

**MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIȘOARA
FACULTATEA DE ELECTROTEHNICĂ**

Ing. DUMITRU – DORU IRIMIA

**CONTRIBUȚII LA CALCULUL
REACTANȚELOR DE DISPERSIE
ALE MAȘINII DE INDUCȚIE TRIFAZATE,
CU CONSIDERAREA INFLUENȚEI SATURAȚIEI**

Teză de doctorat

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA

622.543^{*}
386 4

**Conducător științific:
Prof. dr. doc. ing. CONSTANTIN ȘORA**

1998

BUPT

Cuprins

Introducere.....	1
------------------	---

Capitolul 1

Aplicarea metodei elementelor finite la rezolvarea unei probleme de câmp magnetic

1.1. Metode numerice de calcul al câmpurilor.....	4
1.2. Ecuația potențialului magnetic vector.....	5
1.3. Formularea variațională a problemei de câmp.....	7

Capitolul 2

Implementarea algoritmului de calcul numeric cu metoda elementelor finite la mașina de inducție

2.1 Stabilirea ecuației nodale.....	11
2.2 Rețeaua de discretizare.....	16
2.3. Considerații privind rezolvarea ecuației nodale.....	30
2.3.1 Aspecte generale.....	30
2.3.2 Algoritmul de calcul.....	30
2.3.3. Determinarea curbei de magnetizare.....	34
2.4. Rezolvarea iterativă a sistemului liniar de ecuații algebrice.....	37
2.4.1. Metoda iterațiilor succesive.....	37
2.4.2. Generarea automată a sistemului de ecuații.....	39
2.4.3. Asupra stabilității și convergenței procesului de calcul.....	43

Capitolul 3

Aplicarea metodei elementelor finite

3.1. Stabilirea datelor de intrare.....	44
3.1.1. Dimensiuni geometrice.....	45
3.1.2 Sursa câmpului în regim de mers în gol.....	46
3.1.3. Sursa câmpului în regim de scurtcircuit.....	48
3.2. Alegerea coeficienților de relaxare în procesul de calcul iterativ.....	51
3.3. Analiza câmpului magnetic la mersul în gol.....	55
3.4. Analiza câmpului magnetic la mersul în scurtcircuit.....	65

Capitolul 4

Câmpul magnetic de dispersie din creștături,

în regim de scurtcircuit.....	71
4.1. Soluția numerică a problemei de câmp.....	72
4.2 Asupra unei soluții analitice a problemei ideale de câmp.....	74
4.2.1. Creștătura statorică deschisă cu pereți radiali.....	75
4.2.2. Creștătura rotorică deschisă cu pereți radiali.....	79
4.3. Înlocuirea creștăturilor reale.....	80
4.3.1. Creștătura de calcul.....	81
4.3.2. Creștătura echivalentă.....	87

Capitolul 5

Unele considerații privind calculul reactanțelor

de dispersie în prezența saturației.....	91
5.1. Determinarea permeanței specifice de dispersie a creștăturii.....	97
5.2. Determinarea permeanței specifice de dispersie a întrefierului.....	100
5.3. Calculul reactanțelor de dispersie.....	102
5.4. Unele încercări de soluționare a problemei saturației pe cale empirică.....	103

Capitolul 6

Verificări experimentale.....	109
6.1. Validarea metodei de calcul.....	110
6.2 Influența efectului pelicular asupra curentului de pornire.....	114

Capitolul 7

Concluzii generale.....	119
--------------------------------	------------

Bibliografie.....	123
--------------------------	------------

INTRODUCERE

Experiența de proiectare și exploatare a mașinilor electrice a condus la numeroase expresii analitice simplificate de calcul pentru parametrii acestor mașini. Considerarea stării locale de saturație a circuitului magnetic, în spectrul larg al regimurilor de funcționare, a devenit însă posibilă odată cu dezvoltarea metodelor de analiză numerică a câmpului electromagnetic din mașinile electrice. Astfel de metode s-au utilizat cu precădere la proiectarea mașinilor mari sau de construcție specială. În ultimii ani aria lor de aplicații s-a extins și la calculul mașinilor de uz general.

Proiectarea mașinilor electrice, după anumite criterii, este susceptibilă permanent de perfecționare. Cunoscând programul utilizat de S.C. Electromotor S.A. din Timișoara pentru proiectarea motoarelor de inducție, de uz general, cu rotorul în scurtcircuit, și consultând literatura de specialitate din domeniu [24, 56, 86, 85, 78, 51, 68, 14, 3] autorul și-a propus ca obiectiv principal în lucrare îmbunătățirea determinării reactanței de dispersie, ținând seama de saturația miezului feromagnetic. Interesul acordat influenței saturației asupra parametrilor mașinilor electrice este reflectat în lucrări de dizertație și articole de specialitate [102, 93, 55, 49, 27, 29, 16, 2, 1].

Rezolvarea obiectivului propus a necesitat cunoașterea metodelor de analiză numerică a câmpului electromagnetic [98, 40, 61, 38] și abordarea cu precădere a metodei elementelor finite (MEF), considerată cea mai potrivită pentru studiul mașinilor electrice [113, 112, 106, 100, 15, 30, 75, 93].

Ca urmare, în capitolul întâi se particularizează ecuațiile generale pentru modelul bidimensional plan-paralel aplicabil la studiul câmpului în secțiunea transversală a mașinii de inducție și se adoptă modelul matematic variațional.

În capitolul al doilea se implementează algoritmul de calcul numeric cu MEF. Autorul și-a propus în această etapă ca, folosind simetriile din domeniul

de calcul, să scrie numărul minim de ecuații, obținând o structură mai simplă și mai clară a programului. Caracteristica neliniară de material $B = f(H)$ face necesar un proces de calcul iterativ, la sfârșitul căruia se obțin valorile inducției magnetice în elementele rețelei de discretizare.

Aplicarea MEF într-un caz concret este prezentată în capitolul al treilea. Pentru rezolvarea sistemelor de ecuații algebrice prin metode iterative se recomandă domenii de valori pentru factorii de relaxare [114, 96, 61, 71, 89, 33, 53]. În lucrare, ei au fost determinați în urma numeroaselor încercări astfel încât să asigure stabilitate și o viteză acceptabilă de convergență a procesului iterativ de calcul. Pentru două regimuri de funcționare extreme –în gol și în scurtcircuit– s-au calculat inducțiile magnetice cu scopul identificării zonelor saturate. Rezultatele analizei numerice efectuate evidențiază pentru regimul de funcționare în scurtcircuit, existența unui câmp de dispersie extrem de intens în zonele îngustate ale creștăturii.

Saturarea capătului dintelui, sub acțiunea câmpului magnetic de dispersie al creștăturii, poate fi surprinsă în calcule prin introducerea unei noi creștături. Soluțiile propuse, diferite de cele întâlnite în literatura de specialitate [82, 24, 102, 85, 86, 68, 51, 14] sunt prezentate în capitolul al patrulea. Creștătura echivalentă, având permeanța specifică de dispersie egală cu a creștăturii reale (afectată de saturație, în momentul pornirii motorului), poate fi determinată numai pe baza soluției numerice a problemei de câmp. Creștătura de calcul (cvasiechivalentă), având o permeanță specifică de dispersie cu cca. 14% mai mică decât creștătura reală, poate fi identificată și în absența soluției numerice.

Capitolul al cincilea conține unele considerații privind calculul reactanțelor de dispersie, în prezența saturației, utile în proiectarea sau optimizarea mașinilor de inducție. Aceste activități presupun analizarea unui număr foarte mare de soluții constructive într-un interval de timp rezonabil din punct de vedere practic. Pentru situația în care nu se dispune de soluția

numerică, se determină dimensiunile geometrice care definesc creștăturile de calcul pentru principalele forme de creștături utilizate în construcția motoarelor de inducție, de uz general, având rotorul în scurtcircuit (cu colivie simplă). În aceste condiții se calculează permeanțele specifice de dispersie ale creștăturii și întrefierului, respectiv reactanțele de dispersie.

Verificările experimentale prezentate în capitolul al șaselea s-au efectuat pe 51 tipodimensiuni de motoare asincrone trifazate din fabricația S.C. Electromotor S.A. – Timișoara, cu 2, 4, 6 și 8 poli, având puteri nominale între 0,37 ... 45 kW. Încercările la scurtcircuit ale motoarelor de inducție au permis determinarea curenților de pornire și separarea reactanțelor de dispersie ($X_{\sigma_1} + X'_{\sigma_2}$). Diferențele, în limite acceptabile, dintre rezultatele numerice și cele experimentale (sub 10%) validează metoda de calcul propusă în capitolul anterior.

Concluziilor generale le este dedicat capitolul final, unde sunt menționate cele mai importante contribuții considerate a avea caracter original.

Doresc să-mi exprim deosebita considerație și profunda grațitudine pentru conducătorul științific al tezei, domnul prof. dr. doc. ing. Constantin Șora, care m-a îndrumat cu competență, exigență și generozitate pe întreaga perioadă de elaborare a lucrării.

Activitatea mea a fost favorizată de atmosfera și condițiile de muncă existente la catedra de Electrotehnică, precum și de sugestiile făcute de domnul prof. dr. ing. Dumitru Radu și domnul prof. dr. ing. Ioan Novac. Le mulțumesc pentru sprijinul colegial acordat.

Îi sunt recunoscător domnului dr. ing. Gheorghe Madescu, cercetător la Academia Română – filiala Timișoara, pentru observațiile și sugestiile aduse.

Doresc să-mi exprim grațitudinea față de profesorii care m-au onorat acceptând să facă parte din comisia de analiză a tezei de doctorat.

Mulțumesc familiei care, înțelegând semnificația acestei realizări, mi-a acordat tot sprijinul.

Capitolul 1

APLICAREA METODEI ELEMENTELOR FINITE LA REZOLVAREA UNEI PROBLEME DE CÂMP MAGNETIC

1.1. Metode numerice de calcul al câmpurilor

Soluționarea analitică a ecuațiilor diferențiale ce descriu din punct de vedere matematic câmpul electromagnetic nu se poate efectua decât prin crearea unor modele simplificate. Implementarea pe calculator, la începutul anilor '70, a metodelor de analiză numerică a câmpului a deschis noi perspective. De-a lungul anilor s-a înregistrat un progres continuu al metodelor numerice precum și al software-ului și hardware-ului de implementare [57].

Interesul pentru metodele de calcul numeric este reflectat de o bogată literatură de specialitate.

Metoda diferențelor finite [98, 77, 60, 53, 45, 62, 38, 37] se bazează pe aproximarea ecuațiilor diferențiale cu derivate parțiale, valabile pentru orice punct al domeniului de analiză, prin ecuații cu diferențe finite (algebrice) valabile numai pentru punctele ce definesc rețeaua de discretizare a domeniului. Dezavantajele acestei metode constau în convergența slabă a iterațiilor pentru domeniile în care au loc modificări importante ale parametrilor de material și erori apreciabile introduse în cazul unor domenii cu condiții pe frontieră relativ complicate.

În metoda elementelor finite [98, 114, 65, 77, 76, 38, 45, 34, 53, 67, 71] punctul de plecare îl constituie un model integral al fenomenului studiat. Acest model poate fi obținut direct prin calcul sau poate fi derivat din modelul diferențial corespunzător cu ajutorul calculului variațional [91, 61, 31] sau al reziduurilor ponderate a lui Galerkin [114, 77, 38]. Ultimii ani au impus

aplicarea pe scară largă a metodei datorită, în principal, flexibilității acesteia în raport cu proprietățile de material și configurația domeniului în care se calculează câmpul.

Metoda elementelor de frontieră [77, 95, 61, 33, 74, 83] utilizează o soluție a ecuației omogene asociate sau o soluție fundamentală a ecuației date, reducând problema la o ecuație integrală pe frontiera domeniului. Rezolvând-o, se obțin datele care vor permite apoi calculul în orice punct al domeniului. Obligativitatea construirii explicite a unei soluții a ecuației omogene sau a unei soluții fundamentale restrânge sfera de aplicabilitate a metodei, în general, la operatori diferențiali cu coeficienți constanți.

1.2. Ecuația potențialului magnetic vector

Modelul matematic al fenomenelor electromagnetice este dat de ecuații cu derivate parțiale de ordinul al doilea de tip eliptic, parabolic și hiperbolic [98; 61; 62; 40; 38].

În cele ce urmează se consideră o mașină electrică rotativă în care se stabilește un câmp magnetic produs de curenții electrici de conducție ce parcurg înfășurările mașinii.

Se alege un sistem ortogonal de coordonate carteziene ($Oxyz$), de versori \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} , având axa z suprapusă cu axa longitudinală a mașinii.

Forma locală a legii circuitului magnetic în regim cvasistaționar (când $\frac{\partial D}{\partial t} = 0$) este:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J}. \quad (1.1)$$

Ținând seama de legea fluxului magnetic în forma $\text{div} \vec{B} = 0$, inducția magnetică se poate scrie:

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A}. \quad (1.2)$$

Înlocuind (1.2) în (1.1) și considerând relația de material $\vec{B} = \mu \vec{H}$, pentru un mediu omogen rezultă:

$$\text{grad}(\text{div} \vec{A}) - \Delta \vec{A} = \mu \vec{J}. \quad (1.3)$$

Aplicând condiția de etalonare $\text{div} \vec{A} = 0$, se obține ecuația vectorială:

$$\Delta \vec{A} = -\mu \vec{J}. \quad (1.4)$$

În ipoteza câmpului bidimensional plan-paralel potențialul magnetic și densitatea curentului electric de conducție posedă componente exclusiv după

axa Oz și nu depind de coordonata z ($\frac{\partial}{\partial z} = 0$).

În consecință:

$$\vec{A} = A \vec{k}; \quad (1.5)$$

$$\vec{J} = J \vec{k}, \quad (1.6)$$

în care: $A = A(x, y)$ și $J = J(x, y)$.

Dezvoltând rel. (1.2) în coordonate carteziene se obține:

$$B_x \vec{i} + B_y \vec{j} = \frac{\partial A}{\partial y} \vec{i} - \frac{\partial A}{\partial x} \vec{j}, \quad (1.7)$$

de unde:

$$B_x(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} A(x, y); \quad B_y(x, y) = -\frac{\partial}{\partial x} A(x, y). \quad (1.8)$$

În aceste condiții particulare ecuația (1.4) ia în final forma scalară [98, 85]:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = -\mu J, \quad (1.9)$$

care este o ecuație de tip Poisson.

Cunoscând sursa câmpului $J(x, y)$, ecuația (1.9) permite determinarea potențialului magnetic vector și apoi ecuațiile (1.8) fac posibilă deducerea componentelor inducției magnetice în fiecare punct al domeniului de calcul.

1.3. Formularea variațională a problemei de câmp

Se cunoaște că metoda elementelor finite este o metodă numerică bazată pe aplicarea unor principii variaționale de rezolvare a ecuațiilor cu derivate parțiale [31, 71, 73, 77, 76]. Aplicată inițial în calculul structurilor mecanice, metoda a fost extinsă în diferite domenii de cercetare: mecanica fluidelor, transferul de căldură, propagarea undelor, electromagnetism [34, 38, 62, 113].

Se prezintă succint câteva aspecte matematice. Astfel, se consideră funcționala:

$$\mathcal{F} = \iint_D F\left(x, y, f, \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right) dx dy, \quad (1.10)$$

unde $f = f(x, y)$, $(x, y) \in D$, reprezintă o funcție cu două variabile independente, în domeniul mărginit D , a cărei frontieră este curba netedă pe porțiuni Γ . Lagrangianul F este o funcție cu derivatele de ordinul doi continue în raport cu cele cinci argumente [19, 48].

Se pune problema determinării funcției f care realizează extremul funcționalei \mathcal{F} . Fie o astfel de funcție scrisă sub forma:

$$f(x, y) = u(x, y) + \alpha v(x, y), \quad (1.11)$$

unde $\alpha \in \mathbb{R}$ este un parametru, iar $v(x, y)$ este o funcție derivabilă de două ori și care se anulează pe frontiera Γ :

$$v(x, y) \Big|_{\Gamma} = 0. \quad (1.12)$$

În problemele la limită soluția pe frontieră $f(x, y) \Big|_{\Gamma} = u(x, y) \Big|_{\Gamma}$ este în general cunoscută. Înlocuind (1.11) în (1.10) și efectuând integrala dublă, funcționala \mathcal{F} devine dependentă de parametrul α .

În matematică se prezintă condiția necesară de staționaritate (minimizare) a funcționalei de tip integral (1.10) care constă în anularea primei sale derivate [19, 48, 101]:

$$\left. \frac{d\mathcal{F}(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} = 0. \quad (1.13)$$

Dezvoltând rel. (1.10) se obține:

$$\left(\frac{d\mathcal{F}}{d\alpha} \right)_{\alpha=0} = \iint_D \left(\frac{dF}{d\alpha} \right)_{\alpha=0} dx dy = \iint_D \left(\frac{\partial F}{\partial u} v + \frac{\partial F}{\partial u_x} v_x + \frac{\partial F}{\partial u_y} v_y \right) dx dy = 0, \quad (1.14)$$

în care v_x, v_y, u_x, u_y sunt derivatele parțiale ale celor două funcții în raport cu x , respectiv y . Utilizând formula lui Green și ținând seama că $v(x, y) \Big|_{\Gamma} = 0$, rel.

(1.14) devine:

$$\iint_D \left[\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial u_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial u_y} \right) \right] v dx dy = 0, \quad (1.15)$$

de unde rezultă ecuația Euler-Ostrogradski:

$$\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial u_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial u_y} \right) = 0. \quad (1.16)$$

Problema constă în determinarea funcției $u(x, y)$, $(x, y) \in D \cup \Gamma$, care să verifice în D ecuația (1.16) și să ia valori date pe frontiera Γ a domeniului considerat.

De exemplu, dacă funcția F este de forma:

$$F = u_x^2 + u_y^2 + 2f(x, y)u(x, y), \quad (1.17)$$

ecuația (1.16) devine:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y), \quad (1.18)$$

care este o ecuație de tip Poisson, similară ecuației diferențiale a potențialului magnetic vector (1.9).

Așadar, problema rezolvării ecuației (1.18) poate fi transferată în domeniul variațional și constă în soluționarea funcționalei:

$$\mathcal{F} = \iint_D [u_x^2 + u_y^2 + 2f(x, y)u(x, y)] dx dy. \quad (1.19)$$

Construcția modelului matematic variațional de câmp presupune stabilirea unui principiu variațional (de tip lagrangian sau hamiltonian) capabil să furnizeze, din condiția de minimizare a unei funcționale adecvate, ecuațiile de bază ale câmpului electromagnetic.

În cazul unui sistem fizic constituit dintr-un mediu în prezența câmpului electromagnetic, funcționala este de forma [61]:

$$\mathcal{F} = \int_D \left(\int_0^E \bar{D} d\bar{E} - \int_0^B \bar{H} d\bar{B} + \bar{J} \bar{A} - \rho_v V \right) d\Omega, \quad (1.20)$$

care, în cazul analizei câmpului magnetic, pentru $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ devine:

$$\mathcal{F} = \int_D \left(\int_0^B \bar{H} d\bar{B} - \bar{J} \bar{A} \right) d\Omega, \quad (1.21)$$

unde $d\Omega$ este elementul de volum al domeniului D .

Capitolul 2

IMPLEMENTAREA ALGORITMULUI DE CALCUL NUMERIC CU METODA ELEMENTELOR FINITE LA MAȘINA DE INDUCȚIE

2.1 Stabilirea ecuației nodale

Sistemul de coordonate ales este sistemul cartezian Oxyz. Câmpul magnetic se consideră plan-paralel, mărimile sale de stare fiind independente de coordonata z , ortogonală secțiunii transversale a mașinii. Vectorul densitate a curentului de conducție \vec{J} și potențialul magnetic vector \vec{A} au componente numai după axa z (pentru simplificarea notațiilor indicele corespunzător acestei axe este omis). Domeniul de calcul D aparținând planului xOy se discretizează (partiționează) în subdomenii disjuncte numite elemente finite [98, 61, 62]. În aplicațiile de mașini electrice se utilizează frecvent elemente finite triunghiulare de ordinul întâi, datorită simplității lor și a preciziei de calcul suficient de bună pe care o asigură [57, 92, 106, 9, 15, 47, 75].

Soluția de potențial la nivelul fiecărui element finit se aproximează prin intermediul funcțiilor de formă liniare:

$$A^e(x, y) = \alpha_1^e + \alpha_2^e x + \alpha_3^e y, \quad (2.1)$$

în care indicele e marchează mărimile proprii unui element.

Fiecărui nod al rețelei îi corespunde o valoare a potențialului. Punctului de coordonate (x_i, y_i) îi corespunde valoarea A_i ș.a.m.d. conform fig. 2.1.

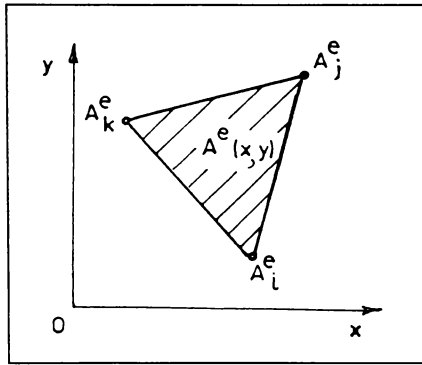


Fig. 2.1 Mărimi specifice elementului finit

Planul descris de ecuația (2.1) trece prin punctele A_i^e, A_j^e, A_k^e în următoarele condiții:

$$\begin{aligned}
 A_i^e &= \alpha_1^e + \alpha_2^e x_i + \alpha_3^e y_i ; \\
 A_j^e &= \alpha_1^e + \alpha_2^e x_j + \alpha_3^e y_j ; \\
 A_k^e &= \alpha_1^e + \alpha_2^e x_k + \alpha_3^e y_k .
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

Prin rezolvarea sistemului de ecuații (2.2) se obțin expresiile coeficienților $\alpha_1^e, \alpha_2^e, \alpha_3^e$ care înlocuite în (2.1) conduc în final la:

$$\begin{aligned}
 A^e(x, y) &= \frac{1}{2\Delta^e} [(x_j y_k - x_k y_j) + (y_j - y_k)x + (x_k - x_j)y] A_i^e + \\
 &+ \frac{1}{2\Delta^e} [(x_k y_i - x_i y_k) + (y_k - y_i)x + (x_i - x_k)y] A_j^e + \\
 &+ \frac{1}{2\Delta^e} [(x_i y_j - x_j y_i) + (y_i - y_j)x + (x_j - x_i)y] A_k^e ,
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

în care Δ^e reprezintă aria suprafeței elementului finit.

De aici rezultă imediat componentele după axele x și y ale inducției magnetice pe suprafața elementului e :

$$B_x^e = \frac{\partial A^e}{\partial y} = \frac{1}{2\Delta^e} \left[(x_k - x_j)A_i^e + (x_i - x_k)A_j^e + (x_j - x_i)A_k^e \right] ;$$

$$B_y^e = -\frac{\partial A^e}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta^e} \left[(y_k - y_j)A_i^e + (y_i - y_k)A_j^e + (y_j - y_i)A_k^e \right],$$
(2.4)

care sunt dependente numai de coordonatele nodurilor și de valorile potențialului în nodurile rețelei. În consecință, inducția magnetică are valori constante pe suprafața elementului finit e , modificându-și valoarea doar la trecerea pe alt element.

Cu acestea se revine la funcționala \mathcal{F} care, în condițiile unui mediu liniar, se transformă într-o sumă finită de funcționale elementale la nivelul celor m elemente de discretizare ale domeniului:

$$\mathcal{F} = \int_D \left(\frac{1}{\mu} \int_0^{B_x} B_x dB_x + \frac{1}{\mu} \int_0^{B_y} B_y dB_y - JA \right) dx dy = \sum_{e=1}^m \mathcal{F}^e, \quad (2.5)$$

în care \mathcal{F}^e este:

$$\mathcal{F}^e = \int_{S_{\Delta^e}} \left(\frac{1}{\mu^e} \int_0^{B_x} B_x dB_x + \frac{1}{\mu^e} \int_0^{B_y} B_y dB_y - J^e A^e \right) dx dy = \mathcal{F}^e(A_i, A_j, A_k). \quad (2.6)$$

Pentru întreg domeniul de calcul D funcționala \mathcal{F} este dependentă de potențialele tuturor nodurilor:

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}(A_1, A_2, \dots, A_n);$$

din condiția de staționaritate rezultă sistemul de ecuații:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A_1} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A_2} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A_n} = 0. \quad (2.7)$$

În cele ce urmează se fac considerații valabile pentru nodul i pornind de la condiția de staționaritate:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A_i} = 0, \quad (2.8)$$

care devine:

$$\sum_{e=1}^{m_i} \frac{\partial \mathcal{F}^e}{\partial A_i} = 0. \quad (2.9)$$

În ultima relație suma se face doar pentru cele m_i elemente din jurul nodului i , întrucât doar aceste funcționale \mathcal{F}^e sunt dependente de A_i .

Folosind (2.6) ultima relație devine:

$$\sum_{e=1}^{m_i} \frac{\partial}{\partial A_i} \int_{S_{\Delta^e}} \left(\frac{1}{\mu^e} \int_0^{B_x} B_x dB_x + \frac{1}{\mu^e} \int_0^{B_y} B_y dB_y - J^e A^e \right) dx dy = 0. \quad (2.10)$$

Pe suprafața S_{Δ^e} a unui element finit inducțiile magnetice sunt constante, astfel că integralele se rezolvă imediat:

$$\sum_{e=1}^{m_i} \frac{\partial}{\partial A_i} \left(\frac{1}{2\mu^e} B_x^2 + \frac{1}{2\mu^e} B_y^2 \right) \Delta^e - \sum_{e=1}^{m_i} \frac{\partial}{\partial A_i} \int_{S_{\Delta^e}} J^e A^e dx dy = 0 \quad (2.11)$$

Utilizând rel. (2.4) și formula Holand - Bell [61], din (2.11) rezultă, la $J^e = const.:$

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^{m_i} \frac{1}{4\mu^e \Delta^e} \left\{ (x_k - x_j) [(x_k - x_j) A_i^e + (x_i - x_k) A_j^e + (x_j - x_i) A_k^e] + \right. \\ & \left. + (y_j - y_k) [(y_j - y_k) A_i^e + (y_k - y_i) A_j^e + (y_i - y_k) A_k^e] \right\} - \sum_{e=1}^{m_i} \frac{1}{3} \Delta^e J^e = 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

La efectuarea sumelor, când se trece de la un element la altul, potențialul A_i rămâne constant în timp ce A_j și A_k se modifică; din acest motiv A_i poate fi

scos în afara sumei, devenind o mărime caracteristică nodului \mathbf{i} , nelegată de elementul e .

Ordonând corespunzător termenii din (2.12) în final se obține ecuația nodală corespunzătoare nodului \mathbf{i} :

$$A_i \sum_{e=1}^{m_i} K_{ii}^e + \sum_{e=1}^{m_i} K_{ij}^e A_j^e + \sum_{e=1}^{m_i} K_{ik}^e A_k^e - \sum_{e=1}^{m_i} \frac{1}{3} \Delta^e J^e = 0, \quad (2.13)$$

în care:

$$\begin{aligned} K_{ii}^e &= \frac{1}{4\mu^e \Delta^e} [(x_k - x_j)^2 + (y_j - y_k)^2]; \\ K_{ij}^e &= \frac{1}{4\mu^e \Delta^e} [(x_k - x_j)(x_i - x_k) + (y_j - y_k)(y_k - y_i)]; \\ K_{ik}^e &= \frac{1}{4\mu^e \Delta^e} [(x_k - x_j)(x_j - x_i) + (y_j - y_k)(y_i - y_k)]. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Ecuația (2.13) permite determinarea directă a potențialului magnetic A_i corespunzător nodului \mathbf{i} în funcție de potențialele celorlalte noduri ale elementelor ce conțin pe \mathbf{i} [41].

Se scrie câte o ecuație de tipul (2.13) pentru fiecare din cele \mathbf{n} noduri ale rețelei de discretizare și se obține un sistem de \mathbf{n} ecuații algebrice liniare, având ca necunoscute cele \mathbf{n} potențiale magnetice: A_1, A_2, \dots, A_n .

Pentru rezolvarea sistemului trebuie cunoscute: coordonatele nodurilor, ariile elementelor finite (Δ^e), permeabilitățile magnetice (μ^e) respectiv sursele de câmp (J^e) corespunzătoare fiecărui element precum și condițiile pe frontieră.

Utilizând rel. (2.4) se obțin componentele după axele \mathbf{x} și \mathbf{y} ale inducției magnetice din elementele rețelei de discretizare și problema se consideră rezolvată.

2.2 Rețeaua de discretizare

Numărul nodurilor rețelei de discretizare determină numărul ecuațiilor sistemului, influențând astfel timpul de calcul. De aceea trebuie folosite simetriile câmpurilor magnetice din mașinile electrice, care oferă posibilitatea reducerii domeniului de calcul până la un domeniu minim.

Pentru mașina de inducție cu întrefier constant, analizată în continuare, se alege ca domeniu de calcul o jumătate de pas polar (zona cuprinsă între axa unui pol și axa neutră vecină); în această situație se obțin pe frontieră condiții mixte omogene de tip Dirichlet și de tip Neumann. Domeniul de calcul este mărginit de următoarele curbe (fig. 2.2):

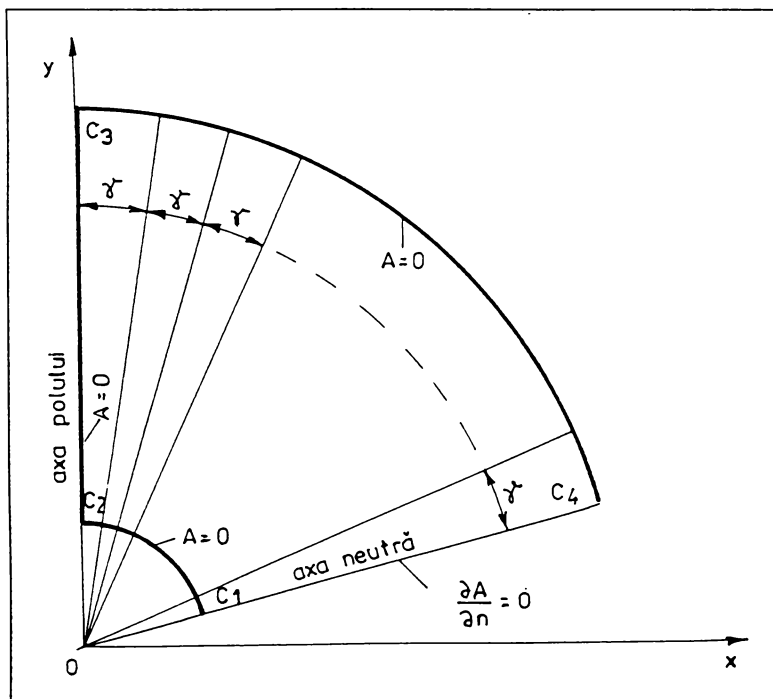


Fig. 2.2 Domeniul de calcul

- arcul de cerc C_1C_2 , trasat la mijlocul axului rotorului, cu condiții pe frontieră de tip Dirichlet;
- segmentul de dreaptă C_2C_3 , situat pe axa polului, cu condiții de tip Dirichlet;
- arcul de cerc C_3C_4 corespunzător diametrului exterior al statorului, cu condiții de tip Dirichlet;
- segmentul de dreaptă C_4C_1 , ce coincide cu axa neutră, cu condiții de tip Neumann .

Sistemul de coordonate carteziene xOy are centrul (O) pe axa de simetrie a mașinii electrice rotative. Figura 2.2 ilustrează cazul general; pentru mașina cu 2 poli, de exemplu, axa neutră coincide cu axa Ox .

Domeniul de calcul este împărțit în mai multe subdomenii simetrice din punct de vedere geometric. Fiecare subdomeniu cuprinde un pas de creștătură statoric, respectiv rotoric (unghiul la centru corespunzător fiecărui subdomeniu este $\gamma = 2\pi/Z$, unde Z reprezintă numărul de creștături).

Pentru un domeniu dat de calcul se obțin N_c subdomenii:

$$N_c = \frac{Z}{4p} \quad (2.15)$$

unde p este numărul perechilor de poli.

Discretizarea se face manual pentru un subdomeniu (fig. 2.3 și fig. 2.4), urmând a se genera automat pentru restul domeniului (fig. 2.5) [41, 99].

Se precizează că programul de calcul a fost întocmit în principal, pentru studiul saturației materialului pe căile de dispersie a fluxului magnetic; în consecință s-a prevăzut o densitate mai mare de elemente finite la capetele de dinți ai statorului, rotorului și în deschiderile creștăturilor.

622 543 / 366 A

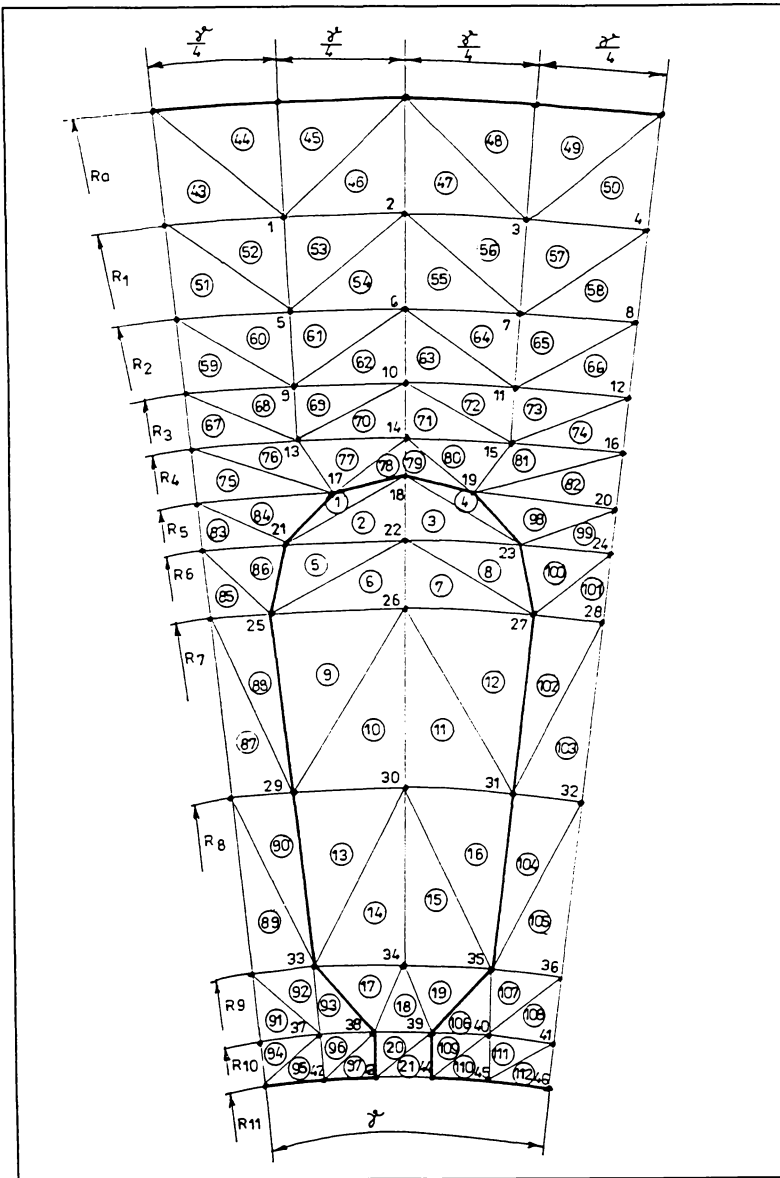


Fig. 2.3 Rețeaua de discretizare din stator

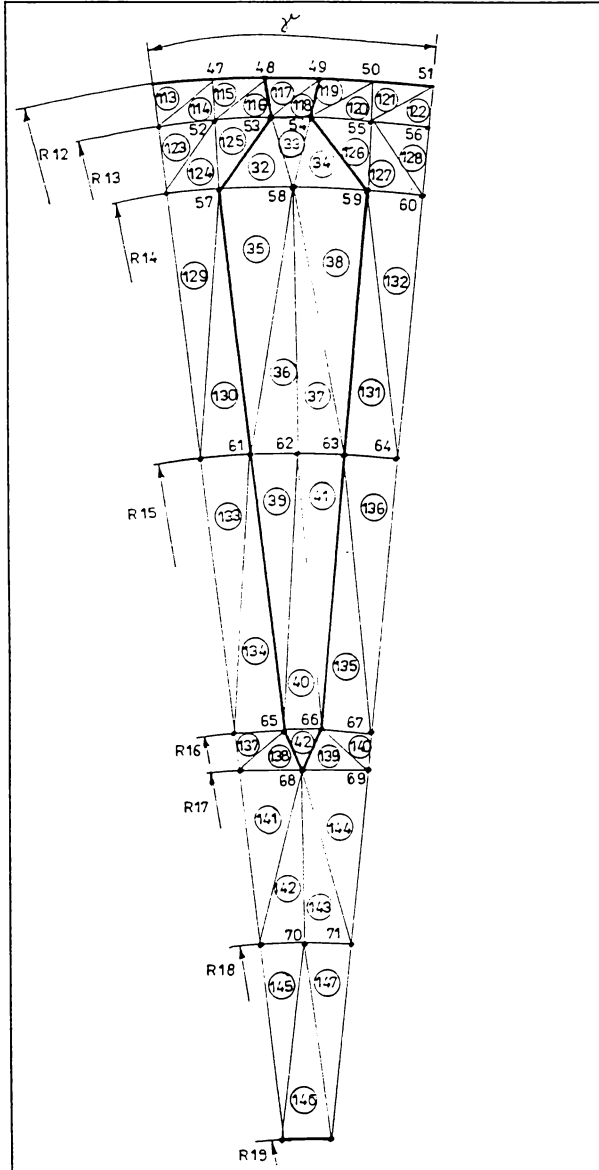


Fig. 2.4 Rețeaua de discretizare din rotor

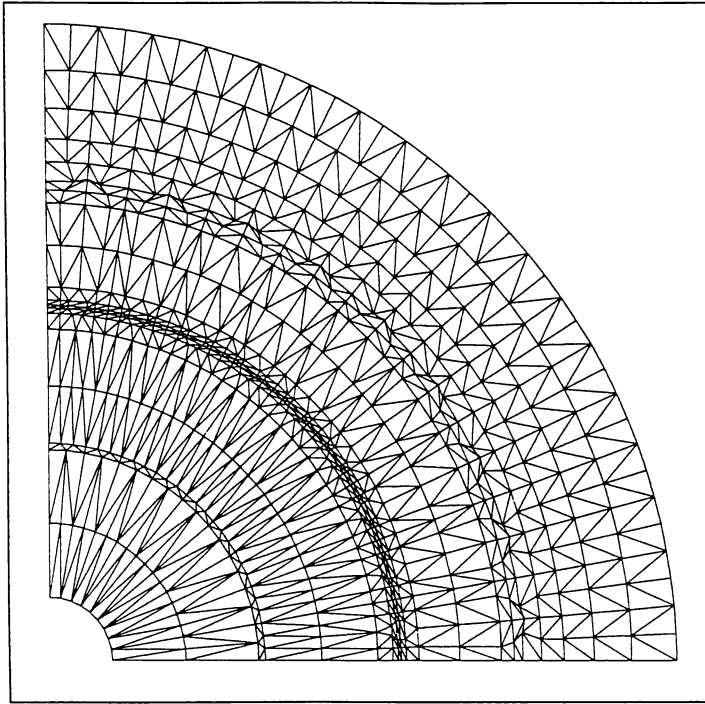


Fig. 2.5 Rețeaua de discretizare a domeniului de calcul

Distribuția nodurilor din primul subdomeniu se poate urmări în fig. 2.3 pentru stator, respectiv în fig. 2.4 pentru rotor. Nodurile rețelei se află la intersecția unor arce de cerc cu câteva raze alese convenabil sau cu liniile care descriu conturul creștăturii. În consecință, coordonatele nodurilor sunt direct legate de geometria transversală a mașinii (diametrele tolei, forma și dimensiunile creștăturilor etc.)

Pentru mașinile de inducție uzuale, construite pentru tensiune joasă, înfășurările se dispun, într-un strat sau două straturi, în creștăturile semiînchise sau semideschise, de formă ovală sau trapezoidală, ale statorului. Opțiunea pentru creștătura ovală semiînchisă din fig. 2.3 este determinată pe de o parte de avantajele tehnologice pe care le prezintă execuția ștanței și pe de altă parte de realizarea unui factor de umplere superior, la bobinare.

Este cunoscut faptul că la motoarele asincrone cu rotorul în scurtcircuit, având caracteristici de pornire normale, se utilizează frecvent colivia simplă [23, 70, 69, 56]. Alegerea creștăturii trapezoidale din fig. 2.4 este justificată de utilizarea ei, cu precădere, la acest tip de colivie.

Pentru a întocmi un program general de calcul se consideră următoarele dimensiuni în geometria transversală a mașinii de inducție (fig. 2.6 a și b):

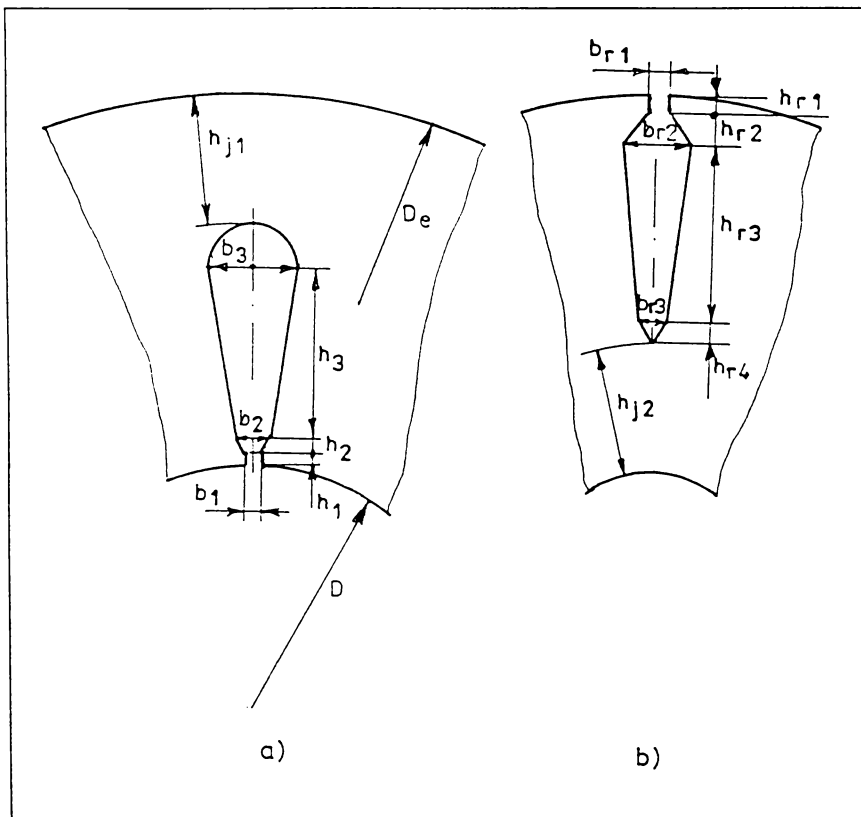


Fig. 2.6 Geometria transversală a mașinii de inducție analizate:
a) variabile statorice; b) variabile rotorice

Majoritatea creștăturilor întâlnite la motoarele de inducție, cu rotorul în scurtcircuit, de uz general, se pot obține prin particularizarea variabilelor menționate.

Raza de curbură corespunzătoare fundului creștăturii statorice este $\frac{b_3}{2}$ (fig. 2.6 a).

Cu ajutorul figurilor 2.3, 2.4 și 2.6 se determină coordonatele nodurilor sub forma unor expresii algebrice în funcție de variabilele geometriei transversale a mașinii.

În cele ce urmează se fac principalele precizări pe baza cărora pot fi identificate coordonatele nodurilor rețelei de discretizare (fig.2.3 și 2.4):

- diametrul exterior al statorului determină $R_0 = \frac{D_e}{2}$;

- nodurile 1, 2, 3, 4 sunt echidistante pe arcul de cerc de rază R_1 :

$$R_1 = R_0 - 0,3 h_{j_1} . \quad (2.16)$$

- nodurile 5, 6, 7, 8; 9, 10, 11, 12; 13, 14, 15, 16 sunt echidistante pe arcele de cerc de raze R_2 ; R_3 ; R_4 :

$$\begin{aligned} R_2 &= R_0 - 0,55 h_{j_1} ; \\ R_3 &= R_0 - 0,75 h_{j_1} ; \\ R_4 &= R_0 - 0,90 h_{j_1} . \end{aligned} \quad (2.17)$$

- nodurile 17, 19 se află la intersecția arcului de cerc de rază R_5 cu linia de contur a creștăturii:

$$R_5 = R_0 - h_{j_1} - 0,067 b_3 . \quad (2.18)$$

- nodurile 21, 23; 25, 27 se află la intersecția arcelor de cerc de raze R_6 ; R_7 cu linia de contur a creștăturii:

$$\begin{aligned} R_6 &= R_0 - h_{j_1} - 0,25 b_3 ; \\ R_7 &= R_0 - h_{j_1} - 0,50 b_3 . \end{aligned} \quad (2.19)$$

- nodurile 29, 31; 33, 35 se află la intersecția cercurilor de raze R_8 ; R_9 , cu linia de contur a creștăturii:

$$\begin{aligned} R_8 &= 0,5 D + h_1 + h_2 + 0,5 h_3 ; \\ R_9 &= 0,5 D + h_1 + h_2 . \end{aligned} \quad (2.20)$$

- nodurile 37, 38, 39, 40, 41 se află pe cercul de rază R_{10} , iar 42, 43, 44, 45, 46 pe cercul de rază R_{11} :

$$\begin{aligned} R_{10} &= 0,5 D + h_1 ; \\ R_{11} &= 0,5 D . \end{aligned} \quad (2.21)$$

- nodurile 25, 29, 33, 37, 42, respectiv 27, 31, 35, 40, 45 sunt coliniare;
- nodurile 47, 48, 49, 50, 51 sunt echidistante pe arcul de cerc de rază R_{12} :

$$R_{12} = R_{11} - \delta , \quad (2.22)$$

unde δ este întrefierul real al mașinii;

- nodurile 52, 53, 54, 55, 56 se află pe arcul cercului de rază R_{13} :

$$R_{13} = R_{12} - h_{r_1} . \quad (2.23)$$

- nodurile 47, 52, 57, 61, 65, respectiv 50, 55, 59, 63, 66 sunt coliniare;
- toate celelalte noduri au poziții ușor de identificat și se află pe arce de cerc având următoarele raze:

$$\begin{aligned} R_{14} &= R_{12} - h_{r_1} - h_{r_2} ; \\ R_{15} &= R_{12} - h_{r_1} - h_{r_2} - 0,5 h_{r_3} ; \\ R_{16} &= R_{14} - h_{r_3} ; \\ R_{17} &= R_{16} - h_{r_4} ; \\ R_{18} &= R_{17} - 0,5 h_{j_2} ; \\ R_{19} &= R_{17} - h_{j_2} . \end{aligned} \quad (2.24)$$

Rețeaua subdomeniului conține astfel 71 noduri și 147 elemente finite.

Elementele finite sunt împărțite în două grupe:

- prima grupă conține elementele pentru care permeabilitatea magnetică este egală cu μ_0 : elementele 1,2,3, ... 21 care discretizează suprafața creștăturii statorului, elementele 22 ... 31 care aparțin întrefierului și elementele 32 ... 42 din creștătura rotorului;
- în grupa a doua intră elementele care discretizează zonele feromagnetice, unde permeabilitatea magnetică are o variație neliniară în raport cu intensitatea câmpului magnetic: elementele 43, 44, 45, ... , 147.

Nodurile rețelei sunt:

- noduri interioare, adică care fac parte din domeniul de calcul și nu aparțin frontierei cu condiții de tip Dirichlet (nodurile care aparțin unor porțiuni de frontieră pe care condițiile sunt de tip Neumann se consideră tot noduri interioare; este cazul porțiunii de frontieră C_4C_1 din fig. 2.2 pe care se află noduri interioare); în primul subdomeniu nodurile interioare sunt numerotate de la 1 la 71;
- noduri de frontieră, situate pe porțiunile de frontieră unde sunt condiții de tip Dirichlet (porțiunea $C_1C_2C_3C_4$ a frontierei domeniului de calcul – fig. 2.2); numerotarea nodurilor de frontieră se face numai după ce s-au numerotat toate nodurile interioare.

Discretizarea primului subdomeniu (D_1) se repetă automat pentru celelalte subdomenii (D_2, D_3, \dots, D_{N_c}). Se consideră, spre exemplu, un domeniu format din 9 subdomenii ($N_c = 9$) cu $\gamma = \frac{\pi}{18}$ radiani. În consecință domeniul de calcul conține $147 N_c = 1323$ elemente finite pentru o jumătate de pas polar. Dacă mașina are doi poli se obțin 5292 elemente pe toată secțiunea transversală, ceea ce reprezintă o rețea de discretizare suficient de densă pentru scopul urmărit. Numărul de noduri interioare din domeniul de calcul este $71 N_c = 639$ noduri, la care se adaugă nodurile de frontieră care se numerotează în continuare începând cu numărul 640; se obține, pentru $N_c = 9$, un număr de 65 noduri de frontieră,

ajungându-se la numărul total de 704 noduri (în fig. 2.7 sunt numerotate nodurile de frontieră ale domeniului D pentru cazul $N_c = 9$ subdomenii).

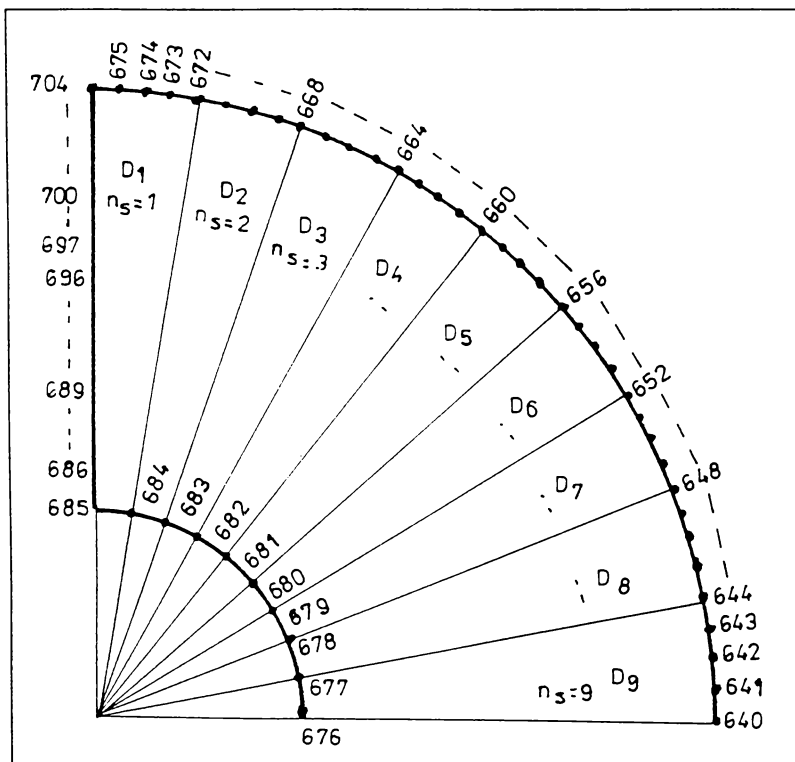


Fig. 2.7 Nodurile de frontieră

Se notează cu n_s numărul curent al subdomeniului; de pildă, pentru subdomeniul D_7 variabila este $n_s = 7$.

Cu aceste precizări se pot determina numerele de ordine ale nodurilor (i) și elementelor (e) în întreg domeniul de calcul, astfel:

$$\begin{aligned} i &= i' + 71(n_s - 1) ; \\ e &= e' + 147(n_s - 1) , \end{aligned} \quad (2.25)$$

în care i' reprezintă numărul de ordine al nodului în primul subdomeniu, respectiv e' este numărul de ordine al elementului finit în primul subdomeniu.

Spre exemplu, nodul cu numărul 37 ($i' = 37$) din primul subdomeniu (fig. 2.3) are numărul $i = 108$ în al doilea subdomeniu, $i = 179$ în al treilea subdomeniu ș.a.m.d.

Elementul finit cu numărul $e' = 93$ din primul subdomeniu are în celelalte subdomenii, respectiv numerele $e = 240, 387, 534, \dots, 1269$.

Cu alte cuvinte pozițiile nodurilor și elementelor se identifică în primul subdomeniu (fig. 2.3 și 2.4), iar apoi numerele lor de ordine echivalente din celelalte subdomenii se află cu rel. (2.25).

Coordonatele nodurilor. Folosind figurile 2.3; 2.4, 2.6, relațiile geometrice și trigonometrice cunoscute, se scriu, pentru fiecare nod în parte, expresiile de calcul ale coordonatelor carteziene. Valorile calculate în program sunt reținute în două tablouri unidimensionale $X(I), Y(I), I = 1 \dots N$ (pentru cazul considerat mai sus, fiecare tablou conține 704 elemente). De exemplu, nodul cu numărul de ordine 38 (fig. 2.3) și echivalentele lui din celelalte subdomenii au coordonatele carteziene dependente și de numărul subdomeniului în care se află:

$$\begin{aligned} x_i &= X(I) = R_{10} \sin(\alpha + \beta_1), \quad i = I = 38 + 71(n_S - 1); \\ y_i &= Y(I) = R_{10} \cos(\alpha + \beta_1), \quad i = I = 38 + 71(n_S - 1); \\ \alpha &= (n_S - 1)\gamma; \\ \beta_1 &= \frac{1}{2} \left(\gamma - \frac{b_1}{R_{10}} \right). \end{aligned} \tag{2.26}$$

Pentru nodurile care au poziții echivalente cu nodul 29 se scrie:

$$\begin{aligned}
 x_i &= X(I) = R_8 \sin(\alpha + \beta_2), \quad i = I = 29 + 71(n_S - 1); \\
 y_i &= Y(I) = R_8 \cos(\alpha + \beta_2), \quad i = I = 29 + 71(n_S - 1);
 \end{aligned}
 \tag{2.27}$$

unde $\beta_2 = \frac{1}{2} \left(\gamma - \frac{b_2 + b_3}{2R_8} \right)$.

Astfel de relații se scriu pentru fiecare din cele 71 noduri interioare și similar pentru nodurile de frontieră care sunt numerotate conform figurii 2.8, în care $k = 75 N_c$ și $k_1 = k + N_c$.

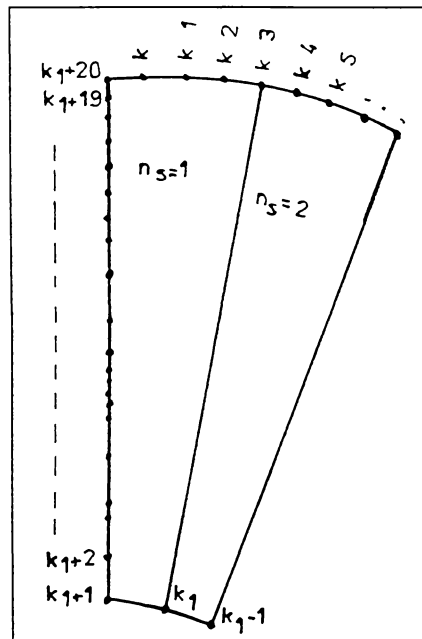


Fig. 2.8 Indexarea nodurilor de frontieră

Ariile elementelor finite se află utilizând coordonatele cunoscute ale tuturor nodurilor rețelei. De pildă, aria elementului $e = 93$ se determină astfel:

$$\Delta^{93} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_{33} & y_{33} \\ 1 & x_{37} & y_{37} \\ 1 & x_{38} & y_{38} \end{vmatrix}. \quad (2.28)$$

Se calculează ariile celor 147 elemente finite și se rețin într-un tablou unidimensional.

Toate datele legate de rețeaua de discretizare sunt prelucrate în primul segment de program (SEG1) care generează coordonatele nodurilor rețelei și ariile elementelor finite conform schemei logice din fig. 2.9 [41, 99].

La intrare se citesc următoarele mărimi: numărul de creștături statorice (Z_1), numărul perechilor de poli (p), mărimea întrefierului (δ) și toate dimensiunile geometrice ale tolei prezentate în fig. 2.6.

Cu $n_S = 1$ se calculează pentru primul subdomeniu coordonatele celor 71 noduri ale rețelei (blocul 1). Se trece la subdomeniul al doilea ($n_S = 2$) și se reiau calculele din blocul 1 pentru determinarea coordonatelor nodurilor cu numerele 72 ... 142, ș.a.m.d.

După terminarea tuturor subdomeniilor ($n_S = N_c$) se calculează coordonatele nodurilor de frontieră (blocul 2) utilizând relații similare celor din blocul 1.

În blocul 3 se calculează ariile celor 147 elemente ale primului subdomeniu; ele sunt identice cu ariile elementelor echivalente din celelalte subdomenii.

Blocul mărimilor de ieșire conține trei tablouri unidimensionale:

- tabloul $X(I)$, având dimensiunea $76 N_c + 20$, conținând coordonatele x_i ale nodurilor rețelei de discretizare;
- tabloul $Y(I)$, având dimensiunea $76 N_c + 20$, conținând coordonatele y_i ale nodurilor;
- tabloul $SD(E)$ cu dimensiunea 147, conținând ariile elementelor finite din primul subdomeniu.

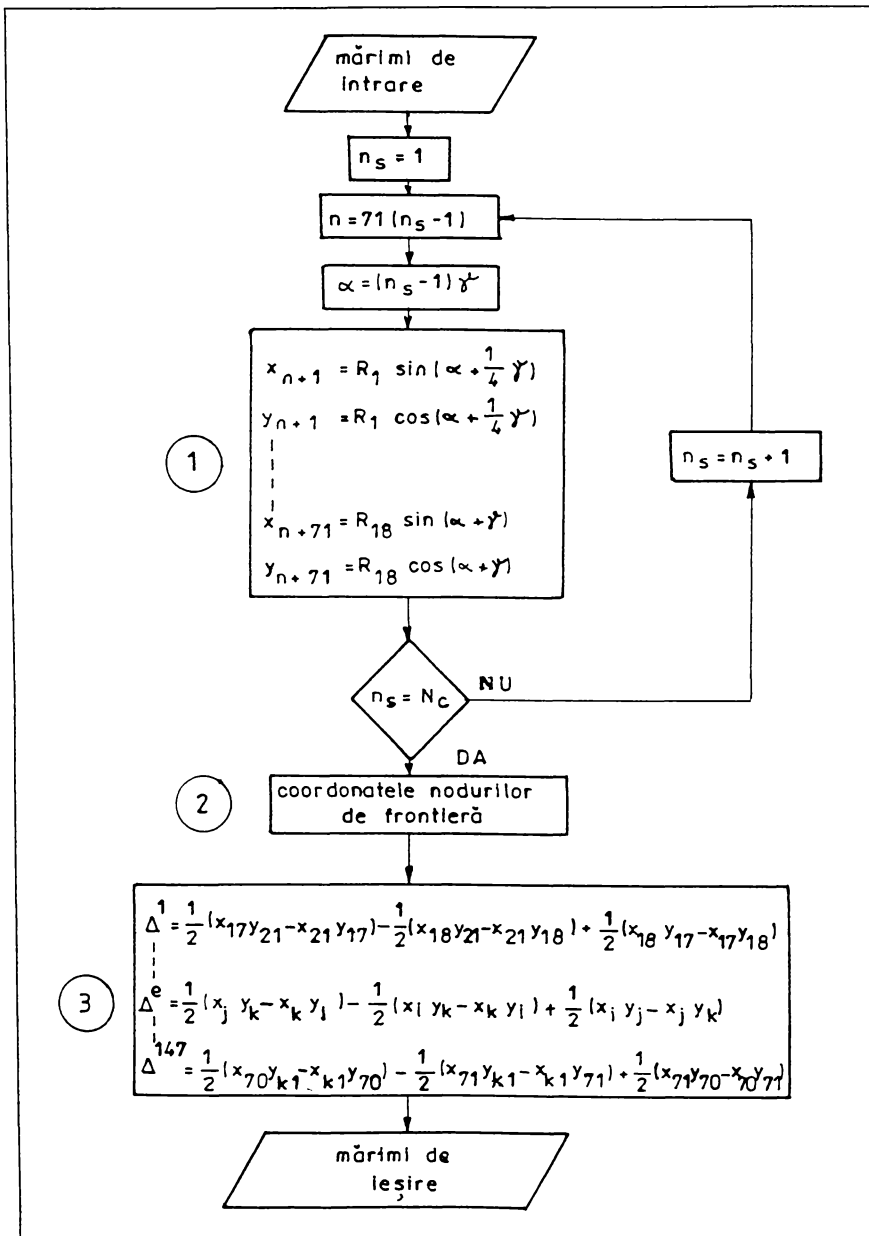


Fig. 2.9 Schema logică a segmentului de program SEG 1

2.3. Considerații privind rezolvarea ecuației nodale

2.3.1 Aspecte generale

Ecuția (2.13) permite determinarea potențialului magnetic A_i al nodului i în funcție de potențialele și coordonatele nodurilor vecine (direct legate de i), de ariile și permeabilitățile magnetice corespunzătoare elementelor din jurul nodului i . Se constată că, pentru fiecare ecuație nodală, sunt implicate exclusiv elementele din jurul nodului pentru care s-a scris ecuația.

Se menționează că ecuația nodală se scrie numai pentru nodurile interioare ale domeniului de calcul. De exemplu, în ecuația scrisă pentru nodul $i = 5$ sunt implicate 6 elemente (54, 53, 52, 51, 60, 61). Sunt și noduri ($i = 33$) în jurul cărora există 7 elemente (14, 13, 90, 89, 92, 93, 17) sau 5 elemente (cazul nodului $i = 34$).

Dacă nodul se află pe frontiera cu condiții de tip Neumann, în ecuația nodală corespunzătoare sunt implicate numai nodurile care aparțin domeniului (din jurul nodului respectiv); este cazul nodurilor din ultimul subdomeniu care au poziții echivalente cu nodurile 4, 8, 12, 16, 20 ... 67, 69, 71, cu câte trei elemente finite în jurul lor, cu excepția nodului 56 care are în jurul lui doar două elemente din domeniul de calcul; pentru aceste noduri sumele din ecuația (2.13) se referă numai la aceste trei, respectiv două elemente.

Cu alte cuvinte, în raport cu nodul la care se referă, sumele din ecuația nodală (2.13) conțin 7, 6, 5, 3 sau 2 termeni; aceste caracteristici sunt proprii rețelelor de discretizare din fig. 2.3 și fig. 2.4.

2.3.2 Algoritm de calcul

Pentru ilustrarea modului de rezolvare a ecuației nodale se consideră, în acest paragraf, cazul cu 6 elemente în jurul nodului i (fig. 2.10). Se disting două moduri de indexare a nodurilor:

- indexare globală: $i_1, i_2, i_3, \dots, i_6$ corespunzătoare rețelei;

- indexare locală: i, j, k pentru fiecare nod în parte.

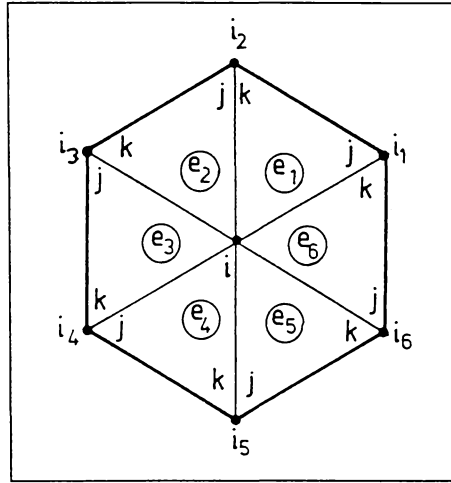


Fig. 2.10 Referitor la rezolvarea ecuației nodale

Astfel, nodul i_2 are indexul local k sau j după cum se face referire la elementul e_1 sau e_2 .

Fiecare din cele patru sume (rel. 2.13) va conține 6 termeni corespunzători celor 6 elemente din jurul nodului i . Indexarea locală, prezentă în rel. (2.14), mărește dificultatea problemei. Este necesar, pentru fiecare element în parte, să se facă trecerea de la indexarea locală la cea globală.

Coefficienții ecuației (2.13) pot fi calculați în această etapă întrucât sunt cunoscute toate datele legate de rețeaua de discretizare precum și densitățile de curent $J(e)$, respectiv permeabilitățile magnetice $PER(e)$ la nivelul fiecărui element. Pentru ordonarea calculelor se definesc trei funcții, de trei și patru variabile, echivalente cu (2.14):

$$KI(e, j, k) = \frac{1}{4PER(e)SD(e)} \{ [X(k) - X(j)]^2 + [Y(j) - Y(k)]^2 \}; \quad (2.29)$$

$$KJ(e, i, j, k) = \frac{1}{4PER(e)SD(e)} \{ [X(k) - X(j)][X(i) - X(k)] + [Y(j) - Y(k)][Y(k) - Y(i)] \};$$

$$KK(e, i, j, k) = \frac{1}{4PER(e)SD(e)} \{ [X(k) - X(j)][X(j) - X(i)] + [Y(j) - Y(k)][Y(i) - Y(j)] \}.$$

Astfel, folosind notațiile din fig. 2.10 cele patru sume din (2.13) se pot exprima în felul următor:

$$\begin{aligned}
 S_1 &= \sum K_{ii}^e = KI(e_1, i_1, i_2) + KI(e_2, i_2, i_3) + KI(e_3, i_3, i_4) + \\
 &\quad + KI(e_4, i_4, i_5) + KI(e_5, i_5, i_6) + KI(e_6, i_6, i_1); \\
 S_2 &= \sum K_{ij}^e A_j^e = KJ(e_1, i, i_1, i_2)A(i_1) + KJ(e_2, i, i_2, i_3)A(i_2) + KJ(e_3, i, i_3, i_4)A(i_3) + \\
 &\quad + KJ(e_4, i, i_4, i_5)A(i_4) + KJ(e_5, i, i_5, i_6)A(i_5) + KJ(e_6, i, i_6, i_1)A(i_6); \\
 S_3 &= \sum K_{ik}^e A_k^e = KK(e_1, i, i_1, i_2)A(i_2) + KK(e_2, i, i_2, i_3)A(i_3) + KK(e_3, i, i_3, i_4)A(i_4) + \\
 &\quad + KK(e_4, i, i_4, i_5)A(i_5) + KK(e_5, i, i_5, i_6)A(i_6) + KK(e_6, i, i_6, i_1)A(i_1); \\
 S_4 &= \sum \frac{1}{3} \Delta^e J^e = \frac{1}{3} [SD(e_1)J(e_1) + SD(e_2)J(e_2) + SD(e_3)J(e_3) + \\
 &\quad + SD(e_4)J(e_4) + SD(e_5)J(e_5) + SD(e_6)J(e_6)] \quad (2.30)
 \end{aligned}$$

în care $A(i_1), A(i_2), \dots, A(i_6)$ reprezintă potențialele celor 6 noduri vecine nodului i și considerate cunoscute.

Cu acestea, potențialul nodului i rezultă imediat din ec. (2.13):

$$A_i = \frac{S_4 - S_3 - S_2}{S_1} \quad (2.31)$$

Relația (2.31) dă, de fapt, noua valoare a potențialului nodului i (pentru care s-a scris ecuația nodală).

Modificarea valorii potențialului A_i al nodului i determină schimbarea valorilor inducțiilor magnetice pe toate cele 6 elemente din jurul nodului i (conform rel. 2.4).

Procedând ca mai sus, se definesc două funcții de patru variabile. echivalente cu rel. 2.4:

$$\begin{aligned}
BX(e, i, j, k) &= \frac{1}{2SD(e)} \{ [X(k) - X(j)]A(i) + [X(i) - X(k)]A(j) + [X(j) - X(i)]A(k) \}; \\
BY(e, i, j, k) &= \frac{1}{2SD(e)} \{ [Y(k) - Y(j)]A(i) + [Y(i) - Y(k)]A(j) + [Y(j) - Y(i)]A(k) \}. \quad (2.32)
\end{aligned}$$

în care i, j, k reprezintă indexarea locală a nodurilor. Utilizând componentele (2.32) se poate determina modulul inducției magnetice pe fiecare din cele 6 elemente. Astfel, pe elementul e_1 inducția magnetică are valoarea:

$$B(e_1) = \sqrt{[BX(e_1, i, i_1, i_2)]^2 + [BY(e_1, i, i_1, i_2)]^2}$$

și similar pe celelalte elemente:

$$\begin{aligned}
B(e_2) &= \sqrt{[BX(e_2, i, i_2, i_3)]^2 + [BY(e_2, i, i_2, i_3)]^2} ; \\
B(e_3) &= \sqrt{[BX(e_3, i, i_3, i_4)]^2 + [BY(e_3, i, i_3, i_4)]^2} ; \\
B(e_4) &= \sqrt{[BX(e_4, i, i_4, i_5)]^2 + [BY(e_4, i, i_4, i_5)]^2} ; \quad (2.33) \\
B(e_5) &= \sqrt{[BX(e_5, i, i_5, i_6)]^2 + [BY(e_5, i, i_5, i_6)]^2} ; \\
B(e_6) &= \sqrt{[BX(e_6, i, i_6, i_1)]^2 + [BY(e_6, i, i_6, i_1)]^2} ;
\end{aligned}$$

În sfârșit modificarea inducțiilor magnetice pe aceste elemente determină modificarea permeabilităților magnetice corespunzătoare elementelor din jurul nodului i .

Cu relația neliniară $\mu = f(B)$ se determină noile valori ale permeabilităților $PER(e_1), PER(e_2), \dots, PER(e_6)$. Rezolvând din nou problema de câmp, se obțin noi valori A_j . Procedeeul se repetă.

Pentru a facilita întocmirea programului de calcul, relațiile din acest paragraf sunt grupate într-o subrutină de tipul:

$$\text{SUBROUTINE AA6}(i, i_1, i_2, \dots, i_6, e_1, e_2, \dots, e_6). \quad (2.34)$$

Similar s-au întocmit și subrutinele corespunzătoare cazurilor în care, în jurul nodului i există șapte, cinci, trei sau două elemente:

SUBROUTINE AA7 (i, i₁, i₂, ... , i₇, e₁, e₂, ... , e₇);
 SUBROUTINE AA5 (i, i₁, i₂, ... , i₅, e₁, e₂, ... , e₅); (2.35)
 SUBROUTINE AA3 (i, i₁, i₂, i₃, i₄, e₁, e₂, e₃);
 SUBROUTINE AA2 (i, i₁, i₂, i₃, e₁, e₂).

Subrutinele AA3 și AA2 au fost scrise pentru nodurile de pe porțiunea de frontieră cu condiții de tip Neumann (în acest caz numărul nodurilor este mai mare cu o unitate decât numărul elementelor din jurul nodului i).

În consecință, pentru rezolvarea unei ecuații nodale se apelează la o astfel de subrutină într-o singură linie de program. Spre exemplu, pentru rezolvarea ecuației nodului $i = 10$ se scrie:

CALL AA6 (10, 11, 6, 9, 13, 14, 15, 63, 62, 69, 70, 71, 72). (2.36)

Celelalte mărimi: coordonatele nodurilor, potențialele, inducțiile, ariile, permeabilitățile, densitățile de curent sunt transmise în subrutine prin instrucțiuni de tip **COMMON**.

Indexarea globală din (2.36) este convertită direct într-o indexare locală (2.34) prin intrarea în subrutină. Se observă că acest algoritm prezintă avantaje importante la întocmirea programului general.

2.3.3. Determinarea curbei de magnetizare

Pentru implementarea modelului de calcul propus este necesar să se cunoască proprietățile materialului feromagnetic sub forma dependenței neliniare dintre inducția magnetică și intensitatea câmpului magnetic $B = f(H)$, caz obișnuit la mașinile de inducție.

În acest sens, folosind un aparat Epstein, s-a determinat experimental această curbă la S.C. Electromotor S.A. Timișoara pentru banda silicioasă D17 (STAS 11508 - 89), utilizată în practică la fabricarea motoarelor de inducție.

Rezultatele sunt prezentate în fig. 2.11; scara de jos a abscisei corespunde porțiunii de sus a curbei. Pierderile specifice la 1T sunt $p_{10} = 2,6 \frac{W}{kg}$.

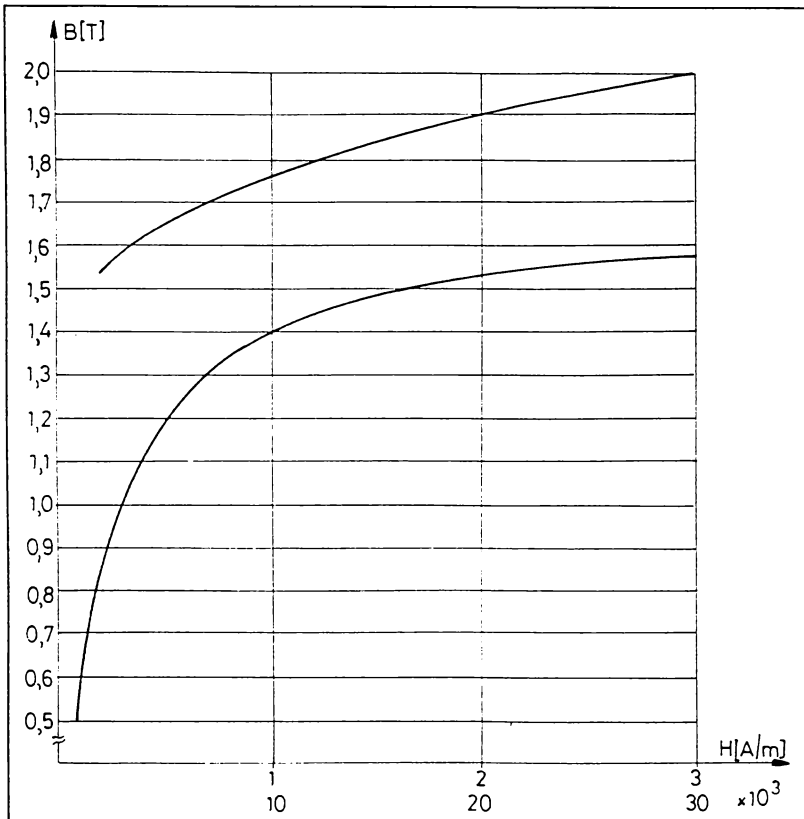


Fig. 2.11 Curba de magnetizare a materialului feromagnetic (banda silicioasă D17, laminată la rece; 0,5 mm)

Curba de magnetizare $B(H)$ din fig. 2.11 este introdusă în memoria calculatorului sub forma unui tablou unidimensional $H(n)$, care conține valorile câmpului magnetic în 40 de puncte echidistante.

În scopul utilizării automate a curbei de magnetizare este necesar să se elaboreze un algoritm de interpolare. Pentru o valoare dată a inducției,

algoritm trebuie să furnizeze valoarea corespunzătoare a intensității, respectiv a permeabilității câmpului magnetic.

Modelul matematic poate fi ales din mulțimea celor propuse în literatură [59, 84] sau poate fi construit în acord cu condițiile specifice ale problemei de rezolvat. Dificultățile generate de asigurarea convergenței metodei iterative folosite influențează decizia în legătură cu modelarea dependenței $B = f(H)$. Apreciind că cele 40 de puncte prin care este cunoscută curba de magnetizare sunt suficient de apropiate, se poate adopta interpolarea liniară pentru determinarea valorilor intermediare. În fig. 2.12 punctele M_1, M_2 se află pe curba de magnetizare reprezentând elementele (n) , respectiv $(n+1)$ ale tabloului H. Se construiește o dreaptă prin M_1, M_2 care formează unghiul α cu axa absciselor.

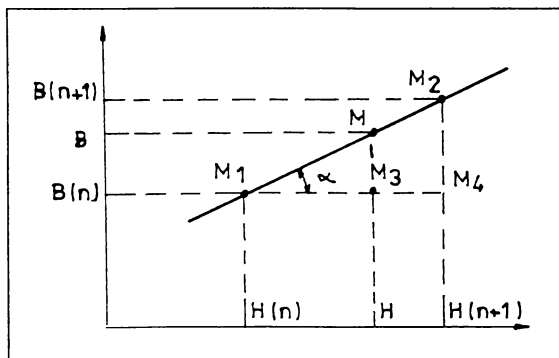


Fig. 2.12 Referitor la interpolarea liniară

Se poate scrie următoarea relație:

$$\frac{H(n+1) - H(n)}{0,05} = \frac{B - B(n)}{B - B(n)}. \quad (2.37)$$

Cu intensitatea câmpului magnetic H determinată din rel. (2.37), la valori ale inducției cuprinse în intervalul $0 < B < 2T$, rezultă permeabilitatea

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (2.38)$$

Pentru inducții $2 \leq B < 4T$ calculul permeabilității magnetice se face conform relației:

$$\mu = 66,7 \cdot 10^{-6} - 32,7 \cdot 10^{-6} (B - 2) \quad (2.39)$$

iar pentru $B \geq 4T, \mu \cong \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$.

Întreg algoritmul de interpolare este cuprins în subrutina HB (B, PERM) care oferă la ieșire valoarea permeabilității magnetice (PERM) corespunzătoare mărimii de intrare (inducția magnetică B).

2.4. Rezolvarea iterativă a sistemului liniar de ecuații algebrice

2.4.1. Metoda iterațiilor succesive

Pentru fiecare nod al rețelei de discretizare se scrie câte o ecuație de tipul (2.13). În consecință numărul de ecuații ale sistemului este egal cu numărul de noduri ale rețelei domeniului de calcul.

Rezolvarea sistemului de ecuații liniare se face cu metoda Gauss - Seidel, cunoscută și sub denumirea de metoda iterațiilor succesive. Ecuația nodală (2.13) are o formă avantajoasă pentru aplicarea acestei metode determinând o simplificare a algoritmului de calcul [42, 99].

Necunoscutele sistemului sunt potențialele magnetice în nodurile rețelei. În fiecare ecuație a sistemului intră un număr redus de necunoscute: potențialele nodurilor din imediata vecinătate a nodului pentru care s-a scris ecuația (în număr de 5, 6 sau 7 în cazul rețelelor din fig. 2.3 și fig. 2.4).

Aceste necunoscute se pot evidenția dacă se descompun primele trei sume din ec.(2.13) și se aranjează corespunzător termenii obținuți (dintre care mulți sunt asemenea); se păstrează în membrul stâng al ecuației doar potențialul nodului pentru care s-a scris ecuația, celelalte necunoscute și termenul liber (ultima sumă din rel. 2.13) se trec în membrul drept. Se face această operație pentru fiecare ecuație nodală. Sub această formă sistemul este pregătit pentru algoritmul iterativ de rezolvare.

Spre exemplu, forma finală a sistemului de ecuații (aplicat rețelei din fig. 2.3) pregătit pentru prima iterație, este prezentată în rel. (2.40) în care:

- cu A_i , $i = 1 \dots 704$, s-a notat potențialul magnetic vector corespunzător nodului \mathbf{i} ;
- cu $A^{(k)}$ s-a notat valoarea potențialului respectiv la iterația \mathbf{k} ;
- K_i , T_i , $C_i^1 \dots C_i^6$, $i = 1 \dots 704$, reprezintă coeficienți dependenți de coordonatele nodurilor, de ariile suprafețelor, de permeabilitățile și densitățile de curent corespunzătoare elementelor finite.

$$\begin{aligned}
 A_1^{(1)}K_1 &= C_1^1 A_2^{(0)} + C_1^2 A_{674}^{(0)} + C_1^3 A_{675}^{(0)} + C_1^4 A_{704}^{(0)} + C_1^5 A_{703}^{(0)} + C_1^6 A_5^{(0)} + T_1 \\
 A_2^{(1)}K_2 &= C_2^1 A_3^{(0)} + C_2^2 A_{674}^{(0)} + C_2^3 A_1^{(1)} + C_2^4 A_5^{(0)} + C_2^5 A_6^{(0)} + C_2^6 A_7^{(0)} + T_2 \\
 A_3^{(1)}K_3 &= C_3^1 A_4^{(0)} + C_3^2 A_{672}^{(0)} + C_3^3 A_{673}^{(0)} + C_3^4 A_{674}^{(0)} + C_3^5 A_2^{(1)} + C_3^6 A_7^{(0)} + T_3 \\
 A_4^{(1)} & \dots\dots\dots (2.40) \\
 A_5^{(1)} & \\
 A_6^{(1)} & \dots\dots\dots \\
 A_7^{(1)}K_7 &= C_7^1 A_8^{(0)} + C_7^2 A_4^{(1)} + C_7^3 A_3^{(1)} + C_7^4 A_2^{(1)} + C_7^5 A_6^{(0)} + C_7^6 A_{11}^{(0)} + T_7.
 \end{aligned}$$

Prima ecuație din (2.40) permite determinarea directă a lui A_1 , a doua a lui A_2 , ș.a.m.d.

Pentru startul algoritmului se consideră că toate potențialele nodurilor sunt nule:

$$A_i^{(0)} = 0, \quad i = 1 \dots 704. \quad (2.41)$$

După parcurgerea (rezolvarea) primei ecuații se obține următorul set de aproximații ale soluției:

$$A_1^{(1)}, A_2^{(0)}, A_3^{(0)}, \dots, A_{704}^{(0)}.$$

După rezolvarea celei de-a doua ecuații se obține o nouă aproximare a soluției: $A_1^{(1)}, A_2^{(1)}, A_3^{(0)}, \dots, A_{704}^{(0)}$.

În consecință, după parcurgerea întregului sistem de ecuații se obține un set complet nou de aproximații: $A_1^{(1)}, \dots, A_{704}^{(1)}$; acesta reprezintă aproximația soluției după prima iterație a procesului de calcul. În același fel se execută în continuare toate celelalte iterații ale algoritmului Gauss – Seidel.

Se constată că după parcurgerea fiecărei ecuații a sistemului se modifică valoarea unui potențial. În acest fel, există în memoria calculatorului, la un moment dat, o singură valoare pentru fiecare potențial. Aceste observații permit o urmărire facilă a schemei logice de rezolvare a sistemului, prezentată în continuare.

2.4.2. Generarea automată a sistemului de ecuații

În exemplul considerat sistemul cuprinde 704 ecuații având tot atâtea necunoscute. Pentru rezolvarea fiecărei ecuații trebuie folosite dezvoltările din paragraful 2.3, grupate în subrutinele AA5, AA6, AA7, AA2 sau AA3. O astfel de subrutină determină rezolvarea completă a unei ecuații.

În consecință fiecare ecuație a sistemului (2.40) este înlocuită cu o apelare a subrutinei corespunzătoare de tipul (2.36). Întreg sistemul de ecuații este echivalent, în acest fel, cu un grup de apelări repetate ale unor subrutine.

Întrucât domeniul de calcul este împărțit în subdomenii simetrice, iar la numerotarea nodurilor și elementelor s-a introdus o anumită periodicitate, este suficient să se scrie doar ecuațiile corespunzătoare primului subdomeniu (71 ecuații), celelalte generându-se automat pe baza periodicității. Conform precizărilor anterioare sistemul de ecuații este reprezentat în programul de calcul printr-un grup de 71 instrucțiuni de tip **CALL** pe baza cărora se generează și se rezolvă succesiv fiecare ecuație nodală componentă a sistemului.

Programul de calcul poate fi urmărit schematic în fig. 2.13. [42]. Din segmentul anterior de program (SEG 1) se cunosc coordonatele nodurilor și ariile suprafețelor elementelor; în blocul 1 se mai introduc:

- potențialele tuturor nodurilor (prima aproximare a soluției - conform rel. 2.41);
- permeabilitățile magnetice inițiale $\mu^e = 1000 \mu_0$ ale elementelor corespunzătoare mediilor magnetice;
- densitățile de curent (sursele de câmp) corespunzătoare tuturor elementelor finite; valorile nenule ($J^e \neq 0$) corespund elementelor $e = 1 \dots 16$ și elementelor similare din celelalte domenii statorice; la mersul în scurtcircuit (în prezența reacției de indus) există curent și în creștăturile rotorice, astfel că $J^e \neq 0$ pentru $e = 32 \dots 42$ și similar în celelalte subdomenii rotorice.

Se inițializează apoi: prima iterație ($k = 1$) și intrarea în primul subdomeniu ($n_S = 1$). Se calculează perioada (PN) corespunzătoare indexării nodurilor și perioada (PE) de indexare a elementelor.

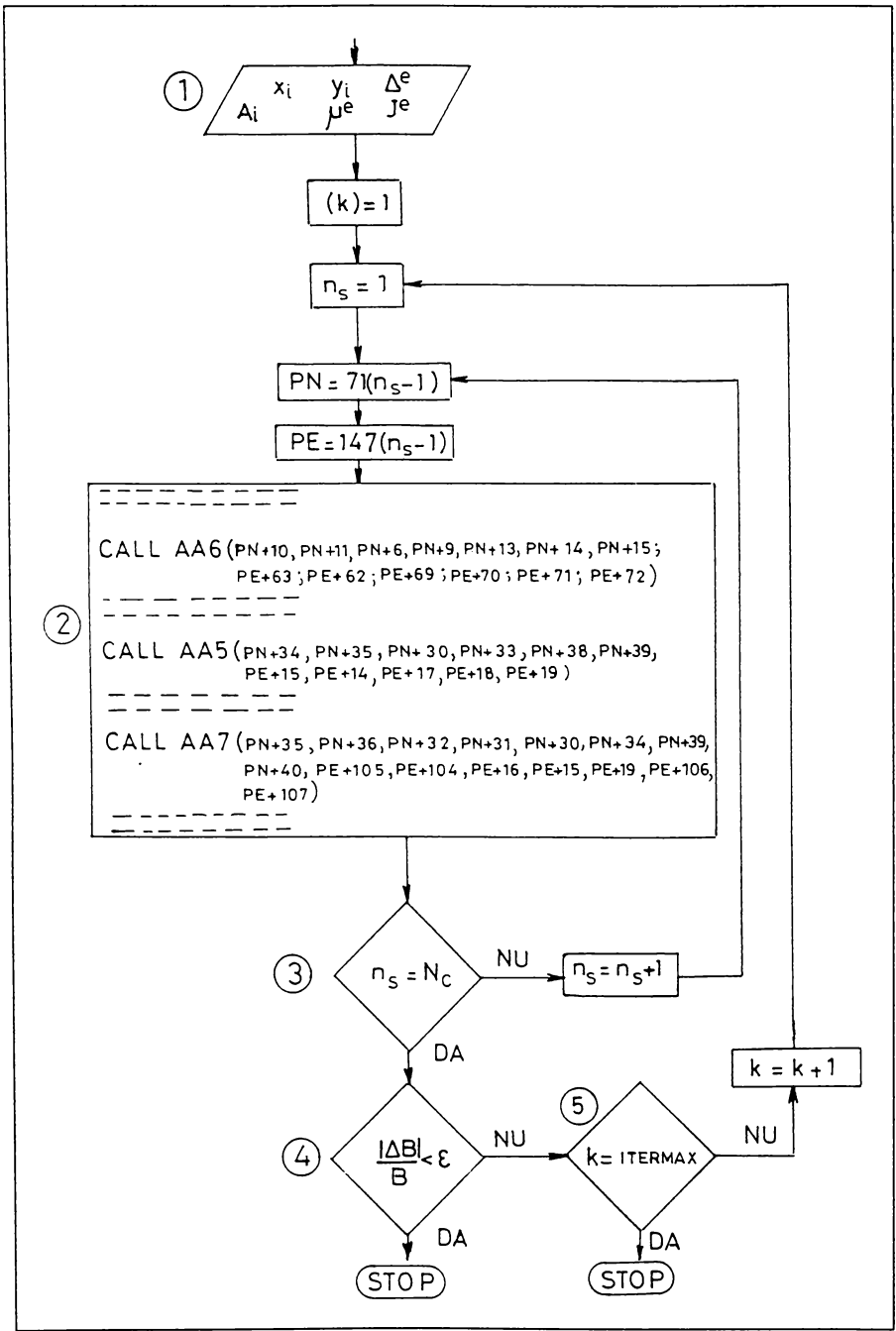


Fig. 2.13 Algoritmul iterativ de rezolvare a sistemului de ecuații SEG 2

Blocul de calcul 2 conține 71 instrucțiuni **CALL** generalizate care, prin modificarea perioadelor PN și PE, determină rezolvarea succesivă a ecuațiilor nodale ale sistemului astfel:

- pentru $PN = 0$ și $PE = 0$ se rezolvă ecuațiile primului subdomeniu ($n_S = 1$);
- pentru $PN = 1$ și $PE = 1$ se rezolvă încă 71 ecuații corespunzătoare celui de-al doilea subdomeniu, ș.a. m.d.

Blocul decizional 3 controlează numărul subdomeniului; când se ajunge la ultimul subdomeniu ($n_S = N_c$) se înțelege că au fost parcurse toate ecuațiile sistemului (s-a încheiat prima iterație).

Blocul 5 controlează numărul iterației; se trece la o a doua iterație ($k = 2$) și se reia întreg ciclul de calcul de la primul subdomeniu ($n_S = 1$) urmând a se realiza a doua parcurgere a ecuațiilor sistemului în mod similar.

Procesul de calcul poate fi oprit în două moduri:

- se impune direct un număr maxim de iterații (ITERMAX) care nu va fi depășit;
- se controlează valorile succesive ale unor mărimi (inducții magnetice, potențiale, permeabilități) de la o iterație la alta; dacă modificarea mărimii este mai mică decât o valoare impusă, procesul iterativ se oprește (blocul 4).

Întreg algoritmul iterativ de rezolvare a sistemului de ecuații este cuprins în cel de-al doilea segment de program (SEG 2).

SEG 1 și SEG 2 pot fi două părți distincte ale unui program segmentat sau două programe separate. În cel de-al doilea caz mărimile de ieșire din SEG 1 vor fi mărimi de intrare în SEG 2.

2.4.3. Asupra stabilității și convergenței procesului de calcul

Este cunoscut faptul că stabilitatea metodelor iterative nu poate fi, în general, garantată.

Există cazuri particulare în care procesul de calcul este oscilant sau chiar divergent, îndepărtându-se de soluția problemei. În astfel de situații, de cele mai multe ori, algoritmul poate fi adus la stabilitate prin metode de relaxare.

În cazul problemelor neliniare situațiile de instabilitate a procesului de calcul sunt și mai dese întrucât crește numărul de mărimi care se modifică la fiecare iterație. În algoritmul cu elemente finite prezentat anterior, valorile potențialelor tuturor nodurilor (A_i) se modifică la fiecare iterație; aceasta determină schimbarea inducțiilor magnetice pe elemente și, în consecință, modificarea permeabilităților magnetice corespunzătoare elementelor finite.

În aceste condiții practica arată că este absolut necesar să se introducă un coeficient de subrelaxare ω_M [114, 61] care să corecteze valoarea permeabilității nou calculate, astfel:

$$\mu^{e(k)} = \mu^{e(k-1)} + \omega_M (\mu^{e(k)} - \mu^{e(k-1)}) \quad (2.42)$$

în care $\mu^{e(k)}$ este permeabilitatea magnetică a elementului e la iterația k , $\mu^{e(k-1)}$ semnifică permeabilitatea aceluiași element la iterația anterioară ($k-1$). Coeficientul ω_M se fixează prin încercări în jurul valorii 0,1 și are un efect de “amortizare” a procesului.

După ce procesul a fost stabilizat se poate acționa asupra măririi vitezei de convergență a șirului iterațiilor prin introducerea unui coeficient de suprar relaxare, care corectează valoarea potențialului magnetic la fiecare iterație sub forma:

$$A_i^{(k+1)} = A_i^{(k)} + \omega_A (A_i^{(k+1)} - A_i^{(k)}) \quad (2.43)$$

Coeficientul ω_A se fixează tot prin încercări și are valori cuprinse în intervalul (1, 2) [96, 71, 53]. Relaxările date de (2.42) și (2.43) sunt conținute în cele șase subrutine: AA2 ... AA7.

Capitolul 3

APLICAREA METODEI ELEMENTELOR FINITE

3.1. Stabilirea datelor de intrare

Este cunoscut faptul că motoarele de inducție cu număr mic de poli ridică dificultăți suplimentare în privința calculului circuitului magnetic, din cauza distribuției câmpului magnetic pe spații mai mari (pas polar mare). Din acest punct de vedere este justificată alegerea, în exemplul de calcul, a unui motor bipolar.

Analiza efectuată în acest capitol are ca scop pe de o parte evidențierea calităților metodei de analiză numerică cu elemente finite precum și a performanțelor algoritmului de calcul elaborat de autor, iar pe de altă parte determinarea inducției magnetice în creștături și dinți, în două regimuri de funcționare extreme: în gol și în scurtcircuit.

Așadar, se consideră o mașină de inducție trifazată simetrică, bipolară, având întrefierul constant, alimentată de la un sistem trifazat simetric de tensiuni.

Circuitul magnetic al mașinii este executat din tole de oțel electrotehnic laminate la rece, cu grosimea de $0,5\text{mm}$, având proprietățile de material prezentate în paragraful 2.3.3.

Înfășurarea statorului este executată din conductor de cupru cu secțiunea circulară, iar cea a rotorului este de tip colivie în scurtcircuit, obținută prin turnarea sub presiune a aluminiului. Rotorul este presat direct pe axul motorului.

Mașina este executată în construcție închisă, cu răcire exterioară prin autoventilație.

Exemplul de calcul prezentat în continuare se referă la un motor asincron bipolar $p = 1$, gabarit 132, din fabricația S.C. Electromotor S.A. Timișoara, cu puterea nominală $P_N = 7,5kW$ și tensiunea nominală $U_N = 380V$.

Înfășurarea statorică este realizată în 2 straturi, cu pas scurtat (1-16), distribuită în cele 36 creștături statorice; numărul de spire pe creștătură este $n_c = 30$; fazele sunt conectate în triunghi.

3.1.1. Dimensiuni geometrice

Folosind notațiile din fig. 2.6. a) se prezintă în tabelul următor valorile numerice ale variabilelor statorice considerate ca mărimi de intrare (toate dimensiunile geometrice sunt date în $[m]$):

Tabelul 3.1

D_c	D	h_{j1}	h_1	h_2	h_3	b_1	b_2	b_3	Z_1
0,2	0,112	0,024	0,0008	0,002	0,0132	0,003	0,0058	0,008	36

Întrefierul real fiind de $0,0005m$ rezultă că diametrul exterior al rotorului este $0,111m$.

Cu notațiile din fig. 2.6. b) se prezintă în tabelul 3.2 dimensiunile specifice tolei rotorului:

Tabelul 3.2.

h_{r1}	h_{r2}	h_{r3}	h_{r4}	b_{r1}	b_{r2}	b_{r3}	h_{j2}
0,0008	0,0025	0,018	0,001	0,0015	0,0052	0,002	0,0232

Înălțimea de calcul a jugului rotoric ($h_{j2} = 0,0232m$) s-a determinat considerând prezența câmpului magnetic în axul rotorului până la jumătatea razei sale (diametrul real al axului, sub pachetul de tole, este $D_{2i} = 0,04m$).

Toate aceste dimensiuni geometrice sunt cuprinse în fișierul de intrare al programului SEG.1 prezentat în cap.2.

Prin executarea acestui program se obțin coordonatele celor 704 noduri și ariile celor 1323 elemente finite ale domeniului de calcul. Este recomandabil să se facă anumite verificări automate ale rezultatelor obținute. Spre exemplu, prin însumarea ariilor primelor 19 elemente se obține aria totală a creștăturii statorului:

$$\sum_{e=1}^{19} \Delta^e = 123,899 \cdot 10^{-6} m^2$$

Folosind dimensiunile geometrice ale creștăturii reale se obține aria totală $S_{cr} = 125,012 \cdot 10^{-6} m^2$. Aria obținută prin însumarea suprafețelor elementelor triunghiulare este cu 0,89 % mai mică decât cea reală din cauza aproximării arcelor de cerc prin drepte, în porțiunile de contur circular ale creștăturii (fig. 2.3). Similar, însumând ariile primelor 147 elemente se obține aria totală a primului subdomeniu:

$$\sum_{e=1}^{147} \Delta^e = 863,705 \cdot 10^{-6} m^2$$

Calculând direct aria unui subdomeniu (de forma unui sector circular) se obține: $863,937 \cdot 10^{-6} m^2$. Aceste verificări sunt utile întrucât ariile elementelor sunt calculate pe baza coordonatelor nodurilor și eventualele erori pot fi depistate cu ușurință.

3.1.2 Sursa câmpului în regim de mers în gol

Curentul de magnetizare corespunzător mersului în gol este aproximativ egal cu valoarea curentului absorbit în acest regim de funcționare [32, 3,68].

Admițând alimentarea mașinii de inducție de la un sistem trifazat simetric de tensiuni și folosind schema de bobinaj se determină, la momentul de timp $t = 0$, curba solenației din întrefier [23, 85, 4]. Ea s-a reprezentat, de-a lungul unui pas polar, în fig. 3.1; pe axa absciselor sunt numerotate cele nouă creștături care aparțin domeniului de calcul.

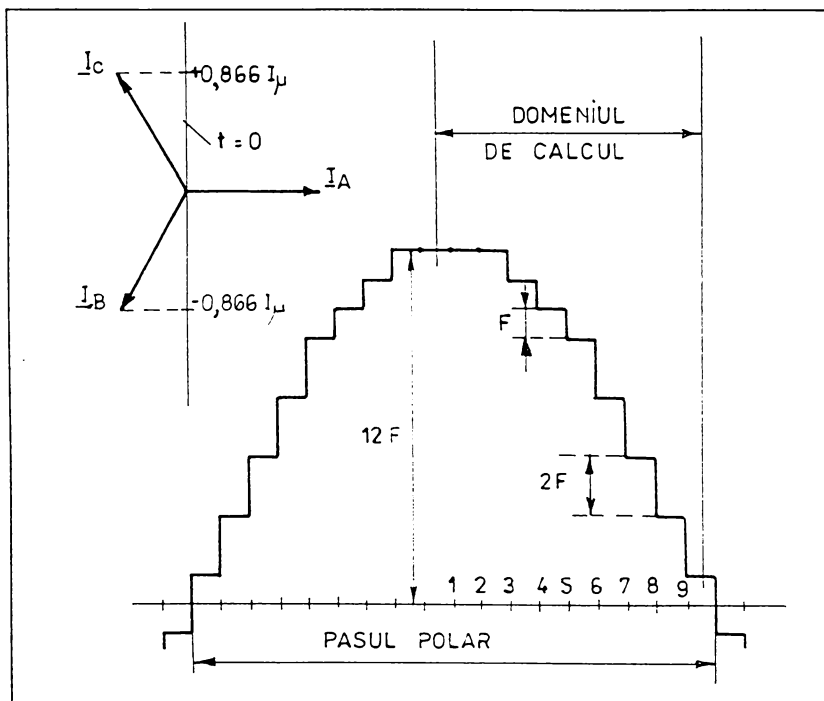


Fig. 3.1 Distribuția solenației din întrefier de-a lungul pasului polar, la momentul $t=0$

Pentru determinarea curentului total în fiecare din cele nouă creștături, respectiv pentru stabilirea mărimii treptelor curbei, se impune cunoașterea valorii curentului de magnetizare I_{μ} .

Conform metodei clasice de proiectare [24, 78, 3, 14] rezultă $I_{\mu} \cong 5,3A$.

Ținând seama că numărul de spire pe creștătură este $n_c = 30$, se poate calcula mărimea treptei curbei solenației din fig. 3.1:

$$2F = \sqrt{2} I_{\mu} 0,866 n_c \cong 194 A.$$

În consecință, la mersul în gol, în momentul $t=0$, rezultă distribuția instantanee a solenației statorice $[A]$ reprezentată în fig. 3.2.

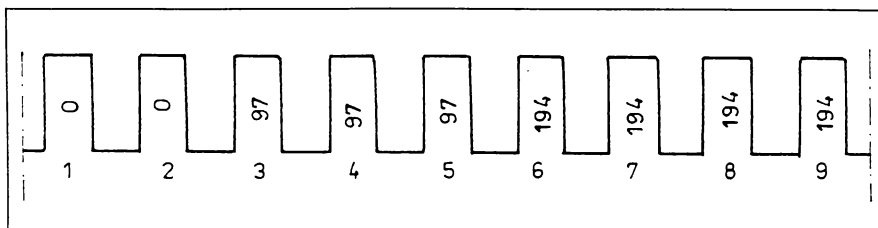


Fig. 3.2 Solenația totală a creștăturilor, la momentul $t=0$

Creștăturile 1, respectiv 9 sunt adiacente axei polului, respectiv axei neutre.

3.1.3. Sursa câmpului în regim de scurtcircuit

Regimul de funcționare în scurtcircuit se realizează cu rotorul imobilizat și înfășurarea statorului alimentată la tensiune nominală [26, 46]. În acest caz curenții din stator și rotor constituie sursa câmpului magnetic. Pentru calculul curenților se utilizează modelul clasic de circuit electric echivalent al mașinii de inducție (fig. 3.3).

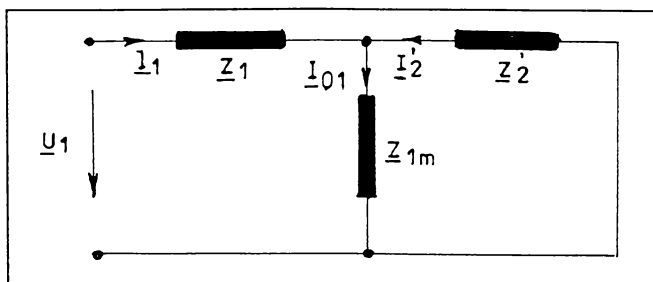


Fig. 3.3 Schema echivalentă în T a mașinii de inducție ($s=1$)

Ecuțiile corespunzătoare circuitului din fig. 3.3, scrise în complex, cu mărimi reduse sunt:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{Z}_1 \underline{I}_1 + \underline{Z}_{1m} \underline{I}_{01} \\ 0 &= \underline{Z}'_2 \underline{I}'_2 + \underline{Z}_{1m} \underline{I}_{01} \\ \underline{I}_{01} &= \underline{I}_1 + \underline{I}'_2\end{aligned}\quad (3.1)$$

în care: $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1$, $\underline{Z}'_2 = R'_2 + jX'_2$ reprezintă impedențele de dispersie corespunzătoare statorului, respectiv rotorului; $\underline{Z}_{1m} = R_{1m} + jX_{1m}$ reprezintă impedența de magnetizare corespunzătoare câmpului magnetic principal.

Mărimile $\underline{I}'_2, \underline{Z}'_2$ sunt raportate la înfășurarea statorului și corespund unui rotor echivalent, imobil, cu același număr de faze, număr de spire și aceeași înfășurare ca și în stator [23, 69, 12].

În scopul asigurării unor sollicitări magnetice cât mai apropiate de cele existente în rotorul real, creștăturile echivalente au fost dimensionate în următoarele condiții:

- suprafața totală a creștăturilor echivalente este egală cu cea a creștăturilor reale;
- raportul dintre lățimea dintelui și pasul dintelui este același la cele două rotoare.

În consecință, distribuția instantanee a solenației rotorului echivalent se stabilește pe baza distribuției solenației statorului.

Cu ajutorul programului utilizat de proiectanții de la S.C. Electromotor S.A., pe baza datelor constructive prezentate anterior, s-au determinat următorii parametri ai motorului (corespunzători la $s=1$): $R_1 = 1,584 \Omega$; $R'_2 = 1,255 \Omega$; $X_1 = 1,42 \Omega$; $X'_2 = 1,169 \Omega$; $R_{1m} = 5,471 \Omega$; $X_{1m} = 69,11 \Omega$.

Rezultă parametrii schemei echivalente din fig. 3.3:

$\underline{Z}_1 = (1,584 + j1,42)\Omega$; $\underline{Z}'_2 = (1,255 + j1,169)\Omega$; $\underline{Z}_{1m} = (5,471 + j69,11)\Omega$,
iar prin rezolvarea sistemului (3.1) la $\underline{U}_1 = 380 V$, se obțin curenții:

$$\begin{aligned} I_1 &= (73,31 - j67,83) A \\ I'_2 &= (-73,07 + j65,415) A \\ I_{01} &= (0,24 - j2,415) A \end{aligned} \quad (3.2)$$

Cum se știe, în regim de scurtcircuit, solenația de reacție a rotorului este practic în opoziție de fază în raport cu solenația statorului. Din (3.2) rezultă un unghi de defazaj de cca. 179° între fazorii I_1 și I'_2 . Curentul statoric este $I_{1sc} = |I_1| \cong 99,87 A$, de aproximativ 19 ori mai mare decât la mersul în gol. Curentul de fază al rotorului echivalent este $I'_{2sc} = |I'_2| \cong 98,07 A$.

În consecință, în regimul de funcționare în scurtcircuit, în momentul $t = 0$ rezultă distribuția instantanee a solenației statorului și solenației de reacție a rotorului echivalent [A] prezentată în fig. 3.4.

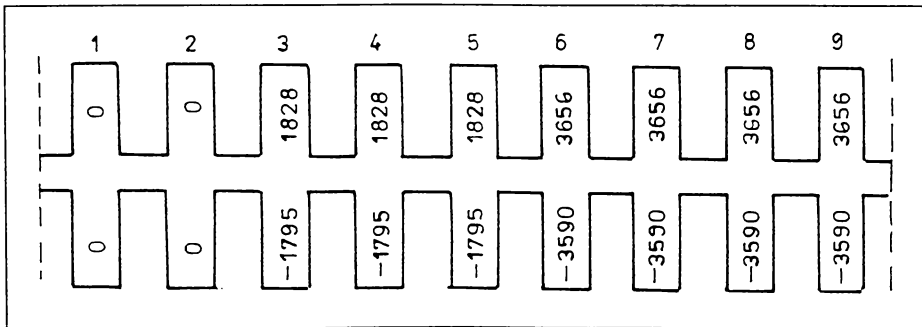


Fig. 3.4 Solenația totală a creștăturilor în regim de scurtcircuit la $t=0$

3.2. Alegerea coeficienților de relaxare în procesul de calcul iterativ

Pentru rezolvarea numerică a sistemului de ecuații s-a elaborat programul SEG.2 conform algoritmului prezentat în fig. 2.13.

Se reamintesc mărimile de intrare necesare: coordonatele nodurilor și ariile elementelor finite (furnizate de programul SEG.1), sursa câmpului corespunzătoare regimului studiat, valorile permeabilității și densității de curent asociate fiecărui element, valorile inițiale ale potențialelor nodurilor (prima aproximare a soluției).

În scopul creșterii vitezei de convergență și asigurării stabilității procesului de calcul iterativ este necesar să se stabilească, prin încercări, valoarea coeficientului de subrelaxare (ω_M) și valoarea coeficientului de suprarrelaxare (ω_A) așa cum s-a arătat în paragraful 2.4.3.

Deși literatura de specialitate prevede domenii de valori pentru acești coeficienți [61, 114, 96, 71, 53], nu există o regulă generală pentru determinarea acestora. Ei se stabilesc prin încercări la fiecare aplicație în parte. Se înțelege că experiența dobândită în acest sens are un rol însemnat și va determina găsirea rapidă a valorilor optime pentru acești coeficienți.

În acest paragraf se fac câteva observații asupra stabilității convergenței soluției oferite de programul SEG.2, pentru regimul de mers în gol, utilizând datele de intrare precizate în paragraful 3.1. [43]. O primă observație privește viteza de convergență a soluției din imediata vecinătate a sursei înspre frontiera domeniului: soluția converge foarte încet datorită valorii relativ reduse a sursei câmpului. Această viteză e influențată de factorul de suprarrelaxare ω_A care trebuie să ia valori supraunitare. S-au încercat mai multe valori $1 < \omega_A < 2$ și s-a constatat că, menținând factorul $\omega_A > 1,75$ pe toată durata procesului de calcul, soluția devine oscilantă pe unele elemente. Rezultate mult mai bune se obțin dacă se modifică valoarea coeficientului ω_A , după o anumită lege, în raport cu numărul iterației: se “forțază” procesul pe primele 10...20 iterații prin valori mari ale lui ω_A , după care se reduce treptat valoarea coeficientului de suprarrelaxare, tinzând spre o valoare cuprinsă între 1...1,3. S-au încercat diverse

funcții de variație pentru ω_A găsiindu-se ca optime următoarele valori (reprezentate grafic în fig. 3.5):

$$\begin{aligned} \omega_A &= 2,3 \quad \text{pentru} \quad k \leq 10; \\ \omega_A &= 1 + \frac{1,3}{k-10} \quad \text{pentru} \quad k > 10, \end{aligned} \quad (3.3)$$

unde k este numărul iterației.

Aceste valori sunt fixate în program și nu trebuie schimbate dacă nu se fac modificări majore în datele de intrare.

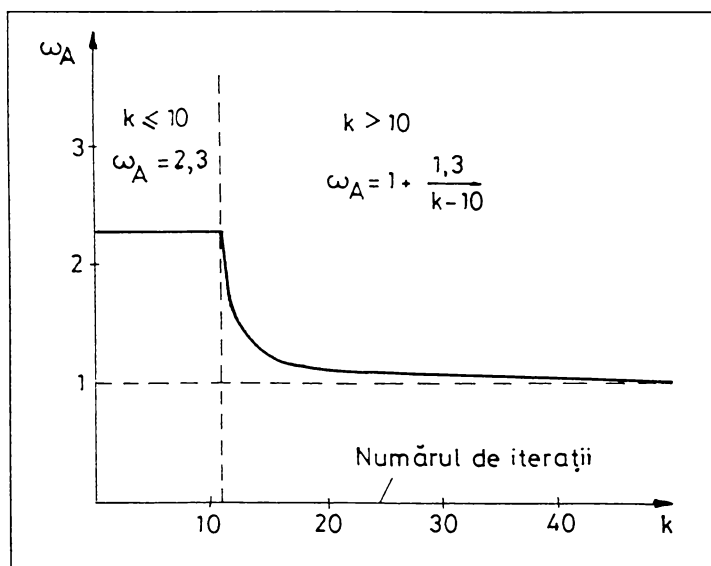


Fig. 3.5 Valorile coeficientului de suprarelaxare

Stabilitatea soluției este puternic influențată de coeficientul de subrelaxare ω_M care trebuie să ia valori subunitare, de regulă mai mici decât 0,2. Pentru a ilustra influența sa, în fig. 3.6 se prezintă variația modului inducției magnetice pe primele 180 iterații, pentru elementele $e = 642$ și $e = 1230$ care ocupă poziții echivalente cu elementul $e' = 54$ din primul subdomeniu: în fig. 3.6.a, coeficientul de subrelaxare are valoarea $\omega_M = 0,2$; în fig. 3.6.b, $\omega_M = 0,15$.

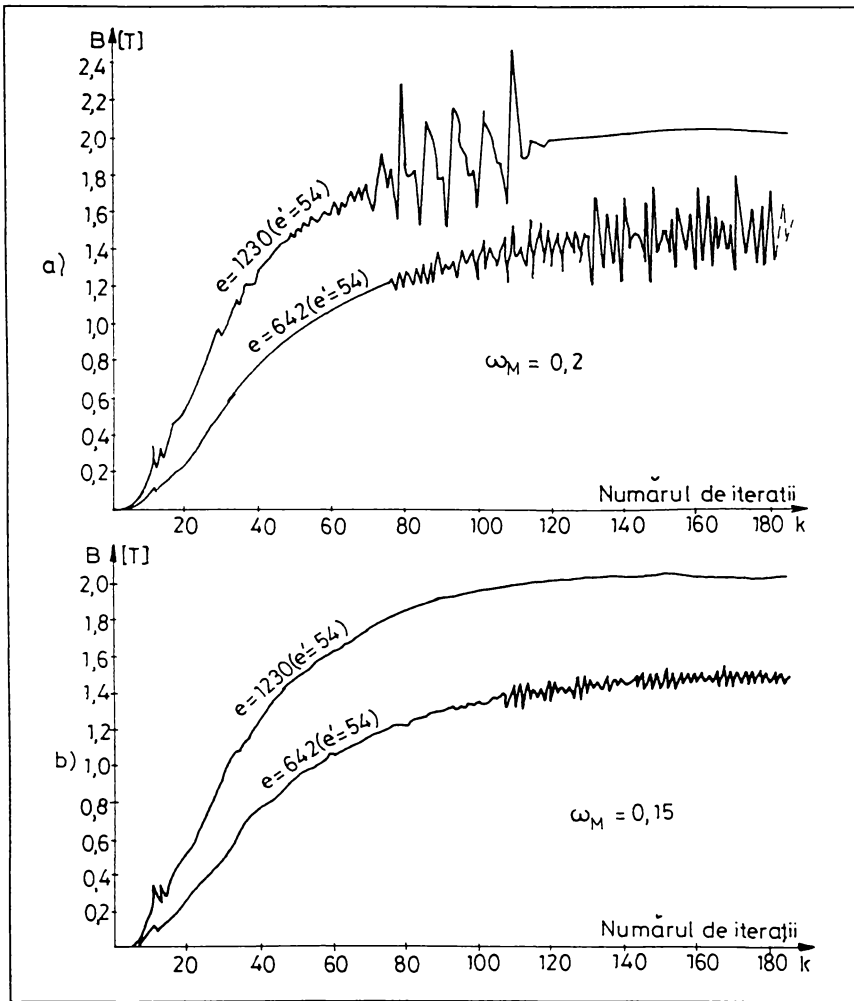


Fig. 3.6 Influența coeficientului de subrelaxare asupra stabilității soluției:
a) $\omega_M = 0,2$; b) $\omega_M = 0,15$

Pentru $\omega_M > 0,3$ procesul iterativ este divergent, oscilațiile soluției fiind din ce în ce mai mari de la o iterație la alta. Dacă $\omega_M < 0,15$ oscilațiile sunt tot mai mici, iar la $\omega_M = 0,1$ ele dispar. Se fixează astfel valoarea optimă a coeficientului de subrelaxare la $\omega_M = 0,1$.

Câteva oscilații persistente între iterația 10 și 15 (fig. 3.6) sunt cauzate de valoarea relativ mare a coeficientului ω_A pe primele 10 iterații. Dacă s-ar menține valoarea $\omega_A = 2,3$ mai mult de 10 iterații oscilațiile sunt tot mai mari și

procesul nu mai poate fi stabilizat; din acest motiv valorile precizate în rel. (3.3) se consideră optime.

Figura 3.7 reflectă modul în care soluția converge pe câteva elemente finite, pentru $\omega_M = 0,1$ și ω_A calculat cu rel. (3.3).

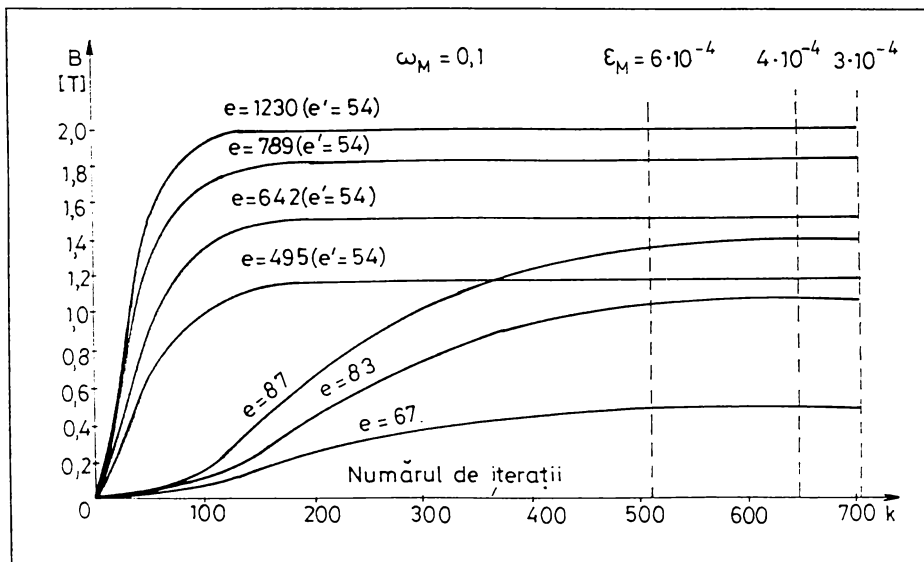


Fig. 3.7 Referitor la convergența soluției

Elementele 495, 642, 789, 1230 din subdomeniile 4, 5, 6, 9 au poziții echivalente cu aceea a elementului 54 din primul subdomeniu (fig. 2.3). Soluția converge repede pe aceste elemente aflate la distanțe mici față de surse. Mult mai încet converge soluția pe elementele primului subdomeniu (în primul și al doilea subdomeniu nu există surse la momentul considerat).

Aceste aspecte trebuie luate în considerare atunci când se controlează convergența procesului iterativ cu scopul de a determina momentul de oprire a acestuia. Spre exemplu, urmărind convergența soluției doar pe elementul $e=1230$ se constată că, aproximativ la iterația 150, calculele ar putea fi oprite datorită stabilizării valorii inducției pe acest element. Există alte elemente (exemplu: 87, 83, 67 etc.) pe care, după 150 iterații, soluția este încă departe de o valoare stabilă. Așadar, este necesar să se controleze convergența soluției pe

mai multe elemente, incluzând și zonele periferice ale domeniului și mai ales cele depărtate de surse.

În programul SEG 2 se controlează valorile inducțiilor magnetice pe elemente situate aproximativ de-a lungul unei linii principale de câmp magnetic: patru elemente (67, 83, 87, 91) din dintele situat în axa polului și șase elemente din jugul statorului (495, 642, 789, 936, 1083, 1230).

Pe aceste elemente se urmărește valoarea inducției magnetice; se calculează indicii procentuali $\varepsilon_1 \dots \varepsilon_{10}$ de modificare a inducției la fiecare iterație; dacă toți cei zece indici sunt mai mici decât o valoare impusă ε_M procesul de calcul se oprește automat. Spre exemplu (fig. 3.7) impunând $\varepsilon_M = 6 \cdot 10^{-4}$, procesul de calcul se oprește după 509 iterații; cu $\varepsilon_M = 4 \cdot 10^{-4}$ sunt necesare 702 iterații.

Calculul s-au efectuat pe un calculator de tip PC-486, 80 MHz; timpul de calcul necesar pentru cele 702 iterații este de aprox. 115 sec. , ceea ce înseamnă că se execută cca. 6 iterații /sec.

În fine, în legătură cu timpul de calcul se mai face următoarea observație: viteza de convergență nu se reduce semnificativ dacă se consideră valori inițiale (de start) nenule ale potențialelor nodurilor interioare. De exemplu considerând $A_i^{(0)} = 0,0005$ (reprezentând cca. 1% din cele mai mari valori de potențial din domeniu) se constată o ușoară reducere (cca. 2%) a timpului de calcul. Dacă se pornește cu valori $A_i^{(0)} > 0,0005$ se constată oscilații însemnate pe primele iterații, amortizarea lentă a acestora, și deci creșterea timpului de calcul. În consecință, se recomandă pornirea procesului de calcul cu valori nule ale potențialului în toate nodurile domeniului, cu atât mai mult cu cât, inițial nu se cunoaște soluția problemei de câmp.

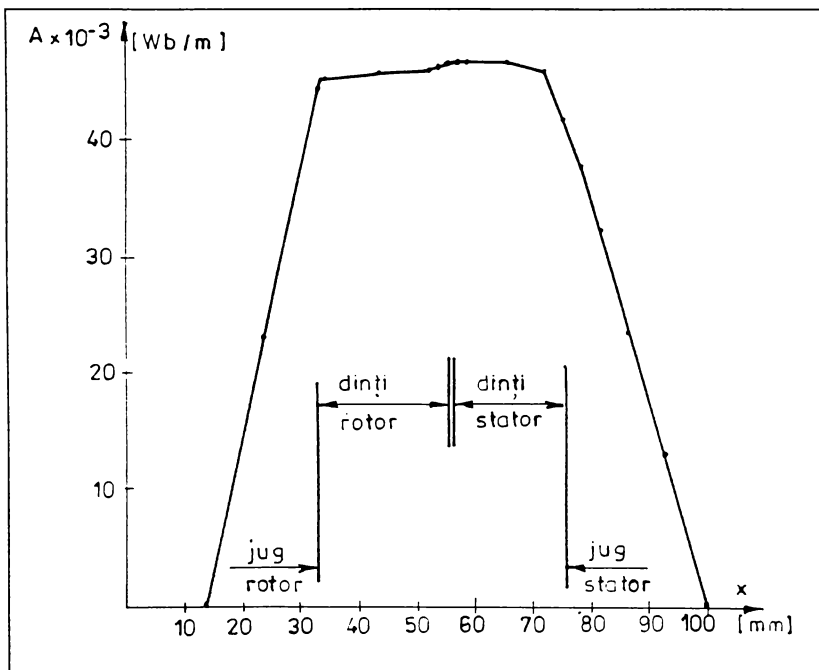
3.3 Analiza câmpului magnetic la mersul în gol

Din punct de vedere calitativ fenomenele sunt cunoscute: liniile câmpului magnetic principal traversează, în direcție radială dinții statorului, întrefierul și dinții rotorului, iar apoi se închid prin cele două juguri, în direcție tangențială. În consecință sunt de așteptat valori mari ale inducției magnetice în dinți și întrefier

în vecinătatea axei polului ($x = 0$), respectiv în juguri în vecinătatea axei neutre ($y = 0$).

S-au efectuat calcule cu programul SEG.2, considerând sursa câmpului determinată în paragraful 3.1.2.

În fig. 3.8 s-a reprezentat variația potențialului magnetic (A) de-a lungul axei neutre (axa Ox a sistemului de coordonate).



3.8. Variația potențialului pe axa neutră ($y = 0$)

Potențialul este nul pe frontiera domeniului: $x = 14 \text{ mm}$ (suprafața interioară a rotorului, de rază R_{19} , în fig. 2.4), respectiv $x = 100 \text{ mm}$ (suprafața exterioară a statorului, de rază R_0). Valori maxime de potențial se obțin în zona dinților și întrefierului. Conform rel. (1.8) derivata în raport cu x a potențialului reprezintă componenta B_y a inducției magnetice. Așadar, din fig. 3.8 rezultă componente tangențiale ale inducției mult mai mari în juguri decât în dinți și

întrefier, unde $\frac{\partial A}{\partial x}$ are valori mult mai mici. Pe cealaltă direcție, potențialul din întrefier are variația din fig. 3.9 pe lungimea unui pas polar (τ).

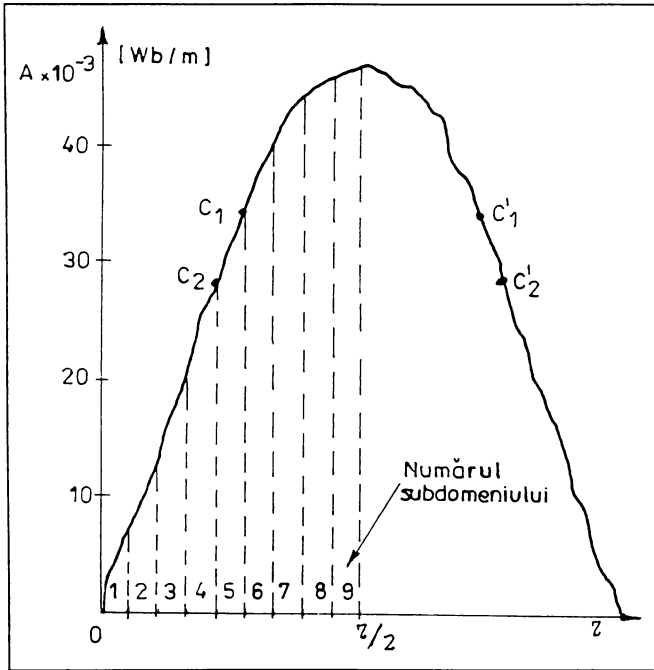


Fig. 3.9 Variația potențialului din întrefier de-a lungul unui pas polar (τ)

În fiecare punct al acestei curbe, mărimea derivatei este o măsură a componentei radiale a inducției.

În axele dinților (liniile întrerupte ce separă domeniile, în fig. 3.9) se constată valori mari ale componentelor radiale ale inducției, iar în axele creștăturilor se pot observa scăderi semnificative ale aceluiași componente, din cauza deschiderilor de creștătură.

Se știe că linia de câmp magnetic este locul geometric al punctelor pentru care $A = const.$ [98]. În acest sens, o linie de câmp Γ_1 trece prin punctele C_1, C'_1 , o altă linie Γ_2 trece prin C_2, C'_2 ș.a.m.d.

Cu un program de grafică special conceput de autor, a cărui organigramă este reprezentată în fig. 3.10, s-a trasat, pentru o jumătate de pas polar, spectrul liniilor de potențial magnetic constant (fig. 3.11).

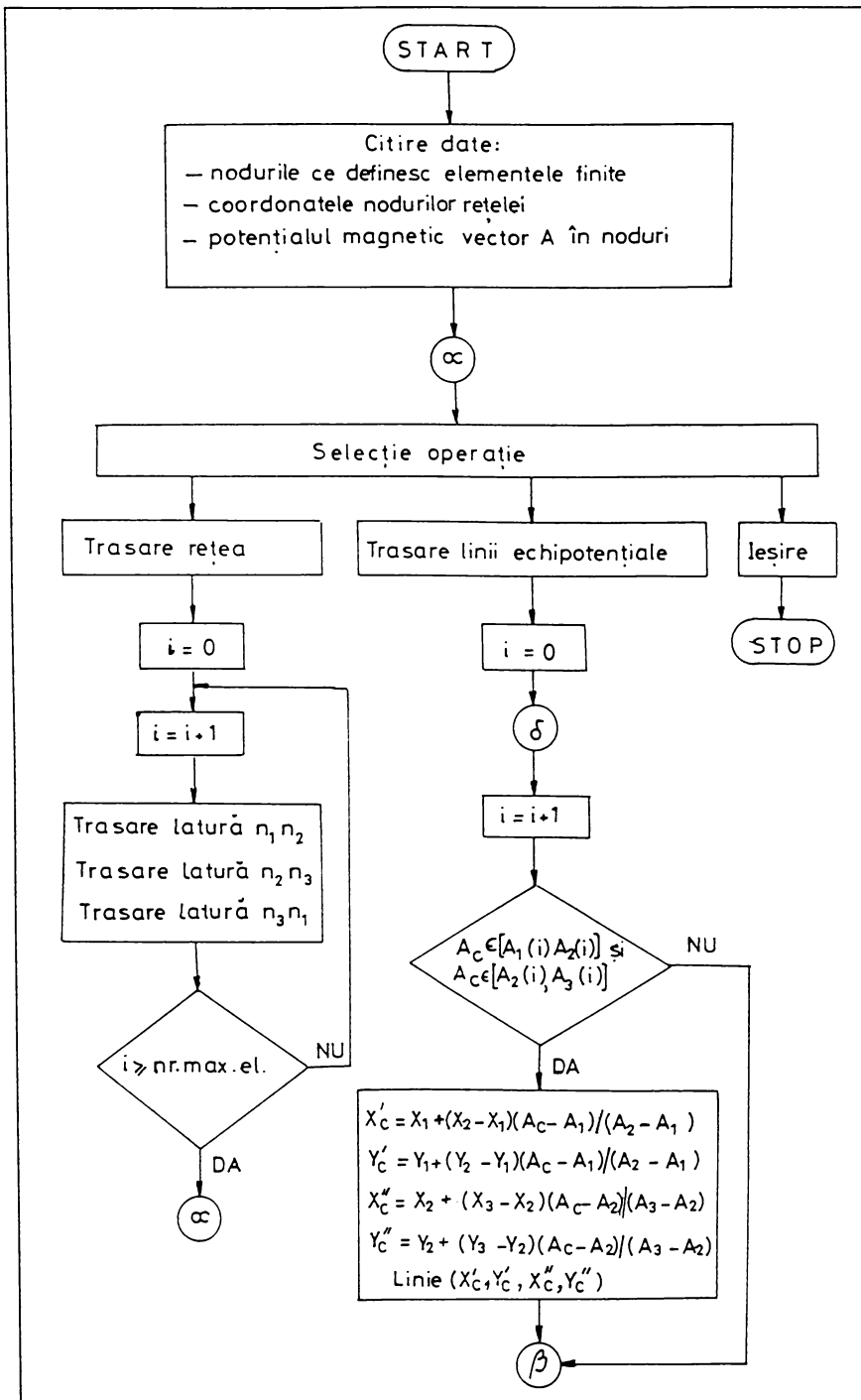


Fig. 3.10 Organigrama programului SPECTRU A

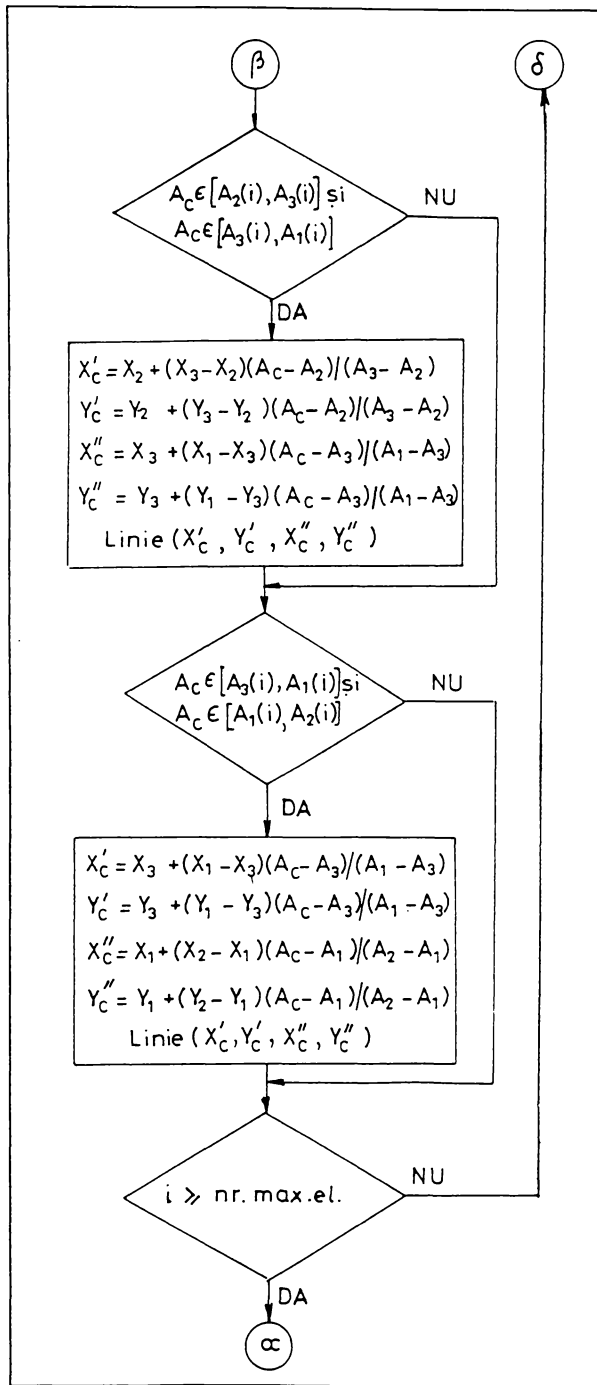


Fig. 3.10 Organigrama programului SPECTRU A (continuare)

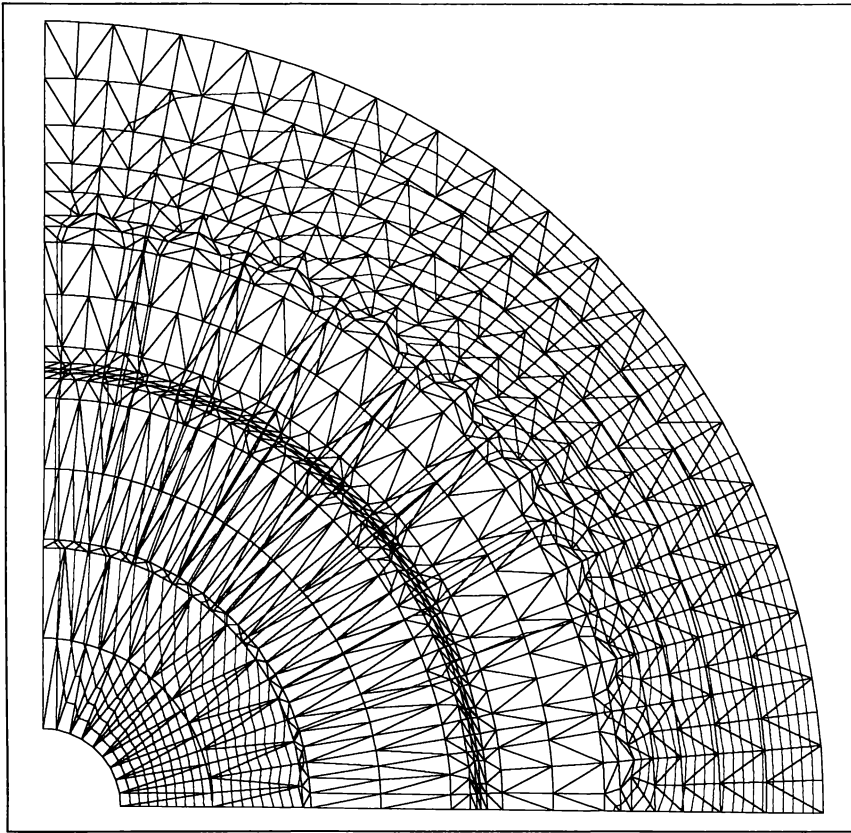


Fig. 3.11 Spectrul liniilor de potențial magnetic constant în domeniul de calcul

În fig. 3.12 și fig. 3.13 se poate urmări variația modului inducției magnetice pentru câteva elemente reprezentative din stator, respectiv rotor, pe o jumătate de pas polar (cele $n_s = 1 \dots 9$ subdomenii):

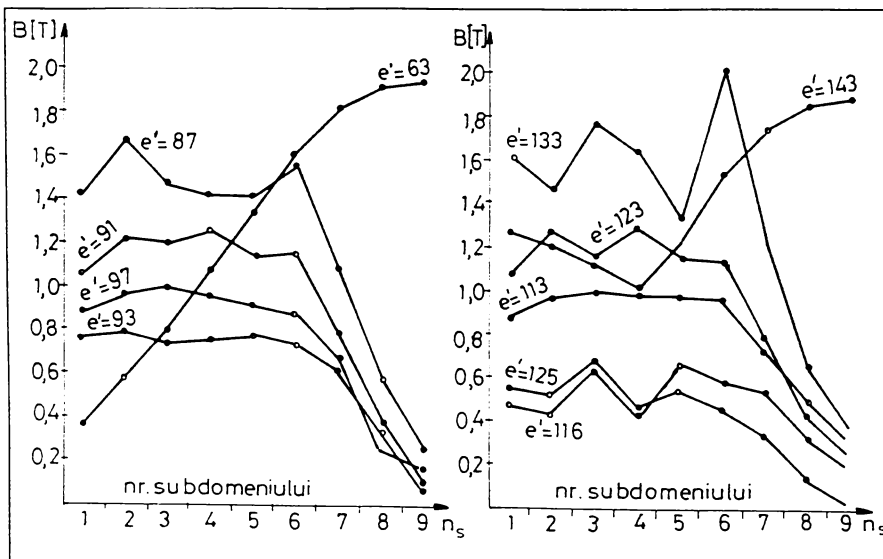


Fig. 3.12 Modulul inducției pe câteva elemente statorice

Fig. 3.13 Modulul inducției magnetice pe 6 elemente rotorice

- elementul care ocupă poziția 63 (fig. 2.3) aparține jugului statoric; modulul inducției magnetice ia valori tot mai mari, atingând un maxim în axa neutră unde există numai componenta tangențială;
- elementele 87 și 91 aparțin dinților; inducția în dinți are valori ridicate în primele șase subdomenii, după care scade spre axa neutră; elementul 91 aparține capătului de dinte (zona în care secțiunea dintelui crește) și datorită acestui motiv inducția este mai mică decât pe elementul 87;
- elementul 143 aparține jugului rotoric; pe primele trei subdomenii componenta radială este mai mare decât în jugul statorului ceea ce determină creșterea modulului inducției în vecinătatea axei polului; în apropierea axei neutre efectul componente radiale se diminuează;
- pe elementele 123, 113, 125, 116 care aparțin capătului de dinte, inducțiile magnetice sunt mai mici decât pe elemente din corpul dintelui (133).

În fig. 3.14 se poate urmări nivelul inducției pe câteva elemente ale creștăturii statorului în funcție de numărul subdomeniului de calcul.

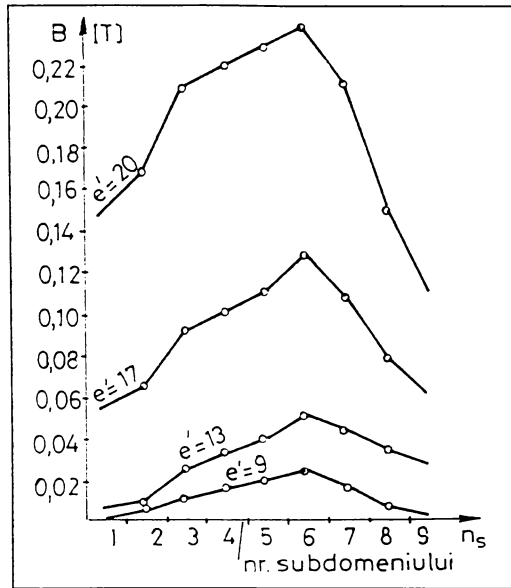


Fig. 3.14 Modulul inducției magnetice pe 4 elemente din creștătura statorului

Pe majoritatea elementelor care aparțin creștăturilor modulul inducției nu depășește 0,1 T. În zonele îngustate ale creștăturii statorice sau rotorice (în cazul creștăturilor semiînchise) inducțiile sunt mai mari decât în restul creștăturilor dar nu depășesc, de regulă, 0,3 T.

Forma geometrică a creștăturii determină spectrul liniilor câmpului magnetic de dispersie din creștătură; acest câmp este mai intens în zonele îngustate ale creștăturii, așa cum se constată și din fig. 3.14 (elementul 20 se află la deschiderea creștăturii, iar elementul 17 e situat în zona penei de închidere).

Elaborând programul de grafică, a cărui organigramă este reprezentată în fig. 3.15, s-au trasat spectrele din fig. 3.16 și fig. 3.17, care evidențiază valorile mari ale inducției magnetice din dinți și întrefier în vecinătatea axei polului, respectiv din juguri în vecinătatea axei neutre.

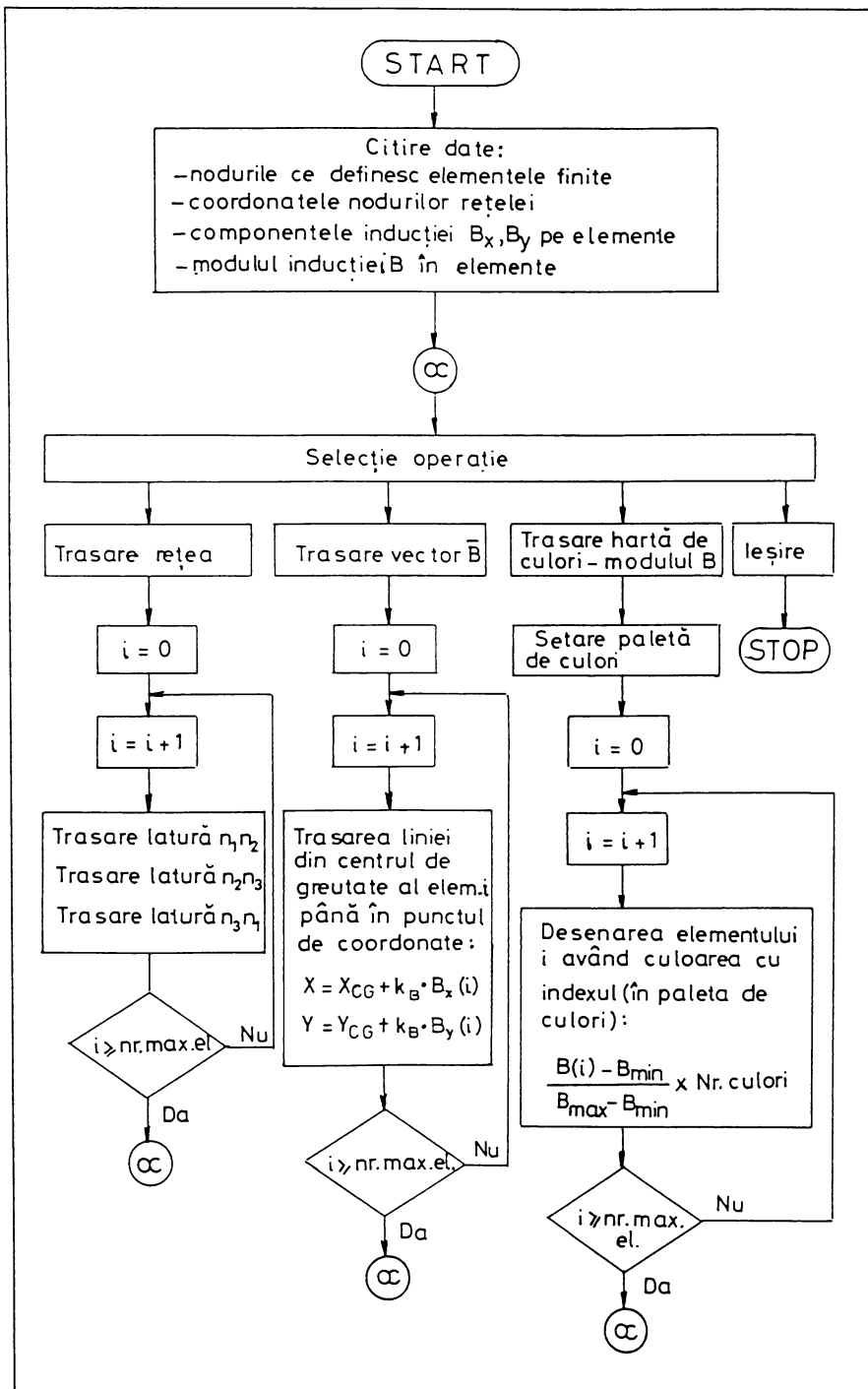


Fig. 3.15 Organigrama programului SPECTRU B

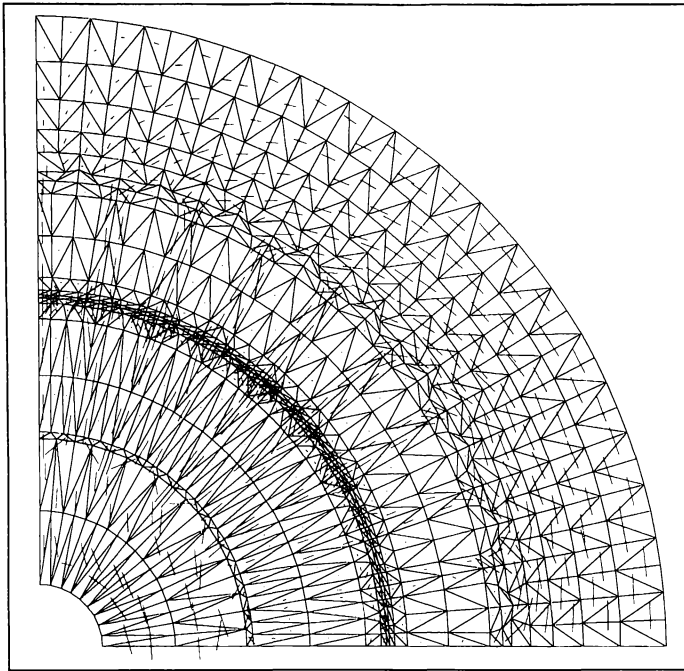


Fig. 3.16 Spectrul vectorului \bar{B} în domeniul de calcul

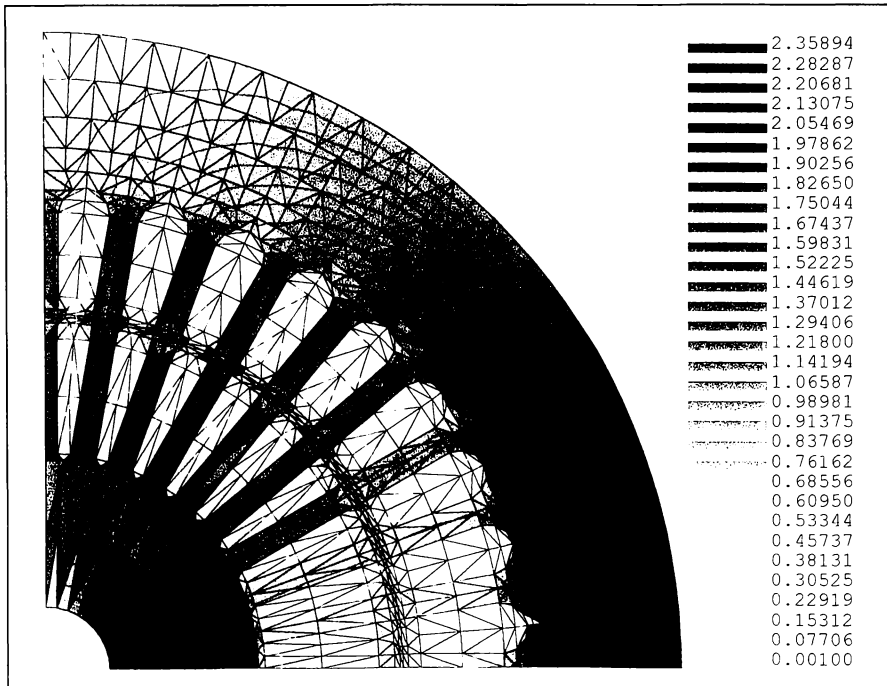


Fig. 3.17 Spectrul modului $|\bar{B}|$ în domeniul de calcul

3.4. Analiza câmpului magnetic la mersul în scurtcircuit

Pentru determinarea câmpului magnetic în regimul de scurtcircuit al motorului analizat este necesar să se utilizeze sursa câmpului corespunzătoare scurtcircuitului (fig. 3.4). Față de mersul în gol, se constată o rapidă convergență a soluției înspre zonele de frontieră. Din acest motiv coeficientul de suprarelaxare poate fi mai mic, pe primele 10 iterații, decât la mersul în gol.

S-au fixat valorile:

$$\begin{aligned} \omega_A &= 1,6 && \text{pentru} && k \leq 10, \\ \omega_A &= 1 + \frac{0,6}{k-10} && \text{pentru} && k > 10. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Cu toate acestea, viteza de convergență este de aproximativ două ori mai mare, fiind suficiente cca. 300 iterații până la oprirea procesului de calcul. În cele ce urmează sunt prezentate câteva rezultate ale calculului efectuat [44]. În fig. 3.18 s-a prezentat variația potențialului magnetic vector de-a lungul axei neutre ($y = 0$). Forma acestei curbe este total diferită de cea corespunzătoare mersului în gol (fig. 3.8).

La mersul în scurtcircuit, spectrul câmpului magnetic este esențial diferit față de mersul în gol.

Deși sursa câmpului este foarte mare, în nodurile rețelei de discretizare potențialul magnetic vector are valori maxime de cca. 4 ori mai mici decât la mersul în gol.

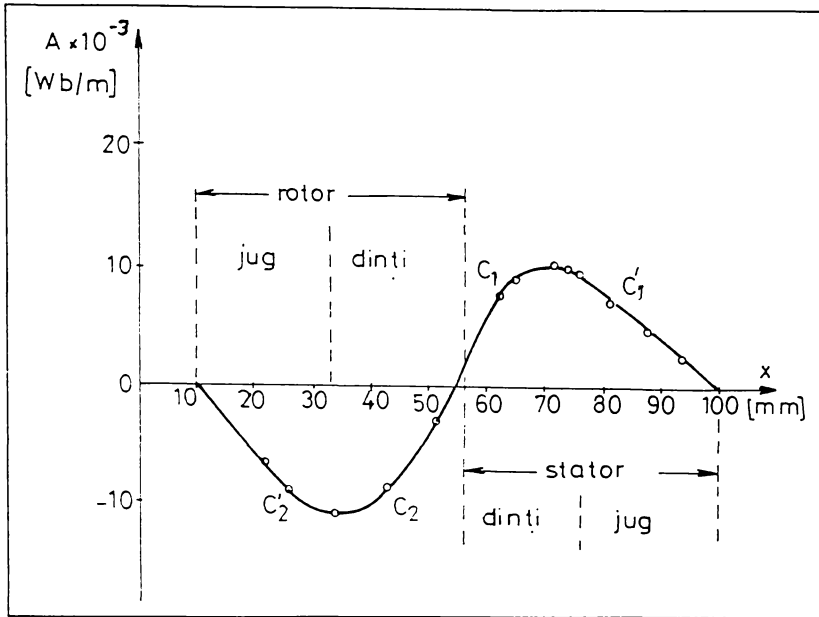


Fig. 3.18 Variația potențialului magnetic vector pe axa neutră ($y = 0$) în regim de scurtcircuit

Aceasta este explicabil întrucât soluția oferită de programul SEG. 2 reprezintă un câmp magnetic rezultat, suma dintre câmpul de excitație și cel de reacție. Câmpul de reacție asigură în orice moment un echilibru, care determină solicitări ale mediului feromagnetic mai mici chiar decât la mersul în gol, pe căile principale ale fluxului magnetic. În lipsa câmpului de reacție, menținerea nivelului foarte ridicat al sursei de excitație (din stator) ar determina o hipersaturare a circuitului magnetic principal al motorului.

Forma curbei de variație a potențialului magnetic vector sugerează existența a două câmpuri distincte: unul având linii de câmp care se închid exclusiv prin stator (cum este linia care trece prin punctele de potențial constant C_1, C_1') și altul cu linii de câmp închise doar pe suprafața rotorului. Aceste două câmpuri, de intensități foarte mari, reprezintă câmpul de dispersie al statorului, respectiv câmpul de dispersie al rotorului, în regim de scurtcircuit. Cu programul de grafică special conceput (fig. 3.10) s-a trasat în domeniul de

calcul, pentru o jumătate de pas polar. spectrul liniilor de potențial magnetic constant (fig. 3.19).

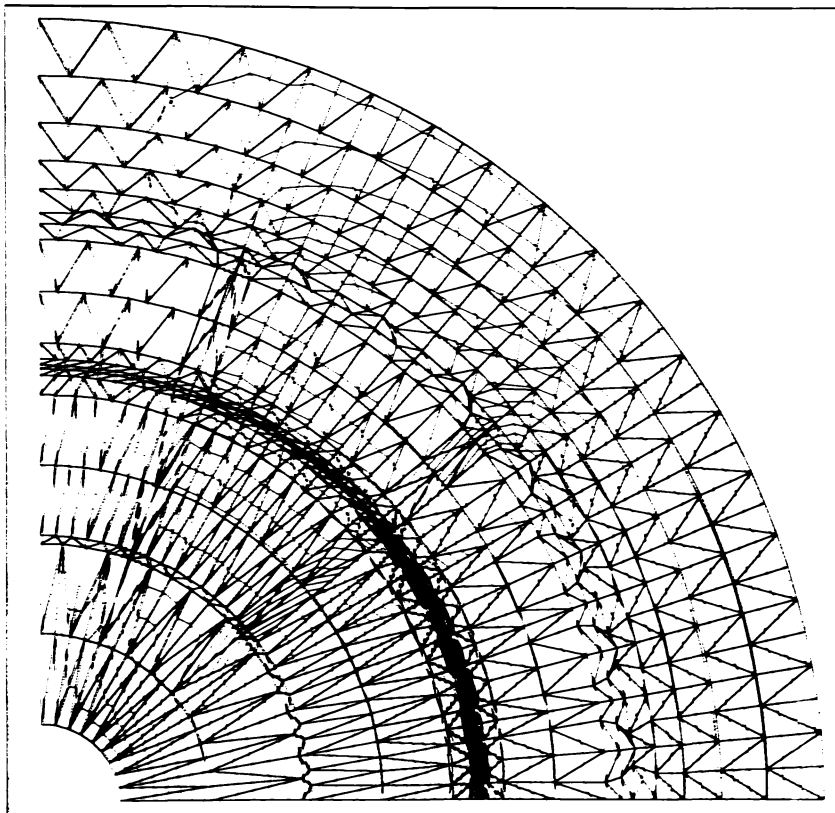


Fig. 3.19 Spectrul liniilor de potențial magnetic constant în domeniul de calcul

Cele două câmpuri determină o creștere a solicitărilor magnetice pe toate căile de dispersie (în principal în capetele de dinți statorici și rotorici). Spre exemplu, în fig. 3.20 a) s-a reprezentat variația inducției magnetice pe elementele 93, 96, 97 aparținând capetelor de dinți statorici, respectiv pe elementul 116 aparținând capului de dinte rotorici.

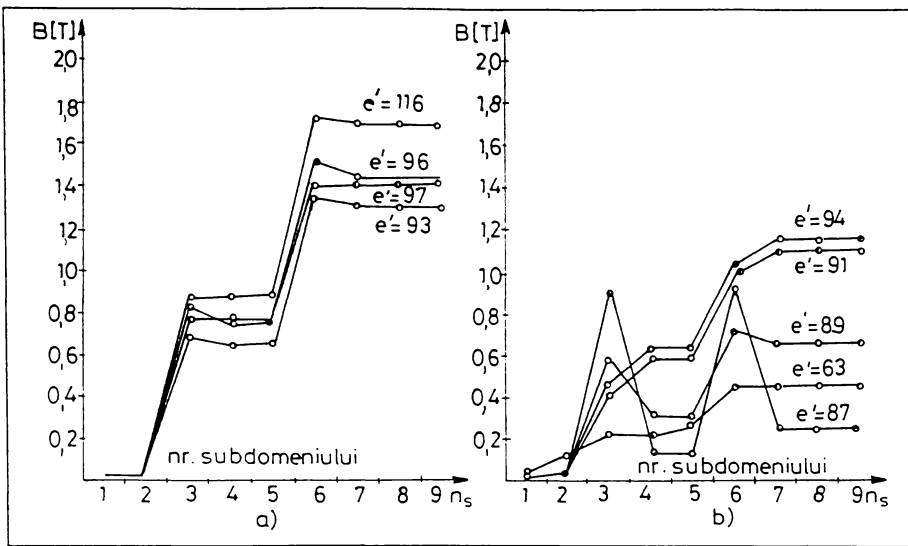


Fig. 3.20 Modul inducției magnetice pe elemente aparținând:
a) căilor de dispersie, b) căilor principale ale fluxului

Se constată o creștere a valorilor inducției pe aceste elemente aparținând căilor de dispersie ale fluxului magnetic, față de mersul în gol. Dimpotrivă, căile principale ale fluxului sunt mai puțin solicitate magnetic decât la mersul în gol, așa cum se constată comparând valorile inducției pe elementele 63, 87, 91 din fig. 3.20 b) cu cele din fig. 3.12.

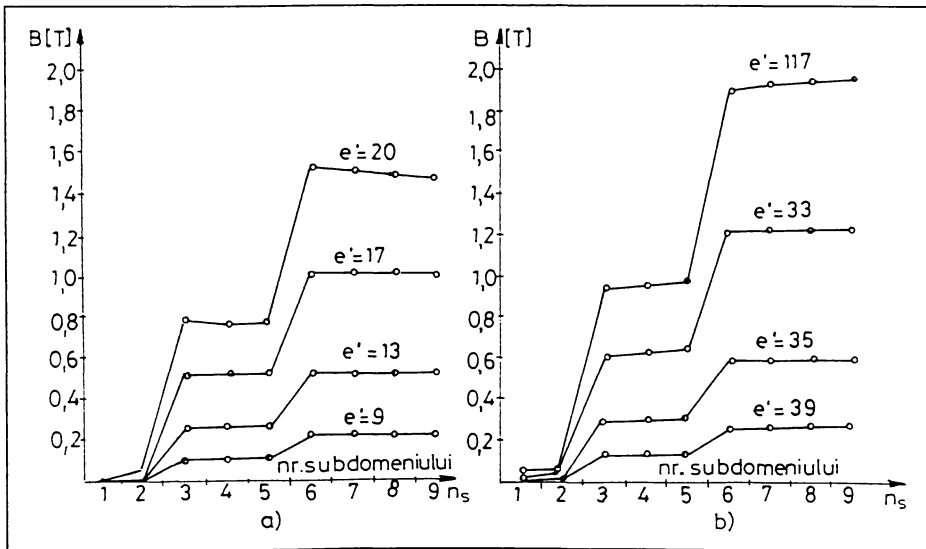


Fig. 3.21 Modul inducției magnetice pe elemente aparținând:
a) creștăturii statorului, b) creștăturii rotorului

În fig. 3.21 se pot urmări valorile inducției magnetice pe câteva elemente din spațiul creștăturilor statorice și rotorice. Comparând aceste valori cu cele din fig. 3.14 (corespunzătoare mersului în gol) se poate afirma:

- la mersul în scurtcircuit câmpul de dispersie este extrem de intens determinând în aer (în spațiul creștăturii) inducții de peste 1T, pe lungimi de câțiva milimetri ai liniei de câmp;
- valorile inducției magnetice sunt mai mari în zonele îngustate ale creștăturii.

Figurile 3.22 și 3.23 evidențiază solicitările magnetice mari la capetele dinților statorului, respectiv rotorului sub acțiunea câmpului de dispersie al creștăturilor.

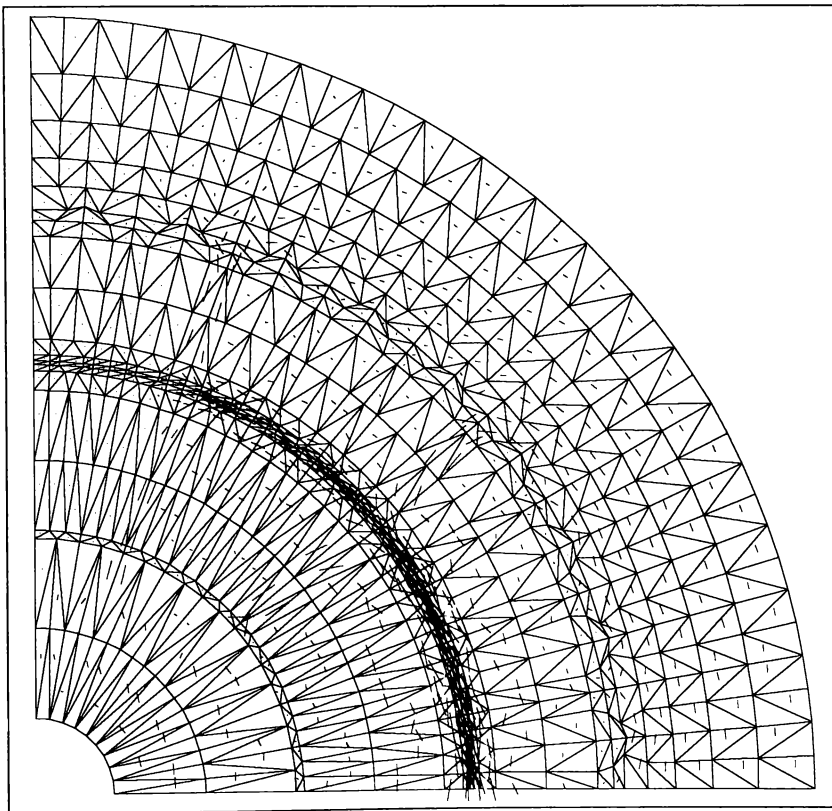


Fig. 3.22 Spectrul vectorului \vec{B} în domeniul de calcul

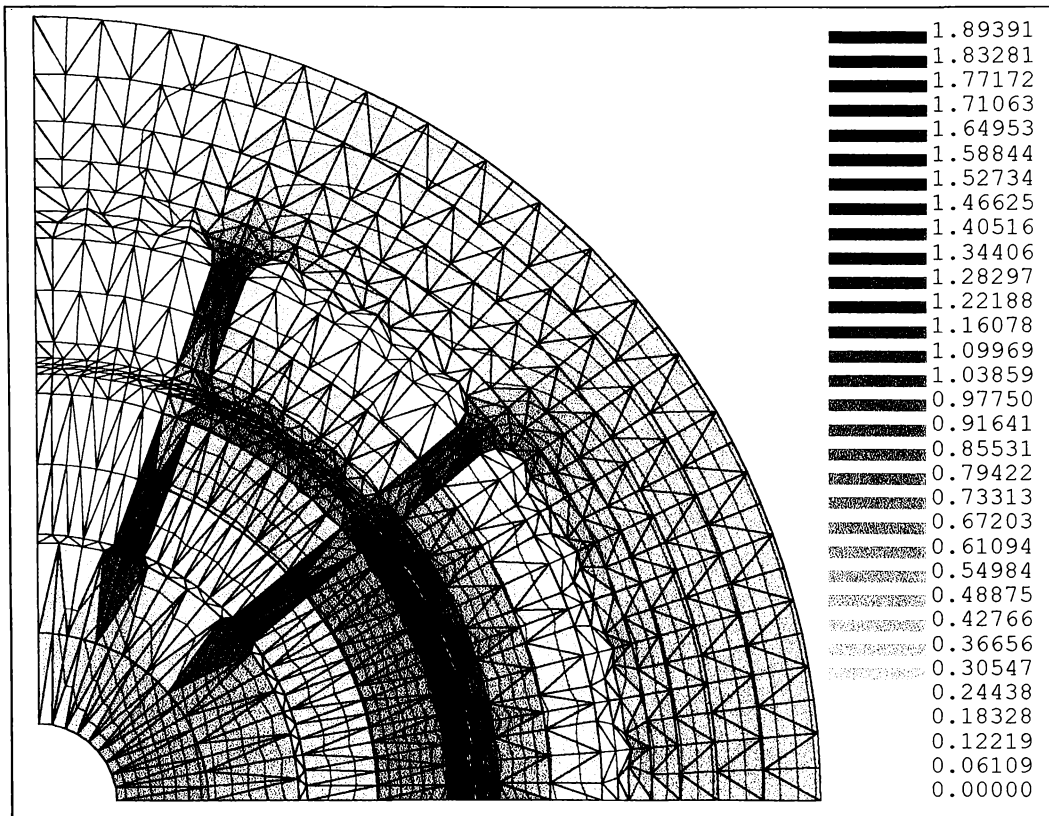


Fig. 3.23 Spectrul modului $|\bar{B}|$ în domeniul de calcul

Problema câmpului de dispersie din creștături, la mersul în scurtcircuit, este analizată amănunțit în capitolul următor în vederea determinării influenței saturației asupra reactanțelor de dispersie, care este scopul principal al lucrării.

Capitolul 4

CÂMPUL MAGNETIC DE DISPERSIE DIN CRESTĂTURI, ÎN REGIM DE SCURTCIRCUIT

Expresia reactanței de dispersie evidențiază componentele fluxului magnetic de scăpări [82, 85, 78, 24, 51, 14]:

$$X_{\sigma} = 4\pi \cdot f_1 \mu_0 l \frac{W^2}{pq} (\lambda_c + \lambda_d + \lambda_f) \quad (4.1)$$

în care: f_1 - frecvența tensiunii de alimentare; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$; W - numărul de spire ale înfășurării; p - numărul perechilor de poli; q - numărul de creștături pe pol și fază; l - lungimea ideală a mașinii; λ_c - permeanța specifică de dispersie în creștătură; λ_d - permeanța specifică de dispersie diferențială (în cazul mașinilor asincrone cu întrefier mic ea include și permeanța specifică de dispersie la capetele dinților); λ_f - permeanța specifică de dispersie la capetele bobinelor.

În literatura de specialitate [82, 24, 25, 85, 86, 68, 3] sunt date diferite relații de calcul pentru permeanțele specifice, determinate în următoarele condiții:

- tensiunea magnetică a fluxului de scăpări în fier este neglijabilă în raport cu cea din aer;
- densitatea curentului de conducție este aceeași pe toată suprafața secțiunii conductorului.

Ele determină valorile reactanțelor mașinii și, prin urmare, parametrii acesteia.

În regim de scurtcircuit, ca și în cazul pornirii prin cuplare directă la rețea, când $I_p = (4,5 \dots 6,5) I_N$, fluxul magnetic de dispersie determină un anumit nivel

de saturație pe porțiunile feromagnetice. Pentru mașinile de inducție de uz general, experiența arată că, din cauza saturației dinților, valorile reactanțelor de dispersie se reduc în unele cazuri până la aproximativ 70% din valorile corespunzătoare mersului în gol [82]. Influența este însemnată și afectează considerabil valorile calculate ale curentului de pornire (parametru limitat superior prin standarde).

Considerarea saturației căilor fluxului de dispersie în calculul reactanțelor mașinii este o problemă dificilă. În acest capitol se dezvoltă câteva aspecte, în scopul găsirii unor modalități de rezolvare, cel puțin în parte, a acestei probleme. Se intenționează să se pună la dispoziția proiectanților o metodă simplă și eficientă de calcul al reactanțelor de dispersie și curenților de pornire.

4.1. Soluția numerică a problemei de câmp

În paragraful 3.1.3. s-a prezentat sursa câmpului în regim de scurtcircuit. În urma analizei numerice efectuate s-au determinat valorile potențialului magnetic vector în nodurile rețelei de discretizare și inducțiile magnetice în elementele finite.

În fig. 4.1 pot fi urmărite valorile potențialului magnetic vector, exprimate în $\left[\frac{Wb}{m} \right]$, în nodurile aflate pe periferia creștăturii statorice (fig. 4.1.a), respectiv rotorice (fig. 4.1.b); cele două creștături aparțin subdomeniului $n_S = 7$ (fig. 2.6).

Se constată o simetrie aproape perfectă a valorilor potențialului de pe un perete al creștăturii (ABCDEFG) în raport cu valorile corespunzătoare ale peretelui opus. În fig. 4.2 sunt înscrise valorile inducțiilor magnetice pe elementele adiacente conturului creștăturii statorice (fig. 4.2.a), respectiv rotorice (fig. 4.2.b).

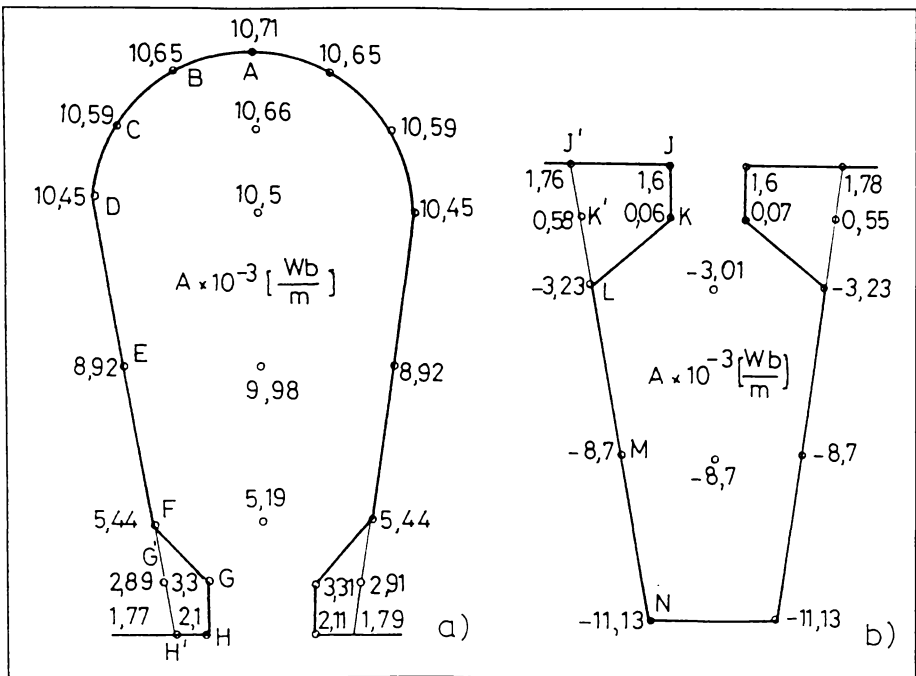


Fig. 4.1 Valorile potențialului magnetic în regim de scurtcircuit în
a) creștătura statorică; b) creștătura rotorică

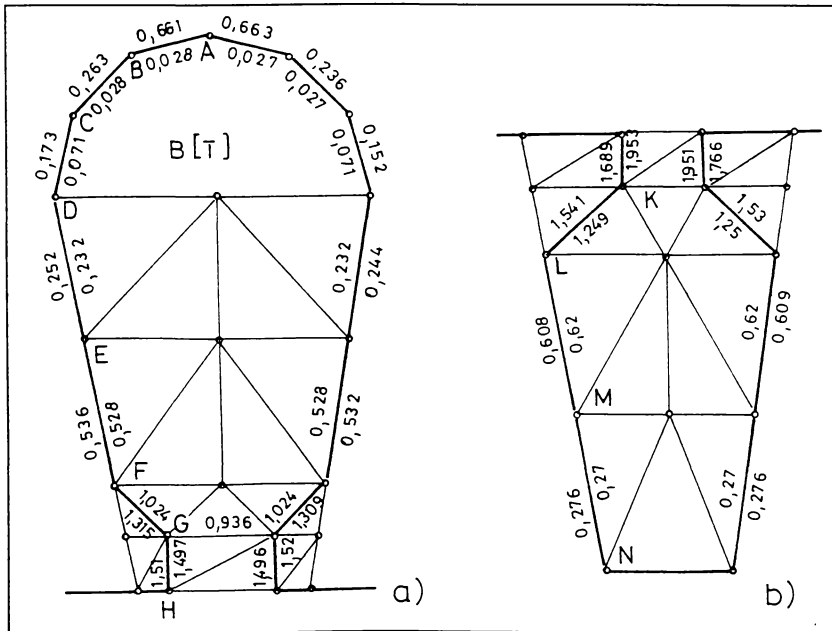


Fig. 4.2 Inducția magnetică pe elemente adiacente creștăturii,
în regim de scurt circuit a) în stator; b) în rotor

Se constată că pe suprafețele cu orientare aproximativ radială (porțiunea DEF în stator, respectiv LMN în rotor) inducția nu-și modifică prea mult valoarea la trecerea din mediul feromagnetic în aer. În cea mai mare parte a spațiului creștăturii inducțiile nu depășesc $1T$ și, prin urmare, corpul principal al dintelui, în regim de scurtcircuit, nu este saturat. Pe suprafețele înclinate (ex: FG - în stator, KL - în rotor) inducțiile magnetice își modifică valorile cu aproximativ 25% la trecerea dintr-un mediu în altul.

4.2 Asupra unei soluții analitice a problemei ideale de câmp

Rezolvarea analitică a unei probleme de câmp într-o mașină electrică este dificilă dar, în anumite condiții aproximative, ea poate fi făcută. Rezultatele unei asemenea abordări, coroborate cu cele oferite de analiza numerică, au conturat ideea înlocuirii creștăturilor reale cu niște creștături echivalente la calculul permeanțelor de scăpări în creștătură.

În acest paragraf se rezolvă analitic problema de câmp magnetic într-o creștătură deschisă, de formă trapezoidală, admitând următoarele ipoteze simplificatoare:

- creștătura trapezoidală se aproximează cu un sector de coroană circulară, într-un sistem de coordonate cilindrice de versori $\bar{a}_r, \bar{a}_\varphi, \bar{a}_z$;
- permeabilitatea mediului feromagnetic din jurul creștăturii se consideră infinită ($\mu = \infty$);
- dimensiunile creștăturii fiind mult mai mici decât lungimea mașinii, câmpul magnetic de dispersie din creștătură se presupune plan-parallel [93, 106, 105, 15], dependent numai de coordonata r și orientat după versorul \bar{a}_φ , adică:

$$\vec{H} = H_\varphi(r) \bar{a}_\varphi; \quad (4.2)$$

- pe suprafața utilă a creștăturii, sursa câmpului ($\vec{J} = J \bar{a}_z$) este distribuită uniform și continuu [93, 106], iar permeabilitatea magnetică este egală cu cea a aerului (μ_0).

Un arc de cerc împarte suprafața creștăturii în două subdomenii: 1) zona utilă a creștăturii, ocupată de conductoare ($J \neq 0$); 2) zona ocupată de pană ($J = 0$). Calculul se face pentru creștătura statorică și rotorică.

4.2.1. Crestătura statorică deschisă cu pereți radiali

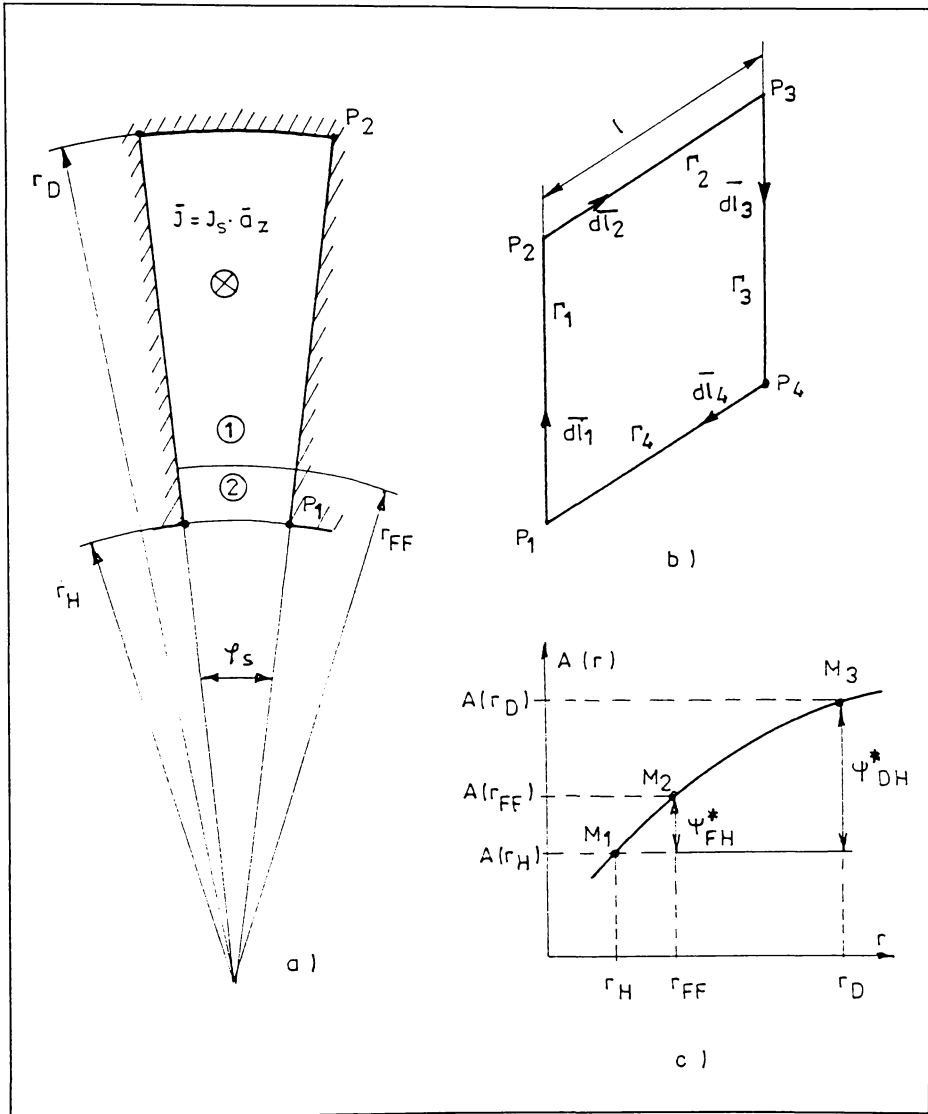


Fig. 4.3 Crestătura statorică deschisă cu pereți radiali

În ipotezele menționate anterior, potențialul magnetic vector al câmpului magnetic de dispersie al creștăturii trapezoidale (fig. 4.3) este orientat după \bar{a}_z și depinde exclusiv de coordonata r :

$$\bar{A} = A(r) \bar{a}_z. \quad (4.3)$$

Conform rel. (1.4) ecuația vectorială a potențialului vector devine:

$$\Delta \bar{A} = -\mu_0 \bar{J}_S \quad (4.4)$$

care, în condițiile câmpului plan-paralel, obține forma scalară:

$$\Delta A(r) = -\mu_0 J_S. \quad (4.5)$$

În consecință, pentru subdomeniul 1 ecuația este de tip Poisson, iar pentru subdomeniul 2, de tip Laplace.

Dezvoltând laplaceanul în coordonate cilindrice ultima ecuație devine:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dA}{dr} \right) = -\mu_0 J_S. \quad (4.6)$$

Pentru subdomeniul 1, integrând de două ori ecuația neomogenă (4.6) se obține soluția generală:

$$A_1(r) = -\frac{1}{4} \mu_0 J_S r^2 + C_1 \ln r + C_2, \quad (4.7)$$

de unde, cu ajutorul rel. (1.2):

$$H_{1\varphi}(r) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{dA_1(r)}{dr} \quad (4.8)$$

Pentru subdomeniul 2, integrând în același mod ecuația omogenă (4.6), se obține:

$$A_2(r) = C_3 \ln r + C_4 \quad (4.9)$$

și respectiv:

$$H_{2\varphi}(r) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{dA_2(r)}{dr}. \quad (4.10)$$

Constantele de integrare C_1, C_2, C_3, C_4 se determină din condiții de frontieră și de continuitate pe interfața celor două subdomenii.

Astfel, pe suprafața de separație ($r = r_{FF}$) se pune condiția de continuitate a potențialului magnetic:

$$A_1(r_{FF}) = A_2(r_{FF}), \quad (4.11)$$

respectiv condiția de continuitate a componentelor tangențiale ale intensității câmpului magnetic:

$$H_{1\varphi}(r_{FF}) = H_{2\varphi}(r_{FF}), \quad \text{adică:} \quad \left(\frac{dA_1}{dr} \right)_{r=r_{FF}} = \left(\frac{dA_2}{dr} \right)_{r=r_{FF}} \quad (4.12)$$

Cele două relații (4.11 și 4.12) formează un sistem de ecuații care permite determinarea a două din cele patru constante de integrare:

$$\begin{aligned} C_3 &= -\frac{1}{2} \mu_0 J_S r_{FF}^2 + C_1; \\ C_4 &= C_2 + \mu_0 J_S r_{FF}^2 \left(\frac{1}{2} \ln r_{FF} - \frac{1}{4} \right). \end{aligned} \quad (4.13)$$

Prin urmare, soluția (4.9) obține forma:

$$A_2(r) = \left(C_1 - \frac{1}{2} \mu_0 J_S r_{FF}^2 \right) \ln r + C_2 + \mu_0 J_S r_{FF}^2 \left(\frac{1}{2} \ln r_{FF} - \frac{1}{4} \right). \quad (4.14)$$

Expresiile (4.7) și (4.14) reprezintă soluția generală a problemei de câmp pe toată suprafața crestăturii. Această soluție poate fi aplicată pentru orice condiții la limită impuse, prin determinarea constantelor de integrare C_1 și C_2 .

Din (4.8) și (4.10) se obține:

$$\begin{aligned} H_{1\varphi}(r) &= \frac{1}{2} J_S r - \frac{1}{\mu_0} C_1 \frac{1}{r}, \\ H_{2\varphi}(r) &= \left(\frac{1}{2} J_S r_{FF}^2 - \frac{1}{\mu_0} C_1 \right) \frac{1}{r}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Liniile câmpului de dispersie din crestătură sunt arce de cerc perpendiculare pe pereții laterali ai acesteia. Fluxul magnetic de dispersie Ψ_σ care traversează toată crestătura se calculează simplu:

$$\Psi_\sigma = \int_{S_\Gamma} \bar{B} \cdot d\bar{s} = \int_{S_\Gamma} \text{rot } \bar{A} \cdot d\bar{s}, \quad (4.16)$$

în care S_Γ este suprafața peretelui lateral al unei crestături, având formă dreptunghiulară, cu înălțimea $r_D - r_H$ și lungimea egală cu lungimea statorului (l). Folosind transformarea Stokes, integrala (4.16) devine:

$$\Psi_\sigma = \oint_{\Gamma} \bar{A} \cdot d\bar{l}, \quad (4.17)$$

în care Γ este curba închisă care delimitează suprafața S_Γ , adică dreptunghiul $P_1P_2P_3P_4$ din fig. 4.3.b. Prin urmare, integrala (4.17) se descompune în patru integrale simple, pe cele patru laturi ale dreptunghiului:

$$\Psi_\sigma = \int_{\Gamma_1} \bar{A} \cdot d\bar{l}_1 + \int_{\Gamma_2} \bar{A} \cdot d\bar{l}_2 + \int_{\Gamma_3} \bar{A} \cdot d\bar{l}_3 + \int_{\Gamma_4} \bar{A} \cdot d\bar{l}_4. \quad (4.18)$$

Integralele pe Γ_1 și Γ_3 sunt nule întrucât pe aceste porțiuni $\bar{A} \perp d\bar{l}_1$ și $\bar{A} \perp d\bar{l}_3$. Celelalte două integrale devin:

$$\int_{\Gamma_2} \bar{A} \cdot d\bar{l}_2 = A(r_D) \int_{\Gamma_2} dl = A(r_D) l;$$

$$\int_{\Gamma_4} \bar{A} \cdot d\bar{l}_4 = -A(r_H) \int_{\Gamma_4} dl = -A(r_H)l, \quad (4.19)$$

întrucât funcția potențial nu depinde de coordonata z , iar pe Γ_4 elementul de linie $d\bar{l}_4$ are sens opus vectorului potențial.

$$\Psi_\sigma = l[A(r_D) - A(r_H)]. \quad (4.20)$$

Cu alte cuvinte, fluxul magnetic de dispersie, care traversează creștătura între r_D și r_H , raportat la lungimea statorului $\left(\Psi_\sigma^* = \Psi_\sigma / l\right)$ este egal cu diferența de potențial magnetic $A(r_D) - A(r_H)$, oricare ar fi forma de variație a potențialului între r_D și r_H (între punctele M_1 și M_3 din fig. 4.3.c).

Cunoscând pe Ψ_σ se calculează apoi L_σ din relația $L_\sigma = \Psi_\sigma / i$, valabilă pentru medii liniare și neliniare.

4.2.2. Creștătura rotorică deschisă cu pereți radiali

În fig. 4.4 se prezintă o creștătură deschisă cu pereți radiali, din rotor, împărțită în două subdomenii: unul cu sursă (J_R), iar celălalt fără sursă:

Ecuția diferențială a potențialului, corespunzătoare subdomeniului 1, are forma scalară:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dA}{dr} \right) = \mu_0 J_R \quad (4.21)$$

cu soluția generală:

$$A_1(r) = \frac{1}{4} \mu_0 J_R r^2 + K_1 \ln r + K_2. \quad (4.22)$$

În subdomeniul 2 soluția generală este dată de rel. (4.9); din condițiile de continuitate pe suprafața de separație se obține în final:

$$A_2(r) = \left(K_1 + \frac{1}{2} \mu_0 J_R r_{KL}^2 \right) \ln r + K_2 + \mu_0 J_R r_{KL}^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \ln r_{KL} \right). \quad (4.23)$$

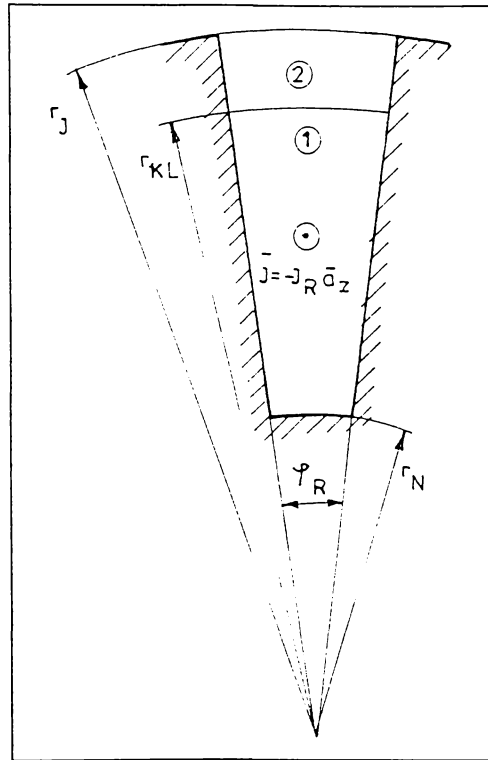


Fig. 4.4 Crestătura rotorică deschisă

4.3. Înlocuirea crestăturilor reale

Rețeaua de discretizare, prezentată în cap. 2, a fost construită astfel încât nodurile D, E, F, G', H' (fig. 4.1a) să fie coliniare; același lucru se poate afirma despre nodurile J', K', L, M, N (fig. 4.1b).

Analiza numerică a câmpului magnetic, pentru regimul de scurtcircuit, pune în evidență câteva aspecte semnificative:

- liniile câmpului magnetic de dispersie din crestăturile statorului, respectiv rotorului sunt orientate, în cea mai mare parte, transversal pe crestături (fig. 3.23);

- fluxul magnetic ce traversează peretele lateral al unei creștături (porțiunea ABCDEFGH din fig. 4.1 a) este practic egal cu fluxul care străbate peretele opus; acesta este fluxul de dispersie al creștăturii reale;
- fluxul care traversează planul fictiv ce conține punctele D, E, F, G', H', (fig. 4.1 a) se regăsește, practic la aceeași valoare, pe planul simetric în raport cu axa creștăturii (este o consecință a faptului că potențialul corespunzător nodului H' este aproximativ egal cu cel al nodului simetric: $1,77 \cong 1,79$).

Aceste observații conduc la ideea adoptării unei alte creștături decât cea reală, echivalentă sub aspectul dispersiei, care să fie folosită la calculul permeanțelor specifice de dispersie, în regimul de scurtcircuit al mașinii de inducție.

4.3.1. Creștătura de calcul

Prelungind până la întrefier pereții laterali ai unei creștături statorice sau rotorice se obține o creștătură trapezoidală deschisă, denumită în continuare creștătură de calcul.

Creștătura statorică de calcul

În fig. 4.5 se prezintă modul în care se obține creștătura statorică de calcul și dimensiunile care o definesc. Creștătura reală este transformată într-o creștătură deschisă cu pereții radiali; razele r_D , r_{FF} , r_H , au același centru obținut prin prelungirea laturilor creștăturilor reale.

Dacă dintele statoric are pereții paraleli, unghiul φ_0 , care reprezintă pasul dentar, este egal cu unghiul φ_S format de pereții creștăturii (fig. 4.5 a)

Creștătura de calcul obținută (fig. 4.5 b) conține două subdomenii, separate de arcul de cerc de rază r_{FF} . Câmpul magnetic de dispersie din această creștătură, pentru $r_H < r < r_D$, se determină conform paragrafului 4.2.1.

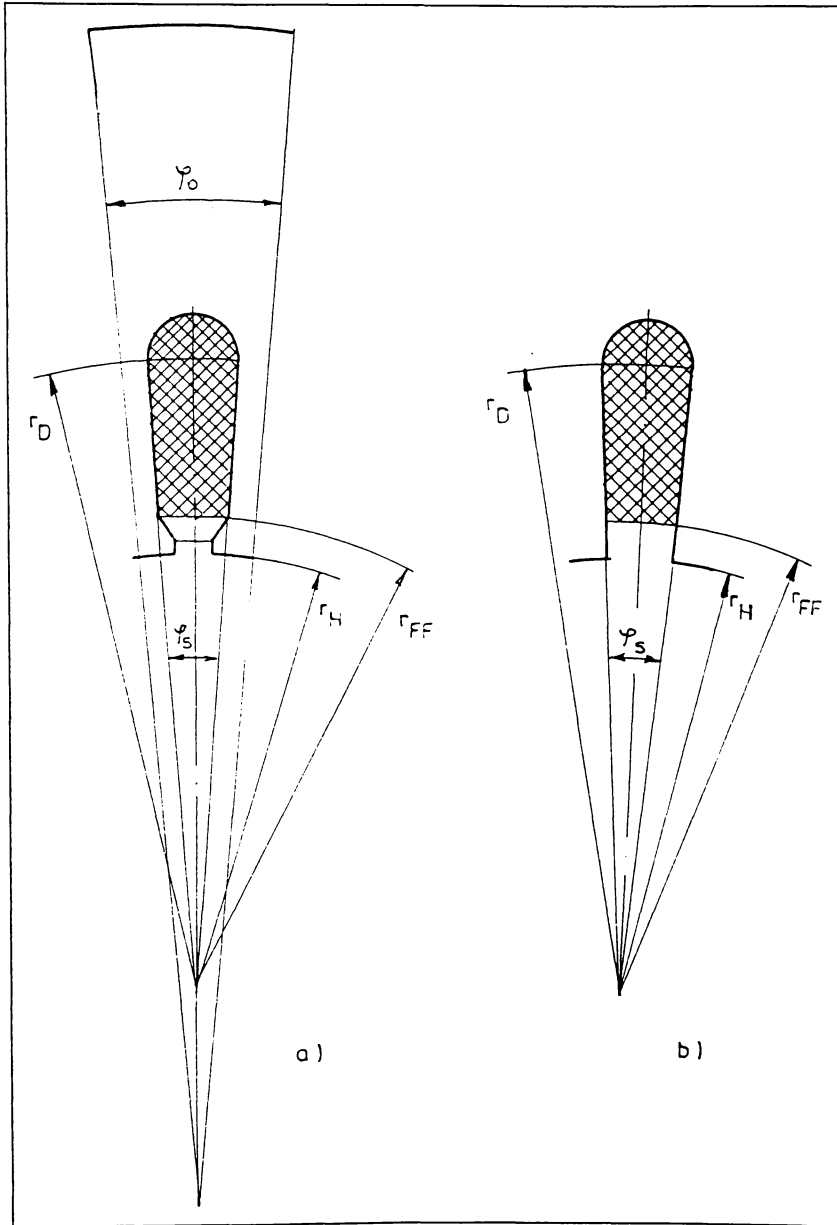


Fig. 4.5 Crestătura statorică reală (a) și crestătura de calcul corespunzătoare (b)

Dimensiunile geometrice utilizate în exemplul numeric de calcul conduc la:

$$r_D = 0,048 \text{ m}; \quad r_{FF} = 0,0348 \text{ m}; \quad r_H = 0,032 \text{ m}. \quad (4.24)$$

Cu valoarea densității de curent $J_S = 29,5 \cdot 10^6 \frac{A}{m^2}$, din (4.7) se obține:

$$A_1(r) = -9,263 r^2 + C_1 \ln r + C_2, \quad r_{FF} \leq r \leq r_D \quad (4.25)$$

Cunoscând valorile potențialului magnetic în nodurile D și F (fig. 4.1a) se poate scrie:

$$A_1(r_D) = -9,263 r_D^2 + C_1 \ln r_D + C_2 = 0,01045 \quad (4.26)$$

$$A_1(r_{FF}) = -9,263 r_{FF}^2 + C_1 \ln r_{FF} + C_2 = 0,00544,$$

care conduce la:

$$C_1 = 0,04706, \quad C_2 = 0,17469. \quad (4.27)$$

În consecință, soluția analitică a problemei de câmp pentru creștătura de calcul din fig. 4.5 b) este:

$$A_1(r) = -9,263 r^2 + 0,04706 \ln r + 0,17469, \quad r_{FF} \leq r \leq r_D; \quad (4.28)$$

iar pentru al doilea subdomeniu, din rel. (4.14) se obține:

$$A_1(r) = 0,02463 \ln r + 0,08814, \quad r_H \leq r \leq r_{FF}; \quad (4.29)$$

Soluția analitică dată de relațiile (4.28) și (4.29) pentru creștătura de calcul este reprezentată în fig. 4.6 cu linie continuă. Pentru comparație, în aceeași figură, sunt reprezentate valorile potențialului magnetic în nodurile D, E, F, G, H obținute prin calcul numeric, pentru creștătura reală.

Fluxul magnetic pe unitatea de lungime care traversează creștătura reală între nodul D și nodul H, este $\psi_{DEFGH}^* = (10,45 - 2,1) \times 10^{-3} = 8,35 \times 10^{-3} \frac{Wb}{m}$.

Între r_D și r_H , creștătura de calcul este străbătută de un flux corespunzător mai mic $\psi_{DH}^* = A(r_D) - A(r_H) = (10,45 - 3,3) \times 10^{-3} = 7,15 \times 10^{-3} \text{ Wb/m}$.

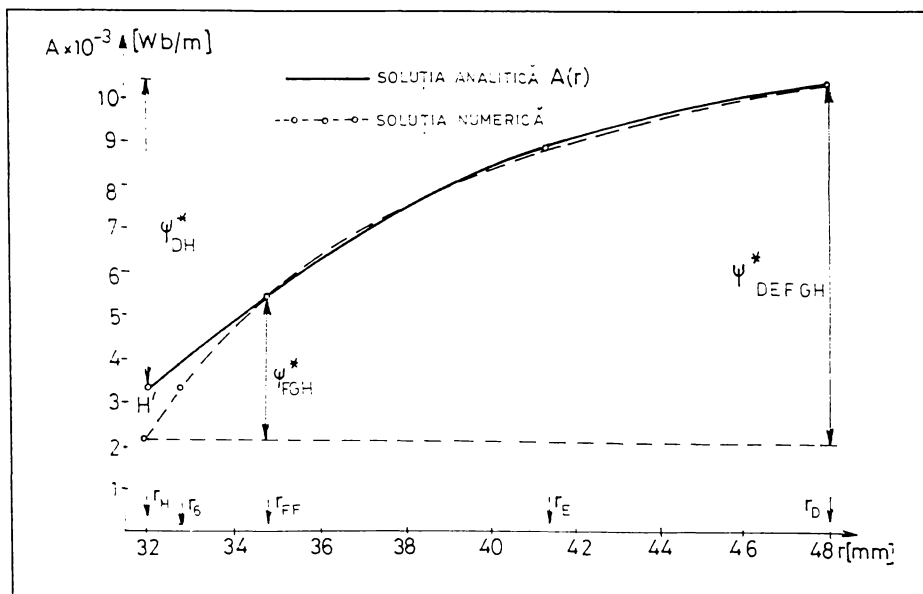


Fig. 4.6 Variația potențialului magnetic în direcție radială, în creștătura statorică

În consecință, prin utilizarea creștăturii de calcul se obține o permeanță specifică de dispersie a creștăturii cu cca. 14,3% mai mică decât valoarea obținută folosind soluția numerică.

Raportată la întreaga reactanță de dispersie, eroarea este mai mică întrucât dispersia creștăturii este numai una din cele trei componente principale ale reactanței de dispersie statorică.

Creștătura rotorică de calcul este obținută în mod similar, prin prelungirea laturilor creștăturii reale (fig. 4.7 a). Se obține o creștătură deschisă cu pereții radiali (fig. 4.7 b); unghiul de deschidere (φ_r) este egal cu cel al creștăturii reale.

Raza r_{KL} a arcului de cerc care separă cele două subdomenii ale creștăturii de calcul se determină din condiția ca densitatea de curent J_R din creștătura de

calcul să fie egală cu cea din creștătura reală; în consecință, aria secțiunii hașurate din fig. 4.7b) trebuie să fie egală cu aria secțiunii reale a barei rotorice. Razele r_j , r_{KL} , r_N au același centru, obținut prin prelungirea laturilor creștăturii reale.

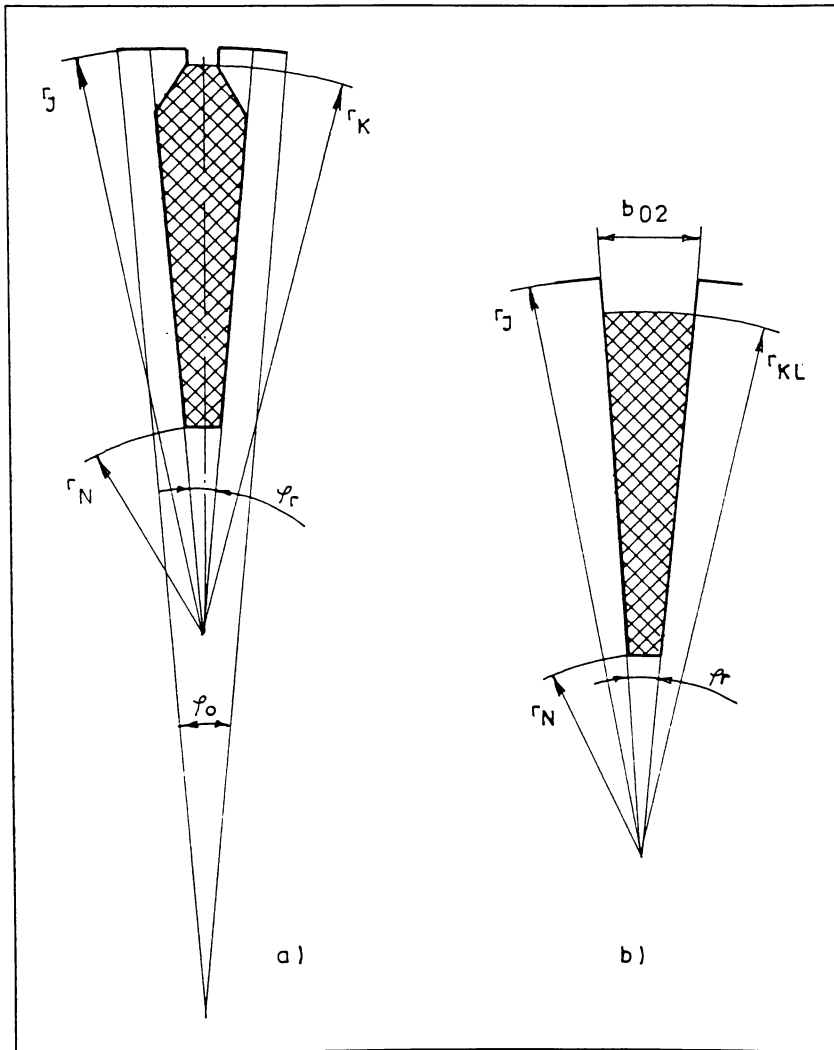


Fig. 4.7 Creștătura rotorică reală (a) și creștătura de calcul corespunzătoare (b)

Calculare geometrice simple conduc la:

$$\begin{aligned} r_J = 0,0331 \text{ m}; \quad r_K = 0,0323 \text{ m}; \quad r_L = 0,0298 \text{ m}; \\ r_{KL} = 0,03127 \text{ m}; \quad r_N = 0,0118 \text{ m}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Sursa rotorică de câmp (fig. 3.4) determină o densitate de curent $J_R = 48,4 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$, iar din rel. (4.22) se obține:

$$A_1(r) = 15,1975 r^2 + K_1 \ln r + K_2. \quad (4.31)$$

Valorile cunoscute ale potențialului în nodurile L și N (fig. 4.1 b) permit formarea sistemului de ecuații:

$$\begin{aligned} A_1(r_L) &= 15,1975 r_L^2 + K_1 \ln r_L + K_2 = -0,00323 \\ A_1(r_N) &= 15,1975 r_N^2 + K_1 \ln r_N + K_2 = -0,01113, \end{aligned} \quad (4.32)$$

a cărui soluție este:

$$K_1 = -0,003754, \quad K_2 = -0,029922. \quad (4.33)$$

În consecință, pentru cele două subdomenii de creștături rotorice de calcul, soluția analitică este:

$$\begin{aligned} A_1(r) &= 15,1975 r^2 - 0,0037564 \ln r - 0,029922 \quad \text{pentru } r_N \leq r \leq r_{KL}; \\ A_2(r) &= 0,027952 \ln r + 0,09475 \quad \text{pentru } r_{KL} \leq r \leq r_J, \end{aligned} \quad (4.34)$$

unde s-a folosit și relația (4.23).

În fig. 4.8 este reprezentată soluția analitică a problemei de câmp pentru creștătura rotorică de calcul (cu linie continuă) și soluția numerică pentru creștătura reală (linie întreruptă).

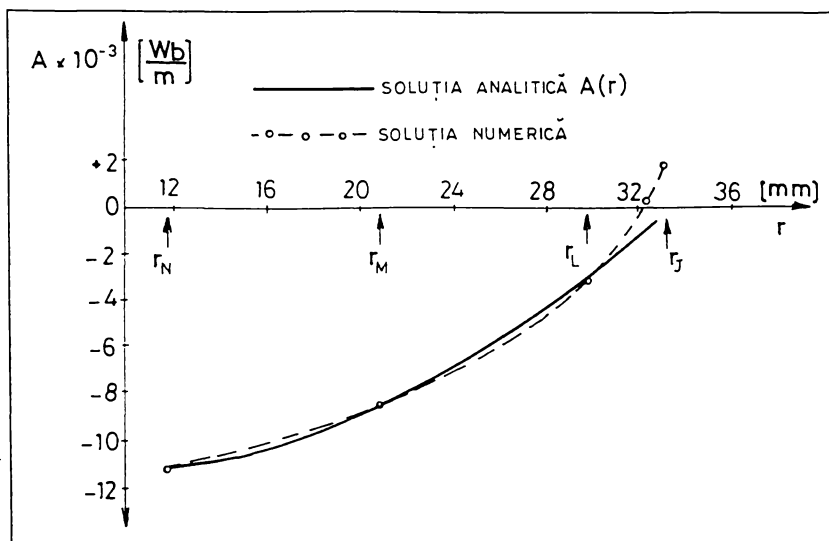


Fig. 4.8 Variația potențialului magnetic în direcție radială, în creștătura rotorului

4.3.2. Creștătura echivalentă

În paragraful anterior s-a arătat că fluxul magnetic de dispersie al creștăturii statorice sau rotorice este mai mare decât cel corespunzător creștăturii de calcul.

Se urmărește identificarea unei creștături echivalente care să aibă același flux de dispersie ca și creștătura reală. Soluționarea problemei se face prin următorul procedeu: se mărește înălțimea creștăturii de calcul până ce fluxul ei de dispersie devine egal cu fluxul de dispersie al creștăturii reale (presupus cunoscut din soluția numerică). Pentru claritate, rezultatele prezentate anterior

(fig. 4.6 și 4.8) sunt reluate în fig. 4.9 care permite rezolvarea grafică a problemei pentru creștătura statorică, respectiv rotorică.

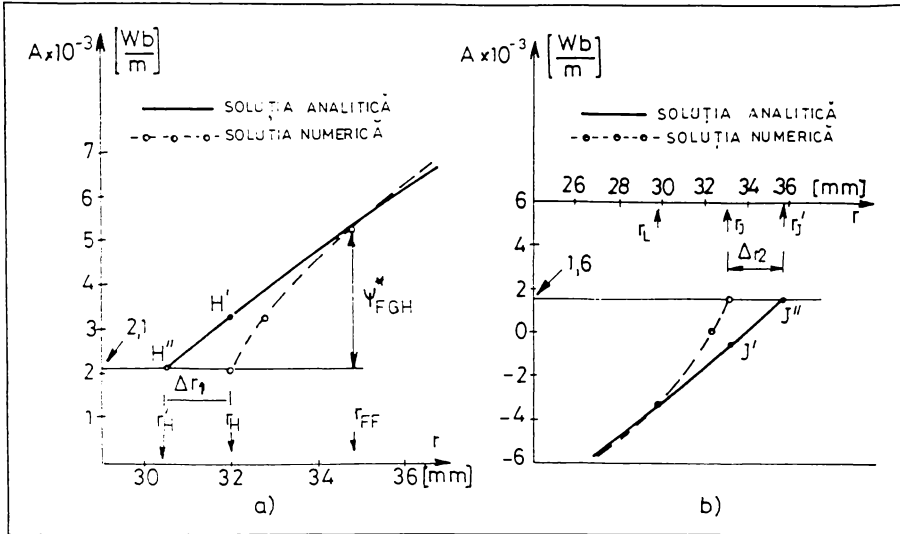


Fig. 4.9 Referitor la determinarea creștăturii echivalente:
a) în stator; b) în rotor

În fig. 4.9 a) curba trasată cu linie continuă reprezintă variația potențialului magnetic vector $A(r)$ corespunzător creștăturii de calcul. Se prelungește reprezentarea funcției $A(r)$ dincolo de punctul H' până când, în punctul H'' , se asigură același flux de dispersie ca și al creștăturii reale. În același mod, în cazul rotorului (fig. 4.9b), prelungind curba $A(r)$ dincolo de punctul J' , se determină punctul J'' . Pe axa absciselor se determină mărimile Δr_1 , respectiv Δr_2 cu care trebuie mărită înălțimea creștăturii statorice, respectiv rotorice pentru a asigura egalitatea fluxurilor. În consecință:

- creștătura echivalentă statorică se obține mărind înălțimea creștăturii de calcul prin micșorarea razei r_H cu mărimea Δr_1 (fig. 4.10 a); se obține raza fictivă:

$$r'_H = r_H - \Delta r_1. \quad (4.35)$$

- creștătura echivalentă rotorică se obține prin mărirea razei r_j cu Δr_2 (fig. 4.10 b) care determină creșterea înălțimii creștăturii; se obține raza fictivă:

$$r'_j = r_j + \Delta r_2. \quad (4.36)$$

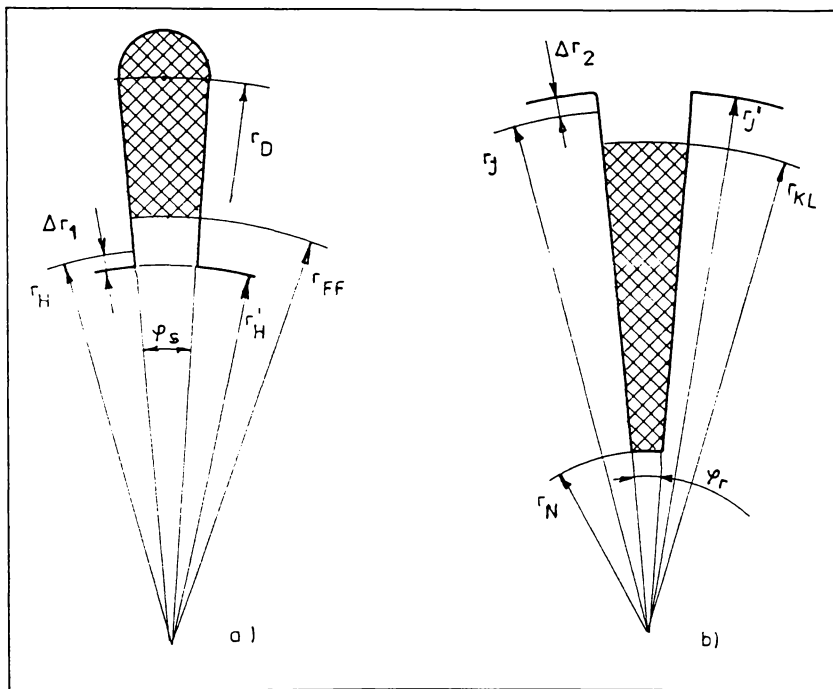


Fig. 4.10 Crestătura echivalentă statorică (a), respectiv rotorică (b)

Este simplu de observat că r'_H se poate determina și analitic prin rezolvarea ecuației:

$$0,02463 \ln r'_H + 0,08814 = 0,0021 \quad (4.37)$$

obținută din (4.29). Ecuația (4.37) are soluția $r'_H \cong 0,0304 \text{ m}$. Cu alte cuvinte, în cazul statorului, creștătura echivalentă este mai înaltă cu $1,6 \text{ mm}$ decât creștătura de calcul ($\Delta r_1 = 1,6 \text{ mm}$).

În același mod, r'_j se determină prin rezolvarea ecuației:

$$0,027952 \ln r'_j + 0,09475 = 0,0016. \quad (4.38)$$

obținută din (4.34), care conduce la $r'_j \cong 0,0357 m$.

În cazul rotorului crestătura echivalentă este mai înaltă cu $2,6 mm$ decât crestătura de calcul ($\Delta r_2 = 2,6 mm$).

Crestătura echivalentă și crestătura reală determină distribuții diferite ale câmpului magnetic, dar au aceeași permeanță specifică de dispersie (consecință a egalității fluxurilor de dispersie corespunzătoare celor două crestături). Având o formă trapezoidală, este posibil calculul simplu al permeanței specifice de dispersie a crestăturii, folosind relațiile clasice cunoscute în literatura de specialitate [82, 24, 78, 85, 14, 68, 3].

Crestătura echivalentă poate fi determinată așadar numai cu ajutorul soluției numerice a problemei de câmp.

Capitolul 5

UNELE CONSIDERAȚII PRIVIND CALCULUL REACTANȚELOR DE DISPERSIE ÎN PREZENȚA SATURAȚIEI

Literatura de specialitate consemnează preocupări și soluții în încercarea de a ține seama de influența saturației dinților asupra permeanței specifice de scăpări din creștătură [102, 105, 104, 86, 78, 14, 68].

Este cert că, în regim de scurtcircuit, deschiderea echivalentă a creștăturii semiînchise este mai mare decât deschiderea sa reală. Această deschidere echivalentă mărită determină o scădere considerabilă a reactanței de dispersie a înfășurării respective influențând două din principalele sale componente: dispersia creștăturii și dispersia întrefierului.

Pentru considerarea saturației în calculul reactanțelor de dispersie, se propune în [78, pag. 88; 14, pag. 371; 68, pag. 359] un coeficient μ' (denumit “permeabilitate magnetică relativă echivalentă a dintelui”) cu ajutorul căruia se determină o deschidere echivalentă (b'_0) cu valoare mai mare decât deschiderea reală a creștăturii semiînchise. Relația propusă pentru calculul lui μ' ține seama corect de saturație:

- la curenți de pornire mari μ' scade, determinând o creștere a deschiderii echivalente b'_0 ;
- valoarea teoretică minimă este $\mu' = 1$, careia îi corespunde o deschidere maximă b'_0 a creștăturii egală cu pasul dentar;
- valoarea teoretică maximă tinde la infinit $\mu' \rightarrow \infty$ și corespunde situațiilor în care se neglijează saturația fierului, iar deschiderea echivalentă a creștăturilor devine egală cu deschiderea reală.

În cazurile practice, valorile coeficientului μ' sunt cuprinse în intervalul 3...10 și nu au semnificația unor permeabilități magnetice reale, corespunzătoare unor zone ale dintelui.

Soluția numerică a problemei de câmp (obținută prin metoda elementelor finite) poate contribui la perfecționarea metodei prezentate în literatura de specialitate, dar, în acest caz, este necesar să se utilizeze alte relații de calcul, păstrând doar principiul metodei din [78, 14, 68].

În acest sens se analizează în continuare câteva rezultate numerice ale calculului efectuat în Cap. 3, astfel:

- în fig. 5.1 se prezintă solicitarea magnetică a unui dinte (din vecinătatea axei polului), specifică funcționării în gol. Caracteristic pentru acest regim de funcționare este faptul că solicitarea magnetică a corpului dintelui este mai mare decât a vârfului acestuia. Afirmarea este valabilă pentru toți dinții statorului, respectiv ai rotorului. Permeabilitatea magnetică relativă corespunzătoare bazei dintelui are următoarele valori medii (fig. 5.1): $\mu_{rb} = 620$ pentru dintele statoric, respectiv $\mu_{rb} = 136$ pentru dintele rotoric. Permeabilitatea magnetică relativă corespunzătoare vârfului dintelui (μ_{rv}) are valori medii mult mai mari decât cele de la baza dintelui;
- în fig. 5.2 se prezintă solicitarea magnetică a unui dinte (din vecinătatea axei neutre), specifică funcționării în scurtcircuit. Față de regimul de funcționare în gol se constată o scădere considerabilă a inducției în corpul dintelui și o creștere a inducției magnetice la extremitățile dintelui (spre istmuri).

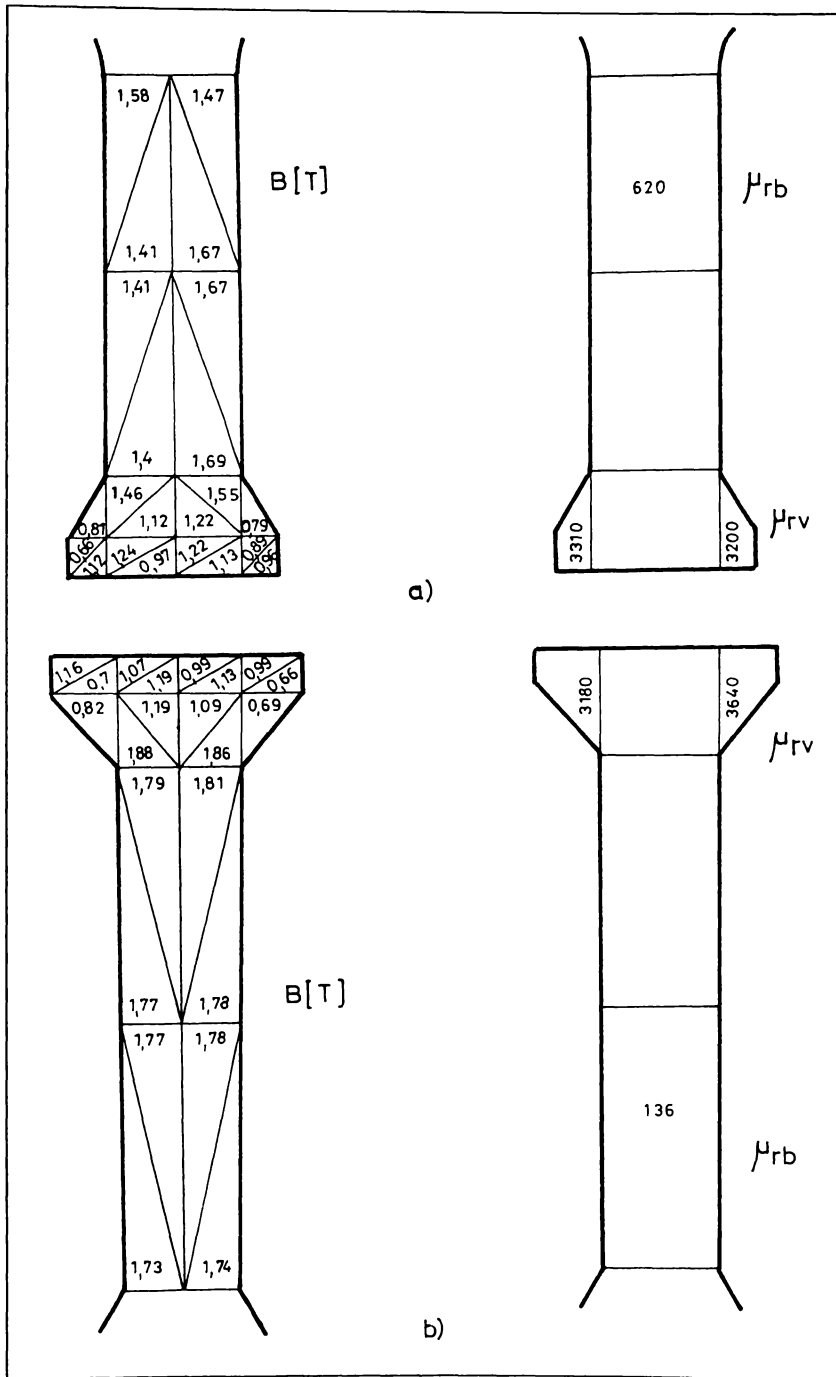


Fig. 5.1. Solicitări magnetice în dinți, specifice funcționării în gol
a) în stator; b) în rotor.

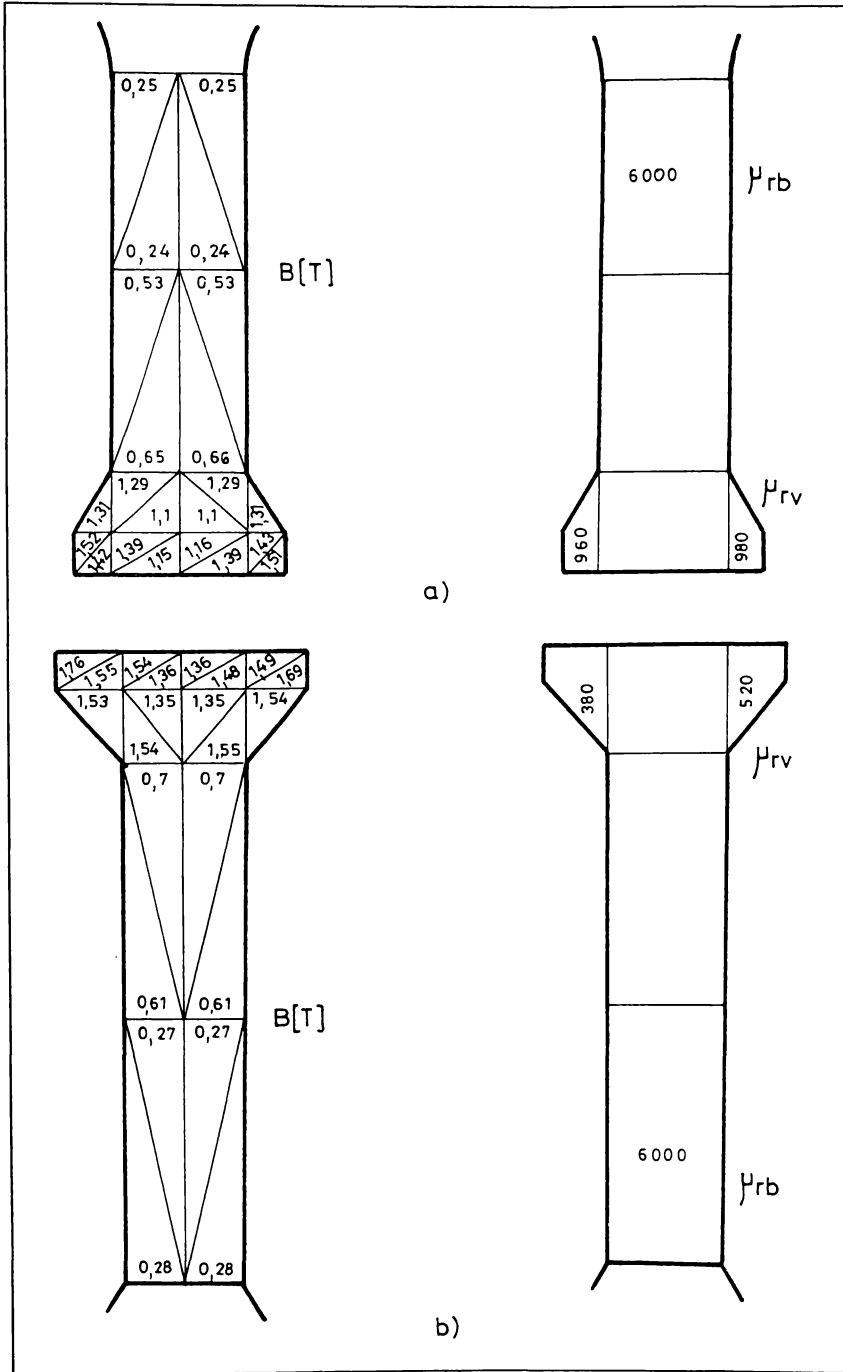


Fig. 5.2. Solicitări magnetice în dinți, specifice funcționării în scurtcircuit a) în stator; b) în rotor.

Regimul de funcționare în scurtcircuit, respectiv de funcționare în gol reprezintă cele două extreme de funcționare a motorului. Dacă se notează:

$$k_{\mu} = \frac{\mu_{rv}}{\mu_{rb}} \quad (5.1)$$

se poate afirma că regimul de scurtcircuit se caracterizează prin $k_{\mu} \ll 1$, iar regimul de mers în gol prin $k_{\mu} \gg 1$.

În timpul pornirii prin cuplare directă a motorului, solicitarea magnetică a dinților începe cu vârfurile acestora de către câmpul magnetic de dispersie al creștăturii și se reduce în regim normal al mașinii, la solicitarea corpurilor principale ale dinților numai de către câmpul magnetic principal. Cu alte cuvinte, în timpul pornirii, valoarea lui k_{μ} este dependentă de alunecare și variază continuu, de la valori subunitare spre valori supraunitare. Sub această formă, k_{μ} caracterizează starea magnetică a dinților în timpul pornirii motorului și poate fi utilizat pentru determinarea deschiderii echivalente a creștăturilor din stator și din rotor. În acest scop, folosind notațiile din fig. 2.6, se propune relația:

$$b'_0 = b_1 + \frac{1}{1 + k_{\mu}} (b_2 - b_1) \quad (5.2)$$

în care b'_0 este deschiderea echivalentă a creștăturii statorice sau rotorice determinată de nivelul de saturare a capetelor de dinți, iar k_{μ} corespunde dintelui respectiv.

Sub aspect calitativ, relația propusă ține seama corect de fenomenul de saturație, permițând următoarele observații referitoare la regimurile extreme de funcționare, cu precădere la mașinile de inducție ce au creștături semiînchise:

- în regim de scurtcircuit vârfurile (capetele) dinților sunt mult mai saturate decât bazele dinților ($\mu_{rv} \ll \mu_{rb}$), astfel încât $k_{\mu} \cong 0$, iar $b'_0 \cong b_2$;

- în celălalt regim extrem, de funcționare în gol, bazele dinților sunt mult mai saturate decât vârfurile acestora ($\mu_{rv} \gg \mu_{rb}$), astfel încât $k_\mu \gg 1$, iar $b'_0 \cong b_1$.

Rezultă astfel că, pentru situații intermediare ($0 < s < 1$), deschiderea echivalentă are valori cuprinse între deschiderea reală și deschiderea completă a creștăturii.

Pentru a utiliza rel. (5.2) în calculul deschiderii echivalente este necesar să se cunoască soluția numerică a problemei de câmp pentru un anumit regim de funcționare a motorului, respectiv permeabilitățile magnetice medii corespunzătoare unor zone ale dintelui.

Observațiile de mai sus, precum și rezultatele numerice reale prezentate în fig. 5.1 și fig. 5.2 conduc la concluzia că, pentru regimul de funcționare în scurtcircuit, în calculul reactanțelor de dispersie se poate considera o deschidere completă a creștăturilor semiînchise determinată de saturarea capetelor de dinți. Spre exemplu, pentru dintele statoric din fig. 5.2, cu dimensiunile din Tabelul 3.1, se obține:

$$k_\mu = \frac{980}{6000} = 0,163; \quad b'_0 = 3 + \frac{1}{1,163}(5,8 - 3) = 5,41 \text{ mm}.$$

Deschiderea echivalentă a creștăturii $b'_0 = 5,41 \text{ mm}$ este aproximativ egală cu deschiderea obținută prin prelungirea laturilor creștăturii până la întrefier ($b_0^* = 5,33 \text{ mm}$).

În consecință, saturația poate fi luată în considerare la calculul reactanțelor de dispersie în regim de scurtcircuit prin utilizarea unei creștături complet deschise (creștătura de calcul propusă în paragraful 4.3.1).

Atunci când în calculele de proiectare sau optimizare, unde se analizează un număr foarte mare de variante constructive, nu este cunoscută soluția problemei de câmp și se utilizează modelul de circuit electric (schema

echivalentă), pentru determinarea reactanțelor de dispersie corespunzătoare momentului pornirii se propune creștătura de calcul definită în paragraful 4.3.1. Chiar dacă permeanța ei de dispersie este mai mică decât în cazul creștăturii reale, utilizarea ei în calcule conduce la rezultate satisfăcătoare pentru inginerii proiectanți.

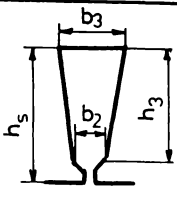
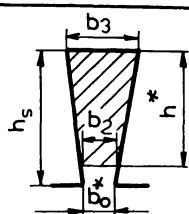
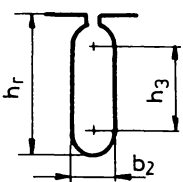
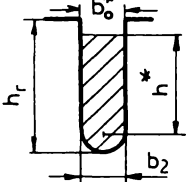
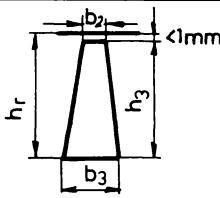
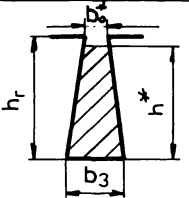
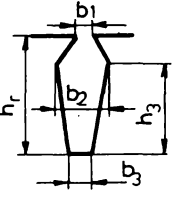
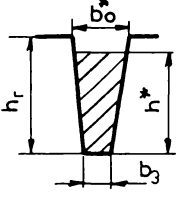
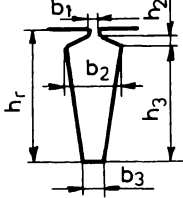
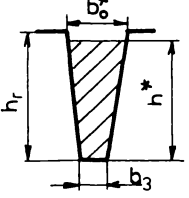
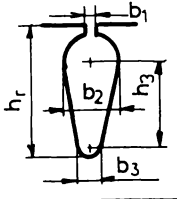
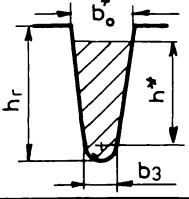
Prin urmare, pentru determinarea curentului de pornire al motorului trifazat, alimentat la tensiune nominală, se recomandă calcularea reactanțelor de dispersie ale înfășurărilor folosind creștătura de calcul statorică, respectiv rotorică; se determină acele componente care sunt afectate de modificarea formei creștăturii: permeanța specifică de dispersie a creștăturii și permeanța întrefierului.

5.1. Determinarea permeanței specifice de dispersie a creștăturii

În concordanță cu cele prezentate în paragraful 4.3.1, pentru calculul permeanței specifice de dispersie a creștăturii se parcurg următoarele etape:

- a) pe baza geometriei creștăturilor reale, se construiește creștătura de calcul statorică, respectiv rotorică;
- b) se determină dimensiunile geometrice care definesc creștăturile de calcul (mărimile h^* și b_0^*); în tabelul 5.1. sunt prezentate principalele forme de creștături utilizate în construcția motoarelor de inducție de uz general, având rotorul în scurtcircuit (cu colivie simplă);
- c) se calculează permeanța specifică de dispersie a creștăturii de calcul statorice ($\lambda_{c_1}^*$), respectiv rotorice ($\lambda_{c_2}^*$) pe baza dimensiunilor geometrice determinate la pct. b), folosind relații uzuale din literatură [24, 78, 85, 14], corespunzătoare formei respective a creștăturii de calcul.

TABELUL 5.1.

TIP	CRESTATURA REALĂ	CRESTATURA DE CALCUL	RELATII DE CALCUL PROPUSE
1			$h^* = h_3$ $b_0^* = b_2 - \frac{(b_3 - b_2)(h_s - h_3)}{h_3}$
2			$h^* = h_3 + 0,4 b_2$ $b_0^* = b_2$
3			$h^* = h_3$ $b_0^* = b_2$
4			$h^* = h_3 + \frac{(b_1 + b_2)(h_r - h_3)}{2b_2}$ $b_0^* = b_2 + \frac{(h_r - h_3)(b_2 - b_3)}{h_3}$
5			$h^* = h_3 + \frac{(b_1 + b_2)h_2}{2b_2}$ $b_0^* = b_2 + \frac{(h_r - h_3)(b_2 - b_3)}{h_3}$
6			$h^* = h_3 + 0,4 b_2$ $b_0^* = b_2 + \frac{(h_r - h_3) \frac{b_3}{2} (b_2 - b_3)}{h_3}$

Astfel, pentru creștăturile de calcul din tabelul 5.1 se propun următoarele relații:

- pentru creștătura statorică de calcul TIP 1:

$$\lambda_{c_1}^* = \frac{h^*}{3b_2} k_\beta + \frac{2(h_S - h^*)}{b_0^* + b_2}, \quad (5.3)$$

în care k_β este un coeficient care ține seama de scurtarea pasului bobinei în raport cu pasul diametral;

- pentru creștătura de calcul rotorică TIP 2:

$$\lambda_{c_2}^* = \frac{h^*}{3b_2} + \frac{h_r - h^* - 0,5b_2}{b_0^*}. \quad (5.4)$$

- pentru creștătura de calcul TIP 3:

$$\lambda_{c_2}^* = \frac{h^*}{3b_2} k_{23} + \frac{h_r - h^*}{b_0^*}, \quad (5.5)$$

unde k_{23} este un coeficient dependent de raportul b_2/b_3 [14];

- pentru creștăturile de calcul TIP 4 și TIP 5:

$$\lambda_{c_2}^* = \frac{2h^*}{3(b_2' + b_3)} + \frac{h_r - h^*}{b_2'}, \quad (5.6)$$

unde $b_2' = (b_2 + b_0^*)/2$;

- pentru creștătura de calcul de TIP 6:

$$\lambda_{c_2}^* = \frac{2h^*}{3(b_2' + b_3)} + \frac{h_r - h^* - 0,5b_3}{b_2'}, \quad (5.7)$$

în care $b_2' = (b_2 + b_0^*)/2$.

Se constată că valorile echivalente ($\lambda_{c_1}^*$ și $\lambda_{c_2}^*$) ale permeanțelor creștăturilor sunt mai mici decât valorile lor corespunzătoare (λ_{c_1} și λ_{c_2}) determinate inițial pentru formele reale ale creștăturilor (în absența saturației).

5.2. Determinarea permeanței specifice de dispersie a întrefierului

Pentru a ține seama de cea de-a doua componentă afectată de modificarea formei creștăturii, se calculează permeanța specifică de dispersie a întrefierului după relația [14]:

$$\lambda_d = 0,9 \frac{t(qk_w)^2 \rho_d k_0}{k_c \delta} \sigma_d, \quad (5.8)$$

în care: t – pas de creștătură; q – numărul de creștături pe pol și fază; k_w – factorul de bobinaj; δ - întrefierul real; k_c – factorul lui Carter; ρ_d – coeficientul de amortizare a câmpului armonicilor superioare datorită fenomenului de reacție; k_0 – coeficient subunitar; σ_d – coeficientul scăpărilor diferențiale.

Întrucât la motoarele de inducție întrefierul este relativ mic, se consideră că dispersia capetelor de dinți este cuprinsă în această relație.

O parte din factorii conținuți în rel. (5.8) sunt dependenți de deschiderea creștăturii. Prin urmare se impune calcularea permeanței întrefierului ținând seama de noile deschideri ale creștăturilor (deschiderea fictivă b_0^* a creștăturii de calcul). Se obțin astfel următoarele relații:

$$\lambda_{d_1}^* = 0,9 \frac{t_1(q_1 k_{w_1})^2 \rho_{d_1} k_{0_1}^*}{k_c^* \delta} \sigma_{d_1}; \quad (5.9)$$

$$\lambda_{d_2}^* = 0,9 \frac{t_2 (q_2 k_{w_2})^2 \rho_{d_2} k_{0_2}^*}{k_c^* \delta} \sigma_{d_2}, \quad (5.10)$$

în care indicele **1** se referă la stator, indicele **2** se referă la rotor, iar prin * s-au marcat factorii dependenți de deschiderea creștăturii care trebuie calculați.

Înlocuind deschiderea reală a creștăturii cu deschiderea fictivă ($b_{0_1}^*$ sau $b_{0_2}^*$) relațiile din [14] devin:

$$\begin{aligned} k_{0_1}^* &\cong 1 - 0,033 \frac{(b_{0_1}^*)^2}{\delta t_1}; \\ k_{0_2}^* &\cong 1 - 0,033 \frac{(b_{0_2}^*)^2}{\delta t_2}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Procedând similar în cazul factorului lui Carter, se poate scrie:

$$k_c^* = k_{c_1}^* k_{c_2}^*, \quad (5.12)$$

unde:

$$\begin{aligned} k_{c_1}^* &= \frac{t_1}{t_1 - \gamma_1^* \delta}; \quad k_{c_2}^* = \frac{t_2}{t_2 - \gamma_2^* \delta}; \\ \gamma_1^* &= \frac{(b_{0_1}^*)^2}{5\delta^2 + \delta b_{0_1}^*}; \quad \gamma_2^* = \frac{(b_{0_2}^*)^2}{5\delta^2 + \delta b_{0_2}^*}. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Se constată că valorile permeanțelor specifice calculate cu luarea în considerare a saturației, $\lambda_{d_1}^*$ și $\lambda_{d_2}^*$ sunt mai mici decât valorile corespunzătoare λ_{d_1} și λ_{d_2} neafectate de saturație.

5.3. Calculul reactanțelor de dispersie

În acest scop se folosește rel. (4.1), în care λ_c și λ_d se înlocuiesc prin valorile lor λ_c^* și λ_d^* determinate în paragraful 5.2, luând în considerare saturația; termenul λ_f din rel. (4.1) reprezintă permeanța specifică de dispersie a părților frontale ale înfășurărilor (această componentă nu este afectată de saturație întrucât câmpul de dispersie corespunzător acestor porțiuni se închide, în cea mai mare parte, prin aer).

Prin urmare, reactanța de dispersie a înfășurării statorului, în prezența saturației, se determină cu relația:

$$X_{\sigma_1}^* = 4\pi f_1 \mu_0 l \frac{W_1^2}{pq_1} (\lambda_{c_1}^* + \lambda_{d_1}^* + \lambda_{f_1}). \quad (5.14)$$

Similar, pentru înfășurarea rotorului:

$$X_{\sigma_2}^* = 4\pi f_1 \mu_0 l \frac{W_2^2}{pq_2} (k_X \lambda_{c_2}^* + \lambda_{d_2}^* + \lambda_{f_2}), \quad (5.15)$$

în care k_X este un coeficient subunitar prin care se ține seama de efectul pelicular din barele rotorului, în momentul pornirii.

Se definesc următorii coeficienți, ca rapoarte dintre valorile reactanțelor de dispersie determinate în condițiile existenței saturației și valorile corespunzătoare în absența ei:

$$k_1^* = \frac{X_{\sigma_1}^*}{X_{\sigma_1}} = \frac{\lambda_{c_1}^* + \lambda_{d_1}^* + \lambda_{f_1}}{\lambda_{c_1} + \lambda_{d_1} + \lambda_{f_1}}; \quad (5.16)$$

$$k_2^* = \frac{X_{\sigma_2}^*}{X_{\sigma_2}} = \frac{k_X \lambda_{c_2}^* + \lambda_{d_2}^* + \lambda_{f_2}}{k_X \lambda_{c_2} + \lambda_{d_2} + \lambda_{f_2}}. \quad (5.17)$$

Aplicarea procedurii de calcul prezentat este simplă și conduce la valori ale curentului de pornire apropiate de cele măsurate. Considerațiile făcute în

acest capitol privind calculul reactanțelor de dispersie la pornire au fost acceptate în practica de proiectare la S.C. Electromotor S.A. Timișoara și completează în prezent programul de calcul al motoarelor de inducție trifazate, de uz general, cu rotorul în scurtcircuit.

În capitolul 6 se vor prezenta comparații între rezultatele de calcul și cele experimentale care justifică ipotezele făcute și validează procedeul propus privind determinarea reactanțelor de dispersie în regim de scurtcircuit.

5.4. Unele încercări de soluționare a problemei saturației pe cale empirică

Pe baza determinărilor experimentale și a observațiilor făcute pe lungi perioade de timp se pot stabili anumiți coeficienți, constanți sau variabili, care completează relațiile teoretice, corectându-le, în scopul apropierii valorilor calculate de cele măsurate.

Influența saturației asupra reactanțelor de dispersie este cunoscută și explicabilă sub aspect calitativ, dar prezintă dificultăți majore de apreciere cantitativă.

În cele ce urmează se prezintă câteva încercări de determinare a unor coeficienți pe baza cărora să se calculeze direct valorile reactanțelor de dispersie, în condițiile existenței saturației. Influența acestora poate fi considerată prin coeficienții subunitari C_{c_1} , C_{c_2} , C_{d_1} , C_{d_2} sub forma:

$$\begin{aligned} \lambda_{c_1}^* &= C_{c_1} \lambda_{c_1} ; & \lambda_{d_1}^* &= C_{d_1} \lambda_{d_1} ; \\ \lambda_{c_2}^* &= C_{c_2} \lambda_{c_2} ; & \lambda_{d_2}^* &= C_{d_2} \lambda_{d_2} , \end{aligned} \tag{5.18}$$

în care $\lambda_{c_1}, \lambda_{c_2}, \lambda_{d_1}, \lambda_{d_2}$ sunt permeanțele specifice de dispersie stabilite în absența saturației.

Cazul 1. Se consideră $C_{c_1} = C_{c_2} = C_{d_1} = C_{d_2}$; în aceste condiții, în fig. 5.3 și 5.4 se compară valorile calculate ale curentului de pornire raportat cu valorile măsurate, pentru trei valori diferite date coeficienților. Curbele 1 corespund cazului în care toți cei patru coeficienți din rel. (5.18) au valoarea 0,8; pentru curbele 2, respectiv 3 valorile coeficienților sunt 0,7, respectiv 0,6.

Se poate afirma, cu aproximație, că din motoarele analizate, cele de putere mică necesită valori mai mici ale coeficienților, iar cele de puteri mai mari, valori mai mari, fără să se poată stabili reguli riguroase de alegere a valorilor coeficienților.

Orice alte valori date coeficienților în acest caz, nu pot apropia satisfăcător valorile calculate de cele măsurate, pentru toate motoarele analizate. Prin urmare problema rămâne nerezolvată întrucât valoarea potrivită a coeficienților trebuie stabilită apriori.

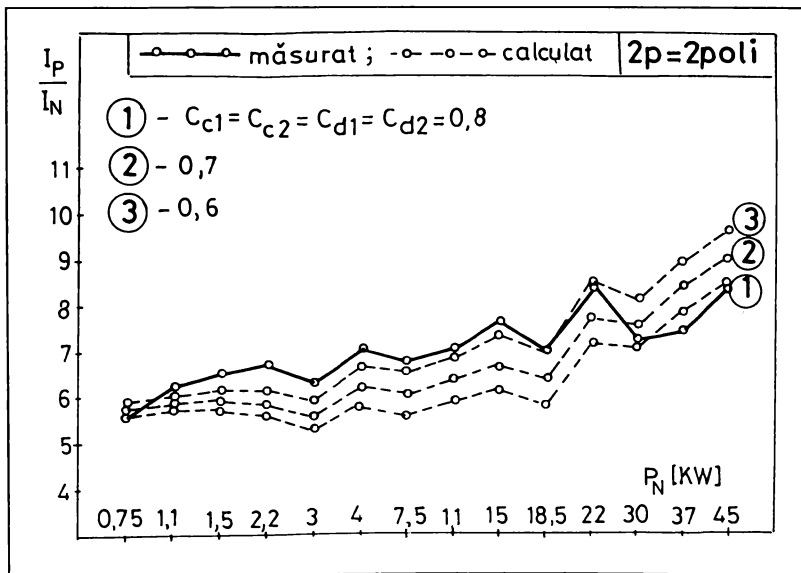


Fig. 5.3 Valori calculate ale curentului de pornire raportat în cazul 1

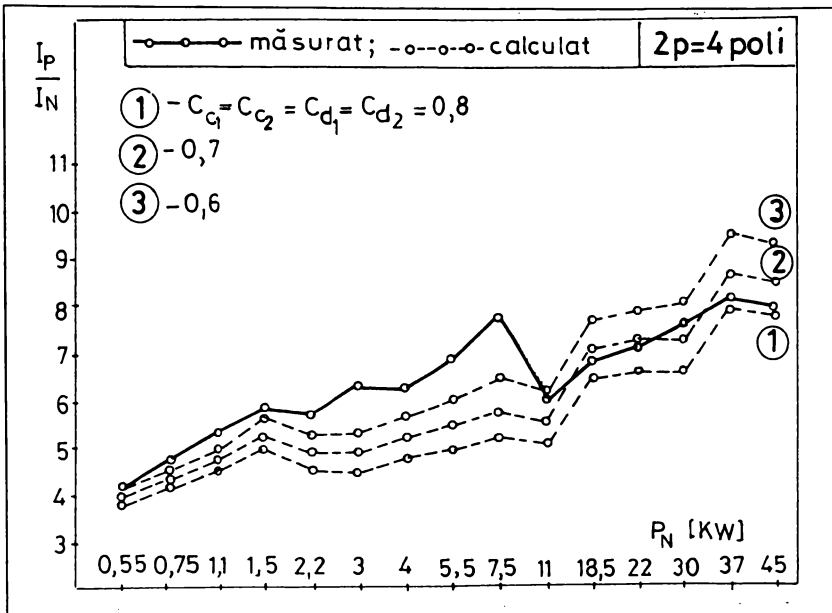


Fig. 5.4 Valori calculate ale curentului de pornire raportat în cazul 1

Cazul 2. Se consideră $C_{c1} = C_{c2}$ și $C_{d1} = C_{d2}$; punând $C_{c1} = C_{c2} = 0,9$ și $C_{d1} = C_{d2} = 0,5$ și reluând calculul curentului de pornire se obțin curbele 1 din fig. 5.5 și 5.6. Similar, cu $C_{c1} = C_{c2} = 0,75$ și $C_{d1} = C_{d2} = 0,5$ se obțin curbele 2, iar cu $C_{c1} = C_{c2} = 0,6$ și $C_{d1} = C_{d2} = 0,5$, respectiv curbele 3, din aceleași figuri.

Se constată că nici pentru acest caz nu pot fi identificate valori potrivite ale coeficienților pentru toate motoarele.

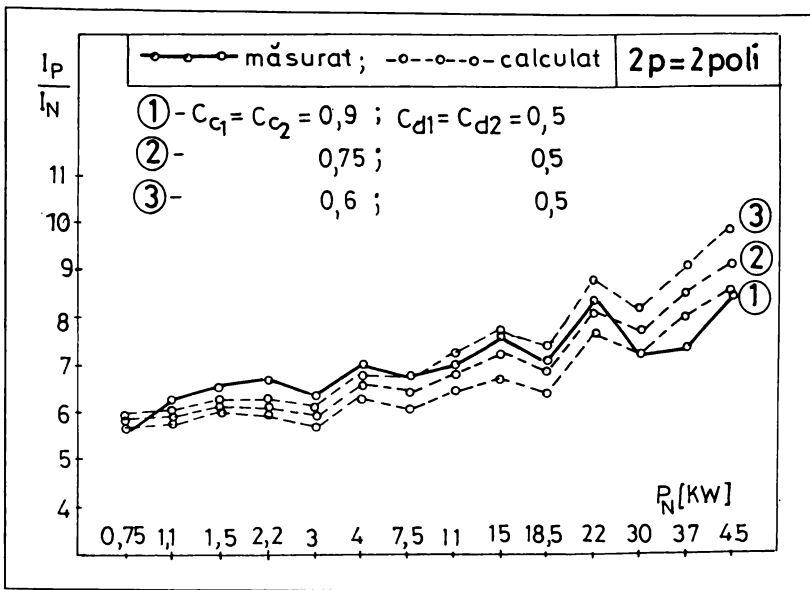


Fig. 5.5. Valori calculate ale curentului de pornire raportat în cazul 2

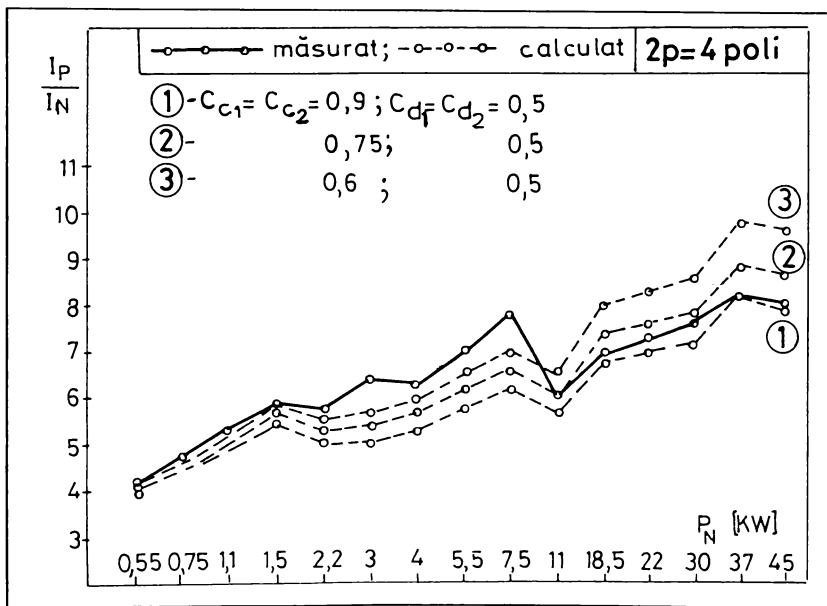


Fig. 5.6 Valori calculate ale curentului de pornire raportat în cazul 2

Cazul 3. Se consideră $C_{c1} = C_{d1}$ și $C_{c2} = C_{d2}$; repetând calculul, se obțin valori ale curentului de pornire raportat reprezentate în fig. 5.7 și fig. 5.8 prin cele trei curbe astfel:

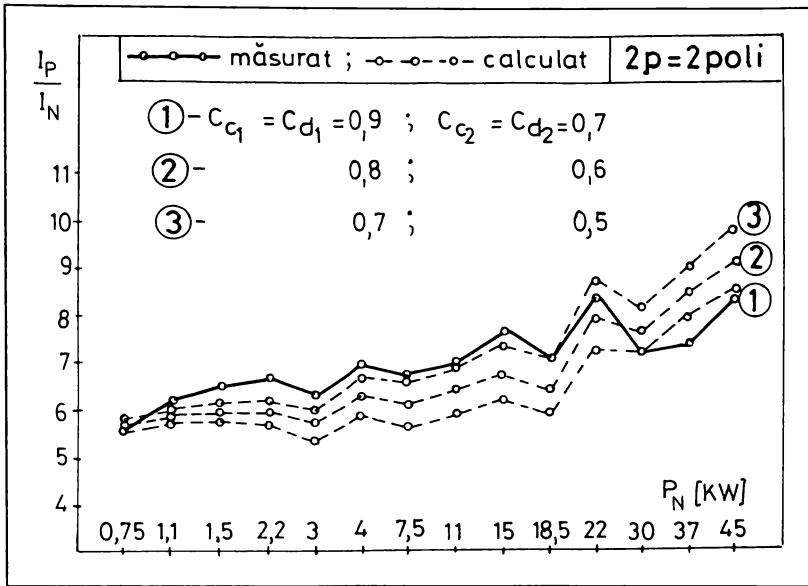


Fig. 5.7 Valori calculate ale curentului de pornire raportat în cazul 3

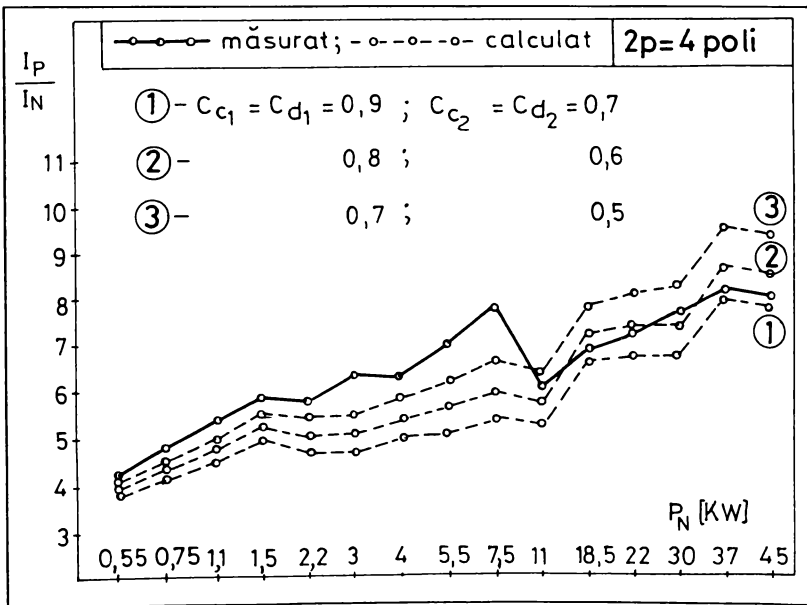


Fig. 5.8 Valori calculate ale curentului de pornire raportat în cazul 3

curba 1 - pentru $C_{c_1} = C_{d_1} = 0,9$ și $C_{c_2} = C_{d_2} = 0,7$;

curba 2 - pentru $C_{c_1} = C_{d_1} = 0,8$ și $C_{c_2} = C_{d_2} = 0,6$;

curba 3 - pentru $C_{c_1} = C_{d_1} = 0,7$ și $C_{c_2} = C_{d_2} = 0,5$.

Influența valorilor celor patru coeficienți asupra curentului de pornire este similară cazurilor anterioare.

Rezultate asemănătoare se obțin și în cazul motoarelor cu 6 și 8 poli.

În legătură cu astfel de metodă empirică, de soluționare a problemei saturației în calculul reactanțelor de dispersie, se pot face unele precizări. Ea este inefficientă întrucât nu pot fi stabilite apriori valori riguroase ale unor coeficienți subunitari, care să caracterizeze gradul de saturație la pornire a motoarelor. Acest fapt se explică prin aceea că elementul determinant în fenomenul de saturație este geometria creștăturilor (respectiv geometria dinților). Cu alte cuvinte, oricare ar fi puterea motorului, numărul de poli etc., valorile reactanțelor de dispersie la pornire sunt determinate, în mare măsură, de forma și dimensiunile concrete ale creștăturilor.

Considerăm că cercetările în această problemă trebuie îndreptate înspre găsirea unor metode de calcul al reactanțelor de dispersie, în condițiile saturației, care să includă dimensiunile și formele creștăturilor. Metoda propusă în paragrafele 5.1, 5.2 și 5.3 este una din acestea și rezolvă problema în mod satisfăcător, fiind în același timp foarte ușor de aplicat.

Așa cum rezultă din capitolul următor, metoda de calcul propusă conduce la determinarea unor coeficienți de saturație (k_1^* , k_2^* - tabelul 6.1) cu valori diferite de la motor la motor, dependente în mare măsură de geometria de bază a creștăturii. Din acest motiv valorile calculate ale curentului de pornire se apropie suficient de mult de valorile măsurate pentru toate motoarele analizate.

Capitolul 6

VERIFICĂRI EXPERIMENTALE

Încercarea în scurtcircuit a motorului de inducție, la diferite valori ale tensiunii de alimentare oferă câteva posibilități de validare a unor metode de calcul al reactanțelor de dispersie și de considerare a saturației în aceste calcule.

Este cunoscut faptul că proba de scurtcircuit permite separarea reactanței de dispersie echivalente $(X_{\sigma_1} + X'_{\sigma_2})$. Prin urmare, validarea unei metode de calcul al reactanțelor de dispersie se face prin compararea sumei calculate $(X_{\sigma_1} + X'_{\sigma_2})$ cu valoarea ei determinată experimental sau prin compararea curentului de pornire calculat cu cel măsurat.

În acest scop au fost utilizate 51 tipodimensiuni de motoare asincrone trifazate de uz general din fabricația S.C. Electromotor S.A. - Timișoara, cu 2, 4, 6 și 8 poli, având puteri nominale între 0,37 ... 45 kW. Toate aceste motoare au rotorul în scurtcircuit (cu colivie simplă), având în stator creștături de TIP 1, iar în rotor de TIP 2 ... TIP6 (tabelul 5.1). Pentru aceste motoare s-au efectuat probe de scurtcircuit la tensiune nominală (380 V) și la tensiune redusă (100 V). Pe lângă rezultatele acestor probe, s-a dispus de statistica încercărilor de tip din laboratoarele "Electromotor" care a permis aprecierea intervalului de dispersie a valorilor curentului de pornire măsurat la mai multe motoare de același tip (procesul tehnologic de turnare a coliviilor influențează sensibil parametrii electrici ai coliviei și, prin urmare, valoarea curentului de pornire).

Fiecare din valorile măsurate, prezentate în continuare, reprezintă o medie a mai multor valori determinate experimental pe mai multe exemplare de motoare de același tip. Prin urmare, în jurul fiecărei valori medii măsurate există un interval de dispersie cca. $\pm 5\%$ în care sunt cuprinse valorile experimentale.

6.1. Validarea metodei de calcul

Cunoscând toate datele constructive ale celor 51 de motoare s-au determinat prin calcul reactanțele $(X_{\sigma_1}^* + X_{\sigma_2}^*)$ pe baza metodei propuse în capitolul 5 (indicele ' s-a folosit pentru notarea reactanței de dispersie a înfășurării rotorice raportată la înfășurarea statorică).

În tabelul 6.1 sunt prezentate valorilor calculate ale sumei reactanțelor $(X_{\sigma_1}^* + X_{\sigma_2}^*)$ și valorile corespunzătoare determinate experimental pentru 2, 4, 6 și 8 poli. Se constată o corespondență destul de bună între valorile calculate și cele măsurate.

În același tabel sunt date valorile calculate ale coeficienților k_1^* și k_2^* (rel. 5.16 și 5.17) care reprezintă rapoartele dintre valorile determinate în condiții de saturație, respectiv nesaturație ale reactanțelor respective. În calculul parametrilor rotorici s-a ținut seama de efectul de refulare a curentului în barele rotorului; pentru determinarea coeficientului de reducere a reactanței rotorice (k_X din rel. 5.15), respectiv de creștere a rezistenței electrice a barelor, s-au folosit relațiile aproximative cunoscute [24, 3, 78, 14] corespunzătoare barelor dreptunghiulare și trapezoidale.

Urmărind valorile coeficienților k_1^* și k_2^* se constată că nu poate fi sesizată o dependență clară a acestor valori de vreuna din mărimi (numărul de poli, puterea motorului, gabaritul său etc.). Factorul decisiv este forma creșterii care influențează în mare măsură valorile celor doi coeficienți.

Tabelul 6.1

<i>2p = 2 poli</i>													
	Mărimea	Putere [kW]											
		0,75	1,1	1,5	2,2	3	4	11	15	18,5	30	37	45
valori calculate	K_1^*	0,718	0,686	0,685	0,652	0,733	0,706	0,633	0,62	0,605	0,884	0,898	0,884
	K_2^*	0,547	0,534	0,541	0,535	0,578	0,573	0,62	0,63	0,63	0,773	0,894	0,892
	$X_{\sigma_1}^* + X_{\sigma_2}^*$	8,49	5,62	5,73	4,36	4,33	2,93	3,54	2,53	2,23	1,49	1,12	0,866
măsurat	$X_{\sigma_1}^* + X_{\sigma_2}^*$	10	4,8	5,4	4	4,3	2,7	3,6	2,5	2,3	1,42	1,17	0,83
<i>2p = 4 poli</i>													
	Mărimea	Putere [kW]											
		0,55	0,75	1,1	1,5	2,2	3	4	11	30	37	45	
valori calculate	K_1^*	0,556	0,541	0,548	0,529	0,627	0,6	0,639	0,778	0,694	0,876	0,872	
	K_2^*	0,529	0,525	0,616	0,615	0,419	0,416	0,479	0,759	0,575	0,74	0,74	
	$X_{\sigma_1}^* + X_{\sigma_2}^*$	14,46	10,95	7,88	6,16	5,07	4,02	2,99	4,85	1,28	1,07	0,914	
măsurat	$X_{\sigma_1}^* + X_{\sigma_2}^*$	17,8	11,5	6,8	5,8	5,4	4,1	3	4,05	1,44	1,05	0,9	
<i>2p = 6 poli</i>													
	Mărimea	Putere [kW]											
		0,37	0,55	0,75	1,1	1,5	2,2	15	18,5	22	30		
valori calculate	K_1^*	0,645	0,627	0,644	0,631	0,587	0,588	0,728	0,844	0,831	0,828		
	K_2^*	0,48	0,48	0,525	0,524	0,52	0,536	0,624	0,694	0,694	0,692		
	$X_{\sigma_1}^* + X_{\sigma_2}^*$	28,3	20,31	14,6	12,1	6,6	5,02	3,46	2,32	1,97	1,48		
măsurat	$X_{\sigma_1}^* + X_{\sigma_2}^*$	32,3	16,2	15,5	13,6	7,5	5,6	3,15	2,46	1,91	1,41		
<i>2p = 8 poli</i>													
	Mărimea	Putere [kW]											
		0,75	1,1	1,5	11	15	22						
valori calculate	K_1^*	0,561	0,548	0,566	0,864	0,823	0,816						
	K_2^*	0,518	0,516	0,534	0,714	0,692	0,69						
	$X_{\sigma_1}^* + X_{\sigma_2}^*$	13,16	9,96	8,17	4,59	3,27	2,36						
măsurat	$X_{\sigma_1}^* + X_{\sigma_2}^*$	16,5	12,5	11,5	5,1	3,2	2,22						

Corespondența satisfăcătoare între valorile calculate și cele măsurate ale reactanțelor de dispersie se reflectă pozitiv, în continuare, în valorile curentului de pornire. În figurile 6.1 ... 6.4 se pot urmări valorile calculate și cele măsurate ale curentului de pornire (în valori raportate la curentul nominal calculat). În partea superioară a figurilor se menționează tipul creștăturilor rotorice pentru fiecare motor. Spre exemplu motoarele bipolare de 22, 30, 37 și 45 kW (fig. 6.1) au în rotor creștături de TIP 3 (vezi tabelul 5.1).

Este remarcabil faptul că, exceptând 6% din situații, erorile de calcul privind curentul de pornire sunt mai mici de 10% .

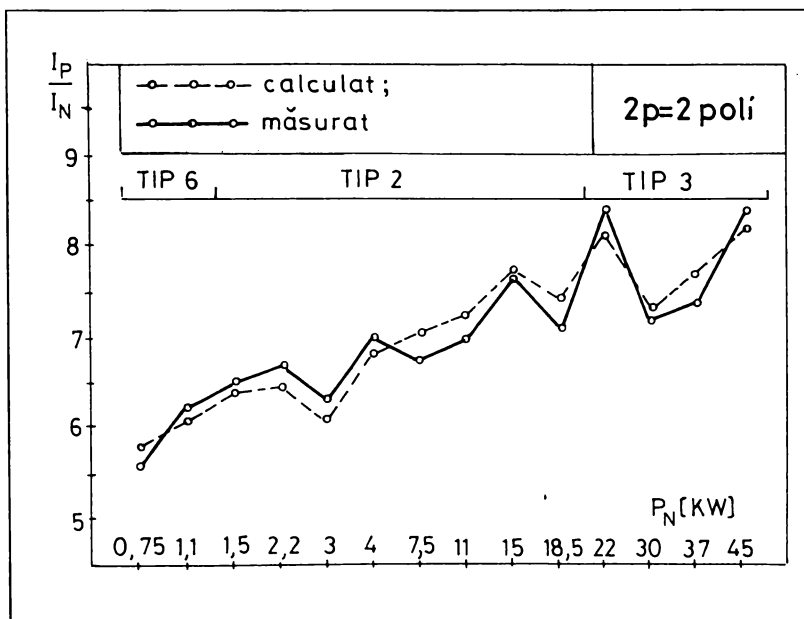


Fig. 6.1 Curentul de pornire raportat, la motoare bipolare

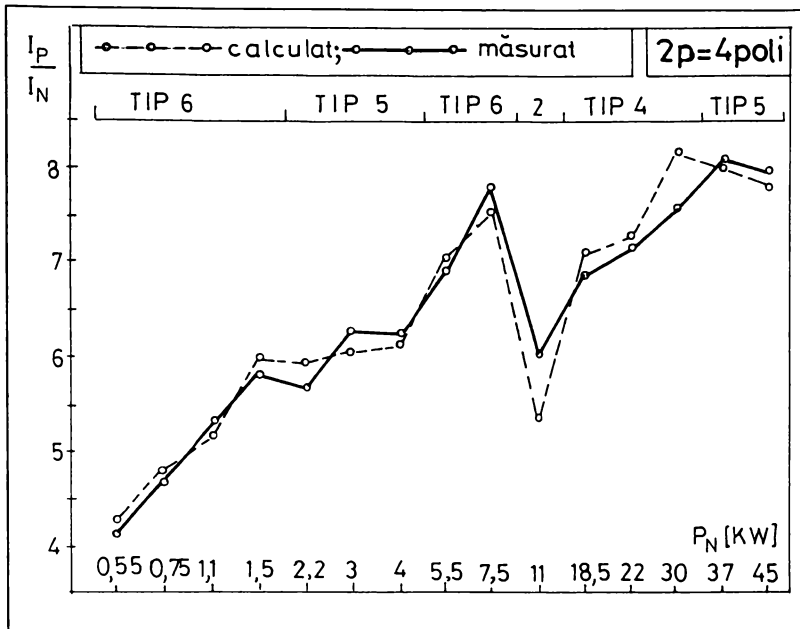


Fig. 6.2 Curentul de pornire raportat, la motoare tetrapolare

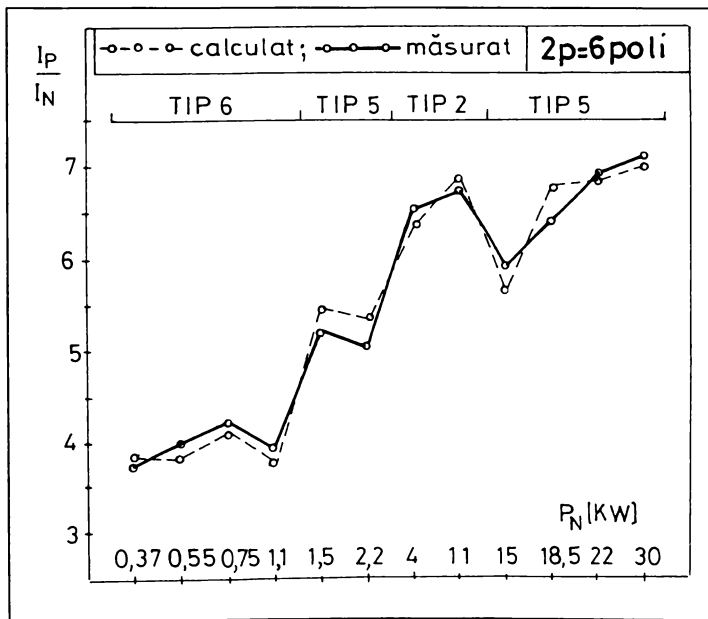


Fig. 6.3 Curentul de pornire raportat, la motoare cu 6 poli

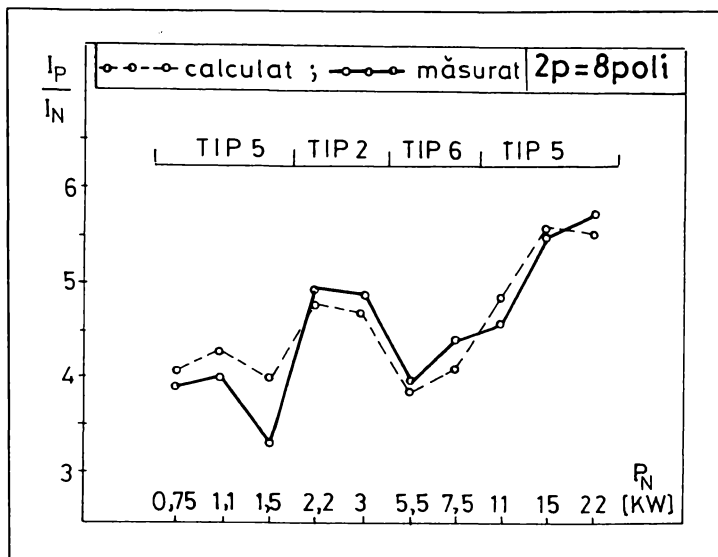


Fig. 6.4 Curentul de pornire raportat, la motoare cu 8 poli

6.2 Influența efectului pelicular asupra curentului de pornire

În momentul pornirii motorului de inducție se manifestă două efecte care afectează valorile reactanțelor de dispersie: efectul de saturație și efectul pelicular din barele rotorului.

În acest paragraf se analizează ponderile pe care le au cele două efecte la pornire și influența fiecăruia asupra curentului de pornire.

În acest sens, în prima etapă s-a calculat curentul de pornire pentru motoarele analizate în condițiile neglijării ambelor efecte, ceea ce este echivalent cu:

- înlocuirea permeanțelor calculate cu luarea în considerare a saturației (rel. 5.3 ... 5.7; 5.9; 5.10) cu cele determinate pe baza formei reale a creștăturilor, în absența saturației:

$$\lambda_{c_1}^* = \lambda_{c_1}; \quad \lambda_{c_2}^* = \lambda_{c_2}; \quad \lambda_{d_1}^* = \lambda_{d_1}; \quad \lambda_{d_2}^* = \lambda_{d_2};$$

- valoarea unitară pentru coeficientul de reducere a reactanței rotorice din cauza efectului pelicular ($k_X = 1$);
- valoarea unitară pentru coeficientul de creștere a rezistenței electrice a barelor rotorice din cauza efectului pelicular ($k_R = 1$).

În aceste condiții valorile obținute prin calcul pentru curentul de pornire raportat sunt reprezentate în figurile 6.5 ... 6.8 prin o (curba 1).

Ca referință, în aceste figuri s-au reprezentat și valorile măsurate (cu linie continuă).

Se poate constata că, prin neglijarea celor două efecte, erorile de calcul privind curentul de pornire sunt considerabile, depășind în multe cazuri 50%.

Prin urmare, nu poate fi luat în considerare un calcul al curentului de pornire al motorului de inducție cu rotor în scurtcircuit care nu ia în seamă, într-un mod sau altul, influențele saturației și efectului pelicular. Pentru a aprecia măsura influenței fiecăruia din cele două efecte, s-au reluat calculele cu considerarea exclusivă a efectului pelicular ($k_R > 1$; $k_X < 1$); în aceste condiții valorile calculate ale curentului de pornire sunt reprezentate în figurile 6.5 ... 6.8 prin Δ (curba 2).

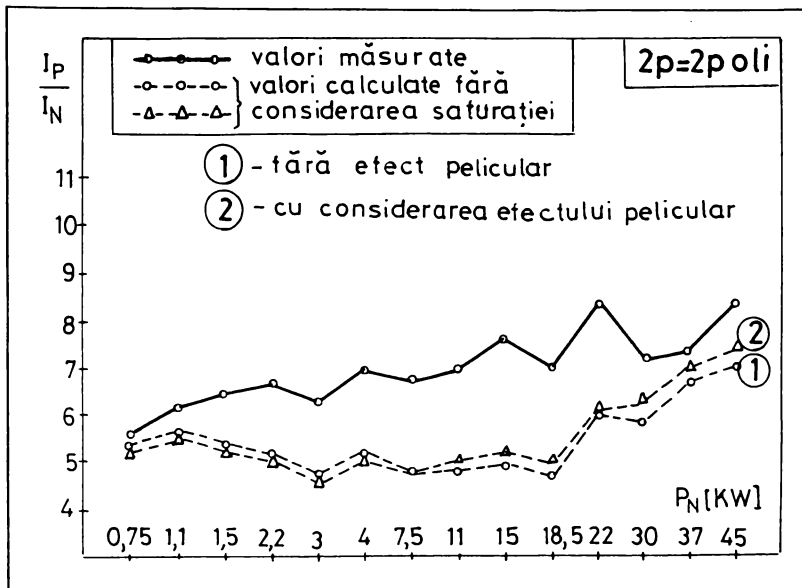


Fig. 6.5 Ponderea efectului pelicular în valoarea curentului de pornire la motoare bipolare

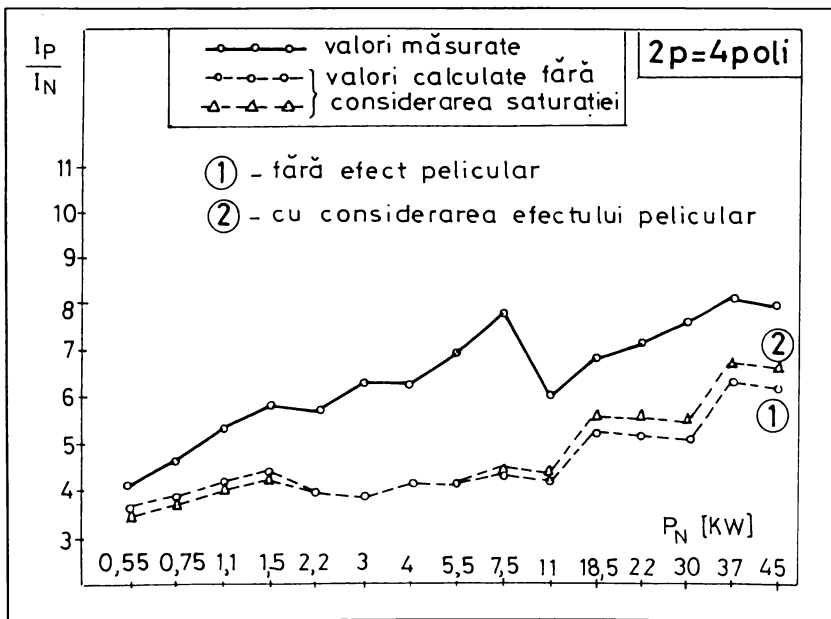


Fig 6.6 Ponderea efectului pelicular în valoarea curentului de pornire la motoare tetrapolare

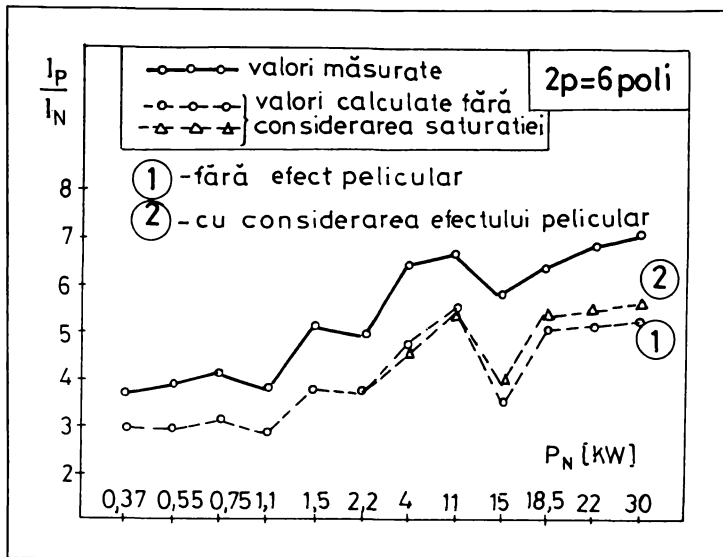


Fig. 6.7 Ponderea efectului pelicular în valoarea curentului de pornire la motoare cu 6 poli

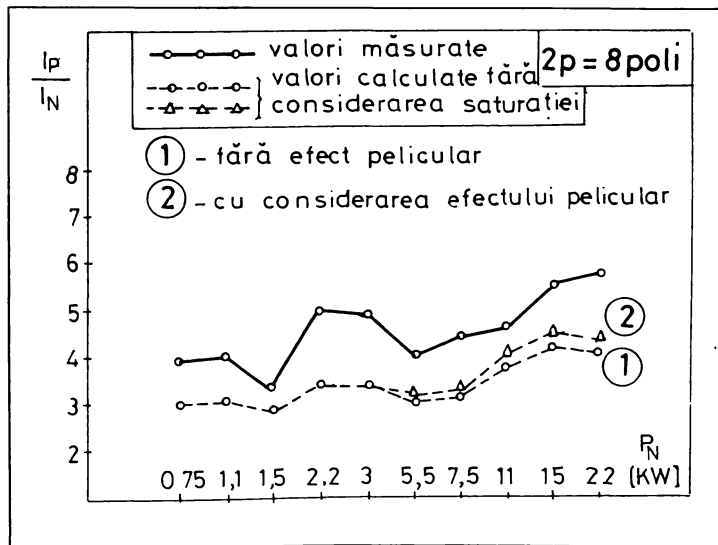


Fig. 6.8 Ponderea efectului pelicular în valoarea curentului de pornire la motoare cu 8 poli

Se poate observa influența efectului pelicular din barele rotorului asupra valorii curentului de pornire. Creșterea rezistenței electrice a barelor rotorice

($k_R > 1$) compensează, într-o măsură mai mare sau mai mică, scăderea reactanței de dispersie a barelor ($k_X < 1$) și, prin urmare, impedanța circuitului electric echivalent la pornire nu este modificată prea mult (max. 6% în cazurile considerate).

În consecință, valorile ridicate ale curentului de pornire măsurat sunt determinate cu precădere de saturație, a cărei prezență trebuie reflectată în reactanțele de dispersie (statorică și rotorică). Reducerea valorilor acestor reactanțe de dispersie datorită influenței saturației conduce la scăderea considerabilă a impedanței la pornire și, în mod firesc, determină creșterea curentului de pornire.

Pentru aprecierea efectului pelicular din barele rotorului se prezintă în tabelul 6.2 coeficienții k_R și k_X obținuți prin calculul [24, 78, 14] și utilizați la determinarea curentului de pornire (curbele 2 din figurile 6.5 ... 6.8).

Tabelul 6.2

<i>2p = 2 poli</i>												
Putere [kW]	0,75	1,1	1,5	2,2	3	4	11	15	18,5	30	37	45
K_R	1	1	1,067	1,067	1,205	1,205	2,046	2,046	2,046	3,128	3,133	3,173
K_X	1	1	0,947	0,947	0,914	0,914	0,699	0,699	0,699	0,696	0,695	0,691
<i>2p = 4 poli</i>												
Putere [kW]	0,55	0,75	1,1	1,5	2,2	3	4	11	30	37	45	
K_R	1	1	1	1	1,2	1,2	1,197	1,667	2,276	1,673	1,673	
K_X	1	1	0,949	0,949	0,902	0,902	0,903	0,793	0,723	0,717	0,717	
<i>2p = 6 poli</i>												
Putere [kW]	0,37	0,55	0,75	1,1	1,5	2,2	15	18,5	22	30		
K_R	1	1	1,066	1,066	1,184	1,184	1,863	1,673	1,673	1,668		
K_X	0,948	0,948	0,925	0,925	0,907	0,907	0,644	0,717	0,717	0,72		
<i>2p = 8 poli</i>												
Putere [kW]	0,75	1,1	1,5	11	15	22						
K_R	1,184	1,184	1,184	1,763	1,673	1,668						
K_X	0,907	0,907	0,907	0,68	0,717	0,72						

Capitolul 7

CONCLUZII GENERALE

Se știe că pentru studiul mașinii de inducție se folosesc în prezent modelele de câmp magnetic și circuit electric echivalent. Modelul numeric de câmp este utilizat, în principal, la studiul distribuției spațiale a câmpului magnetic din interiorul mașinii, iar schema echivalentă, la determinarea caracteristicilor acesteia (performanțele energetice).

Pe baza schemei echivalente a mașinii de inducție și a parametrilor ei, într-un anumit regim de funcționare, se determină: curenții, factorul de putere, randamentul, momentul de rotație etc. Variația parametrilor schemei echivalente în raport cu regimul de funcționare implică dificultăți mari în calculul caracteristicilor mașinii; efectul pelicular, saturația căilor principale și de dispersie ale fluxului, efectul termic, prezente în timpul funcționării mașinii, determină modificări ale rezistențelor și reactanțelor. Cum programele automate de optimizare au la bază schema echivalentă a mașinii și parametrii acesteia, este evidentă influența fenomenelor precizate anterior asupra soluțiilor găsite.

În lucrarea de față autorul și-a propus elaborarea unei metode de calcul a reactanțelor de dispersie, luând în considerare saturația. În acest scop analiza numerică a câmpului magnetic din mașină este făcută cu metoda elementelor finite. Modelul cunoscut de calcul este implementat în lucrare într-o manieră originală conducând la un algoritm cu structură modulară facil de urmărit; prin încercări se fixează coeficienții de relaxare ai procesului iterativ de rezolvare a sistemului de ecuații, care asigură stabilitate și viteză de convergență satisfăcătoare. Utilizând acest program într-un caz particular, de exemplu al motorului de inducție trifazat cu $P_N = 7,5 \text{ kW}$ și $n_S = 3000 \text{ rot}/\text{min}$, este

analizat câmpul magnetic; soluțiile numerice obținute, prin informațiile pe care le oferă, scot în evidență clar anumite aspecte privind fenomenul de saturare a porțiunilor feromagnetice. La mersul în gol, când sursa de câmp magnetic este prezentă numai în creștăturile statorului, se saturează exclusiv căile principale ale fluxului magnetic; fluxul magnetic de dispersie determină o solicitare neglijabilă a porțiunilor feromagnetice (inducțiile magnetice din creștăturile statorului sunt mai mici de $0,2 T$ chiar în cele mai înguste porțiuni). La mersul în scurtcircuit căile principale ale fluxului sunt solicitate magnetic mai puțin decât la mersul în gol; câmpul de dispersie este extrem de intens determinând inducții de peste $1 T$ în unele porțiuni ale creștăturii.

Fluxul magnetic de dispersie al creștăturii, determinat cu ajutorul soluției numerice corespunzătoare momentului pornirii, a stat la baza înlocuirii creștăturilor reale cu cele de calcul, cu scopul de a reprezenta mașina de inducție în regim de scurtcircuit și de a fi utilizate la calculul permeanțelor specifice de dispersie în acest regim. Prin acest procedeu se propune o metodă simplă de calcul al reactanțelor de dispersie corespunzătoare pornirii, cu luarea în considerare a saturației (în calculele efectuate pentru validarea metodei s-a ținut seama de efectul de refulare a curentului în barele rotorului prin utilizarea relațiilor clasice cunoscute). Metoda de calcul propusă este validată prin multe verificări experimentale. Aceasta este destinată să completeze programele de proiectare și optimizare utilizate în practica industrială, este foarte ușor de aplicat și contribuie la apropierea valorilor calculate ale reactanțelor și curenților de pornire de valorile corespunzătoare măsurate.

Rezultatele obținute în cadrul lucrării constituie un exemplu de folosire eficientă a metodei elementelor finite în activitatea de proiectare.

În opinia autorului, principalele contribuții originale pot fi grupate în:

- A. Dezvoltarea calculului numeric la mașinile asincrone trifazate cu rotorul în scurtcircuit.
- A.1. Realizarea unui procedeu mixt de generare a rețelei de elemente finite, asociind triangularizarea manuală cu facilitățile discretizării automate a celei mai mari părți din domeniu.
- A.2. Elaborarea unor subrutine - tip de rezolvare a ecuațiilor nodale, care au permis construirea unui algoritm modular simplu de rezolvare a sistemului de ecuații.
- A.3. Definirea și stabilirea unor coeficienți variabili de relaxare a procesului iterativ de calcul, cu efecte favorabile asupra stabilității procesului și vitezei de convergență.
- A.4. Elaborarea unor programe de grafică pentru reprezentarea spectrelor liniilor potențialului magnetic constant, vectorului \vec{B} și modului inducției magnetice.
- B. Analiza câmpului magnetic și perfecționarea metodelor de proiectare a mașinilor de inducție, luând în considerare influența saturației.
- B.1. Analiza numerică a câmpului magnetic - la mersul în gol, respectiv în scurtcircuit - din motorul de inducție trifazat cu $P_N = 7,5 \text{ kW}$ și $n_s = 3000 \text{ rot/min}$ fabricat de S.C. Electromotor S.A. Timișoara și evidențierea creșterii câmpului magnetic de dispersie din creștături și din capetele de dinți, în momentul pornirii motorului.
- B.2. Definirea și construirea creștăturilor echivalente și de calcul care să înlocuiască în proiectarea mașinii, corespunzător momentului pornirii, creștăturile reale.
- B.3. Propuneri privind determinarea reactanțelor de dispersie satorice și rotorice, cu considerarea saturației căilor fluxului de dispersie, utilizând creștăturile de calcul.

B.4. Validarea metodei propuse prin compararea valorilor calculate ale reactanțelor de dispersie și curenților de pornire cu cele experimentale la 51 tipuri de motoare de inducție trifazate din fabricația S.C. Electromotor S.A.

În prezent, analiza numerică a câmpului magnetic se întâlnește tot mai des în activitatea de cercetare – proiectare a mașinilor electrice. Soluționarea numerică a problemei de câmp contribuie la o înțelegere mai profundă a fenomenelor din mașină și oferă posibilitatea efectuării unor corecții ale modelelor clasice cunoscute.

În acest sens, problema rămâne deschisă, fiind necesar să se intensifice eforturile în vederea elaborării unor modele combinate câmp – circuit cât mai apropiate de modelul real al mașinii de inducție.

Bibliografie

- [1] Akbaba, M. Fakhro, S.Q., *Saturation effects in three - phase induction motors*, EMPS, Vol. 12, 1987, p. 179 - 193.
- [2] Angst, A., *Saturation factors for leakage reactance of induction motors with skewed rotors*, AIEE Transactions, Vol. PAS, 1963, p. 716.
- [3] Bălă, C., *Proiectarea mașinilor electrice*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1967.
- [4] Bălă, C., *Mașini electrice*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982
- [5] Bălă, C., Soran, I.F., *Câmpul magnetic în statorul motoarelor asincrone cu jugul foarte saturat*, COMEP - Pitești, 1981, p. 2-16.
- [6] Belmans, R., Verdyck, D., Geysen, W., Findlay, R.D., Szadados, B., Spencer, S., *Magnetic field analysis in squirrel cage induction motors*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 28, No. 2, 1992, p. 1367- 1370.
- [7] Bichir, N., *Condiții și criterii care stau la baza proiectării seriilor unitare*, COMEP - Pitești, 1981, p. 78 - 85.
- [8] Boldea, I., *Parametrii mașinilor electrice*, Editura Academiei Române, București, 1991.
- [9] Cârstea, I., *Metoda elementelor finite pentru mașini electrice de curent continuu*, EEA - Electrotehnica, Nr. 3, 1981, p. 90 - 92.
- [10] Cârstea, I., *Calculul numeric al câmpului magnetic de dispersie în transformatoare prin metoda elementelor finite*, EEA - Electrotehnica, Nr. 2, 1980, p. 53 - 56.
- [11] Cârstea, I., *Optimizarea sistemelor dinamice cu parametri distribuiți prin metoda elementelor finite*, EEA - Electrotehnica, Nr. 6, 1984, p. 245 - 250.
- [12] Chatelain, J., *Machines électriques*, Editions Georgi, Lausanne, 1983.

- [13] Chiricozzi, E., Di Napoli, A., *Time analysis of leakage flux of a slot-bar and computation network parameters*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG - 13, No. 5, 1977, p. 1131 - 1133.
- [14] Cioc, I., Nica, C., *Proiectarea mașinilor electrice*, Editura Didactică și Pedagogică, R.A., București, 1994.
- [15] Covrig, M., David, F., *Cage rotor mathematical model obtained from the electromagnetic field solution*, Proceedings of the Conference Electromotion'95, 1995, p. 107 – 111.
- [16] Covrig, M., David, F., *Finding the equivalent impedance of an induction machine rotor using the solution to the electromagnetic field problem*, Proceedings of the Conference COMEP '95, 1995, p. 87.
- [17] Craiu, O., Dan, N., *Considerații privind erorile calculului numeric al câmpului electromagnetic din mașinile electrice*, EEA-Electrotehnica, Nr. 7, 1994, p. 5-8.
- [18] Craiu, O., Dan, N., *Calculul parametrilor de câmp ai motoarelor cu reluctanță variabilă prin metoda elementului finit*, EEA-Electrotehnica, Nr. 1, 1994, p.34-37.
- [19] Crstici, B., Bânzaru, T., Lipovan, O., Neagu, M., Neamțu, N., Neuhaus, N., Rendi, B., Rendi, D., Sturz, I., *Matematici speciale*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981.
- [20] Danilievici, Ia. B., Dombrovski, V. V., Kozovski, E. Ia., *Parametrii mașinilor de curent alternativ*, Editura Tehnică, București, 1968.
- [21] Demidovich, B. P., Maron, I. A., *Computational mathematics*, Mir Publishers, Moscow, 1976.
- [22] De Sabata, I., *Bazele Electrotehnicii*, Vol. 1,2,3, Institutul Politehnic Timișoara, 1972-1976.
- [23] Dordea, T., *Mașini electrice*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1977.

- [24] Dordea, T., *Proiectarea și construcția mașinilor electrice*, Partea I, II, Institutul Politehnic Timișoara, 1979.
- [25] Dordea, T., *Influența efectului de refulare asupra parametrilor conductoarelor în formă de pană plasate în creștături*, A III-a Conferință a electricienilor, secția VI, București, 1972.
- [26] Drăgănescu, O. Gh., *Încercările mașinilor electrice rotative*, Editura Tehnică, București, 1987.
- [27] Drăgănescu, O. Gh., *Asupra metodei rotorului scos pentru determinarea reactanței de scăpări a mașinii asincrone*, EEA-Electrotehnica, Nr. 4, 1990, p. 152-158.
- [28] Drăgănescu, O. Gh., *Aspecte privind influența gradului de deformare a mărimilor electrice și magnetice asupra valorilor parametrilor mașinii asincrone la funcționarea în scurtcircuit simetric permanent*, EEA-Electrotehnica, Nr. 8, 1994, p.14-20.
- [29] Flores, I. C., Buckley, G. W., Pherson, G. Jr., *The effects of saturation on the armature leakage reactance of large synchronous machines*, IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-103, No. 3, 1984, p. 593-600.
- [30] Foggia, A., Sabonnadiere, J. C., Silvester, P., *Finite element solution of saturated travelling magnetic field problems*, IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-94, No. 3, 1975, p. 866-870.
- [31] Forray, M. J., *Calculul variațional în știință și tehnică*, Editura Tehnică, București, 1975.
- [32] Fransua, Al., Nicolaide, A., Trifu, Gh., *Mașini electrice. Exploatare și regimuri de funcționare*, Editura Tehnică, București, 1973.
- [33] Găvrută, P., Năslău, P., Lipovan, O., Sturz, I., *Metode numerice*, Institutul Politehnic "Traian Vuia", Timișoara, 1989.
- [34] Gârbea, D., *Analiză cu elemente finite*, Editura Tehnică, București, 1990.

- [35] Gheorghiu, I. S., Fransua, Al. S., *Tratat de mașini electrice*, Vol. 3, Editura Academiei Republicii Socialiste România, 1971.
- [36] Gherman, Gh., *Comparație între metoda diferențelor finite și metoda elementelor finite utilizate în calculul câmpului magnetic staționar*, EEA-Electrotehnica, Nr. 8, 1982, p. 355-359.
- [37] Gherman, Gh., *Metoda cu diferențe finite iterativă de calcul al câmpului magnetic cvasistaționar*, EEA-Electrotehnica, Nr. 6, 1983, p. 217-223.
- [38] Hănțilă, F., Demeter, E., *Rezolvarea numerică a problemelor de câmp electromagnetic*, ICME București, 1995.
- [39] Hemign, Li, Grand, T., Barton, T. H., *Induction motor parameter identification*, Proc. ICEM-86, Part 2, p. 389-392.
- [40] Hoole, S. R. H., *Computer - aided analysis and design of electromagnetic devices*, Elsevier Science Publishing, New – York, 1989.
- [41] Irimia, D., Madescu, Gh., *Etablissement de l'équation nodale et génération d'un maillage à éléments finis dans le cas d'une machine à induction*, Bul. Șt. al Univ. "Politehnica" din Timișoara, Tom 42(56), Fasc. 1, 1997, p.1-10.
- [42] Irimia, D., Madescu, Gh., *Sous – programmes de resolution de l'équation nodale dans la méthode des éléments finis*, Bul. Șt. al Univ. "Politehnica" din Timișoara, Tom 42 (56), Fasc. 1, 1997, p. 37- 46.
- [43] Irimia, D., *Stabilirea coeficienților de relaxare în procesul de calcul iterativ al câmpului magnetic din mașina de inducție*, Sesiunea de Com. Șt. ale Univ. "Aurel Vlaicu" din Arad, 1997, vol. VIII, p. 121-130.
- [44] Irimia, D., *Calculul câmpului magnetic din mașina de inducție în regim de scurtcircuit*, Sesiunea de Com. Șt. ale Univ. "Aurel Vlaicu" din Arad, 1997, vol. VIII, p. 131-136.
- [45] Ixaru, L. Gr., *Metode numerice pentru ecuații diferențiale cu aplicații*, Editura Academiei RSR, București, 1979.

- [46] Jerve, G. K., *Încercările mașinilor electrice rotative*, Editura Tehnică, București, 1972.
- [47] Kassick, E. V., *Contribution à la modélisation des machines asynchrones à cage à partir du calcul des champs*, Thèse de Docteur -Ingénieur, I.N.P. Toulouse, 1990.
- [48] Kec, W., *Complemente de matematici cu aplicații în tehnică*, Editura Tehnică, București, 1981.
- [49] Klades, A., Rajek, A., *Parametric study of bar resistance and leakage inductance in saturated rotor cages*, Proceedings of ICEM – 86, Part 2, p. 702-705.
- [50] Kopylov, I. P., *Mathematical Models of Electric Machines*, Mir Publishers, Moscow, 1984.
- [51] Kopylov, A., *Proiectinovanie electriceskih mașin*, Energia, Moskva, 1980.
- [52] Kostenko, M., Piotrovski, L., *Machines Electriques*, Tome 1, Troisième édition, Editions Mir, Moscou, 1979.
- [53] Larionescu, D., *Metode numerice*, Editura Tehnică, București, 1989.
- [54] Lindsay, J. F., Barton, T. H., *A modern approach to induction machine parameter identification*, IEEE Transactions on PAS – 91, No. 4, 1972, p. 1493-1500.
- [55] Lindsay, J. F., Barton, T. H., *Parameter identification for squirrel cage induction machines*, IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS – 92, No. 4, 1973, p. 1287-1291.
- [56] Liwschitz, M., *Calcul des machines électriques*, tomes I et II, Traduction et adaptation de Louis Maret, Spes. Lausanne, Paris, 1967 et 1970.
- [57] Lowther, D. A., Silvester, P. P., *Computer Aided Design in Magnetics*, Springer Verlag, New – York, 1986.

- [58] Madescu, Gh., *Model neliniar al mașinii de inducție adaptat problemelor de optimizare*, Teză de doctorat, Universitatea “Politehnica” din Timișoara, 1996.
- [59] Mayergoyz, I. D., *Mathematical Models of Hysteresis*, Springer –Verlag, 1991.
- [60] Mitchell, A. R., *Computational methods in partial differential equations*, New – York, Wiley, 1991.
- [61] Mîndru, Gh., Rădulescu, M. M., *Analiza numerică a câmpului electromagnetic*, Editura Dacia, Cluj – Napoca, 1986.
- [62] Mocanu, C., *Teoria câmpului electromagnetic*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981.
- [63] Moraru, A., Covrig, M., *Determinarea parametrilor funcționali ai motorului asincron prin rezolvarea problemei de câmp electromagnetic*, COMEP – Pitești, 1983, p. 163-174.
- [64] Moraru, A., Covrig, M., Panaitescu, A., *The Sinusoidal Steady State Induction Machine. A Field Based approach. I: Theory*, R.R.S.T. – E.E., vol. 41, no. 1, 1996.
- [65] Morton, K. W., *Basic course in finite element methods*, Elsevier Science Publ., Holland, 1987.
- [66] Müller, Y., *Elektrische Maschinen. Grundlagen , Aufbau und Wirkungsweise*, VEB Verlag, Berlin, 1970.
- [67] Nicolaide, A., *Metoda elementelor finite cu realizarea automată a conexiunilor rețelei pentru rezolvarea problemelor de câmp electromagnetic*, CNEE Timișoara, 1982, Vol. 2, p. 277-285.
- [68] Nicolaide, A., *Mașini electrice. Teorie. Proiectare.*, Vol. 1, 2, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1975.
- [69] Novac, I., *Mașini electrice*, Vol. 1, 2, Univ. “Politehnica” Timișoara, Facultatea de Electrotehnică, 1996, 1997.

- [70] Nürnberg, W., *Die Asynchronmaschine*, Springer – Verlag, Berlin, 1963.
- [71] Olaru, V., Brătianu, C., *Modelare numerică cu elemente finite*, Editura Tehnică, București, 1986.
- [72] Palka, R., *Application of the finite element technique to continuation problems of stationary fields*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG – 19, No. 6, 1983, p. 2356-2359.
- [73] Pascariu, I., *Elemente finite. Concepte. Aplicații*, Editura Militară, București, 1985.
- [74] Păun, C., *Calculul câmpului electric prin metode integrale de frontieră*, EEA – Electrotehnica, Nr. 8, 1994, p. 1-9.
- [75] Peccolo, M. A., *Contribution à la modélisation des machines asynchrones par la résolution pas à pas de l'équation du champ*, Thèse de Docteur – Ingénieur, I.N.P. Toulouse, 1990. .
- [76] Petrila, T., Gheorghiu, C. I., *Metode element finit și aplicații*, Editura Academiei R.S. România, București, 1987.
- [77] Pourhiet, A. Le., *Résolution numérique des équations aux dérivées partielles*, Cepadues – Editions, Toulouse, 1988.
- [78] Postnikov, I. M., *Proiectarea mașinilor electrice*, Editura Energetică de Stat, 1954.
- [79] Pușcașu, S., Cârstea, I., *Calculul numeric al câmpului electromagnetic nestaționar utilizând metoda elementelor finite*, EEA – Electrotehnica, Nr. 6, 1985, p. 231-236.
- [80] Raviart, P. A., Thomas, J. M., *Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles*, Masson, 1983.
- [81] Ren, Z., *Contribution à la modélisation des machines électriques par résolution simultanée des équations du champ et des équations du circuit d'alimentation*, Thèse de Docteur – Ingénieur, I.N.P. Toulouse, 1985.
- [82] Richter, R., *Mașini electrice*, Vol. 4, Editura Tehnică, București, 1960.

- [83] Salon, S. J., *The hybrid finite element – boundary element method in electromagnetics*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG – 21, No. 5, 1985, p. 1829-1834.
- [84] Sămărescu, D. F., *Criterii de alegere a expresiilor pentru curbele de magnetizare din punctul de vedere al proiectării mașinilor electrice*, COMEP – Pitești, 1982, p. 27-35.
- [85] Schuisky, W., *Berechnung elektrischer Maschinen*, Springer – Verlag, Wien, 1960.
- [86] Sergheev, P. S., Vinogradov, N. V., Gorjainov, F. A., *Proiektirovanie Elektriceskih Mašin*, Editura Energija, Moscova, 1969.
- [87] Shen, D., Meunier, G., Coulomb, J. L., Sabonnadière, J. C., *Solution of magnetic fields and electrical circuits combined problems*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG – 21, No. 6, 1985, p. 2288-2291.
- [88] Shen, D., Meunier, G., *Modelling of squirrel cage induction machines by the finite elements method combined with the circuits equations*, ICEM - 1986, p. 384-388.
- [89] Shyamkumar, B. B., Cendes, Z. J., *Convergence of iterative methods for nonlinear magnetic field problems*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG – 24, No. 6, 1988.
- [90] Silvester, P., Chari, M. V. K., *Finite element solution of saturable magnetic field problems*, IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS – 89, No. 7, 1970, p. 1642-1651.
- [91] Silvester, P. P., Ferrari, R. L., *Finite elements for electrical engineers*, 2nd edition, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [92] Soran, I. F., *Asupra metodologiei de efectuare a triangularizării manuale în vederea rezolvării unei probleme de câmp electromagnetic prin metoda elementelor finite*, EEA - Electrotehnica, Nr. 6, 1978, p. 218-224.

- [93] Soran, I. F., *Studiul configurației câmpului magnetic în întrefierul mașinii de inducție și influența ei asupra parametrilor de pornire*, Teză de doctorat, Institutul Politehnic Timișoara, 1979.
- [94] Soran, I. F., *Observații privind aplicarea metodei elementelor finite la rezolvarea problemelor de câmp magnetic staționar*, EEA- Electrotehnica, Nr. 6, 1982, p. 263-267.
- [95] Soran, I. F., *Utilizarea metodei elementelor de frontieră pentru rezolvarea unei probleme de tip Laplace*, Conferința Națională de Electrotehnică și Electroenergetică, Timișoara, 1982, p. 357-366.
- [96] Șabac, I. Gh., Cocârlan, P., Stănășilă, O., Topală, A., *Matematici speciale*, Vol. 2, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983.
- [97] Șchiop, A. I., *Analiza unor metode de discretizare*, Editura Academiei RSR, București, 1978.
- [98] Șora, C., *Bazele electrotehnicii*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.
- [99] Șora, C., Radu, D., Toader, D., Hărăguș, Ș., Bere, I., Irimia, D., *Modelarea și simularea unor sisteme electromagnetice neliniare complexe*, Grant anual de cercetare nr. 7004/1997, Tema nr.17.
- [100] Tandon, S. C., *Finite element analysis of induction machines*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-18, No. 6, 1982, p. 1722-1724.
- [101] Teodorescu, N., Olariu, V., *Ecuații diferențiale și cu derivate parțiale*, Vol. 2, Editura Tehnică, București, 1979.
- [102] Vasilievici, A., *Studiul influenței saturației asupra parametrilor mașinii de inducție*, Teză de doctorat, Institutul Politehnic Timișoara, 1969.
- [103] Vinogradov, N. V., Gorianov, F. A., Serghiev, P. S., *Proiectarea mașinilor electrice*, Vol. 1,2, Editura Energetică de Stat, 1953.
- [104] Viorel, I. A., *Influența formei creștăturilor, numărului creștăturilor și a repartiției înfășurărilor asupra parametrilor mașinii de inducție și*

considerarea acestora în studiul funcționării mașinii, Teză de doctorat, Institutul Politehnic Timișoara, 1978.

- [105] Viorel, I.A., Rădulescu, M. M., *Permeanța specifică a crestăturii trapezoidale*, EEA – Electrotehnica, Nr. 1, 1984, p. 16-19.
- [106] Viorel, I. A., Mîndru, Gh., Rădulescu, M. M., Szabo, Z., *Analiza numerică prin metoda elementelor finite a cîmpului magnetic din mașina de inducție în regim staționar*, EEA – Electrotehnica, Nr. 4, 1984, p. 143-148.
- [107] Vogt, K., *Electrische Maschinen. Berechnung rotierender elektrischer Maschinen*, VEB, Verlag Technik Berlin, 1974.
- [108] Vraciu, G., Popa, A., *Metode numerice cu aplicații în tehnica de calcul*, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1982.
- [109] Wiedemann, E., Kellenberger, W., *Konstruktion elektrischer Maschinen*, Berlin, Heidelberg, New-York, Springer – Verlag, 1967.
- [110] Williamson, S., Begg, M. C., *Calculation of the bar resistance and leakage reactance of cage rotors with closed slots*, IEEE Proceedings, Vol. 132, Part B, No. 3, 1985, p. 125-132.
- [111] Williamson, S., Lim, L. H., Robinson, M. J., *Finite element models for cage induction motor analysis*, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 26, No. 6, 1990, p. 1007-1017.
- [112] Williamson, S., Robinson, M. J., *Calculation of cage induction motor equivalent circuit parameters using finite elements*, IEE Proceedings - B, Vol. 138, No. 5, 1991, p. 264-276.
- [113] Williamson, S., *Induction motor modelling using finite elements*, ICEM - 94, RGE, No. 8, 1994, p. 2-8.
- [114] Zienkiewicz, O. C., *The finite element method in engineering science*, McGraw – Hill, New – York, 1971.

Lucrări publicate după încheierea listei bibliografice:

- [115] Irimia, D., Madescu, G., *L'analyse numérique du champ magnétique de la machine à induction. I-ère Partie: Le champ magnétique de la marche à vide*, Proceedings of the ICATE '98, Craiova, Vol. III, p. 79-84.

- [116] Irimia, D., Madescu, G., *L'analyse numérique du champ magnétique de la machine à induction. II-ème Partie: Le champ magnétique dans le regime de court – circuit*, Proceedings of the ICATE '98, Craiova, Vol. III, p. 85-90.