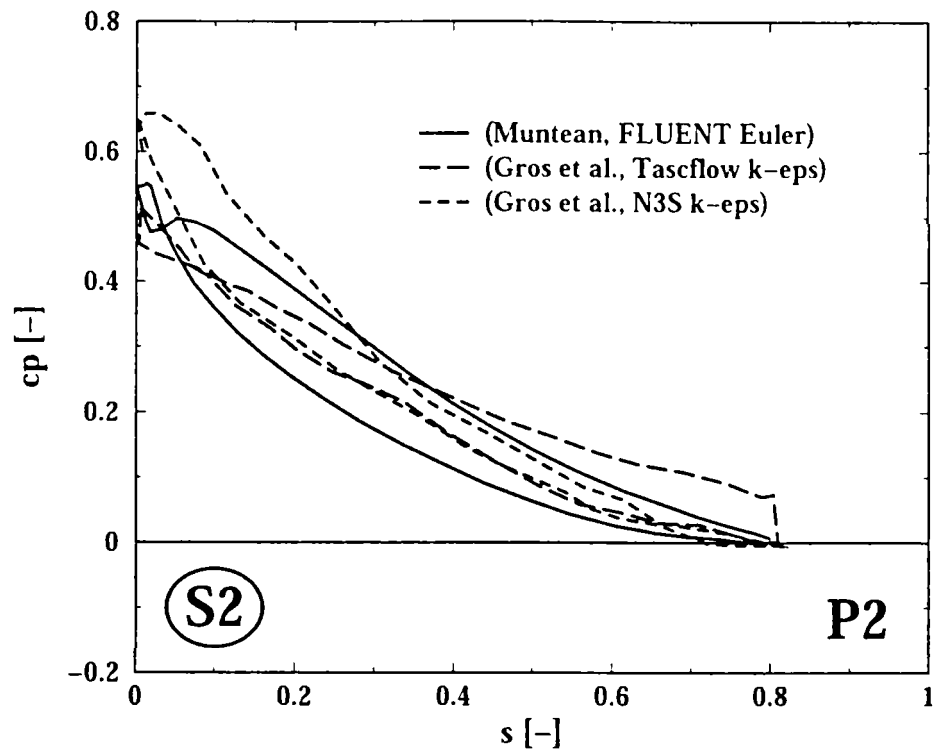


Fig. VII.24 Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în secțiunea S2. Valorile numerice sunt comparate cu rezultatele numerice obținute de Gros et al. (1998).

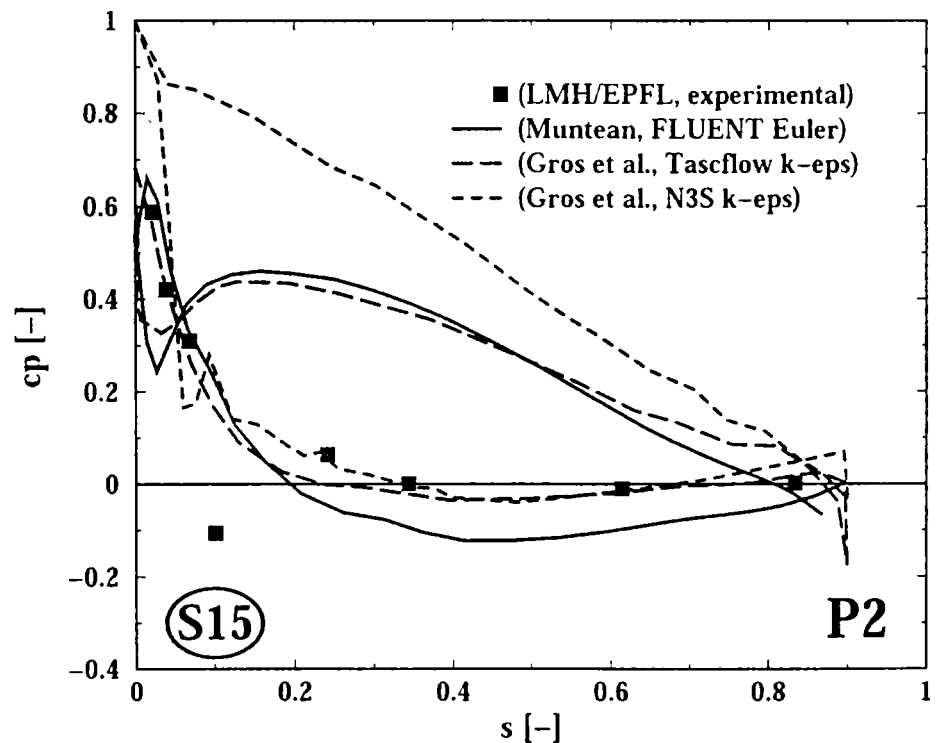


Fig. VII.25 Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în secțiunea S15. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental), și cu cele numerice obținute de Gros et al. (1998).

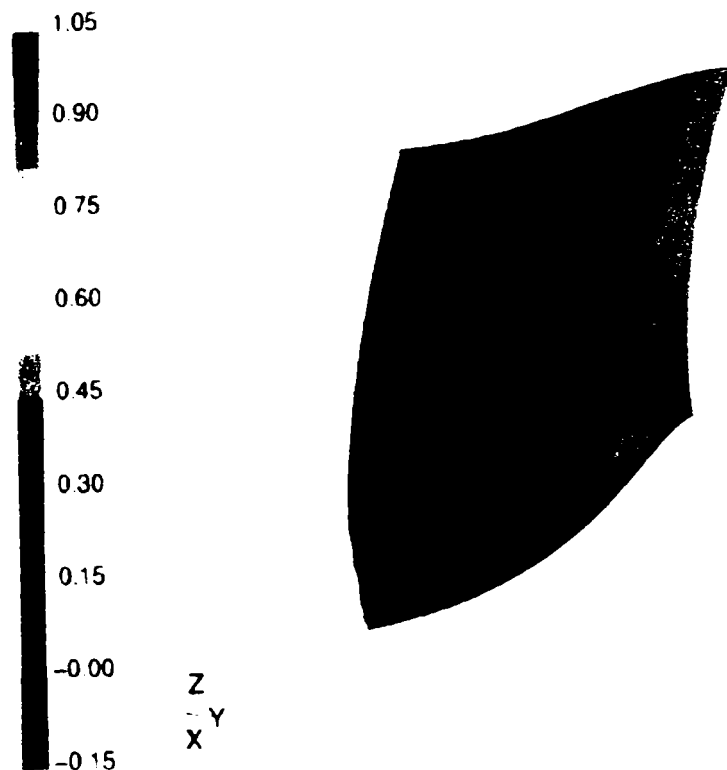


Fig VII 26 Distribuția coeficientului de presiune c_p pe intradosul paletii rotorice pentru funcționarea în punctul P2.

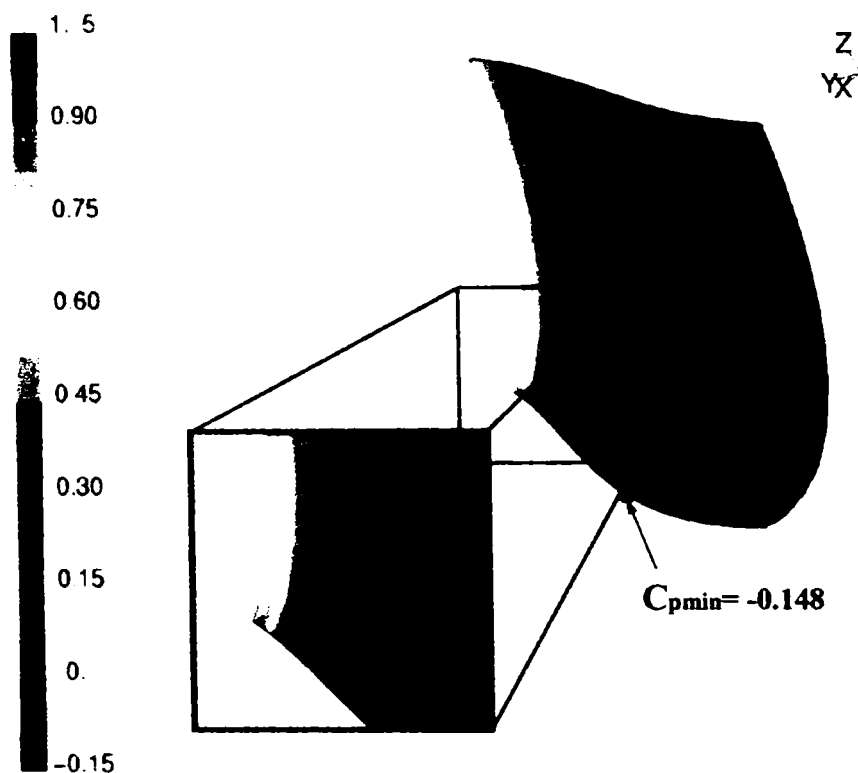


Fig. VII.27 Distribuția coeficientului de presiune c_p pe extradosul paletii rotorice pentru funcționarea în punctul P2.

VII.4.2. Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru punctul de funcționare P6 ($0.85Q_{opt}$, α_{opt}).

La punctul optim de funcționare curgerea este atașată de paletelile rotorului și efectele vâscoase sunt limitate la un strat subțire, ceea ce face ca rezultatele numerice obținute cu un model

Medote numerice pentru determinarea câmpurilor tridimensionale în rotoarele turbinelor Francis

Euler să reproducă bine datele experimentale. Pe măsură ce ne îndepărtăm de punctul optim de funcționare, apare desprinderea curentului de pe peletele rotorice și rezultatele obținute cu modelul Euler își pierd din acuratețe. Pentru rețele plane de profile, raționamentele de mai sus sunt prezentate în (Resiga et al., 1999), Resiga et al., (2000), Muntean et al. (2000).

Pentru a utiliza algoritmul de cuplare distribuitor-rotor pentru puncte în afara punctului optim, în prima fază s-a testat valabilitatea algoritmului pentru punctul $(0.85Q_{opt}, \alpha_{opt})$, pentru care dispunem de date experimentale, Cobut et al. (1996).

Convergența algoritmului s-a atins după 7 iterații, permițându-ne să calculăm energia hidraulică specifică E_{ref} , cu ajutorul căreia s-au determinat coeficienții de viteză c_r , c_u , c_z , c_m , c , c_w și coeficientul de presiune c_p .

În continuare se prezintă comparativ rezultatele numerice obținute cu ajutorul algoritmului cuplat distribuitor-rotor, (**Muntean, numeric cuplat**), datele experimentale (**LMF/EPFL, experimental**) și cu rezultatele numerice obținute de Cobut et al. (1996) cu ajutorul unui model k- ϵ , marcate cu (**Cobut et al., numeric**).

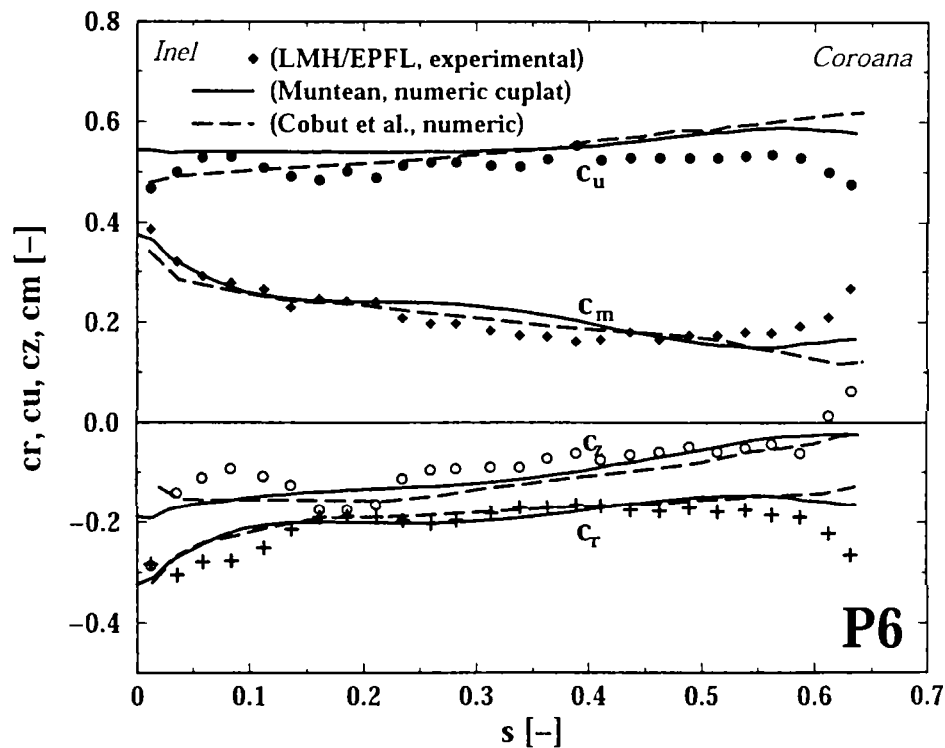


Fig. VII.28 Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză (tangential **cu**, axial **ca** și meridional **cm**) în secțiunea de intrare a rotorului. Rezultatele numerice sunt comparate cu datele experimentale, (LMH/EPFL, experimental), respectiv cu rezultatele numerice obținute de Cobut et al. (1996).

Distribuțiile coeficienților de viteză calculați pe interfața distribuitor-rotor prezintă o foarte bună corelare cu datele experimentale, Fig. VII.28, excepție făcând zonele din apropierea frontierelor solide (inel și coroană). Diferențele ce apar în aceste zone sunt datorate efectele vâscoase, efecte ce nu sunt cuantificate de modelul Euler utilizat. Distribuția coeficientului de presiune din această secțiune prezintă o supraevaluare cu 10% față de datele experimentale, vezi Fig. VII.29.

Reprezentarea coeficienților de viteză calculați în secțiunea de intrare în tubul de aspirație prin impunerea condiției de echilibru a presiunii arată o foarte bună corelare cu datele experimentale, Fig. VII.30. De la această regulă face excepție o zonă de 20% din apropierea axei mașinii unde conform datelor numerice apare o recirculare, care însă nu este validată și de datele experimentale. Concluzia prezentată mai sus se regăsește atât la trasarea distribuțiilor pentru unghiurile curentului α și β Fig. VII.31 cât și la reprezentarea coeficientului de presiune c_p , Fig. VII.32.

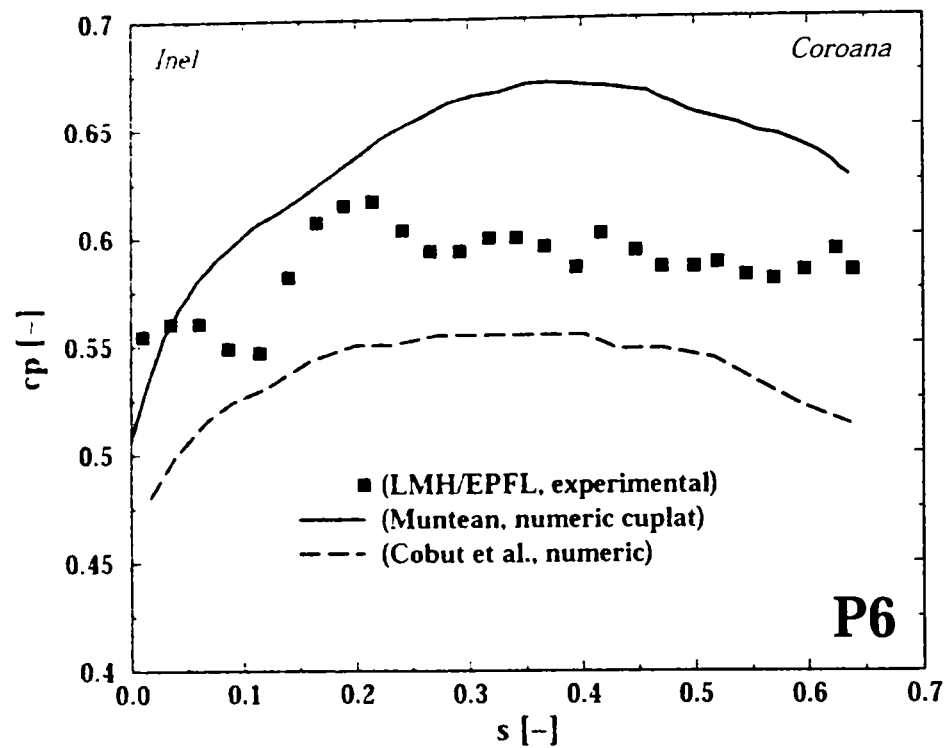


Fig. VII.29 Distribuția **calculată** pentru coeficientul de presiune în secțiunea de intrare a rotorului. Rezultatele numerice sunt comparate cu datele experimentale, (LMH/EPFL, experimental), respectiv cu cele numerice obținute de Cobut et al. (1996).

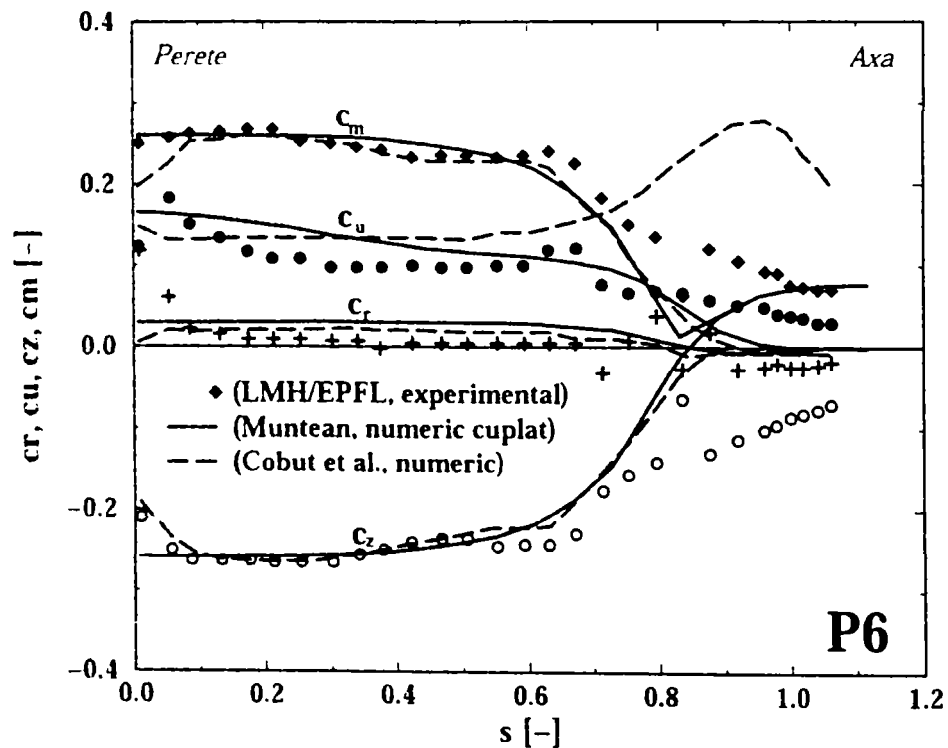


Fig. VII.30 Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză (tangențial **cu**, axial **ca**, și meridional **cm**) în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu datele experimentale, (LMH/EPFL, experimental), și cu cele numerice obținute de Cobut et al. (1996).

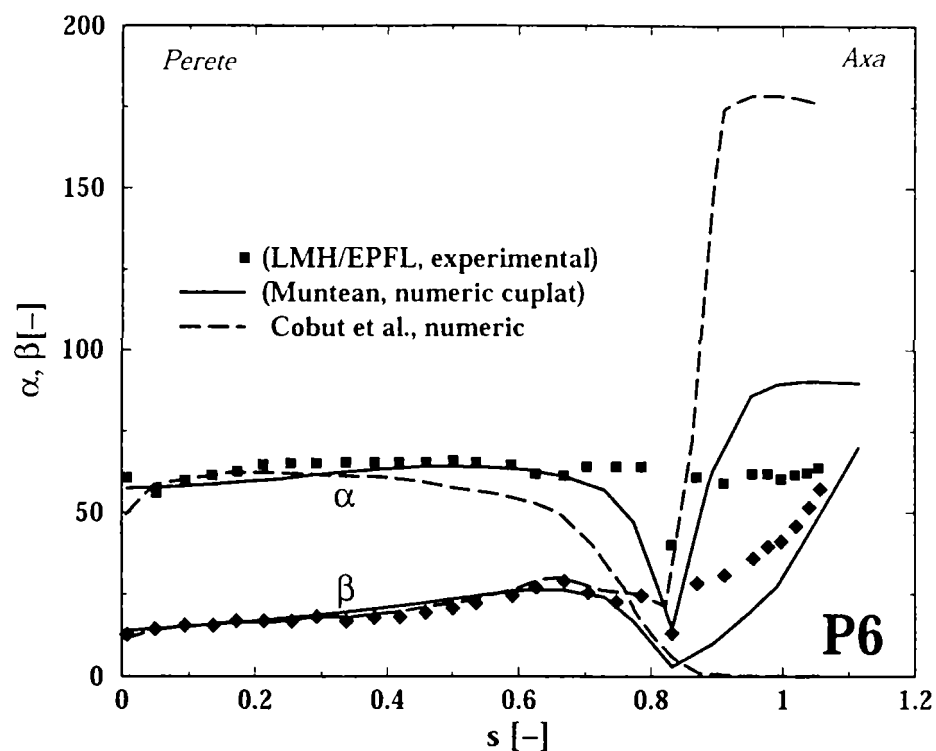


Fig. VII.31 Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu datele experimentale, (LMH/EPFL, experimental), și cu cele numerice obținute de Cobut et al. (1996).

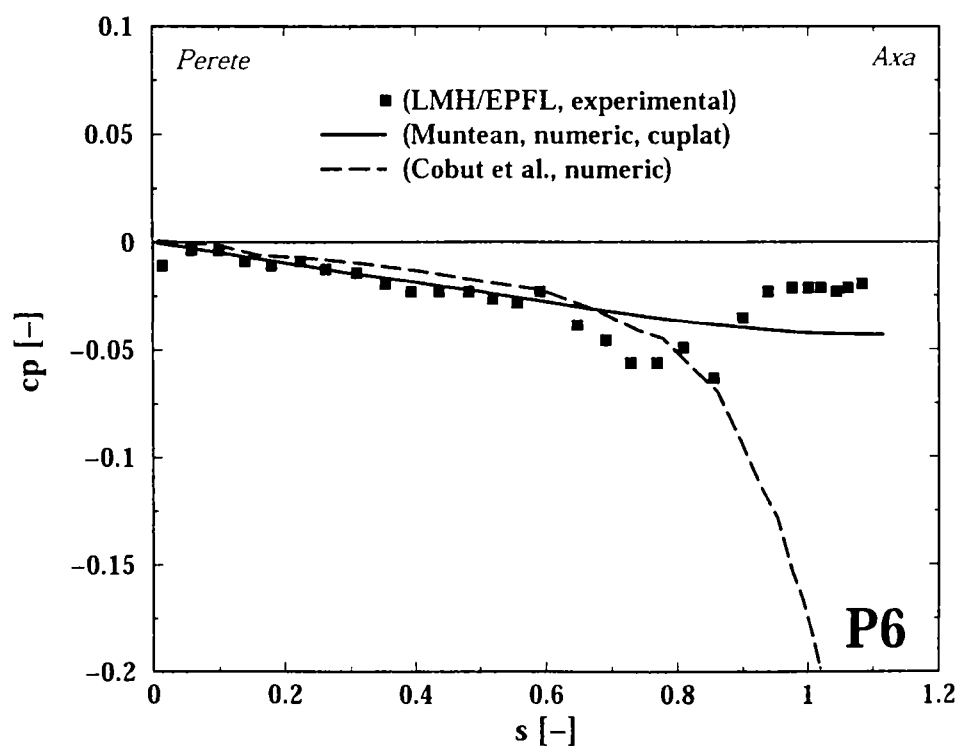


Fig. VII.32 Distribuția coeficientului de presiune din secțiunea de intrare în tubul de aspirație, **calculat** corespunzător condiției de echilibru radial. Rezultatele numerice sunt comparate cu datele experimentale, (LMH/EPFL, experimental), și cu cele numerice obținute de Cobut et al. (1996).

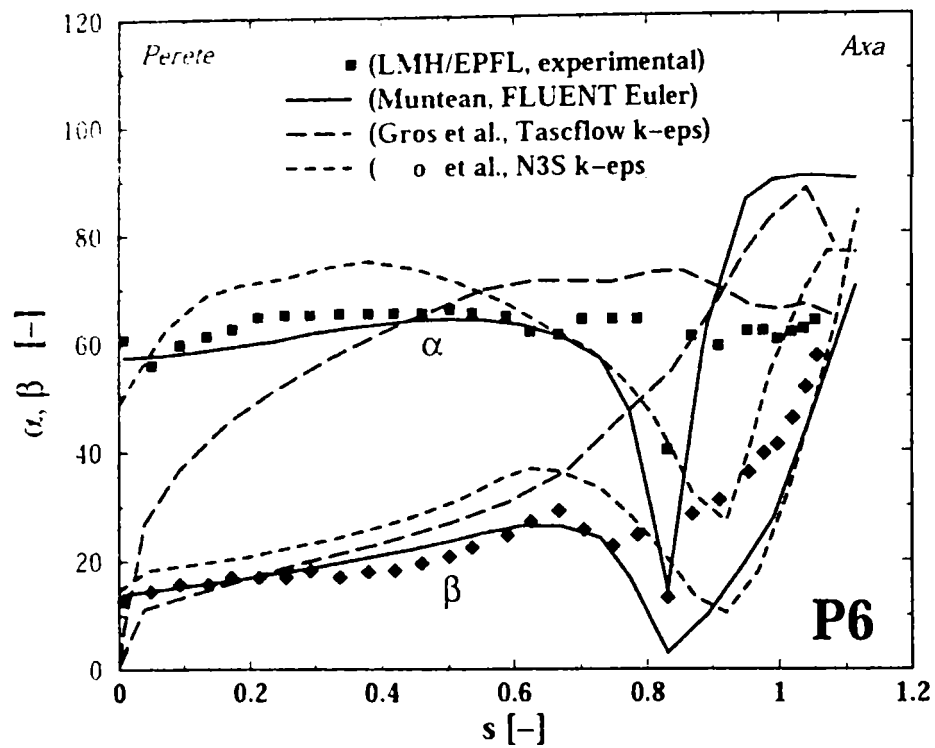


Fig. VII.33 Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental), și cu cele numerice obținute de Gros et al. (1998).

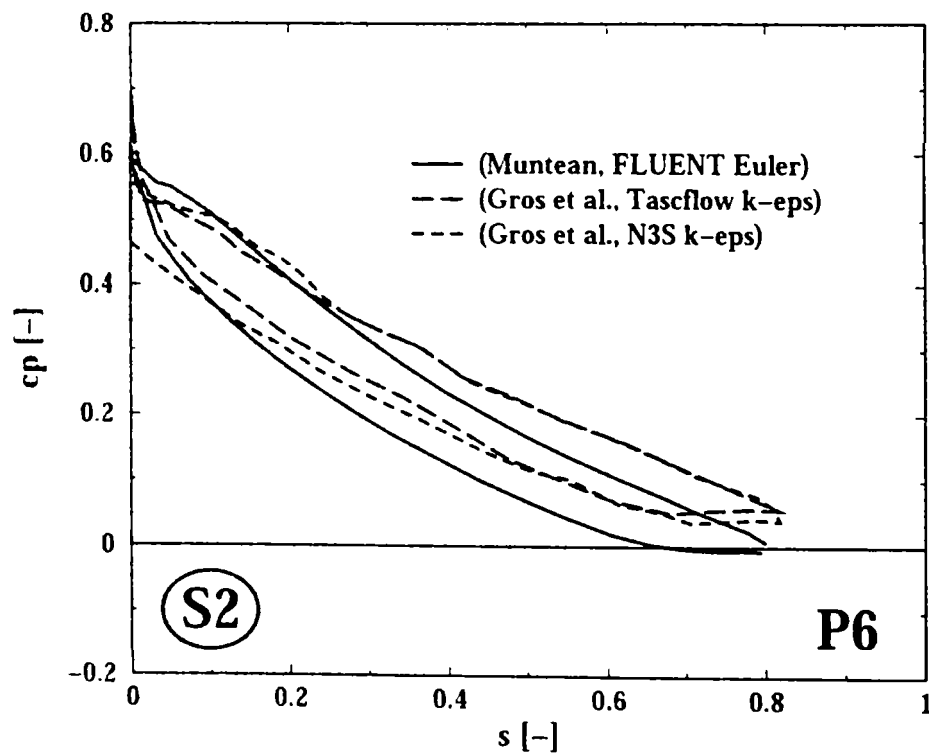


Fig. VII.34 Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în secțiunea S2. Valorile numerice sunt comparate cu rezultatele numerice obținute de Gros et al. (1998).

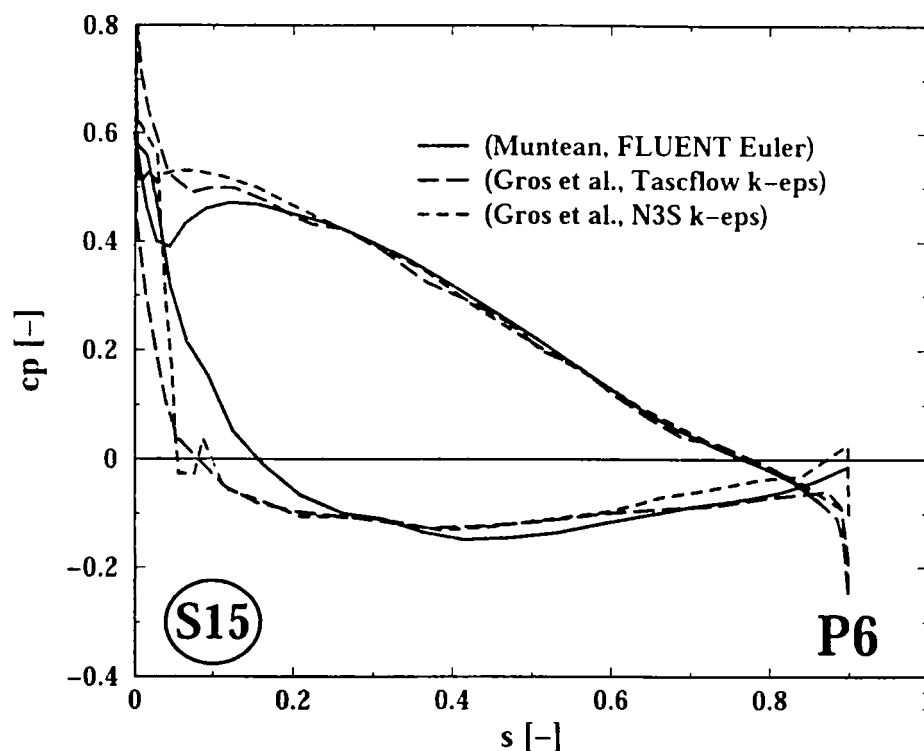


Fig. VII.35 Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în secțiunea S15. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental), și cu cele numerice obținute de Gros et al. (1998).

În general, rezultatele numerice obținute de grupul Cobut et al. (1996) corespund destul de bine cu rezultatele noastre. Excepție face coeficientul de presiune pe interfața distribuitor-rotor care este evaluat mai bine Fig. VII.29, și o mai slabă evaluare a componente tangențiale a vitezei c_u (vezi Fig. VII.30) pe secțiunea de intrare în tubul de aspirație regăsită și în calculul lui β (vezi Fig. VII.31).

Compararea cu rezultatele numerice obținute de Gros et al. (1998) scoate în evidență aceeași distribuție a curbelor pentru simularea realizată cu modelul turbulent $k-\epsilon$ utilizând codul Taskflow. În schimb, rezultatele numerice obținute cu modelul turbulent $k-\epsilon$ utilizând codul N3S prezintă o slabă corelare cu datele experimentale, Fig. VII.33.

Analiza distribuției coeficientului de presiune de-a lungul lui S2 (vezi Fig. VII.34) prezintă impactul curentului în apropierea bordului de atac în timp ce pentru secțiunea S15 (vezi Fig. VII.35) punctul de impact al curentului s-a deplasat spre bordul de atac. Față de situația de la punctul P2 (vezi Fig. VII.25), se remarcă o zonă mai mică accelerare a curentului la trecerea peste bordul de atac. Afirmațiile de mai sus sunt confirmate și de reprezentarea coeficientului de presiune pe paleta rotorică (vezi Fig. VII.36 și Fig. VII.37), unde se observă în continuare "pata roșie" care indică impactul curentului pe extradadosul paletei în apropierea inelului dar zona este mult mai mică față de cea de la punctul P2, vezi Fig. VII.27.

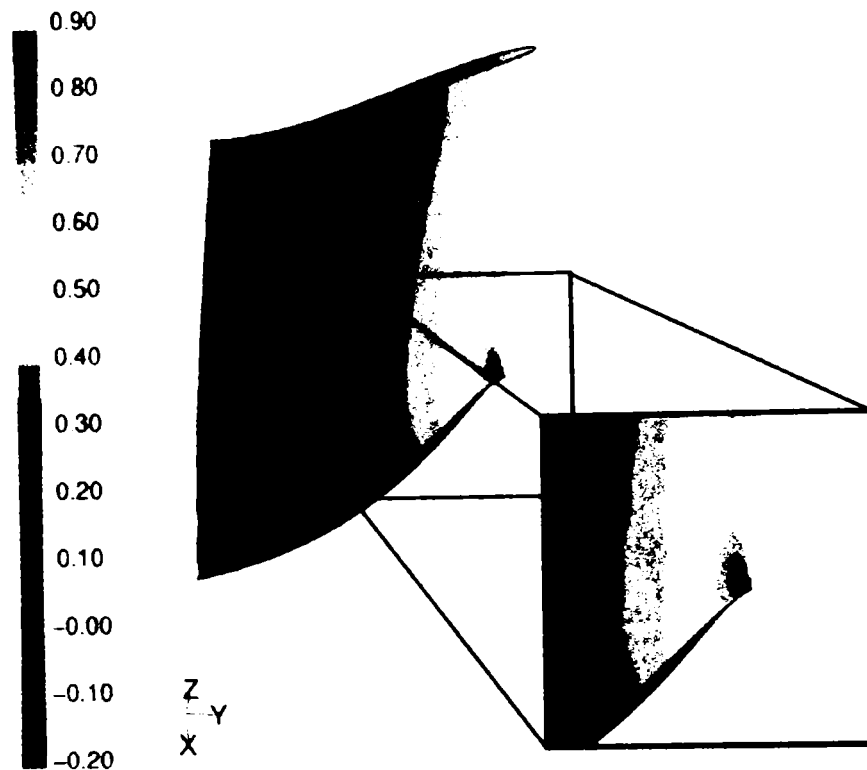


Fig. VII.36 Distribuția coeficientului de presiune c_p pe intradosul paletei rotorice pentru funcționarea în punctul P6.

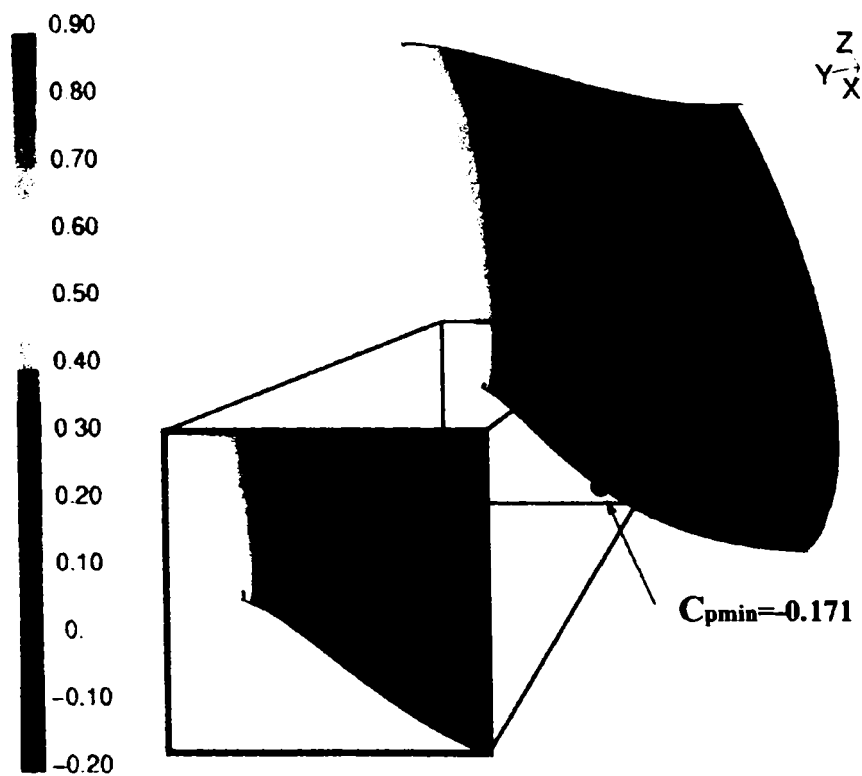


Fig. VII.37 Distribuția coeficientului de presiune c_p pe extradrosul paletei rotorice pentru funcționarea în punctul P6.

VII.4.3. Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru punctul de funcționare P7 ($1.12Q_{opt}$, α_{opt}).

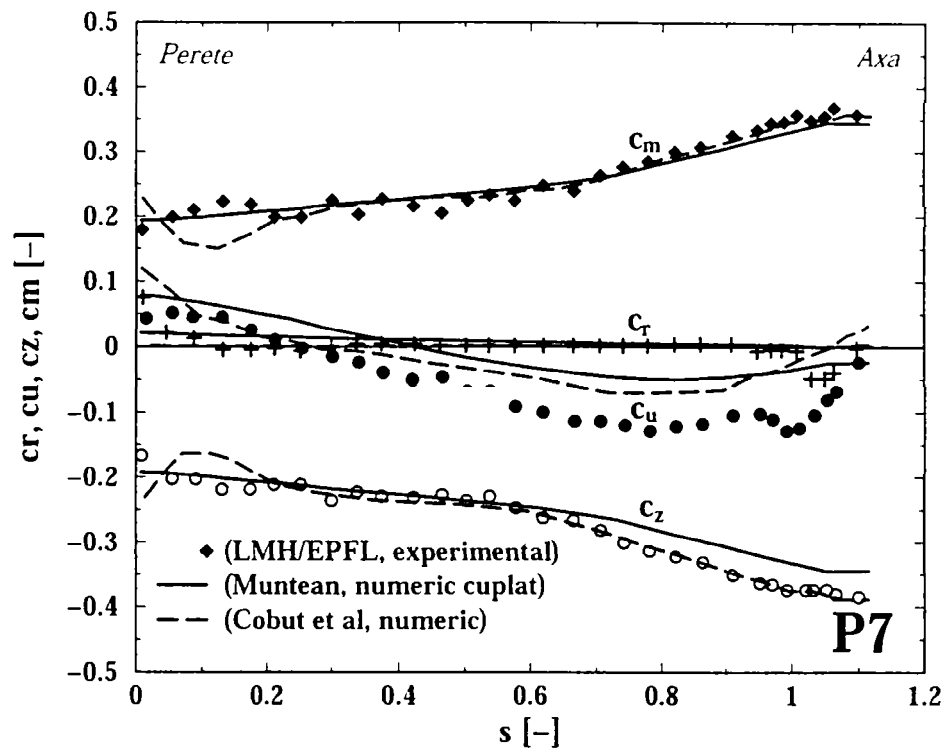


Fig. VII.38 Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză (tangențial **cu**, axial **ca**, și meridional **cm**) în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu datele experimentale, (LMH/EPFL, experimental), și cu cele numerice obținute de Cobut et al. (1996).

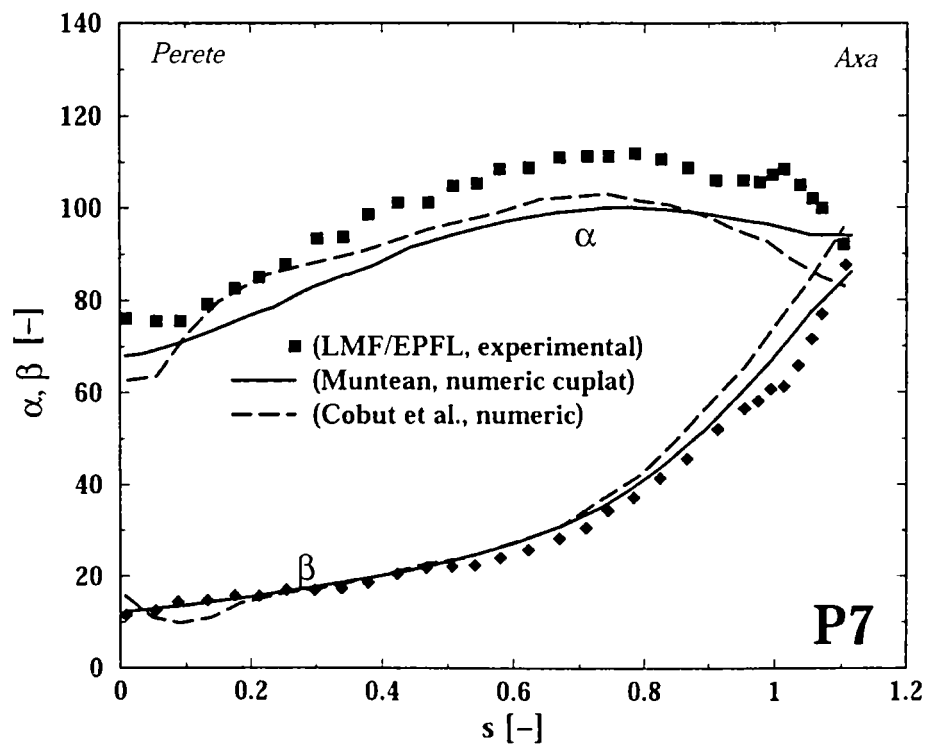


Fig. VII.39 Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele numerice

sunt comparate cu datele experimentale, (LMH/EPFL, experimental), și cu cele numerice obținute de Cobut et al. (1996).

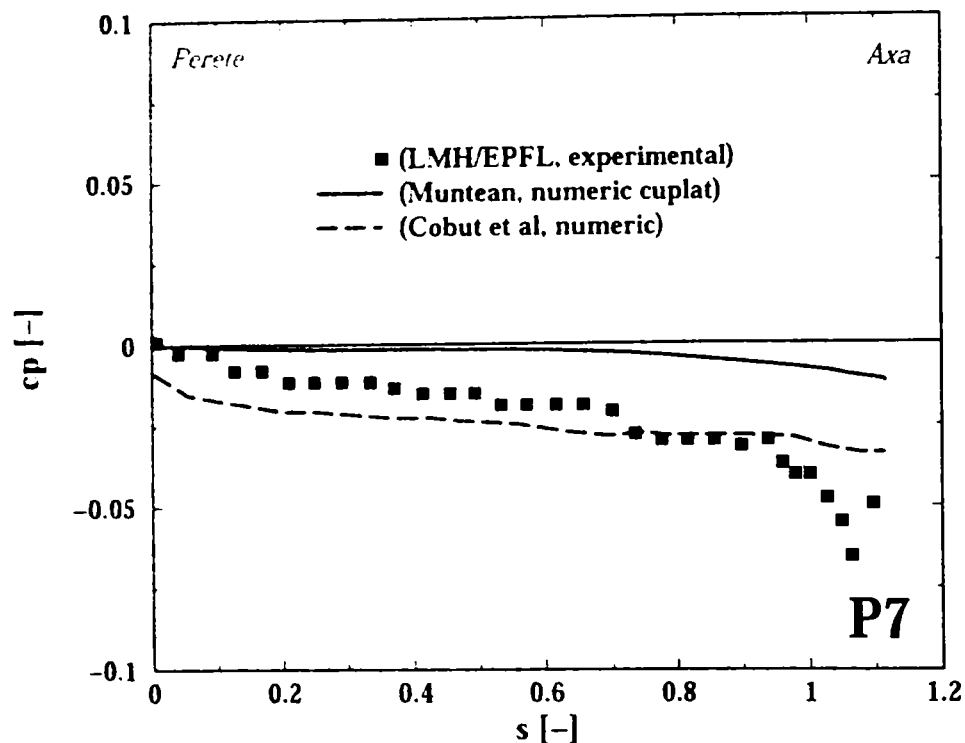


Fig. VII.40 Distribuția coeficientului de presiune din secțiunea de intrare în tubul de aspirație, **calculat** corespunzător condiției de echilibru radial. Rezultatele numerice sunt comparate cu datele experimentale, (LMH/EPFL, experimental), și cu cele numerice obținute de Cobut et al. (1996).

Și pentru punctul P7 se constată o foarte bună evaluare a coeficienților de viteză pe secțiunea de intrare a tubului de aspirație. Excepție face coeficientul componente tangențiale c_u care are aceeași distribuție cu datele experimentale dar este deplasat față de acestea, Fig. VII.38.

La fel ca și în cazul punctului P6, rezultatele numerice obținute de grupul Cobut et al. (1996) corespund bine cu rezultatele noastre.

În Fig. VII.39, se observă o foarte bună corelare a unghiului de curgere relativ β cu datele experimentale, dar pentru unghiul α regăsim deplasarea față de punctele experimentale datorată evaluării lui c_u .

Distribuția coeficientului de presiune pe paleta rotorică, indică impactul curenților pe intrados de-a lungul și în apropierea bordului de atac, vezi Fig. VII.41. Ca urmare acestui fapt, curentul este accelerat la trecerea peste bordul de atac și observăm apariția zonei de presiune minimă pe extrados în apropierea bordului de atac și a inelului, Fig. VII.42.

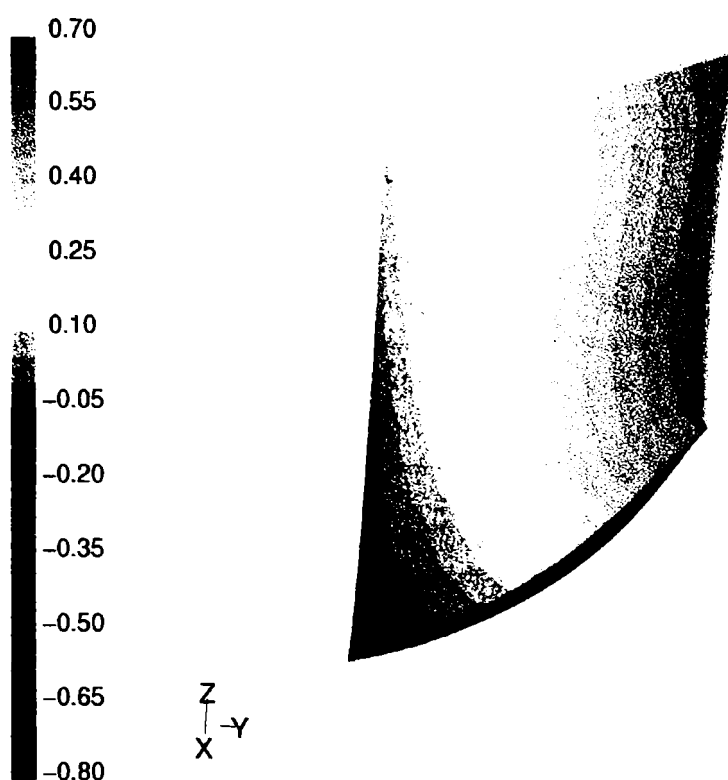


Fig. VII.41 Distribuția coeficientului de presiune c_p pe intradosul paletii rotorice pentru funcționarea în punctul P7.

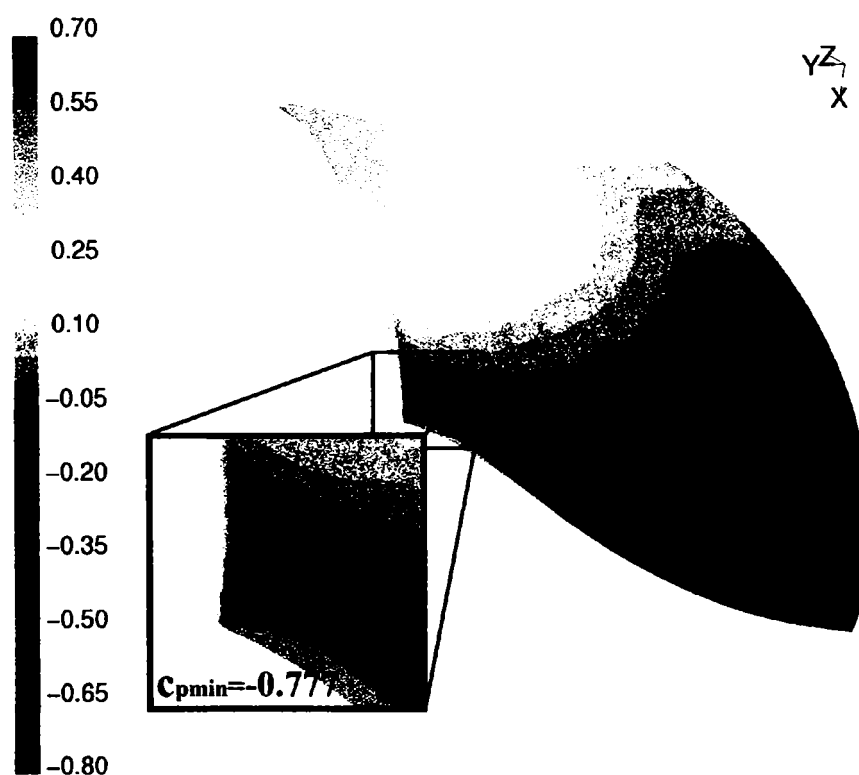


Fig. VII.42 Distribuția coeficientului de presiune c_p pe extradosul paletii rotorice pentru funcționarea în punctul P7.

VII.4.4. Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru punctul de funcționare P3 ($1.17Q_{opt}$, α_{opt}).

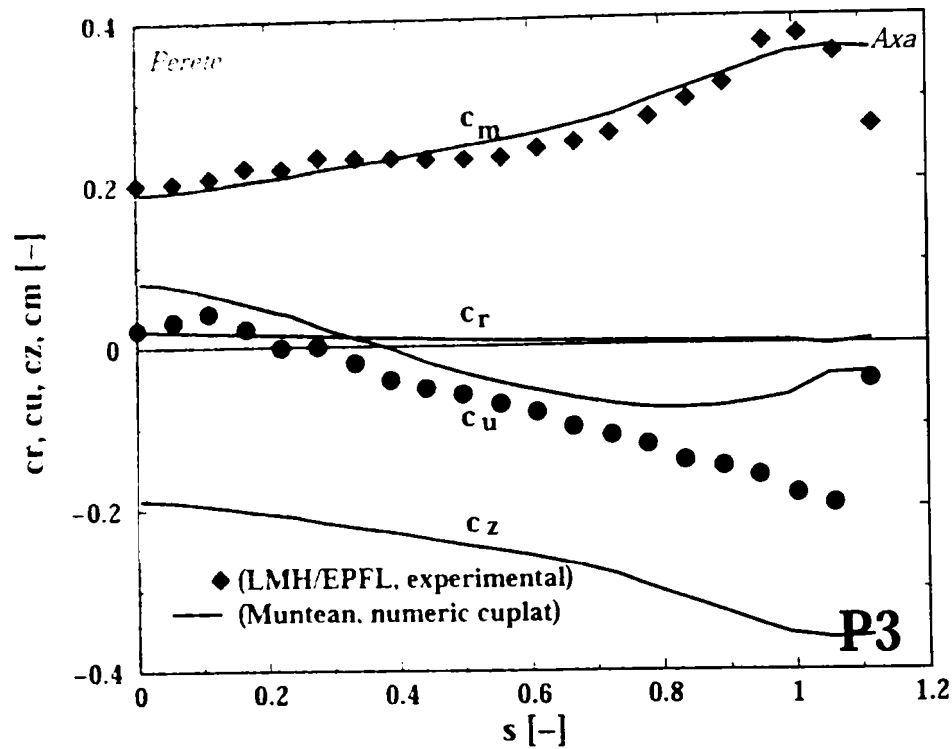


Fig. VII.43 Distribuțiile calculate pentru coeficienții de viteză (radial c_r , tangențial c_u , axial c_z și meridional c_m) în secțiunea de intrare a tubului de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental).

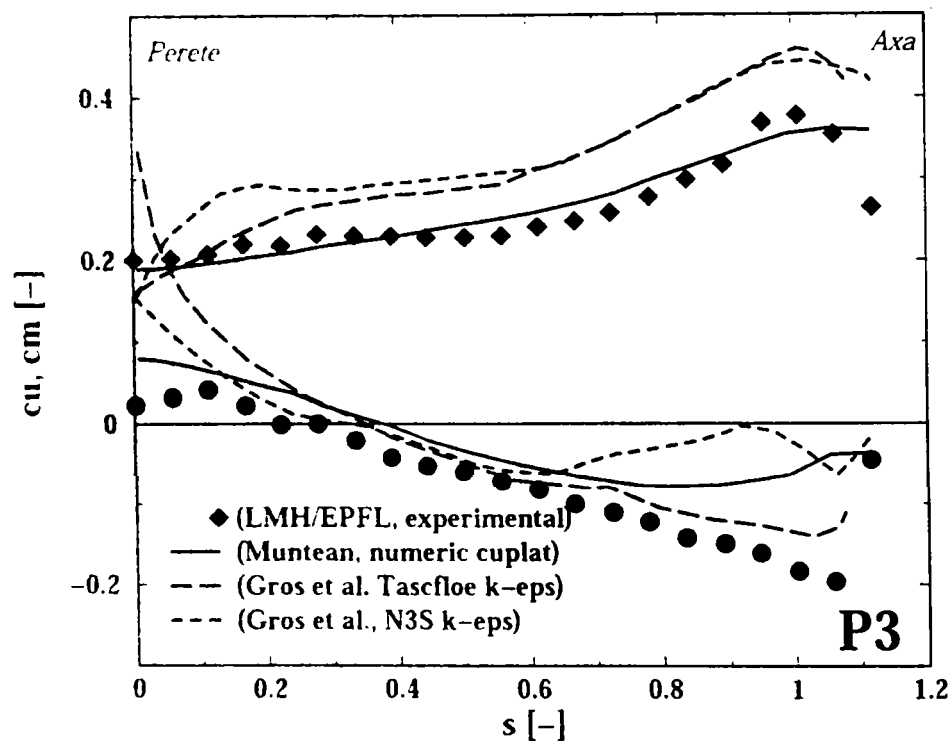


Fig. VII.44 Distribuțiile calculate pentru coeficienții de viteză (tangențial c_u și meridional c_m) în secțiunea de intrare a tubului de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental) și cu cele obținute de Gros et al. (1998).

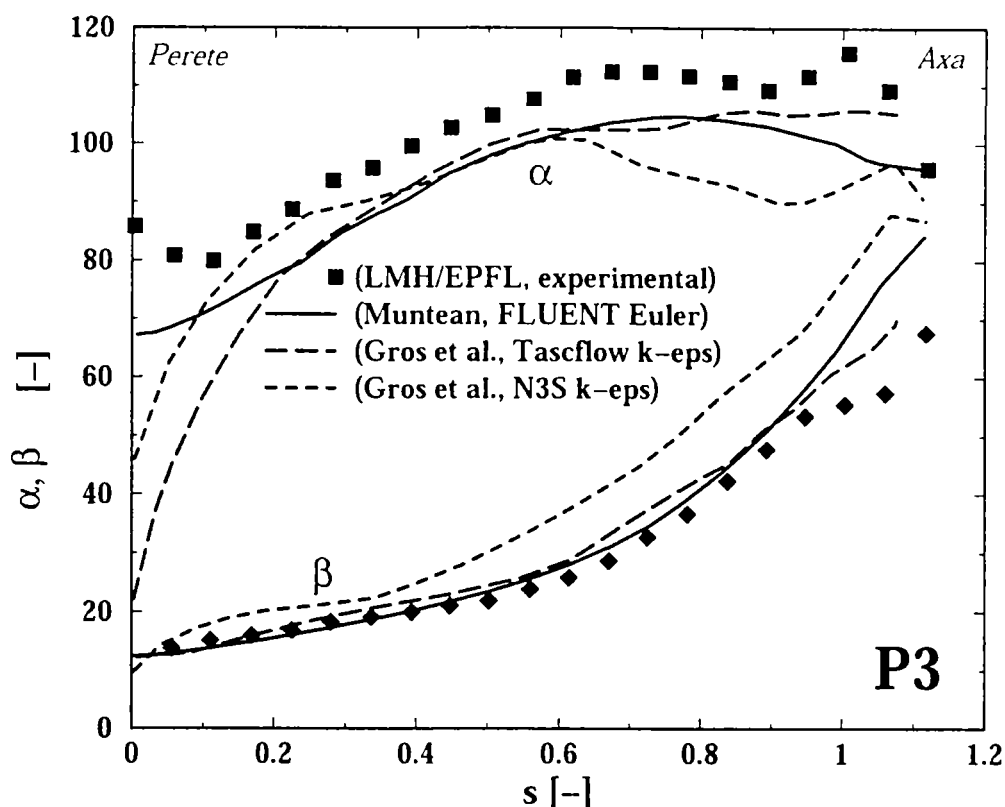


Fig. VII.45 Distribuțiile calculate pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare a tubului de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental) și cu cele numerice obținute de Gros et al. (1998).

La fel ca și pentru punctul P7, pentru funcționarea în P3 se observă o foarte bună evaluare a coeficienților de viteză în secțiunea de intrare a tubului de aspirație. Excepție face coeficientul componente tangențiale c_u care pe 75% prezintă o eroare acceptabilă, pentru ca în apropierea axei să se îndepărteze considerabil de datele experimentale, Fig. VII.43.

Trasarea distribuțiilor calculate pentru unghiul curentului β indică foarte bună corelare cu datele experimentale în timp ce pentru α se observă o subevaluare sistematică, Fig. VII.45.

Estimarea realizată cu modelele k- ϵ de grupul Gros et al. (1998) pentru coeficienții de viteză indică o mai bună concordanță cu datele experimentale decât rezultatele noastre, în cazul utilizării codului Tascflow și o mai slabă corelare cu datele experimentale pentru simularea realizată cu codul N3S, Fig. VII.44. Pentru calculul unghiurilor curentului regăsim concluziile prezentate anterior, vezi Fig. VII.45.

Distribuția coeficientului de presiune de-a lungul secțiunilor S2 (vezi Fig. VII.46) și S15 (vezi Fig. VII.47) scot în evidență faptul că impactul curentului are loc pe intradosul paletii rotorice. În secțiunea S15 se observă o bună corelare a rezultatelor noastre numerice cu datele experimentale, cu excepția zonei din imediata vecinătate a bordului de atac. Reprezentarea coeficientului de presiune pe paletă, pune în evidență mult mai clar impactul curentului pe intrados, vezi Fig. VII.48 și formarea pe extradros în apropierea bordului de atac și a inelului a zonei de sensibilitate la cavitație, zonă în care presiunea este minimă, vezi Fig. VII.49.

Modelarea vâscoasă realizată de grupul Gros et al. (1998) cu modelul k- ϵ și codul Tascflow oferă o foarte bună evaluare a coeficientului de presiune în secțiunea S15, față de rezultatele mult mai imprecise oferite de simularea realizată cu același model dar utilizând codul N3S.

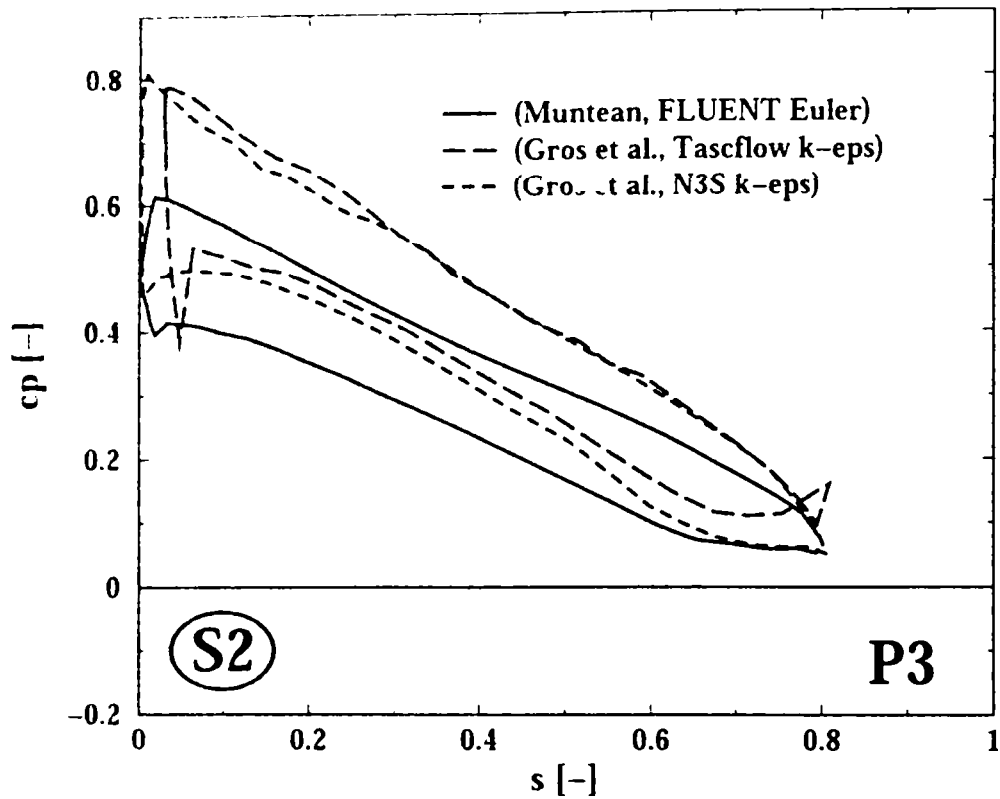


Fig. VII.46 Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în secțiunea S2. Valorile numerice sunt comparate cu rezultatele numerice obținute de Gros et al. (1998).

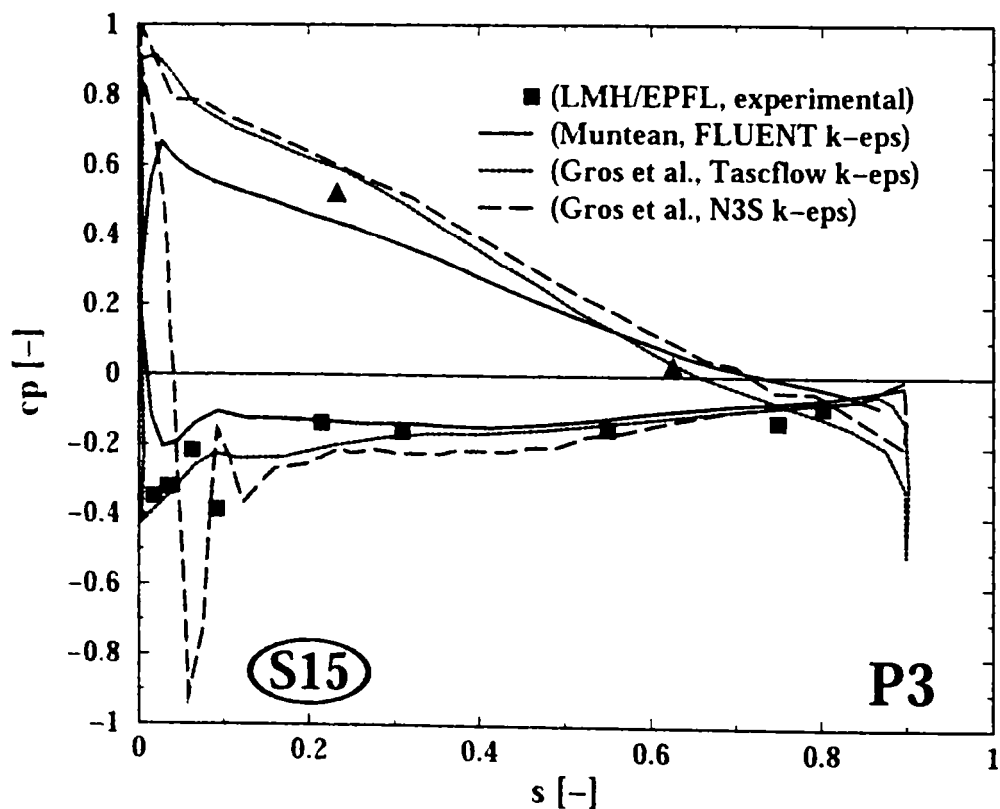


Fig. VII.47 Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în secțiunea S15. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental), și cu cele numerice obținute de Gros et al. (1998).

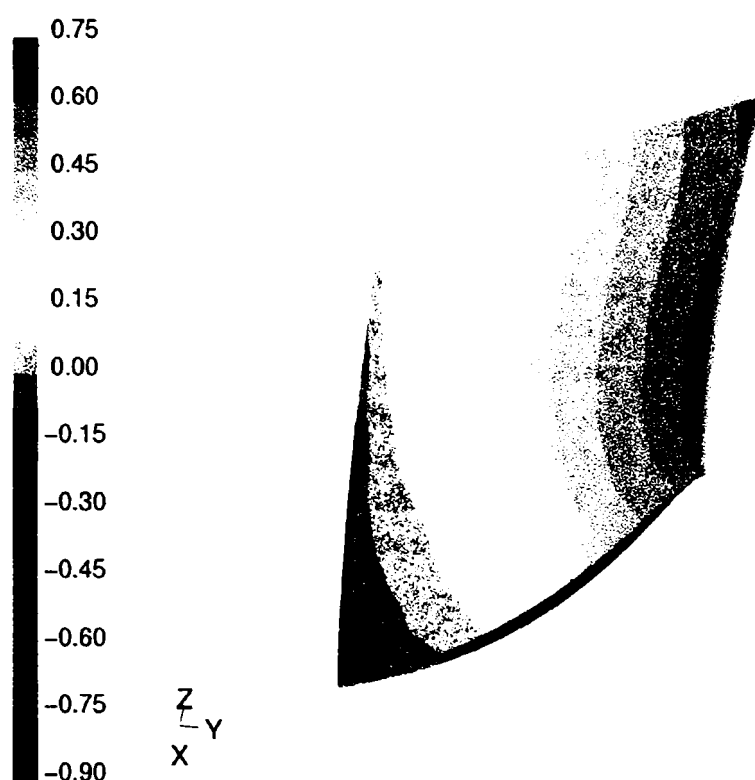


Fig. VII.48 Distribuția coeficientului de presiune c_p pe intradosul paletii rotorice pentru funcționarea în punctul P3.

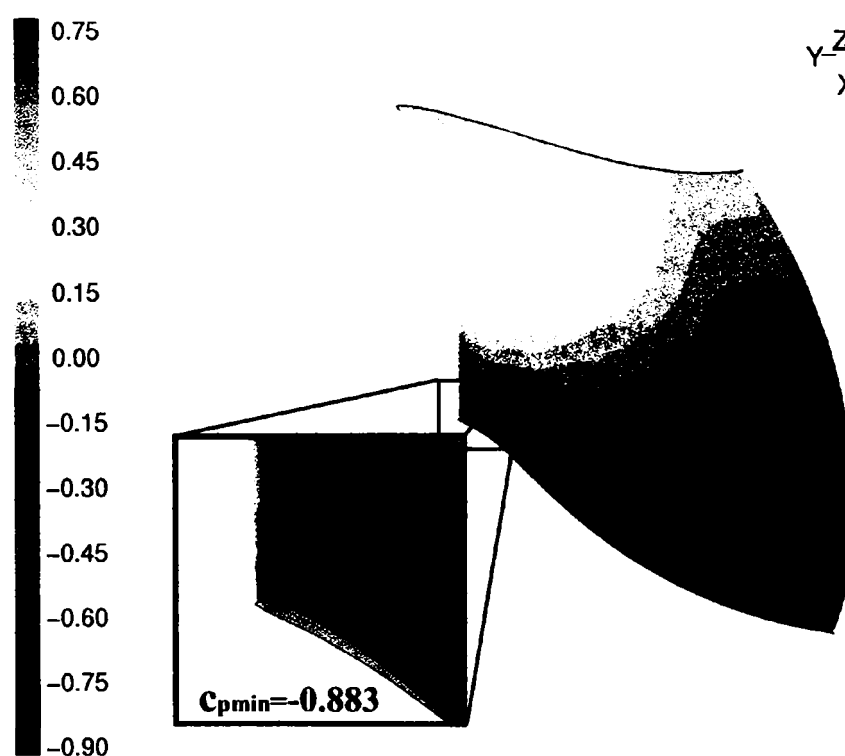


Fig. VII.49 Distribuția coeficientului de presiune c_p pe extradosul paletii rotorice pentru funcționarea în punctul P3.

VII.4.5. Analiza câmpurilor de viteză și presiune pentru funcționarea la deschidere constantă

Pentru funcționarea la punctul optim ($Q=Q_{opt}$), impactul are loc în bordul de atac și curentul îmbracă paleta rotorică. La ieșire, curentul are direcția paletei eliminând formarea vârtejului central, $\alpha \approx 90^\circ$

În timp ce pentru încărcări parțiale ($Q < Q_{opt}$), deviația curentului conduce la impactul pe extradados, pentru supraîncărcări ($Q > Q_{opt}$) acest fenomen apare pe intrados. Pentru incidențe mici, curentul se desprinde și se reatașează, părăsind paleta după direcția acesteia. La ieșire, dacă debitul este mai mic decât debitul optim ($Q < Q_{opt}$) apare o componentă pozitivă a vitezei tangențiale (V_u). Conform convenției, semnul pozitiv a fost ales pentru cazul în care rotația vârtejului are același semn cu viteza unghiulară a rotorului ($\alpha < 90^\circ$). Pentru supraîncărcări ($Q > Q_{opt}$), la ieșire sensul de rotație al vârtejului este opus rotației rotorului ($\alpha > 90^\circ$) și componenta tangențială prin convenție are valori negative, vezi Fig. VII.50.

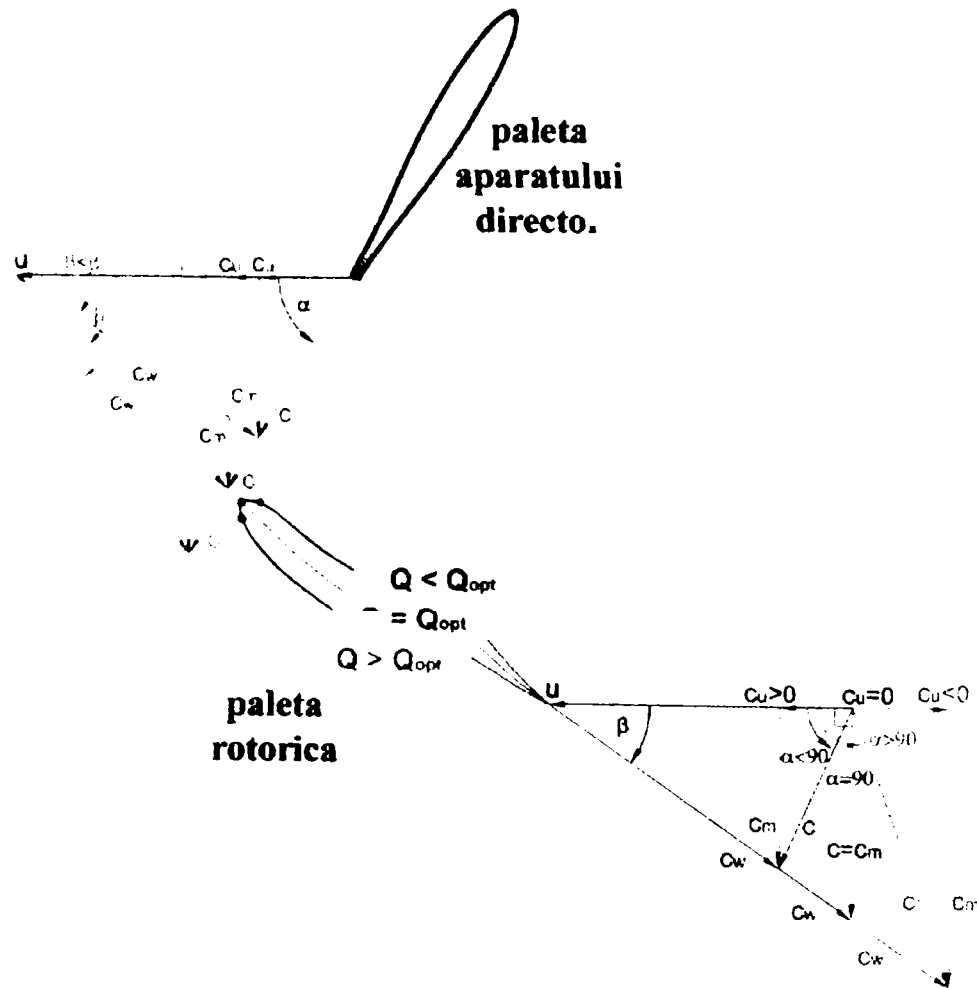


Fig. VII.50 Triunghiurile de viteze pentru debite parțiale și deschidere constantă: a) $Q < Q_{opt}$; b) $Q = Q_{opt}$; c) $Q > Q_{opt}$.

Din compararea datelor experimentale cu rezultatele numerice obținute în ipoteza curentului ideal la punctul optim de funcționare a reieșit desprinderea mai rapidă a curentului vâscos decât a celui nevâscos, Fig. IV.23. Acest fenomen este amplificat pe măsură ce incidența curentului se îndepărtează de intrarea fără șoc. Ca urmare, păstrarea curentului atașat pe paletă implică o incidență diferită a curentului ideal față de cel real și în consecință puncte de impact diferite ce conduc la distribuții diferite ale coeficientului de presiune. Subevaluarea valorilor numerice în comparație cu cele experimentale, se explică prin impactul curentului ideal pe fața de presiune mai aproape de

Medote numerice pentru determinarea câmpurilor tridimensionale în rotoarele turbinelor Francis

bordul de atac al paletei rotorice, Fig. VII.51. În consecință, apare o mai mică accelerare a curentului ideal la trecerea peste bordul de atac, concretizată în valori mai mici ale coeficientului de presiune față de cel real.

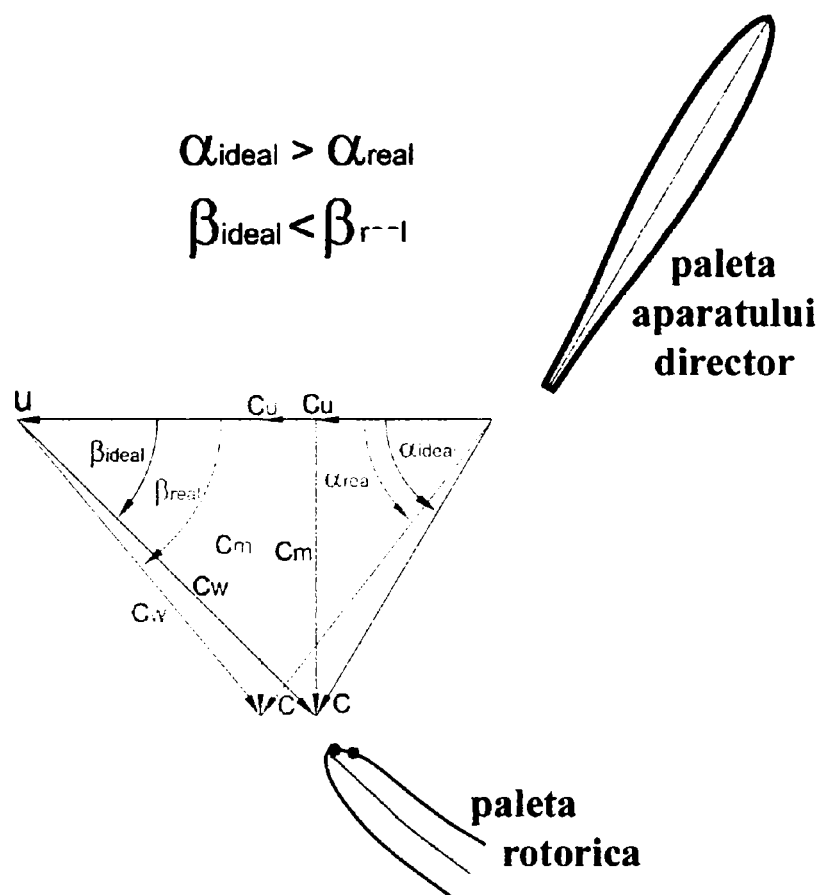


Fig. VII.51 Prezentarea triunghiurilor de viteză în secțiunea de intrare a rotorului pentru curentul nevâscos (ideal) și vâscos (real).

Analiza distribuției coeficientului de presiune pe paleta rotorică în secțiunea S2 dezvăluie următoarele, vezi Fig. VII.53:

- în apropierea coroanei, incidența optimă a curentului se găsește în jurul regimului P6 ($0.85Q_{opt}$), deci în acest caz impactul are loc aproape în bordul de atac;
- devierea de la debitul $0.85Q_{opt}$ spre debite mai mici indică deplasarea punctului de impact pe extrados (care este în acest caz fața de presiune) și curentul ocolește bordul de atac spre intrados. Odată cu scăderea debitului, saltul de pe bordul de atac devine din ce în ce mai important, conducând la desprinderea/reatașarea curentului pe intrados (fața de depresiune) și la formarea unor zone cu presiune scăzută din ce în ce mai mari, (Resiga et al., 1999). Acest lucru se poate observa pentru punctul P2 ($0.77Q_{opt}$) pentru care impactul are loc pe extrados, vezi Fig. VII.27 și Fig. VII.55;
- devierea de la debitul $0.85Q_{opt}$ spre debite mai mari indică deplasarea punctului de impact pe intrados (care este în această situație fața de presiune) și curentul ocolește bordul de atac spre extrados. Odată cu creșterea debitului, zona cu presiune scăzută se mută pe extrados și devine din ce în ce mai mare. Acest lucru se poate observa pentru punctele P1 (Q_{opt}), P7 ($1.12Q_{opt}$) și P3 ($1.786Q_{opt}$) pentru care impactul are loc pe intrados, vezi Fig. VII.55;
- pentru toate regimurile se constată valori pozitive ale coeficientului de presiune în secțiunea S2, valorile cele mai mici apar în apropierea bordului de fugă pe extrados la încărcări parțiale ($Q < Q_{opt}$);

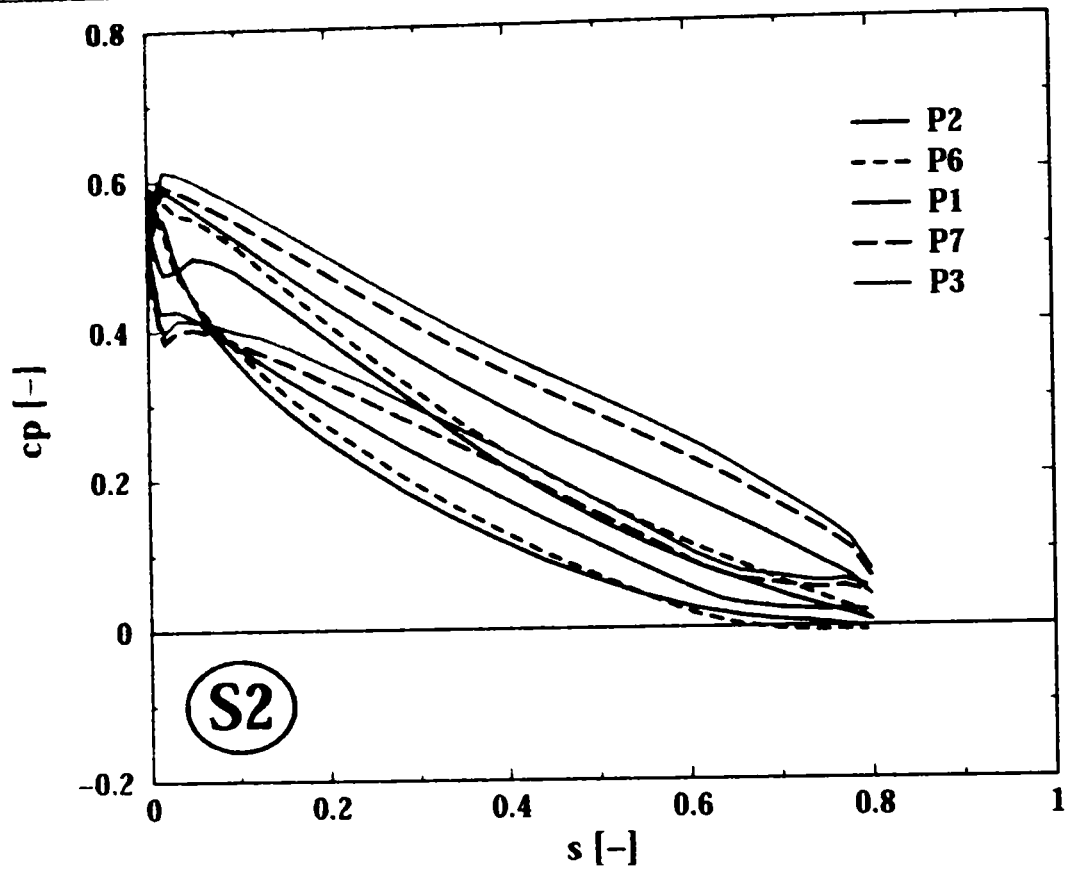


Fig. VII.52 Distribuția coeficientului de presiune pe paleta rotorică în secțiunea S2 din apropierea coroanei pentru cele 5 regimuri dispuse la deschidere constantă.

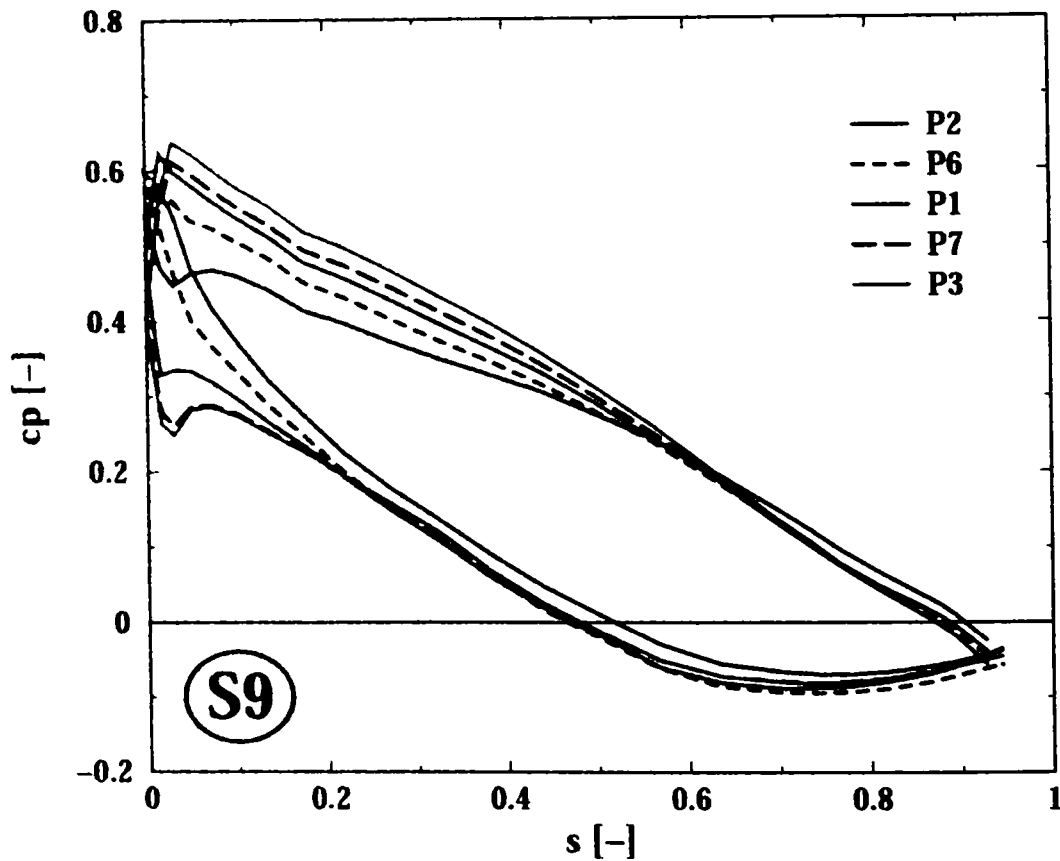


Fig. VII.53 Distribuția coeficientului de presiune pe paleta rotorică în secțiunea S9 pentru cele 5 regimuri dispuse la deschidere constantă.

Elementele prezentate pentru secțiunea S2 sunt în general valabile și pentru secțiunea S9, Fig. VII.53.

- depărtarea punctului de impact pe intradosul paletelor rotorice, pentru funcționarea la debitul optim P1 (Q_{opt}) și debite mai mari decât acesta P7 ($1.12Q_{opt}$) respectiv P3 ($1.17Q_{opt}$), conduce la creșterea în modul a coeficientului de presiune în apropierea bordului de atac, vezi Fig. VII.50. Dar cu toate acestea zona de sensibilitate la cavitație pentru această secțiune este cea din apropierea bordului de fugă, vezi Fig. VII.55;
- depărtarea punctului de impact de bordul de atac pe extradossul paletelor pentru funcționarea în punctul P2 ($0.77Q_{opt}$), amplifică fenomenul observat în secțiunea S2;
- valoarea minimă globală a coeficientului de presiune ($c_p \approx -0.1$) apare pe fața de depresiune în aceeași poziție $0.7s$, pentru toate regimurile studiate. Cu alte cuvinte, în secțiunea S9 sensibilitatea la cavitație este aproximativ aceeași pentru toate punctele de funcționare studiate;

Pentru secțiunea din apropierea inelului, S15, se disting distribuții diferite pentru cele 5 regimuri studiate, vezi Fig. VII.54:

- pentru încărcări parțiale ($Q < Q_{opt}$), impactul curenților este pe extradossul paletelor rotorice și astfel coeficientul de presiune minim global se situează la $0.42s$, având valori de $c_p \approx -0.12$ pentru P2 ($0.77Q_{opt}$) respectiv $c_p \approx -0.14$ pentru P6 ($0.85Q_{opt}$);
- impactul pentru regimul optim P1 apare în apropierea bordului de atac, și în consecință distribuția coeficientului de presiune este $c_p \approx -0.15$ situat la $0.4s$;
- în schimb, pentru supraîncărcări ($Q > Q_{opt}$) distribuția coeficientului de presiune se schimbă radical, deoarece impactul apare pe intradosul paletelor rotorice și desprinderea/reatașarea curenților produce minimul global $c_p \approx -0.18$ situat la $0.05s$ pentru P7 ($1.12Q_{opt}$) respectiv $c_p \approx -0.2$ situat la $0.04s$ pentru P3 ($1.17Q_{opt}$);

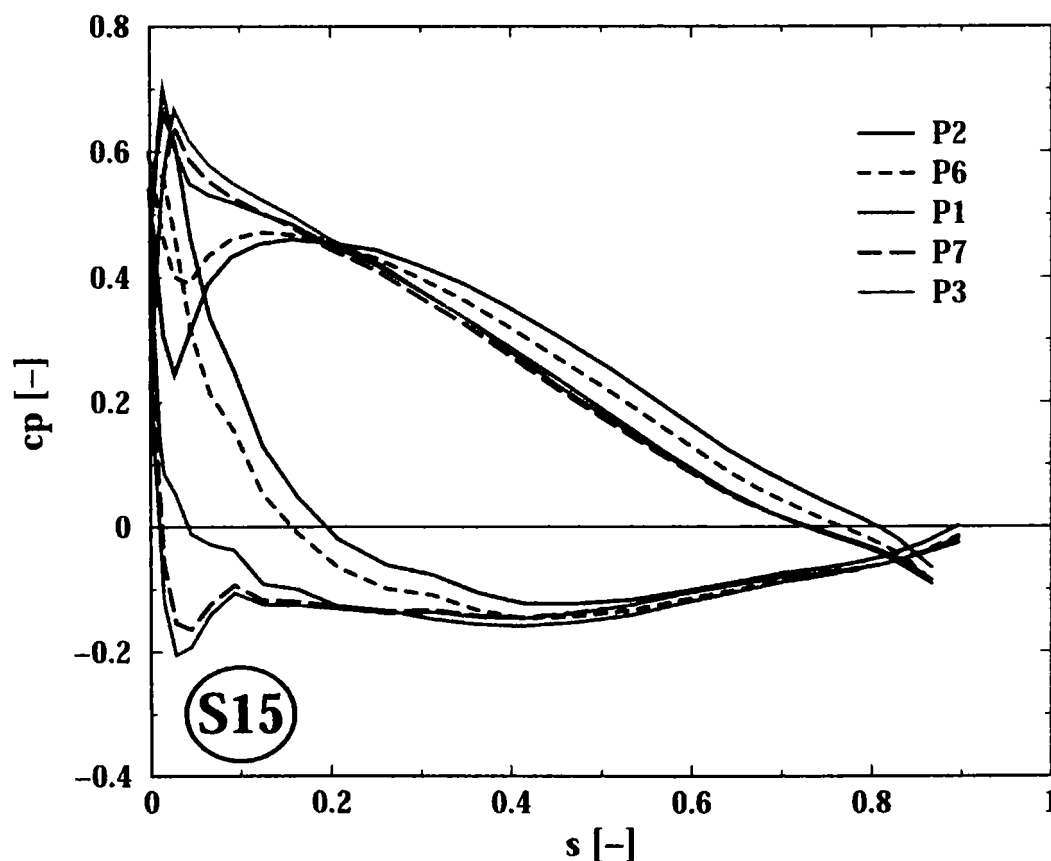


Fig. VII.54 Distribuția coeficientului de presiune pe paleta rotorică în secțiunea S15 din apropierea inelului pentru cele 5 regimuri dispuse la deschidere constantă.

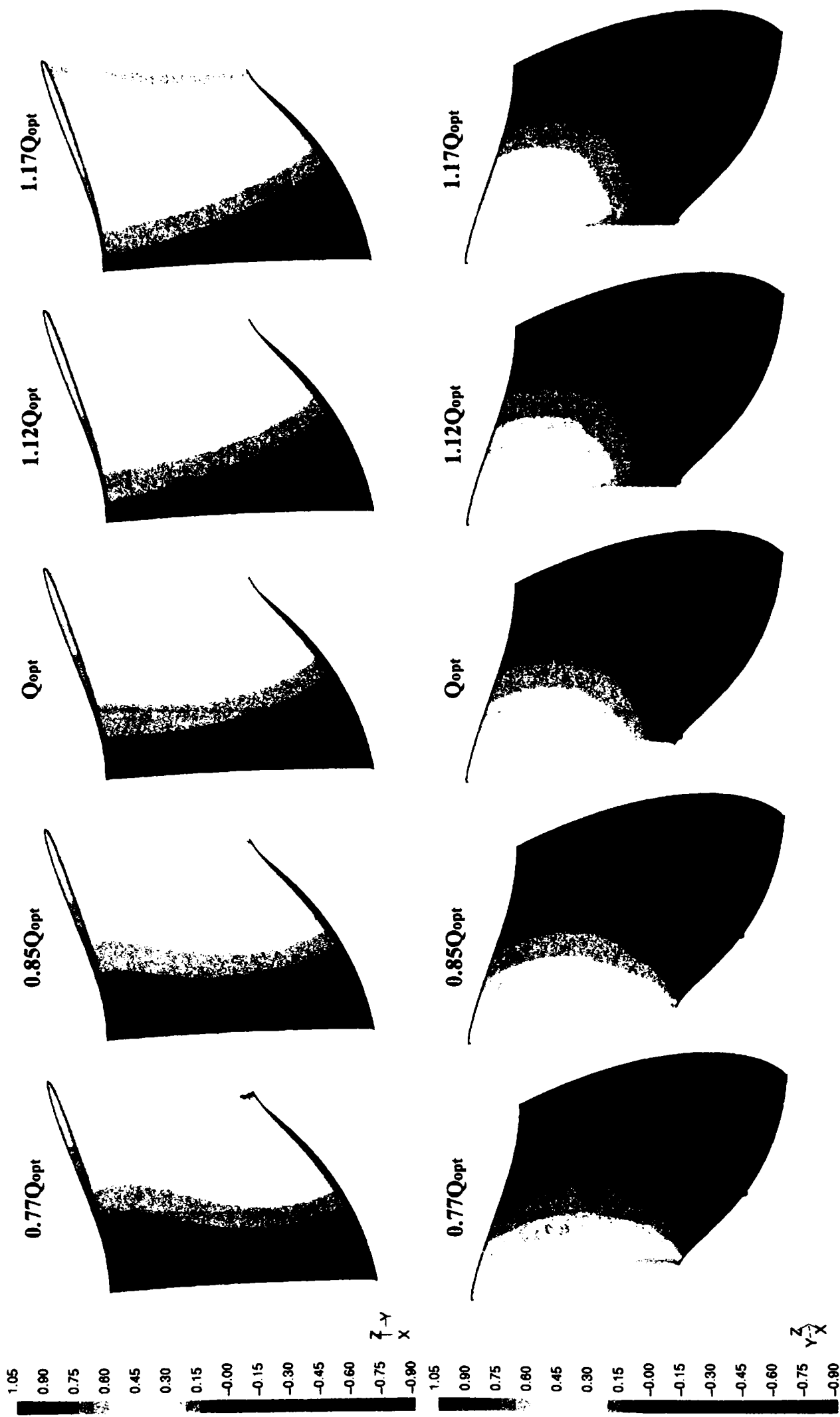


Fig. VII.55 Distribuția coeficientului de presiune pe intradosul (sus) și extradosul (jos) paletii rotorice pentru cele 5 regimuri dispuse la deschidere constantă.

Medote numerice pentru determinarea câmpurilor tridimensionale în rotoarele turbinelor Francis

În Fig. VII.55 se prezintă comparativ distribuția coeficientului de presiune pe intradosul și extradrosul paletii rotorice pentru cele 5 regimuri de funcționare la deschidere constantă. Pentru toate reprezentările s-a utilizat aceeași scară și pentru fiecare deschidere s-a marcat punctul de presiune minimă absolută.

Pentru funcționarea la debite parțiale și deschidere constantă se poate concluziona: *analiza câmpului de viteză a arătat că impactul curentului apare funcție de regim, în bordul de atac, pe extradrosul sau intradosul paletii rotorice. Acest lucru influențează poziția și valoarea minimumului de presiune. Analiza câmpului de presiune confirmă ceea ce s-a constatat experimental și anume coeficientul de presiune minim este în apropierea inelului, și ca urmare această zonă este cea mai sensibilă la apariția și dezvoltarea cavitației.*

VII.5. Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru funcționare în afara punctului optim la "energie constantă".

VII.5.1. Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru punctul de funcționare P4 ($0.77Q_{opt}$, $0.78\alpha_{opt}$).

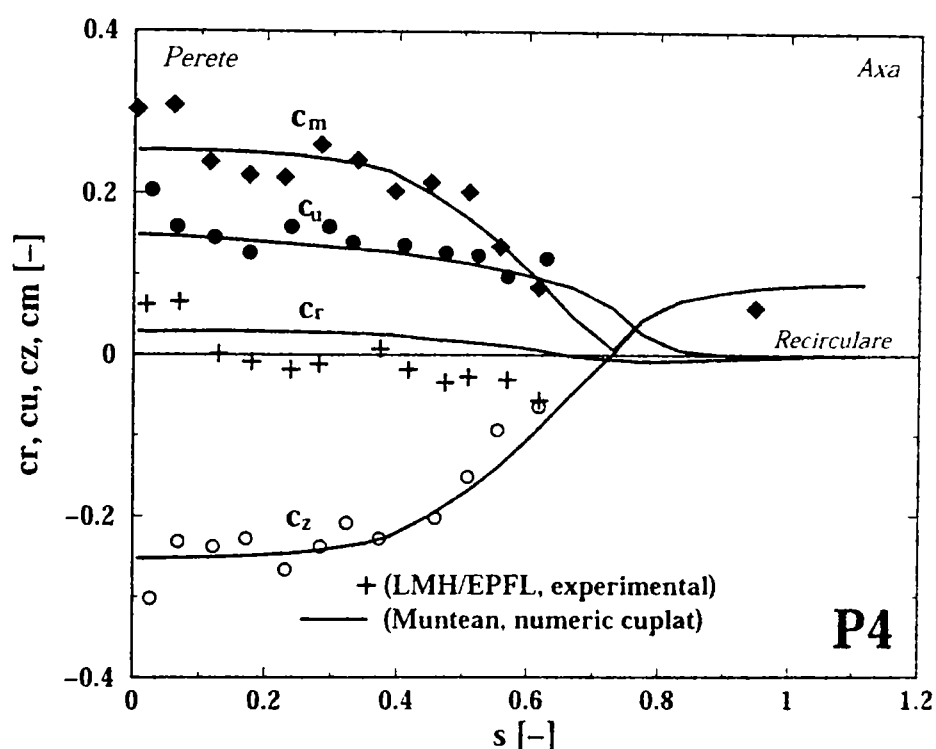


Fig. VII.56 Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză (radial **cr**, tangențial **cu**, axial **cz** și meridional **cm**) în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental).

Pentru funcționarea în punctul P4, se observă o foarte bună corelare a distribuției de viteză din secțiunea de intrare în tubul de aspirație cu datele experimentale, vezi Fig. VII.56. Se observă existența recirculării fluidului pe 25% din aria secțiunii de intrare a tubului de aspirație, în concordanță cu rezultatele numerice obținute pentru funcționarea la debite parțiale și deschidere constantă (punctele P2 și P6). Excelenta corelare cu datele experimentale se obține și pentru unghiurile curentului α și β , Fig. VII.58.

Distribuțiile de viteze obținute cu modelul k- ϵ de grupul Gros et al. (1998) utilizând codurile Tascflow și N3S sunt puțin mai îndepărtate de datele experimentale decât rezultatele noastre, vezi Fig. VII.57 și Fig. VII.58.

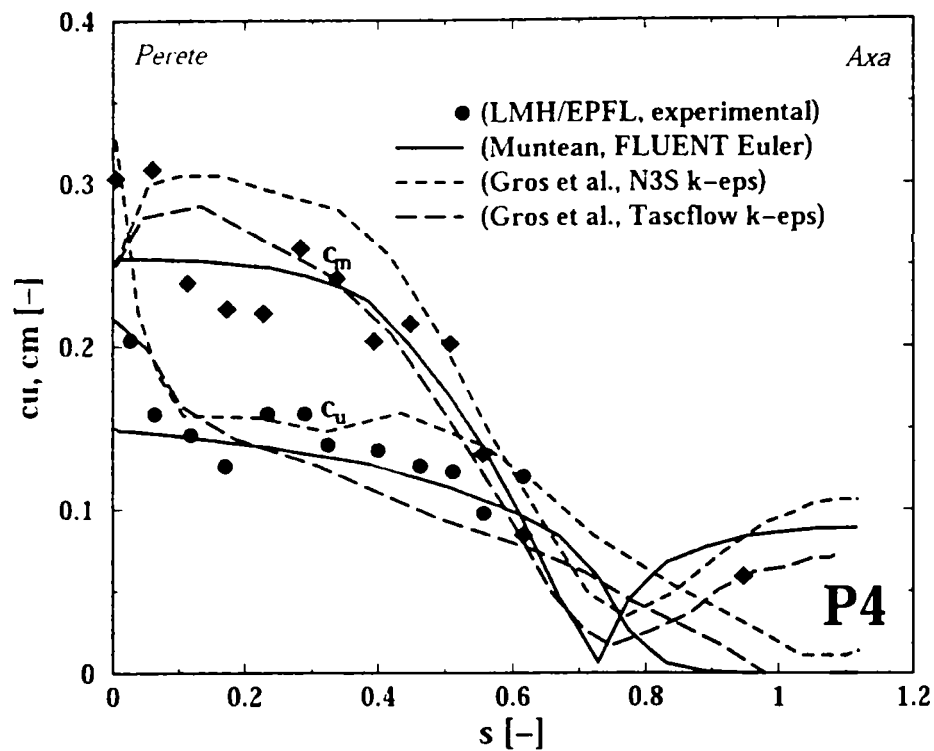


Fig. VII.57 Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză (tangențial **cu** și meridional **cm**) în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental) și cu cele obținute de Gros et al. (1998).

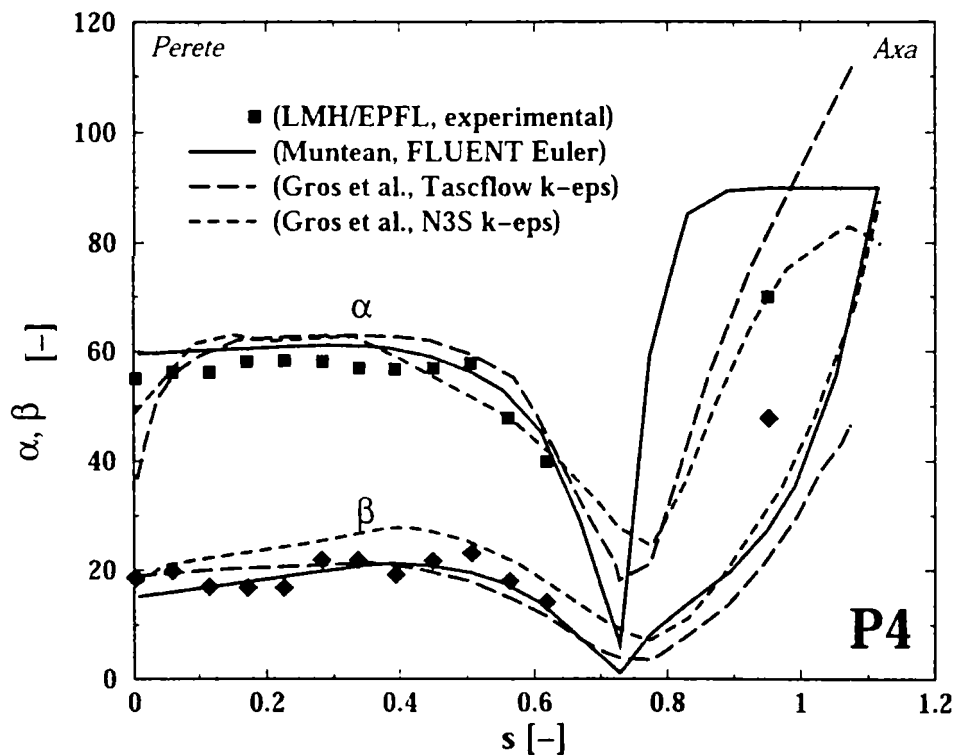


Fig. VII.58 Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental), și cu cele numerice obținute de Gros et al. (1998).

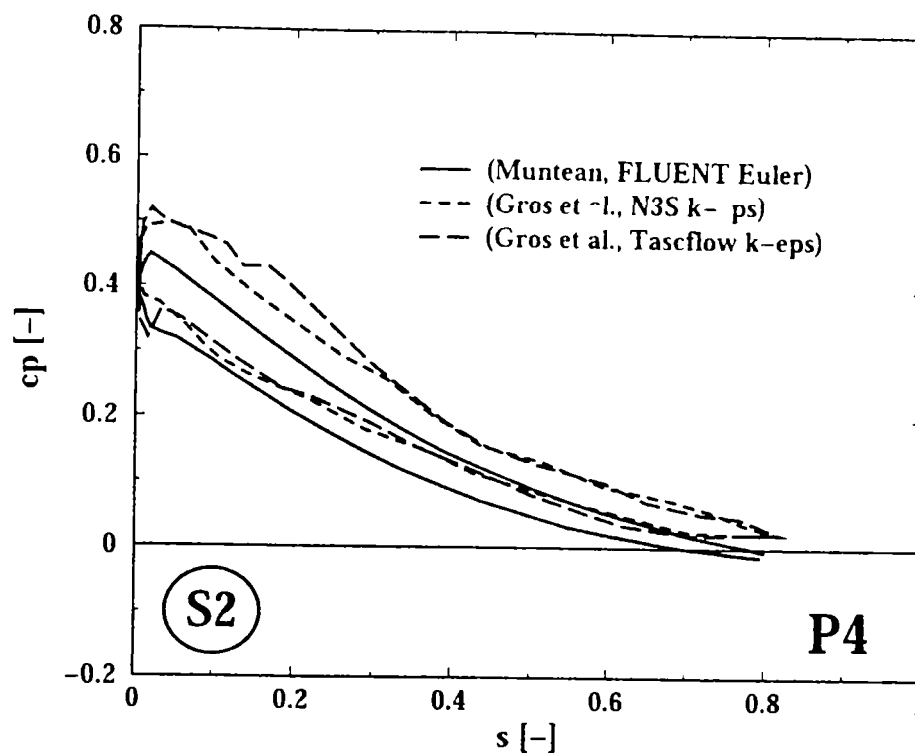


Fig. VII.59 Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în secțiunea S2. Valorile numerice sunt comparate cu rezultatele numerice obținute de Gros et al. (1998).

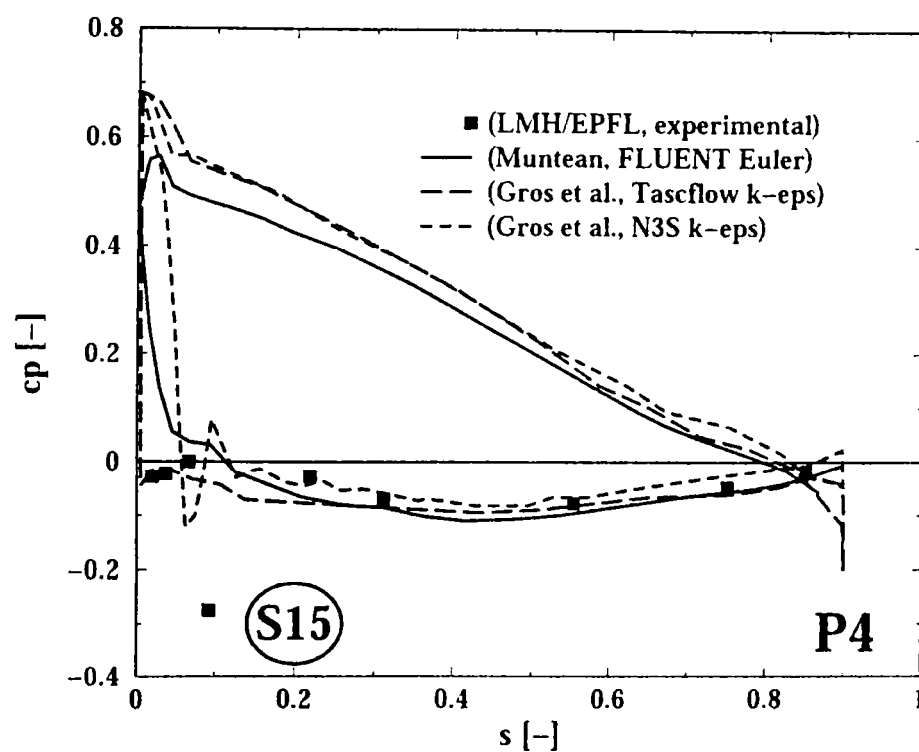


Fig. VII.60 Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în secțiunea S15. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental), și cu cele numerice obținute de Gros et al. (1998).

Distribuția coeficientului de presiune din secțiunea S15 prezintă o foarte bună corelare cu datele experimentale, excepție făcând zona din apropierea bordului de atac, vezi Fig. VII.60. În schimb, rezultatele obținute cu modelul k- ϵ și codul Tascflow de Gros et al. (1998) prezintă o excelentă corelare cu datele experimentale.

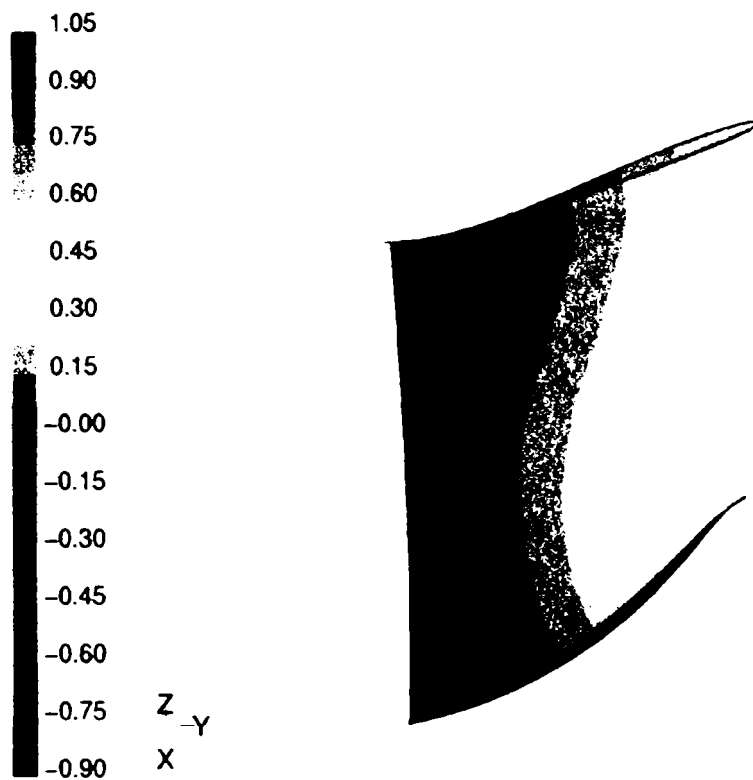


Fig. VII.61 Distribuția coeficientului de presiune c_p pe intradosul paletii rotorice pentru funcționarea în punctul P4.

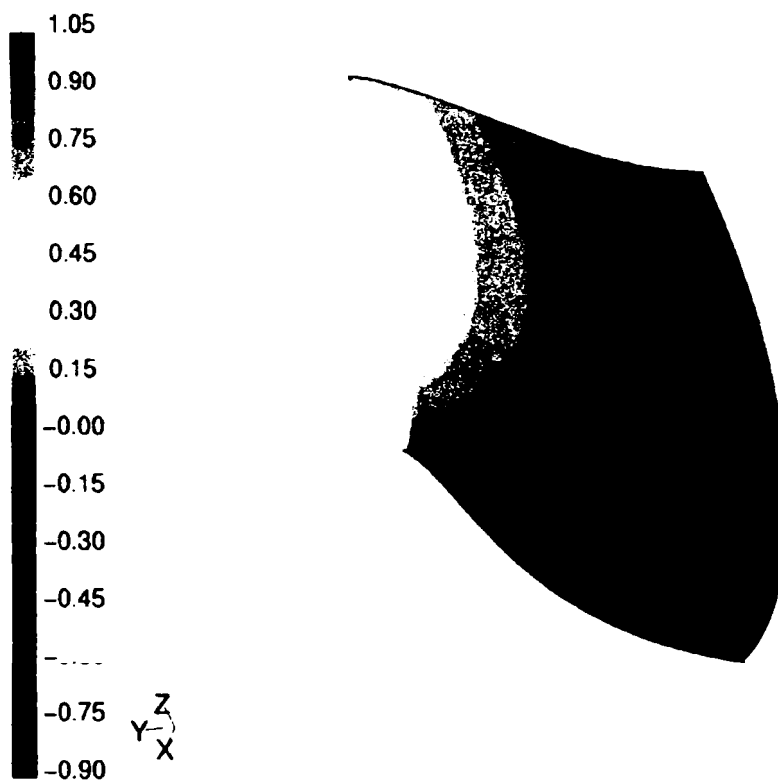


Fig. VII.62 Distribuția coeficientului de presiune c_p pe extradosul paletii rotorice pentru funcționarea în punctul P4.

Din distribuția coeficientului de presiune pe paleta rotorică se observă impactul curențului pe intrados Fig. VII.61, aceasta conducând la accelerarea curențului peste bordul de atac și apariția zonei de presiune minimă pe extrados în apropierea bordului de atac și a inelului, Fig. VII.62.

VII.5.2. Testarea calculului cuplat distribuitor-rotor pentru punctul de funcționare P5 ($1.17Q_{opt}$, $1.32\alpha_{opt}$).

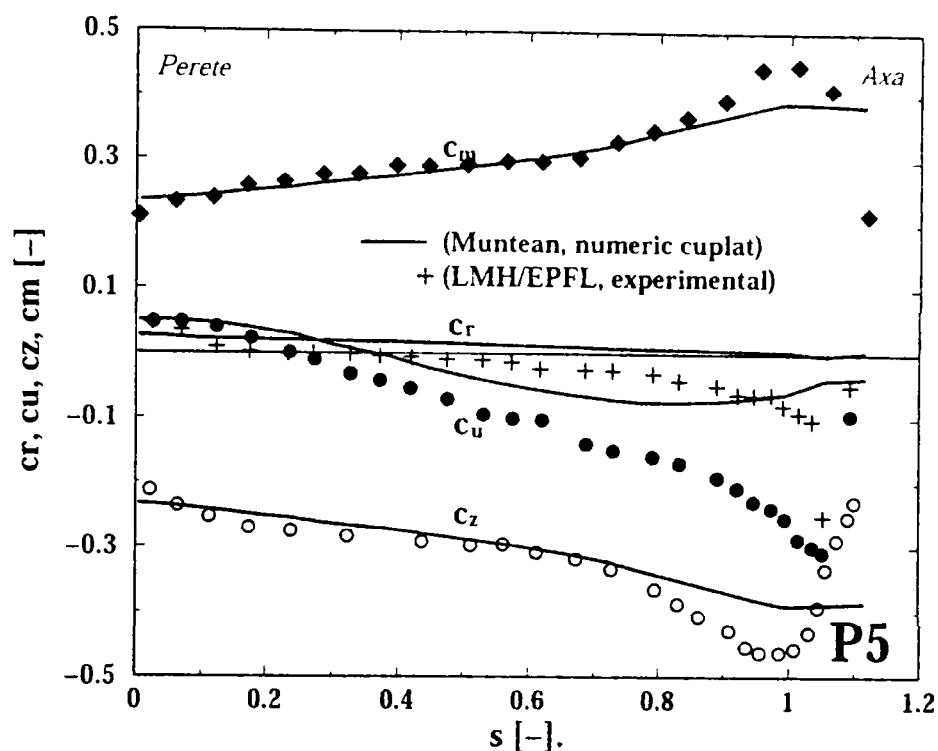


Fig. VII.63 Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză (radial c_r , tangențial c_u , axial c_z și meridional c_m) în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental).

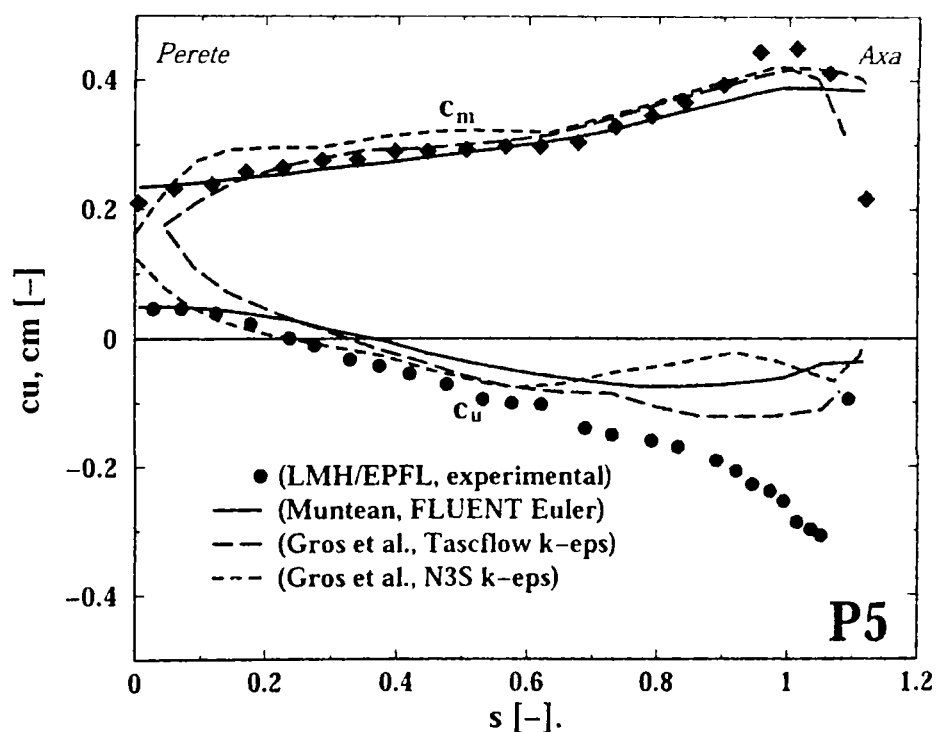


Fig. VII.64 Distribuțiile **calculate** pentru coeficienții de viteză (tangențial c_u și meridional c_m) în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental) și cu cele obținute de Gros et al. (1998).

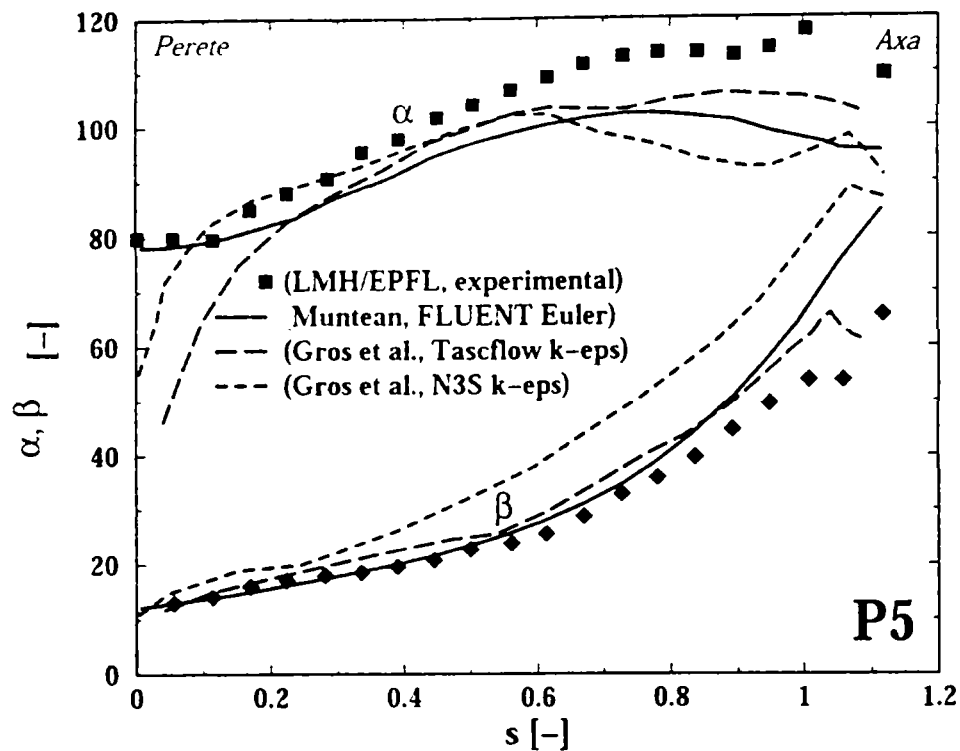


Fig. VII.65 Distribuțiile **calculate** pentru unghiurile formate de vectorii vitezelor absolute (α) și relative (β) cu direcția tangențială în secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental), și cu cele numerice obținute de Gros et al. (1998).

La fel ca și pentru punctul P3 se observă o foarte bună evaluare a coeficienților de viteză în secțiunea de intrare a tubului de aspirație. Excepție face coeficientul componente tangențiale c_u care pe 60% prezintă o eroare acceptabilă, pentru ca în apropierea axei să se îndepărteze considerabil de datele experimentale, Fig. VII.63.

Trasarea distribuțiilor calculate pentru unghiul curentului β indică foarte bună corelare cu datele experimentale în timp ce pentru α se observă o subevaluare sistematică, care devine apreciabilă în Fig. VII.65.

Estimarea realizată cu modelele k- ϵ de grupul Gros et al. (1998) pentru coeficienții de viteză indică o îndepărtare apreciabilă de datele experimentale atât dacă s-a utilizat codul Tascflow cât și la utilizarea codului N3S, Fig. VII.64.

Distribuția coeficientului de presiune de-a lungul secțiunilor S2 (vezi Fig. VII.66) și S15 (vezi Fig. VII.67) scot în evidență faptul că impactul curentului are loc pe extradados paletelor rotorice. În secțiunea S15 se observă o bună corelare a rezultatelor noastre numerice cu datele experimentale, cu excepția zonei din imediata vecinătate a bordului de atac. Reprezentarea coeficientului de presiune pe paletă, pune în evidență mult mai clar deplasarea impactului curentului de pe extradados în zona din apropierea coroanei Fig. VII.69 pe intrados foarte aproape de bordul de atac în zona din apropierea inelului Fig. VII.68. În consecință, zona de presiune minimă apare pe extradados paletelor rotorice în imediata vecinătate a bordului de atac și a inelului.

Modelarea vâscoasă realizată de grupul Gros et al. (1998) cu modelul k- ϵ utilizând codurile Tascflow și N3S oferă o bună evaluare a coeficientului de presiune în secțiunea S15, dar cu toate acestea nici aceasta nu reușește să surprindă mai corect fenomenul fizic din apropierea bordului de atac, Fig. VII.67.

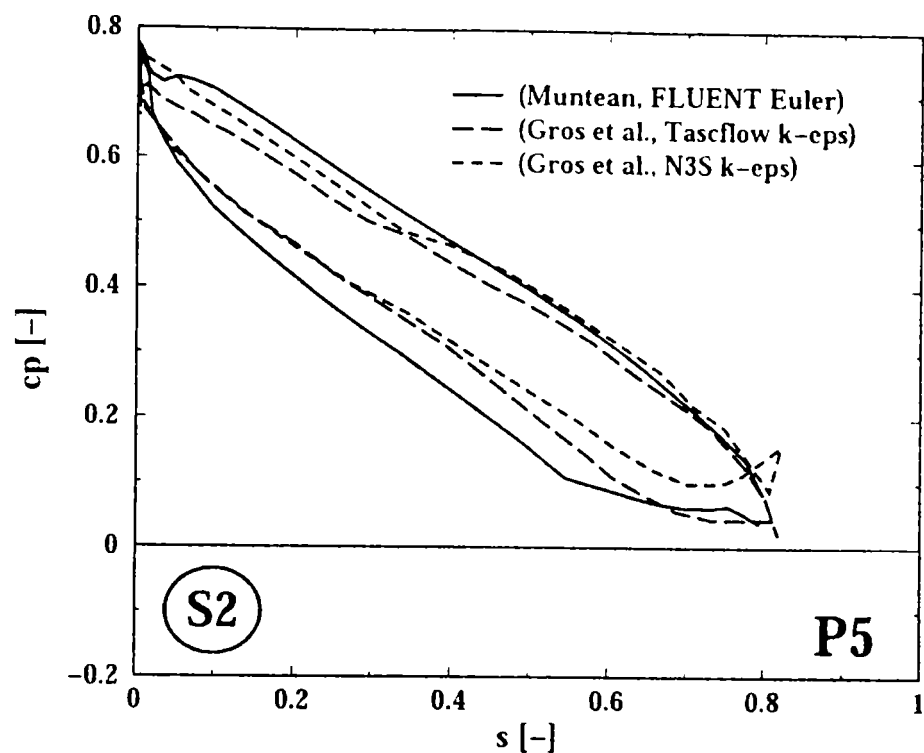


Fig. VII.66 Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în secțiunea S2. Valorile numerice sunt comparate cu rezultatele numerice obținute de Gros et al. (1998).

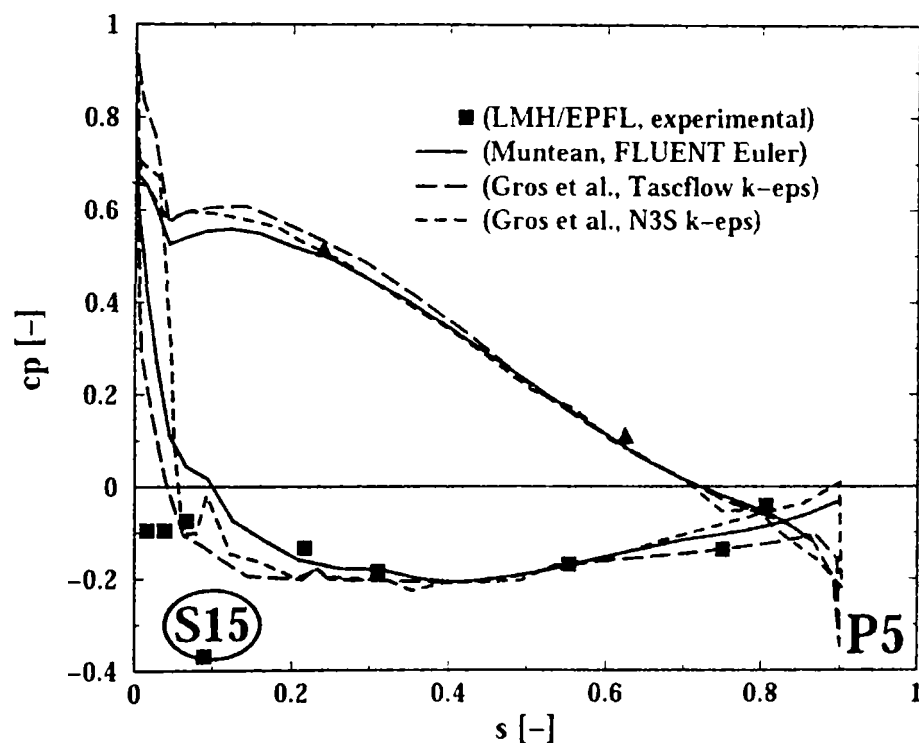


Fig. VII.67 Distribuția coeficientului de presiune **calculat** în secțiunea S15. Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental), și cu cele numerice obținute de Gros et al. (1998).

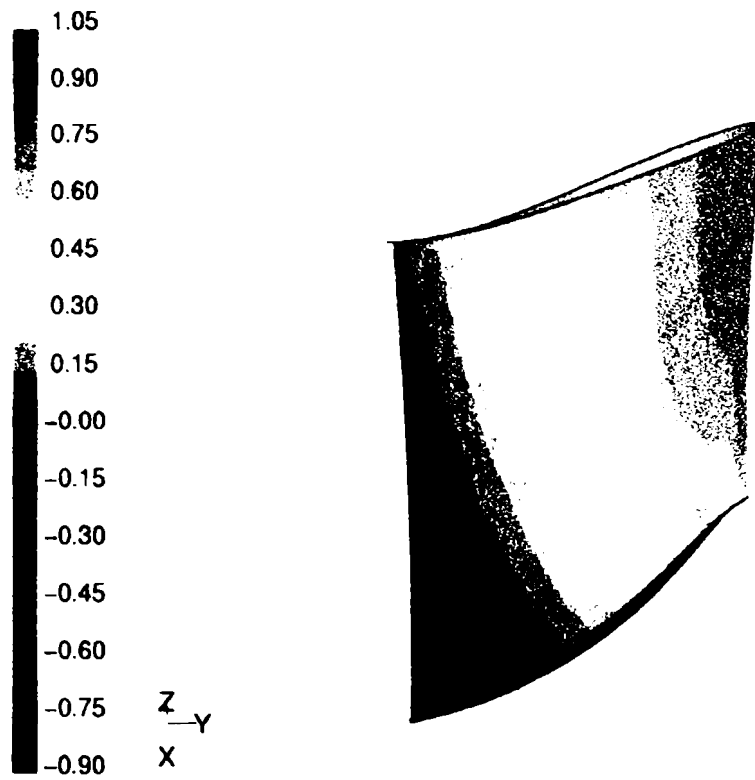


Fig. VII.68 Distribuția coeficientului de presiune c_p pe intradosul paletii rotorice pentru funcționarea în punctul P5.

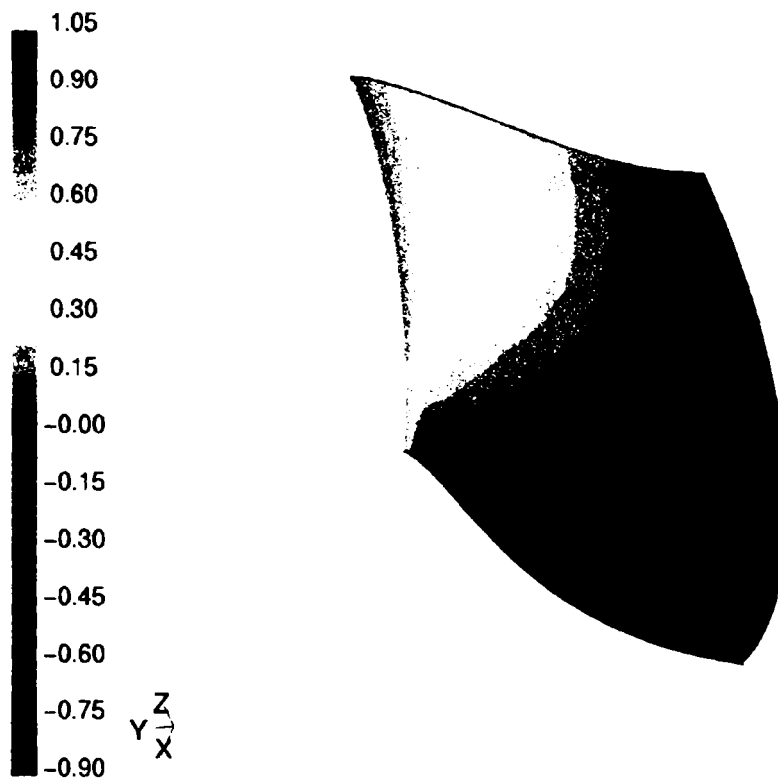


Fig. VII.69 Distribuția coeficientului de presiune c_p pe extradosul paletii rotorice pentru funcționarea în punctul P5.

VII.5.3. Analiza câmpurilor de viteză și presiune pentru funcționarea la "energie constantă"

În continuare se vor analiza distribuțiile coeficientului de presiune pe paletelor rotorice pentru funcționarea la "energie constantă". Doresc să reamintesc că algoritmul utilizat necesită specificarea perechilor (Q, α), energia rezultând din simulare. Lipsa unei diagrame colinare clare care să permită alegerea cu precizie a punctelor de funcționare la aceeași energie, ne-a determinat să utilizăm apelativul "energie constantă".

Analizând rezultatele obținute în apropierea coroanei (secțiunea S2) pentru cele 5 regimuri dispuse la "energie constantă" scot în evidență următoarele, vezi Fig. VII.70:

- pentru funcționarea la încărcări parțiale (punctele P4 respectiv P8) impactul curentului are loc pe extradosul paletelor rotorice. Ca urmare, curentul se accelerează când ocolește bordul de atac, se desprinde ca apoi să se reatașeze pe intrados;
- pentru funcționarea la punctul optim P1 precum și la supraîncărcări P9 și P5 punctul de impact se găsește pe intradosul paletelor rotorice. În aceste situații, curentul se accelerează la ocolirea bordului de atac, desprinzându-se de pe acesta ca apoi să se reatașeze pe extrados. În această zonă se formează un vârtej forțat care conține minimum de presiune local;
- pentru toate regimurile se constată valori pozitive ale coeficientului de presiune în secțiunea S2, valorile cele mai mici apar în apropierea bordului de fugă pe extrados la încărcări parțiale ($Q < Q_{opt}$);

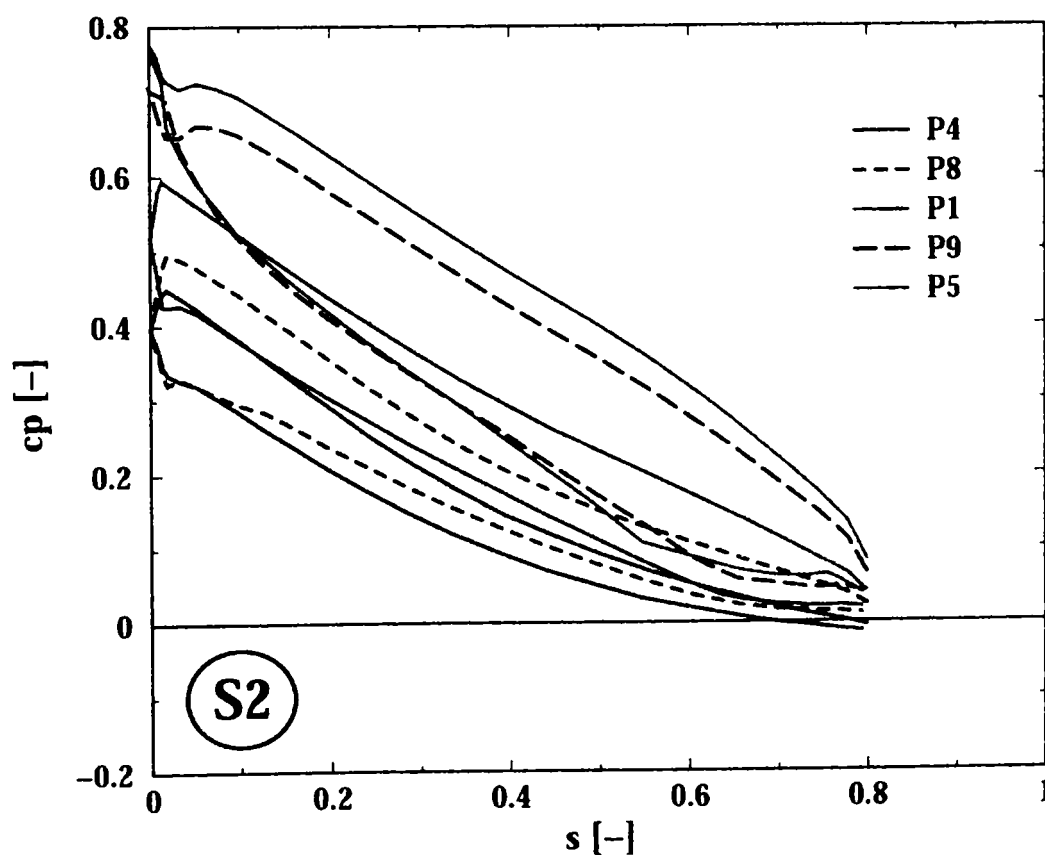


Fig. VII.70 Distribuția coeficientului de presiune pe paleta rotorică în secțiunea S2 din apropierea coroanei pentru cele 5 regimuri dispuse la "energie constantă".

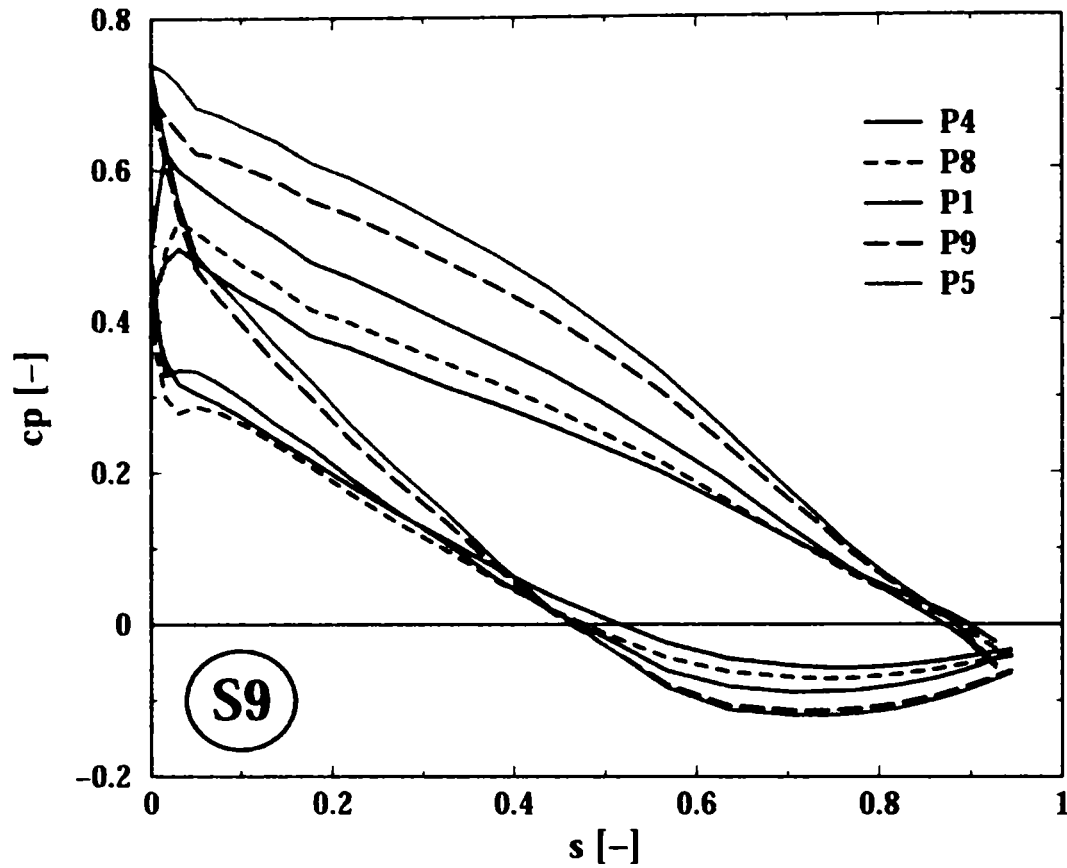


Fig. VII.71 Distribuția coeficientului de presiune pe paleta rotorică în secțiunea S9 pentru cele 5 regimuri dispuse la “energie constantă”.

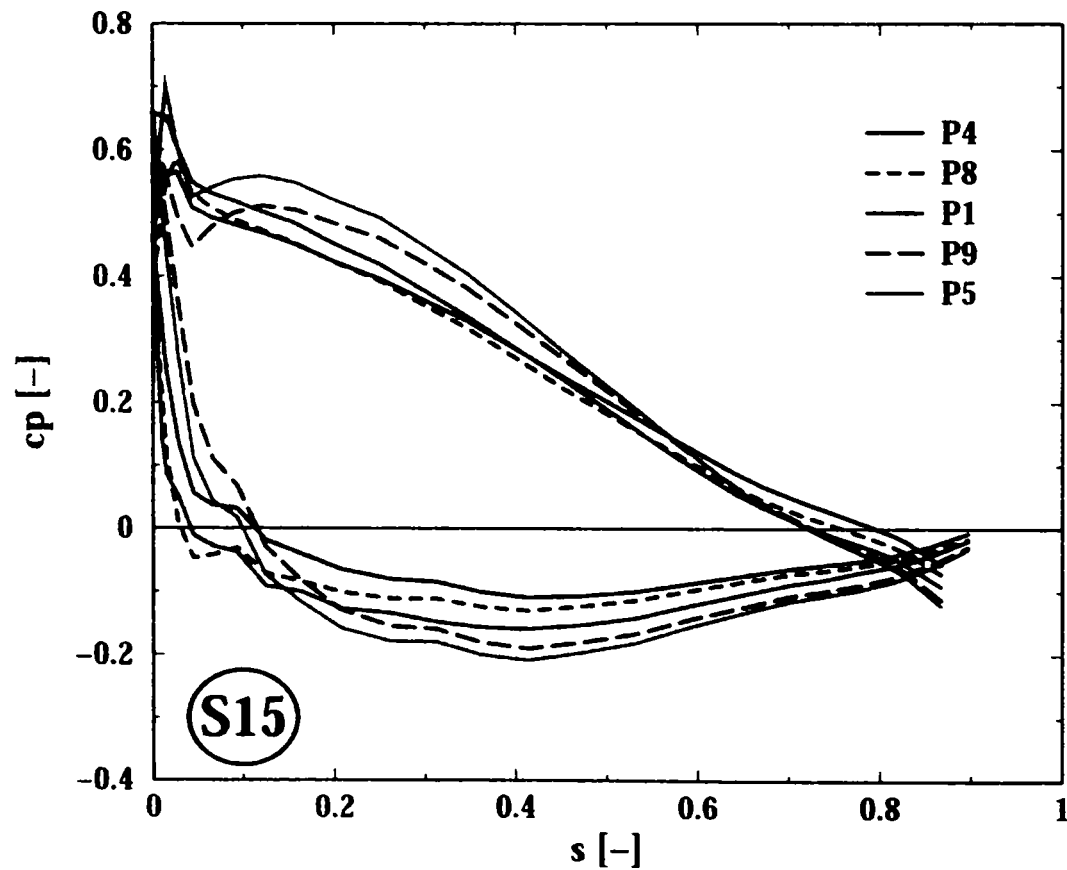


Fig. VII.72 Distribuția coeficientului de presiune pe paleta rotorică în secțiunea S15 din apropierea inelului pentru cele 5 regimuri dispuse la “energie constantă”.

Din analiza distribuției coeficientului de presiune pe paleta rotorică în secțiunea S9 se pot trage următoarele concluzii, vezi Fig. VII.71:

- pentru funcționarea în punctele P5 și P9 curentul are incidența apropiată de cea optimă, în timp ce pentru punctele P1, P8 și P4 impactul curentului este în continuare pe intradosul paletii;
- pentru această secțiune minimul coeficientului de presiune se regăsește pe extradados în apropierea bordului de fugă. Se observă că valoarea cea mai mică a coeficientului de presiune este pentru punctele P5 respectiv P9, deci pentru funcționarea la debite mai mari decât debitul optim ($Q > Q_{opt}$);

Pentru secțiunea din apropierea inelului, S15, se disting distribuții aproape identice pentru cele 5 regimuri studiate, vezi Fig. VII.72:

- în această secțiune pentru toate punctele de funcționare studiate impactul curentului este aproape de bordul de atac al paletii rotorice;
- pentru această secțiune minimul coeficientului de presiune se regăsește pe extradados în apropierea zonei mijlocii a paletii. Se observă că valoarea cea mai mică a coeficientului de presiune se obține în punctele P5 respectiv P9, deci pentru funcționarea la debite mai mari decât debitul optim ($Q > Q_{opt}$);

Toate concluziile prezentate mai sus sunt susținute și de reprezentarea coeficientului de presiune pe intradosul și extradadosul paletii rotorice, Fig. VII.73. Utilizarea aceleiași scări pentru coeficientul de presiune pentru toate regimurile studiate permite analiza comparativă a rezultatelor obținute.

Din analiza coeficientului de presiune pe paleta rotorică pentru regimurile de funcționare studiate, se poate concluziona:

- așa cum s-a constatat și experimental coeficientul de presiune minim global apare în apropierea inelului, deci aceasta este zona cea mai sensibilă la cavitație;
- o bună corelare a rezultatelor numerice obținute cu modelul Euler din codul FLUENT cu datele experimentale;
- *condițiile la limită impuse pentru modelarea în afara punctului optim* de funcționare sunt obținute din *cuplarea distribuitor-rotor* față de rezultatele numerice obținute de grupul Gros et al. (1998) care utilizează ca și condiții la limită pentru simularea rotorului distribuțiile de viteze și presiuni măsurate. Cu toate acestea, se constată o foarte bună corelare a rezultatelor numerice obținute din simularea tridimensională Euler realizată cu codul FLUENT cu cele ale simulării tridimensionale cu modelul $k-\epsilon$ realizată cu codul Tascflow. În schimb, resursele hardware mult mai modeste și timpul de calcul rezonabil necesar pentru obținerea rezultatelor cu ajutorul simulării Euler scot în evidență aplicabilitatea metodologiilor dezvoltate în rezolvarea problemelor industriale;

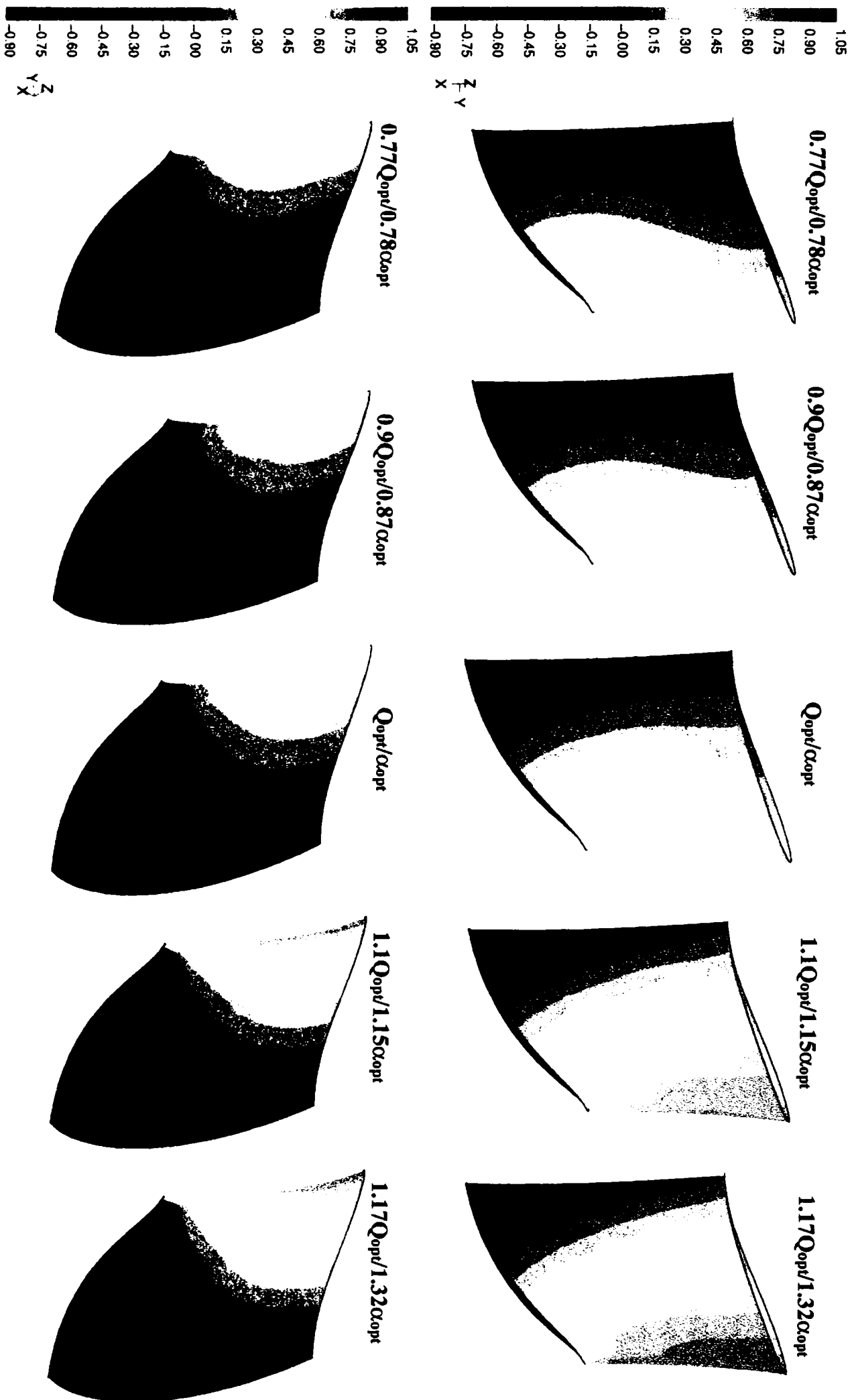


Fig. VII.73 Distribuția coeficientul de presiune C_p pe intradosul (sus) și extradadosul (jos) paletelor torice pentru cele 5 regimuri dispuse la "energie constantă".

Medote numerice pentru determinarea câmpurilor tridimensionale în rotoarele turbinelor Francis

VII.6. Concluzii.

Metodologia dezvoltată pentru cuplarea distribuitor-rotor se bazează pe *tehnica interfeței de amestec*. La studiul funcționării rotorului în afara punctului optim de funcționare, se evindenciază următoarele contribuții și concluzii:

- stabilirea punctelor de funcționare în afara punctului optim, două dispuse la *energie constantă* și patru plasate la *deschidere constantă*. Punctele de funcționare au fost alese astfel încât să coincidă cu cele măsurate experimental;
- definirea mărimilor pentru funcționarea în afara punctului optim;
- prezentarea algoritmului interfeței de amestec ce permite cuplarea distribuitor-rotor;
- validarea algoritmului de cuplare distribuitor-rotor pentru funcționarea la punctul optim. Rezultatele numerice obținute au fost comparate cu datele experimentale disponibile precum și cu rezultatele numerice obținute pentru simularea separată a rotorului. Algoritmul utilizat conferă un avantaj major prin faptul că se necesită impunerea doar a profilului de viteză la intrarea în distribuitor;
- testarea algoritmului de cuplare distribuitor-rotor pentru funcționarea în afara punctului optim. Rezultatele numerice obținute au fost comparate cu datele experimentale disponibile precum și cu rezultatele numerice obținute de alte colective. Se precizează că rezultatele numerice utilizate pentru comparare au fost obținute prin simularea curgerii doar în rotorul turbinei Francis GAMM, deci au fost obținute utilizând ca și condiții de intrare valori măsurate experimental. Analiza rezultatelor din acest capitol demonstrează faptul că algoritmul dezvoltat în acest capitol înlocuiește cu succes măsurătorile experimentale oferind posibilitatea de a caracteriza funcționarea turbinei Francis GAMM și în afara punctului optim de funcționare;
- *condițiile la limită impuse pentru modelarea în afara punctului optim* de funcționare sunt obținute din *cuplarea distribuitor-rotor* față de rezultatele numerice obținute de grupul Gros et al. (1998) care utilizează ca și condiții la limită pentru simularea rotorului distribuțiile de viteze și presiuni măsurate. Cu toate acestea, se constată o foarte bună corelare a rezultatelor numerice obținute din simularea tridimensională Euler realizată cu codul FLUENT cu cele ale simulării tridimensionale cu modelul $k-\epsilon$ realizată cu codul Tascflow. În schimb, resursele hardware mult mai modeste și timpul de calcul rezonabil necesar pentru obținerea rezultatelor cu ajutorul simulării Euler scot în evidență utilitatea și aplicabilitatea metodologiilor utilizate în rezolvarea problemelor industriale;
- calculul coeficientului de presiune pe paletel statorului, aparatului director și rotorului. Determinarea coeficientului de presiune minim deschide posibilitatea determinării pe cale teoretică a comportării energetice și cavitaționale a turbinei Francis GAMM și pentru funcționarea în afara punctului optim;

În concluzie, principala contribuție a capitolului o reprezintă *stabilirea, validarea și utilizarea metodologiei de simulare numerică a curgerii tridimensionale a fluidului incompresibil nevâscos Euler prin ansamblul distribuitor-rotor bazată pe tehnica interfeței de amestec, cu care s-a realizat simularea pentru funcționarea în afara punctului optim de funcționare.*

Capitolul VIII

VIII. Determinarea teoretică a performanțelor energetice și cavitaționale pentru turbinele Francis.

VIII.1. Introducere

Tendința modernă în construcția turbinelor hidraulice se bazează pe sporirea căderii H și a turației n corelat cu îmbunătățirea randamentului η , în ideea reducerii greutatei specifice a mașinii, favorizând incipiența și dezvoltarea fenomenului de cavitație. Încă un parametru important ce favorizează dezvoltarea fenomenului de cavitație este înălțimea geometrică de aspirație H_s sau cota de instalare a turbinei.

Procese hidrodinamice complexe din turbinele Francis, în special din rotorul acestora, favorizează incipiența și dezvoltarea fenomenului de cavitație în zonele cu presiuni joase. De regulă, presiunile scăzute apar pe dosul sau pe fața paletelor rotorice în funcție de regimul de lucru al turbinei.

Fenomenul de cavitație se manifestă prin zgomote, vibrații, prin eroziunea paletelor, precum și prin scăderea randamentului turbinei. O scădere de randament de cca. 1% înseamnă un efort economic suplimentar de cca. 10%.

Cercetarea, proiectarea și exploatarea turbinelor Francis are ca obiectiv funcționarea pe întreg domeniul (H , Q) la randamente cât mai mari în condiții cavitaționale controlate. De aceea, obiectivul primordial îl constituie cunoașterea comportamentului energetic și cavitațional al turbinei Francis prototip.

Datorită condițiilor tehnice și financiare, cunoașterea comportamentului turbinei Francis prototip se obține prin testarea în laborator a turbinei Francis model, iar transpunerea de la model la prototip se realizează prin efectele de scară energetice și cavitaționale.

O direcție nouă de cercetare conturată în ultimele trei decade, o reprezintă *simularea numerică*, care încearcă să completeze gama de instrumente ce sunt puse la dispoziția cercetătorilor și proiectanților pentru alegerea celor mai optime variante de turbine Francis obținute cu costuri minime.

Stabilirea și validarea metodologiilor de calcul a performanțelor energetice și cavitaționale pe modelele de turbine Francis, deschid posibilitatea determinării pe cale teoretică a acestora și pe turbinele Francis prototip. De aceea, acest capitol își propune testarea și validarea metodologiilor de calcul a performanțelor energetice și cavitaționale bazându-se pe rezultatele numerice obținute din *simularea numerică a curgerii prin turbinele Francis model.*

VIII.2. Determinarea teoretică a performanțelor energetice pentru turbinele Francis

Determinarea performanțelor energetice pentru turbinele Francis implică calculul randamentului în domeniul de funcționare. Atât experimental cât și numeric pentru calculul randamentului se determină în prealabil momentul hidraulic. Determinarea experimentală a momentului hidraulic s-a realizat în cadrul LMH/EPFL.

Cu ajutorul metodelor prezentate în Capitolul II (Metoda Corecției de Presiune (MCP) - algoritmul SIMPLE și Metoda Volumului Finit (MVF)) s-a determinat distribuția tridimensională a presiunii pe paleta rotorică. Prin intergrarea presiunii pe suprafața paletei rotorice, conform relației (VIII.1) se determină momentul hidraulic pe o paletă de-a lungul axei rotorului, respectiv conform relației (VIII.2) se determină momentul hidraulic pe rotorul turbinei Francis GAMM:

- *momentul hidraulic* $(M_h)_x$. Prin extinderea definițiilor de la punctul optim de funcționare, vezi secțiunea V.2.11, se obțin cele în afara acestuia marcate cu "x":

$$(M'_h)_x = \left[\left(\sum_i p_i r_i \times n_i \Delta s_i \right) \cdot i_z \right]_x \quad [\text{N.m}] \quad (\text{VIII.1})$$

$$(M_h)_x = Z \cdot (M'_h)_x \quad [\text{N.m}] \quad (\text{VIII.2})$$

unde:

- p_i - reprezintă presiunea pe paleta rotorică;
- n_i - versorul normalei la suprafața paletei în punctul considerat;
- r_i - vectorul de poziție al punctului de pe suprafața paletei rotorice;
- Δs_i - aria elementului de suprafață al paletei asociat punctului de calcul;
- $S = \sum_i \Delta s_i$ - reprezintă suprafața paletei;

indicele "i" parcurgând toate elementele ce aparțin suprafeței paletei.

În continuare, se definesc mărimile, conform specificațiilor IMHEF, pentru care se utilizează ca secțiune de referință, secțiunea marcată cu "ref":

- *randamentul* $(\eta)_x$ corespunzător punctului de funcționare marcat cu "x":

$$(\eta)_x = \frac{(M_h)_x \cdot \omega}{\rho Q_x (E_{ref})_x} \quad [-] \quad (\text{VIII.3})$$

- calculul *erorii randamentului* $(\varepsilon_\eta)_x$ față de valoarea experimentală:

$$(\varepsilon_\eta)_x = \frac{(\eta)_x - (\eta)_{exp}}{(\eta)_{exp}} \cdot 100 \quad [\%] \quad (\text{VIII.4})$$

Dacă în relațiile (VIII.3) - (VIII.4) introducem în locul energiei de referință E_{ref} , energia totală E ce ia în calcul și pierderea în tubul de aspirație, se obțin mărimile definite conform normelor internaționale IEC:

- *coeficientul de moment* $(c_M)_x$ este definit astfel:

$$(c_M)_x = \frac{2 \cdot (M_h)_x}{\rho \pi \omega^2 R_{ref}^5} \quad [-] \quad (\text{VIII.5})$$

- *randamentul* $(\eta^*)_x$ corespunzător punctului de funcționare marcat cu "x":

$$(\eta^*)_x = \frac{(M_h)_x \cdot \omega}{\rho Q_x (E)_x} \quad [-] \quad (\text{VIII.6})$$

- calculul *erorii randamentului* $(\varepsilon_\eta^*)_x$ față de valoarea experimentală:

$$(\varepsilon_\eta^*)_x = \frac{(\eta^*)_x - (\eta^*)_{exp}}{(\eta^*)_{exp}} \cdot 100 \quad [\%] \quad (\text{VIII.7})$$

Determinarea randamentului η^* conform specificațiilor IEC (pentru acest caz particular se utilizează și η conform specificației IMHEF) permite trasarea diagramei colinare a turbinei Francis, deci estimarea comportamentului energetic pentru întreg domeniul de funcționare (φ, ψ) respectiv (Q, H) .

VIII.3. Determinarea teoretică a performanțelor cavitaționale pentru turbinele Francis

VIII.3.1. Introducere

Ideea fundamentală în definirea coeficienților de cavitație provine din separarea parametrilor geometrici și hidrodinamici, specifici turbinei hidraulice (parametrii interiori), de cei specifici centralei hidroelectrice (CHE) în care este instalată turbina (parametrii exteriori), Anton (1964), Anton (1985), Anton (1999).

VIII.3.2. Definirea și exprimarea coeficienților de cavitație și a curbelor caracteristice de cavitație

Pentru aceasta scriem ecuația lui Bernoulli în sistemul relativ între punctele $M \rightarrow 3$ și în sistemul absolut între punctele $3 \rightarrow A$:

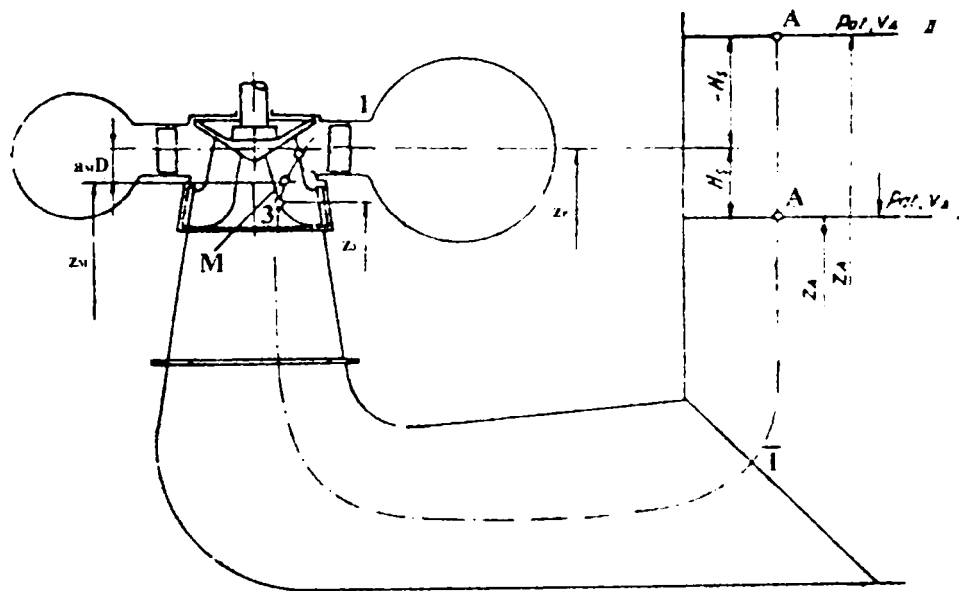


Fig. VIII.1 Prezentarea schematică a turbinei Francis, Anton (1985).

$$\frac{p_M}{\gamma} + \frac{W_M^2 - U_M^2}{2g} + z_M = \frac{p_3}{\gamma} + \frac{W_3^2 - U_3^2}{2g} + z_3 + hp_{M3}$$

$$\frac{p_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 = \frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A + hp_{3A}$$

Adunând cele două relații, obținem:

$$\left(\frac{p_M}{\gamma} + \frac{W_M^2 - U_M^2}{2g} + z_M \right) + \left(\frac{p_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 \right) = \left(\frac{p_3}{\gamma} + \frac{W_3^2 - U_3^2}{2g} + z_3 + hp_{M3} \right) + \left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A + hp_{3A} \right)$$

Reducând și grupând termenii, se ajunge la relația:

$$\frac{p_M}{\gamma} = \frac{p_A}{\gamma} - \left(\frac{W_M^2 - U_M^2}{2g} - \frac{W_3^2 - U_3^2}{2g} + \frac{V_3^2}{2g} - \frac{V_A^2}{2g} + z_M - z_A - hp_{M3} - hp_{3A} \right)$$

Dar cum înălțimea geometrică de aspirație este $+H_s = (z_M - z_A) - a_M D$ sau $-H_s = -(z_M - z_A) - a_M D$ dacă rotorul turbinei este înecat. Prin scăderea presiunii de vaporizare în ambele părți a egalității, avem:

$$\frac{p_M - p_v}{\gamma} = \frac{p_A - p_v}{\gamma} - \left(\frac{W_M^2 - W_3^2}{2g} - \frac{U_M^2 - U_3^2}{2g} + \frac{V_3^2}{2g} - \frac{V_A^2}{2g} + \frac{(z_M - z_A)}{-(H_s - a_M)} - hp_{M3} - \frac{hp_{3A}}{hp_{3I} + hp_{IA}} \right) \left| \cdot \frac{1}{H} \right.$$

cum A este punctul de pe suprafața liberă $V_A \cong 0$ și $p_A = p_{at}$, se obține:

$$\frac{p_M - p_v}{\gamma H} = \frac{p_{at} + \rho g H_s - p_v}{\gamma H} - \left(\frac{W_M^2 - W_3^2}{2gH} - \frac{U_M^2 - U_3^2}{2gH} + \frac{V_3^2}{2gH} + \frac{a_M D}{H} - \frac{hp_{M3}}{H} - \frac{hp_{3A}}{H} \right)$$

în cazul în care în punctul M este presiunea minimă $p_M = p_{min}$ și utilizând notațiile $p_v / \gamma = A_t$ respectiv $p_{at} / \gamma = A$ ecuația devine:

$$\sigma_{rez} = \frac{p_{min} - p_v}{\gamma H} = \left[\frac{A - A_t \pm H_s}{H} \right] - \left[\frac{W_{max}^2 - W_3^2}{2gH} - \frac{U_M^2 - U_3^2}{2gH} + \frac{V_3^2}{2gH} - \frac{hp_{M3}}{H} - \frac{hp_{3A}}{H} + \frac{a_M D}{H} \right]$$

În relația de mai sus σ_{rez} reprezintă rezerva de presiune, în punctul M, față de presiunea de vaporizare a apei ce trece prin turbină.

Cu notațiile următoare:

$$\sigma_T = \frac{W_{max}^2 - W_3^2}{2gH} - \frac{U_M^2 - U_3^2}{2gH} + \frac{V_3^2}{2gH} - \frac{hp_{M3}}{H} - \frac{hp_{3A}}{H} + \frac{a_M D}{H} \quad (VIII.8)$$

$$\sigma_{pl} = \frac{p_{at} - p_v \pm \rho g H_s}{\rho g H} = \frac{A - A_t \pm H_s}{H} \quad (VIII.9)$$

rezultă:

$$\sigma_{rez} = \frac{p_{min} - p_v}{\gamma H} = \sigma_{pl} - \sigma_T \quad (VIII.10)$$

Relația ce definește coeficientul rezervei de cavitație σ_{rez} , permite identificarea regimurilor de incipientă cavitațională, precum și determinarea domeniilor de lucru normale și cavitaționale ale turbinei.

Astfel dacă:

$p_{min} > p_v$	$\sigma_{rez} > 0$	$\sigma_T < \sigma_{pl}$	funcționarea este normală, fără cavitație
$p_{min} = p_v$	$\sigma_{rez} = 0$	$\sigma_T = \sigma_{pl}$	cavitația este incipientă
$p_{min} < p_v$	$\sigma_{rez} < 0$	$\sigma_T > \sigma_{pl}$	cavitație este dezvoltată
$p_{min} \ll p_v$	$\sigma_{rez} \ll 0$	$\sigma_T \gg \sigma_{pl}$	turbina lucrează în supercavitație

Rezultă că cei doi coeficienți σ_T și σ_{pl} , cuplați pot caracteriza comportarea în lucru normal sau cavitațional a turbinelor hidraulice. Cei doi coeficienți au caracterul unor invarianți.

După cum rezultă din relația coeficientul de cavitație σ_T depinde de geometria turbinei, de cinematica și dinamica sa, de natura fizică și temperatura de lucru a apei. *Deci coeficientul de cavitație σ_T al turbinei depinde numai de elementele sale specifice.*

Coeficientul σ_{pl} exprimat mai sus depinde de presiunea atmosferică A, de presiunea de vaporizare a apei A_t , de înălțimea de aspirație $\pm H_s$ și de căderea H a turbinei, parametrii ce sunt specifici CHE, în care se încadrează turbina hidraulică.

Coeficienții σ_T și σ_{pl} au semnificații fizice complet diferite, sunt exprimați diferit și sunt egali valoric numai la incipienta cavitației, Anton (1985).

Se observă că σ_{pl} are expresia și semnificația coeficientului de cavitație Thoma definit în 1926.

Coeficienții de cavitație σ_T al turbinei și σ_{pl} al instalației au fost definiți și utilizați pentru regimul optim de funcționare. Turbinele în exploatare funcționează la diferite regimuri, în concordanță cu cerințele rețelei electrice, ceea ce atrage după sine modificarea coeficientului de cavitație $(\sigma_T)_x$. Trasarea curbelor $(\sigma_T)_x = f(Q)$ pentru $H = \text{const.} / \alpha = \text{var.}$ respectiv $(\sigma_T)_x = f(Q)$ pentru $\alpha = \text{const.} / H = \text{var.}$ reprezintă **curbele de cavitație** ale turbinei.

VIII.3.3. Coeficientul de cavitație al turbinei (σ_T), Formularea în viteze

Ecuția (VIII.8), reprezintă relația de calcul a coeficientului de cavitație al turbinei, în formularea în viteze:

$$\sigma_T = \frac{W_{\max}^2 - W_3^2}{2gH} - \frac{U_M^2 - U_3^2}{2gH} + \frac{V_3^2 - V_A^2}{2gH} - \frac{hp_{M3}}{H} - \frac{hp_{3A}}{H} + \frac{a_M D}{H} \quad (\text{VIII.8})$$

Pentru o modelare nevâscoasă a rotorului, pierderea hidraulică între punctele $M \rightarrow 3$ este nulă și relațiile (VIII.8) ajunge de forma:

$$\sigma_T = \frac{W_{\max}^2 - W_3^2}{2gH} - \frac{U_M^2 - U_3^2}{2gH} + \frac{V_3^2}{2gH} - \frac{hp_{3A}}{H} + \frac{a_M D}{H} \quad (\text{VIII.11})$$

VIII.3.4. Coeficientul de cavitație al turbinei (σ_T), Formularea în coeficienți de viteză

Introducerea în expresia coeficientului de cavitație al turbinei (σ_T), formularea în viteze (relația (VIII.8)), a următoarelor notații:

- coeficienții de viteză:

$$c_3^* = \frac{V_3}{\sqrt{2E}} \quad (\text{VIII.12})$$

$$u_3^* = \frac{U_3}{\sqrt{2E}} = \frac{\omega R_3}{\sqrt{2E}} \quad (\text{VIII.13})$$

$$cw_3^* = \frac{W_3}{\sqrt{2E}} \quad (\text{VIII.14})$$

- coeficientul $kp_{\max 3}$ exprimă adimensional, viteza maximă W_{\max} din punctul M, adică:

$$kp_{\max 3} = \left[\left(\frac{W_{\max}}{W_3} \right)^2 - 1 \right] \quad (\text{VIII.15})$$

$$ku_M = \left[\left(\frac{U_M}{U_3} \right)^2 - 1 \right] \quad (\text{VIII.16})$$

- randamentul tubului de aspirație η_{ta} :

$$\eta_{ta} = \frac{V_3^2/2g - V_A^2/2g - hp_{3A}}{V_3^2/2g} = \frac{(c_3^*)^2 - (c_A^*)^2 - hp_{3A}/H}{(c_3^*)^2} \quad (\text{VIII.17})$$

ne conduce la relația de calcul a coeficientului de cavitație al turbinei, formularea în coeficienți de viteză.

$$\sigma_T = kp_{\max 3} (cw_3^*)^2 - ku_M (u_3^*)^2 + (c_3^*)^2 - (c_A^*)^2 - \frac{hp_{M3}}{H} - \frac{hp_{3A}}{H} + \frac{a_M D}{H}$$

sau

$$\sigma_T = kp_{\max 3} (cw_3^*)^2 - ku_M (u_3^*)^2 + \eta_{ta} (c_3^*)^2 - \frac{hp_{M3}}{H} + \frac{a_M D}{H} \quad (\text{VIII.18})$$

în care s-au utilizat notațiile:

$$T_1 = kp_{\max 3} (cw_3^*)^2 \quad (\text{VIII.19})$$

$$T_2 = -ku_M (u_3^*)^2 \quad (\text{VIII.20})$$

$$T_3 = \eta_{1a} (c_3^*)^2 \quad (\text{VIII.21})$$

$$T_4 = \frac{hp_{M3}}{H} \quad (\text{VIII.22})$$

$$T_5 = \frac{a_M D}{H} \quad (\text{VIII.23})$$

Calculul ponderilor χ_i , $i = 1, \dots, 5$ cu care termenii T_i influențează coeficientul de cavitație al turbinei oferă o imagine asupra importanței cu care participă elementele turbinei.

$$\chi_i = \frac{T_i}{\sigma_T} \cdot 100, \quad i = 1, \dots, 5 \quad [\%] \quad (\text{VIII.24})$$

Ipotezele care stau la baza determinării coeficientului de cavitație al turbinei $(\sigma_T)_x$ sunt *valabilitatea ipotezei ecuației Bernoulli, deci alegerea punctelor M, 3 și A ca aparținând aceleiași linii de curent.*

Pentru cazul unei curgeri vâscoase a rotorului, pierderea hidraulică între punctele $M \rightarrow 3$ este foarte mică ($hp_{M3} \cong 0$) Anton (1985), iar în cazul unei simulări nevâscoase este nulă ($hp_{M3} = 0$) și relația (VIII.18) ajunge de forma:

$$\sigma_T = kp_{\max 3} (cw_3^*)^2 - ku_M (u_3^*)^2 + \eta_{1a} (c_3^*)^2 + \frac{a_M D}{H} \quad (\text{VIII.25})$$

În concluzie, coeficientul de cavitație al turbinei $(\sigma_T)_x$, se poate calcula cu formulările în viteze (VIII.8) sau coeficienți de viteză (VIII.18) numai pentru regimurile unde NU apar recirculări.

VIII.3.5. Coeficientul de cavitație al turbinei $(\sigma_T)_x$. Formularea în coeficientul de presiune

În procesul de proiectare a turbinelor Francis, punctul de proiectare se stabilește prin parametrii energetici ai amenajării. Din acest motiv, se consideră că turbina va funcționa în apropierea punctului de proiectare, care teoretic trebuie să coincidă cu punctul optim de funcționare, pentru care se consideră randamentul maxim. Prin aceasta, se asigură un câmp hidrodinamic favorabil la funcționarea la regimul optim ($Q=Q_{\text{opt}}$), regim în care curentul atacă cu incidență foarte mică, la limită zero paletelor rotorice, și deci curentul rămâne atașat pe paletelor rotorice.

Din observațiile experimentale, datorită condițiilor de funcționare impuse în exploatare, se constată funcționarea turbinelor Francis pe o plajă largă de debite și căderi în jurul valorilor optime. Deoarece curba de garanție a turbinelor Francis este cea mai abruptă, în comparație cu curbele de garanție a celorlalte tipuri de turbine (Kaplan și Pelton), aceasta implică o zonă mai restrânsă cu funcționare la randamente ridicate. Cu alte cuvinte, turbinele Francis sunt cele mai sensibile la funcționarea în afara punctului optim de funcționare. Această sensibilitate se manifestă prin alterarea performanțelor turbinelor Francis, și se datorează modificărilor semnificative ce apar în câmpul hidrodinamic din rotor. Modificările hidrodinamice sunt datorate imposibilității paletelor rotorice de a se adapta la noile condițiile de curgere (se cunoaște că la turbinele Francis paletelor rotorice sunt fixe). O consecință a acestui fapt este și apariția turbionului central, care generează perturbarea câmpului de viteză și oscilații de presiune.

Exploatarea în afara punctului optim implică funcționarea la încărcări parțiale ($Q < Q_{\text{opt}}$) respectiv supraîncărcări ($Q > Q_{\text{opt}}$) care determină modificarea incidenței curentului pe paletelor rotorice.

Analiza câmpului hidrodinamic, indică apariția în apropierea coroanei a unei zone de recirculare, care este cu atât mai importantă cu cât debitul scade față de debitul optim. În plus, rezultatele numerice la intrarea în tubul de aspirație pentru funcționarea la încărcări parțiale

(punctul P2 Fig. VII.21, P6 Fig. VII.30, P4 Fig. VII.56 rezultate validate experimental Gros et al. (1998)) indică apariția unei zone moarte la ieșirea din rotor datorate puternicei centrifugări a lichidului, ipoteză confirmată și de dl. Acad. Anton din analiza unui volum mare de rezultate experimentale, Anton (1985) p. 377.

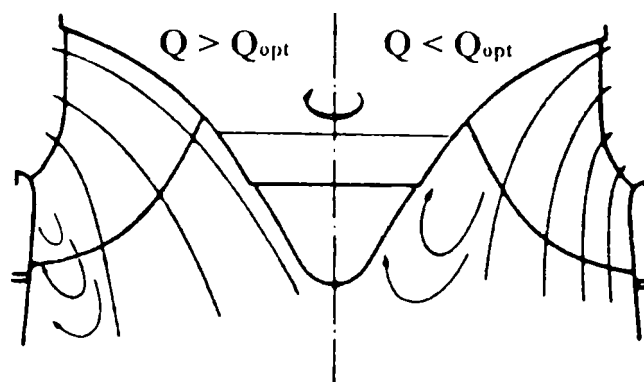


Fig. VIII.2 Formarea mișcărilor secundare în funcționarea la supraîncărcări ($Q > Q_{opt}$) (stânga) respectiv la încărcări parțiale ($Q < Q_{opt}$) (dreapta).

Pornind de la coeficientul de cavitație al turbinei, în formularea în viteze relația (VIII.8):

$$\sigma_T = \frac{W_{max}^2 - W_3^2}{2gH} - \frac{U_M^2 - U_3^2}{2gH} + \frac{V_3^2 - V_A^2}{2gH} - \frac{hp_{M3}}{H} - \frac{hp_{3A}}{H} + \frac{a_M D}{H} \quad (VIII.8)$$

considerând din ecuația Bernoulli în sistem relativ, termenii de presiune și poziție:

$$\frac{W_{max}^2 - W_3^2}{2gH} - \frac{U_M^2 - U_3^2}{2gH} - \frac{hp_{M3}}{H} = \frac{p_3 - p_{min}}{\rho g H} + \frac{z_3 - z_M}{H}$$

se obține:

$$\sigma_T = \underbrace{\frac{p_3 - p_{min}}{\rho E}}_{-(c_{p \min})^*} + \frac{V_3^2 - V_A^2}{2E} - \frac{hp_{3A}}{H} + \frac{(z_3 - z_M)}{H} + \frac{a_M D}{H} \quad (VIII.26)$$

unde $(c_{p \min})^*$ se poate determina și din relația:

$$(c_{p \min})^* = (c_{p \min}) \frac{E_{ref}}{E} \quad (VIII.27)$$

Ținând cont de exprimarea termenului $a_M D$ se ajunge la:

$$\sigma_T = -(c_{p \min})^* + \frac{V_3^2 - V_A^2}{2E} - \frac{hp_{3A}}{H} + \frac{(z_3 - z_P)}{H} \quad (VIII.28)$$

sau

$$\sigma_T = -(c_{p \min})^* + \eta_{ta} (c_3^*)^2 - \frac{(z_P - z_3)}{H} \quad (VIII.29)$$

Relațiile (VIII.28) și (VIII.29) reprezintă coeficientul de cavitație al turbinei, formularea în coeficientul de presiune, în care indicele P indică cota planului de referință.

Din simulările numerice se constată apariția la supraîncărcări a unor zone de recirculare ce înglobează zonele cu presiune minimă. În această zonă apar linii de curent închise, aceasta eliminând posibilitatea identificării unei linii de curent care să conțină punctul de presiune minimă de pe paletă și un punct situat la ieșire din rotor. Afirmația de mai sus, **restrânge calculul coeficientului de cavitație al turbinei (σ_T)_x cu formulările în viteză și coeficienți de viteză la regimurile în care nu apar zone de recirculare, în timp ce formularea în coeficientul de presiune este valabilă pentru întreg domeniul de funcționare al turbinei.**

În concluzie, formularea în coeficientul de presiune este identică cu formularea în viteze sau coeficienți de viteză, *dacă și numai dacă este valabilă ecuația Bernoulli exprimată în sistemul relativ între punctele $M \rightarrow 3$* .

Avantajele formulării în coeficientul de presiune sunt: calculul coeficientului de cavitație al turbinei pe întreg domeniul de funcționare și aplicabilitatea mai rapidă, datorită numărului redus de variabile necesare cu atât mai mult cu cât cu noile metode numerice se obține direct câmpul de presiune.

Dezavantajul acestei formulări provine din faptul că încă nu s-a reușit exprimarea efectului de scară cavitațional între model și prototip, așa cum s-a determinat pentru formularea în coeficienți de viteză, Anton (1999).

Pentru situațiile în care se cunosc mărimile numai până la ieșirea din tubul de aspirație (secțiune marcată cu \bar{I}) este utilă exprimarea formulării în coeficientul de presiune a coeficientului de cavitație al turbinei funcție de aceasta. Ținând cont de relația:

$$\frac{p_{\bar{I}}}{\gamma} + \frac{V_{\bar{I}}^2}{2g} + z_{\bar{I}} = \frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A + hp_{\bar{I}A}$$

și că întreaga energie a fluidului de la ieșire din tubul de aspirație se disipă, $hp_{\bar{I}A} = \frac{V_{\bar{I}}^2}{2g}$ și $V_A \cong 0$.

Cu aceste specificații, relația de mai sus ajunge de forma unei repartiții din hidrostatică:

$$\frac{p_{\bar{I}}}{\gamma} + z_{\bar{I}} = \frac{p_A}{\gamma} + z_A \quad (\text{VIII.30})$$

și neglijând viteza de la ieșire din aspirator coeficientul de cavitație al turbinei ajunge de forma:

$$\sigma_T = -(c_{p \min})^* + \frac{V_3^2}{2E} - \frac{hp_{3\bar{I}}}{H} + \frac{(z_3 - z_P)}{H} \quad (\text{VIII.31})$$

ținând cont că $\eta_{ta}(c_3^*)^2 = \frac{V_3^2}{2E} - \frac{hp_{3\bar{I}}}{H}$ relația (VIII.31) este echivalentă cu relația (VIII.29).

VIII.4. Aplicație: calculul randamentului η_h și a coeficientului de cavitație σ_T și a curbelor de cavitație pentru turbina Francis GAMM

VIII.4.1. Introducere

Caracterizarea energetică și cavitațională a turbinei Francis GAMM implică determinarea randamentului și trasarea curbelor de randament: $\eta_h = f(Q)$ pentru $H = \text{const.}/\alpha = \text{var.}$ respectiv $\eta_h = f(Q)$ pentru $\alpha = \text{const.}/H = \text{var.}$, a coeficientului de cavitație al turbinei GAMM $(\sigma_T)_x$ și a curbelor de cavitație: $(\sigma_T)_x = f(Q)$ pentru $H = \text{const.}/\alpha = \text{var.}$ respectiv $(\sigma_T)_x = f(Q)$ pentru $\alpha = \text{const.}/H = \text{var.}$

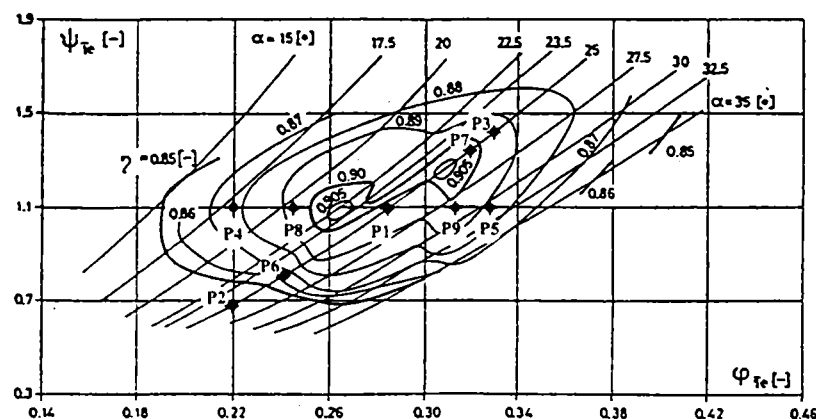


Fig. VIII.3 Marcarea celor 9 puncte de funcționare pe diagrama colinară (IEC) a turbinei Francis GAMM.

VIII.4.2. Caracterizarea energetică a turbinei Francis GAMM

Așa cum s-a prezentat în capitolul III pag 76, pentru turbina Francis GAMM s-au trasat două diagrame colinare: una conform specificațiilor IEC și una care elimină influența tubului de aspirație marcată cu IMHEF.

VIII.4.2.1. Parametrii energetici pentru regimuri dispuse la deschidere constantă

Procesul de calcul are ca parametri de intrare, perechile (Q, α) . Alegerea punctelor de funcționare la deschidere constantă, a constituit un avantaj, deoarece a eliminat erorile ce apar la citirea deschiderii aparatului director, vezi Tab. VIII.1.

Rezultatele numerice pentru funcționarea la deschidere constantă au fost determinate conform specificațiilor de mai jos:

- debitul $Q[m^3/s]$ are valoarea impusă din specificațiile punctului de funcționare în care se face simularea;
- căderea de presiune $\Delta p[Pa]$ se determină ca diferența dintre presiunea de la intrare în distribuitor și presiunea din secțiunea de intrare în tubul de aspirație. Ambele valori sunt citite din câmpul de presiune al ultimei iterații efectuate pentru punctul de funcționare considerat;
- energia hidraulică specifică $E_{ref} [J/kg]$ conform specificațiilor IMHEF se obține cu relația (VII.2). În această relație, mărimile specifice secțiunii de intrare în camera spirală sunt marcate cu I, iar cele marcate cu "ref" sunt specifice secțiunii de intrare în tubul de aspirație. Din scrierea ecuației lui Bernoulli între secțiunile de intrare în camera spirală și ieșire din aceasta (intrare în distribuitor marcată cu I) avem:

$$\left(gz_I + \frac{p_I}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{Q_I^2}{S_I^2} \right) = \left(gz_I + \frac{p_I}{\rho} + \frac{1}{2} V_I^2 \right) + hp_{sc}$$

considerând pierderile hidraulice din camera spirală neglijabile $hp_{sc} \approx 0$, relația (VII.2) se scrie:

$$(E_{ref})_x = (E_{I,ref})_x = \left(gz_I + \frac{p_I}{\rho} + \frac{1}{2} V_I^2 \right)_x - \left(gz_{ref} + \frac{p_{ref}}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{Q_{ref}^2}{S_{ref}^2} \right)_x \quad (VIII.32)$$

În relația (VIII.32) se utilizează următoarele mărimi:

- energia hidraulică specifică $E [J/kg]$ conform specificațiilor IEC se obține cu relația (VII.1). În această relație, mărimile specifice secțiunii de intrare în camera spirală sunt marcate cu I, iar cele marcate cu \bar{I} sunt specifice secțiunii de ieșire din tubul de aspirație:

$$(E)_x = \left(gz_I + \frac{p_I}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{Q_I^2}{S_I^2} \right)_x - \left(gz_{\bar{I}} + \frac{p_{\bar{I}}}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{Q_{\bar{I}}^2}{S_{\bar{I}}^2} \right)_x \quad (VIII.33)$$

relație ce în ipoteza unei curgeri nevâscoase în camera spirală ajunge de forma:

$$(E)_x = \left(gz_I + \frac{p_I}{\rho} + \frac{1}{2} V_I^2 \right)_x - \left(gz_{\bar{I}} + \frac{p_{\bar{I}}}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{Q_{\bar{I}}^2}{S_{\bar{I}}^2} \right)_x \quad (VIII.34)$$

Diferența de energie hidraulică specifică dintre E și E_{ref} este chiar energia hidraulică specifică recuperată în tubul de aspirație al turbinei Francis GAMM.

În Tab. VIII.2 sunt prezentate valorile energiei hidraulice specifice:

- momentul hidraulic $M_h [Nm]$ se calculează conform relației (VIII.2);
- coeficientul momentului hidraulic $c_M [-]$ se calculează cu relația (VIII.5);
- randamentul $\eta_h^* [%]$ se calculează conform relației (VIII.6);

- eroarea randamentului ε_{η}^* [%] se calculează conform relației (VIII.7);

Tab. VIII.1 Coordonatele punctelor de funcționare situate la deschidere constantă $\alpha=25^\circ$.

Nr. pct.	ϕ [-]	Q [m ³ /s]	ψ [-]	E [J/kg]	α [°]	
P2	0.22	0.289884	0.66	36.189	25	Avellan et al. (1990)
P6	0.2431	0.319951	0.83	45.510	25.5	Cobut et al. (1996)
P1	0.2860	0.376030	1.1	60.330	25	Sottas & Ryhming (1993)
P7	0.3203	0.421565	1.32	72.377	25.5	Cobut et al. (1996)
P3	0.33	0.435145	1.4	76.764	25	Avellan et al. (1990)

Tab. VIII.2 Mărimile determinate pentru punctele situate la deschidere constantă $\alpha=25^\circ$.

Nr. pct.	M_h [N.m]	c_M [-]	$c_{M\text{exp}}$ [-]	ε_M [%]	η_h^* [%]	$(\eta_h^*)_{\text{exp}}$ [%]	ε_{η}^* [%]
P2	169.369	0.123125	-----	-----	84.69	83.5	+1.425
P6	235.579	0.171258	≈ 0.185	-6.486	84.86	86.2	-1.555
P1	387.547	0.281733	0.273	+3.197	89.62	89.6	0.022
P7	521.362	0.379012	≈ 0.402	-5.271	89.63	90.2	-0.632
P3	564.842	0.410620	-----	-----	88.69	89.5	-0.905

În Fig. VIII.4 se observă o bună corespondență a rezultatelor numerice cu datele experimentale. În Tab. VIII.2 sunt prezentate valorile momentului hidraulic, coeficientului de moment pentru cele cinci regimuri dispuse la deschidere constantă. Erorile relativ ε_M corespunzătoare regimurilor P6 și P7 conțin și erorile provenite din citirea coeficientului de moment determinat experimental.

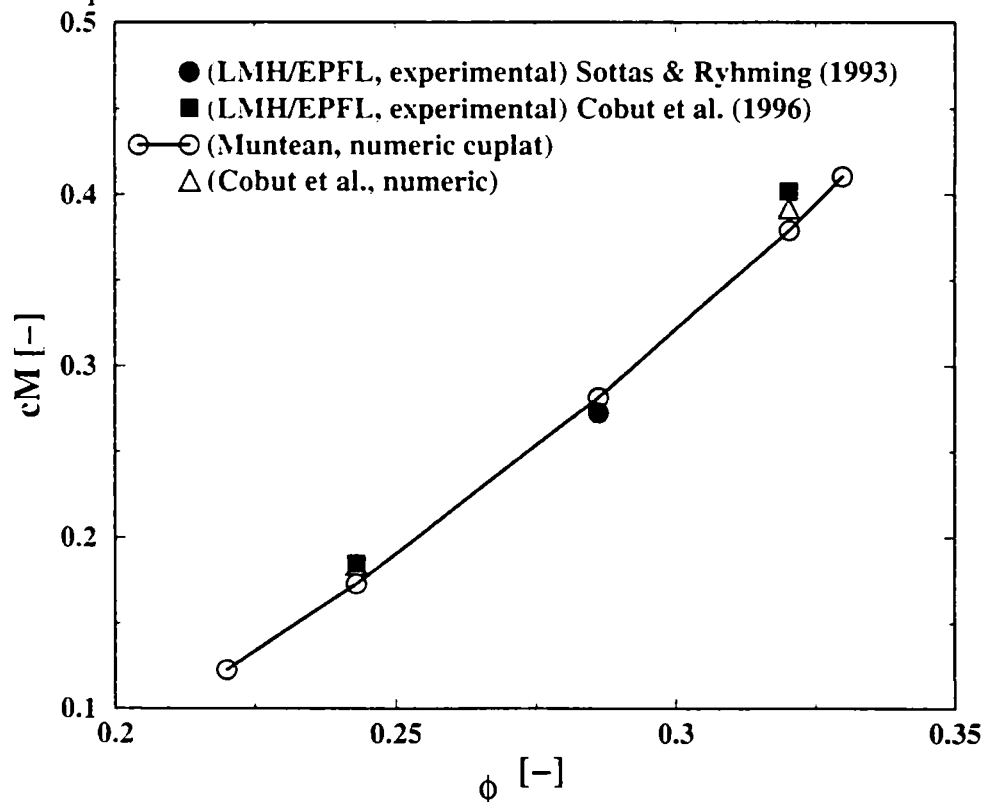
Fig. VIII.4 Coeficientul de moment (c_M) calculat pentru punctele de funcționare situate la deschidere constantă $\alpha=25^\circ$. Comparație cu date experimentale Sottas & Ryhming (1993), și numerice Cobut et al. (1996).

Fig. VIII.5 arată o excelentă evaluare a randamentului în raport cu datele experimentale. Așa cum era de așteptat, eroarea relativă minimă este în punctul optim și crește pe măsură ce ne îndepărtăm de acesta. Creșterea erorii odată cu îndepărtarea de punctul optim se datorează în special efectelor vâscoase ce nu sunt luate în calcul de modelul utilizat.

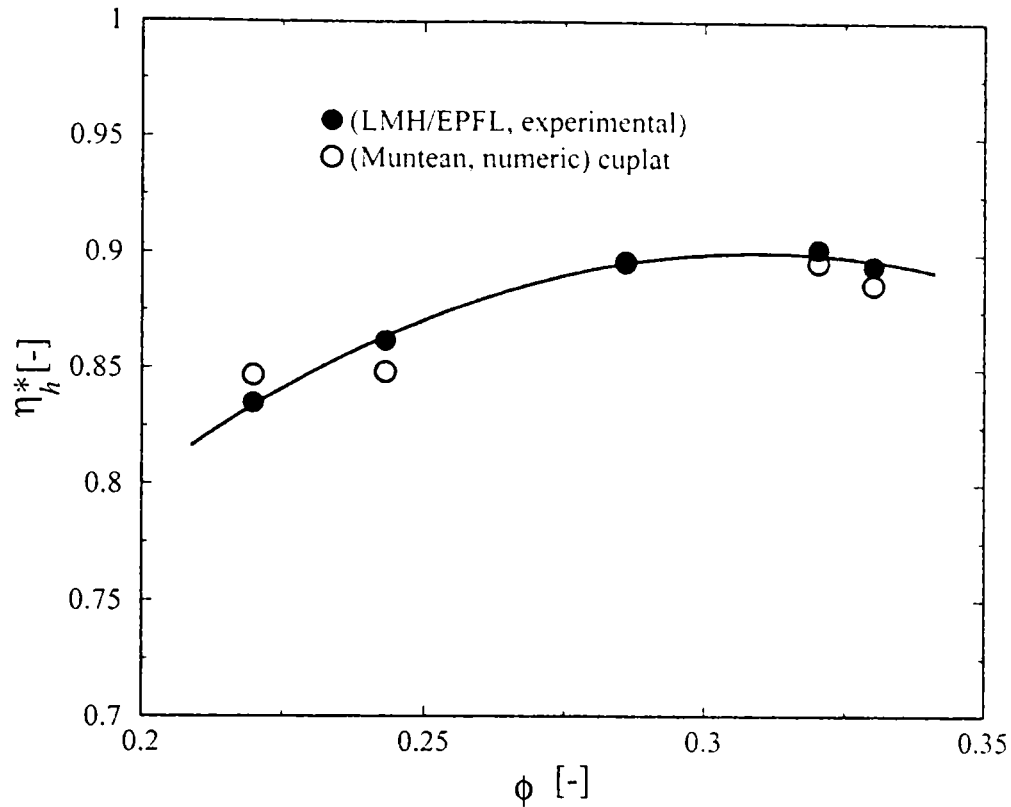


Fig. VIII.5 Randamentul (η_h^*) calculat pentru punctele de funcționare situate la deschidere constantă $\alpha=25^\circ$. Comparație cu date experimentale Sottas & Ryhming (1993).

Analiza comparativă a rezultatelor numerice globale (coeficient de moment și randament) cu datele experimentale indică o eroare maximă de aproximativ 1.5%. Se constată o eroare minimă de în punctul optim de funcționare P1. Pentru turbina Francis GAMM diagrama colinară prezintă două puncte de maxim, această anomalie se datorează tubului de aspirație utilizat.

Calculul randamentului hidraulic în punctul optim de funcționare cu ajutorul datelor experimentale oferite de Sottas & Ryhming (1993): $M=375.54$ Nm, $\omega=52.36$ rad, $\rho=998.2$ kg/m³, $E=60.33$ J/kg și $Q=0.372$ m³/s este $\eta_h^*=87.776$ % față de cel prezentat în diagrama colinară $\eta_h^*\approx 89.7$ %.

VIII.4.2.2. Parametrii energetici pentru regimurile dispuse la energie constantă.

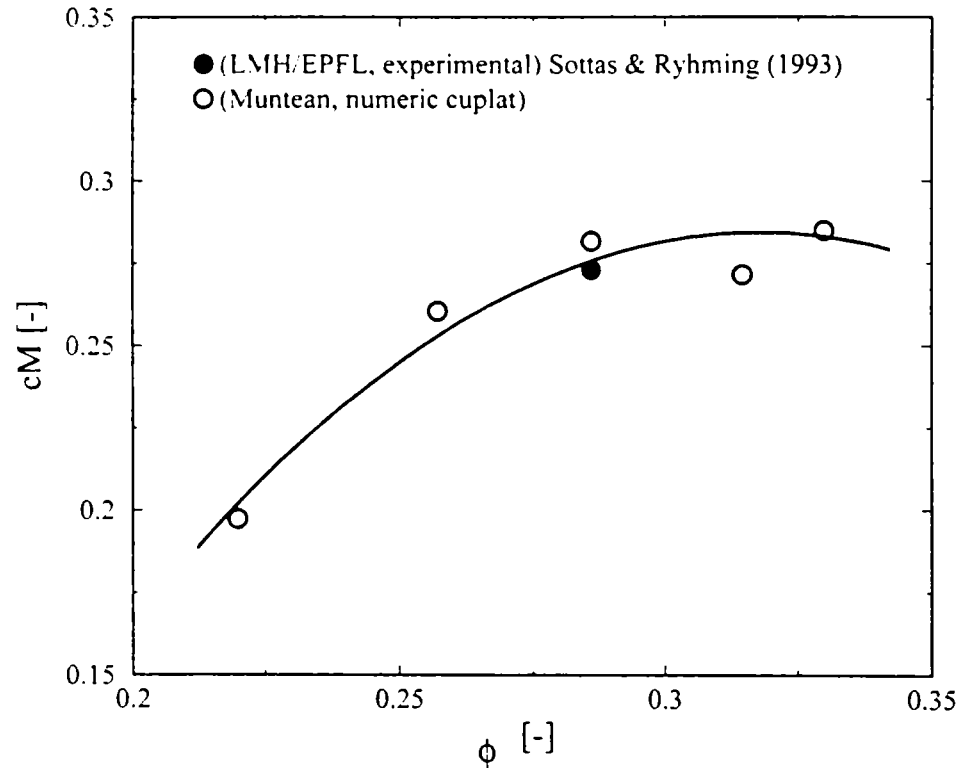
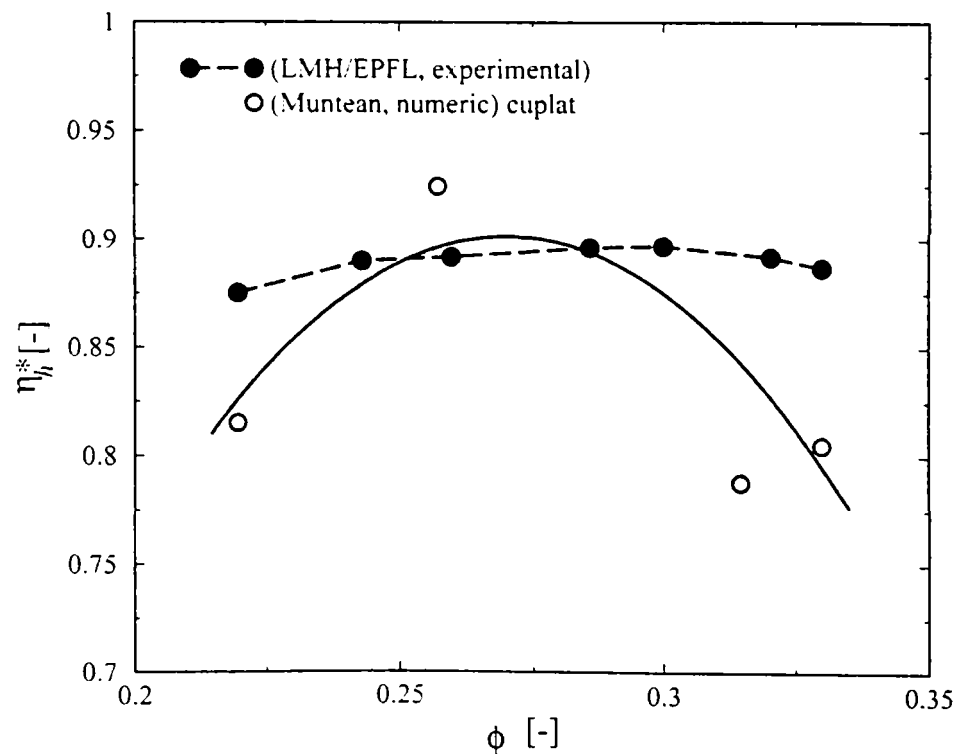
Pentru algoritmul utilizat, mărimile de intrare sunt perechile (Q , α). Deoarece valoarea energiei rezultă din alegerea perechilor (Q , α), alegerea punctelor cu aceeași energie este îngreunată de erorile provenite din citirea mărimilor de intrare. Pentru a elimina aceste erori se impune utilizarea unei diagrame colinare precise.

Tab. VIII.3 Coordonatele punctelor de funcționare situate la energie constantă.

Nr. pct.	ϕ [-]	Q [m ³ /s]	ψ [-]	E [J/kg]	α [°]
P4	0.22	0.289181	1.1	60.33	19.50
P8	0.2574	0.336731			21.65
P1	0.2860	0.376030			25.00
P9	0.3146	0.412016			28.75
P5	0.33	0.435427			33.00

Tab. VIII.4 Mărimile determinate pentru punctele situate la energie constantă.

Nr. pct.	M_h [N.m]	c_M [-]	$c_{M\text{exp}}$ [-]	ε_M [%]	η_h^* [%]	$(\eta_h^*)_{\text{exp}}$ [%]	ε_{η^*} [%]
P4	271.077	0.197433	-----	-----	81.50	87.5	-6.857
P8	358.172	0.260378	-----	-----	92.48	89.2	3.677
P1	387.547	0.281733	0.273	+3.197	89.62	89.6	0.022
P9	373.563	0.271567	-----	-----	78.83	89.2	-11.626
P5	403.370	0.293236	-----	-----	80.55	88.7	-9.188

Fig. VIII.6 Coeficientul de moment (c_M) calculat pentru punctele de funcționare situate la energie constantă. Comparatie cu date experimentale Sottas & Ryhming (1993).Fig. VIII.7 Randamentul (η_h^*) calculat pentru punctele de funcționare situate la energie constantă. Comparatie cu date experimentale Sottas & Ryhming (1993).

Din Fig. VIII.7 rezultă pentru regimul optim de lucru egalitatea randamentelor calculat și măsurat. Pentru celelalte puncte apar diferențe pozitive sau negative maximele fiind de circa 12% (P9). Aceste diferențe apar din lipsa unor date corecte a mărimilor φ și α corespunzătoare coeficientului de energie $\psi_{opt}=1.1$. Aproximarea valorilor unghiului de deschidere al aparatului director s-a făcut pentru debite identice punctelor asociate de la deschidere constantă (P4 \rightarrow P2, P5 \rightarrow P3) respectiv pentru $0.9Q_{opt}$ (P8) și $1.1Q_{opt}$ (P9). Diferențele care apar în afara punctului optim înglobează pe lângă erorile datorate aproximării deschiderii aparatului director și erorile provenite din neluarea în calcul a efectelor vâscoase. În general, aceste diferențe sunt acceptabile.

VIII.5. Caracterizarea cavitațională a turbinei Francis GAMM

VIII.5.1. Comportarea cavitațională a turbinei Francis GAMM în punctul optim de funcționare. Determinarea coeficientului de cavitație σ_T

Conform observațiilor experimentale pe profile singulare și dispuse în rețea, se definesc zonele de apariție a cavitației funcție de incidența curentului, Anton (1985):

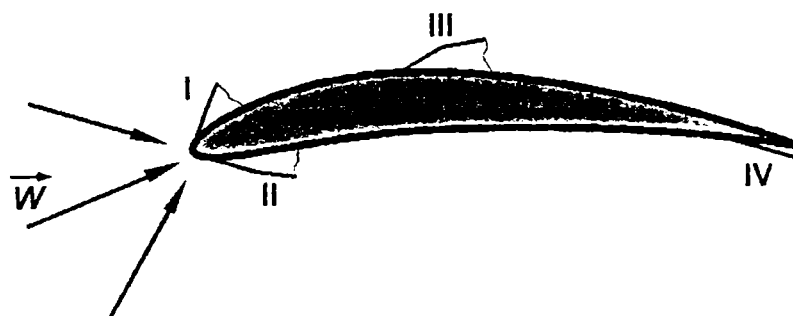


Fig. VIII.8 Zonele de apariție a cavitației pe profil, Anton (1985).

Pentru a prezenta algoritmul de determinare a coeficientului de cavitație, s-a ales cazul unui profil NACA 8410 dispus în rețea. În Fig. VIII.9c s-a reprezentat distribuția de viteză pe profilul NACA 8410 dispus în rețea unde se pot distinge punctele de viteză maximă locală și globală marcate cu a respectiv c .

Modificarea incidenței curentului α conduce la deplasarea punctelor de viteză maximă, respectiv presiune minimă de-a lungul intradosului respectiv extradadosului profilului. Determinarea coeficientului $k_{p\ max}$ pentru fiecare incidență a curentului, permite trasarea curbei de sensibilitate la cavitație $k_{p\ max}=f(\alpha)$ a profilului NACA 8410 dispus în rețea, vezi Fig. VIII.9a. În această figură, se observă clar cele trei zone de sensibilitate la cavitație a profilului, marcate cu zona I, zona II și zona III.

În conformitate cu cele prezentate mai sus se va urmări după cum rezultă din relația (VIII.25) determinarea coeficienților $k_{p\ max3}$, cw_3^* , ku_M , u_3^* , η_{ta} , c_3^* respectiv $a_M D/H$ pentru punctul optim P1.

$$\sigma_T = k_{p\ max3} (cw_3^*)^2 - ku_M (u_3^*)^2 + \eta_{ta} (c_3^*)^2 + \frac{a_M D}{H} \quad (VIII.25)$$

În Tab. VIII.5 sunt redate datele primare obținute din simularea numerică tridimensională a curgerii în rotorul turbinei Francis GAMM la punctul optim P1.

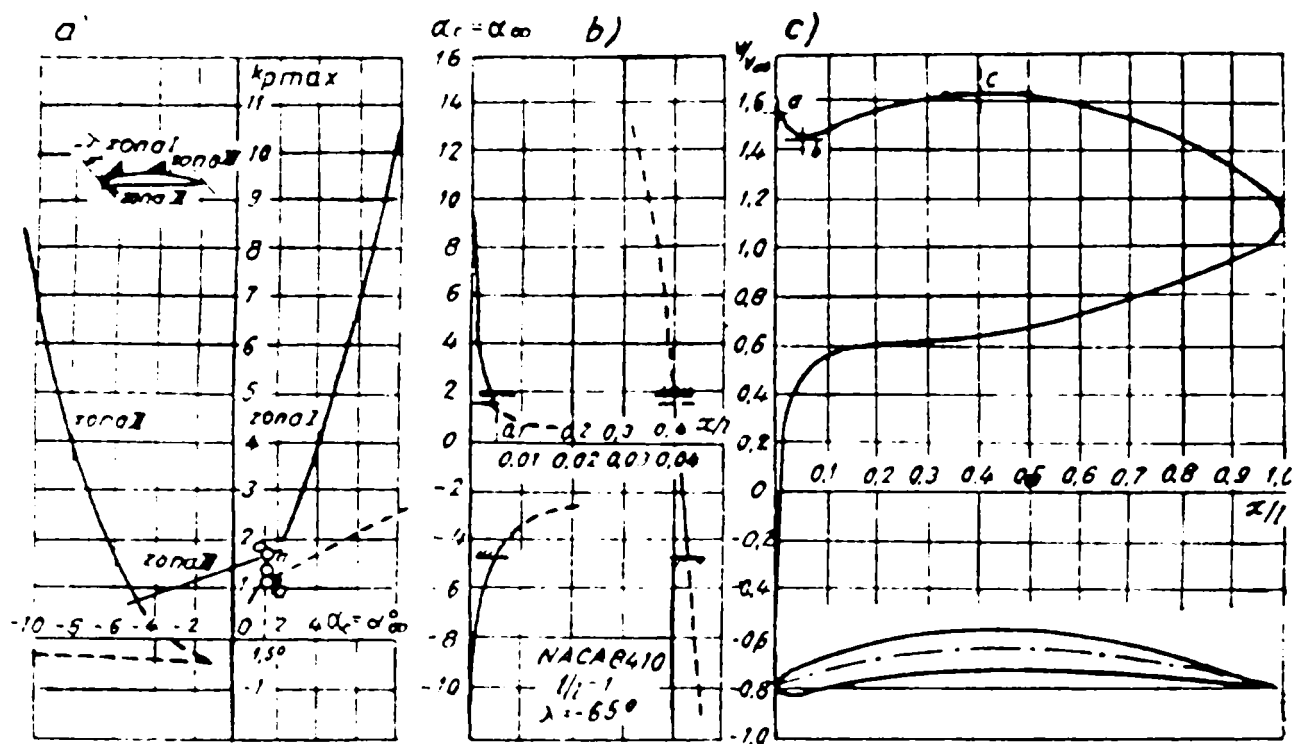


Fig. VIII.9 Curbe de cavitație pentru profilul NACA 8410 dispus în rețea și distribuția de presiune, Anton (1985).

Tab. VIII.5 Datele primare rezultate din simulare pentru determinarea coeficientului de cavitație al turbinei formularea în coeficienți de viteză (VIII.25) pentru *punctul optim* P1.

zona	ϕ	E	W_M	U_M	$-z_M$	W_3	V_3	U_3	$-z_3$
I	0.286	59.443	11.175	10.185	0.077	9.829	2.991	10.759	0.208743

Pentru calculul coeficientului de cavitație al turbinei σ_T la punctul optim, formularea în coeficienți de viteze, în Tab. VIII.6 sunt calculați coeficienții ce intervin în relația (VIII.25) conform definițiilor (VIII.12) - (VIII.17).

Tab. VIII.6 Coeficienții calculați pentru determinarea coeficientului de cavitație al turbinei formularea în coeficienți de viteză (VIII.25) pentru *punctul optim* P1.

	$k_{p \max 3}$	c_{w3}^*	ku_M	u_3^*	η_{1a}	c_3^*	$-a_M D/H$	σ_T
I	0.2926	0.9015	-0.1039	0.9867	0.597	0.2743	0.0127	0.3711

Pentru a avea o imagine cât mai clară a influenței termenilor T_1 , T_2 , T_3 și T_5 (vezi (VIII.19) - (VIII.23)) asupra coeficientului de cavitație al turbinei s-au calculat ponderile χ_1 , χ_2 , χ_3 și χ_5 care intervin în acesta, vezi Tab. VIII.7.

Tab. VIII.7 Valorile și ponderile termenilor ce intervin în coeficientul de cavitație al turbinei, formularea în coeficienți de viteză (VIII.25) pentru *punctul optim* P1.

	T_1	T_2	T_3	$-T_5$	χ_1 [%]	χ_2 [%]	χ_3 [%]	χ_5 [%]	σ_T
I	0.2378	0.1011	0.0449	0.0127	64.08	27.243	12.099	-3.422	0.3711

Analiza ponderilor termenilor ce intervin în determinarea coeficientului de cavitație de la punctul optim de funcționare (vezi Tab. VIII.7), indică importanța determinării cât mai precise a termenilor T_1 ($\chi_1 \cong 64\%$) respectiv T_2 ($\chi_2 \cong 27\%$). Cele afirmate anterior, implică determinarea atentă a coeficienților $k_{p \max 3}$, c_{w3}^* , ku_M , u_3^* ce intră în calculul termenilor T_1 și T_2 . Se observă că la punctul optim influența tubului de aspirație asupra coeficientului de cavitație este mai mică

(termenul T_3 ($\chi_3 \approx 12\%$)) în timp ce influența poziției punctului de viteză maximă (termenul T_5 ($\chi_5 \approx 3.5\%$)) este foarte mică.

Deși în cadrul regimului optim câmpul hidrodinamic din rotorul unei turbine hidraulice Francis nu prezintă mișcări secundare lângă inel sau coroană, coeficientul de cavitație al turbinei σ_T s-a determinat și cu formularea în coeficientul de presiune (VIII.29) pentru a valida algoritmul utilizat, vezi Tab. VIII.8.

$$\sigma_T = -(\mathbf{c}_{p \min})^* + \eta_{ta} (\mathbf{c}_3^*)^2 - \frac{(z_P - z_3)}{H} \quad (\text{VIII.29})$$

Tab. VIII.8 Mărimile primare utilizate pentru determinarea coeficientului de cavitație al turbinei, formularea în coeficient de presiune (VIII.29) pentru *punctul optim P1*.

	ϕ	E_{ref}	E	$\mathbf{c}_{p \min}$	V_3	$\Delta\psi_D$	$(\mathbf{c}_{p \min})^*$	$V_3^2/2E$	gz_3/E	$gh_{T\sqrt{E}}$	σ_T
III	0.286	57.813	59.443	-0.159	2.991	0.03279	-0.155	0.07525	0.03444	0.03177	0.1636
I				-0.365			-0.355				0.3646

Tab. VIII.9 Coeficienții calculați pentru determinarea coeficientului de cavitație al turbinei, formularea în coeficient de presiune (VIII.29) pentru *punctul optim P1*.

	ϕ	E	V_3	$(\mathbf{c}_{p \min})^*$	η_{ta}	\mathbf{c}_3^*	$T_3 = \eta_{ta} (\mathbf{c}_3^*)^2$	gz_3/E	σ_T
III	0.286	59.443	2.991	-0.155	0.597	0.2743	0.0449	0.03444	0.1636
I				-0.355					0.3646

Calculul cât mai corect al coeficientului de cavitație al turbinei, formularea în coeficient de presiune, se obține prin determinarea cât mai precisă a câmpului de presiune.

Analiza comparativă a celor două valori obținute pentru coeficientul de cavitație al turbinei σ_T , din formularea în viteze $\sigma_T=0.3711$ Tab. VIII.6 și formularea în presiune $\sigma_T=0.3646$ Tab. VIII.9, indică diferențe nesemnificative. Diferențele dintre valorile determinate numeric și cea determinată experimental $\sigma_T \approx 0.3$, sunt în principal datorate modului diferit de determinare. Dacă valoarea experimentală a coeficientului de incipiență la cavitație corespunde formării unei zone de cavitație ce se distinge vizual, rezultatele numerice corespund momentului în care presiunea scade sub valoarea presiunii critice. Cu alte cuvinte, valoarea determinată experimental corespunde unui stadiu de cavitație care a depășit incipiența cavitațională. Valorile mai mari obținute din simularea numerică sunt în concordanță cu cele prezentate mai sus.

VIII.5.2. Comportarea cavitațională a turbinei Francis GAMM în afara punctului optim de funcționare. Trasrea curbilor de cavitație $\sigma_T=f(\phi)$ pentru $\alpha=const.$ și $\psi=var.$ respectiv $\sigma_T=f(\phi)$ pentru $\alpha=var.$ și $\psi=const$

Pentru a analiza comportarea cavitațională a turbinei Francis GAMM în afara punctului optim de funcționare vom trasa curbele de cavitație $(\sigma_T)_x=f(\phi)$ pentru $\alpha=const.$ și $\psi=var.$ respectiv $(\sigma_T)_x=f(\phi)$ pentru $\alpha=var.$ și $\psi=const.$ În continuare se vor determina mărimile ce intervin în formulele coeficientului de cavitație al turbinei σ_T pentru trasarea curbei de cavitație $(\sigma_T)_x=f(\phi)$ pentru $\alpha=const.$ și $\psi=var.$, în ambele formulări: în coeficienți de viteză, Tab. VIII.10 și în coeficientul de presiune, Tab. VIII.12.

Determinarea coeficientului de cavitație σ_T pentru punctele de funcționare situate la deschidere constantă, conform algoritmului validat la punctul optim vezi VIII.5.1, indică deplasarea sensibilității la cavitație din *zona III* (vezi Fig. VIII.8) pentru $Q < Q_{opt}$ în *zona I* pentru $Q \geq Q_{opt}$. Deoarece modelările nu s-au realizat și pentru $Q \ll Q_{opt}$ nu s-a reușit punerea în evidență a *zonei II*.

Medote numerice pentru determinarea câmpurilor tridimensionale în rotoarele turbinelor Francis

Tab. VIII.10 Mărimile primare utilizate pentru determinarea coeficientului de cavitație al turbinei formularea în coeficienți de viteză (VIII.25) pentru punctele situate la *deschidere constantă*.

	ϕ	W_M	U_M	$-z_M$	W_3	V_3	U_3	z_3	σ_T
III	0.22	9.01	10.025	0.1215	9.2195	3.289	10.759	-0.208743	0.1786
	0.2431	8.76	9.76	0.12	9.233	3.168			0.1847
I	0.286	11.175	10.185	0.077	9.829	2.991			0.3711
	0.3203	12.431	10.3	0.0748	10.145	2.962			0.4451
	0.33	12.5	10.34	0.074	10.145	2.962			0.4349

Tab. VIII.11 Coeficienții calculați pentru determinarea coeficientului de cavitație al turbinei, formularea în coeficienți de viteză (VIII.25) pentru punctele situate la *deschidere constantă*.

	$k_{p\max3}$	cW_3^*	ku_M	u_3^*	η_{ta}	c_3^*	$-a_M D/H$	T_1	$-T_2$	T_3	$-T_5$	σ_T
III	-0.0449	0.9731	-0.132	1.117	0.6879	0.3472	0.0265	-0.042	0.165	0.0829	0.0265	0.1786
	-0.0998	0.9555	-0.1771	1.113	0.7579	0.3279	0.0252	-0.091	0.220	0.0815	0.0252	0.1847
I	0.2926	0.9015	-0.1039	0.9867	0.597	0.2743	0.0127	0.238	0.101	0.0449	0.0127	0.3711
	0.5014	0.8333	-0.0835	0.8838	0.7022	0.2433	0.0099	0.348	0.065	0.0416	0.0099	0.4451
	0.5182	0.8241	-0.0764	0.8740	0.591	0.2406	0.0096	0.352	0.058	0.0342	0.0096	0.4349

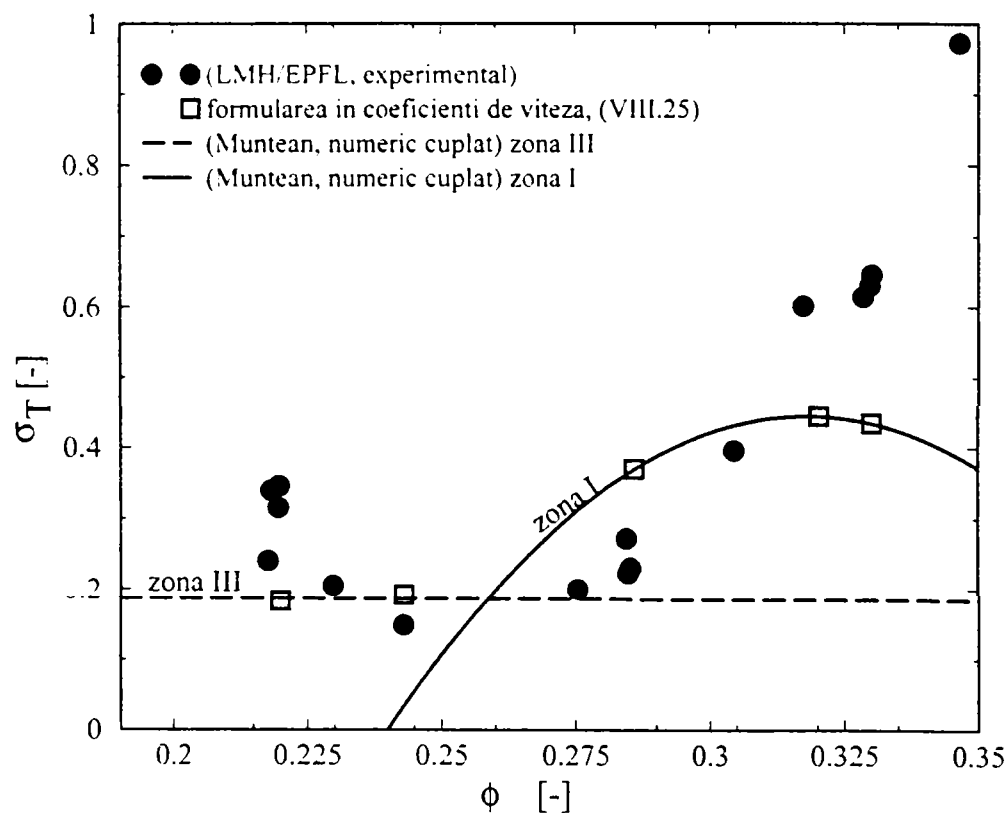


Fig. VIII.10 Curbele de cavitație ale turbinei Francis GAMM σ_T , calculate cu formularea în coeficienți de viteză (VIII.25), pentru funcționarea la deschidere constantă ($\alpha_{opt}=25^\circ$). Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental).

Analiza termenilor ce intervin în calculul lui σ_T indică o pondere diferită pe cele două zone. În *zona III* ponderea semnificativă revine termenilor T_2 (ku_M, u_3^*) respectiv T_3 (η_{ta}, c_3^*). Acestea confirmă cele prezentate în Fig. VIII.2, faptul că lichidul este puternic centrifugat spre inel permițând formarea zonelor cu mișcări secundare în apropierea coroanei. Afirmatiile de mai sus, sunt validate și de constatările experimentale care surprind existența vârtejului central cunoscut în

literatură și sub denumirea de *vârtej finie*. În schimb, în *zona I* semnificativi devin termenii T_1 ($k_{p_{\max 3}}, cw_3^*$) respectiv T_2 (ku_M, u_3^*).

Termenul $a_M D/H$, caracterizează poziția punctului de presiune minimă, în care apare cavitația față de planul de referință. Pentru turbinele Francis planul perpendicular pe axa mașinii ce trece prin mijlocul palatelor aparatului este considerat plan de referință. Termenul $a_M D/H$, este invers proporțional cu pătratul numărului Froude. Din analiza rezultatelor numerice, se observă influența secundară a termenului T_5 asupra coeficientului de cavitație al turbinei σ_T , în concordanță cu cele prezentate în literatură, Anton (1985).

Tab. VIII.12 Mărimile utilizate pentru determinarea coeficientului de cavitație al turbinei cu formularea în coeficient de presiune (VIII.29) pentru punctele situate la *deschidere constantă*.

	ϕ	E_{ref}	E	$c_{p\ min}$	V_3	$\Delta\psi_D$	$(c_{p\ min})^*$	$V_3^2/2E$	gz_3/E	gh_{T_3}/E	σ_T
zona III	0.22	43.215	44.879	-0.148	3.289	0.03079	-0.143	0.12052	0.04561	0.03762	0.1803
	0.2431	45.644	46.684	-0.158	3.168	0.02215	-0.155	0.10749	0.04385	0.02602	0.1921
	0.286	57.813	59.443	-0.159	2.991	0.03279	-0.155	0.07525	0.03444	0.03177	0.1636
	0.3203	72.813	74.104	-0.157	2.962	0.02382	-0.154	0.0592	0.02762	0.01763	0.1682
	0.33	74.139	75.769	-0.157	2.972	0.03295	-0.154	0.05829	0.02702	0.02384	0.1611
zona I	0.22	43.215	44.879	-0.055	3.289	0.03079	-0.053	0.12052	0.04561	0.03762	0.0903
	0.2431	45.644	46.684	-0.110	3.168	0.02215	-0.089	0.10749	0.04385	0.02602	0.1262
	0.286	57.813	59.443	-0.365	2.991	0.03279	-0.336	0.07525	0.03444	0.03177	0.3646
	0.3203	72.813	74.104	-0.650	2.962	0.02382	-0.639	0.0592	0.02762	0.01763	0.6520
	0.33	74.139	75.769	-0.750	2.972	0.03295	-0.734	0.05829	0.02702	0.02384	0.7414

Tab. VIII.13 Coeficienții calculați pentru determinarea coeficientului de cavitație al turbinei, formularea în coeficienți de presiune (VIII.29) pentru punctele situate la *deschidere constantă*.

	ϕ	E	V_3	$(c_{p\ min})^*$	η_{ta}	c_3^*	$T_3 = \eta_{ta}(c_3^*)^2$	gz_3/E	σ_T
zona III	0.22	44.879	3.289	-0.143	0.6879	0.3472	0.0829	0.04561	0.1803
	0.2431	46.684	3.168	-0.155	0.7579	0.3279	0.0815	0.04385	0.1921
	0.286	59.443	2.991	-0.155	0.5778	0.2743	0.0449	0.03444	0.1636
	0.3203	74.104	2.962	-0.154	0.7022	0.2433	0.0416	0.02762	0.1682
	0.33	75.769	2.972	-0.154	0.5910	0.2406	0.0342	0.02702	0.1611
zona I	0.22	44.879	3.289	-0.053	0.6879	0.3472	0.0829	0.04561	0.0903
	0.2431	46.684	3.168	-0.089	0.7579	0.3279	0.0815	0.04385	0.1262
	0.286	59.443	2.991	-0.336	0.5778	0.2743	0.0449	0.03444	0.3646
	0.3203	74.104	2.962	-0.639	0.7022	0.2433	0.0416	0.02762	0.6520
	0.33	75.769	2.972	-0.734	0.5910	0.2406	0.0342	0.02702	0.7414

Trasarea curbei de cavitație $(\sigma_T)_x = f(\phi)$ pentru $\alpha = \text{const.}$ și $\psi = \text{var.}$, vezi Fig. VIII.11, prezintă o bună corelare a coeficientului de cavitație al turbinei formularea în coeficient de presiune determinat numeric, cu datele experimentale. Evoluția curbei $(\sigma_T)_x = f(\phi)$ pentru $\alpha = \text{const.}$ și $\psi = \text{var.}$ formularea în coeficientul de presiune, vezi Fig. VIII.11, are o alătură similară ce cea de la profile, pentru zona I. Punctele experimentale indică aceeași evoluție a incipienței cavitaționale în zona I. În zona III rezultatele numerice indică o evoluție similară cu punctele experimentale. În această figură se poate aprecia cu suficientă exactitate prima porțiune a curbei de incipiență a cavitației în zona II cu valorile măsurate. Calculul nu oferă date în această zonă.

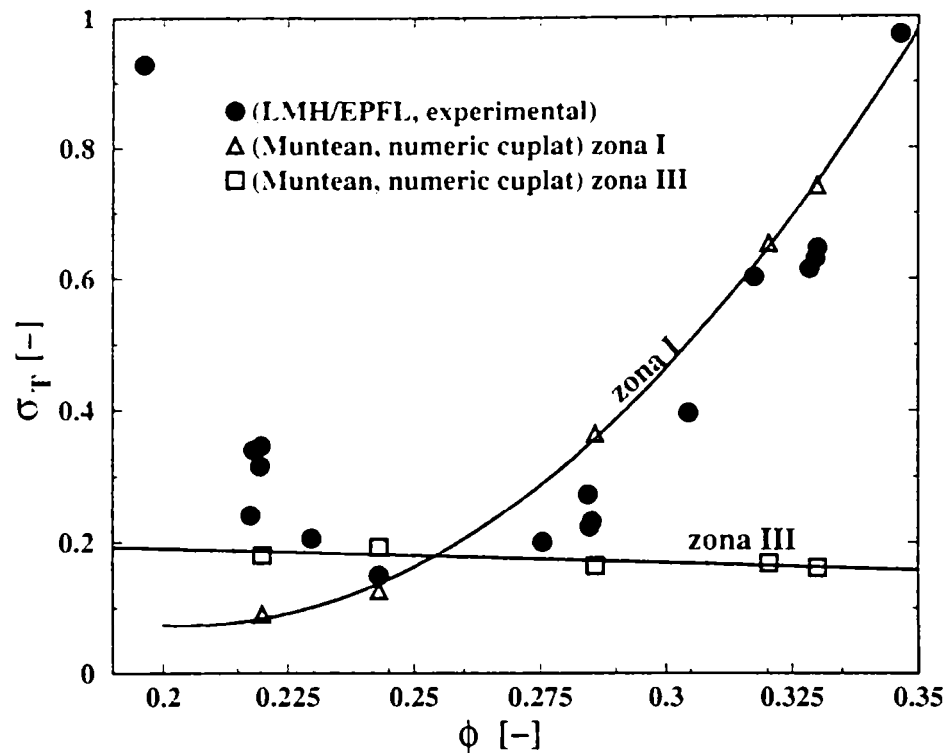


Fig. VIII.11 Curbele de cavitație ale turbinei Francis GAMM σ_T , calculate cu formularea în coeficient de presiune (VIII.29), pentru funcționarea la deschidere constantă ($\alpha_{opt}=25^\circ$). Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental).

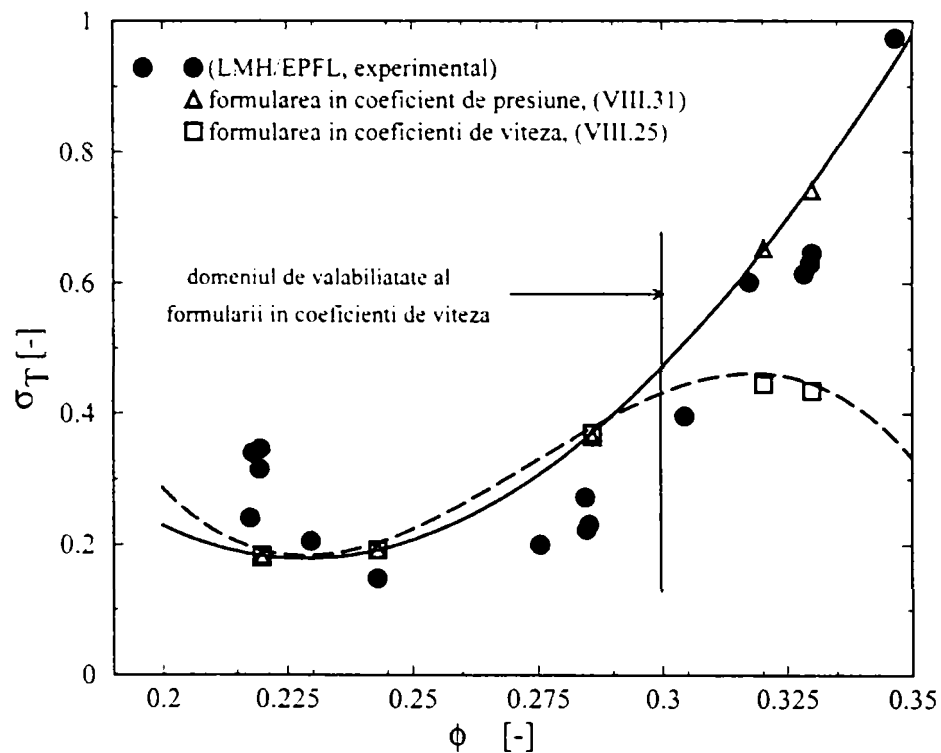


Fig. VIII.12 Prezentarea comparativă a curbelor de cavitație ale turbinei Francis GAMM, σ_T , calculate cu formularea în coeficient de presiune (VIII.29) și formularea în coeficienți de viteză (VIII.25), pentru funcționarea la *deschidere constantă* ($\alpha_{opt}=25^\circ$). Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental).

Analiza comparativă a curbelor de cavitație $(\sigma_T)_x=f(\varphi)$ pentru $\alpha=\text{const.}$ și $\psi=\text{var.}$, calculate cu cele două formulări: coeficienți de viteză (VIII.25) și coeficient de presiune (VIII.29), prezintă o bună corelare cu datele experimentale, excepția apărând pentru formularea în coeficienți de viteză unde rezultatele numerice se îndepărtează de datele experimentale pentru valori ale debitului mai mari decât debitul optim ($Q>Q_{\text{opt}}$), vezi Fig. VIII.12. Aceasta reprezintă o confirmare a reproducerii corecte a fenomenelor care apar în vecinătatea inelului, atunci când $Q>Q_{\text{opt}}$ și corectitudinea metodologiei de calcul a coeficientului de cavitație al turbinei, formularea în coeficientul de presiune. Mișcările secundare din apropierea inelului pentru $Q>Q_{\text{opt}}$, elimină valabilitatea ecuației Bernoulli și generează diferențele dintre valorile coeficientului de cavitație, formularea în viteze și datele experimentale, vezi Fig. VIII.12. Pentru debite mai mici decât $\varphi<0.21$ nu dispunem nici de date experimentale și nici nu s-au realizat simulări numerice. Deci, nu se poate discuta evoluția coeficientului de presiune minim $(c_{p\text{ min}})^*$ și corelarea acestuia cu vârtejul funie de la ieșire din rotor.

În continuare se vor determina mărimile ce intervin în formulele coeficientului de cavitație al turbinei σ_T pentru trasarea curbei de cavitație $(\sigma_T)_x=f(\varphi)$ pentru $\alpha=\text{var.}$ și $\psi=\text{const.}$, în ambele formulări: în coeficienți de viteză, Tab. VIII.14 și în coeficientul de presiune, Tab. VIII.16.

Tab. VIII.14 Mărimile utilizate pentru determinarea coeficientului de cavitație al turbinei formularea în coeficienți de viteză (VIII.25) pentru punctele situate la "energie constantă".

	ϕ	W_M	U_M	$-z_M$	W_3	V_3	U_3	z_3	T_1	$-T_2$	T_3	T_5	σ_T
zona I	0.22	10.256	10.295	0.0766	9.3015	3.331	10.759	-0.2087	0.157	0.082	0.065	0.013	0.2915
	0.257	11.396	10.351	0.0731	9.587	3.132			0.319	0.072	0.065	0.012	0.4046
	0.286	11.175	10.185	0.077	9.8285	2.991			0.238	0.101	0.045	0.013	0.3711
	0.315	10.439	10.180	0.0855	10.013	2.898			0.083	0.115	0.057	0.016	0.2346
	0.33	10.1	10.025	0.0786	10.370	2.892			-0.051	0.142	0.044	0.014	0.12

Tab. VIII.15 Coeficienții calculați pentru determinarea coeficientului de cavitație al turbinei formularea în coeficienți de viteză (VIII.25) pentru punctele situate la "energie constantă".

	$k_{p\text{ max}3}$	c_{w3}^*	ku_M	u_3^*	η_{ta}	c_3^*	$-a_M D/H$	T_1	$-T_2$	T_3	$-T_5$	σ_T
zona I	0.2158	0.8533	-0.0844	0.9870	0.6944	0.3056	0.0126	0.157	0.082	0.065	0.0126	0.2915
	0.3883	0.8537	-0.0744	0.9581	0.8316	0.2789	0.0114	0.283	0.068	0.0647	0.0114	0.4046
	0.2926	0.9015	-0.1039	0.9867	0.5970	0.2743	0.0127	0.238	0.101	0.0449	0.0127	0.3711
	0.0815	0.9768	-0.1047	1.0496	0.7186	0.2827	0.0160	0.078	0.115	0.0574	0.016	0.2346
	-0.0514	0.9989	-0.0654	1.0364	0.5679	0.2786	0.0143	-0.051	0.142	0.044	0.014	0.12

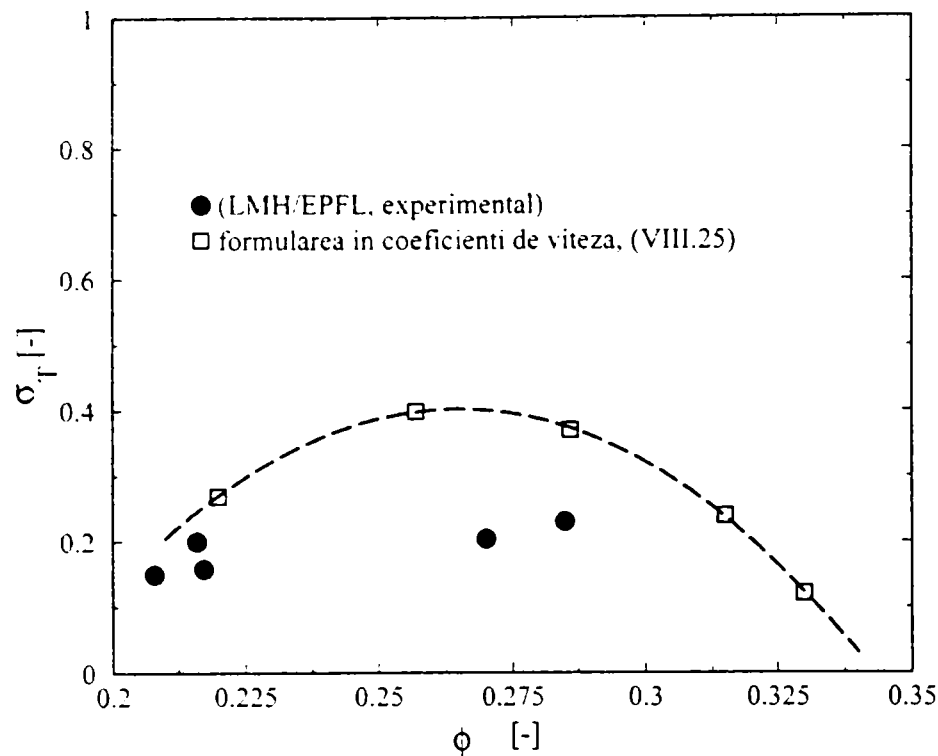


Fig. VIII.13 Curbele de cavitație ale turbinei Francis GAMM $(\sigma_T)_x$, calculate cu formularea în coeficienți de viteză (VIII.25), pentru funcționarea la "energie constantă" ($\psi_{opt}=1.1$). Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental).

Se observă că pentru funcționarea la "energie constantă" sensibilitatea la cavitație este în întreg domeniul studiat pe *zona I* a paletelor. Analiza curbei de cavitație $(\sigma_T)_x=f(\phi)$ pentru $\alpha=var.$ și $\psi=const.$, vezi Fig. VII.14, prezintă diferențe rezonabile între coeficientul de cavitație al turbinei formularea în coeficienți de viteză și datele experimentale. Diferențe semnificative se obțin pentru debite mai mari decât debitul optim, unde mișcările secundare din apropierea inelului, elimină valabilitatea ecuației Bernoulli și generează diferențele dintre rezultatele numerice și datele experimentale, vezi Fig. VIII.12.

Tab. VIII.16 Mărimile utilizate pentru determinarea coeficientului de cavitație al turbinei, formularea în coeficient de presiune (VIII.29) pentru punctele situate la "energie constantă".

	ϕ	E_{ref}	E	$c_{p,min}$	V_3	$\Delta\psi_D$	$(c_{p,min})^*$	$V_3^2/2E$	z_3/H	h_{TA}/H	σ_T
zona III	0.22	57.748	59.412	-0.116	3.331	0.03079	-0.113	0.093	0.02025	0.02842	0.157
	0.257	62.361	63.053	-0.137	3.132	0.01510	-0.133	0.0778	0.03247	0.01310	0.165
	0.286	57.813	59.443	-0.159	2.991	0.03279	-0.155	0.0753	0.03444	0.03177	0.164
	0.315	51.385	52.542	-0.195	2.898	0.02154	-0.191	0.0799	0.03896	0.02248	0.209
	0.33	52.258	53.888	-0.205	2.892	0.03295	-0.199	0.0776	0.02702	0.03353	0.205
zona I	0.22	57.748	59.412	-0.283	3.331	0.03079	-0.275	0.093	0.0341	0.02842	0.305
	0.257	62.361	63.053	-0.370	3.132	0.01510	-0.366	0.0778	0.03247	0.01310	0.398
	0.286	57.813	59.443	-0.365	2.991	0.03279	-0.336	0.0753	0.03444	0.03177	0.365
	0.315	51.385	52.542	-0.270	2.898	0.02154	-0.264	0.0799	0.03896	0.02248	0.283
	0.33	52.258	53.888	-0.335	2.892	0.03295	-0.325	0.0776	0.02702	0.03353	0.331

Tab. VIII.17 Coeficienții calculați pentru determinarea coeficientului de cavitație al turbinei, formularea în coeficient de presiune (VIII.29) pentru punctele situate la "energie constantă".

	ϕ	E	V_3	$(c_{p\ min})^*$	η_{ta}	c_3^*	$T_3=\eta_{ta}(c_3^*)^2$	gz_3/E	σ_T
zona III	0.22	59.412	3.331	-0.113	0.6944	0.3050	0.0829	0.02025	0.157
	0.257	63.053	3.132	-0.133	0.8316	0.2789	0.0815	0.03247	0.165
	0.286	59.443	2.991	-0.155	0.5781	0.2744	0.0449	0.03444	0.164
	0.315	52.542	2.898	-0.191	0.7186	0.2827	0.0416	0.03896	0.209
	0.33	53.888	2.892	-0.199	0.5679	0.2786	0.0342	0.02702	0.205
zona I	0.22	59.412	3.331	-0.275	0.6944	0.3050	0.0829	0.0341	0.305
	0.257	63.053	3.132	-0.366	0.8316	0.2789	0.0815	0.03247	0.398
	0.286	59.443	2.991	-0.336	0.5781	0.2744	0.0449	0.03444	0.365
	0.315	52.542	2.898	-0.264	0.7186	0.2827	0.0416	0.03896	0.283
	0.33	53.888	2.892	-0.325	0.5679	0.2786	0.0342	0.02702	0.331

Analiza curbei de cavitație $(\sigma_T)_x=f(\phi)$ pentru $\alpha=var.$ și $\psi=const.$, vezi Fig. VIII.14, prezintă o corelare acceptabilă a coeficientul de cavitație al turbinei, formularea în coeficient de presiune determinat numeric, cu datele experimentale. Discrepanțele provin din: modul diferit de determinare a coeficienților de incipiență la cavitație (experimental și numeric), lipsa de precizie în alegerea deschiderii aparatului director și datorită faptului că nu se iau în considerare efectele vâscoase.

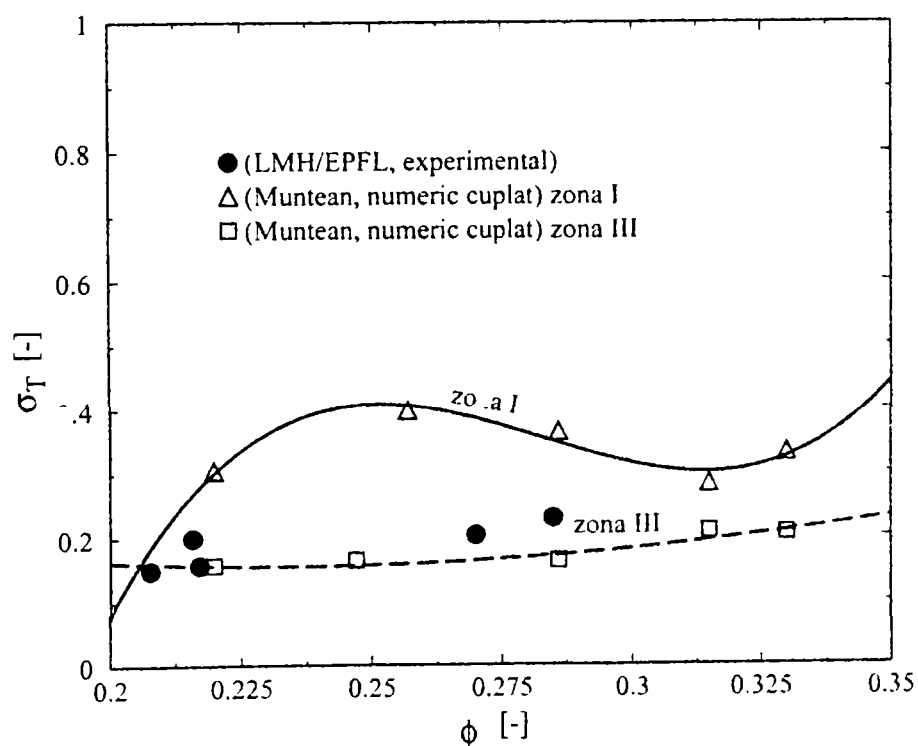


Fig. VIII.14 Curbele de cavitație ale turbinei Francis GAMM σ_T , calculate cu formularea în coeficient de presiune (VIII.29), pentru funcționarea la energie constantă ($\psi_{opt}=1.1$). Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental).

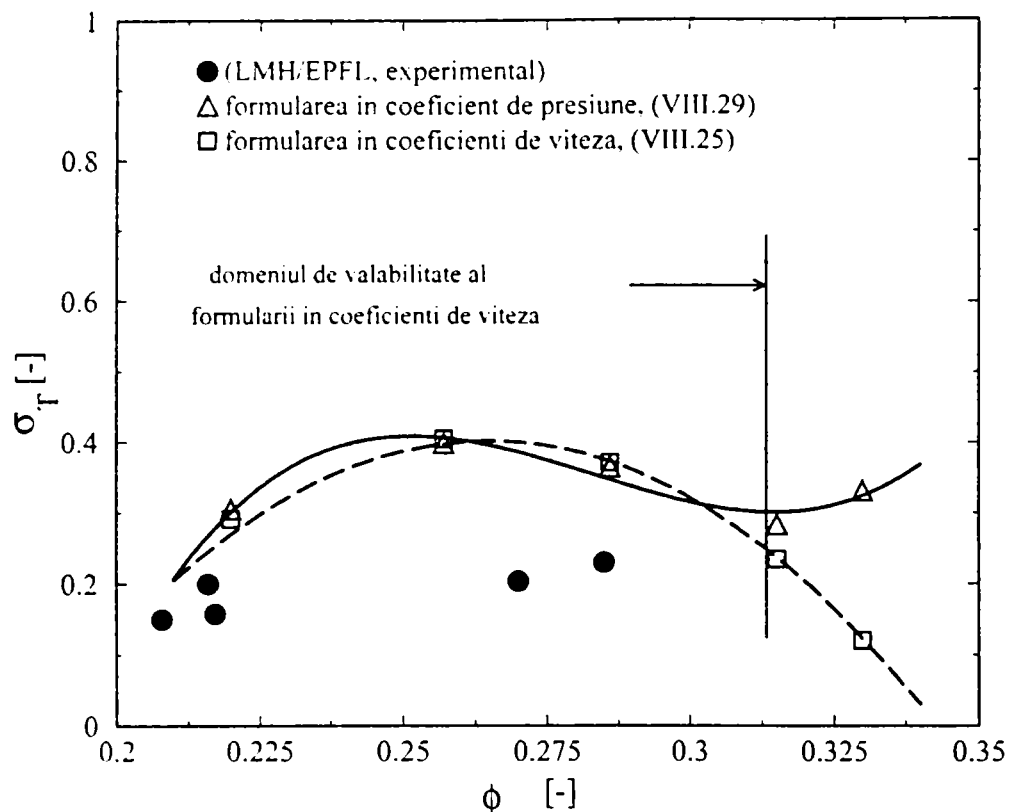


Fig. VIII.15 Prezentarea comparativă a curbelor de cavitație ale turbinei Francis GAMM, σ_T , calculate cu formularea în coeficienți de presiune (VIII.29) și formularea în coeficienți de viteză (VIII.25), pentru funcționarea la *energie constantă* ($\psi_{opt}=1.1$). Rezultatele numerice sunt comparate cu date experimentale, (LMH/EPFL, experimental).

Analiza comparativă a curbelor de cavitație $(\sigma_T)_x=f(\phi)$ pentru $\alpha=var.$ și $\psi=const.$, calculate cu cele două formulări: coeficienți de viteză (VIII.25) și coeficient de presiune (VIII.29), prezintă o corelare acceptabilă cu datele experimentale. Diferențele devin semnificative pentru coeficientul de cavitație calculat cu formularea în coeficienți de viteză pentru valori ale debitului mai mari decât debitul optim, vezi Fig. VIII.15. Aceste diferențe apar ca și în cazul prezentat anterior datorită mișcările secundare din apropierea inelului pentru $Q>Q_{opt}$, eliminând valabilitatea ecuației Bernoulli, vezi secțiunea VIII.3.5.

VIII.5.3. Analiza calitativă a câmpului de presiune pentru diferite valori ale coeficientului de instalare σ_{pl}

Comportarea cavitațională a rotorului turbinei Francis GAMM (rotorul Henry) a fost realizată pe instalația experimentală de la LMH/EPFL, Avellan et al. (1990). Deoarece instalația experimentală este în circuit închis, permite ridicarea curbei primare de cavitație prin modificarea presiunii din rezervor, vezi Fig. VIII.16.

Pentru punctul optim de funcționare, conform relației (VIII.9) s-a obținut coeficientul de cavitație al instalației (coeficientul de cavitație Thoma) $\sigma_{pl}=1.493$. În articolul Avellan et al. (1990) se specifică o valoare de $\sigma_{pl} \approx 1.5$.

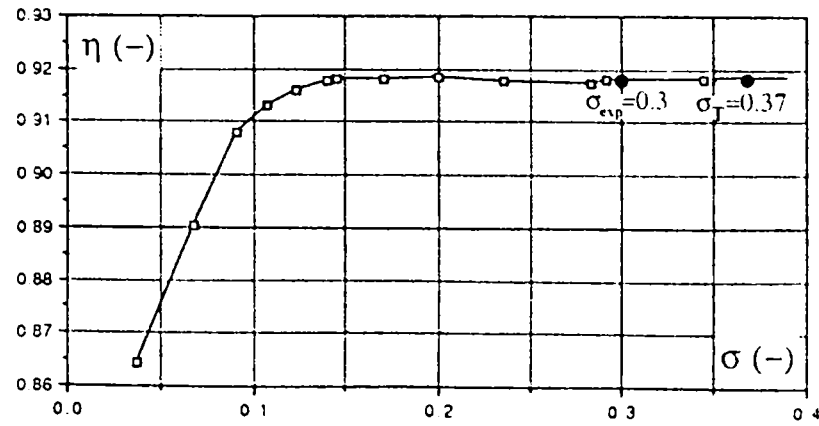


Fig. VIII.16 Caracteristica primară de cavitație a turbinei Francis GAMM, Avellan et al. (1993).

$$(\sigma_{pl})_x = \frac{A - A_t \bar{\varphi} (H_S)_x}{(H)_x}$$

Pentru aceste condiții de la regimul nominal se obține $\sigma_{rez} \approx 0.9$, valoare ce demonstrează că turbina funcționează într-un regim **fără cavitație** ($\sigma_{rez} > 0$).

Din calculele numerice rezultă că pentru punctul optim de funcționare incipiența cavitațională apare pe paletă în apropierea bordului de atac pe fața de depresiune, în jurul valorii de $(\sigma_{pl})_i = (\sigma_T)_i \approx 0.37$. Din testele experimentale s-a observat funcționarea în cavitație la $(\sigma_{pl})_i = (\sigma_T)_i \approx 0.3$, Avellan et al. (1990). Determinarea experimentală a valorii incipienței cavitaționale se realizează prin observarea **zonei de formare a cavitației și nu a punctului în care apare**. Cu alte cuvinte, pentru determinările experimentale incipiența cavitațională se consideră pentru cazul în care se observă formarea zonei cavitaționale. Aceasta explică diferențele dintre rezultatele experimentale și datele numerice. În Fig. VIII.17 se prezintă zona cavitațională determinată numeric, deci zona în care presiunea scade sub presiunea critică a vaporilor saturați pentru valoarea indică experimental $(\sigma_{pl})_i = (\sigma_T)_i \approx 0.3$ pentru care s-a considerat că apare cavitația.

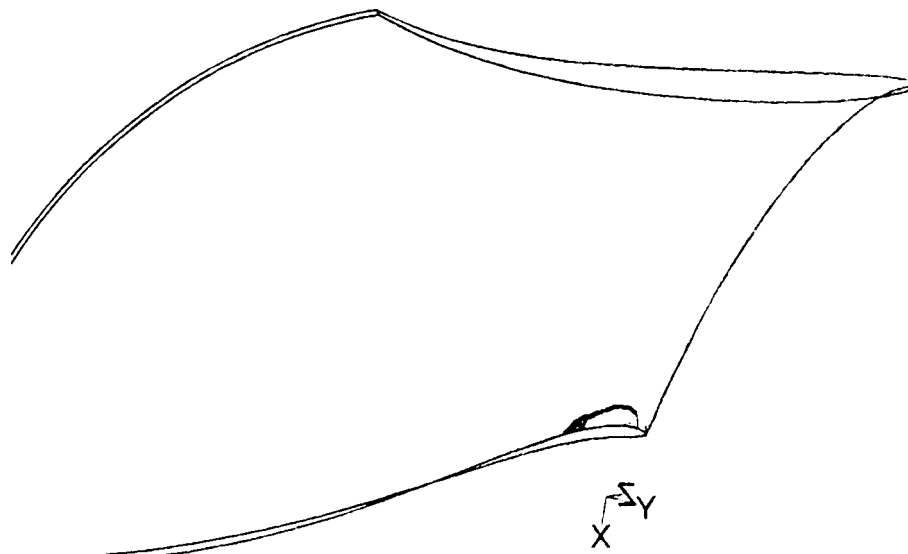


Fig. VIII.17 Zona cu presiune sub presiunea critică a vaporilor saturați ($p < p_{vap}$) determinată numeric pentru $\sigma_{pl} = 0.3$.

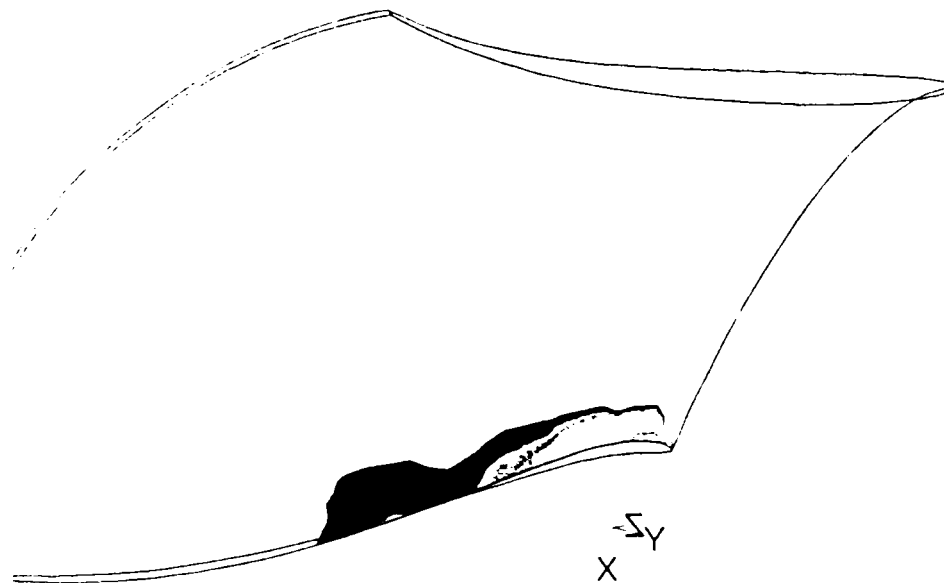


Fig. VIII.18 Zona cu presiune sub presiunea critică a vaporilor saturați ($p < p_{vap}$) determinată numeric pentru $\sigma_{pl}=0.2$.



Fig. VIII.19 Dezvoltarea cavitației la turbina Francis GAMM pentru $\sigma_{pl}=0.2$, Avellan et al. (1993).

În Fig. VIII.18 se prezintă zona de dezvoltare a cavitației determinată numeric pentru $\sigma_{pl}=0.2$. Se observă că odată cu scăderea presiunii din rezervor, se extinde și zona în care presiunea este sub presiunea critică, deci se extinde zona de dezvoltare a cavitației. Se observă o bună corelare calitativă a rezultatelor numerice, Fig. VIII.18 cu datele experimentale din Fig. VIII.19. Utilizarea unui fluid monofazic permite punerea în evidență numai a zonelor cu presiune sub presiunea critică, ne oferind date asupra formării și migrării cavitațiilor în curent.

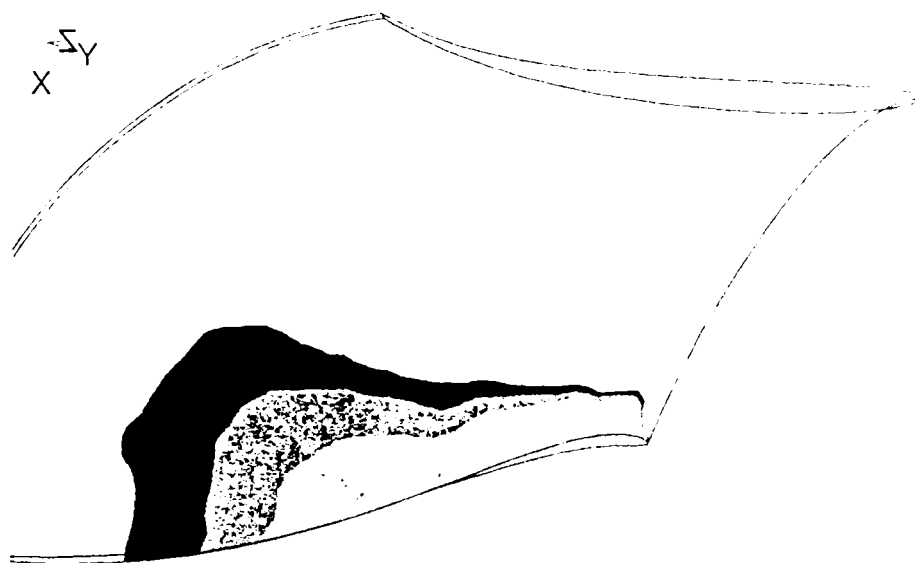


Fig. VIII.20 Zona cu presiune sub presiunea critică a vaporilor saturați ($p < p_{vap}$) determinată numeric pentru $\sigma_{pl}=0.14$.



Fig. VIII.21 Dezvoltarea cavitație la turbina Francis GAMM pentru $\sigma_{pl}=0.14$, Avellan et al. (1993).

Pentru $\sigma_{pl}=0.14$ se observă extinderea zonei cu presiune sub presiunea critică a vaporilor saturați, Fig. VIII.20. În schimb, în Fig. VIII.21 se observă mărirea volumului de cavitații ceea ce în rezultatele numerice nu se observă deoarece în modelare s-a utilizat un fluid monofazic care nu permite punerea în evidență formarea și migrarea cavitațiilor în curent.

VIII.6. Concluzii.

Metodologia dezvoltată pentru cuplarea distribuitor-rotor bazată pe *tehnica interfeței de amestec* a permis caracterizarea energetică și cavitațională a turbinei Francis GAMM atât la punctul optim de funcționare cât și pentru 8 puncte de funcționare în afara acestuia, 4 dispuse la deschidere constantă respectiv 4 dispuse la "energie constantă".

În prima parte a capitolului se prezintă fundamentele teoretice pentru determinarea performanțelor energetice și cavitaționale ale turbinelor Francis. Metodologia de determinare a comportamentului energetic, implică determinarea momentului și randamentului hidraulic și este în conformitate cu specificațiile IEC. Pentru caracterizarea cavitațională se necesită determinarea coeficientului de cavitație al turbinei și trasarea curbelor de cavitație. Calculul coeficientului de cavitație al turbinei s-a obținut pe baza celor două formulări: formularea în coeficienți de viteză (VIII.25) și formularea în coeficientul de presiune (VIII.29). Pe baza relațiilor dezvoltate s-a construit metodologia de caracterizare cavitațională a turbinelor Francis pentru funcționarea în întreg domeniul de debite și căderi.

În partea a doua a capitolului, cu ajutorul metodologiilor dezvoltate s-au determinat comportările energetică și cavitațională a turbinei Francis GAMM pentru funcționarea la deschidere constantă respectiv "energie constantă". Determinarea randamentului hidraulic $(\eta_h)_x$ și trasarea curbelor $\eta_h=f(\varphi)$ la $\psi=const./\alpha=var.$ respectiv $\eta_h=f(\varphi)$ la $\alpha=const./\psi=var.$ pentru turbina Francis GAMM indică o bună corelare a rezultatelor numerice cu datele experimentale, aceasta validând metodologia stabilită anterior.

În continuare se aplică metodologia de calcul a coeficientului de cavitație al turbinei $(\sigma_T)_x$ utilizând cele două formulări în coeficienți de viteză (VIII.25) și coeficientul de presiune (VIII.29) pentru punctul optim de funcționare. Pentru acest caz s-au obținut diferențe nesemnificative între valorile calculate pentru coeficientul de incipientă cavitațională al turbinei cu cele două formulări, aceasta validând metodologia de calcul. Discrepanța acceptabilă dintre valoarea determinată numeric a coeficientului de cavitație al turbinei $(\sigma_{pi})_i=(\sigma_T)_i \approx 0.37$ și cea obținută experimental $(\sigma_{pi})_i=(\sigma_T)_i \approx 0.3$ provine din modul diferit de determinare. Valorile numerice corespund momentului în care *într-un punct* presiunea scade sub presiunea critică a vaporilor saturați în timp ce valoarea experimentală corespunde momentului în care se observă apariția primelor *zone* cavitaționale. Acest raționament este în concordanță și cu valoarea mai mare a coeficientului determinat numeric față de cel experimental.

Analiza comparativă a curbelor de cavitație $(\sigma_T)_x=f(\varphi)$ la $\psi=const./\alpha=var.$ respectiv $(\sigma_T)_x=f(\varphi)$ la $\alpha=const./\psi=var.$, prezintă o bună corelare cu datele experimentale, excepția apărând pentru formularea în coeficienți de viteză unde rezultatele numerice se îndepărtează de datele experimentale pentru valori ale debitului mai mari decât debitul optim ($Q>Q_{opt}$), vezi Fig. VIII.12. Aceasta reprezintă o confirmare a reproducerii corecte a fenomenelor care apar în vecinătatea inelului, atunci când $Q>Q_{opt}$ și corectitudinea metodologiei de calcul a coeficientului de cavitație al turbinei, formularea în coeficientul de presiune. Mișcările secundare din apropierea inelului pentru $Q>Q_{opt}$, elimină valabilitatea ecuației Bernoulli și generează diferențele dintre valorile coeficientului de cavitație, formularea în viteze și datele experimentale, vezi Fig. VIII.12 respectiv Fig. VIII.15. Pentru debite mai mici decât $\varphi<0.21$ nu dispunem nici de date experimentale și nici nu s-au realizat simulări numerice. Deci, nu se poate discuta evoluția coeficientului de presiune minim $(c_{p\ min})^*$ și corelarea acestuia cu vârtejul funie de la ieșire din rotor.

În acest capitol s-a stabilit și validat metodologia de caracterizare teoretică a comportamentului energetic și cavitațional pentru întreg domeniul de funcționare al turbinei Francis.

Capitolul IX

IX. Concluzii generale. Contribuții personale. Perspective de cercetare.

IX.1. Concluzii generale. Contribuții personale.

Prezenta lucrare se încadrează în tendința actuală pe plan mondial de amplificare a eforturilor de simulare numerică a curgerii fluidelor în vederea diminuării considerabile a efortului de cercetare experimentală. În acest sens se reduc atât resursele materiale cât și timpul afectat proiectării și optimizării mașinilor și echipamentelor hidraulice. Realizarea acestui deziderat presupune în ultimă instanță stabilirea unor metodologii performante de simulare numerică ce trebuie să răspundă următoarelor două cerințe prioritare:

- utilizarea unor resurse de calcul accesibile și obținerea în timp rezonabil a rezultatelor numerice cu efort de programare minim;
- rezultatele numerice trebuie să concorde cât mai bine cu datele experimentale existente, pentru a minimiza eforturile experimentale de validare finală a prototipului;

Deși în calculele de proiectare a structurilor celor două deziderate de mai sus sunt în bună măsură îndeplinite, în domeniul curgerii fluidelor tehnologia de simulare numerică nu a atins încă acest grad de maturitate. Acest neajuns este justificat de caracterul complex și esențial neliniar al curgerii vâscoase, însoțită de soluționarea parțială a problemei (deschisă încă) turbulenței. Ca rezultat, *simularea numerică a curgerilor necesită încă un nivel ridicat de expertiză pentru utilizator.*

Pentru a facilita abordarea acestui domeniu al simulării numerice a curgerii fluidelor, lucrarea oferă:

- prezentarea clară și schematică a elementelor ce intervin într-o simulare numerică;
- modalitatea de creștere a eficienței și flexibilității simulării numerice prin abordarea modulară (PreProcesor, Procesor, PostProcesor) și stabilirea elementelor de transfer la interfețe;
- gruparea și tratarea elementelor ce intervin în fiecare modul;
 - **PreProcesor** (prezentarea și analiza tehnicilor utilizate la alegerea domeniului de analiză, prezentarea uneltelor disponibile pentru generarea frontierelor domeniului, abordarea tehnicilor dezvoltate pentru discretizarea spațială a domeniului, cu particularitățile specifice componentelor turbinelor);
 - **Procesor** (prezentarea ecuațiilor ce guvernează curgerea fluidelor incompresibile, prezentarea și analiza modelelor matematice cu diferite nivele de aproximare (temporală, spațială, dinamică) utilizate la simularea curgerii fluidelor incompresibile în turbomașini, prezentarea și analiza metodelor de soluționare a ecuațiilor de curgere (MCA, MCP), prezentarea unei tehnici de discretizare a ecuațiilor de curgere (MVF));
 - **PostProcesor** (trecerea în revistă a tehnicilor de soluționare a sistemelor de ecuații împreună cu evaluarea problemelor ce intervin);
- exemplificarea modului de utilizare a acestor elemente la simularea curgerii tridimensionale a fluidului incompresibil ideal prin componentele turbinelor radial-axiale;

Direcția de cercetare în care se înscrie prezenta lucrare a fost promovată în ultimele decade de Școala Timișoreană de Hidrodinamică, pornind de la o bogată experiență de proiectare și investigare experimentală a turbomașinilor.

La aceasta se adaugă, baza de date experimentale pentru distribuitorul, rotorul și cotul tubului de aspirație al turbinei Francis GAMM ce funcționează la punctul optim realizată de Laboratorul de Mașini Hidraulice (LMH) de la Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL). Aceste rezultate experimentale au reprezentat problema test pentru seminarul "3D-computation of incompressible internal flows" de la Lausanne din 1989, care a avut ca scop testarea și validarea metodologiilor numerice. Cerințele, la nivel european, din ce în ce mai exigente pentru definirea strategiilor de cercetare, formare și schimb de informații în domeniul turbomașinilor a condus la apariția în cadrul European Research Community on Flow, Turbulence And Combustion (ERCOFTAC) a *Turbomachinery Special Interest Group* (TSIG). Una din prioritățile TSIG a fost crearea bazei de date *TSIG Database*, ce cuprinde rezultatele experimentale pentru 10 probleme test, printre care se numără și curgerea în turbinele Francis (TSIG Database R1: Hydraulic Francis turbine), Parkinson (1995).

În capitolul IV se prezintă studiul curgerii în distribuitorul turbinei Francis GAMM la punctul optim de funcționare, utilizând simularea numerică a curgerii tridimensionale a fluidului nevâscos. Principalele contribuțiile sunt:

- metodologia de construire a domeniului de analiză tridimensional și a rețelei de discretizare pentru distribuitorul funcționând la punctul optim de funcționare;
- formularea problemei în coordonate cilindrice pentru un sistem de referință absolut;
- testarea diverselor condiții la limită și validarea acestora cu datele experimentale;
- calculul câmpului de viteză și de presiune pentru întreg domeniul de analiză tridimensional și compararea atât cu datele experimentale cât și cu datele numerice disponibile;
- calculul și analiza câmpului de viteză și presiune pe paletel statorice și ale aparatului director și compararea atât cu datele experimentale cât și cu datele numerice disponibile;
- confirmarea mișcării plane a fluidului la intrare în stator precum și a mișcării tridimensionale de la ieșire din aparatul director;

Principala contribuție a acestui capitol o reprezintă ***stabilirea, testarea și validarea metodologiei de simulare numerică a curgerii tridimensionale a fluidului incompresibil nevâscos (Euler) în distribuitorul turbinelor Francis la punctul optim de funcționare***.

În capitolul V se prezintă studiul curgerii în rotorul turbinei Francis GAMM la punctul optim de funcționare, utilizând simularea numerică a curgerii tridimensionale a fluidului nevâscos. Principalele contribuțiile sunt:

- metodologia de generare a domeniului de analiză tridimensional și a rețelei de discretizare pentru rotorul funcționând la punctul optim de funcționare. Caracteristica puternic tridimensională specifică paletelor turbinelor Francis necesită abordarea tridimensională a curgerii pentru a surprinde fenomenul real, dar sporește dificultatea de realizare a geometriei;
- formularea problemei în coordonate cilindrice pentru un sistem de referință relativ;
- testarea diverselor condiții la limită și validarea acestora cu datele experimentale. Introducerea condiției de "echilibru radial a presiunii" în secțiunea de ieșire din domeniul rotorului (intrare în tubul de aspirație) oferă o surprinzător de bună corelare a datelor numerice cu cele experimentale. Această condiție la limită elimină recircularea falsă obținută prin impunerea datelor experimentale și în plus deschide posibilitatea simulării funcționării turbinei în afara punctului optim;
- calculul câmpului de viteză și de presiune pentru întreg domeniul de analiză tridimensional și compararea atât cu datele experimentale cât și cu datele numerice disponibile;
- calculul și analiza câmpului de viteză și presiune pe paletel rotorice și compararea atât cu datele experimentale cât și cu datele numerice disponibile;

- determinarea teoretică a momentului și a randamentului turbinei Francis GAMM și compararea datele experimentale și cu rezultatele numerice disponibile;

Din compararea rezultatelor numerice cu cele ale grupurilor din Elveția, Japonia, Suedia, Grecia, Norvegia, Franța, Germania, USA se constată o mai bună apropiere a rezultatelor noastre de datele experimentale. Ca urmare, se poate concluziona că principala contribuție a acestui capitol o reprezintă *stabilirea, testarea și validarea metodologiei de simulare numerică a curgerii tridimensionale a fluidului incompresibil nevâscos (Euler) prin rotorul turbinelor Francis la punctul optim de funcționare.*

În capitolul VI s-a dezvoltat o metodologie originală pentru studiul funcționării distribuitorului pe toată gama de deschideri, evidențiindu-se următoarele contribuții personale și concluzii:

- stabilirea variației debitului funcție de unghiul de deschidere al aparatului director, utilizând diagrama universală determinată experimental pentru turbina Francis GAMM. Datele obținute din diagrama universală sunt extrapolate prin regresie polinomială pentru întreg domeniul de variație al unghiului de deschidere, de la complet închis până la deschiderea maximă;
- pentru fiecare valoare a debitului se determinată anterior se calculează căderea de presiune pe distribuitor. Curba cădere de presiune funcție de debit, reprezintă curba de reglaj a distribuitorului și depinde de funcționarea întregii tubomașini. Această dependență trebuie să rămână nemodificată indiferent de geometria particulară a rețelei radiale a aparatului director. Pornind de la această idee s-a construit o metodologie de *echivalare hidrodinamică* a diferitelor geometrii de aparat director. Prima etapă în echivalarea hidrodinamică constă din *echivalarea geometrică*, a căror relații sunt determinate. Avantajele utilizării uneia sau alteia dintre echivalările prezentate, derivă din resursele de calcul disponibile, a timpului alocat pentru obținerea soluției corelate cu acuratețea soluției;
- se aleg pentru studiu patru poziții ale axei de pivotare a aparatului director, și pentru fiecare se stabilesc valorile echivalente ale unghiurilor de deschidere necesare obținerii a șase valori prestabilite pentru debit, utilizând metodologia de echivalare hidrodinamică amintită anterior;
- se calculează variația momentului în articulația paletei aparatului director funcție de deschidere, constatându-se că nici una din pozițiile axei de pivotare alese nu realizează un optim al distribuției momentului;
- este definită o tehnică de optimizare a poziției axei de pivotare, astfel încât *valorile extreme ale momentului de acționare (pozitivă și negativă) să fie egale în modul.* Metodologia de optimizare definită aici furnizează o valoare optimă a excentricității $n_0=0.032$, față de valoarea recomandată în literatură pentru aparate directoare cu 24 de palete cu profil simetric, $n_0=0.040$;
- alegerea poziției optime a articulației paletei directoare reduce cu peste jumătate valoarea momentului de calcul necesar pentru sistemul de reglare al turbinei, și prin urmare permite dimensionarea lui mult mai economică. Forța maximă pe paletă nu depinde de poziția axei de pivotare;
- determinarea curbelor coeficienților de moment funcție de deschiderea relativă a aparatului director, pentru cele patru excentricități considerate;

În concluzie, principalele contribuții ale capitolului sunt: *stabilirea și optimizarea metodologiei de alegere a poziției axei paletei aparatului director pentru a asigura un sistem de reglare robust și economic.*

În capitolul VII s-a dezvoltat o metodologie de cuplare distribuitor-rotor pentru studiul funcționării turbinei Francis GAMM în afara punctului optim, evidențiindu-se următoarele contribuții:

- calculul presiunii de referință la intrarea în tubul de aspirație pentru întreaga gamă de deschideri a distribuitorului;
- stabilirea algoritmului pentru calculul cuplat distribuitor-rotor;
- validarea algoritmului de cuplare distribuitor-rotor;
- dezvoltarea unor programe originale care să permită implementarea algoritmului de cuplare distribuitor-rotor;
- aplicarea algoritmului de cuplare distribuitor-rotor pentru calculul la funcționarea în afara punctului optim;
- calculul și analiza câmpurilor de viteză și presiune pentru regimurile dispuse la deschidere respectiv energie constantă;

În concluzie, principala contribuție a capitolului este **stabilirea, validarea și utilizarea metodologiei de simulare numerică a curgerii tridimensionale a fluidului incompresibil nevâscos (Euler) prin ansamblul distribuitor-rotor bazată pe tehnica interfeței de amestec.**

În capitolul VIII pe baza metodologiei de cuplare distribuitor-rotor dezvoltate în capitolul anterior s-a caracterizat comportarea energetică și cavitațională a turbinei Francis GAMM atât în punctul optim de funcționare cât și în afara acestuia. Principalele contribuții ale capitolului sunt:

- calculul mărimilor globale ce caracterizează comportarea energetică a turbinei Francis GAMM (moment, coeficient de moment și randament hidraulic);
- stabilirea domeniului de valabilitate al formulării în viteze a coeficientului de cavitație al turbinei;
- definirea și demonstrarea valabilității coeficientului de cavitație al turbinei, formularea în coeficientul de presiune, pentru întreg domeniul de funcționare al turbinei;
- calculul coeficientului de cavitație al turbinei Francis GAMM pentru funcționarea în cele două puncte și trasarea curbelor de cavitație $\sigma_T=f(Q)$ pentru $H=\text{const.}$ respectiv $\sigma_T=f(Q)$ pentru $\alpha=\text{const.}$

În concluzie, principala contribuție a capitolului dar și a tezei o reprezintă **stabilirea și validarea metodologiei de caracterizare teoretică a comportamentului energetic și cavitațional pentru întreg domeniul de funcționare al turbinei Francis GAMM.**

Metodologiile prezentate sunt unelte deosebit de utile în procesul de proiectare al turbinelor Francis, conducând la realizarea unor mașini hidraulice cu performanțe superioare cu costuri minime.

IX.2. Perspectivele cercetării.

Pentru continuarea cercetărilor se propun următoarele direcții de cercetare:

- analiza curgerii tridimensionale a fluidului incompresibil nevâscos în distribuitoare hidraulice cu profilele paletelor aparatului director de curbura pozitivă respectiv negativă. Optimizarea momentului hidraulic pentru noile variantele considerate. Propunerea variantelor optime pentru construcția distribuitoarelor hidraulice;
- analiza curgerii tridimensionale a fluidului incompresibil ne/vâscos în distribuitoarele hidraulice când se deplasează relativ rețeaua de palete statorice față de rețeaua de palete a aparatului director. Optimizarea momentului hidraulic pe paletele aparatului director împreună cu determinarea poziției corespunzătoare momentului minim;
- extinderea metodologiilor dezvoltate pentru curgerea tridimensională nevâscoasă la curgerea tridimensională vâscoasă (turbulentă). Evaluarea resurselor și a costurilor necesare pentru eliminarea ipotezelor simplificatoare;
- analiza curgerii tridimensionale vâscoase și turbulente în tubul de aspirație al turbinei. Validarea tehnicii interfeței de amestec pentru cuplarea rotor-aspirator;
- evaluarea termenilor vâscoși ce intervin în formulele de calcul ale randamentului și coeficientului de cavitație al turbinei, precum și ponderile lor;

Capitolul X

X. Bibliografie.

- Alter S.J., Weilmuenster K.J., *The Three-Dimensional Multi-Block Advanced Grid Generation System (3DMAGGS)*, TM-108985, NASA Langley Research Center, USA, 1993.
<ftp://techreports.larc.nasa.gov/pub/techreports/lrc/93/>
- Ancușa V.R., *Determinarea curbilor de sensibilitate la cavitație ale unui profil hidrodinamic ținând cont de conținutul de nucleu din apă*, Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Teză de doctorat, 1972.
- Ancușa V., *Mecanica fluidelor și mașini hidraulice*, IPTV Timișoara, 1979.
- Anton I., *Curbe caracteristice de cavitație la pompele centrifuge cu turație specifică joasă*. Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Teză de doctorat, 1961.
- Anton I., *Curbe caracteristice de cavitație la mașinile hidraulice (turbine și pompe)*, Conferința de Mașini Hidraulice, Timișoara, 1964.
- Anton I., *Turbine Hidraulice*, Editura Facla, Timișoara, 1979.
- Anton I., *Cavitația*, Editura Academiei R.S.R., București, Vol. I, 1984.
- Anton I., *Cavitația*, Editura Academiei R.S.R., București, Vol. II, 1985.
- Anton I., Campian V., și Carte I., *Hidrodinamica Turbinelor Bulb și a Turbinelor - Pompe Bulb*, Editura Tehnică, București, 1988.
- Anton I. (eds.), *Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică*, Timișoara, România, Octombrie 18-19, 1985.
- Anton I., Popoviciu M., Fitero I., Preda I., Bărglăzan M., (eds.), *Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică*, Timișoara, România, Noiembrie 15-17, 1990.
- Anton I., Popoviciu M., Ancușa V., Bărglăzan M., (eds.), *Proceedings of the 4th Conference on Hydraulic Machinery and Hydrodynamics*, Timișoara, România, September 26-30, 1994.
- Anton I.M., *Efectele de scară energetice și cavitaționale la turbinele Francis și Kaplan*, Buletinul Științific al Universității "Politehnica" din Timișoara, Tom 44(58), seria Mecanica, 7-36, 1999.
- Anton I.M., *Stadiul aplicării metodelor CFD la calculul randamentului difuzorului turbinelor Francis și Kaplan*, Zilele Academice Timișene, 2001. (în curs de apariție)

- Anton V., *Cercetări experimentale privind influența geometriei unor rețele de profile asupra caracteristicilor lor energetice și cavitaționale*, Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara. Teză de doctorat, 1972.
- Anton V., Popoviciu M., Fitero I., *Hidrodinamică și Mașini Hidraulice*, Editura Didactică, București, 1978.
- Anton L.E., *Îmbunătățirea caracteristicilor cavitaționale la pompele cu impulsor*, Universitatea "Politehnica" Timișoara. Teză de doctorat, 1994.
- Arakawa C., Samejima M., Matsuo Y., Kubota T., *Numerical Simulation of Francis Runner using Pseudocompressibility*. Proceedings of the XV IAHR Symposium, Belgrade, Yugoslavia, Vol. 2, C1, pp. 1-10, 1990.
- Arakawa C., Samejima M., Kubota T., Suzuki R., *A 3D Euler Solution of Francis Runner Using Pseudo-Compressibility*. In Sottas G. and Ryhming I.L., (eds.), *3D-computation of incompressible internal flows*, NNFM 39, pp. 65-70, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993.
- Arakawa C., Qian Y., Kubota T., *Turbulent Flow Simulation of a Runner for Francis Hydraulic Turbines Using Pseudocompressibility*. Journal of Fluids Engineering, Vol. 118, pp. 286-291, 1996.
- Avellan F., Dupont P., Farhat M., Gindroz B., Henry P., Hussain M., Parkinson E., Santal O., *Flow survey and blade pressure measurements in a Francis turbine model*. Proceedings of the XV IAHR Symposium, Belgrade, Yugoslavia, Vol. 2, I5, pp. 1-14, 1990.
- Avellan F., Dupont P., Farhat M., Gindroz B., Henry P., Hussain M., *Experimental flow study of the GAMM turbine model*. In Sottas G. and Ryhming I.L., (eds.), *3D-computation of incompressible internal flows*, NNFM 39, pp. 33-53, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993.
- Avellan F., *Flow Investigation In A Francis Draft Tube: The FLINDT Project*, Proceedings of 20th IAHR Symposium, Hydraulic Machinery and Systems, August 7-9, Charlotte, USA, 2000.
<http://lmhwww.epfl.ch/Publications/Public.pdf/Airh00Avf.pdf>
- Bardina J., Ferziger, J.H., Reynolds W.C., *Improved subgrid models for large eddy simulation*, AIAA paper 80-1357.
- Barrett R., Berry M., Chan T.F., Demmel J., Donato J., Dongara J., Eijkhout V., Pozo R., Romine C., van der Horst H., *Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods*, SIAM Press, 1994.
<http://www.netlib.org/templates/Templates.html>
- Baya A., *Studiul Pierderilor Hidraulice în Turbinele Radiale de Tip Francis, cu Aplicație la Turbinele de Foarte Înaltă Cădere, care Echipează CHE Bradul - Râul Mare-Retezat*. Universitatea "Politehnica" Timișoara, Teză de doctorat, 1993.
- Baya A., *Centrale hidroelectrice și stații de pompare*, Universitatea "Politehnica" Timișoara, 1997.
- Bălășoiu V., *Cercetări teoretice și experimentale asupra sistemelor electrohidraulice tip servovalvă-cilindru sarcină pentru module de roboți industriali*, Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Teză de doctorat, 1987.
- Bărglăzan M., *Identificarea dinamică a pompelor centrifuge funcționând în regimuri nestaționare energo-cavitaționale*, Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Teză de doctorat, 1981.
- Bărglăzan M., *Turbine hidraulice și transmisii hidrodinamice*, Editura "Politehnica", Timișoara, 1999.

- Bernad S.I., *Optimizarea funcționării supapelor hidraulice de presiune în regim staționar și dinamic*, Universitatea "Politehnica" Timișoara, Teză de doctorat, 2000.
- Bilddal J.T., Jacobsen Ø., Bratsberg K., Andersson H.I., Brekke H., *Numerical Inviscid Flow Analysis of the GAMM Francis Runner*. In Sottas G. and Ryhming I.L., (eds.), *3D-computation of incompressible internal flows*, NNFM 39, pp. 71-76, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993.
- Borresen B., Marx Y., Reymond J.-D., Sottas G., *Calcul pas les méthodes d'Euler et de Navier-Stokes des écoulements tridimensionnels dans les turbines hydrauliques*, Internal Report IMHEF T-93-5, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 1993.
- Borresen B., Reymond J.-D., Sottas G., and Vilmin S., *On Influence of Grid Topologies and Boundary Conditions on Euler Flow Simulations in Francis Hydraulic Turbines*, Internal Report IMHEF T-94-14, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 1994.
- Borresen B. Jr., *Development and Validation of a Sub-Domain Method for the Calculation of Incompressible Three-Dimensional Flow: Application to Hydraulic Turbomachines*, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Elveția, Teză de doctorat, 1995.
- Bottaro A., Drotz A., Gamba P., Sottas G., Neury C., *Euler Simulation of Flow in a Francis Distributor and Runner*. In Sottas G. and Ryhming I.L., (eds.), *3D-computation of incompressible internal flows*, NNFM 39, pp. 77-84, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993.
- Brujan A.E., *Dinamica bulei cavitaționale în lichide newtoniene*, Universitatea "Politehnica" Timișoara, Teză de doctorat, 1997.
- Carte I.N., *Contribuții la studiul rețelelor de profile radial-axiale și utilizarea lor în proiectarea rotoarilor turbinelor Francis*, Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Teză de doctorat, 1986.
- Câmpian C.V., *Contribuții la studiul și realizarea rotoarelor de mașini hidraulice axiale reversibile*, Universitatea "Politehnica" Timișoara, Teză de doctorat, 1978.
- Chorin A.J., *A numerical methods for solving incompressible flow problems*, Journal of Computational Physics, 2:12-26, 1967.
- Ciocan G.D., *Contribution a l'analyse des écoulements 3D complexes en turbomachines*, Laboratoire des Ecoulements Géophysique et Industriels de Grenoble, Docteur these, 1998.
- Ciocan G.D., Mauri S., Arpe J., Kueny J.L., *Etude du champ instationnaire de vitesse en sortie de roue de turbine. Etude expermentale et numerique*, 164^e session SHF: "Machines Hydrauliques: instationnarités et effets associés", 21 nov. 2000.
- Cobut D., Marx Y.P., Reymond J.-D., Salwey M.L., Bellet L., *A numerical study of the flow in a Francis turbine runner at off-design operating conditions*, Internal Report IMHEF T-96-14, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 1996.
- Davidson L., *An Introduction to Turbulence Models*, Chalmers University of Technology, Göteborg, Suedia, 1998.
<http://www.tfd.chalmers.se/lada>
- Dobânda V., *Catalog de profile aerodinamica al Laboratorului de mașini hidraulice*, vol. I+II, Institutul Politehnic Traian Vuia Timișoara, 1986.
- Dumitrescu I., *Simularea câmpurilor potențiale*, Editura Academiei R.S.R., București, 1983.
- Eiseman P.R., *Geometric Methods in Computational Fluid Dynamics*, ICASE Report 80-11, NASA Langley Research Center, USA, 1980.

- Eiseman P.R., *Grid Generation for Fluid Mechanics Computations*, Ann. Rev. Fluid Mech., 17:487-522, 1985.
- Eliasson P., *Numerical Solution of the Incompressible Euler Equations in a Water Turbine*. In Sottas G. and Ryhming I.L., (eds.), *3D-computation of incompressible internal flows*, NNFM 39, pp. 85-92, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993.
- Eriksson L.-E., *Generation of Boundary-Conforming Grids Around Wing-Body Configurations Using Transfinite Interpolation*. AIAA J. 20, pp. 1313-1320, 1982.
- ERCOFTAC Turbomachinery Special Interest Group Database (TSIG) R1: Hydraulic Francis Turbine**
<http://www.mecaflu.ec-lyon.fr/CONGRES/ERCOFTAC/database/tc8.html>
<http://lmhwww.epfl.ch/Research/EVA/Gamm.html>
- ERCOFTAC Seminar and Workshop on 3D Turbomachinery Flow Prediction VII**, January 4-7, Aussois, France, 1999.
- ERCOFTAC Seminar and Workshop on 3D Turbomachinery Flow Prediction VI**, January 5-8, Aussois, France, 1998.
- ERCOFTAC Seminar and Workshop on 3D Turbomachinery Flow Prediction V**, COST Action F1 Workshop on 3D NAVIER-STOKES Codes, January 6-10, Courchevel, France, 1997.
- ERCOFTAC Seminar and Workshop on 3D Turbomachinery Flow Prediction IV**, January 8-11, Courchevel, France, 1996.
- Fachbach H., *Die Strömung in einer schnellläufigen Francis-turbine*, Diss. T.H. Graz, 1970.
- Ferziger J.H., Peric M., *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer Verlag Berlin-Heidelberg-New York, 1996.
- Fisher R.K., Liess C., Ecer A., *Flow Calculations for Turbine Runner Design Evaluation - The Methods, The Laboratory Correlation and The Designer*. 15th IAHR Symposium, Belgrade, Yugoslavia, vol. 1., paper I4, 1990.
- Filipiak M., *Mesh Generation - Version 1.0*, The University of Edinburgh, 1996.
http://www.epcc.ed.ac.uk/epcc-tec/documents/tw-meshgen/MeshGeneration.book_1.html
- Fitero E., *Pierderile hidraulice în camera spirală a turbomașinilor. Influența stratului limită și a mișcărilor secundare*, Universitatea "Politehnica" Timișoara, Teză de doctorat, 1971.
- Fletcher C.A.J., *Computational Tehniques for Fluid Dynamics (Second Edition)*, Vol. I + II, Springer - Verlag, 1991.
- Franc J.P., Avellan F., Belahadji B., Billard J.Y., Briançon-Marjollet L., Fréchou D., Fruman D.H., Karimi A., Kueny J.L., Michel J.M., *La Cavitation: Mécanismes Physiques et Aspects Industriels*, Press Universitaires de Grenoble, 1995.
- Furtner N., *Instationare Messung der Schaufelnaben Relativströmung in Laufräudern von Axial- und Halbaxialturbinen*, Diss. München, 1978.
- Flow Investigation In A Francis Draft Tube: The FLINDT Project**, Eureka Project No. 1625, 1997-2000.
<http://lmhwww.epfl.ch/Research/EVA/Flindt/>
- Francis Runner Project**, Eureka Project No. 1339, 1995-1997.
<http://www3.eureka.be/home>
- Gheorghiu V.M., *Studiul teoretic și experimental al caracteristicilor energetice ale rețelilor circulare de profile pentru aparatele directoare de turbină*, Universitatea "Politehnica" Timișoara, Teză de doctorat, 1976.
- Goede E., *A Stacking Technique for Multistage 3D Flow Computation in Hydraulic Turbomachinery*. In Sottas G. and Ryhming I.L., (eds.), *3D-computation of*

- incompressible internal flows*, NNFM 39, pp. 93-100, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993.
- Grimbert I., Verry A., El Ghazzani E.M., *3D Euler Computation of the Flow inside the GAMM Francis Runner*. In Sottas G. and Ryhming I.L., (eds.), *3D-computation of incompressible internal flows*, NNFM 39, pp. 101-108, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993.
- Gros L., Kueny J.-L., Avellan F., Bellet L., *Numerical Flow Analysis of the GAMM Turbine at Nominal and Off-Design Operating Conditions*. Proceedings of the XIX IAHR Symposium, Singapore, Republic of Singapore, vol. 1, pp. 121-128, 9-11 Sept. 1998.
- Gyulai F., *Studiul zonelor secundare de cavitație în turbopompe*, Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Teză de doctorat, 1972.
- Hirsch C., *Numerical Computation of Internal and External Flows*, vol. I + II, John Wiley & Sons Ltd., Chichester·New York·Brisbane·Toronto·Singapore, 1988.
- Hoffmann K.A., Chiang S.T., *Computational Fluid Dynamics (Third Edition)*, vol. I + II, Engineering Education System, Wichita, Kansas, USA, 1998. ISBN 0-9623731-2-5.
- Keck H., Drtina P., Sick M., *Calculul d'écoulement dans une turbine entiere*, Sulzer Technical Review 1/97, 1997.
- Kovalev N.N., *Ghidroturbinî*, Moskwa, 1961.
- Kubota T., *Normalization of Flow Profile Data Measured at Runner Inlet* In Sottas G. and Ryhming I.L., (eds.), *3D-computation of incompressible internal flows*, NNFM 39, pp. 55-62, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993.
- Kubota T., Han F., Avellan F., *Performance Analysis of Draft Tube for GAMM Francis Turbine* In Cabrera E. et al., (eds.), *Proceedings of XVIII IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Cavitation*, Valencia, Spain, September 16-19, pp. 130-139, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- Iamandi C., Petrescu V., Damian R., Sandu L., Anton A., *Hidraulica instalațiilor*, Editura Tehnica, București, Vol. 1, 1994.
- Iosif A., *Mașini hidraulice radial-axiale reversibile*, Universitatea "Politehnica" Timișoara, Teză de doctorat, 1998.
- Lakshminarayana B., *Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery*, John Wiley & Sons, 1996.
- Lavoie P., *NURBS++ Packages V.3.0.5*, 1998.
<http://yukon.genie.uottawa.ca/~lavoie/software/nurbs>
- Leonard A., *Energy cascade in large eddy simulations of turbulent flows*, Adv. Geophys., vol. 10A, 1974.
- Liess C., Ecer A., *3D-Euler Flow Analysis of Runner and Draft Tube of the GAMM Turbine*. In Sottas G. and Ryhming I.L., (eds.), *3D-computation of incompressible internal flows*, NNFM 39, pp. 119-126, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993.
- Lymberopoulos N., Giannakoglou K., Chaviaropoulos P., Papailiou K.D., *A Potential Prediction of Three-Dimensional Incompressible Flow through Turbomachinery Blade Rows*. In Sottas G. and Ryhming I.L., (eds.), *3D-computation of incompressible internal flows*, NNFM 39, pp. 127-134, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993.
- Marx Y.P., *On the Artificial Compressibility Coefficient for the Solution of the Incompressible Navier-Stokes Equations*, Internal Report IMHEF T-92-5, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 1992.

- Mauri S., Kueny J.L., Avellan F., *Numerical Prediction of the Flow in a Turbine Draft Tube Influence of the Boundary Conditions*. Proceedings of AME2000 Fluids Engineering Division, Summer Meeting, June 11-15, Boston, USA, 2000. Paper FDSM'00-11084.
<http://lmhwww.epfl.ch/Publications/Public.pdf/Asme00Mas.pdf>
- Muntean S., *Elaborarea algoritmului și programului de calcul pentru modelarea curgerilor 3D*, Universitatea "Politehnica" Timișoara, Referat III, 1999.
- Muntean S., Susan-Resiga R., *Analiza numerică cu metoda volumului finit a curgerii nevâscoase și vâscoase într-un canal 'S'*, Buletinul Științific al Universității "Politehnica" din Timișoara, Tom 44(58), seria Mecanica, 137-144, 1999.
- Muntean S., Susan-Resiga R., Anton I., *Numerical Analysis of Cascade Flow. Part II: Finite Volume Analysis of the Viscous Flow*, 5th International Conference on Hydraulic Machinery and Hydrodynamics, Timișoara, 97-104, 2000.
- Muntean S., *Numerical investigation of the 3D flow in a "S"-shaped duct*, 5th International Conference on Hydraulic Machinery and Hydrodynamics, Timișoara, 105-112, 2000.
- Nagafuji T., Suzuki T., Kobayashi T., Taniguchi N., *3D Flow Analysis in the Runner and the Distributor of Francis Turbines*. In Sottas G. and Ryhming I.L., (eds.), *3D-computation of incompressible internal flows*, NNFM 39, pp. 135-142, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993.
- Nedelcu D., *Modelarea matematică a fenomenelor hidrodinamice, cu aplicație la proiectarea asistată de calculator a turbinelor și turbinelor pompe axiale și radial axiale*, Universitatea "Politehnica" Timișoara, Teză de doctorat, 1996.
- Neury C., *3D Mesh Generation for Calculating Flow through Radial-Axial Turbines*. In Häuser J., Taylor C., (eds.) *Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics*, Pineridge Press, Swansea U.K., pp. 387-398, 1986.
- Nilsson H., *A Numerical Investigation of the Turbulent Flow in a Kaplan Water Turbine Runner*, Chalmers University of Technology, Göteborg, Suedia, Teză de doctorat, 2002.
<http://www.tfd.chalmers.se/hani>
- Norris S.E., *NACA foil generator V.1.5.2*, University of New South Wales, 1998.
<http://www.maths.unsw.edu.au/~norris/software.html#naca>
- Olariu V., Brătianu C., *Modelarea Numerică cu Elemente Finite*, Editura Tehnică, București, 1986.
- Obashi H., *Vibration and Oscillation of Hydraulic Machinery*, Avebuty Technical, England, 1991. ISBN 1 85628 185 X
- Paolucci S., *Numerical Methods*, Aerospace and Mechanical Engineering Department, University of Notre Dame, USA, 1992.
- Parkinson E., *Test Case 8: Francis Turbine*, Turbomachinery Workshop ERCOFTAC II, 1995.
http://lmhwww.epfl.ch/Research/EVA/Gamm_files/Gamm.pdf
- Păun M., *Valorificarea potențialului hidroenergetic secundar în zona de formare a rețelelor hidrografice. Aplicație în bazinul Valea Doftanei*, Universitatea "Politehnica" Timișoara, Teză de doctorat, 2000.
- Peric M., *Finite Volume Method for Computation of Fluid Flow in Complex Geometries*, Ph.D. thesis, University of London, UK, 1985.
- Popa O., *Rețele de profile Carafoli*, Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Teză de doctorat, 1962.
- Popovici M.O., *Evoluția bulelor cavitaționale produse prin scânteii electrice*, Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Teză de doctorat, 1972.

- Preda I.**, *Contribuții la definirea și determinarea caracteristicilor cavitaționale la turbinele Kaplan*, Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Teză de doctorat, 1971.
- Proceedings of XV IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Cavitation*, Belgrade, Yugoslavia, September 11-14, 1990.
- Proceedings of XVI IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Cavitation*, Sao Paulo, Brazil, September 14-18, 1992.
- Proceedings of XVII IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Cavitation*, Beijing, China, September 15-19, 1994.
- Proceedings of XVIII IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Cavitation*, Valencia, Spain, September 16-19, 1996.
- Proceedings of XIX IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Cavitation*, Singapore, Republic of Singapore, September 16-19, 1998.
- Proceedings of XX IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Cavitation*, Charlotte, North Carolina, USA, August 6-9, 2000. (CD-ROM)
- Qian Y., Arakawa C., Kubota T., Suzuki R.**, *Numerical Flow Simulation on Channel Vortex in Francis Runner*. Proceedings of the XVII IAHR Symposium, Beijing, China, Vol. 1, pp. 237-247, 1994.
- Reymond J.-D.**, *Some experiments with an osculatory scheme for generation of structured grids*. Internal Report IMHEF T-92-6, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 1992.
- Reymond J.-D.**, *A Strategy for Grid Generation and HAMAC User Intoduction Guide (Release 3.5)*, Internal Report IMHEF - EPFL, Lausanne, Suisse, 1995.
<http://imhefwww.epfl.ch/lmf/software/hamac/hamac.ps.gz>
- Rizzi A., Eriksson L.-E.**, *Computation of flow around wings based on the Euler equations*. Journal of Fluid Mechanics, Vol 148, pp. 45-71, 1984.
- Rizzi A., Eriksson L.-E.**, *Computation of inviscid incompressible flow with rotation*. Journal of Fluid Mechanics, Vol 153, pp. 275-312, 1985.
- Susan-Resiga R.**, *Hidrodinamica jeturilor de mare viteză și aplicații*, Universitatea "Politehnică" Timișoara, Teză de doctorat, 1996.
- Susan-Resiga R.**, *Comunicare privată*, 1998.
- Susan-Resiga R.**, *Complemente de mecanica fluidelor și tehnici de soluționare numerică*. Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 1999, ISBN 973-9400-60-4.
- Susan-Resiga R.**, *Comunicare privată*, 1999.
- Susan-Resiga R., Muntean S., Anton I.**, *Analiza numerică a curgerii cu desprinderi în rețele plane de profile*, GAR Nr. 156, Contract Nr. 120/1999.
- Susan-Resiga R., Muntean S.**, *Periodic boundary conditions implementation for the Finite Element Analysis of the cascade flows*, Buletinul Științific al Universității "Politehnică" din Timișoara, Tom 44(58), seria Mecanică, 151-160, 1999.
- Susan-Resiga R., Muntean S., Anton I.**, *Numerical Analysis of Cascade Flow. Part I: Finite Element Analysis of the Inviscid Flow*, 5th International Conference on Hydraulic Machinery and Hydrodynamics, Timișoara, vol. 1, 159-166, 2000.
- Susan-Resiga R., Muntean S., Anton I.**, *Analiza numerică a curgerii în rețele radiale dispuse în tandem*, ANSTI-C Nr. 4161, 2000(a).
- Susan-Resiga R., Bernad S., Anton I.**, *A Theoretical Model for the Vortex Flow in Hydraulic Poppet Valve*, Proceedings of the 5th International Conference on Hydraulic Machinery and Hydrodynamics, Timișoara, vol. 1, 167-174, 2000(b).

- Susan-Resiga R., Bernad S., Anton I., *Vortex Flow Modeling Inside the Poppet Valve Chamber*, Fluid Power. Linköping, 2001.
- Ryhming I.L., Sottas G., Bottaro A., *Critical Evaluation and Comparison of Contributed Solutions*. In Sottas G. and Ryhming I.L., (eds.). *3D-computation of incompressible internal flows*, NNFM 39, pp. 93-100, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993.
- Santău I. *Studiul influenței pasului relativ și al unghiului de instalare al rețelei de profile asupra caracteristicilor energetice ale turbinelor de foraj*, Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Teză de doctorat, 1977.
- Saxer A., Felici H., *Etude Numerique d'Écoulements Internes, Incompressibles et Stationnaires par les Equations d'Euler*, Internal Report IMHEF T-87-4, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 1987.
- Schlemmer G., *Messung des absoluten und relativen Strömungsfeldes einer schnell-läufiger Francisturbine mit Berücksichtigung der Wirbelzopferscheinungen im Saugrohr*, Diss. München, 1973.
- Schilling R., Reidel N., Ritzinger S., *A Critical Review of Numerical Models Predicting the Flow Through Hydraulic Machinery Blandings*, Proceedings of the XVII IAHR Symposium, Beijing, China, Vol. 1, GL2, pp. 15-31, 1994.
- Soni B.K., *Two- and Three-Dimensional Grid Generation for Internal flow Applications of Computational Fluid Dynamics*, AIAA Paper 85-1526, 1985.
- Soni B.K., *Grid Generation for Internal Flow Configurations*, Computer & Mathematics with Applications, vol. 24, no. 5/6, pp. 191-201, September 1992.
- Soni B.K., Yang S., *NURBS Based Surface Grid Redistribution and Remapping Algorithms*, 1993.
- Soni B.K., *Grid Generation: Overview, Strategies and Algorithms*, National Science Foundation Engineering Research Center, Mississippi State University, USA, 1995.
- Sorenson R.L., *The 3DGRAPE Book: Theory, User's Manual, Examples*, NASA TM-102224, 1989.
- Sottas G., Ryhming I.L. (eds.), *3D - Computation of Incompressible Internal Flows*, Proceedings of the GAMM Workshop, Notes Numerical Fluid Mechanics (NNFM) 39, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993.
- Sottas G., Reymond J.-D., *Mesh Generation Techniques for Inviscid-Flow Simulation in Turbines*. In Weatherhill N.P., Eiseman P.R., Häuser J., and Thompson J.F., (eds.), *Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics and Related Fields, (Proceedings of the 4th International Conference held at Swansea, April 1994)*, Pineridge Press Limited, Swansea, U.K., pp. 653-664, 1994.
<http://imhefwww.epfl.ch/publications/postscript/sott941.ps.gz>.
- Steinbrenner J.P., Chawner J.R., Fouts C.L., *Multiple Block Grid Generation in the Interactive Environment*, AIAA Paper 90-1602, 1990.
- Tait P.G., *Report on some of the Physical Properties of Fresh Water and Sea Water*, Physical Chemistry, Vol. 2, pp. 1, 1888.
- Tămaș M., *Studiul experimental și teoretic al pierderilor hidraulice în transformatoarele hidrodinamice*, Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Teză de doctorat, 1986.
- Thompson J.F., *Numerical Grid Generation: Foundations and Applications*, North-Holland, New-York, 1985.

- Thompson J.F.**, *A Reflection on Grid Generation in the 90s: Trends, Needs and Influences*, 5th International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Field Simulation, Mississippi State University, pp. 1029-1110, 1996.
- Turkel E.**, *Preconditioned methods for solving the incompressible and low speed compressible equations*, ICASE Report 86-14, NASA Langley Research Center, USA, 1986.
- Turbine 99 - ERCOFTAC Workshop on Draft Tube Flow**, Porjus Hydropower Center, June 20-23, Lulea, Sweden, 1999.
<http://www.mt.luth.se/~rikard/turbine99.html>
- Vavra M.H.**, *Aero - Thermodynamics and Flow in Turbomachines*, John Wiley & Sons Inc., London, New York, 1960.
- Vu T.C., Shyy W.**, *3D Viscous Flow Analysis for the GAMM Workshop Draft Tube and Francis Runner*. In **Sottas G. and Ryhming I.L.**, (eds.), *3D-computation of incompressible internal flows*, NNFM 39, pp. 155-162, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993.
- Weatherill N.P.**, *Introduction and Overview of Grid Generation*, COSMASE course, IMHEF - EPFL, Lausanne, Suisse, 1996.
<http://imhefwww.epfl.ch/lmf/COSMASE/>
- Wu C.-H.**, *A General Theory of Three - Dimensional Flow in Supersonic Turbomachines of Axial, Radial, and Mixed - Flow Types*, Transactions of the ASME, 1952.
- Wu C.-H.**, *A Theory of the Direct and Inverse Problems of Compressible Flow Past Cascade of Arbitrary Blade Sections Lying in Arbitrary Stream Filament of Revolution in Turbomachine*, Scientia Sinica, Vol. III, Nr. 12, 1959.
- ***, *FLUENT 5. User's Guide*, Fluent Incorporated, 1998.
- ***, *Gambit 1. User's Guide*, Fluent Incorporated, 1998.

XI. Anexa A. Noțiuni de matematică numerică.

Prin **ecuație diferențială** se înțelege o ecuație care pe lângă variabilele independente și funcțiile necunoscute, conține și derivatele acestor funcții necunoscute (sau diferențialele lor) până la ordinul n inclusiv. Numărul n reprezintă ordinul ecuației diferențiale.

O ecuație diferențială se numește **ordinară** (notată **ODE**¹³) dacă conține o singură variabilă independentă, și are forma generală:

$$\phi(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$$

Ecuțiile diferențiale cu **derivate parțiale** (notate cu **PDE**¹⁴) conțin mai multe variabile independente și derivate parțiale ale funcțiilor necunoscute, având forma generală:

$$\psi\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right) = 0$$

Rezolvarea ecuațiilor diferențiale constă în determinarea funcțiilor necunoscute care împreună cu derivatele lor, satisfac ecuațiile respective.

Integrala generală a unei ecuații diferențiale ordinare de ordinul n implică impunerea a n condiții. Dacă toate cele n valori sunt date pentru aceeași valoare a variabilei independente, integrarea se face cu **condiții inițiale (Problemă Cauchy)**. Când intervin diverse valori ale variabilei independente, rezolvarea se face cu **condiții la limită**.

Pentru claritate se precizează definițiile unor termeni întâlniți în acest capitol:

Variabile caracteristice	reprezintă setul de variabile disponibile pentru curgeri compresibile și pseudo-compresibile
Variabile primare	în descrierea transportului impulsului, în forma ecuațiilor Euler și Navier Stokes, setul de variabile ce cuprind componentele vitezei și presiunea este denumit set de variabile primare. (în cazul nostru: 2D - u,v,p și 3D - u,v,w,p)
Procesele iterative	constau din repetarea unui bloc de operații, până la satisfacerea unei condiții de convergență. Numărul de iterații (de bucle) necesar să atingem soluția depinde atât de rata de convergență cât și de calea de convergență . Deoarece soluția exactă este necunoscută, și procesul este iterativ, trebuie să realizăm unele teste de convergență ale soluției. <u>Testarea cantitativă</u> se numește rezid . Gradul cu care rezidul tinde la zero este oarecare și în general depinde de problemă. Se consideră că s-a atins soluția dorită când diferența dintre două reziduri succesive este sub limita de toleranță impusă.
Cuplarea presiune-viteză (pentru curgerile incompresibile)	este algoritmul pentru soluționarea ecuațiilor Navier-Stokes exprimat în variabile primare. Ecuațiile impulsului sunt rezolvate prima dată ca un predictor, utilizând câmpul de presiune găsit în iterația anterioară. Ecuația de continuitate, rescrisă ca divergență a ecuațiilor impulsului, este utilizată ca și corector. Aceasta rezultă într-o ecuație Poisson pentru presiune. Nume ca SIMPLE, PISO, SIMPLER și SIMPLEC exprimă variante diferite ale cuplării presiune-viteză, Ferziger & Peric (1996), Fletcher (1991).
Celulă centrată	sunt metodele, în care variabilele de curgere sunt toate alocate în centrul celulei de calcul. Situația variabilelor în centrele celulelor este cea mai populară, deoarece ea conduce la implementări considerabil mai simple decât celelalte situații. Pe de altă parte, aranjamentul cu celule centrate este mai sensibil la erori de trunchiere, când rețeaua se îndepărtează de la rețeaua dreptunghiulară uniformă. Aranjamentul cu celule centrate este în mod normal o componentă în metoda cu Volume Finite.
Coefficienți de influență	Dacă

¹³ODE - Ordinary Differential Equations

¹⁴PDE - Partial Differential Equations

	$A_P \phi_P = \sum_k A_k \phi_k + Q_P, k = W, S, E, N$ <p>reprezintă ecuația discretă într-un punct din domeniul de calcul în care k indică toate punctele învecinate, coeficienții A_P se numesc <i>coeficienți de influență</i>. Un coeficient de influență mare se reflectă într-o perturbare în punctele învecinate asociate crescând influențarea soluției în punctul P.</p>
Diagonal dominantă	<p>Sistemul linear de ecuații $A_P \phi_P = \sum_k A_k \phi_k$, unde arbore principal indică coeficienții diagonali dominanți și A_k coeficienții de influență, se numește <u>diagonal dominant</u>, dacă toate ecuațiile, este satisfăcută în punctul P, inegalitatea $A_P > \sum_k A_k$. Această condiție este necesară dar nu suficientă pentru a demonstra convergența pentru un domeniu de metode de relaxare.</p>
Rețele "staggered"	<p>("staggered"=zig-zag) - rețelele "staggered" pot fi utilizate la cuplarea presiuni-vitezei să prevină decuplarea impar-par de presiune. Presiunea este alocată în centrul celulei, în timp ce componentele orizontale ale vitezei sunt alocate la fețele verticale ale celulei și componentele verticale ale vitezei sunt alocate la fețele orizontale ale celulei, Fletcher (1991), Borresen et. al (1993). Când este evaluat impulsul orizontal, gradientul de presiune implicat poate fi găsit ca diferența de presiune dintre centrele celor două celule învecinate, protejând decuplarea impar-par. Utilizarea tehnicii rețelei "staggered" pe o rețea neortogonală devine considerabil mai complexă. Viteza la toate fețele celulei trebuie împărțită în două componente: perpendiculară și paralelă la față. Toate componentele necesită să fie stocate la toate fețele, evident dublând/triplând stocarea în 2D/3D. În plus, cum definirea componentelor diferă în spațiu pentru rețele curbate, apar forțe fictive.</p>

În utilizarea diferitelor proceduri întâlnim următoarele concepte numerice:

Precizia	<p>reprezintă ordinul aproximării cu diferențe finite a unei ecuații diferențiale Aceasta corepunde erorii de trunchiere globale. Există două tipuri de erori de trunchiere:</p> <ul style="list-style-type: none"> • erori în amplitudine; • erori în fază.
Rigiditatea	<p>este definită ca raport între cea mai mare și cea mai mică valoare proprie a sistemului. Ea caracterizează dificultatea de integrare a sistemelor de ecuații (sau de ecuații cu ordin mai mare decât unu) și apar probleme când are valori mari.</p>
Stabilitatea	<p>aplicată la o ecuație diferențială ce are o soluție mărginită este definită astfel: Se spune că o ecuație cu diferențe finite este <u>stabilă</u> dacă ea produce o soluție mărginită și <u>instabilă</u> dacă ea produce o soluție nemărginită. Este posibil ca soluția numerică a ecuației diferențiale să crească nemărginit chiar dacă soluția exactă este cunoscută. Dacă se consideră un sistem de ecuații și o metodă numerică, în analiza de stabilitate vom căuta condițiile în funcție de parametrii metodei numerice (în special dimensiunea pasului h) pentru care soluția numerică rămâne mărginită. În acest context avem trei clase de metode numerice:</p> <ul style="list-style-type: none"> • schemă numerică stabilă: soluția numerică este independentă de <i>orice</i> alegere a dimensiunii pasului; • schemă numerică instabilă: soluția numerică se modifică la <i>orice</i> modificare a dimensiunii pasului; • schemă numerică stabilă condiționat: soluția numerică rămâne mărginită la <i>anumite</i> alegeri pentru dimensiunea pasului;
Convergența	<p>o metodă cu diferențe finite este convergentă dacă ecuația cu diferențe finite tinde la o limită, în timp ce dimensiunea pasului rețelei tinde la zero. <i>Observație:</i> NU avem în general garanții că această limită corespunde cu soluția exactă a ecuației diferențiale (cu excepția cazului când cunoaștem soluția, cazuri în care nu mai este nevoie de aproximarea numerică)</p>
Consistența	<p>o ecuație cu diferențe finite este consistentă cu o ecuație diferențială dacă diferența dintre ecuația cu diferențe finite și ecuația diferențială (de exemplu, eroarea de trunchiere) tinde la zero, în timp ce dimensiunea pasului rețelei tinde la zero în mod independent.</p>

Un rezultat important care conectează ultimele trei concepte, este cunoscut ca **Teorema lui Lax-Richtmyer (sau Lax)**:

Medote numerice pentru determinarea câmpurilor tridimensionale în rotoarele turbinelor Francis

Considerând dată o problemă cu valori inițiale prezentată corect și aproximarea ei cu diferențe finite, aceasta satisface condiția de consistență atunci când stabilitatea este o condiție necesară și suficientă pentru ca soluția numerică să convergă la soluția analitică. (consistență + stabilitate → convergență)

De asemenea vom face distincție între **metode explicite și implicite**:

metodă explicită	este metoda în care soluția de la pasul de timp t_{n+1} este obținută în funcție de y_n , în care funcțiile $f(t_n, y_n)$ și $f(t, y)$ sunt evaluate la pași intermediari între t_n și t_{n+1} (fără să includem t_{n+1}). Precizii mai mari sunt obținute datorită creșterii informației din jurul lui f , ce se datorează evaluărilor intermediare alui f .
metodă implicită	este metoda în care formulele conțin și $f(t, y)$ evaluat la t_{n+1} . Deoarece f poate fi o funcție neliniară de y , soluția la fiecare pas de timp necesită soluționarea de ecuații neliniare. Deși <i>costul calculului pe pasul de timp este mare</i> , ele oferă <i>avantajul stabilității numerice</i> .