

ECA CENTRALĂ

629.014

369 Lit. A

**INSTRUMENTARI SI CERCEȚĂRI
DE CONSTRUCȚII SI ARHITECTURA**

S.I. ing. PRADA MARCELA

**INFLUENȚA RIGIDITĂȚII LA TORSIUNE CU
INCOVOIERE LA CALCULUL SPATIAL AL
STRUCTURILOR DIN BETON ARMAT**

TEZA DE DOCTORAT

Conducători științifici,

Prof.Dr.Ing. **IOAN FILIMON**

Prof.Dr.Ing. VICTOR GIONCU
M.c. al Academiei de Științe Tehnice

Timisoara, 2001

Doresc ca prin această lucrare să aduc un omagiu întâiului meu conducător științific, fostului meu profesor de "Beton armat și precomprimat", regretatului prof. dr. ing. Ioan Filimon.

Cu mult respect și sincere mulțumiri întâmpin sprijinul, răbdarea și înțelegerea domnului prof. dr. ing. Victor Gioncu, m.c. al Academiei de Științe Tehnice, care înainte de a fi un om de știință și un foarte bun pedagog, este un suflet nobil.

Aduc mulțumiri referenților comisiei de doctorat de la Facultatea de Construcții din Cluj, domnului prof. dr. ing. Traian Oneț, pentru sprijinul acordat, domnului prof. dr. ing. Alexandru Cătărig, pentru îndemnurile și sugestiile sale și, nu în ultimul rând, dar mai de acasă, domnului prof. dr. ing. Dan Tudor de la Facultatea de Construcții și Arhitectură din Timișoara.

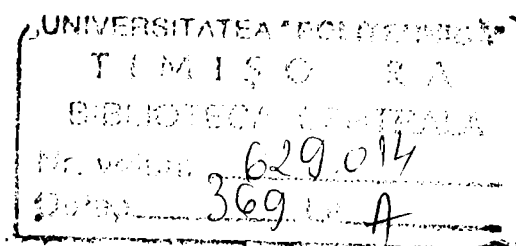
Cu aleasă admirație îl amintesc aici pe domnul prof. dr. ing. Mircea Petrina de la Facultatea de Construcții din Cluj pentru ajutorul acordat.

Pe această cale doresc să mulțumesc colegilor de catedră de la Facultatea de Protecția Mediului din Oradea, mai ales pentru înțelegerea dovedită pe parcursul elaborării tezei.

Cu recunoștință mulțumesc părinților, familiei și mai ales soțului meu drag pentru sprijin și înțelegere.

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA

drd. Marcela Prada



Influence of torsion-flexion rigidity on spatial analysis of RC frames

Abstract

Chapter 1: Generalities. In this Chapter some actual problems of seismic design reinforced concrete (RC) frames are presented. A coherent methodology to check the three performance loads, serviceability, damageability and ultimate states are developed. For each limit state different verificative is performed: interstorey drifts for serviceability limit state, strength and stability of members for damageability limit state and structure ductility for ultimate limit state. The main analysis methods for seismic design elastic static are the equivalent methods nonlinear static or linear and nonlinear dynamic methods. In present just the first method is operative for current spatial analysis. In this analysis the general torsion of structure plays a very important role. The main torsion types which affect the structures are structural and accidental ones. The effects of these torsions depend on the torsion-bending rigidity of elements. The reducing of this rigidity due to concrete cracking is the main effect in spatial analysis.

Chapter 2: Torsion of reinforced concrete members. The first part of this chapter deals with the theoretical aspects of member torsion: elastic torsion, plastic torsion, membrane analogy of prismatic. For reinforced concrete members the main design methods are examined: analytical, truss method, crooked section method, interaction of flexural, shear and torsion. A specific methods for reinforced concrete members composed by rectangular elements are examined. A special attention was payed for the determination of torsion-flexion rigidity in the case of cracked section, the reduction being more important than for the flexion. The main factors influencing this reduction are examined. For practical design the reduction of rigidity is presented in tables in function on concrete quality, member dimensions and transversal and longitudinal reinforcement. Using these tables, the designer can directly determine the torsion rigidity which must be used in spatial design. Two examples of using these tables are presented, showing the influence of reduction of flexion and torsion-flexion rigidities.

Chapter 3: Torsion of reinforced concrete structures. presents the main aspects of torsion in reinforced structures. The structural torsion is produced by structural and accidental eccentricities. The effect of compled vibration modes is examined on the basis of existing technical literature. The studies is concentrated on the critical examination of

codes provisions and research works performed in order to improve these codes for structural and accidental eccentricities. The effects of wave propagation, mass asymmetry and rigidities and staircase openings in floors are examined.

Chapter 4: Parametrical studies for accidental torsion of symmetrical structures considers a spatial structure with six storeys two spans and six bays concrete structure. This structure has been analysed for serviceability limit state, considering the effect of infilled panels. The structure is analysed for asynchronous ground motions with different wave velocities asymmetric masses and rigidities, different opening in floors.

Chapter 5: Parametric studies for structural torsion of asymmetric structures. A structure in L has been examined for serviceability (undamaged infilled panels) and damageability (damaged panels) limit states. The influence of asymmetry is studied by different length of L arms.

Chapter 6: Conclusions and main contributions underline the main conclusions concerning the effects of structural and accidental eccentricities on the reinforced concrete frames in conditions of reduction of torsion-flexion rigidity.

Cuprins

1. ELEMENTE GENERALE	1
1.1. Definirea problemei	1
1.2. Proiectarea structurilor la acțiuni seismice	1
1.3. Dezvoltarea cercetărilor privind torsiunea la structuri din beton armat	4
1.4. Metodologie conceptuală coerentă de proiectare antiseismică	6
1.4.1. Principiul metodologiei	6
1.4.2. Evaluarea seismelor corespunzătoare stărilor limită	7
1.4.3. Stările limită considerate în diferite norme de proiectare	11
1.5. Calculul structurilor plane	12
1.5.1. Răspunsul structurilor plane	12
1.5.2. Metode de calcul	20
1.5.2.1. Metoda de proiectare curentă	20
1.5.2.2. Metoda de calcul static neliniar	22
1.5.2.3. Metoda de calcul dinamic neliniar	22
1.6. Calculul structurilor spațiale	23
1.6.1. Caracteristicile răspunsului spațial	23
1.6.1.1. Torsiuni accidentale la structuri regulate	25
1.6.1.2. Torsiuni structurale la structuri cu asimetrie structurală	26
1.6.2. Răspunsul spațial al structurilor	28
1.7. Concluzii privind efectele torsiunii la structurile din beton armat	30
1.8. Conținutul tezei	31
2. TORSIUNEA ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT	33
2.1. Elemente teoretice	33
2.1.1. Torsiunea elastică a barelor prismatice	34
2.1.1.1. Torsiunea elastică a barelor cu secțiune necirculară și circulară	34
2.1.1.2. Metoda Saint-Venant. Cazul secțiunii dreptunghiulare	37
2.1.1.3. Analogia cu membrana	41
2.1.2. Torsiunea plastică a barelor prismatice	44
2.1.2.1. Torsiunea plastică a barelor necirculare	44
2.1.2.2. Torsiunea plastică pură	46
2.1.2.3. Analogia Nadai pentru torsiunea plastică și elasto-plastică	48
2.1.3. Metode de calcul al elementelor din beton armat solicitate la torsiune	50
2.1.3.1. Metode analitice	50
2.1.3.2. Metoda grinzii cu zăbrele	52
a) Metoda clasică a grinzii cu zăbrele spațiale	52
b) Metoda grinzii cu zăbrele spațiale evolutive	57
2.1.3.3. Metoda secțiunilor strâmbe	62
2.1.3.4. Interacțiunea încovoierii, tăierii și torsiunii	71

2.2. Aplicații ale teoriilor elasticității și plasticității la calculul elementelor din beton armat solicitate la torsiune	73
2.2.1. Formularea problemei	73
2.2.2. Starea limită de fisurare	75
2.2.2.1. Determinarea eforturilor unitare tangențiale în beton în stadiul nefisurat (I)	75
2.2.2.2. Calculul eforturilor unitare principale	78
2.2.2.3. Verificarea deschiderii fisurilor înclinate	79
2.2.3. Starea limită de rezistență	79
2.2.3.1. Modelul de rupere	79
2.2.3.2. Calculul armăturii	82
2.2.4. Rigiditatea elementelor solicitate la torsiune și torsiune cu încovoiere	85
2.2.4.1. Rigiditatea la torsiune în diferite norme de proiectare	85
2.2.4.2. Studiul parametric al rigidității la torsiune	90
2.2.4.3. Influența rigidității la torsiune la rețele de grinzi	101
3. TORSIUNEA STRUCTURILOR DIN BETON ARMAT	109
3.1. Modelarea efectului torsiunii	109
3.1.1. Excentricități structurale și accidentale	109
3.1.2. Aspecte ale modelării	109
3.1.3. Cuplarea vibrațiilor de translație cu cele de torsiune	112
3.2. Torsiuni structurale la structurile cu asimetrie structurală	119
3.2.1. Prevederi în normele de proiectare	119
3.2.2. Cercetări pentru îmbunătățirea normelor de proiectare	121
3.2.3. Torsiunea structurilor cu asimetrie și încărcate după două direcții	128
3.2.4. Torsiunea structurilor cu asimetrie importantă în plan	131
3.3. Torsiuni accidentale	134
3.3.1. Prevederi în normele de proiectare	134
3.3.2. Cercetări pentru îmbunătățirea normelor de proiectare	136
3.4. Calculul excentricităților de proiectare după P100/1992 și alte norme	142
3.5. Torsiunea plastică a structurilor din beton armat	143
3.5.1. Comportarea limită a structurilor torsionate	143
3.5.2. Metode generale pentru calculul inelastic al structurilor torsionate	144
3.5.3. Cercetări pentru perfecționarea metodelor de calcul	145
4. STUDII PARAMETRICE PRIVIND TORSIUNEA ACCIDENTALĂ LA CONSTRUCȚII CU SIMETRIE STRUCTURALĂ	147
4.1. Introducere	147
4.2. Descrierea structurii	147
4.3. Proiectarea la stările limită. Structura A	155
4.3.1. Proiectarea la starea limită de serviciu (S.L.S.)	155
4.3.2. Proiectarea la starea limită de avariere (S.L.A.)	159
4.4. Rotația fundațiilor datorită acțiunilor asincrone	163
4.5. Dispunerea asimetrică a maselor. Structura D	170
4.6. Dispunerea asimetrică a zidărilor de compartimentare. Structura B	174

4.7. Goluri în planșee	177
4.7.1. Poziții diferite ale golurilor	177
4.7.2. Flexibilitatea planșeelor cu goluri	185
5. STUDII PARAMETRICE PRIVIND TORSIUNEA STRUCTURALĂ LA CONSTRUCȚII CU ASIMETRIE ÎN PLAN	187
5.1. Introducere	187
5.2. Descrierea structurii	187
5.3. Proiectarea la stări limită	193
5.3.1. Proiectarea la starea limită de serviciu (S.L.S.)	193
5.3.2. Proiectarea la starea limită de avarie (S.L.A.)	196
5.4. Influența asimetriei	201
6. CONCLUZII ȘI PRINCIPALELE CONTRIBUȚII ALE TEZEI	211
6.1. Concluzii	211
6.2. Principalele contribuții ale tezei	214
7. BIBLIOGRAFIE	217

1

Elemente generale

1.1. Definirea problemei

Ultimele evenimente importante ca cele din Chile, 1985, Mexico – City, 1985, Loma Prieta, 1989, Northridge, 1994, Kobe, 1995, au arătat foarte clar că structurile asimetrice sunt mult mai sensibile la mișcările seismice decât cele simetrice, din cauza torsiunilor care apar datorită excentricităților structurale. Dar chiar și la structurile proiectate a fi perfect simetrice au apărut avarii (mai puține decât la cele asimetrice) care au arătat clar prezența unor torsiuni accidentale.

Normele actuale de proiectare antiseismică țin seama de torsiunile ce pot să apară la structurile simetrice sau asimetrice, dar într-o formă care de multe ori fie supraevaluează, fie subevaluează efectele acestor torsiuni. Un aspect nou, care a schimbat în mare măsură problema torsiunii, este dat de posibilitatea de a efectua un calcul spațial al structurii, în care excentricitățile structurale sunt incluse în calcul, determinarea acestora făcând parte din programul de calcul. Dar în modul de calcul trebuiesc introduse și efectele dinamice, care măresc valorile eforturilor calculate static, precum și excentricitățile accidentale. În plus apare și problema evaluării corecte a rigidității la torsiune a elementelor structurii, foarte importantă pentru o evaluare cât mai apropiată de realitate a răspunsului structurii.

Lucrarea de față și-a propus să abordeze aceste probleme, punându-le sub o formă ce poate fi folosită direct în proiectare. Ea este condusă în spiritul principiului enunțat de Pauley (1997):

“ În loc de a accepta apriori o excentricitate dată, în proiectarea antiseismică a structurilor proiectantul ar trebui să încerce să reducă, sau de preferat să elimine, posibile excentricități ce ar putea să apară. Excentricitățile pot fi reduse alegând rigidități mai potrivite ale elementelor care preiau forțele laterale. Cea mai bună soluție pentru problemele legate de fenomenul de torsiune este eliminarea cauzei, adică a excentricității excesive!!”

1.2. Proiectarea structurilor la acțiuni seismice

Proiectantul de structuri din regiunile cu activitate seismică este din ce în ce mai mult confruntat cu problema conceperii și calculului structurilor care să satisfacă cerințele

impuse de acțiunile seismice. Dar ținând seama că seisme puternice s-au produs și în zone care istoric nu erau considerate potențial seismice, proiectarea antiseismică a devenit o preocupare generală a inginerilor structuriști.

Calculul structurilor la acțiuni seismice se deosebește fundamental de cel pentru alte acțiuni. Dacă la încărcări din greutate proprie, utilă, zăpadă, vânt etc. determinarea acțiunilor și efectele lor asupra structurilor nu pun probleme deosebite, pentru acțiunile seismice stabilirea unor valori ale acțiunilor cât mai apropiate de cele reale, precum și determinarea răspunsului structurii la aceste acțiuni deosebit de complexe, nasc dificultăți de multe ori insurmontabile.

În primul rând două cutremure, chiar pe același amplasament și provenite din aceeași sursă, nu sunt identice (a se vedea seismul înregistrat la București din 1977, 1986 și 1991). Caracteristicile unui seism sunt date de (Gioncu și Mazzolani, 2001, Pauley și alții 1997):

- *sursă*: tipul mecanismului de rupere a faliei, de magnitudinea evenimentului, de adâncimea focarului, de suprafața și direcția de rupere etc;
- *drumul parcurs*: distanță, relief, natura straturilor de pământ întâlnite pe parcurs, amortizarea etc;
- *constituția solului pe amplasamentul structurii*: teren tare (rocă, argile consolidate), terenuri aluvionare (nisipuri, argile) sau umpluturi neconsolidate.

Între mișcarea seismică indusă de sursă și terenul de sub construcție are loc o primă interacțiune, mișcarea putând fi amplificată datorită fenomenului de rezonanță sau poate fi amortizată. Amplificarea depinde de magnitudinea evenimentului. La acțiuni modeste, se poate ca terenul să fie numai un mediu de transmitere a undelor sismice, dar la acțiuni mai puternice, acesta să amplifice mișcarea seismică. În plus, în apropiere de sursă, acțiunea seismică este de tip impuls, are intensitate mare dar o durată scurtă. În schimb, la distanță față de sursă, intervenind influența mediului parcurs, mișcarea terenului este preponderent ciclică și durata activității maxime crește. Aceste aspecte au fost relevate pentru a arăta dificultățile determinării corecte a acțiunilor seismice. De aceea, de la început, trebuie părăsită ideea unui calcul exact al structurilor la acțiunile seismice ca pentru celelalte acțiuni și metodele de calcul elaborate trebuie să fie generale, acoperind cazurile a mai multor tipuri de acțiuni seismice.

În al doilea rând, proiectarea la acțiunile obișnuite se face la valorile de calcul, ținând seama că probabilitatea de atingere a valorilor maxime este mare. În schimb, în cazul acțiunilor seismice, dacă proiectarea s-ar face la valorile de calcul ca la celelalte acțiuni, ar rezulta dimensiuni foarte mari pentru elementele structurii, care ar prejudicia exploatarea normală a construcției și ar duce la cheltuieli foarte mari pentru realizarea structurii. În plus, ținând seama de durata normală de exploatare a unei construcții și de

perioada de revenire a unui cutremur foarte puternic, probabilitatea ca în timpul vieții unei construcții să se producă seismul maxim este foarte mică. De aceea, pentru proiectarea structurilor la acțiuni seismice s-a elaborat o metodă de calcul diferită față de cele pentru celelalte acțiuni.

Primele reguli empirice propuse în primul deceniu, s-au bazat pe observația că multe construcții care trebuiau să cedeze la încărcările seismice la care au fost solicitate au supraviețuit cu avarii importante, dar fără să se prăbușească. Astfel, s-a propus ca structurile să fie calculate la acțiuni orizontale egale cu 10% din greutatea construcției, mult sub solicitarea reală. Abia în deceniul al treilea s-a introdus în calcule și noțiunea de perioadă proprie de vibrație și s-a făcut corelarea ei cu caracteristicile dinamice ale seismului. Noțiunea de ductilitate, folosită la caracterizarea comportării plastice a materialelor, a fost introdusă la calculul seismic al structurilor mult mai târziu, la începutul deceniului al cincilea. Cu toate progresele din ultimul timp în domeniul cercetării teoretice și experimentale, precum și a examinării unui număr mare de avarii și prăbușiri de construcții produse în lume în urma unor seisme puternice, metoda primitivă bazată pe aprecierea unui procent din greutatea structurii a rămas procedeul de bază al tuturor normelor de proiectare. Progresul în cunoașterea mai profundă a acțiunilor seismice s-a materializat numai într-o determinare mai exactă a procentului din greutatea structurii, în funcție de intensitatea previzibilă a seismului, de amplificarea acțiunii datorită fenomenelor de rezonanță, de efectele terenului de fundație și de capacitatea de deformare plastică a structurii.

Astfel, o metodologie specială, total diferită față de cea utilizată pentru celelalte acțiuni s-a dezvoltat pentru calculul seismic al structurilor. Ingineria seismică se bazează mai mult pe definirea unor reguli de proiectare simple, rezultate din observațiile fenomenologice, decât pe teorii de înalt nivel științific. Exactitatea și precizia calculelor cerute pentru celelalte tipuri de încercări este inutilă în cazul calcului la acțiuni seismice ținându-se seama de numeroasele ipoteze și considerații empirice folosite. Această observație contravine în multe cazuri cu concepția generală a multor proiectanți de structuri care consideră că un calcul seismic complicat asigură și o comportare bună seismică a structurii. Această concepție a fost întărită și de posibilitățile actuale de calcul automat la care calculele complexe nu mai pun problema de rezolvare.

Proiectarea corectă antiseismică trebuie să pună accentul mai mult pe aspectele conceptuale legate de alegerea unui sistem structural adecvat și pe o conformare structurală corectă. Neconcordanța dintre modelul de calcul și comportarea reală trebuie să fie preluată de capacitatea de deformare plastică a structurii, caracterizată de proprietatea de ductilitate globală a structurii întregi și de ductilitatea locală, la nivel de elemente (grinzi și stâlpi) și noduri.

Dacă o perioadă lungă conformarea structurală spațială era numai constructivă, căutându-se să fie respectate reguli rezultate ca urmare a observațiilor avariilor produse la cutremurele puternice, în ultimul timp, datorită dezvoltării tehnicii de calcul, conformarea spațială poate fi verificată și prin metode numerice. Efectele torsiunii, neglijate în primele metode de calcul elaborate, pot fi astăzi cuantificate prin analiza spațială a structurii. Totuși, cu toate posibilitățile actuale de calcul, puțini sunt proiectanții preocupați de a efectua modelarea corespunzătoare calcului spațial, nefiind conștienți de importanța considerării corecte a torsiunii în proiectarea curentă.

Scopul lucrării de față este de a contribui la studiul efectelor torsiunii asupra structurilor regulate și neregulate și de a pune la dispoziția proiectanților noi informații practice privind importanța acestor efecte în proiectarea curentă. Studiul s-a concentrat numai la structurile în cadre de beton armat și la torsiunile structurilor neregulate în plan. Structurile din diafragme și neregularitățile verticale nu au fost luate în considerare.

1.3. Dezvoltarea cercetărilor privind torsiunea la structuri din beton armat

Cu toate aceste progrese evidente, foarte multe avarii produse la structurile din beton armat, în special la cele care prezentau asimetrie structurală, a evidențiat faptul că o componentă foarte importantă a comportării, torsiunea structurii, este neglijată în continuare în cadrul proiectării. Prăbușiri foarte spectaculoase s-au produs în timpul sesimelor din Mexico-City, 1985, Loma Prieta, 1989, Northridge, 1994, Kobe, 1995 și mai recent în timpul cutremurelor din Turcia, Grecia și Taiwan. O analiză atentă a acestor prăbușiri a arătat că torsiunile accidentale (nesimetrie de mase, elemente de închidere nesimetrice, goluri de scări) sau structurale (asimetrie de plan sau elemente structurale) au jucat un rol foarte important în comportarea foarte proastă a acestor structuri .

Prima lucrare care a arătat că aplicarea statică a acțiunilor seismice în centrul maselor subestimează substanțial forțele laterale care iau naștere la capetele structurii, a fost cea a lui Housner și Outinen în 1958 (citată după Rutenberg, 1998). Au urmat o serie de cercetări sporadice dar, în ultimul timp, se observă o creștere accentuată a interesului cercetărilor în problema considerării în proiectare a torsiunii. În cadrul European Association for Earthquake Engineering (EAEE) s-a constituit în 1994 grupul de lucru TG 8 pentru studiul comportării structurilor neregulate (Rutenberg și alții, 1996). Creșterea numărului de cercetări teoretice din perioada 1957÷1994 este prezentată în figura 1.1. Se constată că în ultimul timp numărul de publicații legate de efectele structurale ale torsiunii a crescut substanțial.

Ca rezultat al acestor cercetări și prevederile din normele de calcul au devenit mai substanțiale. Normele moderne ca EUROCODE 8 (Europa), UBC 94 (SUA), P100/1992,

precum și codurile japoneze, din Noua Zelandă etc, cuprind paragrafe importante privind calculul la torsiune.

Acest interes sporit se datorează în mare parte și dezvoltării calculului automat pe baza utilizării calculatoarelor de mare capacitate și a elaborării unor programe de mare performanță ce permit efectuarea unui calcul spațial, în care rigiditatea la torsiune și deformațiile în 3D joacă un rol deosebit de important. Totuși calculul spațial pune probleme proiectantului mult mai dificile decât calculul plan, deoarece cere evaluarea caracteristicilor de torsiune a elementelor structurii. Considerarea în calcule a rigidității la torsiune a secțiunii nefisurate duce la obținerea unor momente de torsiune în structură ce nu pot fi preluate printr-o armare obișnuită. Se știe însă că rigiditatea la torsiune scade foarte mult datorită fisurării și folosirea în calculele de rezistență a unor rigidități reduse este mult mai rațională, micșorând torsiunile obținute la valori raționale. Când aceste reduceri nu trebuie considerate și când trebuie să fie operate este o problemă ce nu poate avea răspunsuri decât în cadrul unei metodologii coerente de calcul ce va fi prezentată în paragrafele următoare.

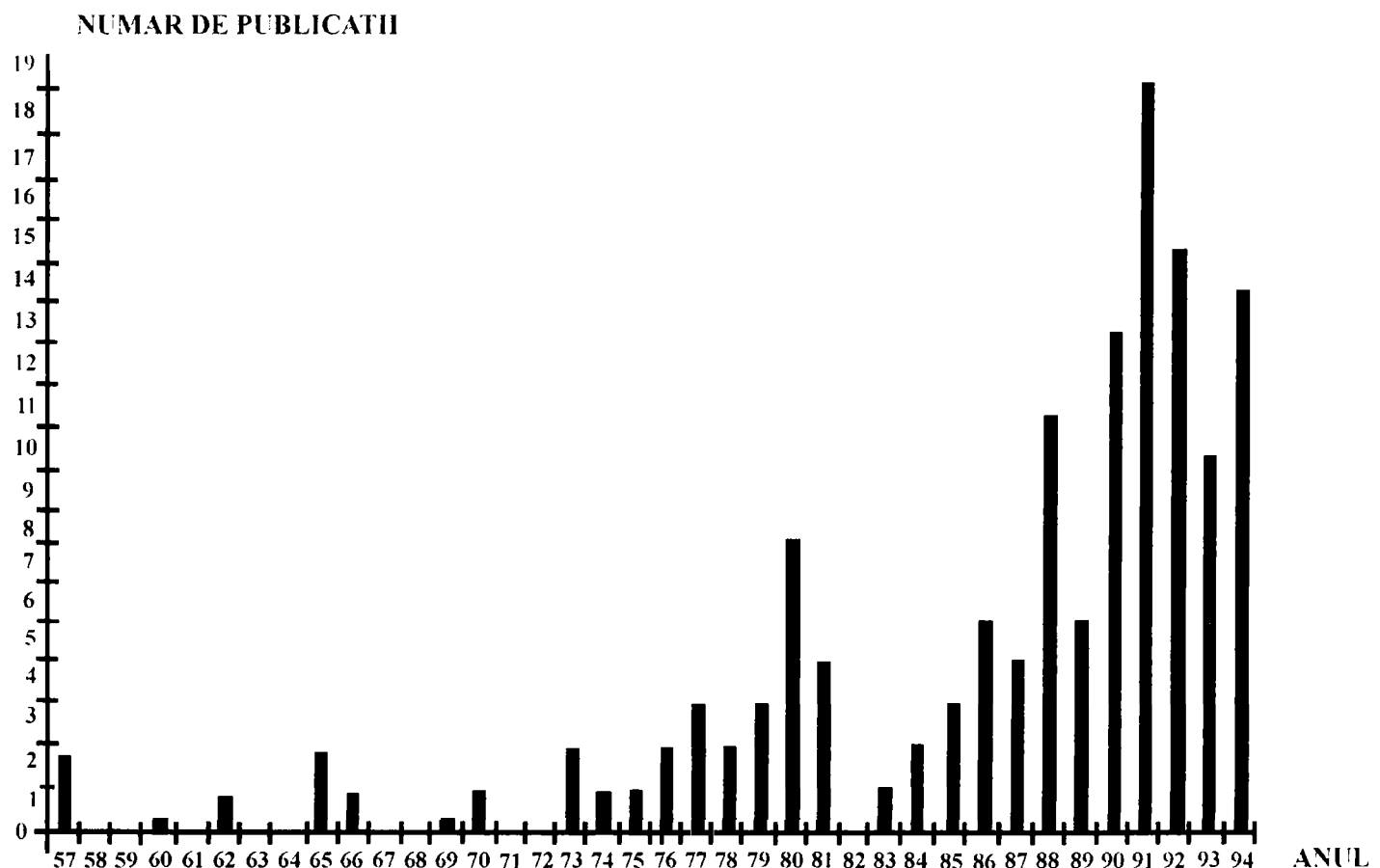


Figura 1.1 Evoluția numărului de cercetări teoretice în perioada 1957-1994

Evolution of the theoretical research numbers between 1957-1994

1.4. Metodologie conceptuală coerentă de proiectare antiseismică

1.4.1. Principiul metodologiei

În urma analizelor unor avarii produse în zone puternic urbanizate și a cercetărilor teoretice și experimentale efectuate în ultimul timp, s-a ajuns la concluzia că metodologia care considera numai salvarea de vieți și protejarea structurii contra colapsului general, în cazul unor seisme puternice, nu poate fi acceptată nici de țări bogate ca SUA sau Japonia și că atenția trebuie să se îndrepte și asupra reducerii avariilor, chiar la cutremure de mică intensitate. Astfel, în ultimul deceniu s-a dezvoltat o nouă metodologie de proiectare bazată pe asigurarea structurilor la mai multe nivele de performanță. Metoda nouă conceptuală se bazează pe cercetările lui Bertero (1996) privind criteriile de performanță în proiectarea antiseismică și pe cele ale lui Pauley, (Pauley și alții (1997)) privind generalizarea metodei capacității portante la calculul seismic. Sinteza acestor metode a fost efectuată de Gioncu și Mazzolani (2001) pentru structurile metalice, dar ea este generală, putând fi aplicată și la structurile de beton armat.

Verificarea se face la mai multe nivele de performanță, acestea putând fi considerate ca diferite stări limită, similare ca la celelalte acțiuni, dar care consideră și particularitățile filozofiei de proiectare la acțiuni seismice. Aceste stări limită, acțiunile seismice corespunzătoare și performantele structurilor, sunt următoarele:

a) starea limită de serviciu corespunde acțiunilor seismice de mică intensitate dar cu frecvență mare. Construcția nu trebuie să sufere avarii la nivelul elementelor neportante (sau acestea să fie minore), iar elementele portante nu suferă nici un fel de degradări. Activitatea poate fi reluată imediat după încetarea evenimentului seismic;

b) starea limită de avariere corespunde acțiunilor seismice de intensitate medie, dar rare. Elementele nestructurale sunt avariate total sau parțial, structura suferă degradări ce pot însă fi reparate fără probleme deosebite și cheltuieli exagerate. Activitatea poate fi reluată la un timp scurt, după terminarea lucrărilor de consolidare;

c) starea limită ultimă corespunde acțiunilor seismice de intensitate mare, dar foarte rare. Elementele nestructurale sunt complet avariate și structura are avarii importante, dar nu se prăbușește, protejând viețile ocupanților și bunurile conținute. Experții vor analiza dacă structura mai poate fi consolidată, reluându-și funcțiunea, sau este preferabil să fie demolată, cheltuielile de consolidare fiind prea mari.

Se menționează că și la celelalte acțiuni verificarea se face la stările limită, dar numai la două nivele de performanță. Necesitatea introducerii unei verificări suplimentare la calculul seismic este datorată faptului că la calculul de rezistență nu se folosesc

încercările maxime de calcul, ca la celelalte acțiuni, ci unele reduse ca urmare a admiterii unor avarii.

Diferențele dintre metoda de calcul preconizată pentru calculul seismic și la celelalte acțiuni este prezentată în figura 1.2.

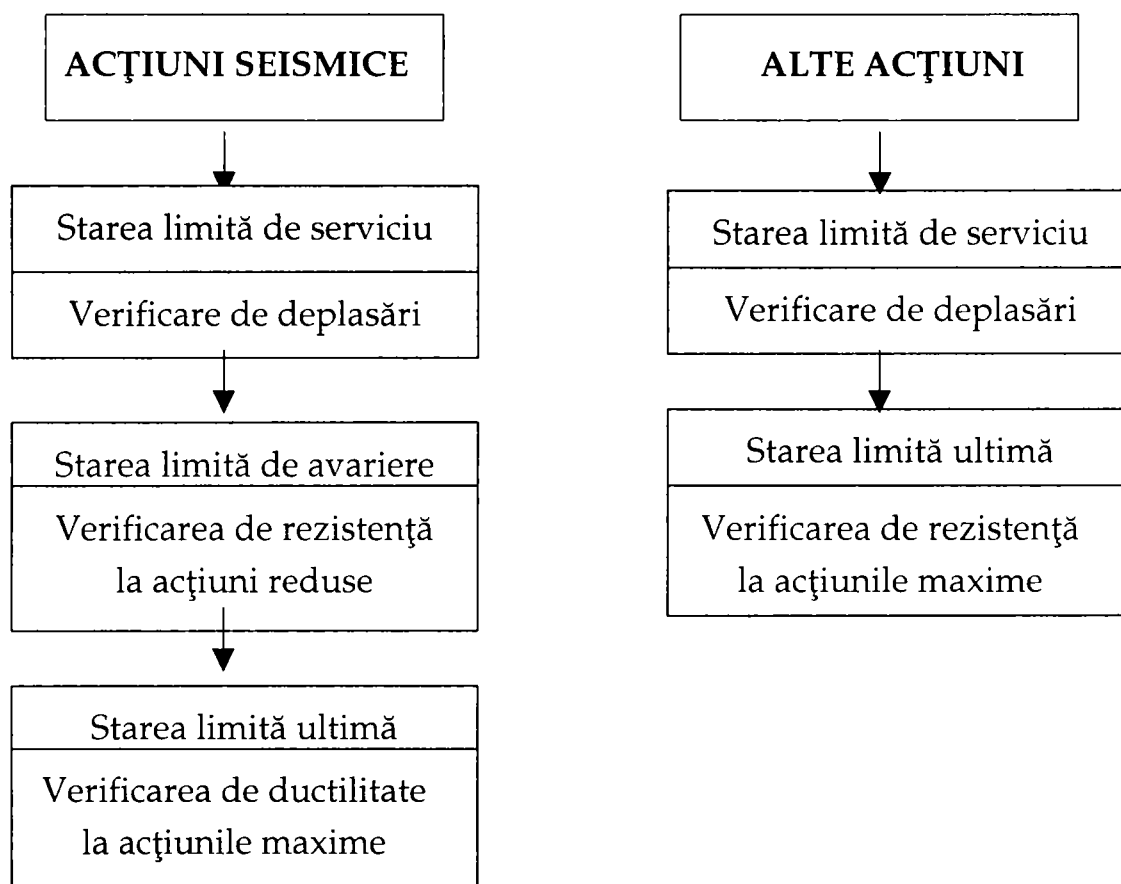


Figura. 1.2 Metode de calcul seismic și calcul la alte acțiuni

Methods for seismic analysis and analysis for another actions

Verificarea stării limită de serviciu este similară la cele două cazuri, dar la cea ultimă deosebirile sunt mari. Dacă în cazul acțiunilor seismice verificarea se referă la ductilitatea structurii, la acțiunile obișnuite ea se referă la calculul de rezistență.

1.4.2. Evaluarea seismelor corespunzătoare stărilor limită

Pentru fiecare zonă seismică se pot stabili relații de probabilitate a apariției unei mișcări seismice de o anumită magnitudine (Lungu și alții, 1997)

— relația Gutenberg – Richter:

$$\log n(\geq M) = a - bM \quad (1.1a)$$

valabilă pentru seisme de magnitudine mai redusă. Pentru magnitudini mari, este valabilă Hwang-Huo:

$$n(\geq M) = e^{\alpha - \beta M} \frac{1 - e^{-\beta(M_{\max} - M)}}{1 - e^{-\beta(M_{\max} - M_0)}} \quad (1.1b)$$

În aceste relații:

— M este magnitudinea considerată;

- M_0, M_{max} magnitudinile minime și maxime posibile considerate în calcule;
 - a, b, α, β sunt coeficienți numerici de calibrare, rezultați din datele înregistrărilor;
 - $n (\geq M)$ reprezintă numărul mediu dintr-un an de evenimente având o magnitudine egală sau mai mare decât magnitudinea considerată M .
- Pentru seismele vrâncene și cele bănățene relațiile de mai sus sunt prezentate în figurile 1.3 și 1.4.

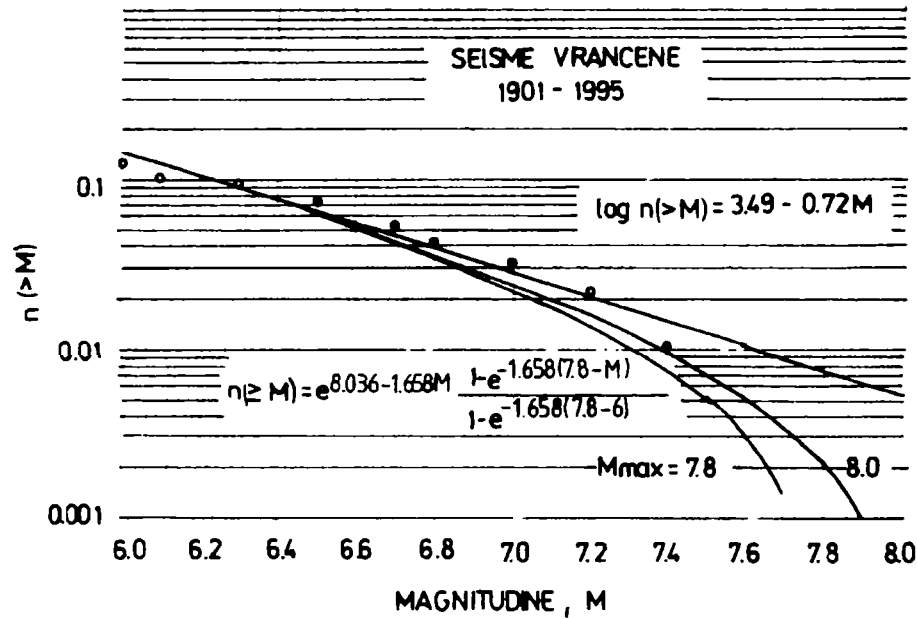


Figura 1.3 Recurența magnitudinilor pentru sursa intermediară Vrancea ($M \geq 6,0$)
 Recurrence of magnitudes for intermediary source Vrancea ($M \geq 6,0$)

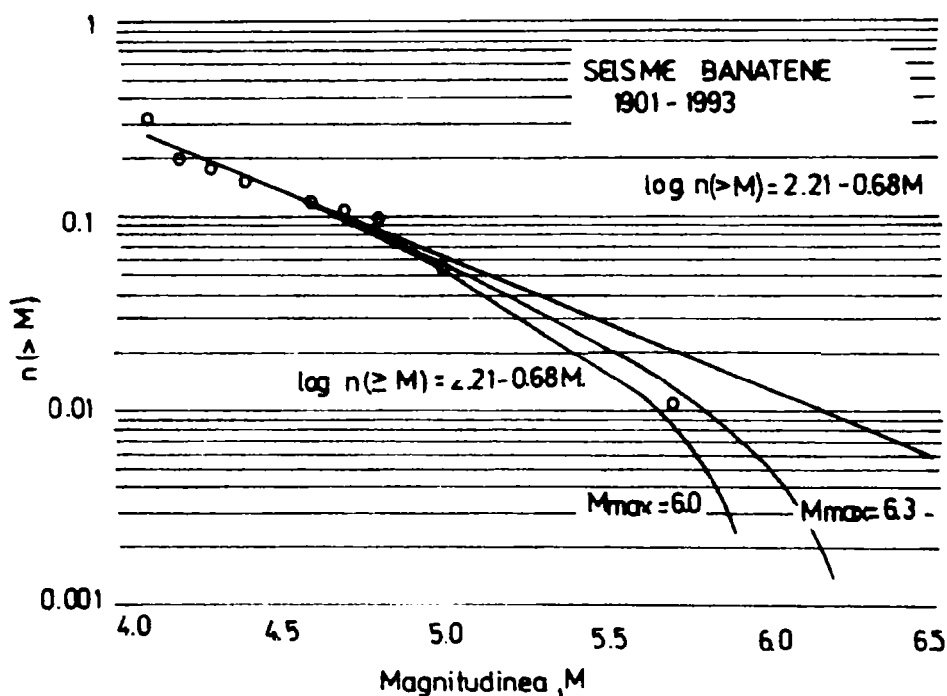


Figura 1.4 Recurența magnitudinilor pentru sursa crustală Banat ($M \geq 6,0$)
 Recurrence of magnitudes for crustal source Banat ($M \geq 6,0$)

Particularizate pentru aceste zone, relațiile Gutenberg – Richter și Hwang-Huo sunt:

— pentru zona seismică vrânceană:

$$\log n(\geq M) = 3.49 - 0.72M \quad (1.2a)$$

$$n(\geq M) = e^{8.036 - 1.658M} \frac{1 - e^{-1.658(7.8 - M)}}{1 - e^{-1.658(7.8 - 6)}} \quad (1.2b)$$

— pentru zona seismică bănățeană:

$$\log n(\geq M) = 2.21 - 0.68M \quad (1.3a)$$

$$n(\geq M) = e^{5.093 - 1.571M} \frac{1 - e^{-1.571(6.0 - M)}}{1 - e^{-1.571(6.0 - 4.1)}} \quad (1.3b)$$

Perioada de revenire în ani (intervalul mediu de recurență) a unui cutremur de magnitudine egală sau mai mare decât M este inversul numărului $n(\geq M)$

$$T(\geq M) = \frac{1}{n(\geq M)} \quad (1.4)$$

Accelerația maximă a_g poate fi determinată cu relația (Paulay și alții, 1997)

$$a_g = \frac{ne^{mM}}{d^2} \quad (m/\text{sec}^2) \quad (1.5)$$

unde n , m sunt coeficienți numerici determinați pentru fiecare zonă seismică, iar d este distanța față de focar.

Având aceste relații se pot determina accelerațiile de calcul pentru diferite perioade de revenire. Nu există consens general pentru stabilirea acestor perioade de revenire, dar cele mai multe cercetări consideră raționale valorile prezentate în tabelul 1.1.

Tabelul 1.1. Perioade de revenire

Starea limită	Accelerația	Perioada de revenire (ani)
serviciu	a_s	10 – 20
avarie	a_a	50 – 100
ultimă	a_u	cea mai mare previzibilă

În cazul că nu se dispune de relații de tipul (1.1) pentru determinarea perioadelor de revenire, Georgescu și alții (1995) au propus determinarea accelerațiilor corespunzătoare stărilor limită după cum urmează:

$$\begin{aligned} \text{— starea limită de serviciu} & \quad a_s \approx 0.6 a_a \\ \text{— starea limită de avarie} & \quad a_a = 1.0 a_a \\ \text{— starea limită ultimă} & \quad a_m \approx 1.6 a_a \end{aligned} \quad (1.6 \text{ a-c})$$

În această metodologie a_a este accelerația corespunzătoare unei perioade de revenire de 50 – 100 ani și este cea prevăzută în normele de proiectare (de exemplu cea din P100/1992).

Pe baza celor de mai sus, pentru țara noastră se propun valorile de proiectare din tabelul 1.2. în funcție de zonarea seismică și pentru coeficientul accelerației de calcul:

$$k = \frac{a_a}{g} \quad (1.7)$$

g fiind accelerația gravitațională (981 cm/sec²).

Tabelul 1.2. Coeficientul accelerației de calcul k

Starea limită	Zona seismică	Vrancea	Banat, Făgăraș, Maramureș	Restul țării
serviciu k_s	A	0,18	-	-
	B	0,15	-	-
	C	0,12	0,15	-
	D	0,10	0,12	-
	E	-	0,08	-
	F	-	-	0,05
avarie k_a	A	0,32	-	-
	B	0,25	-	-
	C	0,20	0,20	-
	D	0,16	0,16	-
	E	-	0,12	-
	F	-	-	0,08
ultimă k_u	A	0,52	-	-
	B	0,40	-	-
	C	0,32	0,30	-
	D	0,26	0,24	-
	E	-	0,18	-
	F	-	-	0,12

Din acest tabel rezultă că s-au propus diferențieri între valorile seismelor vrâncene, care sunt de adâncime, și celor bănățene, făgărășene și maramureșene, care sunt de suprafață. La aceste din urmă acțiunile seismice de serviciu sunt mai puternice decât cele vrâncene, din cauza caracterului de impuls ce nu permite disipări de energie. În schimb cele maxime sunt mai puțin periculoase din cauza duratei mai scurte. La cele vrâncene, fiind de durată mai lungă, se produc mai multe cicluri care acumulează deformații plastice mai mari decât la seismele de suprafață.

1.4.3. Stările limită considerate în diferite norme de proiectare

Din cauza complexității calculelor, în prezent normele de calcul nu prevăd verificările la mai multe stări limită și de aceea în proiectare se produc numeroase confuzii.

— P100/1992 nu face distincție între diferitele stări limită și atât verificarea de rezistență, cât și de deformații se face la aceleași acțiuni seismice, determinate pentru o perioadă de revenire de 50 ani în cazul seismelor vrâncene și de peste 100 ani la cele bănățene. Pe lângă faptul că principiul de a avea siguranțe egale pentru toate structurile din țară nu este satisfăcut, verificarea deplasărilor și rezistențelor la aceeași valoare a acțiunilor seismice este o eroare principală, pentru că se admit avarii la structură și se protejează elementele nestructurale. În prezent se are în vedere corectarea acestui neajuns cu ocazia revizuirii normativului;

— EUROCODE 8 consideră două nivele de verificare, cea de avariere determinată însă pentru seisme cu perioade de revenire de 475 ani, și de serviciu, obținută prin reducerea celei de avariere cu un factor de reducere $v = 2,0 - 2,5$. La starea limită de serviciu se face verificarea deplasărilor relative de nivel, ce trebuie să fie mai mici decât cele limită care produc avarii ale elementelor nestructurale realizate din materiale cu comportare fragilă. Nu se fac nici un fel de precizări privind avariile structurale, care pot fi importante chiar și la starea limită de serviciu.

— UBC 94, care este normativul de proiectare american, procedează la fel ca EC 8 reducând acțiunea seismică de verificare la deplasări relative cu coeficientul $3/8=0,375$.

Și alte normative de proiectare iau în considerare două nivele de proiectare. Analiza detaliată a prevederilor din diferite norme arată că din verificarea la diferite stări limită lipsește verificarea la ductilitate pentru acțiunile seismice maxime posibile. Această verificare este înlocuită cu măsuri constructive care să asigure o bună ductilitate, dar care nu sunt cuantificabile. Progresele din ultimul timp în studiul ductilității structurilor fac posibilă la ora actuală introducerea în normele de proiectare și a verificării la starea limită ultimă pe baza comparării ductilităților necesare, rezultate din acțiunile seismice maxime, cu cele capabile, obținute prin studiul deformațiilor plastice ultime ale elementelor structurale.

1.5. Calculul structurilor plane

1.5.1. Răspunsul structurilor plane

În primul rând se analizează răspunsul structurilor plane la stările limită definite în paragraful precedent, urmând ca răspunsul structurilor spațiale să fie analizat în paragraful următor.

În figura 1.5 se prezintă comportarea unei structuri la acțiuni orizontale, fiind evidențiate cele trei stări limită menționate mai sus. Structura este compusă din cadre de beton armat cu panouri de umplură.

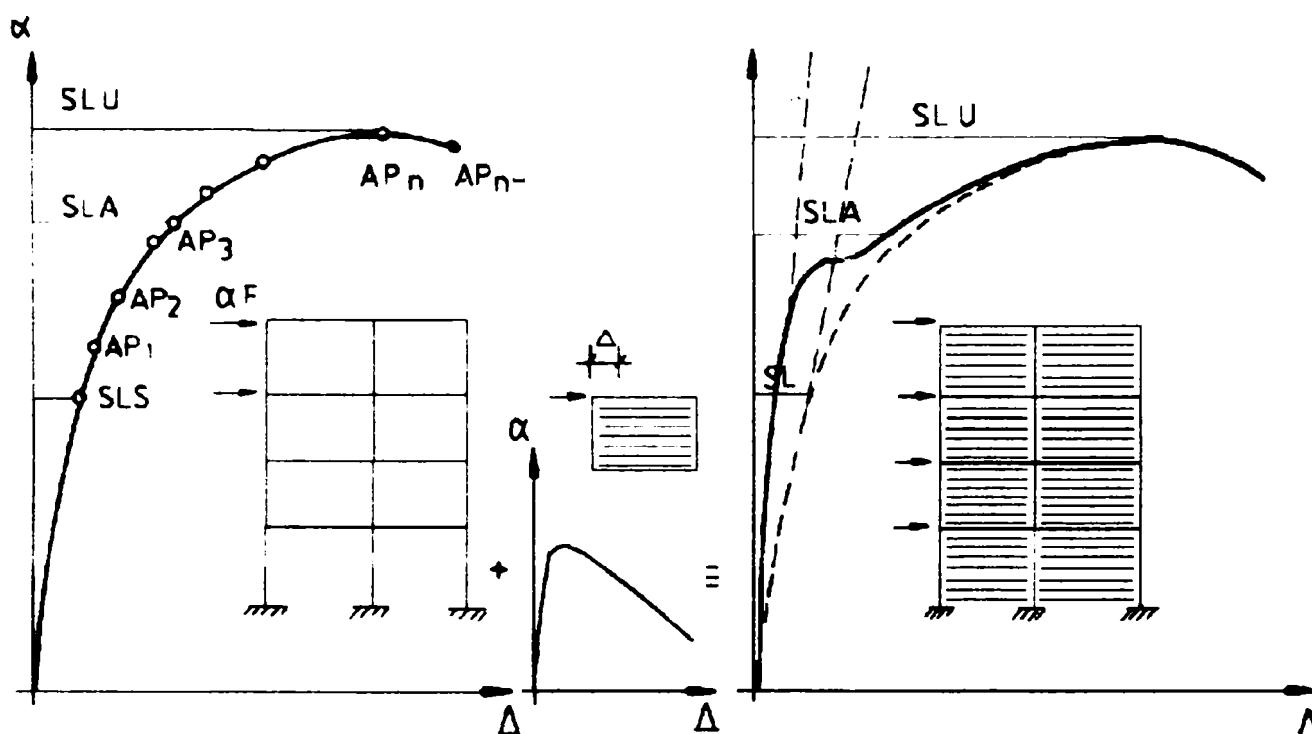


Figura 1.5 Comportarea unei structuri la acțiuni orizontale
Structure behavior for horizontal actions

La structura în cadre (fig. 1.5 a) comportarea este elastică și liniară până la formarea primei articulații plastice AP_1 , după care urmează formarea succesivă a unor articulații plastice ($AP_1, AP_2, \dots, AP_n, AP_{n+1}$) până ce se ajunge la formarea unui mecanism plastic de cedare. Între formarea primei articulații plastice și mecanism, curba acțiune-deplasare este puternic neliniară. Panoul de umplură are o comportare fragilă (fig.1.5 b) după atingerea încărcării maxime, urmând o descreștere rapidă a rezistenței structurii.

În cazul că cele două elemente lucrează împreună (fig.1.5 c) se observă o creștere importantă a rigidității și rezistenței ansamblului până la cedarea panoului, după care curba de comportare se apropie din ce în ce mai mult de cea a cadrului de beton armat.

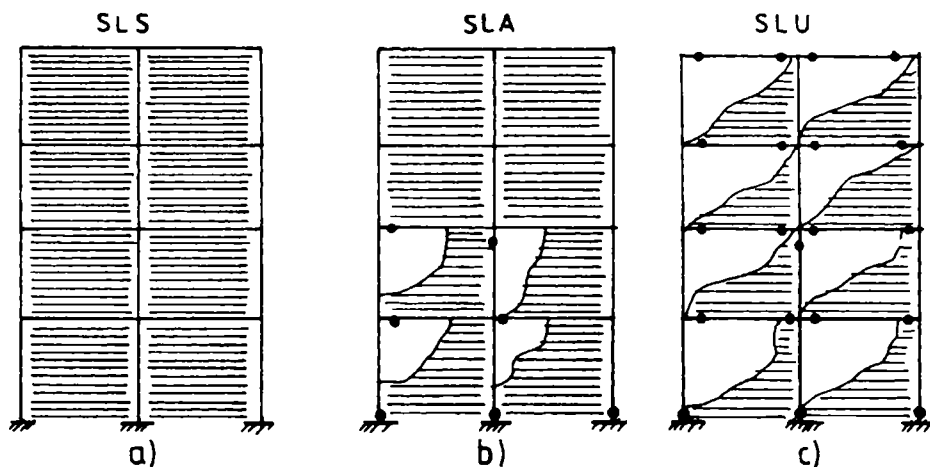


Figura. 1.6 Comportarea cadrului în cele trei stări limită
The frame behavior for the three limit states

Comportarea cadrului în cele trei situații descrise mai sus este prezentată în figura 1.6: cadrul cu panourile de umplură neavariate (fig.1.6 a), la cadrul de beton armat formându-se un număr limitat de cedări de panouri și articulații plastice (fig.1.6 b) și în final, avarierea completă a panourilor și formarea mecanismului de cedare pentru cadru (fig.1.6 c).

Ținând seama de cerințele de bază ale proiectării și de comportare a ansamblului cadru-panou, se disting următoarele stări limită:

a) Starea limită de serviciu (SLS). Seismele frecvente de intensitate mică nu trebuie să afecteze funcționalitatea construcției, astfel că după cutremur, toate utilitățile să fie operabile. Nu se produc avarii nici la panourile de umplură, nici la structură. În general, toate elementele nestructurale rămân intacte. Calculul structurii poate fi făcut în domeniul elastic, considerând toate elementele structurii nefisurate.

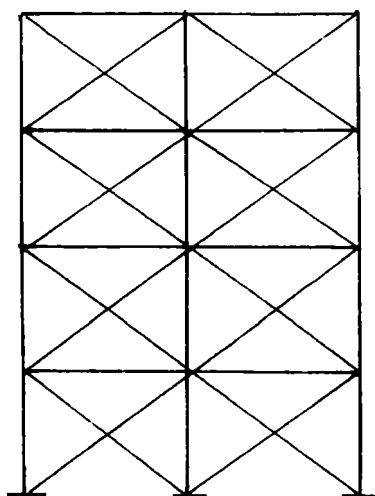


Figura 1.7 Inlocuirea panourilor de umplură cu diagonale în x
Using the x diagonals for infilled panels

Panourile de umplură, care creează un efect de rigidizare a cadrului, pot fi înlocuite cu diagonale în X lucrând alternativ la întindere și compresiune (figura 1.7). Prin prezența acestor diagonale crește rigiditatea structurii, având consecințe și în creșterea acțiunilor seismice. Structura este dimensionată astfel ca să se comporte elastic.

Pentru această stare limită de o deosebită importanță este distribuția ordonată a panourilor de umplură, situații ca cele prezentate în figura 1.8., când lipsesc unele panouri creeând niveluri slabe, trebuie să fie evitate.

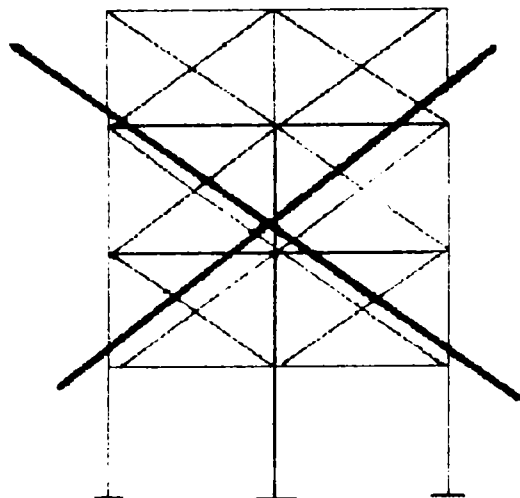


Figura 1.8 Distribuții neordonate ale panourilor de umplură care trebuiesc evitate
Unordered distribution of infill panels that must be avoided

În ultima perioadă, prin modificări ale funcțiilor (amplasări de birouri în clădiri de locuit, amenajări de magazine la parterul clădirilor, mărirea apartamentelor) aceste transformări structurale sunt din ce în ce mai frecvente.

Starea limită de serviciu este satisfăcută dacă

$$d_r < d_{lim}$$

(1.8.)

unde d_r este deplasarea limită determinată dintr-un cadru elastic, la nivelul acțiunilor seismice de serviciu, în care au fost introduse și efectele panourilor portante lucrând nefisurate.

b) Starea limită de avariere (SLA). Pentru seisme de intensitate medie, care apar rar în viața construcției, se pot produce avarii limitate la structură și mai multe la elementele nestructurale (figura 1.9).

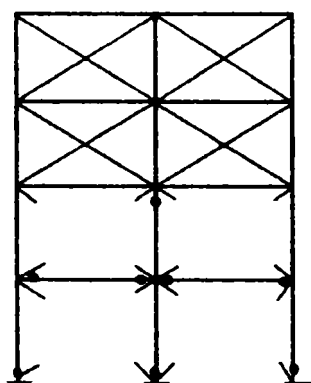


Figura 1.9 Structură avariata în cazul unui seism de intensitate medie
Damaged structure for a medium intensity earthquake

Aceste avarii sunt reparabile fără cheltuieli exagerate și funcțiunea construcției poate fi reluată. La această stare limită de avariere, s-a dezvoltat o metodologie specială de proiectare, bazată pe disiparea unei părți din energia seismică indusă în structură prin avarierea articulațiilor plastice.

Comportarea reală a structurii, ținând seama de conlucrarea cu panourile de umplură și de formarea succesivă a articulațiilor plastice, este prezentată în figura 1.10.

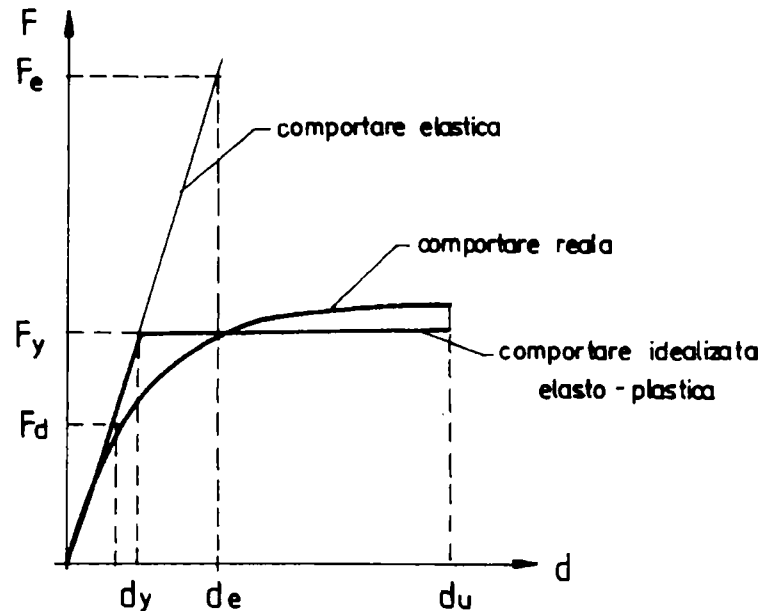


Figura 1.10 Comportarea reală și idealizată a structurii
Actual and idealized structure behavior

Pentru calculele practice această comportare neliniară se înlocuiește cu una perfect elasto-plastică, în care F_y este rezistența structurii la curgere plastică, iar d_y deplasarea elastică limită, corespunzătoare acestei rezistențe. Deplasarea plastică ultimă este d_u , corespunzătoare colapsului structurii.

Ductilitatea structurii este definită ca raportul:

$$\mu = \frac{d_u}{d_y} \quad (1.9)$$

dintre deplasarea ultimă și cea de curgere. Dacă structura este calculată la acțiunile seismice lucrând în stadiul elastic, se obține rezistența elastică F_e (fig. 1.10).

Raportul dintre rezistența de curgere și cea elastică este:

$$\psi_d = \frac{F_y}{F_e} \quad (1.10)$$

și se numește în P100/1992 coeficientul de reducere. El este cunoscut și ca factor de comportare q în EUROCODE 8 și este inversul coeficientului ψ , $q=1/\psi$, sau factorul de reducere K în normele americane UBC. În general în norme de proiectare se introduc valori mai mici pentru coeficientul ψ pentru a se ține seama de suparezistența unor secțiuni, ca urmare a variației calității materialelor. Rezultă coeficientul de suparezistență:

$$\psi_s = \frac{F_d}{F_y} \quad (1.11)$$

Rezultă astfel coeficientul de reducere din norme:

$$\psi = \frac{F_d}{F_e} = \frac{F_y}{F_e} \times \frac{F_d}{F_y} = \psi_d \times \psi_s \quad (1.12)$$

cu care se micșorează rezistența elastică Fe. El se compune din coeficientul ce depinde de ductilitatea structurii ψ_d și de coeficientul de suprarezistență ψ_s .

Coeficientul de reducere ψ_d depinde de ductilitatea și perioada de vibrație a structurii. Se știe că pentru perioadele scurte, comportarea structurii este controlată de accelerațiile mișcării, pentru perioadele medii de viteza mișcării, iar pentru perioadele lungi de deplasări. Faifar (1996) a arătat că pentru perioadele medii și lungi ($T > T_c$) influența perioadei structurii nu este semnificativă. Numai în domeniul perioadelor scurte ($T < T_c$) coeficientul de reducere depinde și de perioada structurii.

De aceea s-a propus următoarea dependență:

$$\psi_d = \frac{1}{\mu - 1} \times \frac{T_c}{T} \quad \text{pentru } T < T_c \quad (1.13 a)$$

$$\psi_d = \frac{1}{\mu} \quad \text{pentru } T \geq T_c \quad (1.13 b)$$

În acest relații T_c este perioada de colț.

Factorul de suprarezistență depinde de foarte mulți factori (Pauley și alții, 1997): rezistențele materialelor, mai mari decât cele de calcul, viteza de încărcare care produce o creștere a rezistentelor, efectul elementelor nestructurale, cerințele de limitare a deplasărilor laterale, folosirea unor procente minime de armare, supradimensionarea secțiunilor în vederea uniformizării execuției, redistribuția momentelor în urma apariției articulațiilor plastice etc. De aceea acest coeficient este extrem de greu de definit.

Ținând seama că ψ_d scade cu T în domeniul perioadelor scurte (relația 1.13 a), iar ψ_s crește în acest domeniu, considerarea în normele de proiectare a unui coeficient de reducere ψ constant pe întregul domeniu al perioadelor este o aproximație rezonabilă.

Calculul încărcărilor seismice se face pe baza spectrelor de proiectare, obținute pe baza accelerogramelor înregistrate, care se netezesc. Spectrul din figura 1.11 este cel din EUROCODE 8, care a fost preferat celui din P100/1992, fiind mai complet.

$$0 \leq T \leq T_B \quad : \quad S_e(T) = a_g S \left[1 - \frac{T}{T_B} (\eta \beta_0 - 1) \right] \quad (1.14 a)$$

$$T_B < T \leq T_C \quad : \quad S_e(T) = a_g S \eta \beta_0 \quad (1.14 b)$$

$$T_C < T \leq T_D \quad : \quad S_e(T) = a_g S \eta \beta_0 \left(\frac{T_c}{T} \right)^{k_1} \quad (1.14 c)$$

$$T_D \leq T \quad : \quad S_e(T) = a_g S \eta \beta_0 \left(\frac{T_C}{T} \right)^{k_1} \left(\frac{T_D}{T} \right) \quad (1.14 d)$$

unde:

$S(T)$ sunt ordonatele spectrului de răspuns elastic;

T_c perioada proprie de vibrație;

- a_g , accelerația de proiectare a terenului pentru perioada de revenire de referință;
 T_B, T_C , limitele domeniului de perioade pe care accelerația spectrală este constantă;
 T_D , valoarea perioadei pentru care deplasarea spectrală este constantă;
 k_1, k_2 , exponenți care influențează forma spectrului;
 S_r parametru care caracterizează condițiile de teren;
 η , factor de corecție pentru amortizarea structurii având valoarea de referință
 $\eta=1$ pentru $v=5\%$;
 β_0 , factor de amplificare dinamică de către structură a accelerației de proiectare.

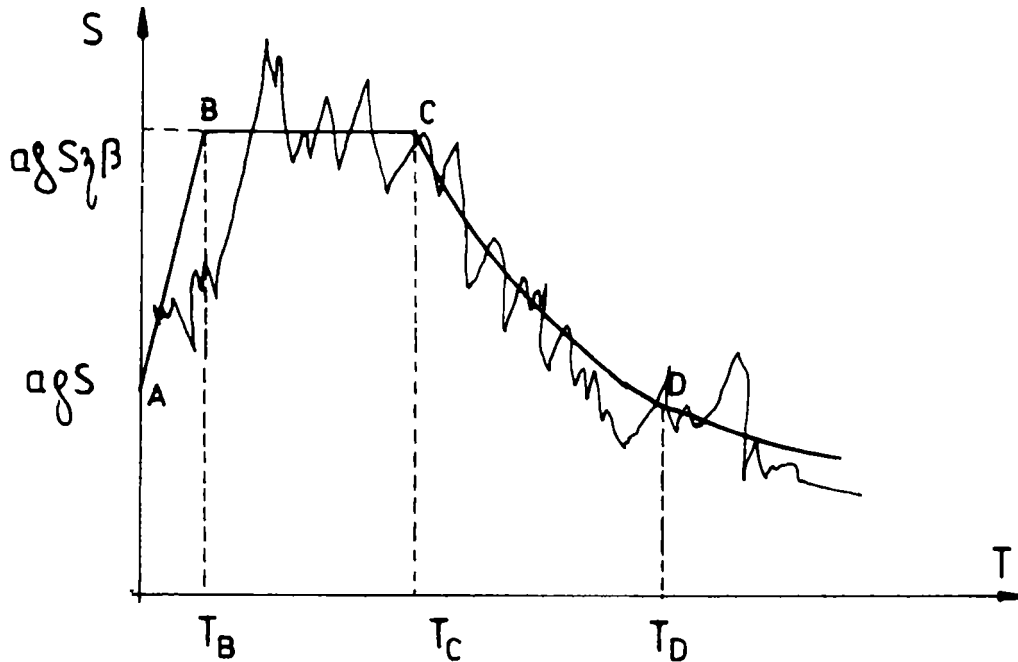


Figura 1.11 Spectrul de proiectare din "EUROCODE 8", obținut
 pe baza accelerogramelor înregistrate
 "EUROCODE 8" design spectrum obtained from recorded accelerograms

Pentru calculul inelastic, când încărcările seismice se reduc ca urmare a capacității de disipare a energiei, spectrul de proiectare este prezentat în figura 1.12.

$$0 < T < T_B \quad S_p(T) = a_g S \left[1 + \frac{T}{T_B} (\psi \beta_0 - 1) \right] \quad (1.15a)$$

$$T > T_B \quad S_p(T) = \psi S_e(T) \quad (1.15b)$$

unde:

$S_p(T)$ este ordonata spectrului de proiectare;

ψ , coeficientul de reducere, considerat constant pe întregul interval.

29.014
369A

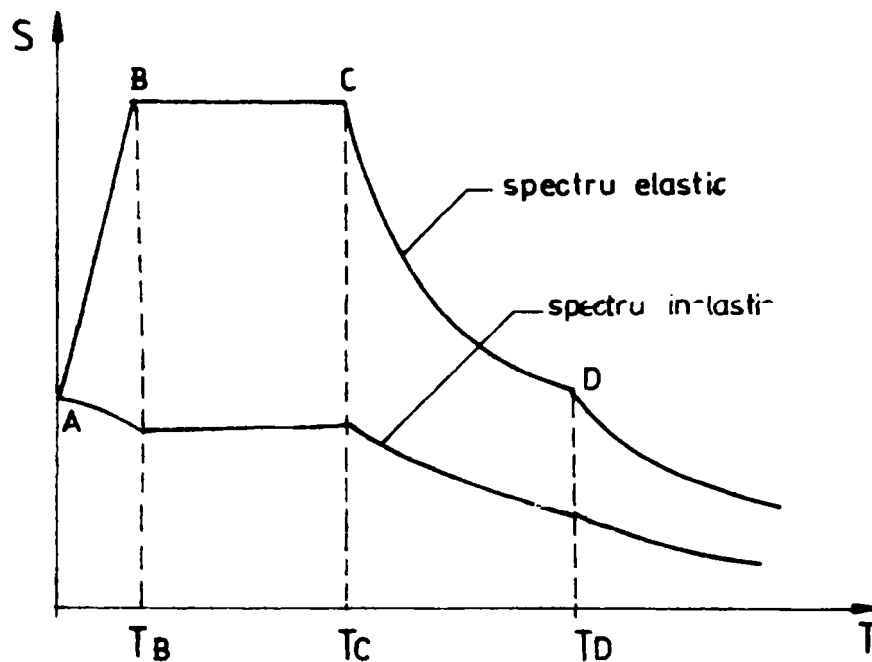


Figura 1.12 Spectrul de proiectare elastic și inelastic în "EUROCODE 8"
 "EUROCODE 8" elastic and inelastic design spectrum

Starea limită de avariere este satisfăcută dacă

$$\boxed{E_c \geq E_n} \quad (1.16)$$

unde E_c este efortul de calcul (moment, forță traiectoare, forță axială) determinat cu relațiile cunoscute de la calculul secțiunilor de beton armat, iar E_n este efortul corespunzător necesar rezultat din calculul structurii la acțiunile spectrului de proiectare inelastic. Se observă că acest calcul nu urmărește formarea articulațiilor plastice, a avariilor și a mecanismului de cedare.

În cadrul stării limită de avarie se admite ca deplasările relative să fie mari, dar limitate de valori care nu produc prăbușirea elementelor nestructurale. Literatura de specialitate (Bertero and Bertero, 1992) admit pentru aceste valori $4 d_{lim}$ unde d_{lim} este dat pentru starea limită de serviciu.

c) Starea limită ultimă este cunoscută și sub numele de starea limită de supraviețuire, pentru că scopul principal al calcului este evitarea colapsului structurii în cazul unui seism extrem de puternic. Panourile sunt complet fisurate și structura lucrează în domeniul inelastic și articulațiile plastice sunt formate într-o configurație ce asigură un mecanism plastic corespunzător.

Cea mai importantă proprietate care se verifică la starea limită ultimă este ductilitatea, care marchează producerea unor deformații plastice mari, fără o reducere semnificativă a rezistenței. Ea este o măsură a capacității structurii de a disipa energia seismică.

Ductilitatea unei structuri se asigură printr-o concepție de proiectare care duce la formarea unui mecanism global corespunzător ce nu produce colapsul structurii. Figura 1.13 arată câteva mecanisme recomandate, acceptate și de evitat. Cel mai avantajos mecanism de cedare este cel global, la care articulațiile plastice se produc numai la capetele grinzilor și la baza stâlpilor primului nivel (fig. 1.13 a). Acest mecanism se obține numai în cazul când stâlpii sunt mult mai puternici decât grinzi și este cunoscut ca sistemul stâlpi puternici – grinzi slabe (strong columns – weak beams, SCWB). Sunt acceptate și mecanisme de tipul celor din figura 1.13 b, dacă stâlpii sunt conformați astfel ca să formeze o singură articulație plastică la unul din capete. Se admit de asemenea și mecanisme la care apar articulații plastice la ambele capete ale stâlpilor centrali, dacă stâlpii marginali rămân neafecțați (fig. 1.13 c). Nu se acceptă mecanisme în care se formează articulații plastice la toți stâlpii unui nivel, formând un etaj slab (fig. 1.13 d). Ultimul mecanism este cunoscut ca sistemul stâlpi slabi – grinzi puternice (weak columns - strong beams, WCSB) și apare în special la structurile în cadre cu deschidere mare la care încărcările gravitaționale sunt mari.

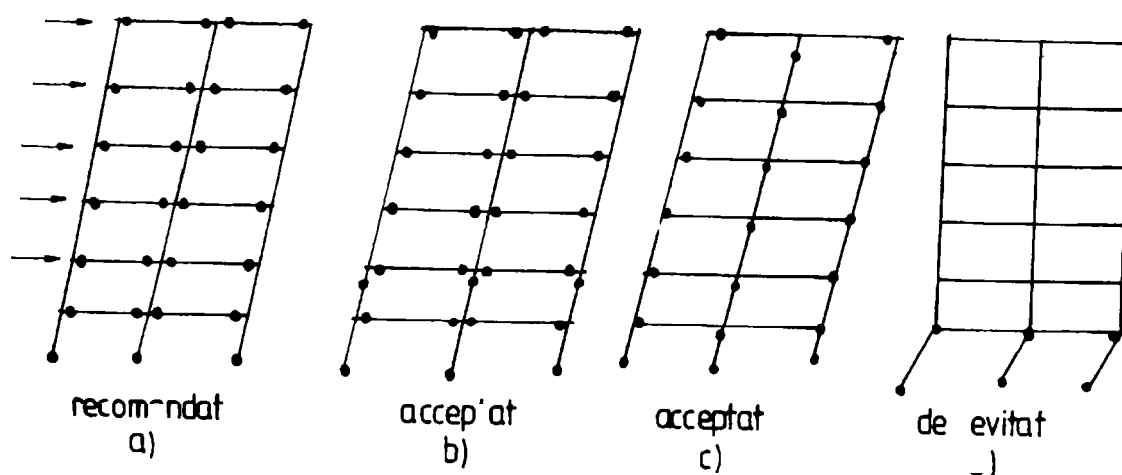


Figura 1.13 Mecanisme plastice recomandate, acceptate și de evitat
Recommended, accepted and avoided plastic mechanism

Formarea mecanismului de cedare se poate obține urmând procedeul stabilit de Pauley și alții (1997) în cadrul metodei capacității portante:

- se alege tipul de mecanism plastic dorit și se stabilesc zonele unde urmează să apară articulații plastice;
- se alcătuiască aceste secțiuni astfel ca să fie stabile la acțiuni ciclice, adică să nu se producă degradări la un număr mare de cicluri plastice;
- se dimensionează corespunzător elementele și secțiunile care trebuie să rămână elastice în cadrul mecanismului de cedare (de exemplu stâlpii la mecanismele globale).

O astfel de abordare conceptuală asigură o comportare ductilă la acțiunile seismice foarte puternice.

Verificarea de ductilitate se face comparând ductilitatea necesară D_n rezultată din relația (1.9) cu ductilitatea capabilă D_c determinată la nivel de element. Starea limită ultimă este satisfăcută dacă:

$$\boxed{D_c \geq D_n} \quad (1.17)$$

1.5.2. Metode de calcul

Metodele de proiectare antiseismică se clasifică în funcție de modul cum este modelată acțiunea seismică, de fidelitatea modelului de calcul în raport cu caracterul spațial dinamic și neliniar al comportării structurale. Modele cele mai des utilizate sunt:

1.5.2.1. Metoda de proiectare curentă, obligatorie pentru toate construcțiile, transformă calculul dinamic și neliniar într-unul static elastic și liniar echivalent. Modul de folosire a acestor metode în cadrul verificării la cele trei stări limită este prezentat în tabelul 1.3.

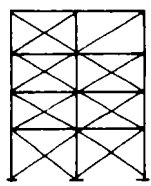
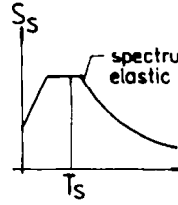
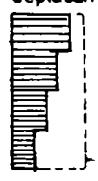
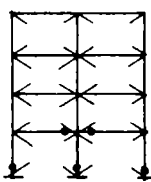
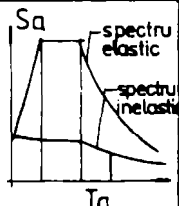
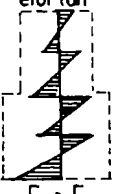
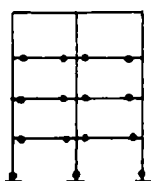
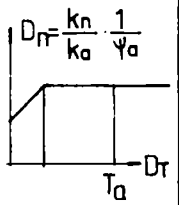
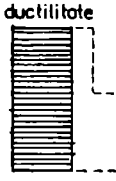
- Starea limită de serviciu. Calculul structurii se face pe baza schemei statice în care se ține seama și de panourile de umplură, iar elementele ce compun structura (grinzi, stâlpi, panouri) sunt nefisurate. Pe baza acestei scheme statice se determină perioada de vibrație a structurii T_s . Pentru această perioadă, încărcările se stabilesc pe baza spectrului de proiectare elastic calibrat la acțiunile reduse corespunzătoare stării de serviciu. Se determină deplasările relative de nivel și se compară cu cele limită corespunzătoare panourilor de umplură, prevăzute în normele de calcul.

- Starea limită de avariere. Calculul structurii se face pe baza schemei statice în care panourile de umplură au cedat, iar elementele structurale sunt fisurate. Perioada de vibrație determinată pe această schemă este T_a , mai mare decât cea de serviciu, din cauza avarierii structurii. Pentru această perioadă se efectuează un calcul elastic pentru spectrul de proiectare calibrat la acțiunile corespunzătoare stării de avariere, reduse cu coeficientul ψ .

$$S_a = \psi S_{ea} \quad (1.18)$$

S_a fiind încărcarea de calcul corespunzătoare stării limită de avariere, iar S_{ea} încărcarea elastică rezultată din spectrul elastic calibrat la accelerațiile corespunzătoare stării limită de avariere.

Tabelul 1.3. Principiile metodei de proiectare curentă

	STAREA LIMITA	STRUCTURA	INCARCARILE	CALCULUL STRUCTURII	VERIFICARE
1	SERVICIU			<ul style="list-style-type: none"> ● static elastic ● elementele structurale nefisurate. ● elementele nestructurale neavariate. 	 $d_r < d_i$
2	AVARIERE			<ul style="list-style-type: none"> ● static elastic echivalent ● elementele structurale fisurate ● elementele nestructurale avariate 	 $E_e > E_n$
3	ULTIMA			<ul style="list-style-type: none"> ● calculul de mecanism plastic ● articulatii plastice ● elemente nestructurale avariate 	 $D_c > D_n$

Pentru calculul static se pot folosi momente de inerție reduse în funcție de tipul elementului (grinzi, stâlpi), coeficientul de reducere utilizat, nivelul de încărcare, prezentate în tabelul 1.4. (Pauley, 1996). Se menționează că sunt indicate numai reducerile corespunzătoare momentelor de inerție la încovoiere, fără a fi luate în considerare și cele de răsucire, pentru că se efectuează numai un calcul plan.

Tabelul 1.4 Momentele de inerție reduse

Tipul elementului	Coeficientul de reducere ψ		
	0,80	0,33	0,17
1. <u>Grinzi</u>			
— secțiuni drepte	I	0,70 I	0,40 I
— secțiuni T, L	I	0,60 I	0,35 I
2. <u>Stâlpi</u>			
N/RA \geq 0,5	I	0,90 I	0,80 I
N/RA = 0,2	I	0,80 I	0,60 I
întindere	I	0,70 I	0,40 I

● Starea limită ultimă. Schema de calcul este cea corespunzătoare colapsului structurii, articulațiile plastice formându-se la toate nivelurile astfel ca să se obțină mecanismul de cedare. Ductilitatea necesară se determină ținându-se seama de raportul accelerațiilor corespunzătoare stărilor limită și de avariere.

$$D_n = \frac{k_u}{k_s} \frac{1}{\psi_a} \quad (1.19)$$

Aceasta se compară cu ductilitatea capabilă a elementelor componente.

1.5.2.2. Metoda de calcul static neliniar (de tip push – over)

efectuează un calcul static neliniar geometric și mecanic, pas cu pas, în care se evidențiază ordinea apariției articulațiilor plastice, precum și ieșirea din lucru a diferitelor panouri de umplură (figura 1.14).

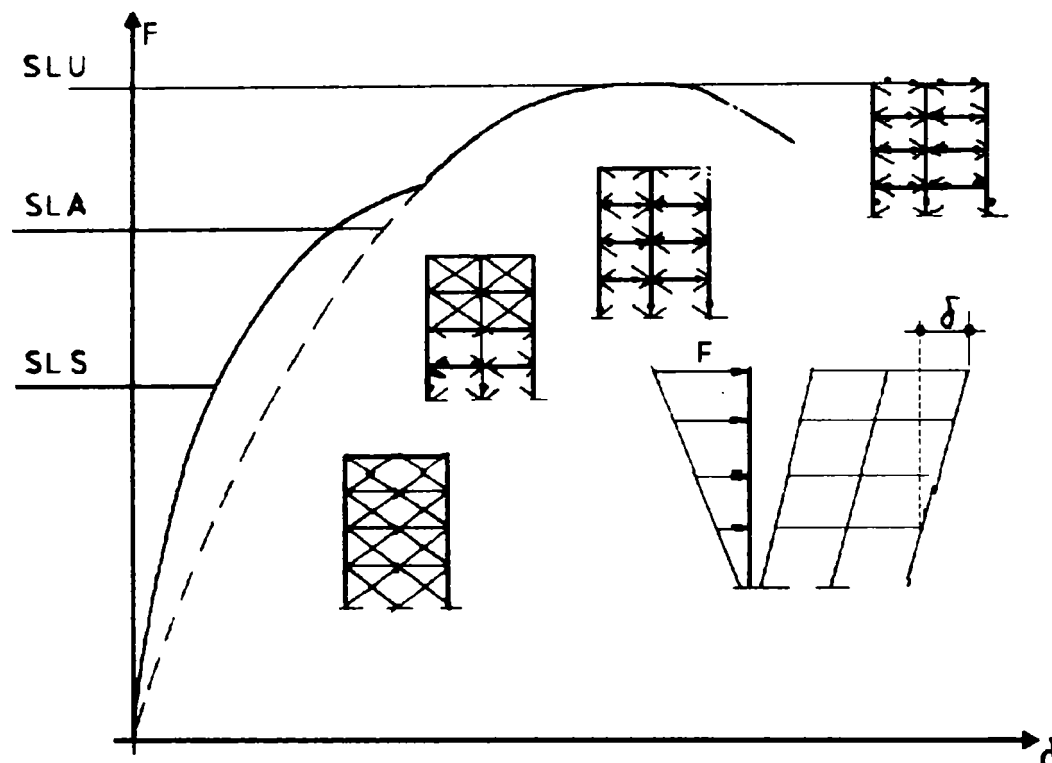


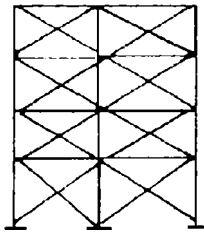
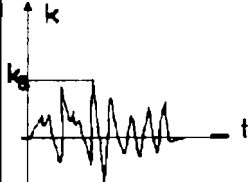
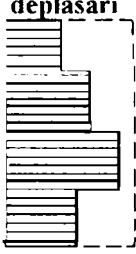
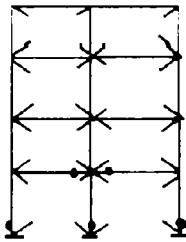
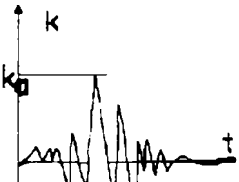
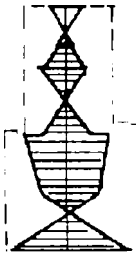
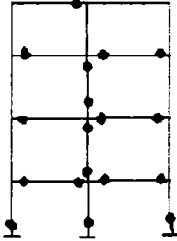
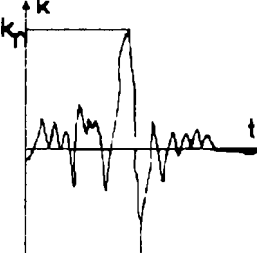
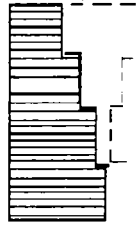
Figura 1.14 Apariția articulațiilor plastice în structură și ieșirea din lucru a panourilor de umplură
Plastic hinges accurence in the structure and damage of infilled panels

Calculul se face pas cu pas considerând o distribuție, de obicei liniară a încărcărilor, trecând succesiv prin starea limită de serviciu (când toate elementele structurii și panourile nestructurale sunt intacte), starea limită de avariere (când se formează articulații plastice și o parte a panouri ies din lucru) și starea limită ultimă (când se formează mecanismul de cedare). Comparând deformația, eforturile și ductilitatea corespunzătoare stărilor limită determinate pentru cadrul considerat, cu cele ce rezultă din accelerațiile de serviciu, avariere sau ultimă, se pot stabili condițiile de satisfacere a criteriilor de verificare.

1.5.2.3. Metoda de calcul dinamic neliniar (de tip time – history) este

cea mai avansată metodă de calcul și se bazează pe integrarea pas cu pas a ecuațiilor de mișcare, provenite dintr-o accelerogramă înregistrată sau artificială. Principiile metodei sunt prezentate în tabelul 1.5.

Tabelul 1.5 Principiile metodei calcului dinamic nelinier

	STAREA LIMITA	STRUCTURA	ACCELEROGRAMA	CALCULUL STRUCTURII	VERIFICARE
1	SERVICIU			<ul style="list-style-type: none"> ● dinamic elastic ● elemente structurale nefisurate ● elemente neavariate 	<p>deplasari</p>  <p>$d_r < d_l$</p>
2	AVARIERE			<ul style="list-style-type: none"> ● dinamic elastic-plastic ● elemente structurale fisurate ● elemente n structural avariate 	<p>eforturi</p>  <p>$E_c > E_n$</p>
3	ULTIMA			<ul style="list-style-type: none"> ● dinamic elastic plastic ● verificarea mecanismului format ● elemente nestructurale avariate 	<p>ductilitate</p>  <p>$D_c > D$</p>

Schemele structurale corespunzătoare fiecărei stări limită sunt aceleași ca pentru celelalte metode de calcul. Accelerogramele fiecărei stări limită se scalează la valorile k_s , k_a , k_u propuse în tabelul 1.2. La starea limită de serviciu se face verificarea ca în structură să nu apară nici o articulație plastică și panourile de umplutură să nu se fisureze. Dacă aceste condiții sunt satisfăcute, se face verificarea de deplasări relative. Pentru starea limită de avariere se face verificarea să nu se formeze un mecanism plastic local sau global. Dacă și această condiție este satisfăcută, se face verificarea eforturilor din structură. La starea limită ultimă se analizează formarea mecanismului de cedare, care trebuie să fie unul din cele prezentate în figura 1.13 ca recomandat sau acceptat. În caz că mecanismul format este corespunzător, se face verificarea de ductilitate.

1.6. Calculul structurilor spațiale

1.6.1. Caracteristicile răspunsului spațial

Paragrafele precedente s-au referit la structuri planare. Dar în realitate o structură complexă este spațială și pentru a se comporta corespunzător la acțiuni, care și ele sunt spațiale, trebuie să fie satisfăcute următoarele criterii:

- regularitate în plan și în elevație;
- rigiditate, rezistență și ductilitate corespunzătoare după ambele direcții;
- rigiditate, rezistență și ductilitate la torsiune;
- efect de diafragmă orizontală a planșelor;
- fundații corespunzătoare efectului spațial al mișcării seismice.

Din condiții obiective aceste condiții nu pot fi satisfăcute în toate cazurile. Consecințele nerespectării acestor condiții sunt prezentate în tabelul 1.6 (EC8)

Tabelul 1.6 Efectele neregularității structurale

Regularitate		Simplificări admise		Tipul torsiunii	
în plan	în elevație	model	calcul	accidentală	structurală
da	da	plan	simplificat ¹⁾	da	nu
da	nu	plan	multi – modal ^{1,2)}	da	da
nu	da	spațial	multi – modal ³⁾	da	da
nu	nu	spațial	multi – modal ⁴⁾	da	da

1) Calculul plan trebuie să țină seama de torsiunea accidentală, elementele depărtate de centrul de greutate trebuie să fie calculate la solicitări multiplicare cu factorul

$$\delta = 1 + 0.6 \frac{x}{L_e} \quad (1.20)$$

x fiind distanța elementului considerat de la centrul de greutate, iar L_e distanța dintre cele două elemente marginale.

2) Analiza multi – modală se referă la considerarea modurilor superioare de vibrație a axei verticale a cadrului.

3) Analiza multi – modală se referă la considerarea vibrațiilor după cele două axe și de rotație. Din cauza regularității pe verticală pot fi folosite rezultatele obținute pe un model cu un singur nivel.

4) Analiza multi – modală trebuie să considere toate formele de vibrație atât după axa verticală cât și cele din plan orizontal.

Din analiza cazurilor prezentate în tabelul 1.6 se constată că, în urma conformării structurale spațiale, pot să apară două tipuri de torsiuni:

- torsiunea accidentală care este prezentă la toate tipurile de structuri, fiind independentă de conformarea structurii;
- torsiunea structurală, care apare la structurile neregulate în plan și elevație.

Merită subliniat faptul că, nu cu mult timp înaintea, o abordare spațială de tipul celei din tabelul 1.6 nu era posibilă, din cauza dificultăților de calcul analitic. Dezvoltarea

calcului automat bazat pe utilizarea calculatoarelor foarte puternice și elaborarea unor programe de calcul foarte eficiente au făcut posibilă o abordare spațială, în care torsiunea generală a structurii joacă un rol primordial. Această nouă metodologie de calcul ridică însă probleme noi care vor fi discutate în paragrafele următoare.

1.6.1.1. Torsiuni accidentale la structuri regulate

Factorii care pot produce torsiuni la structurile regulate în plan, sunt prezentați în tabelul 1.7.

Ei sunt:

- Efectele undelor de suprafață. Datorită trecerii undelor de suprafață de tip Love și Reyleigh pot apare în lungul structurii acțiunii seismice în direcții contrare ce produc torsiuni în structură. În calculele obișnuite se consideră că acțiunile seismice acționează uniform în lungul construcției. Efectul încercărilor asincrone este important mai ales la structurile lungi, fondate pe terenuri slabe, la care vitezele de parcurs sunt reduse și lungimile de undă sunt de același ordin de mărime cu lungimea structurii.

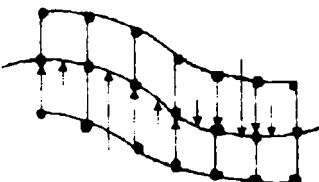
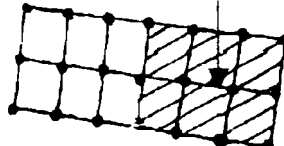
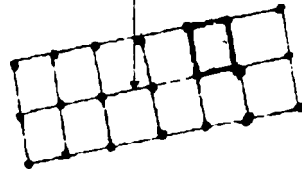
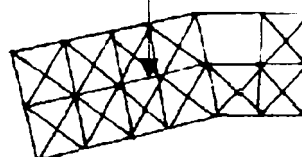
- Concentrarea neuniformă a unor încărcări. Calculul obișnuit consideră încărcările uniform distribuite pe întreg planșeul. În realitate pot exista distribuții neuniforme, în special la încercările utile, la construcțiile civile, depozite, clădiri industriale etc.

- Distribuția neregulată a rigidităților. Din cauza dificultăților de calcul, în marea majoritate a calculelor se neglijează efectul panourilor de umplutură a cadrelor, executate de obicei din zidărie de cărămidă, BCA, sau alte materiale cu comportare fragilă după rupere. În starea limită de serviciu, aceste panouri sunt active, măbind rigiditatea structurii și implicit și forțele seismice. O distribuție neregulată a acestor panouri poate introduce torsiuni semnificative în structură. Problema devine mai complicată la starea limită de avariere, pe măsură ce aceste panouri ies din lucru prin fisurarea diafragmelor întinse și avarierea pronunțată. O analiză exactă a evoluției avariilor este greu de efectuat, dar trebuie avută în vedere situația că avarierea unor panouri în timp ce altele rămân întregi, poate duce la torsiuni importante. În faza finală ultimă se consideră că toate panourile sunt avariate și structura devine din nou regulată.

- Neregularități în efectul de diafragmă a planșeului. Datorită unor motive funcționale, este inevitabilă prevederea de goluri mari în planșeele clădirii. Este vorba de puțuri de ventilație, curți interioare, goluri pentru ascensoare, casa scării etc., care afectează modul de transmitere a acțiunilor la elementele verticale ale structurii. Chiar și prezența podestelor și rampelor de scară poate constitui surse de modificări ale acțiunii de

diafragmă a planșeului. Existența unor asemenea goluri în planșeu pot introduce torsiuni importante.

Toate aceste aspecte sunt foarte greu de cuantificat și de aceea în proiectare se introduce efectul lor ca o excentricitate accidentală ce depinde de lungimea construcției: mai mare la construcțiile lungi și mai mică la cele scurte.

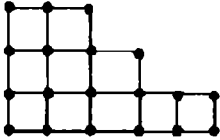
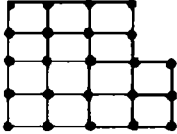
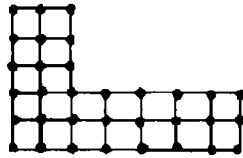
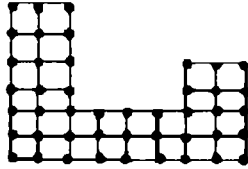
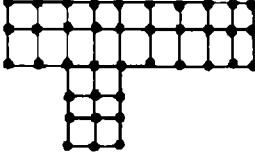
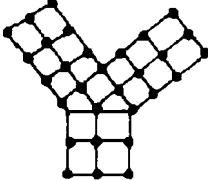
No	FACTORUL	EFFECTUL
1	TRECEREA UNDELOR DE SUPRAFAȚA ÎN LUNGUL CONSTRUCȚIEI	
2	CONCENTRAREA NEUNIFORMĂ A UNOR ÎNCĂRCĂRI	
3	DISTRIBUȚIA NEREGULATĂ ALE UNOR RIGIDITĂȚI	
4	NEREGULARITĂȚI ÎN EFECTUL DE DIAFRAGMĂ A PLANȘEULUI	

Tabelul 1.7 Factorii care produc torsiuni accidentale

1.6.1.2. Torsiuni structurale la structuri cu asimetrie structurală

În mod inevitabil la unele construcții apar asimetrii structurale din cauza necoincidenței centrului maselor cu cel de rigiditate. Este cazul cel mai frecvent al clădirilor situate pe colțuri de amplasamente, când soluțiile arhitecturale impun structuri asimetrice. Cele mai obișnuite cazuri de asimetrie structurală sunt prezentate în tabelul 1.8. Normative de proiectare recomandă ca în aceste cazuri să fie introduse rosturi seismice astfel ca tronsoanele obținute să fie simetrice.

Tabelul 1.8 Structuri cu asimetrie structurală

TIPUL ASIMETRIEI	DENUMIRE	FORMA IN PLAN
CONTURURI ASIMETRICE	IESINDURI	
	INTRANDURI	
PLANURI ASIMETRICE	L	
	U	
	T	
	Y	

Dar nu în toate cazurile această rostuire este posibilă și este foarte important ca proiectantul de structuri să cunoască efectele torsiunii și să poată aprecia până la ce nivel asimetria poate fi acceptată fără cheltuieli suplimentare importante.

Problema esențială a calcului spațial al structurilor asimetrice este cuplarea vibrațiilor de deplasare după cele două direcții cu vibrația de torsiune, care mărește efectele de torsiune. Figura 1.15 arată creșterea excentricităților structurale datorită acestor cuplări.

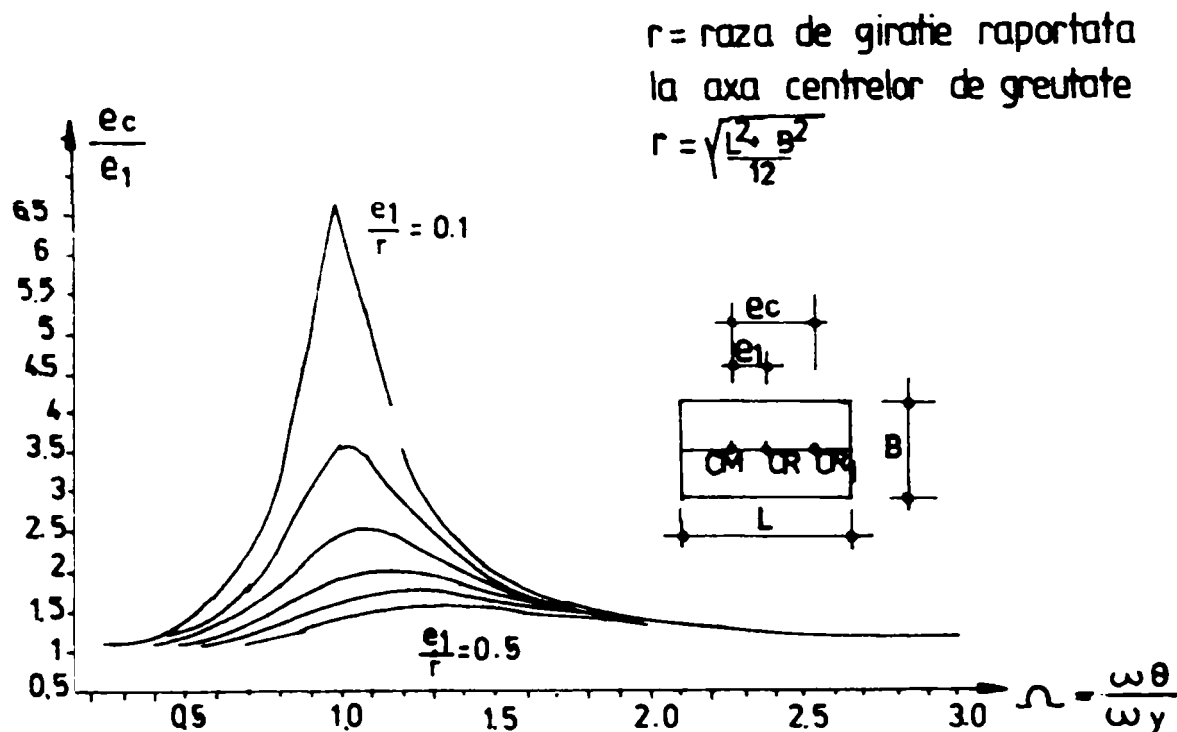


Figura 1.15 Creșterea excentricităților structurale datorate cuplării modurilor de vibrație
 Increasing of structural eccentricity due to coupled of vibration modes

Dacă nu există cuplare ($\Omega \neq 1$) excentricitatea este egală cu cea structurală, dar pentru valori apropiate ale celor două pulsații ($\Omega \approx 1$) excentricitatea crește foarte mult, datorită fenomenului de rezonanță, în special pentru excentricitățile inițiale mici (Bertero și Bertero, 1992). Normativul P100/1992 nu ia în considerare această creștere, pe când EUROCODE 8 introduce o excentricitate adițională ce ține seama de efectul de cuplare a celor două oscilații. O prezentare mai detaliată va fi făcută în cadrul capitolului 4.

1.6.2. Răspunsul spațial al structurilor

Răspunsul spațial al structurilor este deosebit de complex și prezintă numeroase probleme nerezolvate corespunzător până în prezent. Dacă se examinează comportarea structurilor spațiale la cele trei stări limită se constată următoarele aspecte (Figura 1.16).

a) Starea limită de serviciu (fig. 1.16 a). La accelerațiile corespunzătoare acestei stări limită toate panourile de umplură trebuie să fie active și elementele structurii sunt nefisurate. Calculul trebuie să se facă în stadiul elastic, ținându-se seamă de excentricitățile structurale și accidentale.

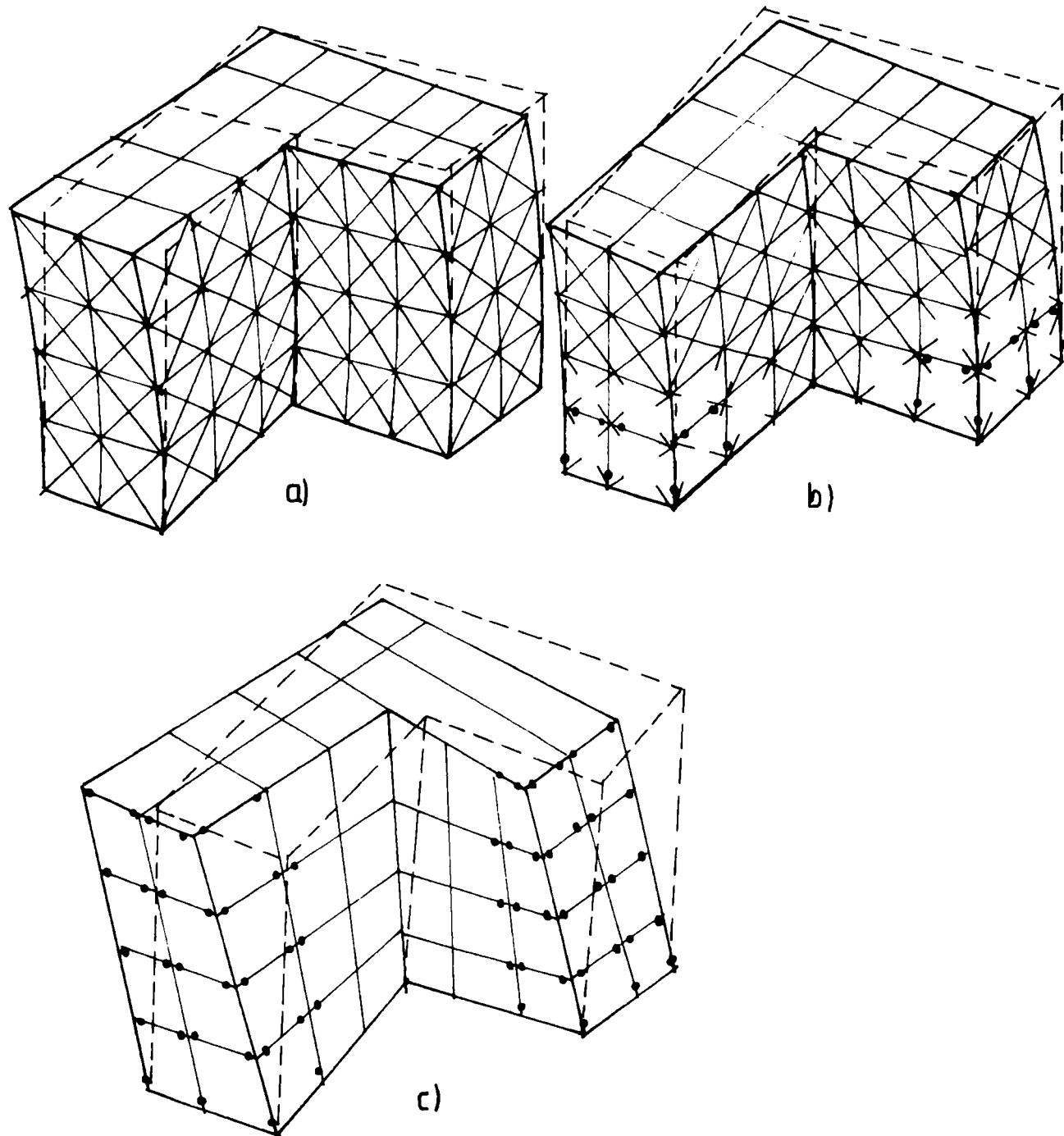


Figura 1.16 Comportarea structurilor spațiale în cele trei stări limită:

Spatial structure behavior for the three limit states

a – starea limită de serviciu b – starea limită de avarie c – starea limită ultimă

b) Starea limită de avariere (fig. 1.16 b) trebuie să țină seama de faptul că o parte din panouri sunt ieșite din lucru, iar în elementele structurii, stâlpi și grinzi, se produc articulații plastice ce lucrează pe două direcții. Calculul se face în stadiul plastic, pe baza unor metodologii speciale ce va fi discutat în capitolul 4.

c) Starea limită ultimă (fig. 1.16 c), când la cadrele de la capetele structurii se formează mecanisme de cedare. Datorită faptului că nu la toate cadrele s-au format mecanisme plastice, comportarea cadrului este foarte complexă.

Programele de calcul actuale nu permit efectuarea de calcule spațiale decât în domeniul elastic. Programul DREIN-2D, cu care se efectuează calculele time – history, este valabil numai pentru cadrele plane. Programul DREIN-3D nu este operabil până în prezent în țara noastră.

De aceea este deosebit de important de a elabora o metodologie adecvată care să transfere un calcul spațial la unul plan, astfel ca să fie folosite și metodele de tip pusle-over sau time – history.

1.7. Concluzii privind efectele torsiunii la structurile din beton armat

Primul capitol a avut drept scop reliefaarea principalelor probleme care apar la un calcul spațial, în care efectele torsiunii joacă un rol extrem de important. Din analiza făcută au rezultat următoarele concluzii principale:

— introducerea calculului automat și elaborarea unor programe de calcul performante au permis o abordare spațială a calculului seismic simplificat, în studiul elastic, ceea ce nu era posibil cu metodele de calcul tradiționale;

— calculul spațial a evidențiat rolul torsiunii ca solicitare principală de care trebuie să se țină seama la conformarea structurii. S-au evidențiat tipurile de torsiuni ce iau naștere, torsiuni accidentale și torsiuni structurale, și factorii care produc aceste torsiuni;

— deoarece efectele fisurării elementelor de beton armat și a panourilor de umplură reduc foarte mult rigiditatea structurii, pentru un calcul coerent trebuie să fie introduse mai multe nivele de verificare: starea limită de serviciu, în care structura și elementele structurale sunt neafectate, starea limită de avariere, când elementele importante sunt ieșite din lucru și structura este puternic fisurată și starea limită ultimă, când s-a format mecanismul de cedare;

— datele existente se referă, în mare măsură, la secțiunile încovoiate și la comportarea structurilor la solicitări ce produc încovoieri. Există foarte puține elemente specifice pentru proiectarea curentă, care să se refere la efectele torsiunii. De exemplu reducerea rigidității la torsiune, ca urmare a fisurării și încovoierii, lipsește din indicațiile pentru proiectarea curentă;

— metodele actuale de calcul spațial nu permit efectuarea unor calcule neliniare de tip push-over sau time-history. De aceea trebuie elaborate metode simplificate care să țină seama de deformațiile plastice ale structurilor spațiale.

1.8. Conținutul tezei

Având în vedere aspectele prezentate mai sus, teza a încercat să rezolve unele probleme specifice de proiectare.

Capitolul 1, “ELEMENTE GENERALE” face o trecere în revistă a problemelor actuale ale calcului seismic și propune o metodă coerentă pentru calculul structurilor de beton armat în care verificările se fac la trei stări limită, de serviciu, de avariere și ultimă. În fiecare din aceste stări limită, structura are o altă conformare structurală, ținându-se seama de fisurarea elementelor, formarea articulațiilor plastice, prezența elementelor nestructurale. La starea limită de serviciu se face o verificare de deplasări relative, la cea de avariere, verificarea se referă la rezistența secțiunilor, iar la starea ultimă se verifică ductilitatea structurii. Pentru seismele caracteristice țării noastre se propun accelerații de verificare în funcție de stările limită considerate. Se prezintă principalele metode de calcul utilizate la proiectarea structurilor: metoda calcului static elastic echivalent, metoda calcului static neliniar, metoda calcului dinamic neliniar. Se subliniază faptul că în prezent numai prima metodă este operativă pentru calculul spațial. Prezentarea criteriilor de conformare spațială evidențiază tipurile de torsiuni ce pot să apară la structurile din beton armat: torsiunile accidentale și factorii care pot să producă aceste torsiuni și torsiunile structurale apărute ca urmare a formei neregulate în plan a construcției.

Capitolul 2, “TORSIUNEA ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT”, având în vedere că la elementele de construcții, prezența torsiunii se manifestă mai ales sub forma solicitărilor combinate torsiune – încovoiere sau torsiune – încovoiere – tăiere, abordează studiul teoretic al interacțiunii acestor solicitări.

Se prezintă aspectele teoretice ale torsiunii secțiunilor din beton armat cu comportare perfect elasto - plastică și câteva metode de calcul ale acestora, pentru ca apoi să se facă o trecere în revistă a aplicațiilor teoriilor elasticității și plasticității, la calculul elementelor din beton armat solificate la torsiune, făcându-se referire îndeosebi la rigiditatea elementelor solificate la torsiune și torsiune cu încovoiere.

În urma studiului parametric al rigidității la torsiune se propune proiectanților un tabel cu valori ale raportului $\frac{K''}{K'}$.

În finalul capitolului se face o trecere de la element spre structură studiindu-se influența rigidității la torsiune la rețele de grinzi.

Capitolul 3, “TORSIUNEA STRUCTURILOR DIN BETON ARMAT”, în prima lui parte, prezintă aspecte ale modelării structurilor din beton armat aflate sub efectul torsiunii datorate atât excentricităților structurale cât și accidentale. În acest sens se sintetizează prevederile normelor de proiectare existente și totodată cercetările făcute pentru îmbunătățirea normelor de proiectare. Printr-o trecere în revistă a principalelor

rezultate prevăzute în literatură se face o incursiune în domeniul plastic, studiindu-se comportarea limită a structurilor torsionate.

Capitolul 4, **“STUDII PARAMETRICE PRIVIND TORSIUNEA ACCIDENTALĂ LA CONSTRUCȚII CU SIMETRIE STRUCTURALĂ”**, se referă la câteva situații prezentate în capitolul precedent. Astfel studiul se face direct, modelând o structură lamelară simetrică în așa fel încât să reiasă influența efectului de rotație a bazei structurii datorită “propagării de undă”, sau efectul dispunerii asimetrice a maselor și totodată a zidărilor de compartimentare și nu în ultimul rând efectul dispunerii în diferite poziții a golului în planșee. Aceste studii parametrice sunt făcute în metoda S.L.A. (starea limită de avarie), după ce în prealabil s-a făcut un studiu comparativ între cele două stări S.L.S. (starea limită de serviciu) și S.L.A.

Capitolul 5, **“STUDII PARAMETRICE PRIVIND TORSIUNEA LA CONSTRUCȚII CU ASIMETRIE ÎN PLAN”**, se referă doar la câteva situații ale asimetriei structurale prezentate în capitolul precedent. De data aceasta se modelează o structură în formă de L, evidențiindu-se pe aceasta diferența clară între S.L.S. și S.L.A. Considerând structura în S.L.A., se studiază influența asimetriei structurii (raportului între lungimea laturilor L-ului).

Capitolul 6, **“CONCLUZII ȘI PRINCIPALELE CONTRIBUȚII ALE TEZEI”**, sintetizează rezultatele obținute privind efectul torsiunii la elementele și structurile din beton armat. Se evidențiază principalele contribuții aduse de teza de doctorat la rezolvarea acestor aspecte.

2

Torsiunea elementelor din beton armat

2.1. Elemente teoretice

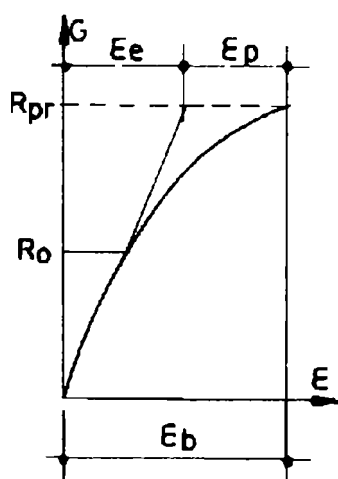
La elementele de construcții, prezența torsiunii se manifestă mai ales sub forma solicitării combinate torsiune – încovoiere, sau torsiune – încovoiere – tăiere .

Prezența solicitării compuse torsiune – încovoiere într-un număr tot mai mare de structuri moderne de rezistență, determină tot mai mulți cercetători să abordeze studiul interacțiunii celor două solicitări.

Torsiunea elementelor din beton armat prezintă aspectele teoretice ale torsiunii secțiunilor cu comportare perfect elasto-plastică. Se prezintă ecuațiile generale ale torsiunii pure și ale interacțiunii torsiune-încovoiere și forță tăietoare, iar ca aplicație se determină rigiditatea la torsiune și torsiune cu încovoiere.

Comportarea elementelor din beton armat supuse unor astfel de solicitări este direct legată de comportarea celor două materiale componente: oțel și beton.

Astfel la calculul secțiunilor din beton solicitate la încovoiere cu sau fără efort axial, Filimon (1979) adoptă următoarea diagramă $\sigma - \epsilon$ (fig.2.1)



ϵ_e reprezintă deformațiile elastice

ϵ_p reprezintă deformațiile plastice

ϵ_b reprezintă deformațiile totale

Se poate considera în mod simplificat că diagrama $\sigma - \epsilon$ este o linie dreaptă până la un efort unitar egal cu R_0

Figura 2.1. Diagrama simplificată $\sigma - \epsilon$ pentru încercări de scurtă durată

Simplified $\sigma - \epsilon$ diagram for short duration loadings

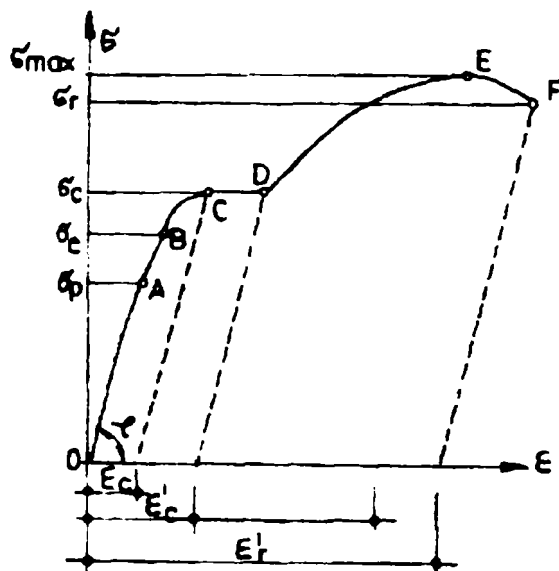
Pentru oțel, același autor a pus în evidență proprietățile fizico-mecanice prin curba $\sigma - \epsilon$ (fig.2.2), prezentând mai multe zone delimitate prin puncte caracteristice în ceea ce privește valoarea eforturilor unitare și a deformațiilor specifice.

Limita de proporționalitate, σ_p , definește porțiunea până la care deformările sunt proporționale cu eforturile unitare, pe această zonă materialul ascultând de legea lui Hooke.

Peste limita de proporționalitate, oțelul prezintă încă o elasticitate neliniară până la limita de elasticitate σ_e .

Limita de curgere σ_c definește zona de curgere C – D în care se dezvoltă deformări plastice. Porțiunea D – E din diagramă este denumită ca zonă de consolidare.

Curba caracteristică înregistrează un maximum în punctul E, σ_{\max} , după care, datorită găturii epruvetei, ruperea are loc la σ_r .



ε_c deformațiile la începutul curgerii

ε_c' deformațiile la sfârșitul curgerii

ε_r alungirea specifică la rupere

Figura 2.2 Curba caracteristică a oțelului moale
Characteristic curve for mild steel

2.1.1. Torsiunea elastică a barelor prismatice

2.1.1.1. Torsiunea elastică a barelor cu secțiune necirculară și circulară

Mateescu (1972) a studiat problema răsucirii barelor prismatice sau cilindrice oarecare în funcție de deplasări, folosind metoda inversă a lui Saint – Venant pentru ecuațiile lui Lamé. Rezultă:

$$\begin{aligned} (\lambda+G)\frac{\partial \varepsilon \nu}{\partial x} + G\nabla^2 u + \zeta x &= 0 \\ (\lambda+G)\frac{\partial \varepsilon \nu}{\partial y} + G\nabla^2 \nu + \zeta y &= 0 \\ (\lambda+G)\frac{\partial \varepsilon \nu}{\partial z} + G\nabla^2 w + \zeta z &= 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Acestea se vor atașa condițiilor de suprafață:

$$\begin{aligned} P_{xv} &= \sigma_x \cos(v,x) + \tau_{xy} \cos(v,y) + \tau_{xz} \cos(v,z) \\ P_{yv} &= \tau_{xy} \cos(v,x) + \sigma_y \cos(v,y) + \tau_{yz} \cos(v,z) \\ P_{zv} &= \tau_{xz} \cos(v,x) + \tau_{yz} \cos(v,y) + \sigma_z \cos(v,z) \end{aligned} \tag{2.2}$$

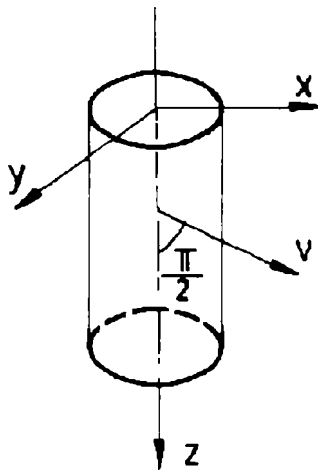


Figura 2.3 Unghiul drept între \vec{v} și \vec{z} pentru o bară cilindrică
Right angle between \vec{v} and \vec{z} for a cylindrical bar

Studiind condițiile de suprafață 2.2, pentru cilindrul din fig. 2.3, se constată că pentru suprafața laterală, care prin datele problemei este liberă de sarcini $P_{xv} = P_{yv} = P_{zv} = 0$. Pe această suprafață avem $\cos(v,z) = \cos 90^\circ = 0$.

Primele două condiții (2.2) devin identități, iar cea de a treia condiție capătă forma:

$$\tau_{xz} \cos(v,x) + \tau_{yz} \cos(v,y) = 0 \tag{2.3}$$

Sensul acestei condiții este impus de direcția \vec{v} ; dacă se notează cu τ efortul unitar tangențial total în punctul dat, atunci:

$$\begin{aligned} \tau_{xz} &= \tau \cos(t,x) \\ \tau_{yz} &= \tau \cos(t,y) \end{aligned} \tag{2.4}$$

De aici (2.3) devine :

$$\tau [\cos(t,x) \cos(v,x) + \cos(t,y) \cos(v,y)] = 0 \tag{2.5}$$

ceea ce înseamnă că:

$$\tau \cos(t,v) = 0 \quad \text{adică} \quad \cos(t,v) = 0 \tag{2.6}$$

Prin urmare efortul unitar tangențial în dreptul conturului secțiunii, este dirijat după direcția tangentei la contur; această condiție curge din legea parității eforturilor tangențiale, având în vedere că suprafața laterală este neîncărcată.

Pentru a exprima condiția de contur folosind funcția φ , se consideră o secțiune transversală printr-o bară oarecare necirculară (fig.2.4).

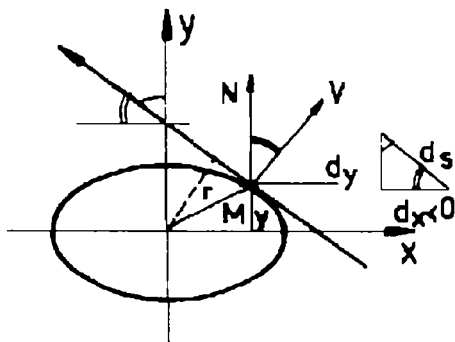


Figura 2.4 Secțiune transversală printr-o bară necirculară
Cross section for a noncircular bar

Pentru a rezolva problema răsucirii, în completarea funcției $\varphi(x,y)$ se introduce o nouă funcție armonică $\psi(x,y)$ legată de prima, prin condițiile Cauchy-Riemann (Mateescu, 1972).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} &= -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \tag{2.7}$$

$$\psi(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{2} + C \quad (2.8)$$

unde C este o constantă de integrare.

Problema răsucirii barelor necirculare este rezolvată dacă se găsește o funcție φ sau ψ care să satisfacă în interior ecuația lui Laplace $\nabla^2 \varphi = 0$, iar pe contur să ia valorile (2.8).

Prandtl a introdus o nouă funcție:

$$\phi = CG\theta \quad (2.9)$$

unde C este o constantă arbitrară.

Funcția ϕ este o funcție a eforturilor unitare, deoarece prin derivarea ei se obțin eforturile unitare tangențiale din secțiune.

Pentru completa rezolvare a problemei răsucirii, trebuie găsită și expresia momentului de răsucire M_t , funcție de eforturile unitare tangențiale (Mateescu, 1972:

$$M_t = \int_A (\tau_{yz} X - \tau_{xz} y) dA = - \int_A X \frac{\partial \theta}{\partial x} dA - \int_A y \frac{\partial \theta}{\partial y} dA \quad (2.10)$$

Operând integralele se va determina valoarea momentului de răsucire:

$$M_t = 2 \int_{(A)} \phi dA = 2CG\theta \int_{(A)} \left(\psi - \frac{x^2 - y^2}{2} \right) dA \quad (2.11)$$

unde s-a înlocuit funcția ϕ din (2.9).

Dacă se cunoaște momentul de răsucire, atunci se poate determina unghiul de răsucire specifică:

$$\theta = \frac{M_t}{GK}, \text{ unde } K = \int_A (2\psi - x^2 - y^2) dA \quad (2.12)$$

este funcție de dimensiunile și forma conturului și reprezintă caracteristica geometrică a secțiunii. GK este rigiditatea la răsucire a barei.

Se poate demonstra că ipoteza secțiunilor plane duce implicit la secțiunea circulară. Într-adevăr aplicând ipoteza secțiunilor plane:

$$w = \text{constant și } \varphi(x, y) = \text{constant}$$

din (2.7):

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = 0$$

prin urmare:

$$\psi(x, y) = C = \text{const.} \quad (2.13)$$

Introducând (2.13) în ecuația conturului (2.8) se ajunge la:

$$x^2 + y^2 = \text{const.} \quad (2.14)$$

care este ecuația unui cerc.

2.1.1.2. Metoda Saint-Venant. Cazul secțiunii dreptunghiulare

(Bezuhov - 1957)

Pentru rezolvarea cazurilor particulare Saint-Venant a imaginat o metodă pe baza legăturii între $\varphi(x, y)$ și $\psi(x, y)$ dată de relația (2.7) și a relației care determină conturul (2.8).

Se consideră o funcție analitică $f(z)$ de variabilă complexă:

$$z = x + iy \quad (2.15)$$

și se separă partea reală de cea imaginară:

$$f(z) = U(x, y) + i V(x, y) \quad (2.16)$$

Funcțiile U și V vor fi funcții armonice care satisfac condițiile Cauchy- Riemann:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} &= \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial U}{\partial y} &= -\frac{\partial V}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Considerând $U = \varphi$ și $V = \psi$, dacă:

$$\nu(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{2} + C \quad (2.18)$$

reprezintă o curbă închisă, ea va reprezenta conturul secțiunii barei, iar funcția U va fi funcția de răsucire astfel încât relația:

$$\omega = \theta U(x, y) \quad (2.19)$$

va da deplasările după direcția axei Z , adică va reprezenta deformarea secțiunii plane.

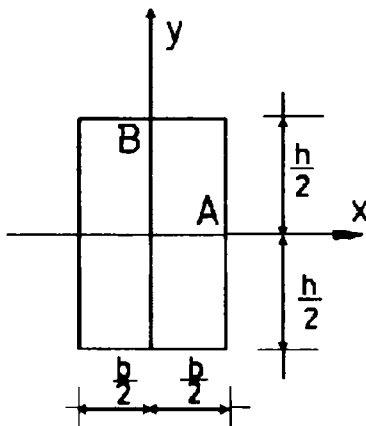


Figura 2.5 Secțiune transversală dreptunghiulară
Rectangular cross - section

Pentru cazul particular al secțiunii dreptunghiulare se consideră un dreptunghi cu dimensiunile b și h (fig 2.5).

Pentru început trebuie căutată funcția φ .

$$\varphi = XY \quad (2.20)$$

de unde:

$$\begin{aligned} x'' &= -\lambda^2 X \\ y'' &= \lambda^2 y \end{aligned} \quad (2.21)$$

Este convenabil a se introduce notația $\lambda = \frac{m\pi}{b}$,

unde m este un număr natural.

Pentru $m=0$ ecuațiile (2.21) devin:

$$\begin{aligned} x &= \alpha x + \beta \\ y &= \gamma y + \delta \end{aligned} \quad (2.22)$$

Introducând aceste expresii în relația (2.19), și păstrând doar termenii de gradul al II-lea și considerând $\alpha = \gamma = 1$ se obține:

$$\varphi_0 = xy \quad (2.23)$$

Pentru $m \neq 0$, soluțiile ecuațiilor (2.21) vor fi:

$$\begin{aligned} x &= C_m \sin \frac{m\pi x}{b} + C'_m \cos \frac{m\pi x}{b} \\ y &= D_m \operatorname{sh} \frac{m\pi y}{b} + D'_m \operatorname{ch} \frac{m\pi y}{b} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Însumând ecuațiile (2.23) și (2.24) și punând condiția $C'_m = 0$ pentru toate valorile lui m , se obține:

$$\varphi = xy + \sum C_m \sin \frac{m\pi x}{b} \left(D_m \operatorname{sh} \frac{m\pi y}{b} + D'_m \operatorname{ch} \frac{m\pi y}{b} \right) \quad (2.25)$$

constantele C_m, D_m, D'_m se vor alege astfel încât să fie satisfăcute condițiile de contur; aceste condiții cer, așa cum s-a văzut mai sus, ca eforturile unitare tangențiale să fie dirijate după tangenta la contur. Prin urmare, pe fețele laterale (fig. 2.5), pentru $x = \pm \frac{b}{2}$ va trebui conform ca:

$$\tau_{xy} = 0 \text{ sau } \frac{\partial \varphi}{\partial y} = y \text{ pe fețele laterale, pentru care } x = \pm \frac{b}{2} \quad (2.26)$$

$$\tau_{yx} = 0 \text{ sau } \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -x \text{ pe fața de sus și de jos, pentru care } y = \pm \frac{h}{2} \quad (2.27)$$

De aici se vede că relația (2.25) va fi satisfăcută pentru valorile impare ale lui m , căci pentru $x = \pm \frac{b}{2}$ avem:

$$\cos \left(\frac{m\pi x}{b} \right) = \cos \left(\pm \frac{m\pi}{2} \right) = 0$$

Pentru satisfacerea condițiilor (2.27) va trebui calculat din (2.25):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = x + \sum C_m \frac{m\pi}{b} \sin \frac{m\pi x}{b} \left(D_m \operatorname{ch} \frac{m\pi y}{b} + D'_m \operatorname{sh} \frac{m\pi y}{b} \right) \quad (2.28)$$

Introducând valorile $y = \pm \frac{h}{2}$, condiția (2.27) se poate scrie:

$$-2x = \sum C_m \frac{m\pi}{b} \left(D_m \operatorname{ch} \frac{m\pi h}{2b} \pm D'_m \operatorname{sh} \frac{m\pi h}{2b} \right) \sin \frac{m\pi x}{b} \quad (2.29)$$

pentru m impar.

Deoarece termenul al II-lea din paranteză are semne diferite, va trebui ca $D_m' = 0$; în plus se poate considera $D_m = 1$ și atunci condiția (2.29) devine:

$$-2X = \sum \beta_m \sin \frac{m\pi x}{b} \quad (2.30)$$

pentru m impar, unde:

$$\beta = C_m \frac{m\pi}{b} ch \frac{m\pi h}{2b} \quad (2.31)$$

Din (2.30) se vede că β_m sunt coeficienții seriei Fourier pentru funcția $-2X = \sum \beta_m \sin \frac{m\pi x}{b}$ pe intervalul $\left(-\frac{b}{2}, +\frac{b}{2}\right)$. Acești coeficienți se determină înmulțind

(2.30) cu $\sin \frac{m\pi}{2} = (-1)^{\frac{m-1}{2}}$; pentru m impar, se obține:

$$\frac{b}{2} \beta_m = -2 \int_{-b/2}^{+b/2} x \sin \frac{m\pi x}{b} dx = -\frac{4b^2}{\pi^2 m^2} (-1)^{\frac{m-1}{2}} = \frac{4b^2}{\pi^2 m^2} (-1)^{\frac{m+1}{2}} \quad (2.32)$$

sau

$$\beta_m = \frac{8b}{\pi^2 m^2} (-1)^{\frac{m+1}{2}} \quad (2.33)$$

Atunci din (2.31):

$$C_m = (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{8b^2}{\pi^3 m^3 ch \frac{m\pi h}{2b}} \quad (2.34)$$

Introducând (2.34) în (2.25) și ținând cont că $D_m = 1$ și $D_m' = 0$, se obține expresia finală a funcției răsucirii:

$$\varphi(x, y) = xy + \frac{8b^2}{\pi^3} \sum_{m=1,3,5,\dots} (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m^3 ch \frac{m\pi h}{2b}} \sin \frac{m\pi x}{b} sh \frac{m\pi y}{b} \quad (2.35)$$

Mai departe, folosind condițiile Cauchy-Riemann (2.7), se găsește funcția conjugată $\psi(x, y)$:

$$\psi(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{2} + \frac{8b^2}{\pi^3} \sum (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m^3 ch \frac{m\pi h}{2b}} \cos \frac{m\pi x}{b} ch \frac{m\pi y}{b} + C \quad (2.36)$$

unde C este o constantă oarecare.

Din (2.9) se poate găsi funcția eforturilor unitare, punând $C = \frac{b}{4}$ pentru ca funcția să fie nulă pe contur:

$$\phi(x, y) = G\theta \left[\frac{b^2}{4} - x^2 + \frac{8b^2}{\pi^3} \sum_{m=1,3,5,\dots} (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m^3 ch \frac{m\pi h}{2b}} \cos \frac{m\pi x}{b} ch \frac{m\pi y}{b} \right] \quad (2.37)$$

Pentru determinarea unghiului de răsucire specific funcției de moment de răsucire dat, se folosește relația (2.11). Integrând se ajunge la:

$$M_t = G\theta \left[\frac{b^3 h}{3} + \frac{64b^4}{\pi^5} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{m+1} \frac{1}{m^5} \operatorname{th} \frac{m\pi h}{2b} \right] = G\theta b^3 h \left[\frac{1}{3} - \frac{64}{\pi^5} \frac{b}{h} \sum_{m=1,3,5,\dots} \frac{1}{m^5} \operatorname{th} \frac{m\pi h}{2b} \right] \quad (2.38)$$

cu observația că semnul "-" s-a putut scoate în fața sumei deoarece pentru valori impare ale lui m , $(-1)^m = -1$.

Din (2.38) avem:

$$\theta = \frac{M_t}{Gb^3 h \alpha} = \frac{M_t}{GI_t} \quad (2.39)$$

$$\text{unde } I_t = \alpha b^3 h \quad (2.40)$$

este momentul de inerție la torsiune pentru o secțiune dreptunghiulară și unde:

$$\alpha = \frac{1}{3} - \frac{64}{\pi^5} \frac{b}{h} \sum_{m=1,3,5,\dots} \frac{1}{m^5} \operatorname{th} \frac{m\pi h}{2b} \quad (2.41)$$

Se vede că α depinde numai de raportul laturilor $\frac{b}{h}$ ale dreptunghiului. Pentru o secțiune dreptunghiulară lungă și îngustă $\left(\frac{h}{b} > 5\right)$, se poate considera $\frac{b}{h} = 0$ și atunci:

$$\alpha = \frac{1}{3} \cong 0.33.$$

Timoshenko (1930) propune pentru α o relație mai simplă decât (2.41):

$$\alpha = \frac{1}{3 + 1,8 \frac{b}{h}}$$

Oneț (1996) dă valoarea coeficientului α în funcție de raportul laturilor h/b pentru secțiunile dreptunghiulare:

Tabelul 2.1. Coeficientul α pentru calculul momentului de inerție la torsiune a secțiunilor dreptunghiulare

$\frac{h}{b}$	1	1,5	2	4	6	8	10	∞ (placă)
η	0.140	0.196	0.229	0.263	0.281	0.299	0.307	0.333

Pentru completa rezolvare a problemei, mai trebuie determinate eforturile unitare tangențiale prin derivarea funcției eforturilor unitare (2.37):

$$\tau_{xy} = G\theta \frac{8b}{\pi^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{m+1} \frac{1}{m^2} \frac{\operatorname{ch} \frac{m\pi h}{2b} \cos \frac{m\pi x}{b} \operatorname{sh} \frac{m\pi y}{b}}{\operatorname{ch} \frac{m\pi h}{2b}} \quad (2.42)$$

$$\tau_{yz} = G\theta \left[2x + \frac{8b}{\pi^2} \sum (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m^2 ch \frac{m\pi h}{2b}} \sin \frac{m\pi x}{b} ch \frac{m\pi y}{b} \right] \quad (2.43)$$

2.1.1.3. Analogia cu membrana (Timoshenko și alții – 1959)

Introducerea funcției eforturilor unitare de către Prandtl permite determinarea directă a eforturilor unitare din secțiune.

Funcția răsucirii $\varphi(x, y)$ și funcția conjugată $\psi(x, y)$ sunt funcții armonice, adică satisfac ecuația lui Laplace:

$$\nabla^2 \varphi = 0 \text{ și } \nabla^2 \psi = 0 \quad (2.44)$$

Trebuie verificat care ecuație diferențială satisface funcția eforturilor unitare $\phi(x, y)$. Din cele de mai sus putem scrie:

$$\begin{aligned} \tau_{yz} &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} = G\theta \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} - x \right) \\ \tau_{xy} &= \frac{\partial \varphi}{\partial y} = G\theta \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} - y \right) \end{aligned} \quad (2.45)$$

și de aici se poate elimina ψ și folosind a doua relație (2.44). Derivând se poate obține:

$$\nabla^2 \phi = -2G\theta \quad (2.46)$$

Deci funcția eforturilor unitare satisface ecuația diferențială a lui Poisson (2.45). Acestei ecuații trebuie să i se atașeze condiția de contur anterioară:

$$\phi = G\theta C \quad (2.47)$$

În cazul unei secțiuni simplu conexe constanta C se poate considera egală cu 0. Problema se reduce deci la integrarea ecuației lui Poisson cu condiția ca funcția să se reducă la 0 pe contur:

$$\phi = 0 \quad (2.48)$$

Dacă această problemă este rezolvată, atunci eforturile unitare se vor determina direct din relațiile (2.45).

Pentru metoda aratăată, Prandtl a propus o analogie, care reprezintă în același timp, o metodă experimentală pentru rezolvarea problemei răsucirii barelor indiferent de conturul secțiunii.

Se imaginează o membrană inextensibilă întinsă pe un contur elastic de aceeași formă cu conturul secțiunii date, întinderea membranei fiind egală după toate derivațiile

sale. Dacă i se aplică membranei o presiune uniformă p , membrana se va umfla într-o oarecare măsură datorită deformațiilor laterale ale conturului elastic. Aceste deformații sunt atât de mici în comparație cu săgeata Z a membranei încât pot fi neglijate.

Ecuția de echilibru a membranei a fost dată de Laplace și ea coincide cu ecuația folosită pentru calculul pereților subțiri având forma unui corp de rotație:

$$\frac{\sigma_1}{\rho_1} + \frac{\sigma_2}{\rho_2} = \frac{p}{h} \quad (2.49)$$

unde σ_1, σ_2 sunt eforturile unitare principale în pereți, ρ_1, ρ_2 , razele principale de curbura ale pereților, iar h grosimea pereților.

Ținând seama că întinderea membranei este uniformă, adică $\sigma_1 = \sigma_2$ și că $(\sigma_1 + \sigma_2)h = H$ reprezintă mărimea forței de întindere raportată la unitatea de lungime din secțiunea membranei, se ajunge la:

$$\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{p}{H} \quad (2.50)$$

Dacă umflarea este mică se poate scrie:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_1} &= \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \\ \frac{1}{\rho_2} &= \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (2.51)$$

unde z este ordonata suprafeței membranei. Se ajunge astfel la următoarea ecuație diferențială a suprafeței membranei:

$$\nabla^2 z = \frac{p}{H} \quad (2.52)$$

Relației (2.52) i s-a adăugat condiția de contur:

$$Z = 0 \quad (\text{pe contur}) \quad (2.53)$$

Comparând relațiile precedente se ajunge la analogia lui Prandtl și anume: dacă se alege forța de întindere a membranei H și presiunea p astfel încât :

$$\frac{p}{H} = -2G\theta \quad (2.54)$$

atunci:

$$Z = \phi \quad (2.55)$$

Prin urmare ordonata suprafeței membranei dă valoarea funcției eforturilor unitare în punctul dat al secțiunii, iar momentul de răsucire va fi egal, conform relației (2.55) cu dublul volumului limitat de suprafața membranei umflate și planul său inițial.

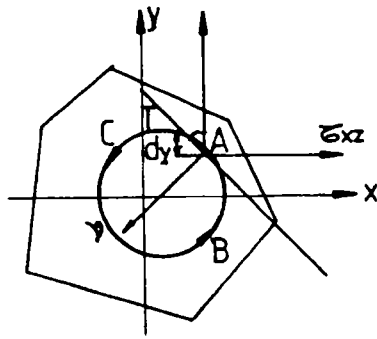


Figura 2.6 Repartiția eforturilor unitare tangențiale pentru o secțiune oarecare – analogia Prandtl

Tangential tensions distribution for a certain section – Prandtl analogy

Repartiția eforturilor unitare tangențiale pe secțiune poate fi de asemenea reprezentată cu ajutorul analogiei lui Prandtl: se duce într-un punct A al secțiunii (fig.2.6) un contur închis oarecare BC: se duce în punctul A tangenta AT și normala AV la contur. Proiecția efortului unitar total z din acest punct pe tangenta AT va fi:

$$z^{(T)} = \tau_{xz} \cos(\alpha, T) + \tau_{yz} \cos(\alpha, T) \quad (2.56)$$

sau

$$z^{(T)} = \frac{\partial \phi}{\partial \nu} \quad (2.57)$$

Aceasta este o generalizare a proprietății funcției eforturilor unitare, care arată că proiecția efortului unitar total pe o direcție oarecare T este egală cu derivata funcției după normala pe această direcție.

Dacă membrana se acționează cu o familie de plane echidistante (fig. 2.7) se obține o familie de contururi închise, care sunt linii de nivel. În orice punct al unei linii de nivel, $\frac{\partial \phi}{\partial T}$ după direcția tangentei este zero deoarece după această direcție ϕ este constant.

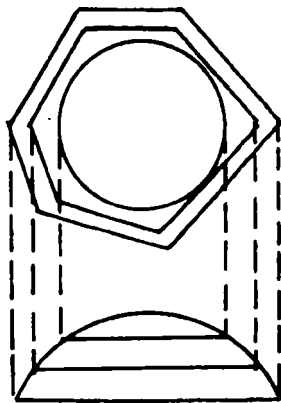


Figura 2.7 Analogia cu membrana
Membrane analogy

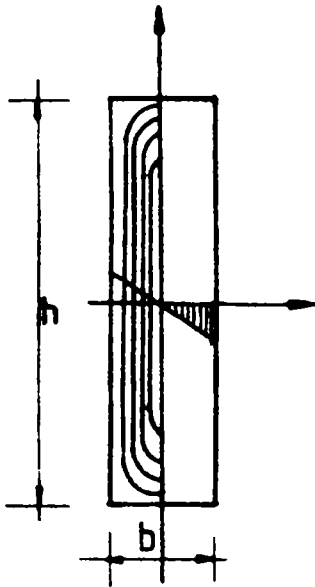
Din relația (2.57) se trage concluzia ca proiecția efortului unitar tangențial total după direcția normalei AV la linia de nivel este egală cu zero.

Prin urmare efortul unitar tangențial z este tangent la linia de nivel, aceeași formulă (2.57) arată că mărimea efortului unitar tangențial total este egală cu derivata funcției ϕ după direcția normalei interioare la linia de nivel, sau este egal cu gradientul funcției ϕ în punctul dat:

$$\tau = \frac{\partial \phi}{\partial \nu} = \text{grad} \phi \quad (2.58)$$

Ținând seamă de faptul că gradientul este proporțional cu desimea liniilor de nivel, se vede că desimea liniilor de nivel dă o reprezentare sugestivă a repartiției eforturilor unitare în secțiunea barei răsucite. De aici se pot trage câteva concluzii interesante:

1. Dacă secțiunea este limitată de un contur simplu conex, desimea liniilor de nivel va crește pe măsura ce ne apropiem de contur, unde eforturile unitare tangențiale sunt maxime;



2. Dacă conturul are două axe de simetrie este alungit în direcția uneia dintre axe, desimea liniilor de nivel va fi mai mare la capătul axei mai mici;

3. Dacă secțiunea are forma unui dreptunghi lung și îngust, atunci una din laturi, b , este mult mai mică decât cealaltă, h , (fig. 2.8) și în punctele îndepărtate de laturile scurte, suprafața membranei poate fi considerată o suprafață cilindrică. Deoarece presiunea p este uniform distribuită pe membrană, secțiunea acesteia pe un plan perpendicular pe axa y este o parabolă, care este curba funicular a presiunii:

Figura 2.8 Analogia cu membrana pentru o secțiune îngustă
Membrane analogy for thin cross-section

$$z = \frac{p}{2H} \left(-\frac{b^2}{4} + x^2 \right) \quad (2.59)$$

Dar, conform analogiei lui Prandtl:

$$\phi = G\theta \left(\frac{h^2}{4} - x^2 \right) \quad (2.60)$$

Iar din relația (2.11):

$$M_t = -2h\theta G \int_0^b \left(\frac{b^2}{4} - x \right) dx = G\theta \frac{b^3 h}{3} \quad (2.61)$$

Eforturile unitare tangențiale din secțiunea perpendiculară pe direcția axei Oy , (conform relației (2.45)):

$$\tau_{yz} = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{6M_t}{b^3 h x} \quad (2.62)$$

și sunt repartizate după o lege liniară. Eforturile τ_{xz} vor fi neînsemnate la o oarecare distanță de laturile scurte.

Aceste rezultate se pot aplica și altor secțiuni, cum ar fi U, T, la care însă, datorită variațiilor bruște ale secțiunii, configurația liniilor de nivel se complică foarte mult.

2.1.2. Torsiunea plastică a barelor prismatice

2.1.2.1. Torsiunea plastică a barelor necirculare

Într-o bară supusă la torsiune, dacă momentul de torsiune ajunge la o valoare suficient de mare, în anumite porțiuni ale secțiunii transversale materialul trece în stadiul

plastic. Dacă momentul de torsiune crește în continuare, nucleul elastic se micșorează, degenerând în anumite curbe, numite curbe de discontinuitate. Se alege un sistem de axe rectangulare Oxyz (fig. 2.9) a cărui axă z este dirijată paralel cu axa barei. Ca în teoria obișnuită a torsiunii barelor prismatice, se presupune că:

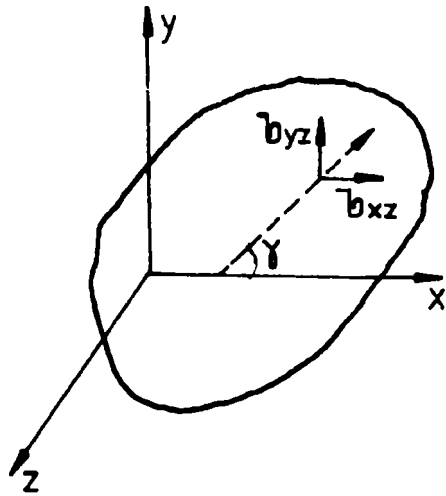


Figura 2.9 Starea de tensiune într-o bară prismatică paralelă cu axa z

Torsion state in a prismatic bar parallel with z axis

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma_{xyz} \quad (2.63)$$

iar starea de tensiune este definită de componentele τ_{xz} și τ_{yz} ale tensiunii tangențiale, care nu depind de z. În felul acesta, Nadai (1950) a redus ecuațiile de echilibru la:

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0 \quad (2.64)$$

Ecuațiile fundamentale, care dau relația între eforturile unitare și deformațiile specifice devin:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \gamma_{xy} = 0 \quad (2.65)$$

$$\frac{\tau_{xz}}{\gamma_{xz}} = \frac{\tau_{yz}}{\gamma_{yz}} = 2G \quad (2.66)$$

unde γ_{xz} și γ_{yz} sunt componentele deformațiilor, iar ecuațiile fundamentale pentru starea plastică devin:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \gamma_{xy} = 0 \quad (2.67)$$

$$\frac{\tau_{xz}}{\gamma_{xz}} = \frac{\tau_{yz}}{\gamma_{yz}} \quad (2.68)$$

Condiția de plasticitate, care stabilește constanta intensității tensiunilor tangențiale se va scrie:

$$\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2 = k^2 = \frac{\sigma_c^2}{3} \quad (2.69)$$

Condiția de plasticitate care exprimă constanta tensiunii tangențiale maxime, se va prezenta sub aceeași formă dacă se consideră $k = \frac{\sigma_c}{2}$. Suprafețele de alunecare dintr-o familie vor fi suprafețe cilindrice, ale căror generatoare sunt paralele cu axa z, iar suprafețele din cealaltă familie vor fi planele $z = \text{const}$. Curbele de intersecție dintre suprafețele cilindrice și planele de mai sus se numesc curbe de alunecare. Aceste curbe vor fi ortogonale traiectoriilor eforturilor unitare tangențiale.

În cazul torsiunii barei, secțiunile transversale perpendiculare pe axa z se rotesc în jurul axei z iar componentele deplasării, în cazul când capătul $z = 0$ al barei este încastrat se exprimă prin relațiile (Nadai, 1950):

$$\begin{aligned} U &= -\theta_{yz} \\ V &= \theta_{xz} \end{aligned} \quad (2.70)$$

iar unghiul specific de torsiune θ se consideră pozitiv.

Expresiile componentelor deformațiilor γ_{xz} și γ_{yz} împreună cu relațiile (2.70) dau ecuația diferențială a compatibilității deformațiilor (Nadai, 1950):

$$\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} = \theta \quad (2.71)$$

Pe conturul secțiunii transversale a barei, vectorul tensiunii tangențiale trebuie să fie dirijat după tangenta la contur:

$$\frac{\tau_{yz}}{\tau_{xz}} = \frac{dy}{dx} \quad (2.72)$$

deoarece suprafața laterală a barei nu este supusă la acțiunea tensiunilor.

Egalând momentul principal al eforturilor care acționează în secțiunea transversală a barei $z = \text{const.}$ cu momentul de torsiune M_t , aplicat la extremitatea acesteia, se obține conform relației (2.10):

$$M_t = \iint (x\tau_{yz} - y\tau_{xz}) dx dy \quad (2.73)$$

Se presupune că la trecerea prin frontiera comună dintre zona elastică și cea plastică, toate componentele tensiunii tangențiale și ale deplasării variază continuu. De aceea în lungul acestei frontiere

$$\begin{aligned} \tau_{xz}^e &= \tau_{xz}^p \\ \tau_{yz}^e &= \tau_{yz}^p \\ w^e &= w^p \end{aligned} \quad (2.74)$$

iar datorită condiției de plasticitate (2.69) are loc egalitatea:

$$\tau_{xz}^{e^2} + \tau_{yz}^{e^2} = k^2 \quad (2.75)$$

2.1.2.2. Torsiunea plastică pură (Timoshenko 1930)

Starea de torsiune plastică pură, adică acea stare pentru care în secțiunea transversală materialul devine în întregime plastic, se produce în cazul când unghiul de torsiune specific θ este infinit. Acestei stări îi corespunde momentul de torsiune, numit moment de torsiune limită.

Pentru rezolvarea problemei în cazul stării pur plastice trebuie trasate liniile de rupere și trebuie găsită starea de tensiune din zonele plastice.

Componentele tensiunii tangențiale τ_{xz} și τ_{yz} exprimate în funcție de unghiul de înclinare ale vectorului tensiunii tangențiale față de axa x sunt:

$$\begin{aligned} \tau_{xz} &= k \cos \varphi \\ \tau_{yz} &= k \sin \varphi \end{aligned} \quad (2.76)$$

Momentul de torsiune limită, în baza relației (2.76) și (2.73) se află cu ajutorul integralei:

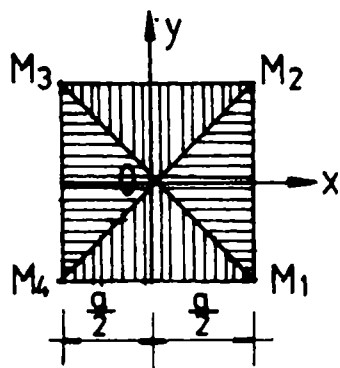
$$M_t = k \iint (x \sin \varphi - y \cos \varphi) dx dy \quad (2.77)$$

extinsă la întreaga arie a secțiunii transversale.

Astfel, rezolvarea problemelor pur plastice ale torsiunii barelor prismatice poate fi efectuată întotdeauna.

Chander în 1970 a dat valori mai exacte pentru secțiunile pătrate și dreptunghiulare.

a) Secțiunea transversală pătrată



Secțiunea transversală pătrată se poate împărți în triunghiuri, așa cum se arată în fig. 2.10. În fiecare din aceste triunghiuri, vectorul tensiunii tangențiale este constant și paralel cu latura respectivă a conturului.

De exemplu, în triunghiurile OM_1M_2 și OM_2M_3 se obține:

$$\tau_{xz} = 0; \quad \tau_{yz} = k$$

și:

$$\tau_{xz} = -k; \quad \tau_{yz} = 0$$

Figura 2.10 Secțiunea transversală

pătrată

Square cross - section

Caracteristicile în fiecare din aceste triunghiuri sunt paralele între ele, perpendiculare pe laturile corespunzătoare ale pătratului, diagonalele pătratului, M_1M_3 și M_2M_4 vor fi curbe de discontinuitate (fig. 2.10).

Momentul de torsiune limită, care corespunde stării plastice pure ce va fi:

$$M_t = \frac{1}{3} k a^3 \quad (2.78)$$

în care a este latura pătratului.

b) Secțiunea transversală dreptunghiulară

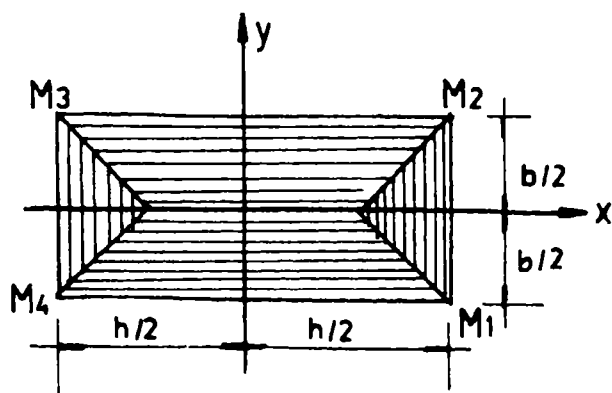


Figura 2.11 Secțiunea transversală

dreptunghiulară

Ractangular cross - section

Secțiunea dreptunghiulară trebuie împărțită în triunghiurile și trapezele din fig.2.11, în fiecare din aceste domenii, vectorul tensiunii tangențiale este constant și paralel cu latura respectivă a conturului. De exemplu în triunghiul OM_1M_2 și în trapezul $O_2O_1M_2M_3$ se obține:

$$\tau_{xz} = 0; \quad \tau_{yz} = k$$

și respectiv:

$$\tau_{xz} = -k; \quad \tau_{yz} = 0$$

Caracteristicile în aceste triunghiuri și trapeze sunt drepte paralele, perpendiculare pe laturile corespunzătoare ale dreptunghiului; segmentele O_1O_2 , O_1M_1 , O_1M_2 , O_2M_3 , O_2M_4 vor fi curbe de discontinuitate (fig. 2.11).

Momentul de torsiune limită, care corespunde acestei stări plastice pure va fi:

$$M_l = \frac{1}{2} b^2 h \left(1 - \frac{1}{3} \frac{b}{h} \right) k \quad (2.79)$$

2.1.2.3. Analogia Nadai pentru torsiunea plastică și elasto-plastică

În teoria torsiunii plastice Nadai (1950) a introdus o analogie care permite precizarea repartiției tensiunilor tangențiale din secțiunea transversală, după trecerea parțială sau totală a materialului în stare plastică.

Se introduce funcția eforturilor unitare F , astfel ca ecuația diferențială de echilibru să fie identic satisfăcută:

$$\begin{aligned} \tau_{xz} &= \frac{\partial F}{\partial y} \\ \tau_{yz} &= \frac{\partial F}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.80)$$

Pentru starea de tensiune elastică (2.46) se obține:

$$\nabla^2 F = -2G\theta \quad (2.81)$$

Introducând (2.80) în condiția de plasticitate (2.69) se obține:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 = k^2 \quad (2.82)$$

Pe conturul secțiunii transversale, datorită ecuației (2.72) are loc ecuația diferențială:

$$\frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy = 0 \quad (2.83)$$

din care rezultă că pe contur $F = \text{const.}$, iar pentru secțiunile transversale simplu conexe $F=0$, deoarece o constantă aditivă nu modifică componentele tensiunii.

Pe frontiera din zona elastică și cea plastică așa cum rezultă din condiția (2.74), au loc egalitățile:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^e}{\partial x} &= \frac{\partial F^p}{\partial x} \\ \frac{\partial F^e}{\partial y} &= \frac{\partial F^p}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.84)$$

și deci, făcând abstracție de constanta aditivă:

$$F^e = F^p \quad (2.85)$$

Într-o membrană elastică, încastrată pe contur și încărcată cu o presiune uniformă p , apar eforturi de tracțiune N .

Din teoria încovoierii membranelor subțiri se știe că săgeata ω satisface ecuația:

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} = -\frac{p}{N} \quad (2.86)$$

iar pe contur $\omega = 0$.

S-a arătat că funcția eforturilor unitare F și săgeata ω a membranei satisfac aceeași ecuație, și aceeași condiție pe contur. De aceea, membrana dată poate fi folosită ca model pentru problema torsiunii.

Funcția $F(x,y)$ poate fi reprezentată sub forma unei suprafețe sprijinite pe conturul secțiunii transversale. Liniile de nivel $F(x,y) = \text{const.}$ ale acestei suprafețe sunt traiectoriile eforturilor unitare tangențiale pentru secțiunea transversală a barei torsionate.

Momentul de torsiune, după introducerea funcției eforturilor unitare, poate fi scris sub forma:

$$M_t = \iint (x\tau_{yz} - y\tau_{xz}) dx dy = 2 \iint F(x, y) dx dy \quad (2.87)$$

iar integrala este extinsă la toată aria secțiunii transversale.

Cu alte cuvinte momentul de torsiune este proporțional cu volumul mărginit de planul $z = 0$ și suprafața $z = F(x,y)$.

În cazul torsiunii plastice pure, din relația (2.82) se observă că funcția eforturilor unitare reprezintă o suprafață cu un unghi de înclinare constant și care poate fi construită pe conturul secțiunii transversale. Liniile de nivel ale acestei suprafețe (traiectoriile eforturilor unitare tangențiale) sunt niște curbe echidistante. Ele pot fi găsite unind punctele normalelor la contur, care se află la distanțe egale față de contur.

Forma suprafeței, care reprezintă funcția eforturilor unitare, în cazul stării pur plastice a secțiunii transversale, poate fi apreciată cu ajutorul unei grămezi de nisip, iar dublul volumului acestei grămezi la o anumită scară, dă mărimea momentului de torsiune limită.

Nadai a urmărit cum variază suprafața ce reprezintă funcția eforturilor unitare, când momentul de torsiune crește treptat făcând "analogia grămezii de nisip". Atâta timp cât momentul de torsiune nu atinge o anumită valoare (dacă secțiunea transversală nu are unghiuri intrânde) întreaga secțiune transversală a barei se află în stare elastică și funcția eforturilor unitare este reprezentată de suprafața unei membrane uniforme întinse. Dacă momentul de torsiune depășește o anumită valoare, în secțiunea transversală apare o zonă plastică, iar membrana, în cazul unei sarcini corespunzătoare atinge grămada de nisip. Dacă momentul de torsiune continuă să crească, zona plasticității se lărgeste treptat, de aceea membrana aderă treptat la suprafața grămezii de nisip pe o porțiune din ce în ce mai mare.

2.1.3. Metode de calcul al elementelor din beton armat solicitate la torsiune

Pentru calculul la torsiune al elementelor din beton există trei tipuri de metode, care sunt prezentate în paragrafele următoare: metode analitice, metoda grinzii cu zăbrele (care în funcție de distribuția eforturilor poate fi spațială sau evolutivă) și metoda secțiunilor stâmbе (în care se prezintă prima și a doua schemă de cedare).

2.1.3.1. Metode analitice

Soluția elastică a fost dezvoltată încă din 1853 de Saint-Venant. Coulomb a dezvoltat o soluție exactă a problemei torsiunii într-o bară circulară presupunând că secțiunile transversale rămân plane și rotite fără deformare în timpul răsucirii, Navier a aplicat mai târziu această teorie la bare cu secțiuni necirculare, dar a ajuns la concluzia eronată că efortul de tăiere maxim are loc în punctele cele mai în depărtare de centrul secțiunii transversale. Această concluzie este incompatibilă cu condițiile de margine și Saint-Venant a obținut, mai târziu, soluția corectă, considerând eforturile introduse de deformarea secțiunii transversale. El a găsit că efortul de tăiere este maxim în punctul de margine cel mai aproape de axa centrală a barei. Pentru o secțiune transversală dreptunghiulară se obțin relațiile:

$$M_t^e = b^3 h \beta \tau_{\max} \quad (2.88)$$

$$M_t^e = b^3 h \beta_1 \tau_B \quad (2.89)$$

$$\theta^e = \frac{M_t^e}{b^3 h G \alpha} \quad (2.90)$$

în care indicele superior "e" arată domeniul elastic.

În soluția exactă β , β_1 și α sunt greu de evaluat, deoarece implică serii infinite de funcții hiperbolice și în consecință s-au prezentat multe formule simplificate valorile exacte, prezentate în cap. 2, au fost determinate doar pentru secțiunea dreptunghiulară de Chander.

În teoria elastică, materialul este considerat perfect elastic și ruperea se produce când efortul tangențial maxim atinge valoarea efortului tangențial limită.

În teoria plastică, pe de altă parte, materialul este considerat perfect plastic și în consecință ruperea nu se produce decât atunci când efortul unitar limită se atinge în toată secțiunea transversală a elementului. Folosind analogia grămezii de nisip a lui Nadai, momentul plastic se poate calcula așa cum s-a arătat la punctul 2.1.2.

$$M_t^p = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{b}{h} \right) b^2 h \tau_y \quad (2.91)$$

unde τ_y este efortul unitar tangențial limită al materialului.

Dacă considerăm că la rupere efortul unitar tangențial limită din ecuațiile (2.88) și (2.91) este egal cu rezistența la întindere a betonului R_t (criteriul efortului principal maxim pentru tensiunea pură) atunci ecuațiile devin:

$$M_t^e = \beta b^2 h R_t \quad (2.92)$$

$$M_t^p = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{b}{h} \right) b^2 h R_t \quad (2.93)$$

Se observă că amândouă ecuațiile au forma:

$$M_t = K_t b^2 h R_t \quad (2.94)$$

unde K_t este un coeficient de formă.

Nici una din cele două teorii nu este perfect satisfăcătoare pentru betonul armat. S-au avansat mai multe teorii semi-plastice, care pentru o anumită valoare R_t , prezic o valoare a efortului limită cuprinsă să între M_t^e și M_t^p .

Mai recent Hsu (1967) a propus o interpretare complet nouă. Folosind filmări cu viteză mare, a observat că la o grindă de beton simplu fisurarea începe în centrul feței mai lungi și se extinde traversând această față sub o înclinare de 45° față de axa grinzii și traversează apoi fața mai scurtă după o curbă. Ruperea se produce atunci când o fisură de compresiune ce unește cele două fisuri de întindere, se formează pe cealaltă față lungă (fig.2.12).

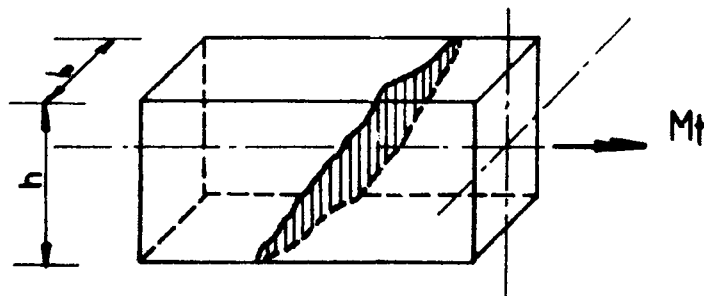


Figura 2.12 Suprafața de rupere la o grindă din beton simplu supusă la torsiune
Failure surface on a concrete beam subjected to torsion

Bazat pe mecanismul de rupere din încovoierea strâmbă Hsu a idealizat suprafața de rupere cu o suprafață plană înclinată la 45° față de axa longitudinală și perpendiculară pe fețele mai lungi. El a obținut o ecuație pentru M_t^s , momentul limită al unui element de beton simplu, pe baza teoriei încovoierii elastice:

$$M_t^s = \frac{b^2 h}{3} 0,85 R_t \quad (2.95)$$

în care coeficientul empiric 0,85 exprimă reducerea rezistenței la întindere datorită suprafeței de rupere și se referă la o stare de eforturi biaxială.

Folosind date experimentale, Hsu a obținut relația finală:

$$M_t^s = 6(b^2 + 10)h \times 0,413 R_{cil}^3 \quad (2.96)$$

în care R_{cil} reprezintă rezistența cilindrică a betonului. Relația este valabilă cu condiția $h > 4$ inch ($h > 10$ cm).

Se poate vedea că ecuația (2.96) menține forma de bază a ecuației (2.94). Mai trebuie notat că Hsu folosește încovoierea elastică în determinarea relației (2.95), cu toate că folosirea rezistenței de rupere nu exclude posibilitatea unei oarecare plasticizări. El aproximează, de asemenea, suprafața de rupere cu un dreptunghi, cu toate că aceasta este în realitate un trapez strâmb. Oricum, el a obținut o foarte bună corelație cu rezultatele experimentele.

În concluzie, este interesant de notat că Mukherjee și Kemp (1967) au făcut o analiză statistică pe 63 de grinzi din beton simplu, supus la torsiune pură și au găsit pentru M_t^s relația:

$$M_t^s = 0,4124 \left(1 - 0,2333 \frac{b}{h} \right) b^2 h R_t \quad (2.97)$$

unde: $R_t = 1,33 R_{cil}^2$

Ei au stabilit că această ecuație are probabilitatea mai mică de 5% de a fi incorectă. Ecuația (2.97) păstrează încă forma ecuației (2.94) și autorii au observat că coeficientul de formă are valori mai apropiate de teoria elastică pentru secțiuni transversale înalte și subțiri ($\frac{h}{b}$ mare) și mai apropiat de teoria plastică pentru secțiuni pătrate.

2.1.3.2. Metoda grinzii cu zăbrele

a) Metoda clasică a grinzii cu zăbrele spațiale

Încă din anul 1929 Rausch a studiat ruperea prin torsiune a elementelor din beton armat și a propus o analogie cu grinda cu zăbrele în care barele de armătură reprezintă părțile întinse, iar betonul acționează ca niște diagonale comprimate înclinate, la 45°. Se admite că oțelul din secțiune curge și că întreg momentul de torsiune este preluat de grinda cu zăbrele. Analogia cu grinda cu zăbrele a fost modificată de Lampert și Thürlimann (1968). Ei au verificat rezultatele teoretice pe o serie largă de încercări de elemente cu secțiune pătrată, plină și chesonată, cu latura de 50 cm .

Se consideră un element supus la torsiune, care pentru simplitatea demonstrației se alege cu secțiune transversală dreptunghiulară (fig. 2.13 a)

La preluarea torsiunii, contribuie armătura longitudinală concentrată în colțurile secțiunii (fig.2.13 b) etrierii și un perete de beton de lățime t (fig. 2.13 c). Faptul că doar acest perete preia eforturile din torsiune, face ca grinda să poată fi considerată chesonată.

În perete apare datorită torsiunii un efort unitar tangențial constant τ . Momentul de torsiune va fi:

$$M_t = \int \tau r ds \quad (2.98)$$

Momentul de torsiune se poate descompune (fig. 2.13 b) în două cupluri:

$$M_t = S_V \times b_s + S_H \times h_s \quad (2.99)$$

Cele două forțe vor fi:

$$S_V = \tau t h_s$$

$$S_H = \tau t b_s \quad (2.100)$$

și momentul de torsiune va fi:

$$M_t = \tau t h_s b_s + \tau t b_s h_s = 2A_{bs} \tau t \quad (2.101)$$

în care A_{bs} este aria sâmburelui de beton cuprins între axele etrierilor.

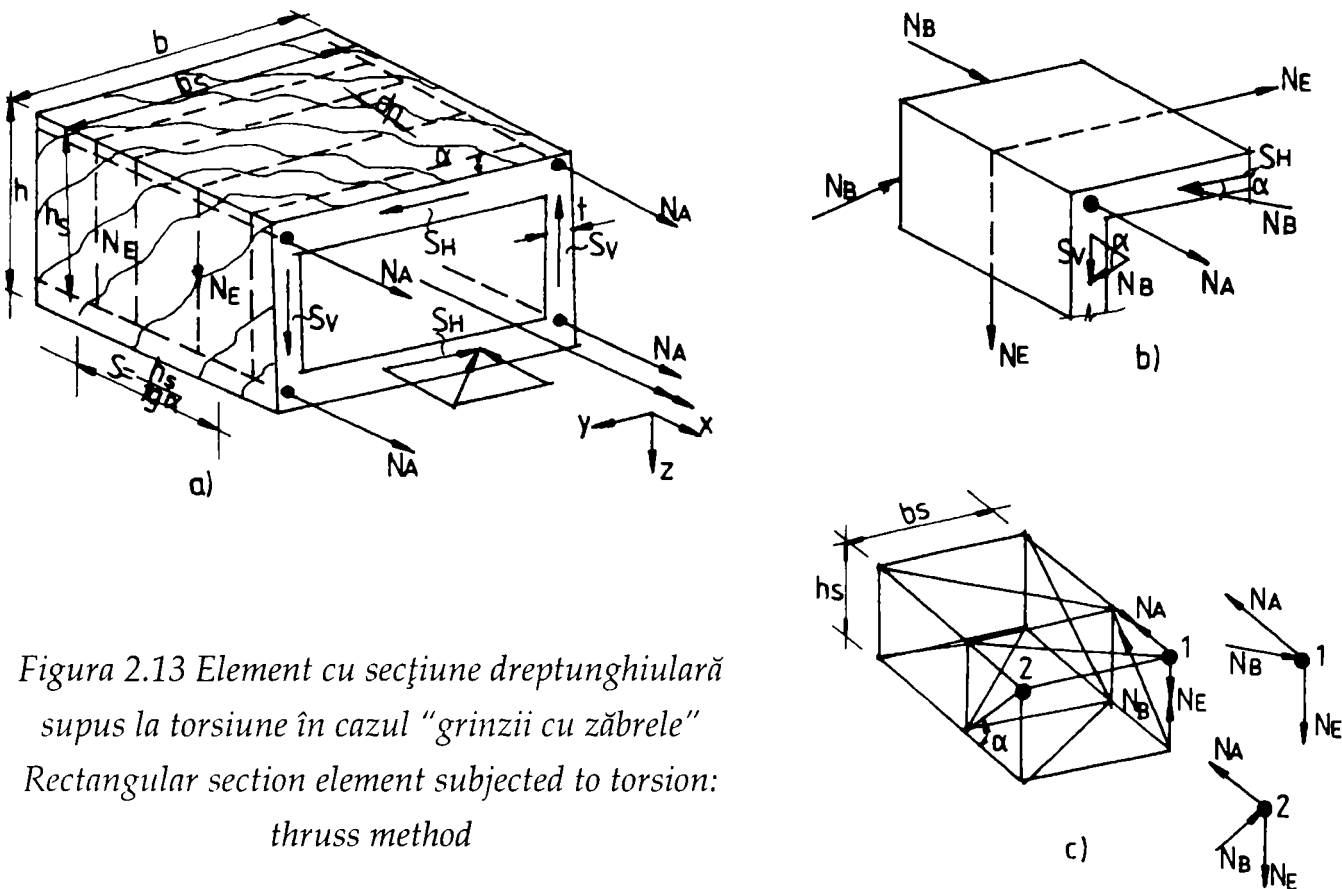


Figura 2.13 Element cu secțiune dreptunghiulară supus la torsiune în cazul "grinzii cu zăbrele"
Rectangular section element subjected to torsion:
truss method

Pentru a putea preciza efortul de tăiere preluat de armătura longitudinală (N_A) și de etrier (N_E) se introduce în loc S_H efortul corespunzător în diagonalele de beton înclinate sub unghiul α , N_B (fig. 2.13 b):

$$S_H = N_B \times \cos \alpha \quad (2.102)$$

Scriind ecuațiile de echilibru static (fig. 2.12 c, nod 2) se obține:

$$\sum X = 0 = N_B \cos \alpha - N_A$$

$$\sum Z = S_V = N_B \sin \alpha$$

de unde:

$$S_V = N_A \operatorname{tg} \alpha \quad (2.103)$$

Pentru etrieri efortul de tăiere va fi:

$$\sum Z = S_V = N_E \quad (2.104)$$

Pentru repartizarea momentului de torsiune asupra armăturii, se calculează cel mai mic efort de tăiere (τ_t) dintre S_V/h_S și respectiv S_H/b_S , pentru toate cele patru fețe și se introduce în relația (2.101). În felul acesta se poate calcula momentul de torsiune preluat de etrieri ($M_t(E, \alpha)$) și respectiv, momentul de torsiune preluat de armătura longitudinală ($M_t(A, \alpha)$):

$$M_t(E, \alpha) = 2S_V b_S = \frac{2Ab_S S_V}{h_S} = \frac{2Ab_S N_E S}{h_S a_e} = \frac{2Ab_S A_e \sigma_e}{h_S a_e \operatorname{tg} \alpha} = \frac{2Ab_S}{a_e \operatorname{tg} \alpha} A_e \sigma_e \quad (2.105)$$

$$M_t(A, \alpha) = 2b_S S_V = \frac{2Ab_S N_A \operatorname{tg} \alpha}{h_S} = \frac{2Ab_S \operatorname{tg} \alpha}{h_S} A_{ai} \sigma_a = \frac{2Ab_S \operatorname{tg} \alpha}{u} A_{al} \sigma_a \quad (2.106)$$

unde u este perimetrul determinat de armăturile longitudinale dispuse în colțurile secțiunii (vezi figura 2.13 a).

Efortul de compresiune în diagonalele de beton comprimate se calculează ținând seama că:

$$\tau = \frac{M_t}{2tA_0} \quad (2.107)$$

în care A_0 este aria de beton cuprinsă între axele mediane ale pereților chesonului convențional:

$$\sigma_B(\alpha) = \frac{N_B}{th_S \cos \alpha} = \frac{S_V}{th_S \cos \alpha \sin \alpha} \quad (2.108)$$

Dar

$$N_t = 2S_t \times b_S$$

de unde:

$$S_t = \frac{M_t}{2b_S}$$

și deci:

$$\sigma_B(\alpha) = \frac{M_t}{2b_S h_S \cos \alpha \sin \alpha} = \frac{2\tau}{\sin 2\alpha} \frac{A_0}{Ab_S} \quad (2.109)$$

În cazul particular al diagonalelor comprimate înclinate sub un unghi $\alpha = 45^\circ$, relațiile (3.106) și (2.109) devin:

$$\begin{aligned} M_t(E) &= \frac{2Ab_S}{a} A_e \sigma_e \\ M_t(A) &= \frac{2Ab_S}{u} A_{al} \sigma_a \\ \sigma_b &= 2\tau \frac{A_0}{Ab_S} \end{aligned} \quad (2.110)$$

Dacă se pune condiția ca modelul să fie astfel ales ca pentru aceeași valoare a momentului de torsiune să se producă simultan curgerea etrierilor și a armăturilor longitudinale, din egalarea relațiilor (2.105) și (2.106) se poate calcula unghiul de înclinare al diagonalelor comprimate de beton:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{A_e}{A_{ai}} \frac{u}{a_e} \frac{\sigma_{ce}}{\sigma_{ca}} \quad (2.111)$$

Pentru armarea în volume egale și cu aceeași calitate de oțel din (2.111) rezultă $\operatorname{tg}^2 \alpha = 1$. De aici se poate trage concluzia că în aceste condiții, la solicitarea de torsiune pură, cel mai potrivit model valabil până la curgere, este acela al grinzii cu zăbrele spațiale cu diagonalele înclinate la 45° .

Pentru o grindă armată simetric se obține pentru capacitatea portantă la torsiune pură:

$$M_{t0} = 2b_0 h_0 \sqrt{\frac{A a_i \sigma_a A_e \sigma_e}{u \cdot s}} \quad (2.112)$$

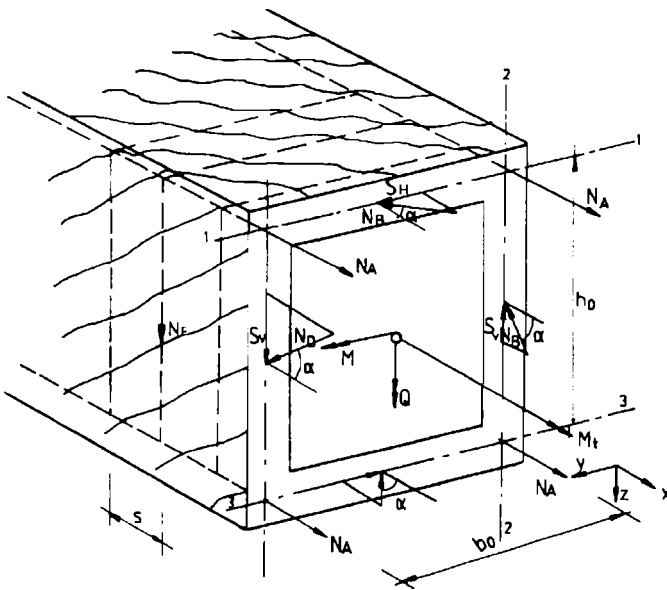


Figura 2.14 Starea de eforturi într-o secțiune transversală supusă la torsiune cu evidențierea forțelor de alunecare

Tension state in a cross - section subjected to torsion pointing out the sliding forces

Forțele de alunecare se determină din ecuațiile de proiecții după axele x și z și din ecuația de momente în raport cu axa x , într-o secțiune normală pe axa barei (fig. 2.14).

Pentru determinarea capacității portante a acestor trei elemente se consideră trei ipoteze de rupere:

- ipoteza 1: barele tălpilor inferioare a modelului ating limita de curgere;
- ipoteza 2: barele unei fețe laterale a modelului ating limita de curgere;
- ipoteza 3: barele tălpilor superioare a modelului ating limita de curgere.

Relațiile de calcul în aceste 3 ipoteze de rupere se stabilesc din ecuațiile de momente în raport cu axele 1-1; 2-2 și respectiv 3-3 (fig. 2.14).

Ipoteza 1:

$$M_t = \frac{4 N_A^b h_0}{\psi \pm \sqrt{\left(\frac{1}{\psi}\right)^2 + \frac{2 N_A^b}{N_E h_0} a_e \left(\frac{1}{A_0} + \frac{1}{b_0^2} + \frac{1}{v^2}\right)}} \quad (2.113)$$

unde:

$$\psi = \frac{M_t}{M} \quad \text{și} \quad v = \frac{M_t}{Q}$$

— indicele "b" se referă la fața inferioară (baza) a modelului.

Ipoteza 2:

$$M_t = \frac{\left(N_A^b + N_A^s\right) b_0}{\sqrt{2 N_e \left(\frac{1}{2 A_0} + \frac{1}{h_0^2} + \frac{1}{h_0 v} + \frac{b_0}{2 h_0 v^2}\right)}} \quad (2.114)$$

unde indicele "s" se referă la talpa superioară a modelului.

Ipoteza 3:

$$M_t = \frac{4 N_A^s h_0}{-\frac{1}{\psi} \pm \sqrt{\frac{1}{\psi^2} + 2 \frac{N_A^s}{N_E h_0} a_e \left(\frac{1}{A_0} + \frac{1}{b_0^2} + \frac{1}{v^2}\right)}} \quad (2.115)$$

Ruperea prin strivirea prematură a diagonalelor comprimate de beton se poate produce doar la valori nominale foarte mici ale eforturilor de torsiune, lucru demonstrat și de încercările lui Collins și Lampert (1971), care au măsurat deformații mult mai mici decât cele prezise de teoria grinzii cu zăbrele spațiale.

Pentru secțiunea plină, grosimea t a peretelui activ de beton se dă $t = b/6$ sau $b_0/5$ după Woodhead și McMullen (1972) și $d_0/6$ după recomandările CEB – FIP (1973) în care d_0 este diametrul celui mai mare cerc înscris în secțiune.

Pentru evitarea zdrobirii premature a diagonalelor comprimate cantitatea totală de armătură longitudinală rezultată din calculul la torsiune și încovoiere trebuie să fie mai mică decât cea aferentă încovoierii pure.

Un alt tip de rupere prematură poate să apară când numai un fel de armătură (longitudinală sau transversală) curge și pentru aceasta Lampert (1970) propune $0.5 \leq ctg \alpha \leq 2.0$, iar Recomandările CEB–FIP (1973) $3/5 \leq ctg \alpha \leq 5/3$.

Lampert (1970) a comparat teoria sa și cea a lui Hsu (1968) cu rezultatele proprii a încercărilor la torsiune pură. El a găsit corelații mult mai bune folosind teoria grinzii cu zăbrele spațiale, deși ea pare să devină mai puțin precisă când cantitatea de armătură transversală crește în timp ce armătura longitudinală rămâne constantă.

b) Metoda grinzii cu zăbrele spațiale evolutive

Pre (1980) confirmă valabilitatea acestei metode, considerând un cheson format din panouri supuse unor eforturi repartizate în planul lor respectiv: efort tangențial datorat torsiunii și eventual forței tăietoare și eforturi normale datorate încovoierii.

Problema de bază este deci cea a panoului fisurat, solicitat de eforturi situate în planul său.

Acest panou este armat (sau pretensionat) longitudinal și transversal. Comportarea se schematizează prin similitudine cu o grindă cu zăbrele:

- elemente longitudinale și transversale întinse, formate din oțel;
- elemente diagonale comprimate formate din beton.

Ipoteza fundamentală a "grinzii cu zăbrele spațiale evolutive" și cea care o deosebește de metoda clasică a "grinzii cu zăbrele" este aceea că înclinarea diagonalelor nu este fixă ci adaptabilă în funcție de încărcare, de forța de precomprimare și de caracteristicile materialelor. Pe de altă parte, la o etapă de încărcare oarecare grinda cu zăbrele este perfect formată, astfel încât nu apar eforturi de întindere în beton.

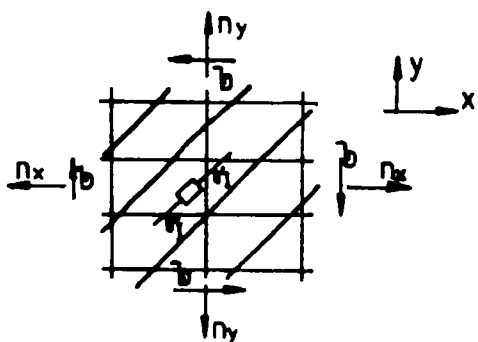


Figura 2.15 Solicitarea secțiunii transversale în cazul "grinzii cu zăbrele spațiale evolutive"
Cross - section stress in "evolution spatial truss case"

Astfel, sub acțiunea solicitărilor uniform repartizate (fig. 2.15), ecuațiile de echilibru static pentru un panou de arie unitară vor fi:

$$\begin{aligned} n_x &= \sigma_1 \cos^2 \alpha + F_x \\ n_y &= \sigma_1 \sin^2 \alpha + F_y \\ \tau &= \sigma_1 \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \quad (2.116)$$

În acest sistem, pentru grinda cu zăbrele evolutivă α este o necunoscută hiperstatică. Determinarea sa presupune un principiu de minim energetic.

Considerând energia de deformație totală ca o sumă directă a energiilor acumulate, la întindere de armături și la compresiune de diagonale, se poate scrie:

$$\omega = \int_{F_{x_0}}^{F_x} \varepsilon_x dF_x + \int_{F_{y_0}}^{F_y} \varepsilon_y dF_y + \int_0^{\alpha_1} \varepsilon_b d\sigma_b \quad (2.117)$$

În relația (2.117), deformațiile specifice ε_x , ε_y și ε_b sunt determinate plecând de la un stadiu inițial în care betonul nu este deformat.

Principiul de minim energetic se exprimă deci prin ecuația obținută anulând derivata lui ω în raport cu α , și ținând cont de ecuația (2.116) se obține:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_b}{\varepsilon_y - \varepsilon_b} \quad (2.118)$$

Ecuția (2.118) permite o interpretare practică a funcționării panoului fisurat și anume, mediul eterogen al panoului de beton armat se comportă ca un mediu omogen, în care ε_x și ε_y reprezintă deformațiile specifice principale.

Valabilitatea acestei teorii de variabilitate a direcției diagonalelor în cursul încărcării poate fi verificată prin încercări efectuate asupra unor panouri precomprimate izolate, solicitate la tăiere.

Un cheson este de fapt un ansamblu de patru panouri ce se comportă de maniera ce a fost descrisă anterior. În fig. 2.16 a se prezintă un asemenea cheson, care are următoarele elemente ale secțiunii transversale:

— armăturile longitudinale (preten-sionate și pasive) se presupun, ca și în metoda clasică, concentrate în noduri.

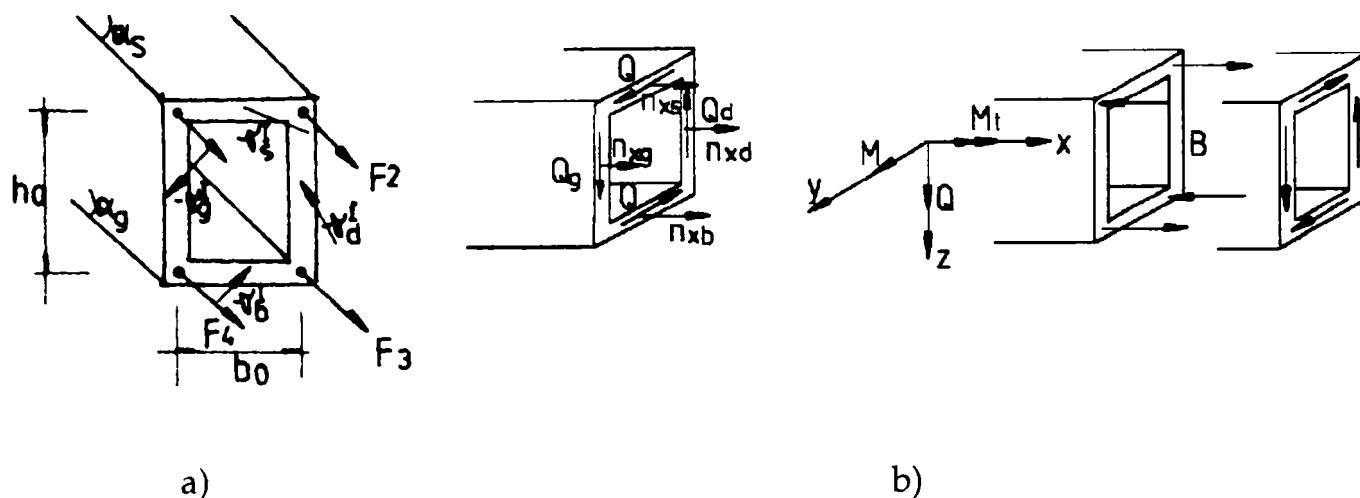


Figura 2.16 Solicitările în secțiunea transversală a unui cheson supus la torsiune
Stresses in a box-section subjected to torsion

Eforturile de întindere în aceste armături sunt notate cu $F_1; F_2; F_3; F_4$ (în general $F = A_a \sigma_a + A_p \sigma_p$).

— cele patru panouri sunt notate $b =$ bază, $d =$ dreapta, $s =$ superior, $g =$ stânga. În fiecare panou, etrierii sunt uniform repartizați, efortul în etieri pe unitatea de lungime fiind $N_e^b = A_e^b \sigma_e^b / a_e^b$, betonul este supus unui efort unitar principal de compresiune cu valoarea medie $\sigma_b^l, \sigma_d^l, \sigma_s^l, \sigma_g^l$, înclinat sub un unghi $\alpha_b; \alpha_d; \alpha_s$ și α_g față de axa Ox și pe o grosime $t_b; t_d; t_s$ și t_g .

Rezultanta solicitărilor aplicate în secțiunea transversală are componente nenule (fig. 2.16 b) momentul încovoietor M , momentul de torsiune M_t și forța tăietoare Q .

Pentru a scrie ecuațiile de echilibru static, pentru sistemul din figura 2.116 b, se consideră pentru fiecare panou $n_y = 0$; rămâne să se determine patru solicitări normale (tip n_x) și patru solicitări tangențiale (tip I), adică opt elemente. Dar componentele

rezultantelor sunt în număr de șase, astfel că sunt posibile două stări de eforturi de autoechilibru; una din solicitările normale, cealaltă din solicitările tangențiale. Acestea sunt, după teoria elastică a torsiunii: cuplul longitudinal B (care produce strâmbarea longitudinală a secțiunii) și cuplul transversal C (care produce distorsiunea profilului drept al secțiunii).

Se pot astfel scrie douăsprezece ecuații de echilibru static:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= -\frac{1}{2} b_0 t_s \sigma_s^l \cos^2 \alpha_s - \frac{1}{2} h_0 t_g \sigma_g^l \cos^2 \alpha_g + \frac{M}{2h_0} - \frac{B}{b_0 h_0} \\
 F_2 &= -\frac{1}{2} b_0 t_s \sigma_s^l \cos^2 \alpha_s - \frac{1}{2} h_0 t_d \sigma_d^l \cos^2 \alpha_d + \frac{M}{2h_0} + \frac{B}{b_0 h_0} \\
 F_3 &= -\frac{1}{2} b_0 t_s \sigma_s^l \cos^2 \alpha_b - \frac{1}{2} h_0 t_d \sigma_d^l \cos^2 \alpha_d - \frac{M}{2h_0} - \frac{B}{b_0 h_0} \\
 F_4 &= -\frac{1}{2} b_0 t_b \sigma_b^l \cos^2 \alpha_s - \frac{1}{2} h_0 t_g \sigma_g^l \cos^2 \alpha_g - \frac{M}{2h_0} + \frac{B}{b_0 h_0}
 \end{aligned} \tag{2.119}$$

$$\begin{aligned}
 N_e^b &= -t_b \sigma_b^l \sin^2 \alpha_b \\
 N_e^g &= -t_g \sigma_g^l \sin^2 \alpha_g \\
 N_e^s &= -t_s \sigma_s^l \sin^2 \alpha_s \\
 N_e^d &= -t_d \sigma_d^l \sin^2 \alpha_d
 \end{aligned} \tag{2.120}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{M_t - C}{2b_0 h_0} &= -t_s \sigma_s^l \sin \alpha_s \cos \alpha_s \\
 \frac{M_t - C}{2b_0 h_0} &= -t_b \sigma_b^l \sin \alpha_b \cos \alpha_b \\
 \frac{M_t + C - Q_{b_0}}{2b_0 h_0} &= -t_d \sigma_d^l \sin \alpha_d \cos \alpha_d \\
 \frac{M_t + C - Q_{b_0}}{2b_0 h_0} &= -t_g \sigma_g^l \sin \alpha_g \cos \alpha_g
 \end{aligned} \tag{2.121}$$

Acest sistem este completat de cele patru ecuații de compatibilitate cinematică, care se pot scrie:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg}^2 \alpha_s &= \frac{\frac{1}{2} (\varepsilon_1^l + \varepsilon_2^l) - \varepsilon_s^b}{\varepsilon_s^t - \varepsilon_s^b} \\
 \operatorname{tg}^2 \alpha_d &= \frac{\frac{1}{2} (\varepsilon_2^l + \varepsilon_3^l) - \varepsilon_b^b}{\varepsilon_d^t - \varepsilon_d^b} \\
 \operatorname{tg}^2 \alpha_b &= \frac{\frac{1}{2} (\varepsilon_3^l + \varepsilon_4^l) - \varepsilon_b^b}{\varepsilon_b^t - \varepsilon_b^s} \\
 \operatorname{tg}^2 \alpha_g &= \frac{\frac{1}{2} (\varepsilon_4^l + \varepsilon_4^l) - \varepsilon_g^b}{\varepsilon_g^t - \varepsilon_g^b}
 \end{aligned} \tag{2.122}$$

Ecuțiile (2.119), (2.120), (2.121) și (2.122), formează un sistem complet, neliniar, teoretic rezolvabil, dacă se cunosc valorile: $t_s, t_d, t_b, t_g, M_t, M, Q, B$ și C . Componentele încărcării M_t, M și Q sunt evidente în cazul încărcării isostatice.

Determinarea cuplurilor B și C este mai dificilă. Se demonstrează că:

$$\frac{dB}{dx} = -C \quad (2.123)$$

relația (2.123) fiind duală cu $\frac{dM}{dx} = 0$

Pe de altă parte:

$$\frac{dC}{dx} = \bar{\omega} \quad (2.124)$$

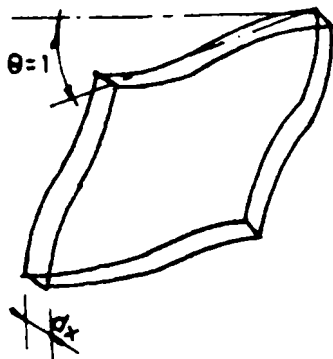


Figura 2.17 Distorsiune unitară a profilului chesonului
Unitari distorsion of the box - section

În care $\bar{\omega}$ este valoarea medie a distorsiunii unghiulare pe o distorsiune unitară a profilului chesonului (fig. 2.17). Pentru chesoane, la care rezistența la deformarea unghiulară de tip θ este a priori redusă, este rezonabil să se presupună prin ipoteză că $\bar{\omega}$ este egal cu zero. Determinarea cuplurilor se reduce în general la analiza condițiilor limită. În general, condițiile limită, fiind destul de complicate, este necesar să se facă o nouă ipoteză simplificatoare.

Calculul complete demonstrează că influența torsiunii este mai mare la reazeme decât în zona centrală, unde eforturile rezultate sunt mai mari și deci secțiunea mai sollicitată.

Aceasta justifică ipotezele simplificatoare deși sunt destul de departe de realitate:

1. C este nul ;
2. B este ales astfel încât secțiunile rămân plane, prin intermediul ecuației cinematice suplimentare:

$$\varepsilon_1' + \varepsilon_3' = \varepsilon_2' + \varepsilon_4' \quad (2.125)$$

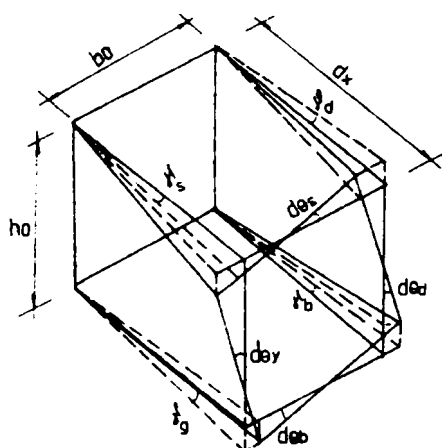


Figura 2.18 Deplasările secțiunii transversale
Cross - section displacements

Așa cum se vede în fig. 2.18, panourile nu sunt deformată numai în planul lor ci și în afara planului având rotații și curburi în plan vertical și longitudinal.

Fiecare panou este supus la:

- o rotație relativă ψ_{xy}
- o curbura longitudinală φ_x

Curburile transversale care pot fi determinate de deformațiile de tipul celor descrise în fig. 2.17 sau în general neglijabile.

Considerând pozitive curburile ce întind fibra exterioră a panoului, se poate scrie:

Tabelul 2.2. Valorile rotațiilor φ_{xy} și a curburilor longitudinale φ_x

PANOUL	SUPERIOR	INFERIOR	DREAPTA	STÂNGA
ψ_{xy}	$-(\gamma_g + \gamma_d)/b_0$	$-(\gamma_g + \gamma_d)/b$	$-(\gamma_s + \gamma_b)/h_0$	$-(\gamma_s + \gamma_b)/h_0$
φ_x	$-1/R$	$1/R$	$-1/R_t$	$1/R_t$

În tabel:

— distorsiunile ce provoacă rotații sunt definite de relații de tip

$$\gamma_s = 2ctg\alpha_s \left[\left(\varepsilon_1' + \varepsilon_2' \right) \frac{1}{2} - \varepsilon_s^b \right] + tg\alpha_s (\varepsilon_s' - \varepsilon_s^b) \quad (2.126)$$

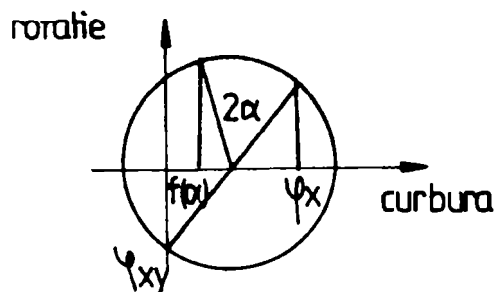
sau ținând cont de relațiile (2.121):

$$\gamma_s = 2ctg\alpha \left[\frac{1}{2} (\varepsilon_1' + \varepsilon_2') - \varepsilon_s^b \right] + 2tg\alpha_s (\varepsilon_s' - \varepsilon_s^b) - tg2\alpha \left[\varepsilon_s' - \frac{1}{2} (\varepsilon_1' + \varepsilon_2') \right]$$

— curburile sunt date de relațiile:

$$\frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_3' + \varepsilon_4' - \varepsilon_1' - \varepsilon_2'}{2h_0}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_1' + \varepsilon_4' - \varepsilon_2' - \varepsilon_3'}{2b_0} \quad (2.127)$$



Pentru aceste curburi, este suficient să se determine curbura unui panou într-o direcție a dată, compunând curburile după cercul lui Mohr (fig. 2.19).

$$\varphi(\alpha) = \varphi_x \cos^2 \alpha + \psi_{xy} \sin 2\alpha \quad (2.128)$$

Figura 2.19 Cercul lui Mohr
Mohrus circle

Se consideră că diagonalele de beton sunt solicitate, în direcția principală , la încovoiere pe grosimea panoului, așa cum se prezintă în fig. 2.20.

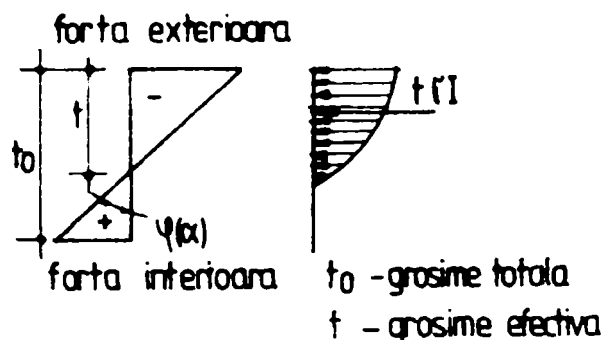


Figura 2.20 Diagramele de eforturi și deplasări
pentru diagonalele de beton
*Stresses and displacements for concrete
diagonals*

Termenul t_s , σ_s^l ce intervine în ecuațiile (2.119), $\sigma_s = 0$ și (2.121) reprezintă efortul pe unitatea de lungime apărut prin repartitia eforturilor unitare găsite în acest fel. În acest sens se poate neglija total participarea betonului întins.

Fiind date curburile, acest rezultat este valabil indiferent de combinația de încărcări. Aceasta are consecința că, indiferent care este originea eforturilor tangențiale (torsiune pură sau torsiune și tăiere), se presupune că acestea sunt preluate de partea comprimată din grosimea peretelui.

Aplicarea cercului lui Mohr pe fiecare fibră din grosimea peretelui, în particular pe fața interioară și exterioră, permite determinarea deformațiilor în toate direcțiile.

2.1.3.3. Metoda secțiunilor strâmbе

Metoda secțiunilor strâmbе, simplă teoretic, dă o imagine convingătoare asupra proprietăților elementelor din beton supuse la torsiune. Numeroase cercetări, efectuate în special în URSS arată o foarte bună concordanță a metodei cu proprietățile reale ale elementelor.

Cercetători mai vechi și-au bazat analizele pe teoria elasticității și plasticității, în timp ce Hsu (1968) a dezvoltat o aproximație pe bază de încovoiere strâmbă.

În prezent problema proiectării elementelor din beton armat solicitate la torsiune și torsiune cu încovoiere, se rezolvă, în mare parte, aplicând metoda echilibrului limită. Mai mult, relațiile teoretice obținute au fost comparate și corectate cu numeroase rezultate experimentale. Studiile efectuate s-au referit la cazul cel mai frecvent de cedare al unui element din beton armat, prin curgerea armăturii.

Dacă un element din beton armat cu secțiunea dreptunghiulară e supus la torsiune sau torsiune cu încovoiere, pe fețele lui laterale apar fisuri înclinate; odată cu creșterea solicitărilor, aceste fisuri se extind de la o față la cealaltă a elementului. Unghiul dintre fisuri și axa elementului, depinde de mărimea momentelor de încovoiere și de torsiune, cum și de raportul dintre ele. Pentru torsiunea pură, sau predominantă, primele fisuri apar totdeauna pe fețe e laterale și sunt înclinate la aproximativ 45° față de axa elementului. Dacă momentul încovoiător este predominant, fisurile apar pe fața întinsă din încovoiere și se extind pe fețele laterale, unindu-se în final pe fața comprimată din încovoiere.

În secțiunile grinzii unde momentul de torsiune și forța tăietoare verticală predomină, momentul încovoiător fiind neglijabil, fisurile apar, sub un unghi de 45° , pe fața verticală pe care eforturile unitare din cele două solicitări predominante se adună, și

se extind apoi pe fețele horizontale. Pe fața laterală pe care eforturile unitare din torsiune și tăiere au semne diferite, fisurile apar târziu, în imediata preajmă a cedării.

Experiențele arată că la atingerea curgerii în armăturile întinse, una sau mai multe fisuri devin vizibile și aceasta indică începutul ruperii. În acest stadiu fisurile de cedare apar pe trei fețe în timp ce pe cea de-a patra față (orizontală sau verticală) se formează o zonă comprimată, dispusă înclinat față de axa grinzii (fig. 2.21).

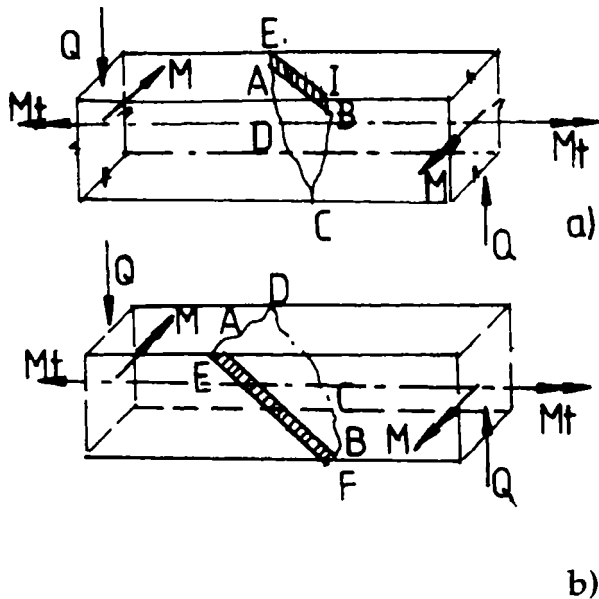


Figura 2.21 Cedarea grinzii după secțiunea strâmbă

a) cazul primei scheme de cedare

b) cazul celei de-a doua scheme de cedare

Beam failure under a crooked section

a) first scheme of failure scheme

b) second scheme of failure scheme

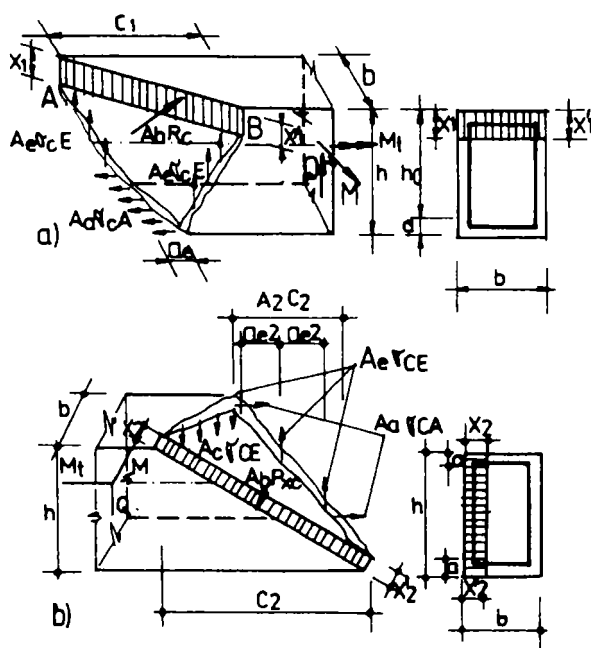


Figura 2.22 Eforturi în secțiunea strâmbă de cedare a grinzii

a) cazul primei scheme de cedare

b) cazul celei de-a doua scheme de cedare

Stresses in the fractured crooked section

a) first scheme of fractured scheme

b) second scheme of fractured scheme

Cedarea grinzii supusă la torsiune cu încovoiere se produce de-a lungul unei secțiuni strâmbe (fig. 2.22).

Numeroase experimentări au arătat că sunt posibile două scheme de cedare:

1.- axa neutră intersectează ambele fețe verticale ale grinzii (fig.2.21a și 2.22a);

2.- axa neutră intersectează ambele fețe orizontale ale grinzii (fig.2.21b și 2.22b)

Pentru deducerea relațiilor de calcul, se fac următoarele ipoteze:

— armăturile longitudinale și transversale din zona întinsă ating limita de curgere;

— eforturile de tăiere din armătura longitudinală și transversală sunt neglijabile;

— armătura transversală este uniform distribuită în grindă;

— betonul din zona întinsă se neglijează.

a) Prima schemă de cedare (Hsu, 1968) (fig. 2.21 a și 2.22 a)

Axa neutră AB este axa de rotație relativă a segmentelor de grindă în momentul apariției articulației plastice. Poziția axei neutre este determinată de distanțele x și x'_1 și de proiecția ei pe axa grinzii C_1 . Se consideră $AB = l$.

Se vede că momentul forțelor exterioare în raport cu axa neutră este:

$$M_{ext} = M \frac{b}{l} + M_t \frac{C_1}{l} \quad (2.129)$$

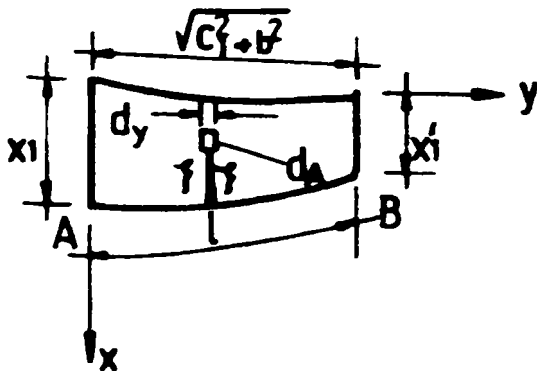


Figura 2.23 Element unitar de arie din secțiunea de cedare

Surface unitary element in the fractured section

Eforturile normale de compresiune în beton în cazul zonei comprimate trapezoidală pe direcția momentului:

$$M_c = R_c \times S_c \quad (2.130)$$

Momentul static al zonei comprimate în raport cu axa AB (fig. 2.23) este :

$$S_c = \int G dA = \frac{\sqrt{C_1^2 + b^2}}{l} \int_A \xi dA = \frac{\sqrt{C_1^2 + b^2}}{l} \int_0^{\sqrt{C_1^2 + b^2}} x^2 dy = \frac{C_1^2 + b^2}{6l} (x_1^2 + x_1 x'_1 + x_1'^2) \quad (2.131)$$

Relația (2.130) devine:

$$M_c = R_c \frac{C_1^2 + b^2}{6l} (x_1^2 + x_1 x'_1 + x_1'^2) \quad (2.132)$$

Momentul armăturilor longitudinale va fi:

$$M_a = A_a \sigma_{CA} \left(h_0 + \frac{x_1 + x'_1}{2} \right) \frac{b}{l} \quad (2.133)$$

iar momentul din brațele horizontale ale etrierilor

$$M_{eH} = \sigma_{CE} \frac{A_e}{a_{e1}} \theta_1 C_1 \left(h - a^e - \frac{x_1 + x'_1}{2} \right) \frac{C_1}{l} \quad (2.134)$$

în care cu a^e s-a notat acoperirea etrierilor.

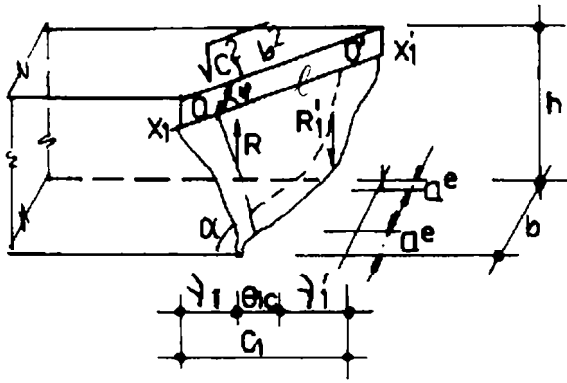


Figura 2.24 Evidențierea eforturilor în barele verticale ale etrierilor

Pointing out the efforts in hoops vertical bars

Eforturile în barele verticale ale etrierilor se exprimă în funcție de rezultanta forțelor R și R' (fig. 2.24). Momentul forței R în raport cu axa 1 este egal cu proiecția pe această axă a momentului forței în raport cu punctul O ales arbitrar pe axă d.ii:

$$M_{ev}^l = M_{ev}^0 \cos \varphi$$

unde φ este unghiul dintre vectorii

$$M_{ev}^l \text{ și } M_{ev}^0.$$

Dar vectorul momentului forței R în raport cu punctul O se găsește pe o dreaptă normală la planul format de vectorul forței și punct.

Notând lungimile segmentelor de grindă unde fisura trece deasupra colțurilor verticale cu v_1 și v_2 (fig.2.24) se ajunge la relațiile:

$$\begin{aligned} M_{ev}^0 &= R \frac{1}{2} \left(v_1 - a^e \frac{C_1}{b} \right) + R' \frac{1}{2} \left(v_1' - a^e \frac{C_1}{b} \right) \\ R &= \sigma_{CE} \frac{A_e}{a_{e2}} \left(v_1 - a^e \frac{C_1}{b} \right) \\ R' &= \sigma_{CE} \frac{A_e}{a_{e2}} \left(v_1' - a^e \frac{C_1}{b} \right) \end{aligned} \quad (2.135)$$

Din figura 2.24 rezultă $v_1 + v_1' = C_1 - \theta_1 C_1 = C_1(1 - \theta_1)$

Cotangenta dintre fisură și axa grinzii, în fața verticală a grinzii, va fi:

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{v_1}{h - x_1} = \frac{v_1'}{h - x_1'} = \frac{v_1 + v_1'}{2h - (x_1 + x_1')} = \frac{C_1(1 - \theta_1)}{2h - (x_1 + x_1')}$$

de unde:

$$\begin{aligned} v_1 &= (h - x_1) \frac{C_1(1 - \theta_1)}{2h - (x_1 + x_1')} \\ v_1' &= (h - x_1') \frac{C_1(1 - \theta_1)}{2h - (x_1 + x_1')} \end{aligned}$$

și cum $\cos \varphi = \frac{b}{l}$, se ajunge în final la:

$$M_{ev} = \sigma_{CE} \frac{A_e C_1^2}{2a_{e2} b l} \left\{ \left[(h - x_1) \frac{(1 - \theta_1)b}{2h - (x_1 + x_1')} - a^e \right]^2 + \left[(h - x_1') \frac{(1 - \theta_1)b}{2h - (x_1 + x_1')} - a^e \right]^2 \right\} \quad (2.136)$$

Egalând momentul forțelor exterioare dat de relația (2.129) cu momentul forțelor interioare față de axa de rotație și multiplicând ambii membri cu l , se obține:

$$M_b + M_t C_1 = R_c \frac{C_1^2 + b^2}{6} (x_1^2 + x_1 x_1' + x_1'^2) + \sigma_{CA} A_a \left(h_0 - \frac{x_1 + x_1'}{2} \right) b + \sigma_{CE} \frac{A_e}{a_{e1}} C_1^2 \theta_1 \left(h - a^e - \frac{x_1 + x_1'}{2} \right) + \sigma_{CE} \frac{A_e}{2a_{e2}b} C_1^2 \left\{ \left[(1 - \theta_1) b \frac{h - x_1}{2h - (x_1 + x_1')} - a^e \right]^2 + \left[(1 - \theta_1) b \frac{h - x_1'}{2h - (x_1 + x_1')} - a^e \right]^2 \right\} \quad (2.137)$$

Derivând ecuația mai întâi pentru x_1 și apoi pentru x_1' se obțin două expresii diferind una de alta numai prin schimbarea lui x_1 cu x_1' . Membrul stâng al ecuației, unde lipsesc x_1 și x_1' , este identic și în consecință și membrul drept va trebui să fie identic, lucru posibil doar dacă $x_1 = x_1'$.

Astfel se arată că pentru schema curentă de calcul zona comprimată dreptunghiulară corespunde capacității portante minime a elementului. Ecuația (2.137) devine:

$$M_b + M_t C_1 = R \frac{(C_1^2 + b^2)x_1^2}{2} + \sigma_{CA} A_a b (h_0 - x_1) + \sigma_{CE} \frac{A_e}{a_{e1}} C_1^2 \theta_1 (h - a^e - x_1) + \sigma_{CE} \frac{A_e}{2a_{e2}b} C_1^2 \left[(1 - \theta_1) \frac{b}{2} - a^e \right]^2 \quad (2.138)$$

Derivând ecuația (2.138) în raport cu x_1 se obține o ecuație pentru proiecțiile tuturor forțelor pe normala la planul zonei comprimate:

$$R_c (C_1^2 + b^2) x_1 - \sigma_{CA} A_a b - \sigma_{CE} \frac{A_e}{a_{e1}} C_1^2 \theta_1 = 0 \quad (2.139)$$

Multiplicând relația (2.139) cu $\frac{x_1}{2}$ și scăzând-o din (2.138) se obține:

$$M_b + M_t C_1 = \sigma_{CA} A_a b \left(h_0 \frac{x_1}{2} \right) + \sigma_{CE} \frac{A_e}{a_{e1}} C_1^2 \theta_1 \left(h - a^e - \frac{x_1}{2} \right) + \sigma_{CE} \frac{A_e}{a_{e2}} C_1^2 \frac{b}{4} \left(1 - \theta_1 - 2 \frac{a^e}{b} \right)^2 \quad (2.140)$$

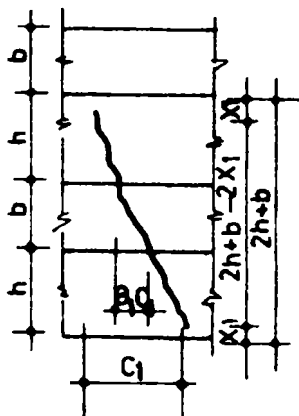


Figura 2.25 Fisura de cedare
Failure crack

Numerul de înclinare θ_1 este egal cu unghiul de înclinare α al fisurii de cedare, care apare pe trei fețe ale grinzii, își schimbă greu înclinarea; dacă fețele grinzii sunt desfășurate, fisura va fi practic o linie dreaptă (fig. 2.15). Unghiul de înclinare α , nu e niciodată inferior lui 45° . Acest unghi se calculează cu relația:

$$\theta_1 = \frac{h}{2h + b - 2x_1}$$

Introducând notația $\psi = \frac{M_t}{M}$ și înlocuind θ_1 în ecuațiile (2.139) și (2.138) se ajunge

la o formulă de calcul pentru determinarea capacității portante a unui element cu secțiunea dreptunghiulară supus la torsiune sau la sollicitarea combinată, torsiune cu încovoiere și la o relație pentru determinarea înălțimii zonei comprimate.

$$M_t \left(\frac{C_1}{b} + \frac{1}{\psi} \right) = \sigma_{CA} A_a \left(h_0 - \frac{x_1}{2} \right) + \sigma_{CE} \frac{A_e C_1^2}{a_{e1}} \frac{h - a^e - \frac{x_1}{2}}{2h + b - 2x_1} + \sigma_{CE} \frac{A_e C_1^2}{a_{e2}} \left(\frac{h - x_1}{2h + b - 2x_1} - \frac{a_{e2}}{b} \right)^2 \quad (2.141)$$

$$R_c (C_1^2 + b^2) x_1 = \left[\sigma_{CE} A_a + \sigma_{CE} A_e \frac{C_1^2}{a_{e1} (2h + b - 2x_1)} \right] b \quad (2.142)$$

Relațiile (2.141) și (2.142) sunt generale și din ele rezultă și relațiile de calcul în metoda stărilor limită pentru încovoiere pură ($M_t = 0$).

Derivând ecuația (2.140) în raport cu C_1 și egalând cu zero, se obține o valoare pentru C_1 , corespunzătoare minimului teoretic al lui M_t (sau M) pentru un ψ dat:

$$C_1 = -\frac{b}{\psi} + \sqrt{\left(\frac{b}{\psi} \right)^2 + \frac{h_0 - \frac{1}{2} x_1}{\sigma_{CE} A_e \frac{1}{a_{e1}} \frac{h - a^e - \frac{1}{2} x_1}{2h + b - 2x_1} + \sigma_{CA} A_a \frac{1}{a_{e2}} \left(\frac{h - x_1}{2h + b - 2x_1} - \frac{a^e}{b} \right)^2}} \quad (2.143)$$

Astfel, când fețele exterioare și caracteristicile geometrice și de rezistență ale secțiunii sunt date, calculul se conduce cu relațiile (2.140) și (2.142) unde x_1 și C_1 sunt necunoscute. O analiză a lui θ_1 , care a fost luat egal cu $\frac{b}{2h + b - 2x_1}$, arată că dacă $x_1 \rightarrow h$,

atunci $\theta_1 \rightarrow 1$ și când $x_1 \rightarrow 0$, atunci $\theta \rightarrow \frac{b}{2h + b}$ și în consecință $0 \leq \theta_1 \leq 1$. Este evident că θ_1 este influențat de direcțiile eforturilor unitare principale pe fețele grinzii și de pasul armăturii transversale.

Experiențele au arătat că valoarea reală a lui θ_1 este totdeauna mai mică decât $\frac{b}{2h + b - 2x_1}$. Există așadar o rațiune în a adopta relația simplificată:

$$\theta \approx \frac{b}{2h + b} \quad (2.144)$$

În relația (2.141) ultimul termen în membrul drept și valoarea corespunzătoare sub radical în relația (2.143) sunt neglijabile și pentru calculele practice pot fi ignorate. Este posibil, folosind relația (2.144), să se presupună :

$$h - a^e - \frac{x_1}{2} = h_0 - \frac{x_1}{2}$$

și în consecință relațiile (2.141) ; (2.142) și (2.143) se simplifică ajungând la:

$$M_t \left(\frac{C_1}{b} + \frac{1}{\psi} \right) = \left[\sigma_{CA} A_a + \sigma_{CE} A_e \frac{C_1^2}{a_{e1}(2h+b)} \right] \left(h_0 - \frac{x_1}{2} \right) \quad (2.145)$$

$$R_c (C_1^2 + b^2) x_1 = \left[\sigma_{CA} A_a + \sigma_{CE} A_e \frac{C_1^2}{a_{e1}(2h+b)} \right] b \quad (2.146)$$

$$C_1 = -\frac{b}{\psi} + \sqrt{\left(\frac{b}{\psi} \right)^2 + \frac{\sigma_{CA} A_a}{\sigma_{CE} A_e} a_{e1}(2h+b)} \quad (2.147)$$

Trebuie notat că atâta vreme cât înclinarea fisurii nu este mai mică de 45°, cum s-a arătat în fig.2.15, valoarea lui C_1 obținută cu relațiile (2.143) sau (2.147) trebuie să satisfacă condiția:

$$C_1 \leq 2h + b \quad (2.148)$$

În relația (2.143) semnul minus intervine în cazul momentelor încovoietoare negative sau foarte mici, când zona comprimată se formează la partea inferioară a secțiunii transversale a grinzii.

b) A doua schemă de cedare (Hsu 1968) (fig. 2.21 b și 2.22 b)

În cea de-a doua schemă de cedare, axa neutră $AB = l$ este situată pe latura lungă a elementului și ca și în primul caz constituie axa de rotație a segmentelor de grindă după formarea articulației plastice.

Dacă zona comprimată este dreptunghiulară ($x_2 = x'_2$), momentul forțelor exterioare în raport cu axa neutră este:

$$M_{ext} = M_t \frac{C_2}{l} + Q \left(\frac{b}{2} - x_2 \right) \frac{C_2}{l} \quad (2.149)$$

Zona întinsă a secțiunii e situată pe fața verticală unde eforturile principale datorate încovoierii și torsiunii acționează în aceeași direcție. Astfel, de exemplu, pentru segmentul m al grinzii (fig. 2.26), zona comprimată se va afla în dreapta secțiunii transversale (sect. I - I) iar pentru segmentul n al grinzii în stânga secțiunii transversale (sec. II - II), când cedarea se produce în segmentele respective.

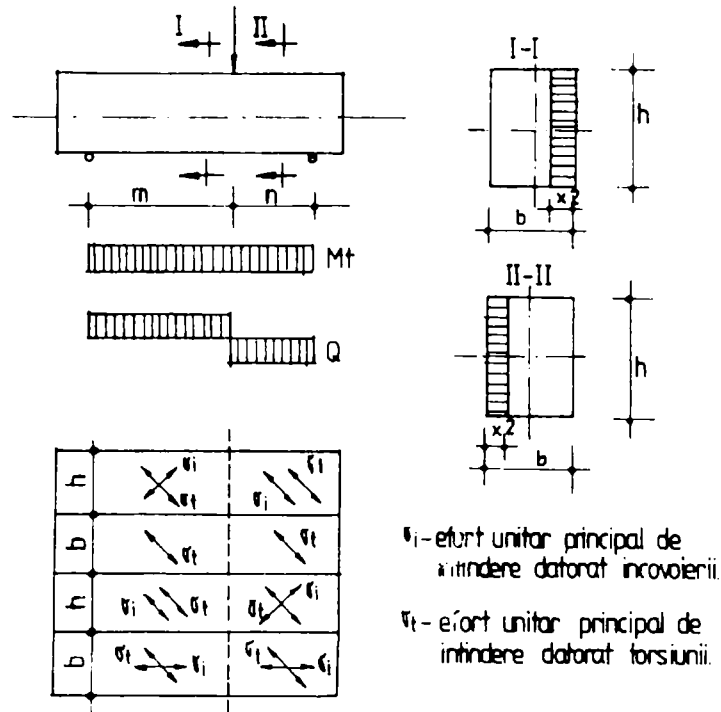


Figura 2.26 Eforturi unitare în zona întinsă a secțiunii de cedare
Tensions in the tensioned area of fractured section

Este evident că segmentul cel mai defavorabil este acela cu valoarea mai mare a forței tăietoare (segmentul n din fig. 2.26). Acesta contează pentru semnul pozitiv al termenului al doilea din relația (2.149).

Momentul încovoietor lipsește din relația (2.147), deoarece pentru schema de cedare dată, cu zona comprimată dreptunghiulară, el acționează într-un plan paralel cu axa de revoluție.

Ipoteza $x_2 \neq x_2'$ introduce calcule algebrice complicate. Pe de altă parte, numeroase lucrări experimentale au arătat că la cedarea conform schemei a doua, fisura de rupere atinge de obicei fața grinzii pe care apare zona comprimată și deci că valorile sunt foarte mici; în consecință se poate presupune, cu suficientă exactitate că zona comprimată este de formă dreptunghiulară și $x_2 = x_2'$.

Expresia pentru momentele forțelor interioare este similară cu cea din prima schemă. Ecuația de momente în raport cu AB va fi, similar cu (2.138) :

$$\left[M_t + Q \left(\frac{b}{2} - x_2 \right) \right] C_2 = R_c (C_2^2 + h^2) \frac{x_2^2}{2} + A_a \sigma_{c,d} (b - a - x_2) h + \sigma_{c,t} \frac{A_e}{a_{e,2}} (C_2^2 \theta_2 (h - a^e - x_2) + \sigma_{c,t} \frac{A_e}{a_{e,1} h} C_2^2 \left[(1 - \theta_2) \frac{h}{2} - a^e \right]^2 \quad (2.150)$$

Derivând ecuația (2.150) în raport cu x_2 se obține o ecuație pentru proiecțiile tuturor forțelor pe normală a planului zonei comprimate; multiplicând cu $l = \sqrt{C_2^2 + h^2}$ se obține:

$$-QC_2 = R_C(C_2^2 + h^2)x_2 - A_a\sigma_{CA}h - \sigma_{CE}\frac{A_e}{a_{e2}}C_2^2\theta_2 \quad (2.151)$$

multiplicând ecuația (2.150) cu $\frac{x_2}{2}$ și scăzând-o din ecuația (2.151) se ajunge la:

$$\left[M_t + Q\left(\frac{b}{2} - \frac{x_2}{2}\right) \right] C_2 = A_a\sigma_{CA}\left(b - a - \frac{x_2}{2}\right)h + \sigma_{CE}\frac{A_e}{a_{e2}}C_2^2\theta_2\left(b - a^e - \frac{x}{2}\right) + \sigma_{CE}\frac{A_e}{a_{e1}}C_2^2\frac{h}{4}\left(1 - \theta_2 - \frac{2a^e}{h}\right)^2 \quad (2.152)$$

$\frac{x_2}{2}$ se poate neglija în membrul stâng al ecuației (2.152), fiind mic în raport cu $\frac{b}{2}$;

introducând notația $\lambda = \frac{2M_t}{Qb}$ și ținând seama că $\theta_2 = \frac{h}{2b + h - 2x_2}$ (prin analogie cu prima schemă de cedare) se ajunge la relațiile:

$$M_t\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right)\frac{C_2}{h} = A_a\sigma_{CA}\left(b - a - \frac{x_2}{2}\right) + \sigma_{CE}\frac{A_eC_2^2}{a_{e2}}\frac{b - a^e - \frac{x}{2}}{2b + h - 2x_2} + \sigma_{CE}\frac{A_eC_2^2}{a_{e2}}\left(\frac{b - x_2}{2b + h - 2x_2} - \frac{a^e}{h}\right) \quad (2.153)$$

$$R_C(C_2^2 + h^2)x_2 = \left[A_a\sigma_{CA} + \sigma_{CE}\frac{A_eC_2^2}{a_{e2}(2b + h - 2x_2)} \right] h - QC_2 \quad (2.154)$$

În ecuația (2.154) valoarea lui Q rezultă din relațiile de echilibru static. Dacă valoarea lui x_2 determinată cu ecuația (2.154) rezultă negativă, x_2 va fi egal cu zero.

Din condiția de minim pentru M_t (sau Q), dat fiind coeficientul λ , se găsește valoarea lui C_2 pentru capacitatea portantă cea mai favorabilă:

$$C_2^2 = A_a\sigma_{CA}\frac{\sqrt{b - a - \frac{x_2}{2}}}{\sqrt{\frac{A_e\sigma_{CE}}{A_a\sigma_{CA}}\frac{1}{a_{e2}}\frac{b - a^e - \frac{x_2}{2}}{2b + h - 2x_2} + \frac{A_e\sigma_{CE}}{A_a\sigma_{CA}}\frac{1}{a_{e1}}\left(\frac{b - x_2}{2b + h - 2x_2} - \frac{a^e}{h}\right)^2}} \quad (2.155)$$

În analogia cu relația (2.144) se poate presupune:

$$\theta_2 \approx \frac{b}{2b + h} \quad (2.156)$$

Ultima parte în membrul drept al ecuației (2.151) și valoarea corespunzătoare în ecuația (2.155) sunt neglijabile în comparație cu ceilalți membri și pentru a simplifica calculele pot fi ignorate. Astfel, utilizând ecuația (2.156), și presupunând:

$$b - a - \frac{x_2}{2} = b - a^e - \frac{x_2}{2}$$

ecuațiile (2.153), (2.154) și (2.155) se pot simplifica. În ecuația (2.155), în plus față de cele de mai sus, ultimul membru se poate neglija datorită valorii mici a lui x_2 . Se ajunge în final la ecuațiile:

$$M_1 \frac{C_2}{h} \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) = \left[A_a \sigma_{CA} + A_c \sigma_{CF} \frac{C_2^2}{a_{c2}(2b+h)} \right] \left(b - a - \frac{x}{2} \right) \quad (2.157)$$

$$R_c \left(C_2^2 + h^2 \right) x_2 = \left[A_a \sigma_{CA} + A_c \sigma_{CF} \frac{C_2^2}{a_{c2}(2b+h)} \right] h \quad (2.158)$$

$$C_2 = \sqrt{\frac{A_a \sigma_{CA}}{A_c \sigma_{CF}} a_{c2} (2b+h)} \quad (2.159)$$

din analogia cu relația (2.152):

$$C_2 \leq 2b + h \quad (2.160)$$

Trebuie de asemenea reținut că valoarea lui C_2 nu poate depăși lungimea segmentului de grindă unde momentul de torsiune și forța tăietoare au același semn.

2.1.3.4. Interacțiunea încovoierii, tăierii și torsiunii

În cele mai multe aplicații torsiunea este combinată cu încovoierea sau/și cu tăierea.

Începuturile studiilor interacțiunii dintre încovoiere și torsiune se efectuează la Moscova, pionierii fiind Lessing, Chinenkov, Lyalin și Grozdev. Ei au observat lipsurile mecanismelor de rupere anterioare, care modelau încovoierea oblică și au studiat condițiile de echilibru și expresiile energiei interne și externe ale mecanismului de rupere.

Primele lor rezultate au fost publicate în 1958 de Lessing. Metoda a fost revăzută în SUA în 1960 de Bresler, iar mai târziu dezvoltată de autorii ei și de Collins în 1968.

O altă propunere pentru studiul interacțiunii dintre torsiune, încovoiere și tăiere se bazează pe teoria grinzii cu zăbrele spațiale. În varianta torsiunii pure, ea a fost prezentată la punctul 2.3.1, iar prima ei utilizare în studiul interacțiunii dintre torsiune și încovoiere, la elemente din beton armat, aparține lui Elfren.

Formulele de interacțiune torsiune-încovoiere și torsiune-încovoiere-tăiere, pentru betonul armat, verificat experimental, au fost publicate în 1968 de T.Hsu, care a propus pentru proiectare relațiile:

$$\left(\frac{T}{T_{u0}} \right)^2 + \frac{V}{V_{cb}} = 1 \quad \text{pentru} \quad \frac{M}{M_{u0}} \leq 0,5$$

$$\left[\frac{T}{T_{u0} \left(1,70 - 1,40 \frac{M}{M_{u0}} \right)} \right]^2 + \left(\frac{V}{V_{cb}} \right)^2 = 1 \quad \text{pentru} \quad 0,5 < \frac{M}{M_{u0}} \leq 1,0$$

în care M = moment încovoietor

M_{u0} = momentul încovoietor plastic pentru $V=0$ și $T=0$

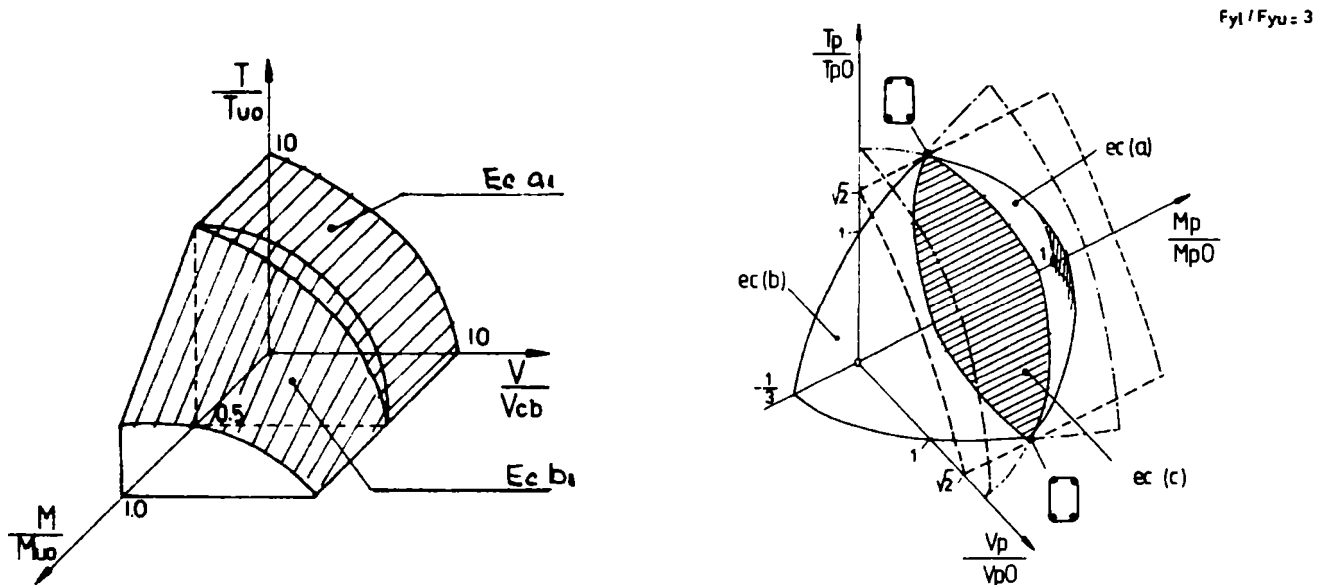
T = moment de răsucire

T_{u0} = moment de răsucire plastic pentru $M=0$ și $V=0$

V = forța tăietoare

V_{cb} = forță tăietoare de cedare în interacțiunea
forță tăietoare și moment încovoietor

Totodată s-au prezentat grafic, în trei dimensiuni, suprafețele de interacțiune, folosindu-se de rapoartele T/T_{u0} , M/M_{u0} și V/V_{cb} ca axe (figura 2.27 a).



a) Interacțiunea solicitărilor combinate
torsiune – încovoiere – tăiere (după T.Hsu)
Stress interaction: torsion-flexion-shearing (by
T. Hsu)

b) Interacțiunea solicitărilor combinate
torsiune – încovoiere – tăiere (după Luchniger)
Stress interaction: torsion-flexion-shearing (by
Luchniger)

Figura 2.27

Relațiile și diagrama de interacțiune propusă de Hsu nu iau în calcul prezența etrierilor într-un element din beton armat supus la torsiune combinată cu încovoiere și răsucire.

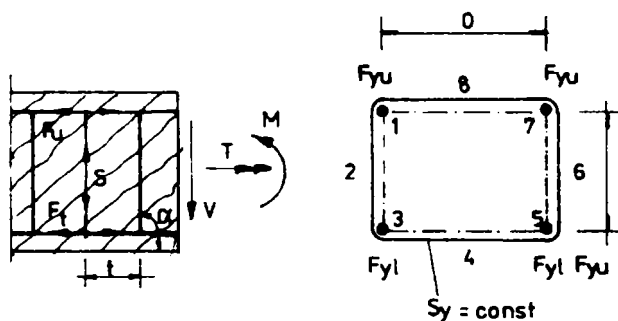


Figura 2.28 Sistemul static pentru
torsiune – încovoiere – tăiere
Static system for torsion-flexion-shearing

Mai târziu, în 1972 au aprofundat studiul Rajagopalan, Behera și Ferguson, pentru ca apoi să fie reluat de Thurlimann și Luchniger în 1975 pentru grinda a cărei secțiune este prezentată în figura 2.28

Ecuțiile celor trei interacțiuni sunt grafic prezentate în fig.2.27 b) pentru raportul $F_{y1} / F_{yu} = 3$ și definitivate de Luchinger în 1977.

Relația (a) din diagramă se identifică cu:

$$F_3 = F_5 = F_{y1} : \frac{F_{yu}}{F_{y1}} \left[\left(\frac{T_p}{T_{p0}} \right)^2 + \left(\frac{V_p}{V_{p0}} \right)^2 \right] + \frac{M_p}{M_{p0}} = 1$$

similar, relația (b):

$$F_1 = F_7 = F_{yu} : \left(\frac{T_p}{T_{p0}} \right)^2 + \left(\frac{V_p}{V_{p0}} \right)^2 - \frac{F_{y1}}{F_{yu}} \cdot \frac{M_p}{M_{p0}} = 1$$

A treia ecuație de interacțiune pentru situația în care $F_1 = F_{yu}$;

$F_3 = F_{y1}$ se va putea pune sub forma (c):

$$\left(\frac{T_p}{T_{p0}} \right)^2 + \frac{2T_p \cdot V_p}{T_{p0} \cdot V_{p0}} \cdot \sqrt{\frac{2h}{u}} + \left(\frac{V_p}{V_{p0}} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{F_{y1}}{F_{yu}} + 1 \right)$$

unde M_p , moment încovoietor plastic;

T_p , moment de torsiune plastic;

V_p , forță tăietoare de plasticizare

$M_{p0} = 2F_{y1}h$, momentul încovoietor (plastic) pentru $V=0$ (forța tăietoare nulă)

și $T=0$ (moment de torsiune nul);

$T_{p0} = 2A_0 \sqrt{\frac{4F_{yu}S_y}{u \cdot t}}$, momentul de torsiune (plastic) pentru $M=0$ (moment

încovoietor nul) și $V=0$ (forță tăietoare nulă)

- u fiind perimetrul marcat de armăturile de colț

- t pasul între atrieri;

$V_{p0} = 2\sqrt{2 \cdot F_{yu} \cdot S_y \cdot \frac{h}{t}}$, forța tăietoare de plasticizare pentru $M=0$ (moment

încovoietor nul) și $T=0$ (moment de torsiune nul).

2.2. Aplicații ale teoriilor elasticității și plasticității la calculul elementelor din beton armat solificate la torsiune

2.2.1. Formularea problemei

Dezvoltarea formelor structurale, diversitatea posibilităților de aplicare a încărcărilor, caracterul monolitic al construcțiilor din beton armat, rafinament metodelor

de calcul precum și necesitatea proiectării economice a structurilor, fac necesară cunoașterea comportării elementelor și structurilor din beton armat sub acțiunea concomitentă a mai multor solicitări.

Tertea (1981) a sintetizat datele teoretice, arătând că torsiunea ce apare în structurile din beton armat și beton precomprimat poate acționa în două moduri fundamental diferite:

—torsiunea de echilibru apare din condițiile de echilibrare a sistemului;

—torsiunea de compatibilitate apare în elemente ale sistemului datorită condițiilor de compatibilitate geometrică a deformațiilor.

Atunci când echilibrul sistemului este posibil, chiar dacă se neglijează rigiditatea sa la torsiune într-un calcul elastic, sau se poate neglija rezistența la torsiune într-un calcul plastic, torsiunea se consideră de compatibilitate.

Deoarece torsiunea de compatibilitate apare ca rezultat al condițiilor de compatibilitate geometrică, ea poate fi neglijată în proiectare.

Rezistența la torsiune (asigurată adeseori printr-o armătură prevăzută în element pe considerente de exploatare normală, limitarea deschiderii fisurilor, a săgeților etc.) poate contribui la sporirea capacității portante a întregii structuri prin redistribuirea eforturilor.

În cazul torsiunii de echilibru, capacitatea portantă a structurii depinde numai de rezistența la torsiune. Neglijarea acesteia duce la instabilitatea sistemului.

Din cele arătate rezultă că torsiunea de echilibru poate apărea numai în sistemele static determinate, în timp ce torsiunea de compatibilitate poate apărea în orice sistem (fig. 2.29).

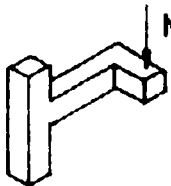
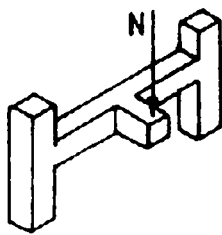
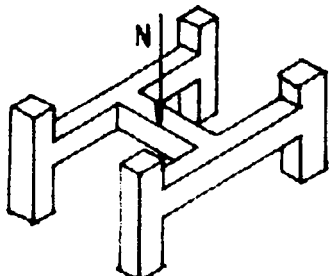
	Torsiune de echilibru	Torsiune de compatibilitate
Structuri static determinate		imposibil
Structuri static nedeterminate		

Figura 2.29 Efectul torsiunii în structuri de beton armat
Torsion effect in reinforced concrete structure

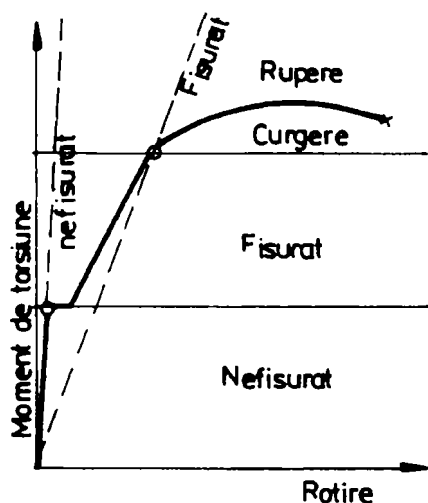


Figura 2.30 Curba caracteristică efort-rotire la o secțiune de beton solicitată la torsiune
 Stress – rotation characteristic curve for a concrete section under a torsion stresses

Sub acțiunea momentului de torsiune M_t elementele de beton armat prezintă, în funcție de stadiul de solicitare, două sisteme structurale diferite (fig. 2.30). În stadiul nefisurat (I), momentul de torsiune este preluat de eforturile unitare tangențiale, determinate, în baza teoriei lui St. Venant, considerând secțiunea omogenă și izotropă.

După apariția fisurilor, în stadiul II, sistemul de forțe interioare se schimbă radical. Eforturile unitare de întindere sunt preluate numai de armături, iar cele de compresiune (orientate paralel cu fisurile) sunt preluate de beton.

În stadiul fisurat armătura joacă principalul rol, în timp ce betonul (cel puțin pentru elementele cu procente mici și mijlocii de armare) este mai puțin solicitat.

Trecerea din stadiul I în stadiul II este mai bruscă decât la încovoiere și depinde în principal de solicitarea de curgere față de cea de fisurare.

După apariția solicitării de curgere, rotirea crește puternic ducând la ruperea secțiunii.

2.2.2. Starea limită de fisurare

2.2.2.1. Determinarea eforturilor unitare tangențiale în beton în stadiul nefisurat (I)

Cunoașterea eforturilor unitare tangențiale dă posibilitatea evaluării eforturilor principale de întindere și implicit a verificării apariției fisurilor. Starea de fisurare, la rândul ei, oferă informații privind modul de rupere al elementelor torsionate.

Câtă vreme secțiunea torsionată lucrează fără fisuri, eforturile unitare tangențiale se pot determina utilizând teoria secțiunilor închise cu pereți subțiri (formula lui Bredt) adică:

$$\tau_t = \frac{M_t}{2A_{bs}\delta} \quad (2.161)$$

în care (fig.2.31):

τ_t este efortul unitar tangențial produs de M_t ;

M_t , momentul de torsiune;

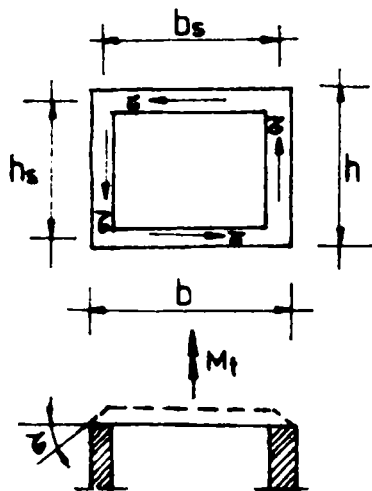
$A_{bs} = b_s h_s$, aria cuprinsă între liniile mediane ale pereților secțiunii;

δ , grosimea peretelui secțiunii.

În cazul secțiunilor pline, se utilizează o secțiune înlocuitoare (ideală) tubulară a cărei caracteristici geometrice se stabilesc după cum urmează:

a). Secțiunea plină dreptunghiulară (fig. 2.31).

Secțiunea înlocuitoare tubulară depinde de raportul b_s/b astfel:



$$b_s \leq \frac{5}{6}b; \quad \delta = \frac{b_s}{5}; \quad A_{bs} = b_s h_s$$

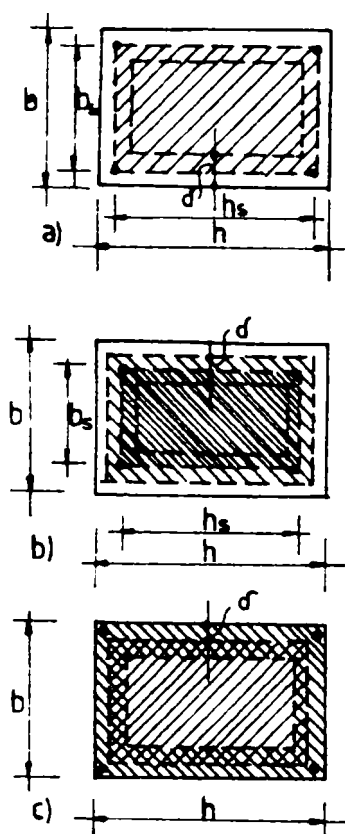
$$b_s > \frac{5}{6}b; \quad \delta = \frac{b}{6}; \quad A_{bs} = \frac{5}{6} \left(h - \frac{b}{6} \right)$$

în care:

b_s este distanța dintre barele de colț, măsurată pe latura mică a dreptunghiului;

h_s distanța dintre barele de colț, măsurată pe latura mare a dreptunghiului.

Figura 2.31 Secțiunea înlocuitoare tubulară
Effective tubular section



Cele trei cazuri de mai înainte, sunt reprezentate în fig. 2.32:

a) $b_s = \frac{5}{6}b$

$$\delta = \frac{b_s}{5}$$

$$A_{bs} = b_s h_s$$

b) $b_s < \frac{5}{6}b$

$$\delta = \frac{b_s}{5}$$

$$A_{bs} = b_s h_s$$

c) $b_s > \frac{5}{6}b$

$$\delta = \frac{b}{6}$$

$$A_{bs} = \frac{5}{6}b \left(h - \frac{b}{5} \right)$$

Figura 2.32 Secțiunea înlocuitoare (tubulară) de calcul în cazul secțiunii pline dreptunghiulare:
a) $b_s = 5/6 b$; b) $b_s < 5/6 b$ c) $b_s > 5/6 b$
Effective calculus section (tubular) for a rectangular section

b). Secțiunea plină compusă din dreptunghiuri (fig. 2.33). Determinarea secțiunii tubulare înlocuitoare a fiecărui dreptunghi se face după regulile menționate la pct. a de mai înainte. Eliminând pereții fictivi care nu sunt paraleli cu conturul secțiunii date, se obține o singură secțiune tubulară înlocuitoare (fig. 2.34). Metoda de calcul este valabilă câtă vreme raportul h/b a dreptunghiurilor individuale nu depășește valoarea 3. În caz contrar se ia în considerare numai dreptunghiul delimitat de condiția $h = 3b$ (fig. 2.35).

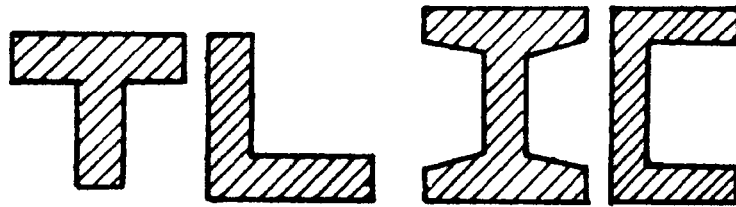


Figura 2.33 Secțiuni pline alcătuite din părți dreptunghiulare
Compact section made of rectangle parts

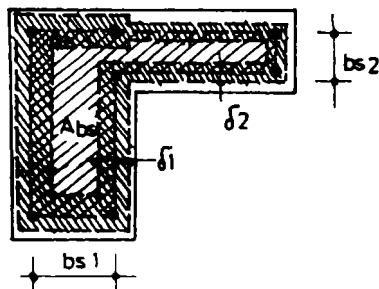


Figura 2.34 Secțiunea înlocuitoare (tubulară) în cazul secțiunii pline compusă din dreptunghi
Replacied section (tubular) for a full section made of rectangular parts

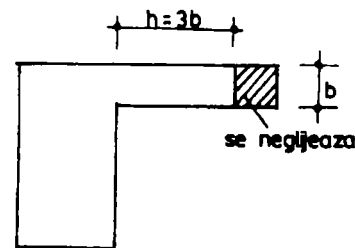
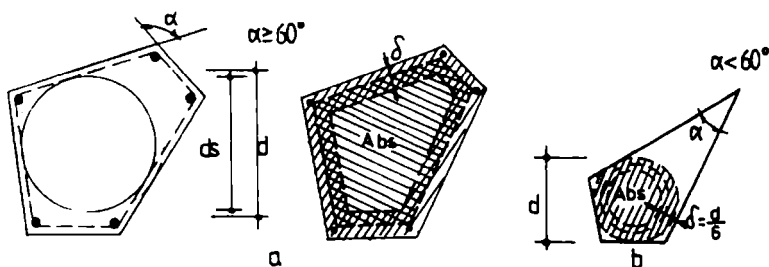


Figura 2.35 Dreptunghiul luat în considerare în calculul când $H > 3b$
Rectangular parts considered in calculus when $H > 3b$

c). Secțiunea plină neregulată (fig. 2.36). În cazul când fiecare unghi între laturile secțiunii este mai mare decât 60° (fig. 2.36, a), determinarea grosimii peretelui fictiv se face pornind de la diametrul d al cercului înscris în conturul secțiunii și diametrul d_s al cercului înscris în poligonul definit de armături așezate în colțuri. Ca și în cazul secțiunilor dreptunghiulare, grosimea peretelui fictiv va avea valorile:



$$\delta = \frac{d}{6} \quad \text{dacă } d_s > \frac{5}{6} d$$

$$\delta = \frac{d_s}{5} \quad \text{dacă } d_s \leq \frac{5}{6} d$$

Figura 2.36 Grosimea peretelui fictiv în cazul secțiunii pline neregulate
Effective wall thickness for an irregular full section

Cu grosimea peretelui fictiv astfel determinat, se calculează aria A_{bs} pentru secțiunea înlocuitoare (fig. 2.36, a).

În cazul când vreunul din unghiurile laturilor secțiunii este mai mic decât 60° (fig. 2.24, b), secțiunea inelară înlocuitoare, tangentă la poligonul laturilor secțiunii reale, se consideră având grosimea peretelui $\delta = \frac{1}{6}d$, iar aria echivalentă se consideră

$$A_{bs} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{5}{6}d \right)^2$$

d). Secțiunea tubulară (fig. 2.37). Grosimea peretelui secțiunii înlocuitoare se stabilește ca și în cazul secțiunii dreptunghiulare pline.

Dacă grosimea efectivă a peretelui secțiunii tubulare δ_{ei} este mai mare decât grosimea peretelui secțiunii înlocuitoare δ , atunci aria A_{bs} se calculează pentru secțiunea tubulară înlocuitoare (fig. 2.37, a).

Dacă $\delta_{ei} < \delta$, atunci aria A_{bs} se calculează pentru secțiunea tubulară reală (fig. 2.37, b).

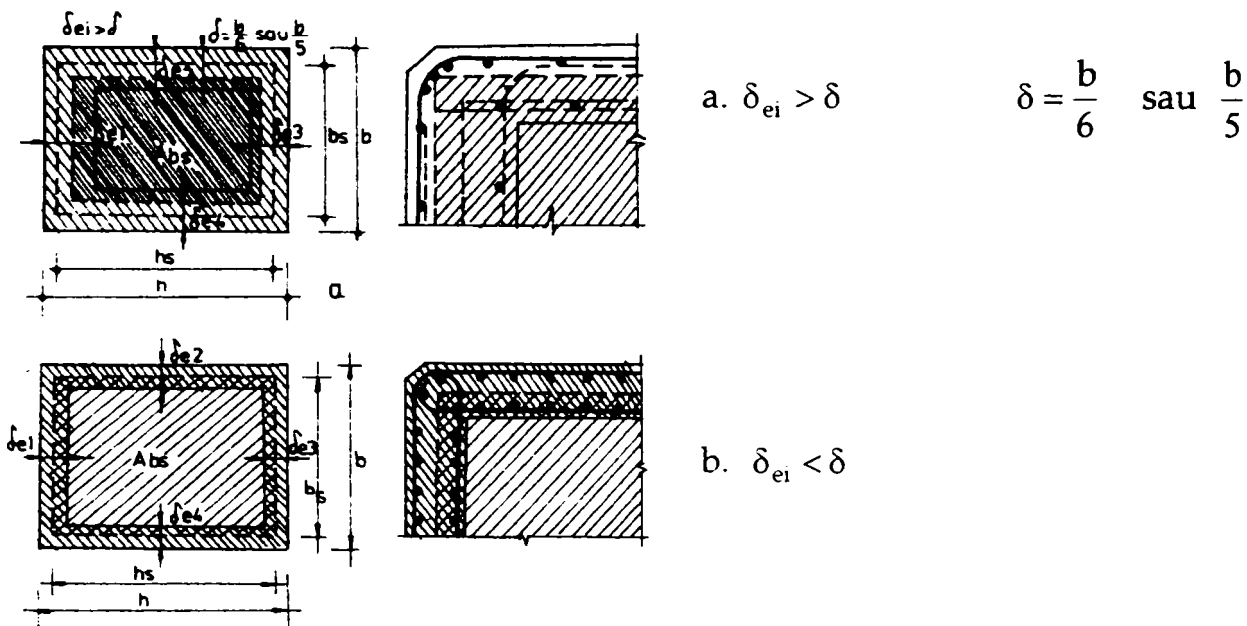


Figura 2.37 Secțiunea înlocuitoare în cazul secțiunii dreptunghiulare tubulară
Effective section for a tubular rectangular section

2.2.2.2. Calculul eforturilor unitare principale

Eforturile unitare principale sunt egale cu cele tangențiale în cazul torsiunii pure a elementelor din beton armat deoarece în relația

$$\sigma_{b1,2} = \frac{\sigma_b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{2} \right)^2 + \tau_b^2} \quad (2.162)$$

efortul unitar normal $\sigma_b = 0$.

La elementele torsionate precomprimate, prezența eforturilor unitare de compresiune σ_b , are ca efect reducerea eforturilor unitare principale de întindere σ_{b1} și implicit, majorarea torsiunii de fisurare.

Precomprimarea bidirecțională reduce și mai mult efortul unitar principal σ_{b1} , sporind în mod corespunzător solicitarea de fisurare.

De regulă, torsiunea nu acționează izolat ci împreună cu alte eforturi ca momente încovoietoare, forțe tăietoare și forțe axiale.

La calculul eforturilor unitare principale, eforturile unitare normale se determină ținând seama de momentul încovoietor și forța axială iar eforturile unitare tangențiale, de forța tăietoare și momentul de torsiune, produse de încărcările exterioare, inclusiv precomprimarea.

2.2.2.3. Verificarea deschiderii fisurilor înclinate

Conform STAS 10107/0-90, verificarea în starea limită de fisurare a elementelor solicitate la torsiune sau torsiune cu forță tăietoare constă în verificarea deschiderii fisurilor înclinate ce se permite a se efectua indirect prin eliminarea eforturilor unitare principale sub încărcările de exploatare.

2.2.3. Starea limită de rezistență

2.2.3.1. Modelul de rupere

Modelul de rupere al elementelor precomprimate solicitate la torsiune este același ca și pentru betonul armat.

Modelul grinzii cu zăbrele spațiale presupune că după apariția fisurilor la 45° pe fețele laterale ale elementului, momentul de torsiune este preluat de o grindă cu zăbrele spațială în care tălpile sunt armăturile longitudinale, montanții sunt etrierii, iar diagonalele comprimate sunt alcătuite din beton. În afara acestui element structural periferic de grosime δ , (fig. 2.38) restul secțiunii (miezul) nu participă la preluarea momentului de torsiune.

Acest model poate fi folosit și în starea limită a capacității portante cu condiția ca armătura longitudinală și etrierii de pe cel puțin trei laturi ale barei să atingă limita de curgere înaintea strivirii diagonalelor comprimate din beton.

Această condiție este obligatorie la alcătuirea elementelor, întrucât avertizează ruperea prin deformații (rotiri) pronunțate.

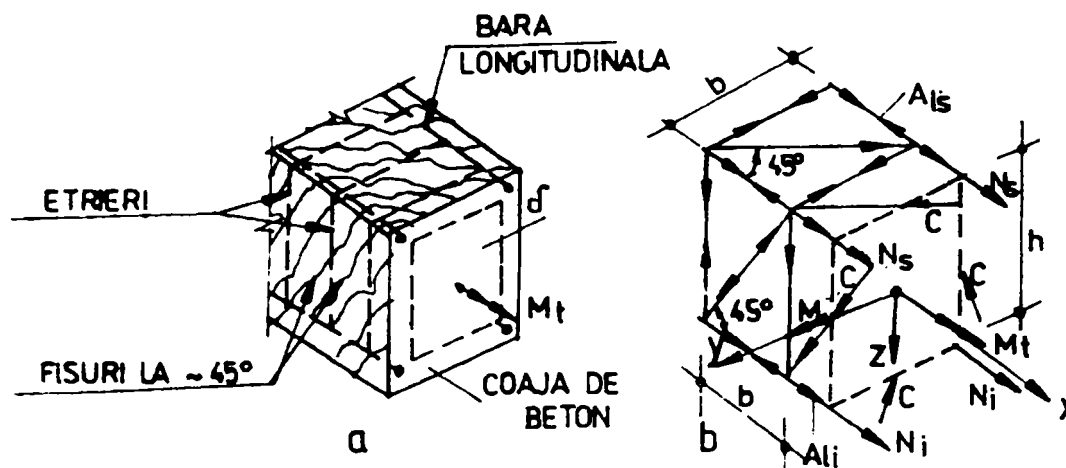


Fig. 2.38 Modelul de rupere al elementului din beton armat sollicitat la torsiune
Fracture mode of a reinforced concrete element under torsion stresses

În funcție de procentul de armare la torsiune μ_t variația capacității portante la torsiune este reprezentată în fig.2.39. Cu μ_t s-a notat raportul:

$$\mu_t = \frac{\sum A_e + \sum A_{al}}{A_{bs}} \quad (2.163)$$

în care:

A_e este aria secțiunii unei ramuri a etrierilor;

A_{al} , aria secțiunii unei ramuri longitudinale;

A_{bs} , aria secțiunii transversale de beton înlocuitoare (dată la pct. 3.3.2.1)

Capacitatea portantă a secțiunilor cu procente foarte mici de armare este epuizată în momentul apariției primelor fisuri (M_{tf}) care corespunde cu ruperea armăturii (zona 1 din fig. 2.39). Pentru a evita acest mod de rupere este necesar un procent minim de armare care, după CEB, este asigurat prin armătura transversală prevăzută pentru forța tăietoare ce însoțește de regulă torsiunea.

Când torsiunea este solicitarea dominantă, după curgerea armăturilor, diagonalele comprimate din beton se rup datorită unor răsuciri puternice care provoacă deplasări. Un asemenea mod de rupere prin forfecare este caracteristic elementelor subarmate (zona 2 din fig. 2.39).

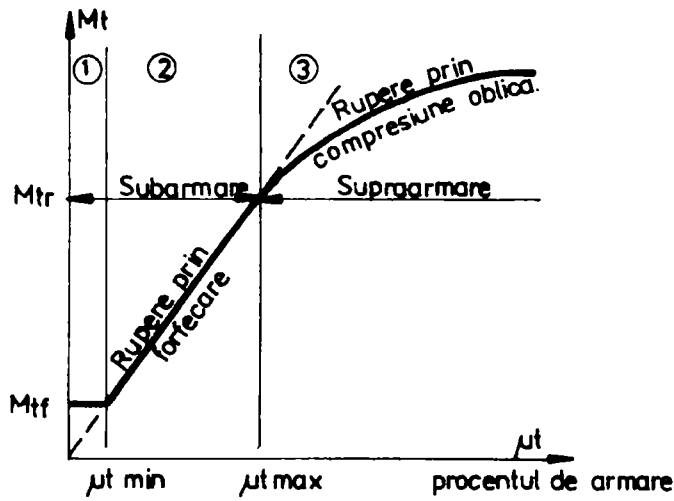


Figura 2.39 Variația capacității portante la torsiune, în funcție de procentul de armare
Torsion bearing capacity variation, depending of reinforcement ratio

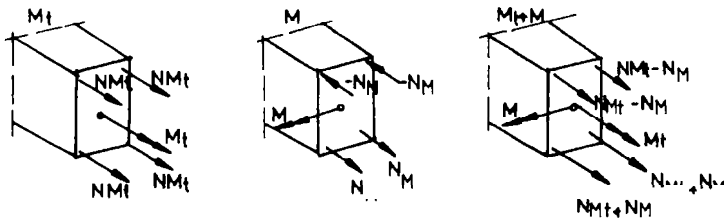


Figura 2.40 Însușirea eforturilor din armături din momentul încovoiător M și cel de torsiune M_t
Summarize of efforts from reinforcements, caused by bending moment M and torsion one M_t

Când ruperea elementului torsionat se produce prin strivirea diagonalelor comprimate înainte ca armăturile să atingă limita de curgere, este cazul unei rupei prin compresiune oblică, caracteristică elementelor supraarmate (zona 3 din fig.2.39). Această rupere prematură poate avea loc și în cazul când parte din armătura longitudinală nu intră în curgere. Este cazul torsiunii însoțită de încovoiere când eforturile rezultante

preluate de armături sunt diferite ca valoare (fig. 2.40).

În cazul rupei prin compresiune oblică, unghiul de încinare a diagonalelor comprimate α poate diferi de 45° . Rezultatele experimentale arată că tangenta acestui unghi poate varia între valorile $0,5 < \tan \alpha < 2,0$

$$\text{adică } 26 < \alpha < 64 \quad (2.164)$$

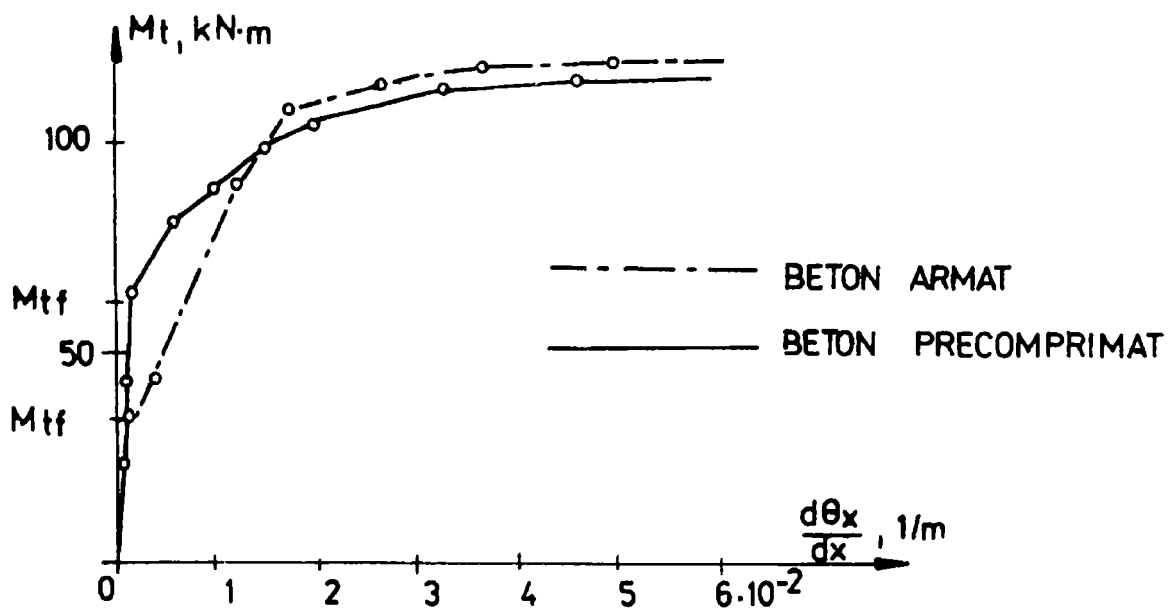


Fig. 2.41 Influența precomprimării betonului asupra momentului de torsiune la fisurare
Concrete pre-stressing influence on cracking torsion moment

Ca și în cazul celorlalte solicitări, armăturile pretensionate nu modifică capacitatea portantă a elementului la torsiune întrucât, după decompresiune, deformațiile armăturilor active sunt aceleași ca și cele ale armăturilor pasive. Momentul de curgere fiind același, grinzile din beton armat și cele din beton precomprimat au aceeași capacitate portantă la rupere, așa cum se poate vedea din fig.2.41. Este evidentă însă diferența între momentele de torsiune la fisurare, în avantajul net al betonului precomprimat.

Eforturile unitare datorite precomprimării au ca efect nu numai creșterea rezistenței la fisurare dar și modificarea înclinării fisurilor precum și riscul unei ruperi premature prin compresiune a diagonalelor din beton.

Modelul grinzii cu zăbrele este acceptat pentru calculul armăturii elementelor solificate la torsiune, atât din beton armat cât și din beton precomprimat.

2.2.3.2. Calculul armăturii

Pornind de la modelul grinzii cu zăbrele, STAS 10107/0-90 cât și Codul Model CEB calculează armăturile după cum urmează.

a. Torsiunea pură. Armătura dispusă paralel și perpendicular pe axa barei (fig. 2.42, a, b) este dată de relațiile:

$$\frac{A_e}{S_e} = \frac{A_{al}}{S_l} = \frac{\sum A_{al}}{u_s} = \frac{M_t}{2A_{bs}R_a} \quad (2.165)$$

a, b - paralel și perpendicular pe axa barei;

c - înclinat la 45° față de axa barei.

în care, în afara notațiilor date la relația (2.163), μ_s reprezintă perimetrul secțiunii

A_{bs} .

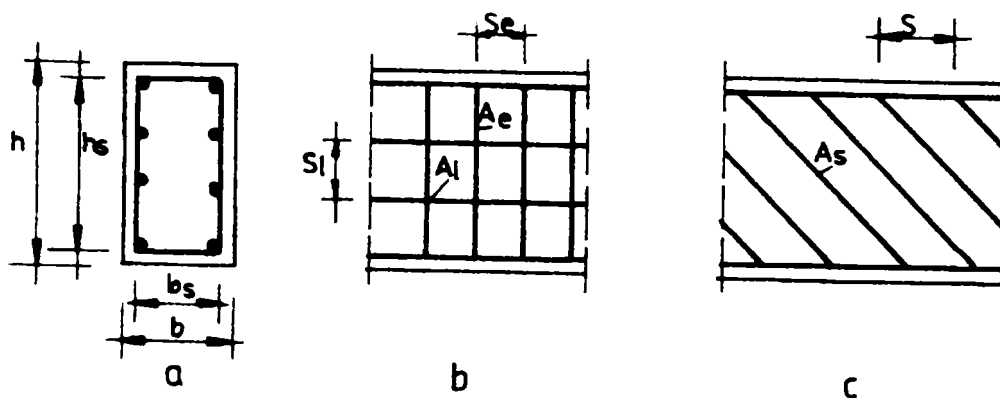


Fig. 2.42. Armarea secțiunii dreptunghiulare la torsiune
Reinforcement of rectangular section for torsion

Armătura pretensionată longitudinală A_p se introduce în calcul ca o armătură nepretensionată având aria echivalentă

$$A_{al} = \frac{0,85 R_p}{R_a} A_p \quad (2.166)$$

Armătura așezată la 45° față de axa grinzii (fig.2.42, c) se calculează cu relația:

$$\frac{A_s}{s} = \frac{M_t}{2\sqrt{2} A_{bs} R_a} \quad (2.167)$$

în care: A_s este aria secțiunii barelor sau forței înclinate la 45° ;

s - pasul fretei, măsurat paralel cu axa grinzii.

b. Torsiunea cu încovoiere. Se admite determinarea armăturilor longitudinale și transversale, separat pentru torsiune și pentru încovoiere cu forță tăietoare, însumând apoi ariile obținute.

Această ipoteză simplificatoare conduce la un consum suplimentar de armătură față de cea realmente necesară. O reducere a ariei de armătură presupune un model de rupere, diferit de cel al grinzii cu zăbrele, suficient de bine verificat experimental.

În cazul când armătura longitudinală necesară pentru preluarea momentului încovoiător maxim nu este folosită integral, în cazul de solicitare la momentul de torsiune maxim, unghiul de înclinare a diagonalelor comprimate poate fi ales diferit de 45° . În această situație:

— armătura perpendiculară pe axa grinzii se calculează cu relația

$$\frac{A_e}{S_e} = \frac{M_t}{2A_{bs}R_a} \operatorname{tg} \alpha; \quad (2.168)$$

— armătura paralelă cu axa barei este dată de relația

$$\frac{A_{al}}{u_s} = \frac{M_t}{2A_{bs}R_a \operatorname{tg} \alpha} \quad (2.169)$$

Domeniul de variație al unghiului α este cel dat de relația (2.164).

Dacă la rupere etrierii și armăturile longitudinale ating limita de curgere în zona întinsă din încovoiere înclinarea unghiului α , pentru secțiunea dreptunghiulară se poate deduce din relația:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{A_e R_a}{A_a R_a} \frac{b_s}{s_e} \left(\frac{M}{M_t} \operatorname{tg} \alpha + \frac{1 + \frac{h_s}{b_s}}{2} \right) = 0 \quad (2.170)$$

Din relația (2.170) rezultă că înclinarea α depinde de modul de armare și de raportul dintre momentele încovoiătoare și de torsiune.

c. Alcătuirea elementelor torsionate

Din cele relatate în paragrafele precedente a rezultat că elementele precomprimate solicitate la torsiune se comportă în starea limită de rezistență la fel ca și cele din beton armat. Ca urmare, și prevederile privind alcătuirea acestor elemente vor fi aceleași.

Se recomandă ca elementele cu secțiune dreptunghiulară, solicitate la încovoiere cu torsiune, astfel încât $M_t < 3M_f$, să aibă lățimea egală cu cel puțin jumătate din lățimea secțiunii ($b \geq 0,5h$).

Modelul de rupere al elementului torsionat (grinda cu zăbrele) presupune concentrarea armăturii longitudinale la colțurile secțiunii transversale. Pentru limitarea deschiderii fisurilor se recomandă totuși a distribui cât mai uniform armătura longitudinală în interiorul etrierilor ce delimitează periferia secțiunii de beton, astfel ca distanța între aceste bare să nu depășească $1,3b$ și nici 45 cm (după DIN, această distanță nu depășește 20 cm).

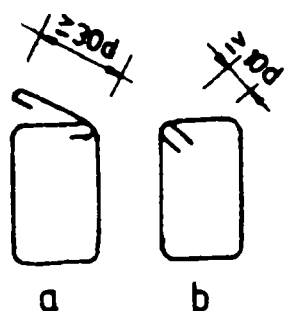


Figura 2.43 Etrieri pentru torsiune

a) după STAS 10107/0-90

b) după CEB

Hoops for torsion

a) after STAS 10107/0-90

b) after CEB

Se recomandă a prevedea bare cu diametru mai mare la colțurile secțiunii pentru a putea prelua rezultatele forțelor de compresiune din diagonalele comprimate (ale modelului fizic adoptat în calcul). barele longitudinale nu vor avea diametrul mai mic de 10 mm și vor fi prelungite, dincolo de secțiunea unde sunt teoretic necesare, cu lungimea de aderență (se poate considera jumătate din perimetrul secțiunii transversale).

Armătura transversală se realizează de obicei din etrieri închiși.

Conform STAS 10107/0-90 capetele etrierilor se petrec pe cel puțin $30d$ (d fiind diametrul barei din care s-a confecționat etrierul) (fig. 2.43, a), iar distanța dintre etrieri nu trebuie să depășească jumătatea secțiunii sau $1,3b$.

După CEB se consideră suficientă ancorarea etrierilor închiși ca în fig. 2.43, b, iar distanța dintre etrieri trebuie să respecte condițiile:

$$a_c \leq \frac{u_s}{8} \quad \text{și} \quad a_c \leq 20 \text{ cm}$$

unde

$$u_s = 2(b_s + h_s)$$

La elementele tubulare de secțiune dreptunghiulară, armăturile transversale și longitudinale se distribuie pe fețe interioare și exterioare ale pereților, câtă vreme grosimea acestora nu depășește $b/6$ sau $h/8$.

La grosimi și mai mari, armătura pe fețe interioare se așează pe considerente constructive și nu participă la preluarea momentului de torsiune.

2.2.4. Rigiditatea elementelor solícitate la torsiune și torsiune cu încovoiere

Pe baza constatărilor teoretice și experimentale s-a stabilit că la proiectarea structurilor din beton armat solícitate concomitent la acțiunea încovoierii și răsucirii, neglijarea rigidității reduse la torsiune, duce la diferențe între comportarea reală și calculul acestora.

În vederea stabilirii unei relații pentru calculul rigidității la torsiune, Bob L. și alții (1979) au studiat influența principalilor parametri asupra acesteia, făcând un studiu comparativ al unor relații propuse în diverse norme de proiectare.

2.2.4.1. Rigiditatea la torsiune în diferite norme de proiectare:

În cazul în care efortul unitar principal de întindere σ_1 satisface condiția:

$$\sigma_1 < R_t,$$

rigiditatea la torsiune poate fi evaluată aplicând teoria elasticității, utilizând modulul de elasticitate transversal:

$$G = 0,4 E$$

Recomandările CEB, prescriu să se ia în calcul un modul transversal redus:

$$G_c = 0,7G \approx 0,3 E$$

Torsiunea specifică are expresia:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M_t}{GI_t} = \frac{M_t}{K_t^I} \quad (2.171)$$

La evaluarea modulului de rigiditate la torsiune K_t , momentul de inerție I_t se poate calcula folosind relațiile:

- pentru secțiuni închise cu pereți subțiri

$$I_t = \frac{4A_{bs}^2}{\sum_{\delta} h} = \frac{4A_{bs}^2 \delta}{u_s} \quad (2.172)$$

în care h este înălțimea secțiunii unui perete individual, iar δ grosimea peretelui;

- pentru secțiunile deschise cu pereți subțiri

$$I_t = \frac{1}{3} \sum h\delta^3 \quad (2.173)$$

Normele CEB-FIP și DIN prevăd, pentru calculul rigidității la torsiune " K_t ", relații de forma:

$$K_t = G_t \cdot I_t = \alpha \cdot E \cdot I_t \quad (2.174)$$

I_t este momentul de inerție la torsiune;

- G_t , modulul de elasticitate transversal;
 E , modulul de elasticitate tangent (stadiul I) sau secant (stadiul II);
 α , coeficient (subunitar) determinat experimental care ține seama de calitatea betonului, forma secțiunii transversale și raportul solicitărilor.

Normele DIN 4224 au propus pentru calculul rigidității la torsiune relația:

$$(G \cdot I_t)_{II} = 0.15(1 + \mu) \cdot \frac{1}{1 + \frac{M_b}{M_{bu}}} (G \cdot I_t)_I \quad (2.175)$$

pentru $\mu \geq 0.5\%$, unde:

$(G I_t)_I, (G I_t)_{II}$ sunt rigiditatea la torsiune în stadiul I respectiv II de lucru al betonului;

μ , procentul armăturii longitudinale uniform repartizate pe contur;

M_b , momentul încovoietor corespunzător valorii maxime a momentului de torsiune;

M_{bu} = momentul de rupere al secțiunii în cazul solicitării la încovoiere pură.

Rigiditatea după fisurare

Modulul de rigiditate după fisurare se definește ca raport între momentul de torsiune și rotirea specifică la începutul curgerii armăturii.

În comparație cu rigiditatea la încovoiere, rigiditatea la torsiune scade puternic odată cu apariția fisurilor.

În fig.2.43 se poate vedea variația modulului de rigiditate a unei secțiuni dreptunghiulare în funcție de momentul de torsiune și de procentul de armare transversal p_e . În structurile static determinate, modificarea raportului rigidității antrenează o redistribuire a eforturilor.

În normele CEB (1977) influența armăturilor poate fi luată în considerare prin:

$$K_t^{II} = \frac{E_s \cdot A_{ef}^2}{\frac{u_{ef} \cdot s}{2A_s} + 1,5 \frac{E_s \cdot u_{ef}}{E_e \cdot h_{ef}}} \quad (2.176)$$

K_t^{II} este rigiditatea la torsiune în stadiul II;

E_s , modulul de elasticitate al oțelului;

E_e , modulul de elasticitate al betonului;

A_s , secțiunea transversală a unui etrier;

s , distanța dintre etrieri.

Pentru calcul se consideră o secțiune chesonată echivalentă cu pereți subțiri, denumită secțiune efectivă și definită prin conturul poligonal mediu u_{ef} și grosimea h_{ef} a peretelui.

Pe lângă relațiile propuse de norme, diferiți autori au avut preocupări pentru îmbunătățirea modului de determinare a rigidității la torsiune a elementelor din beton armat sollicitate la acțiunea combinată a încovoierii și răsucirii. Thurliman și Luchinger (1973) au arătat că determinarea modului de rigiditate la torsiune în stadiul fisurat se face admitând modelul grinzii cu zăbrele cu diagonale la 45°. Cercetările experimentale arată că modulul de rigiditate este influențat hotărâtor de procentul total de armare și nu de distribuția armăturii pe perimetrul secțiunii. Se poate considera de asemenea, pentru simplificare, că diagonalele comprimate sunt rigide.

Modulul de rigiditate la torsiune se obține egalând lucrul mecanic virtual al forțelor exterioare cu cel al forțelor interioare:

$$L_{ext.} + L_{int.} = 0$$

Dacă se admite ca și condiție de echilibru momentul de torsiune fictiv \bar{M}_t și dacă deplasarea este identică cu rotirea reală $d\theta$, ecuația de lucru mecanic virtual (2.176) permite evaluarea deformației sistemului.

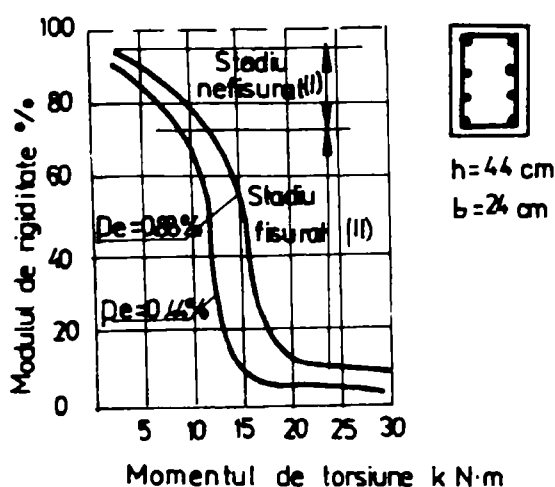


Figura 2.44 Variația modului de rigiditate la torsiune în funcție de momentul de torsiune
Torsion rigidity modulus variation in function of torsion moment

Deformațiile specifice corespunzătoare au valorile:

$$\varepsilon_c = \frac{\bar{M}_t s_e}{2A_{bs} A_c E_a}; \quad \varepsilon_{al} = \frac{\bar{M}_t u_s}{2A_{bs} \sum A_{al} E_a} \quad (2.179)$$

Eforturile unitare produse de momentul de torsiune M_t , ținând seama de relația (2.165), se pot scrie:

— în etrieri

$$\bar{\sigma}_e = \frac{\bar{M}_t s_e}{2A_{bs} A_s}; \quad (2.177)$$

— în armătura longitudinală

$$\bar{\sigma}_{al} = \frac{\bar{M}_t s}{2A_{bs} A_{al}} = \frac{\bar{M}_t u_s}{2A_{bs} \sum A_{al}} \quad (2.178)$$

Considerând

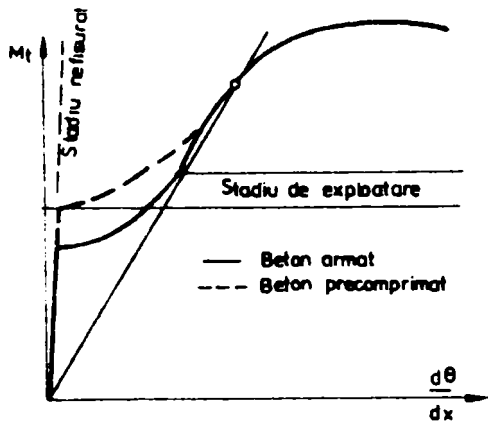
$$L_{ext} = \bar{M}_t d\theta; \quad L_{int} = -\int \bar{\sigma} \varepsilon dV$$

se obține, folosind ecuația (2.176), modulul de rigiditate la torsiune în stadiul II, sub forma:

$$K_t^{II} = \frac{A_{bs}^2 A_s E_a}{u_s s_e} (1 + \psi) \quad (2.180)$$

$$\text{în care} \quad \psi = \frac{\sum A_{al} s_e}{A_s u_s} \quad (2.181)$$

În cazul când armătura transversală (etrierii) este așezată neuniform pe fețele perimetrice ale elementului, relația (2.180) ia forma



$$K_t^{II} = \frac{4A_{bs}^3 E_a}{u_s^2} \frac{\mu_e \mu_{al}}{\mu_e + \mu_{al}} \quad (2.182)$$

în care

$$\mu_e = \frac{\sum \left(A_s \frac{h_s}{a_e} \right)}{A_{bs}} \quad (2.183)$$

$$\mu_{al} = \frac{\sum A_{al}}{A_{bs}} \quad (2.184)$$

Figura 2.45 Evidențierea stadiului de exploatare la o grindă supusă la torsiune
Underlining exploitation stage under
a torsion stresses

În aceste relații s-au considerat notațiile:

K_t^{II} este rigiditatea la torsiune în stadiul II;

A_{bs} , suprafața închisă de drepte ce unesc modelul grindă cu zăbrele spațială;

u_s , perimetrul suprafeței A_{bs} ;

μ_e , procentul de armare al etrierilor;

a_e , distanța dintre etrieri;

μ_{al} , procentul de armare longitudinal.

L. Bob și alții (1973) au analizat relațiile de calcul existente și au constatat că cea mai bună concordanță între valorile teoretice și cele experimentale se obține cu relația (2.174), care reprezintă și avantajul modului simplu de exprimare a rigidității la torsiune. Aceeași autori au reprezentat în figura 2.45 valorile experimentale ale coeficientului α în funcție de raportul solicitărilor M_t / m .

În concluzie pentru elementele din beton armat solicitate la încovoiere cu torsiune Bob (1973) a propus:

— pentru stadiul I rigiditatea la torsiune se poate exprima prin relația:

$$K_t^I = 0,3 \cdot E_b \cdot I_t \quad (2.185)$$

— pentru stadiul II valoarea de calcul a rigidității la torsiune se apreciază cu relația:

$$K_t^{II} = \alpha \cdot E_b \cdot I_t \quad (2.186)$$

cu următoarele valori ale coeficientului α reieșite din figura 2.45:

— pentru $\psi \leq 0,2, \alpha = 0,08$

— pentru $\psi \geq 0,8, \alpha = 0,05$

— pentru valori intermediare se va face o interpolare liniară.

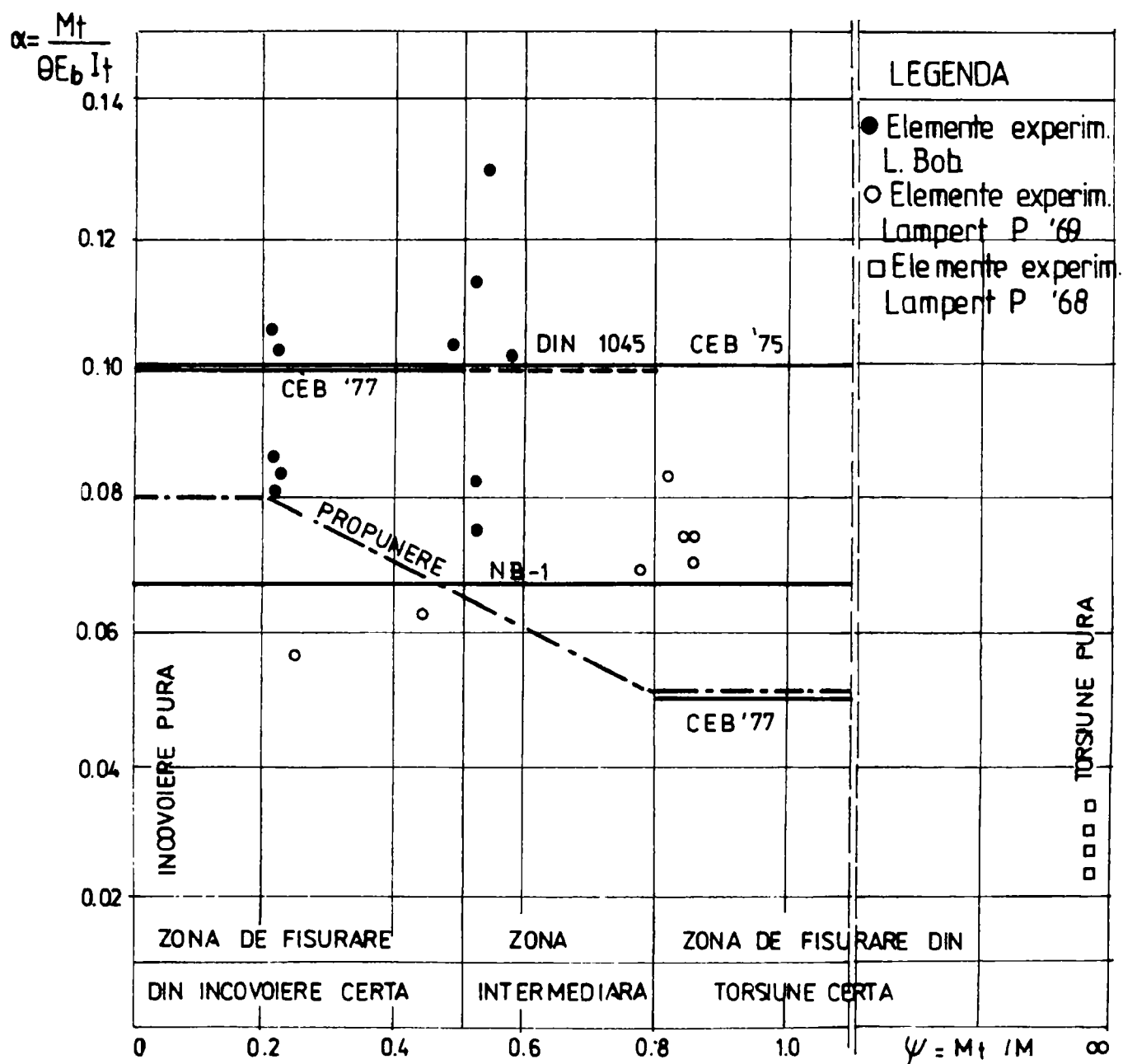


Figura 2.46 Valorile experimentale ale coeficientului α
Experimental values of α coefficient

2.2.4.2. Studiul parametric al rigidității la torsiune

Dacă pentru o secțiune dreptunghiulară supusă la torsiune se aplică formulele (2.180), (2.181) și (2.185) pentru starea fisurată și nefisurată se face raportul:

$$\frac{K''}{K'} = k \cdot \frac{A_e \cdot (1 + \psi)}{u_s \cdot s_c} \cdot \frac{E_a}{E_b} \quad (2.187)$$

unde k este un coeficient având forma:

$$k = 2.313 \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{h}{b} \left(1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{b}{h} \right)^2 \quad (2.188)$$

α fiind dat în tabelul nr. 2.1.

Deci rigiditatea la torsiune depinde de o serie de parametrii cu pondere mai mare sau mai mică cum ar fi:

- forma secțiunii transversale, dependență evidențiată în figura 2.46, unde

$$\frac{K''}{K'} = f\left(\frac{h}{b}\right)$$

În formula (2.187) s-au considerat:

$$A_s = 0,79 \text{ cmp}$$

$$S = 15 \text{ cm}$$

$$A_e = 36 \text{ cmp}$$

$$E_b = 210.000 \text{ daN/cm}^2$$

$$u = 180 \text{ cm}$$

Se observă că acest raport depinde linear de raportul laturilor, reducerea maximă obținându-se pentru secțiunea pătrată.

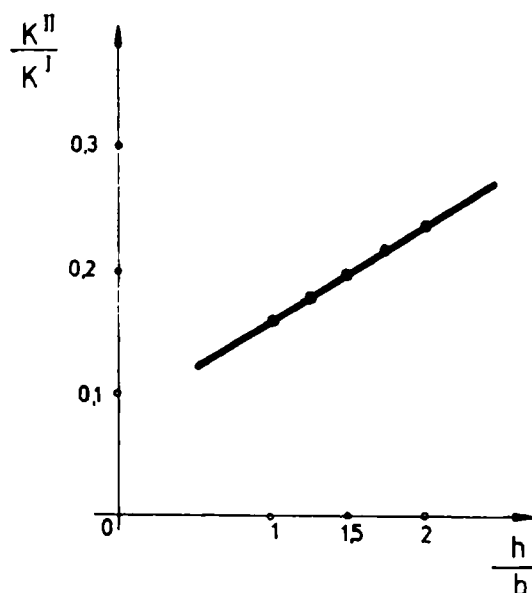


Figura 2.47 Influența formei secțiunii transversale asupra raportului $\frac{K''}{K'}$

Section shape influence on $\frac{K''}{K'}$ ration

- calitatea betonului, introdusă în calcule prin modulul de elasticitate al betonului

$$\frac{K^{II}}{K^I} = f(E_b)$$

În formula (2.187) s-au considerat:

$$A_s = 0,79 \text{ cmp}$$

$$S = 15 \text{ cm}$$

$$A_e = 36 \text{ cmp}$$

$$u = 180 \text{ cm}$$

$$\frac{h}{b} = 1,5 \Rightarrow k = 13,99$$

Deci modulul de elasticitate al betonului influențează considerabil rigiditatea la torsiune în stadiul doi.

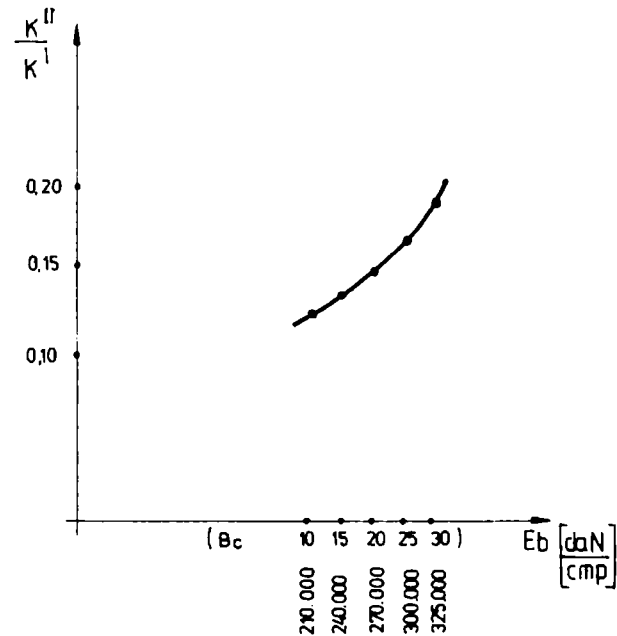


Figura 2.48 Influența calității betonului asupra

raportului $\frac{K^{II}}{K^I}$

Concrete quality influence on $\frac{K^{II}}{K^I}$ ratio

- armarea transversală :

$$\frac{K^{II}}{K^I} = f(s), \text{ (fig.2.48) și } \frac{K^{II}}{K^I} = f(A_s) \text{ (figura 2.49), prin}$$

s , distanța dintre etrieri și respectiv

A_s , secțiunea etrierilor

În formula (2.187) s-au considerat:

$$A_s = 0,79 \text{ cmp}$$

$$A_e = 36 \text{ cmp}$$

$$u = 180 \text{ cm}$$

$$E_b = 210.000 \text{ daN/cm}^2$$

$$\frac{h}{b} = 1,5 \Rightarrow k = 13,99 \quad \text{în cazul figurii 2.48, rezultând că distanța dintre etrieri}$$

influențează considerabil rigiditatea la torsiune în stadiul doi.

Pentru evidențierea creșterii liniare a raportului $\frac{K^{II}}{K^I}$ cu secțiunea etrierilor s-au considerat în formula (2.187) următoarele:

$$S = 15 \text{ cm}$$

$$A_e = 36 \text{ cmp}$$

$$u = 180 \text{ cm}$$

$$\frac{h}{b} = 1,5 \Rightarrow k = 13,99$$

$$E_b = 210.000 \text{ daN/cm}^2$$

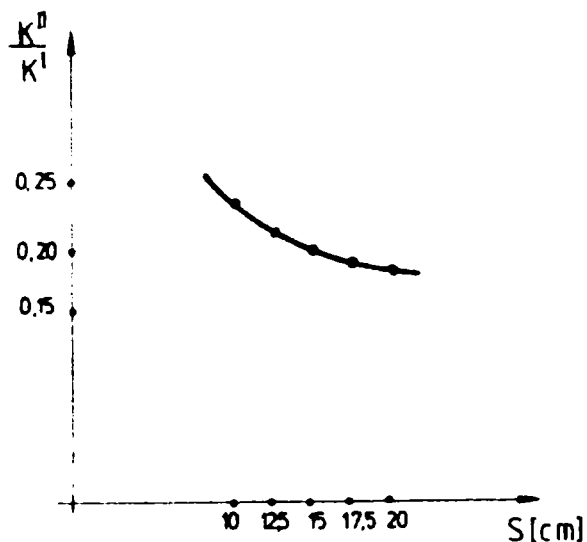


Figura 2.49 Influența armăturii transversale (distanța dintre etrieri) asupra raportului $\frac{K^{II}}{K^I}$
 Transverse reinforcement influence – hoops space on $\frac{K^{II}}{K^I}$ ratio

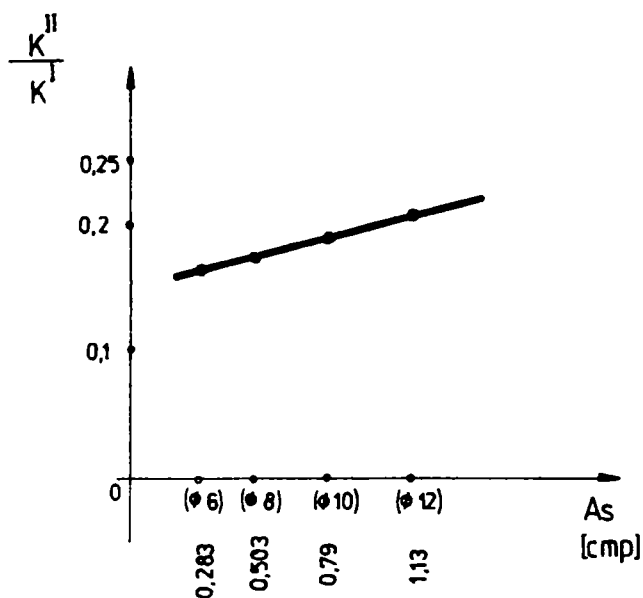


Figura 2.50 Influența armăturii transversale (secțiunea etrierilor) asupra raportului $\frac{K^{II}}{K^I}$
 Transverse reinforcement influence – hoops section on $\frac{K^{II}}{K^I}$ ratio

- armarea longitudinală, prin procentul de armare longitudinală p%

$$\frac{K^{II}}{K^I} = f(p\%)$$

Dependența lineară a raportului $\frac{K^{II}}{K^I}$ de

procentul de armare longitudinal a rezultat folosind în formula (2.187) următoarele valori:

$$A_s = 0,79 \text{ cmp}$$

$$s = 15 \text{ cm}$$

$$u = 180 \text{ cm}$$

$$\frac{h}{b} = 1,5 \Rightarrow k = 13,99$$

$$E_b = 210.000 \text{ daN / cmp}$$

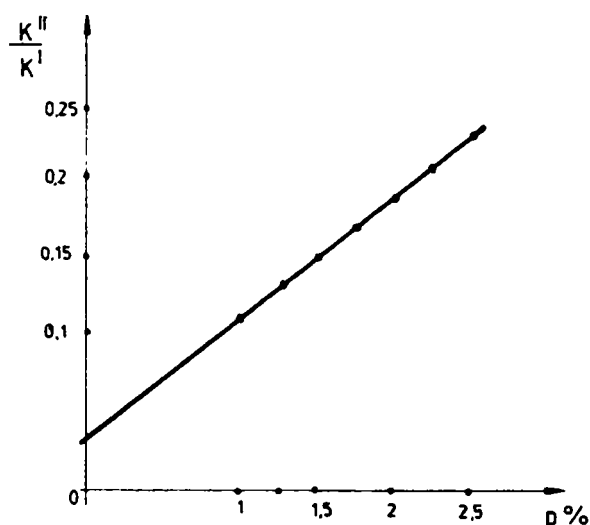


Figura 2.51 Influența armăturii longitudinale (procent de armare longitudinală) asupra

raportului $\frac{K^{II}}{K^I}$

Transverse reinforcement influence – longitudinal

reinforcement ratio on $\frac{K^{II}}{K^I}$

Din figurile 2.48, 2.49 și 2.50 rezultă că influența modului de armare a elementului, prin distanța dintre etrieri, secțiunea etrierilor și armătura longitudinală, este mare în determinarea reducerii rigidității la răsucire.

Se remarcă influența deosebit de importantă a armăturii longitudinale, mai mare chiar decât cea a etrierilor.

Utilizând formula (2.187) și variind pe rând acești parametri s-a obținut tabelul 2.3 care vine în ajutorul proiectanților, conținând raportul $\frac{K_{II}}{K_I}$ pentru o secțiune de beton armat în funcție de raportul laturilor secțiunii, diametrul și distanța armăturii transversale, procentul de armare longitudinal și de calitatea betonului.

Tabelul 2.3 Raportul $K^{\text{II}} / K^{\text{I}}$

a) Calitatea betonului: Bc 10 (B 150)

E_b [daN cmp]	$\frac{h}{b}$	Q [mm] etrieri	S [cm]	P_0						
				1,0	1,25	1,50	1,75	2,0	2,25	2,5
210.000	1,00	6	10	0,115	0,139	0,163	0,187	0,211	0,235	0,259
			15	0,108	0,132	0,157	0,181	0,205	0,229	0,253
			20	0,106	0,129	0,154	0,178	0,201	0,226	0,250
		8	10	0,129	0,153	0,177	0,201	0,226	0,250	0,274
			15	0,118	0,143	0,167	0,190	0,215	0,239	0,263
			20	0,113	0,137	0,161	0,185	0,209	0,233	0,257
		10	10	0,148	0,172	0,196	0,220	0,244	0,268	0,292
			15	0,130	0,155	0,179	0,203	0,227	0,251	0,275
			20	0,122	0,146	0,170	0,194	0,218	0,242	0,266
		12	10	0,171	0,195	0,219	0,243	0,267	0,291	0,315
			15	0,146	0,170	0,194	0,218	0,242	0,266	0,290
			20	0,133	0,157	0,182	0,206	0,230	0,253	0,278
	1,20	6	10	0,164	0,199	0,233	0,268	0,304	0,339	0,374
			15	0,156	0,191	0,226	0,261	0,296	0,331	0,366
			20	0,152	0,187	0,222	0,257	0,292	0,327	0,362
		8	10	0,183	0,217	0,253	0,288	0,323	0,358	0,393
			15	0,168	0,203	0,238	0,273	0,308	0,343	0,378
			20	0,161	0,196	0,231	0,266	0,301	0,336	0,371
		10	10	0,207	0,242	0,277	0,311	0,347	0,382	0,416
			15	0,184	0,219	0,254	0,289	0,324	0,359	0,394
			20	0,173	0,208	0,243	0,278	0,313	0,348	0,383
		12	10	0,236	0,271	0,306	0,341	0,376	0,411	0,446
			15	0,204	0,239	0,274	0,309	0,344	0,379	0,414
			20	0,188	0,223	0,258	0,293	0,328	0,363	0,398
	1,50	6	10	0,141	0,171	0,200	0,229	0,259	0,289	0,319
			15	0,134	0,163	0,192	0,222	0,252	0,281	0,311
			20	0,129	0,159	0,189	0,218	0,248	0,277	0,307
		8	10	0,159	0,188	0,218	0,247	0,277	0,307	0,336
			15	0,145	0,175	0,205	0,234	0,263	0,293	0,323
			20	0,138	0,168	0,198	0,227	0,257	0,286	0,316
		10	10	0,182	0,211	0,241	0,270	0,300	0,329	0,359
			15	0,161	0,190	0,219	0,250	0,279	0,309	0,338
			20	0,150	0,179	0,209	0,238	0,268	0,297	0,327
		12	10	0,210	0,239	0,269	0,298	0,328	0,358	0,387
			15	0,179	0,209	0,239	0,268	0,297	0,327	0,356
			20	0,164	0,194	0,223	0,253	0,282	0,312	0,341
1,75	6	10	0,128	0,155	0,181	0,208	0,234	0,260	0,287	
		15	0,121	0,147	0,174	0,199	0,226	0,253	0,279	
		20	0,117	0,143	0,169	0,196	0,223	0,249	0,275	
	8	10	0,146	0,172	0,199	0,225	0,252	0,278	0,305	
		15	0,133	0,160	0,185	0,212	0,238	0,265	0,291	
		20	0,126	0,152	0,179	0,205	0,231	0,258	0,284	

210.000	1,75	10	10	0,170	0,196	0,222	0,248	0,275	0,301	0,327
			15	0,148	0,174	0,201	0,227	0,253	0,280	0,306
			20	0,137	0,164	0,190	0,216	0,243	0,270	0,296
		12	10	0,197	0,223	0,250	0,276	0,302	0,329	0,355
			15	0,167	0,193	0,219	0,246	0,272	0,298	0,325
			20	0,151	0,178	0,204	0,230	0,257	0,283	0,310
	2,00	6	10	0,117	0,141	0,164	0,188	0,212	0,235	0,259
			15	0,110	0,133	0,157	0,180	0,204	0,228	0,251
			20	0,106	0,129	0,153	0,177	0,200	0,224	0,247
		8	10	0,134	0,158	0,182	0,206	0,229	0,253	0,276
			15	0,121	0,150	0,169	0,192	0,216	0,239	0,263
			20	0,114	0,138	0,162	0,186	0,209	0,233	0,256
		10	10	0,157	0,181	0,205	0,228	0,252	0,275	0,299
			15	0,136	0,160	0,184	0,207	0,231	0,254	0,278
			20	0,126	0,150	0,173	0,197	0,220	0,244	0,268
		12	10	0,185	0,209	0,232	0,256	0,279	0,303	0,327
			15	0,155	0,178	0,202	0,226	0,249	0,273	0,296
			20	0,140	0,163	0,187	0,211	0,234	0,258	0,281

b) Calitatea betonului: Bc 15 (B 200)

E_b [daN cmp]	$\frac{h}{b}$	Q [mm] etrieri	S [cm]	P_0						
				1,0	1,25	1,50	1,75	2,0	2,25	2,5
240.000	1,00	6	10	0,1	0,122	0,143	0,164	0,185	0,206	0,227
			15	0,095	0,116	0,137	0,158	0,179	0,200	0,222
			20	0,092	0,113	0,134	0,155	0,176	0,197	0,218
		8	10	0,113	0,134	0,155	0,176	0,197	0,218	0,239
			15	0,103	0,125	0,146	0,167	0,188	0,209	0,230
			20	0,0988	0,119	0,141	0,162	0,183	0,204	0,225
		10	10	0,129	0,151	0,172	0,193	0,214	0,235	0,256
			15	0,114	0,135	0,156	0,177	0,198	0,219	0,241
			20	0,107	0,128	0,149	0,170	0,191	0,212	0,233
		12	10	0,149	0,170	0,191	0,213	0,234	0,255	0,276
			15	0,128	0,149	0,170	0,191	0,212	0,233	0,254
			20	0,117	0,138	0,159	0,180	0,201	0,222	0,243
	1,25	6	10	0,143	0,174	0,205	0,235	0,266	0,296	0,327
			15	0,136	0,167	0,197	0,228	0,259	0,289	0,320
			20	0,133	0,163	0,194	0,224	0,255	0,286	0,317
		8	10	0,159	0,190	0,221	0,252	0,282	0,313	0,343
			15	0,147	0,178	0,209	0,239	0,270	0,300	0,331
			20	0,141	0,172	0,202	0,233	0,264	0,294	0,325
		10	10	0,181	0,211	0,242	0,272	0,303	0,334	0,364
			15	0,161	0,192	0,223	0,253	0,284	0,314	0,345
			20	0,152	0,182	0,213	0,243	0,274	0,305	0,335
		12	10	0,207	0,237	0,268	0,298	0,328	0,359	0,390
			15	0,178	0,209	0,239	0,270	0,301	0,332	0,362
			20	0,164	0,195	0,225	0,256	0,287	0,317	0,348

240.000	1,50	6	10	0,124	0,149	0,175	0,201	0,227	0,253	0,279
			15	0,117	0,143	0,169	0,194	0,220	0,246	0,272
			20	0,114	0,139	0,165	0,191	0,217	0,243	0,269
		8	10	0,139	0,165	0,191	0,217	0,242	0,269	0,294
			15	0,127	0,153	0,179	0,205	0,231	0,257	0,282
			20	0,121	0,147	0,173	0,199	0,225	0,251	0,276
		10	10	0,159	0,185	0,211	0,237	0,263	0,288	0,314
			15	0,140	0,167	0,192	0,218	0,244	0,269	0,296
			20	0,131	0,157	0,183	0,209	0,235	0,261	0,286
		12	10	0,184	0,210	0,236	0,261	0,287	0,313	0,339
			15	0,157	0,183	0,209	0,235	0,260	0,286	0,312
			20	0,144	0,169	0,195	0,221	0,247	0,273	0,299
	1,75	6	10	0,112	0,135	0,159	0,182	0,205	0,228	0,251
			15	0,106	0,129	0,152	0,175	0,198	0,221	0,244
			20	0,103	0,125	0,149	0,172	0,195	0,218	0,241
		8	10	0,128	0,151	0,174	0,197	0,220	0,243	0,266
			15	0,116	0,139	0,162	0,185	0,208	0,232	0,255
			20	0,110	0,133	0,156	0,179	0,202	0,226	0,249
		10	10	0,149	0,171	0,194	0,217	0,240	0,263	0,286
			15	0,129	0,153	0,176	0,198	0,222	0,245	0,268
			20	0,120	0,143	0,166	0,189	0,212	0,236	0,258
		12	10	0,172	0,196	0,219	0,242	0,265	0,288	0,311
			15	0,146	0,167	0,192	0,215	0,238	0,261	0,284
			20	0,132	0,155	0,179	0,202	0,225	0,248	0,271
	2,00	6	10	0,102	0,123	0,144	0,164	0,185	0,206	0,226
			15	0,096	0,117	0,137	0,158	0,178	0,199	0,220
			20	0,093	0,113	0,134	0,155	0,175	0,196	0,217
		8	10	0,118	0,139	0,160	0,180	0,201	0,221	0,242
			15	0,106	0,127	0,147	0,168	0,189	0,209	0,230
			20	0,100	0,121	0,142	0,162	0,183	0,204	0,224
		10	10	0,137	0,158	0,180	0,200	0,220	0,241	0,262
			15	0,119	0,140	0,161	0,181	0,202	0,223	0,243
			20	0,110	0,131	0,151	0,172	0,193	0,213	0,234
		12	10	0,162	0,182	0,203	0,224	0,244	0,265	0,286
			15	0,135	0,156	0,177	0,197	0,218	0,239	0,260
			20	0,122	0,143	0,163	0,184	0,205	0,226	0,246

c) Calitatea betonului: Bc 20 (B 250)

E_b [daN] [cmp]	$\frac{h}{b}$	Q [mm] etrieri	S [cm]	P_0						
				1,0	1,25	1,50	1,75	2,0	2,25	2,5
270.000	1,00	6	10	0,089	0,108	0,127	0,235	0,164	0,183	0,202
			15	0,085	0,103	0,122	0,140	0,159	0,178	0,197
			20	0,082	0,100	0,119	0,138	0,157	0,176	0,194
		8	10	0,100	0,119	0,138	0,157	0,175	0,194	0,213
			15	0,092	0,110	0,130	0,148	0,167	0,186	0,204
			20	0,087	0,106	0,125	0,144	0,162	0,181	0,200

270.000	1,00	10	10	0,115	0,134	0,152	0,171	0,190	0,209	0,227	
			15	0,102	0,120	0,139	0,158	0,176	0,195	0,214	
			20	0,095	0,113	0,132	0,151	0,170	0,188	0,207	
		12	10	0,133	0,152	0,170	0,189	0,208	0,226	0,245	
			15	0,113	0,132	0,151	0,169	0,188	0,207	0,225	
			20	0,104	0,122	0,141	0,160	0,178	0,197	0,216	
	1,25	6	10	0,127	0,154	0,182	0,209	0,236	0,264	0,291	
			15	0,121	0,149	0,176	0,203	0,230	0,257	0,284	
			20	0,118	0,145	0,173	0,199	0,227	0,254	0,281	
		8	10	0,142	0,169	0,196	0,223	0,251	0,278	0,305	
			15	0,131	0,158	0,185	0,212	0,239	0,267	0,294	
			20	0,125	0,152	0,179	0,207	0,234	0,261	0,288	
		10	10	0,160	0,188	0,215	0,242	0,269	0,297	0,324	
			15	0,143	0,171	0,198	0,225	0,252	0,279	0,307	
			20	0,135	0,162	0,189	0,216	0,243	0,270	0,297	
		12	10	0,184	0,211	0,238	0,265	0,292	0,319	0,346	
			15	0,158	0,186	0,213	0,240	0,267	0,294	0,322	
			20	0,147	0,173	0,201	0,228	0,255	0,282	0,309	
		1,50	6	10	1,098	0,133	0,156	0,179	0,202	0,225	0,248
				15	0,104	0,127	0,150	0,173	0,196	0,219	0,242
				20	0,101	0,124	0,147	0,170	0,193	0,216	0,239
			8	10	0,124	0,147	0,170	0,193	0,216	0,239	0,261
				15	0,113	0,136	0,159	0,182	0,205	0,228	0,251
				20	0,108	0,131	0,154	0,177	0,200	0,223	0,246
	10		10	0,142	0,165	0,188	0,211	0,234	0,256	0,279	
			15	0,125	0,148	0,171	0,194	0,217	0,240	0,263	
			20	0,117	0,140	0,163	0,186	0,209	0,232	0,255	
	12		10	0,164	0,186	0,209	0,232	0,255	0,278	0,301	
			15	0,139	0,163	0,186	0,209	0,232	0,255	0,278	
			20	0,127	0,151	0,174	0,197	0,220	0,243	0,266	
	1,75	6	10	0,100	0,120	0,141	0,161	0,182	0,203	0,223	
			15	0,094	0,115	0,135	0,156	0,176	0,196	0,217	
			20	0,091	0,112	0,132	0,153	0,173	0,194	0,214	
		8	10	0,114	0,134	0,155	0,175	0,196	0,216	0,237	
			15	0,103	0,124	0,144	0,165	0,186	0,206	0,226	
			20	0,098	0,118	0,139	0,160	0,180	0,200	0,221	
		10	10	0,131	0,152	0,173	0,193	0,214	0,234	0,255	
			15	0,115	0,136	0,156	0,177	0,197	0,218	0,238	
			20	0,107	0,127	0,148	0,168	0,189	0,209	0,230	
		12	10	0,153	0,174	0,194	0,215	0,235	0,255	0,276	
			15	0,129	0,150	0,171	0,191	0,212	0,232	0,253	
			20	0,118	0,138	0,159	0,180	0,200	0,220	0,241	
	2,00	6	10	0,091	0,110	0,128	0,146	0,164	0,183	0,201	
			15	0,085	0,103	0,122	0,140	0,159	0,177	0,195	
			20	0,082	0,101	0,119	0,137	0,156	0,174	0,192	
		8	10	0,105	0,123	0,142	0,160	0,178	0,197	0,215	
			15	0,094	0,113	0,131	0,149	0,168	0,186	0,205	
			20	0,089	0,108	0,126	0,144	0,163	0,181	0,199	

270.000	2,00	10	10	0,122	0,141	0,159	0,177	0,196	0,214	0,233
			15	0,106	0,124	0,143	0,161	0,180	0,198	0,216
			20	0,098	0,117	0,135	0,153	0,171	0,190	0,208
		12	10	0,144	0,162	0,181	0,199	0,217	0,236	0,254
			15	0,120	0,139	0,157	0,175	0,194	0,212	0,231
			20	0,109	0,127	0,145	0,164	0,182	0,200	0,219

d) Calitatea betonului: Bc 25 (B 350)

E_b [daN cmp]	$\frac{h}{b}$	Q [mm] etrieri	S [cm]	P_0						
				1,0	1,25	1,50	1,75	2,0	2,25	2,5
300.000	1,00	6	10	0,080	0,097	0,114	0,131	0,148	0,165	0,182
			15	0,076	0,093	0,109	0,127	0,143	0,160	0,177
			20	0,074	0,097	0,107	0,124	0,141	0,158	0,175
		8	10	0,090	0,107	0,124	0,141	0,158	0,175	0,192
			15	0,083	0,099	0,116	0,133	0,150	0,167	0,184
			20	0,079	0,095	0,113	0,129	0,146	0,163	0,180
		10	10	0,103	0,120	0,137	0,154	0,171	0,188	0,205
			15	0,091	0,108	0,125	0,142	0,159	0,176	0,192
			20	0,855	0,102	0,119	0,136	0,153	0,169	0,186
		12	10	0,119	0,136	0,153	0,170	0,187	0,204	0,221
			15	0,102	0,119	0,136	0,153	0,169	0,186	0,203
			20	0,093	0,110	0,127	0,144	0,160	0,178	0,194
	1,25	6	10	0,115	0,139	0,164	0,188	0,212	0,237	0,262
			15	0,109	0,133	0,158	0,183	0,207	0,232	0,256
			20	0,106	0,131	0,155	0,179	0,204	0,229	0,253
		8	10	0,128	0,152	0,177	0,201	0,226	0,250	0,274
			15	0,118	0,142	0,167	0,191	0,216	0,240	0,265
			20	0,113	0,137	0,162	0,186	0,211	0,235	0,260
		10	10	0,144	0,169	0,194	0,218	0,242	0,267	0,292
			15	0,129	0,154	0,178	0,203	0,227	0,252	0,276
			20	0,121	0,146	0,170	0,195	0,219	0,244	0,268
		12	10	0,165	0,189	0,214	0,239	0,263	0,287	0,312
			15	0,143	0,167	0,192	0,216	0,241	0,265	0,289
			20	0,132	0,156	0,181	0,206	0,230	0,254	0,278
	1,50	6	10	0,099	0,119	0,140	0,160	0,181	0,202	0,223
			15	0,094	0,114	0,135	0,155	0,176	0,197	0,218
			20	0,091	0,112	0,132	0,153	0,174	0,194	0,215
		8	10	0,112	0,132	0,153	0,174	0,194	0,215	0,236
			15	0,102	0,123	0,143	0,164	0,185	0,206	0,226
			20	0,097	0,118	0,139	0,159	0,180	0,200	0,221
		10	10	0,127	0,148	0,169	0,189	0,210	0,231	0,252
			15	0,113	0,133	0,154	0,175	0,195	0,216	0,237
			20	0,105	0,126	0,146	0,167	0,188	0,209	0,229
		12	10	0,147	0,168	0,188	0,209	0,229	0,250	0,271
			15	0,126	0,146	0,167	0,187	0,208	0,229	0,250
			20	0,115	0,136	0,156	0,177	0,198	0,218	0,239

300.000	1,75	6	10	0,090	0,108	0,127	0,145	0,164	0,182	0,201
			15	0,085	0,103	0,122	0,140	0,158	0,177	0,196
			20	0,082	0,100	0,119	0,137	0,156	0,174	0,193
		8	10	0,102	0,121	0,139	0,158	0,176	0,194	0,213
			15	0,093	0,111	0,130	0,148	0,167	0,185	0,204
			20	0,089	0,107	0,125	0,144	0,162	0,180	0,199
		10	10	0,118	0,137	0,156	0,174	0,192	0,211	0,229
			15	0,104	0,122	0,141	0,159	0,177	0,196	0,214
			20	0,096	0,115	0,133	0,152	0,170	0,188	0,207
		12	10	0,138	0,156	0,175	0,193	0,212	0,230	0,249
			15	0,117	0,135	0,154	0,172	0,191	0,209	0,227
			20	0,106	0,124	0,143	0,161	0,179	0,198	0,217
	2,00	6	10	0,082	0,099	0,115	0,132	0,148	0,164	0,181
			15	0,077	0,093	0,110	0,126	0,143	0,159	0,177
			20	0,074	0,091	0,107	0,123	0,140	0,157	0,174
		8	10	0,094	0,111	0,127	0,144	0,160	0,177	0,193
			15	0,085	0,101	0,118	0,134	0,151	0,168	0,184
			20	0,080	0,097	0,113	0,130	0,146	0,163	0,179
		10	10	0,110	0,127	0,143	0,160	0,176	0,193	0,209
			15	0,095	0,112	0,129	0,145	0,162	0,178	0,194
			20	0,088	0,105	0,121	0,138	0,154	0,171	0,187
		12	10	0,129	0,146	0,163	0,179	0,196	0,212	0,229
			15	0,108	0,125	0,141	0,158	0,174	0,191	0,208
			20	0,098	0,114	0,131	0,147	0,164	0,180	0,197

e) Calitatea betonului: Bc 30 (B 400)

E_b [daN cmp]	$\frac{h}{b}$	Q [mm] etrieri	S [cm]	P_0						
				1,0	1,25	1,50	1,75	2,0	2,25	2,5
325.000	1,00	6	10	0,074	0,090	0,105	0,121	0,136	0,152	0,168
			15	0,070	0,086	0,101	0,117	0,132	0,148	0,163
			20	0,068	0,084	0,099	0,115	0,130	0,146	0,161
		8	10	0,083	0,099	0,115	0,130	0,145	0,161	0,177
			15	0,076	0,092	0,107	0,123	0,139	0,154	0,170
			20	0,0729	0,0885	0,104	0,119	0,135	0,150	0,166
		10	10	0,096	0,111	0,127	0,142	0,158	0,173	0,189
			15	0,084	0,100	0,115	0,131	0,146	0,162	0,178
			20	0,079	0,094	0,110	0,125	0,141	0,156	0,172
		12	10	0,110	0,126	0,141	0,157	0,172	0,188	0,204
			15	0,094	0,111	0,125	0,141	0,156	0,172	0,188
			20	0,086	0,102	0,117	0,133	0,148	0,164	0,179
	1,25	6	10	0,106	0,129	0,151	0,174	0,196	0,219	0,242
			15	0,101	0,123	0,146	0,169	0,191	0,214	0,236
			20	0,098	0,121	0,143	0,166	0,189	0,211	0,233
		8	10	0,118	0,140	0,163	0,186	0,208	0,231	0,253
			15	0,109	0,131	0,154	0,177	0,199	0,222	0,244
			20	0,104	0,127	0,149	0,172	0,194	0,217	0,239

325.000	1,25	10	10	0,133	0,156	0,178	0,201	0,224	0,246	0,269	
			15	0,119	0,142	0,164	0,187	0,209	0,232	0,255	
			20	0,112	0,134	0,157	0,180	0,202	0,225	0,247	
		12	10	0,153	0,175	0,198	0,220	0,243	0,265	0,288	
			15	0,132	0,154	0,177	0,199	0,222	0,244	0,267	
			20	0,121	0,144	0,167	0,189	0,211	0,234	0,257	
		1,50	6	10	0,091	0,110	0,129	0,149	0,167	0,187	0,206
				15	0,086	0,105	0,124	0,143	0,163	0,182	0,201
				20	0,084	0,103	0,122	0,141	0,160	0,179	0,198
	8		10	0,103	0,122	0,141	0,160	0,179	0,198	0,217	
			15	0,094	0,113	0,132	0,151	0,170	0,189	0,209	
			20	0,089	0,109	0,128	0,147	0,166	0,185	0,204	
	10		10	0,117	0,137	0,156	0,175	0,194	0,213	0,232	
			15	0,104	0,123	0,142	0,161	0,180	0,199	0,218	
			20	0,097	0,116	0,135	0,154	0,173	0,192	0,212	
	12		10	0,135	0,155	0,174	0,193	0,212	0,231	0,250	
			15	0,116	0,135	0,154	0,173	0,192	0,211	0,231	
			20	0,106	0,125	0,144	0,163	0,182	0,202	0,221	
	1,75		6	10	0,083	0,100	0,117	0,134	0,151	0,168	0,185
				15	0,078	0,095	0,112	0,129	0,146	0,163	0,180
				20	0,076	0,093	0,110	0,127	0,144	0,161	0,178
			8	10	0,095	0,112	0,129	0,146	0,163	0,180	0,197
				15	0,086	0,103	0,120	0,137	0,154	0,171	0,188
				20	0,081	0,098	0,115	0,133	0,150	0,167	0,184
		10	10	0,110	0,126	0,143	0,160	0,177	0,195	0,212	
			15	0,096	0,113	0,130	0,147	0,164	0,181	0,198	
			20	0,089	0,106	0,123	0,140	0,157	0,174	0,191	
		12	10	0,127	0,144	0,161	0,178	0,196	0,213	0,230	
			15	0,108	0,125	0,142	0,159	0,176	0,193	0,210	
			20	0,098	0,115	0,132	0,149	0,166	0,183	0,200	
	2,00	6	10	0,076	0,091	0,106	0,121	0,137	0,152	0,167	
			15	0,071	0,086	0,101	0,117	0,132	0,147	0,162	
			20	0,068	0,083	0,099	0,114	0,129	0,144	0,160	
		8	10	0,087	0,102	0,118	0,133	0,148	0,163	0,177	
			15	0,078	0,093	0,109	0,124	0,140	0,155	0,170	
			20	0,074	0,090	0,105	0,120	0,135	0,150	0,166	
		10	10	0,102	0,117	0,132	0,147	0,163	0,178	0,193	
			15	0,088	0,103	0,119	0,134	0,149	0,164	0,179	
			20	0,081	0,097	0,112	0,127	0,142	0,157	0,173	
		12	10	0,120	0,135	0,150	0,165	0,181	0,196	0,211	
			15	0,100	0,115	0,131	0,146	0,161	0,176	0,192	
			20	0,090	0,106	0,121	0,136	0,151	0,167	0,182	

2.2.4.3. Influența rigidității la torsiune la rețele de grinzi

Pentru evidențierea influenței rigidității la torsiune a elementelor din beton armat componentele structurilor din beton armat dau exemplul a două structuri simple, respectiv a două posibile rețele de grinzi.

a) Exemplul 1:

Planșeul 6 x 6 mp din beton armat monolit, cu grinzi principale și grinzi secundare a fost modelat și calculat cu programul SAP 05. Schema statică a structurii, precum și dimensiunile elementelor acestea sunt arătate în figura 2.51.

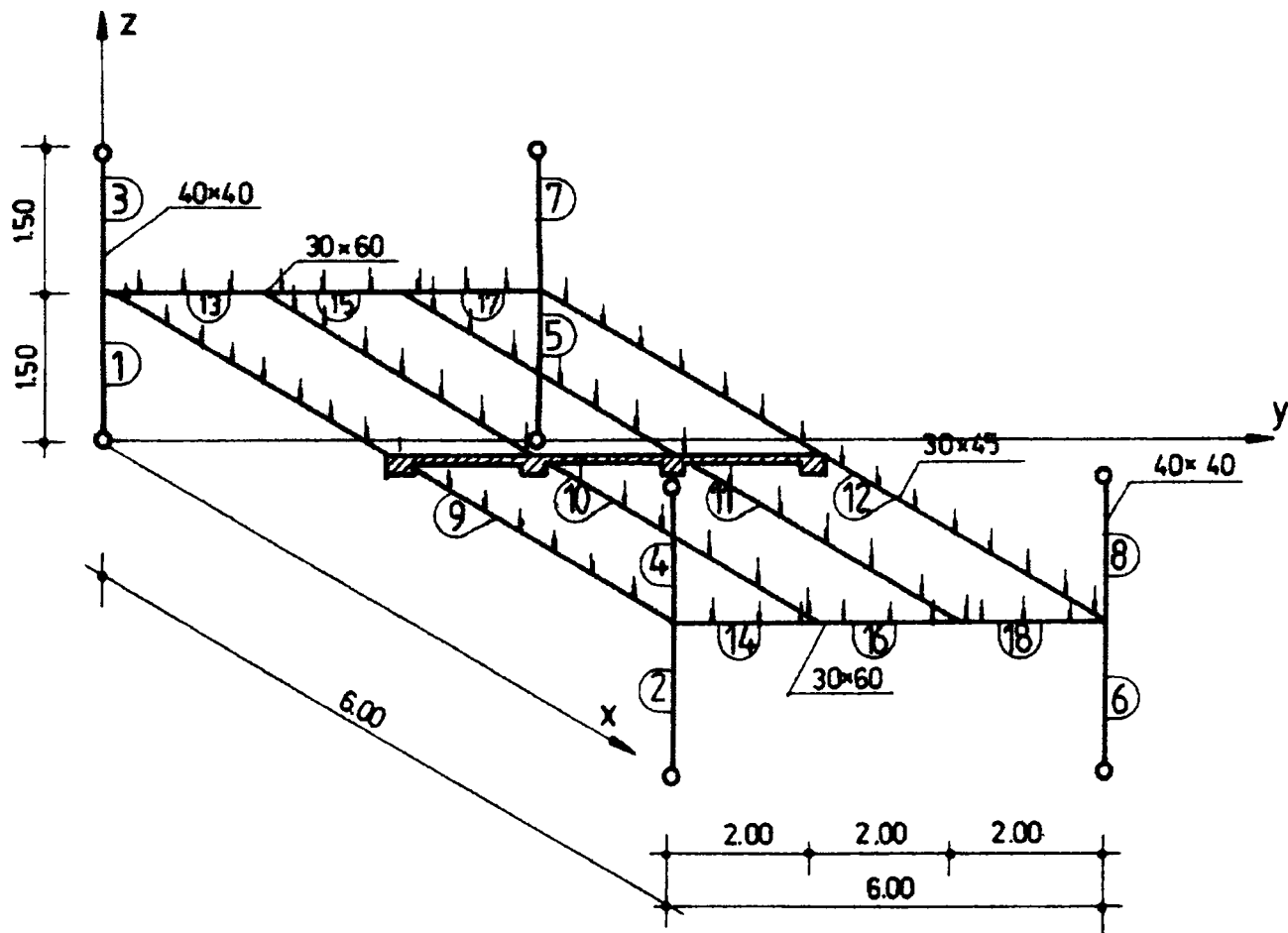


Figura 2.52 Schema statică a rețelei de grinzi
Static scheme of a beams network

Elementele puternic torsionate ale acestei rețele vor fi grinzile principale, notate prin modelarea structurii cu 13, 15, 17 și respectiv 14, 16, 18.

Elementele încovoiate care se studiază sunt grinzile structurii.

Se consideră structura în trei ipoteze de calcul:

Ipoteza I: elementele acesteia nefisurate;

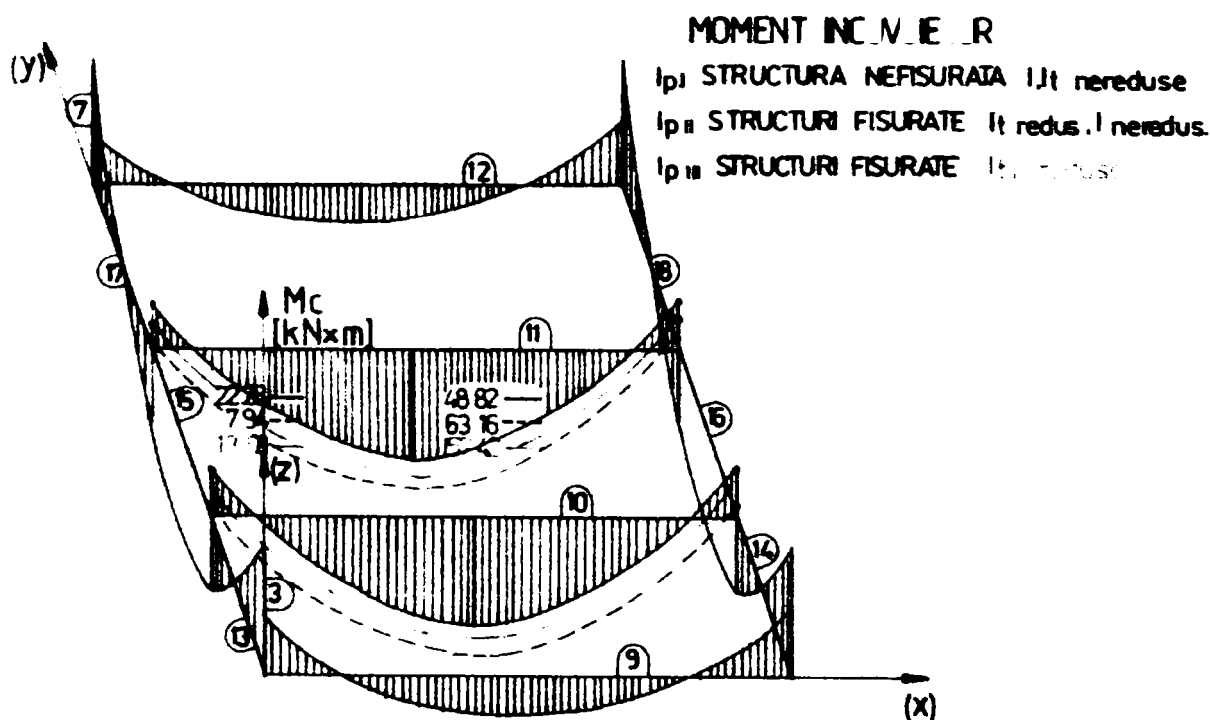
Ipoteza a II-a: elementele fisurate cu reducerea rigidității numai la torsiune.

Reducerea rigidității se realizează prin trepte de reducere de la 0 la 100%, respectiv, acoperind o plajă a raportului $\frac{I_{tII}}{I_{tI}}$ de la 1 la 0, unde I_{tII} este momentul de inerție a secțiunii elementelor componente rețelei de grinzi în stadiul II, iar I_{tI} se referă la stadiul I.

Ipoteza a III-a: elementele rețelei de grinzi sunt fisurate, iar reducerea rigidității se realizează atât pentru încovoiere (cu 50%), cât și pentru torsiune (între 0 și 100%, inclusiv).

În figurile 2.52 și respectiv 2.53 sunt vizualizate diagramele de moment încovoiator și respectiv moment de torsiune pentru grinzi rețelei care comportă interes, diagrame suprapuse pentru cele trei ipoteze de calcul pentru a da posibilitatea comparării structurii.

În figura 2.52 (diagrama de moment încovoiator) este evidențiată creșterea valorii maxime a momentului încovoiator M_c în câmpul nervurii (elementul 10) studiate odată cu reducerea rigidității la torsiune (ipoteza a II-a). Interesant de observat este că reducând și rigiditatea la încovoiere pentru structura deja fisurată (ipoteza a III-a), valoarea momentului încovoiator se va situa undeva între valoarea sa în ipoteza I (structură nefisurată) și valoarea în ipoteza a II-a (reducere numai a rigidității la torsiune).



*Figura 2.53 Diagrama de moment încovoiator
Bending moment diagram*

Nu la fel se comportă elementele structurii în ceea ce privește posibilitatea preluării momentului de torsiune (fig. 2.53).

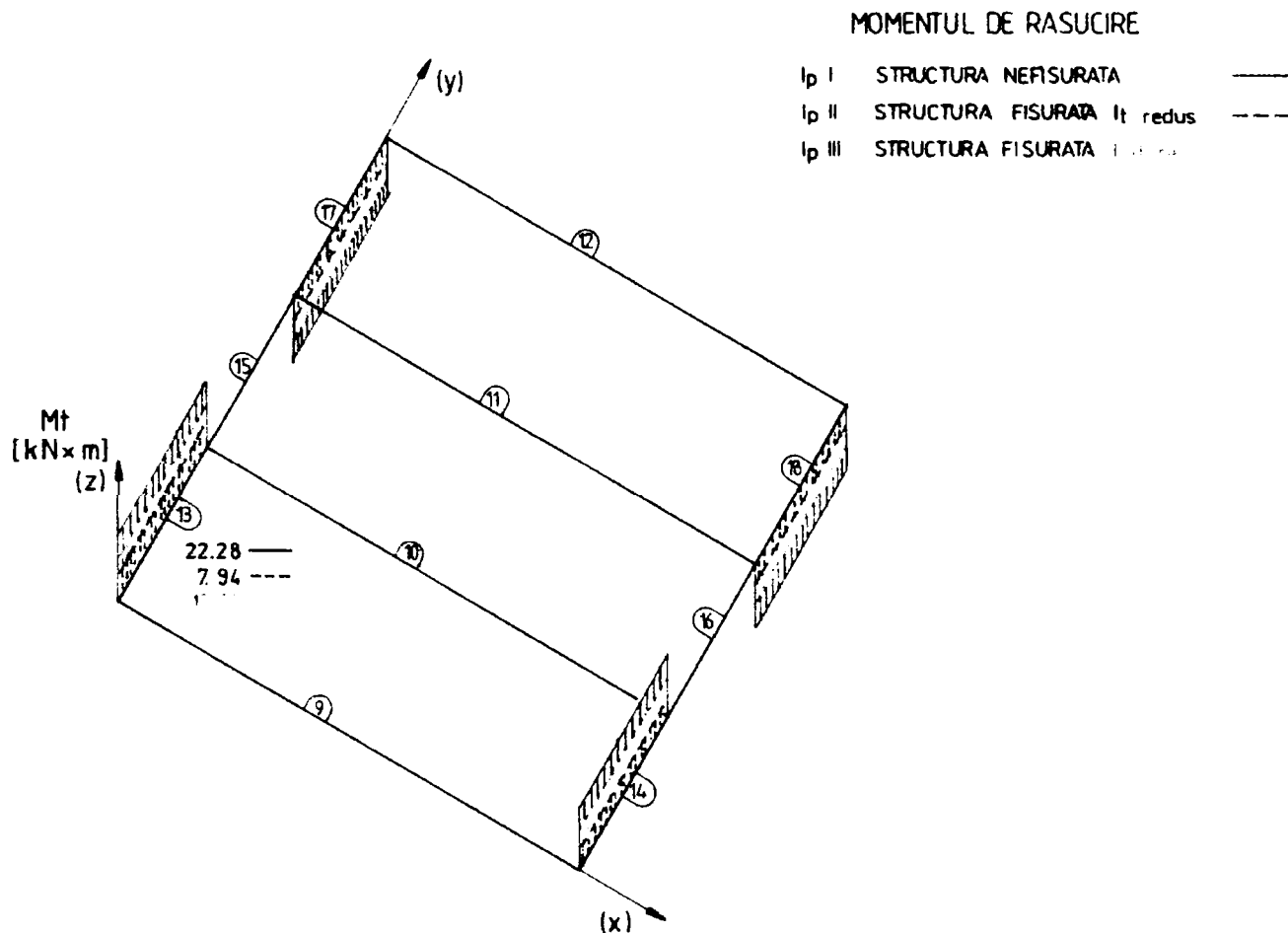


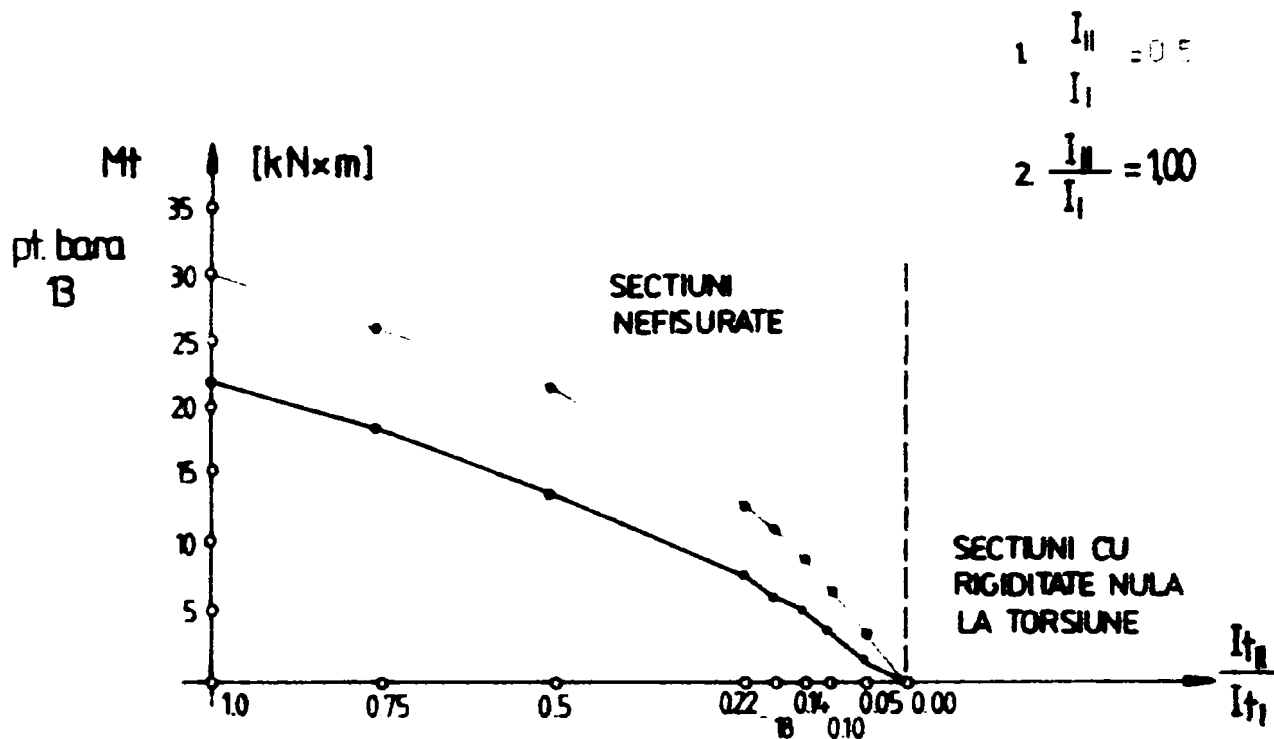
Figura 2.54 Diagrama de moment de torsiune
Torsion moment diagram

Valoarea momentului de răsucire (M_t) pentru ipoteza structurii fisurate cu rigiditățile reduse ale elementelor acesteia atât la încovoiere cât și la răsucire (ipoteza a III-a), se va afla tot între valorile M_t ale rețelei de grinzi considerate în ipotezele I și respectiv a II-a de calcul cu specificația că valoarea inferioară o are momentul de torsiune în ipoteza structurii fisurate (la care s-a redus doar rigiditatea la răsucire a elementelor) și valoarea mai mare o are momentul de torsiune a structurii nefisurate.

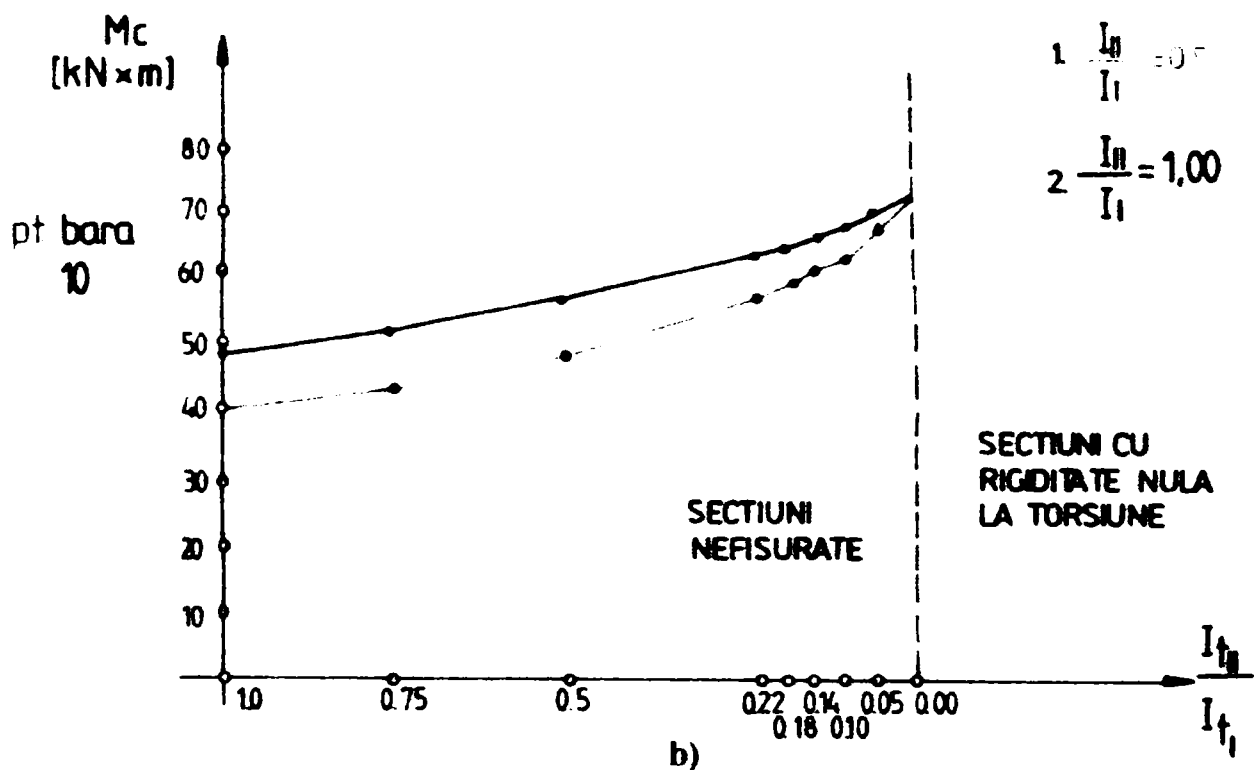
Studiul comparativ pentru situațiile în care se reduce rigiditatea la încovoiere sau în care nu se reduce rigiditatea la încovoiere a elementelor structurii s-a făcut în fig.2.54 a,

pentru dependența momentului de răsucire M_t de raportul $\frac{I_{tII}}{I_{tI}}$ (bara 13) și în fig.2.54 b,

pentru dependența momentului încovoiator M_c (bara 10) de raportul $\frac{I_{tII}}{I_{tI}}$, când acesta ia valori de la 0 la 1.



a)



b)

Figura 2.55 a) Dependența momentului de torsiune de raportul $\frac{I_{II}}{I_I}$

b) Dependența momentului de încovoiere de raportul $\frac{I_{II}}{I_I}$

a) Torsion moment dependence of $\frac{I_{II}}{I_I}$ ratio

b) Bending moment dependence of $\frac{I_{II}}{I_I}$ ratio

Acest studiu evidențiază că:

- momentul de torsiune scade odată cu reducerea rigidității la torsiune și crește odată cu reducerea rigidității la încovoiere (36,44%)
- momentul încovoiator crește cu reducerea rigidității la torsiune (45,43%) și scade cu reducerea rigidității la încovoiere (cu 19,9%)

b) Exemplul 2:

Planșeul din beton armat monolit cu deschideri inegale, având dimensiunile în plan de 6,0 x 9,0 mp a fost modelat și calculat cu programul SAP 05. Schema statică a structurii, precum și dimensiunile elementelor acesteia sunt redată în fig.2.55.

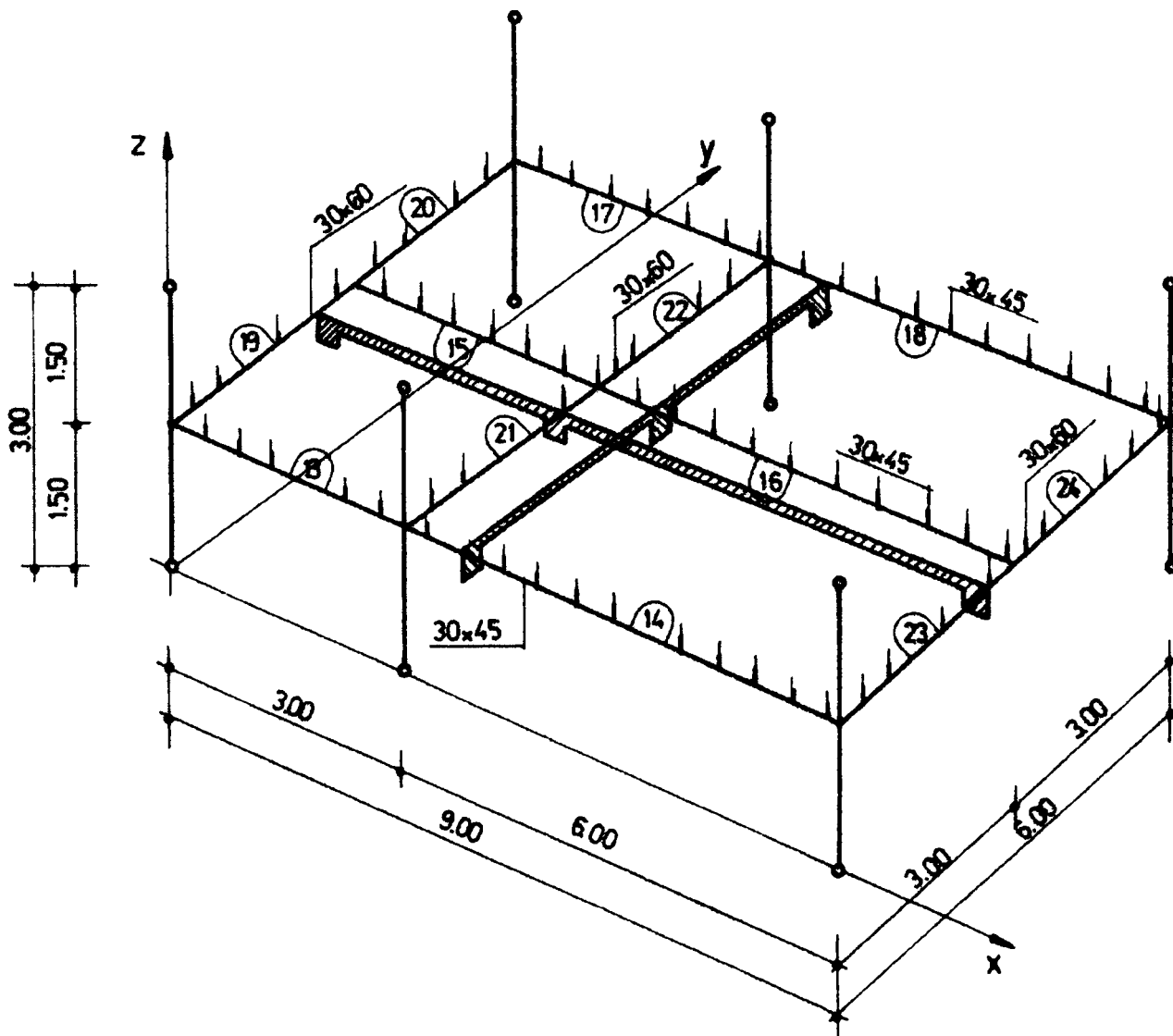


Figura 2.56 Schema statică a rețelei de grinzi

Static scheme of a beams network

La fel ca la exemplul precedent se consideră structura în cele trei ipoteze de calcul:

- ipoteza I: elementele structurii sunt nefisurate și lucrează strict în domeniul elastic;
- ipoteza a II-a: elementele structurii se consideră fisurate, acceptându-se reducerea rigidității acestora numai la torsiune;
- ipoteza a III-a: elementele structurii se consideră fisurate, reducerea rigidității acestora se face atât pentru torsiune cât și pentru preluarea momentelor încovoietoare.

Figura 2.56 redă diagrama momentelor încovoietoare pentru grinzile rețelei în cele trei ipoteze, evidențiind poziționarea valorilor momentelor încovoietoare în ipoteza a III-a de calcul între valorile ipotezei I și ipotezei a II-a, diferențele între acestea fiind însă destul de mici, de ordinul a 8%.

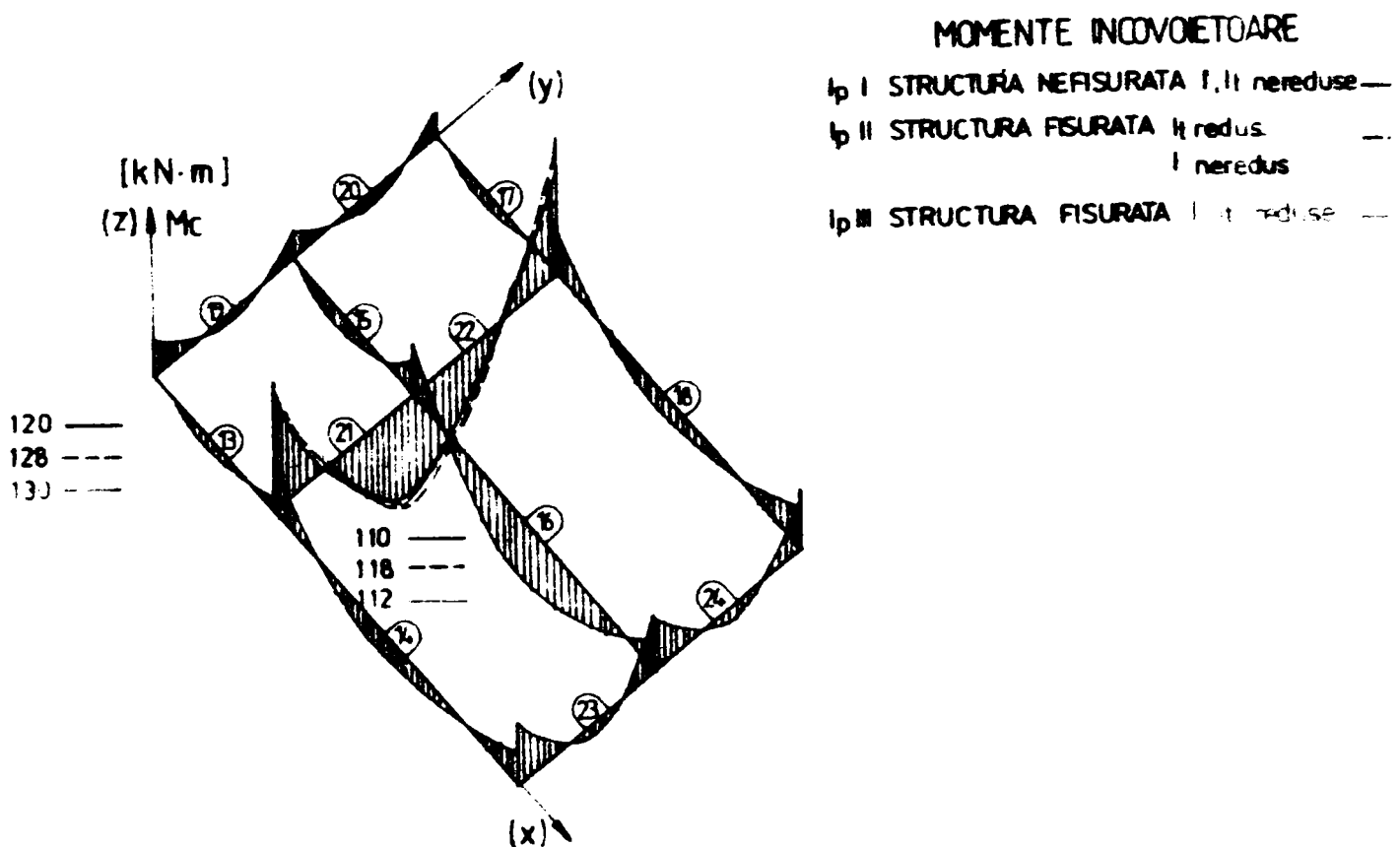
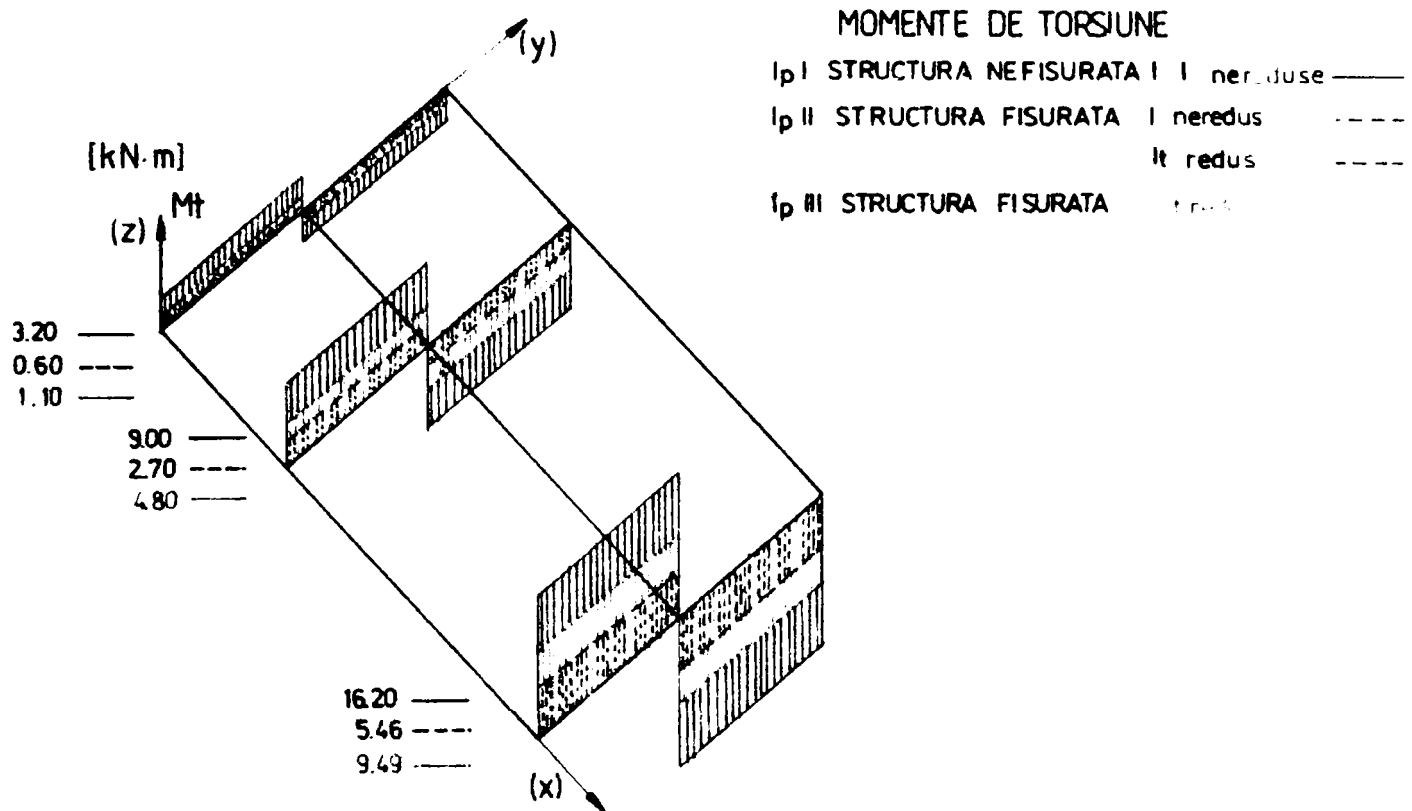


Figura 2.57 Diagrama de moment încovoietor
Bending moments diagram

O diferență calitativă $\approx 40\%$ este evidentă în cazul momentelor de torsiune, la elementele răsucite ale rețelei, evidențierea acesteia realizându-se în figura 2.57, unde este redată diagrama momentelor de răsucire pentru structura dată, în cele trei ipoteze de calcul.



*Figura 2.58 Diagrama de moment de torsiune
Torsional moments diagram*

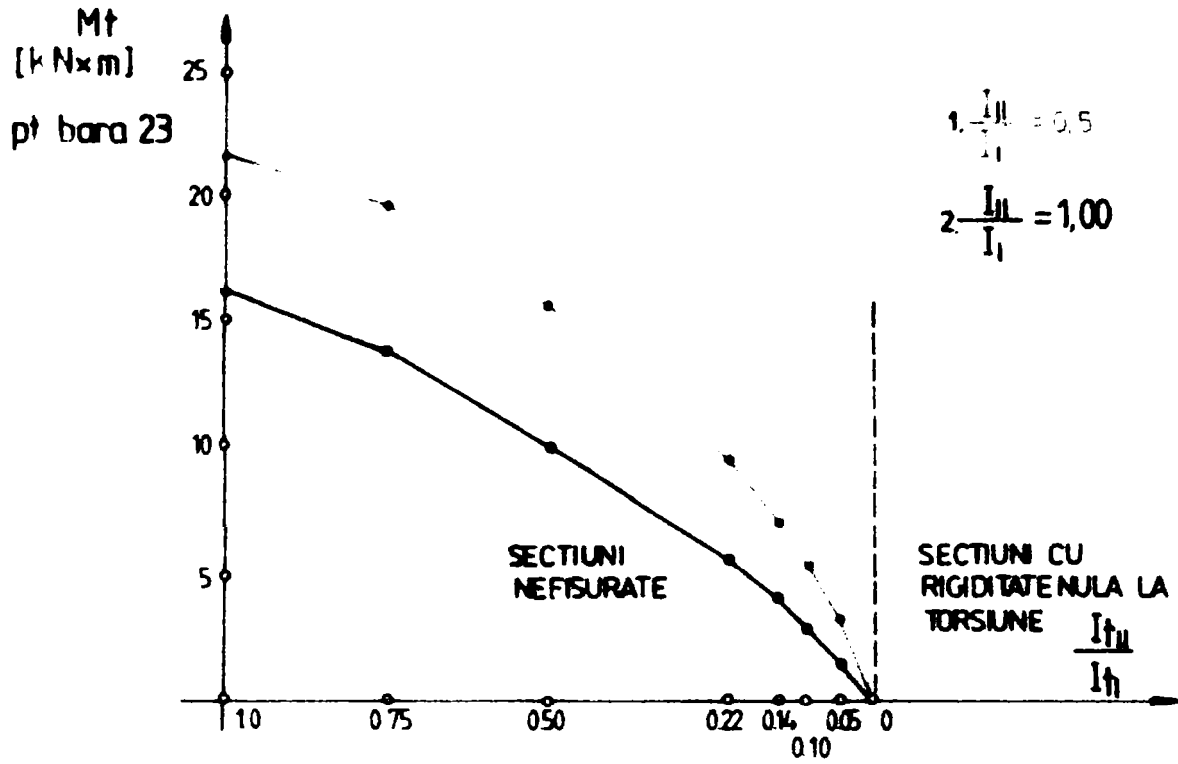
Analog exemplului anterior, figura 2.58 redă dependența momentului încovoiator de raportul $\frac{I_{tII}}{I_{tI}}$ (fig. 2.58 a) și a momentului de torsiune de același raport (fig.2.58 b) în

cele două situații în care se reduce rigiditatea la încovoiere $\left(\frac{I_{II}}{I_I} = 0,5\right)$ și în care

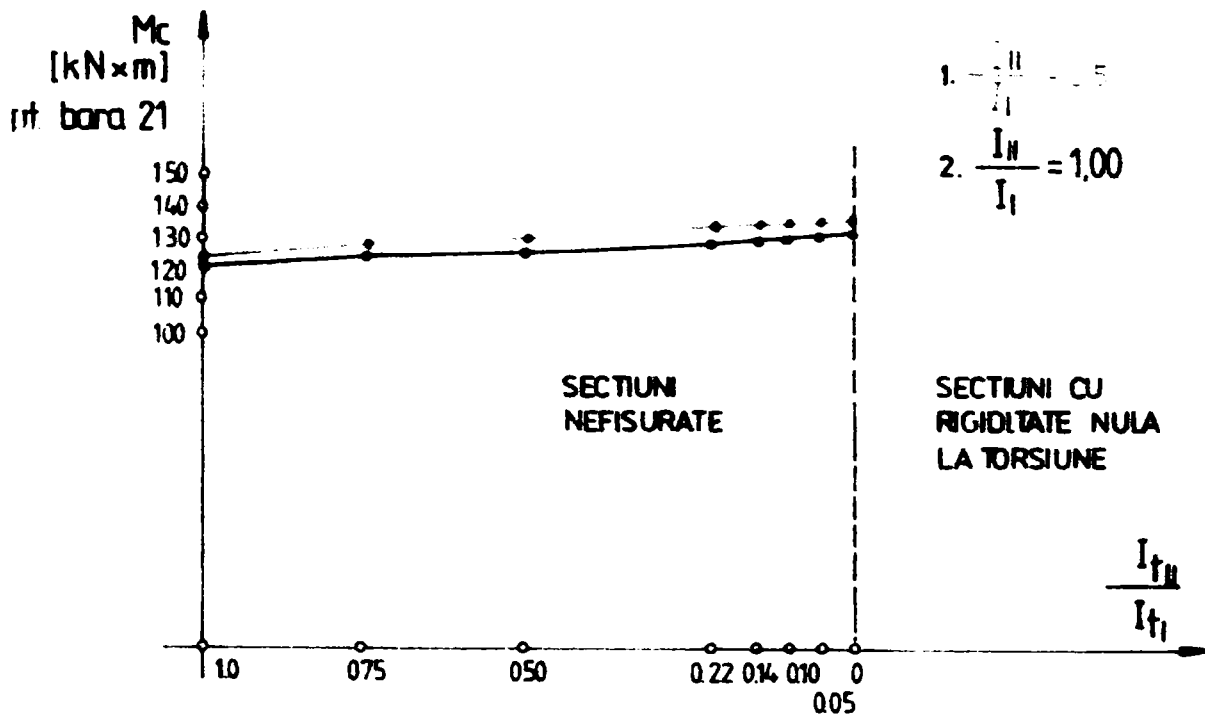
rigiditatea la încovoiere rămâne constantă $\left(\frac{I_{II}}{I_I} = 1,0\right)$

când rigiditatea la torsiune se reduce treptat de la 0 la 100%. Rezultă că:

- momentul de torsiune scade odată cu reducerea rigidității la torsiune și crește odată cu reducerea rigidității la încovoiere (36,41%)
- momentul de încovoiere crește cu reducerea rigidității la torsiune (8,33%) și crește cu reducerea rigidității la încovoiere (creșterea de 0,3% fiind nesemnificativă).



a)



b)

Figura 2.59 a) Dependența momentului de torsiune de raportul $\frac{I_{tII}}{I_{tI}}$

b) Dependența momentului de încovoiere de raportul $\frac{I_{tII}}{I_{tI}}$

a) Torsion moment dependence of $\frac{I_{tII}}{I_{tI}}$ ratio

b) Bending moment dependence of $\frac{I_{tII}}{I_{tI}}$ ratio

3

Torsiunea structurilor din beton armat

3.1. Modelarea efectului torsiunii

3.1.1. Excentricități structurale și accidentale

În capitolul 1 s-a arătat că la structurile spațiale, torsiunile provin din excentricitățile structurale și cele accidentale.

În ceea ce privește excentricitatea structurală, ea este rezultatul confruntării arhitectului cu inginerul structurist. În proiectarea arhitecturală este uzual să se aleagă forme neregulate ca răspuns la diferiți factori, ca amplasament, funcțiune, aspect etc. Din punctul de vedere ingineresc aceste forme neregulate sunt nerecomandate de normele de calcul seismic. Rezultatul final va fi un compromis între soluțiile dorite de arhitect și impuse de inginerul structurist, în care un anumit grad de neregularitate structurală se va păstra ca urmare a concesiilor reciproce. Este foarte rar cazul când o soluție perfect regulată este rezultatul acestei confruntări arhitect – inginer. Pentru soluția finală este sarcina inginerului structurist să găsească soluții structurale care să limiteze efectele torsiunii structurale prin rostuire, introduceri de elemente rigide ca diafragme, contravînturi, cadre rigide etc în anumite zone ale structurii.

Dar și structurile perfect regulate în proiectare suferă torsiuni în urma unor excentricități accidentale datorate unor asimetrii de încărcări, goluri, scări, distribuții necontrolate ale zidărilor exterioare sau pereților interiori, mișcări asincrone ale fundațiilor, ca urmare a propagării undelor seismice de suprafață etc. Modificările ulterioare ale funcțiunilor, prin scoateri de ziduri interioare, spargeri de goluri, care sunt aspecte neprevăzute la proiectarea inițială, pot contribui la introducerea unor torsiuni accidentale și la structurile regulate.

3.1.2. Aspecte ale modelării

Ținând seama de aceste aspecte, problemele care trebuie să fie abordate sunt legate de următoarele aspecte (Rutenberg și alții, 1996):

a) Tipul modelului de calcul. Alegerea modelului pentru calculul elastic sau inelastic joacă un rol deosebit de important în abordarea corectă a calculului spațial. Modelul de calcul cel mai uzual, devenit “modelul standard” este compus din trei elemente dispuse în direcția acțiunii și două (sau trei) perpendiculare. Figura 3.1 arată cele trei tipuri de modele standard. Elementele din figură pot fi cadre sau diafragme. Se disting

trei centre ce definesc modelul: centrul maselor, CM, centrul de rigiditate, CR și centrul plastic, CP.

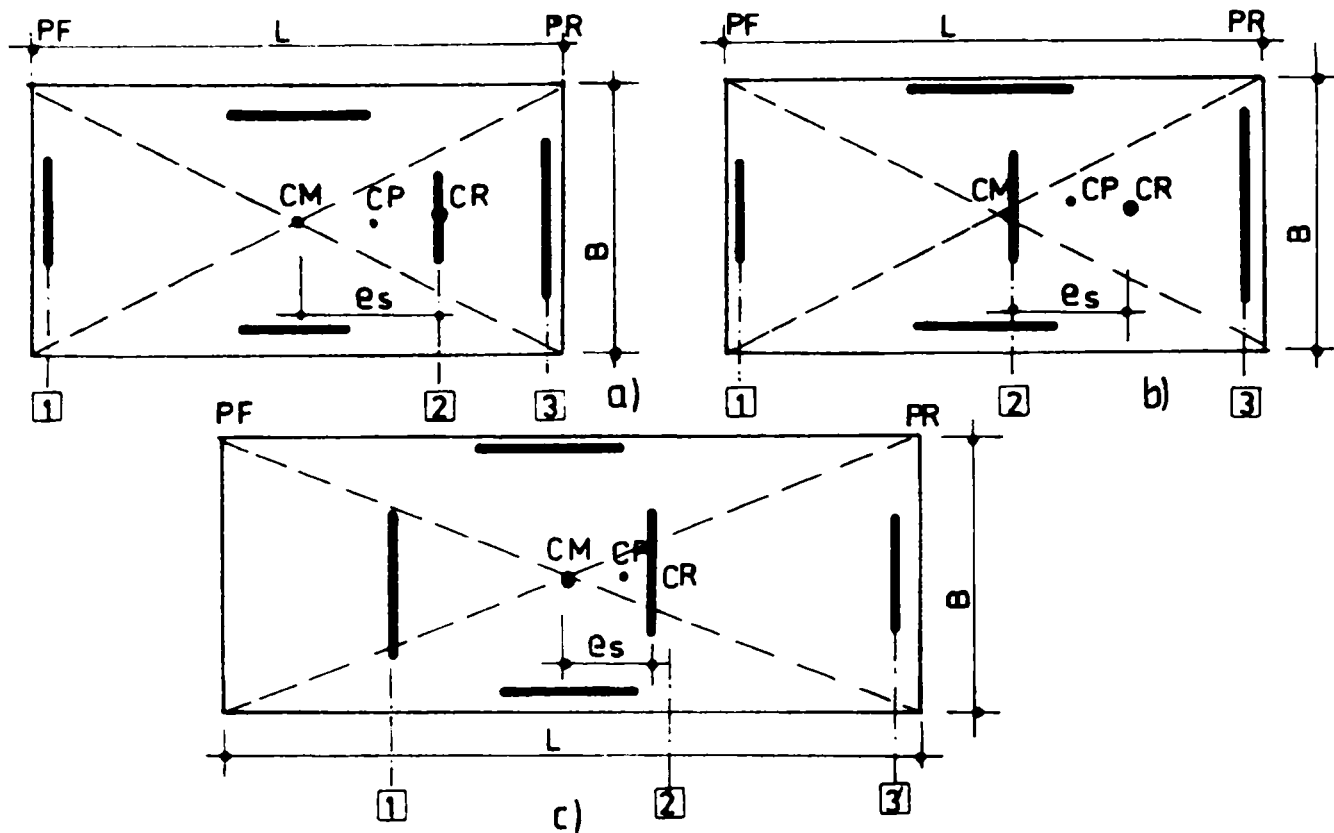


Figura 3.1 Modelul standard
Standard model

- modelul CR (fig.3.1 a) are dispus elementul median 2 în centrul de rigiditate, celelalte două fiind amplasate la capetele construcției. Distribuția maselor este centrică;
- modelul CM (fig.3.1 b) are dispus elementul median 2 în centrul maselor, asimetria fiind dată de rigidități diferite ale elementelor 1 și 3. Distribuția maselor este centrică;
- modelul ME (fig.3.1 c), la care distribuția elementelor este simetrică, dar distribuția maselor este excentrică față de cea de rigiditate.

Pentru fiecare model se definește partea rigidă PR și partea flexibilă PF a structurii. Partea cea mai sensibilă la torsiune este partea flexibilă, deformațiile și eforturile din elementele din partea flexibilă fiind mai mari decât la structurile fără torsiuni.

b) Alegerea sistemului de referință. Similar ca la structurile plane unde studiile efectelor seismice se concentrează asupra unor sisteme cu un singur nivel (sisteme cu un singur grad de libertate) și pentru studiul torsiunii studiile efectuate se referă la o structură cu un singur nivel, dar cu trei grade de libertate (translații pe două direcții și rotație) (fig.3.2 a). Folosirea rezultatelor obținute la structuri cu mai multe niveluri este condiționată de Pauley (1997), Postelnicu și alții (1998).

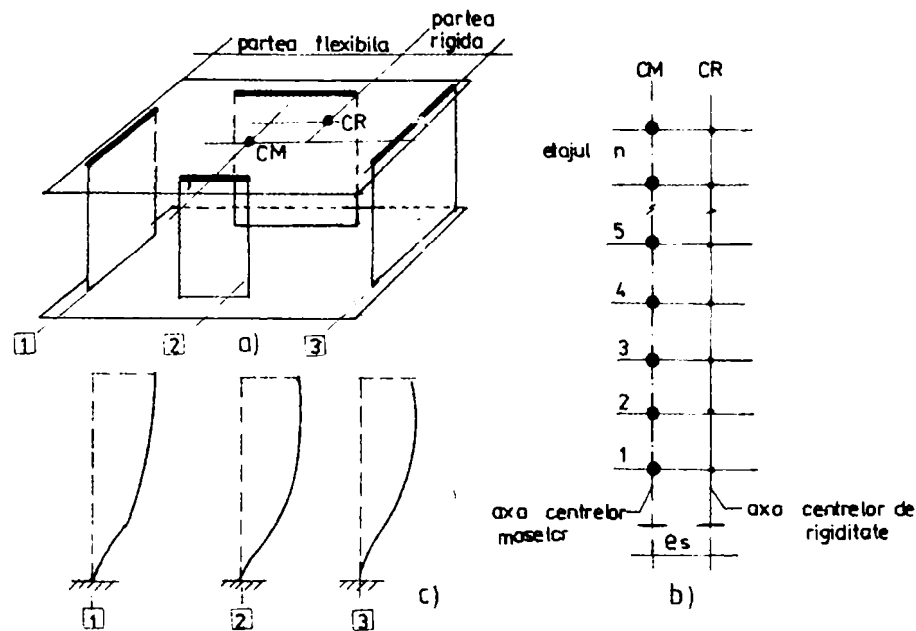


Figura 3.2 Modelarea structurii cu un singur nivel și trei grade de libertate pentru studiul efectului seismic

One level three degrees of freedom structure modelling for seismic survey

— situarea centrelor maselor și de rigiditate pe aceeași axă verticală (fig.3.2 b);
 — uniformitatea structurii pe înălțime (fig. 3.2 b);
 — deplasări laterale ale elementelor de același tip (de tăiere sau de consolă) (fig.3.2 c). Astfel nu pot fi luate în considerare structuri duale (unele elemente sunt cadre, iar celelalte diafragme);

— planșeele uniforme pe înălțime.

c) Includerea torsiunii accidentale care este o problemă extrem de complicată, pentru că depinde de factori greu de definit: mișcarea de rotație a fundației, diferențele inevitabile dintre distribuția proiectată și reală a maselor, rigidităților și rezistențelor etc. Această excentricitate trebuie să se adauge excentricității structurale în sens pozitiv sau negativ și să se considere situația cea mai defavorabilă (fig.3.3).

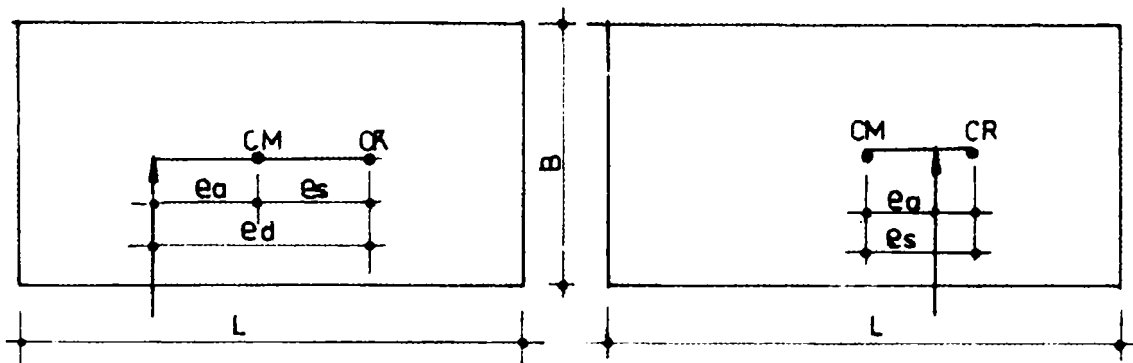


Figura 3.3 Excentricitatea accidentală adăugată pozitiv sau negativ excentricității structurale
Accidental eccentricity positive and negative added to structural eccentricity

d) Prezența elementelor transversale. Fig.3.4 prezintă cazul când în modelul de calcul sunt introduse și elemente transversale. În acest caz o parte din momentul de torsiune este preluat și de către aceste elemente.

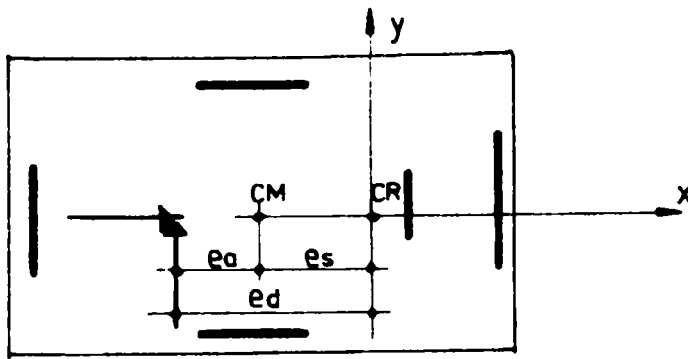


Figura 3.4 Influența elementelor transversale
în modelul de calcul

Transversal elements influence for calculus model

Problema se complică dacă structura este calculată concomitent pentru acțiuni seismice pe două direcții X și Y. Rutenberg și alții (1996) recomandă ca în acest caz să se utilizeze un model să nu fie

incluse în preluarea torsiunilor din excentricitățile structurale și accidentale ci acestea să fie preluate numai de elementele dirijate după direcția y.

e) Definirea cuplării vibrațiilor laterale și de torsiune se poate face în funcție de punctul considerat: centrul maselor CM, centrul de rigiditate CR, sau o definiție hibridă, vibrația laterală fiind definită față de CM, iar cea de rotație față de CR. Evident relațiile diferă între ele și rezultatele prezentate în literatură trebuie analizate cu prudență, pentru că este posibil să fie efectuat un studiu parametric variind excentricitatea fără să fie schimbați ceilalți parametrii.

f) Considerarea acțiunilor seismice. Dacă se efectuează un calcul de tip time-history, alegerea accelerogramei de calcul este de o importanță deosebită. Deoarece mici schimbări în această accelerogramă poate să ducă la schimbări calitative importante și efectele torsiunii să fie exagerate sau diminuate, se recomandă ca pentru aceeași accelerogramă să se efectueze un calcul pentru structura simetrică și asimetrică, pentru a putea evalua efectul torsiunii având același reper.

3.1.3. Cuplarea vibrațiilor de translație cu cele de torsiune

Cuplarea se poate studia pentru acțiuni statice sau dinamice.

Calculul static liniar este o problemă de deformații ale unui sistem cu trei grade de libertate u, v, θ . Totuși din cauza că planșeele se consideră rigide și în modelele de calcul folosite există o simetrie în raport cu axa x, sunt cuplate numai două moduri de vibrație, cea de deplasare după axa y, v, și de rotire a planșeului în jurul axei ce trece prin centrul maselor, θ (fig.3.5).

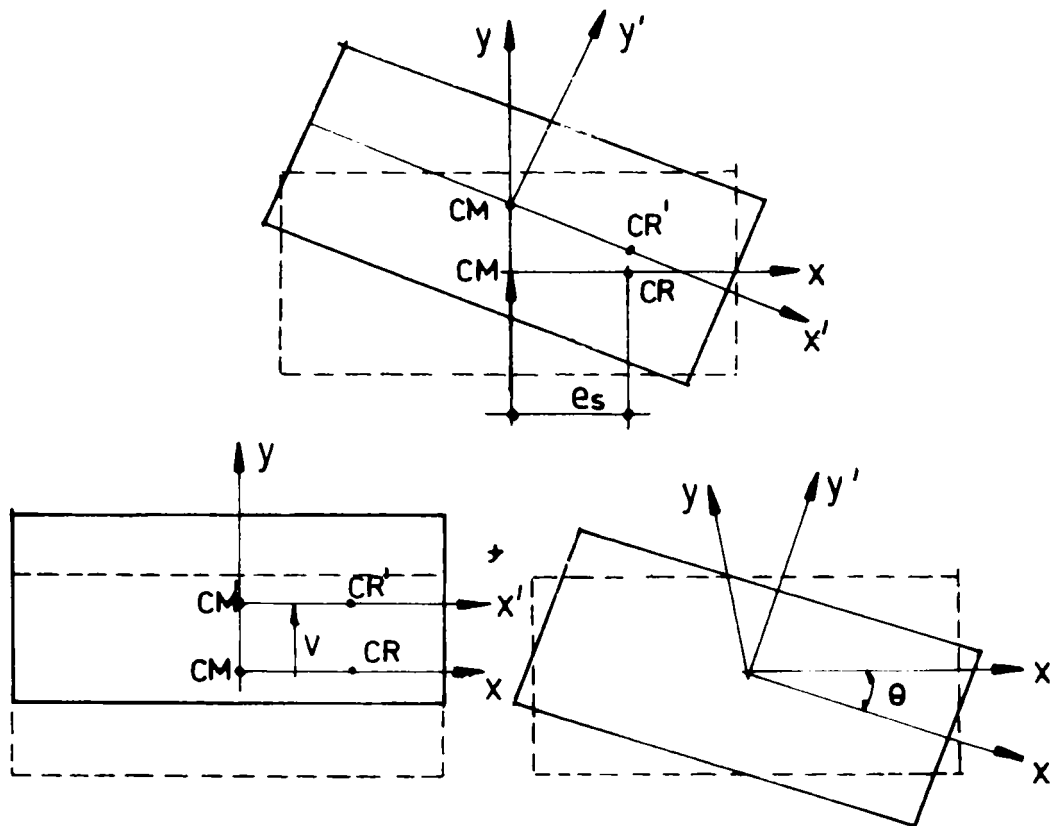


Figura 3.5 Cuplarea vibrațiilor de translație cu cele de torsiune
Coupling of translation and torsion vibrations

Fie k_{xi} și k_{yi} rigiditățile elementului i în raport cu axele x și y , iar

$$k_x = \sum k_{xi} ; \quad k_y = \sum k_{yi} \quad (3.1a, b)$$

sunt rigiditățile de translație ale structurii. Coordonatele centrului de rigiditate pentru cazul general sunt:

$$x_r = \frac{\sum k_{yi} x_i}{\sum k_{yi}} ; \quad y_r = \frac{\sum k_{xi} y_i}{\sum k_{xi}} \quad (3.2a, b)$$

Rigiditatea la răsucire este definită față de centrul de răsucire:

$$k_{\theta r} = \sum k_{xi} \bar{y}_i^2 + \sum k_{yi} \bar{x}_i^2 \quad (3.3)$$

unde

$$\bar{y}_i = y_i - y_r ; \quad \bar{x}_i = x_i - x_r \quad (3.4a, b)$$

sunt coordonatele raportate la centrul de răsucire. Se definește parametrul:

$$\Omega = \frac{k_{\theta r}}{k_v} = \alpha^2_{\theta} r^2 \quad (3.5)$$

ca raportul rigidităților de răsucire și de deplasare. În această relație r este raza de girație a planșeului în jurul axei verticale a axei centrelor maselor (pentru o secțiune

dreptunghiulară $r = \sqrt{(B^2 + L^2)/12}$). Fie forța F ce acționează în lungul axei y și excentricitatea e_d incluzând excentricitățile structurală și accidentală.

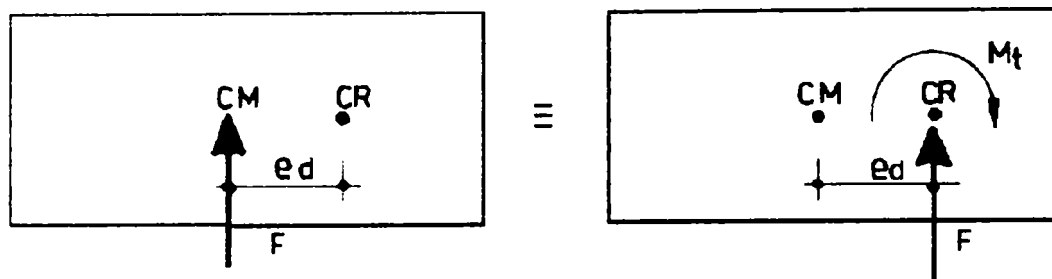


Figura 3.6 Echivalența modelelor de calcul în cazul acțiunii forței seismice cu excentricitatea e_d
Calculus model equivalence in case of seismic force action with e_d eccentricity

În raport cu centrul de răsucire, torsiunea este (fig.3.6):

$$M_t = F(-e_d) \quad (3.6)$$

Deplasările elementului i este:

$$v_i = \frac{F}{k_y} + \frac{M_t}{k_\theta} \bar{X}_i = \frac{F}{k_y} \left(1 - \frac{e_d \bar{X}_i}{\omega^2 r^2} \right) \quad (3.7)$$

iar forța corespunzătoare elementului i este:

$$F_i = k_{yi} v_i = \frac{k_{yi}}{k_y} F \left(1 - \frac{e_d \bar{X}_i}{\omega^2 r^2} \right) \quad (3.8)$$

Rezultă că efectul torsiunii trebuie să se considere prin creșterea sau descreșterea deplasărilor și încărcărilor cu factorul:

$$1 - \frac{e_d \bar{X}_i}{\omega^2 r^2} \quad (3.9)$$

care depinde de excentricitatea de aplicarea forței față de centrul de rigiditate, distanța dintre element și centrul de rigiditate, precum și proprietățile elastice ale structurii. În relația (3.9) excentricitatea și distanța x_i se consideră cu semnele corespunzătoare poziției elementului.

În cazul calculului dinamic, ecuațiile mișcării neamortizate sunt (Bertero și Bertero, 1992):

$$\begin{bmatrix} m & \theta \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{v} \\ \ddot{r}\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_y & \frac{e}{r} k_y \\ \frac{e_d}{r} k_y & \frac{1}{r^2} k_{\theta m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m v_g \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

unde m este masa sistemului, iar

$$k_{\theta m} = \sum (x_i^2 k_{yi} + y_i^2 k_{xi}) \quad (3.11)$$

este rigiditatea la torsiune raportată la centrul maselor, iar v_g accelerația mișcării seismice.

Între această rigiditate și cea raportată la centrul de rigiditate există relația

$$k_{\theta r} = k_{\theta m} - e_d^2 k_y \quad (3.12)$$

Dacă se introduc frecvențele de vibrație corespunzătoare celor două moduri de translație și de rotație:

$$\omega_y = \sqrt{\frac{k_y}{m}} \quad ; \quad \omega_\theta = \sqrt{\frac{k_{\theta s}}{mr^2}} \quad (3.13a, b)$$

ecuațiile (3.10) devin:

$$\begin{bmatrix} \ddot{v} \\ r\ddot{\theta} \end{bmatrix} + \omega_y \begin{bmatrix} 1 & \frac{e_d}{r} \\ \frac{e_d}{r} \alpha_\theta^2 & \left(\frac{e}{r}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\ddot{v}_g \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

unde, din (3.5) rezultă:

$$\alpha_\theta = \frac{\omega_\theta}{\omega_y} = \sqrt{\frac{k_{\theta r}}{k_y r^2}} \quad (3.15)$$

care este raportul frecvențelor de torsiune și de translație.

Se observă că mișcarea dinamică depinde de trei parametri: excentricitatea e_d/r , frecvența de translație ω_y și raportul frecvențelor α_θ .

Folosind calculul modal rezultă ecuațiile (Bertero și Bertero, 1992):

$$\begin{vmatrix} 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_y}\right)^2 & \frac{e_d}{r} \\ \frac{e_d}{r} & \alpha_\theta^2 + \left(\frac{e}{r}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_y}\right)^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \phi_y \\ \phi_\theta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (3.16)$$

Din această ecuație rezultă frecvențele și modurile de vibrație:

$$\frac{\omega_{1,2}}{\omega_y} = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{e_d}{r}\right)^2 + \alpha_\theta^2}{2}} \pm \sqrt{\left[\frac{1 + \left(\frac{e_d}{r}\right)^2 - \alpha_\theta^2}{2}\right]^2 + \left(\frac{e_d}{r}\right)^2 \alpha_\theta^2} \quad (3.17a)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{y1,2} \\ \phi_{\theta1,2} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{e_d}{r}\right)^2 + \left[1 - \left(\frac{\omega_{1,2}}{\omega_y}\right)^2\right]^2}} \begin{vmatrix} -\frac{e_d}{r} \\ 1 - \left(\frac{\omega_{1,2}}{\omega_y}\right)^2 \end{vmatrix} \quad (3.17b)$$

Pe baza acestor relații Bertero și Bertero (1992) au determinat efectele cuplării dinamice pentru excentricități, forța tăietoare de bază și deplasări, în funcție de spectrul utilizat. Curbele corespunzătoare sunt prezentate în figurele 3.7, 3.8 și 3.9. Se constată următoarele efecte foarte importante ale cuplării dinamice:

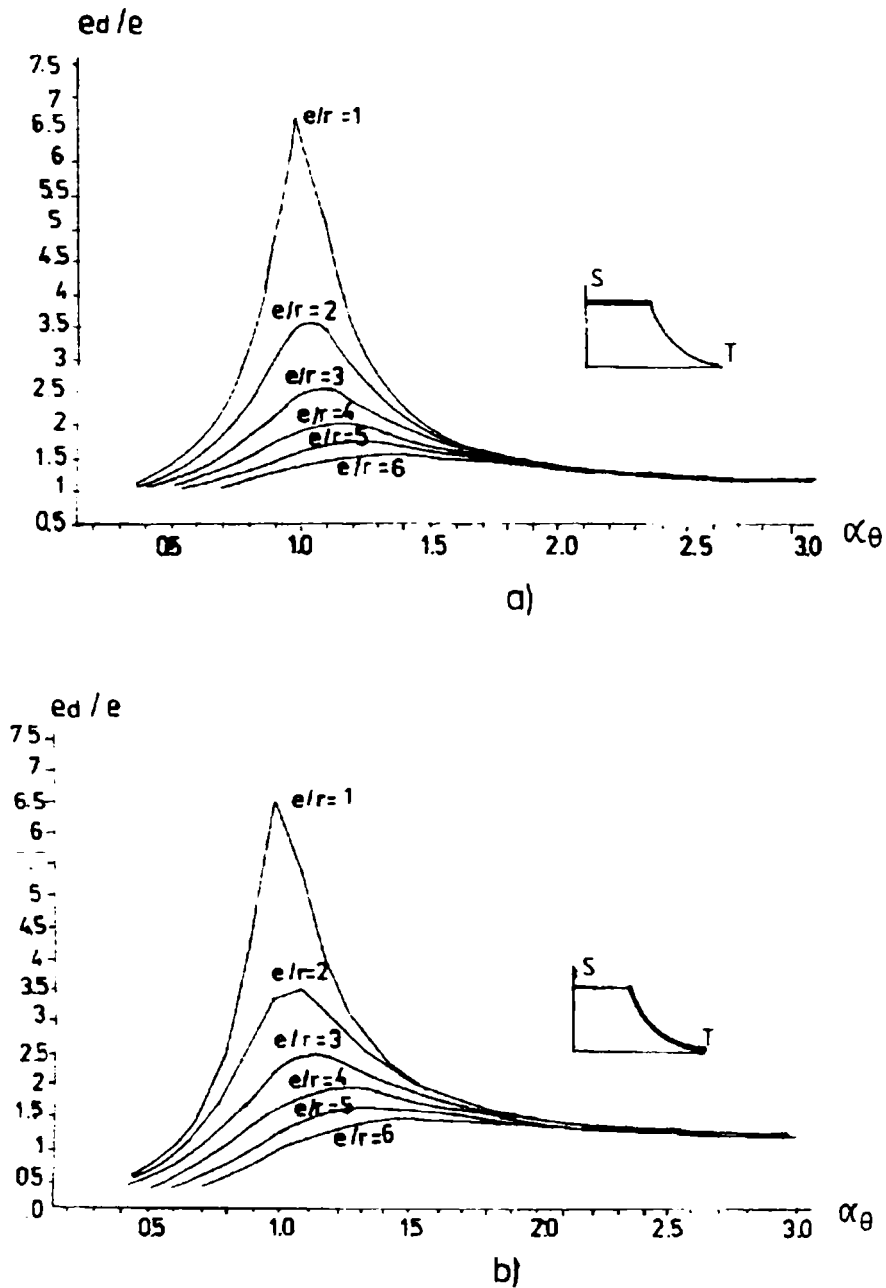


Fig. 3.7 Excentricitatea dinamică:

a) pentru spectrul palier

b) pentru spectrul hiperbolic în funcție de

excentricitate și de perioada α_θ , $\varepsilon = 0.02$

*Dynamic eccentricity for flat and hyperbolic spectrum
as a function of the eccentricity and the ratio between
uncoupled periods α_θ , $\varepsilon = 0.02$*

— deplasările laterale maxime ale părții flexibile a modelului sunt foarte mari pentru spectrul palier și mai reduse la spectrul hiperbolic (fig.3.9). Deformațiile maxime cresc cu creșterea excentricității structurale și sunt foarte importante pentru structurile cu rigidități la torsiuni mici ($\alpha_\theta < 1.0$)

— efectul de creștere a excentricității dinamice este maxim când cele două moduri de vibrație sunt egale, în special când excentricitățile inițiale sunt mici, ajungându-se la amplificări de peste 6 ori (fig.3.7). Prin urmare considerarea în calcule a excentricității structurale statice trebuie corelată cu valoarea raportului celor două moduri de vibrație, de translație și de rotație;

— efectul dinamic de cuplare a celor două forme de vibrație are drept efect și scăderea forței tăietoare de bază capabile, scăderea fiind mai mare în cazul excentricităților mari (fig.3.8). Reducerea este mai importantă pentru spectrul descrescător (spectru hiperbolic) decât în cazul spectrului de tip palier. Reducerile pot atinge (25 – 35%) din forța tăietoare de bază.

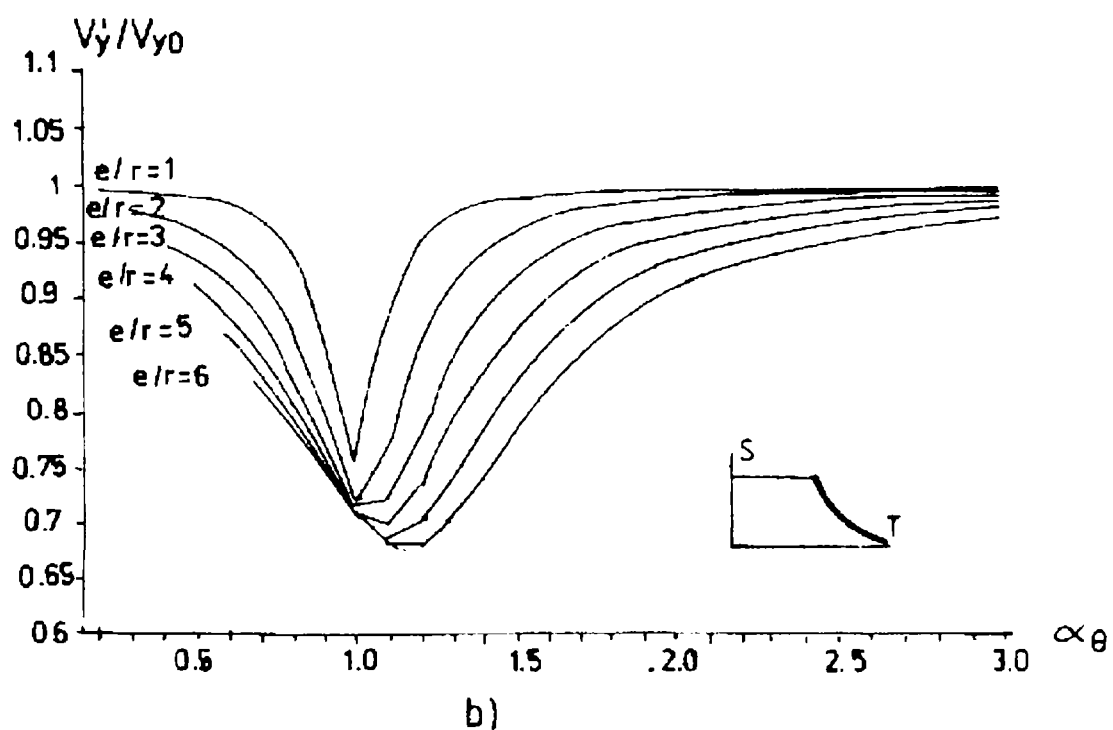
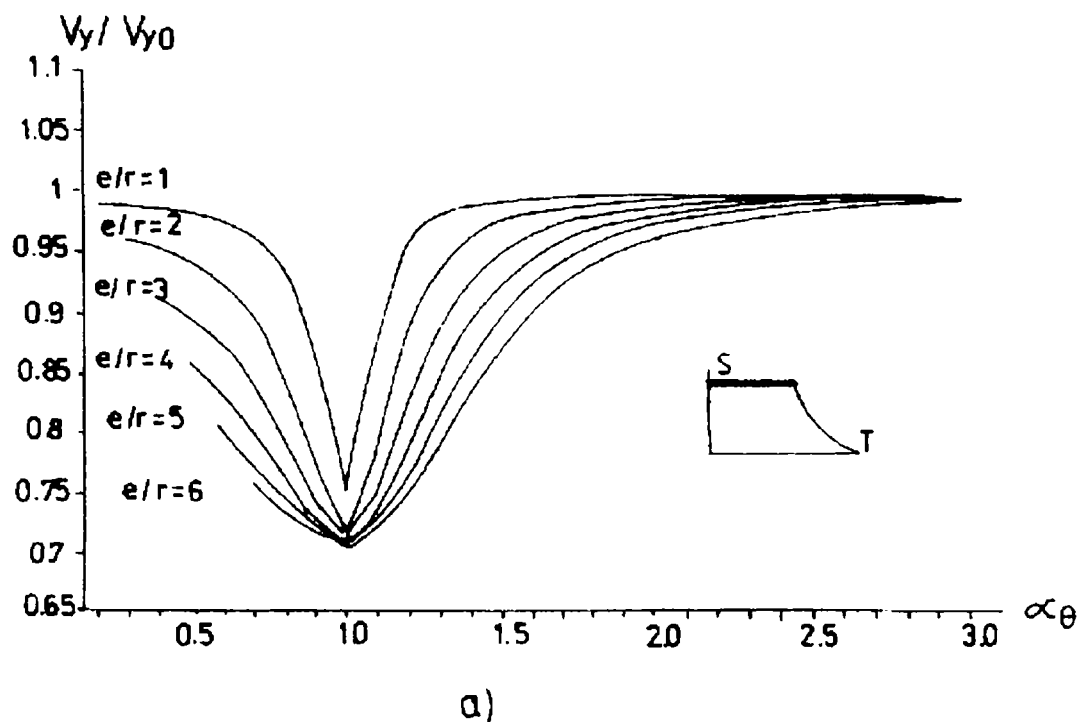


Fig. 3.8 Forța tăietoare de bază:

a) pentru spectru palier

b) pentru spectru hiperbolic în funcție de excentricitate
și de perioada α_θ $\varepsilon = 0.02$

Dynamic base shear for flat and hyperbolic spectrum as a function of the eccentricity
and the ratio between uncoupled periods α_θ $\varepsilon = 0.02$

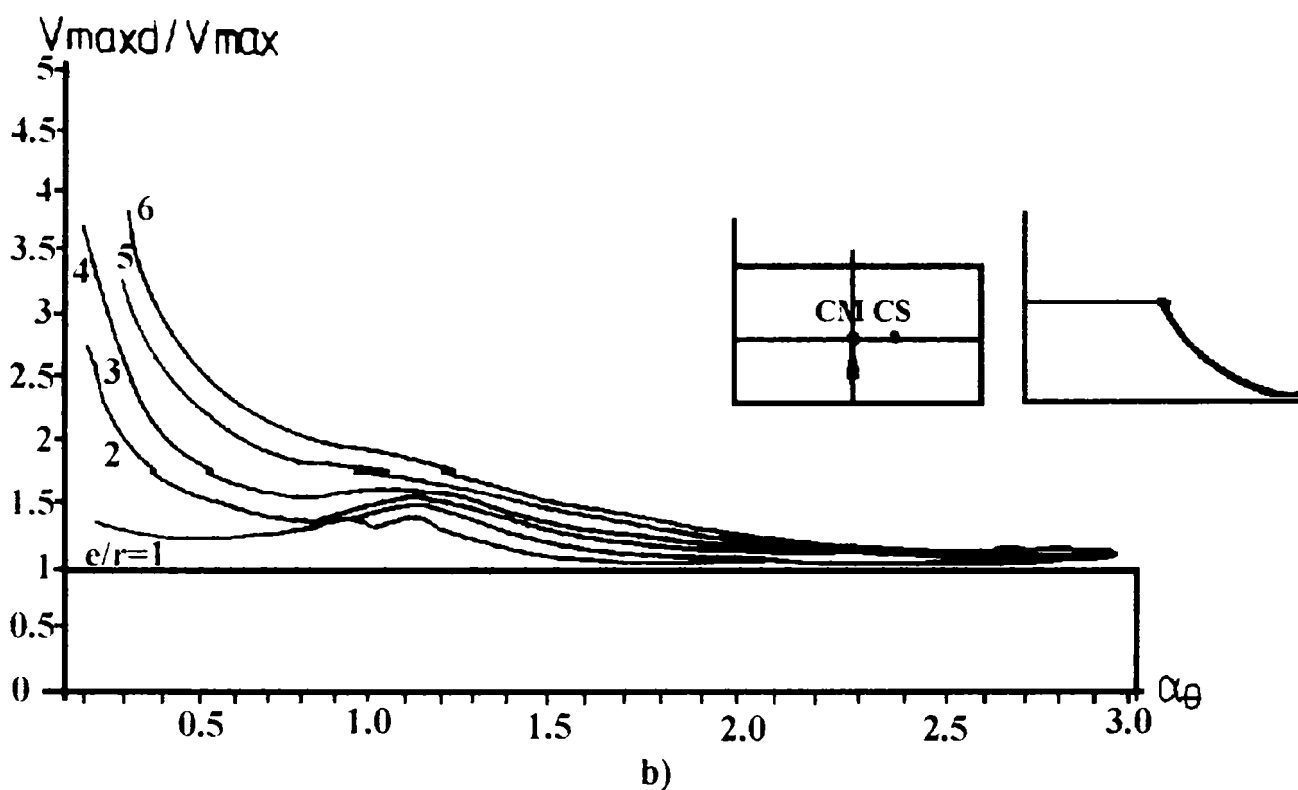
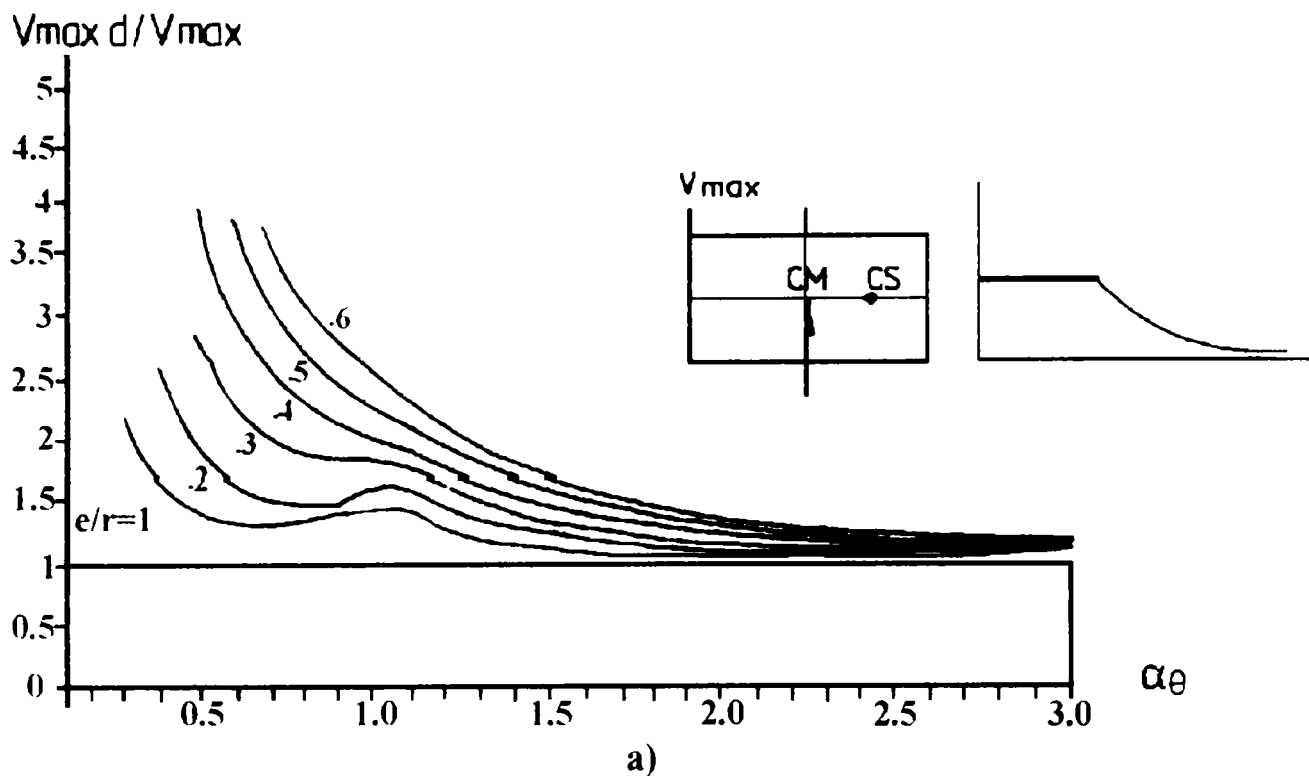


Figura 3.9 Amplificarea dinamică a deplasărilor laterale:

a) pentru spectrul palier

b) pentru spectrul hiperbolic în funcție de excentricitate și de perioada α_θ $\varepsilon = 0.02$

Dynamic amplification of the external frame displacement for a square plan as a function of the eccentricity and the ratio between periods α_θ $\varepsilon = 0.02$

3.2. Torsiuni structurale la structurile cu asimetrie structurală

3.2.1. Prevederi în normele de proiectare

Considerarea cuplării vibrațiilor de translație și rotație a arătat că excentricitățile structurale statice trebuie să fie amplificate pentru a se ține seama de efectele defavorabile ale cuplării dinamice, în special pentru partea slabă a structurii. Astfel forma generală sub care sunt introduse în norme excentricitățile de proiectare este:

— pentru elementele situate pe partea flexibilă (PF)

$$e^f_d = \alpha e_s \quad (\alpha \geq 1.0) \quad (3.18a)$$

— pentru elementele situate pe partea rigidă (PR)

$$e^r_d = \gamma e_s \quad (\gamma \leq 1.0) \quad (3.18b)$$

unde α și γ sunt coeficienți care amplifică sau reduc excentricitatea statică structurală.

Efectul amplificării dinamice este prevăzut diferit în normele de proiectare analizate.

- P100/1992 nu prevede o amplificare dinamică, dar la construcții cu asimetrii importante ($e_s > 0.1 L$) recomandă efectuarea unui calcul spațial (Anexa C). Metoda prezentată fiind foarte complicată, nu este aplicată de către proiectanți, așa că se poate spune că acest normativ neglijează amplificarea dinamică.

- EUROCODE 8 consideră efectul dinamic prin mărirea excentricității statice structurale cu o excentricitate adițională e_{sa} (Fig.3.10) care nu se aplică decât pentru partea flexibilă a structurii.

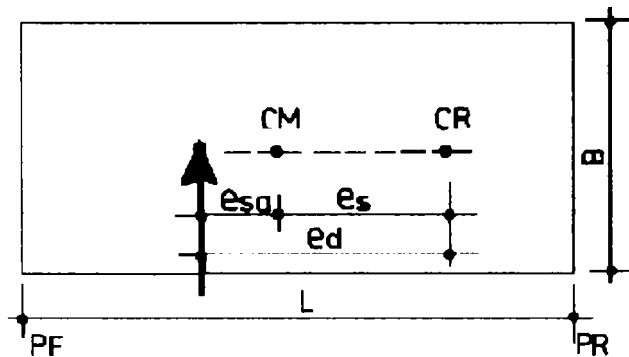


Figura 3.10 Excentricitatea adițională după "EUROCODE 8"

Additional eccentricity after "EUROCODE 8"

- rigiditatea planșeului este suficient de mare astfel ca să se poată considera că are o comportare rigidă;
- centrele de rigiditate, CR, și de masă, CM, sunt localizate pe o linie verticală;
- sistemele structurale au continuitate pe verticală de la fundații până la vârful construcției;

Metoda este aplicabilă dacă sunt satisfăcute următoarele criterii:

- clădirea are închideri și pereți distribuiți uniform și relativ rigizi;
- înălțimea construcției nu depășește 10 m;
- raportul înălțime/lungime (lățime) pe ambele direcții nu depășește 0.4 ($H/(L,B) < 0.4$);

— deformatile sistemelor structurale sunt de același tip.

În cazul respectării condițiilor de mai sus, excentricitatea structurală adițională e_{sa} (fig.3.10) pentru aplicarea forțelor de nivel F poate fi aproximată de minimul următoarelor valori:

$$e_{sa} = \min \begin{cases} 0.1(L+B) \sqrt{10e_s/L} \leq 0.1(L+B) & (3.19a) \\ \frac{1}{2e_s} [l_s^2 - e_s^2 - \Omega] \sqrt{(l_s^2 + e_s^2 - \Omega)^2 + 4e_s^2 \Omega} & (3.19b) \end{cases}$$

unde:

e_s este excentricitatea structurală între centrul de rigiditate CR și centrul maselor CM (fig.3.10);

$l_s = \sqrt{(L^2 + B^2)/12}$, raza de girație pentru o clădire rectangulară cu o masă uniform distribuită;

Ω , raportul dintre rigiditățile de nivel la torsiune și translație (vezi relația (3.5))

Excentricitatea adițională e_a poate fi neglijată dacă:

$$\Omega > 5(l_s^2 + s_s^2)$$

Excentricitatea adițională nu se ia în considerare la calculul părții rigide a structurii.

- **UBC 94** (Uniform Building Code SUA) nu ia în considerare amplificarea dinamică, dar efectul acesteia este compensat prin utilizarea unor excentricități accidentale dublate;

- **NBCC 95** (Național Building Code of Canada) consideră o creștere constantă ce nu depinde de caracteristicile structurii:

$$e_d^f = 1.5e_s \quad ; \quad \alpha = 1.5$$

$$e_d^r = 0.5e_s \quad ; \quad \gamma = 0.5$$

- **AUS - 93** (Australia Standard) ia în considerare creșterea influenței cuplării dinamice prin relațiile:

$$e_d^f = \left(2.6 - 3.6 \frac{e_s}{L} \right) e_s \geq 1.4e_s \quad ; \quad \alpha = \left(2.6 - 3.6 \frac{e_s}{L} \right)$$

$$e_d^r = 0.5e_s \quad ; \quad \gamma = 0.5$$

- **NZS - 92** (New Zeland Standard) nu ia în considerare o sporire a excentricității statice, dar, simultan ca și UBC 94, mărește excentricitatea accidentală pentru a ține seama de acest fenomen. Se insistă ca excentricitatea structură și minimă de la cele două capete să nu depășească raportul 7/3 (Pauley, 1997).

- **MFDC 88** (Mexico Federal District Code, Earthquake) ia în considerare creșterea excentricității la fel ca în normativul canadian:

$$e_d^f = 1.5e_s \quad ; \quad \alpha = 1.5$$

$$e_d^r = 1.0e_s \quad ; \quad \gamma = 1.0$$

3.2.2. Cercetări pentru îmbunătățirea normelor de proiectare

În ultimul timp se constată o creștere a interesului pentru îmbunătățirea normelor de proiectare prin studii parametrice și de caz care au evidențiat unele lipsuri ale prevederilor din norme.

Eibl și Keintzel (1996) folosesc raportarea la axa centrelor de rigiditate și introducând perioadele de translație și de rotație:

$$T_y = 2M \sqrt{\frac{m}{K_y}} \quad ; \quad T_\theta = 2M \sqrt{\frac{mr^2}{K_\theta}} \quad (3.20 a, b)$$

determină raportul celor două perioade:

$$\tau = \frac{T_\theta}{T_y} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{K_y}{K_\theta}} = \alpha_\theta \quad (3.20 c)$$

Calculând momentele de torsiune statice și dinamice, se introduce raportul

$$A_{1,2} = \frac{M_{td1,2}}{M_{t0}} \quad (3.21)$$

unde M_{t0} este momentul de torsiune static determinat din excentricitatea statică

$$M_{t0} = F e_s \quad (3.22)$$

iar $M_{t1,2}$ sunt momente de torsiune dinamice:

$$M_{t1,2} = F e_{d1,2} \quad (3.23)$$

valorile 1, 2 referindu-se la două forme de vibrație. Aplicând procedeul de însumare pătratică a valorilor modurilor de vibrație, recomandat în EC 8 și P100/1992, rezultă

$$M_{td} = \sqrt{M_{t1}^2 + M_{t2}^2} = AM_{t0} \quad (3.24)$$

Valorile coeficienților A_1 , A_2 și M sunt prezentați în figura 3.11 pentru diferite valori ale excentricității statice

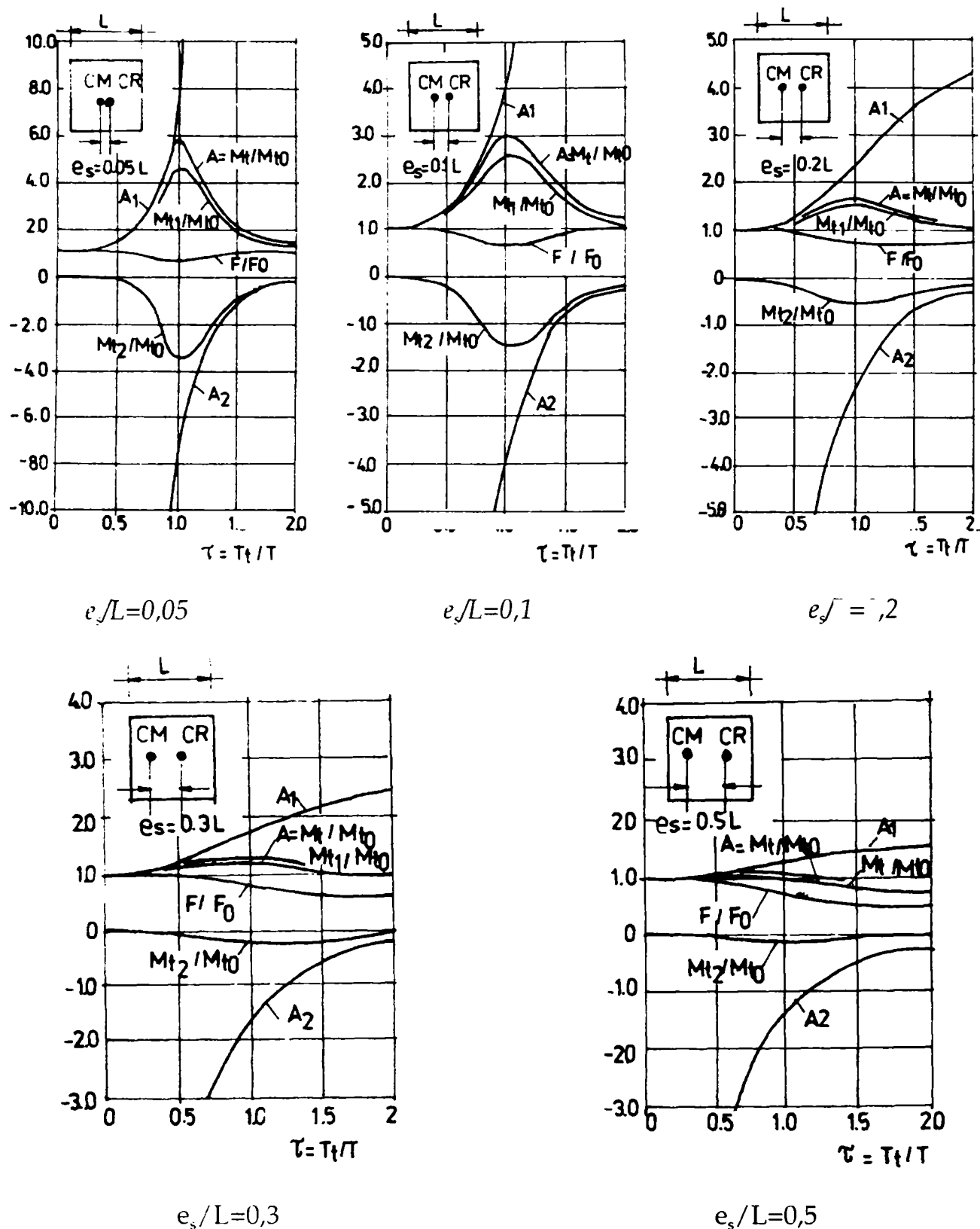


Figura 3.11 Factorii de amplificare dinamică la structuri prismatice pentru diferite valori ale raportului e_s/L

Dynamic amplification factors for square structures for $e_s/L = 0.05; 0.1; 0.2; 0.3; 0.5$

Din analiza acestor diagrame rezultă clar că valorile A_1 , A_2 , care rezultă din ecuații de tipul (3.19 b) din EC 8, nu pot fi folosite în domeniul $\tau > 1$, pentru că dau valori mult mai mari decât cele care rezultă dintr-un calcul mai exact.

Folosind curbele din figura 3.12 au fost calculate valorile din fig.3.12 a pentru excentricitatea adițională e_a . Ele au fost trasate pentru două valori ale parametrului $\tau = 0,85; 0,95$, deci în zona de rezonanță și pentru diferite valori B/L .

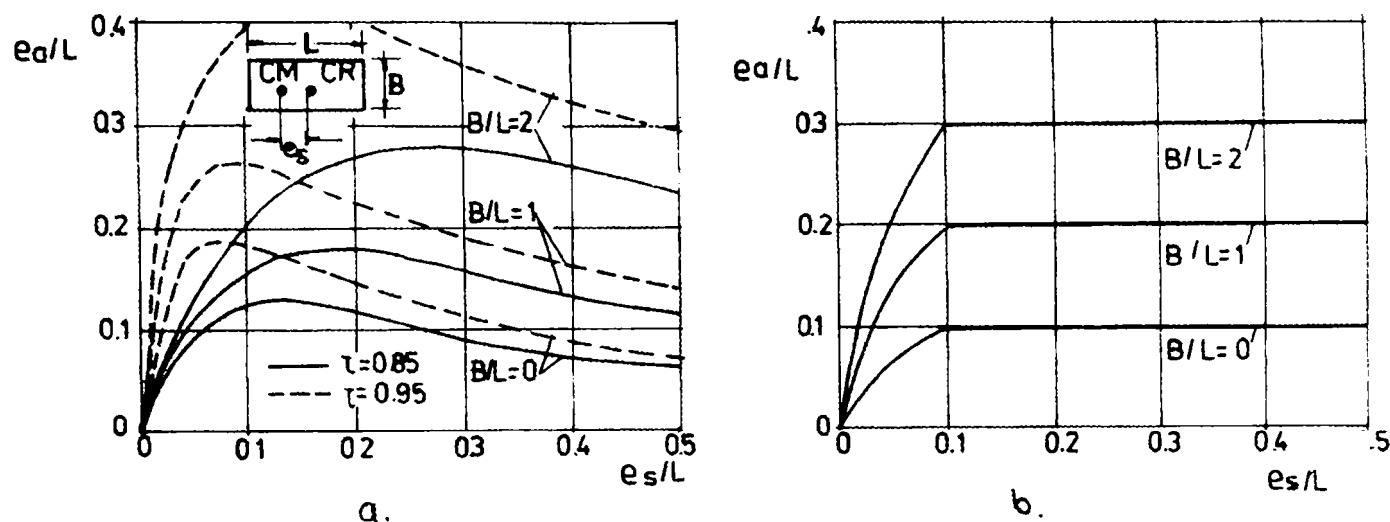


Figura 3.12 a) variația excentricității adiționale pentru $\tau = 0,85$ și $\tau = 0,95$

b) variația excentricităților adiționale după EC 8

a) additional eccentricity variation for $\tau = 0,85$ and $\tau = 0,95$

b) additional eccentricity variation under EC 8

În figura 3.12 b sunt trasate, pentru aceleași valori ale raportului B/L , excentricitățile adiționale rezultate din prevederile EUROCODE 8. Se constată că valorile excentricităților adiționale din EC 8 corespund unor valori ale parametrului $\tau \approx 0,90$. De aceea în multe cazuri când perioadele de vibrație diferă, valorile din EC 8 sunt prea mari. Ele sunt aplicabile numai pentru cazurile când perioada T de rotație este mai mică decât cea de translație.

Critici privind prevederile din EUROCODE 8 sunt prezentate și de Anastassiadis și Carydin (1996) și Anastassiadis și alții (1998). S-a determinat o relație mai exactă pentru excentricitatea dinamică, valorile rezultate au fost comparate cu cele obținute din cele prevăzute în EC 8. Pentru $L=2B$ ambele rezultate sunt prezentate în figura 3.13.

Diagramele exacte pentru $\Omega = 0,8; 1,25$ sunt trasate cu linie plină, iar cele rezultate din EC 8 sunt punctate. Se constată amplificări importante pentru excentricitățile statice mici, amplificare ce se reduce mult la excentricitățile mari. Relațiile din EC 8 dau valori mult mai mari pentru $\Omega = 0,8$ (rigiditate la torsiune redusă).

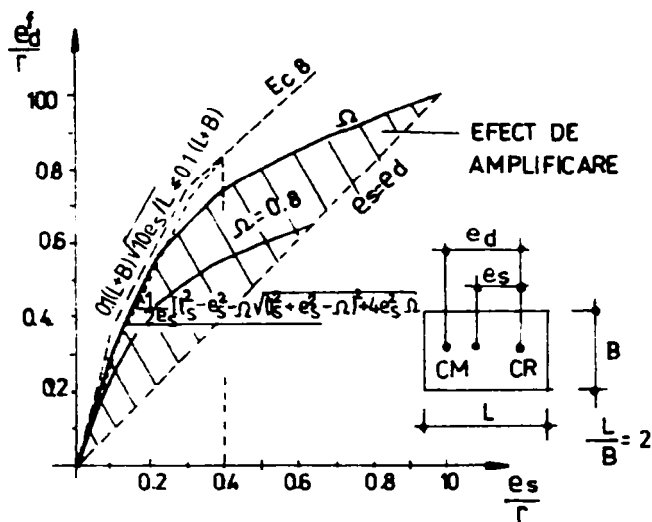


Figura 3.13 Comparație între valorile excentricităților dinamice rezultate din calcul și cele date de EC 8

Comparison between calculated dynamic eccentricity values and from EC ones

Pentru $\Omega = 1,25$ (.g.d.tate la torsiune mare) rezultatele coincid pentru excentricități mici ($e_s/r < 0,4$), dar pentru excentricități statice mari, valorile date de EC 8 sunt mult prea mari.

Cercetările lui Calderoni și alții (1995, 1996) au arătat și ele că prevederile din EC 8 dau valori prea mari și au propus o relație foarte simplă:

$$e_d^f = \begin{cases} \min \left[\begin{array}{l} 1,5e_s \\ (1,1 - \Omega)L \end{array} \right] & \text{pentru } \Omega < 1,1 \\ e_s & \text{pentru } \Omega \geq 1,1 \end{cases} \quad (3.25a)$$

O problemă foarte importantă este cea de utilizare a relațiilor stabilite pentru un model cu un nivel la structuri cu mai multe niveluri. Cercetările lui Hovghton și alții (1996) au stabilit o relație aproximativă pentru rotația și deplasarea unui nivel i într-o structură cu N niveluri, la care valoarea caracteristicii Ω rămâne constantă pe înălțimea structurii:

$$\theta_i = \frac{\sqrt{\omega_i / \omega_1}}{(N+i)^x} \theta_1 \quad ; \quad \Delta_i = \frac{\sqrt{\omega_i / \omega_1}}{(N+i)^x} \Delta_1 \quad \text{pentru } N < 4 \quad (3.26a)$$

$$\theta_i = \frac{\omega_i / \omega_1}{(N+i)^x} \theta_1 \times \beta \quad ; \quad \Delta_i = \frac{\omega_i / \omega_1}{(N+i)^x} \Delta_1 \times \beta \quad \text{pentru } N > 5 \quad (3.26b)$$

Valorile lui x din aceste relații sunt:

N	2	3	4	5	10	15	20
X	0,353	0,339	0,322	0,330	0,250	0,225	0,200

Thambiratnam și alții (1999) analizează cazul simplu al unei structuri cu un planșeu dală cu patru stâlpi de colț și un tub rigid amplasat asimetric față de centrul maselor. Au fost utilizate două accelerograme Kern County (fig.3.14 b), El Centro (fig.3.14c).

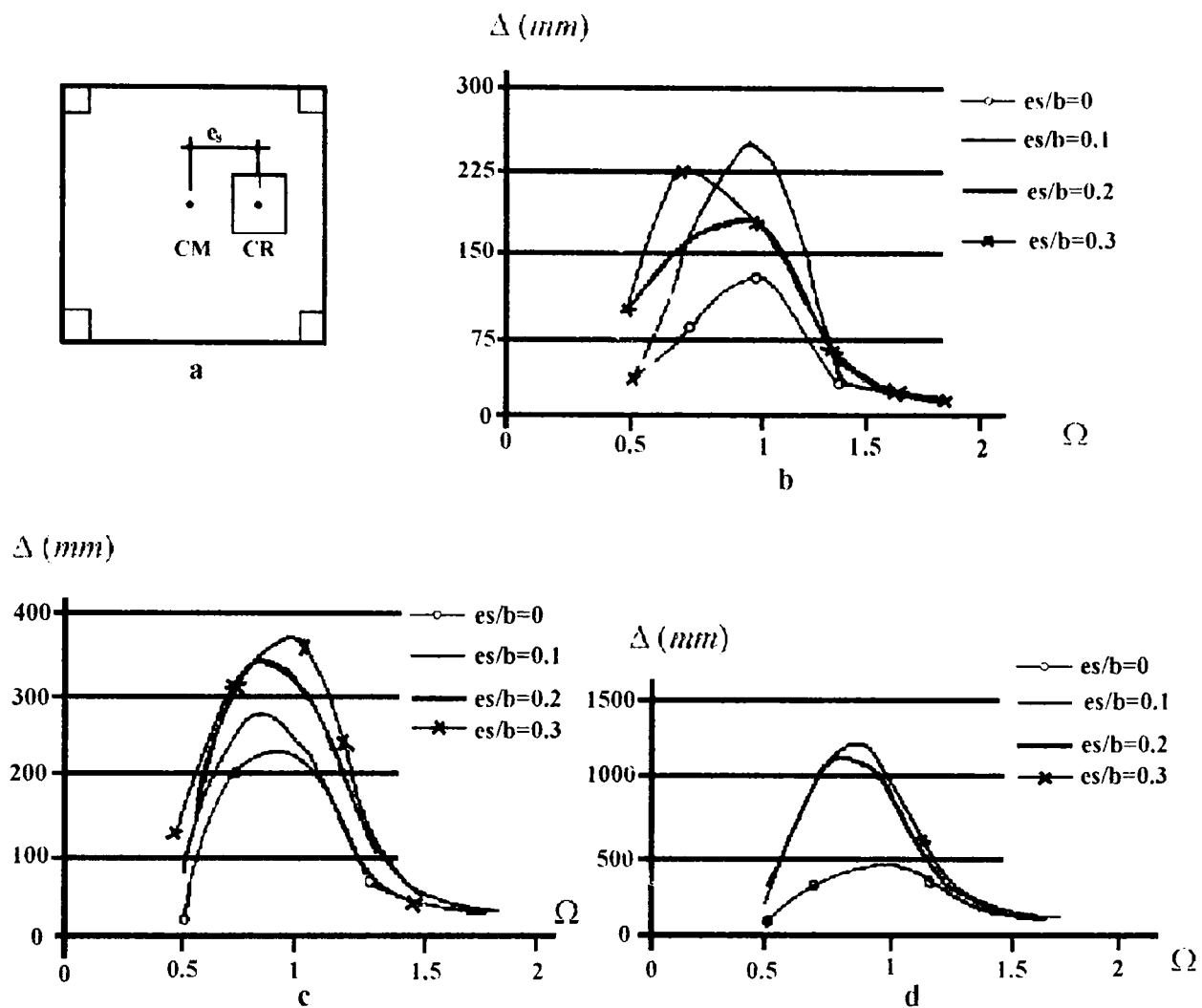


Figura 3.14 Variația deplasărilor în funcție de excentricitatea adițională
Displacements variation in function of additional eccentricity

Graficile sunt raportate la parametrul de cuplare Ω . Se constată o creștere importantă a deplasărilor între $\Omega = 0,75$ și $1,00$, dar maximum nu se atinge pentru $\Omega = 1,00$ așa cum rezultă teoretic, din cauza utilizării unor accelerograme reale care introduc în calcule mai multe moduri de vibrație. Fig.3.14 d prezintă cazul structurii cu acelaș plan, dar cu trei niveluri pentru cutremurul Kern County. Rezultatele contravin concluziilor că valorile obținute pentru o structură cu un nivel pot fi extinse și la structuri cu mai multe niveluri.

O comparație a factorului de amplificare dinamică din diferite norme de proiectare este prezentată în figura 3.15 după Shakib (1998) pentru $\Omega=1$.

Se constată că singura normă care consideră o variație neliniară este EC 8, cu amplificări mai mari în zona excentricităților statice mici, variație conformă cu rezultatele teoretice. O lipsă a prevederilor din EC 8 este că nu consideră efectul perioadei structurii și de aceea se obțin în multe cazuri valori mai mari decât cele reale.

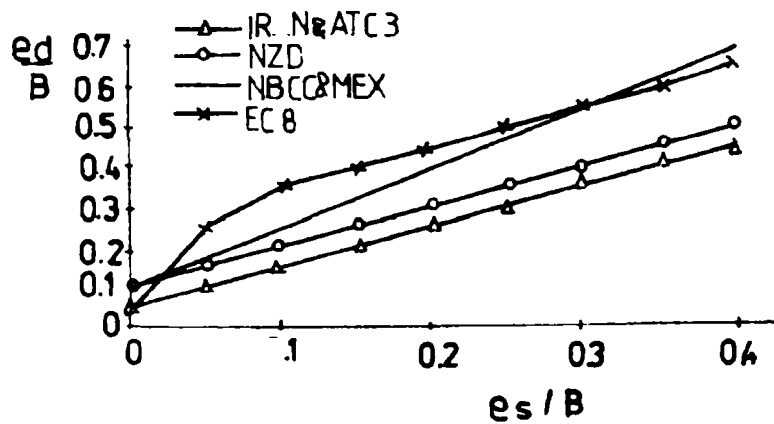


Figura 3.15 Comparație a factorului de amplificare seismică adăugată pentru diferite norme de proiectare
 Comparison of design eccentricity for different seismic codes

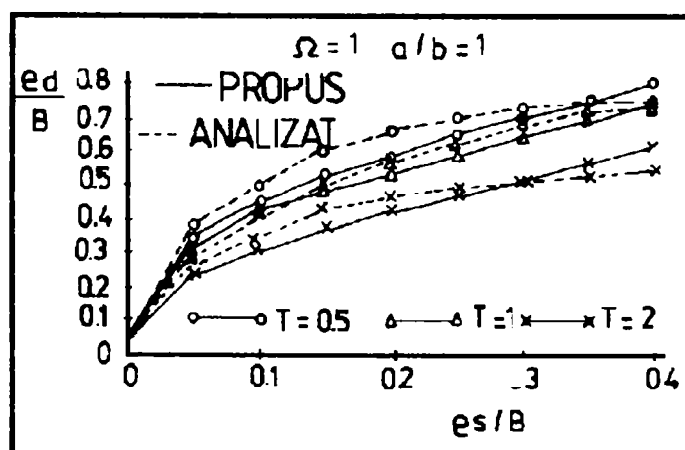
Pe baza unui studiu efectuat, considerând un număr de 10 mișcări seismice produse în Iran în perioada 1997÷1990, Shakib propune o relație aproximativă pentru excentricitatea structurală adăugată:

$$e_{sa} = \frac{0.36\Omega - 0.08\Omega^3}{2} \left(1 + \frac{B}{L}\right) \left(1 - \frac{0.15}{e_s/L}\right) C_p \cdot L \quad (3.27a)$$

$$C_p = 0.24 + \frac{0.84}{T} \leq 1,2 \quad (3.27b)$$

relație ce conține toți factorii care influențează amplificarea, raportul celor două moduri de vibrație Ω , raportul laturilor $\frac{B}{L}$, excentricitatea statică e_s/L și perioada de vibrație a structurii. În figura 3.15 este comparată și relația aproximativă (3.27) cu valorile exacte obținute printr-o analiză dinamică. Se constată că variația curbei propuse corespunde cu cea din EC 8.

Figura 3.16 arată comparația dintre valorile exacte și cele aproximative pentru diferite valori ale parametrilor Ω , B/L , T .

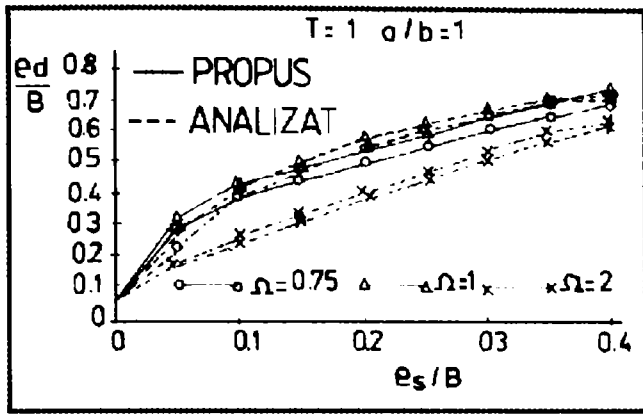


a)

Figura 3.16

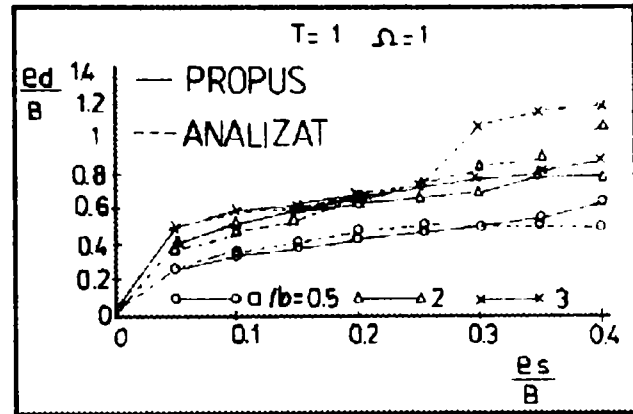
a) Comparație între variațiile e_d/B pentru diferite valori ale T

Comparison of variation of e_d/B for the different values of T



b)

b) Comparație între variațiile lui e_d / B pentru diferite valori ale excentricității structurale
 Comparison of variation of e_d / B for the different values of structural eccentricities



c)

c) Comparație între valorile lui e_d / B pentru diferite valori ale raportului e_s / B
 Comparison of variation of e_d / B for the different values of e_s / B

Figura 3.16

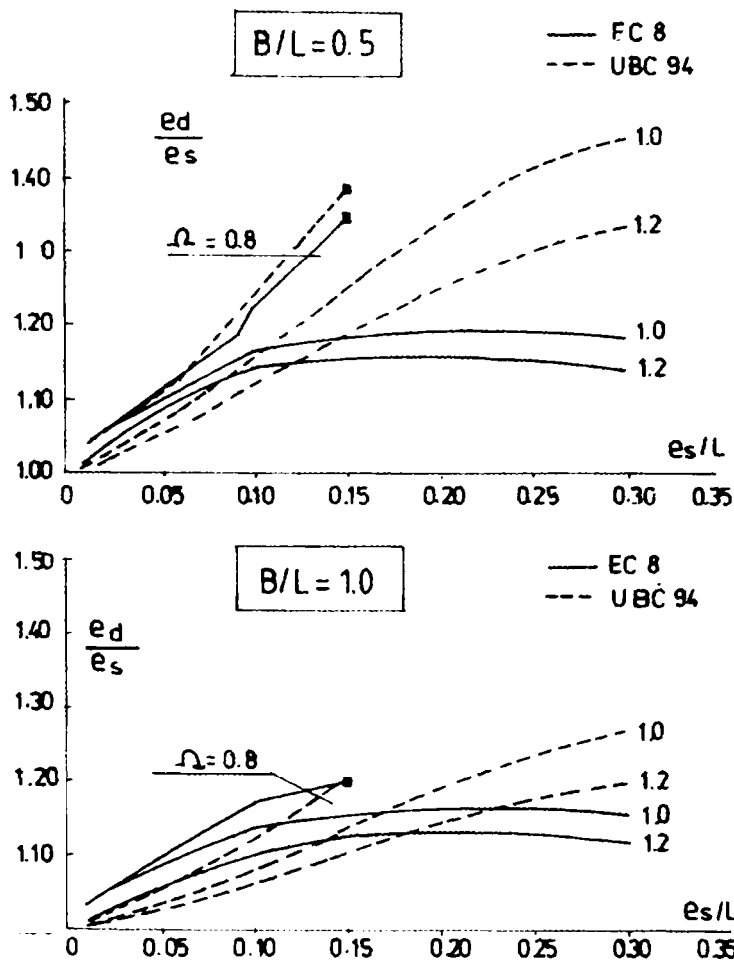


Figura 3.17 Efectelor dinamice de creștere a excentricității statice
 Dynamic increasing effects on static eccentricity

O comparație a efectelor dinamice de creștere a excentricității statice rezultate după EC 8 și UBC 94 este prezentată, după De Stefano și alții (1996), în figura 3.17. Se menționează că în UBC 94 nu sunt prevăzute efecte dinamice pentru excentricitățile statice, dar sunt marite excentricitățile accidentale. În figura 3.17 valorile pentru UBC 94 se referă la aceste sporuri.

Se constată că pentru excentricități mici EC 8 prevede valori mai mari, dar situația se schimbă pentru excentricitățile mari, deoarece EC 8 limitează creșterile dinamice.

3.2.3. Torsiunea structurilor cu asimetrie și încărcare după două direcții

Calculul exact se face folosind ecuațiile de vibrație pe direcțiile x, y și de torsiune (La Mendola și Papia, 1990, Vasquez, 1996) și se ține seamă de cuplarea celor trei moduri de vibrație. Calculul este însă foarte complex, așa că pentru metodele de proiectare se admit unele metode mai simple. Astfel, în cazul structurilor cu asimetrie și acțiunii după două direcții poate fi analizat folosind două principii:

— metoda suprapunerii efectelor, recomandată și în normativele de proiectare, repară cele două excentricități și încărcări în două sisteme planare diferite (fig.3.18).

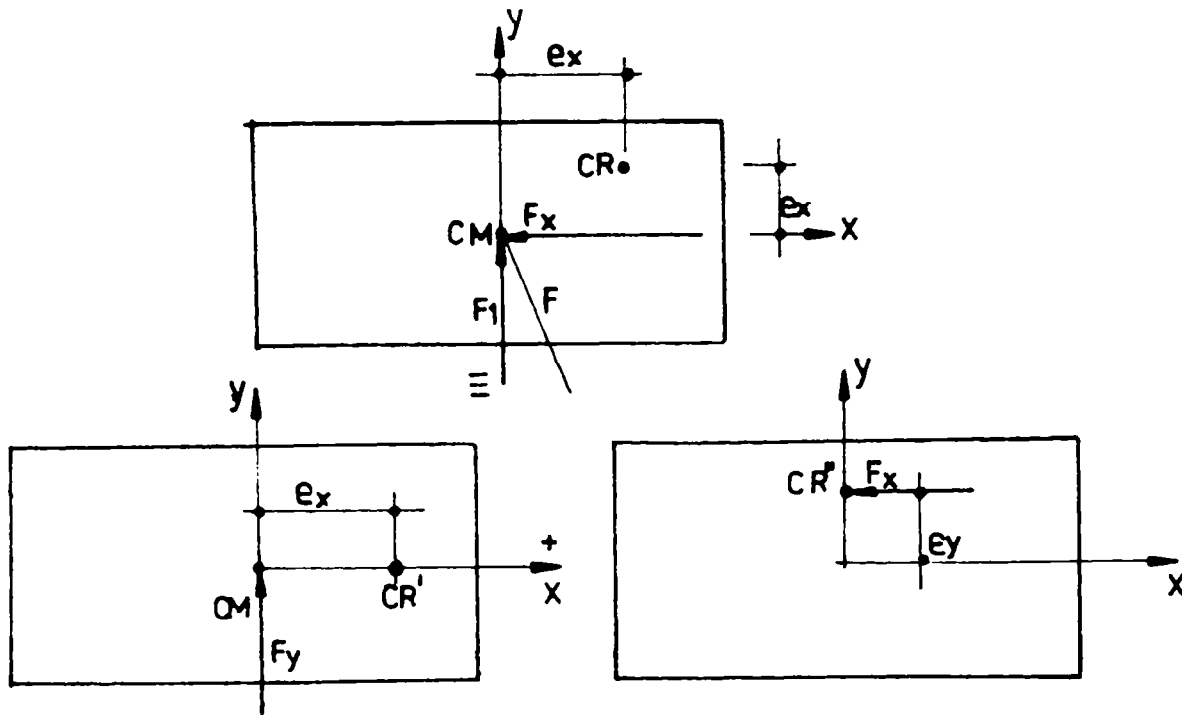


Figura 3.18 Suprapunerea efectelor asimetriei după cele două direcții
The two direction asymmetry effects superposition

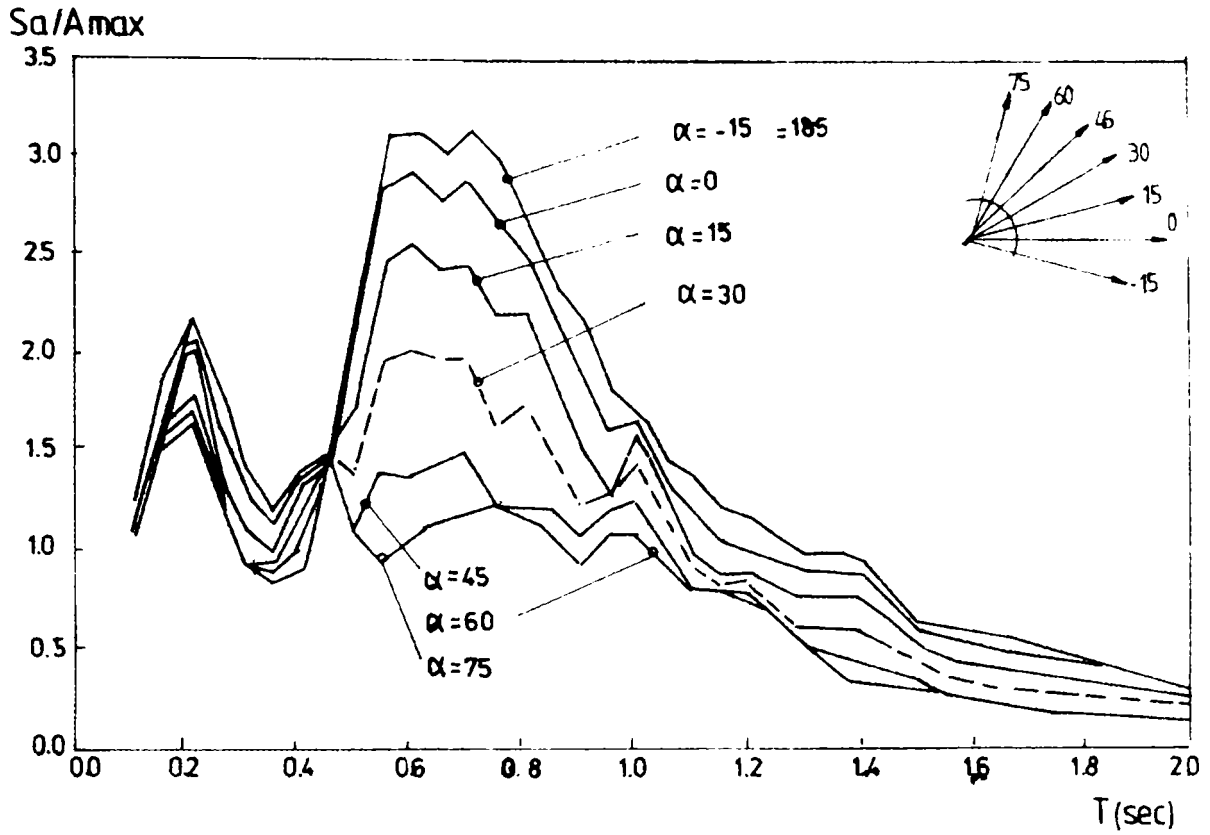
Cuplarea celor două efecte se face pe baza mediei pătratice:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad (3.28)$$

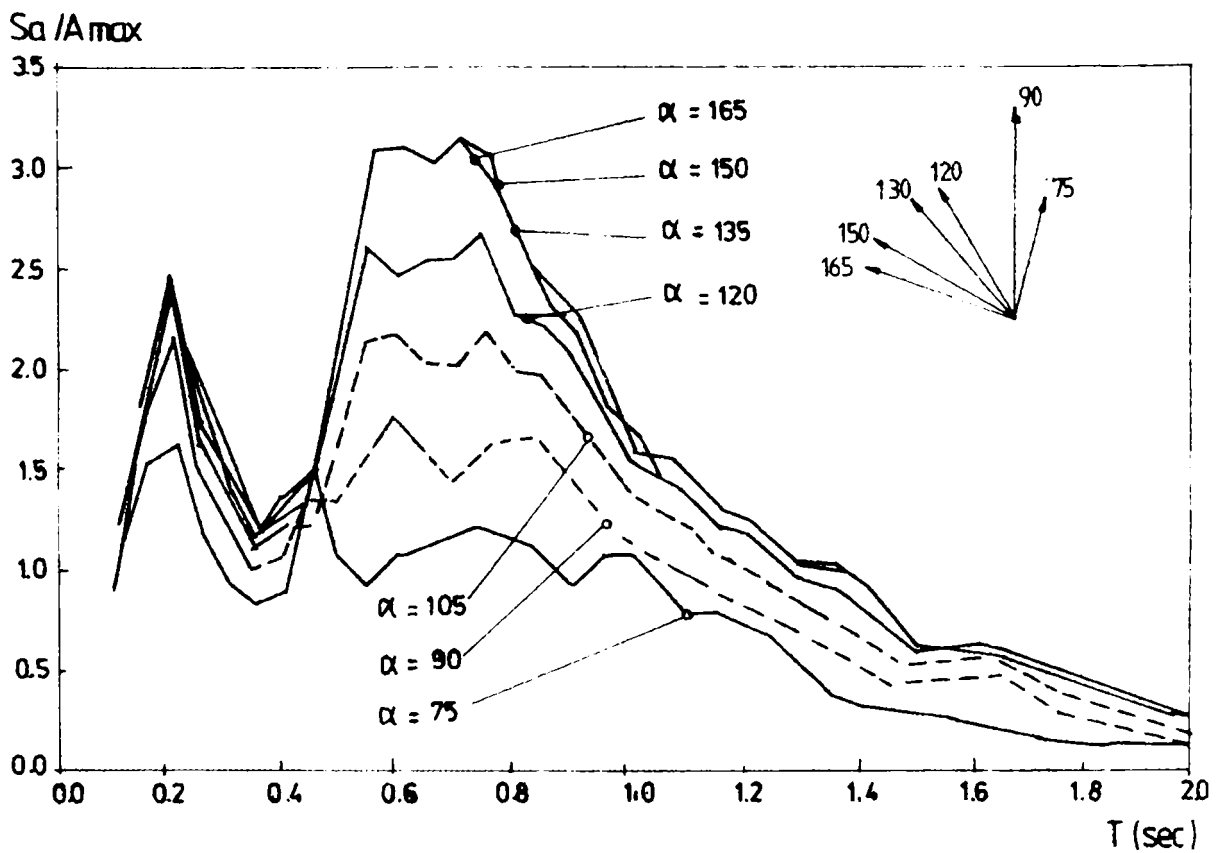
Metoda este recomandată de Eibl și Keintzel (1996), Lopez și Torres (1996). Vasquez (1996) propune ca proiectarea să se facă pentru

$$R_{calcul} = \max \left\{ \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, 1,3 \max(R_x, R_y) \right\} \quad (3.29)$$

— metoda spectrelor parametrică în care două spectre construite pentru accelerogramele înregistrate pe două direcții ortogonale sunt suprapuse după diferite unghiuri de acțiune ale seismului. Un exemplu este spectrul parametric construit de Vasquez (1996) pentru sesimul Vina del Mar, Chile din 3 martie 1985. (fig.3.19).



$$\alpha = -15^\circ \div +75^\circ$$



$$\alpha = 75^\circ \div 165^\circ$$

Fig. 3.19 Spectrul parametric pentru cutremurul de la Vina del Mar
Parametric spectra: Vina del Mar

Spectrele pentru $\alpha=0^0$, 90^0 sunt cele originale înregistrate, celelalte sunt spectrele calculate:

$$\frac{a(\alpha)}{a_{\max}} = \frac{a_{0^0}}{a_{\max}} \cos \alpha + \frac{a_{90^0}}{a_{\max}} \sin \alpha \quad (3.30 a)$$

$$a_{\max} = \sqrt{a_{0^0}^2 + a_{90^0}^2} \quad (3.30 b)$$

Metoda necesită determinarea axelor principale ale structurii, ținându-se seama de rigiditățile după cele două axe și de torsiune. Acțiunea seismică se aplică cu unghiul ψ față de axele principale, determinându-se efectele maxime în funcție de unghiul ψ .

Metoda suprapunerii efectelor a fost utilizată de Sudo și alții (1996) pentru analiza unei bibliotecii avariate în timpul cutremurului Hachinohe din Japonia (fig.3.20)

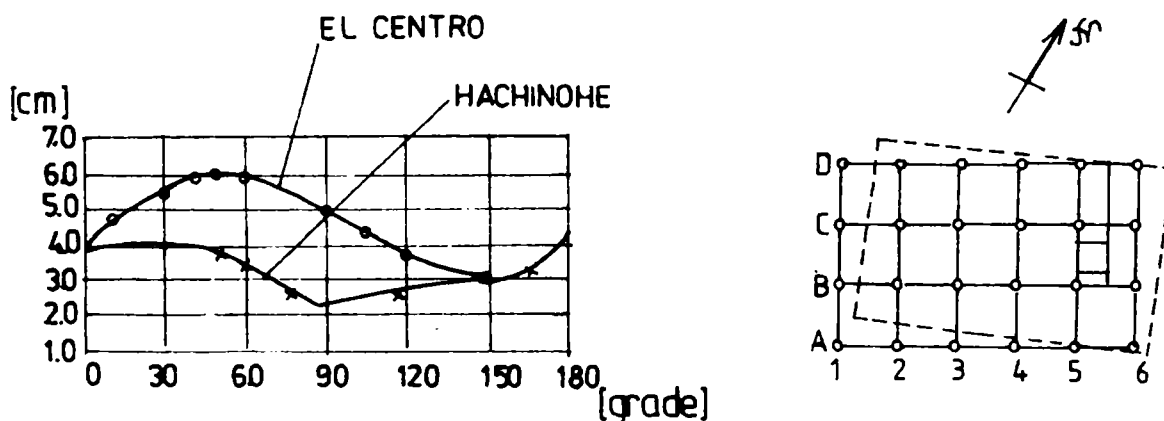


Figura 3.20 Răspunsul maxim al seismelor din EL CENTRO și HACHINOHE

The maximum response of earthquakes from EL CENTRO and HACHINOHE

Accelerațiile au fost de 226 cm/sec^2 pe direcția NS și 183 cm/sec^2 pe direcția EV. Schimbând direcția de acțiune a seismului (pentru El Centro și Hachinohe) s-au obținut deplasările maxime din figura 3.20. Se observă că răspunsul maxim a rezultat la fenomenul El Centro pentru un unghi de atac al seismului de 150^0 , pe când în cazul seismului Hachinohe, unghiul a fost de 137^0 .

Metoda spectrelor parametrice a fost utilizată de Vasquez (1996) pentru studiul unei structuri cu excentricități structurale, pentru un cutremur din Chile. Perioadele de vibrație au fost de 0,5 sec în direcția axei $0x$ și 0,4 sec în direcția $0y$, iar cea de rotație a fost de 0,25 sec. S-au considerat două cazuri, primul cu excentricități structurale numai pe direcția axei x (fig. 3.21 a) și al doilea cu excentricitățile structurale pe ambele direcții (fig.3.21 b).

Sunt trasate diagramele deplasărilor raportate la deplasarea u după axa $0x$. Se constată că în cazul unei singure excentricități, maximul se atinge când forțele acționează după direcția axei $0x$, având momentul de torsiune maxim. În schimb, când structura are două excentricități, se obține o creștere de circa 50% pentru un unghi ψ de aproximativ 125^0 .

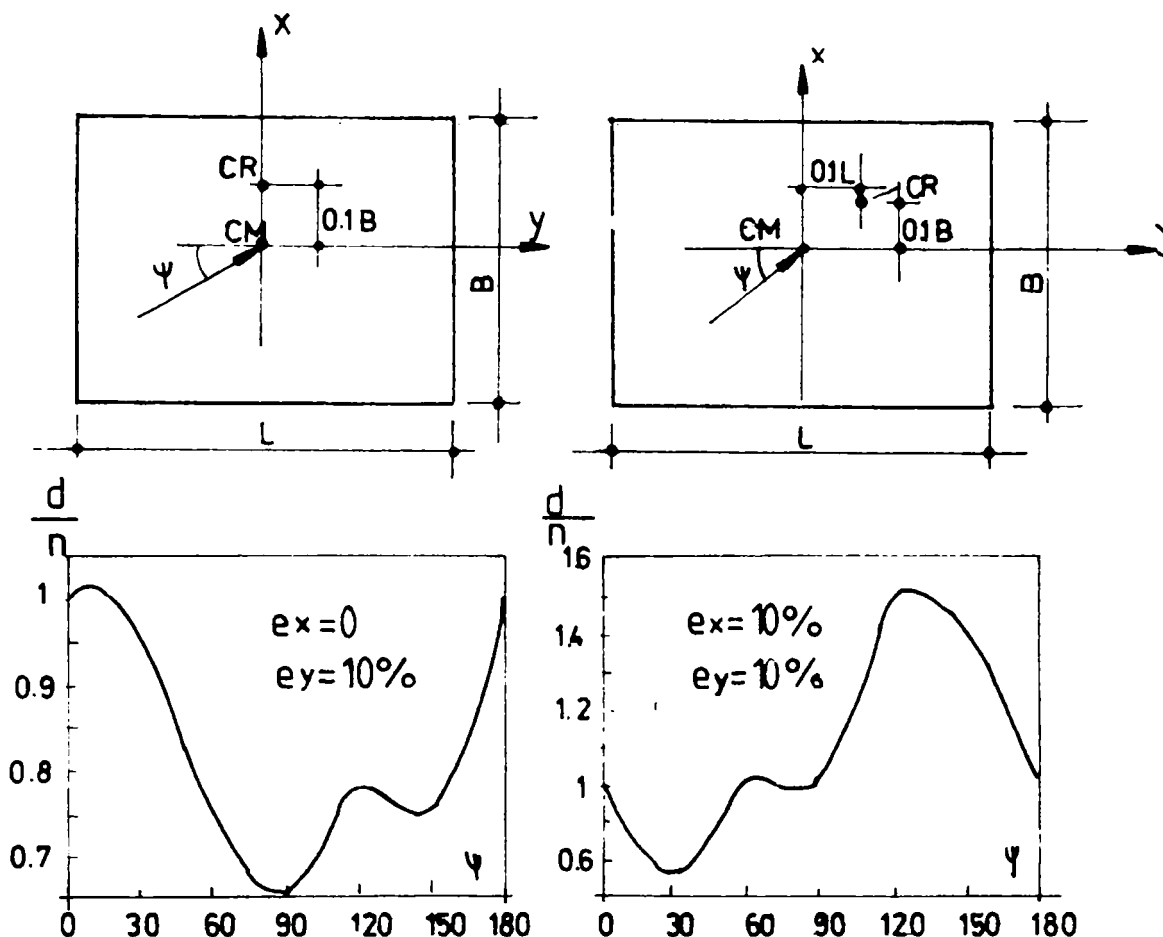


Figura 3.21 a) Deplasarea pentru excentricitate structurală pe direcția x
Displacement for structural eccentricity on x direction

Figura 3.21 b) Deplasarea pentru excentricitate structurală pe direcțiile x și y
Displacement for structural eccentricity on x and y

Din cele două exemple analizate rezultă importanța calcului structurii pentru două componente, considerând excentricități structurale pe ambele direcții. Calculul prescris în norme pe cele două direcții și la 45° este pus sub semnul întrebării în privința obținerii valorii maxime.

3.2.4. Torsiunea structurilor cu asimetrie importantă în plan

Normele de proiectare analizate se referă în general la structuri care nu au neregularități foarte importante în plan. Dar există și o clasă de structuri care se încadrează în categoria structurilor cu nesimetrie pronunțată în plan, cum sunt structurile în C, L sau J studiate de Lopez și alții (1999) și prezentate în figura 3.22.

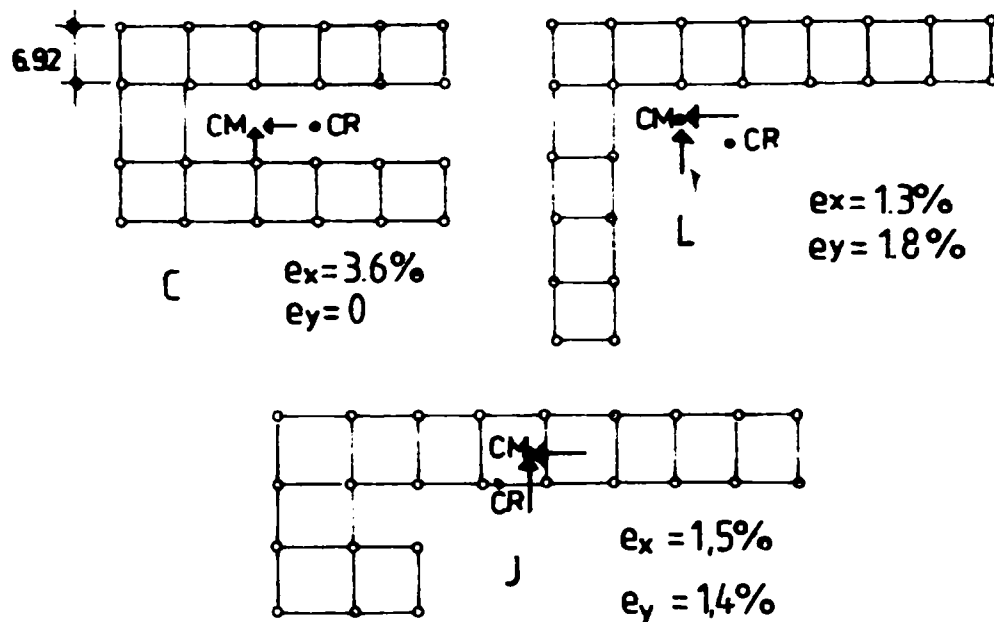


Figura 3.22 Tipurile de structuri analizate în C, J, L
The analysed structures types in C, J, L

Efectul de diafragmă a planșeului a fost studiat prin intermediul parametrului β , care este raportul dintre rigiditatea în plan a diafragmei și o diafragmă standard de 15 cm grosime. Valori $\beta=100$ reprezintă diafragma perfect rigidă, iar $\beta=0,01$, perfect flexibilă. Clădirile sunt parter, iar stâlpii sunt de 40x40 cm. Toate cele trei clădiri au aceeași masă, același număr de panouri și stâlpi și aceleași rigidități orizontale după direcțiile x și y. Pentru a compara structurile între ele s-au definit coeficienții:

- CVE – coeficient de variație a energiei, care este variația relatată la cea medie (pentru o structură perfect simetrică, CVE=0 pentru că nu există variații ale energiei de la un stâlp la altul);

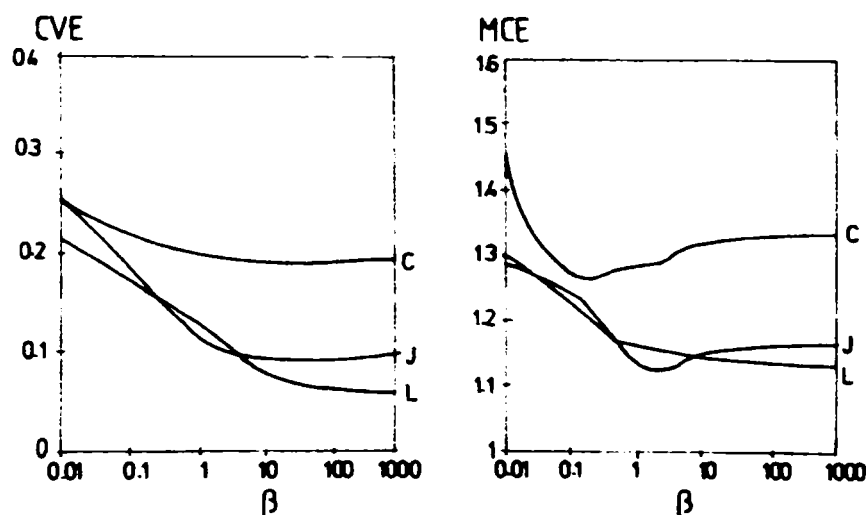


Figura 3.23 Variația coeficienților CVE și MCE – efectul de diafragmă al planșeului pentru cele trei structuri C, J, L
Effect of diaphragm stiffness of floor shape on response parameters CVE and MCE

- MCE – concentrația maximă a energiei pe etajele, care este și ea raportată la cea medie (pentru o structură perfect simetrică MCE=1, pentru că toți stâlpii au aceeași energie). În figura 3.23 se prezintă cei doi coeficienți pentru cele trei structuri analizate în funcție de rigiditatea planșeului și pentru acțiuni seismice pe ambele direcții x și y.

Se constată că cea mai mare influență a asimetriei o prezintă structura C, din cauza excentricității structurale maxime. Pentru rigidități ale planșeelor reduse, structurile tind să aibă aceeași variație, indiferent de formă. Pe măsură ce rigiditatea planșeului crește, comportarea celor trei structuri se diferențiază.

Pentru a îmbunătăți răspunsul structurilor la aceste structuri s-au mărit stâlpii indicați în figura 3.24 astfel ca centrul de rigiditate să corespundă cu cel de greutate.

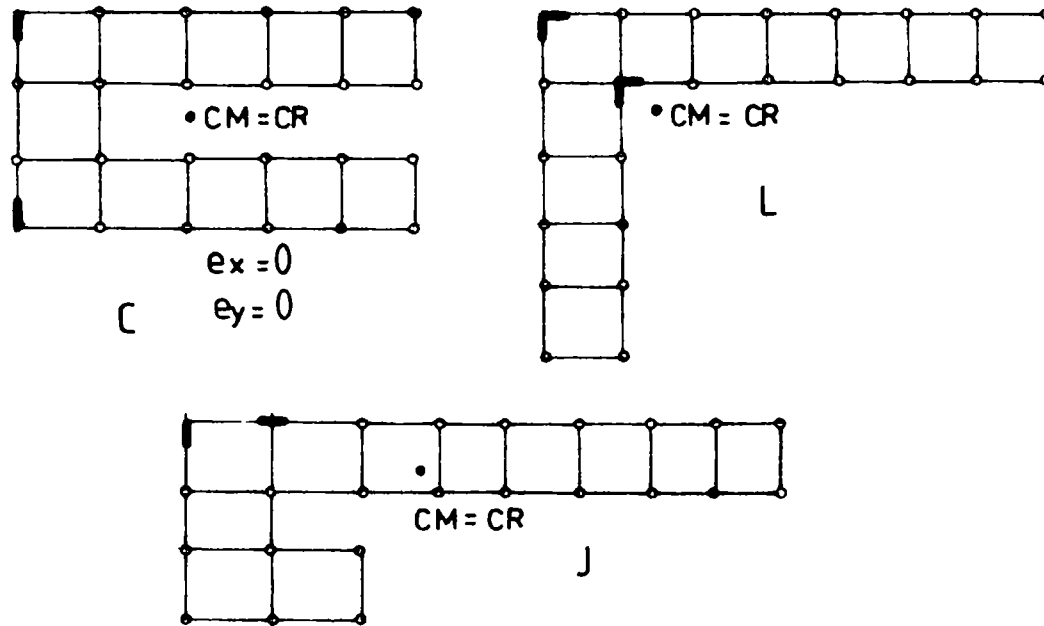


Figura 3.24 Structurile analizate C, L, J la care $CM=CR$
Analyzed structures C, J, L, with $CM = CR$

Comportarea structurilor s-a îmbunătățit considerabil, dacă se compară figurile 3.23 și 3.25, dar numai pentru cazul planșeelor rigide.

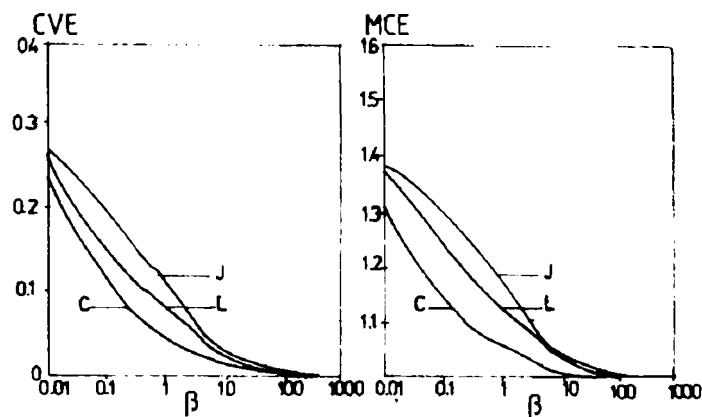


Figura 3.25 Variația coeficienților CVE și MCE pentru structurile C, J, L la care $CR=CM$
Coefficients variation CVE & MCE for C, J, L, structures when $CR = CM$
(mass center = rigidity center)

Un studiu similar este efectuat de Raven și Lopez (1996) pentru o structură în L cu patru niveluri (fig.3.26). Planșeele s-au considerat perfect rigide. Pentru așezarea stâlpilor cu dimensiunile de 40x70 cm după direcția transversală s-a obținut o mare variație a eforturilor datorită excentricității structurale. În schimb prin schimbarea orientării stâlpilor în cele două variante L_1 și L_2 , comportarea structurii s-a îmbunătățit radical. Se demonstrează astfel că fără creșteri de consumuri de materiale, dar cu o concepție structurală adecvată, se pot obține soluții pentru reducerea efectelor torsiunii.

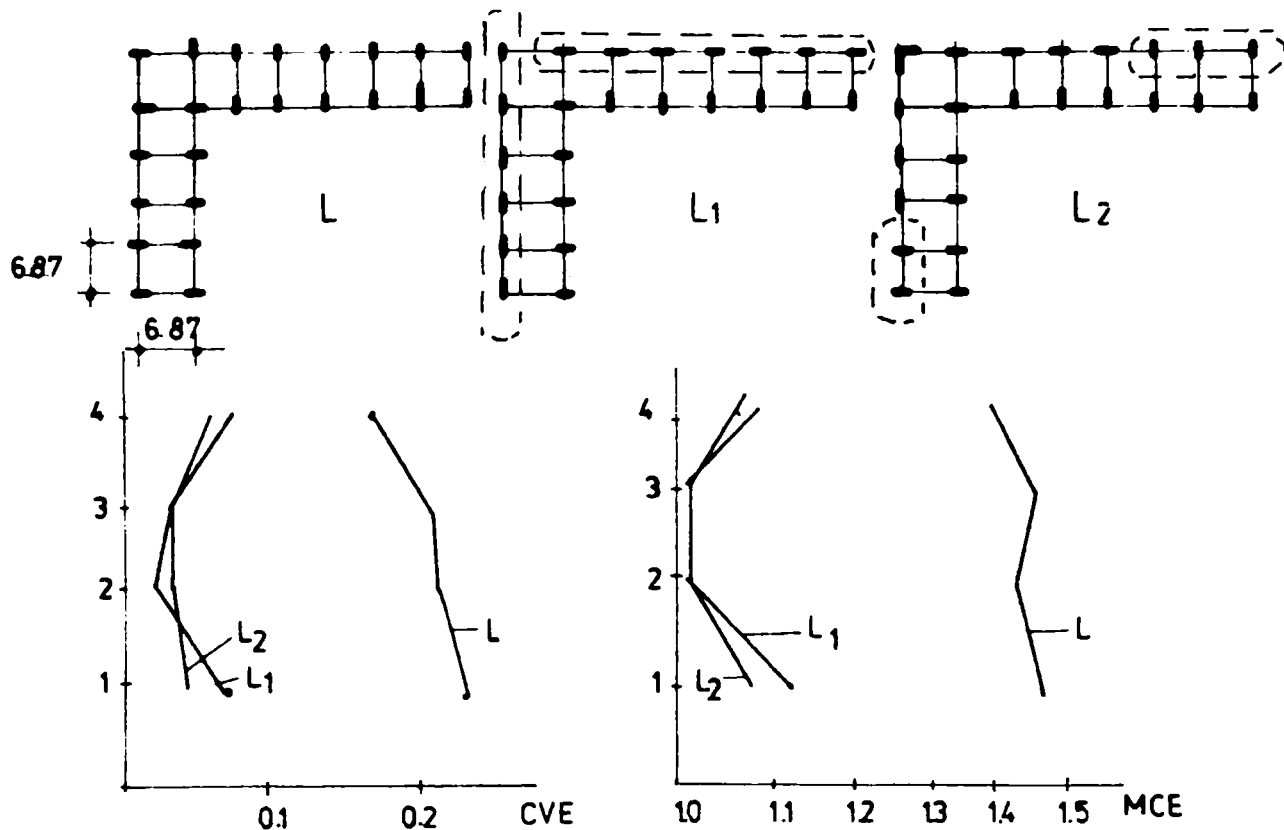


Figura 3.26 Variația coeficienților C.V.E. și M.C.E. la structurile L, L_1 și L_2
The C.V.E. & M.C.E. coefficient variation for L, L_1 & L_2 structures

3.3. Torsiuni accidentale

3.3.1. Prevederi în normele de proiectare

Pentru a ține seamă de vibrațiile de torsiune introduse de rotația fundațiilor și diferențele dintre distribuțiile maselor și rigidităților față de cele introduse în calcule, precum și alte surse care introduc torsiuni neluate în considerare în calcule, se introduc în calcule o excentricitate accidentală e_a . Ea se aplică și la structurile cu simetrie structurală. Astfel pentru calculul acestor excentricități accidentale se folosesc relațiile:

— pentru elementele situate pe partea flexibilă (PF):

$$e_a^f = \beta L \quad (3.31a)$$

— pentru elementele situate pe partea rigidă (PR):

$$e_a^r = -\beta L \quad (3.31b)$$

unde β este un coeficient numeric, iar L este dimensiunea în plan a construcției, perpendiculară pe direcția de acțiune a seismului (fig. 3.27)

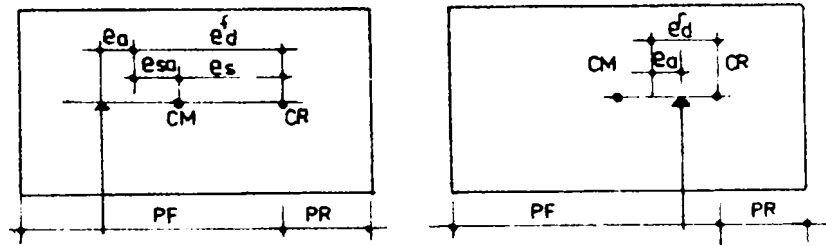


Figura 3.27 Excentricitatea accidentală

a) elementele situate pe partea flexibilă

b) elementele situate pe partea rigidă

Accidental eccentricity

a) elements placed on the flexible part

b) elements placed on the rigid part

Valorile coeficientului β diferă în diferite coduri:

- P100/1992 consideră două valori pentru β și anume $\beta=0,05$ pentru construcțiile curente și $\beta=0,075$ la construcții având în plan o distribuție a elementelor de rezistență defavorabilă din punctul de vedere al preluării torsiunii generale;
- EUROCODE 8; excentricitatea accidentală se calculează cu relațiile (3.31) luând $\beta=0,05$;
- UBC 94 consideră o excentricitate accidentală sporită pentru că include în aceasta și efectul dinamic de creștere a excentricităților structurale:

$$e_a^{f,r} = \pm 0,05 L \left(\frac{V_{\max}}{1,2 V_{\text{med}}} \right)^2 ; \quad 1 \leq \left(\frac{V_{\max}}{1,2 V_{\text{med}}} \right)^2 \leq 3,0 \quad (3.32)$$

unde V_{\max} este deplasarea maximă orizontală a părții flexibile, iar V_{med} este deplasarea medie (de obicei cea de translație);

- NBCC 95 (Canada) consideră o excentricitate accidentală dublă față de EC 8, propunând $\beta = 0,1$;
- AUS – 93 (Australia), recomandă $\beta = 0,05$ la fel ca și P100/1992 și EC 8;
- NZS – 92 (Noua Zelandă), recomandă $\beta = 0,10$;
- MFDC 88 (Mexic) consideră, ca și normativul canadian, o excentricitate accidentală sporită $\beta = 0,1$.

Se constată o variație mare în normele analizate a coeficienților β cuprinsă între 0,05 și 0,15.

3.3.2. Cercetări pentru îmbunătățirea normelor de proiectare

În cele ce urmează se analizează factorii care influențează excentricitățile accidentale și cercetările efectuate pentru caracterizarea efectelor acestor factori.

a) Acceleratiile de rotație ale bazei structurii. Datorită undelor de suprafață Love (Trifunac, 1997) care se deplasează cu viteze de 200 – 300 m/sec și pentru perioade de vibrație ale terenurilor slabe de 0,10...0,20 sec, structuri cu lungime (20 – 60) m pot suferi mișcări de rotație importante datorită efectului cunoscut sub numele de “propagare de undă” (fig.3.28) (Hahn și Liu, 1994).

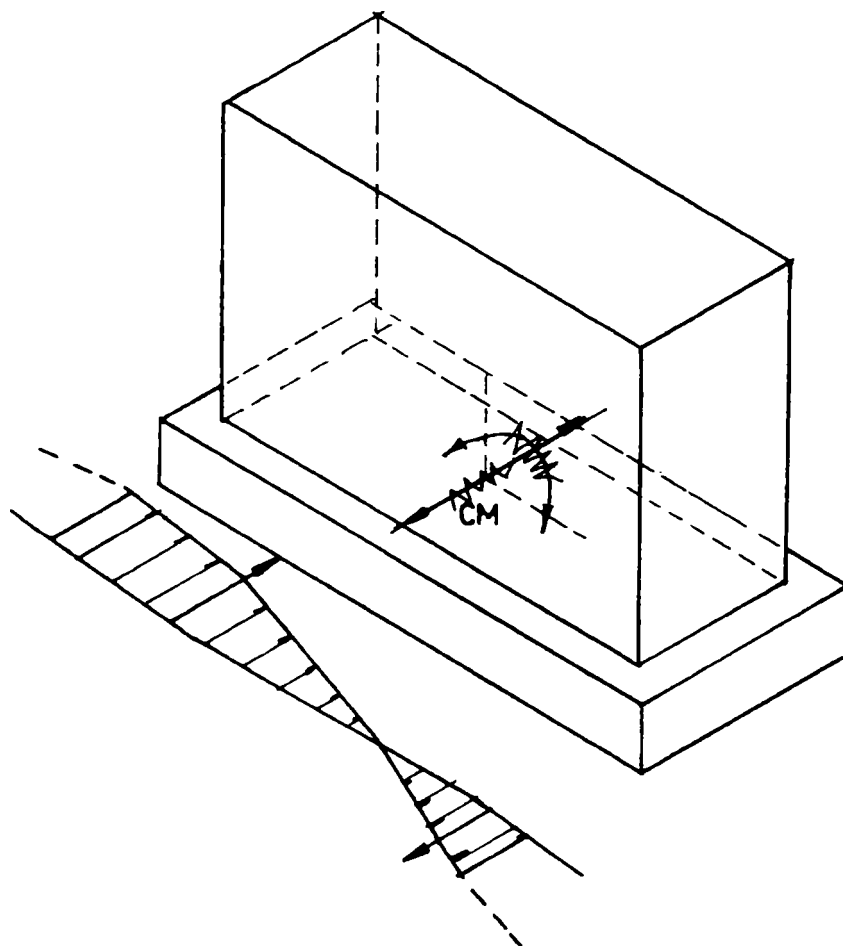


Figura 3.28 Efectul de rotație a bazei structurilor datorită “propagării de undă”

Rotation effect of the structure base due to “wave propagation”

Măsurători efectuate la unele clădiri instrumentate au arătat accelerații de rotație a fundației clădirii de același ordin de mărime ca și accelerațiile de deplasare (De la Llara și Chopra, 1994 la cutremurele californiene, Maryanishvili, 1996, la cutremurele georgiene). Aceste accelerații de rotație introduc torsiuni importante în structură (fig. 3.28). Analizele efectuate de De la Llara și Chopra (1994, 1995, 1996) la 30 clădiri din California care au fost supuse unor seisme recente importante au arătat că efectele torsiunii fundațiilor pot produce excentricități accidentale foarte importante în special la clădirile flexibile la

torsiuni ($\Omega < 0,67$) și cu perioade de vibrație reduse $T_y < 0,5$ sec. Creșterile deplasărilor datorită efectului acestor torsiuni ale bazei pot atinge chiar 40% din cele de translație.

Cercetările teoretice ale lui Hahn și Liu (1994) au arătat că valorile constante ale excentricității accidentale în norme nu corespund cu valorile rezultate teoretic, dar în general sunt acoperitoare. Numai pentru cazul când rigiditățile de rotație ale fundației și structurii sunt apropiate, existând pericolul de rezonanță, excentricitățile accidentale sunt mult mai mari decât cele din norme. Efectele rotirii fundațiilor în urma propagării undelor la construcțiile lungi este studiat și de Yegupov și Kostyitskiy (1998), atenția fiind îndreptată în special asupra elementelor situate la capetele clădirii care au cel mai mult de suferit din cauza mișcării de rotație. Problema efectului rotirii fundațiilor este departe de a fi rezolvată corespunzător și sunt necesare studii suplimentare pentru a lămuri și cuantifica acest factor.

b) Nesimetria maselor are, după Chopra și De la Llara (1995, 1996) cel mai mare efect în creșterea deformațiilor laterale. Dacă se admite un coeficient de variație de 0,15 în incertitudinea de localizare a maselor, se propune ca creșterea deformațiilor laterale datorate nesimetriei maselor să fie calculate cu relația:

$$\frac{\mu_{\max}}{\mu} = \begin{cases} A & 0 \leq \Omega \leq 1 \\ A - \frac{A-1}{\Omega_C - 1} \cdot (\Omega - 1) & 1 < \Omega < \Omega_C \\ 0 & \Omega > \Omega_C \end{cases} \quad (3.33 a - c)$$

μ_{\max} fiind deplasarea sistemului în care se consideră excentricitățile accidentale datorită variației poziției maselor, iar μ este deplasarea dacă se neglijează efectul excentricității în relația (3.33). A este dat de

$$A = 1 + 0,0475(L/r)^2 \quad (3.34)$$

iar $\Omega_C = 1,8$. Valorile exacte și cele rezultate, folosind relațiile (3.33) (3.34) sunt arătate în figura 3.29. Pentru $0 < \Omega < 1$, creșterea este constantă și variază cu raportul L/r , după care descrește liniar la zero când Ω crește. În relația (3.34) raportul L/r se determină pentru o secțiune dreptunghiulară

$$L/r = \sqrt{12 / \left(1 + \frac{B^2}{L^2} \right)} \quad (3.35)$$

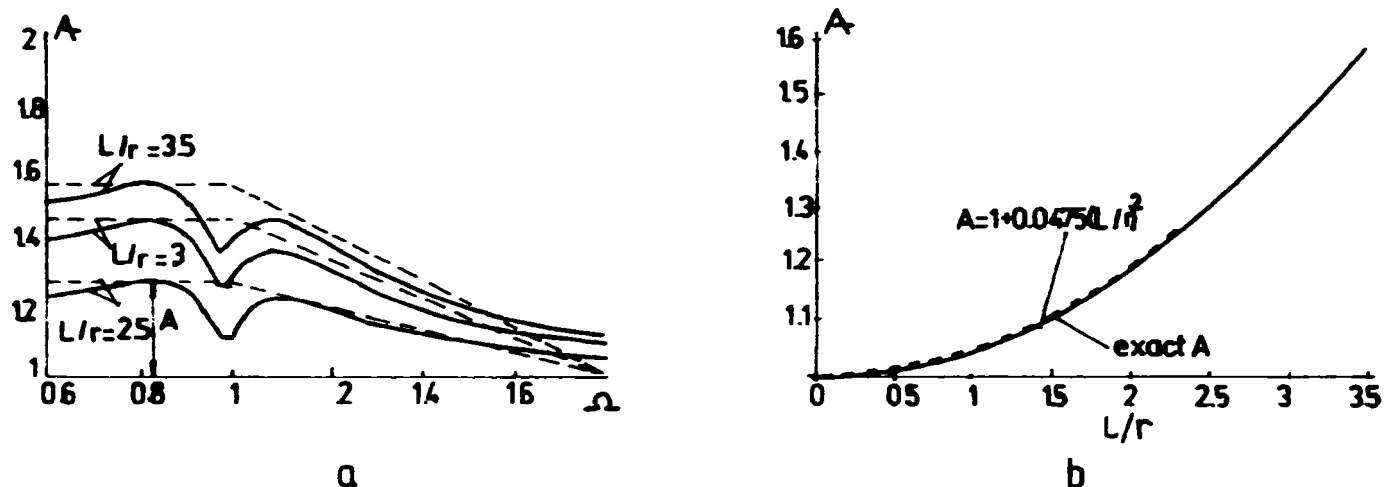
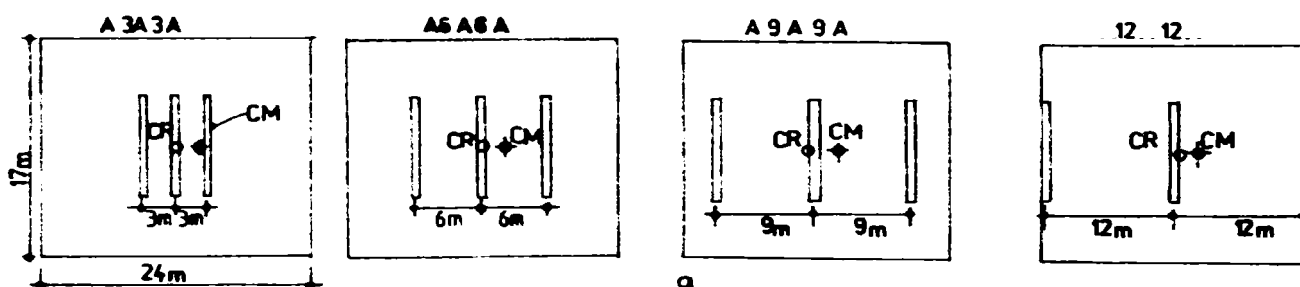


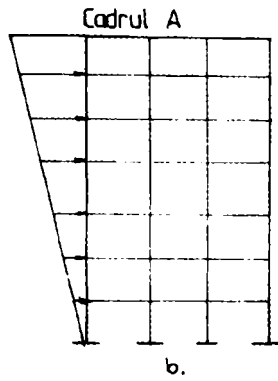
Figura 3.29 Variația deplasării sistemului după formule aproximative și calculul exact
Displacements variation of the system under approximate and close calculus

Efectul asimetriei maselor este studiat și de Moghadam și Tso (1996, 1998). S-a ales o structură cu un plan 17x24 m la care centrul maselor, CM, este situat la $e_y = 0.1L \pm 2.4m$ față de centrul de rigiditate (figura 3.30 a). Structura este compusă din 3 cadre cu 7 niveluri (fig. 3.30 b) situate la distanțe 3, 6, 9, 12 m formând astfel 4 tipuri de structuri, cu diferite rigidități la torsiune (minimă la structura A3A3A și maximă la structura A12A12A). Acțiunea a fost dată de un spectru obținut din 10 înregistrări, rezultând o valoare medie și valoare medie plus o abatere standard (fig. 3.30 c). Deplasările relative de nivel sunt prezentate în fig.3.30 d, pentru partea flexibilă (cea mai apropiată de CM) și rigidă (cea mai îndepărtată de CM) și pentru cazul structurii simetrice. Se constată pentru structurile A3A3A și A6A6A cu rigiditate mică la torsiuni, valori foarte mari ale deplasărilor relative de nivel pentru partea flexibilă. În figura 3.30 e este reprezentată deplasarea relativă pentru acțiunile medii, medii + σ și medii - σ . Se constată o împrăștiere extrem de mare a rezultatelor, în special la structurile flexibile la torsiuni, ceea ce indică o foarte mare sensibilitate la variația încărcărilor.

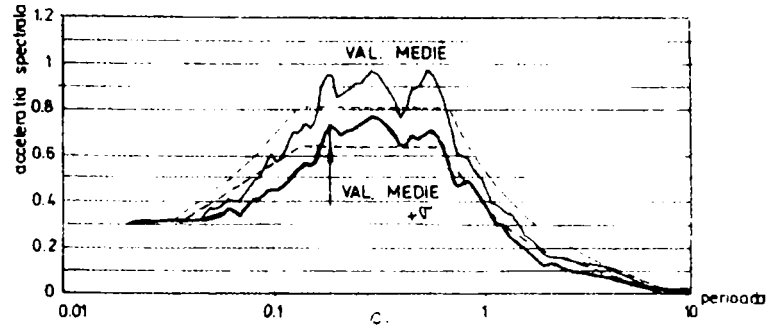
În lucrările lui Lopez și Rores (1996) și Sudo și alții (1996) sunt luate în discuție și cazurile excentricității maselor după două direcții și înclinarea acțiunii seismice față de axele structurii.



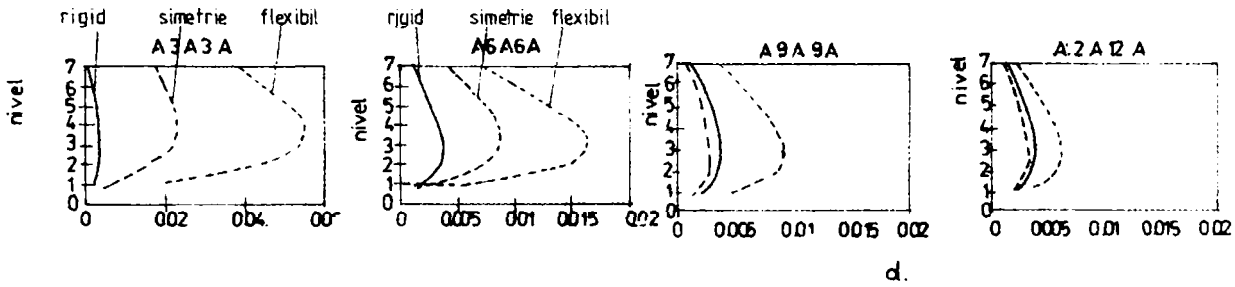
a) Modele în plan ale structurilor studiate
Plain models of the studied structures



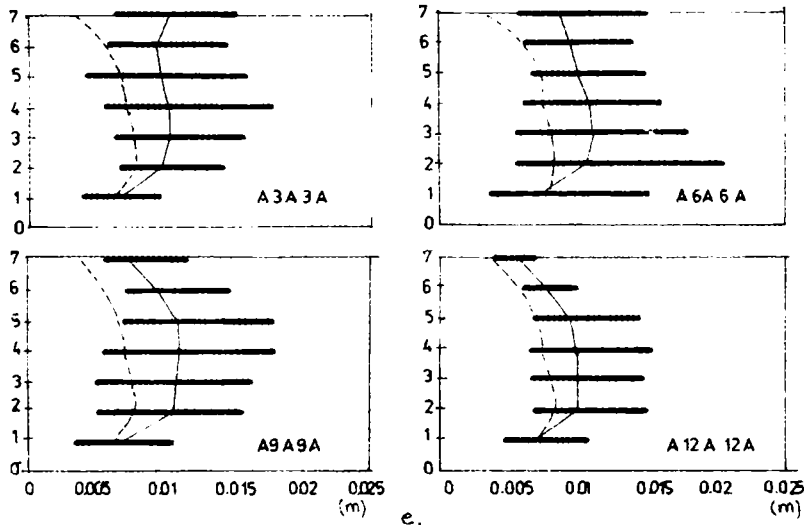
b) Cadrul vertical al structurii studiate
Vertical frame of the studied structure



c) Spectrul de studiu
Study spectrum



d) Deplasările relative de nivel ale structurilor studiate
Relative level displacements of the studied structure



e) Deplasările de nivel pentru acțiunile medii +σ și medii -σ
Level displacement for average action +σ and -σ

Figura 3.30 Efectul asimetriei maselor
Mass asymmetry effect

c) Nesimetria rigidităților se obține în special dacă efectul panourilor de umplură a cadrelor nu a fost luat în considerare în modelarea structurii. Paragraful 2.9.3 din EUROCODE 8 se ocupă de aceste neregularități datorită zidărilor de umplură și cere ca în cazul unor neregularități severe în plan să se efectueze un calcul spațial.

Dacă neregularitățile nu sunt foarte severe, se propune dublarea excentricității accidentale la $e_a = 0,1L$.

Studiile privind efectul panourilor de umplură ocupă un loc important în dezvoltarea metodelor de calcul pentru structurile de beton armat. Rezultatele acestor

cercetări sunt sintetizate în lucrările lui Panagiotakos și Fardis (1996), Fardis (1998) și Colombo și alții (1998). Cercetările au arătat că efectul este pozitiv, cu toate că încărcările seismice cresc datorită creșterii rigidității. În plus, disiparea de energie seismică crește prin fisurarea și cedarea acestor panouri. Dar în același timp, panourile de zidărie pot avea și un efect negativ dacă distribuția lor este neregulată sau dacă fisurarea și ieșirea lor din lucru este nesimetrică. Astfel, în structură pot să apară torsiuni foarte importante dacă dispunerea este nesimetrică.

Calculul simplificat al cadrelor cu panouri de umplură poate fi efectuat introducând diagonale echivalente în structură (figura 3.31) de lățime (Negro și Colombo, 1996):

$$d_{ef} = 0,75 (\lambda_h H)^{-0,4} \sqrt{H^2 + L^2} \quad (3.36 a)$$

unde

$$\lambda_h = 4 \sqrt{\frac{E_i t \sin 2\alpha}{4 E_c I_c H_i}} \quad (3.36 b)$$

unde

L, H sunt dimensiunile panoului;

E_i, E_c , modulele de elasticitate ale panoului și betonului;

α , unghiul format de diagonala panoului;

I_c , momentul de inerție al stâlpului;

t grosimea panoului;

H_i , înălțimea panoului.

Cu ajutorul acestei relații se pot introduce în calcule rigiditățile diferitelor panouri, calculând rigiditățile axiale ale diagonalelor cu relația:

$$A_d = d_{ef} t \quad (3.37)$$

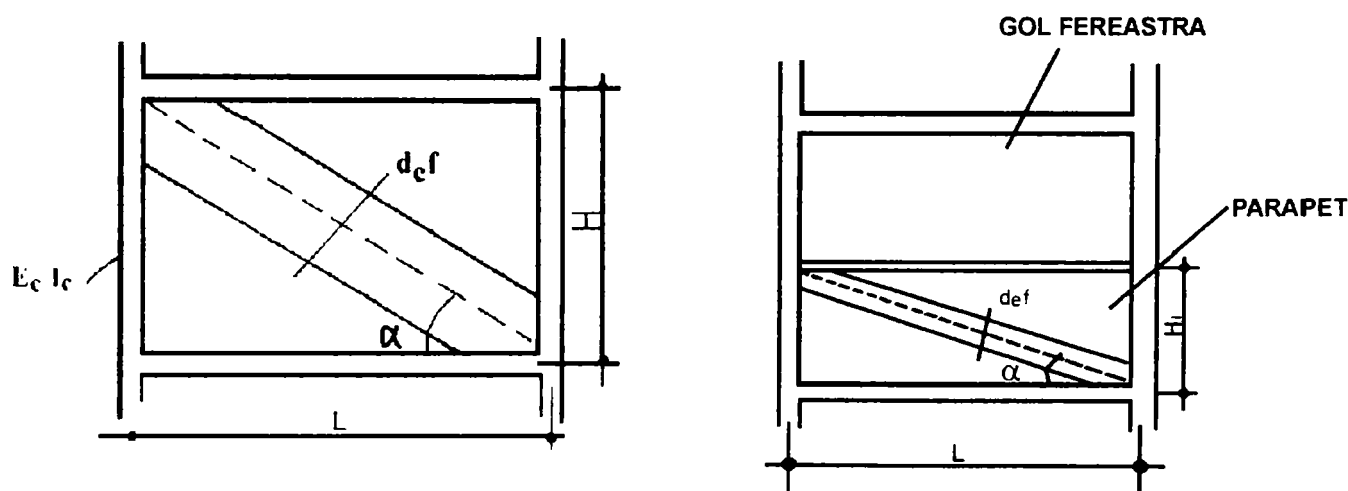


Figura 3.31 Modelarea panourilor de zidărie cu ajutorul diagonalelor echivalente
Masonry panel modeling with equivalent diagonals

Distribuția neregulată, în special în ceea ce privește grosimea pereților (la exterior 37,5 cm, în interior între apartamente și casa scării 25 cm și în interiorul apartamentului de 12,5 cm) (fig.3.32) poate fi introdusă în calcule prin variația ariilor diagonalelor.

Din păcate nu există relatate în literatura de specialitate studii privind efectele distribuției necontrolate a panourilor de zidărie.

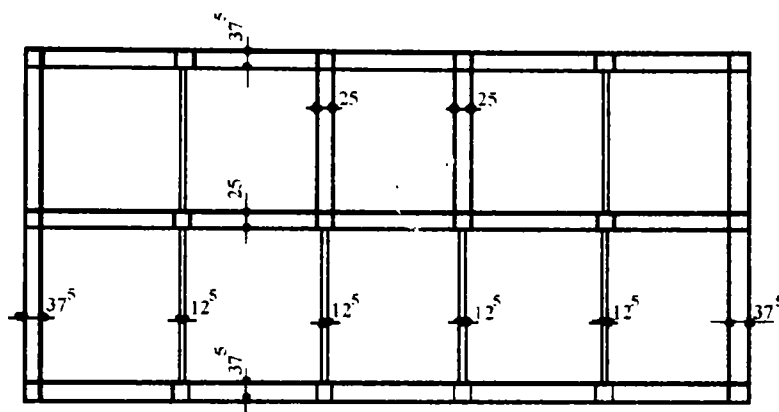


Figura 3.32 Distribuția neregulată a grosimii pereților (în plan) la o structură spațială
Irregular distribution of the wall thickness (plain) to a spatial structure

d) Goluri mari în planșee, cum ar fi casa scării, puțuri de aerisire, curți interioare, etc pot avea efecte de reducere a rigidității planșeelor, care în calcule au fost considerate diafragme orizontale perfect rigide. Efectele acestor goluri pot fi modelate prin lipsa diagonalelor cu care se schematizează comportarea de diafragmă a planșeelor (fig.3.33). Nu există în literatura de specialitate studii privind efectul golurilor mari în planșee asupra comportării structurilor la acțiuni seismice.

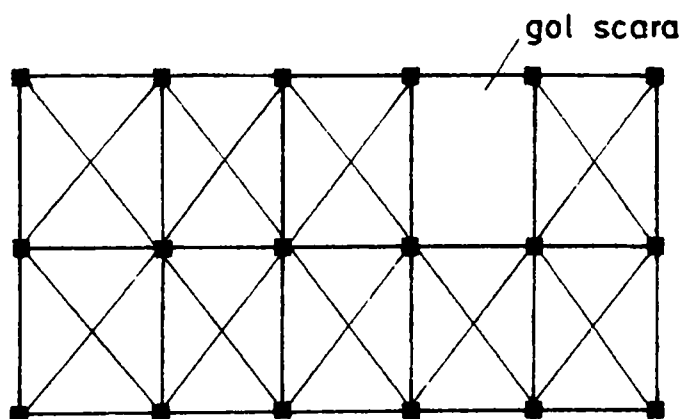


Figura 3.33 Distribuția neregulată a golurilor planșeelor (în plan) la o structură regulată
Irregular distribution of slab openings (in plan) to a regular structure

e) Flexibilitatea planșeelor este un alt factor care poate introduce excentricități accidentale. Influența flexibilității planșeelor a fost studiată de Ju și Lin (1999) pentru clădiri în formă de L, U și dreptunghiulare. Rezultatele au arătat că dacă structura este în cadre, nu există diferențe semnificative pentru cazul planșeelor rigide sau flexibile. Diferențele apar numai dacă în structură există și diagrame verticale.

3.4. Calculul excentricităților de proiectare după P100/1992 și alte norme

Deoarece unele norme consideră simultaneitatea efectele dinamice și excentricitățile adiționale, compararea prevederilor din diferite norme se poate face numai pentru excentricitatea totală ce include atât excentricitatea structurală cât și cea accidentală. Sunt comparate valorile rezultate pentru structuri ce nu necesită metode de calcul de nivel superior.

Excentricitățile de proiectare care include și excentricitățile structurale și accidentale trebuie să se calculeze cu relațiile

— pentru partea flexibilă

$$e_t^f = e_d^f + e_a \quad (3.38a)$$

— pentru partea rigidă

$$e_t^r = e_d^r - e_a \quad (3.38b)$$

unde e_t^f și e_t^r sunt excentricitățile totale, e_d^f, e_d^r excentricitățile dinamice, calculate în raport cu cele statice, e_a , excentricitățile accidentale. Prevederile din diferite norme au fost prezentate în paragrafele 3.2.1 și 3.3.1.

O comparare a acestor prevederi sunt prezentate în figura 3.34. Valorile rezultate din normele EC 8 și P100/1992 au fost prezentate pentru cele două cazuri prevăzute în norme, cu și fără distribuții neregulate ale elementelor nestructurale. Se constată următoarele:

- singura normă ce ține seamă de o amplificare mai mare a excentricităților structurale mici, așa cum rezultă din calculele teoretice, este EUROCODE 8;
- normativele NDCC 95 (canadian) și MFDC 88 (mexican) dau valori de amplificare prea mari pentru excentricitățile mari;
- cele mai mici valori sunt cele din P100/1992, chiar și pentru distribuții neregulate ale elementelor nestructurale. Această diferență a zult din rap. ... care prevede o amplificare dinamică a excentricității statice decât în cazuri de nesimetrie foarte importante.

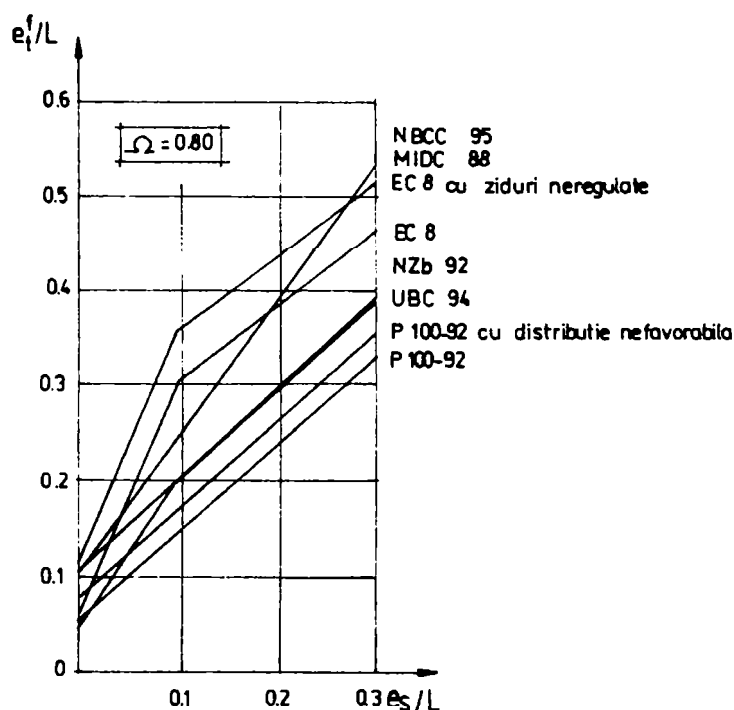


Figura 3.34 Compararea excentricităților de proiectare conform diferitelor norme existente
Comparison of designing eccentricity in accordance with different existing codes

3.5. Torsiunea plastică a structurilor din beton armat

3.5.1. Comportarea limită a structurilor torsionate

Cu toate că torsiunea plastică nu face obiectul studiului de față, în cele ce urmează se face o trecere în revistă a principalelor rezultate prezentate în literatură.

Datorită torsiunilor din structură care produc deplasări mari la elementele periferice, apare necesitatea unor ductilități suplimentare pentru aceste elemente. S-au efectuat cercetări intense pentru a lămurii acest aspect, dar rezultatele obținute sunt de multe ori contradictorii (Calderoni și alții, 1996). Din analiza lucrărilor publicate în literatura de specialitate, Rutenberg (1998), șeful grupului de lucru EAEE TC 8 implicat în studiul torsiunii seismice trage concluzia că înțelegerea complexului fenomen de comportare inelastică la torsiune a structurilor este numai la început și trebuie efectuate cercetări intense pentru a ajunge la un nivel satisfăcător. Până în prezent nu există nici o prevedere în codurile de proiectare care să considere suplimentarea cerințelor de ductilitate datorate efectelor de torsiune (Pauly, 1998) în stadiul plastic.

În calculele de rezistență efectuate în stadiul elastic repartiția încărcărilor se face pe baza rigidităților elementelor, iar rotația structurii se produce în jurul centrului de rigiditate CR (fig.3.35 a)

Pe măsură ce încărcările cresc, elementele se plasticizează și se transformă în mecanisme plastice (fig.3.35 b) pentru care noțiunea de rigiditate dispare fiind înlocuită cu capacitatea plastică (fig.3.35 c):

$$V_p = \sum V_{pi} = \sum \frac{M_{is} + M_{ii}}{H_i} \quad (3.39)$$

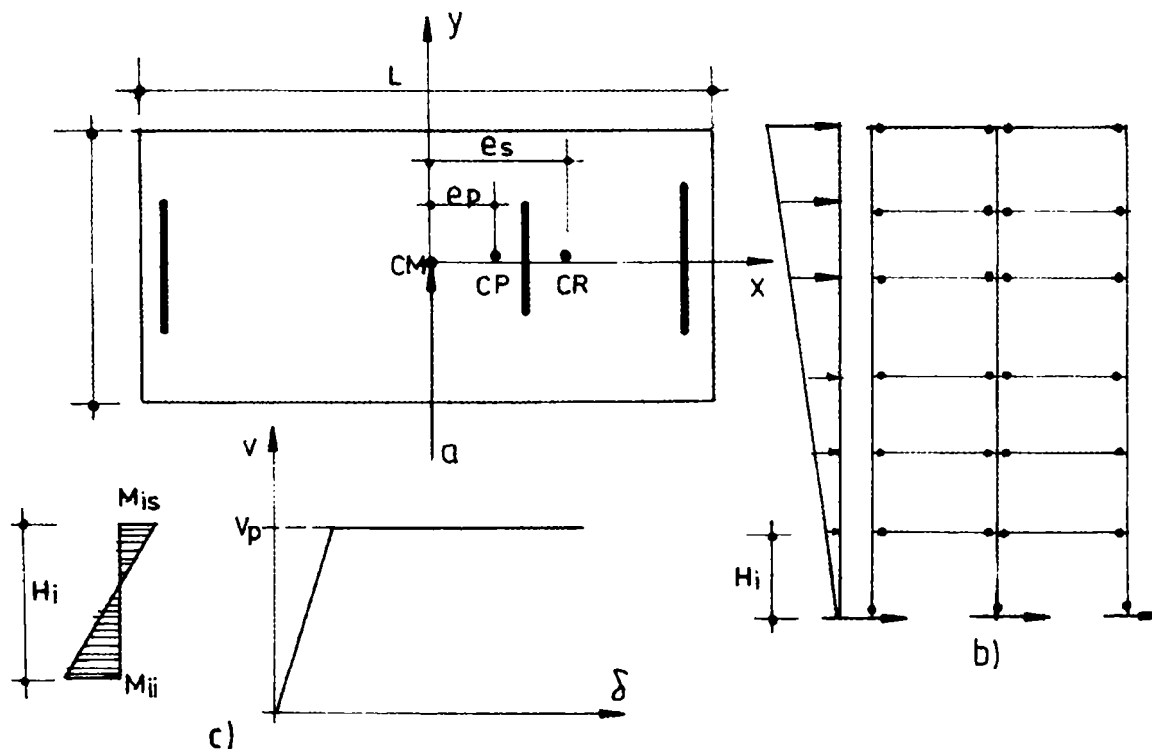


Figura 3.35 Modelul de plasticizare a structurii torsionate

Plasticized model of a torsioned structure

Rezultă o translație a centrului de rigiditate din cauză că o parte din elemente s-au transformat în mecanisme plastice ce nu pot prelua creșteri de încercări. Capacitatea portantă limită este obținută când toate elementele s-au transformat în mecanisme plastice plane și întreaga structură a devenit un mecanism plastic spațial. În acest caz noțiunea centrului de rigiditate dispare și trebuie înlocuit cu centrul plastic CP (fig.3.35). La fel ca pentru centrul de rigiditate, dacă forța orizontală este aplicată în centrul plastic, toate elementele au aceeași deplasare, dar de data asta plastică. Dacă forța orizontală este aplicată în centrul maselor, se produce o rotație în jurul centrului plastic și prin urmare raportarea în calculul plastic trebuie să se facă în funcție de acest centru.

3.5.2. Metode generale pentru calculul inelastic al structurilor torsionate

Similar ca la calculul structurilor plane se disting următoarele metode de calcul:

a) Metoda de proiectare curentă, care transformă calculul dinamic și neliniar într-unul static și elastic echivalent, stă la baza calcului tuturor normelor de proiectare care consideră efectele torsiunii. Calculul se bazează pe efectuarea unei analize elastice spațiale ținând seama de spectrele de proiectare și de excentricitățile structurale dinamice și accidentale determinate în paragrafele precedente. Folosind ipoteza că toate elementele au aceeași comportare inelastică și neglijând mutarea centrului de răsucire din cel de rigiditate în cel plastic, se reduc toate eforturile din elementele structurii cu factorul de reducere ψ . Metoda poate fi folosită utilizând programe de calcul curente cu care sunt dotate în prezent birourile de proiectare (de exemplu SAP96) care efectuează un calcul elastic spațial.

b) Metoda de calcul static neliniar (de tip push-over) efectuează un calcul static și neliniar pas cu pas pentru structura spațială, evidențiindu-se ordinea de apariție a articulațiilor plastice. Calculele trebuie făcute cu programe specializate care iau în considerare formarea articulațiilor plastice la structurile spațiale. Există foarte puține programe de acest tip și durata de proiectare și costul rămân foarte ridicate. Principiile metodei sunt prezentate în Ozer și alții (1996), Faifar și Kilar (1996).

c) Metoda de calcul dinamic neliniar (de tip time-history) efectuează un calcul dinamic neliniar prin integrarea pas cu pas a ecuațiilor de mișcare. Metoda pretinde programe de mare capacitate și nu poate fi folosită în proiectarea curentă de tip DRAIN – 3D.

Din analiza acvestor metode rezultă că în prezent singura ce poate fi aplicată este metoda de proiectare curentă.

3.5.3. Cercetări pentru perfecționarea metodelor de calcul

Cercetările sistematice privind perfecționarea metodelor de calcul plastic al structurilor torsionate sunt cele ale lui De Stefano și Rutenberg (1996, 1997, 1998, 1999), Postelnicu și alții (1998), Stathopoulos și Anagnostopoulos (1998), Wong și Tso (1995), Chandler și alți (1994, 1996), Goel și Chopra (1991), De la Llera și Chopra (1996), Moghadam și Tso (1996, 1998), Rutenberg (1998), Calderoni și alții (1996), Faifar și Kilar (1996). Toate aceste cercetări au relevat diferențe între calculul din normele de calcul și comportarea reală a structurilor în domeniul plastic.

În urma dificultăților de calcul relevate s-au dezvoltat câteva procedee simplificate care ar putea fi luate în considerare în proiectarea curentă.

a) Metoda Gherzi – Rossi (1996, 1998) este o metodă statică echivalentă care, în locul excentricităților determinate pe baza centrului de rigiditate, introduce noțiunea de excentricitate de calcul e_c care este dată de relația

$$e_c = k(e_d - e_r) \quad (3.40)$$

unde

$$k = \max \begin{cases} 3,3 - 2,5\Omega + 0,04/\Omega \\ 1 \end{cases} \quad (3.14a)$$

$$e_r = \max \begin{cases} 0,1(0,5\Omega - 0,4)L \\ 0,01L \end{cases} \quad (3.41b)$$

unde

e_c ține seama de modificarea centrului de rotire a planșeului datorită deformațiilor plastice ale elementelor;

e_d excentricitatea structurală dinamică ($e_d = \alpha e_s$);

Ω , raportul dintre rigiditatea la torsiune și translație;

ψ , coeficientul de reducere utilizat la proiectarea structurii.

Utilizând excentricitatea (3.40) se poate determina ductilitatea suplimentară necesară a fi obținută pentru partea flexibilă a structurii. Studiul parametric pentru sisteme excentrice supuse la acțiuni pe două direcții au arătat valabilitatea metodei propuse.

b) Metoda Bertero (1992, 1995) este o metodă cinematică care se bazează pe combinarea mecanismelor de translație în lungul axelor x și y și de rotație în jurul centrului maselor, CM. Sunt obținute relații de calcul simple care pot să determine reducerea capacității portante a structurii datorită torsiunii.

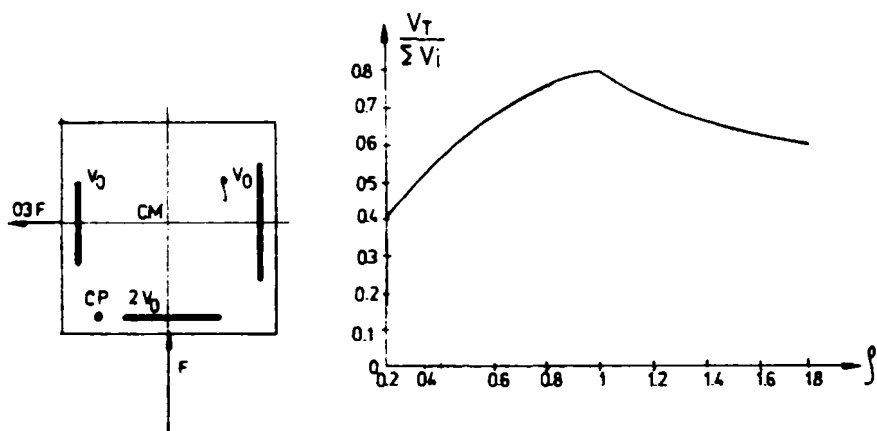


Figura 3.36 Reducerea capacității portante a structurii datorită torsiunii
Decreasing of a structure bearing capacity due to torsion

Figura 3.36 prezintă această reducere pentru o structură simplă cu trei elemente structurale de capacitate plastică diferite $2V_0$, V_0 și ρV_0 , supusă la o acțiune seismică pe direcții.

c) Metoda Paulay (1997 a, b; 1998) este o metodă statică plastică ce pornește de la capacitatea plastică a celui mai deformat element din care se determină apoi ductilitatea capabilă a structurii întregi. Bazat pe conceptul capacității portante a structurilor, care dirijează elementele care trebuie să disipeze energia seismică și la torsiune, se propune ca răspunsul la torsiune să fie controlat de elemente care lucrează în domeniul elastic, iar disiparea de energie se face prin mecanisme de comportare plastică la translație.

Atât în metoda Bertero, cât și în cea a lui Paulay se insistă asupra cerinței de proiectare ca centrul plastic, CP, să fie cât mai aproape posibil de centrul maselor, CM.

4

Studii parametrice privind torsiunea accidentală la construcții cu simetrie structurală

4.1. Introducere

În paragraful 3.3. s-a arătat că și la construcțiile cu simetrie structurală pot să apară excentricități accidentale care la acțiuni seismice orizontale pot introduce torsiuni importante. În prezentul capitol sunt studiate factorii care pot introduce aceste torsiuni și efectele lor, pentru a putea evalua cantitativ importanța includerii lor în normele de proiectare.

Analiza parametrică se referă la:

- proiectarea la stările limită;
- mișcarea de rotație a fundațiilor;
- dispunerea asimetrică a maselor;
- dispunerea asimetrică a zidărilor;
- prezența golului de scară.

Calculul structurilor s-a făcut cu programul de calcul SAP 05.

4.2. Descrierea structurii

a) Geometrie

Este vorba de o structură lamelară în cadre ortogonale, cu două deschideri egale, de câte 5,40 m și șase travei, de asemenea egale, de câte 5,40 m.

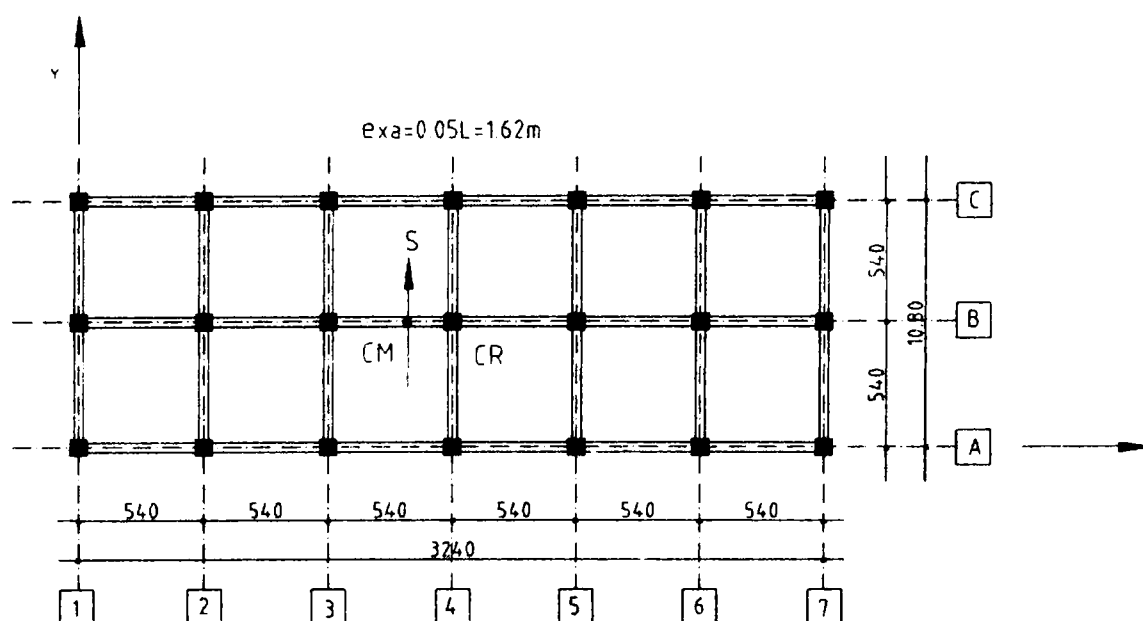


Figura 4.1 Plan nivel curent: simetrie structurală
Current floor plan: structural symmetry

Suprafața planșeului curent este de cca 350 mp.

Planul de nivel curent este prezentat în fig. 4.1., elevația, cu indicarea secțiunii barelor pentru un cadru transversal curent, în fig. 4.2.a, și pentru un cadru longitudinal în fig. 4.2.b.

Înălțimea de nivel a parterului este de 5,00 m, iar cea a etajelor curente este de 3,00m.

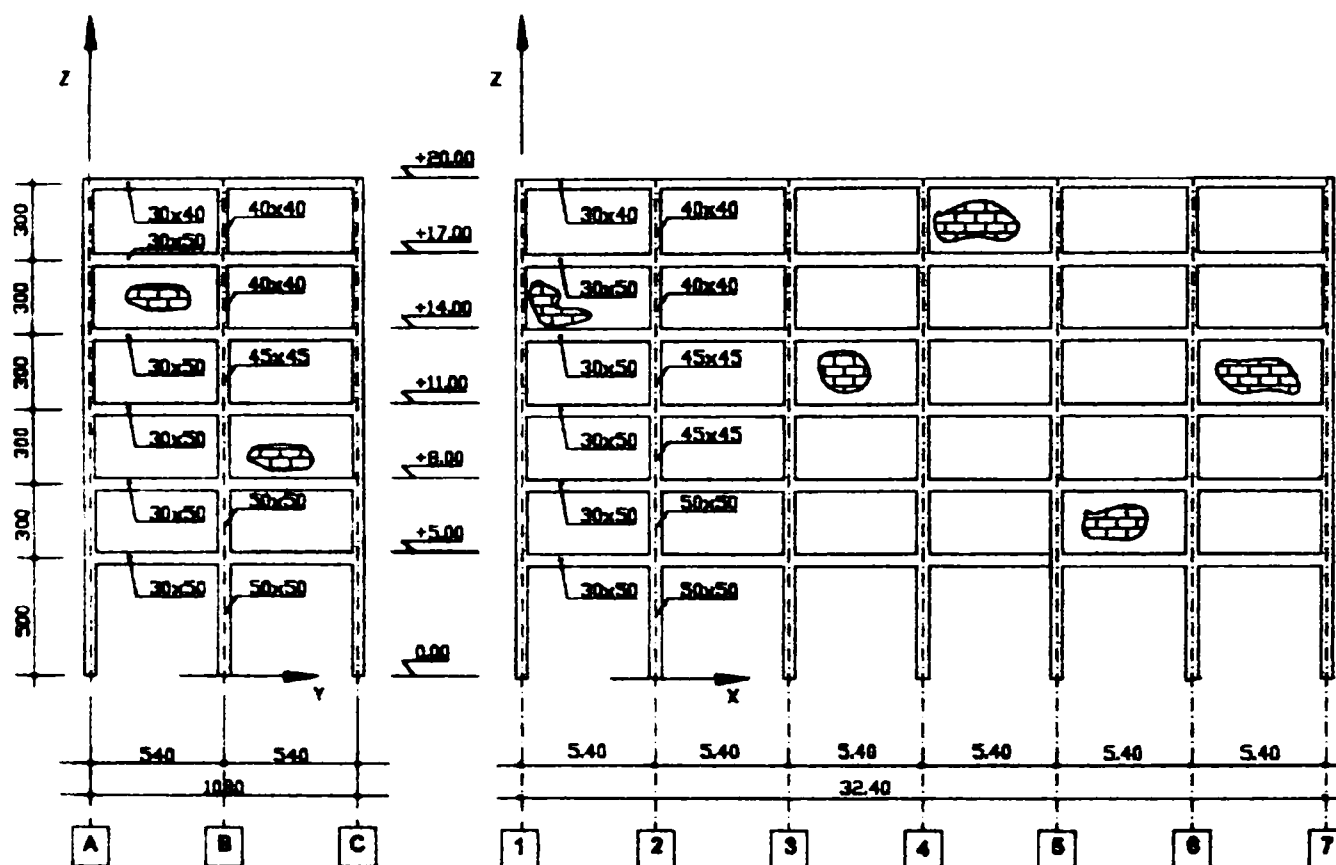


Figura 4.2.a) Cadru transversal curent (cm.) cu panouri de zidărie
 b) Cadru transversal longitudinal (cm) cu panouri de zidărie
 a) Infilled transversal frame (cm)
 b) Infilled longitudinal frame (cm)

Grosimea plăcii planșeelor este de 14 cm.

Grinzile longitudinale și transversale au secțiunea transversală de 30 x 50 cmp, iar la ultimul nivel 30 x 40 cmp. Stâlpii au secțiuni variabile de la 50 x 50 cmp la parter până la 40 x 40 cmp la ultimul nivel.

Caracteristicile geometrice ale secțiunilor transversale ale elementelor structurale (grinzi, stâlpi) figurate în fig.4.3. se pot urmări în tabelul 4.1., aceasta fiind date atât pentru elementele fisurate cât și pentru cele nefisurate în funcție de starea limită în care se face calculul: de avarie sau de serviciu.

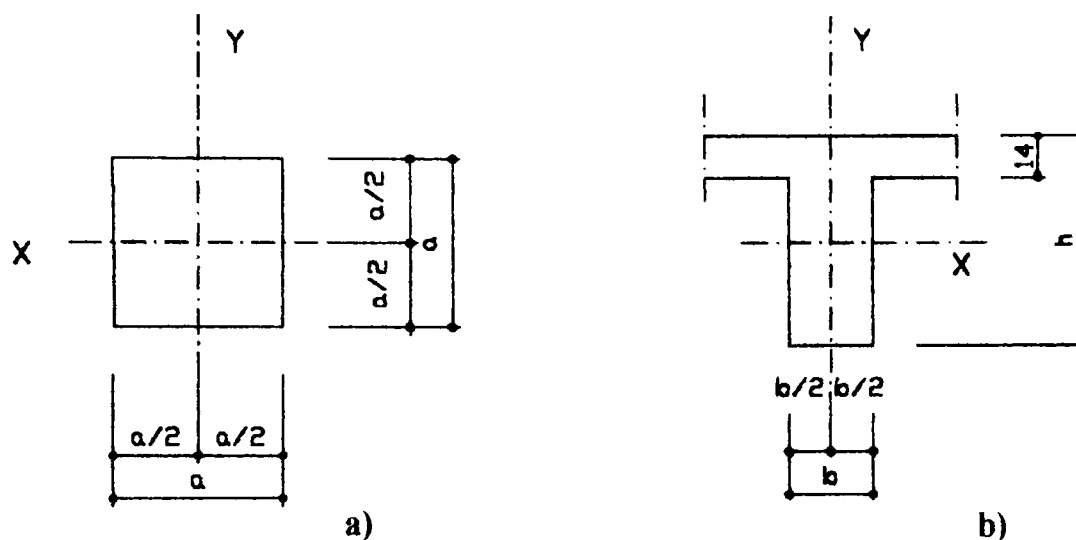


Figura 4.3 a) Secțiune transversală prin stâlp
 b) Secțiune transversală prin grindă
 a) Transversal column cross - section
 b) Transversal beam cross - section

Tabelul 4.1. Caracteristici geometrice pentru cele două stări limită

S.L.S. = starea limită de serviciu

S.L.A. = starea limită de avarie

ELEMENT	A [cmp]	S.L.S.			S.L.A.		
		I [cm ⁴] (element nefisurat)			I _r [cm ⁴] (element fisurat)		
		I _x	I _y	I _t	I _{xr}	I _{yr}	I _{tr}
GRINZI	30 x 50 1.500	312.500	112.500	279.450	156.250	56.250	61.479
	30 x 40 1.200	160.000	90.000	191.160	80.000	45.000	42.055
STÂLPI	50 x 50 2.500	520.833	520.833	875.000	260.416	260.416	192.500
	45 x 45 2.025	341.719	341.719	574.088	170.859	170.859	126.299
	40 x 40 1.600	213.333	213.333	358.400	106.667	106.667	78.848

Pentru momentele de inerție reduse I_r ale secțiunilor elementelor fisurate în S.L.A. s-au considerat, conform analizelor din paragraful 2.2.4, următoarele valori:

Pentru momente de inerție de încovoiere:

$$I_{r_{x,y}} = 0,5I_{x,y}$$

Pentru momente de inerție de răsucire (vezi tabelul 2.3):

$$I_{r_t} = 0,22I_t$$

b) Compartimentări, închideri

Pereții exteriori (parapeți de 90 cm înălțime), fiind poziționați spre exterior se consideră că nu afectează libera deplasare a elementelor structurale în situația unei acțiuni seismice.

Pereții interiori de compartimentare sunt din zidărie de cărămidă având grosimea de 12,5 cm sau alte grosimi în funcție de ipotezele luate în calcul la fiecare studiu. Modelarea acestora s-a făcut introducând diagonale echivalente în structură după modelul prezentat în capitolul III, punctul 3.3.2.c.

c) Calitatea materialelor

Beton: Bc 20 (B 250) având $R_c = 12,5 \text{ N/mm}^2$

$$R_t = 0,95 \text{ N/mm}^2$$

$$E_b = 2.700 \text{ N/mm}^2$$

Oțel: PC 52 cu $R_a = 3.000 \text{ N/mm}^2$

$$E_a = 210.000 \text{ N/mm}^2$$

d) Încărcări

Amplasamentul structurii se consideră în zona Banat Timișoara.

Încărcări statice

Valorile caracteristice ale încărcărilor statice sunt:

- pentru planșeele intermediare
 - greutate proprie: 470 daN/mp
 - greutate utilă: 200 daN/mp
- pentru acoperiș
 - greutate proprie: 720 daN/mp
 - utilă: 75 daN/mp
 - zăpadă: 125 daN/mp

Acțiuni seismice:

S-a considerat ca rezultantă a încercărilor seismice orizontale corespunzătoare direcției de mișcare considerate pentru teren și modului propriu de vibrație r. Forța tăietoare de bază este:

$$S_r = c_r \cdot G$$

conform normativului P100/1992, unde:

$$c_r = \alpha \cdot K_s \cdot \beta_r \cdot \psi \cdot \varepsilon_r$$

în care:

c_r este coeficientul seismic global corespunzător modului de vibrație "r";

G , rezultanta încărcărilor gravitaționale pentru întreaga structură;

α , coeficient de importanță a construcției considerând clasa III de importanță pentru această structură;

β_r , coeficient de amplificare dinamică în modul "r" de vibrație, funcție de compoziția spectrală a mișcării seismice în amplasament (vezi fig.4.4.);

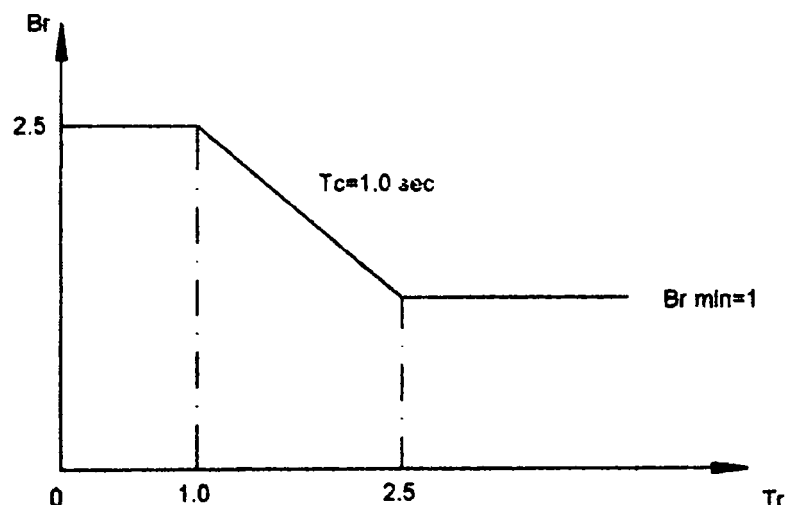


Figura 4.4 Variația coeficientului de amplificare $\beta_r = f(T_r)$ pentru spectrul Banat – Timișoara (P100/1992)

The variation amplification coefficient for $\beta_r = f(T_r)$ for Banat – Timișoara spectrum (P100/1992)

ψ , coeficient de reducere a efectelor acțiunii seismice ținând seama de ductilitatea structurii, de capacitatea de distribuție a eforturilor, de ponderea cu care intervin rezervele de rezistență neconsiderate în calcul, precum și de efectele de amortizare a vibrațiilor, altele decât cele asociate structurii de rezistență: $\psi = 0,25$;

ε_r , coeficientul de echivalență între sistemul real și un sistem cu un grad de libertate corespunzător modului propriu;

K_s , coeficient funcție de zona seismică de calcul a amplasamentului (conform P100/1992) și funcție de starea limită de calcul (conform tab.1.2.)

$K_s = 0,12$ – pentru starea limită de serviciu;

$K_s = 0,16$ – pentru starea limită de avarie;

$K_s = 0,24$ – pentru starea limită ultimă;

ținând cont că structura se află amplasată în zona seismică D, conform P100/1992;

T_r , perioada oscilațiilor proprii ale construcției;

T_c , perioada de colț ($T_c = 1.0$ pentru zona Banat).

Forța seismică va acționa cu excentricitatea adițională $e_a = 1,62$ m, calculată conform normativului P100/1992 cu relația:

$$e_a = 0,05 L \text{ unde } L = \text{latura cea mai lungă a clădirii}$$

e) Perioade proprii de vibrație

Pentru structura luată în calcul se consideră 9 moduri de vibrație, ale căror perioade proprii sunt cuprinse în tabelul 4.3, în funcție de structurile și de modurile acestora de solicitare considerate în paragrafele următoare.

Structura A – este studiată în paragraful 4.3, fiind structura de bază solicitată la acțiuni seismice în starea limită de serviciu S.L.S. și starea limită de avarie S.L.A.

Structura B – este studiată în paragraful 4.6, care se referă la dispunerea asimetrică a zidărilor, calculul efectuându-se considerând structura în S.L.S. și S.L.A.

Structura C – este studiată în paragraful 4.7, care se referă la posibila existență a golurilor în planșee în diferite poziții:

C0, structura fără goluri;

C1, structura cu golul în poziția 1, în zona de mijloc;

C2, structura cu golul în poziția 2;

C3, structura cu golul în zona marginală.

Calculul s-a efectuat numai în starea limită de avarie.

Structura D – studiată în paragraful 4.5., care se referă la dispunerea asimetrică a maselor și este denumită D0, D1, D2 și D3 în funcție de excentricitatea forței seismice.

Calculul acestei structuri este făcut numai în starea limită de avarie.

Tabelul 4.2 centralizează modul de abordare al calculului pentru fiecare structură în parte.

Examinând modificările perioadelor de vibrație (cuprinse în tab.4.3) pentru cele patru tipuri de structuri se constată următoarele:

- o creștere importantă (de circa 2,0÷2,2 ori) a perioadelor de vibrație dacă se consideră structura fisurată, ceea ce înseamnă o reducere a acțiunilor seismice;
- distribuția nesimetrică a elementelor nestructurale nu modifică semnificativ perioadele de vibrație transversală, dar le modifică pe cele longitudinale și de răsucire;
- prezența golurilor în planșee nu modifică semnificativ perioadele de vibrație;
- distribuția nesimetrică a maselor nu modifică esențial perioadele de vibrație.

Tabelul 4.2. Caracteristicile cadrelor studiate

Structura	Starea limită	Elemente structurale	Disponerea elementelor nestructurale	Goluri în planșee	Disponerea maselor	Excentricitatea accidentală	Rotația fundațiilor	Acțiuni	Flexibilitatea planșeelor
A	S.L.S.	nefisurat	simetrică	nu	simetrică	0,05 L	nu	90°	nu
	S.L.A.	fisurate	simetrică	nu	simetrică	0,05 L	nu da	90°	nu
B	S.L.S.	nefisurate	nesimetrică	nu	simetrică	0,05 L	nu	90°	nu
	S.L.A.	fisurate	nesimetrică	nu	simetrică	0,05 L	nu	90°	nu
C	S.L.S.	fisurate	simetrică	goluri în diferite poziții	simetrică	0,05 L	nu	0° 45° 90°	da
	S.L.A.	fisurate	simetrică	nu	nesimetrică	0,00 L 0,05 L 0,10 L 0,15 L	nu	90°	nu

Tabelul 4.3. Perioadele proprii de vibrație ale structurilor studiate în capitolul 4

Modul de vibrație	STRUCTURA												
	A		B		C				D				
	SLS	SLA	SLS	SLA	C0	C1	C2	C3	D0	D1	D2	D3	
					S.L.A.				S.L.A.				
1 *	0,783	1,723	0,749	1,244	1,723	1,704	1,708	1,712	1,723	1,723	1,724	1,803	
2 **	0,780	1,648	0,533	1,140	1,648	1,656	1,657	1,663	1,583	1,647	1,723	1,723	
3 ***	0,676	1,515	0,446	1,08	1,515	1,511	1,496	1,471	1,514	1,514	1,514	1,514	
4 *	0,263	0,569	0,252	0,410	0,569	0,563	0,564	0,566	0,568	0,568	0,576	0,601	
5 **	0,260	0,550	0,181	0,381	0,550	0,552	0,552	0,554	0,528	0,550	0,569	0,569	
6 ***	0,226	0,498	0,150	0,357	0,498	0,497	0,492	0,483	0,498	0,498	0,498	0,498	
7 *	0,153	0,315	0,146	0,227	0,315	0,311	0,312	0,313	0,315	0,315	0,321	0,339	
8 **	0,149	0,307	0,107	0,212	0,307	0,307	0,307	0,308	0,294	0,306	0,315	0,315	
9 ***	0,130	0,280	0,101	0,201	0,280	0,279	0,277	0,272	0,280	0,280	0,280	0,280	

* vibrație după axa y

** vibrație după axa x

*** vibrație de răsucire

4.3. Proiectarea la stările limită. Structura A

4.3.1. Proiectarea la starea limită de serviciu (S.L.S.)

Starea limită de serviciu, așa cum s-a arătat în capitolul 1 corespunde acțiunilor seismice de mică intensitate dar cu frecvență mare. Construcția nu trebuie să sufere avarii la nivelul elementelor neportante (sau acestea să fie minore), iar elementele portante nu suferă nici un fel de degradări.

Deci pentru structura din fig.4.5. a, b, c se consideră:

- grinzi și stâlpi elemente nefisurate;
- pereți din zidărie de cărămidă (12⁵ cm grosime) – nefisurați ;
- excentricitate adițională 0,05 L (conform P100/1992), unde L este cea mai lungă latură a clădirii;
- $k_s = 0,12$;
- $\psi = 1$ (calcul elastic).

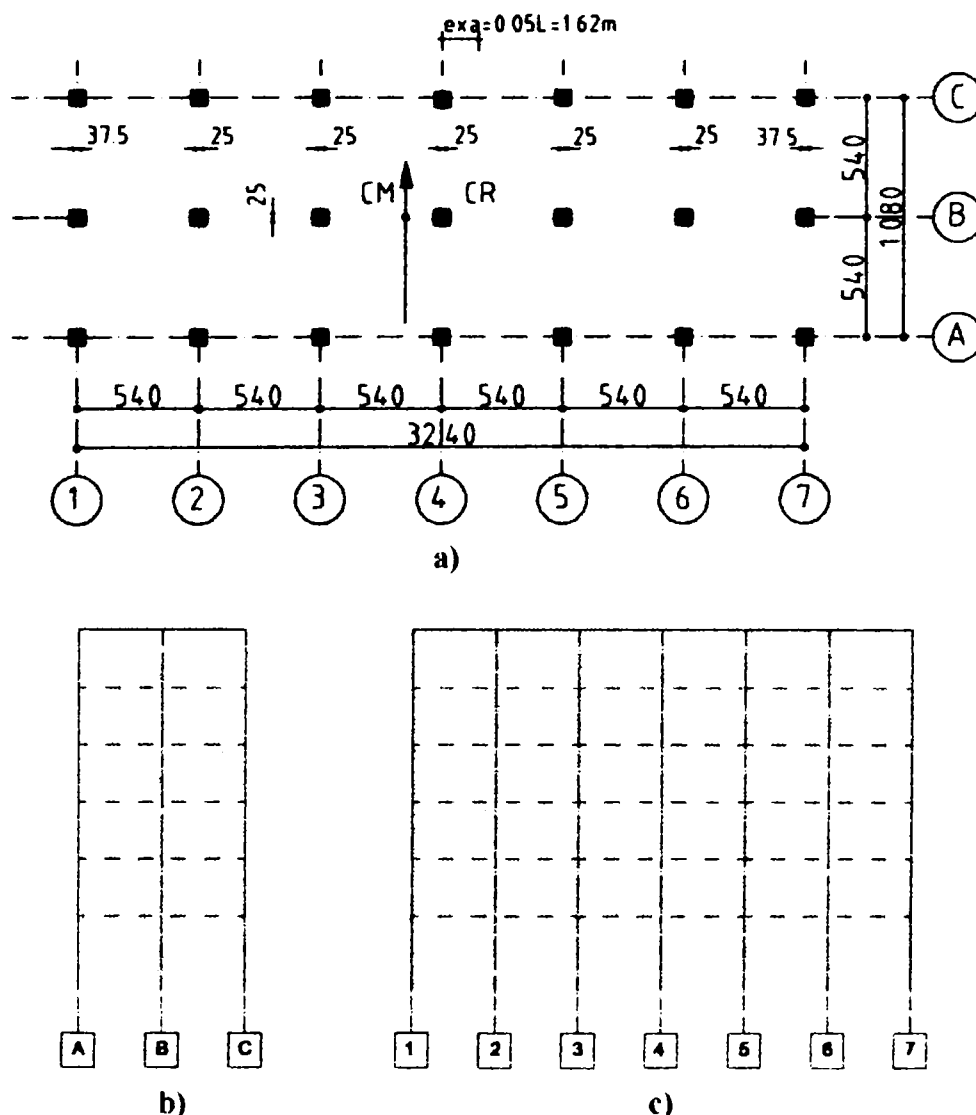


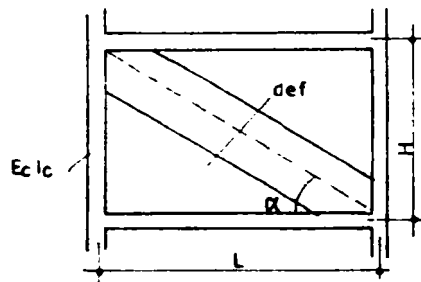
Figura 4.5 a) Plan nivel curent b) Cadrul transversal cu panouri de umplutură

c) Cadrul longitudinal cu panouri de umplutură

a) Current floor plan b) Infilled transversal frame c) Infilled longitudinal frame

Având o structură ordonată și dimensionând-o în așa fel încât să se comporte elastic, nu se produc avarii nici la structură, nici la panourile de umplură. Modelarea acestor panouri de umplură s-a făcut înlocuindu-le cu diagonale echivalente, așa cum s-a arătat în paragraful 3.3.2.c. și în fig.3.31 din capitolul precedent.

Panourile de zidărie de cărămidă, având grosimi $t = 37,5$ cm și $t = 12,5$ cm, au fost înlocuite cu o bară din beton armat cu lățimea d_{ef} dispusă în diagonală:



$$d_{ef} = 0,175 (\lambda_n \cdot H)^{-0,4} \sqrt{H^2 + L^2}$$

$$\lambda_n = \sqrt[4]{\frac{E_i \cdot t \cdot \sin 2\alpha}{4 \cdot E_c \cdot I_c \cdot H}}$$

Figura 4.6. Modelarea panourilor de zidărie
Infilled panel modelling

unde:

H, L , înălțimea și lățimea panoului

E_c, E_i , moduli de elasticitate pentru beton și zidărie

t , grosimea zidăriei

θ , unghiul diagonalei

I_c , momentul de inerție al stâlpului

$$E_c = 270.000 \frac{\text{daN}}{\text{cmp}}$$

$$E_i = 0,8 \cdot \beta \cdot R = 0,8 \cdot 2.000 \cdot 30 \frac{\text{daN}}{\text{cmp}} = 48.000 \frac{\text{daN}}{\text{cmp}}$$

Tabelul 4.4. Lățimea diagonalelor echivalente din beton care înlocuiesc panourile de zidărie

Dimensiuni panou			Secțiune stâlp	Lățime diag. echivalentă
t (m)	H (m)	L (m)	b x h (cm)	def (m)
0,125	5,0	5,4	50 x 50	0,78
	3,0	5,4	50 x 50	0,80
			45 x 45	0,76
0,250	5,0	5,4	40 x 40	0,73
	3,0	5,4	50 x 50	0,77
			45 x 45	0,73
0,375	5,0	5,4	40 x 40	0,70
	3,0	5,4	50 x 50	0,67
			45 x 45	0,73
0,375	5,0	5,4	40 x 40	0,65
	3,0	5,4	50 x 50	0,63
			45 x 45	0,59

Modelând astfel structura se obțin următoarele rezultate ale deplasărilor nodurilor cadrelor transversale pe direcția y .

Tabel 4.5. Deplasări u_y (în cm) (S.L.S.)

CADRUL NIVEL	1	2	3	4	5	6	7
6	3,5	3,6	3,9	4,25	4,7	5,2	5,75
5	3,2	3,35	3,6	3,95	4,35	4,85	5,35
4	2,8	2,95	3,15	3,45	3,85	4,25	4,7
3	2,35	2,4	2,6	2,85	3,15	3,5	3,85
2	1,75	1,8	1,95	2,1	2,35	2,6	2,85
1	1,1	1,15	1,2	1,3	1,45	1,65	1,8

Evidențierea grafică a acestor rezultate se face prin reprezentarea deplasărilor u_y ale nivelelor cadrelor transversale de la 1 la 7 ale structurii în studiu (fig. 4.7.)

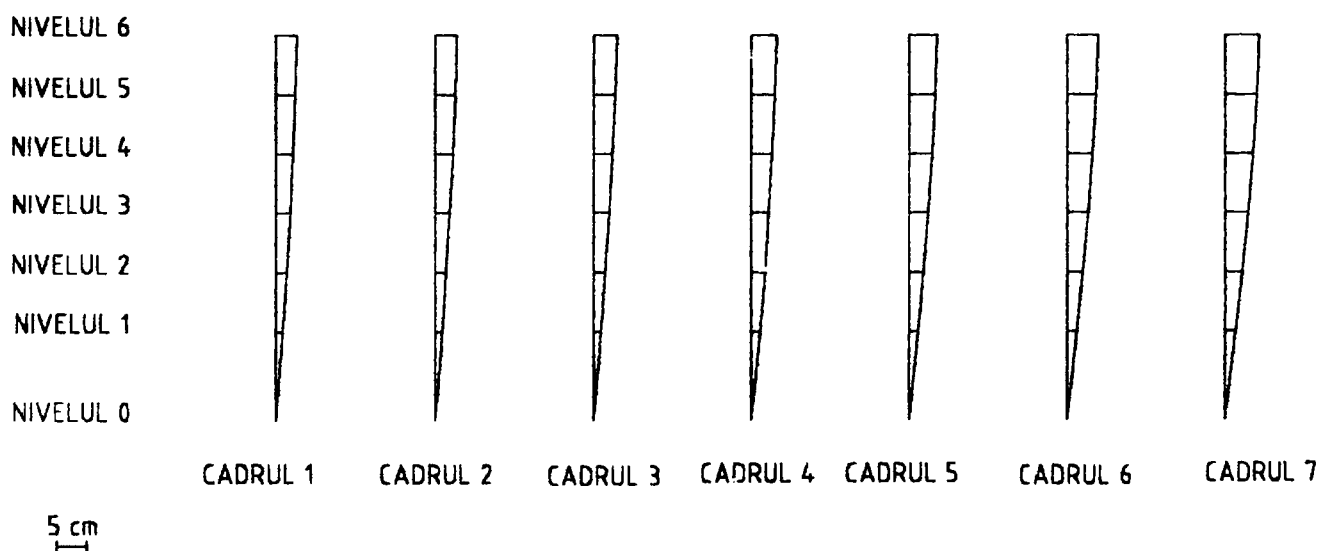


Figura 4.7 Deplasările nivelurilor (S.L.S.) pe direcția y
The storey displacements (S.L.S.) for y direction

Pornind de la deplasările absolute ale nodurilor, tabelul 4.6. prezintă deplasările relative ale nivelurilor structurii comparate cu deplasările relative admise de P100/1992 $\Delta r_a = 0.007 H$, iar redarea lor grafică este prezentată în figura 4.8.

Tabel 4.6. Deplasări relative Δu_y (în cm) (S.L.S.)

CADRUL NIVELE	1	2	3	4	5	6	7	Δr_a
6 - 5	0,3	0,25	0,3	0,3	0,35	0,35	0,4	2,1
5 - 4	0,4	0,4	0,45	0,5	0,5	0,6	0,65	2,1
4 - 3	0,45	0,55	0,55	0,6	0,7	0,75	0,85	2,1
3 - 2	0,6	0,6	0,65	0,75	0,8	0,9	1,0	2,1
2 - 1	0,65	0,65	0,75	0,8	0,9	0,95	1,05	2,1
1 - 0	1,1	1,15	1,2	1,3	1,45	1,65	1,8	3,5

Se constată că deplasările relative sunt mult mai mici decât cele admise și astfel elementele nestructurale nu sunt avariate. La această comportare bună contribuie structura nefisurată și pereții despărțitori neavariați.

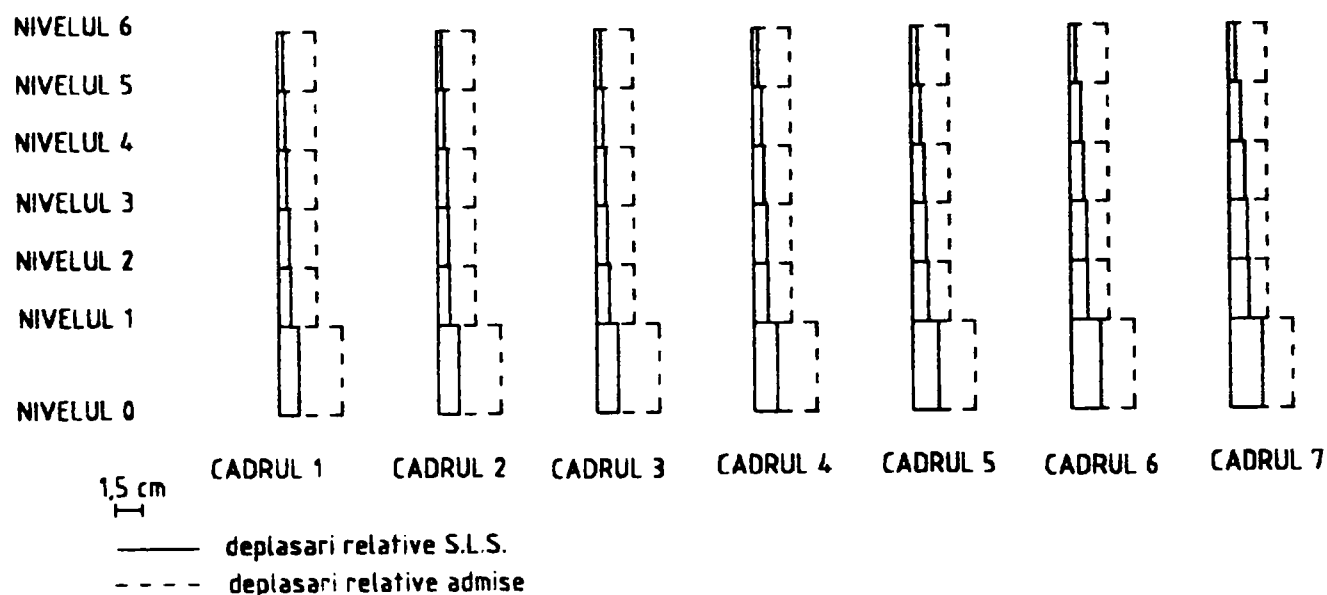


Figura 4.8 Deplasările relative de nivel Δu_y (S.L.S.)

The interstorey drifts (S.L.S.)

În tabelul următor sunt prezentate valorile momentelor încovoietoare capabile și valorile maxime ale momentelor încovoietoare rezultate din acțiunea seismică, toate acestea pentru stâlpul axului A al cadrului transversal marginal. Se constată că momentele efective din structură sunt mult mai mici decât cele capabile. Rezultă că în structură nu s-au format articulații plastice și structura nu este avariata.

Tabel 4.7. Momente încovoietoare (în $kN \cdot m$) (S.L.S)

SA 7, nivel	Momente încovoietoare	
	Capabile	Din încărcări
parter	245,9	79,46
nivel 1	83,0	30,76
nivel 2	87,6	16,5
nivel 3	75,4	16,4
nivel 4	50,45	15,6
nivel 5	45,8	7,7

Diagramele de moment încovoietor rezultat din acțiunea seismică de la stânga către dreapta pe cadrele transversale sunt prezentate în figura 4.12.

4.3.2. Proiectarea la starea limită de avariere (S.L.A.)

Starea limită de avariere, așa cum s-a arătat în capitolul I, corespunde seismelor de intensitate medie, dar rare. Elementele structurale și nestructurale sunt avariate total sau parțial. Activitatea în interiorul construcției poate fi reluată după terminarea lucrărilor de consolidare.

Pentru aceeași structură, din fig. 4.5.a., se consideră următoarele ipoteze:

- stâlpi fisurați și grinzi fisurate, cu comportare elasto-plastică;
- pereții de umplutură avariați;
- excentricitate adițională $0,05 L$;
- $k_s = 0,16$ (vezi 4.2.d.)

În cazul S.L.A. calculul structurii se face pe baza schemelor statice în care panourile de umplutură au cedat, iar elementele structurale sunt fisurate. În consecință schemele din fig. 4.5. b și c nu rămân valabile pentru S.L.A. și vor deveni:

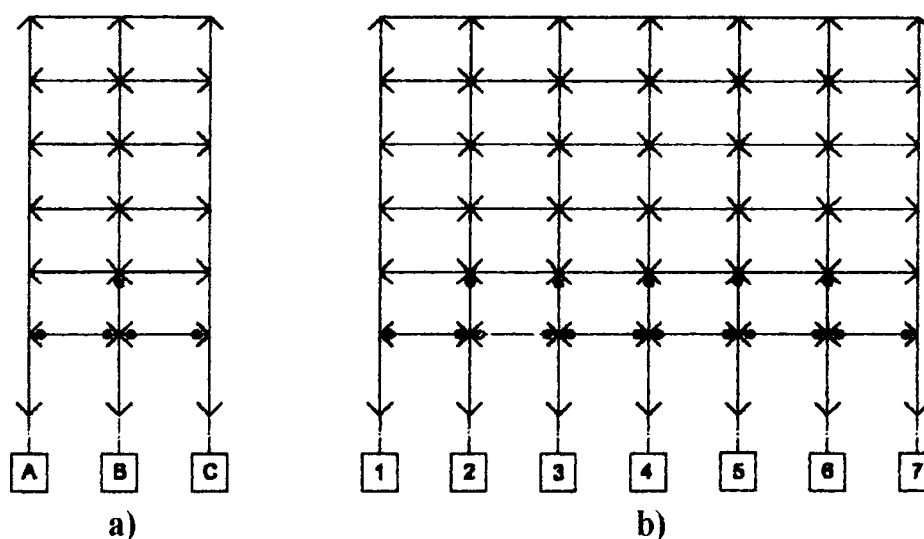


Figura 4.9 a) Cadru transversal cu panouri avariate

b) Cadru longitudinal cu panouri avariate

a) Transversal frame with damaged panels

b) Longitudinal frame with damaged panels

Se poate face un calcul elastic pentru spectrul de proiectare calibrat la acțiunile corespunzătoare stării de avarie, reduse cu coeficientul ψ , așa cum s-a arătat în capitolul 1, paragraful 1.5.2.a.

Pentru calculul static se vor folosi momentele de inerție reduse (având în vedere că în S.L.A. elementele structurale sunt fisurate), evidențiate în tabelul 4.1.

Cu structura astfel modelată se obțin următoarele deplasări nodale ale cadrelor transversale pe direcția y , calculate conform P100/1992: $u_y = \frac{1}{\psi} u_{ye}$.

Tabelul 4.8. Deplasări u_y (în cm) (S.L.A.)

CADRUL NIVEL	7	6	5	4	3	2	1
6	32,15	30,15	28,15	26,3	24,5	22,9	21,4
5	29,8	27,95	26,1	24,4	22,75	21,25	19,85
4	26,0	24,45	22,85	21,4	19,95	18,65	17,5
3	21,5	20,2	18,9	17,6	16,45	15,3	14,3
2	15,95	14,9	13,9	12,95	12	11,15	10,35
1	9,85	9,2	8,55	7,95	7,4	6,85	6,35

Evidențierea grafică a acestor rezultate se face prin reprezentarea deplasărilor u_y ale nivelelor în S.L.A. (fig. 4.10).

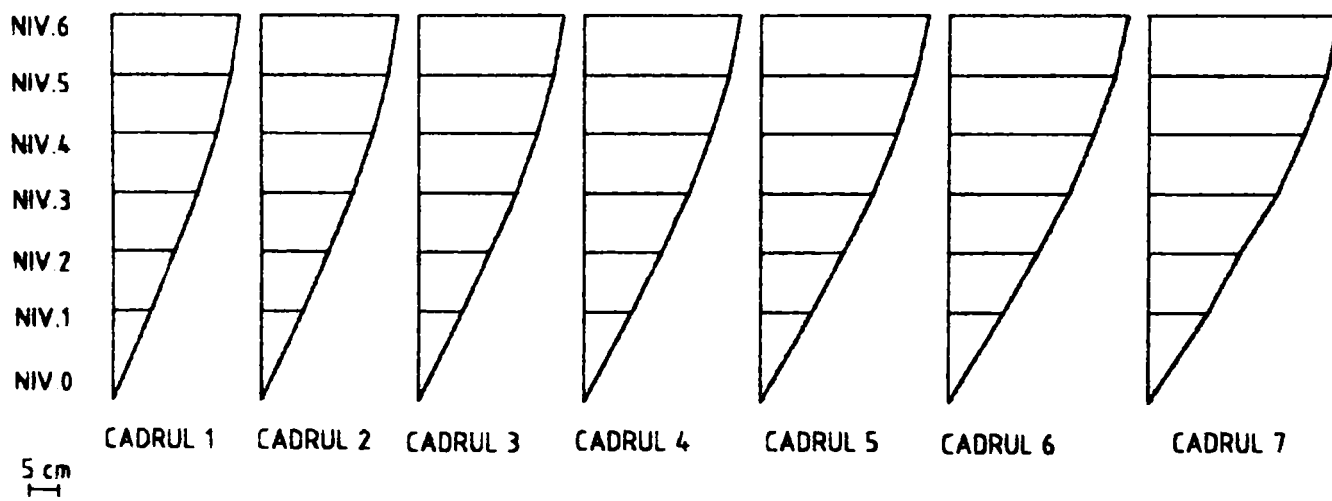


Figura 4.10 Deplasările nivelelor (S.L.A.)
The floors displacements (D.L.S.)

Pentru structura în discuție, ca și în S.L.S., în S.L.A. s-au calculat deplasările relative ale nivelelor, valorile acestora fiind centralizate în tabelul 4.9.

Tabel 4.9. Deplasări relative Δu_y (în cm) (S.L.A.)

CADRUL NIVELE	7	6	5	4	3	2	1	Δr_a P100/92	$4\Delta r_a$
6-5	2,35	2,2	2,05	1,9	1,75	1,65	1,55	2,1	8,4
5-4	3,8	3,5	3,25	3,0	2,8	2,6	2,35	2,1	8,4
4-3	4,5	4,25	3,95	3,8	3,5	1,15	3,2	2,1	8,4
3-2	5,55	5,3	5,0	4,65	4,45	4,15	3,95	2,1	8,4
2-1	6,1	5,7	5,35	5,0	4,6	4,3	4,0	2,1	8,4
1-0	9,85	9,2	8,55	7,95	7,4	6,85	6,35	3,5	14,0

Vizualizarea acestor rezultate s-a realizat în figura 4.11.

Se constată că deplasările relative de nivel le depășesc pe cele admise de P100/1992 și conform acestui normativ structura ar trebui să fie modificată. Acest calcul evidențiază neajunsul normativului P100/1992 care cere verificarea deplasărilor relative pentru S.L.S. și nu pentru S.L.A. Cercetările noi privind comportarea structurilor în cele două stări limită admit ca deplasările în S.L.A. să fie de patru ori mai mari decât cele admise pentru S.L.S. În acest caz se observă că deplasările relative limită sunt satisfăcute și nu este necesară modificarea structurii.

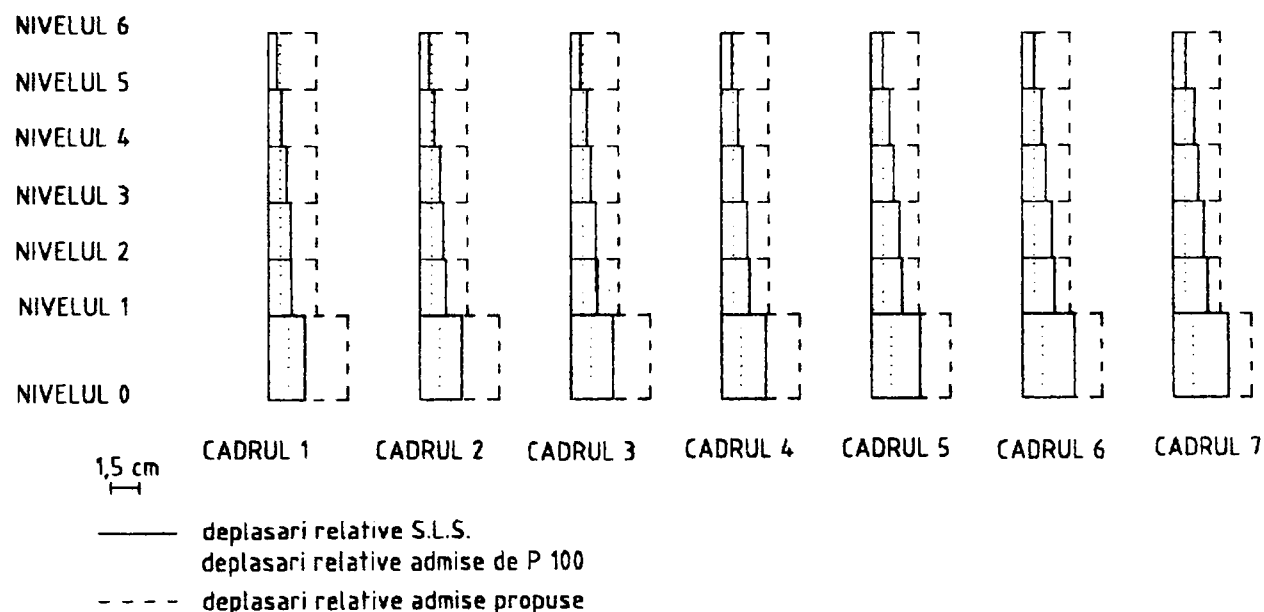


Figura 4.11 Deplasări relative de nivel (S.L.A.)
The interstorey drifts (D.L.S.)

În realizarea acestor diagrame s-a menținut etalonul din reprezentarea S.L.S. pentru evidențierea clară a diferențelor rezultatelor celor două stări limită.

Și în ceea ce privește valorile momentelor, diferențele între cele două stări S.L.S. și S.L.A. sunt evidente, tabelul 4.10 relevând aceste diferențe pentru stâlpul din axul A al cadrului transversal al axului 7, iar în nodurile acestuia pentru grinzi.

Tabel 4.10. Momente încovoietoare (în $kN \cdot m$) în stâlpi și grinzi

Stâlp SA 7, Nivel	Momente încovoietoare în stâlpi			Momente încovoietoare în grinzi		
	Capabile	Din încărcări		Capabile	Din încărcări	
		S.L.S.	S.L.A.		S.L.S.	S.L.A.
Parter	245,9	79,46	224,2	324,3	57,8	105,03
nivel 1	183,0	30,76	84,06	324,3	49,04	90,45
nivel 2	87,6	16,5	75,87	324,3	41,1	75,14
nivel 3	75,4	16,4	60,19	324,3	32,1	59,04
nivel 4	50,45	15,6	48,21	324,3	20,3	39,07
nivel 5	45,8	7,7	23,7	199,8	7,43	14,6

Se constată că în nici o secțiune nu este depășit momentul capabil. Ținându-se seama că la calculul seismic s-a considerat o reducere a încărcărilor seismice cu $\psi = 0.25$, rezultă că în S.L.A. în toate secțiunile sunt depășite momentele capabile.

Examinând momentele încovoietoare la capetele grinzilor și comparându-le cu cele capabile se poate trage concluzia că articulațiile plastice se formează în grinzi, ținând seama de reducerea inițială a încărcărilor seismice.

Diagramele de moment încovoietor și de torsiune rezultate din acțiunea seismică de la stânga către dreapta pe cadrele transversale sunt prezentate comparativ pentru cele două situații, S.L.S. și S.L.A., în figura 4.12, pentru toate cele 7 cadre transversale, pentru cadrul transversal 7, cel mai sollicitat de altfel fiind evidențiat și momentul încovoietor capabil.

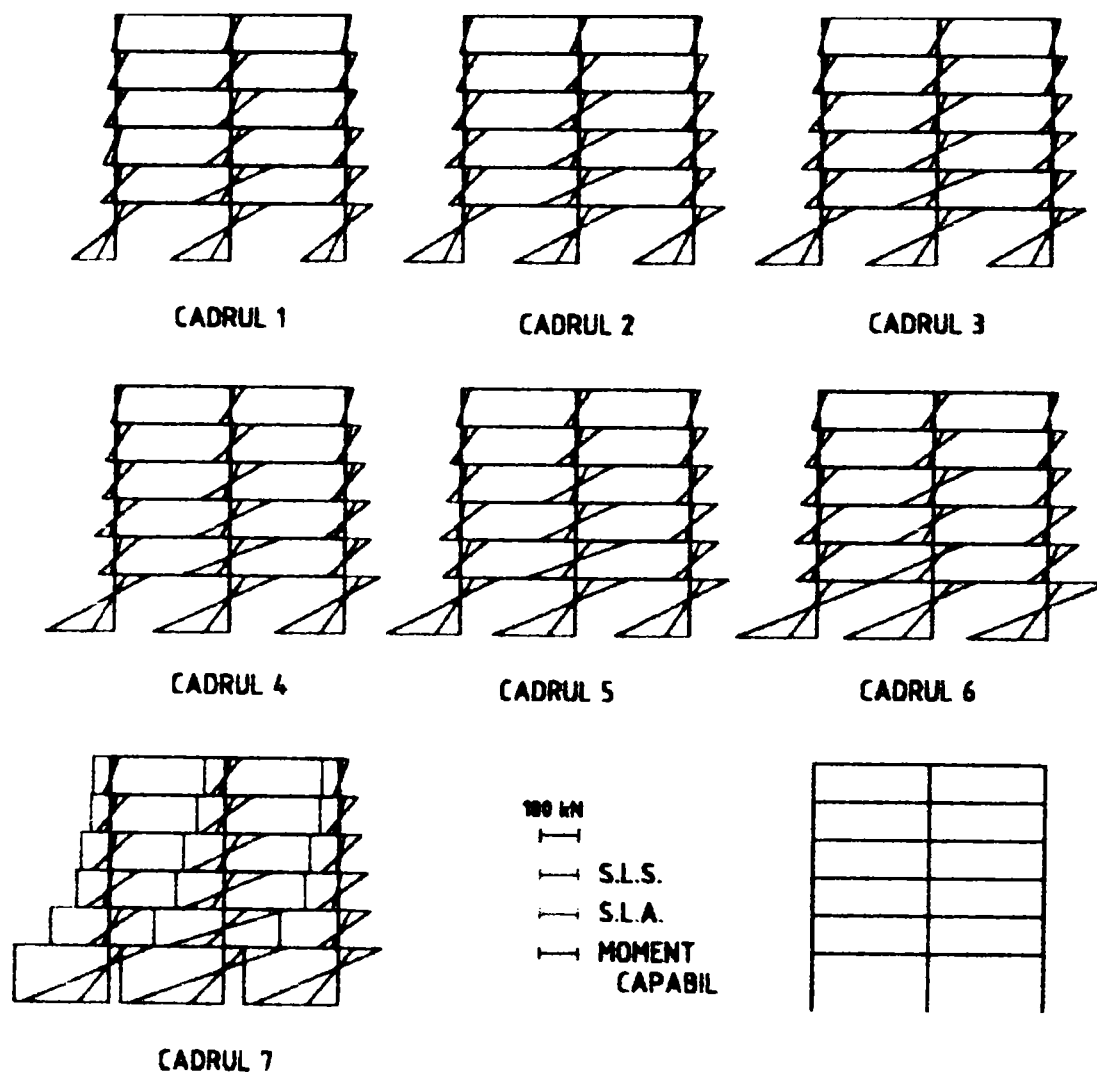


Figura 4.12 Diagrama de moment încovoietor și de torsiune S.L.S. și S.L.A. [kNm]
 The bending and torsional moments in S.L.S. and D.L.S. [kNm]

4.4. Rotația fundațiilor datorită acțiunilor asincrone

În acest paragraf se pune problema cutremurelor de suprafață, datorită cărora pot apare în lungul structurii acțiuni seismice în direcții contrare ce produc torsiuni în structură.

În calculele anterioare, conform ipotezelor curente folosite în proiectare, s-a considerat că acțiunea seismică este uniformă de-a lungul clădirii.

Efectul încărcărilor asincrone la structurile lungi, fondate pe terenuri foarte slabe, la care vitezele de parcurs sunt reduse, iar lungimile de undă sunt de același ordin de mărime cu lungimea structurii, este relevant la noi în țară pentru zona seismică Banat.

În studiu s-a considerat structura A având fundația un radier general cu dimensiunile prezentate în fig.4.13.

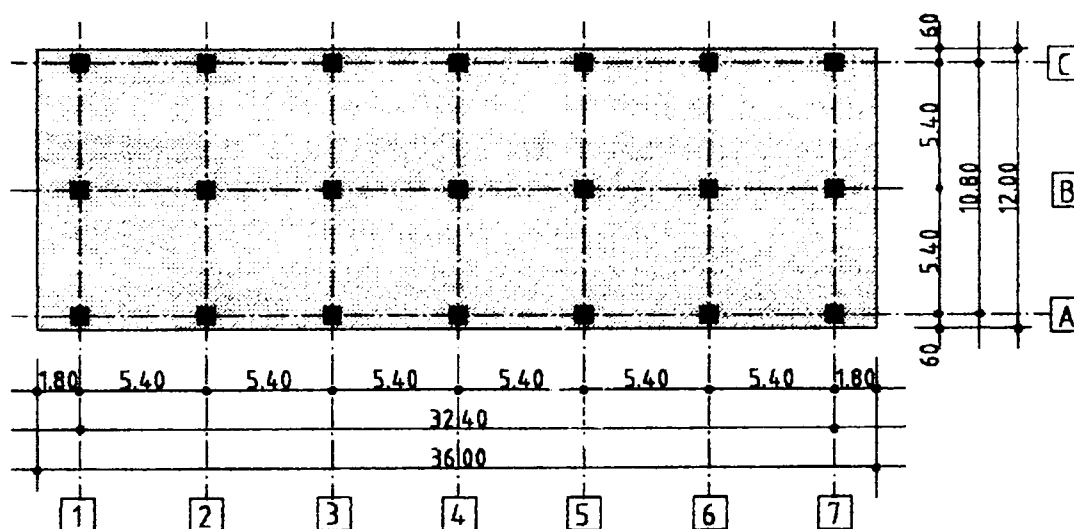


Figura 4.13 Plan structură

Current floor plan

considerându-se următoarele ipoteze:

- elementele structurale (stâlpi și grinzi) fisurate;
- excentricitate adițională nulă;
- β calculat pentru perioada de torsiune;
- undele de suprafață au viteza de deplasare $v = 360$ m/s;
- perioadele de vibrație se consideră:
 - a) $T = 0,10$ sec
 - b) $T = 0,20$ sec
 - c) $T = 0,40$ sec

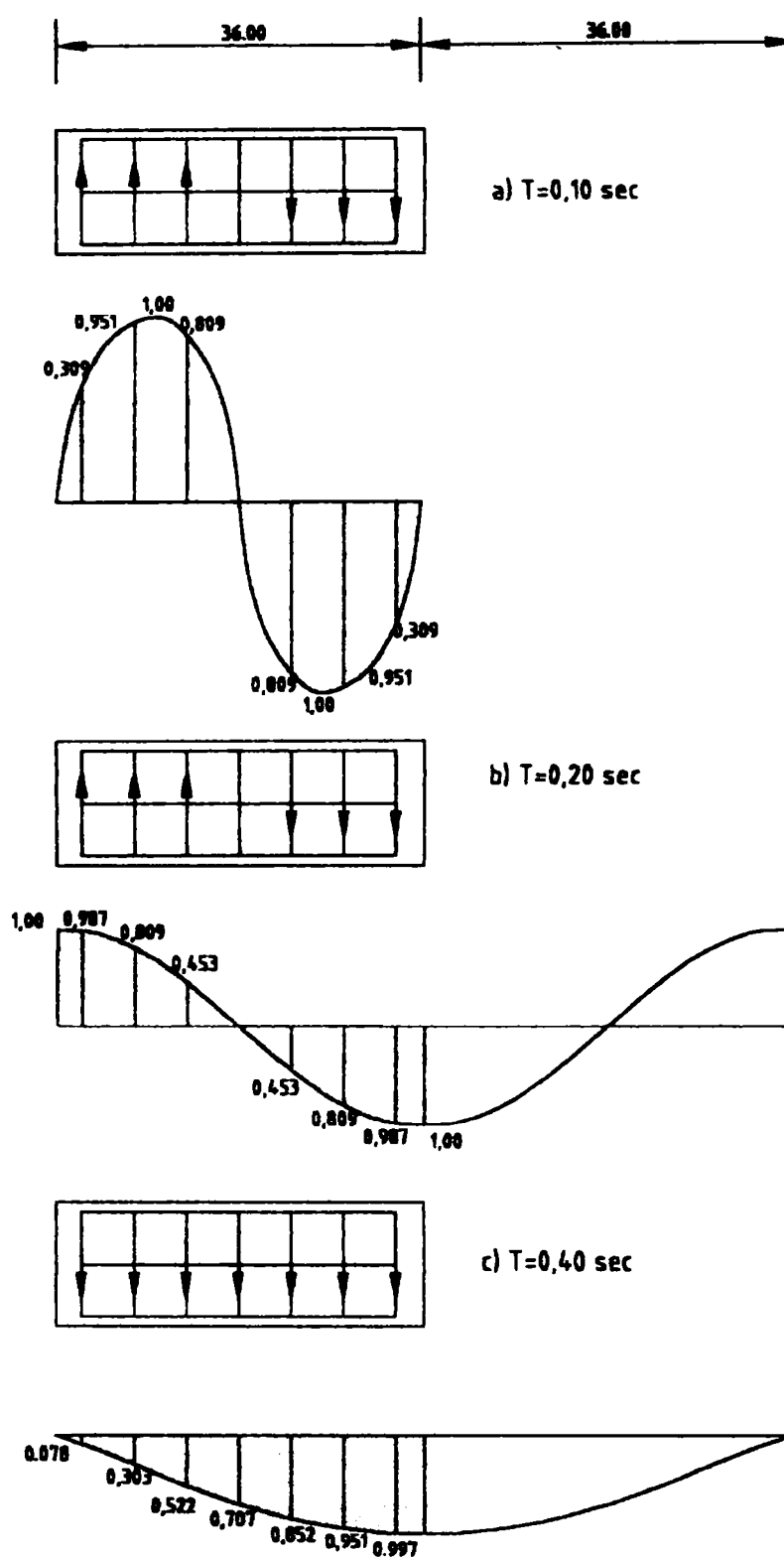


Figura 4.14 Unda seismică de suprafață pentru trei perioade de propagare

a) $T=0,10$ sec. b) $T=0,20$ sec. c) $T=0,40$ sec.

a) The surface seismic wave for three propagation periods

Elocvente pentru comportarea celor trei structuri sunt deplasările nivelelor acestora, ale căror diagrame sunt redată în fig. 4.15.

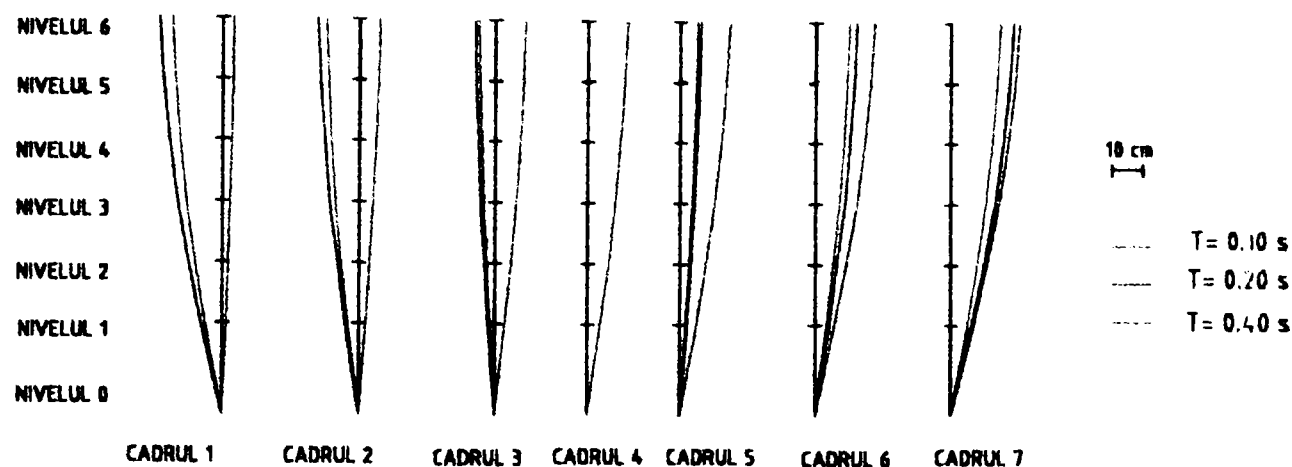


Figura 4.15 Deplasările u_y ale nivelelor pentru cele 7 cadre transversale pentru cele trei perioade de propagare a undelor seismice
 The u_y floors displacements of the seven transversal frames for the three periods of seismic waves propagation

și totodată deplasările relative de nivel Δu_y (în cm) pentru stâlpii extremi și de mijloc în figura 4.16

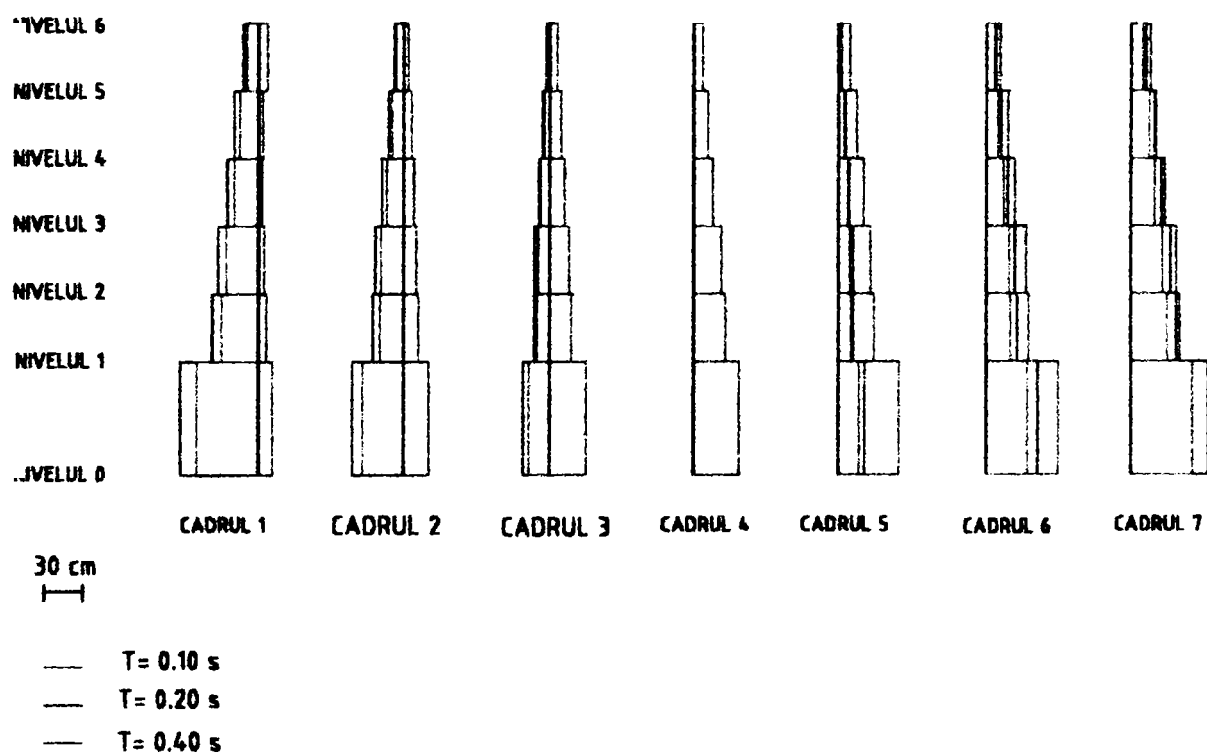


Figura 4.16 Deplasările relative de nivel (în cm) ale stâlpilor SA_1 , SA_4 și SA_7 pentru cele trei situații de propagare ale unei seismice
 The interstorey drifts of the SA_1 , SA_4 and SA_7 columns for three situations of seismic wave propagation

Pentru un studiu comparativ sunt extrase valorile deplasărilor u_y (în cm) axelor extreme și de mijloc ale nivelelor în tabelul 4.11.

Tabel 4.11 Deplasările u_y (în cm) ale nivelelor pentru cele trei perioade de vibrație

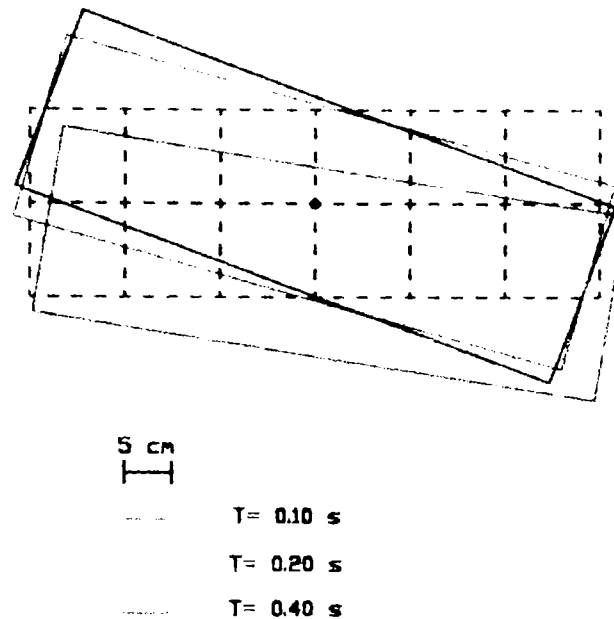
NIVEL	Poziție ax	u_y		
		T = 0,10 s	T = 0,20 s	T = 0,40 s
1	A1	-5,35	-6,7	1,1
	A4	0	0	4,1
	A7	5,35	6,7	7,2
2	A1	-8,4	-10,6	1,7
	A4	0	0	6,55
	A7	8,4	10,6	11,35
3	A1	-11,15	-14	2,25
	A4	0	0	8,7
	A7	11,15	14	15,2
4	A1	-13,2	-16,6	2,65
	A4	0	0	10,35
	A7	13,2	16,6	18,1
5	A1	-14,8	-18,55	3
	A4	0	0	11,55
	A7	14,8	18,55	20,15
6	A1	-15,75	-19,75	3,2
	A4	0	0	12,3
	A7	15,75	19,75	21,4

și valorile deplasărilor relative Δu_y (în cm.) ale nodurilor extreme ale nivelelor în tabelul 4.6.

Tabel 4.12 Deplasările relative Δu_y (în cm) ale nivelelor în axele extreme

NIVEL	Poziție ax	Δu_y		
		T = 0,10 s	T = 0,20 s	T = 0,40 s
1	A1	5,35	6,7	1,1
	A4	0	0	4,1
	A7	5,35	6,7	7,2
2	A1	3,05	3,9	0,6
	A4	0	0	2,45
	A7	3,05	3,9	4,15
3	A1	2,75	3,4	0,55
	A4	0	0	2,15
	A7	2,75	3,4	3,85
4	A1	2,05	2,6	0,4
	A4	0	0	1,65
	A7	2,05	2,6	2,9
5	A1	1,6	1,95	0,35
	A4	0	0	1,2
	A7	1,6	1,95	2,05
6	A1	0,95	1,2	0,2
	A4	0	0	0,75
	A7	0,95	1,2	1,25

Vizualizarea acestor rezultate este realizată în fig. 4.17 unde sunt redată deplasările și rotirile ultimelor nivele ale structurii în discuție, pentru cele trei perioade de vibrație.



*Figura 4.17 Pozițiile deplasate ale ultimului nivel pentru cele trei perioade de vibrație
 Displacements of the last floor for the three periods of vibration*

Făcând o comparație a valorilor deplasărilor și deplasărilor relative cu valorile acțiunilor normale ale exemplului precedent se observă că în cazul rotației fundațiilor cu considerarea undelor de suprafață, deplasările absolute și relative sunt mai mici cu aproximativ 30% în cazul a) și comparabile în cazurile b) și c).

De remarcat este faptul că cea mai dezavantajoasă situație în cazul undelor de suprafață, din punct de vedere al deplasărilor nodurilor structurii este situația c), când $T=0,40$ s, a) și b) cu $T=0,10$ s și respectiv $0,20$ s fiind comparabile.

Nu mai puțin elocvente pentru comportarea acestei structurii în cele trei situații sunt diagramele de moment încovoietor – fig. 4.18 a), b), c), pentru cele 7 cadre transversale ale structurii.

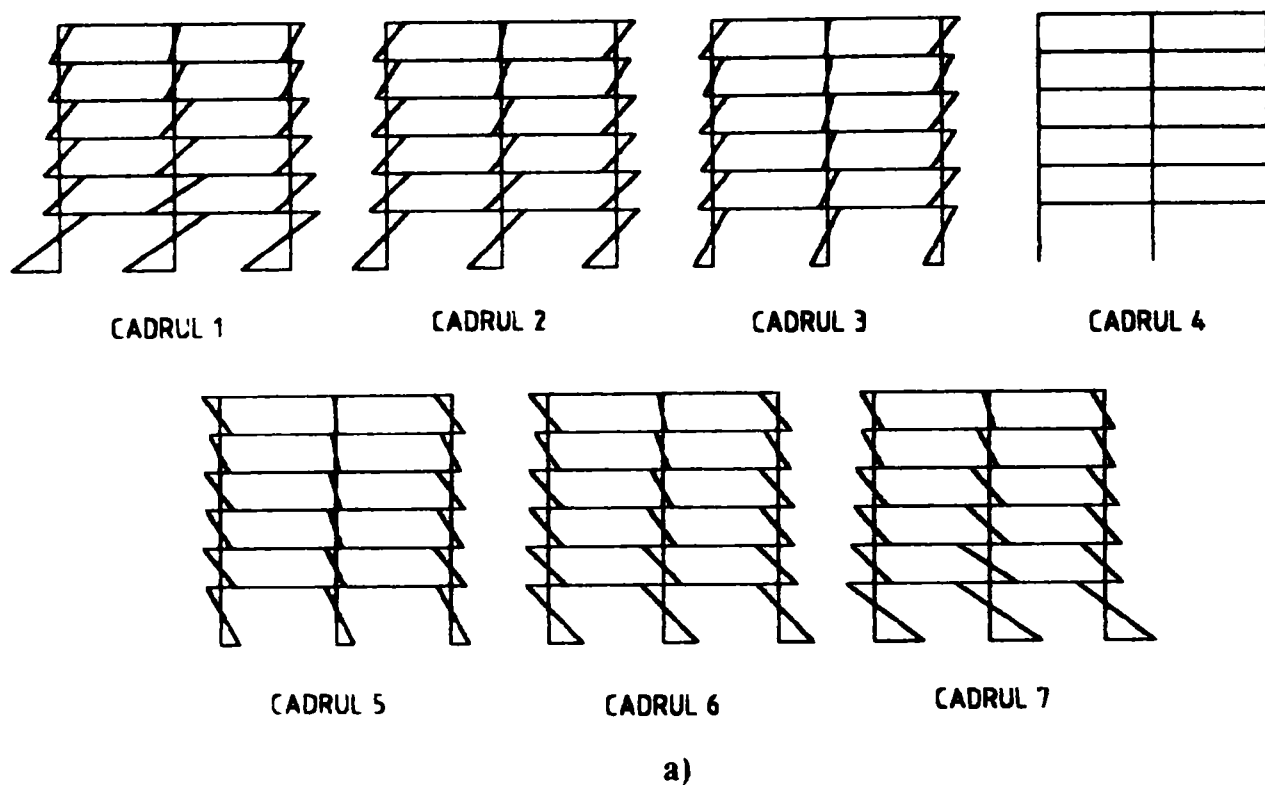


Figura 4.18.a) Diagramele de moment încovoietor pentru cele 7 cadre transversale când $T=0,10$ sec
Diagrams of the torsion moment for the seven transversal frames, when $T=0,10$ seconds

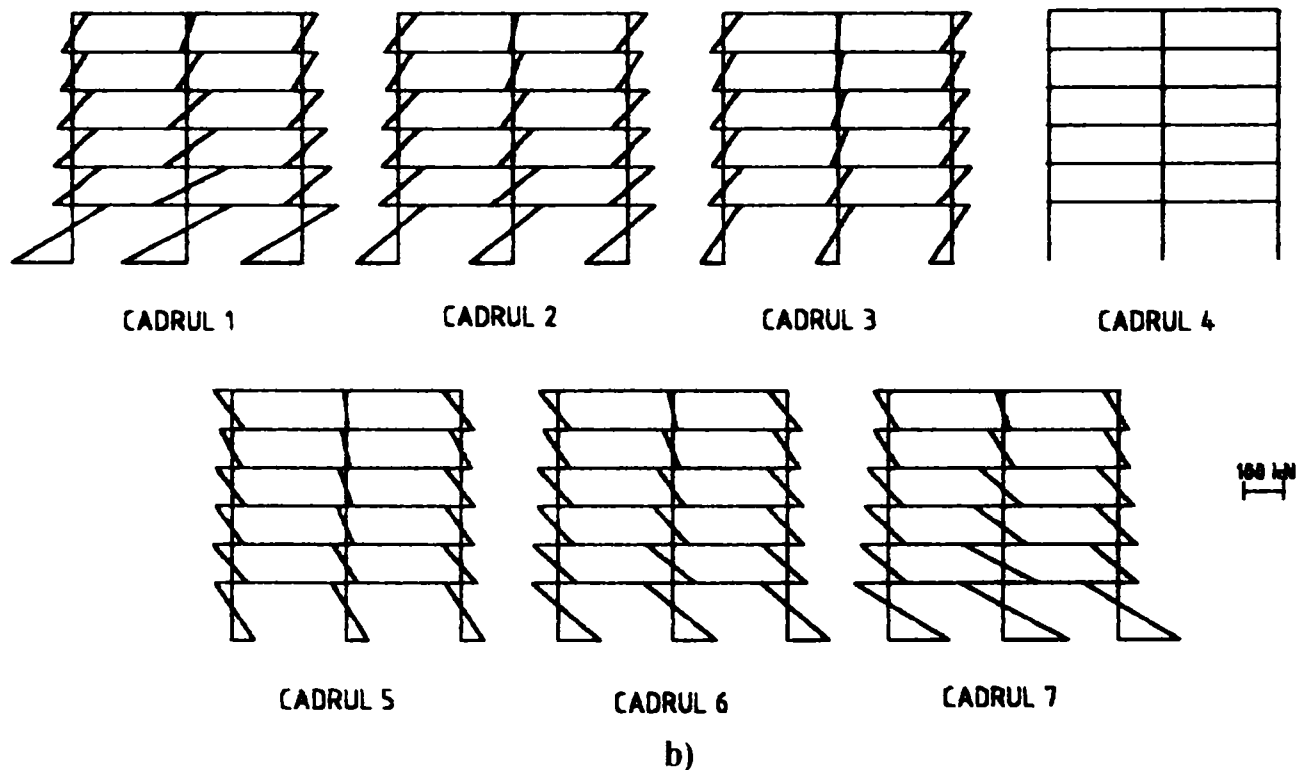


Figura 4.18.b) Diagramele de moment încovoietor pentru cele 7 cadre transversale când $T=0,20$ sec
Diagrams of the torsion moment for the seven transversal frames, when $T=0,20$ seconds

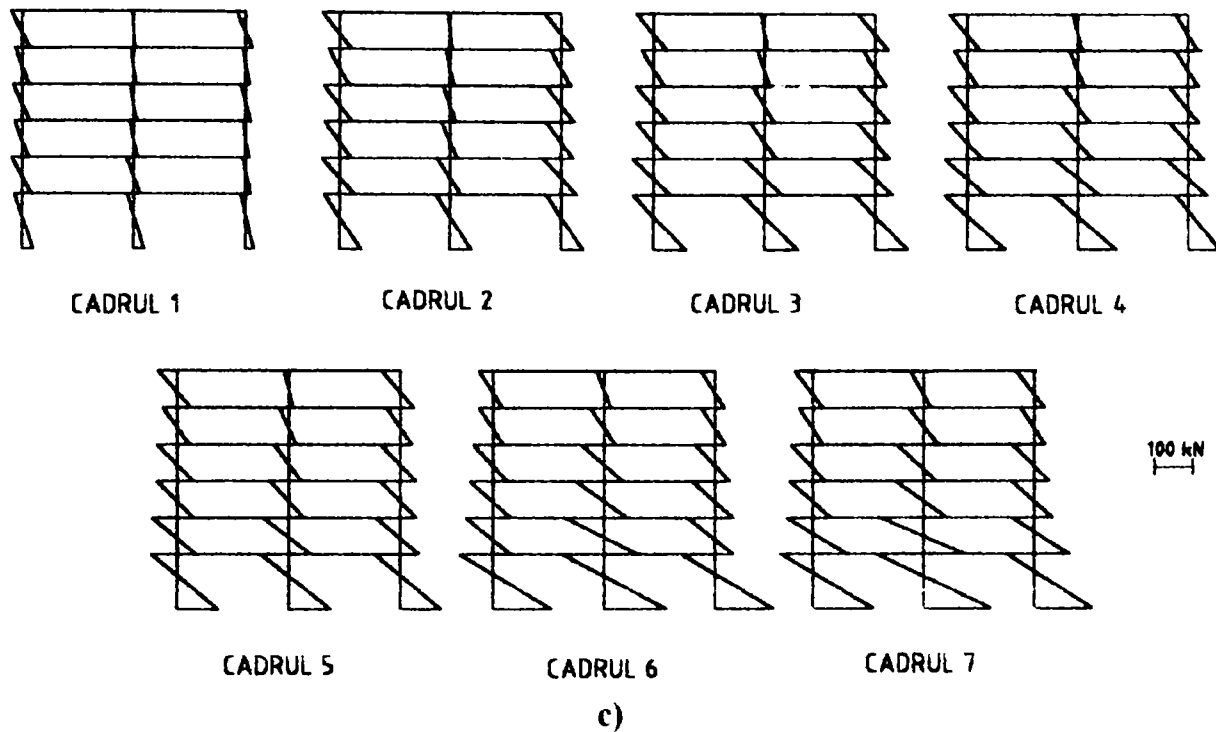


Figura 4.18.c) Diagramele de moment încovoietor pentru cele 7 cadre transversale pentru $T=0,40$ sec
Diagrams of the torsion moment for the seven transversal frames for $T=0,40$ seconds

Pentru cei mai solicitați stâlpi și pentru cel marginal al cadrului transversal central sunt redată diagramele de moment încovoietor pentru cele trei situații suprapuse în fig. 4.19.

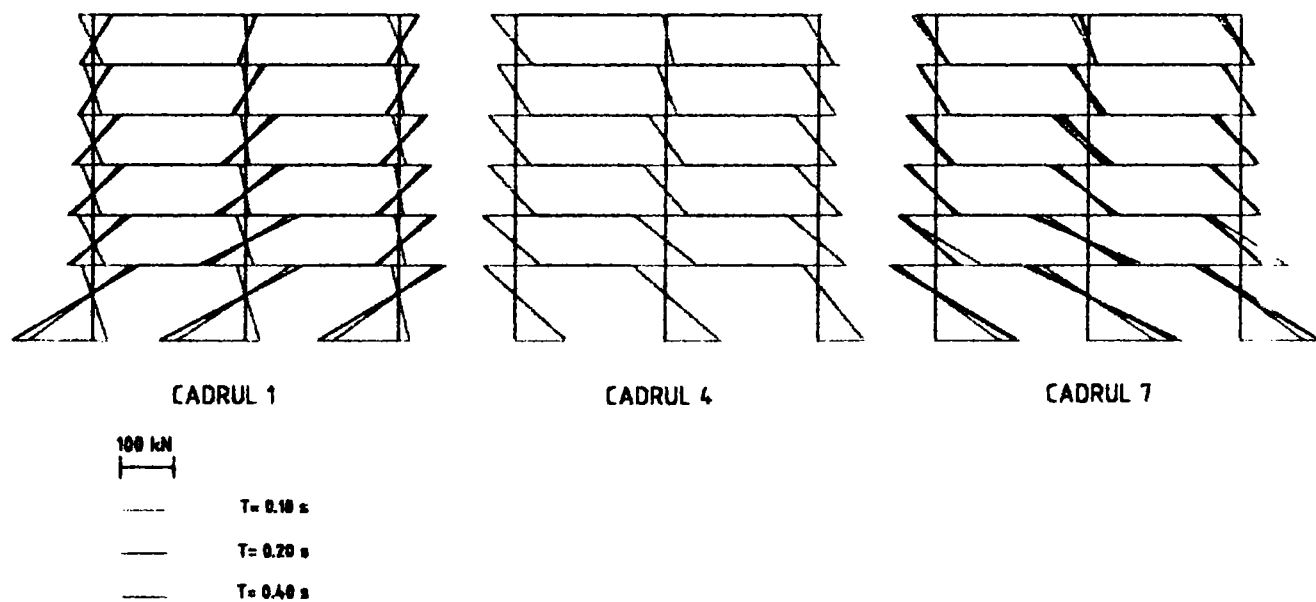


Figura 4.19 Diagramele suprapuse de moment încovoietor pentru stâlpii

SA_1 , SA_4 și SA_7 pentru $T=0,10$ s; $T=0,20$ s; $T=0,40$ s

The superposed diagrams of the torsion moment for SA_1 , SA_4 and SA_7 columns when $T=0,10$ s; $T=0,20$ s and $T=0,40$ s

Din studiile anterioare făcute asupra acestei structuri este evident că situația cea mai periculoasă este a structurii în cauză afectată de o acțiune seismică de suprafață (având viteza de 360 m/s) a cărei perioadă este de $T = 0,20$ sec.

Analizând diagramele rezultate în urma încărcării uniforme (fig.4.12) se observă că acestea sunt comparabile cu cele rezultate în cazul undelor de suprafață studiate în cele trei cazuri.

4.5. Dispunerea asimetrică a maselor. Structura D

În mod normal dispunerea asimetrică a maselor este unul din factorii care pot produce torsiuni la structurile regulate în plan.

În studiu s-a luat structura A, cu elementele geometrice și încărcările descrise în paragraful 4.2.

La această structură excentricitatea forței seismice variază având valorile:

$$e_{01} = 0$$

$$e_{02} = 0,05L = 1,62\text{ m}$$

$$e_{03} = 0,10L = 3,24\text{ m}$$

$$e_{04} = 0,15L = 4,86\text{ m. deci centrul maselor pe fiecare nivel va avea pe}$$

rând pozițiile arătate în figura 4.20.

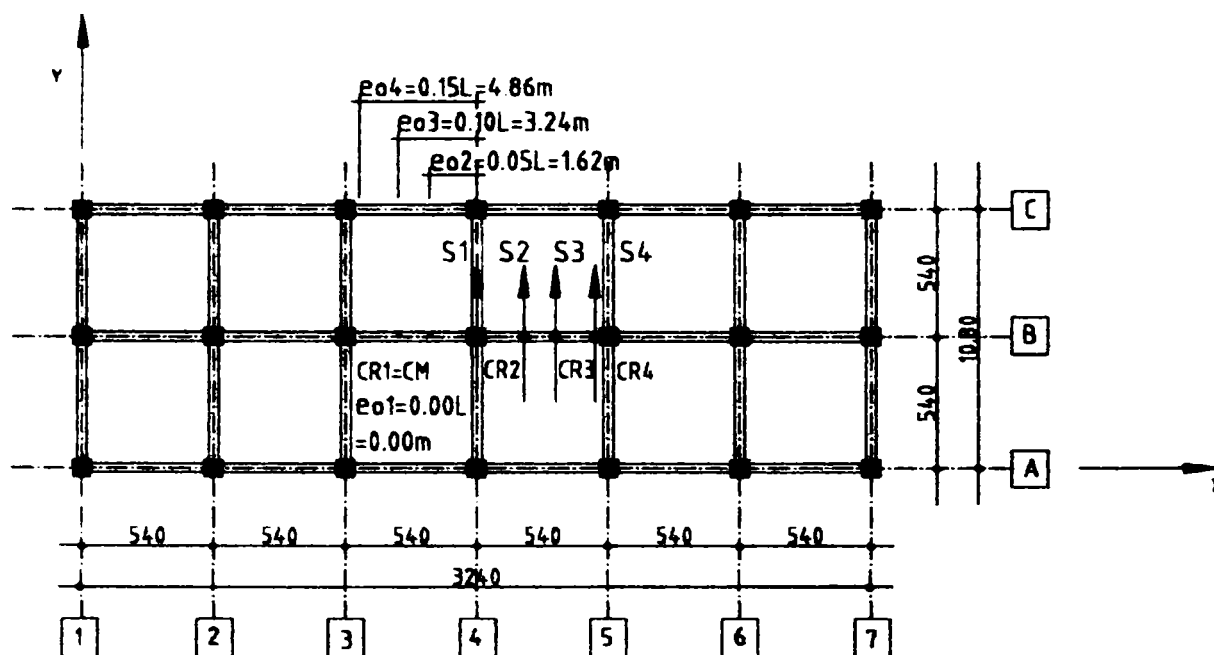


Figura 4.20 Poziții ale centrului maselor în plan nivel curent
Locations of masses center in the curent floor plan

Pentru structura descrisă se consideră:

$$- k_s = 0,16$$

- stâlpii și grinzile sunt elemente fisurate cu caracteristicile geometrice date în tabelul 4.1.

Structura astfel solicitată a fost denumită structura D în tabelul 4.3. și anume:

$$D_0 \text{ pentru } e_{0x} = 0$$

$$D_1 \text{ pentru } e_{0x} = 0,05 L$$

$$D_2 \text{ pentru } e_{0x} = 0,10 L$$

$$D_3 \text{ pentru } e_{0x} = 0,15 L$$

Modelând astfel structura se obțin următoarele rezultate ale deplasărilor nodurilor cadrului transversal 1, diferențiat pentru cele 4 poziții ale centrului maselor.

Tabel 4.13 Deplasările u_y (în cm) ale cadrului 1 pentru cele 4 poziții ale centrului maselor nivelelor

Nivel	$e_{01x} = 0$	$e_{02x} = 0,05 L$	$e_{03x} = 0,10 L$	$e_{04x} = 0,15 L$
6	18,1	32,15	38,15	39,8
5	16,75	29,8	35,3	36,8
4	14,65	26	30,85	32,2
3	12,15	21,5	25,45	26,55
2	9,05	15,95	18,8	19,6
1	5,6	9,9	11,65	12,15

Evidențierea grafică a acestor rezultate s-a făcut prin reprezentarea deplasărilor u_y ale nivelelor cadrelor transversale de la 1 la 7 pentru cele patru poziții ale centrului maselor în figura 4.21.

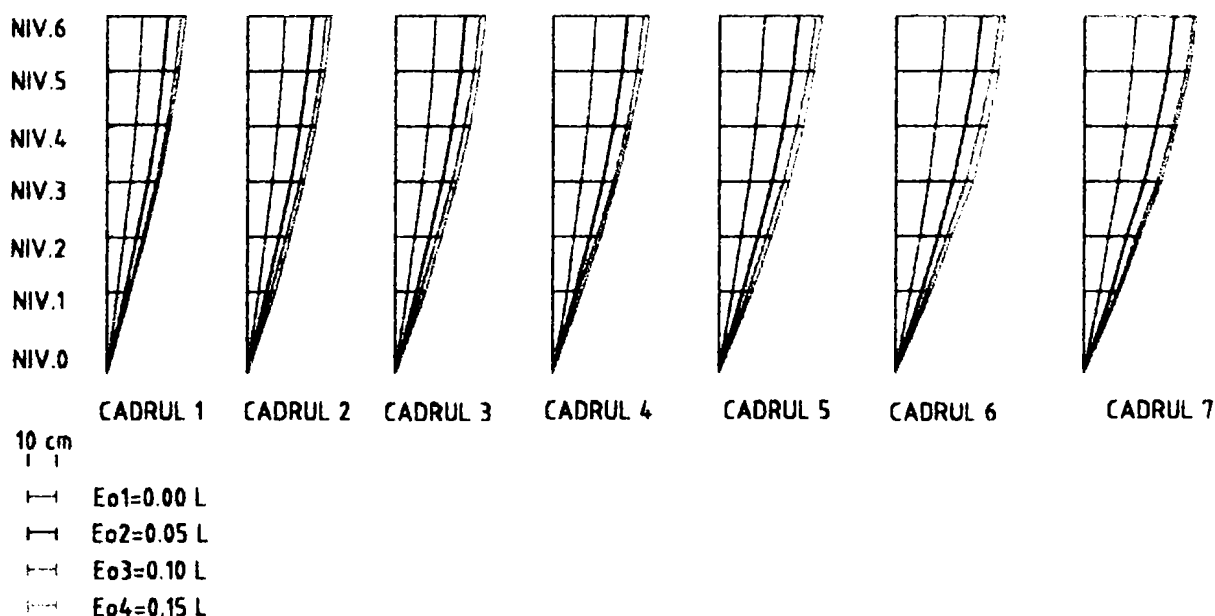


Figura 4.21. Deplasările u_y (în cm) ale nivelelor cadrelor transversale pentru:

a) $e_{0x} = 0,00 L$; b) $e_{0x} = 0,05 L$; c) $e_{0x} = 0,10 L$; d) $e_{0x} = 0,15 L$

The u_y displacements (in cm) of the transversal floors frames for:

a) $e_{0x} = 0,00 L$; b) $e_{0x} = 0,05 L$; c) $e_{0x} = 0,10 L$; d) $e_{0x} = 0,15 L$

Deplasările relative Δu_y ale nivelelor cadrului transversal 7 sunt prezentate în tabelul 4.14, iar evidențierea acestora pentru toate cadrele transversale de la 1 la 7 pentru cele patru poziții ale centrelor maselor s-a realizat în figura 4.22. Se constată o dublare a deplasărilor în cazul $e_{04x} = 0,15 L$ față de cazul acțiunii centrice.

Tabel 4.14 Deplasările relative Δu_y (în cm) ale nivelelor cadrului 7 pentru cele 4 poziții ale centrelor maselor

Nivel	STRUCTURA D			
	$e_{01x} = 0,00 L$ STRUCTURA A=D ₀	$e_{02x} = 0,05 L$ STRUCTURA A=D ₁	$e_{03x} = 0,10 L$ STRUCTURA A=D ₂	$e_{04x} = 0,15 L$ STRUCTURA A=D ₃
6	1,35	2,35	2,85	3
5	2,1	3,8	4,45	4,6
4	2,5	4,5	5,4	5,65
3	3,1	5,55	6,65	6,95
2	3,45	6,05	7,15	7,45
1	5,6	9,9	11,65	12,15

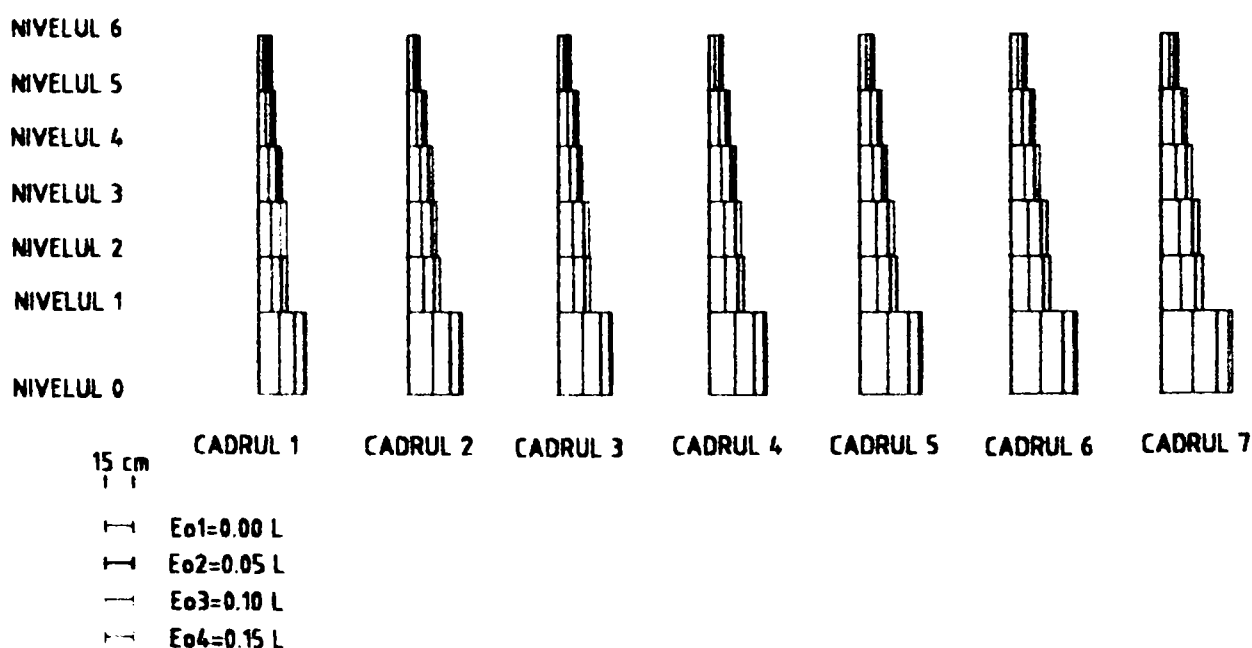


Figura 4.22. Deplasările relative ale nivelelor Δu_y (în cm) ale cadrelor transversale pentru:

a) $e_{01x} = 0,00 L$; b) $e_{02x} = 0,05 L$; c) $e_{03x} = 0,10 L$; d) $e_{04x} = 0,15 L$

The interstorey drifts of the transversal frames for:

a) $e_{01x} = 0,00 L$; b) $e_{02x} = 0,05 L$; c) $e_{03x} = 0,10 L$; d) $e_{04x} = 0,15 L$

Deplasările suprapuse ale ultimului nivel ale structurii, cu pozițiile finale ale acestora pentru cele patru valori ale excentricităților sunt redată în figura 4.23.

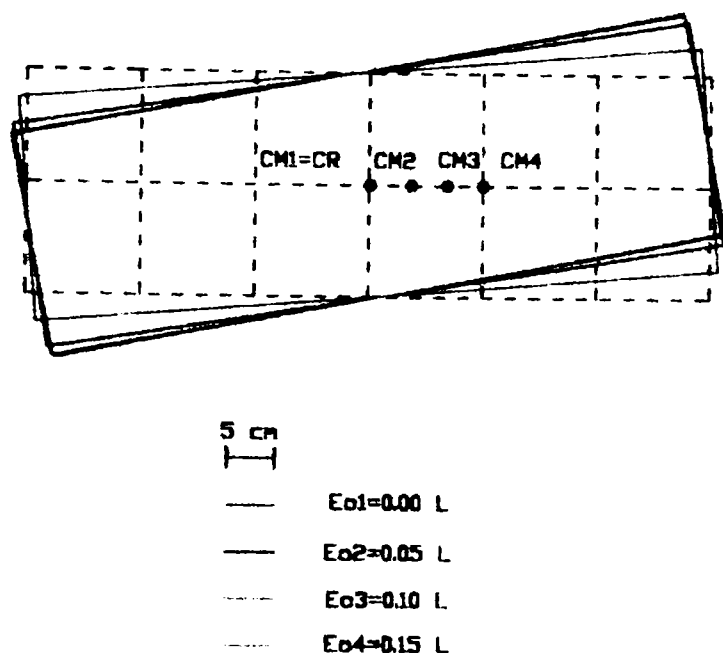


Figura 4.23. Pozițiile deplasate ale ultimului nivel pentru cele 4 poziții ale centrelor maselor
 The last floor displacements for the four locations of masses center

Valorile momentelor încovoietoare pentru stâlpul cel mai solicitat în cele 4 situații ale poziției centrului masei sunt redată în tabelul 4.15, iar diagramele de moment încovoietor pentru cadrele transversale sunt evidențiate în figura 4.23.

Se constată că în cazul unor excentricități mari ($e_{0x} = 0,10L, 0,15L$) momentele capabile sunt depășite la primul nivel al structurii.

Tabel 4.15 Valorile momentelor încovoietoare (în $kN \cdot m$) pe nivele pentru stâlpul cel mai solicitat pentru cele 4 excentricități ale forței seismice

Nivel	$e_{01x} = 0,00 L$	$e_{02x} = 0,05 L$	$e_{03x} = 0,10 L$	$e_{04x} = 0,15 L$	Momentul capabil
6	15,6	23,66	30,64	31,98	43,1
5	29,34	48,21	58,46	61,01	45,8
4	34,51	60,19	73,58	76,79	50,45
3	42,75	75,87	97,65	101,91	75,4
2	48,09	84,06	111,40	116,26	87,6
1	66,45	115,04	137,19	143,17	183,0
0	128,08	224,2	265,40 *	276,90 *	245,9

* Momente capabile depășite

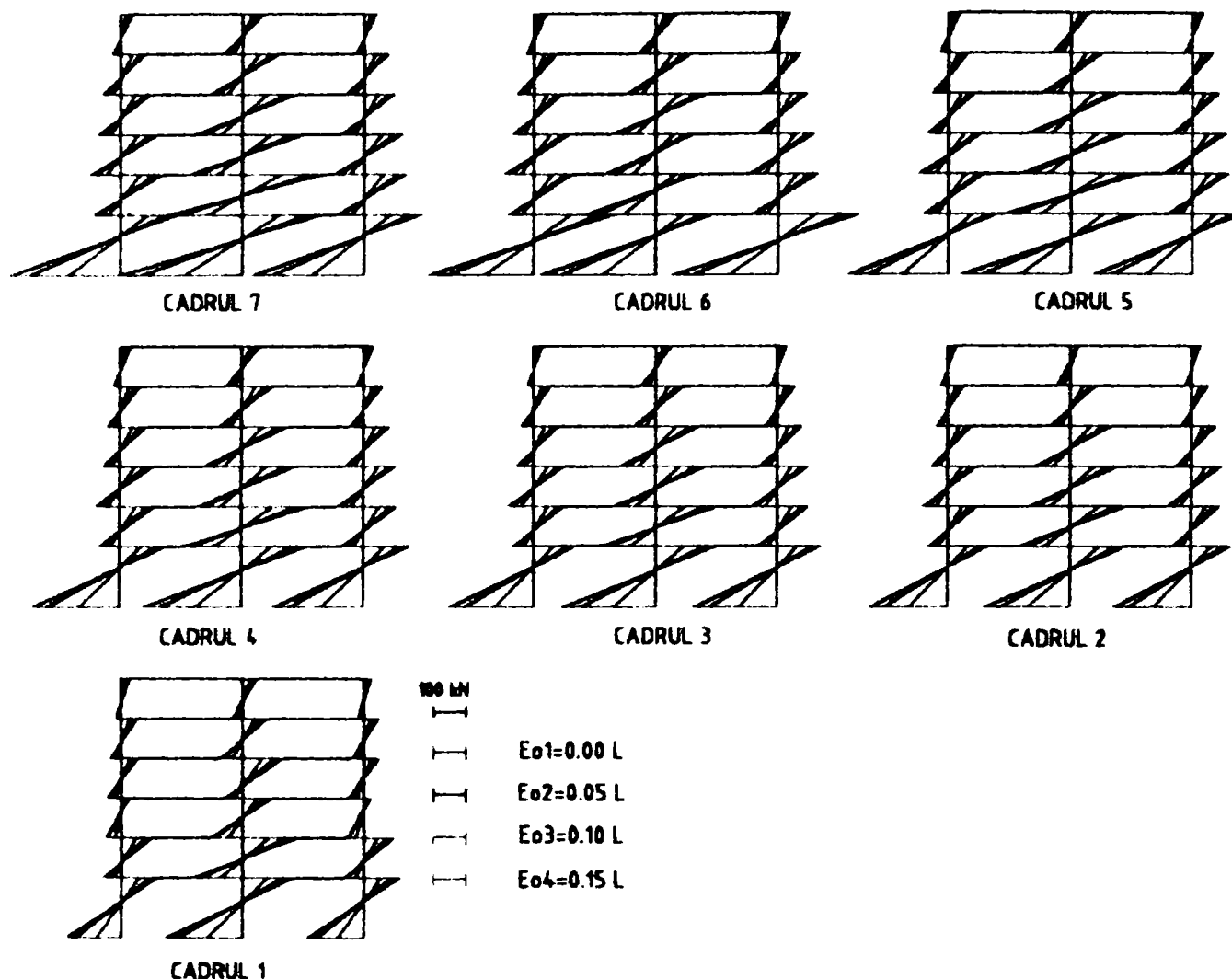


Figura 4.24. Diagramele de moment încovoietor (în $kN \cdot m$) pentru cele 7 cadre transversale în cele 4 situații: a) $e_{o1x} = 0,00 L$; b) $e_{o2x} = 0,05 L$; c) $e_{o3x} = 0,10 L$; d) $e_{o4x} = 0,15 L$

Diagrams of torsion moment (in $kN \cdot m$) for the seven transversal frames, in four situations:

a) $e_{o1x} = 0,00 L$; b) $e_{o2x} = 0,05 L$; c) $e_{o3x} = 0,10 L$; d) $e_{o4x} = 0,15 L$

4.6. Dispunerea asimetrică a zidărilor de compartimentare. Structura B

Studiile privind efectul panourilor de umplură ocupă un loc important în dezvoltarea metodelor de calcul pentru structurile din beton armat, metode care, până în prezent, în marea lor majoritate neglijează efectul acestora.

Panourile de zidărie pot avea un efect negativ, în structură apărând torsiuni importante, dacă dispunerea este nesimetrică.

În calcul s-a luat structura A, care la nivelele curente s-a compartimentat prin pereți de zidărie de cărămidă având distribuția din figura 4.25.

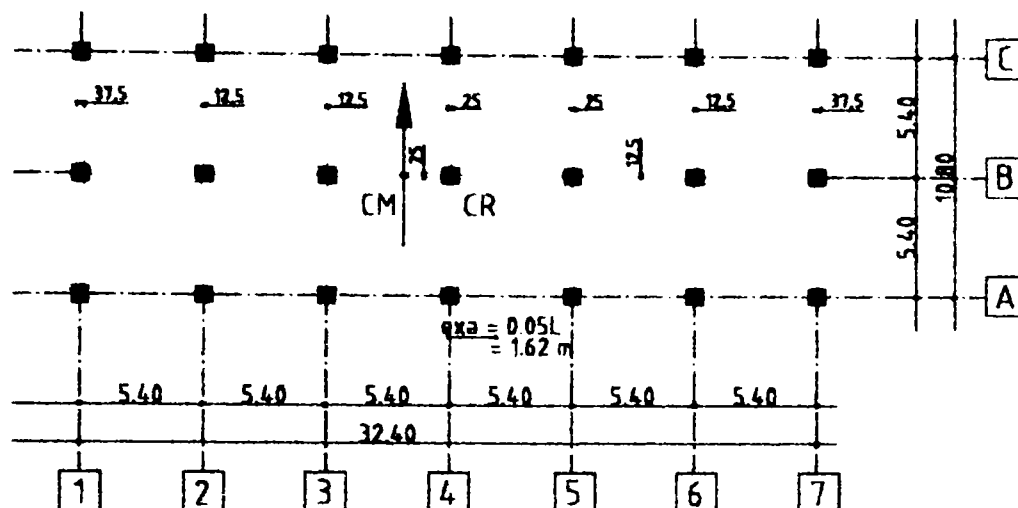


Figura 4.25 Distribuția neregulată a panourilor de umplură – plan nivel curent
Irregular distribution of infilled panels – curent floor plan

Distribuția neregulată, în special în ceea ce privește grosimea pereților (la exterior 37,5 cm, în interior între apartamente și casa scării 25 cm și în interiorul apartamentelor de 12,5 cm) s-a introdus în calcule prin variația ariilor diagonalelor echivalente, după metoda prezentată în paragraful 3 c al capitolului 3.

Calculul pentru structura mai sus menționată s-a făcut pentru cele două stări limită, starea limită de serviciu și starea limită de avarie.

În starea limită de serviciu se consideră:

- zidării nefisurate;
- stâlpi și grinzi nefisurați;
- $K_s = 0,12$.

În starea limită de avarie:

- zidăriile sunt fisurate;
- stâlpii și grinzile sunt fisurați;
- $K_s = 0,16$.

Modelând astfel structura, se obțin următoarele rezultate ale deplasărilor nodurilor axelor marginale și de mijloc ale cadrelor transversale pe direcția y:

Tabel 4.16 Dispunerea asimetrică a zidăriilor – deplasări u_y (în cm) – S.L.S. și S.L.A.

NIVEL	CADRUL 1		CADRUL 4		CADRUL 7	
	S.L.S.	S.L.A.	S.L.S.	S.L.A.	S.L.S.	S.L.A.
1	0,95	5,95	0,8	4,9	0,65	3,95
2	1,55	9,65	1,3	8	1,05	6,45
3	2,05	13,1	1,75	10,9	1,45	8,95
4	2,55	15,9	2,15	13,25	1,75	11
5	2,95	18,2	2,5	15,15	2	12,5
6	3,2	19,7	2,7	16,35	2,2	13,5

Așa cum rezultă din tabel se poate vedea și în figura 4.26 că deplasările nivelelor structurii sunt mult mai mari în cazul calculului în starea limită de avarie. Se observă că distribuția nesimetrică a pereților despărțitori au o importantă mare la calculul deplasărilor.

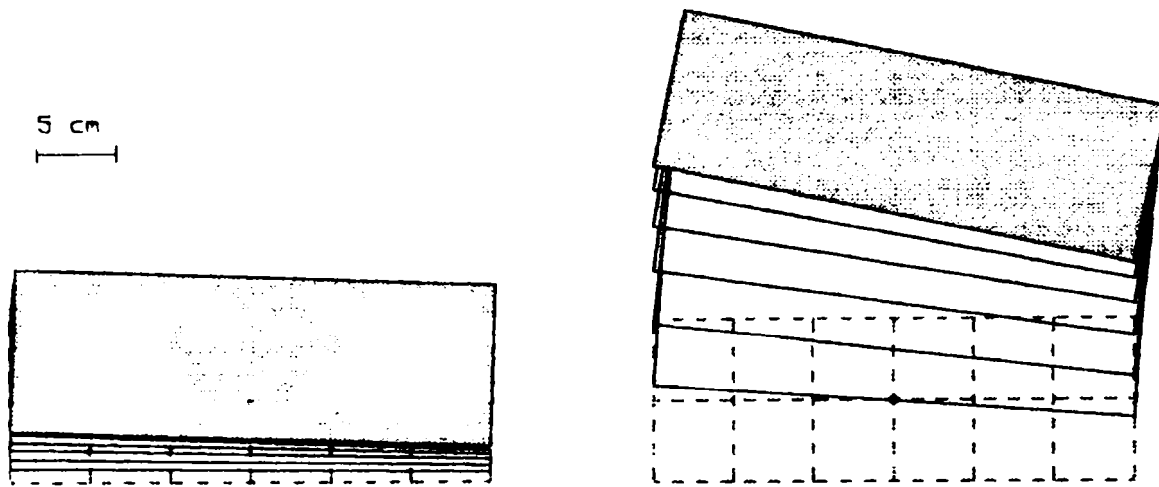


Figura 4.26 Asimetria zidărilor a) deplasările nivelelor S.L.S.

b) deplasările nivelelor S.L.A.

The asymmetry of the walls a) S.L.S. floors displacements

b) S.L.A. floors displacements

Diagramele de moment încovoietor ale celor 7 cadre transversale (fig. 4.27 a și b) pentru cele două ipoteze de calcul S.L.S. și respectiv S.L.A. evidențiază același lucru, că merită de luat în calcul și influența acestor panouri de umplură și mai ales într-o distribuție neuniformă a lor.

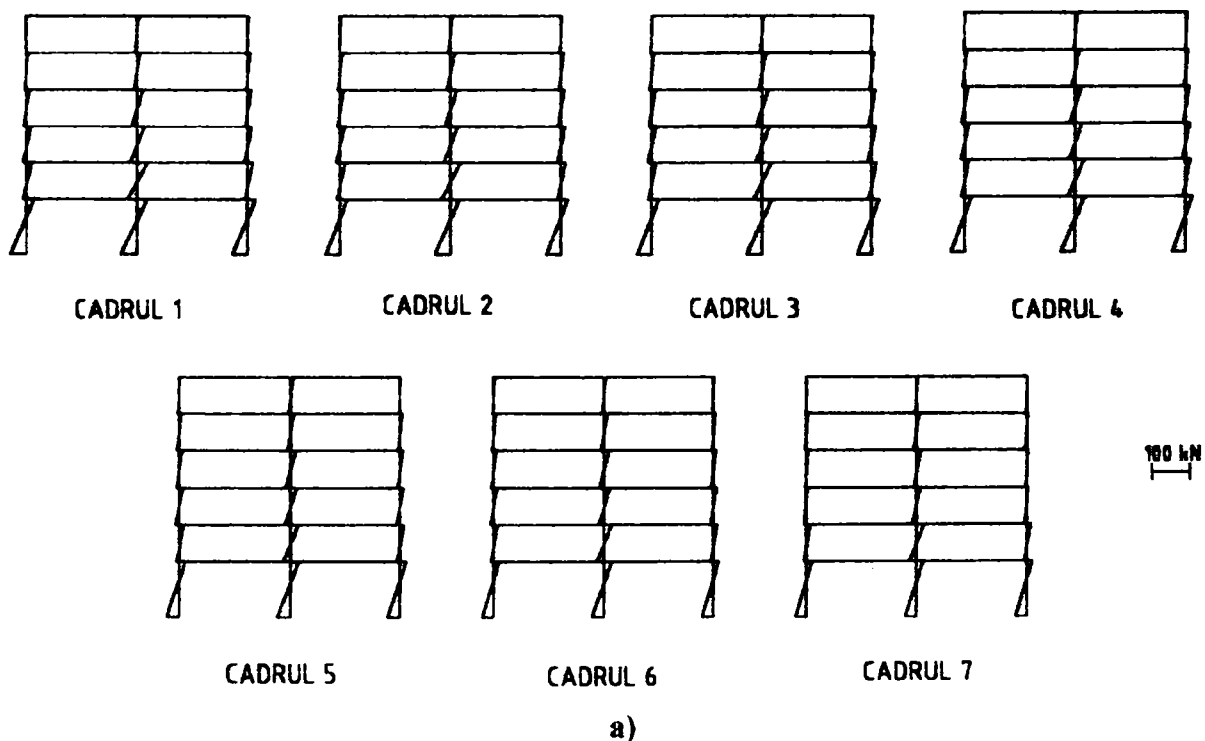


Figura 4.27 a) Diagramele momentului încovoietor – asimetria zidărilor S.L.S.

Diagram of torsion moment – S.L.S. for wall asymmetry

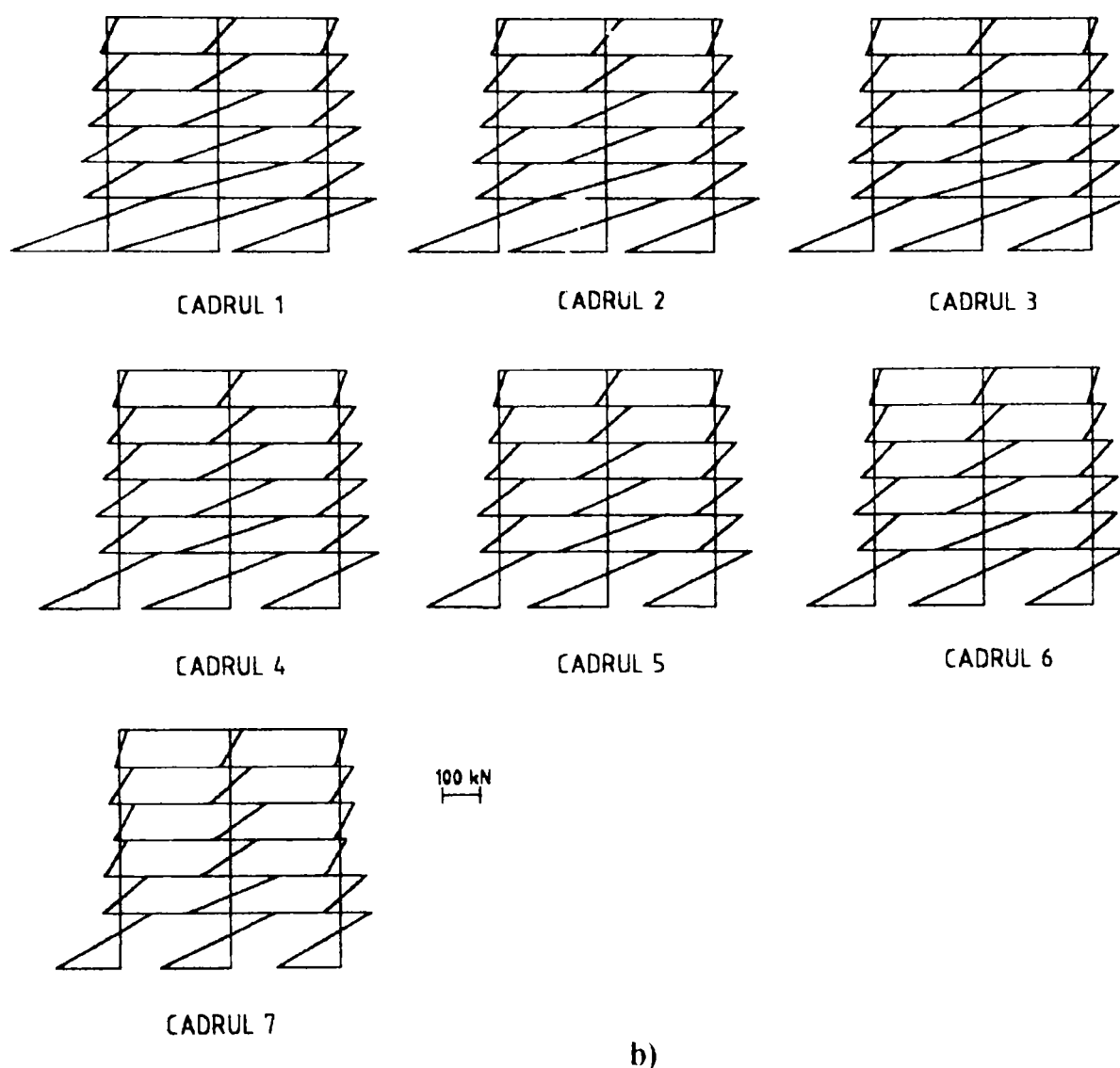


Figura 4.27 b) Diagramele momentului încovoietor – asimetria zidărilor S.L.A.
 Diagram of torsion moment – S.L.A. wall asymmetry

4.7. Goluri în planșee

4.7.1. Poziții diferite ale golurilor

Datorită unor motive funcționale este inevitabilă prevederea de goluri în planșeele structurilor, care pot avea efecte de reducere a rigidității acestora.

Lucrarea de față își propune să studieze dacă acestea trebuiesc modelate în calcule, așa încât să se țină cont de prezența lor.

În figura 4.28 sunt prezentate structurile luate în calcul. Structura de bază, cu placa planșeului compactă, s-a notat structura C_0 . Structura C_1 este cea în care lipsește un ochi de planșeu spre mijlocul acesteia. În structura C_2 , golul se deplasează cu o travee, iar în structura C_3 golul este marginal.

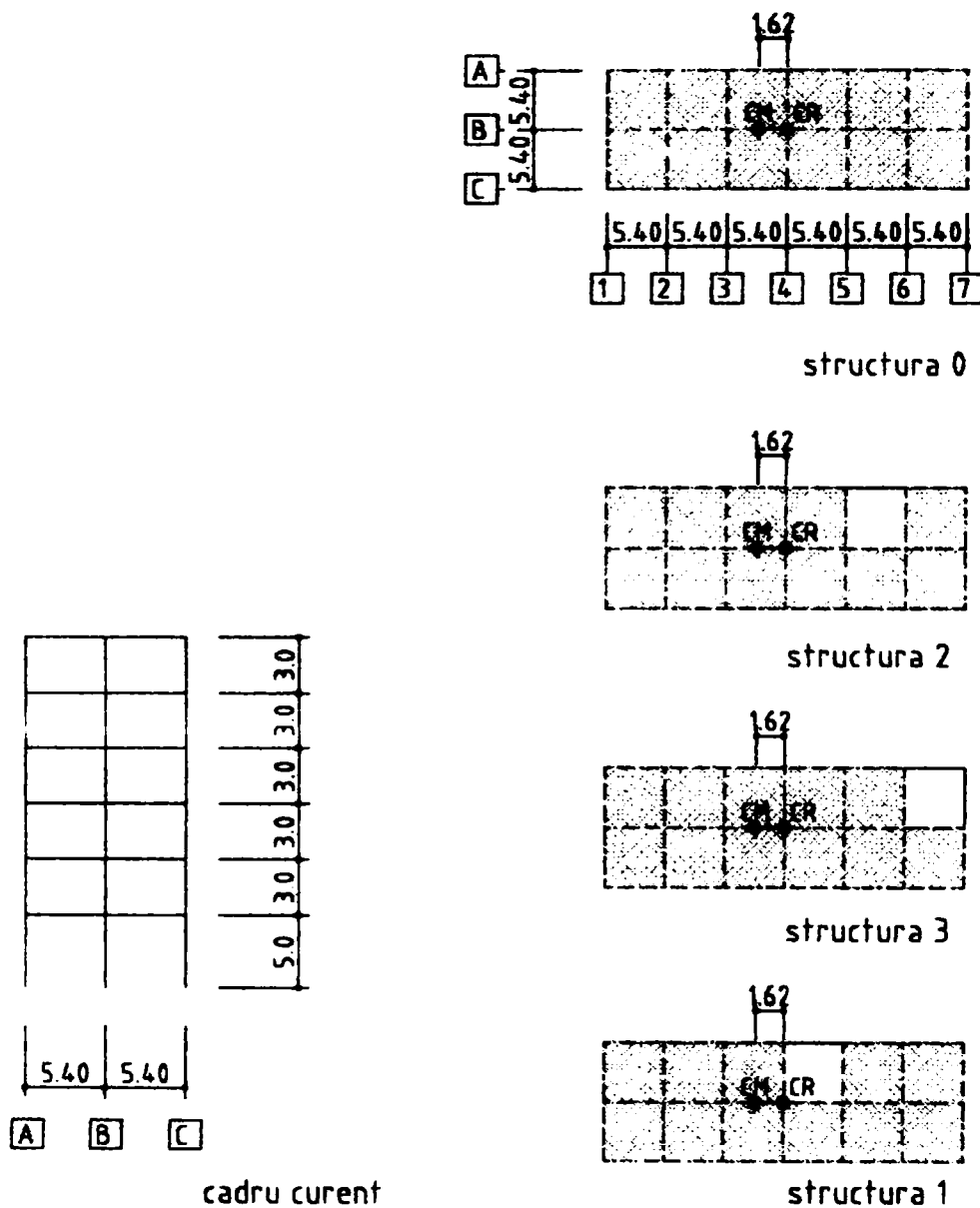


Figura 4.28 Goluri în planșee – structurile de calcul
Hollows in floors – analysed structures

Ipotezele de calcul sunt:

- stâlpi fisurați și grinzi fisurate;
- excentricitate adițională $0.05 L$;
- forța seismică se consideră orientată la un unghi de 90° , 0° și respectiv 45° față de axele A, B, C ale structurii.

În urma modelării structurii, s-au putut sintetiza valorile deplasărilor ultimului nivel pe cele două direcții inițiale x și y , prin valori ale acestora pentru cele 4 structuri și pentru cele trei orientări diferite ale forței seismice, în tabelul 4.17.

În figura 4.29 a), b) c) am vizualizat aceste deplasări, redând poziția ultimului nivel pentru cele 4 structuri în cele trei situații:

- a) – forța seismică face cu axa lungă a structurii un unghi de 0° ;
- b) – forța seismică face cu axa lungă a structurii un unghi de 45° ;
- c) – forța seismică face cu axa lungă a structurii un unghi de 90° .

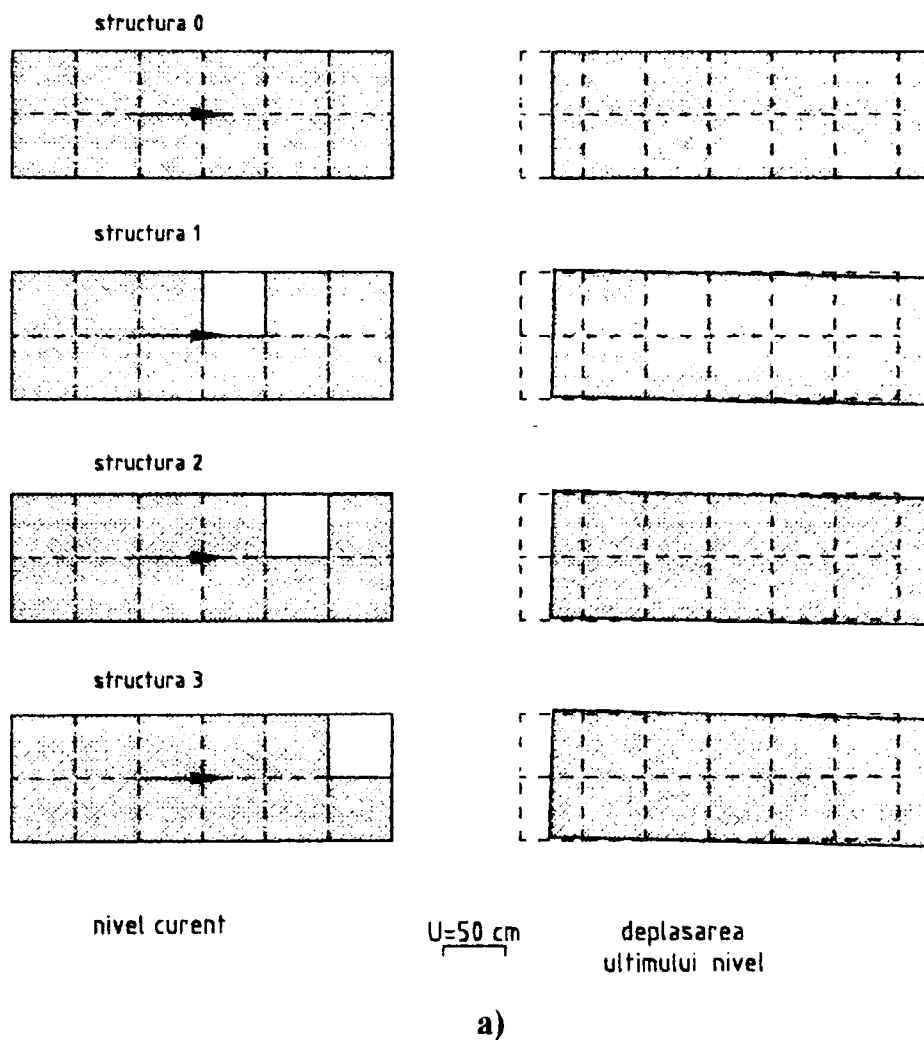


Figura 4.29 a) Deplasarea ultimului nivel pentru o forță seismică paralelă cu axa lungă
Last floor displacement for parallel to long axe seismic action

Tabelul 4.17. Deplasările u_x și u_y (în cm) a nodurilor ultimului nivel pentru structurile 0, 1, 2 și 3 când forța seismică este orientată la 0° , 45° și 90° față de axa lungă a structurii

Nod Δx	STRUCTURA C0						STRUCTURA C1						STRUCTURA C2						STRUCTURA C3					
	0		45		180		0		45		180		0		45		180		0		45		180	
	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y
A1	5,11	0	4,07	5,40	0,50	6,43	4,98	0,49	4,00	5,48	0,58	6,61	5,00	0,45	4,03	5,65	0,67	6,81	5,01	0,60	4,06	5,76	0,73	6,91
C1	5,11	0	4,07	5,40	0,50	6,43	5,28	0,49	4,26	5,48	0,81	6,61	5,25	0,45	4,26	5,65	0,93	6,81	5,26	0,60	4,32	5,76	1,13	6,91
A4	5,11	0	4,07	4,43	0,50	5,26	4,98	0,36	4,00	4,24	0,58	5,10	5,00	0,39	4,03	4,20	0,67	5,03	5,01	0,57	4,06	4,17	0,73	4,97
C4	5,11	0	4,07	4,43	0,50	5,26	5,28	0,36	4,27	4,24	0,81	5,10	5,25	0,39	4,26	4,20	0,93	5,03	5,26	0,57	4,32	4,17	1,13	4,97
A5	5,11	0	4,07	4,13	0,50	4,90	4,98	0,52	4,00	3,87	0,58	4,66	5,00	0,51	4,03	3,77	0,67	4,52	5,01	0,69	4,06	3,71	0,73	4,41
C5	5,11	0	4,07	4,13	0,50	4,90	5,28	0,52	4,26	3,88	0,81	4,66	5,25	0,51	4,26	3,77	0,94	4,52	5,26	0,69	4,32	3,71	1,13	4,41
A6	5,11	0	4,07	3,84	0,50	4,58	4,98	0,70	4,00	3,55	0,58	4,26	5,00	0,66	4,03	3,39	0,67	4,08	5,01	0,69	4,06	3,30	0,73	3,95
C6	5,11	0	4,07	3,84	0,50	4,58	5,27	0,70	4,26	3,55	0,82	4,26	5,25	0,66	4,26	3,39	0,94	4,08	5,26	0,69	4,32	3,31	1,13	3,95
A7	5,11	0	4,07	3,57	0,50	4,28	4,98	0,90	4,00	3,27	0,58	3,92	5,00	0,83	4,03	3,08	0,67	3,73	5,01	1,00	4,05	3,00	0,73	3,60
C7	5,11	0	4,07	3,57	0,50	4,28	5,27	0,90	4,26	3,27	0,82	3,92	5,25	0,83	4,26	3,08	0,94	3,73	5,27	1,00	4,33	3,00	1,13	3,60

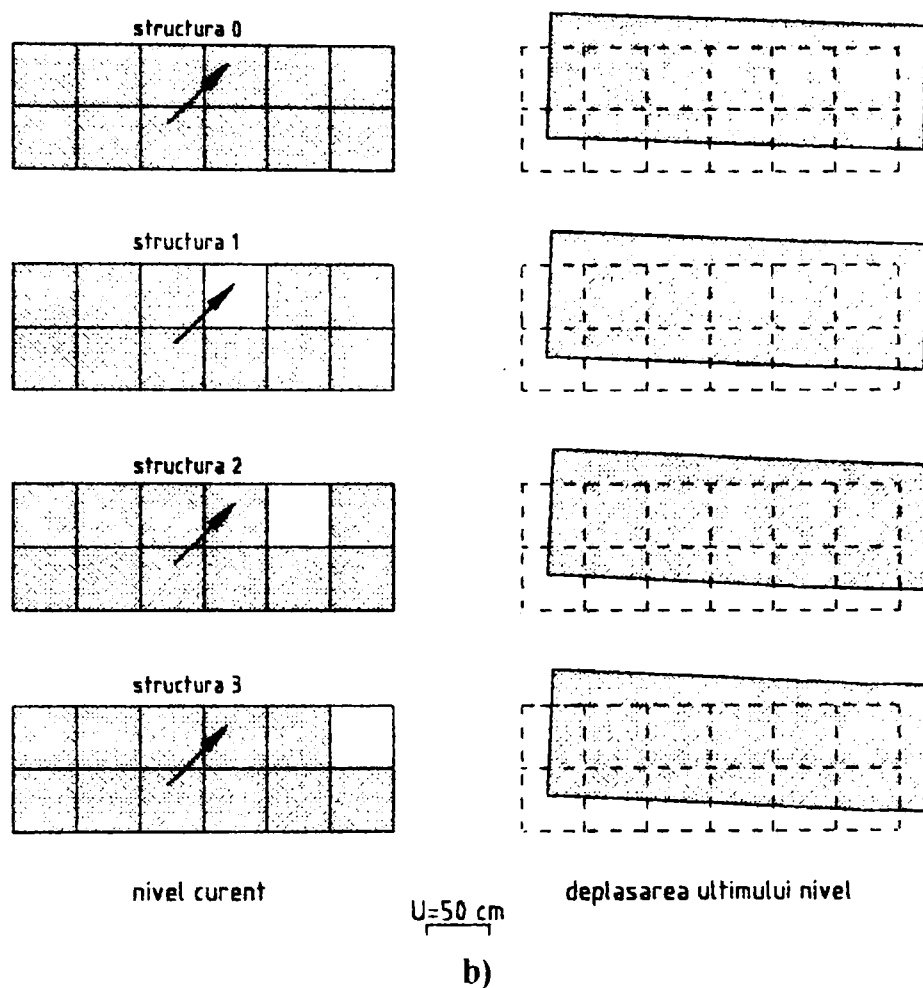


Figura 4.29 b) Deplasarea ultimului nivel pentru o forță seismică orientată la 45° față de axele structurii
Last floor displacement for seismic force directed to 45° angle to the structure axis

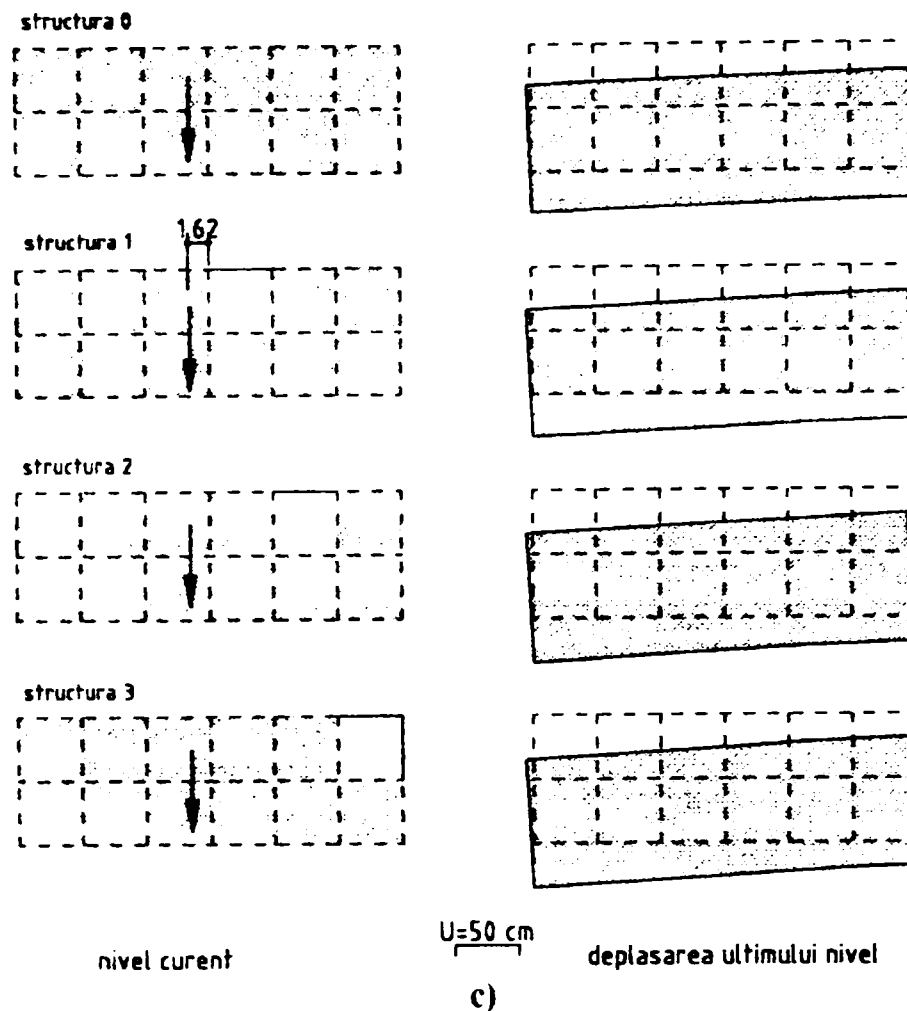


Figura 4.29 c) Deplasarea ultimului nivel pentru o forță seismică perpendiculară pe axa lungă a structurii

Last floor displacement for seismic force is perpendicularly to long axe of the structure

Făcând raportul între valorile deplasărilor pe direcțiile determinante x și y și anume raportând deplasările structurilor 1, 2 sau 3 ale structurii de bază, 0, se obțin rezultatele evidențiate în figura 4.30 a) și b) – unde s-au luat în calcul deplasările pe

- direcția y; forța seismică acționând perpendicular și respectiv paralel cu axa lungă a structurii;
- c) și d) – forța seismică acționează la 45° față de structură, iar deplasările se consideră pe direcția x respectiv pe direcția y.

Analizând rezultatele se observă că efectul golurilor este mic și poate fi neglijat.

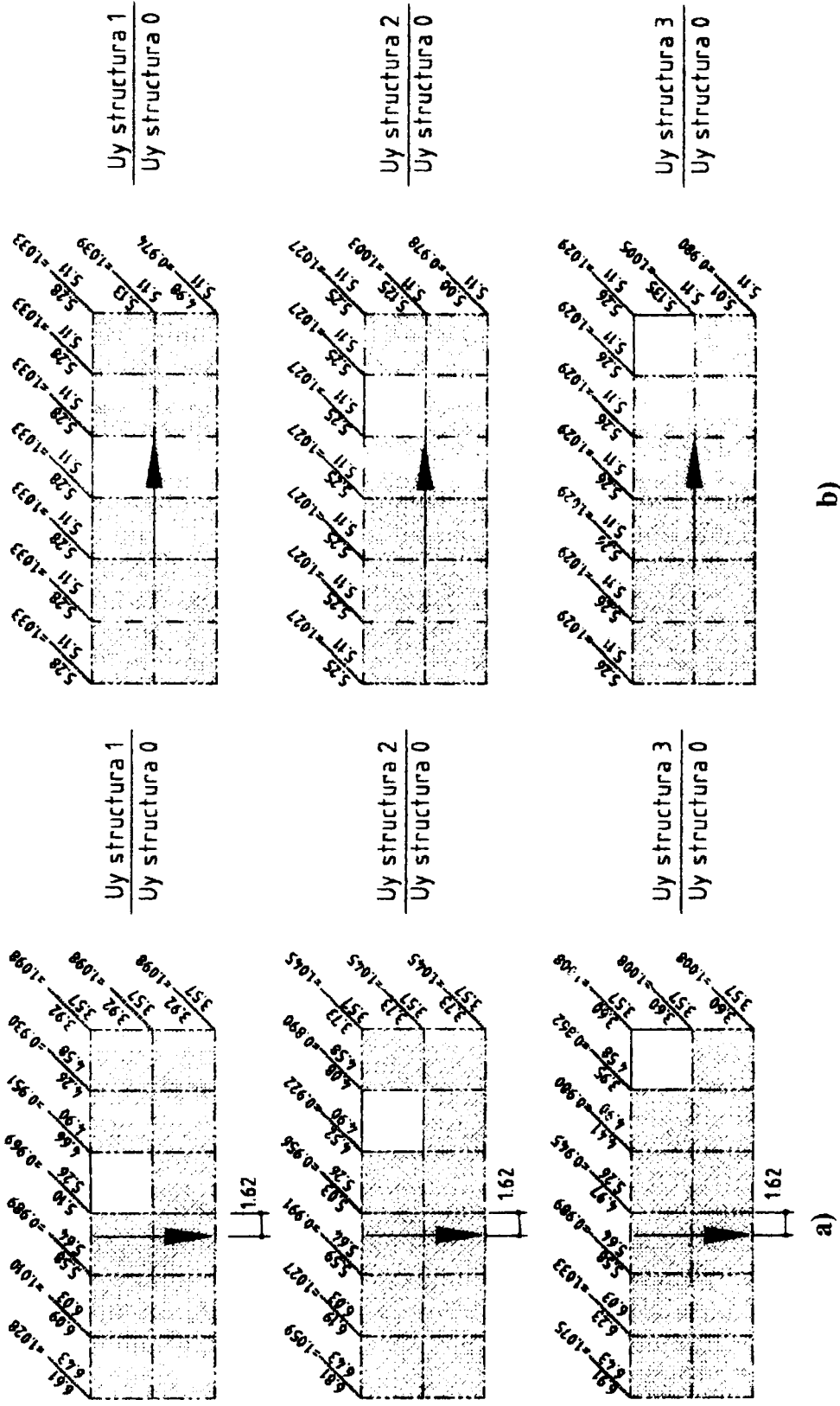


Figura 4.30 a) Raportul deplasării r nodurilor ultimului nivel pe direcția y când seismul acționează perpendicular pe structură
 b) Raportul deplasărilor nodurilor ultimului nivel pe direcția y când seismul acționează paralel cu structura
 a) Nodal displacements ratio of the last floor on y direction, when seismic force is directed perpendicular to the structure
 b) Nodal displacements ratio of the last floor on y direction, when seismic force is directed parallel to the structure

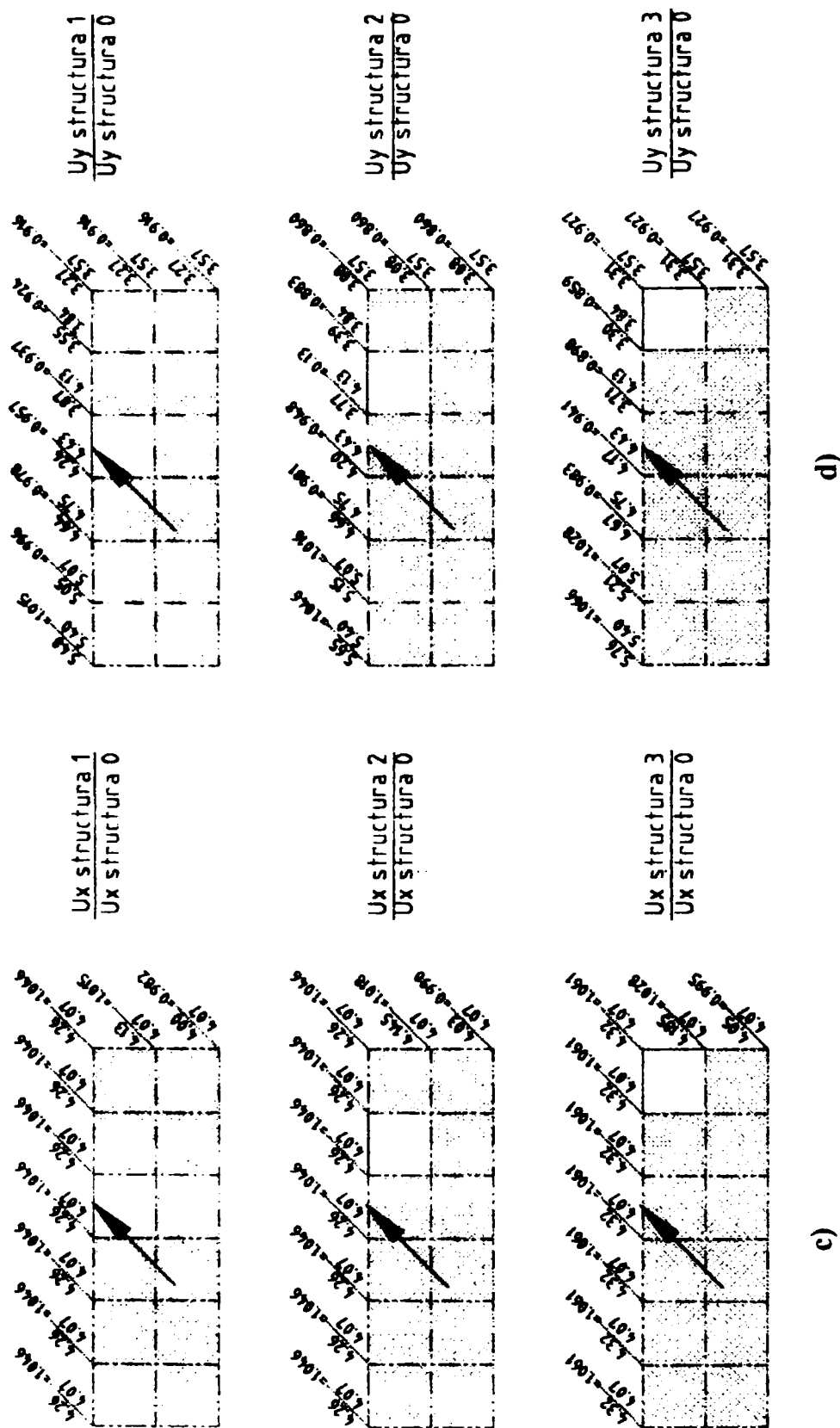


Figura 4.30 c) Raportul deplasărilor nodurilor structurii pe direcția x când seismul acționează la 45°

d) Raportul deplasărilor nodurilor structurii pe direcția y când seismul acționează la 45°

c) Nodal displacements ratio of the structure, on x direction when seismic force is directed to 45°

d) Nodal displacements ratio of the structure, on y direction when seismic force is directed to 45°

4.7.2. Flexibilitatea planșeelor cu goluri

În acest paragraf s-a verificat dacă flexibilitatea planșeelor poate fi un factor care introduce excentricități accidentale.

Pentru structura C₂ din exemplul precedent s-au considerat pe rând diferite grosimi pentru placă: $h_{pl}=1$ cm; $h_{pl}=5$ cm; $h_{pl}=10$ cm; $h_{pl}=14$ cm; $h_{pl}=20$ cm;

S-a considerat că forța seismică acționează perpendicular pe axa lungă a structurii.

În tabelul 4.18 s-au arătat valorile în cm. ale deplasărilor u_x și u_y ale nodurilor structurii de la nivelul ultim pentru cele 5 grosimi de placă studiate.

Tabel 4.18 Valorile deplasărilor ultimului nivel u_x și u_y (în cm)

h_{pl} Nod Ax	0,01		0,05		0,10		0,14		0,20	
	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y
A1	3,45	28,25	3,15	30,35	3,2	32,5	3,35	34,05	3,55	36
C1	5,85	28,25	5,1	30,35	4,8	32,5	4,65	34,05	4,6	36
A5	3,45	18,4	3,15	19,9	3,25	21,5	3,35	22,6	3,55	24
C5	5,9	18,4	5,15	19,9	4,8	21,5	4,7	22,6	4,65	24
A6	3,45	16,45	3,15	17,85	3,25	19,35	3,35	20,4	3,55	21,7
C6	5,9	16,45	5,15	17,85	4,8	19,35	4,7	20,4	4,65	21,7
A7	3,45	14,95	3,15	16,3	3,25	17,7	3,35	18,65	3,55	19,9
C7	5,9	14,95	5,15	16,3	4,8	17,7	4,7	18,65	4,65	19,9

Aceste valori s-au vizualizat în figura 4.31 unde am redat deplasările ultimului nivel ale structurii 2 pentru cele 5 grosimi de planșee diferite și totodată, suprapunând pozițiile acestora se evidențiază diferențele nesemnificative. Se observă că odată cu creșterea grosimii plăcilor (h_{pl}) datorită faptului că cește masa construcției cresc și deplasările structurii dar nu considerabil, acestea având valori comparabile la o mărire a grosimii planșeului de câte 5 cm. Astfel deplasările u_y ultimului nivel pentru $h_{pl}=20$ cm; sunt cu maximum 7,8 cm mai mari ca cele pentru $h_{pl}=1$ cm.

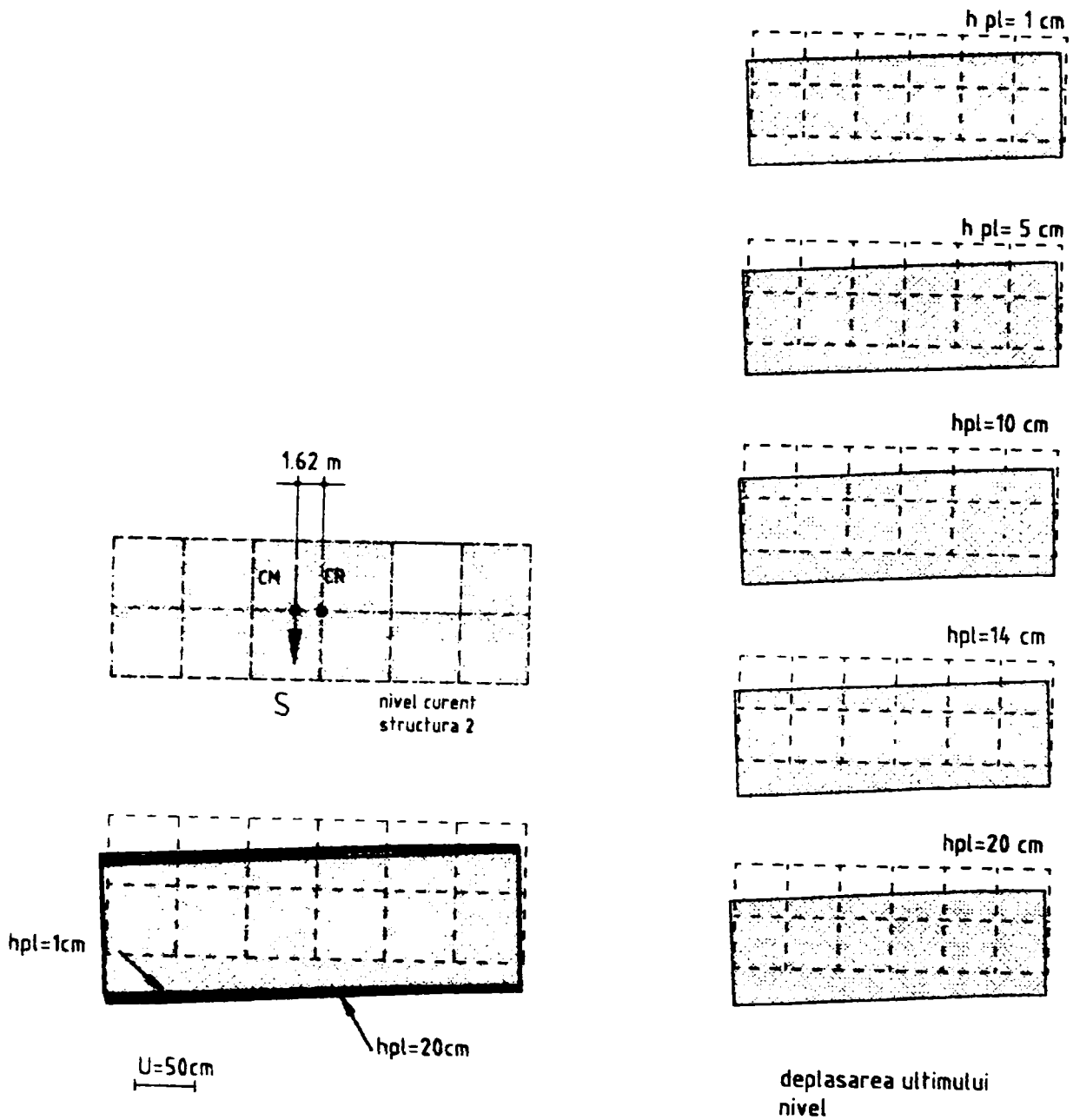


Figura 4.31 Deplasările ultimului nivel pentru structura 2 având:

$h_{pl} = 1\text{ cm}$; $h_{pl} = 5\text{ cm}$; $h_{pl} = 10\text{ cm}$; $h_{pl} = 14\text{ cm}$; $h_{pl} = 20\text{ cm}$.

Last floor displacements for structure 2 having

$h_{pl} = 1\text{ cm}$; $h_{pl} = 5\text{ cm}$; $h_{pl} = 10\text{ cm}$; $h_{pl} = 14\text{ cm}$; $h_{pl} = 20\text{ cm}$.

5

Studii parametrice privind torsiunea structurală la construcții cu asimetrie în plan

5.1. Introducere

În paragraful 3.2. s-a studiat efectul torsiunii la structurile cu asimetrie structurală și de plan.

Pentru studiul parametric s-a ales o structură în L, considerând că acest tip de construcție este cel mai semnificativ pentru construcțiile cu asimetrie de plan și structură.

Analiza parametrică se referă la:

- proiectarea la stări limită;
- influența asimetriei;
- importanța efectelor dinamice;
- mișcarea de rotație a fundațiilor.

Calculul structurilor s-a făcut cu programul de calcul SAP 05.

5.2. Descrierea structurii

a) Geometrie

Este vorba de o structură rezultată prin adăugarea de travei la structura de bază din capitolul precedent așa încât forma în plan e asemănătoare cu a literei L.

Cadrelor componente sunt ortogonale așezate la distanțe egale, de 5,40 m, pe cele două direcții. În figura 5.1 este prezentat planul unui nivel curent.

Suprafața planșeului curent este de cca 583 mp.

Grosimea plăcii planșeelor este de 14 cm.

Elevația, cu indicarea secțiunii barelor pentru un cadru transversal curent este prezentată în figura 5.2.a, iar pentru cadrele longitudinale, în figura 5.2.b.

Înălțimea de nivel a parterului este de 5,00 m, iar cea a etajelor curente este de 3,00m.

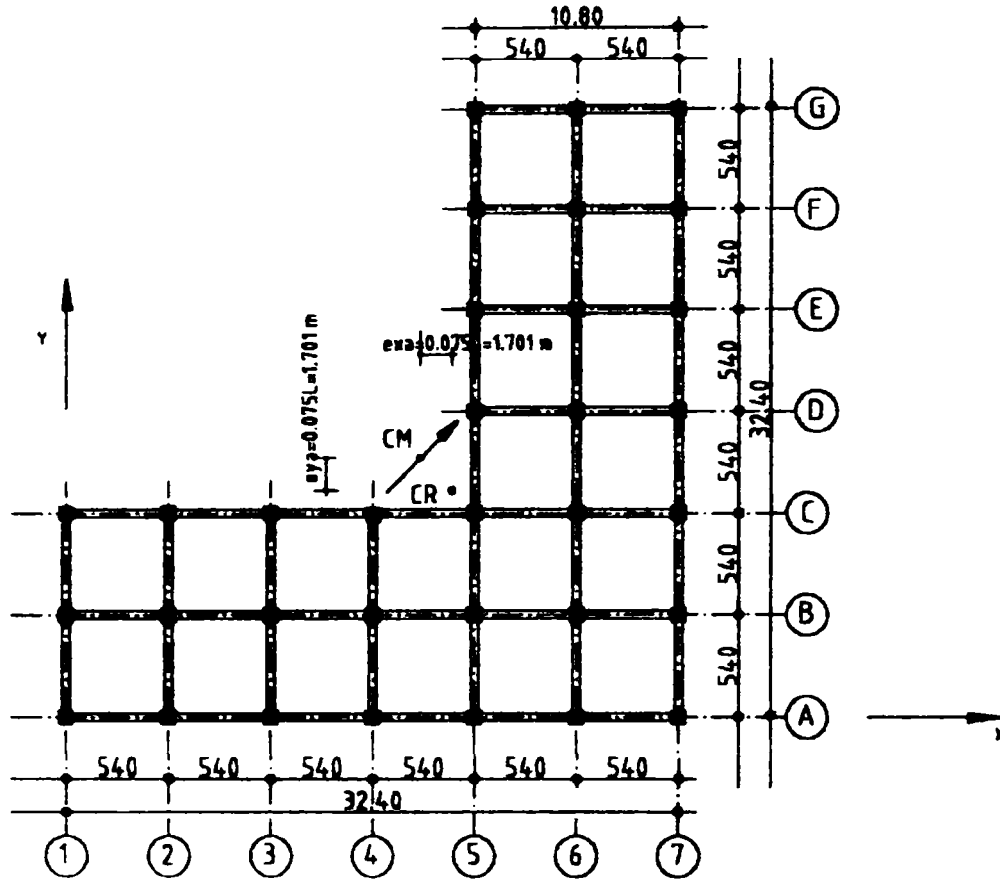


Figura 5.1 Plan nivel curent: asimetrie structurală
Current floor plan: structural asymmetry

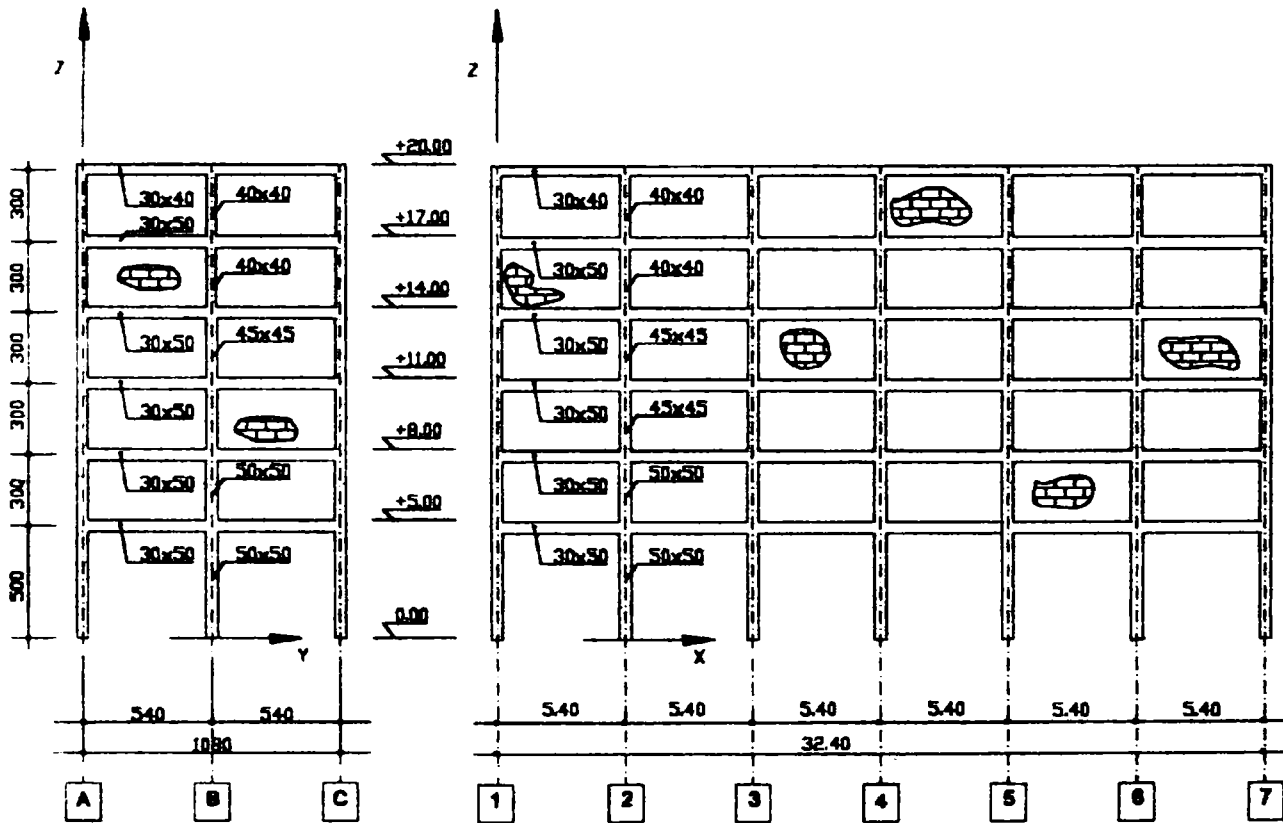


Figura 5.2.a) Cadru transversal curent (dimensiuni în cm) cu panouri de zidărie
b) Cadru longitudinal curent (dimensiuni în cm) cu panouri de zidărie
a) Infilled transversal frame (cm)
b) Infilled longitudinal frame (cm)

Grinzile longitudinale și transversale au secțiunea transversală de 30 x 50 cmp, iar la ultimul nivel 30 x 40 cmp. Stâlpii au secțiuni variabile de la 50 x 50 cmp la parter până la 40 x 40 cmp la nivelul ultimului planșeu.

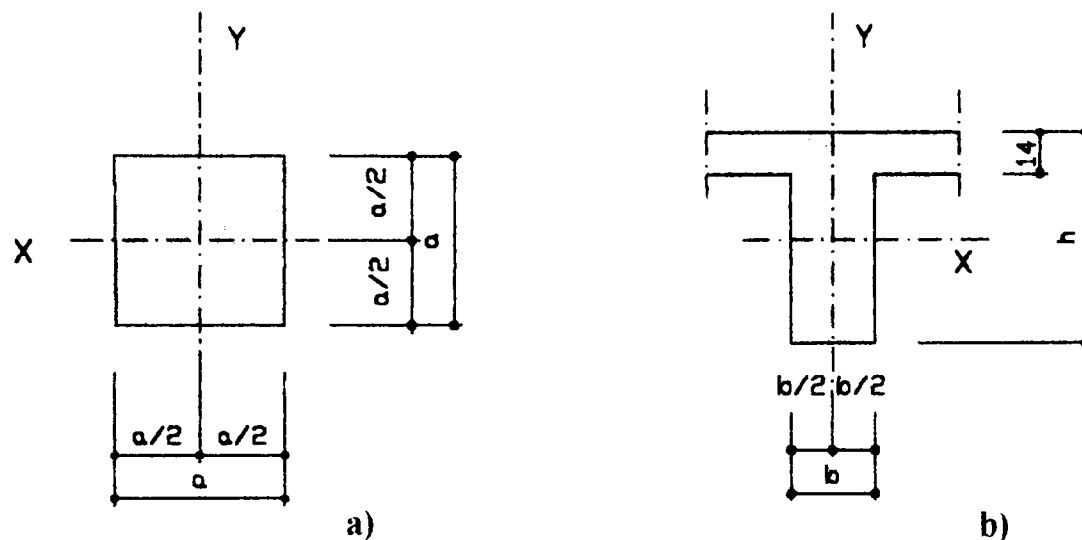


Figura 5.3. a) Secțiune transversală prin stâlp

a) Transversal column cross - section

b) Secțiune transversală prin grindă

b) Transversal beam cross - section

Caracteristicile geometrice ale secțiunilor transversale ale elementelor structurale (grinzi, stâlpi) figurate în fig.5.3. se pot urmări în tabelul 5.1., aceasta fiind date atât pentru elementele fisurate cât și pentru cele nefisurate, în funcție de starea limită în care se face calculul: starea limită de avarie sau starea limită de serviciu.

Tabelul 5.1. Caracteristici geometrice pentru cele două stări limită

S.L.S. = starea limită de serviciu

S.L.A. = starea limită de avarie

ELEMENT	A [cmp]	S.L.S.			S.L.A.		
		I [cm ⁴] (element nefisurat)			I _r [cm ⁴] (element fisurat)		
		I _x	I _y	I _t	I _{xr}	I _{yr}	I _{tr}
GRINZI	30 x 50 1.500	312.500	112.500	279.450	156.250	56.250	61.479
	30 x 40 1.200	160.000	90.000	191.160	80.000	45.000	42.055
STÂLPI	50 x 50 2.500	520.833	520.833	875.000	260.416	260.416	192.500
	45 x 45 2.025	341.719	341.719	574.088	170.859	170.859	126.299
	40 x 40 1.600	213.333	213.333	358.400	106.667	106.667	78.848

Pentru momentele de inerție reduse I_r ale secțiunilor elementelor fisurate în S.L.A. s-au considerat conform analizelor din paragraful 2.2.4. următoarele valori:

Pentru momente de inerție de încovoiere:

$$I_{r,x} = 0.5I_{x,y}$$

Pentru momente de inerție de răsucire:

$$I_{r_t} = 0.22I_t$$

b) Compartimentări, închideri

Pereții exteriori (parapeți de 90 cm înălțime), fiind poziționați spre exterior se consideră că nu afectează libera deplasare a elementelor structurale în situația unei acțiuni seismice.

Pereții interiori de compartimentare sunt din zidărie de cărămidă având grosimea de 12,5 cm sau alte grosimi în funcție de ipotezele luate în calcul la fiecare studiu. Modelarea acestora s-a făcut introducând diagonale echivalente în structură după modelul prezentat în capitolul III, punctul 3.3.2.c.

c) Calitatea materialelor

Beton: Bc 20 (B 250) având $R_c = 12,5 \text{ N/mmp}$

$$R_t = 0,95 \text{ N/mmp}$$

$$E_b = 2.700 \text{ N/mmp}$$

Oțel: PC 52 cu $R_a = 3.000 \text{ N/mmp}$

$$E_a = 210.000 \text{ N/mmp}$$

d) Încărcări

Amplasamentul structurii se consideră în zona Banat Timișoara.

Încărcări statice

Valorile caracteristice ale încărcărilor statice sunt:

- pentru planșeele intermediare
 - greutate proprie: 470 daN/mp
 - greutate utilă: 200 daN/mp
- pentru acoperiș
 - greutate proprie: 720 daN/mp
 - utilă: 75 daN/mp
 - zăpadă: 125 daN/mp

Acțiuni seismice:

S-a considerat ca rezultantă a încercărilor seismice orizontale corespunzătoare direcției de mișcare considerate pentru teren și modului propriu de vibrație r . Forța tăietoare de bază este:

$$S_r = c_r \cdot G$$

conform normativului P100/1992, unde

$$c_r = \alpha \cdot K_s \cdot \beta_r \cdot \psi \cdot \varepsilon_r$$

în care:

- c_r este coeficientul seismic global corespunzător modului de vibrație "r";
- G , rezultanta încărcărilor gravitaționale pentru întreaga structură;
- α , coeficient de importanță a construcției considerând clasa III de importanță pentru această structură;
- β_r , coeficient de amplificare dinamică în modul "r" de vibrație, funcție de compoziția spectrală a mișcării seismice în amplasament (vezi fig.5.4.);

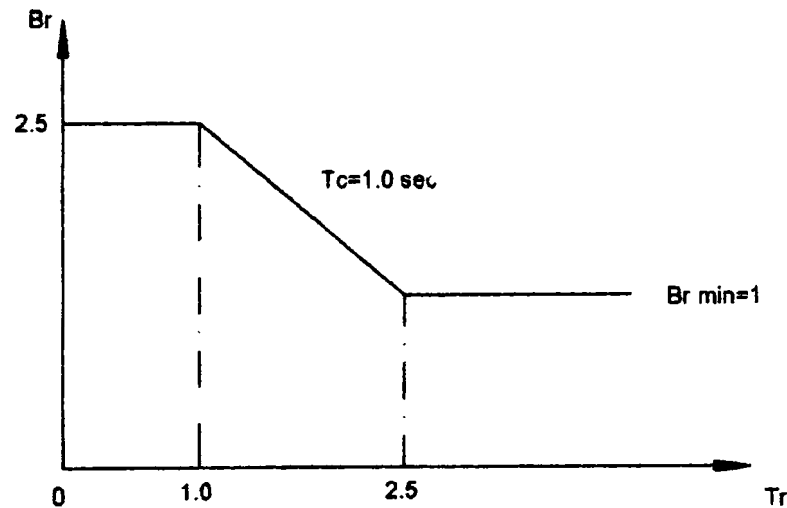


Figura 5.4 Variația coeficientului de amplificare $\beta_r = f(T_r)$ pentru spectrul Banat – Timișoara (P100/1992)

The variation amplification coefficient for $\beta_r = f(T_r)$ for Banat – Timișoara spectrum (P100/1992)

ψ – coeficient de reducere a efectelor acțiunii seismice ținând seama de ductilitatea structurii, de capacitatea de distribuție a eforturilor, de ponderea cu care intervin rezervele de rezistență neconsiderate în calcul, precum și de efectele de amortizare a vibrațiilor, altele decât cele asociate structurii de rezistență, pentru structura considerată $\psi = 0,25$;

ε_r – coeficientul de echivalență între sistemul real și un sistem cu un grad de libertate corespunzător modului propriu;

K_s – coeficient funcție de zona seismică de calcul a amplasamentului (conform P100/1992) și funcție de starea limită de calcul (conform tab. 1.2.)

$K_s = 0,12$ – pentru starea limită de serviciu

$K_s = 0,16$ – pentru starea limită de avarie

$K_s = 0,24$ – pentru starea limită ultimă,

ținând cont că structura se află amplasată în zona seismică D, conform P100/1992;

T_r – perioada oscilațiilor proprii ale construcției ;

T_c – perioada de colț.

Forța seismică va acționa cu excentricitatea adițională $e_a = 1,62$ m, calculată conform normativului P100/1992:

$e_a = 0,075 L$ pe direcțiile x și y unde $L =$ latura cea mai lungă a clădirii.

e) Perioade proprii de vibrație

Pentru structura luată în calcul se consideră 9 moduri de vibrație, ale căror perioade proprii sunt întabelate, în funcție de structurile și de modurile acestora de solicitare considerate în paragrafele următoare.

Structura A_4 – este studiată în paragraful 5.3, fiind structura de bază solicitată la acțiuni seismice în starea limită de serviciu S.L.S. și starea limită de avarie S.L.A.

Structura A – este studiată în paragraful 5.4 și se referă la structura de bază A_4 , obținută din structura lamelară A din capitolul precedent, căreia i se adaugă pe rând câte un cadru cu două deschideri, așa încât se obțin structurile intermediare A_1, A_2, A_3 și în final A_4 .

Calculul acestora s-a făcut în starea limită de avarie.

Tabelul 5.2 centralizează modul de abordare a calculului pentru fiecare structură.

Examinând modificările perioadelor de vibrație (cuprinse în tabelul 5.3) pentru structurile studiate se constată:

- o creștere importantă (de circa 2,0÷2,2 ori) dacă se consideră structura fisurată, ceea ce înseamnă o reducere a acțiunilor seismice;
- distribuția asimetrică a elementelor structurale modifică semnificativ valorile perioadelor de vibrație, astfel acestea pentru structurile $A_0 ÷ A_4$ cresc de la cadrele A_0 la A_2 și apoi scad spre structura A_4 .

Tabelul 5.2. Caracteristicile cadrelor studiate în capitolul 5

Structura	Starea limită	Starea elementelor structurale	Dispunerea elementelor structurale	Dispunerea elementelor nestructurale
A_0	S.L.A.	fisurate	simetrică	simetrică
A_1	S.L.A.	fisurate	asimetrică	simetrică
A_2	S.L.A.	fisurate	asimetrică	simetrică
A_3	S.L.A.	fisurate	asimetrică	simetrică
A_4	S.L.S.	nefisurate	simetrică	simetrică
	S.L.A.	fisurate	simetrică	simetrică

Tabelul 5.3. Perioadele proprii de vibrație ale structurilor studiate în capitolul 5

Modul de vibrație	STRUCTURA					
	A ₀	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	
1*	1,723	2,278	2,948	2,701	0,931	2,617
2**	1,647	2,052	2,602	2,413	0,827	2,348
3***	1,515	1,893	2,351	2,209	0,761	2,158
4*	0,569	0,748	0,972	0,885	0,314	0,862
5**	0,550	0,675	0,859	0,795	0,280	0,778
6***	0,498	0,624	0,776	0,730	0,256	0,717
7*	0,315	0,410	0,535	0,484	0,231	0,471
8**	0,306	0,373	0,478	0,439	0,184	0,430
9***	0,280	0,349	0,434	0,406	0,178	0,399

* Vibrație după axa y

** Vibrație după axa x

*** Vibrație de răsucire

5.3. Proiectarea la stări limită

5.3.1. Proiectarea la starea limită de serviciu (S.L.S.)

Așa cum s-a mai arătat anterior, S.L.S. corespunde acțiunilor de mică intensitate dar cu frecvență mare. Construcția nu trebuie să sufere nici un fel de degradări la elementele portante, iar la cele portante avariile pot fi minore.

Pentru structura din figura 5.5.a, b, c se consideră:

- grinzi și stâlpi, elemente nefisurate;
- pereți din zidărie de cărămidă nefisurați;
- excentricitate adițională 0,075 L pe direcțiile x și y (conform P100/1992), unde L este cea mai lungă latură;
- $K_s=0,12$;
- $\psi = 1,0$.

Având o structură ordonată și dimensionând-o în așa fel încât să se comporte elastic, nu se produc avarii nici la structură, nici la panourile de umplutură. Modelarea

acestor panouri de umplură s-a făcut înlocuindu-le cu diagonale echivalente, ca în paragraful 4.3.1 al capitolului precedent.

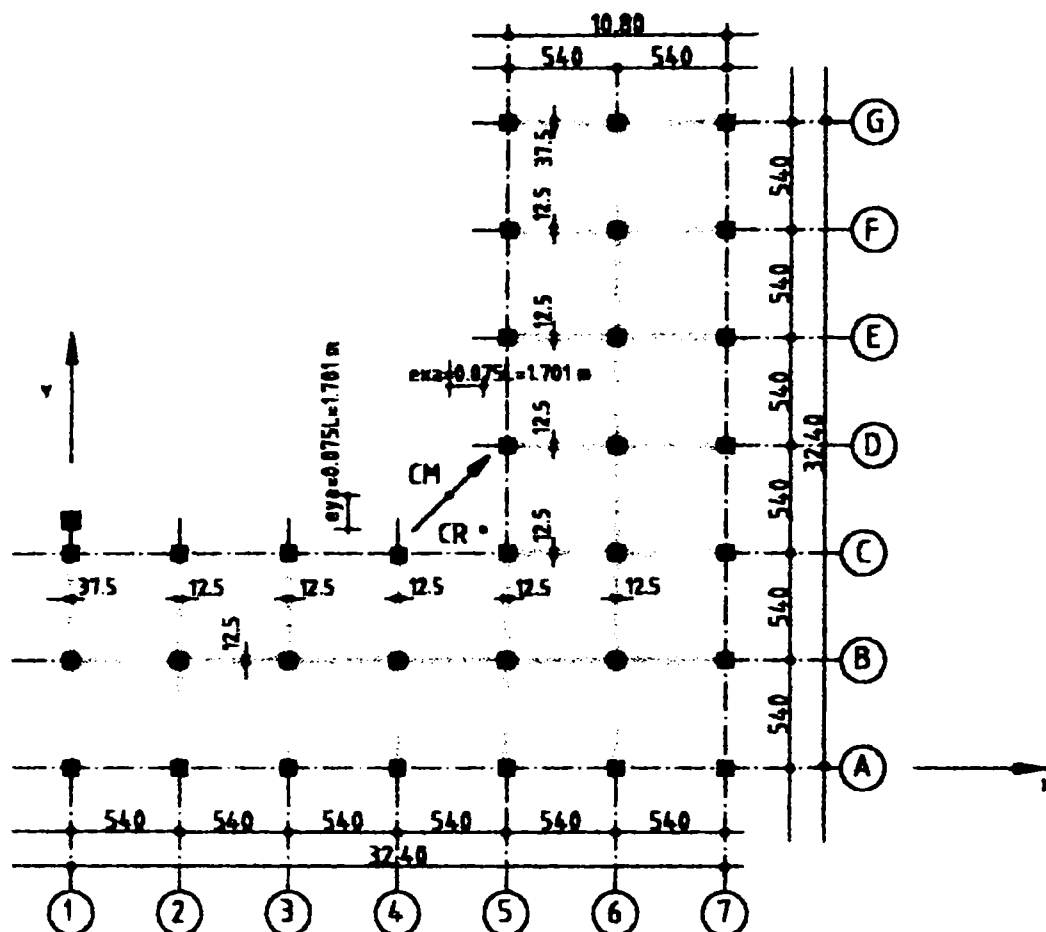


Figura 5.5. a) Plan nivel curent
a) Current floor plan

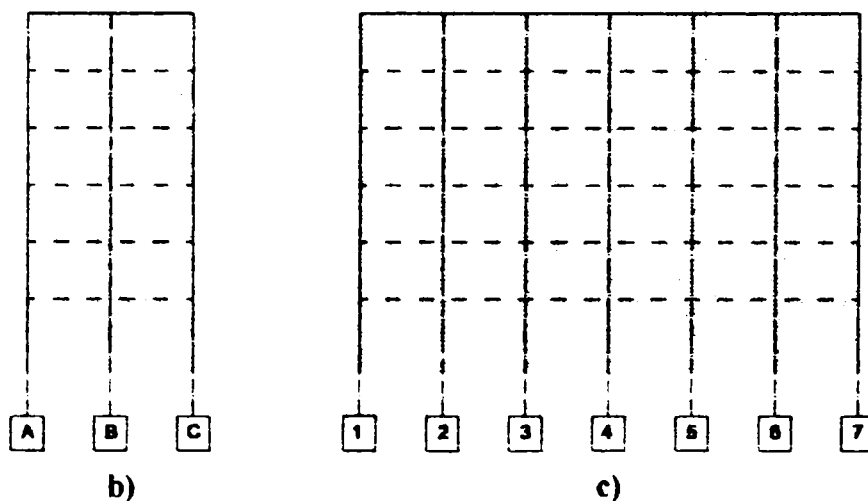


Figura 5.5. b) Cadrul transversal
b) Transversal frame
c) Cadrul longitudinal
c) Longitudinal frame

Structura astfel solicitată a fost denumită în tabelul 5.2. – structura A – S.L.S.

Modelând astfel structura se obțin următoarele rezultate ale deplasărilor nodurilor cadrelor transversale din anexele "A1" ÷ "A7" pe direcția y:

Tabelul 5.4 Deplasări u_y (în cm) (S.L.S.)

NIVEL	CADRUL						
	1	2	3	4	5	6	7
	u_y	u_y	u_y	u_y	u_y	u_y	u_y
1	2,40	2,20	2,05	1,95	1,90	1,95	2,10
2	3,95	3,55	3,25	3,05	3,00	3,05	3,25
3	5,35	4,80	4,40	4,10	4,00	4,05	4,35
4	6,50	5,90	5,40	5,05	4,90	4,95	5,20
5	7,50	6,80	6,20	5,75	5,55	5,60	5,95
6	8,20	7,40	6,75	6,25	6,00	6,05	6,35

Evidențierea grafică a acestor rezultate este realizată în figura 5.6.

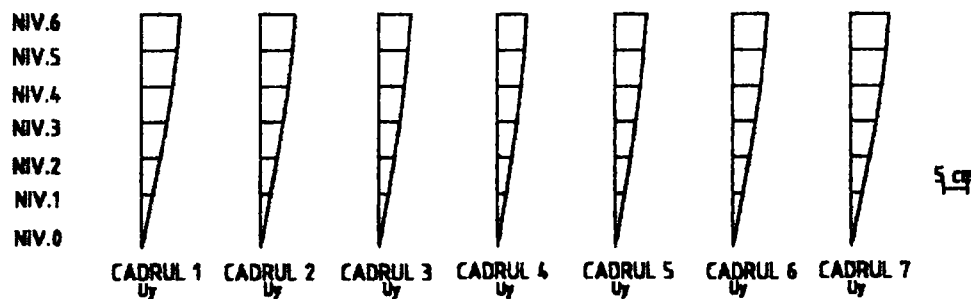


Figura 5.6 Deplasările nivelelor (S.L.S.) pe direcția y
The storey displacements (S.L.S.) for y direction

Pornind de la deplasările absolute ale nodurilor, tabelul 5.5 prezintă deplasările relative ale nivelelor structurii comparate cu cele admise de P100/1992, Δr_a , iar redarea lor grafică este arătată în figura 5.7. Se constată că aceste deplasări satisfac cerințele de deplasări relative admise.

Tabelul 5.5 Deplasări relative Δu_y (în cm) (S.L.S.)

NIVEL	CADRUL							Δr_a
	1	2	3	4	5	6	7	
	Δu_y	Δu_y	Δu_y	Δu_y	Δu_y	Δu_y	Δu_y	
1 - 0	0,48	2,20	2,05	1,95	1,90	1,95	2,10	3,50
2 - 1	0,31	1,35	1,20	1,10	1,10	1,10	1,15	2,10
3 - 2	1,40	1,25	1,15	1,05	1,00	1,00	1,10	2,10
4 - 3	1,15	1,10	1,00	0,95	0,90	0,90	0,85	2,10
5 - 4	1,00	0,90	0,80	0,70	0,65	0,65	0,75	2,10
6 - 5	0,70	0,60	0,55	0,50	0,45	0,45	0,40	2,10

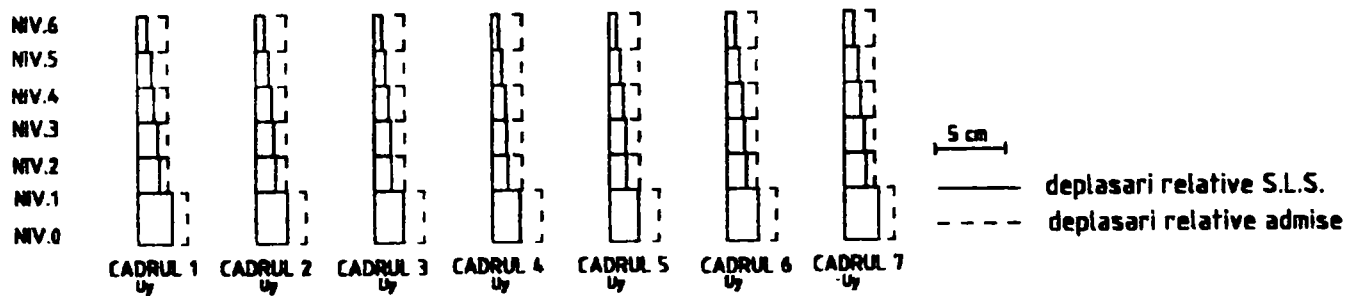


Figura 5.7 Deplasări relative de nivel (S.L.S.) Δ_{uy}
The interstorey drifts

În tabelul următor sunt prezentate valorile momentelor încovoietoare capabile și valorile maxime ale momentelor încovoietoare rezultate din acțiunea seismică, toate acestea pentru stâlpul A_1 .

Tabelul 5.6 Momente încovoietoare (în $kN \cdot m$) (S.L.S.) pentru stâlpul A_1

NIVEL	Momente încovoietoare	
	Capabile	Din încărcări
nivel 0 – 1	262,2	108,1
nivel 1 – 2	158,3	54,4
nivel 2 – 3	98,0	34,3
nivel 3 – 4	80,3	23,7
nivel 4 – 5	49,8	15,7
nivel 5 – 6	47,6	4,7

Diagramele de moment încovoietor pentru cadrele transversale de la 1 la 7 sunt prezentate în figura 5.12, alături de cele rezultate din calculul structurii în S.L.A.

De asemenea poziția finală deplasată a ultimului nivel în S.L.S. este prezentată în figura 5.11 alături de cea în S.L.A.

5.3.2. Proiectarea la starea limită de avarie (S.L.A.)

Starea limită de avariere, așa cum s-a arătat în capitolul I, corespunde seismelor de intensitate medie, dar rare. Elementele structurale și nestructurale sunt avariate total sau parțial.

Pentru aceeași structură din fig. 5.5.a., se consideră următoarele ipoteze:

- stâlpi fisurați și grinzi fisurate, cu comportare elasto-plastică;
- pereții de umplutură avariați;
- excentricitate adițională $0,075 L$ pe direcțiile x și y , conform P100/1992;
- $k_s = 0,16$ (vezi 5.2.d.);
- $\psi = 0,25$.

În cazul S.L.A. calculul structurii se face pe baza schemelor statice din figura 5.8, în care se evidențiază formarea articulațiilor plastice în structura fisurată, în timp ce panourile de umplură au cedat.

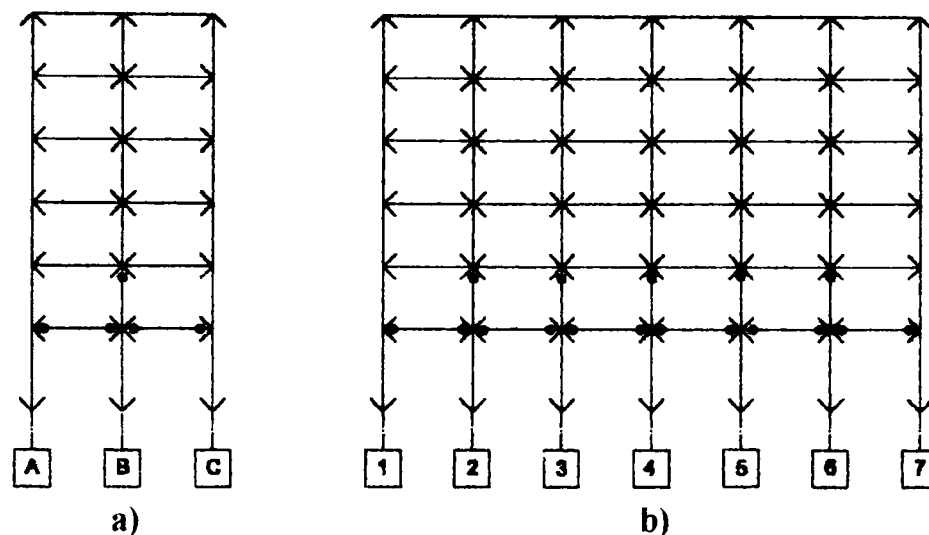


Figura 5.8 a) Cadru transversal cu panouri avariate

b) Cadru longitudinal cu panouri avariate

a) Transversal frame with damaged panels

b) Longitudinal frame with damaged panels

Se poate face, ca și în capitolul precedent un calcul elastic pentru spectrul de proiectare calibrat la acțiunile corespunzătoare stării de avarie, reduse cu coeficientul ψ .

Pentru calculul static se vor folosi momentele de inerție reduse (având în vedere că în S.L.A. elementele structurale sunt fisurate), evidențiate în tabelul 5.1.

Cu structura astfel modelată se obțin următoarele deplasări nodale ale cadrelor transversale pe direcția y :

Tabelul 5.7 Deplasări u_y (în cm) (S.L.A.)

NIVEL	CADRUL						
	1	2	3	4	5	6	7
	u_y	u_y	u_y	u_y	u_y	u_y	u_y
1	9,25	8,00	7,00	6,00	6,45	6,95	7,90
2	14,85	12,80	11,15	10,20	10,10	10,90	12,40
3	19,95	17,15	15,00	13,70	13,6	14,65	16,65
4	24,10	20,75	18,05	16,50	16,35	17,65	20,05
5	27,60	23,7	20,70	18,85	18,65	20,10	22,85
6	29,85	25,65	22,35	18,85	20,10	21,60	24,50

Evidențierea grafică a acestor rezultate se face prin reprezentarea deplasărilor u_y ale nivelurilor în S.L.A. în figura 5.9.

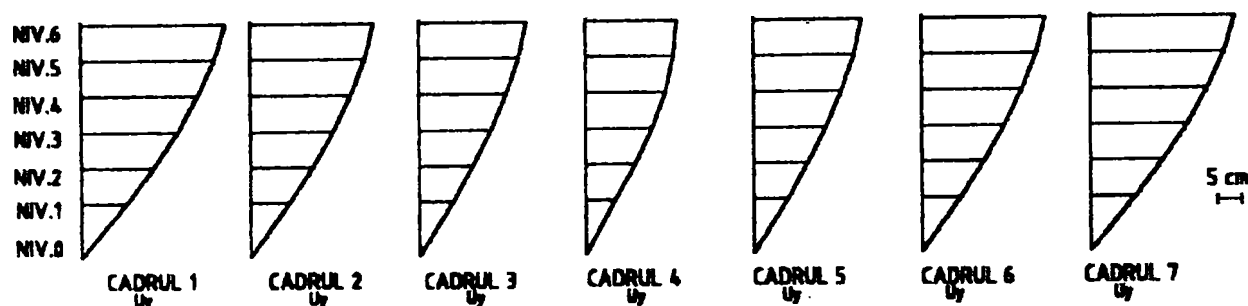


Figura 5.9 Deplasările nivelelor (S.L.A.)

The storey displacements (D.L.S.)

Pentru structura în discuție, ca și în S.L.S., în S.L.A. s-au calculat deplasările relative ale nivelelor, valorile acestora fiind comparate cu deplasările relative admise de P100/1992, Δr_a , precum și cele prescrise în literatura de specialitate pentru S.L.A., $4\Delta r_a$, centralizate în tabelul 5.7. Se constată că prevederile din P100/1992 nu pot fi satisfăcute în această stare limită. În schimb valorile mai mari admise în literatura de specialitate pentru S.L.A. sunt satisfăcute.

Tabelul 5.8 Deplasări relative Δu_y (în cm) (S.L.A.)

CADRUL NIVELE	1	2	3	4	5	6	7	Δr_a	$4\Delta r_a$
	Δu_y	Δu_y	Δu_y	Δu_y	Δu_y	Δu_y	Δu_y	Δu_y	
1 - 0	9,25	8,00	7,00	6,00	6,45	6,95	7,90	3,50	14,00
2 - 1	5,60	4,80	4,15	4,20	3,65	3,95	4,50	2,10	8,40
3 - 2	5,15	4,35	3,85	3,50	3,50	3,75	4,25	2,10	8,40
4 - 3	4,15	3,60	3,05	2,80	2,75	3,00	3,40	2,10	8,40
5 - 4	3,50	2,95	2,65	2,35	2,55	2,45	2,80	2,10	8,40
6 - 5	2,25	1,95	1,65	0,00	1,45	1,50	1,65	2,10	8,40

Prezentarea acestor deplasări relative este făcută în figura 5.10.

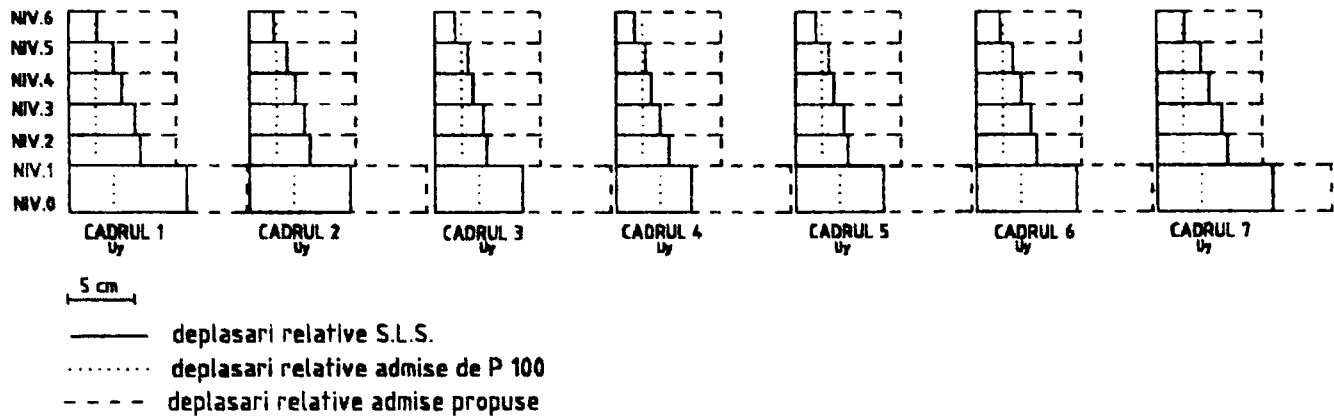


Figura 5.10 Deplasări relative de nivel (S.L.A)
The interstorey drifts (D.L.S.)

Poziția deplasată a ultimului nivel în S.L.S. și S.L.A. este redată în figura 5.11.a și b

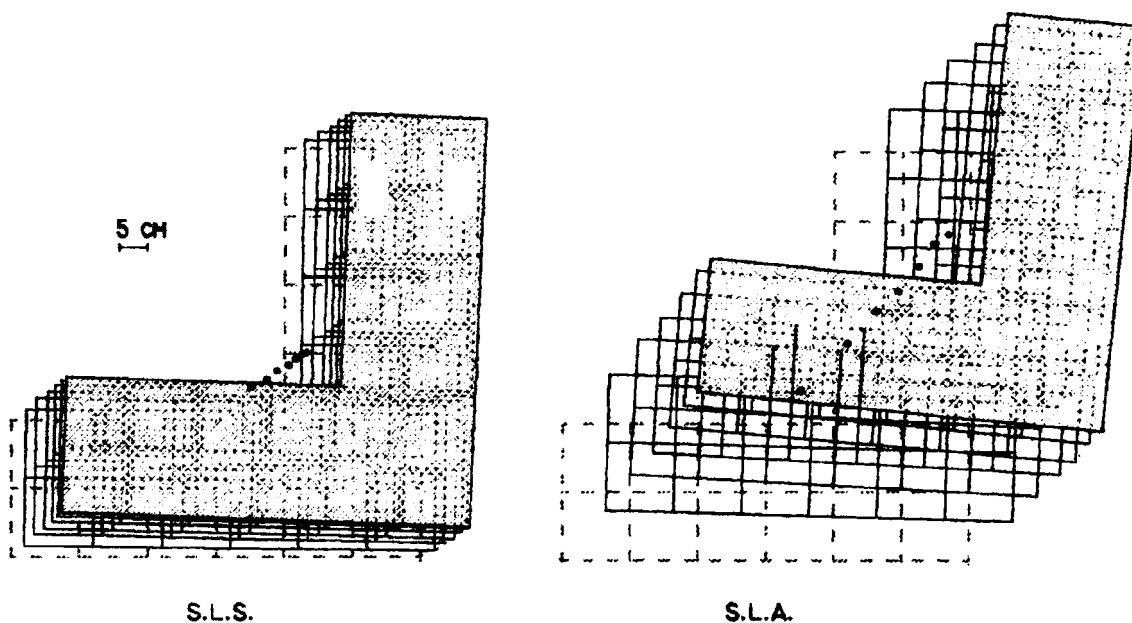


Figura 5.11 Poziția deplasată a ultimului nivel pentru S.L.A. și S.L.S.
The displacement of the last floor for D.L.S. and S.L.S.

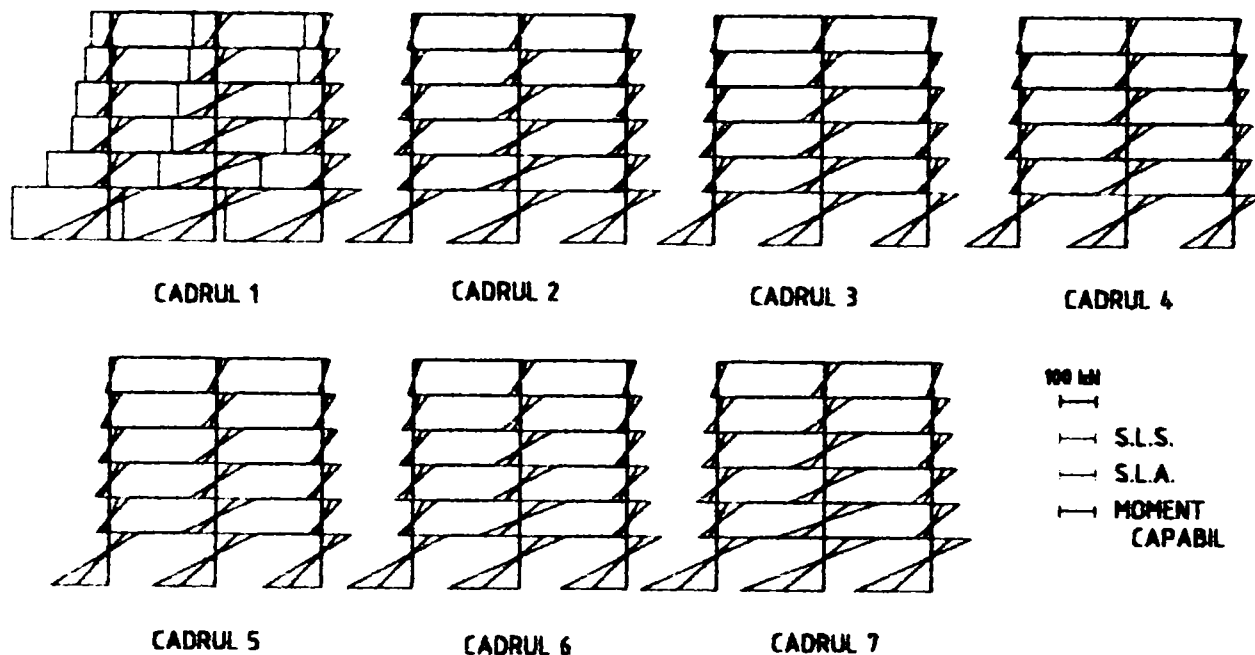
În realizarea acestor diagrame s-a menținut etalonul din reprezentarea S.L.S. pentru evidențierea diferențelor rezultatelor celor două stări: S.L.S. și S.L.A.

Tabelul 5.9 pune în evidență aceste diferențe în ceea ce privește momentul încovoietor pentru stâlpul SA1, cel mai solicitat din structură. Valorile momentelor sunt sub cele capabile.

Tabelul 5.9 Momente încovoietoare (în $kN \cdot m$) pentru stâlpul SA1

Nivel	Momente încovoietoare		
	Capabile	Din încărcări	
		S.L.S.	S.L.A.
nivel 0 – 1	262,2	108,1	211,7
nivel 1 – 2	158,3	54,4	110,6
nivel 2 – 3	98,0	34,3	79,6
nivel 3 – 4	80,3	23,7	56,9
nivel 4 – 5	49,8	15,7	47,1
nivel 5 – 6	47,6	4,7	25,1

Diagramele de moment încovoietor rezultate din acțiunea seismică sunt prezentate comparativ pentru cele două situații, S.L.S. și S.L.A., în figura 5.12, iar pentru cadrul transversal 1 este evidențiat și momentul încovoietor capabil.

Figura 5.12 Diagrama de moment încovoietor S.L.S. și S.L.A. [$kN \cdot m$]

The bending and torsional moments in S.L.S. and D.L.S. [kNm]

Se constată că în nici o secțiune nu este depășit momentul capabil. Ținându-se seama că la calculul seismic s-a considerat o reducere a încărcărilor seismice cu $\varphi = 0.25$, rezultă că în S.L.A. în toate secțiunile sunt depășite momentele capabile, articulațiile plastice formându-se în grinzi.

5.4. Influența asimetriei

În mod inevitabil la unele construcții apar asimetrii structurale din cauza necoincidenței centrului maselor cu cel de rigiditate. Este cazul cel mai frecvent al clădirilor situate pe colțuri de amplasamente, când soluțiile arhitecturale impun structuri asimetrice.

Paragraful acesta își propune studiul acestor clădiri în formă de L, ale căror structuri rezultă prin adăugarea succesivă de travei pentru formarea L-ului așa încât se vor obține pe rând structurile A_0 , A_1 , A_2 , A_3 , și A_4 ca în figura 5.13.a, b, c, d și e.

Secțiunile transversale rămân cele din figura 5.1. b și c.

Pentru structurile din figura 5.13 se consideră:

- grinzi și stâlpi – elemente fisurate;
- pereți din zidărie de cărămidă (12⁵ cm grosime) fisurați;
- excentricitate adițională $e_0 = e_1 + 0,7 e_2$, conform Normativului P100/1992
unde e_0 = excentricitatea centrului maselor în raport cu centrul de rigiditate;
 e_1 = excentricitatea adițională;
 $e_2 = 0,075 L$, L fiind dimensiunea maximă a construcției;
- $k_s = 0,16$;
- $\psi = 0,25$.

Modelând astfel structura se obțin următoarele rezultate ale deplasărilor nodurilor cadrelor transversale de la 1 la 7 pe cele 6 nivele, pentru cele 5 structuri.

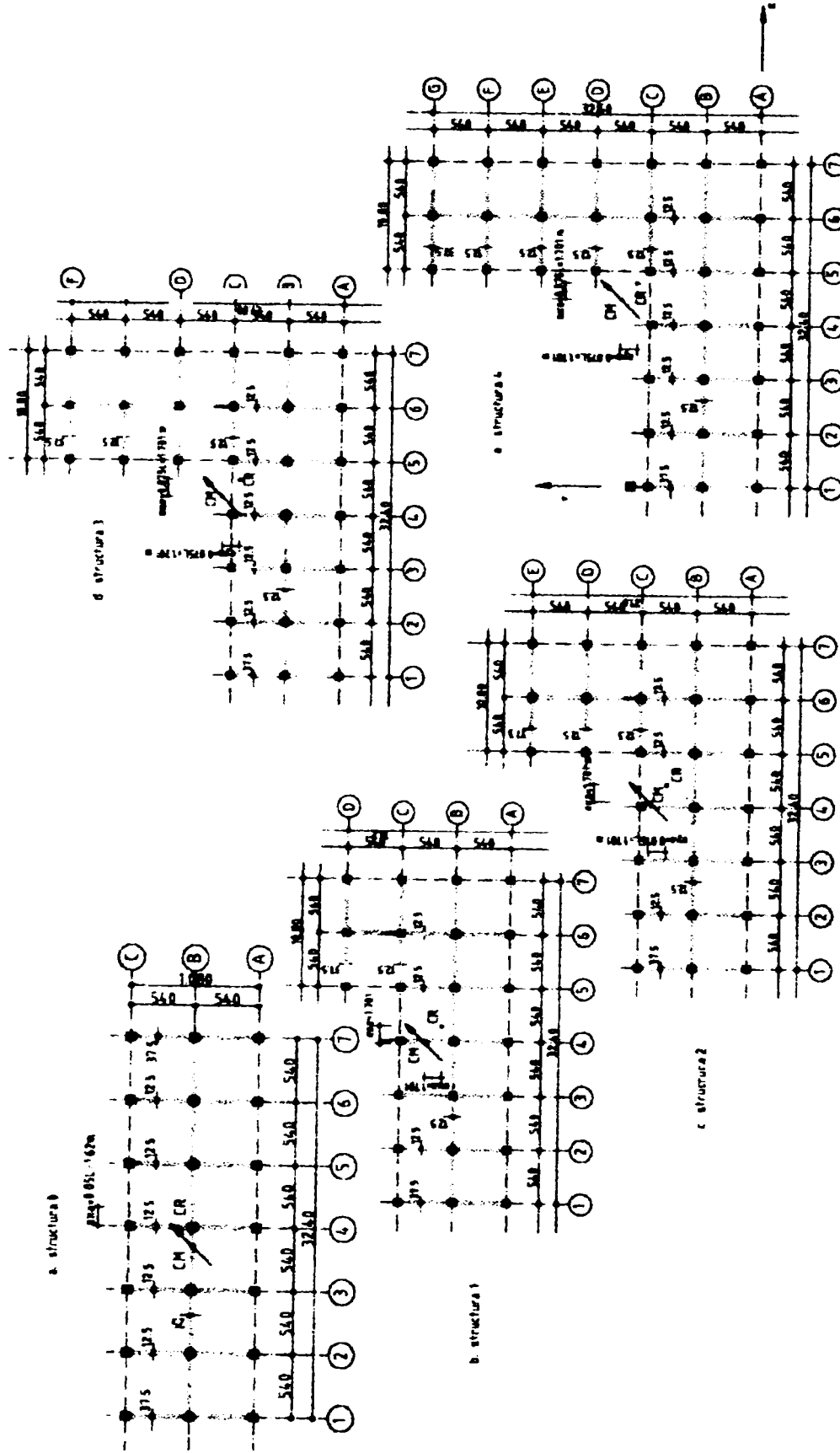


Figura 5.13. Influența asimetriei a) Plan nivel curent – structura 0; Asymmetry influence a) Current floor plan – the 0th structure
 b) Plan nivel curent – structura 1; b) Current floor plan – the 1st structure
 c) Plan nivel curent – structura 2; c) Current floor plan – the 2nd structure
 d) Plan nivel curent – structura 3; d) Current floor plan – the 3th structure
 e) Plan nivel curent – structura 4; e) Current floor plan – the 4th structure

Tabelul 5.10 Deplasări u_y (în cm) pentru structurile A_0 , A_1 , A_2 , A_3 și A_4

STRUCT.	NIVEL	CADRUL						
		1	2	3	4	5	6	7
		u_y	u_y	u_y	u_y	u_y	u_y	u_y
A_0	1	8,30	7,75	7,20	6,70	6,20	5,75	5,30
	2	13,40	12,55	11,70	10,90	10,10	9,35	8,65
	3	18,10	16,95	15,90	14,85	13,85	12,85	11,95
	4	21,90	20,55	19,25	18,00	16,80	15,65	14,60
	5	25,05	23,50	22,00	20,55	19,15	17,80	16,55
	6	27,00	25,35	23,75	22,15	20,70	19,20	17,85
A_1	1	8,80	7,25	6,05	5,35	5,40	6,20	7,50
	2	14,15	11,70	9,70	8,60	8,65	9,85	11,85
	3	19,15	15,80	13,15	11,60	11,70	13,35	16,10
	4	23,15	19,10	15,90	14,05	14,15	16,15	19,45
	5	26,50	21,90	18,20	16,10	16,15	18,40	22,10
	6	28,70	23,70	19,70	17,40	16,15	19,80	23,8
A_2	1	11,40	9,30	7,70	6,90	7,05	8,30	10,10
	2	18,35	15,00	12,4	11,05	11,35	13,20	16,10
	3	24,75	20,25	16,75	14,95	15,4	17,95	21,90
	4	29,95	24,5	20,3	18,05	18,65	21,80	26,60
	5	34,35	28,15	23,25	20,70	21,3	24,80	30,30
	6	37,25	30,50	25,20	22,40	23,00	26,80	32,70
A_3	1	9,60	8,15	7,00	6,40	6,50	7,15	8,35
	2	15,45	13,10	11,25	10,2	11,05	11,30	13,15
	3	20,85	17,65	15,15	13,75	13,80	15,25	17,75
	4	25,20	21,35	18,35	16,60	16,65	18,40	21,45
	5	28,90	24,45	21,00	19,00	19,00	21,00	24,45
	6	31,25	26,45	22,7	20,55	20,50	22,65	26,35
A_4	1	9,25	8,00	7,00	6,00	6,45	6,95	7,90
	2	14,85	12,80	11,15	10,20	10,10	10,90	12,40
	3	19,95	17,15	15,00	13,70	13,60	14,65	16,65
	4	24,10	20,75	18,05	16,50	16,35	17,65	20,05
	5	27,60	23,70	20,70	18,85	18,65	20,10	22,85
	6	29,85	25,65	22,35	18,85	20,10	21,60	24,50

Evidențierea grafică a acestor rezultate s-a făcut prin reprezentarea deplasărilor u_y ale nivelurilor cadrelor transversale de la 1 la 7 pentru structurile $A_0 \div A_4$ în figura 5.14.

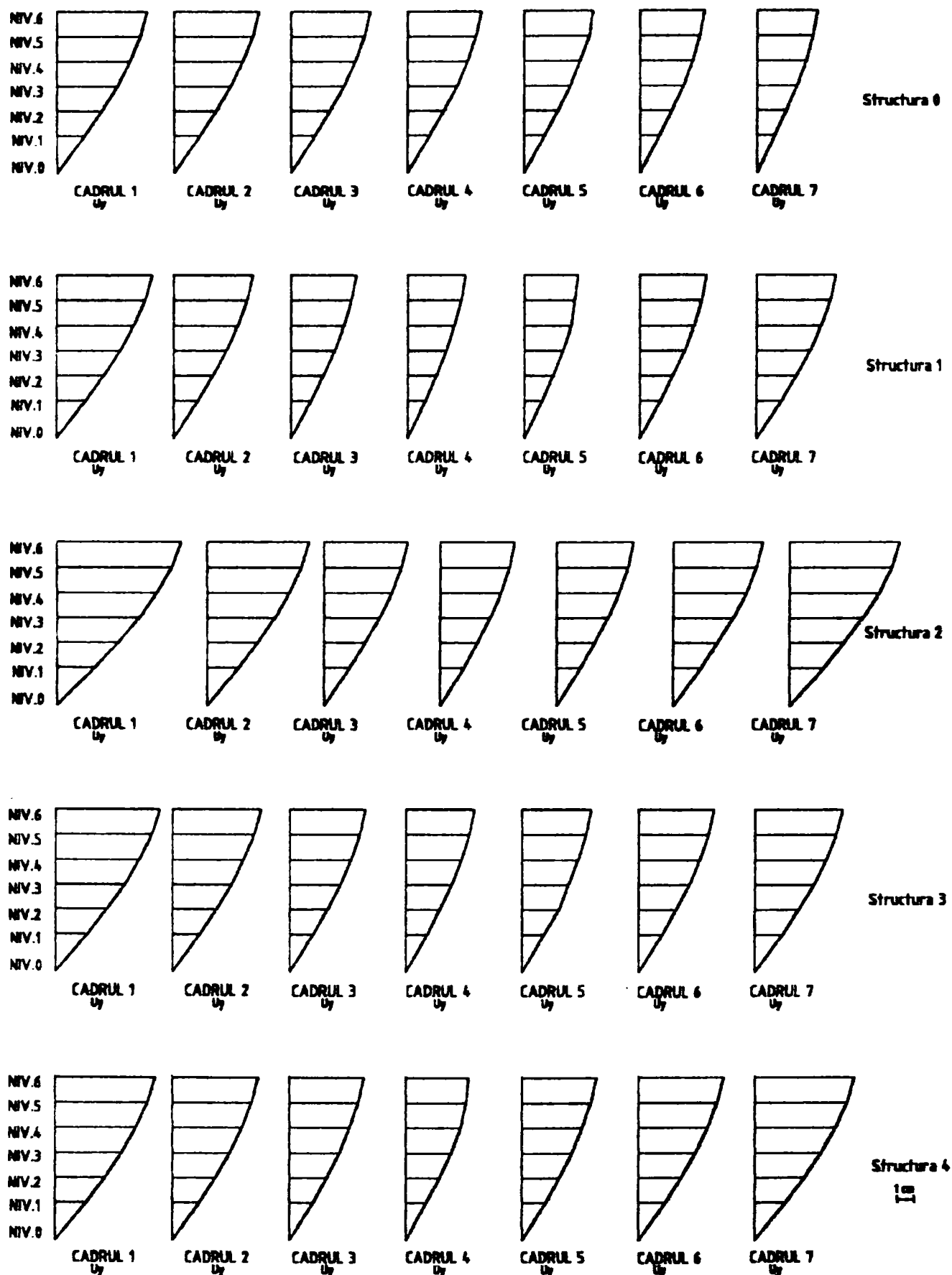


Figura 5.14 Deplasările u_y (în cm) ale nivelelor cadrelor transversale pentru structurile 0,1,2,3,4
 The u_y displacements (in cm) of the transversal frames floors for the 0th,
 the 1st, the 2nd, the 3th and 4th structures

Deplasările relative Δu_y ale cadrelor transversale de la 1 la 7 au fost cuprinse în tabelul 5.11, iar evidențierea grafică a acestora prin diagrame ale deplasărilor relative a fost realizată în figura 5.15 pentru toate cele 5 structuri de la 0 la 5.

Tabelul 5.11 Deplasările relative de nivel Δu_y pentru structurile A_0, A_1, A_2, A_3, A_4 (în cm)

STRUCT.	NIVEL	CADRUL								
		1	2	3	4	5	6	7	1 ÷ 7	
		Δu_y	Δu_y	Δu_y	Δu_y	Δu_y	Δu_y	Δu_y	Δr_a	$4\Delta r_a$
A_0	1	8,30	7,75	7,20	6,70	6,20	5,75	5,30	3,50	14,00
	2	5,10	4,80	4,50	4,20	3,90	3,60	3,35	2,10	8,40
	3	4,70	4,40	4,20	3,95	3,75	3,50	3,30	2,10	8,40
	4	3,80	3,60	3,35	3,15	2,95	2,80	2,65	2,10	8,40
	5	3,15	2,95	2,75	2,55	2,30	2,15	1,95	2,10	8,40
	6	1,95	1,85	1,75	1,60	1,55	1,40	1,30	2,10	8,40
A_1	1	8,80	7,25	6,05	5,35	5,40	6,20	7,50	3,50	14,00
	2	5,35	4,45	3,65	3,25	3,25	3,65	4,35	2,10	8,40
	3	5,00	4,10	3,45	3,00	3,05	3,50	4,25	2,10	8,40
	4	4,00	3,30	2,75	2,40	2,45	2,85	3,35	2,10	8,40
	5	3,35	2,80	2,15	2,05	2,00	2,25	2,65	2,10	8,40
	6	2,20	1,80	1,50	1,30	0,00	1,40	1,70	2,10	8,40
A_2	1	11,40	9,30	7,70	6,90	7,05	8,30	10,10	3,50	14,00
	2	6,95	5,70	4,70	4,15	6,45	4,90	6,00	2,10	8,40
	3	6,40	5,25	4,35	3,90	4,05	4,75	5,80	2,10	8,40
	4	5,20	4,25	3,55	3,10	3,25	3,85	4,70	2,10	8,40
	5	4,40	3,65	2,95	2,65	2,65	3,00	3,70	2,10	8,40
	6	2,90	2,35	1,95	1,70	1,70	2,00	2,40	2,10	8,40
A_3	1	9,60	8,15	7,00	6,40	6,50	7,15	8,35	3,50	14,00
	2	5,85	4,95	4,25	3,80	4,55	4,15	4,80	2,10	8,40
	3	5,40	4,55	3,90	3,55	2,75	3,95	4,60	2,10	8,40
	4	4,35	3,70	2,85	2,85	2,85	3,15	3,70	2,10	8,40
	5	3,70	3,10	2,65	2,40	2,35	2,60	3,00	2,10	8,40
	6	2,35	2,00	1,70	1,55	1,50	1,65	1,9	2,10	8,40
A_4	1	9,25	8,00	7,00	6,00	6,45	6,95	7,90	3,50	14,00
	2	5,60	4,80	4,15	4,20	3,65	3,95	4,50	2,10	8,40
	3	5,15	4,35	3,85	3,50	3,50	3,75	4,25	2,10	8,40
	4	4,15	3,60	3,05	2,80	2,75	3,00	3,40	2,10	8,40
	5	3,50	2,95	2,65	2,35	2,55	2,45	2,80	2,10	8,40
	6	2,25	1,95	1,65	1,50	1,45	1,50	1,65	2,10	8,40

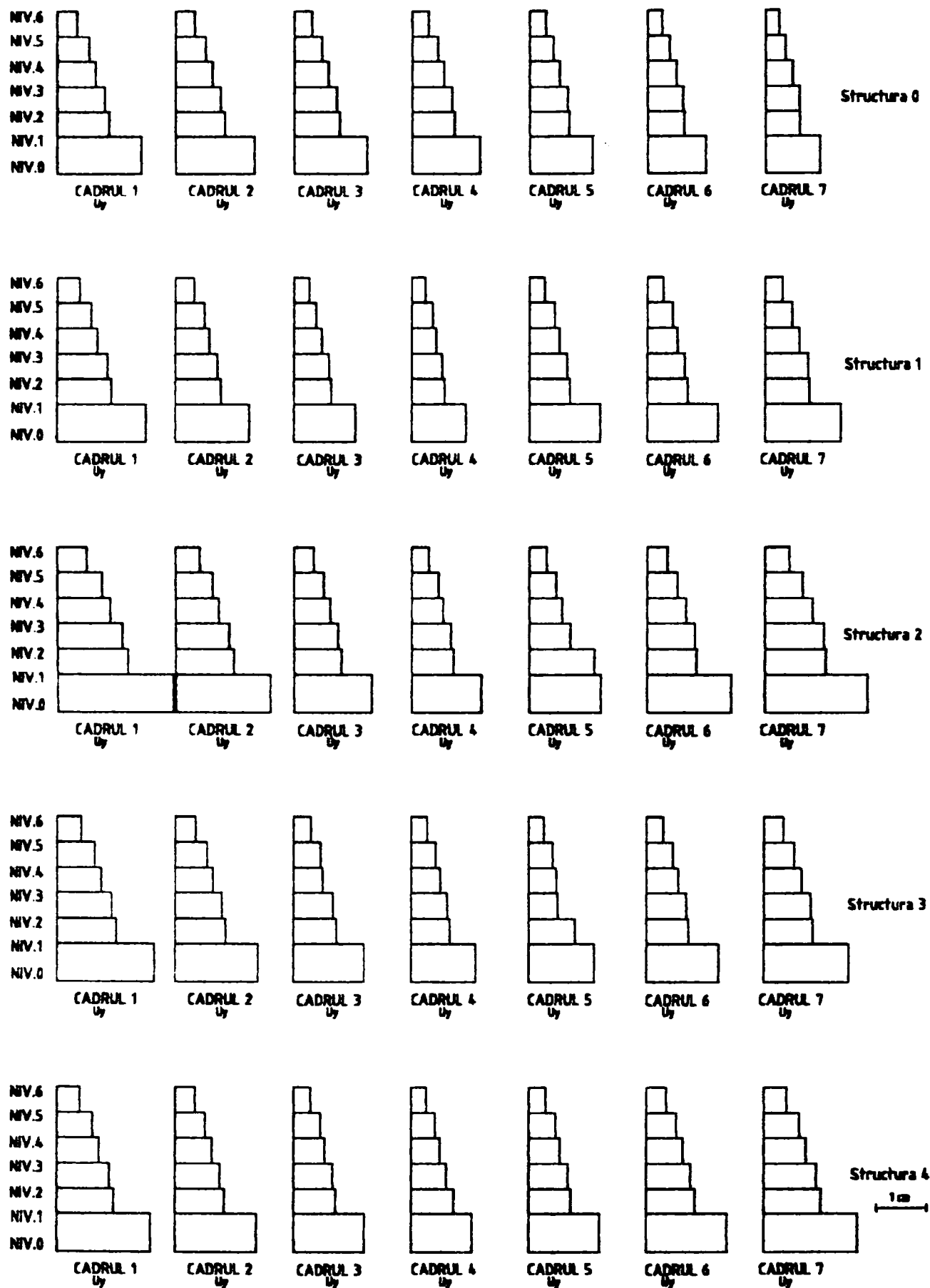


Figura 5.15 Deplasările relative Δu_y (în cm) ale nivelelor
 cadrelor transversale pentru structurile 0, 1, 2, 3, 4
 The interstorey drifts for transversal frames for 0th-4th structures

Deplasările suprapuse ale nivelelor celor 5 structuri sunt redată cu evidențierea pozițiilor finale ale acestora în figura 5.16.

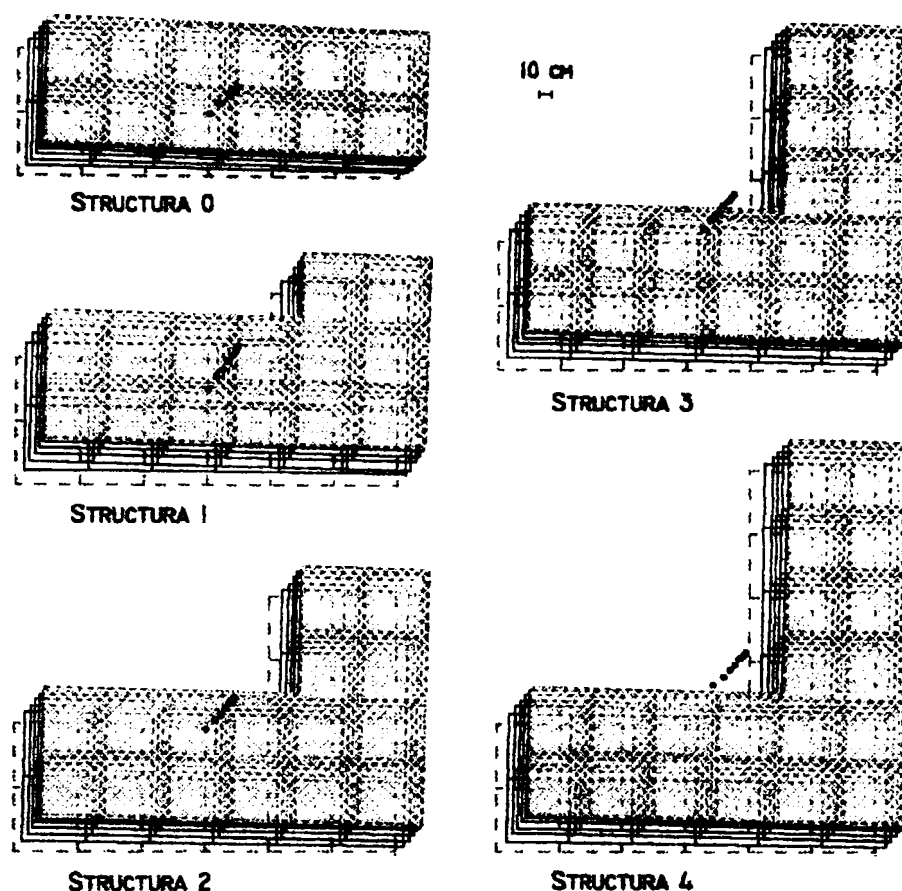


Figura 5.16 Pozițiile deplasate ale nivelelor pentru structurile 0, 1, 2, 3 și 4
The floors displacements for the 0th - 4th structures

Valorile momentelor încovoietoare pe direcția y pentru stâlpii axului A ai cadrului 1 sunt cuprinse în tabelul 5.12 pentru cele 5 structuri studiate:

Tabelul 5.12 Valori ale momentelor încovoietoare ale stâlpului SA1 pentru structurile A_0, A_1, A_2, A_3, A_4 (în $kN \cdot m$)

NIVEL	STRUCTURA				
	0	1	2	3	4
nivel 0 - 1	188,1	200,3	259,6	219,8	211,8
nivel 1 - 2	96,4	103,6	134,8	114,3	110,6
nivel 2 - 3	70,6	73,0	95,8	80,9	79,6
nivel 3 - 4	50,6	54,9	71,9	60,0	56,9
nivel 4 - 5	40,1	44,4	46,8	49,6	47,1
nivel 5 - 6	19,4	23,17	59,5	26,6	25,1

În continuare sunt prezentate diagramele de moment încovoietor pentru cadrele transversale de la 1 la 7 pentru cele 5 structuri.

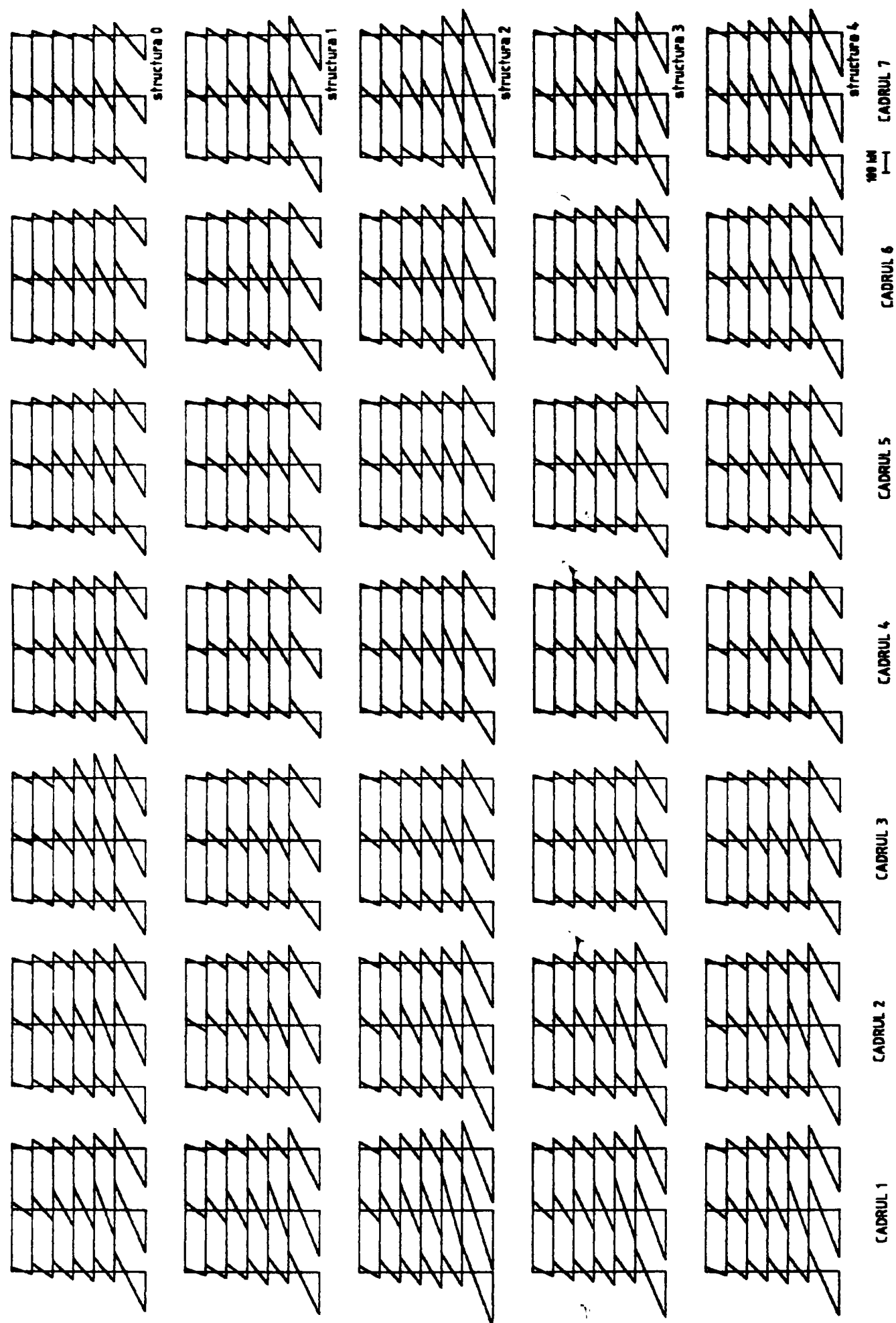


Figura 5.17 Diagramele de moment încovoietor (în $kN \cdot m$) pentru structurile A_0 , A_1 , A_2 , A_3 și A_4
 The bending moments (in $kN \cdot m$) for A_0 , A_1 , A_2 , A_3 and A_4 structures

Se observă că valorile deplasărilor și a deplasărilor relative sunt maxime pentru structura A_2 . Deplasările relative depășesc valorile deplasărilor relative admise de P100/1992, fiind sub cele propuse de Bertero.

La fel, analizând valorile momentelor încovoietoare se observă că maximele acestora sunt pentru structura A_2 .

6

Concluzii și principalele contribuții ale tezei

6.1. Concluzii

Una din concluziile principale rezultate în urma analizelor efectuate după importantele evenimente seismice produse în ultimul timp este legată de necesitatea considerării în proiectare a efectelor torsiunii structurilor. Chiar și structurile proiectate după normele seismice moderne au suferit avarii importante pentru că analiza plană, care a stat la baza proiectării structurilor mult timp, nu a putut lua în considerare aceste efecte. Dezvoltarea calculatoarelor PC și a programelor de calcul ultra-performante permit astăzi efectuarea calcului spațial al structurilor, în care torsiunea elementelor componente joacă un rol extrem de important. Din păcate pregătirea teoretică a proiectanților de structuri, precum și neinclusiunea unor aspecte fundamentale în programele de calcul (de exemplu excentricitățile accidentale), nu permit considerarea corectă în analiza spațială a efectelor torsiunii. De aceea în ultimul timp se constată o intensificare a cercetărilor efectuate pe plan mondial privind includerea în analiza statică și dinamică a torsiunii la structurile spațiale. Lucrarea de față se încadrează în acest trend, analizând elementele necesare pentru a fi incluse în practica de proiectare. În urma cercetărilor efectuate au rezultat următoarele concluzii principale:

- majoritatea normelor actuale (printre care și P100/1992) se bazează pe calculul structurii la o singură stare limită, cea ultimă, care au drept scop să prevină colapsul structurii și să protejeze viețile ocupanților construcțiilor. Tendința actuală pe plan mondial este de a diversifica nivelul de proiectare, pentru a reduce riscul unor avarii la seisme de intensitate redusă, dar dese, care duc la cheltuieli de reparații post-seismice ce nu pot fi suportate nici de țări bogate ca S.U.A. sau Japonia. De aceea în ultimii ani, în special după cutremurele Northridge, 1994, și Kobe, 1995, s-a dezvoltat o metodologie coerentă de proiectare antiseismică, bazată pe trei stări limită: de serviciu, de avarie și ultimă;

- pentru a evalua forțele seismice corespunzătoare celor trei stări limită, în lucrare s-au folosit relațiile Gutenberg – Richter și Hwang – Huo privind perioadele de revenire a unor seisme de diferite magnitudini. Pe baza acestor relații s-au propus diferite valori ale coeficientului k prescris în normele de proiectare la diferite stări limită, pentru a ține seama de intensitatea seismului. Aceste valori sunt diferențiate pentru zonele seismice

influențate de cutremurele din Vrancea, de cele din Banat, Maramureș, Făgăraș, precum și pentru restul țării fără surse proprii, în funcție de starea limită considerată. Valorile lui k pentru starea limită de avarie corespund în mare măsură cu cele actuale din Normativul P100/1992;

- în cazul stării limită de serviciu structura este nefisurată iar elementele nestructurale neavariate, contribuind la rigiditatea structurii. În starea limită de avarie structura este fisurată și în anumite zone s-au format articulații plastice, iar elementele nestructurale sunt avariate total sau parțial. În starea limită ultimă structura se transformă într-un mecanism plastic, elementele nestructurale fiind complet avariate;

- pentru starea limită de serviciu trebuie să fie efectuat un calcul elastic, introducând și efectul elementelor nestructurale. La calculul structurii în starea limită de avarie se poate folosi metoda de proiectare curentă, în care factorul de reducere ψ joacă un rol esențial. Starea limită ultimă se bazează pe utilizarea mecanismelor de cedare plastică;

- în urma analizei comportării spațiale a structurilor se evidențiază două tipuri de torsiuni ce trebuie să fie luate în considerare la proiectarea structurilor: torsiunea accidentală și cea structurală;

- torsiunile accidentale, produse în special la structurile cu simetrie structurală, sunt produse de mișcarea asincronă a fundațiilor, concentrarea neuniformă a încărcărilor; distribuția neregulată a unor elemente nestructurale și neregularități în efectul de diafragmă a planșeului;

- torsiunile structurale sunt caracteristice structurilor cu asimetrie structurală cu contururi asimetrice (ieșinduri sau intrânduri) sau planuri asimetrice (un L, U, T sau Y);

- răspunsul structurilor spațiale în starea limită de avariere trebuie să considere și efectele elementelor nestructurale și poate fi efectuat cu programele de calcul actuale. În schimb starea limită ultimă este mult mai complicată, pentru că formarea mecanismelor de cedare nu este uniformă, cele mai afectate fiind cadrele mai îndepărtate de centrul de răsucire, pe când cele mai apropiate sunt mai puțin afectate de deformațiile plastice;

- studiul torsiunii elementelor din beton armat evidențiază diferențele esențiale dintre torsiunea elementelor omogene și composite (cum este betonul armat). Pentru acesta din urmă s-au dezvoltat metode specifice cum este cea a grinzii cu zăbrele sau a secțiunilor strâmbe, care permit calculul secțiunilor din beton armat la torsiune simplă sau combinată cu momente de încovoiere;

- deoarece în calculele structurale intervin probleme de rigiditate a elementelor, o atenție deosebită a fost acordată efectelor fisurării elementelor torsionate și supuse la torsiune – încovoiere. Au fost stabilite relații de calcul a rigidităților la torsiune pentru

secțiunile fisurate (stadiul II) raportate la cele nefisurate (stadiul I). S-au studiat factorii care influențează acest raport, evidențiindu-se importanța armăturii longitudinale;

- pentru calculul practic s-au pus la dispoziția proiectanților tabele de calcul în care, în funcție de calitatea betonului, raportul laturilor secțiunii, diametrul etrierilor, distanța dintre etrieri și procentul de armare longitudinală se determină raportul dintre rigiditățile la torsiune a elementelor fisurate și nefisurate;

- folosind două tipuri simple de structură, în care torsiunea are un rol dominant, s-a arătat importanța considerării corecte în calcule a rigidităților la încovoiere și torsiune reduse în urma fisurării. Neluarea în considerare a acestor rigidități, îndepărtează valorile calculate de cele reale;

- la nivelul structurii se evidențiază cele trei centre principale ce definesc analiza spațială: centrul de greutate, centrul de rigiditate și centrul plastic;

- studiul dinamic al mișcărilor de translație și rotație a evidențiat fenomenul de amplificare a excentricităților când perioadele de vibrație a celor două moduri de vibrație sunt apropiate ca valoare;

- torsiunile structurale în cazul structurilor cu asimetrie structurală sunt sporite datorită cuplărilor celor două moduri de vibrație. Din cauza complexității fenomenului, există diferențe semnificative între prevederile diferitelor norme;

- efectul torsiunii structurale este maxim în cazul acțiunii seismice după două direcții;

- torsiunile accidentale în cazul structurilor simetrice sunt considerate diferit de normele de proiectare și depind de rotirea fundațiilor, nesimetria maselor și a rigidităților, goluri de planșee etc;

- un studiu comparativ al prevederilor din diferite norme de proiectare arată că Normativul P100/1992 prevede, dintre toate normele de proiectare analizate, valorile cele mai reduse pentru efectul torsiunii accidentale. La revizuirea acestui normativ trebuie să se corecteze această lacună a normativului românesc;

- analiza nivelului la care s-a ajuns în calculul plastic al structurilor spațiale pe care se bazează calculul în starea limită ultimă a arătat că acesta nu poate fi utilizat în etapa actuală a cercetărilor în practica de proiectare. De aceea în lucrare nu s-au analizat aspectele legate de ductilitatea la torsiune a structurilor din beton armat și analiza s-a limitat numai la stările limită de serviciu și avariere;

- studiile parametrice la o structură cu simetrie structurală au evidențiat diferențele esențiale dintre calculul la stările limită de serviciu și de avariere. Cel mai important aspect este cel legat de satisfacerea condițiilor de deplasări relative limită. S-a arătat că dacă proiectarea se face la o singură stare limită, așa cum cere actualul Normativ P100/1992, structura analizată ar trebui reproiectată, nesatisfăcând condițiile de rigiditate.

În schimb, dacă proiectarea se face la două stări limită, toate condițiile de rigiditate și rezistență sunt satisfăcute;

- studiul rotațiilor fundațiilor datorită mișcărilor asincrone a arătat că acest fenomen poate fi semnificativ în cazul acțiunilor seismice bănățene, caracterizate de perioade scurte;

- analiza efectelor de dispunere asimetrică a maselor a zidărilor de compartimentare a arătat că aceste aspecte nu pot fi neglijate în calculul spațial al structurii;

- în schimb prezența golurilor în planșee nu are un efect determinant în comportarea spațială a structurii;

- studiul efectelor torsiunilor structurale la structurile cu asimetrie în plan a fost efectuat pe o structură în L cu diferite nivele de asimetrie. Calculul pe baza a două stări limită a evidențiat superioritatea acestei metode față de cea prevăzută în Normativul P100/1992

- studiul unei structuri în L cu asimetrie structurală din ce în ce mai pregnantă (diferite rapoarte ale loturilor L-ului) a evidențiat că influența asimetriei nu poate fi neglijată în calculul spațial al structurii.

6.2. Principalele contribuții ale tezei

Scopul principal al tezei a fost de a apropia calculele structurilor spațiale de comportarea lor reală. În acest sens teza de doctorat a contribuit în următoarele aspecte:

- reluarea importanței considerării în calcule a rigidităților elementelor componente reduse în urma fisurării. Lucrarea se concentrează asupra studierii efectelor torsiunii atât la nivel de element cât și la cel de structură, întrucât acesta joacă un rol dominant în calculul spațial al structurilor. Procedeele de calcul tradiționale se concentrează în special asupra calculului plan și de aceea aspectele legate de efectele torsiunii sunt mai puțin cunoscute la nivelul proiectării curente;

- elaborarea unei metode coerente de proiectare bazate pe trei stări limită: de serviciu, de avarie și ultimă. Pentru fiecare stare limită sunt precizate principalele caracteristici ale comportării structurii și elementelor nestructurale. Această metodologie se încadrează în trendul general de perfecționare a metodelor de calcul specifice acțiunilor seismice;

- pe baza relațiilor de probabilitate a apariției unei mișcări seismice de o anumită magnitudine și de recurență a seismelor vrâncene și bănățene și pe baza unor perioade de revenire general acceptate în literatura de specialitate, s-au propus diferite valori ale coeficienților accelerației de calcul;

- în cadrul fiecărei stări limită calculele se concentrează asupra unor aspecte diferite: în starea limită de serviciu se face verificarea deplasărilor relative de nivel pentru structura neavariată, în cea de avariere se face calculul de rezistență pentru o încărcare seismică redusă cu factorul ψ , iar în starea limită se face verificarea ductilității structurii. Având în vedere că în privința calculului spațial plastic nu s-a ajuns încă la rezultate ce pot incluse în normele de proiectare, teza de doctorat s-a concentrat numai asupra stărilor de serviciu și avariere;

- pe baza analizei metodelor de calcul la torsiune a elementelor omogene și composite prezentate în literatura de specialitate s-au evidențiat metodele ce pot fi utilizate la calculul elementelor din beton armat și beton precomprimat;

- studiul rigidității la torsiune în urma fisurării din torsiune și încovoiere (stadiul II) a evidențiat o reducere mult mai importantă decât reducerea rigidității la încovoiere;

- s-a studiat influența principalilor factori care influențează reducerea rigidității la torsiune: calitatea betonului, caracteristicile secțiunii, diametrul etrierilor și distanța dintre ei, armarea longitudinală;

- pentru calculele practice s-au elaborat tabele în funcție de acești parametri care pot fi folosite direct în proiectare;

- analiza unor structuri simple a evidențiat aspectul că într-un calcul corect al structurii în stadiul limită de avariere trebuie să fie considerate rigidități reduse atât pentru încovoiere cât și pentru torsiune;

- la nivel de structură torsiunea se manifestă prin torsiunile structurale la structurile asimetrice și prin torsiunea accidentală la structurile simetrice;

- analiza dinamică a evidențiat creșterea efectelor torsiunii în cazul cuplării vibrațiilor de translație și rotație, influența maximă obținându-se pentru cazul perioadelor proprii egale;

- lucrarea analizează prevederile principalelor norme de proiectare din SUA, Canada, Australia, Noua Zeelandă, Mexic și Eurocod 8, în comparație cu prevederile Normativului românesc P100/1992. Rezultă că acesta prevede cele mai reduse valori și de aceea aceste prevederi trebuie modificate cu ocazia revizuirii acestui normativ;

- lucrarea analizează factorii care influențează torsiunile structurale și accidentale: nesimetria structurii, asincronismul accelerațiilor bazei, nesimetria maselor și a rigidităților, prezenta unor goluri mari în planșee, flexibilitatea planșeelor;

- în lucrare se efectuează un studiu parametric pentru determinarea efectelor torsiunii accidentale rezultate în urma factorilor amintiți mai sus;

- proiectarea pe bază de două stări limită de proiectare, de serviciu și de avariere, a relevat superioritatea acestei metode față de cea actuală din Normativul P100/1992;

structura analizată satisface cerințele stărilor limită, pe când după Normativul P100/1992 ar fi trebuit să fie modificată, nesatisfăcând condițiile de deplasare la starea limită ultimă;

- un aspect nou ce nu este luat în considerare în practica proiectării este cel de mișcare asincronă a bazei structurilor, fenomen important pentru structurile lungi și seismele cu perioade scurte (cazul seismelor bănățene);

- pe baza unor tabele și diagrame de deplasări absolute, deplasări relative și momente de încovoiere și torsiune se evidențiază și efectele nesimetriei maselor, pereților despărțitori și prezența golurilor în planșee;

- un studiu parametric similar este efectuat și pentru o structură cu asimetrie structurală în formă de L, considerându-se factorii menționați mai sus.

Bibliografie

1. Agent R. (1975) - Construcții din beton armat. Partea I. Inst.de Construcții București
2. Anastassiadis K.,
Avramides I.E.,
Athanatopolon A(1998) - Critical documents on EUROCODE 8 – part.1.1 and 1.2
11th European Conference on Earthquake Engineering,
Paris, 1998, Balkema, Rotterdam, CD-ROM
3. Anastassiadis K.,
Carydis P(1996) - Design eccentricities and damages of non-symmetrical
buildings, In “Seismic Behaviour of Asymmetric and
Setback Structures” (eds. R. Ramasco, A.Rutenberg),
European Workshop, Capri, 4-5 oct. 1996, 78-103
4. AUS (1993) - Standard Australia AS 1170.4. Minimum design loads
of structures. Part.4: Earthquake loads.
5. Avram C.,
Anastasescu D. (1978) - Structuri spațiale. Ed. Academiei RSR, București
6. Avram C., Deutsch I.,
Filimon I., Mihăiescu A.,
Crișan R., Seleș L.(1996) - Espacement et ouverture des fissures des éléments
prismatiques on béton armé soumis à la torsion pure.
CEB, 11^e Session plàniere, Bruxelles, Oct.
7. Avram C., Făcășaru I.,
Filimon I., Mârsu O.,
Tertea I. (1971) - Rezistentele și deformațiile betonului. Ed. Tehnică,
București
8. Beleș A.A., Voinea R.P.
(1958) - Rezistența materialelor Ed. Tehnică, București
9. Bertero V.V. (1996) - State-of-the-art Report on Design Criteria. 11th World
Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, CD
Paper 2005
10. Bertero R.D., Bertero
V.V.(1992) - Tall reinforced concrete buildings:Conceptual
earthquake-resistant design methodology. Report
UCB/EERC-92/16, University of California, Berkeley
11. Bertero R.D.(1995) - Inelastic torsion for preliminary seismic design. Journal
of Structural Engineering, Vol 121, No 8, 1183-1189
12. Bezuhov W.I. (1957) - Teoria elsticității și plasticității Ed.Tehnică, București

13. Bob Li, Dănetiu Gh . (1979) - "Rigiditatea la torsiune a elementelor din beton armat supuse acțiunii combinate a încovoierii și torsiunii" – referat științific – ICCPDC Timișoara
14. Calderoni B., Mazzolani F.M., Gherzi A.(1995) - A new approach to the problem of in plan regularity in seismic design. In 10th European Conference on Earthquake Engineering (ed.Duma G.), Viena 1994, Balkema, Rotterdam, 843-848
15. Calderoni B., Gherzi A., Mazzolani F.M. (1996) - Critical analysis of EC 8 approach to face the problem of structural regularity. In "Siesmic Behaviour of Asymmetric and Setback Structures" (eds. Ramasco, A. Rutenberg) European Workshop, Capri, 4-5 october 1996
16. Caracostea A. ș.a. (1977) - Manual pentru calculul construcțiilor Vol.I., Ed.Tehnică, București
17. CEB-FIP (1993) Model Code 1990. Bulletin d'Information CEB N^o 213/214, May
18. Chandler A.M., Correnza J.C., Hutchinson G.L.(1996) - Seismic torsional provisions: influence on element energy dissipation. Journal of Structural Engineering, vol.122, NO1, 494-500
19. Chandler A.M., Correnza J.P., Hutchinson G.L.(1994) - Period-dependent effects in seismic torsional response of code systems. Journal of Structural Engineering, vol.120, No12, 3418-3434
20. Chander H., Kemp E.L., Wilhelm W.J. (1970) - Behaviour of Prestressed Concrete Rectangular Members Subjected to Pure Torsion. Civil Engineering Studies Report, No 2007, West Virginia University
21. Chopra A.K., De la Llera J.C. (1996) - Accidental and natural torsion in earthquake response and design of buildings. In "11th World Conference on Earthquake Engineering", Acapulco, 1996, CD-ROM, paper 2005
22. Colombo A., Negro P., Verzeletti (1998) - Infilled frames: certainties and uncertainties. In "11th European Conference on Earthquake Engineering", Paris, 1998, CD-ROM
23. Collins M.P., Lampert P. (1971) - Designing for Torsion. Structural Concrete Symposium, Department of Civil Engineering, University of Toronto

24. Coșa D., Pecurariu D. (1966) - Torsionarea grinzilor marginale la planșee din beton armat. Rev. Constr. și Materiale de Construcții, No 7
25. De la Llera J.C., Chopra A.K. (1994) - Evaluation of code accidental torsion provisions from buildings records. Journal of Structural Engineering, vol.120, No 2, 597-616
26. De la Llera J.C., Chopra A.K. (1995) - Estimation of accidental torsion effects for seismic design of buildings records. Journal of Structural Engineering, vol.121, No 1, 102-114
27. De la Llera J.C., Chopra A.K. (1996) - Inelastic behaviour of asymmetric multistory buildings. Journal of Structural Engineering, vol.122, No 6, 597-606
28. De Stefano M., Rutenberg A. (1996) - Seismic instability and the force reduction factor of yielding structures. In "11th World Conference on Earthquake Engineering" Acapulco, 1996, CD-ROM paper 1137
29. De Stefano M., Rutenberg A. (1999) - Seismic stability and force reduction factor of code-designed one-storey asymmetric structures. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol.28, 785-863
30. De Stefano, G.Faella, R.Romasco (1996) - Response of code designed asymmetric systems under bidirectional ground motions. In "Seismic Behaviour of Asymmetric and Setback Structures" (eds. R. Ramasco, A.Rutenberg). European Workshop, Capri, 4-5 october, 1996, 177-193
31. De Stefano M., Rutenberg A. (1997) - PD effect in the seismic response of asymmetric structures. In "Behaviour of Steel Structures in Seismic Areas. STESSA 97" (eds.F.19, Mazzolani, H.Akiyama), Kyotr, 3-6 August 1997, 10/17 Salerno, 41-50
32. Dumitrescu D. ș.a. (1960) - Calculul cu metoda stărilor limită a elementelor de beton, beton armat și beton precomprimat. Rev. Constr. și Materiale de Construcții Nr.9
33. Eibl J., Keintzel E. (1996) - The approximate analysis of torsional effects in EUROCODE 8: Assumption, comparative calculations and proposals for improvement. In "Seismic Behaviour of Asymmetric and Setback Structures" (eds. R.Ramasco, A.Rutenberg), European Workshop, Capri, 4-5 october 1996, 157-175

34. EUROCODE 8 (1994) - Design provisions for earthquake resistance of structures – General rules – General rules for buildings. ENV 1998 – 1.2. Tehnical Committee CEN/TC 250
35. Filimon I., Deutsch I. (1979) - Curs de beton armat și beton precomprimat, Inst. Politehnic Timișoara
36. Fardis M.N. (1998) - Design of RC infilled structures. In “11th European Conference on Earthquake Engineering” Paris 1998, CR-ROM
37. Fajfar P (1996) - Towards a new seismic design methodology for buildings. University of Ljubljane
38. Fajfar P., Kilar V. (1996) - Study of inelastic behaviour of asymmetric and setback building under monotonically increasing lateral loading. In “Seismic Behaviour of Asymmetric and Setback Structures” (eds.R. Ramasco, A. Rutenberg) European Workshop, Capri, 4-5 October 1996, 137-156
39. Facăoaru I. (1962) - Torsiunea secțiunilor pline ale elementelor prismatice de beton și beton armat. Rev. Constr. și Mat. de Construcții. No 10
40. Gherzi A., Laudani F., Rossi P.P. (1996) - Formulation of design eccentricity to reduce ductility demands in asymmetric buildings. In “Seismic Behaviour of Asymmetric and Setback Structures” (eds.R.Ramasco, A.Rutenberg), European Workshop, Capri, 4-5 October 1996, 245-263
41. Gherzi A., Rossi P.P. (1998) - Behaviour of in plan irregular buildings subjected to bi-directional ground motions. In “11th European Conference a Earthquake Engineering” Paris 1998, Balkema, Rotterdam, CD-ROM
42. Gioncu V., Mazzolani F.M. (2001) - Ductility of Seismo-Resistant Steel Structures, E&FN Spon, London (manuscris)
43. Goel R.K., Chopra A.K. (1991) - Effect of plan asymmetry in inelastic seismic response of one-story systems. Journal of Structural Engineering, Vol.117, No.5, 1492-1512
44. Hahn G.D., Lin X (1994) - Torsional response of unsimmetric buildings to incoherent ground motions. Journal of Structural Engineering, Vol.120, No.4, 1158-1181

45. Houghton K.M., McCabe S.L. (1996) - Proposed displacement method to predict the lateral and torsional response of a class of multistory structures. 11th World Conference on Earthquake Engineering. Acapulco, 1996, CD-ROM paper 1111
46. Hsu T.T.C. (1968) - Torsion of Structural Concrete-Uniformly Prestressed Rectangular Members without web Reinforcement. Journal of Prestressed Concrete Institute, Vol. 13, No 2
47. Hsu T.T.C. and Kemp E.L. (1967) - Tentative design criteria for torsion - A.C.I. Fall Convention at Des Moines, Iowa
48. Ju S.H., Lin M.C. (1999) - Comparison of building analysis assuming rigid or flexible floors. Journal of Structural Engineering, Vol.125, No 1, 125-31
49. La Mendola L., Papia M.(1990) - Geometrically nonlinear behaviour of torsionally complet systems under dynamic excitative. European Earthquake Engineering, nr.1, 211-33
50. Lampert P. (1970) - Bruchwiederstand von Stahlbetonbalken unter Torsion und Biegung.Inst. für Baustatik ETH, Zürich
51. Lampert P., Thürlimann B. (1968) - Torsionversuche un Stahlbeton balken. Inst. für Baustatik ETH, Zürich
52. Lopez O.A., Anichiarico W., Genatios G., Raven E.(1995) - The influence of floor plan shape on the earthquake response of buildings. In "10th European Conference on Earthquake Engineering" (ed.G.Duma), Viena, 1994, Balkema, Rotterdam, 935-940
53. Lopez O.A., Torres R.(1996) - Determinantion of maximum structural response to two horizontal ground motion components applied along any arbitrary direction for application to building codes. "11th World Conference a Earthquake Engineering", Acapulco, 1996, CD-ROM paper 619
54. Lüchinger P., Thürlimann B. (1972) - Schub und Torsion.Bulletin d'Information CEB, No 86
55. Lungu D., Cornea T., Aldea A., Zaicenco A (1997) - Reprezentarea de bază a acțiunii seismice. In "Calculul structurilor și zone seismice EUROCODE 8. Exemple de calcul" (editori D.Lungu, F.Mazzolani, S.Savidis). Tempus Project 01198

56. Maryanishvili (1996) - The design of framed buildings on earthquake spatial effect. In "11th World Conference on Earthquake Engineering", Acapulco, 1996, CD-ROM paper 831
57. Mazzolani I.M.,
Georgescu D.,
Astavech-Asl A. (1995) - "Remarks on behaviour of concentrically and excentrically braced steel frames in Behaviour of Steel Structures in Seismic Areas"(eds.I.M. Mazzolani and V.Gioncu) Timișoara, 26 Jun-1 July 1994, London 310-312
58. Mârșu O., Friedrich R.
(1980) - Construcții din beton armat.Ed.Didactică și Pedagogică, București
59. Mihăiescu A., Mateescu
V., Dănețiu Gh., Furdui
C., Bob L. (1974) - Referat cu concluzii privind propuneri de îmbunătățire a metodelor de calcul pentru acțiunea momentelor de torsiune a momentelor încovoietoare și a forțelor tăietoare. Contact P57/74, INCERC
60. Moghadam A.S., Tso
W.K. (1996) - Seismic response of regular asymmetrical RC ductile frame buildings. In "Seismic Behaviour of Asymmetric and Setback Structures" (eds.R. Ramasco and A.Rutenberg). European Workshop, Capri, 4-5, october 1996, 37-57
61. Mukherjee P.R., Kemp
E.L. (1967) - Ultimate Torsional Streugth of Plain Prestressed and Reinforced Concrete Membres of Rectangular – Cross Section. Structural Engineering, Research Report, Morgantown, West – Virginia
62. Nadai A. (1950) - Theory of Flow and Fracture of Solids Mc. Graw –Hill Book Co, New-York
63. NBCC (1995) - National building Code of Canada, subsection 4.1.9, National Research Council of Canada
64. Negro P., Colombo A.
(1996) - Seismic behaviour of uniformly and irregularly infilled frames. In "Seismic Behaviour of Asymmetric and Setback Structures" (eds.R. Ramasco, A. Rutenberg) European Workshop, Capri, 4-5 October 1996, 194-224
65. NZS (1992) - New Zeland Standard NZS 4203: Code of practice for general structural design and design loadings for buildings
66. Onet T. (1981) - Curs de beton armat și precomprimat, Atelierul de multiplicare al Institutului Politehnic Cluj-Napoca

67. Oneț T., Igor Terteza (1996) - Proiectarea betonului structural – Casa Cărții de știință Cluj-Napoca
68. Ozer E. Orakdögen E., Pala S., Girgin K. (1996) - A method of load increments for non-linear analysis of RC space frames and application to irregular structures. In "Seismic Behaviour of Asymmetric and Setback Structures" (eds. R. Ramasco and A. Rutenberg) European Workshop, Capri, 4-5 October 1996, 225-244
69. Panagiotakos T.B., Fardis M.N. (1996) - Seismic response of infilled RC frames structures. In "11th World Conference on Earthquake Engineering", Acapulco, 1996, CD-ROM paper 225
70. Pauley Th., Bachmann H., Moser K. (1997) - Proiectarea structurilor de beton armat la acțiuni seismice (Traducere din limba germană). Editura Tehnică, București
71. Pauley T. (1996) - Seismic design of concrete structures. The present needs of societies. "11th World Conference on Earthquake Engineering", Acapulco, CD-ROM, paper 2001
72. Pauley T. (1997 a) - Evaluarea răspunsului la torsiune a structurilor ductile supuse la acțiuni seismice. Gazeta AICR, Vol.8, Nr.33-34
73. Pauley T. (1997 b) - A behaviour-based design approach to earthquake – induced torsion in ductile buildings. In "Seismic Design Methodologies for the Next Generation of Codes" (eds. P.Fajfar, H.Krawinkler), Balkema, Rotterdam, 289-297
74. Pauley T. (1998) - Torsional mechanism in ductile building systems. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol.27, 1101-1121
75. Popescu H. (1977) - Probleme ale structurilor de beton armat. Ed. Academiei RSR, București
76. Postelnicu T., Galsor M., Zamfirescu D. (1998) - Simplified procedure for the inelastic torsion analysis of structures. "11th European Conference on Earthquake Engineering", Balkema Rotterdam, CD-ROM
77. Pre M. (1980) - Etude de la torsion dans le beton precontraint par la methode du treilles spatial evolutif. Cahiers de l'AFB, Nr.162

78. P100/1992 - Normativ pentru proiectarea antiseismică a construcțiilor de locuinte, social-culturale, agrozootehnice și industriale
79. Rutenberg A., Chandler A.M., Ramasco R. (1996) - EAEE task group TG8: Seismic Behaviour of irregular and complex structures: Agenda. In "Seismic Behaviour and Setback Structures" (eds.R.Ramasco, A.Rutenberg) European Workshop, Capri, Halia, 4-5 October 1996, 3-34
80. Rutenberg A. (1998) - EAEE task group TG 8: Behaviour of irregular and complex structures – State of the art report: Seismic non-linear response of code – designed asymmetric structures. 11th European Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, 1998, Balkema, Rotterdam, CD-ROM
81. Rutenberg A., De Stefano M. (1997) - On the seismic performance of yielding asymmetric multistorey buildings: A review and a case study. In "Seismic Design Methodologies for the Next Generation of Codes" (eds.P.Fayfer and H.Krawinkler). Balkema, Rotterdam, 299-310
82. Shakib H. (1998) - Non-linear seismic torsional behaviour of buildings: A proposed for Iranian seismic building code. In 11th European Conference on Earthquake Engineering, Paris 1998, Balkema, Rotterdam, CD-ROM
83. Sredo S., Sera K., Nishikawa T. (1996) - Torsional response analysis of buildings subjected to bi-directional ground motions. 11th World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, 1996, CD-ROM, paper 865
84. Stathopoulos K.G., Anagnostopoulos S.A. (1998) - Elastic and inelastic torsion in buildings. In "11th European Conference on Earthquake Engineering", Paris, 1998, Balkema, Rotterdam, CD-ROM
85. Teodorescu P.P. (1966) - Probleme plane în teoria elasticității. Vol.I, Ed.Academiei R.S.R. București
86. Terteia I. ș.a. (1977) - Proiectarea betonului armat Ed. Didactică și Pedagogică, București
87. Thambiratnam D., Clark B., Williamson M., Wilkinson S. (1999) - Torsional coupling in buildings under seismic loads. 2nd European Conference on Steel Structures (eds.J.Studnika, F.Wald, J. Machacek), Praga 26-29 May 1999, CD-ROM

88. Timoshenko S. (1930) - Strength of Materials. Part.I., Dvan Nostrand Company, New-York
89. Trifumac M.D. (1997) - Relative earthquake motion of building foundation. Journal of Structural Engineering, Vol.123, No.4, 414-422
90. Tso W.K., Moghadam A.S. (1997) - Seismic response of asymmetrical push-over buildings using push-over analysis. In "Seismic Design Methodologes for the Next Generation of Codes" (eds.P.Fajfar and H. Krawinkler), Balkema, Rotterdam, 311-321
91. Tso W.K., Moghadam A.S. (1997) - Seismic response of asymmetrical buildings using push-over analysis. In "Seismic Design Methdologies for the Next Generation of Codes" (eds.P.Fayfer, H.Krawinkler), Balkema, Rotterdam, 311-320
92. Tso W.K., Moghadam A.S. (1998) - Appication of EUROCODE 8 torsional provisions to multi-storey buildings. In 11th European Conference on Earthquake Engineering", Paris, 1998, Belkema, Rotterdam, CD-ROM
93. UBC (1994) - Uniform Building Code. Section 23.12 Earthquake regulation.
94. Vasquez J. (1996) - Spectral superposition under two-directional excitation. "11th World Conference on Earthquake Engineering", Acapulco 1996, CD-ROM, paper 614
95. Womg C.M., Tso W.K. (1995) - Evaluation of torsional provisious in uniform building code. Journal of Structural Engineering, Vol.121, No.10, 1436-1442
96. Woodhead H.R., Mc.Mullen A.E. (1972) - A Study of Prestressed Concrete under Combined Loading. Research Report No CE 72-43, Department of Civil Engineering, University of Calgary
97. Yegupov K.V., Kostyitskiy A.V. (1998) - Building configuration and seismic design. In "11th European Conference on Earthquake Engineering", Paris 1998, Balkema, Rotterdam, CD-ROM
98. Zia P. (1973) - CEB Bulletin d'Information No.92, part B Torsion
99. *** - Manual de calcul "Effort Tranchant-Torsion" Final Draff. Bulletin d'Information CEB Nr.92, Juin 1973