Universitatea "Politehnica" din Timisoara

Facultatea de Mecanica

ing. Lovasz Erwin-Christian

Sinteza mecanismelor generatoare de functii cu aplicatii in mecanica fina

- Teza de doctorat -

CONDUCATORI STIINTIFICI

Prof. dr. ing. D. Perju

Univ. "Politehnica" din Timisoara

Prof. Dr. rer. nat. habil K.-H Modler

Technische Univ. Dresden

Cuprins

Notatii si simboluri utilizate

Notatii	U.M.	Denumire
A_0, B_0	-	Cuple cinematice de legatura cu elementul fix
A_0^0, B_0^0	-	Pozitia initiala a cuplelor A_0, B_0 in miscarea relativa
A, B	-	Cuple cinematice de legatura cu elementul mobil
A^0, B^0	-	Pozitia initiala a cuplelor A, B in miscarea relativa
B, D, E, G, H		Cuple cinematice
C	-	Cupla cinematica superioara, cupla cinematica, constanta
E		Modul de elasticitate
$F^*(z)$, $f(z)$	° - mm	Functia de generat
$F(z)$	° - mm	Functia de transmitere de ordinul 0
$F(t)$	° - mm	Parametrul pozitional al elementului condus
$F(z_0)$	° - mm	Parametrul pozitional initial al elementului condus
$F'(z)$	-	Functia de transmitere de ordinul 1
$F''(z)$	1 - 1/mm	Functia de transmitere de ordinul 2
$\dot{F}(t)$	1/s - mm/s	Viteza elementului condus
$\ddot{F}(t)$	$1/s^2$ - mm/s^2	Acceleratia elementului condus
F_e	N	Forta elastica
F_{e0}	N	Forta elastica de pretensionare
F_c	N	Forta centrifugala
F_u	N	Forta utila
G	N	Greutatea masei de masurat
G_e	N	Greutatea masei etalon
G_a	N	Contragreutatea echipajului mobil
G_r	N	Greutatea care genereaza momentul exterior de incarcare
I	-	Cupla cinematica de infasurare, cupla cinematica
J_c	$kg \cdot m^2$	Momentul de inertie al elementului condus
K_j	-	Centrul de curbura al profilului j
L	-	Gradul de libertate, lungimea elementului condus
L_a	mm	Lungimea curenta a arcului
L_{a0}	mm	Lungimea de pretensionare a arcului
L	mm	Lungimea unui element
M	-	Gradul de mobilitate
$M_u(\varphi)$	N·m	Momentul de incarcare variabil
M_r	N·m	Momentul exterior de incarcare a circuitului mecanic
O	-	Cupla cinematica

Notatii	U.M.	Denumire
R	-	Cupla cinematica de rotatie
R	mm	Lungimea unui element, bratul fortei utile
Ro	-	Cupla cinematica de rostogolire
Rd		Cupla plana superioara in cazul profilelor rotilor dintate
T		Cupla cinematica de translatie
T	N	Forta
X, Y	-	Axele sistemului de coordonate fix, Coordonatele evolutei
a	mm	Lungimea unui element, dimensiune
a_A, a_B	mm/s^2	Acceleratiile punctelor A, B
a_{Af}	mm/s^2	Acceleratia punctului A_f
a_{AfA}	mm/s^2	Acceleratia relativa
$a^c_{BB_i}$	mm/s^2	Acceleratia Coreolis
b	mm	Lungimea unui element, dimensiune
b_E, b_F, b_G, b_H	mm/s^2	Acceleratiile punctelor E, F, G, H
b_{nGE}, b_{tGE}	mm/s^2	Componenta normala si tangentiala a acceleratiei relative
b_{tII}, b_{nII}	mm/s^2	Componenta normala si tangentiala a acceleratiei relative
b_{rHG}, b_{rFE}	mm/s^2	Acceleratia relativa
c_5	-	Numarul cuplelor cinematice de clasa a V-a
c_4	-	Numarul cuplelor cinematice de clasa a IV-a
d	mm	Lungimea unui element
(e)	-	Evoluta
(e_v)	-	Evolventa
f	mm^2	Aria sectiunii transversale a firului flexibil
h	mm	Lungimea unui element
r_f	mm	Distanta centrului de greutate fata de articulatia O
k	N/mm	Constanta elastica a arcului
k	-	Constanta
k_1^*	-	Constanta
l	mm	Lungimea unui element, lungimea totala a elementului flexibil
$l(t)$	mm	Lungimea curenta a elementului flexibil
$\tilde{l}(t)$	mm	Lungimea infasurata/desfasurata a elementului flexibil pe/ de pe elementul conducator
l_1, l_{x-1}, l_2, l_x, l_3, l_{x+1}, l_4, l_{x+2}	mm	Lungimile elementelor
m	kg	Masa de masurat
m_e	kg	Masa etalon
m_a	kg	Masa piesei inelare, masa contragreutatii echipajului mobil
n	-	Numarul de elemente
n	U/min	Turatia
n_{min}, n_{max}	U/min	Valoarea maxima si minima a turatiei
n_m	-	Numarul elementelor motoare
p_{ij}	-	Profilul *ij*
r	mm	Lungimea unui element, raza curenta

Notatii	U.M.	Denumire -
s	mm	Parametrul pozitional al elementului in miscare de translatie
s_0	mm	Pozitia initiala a elementului in miscare de translatie
s_{min}, s_{max}	mm	Valorile extreme ale parametrului pozitional in cazul miscarii de translatie
$s(\varphi)$	mm	Functia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului manivela-piston cu element flexibil
$s(t)$	mm	Parametrul pozitional al elementului condus si conducator al mecanismului manivela-piston cu element flexibil
s_{10}, s_{20}	mm	Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului condus pentru mecanismul dublu piston cu element flexibil
s_{a0}	mm	Pozitia initiala a elementului conducator in miscare de translatie a mecanismului dublu piston cu element flexibil
$s_{a_{min}}$, $s_{a_{max}}$	mm	Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator pentru mecanismul dublu piston cu element flexibil
v_A, v_B	mm/s	Vitezele punctelor A, B
v_{Af}	mm/s	Viteza punctului A_f
$s(s_a)$	mm	Functia de transmitere de ordinul 0 a mecanismul dublu piston cu element flexibil
$s_a(t)$	mm	Parametrul pozitional al elementului conducator
t	-	Parametru
t	s	Timp
u, v	-	Axele sistemului de coordonate mobil
u_1, v_1	-	Axele sistemului de coordonate mobil 1
$u_0(t)$, $v_0(t)$	mm	Coordonatele elementului profilat in sistemul de axe mobil
$u_x(t)$, $v_x(t)$	mm	Coordonatele evolventei in sistemul de axe mobil
$u_{1Y}(\theta)$, $v_{1Y}(\theta)$	mm	Coordonatele elementului profilat dat in sistemul de axe mobil 1
w_{0j}	-	Factor de pondere
x, y	mm	Coordonatele evolutei in sistemul de axe mobil [P1]
x_1, x_2, x_3, x_4,	-	Vectori unitari
$(x\,x{+}1)$, $(x{+}1\,x{+}2)$, $(x\,x{-}1)$, $(x{+}2\,x{-}1)$	-	Centrele instantanee de rotatie
y	mm	Cursa pistonului
z_j	-	Numarul de dinti al roti dintate
z_0	° - mm	Pozitia initiala a parametrului elementului conducator
z_{min}, z_{max}	° - mm	Valorile extreme ale parametrului elementului conducator
$\alpha(t)$, $\beta(t)$, $\nu(t)$	° - mm	Parametrul de pozitie absoluta a elementului condus, conducator si auxiliar
χ	°	Unghiul dintre directiile de translatie
δ	°	Unghi initial
ε_1, ε_2	rad/s^2	Acceleratia unghiulara
ε_f	rad/s^2	Acceleratia unghiulara a firului
$\gamma(t)$	°	Panta elementului flexibil in sistemul de coordonate mobil
γ_0	°	Panta initiala a elementului flexibil
$\gamma_1(\theta)$	°	Panta elementului flexibil in sistemul de coordonate mobil 1
φ_0, ψ_0, ϑ_0	°	Pozitia initiala a elementului condus, conducator si auxiliar

Notatii	U.M.	Denumire ·
φ_{min} , φ_{max}	°	Valorile extreme ale unghiului elementului conducator
φ	°	Unghiul elementului conducator, Unghi de rotatie
$\varphi(\omega)$	-	Caracteristica statica totala a tahometrului centrifugal
$\varphi(m)$	-	Caracteristica statica totala a balantei semiautomate
λ	-	Constanta
μ	°	Unghiul de transmitere
μ_{min}	°	Unghiul de transmitere minim
$\vartheta(t)$	° - mm	Parametrul pozitional al elementului auxiliar
ϑ	°	Unghiul relativ al elementului mobil
θ	°	Unghi de rotatie
$\theta(t)$	°	Dependenta dintre parametrul de infasurare si de pozitie
ρ_{ij}	mm	Raza de curbura *ij*
ω , ω_1 , ω_2	rad/s	Viteza unghiulara
ω_f	rad/s	Viteza unghiulara a firului
ω_{min} , ω_{max}	rad/s	Viteza unghiulara minima si maxima
$\xi(t)$	°	Unghiul dintre cele doua sisteme de axe mobile in miscarea inversa
ψ	°	Unghiul elementului condus
$\psi(\varphi)$	°	Functia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului patrulater articulat
$\psi(s)$	°	Functia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului piston balansier
ζ , ξ , η	-	Coeficientii de sens ai elementului conducator, condus si auxiliar

Toate notatiile care nu au fost denumite in cadrul acestui tabel centralizat de notatii si simboluri sunt explicitate in cadrul lucrarii in momentul utilizarii acestuia.

Cap.1 Introducere

Studiul mecanismelor se poate diviza in analiza si sinteza mecanismelor. Metodele moderne de calcul ofera posibilitati noi si rationale de efectuare a analizei si a sintezei mecanismelor si respectiv de optimizare a acestora. Reluarea sistematica a analizei mecanismului cu modificarea dimensiunilor initiale conduce la determinarea marimilor geometrice caracteristice ale acestuia, de asemenea maniera incat sa satisfaca cerintele beneficiarului (comportare dinamica, materiale utilizate, jocuri in cuplele cinematice, s.a.). Acest tip de sinteza se va denumi sinteza bazata pe analiza iterativa.

Studiul mecanismelor se va realiza intr-o succesiune de etape conform celor prezentate in

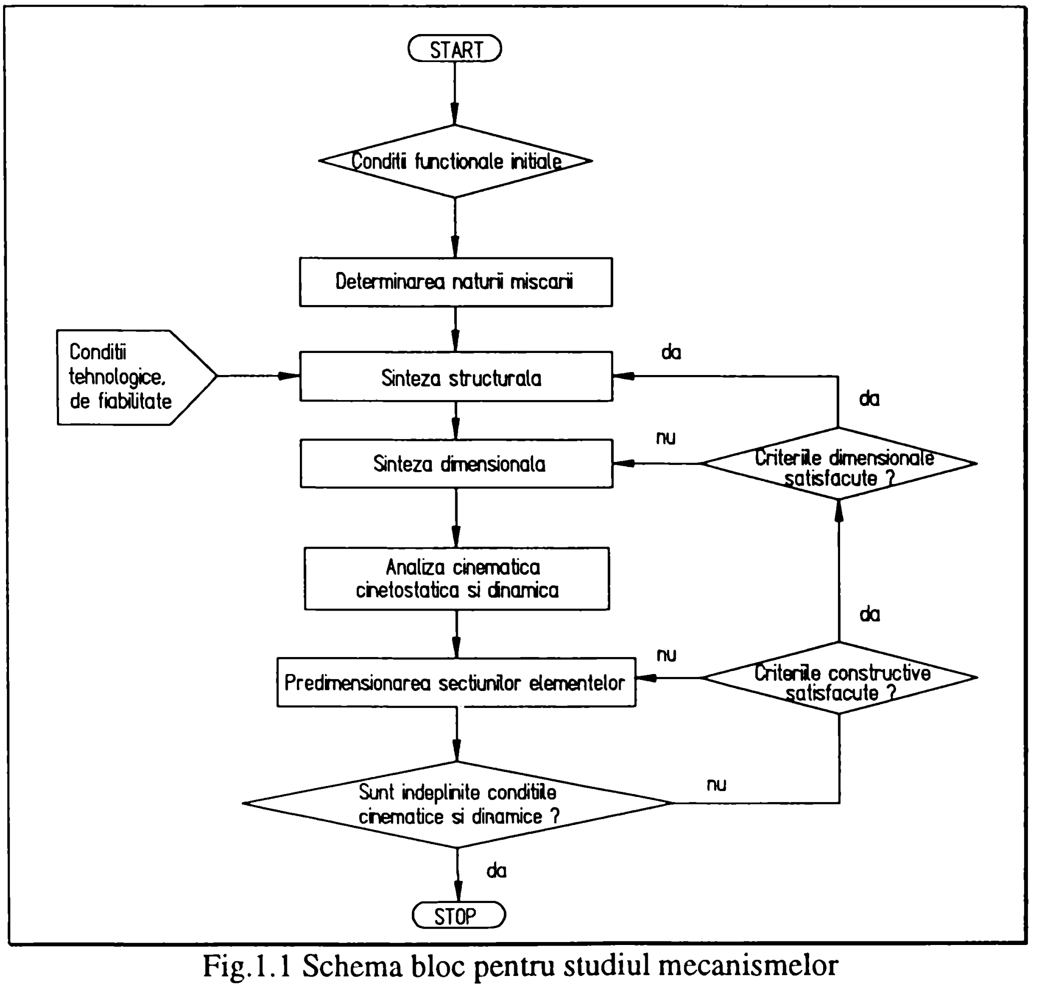


Fig.1.1 Schema bloc pentru studiul mecanismelor

Fig.1.1.

In general un mecanism este un sistem mecanic destinat transmiterii miscarii si a fortelor sau conducerii anumitor puncte ale unui corp pe traiectori impuse ([V1], [L9] s.a.). Pornind de la aceasta definitie se vor putea distinge principial mecanisme generatoare de functiuni si mecanisme de conducere (a unui element - mecanisme de pozitionare, a unui punct - mecanisme generatoare de traiectorie).

Mecanismele generatoare de functii servesc la transmiterea miscarii si a fortelor catre elementul condus. Acest element poate realiza o miscare de rotatie sau de translatie, care este determinata prin functia de transmitere.

Mecanismele de conducere servesc la conducerea unui punct sau a unui element al mecanismului printr-o serie de puncte/pozitii prescrise.

Publicatiile realizate de LUCK, MODLER si PERJU precum si teza de doctorat a lui WADEWITZ pun bazele analizei si sintezei asistate de calculator a mecanismelor patrulatere cu element flexibil ca mecanisme de conducere. Pentru mecanismele patrulatere cu element flexibil ca mecanisme generatoare de functii analiza si sinteza sunt inca neprelucrate in complexitatea celor anterior mentionate. Aceast studiu va constitui tema acestei lucrari, urmand sa realizeze unitar sinteza si analiza acestor mecanisme cu element flexibil. Aceste mecanisme cu element flexibil fac parte din categoria mecanismelor cu elemente de lungime instantanee variabila. Aceasta inseamna ca elementul de lungime instantanee variabila poate fi un element flexibil care se infasoara pe un element profilat, dar si o cremaliera care se rostogoleste peste elementul profilat (dintat).

O serie de aplicatii moderne documenteaza importanta cercetarii si studiului mecanismelor cu element flexibil ca mecanisme generatoare de functiuni.

Punctele de referinta ale acestei lucrari vor fi:

1. Realizarea unei sistematizari a mecansimelor plane generatoare de functii, care au un numar minim de elemente.
2. Elaborarea unui algoritm de calcul pentru sinteza mecanismelor generatoare de functii cu element flexibil bazat pe relatiile de corespondenta dintre evolventa si evoluta.
3. Determinarea conditiei de existenta a unui elementul profilat mereu convex.
4. Elaborarea unui algoritm de calcul pentru analiza cinematica a mecanismelor generatoare de functii cu element flexibil.
5. Extrapolarea si generalizarea teoremei lui Grashof pentru cazul mecanismelor patrulatere

continand elemente de lungime constanta si/sau de lungime instantanee variabila.

6. Determinarea caracteristicilor si a limitelor de aplicabilitate a mecanismelor cu element flexibil in cazul unor functi de generat elementare.

7. Determinarea influentei dimensiunilor prescrise ale unor elemente ale mecanismului cu element flexibil asupra geometriei elementului profilat.

8. Determinare factorilor de influenta a parametrilor geometrici caracteristici asupra erorii constructive totale a mecanismului.

9. Posibilitati de asigurare a tensionarii firului flexibil si determinarea unghiului de transmitere pentru mecanismele cu element flexibil.

10. Reformularea problemei de sinteza pentru cazuri particulare sub forma unei probleme de optimizare.

11. Prezentarea unor aplicatii practice care sa confirme corectitudinea algoritmului de calcul al sintezei.

12. Determinari experimentale in cazul unui mecanism cu element flexibil.

In cadrul general creat de acest prim capitol, doresc sa adresez cele mai alese sentimente si multumiri pentru sprijinul si sugestiile stiintifice acordate in perioada elaborarii acestei lucrari celor doi conducatori stiintifici domnii Prof.dr.ing. D. Perju si Prof.Dr.rer.nat.habil K.-H. Modler. Aceleasi deosebite multumiri sunt adresate domnului Prof.dr.ing. Mesaros-Anghel V. pentru sprijinul continuu acordat in elaborarea acestei lucrari si domnului Ch. Dieckmann pentru ajutorul acordat in construirea standului experimental. De asemenea adresez cele mai calduroase multumiri tuturor colegilor din catedra de mecanisme a TU Dresden si din catedra "Organe de masini si mecanisme" a UP Timisoara care cu o sugestie sau un gand bun au fost alaturi de mine in elaborarea acestei lucrari.

Cap.2 Analiza si sinteza structurala a mecanismelor plane

Sistematizarea sau analiza si sinteza structurala a mecanismelor plane reprezinta cea de-a doua etapa in cadrul sintezei mecanismelor (v. Fig.1.1.). In cadrul acestui capitol se vor studia din punct de vedere structural doar mecanismele plane care au un numar minim de elemente. Mecanismul este definit ca fiind un lant cinematic inchis, care contine un element fix. In cazul mecanismelor plane toate axele de rotatie sunt paralele intre ele si respectiv perpendiculare pe directiile de translatie. Miscarea relativa dintre elemente are loc in plane paralele. In urma analizei si sintezei structurale se va stabili structura mecanismului, numarul elementelor, respectiv numarul si tipul cuplelor cinematice (adica modul in care se leaga elementele intre ele) astfel incat sa fie satisfacuta conditia de desmodromie a mecanismului.

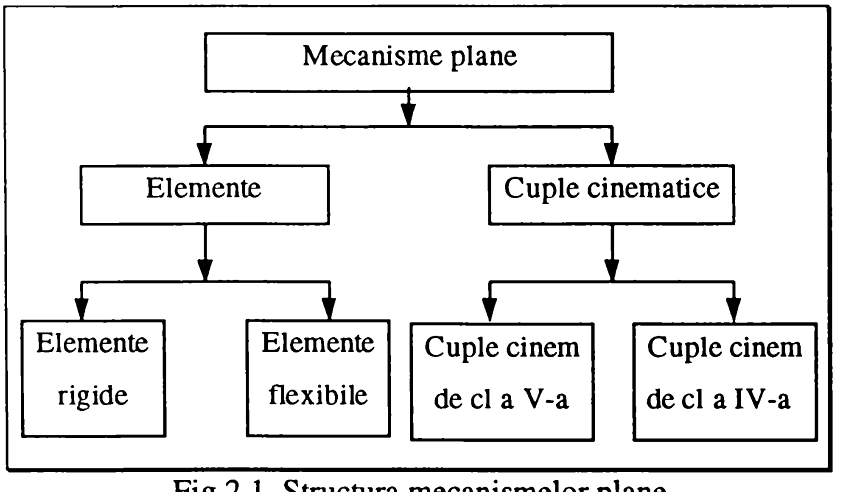


Fig.2.1. Structura mecanismelor plane

Mecanismele plane contin elemente rigide sau elemente flexibile si inextensibile. (v. Fig.2.1.), iar cuplele cinematice pot fi de clasa a V-a (c_5) sau clasa a IV-a (c_4) (v. § 2.1.). Clasa cuplei cinematice este definita de numarul gradelor de libertate suprimate in miscarea relativa a celor doua elemente care intra in compunerea ei.

Scopul urmarit in cadrul analizei si sintezei structurale este de-a stabili structurile mecanismelor plane capabile de-a reproduce o functie impusa, avand totodata si un numar minim de elemente si cuple cimematice (structura cea mai simpla)

2.1. Clasificarea cuplelor cinematice ale mecanismelor plane

Cuplele cinematice, care sunt definite ca fiind legatura mobila dintre doua elemente (din care unul poate fi flexibil), pot fi clasificate in functie de forma zonei de contact dintre cele doua elemente care concura la formarea acesteia si de numarul gradelor de libertate (miscarilor simple) suprimate in miscarea relativa dintre cele doua elemente. In principiu sunt cunoscute urmatoarele tipuri de zone de contact:

- punctiforma,
- lineara,
- dupa o suprafata.

Zona de contact in cazul cuplelor cinematice ale mecanismelor plane este lineara sau dupa o suprafata.

Gradul de libertate al unei cuple cinematice poate fi definit ([L9], [P6], s.a.) astfel:

"Gradul de libertate al cuplei cinematice L reprezinta din punct de vedere cinematic numarul miscarilor simple (elementare) permise in miscarea relativa dintre cele doua elemente care formeaza cupla cinematica"

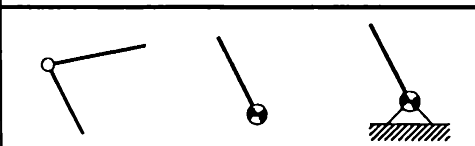
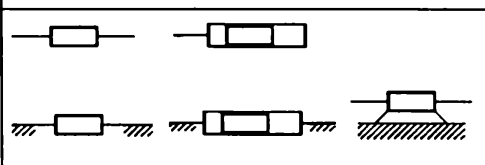
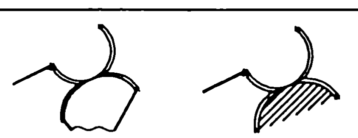
	Denumirea.	Simbol
Cuple	Cupla de rotatie	
	Cupla de translatie	
	Cupla de rostogolire	
	Cupla de infasurare	
	Cupla plana superioara	

Fig.2.2 Clasificarea cuplelor cinematice ale mecanismelor plane

Analitic, gradul de libertate L al unei cuple cinematice din componenta unui mecanism plan este data de relatia:

$$L = 3 - i\ , \qquad (2.1)$$

unde i reprezinta numarul gradelor de libertate suprimate in miscarea relativa a elementelor componente ale cuplei cinematice.

Cuplele cinematice de clasa a V-a ale mecanismelor plane, genereaza in miscarea relativa dintre elementele componente o zona de contact dupa o suprafata sau dupa o linie. Aceste cuple cinematice de clasa a V-a sunt: cupla de rotatie, cupla de translatie, cupla de rostogolire si cupla de infasurare.

Cuplele de rotatie respectiv de translatie genereaza o miscare de rotatie respectiv de translatie cu alunecare intre elementele care concura la formarea cuplei (v. Fig.2.2). Zonele de contact sunt suprafete de forma cilindru respectiv plan. Deoarece traiectoriile relative descrise de doua puncte de pe zonele de contact sunt identice, aceste cuple se vor denumi cuple cinematice de clasa a V-a "inferioare".

Cuplele de rostogolire genereaza o miscare relativa de rostogolire fara alunecare intre elementele profilate (cilindri oarecare) care concura la formarea cuplei (v. Fig.2.2). Zona de contact dintre elementele profilate este lineara. Miscarea de rostogolire fara alunecare a celor doua elemente profilate este asigurata prin forta, folosind doua fire sau benzi flexibile si inextensibile (metalice), respectiv prin forma, danturand profilele si realizand o forta de apasare pentru mentinerea contactului prin utilizarea unor arcuri.

Cuplele de infasurare genereaza o miscare relativa fara alunecare prin infasurarea unui element flexibil si inextensibil pe un element profilat (v. Fig.2.2). Zona de contact dintre elementul profilat si elementul flexibil si inextensibil este lineara.

Fiindca traiectoriile relative descrise de doua puncte de pe zonele de contact sunt diferite, aceste cuple se vor denumi cuple cinematice de clasa a V-a "superioare".

Cuplele cinematice de clasa a V-a "superioare" sunt cuple cinematice de clasa a V-a generalizate. Prin transformari structurale si constructive sau forme particulare se pot deduce din acestea cuplele cinematice plane de clasa a V-a "inferioare". Cuplele cinematice de clasa a IV-a ale mecanismelor plane genereaza in miscarea relativa dintre elementele componente o zona de contact lineara.

Cupla plana superioara este o cupla cinematica de clasa a IV-a. Aceasta genereaza o miscare relativa de rostogolire cu alunecare intre elementele profilate care concura la formarea cuplei.

2.2. Desmodromia mecanismelor plane

Conditia fundamentala din punct de vedere structural a unui mecanism pentru ca acesta sa poata functiona este denumita desmodromie si este definita dupa [L9], [P6] s.a. astfel:

"Un mecanism este desmodrom daca in timpul functionarii acestuia toate elementele sale au miscari univoc determinate".

Analitic, conditia de desmodromie dupa ALT ([L9]) se poate scrie sub forma:

$$2\cdot\left(c_5+\frac{c_4}{2}\right)-3\cdot n+3+M=0 \tag{2.2}$$

in care:

c_5 - numarul cuplelor cinematice de clasa a V-a,

c_4 - numarul cuplelor cinematice de clasa a IV-a,

n - numarul de elemente,

M - gradul de mobilitate al mecanismului.

Daca conditia de desmodromie (2.2) este satisfacuta toate elementele mecanismului au miscari bine determinate in timpul functionarii. Suplimentar este necesar ca pentru fiecare cupla cinematica sa fie asigurat prin forma sau forta contactul dintre zonele de contact.

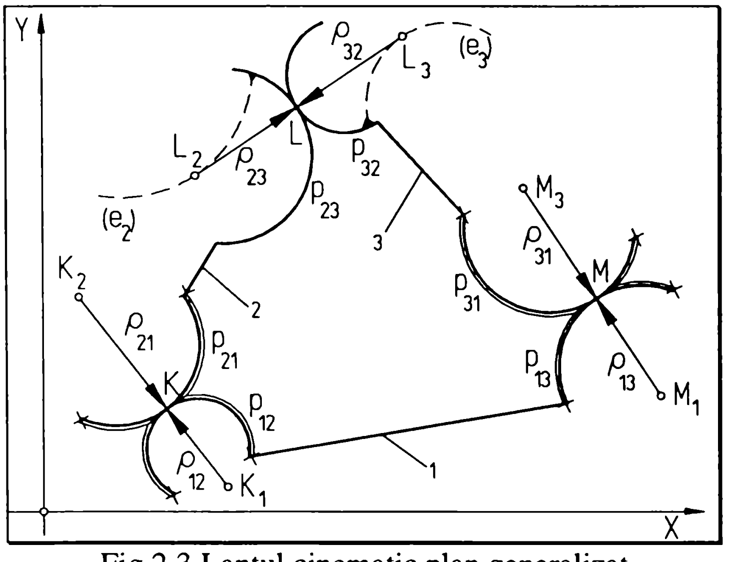


Fig.2.3 Lantul cinematic plan generalizat

Un mecanism este desmodrom geometric sau cinematic, daca gradul de mobilitate M este egal cu numarul elementelor motoare n_m, adica:

$$M = n_m. \tag{2.3}$$

Numarul elementelor motoare in cazul mecanismelor plane cu un numar minim de elemente este:

$$n_m = M = 1. \tag{2.4}$$

Mecanismul generator de functiuni in general trebuie sa contina un element conducator (motor), un element condus si un element fix, ceea ce inseamna ca numarul elementelor acestuia nu poate fi mai mic decat trei ($n \geq 3$). Astfel, mecanismul generator de functiuni avand un numar minim de elemente are la origine un lant cinematic plan generalizat (ca in Fig.2.3). Acesta contine trei elemente (1,2,3), care sunt legate intre ele prin intermediul a doua cuple cinematice de rostogolire K si M respectiv o cupla cinematica plana superioara L. Daca se va considera un element al acestui lant cinematic plan generalizat ca fiind element fix se obtine un mecanism plan generalizat desmodrom.

In continuare se va realiza sistematizarea mecanismelor plane in functie de tipul elementelor si cuplelor cinematice componente.

2.3. Sistematizarea mecanismelor plane continand doar cuple cinematice de cl. a V-a

In cazul mecanismelor plane care contin doar cuple cinematice de clasa a V-a (cupla de translatie, cupla de rotatie, cupla de rostogolire si cupla de infasurare) si pentru care firesc numarul cuplelor cinematice de clasa a IV-a este zero ($c_4 = 0$), conditia de desmodromie (2.2) se poate scrie in forma:

$$2 \cdot c_5 - 3 \cdot n + 3 + M = 0 \qquad (2.5)$$

Daca se va inlocui in (2.5) relatia (2.4) se va regasi conditia de desmodromie a lui Cebisev si Grübler:

$$2 \cdot c_5 - 3 \cdot n + 4 = 0. \qquad (2.6)$$

Relatia (2.6) va fi satisfacuta doar in cazul in care numarul de elemente al mecanismului plan care contine doar cuple cinematice de clasa a V-a este par. Relatia este satisfacuta initial pentru $n = 2$. In acest caz se obtine o manivela programabila (saiba electronica), care consta dintr-un element motor si elementul fix. Conform celor anterior mentionate ($n_{\min} \geq 3$), numarul minim de elemente al unui mecanism plan desmodrom care satisface relatia (2.5) este $n = 4$

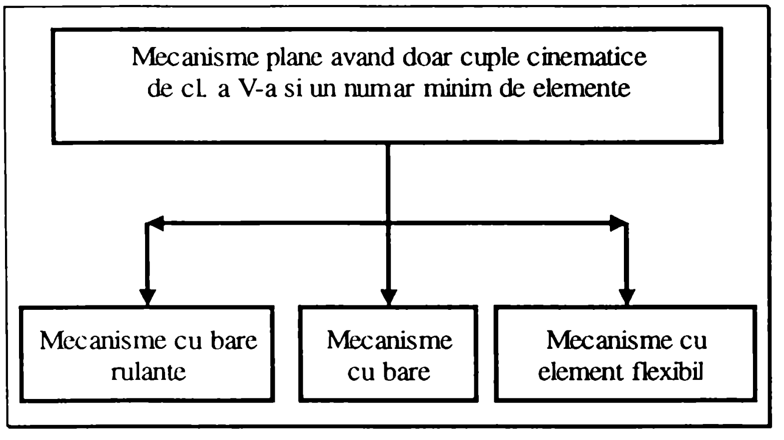


Fig.2.4 Mecanisme plane cu cuple de cl. a V-a

In cazul mecanismelor plane cu numar minim de elemente care contin doar cuple cinematice de clasa a V-a se disting urmatoarele tipuri de mecanisme (v. Fig.2.4): mecanisme cu bare (contin doar cuple de clasa a V-a de translatie si de rotatie), mecanisme cu bare rulante (contin pe langa cuplele inferioare de clasa a V-a si cuple de rostogolire) si mecanisme cu element flexibil (contin pe langa cuplele cinematice inferioare de clasa a V-a si cuple de infasurare)

In cadrul sistematizarii acestor mecanisme se vor utiliza urmatoarele simboluri pentru notarea cuplelor cinematice de clasa a V-a (care provin din denumirea acestora):

R - cupla de rotatie,

T - cupla de translatie,

Ro - cupla de rostogolire,

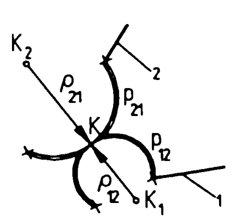
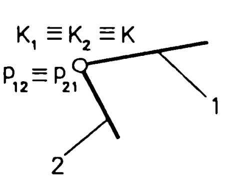
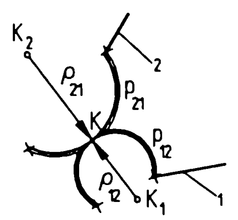
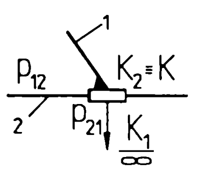
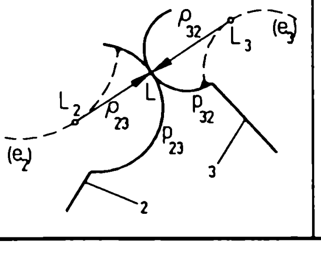
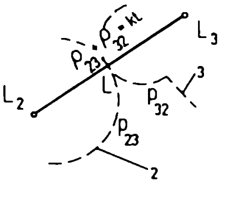
I - cupla de infasurare.

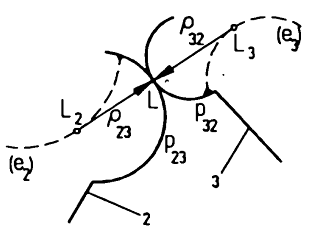
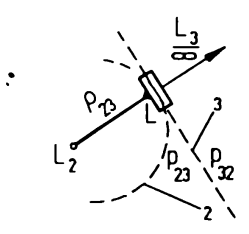
Denumirea mecanismelor incepe cu simbolul aferent cuplei cinematice conducatoare (motoare), care reprezinta cupla de legatura dintre elementul conducator si elementul fix. Din considerente practice pot fi cuple conducatoare doar cuplele cinematice de clasa a V-a inferioare: cupla de rotatie si cupla de translatie. Pentru a fi univoc determinat tipul mecanismului, denumirea acestuia va contine in continuare simbolurile aferente cuplelor de legatura dintre elementul conducator si elementul intermediar (biela mecanismului), elementul intermediar si elementul condus respectiv elementul condus si elementul fix, in sensul inchiderii lantului cinematic. Suplimentar se va indica in paranteza denumirea elementului considerat fix din lantul cinematic care sta la baza transformarii cinematice. In cadrul sistematizarii se pot intalni mecanisme care pot fi actionate teoretic de la oricare dintre cuplele cinematice legate de elementul fix. Acestea mecanisme vor contine ambele denumiri.

2.3.1. Sistematizarea mecanismelor patrulatere cu bare

Mecanismul patrulater cu bare este un mecanism care contine doar cuple cinematice de clasa a V-a inferioare de translatie si de rotatie. Elementele acestuia sunt elemente rigide. Sistematizarea acestora aseaza la origine cele patru lanturi cinematice de baza: RRRR, RRRT, TRRT si RTRT (dupa [L9]). Aceste lanturi cinematice se pot deduce din lantul cinematic plan generalizat pe baza transformarii structurale si constructive a cuplei plane superioare si prin impunerea unor forme particulare elementelor profilate ale cuplelor cinematice de rostogolire (v. Tab.2.1). Transformarea trebuie sa conserve gradul de mobilitate a mecanismului si gradul de libertate echivalent al fiecarei cuple cinematice. In Tab.2.1 s-au notat cu e_2 respectiv e_3 evolutele profilelor p_{23} respectiv p_{32} (v. si Fig.2.3).

Tabelul 2.1

Nr.	Simbol	Simbol	Transformari structurale si constructive
1.	Cupla de rostogolire 	Cupla de rotatie 	$K_{A(-2)} \rightarrow K_{A(-2)}$ $p_{12}, p_{21} \Rightarrow$ Cercuri $\rho_{12} = -\rho_{21} = ct. \rightarrow 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow K_2 \equiv K_1 \equiv K$ (Cupla de rotatie)
2.	Cupla de rostogolire 	Cupla de translatie 	$K_{A(-2)} \rightarrow K_{A(-2)}$ $p_{12} \Rightarrow$ Drepta $\Rightarrow \rho_{12} = \infty$ $p_{21} \Rightarrow$ Cerc $\Rightarrow \rho_{21} = 0$ $\Rightarrow K_1 \rightarrow \infty$ si $K_2 \equiv K$ (Cupla de transl.)
3.	Cupla plana superioara 	Element binar RR 	$K_{A(-1)} \rightarrow K_{B(-1)}$ $p_{23}, p_{32} \Rightarrow$ Curbe oarecare $\rho_{23} \in \Re$ si $\rho_{32} \in \Re \Rightarrow$ $\Rightarrow L_2 \neq L_3$ (Cuple de rotatie) $\rho_{23} + \rho_{32} = \Re$

Nr.	Simbol	Simbol	Transformari structurale si constructive
4.	Cupla plana superioara 	Element binar RT 	$K_{A(-1)} \to K_{B(-1)}$ $p_{23} \Rightarrow$ Curba oarecare $\rho_{23} \neq ct. \;\Rightarrow\; L_2 \neq L$ (Cupla de rotatie) $p_{32} \Rightarrow$ Dreapta $\rho_{32} \to \infty \Rightarrow L_3 \to \infty$ (Cupla de transl.)

Pe baza transformarii cinematice dupa Reuleaux, care presupune schimbarea elementului considerat fix si a elementului conducator in lantul cinematic de baza, se vor obtine bine cunoscutele mecanisme cu bare patrulatere (v. Fig.2.5). Aceste mecanisme pot fi utilizate ca mecanisme generatoare de functii.

Mecanismele patrulatere cu bare din Fig.2.5 sunt:

a) Mecanismul patrulater articulat - RRRR(a), care pe baza teoremei lui Grashof sau a teoremei generalizate dupa Grashof (v. § 6.1) se pot obtine ca mecanism manivela-balansier, dublu manivela si dublu balansier;

b) Mecanismul manivela-piston sau piston balansier - RRRT(a), TRRR(a), (care de asemenea se pot diferentia pe baza teoremei lui Grashof sau a teoremei generalizate dupa

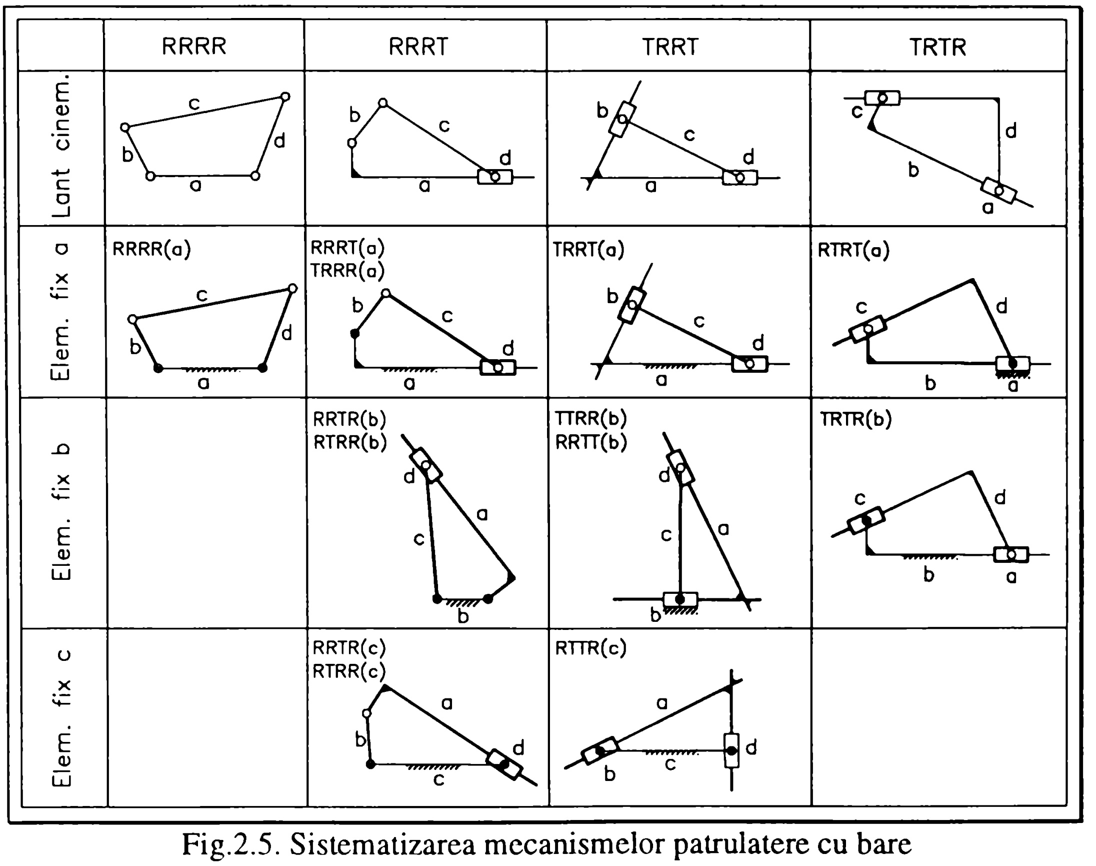


Fig.2.5. Sistematizarea mecanismelor patrulatere cu bare

Grashof (v. § 6.1));

c) Mecanismul cu culisa oscilanta sau rotativa - RRTR(b) si RTRR(b) (care sunt diferentiate pe baza teoremei lui Grashof sau a teoremei generalizate dupa Grashof (v. § 6.1));

d) Mecanismul cu piston oscilant sau rotitor - RRTR(c) si RTRR(c) (izocinetic asemenea cu mecanismul cu culisa oscilanta sau rotativa)

e) Mecanismul dublu piston - TRRT(a) (cu axele de translatie perpendiculare sau nu);

g) Mecanismul manivela-culisa de translatie - TTRR(b) si RRTT(b);

h) Mecanismul dublu culisa oscilanta - RTTR (c);

i) Mecanismul piston-piston oscilant - RTRT(a) si TRTR(b) (care poate fi simplu sau dublu excentric).

Tinind cont de criteriul evitarii autoblocarii respectiv de cel al transmiterii in bune conditii a miscarii si a fortelor variantele RTRR(b), RTRR(c), TTRR(b) si RTRT(a) sunt necorespunzatoare.

2.3.2. Sistematizarea mecanismelor patrulatere cu bare rulante

Mecanismul patrulater cu bare rulante este un mecanism care contine pe langa cuplele cinematice de clasa a V-a inferioare (de translatie si de rotatie) si cuple cinematice de rostogolire (v. § 2.1.). Elementele acestuia sunt elemente rigide. Mecanismul patrulater cu bare rulante poate fi de constructie simpla, caz in care mecanismul contine o cupla de rostogolire sau de constructie generala caz in care mecanismul contine doua cuple de rostogolire (sau mai multe).

Sistematizarea acestora aseaza la origine cele patru lanturi cinematice de baza si va decurge analog ca in § 2.3.1. Lanturile cinematice ale mecanismelor cu cuple de rostogolire patrulatere se vor deduce analog din lantul cinematic plan generalizat prin transformari structurale si constructive ale cuplei plane superioare si respectiv impunerea unor forme particulare pentru elementele profilate ale cuplei cinematice de rostogolire (v. Tab.2.1).

In Fig.2.6 se prezinta sistematizarea mecanismelor patrulatere cu bare rulante. Mecanismele patrulatere cu bare rulante din Fig.2.6 sunt:

a) Mecanism patrulater articulat cu bare rulante de constructie simpla - RRRoR(a), RRoRR(a), RRoRR(b), RRRoR(b) si RRRRo(c);

b) Mecanism patrulater articulat cu bare rulante de constructie generala - RRoRoR(a) si RRRoRo(b);

c) Mecanismul manivela-piston sau piston-balansier cu bare rulante de constructie simpla - RRRoT(a), TRoRR(a), RRoRT(a), TRRoR(a), TRRRo(a);

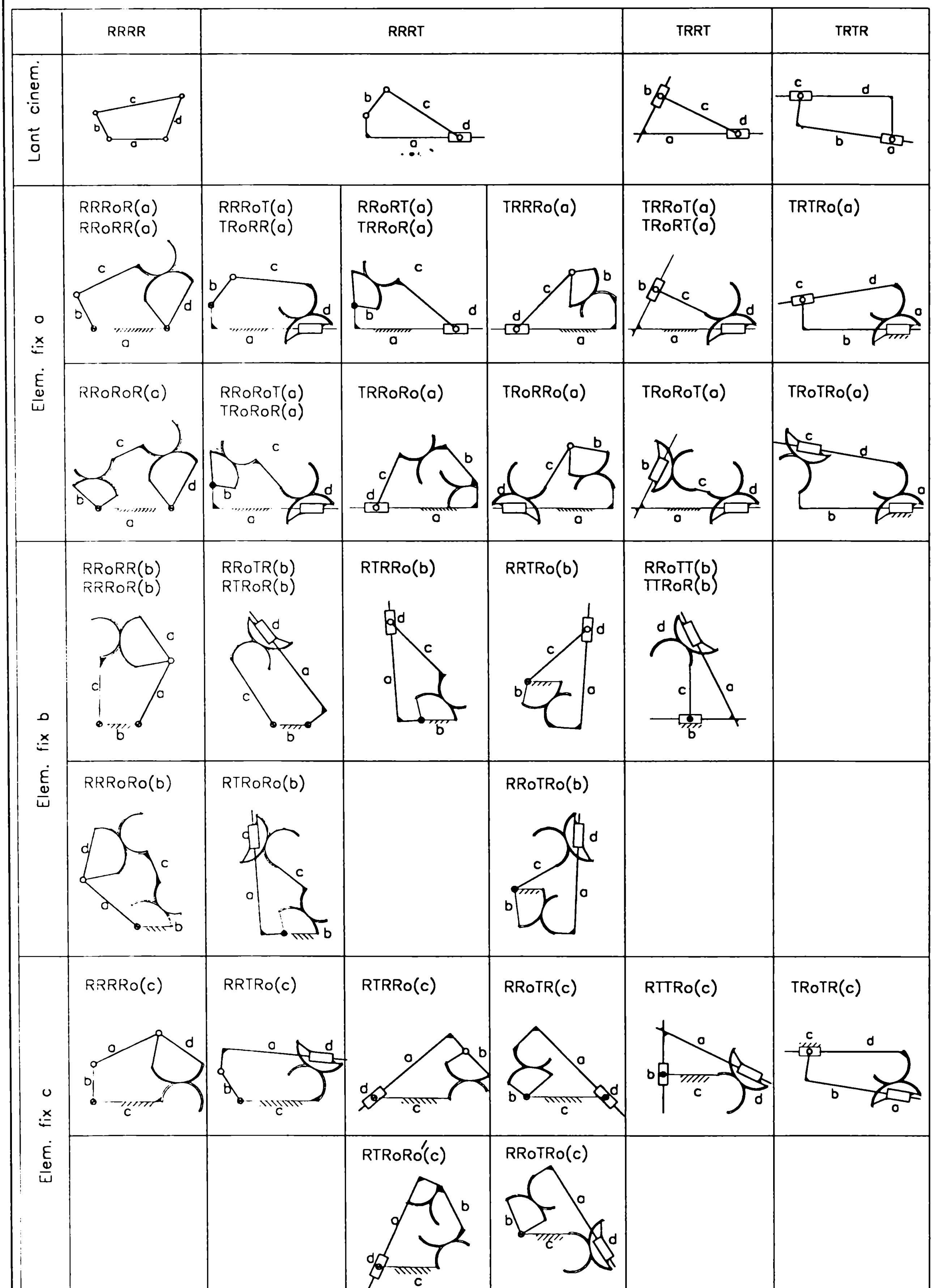


Fig.2.6. Sistematizarea mecanismelor patrulatere cu bare rulante

d) Mecanismul manivela-piston sau piston-balansier cu bare rulante de constructie generala - RRoRoT(a), TRoRoR(a), TRRoRo(a), TRoRRo(a);

e) Mecanismul cu culisa oscilanta sau rotativa cu bare rulante de constructie simpla - RRoTR(b), RTRoR(b), RTRRo(b) si RRTRo(b);

f) Mecanismul cu culisa oscilanta sau rotativa cu bare rulante de constructie generala - RTRoRo(b), RTRoRo´(c) si RRoTRo(b);

g) Mecanismul cu piston oscilant sau rotitor cu bare rulante de constructie simpla - RRTRo(c), RTRRo(c) si RRoTR(c);

h) Mecanismul cu piston oscilant sau rotitor cu bare rulante de constructie generala - RRoTRo(c);

i) Mecanismul dublu piston cu bare rulante de constructie simpla - TRRoT(a) si TRoRT(a) (cu axele de translatie perpendiculare sau nu);

j) Mecanismul dublu piston cu bare rulante de constructie generala - TRoRoT(a) (care poate avea axele de translatie perpendiculare sau nu);

k) Mecanismul manivela-culisa de translatie cu bare rulante de constructie simpla - RRoTT(b) si TTRoR(b);

l) Mecanismul dublu culisa rotativa cu bare rulante de constructie simpla - RTTRo(c);

m) Mecanismul piston-piston oscilant cu bare rulante de constructie simpla - TRTRo(a), si TRoTR(c) (care poate fi simplu sau dublu excentric);

n) Mecanismul piston-piston oscilant cu bare rulante de constructie simpla - TRoTRo(a).

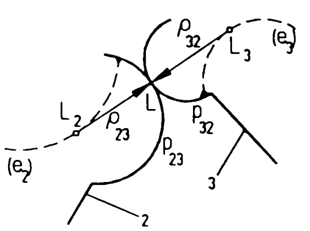
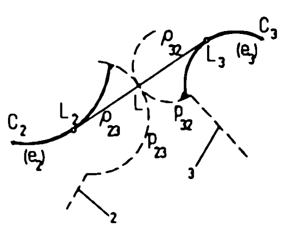
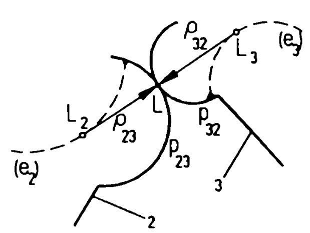
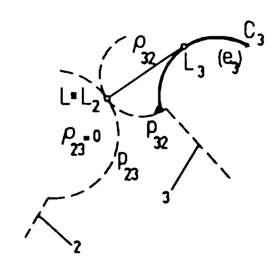
Teorema generalizata dupa Grashof (v. § 6.1) permite verificarea existentei manivelei rotitoare in cazul mecanismelor patrulatere cu bare rulante, care contin elemente rigide de lungime instantanee variabila. Mecanismele deduse in Fig.2.6, care au ca element conducator culisa sau piatra de culisa nu au semnificatie practica. Acestea nu satisfac criteriul evitarii autoblocarii respectiv nu pot transmite in bune conditii miscarea si fortele

2.3.3. Sistematizarea mecanismelor patrulatere cu element flexibil

Mecanismele patrulatere cu element flexibil sau mecanisme patrulatere cu elemente de lungime instantanee variabila sunt mecanisme care pe langa cuplele de rotatie si de translatie contin si cuple de infasurare (v. § 2.1.). Elementele acestuia contin pe langa elementele rigide si elemente flexibile si inextensibile. Mecanismul patrulater cu element flexibil poate fi de constructie simpla sau de constructie generala. Mecanismul patrulater cu element flexibil de constructie simpla contine un element flexibil care se infasoara respectiv desfasoara pe/de pe un element profilat de tip roata necirculara si doua elemente rigide de tip bara (de lungime constanta). Mecanismul patrulater cu element flexibil de constručtie generala contine un element flexibil care se infasoara respectiv desfasoara pe/de pe doua elemente profilate si un element rigid de tip bara (de lungime constanta).

Sistematizarea acestora decurge analog ca in § 2.3.2. Lanturi cinematice ale mecanismelor patrulatere cu element flexibil se pot deduce din lantul cinematic plan generalizat pe baza transformarii structurale si constructive a cuplei plane superioare (v. Tab.2.2) si respectiv prin impunerea unor forme particulare elementelor profilate ale cuplelor cinematice de rostogolire (v. Tab.2.1).

Tabelul 2.2

Nr.	Simbol	Simbol	Transformari structurale si constructive
1.	Cupla plana superioara 	Element binar II 	$(e_2) \Rightarrow$ Evoluta elem. profilat p_{23} $\rho_{23} \in \Re \Rightarrow L_2 \neq L$ (Cupla de infas.) $(e_3) \Rightarrow$ Evoluta elem. profilat p_{32} $\rho_{32} \in \Re \Rightarrow L_3 \neq L$ (Cupla de infas.) $\rho_{23} + \rho_{32} \neq kt.$ (Element flexibil) $C_2L_2 + L_2L_3 + L_3C_3 = ct.$
2.	Cupla plana superioara 	Element binar RI 	$p_{23} \Rightarrow$ Cerc $\rho_{23} = kt. \rightarrow 0 \Rightarrow L_2 = L$ (Cupla de rot.) $(e_3) \Rightarrow$ Evoluta elem. profilat p_{32} $\rho_{32} \in \Re \Rightarrow L_3 \neq L$ (Cupla de infasur.) $\rho_{23} + \rho_{32} \neq kt.$ (Element flexibil) $L_2L_3 + L_3C_3 = ct.$

In Fig.2.7 se prezinta sistematizarea mecanismelor patrulatere cu element flexibil. Mecanismele patrulatere cu element flexibil din Fig.2.7 sunt:

a) Mecanism patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla - RRIR(a), RIRR(a), RIRR(b), RRRI(c) si RRRI (d);

b) Mecanism patrulater articulat cu element flexibil de constructie generala - RIIR(a) si RRII (b);

c) Mecanismul manivela-piston sau piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla - RRIT(a), TIRR(a), RIRT(a), TRIR(a), TRRI(a);

d) Mecanismul manivela-piston sau piston-balansier cu element flexibil de constructie generala - RIIT(a), TIIR(a), TRII(a);

e) Mecanismul cu culisa oscilanta sau rotativa cu element flexibil de constructie simpla -

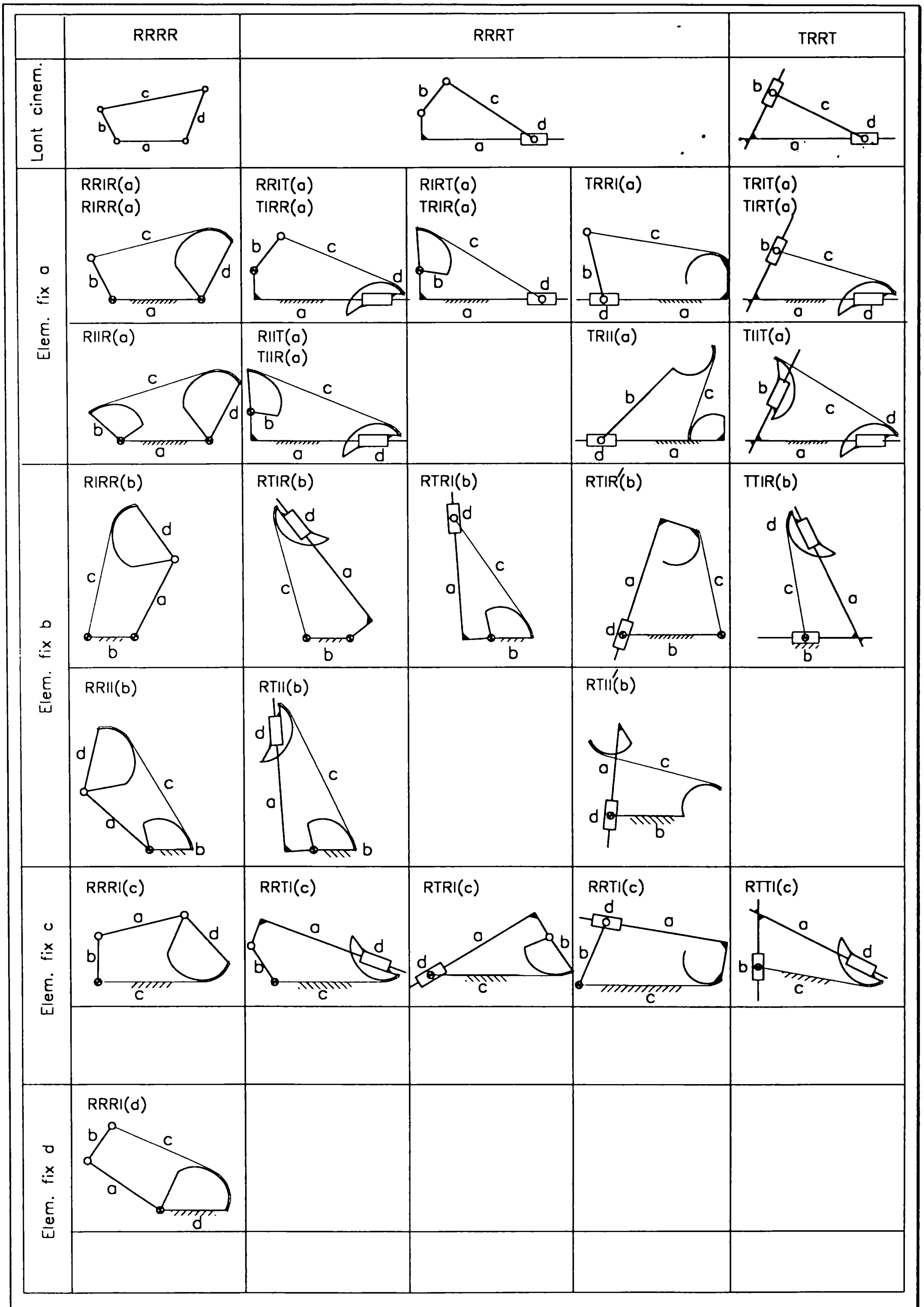


Fig.2.7. Sistematizarea mecanismelor patrulatere cu element flexibil

RITR(b), RTRI(b) si RRTI(c);

f) Mecanismul cu culisa oscilanta sau rotativa cu element flexibil de constructie generala - RTII(b);

g) Mecanismul cu piston oscilant sau rotitor cu element flexibil de constructie simpla - RTIR(b), RRTI´(c) si RTRI(c)

h) Mecanismul cu piston oscilant sau rotitor cu element flexibil de constructie generala - RTII´(b);

i) Mecanismul dublu piston cu element flexibil de constructie simpla - TRIT(a) si TIRT(a) (care poate avea axele de translatie perpendiculare sau nu);

j) Mecanismul dublu piston cu element flexibil de constructie generala - TIIT(a) (care poate avea axele de translatie perpendiculare sau nu);

k) Mecanismul piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla - TTIR(b);

l) Mecanismul piston-piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla - RTTI(c);

Posibilitatea rotirii complete a unui element al lantului cinematic al mecanismului patrulater cu element flexibil in raport cu un element invecinat se poate verifica cu ajutorul teoremei generalizate dupa Grashof (v. § 6.1). Tinind cont de criteriul evitarii autoblocarii respectiv a transmiterii in bune conditii a miscarii si a fortei, variantele RTRI(b), RTIR(b), RTII(b), RTII´(b) si RTRI(c) sunt necorespunzatoare. Pentru asigurarea desmodromiei mecanismului trebuie mentinut in permanenta contactul dintre elementul (elementele) profilat si elementul flexibil si rectilinitatea acestuia. Aceasta se poate asigura prin intermediul unor constructii speciale.

2.4. Sistematizarea mecanismelor plane care contin cuple cinematice de cl. a IV-a si cl. a V-a

In cazul mecanismelor plane, care pe langa cuplele cinematice de clasa a V-a (v. § 2.1) contin si cuple cinematice de clasa a IV-a, conditia de desmodromie (2.2) devine:

$$2\cdot(c_5+\frac{c_4}{2})-3\cdot n+4=0\ . \tag{2.7}$$

In cazul mecanismelor avand o cupla cinematica de clasa a IV-a ($c_4=1$) si un numar minim de elemente, relatia (2.7) este satisfacuta cand expresia $3\cdot n-5$ este un numar par si pozitiv. Aceasta inseamna ca mecanismul cu numar minim de elemente care contine cuple cinematice de clasa a IV-a si a V-a trebuie sa aiba trei elemente ($n=3$).

Pentru cazul mecanismelor plane cu numar minim de elemente care contin cuple cinematice de clasa a IV-a si a V-a se disting urmatoarele tipuri de mecanisme (v. Fig.2.8):

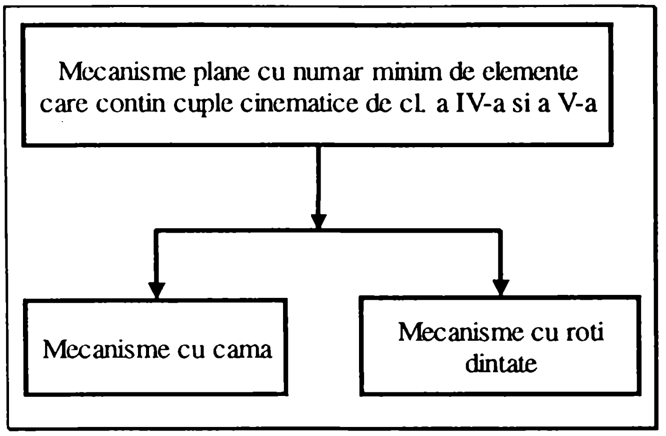


Fig.2.8. Mecanisme plane cu cuple cinematice de cl. a IV-a si a V-a

mecanisme cu cama si mecanisme cu roti dintate (care reprezinta un caz particular al mecanismelor cu cama)

In cadrul sistematizarii mecanismelor mai sus amintite cuplele cinematice de clasa a V-a ale mecanismelor plane se vor nota identic ca in § 2.3, iar pentru cuplele cinematice de clasa a IV-a se vor utiliza urmatoarele simboluri:

C - cupla plana superioara,

Rd - cupla plana superioara in cazul profilelor rotilor dintate.

Denumirea mecanismelor care se vor obtine in urma sistematizarii se bazeaza pe considerentele enuntate in § 2.3

2.4.1. Sistematizarea mecanismelor cu cama

Mecanismele plane cu cama sunt mecanisme care contin cuple cinematice de clasa a IV-a si a V-a. Acestea contin unul sau doua elemente rigide profilate. Pornind de la lantul cinematic plan generalizat se pot obtine prin transformari constructive (v. Tab.2.1/1,2) lanturile cinematice de baza ale mecanismelor plane cu cama. Acelasi rezultat structural se obtine pornind pe calea inversa, adica de la cele patru lanturi cinematice de baza ale mecanismelor patrulatere cu bare (Fig.2.9).

Pe baza transformarii cinematice, care presupune schimbarea elementului considerat fix si a elementului conducator in lantul cinematic de baza, se vor obtine bine cunoscutele mecanisme plane cu cama (v. Fig.2.9). Aceste mecanisme pot fi folosite ca mecanisme generatoare de functii.

Mecanismele plane cu cama din Fig.2.9 sunt:

a) Mecanism cu cama si tachet oscilant RCR(a) si RRC(b) (avand cama element fix);

b) Mecanism cu cama in miscare de translatie si tachet oscilant TCR(a);

c) Mecanism cu cama rotativa si tachet in miscare de translatie RCT(a) si RTC(b) (avand cama element fix);

d) Mecanism cu cama in miscare de translatie si tachet in miscare de translatie TCT(a) si TTC(b) (avand cama element fix);

e) Mecanism cu cama in miscare de translatie si tachet oscilant plan TCR(a).

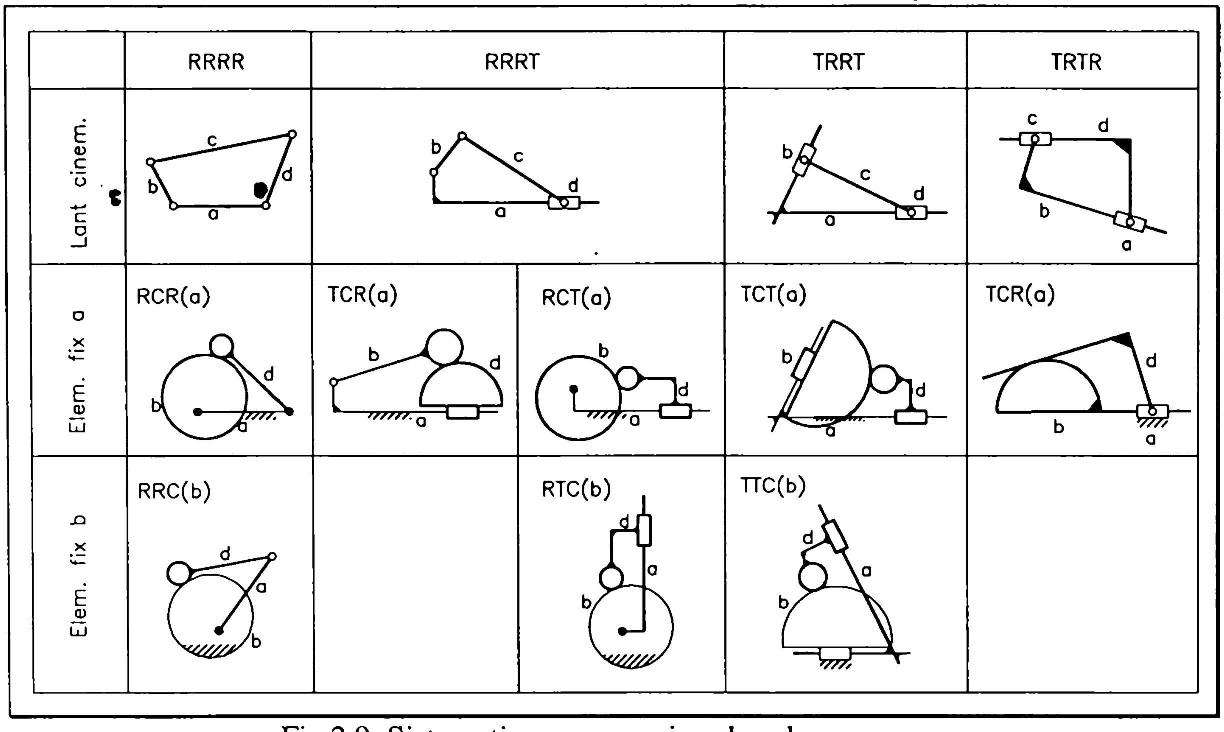


Fig.2.9. Sistematizarea mecanismelor plane cu cama

Mecanismul dedus din lantul cinematic patrulater TRTR este un caz particular al celorlalte tipuri de mecanisme din coloanele anterioare. Unghiul de presiune minim admisibil la mecanismele plane cu cama va fi utilizat in cadrul sintezei dimensionale la determinarea gabaritului minim al camei.

2.4.2. Sistematizarea mecanismelor cu roti dintate

Mecanismele plane cu roti dintate (roti dintate cilindrice) reprezinta un caz particular al mecanismelor cu cama. Acestea contin cuple cinematice de rotatie si translatie (cuple cinematice inferioare de clasa a V-a) si o cupla plana superioara. Cupla plana superioara este materializata ca fiind formata din doua elemente profilate, fiecare reprezentand evolventa unui cerc denumit cerc de baza (in cazul rotilor dintate cu profile evolventice).

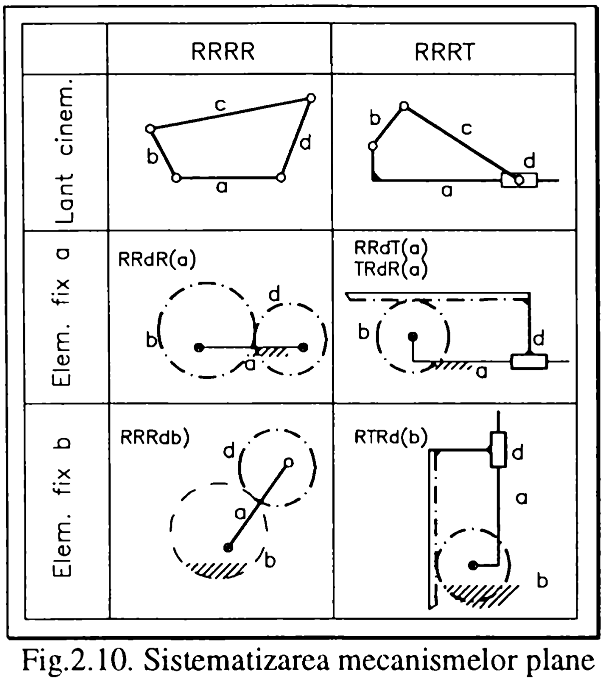


Fig.2.10. Sistematizarea mecanismelor plane cu roti dintate

Sistematizarea mecanismelor plane cu roti dintate cilindrice decurge analog cu sistematizarea mecanismelor cu cama. In cazul lantului cinematic de baza RRRR se pot lua in considerare si mecanismele cu roti dintate necirculare.

Mecanismele plane cu roti dintate din Fig.2.10 sunt:

a) mecanism cu roti dintate RRdR(a) si RRRd(b) (cu o roata dintata ca element fix);

b) Mecanisme cu roata dintata si cremaliera RRdT(a), TRdR(a), RTRd(b) (cu o roata dintata ca element fix).

Mecanismele cu roti dintate din cazul a) pot fi cu roti dintate circulare sau necirculare.

Unghiul de presiune critic la mecanismele plane cu roti dintate va fi utilizat in cadrul sintezei dimensionale.

Cap.3 Stadiul actual al studiului mecanismelor generatoare de functii

Mecanismele cu bare, cu came, cu bare rulante si cu element flexibil avand un numar minim de elemente sunt recomandate pentru a fi utilizate ca mecanisme generatoare de functii. Aceste mecanisme au o serie de caracteristici comune, dar si o serie de particularitati constructive si de proiectare.

3.1 Mecanisme cu bare generatoare de functii

Mecanismele cu bare sunt de constructie simpla. Miscarea bine determinata este asigurata constructiv. Acestea au un mare dezavantaj, datorita faptului ca pot reproduce functia de generat doar intr-un numar limitat de pozitii impuse. Pentru sinteza mecanismelor cu bare au fost dezvoltate diverse metode grafice si analitice. Metodele grafice se bazeaza pe principiul pozitiilor reduse ([H7], [H9], [K5], [L1], [L2], [L9], [V1], [W3]) sau pe principiul reducerii problemei de sinteza la o problema de sinteza pozitionala ([L1], [L2], [L9], [P6], [V1]). Metodele analitice utilizeaza ecuatia lui Freudenstein (ecuatia de transmitere de ordinul 0) ([A1], [H9], [S1], [L1], [L2], [M1], [B2]) sau functia de transmitere ([A1], [K5], [K6], [K7], [K8], [M1],[P6]). Metodele analitice de sinteza conduc in general la solutionarea unui sistem de ecuatii nelineare. Precizia de reproducere a functiei de generat este limitata. Metode mai noi de sinteza formuleaza problema de sinteza ca problema de optimizare ([L9], [S5], [L3]). Aceasta conduce la obtinerea unei solutii dimensionale optime pentru mecanismul studiat, care satisface si conditiile auxiliare ale beneficiarului, de exemplu gabarit minim impus, admiterea unei manivele rotitoare, unghi de transmitere minim corespunzator, s.a.

3.2 Mecanisme cu came generatoare de functii

Mecanismele cu cama sunt constructiv mai complicat de realizat. Unul dintre profile poate fi realizat sub forma unei role, pentru reducerea uzurii profilelor. Contactul dintre tachet si cama este asigurat prin forta sau forma. Cu ajutorul unui mecanism cu cama se poate insa reproduce foarte exact in general orice functie de generat. Pentru sinteza mecanismelor cu came au fost dezvoltate diverse metode grafice si analitice ([A1], [A2], [B2], [D2], [M1], [M4], [K5], [K9], [L1], [L2], [L9], [O1], [P6], [P13], [S1], [V1]). Acestea urmaresc satisfacerea si a unor conditii functionale auxiliare (unghi de presiune critic admisibil, gabarit redus, moment rezistent favorabil s.a.).

3.3 Mecanisme cu bare rulante generatoare de functii

Mecanismele plane cu bare rulante contin cuple de rotatie, translatie si cuple de rostogolire (v. § 2.3.2). Natura miscarii elementului conducator si condus va fi de translatie si de rotatie. Cupla de rostogolire este constructiv mai complicat de realizat, dar aceasta functioneaza cu un joc practic nul. Miscarea de rostogolire este facilitata cu ajutorul unor benzi sau fire metalice. Frecarea si implicit uzura dintre profile sunt practic eliminate. Cu ajutorul mecanismului cu bare rulante se poate reproduce foarte exact in general orice functie de generat. Pentru sinteza mecanismelor cu bare rulante au fost dezvoltate diverse metode grafice si analitice ([P1], [M5], [P14]).

3.4 Mecanisme cu element flexibil generatoare de functii

Mecanismele cu element flexibil sunt relativ usor de realizat. Tensionarea firului flexibil trebuieste realizata pe cale constructiva sau cu ajutorul unor forte auxiliare. Datorita necesitatii tensionarii firului flexibil se va obtine un mecanism fara jocuri in cuplele cinematice. Datorita utilizarii elementului flexibil nu este necesara impunerea unor conditii speciale de paralelism a axelor de rotatie. Prin utilizarea unui mecanism cu element flexibil se poate reproduce foarte exact in general orice functie de generat. Pentru studiul mecanismelor cu element flexibil au fost dezvoltate diverse metode grafice si analitice. Problematica mecanismelor cu element flexibil a fost abordata de urmatorii autori [H1], [H2], [H3], [H4], [H5], [H6], Beyer si Goodman [B1], [G1], Dizioglu [D1], Meyer zur Capellen [M4], Kaczmarek [K1], Knab [K2], McPhate [M1], Sieker [S1], Brewer [B2], Luck si Modler [L1], [L2], [L3], [L4], [L5], Modler [M2], [M3], [M8], Perju [P1], [P2], [P3], [P4], [P5], [P6], [P12], Wadewitz [W1]. Majoritatea acestor lucrarilor se refera la sinteza si analiza mecanismelor cu element flexibil ca mecanisme de conducere si respectiv foarte putine se refera la mecanismele cu element flexibil generatoare de functii.

3.4.1 Metode grafice de sinteza a mecanismelor cu element flexibil generatoare de functii

In [H1] K. Hain prezinta o metoda grafica de sinteza si analiza a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla de tip dublu manivela respectiv pentru mecanismul patrulater articulat cu element flexibil de constructie generala de acelasi tip.

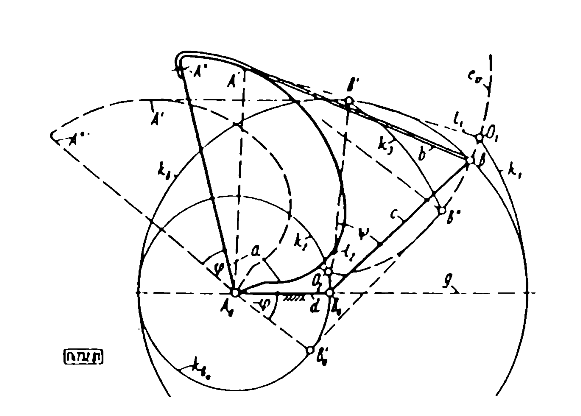


Fig.3.1 Metoda grafica de sinteza a mecanismului cu element flexibil RIRR(a)

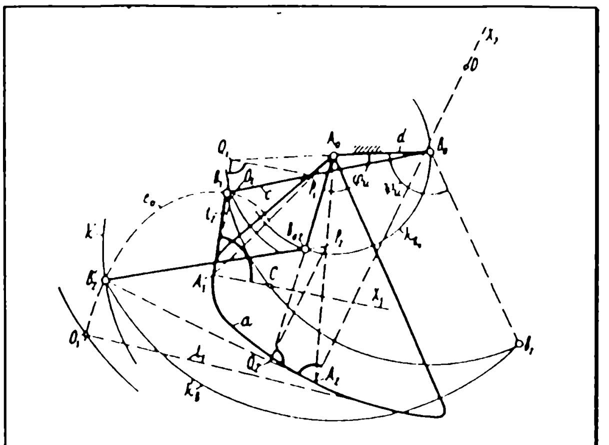


Fig.3.2 Sinteza a mecanismului cu element flexibil RIRR(a) pentru $i=i_{Extr}$

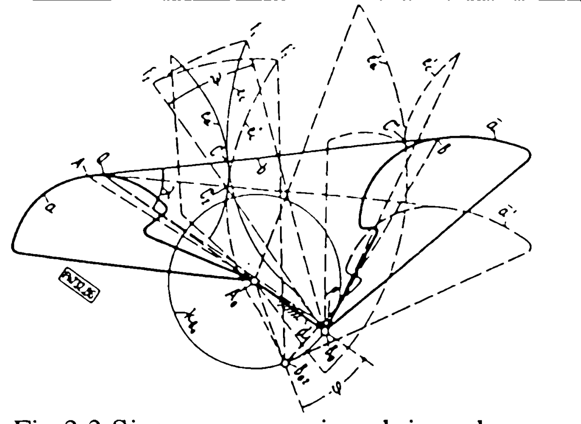


Fig.3.3 Sinteza a mecanismului cu element flexibil RIIR(a) pentru $i=i_{Extr}$

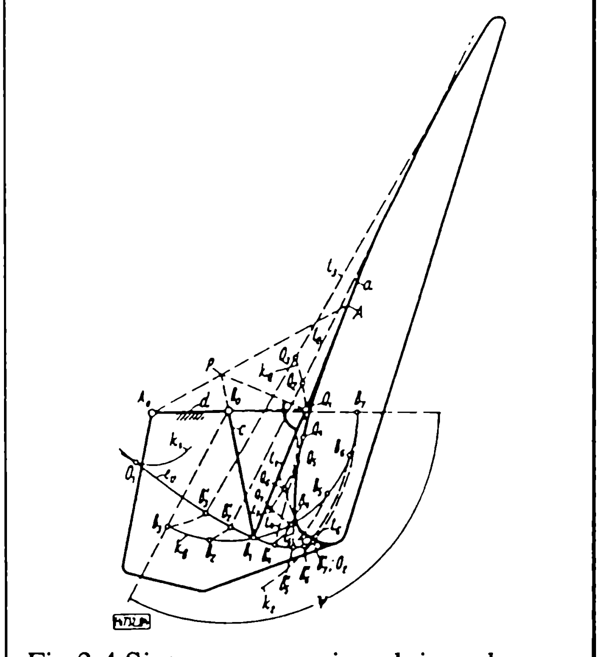


Fig.3.4 Sinteza a mecanismului cu element flexibil RIRR(a) pentru i=ct.

Sinteza mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla este solutionata considerand miscarea inversa. Astfel elementul profilat *a* (Fig.3.1) va fi considerat element fix si toate celelalte elemente ale mecanismului, deci si elementul initial fix *d*, vor executa o miscare relativa in raport cu *a*. Conform celor de mai sus punctul B va descrie relativ la elementul profilat *a* evolventa e_v, care se poate determina grafic cu ajutorul cercurilor osculatoare. Centrul acestor cercuri se afla in punctul A de tangenta instantanee dintre elementul flexibil *b* si elementul profilat *a*.

Sinteza mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla si respectiv generala este solutionata grafic in Fig.3.2 si Fig.3.3 pentru cazul cand sunt impuse raporturilor de transmitere extreme si respectiv in Fig.3.4 pentru cazul cand se impune un raport de transmitere constant in domeniul cuprins intre pozitiile extreme.

Elementul profilat se va obtine pentru toate cazurile ca infasuratoare a unor tangente (drepte), care sunt totodata si normale la evolventa e_v.

3.4.2 Metode analitice de sinteza a mecanismelor cu element flexibil generatoare de functii

Ca si metode analitice de sinteza sunt cunoscute doua metode: una dezvoltata de Modler si Luck in [L1], [L2], [L3], [L4], [L5], [M2], [M3] si generalizata in [W1], care conduce problema de sinteza la rezolvarea unui sistem de ecuatii nelineare respectiv cea dezvoltata de Perju [P1], [P2], [P3], [P4], [P5], [P6], care conduce problema de sinteza la determinarea analitica a corespondentei dintre evolventa si evoluta.

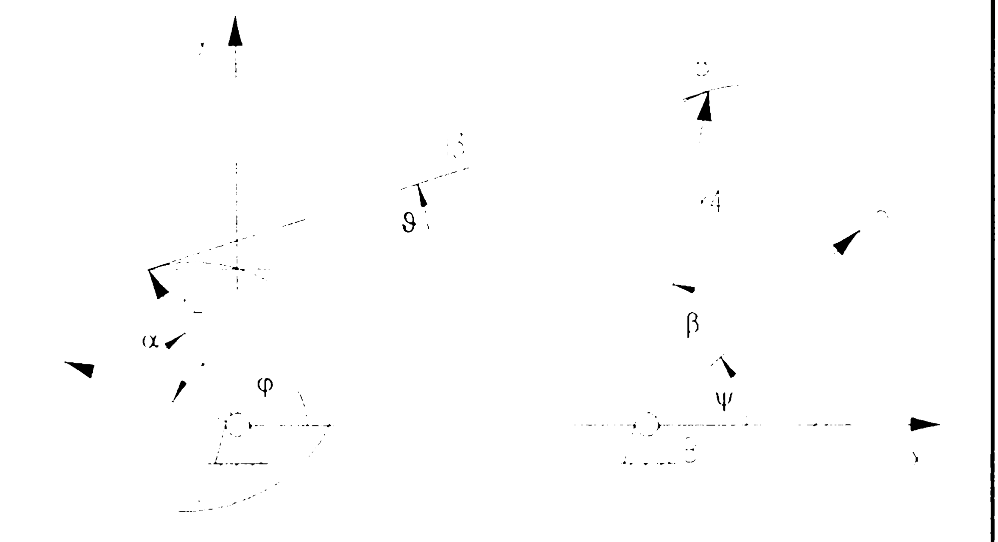


Fig.3.5 Mecanism generator de functii cu element flexibil RIIR(a)

1. Modelul de calcul in cazul sintezei unui mecanism cu element flexibil, ca in Fig.3.5, se reduce la scrierea a trei conditii necesare si suficiente. Acestea sunt conditiile de tangenta a firului flexibil la elementele profilate si conditia de conservare a lungimii firului flexibil. Aceste conditii sunt:

$$\begin{aligned}
&0 = [B - A, A'] \\
&0 = [B - A, B'] \\
&0 = \sqrt{(A - B, A - B)} - l + \int_{\alpha}^{\gamma} \sqrt{a(\xi)^2 + a'(\xi)^2}\, d\xi + \int_{\beta}^{\delta} \sqrt{b(\eta)^2 + b'(\eta)^2}\, d\eta .
\end{aligned} \tag{3.1}$$

In (3.1) au fost utilizate urmatoarele notatii, conform Fig.3.5:

$$\begin{aligned}
&A = r_2(\alpha) \cdot e^{i\cdot(\alpha+\varphi)} \\
&A' = \frac{dA}{d\alpha} = \left[r_2'(\alpha) + i r_2(\alpha)\right] \cdot e^{i\cdot(\alpha+\varphi)} \\
&B = l_1 + r_4(\beta) \cdot e^{i\cdot(\beta+\psi)} \\
&B' = \frac{dB}{d\beta} = \left[r_4'(\beta) + i r_4(\beta)\right] \cdot e^{i\cdot(\beta+\psi)}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

In [W1] sunt date tabelar numarul de pozitii de sinteza posibilē, functie de numarul de ecuatii pentru fiecare tip de mecanism cu element flexibil.

2. Pentru un mecanism cu element flexibil se pot determina coordonatele profilului elementului profilat (X,Y) in sistemul de coordonate mobil x,y, daca se cunosc coordonatele evolventei (x,y) descrise in miscarea inversa de catre o cupla de rotatie (a se vedea Fig.4.2 cu notatiile corespunzatoare). Acestea sunt:

$$X = x - y' \cdot \frac{x'^2 + y'^2}{x' \cdot y'' - y' \cdot x''} = X(\varphi) \qquad Y = y + x' \cdot \frac{x'^2 + y'^2}{x' \cdot y'' - y' \cdot x''} = Y(\varphi) \tag{3.3}$$

unde:

$$x' = \frac{dx}{d\varphi} \qquad y' = \frac{dy}{d\varphi} \qquad x'' = \frac{d^2x}{d\varphi^2} \qquad y'' = \frac{d^2y}{d\varphi^2} \tag{3.4}$$

unde $x = x(\varphi)$ si $y = y(\varphi)$ sunt coordonatele parametrice ale evolventei in sistemul de coordonate x,y.

Daca evolventa este data in forma implicita in sistemul de coordonate x,y:

$$f(x,y) = 0 \tag{3.5}$$

coordonatele evolutei vor fi:

$$X = x - \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial x}} \qquad Y = y + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial x}} . \tag{3.6}$$

Daca evolventa insa este data in forma explicita in sistemul de coordonate x,y:

$$y = f(x) \tag{3.7}$$

coordonatele evolutei vor fi:

$$X = x - y' \cdot \frac{1 + y'^2}{y''} \qquad Y = y + \frac{1 + y'^2}{y''} . \tag{3.8}$$

Pentru cazul cand evolventa este data in forma polara in sistemul de coordonate x,y:

$$r = r(\varphi) \tag{3.9}$$

coordonatele evolutei vor fi:

$$\begin{aligned} X &= r \cdot \cos\varphi - (r \cdot \cos\varphi + r' \cdot \sin\varphi) \cdot \frac{r^2 + r'^2}{r^2 + 2 \cdot r'^2 - r \cdot r''} \\ Y &= r \cdot \sin\varphi - (r \cdot \sin\varphi - r' \cdot \cos\varphi) \cdot \frac{r^2 + r'^2}{r^2 + 2 \cdot r'^2 - r \cdot r''} \end{aligned} . \tag{3.10}$$

Dupa cum se observa din stadiul actual al sintezei, studiile realizate pentru mecanismele cu element flexibil generatoare de functii sunt relativ putine. Aceasta constituie si motivul pentru care numarul aplicatiilor acestuia este redus.

3.4.3 Metode grafo-analitice de analiza a mecanismelor cu element flexibil generatoare de functii

In [B1] R. Beyer prezinta o metoda grafo-analitica de analiza a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie generala. In Fig.3.6.a si b sunt prezentate doua variante de constructie a planului acceleratiilor pentru mecanismul prezentat in Fig.3.6.

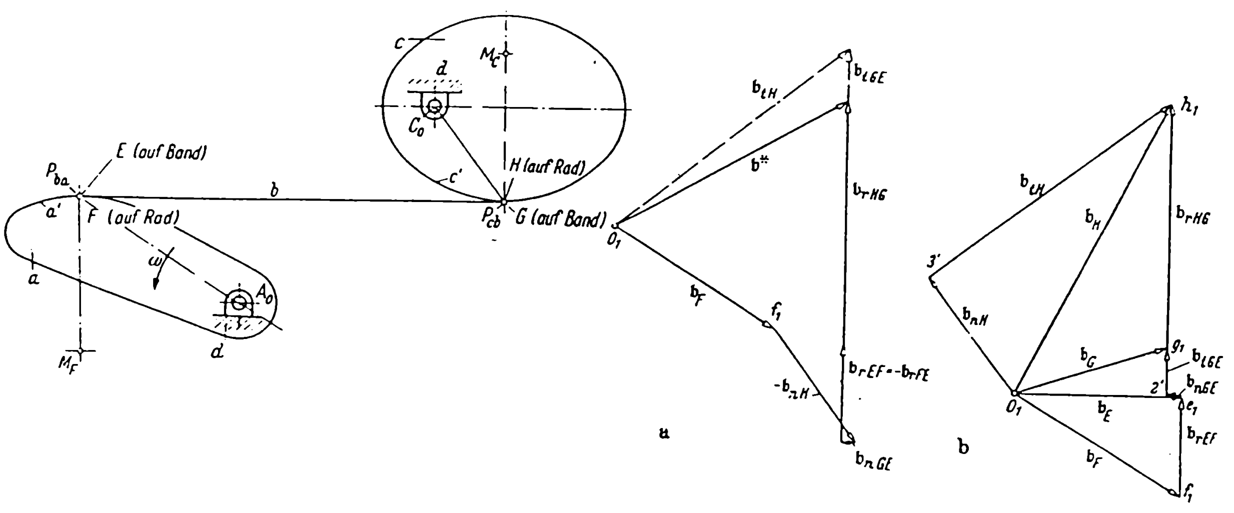


Fig.3.6 Analiza mecanismelor cu element flexibil utilizand planul acceleratiilor

Constructia planului acceleratiilor din Fig.3.6.b se bazeaza pe urmatoarele ecuatii vectoriale:

$$\begin{aligned} b_G &= b_E + b_{nGE} + b_{tGE}, \\ b_H &= b_{nH} + b_{tH}, \\ b_H &= b_G + b_{rHG}, \\ b_F &= b_E + b_{rFE}. \end{aligned} \tag{3.11}$$

La ecuatiile vectoriale (3.11) se vor mai adauga expresiile acceleratiilor relative:

$$\begin{aligned} b_{rHG} &= \omega_{cb}^2 \delta'_c = \omega_{cb}^2 \cdot \overline{HM_C} \\ b_{rFE} &= \omega_{ab}^2 \delta'_a = \omega_{ab}^2 \cdot \overline{FM_F} \end{aligned} . \tag{3.12}$$

Relatiile vectoriale din (3.11) pot fi scrise si sub forma:

$$b^* = b_F - b_{nH} + b_{nGE} - b_{rFE} + b_{rHG} = b_{tH} - b_{tGE}, \tag{3.13}$$

pentru care poligonul acceleratiilor este reprezentat in Fig.3.6.a

O alta metoda grafo-analitica este prezentata in [P12] (denumita metoda vectoriala). Aceasta metoda se bazeaza pe scrierea ecuatiilor Euler-Savary pentru mecanismul patrulater articulat instantaneu izocinetic sau pentru mecanismul cu cama (evolventa este considerata o "cama fictiva") izocinetic mecanismului patrulater cu element flexibil (Fig.3.7.a), din care se vor determina vitezele si acceleratiile unghiulare ale elementului condus in functie de parametri

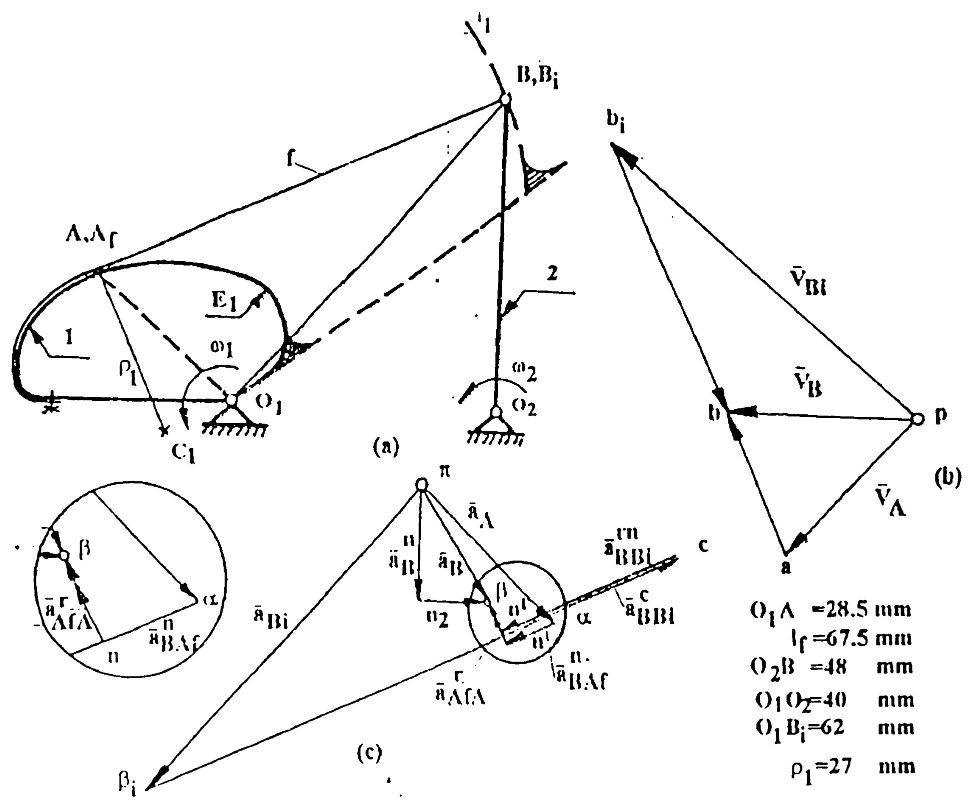


Fig.3.7 Analiza mecanismelor cu element flexibil pe cale vectoriala

cinematici ai elementului conducator.

Ecuatiile vectoriale utilizate la construirea poligonului vitezelor (v. Fig.3.7.b) in cazul considerarii mecanismului patrulater articulat instantaneu izocinetic mecanismului cu element flexibil sunt:

$$\begin{aligned}
&\overline{v_A} = \overline{\omega_1} \times \overline{O_1A},\\
&\overline{v_B} = \overline{v_{Af}} + \overline{\omega_f} \times \overline{A_fB},\\
&\overline{v_B} = \overline{\omega_2} \times \overline{O_2B},
\end{aligned} \tag{3.14}$$

unde $\overline{v_{Af}} = \overline{v_A}$ fiindca $A \equiv A_f$ este centrul instantaneu de rotatie 1/f.

Ecuatiile vectoriale utilizate la construirea poligonului acceleratiilor (v. Fig.3.7.c), tinand cont de (3.14) sunt:

$$\begin{aligned}
&\overline{a_A} = -\omega_1^2 \cdot \overline{O_1A} + \overline{\varepsilon_1} \times \overline{O_1A},\\
&\overline{a_{Af}} = \overline{a_A} + \overline{a^r_{AfA}},\\
&\overline{a_B} = \overline{a_{Af}} - \omega_f^2 \overline{A_fB} + \overline{\varepsilon_f} \times \overline{A_fB},\\
&\overline{a_B} = -\omega_2^2 \cdot \overline{O_2B} + \overline{\varepsilon_2} \times \overline{O_2B}.
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Acceleratia relativa dintre firul flexibil si roata necirculara (motoare) se va determina cu relatia:

$$a^{r}_{AfA} = u \cdot \omega_{f1} = (\omega_f - \omega_1)^2 \frac{\rho_1}{2}, \tag{3.16}$$

in care ρ_1 este raza de curbura a elementului profilat in punctul A (conform Fig.3.7).

Acceleratia unghiulara a elementului condus urmeaza mai apoi sa se determine cu relatia:

$$\varepsilon_2 = \frac{a^t_B}{O_2B}. \tag{3.17}$$

Ecuatiile vectoriale utilizate la construirea poligonului vitezelor (Fig.3.7.b) in cazul considerarii "camei fictive" izocinetice mecanismului patrulater cu element flexibil sunt:

$$\begin{aligned} \overline{v_{B_i}} &= \overline{\omega_1} \times \overline{O_1B_i}, \\ \overline{v_B} &= \overline{v_{B_i}} + \overline{v_{BB_i}}, \\ \overline{v_B} &= \overline{\omega_2} \times \overline{O_2B}. \end{aligned} \tag{3.18}$$

Ecuatiile acceleratiilor, tinand cont de (3.20) sunt:

$$\begin{aligned} \overline{a_{B_i}} &= -\omega_1^2 \cdot \overline{O_1B_i} + \overline{\varepsilon_1} \times \overline{O_1B_i}, \\ \overline{a_B} &= \overline{a_{B_i}} + \overline{a^c_{BB_i}} + \overline{a^{rn}_{BB_i}} + \overline{a^{rt}_{BB_i}}, \\ \overline{a_B} &= -\omega_2^2 \cdot \overline{O_2B} + \overline{\varepsilon_2} \times \overline{O_2B}. \end{aligned} \tag{3.19}$$

Metoda evidentiaza ca expresiile vectoriale ale vitezelor (3.14) si (3.18) si acceleratilor au o forma lineara.

3.4.4 Metode analitice de analiza a mecanismelor cu element flexibil generatoare de functii

O metoda analitica de analiza a mecanismelor cu element flexibil este prezentata in [W1]. Metoda se bazeaza pe rezolvarea sistemului de ecuatii nelineare obtinut prin scrierea conditiilor (3.1) cu (3.2) (conform Fig.3.5). Ca si parametru se va alege unghiul de rotire al elementului conducator φ. In aceeasi lucrare sunt prezentate conditiile de tip (3.1) pentru cazul mecanismului patrulater cu element flexibil de constructie simpla, precum si in cazurile particulare cand elementul profilat este un cerc montat excentric.

O alta metoda analitica de analiza este prezentata in [P12] si este denumita metoda geometrica. Metoda stabileste ca parametru o lungime constanta a firului infasurat sau desfasurat de pe un profil necircular dat (v. Fig.3.8). Prin alegerea acestei lungimi desfasurate sau infasurate Δs foarte mici, se poate considera arcul de curba Δs ca fiind egal cu coarda Δs. Astfel un punct $A_j(x_j, y_j)$ se va determina ca fiind la intersectia dintre curba E_1 si cercul de raza Δs cu centrul in A_{j-1}, din sistemul de ecuatii:

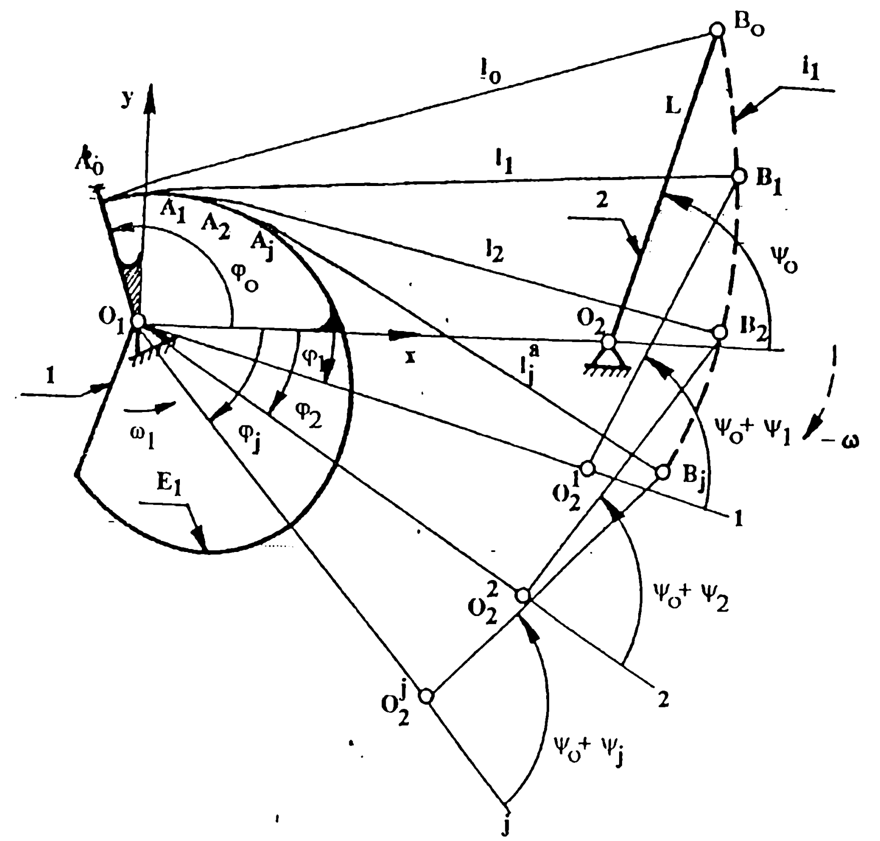


Fig.3.8 Analiza mecanismelor cu element flexibil pe cale geometrica

$$\begin{cases} E_1: & F(x,y)=0 \\ c_{j-1}: & (x-x_{j-1})^2+(y-y_{j-1})^2=\Delta s^2 \end{cases} \tag{3.20}$$

Prin considerarea miscarii inverse, conform Fig.3.8 se poate determina ecuatia tangentei in punctul $A_j(x_j, y_j)$ la profilul necircular E_1 cu relatia:

$$(y-y_j)\frac{\partial F}{\partial y}+(x-x_j)\frac{\partial F}{\partial x}=0. \tag{3.21}$$

Pe aceasta directie tangenta se va gasi punctul $B_j(x_{B_j}, y_{B_j})$ la distanta l_j fata de punctul anterior determinat $A_j(x_j, y_j)$. Analitic coordonatele acestui punct se determina ca fiind intersectia dintre tangenta (3.21) cu cercul:

$$(x-x_j)^2+(y-y_j)^2=(l_0-j\cdot\Delta s)^2, \tag{3.22}$$

unde l_0 lungimea initiala (de start) a elementului flexibil.

Punctul de articulatie al elementului condus in urma considerarii miscarii inverse $O_2^j(x_{2j}, y_{2j})$ se va determina la intersectia cercurilor:

$$\begin{cases} (x - x_{B_j})^2 + (y - y_{B_j})^2 = L^2 \\ x^2 + y^2 = a \end{cases} \tag{3.23}$$

Unghiurile corespondente ale elementului de intrare si iesire se vor determina din relatiile:

$$\begin{aligned} \varphi_j &= -\arctan \frac{y_{2j}}{x_{2j}} \\ \psi_j &= \arctan \frac{x_{B_j} y_{2j} - x_{2j} y_{B_j}}{x_{B_j} x_{2j} + y_{2j} y_{B_j} - a^2} - \psi_0 \end{aligned} \tag{3.24}$$

In lucrare sunt prezentate si relatiile de determinare a vitezei si acceleratiei unghiulare a elementului condus.

Cap.4. Sinteza dimensionala a mecanismelor patrulatere cu element flexibil

Mecanismele patrulatere cu element flexibil, in variantele structurale care contin elementul flexibil pe rol de biela sau de element fix (v. § 2.3.3), se pot utiliza in bune conditii ca mecanisme generatoare de functii datorita variatiei instantanee a lungimii unor elemente.

Sinteza dimensionala a mecanismelor patrulatere cu element flexibil generatoare de functii are ca scop determinarea univoca a dimensiunilor principale ale elementelor pentru a realiza o functiune de generat impusa. Marimile de intrare (date) in cazul sintezei dimensionale sunt: functia impusa de reprodus (1.1), structura mecanismului patrulater cu element flexibil dorita (v. Fig.2.6) si sensul de miscare dorit al elementului condus si conducator (motor) in raport cu pozitia initiala impusa (v. § 4.3.). Lungimile constante ale elementelor rigide in cazul structurilor de constructie simpla (v. § 2.3.3.) respectiv lungimea constanta a elementului rigid si geometria elementului profilat in cazul structurilor de constructie generala (v. § 2.3.3.) se aleg (sunt prescrise) si servesc ca parametri de optimizare a sintezei dimensionale (v. Fig.4.1).

Sinteza dimensionala se va realiza pe baza unui algoritm de calcul general (v. § 4.1. si §

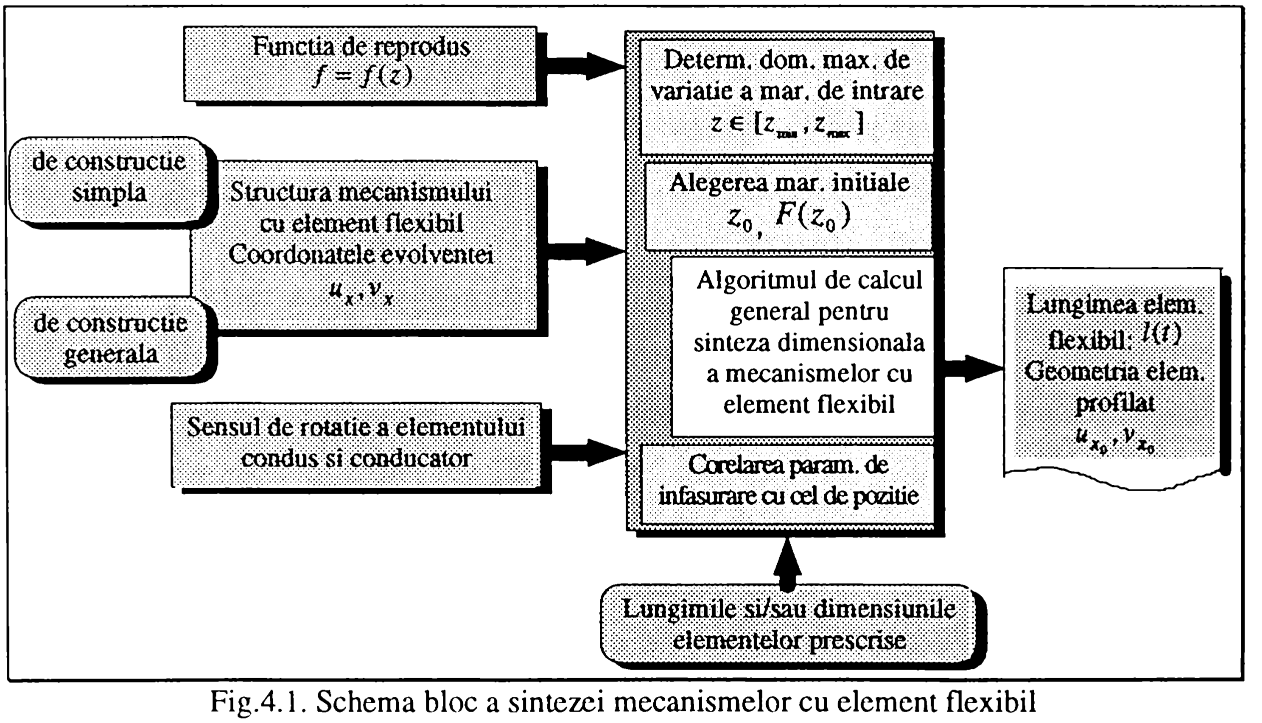


Fig.4.1. Schema bloc a sintezei mecanismelor cu element flexibil

4.6.), care nu depinde de structura mecanismului cu element flexibil, astfel incat functia de transmitere a structurii mecanismului cu element flexibil sa coencide cu functia de generat (impusa). Aceasta coencidenta are loc intr-un domeniu de variatie a marimii de intrare (al elementului motor), care se determina de asemenea maniera incat elementul profilat sa poata fi practic realizabil (v. § 4.2.).

Marimile de iesire sau rezultatele sintezei dimensionale sunt lungimea curenta a elementului flexibil si geometria elementului profilat de determinat.

In Fig.4.1. este prezentata o schema bloc generala pentru cazul sintezei dimensionale a mecanismelor cu element flexibil.

4.1 Algoritmul general al sintezei mecanismelor patrulatere cu element flexibil de constructie simpla

Conform celor precizate anterior in Fig.4.1, scopul sintezei dimensionale o reprezinta determinarea geometriei elementului profilat si a lungimii curente a elementului flexibil pentru realizarea unei functii de transmitere dorita. Pentru simplificarea algoritmului de calcul se vor alege doua sisteme de coordonate. Sistemul de coordonate x,y va fi considerat un sistem de coordonate fix (legat de elementul fix) si un sistem de coordonate mobil u,v solidar cu elementul profilat de determinat. Cupla inferioara de legatura cu elementul flexibil descrie in miscarea inversa o curba care reprezinta evolventa generalizata (e_v) a elementului profilat (care urmeaza a fi determinat) in sistemul de coordonate mobil u,v. Elementul flexibil va fi in totdeauna normal la evolventa si tangent la elementul profilat (elementul profilat va reprezenta evoluta (e)).

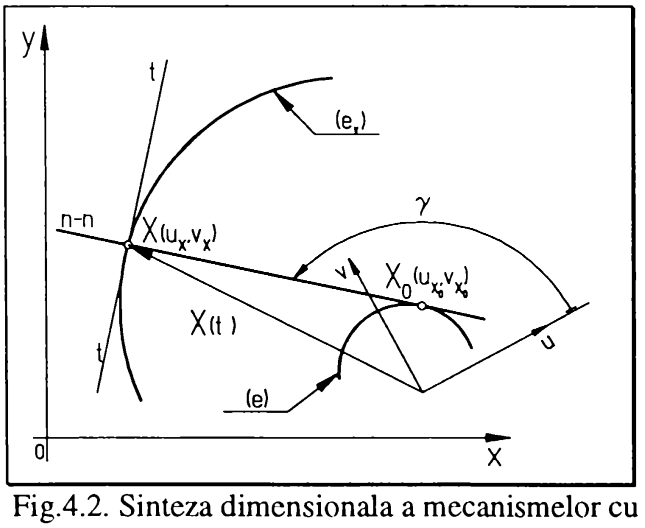


Fig.4.2. Sinteza dimensionala a mecanismelor cu element flexibil de constructie simpla

Prima problema de baza a sintezei dimensionale consta in determinarea evolutei (e) in sistemul de coordonate mobil u,v ca infasuratoarea unui fascicul de drepte normale la evolventa (e_v). Coordonatele evolventei $X(u_X, v_X)$ se vor determina in urma impunerii miscarii inverse (Fig. 4.2.).

Vectorul $X(t)$ care descrie evolventa (e_v) se poate scrie in numere complexe sub forma:

$$X(t)=u_X(t)+i\cdot v_X(t). \tag{4.1}$$

Panta normalei n-n intr-un punct oarecare X apartinand evolventei (e_v) este data dupa [L9] prin relatia:

$$e^{i\gamma}=-i\cdot\frac{X'(t)}{\sqrt{(X'(t),X'(t))}}. \tag{4.2}$$

Coordonatele evolutei (elementul profilat) se vor obtine din urmatorul sistem de ecuatii:

$$\begin{cases}[X_0-X(t),e^{i\gamma}]=0\\ [-X'(t),e^{i\gamma}]+[X_0-X(t),(e^{i\gamma})']=0\end{cases}, \tag{4.3}$$

in care

$$X_0=u_0+i\cdot v_0 \tag{4.4}$$

si u_0, v_0 sunt coordonatele evolutei (e).

Inlocuind (4.2) in (4.3) si transformand produsul extern in produs intern dupa regula numerelor complexe (v. Anexa) se va putea scrie sistemul de ecuatii (4.3) in urmatoarea forma:

$$\begin{cases}(X(t)-X_0,X'(t))=0\\ (X'(t),X'(t))+(X(t)-X_0,X''(t))=0\end{cases}. \tag{4.5}$$

Dupa inlocuirea relatiei (4.1) si (4.4) in sistemul de ecuatii (4.5) si calcularea produselor interne, sistemul de ecuatii (4.5) devine

$$\begin{cases}a_1(t)\cdot u_0+b_1(t)\cdot v_0-c_1(t)=0\\ a_2(t)\cdot u_0+b_2(t)\cdot v_0-c_2(t)=0\end{cases}, \tag{4.6}$$

unde coeficientii celor doua ecuatii (4.6) sunt:

$$\begin{aligned}&a_1(t)=u'_X(t),\\ &b_1(t)=v'_X(t),\\ &c_1(t)=u'_X(t)\cdot u_X(t)+v'_X(t)\cdot v_X(t),\\ &a_2(t)=u''_X(t),\\ &b_2(t)=v''_X(t),\\ &c_2(t)=u'^2_X(t)+u''_X(t)\cdot u_X(t)+v''_X(t)\cdot v_X(t)+v'^2_X(t).\end{aligned} \tag{4.7}$$

Coeficientii (4.7) depind de structura mecanismului cu element flexibil.

Prin rezolvarea sistemului de ecuatii lineare (4.6) se vor obtine coordonatele elementului profilat (evoluta (e)):

$$\begin{aligned}u_0&=\frac{b_1(t)\cdot c_2(t)-b_2(t)\cdot c_1(t)}{b_1(t)\cdot a_2(t)-b_2(t)\cdot a_1(t)},\\ v_0&=\frac{a_1(t)\cdot c_2(t)-a_2(t)\cdot c_1(t)}{a_1(t)\cdot b_2(t)-a_2(t)\cdot b_1(t)}.\end{aligned} \tag{4.8}$$

Cea de-a doua problema a sintezei dimensionale o reprezinta determinarea lungimii curente a elementului flexibil in acelasi sistem de coordonate mobil *u,v*. Lungimea curenta a elementului flexibil reprezinta tocmai raza de curbura a evolventei (e_v). Raza de curbura $l(t)$ de poate determina de indata cu relatia specifica:

$$l(t)=\frac{\left(X'(t),X'(t)\right)^{3/2}}{\left[X'(t),X''(t)\right]}=\frac{\left((u_X'^{\,2}(t)+v_X'^{\,2}(t))\right)^{3/2}}{u_X'(t)\cdot v_X''(t)-u_X''(t)\cdot v_X'(t)} \tag{4.9}$$

sau ca si corelatia geometrica dintre punctele $X(t)$ si X_0 cunoscute cu relatia:

$$l(t)=\sqrt{\left(X(t)-X_0,X(t)-X_0\right)}\ . \tag{4.10}$$

Lungimea totala (maxima) a elementului flexibil este data de suma dintre lungimea curenta (4.9) si lungimea infasurata a elementului flexibil.

4.2. Domeniul de variatie al parametrului pozitional al elementului conducator

Din considerente practice trebuie ca elementul profilat sa nu isi modifice convexitatea si sa nu aibe puncte duble. Aceasta inseamna ca raza de curbura a evolventei nu trebuie sa isi schimbe semnul in domeniul de variatie al parametrului pozitional al elementului conducator.

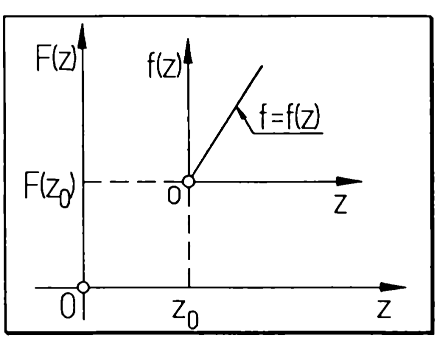


Fig.4.3. Functia de generat

Pentru o functie de generat (ca parametru pozitional al elementului de iesire-condus) (Fig.4.3)

$$f=f(z), \tag{4.11}$$

in care z este un parametru pozitional al elementului de intrare (conducator), se pot determina valorile extreme ale domeniului de variatie al acestuia $\left[z_{\min},z_{\max}\right]$ din relatia:

$$u_X'(z)\cdot v_X''(z)-u_X''(z)\cdot v_X'(z)=0\ , \tag{4.12}$$

unde $u_X'(z)$, $v_X'(z)$, $u_X''(z)$, $v_X''(z)$ sunt prima si respectiv a doua derivata a coordonatelor evolventei

$$\begin{aligned}u_X(z)&=\mathrm{Re}\{e_v(z,f(z))\}\\ v_X(z)&=\mathrm{Im}\{e_v(z,f(z))\},\end{aligned} \tag{4.13}$$

astfel incat in acest interval sa nu schimbe de semn raza de curbura a evolventei. Functia de generat conform datelor initiale va trebui sa coencida cu functia de transmitere in acest interval astfel determinat.

Pozitia initiala z_0 a elementului conducator poate fi aleasa in domeniul de variatia a parametrului pozitional al elementului conducator $z_0\in\left[z_{\min},z_{\max}\right]$, dar trebuie tinut cont ca si z_0+z sa apartina acestui domeniu. Pentru functii de generat monoton crescatoare care urmeaza sa acopere intregul domeniu se va alege pozitia initiala $z_0 = \min(z)$ iar pentru functii de generat monoton descrescatoare $z_0 = \max(z)$. Pozitia initiala a elementului condus $F(z_0)$ (v. Fig.4.3), care de fapt coencide cu pozitia initiala a sistemului de axe mobil, poate fi aleasa convenabil. Pentru a se realiza in continuare parametric univoc calculele in cadrul sintezei dimensionale, se va nota parametrul marimii de intrare

$$z = k \cdot t \quad , \qquad \text{cu:} \quad k = \max(z) - \min(z), \quad z \in [0, k], \quad \text{si} \quad t \in [0,1]. \tag{4.14}$$

Astfel, functia de generat va fi:

$$f = f(z) = f(k \cdot t). \tag{4.15}$$

4.3. Parametrii pozitionali ai elementului condus si conducator

Parametrii pozitionali ai elementului condus respectiv conducator descriu tipul si sensul miscarii elementului condus respectiv conducator in raport cu pozitia initiala a acestora. Semnul din fata parametrului pozitional va fi pozitiv, daca miscarea de rotatie sau de translatie are loc in sensul matematic pozitiv (trigonometric) in raport cu pozitia initiala.

Pentru a defini univoc sensul de miscare al elementului conducator se va defini un coeficient de sens al elementului conducator, dat prin relatia:

$$\zeta = \begin{cases} +1 \\ -1 \end{cases} \tag{4.16}$$

Daca sensul miscarii este in sensul matematic pozitiv in raport cu pozitia initiala coeficientul de sens al elementului conducator va fi $\zeta = +1$, in caz contrar va fi $\zeta = -1$.

Pentru a defini analog sensul de miscare al elementului condus se va defini un coeficient de sens al elementului condus, dat prin relatia:

$$\xi = \begin{cases} +1, \\ -1 \end{cases} \tag{4.17}$$

Daca sensul miscarii este in sensul matematic pozitiv in raport cu pozitia initiala coeficientul de sens al elementului condus va fi $\xi = +1$, in caz contrar va fi $\xi = -1$.

Excentricitatea in cazul mecanismelor de tip manivela-piston va fi deasemenea definita cu semn si notata in relatii cu ±.

4.4. Sinteza dimensionala a mecanismelor cu element flexibil de constructie simpla cu elementul flexibil ca biela

In cele ce urmeaza se va prezenta sinteza dimensionala pentru toate structurile mecanismelor cu element flexibil care contin elementul flexibil ca biela. Pentru acestea se vor determina coordonatele evolventei si apoi pe baza celor de mai sus se vor prezenta in forma explicita coordonatele evolutei (elementul profilat) si lungimea curenta a elementului flexibil.

Pentru simplificarea scrierii acestor forme explicite din cadrul sintezei dimensionale se vor utiliza urmatoarele notatii:

$$f'(t)=\frac{df(k\cdot t)}{d(k\cdot t)}\,, \qquad f''(t)=\frac{d^2f(k\cdot t)}{d(k\cdot t)^2}\,, \tag{4.18}$$

$$F(z_0)+\xi\cdot f(k\cdot t)=\alpha(t)\,, \qquad z_0+\zeta\cdot k\cdot t=\beta(t)\,, \tag{4.19}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \sin(F(z_0)+\xi\cdot f(k\cdot t))\rightarrow s_\alpha\,, & \cos(F(z_0)+\xi\cdot f(k\cdot t))\rightarrow c_\alpha\,, \\ \sin(z_0+\zeta\cdot k\cdot t)\rightarrow s_\beta\,, & \cos(z_0+\zeta\cdot k\cdot t)\rightarrow c_\beta\,. \end{array}\right\} \tag{4.20}$$

Notatiile (4.18), (4.19) si (4.20) sunt valabile pentru toate structurile care urmeaza a fi sintetizate.

4.4.1. Sinteza dimensionala a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a)

Structura RRIR(a) a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla contine elementul flexibil ca biela. Manivela (A_0A) se va considera elementul conducator (v. Fig.4.4).

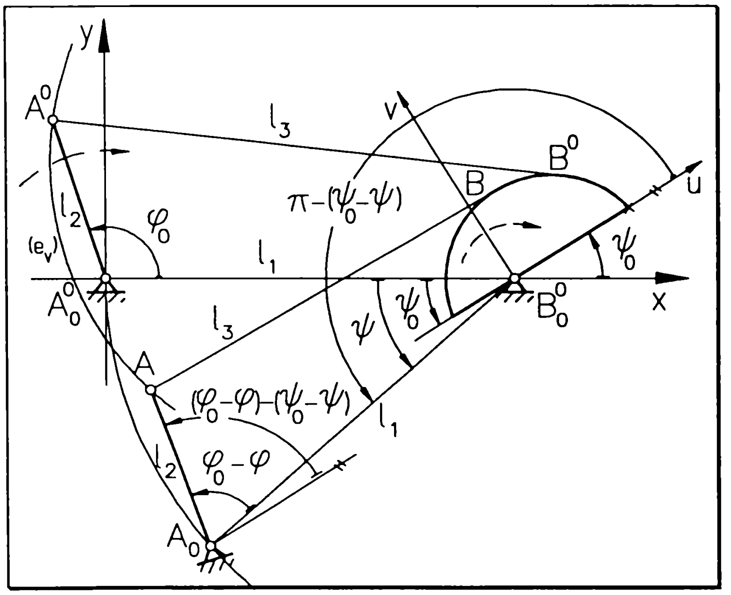


Fig.4.4 Mecanismul patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a)

Functia de generat (marimea de iesire) a mecanismului patrulater articulat de constructie simpla RRIR(a) va fi:

$$f(k\cdot t)=\psi(\varphi)\,. \tag{4.21}$$

Parametrul pozitional al elementului conducator (de intrare) este definit ca fiind:

$$\varphi=k\cdot t\,, \tag{4.22}$$

cu: $$k=\varphi_{max}-\varphi_{min}\,[\mathrm{rad}], \tag{4.23}$$

si $$t\in[0{,}1]\,. \tag{4.24}$$

Vectorul $X(t)$, care descrie evolventa (e_v) (v. Fig.4.2), va fi dat in raport cu sistemul de coordonate mobil u,v, in scrierea cu numere complexe pentru o functie de generat (4.21), prin relatia:

$$X(t)=l_1\cdot e^{i[\pi-(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))]}+l_2\cdot e^{i[(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)-(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))]}\,, \tag{4.25}$$

sau:

$$X(t)=-l_1\cdot e^{-i(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))}+l_2\cdot e^{i[(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)-(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))]}\,. \tag{4.25'}$$

Marimile care intervin in relatia (4.25) reprezinta:

$\varphi_0 = z_0$ -unghiul initial al elementului conducator,

$\psi_0 = F(z_0)$ - unghiul initial al elementului condus,

l_1 - lungimea elementului fix,

l_2 - lungimea manivelei.

Pentru vectorul $X(t)$, care descrie evolventa (4.25), se va separa partea imaginara de partea reala si se vor obtine componentele acestuia sub forma:

$$\begin{aligned} u_X(t) &= -l_1 \cdot \cos[\psi_0 + \xi \cdot f(k \cdot t)] + l_2 \cdot \cos[(\varphi_0 + \zeta \cdot k \cdot t) - (\psi_0 + \xi \cdot f(k \cdot t))] \\ v_X(t) &= l_1 \cdot \sin[\psi_0 + \xi \cdot f(k \cdot t)] + l_2 \cdot \sin[(\varphi_0 + \zeta \cdot k \cdot t) - (\psi_0 + \xi \cdot f(k \cdot t))] \end{aligned} . \tag{4.26}$$

Coordonatele evolutei (elementul profilat) (v. (4.8)) sunt

$$\begin{aligned} u_0 &= \zeta l_1 l_2 \frac{-\xi f'(t)p(t)c_\beta\left(l_1 c_\alpha + l_2 c_{\beta-\alpha}\right) - \left(l_1 f'(t)^2 c_{\beta-\alpha} + l_2 p(t)^2 c_\alpha\right) + \xi f''(t)s_\beta\left(l_1 c_\alpha - l_2 c_{\beta-\alpha}\right)}{l_2^2 p(t)^3 - l_1 l_2\left(\zeta\xi f''(t)s_\beta - f'(t)p(t)r_1(t)c_\beta\right) - \xi l_1^2 f'(t)^3} \\ v_0 &= \zeta l_1 l_2 \frac{\xi f'(t)p(t)c_\beta\left(l_1 s_\alpha - l_2 s_{\beta-\alpha}\right) - \left(l_1 f'(t)^2 s_{\beta-\alpha} - l_2 p(t)^2 s_\alpha\right) - \xi f''(t)s_\beta\left(l_1 s_\alpha + l_2 s_{\beta-\alpha}\right)}{l_2^2 p(t)^3 - l_1 l_2\left(\zeta\xi f''(t)s_\beta - f'(t)p(t)r_1(t)c_\beta\right) - \xi l_1^2 f'(t)^3} \end{aligned} , \tag{4.27}$$

si lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.9) este

$$l_3 = l(t) = \frac{\left(l_1^2 f'(t)^2 + 2\xi l_1 l_2 f'(t)p(t)c_\beta + l_2^2 p(t)^2\right)^{3/2}}{l_2^2 p(t)^3 - l_1 l_2\left(\zeta\xi f''(t)s_\beta - f'(t)p(t)r_1(t)c_\beta\right) - \xi l_1^2 f'(t)^3} . \tag{4.28}$$

In relatiile (4.27) si (4.28) s-au mai facut urmatoarele notatii:

$$r_1(t) = \zeta \cdot \xi - 2 \cdot f'(t) , \tag{4.29}$$

$$p(t) = \zeta - \xi \cdot f'(t) . \tag{4.30}$$

Lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.28) nu depinde de pozitia initiala a elementului condus pentru o functie data.

Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator φ_{min} si φ_{max} in cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a) se vor determina din ecuatia:

$$l_2^2 p(t)^3 - l_1 l_2\left(\zeta\xi f''(t)s_\beta - f'(t)p(t)r_1(t)c_\beta\right) - \xi l_1^2 f'(t)^3 = 0 . \tag{4.31}$$

4.4.2. Sinteza dimensionala a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RIRR(a)

Structura RIRR(a) a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla contine elementul flexibil ca biela, dar in acest caz elementul profilat va fi considerat elementul conducator (v. Fig.4.5).

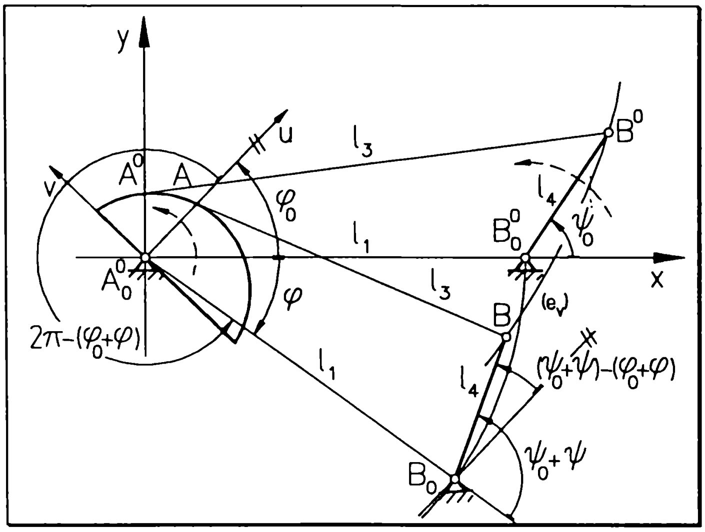


Fig.4.5 Mecanismul patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RIRR(a)

Functia de generat (marimea de iesire) si parametrul pozitional al elementului conducator (elementul de intrare) al mecanismului patrulater articulat de constructie simpla RIRR(a) va fi descrisa de relatiile (4.21) respectiv (4.22)... (4.24) (v.§ 4.4.1).

Vectorul $X(t)$, care descrie pozitia cuplei cinematice B in cazul considerarii miscarii inverse, va fi dat in raport cu sistemul de coordonate mobil u,v, pentru o functie de generat (4.21), prin relatia:

$$X(t) = l_1 \cdot e^{i[2\pi-(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)]} + l_4 \cdot e^{i[(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))-(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)]}, \tag{4.32}$$

sau:

$$X(t) = l_1 \cdot e^{-i(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)} + l_4 \cdot e^{i[(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))-(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)]}. \tag{4.32'}$$

Unde marimile φ_0, ψ_0 si l_1 au aceeasi semnificatie ca in § 4.4.1 respectiv

l_4 - lungimea elementului condus

Dupa separarea partii reale si a celei imaginare a vectorului $X(t)$, care descrie evolventa (4.32), se vor obtine coordonatele acestuia sub forma:

$$\begin{aligned} u_X(t) &= l_1 \cdot \cos[\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t] + l_4 \cdot \cos[(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))-(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)] \\ v_X(t) &= -l_1 \cdot \sin[\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t] + l_4 \cdot \sin[(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))-(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)] \end{aligned} \tag{4.33}$$

Coordonatele evolutei (elementul profilat) (v. (4.8)) sunt

$$\begin{aligned} u_0 &= \xi l_1 l_4 \frac{-\zeta f'(t)p(t)c_\alpha\left(l_1c_\beta - l_4c_{\alpha-\beta}\right) - f'(t)\left(l_1c_{\alpha-\beta} - l_4p(t)^2c_\beta\right) - \zeta f''(t)s_\alpha\left(l_1c_\beta + l_4c_{\alpha-\beta}\right)}{-\zeta l_1^2 - l_1l_4\left(\zeta\xi f''(t)s_\alpha + p(t)r_2(t)c_\alpha\right) + l_4^2p(t)^3} \\ v_0 &= \xi l_1 l_4 \frac{+\zeta f'(t)p(t)c_\alpha\left(l_1s_\beta + l_4s_{\alpha-\beta}\right) - f'(t)\left(l_1s_{\alpha-\beta} + l_4p(t)^2s_\beta\right) + \zeta f''(t)s_\alpha\left(l_1s_\beta - l_4s_{\alpha-\beta}\right)}{-\zeta l_1^2 - l_1l_4\left(\zeta\xi f''(t)s_\alpha + p(t)r_2(t)c_\alpha\right) + l_4^2p(t)^3} \end{aligned}, \tag{4.34}$$

si lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.9) este

$$l_3 = l(t) = \frac{\left(l_1^2 + 2\zeta\, l_1l_4p(t)c_\alpha + l_4^{\,2}p(t)^2\right)^{3/2}}{-\zeta\, l_1^2 - l_1l_4\left(\zeta\xi\ f''(t)s_\alpha + p(t)r_2(t)c_\alpha\right) + l_4^2p(t)^3}. \tag{4.35}$$

In relatiile (4.34) si (4.35) s-a mai utilizat urmatoarea notatie

$$r_2(t) = \zeta\cdot\xi\cdot f'(t) - 2. \tag{4.36}$$

Lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.35) nu depinde de pozitia initiala a elementului conducator pentru o functie data. Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator φ_{min} si φ_{max} in cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RIRR(a) se vor determina din ecuatia:

$$-\zeta l_1^2 - l_1 l_4\left(\zeta\xi\ f''(t)s_\alpha + p(t)r_2(t)c_\alpha\right) + l_4^2 p(t)^3 = 0 \tag{4.37}$$

4.4.3. Sinteza dimensionala a mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RRIT(a)

Structura RRIT(a) a mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla contine elementul flexibil ca biela. Manivela (A_0A) se va considera elementul conducator (v. Fig.4.6).

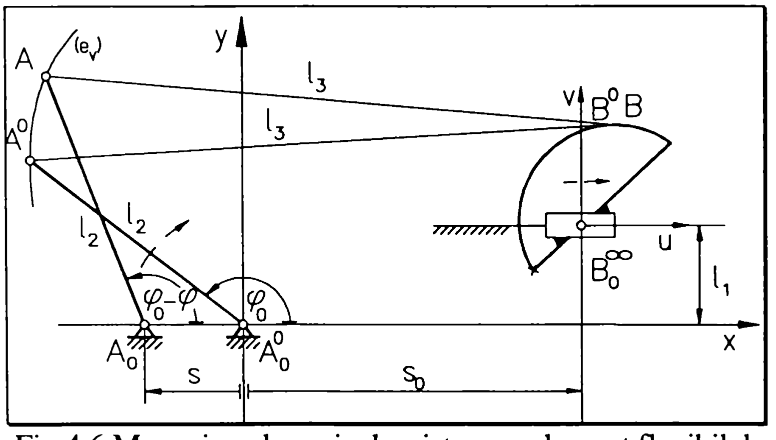


Fig.4.6 Mecanismul manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RRIT(a)

Functia de generat (marimea de iesire) a mecanismului manivela-piston de constructie simpla RRIT(a) va fi:

$$f(k\cdot t) = s(\varphi)\,. \tag{4.38}$$

Parametrul pozitional al elementului conducator (elementul de intrare) al mecanismului manivela-piston de constructie simpla RRIT(a) va fi descrisa de relatiile (4.22)... (4.24) (v.§ 4.4.1).

Vectorul $X(t)$ va fi dat in raport cu sistemul de coordonate mobil $u,v,$ in scrierea cu numere complexe pentru o functie de generat (4.38), prin relatia:

$$X(t) = l_1\cdot e^{\pm i\cdot\frac{\pi}{2}} + (s_0 + \xi\, f(k\cdot t))\cdot e^{i\cdot\pi} + l_2\cdot e^{i\cdot(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)}\,, \tag{4.39}$$

sau:

$$X(t) = -(s_0 + \xi\cdot f(k\cdot t)) \pm i\cdot l_1 + l_2\cdot e^{i\cdot(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)}\,. \tag{4.39'}$$

In care marimea φ_0 are aceeasi semnificatie din § 4.4.1 iar celelalte marimi reprezinta:

$s_0 = F(z_0)$ - pozitia initiala a elementului condus,

l_2 - lungimea manivelei,

l_1 - excentricitatea directiei de translatie.

Din ecuatia evolventei $X(t)$ (4.39) se obtin prin separarea partii reale si a partii imaginare componentele acesteia in forma (4.1):

$$\begin{aligned} u_X(t) &= -(s_0 + \xi\cdot f(k\cdot t)) + l_2\cdot\cos[\varphi_0 + \zeta\cdot k\cdot t] \\ v_X(t) &= \pm l_1 + l_2\cdot\sin[\varphi_0 + \zeta\cdot k\cdot t] \end{aligned} \tag{4.40}$$

Coordonatele evolutei (elementul profilat) (v. (4.8)) vor fi

$$u_0 = \frac{-\xi f'(t) s_\beta \left(\alpha(t) + l_2 c_\beta\right) - \zeta \left(l_2 \alpha(t) + f'(t)^2 c_\beta\right) - \zeta\xi f''(t) c_\beta \left(\alpha(t) - l_2 c_\beta\right)}{\zeta l_2 + \zeta\xi f''(t) c_\beta + \xi f'(t) s_\beta}$$
$$v_0 = \frac{\xi l_2 f'(t) s_\beta \left(\pm l_1 - l_2 s_\beta\right) + \zeta l_2 \left(\pm l_1 l_2 - 3 f'(t)^2 s_\beta\right) + \zeta\xi l_2 f''(t) c_\beta \left(\pm l_1 + l_2 s_\beta\right) - \xi f'(t)\left(f'(t)^2 + l_2^2\right)}{\zeta l_2^2 + \zeta\xi l_2 f''(t) c_\beta + \xi l_2 f'(t) s_\beta}, \qquad (4.41)$$

si lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.9) este

$$l_3 = l(t) = \frac{\left(l_2^2 + 2\xi\zeta\, l_2 f'(t) s_\beta + f'(t)^2\right)^{3/2}}{\zeta\, l_2^2 + \zeta\xi\, l_2 f''(t) c_\beta + \xi l_2 f'(t) s_\beta}\ . \qquad (4.42)$$

Lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.42) nu depinde de pozitia initiala a elementului condus la aceeasi functie generata.

Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator φ_{min} si φ_{max} in cazul mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RRIT(a) se vor determina din ecuatia:

$$\zeta\, l_2 + \zeta\xi\ f''(t) c_\beta + \xi\ f'(t) s_\beta = 0\ . \qquad (4.43)$$

4.4.4. Sinteza dimensionala a mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TIRR(a)

Structura TIRR(a) a mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla contine elementul flexibil ca biela iar elementul profilat solidar cu pistonul va fi considerat element conducator (v. Fig.4.7).

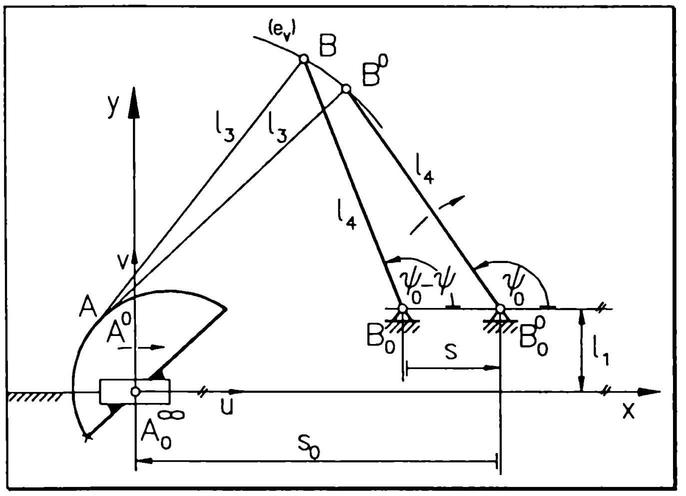


Fig.4.7 Mecanismul piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TIRR(a)

Functia de generat (marimea de iesire) a mecanismului piston-balansier de constructie simpla TIRR(a) va fi:

$$f(k \cdot t) = \psi(s)\ , \qquad (4.44)$$

iar parametrul pozitional al elementului conducator (elementul de intrare) este:

$$s = k \cdot t\ , \qquad (4.45)$$

unde: $k = s_{max} - s_{min}$ [mm], (4.46)

cu $t \in [0,1]$. (4.24)

Vectorul $X(t)$, care descrie evolventa (e_v), va fi dat in raport cu sistemul de coordonate mobil u,v in scrierea cu numere complexe pentru o functie de generat (4.44) prin relatia:

$$X(t) = (s_0 + \zeta \cdot k \cdot t) \cdot e^{i \cdot 0} + l_1 \cdot e^{\pm i \cdot \frac{\pi}{2}} + l_4 \cdot e^{i \cdot (\psi_0 + \xi \cdot f(k \cdot t))}\ , \qquad (4.47)$$

sau:

$$X(t) = (s_0 + \zeta \cdot k \cdot t) \pm i \cdot l_1 \cdot + l_4 \cdot e^{i(\psi_0 + \xi \cdot f(k \cdot t))} \tag{4.47'}$$

Marimile care intervin in relatia (4.47) reprezinta:

$s_0 = z_0$ - pozitia initiala a elementului conducator,

$\psi_0 = F(z_0)$ - unghiul initial al elementului condus,

l_1 - excentricitatea directiei de translatie,

l_4 - lungimea elementului condus.

Ecuatia evolventei $X(t)$ (4.47) transcrisa in forma (4.1) este:

$$\begin{aligned} u_X(t) &= (s_0 + \zeta \cdot k \cdot t) + l_4 \cdot \cos[\psi_0 + \xi \cdot f(k \cdot t)] \\ v_X(t) &= \pm l_1 + l_4 \cdot \sin[\psi_0 + \xi \cdot f(k \cdot t)] \end{aligned}, \tag{4.48}$$

unde $u_X(t)$ si $v_X(t)$ reprezinta componentele reala si imaginara a acestuia.

Coordonatele elementului profilat sunt

$$\begin{aligned} u_0 &= \frac{-\zeta f'(t)^2 s_\alpha(\beta(t) - l_4 c_\alpha) + \xi f'(t)(l_4 \beta(t) f'(t)^2 - c_\alpha) + \zeta\xi f''(t) c_\alpha(\beta(t) + l_4 c_\alpha)}{\xi l_4 f'(t)^3 + \zeta\xi f''(t) c_\alpha - \zeta f'(t)^2 s_\alpha} \\ v_0 &= \frac{-\zeta l_4 f'(t)^2 s_\alpha(\pm l_1 - l_4 s_\alpha) + \xi l_4 f'(t)(\pm l_1 l_4 f'(t)^2 - 3 s_\alpha) + \zeta\xi l_4 f''(t) c_\alpha(\pm l_1 + l_4 s_\alpha) + \zeta(1 + l_4^2 f'(t)^2)}{\xi l_4^2 f'(t)^3 + \zeta\xi l_4 f''(t) c_\alpha - \zeta l_4 f'(t)^2 s_\alpha} \end{aligned}, \tag{4.49}$$

si lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.9) este

$$l_3 = l(t) = \frac{(1 + l_4^2 f'(t)^2 - 2\zeta\xi l_4 f'(t) s_\alpha)^{\frac{3}{2}}}{\xi l_4^2 f'(t)^3 + \zeta\xi l_4 f''(t) c_\alpha - \zeta l_4 f'(t)^2 s_\alpha}. \tag{4.50}$$

Lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.50) nu depinde de pozitia initiala a elementului conducator la o functie de generat data.

Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator s_{min} si s_{max} in cazul mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TIRR(a) se vor determina din ecuatia:

$$\xi l_4 f'(t)^3 + \zeta\xi f''(t) c_\alpha - \zeta f'(t)^2 s_\alpha = 0 \tag{4.51}$$

4.4.5. Sinteza dimensionala a mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RIRT(a)

Structura RIRT(a) a mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla contine elementul flexibil ca biela iar elementul profilat va fi considerat element conducator (v. Fig.4.8).

Functia de generat (marimea de iesire) si parametrul pozitional al elementului conducator (elementul de intrare) a mecanismului manivela-piston de constructie simpla RIRT(a) va fi

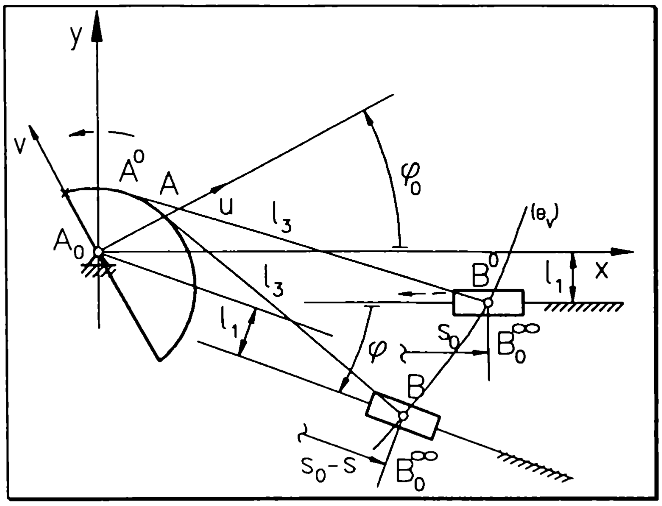


Fig.4.8 Mecanismul manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RIRT(a)

descrisa de relatiile (4.38) respectiv (4.22)... (4.24) (v.§ 4.4.3 resp. .§ 4.4.1).

Vectorul $X(t)$, care descrie evolventa (e_v) (v. Fig.4.2), va fi dat in raport cu sistemul de coordonate mobil u,v, in scrierea cu numere complexe pentru o functie de generat (4.38), prin relatia:

$$X(t)=[l_1\cdot e^{\pm i\cdot\frac{\pi}{2}}+ (s_0+\xi\cdot f(k\cdot t))]\cdot e^{-i(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)} \quad ,(4.52)$$

sau:

$$X(t)=\left[(s_0+\xi\cdot f(k\cdot t))\pm i\cdot l_1\right]\cdot e^{-i(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)}\,. \qquad (4.52')$$

Unde marimile φ_0, s_0, l_1 au aceeasi semnificatie ca in § 4.4.3.

Dupa separarea partii imaginare de partea reala a ecuatiei evolventei $X(t)$ (4.52) rezulta:

$$\begin{aligned} u_X(t)&=(s_0+\xi\cdot f(k\cdot t))\cdot\cos(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)\pm l_1\cdot\sin(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)\\ v_X(t)&=-(s_0+\xi\cdot f(k\cdot t))\cdot\sin(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)\pm l_1\cdot\cos(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)\end{aligned} \qquad (4.53).$$

ca si coordonatele acesteia in forma (4.1).

Coordonatele evolutei (elementul profilat) (v. (4.8)) sunt

$$\begin{aligned} u_0&=\frac{\zeta f'(t)^2\left(\pm l_1 s_\beta-\alpha(t)c_\beta\right)-\xi f'(t)\left(\pm l_1\alpha(t)c_\beta-\left(f'(t)^2+\alpha(t)^2\right)s_\beta\right)+\zeta\xi f''(t)\alpha(t)\left(\pm l_1 s_\beta+\alpha(t)c_\beta\right)}{-\zeta l_1^2\mp 3\cdot\xi l_1 f'(t)-2\zeta f'(t)^2+\zeta\xi f''(t)\alpha(t)-\zeta\alpha(t)^2}\\ v_0&=\frac{\zeta f'(t)^2\left(\pm l_1 c_\beta+\alpha(t)s_\beta\right)+\xi f'(t)\left(\pm l_1\alpha(t)s_\beta+\left(f'(t)^2+\alpha(t)^2\right)c_\beta\right)+\zeta\xi f''(t)\alpha(t)\left(\pm l_1 c_\beta-\alpha(t)s_\beta\right)}{-\zeta l_1^2\mp 3\cdot\xi l_1 f'(t)-2\zeta f'(t)^2+\zeta\xi f''(t)\alpha(t)-\zeta\alpha(t)^2}\end{aligned}, \quad (4.54)$$

si lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.9) este

$$l_3=l(t)=\frac{\left(l_1^2+f'(t)^2+\alpha(t)^2\mp 2\cdot\zeta\xi l_1 f'(t)\right)^{\frac{3}{2}}}{-\zeta l_1^2\mp 3\cdot\xi l_1 f'(t)-2\zeta f'(t)^2+\zeta\xi f''(t)\alpha(t)-\zeta\alpha(t)^2}\;. \qquad (4.55)$$

Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator φ_{min} si φ_{max} in cazul mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RIRT(a) se determina din ecuatia:

$$-\zeta l_1^2\mp 3\cdot\xi l_1 f'(t)-2\zeta f'(t)^2+\zeta\xi f''(t)\alpha(t)-\zeta\alpha(t)^2=0 \qquad (4.56)$$

4.4.6. Sinteza dimensionala a mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TRIR(a)

Structura TRIR(a) a mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla contine elementul flexibil ca biela iar in acest caz elementul in translatie va fi considerat

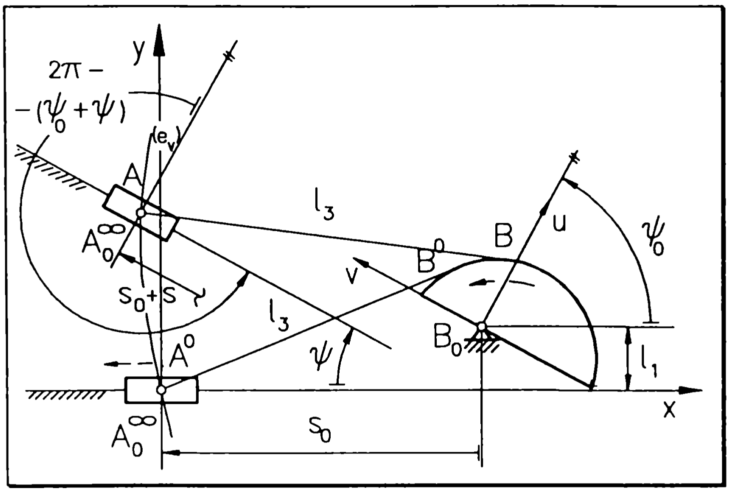


Fig.4.9 Mecanismul piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TRIR(a)

element conducator (v. Fig.4.9).

Functia de generat (marimea de iesire) si parametrul pozitional al elementului conducator (marimea de intrare) a mecanismului piston-balansier de constructie simpla TRIR(a) vor fi date de relatiile (4.44) respectiv (4.45) si (4.46) (v.§ 4.4.4).

Vectorul $X(t)$, care descrie pozitia cuplei cinematice A in cazul considerarii miscarii inverse, va fi dat, in raport cu sistemul de coordonate mobil u,v pentru o functie de generat (4.44), prin relatia:

$$X(t)=\left((s_0+\zeta\cdot k\cdot t)\cdot e^{-i\pi}+l_1\cdot e^{\pm i\frac{\pi}{2}}\right)\cdot e^{-i(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))} \quad , \tag{4.57}$$

sau:

$$X(t)=\left[\pm i\cdot l_1-(s_0+\zeta\cdot k\cdot t)\right]\cdot e^{-i(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))} \ . \tag{4.57'}$$

Unde marimile ψ_0, s_0, l_1 au aceeasi semnificatie ca in § 4.4.4.

Componentele vectorului $X(t)$ (4.57) se vor obtine dupa separarea partilor imaginare si reale in forma (4.1). Acestea sunt

$$\begin{aligned}u_X(t)&=\pm l_1\cdot\sin[\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t)]-(s_0+\zeta\cdot k\cdot t)\cdot\cos[\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t)]\\ v_X(t)&=\pm l_1\cdot\cos[\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t)]+(s_0+\zeta\cdot k\cdot t)\cdot\sin[\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t)]\end{aligned} \ . \tag{3.58}$$

Coordonatele elementului profilat (v. (4.8)) vor fi

$$\begin{aligned}u_0&=\frac{-\zeta\beta(t)f'(t)^2(\pm l_1c_\alpha+\beta(t)s_\alpha)+\xi f'(t)(\pm l_1s_\alpha+\beta(t)c_\alpha)-\zeta\xi f''(t)\beta(t)(\pm l_1s_\alpha-\beta(t)c_\alpha)-\zeta s_\alpha}{\pm3\cdot\zeta l_1f'(t)^2-2\xi f'(t)-\zeta\xi f''(t)\beta(t)-\xi f'(t)^3(l_1^2+\beta(t)^2)}\\ v_0&=\frac{\zeta\beta(t)f'(t)^2(\pm l_1s_\alpha-\beta(t)c_\alpha)+\xi f'(t)(\pm l_1c_\alpha-\beta(t)s_\alpha)-\zeta\xi f''(t)\beta(t)(\pm l_1c_\alpha+\beta(t)s_\alpha)-\zeta c_\alpha}{\pm3\cdot\zeta l_1f'(t)^2-2\xi f'(t)-\zeta\xi f''(t)\beta(t)-\xi f'(t)^3(l_1^2+\beta(t)^2)}\end{aligned} \ , \tag{4.59}$$

iar lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.9) este

$$l_3=l(t)=\frac{\left((\pm\xi\, l_1 f'(t)+\zeta)^2+\beta(t)^2f'(t)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\pm3\cdot\zeta\, l_1f'(t)^2-2\xi\, f'(t)-\zeta\xi\, f''(t)\beta(t)-\xi\, f'(t)^3(l_1^2+\beta(t)^2)} \ . \tag{4.60}$$

Lungimea elementului flexibil (v. 4.60) nu depinde de pozitia initiala a elementului condus pentru o functie data. Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator $s_{\min}$ si $s_{\max}$ in cazul mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla TRIR(a) se vor determina din ecuatia:

$$\pm 3\cdot\zeta\, l_1 f'(t)^2-2\xi\, f'(t)-\zeta\xi\; f''(t)\beta\,(t)-\xi\, f'(t)^3\left(l_1^2+\beta\,(t)^2\right)=0\ . \tag{4.61}$$

4.4.7. Sinteza dimensionala a mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TIRT(a)

Structura TIRT(a) a mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie simpla contine elementul flexibil ca biela si cupla de translatie avand elementul profilat solidar cu ea ca element conducator (v. Fig.4.10).

Functia de generat (marimea de iesire) a mecanismului dublu piston de constructie simpla TIRT(a) va fi:

$$f(k\cdot t)=s(s_a)\ , \tag{4.62}$$

iar parametrul pozitional al elementului conducator (elementul de intrare) este:

$$s_a=k\cdot t\ , \tag{4.63}$$

cu: $k=s_{a\,\max}-s_{a\,\min}$ [m], (4.64)

Vectorul $X(t)$, care descrie evolventa (e_v) (v. Fig.4.2), va fi dat in raport cu sistemul de coordonate mobil u,v, in scrierea cu numere complexe pentru o functie de generat (4.62), prin relatia:

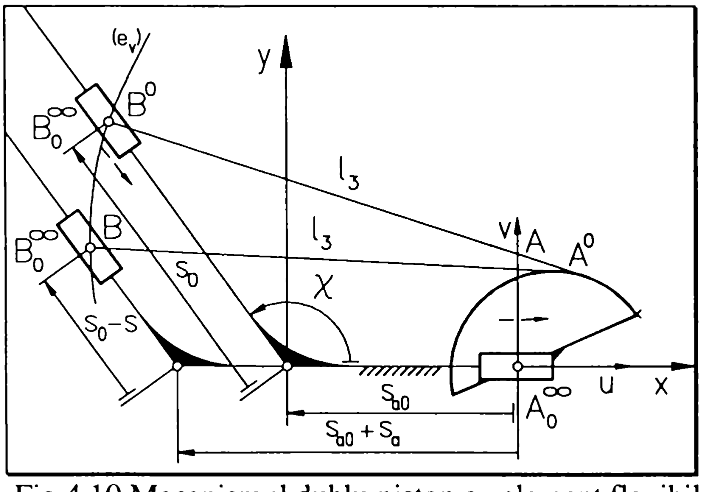


Fig.4.10 Mecanismul dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TIRT(a)

$$X(t)=\left(s_{a_0}+\zeta\cdot k\cdot t\right)\cdot e^{i\pi}+\left(s_0+\xi\cdot f(k\cdot t)\right)\cdot e^{i\chi}\ , \tag{4.65}$$

sau:

$$X(t)=-\left(s_{a_0}+\zeta\cdot k\cdot t\right)+\left(s_0+\xi\cdot f(k\cdot t)\right)\cdot e^{i\chi}\ . \tag{4.65'}$$

In relatia (4.65), marimile care intervin reprezinta:

$s_{a_0}=z_0$ - pozitia initiala a elementului conducator,

$s_0=F(z_0)$- pozitia initiala a elementului condus,

χ - unghiul dintre directiile de translatie.

Ecuatiile parametrice ale evolventei $X(t)$ se obtin in urma separarii partilor reale si imaginare in (4.65). Acestea sunt

$$\begin{aligned}u_X(t)&=-\left(s_{a_0}+\zeta\cdot k\cdot t\right)+\left(s_0+\xi\cdot f(k\cdot t)\right)\cdot\cos\chi\\ v_X(t)&=\left(s_0+\xi\cdot f(k\cdot t)\right)\cdot\sin\chi\end{aligned} \tag{4.66}$$

Coordonatele elementului profilat in sistemul de axe propriu sunt

$$u_0=\frac{\zeta f''(t)(-\beta(t)+\alpha(t)\cdot\cos\chi)+f'(t)(1-2\cdot\zeta\xi f'(t)\cos\chi+f'(t)^2)}{\zeta\cdot f''(t)}\ ,$$
$$v_0=\frac{\zeta\xi f''(t)\alpha(t)\sin^2\chi-(-\zeta+\xi f'(t)\cos\chi)(1-2\cdot\zeta\xi f'(t)\cos\chi+f'(t)^2)}{\zeta\xi\cdot f''(t)\sin\chi} \tag{4.67}$$

si lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.9) este

$$l_3=l(t)=\frac{\left(1-2\cdot\zeta\xi f'(t)\cos\chi+f'(t)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{-\zeta\xi\cdot f''(t)\sin\chi}\ . \tag{4.68}$$

Lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.68) nu depinde de pozitia initiala a elementului condus si conducator.

Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator $s_{a_{min}}$ si $s_{a_{max}}$ in cazul mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TIRT(a) se vor determina din ecuatia

$$f''(t)=0\ . \tag{4.69}$$

4.4.8. Sinteza dimensionala a mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TRIT(a)

Structura TRIT(a) a mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie simpla contine elementul flexibil ca biela si cupla de translatie care nu poarta elementul profilat ca element conducator (v. Fig.4.11).

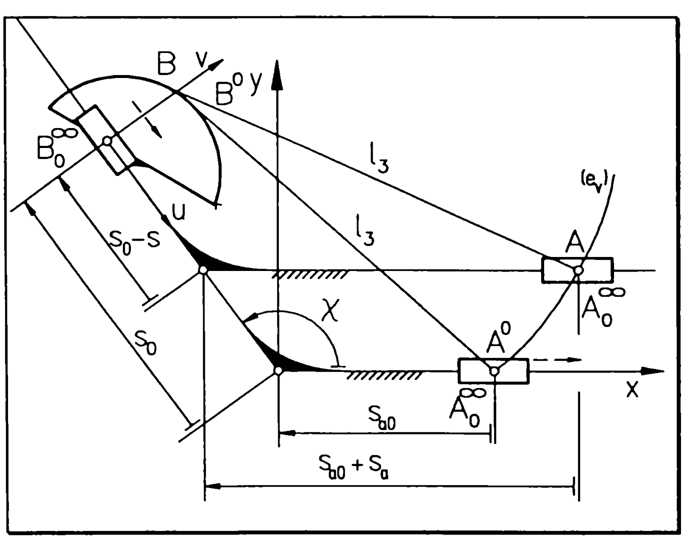


Fig.4.11 Mecanismul dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TRIT(a)

Functia de generat (marimea de iesire), respectiv parametrul pozitional al elementului conducator (elementul de intrare) a mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TRIT(a) va fi data de relatiile (4.62) respectiv (4.63) si (4.64) (v. § 4.4.7).

Vectorul $X(t)$, care descrie evolventa (e_v) (v. Fig.4.2), va fi dat in raport cu sistemul de coordonate mobil u,v, in scrierea cu numere complexe pentru o functie de generat (4.62), prin relatia:

$$X(t)=\left(s_0+\xi\cdot f(k\cdot t)\right)\cdot e^{i0}+\left(s_{a_0}+\zeta\cdot k\cdot t\right)\cdot e^{i(\pi-\chi)}\ , \tag{4.70}$$

sau:

$$X(t)=\left(s_0+\xi\cdot f(k\cdot t)\right)-\left(s_{a_0}+\zeta\cdot k\cdot t\right)\cdot e^{-i\cdot\chi}\quad . \tag{4.70'}$$

Notatiile din relatia (4.70) sunt identice cu § 4.4.7.

Ecuatiile parametrice ale evolventei $X(t)$ se obtin in urma separarii partilor reale si imaginare in (4.70). Acestea sunt

$$\begin{aligned} u_X(t)&=\left(s_0+\xi\cdot f(k\cdot t)\right)-\left(s_{a_0}+\zeta\cdot k\cdot t\right)\cdot\cos\chi\\ v_X(t)&=\left(s_{a_0}+\zeta\cdot k\cdot t\right)\cdot\sin\chi \end{aligned} \tag{4.71}$$

Coordonatele elementului profilat in sistemul de axe propriu sunt

$$\begin{aligned} u_0&=\frac{\xi f''(t)(\alpha(t)-\beta(t)\cdot\cos\chi)+\left(1-2\cdot\zeta\xi f'(t)\cos\chi+f'(t)^2\right)}{\xi\cdot f''(t)}\\ v_0&=\frac{\zeta\xi f''(t)\beta(t)\sin^2\chi-(\xi f'(t)\cdot-\zeta\cos\chi)\left(1-2\cdot\zeta\xi f'(t)\cos\chi+f'(t)^2\right)}{\zeta\xi\cdot f''(t)\sin\chi}, \end{aligned} \tag{4.72}$$

iar lungimea curenta a elementului flexibil se va determina cu relatia (4.68).

Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator $s_{a_{min}}$ si $s_{a_{max}}$ in cazul mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TRIT(a) se vor determina din ecuatia (4.69).

4.5. Sinteza dimensionala a mecanismelor cu element flexibil de constructie simpla cu elementul flexibil ca element fix

Analog cu § 4.4 se va realiza sinteza dimensionala pentru toate structurile mecanismelor cu element flexibil care contin elementul flexibil ca element fix. Se vor determina analog ecuatiile parametrice ale evolventei respectiv coordonatele elementului profilat si lungimea curenta a elementului flexibil in forma explicita.

In cazul sintezei dimensionale a mecanismelor patrulatere cu element flexibil, avand elementul flexibil ca element fix, intervine in calcule si un parametru pozitional auxiliar $g(k\cdot t)$. Acest parametru pozitional este initial dat. Parametrul pozitional auxiliar descrie pozitia bielei sau a unui alt element decat cel conducator sau condus. Sensul miscarii acestui element este definit univoc printr-un coeficient de sens, dat prin relatia:

$$\eta=\begin{cases}+1\\-1\end{cases} \tag{4.73}$$

Daca sensul miscarii este in sensul matematic pozitiv in raport cu pozitia initiala, coeficientul de sens al elementului auxiliar va fi $\eta=+1$, in caz contrar va fi $\eta=-1$.

Pentru simplificarea scrierii relatiilor din cadrul sintezei dimensionale raman valabile relatiile (4.18) ... (4.20') si suplimentar se vor mai introduce urmatoarele notatii:

$$g'(t) = \frac{dg(k \cdot t)}{d(k \cdot t)}, \qquad g''(t) = \frac{d^2 g(k \cdot t)}{d(k \cdot t)^2}, \tag{4.74}$$

$$\begin{aligned} &G(z_0) + \xi \cdot g(k \cdot t) = \nu(t), \\ &\sin(G(z_0) + \eta \cdot g(k \cdot t)) \to s_\nu, \qquad \cos(G(z_0) + \eta \cdot g(k \cdot t)) \to c_\nu . \end{aligned} \tag{4.75}$$

4.5.1. Sinteza dimensionala a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRRI(c)

Structura RRRI(c) a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla contine elementul flexibil ca element fix si manivela (A_0A) se va considera elementul conducator (v. Fig.4.12).

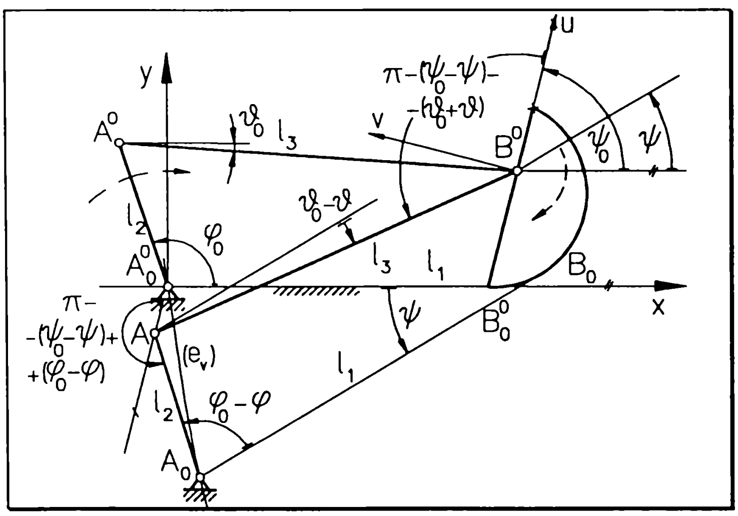


Fig.4.12 Mecanismul patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRRI(c)

Functia de generat (marimea de iesire) si parametrul pozitional al elementului conducator (de intrare) al mecanismului patrulater articulat de constructie simpla RRRI(c) vor fi identice cu § 4.4.1 si parametrul auxiliar va fi (data de deplasarea punctului B pe o traiectorie impusa sau de elevatia unui punct):

$$g(k \cdot t) = \vartheta(\varphi) . \tag{4.76}$$

Vectorul $X(t)$, care descrie evolventa (e_v) (v. Fig.4.12), va fi dat in raport cu sistemul de coordonate mobil u,v, in scrierea cu numere complexe pentru o functie de generat (4.21), prin relatia:

$$X(t) = l_3 \cdot e^{i \cdot [\pi - (\psi_0 + \xi \cdot f(k \cdot t)) - (\vartheta_0 + \eta \cdot g(k \cdot t))]} + l_2 \cdot e^{i \cdot [\pi - (\psi_0 + \xi \cdot f(k \cdot t)) + (\varphi_0 + \zeta \cdot k \cdot t)]} , \tag{4.77}$$

sau:

$$X(t) = -l_3 \cdot e^{-i \cdot [(\psi_0 + \xi \cdot f(k \cdot t)) + (\vartheta_0 + \eta \cdot g(k \cdot t))]} - l_2 \cdot e^{-i \cdot [(\psi_0 + \xi \cdot f(k \cdot t)) - (\varphi_0 + \zeta \cdot k \cdot t)]} . \tag{4.77'}$$

Marimile ca intervin in relatia (4.77) reprezinta:

$\varphi_0 = z_0$ - unghiul initial al elementului conducator,

$\psi_0 = F(z_0)$ - unghiul initial a elementului condus,

$\vartheta_0 = G(z_0)$ - unghiul initial a elementului intermediar (biela),

l_2 - lungimea manivelei,

l_3 - lungimea bielei.

Ecuatiile parametrice ale vectorul $X(t)$ (4.77) sunt date sub forma (4.1) de relatia:

$$\begin{aligned} u_X(t) &= -l_3\cdot \cos\left[\left(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t)\right)+\left(\vartheta_0+\eta\cdot g(k\cdot t)\right)\right]-l_2\cdot \cos\left[\left(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t)\right)-\left(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t\right)\right] \\ v_X(t) &= l_3\cdot \sin\left[\left(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t)\right)+\left(\vartheta_0+\eta\cdot g(k\cdot t)\right)\right]+l_2\cdot \sin\left[\left(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t)\right)-\left(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t\right)\right] \end{aligned} \quad .(4.78)$$

Coordonatele elementului profilat sunt*

$$\begin{aligned} u_0 &= l_2 l_3 \frac{-r_3(t)c_{v+\beta}\left(l_2 c_{\alpha-\beta}+l_3 c_{\alpha+v}\right)+p(t)r_4(t)c_{\alpha+v}\left(l_2 p(t)-l_3 r_5(t)c_{\beta+v}\right)+r_5(t)r_4(t)c_{\alpha-\beta}\left(l_3 r_5(t)-l_2 p(t)c_{\beta+v}\right)}{-l_3 r_5(t)^2\left(l_3 r_5(t)-l_2 p(t)c_{\beta+v}\right)+l_2 p(t)^2\left(l_2 p(t)-l_3 r_5(t)c_{\beta+v}\right)+l_2 l_3 r_3(t)s_{\beta+v}} \\ v_0 &= l_2 l_3 \frac{r_3(t)s_{v+\beta}\left(l_2 s_{\alpha-\beta}+l_3 s_{\alpha+v}\right)+p(t)r_4(t)s_{\alpha+v}\left(l_2 p(t)-l_3 r_5(t)c_{\beta+v}\right)-r_5(t)r_4(t)s_{\alpha-\beta}\left(l_3 r_5(t)-l_2 p(t)c_{\beta+v}\right)}{-l_3 r_5(t)^2\left(l_3 r_5(t)-l_2 p(t)c_{\beta+v}\right)+l_2 p(t)^2\left(l_2 p(t)-l_3 r_5(t)c_{\beta+v}\right)+l_2 l_3 r_3(t)s_{\beta+v}} \end{aligned} , \quad (4.79)$$

iar lungimea curenta a elementului flexibil va fi

$$l_1 = l(t) = \frac{\left(l_3^2 r_5(t)^2 - 2l_2 l_3 p(t) r_5(t) c_{\beta+v} + l_2^2 p(t)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{-l_3 r_5(t)^2\left(l_3 r_5(t)-l_2 p(t)c_{\beta+v}\right)+l_2 p(t)^2\left(l_2 p(t)-l_3 r_5(t)c_{\beta+v}\right)+l_2 l_3 r_3(t)s_{\beta+v}} . \quad (4.80)$$

In relatiile (4.79) si (4.80) s-au mai utilizat urmatoarele notatii

$$r_3(t) = \xi f''(t)\left(\eta g'(t)+\zeta\right)-\eta g''(t)\left(\xi f'(t)-\zeta\right) \quad (4.81)$$

$$r_4(t) = \eta g'(t)+\zeta \quad (4.82)$$

$$r_5(t) = \xi f'(t)+\eta g'(t) \quad (4.83)$$

Lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.80) nu depinde de pozitia initiala a elementului condus la o functie de reprodus data. Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator φ_{min} si φ_{max} in cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRRI(c) se vor determina din ecuatia:

$$-l_3 r_5(t)^2\left(l_3 r_5(t)-l_2 p(t)c_{\beta+v}\right)+l_2 p(t)^2\left(l_2 p(t)-l_3 r_5(t)c_{\beta+v}\right)+l_2 l_3 r_3(t)s_{\beta+v} = 0 \ . \quad (4.84)$$

Analog poate fi considerat parametrul pozitional al bielei $\vartheta(\varphi)$ ca parametru pozitional al elementului condus $f(k\cdot t)$ si parametrul pozitional $\psi(\varphi)$ ca parametru pozitional auxiliar $g(k\cdot t)$.

4.5.2. Sinteza dimensionala a mecanismului cu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RRTI(c)

Structura RRTI(c) a mecanismului cu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla contine elementul flexibil ca element fix si manivela $(A_0 A)$ se va considera elementul conducator (v. Fig.4.13).

Functia de generat (marimea de iesire) si parametrul pozitional al elementului conducator (de intrare) al mecanismului cu piston oscilant de constructie simpla RRTI(c) vor fi identice cu cele din § 4.4.1 si parametrul auxiliar va fi (data de deplasarea punctului B pe o traiectorie impusa sau de elevatia unui punct):

$$g(k\cdot t)=s(\varphi) \tag{4.85}$$

Vectorul $X(t)$, care descrie evolventa (e_v) (v. Fig.4.2), va fi dat in raport cu sistemul de coordonate mobil $u,v,$ in scrierea cu numere complexe pentru o functie de generat (4.21), prin relatia:

$$X(t)=\left(s_0+\eta\cdot g(k\cdot t)\right)e^{i\pi}+l_3\cdot e^{\pm i\frac{\pi}{2}}+l_2\cdot e^{i\left[\pi+(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))-(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)\right]}\ , \tag{4.86}$$

sau:

$$X(t)=\left[-\left(s_0+\eta\cdot g(k\cdot t)\right)\pm i\cdot l_3\right]-l_2\cdot e^{i\left[(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))-(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)\right]}, \tag{4.86'}$$

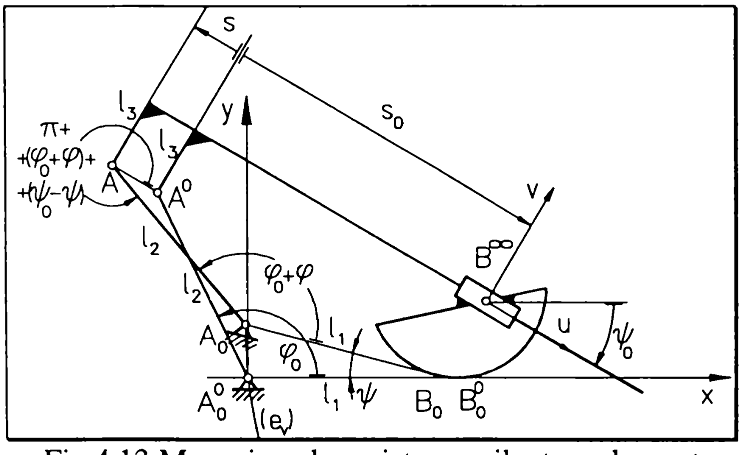


Fig.4.13 Mecanismul cu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RRTI(c)

Marimile φ_0, ψ_0 si l_2 care intervin in relatia (4.86) sunt identice cu cele din § 4.5.1 iar celelalte marimile sunt

$s_0=G(z_0)$ - pozitia initiala a elementului intermediar (culisa),

l_3 - excentricitatea culisei.

Ecuatiile parametrice ale vectorul $X(t)$, care descrie evolventa (e_v) (4.86) sunt date sub forma (4.1) de relatia:

$$\begin{aligned}u_X(t)&=-\left(s_0+\eta\cdot g(k\cdot t)\right)-l_2\cdot\cos\left[\left(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t)\right)-\left(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t\right)\right]\\ v_X(t)&=\pm l_3+l_2\cdot\sin\left[\left(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t)\right)-\left(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t\right)\right]\end{aligned}\ . \tag{4.87}$$

Coordonatele elementului profilat vor fi date de relatiile

$$\begin{aligned}u_0&=\frac{-\eta r_6(t)c_{\alpha+\beta}\left(v(t)+l_2c_{\alpha+\beta}\right)+\eta p_1(t)^2g'(t)s_{\alpha+\beta}\left(v(t)-l_2c_{\alpha+\beta}\right)-p_1(t)\left(l_2p_1(t)^2v(t)-g'(t)c_{\alpha+\beta}\right)}{\eta r_6(t)c_\alpha-\eta p_1(t)^2g'(t)s_\alpha+l_2p_1(t)^3}\\ v_0&=\frac{-\eta l_2r_6(t)c_{\alpha+\beta}\left(\pm l_3-l_2s_{\alpha+\beta}\right)-\eta l_2p_1(t)^2g'(t)s_{\alpha+\beta}\left(\pm l_3+l_2s_{\alpha+\beta}\right)+l_2p_1(t)\left(\pm l_2l_3p_1(t)^2+3\cdot g'(t)^2s_{\alpha+\beta}\right)-\eta g'(t)\left[g'(t)^2+l_2^2p_1(t)^2\right]}{\eta l_2r_6(t)c_\alpha-\eta l_2p_1(t)^2g'(t)s_\alpha+l_2^2p_1(t)^3}\end{aligned}, \tag{4.88}$$

si lungimea curenta a elementului flexibil va fi data de relatia

$$l_1=l(t)=\frac{\left(g'(t)^2-2\eta l_2p_1(t)g'(t)s_\alpha+l_2^2p_1(t)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\eta l_2r_6(t)c_\alpha-\eta l_2p_1(t)^2g'(t)s_\alpha+l_2^2p_1(t)^3}. \tag{4.89}$$

In relatiile (4.88) si (4.89) au mai fost utilizate si urmatoarele notatii

$$p_1(t)=\xi\ f'(t)+\zeta\ , \tag{4.90}$$

$$r_6(t)=\xi\left(g'(t)f''(t)-g''(t)f'(t)\right)-\zeta\ g''(t)\ . \tag{4.91}$$

Lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.89) nu depinde de pozitia initiala a elementului conducator pentru o functie de generat data. Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator φ_{min} si φ_{max} in cazul mecanismului cu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RRTI(c) se vor determina din ecuatia:

$$\eta r_6(t)c_\alpha - \eta\, p_1(t)^2 g'(t)s_\alpha + l_2 p_1(t)^3 = 0 \ . \tag{4.92}$$

Analog poate fi considerat parametrul pozitional al culisei $s(\varphi)$ ca parametru pozitional al elementului conducator $f(k\cdot t)$ si parametrul pozitional $\psi(\varphi)$ ca parametru pozitional auxiliar $g(k\cdot t)$.

4.5.3. Sinteza dimensionala a mecanismului cu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RTRI(c)

Structura RTRI(c) a mecanismului cu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla contine elementul flexibil ca element fix si culisa se va considera elementul conducator (v. Fig.4.14). Functia de generat (marimea de iesire) a mecanismului cu piston oscilant de constructie simpla RTRI(c) va fi identica cu cea din § 4.4.1 (data de deplasarea punctului B pe o traiectorie impusa sau de elevatia unui punct).

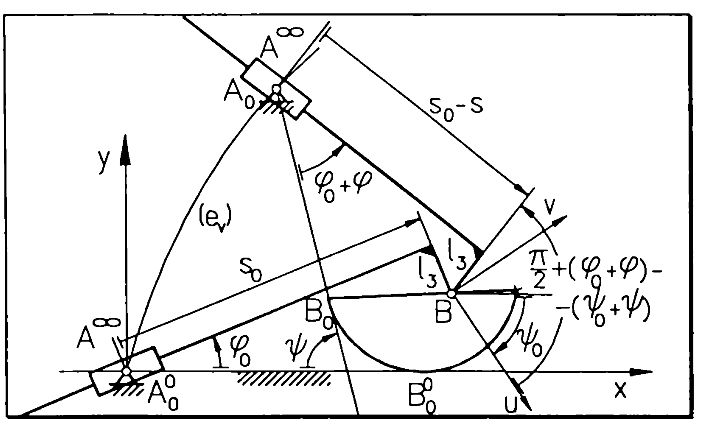


Fig.4.14 Mecanismul cu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RTRI(c)

Parametrul pozitional al elementului conducator (de intrare) poate fi parametrul φ sau s al culisei. In cele ce urmeaza se va considera parametrul unghiular ca parametru al elementului conducator (v. 4.4.1.), iar cursa culisei ca parametru auxiliar.

Vectorul $X(t)$ va avea, in sistemul de coordonate u,v, urmatoarea forma:

$$X(t) = \pm l_3 \cdot e^{i\left[\frac{\pi}{2}+(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)-(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))\right]} + (s_0+\eta\cdot g(k\cdot t))e^{i[\pi+(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)-(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))]}, \tag{4.93}$$

sau:

$$X(t) = \left[-(s_0+\eta\cdot g(k\cdot t))\pm i\cdot l_3\right]\cdot e^{i\cdot[(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)-(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))]}. \tag{4.93'}$$

In relatia (4.93) pozitia initiala a elementului conducator, condus si intermediar (a culisei) s-au notat in ordine cu φ_0, ψ_0, s_0 respectiv lungimea l_3 si au aceeasi semnificatie ca in § 4.5.1.

Prin separarea partii reale si imaginare in ecuatia evolventei $X(t)$ (4.93) se vor obtine ecuatiile parametrice ale acesteia:

$$\begin{aligned} u_X(t) &= -(s_0+\eta\cdot g(k\cdot t))\cos\left[(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)-(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))\right] \mp l_3\cdot \sin\left[(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)-(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))\right] \\ v_X(t) &= -(s_0+\eta\cdot g(k\cdot t))\sin\left[(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)-(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))\right] \pm l_3\cdot \cos\left[(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t)-(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t))\right] \end{aligned} \quad (4.94)$$

Coordonatele elementului profilat vor fi date de relatiile

$$\begin{aligned} u_0 &= \frac{\eta\left\{g'(t)p(t)\left[\eta g'(t)\pm l_3 p(t)\right]-\nu(t)r_7(t)\right\}\left[\nu(t)c_\alpha \pm l_3 s_\alpha\right]-g'(t)\left[\eta p(t)^2\left(\nu(t)^2+l_3^2\right)+g'(t)\left(\eta g'(t)\pm 2l_3 p(t)\right)\right]s_\alpha}{\eta p(t)g'(t)\left(2\eta g'(t)\pm 3l_3 p(t)\right)-\eta r_7(t)\nu(t)+\left(\nu(t)^2+l_3^2\right)p(t)^3} \\ v_0 &= \frac{\eta\left\{g'(t)p(t)\left[\eta g'(t)\pm l_3 p(t)\right]-\nu(t)r_7(t)\right\}\left[\nu(t)s_\alpha \mp l_3 c_\alpha\right]+g'(t)\left[\eta p(t)^2\left(\nu(t)^2+l_3^2\right)+g'(t)\left(\eta g'(t)\pm 2l_3 p(t)\right)\right]c_\alpha}{\eta p(t)g'(t)\left(2\eta g'(t)\pm 3l_3 p(t)\right)-\eta r_7(t)\nu(t)+\left(\nu(t)^2+l_3^2\right)p(t)^3} \end{aligned} , \quad (4.95)$$

si lungimea curenta a elementului flexibil va fi data de relatia

$$l_1 = l(t) = \frac{\left[g'(t)^2 \pm 2\eta l_3 p(t)g'(t) + p(t)^2\left(\nu(t)^2+l_3^2\right)\right]^{\frac{3}{2}}}{\eta p(t)g'(t)\left(2\eta g'(t)\pm 3l_3 p(t)\right)-\eta r_7(t)\nu(t)+\left(\nu(t)^2+l_3^2\right)p(t)^3} . \quad (4.96)$$

In relatiile (4.95) si (4.96) a mai fost utilizata si urmatoarea notatie

$$r_7(t) = \xi\left(g'(t)f''(t) - g''(t)f'(t)\right) + \zeta\, g''(t) . \quad (4.97)$$

Lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.96) nu depinde de pozitia initiala a elementului condus si a elementului conducator la aceeasi functie generata. Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator φ_{min} si φ_{max} in cazul mecanismului cu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RTRI(c) se vor determina din ecuatia:

$$\eta p(t)g'(t)\left(2\eta g'(t)\pm 3l_3 p(t)\right)-\eta r_7(t)\nu(t)+\left(\nu(t)^2+l_3^2\right)p(t)^3 = 0 \quad (4.98)$$

4.5.4. Sinteza dimensionala a mecanismului cu culisa oscilanta cu element flexibil de constructie simpla RRTI´(c)

Structura RRTI´(c) a mecanismului cu culisa oscilanta cu element flexibil de constructie simpla contine elementul flexibil ca element fix si manivela ca elementul conducator (v. Fig.4.15). Functia de generat (marimea de iesire), parametrul pozitional al elementului conducator si parametrul pozitional al elementului intermediar a mecanismului cu culisa oscilanta de constructie simpla RRTI´(c) vor fi identice cu § 4.4.1 (data de deplasarea unui punct pe o traiectorie impusa sau de elevatia unui punct).

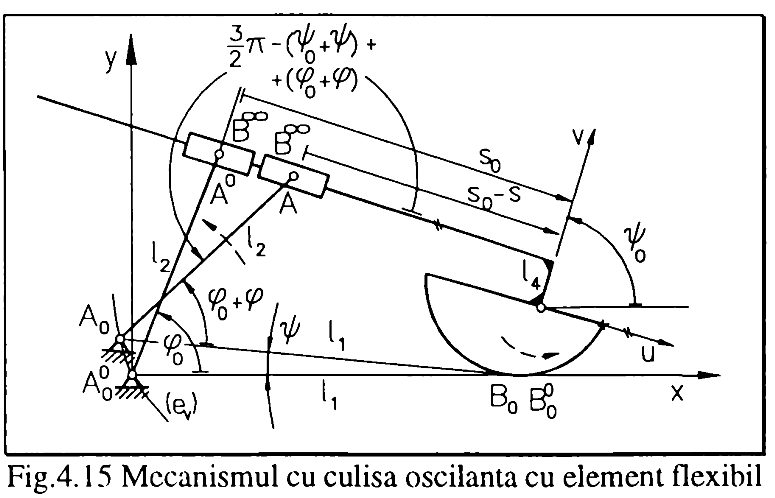


Fig.4.15 Mecanismul cu culisa oscilanta cu element flexibil de constructie RRTI´(c)

Vectorul $X(t)$, care descrie evolventa (e_v), va fi dat, in raport cu sistemul de coordonate mobil u, v, prin relatia:

$$X(t)=\left(s_0+\eta \cdot g(k\cdot t)\right)e^{i\cdot\pi} \pm l_4\cdot e^{\pm i\cdot\frac{\pi}{2}} + l_2\cdot e^{i\left[\frac{3\pi}{2}-\left(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t)\right)+\left(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t\right)\right]}, \tag{4.99}$$

sau:

$$X(t)=\left[-\left(s_0+\eta\cdot g(k\cdot t)\right)\pm i\cdot l_4\right]-i\cdot l_2\cdot e^{-i\cdot\left[\left(\psi_0+\xi\cdot f(k\cdot t)\right)-\left(\varphi_0+\zeta\cdot k\cdot t\right)\right]}. \tag{4.99'}$$

Ecuatiile parametrice ale vectorul $X(t)$, care descrie evolventa (e_v) (4.99) sunt date sub forma (4.1) de relatia:

$$\begin{aligned} u_X(t)&=-\left(s_0+\eta\cdot g(k t)\right)-l_2\cdot\sin\left[\left(\psi_0+\xi\cdot f(k t)\right)-\left(\varphi_0+\zeta\cdot k t\right)\right] \\ v_X(t)&=\pm l_4-l_2\cdot\cos\left[\left(\psi_0+\xi\cdot f(k t)\right)-\left(\varphi_0+\zeta\cdot k t\right)\right] \end{aligned}. \tag{4.100}$$

Coordonatele elementului profilat vor fi date de relatiile

$$\begin{aligned} u_0&=l_2\frac{\eta r_7(t)s_{\alpha+\beta}\left(\nu(t)+l_2 s_{\alpha+\beta}\right)+\eta p(t)^2 g'(t)c_{\alpha+\beta}\left(\nu(t)-l_2 s_{\alpha+\beta}\right)-p(t)\left(l_2 p(t)^2\nu(t)-g'(t)s_{\alpha+\beta}\right)}{-\eta r_7(t)s_\alpha-\eta p(t)^2 g'(t)c_\alpha+l_2 p(t)^3} \\ v_0&=\frac{\begin{array}{c}-\eta l_2 r_7(t)s_{\alpha+\beta}\left(\pm l_4-l_2 c_{\alpha+\beta}\right)-\eta l_2 p(t)^2 g'(t)c_{\alpha+\beta}\left(\pm l_4+l_2 c_{\alpha+\beta}\right)+l_2 p(t)\left(\pm l_2 l_4 p(t)^2+3\cdot g'(t)^2 c_{\alpha+\beta}\right)\\ -\eta g'(t)\left[g'(t)^2+l_2^2 p(t)^2\right]\end{array}}{-\eta l_2 r_7(t)s_\alpha-\eta l_2 p(t)^2 g'(t)c_\alpha+l_2^2 p(t)^3} \end{aligned}, \tag{4.101}$$

si lungimea curenta a elementului flexibil va fi data de relatia

$$l_1=l(t)=\frac{\left[g'(t)^2-2\eta l_2 p(t)g'(t)c_\alpha+l_2^2 p(t)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{-\eta l_2 r_7(t)s_\alpha-\eta l_2 p(t)^2 g'(t)c_\alpha+l_2^2 p(t)^3}. \tag{4.102}$$

Lungimea curenta a elementului flexibil (v. 4.102) nu depinde de pozitia initiala a elementului conducator la o functie data. Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator φ_{min} si φ_{max} in cazul mecanismului cu culisa oscilanta cu element flexibil de constructie simpla RRTI'(c) se vor determina din ecuatia:

$$-\eta r_7(t)s_\alpha-\eta p(t)^2 g'(t)c_\alpha+l_2 p(t)^3=0 \tag{4.103}$$

Analog poate fi considerat parametrul pozitional al culisei $s(\varphi)$ ca parametru pozitional al elementului conducator $f(k\cdot t)$ si parametrul pozitional $\psi(\varphi)$ ca parametru pozitional auxiliar $g(k\cdot t)$.

4.5.5. Sinteza dimensionala a mecanismului dublu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RTTI(c)

Structura RTTI(c) a mecanismului dublu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla contine elementul flexibil ca element fix si culisa ca element conducator (v. Fig.4.16). Functia de generat (marimea de iesire) a mecanismului dublu piston oscilant de constructie simpla RRTI(c) va fi identica cu § 4.4.1. Parametrul pozitional al elementului conducator (de intrare) poate fie parametrul φ sau s al culisei. In cele ce urmeaza se va considera parametrul unghiular ca parametru al elementului conducator (v. 4.4.1.), iar cursa culisei ca parametru auxiliar.

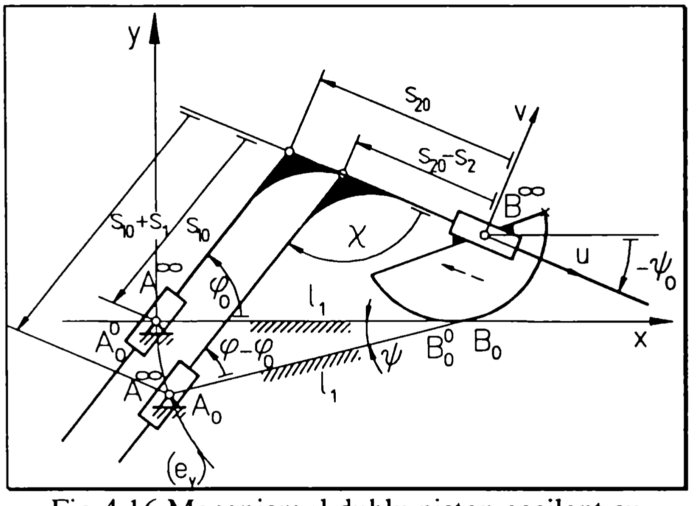


Fig.4.16 Mecanismul dublu piston oscilant cu element flexibil de structura simpla RTTI(c)

Vectorul $X(t)$ in sistemul de coordonate mobil u,v va avea forma:

$$X(t) = \left(s_{20}+\eta_2 \cdot g_2(k \cdot t)\right)e^{i\pi} + \left(s_{10}+\eta_1 \cdot g_1(k \cdot t)\right)e^{i\cdot[2\pi-\chi]}, \tag{4.104}$$

sau:

$$X(t) = -\left(s_{20}+\eta_2 \cdot g_2(k \cdot t)\right) + \left(s_{10}+\eta_1 \cdot g_1(k \cdot t)\right)l_2 \cdot e^{-i\cdot\chi}, \tag{4.104'}$$

in care

$$\chi = \pi - \left(\varphi_0+\zeta \cdot k \cdot t\right) - \left(\psi_0+\xi \cdot f(k \cdot t)\right). \tag{4.105}$$

Ecuatiile parametrice ale vectorul $X(t)$, care descrie evolventa (e_v) (4.112) sunt date sub forma (4.1) de relatia:

$$\begin{aligned} u_X(t) &= -\left(s_{20}+\eta_2 \cdot g_2(k \cdot t)\right) - \left(s_{10}+\eta_1 \cdot g_1(k \cdot t)\right) \cos\left[\left(\psi_0+\xi \cdot f(k \cdot t)\right)+\left(\varphi_0+\zeta \cdot k \cdot t\right)\right] \\ v_X(t) &= -\left(s_{10}+\eta_1 \cdot g_1(k \cdot t)\right) \sin\left[\left(\psi_0+\xi \cdot f(k \cdot t)\right)+\left(\varphi_0+\zeta \cdot k \cdot t\right)\right] \end{aligned}. \tag{4.106}$$

Coordonatele elementului profilat vor fi date de relatiile

$$\begin{aligned} u_0 &= \frac{-\eta_1\eta_2 r_8(t)s_{\alpha+\beta}\left(g_2(t)+g_1(t)c_{\alpha+\beta}\right)+\eta_1 g_1'(t)s_{\alpha+\beta}\left(g_1'(t)^2+g_2'(t)^2\right)+2\eta_2 g_1'(t)^2 g_2'(t)s_{\alpha+\beta}c_{\alpha+\beta}}{\eta_1\eta_2 r_8(t)s_{\alpha+\beta}} \\ v_0 &= \frac{-\eta_1\eta_2 r_8(t)g_1(t)s_{\alpha+\beta}^2-\left(\eta_2 g_2'(t)+\eta_1 g_1'(t)c_{\alpha+\beta}\right)\left(g_1'(t)^2+2\eta_1\eta_2 g_1'(t)g_2'(t)c_{\alpha+\beta}+g_2'(t)^2\right)}{\eta_1\eta_2 r_8(t)s_{\alpha+\beta}} \end{aligned}, \tag{4.107}$$

si lungimea curenta a elementului flexibil va fi data de relatia

$$l_1 = l(t) = \frac{\left(g_1'(t)^2+2\eta_1\eta_2 g_1'(t)g_2'(t)c_{\alpha+\beta}+g_2'(t)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\eta_1\eta_2 r_8(t)s_{\alpha+\beta}}. \tag{4.108}$$

In relatiile (4.107) si (4.108) a fost utilizata si urmatoarea notatie

$$r_8(t) = g_1''(t)g_2'(t) - g_1'(t)g_2''(t)\ . \tag{4.109}$$

Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator φ_{min} si φ_{max} in cazul mecanismului cu dublu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RTTI(c) se vor determina din ecuatia:

$$r_8(t)s_{\alpha+\beta} = 0\ . \tag{4.110}$$

4.6 Algoritmul general al sintezei mecanismelor patrulatere cu element flexibil de constructie generala

Sinteza dimensionala a mecanismelor patrulatere cu element flexibil de structura generala consta in determinarea elementului profilat necunoscut si a lungimii curente a elementului flexibil pentru o functie de generat. Problema este univoc determinata daca unul dintre elementele profilate este prescris si se cunoaste dependenta dintre parametrul de infasurare al acestuia (θ) si parametrul sau de pozitie (t). Daca vectorul $Y(\theta)$ care descrie profilul prescris (p) in sistemul de axe $u_1 v_1$ are forma:

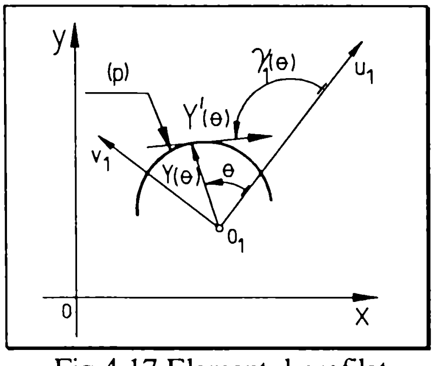


Fig.4.17 Elementul profilat prescris

$$Y(\theta) = u_{1Y}(\theta) + i \cdot v_{1Y}(\theta) \ . \tag{4.111}$$

atunci vectorul tangent la profilul (p) (Fig.4.17) trebuie sa coincida cu vectorul normal la evolventa (e_v) a profilului cautat (v. Fig.4.18). Vectorul tangent $Y'(\theta)$ va avea forma:

$$Y'(\theta) = u'_{1Y}(\theta) + i \cdot v'_{1Y}(\theta) \ , \tag{4.112}$$

unde:

$$u'_{1Y}(\theta) = \frac{du_{1Y}}{d\theta}, \quad v'_{1Y}(\theta) = \frac{dv_{1Y}}{d\theta} \ . \tag{4.113}$$

Panta vectorului tangenta se va putea determina, in raport cu sistemul de coordonate mobil $u_1 v_1$, cu relatia:

$$e^{i\gamma_1(\theta)} = -i \cdot \frac{Y'(\theta)}{\sqrt{(Y'(\theta), Y'(\theta))}} \ . \tag{4.114}$$

Prin transformari de coordonate (v. Fig.4.18) se va obtine vectorul tangenta $\tilde{Y}(t,\theta)$ in sistemul de coordonate mobil $u\,v$:

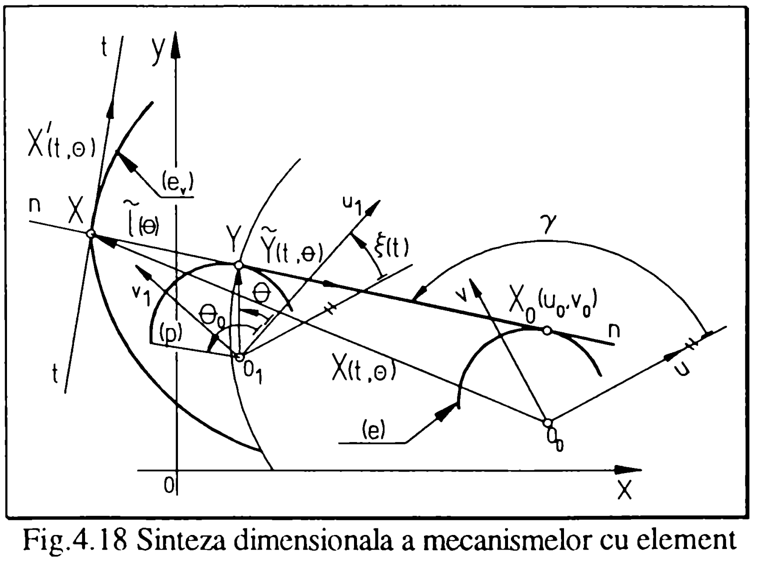


Fig.4.18 Sinteza dimensionala a mecanismelor cu element flexibil de constructie generala

$$\begin{aligned}\tilde{Y}(t,\theta) &= Y'(\theta) \cdot e^{i\xi(t)} \\ &= \left[u'_{1Y}(\theta) + i \cdot v'_{1Y}(\theta)\right] \cdot e^{i\xi(t)}\end{aligned} \ . \tag{4.115}$$

Vectorul $X(t,\theta)$, care descrie evolventa (e_v), se poate scrie in sistemul de axe mobil u,v atasat elementului profilat de determinat, in scrierea cu numere complexe, in forma:

$$X(t,\theta) = u_X(t,\theta) + i \cdot v_X(t,\theta) \ , \tag{4.116}$$

Derivata acestuia

$$X'(t,\theta) = u'_X(t,\theta) + i \cdot v'_X(t,\theta). \qquad (4.117)$$

este vectorul tangent la evolventa (e_v). Vectorul $X(t,\theta)$ contine si lungimea infasurata sau desfasurata a elementului flexibil pe/de pe elementul profilat prescris (p). Acesta lungime se ataseaza pe directia tangenta la profile. Lungimea infasurata sau desfasurata a elementului flexibil se va determina cu relatia:

$$\tilde{l}(\theta) = \int_{\theta_0}^{\theta} \sqrt{u'_{1Y}(\theta)^2 + v'_{1Y}(\theta)^2}\, d\theta. \qquad (4.118)$$

Conditia ca in punctul X (care apartine evolventei) vectorul tangenta $\tilde{Y}(t,\theta)$ la profilul prescris (p) si vectorul tangenta $X'(t,\theta)$ la evolventa (e_v) sa fie perpendiculare se poate descrie prin relatia:

$$\left(\tilde{Y}(t,\theta), X'(t,\theta)\right) = 0 \qquad (4.119)$$

Dupa explicitarea produsului intern, conditia (4.119) se poate scrie sub forma unei ecuatii diferentiale:

$$u'_X(t,\theta)\left[u'_{1Y}(\theta)\cos\xi(t) - v'_{1Y}(\theta)\sin\xi(t)\right] + v'_X(t,\theta)\left[u'_{1Y}(\theta)\sin\xi(t) - v'_{1Y}(\theta)\cos\xi(t)\right] = 0 \qquad (4.120)$$

din care se poate determina dependenta dintre parametrul de infasurare θ si cel de pozitie t sub forma:

$$\theta = \theta(t). \qquad (4.121)$$

Etapele de calcul urmatoare, determinarea profilului elementului profilat se vor realiza ca in § 4.1 cu relatiile (4.8) respectiv (4.9). Lungimea curenta a elementului flexibil se va determina insa cu relatia:

$$l(t) = \frac{\left((u'^2_X(t) + v'^2_X(t))\right)^{3/2}}{u'_X(t) \cdot v''_X(t) - u''_X(t) \cdot v'_X(t)} - \tilde{l}(\theta(t)). \qquad (4.122)$$

4.7. Sinteza dimensionala a mecanismelor cu element flexibil de constructie generala cu elementul flexibil ca biela

In continuare se va realiza sinteza mecanismelor cu element flexibil de constructie generala care au elementul flexibil ca biela. In cadrul sintezei dimensionale se va determina pentru fiecare structura dependenta dintre parametrul de infasurare si cel de pozitie pentru profilul dat (v. (4.121)) si ecuatiile parametrice ale evolventei. Datorita faptului ca expresiile parametrice ale evolutei (elementul profilat de determinat) si a lungimii curente a firului flexibil sunt deosebit de complicate, acestea nu vor mai fi date in forma explicita.

4.7.1. Sinteza dimensionala a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie generala RIIR(a)

Structura RIIR(a) a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie generala contine elementul flexibil ca biela. Elementul profilat prescris (elementul 2) se va considera elementul conducator (v. Fig.4.19).

Functia de generat (marimea de iesire) si parametrul pozitional al elementului conducator (elementul de intrare) al mecanismului patrulater articulat de constructie generala RIIR(a) va fi descrisa ca si in cazul mecanismului patrulater articulat de constructie simpla RRIR(a) de relatiile (4.21) respectiv (4.22)... (4.24) (v.§ 4.4.1).

Vectorul $X(t,\theta)$ va fi dat in raport cu sistemul de coordonate mobil u,v pentru o functie de generat (4.21) prin relatia:

$$X(t,\theta) = -l_1 e^{-i(\psi_0+\xi f(k\cdot t))} + \left(l_2(\theta)\cdot e^{i\theta(t)} + \xi \tilde{l}_3(\theta)\cdot e^{i\gamma_1(\theta(t))}\right)\cdot e^{i[(\varphi_0+\zeta k\cdot t)-(\psi_0+\xi f(k\cdot t))]}. \tag{4.123}$$

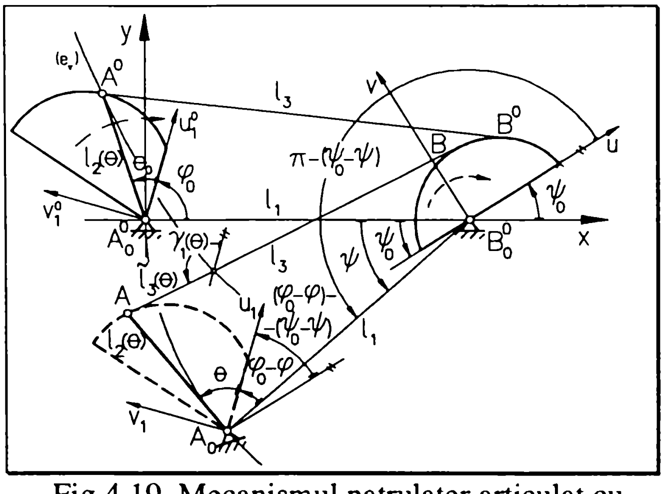


Fig.4.19. Mecanismul patrulater articulat cu element flexibil de constructie generala RIIR(a)

Marimile care intervin in relatia (4.123) reprezinta:

$\varphi_0 = z_0$ - unghiul initial al elementului conducator,

$\psi_0 = F(z_0)$ - unghiul initial a elementului condus,

$\gamma_1(\theta(t))$ - panta elementului flexibil in sistemul de axe mobil u_1, v_1,

l_1 - lungimea elementului fix,

$l_2(\theta)$ - raza vectoare curenta a elementului profilat conducator,

$\tilde{l}_3(\theta)$ - lungimea infasurata sau desfasurata a elementului flexibil pe/de pe profilul dat.

Pentru vectorul $X(t,\theta)$, care descrie evolventa (4.123), se va separa partea imaginara de partea reala si se vor obtine componentele acestuia sub forma:

$$\begin{aligned} u_X(t) &= -l_1\cdot\cos[\psi_0+\xi f(k\cdot t)] + l_2(\theta)\cdot\cos[(\varphi_0+\zeta k\cdot t)-(\psi_0+\xi f(k\cdot t))+\theta(t)] + \\ &\quad +\xi\tilde{l}_3(\theta)\cdot\cos[(\varphi_0+\zeta k\cdot t)-(\psi_0+\xi f(k\cdot t))+\gamma_1(\theta(t))] \\ v_X(t) &= \ \ l_1\cdot\sin[\psi_0+\xi f(k\cdot t)] + l_2(\theta)\cdot\sin[(\varphi_0+\zeta k\cdot t)-(\psi_0+\xi f(k\cdot t))+\theta(t)] + \\ &\quad +\xi\tilde{l}_3(\theta)\cdot\sin[(\varphi_0+\zeta k\cdot t)-(\psi_0+\xi f(k\cdot t))+\gamma_1(\theta(t))] \end{aligned} \tag{4.124}$$

Vectorul, care descrie profilul prescris (p), in cazul structurii RIIR(a) are in sistemul de coordonate mobil $u_1 v_1$ urmatoarea forma:

$$Y(\theta) = l_2(\theta) \cdot e^{i\theta(t)}. \tag{4.125}$$

Vectorul tangenta $Y'(\theta)$ se poate scrie:

$$Y'(\theta) = \frac{dY(\theta)}{d\theta} = \left[\frac{dl_2(\theta)}{d\theta} + i \cdot l_2(\theta)\right] \cdot e^{i\theta(t)}. \tag{4.126}$$

Prin transformari de coordonate se va obtine vectorul tangenta $\tilde{Y}(t,\theta)$ in sistemul de coordonate atasat elementului profilat de determinat $u\,v$ sub forma:

$$\tilde{Y}(t,\theta) = Y'(\theta) \cdot e^{i\cdot[(\varphi_0+\zeta k\cdot t)-(\psi_0+\xi f(k\cdot t))]} = \left[\frac{dl_2(\theta)}{d\theta} + i \cdot l_2(\theta)\right] \cdot e^{i\theta(t)} \cdot e^{i\cdot[(\varphi_0+\zeta k\cdot t)-(\psi_0+\xi f(k\cdot t))]}. \tag{4.127}$$

Dependenta dintre parametrul de infasurare si cel de pozitie al elementului profilat dat (4.121) se va determina din urmatoarea ecuatie diferentiala

$$\begin{aligned}&\left\{\xi l_1 f'(t)\left(\frac{dl_2(\theta)}{d\theta}s_{\beta+\theta} + l_2(\theta)c_{\beta+\theta}\right) + \left(l_2^2(\theta) + \xi\tilde{l}_3(\theta)\left(l_2(\theta)c_{\gamma_1-\theta} - \frac{dl_2(\theta)}{d\theta}s_{\gamma_1-\theta}\right)\right)(\zeta - \xi f'(t))\right\}dt+\\&+\left[\left(\frac{dl_2(\theta)}{d\theta}\right)^2 + l_2^2(\theta) + \xi\left(\frac{dl_2(\theta)}{d\theta}\frac{d\tilde{l}_3(\theta)}{d\theta} + l_2(\theta)\tilde{l}_3(\theta)\frac{d\gamma_1(\theta)}{d\theta}\right)c_{\gamma_1-\theta} + \xi\left(l_2(\theta)\frac{d\tilde{l}_3(\theta)}{d\theta} - \tilde{l}_3(\theta)\frac{dl_2(\theta)}{d\theta}\frac{d\gamma_1(\theta)}{d\theta}\right)s_{\gamma_1-\theta}\right]d\theta = 0\end{aligned} \tag{4.128}$$

In (4.128) s-au utilizat urmatoarele notatii

$$\begin{aligned}&\sin(z_0 + \zeta \cdot k \cdot t + \theta(t)) = s_{\beta+\theta} \qquad && \cos(z_0 + \zeta \cdot k \cdot t + \theta(t)) = c_{\beta+\theta}\\&\sin(\gamma_1(\theta) - \theta(t)) = s_{\gamma_1-\theta} && \cos(\gamma_1(\theta) - \theta(t)) = c_{\gamma_1-\theta}\end{aligned} \tag{4.129}$$

Coordonatele evolutei (elementului profilat) si lungimea curenta a elementului flexibil se vor determina cu relatiile (4.8) si (4.122). Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator φ_{min} si φ_{max} in cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie generala RIIR(a) se vor determina din (4.12).

4.7.2. Sinteza dimensionala a mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie generala RIIT(a)

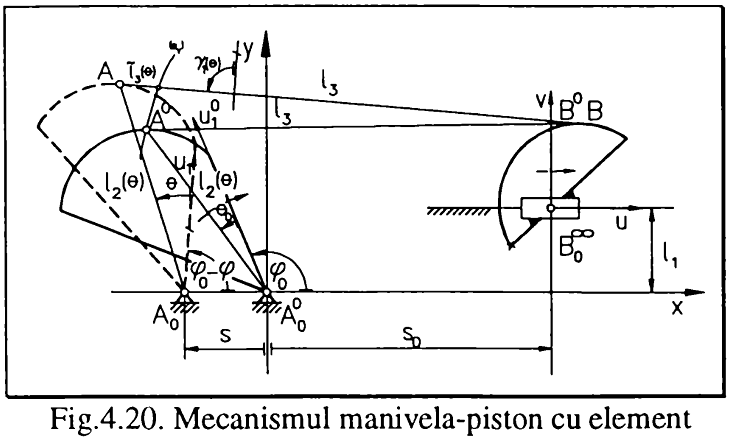


Fig.4.20. Mecanismul manivela-piston cu element flexibil de constructie generala RIIT(a)

Structura RIIT(a) a mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie generala contine elementul flexibil ca biela. Elementul profilat prescris (elementul 2) se va considera elementul conducator (v. Fig.4.20).

Functia de generat (marimea de iesire) si parametrul pozitional al elementului conducator (elementul de intrare) al mecanismului manivela-piston de constructie generala RHT(a) va fi descrisa ca si in cazul mecanismului manivela-piston de constructie simpla RRIT(a) (v. (4.38) respectiv (4.22)... (4.24).

Vectorul $X(t,\theta)$ va fi dat in raport cu sistemul de coordonate mobil u,v pentru o functie de generat (4.38) prin relatia:

$$X(t,\theta)=\left[-(s_0+\xi f(k\cdot t))\pm i\cdot l_1\right]+\left(l_2(\theta)\cdot e^{i\theta(t)}+\xi\tilde{l}_3(\theta)\cdot e^{i\gamma_1(\theta(t))}\right)\cdot e^{i\left[(\varphi_0+\zeta k\cdot t)\right]} \tag{4.130}$$

Marimile care intervin in relatia (4.130) reprezinta:

$\varphi_0 = z_0$ - unghiul initial al elementului conducator,

$s_0 = F(z_0)$- cursa initial a elementului condus,

l_1- excentricitatea directiei de translatie,

$l_2(\theta)$ - raza vectoare curenta a elementului profilat conducator

iar $\gamma_1(\theta(t))$ si $\tilde{l}_3(\theta)$ au aceeasi semnificatie ca in § 4.7.1

Pentru vectorul $X(t,\theta)$, care descrie evolventa (4.130), se va separa partea imaginara de partea reala si se vor obtine componentele acestuia sub forma:

$$\begin{aligned} u_X(t) &= -(s_0+\xi f(k\cdot t))+l_2(\theta)\cdot\cos[(\varphi_0+\zeta k\cdot t)+\theta(t)]+\xi\tilde{l}_3(\theta)\cdot\cos[(\varphi_0+\zeta k\cdot t)+\gamma_1(\theta(t))] \\ v_X(t) &= \pm l_1+l_2(\theta)\cdot\sin[(\varphi_0+\zeta k\cdot t)+\theta(t)]+\xi\tilde{l}_3(\theta)\cdot\sin[(\varphi_0+\zeta k\cdot t)+\gamma_1(\theta(t))] \end{aligned} \tag{4.131}$$

Prin transformari de coordonate a vectorului tangenta dat de (4.136) se va obtine vectorul tangenta $\tilde{Y}(t,\theta)$ in sistemul de coordonate atasat elementului profilat de determinat $u\,v$ sub forma:

$$\tilde{Y}(t,\theta)=Y'(\theta)\cdot e^{i\cdot(\varphi_0+\zeta k\cdot t)}=\left[\frac{dl_2(\theta)}{d\theta}+i\cdot l_2(\theta)\right]e^{i\theta(t)}e^{i\cdot(\varphi_0+\zeta k\cdot t)}. \tag{4.132}$$

Dependenta dintre parametrii de infasurare si de pozitie (4.121) se va determina din urmatoarea ecuatie diferentiala

$$\begin{aligned} &\left\{-\xi f'(t)\left(\frac{dl_2(\theta)}{d\theta}c_{\beta+\theta}-l_2(\theta)s_{\beta+\theta}\right)+\zeta l_2^2(\theta)+\zeta\xi\tilde{l}_3(\theta)\left(l_2(\theta)c_{\gamma_1-\theta}-\frac{dl_2(\theta)}{d\theta}s_{\gamma_1-\theta}\right)\right\}dt+ \\ &+\left[\left(\frac{dl_2(\theta)}{d\theta}\right)^2+l_2^2(\theta)+\xi\left(\frac{dl_2(\theta)}{d\theta}\frac{d\tilde{l}_3(\theta)}{d\theta}+l_2(\theta)\tilde{l}_3(\theta)\frac{d\gamma_1(\theta)}{d\theta}\right)c_{\gamma_1-\theta}+\xi\left(l_2(\theta)\frac{d\tilde{l}_3(\theta)}{d\theta}-\tilde{l}_3(\theta)\frac{dl_2(\theta)}{d\theta}\frac{d\gamma_1(\theta)}{d\theta}\right)s_{\gamma_1-\theta}\right]d\theta=0 \end{aligned} \tag{4.133}$$

In (4.133) sunt utilizate notatiile din (4.129). Coordonatele evolutei (elementului profilat) si lungimea curenta a elementului flexibil se vor determina cu relatiile (4.8) si (4.122). Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator φ_{min} si φ_{max} in cazul mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie generala RIIT(a) se vor determina de asemenea din (4.12).

4.7.3. Sinteza dimensionala a mecanismului piston-balansier - cu element flexibil de constructie generala TIIR(a)

Structura TIIR(a) a mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie generala contine elementul flexibil ca biela. Elementul profilat prescris solidar cu cupla de translatie se va considera elementul conducator (v. Fig.4.21).

Functia de generat (marimea de iesire) si parametrul pozitional al elementului conducator (elementul de intrare) a mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie generala TIIR(a) va fi descrisa de relatiile (4.44) respectiv (4.45) si (4.46) (v. mecanismul piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TIRR(a)).

Vector $X(t,\theta)$ va fi exprimat in raport cu sistemul de coordonate mobil u,v prin relatia:

$$X(t,\theta)=\left[(s_0+\zeta\cdot k\cdot t)\pm i\cdot l_1\right]+\left(l_4(\theta)\cdot e^{i\theta(t)}+\xi\cdot\tilde{l}_3(\theta)\cdot e^{i\gamma_1(\theta(t))}\right)e^{i\cdot(\psi_0+\xi f(k\cdot t))} \qquad (4.134)$$

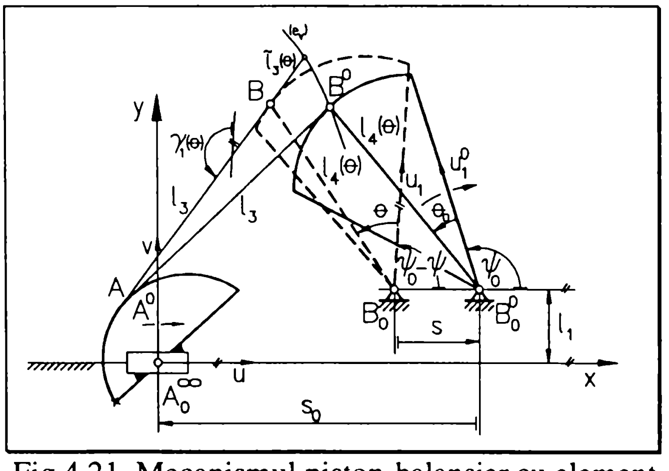


Fig.4.21. Mecanismul piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TIIR(a)

Marimile ca intervin in relatia (4.134) reprezinta:

$s_0 = z_0$ - cursa initiala al elementului conducator,

$\psi_0 = F(z_0)$ - cursa initiala a elementului condus,

l_1 - excentricitatea directiei de translatie,

$l_4(\theta)$ - raza vectoare curenta a elementului profilat conducator.

Marimile $\gamma_1(\theta(t))$ si $\tilde{l}_3(\theta)$ au aceeasi semnificatie ca in § 4.7.1.

Prin separarea partilor reale si imaginare ale vectorului $X(t,\theta)$ se vor obtine ecuatiile parametrice ale evolventei sub forma:

$$\begin{aligned} u_X(t) &= \left(s_0+\zeta k t\right)+l_4(\theta)\cos\left[(\psi_0+\xi f(kt))+\theta(t)\right]+\xi\tilde{l}_3(\theta)\cos\left[(\psi_0+\xi f(k\cdot t))+\gamma_1(\theta(t))\right] \\ v_X(t) &= \pm l_1+l_4(\theta)\cdot\sin\left[(\psi_0+\xi f(kt))+\theta(t)\right]+\xi\tilde{l}_3(\theta)\cdot\sin\left[(\psi_0+\xi f(kt))+\gamma_1(\theta(t))\right] \end{aligned} \qquad .(4.135)$$

Prin transformari de coordonate a vectorului tangenta dat de (4.136) se va obtine vectorul tangenta $\tilde{Y}(t,\theta)$ in sistemul de coordonate mobil $u\ v$ sub forma:

$$\tilde{Y}(t,\theta)=Y'(\theta)\cdot e^{i\cdot(\psi_0+\xi f(k\cdot t))}=\left[\frac{dl_4(\theta)}{d\theta}+i\cdot l_4(\theta)\right]e^{i\theta(t)}e^{i\cdot(\psi_0+\xi f(k\cdot t))}. \qquad (4.136)$$

Dependenta dintre parametrii de infasurare respectiv de pozitie (4.121) se va determina din urmatoarea ecuatie diferentiala

$$\begin{aligned}&\left\{\zeta\left(\frac{dl_4(\theta)}{d\theta}c_{\alpha+\theta}-l_4(\theta)s_{\alpha+\theta}\right)+\xi f'(t)\left[l_4^2(\theta)+\xi\tilde{l}_3(\theta)\left(l_4(\theta)c_{\gamma_1-\theta}-\frac{dl_4(\theta)}{d\theta}s_{\gamma_1-\theta}\right)\right]\right\}dt+\\&+\left[\left(\frac{dl_4(\theta)}{d\theta}\right)^2+l_4^2(\theta)+\xi\left(\frac{dl_4(\theta)}{d\theta}\frac{d\tilde{l}_3(\theta)}{d\theta}+l_4(\theta)\tilde{l}_3(\theta)\frac{d\gamma_1(\theta)}{d\theta}\right)c_{\gamma_1-\theta}+\xi\left(l_4(\theta)\frac{d\tilde{l}_3(\theta)}{d\theta}-\tilde{l}_3(\theta)\frac{dl_4(\theta)}{d\theta}\frac{d\gamma_1(\theta)}{d\theta}\right)s_{\gamma_1-\theta}\right]d\theta=0\end{aligned} \tag{4.137}$$

In (4.137) s-a utilizat notatia

$$\sin(F(z_0)+f(k\cdot t)+\theta(t))=s_{\alpha+\theta} \qquad \cos(F(z_0)+f(k\cdot t)+\theta(t))=c_{\alpha+\theta}. \tag{3.138}$$

Coordonatele evolutei (elementului profilat) si lungimea curenta a elementului flexibil se vor determina cu relatiile (4.8) si (4.122). Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator $s_{\min}$ si $s_{\max}$ in cazul mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie generala TIIR(a) se vor determina din (4.12).

4.7.6. Sinteza dimensionala a mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie generala TIIT(a)

Structura TIIT(a) a mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie generala contine elementul flexibil ca biela. Elementul profilat prescris solidar una din cuplele de translatie (elementul 2) se va considera elementul conducator (v. Fig.4.24).

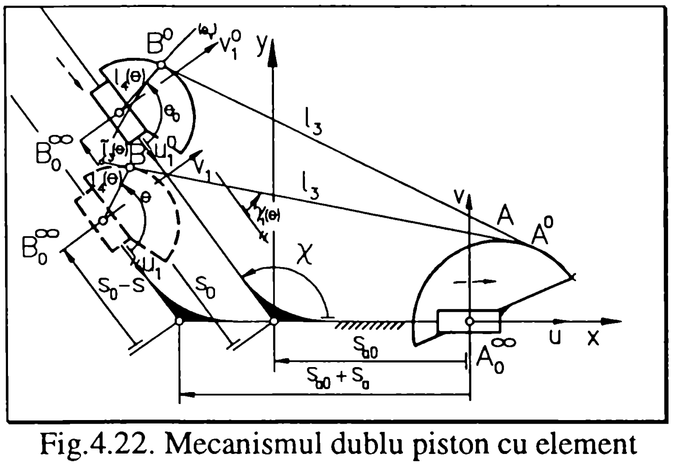


Fig.4.22. Mecanismul dublu piston cu element flexibil de constructie generala TIIT(a)

Functia de generat (marimea de iesire) si parametrul pozitional al elementului conducator (elementul de intrare) al mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie generala TIIR(a) va fi descrisa de relatiile (4.62) respectiv (4.63)... (4.64) (v. mecanismul dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TIRT(a)).

Vector $X(t,\theta)$ va fi exprimat in raport cu sistemul de coordonate mobil u,v prin relatia:

$$X(t)=-(s_{a_0}+\zeta k\cdot t)+(s_0+\xi f(k\cdot t))\cdot e^{i\cdot\chi}+\left(l_4(\theta)e^{i\theta(t)}+\xi\cdot\tilde{l}_3(\theta)e^{i\gamma_1(\theta(t))}\right)\cdot e^{i\cdot\chi} \tag{4.139}$$

Marimile care intervin in relatia (4.139) reprezinta:

$s_{a_0}=z_0$ - cursa initiala a elementului conducator,

$s_0=F(z_0)$- cursa initiala a elementului condus,

χ - unghiul dintre axele de translatie.

$l_4(\theta)$ - raza vectoare curenta a elementului profilat conducator.

Marimile $\gamma_1(\theta(t))$ si $\tilde{l}_3(\theta)$ au aceeasi semnificatie ca in § 4.7.1.

Prin separarea partilor reale si imaginare ale vectorului $X(t,\theta)$ se vor obtine ecuatiile parametrice ale acestuia in forma (4.1)

$$\begin{aligned} u_X(t) &= -\left(s_{a_0}+\zeta(k\cdot t)\right)+\left(s_0+\xi f(k\cdot t)\right)\cos\chi+l_4(\theta)\cdot\cos\left(\chi+\theta(t)\right)+\xi\cdot\tilde{l}_3(\theta)\cdot\cos\left(\chi+\gamma_1(\theta(t))\right) \\ v_X(t) &= \left(s_0+\xi f(k\cdot t)\right)\sin\chi+l_4(\theta)\cdot\sin\left(\chi+\theta(t)\right)+\xi\cdot\tilde{l}_3(\theta)\cdot\sin\left(\chi+\gamma_1(\theta(t))\right) \end{aligned} \quad .(4.140)$$

Prin transformari de coordonate a vectorului tangenta dat de (4.136) se va obtine vectorul tangenta $\tilde{Y}(t,\theta)$ in sistemul de coordonate mobil $u\ v$ sub forma:

$$\tilde{Y}(t,\theta)=Y'(\theta)\cdot e^{i\cdot\chi}=\left[\frac{dl_4(\theta)}{d\theta}+i\cdot l_4(\theta)\right]e^{i\theta(t)}e^{i\cdot\chi}. \quad (4.141)$$

Dependenta dintre parametrii de infasurare respectiv de pozitie (4.121) se va determina din urmatoarea ecuatie diferentiala

$$\begin{aligned} &\left\{\zeta\left(l_4(\theta)s_{\chi+\theta}-\frac{dl_4(\theta)}{d\theta}c_{\chi+\theta}\right)\left(\zeta-\xi f'(t)\cos\chi\right)\right\}dt+ \\ &\left\{\left(\frac{dl_4(\theta)}{d\theta}\right)^2+l_4^2(\theta)+\xi\left[\left(\frac{d\tilde{l}_3(\theta)}{d\theta}\frac{dl_4(\theta)}{d\theta}+\tilde{l}_3(\theta)l_4(\theta)\frac{d\gamma_1(\theta)}{d\theta}\right)c_{\gamma_1-\theta}+\left(l_4(\theta)\frac{d\tilde{l}_3(\theta)}{d\theta}-\tilde{l}_3(\theta)\frac{dl_4(\theta)}{d\theta}\frac{d\gamma_1(\theta)}{d\theta}\right)s_{\gamma_1-\theta}\right]\right\}d\theta=0 \end{aligned} \quad (4.142)$$

In (4.142) s-a utilizat notatia

$$\sin(\gamma_1(t)-\theta(t))=s_{\gamma_1-\theta} \qquad \cos(\gamma_1(t)-\theta(t))=c_{\gamma_1-\theta}. \quad (4.143)$$

Coordonatele evolutei (elementului profilat) si lungimea curenta a elementului flexibil se vor determina cu relatiile (4.8) si (4.122). Valorile extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator $s_{\min}$ si $s_{\max}$ in cazul mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie generala TIIT(a) se vor determina din (4.12).

Cap.5. Analiza cinematica a mecanismelor patrulatere cu element flexibil

Analiza cinematica a mecanismelor cu element flexibil se realizeaza dupa un procedeu de calcul invers sintezei dimensionale si conduce la determinarea parametrilor cinematici ai mecanismului sintetizat sau existent. Acesti parametri cinematici in cazul mecanismului patrulater cu element flexibil generator de functii reprezinta functia de transmitere de ordinul 0 - functia de pozitie, functia de transmitere de ordinul 1 - functia de viteza si functia de transmitere de ordinul 2 - functia de acceleratie, precum si parametrii de stare ai miscarii (cursa viteza si acceleratia lineara sau unghiulara).

Marimile de intrare (date) in cazul analizei cinematice sunt: structura mecanismului patrulater cu element flexibil data (v. Fig.2.6), lungimile constante ale elementelor si respectiv geometria elementului profilat. In cazul structurilor mecanismelor patrulatere cu element flexibil de constructie generala (v. § 2.3.5) sunt date configuratiile geometrice ale ambelor elemente profilate.

Analiza cinematica a mecanismelor patrulatere cu element flexibil se va realiza pe baza unui algoritm de calcul general (v. § 5.1), care nu este dependent de structura mecanismului cu element flexibil. Marimile de iesire sau rezultatele analizei cinematice sunt functiile de transmitere (FT) de ordinul ν ($\nu = 0,1,2$) si parametrii de stare a miscarii (FK) a mecanismului cu element flexibil analizat.

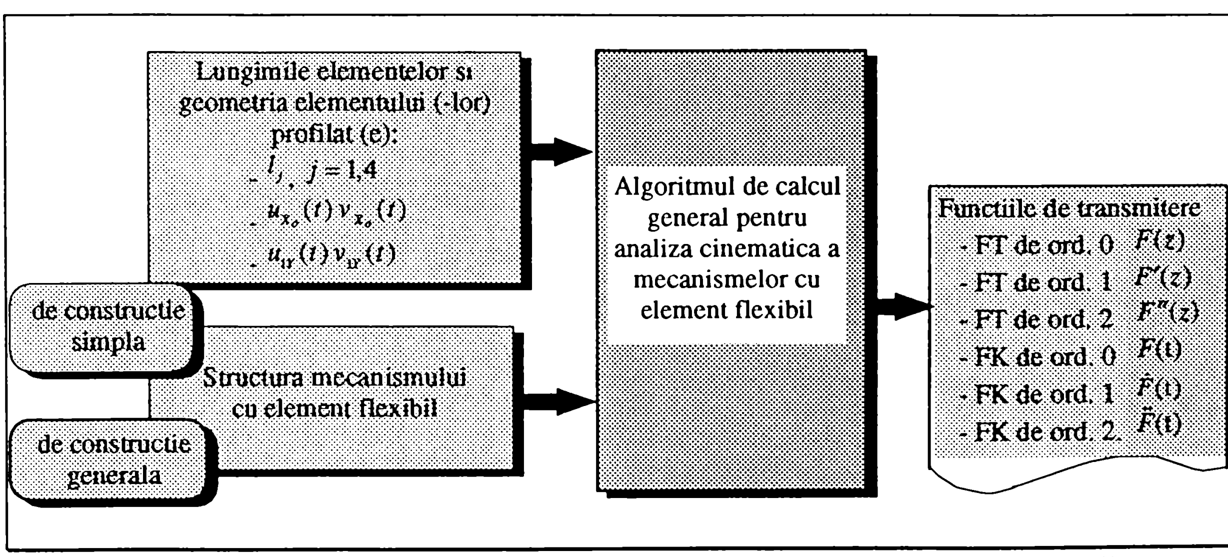


Fig.5.1 Schema bloc a analizei cinematice a mecanismelor cu element flexibil

In Fig.5.1 este prezentata o schema bloc general valabila in cazul analizei cinematice a mecanismelor patrulatere cu element fle xibil.

5.1 Algoritmul general al analizei cinematice a mecanismelor cu element flexibil de constructie simpla

Conform celor prezentate in Fig.5.1, scopul analizei cinematice il reprezinta determinarea functiilor de transmitere de ordinul ν $(\nu = 0,1,2)$ pentru cazul mecanismelor patrulatere cu element flexibil de constructie simpla. Elementul condus profilat (k_0) este solidar cu sistemul de axe mobil u,v si este dat in acest sistem de axe prin relatia:

$$K_0(t) = u_0(t) + i \cdot v_0(t)\ . \tag{5.1}$$

Elementul flexibil are unul dintre capete solidar cu elementul profilat, iar celalalt capat descrie in miscarea inversa (elementul profilat va fi considerat fix) in sistemul de axe solidar cu acesta o traiectorie (evolventa (e_v)). Aceasta traiectorie va trebui sa fie descrisa prin inchiderea conturului poligonal pornind din originea sistemului de axe u,v si pe calea care caracterizeaza structura mecanismului cu element flexibil. Vectorul rezultant al vectorilor asociati elementelor care definesc tipul structurii mecanismului cu element flexibil se va nota in continuare cu $X(t)$. Elementul flexibil trebuie sa fie mereu tangent la elementul profilat cunoscut (k_0). Panta acestuia in sistemul de axe atasat elementului profilat este data de relatia:

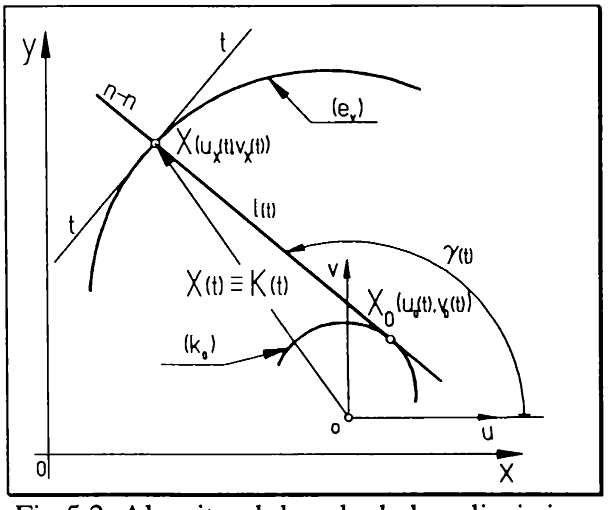


Fig.5.2. Algoritmul de calcul al analizei cinematice a mecanismelor cu element flexibil

$$\gamma(t) = \arctan \frac{v_0'(t)}{u_0'(t)} \tag{5.2}$$

Lungimea curenta a elementului flexibil se determina cu relatia:

$$l(t) = l - \int_0^t \sqrt{u_0'(t)^2 + v_0'(t)^2}\,dt, \tag{5.3}$$

unde l reprezinta lungimea maxima a elementului flexibil si termenii care intervin sub semnul integrala reprezinta:

$$u_0'(t) = \frac{du_0(t)}{dt}$$
$$v_0'(t) = \frac{dv_0(t)}{dt}\ . \tag{5.4}$$

Vectorul $K(t)$, care descrie punctul X in sistemul de axe u,v are, in scrierea cu numere complexe, urmatoarea forma:

$$K(t) = [u_0(t) + i \cdot v_0(t)] + l(t) \cdot e^{i\gamma(t)}. \tag{5.5}$$

Vectorul rezultant $X(t)$ urmeaza a avea forma din (4.1).

Ecuatia de inchidere a poligonului vectorial conduce la ecuatia in scriere cu numere complexe:

$$[u_0(t) + i \cdot v_0(t)] + \left[l - \int_0^t \sqrt{u_0'(t)^2 + v_0'(t)^2}\, dt \right] \cdot e^{i \cdot \arctan \frac{v_0'(t)}{u_0'(t)}} = u_X(t) + i \cdot v_X(t). \tag{5.6}$$

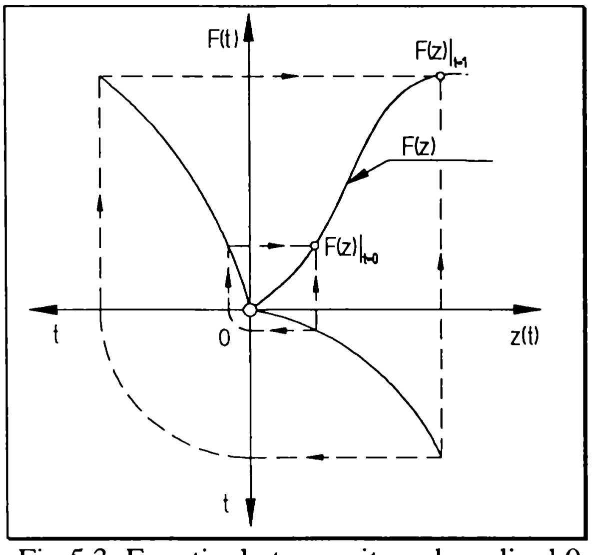


Fig.5.3. Functia de transmitere de ordinul 0

Ecuatia de transmitere de ordinul 0 se va obtine prin multiplicarea ecuatiei (5.6) cu ecuatia complex conjugata a acesteia. Ecuatia de transmitere de ordinul 0 se va obtine sub forma:

$$\mathrm{F}(z(t), F(t)) = 0 \tag{5.7}$$

Parametrii pozitionali ai elementului conducator (motor) si cei ai elementului condus (v. § 4.2) se vor obtine intr-o forma parametrica din ecuatia (5.6) dupa cum urmeaza:

$$\begin{aligned} z &= z(t) \\ F &= F(t)' \end{aligned} \tag{5.8}$$

unde parametrul $t \in [0,1]$ apartine elementului profilat. Functia de transmitere de ordinul 0 - functia de pozitie $F(z)$ se va obtine prin eliminarea parametrului t al elementului profilat intre parametrii pozitionali in forma parametrica a elementului conducator $z(t)$ si ai elementului condus $F(t)$ (v. Fig.5.3). Prin derivarea parametrului pozitional al elementului condus din (5.8) in raport cu parametrul t (se obtine $F'(t)$) si prin eliminarea acestuia intre $F'(t)$ si $z(t)$ se va obtine functia de transmitere de ordinul 1 - functia de viteza $F'(z)$. Analog se obtine si functia de transmitere de ordinul 2 - functia de acceleratie $F''(z)$.

Prin derivarea functiei de transmitere de ordinul 0 in raport cu timpul t (t $\neq t$) se va obtine viteza elementului condus

$$\dot{F}(\mathrm{t}) = F'(z) \cdot \dot{z} \tag{5.9}$$

iar prin derivarea relatiei (5.9) in raport cu t se va obtine acceleratia elementului condus

$$\ddot{F}(\mathrm{t}) = F''(z) \cdot \dot{z}^2 + F'(z) \cdot \ddot{z}, \tag{5.10}$$

in care:

$$\dot{z} = \frac{dz}{dt}, \qquad \ddot{z} = \frac{d^2 z}{dt^2}. \tag{5.11}$$

sunt viteza si acceleratia elementului conducator (motor).

5.2. Analiza cinematica a mecanismelor cu element flexibil de constructie simpla avand elementul flexibil ca biela.

5.2.1. Analiza cinematica a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a)

Vectorul rezultant $X(t)$ are in cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a) (v. Fig.5.4) urmatoarea forma:

$$X(t) = -l_1 \cdot e^{-i\psi(t)} + l_2 \cdot e^{i[\varphi(t)-\psi(t)]}. \tag{5.12}$$

Prin inchiderea conturului poligonal pornind din originea sistemului de axe u,v pe cele doua cai date de vectorii rezultanti $X(t)$ si $K(t)$ in cupla cinematica A (care descrie evolventa elementului profilat) rezulta ecuatia acestuia ca fiind:

$$-l_1 \cdot e^{-i\psi(t)} + l_2 \cdot e^{i[\varphi(t)-\psi(t)]} = [u_0(t) + i \cdot v_0(t)] + l_3(t) \cdot e^{i\gamma(t)} . \tag{5.13}$$

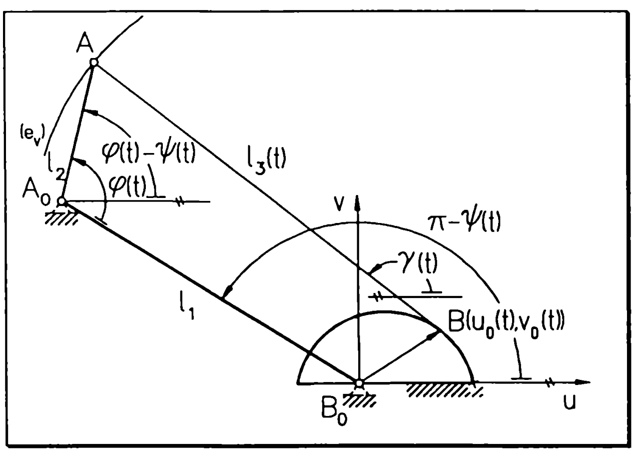


Fig.5.4. Mecanismul patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a)

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.13) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, care se vor scrie sub forma:

$$\begin{aligned}&-l_1 \cdot e^{-i\psi(t)} + l_2 \cdot e^{i[\varphi(t)-\psi(t)]} - \\ &-[u_0(t) + i \cdot v_0(t)] = l_3(t) \cdot e^{i\gamma(t)} \\ &-l_1 \cdot e^{i\psi(t)} + l_2 \cdot e^{-i[\varphi(t)-\psi(t)]} - \\ &-[u_0(t) - i \cdot v_0(t)] = l_3(t) \cdot e^{-i\gamma(t)}\end{aligned} \tag{5.14}$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a) sub forma:

$$\begin{aligned}\mathrm{F}(\varphi(t),\psi(t)) = 0 = l_1^2 + l_2^2 + (u_0^2(t) + v_0^2(t)) - l_3(t)^2 - 2 \cdot l_1 l_2 \cos\varphi(t) + 2 \cdot l_1 (u_0(t) \cdot \cos\psi(t) - v_0(t) \cdot \sin\psi(t)) - \\ - 2 \cdot l_2 (u_0(t) \cdot \cos(\varphi(t) - \psi(t)) + v_0(t) \cdot \sin(\varphi(t) - \psi(t)))\end{aligned} \tag{5.15}$$

Parametrul pozitional al elementului conducator se va obtine dupa multiplicarea ecuatiilor sistemului de ecuatii (5.14) scrise sub forma:

$$\begin{aligned}&[-l_1 + l_2 \cdot e^{i\varphi(t)}] \cdot e^{-i\psi(t)} = [u_0(t) + i \cdot v_0(t)] + l_3(t) \cdot e^{i\gamma(t)} \\ &[-l_1 + l_2 \cdot e^{-i\varphi(t)}] \cdot e^{i\psi(t)} = [u_0(t) - i \cdot v_0(t)] + l_3(t) \cdot e^{-i\gamma(t)} .\end{aligned} \tag{5.16}$$

Acesta va fi:

$$\varphi(t) = \arccos \frac{l_1^2 + l_2^2 - [u_0(t)^2 + v_0(t)^2] - l_3(t)^2 - 2 \cdot l_3(t)[u_0(t)\cos\gamma(t) + v_0(t)\sin\gamma(t)]}{2 \cdot l_1 l_2} \tag{5.17}$$

Analog prin multiplicare ecuatiilor sistemului de ecuatii (5.14) scrise sub forma:

$$\begin{aligned} &l_2 \cdot e^{i[\varphi(t)-\psi(t)]} = [u_0(t) + i \cdot v_0(t)] + l_3(t) \cdot e^{i\gamma(t)} + l_1 \cdot e^{-i\psi(t)} \\ &l_2 \cdot e^{-i[\varphi(t)-\psi(t)]} = [u_0(t) - i \cdot v_0(t)] + l_3(t) \cdot e^{-i\gamma(t)} + l_1 \cdot e^{i\psi(t)} \end{aligned} \quad (5.18)$$

se va obtine ecuatia trigonometrica:

$$A(t) \cdot \cos\psi(t) + B(t) \cdot \sin\psi(t) + C(t) = 0\ , \quad (5.19)$$

din care se va determina parametrul pozitional al elementului condus $\psi(t)$.

In care:

$$\begin{aligned} &A(t) = 2l_1 l_3(t)\cos\gamma(t) + 2 \cdot l_1 \cdot u_0(t) \\ &B(t) = -2l_1 l_3(t)\sin\gamma(t) - 2 \cdot l_1 \cdot v_0(t) \\ &C(t) = l_1^2 - l_2^2 + l_3(t)^2 + (u_0(t)^2 + u_0(t)^2) + 2l_3(t)[u_0(t)\cos\gamma(t) + v_0(t)\sin\gamma(t)] \end{aligned} \quad . \quad (5.20)$$

Inlocuind in (5.19)

$$\cos\psi(t) = \frac{1 - \tan^2\frac{\psi}{2}}{1 + \tan^2\frac{\psi}{2}} \qquad \sin\psi(t) = \frac{2 \cdot \tan\frac{\psi}{2}}{1 + \tan^2\frac{\psi}{2}} \quad (5.21)$$

si rezolvand ecuatia ce se obtine, rezulta parametrul de pozitie al elementului condus:

$$\psi(t) = 2\arctan\frac{B(t) \pm \sqrt{A(t)^2 + B(t)^2 - C(t)^2}}{A(t) - C(t)} \quad . \quad (5.22)$$

Relatiile (5.17) si (5.22) descriu functia de transmitere de ordinul 0 in forma parametrica.

Derivand relatia (5.19) in raport cu parametrul t :

$$A'(t) \cdot \cos\psi(t) - A(t) \cdot \psi'(t)\sin\psi(t) + B'(t) \cdot \sin\psi(t) + B(t) \cdot \psi'(t)\cos\psi(t) + C'(t) = 0 \,. \quad (5.23)$$

rezulta derivata de ordinul 1 a parametrului pozitional al elementului condus:

$$\psi'(t) = \frac{A'(t)\cos\psi(t) + B'(t)\sin\psi(t) + C'(t)}{A(t)\sin\psi(t) - B(t)\cos\psi(t)} \,. \quad (5.24)$$

In care coeficientii care intervin in (5.24) sunt:

$$\begin{aligned} &A'(t) = 2l_1[u_0'(t) + l_3'(t)\cos\gamma(t) - l_3(t)\gamma'(t)\sin\gamma(t)] \\ &B'(t) = -2l_1[v_0'(t) + l_3'(t)\sin\gamma(t) + l_3(t)\gamma'(t)\cos\gamma(t)] \\ &C'(t) = 2\{[u_0(t)u_0'(t) + v_0(t)v_0'(t)] + l_3'(t)[u_0(t)\cos\gamma(t) + v_0(t)\sin\gamma(t)] + l_3'(t)l_3(t) + \\ &\qquad + l_3(t)[(u_0'(t) + v_0(t)\gamma'(t))\cos\gamma(t) + (v_0'(t) - u_0(t)\gamma'(t))\sin\gamma'(t)]\} \end{aligned} \quad . \quad (5.25)$$

Relatiile (5.17) si (5.24) descriu functia de transmitere de ordinul 1 in forma parametrica.

Functia de transmitere de ordinul 2 se obtine urmand acelasi procedeu ca mai sus ca fiind:

$$\psi''(t) = \frac{[A''(t)\cos\psi(t) + B''(t)\sin\psi(t) + C''(t)] - 2\psi'(t)[A'(t)\sin\psi(t) - B'(t)\cos\psi(t)] - \psi'(t)^2[A(t)\cos\psi(t) + B(t)\sin\psi(t)]}{A(t)\sin\psi(t) - B(t)\cos\psi(t)} \,. \quad (5.26)$$

In care coeficientii care intervin in (5.26) sunt:

$$\begin{aligned}
A'(t) &= 2l_1\left[u_0''(t)+l_3''(t)\cos\gamma(t)-2l_3'(t)\gamma'(t)\sin\gamma(t)-l_3(t)\gamma'(t)^2\cos\gamma(t)-l_3(t)\gamma''(t)\sin\gamma(t)\right]\\
B'(t) &= -2l_1\left[v_0''(t)+l_3''(t)\sin\gamma(t)+2l_3'(t)\gamma'(t)\cos\gamma(t)-l_3(t)\gamma'(t)^2\sin\gamma(t)+l_3(t)\gamma''(t)\cos\gamma(t)\right]\\
C'(t) &= 2\Big\{l_3''(t)l_3(t)+l_3'(t)^2+\left[u_0'(t)^2+v_0'(t)^2\right]+\left[u_0(t)u_0''(t)+v_0(t)v_0''(t)\right]+l_3(t)\Big[\big(u_0''(t)+v_0''(t)\gamma'(t)+v_0'(t)\gamma''(t)+\\
&+v_0'(t)\gamma'(t)-u_0(t)\gamma'(t)^2\big)\cos\gamma(t)+\big(v_0''(t)-u_0''(t)\gamma'(t)-u_0'(t)\gamma''(t)-u_0'(t)\gamma'(t)-v_0(t)\gamma'(t)^2\big)\sin\gamma(t)\Big]+\\
&+2l_3'(t)\Big[\big(u_0'(t)+v_0(t)\gamma'(t)\big)\cos\gamma(t)+\big(v_0'(t)-u_0(t)\gamma'(t)\big)\sin\gamma'(t)\Big]+l_3''(t)\left[u_0(t)\cos\gamma(t)+v_0(t)\sin\gamma(t)\right]\Big\}
\end{aligned} \quad (5.27)$$

Relatiile (5.17) si (5.26) descriu functia de transmitere de ordinul 2 in forma parametrica.

5.2.2. Analiza cinematica a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RIRR(a)

Vectorul rezultant $X(t)$ are in cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RIRR(a) (v. Fig.5.5) urmatoarea forma:

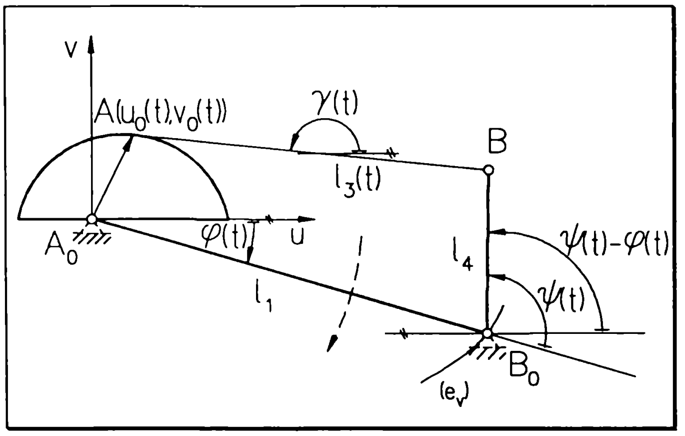


Fig. 5.5. Mecanismul patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RIRR(a)

$$X(t)=l_1\cdot e^{-i\cdot\varphi(t)}+l_4\cdot e^{i\cdot[\psi(t)-\varphi(t)]}. \quad (5.28)$$

Prin inchiderea conturului poligonal pe cele doua cai in cupla cinematica B (care descrie evolventa elementului profilat) rezulta ecuatia de inchidere:

$$\begin{aligned} &l_1\cdot e^{-i\varphi(t)}+l_4\cdot e^{i[\psi(t)-\varphi(t)]}=\\ &=\left[u_0(t)+i\cdot v_0(t)\right]+l_3(t)\cdot e^{i\gamma(t)}\end{aligned}. \quad (5.29)$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.29) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, care se va scrie sub forma:

$$\begin{aligned} &l_1\cdot e^{-i\varphi(t)}+l_4\cdot e^{i[\psi(t)-\varphi(t)]}-\left[u_0(t)+i\cdot v_0(t)\right]=l_3(t)\cdot e^{i\gamma(t)}\\ &l_1\cdot e^{i\varphi(t)}+l_4\cdot e^{-i[\psi(t)-\varphi(t)]}-\left[u_0(t)-i\cdot v_0(t)\right]=l_3(t)\cdot e^{-i\gamma(t)}\end{aligned} \quad (5.30)$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RIRR(a) sub forma:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}(\varphi(t),\psi(t)) = 0 &= l_1^2+l_4^2-l_3(t)^2+\left(u_0^2(t)+v_0^2(t)\right)-2\cdot l_1\left(u_0(t)\cos\varphi(t)-v_0(t)\sin\varphi(t)\right)+2\,l_1 l_4\cos\psi(t)\\ &-2\cdot l_4\left(u_0(t)\cos(\psi(t)-\varphi(t))+v_0(t)\sin(\psi(t)-\varphi(t))\right)\end{aligned} \quad (5.31)$$

Prin multiplicarea ecuatiilor sistemului (5.30) scrise sub forma:

$$\begin{aligned} &l_4\cdot e^{i[\psi(t)-\varphi(t)]}=l_3(t)\cdot e^{i\gamma(t)}-l_1\cdot e^{-i\varphi(t)}+\left[u_0(t)+i\cdot v_0(t)\right]\\ &l_4\cdot e^{-i[\psi(t)-\varphi(t)]}=l_3(t)\cdot e^{-i\gamma(t)}-l_1\cdot e^{i\varphi(t)}+\left[u_0(t)-i\cdot v_0(t)\right]\end{aligned} \quad (5.32)$$

se obtine ecuatia trigonometrica:

$$A(t)\cdot\cos\varphi(t)+B(t)\cdot\sin\varphi(t)+C(t)=0\ , \quad (5.33)$$

din care se determina parametrul pozitional al elementului conducator sub forma:

$$\varphi(t) = 2\arctan\frac{B(t) \pm \sqrt{A(t)^2 + B(t)^2 - C(t)^2}}{A(t) - C(t)} \quad . \tag{5.34}$$

In (5.34) s-au utilizat urmatoarele notatii:

$$\begin{aligned} A(t) &= -2l_1 u_0(t) - 2l_1 l_3(t)\cos\gamma(t) \\ B(t) &= 2l_1 v_0(t) + 2l_1 l_3(t)\sin\gamma(t) \\ C(t) &= l_1^2 - l_4^2 + l_3(t)^2 + (u_0(t)^2 + u_0(t)^2) + 2l_3(t)\left[u_0(t)\cos\gamma(t) + v_0(t)\sin\gamma(t)\right] \end{aligned} \quad . \tag{5.35}$$

Parametrul pozitional al elementului condus se va obtine dupa multiplicarea ecuatiilor sistemului (5.30), scris sub forma:

$$\begin{aligned} \left[l_1 + l_4 \cdot e^{i\psi(t)}\right] \cdot e^{-i\varphi(t)} &= \left[u_0(t) + i \cdot v_0(t)\right] + l_3(t) \cdot e^{i\gamma(t)} \\ \left[l_1 + l_4 \cdot e^{-i\psi(t)}\right] \cdot e^{i\varphi(t)} &= \left[u_0(t) - i \cdot v_0(t)\right] + l_3(t) \cdot e^{-i\gamma(t)} \end{aligned} , \tag{5.36}$$

Acesta va fi:

$$\psi(t) = \arccos\frac{-l_1^2 - l_4^2 + \left[u_0(t)^2 + v_0(t)^2\right] + l_3(t)^2 + 2 l_3(t)\left[u_0(t)\cos\gamma(t) + v_0(t)\sin\gamma(t)\right]}{2 \cdot l_1 l_4} . \tag{5.37}$$

Relatiile (5.34) si (5.37) descriu functia de transmitere de ordinul 0 in forma parametrica pentru mecanismul patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RIRR(a).

Derivand relatia (5.37) in raport cu parametrul t rezulta derivata de ordinul 1 a parametrului pozitional al elementului condus:

$$\psi'(t) = \frac{\begin{gathered} -l_3'(t)\left[u_0(t)\cos\gamma(t) + v_0(t)\sin\gamma(t)\right] - l_3(t)\left[u_0'(t)\cos\gamma(t) + v_0'(t)\sin\gamma(t)\right] + \\ + l_3(t)\gamma'(t)\left[u_0(t)\sin\gamma(t) - v_0(t)\cos\gamma(t)\right] - \left[u_0(t)u_0'(t) + v_0(t)v_0'(t)\right] - l_3(t)l_3'(t) \end{gathered}}{l_1 l_4 \sin\psi(t)} . \tag{5.38}$$

Relatiile (5.34) si (5.38) descriu functia de transmitere de ordinul 1 in forma parametrica.

Functia de transmitere de ordinul 2 se obtine urmand acelasi procedeu ca mai sus sub forma:

$$\psi''(t) = \frac{\begin{gathered} -l_3''(t)\left[u_0(t)\cos\gamma(t) + v_0(t)\sin\gamma(t)\right] - 2l_3'(t)\left[u_0'(t)\cos\gamma(t) + v_0'(t)\sin\gamma(t)\right] - l_3(t)l_3''(t) + \\ +2l_3'(t)\gamma'(t)\left[u_0(t)\sin\gamma(t) - v_0(t)\cos\gamma(t)\right] - l_3(t)\left[u_0''(t)\cos\gamma(t) + v_0''(t)\sin\gamma(t)\right] - l_3'(t)^2 + \\ +2l_3(t)\gamma'(t)\left[u_0'(t)\sin\gamma(t) - v_0'(t)\cos\gamma(t)\right] + l_3(t)\gamma'(t)^2\left[u_0(t)\cos\gamma(t) + v_0(t)\sin\gamma(t)\right] + \\ + l_3(t)\gamma''(t)\left[u_0(t)\sin\gamma(t) - v_0(t)\cos\gamma(t)\right] - \left[u_0'(t)^2 + u_0(t)u_0''(t) + v_0(t)v_0''(t) + v_0'(t)^2\right] \end{gathered}}{l_1 l_4 \sin\psi(t)} - \frac{\psi'(t)^2}{\tan\psi(t)} . \tag{5.39}$$

Relatiile (5.34) si (5.39) descriu functia de transmitere de ordinul 2 in forma parametrica.

5.2.3. Analiza cinematica a mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RRIT(a)

Vectorul rezultant $X(t)$ are in cazul mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RRIT(a) (v. Fig.5.6) urmatoarea forma:

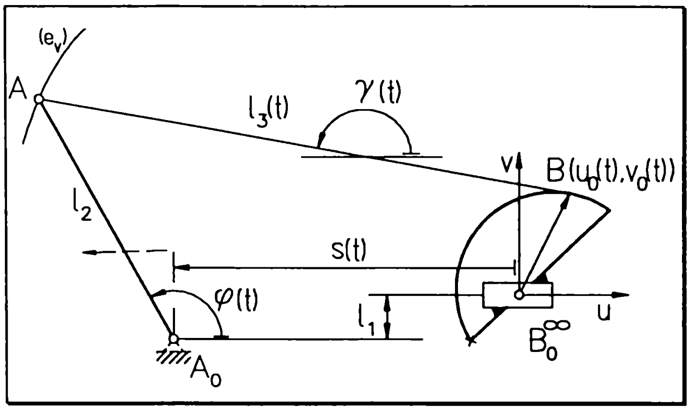


Fig. 5.6. Mecanismul manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RRIT(a)

$$X(t)=\left(-s(t)\pm i\cdot l_1\right)+l_2\cdot e^{i\cdot\varphi(t)}. \quad (5.40)$$

Prin inchiderea conturului poligonal pe cele doua cai descrise de vectorii rezultanti $X(t)$ si $K(t)$ in cupla cinematica A rezulta ecuatia acestuia ca fiind:

$$\begin{aligned}&\left(-s(t)\pm i\cdot l_1\right)+l_2\cdot e^{i\varphi(t)}=\\&=\left[u_0(t)+i\cdot v_0(t)\right]+l_3(t)\cdot e^{i\gamma(t)}\end{aligned} \quad .(5.41)$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.41) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, care se va scrie sub forma:

$$\begin{aligned}&\left(-s(t)\pm i\cdot l_1\right)+l_2\cdot e^{i\cdot\varphi(t)}-\left[u_0(t)+i\cdot v_0(t)\right]=l_3(t)\cdot e^{i\gamma(t)}\\&\left(-s(t)\mp i\cdot l_1\right)+l_2\cdot e^{-i\cdot\varphi(t)}-\left[u_0(t)-i\cdot v_0(t)\right]=l_3(t)\cdot e^{-i\gamma(t)}\end{aligned} \quad . \quad (5.42)$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RRIT(a) sub forma:

$$\begin{aligned}\mathrm{F}(s(t),\varphi(t))=0=s(t)^2&-2\cdot l_2\left(s(t)\cdot\cos\varphi(t)\mp l_1\sin\varphi(t)\right)+2\left(s(t)u_0(t)\mp l_1v_0(t)\right)+l_1^2+l_2^2-l_3(t)^2+\left(u_0^2(t)+v_0^2(t)\right)\\&-2\cdot l_2\left(u_0(t)\cdot\cos\varphi(t)+v_0(t)\cdot\sin\varphi(t)\right)\end{aligned} \quad .(5.43)$$

Parametrul pozitional al elementului conducator se va obtine dupa scaderea ecuatiilor sistemului (5.42). Acesta va fi:

$$\varphi(t)=\arcsin\frac{\mp l_1+v_0(t)+\cdot l_3(t)\sin\gamma(t)}{l_2} \quad (5.44)$$

Prin multiplicarea ecuatiilor sistemului (5.42) scrise sub forma:

$$\begin{aligned}&l_2\cdot e^{i\varphi(t)}=\left(s(t)\mp i\cdot l_1\right)+\left[u_0(t)+i\cdot v_0(t)\right]+l_3(t)\cdot e^{i\gamma(t)}\\&l_2\cdot e^{-i\varphi(t)}=\left(s(t)\pm i\cdot l_1\right)+\left[u_0(t)-i\cdot v_0(t)\right]+l_3(t)\cdot e^{-i\gamma(t)}\end{aligned} \quad . \quad (5.45)$$

se va obtine o ecuatie de gradul doi:

$$s(t)^2+2B(t)\cdot s(t)+C(t)=0 \quad . \quad (5.46)$$

din care se va determina parametrul pozitional al elementului condus.

In (5.46) s-au utilizat urmatoarele notatii:

$$\begin{aligned}&B(t)=l_3(t)\cos\gamma(t)+u_0(t)\\&C(t)=l_1^2-l_2^2+l_3(t)^2+(u_0(t)^2+v_0(t)^2)\mp 2l_1l_3(t)\sin\gamma(t)\mp.\\&\qquad\mp 2l_1v_0(t)+2l_3(t)\left(u_0(t)\cos\gamma(t)+v_0(t)\sin\gamma(t)\right)\end{aligned} \quad (5.47)$$

Rezolvand ecuatia (5.46) se obtine parametrul pozitional al elementului condus:

$$s(t)=-B(t)\pm\sqrt{B(t)^2-C(t)} \quad (5.48)$$

Relatiile (5.48) si (5.44) descriu functia de transmitere de ordinul 0 in forma parametrica pentru mecanismul manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RRIT(a).

Derivand relatia (5.48) in raport cu parametrul t rezulta derivata de ordinul 1 a parametrului pozitional al elementului condus:

$$s'(t) = \frac{-2B'(t) \cdot s(t) - C'(t)}{2(s(t) + B(t))}. \tag{5.49}$$

In (5.45) s-au utilizat urmatoarele notatii:

$$\begin{aligned} B'(t) &= u_0'(t) + l_3'(t)\cos\gamma(t) - l_3(t)\gamma'(t)\sin\gamma(t) \\ C'(t) &= 2l_3(t)l_3'(t) + 2(u_0(t)u_0'(t) + v_0(t)v_0'(t)) \mp 2l_1\big(l_3'(t)\sin\gamma(t) - l_3(t)\gamma'(t)\cos\gamma(t)\big) + \\ &+ 2l_3'(t)\big[u_0(t)\cos\gamma(t) + v_0(t)\sin\gamma(t)\big] + 2l_3(t)\big[u_0'(t)\cos\gamma(t) + v_0'(t)\sin\gamma(t)\big] + \\ &- 2l_3(t)\gamma'(t)\big[u_0(t)\sin\gamma(t) - v_0(t)\cos\gamma(t)\big] \mp 2l_1 v_0'(t) \end{aligned} \tag{5.50}$$

Relatiile (5.49) si (5.44) descriu functia de transmitere de ordinul 1 in forma parametrica.

Functia de transmitere de ordinul 2 se obtine urmand acelasi procedeu ca mai sus sub forma:

$$s''(t) = \frac{-2\, s'(t)^2 - 4B'(t)s'(t) - 2B''(t)s(t) - C''(t)}{2(s(t) + B(t))}, \tag{5.51}$$

in care $B''(t)$ si $C''(t)$ sunt derivatele de ordinul 2 in raport cu t a coeficientilor $B(t)$ si $C(t)$.

Relatiile (5.51) si (5.44) descriu functia de transmitere de ordinul 2 in forma parametrica.

5.2.4. Analiza cinematica a mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TIRR(a)

Vectorul rezultant $X(t)$ are in cazul mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TIRR(a) (v. Fig.5.7) urmatoarea forma:

$$X(t) = (s(t) \pm i \cdot l_1) + l_4 \cdot e^{i\psi(t)}. \tag{5.52}$$

Prin inchiderea conturului poligonal pe cele doua cai in cupla cinematica B rezulta ecuatia acestuia, in sistemul de axe u,v, ca fiind:

$$(s(t) \pm i \cdot l_1) + l_4 \cdot e^{i\psi(t)} = \big[u_0(t) + i \cdot v_0(t)\big] + l_3(t) \cdot e^{i\gamma(t)}. \tag{5.53}$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.53) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, care se va scrie sub forma:

$$\begin{aligned} (s(t) \pm i \cdot l_1) + l_4 \cdot e^{i\psi(t)} - \big[u_0(t) + i \cdot v_0(t)\big] &= l_3(t) \cdot e^{i\gamma(t)} \\ (s(t) \mp i \cdot l_1) + l_4 \cdot e^{-i\psi(t)} - \big[u_0(t) - i \cdot v_0(t)\big] &= l_3(t) \cdot e^{-i\gamma(t)} \end{aligned} \tag{5.54}$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TIRR(a) sub forma:

$$\begin{aligned}F(\psi(t),s(t)) = 0 = {} & 2\cdot l_4\big(s(t)\cdot\cos\psi(t) \pm l_1\sin\psi(t)\big) - 2\big(s(t)u_0(t) \pm l_1 v_0(t)\big) + l_1^2 + l_4^2 - l_3(t)^2 + \big(u_0^2(t) + v_0^2(t)\big) - \\ & - 2\cdot l_4\big(u_0(t)\cdot\cos\psi(t) + v_0(t)\cdot\sin\psi(t)\big) + s(t)^2\end{aligned} \quad . \ (5.55)$$

Prin multiplicarea ecuatiilor sistemului (5.54) (in care termenul $l_4 \cdot e^{i\psi(t)}$ a fost izolat intr-un membru) se obtine o ecuatia trigonometrica de forma (5.46), din care se va determina parametrul pozitional al elementului conducator in forma (5.48). In (5.48) s-au utilizat urmatoarele notatii:

$$\begin{aligned}& B(t) = -l_3(t)\cos\gamma(t) - u_0(t) \\ & C(t) = l_1^2 + \big(u_0(t)^2 + v_0(t)^2\big) + l_3(t)^2 - l_4^2 \mp 2 l_1 l_3(t)\sin\gamma(t) \mp 2 l_1 v_0(t) + 2 l_3(t)\big(u_0(t)\cos\gamma(t) + v_0(t)\sin\gamma(t)\big)\end{aligned} \quad .(5.56)$$

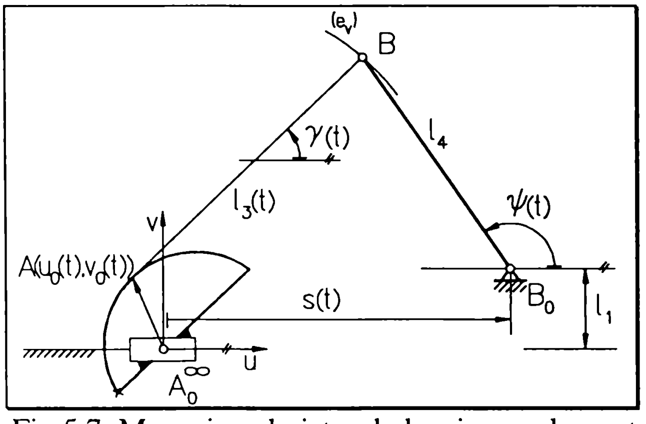


Fig.5.7. Mecanismul piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TIRR(a)

Parametrul pozitional al elementului condus se va obtine dupa scaderea ecuatiilor sistemului (5.54). Acesta va fi:

$$\psi(t) = \arcsin\frac{v_0(t) \mp l_1 + l_3(t)\sin\gamma(t)}{l_4} \quad .(5.57)$$

Relatiile (5.48) cu (5.56) si (5.57) descriu functia de transmitere de ordinul 0 in forma parametrica pentru mecanismul piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TIRR(a).

Derivand relatia (5.57) in raport cu parametrul t rezulta derivata de ordinul 1 a parametrului pozitional al elementului condus:

$$\psi'(t) = \frac{v_0'(t) + l_3'(t)\sin\gamma(t) + l_3(t)\gamma'(t)\cos\gamma(t)}{l_4\cos\psi(t)} \, . \quad (5.58)$$

Relatiile (5.48) cu (5.56) si (5.58) descriu functia de transmitere de ordinul 1. in forma parametrica.

Functia de transmitere de ordinul 2 se obtine urmand acelasi procedeu ca mai sus sub forma:

$$\psi''(t) = \frac{v_0''(t) + l_3''(t)\sin\gamma(t) + 2 l_3'(t)\gamma'(t)\cos\gamma(t) + l_3(t)\gamma''(t)\cos\gamma(t) - l_3(t)\gamma'(t)^2\sin\gamma(t)}{l_4\cos\psi(t)} + \psi'(t)^2\tan\psi(t) \, . \quad (5.59)$$

Relatiile (5.48) cu (5.56) si (5.59) descriu functia de transmitere de ordinul 2. in forma parametrica.

5.2.5. Analiza cinematica a mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RIRT(a)

Vectorul rezultant $X(t)$ in cazul mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RIRT(a) (v. Fig.5.8) are urmatoarea forma:

$$X(t) = \left(s(t) \pm i \cdot l_1\right) \cdot e^{-i\varphi(t)}. \tag{5.60}$$

Prin inchiderea conturului poligonal pe cele doua cai in cupla cinematica B rezulta ecuatia acestuia, in sistemul de axe u,v, ca fiind:

$$\left(s(t) \pm i \cdot l_1\right) \cdot e^{-i\varphi(t)} = \left[u_0(t) + i \cdot v_0(t)\right] + l_3(t) \cdot e^{i\gamma(t)} \quad . \tag{5.61}$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.61) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, scrisa sub forma:

$$\begin{aligned} &\left(s(t) \pm i \cdot l_1\right) \cdot e^{-i\varphi(t)} - \left[u_0(t) + i \cdot v_0(t)\right] = l_3(t) \cdot e^{i\gamma(t)} . \\ &\left(s(t) \mp i \cdot l_1\right) \cdot e^{i\varphi(t)} - \left[u_0(t) - i \cdot v_0(t)\right] = l_3(t) \cdot e^{-i\gamma(t)} \end{aligned} \tag{5.62}$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RIRT(a) sub forma:

$$\begin{aligned} \mathrm{F}(s(t),\varphi(t)) = 0 = s(t)^2 - 2 \cdot s(t)\left(u_0(t) \cdot \cos\varphi(t) - v_0(t) \cdot \sin\varphi(t)\right) + l_1^2 + \left(u_0^2(t) + v_0^2(t)\right) - l_3(t)^2 - \\ - 2 \cdot l_1\left(u_0(t) \sin\varphi(t) + v_0(t) \cdot \cos\varphi(t)\right) \end{aligned} \quad . \tag{5.63}$$

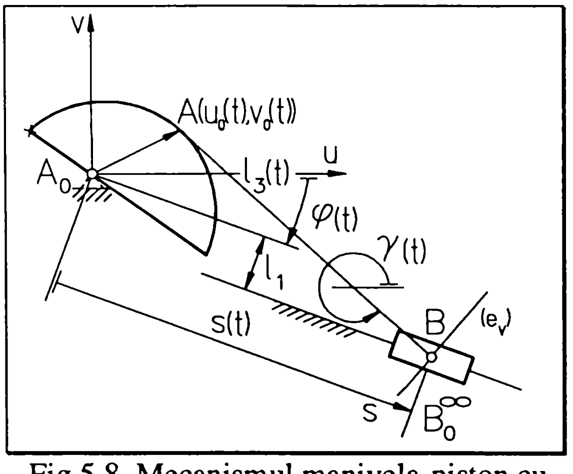


Fig.5.8. Mecanismul manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RIRT(a)

Prin scaderea ecuatiilor sistemului (5.62), care in prealabil au fost multiplicate cu $e^{i\varphi(t)}$ respectiv cu $e^{-i\varphi(t)}$, se obtine o ecuatia de forma (5.33). Din aceasta ecuatie se va determina parametrul pozitional al elementului conducator in forma (5.34). In (5.34) s-au utilizat urmatoarele notatii:

$$\begin{aligned} A(t) &= v_0(t) + l_3(t)\sin\gamma(t) \\ B(t) &= u_0(t) + l_3(t)\cos\gamma(t) . \\ C(t) &= -l_1 \end{aligned} \tag{5.64}$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.61) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, care se vor scrie sub forma:

$$\begin{aligned} &\left(s(t) \pm i \cdot l_1\right) \cdot e^{-i\varphi(t)} = \left[u_0(t) + i \cdot v_0(t)\right] + l_3(t) \cdot e^{i\gamma(t)} . \\ &\left(s(t) \mp i \cdot l_1\right) \cdot e^{i\varphi(t)} = \left[u_0(t) - i \cdot v_0(t)\right] + l_3(t) \cdot e^{-i\gamma(t)} \end{aligned} \tag{5.65}$$

se va obtine parametrul pozitional al elementului condus sub forma:

$$s(t) = \sqrt{(u_0(t)^2 + v_0(t)^2) + l_3^2(t) - l_1^2 + 2l_3(t)\left[u_0(t)\cos\gamma(t) + v_0(t)\sin\gamma(t)\right]} . \tag{5.66}$$

Relatiile (5.34) cu (5.64) si (5.66) descriu functia de transmitere de ordinul 0 in forma parametrica pentru mecanismul manivela-piston cu element flexibil de constructie simpla RIRT(a).

Derivand relatia (5.66) in raport cu parametrul t rezulta derivata de ordinul 1 a parametrului pozitional al elementului condus:

$$s'(t)=\frac{\begin{array}{l} l_3(t)l_3'(t)+(u_0(t)u_0'(t)+v_0(t)v_0'(t))+l_3'(t)\left[u_0(t)\cos\gamma(t)+v_0(t)\sin\gamma(t)\right]+ \\ +l_3(t)\left[u_0'(t)\cos\gamma(t)+v_0'(t)\sin\gamma(t)\right]-l_3(t)\gamma'(t)\left[u_0(t)\sin\gamma(t)-v_0(t)\cos\gamma(t)\right]\end{array}}{s(t)}. \quad (5.67)$$

Relatiile (5.34) cu (5.64) si (5.67) descriu functia de transmitere de ordinul 1 in forma parametrica.

Functia de transmitere de ordinul 2 se obtine urmand acelasi procedeu ca mai sus sub forma:

$$s''(t)=\frac{\begin{array}{l} l_3''(t)\left[u_0(t)\cos\gamma(t)+v_0(t)\sin\gamma(t)\right]+2l_3'(t)\left[u_0'(t)\cos\gamma(t)+v_0'(t)\sin\gamma(t)\right]+l_3(t)l_3''(t)+ \\ -2l_3'(t)\gamma'(t)\left[u_0(t)\sin\gamma(t)-v_0(t)\cos\gamma(t)\right]+l_3(t)\left[u_0''(t)\cos\gamma(t)+v_0''(t)\sin\gamma(t)\right]+l_3'(t)^2+ \\ -2l_3(t)\gamma'(t)\left[u_0'(t)\sin\gamma(t)-v_0'(t)\cos\gamma(t)\right]-l_3(t)\gamma'(t)^2\left[u_0(t)\cos\gamma(t)+v_0(t)\sin\gamma(t)\right]+ \\ -l_3(t)\gamma''(t)\left[u_0(t)\sin\gamma(t)-v_0(t)\cos\gamma(t)\right]+\left[u_0'(t)^2+u_0(t)u_0''(t)+v_0(t)v_0''(t)+v_0'(t)^2\right]\end{array}}{s(t)}-\frac{s'(t)^2}{s(t)}. \quad (5.68)$$

Relatiile (5.34) cu (5.64) si (5.68) descriu functia de transmitere de ordinul 2 in forma parametrica.

5.2.6. Analiza cinematica a mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TRIR(a)

Vectorul rezultant $X(t)$ in cazul mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TRIR(a) (v. Fig.5.9) are urmatoarea forma:

$$X(t)=\left(s(t)\mp i\cdot l_1\right)\cdot e^{-i\psi(t)}. \quad (5.69)$$

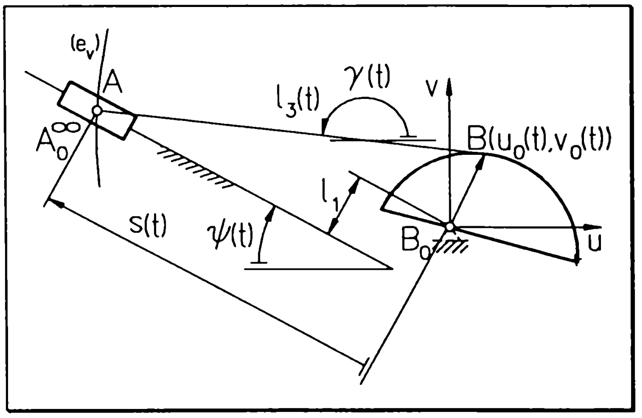


Fig.5.9.Mecanismul piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TRIR(a)

Prin inchiderea conturului poligonal pe cele doua cai in cupla cinematica A rezulta ecuatia acesteia in sistemul de axe u,v ca fiind:

$$\begin{aligned}&\left(s(t)\mp i\cdot l_1\right)\cdot e^{-i\psi(t)}= \\ &=\left[u_0(t)+i\cdot v_0(t)\right]+l_3(t)\cdot e^{i\gamma(t)}\end{aligned}. \quad (5.70)$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.70) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, scrisa sub forma:

$$\begin{aligned}&\left(s(t)\mp i\cdot l_1\right)\cdot e^{-i\psi(t)}-\left[u_0(t)+i\cdot v_0(t)\right]=l_3(t)\cdot e^{i\gamma(t)} \\ &\left(s(t)\pm i\cdot l_1\right)\cdot e^{i\psi(t)}-\left[u_0(t)-i\cdot v_0(t)\right]=l_3(t)\cdot e^{-i\gamma(t)}\end{aligned} \quad (5.71)$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TRIR(a) sub forma:

$$F(\psi(t),s(t))=0=s(t)^2-2\cdot s(t)\left(u_0(t)\cdot\cos\psi(t)-v_0(t)\cdot\sin\psi(t)\right)+l_1^2+\left(u_0^2(t)+v_0^2(t)\right)-l_3(t)^2+ \\ +2\cdot l_1\left(u_0(t)\cdot\sin\psi(t)+v_0(t)\cdot\cos\psi(t)\right) \quad (5.72)$$

Parametrul pozitional al elementului conducator se va obtine prin multiplicarea ecuatiei in numere complexe (5.70) cu ecuatia complex conjugata a acesteia sub forma (5.66).

Prin multiplicarea ecuatiilor sistemului (5.71), scrise sub forma:

$$\begin{aligned}&\left(s(t)\mp i\cdot l_1\right)=\left\{\left[u_0(t)+i\cdot v_0(t)\right]+l_3(t)\cdot e^{i\gamma(t)}\right\}\cdot e^{i\psi(t)}\\&\left(s(t)\pm i\cdot l_1\right)=\left\{\left[u_0(t)-i\cdot v_0(t)\right]+l_3(t)\cdot e^{-i\gamma(t)}\right\}\cdot e^{-i\psi(t)}\end{aligned} \quad (5.73)$$

se va obtine o ecuatie de forma (5.19). Parametrul pozitional al elementului condus se va obtine din aceasta ecuatie in forma (5.22). In (5.22) se vor utiliza urmatoarele notatii:

$$\begin{aligned}&A(t)=v_0(t)+l_3(t)\sin\gamma(t)\\&B(t)=u_0(t)+l_3(t)\cos\gamma(t).\\&C(t)=l_1\end{aligned} \quad (5.74)$$

Relatiile (5.66) si (5.22) cu (5.74) descriu functia de transmitere de ordinul 0 in forma parametrica pentru mecanismul piston-balansier cu element flexibil de constructie simpla TRIR(a).

Derivand relatia (5.19) in raport cu parametrul t rezulta derivata de ordinul 1 a parametrului pozitional al elementului condus:

$$\psi'(t)=\frac{A'(t)\cdot\cos\psi(t)+B'(t)\cdot\sin\psi(t)}{A(t)\cdot\sin\psi(t)-B(t)\cdot\cos\psi(t)}. \quad (5.75)$$

In (5.75) s-au utilizat urmatoarele notatii:

$$\begin{aligned}&A'(t)=v_0'(t)+l_3'(t)\sin\gamma(t)+l_3(t)\gamma'(t)\cos\gamma(t)\\&B'(t)=u_0'(t)+l_3'(t)\cos\gamma(t)-l_3(t)\gamma'(t)\sin\gamma(t)\end{aligned} \quad (5.76)$$

Relatiile (5.66) si (5.75) descriu functia de transmitere de ordinul 1 in forma parametrica.

Functia de transmitere de ordinul 2 se obtine urmand acelasi procedeu ca mai sus sub forma:

$$\psi''(t)=\frac{\left[A''(t)\cos\psi(t)+B''(t)\sin\psi(t)\right]-\psi'(t)^2\left[A(t)\cos\psi(t)+B(t)\sin\psi(t)\right]-2\psi'(t)\left[A'(t)\sin\psi(t)-B'(t)\cos\psi(t)\right]}{A(t)\cdot\sin\psi(t)-B(t)\cdot\cos\psi(t)}. \quad (5.77)$$

Relatiile (5.66) si (5.77) descriu functia de transmitere de ordinul 2 in forma parametrica.

5.2.7. Analiza cinematica a mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TIRT(a)

Vectorul rezultant $X(t)$ in cazul mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TIRT(a) (v. Fig.5.10) are urmatoarea forma:

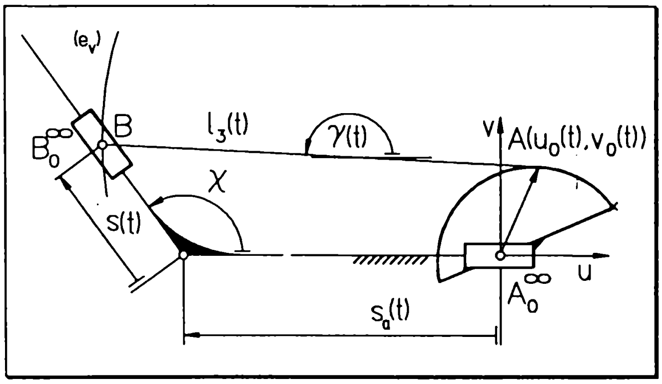


Fig.5.10. Mecanismul dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TIRT(a)

$$X(t) = -s_a(t) + s(t) \cdot e^{i \cdot \chi} . \qquad (5.78)$$

Prin inchiderea conturului poligonal pornind din originea sistemului de axe u,v pe cele doua cai date de vectorii rezultanti $X(t)$ si $K(t)$ in cupla cinematica B, rezulta ecuatia acesteia ca fiind:

$$\begin{aligned} & -s_a(t) + s(t) \cdot e^{i \cdot \chi} = \\ & = [u_0(t) + i \cdot v_0(t)] + l_3(t) \cdot e^{i \gamma(t)} \end{aligned} . \qquad (5.79)$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.79) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, scrisa sub forma:

$$\begin{aligned} & -s_a(t) + s(t) \cdot e^{i \cdot \chi} - [u_0(t) + i \cdot v_0(t)] = l_3(t) \cdot e^{i \gamma(t)} \\ & -s_a(t) + s(t) \cdot e^{-i \cdot \chi} - [u_0(t) - i \cdot v_0(t)] = l_3(t) \cdot e^{-i \gamma(t)} \end{aligned} . \qquad (5.80)$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TIRT(a) sub forma:

$$F(s(t), s_a(t)) = 0 = s(t)^2 - 2 \cdot s(t)[s_a(t)\cos\chi + (u_0(t)\cos\chi + v_0(t)\sin\chi)] + s_a(t)^2 + (u_0^2(t) + v_0^2(t)) + 2 s_a(t) u_0(t) - l_3(t)^2 . (5.81)$$

Prin scaderea ecuatiilor complexe (5.80), scrise sub forma:

$$\begin{aligned} & s(t) = \{[u_0(t) + i \cdot v_0(t)] + l_3(t) \cdot e^{i \gamma(t)} + s_a(t)\} \cdot e^{-i \cdot \chi} \\ & s(t) = \{[u_0(t) - i \cdot v_0(t)] + l_3(t) \cdot e^{-i \gamma(t)} + s_a(t)\} \cdot e^{i \cdot \chi} \end{aligned} \qquad (5.82)$$

se va obtine parametrul pozitional al elementului conducator

$$s_a(t) = \frac{1}{\cos\chi} \{ l_3(t) \cdot \cos(\gamma(t) - \chi) - [u_0(t)\cos\chi + v_0(t)\sin\chi] \} . \qquad (5.83)$$

Parametrul pozitional al elementului condus se va determina din sistemul de ecuatii in numere complexe, prin scaderea celor doua ecuatii scrise sub forma (5.80). Acesta va fi:

$$s(t) = \frac{1}{\sin\chi} [v_0(t) + l_3(t)\sin\gamma(t)] . \qquad (5.84)$$

Relatiile (5.83) si (5.84) descriu functia de transmitere de ordinul 0 in forma parametrica pentru mecanismul dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TIRT(a).

Derivand relatia (5.84) in raport cu parametrul t rezulta derivata de ordinul 1 a parametrului pozitional al elementului condus:

$$s'(t) = \frac{v_0'(t) + l_3'(t)\sin\gamma(t) + l_3(t)\gamma'(t)\cos\gamma(t)}{\sin\chi} . \qquad (5.85)$$

Relatiile (5.83) si (5.85) descriu functia de transmitere de ordinul 1 in forma parametrica.

Functia de transmitere de ordinul 2 se obtine urmand acelasi procedeu ca mai sus sub forma:

$$s''(t) = \frac{v_0''(t) + l_3''(t)\sin\gamma(t) + 2l_3'(t)\gamma'(t)\cos\gamma(t) + l_3(t)\gamma''(t)\cos\gamma(t) + l_3(t)\gamma'(t)^2\sin\gamma(t)}{\sin\chi}. \quad (5.86)$$

Relatiile (5.83) si (5.86) descriu functia de transmitere de ordinul 2 in forma parametrica.

5.2.8. Analiza cinematica a mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TRIT(a)

Vectorul rezultant $X(t)$ in cazul mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TRIT(a) (v. Fig.5.11) are urmatoarea forma:

$$X(t) = s(t) - s_a(t)\cdot e^{-i\cdot\chi}. \quad (5.87)$$

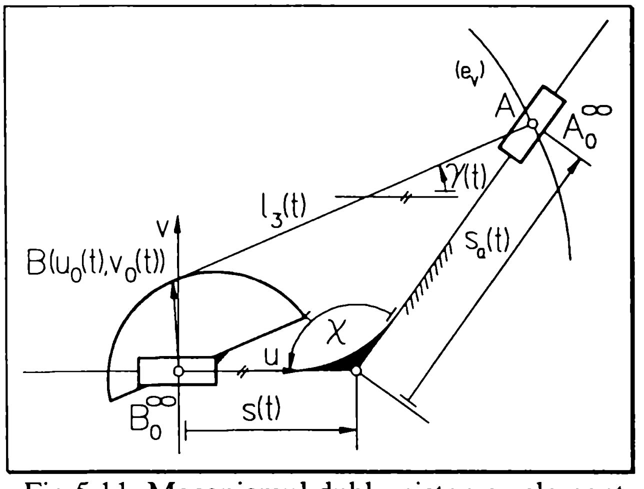


Fig.5.11. Mecanismul dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TRIT(a)

Prin inchiderea conturului poligonal pornind din originea sistemului de axe u,v pe cele doua cai date de vectorii rezultanti $X(t)$ si $K(t)$ in cupla cinematica A (care descrie evolventa elementului profilat) rezulta ecuatia acesteia ca fiind:

$$\begin{aligned} s(t) - s_a(t)\cdot e^{-i\cdot\chi} &= \\ &= [u_0(t) + i\cdot v_0(t)] + l_3(t)\cdot e^{i\gamma(t)} \end{aligned}. \quad (5.88)$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.88) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, scrisa sub forma:

$$\begin{aligned} s(t) - s_a(t)\cdot e^{-i\cdot\chi} - [u_0(t) + i\cdot v_0(t)] &= l_3(t)\cdot e^{i\gamma(t)} \\ s(t) - s_a(t)\cdot e^{i\cdot\chi} - [u_0(t) - i\cdot v_0(t)] &= l_3(t)\cdot e^{-i\gamma(t)} \end{aligned}. \quad (5.89)$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TRIT(a) sub forma:

$$F(s(t),s_a(t)) = 0 = s(t)^2 - 2\cdot s(t)[s_a(t)\cos\chi + u_0(t)] + s_a(t)^2 + 2s_a(t)[u_0(t)\cos\chi - v_0(t)\sin\chi] + (u_0^2(t) + v_0^2(t)) - l_3(t)^2. \quad (5.90)$$

Prin scaderea ecuatiilor complexe (5.89) se va obtine parametrul pozitional al elementului conducator sub forma:

$$s_a(t) = \frac{-[v_0(t) + l_3(t)\cdot\sin\gamma(t)]}{\sin\chi}, \quad (5.91)$$

iar prin scaderea ecuatiilor sistemului de ecuatii in numere complexe (5.89), scrise sub forma:

$$\begin{aligned} s_a(t) &= -\{[u_0(t) + i\cdot v_0(t)] + l_3(t)\cdot e^{i\gamma(t)} - s(t)\}\cdot e^{i\cdot\chi} \\ s_a(t) &= -\{[u_0(t) - i\cdot v_0(t)] + l_3(t)\cdot e^{-i\gamma(t)} - s(t)\}\cdot e^{-i\cdot\chi} \end{aligned} \quad (5.92)$$

se va obtine parametrul pozitional al elementului condus sub forma:

$$s(t) = \frac{1}{\sin\chi}\left[\left(u_0(t)\sin\chi + v_0(t)\cos\chi\right) + l_3(t)\sin\left(\gamma(t) + \chi\right)\right]. \tag{5.93}$$

Relatiile (5.91) si (5.93) descriu functia de transmitere de ordinul 0 in forma parametrica pentru mecanismul dublu piston cu element flexibil de constructie simpla TRIT(a).

Derivand relatia (5.93) in raport cu parametrul t rezulta derivata de ordinul 1 a parametrului pozitional al elementului condus:

$$s'(t) = \frac{1}{\sin\chi}\left[\left(u_0'(t)\sin\chi + v_0'(t)\cos\chi\right) + l_3'(t)\sin\left(\gamma(t) + \chi\right) + l_3(t)\gamma'(t)\cos\left(\gamma(t) + \chi\right)\right]. \tag{5.94}$$

Relatiile (5.91) si (5.94) descriu functia de transmitere de ordinul 1 in forma parametrica.

Functia de transmitere de ordinul 2 se obtine urmand acelasi procedeu ca mai sus sub forma:

$$\begin{aligned} s'(t) = \frac{1}{\sin\chi}&\left[\left(u_0''(t)\sin\chi + v_0''(t)\cos\chi\right) + l_3''(t)\sin\left(\gamma(t)+\chi\right) + 2l_3'(t)\gamma'(t)\cos\left(\gamma(t)+\chi\right) + \right. \\ &\left. + l_3(t)\gamma''(t)\cos\left(\gamma(t)+\chi\right) - l_3(t)\gamma'(t)^2\sin\left(\gamma(t)+\chi\right)\right] \end{aligned} . \tag{5.95}$$

Relatiile (5.91) si (5.95) descriu functia de transmitere de ordinul 2 in forma parametrica

5.3. Analiza cinematica a mecanismului cu element flexibil de constructie simpla avand elementul flexibil ca element fix

5.3.1. Analiza cinematica a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRRI(c)

Vectorul rezultant $X(t)$ in cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRRI(c) (v. Fig.5.12) are urmatoarea forma:

$$X(t) = -l_3 \cdot e^{-i\cdot[\psi(t)+\vartheta(t)]} - l_2 \cdot e^{-i\cdot[\psi(t)-\varphi(t)]}. \tag{5.96}$$

unde $\vartheta(t)$ reprezinta parametrul pozitional auxiliar (al bielei) (v. § 4.5.1). Prin inchiderea conturului poligonal por-nind din originea sistemului de axe u,v pe cele doua cai descrise de vectorii rezultanti $X(t)$ si $K(t)$ in cupla cinematica A_0 rezulta ecuatia acestuia ca fiind:

$$-l_3 \cdot e^{-i\cdot[\psi(t)+\vartheta(t)]} - l_2 \cdot e^{-i\cdot[\psi(t)-\varphi(t)]} = \left[u_0(t) + i\cdot v_0(t)\right] + l_1(t)\cdot e^{i\gamma(t)} \tag{5.97}$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.97) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, scrisa sub forma:

$$\begin{aligned} -l_3 \cdot e^{-i\cdot[\psi(t)+\vartheta(t)]} - l_2 \cdot e^{-i\cdot[\psi(t)-\varphi(t)]} - \left[u_0(t) + i\cdot v_0(t)\right] = l_1(t)\cdot e^{i\gamma(t)} \\ -l_3 \cdot e^{i\cdot[\psi(t)+\vartheta(t)]} - l_2 \cdot e^{i\cdot[\psi(t)-\varphi(t)]} - \left[u_0(t) - i\cdot v_0(t)\right] = l_1(t)\cdot e^{-i\gamma(t)} \end{aligned} \tag{5.98}$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRRI(c) sub forma:

$$\begin{aligned}&\mathbf{F}(\varphi(t),\psi(t))=0=-l_1(t)^2+l_2^2+l_3^2+\left(u_0^2(t)+v_0^2(t)\right)+2\cdot l_2 l_3\cos(\varphi(t)+\vartheta(t))+\\&+2\cdot l_2\left(u_0(t)\cos(\psi(t)-\varphi(t))-v_0(t)\cdot\sin(\psi(t)-\varphi(t))\right)+2\cdot l_3\left(u_0(t)\cos(\psi(t)+\vartheta(t))-v_0(t)\sin(\psi(t)+\vartheta(t))\right)\end{aligned}. \quad (5.99)$$

Prin multiplicarea ecuatiilor sistemului de ecuatii in numere complexe (5.98), scrise sub forma:

$$\begin{aligned}&-\left[l_3\cdot e^{-i\vartheta(t)}+l_2\cdot e^{i\varphi(t)}\right]e^{-i\psi(t)}=\left[u_0(t)+i\cdot v_0(t)\right]+l_1(t)\cdot e^{i\gamma(t)}\\&-\left[l_3\cdot e^{i\vartheta(t)}+l_2\cdot e^{-i\varphi(t)}\right]e^{i\psi(t)}=\left[u_0(t)-i\cdot v_0(t)\right]+l_1(t)\cdot e^{-i\gamma(t)}\end{aligned} \quad (5.100)$$

se va obtine parametrul pozitional al elementului condus sub forma:

$$\varphi(t)=-\vartheta(t)+\arccos\frac{l_1(t)^2-l_2^2-l_3^2+\left[u_0(t)^2+v_0(t)^2\right]+2l_1(t)\left[u_0(t)\cos\gamma(t)+v_0(t)\sin\gamma(t)\right]}{2\cdot l_2 l_3}. \quad (5.101)$$

De asemenea prin multiplicarea ecuatiilor sistemului de ecuatii in numere complexe (5.98), care de asta data se va scrie sub forma:

$$\begin{aligned}&-l_2\cdot e^{-i\cdot[\psi(t)-\varphi(t)]}=\left[u_0(t)+i\cdot v_0(t)\right]+l_1(t)\cdot e^{i\gamma(t)}+l_3\cdot e^{-i\cdot[\psi(t)+\vartheta(t)]}\\&-l_2\cdot e^{i\cdot[\psi(t)-\varphi(t)]}=\left[u_0(t)-i\cdot v_0(t)\right]+l_1(t)\cdot e^{-i\gamma(t)}+l_3\cdot e^{i\cdot[\psi(t)+\vartheta(t)]}\end{aligned} \quad (5.102)$$

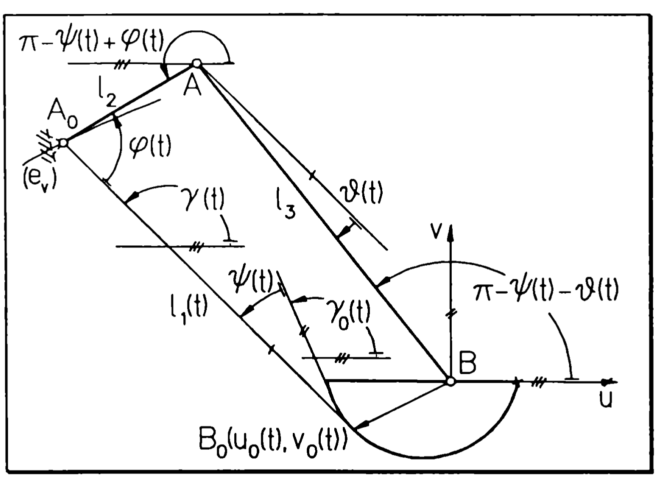


Fig.5.12. Mecanismul patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRRI(c)

se va obtine o ecuatia de forma:

$$A(t)\cos\vartheta(t)+B(t)\sin\vartheta(t)+C(t)=0. \quad (5.103)$$

din care se determina parametrul pozitional al bielei $\vartheta(t)$.

In (5.103) s-au facut urmatoarele notatii:

$$\begin{aligned}&A(t)=2l_3\left[u_0(t)\cos\psi(t)-v_0(t)\sin\psi(t)\right]+\\&\quad+2l_1(t)l_3\cos(\gamma(t)+\psi(t))\\&B(t)=-2l_3\left[u_0(t)\sin\psi(t)+v_0(t)\cos\psi(t)\right]-\\&\quad-2l_1(t)l_3\sin(\gamma(t)+\psi(t))\\&C(t)=l_1(t)^2-l_2^2+l_3^2+(u_0(t)^2+v_0(t)^2)+\\&\quad+2l_1(t)\left[u_0(t)\cos\gamma(t)+v_0(t)\sin\gamma(t)\right]\end{aligned} \quad (5.104)$$

Parametrul pozitional al bielei va fi:

$$\vartheta(t)=2\arctan\frac{B(t)\pm\sqrt{A(t)^2+B(t)^2-C(t)^2}}{A(t)-C(t)}. \quad (5.105)$$

Parametrul pozitional al elementului condus se va determina conform Fig.5.12 cu relatia:

$$\psi(t)=\gamma(t)-\gamma_0, \quad (5.106)$$

in care $\gamma_0=ct.$ reprezinta panta initiala a elementului flexibil in sistemul de axe uv.

Relatiile (5.101) si (5.106) descriu functia de transmitere de ordinul 0. in forma parametrica.

Derivand relatia (5.106) in raport cu parametrul t rezulta derivata de ordinul 1 a parametrului pozitional al elementului condus:

$$\psi'(t) = \gamma'(t) = \frac{u_0'(t)v_0''(t) - u_0''(t)v_0'(t)}{u_0'(t)^2 + v_0'(t)^2} \tag{5.107}$$

Relatiile (5.101) si (5.107) descriu functia de transmitere de ordinul 1 in forma parametrica.

Functia de transmitere de ordinul 2 se obtine derivand relatia (5.107) in raport cu parametrul t sub forma:

$$\psi''(t) = \gamma''(t) = \frac{\left(u_0'(t)^2 + v_0'(t)^2\right)\left(u_0'(t)v_0'''(t) - u_0'''(t)v_0'(t)\right) - 2\left(u_0'(t)u_0''(t) + v_0'(t)v_0''(t)\right)\left(u_0'(t)v_0''(t) - u_0''(t)v_0'(t)\right)}{\left(u_0'(t)^2 + v_0'(t)^2\right)^2} . \tag{5.108}$$

Relatiile (5.101) si (5.108) descriu functia de transmitere de ordinul 2 in forma parametrica.

5.3.2. Analiza cinematica a mecanismului cu piston oscilant cu element flexibil fix de constructie simpla RRTI(c)

Vectorul rezultant $X(t)$ in cazul mecanismului cu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RRTI(c) (v. Fig.5.13) are urmatoarea forma:

$$X(t) = \left(-s(t) \pm i \cdot l_3\right) - l_2 \cdot e^{i\cdot[\varphi(t)+\psi(t)]} . \tag{5.109}$$

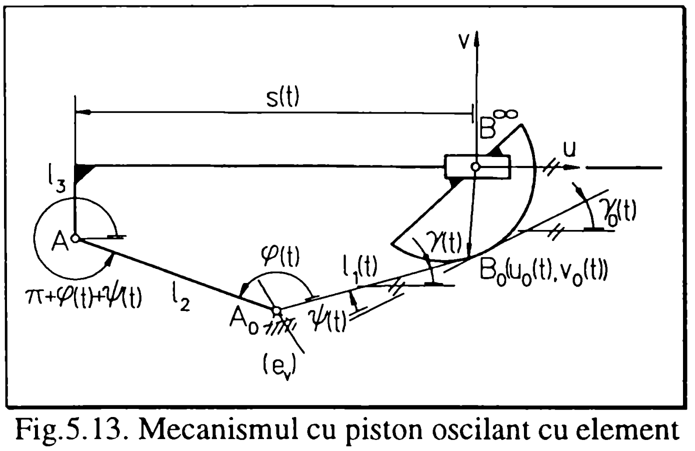


Fig.5.13. Mecanismul cu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RRTI(c)

Prin inchiderea conturului poligonal pornind din originea sistemului de axe u,v pe cele doua cai descrise de vectorii rezultanti $X(t)$ si $K(t)$ in cupla cinematica A_0 rezulta ecuatia acesteia ca fiind:

$$\begin{aligned} &\left(-s(t) \mp i \cdot l_3\right) - l_2 \cdot e^{i\cdot[\varphi(t)+\psi(t)]} = \\ &= \left[u_0(t) + i \cdot v_0(t)\right] + l_1(t) \cdot e^{i\gamma(t)} \end{aligned} . \tag{5.110}$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.110) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, scrisa sub forma:

$$\begin{aligned} &\left(-s(t) \mp i \cdot l_3\right) - l_2 \cdot e^{i\cdot[\varphi(t)+\psi(t)]} - \left[u_0(t) + i \cdot v_0(t)\right] = l_1(t) \cdot e^{i\gamma(t)} \\ &\left(-s(t) \pm i \cdot l_3\right) - l_2 \cdot e^{-i\cdot[\varphi(t)+\psi(t)]} - \left[u_0(t) - i \cdot v_0(t)\right] = l_1(t) \cdot e^{-i\gamma(t)} \end{aligned} . \tag{5.111}$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului cu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RRTI(c) sub forma:

$$\begin{aligned} F(\varphi(t),\psi(t)) = 0 = s(t)^2 &+ 2 \cdot l_2\left(s(t)\cos(\varphi(t)+\psi(t)) \mp l_3\sin(\varphi(t)+\psi(t))\right) + 2\left(s(t)u_0(t) \mp l_3 v_0(t)\right) - \\ &- l_1(t)^2 + l_2^2 + l_3^2 + \left(u_0^2(t) + v_0^2(t)\right) + 2l_2\left(u_0(t)\cos(\varphi(t)+\psi(t)) + v_0(t)\sin(\varphi(t)+\psi(t))\right) \end{aligned} . \tag{5.112}$$

Parametrul pozitional al elementului conducator se obtine prin scaderea ecuatiilor sistemului de ecuatii in numere complexe (5.111) sub forma:

$$\varphi(t) = -\psi(t) + \arcsin\frac{\pm l_3 - v_0(t) - l_1(t)\sin\gamma(t)}{l_2} \quad . \tag{5.113}$$

De asemenea prin multiplicarea ecuatiilor sistemului de ecuatii in numere complexe (5.111), care de asta data se va scrie sub forma:

$$\begin{aligned} -l_2 \cdot e^{i\cdot(\varphi(t)+\psi(t))} &= -\left(-s(t) \mp i \cdot l_3\right) + \left[u_0(t) + i \cdot v_0(t)\right] + l_1(t) \cdot e^{i\gamma(t)} \\ -l_2 \cdot e^{-i\cdot(\varphi(t)+\psi(t))} &= -\left(-s(t) \pm i \cdot l_3\right) + \left[u_0(t) - i \cdot v_0(t)\right] + l_1(t) \cdot e^{-i\gamma(t)} \end{aligned} \quad . \tag{5.114}$$

se va obtine o ecuatie de forma (5.42). Din (5.42) se va determina parametrul pozitional al culisei $s(t)$ cu relatia (5.44).

In (5.44) se vor utiliza urmatoarele notatii:

$$\begin{aligned} B(t) &= l_1(t)\cos\gamma(t) + u_0(t) \\ C(t) &= l_1(t)^2 - l_2^2 - l_3^2 + (u_0(t)^2 + v_0(t)^2) \mp 2l_3 l_1(t)\sin\gamma(t) \mp . \\ &\mp 2l_3 v_0(t) + 2l_1(t)\left(u_0(t)\cos\gamma(t) + v_0(t)\sin\gamma(t)\right) \end{aligned} \tag{5.115}$$

Parametrul pozitional al elementului condus se va determina cu relatia (5.106). Relatia (5.106) va avea semnul corespunzator conform Fig.5.13.

Relatiile (5.113) si (5.106) descriu functia de transmitere de ordinul 0. in forma parametrica pentru mecanismul cu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RRTI(c). Relatiile (5.113) si (5.107) descriu functia de transmitere de ordinul 1. respectiv (5.113) si (5.108) functia de transmitere de ordinul 2. in forma parametrica.

5.3.3. Analiza cinematica a mecanismului cu piston oscilant cu element flexibil fix de constructie simpla RTRI(c)

Vectorul rezultant $X(t)$ in cazul mecanismului cu culisa oscilanta cu element flexibil de constructie simpla RTRI(c) (v. Fig.5.14) are urmatoarea forma:

$$X(t) = \left(-s(t) \pm i\, l_3\right) e^{i\cdot[\varphi(t)-\psi(t)]} . \tag{5.116}$$

Prin inchiderea conturului poligonal pornind din originea sistemului de axe u,v pe cele doua cai descrise de vectorii rezultanti $X(t)$ si $K(t)$ in cupla cinematica A_0 rezulta ecuatia acesteia ca fiind:

$$\left(-s(t) \pm i \cdot l_3\right) \cdot e^{i\cdot[\varphi(t)-\psi(t)]} = \left[u_0(t) + i \cdot v_0(t)\right] + l_1(t) \cdot e^{i\gamma(t)} . \tag{5.117}$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.117) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, scrisa sub forma:

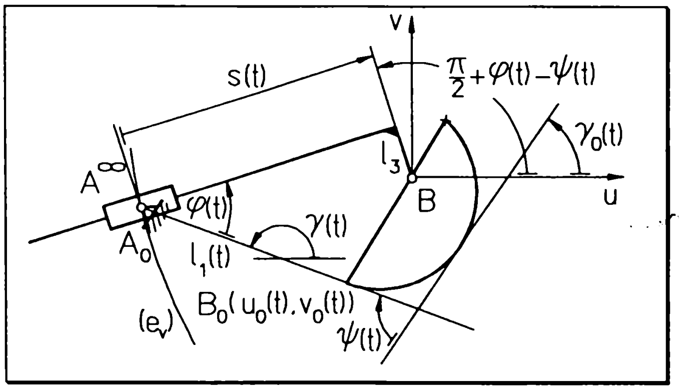


Fig.5.14. Mecanismul cu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RTRI(c)

$$\begin{aligned}&\left(-s(t)\pm i\cdot l_3\right)\cdot e^{-i\cdot[\varphi(t)-\psi(t)]}-\\&-\left[u_0(t)+i\cdot v_0(t)\right]=l_1(t)\cdot e^{i\gamma(t)}\\&\left(-s(t)\mp i\cdot l_3\right)\cdot e^{-i\cdot[\varphi(t)-\psi(t)]}-\\&-\left[u_0(t)-i\cdot v_0(t)\right]=l_1(t)\cdot e^{-i\gamma(t)}\end{aligned}\quad .\tag{5.118}$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului cu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RTRI(c) sub forma:

$$\begin{aligned}\mathrm{F}(\varphi(t),\psi(t))=0=&\,2\left(s(t)u_0(t)\mp l_3v_0(t)\right)\cdot\cos(\varphi(t)-\psi(t))+2\left(s(t)v_0(t)\pm l_3u_0(t)\right)\sin(\varphi(t)-\psi(t))+\\&+s(t)^2-l_1(t)^2+l_3^2+\left(u_0^2(t)+v_0^2(t)\right)\end{aligned}\quad .\tag{5.119}$$

Prin scaderea ecuatiilor sistemului de ecuatii in numere complexe (5.118) se va obtine o ecuatie de forma:

$$A(t)\cdot\cos(\varphi(t)-\psi(t))+B(t)\cdot\sin(\varphi(t)-\psi(t))+C(t)=0\,.\tag{5.120}$$

In (5.120) s-au facut urmatoarele notatii:

$$\begin{aligned}&A(t)=l_3\\&B(t)=-s(t)\\&C(t)=-v_0(t)+l_1(t)\sin\gamma(t)\end{aligned}\tag{5.121}$$

Parametrul pozitional al elementului conducator se determina din ecuatia (5.120) in forma:

$$\varphi(t)=\psi(t)+2\arctan\frac{B(t)\pm\sqrt{A(t)^2+B(t)^2-C(t)^2}}{A(t)-C(t)}\,.\tag{5.122}$$

Prin multiplicarea ecuatiilor sistemului de ecuatii in numere complexe (5.118), scrise sub forma:

$$\begin{aligned}&\left(-s(t)\pm i\cdot l_3\right)\cdot e^{i\cdot(\varphi(t)-\psi(t))}=\left[u_0(t)+i\cdot v_0(t)\right]+l_1(t)\cdot e^{i\gamma(t)}\\&\left(-s(t)\mp i\cdot l_3\right)\cdot e^{-i\cdot(\varphi(t)-\psi(t))}=\left[u_0(t)-i\cdot v_0(t)\right]+l_1(t)\cdot e^{-i\gamma(t)}\end{aligned}\quad ,\tag{5.123}$$

se va determina parametrul pozitional al culisei $s(t)$ ca fiind:

$$s(t)=\sqrt{l_1(t)^2-l_3^2+(u_0(t)^2+v_0(t)^2)+2l_1(t)\left(u_0(t)\cos\gamma(t)+v_0(t)\sin\gamma(t)\right)}\,.\tag{5.124}$$

Parametrul pozitional al elementului condus se va determina conform Fig.5.14 cu relatia:

$$\psi(t)=\frac{\pi}{2}-\gamma(t)+\gamma_0\,.\tag{5.125}$$

Relatiile (5.122) si (5.125) descriu functia de transmitere de ordinul 0. in forma parametrica pentru mecanismul cu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RTRI(c). Relatiile (5.122) si (5.107) descriu functia de transmitere de ordinul 1 respectiv

(5.122) si (5.108) functia de transmitere de ordinul 2 in forma parametrica.

5.3.4. Analiza cinematica a mecanismului cu culisa oscilanta cu element flexibil fix de constructie simpla RRTI´(c)

Vectorul rezultant $X(t)$ in cazul mecanismului cu culisa oscilanta cu element flexibil de constructie simpla RRTI´(c) (v. Fig.5.15) are urmatoarea forma:

$$X(t) = (\pm l_4 - i \cdot s(t)) - i \cdot l_2 e^{i[\varphi(t) - \psi(t)]}. \tag{5.126}$$

Prin inchiderea conturului poligonal pornind din originea sistemului de axe u,v pe cele doua cai descrise prin vectorii rezultanti $X(t)$ si $K(t)$ in cupla cinematica A_0 rezulta ecuatia acestuia ca fiind:

$$\begin{aligned}&(\pm l_4 - i \cdot s(t)) - i \cdot l_2 \cdot e^{i[\varphi(t)-\psi(t)]} = \\ &= [u_0(t) + i \cdot v_0(t)] + l_1(t) \cdot e^{i\gamma(t)}\end{aligned} \tag{5.127}$$

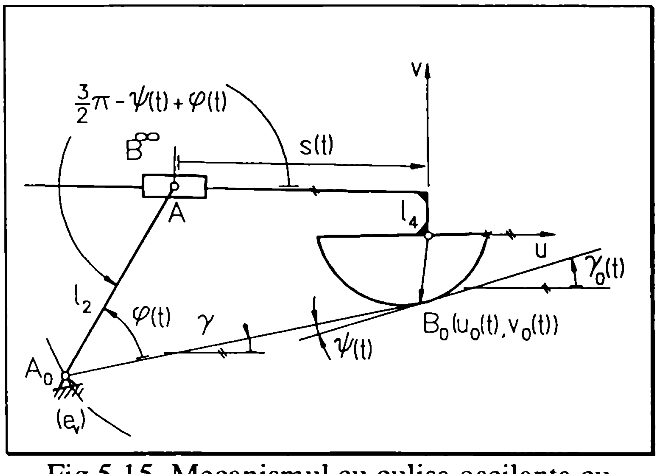


Fig.5.15. Mecanismul cu culisa oscilanta cu element flexibil de constructie simpla RRTI´(c)

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.127) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, scrisa sub forma:

$$\begin{aligned}&(\pm l_4 - i \cdot s(t)) - i \cdot l_2 e^{i[\varphi(t)-\psi(t)]} - \\ &-[u_0(t) + i \cdot v_0(t)] = l_1(t) \cdot e^{i\gamma(t)} \\ &(\pm l_4 + i \cdot s(t)) + i \cdot l_2 e^{-i[\varphi(t)-\psi(t)]} - \\ &-[u_0(t) - i \cdot v_0(t)] = l_1(t) \cdot e^{-i\gamma(t)}\end{aligned} \tag{5.128}$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului cu culisa oscilanta cu element flexibil de constructie simpla RRTI´(c) sub forma:

$$\begin{aligned}&F(\varphi(t),\psi(t)) = 0 = 2 \cdot l_2(\pm l_4 \sin(\varphi(t)-\psi(t)) + s(t)\cos(\varphi(t)-\psi(t))) - 2(\pm l_4 u_0(t) - s(t) v_0(t)) - \\ &- 2l_2(u_0(t)\sin(\varphi(t)-\psi(t)) - v_0(t)\cos(\varphi(t)-\psi(t))) + s(t)^2 - l_1(t)^2 + l_2^2 + l_4^2 + (u_0^2(t) + v_0^2(t))\end{aligned}. \tag{5.129}$$

Parametrul pozitional al elementului conducator se obtine prin adunarea ecuatiilor sistemului de ecuatii in numere complexe (5.128) sub forma:

$$\varphi(t) = \psi(t) + \arcsin \frac{\mp l_4 + u_0(t) + l_1(t)\cos\gamma(t)}{l_2} \tag{5.130}$$

De asemenea prin multiplicarea ecuatiilor sistemului (5.128), care de asta data se va scrie sub forma:

$$\begin{aligned}&-i \cdot l_2 e^{i[\varphi(t)-\psi(t)]} = l_1(t) \cdot e^{i\gamma(t)} + [u_0(t) + i \cdot v_0(t)] - (\pm l_4 - i \cdot s(t)) \\ &i \cdot l_2 e^{-i[\varphi(t)-\psi(t)]} = l_1(t) \cdot e^{-i\gamma(t)} + [u_0(t) - i \cdot v_0(t)] - (\pm l_4 + i \cdot s(t))\end{aligned}, \tag{5.131}$$

se va obtine o ecuatie de forma (5.42). Din (5.42) se va determina parametrul pozitional al culisei $s(t)$ cu relatia (5.44). In (5.42) se vor utiliza urmatoarele notatii:

$$\begin{aligned} B(t) &= l_1(t)\sin\gamma(t) + v_0(t) \\ C(t) &= l_1(t)^2 - l_2^2 - l_4^2 + (u_0(t)^2 + v_0(t)^2) \mp 2l_4 l_1(t)\cos\gamma(t) \mp . \\ &\mp 2l_4 u_0(t) + 2l_1(t)\big(u_0(t)\cos\gamma(t) + v_0(t)\sin\gamma(t)\big) \end{aligned} \tag{5.132}$$

Parametrul pozitional al elementului condus se va determina cu relatia (5.106). Relatia (5.106) va avea semnul corespunzator conform Fig.5.15.

Relatiile (5.130) si (5.106) descriu functia de transmitere de ordinul 0 in forma parametrica pentru mecanismul cu culisa oscilanta cu element flexibil de constructie simpla RRTI′(c). Relatiile (5.130) si (5.107) descriu functia de transmitere de ordinul 1 respectiv (5.130) si (5.108) functia de transmitere de ordinul 2 in forma parametrica.

5.3.5. Analiza cinematica a mecanismului dublu piston oscilant cu element flexibil fix de constructie simpla RTTI(c)

Vectorul rezultant $X(t)$ in cazul mecanismului dublu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RTTI(c) (v. Fig.5.16) are urmatoarea forma:

$$X(t) = -s_{20}(t) + s_{10}(t)\cdot e^{-i\chi}. \tag{5.133}$$

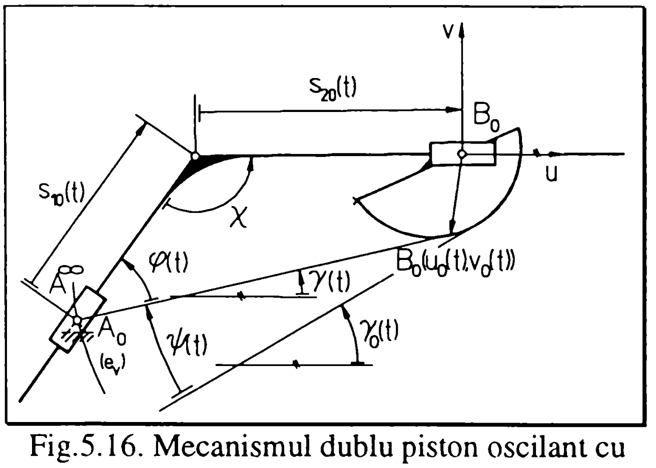


Fig.5.16. Mecanismul dublu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RTTI(c)

Suplimentar mai exista si urmatoarea corelatie intre termeni:

$$\varphi(t) + \chi + \gamma_0 - \psi(t) = \pi \tag{5.134}$$

Prin inchiderea conturului poligonal pornind din originea sistemului de axe u,v pe cele doua cai descrise prin vectorii rezultanti $X(t)$ si $K(t)$ in cupla cinematica A_0 rezulta ecuatia acesteia ca fiind:

$$\begin{aligned} &-s_{20}(t) - s_{10}(t)\cdot e^{i[\varphi(t)-\psi(t)+\gamma_0]} = \\ &= \left[u_0(t) + i\cdot v_0(t)\right] + l_1(t)\cdot e^{i\gamma(t)} \end{aligned}. \tag{5.135}$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.135) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, scrisa sub forma:

$$\begin{aligned} &-s_{20}(t) - s_{10}(t)\cdot e^{i[\varphi(t)-\psi(t)+\gamma_0]} - \left[u_0(t) + i\cdot v_0(t)\right] = l_1(t)\cdot e^{i\gamma(t)} \\ &-s_{20}(t) - s_{10}(t)\cdot e^{-i[\varphi(t)-\psi(t)+\gamma_0]} - \left[u_0(t) - i\cdot v_0(t)\right] = l_1(t)\cdot e^{-i\gamma(t)} \end{aligned}, \tag{5.136}$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului dublu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RTTI(c) sub forma:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}(\varphi(t),\psi(t)) = 0 = 2\cdot s_{10}(t)s_{20}(t)\cos(\varphi(t)-\psi(t)+\gamma_0) + s_{10}(t)^2 + s_{20}(t)^2 - l_1(t)^2 + \left(u_0^2(t)+v_0^2(t)\right)\\ + 2s_{10}(t)\left(u_0(t)\cos(\varphi(t)+\psi(t)+\gamma_0) + v_0(t)\cos(\varphi(t)+\psi(t)+\gamma_0)\right) + 2s_{20}(t)u_0(t)\end{aligned}\tag{5.137}$$

Parametrul pozitional al elementului conducator se obtine din (5.134) sub forma:

$$\varphi(t) = \pi - \chi - \gamma_0(t) + \psi(t) = \,. \tag{5.134'}$$

Parametrul pozitional al elementului condus se va determina conform Fig.5.16 de asemenea cu relatia (5.106).

Relatiile (5.134′) si (5.106) descriu functia de transmitere de ordinul 0 in forma parametrica pentru mecanismul dublu piston oscilant cu element flexibil de constructie simpla RTTI(c). Relatiile (5.134′) si (5.107) descriu functia de transmitere de ordinul 1 respectiv (5.134′) si (5.108) functia de transmitere de ordinul 2 in forma parametrica.

5.4 Algoritmul general al analizei cinematice a mecanismelor cu element flexibil de constructie generala

Analiza cinematica a mecanismelor patrulatere cu element flexibil de constructie generala urmareste de asemenea determinarea functiilor de transmitere de ordinul ν $(\nu = 0,1,2)$. Elementul profilat (k_0) este solidar cu sistemul de axe mobil u,v si este definit in forma parametrica de relatia (5.1). In cazul mecanismelor cu element flexibil de constructie generala se defineste un al doilea sistem de axe mobil u_I,v_I care este solidar cu elementul profilat (p). Acest element profilat este definit parametric in sistemul de axe propriu (u_I,v_I) cu relatia (4.111).

Prin solidarizarea unuia dintre capetele elementului flexibil cu elementul profilat $(k_0 \equiv e)$, punctul de contact dintre elementul flexibil si elementul profilat (p) $Y(u_Y,v_Y)$ va fi descris in miscarea inversa de vectorii rezultanti asociati elementelor mecanismului $K(t)$ und $X(t,\theta)$ (v. Fig.5.17). Elementul flexibil trebuie sa fie mereu tangent la elementul profilat cunoscut (k_0). Panta acestuia in sistemul de axe atasat elementului profilat este data de relatia (5.2).

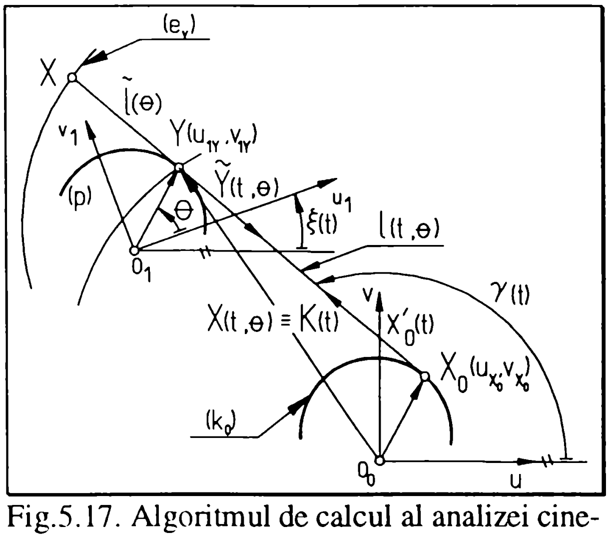


Fig.5.17. Algoritmul de calcul al analizei cinematice a mecanismelor cu element flexibil de constructie generala

Lungimea curenta a elementului flexibil se va determina cu relatia:

$$l(t,\theta) = l - \int_0^t \sqrt{u_0'(t)^2 + v_0'(t)^2}\,dt - \int_0^\theta \sqrt{u_{1Y}'(\theta)^2 + v_{1Y}'(\theta)^2}\,d\theta\,, \tag{5.138}$$

unde l reprezinta lungimea maxima a elementului flexibil.

Vectorul rezultant al vectorilor asociati elementelor care definesc tipul structurii mecanismului cu element flexibil se va nota cu $X(t,\theta)$. Vectorul $K(t)$ este dat in forma (5.5), iar vectorul $X(t,\theta)$ in forma (4.116).

Vectorii rezultanti ai vectorilor asociati elementelor structurii mecanismului cu element flexibil $K(t)$ si $X(t,\theta)$, care descriu punctul $Y(u_Y, v_Y)$ in sistemul de axe u,v, vor trebui sa fie identici.

Din identitatea vectorilor rezultanti rezulta ecuatia de inchidere a conturului vectorial:

$$\left[u_0(t) + i\cdot v_0(t)\right] + \left[l - \int_0^t \sqrt{u_0'(t)^2 + v_0'(t)^2}\,dt - \int_0^\theta \sqrt{u_{1Y}'(t)^2 + v_{1Y}'(t)^2}\,dt\right]\cdot e^{i\cdot \arctan\frac{v_0'(t)}{u_0'(t)}} = u_X(t,\theta) + i\cdot v_X(t,\theta)\,. \tag{5.139}$$

O a doua conditie care trebuie satisfacuta de mecanismul cu element flexibil de constructie generala consta in coliniaritatea tangentelor la profilele celor doua elemente profilate in sistemul de axe u,v. Aceasta conditie se scrie sub forma:

$$\left[\widetilde{Y}(t,\theta), X_0'(t)\right] = 0\,. \tag{5.140}$$

in care $\widetilde{Y}(t,\theta)$ are aceeasi semnificatie din (4.115) si respectiv s-a utilizat urmatoarea notatie:

$$X_0'(t) = u_0'(t) + i\cdot v_0'(t)\,, \tag{5.141}$$

cu:

$$u_0'(t) = \frac{du_0(t)}{dt} \qquad v_0'(t) = \frac{dv_0(t)}{dt}\,. \tag{5.142}$$

Dupa dezvoltarea produsului extern, conditia (5.140) devine:

$$\left[u_{1Y}'(\theta)u_0'(t) + v_{1Y}'(\theta)v_0'(t)\right]\sin\xi(t) - \left[u_{1Y}'(\theta)v_0'(t) - v_{1Y}'(\theta)u_0'(t)\right]\cos\xi(t) = 0\,. \tag{5.143}$$

Din sistemul format din ecuatiile (5.139) si (5.143) se vor putea determina parametrul pozitional al elementului conducator $\varphi(t)$ parametrul pozitional al elementului condus $\psi(t)$ si corelatia dintre parametrii celor doua elemente profilate $\theta(t)$.

Functia de transmitere de ordinul 0 - functia de pozitie, de ordinul 1 - functia de viteza si de ordinul 2 -functia de accelaratie se vor determina analog ca in § 5.1.

5.5. Analiza cinematica a mecanismelor cu element flexibil de constructie generala avand elementul flexibil ca biela

5.5.1. Analiza cinematica a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie generala RIIR(a)

Vectorul rezultant $X(t)$ are in cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie generala RIIR(a) (v. Fig.5.18) urmatoarea forma:

$$X(t) = -l_1 e^{-i\psi(t)} + l_2(\theta) e^{i[\varphi(t)-\psi(t)+\theta(t)]}. \tag{5.144}$$

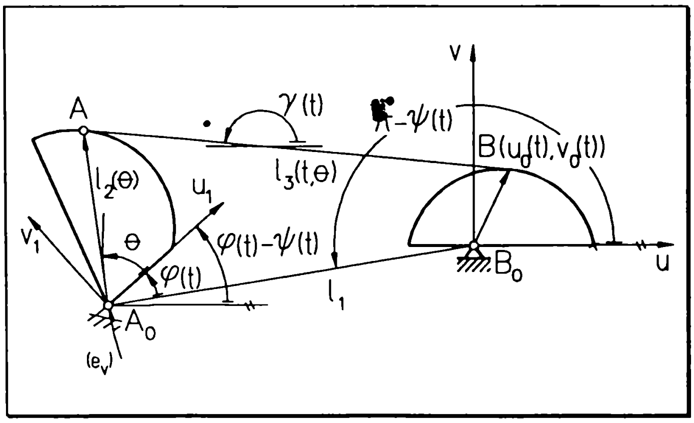


Fig.5.18. Mecanismul patrulater articulat cu element flexibil de constructie generala RIIR(a)

Prin inchiderea conturului poligonal pornind din originea sistemului de axe u,v pe cele doua cai date de vectorii rezultanti $X(t)$ si $K(t)$ in cupla cinematica A rezulta ecuatia:

$$-l_1 \cdot e^{-i\psi(t)} + l_2(\theta) \cdot e^{i[\varphi(t)-\psi(t)+\theta(t)]} = \left[u_0(t) + i v_0(t)\right] + l_3(t,\theta) e^{i\gamma(t)} \tag{5.145}$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.145) cu ecuatia complex conjugata acesteia, care se vor scrie sub forma:

$$\begin{aligned} -l_1 \cdot e^{-i\psi(t)} + l_2(\theta) \cdot e^{i[\varphi(t)-\psi(t)+\theta(t)]} - \left[u_0(t) + i \cdot v_0(t)\right] &= l_3(t,\theta) \cdot e^{i\gamma(t)} \\ -l_1 \cdot e^{i\psi(t)} + l_2(\theta) \cdot e^{-i[\varphi(t)-\psi(t)+\theta(t)]} - \left[u_0(t) - i \cdot v_0(t)\right] &= l_3(t,\theta) \cdot e^{-i\gamma(t)} \end{aligned} \tag{5.146}$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie generala RIIR(a) sub forma:

$$\begin{aligned} F(\varphi(t),\psi(t)) = 0 = {} & l_1^2 + l_2(\theta)^2 - l_3(t,\theta)^2 + \left(u_0^2(t) + v_0^2(t)\right) - 2\, l_1 l_2(\theta) \cos(\varphi(t)+\theta(t)) + 2\, l_1\left(u_0(t) \cos\psi(t) - \right. \\ & \left. - v_0(t) \sin\psi(t)\right) - 2 l_2(\theta)\left(u_0(t) \cos(\varphi(t)-\psi(t)-\theta(t)) + v_0(t) \sin(\varphi(t)-\psi(t)-\theta(t))\right) \end{aligned} \tag{5.147}$$

Conditia de coliniaritate a tangentelor la cele doua profile in sistemul de axe u,v pentru mecanismul patrulater articulat de constructie generala RIIR(a) va fi:

$$\left[\left(\frac{dl_2(\theta)}{d\theta} + i \cdot l_2(\theta)\right) e^{i[\varphi(t)-\psi(t)+\theta(t)]}, u_0'(t) + i \cdot v_0'(t)\right] = 0 \; . \tag{5.148}$$

Parametrul pozitional al elementului conducator $\varphi(t)$, parametrul pozitional al elementului condus $\psi(t)$ si corelatia dintre parametrii celor doua elemente profilate $\theta(t)$ urmeaza a fi determinate in forma parametrica (functie de parametrul t al profilului unui element profilat) din urmatorul sistem de ecuatii:

$$\begin{aligned} 0 &= -l_1 \cdot \cos\psi(t) + l_2(\theta) \cdot \cos[\varphi(t) - \psi(t) + \theta(t)] - u_0(t) - l_3(t,\theta) \cdot \cos\gamma(t) \\ 0 &= l_1 \cdot \sin\psi(t) + l_2(\theta) \cdot \sin[\varphi(t) - \psi(t) + \theta(t)] - v_0(t) - l_3(t,\theta) \cdot \sin\gamma(t) \\ 0 &= \left(l_2'(\theta) u_0'(t) + l_2(\theta) v_0'(t)\right) \sin[\varphi(t) - \psi(t) + \theta(t)] - \left(l_2'(\theta) v_0'(t) - l_2(\theta) u_0'(t)\right) \cos[\varphi(t) - \psi(t) + \theta(t)] \end{aligned} \tag{5.149}$$

Etapele urmatoare de calcul sunt identice cu § 5.1 si conduc la determinarea functiilor de transmitere de ordinul 0, de ordinul 1 si de ordinul 2.

5.5.2. Analiza cinematica a mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie generala RIIT(a)

Vectorul rezultant $X(t)$ are in cazul mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie generala RIIT(a) (v. Fig.5.19) urmatoarea forma:

$$X(t) = (-s(t) \pm i \cdot l_1) + l_2(\theta) e^{i[\varphi(t)+\theta(t)]}. \tag{5.150}$$

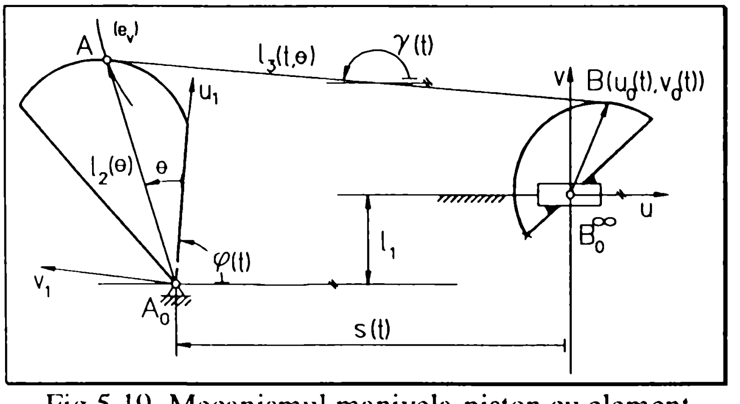


Fig.5.19. Mecanismul manivela-piston cu element flexibil de constructie generala RIIT(a)

Prin inchiderea conturului poligonal pornind din originea sistemului de axe u, v pe cele doua cai date de vectorii rezultanti $X(t)$ si $K(t)$ in cupla cinematica A rezulta ecuatia:

$$(-s(t) \pm i \cdot l_1) + l_2(\theta) \cdot e^{i[\varphi(t)+\theta(t)]} = [u_0(t) + i \cdot v_0(t)] + l_3(t,\theta) \cdot e^{i\gamma(t)}. \tag{5.151}$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.151) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, care se vor scrie sub forma:

$$\begin{aligned}(-s(t) \pm i \cdot l_1) + l_2(\theta) \cdot e^{i[\varphi(t)+\theta(t)]} - [u_0(t) + i \cdot v_0(t)] &= l_3(t,\theta) \cdot e^{i\gamma(t)} \\ (-s(t) \mp i \cdot l_1) + l_2(\theta) \cdot e^{-i[\varphi(t)+\theta(t)]} - [u_0(t) - i \cdot v_0(t)] &= l_3(t,\theta) \cdot e^{-i\gamma(t)},\end{aligned} \tag{5.152}$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului manivela-piston cu element flexibil de constructie generala RIIT(a) sub forma:

$$\begin{aligned}F(s(t),\varphi(t)) = 0 = {} & s(t)^2 - 2 \cdot l_2(\theta)\big(s(t) \cdot \cos(\varphi(t)+\theta(t)) \mp l_1 \sin(\varphi(t)+\theta(t))\big) + l_1^2 + l_2(\theta)^2 - l_3(t,\theta)^2 + \big(u_0^2(t) + v_0^2(t)\big) - \\ & - 2 \cdot l_2(\theta)\big(u_0(t) \cdot \cos(\varphi(t)+\theta(t)) + v_0(t) \cdot \sin(\varphi(t)+\theta(t))\big) + 2\big(s(t)u_0(t) \mp l_1 v_0(t)\big)\end{aligned} \tag{5.153}$$

Conditia de coliniaritate a tangentelor la cele doua profile in sistemul de axe u, v pentru mecanismul patrulater articulat de constructie generala RIIT(a) va fi:

$$\left[\left(\frac{dl_2(\theta)}{d\theta} + i \cdot l_2(\theta)\right) e^{i[\varphi(t)+\theta(t)]}, u_0'(t) + i \cdot v_0'(t)\right] = 0 \ . \tag{5.154}$$

Parametrul pozitional al elementului conducator $\varphi(t)$, parametrul pozitional al elementului condus $s(t)$ si corelatia dintre parametrii celor doua elemente profilate $\theta(t)$ urmeaza a fi determinate in forma parametrica (functie de parametrul t al profilului unui element profilat) din urmatorul sistem de ecuatii:

$$\begin{aligned}0 &= -s(t) + l_2(\theta) \cdot \cos[\varphi(t) + \theta(t)] - u_0(t) - l_3(t,\theta) \cdot \cos\gamma(t) \\ 0 &= \pm l_1 + l_2(\theta) \cdot \sin[\varphi(t) + \theta(t)] - v_0(t) - l_3(t,\theta) \cdot \sin\gamma(t) \\ 0 &= \big(l_2'(\theta)u_0'(t) + l_2(\theta)v_0'(t)\big)\sin[\varphi(t) + \theta(t)] - \big(l_2'(\theta)v_0'(t) - l_2(\theta)u_0'(t)\big)\cos[\varphi(t) + \theta(t)]\end{aligned} \tag{5.155}$$

Etapele urmatoare de calcul sunt identice cu § 5.1 si conduc la determinarea functiilor de transmitere de ordinul 0, de ordinul 1 si de ordinul 2.

5.5.3. Analiza cinematica a mecanismului piston-balânsier cu element flexibil de constructie generala TIIR(a)

Vectorul rezultant $X(t)$ are in cazul mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie generala TIIR(a) (v. Fig.5.20) urmatoarea forma:

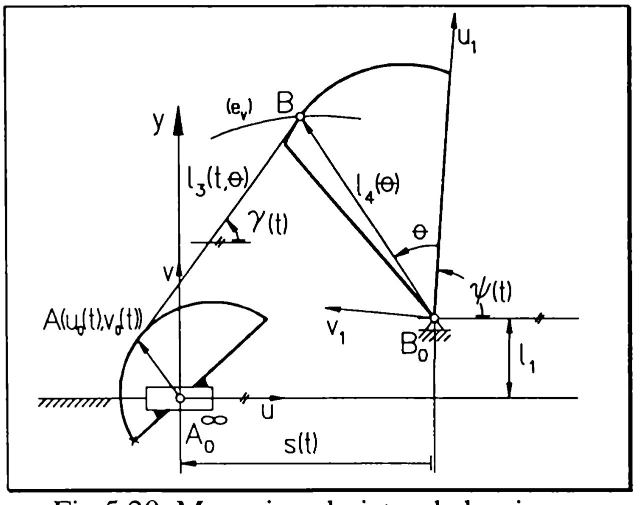


Fig.5.20. Mecanismul piston-balansier cu element flexibil de constructie generala TIIR(a)

$$X(t)=(s(t)\pm i\cdot l_1)+l_4(\theta)e^{i\cdot[\psi(t)+\theta(t)]}. \quad (5.156)$$

Prin inchiderea conturului poligonal pornind din originea sistemului de axe u,v pe cele doua cai date de vectorii rezultanti $X(t)$ si $K(t)$ in cupla cinematica B rezulta ecuatia:

$$\begin{aligned}&(s(t)\pm i\cdot l_1)+l_4(\theta)\cdot e^{i\cdot[\psi(t)+\theta(t)]}=\\&=\left[u_0(t)+i\cdot v_0(t)\right]+l_3(t,\theta)\cdot e^{i\gamma(t)}\end{aligned}. \quad (5.157)$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.157) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, care se vor scrie sub forma:

$$\begin{aligned}&(s(t)\pm i\cdot l_1)+l_4(\theta)\cdot e^{i\cdot[\psi(t)+\theta(t)]}-\left[u_0(t)+i\cdot v_0(t)\right]=l_3(t,\theta)\cdot e^{i\gamma(t)}\\&(s(t)\mp i\cdot l_1)+l_4(\theta)\cdot e^{-i\cdot[\psi(t)+\theta(t)]}-\left[u_0(t)-i\cdot v_0(t)\right]=l_3(t,\theta)\cdot e^{-i\gamma(t)}\end{aligned}, \quad (5.158)$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului piston-balansier cu element flexibil de constructie generala TIIR(a) sub forma:

$$\begin{aligned}F(\psi(t),s(t))=0=\;&2\cdot l_4(\theta)\big(s(t)\cdot\cos(\psi(t)+\theta(t))\pm l_1\sin(\psi(t)+\theta(t))\big)-2\big(s(t)u_0(t)\pm l_1v_0(t)\big)+l_1^2+l_4(\theta)^2-\\&-l_3(t,\theta)^2+\big(u_0^2(t)+v_0^2(t)\big)-2\cdot l_4(\theta)\big(u_0(t)\cdot\cos(\psi(t)+\theta(t))+v_0(t)\cdot\sin(\psi(t)+\theta(t))\big)+s(t)^2\end{aligned}. \quad (5.159)$$

Conditia de coliniaritate a tangentelor la cele doua profile in sistemul de axe u,v pentru mecanismul patrulater articulat de constructie generala TIIR(a) va fi:

$$\left[\left(\frac{dl_4(\theta)}{d\theta}+i\cdot l_4(\theta)\right)e^{i\cdot[\psi(t)+\theta(t)]},u_0'(t)+i\cdot v_0'(t)\right]=0\ , \quad (5.160)$$

Parametrul pozitional al elementului conducator $s(t)$, parametrul pozitional al elementului condus $\psi(t)$ si corelatia dintre parametrii celor doua elemente profilate $\theta(t)$ urmeaza a fi determinate in forma parametrica (functie de parametrul t al profilului unui element profilat) din urmatorul sistem de ecuatii:

$$
\begin{aligned}
&0 = s(t) + l_4(\theta)\cdot\cos[\psi(t)+\theta(t)] - u_0(t) - l_3(t,\theta)\cdot\cos\gamma(t)\\
&0 = \pm l_1 + l_4(\theta)\cdot\sin[\psi(t)+\theta(t)] - v_0(t) - l_3(t,\theta)\cdot\sin\gamma(t)\\
&0 = \left(l_4'(\theta)u_0'(t) + l_4(\theta)v_0'(t)\right)\sin[\varphi(t)+\theta(t)] - \left(l_2'(\theta)v_0'(t) - l_2(\theta)u_0'(t)\right)\cos[\varphi(t)+\theta(t)]
\end{aligned}
\quad (5.161)
$$

Etapele urmatoare de calcul sunt identice cu § 5.1 si conduc la determinarea functiilor de transmitere de ordinul 0, de ordinul 1 si de ordinul 2.

5.5.4. Analiza cinematica a mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie generala TIIT(a)

Vectorul rezultant $X(t)$ are in cazul mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie generala TIIT(a) (v. Fig.5.21) urmatoarea forma:

$$X(t) = -s_a(t) + s(t)e^{i\cdot\chi} + l_4(\theta)\cdot e^{i\cdot[\chi+\theta(t)]}. \quad (5.162)$$

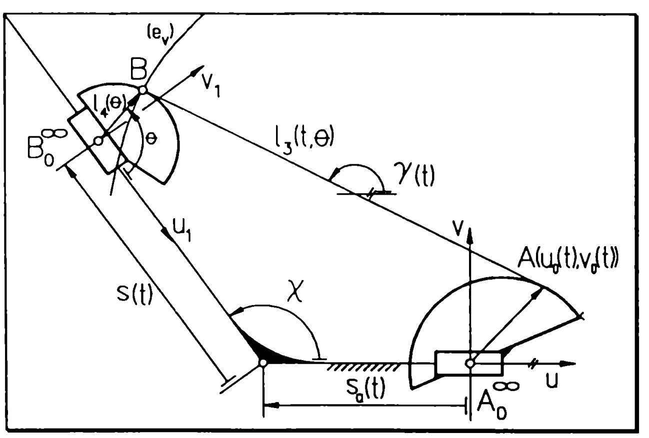


Fig.5.21. Mecanismul dublu piston cu element flexibil de constructie generala TIIT(a)

Prin inchiderea conturului poligonal pornind din originea sistemului de axe u,v pe cele doua cai date de vectorii rezultanti $X(t)$ si $K(t)$ in cupla cinematica B rezulta ecuatia acestuia ca fiind:

$$
\begin{aligned}
&-s_a(t) + s(t)\cdot e^{i\chi} + l_4(\theta)\cdot e^{i[\chi+\theta(t)]} =\\
&= [u_0(t) + i\cdot v_0(t)] + l_3(t,\theta)\cdot e^{i\gamma(t)}
\end{aligned}
.\quad (5.163)
$$

Prin multiplicarea ecuatiei complexe (5.163) cu ecuatia complex conjugata a acesteia, care se vor scrie sub forma:

$$
\begin{aligned}
&-s_a(t) + s(t)\cdot e^{i\chi} + l_4(\theta)\cdot e^{i[\chi+\theta(t)]} - [u_0(t) + i\cdot v_0(t)] = l_3(t,\theta)\cdot e^{i\gamma(t)}\\
&-s_a(t) + s(t)\cdot e^{-i\chi} + l_4(\theta)\cdot e^{-i[\chi+\theta(t)]} - [u_0(t) - i\cdot v_0(t)] = l_3(t,\theta)\cdot e^{-i\gamma(t)}
\end{aligned}
,\quad (5.164)
$$

se va obtine ecuatia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului dublu piston cu element flexibil de constructie generala TIIT(a) sub forma:

$$
\begin{aligned}
&F(s(t),s_a(t)) = 0 = s(t)^2 - 2\cdot s(t)\{[s_a(t)\cos\chi - l_4(\theta)\cos\theta(t)] + [u_0(t)\cos\chi + v_0\sin\chi]\} + s_a(t)^2 + l_4(\theta)^2 - l_3(t,\theta)^2 +\\
&+\left(u_0^2(t) + v_0^2(t)\right) + 2s_a(t)u_0(t) - 2s_a(t)l_4(\theta)\cos(\chi+\theta(t)) - 2l_4(\theta)[u_0(t)\cos(\chi+\theta(t)) + v_0(t)\sin(\chi+\theta(t))]
\end{aligned}
.\quad (5.165)
$$

Conditia de coliniaritate a tangentelor la cele doua profile in sistemul de axe u,v pentru mecanismul patrulater articulat de constructie generala TIIR(d) este:

$$\left[\left(\frac{dl_2(\theta)}{d\theta} + i\cdot l_2(\theta)\right)e^{i\cdot\chi}, u_0'(t) + i\cdot v_0'(t)\right] = 0\ . \quad (5.166)$$

Parametrul pozitional al elementului conducator $s_a(t)$, parametrul pozitional al elementului condus $s(t)$ si corelatia dintre parametrii celor dŏua elemente profilate $\theta(t)$ urmeaza a fi determinate in forma parametrica (functie de parametrul t al profilului unui element profilat) din urmatorul sistem de ecuatii:

$$\begin{aligned}
0 &= -s_a(t) + s(t)\cos\chi + l_4(\theta)\cdot\cos[\chi+\theta(t)] - u_0(t) - l_3(t,\theta)\cdot\cos\gamma(t) \\
0 &= s(t)\sin\chi + l_4(\theta)\cdot\sin[\chi+\theta(t)] - v_0(t) - l_3(t,\theta)\cdot\sin\gamma(t) \\
0 &= \left(l_4'(\theta)u_0'(t) + l_4(\theta)v_0'(t)\right)\sin\chi - \left(l_2'(\theta)v_0'(t) - l_2(\theta)u_0'(t)\right)\cos\chi
\end{aligned} \tag{5.167}$$

Etapele urmatoare de calcul sunt identice cu § 5.1 si conduc la determinarea functiilor de transmitere de ordinul 0, de ordinul 1 si de ordinul 2.

Cap.6. Sinteza optimala a mecanismelor patrulatere cu element flexibil

Notiunea de optimizare in domeniul mecanismelor [L9] este strans legata de problema de sinteza a acestora. Scopul sintezei in cadrul studiului mecanismelor nu se limiteaza la determinarea unei solutii dimensionale pentru mecanismul de proiectat, ci si solutii care satisfac optimal mai multe cerinte impuse acestuia (conditii dinamice,de rezistenta, deformatii, unghi de transmitere corespunzator, etc.)

In general sinteza mecanismelor cu element flexibil generatoare de functiuni (v. cap.4) isi propune determinarea dimensiunilor geometrice ale mecanismului astfel incat acesta sa reproduca cat mai exact functia de generat impusa. Obtinea unei solutii optime pentru acesta implica clarificarea urmatoarele probleme:

- mecanismele cu element flexibil admit manivela rotitoare?
- tipul de functii elementare care pot fi generate cu ajutorul mecanismelor cu element flexibil
- domeniul de variatia a parametrului pozitional al elementului conducator pentru care functia de pozitie coencide cu functia impusa de reprodus si respectiv elementul profilat poate fi practic realizat
- influenta dimensiunilor prescrise ale mecanismului cu element flexibil asupra geometriei elementului profilat respectiv asupra domeniul de variatia al parametrului pozitional al elementului conducator
- ce influenta au tolerantele dimensionale ale elementelor asupra functiei de pozitie efectiv realizate de mecanismul cu element flexibil?
- exista posibilitatea de solutionare a sintezei mecanismelor cu element flexibil sub forma unei probleme de optimizare?

In continuare se va urmari solutionarea problemelor mai sus formulate.

6.1. Extrapolarea si generalizarea teoremei lui Grashof

O problema tehnica importanta in sinteza mecanismelor este existenta manivelei rotitoare. Aceasta necesitate apare in cazul mecanismelor care au drept cupla cinematica motoare o cupla de rotatie care urmeaza a fi actionata cu ajutorul unui motor rotativ. Conditia geometrica de existenta a unei manivele rotitoare este data de teorema lui Grashof. Aceasta teorema este exprimata, pentru cazul mecanismelor care provin din latul cinematic al mecanismului patrulater si respectiv manivela-piston, dar fiecare printr-o alta relatie [L9].

Astfel, pentru mecamismul patrulater articulat teorema lui Grashof este data de relatia:

$$l_{\min} + l_{\max} < l' + l'', \tag{6.1}$$

in care $l_{\min}$, $l_{\max}$, l', l'' sunt lungimile elementelor mecanismului, iar pentru mecanismele care provin din lantul cinematic al mecanismului manivela-piston este data de relatia:

$$e + l_{\min} < l_{\max}, \tag{6.2}$$

in care $l_{\min}$, $l_{\max}$ sunt lungimile elementelor mecanismului si e este excentricitatea directiei de translatie, cu aceeasi conditie de vecinatate.

Teorema lui Grashof pentru mecanismele patrulatere este dezvoltata ulterior de catre Reuleaux pentru lanturile cinematice din care acestea provin. Dezvoltarea considera pe rand fiecare element al lantului cinematic ca fiind element fix si un alt element invecinat acestuia element motor.

O metoda unitara analitica de verificare a existentei manivelei rotitoare in cazul lantului cinematic al mecanismului patrulater articulat este prezentata de Modler/Luck in [L9]. Aceasta metoda analizeaza tipurile existente cu ajutorul unui sistem de trei ecuatii.

6.1.1. Bazele teoretice pentru generalizarea si extrapolarea teoremei lui Grashof

Pornind de la teorema lui Grashof si dezvoltarea lui Reuleaux exista posibilitatea de generalizare a conditiei geometrice de admitere a manivelei rotitoare prin intermediul a doua relatii general valabile pentru mecanismele patrulatere cu elemente de lungime constanta si de extrapolare a acesteia pentru mecanismele cu elemente de lungime instantanee variabila.

Pentru un lant cinematic generalizat al mecanismelor patrulatere, conform Fig.6.1, se poate scrie conditia de existenta a unei manivele rotitoare prin urmatoarele relatii:

$$(-1)^k \cdot \left|l_{x+1}(t) - l_x(t)\right| \geq (-1)^k \cdot \left|l_{x-1}(t) - l_{x+2}(t)\right| \tag{6.3}$$

$$k_1^*(-1)^k \cdot \left[l_{x+1}(t) + l_x(t)\right] \leq k_1^*(-1)^k \cdot \left[l_{x-1}(t) + l_{x+2}(t)\right] \tag{6.4}$$

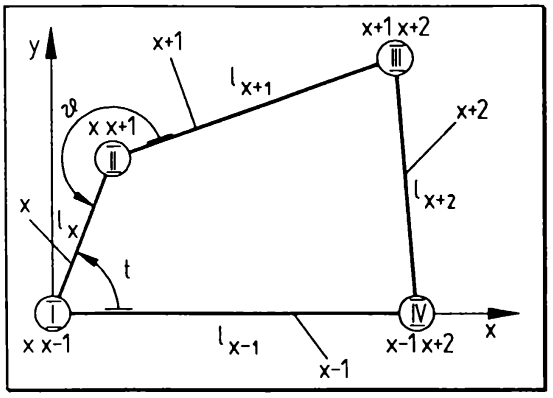


Fig.6.1 Lantul cinematic generalizat al mecanismelor patrulatere

in care pentru $\vartheta \neq ct.$ sunt:

$k = 0 \quad t = z_{max}(\vartheta = 0)$ resp. $t = z_{min}(\vartheta = \pi)$, (6.5)

cand:

$(x\,x{-}1) - (x{-}1\,x{+}2) \geq (x{-}1\,x{+}2) - (x{+}1\,x{+}2)$, (6.6)

sau

$k = 1 \quad t = \pi\ (\vartheta \Rightarrow \vartheta_{max})$ bzw $t = 0\ (\vartheta \Rightarrow \vartheta_{min})$, (6.7)

cand

$(x\,x{-}1) - (x{-}1\,x{+}2) < (x{-}1\,x{+}2) - (x{+}1\,x{+}2)$ (6.8)

si pentru $\vartheta = ct.$ (II o cupla de translatie) este intotdeauna: $k = 1$.

In cazul mecanimului care provine din lantul cinematic al patrulaterului articulat va fi $k_1^* = 1$ iar in cazul mecanismului care provine din lantul cinematic al mecanismului manivela-piston (v. § 6.2.2) va fi $k_1^* = 0$ sau $k_1^* = 1$.

In relatiile (6.3) si (6.4) sunt notate cu $l_{x-1}(t)$, $l_x(t)$, $l_{x+1}(t)$, $l_{x+2}(t)$ lungimile caracteristice ale elementelor. In cazul mecanismelor cu elemente de lungime variabila (ex. mecanismele cu element flexibil) relatiile (6.3) si (6.4) trebuie sa fie satisfacute pentru pozitiile extreme conform (6.5) si (6.7).

Ca regula, pentru a permite verificarea existentei unei rotatii continue intre oricare doua elemente invecinate ale lantului cinematic, conform Fig.6.1, se vor nota pentru fiecare caz analizat cu:

- $x-1$ elementul de referinta (in general elementul considerat fix),
- x elementul cercetat de proprietatea de a fi manivela pentru elementul de referinta $x-1$ si
- $x+1$, $x+2$ in ordine elementele care urmeaza elementului cercetat in sensul inchiderii lantului cinematic. De asemenea se va alege un sistem de axe de referinta cu sensul pozitiv al axei x orientat de la centrul instantaneu de rotatie $x\,x{-}1$ catre $x{-}1\,x{+}2$.

$x\,x{-}1$, $x{-}1\,x{+}2$, $x{-}1\,x{+}2$ si $x{+}1\,x{+}2$ sunt centre instantantanee de rotatie ale mecanismului patrulater studiat. Pentru conditia de existenta a manivelei rotitoare se disting doua cazuri particulare date de raportul in care se gasesc distantele dintre centrele instantanee. Analitic acestea sunt exprimate prin relatiile (6.6) si (6.8). Excentricitatea dintre cupla de rotatie si directia de translatie in cazul pietrei de culisa este definita cu semn. Daca centrele instantanee de rotatie reale ale culisei si a pietrei de culisa sunt situate de aceeasi parte in raport cu directia de translatie, excentricitatea va avea semnul "+". In caz contrar excentricitatea va avea semnul "-".

Cu ajutorul celor mai sus mentionate se poate cerceta existenta miscarii de rotatie continue dintre fiecare element al lantului cinematic in raport cu elementele invecinate acestuia. Acestea trebuie sa fie legate prin intermediul unei cuple de rotatie.

6.1.2. Conditia de existenta a manivelei rotitoare in cazul lantului cinematic al mecanismului patrulater

In cazul lantului cinematic al patrulaterului articulat se pune problema verificarii rotatiei continue a unui element notat cu x fata de elementul invecinat notat cu $x-1$ (considerat de referinta) pentru toate elementele lantului cinematic. Verificarea conditiei va tine cont si de lungimile elementelor $x+1$ si $x+2$.

In functie de raportul in care se afla distantele dintre centrele instantanee de rotatie $(x x{-}1)-(x{-}1\, x{+}2)$ si $(x{-}1\, x{+}2)-(x{+}1\, x{+}2)$ se distig doua cazuri particulare pentru relatiile (6.3) si (6.4)

<u>Cazul 1</u>: $(x\, x{-}1)-(x{-}1\, x{+}2) \geq (x{-}1\, x{+}2)-(x{+}1\, x{+}2)$

Elementul x executa o miscare de rotatie continua fata de elementul $x-1$, daca cercurile $C(O, l_{x+1}-l_x)$ si $C(x{-}1\; x{+}2, l_{x+2})$ ca si $C(O, l_{x+1}+l_x)$ si $C(x{-}1\; x{+}2, l_{x+2})$ se intersecteaza. Aceste conditii se pot simplifica, daca se vor vonsidera punctele de intersectie ale acestor cercuri cu axa Ox. In aceast caz conditiile vor fi:

$$C(O, l_{x+1}-l_x) \cap Ox \in \left[l_{x-1}-l_{x+2}, l_{x-1}+l_{x+2}\right]. \tag{6.9}$$

$$C(O, l_{x+1}+l_x) \cap Ox \in \left[l_{x-1}-l_{x+2}, l_{x-1}+l_{x+2}\right]. \tag{6.10}$$

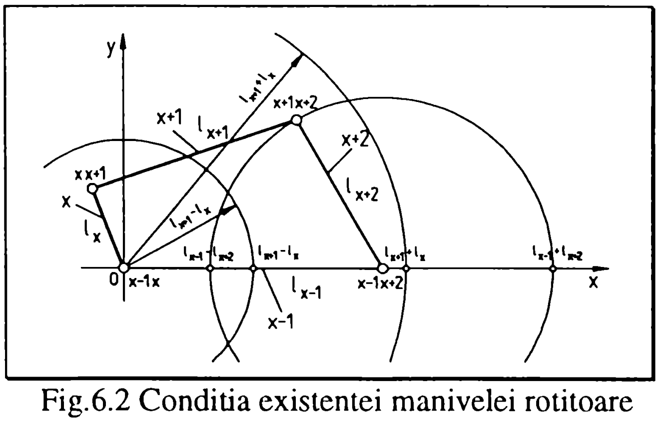


Fig.6.2 Conditia existentei manivelei rotitoare pentru mecanismului patrulater articulat in cazul 1

Punctele de intersectie dintre cercurile $C(O, l_{x+1}+l_x)$ respectiv $C(O, l_{x+1}-l_x)$ cu axa Ox se pot determina analitic din urmatorul sistem de ecuatii

$$\begin{cases} x^2+y^2=(l_{x+1}\pm l_x)^2 \\ y=0 \end{cases} \tag{6.11}$$

Solutiile pozitive ale sistemului de ecuatii, care vor fi in continuare considerate, conform Fig.6.2 sunt:

$$x_1 = \left|l_{x+1}-l_x\right|, \tag{6.12}$$

$$x_2 = \left|l_{x+1}+l_x\right|. \tag{6.13}$$

Tinand cont de (6.9) si (6.10), punctele de intersectie cu axa Ox trebuie sa fie ordonate astfel:

$$l_{x-1} - l_{x+2} \le |l_{x+1} - l_x| \le |l_{x+1} + l_x| \le l_{x-1} + l_{x+2} \tag{6.14}$$

Fiindca $l_{x-1} - l_{x+2}$ si $l_{x+1} + l_x$ sunt in acest caz intotdeauna pozitive, relatia (6.14) se poate scrie in forma:

$$|l_{x+1} - l_x| \ge |l_{x-1} - l_{x+2}|, \tag{6.15}$$

$$l_{x+1} + l_x \le l_{x-1} + l_{x+2} \tag{6.16}$$

Relatiile (6.15) si (6.16) corespund cazului general dat de relatiile (6.3) si (6.4) pentru $\vartheta \ne ct.$, $k = 0$ ($l_{x+2} < l_{x-1}$), $k_1^* = 1$ si elemente de lungime constanta.

<u>Cazul 2</u>: $(x\ x{-}1) - (x{-}1\ x{+}2) < (x{-}1\ x{+}2) - (x{+}1\ x{+}2)$

In analogie, elementul x executa o miscare de rotatie continua fata de elementul $x-1$, daca cercul $C(O, l_{x+1} - l_x)$ este interior cercului $C(x{-}1\ x{+}2, l_{x+2})$ respectiv cercul $C(x{-}1\ x{+}2, l_{x+2})$ este interior cercului $C(O, l_{x+1} + l_x)$.

Aceste conditii in raport cu punctele de intersectie ale cercurilor $C(O, l_{x+1} + l_x)$ si $C(O, l_{x+1} - l_x)$ cu axa Ox vor fi:

$$\begin{aligned} &C(O, l_{x+1} - l_x) \cap Ox \in \left[-|l_{x-1} - l_{x+2}|, +|l_{x-1} - l_{x+2}|\right] \\ &C(O, l_{x+1} + l_x) \cap Ox \in \left[+|l_{x-1} - l_{x+2}|, +\infty\right] \end{aligned}. \tag{6.17}$$

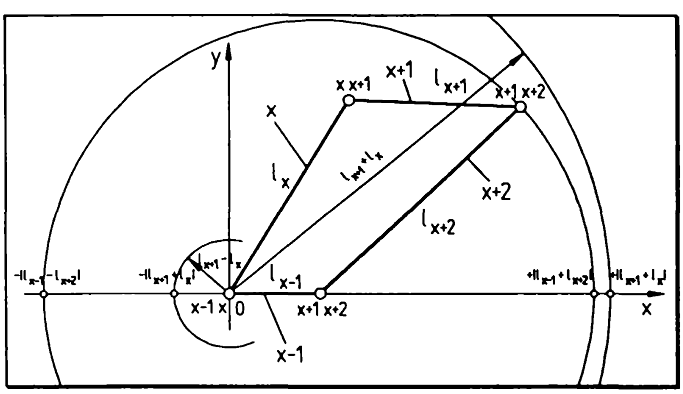


Fig.6.3 Conditia existentei manivelei rotitoare pentru mecanismul patrulater articulat in cazul 2

Solutiile sistemului de ecuatii care vor fi in continuare considerate, conform Fig.6.3 sunt:

$$x_1 = -|l_{x+1} + l_x|, \tag{6.18}$$

$$x_2 = |l_{x+1} - l_x|. \tag{6.19}$$

Conform conditiilor (6.17) sunt:

$$-|l_{x-1} - l_{x+2}| \le -|l_{x+1} - l_x|, \tag{6.20}$$

$$|l_{x+1} + l_x| \ge |l_{x-1} + l_{x+2}|. \tag{6.21}$$

Fiindca $l_{x+1} + l_x$ si $l_{x-1} + l_{x+2}$ sunt in acest caz intotdeauna pozitive, relatiile (6.20) si (6.21) se vor putea scrie sub forma:

$$|l_{x+1} - l_x| \le |l_{x-1} - l_{x+2}|, \tag{6.22}$$

$$l_{x+1} + l_x \ge l_{x-1} + l_{x+2}. \tag{6.23}$$

Relatiile (6.22) si (6.23) corespund cazului general dat de relatiile (6.3) si (6.4) pentru

$\vartheta \neq ct.$, $k = 1$ ($l_{x+2} \geq l_{x-1}$), $k_1^* = 1$ si elemente de lungime constanta.

6.1.3. Conditia de existenta a manivelei rotitoare in cazul lantului cinematic al mecanismului manivela-piston

In cazul lantului cinematic al mecanismului manivela-piston se pune problema verificarii rotatiei continue a unui element notat cu x fata de elementul invecinat notat cu $x-1$ (considerat de referinta) numai in cazul elementelor legate prin cuple de rotatie. Pentru conditia de existenta a manivelei rotitoare in cazul lantului cinematic al mecanismului manivela-piston se disting trei situatii particulare.

Situatia 1

In situatia 1 se va considera culisa ca fiind element fix. Aceasta situatie reprezinta cazul mecanismului manivela-piston (1). Elementul x executa o miscare de rotatie continua fata de elementul $x-1$, daca cercul $C(O, l_{x-1} - l_{x+2})$ este interior cercului $C(O, l_{x+1} - l_x)$ (v. Fig.6.4). Excentricitatea directiei de translatie respectiv excentricitatea cuplei de rotatie fata de piatra de culisa sunt definite cu semn (v. §.6.1.1). Acesta conditie in raport cu punctele de intersectie ale cercurilor cu axa Ox va fi:

$$K(O, l_{x+1} - l_x) \cap Ox \in \left[-\infty, -\left|l_{x-1} - l_{x+2}\right|\right] \cup \left[+\left|l_{x-1} - l_{x+2}\right|, +\infty\right] \tag{6.24}$$

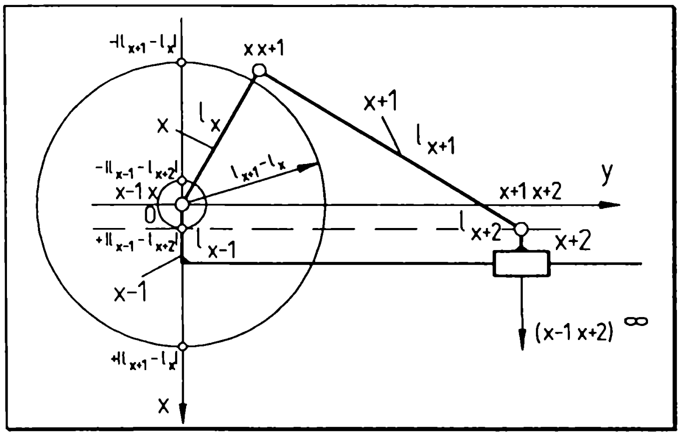


Fig.6.4 Conditia existentei manivelei rotitoare pentru mecanismul manivela-piston (1)

sau

$$\left|l_{x+1} - l_x\right| \geq \left|l_{x-1} - l_{x+2}\right|. \tag{6.25}$$

Relatia (6.25) corespunde cazului general dat de relatiile (6.3) si (6.4) pentru $\vartheta \neq ct.$, $k = 0$ (centrele instantanee de rotatie corespunzatoare sunt la infinit), $k_1^* = 0$ si elemente de lungime constanta.

Situatia 2

In situatia 2 se va considera un element binar RR (conexiune $K_{B(-1)}$) ca fiind element fix si cel de-al doilea element binar RR ca element motor. Aceasta situatie reprezinta cazul mecanismelor cu culisa (2/1) si cu piston oscilant (2/2). In analogie cu situatia 1 elementul x executa o miscare de rotatie continua fata de elementul $x-1$, daca cercul $C(x\text{–}1\,x\text{+}2, l_{x+2})$ este fie in interior cercului $C(O, l_{x+1} + l_x)$ fie in exteriorul cercului $C(\dot{O}, l_{x+1} - l_x)$ (v. Fig.6.5 si Fig.6.6).

Analitic aceasta conditie se poate scrie:

$$l_{x+1} + l_x \geq l_{x-1} + l_{x+2} \tag{6.26}$$

sau

$$|l_{x+1} - l_x| \leq |l_{x-1} - l_{x+2}| \tag{6.27}$$

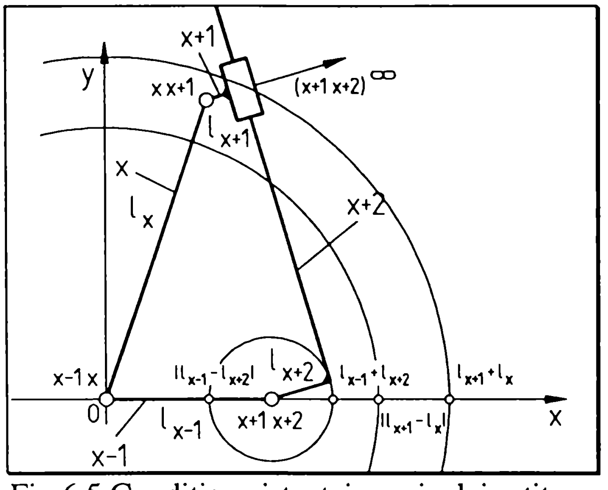


Fig.6.5 Conditia existentei manivelei rotitoare pentru mecanismul cu culisa (2/1)

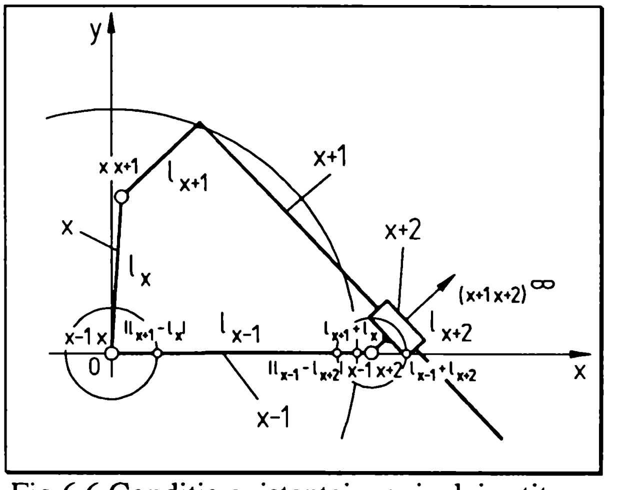


Fig.6.6 Conditia existentei manivelei rotitoare pentru mecanismul cu piston oscilant (2/2)

Relatiile pentru situatia 2 (6.26) si (6.27) corespund cazului general dat de relatiile (6.3) si (6.4) pentru $\vartheta \neq ct.$, $k = 1$ ($l_{x-1} < \infty$), $k_1^* = 1$ si elemente de lungime constanta.

Situatia 3

In situatia 3 se va considera un element binar RR (conexiune $K_{B(-1)}$) ca fiind element fix si element binar RT ca element motor. Aceasta situatie reprezinta cazul mecanismelor cu culisa

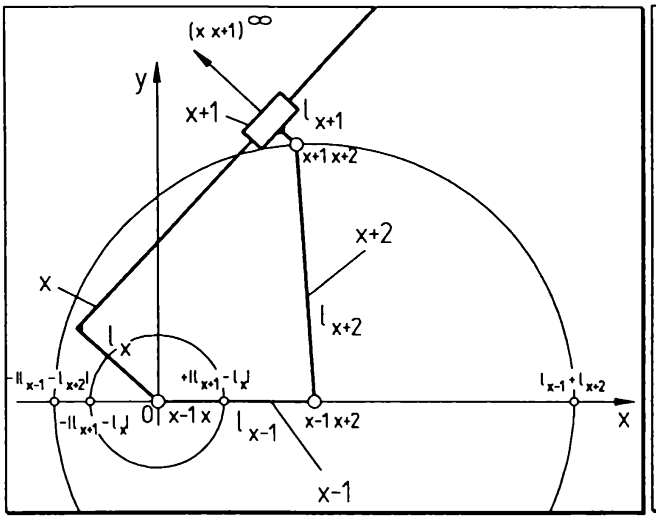


Fig.6.7 Conditia existentei manivelei rotitoare pentru mecanismul cu culisa (3/1)

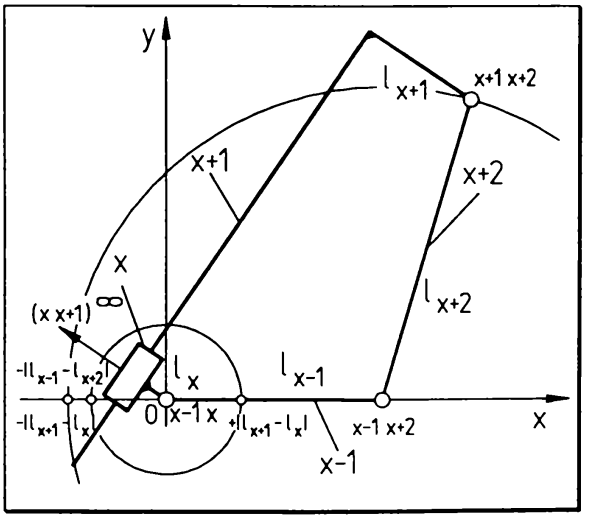


Fig.6.8 Conditia existentei manivelei rotitoare pentru mecanismul cu piston rotativ (3/2)

(3/1) si cu piston rotativ (3/2). Elementul x executa o miscare de rotatie continua fata de elementul $x-1$, daca cercul $C(O, l_{x+1} - l_x)$ este intotdeauna in interior cercului $C(x{-}1\,x{+}2, l_{x+2})$ (v. Fig.6.7 si Fig.6.8). Acesta conditie in raport cu punctele de intersectie ale cercurilor cu axa Ox va fi:

$$-|l_{x+1} - l_x| \geq -|l_{x-1} - l_{x+2}|. \tag{6.28}$$

$$|l_{x+1} - l_x| \leq |l_{x-1} - l_{x+2}|. \tag{6.29}$$

Relatia pentru situatia 3 (6.28) corespunde cazului general dat de relatiile (6.3) si (6.4) pentru $\vartheta = ct.$, $k = 1$ ($l_{x+2} \geq l_{x-1}$), $k_1^* = 0$ si elemente de lungime constanta.

6.1.4. Conditia de existenta a manivelei rotitoare in cazul mecanismelor patrulatere cu element flexibil

Mecanismele patrulatere cu elemente de lungime variabila (v. § 2.3.3) contin pe langa cuplele cinematice de rotatie respectiv de translatie si cuple de infasurare. De asemenea pe langa elementele rigide acesta contine si elemente flexibile si inextensibile. In continuare se va prezenta valabilitatea conditiei de existenta a manivelei rotitoare data de relatiile (6.3) respectiv (6.4) si in cazul mecanismelor cu elemente de lungime variabila.

6.1.4.1. Conditia de existenta a manivelei rotitoare in cazul lantului cinematic al mecanismului patrulater articulat cu element flexibil

In cazul lantului cinematic al mecanismului patrulater articulat cu element flexibil se pune problema posibilitatii rotirii continue a unui element fata de elementul invecinat pentru toate elementele lantului cinematic (deci si pentru elementele de lungime variabila ($t \neq ct.$)).

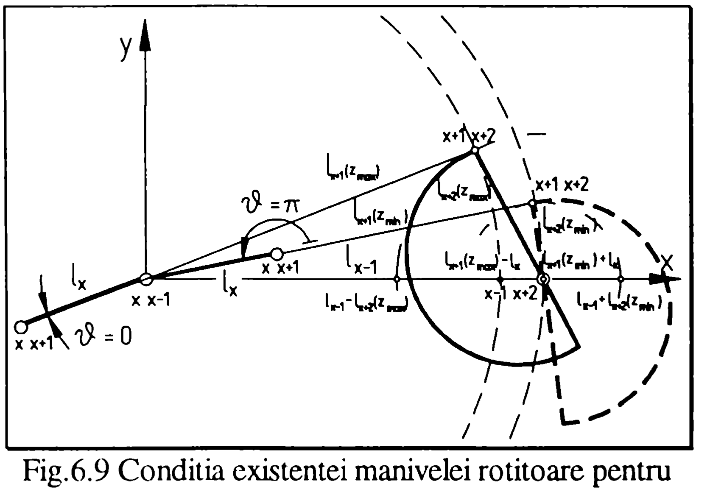


Fig.6.9 Conditia existentei manivelei rotitoare pentru mecanismul patrulater articulat cu element flexibil (1)

<u>Cazul 1</u>

$(x\,x{-}1) - (x{-}1\,x{+}2) \geq (x{-}1\,x{+}2) - (x{+}1\,x{+}2)$

Conform Fig.6.9, conditiile de existenta a manivelei rotitoare sunt aceleasi ca si in § 6.1.2 cazul 1. In acest caz apar si elementele de lungime variabila.

Analitic aceasta conditie se poate scrie:

$$|l_{x+1}(t) - l_x| \geq |l_{x-1} - l_{x+2}(t)|, \tag{6.30}$$

$$l_{x+1}(t) + l_x \leq l_{x-1} + l_{x+2}(t). \tag{6.31}$$

Relatiile (6.30) respectiv (6.31)

trebuie sa fie satisfacute pentru $t = z_{\min}$ ($\vartheta = \pi$) respectiv $t = z_{\max}$ ($\vartheta = 0$). Acestea corespund cazului general dat de relatiile (6.3) si (6.4) pentru $\vartheta \neq ct.$, $k = 0$ ($l_{x+2}(t) < l_{x-1}$), $k_1^* = 1$ si elemente de lungime constanta respectiv variabila.

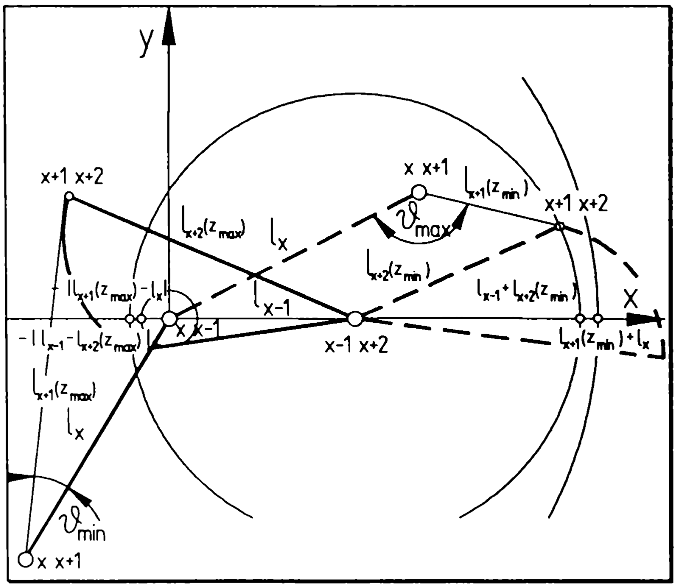


Fig.6.10 Conditia existentei manivelei rotitoare pentru mecanismul patrulater articulat cu element flexibil (2)

Cazul 2

$(x\,x{-}1) - (x{-}1\,x{+}2) < (x{-}1\,x{+}2) - (x{+}1\,x{+}2)$

Conform Fig.6.10, conditiile de existenta a manivelei rotitoare sunt aceleasi ca si in § 6.1.2 cazul 2. In aceast caz apar si elementele de lungime variabila.

Analitic aceasta conditie se poate scrie:

$$|l_{x+1}(t) - l_x| \leq |l_{x-1} - l_{x+2}(t)| \qquad (6.32)$$

$$l_{x+1}(t) + l_x \geq l_{x-1} + l_{x+2}(t) \qquad (6.33)$$

Relatiile (6.32) respectiv (6.33) trebuie sa fie satisfacute pentru $t = z_{\max}$ ($\vartheta = \vartheta_{\min}$) respectiv $t = z_{\min}$ ($\vartheta = \vartheta_{\max}$). Acestea corespund cazului general dat de relatiile (6.3) si (6.4) pentru $\vartheta \neq ct.$, $k = 1$ ($l_{x+2}(t) \geq l_{x-1}$), $k_1^* = 1$ si elemente de lungime constanta respectiv variabila.

6.1.4.2. Conditia de existenta a manivelei rotitoare in cazul lantului cinematic al mecanismului manivela-piston cu element flexibil

In cazul lantului cinematic al mecanismului manivela-piston cu element flexibil se pune problema verificarii rotirii continue a unui element notat cu x fata de elementul invecinat notat cu $x-1$ (considerat de referinta) numai in cazul elementelor legate prin cuple de rotatie. Pentru conditia de existenta a manivelei rotitoare in cazul lantului cinematic al mecanismului mani-vela-piston cu element flexibil se disting ca in § 6.1.3 trei situatii particulare.

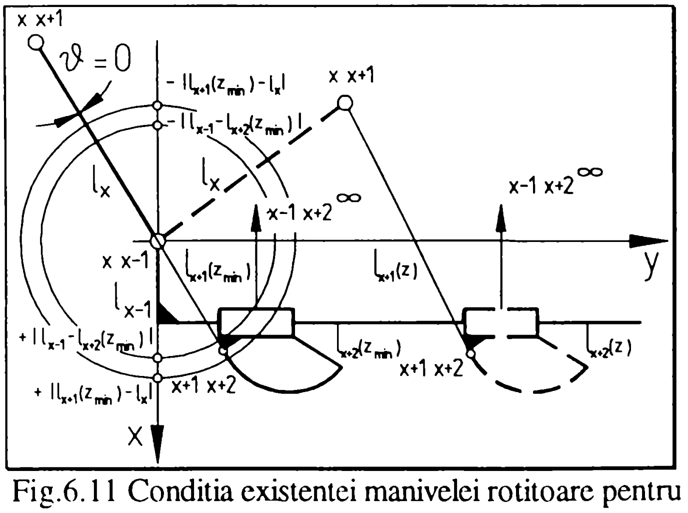


Fig.6.11 Conditia existentei manivelei rotitoare pentru mecanismul manivela-piston cu element flexibil (1)

Situatia 1

In situatia 1, conform Fig.6.11, se

va considera culisa ca fiind element fix. Aceasta situatie reprezinta analog situatiei 1 din § 6.1.3 cazul mecanismului manivela-piston cu element flexibil (1). Conditia de existenta a manivelei rotitoare va fi identica cu § 6.1.3. situatia 1. Analitic aceasta conditie se poate scrie:

$$\left|l_{x+1}(t) - l_x\right| \geq \left|l_{x-1} - l_{x+2}(t)\right|. \tag{6.34}$$

Relatia (6.34) trebuie sa fie satisfacuta pentru $t = z_{max}$ ($\vartheta = \vartheta_{min}$). Aceasta corespunde cazului general dat de relatiile (6.3) si (6.4) pentru $\vartheta \neq ct.$, $k = 0$, $k_1^* = 0$ si elemente de lungime constanta respectiv variabila.

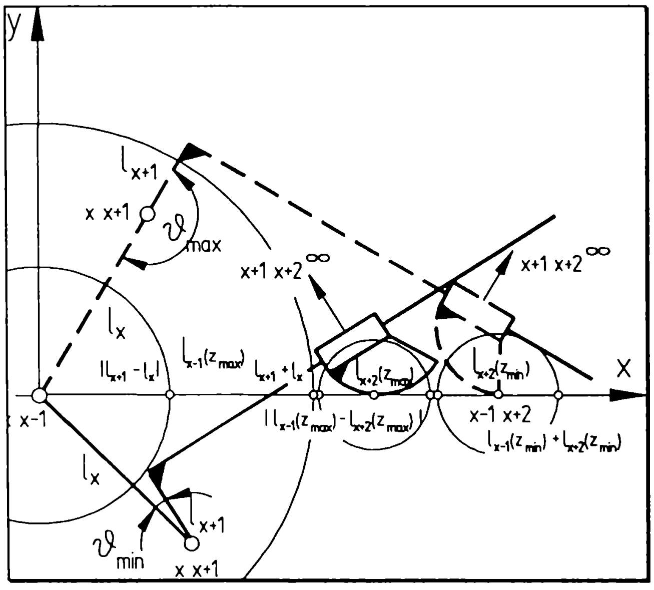


Fig.6.12 Conditia existentei manivelei rotitoare pentru mecanism piston oscilant cu element flexibil (2/1)

Situatia 2

In situatia 2, conform Fig.6.12, se va considera un element binar RI (conexiune $K_{B(-1)}$) ca fiind element fix si cel de-al doilea element binar RR ca element motor. Aceasta situatie reprezinta cazul mecanismelor cu piston oscilant cu element flexibil fix (2/1). Conditiile de existenta a manivelei rotitoare vor fi identice cu § 6.1.3. situatia 2. Analitic aceasta conditie se poate scrie:

$$l_{x+1} + l_x \geq l_{x-1}(t) + l_{x+2}(t), \tag{6.35}$$

sau

$$\left|l_{x+1} - l_x\right| \leq \left|l_{x-1}(t) + l_{x+2}(t)\right|. \tag{6.36}$$

Relatiile (6.35) respectiv (6.36) trebuie sa fie satisfacute pentru $t = z_{max}$ respectiv $t = z_{min}$. Acestea corespund cazului general dat de relatiile (6.3) si (6.4) pentru $\vartheta \neq ct.$, $k = 1$ ($l_{x-1}(t) < \infty$), $k_1^* = 1$ si elemente de lungime constanta respectiv variabila.

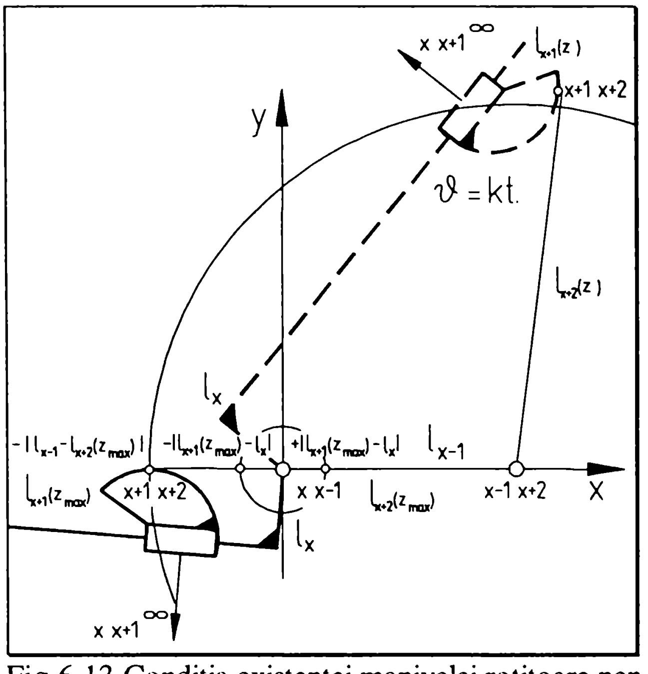


Fig.6.13 Conditia existentei manivelei rotitoare pentru mecanismul cu culisa cu element flexibil (3/1)

Situatia 3

In situatia 3, conform Fig.6.13, se va considera un element binar RR (conexiune $K_{B(-1)}$) ca fiind element fix si elementul binar RT ca element motor. Aceasta situatie reprezinta cazul mecanismelor cu culisa cu element flexibil (3/1). Conditia de existenta a manivelei rotitoare va fi identica cu § 6.1.3. situatia 3. Analitic aceasta conditie se poate scrie:

$$-\left|l_{x+1}(t) - l_x\right| \ge -\left|l_{x-1} - l_{x+2}(t)\right| . \qquad (6.37)$$

Relatia (6.37) trebuie sa fie satisfacuta pentru $t = z_{max}$. Aceasta corespunde cazului general dat de relatiile (6.3) si (6.4) pentru $\vartheta = ct.$, $k = 1$ ($l_{x+2}(t) \ge l_{x-1}$), $k_1^* = 0$ si elemente de lungime constanta respectiv variabila

6.2. Generarea unor functii elementare

Urmatorul studiu urmareste sa stabileasca ce tipuri de functii elementare pot fi generate cu ajutorul mecanismelor patrulatere cu element flexibil, astfel ca elementul profilat sa pastreze o forma geometrica realizabila practic. De asemenea se va determina domeniul de variatie a parametrului pozitional al elementului conducator. In continuare studiul se va realiza doar pentru cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil.

In Tab.6.1 sunt prezentate o serie de functii elementare, care apar adesea in diferitele aplicatii ale mecanismelor generatoare de functii. Aceste functii sunt: functia lineara, functia sinus, functia tangenta, functia arcsinus si functia arctangenta. Desigur forma acestora in cazul aplicatiilor este mult mai complicata.

Tabelul 6.1

Nr.	Functia	Relatia
1	Lineara	$f(z) = a + b \cdot z$
2	Sinus	$f(z) = a \cdot \sin(b \cdot z)$
3	Tangenta	$f(z) = a \cdot \tan(b \cdot z)$
4	Arcsinus	$f(z) = a \cdot \arcsin(b \cdot z)$
5	Arctangenta	$f(z) = a \cdot \arctan(b \cdot z)$

Mecanismul patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a) (v. § 4.4.1), pentru care se va realiza studiul, va avea caracteristici geometrice date in Tab.6.2.

Tabelul 6.2

Structura	Caracteristici geometrice					
	l_1 [mm]	l_2 [mm]	φ_0 [rad]	ψ_0 [rad]	ξ	ζ
RRIR(a)	100	40	0	0	1	1

1. Functia lineara

In cazul in care se doreste generarea unei functii lineare de forma:

$$\psi(\varphi) = 2 \cdot \varphi \ , \qquad (6.38)$$

pentru parametrul pozitional al elementului conducator $\varphi \in [0,2\pi]$ se va obtine drept evoluta o curba inchisa (v. Fig.6.14 a) cu doua puncte de intoarcere. Evoluta este reprezentata in sistemul de coordonate u,v. Valorile extreme ale domeniului de variatie al parametrului pozitional al elementului conducator se vor determina conform § 4.2 (4.12). Pentru functia de generat impusa (6.38) acestea sunt $\varphi = 0\,[\text{rad}]$ (B^0) si $\varphi = \pi$ [rad] (B'). Domeniul de variatie al parametrului pozitional al elementului conducator va fi fie $\varphi \in [0,\pi]$ cu unghiul initial al elementului conducator $\varphi_0 = 0$ [rad] si unghiul initial al elementului condus $\psi_0 = 0\,[\text{rad}]$, fie $\varphi \in [\pi, 2\pi]$ cu $\varphi_0 = \pi\,[\text{rad}]$ si $\psi_0 = 2\pi\,[\text{rad}]$. Elementul profilat va contine doar o parte din aceasta evoluta (ex. Fig.6.14 b pentru $\varphi \in [0,\pi]$ respectiv $\varphi_0 = 0$ si $\psi_0 = 0$).

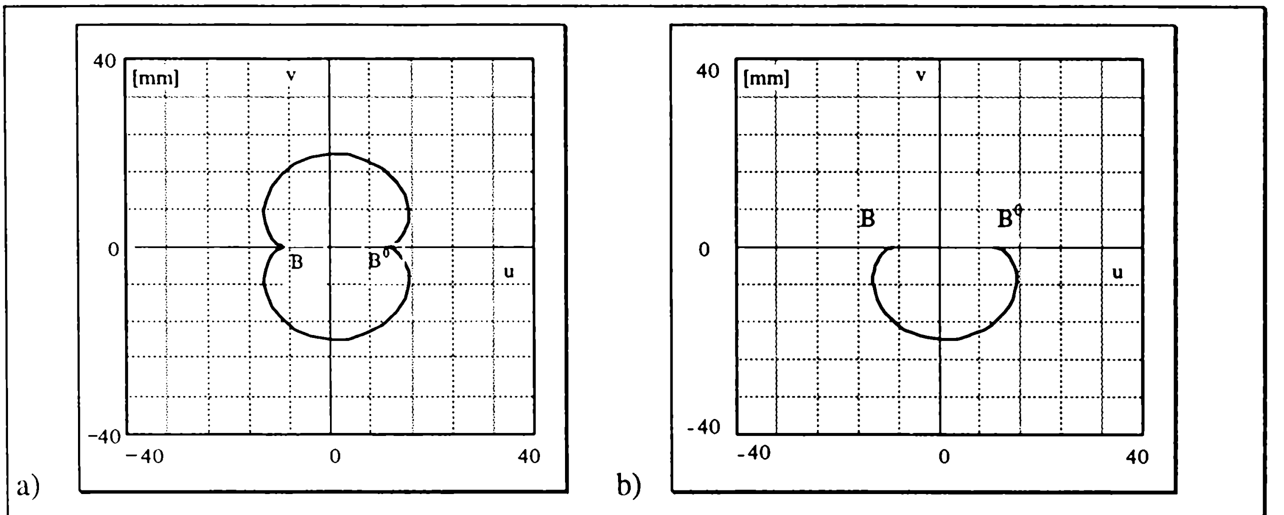


Fig.6.14. Evoluta (a) si geometria elementului profilat (b) pentru o functie de generat lineara

Functia de generat (6.38) va fi reprodusa de mecanismul patrulater articulat cu element flexibil doar pentru valori ale parametrului pozitional al elementului conducator din domeniu de variatie stabilit anterior.

2. Functia sinus

In cazul in care se doreste generarea unei functii trigonometrice de forma:

$$\psi(\varphi) = \sin\varphi \ . \tag{6.39}$$

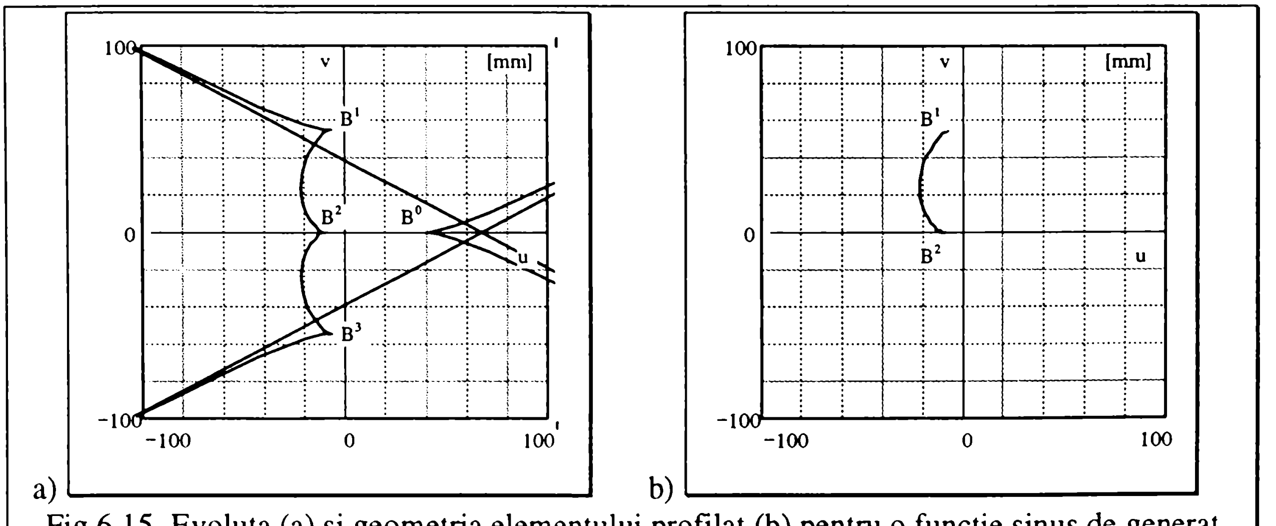


Fig.6.15. Evoluta (a) si geometria elementului profilat (b) pentru o functie sinus de generat

pentru parametrul pozitional al elementului conducator $\varphi \in [0,2\pi]$ se va obtine drept evoluta o curba (v. Fig.6.15 a) cu patru puncte reale de intoarcere. Valorile extreme ale domeniului de variatie al parametrului pozitional al elementului conducator pentru functia de generat (6.39) pot fi $\varphi = \pi / 2$ [rad] (B^0), $\varphi = \pi$ [rad] (B^1) si $\varphi = 3\pi / 2$ [rad] (B^2). Domeniul de variatie al parametrului pozitional al elementului conducator va fi fie $\varphi \in [\pi / 2; \pi]$ cu unghiul initial al elementului conducator $\varphi_0 = \pi / 2$ [rad] si unghiul initial al elementului condus $\psi_0 = 1$, fie $\varphi \in [\pi, 3\pi / 2]$ cu $\varphi_0 = \pi$ [rad] si $\psi_0 = 0$. Elementul profilat va contine doar o parte din aceasta evoluta (ex. Fig.6.15 b pentru $\varphi \in [\pi / 2, \pi]$ resp. $\varphi_0 = \pi / 2$ [rad] si $\psi_0 = 1$).

Functia de generat (4.39) va fi reprodusa de mecanismul patrulater articulat cu element flexibil doar pentru valori ale parametrului pozitional al elementului conducator din domeniul de variatie stabilit anterior.

3. Functia tangenta

In cazul in care se doreste generarea unei functii trigonometrice de forma:

$$\psi(\varphi) = \tan \varphi \ . \tag{6.40}$$

pentru parametrul pozitional al elementului conducator $\varphi \in [0,2\pi]$ se va obtine drept evoluta o curba (v. Fig.6.16 a) cu opt puncte de intoarcere. Valorile extreme ale domeniului de variatie al parametrului pozitional al elementului conducator pentru functia de generat (6.40) pot fi $\varphi_k = k \cdot \pi / 4$ [rad] (B^k) pentru $k = 0,1,..,8$.. Domeniul de variatie al parametrului pozitional al elementului conducator va fi $\varphi \in [0, \pi / 4]$ cu unghiul initial al elementului conducator $\varphi_0 = 0$ [rad] si unghiul initial al elementului condus $\psi_0 = 0$ sau $\varphi \in [(k-1) \cdot \pi / 4, k \cdot \pi / 4]$ unghiurile initiale corespunzatoare. Elementul profilat va contine din nou doar o parte din

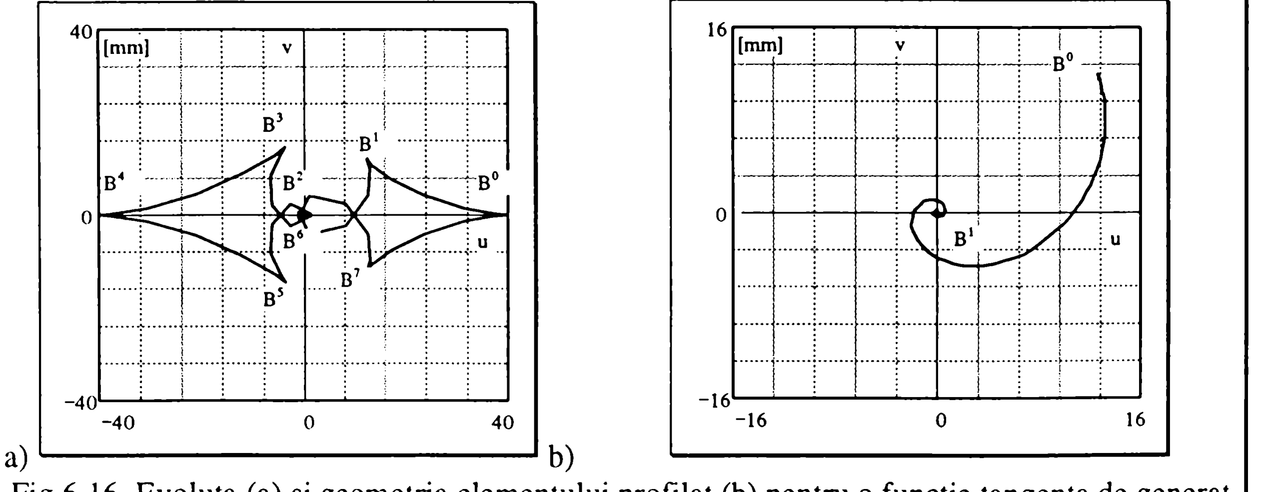


Fig.6.16. Evoluta (a) si geometria elementului profilat (b) pentru o functie tangenta de generat

aceasta evoluta (ex. Fig.6.16 b pentru $\varphi \in [\pi / 4, \pi / 2)$ resp. $\varphi_0 = \pi / 4$ [rad] si $\psi_0 = 1$).

Functia de generat (4.40) va fi reprodusa de mecanismul patrulater articulat cu element flexibil doar pentru valori ale parametrului pozitional al elementului conducator din domeniul de variatie stabilit anterior.

4. Functia arcsinus

In cazul in care se doreste generarea unei functii trigonometrice inverse de forma:

$$\psi(\varphi) = \arcsin\varphi \ , \quad (\varphi \in \Re), \tag{6.41}$$

pentru parametrul pozitional al elementului conducator $\varphi \in [-1,1]$ se va obtine drept evoluta o curba (v. Fig.6.17 a) cu un punct de intoarcere. Valorile extreme ale domeniului de variatie al parametrului pozitional al elementului conducator pentru functia de generat (6.41) pot fi $\varphi \to -1$ (B^0), $\varphi = 0$ [rad] (B^1) si $\varphi \to 1$ (B^2). Domeniul de variatie al para-metrului pozitional al elementului conducator va fi $\varphi \in (-1,0]$ cu unghiul initial al elementului conducator $\varphi_0 = -1$ si unghiul initial al elementului condus $\psi_0 = \arcsin(-1)$ [rad] sau $\varphi \in [0,1]$ cu $\varphi_0 = 0$ si $\psi_0 = 0$. Elementul profilat va contine din nou doar o parte din aceasta evoluta (ex. Fig.6.17 b pentru $\varphi \in [0,1]$ respectiv $\varphi_0 = 0$ si $\psi_0 = 0$).

Functia de generat (4.41) va fi reprodusa de mecanismul patrulater articulat cu element flexibil doar pentru valori ale parametrului pozitional al elementului conducator din domeniul de variatie stabilit anterior.

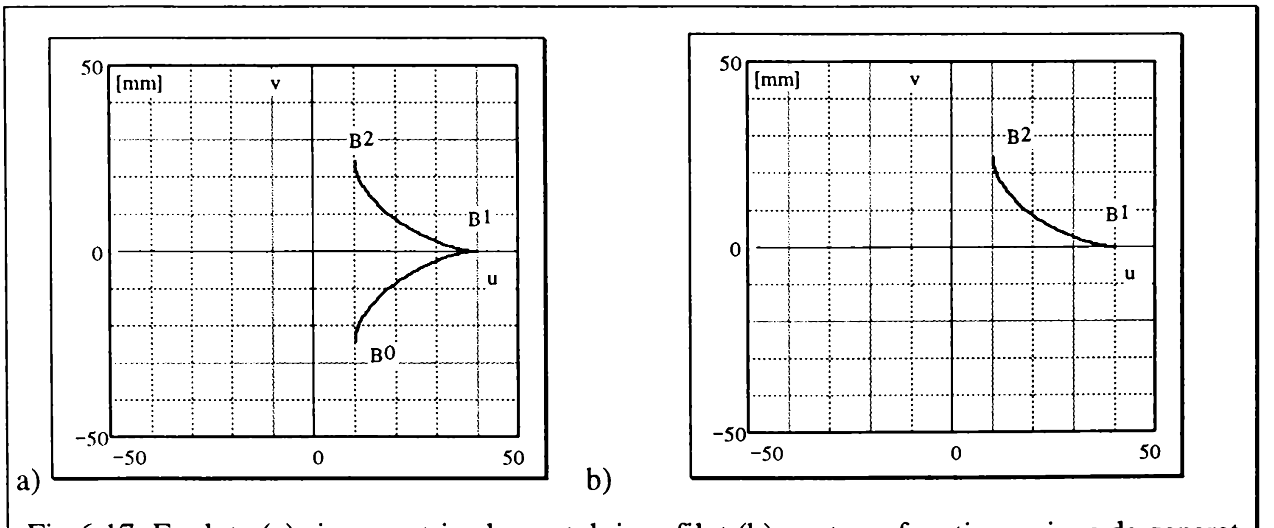


Fig.6.17. Evoluta (a) si geometria elementului profilat (b) pentru o functie arcsinus de generat

5. Functia arctangenta

In cazul in care se doreste generarea unei functii trigonometrice de forma:

$$\psi(\varphi) = \arctan\varphi \ , \quad (\varphi \in \Re), \tag{6.42}$$

pentru parametrul pozitional al elementului conducator $\varphi \in [0,2\pi]$ se va obtine drept evoluta o curba (v. Fig.6.18 a) cu doua puncte reale de intoarcere. Valorile extreme ale domeniului de variatie al parametrului pozitional al elementului conducator pentru functia de generat (6.42) sunt $\varphi = 0$ (B) si $\varphi = \pi / 8$ (B^0). Domeniul de variatie al parametrului pozitional al elementului conducator va fi $\varphi \in [\pi / 8, 2\pi]$ cu unghiul initial al elementului conducator $\varphi_0 = \pi / 8$ si unghiul initial al elementului condus $\psi_0 = 0.374$ [rad]. Elementul profilat va contine din nou doar o parte din aceasta evoluta (ex. Fig.6.18 b pentru $\varphi \in [\pi / 8, 2\pi]$ respectiv $\varphi_0 = \pi / 8$ si $\psi_0 = 0.374$ [rad]).

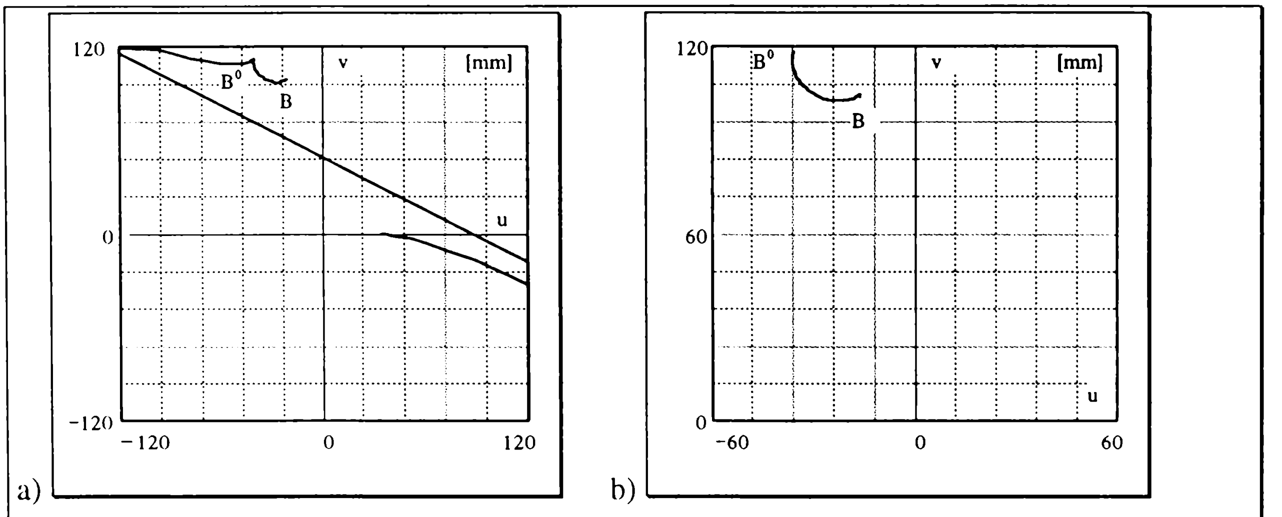


Fig.6.18. Evoluta (a) si geometria elementului profilat (b) pentru o functie arctan. de generat

Functia de generat (4.42) va fi reprodusa de mecanismul patrulater articulat cu element flexibil doar pentru valori ale parametrului pozitional al elementului conducator din domeniu de variatie stabilit anterior.

6.3. Influenta dimensiunilor prescrise ale mecanismului cu element flexibil asupra geometriei elementului profilat

Pentru realizarea unei sinteze optimale a mecanismelor cu element flexibil trebuieste cunoscuta sau determinata influenta parametrilor geometrici (dimensiunile) prescrisi asupra geometriei elementului profilat. In continuare se va studia influenta acestor parametri in cazul unui mecanism patrulater articulat cu element flexibil pentru functia de generat de forma (6.38) si (6.39). Caracteristicile geometrice de baza ale mecanismului sunt cele date in Tab.6.2.

In sinteza dimensionala a mecanismului patrulater articulat de constructie simpla RRIR(a) intervin urmatoarele marimi geometrice prescrise: lungimea elementului fix l_1, lungimea elementului conducator l_2 respectiv unghiul initial al elementului conducator φ_0 si unghiul initial al elementului condus ψ_0.

Modificarea lungimii elementului fix l_1 are influente specifice asupra geometriei elementului profilat. Aceasta influenta depinde de functia de generat impusa. De exemplu pentru o functie de generat lineara (6.38), modificarea lungimii elementului fix nu conduce la modificarea geometriei elementului profilat (v. Fig.6.19 a), in schimb pentru o functie de

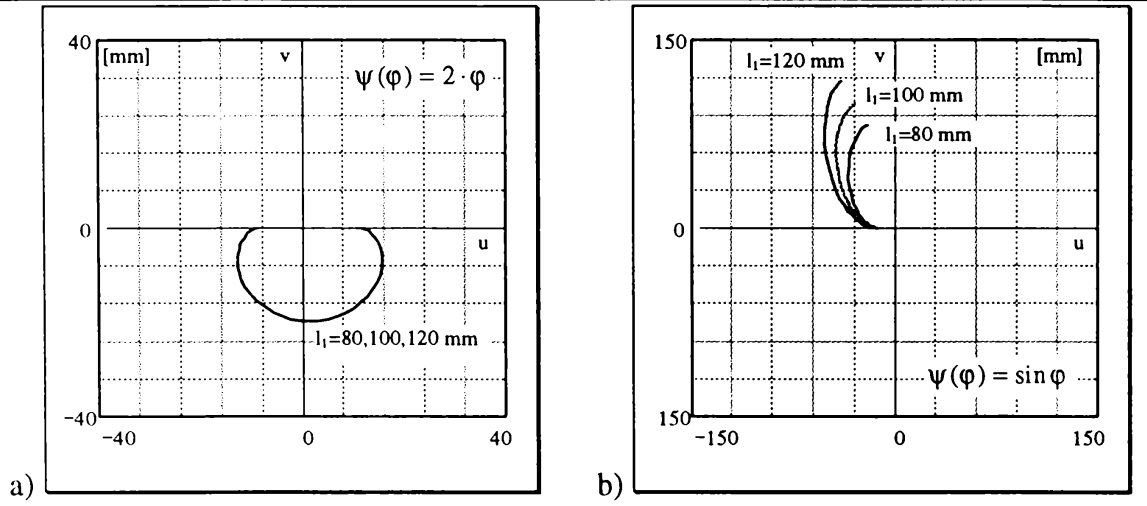


Fig.6.19. Influenta modificarii lungimii elementului fix asupra geometriei elementului profilat

generat sinusoidala (6.39), aceasta conduce la modificarea curburii si implicit a geometriei elementului profilat (v. Fig.6.19 b). In Fig.6.19 sunt indicate pentru fiecare profil valoarea modificata a lungimii elementului fix.

Modificarea lungimii elementului conducator l_2 are de asemenea influente specifice asupra geometriei elementului profilat. Aceasta influenta depinde de functie de generat impusa. Astfel, gabaritul elementului profilat se afla intr-o corelatie direct proportionala cu lungimea elementului conducator pentru o functie de generat lineara (6.38) (v. Fig.6.20 a) si

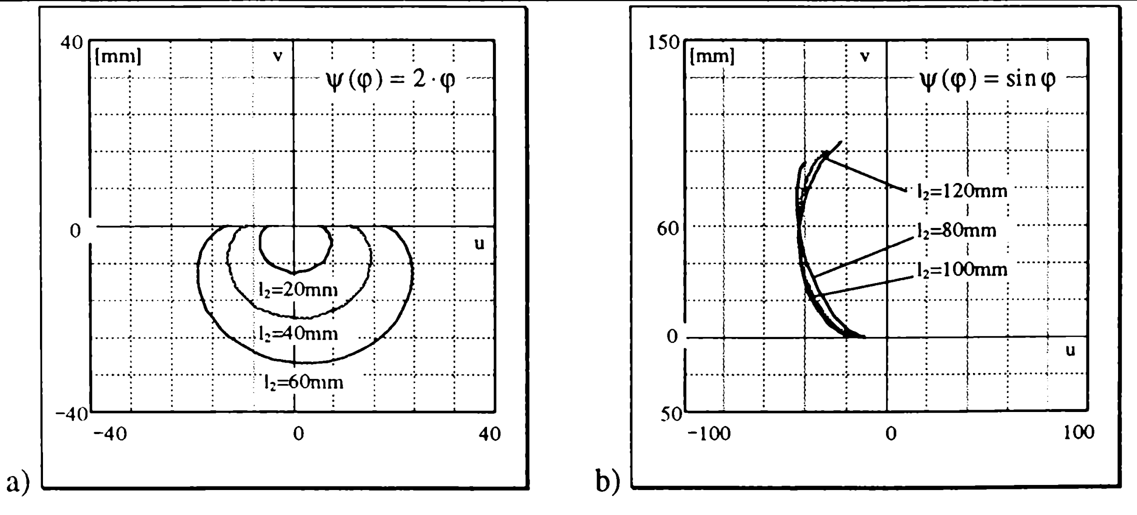


Fig.6.20. Influenta modificarii lungimii elementului conducator asupra geometriei elementului profilat

respectiv modificarea lungimea elementului conducator conduce la o modificare minimala a convexitatii elementului profilat in cazul unei functii de generat sinusoidale (6.39) (v. Fig.6.20 b). In Fig.6.20 sunt indicate pentru fiecare profil valoarea modificata a lungimii elementului conducator.

Modificarea lungimii elementului fix l_1 si conducator l_2 conduc in general la modificarea geometriei elementului profilat si nu are nici o influenta asupra domeniului de variatie a parametrului pozitional al elementului conducator pentru cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil RRIR(a) de constructie simpla.

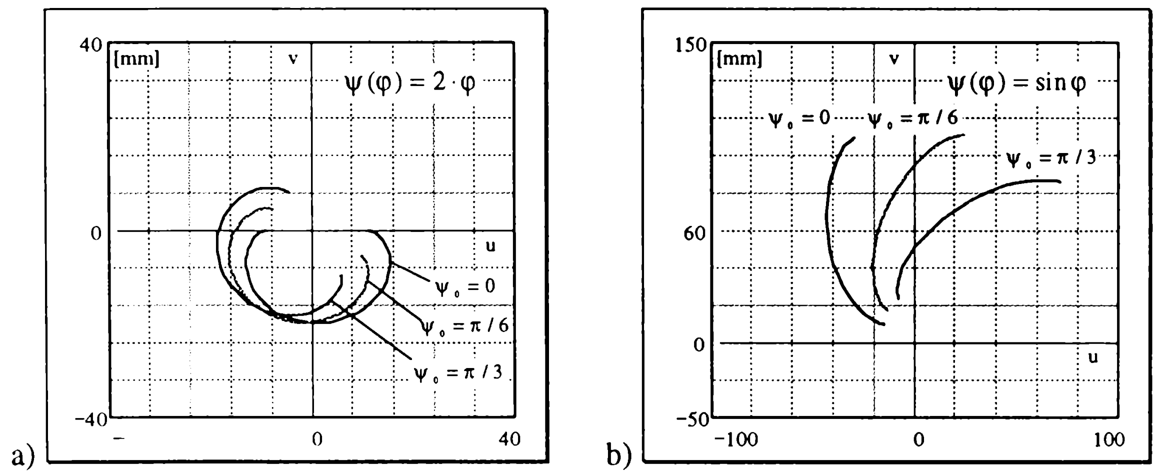


Fig.6.21. Influenta modificarii unghiului initial a elementului condus asupra geometriei elementului profilat

Modificarea unghiului initial al elementului condus ψ_0 nu are nici o influenta asupra geometriei elementului profilat. Elementul profilat ramane relativ la sistemul de coordonate fix x,y nemodificat (nerotit) si este rotit cu unghiul $-\psi_0$ in sistemul de axe mobil u,v (v. Fig.6.21 a,b). Domeniul de variatie a parametrului pozitional al elementului conducator nu este

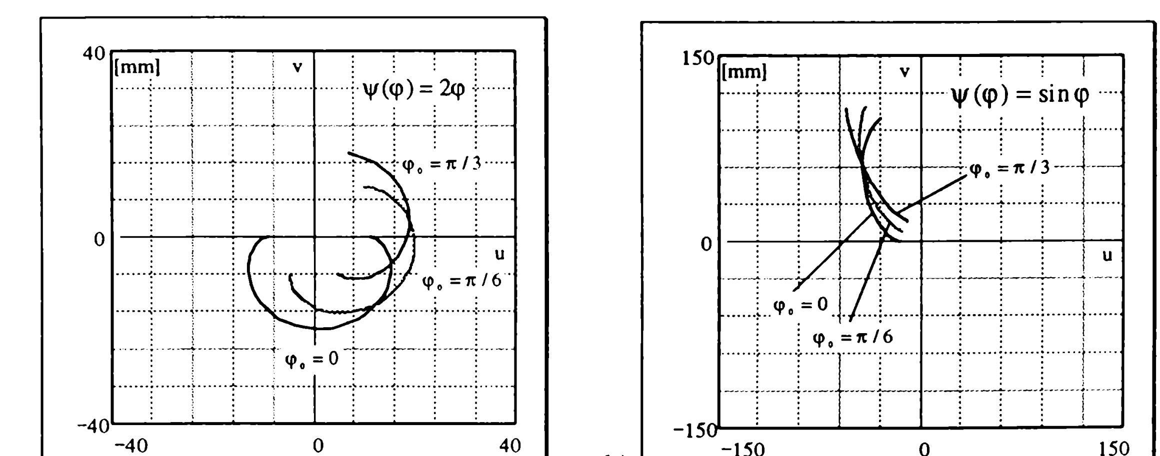


Fig.6.22. Influenta modificarii unghiului initial al elementului conducator asupra geometriei elementului profilat

influientat de modificarea unghiului initial al elementului condus. In Fig.6.21 sunt indicate pentru fiecare profil valoarea modificata a unghiului initial al elementului condus.

Modificarea unghiului initial al elementului conducator φ_0 conduce la rotirea profilului elementului condus cu unghiul $-\varphi_0$ in sistemul de axe mobil si la modificarea geometriei acestuia. Pentru a evita aparitia punctelor singulare ale profilului elementului condus, dimensiunile acestuia vor fi reduse (v Fig.6.22 a,b). Unghiul initial al elementului condus poate ocupa o portiune din domeniul de variatie a parametrului pozitional al elementului conducator, ceea ce conduce implicit la micsorarea cu o portiune egala cu aceasta a domeniului de variatie. In Fig.6.22 sunt indicate pentru fiecare profil valoarea modificata a unghiului initial al elementului conducator.

Studiile anterioare arata ca modificarea parametrilor geometrici caracteristici mecanismului patrulater articulat cu element flexibil conduc in general numai la modificarea pozitiei si a geometriei elementului profilat in sistemul de axe mobil im *u,v*. Acestea nu influenteaza domeniul de variatie a parametrului pozitional al elementului conducator in sensul maririi acestuia pentru o functie de generat data.

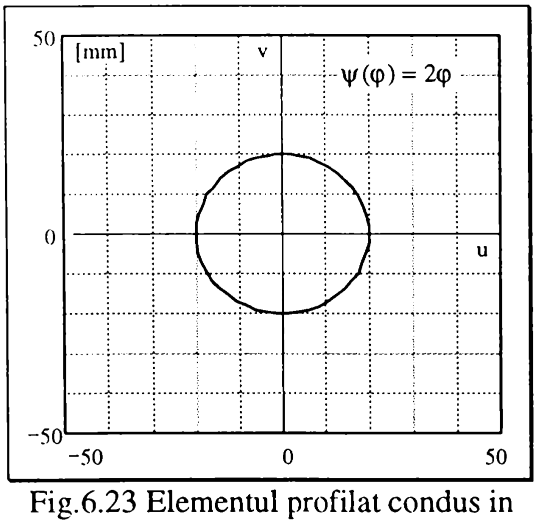


Fig.6.23 Elementul profilat condus in cazul functiei de generat lineare

In continuare se va studia cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie generala RIIR(a) pentru un caz particular. Elementul profilat conducator va fi considerat un cerc de raza $l_2 = 40\,[\text{mm}]$. Celelalte caracteristici geometrice ale mecanismului sunt date in Tab.6.2.

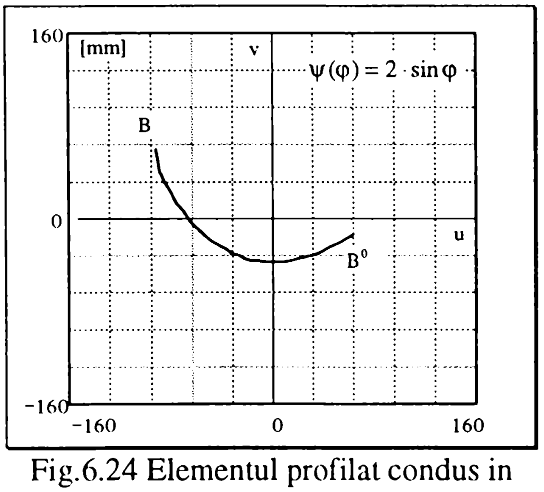


Fig.6.24 Elementul profilat condus in cazul functiei de generat sinusoidale

Pentru o functie de generat lineara (6.38) cu pozitia initiala a elementului conducator $\varphi_0 = 78.64°$ profilul elementului condus va fi de asemenea un cerc cu raza $l_4 = 20\,[\text{mm}]$ (v. Fig.6.23). Acest caz particular corespunde situatiei transmisiei cu curea. Domeniul de variatie al parametrului pozitional este simtitor marit la $\varphi = [0, 2\cdot\pi]$. Elementul flexibil se va infasura/desfasura de doua ori pe/de pe elementul profilat condus.

Pentru o functie de generat sinusoidala (6.38) cu pozitia initiala a elementului conducator $\varphi_0 = 108°$ profilul elementului condus are forma din Fig.6.24. Domeniul de variatie a parametrului pozitional este marit la $\varphi = [0.6\pi, 1.2\pi]$.

Modificarea parametrilor geometrici ai mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie generala RIIR(a) au pentru cazul particular prezentat aceleasi influente asupra geometriei elementului profilat ca si in cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a). Domeniul de variatie al parametrului pozitional al elementului conducator este marit pentru aceeasi functie de generat raportat la cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla. Modificarea parametrilor geometrici caracteristici mecanismului nu conduce insa la cresterea domeniului de variatie de mai sus.

6.4. Determinare factorilor de influenta a parametrilor geometrici caracteristici asupra erorii constructive totale a mecanismului

Determinarea factorilor de influenta a parametrilor geometrici caracteristici asupra functiei de transmitere sunt de o importanta practica deosebita [D4]. Jocurilor din cuplele cinematice, frecarea, modificarile de temperatura, precizia de fabricatie (tolerante) si deformarile/alungirile elastice conduc la aparitia erorilor constructive si implicit afecteaza exactitatea generarii functiei de transmitere dorite. Pentru obtinerea unor abateri minime cu cheltuieli minime de fabricatie se vor tolera mai strans acele dimensiuni caracteristice care, prin factorii de influenta ai functiei realizate, au ponderea cea mai mare in generarea erorii constructive totale a mecanismului [P6]. In cazul mecanismelor cu element flexibil acestea servesc la stabilirea tolerantelor dimensionale ale elementelor de lungime constanta, a jocurilor din cupla cinematica, alungirea maxima admisibila a elementului flexibil si erorile dimensionale admisibile ale elementului profilat.

Functia de pozitie generala in cazul mecanismului patrulater articulat de constructie simpla RRIR(a) va fi:

$$\psi = \psi(\varphi(t), l_1, l_2, l_3(t), u_0(t), v_0(t)). \tag{6.43}$$

Daca fiecare dintre acesti parametri geometrici se abat de la valorile nominale, atunci functia de transmitere se va putea scrie:

$$\psi + \Delta\psi = \psi(\varphi + \Delta\varphi, l_1 + \Delta l_1, l_2 + \Delta l_2, l_3(t) + \Delta l_3(t), u_0(t) + \Delta u_0(t), v_0(t) + \Delta v_0(t)), \tag{6.44}$$

sau dupa dezvoltarea in serie Taylor, retinand numai termenii de ordinul 1 va fi:

$$\psi+\Delta\psi=\psi(\varphi(t),l_1,l_2,l_3(t),u_0(t),v_0(t))+\frac{\partial\psi(t)}{\partial\varphi(t)}\Delta\varphi(t)+\frac{\partial\psi(t)}{\partial l_1}\Delta l_1+$$
$$+\frac{\partial\psi(t)}{\partial l_2}\Delta l_2+\frac{\partial\psi(t)}{\partial l_3(t)}\Delta l_3(t)+\frac{\partial\psi(t)}{\partial u_0(t)}\Delta u_0(t)+\frac{\partial\psi(t)}{\partial v_0(t)}\Delta v_0(t) \tag{6.45}$$

Astfel, indata ce functia de transmitere este analitic determinata, se pot determina derivatele partiale dupa fiecare parametru geometric al mecansimului. Acestea reprezinta niste "coeficienti de pondere" sau factori de influenta, care indica masura in care abaterile individuale influenteaza abaterea functiei de transmitere (pozitie) de la functia de generat impusa.

Functia de transmitere a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil RRIR(a) este data in forma explicita prin relatia (5.22). Coeficientii acestei functii (5.22), care depind de parametrul pozitional a elementului motor $\varphi(t)$, sunt:

$$A(t)=2l_1u_0(t)-2l_2\big(u_0(t)\cos\varphi(t)+v_0(t)\sin\varphi(t)\big)$$
$$B(t)=-2l_1v_0(t)-2l_2\big(u_0(t)\sin\varphi(t)-v_0(t)\cos\varphi(t)\big) \tag{6.46}$$
$$C(t)=l_1^2+l_2^2-l_3(t)^2+(u_0(t)^2+v_0(t)^2)-2l_1l_2\cos\varphi(t)$$

In continuare se vor determina coeficientii de pondere ai mecanismului (prin derivarea ecuatiei (5.19) in raport cu parametrul dorit) in cazul generarii unei functii lineare impuse (6.38). In Fig.6.25-6.30 sunt reprezentate grafic coeficientii de pondere numai in domeniul de variatie al parametrului pozitional al elementului motor. Coeficientul de pondere al abaterii pozitiei unghiulare a elementului motor φ va fi:

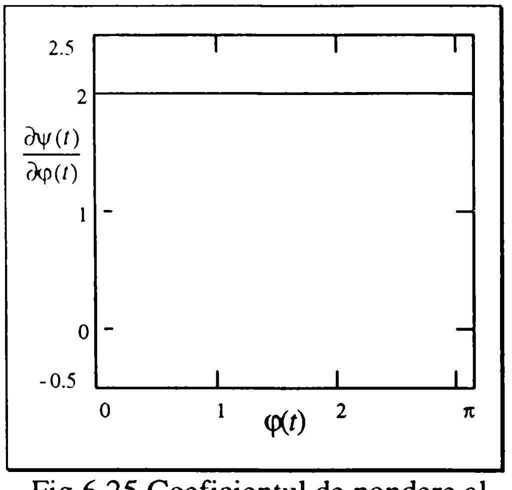


Fig.6.25 Coeficientul de pondere al pozitiei unghiulare a elementului motor

$$\frac{\partial\psi(t)}{\partial\varphi(t)}=\frac{\frac{\partial A(t)}{\partial\varphi(t)}\cos\psi(t)+\frac{\partial B(t)}{\partial\varphi(t)}\sin\psi(t)+\frac{\partial C(t)}{\partial\varphi(t)}}{A(t)\cdot\sin\psi(t)-B(t)\cdot\cos\psi(t)}, \tag{6.47}$$

in care:

$$\frac{\partial A(t)}{\partial\varphi(t)}=2l_2[u_0(t)\sin\varphi(t)-v_0(t)\cos\varphi(t)]$$
$$\frac{\partial B(t)}{\partial\varphi(t)}=-2l_2[u_0(t)\cos\varphi(t)+v_0(t)\sin\varphi(t)]. \tag{6.48}$$
$$\frac{\partial C(t)}{\partial\varphi(t)}=2l_1l_2\sin\varphi(t)$$

Aceasta este reprezentata grafic in Fig.6.25.

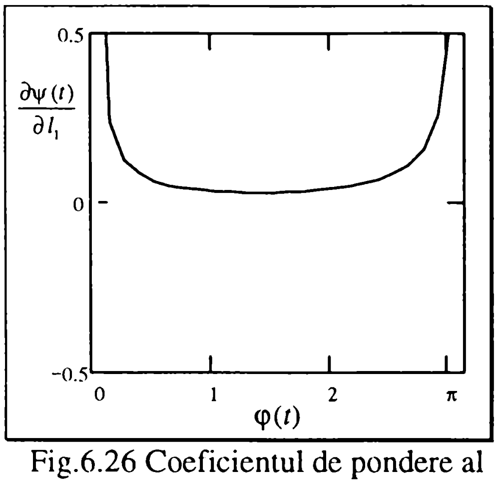


Fig.6.26 Coeficientul de pondere al lungimii elementului fix

Coeficientul de pondere al abaterii lungimii elementului fix l_1 va fi:

$$\frac{\partial\psi(t)}{\partial l_1}=\frac{\dfrac{\partial A(t)}{\partial l_1}\cos\psi(t)+\dfrac{\partial B(t)}{\partial l_1}\sin\psi(t)+\dfrac{\partial C(t)}{\partial l_1}}{A(t)\cdot\sin\psi(t)-B(t)\cdot\cos\psi(t)}, \tag{6.49}$$

in care:

$$\frac{\partial A(t)}{\partial l_1}=2u_0(t) \qquad \frac{\partial B(t)}{\partial l_1}=-2v_0(t)$$
$$\frac{\partial C(t)}{\partial l_1}=2[l_1-l_2\cos\varphi(t)] \tag{6.50}$$

Aceasta este reprezentata grafic in Fig.6.26.

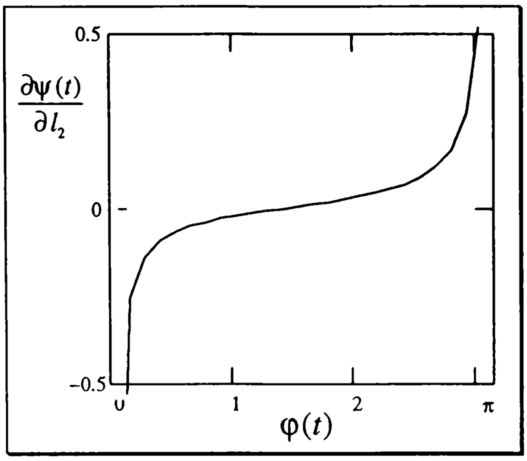


Fig.6.27 Coeficientul de pondere al lungimii elementului motor

Coeficientul de pondere al abaterii lungimii elementului motor l_2 va fi:

$$\frac{\partial\psi(t)}{\partial l_2}=\frac{\dfrac{\partial A(t)}{\partial l_2}\cos\psi(t)+\dfrac{\partial B(t)}{\partial l_2}\sin\psi(t)+\dfrac{\partial C(t)}{\partial l_2}}{A(t)\cdot\sin\psi(t)-B(t)\cdot\cos\psi(t)}, \tag{6.51}$$

in care:

$$\frac{\partial A(t)}{\partial l_2}=-2[u_0(t)\cos\varphi(t)+v_0(t)\sin\varphi(t)]$$
$$\frac{\partial B(t)}{\partial l_2}=2[u_0(t)\sin\varphi(t)-v_0(t)\cos\varphi(t)] \tag{6.52}$$
$$\frac{\partial C(t)}{\partial l_2}=2[l_2-l_1\cos\varphi(t)]$$

Aceasta este reprezentata grafic in Fig.6.27.

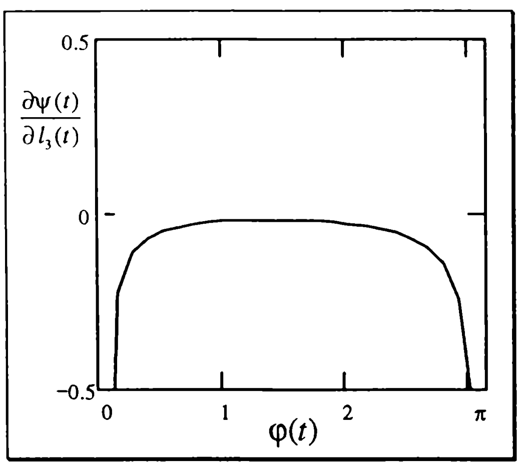


Fig.6.28 Coeficientul de pondere al lungimii/alungirii elementului flexibil

Coeficientul de pondere al abaterii lungimii sau alungirii elementului flexibil $l_3(t)$ va fi:

$$\frac{\partial\psi(t)}{\partial l_3(t)}=\frac{\dfrac{\partial C(t)}{\partial l_3(t)}}{A(t)\cdot\sin\psi(t)-B(t)\cdot\cos\psi(t)}, \tag{6.53}$$

in care:

$$\frac{\partial C(t)}{\partial l_3(t)}=-2l_3(t). \tag{6.54}$$

Aceasta este reprezentata grafic in Fig.6.28.

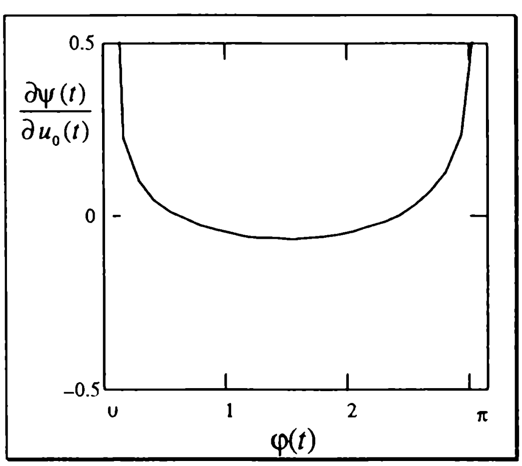


Fig.6.29 Coeficientul de pondere al abateri dupa axa *u* a elementului profilat

Coeficientul de pondere al abateri dupa axa u a elementului profilat $u_0(t)$ va fi:

$$\frac{\partial\psi(t)}{\partial u_0(t)}=\frac{\dfrac{\partial A(t)}{\partial u_0(t)}\cos\psi(t)+\dfrac{\partial B(t)}{\partial u_0(t)}\sin\psi(t)+\dfrac{\partial C(t)}{\partial u_0(t)}}{A(t)\cdot\sin\psi(t)-B(t)\cdot\cos\psi(t)}, \tag{6.55}$$

in care:

$$\frac{\partial A(t)}{\partial u_0(t)} = 2[l_1 - l_2 \cdot \cos\varphi(t)]$$
$$\frac{\partial B(t)}{\partial u_0(t)} = -2l_2 \cdot \sin\varphi(t) \qquad (6.56)$$
$$\frac{\partial C(t)}{\partial u_0(t)} = 2u_0(t)$$

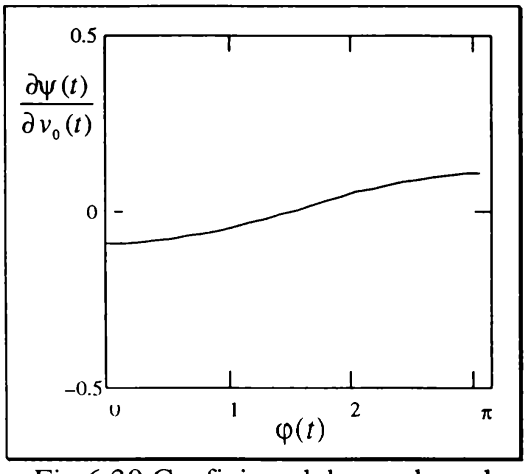


Fig.6.30 Coeficientul de pondere al abateri dupa axa v a elementului profilat

Aceasta este reprezentata grafic in Fig.6.29.

Coeficientul de pondere al abateri dupa axa v a elementului profilat $v_0(t)$ va fi:

$$\frac{\partial\psi(t)}{\partial v_0(t)} = \frac{\frac{\partial A(t)}{\partial v_0(t)}\cos\psi(t) + \frac{\partial B(t)}{\partial v_0(t)}\sin\psi(t) + \frac{\partial C(t)}{\partial v_0(t)}}{A(t)\cdot\sin\psi(t) - B(t)\cdot\cos\psi(t)}, \qquad (6.57)$$

in care:

$$\frac{\partial A(t)}{\partial v_0(t)} = -2l_2 \cdot \sin\varphi(t)$$
$$\frac{\partial B(t)}{\partial v_0(t)} = -2[l_1 - l_2 \cdot \cos\varphi(t)]. \qquad (6.58)$$
$$\frac{\partial C(t)}{\partial v_0(t)} = 2v_0(t)$$

Aceasta este reprezentata grafic in Fig.6.30.

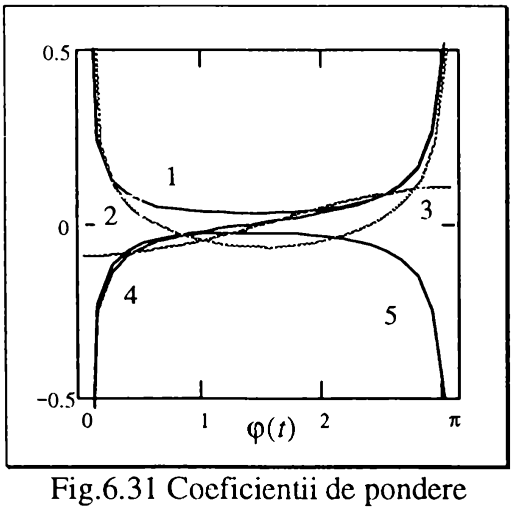


Fig.6.31 Coeficientii de pondere pentru macanismul cu element flexibil RRIR(a)

Din studiul coeficientilor de pondere a abaterilor asupra functiei de transmitere se observa ca ponderea cea mai mare o are parametrul pozitional al elementului motor φ (v. Fig.6.25). Astfel jocurile din cupla motoare trebuie sa fie cat mai reduse si trebuie respectata cu strictete pozitia initiala a elementului motor. Coeficientii de pondere a erorilor constructive ale elementului fix l_1 (v. Fig.6.31/1) si ale elementului flexibil $l_3(t)$ (v. Fig.6.31/5) au o valoare relativ constanta si erorile acestora se pot compensa reciproc. Lungimea elementului motor trebuieste tolerata mai strans, fiindca coeficientul de pondere al acestuia are o mai mare influenta asupra erorii totale a functiei de transmitere (v. Fig.6.31/4). Abarerile dimensionale ale elementului profilat (v. Fig.6.31/2,3) pentru valorile extreme ale domeniului de variatie a parametrului pozitional al elementului motor conduc la erori mari ale functiei de transmitere. Pentru reducerea costurilor se sugereaza sa se renunte la aceste portiuni din preajma valorilor extreme ale domeniului de variatie.

6.5. Unghiul de transmitere in cazul mecanismelor cu element flexibil

Miscarea in cazul mecanismelor cu element flexibil (de lungime variabila) se va transmite de la element conducator (motor) 2 prin intermediul elementului de transmitere 3 (biela) la elementului condus 4. In cupla cimematica mobila B (v. § 4), care este situata intre elementul de transmitere si elementul condus, se poate determina unghiul de transmitere μ (v. Fig.6.32). Acest punct (B) descrie simultan doua directii de miscare, o directie in miscarea absoluta t_a, care este perpendiculara pe segmentul BP_{14}, si o directie in miscare relativa t_r raportata la elementul de transmitere, care este perpendiculara pe segmentul BA (v. [L9], [B2], [B4], [K5], [L1], [L2], [M1], [P6], s.a.). Unghiul μ dintre t_r si t_a este definit de ALT ca fiind unghiul de transmitere.

Unghiul de transmitere μ constituie un factor de apreciere a conditiilor de transmitere a miscarii catre elementul condus. Acesta trebuie sa nu coboare sub valoarea de 40° (identic cu cazul mecanismelor cu bare). Unghiului de transmitere minim $\mu_{\min}$ se va determina in pozitiile extreme ale elementului motor ($\varphi = 0°$ si $\varphi = 180°$)

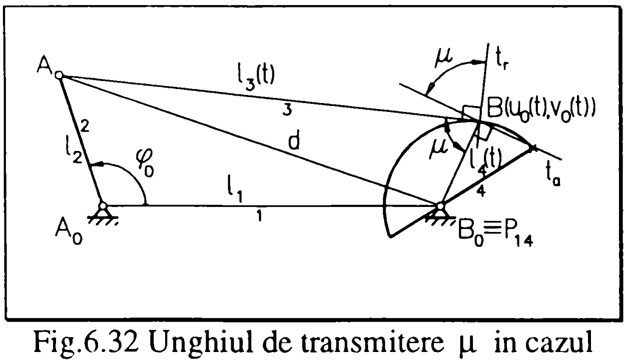


Fig.6.32 Unghiul de transmitere μ in cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil RRIR(a)

Pentru determinarea unghiului de transmitere μ, conform Fig.6.32 se vor putea scrie urmatoarele relatii in cazul mecanismul patrulater articulat cu element flexibil de lungime variabila RRIR(a):

$$d^2 = l_3^2(t) + l_4^2 - 2l_3(t)l_4(t)\cos\mu$$
$$d^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2\cos\varphi \quad , \quad (6.59)$$
$$l_4(t) = \sqrt{u_0^2(t) + v_0^2(t)}$$

Prin eliminarea lui d intre primele doua relatii din (6.59) se va obtine unghiul de transmitere

$$\mu(\varphi) = \arccos\frac{2l_1l_2\cos\varphi - l_1^2 - l_2^2 + l_3^2(t) + l_4^2(t)}{2l_3(t)l_4(t)}. \quad (6.60)$$

Transmiterea miscarii este realizata in bune conditii catre elementul condus daca:

$$\min\{\mu(\varphi)\} \geq \mu_{soll}. \quad (6.61)$$

Determinarea unghiului de transmitere μ in cazul altor structuri ale mecanismului cu element flexibil se va realiza asemenea cu cel anterior prezentat.

6.6. Masuri constructive de asigurare a tensionarii firului flexibil

Mecanismele cu element flexibil contin dupa cum reiese din denumirea acestora cel putin un element flexibil si inextensibil. In cazul aplicatiilor practice, pentru realizarea functiunii dorite, firul flexibil trebuie sa fie mereu tensionat. Tensionarea permanenta a firului flexibil se

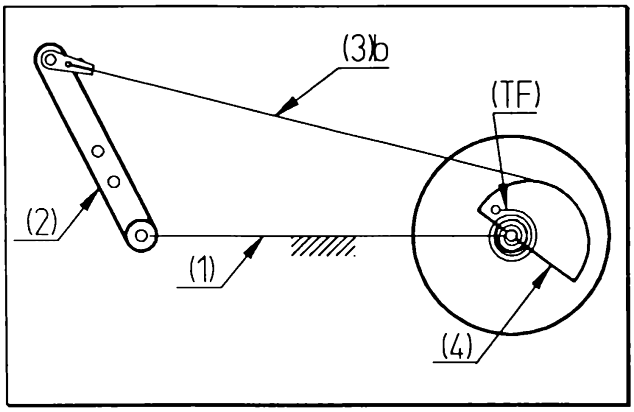


Fig.6.33 Tensionarea firului flexibil prin intermediul unui arc spiral

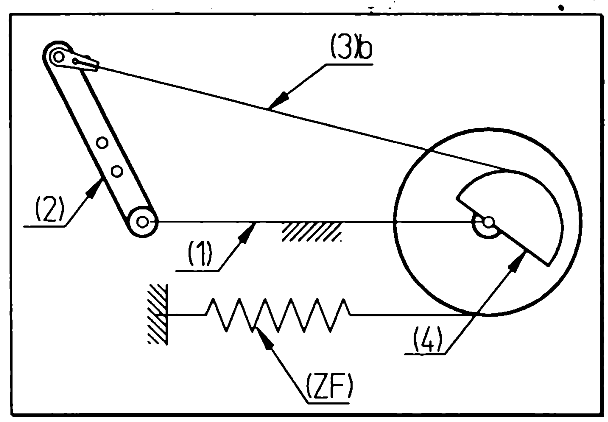


Fig.6.34 Tensionarea firului flexibil prin intermediul unui arc elicoidal

poate asigura prin forta (moment) sau prin forma (constructiv). Tensionarea firului prin forta (moment) implica asigurarea unui moment rezistent la elementul condus (v. Fig.6.33-6.35). Acest moment rezistent se poate realiza cu ajutorul unui arc spiral (v. Fig.6.33), unui arc elicoidal (v. Fig.6.34) sau pe cale gravitationala (v. Fig.6.35).

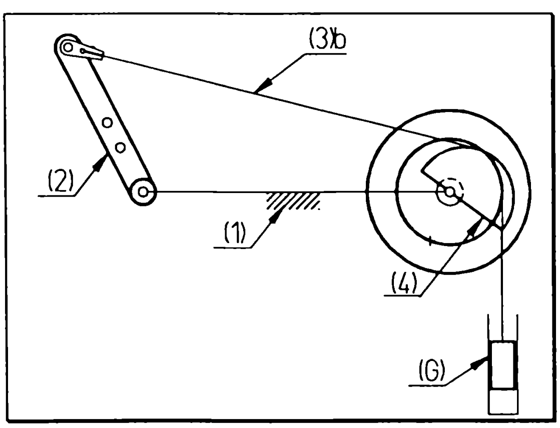


Fig.6.35 Tensionarea firului flexibil pe cale gravitationala

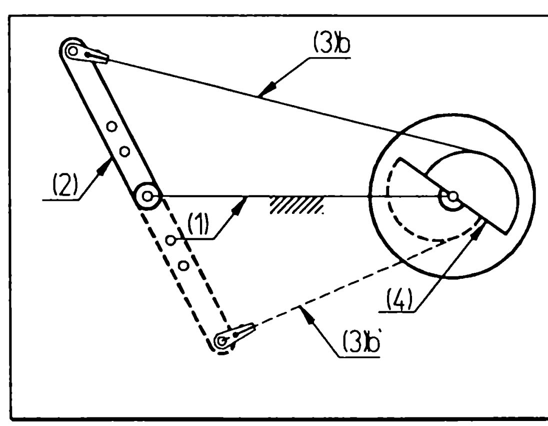


Fig.6.36 Tensionarea firului flexibil pe cale constructiva utilizand un montaj simetric

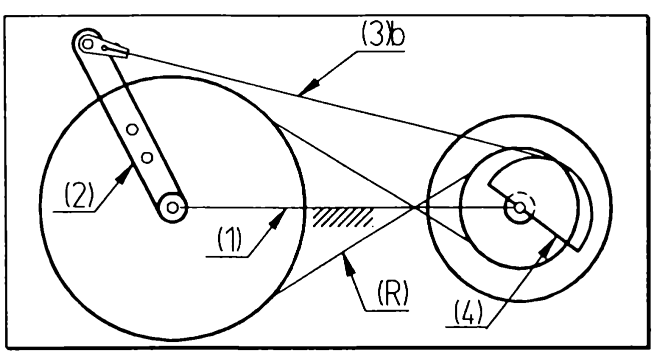


Fig.6.37 Tensionarea firului flexibil prin utilizarea unui mecanism auxiliar

Tensionarea firului flexibil pe cale constructiva se poate asigura utilizand doua mecanisme cu element flexibil montate simetric (v. Fig.6.36) sau prin utilizarea unui mecanism auxiliar atasat mecanismului de baza (v. Fig.6.37). In cazul utilizarii ca mecanism auxiliar a unei transmisii prin curea incrucisata, cureaua va aluneca pe una dintre rotile de curea in portiunea activa a cursei (portiunea in care se genereaza functiunea dorita) dand nastere la un moment rezistent care asigura tensionarea elementului flexibil, respectiv va genera momentul de revenire a elementului condus spre pozitia initiala in portiunea pasiva a cursei.

Momentul rezistent in cazul utilizarii arcurilor de torsiune se afla intr-o dependenta lineara cu cursa unghiulara a elementului condus, respectiv are o valoare constanta in cazul realizarii acestuia pe cale gravifica. In cazul utilizarii ca mecanism auxiliar a mecanismului cu curea, momentul rezistent depinde de coeficientul de frecare dintre curea si roata de curea, unghiul de infasurare si de tensionarea curelei.

6.7. Optimizarea sintezei mecanismelor cu element flexibil

Realizarea elementului profilat cu o geometrie oarecare conduce la complicatii tehnologice si desigur la crestea pretului de cost al mecanismului. Elementul profilat poate fi insa intr-un caz particular si un element circular. In acest caz elementul circular (ca element condus) va fi montat excentric si se va urmari ca functia de transmitere sa aproximeze cat mai bine functia de generat. Sinteza mecanismului cu element flexibil in cazul particular prezentat mai sus se trateaza sub forma unei probleme de optimizare.

Sinteza optimala se va realiza dupa schema bloc din Fig.6.38. Astfel, avand o structura aleasa pentru mecanismului cu element flexibil cu element profilat circular se poate determina functia de transmitere de ordinul 0 $F(z)$. Cu ajutorul acestui mecanism se doreste transmiterea unei functii de generat $F^*(z)$. Pentru mecanismul dat se va forma vectorul varia-bilelor (care contine toate marimile geometrice caracteristice ale acestuia) si respectiv functia de optimizare (prin intermediul functiei de transmitere si functiei de generat).

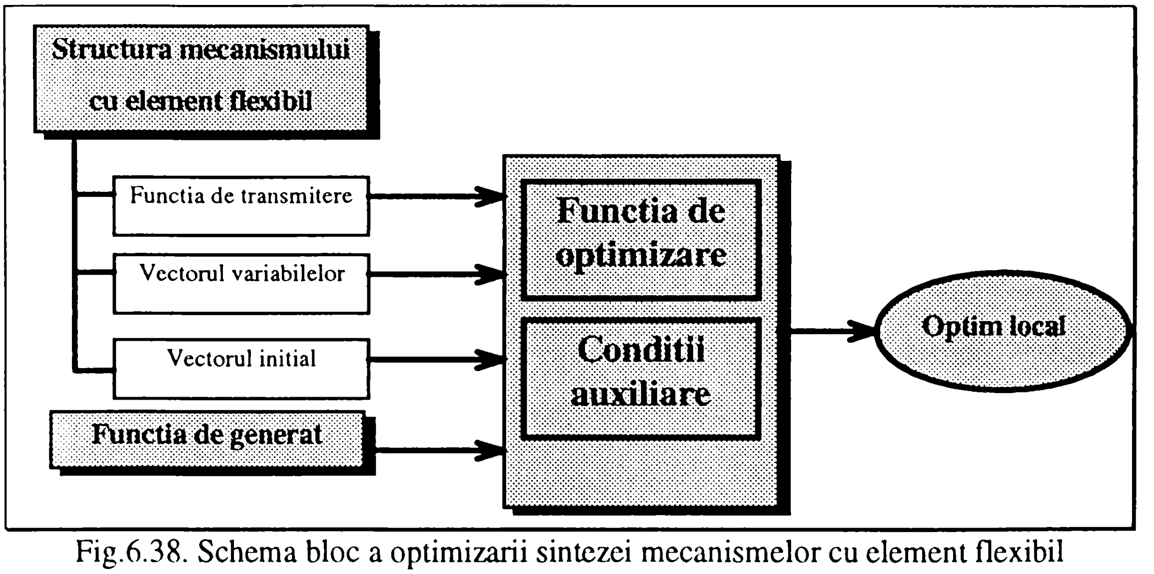


Fig.6.38. Schema bloc a optimizarii sintezei mecanismelor cu element flexibil

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{m} w_{0j}\left(F^*(z) - F(z)\right)^2 := Min! \quad . \tag{6.62}$$

Cerintele impuse acestui mecanism formeaza conditiile auxiliare ale problemei de optimizare (restrictii). Aceste au forma unor inecuatii. Conditiile auxiliare lineare sunt date de restrictiile dimensionale impuse variabilelor. Cerintele referitoare la gabaritul mecanismului, admiterea manivelei rotitoare, asigurarea unghiului de transmitere favorabil pe toata perioada cursei, pozitia articulatiilor fixe in sistemul de axe fix s.a. conduc la formularea conditiilor auxiliare nelineare de forma:

$$g_k(x) = g_k(x_1, x_2, \ldots, x_n) \geq b_k \quad . \tag{6.63}$$

Prin alegerea unor valori initiale oarecare pentru vectorul marimilor geometrice caracteristice (variabilelor)

$$\mathbf{x}^{(0)} = \left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}\right)^T \tag{6.64}$$

se va obtine, in general, un optim local.

Pentru structura mecanismului patrulater articulat cu element flexibil RRIR(a), ca in Fig.6.39, se poate determina functia de transmitere a acestuia din relatia (v. [W1]):

$$e^{i \cdot \psi} = 2 \cdot i \cdot \frac{v \cdot U - u \cdot V}{\overline{V} \cdot U - \overline{U} \cdot V} \tag{6.65}$$

unde:

$$\begin{aligned} u &= [l_3 - r_4(\beta - \delta)]^2 - (l_1^2 - 2 \cdot l_1 l_2 \cdot \cos\varphi + l_2^2) - (l_4^2 - 2 \cdot l_4 r_4 \cdot \cos\beta + r_4^2) \ , \\ U &= 2 \cdot i \cdot (l_2 \cdot e^{i \cdot \varphi} - l_1)(l_4 + r_4 \cdot e^{i \cdot \beta}) \ , \\ v &= r_4^2 + l_4 r_4 \cdot \cos\beta \ , \\ V &= -i \cdot r_4 (l_2 \cdot e^{i \cdot \varphi} - l_1) \cdot e^{-i \cdot \beta} \end{aligned} \tag{6.66}$$

Prin eliminarea termenului $e^{i \cdot \psi}$ din (6.65) se va obtine:

$$(\overline{V} \cdot U - \overline{U} \cdot V)^2 - 4 \cdot (v \cdot U - u \cdot V)(v \cdot \overline{U} - u \cdot \overline{V}) = 0 \quad . \tag{6.67}$$

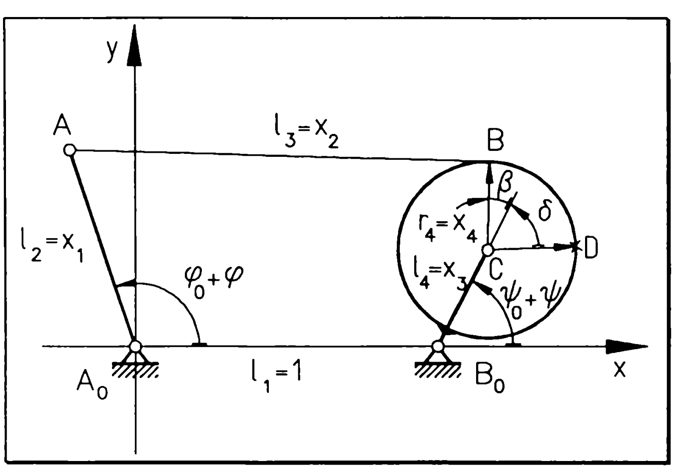


Fig.6.39. Mecanismul patrulater articulat cu element flexibil RRIR(a) cu element profilat circular

Din ecuatia (6.67) se poate determina dependenta dintre parametrii β si φ. Functia de transmitere data de (6.65) va fi

$$\psi = \psi(\varphi) \tag{6.68}$$

si functia de generat:

$$\psi^* = \psi^*(\varphi). \tag{6.69}$$

Vectorul marimilor geometrice caracteristice va fi:

$$\mathbf{x} = \left(x_1, x_2, x_3, x_4, \varphi_0, \psi_0\right)^T \tag{6.70}$$

in care

$$x_1 = \frac{l_2}{l_1},\ x_2 = \frac{l_3}{l_1},\ x_3 = \frac{l_4}{l_1},\ x_4 = \frac{r_4}{l_1}. \tag{6.71}$$

Lungimea elementului fix l_1 se va considera marime de referinta (unitar) si δ unghi initial de infasurare cunoscut.

Functia de optimizare (obiectiv) cu factorii de pondere w_{0j} se va determina din conditia minimizarii abaterilor patratice sub forma:

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{m} w_{0j} \left(\psi^*(\varphi) - \psi(\varphi)\right)^2 := Min!\ . \tag{6.72}$$

Conditiile auxiliare lineare (restrictii) sunt:

$$x_{i_{min}} \le x_i \le x_{i_{max}},\quad i = 1,2,..,4, \tag{6.73}$$

$$\varphi_{min} \le \varphi_i \le \varphi_{max}, \tag{6.74}$$

$$\psi_{min} \le \psi_i \le \psi_{max} \tag{6.75}$$

Admiterea unei manivele rotitoare conduce la impunerea a doua conditii auxiliare nelineare (6.15-6.16), care in cazul unui mecanism de tip manivela-balansier sunt:

$$\left|x_2 - x_1\right| - \left|1 - \sqrt{x_3^2 + x_4^2 + 2x_3x_4\cos\beta}\right| \ge 0, \tag{6.76}$$

$$\left|1 + \sqrt{x_3^2 + x_4^2 + 2x_3x_4\cos\beta}\right| - \left|x_2 + x_1\right| \ge 0, \tag{6.77}$$

si in cazul unui mecanism de tip dublu manivela

$$\left|1 - \sqrt{x_3^2 + x_4^2 + 2x_3x_4\cos\beta}\right| - \left|x_2 - x_1\right| \ge 0, \tag{6.78}$$

$$\left|x_2 + x_1\right| - \left|1 + \sqrt{x_3^2 + x_4^2 + 2x_3x_4\cos\beta}\right| \ge 0. \tag{6.79}$$

O conditie auxiliara neliniara rezulta si din conditia realizarii unui unghiului de transmitere favorabil pe toata perioada cursei:

$$\mu_{min} - \mu_{soll} \ge 0, \tag{6.80}$$

unde

$$\mu_{min} = \frac{(x_2 - x_4(\delta - \beta))^2 + (x_3^2 + x_4^2 + 2x_3x_4\cos\beta) - (x_1^2 + 1 + 2x_1\cos\varphi)}{2\cdot(x_2 - x_4(\delta - \beta))\cdot(x_3^2 + x_4^2 + 2x_3x_4\cos\beta)}. \tag{6.81}$$

Dupa stabilirea valorilor variabile ale vectorului **x** (de preferat x_2 si x_3) si alegerea unui vector initial

$$\mathbf{x}^{(0)} = \left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}, x_4^{0}, \varphi_0^{(0)}, \psi_0^{(0)}\right)^T \tag{6.82}$$

se va obtine un optim local, care reprezinta o solutie a problemei de sinteza.

Cap.7. Aplicatii ale mecanismelor cu element flexibil si rezultate experimentale

In cele ce urmeaza sunt prezentate o serie de posibile aplicatii ale mecanismelor cu element flexibil. Acestea doresc sa prezinte avantajele implementarii acestor mecanisme in structura unor aparate, respectiv algoritmul de determinare a functiei de generat. In acelasi context se va prezenta si sinteza acestor mecanisme. Desi unele dintre aceste aplicatiile sunt depasite din punct de vedere al actualitatii, scopul acestora este de-a prezenta avantajele generate in cazul utilizarii acestor mecanisme.

7.1. Linearizarea caracteristicii statice a unui tahometru centrifugal

In [P4] se prezinta o aplicatie a mecanismelor cu element flexibil pentru linearizarea caracteristicii statice a unui tahometru centrifugal. Se urmareste sa se obtina o dependenta lineara intre unghiul de deviatie a acului indicator (7) (φ) si viteza unghiulara masurata (ω) (sau turatia n). Schema cinematica a tahometrului centrifugal de fabricatie curenta a IOI Arad este prezentata in Fig.7.1. Acesta functioneaza in cinci domenii de turatii, oferind un domeniu total de masurare cuprins intre 60 si 24000 rot/min. Domeniile de turatii sunt selectabile prin intermediul unei cutii de viteze.

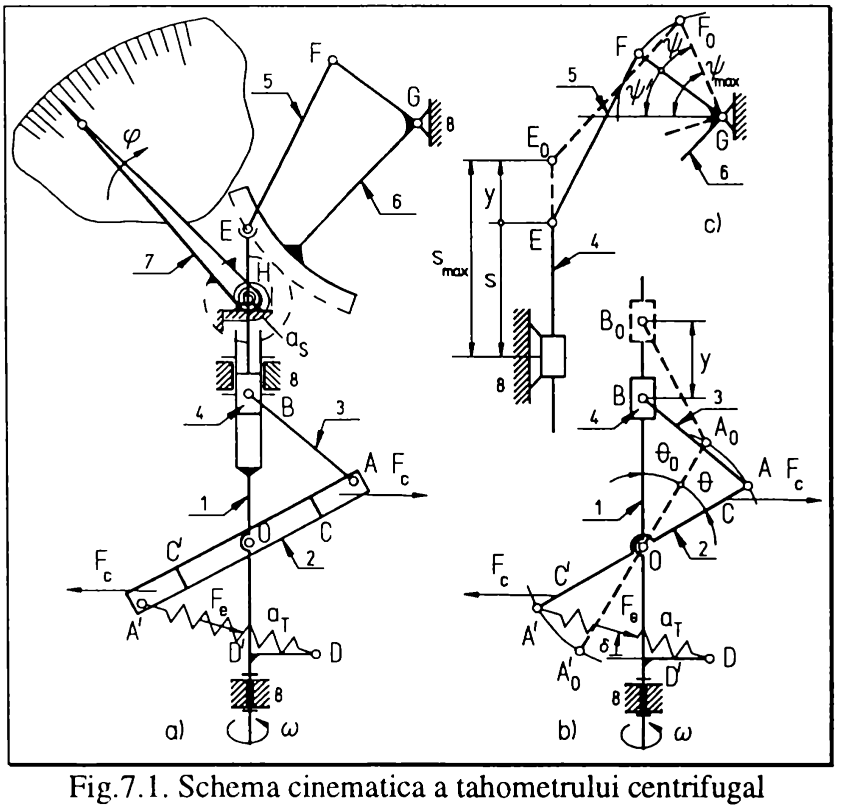


Fig.7.1. Schema cinematica a tahometrului centrifugal

Elementul sesizor-traductor primar este alcatuit din piesa inelara (2) articulata in punctul O, elementul de comparatie fiind arcul elicoidal (a_T). Miscarea de rotatie a axei (1) conduce la rotirea piesei inelare (2) in raport cu articulatia O sub actiunea fortelor centrifugale. Acestor forte centrifugale i se opune forta elastica a arcului elicoidal de tractiune, utilizat ca element de comparatie (v. Fig.7.1 b). In Fig.7.1 s-au utilizat urmatoarele notatii: $OA = OA' = r$, $AB = l$, $DD' = d$, $EF = L$, $GF = R$. Viteza unghiulara de masurat (viteza unghiulara a axei (1)) va fi transformata prin intermediul elementului sesizor-traductor primar intr-o deplasare unghiulara θ a piesei inelare. Din conditia de echilibru a piesei inelare (2):

$$M(F_e) = M(F_c) \tag{7.1}$$

se va determina caracteristica statica intrinseca a elementului sesizor-traductor primar sub forma implicita:

$$m \cdot \omega^2 \cdot r_f^2 \cdot \sin 2(\theta_0 + \theta) - \left[F_{e0} + \mathrm{k} \cdot (L_a - L_{a0})\right] \cdot r \cdot \cos(\theta_0 + \theta - \delta) = 0, \tag{7.2}$$

in care:

m - masa piesei inelare (2),

r_f - distanta centrului de masa al semiinelului (2) fata de punctul de O ($OC = OC'$),

F_{e0} - forta elastica de pretensionare aferenta echilibrului elementului (2),

L_a - lungimea curenta a arcului (a_T),

L_{a0} - lungimea de pretensionare a arcului (a_T),

k - constanta elastica a arcului (a_T).

Geometric (v. Fig.7.1 b) se pot determina: lungimea de pretensionare a arcului(L_{a0})

$$L_{a0} = DA' = d + r \cdot \sin\theta_0, \tag{7.3}$$

lungimea curenta a arcului(L_a)

$$L_a = \sqrt{r^2[1 + \cos^2\theta_0 - 2\cos\theta_0 \cos(\theta_0 + \theta)] + 2rd\sin(\theta_0 + \theta) + d^2} \tag{7.4}$$

si unghiul curent al arcului (δ)

$$\delta = \arcsin\left[\frac{r}{L_a}(\cos\theta_0 - \cos(\theta_0 + \theta))\right]. \tag{7.5}$$

Deplasarea unghiulara θ a piesei inelare (2) se va transmite prin intermediul a trei mecanisme inseriate acului indicator (7). Mecanismele manivela piston OAB si EFG transforma deplasarea unghiulara θ intr-o alta deplasare unghilara ψ, care mai apoi este amplificata prin intermediul unei transmisii cu roti dintate. Consumarea unisens a jocurilor din cuplele cinematice este realizata cu ajutorul unui arc spiral (a_s)

Functia de transmitere a mecanismului manivela-piston OAB

$$y = r \cdot \left\{\cos\theta_0 - \cos(\theta_0 + \theta) + \frac{1}{\lambda}\left[\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\theta_0} - \left[\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta_0 + \theta)}\right]\right]\right\} \tag{7.6}$$

exprima in forma explicita dependenta dintre deplasarea pistonului y si deplasarea unghilara a elementului (2) θ (conform Fig.7.1 b), in care:

$$\lambda = \frac{r}{l} \tag{7.7}$$

In continuare deplasarea lineara y este transformata cu ajutorul mecanismului manivela-piston EFG intr-o deplasare unghiulara ψ (conform Fig.7.1 c). Functia de transmitere a acestuia

$$\psi = \psi_{max} - \arcsin\left[\frac{s}{R}\cdot\left(1 - \frac{s^3}{8\cdot R^2\cdot L}\right)\right] \tag{7.8}$$

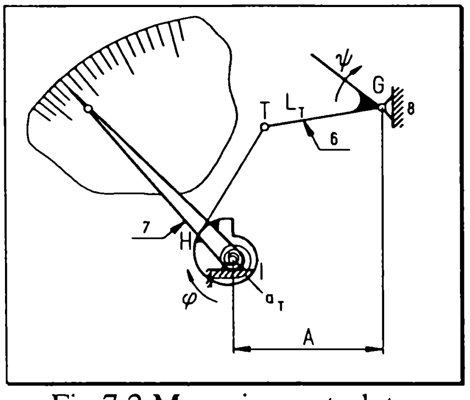


Fig.7.2 Mecanism patrulater articulat cu element flexibil

in care:

$$s = s_{max} - y, \tag{7.9}$$

exprima dependenta dintre deplasarea unghiulara ψ a balansierului (6) si deplasarea pistonului y.

Deviatia unghiulara φ a acului indicator (7) (marimea de iesire) se obtine prin amplificarea unghiului de rotatie ψ cu ajutorul angrenajului sector dintat-pinion, sub forma:

$$\varphi = \frac{z_6}{z_7}\cdot\psi. \tag{7.10}$$

Caracteristica statica totala a tahometrului centrifugal, rezultata din compunerea in serie a caracteristicilor statice (functiilor de transmitere) ale celulelor functionale (mecanismelor) componente, va fi:

$$\varphi = \varphi\{\psi[\theta(\omega)]\}. \tag{7.11}$$

Caracteristica statica totala (dependenta dintre unghiul de deviatie φ si viteza unghiulara ω) (7.11) este nelineara.

Punand conditia unei dependente lineare a unghiului de deviatie (φ) cu viteza unghiulara (ω) sub forma:

$$\varphi = C(\omega - \omega_{min}) \tag{7.12}$$

rezulta functia de generat pentru un mecanism patrulater cu element flexibil care poate inlocui angrenajul sector dintat-pinion (v. Fig.7.2) si implicit va satisface conditia (7.12). Relatiile de calcul pentru sinteza mecanismului patrulater cu element flexibil de constructie simpla RIRR(a) sunt cele din § 4.4.2.

In continuare se va prezenta un exemplu numeric pentru cazul tahometrului centrifugal. Caracteristicile geometrice si functionale ale acestuia (posibile) sunt date in Tab.7.1.

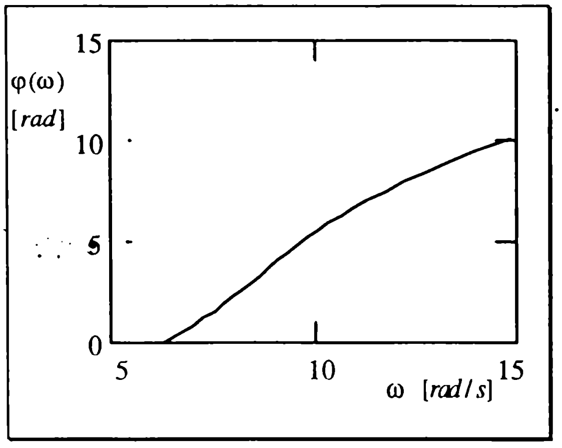


Fig.7.3. Caracteristica statica totala a tachometrului centrifugal $\varphi = \varphi(\omega)$

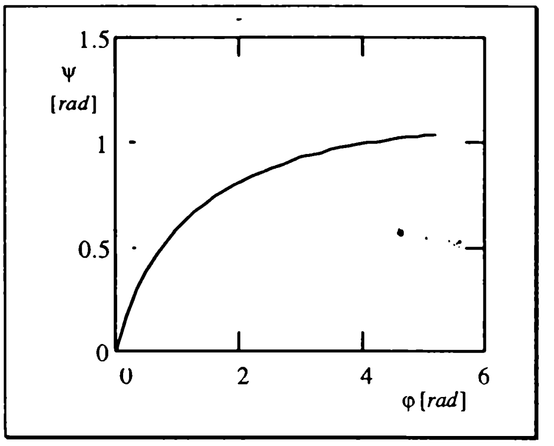


Fig.7.4. Functia de generat a mecanismului cu element flexibil $\psi = \psi(\varphi)$

Tabelul 7.1

Marimi	d [mm]	r [mm]	θ_0 [°]	r_f [mm]	l [mm]	L [mm]	R [mm]	m [kg]	n_{min} rot/min	n_{max} rot/min	C	i_{67}
Tachom.	10	20	25	18	40	30	10	0.3	60	240	0.27	5

Tachometrul centrifugal poate masura in domeniu (inferior) de turatii, turatii intre $[n_{\min}, n_{\max}]$. Valorile echivalente ale vitezelor unghiulare masurabile sunt $\omega_{\min} = 2\pi\ s^{-1}$ si $\omega_{\max} = 8\pi\ s^{-1}$. Constanta elastica a arcului k si lungimea de pretensionare a acestuia F_{e0} se determina din (7.2) punand conditiile la limita de domeniu $\omega = \omega_{\min}$ (cu $\theta = 0$, $\delta = 0$ si $L_a = L_{a0}$) respectiv $\omega = \omega_{\max}$ (cu $\theta = \theta_{\max}$).

Constructia tahometrului centrifugal portabil avand caracteristicile functionale din Tab.7.1 are caracteristica statica totala $\varphi = \varphi(\omega)$ redata grafic in Fig.7.3.

Pentru linearizarea caracteristicii statice totale prin utilizarea unui mecanism cu element flexibil, se va considera viteza unghiulara ω obtinuta din (7.12) ca marime de intrare $\omega(\varphi)$. Prin inserierea caracteristicilor statice ale celulelor operationale se va determina functia de generat $\psi = \psi(\varphi)$ a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil (v. Fig.7.4). Mecanismul patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RIRR(a) (v. § 4.4.2) va avea caracteristicile geometrice din Tab.7.2. Unghiul de deviatie al acului indicator se va admite ca fiind $\varphi \in [0, 300°]$.

Tabelul 7.2

Structura	Caracteristici geometrice					
	l_1 [mm]	l_4 [mm]	φ_0 [°]	ψ_0 [°]	ξ	ζ
RIRR(a)	40	25	0	150	1	1

Conform sintezei mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie

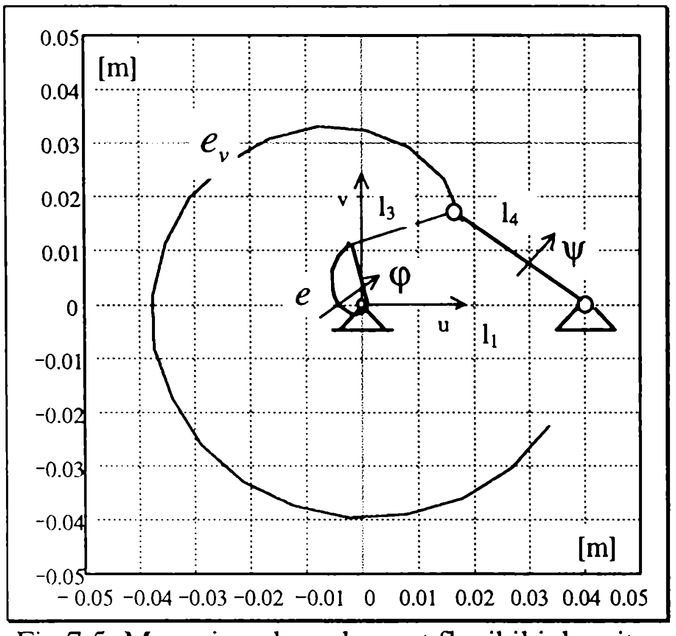


Fig.7.5. Mecanismul cu element flexibil inlocuitor

simpla RIRR(a) (v. § 4.4.2) se vor determina evolventa (e_v) si evoluta (elementul profilat) (e). Acestea sunt reprezentate grafic in Fig.7.5. Alaturat sunt prezentate la scara si celelalte elemente ale mecanismului in pozitia initiala. Pentru elementul profilat au fost redate grafic si axele sistemului mobil u,v atasat acestuia. Geometria elementului profilat poate fi modificata in continuare prin alegerea optimala a caracteristicilor geometrice ale tachometrului centrifugal portabil.

7.2. Linearizarea caracteristicii statice a balantei semiautomate cu cadran

O alta aplicatie a mecanismelor cu element flexibil o poate reprezenta linearizarea caracteristicii statice a balantei semiautomate cu cadran produsa de Intreprinderea "Balanta" Sibiu. Caracteristica statica globala $\varphi_e(m)$ neliniara a balantei (v. Fig.7.6) limiteaza domeniul de masurare la $\varphi_{e\max} = 54°$, iar in scopul obtinerii unei rezolutii bune (10 gr) este necesar ca acul indicator sa fie foarte lung 500 [mm]. Aceasta constructie insa ofera avantajul ca masa de masurat nu depinde de acceleratia gravitationala (sunt comparate forte gravifice). Pentru eliminarea dezavantajelor si respectiv conservarea avantajelor constructiei balantei semiautomate se va urmari linearizarea caracteristicii statice globale a acesteia. Aceasta implica in alte cuvinte realizarea unei dependente lineare dintre deplasarea unghiulara a indicatorului φ_e si masa de masurat m (marimea de intrare) (v Fig.7.6).

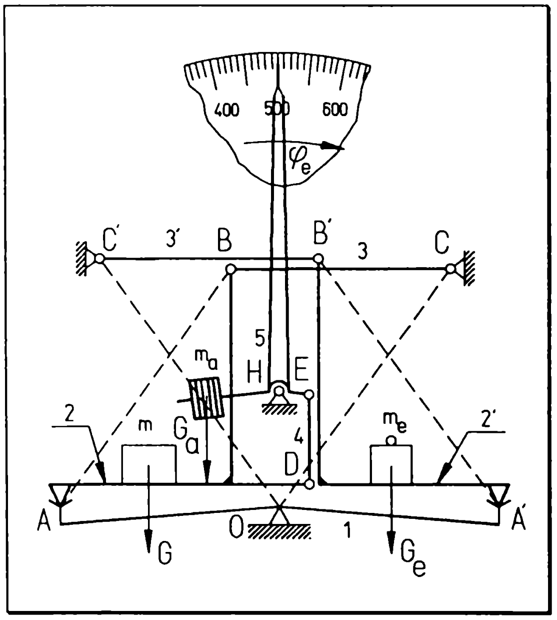


Fig.7.6. Schema cinematica a balantei semiautomate cu cadran

Din conditia de echilibru a echipajului mobil din Fig.7.7:

$$M_H(G_a) = M_H(T), \tag{5.13}$$

prin explicitarea acesteia si inlocuirea tensiunii T din elementul (4) se va determina caracte-

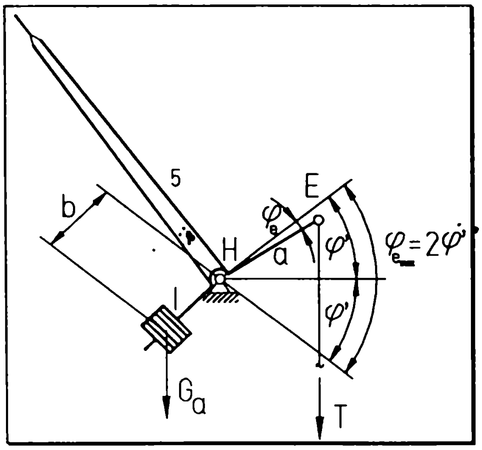


Fig.7.7 Echipaj mobil

ristica statica globala a balantei semiautomate cu cadran:

$$\varphi_e = \arctan\left[\frac{a\cdot(m-m_e)\cdot\cos\varphi'}{m_a\cdot b - a\cdot(m-m_e)\cdot\sin\varphi'}\right] \tag{5.14}$$

unde: m_e - masa etalon,

m_a - masa contragreutatii echipajului mobil,

a, b - lungimile segmentelor EH si HI conform Fig.5.6.

Punand conditia dependentei lineare a unghiului de deviatie a acului indicator φ_e cu masa de masurat m

$$\psi = C\cdot(m-m_e) \tag{5.15}$$

unde C este o constanta egala cu raportul dintre valorile extreme ale marimiilor de intrare si iesire, se va determina functia de generat pentru mecanismul patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a) (v. Fig.7.8). Relatiile de calcul pentru sinteza mecanismului patrulater cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a) sunt cele din § 4.4.1.

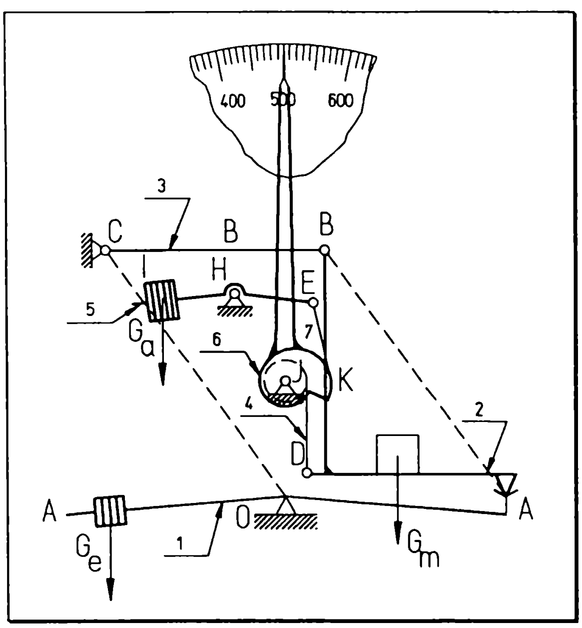


Fig.7.8 Schema cinematica a balantei semi-automate avand caracteristica statica lineara

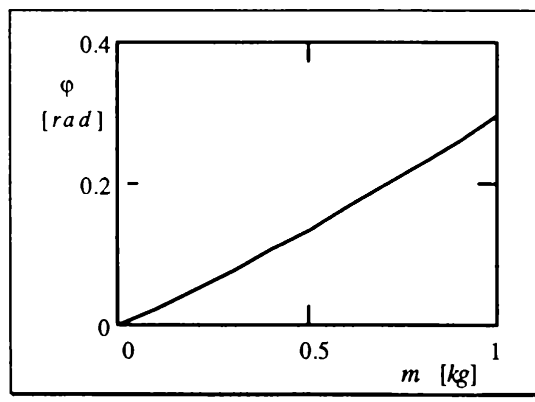


Fig.7.9 Caracteristica statica totala $\varphi = \varphi(m)$

Tabelul.7.3

Marimi	a [mm]	b [mm]	m_a [kg]	φ' [grd]
Balanta	40	90	1.4	40

In continuare se va prezenta un exemplu numeric pentru cazul balantei semiautomate cu cadran. Caracteristicile geometrice si functionale ale acestuia (posibile) sunt date in Tab.7.3.

Balanta semiautomata cu cadran are limita superioara maxima de masurare (pentru constructii uzuale) de 1 kg. Peste aceasta limita se vor utiliza pentru cantarire masele etalon, care sunt asezate pe talerul opus masei de cantarit. Caracteristica statica a balantei semiautomate $\varphi = \varphi(m)$ cu caracteristicile geometrice si functionale din Tab.7.3 este

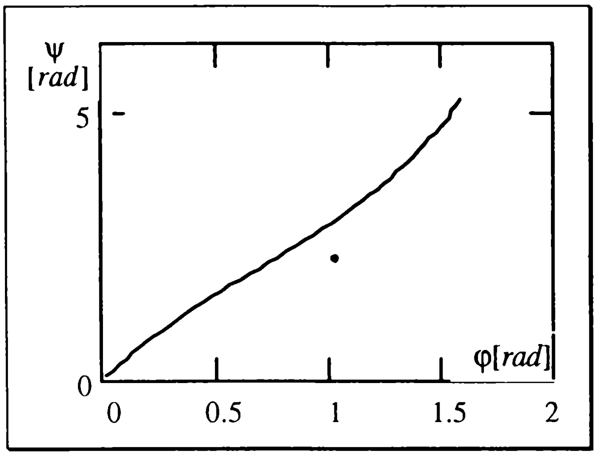


Fig.7.10. Functia de generat $\psi = \psi(\varphi)$

prezentata grafic in Fig.7.9.

Pentru linearizarea caracteristicii statice se va utiliza constructia din Fig.7.8, la care acul indicator este solidar cu elementul profilat al mecanismului patrulater cu element flexibil RRIR(a). Functia de generat pentru mecanismul cu element flexibil $\psi = \psi(\varphi)$ se va determina prin eliminarea masei m intre relatiile (7.14) si (7.15) (v. Fig.7.10).

In acest caz acului indicator poate realiza o deplasare unghiulara de $\psi \in [0{,}300°]$, ceea ce poate conduce fie la cresterea preciziei de masurare fie la cresterea domeniului de masurare la $[0 \ldots 5]$ kg. Constanta din (7.15) in cazul maririi domeniului de masurare este $C = 1.047$. Mecanismul patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a) (v. § 4.4.1) va avea caracteristicile geometrice din Tab.7.4.

Tabelul 7.4

Structura	Caracteristici geometrice					
	l_1 [mm]	l_2 [mm]	φ_0 [°]	ψ_0 [°]	ξ	ζ
RRIR(a)	80	40	120	0	1	1

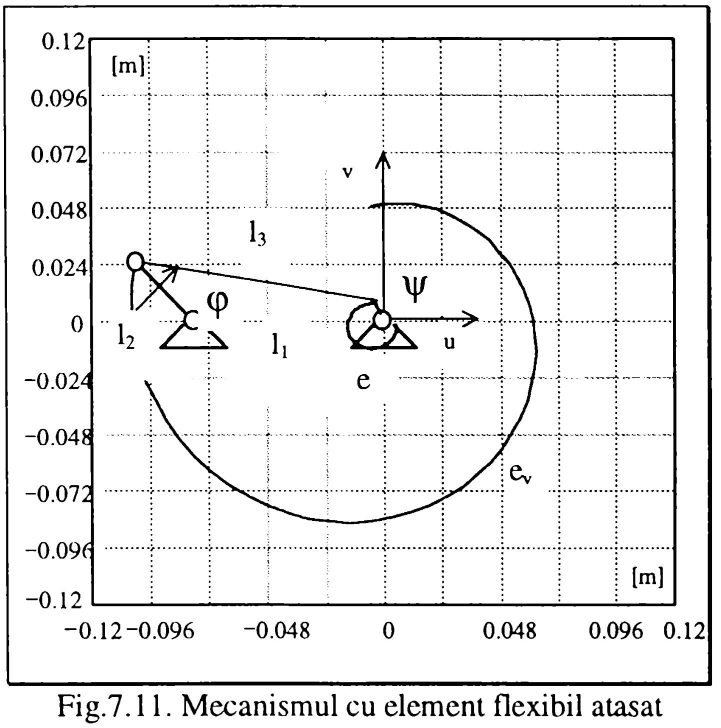


Fig.7.11. Mecanismul cu element flexibil atasat

Conform sintezei mecanismului patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a) (v. § 4.4.1) se vor determina evolventa (e_v) si evoluta (elementul profilat) (e). Acestea sunt reprezentate grafic in Fig.7.11. Alaturat sunt prezentate la scara si celelalte elemente ale mecanismului in pozitia initiala. Pentru elementul profilat au fost redate grafic si axele sistemului mobil u,v atasat acestuia. Geometria elementului profilat poate fi modificata in continuare prin alegerea optimala a caracteristicilor geometrice ale balantei semiautomate cu cadran.

7.3. Linearizarea caracteristicii unei unitati de dischete

O aplicatie de actualitate a mecansimelor cu element flexibil provine din domeniul computerelor. In cadrul unei unitati de diskete (v. Fig.7.12) se doreste realizarea unei deplasari unghiulare a bratului care poarta capul de citire/ inscriptionare astfel ca sa se realizeze o dependenta lineara intre deplasarea acestuia si razele sectoarelor concentrice ale dischetei. Aceasta cerinta se poate solutiona comod cu ajutorul unui mecanism patrulater articulat RIRR(a) in constructie simetrica (Fig.7.12). Cele doua elemente flexibile utilizate trebuiesc sa fie inextensibile. Mecanismul cu element flexibil atasat bratului port cap de citire/inscriptionare trebuie sa realizeze corelarea miscarii unghiulare a bratului cu cea a elementului motor. Constructia simetrica propusa serveste la tensionarea elementelor mecanismului si implicit la scoaterea jocurilor din articulatiile mecanismului.

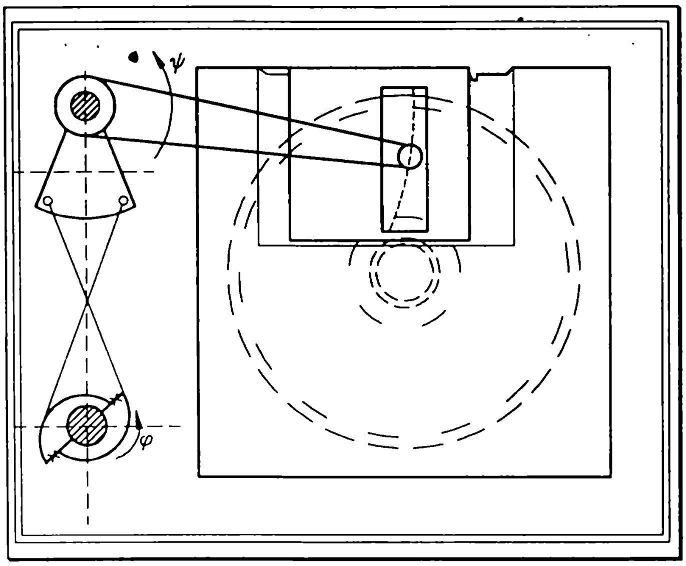


Fig.7.12 Unitate de diskete

Conform Fig.7.13, punctele de intersectie $K(x(r), y(r))$ dintre sectoarele concentrice (de raza r) si cercul descris de capul de citire/inscriptionare (de raza R) sunt:

$$x(r) = \left\{ b\cdot(a^2+b^2+R^2-r^2) - a\cdot\sqrt{-[(R-r)^2-(a^2+b^2)]\,[(R+r)^2-(a^2+b^2)]} \right\} \div [2\cdot(a^2+b^2)] \ ,$$
$$y(r) = \left\{ -a\cdot(a^2+b^2+R^2-r^2) + b\cdot\sqrt{-[(R-r)^2-(a^2+b^2)]\,[(R+r)^2-(a^2+b^2)]} \right\} \div [2\cdot(a^2+b^2)]. \qquad (7.16)$$

Lungimea corzii K_0K dintre pozitia initiala si un punct curent de intersectie a capului de citire/inscriptionare cu sectoarele concentrice se va putea determina cu ajutorul relatiei:

$$\Delta s(r) = \sqrt{\left(x(r)-x(r_{\min})\right)^2 + \left(y(r)-y(r_{\min})\right)^2} \ . \qquad (7.17)$$

Dependenta functionala dintre deplasarea unghiulara a bratului ψ si raza unui sector r determina caracteristica unita-

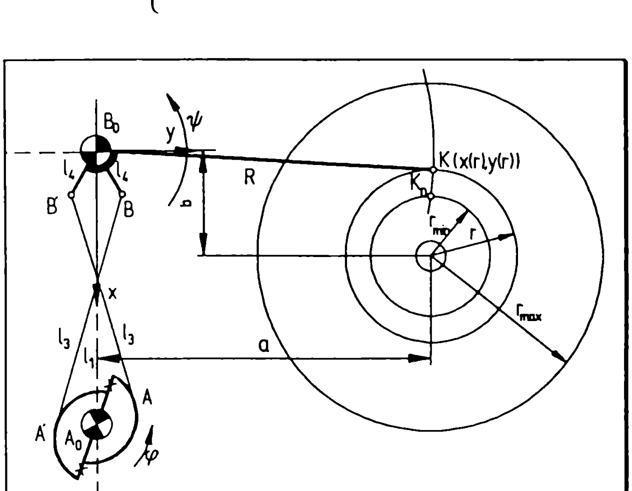


Fig.7.13 Sinteza mecanismului cu element flexibil atasat unitatii de diskete

tii de diskete. Aceasta este data de relatia:

$$\psi(r) = 2 \cdot \arcsin \frac{\Delta s(r)}{2 \cdot R} \quad . \tag{7.18}$$

Pentru realizarea unei dependete lineare intre deplasarea unghiulara a elementul motor si razele sectoarelor concentrice ale dischetei, trebuie ca mecanismul cu element flexibil atasat sa satisfaca urmatoarea conditie:

$$r - r_{min} = k \cdot (\varphi - \varphi_{min}) \quad . \tag{7.19}$$

Functia de generat a mecanismului cu element flexibil tinand cont de (7.19) va fi:

$$\psi(r) = 2 \cdot \arcsin \frac{\Delta s(r_{min} + k(\varphi - \varphi_{min}))}{2 \cdot R} \tag{7.20}$$

Relatiile de calcul pentru sinteza mecanismului patrulater cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a) sunt cele din § 4.4.1.

In continuare se va prezenta un exemplu numeric pentru cazul unitatii de diskete de 3.5´´. Caracteristicile geometrice si functionale ale acestuia (posibile) sunt date in Tab.7.5.

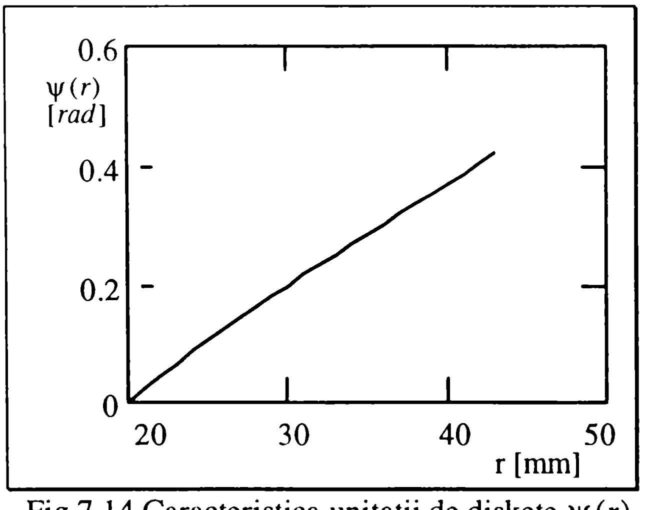


Fig.7.14 Caracteristica unitatii de diskete $\psi(r)$

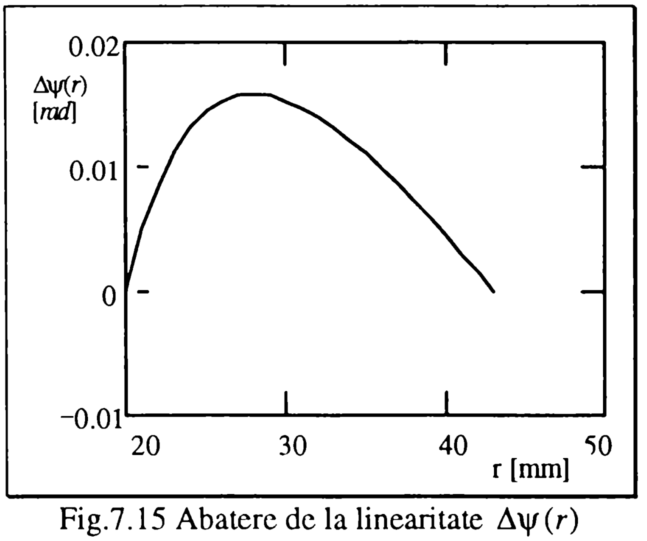


Fig.7.15 Abatere de la linearitate $\Delta\psi(r)$

Capul de citire/inscriptionare a unitatii de diskete descrie in miscarea de rotatie un unghi $\psi \in [0, 24°]$. Daca elementul motor antreneaza direct bratul port cap de citire/inscriptionare dependenta nelineara $\psi(r)$ va avea forma din Fig.7.14. Abaterea de la linearitate a caracteristicii este prezentata in Fig.7.15. Corectarea acestei abateri conduce la cresterea vitezei de acces a unitatii de dischete si deasemenea simplifica sistemul de urmarire si corectie a pozitiei capului de citire/inscriptionare. Utilizarea unui mecanism patrulater articulat cu element flexibil atasat faciliteaza obtinerea dependentei lineare $\varphi(r)$ dorite.

Datorita faptului ca mecanismul functioneaza practic fara joc se poate obtine o pozitionare foarte buna a capului de citire/inscriptionare.

Tabelul 7.6

Marimi	a [mm]	b [mm]	R[mm]	r_{min} [mm]	r_{max} [mm]	k
Unitate de diskete	55	52	60	20	43	3.661

Mecanismele patrulatere articulate cu element flexibil de constructie simpla RIRR(a) (v. § 4.4.2) vor avea caracteristicile geometrice din Tab.7.6.

Tabelul 7.6

Structura	Caracteristici geometrice					
	l_1 [mm]	l_4 [mm]	φ_0 [°]	ψ_0 [°]	ξ	ζ
RIRR(a)_1	-40	20	0	300	0	1
RIRR(a)_2	-40	20	0	60	0	1

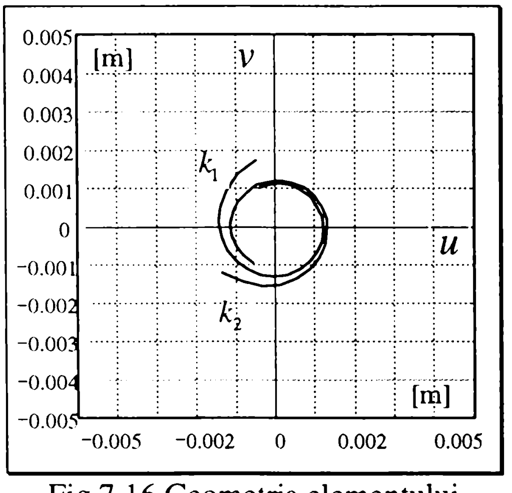


Fig.7.16 Geometria elementului profilat motor a unitatii de diskete

Conform sintezei mecanismului cu patrulater articulat cu element flexibil de constructie simpla RIRR(a) (v. § 4.4.2) se vor determina elementele profilate k_1 si k_2 (evolute (e)) corespunzatoare celor doua mecanisme in sistemul de axe u,v atasat elementului motor. Elementul motor va realiza o deplasare unghiulara in domeniul $\varphi \in [0,360°]$. Acestea sunt reprezentate grafic in Fig.7.16. Geometria elementului profilat poate fi modificata in continuare prin alegerea optimala a caracteristicilor geometrice ale unitatii de diskete.

Cele doua elemente profilate sunt asezate pe arborele motorului in doua plane paralele.

7.4 Mecanism programator cu elemente de lungime instantanee variabiala

Echipamentele destinate reglarii parametrilor unor procese industriale trebuiesc sa contina componente sau subansambluri de comanda care sa fie prompte, precise si fiabile. Frecvent sunt utilizate astfel de subansambluri pentru comanda incarcarii unor circuite mecanice destinate incercarii sau rodarii transmisiilor mecanice. Aceste mecanisme de comanda se vor numi in continuare "programatoare" mecanice [P9]. Mecanismul cu element flexibil se va utiliza pentru generarea unor incarcari cu sarcini variabile dupa

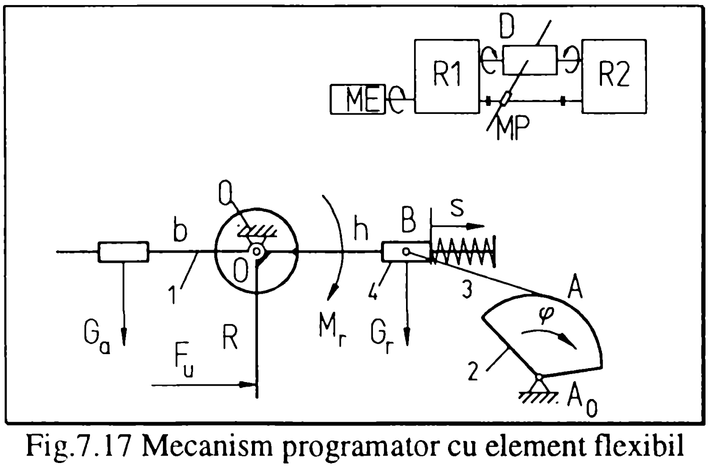


Fig.7.17 Mecanism programator cu element flexibil

legi de tensionare impuse.

Circuitul mecanic inchis destinat incercarii si rodarii transmisiilor mecanice contine doua reductoare (R1) und (R2) si un mecanism diferential (D) montate ca in Fig.7.17. Pe carcasa mecanismului diferential D este solidarizata axa mecanismul programator (MP) destinat realizarii unor incarcari cu sarcini variabile dupa legi de tensionare impuse [P9].

In Fig.7.17 se prezinta o solutie constructiva pentru incarcarea cu moment variabil a circuitului mecanic inchis, folosind un mecanism manivela-piston cu element flexibil de lungime variabila. Elementul motor va fi elementul profilat al mecanismului cu element flexibil. Pistonul (4) poarta greutetea G_r care genereaza momentul exterior de incarcare a circuitului mecanic. Acest moment de incarcare este echilibrat de momentul datorat fortei utile F_u (forta de raspuns a circuitului mecanic la incarcarea existenta). G_a este greutatea de echilibrare a mecanismului de incarcare cu moment variabil in pozitia initiala a acestuia.

Echilibrul intre momentul exterior si momentul generat de forta utila a circuitului mecanic este redat prin relatia:

$$F_u \cdot R + G_a \cdot b = G_r \cdot (s(F_u) + h)\,, \tag{7.21}$$

in care pentru pozitia initiala:

$$G_r \cdot b = G_r \cdot h\,, \tag{7.22}$$

unde h este abscisa initiala a pistonului iar $s(F_u)$ este cursa acestuia.

Prin prescrierea legi de tensionare dorite sub forma:

$$F_u = F_u(\varphi)\,, \tag{7.23}$$

se va determina din (7.21) functia de generat pentru mecanismul manivela-piston cu element flexibil $s(\varphi)$. Relatiile de calcul pentru sinteza mecanismului patrulater cu element flexibil de constructie simpla RIRT(a) sunt cele din § 4.4.5.

In continuare se va prezenta un exemplu numeric pentru mecanismul programator utilizat in scopul realizarii unor incarcari cu sarcini variabile dupa legi de tensionare impuse. Caracteristicile geometrice si functionale ale acestuia (posibile) sunt date in Tab.7.7.

Tabelul.7.7

Marimi	G_a [N]	G_r [N]	b [mm]	h[mm]
Mecanism programator	100	100	100	100

Legea de tensionare este aleasa ca fiind de forma:

$$M_u(\varphi) = F_u(\varphi) \cdot R = 5 \cdot \varphi - 0.2 \cdot \varphi^2\ . \tag{7.24}$$

Mecanismul cu element flexibil permite realizarea acestei legi de tensionare dorite $M_u(\varphi)$.

Mecanismul cu structura RIRT(a) (s. § 4.4.5) va avea caracteristicile geometrice din Tab.7.8.

Tabelul 7.8

Structura	Caracteristici geometrice				
	l_1 [mm]	φ_0 [°]	s_0 [mm]	ξ	ζ
RIRT(a)	-40	0	-400	0	1

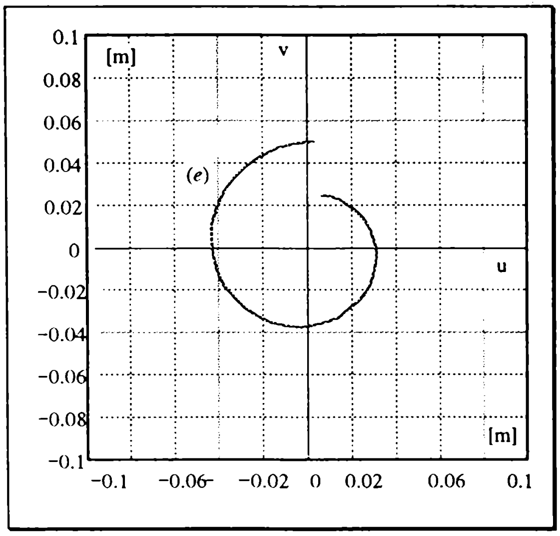


Fig.7.18. Elementul profilat conducator

Conform sintezei mecanismului cu manivela piston cu element flexibil de constructie simpla RIRT(a) (v. § 4.4.2) se va determina geometria elementului profilat (evolute (e)) in sistemul de axe u,v atasat elementului motor. Elementul motor va realiza o deplasare unghiulara in domeniul $\varphi \in [0,360°)$. Acesta este reprezentat grafic in Fig.7.18. Geometria elementului profilat poate fi modificata in continuare prin alegerea optimala a caracteristicilor geometrice ale mecanismului programator.

7.5. Sinteza dinamica a mecanismului de bataie a masinilor de tesut

In [D1] Dizioglu prezinta o aplicatie a mecanismelor cu element flexibil utilizate la mecanismele de bataie a masinilor de tesut (v. Fig.7.19). Suveica este lansata alternativ in rost de sabia de bataie (a unuia dintre mecanismele de bataie). Aceasta trebuie sa aiba la iesirea din caseta o viteza maxima initiala. Pentru a rezulta forte de inertie minime se doreste ca suveica sa se deplaseze uniform deccelerat pe toata cursa acesteia (in rost dintr-o caseta in alta) si respectiv viteza maxima initiala sa fie limitata. In cazul in care fortele de inertie sunt prea mari exista pericolul ca suveica sa sara din rost (dupa ce rostul este rodat), ruperii firului de batatura, apare un consum energetic crescut si se transmit vibratii catre batiul masinii de tesut.

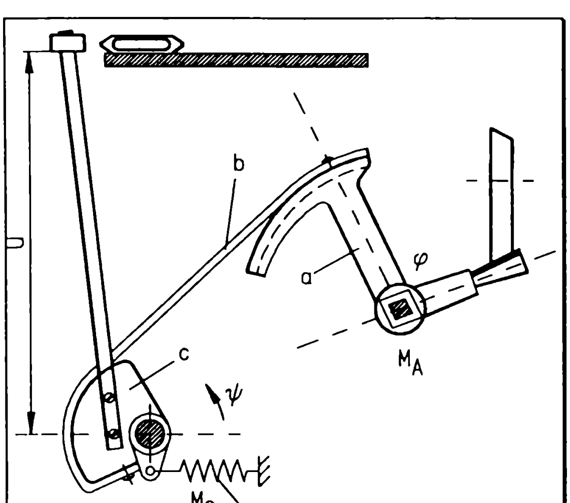


Fig.7.19. Mecansimul de lovire a masinii de tesut

Etapele de calcul care urmeaza vor lua in considerare aspectele dinamice ale problemei. Astfel, alungirea elementului flexibil conform legii lui Hoock va fi data de relatia:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{R}{l}(\psi^* - \psi) \tag{7.25}$$

iar tensiunea (forta) din elementul flexibil b

(conform Fig.7.19) va fi:

$$P = \frac{E \cdot f}{l} R(\psi^* - \psi) \tag{7.26}$$

in care: E - elasticitatea elementului flexibil

f - aria sectiunii transversale a firului flexibil

l - lungimea firului flexibil

ψ^* - deplasarea unghiulara a elementului condus c in cazul unui element flexibil si inextensibil (functia de transmitere ideala)

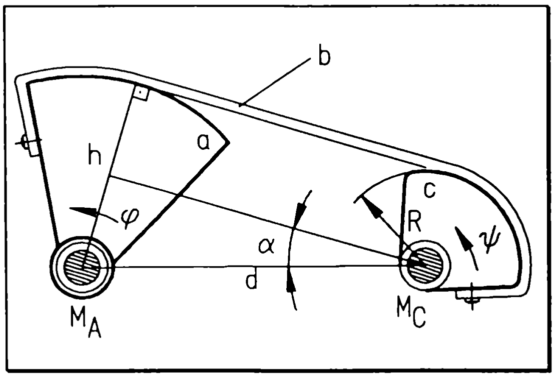


Fig.7.20 Mecanismul cu element flexibil

ψ - deplasarea unghiulara a elementului condus c

Ecuatia diferentiala a miscarii mecanismului este:

$$J_c \frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{R^2 E \cdot f}{l}(\psi^* - \psi) - W(\psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi}) \tag{7.27}$$

cu conditiile initiale:

$$\psi = 0, \quad \frac{d\psi}{dt} = 0 \quad \text{pentru} \quad t = 0, \tag{7.28}$$

unde: J_c - momentul de inertie al elementului condus c,

$W(\psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi})$ - momentul rezistent variabil al elementului condus c.

Momentul rezistent variabil al elementului condus c are urmatoarea forma:

$$W = W(\psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi}) = \overline{W} + A \cdot \psi + B \cdot \dot{\psi} + C \cdot \ddot{\psi} \ . \tag{7.29}$$

In (7.29) $\overline{W}$ este componenta momentului rezistent datorata fortelor de frecare si A, B, C sunt marimi constante. Astfel (7.27) devine:

$$(J_c + C)\frac{d^2\psi}{dt^2} + B\frac{d\psi}{dt} + (A + k_c) \cdot \psi = k_c \cdot \psi^* - \overline{W} \tag{7.30}$$

cu: $k_c = \dfrac{R^2 E \cdot f}{l}$. (7.31)

Pentru o solutie particulara $S(t)$ a ecuatiei (7.30), se va obtine solutia generala sub forma:

$$\psi = S(t) - S'(0) \cdot \frac{\sin pt}{p} - S(0) \cdot \cos pt. \tag{7.32}$$

Viteza unghiulara si acceleratia unghiulara a elementului condus c vor fi:

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= \frac{d\psi}{dt} = S'(t) - S'(0) \cdot \cos pt + p \cdot S(0) \cdot \sin pt \\ \ddot{\psi} &= \frac{d^2\psi}{dt^2} = S''(t) + p \cdot S'(0) \cdot \sin pt + p^2 \cdot S(0) \cdot \cos pt \end{aligned} \tag{7.33}$$

Daca membrul drept al ecuatiei (7.30) tinde catre zero (0^+) pentru $t = t^*$ si respectiv este $(\ddot{\psi})_{t=t^*} < 0$, se va obtine o valoare maxima pentru viteza unghiulara a elementului condus c.

In [D1] s-au determinat cursa unghiulara, viteza unghiulara si acceleratia unghiulara ψ, $\dot{\psi}$, $\ddot{\psi}$ si respectiv ψ^*, $\dot{\psi}^*$, $\ddot{\psi}^*$ pentru $q\omega^2 = 170\,[\mathrm{s}^{-2}]$, $p = 80\,[\mathrm{s}^{-1}]$, $k_c = 230\,[\mathrm{kgm}]$ si $\overline{W} = 1\,[\mathrm{kgm}]$. Acestea au fost redate grafic in [D1]. In urma analizei dinamice se va putea obtine si functia de transmitere $\psi(\varphi)$. Aceasta se va utiliza mai apoi pentru sinteza mecanismelor cu element flexibil. Cursa unghiulara $\psi(t)$ redata grafic in [D1] se poate interpola printr-un polinom Lagrange si obtine sub forma analitica:

$$y(t) = L_0^3(t)y_0 + L_1^3(t)y_1 + L_2^3(t)y_2 + L_3^3(t)y_3\,. \tag{7.34}$$

In (7.34) sunt:

$$y(t) = \begin{bmatrix}\psi(t)\\ \mathrm{t}(t)\end{bmatrix} \quad y_0 = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix} \quad y_1 = \begin{bmatrix}0.02\\0.01\end{bmatrix} \quad y_2 = \begin{bmatrix}0.04\\0.16\end{bmatrix} \quad y_3 = \begin{bmatrix}0.06\\0.56\end{bmatrix}. \tag{7.35}$$

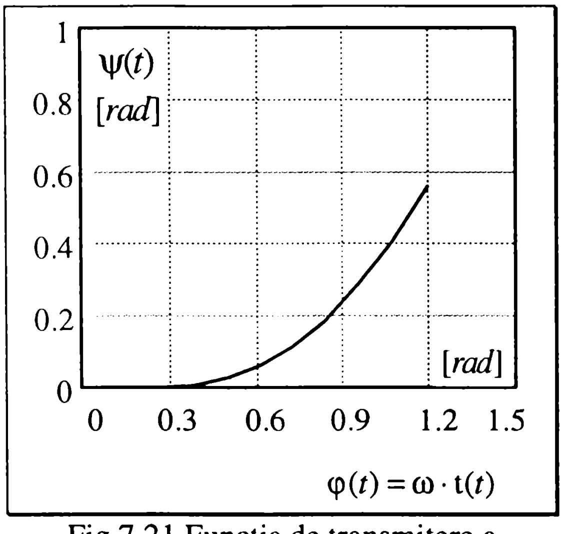


Fig.7.21 Functia de transmitere a mecanismului de bataie dorit

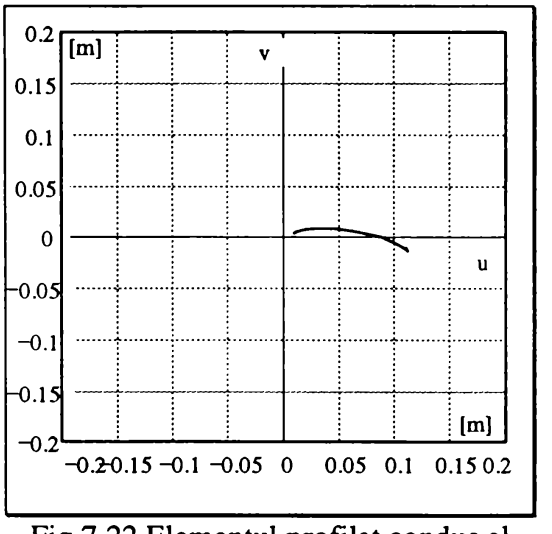


Fig.7.22 Elementul profilat condus al mecanismului de bataie

si $L_j^n(t)$ sunt coeficientii Langrange pentru nodurile $t_0 = 0$, $t_1 = 1/3$, $t_2 = 2/3$ si $t_3 = 1$.

Pentru o viteza unghiulara a motorului de $\omega = 20\,[rad/s]$ a fost in Fig.7.21 reprezentata functia de generat, obtinuta in urma interpolarii, pentru un mecanism cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a). Astfel, manivela mecanismului va fi actionata cu un motor electric si elementul condus (elementul profilat) va constitui sabia a mecanismului de bataie.

Caracteristicile geometrice ale mecanismului cu element flexibil sunt date in Tab.7.9 si geometria elementului profilat in sistemul de coordonate u,v este reprezentata grafic in Fig.7.22.

Tabelul 7.9

Structura	Caracteristici geometrice					
	l_1 [mm]	l_2 [mm]	φ_0 [°]	ψ_0 [°]	ξ	ζ
RRIR(a)	-100	40	300	0	1	0

Prin utilizarea mecanismului cu element flexibil RRIR(a) va fi intreagă constructie mecanica a masinii de tesut simplificata. Astfel, nu mai este necesara utilizarea a doua mecanisme de bataie si respectiv singurul mecanism de bataie va utiliza doar un singur element profilat (in comparatie cu doua pentru cazul prezentat in [D1])

7.6. Cricul de masina continand un mecanism cu element flexibil

Un patent recent arata o aplicatie a unui mecanism patrulater articulat cu element flexibil RRRI(c), la care elementul flexibil se poate considera in miscarea relativa element fix (v. Fig.7.23). Elementul flexibil al mecanismul se poate infasura pe un element profilat circular (4). Elementul profilat circular este solidar cu una dintre rotile cricului. Astfel, la mersul inapoi (pe o scurta distanta) cu masina, elementul flexibil se va infasura pe elementul profilat circular si va conduce la ridicarea masinii. Metoda de sinteza din § 4.5.1 poate fi utilizata in scopul imbunatatiri caracteristicilor functionale ale cricului.

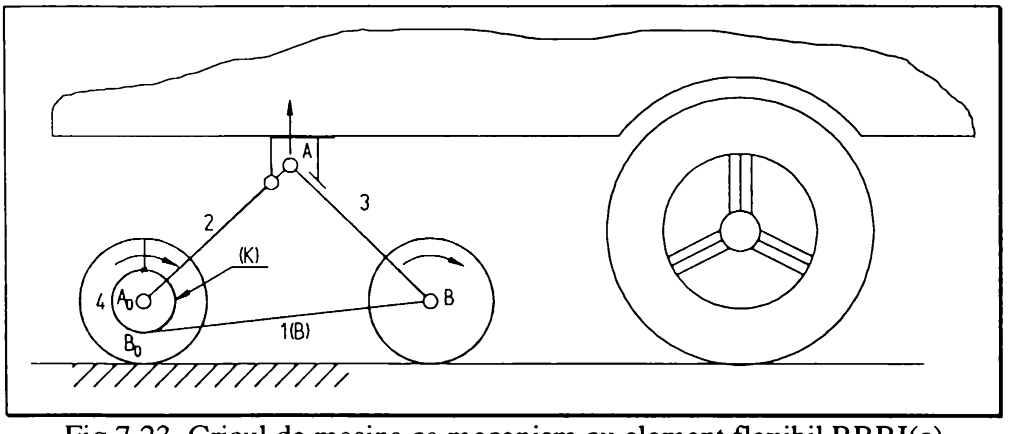


Fig.7.23. Cricul de masina ca mecanism cu element flexibil RRRI(c)

Multitudinea aplicatiilor mecanismelor cu elemente flexibile dovedeste ca acestea pot fi utilizate cu succes ca mecanisme generatoare de functiuni. Acestea asigura o exactitate de reproducere a unei functii de generat foarte mare. De asemenea acestea au un gabarit mult mai mic decat mecanismele cu bare sau came care pot realiza aceeasi functiune si au o uzura mai mica.

7.7 Studii experimentale realizate pentru mecanismul cu element flexibil

Pentru verificarea rezultatelor teoretice obtinute in urma sintezei mecanismelor cu element flexibil au fost realizate o serie de incercari experimentale. Incercarile experimentale urmaresc, prin prelevarea deplasarilor unghiulare ale elementului conducator si condus, sa realizeze analiza mecanismului construit. Analiza, care este problema inversa a sintezei mecanismelor, va trebui sa conduca la determinare experimentala a functiei de transmitere. Aceasta urmeaza sa coencida in anumite limite de tolerante cu functia de generat impusa in cazul sintezei (in domeniul de variatie al parametrului pozitional al elementului conducator).

7.7.1 Constructia standului experimental pentru mecanismul cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a)

Mecanismul cu element flexibil de constructie simpla RRIR(a) construit urmeaza sa genereze (v. § 6.2), o functie impusa de forma (6.38). Aceasta functie lineara poate fi generata cu un mecanism cu bare, dar numai intr-un numar finit de puncte de precizie si respectiv cu un mecanism cu cama, dar avand socuri dure la inceputul si capatul de cursa. In continuare s-a urmarit comportarea mecanismului cu element flexibil pentru aceasta functie. De asemenea aceasta functie este foarte usor de urmarit practic. Caracteristicile geometrice ale mecanismului cu element flexibil construit ca stand experimental au factorul de scara 3 fata de § 6.2 (v.Tab.7.10)

Tabelul 7.10

Structura	Caracteristici geometrice					
	l_1 [mm]	l_2 [mm]	φ_0 [°]	ψ_0 [°]	ξ	ζ
RRIR(a)	300	120	18	0	1	1

In Fig.7.24 este prezentat standul experimental. Pentru uniformizarea miscarii elementului conducator (6) al mecanismului cu element flexibil, acesta este realizat sub forma unui volant (piesa de forma unui disc din AlMg3).

Fig.7.24 Standul experimental al unui mecanism cu element flexibil

Pentru ocolirea unghiului de transmitere critic la inceputul cursei, elementul condus (9) va contine pe langa elementul profilat o piesa semicirculara cu diametrul de 20 [mm]. Alaturi de aceasta piesa se va mai atasa un element amortizor (din cauciuc) pentru amortizarea socurilor de la inceputul cursei. Cu aceste elemente auxiliare unghiul de transmitere la inceputul cursei va fi

$\mu = 70°$. Aceste elemente vor modifica insa si unghiul initial al elementului condus si implicit vor influenta unghiul initial al parametrului pozitional al elementului conducator. Acesta va deveni $\varphi \in [18°, 180°]$, ceea ce confirma cele din § 6.4. Pentru ghidarea elementului flexibil (8) la infasurarea/desfasurarea pe/de pe elementul profilat s-au utilizat doua discuri (unul transparenta din plexiglas si altul din AlMg3).

Unul dintre capetele elementului flexibil este fixat corespunzator de elementul profilat iar celalalt capat este articulat cu elementul conducator prin intermediul unei furci (7) Furca permite reglarea lungimii elementului flexibil. Ca element flexibil s-a utilizat o curea cu insertie textila. Aceasta are o alungire foarte redusa si o flexibilitate foarte buna. Pentru reducerea frecarii din cuplele cinematice s-au utilizat lagare cu rulmenti.

Ca sursa motoare s-a utilizat un motor de curent alternativ PM 119/65 (2). Caracteristicile motorului sunt date in Tab.7.11.

Tabelul 7.11

Marimi	Denumire	Tensiune [V]	Putere [W]	Turatie [rot/min]
Motor	PM 119/65	220	320	max. 8000

Cu ajutorul transformatorului (1) se poate varia turatia motorului.

Miscarea de rotatie a motorului (v. Fig.7.25/7.24) se va transmite la elementul conducator prin intermediul unui reductor melcat (4) si o transmisie cu lant (5). Pentru cuplajul dintre motor si arborele de intrare in reductor este utilizat un cuplaj Oldham (3) (v. Fig.7.24). Raportul de transmitere al reductorului melcat este $i = 18$ si cel al transmisiei prin curea $i = 2.4$. Pentru transmisia cu lant a fost prevazut si un intinzator de lant. (v. Fig.7.24). Pe standul construit au fost testate mai multe variante de asigurare a tensionarii firului flexibil (v. § 6.6). In acest sens au fost utilizate pentru generarea momentului rezistent prin utilizarea unui mecanism auxiliar doua roti cu diametru reglabil (10).

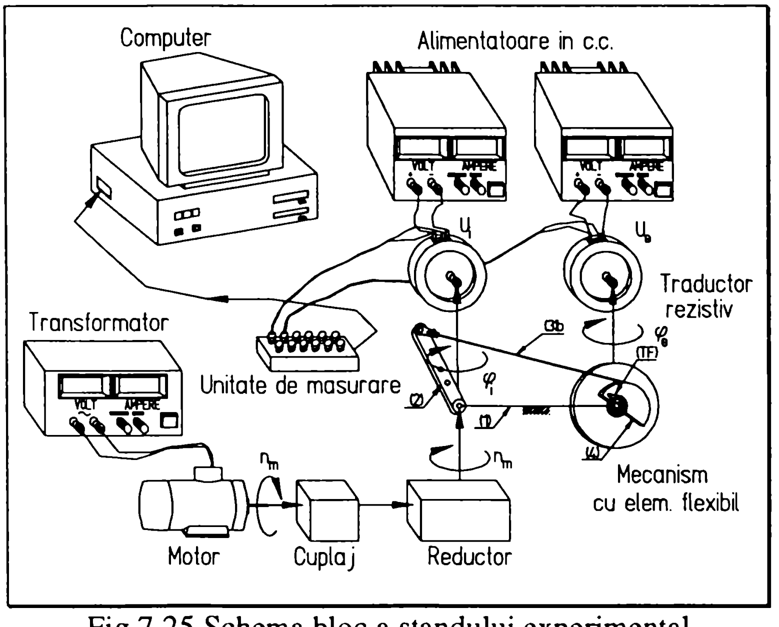


Fig.7.25 Schema bloc a standului experimental

7.7.2 Sistemului de masurare al standului experimental

Pentru prelevarea parametrilor geometrici de intrare/iesire (deplasari unghiulare) ai mecanismului cu element flexibil au fost utilizate traductoare rezistive. Datorita faptului ca viteza unghiulara a elementului conducator nu este constanta, se vor prelua atat deplasarile unghiulare la elementul condus cat si la elementul conducator.

Sistemul de masurare a standului experimental contine doua traductoare rezistive in montaj potentiometric avand rezistenta electrica de 6 [Ω]. Deplasarea unghiulara a elementului de masurat pentru un curent continuu de 0.2 [A] conduce la varierea tensiuni electrice intr-un interval de [0,1.2] [V]. Aceasta tensiune variabila in raport cu deplasarea unghiulara este preluata de un amplificator si mai apoi transmisa la o unitate de masurare. Marimile masurate sunt convertite de placa de achizitii de date (A-/D) si apoi transmise la un calculator (v. Fig.7.25).

7.7.3 Masurare online si reprezentare grafica cu DIA-DAGO®

Marimile masurate sunt preluate online de catre programul DIA-DAGO® si mai apoi prelucrate [*1]. DIA-DAGO® este structurat in doua parti. DIA este utilizat la prelucrarea datelor si DAGO utilizat la preluarea datelor online. Faza de pregatire in vederea realizarii masuratorilor consta in stabilirea canalelor de intrare si iesire in/din unitatea de masurare, calibrarea canalelor, stabilirea strategiei de efectuare a masuratorilor si a conditilor initiale impuse in perioada masuratorilor. (v. Fig.7.26). Pentru fiecare set de masuratori trebuiesc definite mai intai canalele de intrare, ceea ce inseamna stabilirea legaturi cu mufa care preia semnalul de la traductorul rezistiv corespunzator. De asemenea vor fi definite si tipul aparatelor DAGO utilizate la masuratori. Datele prelevate cu DIA-DAGO® reprezinta tensiuni si acestea trebuiesc transformate in marimile fizice specifice. Pentru aceasta operatia se pun la dispozitie doua posibilitati de calibrare. Dintre acestea a fost utilizata calibrarea in doua puncte, aceasta inseamna, ca trebuiesc indicate valorile fizice corespunzatoare (°/rad) pentru doua valori masurate (tensiuni).

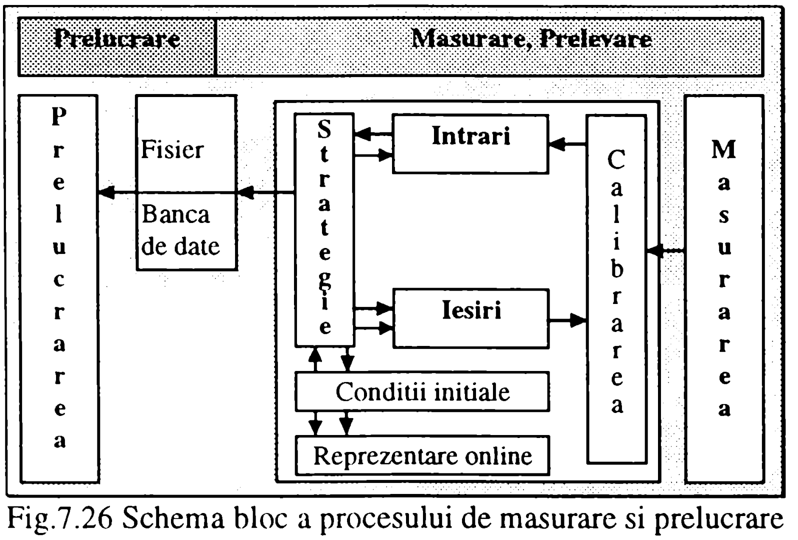


Fig.7.26 Schema bloc a procesului de masurare si prelucrare

Starea sistemului de masurare este definita de strategia de efectuare a masuratorilor. Aceasta strategie stabileste frecventa de citire a datelor, numarul de masuratori si timpii de start si stop pentru trigger. Exista posibilitatea de a se defini si canale de iesire in vederea realizarii unor bucle de reactie. Datele prelevate in timpul masuratorilor sunt depozitate in baze de date, care mai apoi se pot prelucra cu ajutorul parti de program DIA.

7.7.4 Incercari experimentale cu mecansimul cu element flexibil

Cu ajutorul standului experimental si a sistemului de masurare prezentat se vor realiza o serie de determinari experimentale. Initial se va utiliza pentru tensionarea firului flexibil unui arc spiral (v § 6.6). Constanta arcului spiral este $k_\varphi = 7.1$ [N·mm/°] si cu ajutorul acesteia se va genera un moment rezistent in intervalul $M_r \in (0.64...2.84)$ [N·m]. Pentru standul experimental astfel realizat se va efectua calibrarea conform § 7.7.3. Masuratorile online vor determina deplasarile unghiulare ale elementului conducator si condus raportat la baza de timp (v. Fig.7.27).

Datele prelevate confirma faptul ca elementul motor nu se afla intr-o miscare cu viteza unghiulara constanta, deci $n_{antr} \neq ct.$ Datorita faptului ca studiile experimentale au ca scop verificarea rezultatelor teoretice ale sintezei, nu s-a mai trecut la uniformizarea miscarii elementului motor. Datele astfel prelevate online (v. Fig.7.27) pot fi ulterior prelucrate cu ajutorul programului DIA.

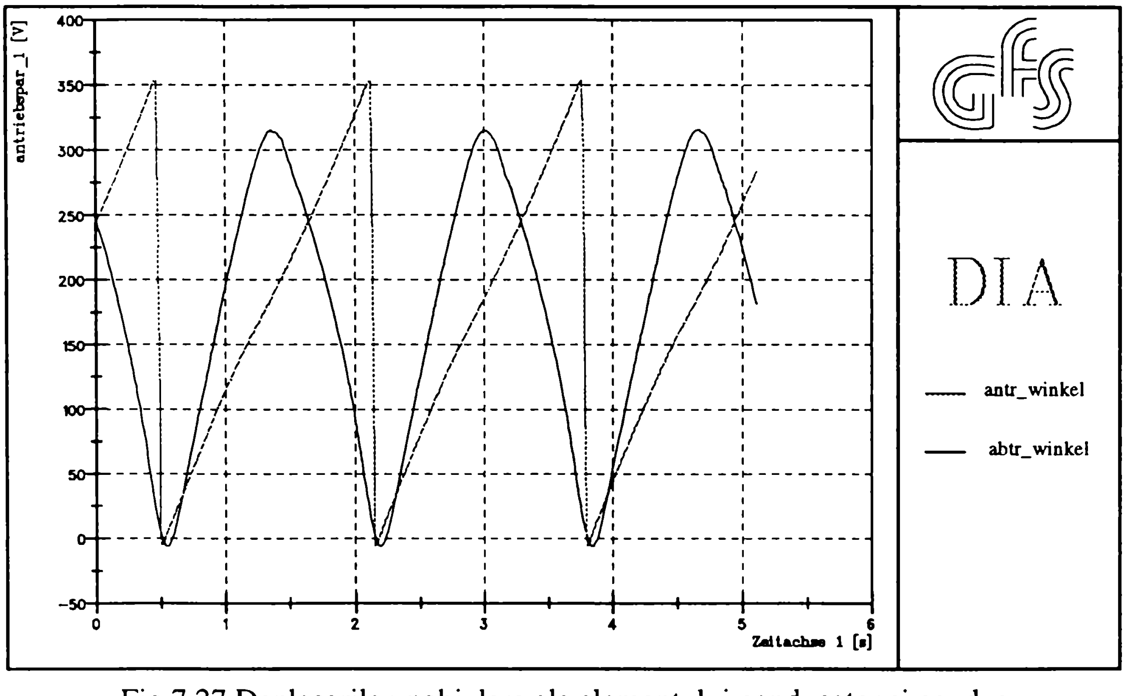


Fig.7.27 Deplasarile unghiulare ale elementului conducator si condus

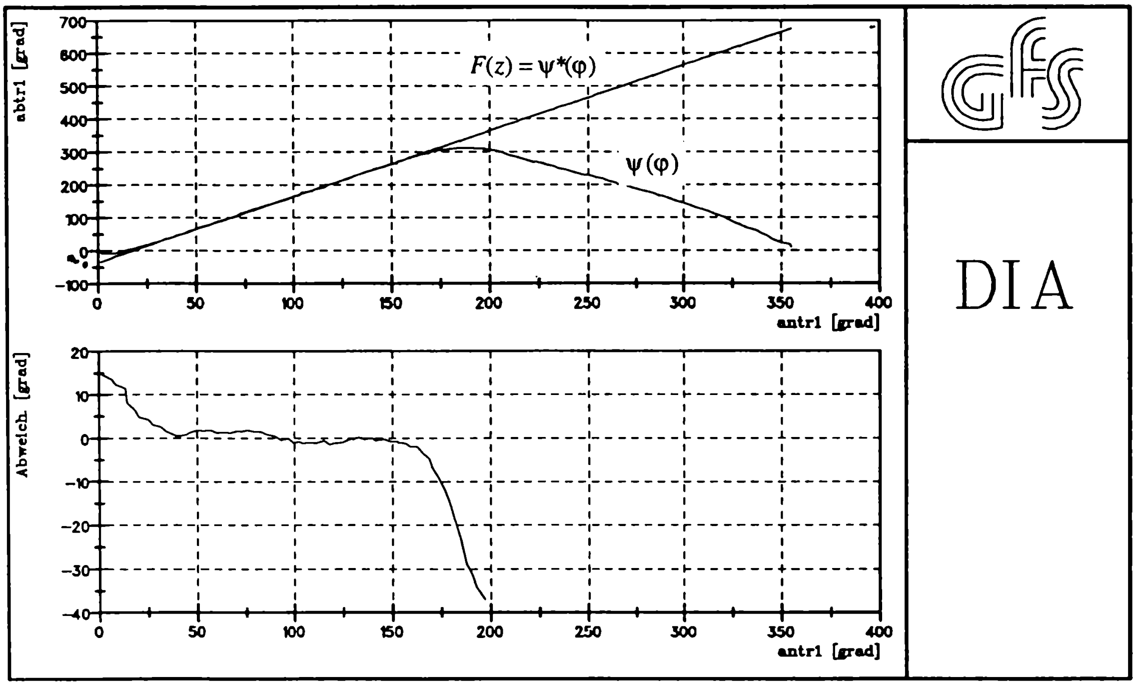


Fig.7.28 Functia de transmitere de ordinul 0 a mecanismului cu element flexibil

Prin eliminarea timpului intre cele doua canale de date prelevate cu ajutorul programului DIA se va obtine functia de transmitere de ordinul 0 $\psi(\varphi)$. Aceasta este reprezentata grafic in Fig.7.28.. Alaturi de functia de transmitere a fost reprezentata grafic si functia de generat impusa $\psi^*(\varphi)$. Aceasta functie trebuieste decalata cu unghiul initial al elementului conducator $\varphi_0 = 18°$.

Eroarea dintre functia de transmitere impusa si cea de generat cu ajutorul mecanismului cu element flexibil este redata in Fig.7.28. Se poate constata ca reproducerea functiei de generat

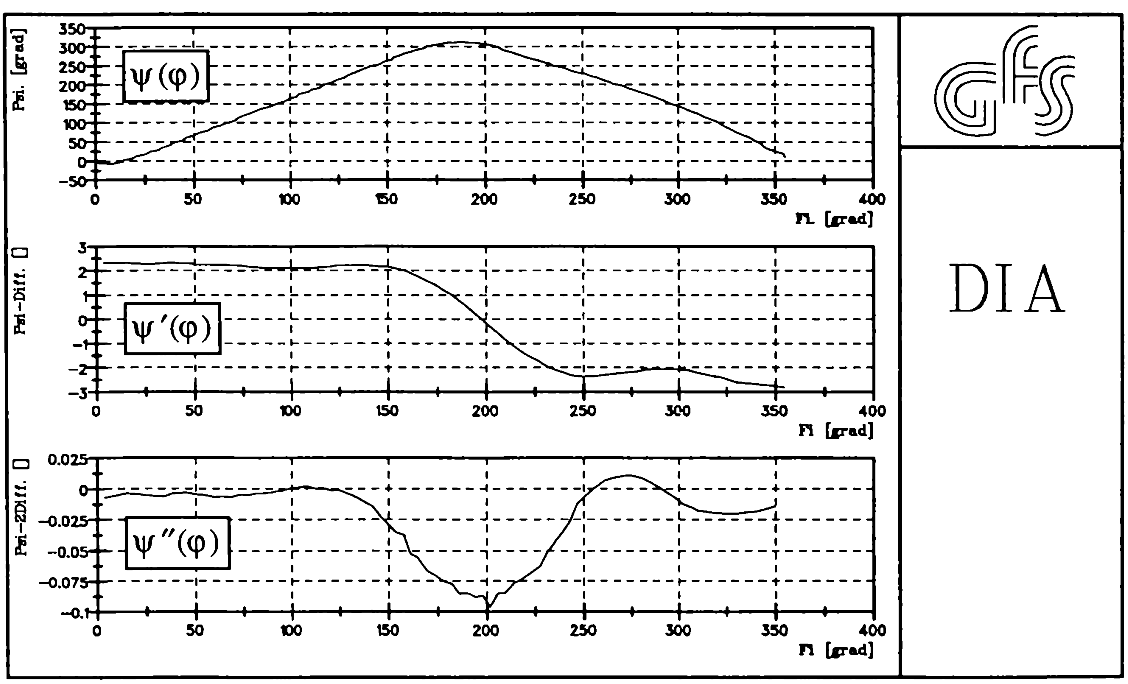


Fig.7.29 Functiile de transmitere de ordinele 0, 1 si 2.

este foarte buna intr-un domeniu de variatie al unghiului elementului conducator $\varphi \in [18°,165°]$. In domeniul $\varphi \in [165°,180°]$ erorile sunt simtitor mai mari. Acest fapt se datoreste unghiului de transmitere nefavorabil. Eroarea relativa in domeniul de variatie al unghiului elementului conducator este sub $\pm 1.5\%$.

In Fig.7.29 au fost reprezentate functiile de transmitere de ordinele 0, 1 si 2. Se poate constata ca functia de transmitere de ordinul 1 este aproximativ constanta in domeniul de variatie si respectiv functia de transmitere de ordinul 2 este aproximativ zero in domeniul de variatie si admite socuri moi la capetele de cursa.

Aceste rezultate experimentale confirma rezultatele teoretice obtinute in urma sintezei mecanismului (patrulater articulat) cu element flexibil.

7.7.5 Influenta vitezei unghiulare de antrenare asupra functiei de transmitere

In continuare se va determina experimental influenta vitezei unghiulare de antrenare (intrare) asupra functiei de transmitere. In acest scop se va varia viteza unghiulara intr-un domeniu in care elementul flexibil ramane continuu tensionat (v. Fig.7.30).

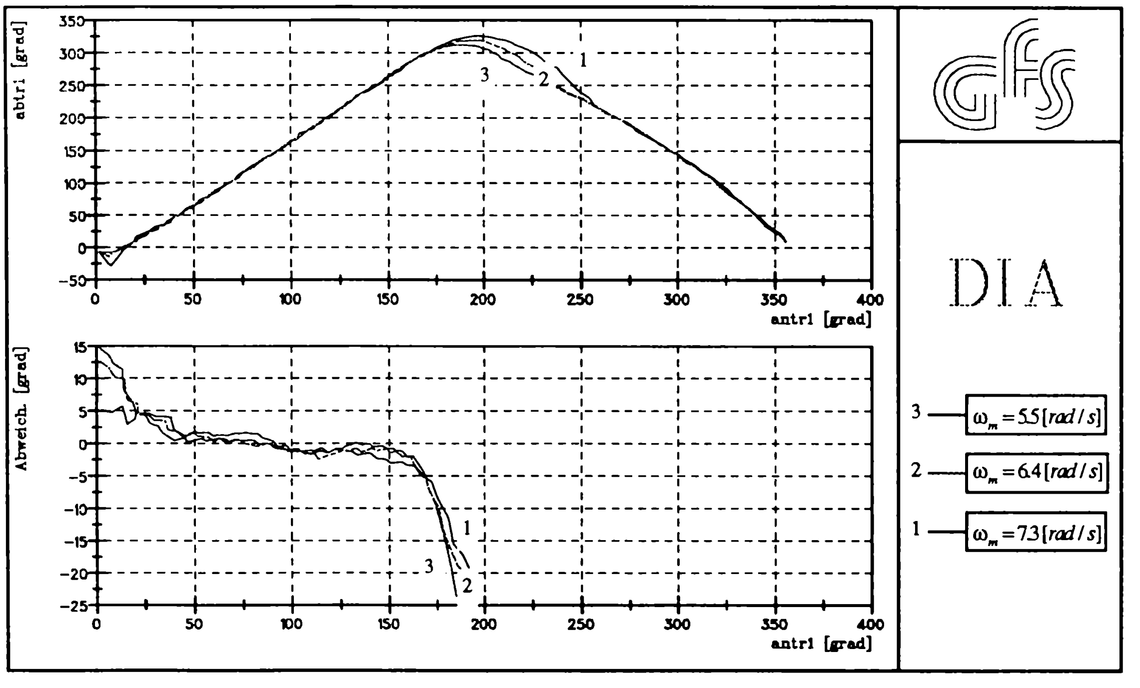


Fig.7.30 Influenta vitezei unghiulare asupra functiei de transmitere

Modificarea vitezei unghiulare a elementului conducator conduce la crestere minimala a erorilor de generare a functiei impuse. Socurile (variatiile bruste ale acceleratiei) sunt mai mari in cazul vitezelor unghiulare mai mari si conduc la generarea unor momente de inertie mai mari. Acestea influienteaza conform Fig.7.30 valoarea maxima a unghiului de oscilatie al elementului condus.

7.7.6 Influenta tolerantelor asupra functiei de transmitere

In § 6.3 au fost determinati "coeficienti de pondere" sau factorii de influenta, care indica masura in care abaterile individuale influenteaza abaterea functiei de transmitere (pozitie). In continuare se vor determina abaterile cauzate de toleranta lungimii elementului fix (l_1) si de toleranta (alungirea) lungimii elementului flexibil $l_3(t)$.

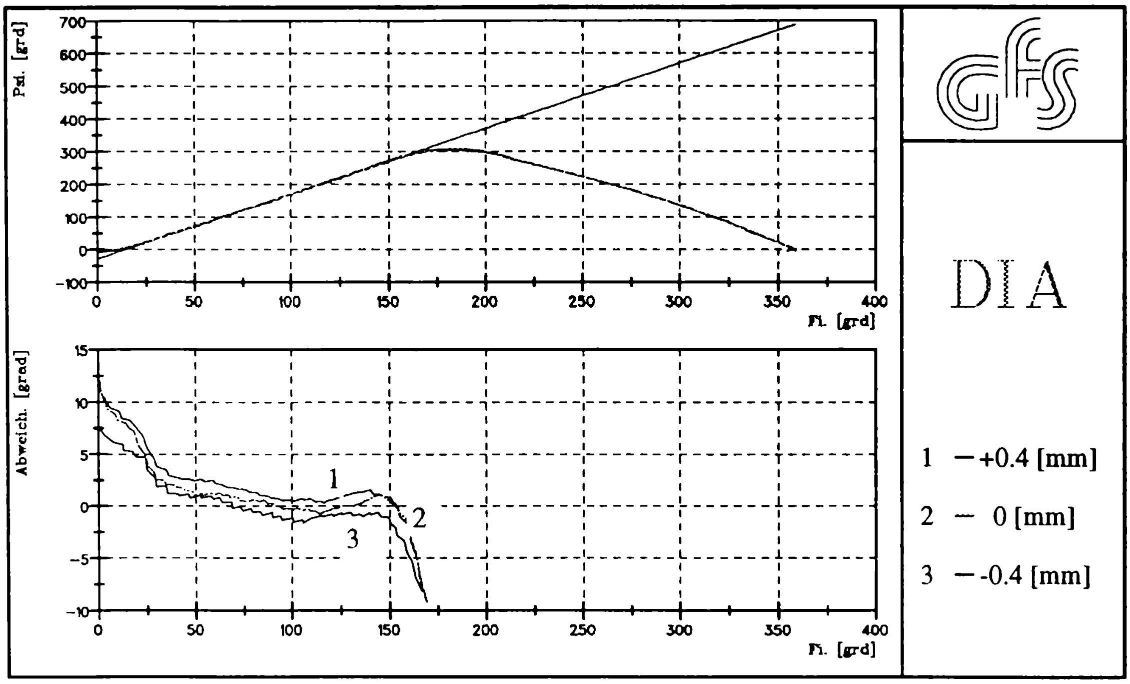


Fig.7.31 Influenta tolerantei lungimii elementului fix asupra functiei de transmitere

In Fig.7.31 este prezentata influenta tolerantei lungimii elementului fix asupra functiei de transmitere prin intermediul abaterilor acesteia de la functia de generat. In raport cu o

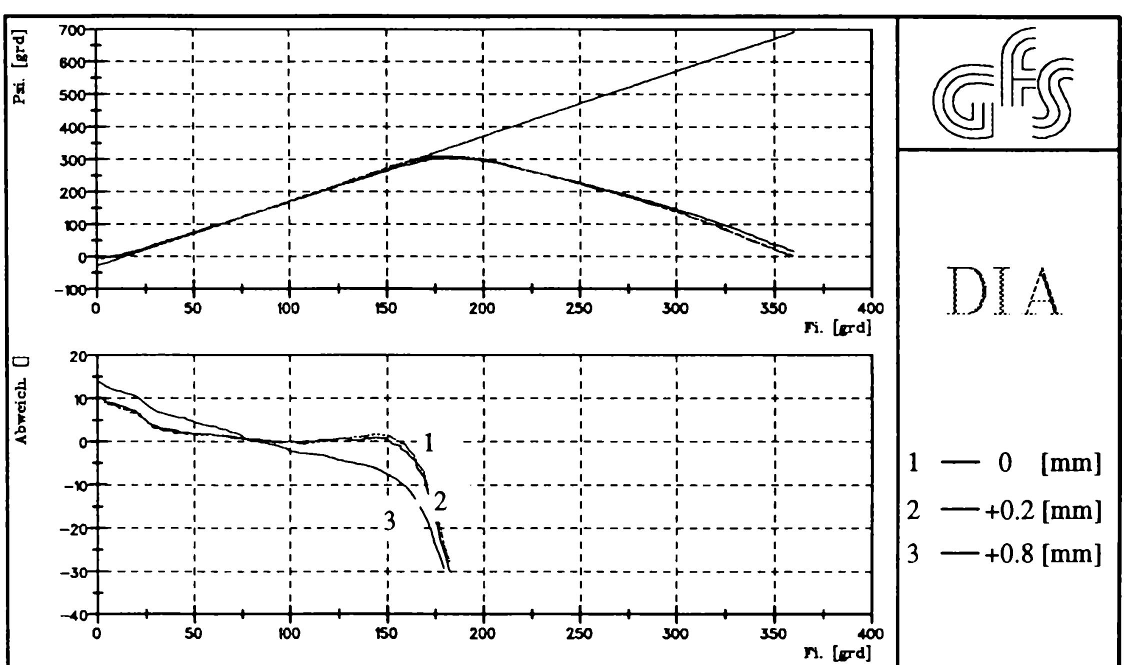


Fig.7.32 Influenta tolerantei lungimii elementului flexibil asupra functiei de transmitere

dimensiune nominala a lungimii elementului fix s-a variat dimensiunea acesteia intr-un domeniu de $\pm 0.4\,[mm]$, care poate fi asimilat cu campul de tolerante (poate putin exagerat). Se poate observa ca abaterile functiei de transmitere sunt proportionale cu abaterile dimensionale ale lungimii elementului fix.

In Fig.7.32 este prezentata influenta tolerantei lungimii si/sau alungirii elementului flexibil asupra functiei de transmitere prin intermediul abaterilor acesteia de la functia de generat. In raport cu o dimensiune nominala a lungimii elementului flexibil s-a variat dimensiunea acestuia pana la $+0.8\,[mm]$. Se constata ca abaterea functiei de transmitere de la functia de generat este neglijabila pentru o modificare a lungimii elementului flexibil in domeniul alungirilor acesteia (+0.2 [mm]). Erorile de reglare a lungimii initiale a elementului flexibil (+0.8 [mm]) conduc insa la erori considerabile de reproducere a functiei de generat. Abaterea lungimii elementului flexibil conduce la aparitia abaterilor unghiulare ale elementului profilat si a celui conducator. Astfel abaterea lungimii elementului flexibil asupra functiei de transmitere este o abatere cumulata si are o importanta majora pentru portiunile extreme ale domeniului de variatie a parametrului pozitional al elementului conducator.

7.7.7 Influienta metodei de tensionare a elementului flexibil asupra functiei de transmitere

In § 6.6 au fost prezentate o serie de posibilitati de asigurare a tensionarii elementului flexibil. Momentul rezistent, care actioneaza asupra elementului condus, s-a realiza cu ajutorul

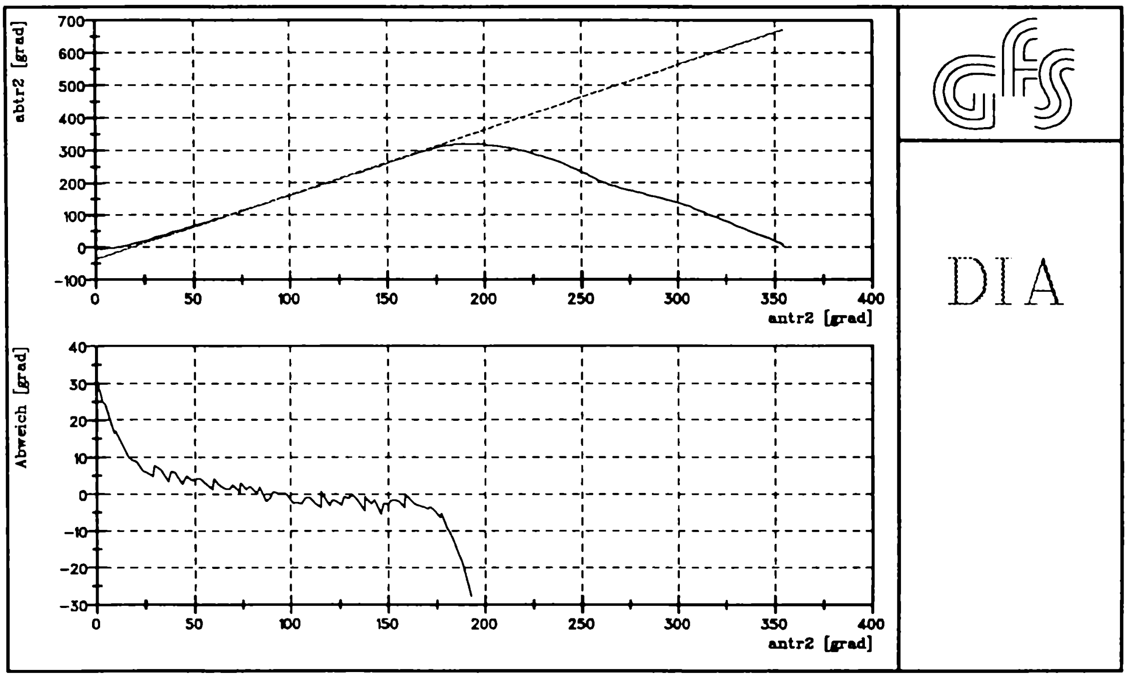


Fig.7.33 Functia de transmitere a mecanismului avand asigurata tensionarea elementului flexibil pe cale gravitationala

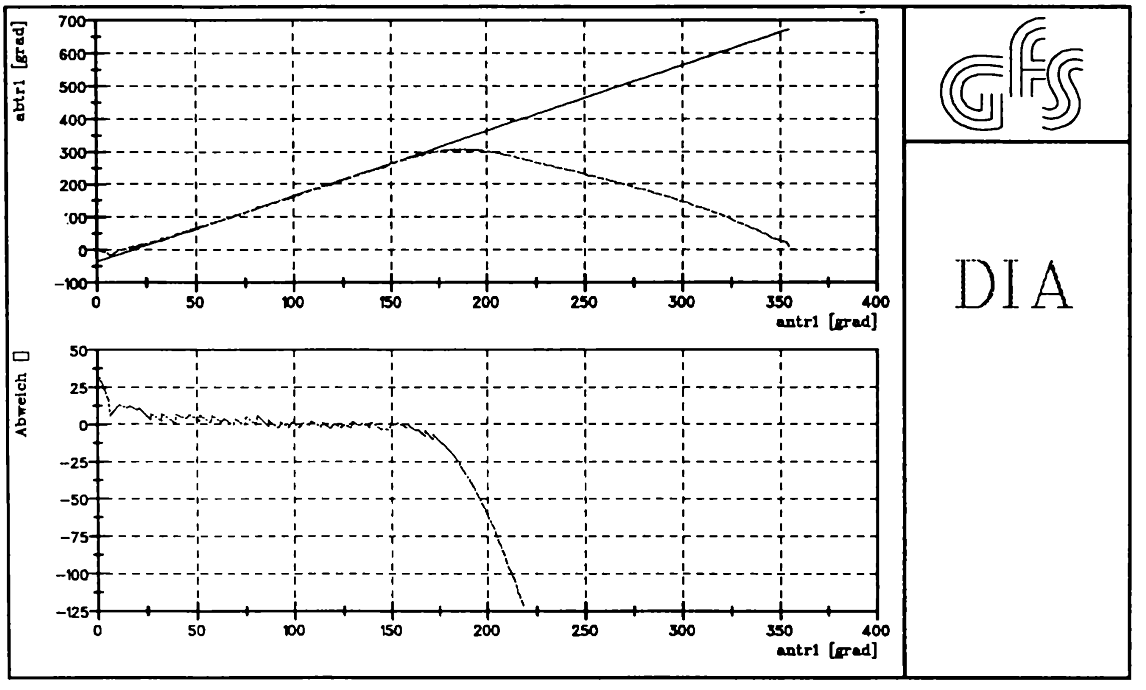


Fig.7.34 Functia de transmitere a mecanismului avand asigurata tensionarea elementului flexibil cu ajutorul unui arc elicoidal

unui arc spiral (v. Fig.6.33), unui arc elicoidal (v. Fig.6.34), pe cale gravitationala (v. Fig.6.35) si prin utilizarea unui mecanism auxiliar atasat mecanismului de baza (v. Fig.6.37). Realizarea momentul rezistent prin utilizarea a doua mecanisme cu element flexibil montate simetric (v. Fig.6.36) nu a fost experimentata.

Asigurarea tensionarii elementului flexibil pe care gravitationala (v. Fig.6.36) conduce la generarea unei functii de transmitere si a abaterilor acesteia de la functia impusa ca in Fig.7.33. Momentul rezistent, generat pe cale gravitationala este constant $M_r = 1.2$ [N·m]. Abaterea de la functia de generat este relativ mare pentru portiunile extreme ale domeniului de variatie (acolo unde se modifica sensul de miscare al elementului condus). De asemenea un rol negativ il joaca forta de inertie, care actioneaza asupra masei gravitationale.

Aceasta posibilitate de asigurare a tensionarii firului flexibil este recomandata pentru miscari cvasi-statice sau pentru functii de generat care nu prezinta socuri.

Asigurarea tensionarii elementului flexibil cu ajutorul unui arc elicoidal (v. Fig.6.34) conduce la generarea unei functii de transmitere si a abaterilor acesteia de la functia impusa ca in Fig.7.34.

Momentul rezistent, generat cu ajutorul arcului elicoidal, depinde linear de sageata arcului. Constanta elastica a arcului este k = 0.24 [N/mm], iar momentul rezistent produs de acesta ia valori in domeniul $M_r \in (0.95,5.04)$ [N·m]. Abaterile de la functia de generat sunt extrem de reduse, chiar si pentru portiunile in care miscarea elementului condus isi schimba sensul.

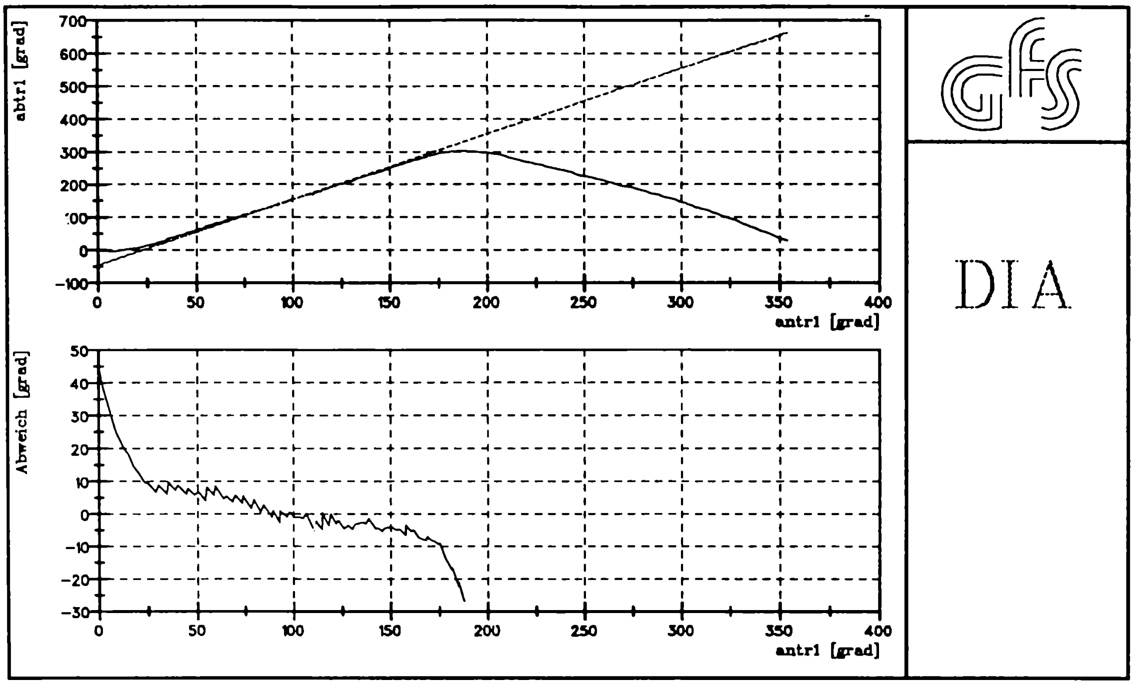


Fig.7.35 Functia de transmitere a mecanismului avand asigurata tensionarea elementului flexibil pe cale constructiva

Asigurarea tensionarii firului flexibil cu ajutorul unui arc spiral sau elicoidal asigura o functionare buna a mecanismului si in regim dinamic. Abaterile de la functia de generat sunt conform Fig.7.34 si Fig.7.28 influentate si de marimea momentului rezistent generat. Astfel momentul rezistent generat in vederea asigurarii tensionarii elementului flexibil va trebui sa fie mai mare decat momentul fortelor de inertie la elementul condus. Motorul de actionare al mecanismului va fi ales astfel ca momentul motor sa fie mai mare decat suma dintre momentul rezistent si momentul fortelor de inertie redus la elementul conducator.

Asigurarea tensionarii elementului flexibil pe cale constructiva prin utilizarea unui mecanism auxiliar cu curea atasat mecanismului de baza (v. Fig.6.37) conduce la generarea unei functii de transmitere si a abaterilor acesteia de la functia impusa ca in Fig.7.35. Momentul rezistent generat pe aceasta cale depinde de forta de frecare dintre curea si roata de curea. Aceasta frecare conduce la uzarea prematura a curelei. De asemenea abaterea de la functia de generat este mare pe intregul domeniului de variatie. Aceasta posibilitate de asigurare a tensionarii firului flexibil nu este recomandata.

Determinarile exprimentale confirma in primul rand corectitudinea sintezei mecanismelor cu element flexibil (mecanismul patrulater articulat de constructie simpla). Aceste mecanisme sunt recomandate a fi utilizate in conditii cvasi-statice. O echilibrare dinamica ulterioara poate conduce la imbunatatirea parametrilor cinematici, dar aceasta problema nu constituie tema acestei lucrari.

Cap.8 Concluzii finale si contributii originale

Studiile teoretice si experimentale realizate pe parcursul lucrarii au fost orientat catre un tip de mecanisme generatoare de functii mai putin tratate de literatura tehnica de specialitate, acestea fiind mecanismele cu element flexibil. Astfel, lucrarea de fata doreste sa intregeasca cunostintele teoretice si experimentale la problema sintezei si analizei unitare a mecanismelor cu element flexibil de lungime instantanee variabila.

In capitolul 2 se pun in evidenta tipurile de cuple cinematice si elemente utilizate in constructia mecanismelor plane cu numar minim de elemente. Pentru a se realiza o sistematizare unitara a tipurilor de mecanisme cu numar minim de elemente generatoare de functii a fost definit un lant cinematic generalizat. Pe baza acestui lant cinematic se vor determina prin transformari structurale si constructive, precum si prin impunerea unor forme particulare elementelor profilate, patru lanturi cinematice de baza (considerate fundamentale). Sistematizarea mecanismelor plane generatoare de functii aseaza la origine aceste lanturi cinematice de baza. Prin modificarea succesiva a elementului fix se vor obtine toate tipurile de mecanisme plane generatoare de functii avand un numar minim de elemente.

In acest capitol consider ca s-au adus urmatoarele contributii teoretice:

1. Definirea lantului cinematic generalizat cu numar minim de elemente

2. Deducerea lanturilor cinematice de baza din lantul cinematic generalizat

3. Sistematizarea unitara a mecanismelor plane generatoare de functii avand un numar minim de elemente.

In capitolul 3 se prezinta caracteristicile specifice fiecarui tip de mecanism sistematizat in capitolul 2. Studiile bibliografice realizate evidentiaza ca mecanismele cu element flexibil sunt favorabile a fi utilizate ca mecanisme generatoare de functii. Acestea reproduc, datorita elementelor de lungime instantanee variabila, exact o functie de generat data. De asemenea se constata ca problema sintezei, dar si a analizei acestui tip de mecanisme este relativ putin si neunitar tratata in literatura tehnica de specialitate.

In capitolul 4 se prezinta o metoda de sinteza a mecanismelor patrulatere cu element flexibil generatoare de functii bazata pe relatiile de corespondenta dintre evolventa si evoluta. Sinteza dimensionala se bazeaza pe un algoritm de calcul general, care nu depinde de structura mecanismului cu element flexibil. Pentru evitarea profilelor care prezinta puncte duble sau de intoarcere se va limita domeniul de variatie al parametrului pozitional a elementului conducator. Pentru determinarea valorilor limita ale parametrului pozitional sunt date relatiile de calcul corespunzatoare. Pe baza algoritmului general al sintezei sunt determinate pentru mecanismele cu element flexibil de constructie simpla coordonatele elementului profilat si lungimea curenta a firului flexibil in forma explicita. Se constata ca relatiile de calcul ale acestora sunt relativ complicate. Aceasta constituie una dintre motivele pentru care acest tip de mecanisme a fost relativ putin studiat si utilizat in aplicatii practice. Pentru mecanismele cu element flexibil de constructie generala nu s-au mai prezentat coordonatele elementului profilat in forma explicita fiindca forma acestora este extrem de complicata. Sinteza acestora este foarte dificil de realizat si datorita faptului ca inainte de calcularea coordonatelor mai trebui solutionata o ecuatie diferentiala, care determina dependenta dintre parametrul de infasurare si cel de pozitie (este nevoie de un program matematic competitiv si de un calculator puternic). Metoda de sinteza prezentata este structurata si unitar redata in scopul usurarii construirii unui program de sinteza a mecanismelor patrulatere cu element flexibil.

In acest capitol consider ca s-au realizat urmatoarele contributii originale:

1. Realizarea unui algoritm de sinteza general si unitar pentru toate tipurile de mecanisme patrulatere cu element flexibil.

2. Prezentarea relatiilor de calcul pentru determinarea valorilor extreme ale parametrului pozitional al elementului conducator, in scopul evitarii aparitiei punctelor de intoarcere sau duble in geometria elementului profilat.

3. Determinarea explicita a coordonatelor elementului profilat si a lungimii curente a elementului flexibil in cazul mecanismele patrulatere cu element flexibil de constructie simpla.

4. Prezentarea ecuatiei diferentiale din care se determina corelatia dintre parametrul de infasurare si cel de pozitie in cazul mecanismelor patrulatere cu element flexibil de constructie generala.

In capitolul 5 se prezinta o metoda de analiza cinematica a mecanismelor cu element flexibil generatoare de functii bazata pe ecuatiile de inchidere a poligonului vectorial atasat structurii mecanismului. Analog sintezei, analiza cinematica se bazeaza pe un algoritm de calcul general, care nu depinde de structura mecanismului cu element flexibil. In urma analizei cinematice, conform modelului de calcul se vor determina ecuatia de transmitere, functiile de transmitere de ordinele 0, 1, 2, precum si parametrii de stare ai miscarii. Formele obtinute pentru ecuatiile de transmitere si functiile de transmitere sunt similare cu cele ale mecanismelor patrulatere cu bare (elemente rigide). In cazul mecanismelor cu element flexibil de constructie generala se va utiliza pentru analiza cinematica si relatia de coliniaritate a tangentelor la cele doua profile. Astfel, determinarea parametrilor pozitionali ai elementului condus, conducator si de infasurare conduce la rezolvarea unui sistem de ecuatii nelineare.

In acest capitol consider s-au adus urmatoarele contributii originale:

1. Realizarea unui algoritm de analiza general si unitar pentru toate tipurile de mecanisme patrulatere cu element flexibil.

2. Determinarea ecuatiei de transmitere pentru mecanismele patrulatere cu element flexibil generatoare de functii.

3. Determinarea parametrilor pozitionali ai elementului conducator si condus in forma parametrica in cazul mecanismelor patrulatere cu element flexibil de constructie simpla.

4. Prezentarea sistemului de ecuatii nelineare din care se vor determina parametri pozitionali ai elementului condus, conducator si de infasurare in cazul mecanismelor patrulatere cu element flexibil de constructie generala.

In capitolul 6 s-a urmarit obtinerea unui raspuns la o serie de probleme care se ridica in cazul sintezei optimale a mecanismelor cu element flexibil.

In vederea obtinerii unui mecanism cu element flexibil care admite o manivela rotitoare s-a elaborat o generalizare a teoremei lui Grashof. Teorema generalizata se bazeaza pe cunoasterea centrelor instantanee de rotatie si este valabila atat in cazul mecanismelor cu elemente de lungime constanta, cat si pentru cele avand si elemente de lungime instantanee variabila.

Pe o serie de functii elementare s-au determinat valorile limita ale domeniului de variatie a parametrului pozitional. In functie de intervalul in care se doreste redarea functiei de generat (functia elementara) se va stabili portiunea de profil convexa aferenta (optima).

O alta problema de importanta in cazul sintezei o reprezinta cunoasterea modului in care influenteaza parametri geometrici geometria elementului profilat, precum si domeniul de variatie a parametrului pozitional al elementului conducator. Astfel, parametri geometrici ai mecanismului conduc in general la modificarea geometriei elementului profilat, fara insa a influenta domeniul de variatie al parametrului pozitional. Domeniul de variatie al parametrului pozitional depinde de forma functiei de generat impusa.

De asemenea a fost realizate studii asupra factorilor de influenta a parametrilor geometrici caracteristici asupra erorii constructive totale a mecanismului. Acestea evidentiaza ca ponderea cea mai mare in cadrul erorilor constructive o are parametrul pozitional initial al elementului conducator (in cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil).

Pentru o buna functionare a mecanismului cu element flexibil trebuieste satisfacuta conditia de transmitere optima a miscarii catre elementul condus, precum si tensionarea continua a firului flexibil. In acest sens s-a prezentat modul de calcul al unghiului de transmitere minim in cazul mecanismului cu element flexibil. De asemenea sunt prezentate o serie de modalitati de realizare practica a tensionarii firului flexibil.

Pentru cazul mecanismului patrulater articulat cu element flexibil s-a realizat un algoritm de optimizare a sintezei, in scopul de-a raspunde simultan la mai multe cerinte practice impuse. Metoda de sinteza permite utilizarea unui profil circular montat excentric pe rol de element profilat.

In acest capitol s-au adus urmatoarele contributii:

1. Generalizarea teoremei lui Grashof pentru mecanismele patrulatere continand sau nu elemente de lungime instantanee variabila.

2. Studiul si concluziile referitoare la influenta parametrilor geometrici asupra geometria elementului profilat.

3. Determinarea factorilor de influenta a parametrilor geometrici caracteristici asupra erorii constructive totale a mecanismului patrulater articulat cu element flexibil.

4. Prezentarea relatilor de calcul a unghiului de transmitere a mecanismului cu element flexibil si a unor solutii constructive de tensionare a elementului flexibil.

5. Algoritmul de optimizare a sintezei mecanismelor cu element flexibil.

In capitolul 7 au fost prezentate o serie de posibile aplicatii ale mecanismelor cu element flexibil. Acestea au fost preluate din literatura tehnica si prelucrate sau propuse de autor. Aplicatiile prezentate evidentiaza importanta studiului efectuat in cazul aparatelor si a echipamentelor de mecanica fina. Utilizarea mecanismelor cu element flexibil conduce la cresterea preciziei aparatului sau respectiv la simplificarea constructiei acestuia.

Pentru sustinerea rezultatelor teoretice obtinute in urma sintezei a fost construit un stand experimental cu mecanismul patrulater articulat cu element flexibil. In cadrul incercarilor experimentale s-au prelevat deplasarile unghiulare ale elementului conducator si condus, realizand astfel o analiza a mecanismului. Incercarile experimentale confirma exactitatea ridicata de reproducere a functiei de generat cu ajutorul mecanismului cu element flexibil. Viteza unghiulara de antrenare se constata ca nu conduce la modificarea semnificativa a functiei de generat, insa aceasta este limitata la valori reduse. O posibila directie de cercetarea viitoare a mecanismelor cu element flexibil este cea a imbunatatirii comportarii in conditii dinamice ale acestora.

O concluzie importanta desprinsa in urma incercarilor este ca alungirea firului flexibil nu conduce la erori semnificative ale functiei de transmitere (poate fi neglijat). De asemenea in urma incercarilor se sugereaza utilizarea solutiilor constructive ce contin elemente elastice pentru tensionarea elementului flexibil.

In acest capitol s-au adus urmatoarele contributii:

1. Prezentarea modalitatii de implementare a mecanismului cu element flexibil in scopul cresterii domeniului de masurare sau a preciziei de masurare in cazul balantei semiautomate cu cadran.

2. Prezentarea modalitatii de implementare si a algoritmului de determinarea a functiei de generat pentru mecanismul cu element flexibil in scopul reducerii timpului de acces la o unitate de diskete.

3. Prezentarea modalitatii de implementare a mecanismului cu element flexibil in cadrul unui sistem mecanic inchis pe rol de mecanism programator.

4. Simplificarea constructiei mecanice a mecanismului de bataie a masinilor de tesut.

5. Construirea standului experimental pentru mecanismul patrulater articulat cu element flexibil si concluziile rezultate in urma incercarilor experimentale.

Programele utilizate pentru exemplele numerice si prelevarea/prelucrarea datelor experimentale au fost MathCAD 6.0 sub sistemul de operare WINDOWS 3.1 NT si DIA-DAGO® 4.24 sub sistemul de operare MS-DOS V.6.0.

Bibliografie

[A1] Artobolevski, I.I.: Teoria mehanizmov I Masin, ed.IV, Glavnaia redaktia fiziko-matematiceskoi literaturi "Nauka", Moskva, 1988.

[A2] Artobolevski, I.I., Levitski, N.I., Cerkudinov, S.A.: Sintez ploskih mehanizmov, Moskva, 1958.

[B1] Beyer, R.; Goodman, T.P.: Beschleunigungsermittlung in Bandgetrieben und Zahnstangen - Kurbelgetrieben, Konstruktion 10 (1958) 1, S. 10-16.

[B2] Bogdan, R.C., Larionescu, D., Cononovici, S.: Sinteza mecanismelor plane articulate, Editura Academiei Romane, Bucuresti,1977.

[B3] Brewer, J.A., Dixon, M., Whitehouse, G., D.: Path Generating Five-Bar Mechanisms, Jnl Mechanisms, Vol.4, Pergamon Press, 1969, S.17-30.

[B4] Buzdugan, G., Manolescu, N., (coordonatori), s.a.: Manualul inginerului mecanic - Mecanisme, Organe de masini, Dinamica masinilor, Editura Tehnica, Bucuresti, 1976.

[D1] Damcalescu, D., Tacorian, T.: Came pentru strunjirea de precizie pe strunguri automate, Editura Tehnica, Bucuresti, 1979.

[D2] Demian, T., Tudor, D., Grecu, E.: Mecanisme de mecanica fina, Editura Didactica si Pedagogica, Bucuresti, 1982.

[D3] Dizioglu, B.: Zur Dynamik des einfachen Bandgetriebes mit Anwendung auf die Synthese der Schlagmechanismen der Webstühle, VDI-Berichte 12 (1956), S. 55-62.

[D4] Dresig, H., Vul´fson, I.I., Dynamik der Mechanismen, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1989.

[G1] Goodman, T.P.; Beyer, R.: Beschleunigungsermittlung im Differential-Bandgetriebe und dem ihm zugeordneten siebengelenkigen Ersatz-Kurbelgetriebe, Konstruktion 11 (1959) 2, S. 57-62.

[H1] Hain, K.: Periodische Bandgetriebe, VDI-Zeitschrift 95 (1953) 6, S. 192-196.

[H2] Hain, K.: Sechsgliedrige periodische Bandgetriebe (Zugmittelgetriebe), Konstruktion 6 (1954) 4, S. 145-150.

[H3] Hain, K.: Feder in schwingenden Getriebe , VDI-Zeitschrift 96 (1954) 8, S. 250-254.

[H4] Hain, K.: Feder-Getriebe und Band-Getriebe für den Kraftausgleich, VDI-Zeitschrift 97 (1955) 9, S. 278.

[H5] Hain, K.: Einfache Bandgetriebe, VDI-Forschungsheft 461, Düsseldorf, VDI Verlag

1957.

[H6] Hain, K.: Bandgetriebe als ungleichförmige übersetzende Getriebe, Technische Rundschau 50 (1958) 11, S.17,19.

[H7] Hain, K.: Angewandte Getriebelehre, VDI Vertrag, Düsseldorf, 1961.

[H8] Handra-Luca, V.: Functii de transmitere in studiul mecanismelor, Editura Academiei Republicii Socialiste Romania, Bucuresti, 1983.

[H9] Hartenberg, R.S., Denavit, J.: Kinematic Synthese of Linkages, McGraw-Hill Book Company, New York-San Francisco-Toronto-London, 1964.

[K1] Kaczmarek, E.: Anwendung von Drahtzügen bei Verbundwerkzeugen, Werkstattstechnik und Maschienenbau 40 (1950), S. 81-83.

[K2] Knab, H.J.: Übersicht über Kinematik / Getriebelehre mit besonderer Berücksichtigung der Getriebedynamik sowie der Schwingungsgetriebe und Getriebeschwingungen, Nürnberg Selbstverlag 1930.

[K3] Kovacs, F.: Contributii la elaborarea unei metode unitare de sinteza a mecanismelor - teza de doctorat, I.P.T.V. Timisoara 1969.

[K4] Kovacs, F., Perju, D., Savii, G., Metode noi in sinteza mecanismelor, Editura Facla, Timisoara, 1976.

[K5] Kovacs ,F., Perju, D., Vacarescu, I., Mesaros-Anghel, V., Savii, G., Vacarescu, V.: Sinteza Mecanismelor - curs, partea I, II, Litografia UTT, Timisoara, 1992.

[K6] Kovacs, F., Pommersheim, A.: Analiza cinematica a mecanismelor plane cu ajutorul matricelor de transformare, Lucrarile Simpozionului national PRASIC'94, Brasov, 1994.

[K7] Kovacs, F., Pommersheim, A.: Eine einheitliche Methode der kinematischen und kinetostatischen Analyse und der Maßsynthese ebener und räumlicher Getriebe, Buletinul Stiintific si Tehnic al UTT, Timisoara, 1995

[K8] Kovacs, F., Pommersheim, A.: A Unitary Method for Kinematikal Analysis and Dimensional Synthesis of Planar and 3D Mechanisms, Proceeding of Ninth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Politecnico di Milano, 1995.

[K9] Kraus, R.: Getriebelehre, Band III, VEB Verlag Technik, Berlin, 1956.

[L1] Lichtenheldt, W.: Konstruktionslehre der Getriebe, Akademie Verlag, Berlin, 1965

[L2] Lichtenheldt, W., Luck, K.: Konstruktionslehre der Getriebe, Akademie Verlag, 1979

[L3] Lohse, P.: Getriebesynthese, Springer-Verlag Berlin-Heidelberg-New York, 1975.

[L4] Luck, K., Modler, K.-H.: Realisierung von Ebenenlagen durch viergliedrige Bandgetriebe, Wiss. Z. d. TU Dresden 41 (1992) 4, S. 22-25.

[L5] Luck, K., Modler, K.-H.: Burmester -Theory for Band-Mechanisms, Deutschland

Vol.46, pp.55-59, Mecahikal Design and Synthesys ASME, New York 1992.

[L6] Luck, K., Modler, K.-H.: Analyse und Synthese von Mechanismen mit Gliedern veränderlicher Länge, Proceedings of SYROM`85, Vol. I-1, pp.223-230, Bucuresti, 1985.

[L7] Luck, K., Modler, K.-H.: Realisierung von Kurvenbahnen durch spezielle Mechanismenstrukturen, Proceedings of the VIII IFToMM World Congress on TMM, Vol.I, pp. 43-46, Prag 1991.

[L8] Luck, K., Modler, K.-H.: Koppelkurven einfacher viergliedriger Bandgetriebe, Proceedings of the VI IFToMM International Symposium on Linkages and CAD Methods SYROM`93, Vol.I, pp. 155-162, Bucuresti, 1993.

[L9] Luck, K., Modler, K.-H.: Getriebetechnik - Analyse, Synthese, Optimierung, Springer Verlag, Wien, Ney York 1990, 1. Auflage.

[M1] Manolescu, N., Kovacs, F., Oranescu, A.: Teoria mecanismelor si a masinilor, Editura Didactica si Pedagogica, Bucuresti, 1972.

[M2] Mc Phate, A.J.: Nonuniform Motion Band Mechanisms, New York, An ASME - publikation 1964.

[M3] Mesaros-Anghel, V.: Contributii la sinteza mecanismelor plane articulate aplicate in constructia dispozitivelor de prehensiune ale robotilor industriali - teza de doctorat, Universitatea Tehnica din Timisoara, 1991

[M4] Mesaros-Anghel, V., Carabas, I., Lovasz, E.C.: Mecanisme (Elemente de sinteza practica) - Manual de proiectare, Litografia UPT, Timisoara, 1996.

[M5] Meyer zur Capellen, W.: Der einfache Zahnstangen-Kurbeltrieb und das entsprechende Bandgetriebe, Werkstatt und Betrieb, 89 (1956), S. 67-74.

[M6] Modler, K.-H.: Modellbildung/Modelberechnung für Mechanismen der technischen Grundaufgaben, Wiss. Z. TU Dresden, 39 (1990) 4, S.45-47.

[M7] Modler, K.-H.: Die Anwendung der Evolvente in der Mechanismentechnik, TU Dresden, o.J..

[M8] Modler, K.-H., Lovasz, E.-C.: Viergliedrige Bandgetriebe als Übertragungsgetriebe, Proceedings of the VII IFToMM International Symposium on Linkages and Computer Design Methods Theory and Practice of Mechanisms SYROM`97, (Vol.I, pp. 209-216), Bucuresti, 1997.

[O1] Obst, P., Heydt, W.: Konstruktion und Fertigung von Kurvenmechanismen, VEB Verlag Technik, 1964.

[P1] Perju, D.: Contributii la sinteza mecanismelor plane pentru conducerea unui punct pe o curba data - Teza de doctorat, I.P. Bucuresti, 1971.

[P2] Perju, D., Asupra sintezei mecanismelor cu element flexibil, in Proceedings of SYROM`85, Vol.I-2, Bucuresti, 1985.

[P3] Perju, D.: Mechanisms with Variable Link Length, Proceedings of the VII IFToMM World Congress on TMM, Vol.1, Sevilla, Spain, 1987.

[P4] Perju, D., Puri, G., Pugna, A.: Sinteza mecanismelor cu cama si tachet tangential prin calcul automatizat, Lucrarile celui de al V-lea Simpozion national de Mecanisme si Transmisii mecanice MTM´88, Cluj-Napoca, 1988.

[P5] Perju, D.: Sinteza unui mecanism cu elemente de lungime variabila utilizat ca mecanism de liniarizare, Proceedings of SYROM`89, Vol.I-3, Bucuresti, 1989.

[P6] Perju, D.: Mecanisme de mecanica fina, vol.1-2, Litografia IPTV Timisoara/ UTT, Timisoara, 1986/1990.

[P7] Perju, D., Lovasz, E.-C.: Unele aplicatii ale mecanismelor cu elemente de lungime variabila, Lucrarile celui de al-V lea Simpozion national de proiectarea asistata de calculator a mecanismelor PRASIC'94, Brasov, 07-09. 12.1994.

[P8] Perju, D., Lovasz, E.-C.: The synthesis optimisation of the mechanisms with variable link length, Proceedings of Ninth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, 1995.

[P9] Perju, D., Nicoara, I., Lovasz, E.-C., Cretu, E.: Mecanism programator cu elemente de lungime variabila, Lucrarile celui de al-VII lea Simpozion national de mecanisme si transmisii mecanice MTM'96, Timisoara, 10-12. 10.1996.

[P10] Perju, D., Lovasz, E.-C., Mesaros-Anghel, V.: O noua metoda de sinteza structurala a mecanismelor plane, Lucrarile celui de al-VII lea Simpozion national de mecanisme si transmisii mecanice MTM'96, Timisoara, 10-12. 10.1996.

[P11] Perju, D., Lovasz, E.-C., Mesaros-Anghel, V.: Optimizarea sintezei mecanismelor cu elemente de lungime variabila, Lucrarile celui de al-VII lea Simpozion national de mecanisme si transmisii mecanice MTM'96, Timisoara, 10-12. 10.1996.

[P12] Perju, D., Mesaros-Anghel, V., Lovasz, E.-C.: On the kinematik analysis of the variable links length mechanisms, Proceedings of the VII IFToMM International Symposium on Linkages and Computer Design Methods Theory and Practice of Mechanisms SYROM`97, Vol.I, pp.241-248 Bucuresti, 1997.

[P13] Popescu, I.:Proiectarea mecanismelor plane, Ed. "Scrisul Romanesc", Craiova, 1977.

[P14] Pestell, K.: Konstruktion und Dimensionierung eines Bandwälzhebelgetriebes, Wissenschaftliche Zeitschrift der T.H. Karl-Marx-Stadt (Chemnitz), Jahrgeng VII, Heft 3, 1965

[R1] Rehwald, W.: Analytische Kinematik von Koppelebenen, Krausskopf-Verlag, 1972.

[S1] Sandor, G.N., Erdman, A.G.: Mechanism Design - Analysis and Synthesis, vol.1-2, Prentice-Hall INC., Englewood, New Jersey, 1986.

[S2] Sergeev, V.I.: Instrumentalnaia tocinost kinematiceschih i dinamiceschih sistem, Izdatelstvo "Nauka", Moskva, 1971.

[S3] Sieker, K.-H.: Einfache Getriebe. Lehrbücher der Feinwerktechnik (Band 15). Akad. Verlagsges. Geest & Portig K.-G., Leipzig 1956.

[S4] Song L., Modler, K.H., Luck, K.: Synthese viergliedriger Führungsgetriebe für unscharfe Lagenvorgabe, Proceedings of the VII IFToMM International Symposium on Linkages and Computer Design Methods Theory and Practice of Mechanisms SYROM`97, (Vol.I, pp. 155-162), Bucuresti, 1997.

[S5] Strauchmann, H.: Ein einheitliches Verfahren zur Lösung gewisser diskreter Aproximationsprobleme der Getriebetechnik, Dissertation B, Technische Universität Dresden, 1984.

[S6] Such, C.H., Radcliffe, C.W.: Synthesis of Plane Linkages with use of the Displacement Matrix, Transaction of the ASME, Journal of Engineering for Industry, Serie B, vol.89, nr.2, 1967.

[V1] Volmer, J.: Getriebetechnik, VEB Verlag Technik, Berlin, 1968.

[W1] Wadewitz, C.: Ein Beitrag zur Analyse und Synthese von einfachen viergliedrigen Bandgetrieben, Dissertation, T.U. Dresden 1997.

[W2] Wojcik, C.K., Synthesis of Four-Bar Linkages Funktion Generators by Means of Equation of Motions, Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industrie, Serie B, vol.87, nr.2, 1965.

[W3] Wilson, J.T., Analitical Kinematik Synthesis by Finite Displacements, Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industrie, Serie B, vol.87, nr.2, 1965.

[W4] Worthley, W.W., Hinkle, R.T.: Four-bar Linkages - approximate Synthesis, Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industrie, Serie B, vol.81, nr.4, 1959.

[Z1] Zamfir, V., Balog, C., Nitescu, N., Dimitrache, G., Saplacan, M.: Cateva aspecte privind sinteza mecanismului patrulater generator de functii prin metoda interpolarii, Lucrarile Simpozionului national Prasic´94, Brasov, 1994.

[Z2] Zamfir, V., Dimitrache, G., Carja-Balog, R., Nitescu, N.: The Variant Analysis at the Four Bar Function Generating Mechanism by the Interpolation Method, Proceedings of Ninth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, 1995.

[*1] *** Handbuch DIA/DAGO® - EinführungGesellschaft für Strukturanalyse GfS mbH Aachen, 1994.

Operatii matematice cu numere complexe in planul GAUSS

1.1 Definirea numarului complex

Modalitatile de exprimare matematica a unui numar complex sunt:

$$P = x_P + iy_P \ ,$$
$$x_P = r_P \cos\varphi_P \ , \qquad y_P = r_P \cos\varphi_P \ ,$$
$$P = r_P(\cos\varphi_P + i \sin\varphi_P) \ ,$$
$$P = r_P \ e^{i\varphi_P} .$$

Numarul complex P reprezinta un un punct, dar si un vector un planul GAUSS (vezi Fig.1).
In continuare relatia:

$$e^{i\varphi_P} = \cos\varphi_P + i \sin\varphi_P$$

este denumita relatia lui EULER.

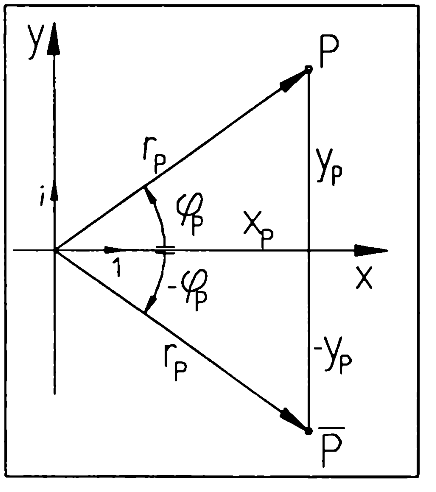


Fig.1 Reprezentarea grafica a numarului complex

Numarul complex conjugat lui P se va scrie:

$$\overline{P} = x_P - i \ y_P \ , \qquad \text{(oglindit fata de axa x)}$$
$$\overline{P} = r_P(\cos\varphi_P - i \sin\varphi_P) \ ,$$
$$\overline{P} = r_P \ e^{-i\varphi_P} .$$

Modului numarului complex va fi:

$$|P| = \sqrt{x_P^2 + y_P^2} = r_P$$

1.2 Operatii cu numere complexe

Adunarea si scaderea a doua numere complexe

$$A \pm B = (x_A \pm x_B) + i(y_A \pm y_B) = r_A \ e^{i\varphi_A} \pm r_B \ e^{i\varphi_B}$$

Multiplicarea a doua numere complexe

$$AB = (x_A + i \ y_A)(x_B + i \ y_B)$$
$$AB = (x_A x_B - y_A y_B) + i(x_A y_B + y_A x_B)$$
$$AB = a \ b \ e^{i(\alpha+\beta)} = C = c \ e^{i\gamma}$$

cu $A = a \ e^{i\alpha}$ si $B = b \ e^{i\beta}$.

Divizarea a doua numere complexe

$A/B = (a/b)\, e^{i(\alpha-\beta)} = d\, e^{i\delta} = D$.

1.3. Produsul intern

Produsul intern a doua numere complexe corespunde notiunii de produs scalar a doi vectori. Aceasta ofera ca rezultat in totdeauna un numar real si este definit dupa cum urmeaza:

$$(A,B) = \frac{1}{2}\,(A\bar{B} + \bar{A}B) = x_A x_B + y_A y_B \ ,$$

$$(A,B) = \frac{1}{2}\,(a\, e^{i\alpha}\ b\, e^{-i\beta} + a\, e^{-i\alpha}\ b\, e^{i\beta}) = \frac{ab}{2}\,(e^{i(\alpha-\beta)} + e^{-i(\alpha-\beta)}) \ ,$$

$$(A,B) = |A|\ |B|\ \cos(\alpha-\beta) = ab\ \cos(\alpha-\beta) \ .$$

Proprietatiile produsului intern sunt:

comutativitatea: $(A,B) = (B,A)$,

distributivitatea: $(A+B,C) = (A,C) + (B,C)$,

nu este asociativa: $((A,B),C) \neq (A,(B,C))$.

Vectorii A si B dati sub forma unor numere complexe sunt ortogonali daca (A,B) = 0.

1.4 Produsul extern

Produsul extern a doua numere complexe corespunde notiunii de produs vectorial a doi vectori. Aceasta ofera ca rezultat in totdeauna un numar real, care este definit cu semn. Acesta este definit dupa cum urmeaza:

$$[A,B] = \frac{i}{2}\,(A\bar{B} - \bar{A}B) = x_A y_B - y_A x_B \ ,$$

$$[A,B] = \frac{i}{2}\,(a\, e^{i\alpha}\ b\, e^{-i\beta} - a\, e^{-i\alpha}\ b\, e^{i\beta}) = i\,\frac{ab}{2}\,(e^{i(\alpha-\beta)} - e^{-i(\alpha-\beta)}) \ ,$$

$$[A,B] = |A|\ |B|\ \sin(\beta-\alpha) = ab\ \sin(\beta-\alpha) \ .$$

Proprietatiile produsului extern sunt:

alternanta: $[A,B] = -[B,A]$,

distributivitatea: $[A+B,C] = [A,C] + [B,C]$,

nu este asociativa: $[[A,B],C] \neq [A,[B,C]]$.

Vectorii A si B dati sub forma unor numere complexe sunt paraleli daca [A,B] = 0.

1.4 Reguli de calcul cu numerele complexe

In cazul operatiilor cu produsul intern si extern sunt urmatoarele particularitati sau proprietati de remarcat:

$(1, A) = \operatorname{Re} A$ Partea reala a lui A,

$[1, A] = \operatorname{Im} A$ Partea imaginara a lui A,

$(A, A) = A\overline{A} = x_A^2 + y_A^2 = |A|^2$ Modului lui A,

$[\mathrm{A}, \mathrm{A}] = 0$,

$(A\, i, B) = [A, B]$,

$[A, B\, i] = (A, B)$,

$(A, B) + i\,[A, B] = \overline{A}B$,

In cazul operarii cu produsul intern (A,B) si cu produsul extern [A,B] exista o serie de reguli comune. Acestea se vor nota in paranteze de forma $\langle\ \rangle$ si sunt:

$\langle A, Bc\rangle = \langle Ac, B\rangle = c\langle A, B\rangle$ c este un scalar (numar real)

$\langle A, BC\rangle = \langle A\overline{C}, B\rangle$,

$\langle AC, BC\rangle = \langle AC\overline{C}, B\rangle = C\overline{C}\,\langle A, B\rangle$,

$\langle A\, e^{i\varphi}, B\, e^{i\varphi}\rangle = \langle A, B\rangle$ Regula rotirii,

$\langle \mathrm{A}, \mathrm{B}\ \mathrm{i}\rangle = -\langle A\, i, B\rangle$.