Universitatea "Politehnica" din Timisoara
Facultatea de Mecanicã

ing. Emil-Alexandru Brujan

TEZÃ DE DOCTORAT

DINAMICA BULEI CAVITATIONALE ÎN LICHIDE NENEWTONIENE

Conducãtor stiintific:
Acad. Prof. Dr. Doc. Ing. **IOAN ANTON**

1997

Cuprins

Introducere

Initial, interesul pentru studiul dinamicii bulei cavitationale a fost datorat actiunii distructive asupra suprafetelor solide. Cele mai multe observatii sunt efectuate folosind apa ca lichid ambiant bulei si, în acest caz, multe din aspectele fizice fundamentale ale evolutiei bulei au fost puse în evidentă. O serie de rezultate obtinute în ultimii ani au indicat inhibarea incipientei si evolutiei cavitatiei în lichide nenewtoniene, în special, în solutii apoase de polimeri. Reducerea distrugerilor cavitationale este, de asemenea, observată în prezenta aditivilor polimerici. Fără îndoială că proprietătile viscoelastice ale lichidului influentează comportarea dinamică a bulei cavitationale. Recent, a fost demonstrat că evolutia bulei cavitationale are un rol important si în aplicatiile medicale iar caracterul nenewtonian al unor lichide biologice trebuie considerat. În chirurgia intraoculară cu laser, litotritia indusă cu laser sau angioplastia cu laser pulsurile laser sunt utilizate pentru a produce o spărtură optică iar efectele fizice asociate - formarea plasmei, emisia acustică si formarea bulei cavitationale - produc incizia tesutului sau fragmentarea calculilor. În acelasi timp, efecte colaterale nedorite asupra tesutului sunt generate de colapsul bulei.

Această lucrare încearcă să pună în evidentă câteva din particularitătile evolutiei bulei cavitationale în lichide nenewtoniene. Lucrarea este organizată astfel. Primul capitol este o recenzie a literaturii care analizează evolutia cavitatiei, atât hidrodinamică cât si optică, în lichide nenewtoniene cu scopul de a preciza rolul dinamicii bulei cavitationale individuale. Capitolul doi sumarizează cele mai importante rezultate referitoare la comportarea dinamică a bulei cavitationale în lichide nenewtoniene. Sunt desprinse o serie de concluzii pe baza cărora o directionare a activitătii în acest domeniu este stabilită. Proprietătile fizice ale lichidelor testate în investigatiile teoretice si experimentale sunt prezentate în capitolul trei. În capitolul patru este descrisă comportarea dinamică a bulei cavitationale sferice situată într-un lichid nenewtonian compresibil cu comportare pseudoplastică. Investigatiile experimentale asupra evolutiei bulei cavitationale generată cu laser în două solutii apoase de polimeri sunt prezentate în capitolul cinci. Folosind cinematografia secventială rapidă si holografia interferometrică este investigată atât evolutia bulei situată înr-un lichid extins la infinit cât si în apropierea unui perete solid. Unde a fost posibil rezultatele experimentale sunt comparate cu cele numerice. Consideratii asupra mecanismului de distrugere cavitatională sunt prezentate în capitolul sase. În final, capitolul sapte prezintă principalele concluzii ale investigatiilor teoretice si experimentale.

O notă etimologică

Sinonimul din limba greacă pentru cuvântul bulă, πομφολνξ , este legat prin varianta intermediară πομφοζ de πεμφιξ care are întelesul "ceva care este creat prin crestere" [1]. Una din etimologiile interesante oferite pentru latinescul *bulla* este din rădăcina φαλ - (*phallus*), ce indică "orice obiect care se umflă" [2]. Un alt cuvânt grecesc folosit câteodată cu aceeasi semnificatie este βολβοζ [1].

Este foarte posibil ca elementele onomatopeice să fi avut o influentă asupra formei cuvântului deoarece sunetul de bază este regăsit si în alte limbi, cum ar fi sumeriană (bubul), accadiană (bubutu), hindi (bud-bud) si cebuano-visayan (bulă). Vechile forme în limba engleză sunt *boble, bobel, bubbul* sau *burble* [3] conducând în final la varianta din engleza modernă *bubble*. Cuvântul din germana curentă este *blase*, similar cu cel din olandeză *blaas*. In toate limbile romanice moderne cuvântul derivă din latinescul *bulla* cu toate că întelesul original a fost pierdut. Un exemplu este limba spaniolă în care cuvântul *bulla* denotă actele oficiale emise de Papă, varianta modernă pentru bulă fiind *burbuja*.

Πομφολυξ ο ανθροποζ - omul este o bulă - este un vechi proverb grec care exprimă caducitatea si nepermanenta vietii. Metafora este întâlnită la scriitorii latini si greci, cum ar fi Varro (36 î.Hr.) care, scuzându-se în prefata operei sale *De Re Rustica* că nu are claritatea dorită, trebuie să continue lucrul deoarece "*ut dicitur, si est homo bulla, eo magis senex*" ("dacă, după cum se spune, omul este o bulă, cu atât mai mult este un bătrân"). Petronius (sec. 1), într-un pasaj din *Satyricon*, scrie "*nos non pluris sumus quam bullis*" ("nu suntem mai mult decât niste bule", 42, 4). Ideea este regasită si în climatul cultural nordic al secolelor 16 si 17. Cel mai succint este Erasmus: "*Homo bulla*" ("omul este o bulă", *Adagia*, 1508) iar Sir Francis Bacon în lucrarea "*The World*" (1629) are un punct de vedere si mai radical: "*The world's a bubble*" ("lumea este o bulă"). O descriere similară este dată si de japonezul Kamono Chomei: " Râul curge neostenit iar apa lui niciodată aceeasi. Bulele care plutesc, acum dispărând, acum apărând, nu sunt de lungă durată: tot astfel si viata omului." De nouă ori cuvântul bubble apare în teatrul lui Shakespeare (nu a fost folosit în poezie) si de trei ori pentru a desemna superficialitatea si actiunile lipsite de substantă. In "*Totul e bine când se termină cu bine*" al doilea lord, Dumaine, îl califică pe Paroles prin: "*On my life, mylord, a bubble*" (III,VI, 6) si explică: "*He's a most notable coward, an infinite and endless liar*" ("Este cel mai notabil las, un infinit si fără de sfârsit mincinos"). Se pare că poetii de limbă engleză nu au găsit alt cuvânt de a rima cu bubble decât trouble (aici cu sensul de osteneală). Shakespeare este cel mai cunoscut: "*Double, double toil and trouble, fire burn and cauldron bubble*" (Macbeth, IV,10) sau Dryden: "*War, he sung, is toil and trouble; honor but an empty bubble*" (The Power of Music, 97). Opera lui Dante, *Divina Commedia*, abundă de bule literare, iar pictorii olandezi, Rembrandt, Ketel, Molenaer, sau francezul Chardin au lăsat o serie de imagini cu copii care sparg bule. La începutul secolului 18 cuvântul pătrunde si în viata financiară. *The South Seas Bubble* a fost o lege folosită în 1711 în Anglia pentru a elimina datoria natională iar Franta, în 1717, introduce o lege similară sub titlul *Mississippi Bubble*.

1. Fenomenul cavitational în lichide nenewtoniene

O comportare nenewtoniană prezintă sistemele bifazice la care faza dispersă constituie o parte importantă din volum - suspensiile de polimeri, vopselele, pastele de adezivi, sângele - dar si sistemele omogene macroscopic cum ar fi solutiile si topiturile de polimeri, lichidul ocular si uleiurile minerale cu viscozitate mare [4]. Scopul acestui capitol este de a preciza necesitatea studiului comportării dinamice a bulei cavitationale în lichide nenewtoniene. Sunt analizate aspectele legate de curgerile cavitationale ale lichidelor aditivate cu polimeri, dar si cele referitoare la fenomenul cavitational în lichidul ocular si sânge.

1.1. Cavitatia în solutii apoase de polimeri

Odată cu investigatiile de pionierat ale lui Toms [5], care pun în evidentă reducerea considerabilă a pierderilor hidraulice datorată aditivării lichidelor cu mici cantităti de polimeri, un interes deosebit a fost arătat evolutiei fenomenului cavitational în solutii diluate de polimeri, în special asupra reducerii distrugerilor cavitationale si a zgomotului [6, 7, 8, 9]. In 1968, Ellis si Hoyt [10] sunt primii care au arătat că viteza lichidului, la care fenomenul cavitational se poate observa, este substantial mai mare în cazul în care o specie de alge (*porphyridiam aerugeneum*) este prezentă în apă, iar în 1970, Ellis, Waugh si Ting [11] conduc primele experimente asupra cavitatiei în solutii diluate de polimeri.

1.1.1. *Influenta aditivării cu polimeri asupra incipientei cavitationale*

Influenta concentratiei solutiei si a tipului aditivului asupra incipientei cavitationale este studiată experimental de Ellis, Waugh si Ting [11] si Van der Meulen [12] în cazul curgerii în jurul cavitatoarelor axial-simetrice, de Brennen [13] si Ting [14] folosind aparatul cu disc rotitor imersat în lichid si de Hoyt [15], Baker, Holl si Arndt [16] si Oba, Ito si Uranishi [17] în cazul curgerii prin orificii.

Van der Meulen [12] investighează influenta a două solutii de polimeri, Polyox WSR - 301 si gumă guar, în concentratie 20-500 ppm (părti pe milion), asupra incipientei cavitationale pentru corpuri axial-simetrice cu cap emisferic, executate din otel inoxidabil si teflon. Figura 1.1 prezintă variatia coeficientului de cavitatie, $\sigma = 2(p_\infty - p_v)/(\rho v_\infty^2)$, în functie de numărul Reynolds, $Re = v_\infty d/\nu$. În aceste relatii, p_∞ si v_∞ reprezintă presiunea si viteza lichidului la infinit, p_v este presiunea de vaporizare, ρ densitatea , ν caracteristica cinematică a viscozitătii si d diametrul corpului. Incipienta cavitatională este inhibată prin aditivarea cu polimerii testati iar acest efect este cu atât mai puternic cu cât concentratia solutiei este mai mare. Rezultate similare privind inhibarea incipientei cavitationale la curgerea în jurul cavitatoarelor axial-simetrice cu cap emisferic sunt obtinute si în cazul solutiilor de oxid de polietilenă [11] în intervalul de valori al numărului Reynolds cuprins între 7×10^4 si $3,1 \times 10^5$

Incipienta si aspectul cavitatiei în solutii de polimeri cu greutate moleculară mare sunt examinate de Ting [14], utilizând o instalatie cu disc rotitor imersat în lichid. Cavitatia este generată în spatele a doi cilindrii de diametru d dispusi, diametral opus, pe suprafata discului rotitor la distanta radială r fată de centrul de rotatie. Două solutii de polimeri au fost testate , si anume Polyox FRA (oxid de polietilenă) si Separan (poliacrilamidă) în gama de concentratie 100-500 ppm. Coeficientul de cavitatie este definit în acest caz prin $\sigma = 2(p - p_v)/(\rho u^2)$, p fiind presiunea statică în spatele cilindrului si u produsul dintre viteza unghiulară de rotatie a discului ω si distanta r la care este amplasat cilindrul, iar numărul Reynolds prin $Re = r\omega d/\nu$. Presiunea de vaporizare a lichidului este aproximată cu cea a apei iar viscozitatea este măsurată cu ajutorul unui viscozimetru cu tub capilar. Variatia coeficientului de cavitatie cu numărul Reynolds pentru solutia Polyox FRA este redată în Figura 1.2.

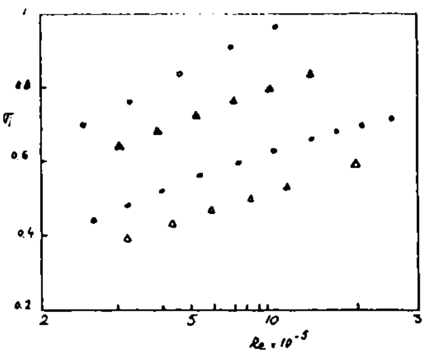


Figura 1.1 Influenta aditivării cu Polyox WSR-301 si gumă guar asupra coef. de cavitatie σ pentru cavitatorul executat din otel inoxidabil. Figura adaptată după Van der Meulen [12]. o apă; ● 200 ppm WSR-301; Δ 500 ppm WSR-301;▲ 200 ppm gumă guar.

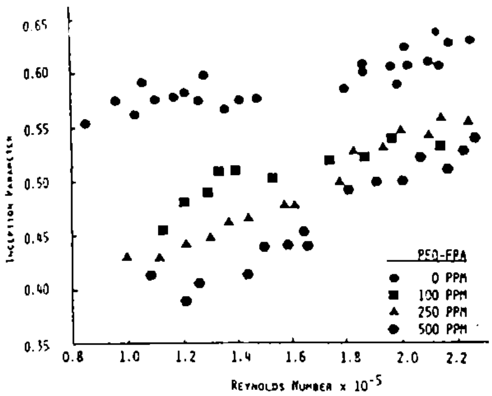


Figura 1.2. Influenta aditivării cu Polyox FRA asupra coef. de cavitatie σ. Cavitatia este generată pe suprafata unui disc rotitor imersat în lichid. Figură adaptată după Ting [14].

Rezultatele obtinute în cazul solutiei de Polyox FRA indică o reducere semnificativă a valorilor coeficientului de cavitatie. Pentru $Re \sim 10^5$ si o concentratie de 500 ppm a solutiei, valoarea coeficientului σ reprezintă 65% din cea obtinută în cazul apei. Acest efect devine însă mai putin pronuntat odată cu cresterea numărului Reynolds, lucru explicat de Ting [14] prin degradarea mecanică a solutiei, indusă de ruperea macromoleculelor polimerului. În ceea ce priveste aspectul cavitatiei, efectul aditivării cu polimeri se manifestă prin reducerea lungimii siajului cavitational din spatele cilindrului si a numărului bulelor cavitationale de dimensiuni mici, rezultate în concordantă cu cele obtinute de Brennen [13]. Rezultate similare sunt obtinute si pentru solutiile de Separan.

Cele mai complete rezultate privind cavitatia în solutii apoase de polimeri sunt prezentate de Oba s.a. [17] în cazul curgerii lichidului printr-un orificiu. Aditivul testat este oxidul de polietilenă PEO-15 în concentratie 0, 10 si 50 ppm. Coeficientul de cavitatie este definit prin $\sigma = 2(p-p_v)/(\rho v^2)$, unde p este presiunea statică măsurată la distanta 1,27D în avalul orificiului, D fiind diametrul conductei în care este amplasat orificiul, v viteza medie în orificiu, iar p_v presiunea de vaporizare a apei. Figura 1.3 prezintă variatia coeficientului de incipientă în functie de concentratia solutiei. Rezultatele sunt comparate cu cele obtinute de Hoyt [15] si Baker s.a. [16]. Efectul de inhibare al incipientei cavitationale este clar observat si în cazul aditivării cu oxid de polietilenă PEO-15. În plus, se constată un rol important al continutului relativ de gaz al lichidului α/α_s (α fiind continutul total de gaz iar α_S continutul de gaz la saturatie) si al mărimii orificiului asupra atenuării valorilor coeficientului de incipientă cavitatională, atenuare cu atât mai mare cu cât diametrul orificiului este mai mic.

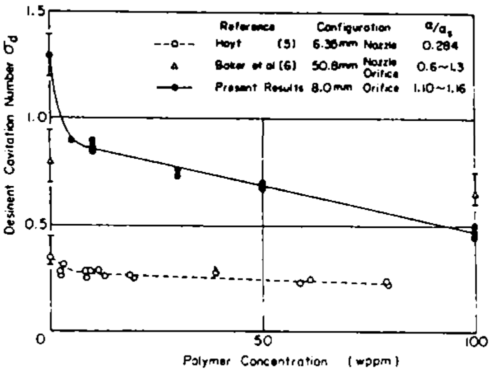


Figura 1.3. Inhibarea incipientei cavitationale datorată aditivării cu oxid de polietilenă PEO 15. Cavitatia este generată în avalul unui orificiu. Figură adaptată după Oba s.a.[17].

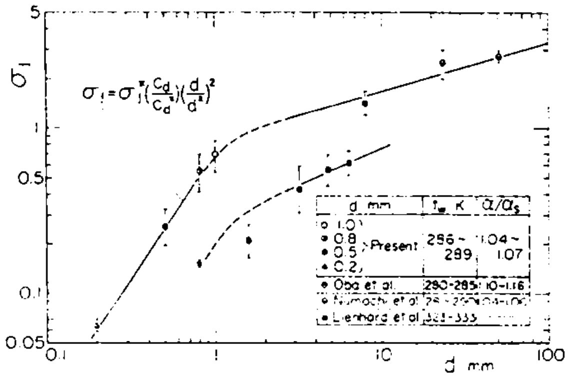


Figura 1.4. Coeficientul de incipientă cavitatională σ_i în functie de diametrul orificiului d. Barele verticale atasate fiecărui punct reprezintă intervalul de incertitudine pentru σ_i. Cavitatia este generată în avalul unui orificiu iar lichidul de lucru este apa.t_w este temperatura lichidului iar α/α_s continutul relativ de gaz nedizolvat din lichid. Figură preluată după Oba s.a. [24].

În stadiul cavitational incipient, la cresterea concentratiei solutiei, dimensiunea, numărul si iregularitatea suprafetei bulelor masive creste. Odată cu intensificarea stadiului cavitational, zona de aparitie a bulelor se apropie treptat de orificiu iar bulele cresc atât în dimensiune cât si în număr.

1.1.2. *Influenta aditivării cu polimeri asupra distributiei nucleelor cavitationale*

Cavitatia este în general considerată un fenomen stohastic [18, 19, 20] generat de diferitele mărimi de nuclee cavitationale, constituite din mici bule de gaz nedizolvate din lichid, distribuite aleator atât în spatiu cât si în timp. Rolul nucleelor de gaz nedizolvate din lichid în evolutia cavitatiei a fost sugerat initial de descoperirea efectului Johnsson [21] prin care incipienta cavitatională prezintă o largă varietate de aspecte la curgerea în jurul corpului ITTC, în diferite conditii experimentale, la aproximativ aceleasi valori ale numărului Reynolds si coeficientului de cavitatie. Ulterior, efectul Johnsson a fost pus în evidentă si în cazul curgerii prin ajutajul Venturi [22] si orificii [23]. Un rezultat important este obtinut de Oba s.a. [24] la curgerea unui lichid newtonian (apă) printr-un orificiu al cărui diametru este de acelasi ordin de mărime cu dimensiunea nucleelor si redat în Figura 1.4. Rezultatele sunt comparate cu cele obtinute anterior de Numachi s.a si Lienhard s.a [24]. În acest experiment numărul Reynolds construit cu parametrii aval de orificiu este cuprins între 420 si 7300 astfel încât intensitatea turbulentei este neglijabilă iar efectul vârtejului generat la trecerea lichidului este estimat la aproximativ 20% [25]. În aceste conditii, scăderea rapidă a valorii coeficientului de incipientă cavitatională, la micsorarea diametrului orificiului, pune în evidentă rolul important al nucleelor asupra incipientei cavitationale.

Patru metode sunt folosite pentru detectarea nucleelor cavitationale din lichid, si anume metoda optică [26], metoda contorului Coulter [27], metoda holografică [28] si metoda acustică [29]. O privire de ansamblu asupra primelor trei metode este dată si de Anton [6].

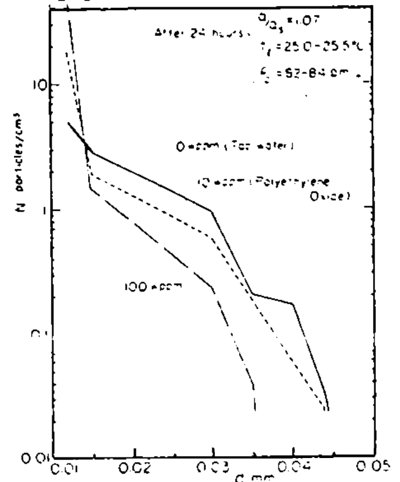


Figura 1.5. Distributia nucleelor cavitationale în solutii apoase de oxid de polietilenă PEO 15. Temperatura lichidului este 25°C iar continutul relativ de gaz α/α_s=1.07. Măsurătorile au fost efectuate după 24 de ore de la prepararea solutiilor. Figură adaptată după Oba s.a. [30].

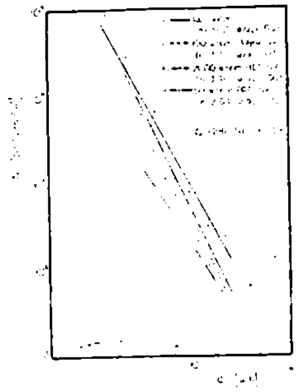


Figura 1.6. Influenta tipului aditivului asupra distributiei nucleelor cavitationale. Temperatura lichidului este de 17°C iar continutul de aer relativ este α/α_s = 1.05 (apă); 1.03 (Polyox); 1.06 (HEC); 1.09 (PAM). Figură adaptată după Shima s.a. [31].

Oba s.a. [30], folosind contorul Coulter, investighează influenta aditivării cu polimeri asupra distributiei nucleelor de gaz nedizolvate din lichid, indicând că intervalul de mărime al acestora este cuprins între 3 si 50 µm. Figura 1.5 prezintă distributia nucleelor în solutii apoase de oxid de polietilenă (PEO-15, greutate moleculară $3\text{x}10^6$). La cresterea concentratiei solutiei de polimeri se constată o reducere a numărului nucleelor cu diametru mai mare de 13 µm, în timp ce numărul nucleelor cu diametru sub 13 µm reprezintă mai mult de 80% din numărul total al acestora.

Influenta tipului aditivului asupra distributiei nucleelor este examinată de Shima s.a [31], folosind trei solutii apoase de polimeri: 100 ppm Polyox WSR-301, 2000 ppm HEC-250 HHR (hidroxietilceluloză) si 50 ppm PAM-A20P (poliacrilamidă). Figura 1.6 prezintă distributia nucleelor în cele trei solutii testate în comparatie cu cazul apei. Reducerea numărului de nuclee este observată pe întreg domeniul de măsură, cuprins între 3 si 20 µm. De remarcat că, desi solutia de poliacrilamidă are concentratia cea mai scăzută, diminuarea numărului nucleelor este cea mai pronuntată.

1.1.3. *Influenta aditivării cu polimeri asupra spectrului presiunilor de soc cavitationale*

Spectrul presiunilor de soc cavitationale în cazul solutiilor diluate de polimeri este investigat experimental de Oba s.a. [17] la curgerea lichidului printr-un orficiu. Pentru detectarea presiunilor sonore ce apar în procesul de cavitatie o sondă piezoelectrică PZT [32] este fixată de peretele conductei în avalul orificiului unde se apreciază că procesul de eroziune este maxim. Semnalele preluate de la traductorul piezoelectric sunt analizate de un nivelmetru, cu o lãtime constantã a benzii de frecventã de 228 Hz, în gama de frecvente 1 kHz - 1MHz.

Presiunile de soc cavitationale au cele mai mari valori în intervalul audio, la orice concentratie, în special în gama de frecvente cuprinsã între 0,1 si 10 kHz. Valoarea frecventei la care $\tilde{p}_{sm}$ este maximã descreste la cresterea concentratiei solutiei si la micsorarea valorii coeficientului de cavitatie σ. Pentru orice concentratie, $\tilde{p}_{sm}$ prezintã valori ridicate pe frecventele de 400 Hz, 800 Hz, 2 kHz, 5 kHz si 12 kHz. Interesant de observat este influenta concentratiei solutiei la o valoare constantã a coeficientului de cavitatie. Figura 1.7 prezintã acest aspect atunci când valoarea coeficientului de cavitatie este σ = 0,38. Prin adaugarea unei cantitãti mici de polimeri în apã (10 ppm), rezultã o considerabilã reducere a presiunilor $\tilde{p}_{sm}$ la 2 -3 kHz, în timp ce pe frecventa de 800 Hz se constatã o crestere a valorii acestei presiuni. Pentru valori f mai mari de 3 kHz amplitudinea presiunilor de soc cavitationale este mai mare în cazul solutiei 10 ppm PEO-15 în comparatie cu cazul apei. Reducerea presiunilor $\tilde{p}_{sm}$ este explicatã calitativ de autori prin diminuarea numãrului bulelor cavitationale foarte mici.

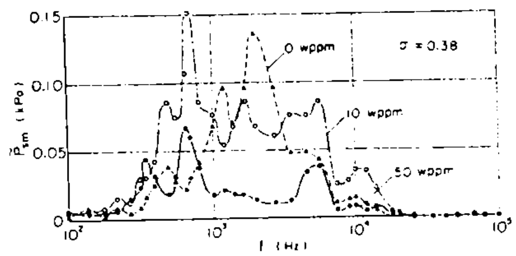


Figura 1.7. Spectrul presiunilor de soc cavitationale pentru diferite concentratii ale solutiei de polimeri când σ = 0,38. Cavitatia este generatã în avalul unui orificiu. Temperatura lichidului este 12°C iar continutul relativ de aer α/α_s=1,13. Incertitudinea asupra mãsurãrii lui $\tilde{p}_{sm}$ si f este 10%, respectiv 1%. Figurã preluatã dupã Oba s.a. [17].

1.1.4. *Influenta aditivãrii cu polimeri asupra distrugerilor cavitationale*

Distrugerea materialelor solide prin cavitatie este una din problemele importante în functionarea masinilor si echipamentelor hidraulice. Cu toate cã în cazul lichidelor newtoniene, si în special apã, existã un vast material informativ [6, 7, 8], investigatiile asupra acestui efect în solutii apoase de polimeri sunt relativ reduse.

Shapoval si Shal'nev [33] au examinat distrugerea cavitationalã generatã în spatele unui cilindru circular, arãtând cã pierderea masicã scade prin aditivarea apei cu 300 ppm poliacrilamidã. O tendintã contrarã este remarcatã de Ashworth si Procter [34] care, folosind un aparat vibrator magnetostrictiv, aratã cã viteza de eroziune cavitationalã este mai mare în cazul solutiei 100 ppm poliacrilamidã în comparatie cu cel al apei. În ambele experimente însã,degradarea mecanicã a solutiilor de polimeri pare sã fie destul de mare, ceea ce implicã o schimbare semnificativã a proprietatilor reologice ale solutiilor testate. Aceastã deficientã este înlãturatã de Shima s.a. [35, 36, 37] si Tsujino [38] care recirculã solutia de polimeri din bazinul aparatului vibrator magnetostrictiv.

Influenta concentratiei solutiei de polimeri asupra distrugerilor cavitationale este examinatã de Shima s.a. [35, 36], folosind solutii de Polyox WSR - 301 în concentratie 100, 500 si 1000 ppm. Figura 1.8 prezintã rezultatele obtinute în cazul unui debit de recirculare Q = 0.5×10^{-3} m^3/min. În primele 10 minute ale testului pierderea masicã, W_L, este mai mare în cazul solutiilor de polimeri decât în cazul apei. Tendinta curbei W_L-t în cazul solutiei 100 ppm Polyox este similară cu cea a apei dar pierderea masică este mai mare. Diferente apar în cazul concentratiilor ridicate unde, după 60 de minute , pierderea masică este diminuată la mai mult de jumatate în comparatie cu cazul apei.

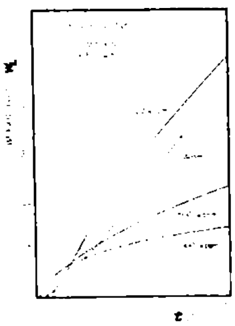


Figura 1.8. Influenta concentratiei solutiei de polimeri asupra pierderii masice de material prin cavitatie. Cavitatia este generată cu un aparat vibrator magnetostrictiv. Figură preluată după Shima s.a.[35].

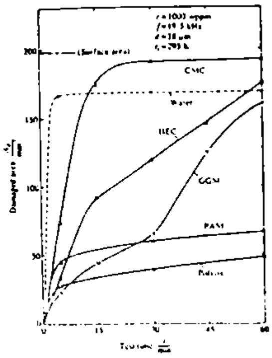


Figura 1.9. Variatia în timp a suprafetei distruse din proba de material supus cavitatiei în solutii apoase de polimeri. Cavitatia este generată cu un aparat vibrator magnetostrictiv. Figură preluată după Tsujino s.a. [37]

Influenta tipului aditivului asupra distrugerilor cavitationale este investigată de Tsujino s.a. [37], în cazul solutiilor de poliacrilamidă (PAM A-20P), oxid de polietilenă (Polyox WSR-301), carboximetilceluloză (HEC 250HHR) si gumă guar (GGM Super Col GF) în concentratie 1000 ppm. Figura 1.9 prezintă variatia în timp a suprafetei distruse de material prin cavitatie. În cazul apei, suprafata probei este distrusă uniform cu exceptia marginii care nu este distrusă chiar si după 60 de minute de expunere cavitatională. După un interval de 5 minute, în care suprafata distrusă creste considerabil, se atinge o valoare constantă în care pierderea masică de material este preponderentă. O tendintă similară prezintă solutia de carboximetilceluloză cu deosebirea că atât suprafata distrusă cât si pierderea masică de material au valori mai ridicate decât în cazul apei. În cazul solutiei de hidroxietilceluloză si gumă guar, suprafata distrusă în primele 10 minute de expunere cavitatională este mai mică decât în cazul apei, dar după 60 de minute valorile obtinute sunt similare cu cele din cazul apei. Cea mai mare reducere a distrugerilor cavitationale este observată în cazul solutiilor de poliacrilamidă si oxid de polietilenă.

1.2. Cavitatia generată în chirurgia intraoculară cu laser

Fotodisruptia cu laser reprezintă în ultimii 25 de ani una din aplicatiile cele mai interesante ale laserilor în chirurgia intraoculară. Procesul care stă la baza fotodisruptiei este absorbtia neliniară a luminii care conduce la formarea plasmei cu o temperatură maximă, în punctul de focalizare al laserului, mai mare de 15.000 K [39]. Cresterea rapidă a temperaturii are ca urmare o crestere a presiunii în interiorul plasmei (20-60 kbar), si expansiunea explozivă a plasmei. Deoarece expansiunea initială a plasmei este supersonică o undă de soc este emisă atunci când viteza de expansiune coboară la viteze subsonice. Consecutiv, o bulă cavitatională este produsă de plasma aflată încă în expansiune [40]. Acest proces de absorbtie neliniară a luminii numit *spartură optică* face posibilă depozitarea unei cantităti de energie nu numai în tesutul pigmentat dar si în mediul transparent al ochiului.

Utilizarea laserului în chirurgia segmentului anterior al ochiului uman este descrisă pentru prima dată, în 1974, de către Krasnov [41], care tratează cu succes glaucomul cronic simplu, combinând radiatia de joasă putere a unui laser argon-ion cu cea de înalta putere a unui laser cu rubin cu pulsuri sacadate [42]. Laserul cu rubin are o durată relativ mare a pulsului, aproximativ 30-50 ns, ceea ce implică un control scăzut asupra plasmei si introducerea unui factor de risc în evolutia interventiei chirurgicale. Astfel, începând cu anii '80, Frankhauser s.a. [43] si Aron-Rosa s.a. [44] introduc folosirea laserului Neodymium:YAG (Nd:YAG) în aplicatiile chirurgiei intraoculare. Avantajele acestui laser sunt energia scăzută a radiatiei, de ordinul 0,2 - 200 mJ, si în special durata foarte mică a pulsului, chiar de ordinul femtosecundelor, ceea ce face ca laserul Nd:YAG să fie în prezent cel mai utilizat din punct de vedere clinic [45].

Cea mai importantă aplicatie a chirurgiei intraoculare cu laserul Nd:YAG este capsulotomia posterioară sau tăierea membranelor opacifiate după chirurgia cataractei. Avantajul fată de chirurgia clasică cu bisturiu ac este păstrarea intactă a capsulei posterioare în timpul extragerii cataractei, pentru implementarea lentilei intraoculare artificiale. O altă aplicatie importantă a fotodisruptiei este iridotomia sau producerea unei găuri prin iris. Acest tratament este necesar atunci când marginea pupilară a irisului este aderentă lentilelor impiedicând circulatia lichidului ocular ceea ce provoacă o crestere nedorită a presiunii intraoculare. În ambele aplicatii iradierea cu laser se poate face direct asupra corneei sau prin una sau mai multe lentile de contact. Pe lângă acestea, multe alte aplicatii ale laserului Nd:YAG sunt descrise în literatura medicală [43].

În ultimii ani metoda extracapsulară de extragere a cataractei a fost mult mai frecvent folosită în comparatie cu metoda intracapsulară. Cresterea popularitătii chirurgiei extracapsulare a cataractei se bazează pe faptul că păstrarea intactă a capsulei posterioare are ca rezultat mai putine complicatii postoperatorii. Acestea includ riscul scăzut de aparitie al edemului macular cistoid, dezlipirea de retină si o mai mare vascularizare a irisului la pacientii diabetici. Un studiu pe termen lung, cu scopul de a evalua incidenta complicatiilor postoperatorii specifice extragerii extracapsulare a cataractei a fost realizat de Coonan s.a. [46]. A fost urmărită evolutia postoperatorie a 842 ochi de la 650 pacienti supusi chirurgiei cataractei între octombrie 1973 si octombrie 1983. Intervalul mediu de observatie postoperatorie a fost de 32,2 luni. În 530 ochi (62,9% din totalul investigat) cataracta a fost singura anormalitate oculară. Factori cunoscuti, încă din faza preoperatorie, de crestere a riscului dezlipirii de retină au fost identificati în 154 ochi (18,3%). Acesti factori includ hipermiopia (mai mare de 8 dioptrii) observată la 86 ochi si o dezlipire anterioară de retină în celălalt ochi (68 ochi). Incidenta dezlipirii de retină după chirurgia extracapsulară a cataractei a fost de 1,4% din totalul investigat (12 ochi) iar în acei ochi la care singura anormalitate a fost cataracta de 1,3% (7 ochi). De remarcat că în 9 ochi tratati în prealabil cu criocoagulanti sau fotocoagulanti dezlipirea postoperatorie a retinei nu a fost observată. Rezultate similare sunt prezentate de Binkhorst [47] (1%, fără a preciza timpul mediu de urmărire postoperatorie si numărul de pacienti), Hurite s.a. [48] (1,6% din 1624 cazuri) si Jaffe s.a. [49] (0,66% din 151 pacienti). Incidenta opacificării postoperatorie a capsulei posterioare necesitând capsulotomie a fost de 16,7% (141 ochi). Intervalul mediu de timp de la extragerea cataractei până la realizarea capsulotomiei a fost de 24,3 luni. Opacifierea capsulei posterioare este observată si de Wilhelmus si Emery [50] în 25% din cazuri după doi ani si chiar 50% din cazuri după cinci ani de la chirurgia cataractei. Rezultă că, desi, complicatiile postoperatorii după chirurgia extracapsulară a cataractei sunt reduse, după un timp suficient de lung, capsula posterioară devine opacă necesitând o capsulotomie pentru refacerea claritătii optice. Capsulotomia folosind laserul Nd:YAG, cu toate că este superioară celei cu bisturiu ac, nu este complet lipsită de risc. Complicatiile segmentului ocular anterior după capsulotomia cu laserul Nd:YAG includ pierderea celulelor endoteliului, edemul corneei, cresterea presiunii intraoculare si distrugerea lentilei intraoculare [51]. Dezlipirea de retină este un risc postoperatoriu minor al capsulotomiei cu laserul Nd:YAG. Leff s.a. [52] urmăresc evolutia postoperatorie a peste 2000 de ochi de la pacienti între 38 si 85 ani (medie 65 ani). Dezlipirea de retină a fost raportată doar în 25 de cazuri ceea ce implică un risc de aparitie al acestei complicatii de aproximativ 1%. Alte observatii care sustin acest procent scăzut sunt date de Winslow si Taylor [53] si Ober s.a. [54]. Numai într-un caz capsulotomia a fost lipsită de succes chiar si după mai multe proceduri. Câteva mecanisme au fost propuse în literatura medicală pentru explicarea complicatiilor postoperatorii ale capsulotomiei cu laserul Nd:YAG. Cel mai important pare a fi o schimbare biochimică în corpul vitros indusă de temperatura înaltă a plasmei din punctul de focalizare al laserului si manifestată prin pierderea acidului hialuronic [52]. De remarcat că desi unda de soc emisă în timpul spărturii optice cât si efectele colaterale induse de evolutia bulei cavitationale generată în punctul de focalizare al laserului au fost propuse pentru explicarea, în parte, a complicatiilor postoperatorii ale capsulotomiei Nd:YAG ele au fost respinse de comunitatea medicală până în 1990.

Vogel s.a. [55] sunt printre primii care investighează efectul iradierii cu laser asupra tesutului ocular, în special asupra endoteliului corneei (un strat cu celule poligonale cu o grosime de 3,5 μm) si a membranei Descemet (stratul de sub endoteliu cu o grosime de 15 μm, acelular). Trei geometrii de iradiere au fost studiate. Figura 1.10 (a) prezintă cazul iradierii directe asupra endoteliului, în timp ce (b) si (c) prezintă cazul focalizării la distanta s de cornee.

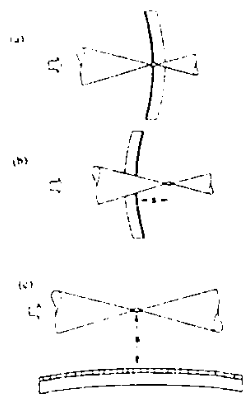


Figura 1.10. Geometriile de iradiere asupra corneei. Raza laserului este focalizată direct asupra endoteliului (a) sau la o distantă s fată de endoteliu (b) si (c).

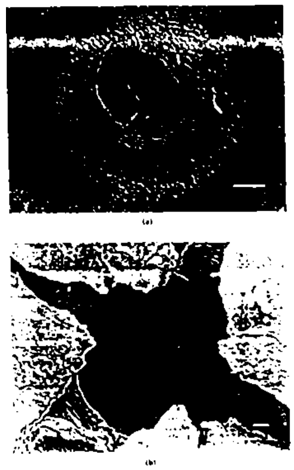


Figura 1.11. Leziunea produsă prin focalizarea unei raze laser cu energia 5 mJ perpendicular pe suprafată corneei. (a) arată întreaga leziune iar (b) partea centrală a craterului. Barele reprezintă 100 μm în (a) si 10 μm în (b). Figură preluată după Vogel s.a. [55].

Când raza laser este focalizată direct asupra endoteliului, sau în tesutul corneei, plasma este mecanismul principal implicat în generarea leziunilor în timp ce impulsurile acustice si evolutia bulei cavitationale sunt mecanismele secundare ce amplifică efectul deja produs de plasmă. Figura 1.11 prezintă morfologia suprafetei leziunii produse de un puls laser, focalizat direct asupra corneei, cu energia 5 mJ în modul operational fundamental. Diametrul leziunii este 0,5 mm. În centrul leziunii atat membrana lui Descemet cât si stroma au fost perforate în timp ce în jurul craterului central membrana lui Descemet este ruptă iar celulele endoteliului au fost dezintegrate. Aceste efecte sunt cauzate de evaporarea tesuturilor indusă de plasma laserului si de expansiunea plasmei. Ceva mai departe de crater celulele endoteliului sunt încă prezente dar distruse. Este foarte posibil ca evolutia bulei cavitationale, generată în timpul spărturii optice, să fie cauza acestei distrugeri. Peretele craterului este foarte neted (cadrul b) si nici o fibră de colagen nu se găseste pe suprafata craterului.

Când pulsurile laser sunt focalizate la distantă s fată de cornee interactiunea între plasmă si tesut este redusă si numai evolutia bulei cavitationale si unda de soc emisă în timpul spărturii optice sunt mecanismele cu potential distructiv. Figura 1.12 prezintă leziunea cauzată de un puls laser cu energia 6 mJ focalizat la distanta s = 0,3 mm de cornee.

Un crater central este vizibil în membrana Descemet datorat, cel mai probabil, impactului jetului lichid format în timpul colapsului bulei cavitationale în apropierea corneei. Diametrul craterului în membrana Descemet este aproximativ egal cu diametrul jetului lichid observat în cazul în care bula cavitatională evoluează în apropierea unei suprafete solide, în apă (20-30 μm). Totusi, în intervalul investigat (2-10 mJ energia pulsului), pentru s > 1 mm nici o leziune nu este observată. În acest caz, actiunea jetului lichid ce străpunge bula cavitatională în timpul colapsului este diminuată de impactul cu peretele bulei opus jetului.

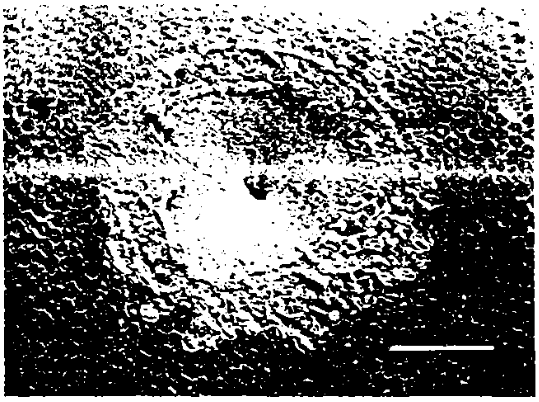


Figura 1.12. Leziunea produsa de un puls laser cu energia 6 mJ focalizat la distanta s=0.3 mm de cornee folosind geometria de iradiere paralelă cu corneea. Diametrul craterului în membrana Descemet este 25 μm. Bara reprezintă 100 μm. Figură preluată după Vogel s. a.[55].

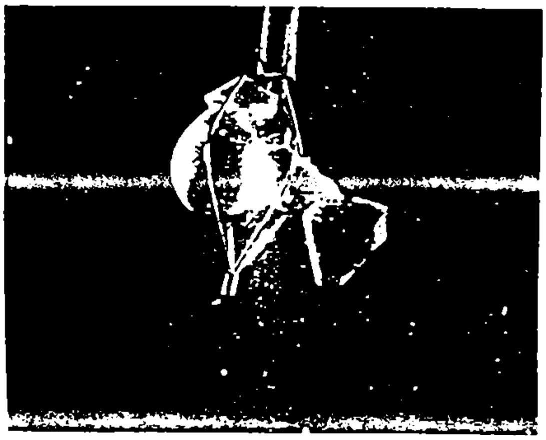


Figura 1.13. Aspectul pietrei biliare supusă fragmentării cu laser. Cea mai mare dimensiune a pietrei este 2.3 cm. Figură preluată după Teng s. a.[59].

Interactiunea între plasmă si tesut nu este total exclusă chiar dacă focalizarea razei laser se face la o distantă s fată de cornee. Dezintegrarea celulelor endoteliului în jurul craterului central, observată clar, în special, în Figura 1.12, sugerează acest lucru. În acest caz interactiunea plasmă-tesut este datorată extinderii spatiale a plasmei în momentul focalizării razei laser si expansiunii plasmei ca urmare a timpului relativ lung de iradiere.

1.3. Cavitatia generată în litotritia indusă cu laser

Studiile recente au demonstrat fragmentarea calculilor biliari si urinari *in vitro* cu ajutorul pulsurilor laser. Avantajul litotritiei cu laser fată de chirurgia clasică este eficienta tratamentului si durata redusă de stationare a pacientului în clinică. Efectele fizice asociate spărturii optice sunt formarea plasmei, generarea undei de soc acustice si a bulei cavitationale. Aceste procese fizice produc incizia tesutului. Plasma indusă de laser cauzează incizia directă a tesutului prin vaporizare, iar unda de soc emisă în timpul spărturii optice si cavitatia produc ruperea tesutului prin solicitări mecanice. Există, însă, o valoare de prag a energiei razei laser pentru care distrugerea calculilor renali este observată. Investigatiile experimentale [56] arată că această valoare de prag a energiei este reproductibilă pentru acelasi tip de piatră cu o tolerantă de 20% dar diferă de la un tip de piatră la altul cu un factor de 10. În general, valoarea de prag a energiei ce cauzează distrugerea este mai scăzută în cazul calculilor pigmentati (culoare maro-negru) decât în cazul celor nepigmentati (culoare alb-galben).

Comportarea plasmei produsă în punctul de focalizare al razei laser determină nu numai dimensiunea zonei distruse dar si evolutia undei de soc si a bulei cavitationale asociate spărturii optice [57]. Atunci când energia de iradiere este 1 mJ, viteza initială de expansiune a plasmei este estimată a fi mai mare de 2800 m/s. Valoarea vitezei de expansiune a plasmei scade după 500 ps la mai putin de 500 m/s. Zysset s.a. [58] estimează, în aceste conditii, că presiunea undei de soc este aproximativ 20 kbar. Se precizează, însă, că evolutia plasmei si a efectelor fizice asociate acesteia sunt dependente de natura lichidului.

Figura 1.13 prezintă fragmentarea indusă cu laser a unui calcul biliar imersat în apă. Fotografia este realizată imediat după focalizarea razei laser la o distantă de 0,23 mm de piatră. Energia pulsului laser este 4,8 mJ. Un singur puls laser a distrus aproximativ 40% din volumul pietrei. Fragmentarea indusă cu laser a fost de 4 ori mai eficientă în cazul dispunerii pietrei în apă decât în aer, astfel încât Teng s.a. [59] consideră rolul important al dinamicii bulei cavitationale în procesul de distrugere al calculilor. La valori mici ale energiei de iradiere evolutia plasmei este foarte putin violentă si, consecutiv, caracterul distructiv al acesteia este redus. Este un motiv destul de convingător pentru explicarea valorii de prag a energiei de iradiere necesară pentru distrugerea calculilor. Însă si pentru generarea bulei cavitationale există o valoare de prag a energiei de iradiere. În cazul laserui Nd:YAG cu durata pulsului 10 ns, la iradiere în apă, această valoare de prag este 0,6 mJ, valoare aproximativ egală cu cea necesară pentru distrugerea calculilor (0,7 mJ [57]).

1.4. Necesitatea studiului comportării dinamice a bulei cavitationale în lichide nenewtoniene

Toate experimentele recenzate indică o inhibare clară a incipientei si evolutiei fenomenului cavitational în solutii apoase de polimeri, pentru toate conditiile experimentale folosite si toate tipurile de aditivi testati. Diverse scenarii au fost propuse pentru explicarea acestui efect. Astfel, Lumley [60] explică acest efect prin schimbarea câmpului de presiuni ca rezultat al efectelor viscoelastice ale lichidului, Hoyt [15] prin reducerea intensitătii turbulentei ce reprezintă un factor important asupra initierii si evolutiei fenomenului cavitational, iar Baker s.a. [16], Oba s.a. [17] si Crum si Brossey [61] atribuie acest fenomen efectului aditivilor asupra nucleelor cavitationale. Ponderea fiecărui factor asupra efectului de inhibare al cavitatiei în solutii de polimeri este însă putin cunoscută.

Este posibil ca reducerea numărului nucleelor cavitationale, prin aditivarea cu polimeri, să aibă o pondere importantă asupra efectului de inhibare al cavitatiei. În cazul lichidelor aflate la temperaturi scăzute două mecanisme sunt responsabile pentru cresterea nucleelor în bule cavitationale, si anume scăderea presiunii lichidului înconjurător bulei si difuzia gazului din lichid în interiorul nucleului. În ambele cazuri cresterea nucleelor mari este însă favorizată pentru că fortele de tensiune superficială ce se opun cresterii nucleului sunt cu atât mai mici cu cât diametrul nucleului este mai mare iar cantitatea de gaz difuzată din lichid în interiorul nucleului este cu atât mai mare cu cât suprafata de schimb (aria laterală a nucleului) si deci dimensiunea nucleului este mai mare. Însă efectul aditivării cu polimeri se manifestă chiar prin reducerea numărului nucleelor cavitationale cu diametru mare, efect cu atât mai important cu cât concentratia solutiei este mai mare. Mai mult, diminuarea numărului nucleelor ce pot ajunge în zona cu risc de aparitie a cavitatiei poate fi o consecintă si a efectului Uebler [62]. E.A. Uebler a observat în 1966 că într-o solutie de polimeri, bulele de dimensiuni adecvate, la îngustarea bruscă a sectiunii, se opresc în fata sectiunii de intrare desi lichidul continuă să curgă. Efectul se manifestă la bulele ce se deplasează pe linia centrală de curgere si au diametrul 1/6 până la 1/8 din diametrul orificiului . In 1967, Metzner [62] a arătat că acest efect constă în oprirea bulelor de gaz în orice câmp cu viteze accelerate al unui lichid cu proprietăti viscoelastice.

Reducerea intensitătii turbulentei, ca rezultat al efectelor viscoelastice ale lichidului, actionează în special asupra aspectului cavitatiei. În cazul apei, Ito si Oba [63] pun în evidentă o usoară influentă a intensitătii turbulentei asupra cavitatiei călătoare si turbionare [6], dimensiunea si numărul bulelor cavitationale fiind cu atât mai mici cu cât intensitatea turbulentei este mai mică. Reducerea intensitătii turbulentei în solutii apoase de polimeri este confirmată experimental în cazul curgerilor în absenta cavitatiei [64] si, consecutiv, pare posibil explicarea reducerii activitătii cavitationale prin acest mecanism. Trebuie precizat că în experimentul condus de Ito si Oba [63] diferente semnificative în aspectul cavitatiei sunt observate pentru o crestere de 5 ori a intensitătii turbulentei, în timp ce aditivarea cu polimeri are ca rezultat o reducere a intensitătii turbulentei de numai 1,5 ori pentru o concentratie de 1% poliacrilamidă în apă [64].

Aceste mecanisme dau o imagine, în special calitativă, asupra inhibării evolutiei fenomenului cavitational datorată aditivării cu polimeri. Dar chiar si efectul combinat al acestor mecanisme nu poate explica reducerea semnificativă a activitătii cavitationale prin aditivarea cu polimeri si mai ales diminuarea distrugerilor cavitationale. Atât timp cât mecanismele implicate în acest fenomen nu sunt complet cunoscute, este sugerat ca un posibil mecanism, efectul comportării nenewtoniene al solutiilor de polimeri asupra dinamicii bulei cavitationale. Cea mai probabilă cauză a distrugerilor cavitationale este reprezentată de impulsurile de presiune ce apar în faza finală a colapsului bulei si actiunea jetului lichid format în cazul colapsului bulei în apropierea unui perete solid. Aceste mecanisme sunt destul de puternice pentru a explica aparitia distrugerilor cavitationale în cazul apei, însă detaliile referitoare la comportarea bulei în solutii de polimeri sunt putin cunoscute.

Rezultatele prezentate de Vogel s.a. [55] indică drept principal mecanism chirurgical al fotodisruptiei evaporarea tesutului prin actiunea plasmei. Volumul tesutului dezintegrat corespunde aproximativ cu volumul în care luminiscenta plasmei este observată. Sunt puse în evidentă si efectele colaterale generate de dinamica bulei cavitationale initiată de spărtura optică a laserului. Efectele cavitatiei sunt, în principal, date de formarea jetului în timpul colapsului bulei cavitationale, când o mare parte a energiei bulei este concentrată pe o suprafată mică [65]. Jetul produce distrugerea tesutului prin presiunea mare dezvoltată în timpul impactului cu cornea si prin fortele de forfecare ce actionează asupra celulelor endoteliului. Totusi, experimentul este realizat *in vitro* caz în care cornea este dispusă în apă. Concluziile desprinse din acest studiu se bazează pe observatiile asupra comportării bulei cavitationale situată în apă în apropierea unei suprafete solide. Influenta comportării nenewtoniene a lichidului, în acest caz a lichidului ocular, asupra evolutiei plasmei si bulei cavitationale este necunoscută.

Rolul dinamicii bulei cavitationale în distrugerea calculilor renali în litotritia indusă cu laser este pus în evidentă prin două observatii experimentale. Pe de o parte, prin egalitatea valorilor de prag ale energiei de iradiere necesară pentru generarea bulei cavitationale si distrugerea calculilor si, pe de altă parte, prin eficienta sporită a distrugerii în cazul în care piatra este dispusă în apă în comparatie cu dispunerea pietrei în aer. În cazul aplicatiei clinice (*in vivo*), comportarea dinamică a bulei cavitationale creată este influentată de caracterul nenewtonian al sângelui. Ca si în cazul capsulotomiei, detaliile referitoare la evolutia bulei cavitationale sunt necunoscute.

2. Stadiul actual al cercetărilor asupra evolutiei bulei cavitationale în lichide nenewtoniene

Problema fundamentală a dinamicii bulei cavitationale este determinarea câmpurilor de presiune si viteză în lichidul înconjurător bulei, împreună cu miscarea peretelui bulei sub actiunea diferentei de presiune sau/si temperatură. Din punct de vedere fizic, problema este complexă din cauza, pe de o parte, faptului că bula contine atât gaz necondensabil (adesea aer) dar si vapori într-un raport necunoscut. Alte complicatii provin din pierderile energetice implicate în amortizarea oscilatiei bulei : viscozitatea si compresibilitatea lichidului, tensiunea superficială la interfata gaz-lichid, conductia căldurii si difuzia gazului prin peretele bulei cât si compresibilitatea gazului sau amestecului de gaze din interiorul cavitătii..

Scopul acestui capitol este de a recenza, pe cât posibil, literatura ce are ca obiect dinamica bulei cavitationale în lichide nenewtoniene. Se urmăreste stabilirea unor concluzii referitoare la abordarea acestei probleme sub aspect teoretic si experimental, dar si evaluarea influentei parametrilor hidro si termodinamici asupra comportării dinamice a bulei individuale.

2.1. Comportarea bulei cavitationale sferice în lichide nenewtoniene

Analizele teoretice consideră cazul bulei cavitationale individuale dispusă într-un lichid incompresibil, extins la infinit, iar ipoteza de bază în studiul miscării este păstrarea simetriei sferice în timpul evolutiei bulei. Consecutiv, sistemul de coordonate sferice (ρ, θ, φ) cu originea în centrul bulei este utilizat. În acest caz există o singură componentă a vitezei lichidului, în directia r (Figura 2.1). Aici, p_∞ si T_∞ reprezintă presiunea statică si temperatura lichidului într-o zonă în care influenta bulei este neglijabilă iar p_g si p_v reprezintă presiunea gazului, respectiv, a vaporilor din interiorul cavitătii..

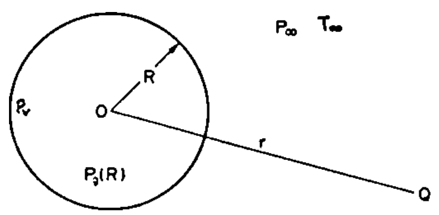


Figura 2.1. Descrierea geometrică a modelului bulei

2.1.1. *Influenta concentratiei solutiei de polimeri si a tipului aditivului*

Initial, comportarea dinamică a bulei cavitationale a fost tratată folosind diverse ecuatii reologice ce descriu comportarea pur vâscoasă a lichidului. Modelele reologice utilizate descriu, în general, comportarea pseudoplastică a lichidului în care este situată bula cavitatională. Astfel, au fost folosite modelul legea puterii [66, 67], modelul Casson [68], modelul Ellis [69], modelul Carreau [70], modelul Powell-Eyring [71], modelul Shima [72, 73, 74, 75], modelul Sutterby [76], modelul Williamson [77] si modelul Bueche [78]. În toate aceste studii se neglijează efectul gravitatiei, compresibilitatea lichidului si a gazului necondensabil, difuzia gazului si transferul de căldură prin peretele bulei. Miscarea bulei este datorată diferentei de presiune între interiorul si exteriorul cavitătii, exprimată prin raportul q = p_o/p_∞ cu p_o presiunea initială a gazului din bulă.

În aceste conditii miscarea bulei este descrisă de următoarele ecuatii:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 v_r\right)=0 \tag{2.1}$$

$$\rho_l\left(\frac{\partial v_r}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)=-\frac{\partial p}{\partial r}-\frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r}-3\frac{\tau_{rr}}{r} \tag{2.2}$$

în care v_r este componenta vitezei în directia r, ρ_l densitatea lichidului, t timpul si τ_{rr} componenta efortului unitar normal datorat viscozitătii în directia r. Efortul unitar normal datorat viscozitătii are următoarea expresie [79]:

$$\tau_{rr}=-2\eta\frac{\partial v_r}{\partial r} \tag{2.3}$$

În cazul fluidelor nenewtoniene, viscozitatea aparentă, η, este functie de viteza de deformatie, $\dot{\gamma}$, definită în cazul lichidelor incompresibile prin:

$$\dot{\gamma}=\sqrt{\frac{1}{2}I_{\dot{\gamma}2}} \tag{2.4}$$

cu $I_{\dot{\gamma}2}$ al doilea invariant al tensorului vitezei de deformatie:

$$I_{\dot{\gamma}2}=4\left[\left(\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)^2+2\left(\frac{v_r}{r}\right)^2\right] \tag{2.5}$$

Componenta radială a vitezei lichidului se obtine ca solutie a ecuatiei (2.1.) cu conditia la limită $v_r=\dot{R}$ la r = R:

$$v_r=\frac{R^2}{r^2}\dot{R} \tag{2.6}$$

cu $\dot{R}$ (= dR/dt), viteza peretelui bulei.

Înlocuind relatiile (2.3) - (2.6) în ecuatia (2.2.) se obtine:

$$\rho_l\left[\frac{1}{r^2}\left(2R\dot{R}^2+R^2\ddot{R}\right)-2\frac{R^4}{r^5}\dot{R}^2\right]=-\frac{\partial p}{\partial r}-4\frac{\partial \eta}{\partial r}\frac{R^2}{r^3}\dot{R} \tag{2.7}$$

Considerând o evolutie adiabată a gazului din bulă, echilibrul fortelor la peretele bulei se scrie [80]:

$$p(R) = p_o \left(\frac{R_o}{R}\right)^{3\gamma} - \frac{2\sigma}{R} - \left(\tau_{rr}\right)_{r=R} \tag{2.8}$$

cu R_o raza initială a bulei si σ tensiunea superficială la interfata gaz- lichid.

Prin integrarea ecuatiei (2.7.) în intervalul $r \in [R, \infty]$ se obtine ecuatia de miscare a bulei si prin integrarea în intervalul $r \in [r, \infty]$ se obtine ecuatia presiunii în lichid. În general ecuatiile ce descriu miscarea bulei si distributia presiunii în lichid sunt foarte complicate si forma lor este dată de tipul relatiei reologice, $\eta = \eta(\dot{\gamma})$, folosită. Diferitele forme obtinute pot fi consultate în referintele originale.

Ecuatia reologică care modelează comportarea pseudoplastică a lichidului joacă un rol important în descrierea oscilatiei bulei. Figura 2.2 prezintă o comparatie între oscilatia bulei în solutia 0,272% CMC folosind modelul Powell-Eyring [71]:

$$\eta = \mu + \frac{A\, arcsh(\dot{\gamma} / B)}{\dot{\gamma}} \tag{2.9}$$

si legea puterii [67], descris de relatia:

$$\eta = k\dot{\gamma}^{n-1} \tag{2.10}$$

Diferentele sunt sesizabile chiar si pentru primul colaps al bulei. Modelul Powell-Eyring descrie mult mai bine comportarea pseudoplastică a lichidului decât modelul legii puterii însă nu suficient. Deficienta modelului Powell-Eyring este dată de eroarea mare în zona vitezelor de deformatie foarte mici ($\gamma < 10^{-2}$ s^{-1}) si foarte mari ($\gamma > 10^{2}$ s^{-1}). Din acest motiv, folosirea ecuatiilor reologice ce pun în evidentă explicit valoarea viscozitătii la viteze de deformatie zero, η_0, si infinit, η_∞, este recomandată [70, 72, 73, 74, 75, 77, 78].

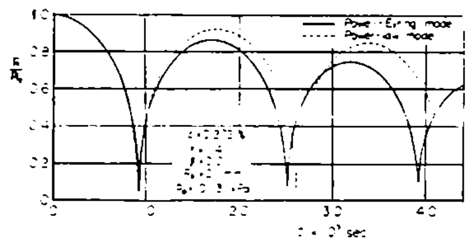


Figura 2.2. Variatia în timp a razei bulei în solutia 0,272% CMC. Ecuatia care descrie oscilatia bulei este obtinută folosind atât relatia Powell-Eyring (linia continuă) cât si modelul legii puterii (linia întreruptă). Figură preluată după Shima si Tsujino [71].

Influenta tipului aditivului asupra comportării dinamice a bulei cavitationale este examinată în [77] folosind trei tipuri de polimeri, carboximetilceluloză (CMC-4H), oxid de polietilenă (PEO-18) si poliacrilamidă (PAM A-20P), în trei concentratii: 0,2%, 0,5% si

1%. Figura 2.3 prezintă variatia viscozitătii aparente a solutiilor cu viteza de deformatie. În aceeasi figură, linia solidă reprezintă modelarea datelor experimentale cu ajutorul modelului Williamson:

$$\eta = \eta_\infty + \frac{\eta_o - \eta_\infty}{1 + (\dot{\gamma} / k)^n} \tag{2.11}$$

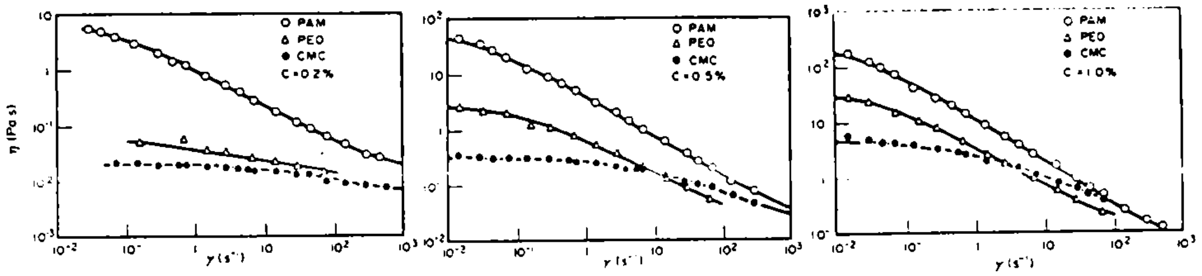


Figura 2.3. Comportarea pseudoplastică a solutiilor CMC-4H, PEO-18 si PAM A20-P. C este concentratia solutiilor. Figură preluată din [77].

Variatia razei bulei în timp este prezentată în Figura 2.4 pentru R_O = 0,01 mm si q = 0.01. Concentratia solutiei de polimeri si tipul aditivului au influentă asupra amortizării oscilatiei bulei. În general, cu cât η_∞ si η_0 au valori mai ridicate cu atât este mai pronuntată amortizarea oscilatiei. În particular, influenta parametrului η_∞ este cea mai mare, η_0 având un rol mai important pentru valori mici ale razei initiale ale bulei (R_O = 0,01 mm) si pentru valori mari ale raportului presiunilor initiale (q = 0,1). În cazul concentratiei 1%, oscilatia bulei în solutia de oxid de polietilenă este supra-amortizată. Figura 2.5 prezintă variatia în timp a presiunii în lichid la peretele bulei pentru q = 0,01 si R_O = 0,01 mm. Valoarea presiunii la peretele bulei creste rapid în stadiul final al colapsului bulei (presiuni impulsive) si acest proces este repetat periodic. Cu cât valoarea lui η_∞ este mai mare si raza initială este mai mică cu atât valoarea presiunii maxime la peretele bulei este mai mică. În cazul oscilatiei supra-amortizată presiunea impulsivă nu este observată, valoarea presiunii maxime în lichid la peretele bulei fiind aproximativ egală cu cea a presiunii statice în lichid p_∞.

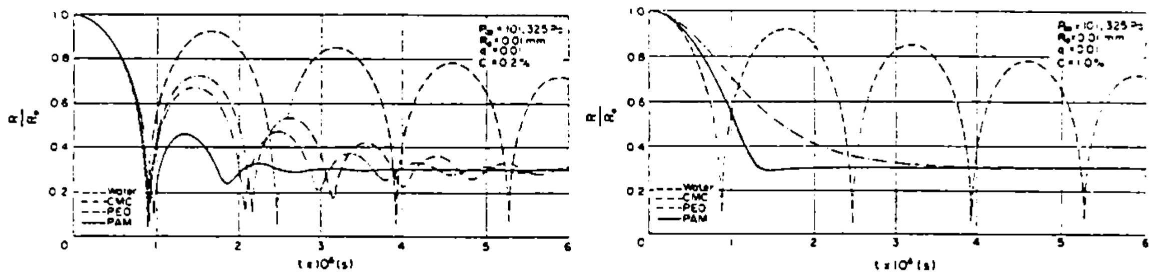


Figura 2.4. Variatia razei bulei în timp în solutii apoase de CMC, PEO si PAM. R_o=0,01 mm si q=0,01. Rezultate comparate cu cazul situării bulei în apă. Concentratia solutiilor este 0,2% (stânga) si 1% (dreapta). Relatia Williamson a fost folosită pentru obtinerea ecuatiei de miscare a bulei [77].

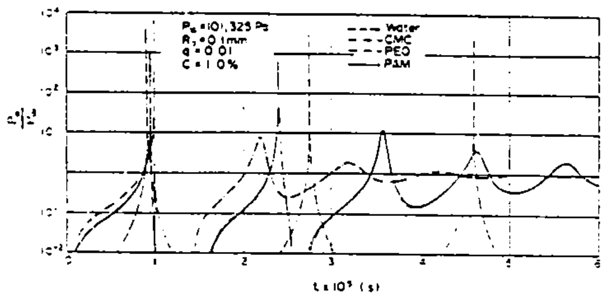


Figura 2.5. Variatia în timp a presiunii în lichid la peretele bulei pentru R_o=0,01 mm si q = 0.01.

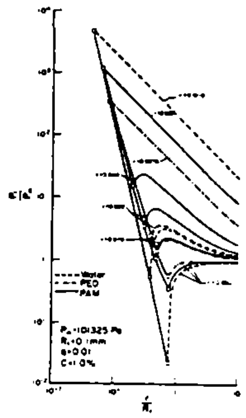


Figura 2.6. Variatia presiunii în lichidul înconjurãtor bulei situatã în diferite solutii de polimeri. Concentratia solutiilor este 1% [77].

Figura 2.6 prezintã distributia presiunii în lichidul înconjurãtor bulei. Ca si în cazul lichidelor newtoniene [80], presiunea maximã la peretele bulei în solutiile de polimeri investigate este atenuatã în raportul 1/r în lichid.

2.1.2. *Efectul difuziei gazului prin peretele bulei*

Lucrãrile care examineazã influenta difuziei gazului sunt restrânse asupra fazei de crestere a bulei. Szekely si Martens [81], Szekely si Fang [82] si Rosner si Epstein [83] pun în evidentã rolul difuziei gazului asupra evolutiei bulei luând în considerare numai efectul tensiunii superficiale.

Cea mai completã lucrare este prezentatã de Burman si Jameson [84] care considerã si inertia lichidului. În acest model, cresterea bulei este datoratã transferului gazului dizolvat din lichid în interiorul cavitãtii iar viteza de crestere este determinatã de diferenta de presiune dintre interiorul si exteriorul bulei, inertia si viscozitatea lichidului, tensiunea superficialã la interfata gaz necondensabil-lichid, difuzivitatea gazului dizolvat din lichid si gradul de saturatie al acestuia. Faza gazoasã din interiorul cavitatii este în echilibru termodinamic cu faza lichidã la interfatã.

Ecuatiile care descriu miscarea bulei sunt (2.1) si (2.2) la care se adaugã ecuatia de difuzie a gazului:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\left[\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial c}{\partial r}\right] - \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l}\right)\frac{R^2\dot{R}}{r^2}\frac{\partial c}{\partial r} \tag{2.12}$$

si ecuatiile de echilibru la interfatã:

$$\rho_g \dot{R} = c(R,t)\frac{\rho_g}{\rho_l}\dot{R} + D\left.\frac{\partial c}{\partial r}\right|_{r=R}$$
$$p_g = H \cdot c|_{r=R} \tag{2.13}$$

În aceste relatii, c este concentratia gazului dizolvat în lichid, D coeficientul de difuzie, ρ_g densitatea gazului din cavitate si H coeficientul lui Henry.

Când cresterea este limitatã de difuzia gazului si de fortele hidrodinamice, presiunea gazului din interiorul bulei descreste odatã cu cresterea volumului bulei si gazul aflat în lichid va difuza, prin peretele bulei, în interiorul cavitãtii. Figura 2.7 prezintã variatia razei bulei în timp pentru un lichid ce respectã legea puterii (2.10) în cazul n = 0,75. Linia continuã reprezintã solutia cu considerarea difuziei gazului iar cea întreruptã cazul limitãrii cresterii bulei numai de cãtre fortele hidrodinamice. Diferentele mici obtinute între cele douã solutii aratã cã difuzia gazului are un efect minor asupra comportãrii bulei. Un rezultat similar este prezentat de Sato si Shima [85] în cazul apei. Acest rol minor al difuziei gazului este dat în principal de valorile foarte mici ale coeficientului de difuzie ($D = 2x10^{-9}$ m^2/s) si a constantei lui Henry ($H = 2x10^{-4}$ $kg/(m^3kPa)$). Difuzia gazului joacã un rol important în cazul în care oscilatia parcurge multe cicluri cu amplitudine mare. Acest caz este specific evolutiei bulei într-un câmp de presiune oscilant. Diferenta între mãrimea suprafetei laterale a bulei la raza maximã si raza minimã, precum si, diferenta între timpul de evolutie al bulei în faza expansiunii maxime si la volum minim face ca o parte din gazul difuzat din lichid în interiorul cavitãtii sã nu fie difuzat înapoi în lichid în faza de colaps a bulei. De aici, o acumulare de gaz în interiorul cavitãtii care îi modificã comportarea dinamicã. Acest mecanism este cunoscut sub numele de *difuzie rectificatã*.

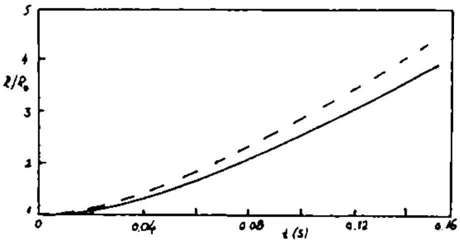


Figura 2.7. Variatia razei bulei în timp într-un lichid nenewtonian ce respectã legea puterii (n= 0,75). Linia continuã denotã solutia cu considerarea difuziei iar cea întreruptã denotã solutia fãrã considerarea difuziei. Figurã adaptatã dupã Burman si Jameson [84].

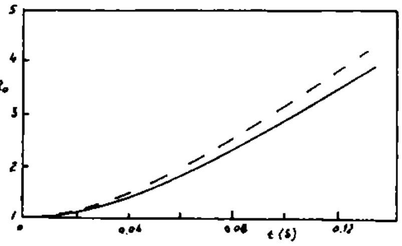


Figura 2.8. Influenta transferului de caldurã prin peretele bulei asupra evolutiei acesteia. Linia întreruptã indicã solutia fãrã considerarea transferului de cãldurã. Figurã adaptatã dupã Street s.a. [86].

2.1.3. *Efectul transferului de cãldurã prin peretele bulei*

Street s.a. [86] analizeazã acest aspect în cazul unui lichid care respectã modelul reologic legea puterii. Se considerã cazul unei bule ce creste datoritã diferentei de presiune între exteriorul si interiorul cavitãtii. Aceastã expansiune a bulei induce atât gradienti de concentratie (datoritã reducerii presiunii gazului din interiorul cavitãtii) cât si gradienti de temperaturã (datoritã rãcirii adiabatice a gazului) în lichid si , consecutiv, un transfer de masã si cãldurã prin peretele bulei. Ecuatiile care guverneazã miscarea bulei sunt (2.1), (2.2), (2.12), (2.13) plus ecuatia de transfer termic:

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{1}{\rho_l c_l r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 k_l \frac{\partial T}{\partial r}\right)-\frac{R^2\dot{R}}{r^2}\frac{\partial T}{\partial r} \qquad (2.14)$$

si ecuatia de echilibru la interfatã:

$$p_g R + \frac{1}{R^2}\frac{d}{dt}\left(\rho_g U_g \frac{R^3}{3}\right) = k_g\left(T_i - T_g\right) + H_{gi} D \frac{\partial c}{\partial r}\bigg|_{r=R} \tag{2.15}$$

În aceste ecuatii c_l este capacitatea calorică a lichidului, k_L este conductivitatea termică a lichidului, U_g este energia internă a gazului din interiorul bulei si H_{gi} entalpia gazului.

Figura 2.8 prezintă efectul transferului de căldură prin peretele bulei în comparatie cu cazul adiabatic (linia întreruptă). Efectul transferului de căldură se manifestă prin amortizarea cresterii bulei. Această influentă este însă redusă. Efectul viscozitătii este oricum mai important decât cel al transferului de căldură.

Studiul prezentat anterior are ca ipoteză de bază echilibrul termodinamic la interfata gaz-lichid. O consecintă imediată a acestei ipoteze este că viteza de condensare a vaporilor din interiorul cavitătii, este infinită iar presiunea vaporilor este cea corespunzătoare valorii de echilibru descrisă de ecuatia Clausius-Clapeyron. Viteza de condensare a vaporilor este însă finită [87]. În faza finală a colapsului este posibil ca viteza peretelui bulei să fie suficient de mare pentru ca vaporii din interior să nu aibă timp să condenseze. Se vor comporta ca un gaz necondensabil care poate fi comprimat la presiuni înalte modificând comportarea dinamică a bulei cavitationale. Pare a fi un efect important si, prin urmare, influenta vitezei finite de condensare a vaporilor asupra dinamicii bulei cavitationale situată într-un lichid incompresibil cu comportare pseudoplastică a fost investigată analitic si numeric în [88]. Debitul masic, pe unitatea de suprafată, de vapori condensati sau lichid evaporat este [87]:

$$W' = \frac{\alpha_M}{\sqrt{2\pi R_v}}\left(\frac{p_{l,v}}{\sqrt{T_L}} - \frac{p_v}{\sqrt{T_i}}\right) \tag{2.16}$$

unde α_M este un coeficient de acomodare pentru condensare sau evaporare (presupus constant), R_v constanta vaporilor, T_L temperatura lichidului la interfată, T_i temperatura amestecului de gaze (gaz necondensabil si vapori), $p_{l,v}$ presiunea de echilibru a vaporilor (Clausius-Clapeyron) si p_v presiunea vaporilor. Coeficientul α_M poate lua valori între 0 si 1; cu cât α_M are valori mai mari cu atât condensarea vaporilor este mai rapidă. Fujikawa si Akamatsu [89] sugerează că valoarea 0,04 pentru α_M descrie cel mai bine viteza finită de condensare a vaporilor. Formularea matematică completă, în ipotezele simplificatorii adoptate, este prezentată în detaliu în [88].

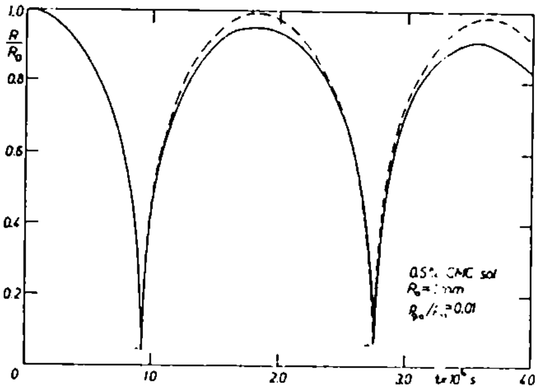


Figura 2.9. Variatia în timp a razei bulei situată în solutia 0,5%CMC. Linia continuă reprezintă solutia modelului care tine seama de viteza finită de condensare a vaporilor si de transferul de căldură prin peretele bulei. Linia întreruptă este solutia modelului adiabatic. Figură preluată din [88].

Comportarea dinamică a bulei cavitationale situată în trei solutii apoase de carboximetilceluloză (CMC) în concentratie 0,2%, 0,5% si 1%, a căror caracteristică pseudoplastică este prezentată în Figura 2.3, este investigată. Rezultatele obtinute sunt comparate cu cele ale modelului adiabatic [77]. Figura 2.9 se referă la oscilatiile libere ale bulei situată în solutia 0,5% CMC atunci când raza initială a bulei este R_o = 1 mm. În figură, linia întreruptă reprezintă solutia modelului adiabatic. Colapsul bulei este mai lent în comparatie cu cazul adiabatic iar raportul de amortizare al razei maxime, R_{max}, după primul colaps, $|R_{max}-R_o|/R_o$ este 5,8% pentru cazul prezent si numai 0,7% pentru cazul adiabatic. În plus, viteza finită de condensare a vaporilor si transferul de căldură prin peretele bulei conduc la o usoară prelungire a timpului de colaps al bulei.

Cele mai critice secvente din evolutia bulei cavitationale au loc în faza finală a colapsului. Aici presiunea si temperatura lichidului la peretele bulei ating cele mai mari valori. Pentru o mai clară imagine în ceea ce priveste diferentele între cele două modele se preferă prezentarea variatiei cu raza initială a bulei, R_o a unor parametrii critici. Figurile 2.10 si 2.11 prezintă valorile presiunii maxime la peretele bulei $p_{w,max}$ / p_∞ si, respectiv, ale temperaturii maxime în lichid la peretele bulei $T_{L,max}$ / T_∞ , pentru diferite valori R_o si cele trei concentratii ale solutiilor de polimeri în comparatie cu cazul apei.

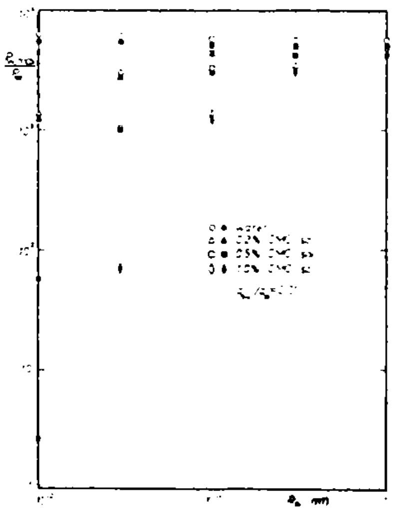


Figura 2.10. Variatia presiunii maxime în lichid la peretele bulei cu raza initială a acesteia. Bula este situată în solutii apoase de carboximetilceluloză. Simbolurile albe indică solutia adiabatică iar cele negre solutia cu considerarea transferului de căldură prin peretele bulei. Figură preluată din [88].

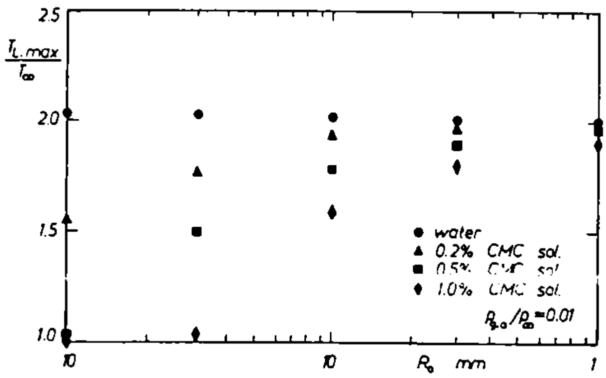


Figura 2.11. Variatia temperaturii maxime în lichid la peretele bulei cu raza initială a acesteia. Bula este situată în solutii apoase de carboximeticeluloză. Simbolurile albe indică solutia adiabatică iar cele negre solutia cu considerarea transferului de căldură prin peretele bulei. Figură preluată din [88].

Ambele valori descresc la cresterea concentratiei solutiei si la descresterea razei initiale a bulei. Ca o exceptie, o usoară crestere a acestor valori cu R_o este observată în cazul apei. Pentru concentratii mai mari de 0,5% si valori R_o< 0,03 mm influenta vitezei finite de condensare a vaporilor si a transferului de căldură prin peretele bulei este nesemnificativă. În plus, pentru R_o = 0,01 mm si C = 1% valoarea lui $T_{L,max}$ este egală cu cea a temperaturii în lichid la infinit, indicând o evolutie adiabată a amestecului de gaze din interiorul bulei. În acest caz comportarea bulei este apropiată de cea supra-amortizată dată de valoarea ridicată a viscozitatii lichidului corespunzătoare vitezei de deformatie infinită, η_∞.

2.1.4. *Efectul câmpului electric aplicat lichidului (efectul Winslow)*

În 1875, Kerr [4] pune în evidentă efectul câmpului electric asupra proprietătilor fizice ale glicerinei si anumitor uleiuri, iar începând cu anii 40, Winslow [79] foloseste acest efect în aplicatiile din domeniul mecanic. Principala caracteristică a efectului Winslow este cresterea viscozitătii la aplicarea unui câmp electric. Ceea ce contribuie la cresterea viscozitătii este componenta câmpului electric perpendiculară pe directia de curgere a lichidului.

Shima s.a. [90] examinează influenta efectului Winslow asupra comportării dinamice a bulei individuale. Ipotezele în care se situează acest studiu sunt cele prezentate în paragraful 2.1.1., astfel încât, ecuatiile care descriu miscarea bulei sunt (2.1) si (2.2). Lichidul ales este un ulei naftenic a cărui comportare pseudoplastică este modelată cu o relatie cu cinci constante:

$$\eta = \eta_{\infty} + \frac{\eta_1 \dot{\gamma} + \eta_2}{\dot{\gamma}^2 + \dot{\gamma}\eta_3 + \eta_4} \tag{2.17}$$

Rezultatele obtinute sunt prezentate prin comparatie între cazul neaplicării câmpului electric si cazul aplicării unui câmp electric cu valoarea $1,18 \times 10^3$ kV/m.

Figura 2.12 prezintă efectul câmpului electric asupra variatiei in timp a razei bulei. Pentru R_O = 1 mm, efectul se manifestă prin amortizarea oscilatiei bulei în timp ce pentru R_O = 0,01 mm, influenta câmpului electric este neglijabilă. Aceleasi tendinte sunt regăsite si în ceea ce priveste variatia presiunii la peretele bulei. Reducerea valorii presiunii maxime obtinute pentru primul colaps al bulei este de aproximativ 20% pentru R_O = 1 mm, 23% pentru R_O = 0,1 mm si numai 3% pentru R_O = 0,01 mm. Parametrul reologic cu cea mai mare influentă asupra comportării dinamice a bulei cavitationale este η_{∞} , influenta celorlalti parametrii reologici, pentru conditiile investigate, fiind nesemnificativă.

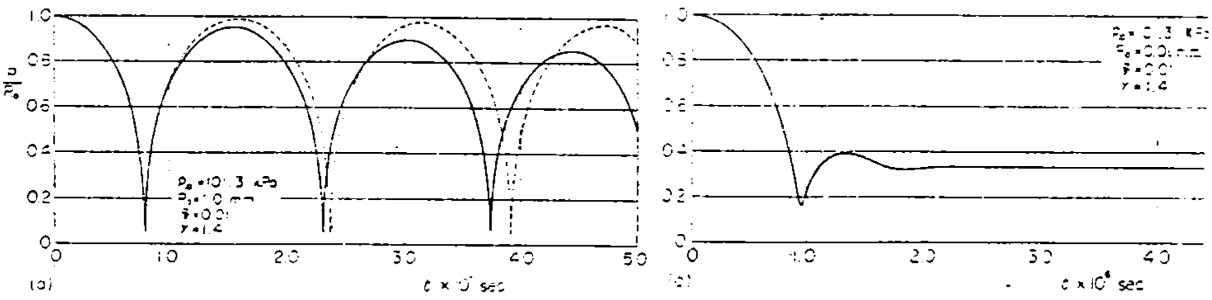


Figura 2.12. Influenta efectului Winslow asupra variatiei în timp a razei bulei. Linia continuă indică solutia obtinută la aplicarea câmpului electric. Linia întreruptă indică solutia obtinută fără aplicarea câmpului electric. Lichidul de lucru este uleiul naftenic. Figuri preluate după Shima s.a. [90].

2.1.5. *Influenta elasticitătii lichidului*

Influenta elasticitătii lichidului asupra comportării bulei este investigată analitic si numeric de Fogler si Goddard [91] , Hara si Schowalter [92] si Kim [93] folosind modelul

Maxwell, de Tanasawa si Yang [94], Ting [95] si Tsujino s.a. [96] folosind modelul Oldroyd si de Shima s.a. [97] folosind modelul Jeffreys. Ting [98] examinează influenta transferului de căldura prin peretele bulei situată într-un lichid viscoelastic iar Inge si Bark [99] analizează influenta tensiunii superficiale a lichidului. O recenzie amplă a acestui subiect, până în 1984, este dată de Schowalter [100].

Tsujino s.a. [96] discută efectul parametrilor viscoelastici asupra comportării oscilatiei bulei folosind modelul Oldroyd cu trei constante. Ecuatia reologică a acestui model, care are ca parametrii viscozitatea, η_o, timpul de relaxare, λ_1,si timpul de întârziere, λ_2, este:

$$\tau_{rr} + \lambda_1 \frac{D\tau_{rr}}{Dt} = -2\eta_o\left(e_{rr} + \lambda_2 \frac{De_{rr}}{Dt}\right) \tag{2.18}$$

cu e_{rr} viteza de deformatie si D/Dt derivata substantială. Pentru generalizarea solutiei, autorii introduc următoarele mărimi adimensionale:

$$\beta = \frac{R}{R_o}; \qquad We = \frac{R_o p_\infty}{2\sigma}; \qquad \eta^* = \frac{\eta_o}{R_o\sqrt{p_\infty \rho_l}}; \qquad q = \frac{p_o}{p_\infty};$$

$$\lambda_1^* = \frac{\lambda_1}{R_o}\sqrt{\frac{p_\infty}{\rho_l}}; \qquad \lambda_2^* = \frac{\lambda_2}{R_o}\sqrt{\frac{p_\infty}{\rho_l}}; \qquad \tau = \frac{t}{R_o}\sqrt{\frac{p_\infty}{\rho_l}}; \tag{2.19}$$

Figurile 2.13 si 2.14 prezintă influenta timpului de relaxare, λ_1, respectiv a timpului de întârziere, λ_2, asupra variatiei în timp a razei bulei. Cu cât valoarea lui λ_1 este mai mică si valoarea lui λ_2 este mai mare cu atât amortizarea oscilatiei este mai mare. La descresterea viscozitătii lichidului, η_o, efectul celor doi parametrii asupra amortizării oscilatiei este mai mic. Timpul de relaxare caracterizează componenta elastică a lichidului în timp ce timpul de întârziere caracterizează componenta vâscoasă. Relatia de ordonare între λ_1, λ_2 si timpul de colaps al bulei, T_c, determină componenta lichidului cu cea mai mare influentă asupra oscilatiei bulei. Dacă $\lambda_1 > T_c$, miscarea bulei este dominată de elasticitatea lichidului, iar pentru $\lambda_2 > T_c$, dominantă este componenta vâscoasă. În aceste conditii, raportul λ_1/λ_2 caracterizează influenta celor două componente ale lichidului asupra miscării bulei.

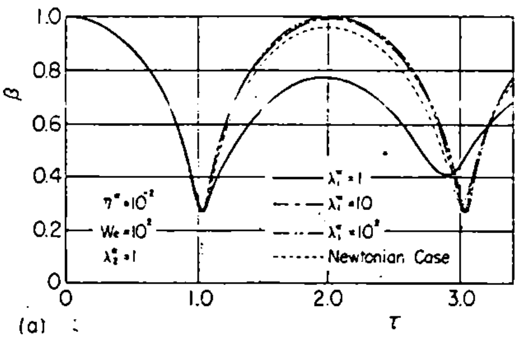


Figura 2.13. Influenta timpului de relaxare asupra oscilatiei bulei. Raza initială a bulei este R_o=0.1 mm. Relatia Oldroyd cu trei constante este folosită pentru obtinerea ecuatiei de miscare a bulei. Figură preluată după Tsujino s.a. [96].

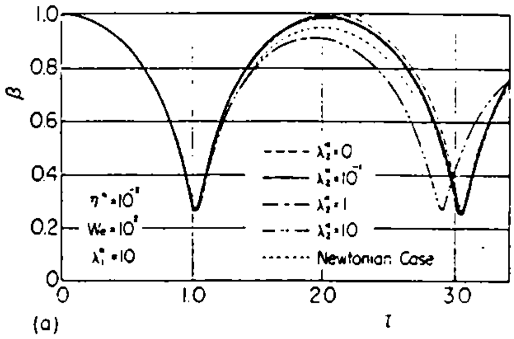


Figura 2.14. Influenta timpului de întârziere asupra oscilatiei bulei. Raza initială a bulei este R_o= 0.1 mm. Relatia Oldroyd cu trei constante este folosită pentru obtinerea ecuatiei de miscare a bulei. Figură preluată după Tsujino s.a. [96].

Determinarea valorilor λ_1 si λ_2 este , însă, dificilă din punct de vedere experimental. Timpul de relaxare poate fi estimat folosind efectul Weissenberg, si Inge si Bark [99] si McComb si Ayyash [101] precizează că timpul de relaxare al solutiilor de polimeri de joasă concentratie poate fi cuprins între 10^{-5} si 10^{-3} s. Astfel, influenta elasticitătii lichidului ar trebui să fie dominantă pentru bulele cu raza initială R_0 mai mică de 1 mm, dacă $\lambda_1/\lambda_2 > 1$. Această concluzie este, în parte, sustinută experimental de Shima s.a. [102] în cazul solutiei de poliacrilamidă în concentratie 0,1 si 0,05%. La aceste concentratii, componenta vâscoasă a lichidului este neglijabilă. Doar pentru $R_0 < 0{,}05$ mm, timpul de colaps al bulei în ambele solutii de polimeri este mai mic decât în cazul apei (Figura 2.15).

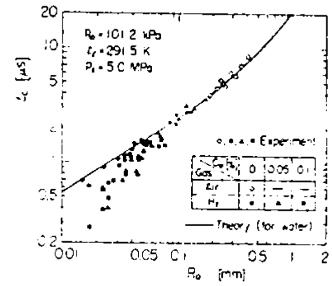


Figura 2.15. Variatia timpului de colaps cu raza initială a bulei în solutii apoase de poliacrilamidă în concentratie 0%(apă), 0,05% si 0,1%. Bulele contin aer sau hidrogen. Linia continuă reprezintă modelarea matematică pentru cazul apei. Colapsul bulei este datorat interactiunii cu o undă de presiune cu amplitudinea maximă p_s = 5 MPa. Figură preluată după Shima s.a. [102].

Influenta elasticitătii si viscozitătii solutiei asupra comportării dinamice a bulei cavitationale este investigată si de Kim [93] folosind modelul Maxwell:

$$\tau + \lambda \frac{D\tau}{Dt} = -2\,\eta\, e \qquad (2.20)$$

Rezultatele obtinute sunt prezentate pentru diferite valori Reynolds $\mathrm{Re} = R_0\sqrt{p_s \rho_l}\,/\,\eta$ si Deborah $De = \lambda / T$, cu $T = \sqrt{R_0^2 \rho_l / \Delta p}$ timpul caracteristic al miscării (aproximativ egal cu timpul de colaps Rayleigh). Figura 2.16 ilustreză influenta numărului Deborah asupra oscilatiei libere a bulei când Re = 2. Dacă De = 0 (lichid fără elasticitate), oscilatia bulei este supra-amortizată. La cresterea valorii De, deci la cresterea valorii timpului de relaxare, λ, colapsul bulei cavitationale este mai rapid iar amplitudinea oscilatiei în ciclurile ulterioare creste. Pe de altă parte, cu cât valoarea numărului Deborah este mai mare cu atât colapsul bulei este mai putin violent în faza finală a acestuia. Pentru o mai bună întelegere a acestor efecte se prezintă în Figura 2.17 variatia diferentei eforturilor normale, $\tau_{rr}-\tau_{\theta\theta}$, la peretele bulei, în timp. Cresterea valorii numărului Deborah implică valori mici ale efortului viscoelastic în faza initială a colapsului dar, în faza finală, valoarea efortului viscoelastic creste considerabil. În consecintă, desi, initial, colapsul este mai rapid, în stadiul final efectul elasticitătii lichidului se manifestă prin atenuarea colapsului catastrofal al bulei. Câteva precizări sunt, însă, necesare în special în legătură cu rezultatele prezentate în Figura 2.16. În cazul apei, pentru o valoare p_s = 1 bar si Re = 2, raza initială a bulei este $R_0 = 2\times10^{-7}$ m si, în acest caz, influenta elasticitătii lichidului asupra colapsului bulei este importantă. Această influentă devine cu atât mai redusă cu cât raza initială a bulei este mare si Figura 2.18 ilustrează acest lucru. Aici $R_0 = 10^{-6}$ m. Această ultimă consideratie este sustinută si de Hara si Schowalter [92]. De fapt, când R_o = 0,1 mm, Hara si Schowalter nu găsesc nici o influentă a elasticitătii lichidului chiar si la valori De = 10^5 . Se poate concluziona că influenta elasticitătii lichidului asupra comportării dinamice a bulei cavitationale este semnificativă pentru raze foarte mici ale bulei. Valoarea limită a razei initiale a bulei este mai mică de 0,01 mm [93].

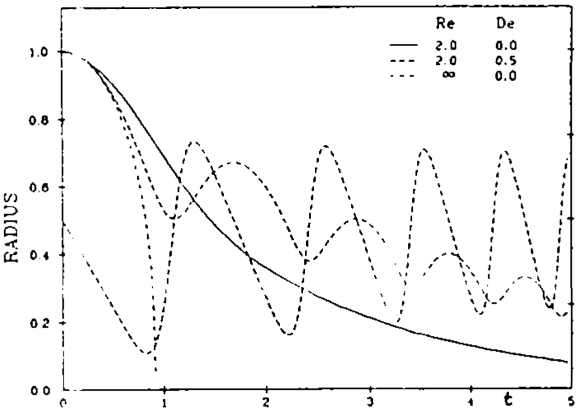


Figura 2.16 . Influenta numărului Deborah asupra oscilatiei libere a bulei când Re=2. Relatia Maxwell a fost folosită pentru obtinerea ecuatiei de miscare a bulei. Figură preluată după Kim [93].

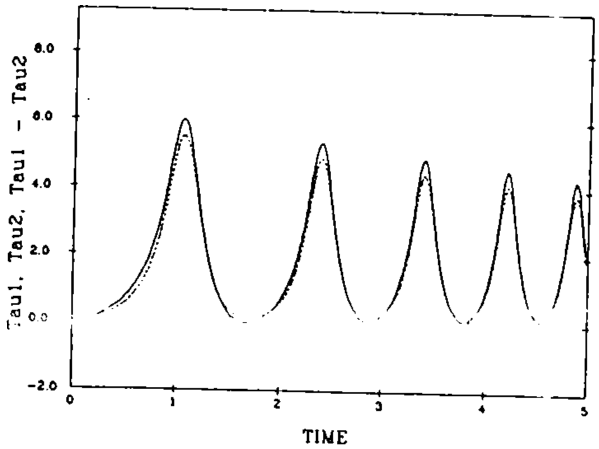


Figura 2.17. Variatia în timp a efortului viscoelastic pentru diferite valori Deborah. De remarcat cresterea substantială a efortului la cresterea valorii Deborah în faza finală a colapsului bulei. Figură preluată dupa Kim [93].

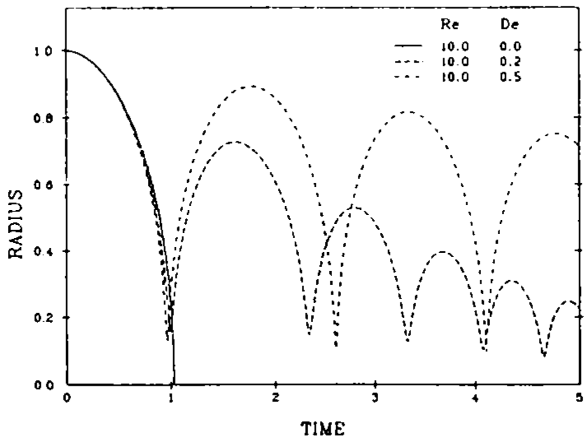


Figura 2.18. Influenta numărului Deborah asupra oscilatiei libere a bulei când Re=10. Figură preluată după Kim [93].

2.2. Comportarea bulei cavitationale nesferice în lichide nenewtoniene

Complexitatea ecuatiilor ce descriu comportarea bulei nesferice în lichide nenewtoniene face ca această problemă să fie foarte putin tratată în literatură. Hara si Schowalter [92] investighează acest caz folosind metoda perturbatiilor dezvoltată de Prosperetti [103]. Suprafata bulei r (θ, φ, t) este dată de

$$r(\theta,\varphi,t) = R(t) + \varepsilon \cdot a_n(t) \cdot Y_n(\theta,\varphi) + O(\varepsilon^2) \tag{2.21}$$

în care R(t) este raza bulei sferice echivalente, Y_n o suprafată sferică armonică, a_n amplitudinea armonicei corespunzătoare si ε un parametru ce descrie mărimea fiecărui termen. Ecuatia constitutivă este de tip Maxwell, similară cu cea utilizată de Fogler si Goddard [91]:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\int_{-\infty}^{t} N(t - t')e_{ij}(t')dt' \tag{2.22}$$

În aceste relatii e_{ij} reprezintă componentele tensorului viteză de deformatie si N functia de relaxare. Descrierea completă a formulării matematice este foarte complicată pentru a putea fi detaliată în acest paragraf. Poate fi consultată în referintele [92], [94] si, în parte, în [104].

Influenta viscozitătii si elasticitătii lichidului asupra comportării bulei este exprimată prin mărimile adimensionale:

$$Re = \frac{R_0^2 \rho_l}{\mu \tau_0}; \qquad De = \frac{\lambda}{\tau_0}; \qquad \Pi = \frac{p_0}{p_v - p_\infty}; \qquad \tau_0 = \sqrt{\frac{R_0^3 \rho_l}{\sigma}} \tag{2.23}$$

Figura 2.19 prezintă influenta viscozitătii si elasticitătii lichidului asupra colapsului nesferic al bulei, pentru Π = - 0,1. Efectul elasticitătii lichidului se manifestă mai pronuntat în cazul bulelor nesferice, dar dominante asupra oscilatiei bulei rămân efectele viscozitătii si inertiei lichidului.

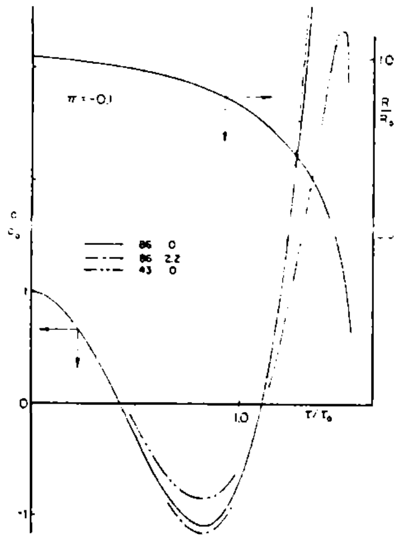


Figura 2.19. Influenta viscozitătii si a elasticitătii lichidului asupra evolutiei temporale a bulei nesferice. În momentul initial bula nu este sferică, amplitudinea abaterii de la forma sferică fiind dată de termenul a_n. Figură preluată după Hara si Schowalter [92].

Investigatiile experimentale asupra comportării bulei cavitationale nesferice sunt extrem de reduse. Chahine si Fruman [105] par a fi singurii care examinează comportarea bulei în solutii de polimeri, atât în apropierea unei frontiere solide cât si într-un lichid nelimitat. În experimentul lor, bulele sunt generate cu scântei electrice într-o solutie apoasă de oxid de polietilenă Polyox WSR-301 în concentratie 250 ppm. În cazul bulelor sferice nu există o diferentă detectabilă între comportarea bulei în apă si solutia de polimeri. De notat că mărimea bulelor obtinute este mai mare de 5 mm (între 5 si 40 mm). Diferente semnificative sunt obtinute în cazul evolutiei bulei în apropierea unui perete solid. În acest caz, se examinează evolutia în timp a zonei superioare a bulei, zonă în care jetul poate fi initiat (punctul A în Figura 2.20).

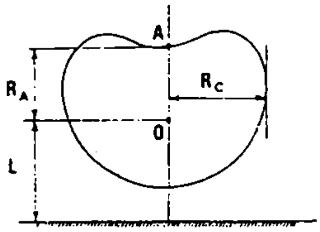


Figura 2.20. Caracteristicile geometrice ale bulei în apropierea unui perete solid.

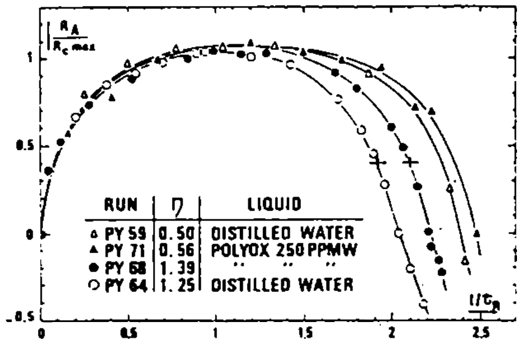


Figura 2.21. Comparatie între comportarea bulei în apă si solutia Polyox WSR-301 în concentratie 250 ppm.

Figuri preluate după Chahine si Fruman [105].

Distanta R_A împartită la dimensiunea maximă a bulei în directie laterală, $R_{c\,max}$, este prezentată grafic functie de timp în Figura 2.21. Aici τ_R este timpul de colaps Rayleigh iar $\eta = R_{c\,max} / L$. În faza de crestere a bulei nu există diferente între cazul apei si al solutiei de polimeri. După ce bula atinge dimensiunea maximă, efectul aditivării cu polimeri se manifestă prin întârzierea miscării punctului A înspre peretele solid, efect cu atât mai important cu cât valoarea lui η este mai mare. Aceasta dă o primă indicatie asupra diminuării intensitătii jetului si, consecutiv, a reducerii distrugerilor cavitationale prin aditivare cu polimeri.

Comportarea bulei cavitationale situată în lichide nenewtoniene aflate în miscare este investigată experimental de Kezios si Schowalter [106]. Bulele sunt generate cu ajutorul unui laser cu rubin cu emisie sacadată (durata pulsului 30 ns), în solutii apoase de poliacrilamidă si oxid de polietilenă în concentratii 500 până la 2000 ppm. În momentul focalizării razei laserului, lichidul se află într-o miscare de tip Couette (între doi cilindrii, cilindrul interior având viteza unghiulară ω), comportarea bulei fiind filmată cu până la 35.000 imag./s cu o cameră Cordin. Pentru determinarea abaterii bulei de la forma sferică, fiecare cadru fotografic este mărit de 18,5 ori. Figura 2.22 arată modul în care semiaxa mare, a, si cea mică, b, sunt determinate. Notatiile α si β se referă la dimensiunile măsurate pe fotocopia mărită, în timp ce a si b se referă la dimensiunile bulei. Mărimea deformatiei bulei este dată de relatia:

$$A = a - R \cong 2(R - b) \tag{2.24}$$

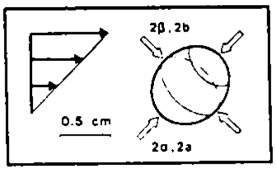


Figura 2.22. Fotocopia mărită a bulei si definirea axelor bulei.

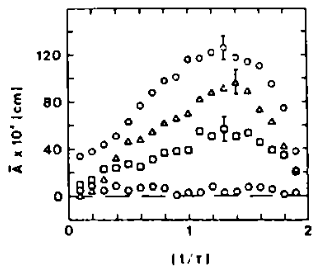


Figura 2.23. Amplitudinea deformatiei în diferite momente ale evolutiei bulei în apă. ○ ω=0; □ ω=360; △ ω=575; ○ ω=865 rpm [106].

Figura 2.23 prezintă amplitudinea deformatiei bulei, A, în diferite momente ale evolutiei bulei în cazul apei. Valoarea maximă a deformatiei bulei se găseste la o valoare t / T = 1,4, deci în faza de colaps a bulei. Cu cât valoarea vitezei unghiulare a cilindrului interior, ω, si deci gradientul vitezei este mai mare, cu atât deformatia bulei este mai pronuntată. Efectul aditivării cu polimeri se manifestă prin reducerea substantială a amplitudinii deformatiei bulei, observată pentru toti aditivii testati. Intervalul în care se manifestă această diminuare este de la mai putin de 15%, în cazul solutiei de 500 ppm oxid de polietilenă (PEO), până la mai mult de 50%, pentru solutia de 1000 ppm poliacrilamidă (PAM). Kezios si Schowalter explică aceste rezultate prin cresterea puternică a viscozitătii solutiilor relativ la cresterea elasticitătii, cu toate că elasticitatea solutiilor nu a fost măsurată. Importanta studiului lui Kezios si Schowalter constă în faptul că este primul care studiază comportarea bulei, chiar si sub forma abaterii de la sfericitate, într-un lichid nenewtonian aflat în miscare. În acest caz, aditivarea cu polimeri conduce la reducerea nesfericitătii bulei cavitationale.

2.3. Concluzii si directionarea activitătii în domeniul dinamicii bulei cavitationale în lichide nenewtoniene

Unul din scopurile studiului comportării dinamice a bulei cavitationale în lichide nenewtoniene îl constituie explicarea mecanismului de inhibare a evolutiei fenomenului cavitational prin aditivarea apei cu mici cantităti de polimeri. Observatiile experimentale care pun în evidentă acest aspect sunt inhibarea incipientei cavitationale, reducerea valorilor presiunilor de soc cavitationale si reducerea distrugerilor cavitationale. Pe de altă parte, procesele mediate de cavitatie în aplicatiile chirurgicale ale laserilor, cum ar fi chirurgia intraoculară cu laser si litotritia indusă cu laser, implică cunoasterea si reducerea efectelor colaterale generate de evolutia plasmei si a bulei cavitationale.

Aspectul cel mai important al comportării dinamice a bulei cavitationale situată în lichide nenewtoniene îl reprezintă identificarea parametrilor termo si hidrodinamici care influentează oscilatia bulei. În cazul în care bula este situată într-un câmp de presiune constant comportarea ei dinamică este influentată de **(a)** viscozitatea lichidului, **(b)** elasticitatea lichidului, **(c)** transferul de căldură prin peretele bulei, **(d)** viteza finită de condensare a vaporilor din interiorul cavitătii, **(e)** difuzia gazului prin peretele bulei, **(f)** compresibilitatea gazului (amestecului de gaze) din interiorul cavitătii, **(g)** compresibilitatea lichidului, **(h)** prezenta unei frontiere în vecinătatea bulei, **(i)** miscarea initială a lichidului în care evoluează bula cavitatională.

Influenta viscozitătii lichidului se manifestă prin amortizarea oscilatiei bulei iar în cazul lichidelor nenewtoniene influenta viscozitătii corespunzătoare vitezei de deformatie infinită este esentială. Amplitudinea amortizării oscilatiei bulei creste la descresterea razei maxime a bulei. Efectul elasticitătii lichidului constă în reducerea timpului de colaps al bulei si diminuarea vitezei peretelui bulei în faza finală a colapsului dar este semnificativ doar pentru bulele a căror rază maximă este mai mică de 10^{-2} mm. Influenta transferului de căldură si a difuziei gazului prin peretele bulei precum si influenta vitezei finite de condensare a vaporilor din interiorul cavitătii asupra oscilatiei bulei situată într-un câmp de presiune constant este minoră. Aceste influente sunt importante în cazul în care bula este situată într-un câmp de presiune oscilant si sunt datorate mecanismului de difuzie rectificată al transferului de căldură si masă prin peretele bulei. Atât efectul compresibilitătii gazului din interiorul cavitătii cât si cel al compresibilitătii lichidului în care este situată bula nu sunt investigate. Detalii se cunosc atunci când bula este situată în apă si efectul compresibilitătii lichidului se manifestă prin amortizarea oscilatiei bulei. Amortizarea oscilatiei bulei datorată compresibilitătii lichidului este mai mare decât cea indusă de viscozitatea lichidului. Prezenta unei frontiere solide sau lichide în vecinătatea bulei conduce la pierderea simetriei sferice a colapsului bulei si la formarea unui jet lichid care străbate interiorul bulei. În cazul bulei situată în vecinătatea unui perete solid Chahine si Fruman [105] precizează numai tendinta de reducere a vitezei jetului prin aditivarea apei cu polimeri dar mărimea acestei reduceri rămâne necunoscută. Nu se cunosc detalii referitoare la comportarea bulei situată în lichide nenewtoniene si în vecinătatea unei suprafete libere. În cazul bulei situată într-un lichid în miscare Kezios si Schowalter [106] pun în evidentă doar abaterea de la sfericitate a bulei. Detaliile referitoare la formarea jetului lichid în interiorul bulei si distributia presiunii în lichid sunt necunoscute

Următoarele aspecte ale comportării dinamice a bulei cavitationale situată in lichide nenewtoniene rămân o problemă deschisă pentru studiile teoretice si experimentale:

A. *Cazul bulei situată într-un lichid extins la infinit*

1. Modelarea teoretică a amortizării foarte mari a celui de-al doilea ciclu de oscilatie a bulei. Această amortizare, observată în cazul oscilatiei bulei situată în apă, exprimată prin raportul razelor maxime din al doilea si primul ciclu de oscilatie al bulei, este aproximativ 0,3.
2. Existenta oscilatiei supra-amortizate a bulei. Desi remarcată teoretic este nedovedită experimental. Dimensiunea foarte mică la care este remarcată această oscilatie implică serioase dificultăti experimentale pentru generarea bulei.
3. Determinarea experimentală a vitezei peretelui bulei. Dificultătile experimentale majore constau în lipsa de precizie a vizualizării la viteze de filmare mai mari de 5 milioane de imagini/s datorate dimensiunii foarte mici a bulei (de ordinul micronilor) si vitezei foarte mari a interfetei în faza finală a colapsului bulei.
4. Determinarea distributiei de presiune în lichidul înconjurător bulei precum si stabilirea legii de atenuare a amplitudinii presiunii în lichid.

B. *Cazul bulei situată în apropierea unei frontiere solide sau lichide.*

1. Modelarea matematică a evolutiei bulei în vecinătatea unei frontiere solide sau lichide în lichide nenewtoniene. Dificultătile sunt date de complexitatea ecuatiilor de miscare si de viteza mare a interfetei.
2. Observarea experimentală a evolutiei bulei în lichide nenewtoniene la diferite distante relative a acesteia fată de frontieră.
3. Determinarea vitezei peretelui superior si inferior al bulei si explicarea mecanismului de formare a jetului lichid care străbate bula în timpul colapsului.
4. Influenta viscoelasticitătii lichidului asupra migratiei bulei înspre peretele solid si mecanismul care generează această migratie.
5. Formarea inelului vortex ca urmare a distrugerii simetriei colapsului prin formarea jetului.
6. Determinarea distributiei presiunii în lichidul înconjurător bulei.
7. Influenta miscării initiale a lichidului în care este situată bula cavitatională asupra comportării ei dinamice.
8. Influenta dimensiunii maxime a bulei cavitationale asupra comportării ei dinamice.

Prezenta lucrare îsi propune sã investigheze o parte a acestor aspecte. În prima parte se stabileste un model matematic care descrie comportarea dinamicã a bulei cavitationale sferice si care include viscozitatea si compresibilitatea lichidului nenewtonian. Variatia razei bulei în timp, viteza peretelui bulei, timpul de colaps si distributia presiunii în lichidul înconjurãtor bulei sunt obtinute în functie de raportul initial între presiunea gazului din interiorul cavitãtii si presiunea lichidului ambiant, de raza initialã a bulei si de viscozitatea lichidului. Scopul urmãrit este modelarea teoreticã a oscilatie bulei situatã într-un lichid extins la infinit si, în special, a amortizãrii foarte mari a celui de-al doilea ciclu de oscilatie al bulei. În partea a doua se stabilesc câteva aspecte fizice fundamentale referitoare la comportarea bulei situatã într-un lichid extins la infinit dar si în apropierea unui perete solid în lichide nenewtoniene. Principalele instrumente investigative sunt cinematografia ultrarapidã, cu pânã la 1 milion de imagini/s, si interferometria holograficã. Este investigatã influenta viscoelasticitãtii lichidului asupra comportãrii dinamice a bulei în functie de distanta relativã a acesteia fatã de peretele solid. Calitativ, folosind interferometria holograficã, se evidentiazã si distributia de presiune în lichidul înconjurãtor bulei. Detaliile investigatiilor matematice si experimentale precum si concluziile stabilite se prezintã în urmãtoarele capitole.

3. Proprietățile fizice ale lichidelor testate

Dinamica bulei cavitationale situată în lichide nenewtoniene este studiată analitic, numeric si experimental în două solutii de polimeri, o solutie apoasă de carboximeticeluloză (CMC-L, greutate moleculară $6x10^5$) si o solutie apoasă de poliacrilamidă (PAM-Medasol, greutate moleculară $2,8x10^6$), în concentratie 0,5% în greutate. Investigatii numerice sunt realizate si pentru cazul bulei situată în sânge uman cu scopul de a obtine o primă informatie asupra efectelor colaterale generate în litotritia indusă cu laser de evolutia bulei cavitationale. Toate rezultatele sunt comparate cu cazul în care bula este situată în apă. Se prezintă în acest capitol proprietătile fizice ale lichidelor testate.

3.1. Viscozitatea aparentă a solutiilor

Caracteristica vâscoasă a solutiilor este definită în curgere permanentă de forfecare prin viscozitatea aparentă

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \tag{3.1}$$

cu τ efortul de frecare si $\dot{\gamma}$ viteza de deformatie.

În cazul solutiilor apoase de polimeri viscozitatea aparentă este determinată folosind un reometru con-placă Shimadzu (model RM1) care măsoară momentul necesar pentru a roti conul separat de placă printr-o probă din lichidul testat. Diametrul conului si al plăcii este 50 mm iar unghiul conului 2^0. Turatia conului poate fi modificată între 0,0077 si 776 rot/min cu fluctuatii mai mici de 0,1%. Pentru toate testele distanta între con si placă a fost 12 μm iar volumul de lichid introdus între con si placă 2 ml. Viteza de deformatie este calculată cu relatia:

$$\dot{\gamma} = \frac{\pi N}{30 \sin\theta} \tag{3.2}$$

unde N este turatia conului si θ unghiul conului, iar efortul de frecare folosind relatia:

$$\tau = \frac{3M}{2\pi r^3} \tag{3.3}$$

cu M momentul transmis conului si r raza conului. Fiecare citire a fost repetată la fiecare 30 s până când valori stabile au fost obtinute; mai putin de 3 minute au fost necesare pentru obtinerea acestora.

Figura 3.1*a* prezintă valorile viscozitătii aparente a celor două solutii apoase de polimeri la temperatura $T=24^0C$. Toate măsurătorile au fost efectute la 24 de ore de la prepararea solutiilor. În ambele solutii valoarea viscozitătii aparente scade la cresterea vitezei de deformatie indicând o caracteristică pseudoplastică a solutiilor. Există tendinta ca la valori mici si, respectiv, mari ale vitezei de deformatie viscozitatea aparentă să atingă valori constante. La orice viteză de deformatie viscozitatea aparentă a solutii 0,5% PAM este mai mare decât cea a solutiei 0,5% CMC.

Figura 3.1*b* prezintă valorile viscozitătii aparente ale sângelui după Chmiel si Walitza [107], Wells [108], Wang s.a. [109] si MacKintosh si Walker [110]. Aceeasi caracteristică pseudoplastică ca în cazul solutiilor de polimeri este regăsită si în cazul viscozitătii aparente a sângelui. Foarte multi factori influenteaza viscozitatea sângelui, si anume, continutul de hematocrit (HCT), hemoglobină, bioxid de carbon, glucoză, numărul celulelor rosii, pH-ul si temperatura. După Rosenblatt s.a. [111] continutul de hematocrit si numărul celulelor rosii contribuie mai mult decât oricare alt factor la viscozitatea sângelui. Continutul de hematocrit este cauza diferentei între valorile viscozitătii la nou-născuti si adulti ca si între bărbati si femei [108, 111]. Conditiile în care viscozitatea sângelui a fost determinată sunt redate în Tabelul 3.1. si sunt specifice cazului normal din punct de vedere clinic.

Tabelul 3.1. Conditiile la are au fost obtinute datele din Figura 3.1

Autor	Hematocrit (%)	Hemoglobină (g/100 ml)	Nr. celule rosii (milioane/mm^3)	Temperatura (^{0}C)
Chmiel si Walitza [107]	44			23
Wells [108]	45	13,4	4,64	37
Wang s.a. [109]	45		4,68	37
MacKintosh si Walker [110]	45	13,2	4,8	37

Fiecare linie continuă din Figura 3.1 reprezintă modelarea datelor experimentale cu ajutorul relatiei Williamson [79] cu patru constante:

$$\eta = \eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1+(\dot{\gamma}/k)^n} \tag{3.4}$$

Este, totusi, dificil ca pe baza valorilor determinate experimental ale viscozitătii să se folosească direct relatia (3.4) pentru stabilirea dependentei $\eta - \dot{\gamma}$. Cunoasterea valorilor η_0 si η_∞ simplifică considerabil problema. Solutia apoasă de poliacrilamidă este identică cu cea testată de Shima si Tsujino [75]. Valorile indicate în [75] sunt η_0 = 8,885 Pas si η_∞ = 9,58x10^{-3} Pas. În cazul solutiei de carboximetilceluloză valorile η_0 si η_∞ au fost alese observând paralelismul dependentei $\eta - \dot{\gamma}$ cu cea corespunzătoare solutiei 0,5% PAM la viteze mici si, respectiv, mari ale vitezei de deformatie. Se obtine η_0 = 4,4 Pas si η_∞ = 6,2x10^{-3} Pas. În cazul sângelui η_0 = 0,118 Pas [107] si η_∞ = 4,2x10^{-3} Pas [110, 112]. Cunoscând valorile η_0 si η_∞ relatia (3.4) poate fi scrisă sub forma:

$$\log\frac{\eta_0 - \eta}{\eta - \eta_\infty} = n(\log\dot{\gamma} - \log k) \tag{3.5}$$

adică o ecuatie de tip y = a + nx. Valorile n si k au fost determinate folosind sub MathCAD metoda celor mai mici pătrate cu o regresie liniară în $\dot{\gamma}$ dată de (3.5).

Viscozitatea apei a fost determinată folosind relatia propusă de Schmidt [113]:

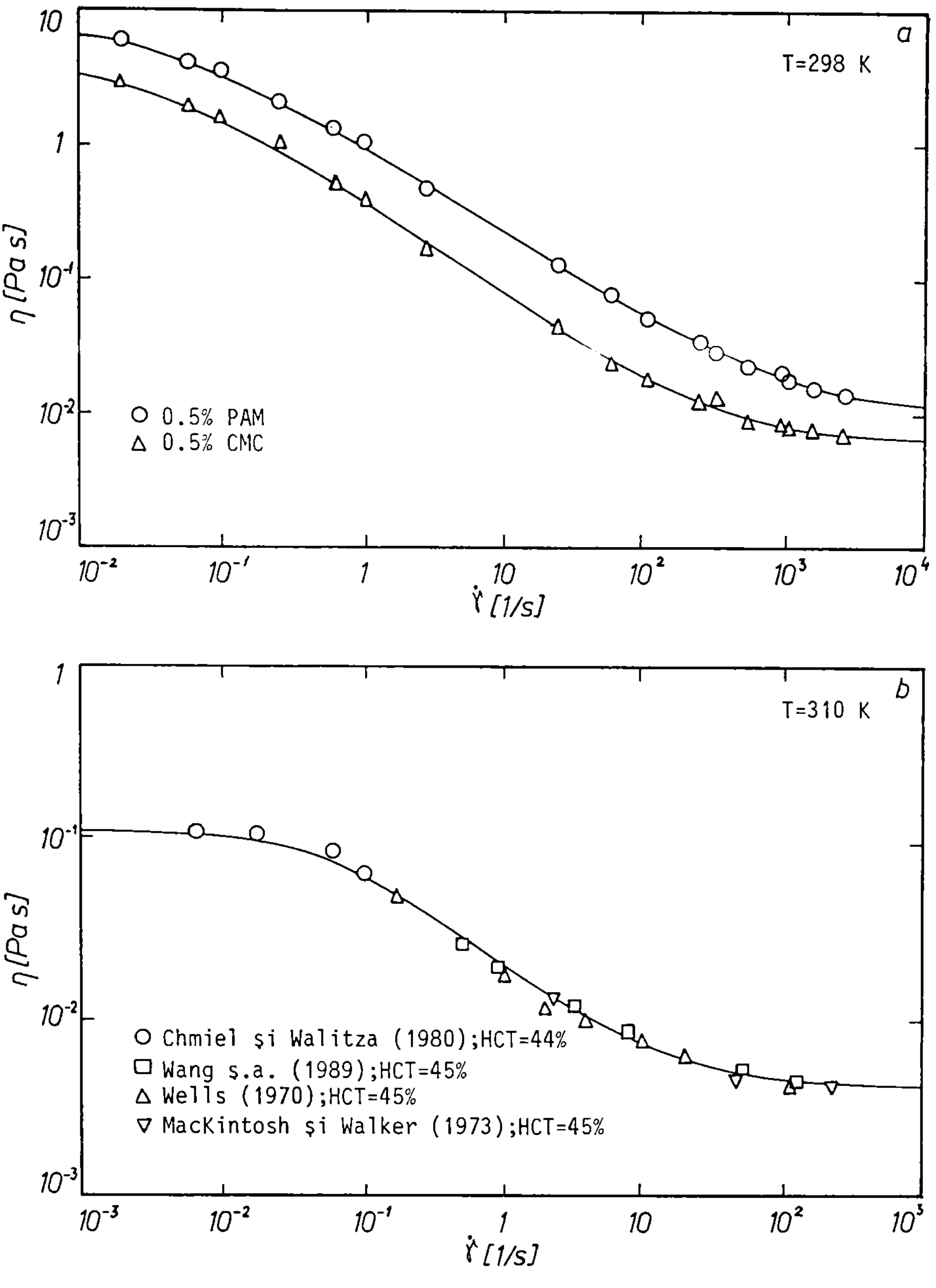


Figura 3.1. Viscozitatea aparentă a soluției apoase 0,5% CMC si 0,5% PAM (a) si a sângelui uman (b)

$$\mu = \mu_0(T^*) \exp\left[\rho^* \sum_{i=0}^{5}\sum_{j=0}^{6} H_{ij}(T^* - 1)^{-i}(\rho^* - 1)^j\right] \tag{3.6}$$

cu H_{ij}:

i \ j	0	1	2	3	4	5	6
0	5,132	2,152	-2,818	1,778	-0,417	0	0
1	3,205	7,318	-10,707	4,605	0	-0,158	0
2	0	12,41	-12,632	2,34	0	0	0
3	0	14,767	0	-4,924	1,6	0	-0,036
4	-7,782	0	0	0	0	0	0
5	1,885	0	0	0	0	0	0

si:

$$\mu_0(T^*) = 55{,}071\sqrt{T^*}\left(\sum_{i=0}^{3}\frac{H_i}{T^{*i}}\right)^{-1} \tag{3.7}$$

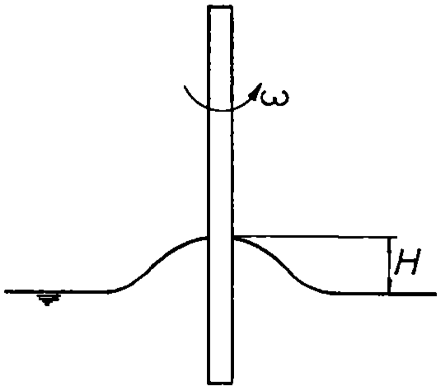
cu H_i = (1, 0,978, 0,58, -0,202) iar $T^*=T/T_c$, $\rho^*=\rho/\rho_c$, T_c=647,3 K si ρ_c=317,76 kg/m^3.

3.2. Elasticitatea solutiilor

Determinarea elasticitãtii unei solutii este dificilã si adesea lipsitã de precizie în special la viteze de deformatie foarte mari [114]. Cele mai multe date publicate în cazul solutiilor diluate de polimeri sunt obtinute la valori ale vitezei de deformatie mai mici de 100 s^{-1}. Din punctul de vedere al dinamicii bulei cavitationale suntem, însã, interesati în obtinerea unor date la viteze de deformatie mari, de ordinul 10^6 s^{-1}, specifice fazei finale a colapsului bulei. Complicatia esentialã în determinarea timpului de relaxare a solutiei provine din faptul cã viscozitatea aparentã este dependentã de viteza de deformatie. Totusi, pentru solutiile care au viscozitate constantã, determinarea timpului de relaxare pare posibilã, cel putin, la viteze de deformatie mici. Pentru o asemenea solutie timpul de relaxare în cazul modelului Maxwell este [115]:

$$\lambda = \frac{N_1}{2\eta\dot{\gamma}^2} \tag{3.8}$$

cu N_1 prima diferenta a eforturilor normale. Tinând seama de dificultãtile experimentale, în prezenta lucrare, ne rezumãm doar la o evaluare calitativã a elasticitãtii solutiilor testate. Una din metodele de evaluare a elasticitãtii lichidelor nenewtoniene se bazeazã pe efectul Weissenberg, de ridicare a lichidului pe o tijã aflatã în miscare de rotatie. Acest efect poate fi folosit pentru a caracteriza elasticitatea lichidului fiind asociat cu diferenta eforturilor normale care existã numai în cazul lichidelor elastice [116]. În acest scop a fost folosit un reometru cu tijã rotitoare [117] care consistã dintr-o tijã cu diametrul de 10 mm introdusã într-un container plin cu lichidul testat. Înãltimea H de ridicare a lichidului pe tijã este mãsuratã cu ajutorul unui microscop montat pe un vernier vertical paralel cu tija iar turatia



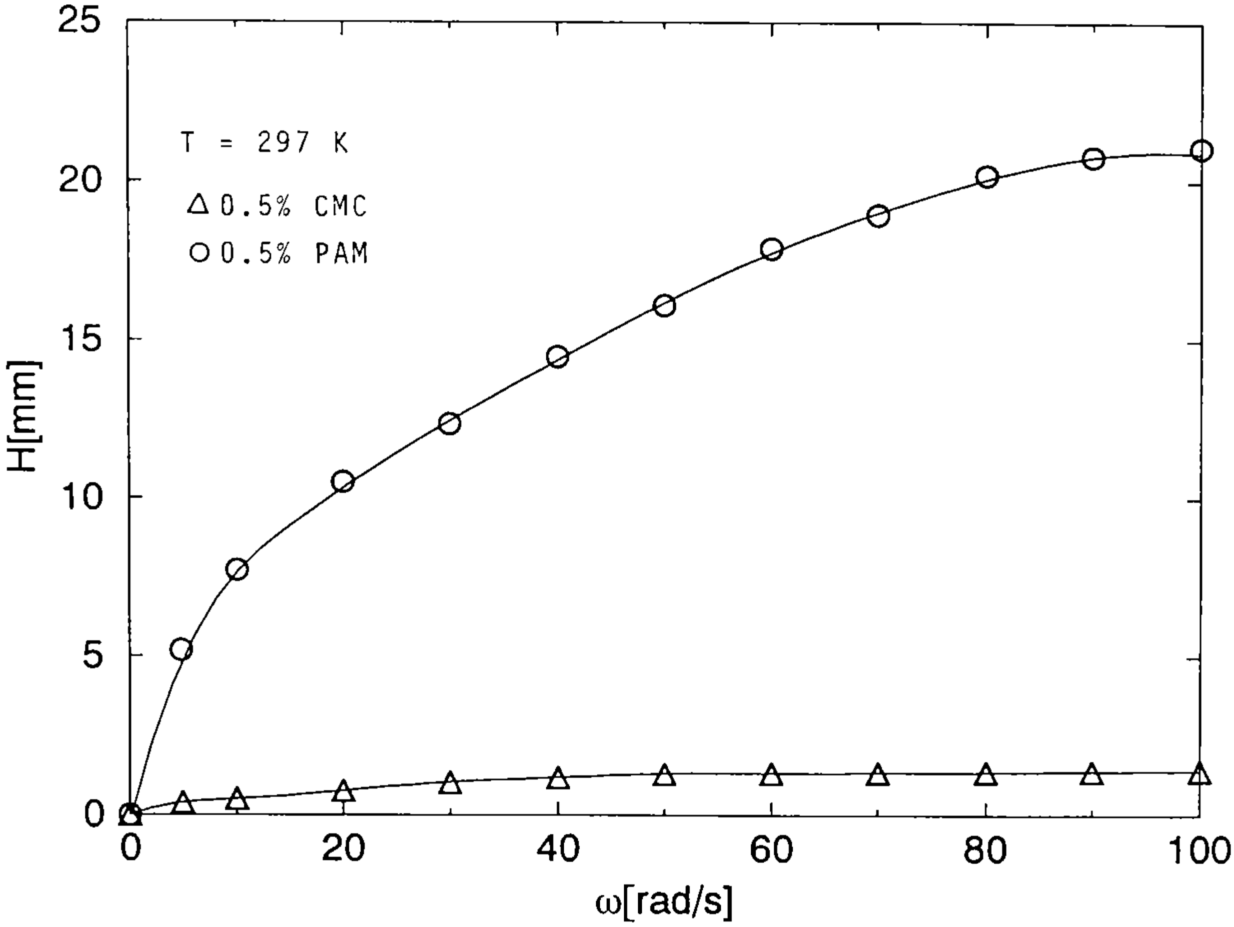


Figura 3.2. Inăltimea de ridicare pe tijă a solutiei apoase 0,5% CMC si a solutiei apoase 0,5% PAM

motorului cu un traductor Kaman. Figura 3.2 prezintă datele obtinute în cazul solutiei apoase de 0,5% CMC si, respectiv, 0,5% PAM. În ambele solutii la cresterea vitezei de rotatie a tijei (a vitezei de deformatie) înăltimea de ridicare pe tijă a lichidului creste. Valorile obtinute în cazul solutiei de carboximetilceluloză indică numai o componentă vâscoasă spre deosebire de cazul solutiei de poliacrilamidă cu o puternică componentă elastică. Un rezultat similar este obtinut si de Tsujino s.a. [37]. Mărimea componentei elastice a solutiei de poliacrilamidă este, însă, necunoscută.

În cazul sângelui uman datele prezentate de Chmiel si Walitza [107] indică, la viteze de deformatie mai mari de 400 s^{-1}, numai o componentă vâscoasă.

3.3. Densitatea solutiilor

Determinarea densitătii solutiilor apoase de polimeri si a apei a fost realizată cu o balantă tip Mohr-Westphal cu vasul de lichid termostatat. Temperatura la care au fost efectuate măsurătorile a fost 24^{0}C. Pentru solutia 0,5% PAM a fost obtinută valoarea ρ_∞ =1002,8 kg/m^3, pentru solutia 0,5% CMC ρ_∞=1002 kg/m^3 iar pentru apă ρ_∞= 999,64 kg/m^3. Valorile reprezintă media a trei măsurători.

Valori ale densitătii sângelui uman sunt prezentate după Trudnowski si Rico [108], Leake s.a. [118] si Van Slyke s.a. [119] în Tabelul 3.2.

Tabelul 3.2. Densitatea sângelui uman

Autor	Densitatea sângelui (kg/m^3)	Temperatura (°C)	Nr. pacienti
Trudnowski si Rico [108]	1051	37	20
Leake s.a. [118]	1056,5		118
Van Slyke s.a. [119]	1059,5	10	20

Temperatura influentează cel mai mult densitatea sângelui în timp ce numărul celulelor rosii contribuie foarte putin. Variatii de pâna la 345000 asupra numărului de celule rosii modifică valoarea densitătii sângelui cu numai 0,33% [118]. Deoarece singura valoare obtinută la temperatura de 37°C este cea dată de Trudnowski si Rico s-a ales ρ_∞=1051 kg/m^3 pentru densitatea sângelui.

3.4. Tensiunea superficială a solutiilor

Valoarea tensiunii superficiale la interfata lichid-aer pentru solutiile apoase de polimeri a fost adoptată folosind datele experimentale obtinute de Tsujino si Shima [73, 74]. Pentru diferite solutii apoase de poliacrilamidă si carboximetilceluloză în concentratie 0,5% intervalul de variatie al tensiunii superficiale este cuprins între 0,065 si 0,075 N/m [72, 73, 74].

Kunzel [108] prezintă pentru tensiunea superficială la interfata sânge-aer valoarea σ = 0,0562 N/m obtinută în cazul a 82 de pacienti. De precizat că această valoare este obtinută la T=20^{0}C.

Pentru determinarea tensiunii superficiale a apei s-a folosit relatia propusă de Haar s.a. [120]:

$$\sigma = 0{,}2358\left(\frac{T_c - T}{T_c}\right)^{1,256}\left[1 - 0{,}625\left(\frac{T_c - T}{T_c}\right)\right] \qquad (3.9)$$

cu T temperatura apei.

Valorile adoptate pentru tensiunea superficială a solutiilor sunt prezentate în Tabelul 3.3.

3.5. Viteza sunetului în solutii

Valoarea indicată de Schmidt [113] pentru viteza sunetului în apă la temperatura T = 24^{0}C si presiunea 1 bar este c_∞=1496 m/s.

Pentru solutiile apoase de polimeri în concentratie 0,05% până la 0,3% McComb si Ayyash [101] precizează că viteza sunetului are aceeasi valoare cu cea în apă. În aceeasi lucrare autorii discută datele experimentale date de Pryor (1954) si Bader si Cerf (1970) indicând că viteza sunetului în solutiile apoase de polimeri este aproximativ egală cu cea în apă chiar si în cazul în care concentratia solutiei este 10%. În consecintă, în prezenta lucrare, se adoptă pentru viteza sunetului în ambele solutii de polimeri valoarea vitezei sunetului în apă.

Viteza sunetului în sângele uman este determinată experimental de Bakke s.a. [121] si Heimisch [122]. Bakke s.a. [121] arată că factorul cu cea mai mare influentă asupra vitezei sunetului în sânge este continutul de hematocrit si stabilesc că, la temperatura T = 37^{0}C, dependenta celor doi parametrii este liniară:

$$c_\infty = 1541{,}82 + 0{,}98HCT \qquad (3.10)$$

Rezultate similare sunt prezentate si de Heimisch [122].

Tabelul 3.3 prezintă valorile proprietătilor fizice, determinate experimental sau adoptate, pentru apă, sânge si solutiile apoase de 0,5% carboximetilceluloză (CMC) si poliacrilamidă (PAM).

Tabelul 3.3. Proprietătile fizice ale solutiilor testate

Solutia	η_0 (Ns/m^2)	η_∞ (Ns/m^2)	k (1/s)	n	ρ_∞ (kg/m^3)	σ (N/m)	c_∞ (m/s)	T (^{0}C)	Obser-vatii
apă		1,01x10^{-3}			999,64	0,0725	1496	24	
sânge	1,18x10^{-1}	4,2x10^{-3}	0,115	0,801	1051	0,0562	1586	37	
0,5% CMC	4,4	6,2x10^{-3}	0,0395	0,746	1002	0,07	1496	24	
0,5% PAM	8,885	9,58x10^{-3}	0,043	0,679	1002,8	0,07	1496	24	elastică

3.6. Concluzii

Caracteristica pseudoplastică a lichidelor testate este pusă în evidentă experimental folosind un reometru con-placă Shimadzu. Intervalul de variatie al vitezei de deformatie este cuprins între $2x10^{-2}$ si $3x10^{3}$ s^{-1}. Modelarea viscozitătii aparente este realizată cu relatia reologică Williamson. Avantajul utilizării acestei relatii este că pune în evidentă explicit valorile viscozitătii corespunzătoare vitezei de deformatie zero si, respectiv, infinit. În plus, existenta în literatură a unor rezultate obtinute folosind relatia Williamson [77] face posibilă comparatia cu datele din prezenta lucrare.

O evaluare calitativă a elasticitătii lichidelor testate este realizată utilizând un reometru cu tijă rotitoare dar valoarea timpului de relaxare precum si variatia acestuia cu viteza de deformatie a lichidului este necunoscută. Solutia apoasă 0,5% CMC are numai componentă vâscoasă în timp ce solutia apoasă 0,5% PAM are si o componentă elastică.

Aditivarea apei cu mici cantităti de polimeri nu modifică valoarea tensiunii superficiale a lichidului, a densitătii si a vitezei sunetului în lichid. Prezenta aditivilor polimerici modifică substantial numai viscozitatea lichidului. În comparatie cu cazul apei, viscozitatea, densitatea si viteza sunetului în sânge uman au valori mai mari. Valorile sunt cu 5% mai mari pentru densitate si cu 6% pentru viteza sunetului. Valoarea viscozitătii corespunzătoare vitezei de deformatie infinită este însă de 4,2 ori mai mare decât a apei.

4. Dinamica bulei cavitationale sferice în lichide nenewtoniene cu comportare pseudoplastică

Cea mai cunoscută formulare matematică care descrie oscilatia bulei într-un câmp de presiune constant este dată de Rayleigh în 1917 si, ulterior, modificată de Plesset [123]. Această formulare, cunoscută în literatură ca ecuatia Rayleigh-Plesset, contine numai efectul viscozitătii lichidului si al tensiunii superficiale la interfata gaz-lichid si are forma:

$$R\ddot{R}+\frac{3}{2}\dot{R}^2=\frac{1}{\rho_\infty}\left[p_B(t)-p_\infty\right] \tag{4.1}$$

cu R raza instantanee a bulei si p_B presiunea în lichid la peretele bulei. Are, însă, un dezavantaj major deoarece nu include efectul compresibilitătii lichidului. Desi modelează foarte bine colapsul lent al bulei îsi pierde valabilitatea în cazul colapsului violent specific fenomenului cavitational.

Prima formulare matematică care include efectul compresibilitătii lichidului este dată de Herring [124] sub forma:

$$\left(1-2\frac{\dot{R}}{c_\infty}\right)R\ddot{R}+\frac{3}{2}\left(1-\frac{4}{3}\frac{\dot{R}}{c_\infty}\right)\dot{R}^2=\frac{1}{\rho_\infty}\left[p_B(t)-p_\infty+\frac{R}{c_\infty}\dot{p}_B(t)\right] \tag{4.2}$$

cu c_∞ si ρ_∞ viteza sunetului si, respectiv, densitatea lichidului la infinit. Ecuatia (4.2) a fost obtinută, pe diverse căi, si de Trilling [125], Tomita si Shima [126], Rath [127] si Fujikawa si Akamatsu [89].

Gilmore în 1952 [128] propune o ecuatie scrisă în termeni de entalpie

$$\left(1-\frac{\dot{R}}{c}\right)R\ddot{R}+\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{3}\frac{\dot{R}}{c}\right)\dot{R}^2=\left(1+\frac{\dot{R}}{c}\right)H+\left(1-\frac{\dot{R}}{c}\right)\frac{R}{c}\dot{H} \tag{4.3}$$

cu c viteza sunetului în lichid la peretele bulei si

$$H=\int_{p_\infty}^{p(R)}\frac{dp}{\rho} \tag{4.4}$$

Modelul Gilmore este extins de Cramer [129] prin determinarea distributiei de presiune în lichidul înconjurător bulei.

O ecuatie similară cu cea dată de Herring, în sensul că este scrisă în termeni de presiune, a fost obtinută de Keller [130, 131]:

$$\left(1-\frac{\dot{R}}{c_\infty}\right)R\ddot{R}+\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{3}\frac{\dot{R}}{c_\infty}\right)\dot{R}^2=\left(1+\frac{\dot{R}}{c_\infty}\right)\frac{1}{\rho_\infty}\left[p_B(t)-p_\infty\right]+\frac{R}{\rho_\infty c_\infty}\dot{p}_B(t) \qquad (4.5)$$

iar în 1986 Prosperetti si Lezzi [132] arată că există o familie de ecuatii care descriu oscilatia bulei în lichide compresibile si care include ecuatiile obtinute de Herring si Keller sub forma unor cazuri particulare. Formularea dată de Prosperetti si Lezzi este:

$$\left(1-(\lambda+1)\frac{\dot{R}}{c_\infty}\right)R\ddot{R}+\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{3}(3\lambda+1)\frac{\dot{R}}{c_\infty}\right)\dot{R}^2=\left(1+(1-\lambda)\frac{\dot{R}}{c_\infty}\right)h_B+\frac{R}{c_\infty}\dot{h}_B \qquad (4.6)$$

cu

$$h=\int_{p_\infty}^{p}\frac{dp}{\rho} \qquad (4.7)$$

Pentru $\lambda=0$ în ecuatia (4.6) se obtine o ecuatie de tip Keller si pentru $\lambda=1$ se obtine o ecuatie de tip Herring.

Ecuatiile (4.1), (4.2), (4.3), (4.5) si (4.6) sunt valabile numai pentru lichide newtoniene. Cu toate că există numeroase formulări referitoare la dinamica bulei cavitationale sferice în lichide nenewtoniene [66, 67, 68, 69, 70, 71, 75, 76, 77, 78] ele sunt obtinute în ipoteza incompresibilitătii lichidului. Nici o formulare matematică care să tină seama de compresibilitatea lichidului nenewtonian nu există în literatură.

Prezenta formulare matematică este stimulată de lucrările lui Prosperetti si Lezzi [132, 133, 134] si este obtinută folosind o versiune simplificată a metodei dezvoltărilor asimptotice propusă de Lagerstrom si Carsten [135]. Scopul principal al acestui studiu îl constituie obtinerea unui set de ecuatii care să descrie comportarea dinamică a bulei cavitationale sferice în lichide nenewtoniene si care să incorporeze într-un mod aproximativ efectul compresibilitătii lichidului. Setul de ecuatii obtinut poate fi apoi usor adaptat pentru modelarea interactiunii între o undă de soc si bula cavitatională sau pentru studiul comportării dinamice a bulei situată într-un câmp de presiune oscilant. În cursul lucrării va fi arătat că radiatia acustică este efectul cel mai important care controlează dinamica bulei cavitationale sferice astfel încât interesul pentru o asemenea formulare este justificat.

4.1.Formularea modelului matematic

Se consideră cazul unei bule cavitationale sferice, cu raza initială R_0, situată într-un lichid nenewtonian compresibil extins la infinit.

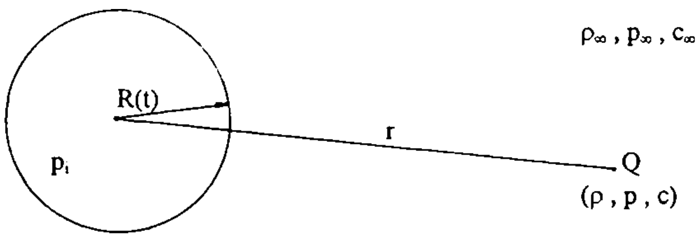


Figura 4.1. Descrierea schematică a modelului bulei. R(t) este raza bulei la timpul t iar p_i este presiunea în interiorul cavitătii. Într-un punct Q din lichid densitatea este ρ, presiunea este p si viteza sunetului c în timp ce la infinit valorile corespunzătoare sunt ρ_∞, p_∞ si c_∞.

La timpul t = 0, presiunea în interiorul cavitãtii scade brusc sub valoarea presiunii în lichid p_∞ iar bula începe sã-si micsoreze volumul. Intuitiv, evolutia bulei poate fi descrisã astfel. Odatã cu micsorarea volumului bulei presiunea în interiorul cavitãtii creste si de la o anumitã valoare a acesteia, mult mai mare decât cea a presiunii în lichid la peretele bulei datoritã inertiei lichidului, bula începe sã-si mãreascã volumul. Cresterea volumului este însotitã de scãderea presiunii în interiorul bulei astfel încât se ajunge la o fazã a miscãrii similarã cu cea din momentul initial. Datoritã, în special, disipãrii vâscoase si acustice a energiei oscilatia bulei este amortizatã si dupã un timp suficient de lung se ajunge la o stare de echilibru caracterizatã prin raza de echilibru a bulei. Din cauza simetriei sferice a colapsului sistemul de coordonate sferice cu originea în centrul bulei este folosit. Descrierea schematicã a modelului bulei este prezentatã în Figura 4.1.

4.1.1. *Ipoteze simplificatorii adoptate în elaborarea modelului matematic*

Ipotezele simplificatorii adoptate în obtinerea modelului matematic care descrie comportarea dinamicã a bulei cavitationale în lichide nenewtoniene sunt: (a) bula îsi pãstreazã simetria sfericã în timpul evolutiei, (b) transferul de cãldurã prin peretele bulei este neglijabil, (c) efectul vaporilor din interiorul cavitãtii este neglijabil, (d) presiunea gazului necondensabil din interiorul bulei este distribuitã spatial uniform, (e) temperatura gazului necondensabil din interiorul bulei este distribuitã spatial uniform, (f) difuzia gazului prin peretele bulei este neglijabilã, (g) elasticitatea lichidului se neglijeazã si (i) influenta suspensiilor din lichid se neglijeazã.

Trei aspecte importante pot cauza distrugerea simetriei sferice a bulei în timpul colapsului, si anume, prezenta unei frontiere solide sau lichide în apropierea bulei, interactiunea între o undã de soc si bula cavitationalã si efectul gravitatiei. În cazul în care bula este situatã în apropierea unei frontiere solide viteza peretelui bulei cel mai apropiat de frontiera solidã este mai micã decât cea a peretelui bulei opus si, în final, va determina distrugerea simetriei sferice a colapsului. Shutler si Mesler [136], Tomita si Shima [137] si Vogel s.a. [138] aratã cã influenta frontierei asupra formei bulei este esentialã doar dacã distanta între frontiera solidã si centrul bulei, s, este de 5 ori mai micã decât raza bulei în faza expansiunii maxime. O concluzie similarã este prezentatã de Blake s.a. [139] si Kodama s.a. [140] în ceea ce priveste distanta relativã între o suprafatã liberã si bula cavitationalã. Pe de altã parte, în punctul final al colapsului o undã de soc, care se propagã cu viteza sunetului [126], este radiatã în lichid [137, 138]. Dacã o frontierã solidã sau lichidã se aflã în apropierea bulei, aceastã undã de soc este reflectatã de frontierã si interactioneză cu bula care a generat unda. În acest caz asimetria colapsului este generatã de transferul de moment între unda de soc si peretele bulei primul lovit de undã, care conduce la accelerarea substantialã a acestui perete, si de viteza finitã de propagare a undei de soc peste bula cavitationalã. Dupã Mader [141] amplitudinea presiunii undei de soc în momentul interactiunii cu bula cavitationalã trebuie sã fie mai mare de 30 bari pentru a deforma suprafata bulei. Conditia necesarã ca interactiunea între unda de soc si bulã sã fie neglijabilã este ca timpul de colaps al bulei sã fie mult mai mic decât timpul necesar undei de soc sã parcurgã dublul distantei între bulã si frontiera solidã sau lichidã, t_{BF}:

$$t_c << 2t_{BF} = \frac{2s}{c} \tag{4.8}$$

În cazul apei ($c \cong 1500$ m/s si $\rho_\infty = 1000$ kg/m^3), pentru $p_\infty = 1$ bar, timpul de colaps al bulei este dat, cu o bună aproximatie [142], de relatia Rayleigh, $t_c \cong 0,1R_{max}$. Rezultă că distanta bulă-frontieră, la care interactiunea undă de soc-bulă este neglijabilă, trebuie să fie de 75 ori mai mare decât raza maximă a bulei, valoare mult mai mare decât cea pusă în evidentă anterior ($s > 5R_{max}$). Însă presiunea undei de soc este atenuată invers proportional cu distanta în lichid [126, 130] astfel încât, neglijând variatia volumului bulei în timpul $2t_{BF}$, în momentul interactiunii:

$$p(s) \approx \frac{R_{min}}{2s} p_{max} \tag{4.9}$$

Aici R_{min} este raza minimă a bulei (în punctul final al colapsului) si p_{max} presiunea maximă în lichid la peretele bulei. Folosind rezultatele numerice obtinute de Shima si Tomita [126], $R_{min} \cong 0,05R_{max}$ si $p_{max} \cong 1300$ bari, valabile pentru R_{max} cuprins între 0,01 si 10 mm, rezultă $p(s=5R_{max}) \cong 6$ bari. Această valoare este inferioară celei obtinută de Mader si, deci, distanta între bulă si frontieră mai mare de 5 ori raza maximă a bulei este suficientă pentru păstrarea simetriei sferice a bulei în timpul evolutiei. În plus, ipoteza simetriei sferice a colapsului bulei rămâne valabilă numai atunci când fortele de tensiune superficială pe unitatea de suprafată, $2\sigma/R$, sunt mai mari decât neuniformitatea presiunii la peretele bulei care este de ordinul $R|\nabla p|$ cu ∇p gradientul presiunii pe partea lichidă a interfetei. În cazul fortelor hidrostatice $|\nabla p| = \rho g$ si conditia de păstrare a simetriei sferice a colapsului devine:

$$R < \left(\frac{2\sigma}{\rho g}\right)^{1/2} \tag{4.10}$$

care în cazul apei este $R < 3,84$ mm. Un rezultat similar se obtine dacă se consideră fortele arhimedice. Dacă w este viteza de translatie a bulei atunci $R|\nabla p| \sim \rho w^2$ (pt. fluid ideal) si $w^2 \sim Rg$.

La micsorarea volumului bulei presiunea si temperatura gazului (amestecului de gaze) din interiorul cavitătii vor creste si, de asemenea, temperatura lichidului din vecinătatea interfetei gaz-lichid, crestere datorată conductiei căldurii prin peretele bulei. Efectul conductiei căldurii prin peretele bulei si al vitezei finite de condensare a vaporilor din interiorul cavitătii se manifestă prin amortizarea oscilatiei bulei si câteva rezultate, obtinute în ipoteza incompresibilitătii lichidului, au fost prezentate în paragraful 2.1.3. Ele îsi păstrează valabilitatea numai dacă viteza sunetului în lichidul în care este situată bula cavitatională este mult mai mare decât viteza peretelui bulei. Compresibilitatea lichidului este inclusă de Fujikawa si Akamatsu [89] care, considerând valoarea coeficientului de acomodare pentru condensare $\alpha_M = 0,04$ (vezi si relatia (2.16)), valoare sustinută si de Theofanous s.a. [143], obtin următoarele valori ale razei minime a bulei, R_{min}, presiunii maxime în lichid la peretele bulei, $p_{w\,max}$, si temperaturii maxime în lichid la peretele bulei, $T_{L\,max}$. Rezultatele sunt comparate cu modelul adiabatic al evolutiei gazului necondensabil din cavitate si considerând, în plus, echilibrul termodinamic la peretele bulei.

apă; R_{max}=1 mm; p_∞=0,7025 atm; T_∞=293,15 K; p_{g0}/p_∞=0,01.
(p_{g0}: presiunea inițială a gazului necondensabil din cavitate)

α_M	R_{min}/R_{max}	$p_{w\,max}/p_\infty$	$T_{L\,max}/T_\infty$
0,04	0,057	1411	1,617
adiabatic	0,059	1470	1

Diferentele nesemnificative obtinute între valorile R_{min}/R_{max} si $p_{w\,max}/p_\infty$ demonstrează efectul neglijabil al conductiei căldurii prin peretele bulei si al vitezei finite de condensare a vaporilor din interiorul cavitătii asupra dinamicii bulei cavitationale. Există, totusi, o crestere cu aproximativ 200^{0}C a temperaturii lichidului la peretele bulei si un rezultat similar este obtinut de Kamath s.a. [144] fară a considera contributia vaporilor ($T_{L\,max}/T_\infty$=1,14). Timpul de manifestare al maximului de temperatură este sub 2 μs ceea ce reprezintă 1,5% din timpul de colaps al bulei (120,5 μs) [89] astfel încât conditia la interfată pentru temperatură poate fi scrisă, cu o bună aproximatie, sub forma:

$$T_L = T_\infty \tag{4.11}$$

Aceleasi concluzii sunt stabilite si prin studiile analitice si numerice ale lui Thefanous s.a. [143], Wang [145], Mitchell si Hammitt [146], Tomita si Shima [147], Plesset si Prosperetti [148] si Prosperetti s.a. [149, 150]. Trebuie precizat că la temperaturi ridicate ale lichidului atât efectul transferului de căldură prin peretele bulei cât si contributia vaporilor la dinamica bulei cavitationale au o influentă majoră. După Tomita si Shima [147] si Plesset si Prosperetti [148] temperatura critică este de 60^{0}C. La temperaturi scăzute ipotezele (b) si (c) îsi păstrează valabilitatea.

Ipoteza (d) poate fi justificată astfel. Fie ρ_g, p_g, u si τ densitatea, presiunea, viteza radială si efortul de frecare ale gazului din interiorul bulei. Ecuatia de conservare a momentului este:

$$\rho_g\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\frac{\partial p_g}{\partial r}=\nabla\tau \tag{4.12}$$

unde punctul r = 0 corespunde centrului bulei. Conditia la limită pentru viteză este:

$$u(r=R,t)=\dot{R} \tag{4.13}$$

Din (4.13) se poate estima $u \sim \dot{R}$ ca ordin de mărime al vitezei gazului. Dacă Δp_g este diferenta maximă de presiune în interiorul cavitătii, echilibrând $\partial p_g/\partial r \sim \Delta p_g/R$ cu $\rho_g u(\partial u/\partial r) \sim \rho_g \dot{R}^2/R$ se obtine:

$$\frac{\Delta p_g}{p_g} \sim \rho_g \frac{\dot{R}^2}{p_g} \tag{4.14}$$

Raportul p_g/ρ_g este de ordinul vitezei sunetului la pătrat si, consecutiv, $\Delta p_g/p_g$ este de ordinul pătratului numărului Mach la peretele bulei, M_B. În mod similar, echilibrând $\partial p_g/\partial r$ cu $\rho_g\, \partial u/\partial t \sim \rho_g \dot{R}/t_c$, cu t_c timpul de colaps al bulei, se obtine:

$$\frac{\Delta p_g}{p_g} \sim \rho_g \frac{R\dot{R}}{p_g t_c} \tag{4.15}$$

Folosind relatia Rayleigh pentru timpul de colaps al bulei, $t_c = R_{\max}\sqrt{\rho_\infty / p_\infty}$, rezultă:

$$\frac{\Delta p_g}{p_g} = kM_B \tag{4.16}$$

unde

$$k = \frac{R}{R_{\max}}\sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_\infty}\frac{p_\infty}{p_g}} << 1 \tag{4.17}$$

În ceea ce priveste efortul de frecare, se poate estima ordinul de mărime sub forma $\nabla\tau \sim \mu_g \dot{R}/R^2$, cu μ_g viscozitatea dinamică a gazului, de unde rezultă că diferenta maximă de presiune în interiorul cavitătii este de ordinul

$$\frac{\Delta p_g}{p_g} \sim \mu_g \frac{\dot{R}}{p_g R} \tag{4.18}$$

care este neglijabilă. Pe baza rezultatelor obtinute se poate scrie:

$$\frac{\Delta p_g}{p_g} = O\left(M_B{}^2, kM_B\right) \tag{4.19}$$

si ipoteza distributiei spatial uniformă a gazului în interiorul bulei este valabilă dacă viteza peretelui bulei este mai mică decât viteza sunetului în gaz. Această limitare este mai putin stringentă decât ar părea atât timp cât referinta se face la valoarea instantanee a vitezei sunetului în gaz care, în apropierea punctului final al colapsului, poate fi de câteva ori mai mare decât cea corespunzătoare conditiilor normale [149]. Analiza precedentă permite înlocuirea ecuatiei de conservare a momentului (4.12) cu

$$p_g = p_g(t) \tag{4.20}$$

Această ipoteză este sustinută si de Prosperetti [150] care obtine acelasi rezultat, (4.20), folosind un rationament diferit.

Conditia (4.11) poate fi justificată si cu următorul argument. Fie T si K temperatura si conductivitatea termică a lichidului si T_g si K_g temperatura si conductivitatea termică a gazului din interiorul cavitătii. Dacă efectul schimbării de fază la interfata gaz-lichid este neimportant conservarea energiei la peretele bulei impune:

$$K_g \frac{\partial T_g}{\partial r} = K \frac{\partial T}{\partial r} \tag{4.21}$$

Gradientii de temperatură pot fi exprimati considerând grosimea stratului termic în gaz, δ_g, si în lichid, δ, prin:

$$\frac{\partial T_g}{\partial r} \sim \frac{T_g - T_L}{\delta_g} \quad , \quad \frac{\partial T}{\partial r} \sim \frac{T_L - T_\infty}{\delta} \qquad (4.22a, b)$$

cu T_g temperatura "centrului" bulei si T_L temperatura la interfata gaz-lichid. Estimând grosimea stratului termic $\delta \sim (D\, t_c)^{1/2}$, cu D difuzivitatea termică, se obtine:

$$\frac{T_L - T_\infty}{T_g - T_L} \sim \frac{K_g}{K}\sqrt{\frac{D}{D_g}} \qquad (4.23)$$

Pentru apă si considerând interiorul bulei ca fiind alcătuit din aer, $K = 1{,}43\times10^{-4}$ kcal/(m s ^{0}C), $K_g = 6{,}11\times10^{-6}$ kcal/(m s ^{0}C), $D = 1{,}43\times10^{-7}$ m^2/s, $D_g = 6{,}12\times10^{-4}$ m^2/s [89] astfel încât termenul din partea dreaptă a relatiei (4.23) este de ordinul 10^{-3}. Acest rezultat arată că cea mai mare parte a căderii de temperatură apare între "centrul" bulei si interfată si că temperatura lichidului la peretele bulei poate fi considerată aproximativ egală cu temperatura lichidului la infinit. Consideratiile precedente motivează importanta efectelor termice în gazul din interiorul bulei. O analiză detaliată a fost realizată de Prosperetti [150, 151] care include în setul de ecuatii care descrie comportarea dinamică a bulei si ecuatia entalpiei pentru gazul din interiorul cavitătii, considerat un gaz perfect:

$$\rho_g\, c_p \frac{dT_g}{dt} - \frac{dp_g}{dt} = \nabla\left(K_g\, \nabla T_g\right) \qquad (4.24)$$

cu c_p căldura specifică la presiune constantă. Ecuatia (4.24) poate fi rescrisă sub forma:

$$c_p\left[\frac{d}{dt}\left(\rho_g\, T_g\right) - T_g \frac{d\rho_g}{dt}\right] - \frac{dp_g}{dt} = \nabla\left(K_g\, \nabla T_g\right) \qquad (4.25)$$

si folosind ecuatia de continuitate

$$\frac{d\rho_g}{dt} + \rho_g\, \nabla u = 0 \qquad (4.26)$$

se obtine:

$$c_p\left[\frac{d}{dt}\left(\rho_g\, T_g\right) - \rho_g\, T_g\, \nabla u\right] - \frac{dp_g}{dt} = \nabla\left(K_g\, \nabla T_g\right) \qquad (4.27)$$

unde s-a tinut seama că, pentru un gaz perfect, $c_p\, \rho_g\, T_g = \gamma\, p_g / (\gamma - 1)$. Ecuatia (4.25) poate fi scrisă sub forma convenabilă:

$$\frac{1}{\rho_g T_g}\frac{d}{dt}\left(\rho_g T_g\right)-\frac{1}{\rho_g}\frac{dp_g}{dt}+\frac{1}{\gamma p_g}\frac{dp_g}{dt}-\frac{\gamma-1}{\gamma p_g}\nabla\left(K_g \nabla T_g\right)+\nabla u=0 \qquad (4.28)$$

de unde rezultã, folosind ecuatia de stare a gazului perfect, $p_g = \rho_g R_g T_g$, cã diferenta primilor doi termeni este nulã. Relatia (4.28) se poate integra acum exact, dacã $p_g = p_g(t)$, rezultând:

$$u=\frac{1}{\gamma p_g}\left[(\gamma-1)K_g\frac{\partial T_g}{\partial r}-\frac{r}{3}\frac{dp_g}{dr}\right] \qquad (4.29)$$

si folosind conditia la interfatã , $u(r = R, t) = \dot{R}$, se obtine:

$$\frac{dp_g}{dt}=\frac{3}{R}\left[(\gamma-1)K_g\left.\frac{\partial T_g}{\partial r}\right|_{r=R}-\gamma p_g \dot{R}\right] \qquad (4.30)$$

Dacã $\left(\partial T_g / \partial r\right)_{r=R}=0$ se obtine $p_g R^{3\gamma}$ = const. adicã evolutia gazului din interiorul bulei este adiabaticã. Prosperetti s.a. [149, 150] si Kamath s.a. [144, 152] considerã si conductia cãldurii prin peretele bulei si aratã cã influenta efectelor termice în gazul din interiorul bulei este importantã doar în cazul în care bula parcurge multe cicluri de oscilatie (de ordinul sutelor), caz specific comportãrii bulei situatã într-un câmp de presiune oscilant. Cauza este difuzia rectificatã a cãldurii indusã de asimetria între faza de expansiune si cea de colaps a bulei. Când bula se aflã în faza expansiunii maxime, temperatura gazului este mai micã decât cea a lichidului înconjurãtor bulei si transferul cãldurii se face de la lichid la gaz. Evolutia bulei la volum minim este mult mai scurtã si, cu toate cã acum temperatura gazului este mult mai mare decât cea a lichidului, energia pierdutã de gaz prin conductie este mult mai micã decât cea câstigatã în timpul expansiunii precedente. Mecanismul este amplificat si de diferenta între aria lateralã a bulei la volum maxim si minim în sensul cã suprafata de schimb de cãldurã este mai mare în faza expansiunii maxime a bulei. Când bula parcurge sute de cicluri de oscilatie temperatura gazului din interiorul bulei creste la fiecare ciclu pe baza mecanismului evidentiat anterior si va devia de la cea corespunzãtoare evolutiei adiabatice. Pentru un numãr foarte mic de cicluri de oscilatie ale bulei (5-6 cicluri), caz specific comportãrii bulei situatã într-un câmp de presiune constant, evolutia gazului din interiorul bulei poate fi consideratã adiabaticã si un rezultat similar este obtinut si de Nigmatulin si Khabeev [153]. Numai în acest caz ipoteza (e) îsi pãstreazã valabilitatea.

Ipotezele (f) si (g) au fost discutate în paragrafele 2.1.2 si, respectiv, 2.1.5. Atât influenta difuziei gazului prin peretele bulei cât si efectul elasticitãtii lichidului asupra comportãrii bulei sunt neglijabile [84, 92, 93]. Valabilitatea acestor douã ipoteze este sustinutã si de Shulman si Levitskiy [154] care analizeazã comportarea bulei într-o solutie de 1,46% oxid de polietilenã în apã. Timpul de relaxare al acestei solutii este $4x10^{-3}$ s iar efectul elasticitãtii lichidului asupra evolutiei bulei este semnificativ doar atunci când raza maximã a bulei este mai micã de 0,01 mm. În acest caz, efectul elasticitãtii lichidului se manifestã prin micsorarea timpului de colaps al bulei si prin diminuarea vitezei peretelui bulei în faza finalã a colapsului [93].

Se precizeazã, în plus, cã influenta suspensiilor din lichid (suspensii solide si lanturi de macromolecule în cazul solutiilor de polimeri si hematii în cazul sângelui) asupra comportării bulei se neglijează. De notat că în faza finală a colapsului, când dimensiunea bulei este de acelasi ordin de mărime cu cea a suspensiilor, această influentă poate fi semnificativă. Se manifestă în special prin distrugerea simetriei sferice a colapsului si, consecutiv, prin prelungirea timpului de colaps si reducerea vitezei peretelui bulei. După Bourne si Field [155] această influentă este minoră. Ipoteza (i) a fost adoptată pe baza acestei concluzii. Cu toate acestea extinderea concluziei experimentului lui Bourne si Field [155] la prezenta problemă trebuie făcută cu oarecare rezervă atât timp cât autorii investighează colapsul bulei indus prin interactiunea cu o undă de soc, cu o dinamică diferită de cea a colapsului liber al bulei cavitationale.

4.1.2. *Ecuatiile care descriu comportarea dinamică a bulei cavitationale*

În ipotezele adoptate miscarea lichidului este guvernată de următoarele ecuatii:

a) continuitate

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho\left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + 2\frac{v_r}{r}\right) = 0 \tag{4.31}$$

b) conservarea momentului

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{2\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta} - \tau_{\varphi\varphi}}{r}\right) \tag{4.32}$$

c) relatii constitutive

$$\tau_{rr} = -\left[2\eta \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\lambda}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 v_r\right)\right] \tag{4.33}$$

$$\tau_{\theta\theta} = \tau_{\varphi\varphi} = -\left[2\eta \frac{v_r}{r} + \frac{\lambda}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 v_r\right)\right] \tag{4.34}$$

$$3\lambda + 2\eta = 0 \tag{4.35}$$

d) relatia reologică (Williamson [79])

$$\eta = \eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1 + \left(\frac{\dot{\gamma}}{k}\right)^n} \tag{4.36}$$

e) ecuatia de stare

$$\frac{p + B}{p_\infty + B} = \left(\frac{\rho}{\rho_\infty}\right)^m \tag{4.37}$$

în care v_r (r, t) este componenta radială a vitezei lichidului, p (r, t) presiunea în lichid, ρ(p) densitatea lichidului, τ_{rr} (r, t), $\tau_{\theta\theta}$ (r, t) si $\tau_{\varphi\varphi}$ (r, t) componentele efortului normal datorat viscozitătii lichidului în directiile r, θ si, respectiv, φ, η viscozitatea aparentă a lichidului, $\dot{\gamma}$ (r, t) viteza de deformatie si λ al doilea coeficient de viscozitate. Tot aici η_∞ reprezintă viscozitatea corespunzătoare vitezei de deformatie infinită, η_0 cea corepunzătoare vitezei de deformatie zero, k si n sunt parametrii modelului reologic Williamson, în timp ce, p_∞ si ρ_∞ se referă la valorile presiunii si densitătii lichidului la infinit.

Pentru completarea formulării matematice se foloseste conditia cinematică la interfată:

$$v_r\left(r=R(t),\ t\right)=\frac{dR}{dt}=\dot{R} \tag{4.38}$$

si conditia de echilibru a fortelor la peretele bulei:

$$p_B(t)=p_i(t)-\frac{2\sigma}{R}-\left(\tau_{rr}\right)_{r=R} \tag{4.39}$$

cu p_B (t) = p[r = R(t), t] presiunea în lichid la peretele bulei, p_i(t) presiunea în interiorul bulei, σ tensiunea superficială la interfata gaz-lichid si $\dot{R}$ viteza peretelui bulei. În sfârsit, la infinit (r → ∞), v_r = 0.

Două consideratii asupra acestor ecuatii sunt necesare. Relatia reologică adoptată pune în evidentă valoarea finită a viscozitătii aparente a lichidului. Foarte multe investigatii experimentale pun în evidentă acest lucru [115]. Consecutiv, toti termenii din ecuatia de conservare a momentului (4.32) vor avea o valoare finită. În contrast, dacă se consideră ca ecuatie reologică, de exemplu, legea puterii, $\eta = k\dot{\gamma}^{n-1}$, cu n < 1 în cazul lichidelor pseudoplastice, pentru $\dot{\gamma}$ = 0 partea dreaptă a relatiei (4.32) tinde către infinit. Acest rezultat ar face ca unele consideratii ulterioare necesare pentru obtinerea solutiei să fie dificil de formulat. Relatia reologică Williamson nu include proprietătile reopexice sau tixotropice ale lichidului. Tinând seama că timpul de colaps al bulei cavitationale este de ordinul microsecundelor iar timpul de manifestare al proprietătilor reopexice sau tixotrope este, cel putin, de ordinul secundelor se poate neglija variatia în timp a efortului la viteză de deformatie constantă. Pe de altă parte, ecuatia de stare este sub forma dată de Tait [132] cu B si m constante. Valorile B = 3049,13 bari si m = 7,15 modelează foarte precis valorile experimentale obtinute în cazul apei pentru presiuni de până la 10^5 bari [89] si vor fi folosite în exemplele numerice ale acestui capitol.

În ipoteza că efectele termice în lichid sunt neimportante, starea lichidului este complet determinată de o singură variabilă termodinamică, care permite introducerea vitezei sunetului în lichid:

$$c^2=\frac{dp}{d\rho} \tag{4.40}$$

si a entalpiei lichidului:

$$h=\int_{p_\infty}^{p} dp/\rho \tag{4.41}$$

definită, în acest caz, în raport cu valoarea constantă a presiunii la infinit, p_∞.

Prin diferentierea relatiei (4.37) se obtine:

$$c^2 = \frac{m(p+B)}{\rho} \tag{4.42}$$

expresia vitezei sunetului la infinit fiind:

$$c_\infty^2 = \frac{m(p_\infty + B)}{\rho_\infty} \tag{4.43}$$

în plus:

$$c^2 = c_\infty^2 \left(\frac{\rho}{\rho_\infty}\right)^{m-1} \tag{4.44}$$

Folosind relatia de definitie a entalpiei se obtine:

$$h = \frac{c^2 - c_\infty^2}{m-1} \tag{4.45}$$

sau:

$$h = \frac{c_\infty^2}{m-1}\left[\left(\frac{p+B}{p_\infty + B}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1\right] \tag{4.46}$$

O miscare pur radială este irotatională si introducerea potentialului vitezei, Φ, astfel încât $v_r = \partial\Phi/\partial r$ este justificată. Ecuatia de continuitate si ecuatia de conservare a momentului devin:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\Phi}{\partial r}\frac{\partial\rho}{\partial r} + \rho\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right) = 0 \tag{4.47}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)^2 + h = -\frac{4}{3}\int_r^\infty \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial r}\left[\eta r \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)\right]dr - 4\int_r^\infty \frac{\eta}{\rho}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)dr \tag{4.48}$$

Ultima relatie a fost obtinută integrând, după înlocuirea $v_r = \partial\Phi/\partial r$, relatia (4.32) de la r = r la r = ∞ si folosind conditia $v_r(r \to \infty) = 0$.

Din punctul de vedere al formulării matematice ulterioare este convenabilă eliminarea densitătii din ecuatia de continuitate. Aceasta se poate face folosind relatiile (4.45) si (4.48) pentru a obtine:

$$\frac{c^2}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial t} \quad , \quad \frac{c^2}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{\partial h}{\partial r} \tag{4.49a, b}$$

si care înlocuite în (4.47) rezultă:

$$\nabla^2 \Phi + \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial r}\frac{\partial h}{\partial r}\right) = 0 \tag{4.50}$$

Sumarizând, ecuatiile care descriu comportarea dinamică a bulei cavitationale sferice situată într-un lichid nenewtonian pseudoplastic compresibil sunt:

$$\nabla^2 \Phi + \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial r}\frac{\partial h}{\partial r}\right) = 0 \tag{4.51}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)^2 + h = -\frac{4}{3}\int_r^{\infty}\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial r}\left[\eta\, r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)\right]dr - 4\int_r^{\infty}\frac{\eta}{\rho}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)dr \tag{4.52}$$

cu η dat de relatia (4.36) si c de relatia (4.42), iar conditiile la limită, la peretele bulei ($r = R$), vor fi:

conditia cinematică:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = \dot{R} \tag{4.53}$$

conditia dinamică:

$$h = h_B \tag{4.54}$$

unde:

$$h_B = \frac{c_\infty^2}{m-1}\left[\left(\frac{p_B + B}{p_\infty + B}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1\right] \tag{4.55}$$

cu p_B dat de relatia (4.39).

4.1.3. *Forme particulare ale ecuatiilor de miscare*

Folosind dezvoltările în serie Taylor si relatia (4.40) se poate scrie:

$$h = h_{\infty} + \left(\frac{dh}{dp}\right)_{\infty} dp = \left(\frac{d}{dp}\int_{p_{\infty}}^{p}\frac{dp}{\rho}\right)_{\infty} dp = \int_{p_{\infty}}^{p}\left(\frac{1}{\rho}\frac{d}{dp}dp - \frac{1}{\rho^{2}}dp\frac{d\rho}{dp}\right)_{\infty} dp =$$

$$= \int_{p_{\infty}}^{p}\frac{dp}{\rho_{\infty}} - \int_{p_{\infty}}^{p}\frac{p-p_{\infty}}{\rho_{\infty}^{2}c_{\infty}^{2}}dp = \frac{p-p_{\infty}}{\rho_{\infty}} - \frac{\left(p-p_{\infty}\right)^{2}}{2\rho_{\infty}^{2}c_{\infty}^{2}}$$

sau:

$$h = \frac{p-p_{\infty}}{\rho_{\infty}}\left(1 - \frac{p-p_{\infty}}{2\rho_{\infty}c_{\infty}^{2}}\right) \tag{4.56}$$

si similar:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_{\infty}}\left(1 - \frac{p-p_{\infty}}{\rho_{\infty}c_{\infty}^{2}}\right) \tag{4.57}$$

$$\frac{1}{c^{2}} = \frac{1}{c_{\infty}^{2}}\left(1 - \frac{B}{A}\frac{p-p_{\infty}}{\rho_{\infty}c_{\infty}^{2}}\right) \tag{4.58}$$

cu $B/A = 2\rho_{\infty}c_{\infty}\left(dc/dp\right)_{\infty}$ parametrul neliniar acustic standard.

Prin înlocuirea relatiilor (4.56), (4.57) si (4.58) în relatiile (4.51) si (4.52) ecuatia de continuitate devine:

$$\nabla^{2}\Phi + \frac{1}{\rho_{\infty}c_{\infty}^{2}}\left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial\Phi}{\partial r}\frac{\partial p}{\partial r}\right)\left[1 - \left(1 + \frac{B}{A}\right)\frac{p-p_{\infty}}{\rho_{\infty}c_{\infty}^{2}}\right] = 0 \tag{4.59}$$

iar ecuatia de miscare este:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)^{2} + \frac{p-p_{\infty}}{\rho_{\infty}}\left(1 - \frac{p-p_{\infty}}{2\rho_{\infty}c_{\infty}^{2}}\right) =$$
$$= -\frac{4}{3\rho_{\infty}}\int_{r}^{\infty}\left(1 - \frac{p-p_{\infty}}{\rho_{\infty}c_{\infty}^{2}}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left[\eta r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)\right]dr - \frac{4}{\rho_{\infty}}\int_{r}^{\infty}\eta\left(1 - \frac{p-p_{\infty}}{\rho_{\infty}c_{\infty}^{2}}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)dr \tag{4.60}$$

În relatiile (4.59) si (4.60) dacă $c_{\infty} \rightarrow \infty$ se obtine formularea pentru cazul lichidului incompresibil:

$$\nabla^{2}\Phi = 0 \tag{4.61}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)^2+\frac{p-p_\infty}{\rho_\infty}=-\frac{4}{3\rho_\infty}\int_r^\infty\frac{\partial}{\partial r}\left[\eta r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)\right]dr-\frac{4}{\rho_\infty}\int_r^\infty\eta\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)dr \quad (4.62)$$

Dacã, în plus, η = ct $\neq$ 0, se obtine formularea pentru cazul lichidului incompresibil newtonian:

$$\nabla^2\Phi=0 \quad (4.63)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)^2+\frac{p-p_\infty}{\rho_\infty}=\frac{4\eta}{\rho_\infty}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}+\frac{r}{3}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)\right] \quad (4.64)$$

iar dacã η = 0 se obtine formularea pentru cazul lichidului ideal incompresibil:

$$\nabla^2\Phi=0 \quad (4.65)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)^2+\frac{p-p_\infty}{\rho_\infty}=0 \quad (4.66)$$

Relatiile (4.64) si (4.66) sunt echivalente pentru cã folosind ecuatia de continuitate partea dreaptã a relatiei (4.64) este nulã. Justificarea acestui rezultat se poate face plecând de la ecuatia de conservare a momentului pentru lichid incompresibil:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\tau_{rr}}{\partial r}+\frac{3}{r}\tau_{rr}\right) \quad (4.67)$$

cu $\tau_{rr}=-2\eta\frac{\partial v_r}{\partial r}$. Relatia (4.67) este obtinutã din (4.32) tinând seama cã pentru lichid incompresibil suma eforturilor unitare normale datorate viscozitãtii este nulã, $\tau_{rr}+\tau_{\theta\theta}+\tau_{\varphi\varphi}=0$. Viteza radialã a lichidului, v_r, se obtine din ecuatia de continuitate, folosind conditia la interfatã (la r = R, $v_r=\dot{R}$), sub forma:

$$v_r=\frac{R^2}{r^2}\dot{R} \quad (4.68)$$

si imediat rezultã în cazul unui lichid newtonian:

$$\tau_{rr} = \frac{f(t)}{r^3} \tag{4.69}$$

unde f(t) este o functie numai de timp. Relatia (4.67) se poate pune sub forma:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{r^3}{\rho}\frac{\partial}{\partial r}\left(\tau_{rr} r^3\right) \tag{4.70}$$

adică în cazul unui lichid newtonian incompresibil, la fiecare moment de timp, efortul unitar normal τ_{rr} variază invers proportional cu cubul distantei r si, consecutiv, influenta viscozitătii în ecuatia de miscare este nulă. În cazul unui lichid nenewtonian incompresibil viscozitatea este functie de viteza de deformatie $\partial v_r/\partial r$, si relatia (4.69) îsi pierde valabilitatea. Variatia în raport cu raza a produsului $r^3\tau_{rr}$ nu este nulă si ecuatia (4.64) va contine si viscozitatea lichidului.

Formulările incompresibile diferă de cea dată de relatiile (4.59) si (4.60) pentru că neglijează două efecte fizice importante: viteza finită de propagare a oricărei unde de presiune si energia de comprimare înmagazinată în lichid ca urmare a modificării volumului specific (termenul $(p - p_\infty)/\rho_\infty c_\infty^2$). Influenta ambelor efecte este minoră în apropierea peretelui bulei deoarece, pe de o parte, timpul de propagare al oricărei unde de presiune, $t_{up}^{R_0} = R_0/c_\infty$, este mult mai mic decât timpul de colaps al bulei, $t_c \cong R_0 \times (\rho_\infty/p_\infty)^{1/2}$:

$$\frac{t_{up}^{R_0}}{t_c} \cong \frac{\sqrt{p_\infty / \rho_\infty}}{c_\infty} << 1 \tag{4.71}$$

si, pe de altă parte, în această zonă valoarea termenului $(p - p_\infty)/\rho_\infty c_\infty^2$ este relativ mică. În aceste conditii este de asteptat ca formularea incompresibilă să fie valabilă în apropierea peretelui bulei, adică pentru:

$$r \sim R_0 \tag{4.72}$$

Departe de bulă, viteza finită de propagare a sunetului este esentială. Timpul de propagare al unei unde de presiune până la distanta r este:

$$t_{up}^r = \frac{r}{c_\infty} \quad , \quad r > R_0 \tag{4.73}$$

Distanta r la care viteza finită de propagare a sunetului este importantă se obtine din conditia:

$$t_{up}^r \sim t_c \tag{4.74}$$

de unde rezultă:

$$r \sim c_\infty t_c \tag{4.75}$$

În această zonă atât viteza lichidului cât si presiunea au valori neglijabile astfel încât relatiile (4.59) si (4.60) pot fi scrise sub forma:

$$\nabla^2\Phi + \frac{1}{\rho_\infty c_\infty^2}\frac{\partial p}{\partial t} = 0 \tag{4.76}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{p - p_\infty}{\rho} = 0 \tag{4.77}$$

Variatia în timp nu a fost neglijată pentru că în apropierea punctului final al colapsului este semnificativă.

Raportul relatiilor (4.72) si (4.75)

$$\varepsilon = \frac{R_0}{c_\infty t_c} = \frac{\sqrt{p_\infty / \rho_\infty}}{c_\infty} \tag{4.78}$$

este mult mai mic decât unitatea astfel încât existenta a două zone în lichid "aproape de bulă" pentru $r \sim R_0$ si "departe de bulă" pentru $r \sim c_\infty t_c$, este clar pusă în evidentă. Cele două zone determină ordinul de mărime al distantei r la care efectul vitezei finite (mai degrabă decât infinită) a sunetului este semnificativ.

4.1.4. *Formularea adimensională*

Se aleg ca mărimi caracteristice raza initială a bulei, R_0, pentru lungimi si $U = (p_\infty/\rho_\infty)^{1/2}$ pentru viteze cu exceptia vitezei sunetului în lichid pentru care se alege valoarea corespunzătoare conditiilor la infinit, c_∞. Cu ajutorul acestora variabilele adimensionale sunt definite de relatiile:

$$r = R_0\, r_*, \quad R = R_0\, R_*, \quad t = \frac{R_0}{U} t_*, \quad \rho = \rho_\infty\, \rho_*$$
$$\Phi = R_0 U \Phi_*, \quad h = U^2 h_*, \quad c = c_\infty c_*, \quad \eta = R_0\, \rho_\infty U \eta_* \tag{4.79}$$

În definitia lui Φ_* s-a ales R_0U ca mărime de scară în conformitate cu relatia $v_r = \partial\Phi/\partial r$. Relatia $t = (R_0/U)\, t_*$ stipulează că bula îsi modifică dimensiunea cu ordinul de mărime R_0 în timpul $t = R_0/U$ si este corectă în situatiile în care câmpul de viteze în lichid este influentat în principal de miscarea peretelui bulei [126, 133]. Folosind R_0/U drept mărime caracteristică pentru timp relatia $h = U^2 h_*$ este fără consecintă fiind dictată de (4.48).

În functie de variabilele adimensionale ecuatiile (4.51), (4.52), (4.53) si (4.54) devin:

ecuatia de continuitate:

$$\nabla_*^2 \Phi_* + \frac{\varepsilon^2}{c_*^2}\left(\frac{\partial h_*}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_*}{\partial r}\frac{\partial h_*}{\partial r}\right) = 0 \tag{4.80}$$

ecuatia de miscare:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial \Phi_*}{\partial t_*} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \Phi_*}{\partial r_*}\right)^2 + h_* = \\ &= -\frac{4}{3}\int_{r_*}^{\infty} \frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_*}\left[\eta_* r_* \frac{\partial}{\partial r_*}\left(\frac{1}{r_*}\frac{\partial \Phi_*}{\partial r_*}\right)\right] dr_* - 4\int_{r_*}^{\infty} \frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_*}\left(\frac{1}{r_*}\frac{\partial \Phi_*}{\partial r_*}\right) dr_*\end{aligned} \tag{4.81}$$

conditiile la limită la peretele bulei ($r_* = R_*$):

conditia cinematică:

$$\frac{\partial \Phi_*}{\partial r_*} = R_*'(t_*) \tag{4.82}$$

conditia dinamică:

$$h_* = h_{*B} \tag{4.83}$$

viteza sunetului în lichid:

$$c_*^2 = 1 + \varepsilon^2 (m-1) h_* \tag{4.84}$$

Cu c_* dat de relatia (4.84) si h_* din relatia (4.81) ecuatia (4.80) se poate scrie sub forma:

$$
\begin{aligned}
\nabla_*^2\Phi_* = \varepsilon^2 \Bigg\{ & \frac{\partial^2\Phi_*}{\partial t_*^2} + 2\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_*}\frac{\partial^2\Phi_*}{\partial t_*\partial r_*} + \left(\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_*}\right)^2 \frac{\partial^2\Phi_*}{\partial r_*^2} + \\
& + 4\frac{\partial}{\partial t_*}\left\{\frac{1}{3}\int_{r_*}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_*}\left[\eta_* r_* \frac{\partial}{\partial r_*}\left(\frac{1}{r_*}\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_*}\right)\right]dr_* + \int_{r_*}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_*}\left(\frac{1}{r_*}\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_*}\right)dr_*\right\} + \\
& + 4\frac{\partial}{\partial r_*}\left\{\frac{1}{3}\int_{r_*}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_*}\left[\eta_* r_* \frac{\partial}{\partial r_*}\left(\frac{1}{r_*}\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_*}\right)\right]dr_* + \int_{r_*}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_*}\left(\frac{1}{r_*}\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_*}\right)dr_*\right\} + \\
& + (m-1)\left\{\frac{\partial\Phi_*}{\partial t_*} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_*}\right)^2 + \frac{4}{3}\int_{r_*}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_*}\left[\eta_* r_* \frac{\partial}{\partial r_*}\left(\frac{1}{r_*}\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_*}\right)\right]dr_* + \right. \\
& \left. + 4\int_{r_*}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_*}\left(\frac{1}{r_*}\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_*}\right)dr_*\right\}\nabla_*^2\Phi_* \Bigg\}
\end{aligned}
\tag{4.85}
$$

Functia Φ_* poate fi obtinută rezolvând (4.85) cu conditia la limită (4.82) si apoi relatia (4.81) pentru a calcula h_*. Datorită operatorilor diferentiali ce actionează asupra lui Φ_* în (4.81), o solutie pentru Φ_* precisă până la un anumit ordin în ε nu implică neapărat aceeasi precizie pentru h_* [156]. Pentru a înlătura această dificultate în obtinerea solutiei se aplică metoda dezvoltărilor asimptotice considerând simultan ecuatiile (4.81) si (4.85).

4.2. Strategia solutiei

Prezenta a două scări spatiale diferite, $r \sim R_0$ si $r \sim c_*(p_*/\rho_*)^{-1/2}R_0$, sugerează aplicarea metodei dezvoltărilor asimptotice prezentei probleme.

4.2.1. *Metoda dezvoltărilor asimptotice*

Aspectul cel mai important al metodei dezvoltărilor asimptotice este că permite o apreciere clară al ordinului de mărime al termenilor care apar în ecuatiile care descriu comportarea dinamică a bulei în diferite regiuni ale lichidului. Acest rezultat se obtine introducând în ecuatiile de miscare variabila de scară [135]:

$$r_\beta = \beta(\varepsilon)\, r_* \tag{4.86}$$

Diferite ordine de mărime ale functiei β(ε) generează diferite forme limită ale ecuatiilor când $\varepsilon \to 0$. Fiecare formă limită a ecuatiilor este valabilă într-o regiune a lichidului precizată prin functia β(ε). Unele din aceste forme limită contin alte forme limită în timp ce ele nu sunt continute în nici o altă formă limită. Aceste forme limită, "cele mai complete", sunt numite ecuatii distincte si ele sunt ecuatiile a căror solutie este determinată.

Numai comportarea asimptotică a functiei β(ε) când ε → 0 este semnificativă în această metodă. Toate functiile β pentru care

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{\beta}{\overline{\beta}}=1 \tag{4.87}$$

vor fi indicate prin ord$\overline{\beta}$ care precizează ordinul de mărime al functiei β. O ordonare a functiilor β după ordinul de mărime este stabilită prin:

$$ord\beta_1 < ord\beta_2 \tag{4.88}$$

dacă

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{\beta_1}{\beta_2}=0 \tag{4.89}$$

oricare ar fi functiile β_1 si β_2.

Prin introducerea variabilei $r_\beta = \beta(\varepsilon) r_*$ în (4.85) si (4.81) se obtine:

$$\beta^2\left\{1-\varepsilon^2(m-1)\left\{\frac{\partial\Phi_*}{\partial t_*}+\frac{1}{2}\beta^2\left(\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_\beta}\right)^2+4\beta^6\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}\nabla_\beta^2\Phi_*\right\}\right\}\nabla_\beta^2\Phi_*=$$

$$=\varepsilon^2\left\{\frac{\partial^2\Phi_*}{\partial t_*^2}+2\beta^2\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_\beta}\frac{\partial^2\Phi_*}{\partial t_*\partial r_\beta}+\beta^4\left\{\left(\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_\beta}\right)^2\frac{\partial^2\Phi_*}{\partial r_\beta^2}+\right.\right. \tag{4.90}$$

$$+4\frac{\partial}{\partial t_*}\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}\right\}+$$

$$\left.+4\beta^5\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}\right\}$$

si

$$\frac{\partial\Phi_*}{\partial t_*}+\frac{1}{2}\beta^2\left(\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_\beta}\right)^2+h_*=$$

$$=-4\beta^4\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\} \tag{4.91}$$

Formele limită ale acestor ecuatii când $\varepsilon \to 0$ pentru diferite ordine de mărime ale functiei β sunt:

a) ord β = ord 1

$$\nabla^2_{\beta}\Phi_* = 0$$

$$\frac{\partial \Phi_*}{\partial t_*} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \Phi_*}{\partial r_\beta}\right)^2 + h_* = \qquad (4.92a, b)$$

$$4\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty} \frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta \frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial \Phi_*}{\partial r_\beta}\right)\right] dr_\beta + \int_{r_\beta}^{\infty} \eta_* \frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial \Phi_*}{\partial r_\beta}\right) dr_\beta\right\}$$

b) ord β = ord ε

$$\nabla^2_{\beta}\Phi_* - \frac{\partial^2 \Phi_*}{\partial t_*^2} = 0 \quad , \quad \frac{\partial \Phi_*}{\partial t_*} + h_* = 0 \qquad (4.93a, b)$$

c) ord ε < ord β < ord 1

$$\nabla^2_{\beta}\Phi_* = 0 \quad , \quad \frac{\partial \Phi_*}{\partial t_*} + h_* = 0 \qquad (4.94a, b)$$

d) ord ε > ord β

$$\frac{\partial^2 \Phi_*}{\partial t_*^2} = 0 \quad , \quad \frac{\partial \Phi_*}{\partial t_*} + h_* = 0 \qquad (4.95a, b)$$

În ecuatia (4.92b) s-a folosit $\rho_* = 1$ în conformitate cu relatia (4.57) care sub formă adimensională se scrie $1/\rho_* = 1 - \varepsilon^2 h_*$. Introducând $\rho_* = 1$ în (4.90) si (4.91) se introduce o eroare de ordinul ε^2 în ecuatii si rezultatele îsi vor păstra valabilitatea numai în cazul în care solutia sistemului (4.90) si (4.91) se determină la ordinul zero si unu în ε.

Forma limită (4.94) este continută în (4.92) astfel încât se poate exprima că domeniul de valabilitate al formei limită (4.92) este:

$$D_1 = \{\beta \mid ord\, \varepsilon < ord\, \beta \le ord\, 1\} \qquad (4.96)$$

Formele limită (4.94) si (4.95) sunt continute în (4.93) si domeniul de valabilitate pentru (4.93) este:

$$D_{\varepsilon} = \{\beta \mid ord\, \beta < ord\, 1\} \qquad (4.97)$$

Ecuatiile (4.92) sunt identice cu formularea incompresibilă (4.61; 4.62), valabilă în zona "aproape de bulă" adică pentru $r \sim R_0$. În această zonă variabila spatială este $r_\beta = r_*$ dată de ordinul de mărime al functiei β care le-a generat. Ecuatiile (4.93) sunt identice cu formularea (4.76; 4.77) valabilă în zona "departe de bulă" adică pentru $r \sim c_\infty t_c$. Ecuatiile (4.93) au fost generate când ord β = ord ε astfel încât variabila spatială în această zonă este $r_\beta = \tilde{r} = \varepsilon r_*$.

Domeniile (4.96) si (4.97) au o parte comună:

$$D = \{\beta \ / \ ord\, \varepsilon < ord\, \beta < ord\, 1\} \tag{4.98}$$

Deoarece în acest domeniu ambele sisteme (4.92) si (4.93) se reduc la (4.94) si solutiile lor trebuie să se reducă la solutia sistemului (4.94). În acest mod, sistemului (4.92), desi valabil în apropierea peretelui bulei, îi va fi furnizat o conditie la limită la infinit iar sistemului (4.93) o conditie la limită la peretele bulei.

Solutia sistemelor (4.92) si (4.93) este căutată sub forma seriilor de puteri în ε astfel:

în zona "aproape de bulă" ($r_\beta = r_*$):

$$\Phi_* = \Phi_0 + \varepsilon\,\Phi_1 + \ldots.. \quad , \quad h_* = h_0 + \varepsilon\, h_1 + \ldots.. \tag{4.99}$$

în zona "departe de bulă" ($r_\beta = \tilde{r} = \varepsilon r_*$):

$$\Phi_* = \tilde{\Phi}_0 + \varepsilon\,\tilde{\Phi}_1 + \ldots.. \quad , \quad H_* = H_0 + \varepsilon\, H_1 + \ldots.. \tag{4.100}$$

4.2.2. *Solutia la ordinul zero (modelul incompresibil)*

Ecuatiile (4.92) se rescriu sub forma:

$$\nabla_*^2 \Phi_0 = 0$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial t_*^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial r_*}\right)^2 + h_0 = \tag{4.101a, b}$$

$$= \frac{4}{3}\left[\eta_* \, r_* \frac{\partial}{\partial r_*}\left(\frac{1}{r_*}\frac{\partial \Phi_0}{\partial r_*}\right)\right] - 4\int_{r_*}^{\infty} \eta_* \frac{\partial}{\partial r_*}\left(\frac{1}{r_*}\frac{\partial \Phi_0}{\partial r_*}\right) dr_*$$

unde η_* este forma adimensională a relatiei (4.36).

Forma limită (4.92) este singura care include viscozitatea lichidului. În relatia (4.36) viscozitatea aparentă, η, este functie de viteza de deformatie, $\dot{\gamma}$, exprimată în functie de al doilea coeficient al tensorului vitezei de deformatie [79, 84, 157]:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} I_{\dot{\gamma}2}} \tag{4.102}$$

cu

$$\frac{1}{2}I_{\dot\gamma 2}=2\left[\left(\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)^2+2\left(\frac{v_r}{r}\right)^2\right] \tag{4.103}$$

Folosind relatiile $v_r=\partial\Phi/\partial r$ si (4.101a) rezultă:

$$\dot\gamma=\frac{2\sqrt{3}}{r}\left|\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right| \tag{4.104}$$

iar expresia functiei de viscozitate se obtine sub forma adimensională:

$$\eta_*=\eta_{\infty*}+\frac{\eta_{0*}-\eta_{\infty*}}{1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*r_*}\left|\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_*}\right|\right)^n} \tag{4.105}$$

unde $k_*=(R_0/U)k$. Pe de altă parte, efortul unitar normal în cazul unui lichid incompresibil se obtine din relatia (4.33):

$$\tau_{rr*}=-4\eta_*\frac{1}{r_*}\frac{\partial\Phi_*}{\partial r_*} \tag{4.106}$$

sau la ordinul zero:

$$\tau_{rr*}=4\left[\eta_{\infty*}+\frac{\eta_{0*}-\eta_{\infty*}}{1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*r_*}\left|\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_*}\right|\right)^n}\right]\frac{1}{r_*}\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_*} \tag{4.107}$$

Solutia ecuatiei (4.101a) este:

$$\Phi_0=-\frac{f_0(t_*)}{r_*}+g_0(t_*) \tag{4.108}$$

si impunând si conditia la limită la peretele bulei (4.82) rezultă:

$$f_0=R_*^2R_*' \tag{4.109}$$

Cu (4.108) relatia (4.101b) devine:

$$h_0=\frac{f_0'(t_*)}{r_*}-g_0'(t_*)-\frac{1}{2}\frac{f_0^2(t_*)}{r_*^4}-$$
$$-4(\eta_{0*}-\eta_{\infty*})\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*r_*}|f_0|\right)^n\right]^{-1}\frac{f_0}{r_*^3}+12(\eta_{0*}-\eta_{\infty*})f_0 I \tag{4.110}$$

unde:

$$I=\int_{r_*}^{\infty} r_*^{-4}\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}|f_0|\right)^n\right]^{-1} dr_* \tag{4.111}$$

Cu schimbarea de variabilă:

$$y=\frac{a/r_*^{3n}}{1+\left(a/r_*^{3n}\right)} \qquad , \qquad a=\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*}|f_0|\right)^n \tag{4.112}$$

rezultă:

$$I=-\frac{1}{3n}a^{-1/n}\int_{\frac{a/r_*^{3n}}{1+\left(a/r_*^{3n}\right)}}^{0} y^{1/n-1}(1-y)^{-1/n}\,dy \tag{4.113}$$

Deoarece $|y|<1$ se poate scrie:

$$(1-y)^{-1/n}=1+\sum_{s=0}^{\infty} C_{s+1/n}^{s+1}\, y^{s+1} \tag{4.114}$$

si în final:

$$I=\frac{1}{3r_*^3}\left[\frac{1}{1+\left(a/r_*^{3n}\right)}\right]^{1/n}\left\{1+\sum_{s=0}^{\infty} C_{s+1/n}^{s+1}\frac{1}{ns+n+1}\left[\frac{1}{1+\left(r_*^{3n}/a\right)}\right]^{s+1}\right\} \tag{4.115}$$

Folosind (4.115) relatia (4.110) se scrie:

$$\begin{aligned}
h_0={}&\frac{f_0'(t_*)}{r_*}-g_0'(t_*)-\frac{1}{2}\frac{f_0^2(t_*)}{r_*^4}-4\left(\eta_{0*}-\eta_{\infty *}\right)\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}|f_0|\right)^n\right]^{-1}\frac{f_0(t_*)}{r_*^3}+\\
&+4\left(\eta_{0*}-\eta_{\infty *}\right)\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}|f_0|\right)^n\right]^{-1/n}\times\\
&\times\left\{1+\sum_{s=0}^{\infty} C_{s+1/n}^{s+1}\frac{1}{ns+n+1}\left[\frac{1}{1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}|f_0|\right)^{n}}\right]^{s+1}\right\}\frac{f_0(t_*)}{r_*^3}
\end{aligned} \tag{4.116}$$

Ecuatiile (4.93) se rescriu sub forma:

$$\tilde{\nabla}^2\tilde{\Phi}_0-\frac{\partial^2\tilde{\Phi}_0}{\partial t_*^2}=0 \qquad , \qquad \frac{\partial\tilde{\Phi}_0}{\partial t_*}+H_0=0 \tag{4.117a, b}$$

Solutia ecuatiei (4.117a) sub conditia la infinit $\partial\tilde{\Phi}_0 / \partial t_* = 0$ este:

$$\tilde{\Phi}_0=\frac{1}{\tilde{r}}\left[F_0(t_*-\tilde{r})+G_0(t_*+\tilde{r})\right]+\alpha_0 \tag{4.118}$$

iar din (4.117b) rezultă:

$$H_0=-\frac{1}{\tilde{r}}\left[F_0'(t_*-\tilde{r})+G_0'(t_*+\tilde{r})\right] \tag{4.119}$$

În domeniul $D=\{\beta \ / \ ord\,\varepsilon < ord\,\beta < ord\,1\}$ coincidenta celor două solutii (4.108) si (4.118) se poate exprima sub forma:

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\left[\Phi_0\left(\frac{r_\beta}{\beta},t_*\right)-\tilde{\Phi}_0\left(\frac{\varepsilon}{\beta}r_\beta,t_*\right)\right]=0 \tag{4.120}$$

sau:

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\left[\frac{f_0(t_*)}{r_*}+g_0(t_*)-\frac{F_0(t_*)+G_0(t_*)}{\varepsilon r_*}-G_0'(t_*)+F_0'(t_*)-\alpha_0\right]=0 \tag{4.121}$$

de unde:

$$F_0=-G_0 \tag{4.122}$$

$$g_0=2G_0'+\alpha_0 \tag{4.123}$$

Acelasi rezultat, (4.122) si (4.123), se obtine si atunci când conditia (4.120) se aplică pentru h_0 si H_0.

Impunând conditia dinamică la peretele bulei, $h_* = h_{B*}$, si folosind (4.109), din (4.116) se obtine:

$$h_{B*} = R_* R_*'' + \frac{3}{2} R_*'^2 - 2G_0''(t_*) - 4\left(\eta_{0*} - \eta_{\infty*}\right)\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*}\frac{|R_*'|}{R_*}\right)^n\right]^{-1}\frac{R_*'}{R_*} +$$

$$+4\left(\eta_{0*} - \eta_{\infty*}\right)\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*}\frac{|R_*'|}{R_*}\right)^n\right]^{-1/n} \times$$

$$\times\left\{1 + \sum_{s=0}^{\infty} C_{s-1/n}^{s-1}\frac{1}{ns+n+1}\frac{1}{\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*}\frac{|R_*'|}{R_*}\right)^{-n}\right]^{s-1}}\right\}\frac{R_*'}{R_*} \tag{4.124}$$

cu h_{B*} forma adimensională a relatiei (4.56) la ordinul zero:

$$h_{B*} = \frac{p_B}{p_\infty} - 1 \tag{4.125}$$

si p_B / p_∞ dat de (4.39), (4.107) si (4.109):

$$\frac{p_B}{p_\infty} = \frac{p_i}{p_\infty} - \frac{2\sigma}{R_0 p_\infty R_*} - 4\left[\eta_{\infty*} + \frac{\eta_{0*} - \eta_{\infty*}}{1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*}\frac{|R_*'|}{R_*}\right)^n}\right]\frac{R_*'}{R_*} \tag{4.126}$$

Înlocuind relatiile (4.125) si (4.126) în (4.124) si considerând evolutia adiabatică a gazului din interiorul bulei, $p_i = p_0 R_*^{-3\gamma}$, se obtine ecuatia:

$$R_* R_*'' + \frac{3}{2} R_*'^2 = 2G_0''(t_*) - 1 + qR_*^{-3\gamma} - \frac{C}{R_*} - 4\eta_{\infty*}\frac{R_*'}{R_*} -$$

$$-4\left(\eta_{0*} - \eta_{\infty*}\right)\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*}\frac{|R_*'|}{R_*}\right)^n\right]^{-1/n} \times \tag{4.127}$$

$$\times\left\{1 + \sum_{s=0}^{\infty} C_{s-1/n}^{s-1}\frac{1}{ns+n+1}\frac{1}{\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*}\frac{|R_*'|}{R_*}\right)^{-n}\right]^{s-1}}\right\}\frac{R_*'}{R_*}$$

cu $q = p_0 / p_\infty$, $C = 2\sigma/(R_0 p_\infty)$ si p_0 presiunea initială a gazului din interiorul cavitătii. Ecuatia (4.127) reprezintă ecuatia de miscare a peretelui bulei situată într-un lichid incompresibil nenewtonian cu comportare pseudoplastică descrisă de relatia Williamson si coincide cu cea obtinută, pe o cale diferită, în [77] când $2G_0''(t_*) = 0$. Dacă $\eta_{0*} = \eta_{\infty*} = \mu_*$, μ_* fiind viscozitatea newtoniană, se obtine ecuatia Rayleigh-Plesset (4.1) [123].

$$\rho_\infty\left(R\ddot{R}+\frac{3}{2}\dot{R}^2\right)=p_\infty\left[2G_0''(t_*)-1\right]+p_0\left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma}-\frac{2\sigma}{R}-4\eta_\infty\frac{\dot{R}}{R}+$$

$$+4\left(\eta_0-\eta_\infty\right)\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k}\frac{|\dot{R}|}{R}\right)^n\right]^{-1/n}\times \tag{4.128}$$

$$\times\left\{1+\sum_{s=0}^{\infty}C_{s+1/n}^{s+1}\frac{1}{ns+n+1}\frac{1}{\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k}\frac{|\dot{R}|}{R}\right)^{-n}\right]^{s+1}}\right\}\frac{\dot{R}}{R}$$

Semnificatia fizică a termenului $G_0(t_*)$ este următoarea. În (4.118) $F_0\left(t_*-\tilde{r}\right)$ reprezintă unda de presiune directă care se propagă dinspre peretele bulei în timp ce $G_0\left(t_*+\tilde{r}\right)$ este unda indirectă care se propagă înspre peretele bulei. În obtinerea ecuatiei (4.127) lichidul a fost considerat incompresibil si, deci, oscilatia bulei nu poate genera unde de presiune în lichid. În aceste conditii termenul G_0 poate fi interpretat ca fiind contributia dată de un câmp de presiune exterior aplicat lichidului asupra oscilatiei bulei.

4.2.3. *Solutia la ordinul unu (modelul compresibil)*

În zona "aproape de bulă", la ordinul unu:

$$\Phi_* = \Phi_0 + \varepsilon\Phi_1 \quad , \quad h_* = h_0 + \varepsilon h_1 \tag{4.129}$$

cu Φ_0 si h_0 date de (4.108) si (4.116) si satisfac (4.92). Prin înlocuirea relatiilor (4.129) în (4.90) si (4.91) se obtine:

$$
\begin{aligned}
&\beta^2\left\{1-\varepsilon^2(m-1)\left\{\frac{\partial\Phi_0}{\partial t_*}+\frac{1}{2}\beta^2\left(\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_\beta}\right)^2+\varepsilon\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial t_*}+\beta^2\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_\beta}\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\right)+\frac{1}{2}\varepsilon^2\beta^2\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\right)^2+\right.\right.\\
&+4\beta^6\left\{\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}+\right.\\
&\left.\left.\left.+\varepsilon\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}\right\}\nabla_\beta^2\left(\Phi_0+\varepsilon\Phi_1\right)\right\}\right\}\times\\
&\cdot\nabla_\beta^2\left(\Phi_0+\varepsilon\Phi_1\right)=\varepsilon^2\left\{\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial t_*^2}+2\beta^2\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_\beta}\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial t_*\partial r_\beta}+\beta^4\left[\left(\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_\beta}\right)^2\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial r_\beta^2}\right.\right.\\
&+4\frac{\partial}{\partial t_*}\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}\bigg\}+\\
&+4\beta^5\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}+\\
&+\varepsilon\left\{\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial t_*^2}+2\beta^2\left(\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_\beta}\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial t_*\partial r_\beta}+\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial t_*\partial r_\beta}\right)+\right.\\
&+\beta^4\left[2\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_\beta}\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial r_\beta^2}+\left(\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_\beta}\right)^2\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial r_\beta^2}\right]+4\frac{\partial}{\partial t_*}\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\right.\\
&\left.+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}+4\beta^5\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\right.\\
&\left.\left.+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}\right\}+\varepsilon^2\left\{2\beta^2\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial t_*\partial r_\beta}+\right.\\
&\left.+\beta^4\left[2\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_\beta}\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial r_\beta^2}+\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\right)^2\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial r_\beta^2}\right]\right\}+\varepsilon^3\beta^4\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\right)^2\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial r_\beta^2}\bigg\}
\end{aligned}
\tag{4.130}
$$

si:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial\Phi_1}{\partial t_*}+\beta^2\frac{\partial\Phi_0}{\partial r_\beta}\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}+\frac{1}{2}\varepsilon\beta^2\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\right)^2+h_1=\\
&=-4\beta^4\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\Phi_1}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}
\end{aligned}
\tag{4.131}
$$

Functia Φ_0 satisface (4.92a) astfel încât ultimele două relatii pot fi scrise sub forma:

$$\nabla_\beta^2 \Phi_1 = \frac{\varepsilon}{\beta^2}\left[2G_0'''(t_*) + O(\beta)\right] + \frac{\varepsilon^2}{\beta^2}\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial t_*^2} + O(\varepsilon^2, \varepsilon^4 \beta^2) \tag{4.132}$$

si:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \Phi_1}{\partial t_*} + \beta^3 \frac{f_0(t_*)}{r_\beta^2}\frac{\partial \Phi_1}{\partial r_\beta} + \frac{1}{2}\varepsilon \beta^2 \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial r_\beta}\right)^2 + h_1 = \\ &= -4\beta^2 \left\{ \frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty} \frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta \frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial \Phi_1}{\partial r_\beta}\right)\right] dr_\beta + \int_{r_\beta}^{\infty} \eta_* \frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial \Phi_1}{\partial r_\beta}\right) dr_\beta \right\} \end{aligned} \tag{4.133}$$

Formele limită ale acestor ecuatii când $\varepsilon \to 0$ pentru diferite ordine de mărime ale functiei β din domeniul D_i sunt:

a) ord β = ord 1

$$\nabla_\beta^2 \Phi_1 = 0$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial t_*} + \frac{f_0(t_*)}{r_\beta^2}\frac{\partial \Phi_1}{\partial r_\beta} + h_1 = \frac{4}{3}\left[\eta_* r_\beta \frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial \Phi_1}{\partial r_\beta}\right)\right] - 4\int_{r_\beta}^{\infty} \eta_* \frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial \Phi_1}{\partial r_\beta}\right) dr_\beta \tag{4.134a.b}$$

b) ord β = ord $\varepsilon^{1/2}$

$$\nabla_\beta^2 \Phi_1 = 2G_0'''(t_*) \quad , \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial t_*} + h_1 = 0 \tag{4.135a. b}$$

c) ord $\varepsilon^{1/2}$ < ord β < ord 1

$$\nabla_\beta^2 \Phi_1 = 0 \quad , \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial t_*} + h_1 = 0 \tag{4.136a. b}$$

d) ord ε < ord β < ord $\varepsilon^{1/2}$

$$0 = 2G_0'''(t_*) \quad , \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial t_*} + h_1 = 0 \tag{4.137a. b}$$

Forma limită (4.136) este continută în (4.134) si domeniul de valabilitate pentru (4.134) este:

$$D_{ii}^{(1)} = \left\{\beta \;/\; ord\, \varepsilon^{1/2} < ord\, \beta \le ord\, 1\right\} \tag{4.138}$$

Formele limită (4.136) si (4.137) sunt continute în (4.135) si domeniul de valabilitate pentru (4.135) este:

$$D_{ie}^{(1)} = \{\beta \mid ord\, \varepsilon < ord\, \beta < ord\, 1\} \tag{4.139}$$

Ecuatiile (4.134) au fost generate când ord β = ord 1 astfel încât variabila spatială în această zonă este $r_\beta = r_*$ în timp ce ecuatiile (4.135) au fost generate când ord β = ord $\varepsilon^{1/2}$ si variabila spatială în domeniul (4.139) este $r_\beta = \bar{r} = \varepsilon^{1/2} r_*$. Cele două domenii, (4.138) si (4.139), au partea comună:

$$D_{i}^{(1)} = \{\beta \mid ord\, \varepsilon^{1/2} < ord\, \beta < ord\, 1\} \tag{4.140}$$

Deoarece în acest domeniu sistemele (4.134) si (4.135) se reduc la sistemul (4.136) si solutiile lor trebuie să se reducă una celeilalte.

În zona "departe de bulă", la ordinul 1:

$$\Phi_* = \tilde{\Phi}_0 + \varepsilon\tilde{\Phi}_1 \quad , \quad h_* = H_0 + \varepsilon H_1 \tag{4.141}$$

cu $\tilde{\Phi}_0$ si H_0 date de (4.118) si, respectiv, (4.119) si satisfac (4.93). Prin înlocuirea relatiilor (4.141) în (4.90) si (4.91) se obtin următoarele ecuatii:

$$\beta^2\Bigg\{1-\varepsilon^2(m-1)\Bigg\{\frac{\partial\tilde{\Phi}_0}{\partial t_*}+\frac{1}{2}\beta^2\left(\frac{\partial\tilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\right)^2+\varepsilon\left(\frac{\partial\tilde{\Phi}_1}{\partial t_*}+\beta^2\frac{\partial\tilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\frac{\partial\tilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)+\frac{1}{2}\varepsilon^2\beta^2\left(\frac{\partial^2\tilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)^2+$$

$$+4\beta^6\left\{\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\tilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\tilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}+\right.$$

$$+4\beta^6\varepsilon\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\tilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\tilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}\Bigg\}\nabla_\beta^2\left(\tilde{\Phi}_0+\varepsilon\tilde{\Phi}_1\right)\Bigg\}\Bigg\}\times$$

$$\times\nabla_\beta^2\left(\tilde{\Phi}_0+\varepsilon\tilde{\Phi}_1\right)=\varepsilon^2\left\{\frac{\partial^2\tilde{\Phi}_0}{\partial t_*^2}+2\beta^2\frac{\partial\tilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\frac{\partial^2\tilde{\Phi}_0}{\partial t_*\partial r_\beta}+\beta^4\left\{\left(\frac{\partial\tilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\right)^2\frac{\partial^2\tilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta^2}+\right.\right.$$

$$+4\frac{\partial}{\partial t_*}\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\tilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\tilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}\Bigg\}+$$

$$+4\beta^5\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\tilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\tilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}+$$

$$+\varepsilon\left\{\frac{\partial^2\tilde{\Phi}_1}{\partial t_*^2}+2\beta^2\left(\frac{\partial\tilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\frac{\partial^2\tilde{\Phi}_1}{\partial t_*\partial r_\beta}+\frac{\partial\tilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\frac{\partial^2\tilde{\Phi}_0}{\partial t_*\partial r_\beta}\right)+\right.$$

$$+\beta^4\left[2\frac{\partial\widetilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\frac{\partial^2\widetilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta^2}+\left(\frac{\partial\widetilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\right)^2\frac{\partial^2\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta^2}\right]+4\frac{\partial}{\partial t_*}\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\right.$$

$$\left.+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}+4\beta^5\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\right.$$

$$\left.\left.+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}\right\}+\varepsilon^2\left\{2\beta^2\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\frac{\partial^2\widetilde{\Phi}_1}{\partial t_*\partial r_\beta}+\right.$$

$$\left.+\beta^4\left[2\frac{\partial\widetilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\frac{\partial^2\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta^2}+\left(\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)^2\frac{\partial^2\widetilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta^2}\right]\right\}+\varepsilon^3\beta^4\left\{\left(\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)^2\frac{\partial^2\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta^2}\right\} \qquad (4.142)$$

si:

$$\varepsilon\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial t_*}+\frac{1}{2}\beta^2\left(\frac{\partial\widetilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\right)^2+\varepsilon\beta^2\left[\frac{\partial\widetilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}+\frac{1}{2}\varepsilon\left(\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)^2\right]+\varepsilon H_1=$$

$$=-4\beta^4\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\widetilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\widetilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}-$$

$$-4\varepsilon\beta^4\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\eta_*}{\rho_*}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}$$

(4.143)

care pot fi scrise sub forma:

$$\nabla_\beta^2\widetilde{\Phi}_1=\frac{\varepsilon^2-\beta^2}{\varepsilon\beta^2}\frac{\partial^2\widetilde{\Phi}_0}{\partial t_*^2}+\frac{\varepsilon^2}{\beta^2}\frac{\partial^2\widetilde{\Phi}_1}{\partial t_*^2}+O\left(\varepsilon^2,\varepsilon^3\beta^2\right) \qquad (4.144)$$

si:

$$\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial t_*}+\beta^2\left[\frac{\partial\widetilde{\Phi}_0}{\partial r_\beta}\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}+\frac{1}{2}\varepsilon\left(\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)^2\right]+H_1= \qquad (4.145)$$

$$=-4\beta^4\left\{\frac{1}{3}\int_{r_\beta}^{\infty}\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left[\eta_* r_\beta\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)\right]dr_\beta+\int_{r_\beta}^{\infty}\eta_*\frac{\partial}{\partial r_\beta}\left(\frac{1}{r_\beta}\frac{\partial\widetilde{\Phi}_1}{\partial r_\beta}\right)dr_\beta\right\}+O\left(\frac{\beta^2}{\varepsilon},\frac{\beta^4}{\varepsilon}\right)$$

Formele limită ale sistemului (4.144) si (4.145) când $\varepsilon \to 0$ pentru diferite ordine de mărime ale functiei β din domeniul D_ε sunt:

a) ord β = ord ε

$$\nabla_{\beta}^{2}\widetilde{\Phi}_{1}=\frac{\partial^{2}\widetilde{\Phi}_{1}}{\partial t_{*}^{2}} \qquad , \qquad \frac{\partial\widetilde{\Phi}_{1}}{\partial t_{*}}+H_{1}=0 \tag{4.146a, b}$$

b) ord ε < ord β < ord 1

$$\nabla_{\beta}^{2}\widetilde{\Phi}_{1}=0 \qquad , \qquad \frac{\partial\widetilde{\Phi}_{1}}{\partial t_{*}}+H_{1}=0 \tag{4.147a, b}$$

c) ord ε > ord β

$$0=\frac{\partial^{2}\Phi_{1}}{\partial t_{*}^{2}} \qquad , \qquad \frac{\partial\Phi_{1}}{\partial t_{*}}+H_{1}=0 \tag{4.148a, b}$$

Singura formă limită distinctă este (4.146) deoarece contine atât (4.147) cât si (4.148). Ecuatiile (4.146) sunt valabile în întreg domeniul D_e. Variabila spatială în domeniul D_e este $r_\beta = \tilde{r} = \varepsilon\, r_*$. Se observă că domeniul $D_{ie}^{(1)}$ este continut în D_e astfel încât ecuatiile (4.135) nu mai trebuie considerate si domeniul comun între $D_{ii}^{(1)}$ si D_e este:

$$D^{(1)}=\left\{\beta \;/\; ord\,\varepsilon^{1/2}<ord\,\beta<ord\,1\right\}=D_{ii}^{(1)} \tag{4.149}$$

Solutia sistemului (4.134) cu $r_\beta = r_*$ este:

$$\Phi_{1}=-\frac{f_{1}(t_{*})}{r_{*}}+g_{1}(t_{*})$$

$$h_{1}=\frac{f_{1}'(t_{*})}{r_{*}}-g_{1}'(t_{*})-\frac{f_{0}(t_{*})}{r_{*}^{2}}\frac{f_{1}(t_{*})}{r_{*}^{2}}+\frac{4}{3}\left[\eta_{*}\,r_{*}\,\frac{\partial}{\partial r_{*}}\left(\frac{1}{r_{*}}\frac{f_{1}}{r_{*}^{2}}\right)\right]-4\int_{r_{*}}\eta_{*}\,\frac{\partial}{\partial r_{*}}\left(\frac{1}{r_{*}}\frac{f_{1}}{r_{*}^{2}}\right)dr_{*} \tag{4.150a,b}$$

Impunând conditia cinematică la peretele bulei $\partial\Phi_*/\partial r_* = R'_*$ din relatia (4.109) rezultă:

$$f_1(t_*)=0 \tag{4.151}$$

si deci:

$$\Phi_{1}=g_{1}(t_{*}) \qquad , \qquad h_{1}=-g_{1}'(t_{*}) \tag{4.152a, b}$$

Solutia sistemului (4.146) cu $r_\beta = \tilde{r} = \varepsilon\, r_*$ este:

$$\widetilde{\Phi}_{1}=\frac{1}{\tilde{r}}\left[F_{1}(t_{*}-\tilde{r})+G_{1}(t_{*}+\tilde{r})\right]+\alpha_{1} \quad , \quad H_{1}=-\frac{1}{\tilde{r}}\left[F_{1}'(t_{*}-\tilde{r})+G_{1}'(t_{*}+\tilde{r})\right] \tag{4.153a, b}$$

Conditia de coincidentă a solutiilor (4.152) si (4.153) în domeniul comun $D^{(1)}$ este:

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\left[\left(\Phi_0+\varepsilon\Phi_1\right)\left(\frac{r_\beta}{\beta},t_*\right)-\left(\tilde{\Phi}_0+\varepsilon\tilde{\Phi}_1\right)\left(\frac{\varepsilon}{\beta}r_\beta,t_*\right)\right]=0 \tag{4.154}$$

adică:

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\left[\begin{array}{l}-\dfrac{f_0(t_*)}{r_*}-\dfrac{F_1+G_1}{r_*}(t_*)+\varepsilon\left(g_1-G_1'+F_1'\right)(t_*)+g_0(t_*)+\\ \quad+\left(G_0'+F_0'\right)(t_*)-\alpha_0-\alpha_1-\dfrac{F_0+G_0}{\varepsilon r_*}(t_*)\end{array}\right]=0 \tag{4.155}$$

de unde rezultă:

$$F_1=-f_0-G_1 \tag{4.156}$$

$$g_1=2G'_1+f'_0 \tag{4.157}$$

$$\alpha_1=0 \tag{4.158}$$

În zona "aproape de bulă" potentialul la ordinul unu are forma:

$$\Phi_0+\varepsilon\Phi_1=-\frac{f_0(t_*)}{r_*}+\varepsilon f_0'(t_*)+\alpha_0+2\left[G_0'(t_*)-\varepsilon G_0'(t_*)\right] \tag{4.159}$$

în timp ce în zona "departe de bulă":

$$\begin{gathered}\tilde{\Phi}_0+\varepsilon\tilde{\Phi}_1=\\=\frac{1}{\tilde{r}}\left[G_0(t_*+\tilde{r})-G_0(t_*-\tilde{r})\right]+\frac{\varepsilon}{\tilde{r}}\left[G_1(t_*+\tilde{r})-G_1(t_*-\tilde{r})-f_0(t_*-\tilde{r})\right]+\alpha_0\end{gathered} \tag{4.160}$$

Oscilatia bulei poate induce o undă de presiune în lichid datorită compresibilitătii lichidului si componenta G_1 caracterizează această undă. Lichidul fiind extins la infinit oscilatia bulei nu poate afecta undele reflectate, $G_1(t_* - r)$, astfel încât se poate considera $G_1 = 0$.

Folosind relatia (4.109) se pot scrie acum formele finale ale potentialului si entalpiei valabile la ordinul unu. În zona "aproape de bulă":

$$\Phi_0+\varepsilon\Phi_1=-\frac{R_*^2R_*'}{r_*}+2G_0'(t_*)+\varepsilon\left(R_*^2R_*'\right)'+\alpha_0 \tag{4.161a}$$

$$h_0+\varepsilon h_1=\frac{\left(R_*^2R_*'\right)'}{r_*}-\frac{1}{2}\frac{\left(R_*^2R_*'\right)^2}{r_*^4}-2G_0''(t_*)-$$

$$-4\left(\eta_{0*}-\eta_{\infty*}\right)\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*r_*^3}\left|R_*^2R_*'\right|\right)^n\right]^{-1}\frac{R_*^2R_*'}{r_*^3}+4\left(\eta_{0*}-\eta_{\infty*}\right)\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*r_*^3}\left|R_*^2R_*'\right|\right)^n\right]^{-1\cdot n}\times$$

$$\times\left\{1+\sum_{s=0}^{\infty}C_{s+1n}^{s+1}\frac{1}{ns+n+1}\left[\frac{1}{1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*r_*^3}\left|R_*^2R_*'\right|\right)^{-n}}\right]^{s+1}\right\}\frac{R_*^2R_*'}{r_*^3}-\varepsilon\left(R_*^2R_*'\right)''(t_*)$$

(4.161b)

iar în zona "departe de bulă":

$$\tilde{\Phi}_0+\varepsilon\tilde{\Phi}_1=\frac{1}{\tilde{r}}\left[G_0\left(t_*+\tilde{r}\right)-G_0\left(t_*-\tilde{r}\right)\right]-\frac{\varepsilon}{\tilde{r}}\left(R_*^2R_*'\right)'\left(t_*-\tilde{r}\right) \qquad (4.162a)$$

$$H_0+\varepsilon H_1=-\frac{1}{\tilde{r}}\left[G_0'\left(t_*+\tilde{r}\right)-G_0'\left(t_*-\tilde{r}\right)\right]+\frac{\varepsilon}{\tilde{r}}\left(R_*^2R_*'\right)'\left(t_*-\tilde{r}\right) \qquad (4.162b)$$

În absenta unui câmp de presiune extern care actionează asupra lichidului, în ecuatiile (4.161) si (4.162) $G_0 = 0$.

Impunând conditia dinamică la peretele bulei, $h_* = h_{B*}$ la $r_* = R_*$, din ecuatia (4.161b) rezultă:

$$R_*R_*''+\frac{3}{2}R_*'^2-\varepsilon\left(R_*^2R_*'''+6R_*R_*'R_*''+2R_*'^3\right)=$$

$$=h_{B*}+2G_0''(t_*)+4\left(\eta_{0*}-\eta_{\infty*}\right)\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*}\frac{\left|R_*'\right|}{R_*}\right)^n\right]^{-1}\frac{R_*'}{R_*}-$$

$$-4\left(\eta_{0*}-\eta_{\infty*}\right)\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*}\frac{\left|R_*'\right|}{R_*}\right)^n\right]^{-1\cdot n}\times \qquad (4.163)$$

$$\times\left\{1+\sum_{s=0}^{\infty}C_{s+1n}^{s+1}\frac{1}{ns+n+1}\frac{1}{\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*}\frac{\left|R_*'\right|}{R_*}\right)^{-n}\right]^{s+1}}\right\}\frac{R_*'}{R_*}$$

unde h_{B*} este forma adimensională a relatiei (4.46) iar p_B/p_∞ dat de relatia (4.126).

Ecuatia (4.163) reprezintă ecuatia de miscare a peretelui bulei situată într-un lichid nenewtonian compresibil cu comportare pseudoplastică descrisă de relatia Williamson. Această ecuatie este valabilă la ordinul unu în ε, sau tinând seama că $\varepsilon = U/c_\infty$, la ordinul unu al numărului Mach la peretele bulei.

Dacă h_{B*} este aproximat prin (4.125) si folosind (4.126) se obtine ecuatia:

$$
\begin{aligned}
&R_* R_*'' + \frac{3}{2} R_*'^2 - \varepsilon \left(R_*^2 R_*''' + 6 R_* R_*' R_*'' + 2 R_*'^3 \right) = \\
&= 2G_0''(t_*) - 1 + qR_*^{-3\gamma} - \frac{C}{R_*} - 4\eta_{\infty *} \frac{R_*'}{R_*} - 4\left(\eta_{0*} - \eta_{\infty *}\right) \left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*} \frac{|R_*'|}{R_*} \right)^n \right]^{-1/n} \times \\
&\times \left\{ 1 + \sum_{s=0}^{\infty} C_{s+1/n}^{s+1} \frac{1}{ns+n+1} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*} \frac{|R_*'|}{R_*} \right)^{-n} \right]^{s+1}} \right\} \frac{R_*'}{R_*}
\end{aligned}
\tag{4.164}
$$

Pentru lichid incompresibil ε = 0 si ecuatia (4.164) este identică cu (4.127). Dacă $\eta_{0*} = \eta_{\infty *} = \mu_*$, din (4.164), se obtine ecuatia:

$$
R_* R_*'' + \frac{3}{2} R_*'^2 - \varepsilon \left(R_*^2 R_*''' + 6 R_* R_*' R_*'' + 2 R_*'^3 \right) = h_{B*} \tag{4.165}
$$

sau, în termeni de presiune:

$$
\begin{aligned}
&R_* R_*'' + \frac{3}{2} R_*'^2 - \varepsilon \left(R_*^2 R_*''' + 6 R_* R_*' R_*'' + 2 R_*'^3 \right) = \\
&= 2G_0''(t_*) - 1 + qR_*^{-3\gamma} - \frac{C}{R_*} - 4\eta_{\infty *} \frac{R_*'}{R_*}
\end{aligned}
\tag{4.166}
$$

valabile pentru cazul bulei situată într-un lichid newtonian compresibil.

Forma dimensională a ecuatiei (4.163) este:

$$\rho_\infty\left[R\ddot{R}+\frac{3}{2}\dot{R}^2-\frac{1}{c_\infty}\left(R^2\dddot{R}+6R\dot{R}\ddot{R}+2\dot{R}^3\right)\right]=$$

$$=p_\infty\left[2G_0''(t_*)-1\right]+p_0\left(R_0/R\right)^{3\gamma}-\frac{2\sigma}{R}-4\eta_\infty\frac{\dot{R}}{R}-4\left(\eta_0-\eta_\infty\right)\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*}\frac{|\dot{R}|}{R}\right)^n\right]^{-1/n}\times \tag{4.167}$$

$$\times\left\{1+\sum_{s=0}^{\infty}C_{s+1/n}^{s+1}\frac{1}{ns+n+1}\frac{1}{\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*}\frac{|\dot{R}|}{R}\right)^{-n}\right]^{s+1}}\right\}\frac{\dot{R}}{R}$$

Câteva aspecte ale ecuatiilor care descriu oscilatia bulei în lichide nenewtoniene necesită un comentariu. Singurele mecanisme de amortizare a oscilatiei bulei de care se tine seama în (4.164) sunt cele datorate viscozitătii lichidului (ultimii doi termeni) si radiatiei acustice (termenul ce contine c_∞). Unul din termenii ce induce amortizarea oscilatiei bulei pe seama viscozitătii lichidului contine numai viscozitatea corespunzătoare vitezei de deformatie infinită iar al doilea termen contine întreaga caracteristică pseudoplastică a viscozitătii. În faza de colaps a bulei ambii termeni sunt pozitivi în timp ce în faza de recuperare sunt negativi. În cazul solutiilor apoase de polimeri, la orice viteză de deformatie, viscozitatea solutiei este mai mare decât a apei si, consecutiv, este de asteptat ca amortizarea oscilatiei bulei să fie mai mare. Amortizarea acustică provine de la termenul ce contine viteza sunetului în lichid; cu cât valoarea vitezei sunetului este mai mică cu atât amortizarea oscilatiei bulei este mai mare. Tensiunea superficială la interfata gaz-lichid determină cresterea vitezei peretelui bulei în faza de colaps si micsorarea acesteia în faza recuperării, termenul ce contine tensiunea superficială fiind întotdeauna negativ. Ecuatiile de tipul (4.163) si (4.164) necesită trei conditii initiale, pentru R_*, R_*' si R_*''. Conditia initială suplimentară pentru R_*'' se poate obtine din ecuatia (4.127) păstrând acelasi ordin de precizie (în ε) în ecuatiile (4.163) si (4.164).

4.3. Distributia presiunii în lichidul înconjurător bulei

Solutiile obtinute pentru functia de potential si entalpie, date de relatiile (4.161) si (4.162), sunt valabile în diferite regiuni ale lichidului. Pentru determinarea distributiei presiunii în lichidul înconjurător bulei este necesar să se cunoască expresiile functiei de potential si entalpiei, atât la ordinul zero cât si la ordinul unu, valabile peste tot în lichid. Din analiza relatiilor (4.161) si (4.162) rezultă la ordinul zero:

$$\Phi_*^{(0)}=\frac{1}{\varepsilon r_*}\left[G_0\left(t_*+\varepsilon r_*\right)-G_0\left(t_*-\varepsilon r_*\right)\right]-\frac{\left(R_*^2R_*'\right)\left(t_*\right)}{r_*}+\alpha_0 \tag{4.168a}$$

si:

$$h_*^{(0)} = -\frac{1}{\varepsilon r_*}\left[G_0'(t_* + \varepsilon r_*) - G_0'(t_* - \varepsilon r_*)\right] + \frac{\left(R_*^2 R_*'\right)'(t_*)}{r_*} - \frac{1}{2}\frac{\left(R_*^2 R_*'\right)^2(t_*)}{r_*^4} -$$

$$-4\left(\eta_{0*} - \eta_{\infty *}\right)\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}\left|\left(R_*^2 R_*'\right)(t_*)\right|\right)^n\right]^{-1}\frac{\left(R_*^2 R_*'\right)(t_*)}{r_*^3} + 4\left(\eta_{0*} - \eta_{\infty *}\right)\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}\left|\left(R_*^2 R_*'\right)(t_*)\right|\right)^n\right]$$

$$\times\left\{1 + \sum_{s=0}^{\infty} C_{s+1\,n}^{s+1}\frac{1}{ns+n+1}\left[\frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}\left|\left(R_*^2 R_*'\right)(t_*)\right|\right)^{-n}}\right]^{s+1}\right\}\frac{\left(R_*^2 R_*'\right)(t_*)}{r_*^3} \tag{4.168b}$$

iar la ordinul unu:

$$\Phi_*^{(1)} = \frac{1}{\varepsilon r_*}\left[G_0(t_* + \varepsilon r_*) - G_0(t_* - \varepsilon r_*)\right] - \frac{\left(R_*^2 R_*'\right)(t_* - \varepsilon r_*)}{r_*} + \alpha_0 \tag{4.169a}$$

si:

$$h_*^{(1)} = -\frac{1}{\varepsilon r_*}\left[G_0'(t_* + \varepsilon r_*) - G_0'(t_* - \varepsilon r_*)\right] - \frac{\left(R_*^2 R_*'\right)'(t_* - \varepsilon r_*)}{r_*} - \frac{1}{2}\frac{\left(R_*^2 R_*'\right)^2(t_*)}{r_*^4} -$$

$$-4\left(\eta_{0*} - \eta_{\infty *}\right)\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}\left|\left(R_*^2 R_*'\right)(t_*)\right|\right)^n\right]^{-1}\frac{\left(R_*^2 R_*'\right)(t_*)}{r_*^3} + 4\left(\eta_{0*} - \eta_{\infty *}\right)\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}\left|\left(R_*^2 R_*'\right)(t_*)\right|\right)^n\right]^{-1\,n} \times$$

$$\times\left\{1 + \sum_{s=0}^{\infty} C_{s+1\,n}^{s+1}\frac{1}{ns+n+1}\left[\frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}\left|\left(R_*^2 R_*'\right)(t_*)\right|\right)^{-n}}\right]^{s+1}\right\}\frac{\left(R_*^2 R_*'\right)(t_*)}{r_*^3} \tag{4.169b}$$

În functie de valorile lui r_* aceste expresii se reduc la formele corespunzătoare domeniului "aproape de bulă" sau la cele corespunzătoare domeniului "departe de bulă". Astfel, dacă r_* are valori mici:

$$\frac{1}{\varepsilon r_*}\left[G_0(t_* + \varepsilon r_*) - G_0(t_* - \varepsilon r_*)\right] =$$
$$= \frac{1}{\varepsilon r_*}\left[G_0(t_*) - G_0(t_*) + \varepsilon r_* G_0'(t_*) + \varepsilon r_* G_0'(t_*)\right] = 2G_0'(t_*) \tag{4.170}$$

si:

$$\frac{1}{r_*}\left(R_*^2 R_*'\right)\left(t_* - \varepsilon r_*\right) = \frac{1}{r_*}\left[\left(R_*^2 R_*'\right)\left(t_*\right) - \varepsilon r_*\left(R_*^2 R_*'\right)'\left(t_*\right)\right] \tag{4.171}$$

si relatiile (4.168a) si (4.169a) se reduc la formele (4.108) si (4.159) valabile în zona "aproape de bulă". Dacă r_* are valori mari termenul $1/r_*$ este neglijabil si relatiile (4.168) si (4.169) se reduc la formele (4.118) si (4.160) valabile în zona "departe de bulă". Consideratii similare se pot face si pentru relatiile corespunzătoare entalpiei, (4.168b) si (4.169b).

Relatiile (4.168) si (4.169), desi valabile peste tot în lichid, nu satisfac conditia cinematică la peretele bulei, $\partial\Phi_*/\partial r_* = R'_*$, decât dacă $\varepsilon \to 0$. Prin derivarea relatiei (4.168a) rezultă:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Phi_*^{(0)}}{\partial r_*}\left(R_*, t_*\right) = R_*'\left(t_*\right) - \frac{1}{R_*}\left[G_0'\left(t_* + \varepsilon R_*\right) + G_0'\left(t_* - \varepsilon R_*\right)\right] - \\ - \frac{1}{\varepsilon R_*^2}\left[G_0\left(t_* + \varepsilon R_*\right) - G_0\left(t_* - \varepsilon R_*\right)\right]\end{aligned} \tag{4.172}$$

si, deci, o eroare este introdusă de termenii G_0 pentru ε finit. Acelasi rezultat se obtine si pentru $\Phi_*^{(1)}$. Remediul constă în introducerea noii variabile

$$\tau_\pm = t_* \pm \varepsilon\left[r_* - R_*\left(t_*\right)\right] \tag{4.173}$$

care permite satisfacerea conditiei cinematice la peretele bulei chiar si pentru ε finit. Cu noua variabilă (4.173) se obtin următoarele relatii pentru entalpie:

la ordinul zero:

$$\begin{aligned} h_*^{(0)} = & -\frac{1}{\varepsilon r_*}\left[G_0'\left(\tau_+\right) - G_0'\left(\tau_-\right)\right] - \frac{R_*}{r_*}\left[G_0''\left(\tau_+\right) + G_0''\left(\tau_-\right)\right] + \frac{\left(R_*^2 R_*'\right)'\left(t_*\right)}{r_*} - \frac{1}{2}\frac{\left(R_*^2 R_*'\right)^2\left(t_*\right)}{r_*^4} - \\ & -4\left(\eta_{0*} - \eta_{\infty *}\right)\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}\left|\left(R_*^2 R_*'\right)\left(t_*\right)\right|\right)^n\right]^{-1} \frac{\left(R_*^2 R_*'\right)\left(t_*\right)}{r_*^3} + \\ & +4\left(\eta_{0*} - \eta_{\infty *}\right)\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}\left|\left(R_*^2 R_*'\right)\left(t_*\right)\right|\right)^n\right]^{-1/n} \times \\ & \times\left\{1 + \sum_{s=0}^{\infty} C_{s+1/n}^{s+1} \frac{1}{ns + n + 1}\left[\frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}\left|\left(R_*^2 R_*'\right)\left(t_*\right)\right|\right)^{-n}}\right]^{s+1}\right\}\frac{\left(R_*^2 R_*'\right)\left(t_*\right)}{r_*^3} \end{aligned} \tag{4.174}$$

si la ordinul unu:

$$h_*^{(1)} = -\frac{1}{\varepsilon r_*}\left[G_0'(\tau_+) - G_0'(\tau_-)\right] - \frac{R_*}{r_*}\left[G_0''(\tau_+) + G_0''(\tau_-)\right] - \frac{1}{2}\varepsilon\frac{R_*^2}{r_*}\left[G_0'''(\tau_+) - G_0'''(\tau_-)\right] +$$

$$+\frac{\left(R_*^2R_*'\right)'(\tau_-) - \varepsilon R_*(t_*)\left(R_*^2R_*'\right)''(\tau_-)}{r_*} - \frac{1}{2}\frac{\left(R_*^2R_*'\right)^2(t_*)}{r_*^4} -$$

$$-4\left(\eta_{0*} - \eta_{\infty *}\right)\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}\left|\left(R_*^2R_*'\right)(t_*)\right|\right)^n\right]^{-1}\frac{\left(R_*^2R_*'\right)(t_*)}{r_*^3} +$$

$$+4\left(\eta_{0*} - \eta_{\infty *}\right)\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}\left|\left(R_*^2R_*'\right)(t_*)\right|\right)^n\right]^{-1/n} \times$$

$$\times\left\{1 + \sum_{s=0}^{r} C_{s+1/n}^{s+1}\frac{1}{ns+n+1}\left[\frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}\left|\left(R_*^2R_*'\right)(t_*)\right|\right)^{-n}}\right]^{s+1}\right\}\frac{\left(R_*^2R_*'\right)(t_*)}{r_*^3} \qquad (4.175)$$

În cazul oscilatiei bulei într-un câmp de presiune constant $G_0 = 0$ si folosind relatia $h_* = p/p_\infty - 1$ se obtine la ordinul zero:

$$\frac{p}{p_\infty}(r_*) = 1 + \frac{R_*^2}{r_*}R_*'' + 2\frac{R_*}{r_*}R_*'^2 - \frac{1}{2}\frac{R_*^4}{r_*^4}R_*'^2 -$$

$$-4\left(\eta_{0*} - \eta_{\infty *}\right)\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}\left|R_*^2R_*'\right|\right)^n\right]^{-1}\frac{R_*^2R_*'}{r_*^3} + 4\left(\eta_{0*} - \eta_{\infty *}\right)\left[1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}\left|R_*^2R_*'\right|\right)^n\right]^{-1/n} \times$$

$$\times\left\{1 + \sum_{s=0}^{r} C_{s+1/n}^{s+1}\frac{1}{ns+n+1}\left[\frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_* r_*^3}\left|R_*^2R_*'\right|\right)^{-n}}\right]^{s+1}\right\}\frac{R_*^2R_*'}{r_*^3} \qquad (4.176)$$

Pentru $r_* = R_*$ în relatia (4.176) si folosind (4.127) pentru a elimina termenul $R_*R_*'' + (3/2)R_*'^2$ rezultă ecuatia presiunii în lichid la peretele bulei:

$$\frac{p_R}{p_\infty} = qR_*^{-3\gamma} - \frac{C}{R_*} - 4\left[\eta_{\infty *} + \frac{\eta_{0*} - \eta_{\infty *}}{1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*}\frac{\left|R_*'\right|}{R_*}\right)^n}\right]\frac{R_*'}{R_*} \qquad (4.177)$$

Ecuatiile (4.176) si (4.177) sunt identice cu cele obtinute, pe o altă cale, în [77] si valabile pentru lichid incompresibil.

În cazul oscilatiei bulei într-un câmp de presiune constant, folosind relatia (4.46) se obtine la ordinul unu:

$$
\begin{aligned}
\frac{p}{p_\infty}(r_*) = -\frac{B}{p_\infty} + \left(1+\frac{B}{p_\infty}\right)\Bigg\{1+\varepsilon^2(m-1)\Bigg[&\frac{\left(R_*^2R_*''+2R_*R_*'^2\right)(\tau_-)}{r_*} - \\
&-\varepsilon\frac{R_*(t_*)}{r_*}\left(R_*^2R_*'''+6R_*R_*'R_*''+2R_*'^3\right)(\tau_-) - \frac{1}{2}\frac{R_*^4R_*'}{r_*^4} - \\
-4\left(\eta_{0*}-\eta_{\infty*}\right)\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*r_*^3}\left|R_*^2R_*'\right|\right)^n\right]^{-1}\frac{R_*^2R_*'}{r_*^3} &+ 4\left(\eta_{0*}-\eta_{\infty*}\right)\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*r_*^3}\left|R_*^2R_*'\right|\right)^n\right]^{-1/n} \times \\
&\times\left\{1+\sum_{s=0}^{\infty}C_{s-1/n}^{s+1}\frac{1}{ns+n+1}\left[\frac{1}{1-\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*r_*^3}\left|R_*^2R_*'\right|\right)^{n}}\right]^{s+1}\right\}\frac{R_*^2R_*'}{r_*^3}\Bigg]\Bigg\}^{\frac{m-1}{m}}
\end{aligned}
\tag{4.178}
$$

Dacă $h_*^{(1)}$ este aproximat prin $p/p_\infty - 1$ se obtine tot la ordinul unu:

$$
\begin{aligned}
\frac{p}{p_\infty}(r_*) = 1 + &\frac{\left(R_*^2R_*''+2R_*R_*'^2\right)(\tau_-)}{r_*} - \varepsilon\frac{R_*(t_*)}{r_*}\left(R_*^2R_*'''+6R_*R_*'R_*''+2R_*'^3\right)(\tau_-) - \frac{1}{2}\frac{R_*^4R_*'}{r_*^4} - \\
-4\left(\eta_{0*}-\eta_{\infty*}\right)\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*r_*^3}\left|R_*^2R_*'\right|\right)^n\right]^{-1}\frac{R_*^2R_*'}{r_*^3} &+ 4\left(\eta_{0*}-\eta_{\infty*}\right)\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*r_*^3}\left|R_*^2R_*'\right|\right)^n\right]^{-1/n} \times \\
&\times\left\{1+\sum_{s=0}^{\infty}C_{s-1/n}^{s+1}\frac{1}{ns+n+1}\left[\frac{1}{1-\left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*r_*^3}\left|R_*^2R_*'\right|\right)^{-n}}\right]^{s+1}\right\}\frac{R_*^2R_*'}{r_*^3}
\end{aligned}
\tag{4.179}
$$

Pentru a păstra acelasi ordin de precizie în calculul lui $p(r_*)$ ecuatia (4.178) trebuie cuplată cu (4.163) iar ecuatia (4.179) cu (4.164). Relatiile (4.178) si (4.179) descriu distributia presiunii în lichidul înconjurător bulei, considerat compresibil, nenewtonian cu comportare pseudoplastică descrisă de relatia Williamson. Pentru $r_* = R_*$ în cele două relatii si folosind (4.163) în (4.178) si, respectiv, (4.164) în (4.179) pentru a elimina termenul $R_*R_*'' + (3/2)R_*'^2 - \varepsilon\left(R_*^2R_*''' + 6R_*R_*'R_*'' + 2R_*'^3\right)$ se obtine ecuatia presiunii în lichid la peretele bulei sub forma:

$$\frac{p_B}{p_\infty} = qR_*^{-3\gamma} - \frac{C}{R_*} - 4\left[\eta_{\infty *} + \frac{\eta_{0*} - \eta_{\infty *}}{1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{k_*}\frac{|R_*'|}{R_*}\right)^n}\right]\frac{R_*'}{R_*} \qquad (4.180)$$

identică cu cea din cazul incompresibil [77].

4.4. Raza de echilibru a bulei

După un număr finit de oscilatii, din cauza disipării vâscoase si acustice a energiei bulei, se ajunge la o pozitie de echilibru caracterizată prin raza de echilibru a bulei R_e. În acest caz:

$$\dot{R} = \ddot{R} = \dddot{R} = 0 \qquad (4.181)$$

si din ecuatia de miscare a peretelui bulei, atât în modelul incompresibil (4.128) cât si în cel compresibil (4.164), rezultă:

$$qR_{e*}^{-3\gamma} - \frac{C}{R_{e*}} - 1 = 0 \qquad (4.182)$$

sau în variabile dimensionale:

$$R_e^{3\gamma} + \frac{2\sigma}{p_\infty}R_e^{3\gamma-1} - \frac{p_0}{p_\infty}R_0^{3\gamma} = 0 \qquad (4.183)$$

Parametrii care controlează raza de echilibru a bulei sunt presiunea lichidului la infinit, p_∞ , raza initială a bulei, R_0 , presiunea initială a gazului din interiorul bulei, p_0 , si tensiunea superficială la interfata gaz-lichid,σ. Caracteristica reologică a lichidului,$\eta = \eta(\dot{\gamma})$, si viteza sunetului în lichid nu au influentă asupra razei de echilibru a bulei.

4.5. Raza critică de oscilatie a bulei

Raza critică de oscilatie a bulei se obtine folosind solutia liniarizată. În cazul oscilatiei razei bulei, în jurul pozitiei de echilibru, cu amplitudine mică:

$$R = R_e(1+\delta) \quad , \quad |\delta| << 1 \qquad (4.184)$$

Introducând (4.184) în (4.128), cu aproximatiile $(1-\delta)^{-\alpha} \cong 1 - \alpha\delta$, rezultă:

$$\rho_\infty R_e^2\left[(1+\delta)\ddot{\delta}+\frac{3}{2}\dot{\delta}^2\right]=-p_\infty+\frac{p_0}{p_\infty}\left(\frac{R_0}{R_e}\right)^{3\gamma}(1-3\gamma\delta)-\frac{2\sigma}{R_e}(1-\delta)-4\eta_\infty\dot{\delta}(1-\delta)-$$

$$-4(\eta_0-\eta_\infty)\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k}|\dot{\delta}|(1-\delta)\right)^n\right]^{-1/n-1}\times \tag{4.185}$$

$$\times\left\{1+\sum_{s=0}^{\infty}C_{s+1/n}^{s+1}\frac{1}{ns+n+1}\frac{1}{\left[1+\left(\frac{2\sqrt{3}}{k}|\dot{\delta}|(1-\delta)\right)^{-n}\right]^s}\right\}\dot{\delta}|\dot{\delta}|(1-\delta)^2$$

Neglijând termenii de ordin superior în δ si $\dot{\delta}$ si folosind relatia (4.183) se obtine:

$$\ddot{\delta}+\frac{4\eta_\infty}{\rho_\infty R_e^2}\dot{\delta}+\frac{1}{\rho_\infty R_e^2}\left[3\gamma p_\infty+(3\gamma-1)\frac{2\sigma}{R_e}\right]\delta=0 \tag{4.186}$$

care reprezintă ecuatia unui oscilator liniar liber cu amortizare vâscoasă. Frecventa naturală de oscilatie pentru oscilatorul (4.186) este:

$$f_0=\frac{1}{2\pi R_e}\sqrt{\frac{1}{\rho_\infty}\left[3\gamma p_\infty+(3\gamma-1)\frac{2\sigma}{R_e}\right]-\left(\frac{2\eta_\infty}{\rho_\infty R_e}\right)^2} \tag{4.187}$$

Raza critică de oscilatie, $R_{0,c}$, la care oscilatia bulei devine supra-amortizată se obtine din conditia $f_0 = 0$; cu relatia (4.183) scrisă sub forma:

$$R_{0,c}=R_e\left\{\frac{p_\infty}{p_0}\left[1+\frac{2\sigma}{p_\infty R_e}\right]\right\}^{1/3\gamma} \tag{4.188}$$

rezultă:

$$R_{0,c}=\frac{3\gamma-1}{3\gamma}\frac{\sigma}{p_\infty}\left[-1+\sqrt{1+3\gamma\rho_\infty p_\infty\left[\frac{2\eta_\infty}{(3\gamma-1)\sigma\rho_\infty}\right]^2}\right]\times$$

$$\times\left\{\frac{p_\infty}{p_0}\left[1+\frac{6\gamma}{(3\gamma-1)\left[-1+\sqrt{1+3\gamma\rho_\infty p_\infty\left[\frac{2\eta_\infty}{(3\gamma-1)\sigma\rho_\infty}\right]^2}\right]}\right]\right\}^{1/3\gamma} \tag{4.189}$$

Relatia (4.189) indică raza critică de oscilatie a bulei situată într-un lichid nenewtonian cu comportare pseudoplastică. Acelasi rezultat este obtinut si în [77].

Acelasi rationament este folosit pentru obtinerea razei critice de oscilatie a bulei atunci când se consideră si compresibilitatea lichidului. Introducând (4.184) în (4.166) si neglijând termenii de ordin superior în δ si $\dot{\delta}$ se obtine:

$$\rho_\infty R_e^2\left(\ddot{\delta}-\frac{R_e}{c_\infty}\dddot{\delta}\right)+4\eta_\infty\dot{\delta}+\left[3\gamma p_\infty+(3\gamma-1)\frac{2\sigma}{R_e}\right]\delta=0 \tag{4.190}$$

Derivata de ordinul trei poate fi obtinută prin derivarea relatiei (4.186) păstrând aceeasi eroare, $O(1/c_\infty^2)$, în (4.190). Procedând astfel, relatia (4.190) se scrie:

$$\left(1+\frac{4\eta_\infty}{\rho_\infty c_\infty R_e}\right)\ddot{\delta}+\left\{\frac{4\eta_\infty}{\rho_\infty R_e^2}+\frac{1}{\rho_\infty c_\infty R_e^2}\left[3\gamma p_\infty+(3\gamma-1)\frac{2\sigma}{R_e}\right]\right\}\dot{\delta}+ \\ +\frac{1}{\rho_\infty R_e^2}\left[3\gamma p_\infty+(3\gamma-1)\frac{2\sigma}{R_e}\right]\delta=0 \tag{4.191}$$

Frecventa naturală de oscilatie a oscilatorului liniar amortizat (4.191) este:

$$f_0=\frac{1}{2\pi R_e}\left\{\frac{1}{\rho_\infty}\left[3\gamma p_\infty+(3\gamma-1)\frac{2\sigma}{R_e}\right]-\left(\frac{2\eta_\infty}{\rho_\infty R_e}\right)^2- \right. \\ \left. -\frac{1}{c_\infty}\frac{2\eta_\infty}{\rho_\infty R_e}\left\{\frac{3}{\rho_\infty}\left[3\gamma p_\infty+(3\gamma-1)\frac{2\sigma}{R_e}\right]-4\left(\frac{2\eta_\infty}{\rho_\infty R_e}\right)^2\right\}\right\}^{1/2} \tag{4.192}$$

În obtinerea relatiei (4.192) a fost folosită dezvoltarea:

$$\left(1+\frac{4}{c_\infty}\frac{\eta_\infty}{\rho_\infty R_e}\right)^{-1}=1-\frac{4}{c_\infty}\frac{\eta_\infty}{\rho_\infty R_e} \tag{4.193}$$

care cere:

$$\frac{4\eta_\infty}{\rho_\infty c_\infty R_e}<<1 \tag{4.194}$$

Relatia (4.192) reprezintă frecventa naturală de oscilatie a bulei situată într-un lichid nenewtonian compresibil. Dacă, în (4.192), $c_\infty \to \infty$, rezultă frecventa naturală de oscilatie a bulei situată într-un lichid nenewtonian incompresibil, (4.187). Dacă $\eta_\infty = \mu$, μ fiind viscozitatea newtoniană, se obtine ecuatia frecventei naturale de oscilatie a bulei situată într-un lichid newtonian compresibil [126].

Raza critică de oscilatie a bulei se obtine din conditia $f_0 = 0$. Cu notatiile:

$$M=\frac{1}{\rho_x}\left[3\gamma p_x+(3\gamma-1)\frac{2\sigma}{R_e}\right]\qquad,\qquad N=\frac{2\eta_x}{\rho_x R_e}\tag{4.195}$$

rezultă, dacă (4.194) este îndeplinită, neglijând termenii în c_x^2:

$$M-N^2-\frac{3MN}{c_x}=0\tag{4.196}$$

Înlocuind (4.195) în (4.196) se obtine:

$$R_{e,c}^2+2\left[\frac{(3\gamma-1)\sigma}{3\gamma p_x}-\frac{3\eta_x}{\rho_x c_x}\right]R_{e,c}-\frac{4\eta_x}{3\gamma\rho_x p_x}\left[\eta_x+\frac{3(3\gamma-1)\sigma}{c_x}\right]=0\tag{4.197}$$

o ecuatie de forma:

$$R_{e,c}^2+aR_{e,c}-b=0\qquad,\qquad a>0\quad,\quad b>0\tag{4.198}$$

Cu $tg\varphi=\dfrac{2\sqrt{b}}{a}$ rezultă:

$$R_{e,c}=\sqrt{b}\;tg\left(\frac{\varphi}{2}\right)\tag{4.199}$$

sau:

$$R_{e,c}=\frac{3\gamma-1}{3\gamma}\frac{\sigma}{p_x}\left[1-\frac{9\gamma p_x\eta_x}{(3\gamma-1)\sigma\rho_x c_x}\right]\times$$
$$\times\left\{-1+\sqrt{1+3\gamma\rho_x p_x\left[\frac{2\eta_x}{(3\gamma-1)\sigma\rho_x}\right]^2\left[1+\frac{3(3\gamma-1)\sigma}{\eta_x c_x}\right]\left[1-\frac{9\gamma p_x\eta_x}{(3\gamma-1)\sigma\rho_x c_x}\right]^{-2}}\right\}\tag{4.200}$$

si folosind (4.188) se obtine:

$$R_{0,c}=\frac{3\gamma-1}{3\gamma}\frac{\sigma}{p_x}\left[1-\frac{9\gamma p_x\eta_x}{(3\gamma-1)\sigma\rho_x c_x}\right]\times$$
$$\times\left\{-1+\sqrt{1+3\gamma\rho_x p_x\left[\frac{2\eta_x}{(3\gamma-1)\sigma\rho_x}\right]^2\left[1+\frac{3(3\gamma-1)\sigma}{\eta_x c_x}\right]\left[1-\frac{9\gamma p_x\eta_x}{(3\gamma-1)\sigma\rho_x c_x}\right]^{-2}}\right\}\times$$
$$\left\{\frac{p_x}{p_0}\left[-1+\frac{\dfrac{6\gamma}{(3\gamma-1)}\left[1-\dfrac{9\gamma p_x\eta_x}{(3\gamma-1)\sigma\rho_x c_x}\right]^{-1}}{-1+\sqrt{1+3\gamma\rho_x p_x\left[\dfrac{2\eta_x}{(3\gamma-1)\sigma\rho_x}\right]^2\left[1+\dfrac{3(3\gamma-1)\sigma}{\eta_x c_x}\right]\left[1-\dfrac{9\gamma p_x\eta_x}{(3\gamma-1)\sigma\rho_x c_x}\right]^{-2}}}\right]\right\}^{1/3\gamma}$$

(4.201)

Relatia (4.201) reprezintă raza critică de oscilatie a bulei într-un lichid nenewtonian compresibil. Dacă $c_r \to \infty$ se obtine raza critică de oscilatie a bulei situată într-un lichid incompresibil, (4.189).

Valoarea lui $R_{0,c}$ din relatiile (4.189) si (4.201) determină comportarea bulei:

Dacă $0 < R_0 \leq R_{0,c}$ oscilatia este supra-amortizată

Dacă $R_0 > R_{0,c}$ oscilatia este amortizată.

4.6. Rezultate si discutii

Ecuatiile diferentiale (4.127), (4.176), (4.177) si (4.163), (4.178), (4.180) care descriu comportarea dinamică a bulei cavitationale sferice situată într-un lichid nenewtonian incompresibil, respectiv, compresibil au fost integrate numeric folosind o schemă cu diferente finite.

Conditiile initiale adoptate în calculele numerice sunt:

$$\text{la } t_* = 0 \qquad R_* = 1 \quad \text{si} \quad R'_* = 0 \tag{4.202}$$

care implică, din punct de vedere experimental, cunoasterea razei bulei în faza expansiunii maxime. Tehnicile optice moderne permit determinarea razei maxime a bulei cu o precizie foarte bună [138, 142, 158]. Setul de ecuatii (4.163), (4.178) si (4.180) necesită o conditie initială suplimentară pentru acceleratia peretelui bulei, R''_*. Păstrând acelasi ordin de precizie asupra efectului compresibilitătii lichidului conditia pentru R''_* poate fi obtinută substituind conditiile (4.202) în (4.127). Se obtine:

$$\text{la } t_* = 0 \quad , \quad R''_* = -1 + q - C \tag{4.203}$$

Calculele numerice sunt conduse pentru cazul situării bulei într-un câmp de presiune constant ($G_o = 0$) cu amplitudinea p_r = 101325 N/m^2. Valoarea adoptată pentru exponentul adiabatic este γ = 1,4 si este unanim acceptată în literatură [126, 131, 132, 149]. Influenta comportării nenewtoniene a lichidului asupra dinamicii bulei este investigată pentru valori ale razei initiale a bulei cuprinse între 10^{-2} si 1 mm iar raportul presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei, $q = p_o / p_r$, este modificat între 10^{-4} si 10^{-2}. Valoarea s = 100 pentru numărul de termeni ai sumei ce apare în ecuatiile de miscare este adoptată.

Lichidele testate sunt o solutie apoasă de 0,5% carboximetilceluloză (CMC) si respectiv, 0,5% poliacrilamidă (PAM), frecvent folosite în investigatiile experimentale asupra evolutiei cavitatiei si distrugerilor cavitationale [14, 34, 37, 38], iar rezultatele sunt comparate cu cazul apei. Calculele numerice sunt conduse si pentru cazul situării bulei în sânge uman.

4.6.1. *Variatia în timp a razei bulei*

Figurile 4.2 si 4.3 prezintă variatia în timp a razei bulei în cele patru lichide testate

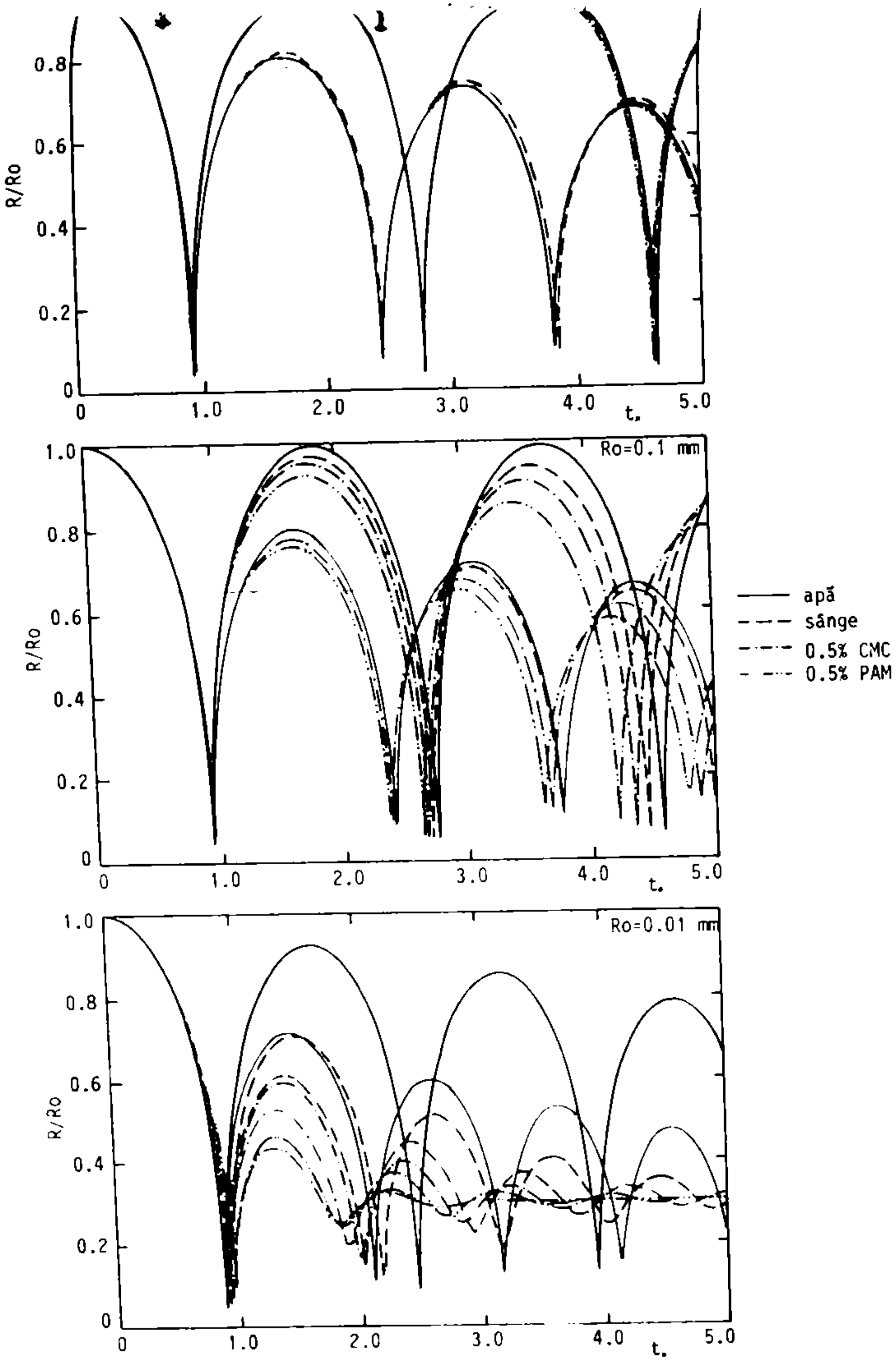


Figura 4.2. Variatia în timp a razei bulei pentru q=0,01. Cu negru este ilustrată solutia modelului incompresibil iar cu rosu solutia modelului compresibil

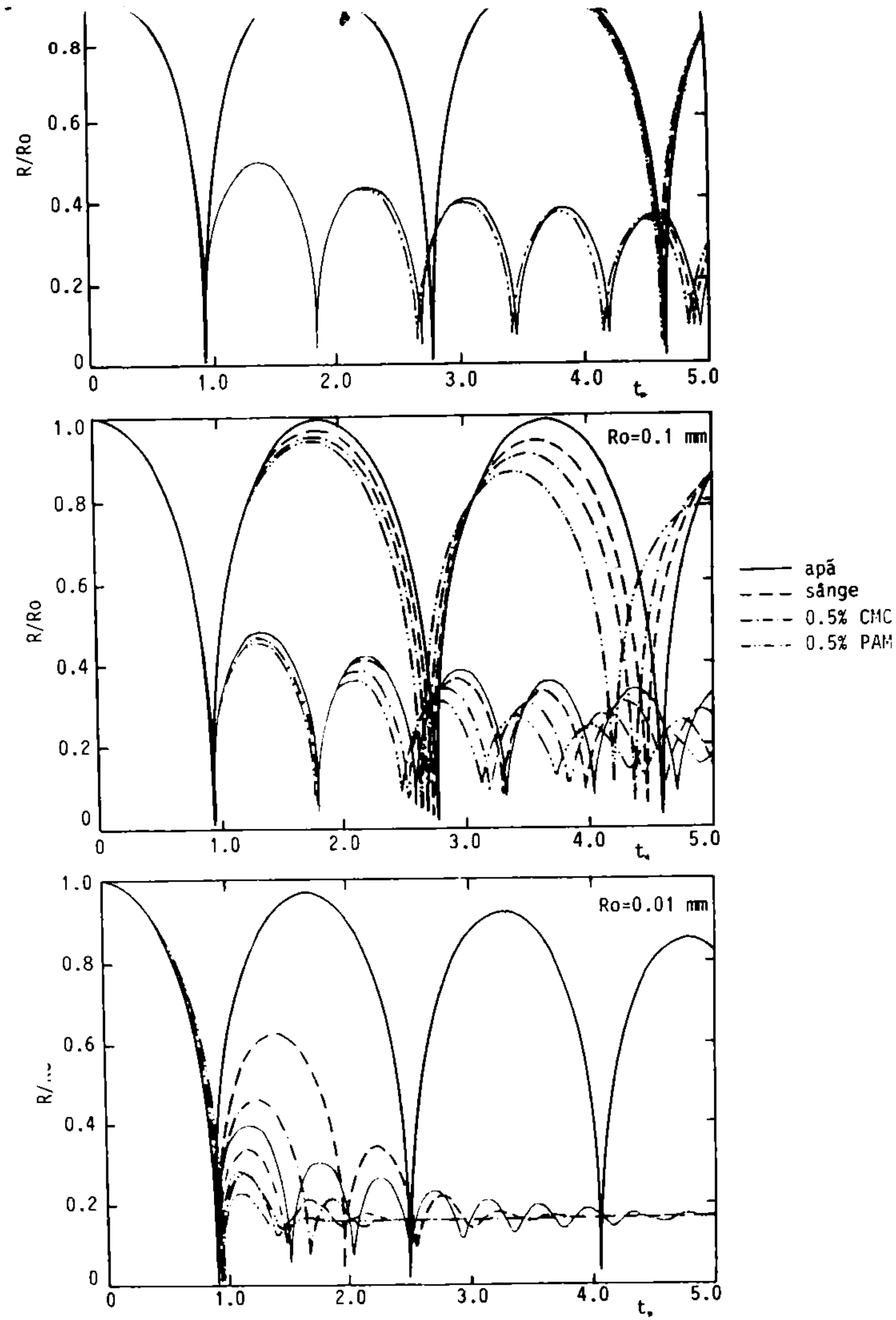


Figura 4.3. Variatia în timp a razei bulei pentru q=0,001. Cu negru este ilustrată solutia modelului incompresibil iar cu rosu solutia modelului compresibil

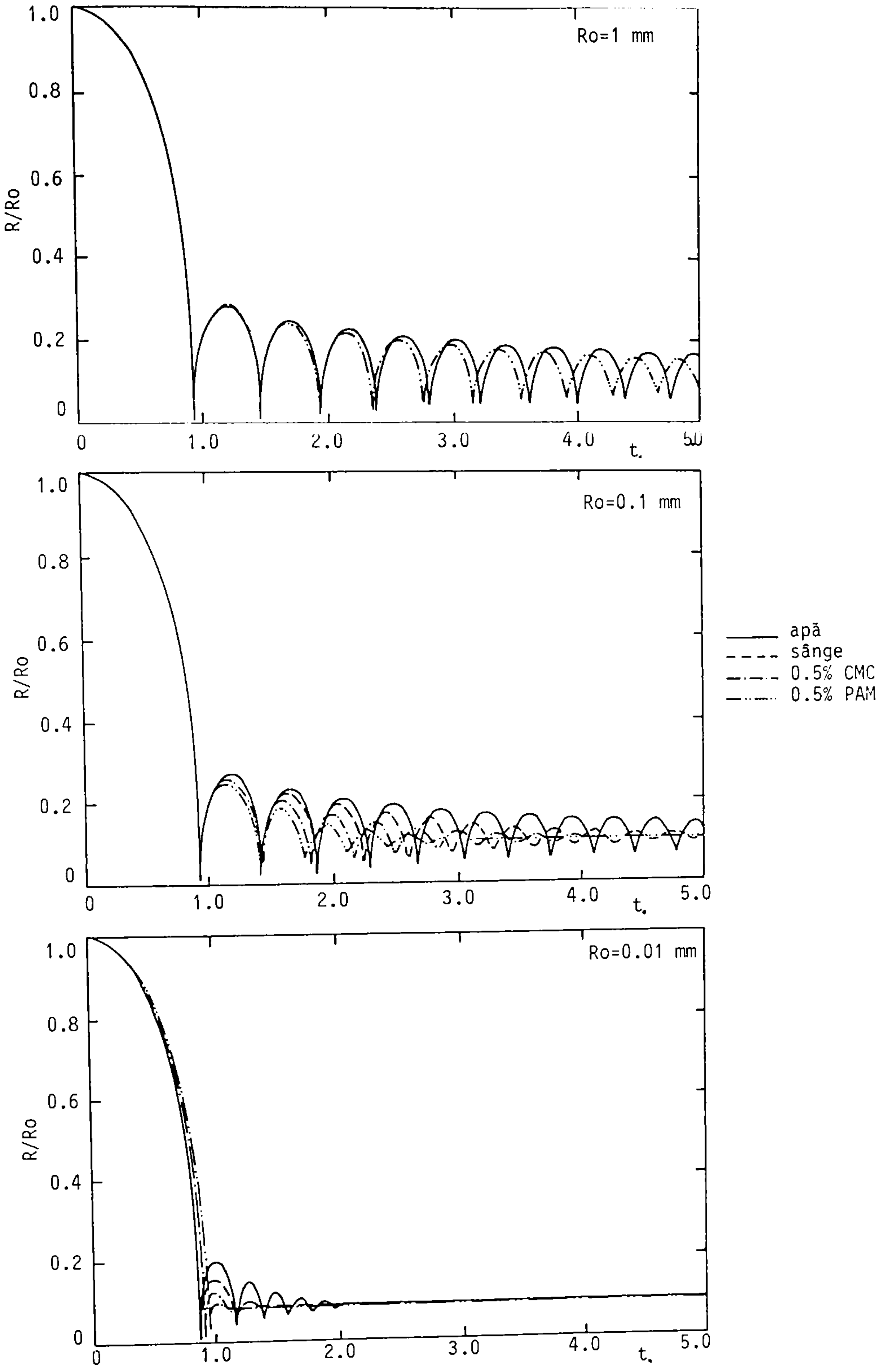


Figura 4.4. Variatia în timp a razei bulei pentru q=0,0001. Numai solutia modelului compresibil este ilustrată

pentru $q = 10^{-2}$, respectiv, $q = 10^{-3}$ si valori ale razei initiale a bulei $R_o = 1, 10^{-1}$ si 10^{-2} mm. În ambele figuri cu negru este prezentată solutia modelului incompresibil iar cu rosu solutia modelului compresibil. Influenta viscozitătii lichidului se manifestă prin amortizarea oscilatiei bulei si este cu atât mai mare cu cât raza initială a bulei si raportul presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei sunt mai mici. Influenta parametrilor reologici asupra oscilatiei bulei este sumarizată astfel. Cu cât valoarea parametrilor η_o si η_* este mai mare cu atât oscilatia bulei este mai amortizată. În particular, influenta viscozitătii corespunzătoare vitezei de deformatie infinită este esentială. Acelasi rezultat este obtinut si în investigatiile numerice anterioare bazate pe formulări incompresibile si diverse ecuatii reologice pentru descrierea caracteristicii pseudoplastice a viscozitătii [67, 71, 73, 74, 75, 77, 78, 88]. Influenta viscozitătii corespunzătoare vitezei de deformatie zero, η_o, asupra oscilatiei bulei este minoră. Această observatie se bazează pe compararea rezultatelor obtinute folosind valorile adoptate pentru parametrii reologici (si prezentate în Tabelul 3.3) cu cele din cazul $\eta_o = \eta_*$. Pentru comparatie s-a folosit valoarea razei bulei $R_* = R/R_o$ la timpul $t_* = 5$. Pentru toate solutiile testate, diferentele între valorile $R_*(t_* = 5)$ obtinute în cele două cazuri sunt mai mici de 2%. Tabelul 4.1. prezintă, ca un exemplu, rezultatele obtinute pentru bula situată în solutia de poliacrilamidă pentru $R_o = 10^{-2}$ mm si $q = 10^{-2}$ când diferentele sunt pronuntate.

Tabelul 4.1. Influenta parametrului reologic η_o asupra oscilatiei bulei precizată prin valoarea razei bulei, sub formă adimensională, R_* la timpul $t_* = 5$. Rezultatele sunt obtinute folosind modelul compresibil. Bula este situată în solutia apoasă de poliacrilamidă în concentratie 0,5%. $R_o = 0{,}01$ mm si $q = 0{,}01$. Valorile η_o, η_*, k si n sunt cele date în Tabelul 3.3.

	η_o, η_*	$\eta_o = \eta_*$
R_* (t_* =5)	0,241791	0,237213

Efectul compresibilitătii lichidului se manifestă prin amortizarea oscilatiei bulei si este cu atât mai puternic cu cât raportul presiunilor initiale, q, este mai mic si cu cât raza initială a bulei este mai mare. Pentru $R_o = 0{,}01$ mm influenta compresibilitătii lichidului asupra oscilatiei bulei este redusă, amortizarea foarte mare fiind datorată, în special, viscozitătii corespunzătoare vitezei de deformatie infinită. O tendintă contrară a efectului compresibilitătii în raport cu raza initială a bulei este observată în cazul apei. Rezultatele obtinute pentru cazul apei, când $q = 10^{-2}$, sunt identice cu cele prezentate de Tomita si Shima [126].

Figura 4.4 prezintă variatia în timp a razei bulei, pentru $q = 10^{-4}$ si $R_o = 1, 10^{-1}$ si 10^{-2} mm, folosind modelul compresibil. Amortizarea celui de-al doilea ciclu de oscilatie al bulei este remarcabilă dar minoră pentru ciclurile ulterioare cu exceptia cazului în care $R_o = 0{,}01$ mm. În acest caz, pentru solutia apoasă 0,5% PAM, există un singur ciclu de oscilatie al bulei după care raza bulei se mentine la o valoare de echilibru. Un rezultat diferit se obtine pentru oscilatia bulei situată în sânge uman atunci când raza initială a bulei este 1 mm. Desi viscozitatea sângelui este mai mare decât cea a apei valoarea razei maxime a bulei după primul colaps este mai mare. Această tendintă nu este, însă, amplificată la fiecare ciclu ulterior de oscilatie al bulei si nici nu este observată la raze initiale mai mici ale bulei.

De remarcat că atunci când raza initială a bulei este de ordinul 1 mm influenta aditivării cu polimeri asupra oscilatiei bulei este nesemnificativă. Această observatie este sustinută experimental de Chahine si Fruman [105] pentru bule cu rază maximă mai mare de 5 mm si Kezios si Schowalter [106] pentru bule cu raza maximă cuprinsă între 1,5 si 3,5 mm

4.6.2. *Viteza maximă de colaps a bulei*

Figurile 4.5 - 4.9 indică valorile vitezei maxime de colaps a bulei, V_{max}, prezentate în functie de raza minimă atinsă de bulă în punctul final al colapsului, R_{min}, pentru diferite valori ale raportului presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei, q, si valori ale razei initiale R_0 = 1, 0,1 si 0,01 mm. În fiecare figură simbolurile închise indică solutia modelului incompresibil iar cele deschise solutia modelului compresibil.

Compresibilitatea lichidului are un rol important în atenuarea colapsului bulei contribuind, în special, la reducerea semnificativă a vitezei maxime de colaps a bulei si, într-o măsură mai mică, la cresterea volumului minim atins de bulă în faza finală a colapsului. Efectul compresibilitătii lichidului asupra vitezei maxime de colaps este mai puternic la valori mari ale razei initiale a bulei, R_0, si ale raportului q. Valorile obtinute folosind modelul incompresibil devin din ce în ce mai nerealistice la micsorarea raportului q -de exemplu, la q = 5×10^{-4} si R_0 = 1 mm (Figura 4.8), V_{max} = 12 km/s(!)- si din acest motiv numai rezultatele modelului compresibil sunt interpretate. Tot din acest motiv în Figura 4.9 se prezintă numai solutia modelului compresibil.

În cazul colapsului bulei cu R_o = 1 mm în apă valorile V_{max} variază între aproximativ 190 m/s la q = 10^{-2} si 2150 m/s la q = 10^{-4} iar valorile R_{min}/R_0 între 0,059 la q = 10^{-2} si 0,0073 la q = 10^{-4}. O usoară tendintă de crestere a valorii V_{max} si diminuare a valorii R_{min}/R_0 este observată la scăderea razei initiale a bulei. Diferentele între valorile obtinute la R_0 = 10^{-2} mm si R_0 = 1 mm sunt mai mici de 6% la orice valoare q. Pentru valori mari ale raportului q (q = 10^{-2} si q = 5×10^{-3}) rezultatele sunt identice cu cele obtinute în investigatiile numerice conduse de Fujikawa si Akamatsu [89], Tomita si Shima [126] si Prosperetti si Lezzi [132].

Aditivarea apei cu mici cantităti de polimeri conduce la diminuarea vitezei maxime de colaps a peretelui bulei si la cresterea razei minime atinsă de bulă în punctul final al colapsului. Diferentele sunt cu atât mai pronuntate cu cât raza initială a bulei este mai mică. În comparatie cu cazul apei, la R_0 = 10^{-2} mm, valorile V_{max} sunt de circa 4 ori mai mici în cazul solutiei 0,5% PAM si de circa 2 ori mai mici în cazul solutiei 0,5% CMC. În contrast, la R_0 = 1 mm diferentele sunt minore (practic nule) la orice valoare a raportului q. În plus, spre deosebire de cazul apei, în ambele solutii de polimeri valoarea vitezei maxime a peretelui bulei scade la micsorarea razei initiale a bulei.

O comportare diferită este observată în cazul situării bulei în sânge uman. Colapsul bulei este mai violent decât în cazul apei atunci când raza initială a bulei este 1 mm si această tendintă este amplificată la micsorarea raportului presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei. Pentru R_0 = 1 mm si q = 10^{-4} (Figura 4.9), viteza maximă de colaps a bulei în sânge uman este mai mare cu 71 m/s decât cea corespunzătoare cazului apei. Numai pentru q = 10^{-4} colapsului bulei în sânge uman este mai violent decât în apă la R_0 = 0,1 mm. Totusi, la R_0 = 0,01 mm, atenuarea colapsului bulei este mai mare decât în apă. Singurele date disponibile în literatură pentru comparatie sunt cele prezentate de Choi s.a. [159] care modelează analitic si numeric interactiunea între o undă de soc cu amplitudinea 50 MPa cu o bulă cavitatională situată într-un lichid cu valori ale proprietătilor fizice similare cu cele ale sângelui uman. În domeniul investigat, R_0 = 3 - 30 μm, găsesc o atenuare a colapsului bulei în comparatie cu cazul apei, rezultat similar cu cel obtinut în prezenta investigatie. Studiul lui Choi s.a. [159] este important din punctul de vedere al efectelor colaterale generate de evolutia bulei cavitationale în litotritia extracorporală cu unde de soc. În acest caz, prezintă interes bulele a căror dimensiune initială este de ordinul de mărime al nucleelor cavitationale. În litotritia indusă cu laser, unde bulele cavitationale sunt generate prin focalizarea razei laser

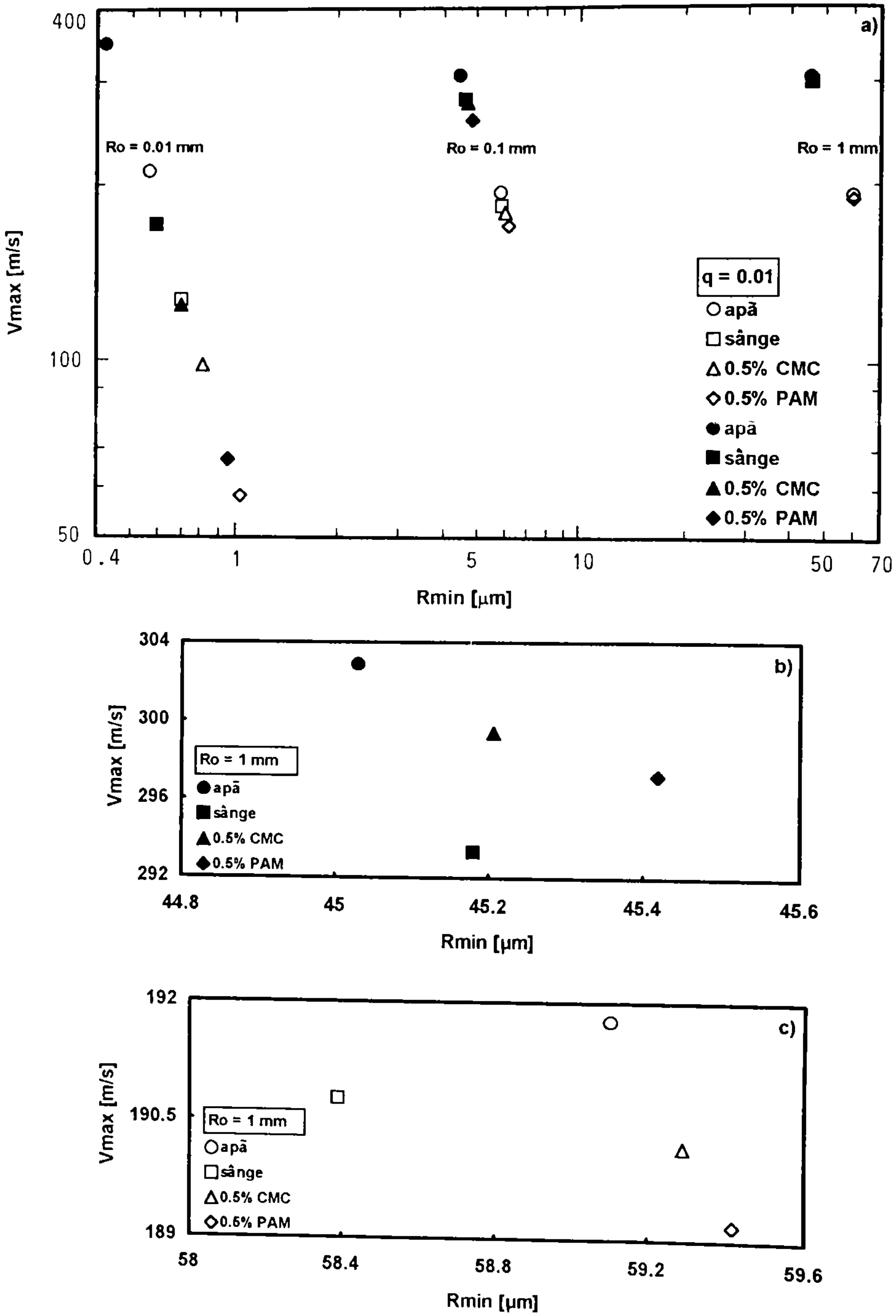


Figura 4.5. Viteza maximă de colaps a peretelui bulei în functie de raza minimă a bulei în punctul final al colapsului pentru q=0,01 (a). Simbolurile închise indică solutia modelului incompresibil iar simbolurile deschise solutia modelului compresibil.(b) si (c) arată valorile obtinute pentru Ro=1 mm.

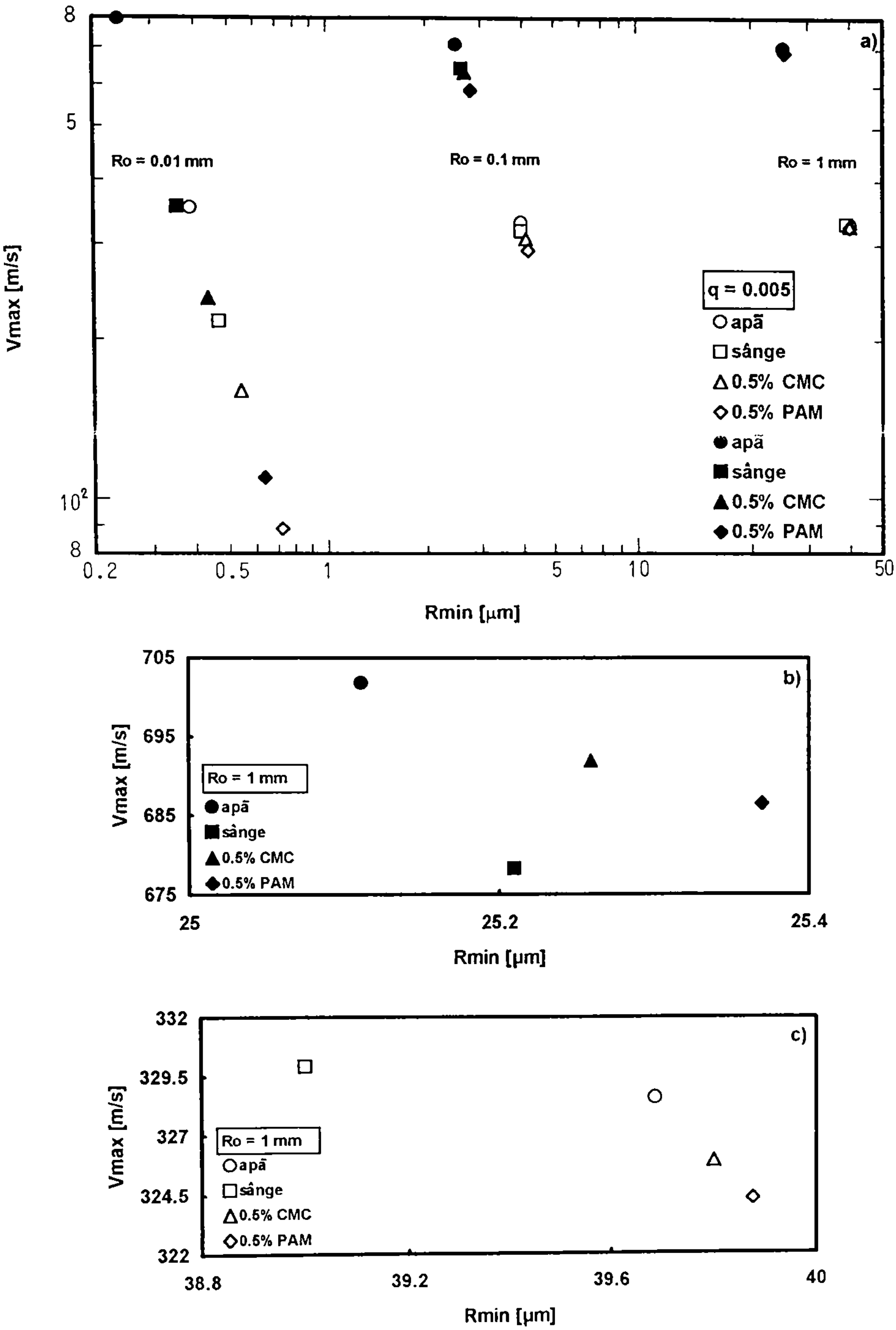


Figura 4.6. Viteza maximă de colaps a peretelui bulei în functie de raza minimă a bulei în punctul final al colapsului pentru q=0,005 (a). Simbolurile închise indică solutia modelului incompresibil iar simbolurile deschise solutia modelului compresibil. (b) si (c) arată valorile obtinute la Ro=1 mm.

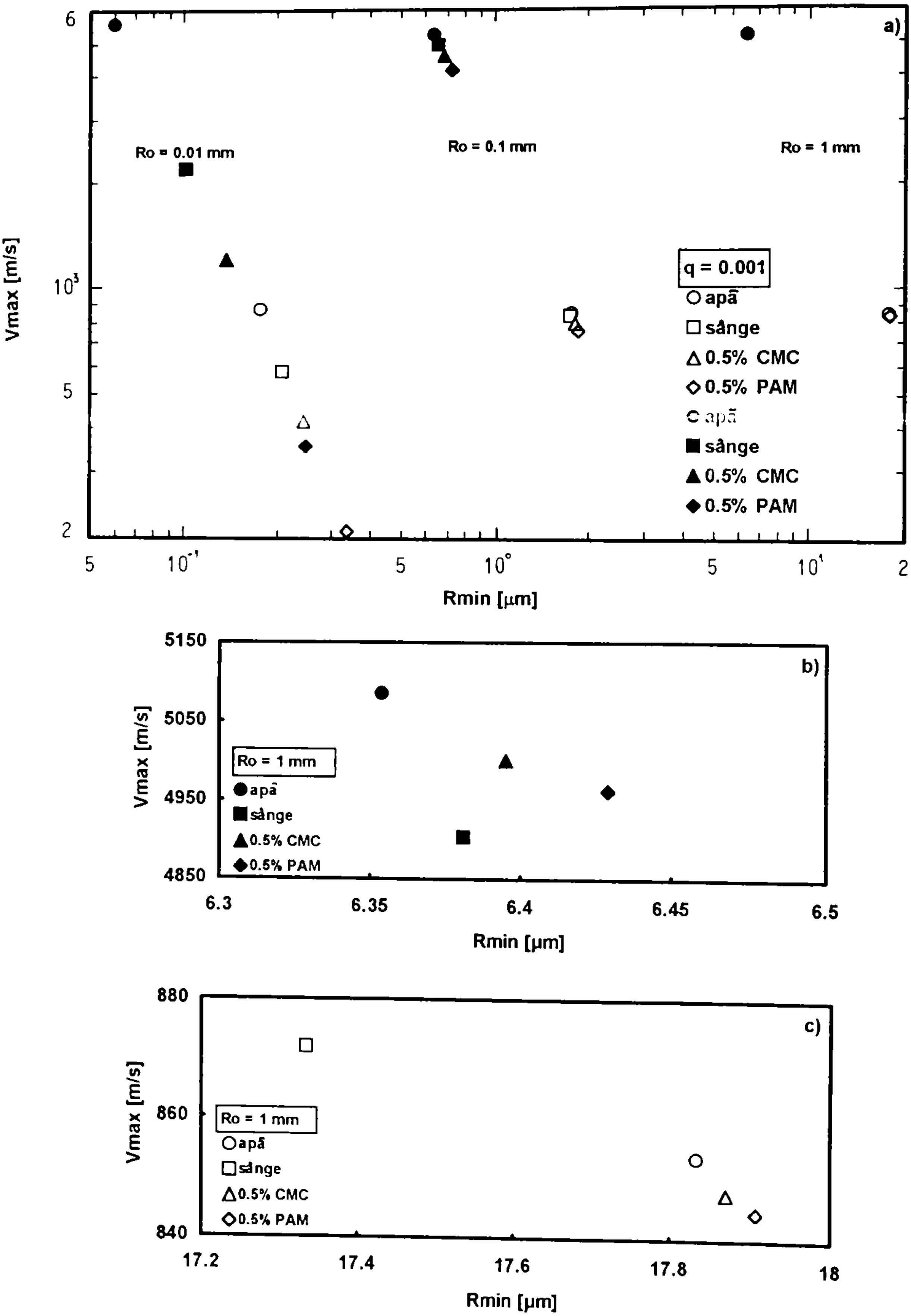


Figura 4.7. Viteza maximă de colaps a peretelui bulei in functie de raza minimă a bulei in punctul final al colapsului pentru q=0,001 (a). Simbolurile inchise indică solutia modelului incompresibil iar simbolurile deschise solutia modelului compresibil. (b) si (c) arată valorile obtinute la Ro=1 mm

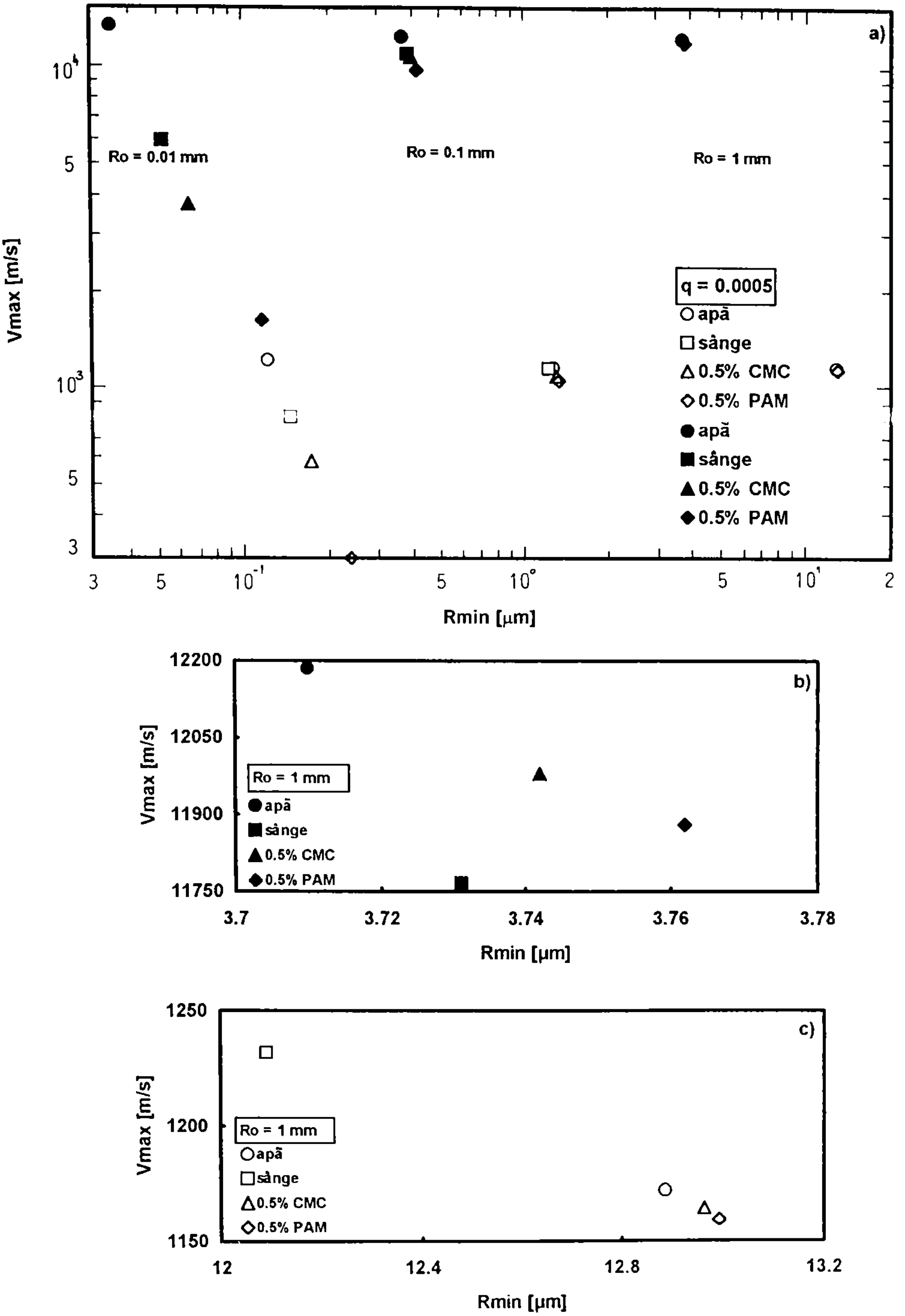


Figura 4.8. Viteza maximă de colaps a peretelui bulei în functie de raza minimă a bulei în punctul final al colapsului pentru q=0,0005 (a). Simbolurile închise indică solutia modelului incompresibil iar simbolurile deschise solutia modelului compresibil. (b) si (c) arată valorile obtinute la Ro=1 mm

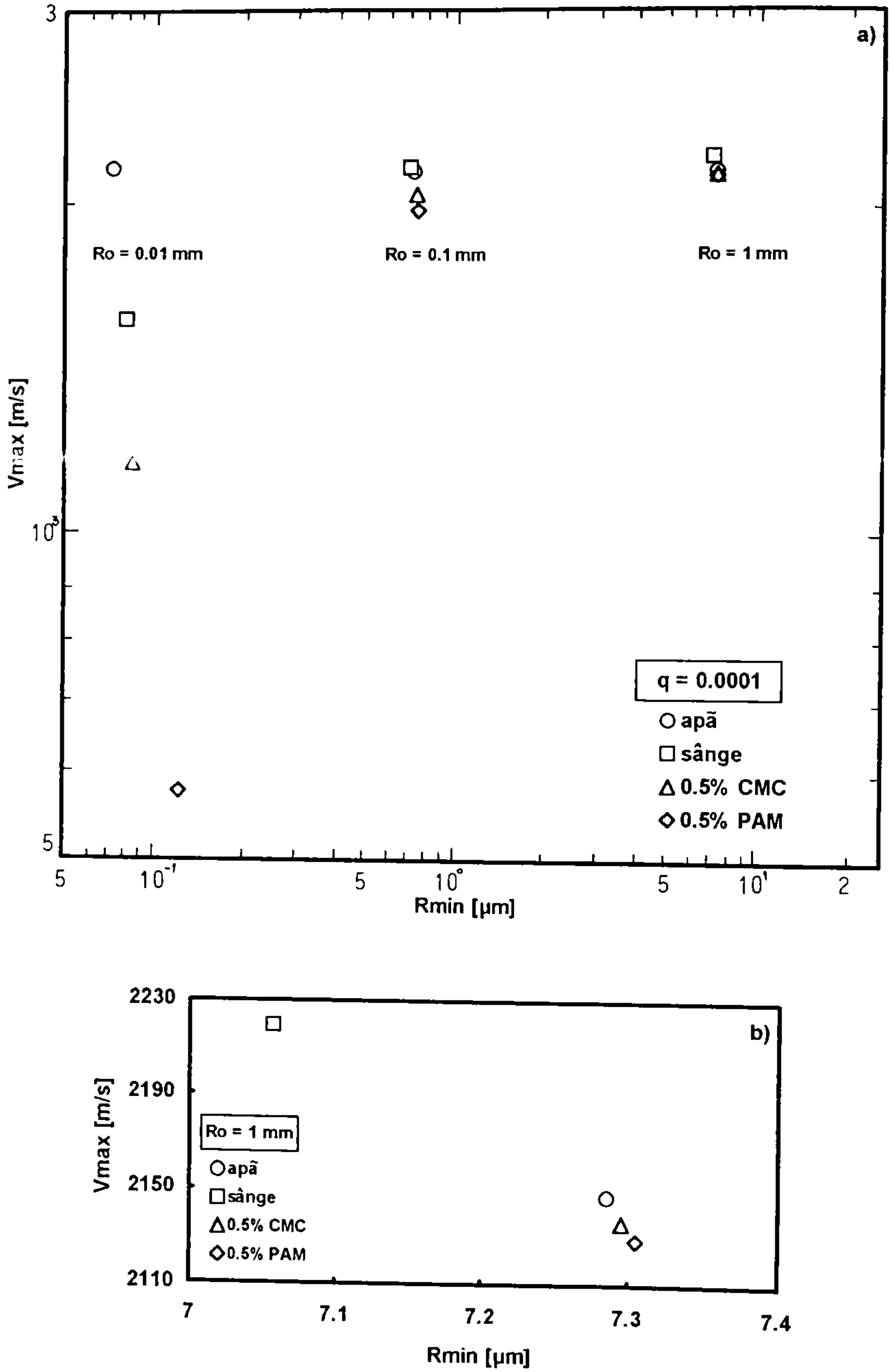


Figura 4.9. Viteza maximă de colaps a peretelui bulei in functie de raza minimă a bulei in punctul final al colapsului pentru q=0,0001 (a). Numai solutia modelului compresibil este ilustrată. (b) arată valorile obtinute la Ro=1 mm

în lichid, dimensiunea maximă a bulei este dependentă de durata si energia pulsului laser. Bule cu dimensiunea maximă de ordinul zecimilor de milimetrii si chiar milimetrilor, pentru care intensificarea colapsului bulei în sânge uman a fost evidentiată, pot fi generate cu laserii cu durata pulsului de ordinul microsecundelor [160].

Un comentariu care încearcă să explice calitativ rezultatele obtinute pe baza proprietătilor fizice ale lichidelor este convenabil aici. Pentru a stabili influenta proprietătilor fizice ale lichidelor asupra valorilor critice V_{max} si R_{min}/R_0 este util de a evalua mărimea fiecărui parametru adimensional care intră în ecuatia de miscare a peretelui bulei (4.163). Atât timp cât ponderea viscozitătii corespunzătoare vitezei de deformatie zero este minoră parametrii adimensionali supusi evaluării sunt $\eta_{\infty *} = \eta_\infty / [R_0 (p_\infty \rho_\infty)^{1/2}]$, $C = 2\sigma/(R_0 p_\infty)$ si $\varepsilon = (p_\infty/\rho_\infty)^{1/2}/c_\infty$. De notat că influenta viscozitătii corespunzătoare vitezei de deformatie zero asupra colapsului bulei se manifestă în acelasi mod ca si viscozitatea η_∞ însă cu o intensitate mult mai mică. Primul parametru, negativ în ecuatia de miscare, este multiplicat cu R'_* care în faza de colaps a bulei are valoare negativă si, deci, influenta acestui parametru este de a atenua colapsul bulei, în timp ce, al doilea parametru fiind tot timpul negativ va accelera colapsul bulei. Cel de-al treilea parametru este multiplicat în ecuatia de miscare a peretelui bulei de termenul $(R_*^2 R'_*)''$ care este pozitiv în faza de colaps si influenta acestui parametru este de a atenua colapsul bulei. Valori mici ale tensiunii superficiale si vitezei sunetului în lichid si valori mari ale viscozitătii corespunzătoare vitezei de deformatie infinită conduc la atenuarea colapsului bulei. Influenta densitătii lichidului poate fi neglijată datorită valorilor aproximativ egale pentru toate solutiile testate [80]. În ambele solutii de polimeri valoarea η_∞ este mai mare cea a apei, în timp ce, valorile σ si c_∞ sunt aproximativ egale. Parametrul $\eta_{\infty *}$ fiind mai mare în ambele solutii de polimeri colapsul bulei este mai atenuat iar atenuarea este cu atât mai mare cu cât valoarea η_∞ este mai mare. În plus, $\eta_{\infty *}$ depinde invers proportional cu raza initială a bulei si, în consecintă, atenuarea colapsului este mult mai mare la raze mici ale bulei. În cazul sângelui uman valoarea tensiunii superficiale este mai mică decât cea a apei iar viscozitatea η_∞ este mai mare. În aceste conditii colapsul bulei este mai atenuat decât în apă si această atenuare este clar observată în rezultatele obtinute folosind modelul incompresibil. Pe de altă parte, viteza sunetului în sânge uman este mai mare decât în apă. Parametrul adimensional ε va avea valori mai mici si colapsul bulei va fi mai violent. Valoarea lui ε este independentă de raza initială a bulei, în timp ce, ponderea lui $\eta_{\infty *}$ si C creste la scăderea lui R_0. În consecintă, colapsul bulei va fi din ce în ce mai atenuat pe măsura micsorării razei initiale a bulei. Aceste tendinte sunt puse în evidentă de rezultatele obtinute folosind modelul compresibil.

Se observă că, în coordonate logaritmice, dependenta vitezei maxime de colaps a peretelui bulei cu raza minimă a bulei este liniară. Acest lucru sugerează existenta unei relatii simple între cei doi parametri. Figura 4.10 prezintă variatia vitezei maxime de colaps a bulei raportată la viteza medie de colaps, U, în functie de raza minimă a acesteia. Numai influenta raportului presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei, q, este semnificativă în timp ce influenta proprietătilor fizice ale lichidului este neglijabilă. Relatia (4.164) descrie oscilatia bulei situată într-un lichid nenewtonian compresibil cu comportare pseudoplastică. Când viteza peretelui bulei este maximă acceleratia este nulă. Pentru foarte multe lichide, inclusiv cele testate, parametrul ε are valori apropiate de 10^{-3} si termenul care contine acest parametru poate fi neglijat. In ipoteza că bula este situată într-un câmp de presiune constant, neglijând influenta proprietătilor fizice ale lichidului, se obtine:

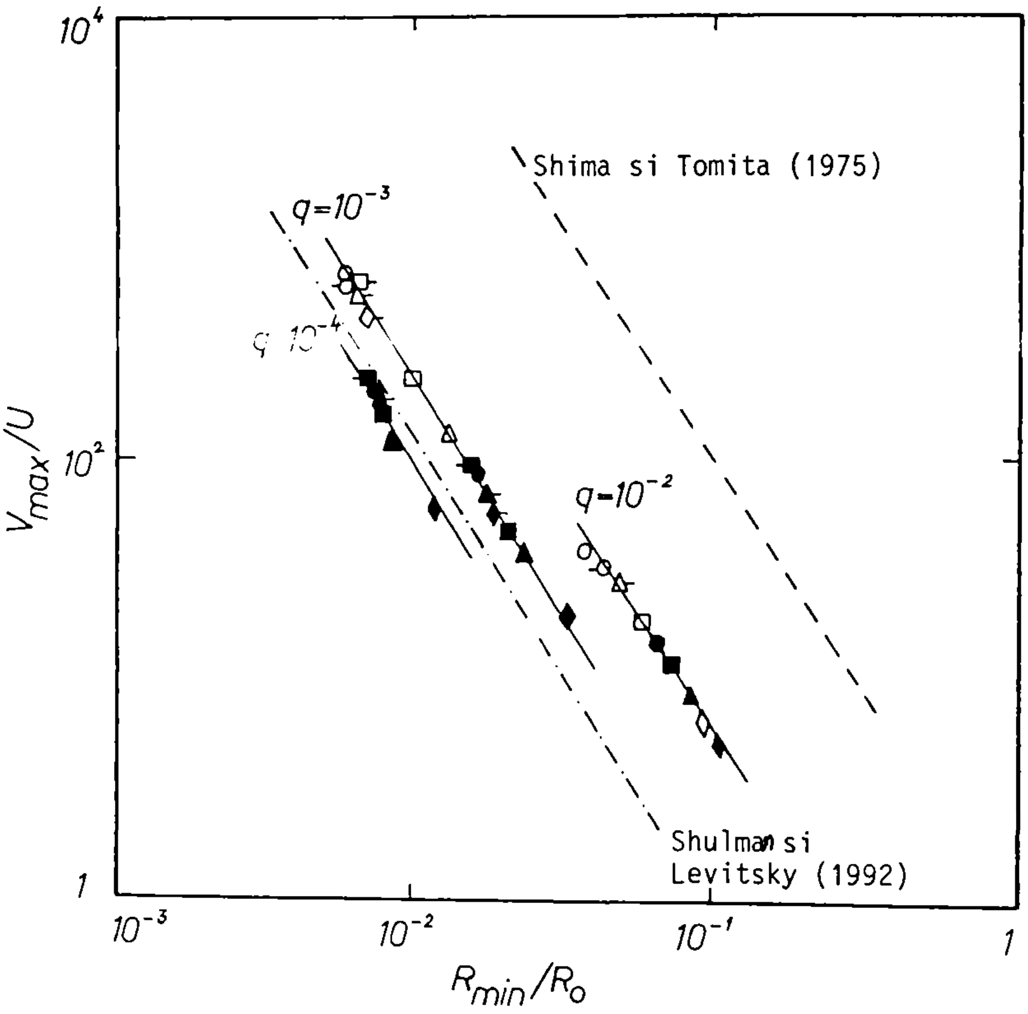


Figura 4.10. Viteza maximă de colaps a peretelui bulei raportată la viteza medie de colaps functie de raza minimă a bulei raportată la raza initială a bulei. Simbolurile închise reprezintă rezultatele numerice obtinute folosind modelul compresibil iar simbolurile deschise modelul incompresibil. Cerc: apă, pătrat: sânge, triunghi: 0,5% CMC, romb: 0,5% PAM. Bara atasată simbolului în stânga: Ro=1 mm; bara atasată simbolului în dreapta: Ro=0,1 mm; fără bară: Ro=0,01 mm

$$\frac{V_{max}}{U}=\sqrt{\frac{2}{3}\left[q\left(\frac{R_{min}}{R_0}\right)^{-3\gamma}-1\right]} \tag{4.204}$$

Dacă γ = 1 si q =1 relatia (4.204) este similară cu cea obtinută de Rayleigh. Valoarea maximă a vitezei peretelui bulei este obtinută înainte de punctul final al colapsului si nu la raza minimă a bulei (în acest punct viteza este nulă). Rezultatele numerice arată că pozitia temporală a punctului caracterizat prin viteza maximă a peretelui bulei depinde de raportul q astfel încât un coeficient de corectie trebuie atasat relatiei (4.204):

$$\frac{V_{max}}{U}=\xi\sqrt{\frac{2}{3}\left[q\left(\frac{R_{min}}{R_0}\right)^{-3\gamma}-1\right]} \tag{4.205}$$

Liniile continue din figură reprezintă valorile obtinute cu relatia (4.205) la diferite valori q. Pentru q = 10^{-2} si q = 10^{-3} valoarea coeficientului este ξ =0,61 iar la q = 10^{-4} este ξ = 0,75. Linia întreruptă reprezintă rezultatele obtinute folosind relatia prezentată de Shima si Tomita [80], identice cu cele obtinute folosind relatia Rayleigh [123], iar linia întreruptă cu un punct indică rezultatele obtinute folosind relatia propusă de Shulman si Levitsky [154]. Superioritatea relatiei (4.205) în modelarea rezultatelor numerice este evidentă.

4.6.3. *Timpul de colaps al bulei*

Figura 4.11 variatia primului timp de colaps al bulei, T_{c1}, în functie de raza initială a bulei, folosind atât modelul incompresibil cât si modelul compresibil, pentru valori q cuprinse între 10^{-2} si 10^{-4}. Pentru a evidentia comportarea bulei în fiecare lichid testat timpul de colaps este raportat la timpul de colaps Rayleigh [80] al bulei situată în apă:

$$T_{Ra}=0{,}915R_0\sqrt{\frac{\rho_{apa}}{p_s}} \tag{4.206}$$

O primă observatie este că în toate lichidele testate compresibilitatea lichidului conduce la o prelungire a primului timp de colaps al bulei iar influenta raportului initial al presiunilor între interiorul si exteriorul bulei este minoră. De exemplu, folosind rezultatele modelului incompresibil, pentru solutia 0,5% PAM la R_0 = 1 mm diferenta între valoarea primului timp de colaps la q = 10^{-2} si q = 10^{-4} este de 1,045 µs. Aditivarea apei cu mici cantităti de polimeri determină o crestere a primului timp de colaps al bulei [75, 77]. În valori absolute diferentele între valorile primului timp de colaps al bulei, în ambele solutii de polimeri si apă, sunt relativ mici. Astfel, la q = 10^{-4}, între solutia 0,5% PAM si apă diferenta este de 227 ns la R_0 = 1 mm, de 97 ns la R_0 = 0,1 mm si de 87 ns la R_0 = 0,01 mm, si de aproximativ 1,5 ori mai mică între solutia 0,5% CMC si apă. Asemenea mici diferente ridică probleme din punct de vedere experimental în evaluarea influentei aditivării cu polimeri asupra primului timp de colaps al bulei. Desi timpul de colaps al bulei poate fi măsurat cu o precizie de 10 ns [138, 140] trebuie avut în vedere că determinarea razei maxime a bulei este esentială. O eroare de evaluare de 1 µm asupra razei maxime a bulei conduce, chiar si în cazul unui colaps perfect sferic, la o modificare a primului timp de colaps cu aproximativ 90 ns, valoare ce este de ordinul de mărime al diferentei dată de aditivarea apei cu polimeri. Se poate concluziona că influenta aditivării cu mici cantităti de polimeri asupra primului timp de colaps al bulei este nesemnificativă. O concluzie similară poate fi stabilită si în ceea ce priveste comportarea bulei în sânge uman.

Figura 4.12 prezintă valorile celui de-al doilea timp de colaps al bulei, T_{c2}, raportat la timpul de colaps Rayleigh al bulei situată în apă în functie de raza initială a bulei pentru valori q cuprinse între 10^{-2} si 10^{-4}. În acest caz compresibilitatea lichidului conduce la reducerea considerabilă a valorii T_{c2}, în special, la valori ale razei initiale a bulei cuprinse între 0,1 si 1 mm. Al doilea timp de colaps al bulei este mult mai sensibil la modificarea raportului presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei. Cu cât raportul q este mai mic cu atât valoarea T_{c2} este mai mică. De exemplu, folosind solutia modelului compresibil, la R_0 = 1 mm, valoarea T_{c2} pentru bula situată în solutia 0,5% PAM, la $q = 10^{-2}$, este cu 75,800 μs mai mare decât cea corespunzătoare la $q = 10^{-1}$.

Aditivarea cu polimeri conduce la diminuarea celui de-al doilea timp de colaps al bulei. La $q = 10^{-4}$, diferentele între solutia 0,5% PAM si apă sunt de 966 ns la R_0 = 1 mm, de 282 ns la R_0 = 0,1 mm si de 81 ns la R_0 = 0,01 mm. O eroare de evaluare a razei maxime a bulei de 1 μm conduce la o modificare a celui de-al doilea timp de colaps al bulei cu aproximativ 150 ns care este si în acest caz de ordinul de mărime al diferentei induse prin aditivarea apei cu polimeri. Concluzia referitoare la influenta aditivării cu polimeri asupra primului timp de colaps se extinde si la al doilea timp de colaps al bulei. O prelungire a celui de-al doilea timp de colaps al bulei cu aproximativ 3% fată de cazul apei este observată în sânge uman.

Ceea ce va prezenta interes deosebit în cadrul experimentului este faptul că spre deosebire de primul timp de colaps al bulei influenta raportului presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei asupra celui de-al doilea timp de colaps este semnificativă.

4.6.4 *Amortizarea oscilatiei bulei*

Rezultatele prezentate anterior pun în evidentă amortizarea oscilatiei bulei datorată compresibilitătii si viscozitătii lichidului, în special, a viscozitătii corespunzătoare vitezei de deformatie infinită, η_∞. Putem adăuga încă un exemplu celor deja date. Figura 4.13 prezintă valorile vitezei maxime a peretelui bulei înainte, V_{max}, si după primul colaps al bulei, V'_{max}. Rezultatele sunt obtinute folosind modelul compresibil pentru $q = 10^{-4}$ si R_0 = 1 si 0,1 mm. O puternică reducere a vitezei maxime a peretelui bulei este observată după primul colaps al bulei. Comparând rezultatele obtinute în cazul solutiilor de polimeri cu cele din cazul apei se constată că valoarea raportului celor două viteze, înainte si după primul colaps, scade la micsorarea razei initiale a bulei si la cresterea viscozitătii η_∞. Cele mai mari valori se obtin în cazul colapsului în sânge uman datorită valorii superioare a vitezei sunetului în sânge. Rezultatele obtinute si în acest exemplu confirmă tendintele prezentate anterior.

Amortizarea oscilatiei bulei este datorată pierderii de energie în timpul colapsului. În momentul în care bula se află în faza expansiunii maxime viteza peretelui bulei este zero si energia totală a sistemului este dată de energia potentială a bulei care este proportională, într-o primă aproximatie, cu cubul razei maxime a bulei. Pierderea de energie a bulei în timpul colapsului poate fi determinată comparând valorile maxime ale razei bulei între două cicluri de oscilatie consecutive. Rezultatele obtinute folosind modelul compresibil indică efectul cumulat al viscozitătii si compresibilitătii lichidului asupra amortizării oscilatiei bulei,

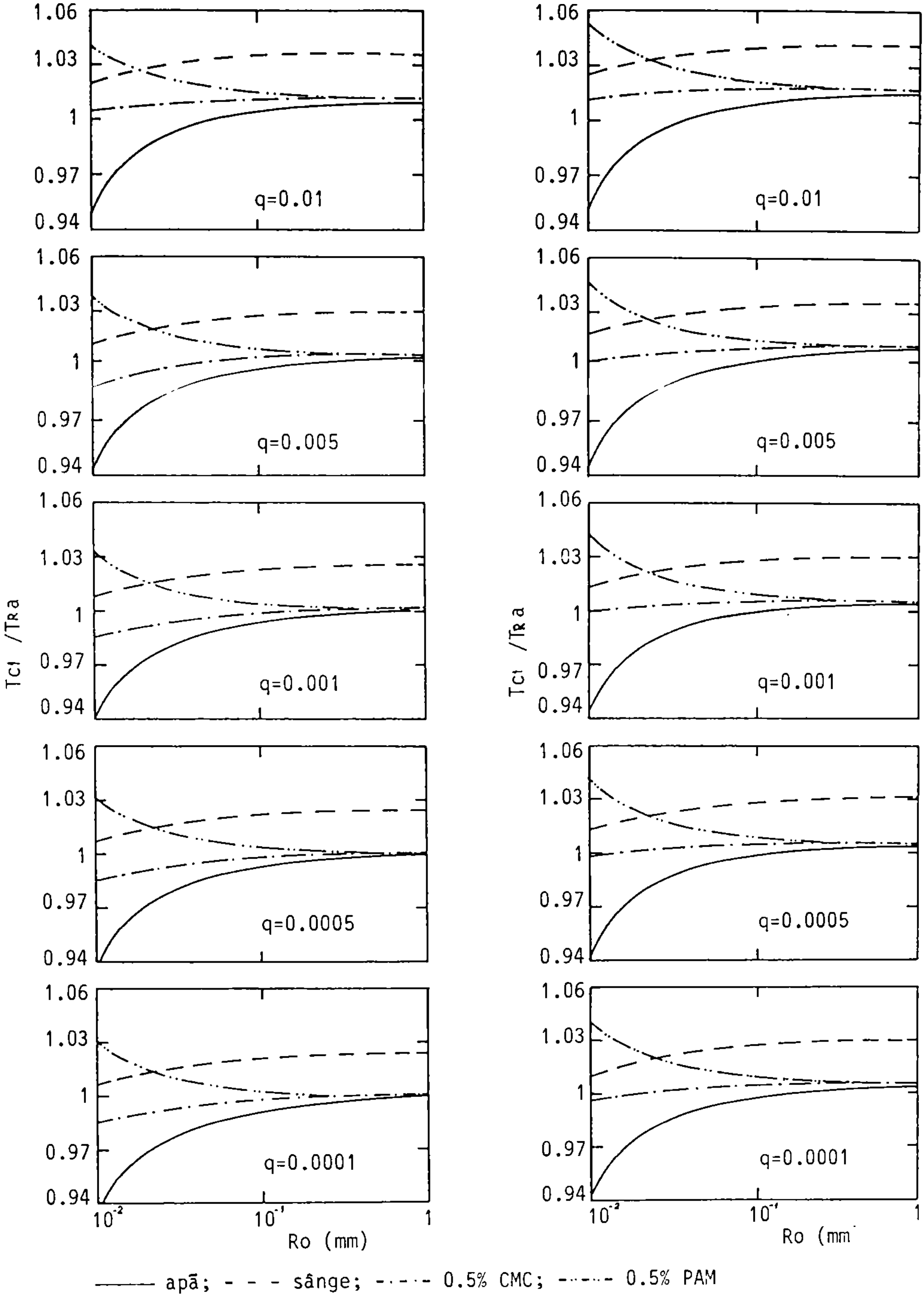


Figura 4.11. Variatia primului timp de colaps al bulei în functie de raza initială a bulei. Coloana din stânga indică rezultatele obtinute folosind modelul incompresibil iar coloana din dreapta rezultatele modelului compresibil

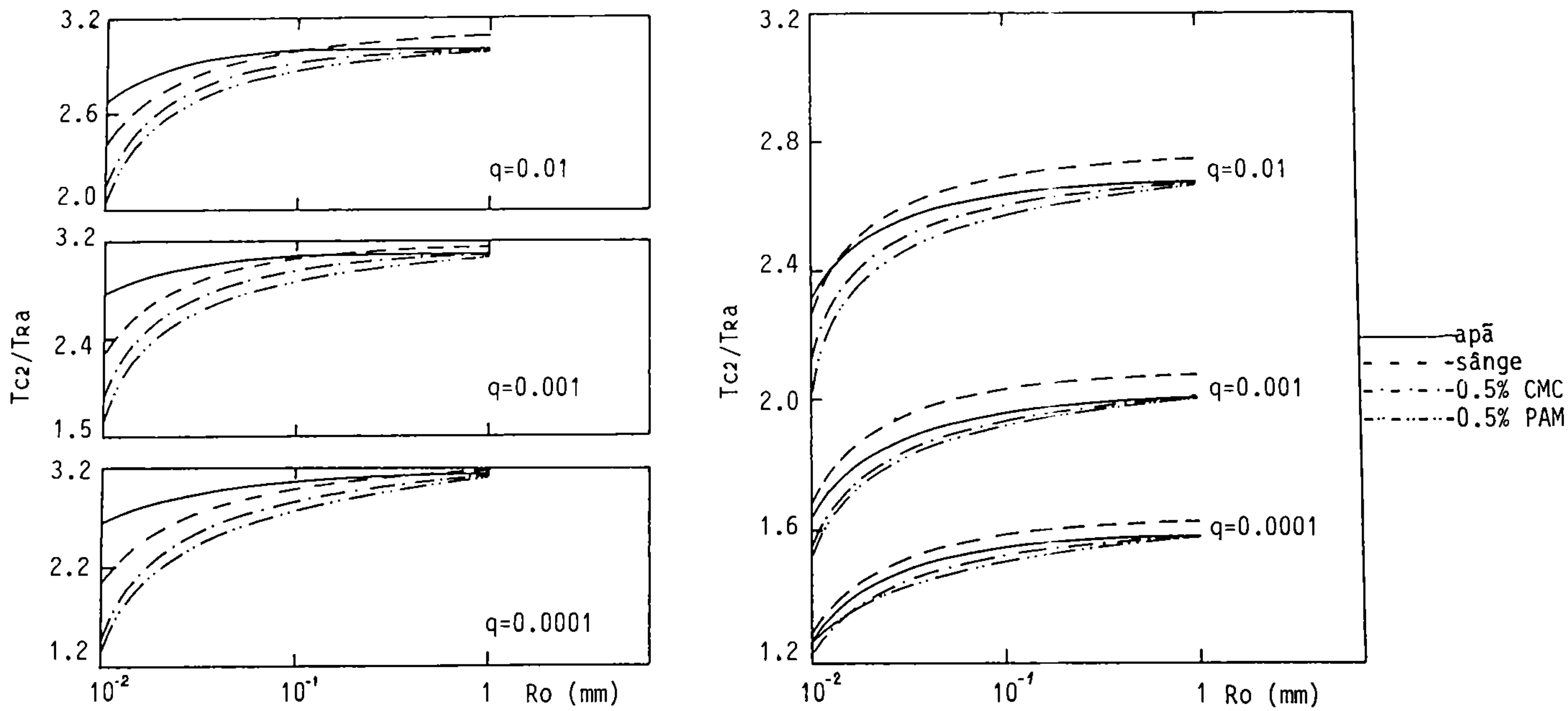


Figura 4.12.Variatia celui de-al doilea timp de colaps în functie de raza initială a bulei. Coloana din stânga indică rezultatele obtinute folosind modelul incompresibil iar coloana din dreapta rezultatele modelului compresibil

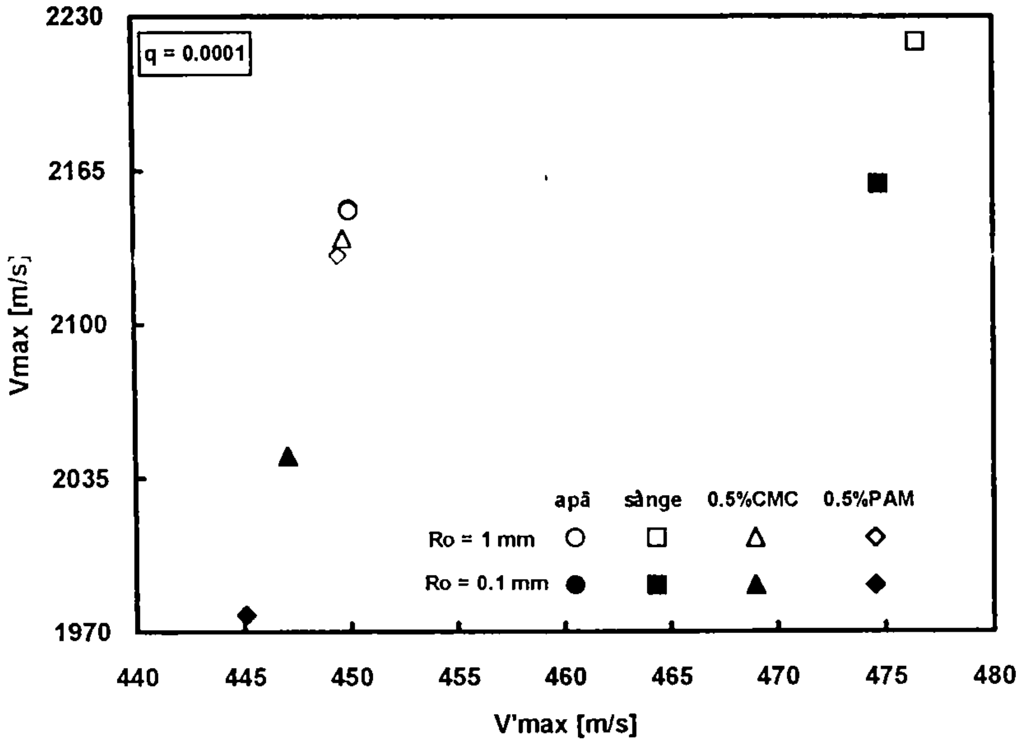


Figura 4.13. Viteza maximă de colaps a peretelui bulei inainte, Vmax, si după primul colaps al bulei, V'max, pentru q=0,0001. Rezultatele sunt obtinute folosind modelul compresibil

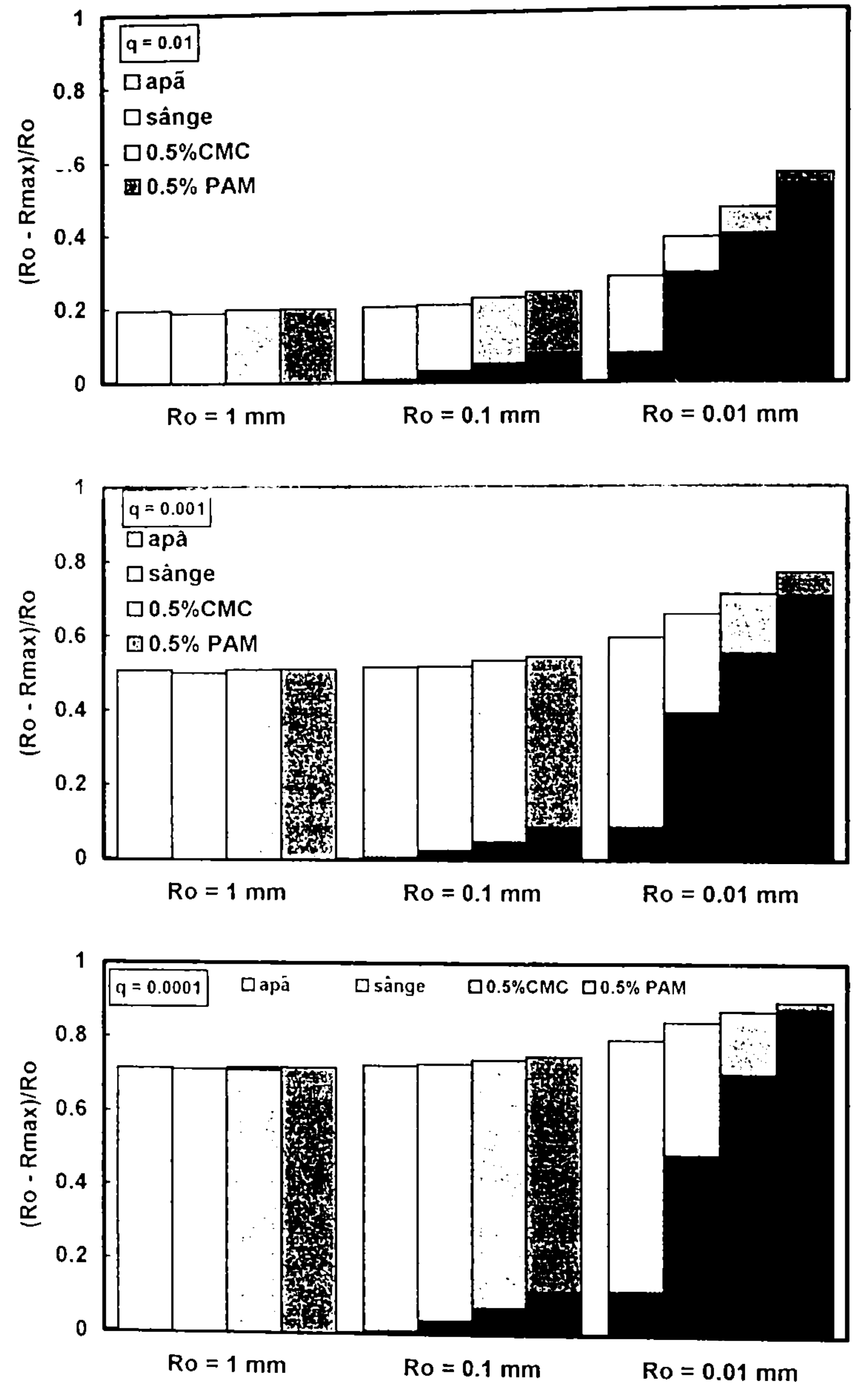


Figura 4.14. Coeficientul de amortizare a oscilatiei bulei(Ro-Rmax)/Ro. Rmax este raza maximă a bulei după primul colaps. Zonele cu fond negru indică ponderea viscozitătii lichidului la amortizarea oscilatiei iar zonele cu fond specific indică ponderea compresibilitatii lichidului

în timp ce, rezultatele obtinute folosind modelul incompresibil indică numai efectul viscozitătii lichidului.

Figura 4.14 arată valoarea coeficientului de amortizare a oscilatiei bulei, $(R_0 - R_{max}) / R_0$ [89, 126], pentru valori $q = 10^{-2}$, 10^{-3} si 10^{-4} si valori $R_0 = 1$, 10^{-1} si 10^{-2} mm. R_{max} indică raza maximă atinsă de bulă în al doilea ciclu de oscilatie (după primul colaps). Zonele cu fond negru indică ponderea viscozitătii lichidului la amortizarea oscilatiei bulei iar zonele cu fond specific indică ponderea compresibilitătii lichidului. Suma lor este valoarea totală a amortizării oscilatiei bulei după primul colaps si este obtinută folosind rezultatele modelului compresibil. Atunci când raza initială a bulei este $R_0 = 1$ mm amortizarea oscilatiei este datorată în exclusivitate compresibilitătii lichidului indiferent de valoarea raportului presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei. Aproximativ 48% din energia initială a bulei situată în apă este pierdută în timpul primului colaps când $q = 10^{-2}$ si aproximativ 96% când $q = 10^{-4}$. Valorile sunt similare si pentru celelalte lichide testate. Viscozitatea are o pondere din ce în ce mai mare la micsorarea razei initiale a bulei si la valori mari ale raportului q. La $R_0 = 10^{-2}$ mm, pentru $q = 10^{-4}$, pierderea de energie în timpul primului colaps al bulei este 99% în cazul apei, din care 27% datorată visccozitătii lichidului, si 99,9% în cazul solutiei 0,5% PAM, din care 99,8% pe seama viscozitătii lichidului. La $R_0 = 10^{-1}$ mm, piederea de energie a bulei în timpul primului colaps este datorată în cea mai mare parte compresibilitătii lichidului în cazul tuturor lichidelor testate. Rezultatele obtinute în cazul apei pentru $q = 10^{-2}$ sunt identice cu cele obtinute de Tomita si Shima [126] si sunt comparabile cu cele prezentate de Fujikawa si Akamatsu [89], Herring [124], Trilling [125], Gilmore [128] si Prosperetti si Lezzi [132].

4.6.5. *Variatia în timp a presiunii în lichid la peretele bulei*

Figurile 4.15 si 4.16 arată variatia în timp a presiunii în lichid la peretele bulei pentru valori $q = 10^{-2}$ si, respectiv, $q = 10^{-4}$. Cu negru este prezentată solutia modelului incompresibil iar cu rosu solutia modelului compresibil. Pulsuri de presiune sunt generate în timpul fiecărei faze finale de colaps a bulei. Valoarea maximă a presiunii în lichd la peretele bulei este atinsă în punctul final al colapsului iar variatia în timp a pulsului de presiune este simetrică fată de punctul final al colapsului pentru valori $p_w/p_r \geq 10$, indiferent de valoarea razei initiale a bulei si a raportului presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei. Aceleasi tendinte puse în evidentă în cazul variatiei în timp a razei bulei sunt regăsite si în cazul prezent. Pe scurt, compresibilitatea si viscozitatea lichidului conduc la atenuarea variatiei în timp a presiunii în lichid la peretele bulei iar componenta viscozitătii corespunzătoare vitezei de deformatie infinită este parametrul reologic dominant. Cu cât raportul presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei este mai mic cu atât atenuarea variatiei p_w/p_r în timp este mai pronuntată. Efectul aditivării cu polimeri este minor la raze initiale ale bulei mai mari de 10^{-1} mm si semnificativ la $R_0 = 10^{-2}$ mm. Notăm că aceleasi concluzii referitoare la influenta aditivării cu polimeri sunt obtinute în numeroasele investigatii numerice folosind modelul incompresibil [66, 67, 71, 73, 77, 78]. Pentru cazul bulei situată în apă, la $q = 10^{-2}$ mm, rezultatele sunt identice cu cele prezentate de Tomita si Shima [126].

Figura 4.17 prezintă variatia în timp a presiunii în lichid la peretele bulei atunci când $q = 10^{-4}$. Numai solutia modelului compresibil este ilustratată în figură. Cea mai pronuntată atenuare este observată pentru bulele cu raza initială $R_0 = 10^{-2}$ mm. De exemplu, în cazul solutiei 0,5% PAM, după primul colaps al bulei, presiunea în lichid la peretele bulei este egală cu presiunea statică a lichidului ambiant. Durata de manifestare a pulsului de presiune la primul colaps al bulei, determinată ca durata la care $p_w/p_v \geq 1$, este de aproximativ 1,5 µs la R_0 = 1 mm pentru toate lichidele investigate si substantial mai mică la valori mici ale razei initiale a bulei. Astfel, la $R_0 = 10^{-2}$ mm, durata de manifestare a pulsului de presiune este de 12 ns în cazul apei si de numai 3 ns în cazul solutiei 0,5% PAM. La valori ale raportului q mai mari durata de manifestare a pulsului de presiune este mai mare dar păstrează ordinul de mărime al valorilor prezentate. De exemplu, valorile corespunzătoare la $q = 10^{-2}$ sunt de aproximativ două ori mai mari decât cele obtinute la $q = 10^{-4}$. Pentru cazul situării bulei în apă valori similare sunt prezentate si de Radek [161].

4.6.6. *Presiunea maximă în lichid la peretele bulei*

Figurile 4.18 - 4.22 prezintă valoarea presiunii maxime în lichid la peretele bulei, p_{max}/p_v, în functie de raza minimă a bulei, în cele patru lichide investigate, pentru valori q cuprinse între 10^{-2} si 10^{-4} si $R_0 = 1$, 10^{-1} si 10^{-2} mm. Atât solutia modelului incompresibil (simbolurile închise) cât si solutia modelului compresibil (simbolurile deschise) este indicată. Pentru $q = 10^{-4}$ (Figura 4.22) numai rezultatele obtinute folosind modelul compresibil sunt prezentate. Fiecare figură arată în detaliu valorile presiunilor maxime în lichid la peretele bulei pentru R_0 = 1 mm.

Efectul compresibilitătii lichidului se manifestă prin diminuarea valorii p_{max}/p_v, cu atât mai mult cu cât raportul q este mai mic si raza initială a bulei este mai mare. Pentru $q > 10^{-3}$, la R_0 = 1 mm, modelul incompresibil indică valori ale presiunii maxime în lichid la peretele bulei de ordinul 10^7 bar care, evident, sunt putin credibile. La aceste valori ale raportului q viteza peretelui bulei în faza finală a colapsului este de acelasi ordin de mărime cu viteza sunetului în lichid si efectul compresibilitătii lichidului este important. Singura observatie pusă în evidentă folosind rezultatele modelului incompresibil este că, la orice valoare q, presiunea maximă la peretele bulei este cu atât mai mică cu cât viscozitatea lichidului este mai mare. Viscozitatea corespunzătoare vitezei de deformatie infintă este dominantă. Aceasta tendintă este precizată si în investigatiile numerice anterioare [67, 71, 73, 74, 75, 77, 78]. Analiza care va urma se bazează pe rezultatele modelului compresibil.

Se analizează mai întâi comportarea bulei situată în apă. Câteva rezultate numerice există în literatură [124, 125, 126, 162] si pot fi folosite pentru comparatie. Prima observatie este că valoarea p_{max}/p_v creste la micsorarea razei initiale a bulei. La $q = 10^{-2}$ valoarea p_{max}/p_v, când $R_0 = 10^{-2}$ mm, este cu aproximativ 18% mai mare decât cea corespunzătoare la R_0 = 1 mm (p_{max}/p_v = 1442). Rezultatul este similar cu cel obtinut de Tomita si Shima [126] care indică valoarea p_{max}/p_v = 1376 la R_0 = 1 mm. Diferenta între cele două valori se explică prin faptul că ecuatia de miscare folosită de Tomita si Shima [126] este scrisă în termeni de presiune, în timp ce, prezenta investigatie se bazează pe o ecuatie scrisă în termeni de entalpie. Valori mai mari ale presiunii maxime la peretele bulei folosind ecuatii scrise în termeni de entalpie sunt indicate si de Prosperetti si Lezzi [132]. Diferenta între valorile p_{max}/p_v la valori extreme ale razei initiale a bulei devine însă din ce în ce mai mică la micsorarea raportului q. La $q = 10^{-4}$ valoarea p_{max}/p_v la $R_0 = 10^{-2}$ mm este cu numai 1,5% mai mare decât cea corespunzătoare la R_0 = 1 mm. A doua observatie este că *presiuni de ordinul 10^5 bar pot fi generate* dacă raportul presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei este de ordinul 10^{-4}. De exemplu, la $q = 10^{-4}$ si R_0 = 1 mm, presiunea maximă la peretele bulei este $p_{max}/p_v = 9{,}499 \times 10^4$. Acest rezultat nu este sustinut de alte investigatii numerice dar notăm că toate investigatiile anterioare sunt restrânse la valori $q \leq 10^{-3}$. Pentru $q = 10^{-3}$, valoarea

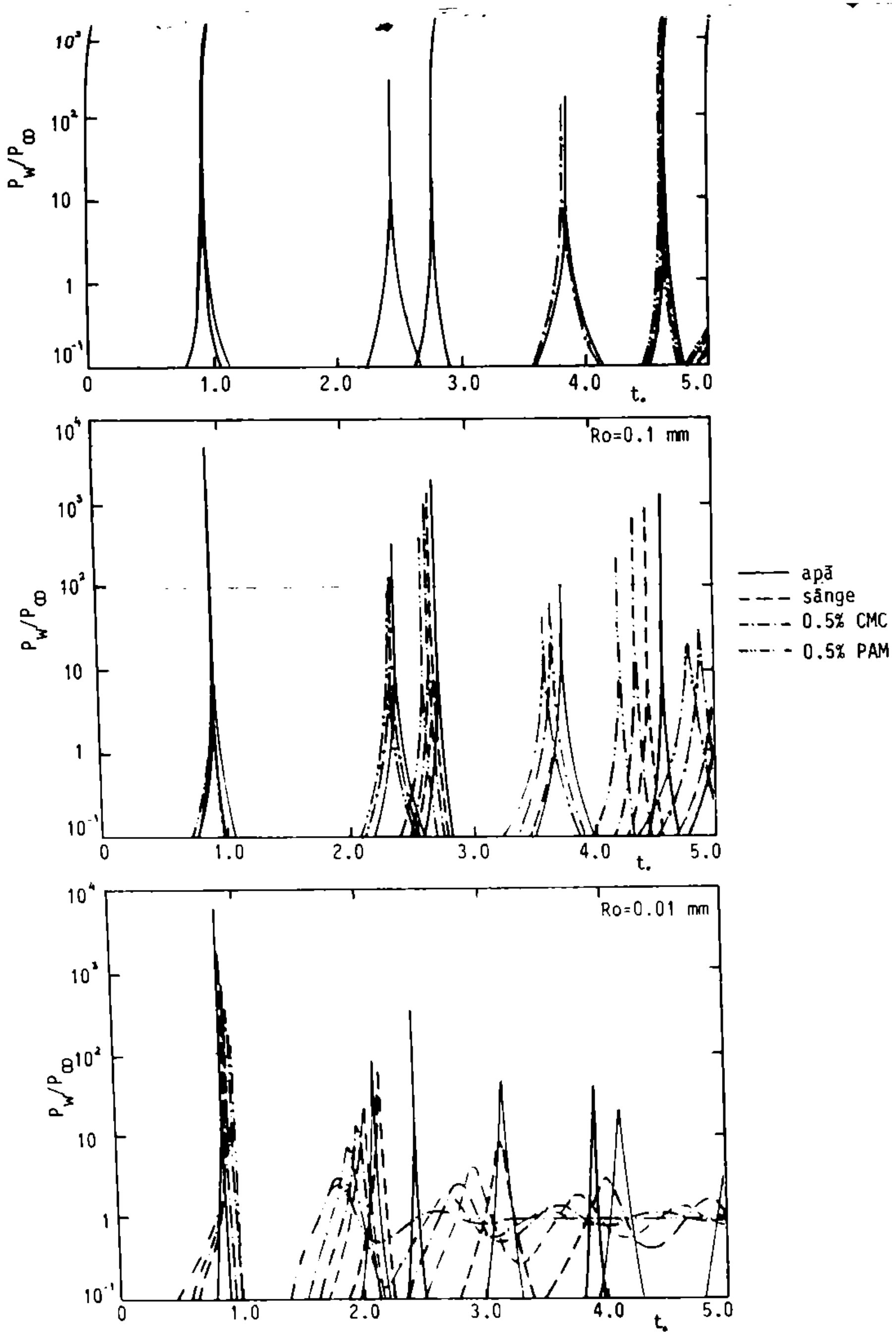


Figura 4.15. Variatia în timp a presiunii în lichid la peretele bulei pentru q=0,01. Cu negru este ilustrată solutia modelului incompresibil iar cu rosu solutia modelului compresibil

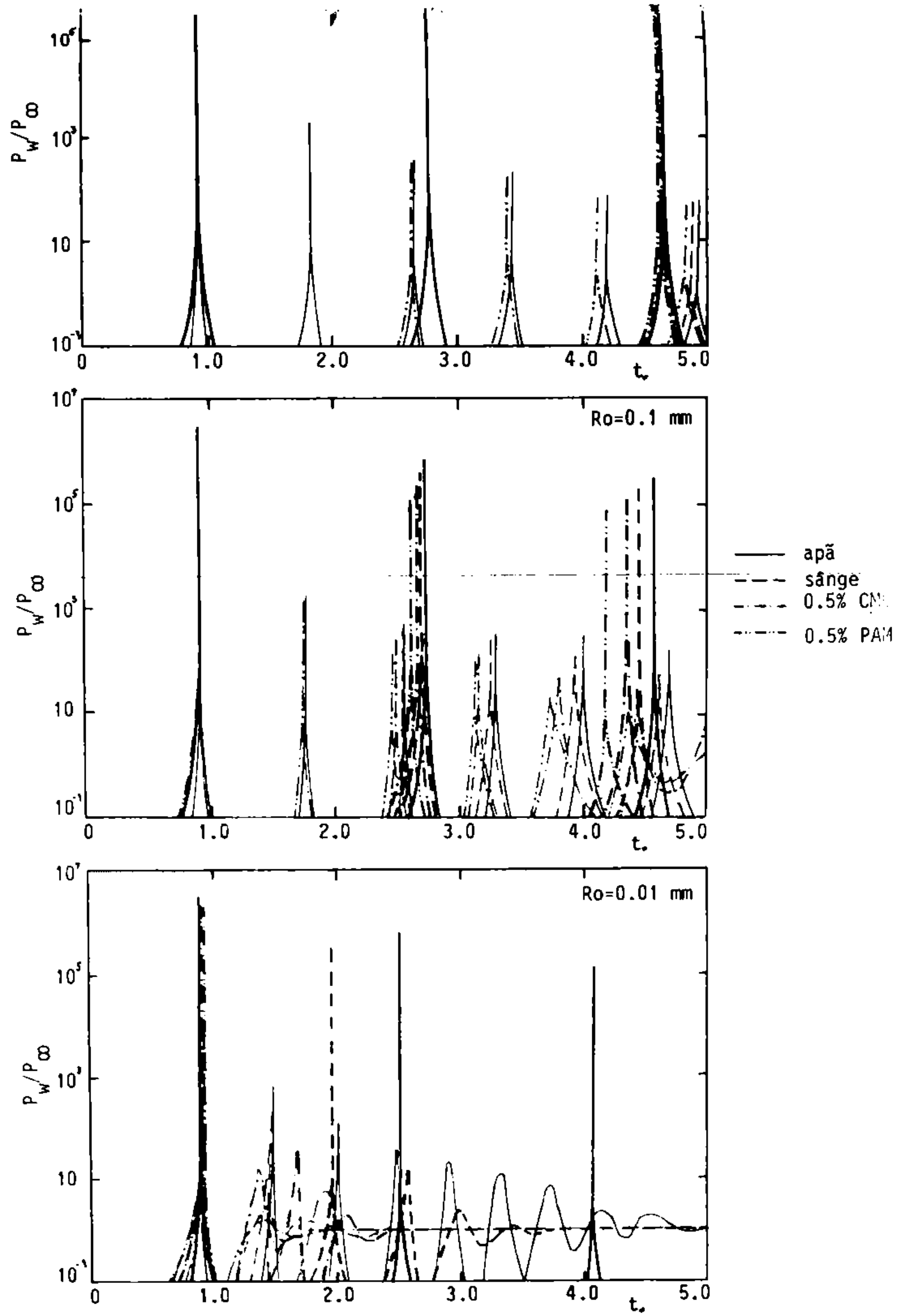


Figura 4.16. Variatia în timp a presiunii în lichid la peretele bulei pentru q=0,001. Cu negru este ilustrată solutia modelului incompresibil iar cu rosu solutia modelului compresibil

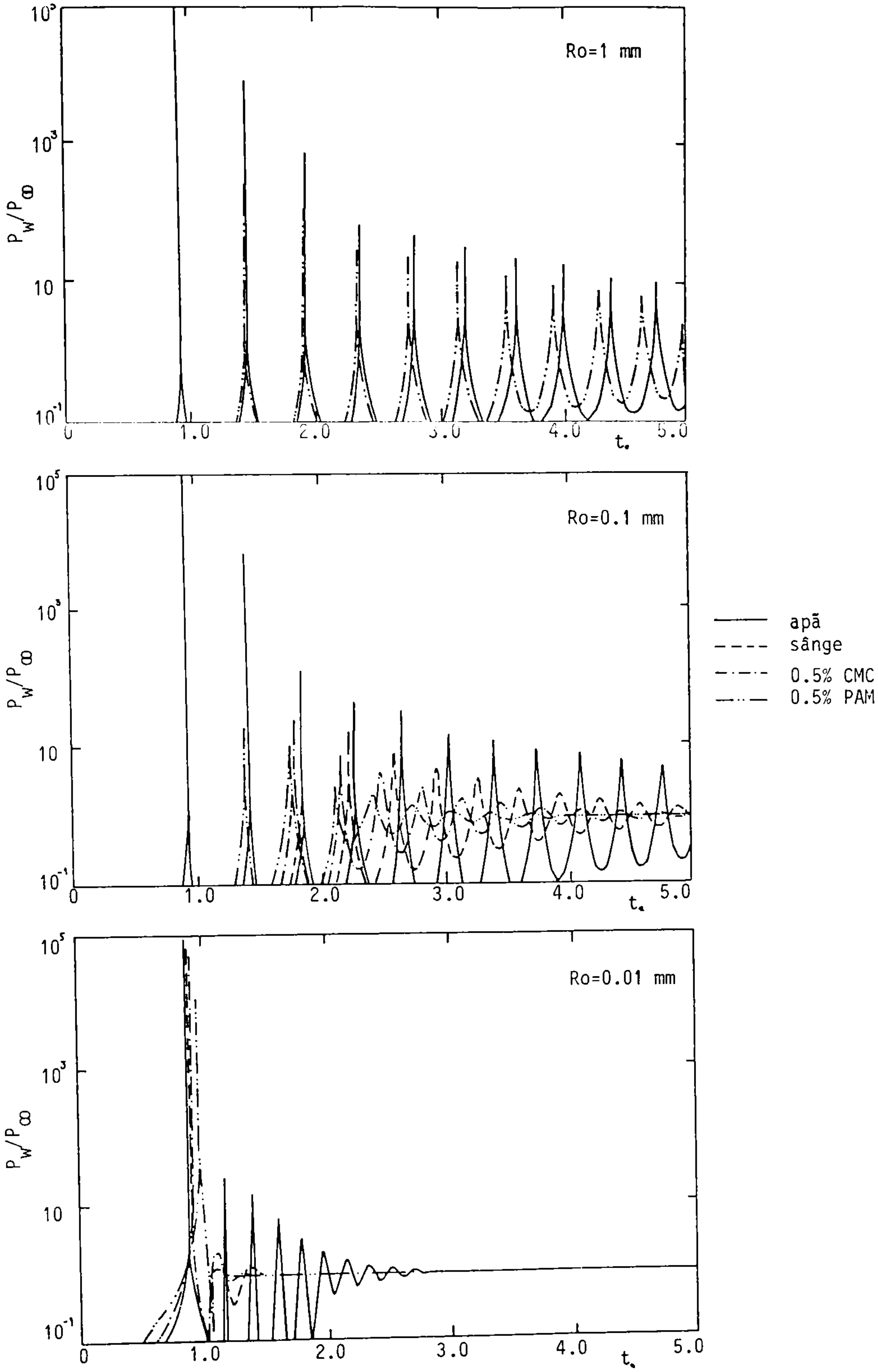


Figura 4.17. Variatia în timp a presiunii în lichid la peretele bulei pentru q=0,0001. Numai solutia modelului compresibil este ilustrată

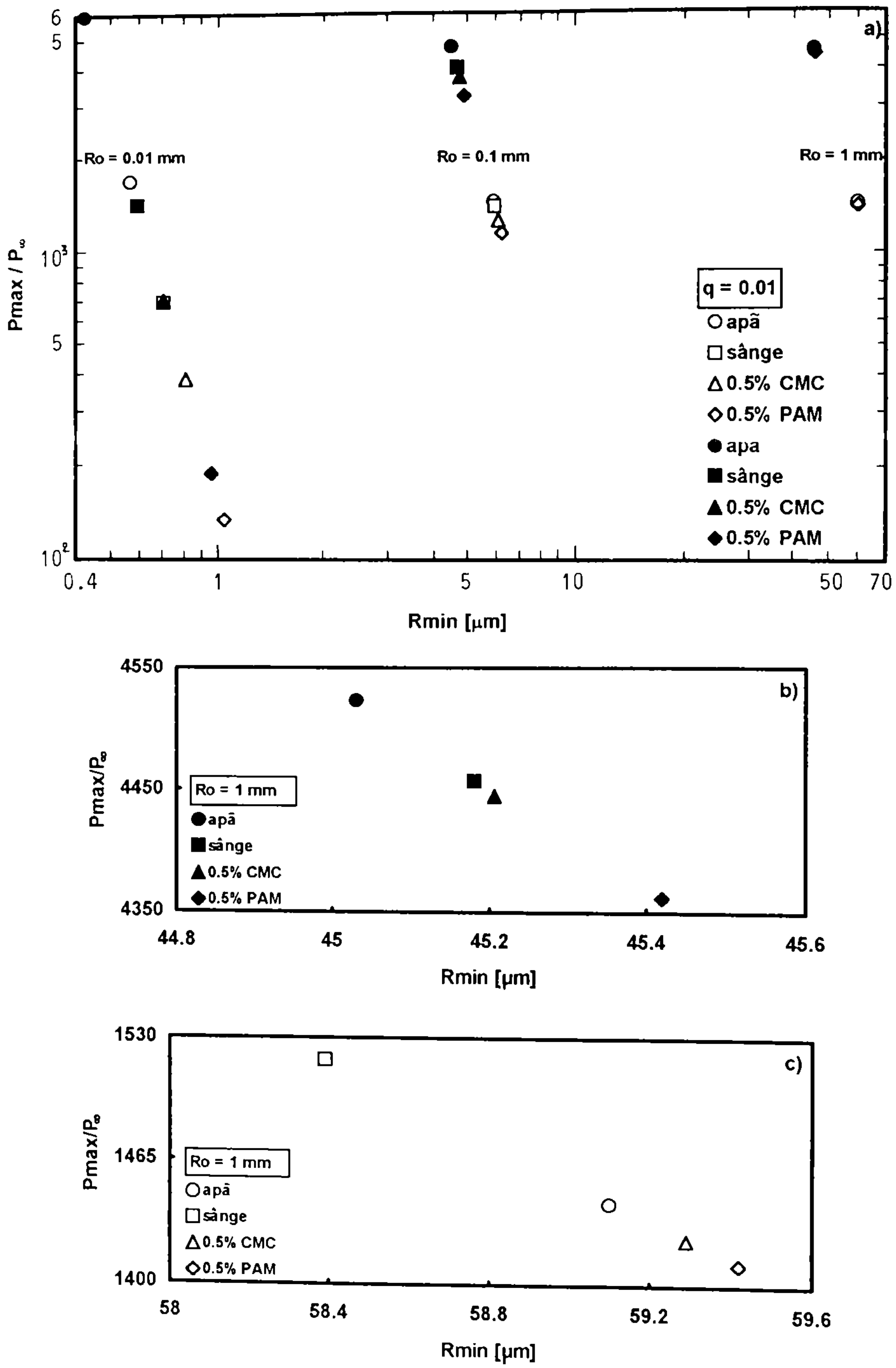


Figura 4.18. Presiunea maximă în lichid la peretele bulei în functie de raza minimă a bulei în punctul final al colapsului pentru q=0,01 (a). Simbolurile închise indică solutia modelului incompresibil iar simbolurile deschise solutia modelului compresibil. (b) si (c) arată valorile obtinute la Ro=1 mm

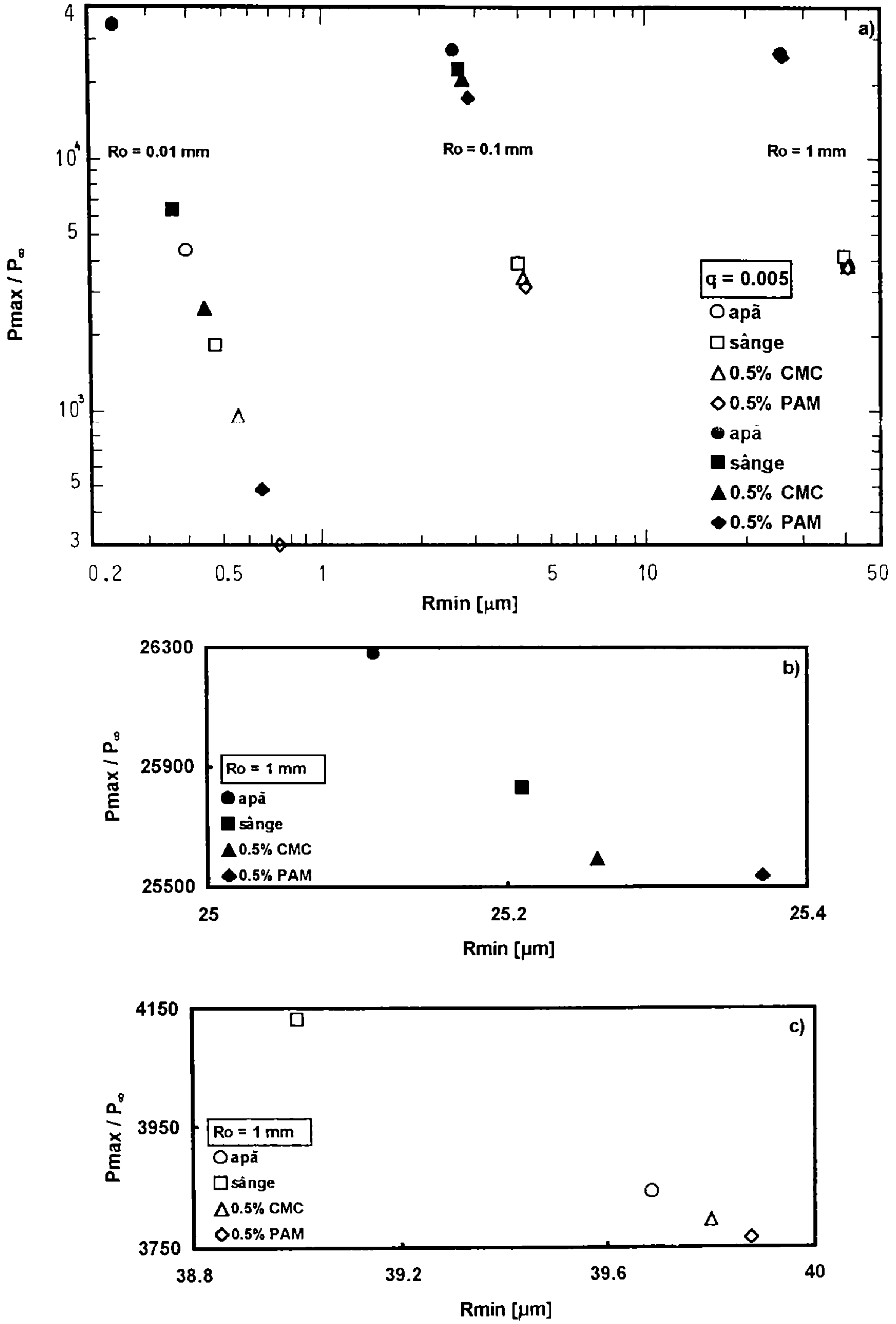


Figura 4.19. Presiunea maximă în lichid la peretele bulei în functie de raza minimă a bulei în punctul final al colapsului pentru q=0,005(a) Simbolurile inchise indică solutia modelului incompresibil iar simbolurile deschise solutia modelului compresibil. (b) si (c) arată valorile obtinute la Ro=1 mm

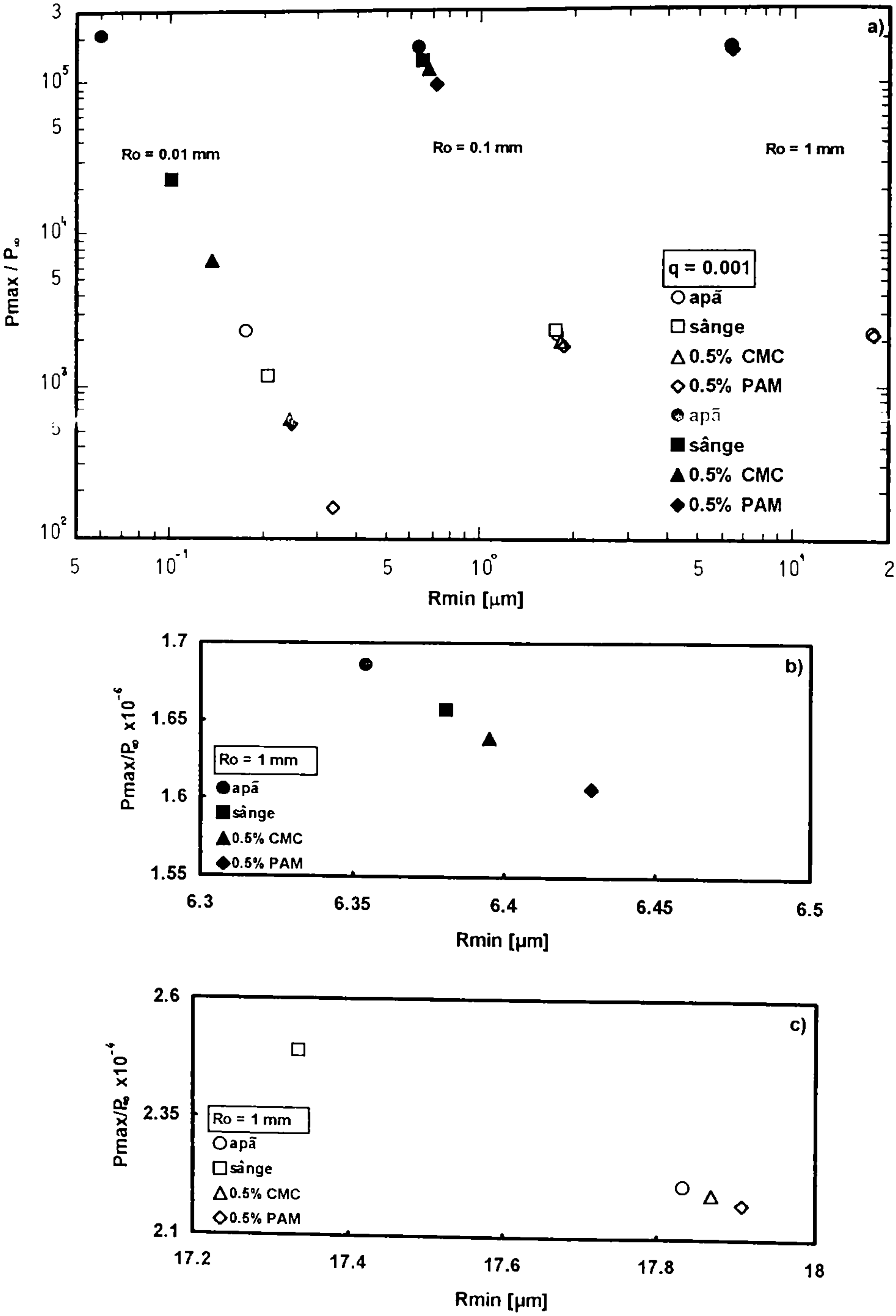


Figura 4.20. Presiunea maximă în lichid la peretele bulei în functie de raza minimă a bulei în punctul final al colapsului pentru q=0,001(a) Simbolurile închise indica solutia modelului incompresibil iar simbolurile deschise solutia modelului compresibil. (b) si (c) arată valorile obtinute la Ro=1 mm

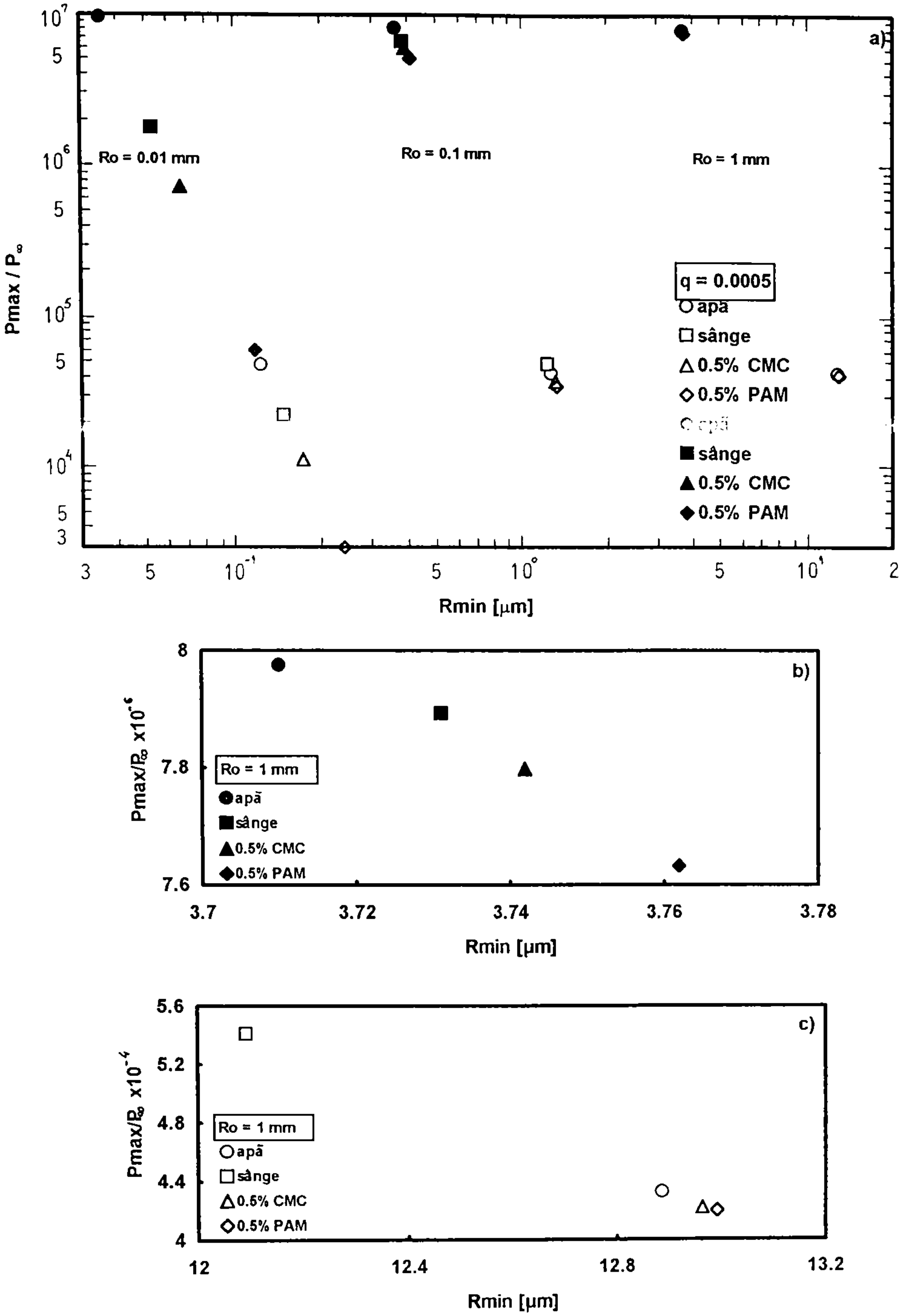


Figura 4.21. Presiunea maximă în lichid la peretele bulei în functie de raza minimă a bulei in punctul final al colapsului pentru q=0,0005. (a). Simbolurile inchise indică solutia modelului incompresibil iar simbolurile deschise solutia modelului compresibil. (b) si (c) arată valorile obtinute la Ro=1 mm

obtinută la R_0 = 1 mm (p_{max}/p_∞ = 2,212x10^4) este similară cu cea prezentată de Hickling si Plesset [162]. Câteva date experimentale există în literatură dar, deocamdată, este prematur de a compara rezultatele din cauza necunoasterii valorii raportului presiunilor între interiorul si exteriorul bulei în faza expansiunii maxime.

Influenta aditivării cu polimeri se manifestă prin reducerea valorii maxime a presiunii în lichid la peretele bulei. La R_0 = 1 mm si la orice valoare a raportului presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei influenta aditivării cu polimeri este nesemnificativă. Este însă cu atât mai mare cu cât raza initială a bulei este mai mică. La q = 10^{-2} , pentru R_0 = 10^{-2} mm, valoarea p_{max}/p_∞ este de 12,5 ori mai mică în solutia 0,5% PAM si de 5 ori mai mică în solutia 0,5% CMC în comparatie cu cazul apei. La micsorarea valorii raportului q diferentele devin din ce în ce mai mici. Astfel, la q = 10^{-4} si R_0 = 10^{-2} mm, valoarea p_{max}/p_∞ este de 8,5 ori mai mică în solutia 0,5% PAM si de numai 2 ori mai mică în solutia 0,5% CMC în comparatie cu cazul apei. De notat că, la q = 10^{-4} si R_0 = 10^{-2} mm, chiar si în cazul solutiei 0,5% PAM valoarea p_{max}/p_∞ este remarcabilă, fiind de ordinul 10^3 bar (p_{max}/p_∞ = 1,114x10^4).

Încheiem acest paragraf cu câteva consideratii asupra comportării bulei cavitationale în sânge uman. Rezultatele sunt comparate cu cazul situării bulei în apă, caz în care experimentele sunt mult mai usor de realizat. Valoarea presiunii maxime în lichid la peretele bulei este, indiferent de raportul q, mai mare decât cea corespunzătoare în apă dacă R_0 = 1 mm. De exemplu, la q = 10^{-2}, valoarea p_{max}/p_∞ în sânge este cu 5 % mai mare decât în cazul apei dar cu 20% mai mare la q = 10^{-4} (p_{max}/p_∞ = 1,137x10^5). Chiar si pentru R_0 = 10^{-1} mm, dacă q ≥ 10^{-3}, presiunea maximă la peretele bulei este mai mare decât în apă. La q = 10^{-4}, valoarea p_{max}/p_∞ în sânge uman este cu 9% mai mare decât în apă (1,036x10^5 în sânge si 9,515x10^4 în apă). La R_0 = 10^{-2} mm viscozitatea corespunzătoare vitezei de deformatie infinită este dominantă si comportarea bulei în sânge uman este mai atenuată în comparatie cu cazul apei. Întrebarea care se pune de la sine se referă la ordinul de mărime al bulelor cavitationale produse în aplicatiile clinice. Am arătat deja că bule cu raza maximă de ordinul milimetrilor pot fi generate în litotritia indusă cu laser. În acest caz raza laser este transmisă printr-o fibră optică care este de preferat a fi în contact direct cu calculul biliar supus fragmentării [163]. Peretele bulei cavitationale creată în punctul de focalizare al fibrei optice este în contact direct cu calculul biliar astfel încât în estimarea efectelor colaterale generate de colapsul bulei valoarea maximă a presiunii la peretele bulei trebuie considerată. Bule cavitationale cu raza maximă de ordinul milimetrilor se obtin si în cazul angioplastiei cu laser. Aici fibra optică este introdusă în vasul sanguin iar efectele colaterale generate de colapsul bulei sunt deformarea structurală a tesutului adiacent bulei si distrugerea celulelor sângelui. Un experiment remarcabil în această privintă a fost realizat, *in vitro* (bulele fiind generate în apă), de Vogel s.a. [164]. După Doukas s.a. [165] valoarea minimă a pulsului de presiune care produce distrugerea celulelor sângelui si a tesutului adiacent bulei este de aproximativ 1 kbar, valoare cu două ordine de mărime mai mică decât rezultatele obtinute la q = 10^{-4}. Bule cu raza maximă de ordinul zecimilor de milimetru au fost puse în evidentă în cazul angioplastie rotationale de Zotz s.a. [166] folosind ca lichid de lucru atât apa cât si sângele (prelevat de la unul din autorii experimentului). Cu toate că numărul bulelor cavitationale observate este mai mare în sânge decât în apă nu este clar dacă colapsului bulei este mai violent în sânge. Rezultă că bule cavitationale cu dimensiunea maximă similară cu cea investigată în acest studiu sunt posibil de generat în aplicatiile clinice. A fost arătat că, pentru bulele cu raza initială de ordinul milimetrilor, presiunea maximă la peretele bulei situată în sânge uman este cu cel putin 3 kbar (până la 19 kbar la q = 10^{-4}) mai mare decât în

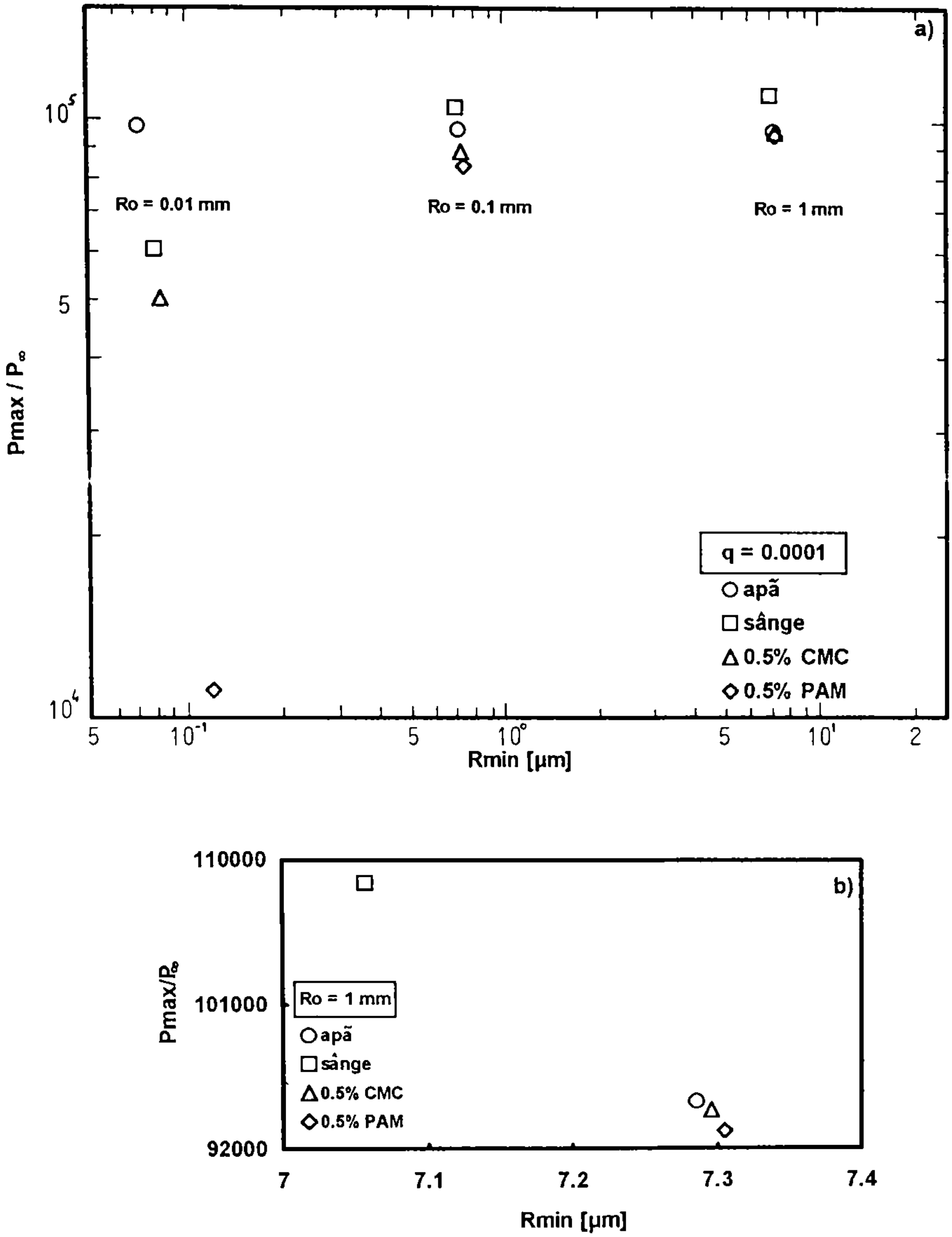


Figura 4.22. Presiunea maximã în lichid la peretele bulei în functie de raza minimã a bulei în punctul final al colapsului pentru q=0,0001 (a). Numai solutia modelului compresibil este ilustratã. (b) aratã valorile obtinute la Ro=1 mm

apă. În consecință, *este sugerat că efectele colaterale generate de comportarea bulei în sânge uman în timpul tratamentului clinic (in vivo) sunt subestimate prin experimentele asupra comportării dinamice a bulei realizate in vitro atunci când lichidul ambiant este apa.*

Observatiile referitoare la dependenta vitezei maxime de colaps a peretelui bulei cu raza minimă a bulei sunt valabile si pentru presiunea maximă în lichid la peretele bulei. Figura 4.23 prezintă această dependentă pentru diferite valori ale raportului presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei q. O relatie simplă care să descrie dependenta celor doi parametri se poate obtine analizând relatia care descrie presiunea în lichid la peretele bulei (4.177). Neglijând influenta proprietătilor fizice ale lichidului se obtine:

$$\frac{p_{max}}{p} = q\left(\frac{R_{min}}{R_0}\right)^{-3\gamma} \tag{4.207}$$

Relatia (4.207) este obtinută si de Shima s.a. [72], Shima si Tsujino [71, 75] si Tomita si Shima [126]. Liniile continue din figură reprezintă valorile obtinute folosind relatia (4.207). În plus, o relatie simplă care să descrie dependenta presiunii maxime în lichid la peretele bulei cu viteza maximă de colaps se obtine folosind relatiile (4.205) si (4.207) sub forma:

$$\frac{p_{max}}{p_{\infty}} = 1 + \frac{3}{2\xi^2}\left(\frac{V_{max}}{U}\right)^2 \tag{4.208}$$

Figura 4.24 prezintă rezultatele obtinute folosind această relatie. Linia continuă indică situatia $\xi = 0{,}61$ (valabilă pentru $q = 10^{-2}$ si $q = 10^{-3}$) iar linia întreruptă cazul $\xi = 0{,}75$ (valabil pentru $q = 10^{-4}$). Linia întreruptă cu un punct indică rezultatele obtinute folosind relatia prezentată de Shima si Tomita [80] iar linia întreruptă cu două puncte relatia propusă de Shulman si Levitsky [154]. Si în acest caz superioritatea relatiei (4.208) în modelarea rezultatelor numerice este evidentă.

Relatiile (4.205), (4.207) si (4.208) prezintă importantă deosebită din punct de vedere aplicativ. Fiind usor calculabile, măsurând unul din parametrii pot fi determinate valorile celorlalti doi si deci informatii aproape complete asupra intensitătii colapsului liber al bulei cavitationale. Cel mai usor măsurabil parametru este raportul R_{min}/R_0 prin filmare ultrarapidă cu diferiti timpi de întârziere. Cunoscând valoarea R_{min}/R_0 se poate determina, cu relatiile mentionate, viteza maximă de colaps si presiunea maximă la peretele bulei evitând astfel dificultătile experimentale generate de colapsul rapid al bulei si durata foarte mică de manifestare a pulsului de presiune. Cea mai importantă aplicatie a acestor relatii constă în estimarea efectelor colaterale generate de colapsul bulei cavitationale indusă cu laser în tratamenatele medicale specifice prin precizarea presiunii maxime la peretele bulei si a vitezei maxime de colaps. Mai mult, odată determinată experimental dependenta razei minime atinsă de bulă cu energia pulsului laser minimizarea efectelor colaterale negative induse de colapsul bulei poate fi realizată printr-un control adecvat al energiei pulsului laser. O a doua aplicatie a acestor relatii rezidă într-o primă evaluare a distrugerilor cavitationale având în vedere că energia eliberată în procesul de cavitatie, prin surparea bulelor, este direct proportională cu presiunea maximă a undei de soc emisă în punctul final al colapsului bulelor si numărul pulsurilor de presiune [8]. Consecutiv, folosind modelul Steller (vezi [6], pag. 313 - 320), volumul de material erodat poate fi calculat din raportul între energia eliberată în procesul de

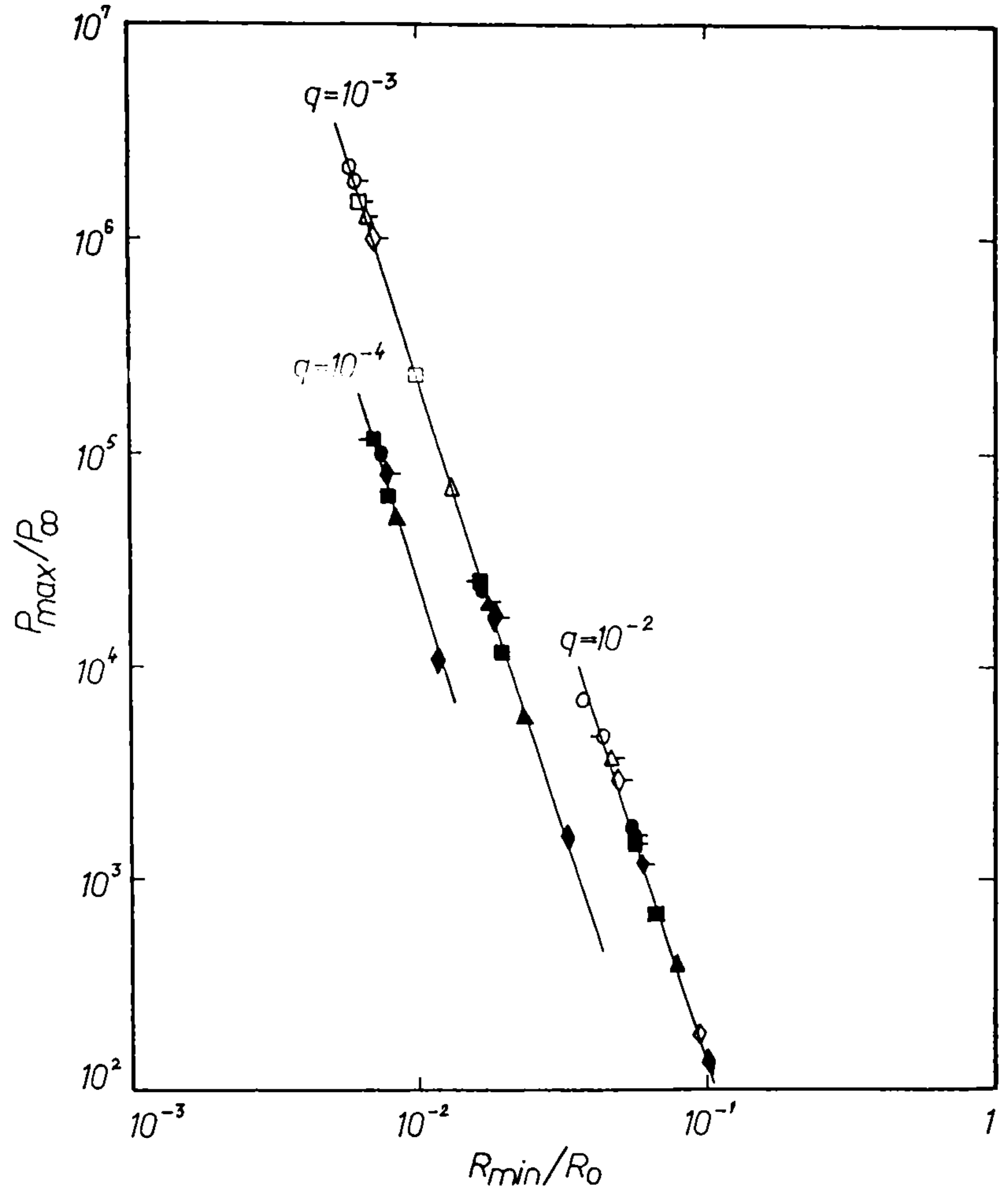


Figura 4.23. Presiunea maximă la peretele bulei raportată la presiunea statică din lichid la infinit functie de raza minimă a bulei raportată la raza initială a bulei. Semnificatia simbolurilor este identică cu cea din Figura 4.10

BUPT

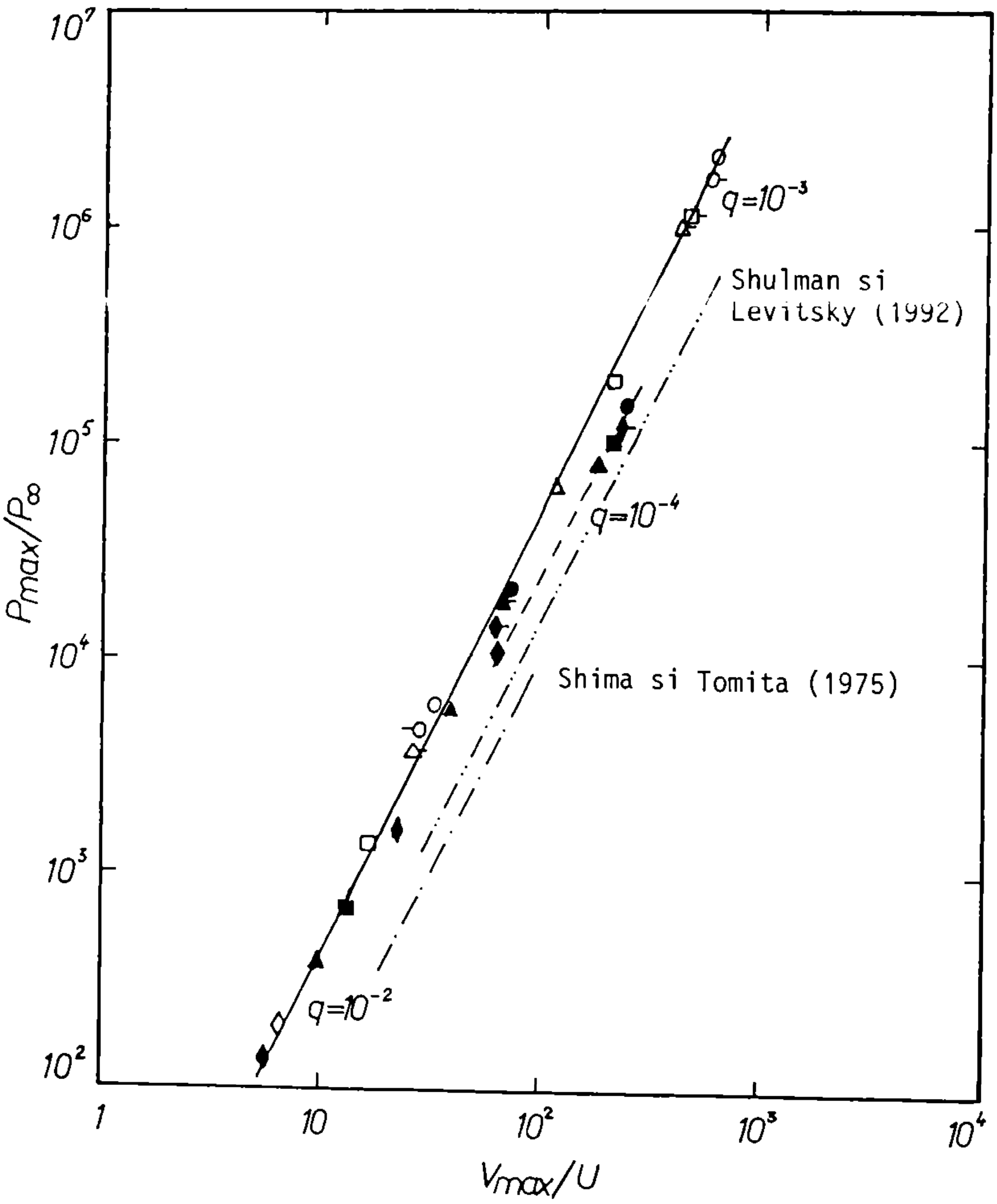


Figura 4.24. Presiunea maximă la peretele bulei raportată la presiunea statică din lichid la infinit functie de viteza maximă de colaps a peretelui bulei raportată la viteza medie de colaps. Semnificatia simbolurilor este identică cu cea din Figura 4.10

cavitatie si rezistenta momentană a materialului la cavitatie. Desigur că folosirea acestor relatii nu rezolvă complet problema datorită, pe de o parte, necunoasterii presiunii gazului din interiorul bulei în faza expansiunii maxime pentru conditii similare cavitatiei hidrodinamice iar, pe de altă parte, faptului că intensitatea distrugerilor cavitationale nu este constantă pentru toate regimurile de functionare a masinilor si echipamentelor hidraulice.

4.6.7. *Distributia presiunii în lichidul înconjurător bulei*

Figura 4.25 prezintă distributia presiunii în lichidul înconjurător bulei situată în solutia 0,5% PAM, pentru R_0 = 1 mm si q = 10^{-2}, folosind modelul compresibil. În figură linia întreruptă cu un punct reprezintă locul geometric a valorilor presiunii la peretele bulei. Distributia presiunii în lichidul înconjurător bulei înainte de punctul final al colapsului este similară cu cea obtinută folosind modelul incompresibil. Câteva exemple pentru diferite solutii de polimeri în concentratie 0,2-1% sunt date în [77]. Distributia presiunii în lichidul înconjurător bulei este însă diferită în faza de recuperare a bulei. O undă de presiune se propagă în lichid imediat după după punctul final al colapsului si viteza de propagare a acestei unde de presiune este egală cu viteza sunetului în lichid. Această observatie este valabilă si atunci când raportul presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei este considerabil mai mic.Un exemplu este prezentat în Figura 4.26 care arată distributia presiunii în lichid după colapsul bulei situată în solutia 0,5% PAM când R_0 = 1 mm si q = 10^{-4}. Amplitudinea presiunii undei scade abrupt pe măsura depărtării de peretele bulei. Valoarea presiunii în lichid la r/R_0 = 7,08 este p/p_* = 11,8 pentru q = 10^{-2} si este p/p_* = 54,4 la r/R_0 = 12,5 pentru q = 10^{-4}. Ca si în cazul colapsului bulei în apă [89, 126, 162], într-un lichid nenewtonian cu comportare pseudoplastică presiunea maximă în lichid este atenuată în raportul 1/r în lichid. În ambele exemple ilustrate diferentele între cazul apei , solutiei de polimeri 0,5% CMC si solutiei 0,5% PAM sunt prea mici pentru a fi prezentate în grafic. Notăm, totusi, că pentru q = 10^{-4} legea de atenuare 1/r este evidentiată numai pentru valori $r/R_0 \leq 12{,}5$. Nu a fost posibil de a obtine legea de atenuare a presiunii în lichid pentru valori $r/R_0 > 12{,}5$ pentru că lătimea frontului undei de presiune este foarte mică în această zonă. Variatia presiunii în lichid este dependentă de istoria miscării peretelui bulei (prin relatia 4.173). Discretizarea temporală ajunge de ordinul $\Delta t_* = 10^{-15}$ (si probabil substantial mai mică la valori r/R_0 mai mari), valoare care este la limita preciziei de calcul al oricărui program (de exemplu, 10^{-19} pentru TurboC ++).

Figura 4.27 prezintă distributia presiunii în lichidul înconjurător bulei situată în solutia 0,5% CMC, respectiv, 0,5% PAM în comparatie cu cazul apei, pentru q = 10^{-4} si R_0 = 10^{-2} mm.Colapsul bulei în ambele solutii de polimeri, la raze initiale ale bulei de ordinul 10^{-2} mm, este mai putin violent decât în apă si emisia acustică este diminuată. La orice distantă în lichid amplitudinea maximă a undei de presiune emisă după colapsul bulei este mai mică în cazul solutiilor de polimeri. Pentru apă distributia presiunii este similară cu cea prezentată de Tomita si Shima [126]. La fel ca în cazul R_0 = 1 mm caracteristica pseudoplastică a viscozitătii lichidului nu modifică legea 1/r de atenuare, în lichid, a presiunii maxime la peretele bulei. Observatiile sunt valabile si în cazul bulei sânge uman ilustrat în Figura 4.28 prin comparatie cu cazul situării bulei în apă.

Nu există încă observatii experimentale care să confirme (sau infirme) legea de atenuare 1/r după colapsul bulei. Câteva experimente sunt efectuate asupra emisiei acustice generate de spărtura optică a laserului în lichid [167]. Pentru un puls laser cu energia 1 mJ (6 ns durata pulsului) legea 1/r este aproximativ valabilă în imediata vecinătate a centrului de

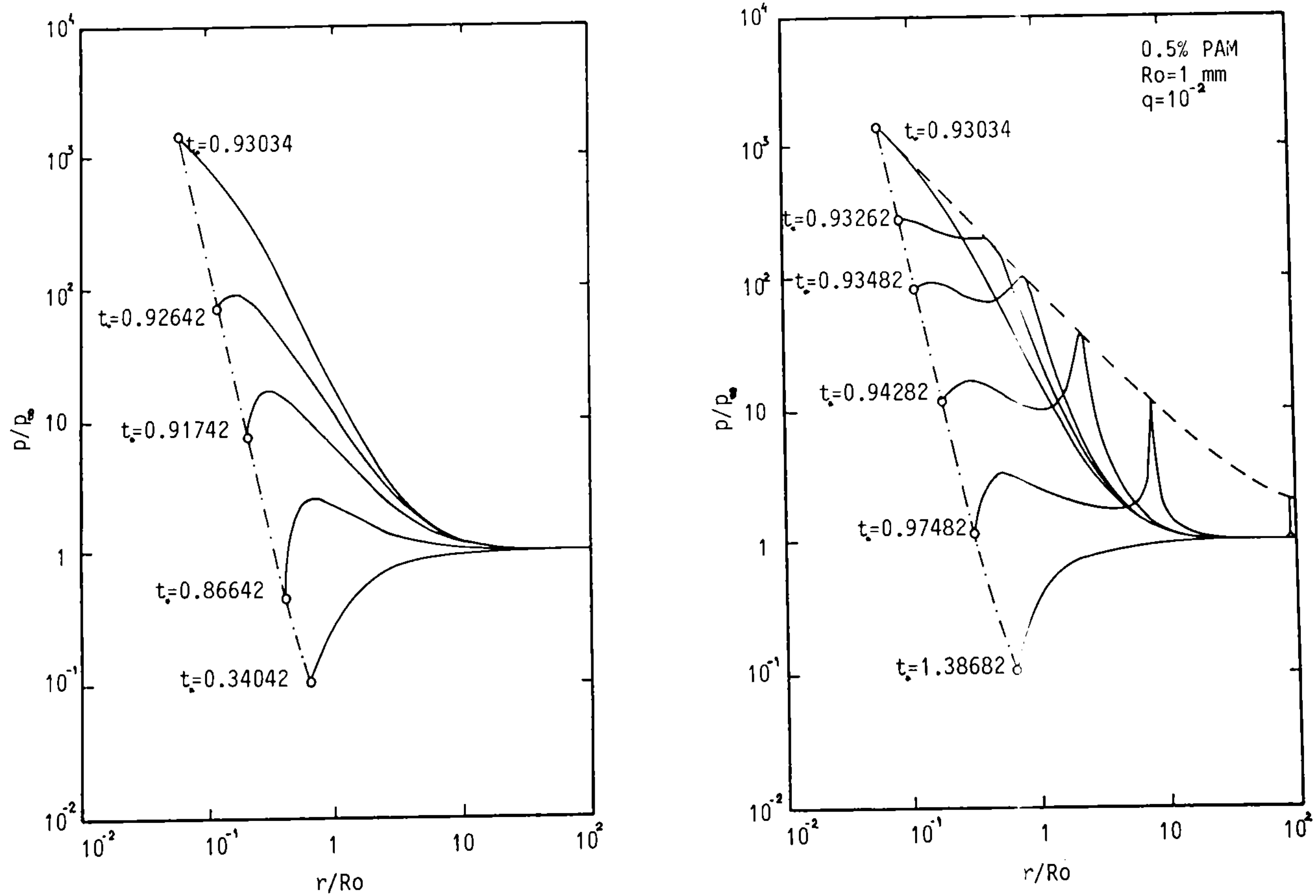


Figura 4.25. Distributia presiunii în lichidul înconjurător bulei situată în solutia 0,5% PAM inainte (stânga) si după primul colaps al bulei (dreapta). Linia intreruptă cu un punct indică peretele bulei

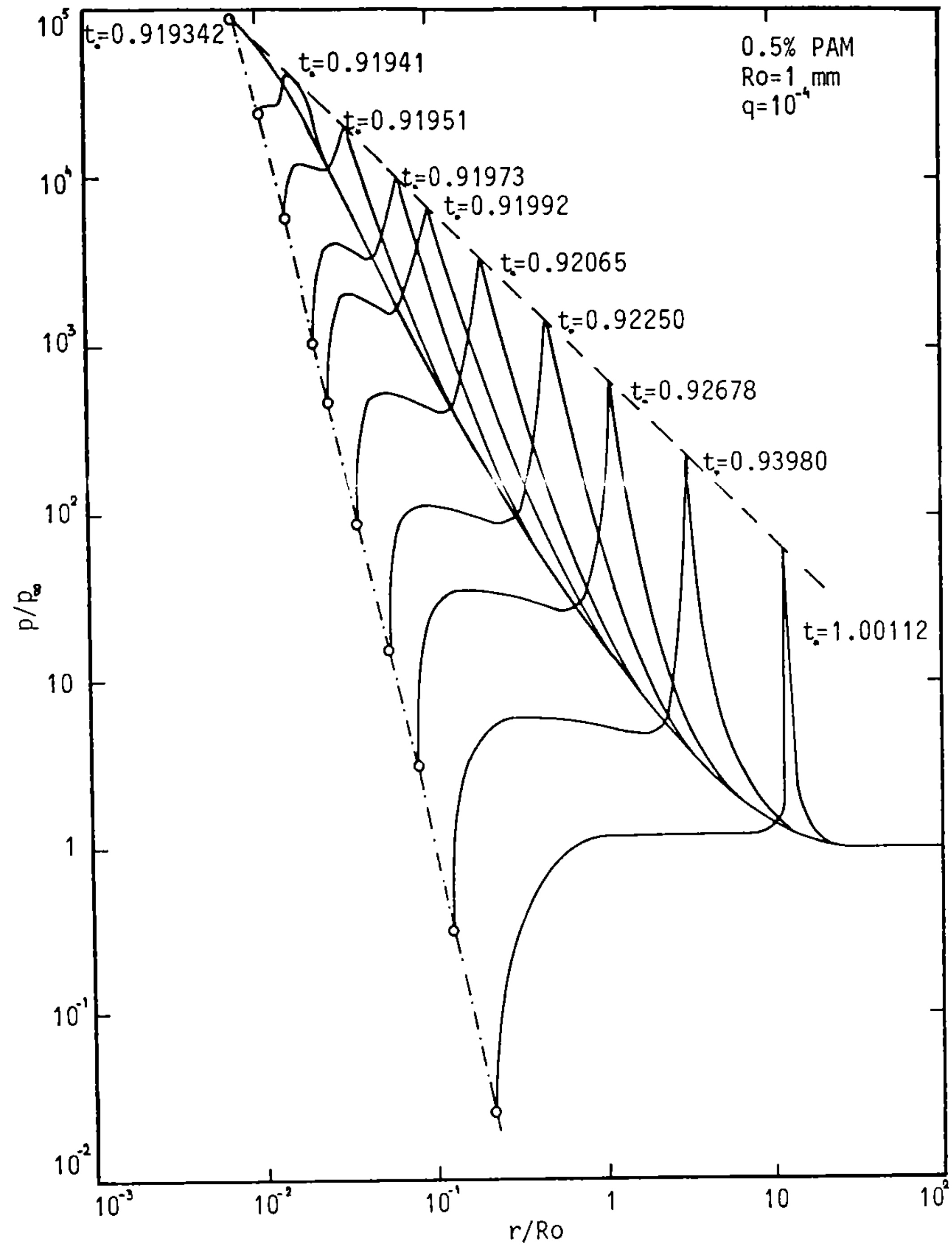


Figura 4.26. Distributia presiunii în lichidul înconjurător bulei situată în solutia 0,5% PAM după primul colaps al bulei. Linia intreruptă cu un punct indică peretele bulei.

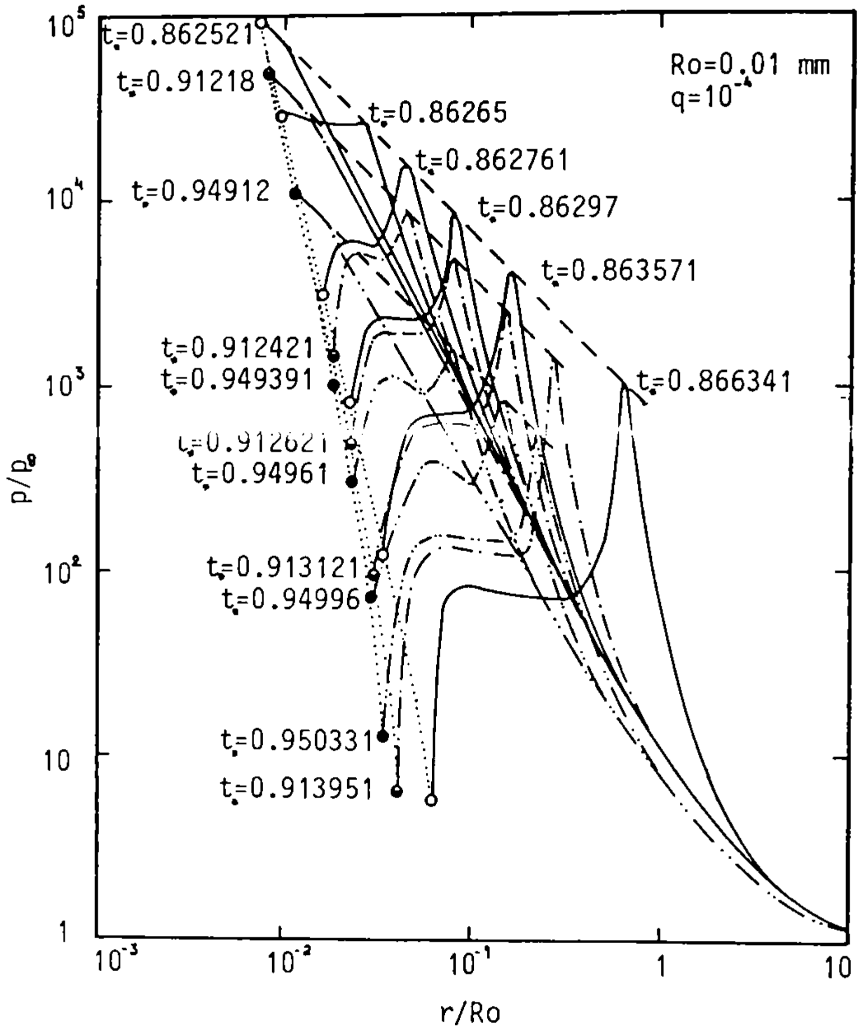


Figura 4.27. Distributia presiunii în lichidul înconjurător bulei situată în apă (linia continuă), 0,5% CMC (linia întreruptă cu un punct) si 0,5% PAM (linia întreruptă cu două puncte). Linia punctată indică peretele bulei

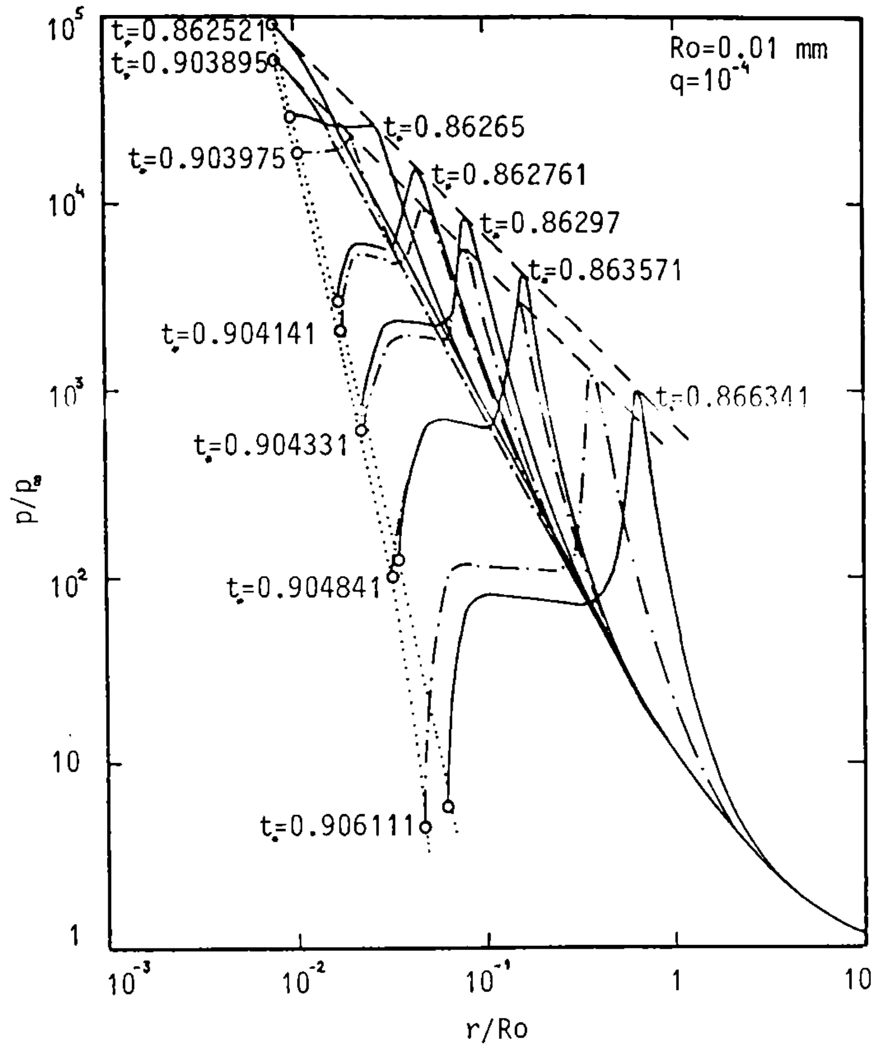


Figura 4.28. Distributia presiunii în lichidul înconjurător bulei situată în apă (linia continuă) si sânge uman (linia intreruptă cu un punct). Linia punctată indică peretele bulei

emisie ($r^{-1,02}$ pentru r = 10 ÷ 40 μm) si la distante mari ($r^{-1,05}$ pentru r = $5x10^2$ ÷ 10^5 μm). Între aceste două regiuni atenuarea presiunii în lichid este mai accentuată, legea de variatie fiind aproximtiv $r^{-1,5}$. Rezultatele sunt confirmate si de Doukas s.a. [168]. Energia pulsului laser are o influentă majoră asupra legii de atenuare a presiunii în lichid; la o valoare a energie pulsului de 10 mJ legea de atenuare în regiunea r = 40 ÷ 500 μm este $r^{-1,79}$ dar foarte apropiată de legea 1/r în rest. Devierea de la legea 1/r de atenuare a presiunii în lichid în secventele ulterioare spărturii optice poate fi explicată prin natura diferită a emisiei acustice. Viteza de propagare a acestei unde este mai mare de 2200 m/s. O parte a energiei cinetice a frontului undei este transformată în căldură astfel încât atenuarea presiunii în lichid este mai mare [168]. Oricum, diferentele fată de legea 1/r sunt modeste.

4.6.8. *Raza de echilibru a bulei*

Figura 4.29 prezintă raza de echilibru, R_e , a bulei situată în solutia 0,5% PAM în functie de raza initială a bulei pentru trei valori ale raportului presiunilor initiale între interiorul si exteriorul cavitătii, q = 10^{-2}, 10^{-3} si 10^{-4}. Din cauza valorilor aproximativ egale ale tensiunii superficiale diferentele între valorile R_e pentru cele patru lichide investigate sunt prea mici pentru a fi prezentate. Valoarea razei de echilibru creste la cresterea razei initiale a bulei si la cresterea raportului presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei.

Cunoscând raza de echilibru a bulei se poate calcula, folosind relatia (4.183), raportul presiunilor initiale între interiorul si exteriorul cavitătii, q. Cunoasterea valorii raportului q este necesară pentru compararea modelului matematic care descrie comportarea bulei cu datele experimentale. În acest mod procedează Shima si Tomita [169] care determină valoarea razei de echilibru a bulei generată cu arc electric prin fotografiere ultrarapidă. Diferentele obtinute între rezultatele modelului matematic si datele experimentale sunt însă mari. Este, totusi, dificil de obtinut în realitate un colaps perfect sferic al bulei pe multe cicluri de oscilatie asa cum este asumat în modelul matematic. Pierderea simetriei sferice a bulei în timpul evolutiei induce o modificare a valorii razei de echilibru. O mică eroare în estimarea valorii R_e conduce la o valoare eronată a raportului q si în final la o modelare incorectă a comportării bulei. Acelasi acord modest între teorie si experiment este obtinut si de Hentschel si Lauterborn [170] care folosesc modelul Gilmore pentru descrierea oscilatiei bulei. Si în acest caz valoarea razei de echilibru este afectată de distrugerea simetriei sferice a bulei în timpul evolutiei. În consecintă, o altă metodă este necesară pentru determinarea raportului presiunilor initiale între interiorul si exterioul bulei.

4.6.9. *Raza critică de oscilatie a bulei*

Figura 4.30 prezintă valorile razei critice de oscilatie a bulei, $R_{0,c}$, în functie de raportul presiunilor initiale între interiorul si exteriorul cavitătii folosind atât modelul incompresibil cât si modelul compresibil. În figură sunt ilustrate si rezulatele obtinute folosind ecuatia de miscare a peretelui bulei în comparatie cu cele obtinute folosind solutia liniarizată. Raza critică de oscilatie a bulei determină comportarea bulei: supra-amortizată dacă $0 < R_0 \le R_{0,c}$ si amortizată dacă $R_0 > R_{0,c}$. Comportarea supra-amortizată a bulei se caracterizează prin descresterea continuă a volumului bulei de la cel corespunzător razei initiale la cel corespunzător razei de echilibru. Exemple de oscilatii supra-amortizate ale bulei, folosind modelul incompresibil, sunt date în [77].

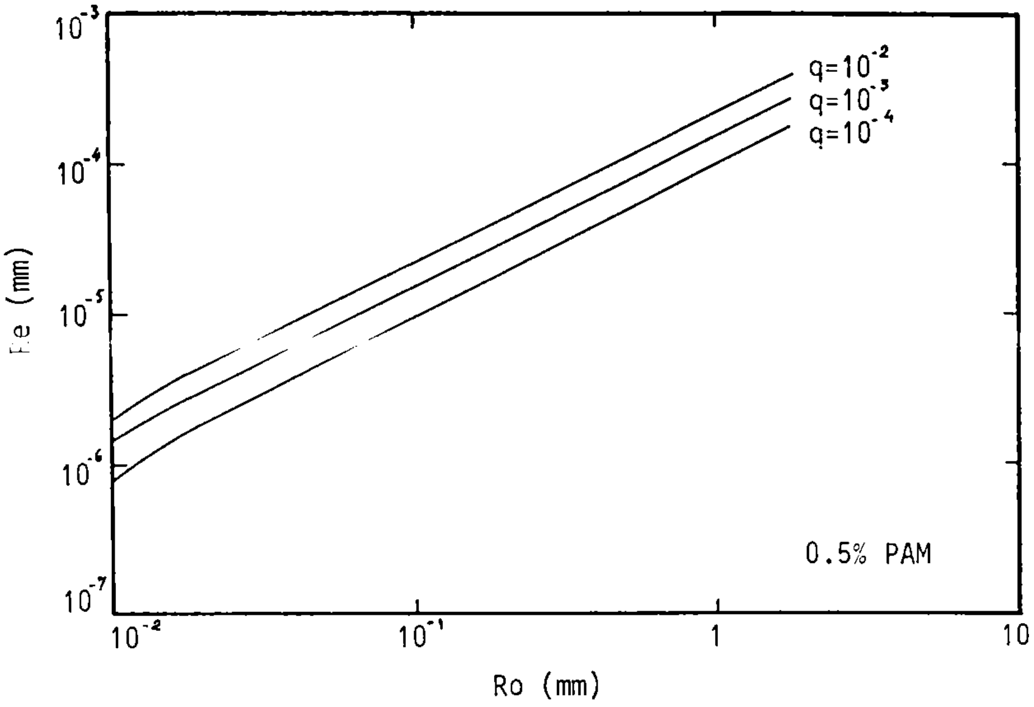


Figura 4.29. Raza de echilibru a bulei în functie de raza initială a bulei situată în solutia apoasă 0.5% PAM

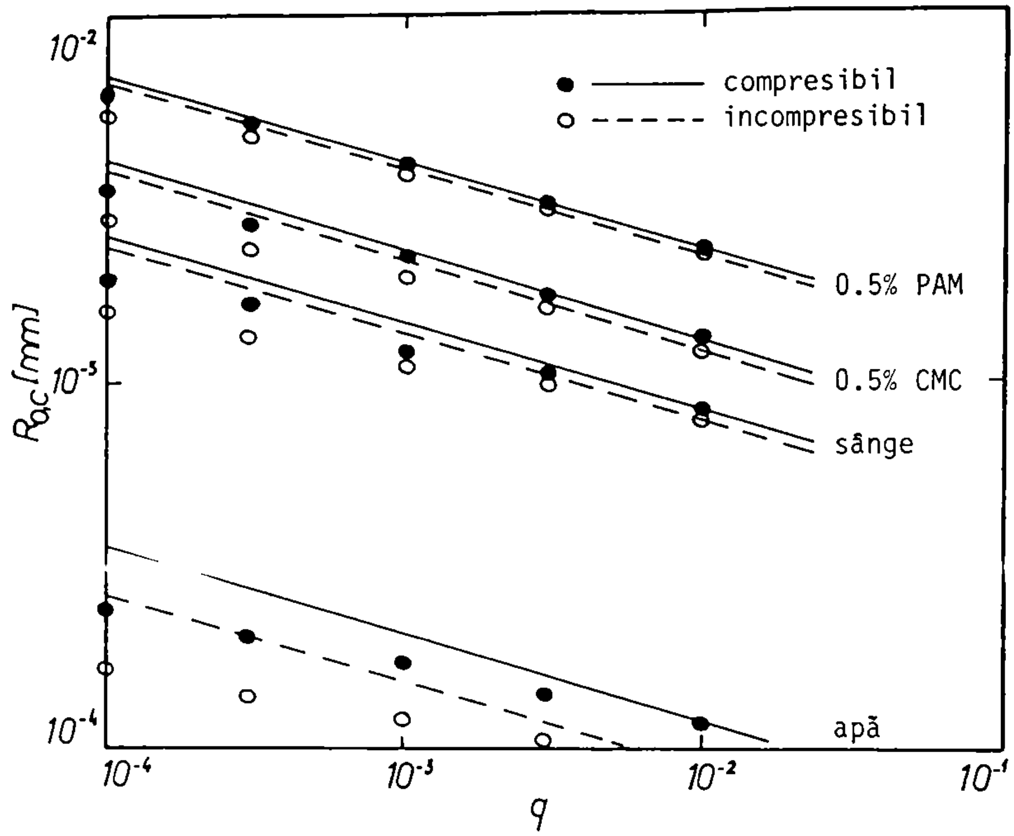


Figura 4.30. Raza critică de oscilatie a bulei în functie de raportul presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei. Simbolurile indică rezultatele obtinute folosind ecuatia de miscare a peretelui bulei (închise pentru modelul compresibil si deschise pentru modelul incompresibil) iar liniile indică rezultatele solutiei liniarizate (continuă pentru modelul compresibil si intreruptă pentru modelul incompresibil)

Prin aditivarea apei cu mici cantităti de polimeri valoarea razei critice de oscilatie a bulei creste, fiind, în ambele solutii testate, cu un ordin de mărime mai mare decât cea corespunzătoare în cazul apei. Viscozitatea corespunzătoare vitezei de deformatie infinită este parametrul cu cea mai mare influentă asupra razei critice de oscilatie a bulei. Cele mai mari valori pentru $R_{0,c}$ se obtin în solutia 0,5% PAM, urmate de cele corespunzătoare solutie 0,5% CMC, sânge si apă. Compresibilitatea lichidului se manifestă, de asemenea, prin cresterea valorii $R_{0,c}$ însă influenta ei este mai redusă decât a componentei η_{∞} a viscozitătii. Valoarea razei critice de oscilatie a bulei este cu atât mai mare cu cât raportul presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei este mai mic. Folosind solutia liniarizată se obtin rezultate identice cu cele date de ecuatia de miscare a peretelui bulei la valori mari ale raportului q ($q = 10^{-2}$) dar diferentele sunt din ce în ce mai mari la micsorarea raportului q. Cauza este cresterea neliniaritătii ecuatiei de miscare a peretelui bulei la micsorarea raportului q si .în acest caz, simplificările adoptate pentru obtinerea solutiei liniarizate îsi pierd valabilitatea. In domeniul investigat, $R_0 \ge 10^{-2}$ mm, oscilatia supra-amortizată nu este pusă în evidentă. O comportare a bulei foarte apropiată de cea supra-amortizată se observă în solutia 0,5% PAM atunci când $R_0 = 10^{-2}$ mm si $q = 10^{-4}$ folosind modelul compresibil (Figura 4.4). În acest caz, ambele valori ale razei critice de oscilatie, atât folosind solutia liniarizată cât si ecuatia de miscare a peretelui bulei, sunt însă inferioare razei initiale a bulei.

4.7. Aspecte specifice ale comportării dinamice a bulei cavitationale sferice în lichide nenewtoniene

Pentru descrierea colapsului sferic al bulei cavitationale individuale în lichide nenewtoniene este dezvoltat un nou model matematic care incorporează caracteristica pseudoplastică a viscozitătii lichidului, compresibilitatea lichidului, tensiunea superficială la interfata gaz-lichid si efectul gazului necondensabil din interiorul cavitătii. Ipotezele simplificatorii adoptate în elaborarea modelului matematic sunt prezentate si discutate în paragraful 4.1.1. Notăm că, din punctul de vedere al acestei lucrări, cea mai importantă ipoteză simplificatorie este neglijarea elasticitătii lichidului. Solutionarea modelului matematic este realizată folosind metoda diferentelor finite. S-a optat pentru discretizarea temporală cu pas constant cu avantajul diminuării timpului de calcul necesar pentru obtinerea solutiei numerice în comparatie cu discretizarea cu pas variabil functie de viteza peretelui bulei. Algoritmul de calcul folosit permite obtinerea valorilor vitezei maxime de colaps a peretelui bulei, V_{max}, si a presiunii maxime la peretele bulei, p_{max}, până la valori ale raportului initial al presiunilor între interiorul si exteriorul bulei $q = 10^{-6}$, cu trei ordine de mărime mai mari decât rezultatele prezente în literatură. La valori $q = 10^{-3}$ rezultatele obtinute în cazul bulei situată în apă sunt similare cu cele prezentate în literatură [124, 126, 128, 132, 133, 162]. Programele de calcul utilizate, de conceptie originală, sunt scrise în limbajele $C{+}{+}$ sub DOS (numeric), IDL sub UNIX (numeric) si Pascal 6.0 sub DOS (grafic). Calculatoarele folosite sunt SUN 4.0, IBM PC 100 si SISTEMA DX4. Rezultatele investigatiilor analitice si numerice prezentate pun în evidentă următoarele aspecte specifice ale dinamicii bulei cavitationale sferice situată într-un lichid nenewtonian cu comportare pseudoplastică.

Influenta comportării nenewtoniene a lichidului asupra comportării dinamice a bulei se manifestă puternic numai atunci când raza initială a bulei este de ordinul 10^{-2} mm si este neglijabilă când $R_0 > 0,1$ mm. Viscozitatea corespunzătoare vitezei de deformatie infinit, η_{∞}, este parametrul reologic dominant asupra oscilatiei bulei. Se manifestă prin amortizarea oscilatiei bulei, diminuarea vitezei maxime de colaps a peretelui bulei si a presiunii maxime în lichid la peretele bulei precum si prin cresterea valorii razei critice de oscilatie a bulei. Influenta viscozitătii corespunzătoare vitezei de deformatie zero, η_0, asupra colapsului liber al bulei cavitationale are o pondere foarte mică fiind semnificativă doar în cazul colapsului foarte lent al bulei nespecific fenomenului cavitational. Caracteristica pseudoplastică a viscozitătii lichidului nu influentează raza de echilibru a bulei.

Influenta compresibilitătii lichidului se manifestă, de asemenea, prin amortizarea oscilatiei bulei. În cazul lichidelor nenewtoniene, efectul compresibilitătii este dominant pentru bulele cavitationale a căror rază initială $R_0 \geq 0,1$ mm si este neglijabil atunci când ordinul de mărime al razei initiale al bulei este 10^{-2} mm. Cu cât valoarea vitezei sunetului în lichid este mai mare cu atât amortizarea oscilatiei bulei este mai mică. Din acest motiv comportarea dinamică a bulei cavitationale în sânge uman este mai violentă decât în cazul apei dacă raza initială a bulei $R_0 > 0,1$ mm. Bule cavitationale cu asemenea dimensiuni sunt generate în tratamentele clinice cu laser [160, 163, 164] astfel încât efectele colaterale negative sau pozitive generate de colapsul bulei pot fi subestimate prin experimentele în care lichidul ambiant bulei este apa. De altfel, nu există până în prezent un experiment care să evidentieze aspectele specifice colapsului bulei cavitationale în sânge uman. Prezenta investigatie analitică si numerică asupra oscilatiei libere a bulei cavitationale în sânge uman este unică în literatură.

Pentru valori $R_0 \geq 0,1$ mm influenta caracteristicii pseudoplastice a viscozitătii lichidului asupra primului timp de colaps al bulei este neglijabilă dar este semnificativă asupra celui de-al doilea timp de colaps. Această observatie permite determinarea raportului initial al presiunilor între interiorul si exteriorul bulei (în faza expansiunii maxime a bulei), q, pentru compararea rezultatelor numerice cu cele experimentale. În investigatiile anterioare determinarea raportului q era realizată folosind raza de echilibru a bulei [169, 170] însă pierderea simetriei sferice a bulei după multe cicluri de oscilatie introduce erori semnificative în stabilirea corectă a raportului q. Numai la valori ale razei initiale a bulei de ordinul 10^{-2} mm influenta caracteristicii pseudoplastice a viscozitătii lichidului se manifestă prin prelungirea primului timp de colaps al bulei.

Pierderea de energie a bulei cavitationale în timpul primului colaps, obtinută prin compararea energiei bulei înainte si după colaps, este datorată în exclusivitate compresibilitătii lichidului atunci când raza initială a bulei este $R_0 > 0,1$ mm, indiferent de valoarea raportului q. Caracteristica pseudoplastică a viscozitătii lichidului are o pondere din ce în ce mai mare la micsorarea razei initiale a bulei si la cresterea valorii raportului q.

În cazul apei valorile vitezei maxime de colaps a peretelui bulei si a presiunii maxime în lichid la peretele bulei cresc la diminuarea razei initiale a bulei, rezultat în concordantă cu investigatiile numerice anterioare [126, 162]. În contrast, în cazul solutiilor apoase de polimeri testate, valorile V_{max} si p_{max} scad la diminuarea razei initiale a bulei. Pentru $R_0 > 0,1$ mm valorile vitezei maxime de colaps a peretelui bulei sunt cuprinse între 200 m/s la $q = 10^{-2}$ si 2100 m/s la $q = 10^{-4}$. Valorile presiunii maxime la peretele bulei situată în apă cât si în solutiile de polimeri, pentru $R_0 > 0,1$ mm, sunt cuprinse între 10^3 bar la $q = 10^{-2}$ si 10^5 la $q = 10^{-4}$. Presiunea maximă în lichid la peretele bulei situată în sânge uman este cu 3 până la 19 bar mai mare decât în cazul apei dacă $R_0 > 0,1$ mm.

Au fost obtinute relatii simple care exprimă dependenta vitezei maxime de colaps raportată la viteza medie de colaps (Rayleigh), V_{max}/U, si presiunii maxime la peretele bulei raportată la presiunea statică initială în lichid, p_{max}/p_∞, cu raza minimă a bulei raportată la raza initială a cavitătii, R_{min}/R_0. Proprietătile fizice ale lichidului nu influentează aceste dependente. În comparatie cu alte relatii prezente în literatură [80, 123, 154] relatiile obtinute modelează mult mai bine rezultatele numerice. Fiind usor calculabile, cu aceste relatii se pot obtine informatii aproape complete asupra intensitătii colapsului liber al bulei cavitationale evitând astfel dificultătile experimentale generate de colapsul rapid al bulei si durata foarte mică de manifestare a pulsului de presiune în faza finală a colapsului.

Existenta undei de soc emisă în punctul final al colapsului bulei este pusă în evidentă si în cazul unui lichid nenewtonian cu comportare pseudoplastică. Ca o contributie originală a fost arătat că această caracteristică pseudoplastică a viscozitătii lichidului nu modifică legea 1/r de atenare în lichid a presiunii maxime la peretele bulei iar viteza de propagare a undei de soc este egală cu viteza sunetului în lichid.

O solutie liniarizată pentru raza critică de oscilatie a bulei este obtinută. Solutia liniarizată coincide cu cea numerică la valori $q = 10^{-2}$ dar acordul este din ce în ce mai modest la diminuarea raportului q. Neliniaritatea ecuatiei care descrie oscilatia bulei creste la micsorarea raportului q si simplificările adoptate pentru obtinerea solutiei liniarizate îsi pierd valabilitatea. Influenta viscozitătii lichidului asupra razei critice de oscilatie a bulei este dominantă fată de cea compresibilitătii lichidului.

5. Dinamica bulei cavitationale generată cu laser în lichide nenewtoniene. Experiment

Investigatiile experimentale asupra comportării dinamice a bulei cavitationale situată în lichide nenewtoniene sunt extrem de reduse. Reamintim aici lucrările lui Chahine si Fruman [105] si Kezios si Schowalter [106] care utilizează solutii apoase de polimeri ca lichid test. Din propria experientă remarcăm că unul din obstacolele principale în efectuarea experimentului este diminuarea transparentei lichidului prin aditivarea apei cu polimeri ceea ce implică utilizarea unor tehnici sofisticate (si costisitoare) de investigare.

Prezenta investigatie experimentală încearcă să evidentieze câteva aspecte fizice fundamentale ale comportării bulei cavitationale indusă cu laser în lichide nenewtoniene. Este studiată atât comportarea bulei situată într-un lichid extins la infinit cât si în apropierea unui perete solid. Lichidele nenewtoniene testate sunt solutia apoasă 0,5% carboximetilceluloză si solutia apoasă 0,5% poliacrilamidă iar rezultatele sunt comparate cu cazul situării bulei în apă.

5.1. Aranjamente experimentale

Investigatiile experimentale au fost efectuate la Institut für Angewandte Physik, TH Darmstadt si la Institute of Fluid Science, Tohoku University, Sendai. Aranjamentul experimental folosind cinematografia secventială rapidă este construit de Prof. Werner Lauterborn iar aranjamentul experimental folosind interferometria holografică dublu expusă de Prof. Kazuyoshi Takayama.

5.1.1. *Aranjamentul experimental pentru investigarea evolutiei bulei cavitationale folosind cinematografia secventială rapidă*

Diagrama schematică care descrie aranjamentul experimental folosit pentru investigarea comportării bulei cavitationale generată cu laser este prezentată în Figura 5.1. Bulele sunt generate într-o cuvă umplută cu lichidul testat folosind un laser Nd:YAG cu emisie sacadată (Lumonics, model HY 750). În modul operational fundamental lungimea de undă a radiatiei este 1064 nm, durata pulsului este 8 ns si energia maximă a pulsului 200 mJ. Fluctuatiile energiei razei laser de la puls la puls sunt cuprinse în intervalul ±2%. Cu toate măsurile de protectie considerate 15% din radiatia laserului este în ultraviolet. Fascicolul laser, cu diametrul 10,5 mm, este focalizat cu ajutorul a două lentile, L1, biconvexă, cu lungimea focală 50 mm si L2, acromat, cu lungimea focală 25 mm, rezultând un unghi de focalizare de 21^0 (în apă). Lentila acromat este folosită pentru a elimina efectul difractiei luminii prin sticlă, în timp ce, valoarea mare a unghiului de focalizare a fascicolului laser a fost aleasă pentru a reduce probabilitatea de aparitie a multor puncte, în regiunea de focalizare din lichid, în care intensitatea luminii să depăsească valoarea de prag pentru formarea plasmei. Pozitia punctului de focalizare este astfel aleasă încât evolutia bulei cavitationale să nu fie afectată de peretii cuvei sau de suprafata liberă a lichidului din cuvă. La fiecare iradiere energia pulsului laser este măsurată cu un detector piroelectric (Laser Precision Rj 7100).

Alinierea sistemului optic este realizată cu un laser He-Ne cu emisie continuă vizibilă. Laserul He-Ne se foloseste si la determinarea distantei între peretele solid si punctul de focalizare al laserului Nd:YAG atunci când se urmăreste evolutia bulei în vecinătatea unui perete solid. Peretele solid este adus în apropierea punctului de focalizare al laserului He-Ne până când intersectia între conul razei laser si perete este un singur punct si apoi pozitionat cu un micrometru cu translatie pe trei directii perpendiculare.

Secvente ale evolutiei bulei cavitationale sunt preluate de un convertor de imagine Imacon (John Hadland 700) cu o viteza maximă de filmare de 20.000.000 imagini/s, fotografiate cu o cameră CCD sistem AT200A (Photometrics, rezolutie 1317x1035 în 12 bit) si citită cu un procesor de imagine PMIS (Microsoft) folosind un PC 486 DX4/100 MHz. Magnificatia maximă a camerei Imacon este 12,7. Pentru observarea interiorului bulei se foloseste iluminarea difuză prin dispunerea între sursa de lumină si cuva umplută cu lichid a unui ecran mat. Pentru vizualizarea undei de soc în faza de recuperare a bulei se foloseste si iluminarea paralelă (tehnica Schlieren) [138]. Dimensiunea fiecărui cliseu fotografic este obtinută prin fotografierea unui desen cu dimensiuni cunoscute înaintea fiecărui set de filmări. Dimensiunea bulei este măsurată folosind, sub PMIS, diferenta de luminozitate între zona cliseului fotografic în care este situată bula si zona înconjurătoare bulei. În acest mod, incertitudinea asupra măsurării dimensiunii bulei este mai mică de 0,3%.

Undele de soc emise în timpul spărturii optice si colapsului bulei sunt detectate cu un hidrofon Ceram amplasat la o distantă de aproximativ 20 mm de punctul de focalizare. Senzitivitatea hidrofonului este 50 mV/bar iar timpul de răspuns 50 ns. Semnalul dat de hidrofon este preluat, cu o frecventă de 50 MHz, de un înregistrator de semnale rapide (Sony/Tektronix 390 AD) si monitorizat pe un osciloscop. Capacitatea de stocare a înregistratorului este 64K (8 bit), suficientă pentru a urmări întregul ciclu de evolutie al bulei. Timpul de răspuns al hidrofonului este mult mai mare decât durata pulsurilor de presiune din faza finală a colapsului bulei (10 - 40 ns [138, 168]) astfel încât amplitudinea presiunii în lichidul înconjurător bulei nu poate fi determinată.

Sincronizarea tuturor aparatelor pentru înregistrarea unei secvente specifice a evolutiei bulei este realizată cu ajutorul unui computer separat (Atari, interfată cu 8 canale) care permite alegerea timpilor de întârziere necesari pentru declansarea laserului, camerelor de filmat si a blitzului, cu o precizie de 0,5 μs.

5.1.2. *Principiul metodei si aranjamentul experimental pentru investigarea evolutiei bulei cavitationale folosind interferometria holografică cu dublă expunere*

Holografia este metoda de înregistrare si reconstructie a undelor de lumină. Fizicianul englez Dennis Gabor a propus în 1948 această metodă de a înregistra atât amplitudinea cât si faza unei unde de lumină, numită undă obiect, care poate fi ulterior reconstruită cu ajutorul unei unde de referintă. Absenta unei surse de lumină suficient de coerentă a fost principalul

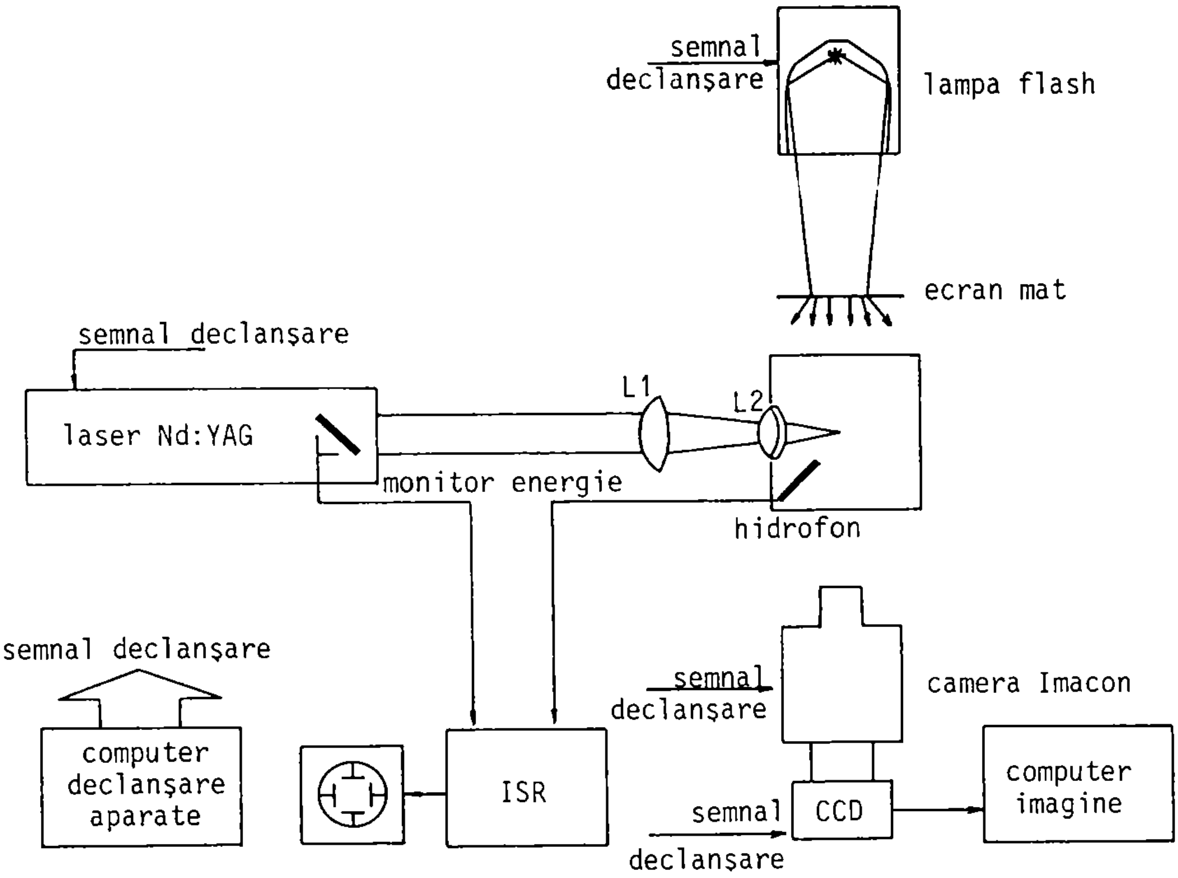


Figura 5.1. Aranjamentul experimental pentru investigarea evolutiei bulei cavitationale folosind cinematografia secvenţială rapidă

obstacol în folosirea tehnicilor holografice în primii ani după descoperire. Introducerea laserilor în 1960 a îmbunătătit substantial tehnica holografică si în 1963 metoda este aplicată cu succes de Leith si Upatnieks [171]. În 1971 Dennis Gabor a fost recompensat cu premiul Nobel pentru descoperirea sa.

A. Principiul metodei

Procesul holografic este compus din două operatii: înregistrarea si reconstructia unei unde de lumină. Unda de lumină coerentă a laserului este separată într-o undă obiect si o undă de referintă. Unda obiect este unda reflectată de obiectul situat în lungul liniei optice a razei laser sau transmisă prin acest obiect. Unda obiect, înregistrată pe filmul holografic, este reprezentată prin:

$$\mathbf{O}(x,y) = O(x,y)\exp[-i\Psi(x,y)] \tag{5.1}$$

în timp ce unda de referintă prin:

$$\mathbf{R}(x,y) = R(x,y)\exp[-i\phi(x,y)] \tag{5.2}$$

Unda de referintă se combină cu unda obiect pentru a produce o nouă undă a cărei intensitate este functie de intensitătile celor două unde individuale si diferenta lor de fază. Distributia intensitătii totale pe filmul holografic este:

$$\begin{aligned} I(x,y) &= |\mathbf{O}(x,y) + \mathbf{R}(x,y)|^2 = |\mathbf{O}(x,y)|^2 + |\mathbf{R}(x,y)|^2 + \\ &+ 2O(x,y)R(x,y)\cos[\Psi(x,y) - \phi(x,y)] \end{aligned} \tag{5.3}$$

unde O(x,y) si R(x,y) reprezintă intensitătile celor două unde separate. În procesul de reconstructie, dacă holograma este iluminată cu o undă de reconstructie similară cu unda de referintă **R**(x,y), un front de undă cu aceeasi amplitudine si fază cu cele ale undei originale este creat. Unda de reconstructie este transformată într-o copie a undei obiect.

Rezultate remarcabile referitoare la evolutia bulei cavitationale generată cu laser folosind holografia conventională au fost obtinute de Lauterborn, Hentschel si Ebeling si sunt sintentizate în [172].

B. Interferometria holografică

În interferometria holografică două stări ale obiectului, corespunzătoare unor momente de timp diferite dar localizate identic în spatiu, sunt înregistrate pe acelasi film holografic si reconstruite simultan. Intensitatea totală a luminii înregistrată pe filmul holografic datorată dublei expuneri a obiectului este:

$$I(x,y) = I_1(x,y) + I_2(x,y) \tag{5.4}$$

În procesul de reconstructie intensitatea totală a luminii este proportională cu termenul $\mathbf{O}_1(x,y) + \mathbf{O}_2(x,y)$ unde

$$\mathbf{O}_1(x,y) = O(x,y)\exp[-ik\Phi_1(x,y)] \tag{5.5}$$

$$\mathbf{O}_2(x,y) = O(x,y)\exp[-ik\Phi_2(x,y)] \tag{5.6}$$

si $k = 2\pi/\lambda$. Filmul holografic înregistrează suma intensitătilor celor două unde obiect si această sumă este modulată printr-un termen de interferentă datorat variatiei indicelui de refractie al lichidului între cele două expuneri. Distributia intensitătii totale de lumină pe imaginea reconstruită este:

$$I = 2|O(x,y)|^2\{1 + \cos k[\Phi_2(x,y) - \Phi_1(x,y)]\} \tag{5.7}$$

unde $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ reprezintă diferenta între lungimea drumului optic a celor două unde obiect. Dacă $\Delta\Phi = N\lambda/2$ ($N = 1,2,3, \ldots$) intensitatea totală a luminii este nulă si o franjă neagră va apare pe hologramă. În contrast, dacă $\Delta\Phi = N\lambda$ intensitatea totală a luminii este maximă si o franjă albă apare pe hologramă. Fiecare franjă (albă sau neagră) reprezintă contururi de constantă fază optică între cele două expuneri. Fiecare franjă succesivă reprezintă o diferentă între lungimile drumului optic, corespunzătoare celor două expuneri, egală cu jumătate din lungimea de undă a luminii coerente a laserului folosit în procesul de înregistrare. Modificarea lungimii drumului optic datorată schimbării indicelui de refractie este:

$$\Delta\Phi(x,y) = \Phi_2(x,y) - \Phi_1(x,y) = \int[n_2(x,y,z) - n_1(x,y,z)]dz \tag{5.8}$$

unde integrarea este efectuată în lungul liniei optice a undei obiect iar n_1 si n_2 sunt indicii de refractie la timpul în care primul si, respectiv, al doilea puls laser traversează obiectul test. Relatia este valabilă dacă obiectul test este transparent (de exemplu lichid unde refractia este neglijabilă) si dacă cele două pulsuri traversează exact aceleasi regiuni optice. Indicele de refractie al lichidului poate fi corelat cu densitatea lichidului prin relatia Lorentz-Lorentz [173]:

$$\frac{n^2 - 1}{\rho(n^2 + 2)} = \bar{r}(\lambda) \tag{5.9}$$

cu $\bar{r}(\lambda)$ refractia specifică (functie numai de lungimea de undă a luminii) si ρ densitatea lichidului. Legătura între densitatea si presiunea lichidului poate fi exprimată, de exemplu, sub forma [173]:

$$\kappa = \frac{d}{dp}(\ln\rho) \tag{5.10}$$

unde κ este compresibilitatea iar p presiunea lichidului. În cazul micilor variatii relatia poate fi exprimată sub forma:

$$\kappa = \frac{\ln\rho - \ln\rho_0}{p - p_0} \tag{5.11}$$

cu ρ_0 densitatea lichidului neperturbat la presiunea p_0.

Ecuatia (5.9) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{n^2 - 1}{\rho(n^2 + 2)} = \frac{n_0^2 - 1}{\rho_0(n_0^2 + 2)} \tag{5.12}$$

cu n_0 indicele de refractie al lichidului neperturbat. Folosind relatiile (5.11) si (5.12) se obtine:

$$n = \left(\frac{3}{1 - \left[(n_0^2 - 1)/(n_0^2 + 2)\right]\exp\left[\kappa(p - p_0)\right]} - 2 \right)^{1/2} \tag{5.13}$$

si în final:

$$\begin{aligned} n_2(x,y,t_2) - n_1(x,y,t_1) = &\left(\frac{3}{1 - \left[(n_0^2 - 1)/(n_0^2 + 2)\right]\exp\left\{\kappa\left[p_2(x,y,t_2) - p_0\right]\right\}} - 2 \right)^{1/2} - \\ &- \left(\frac{3}{1 - \left[(n_0^2 - 1)/(n_0^2 + 2)\right]\exp\left\{\kappa\left[p_1(x,y,t_1) - p_0\right]\right\}} - 2 \right)^{1/2} \end{aligned} \tag{5.14}$$

cu p_1 si p_2 valorile presiunii în lichid la primul si, respectiv, al doilea puls laser. Combinând relatiile (5.7), (5.8) si (5.14) rezultă că distributia intensitătii totale a luminii pe filmul holografic descrie distributia de presiune în lichid. Fiecare franjă de pe hologramă reprezintă o linie izopicnică si, deci, un contur de egală presiune în lichid. Variatii mari de presiune într-o anumită regiune din lichid implică un număr mare de franje în regiunea corespunzătoare de pe hologramă. În cazul miscărilor plan-paralele unde raza laser străbate regiuni în care valoarea indicelui de refractie al lichidului este constantă distributia presiunii în lichid este determinată cu precizie atât în ceea ce priveste localizarea contururilor de egală presiune cât si în specificarea valorii presiunii pe fiecare contur. Pentru miscările axial-simetrice (cazul miscării bulei în apropierea unui perete solid) indicele de refractie al lichidului nu are o valoare constantă în lungul liniei optice a obiectului si franjele nu vor corespunde exact izopicnicelor. Franjele indică corect contururile de egală presiune dar amplitudinea presiunii pe fiecare contur nu poate fi precizată [158, 173, 174, 175, 176]. Pentru descrierea completă a distributiei presiunii în lichid proiectii interferometrice simultane din diferite directii sunt necesare. Tehnicile de reconstructie pentru obtinerea distributiei indicelui de refractie din datele interferometrice (în special metoda tomografică) sunt discutate de Lauterborn si Vogel

[158], Vest [173], Sweeney si Vest [177] si Takayama [178]. Prezenta investigatie este restrânsă doar la descrierea calitativă a distributiei de presiune în lichid fără a preciza amplitudinea presiunii pe fiecare contur.

C. Aranjamentul experimental

Aranjamentul experimental pentru investigarea evolutiei bulei cavitationale folosind interferometria holografică cu dublă expunere este prezentat în Figura 5.2. Sursa de lumină coerentă este un laser holografic cu rubin cu emisie sacadată (Apollo Lasers Inc., model 22HD). Lungimea de undă a radiatie este 694,3 nm cu o durată a pulsului de 25 ns si energie maximă 2 J/puls. Aproape 25% din radiatia emisă de laser este în infrarosu. Un divizor optic împarte 60% din raza laser pe linia optică a obiectului si 40% pe linia optică de referintă. Câteva teste preliminare precum si teste anterioare [174] au arătat că acest raport conduce la cele mai bune rezultate. Unda obiect este expandată cu o lentilă concavă cu lungimea focală f = -100 mm si reflectată de o oglindă Schlieren cu diametrul 300 mm si lungimea focală 3000 mm. Unda de referintă este expandată cu o lentilă concavă cu f = -30 mm astfel pozitionată încât diametrul celor două unde, obiect si de referintă, să aibă acelasi diametru pe filmul holografic. Unda obiect este normală pe filmul holografic în timp ce unghiul de incidentă al razei de referintă este 43^0. Aceasta este valoarea optimă pentru obtinerea corectă a distributiei indicelui de refractie al luminii si a fost determinată prin încercări succesive în intervalul cuprins între 30^0 si 50^0. Este un parametru important si, probabil, cauza obtinerii unor rezultate foarte modeste de către Alloncle s.a. [183] este alegerea incorectă a acestui unghi. Diferenta între lungimea liniei optice a obiectului si cea a liniei optice de referintă este mai mică de 20 mm. Bulele sunt generate cu un laser Nd:YAG (Laser Photonics, model MYL 100) cu emisie sacadată. Lungimea de undă a radiatie este 1064 nm, durata pulsului 7 ns si energia maximă 20 mJ/puls. Recipientul în care se găseste lichidul testat are un volum de 0,08 m^3 si este prevăzut cu două ferestre din plexiglas cu grosimea 10 mm. Distanta între punctul de focalizare al laserului Nd:YAG si cel mai apropiat perete al recipientului este suficient de mare ca unda de soc emisă în timpul spărturii optice si reflectată de perete să nu afecteze comportarea bulei. Un circuit de întârziere permite declansarea decalată în timp a celor doi laseri pentru obtinerea unui cadru specific din evolutia bulei. Precizia circuitului de întârziere este 1 μs dar deviatii de ±80 ns au fost observate. Din acest motiv circuitul de întârziere este folosit pentru obtinerea de secvente din evolutia bulei numai până în punctul final al colapsului. Pentru înregistrarea pe filmul holografic a undei de soc emisă în timpul recuperării bulei cei doi laseri sunt sincronizati chiar de către unda de soc. Acest lucru este realizat prin modularea intensitătii razei unui laser He-Ne care este culeasă de o fotodiodă cu timp de răspuns de 2 ns. Modificarea aproape instantanee a semnalului fotodiodei, atunci când unda de soc traversează raza laserului He-Ne, declansează laserul holografic. Filmul holografic folosit este Agfa-Gevaert 10E75. Dimensiunea fiecărui cadru în hologramă este obtinută prin înregistrarea, în prealabil, a unui desen cu dimensiuni cunoscute. Reconstructia hologramei este realizată cu ajutorul unui laser argon-ion care emite pe lungimea de undă de 514,5 nm păstrând acelasi unghi de incidentă pe hologramă cu cel al razei de referintă din timpul înregistrării hologramei.

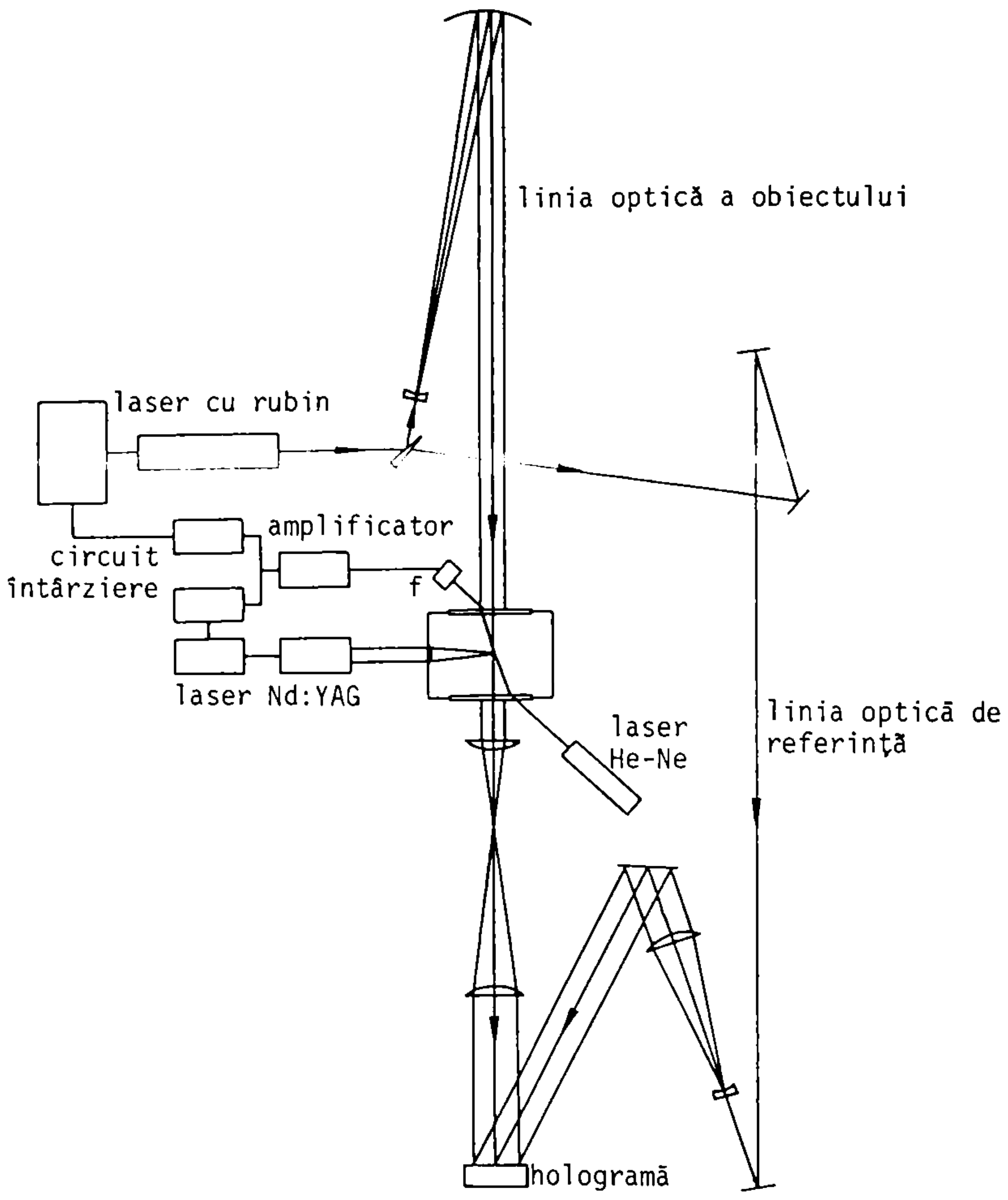


Figura 5.2. Aranjamentul experimental pentru investigarea evolutiei bulei cavitationale folosind interferometria holografică cu dublă expunere

5.2. Comportarea bulei cavitationale situată într-un lichid nenewtonian extins la infinit

Comportarea bulei cavitationale sferice este investigată folosind cinematografia secventială rapidă. Rezultatele experimentale sunt comparate cu cele numerice în cazul variatiei în timp a razei bulei, timpului de colaps si pierderii de energie a bulei în timpul colapsului.

5.2.1. *Generarea bulei cavitationale*

Figura 5.3. prezintă valoarea razei maxime a bulei cavitationale generată în punctul de focalizare al laserului în functie de energia pulsului, E_l, în cazul solutiei 0,5% CMC si, respectiv, 0,5% PAM. Raza maximă a bulei a fost determinată prin filmarea secventei oscilatiei bulei din faza expansiunii maxime cu o viteză de 200.000 imagini/s. Rezultatele sunt comparate cu cele obtinute de Vogel s.a. [179] în cazul focalizării razei laser în apă. În acest caz durata pulsului este 6 ns. Valoarea energiei de prag a pulsului laser, E_{lp}, necesară pentru generarea bulei cavitationale scade prin aditivarea apei cu polimeri. Pentru solutia 0,5% CMC E_{lp} = 38,6 μJ iar pentru solutia 0,5% PAM E_{lp} = 60 μJ în timp ce pentru apă E_{lp} = 265 μJ. Rezultatele obtinute nu indică o influentă a proprietătilor fizice ale lichidului asupra valorii de prag a energiei pulsului. Capacitatea lichidului de absorbtie a luminii este însă importantă. În cazul solutiilor de polimeri această capacitate este amplificată datorită prezentei lanturilor de macromolecule si a particulelor solide în suspensie în punctul de focalizare al razei laser. Consecutiv, formarea plasmei si a bulei cavitationale, ca rezultat al expansiunii plasmei, este favorizată. Diminuarea valorii energiei de prag a pulsului laser în lichide cu impuritāti este observată si de Docchio s.a. [180]. Cea mai mică dimensiune a bulei se obtine în solutiile de polimeri. Valorile minime ale razei bulei în faza expansiunii maxime sunt R_{max} = 0,23 mm pentru solutia 0,5% CMC si R_{max} = 0,266 mm pentru solutia 0,5% PAM, valori de aproximativ două ori mai mici decât în cazul apei (R_{max} = 0,47 mm). Valoarea razei maxime a bulei este cu atât mai mare cu cât energia pulsului laser este mai mare. Si în cazul solutiilor de polimeri dependenta R_{max} - E_l este aceeasi cu cea observată în investigatiile anterioare folosind ca lichid ambiant apa [55, 179, 181]. Anume, raza maximă a bulei este proportională cu rădăcina cubică a energiei pulsului, $R_{max} = aE_l^{1/3}$ (a: constantă). Pentru ambele solutii de polimeri cea mai bună modelare a valorilor experimentale se obtine pentru a = 0,79 în timp ce pentru apă a = 0,84 (liniile continue din figură). Devieri de la această dependentă se observă pentru valori ale energiei razei laser apropiate de valoarea de prag. În ambele solutii de polimeri testate, la valori ale energiei pulsului laser mai mari de 900 μJ bulele generate îsi pierd simetria sferică în timpul expansiunii. Ca urmare, "fereastra" disponibilă pentru studiul comportării bulei cavitationale generată cu laserul Nd:YAG cu durata pulsului de 8 ns este caracterizată de valori ale energiei pulsului cuprinse între 39 μJ si 900 μJ. Intervalul de variatie al razei maxime a bulei corespunzător acestor energii este cuprins între 0,23 mm si 0,74 mm.

Cele două valori diferite pentru apă si solutiile de polimeri ale constantei din relatia care descrie dependenta R_{max} - E_l sugerează o eficientă diferită de conversie a energiei

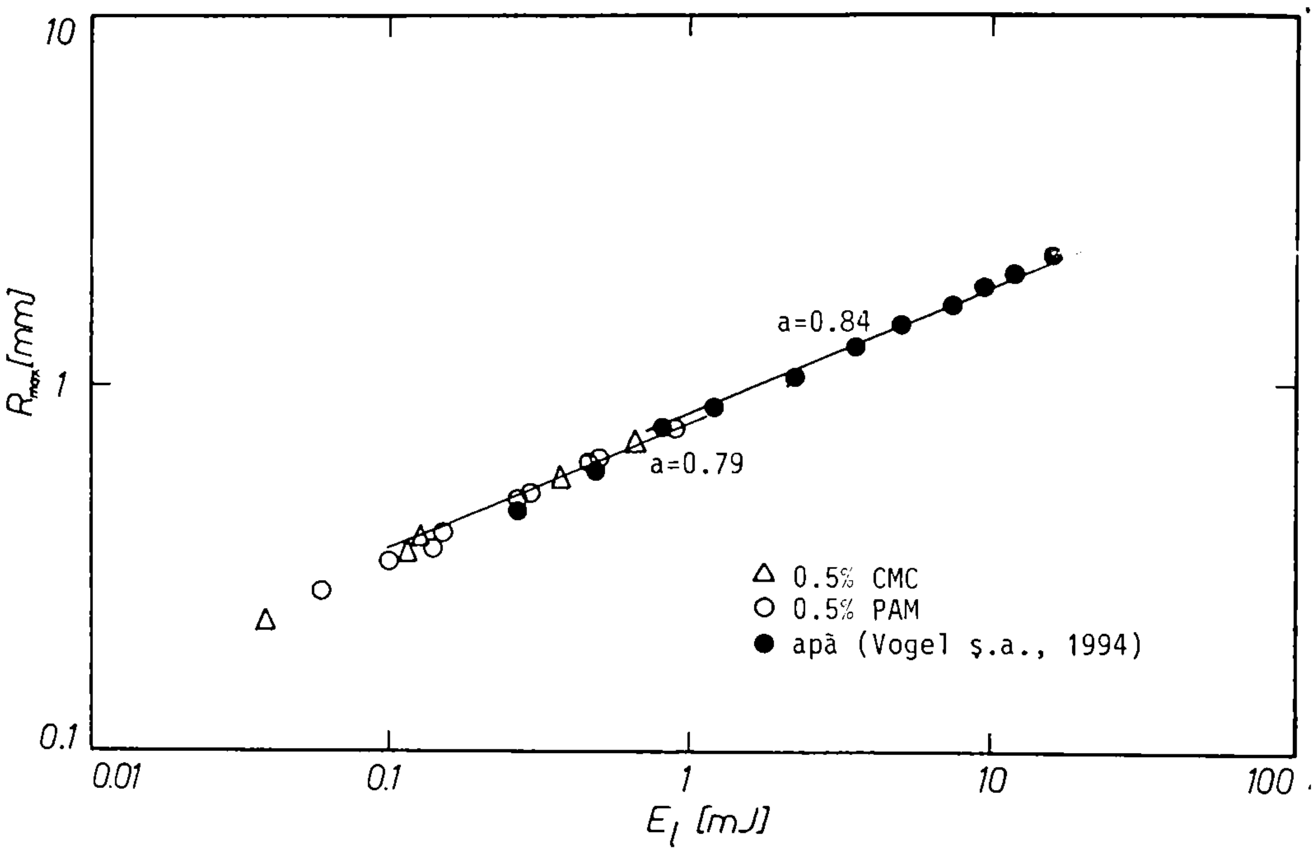


Figura 5.3. Raza maximă a bulei cavitationale în functie de energia pulsului laser. Dependenta este de forma Rmax=a$E_l^{1/3}$. Când bula este generată în apă a=0,84 iar în solutiile de polimeri a=0,79

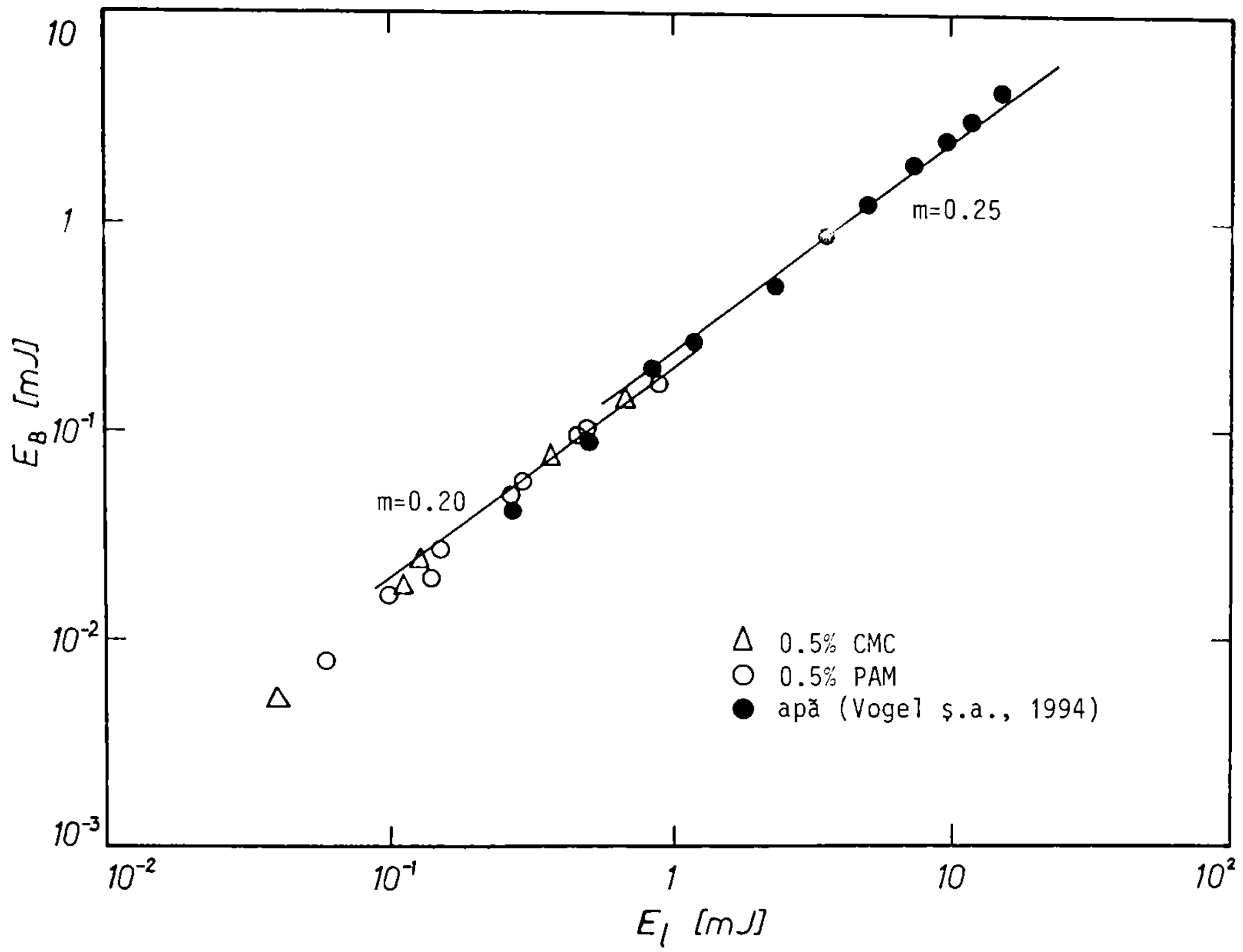


Figura 5.4. Energia potentială a bulei cavitationale în momentul expansiunii maxime în functie de energia pulsului laser. Eficienta conversiei energiei pulsului laser în energie potentială a bulei este 25% în apă si 20% în solutiile de polimeri

pulsului în energie potentială a bulei. Figura 5.4. prezintă variatia energiei potentiale a bulei în functie de energia pulsului laser. Simbolurile închise indică rezultatele obtinute de Vogel s.a. [179] în cazul apei. Energia potentială a bulei, în faza expansiunii maxime, este definită prin:

$$E_B = \frac{4\pi}{3}\left(p_s - p_i\right)R_{max}^3 \qquad (5.15)$$

cu p_s presiunea statică a lichidului ambiant bulei si p_i presiunea în interiorul cavitătii în faza expansiunii maxime. Pentru obtinerea valorilor E_B termenul p_i a fost neglijat. Cele două linii continue indicate în figură reprezintă cea mai bună modelare a rezultatelor obtinute pentru apă si, respectiv, pentru solutiile de polimeri. În cazul apei panta liniei este m = 0,25 ceea ce înseamnă că eficienta conversiei energiei pulsului laser în energie potentială a bulei este 25%. Această valoarea este mai mică în cazul solutiilor de polimeri unde eficienta conversiei este 20%. Valoarea mai mică obtinută în cazul solutiilor de polimeri indică un mecanism diferit de generare a bulei cavitationale atât timp cât influenta tensiunii superficiale, a viscozitătii si elasticitătii lichidului asupra razei maxime a bulei, R_{max}, este practic nulă [85, 98, 182].

5.2.2. *Variatia razei bulei în timp*

Figura 5.5 prezintă evolutia bulei cavitationale generată în solutia 0,5% PAM prin focalizarea unui puls laser cu energia 0,27 mJ. Viteza de filmare este 200.000 imagini/s. Raza maximă a bulei astfel creată este R_{max} = 0,488 mm. Timpul de colaps al bulei este determinat din intervalul de timp între pulsul de presiune emis în timpul spărturii optice si cel corespunzător primului colaps al bulei, ΔT_1. Pentru bule sferice, când elasticitatea lichidului este neglijabilă, acest interval de timp este dublul timpului de colaps T_c al bulei. Al doilea timp de colaps, T_{c2}, este determinat din intervalul de timp între pulsul de presiune emis în timpul spărturii optice si cel corespunzător celui de-al doilea colaps al bulei ΔT_2. În final, $T_{c2} = \Delta T_2 - T_c$. Pentru exemplul din figură, $2T_c$ = 89,93 µs si T_{c2} = 67,9 µs. Din cauza timpului scurt de inregistrare al camerei Imacon sunt utilizate trei serii de secvente, decalate în timp, ale evolutiei bulei, care provin de la trei bule generate separat. Fiecare dintre aceste trei bule este generată astfel încât al doilea timp de colaps, corespunzător fiecărei bule, să fie identic. În acest mod fiecare bulă va aceeasi dimensiune maximă si îsi va păstra simetria sferică si după primul colaps. Primele 10 cadre constituie prima secventă si prezintă faza de crestere a bulei. Dimensiunea maximă a bulei este în cadrul 10. Cadrele 11 - 21 constituie a doua secventă si cadrul 11 este preluat la 50 µs de la declansarea laserului. Primul colaps al bulei este între cadrele 18 si 19. Cadrele 22 - 24 constituie a treia secventă cu cadrul 22 preluat la 105 µs de la declansarea laserului. Al doilea colaps al bulei este între cadrele 23 si 24. O simplă inspectie vizuală pune în evidentă amortizarea foarte puternică a celui de-al doilea ciclu de oscilatie a bulei. Prin prisma rezultatelor numerice prezentate anterior, este evident că modelul compresibil, caracterizat de setul de ecuatii (4.163), (4.178) si (4.180), va descrie mult mai bine comportarea bulei cavitationale decât modelul incompresibil si, în consecintă, va fi folosit pentru modelarea teoretică a evolutiei bulei.

Pentru compararea rezultatelor modelului matematic propus pentru descrierea comportării dinamice a bulei cavitationale cu rezultatele experimentale este necesar să se cunoască valorile parametrilor care intervin în conditiile initiale, si anume, raza bulei R(t =0),

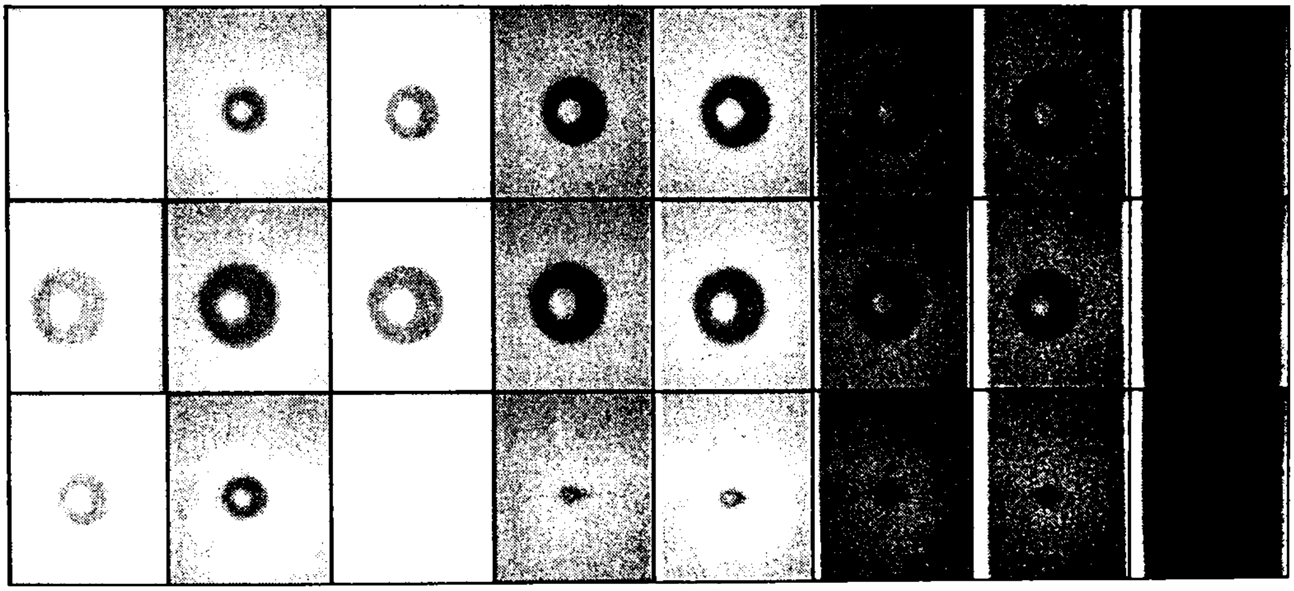


Figura 5.5. Evolutia bulei cavitationale sferice generată prin focalizarea unui puls laser cu energia 0,27 mJ în solutia 0,5% PAM. Raza maximă a bulei este Rmax=0,488 mm. Intervalul între cadre este 5 μs

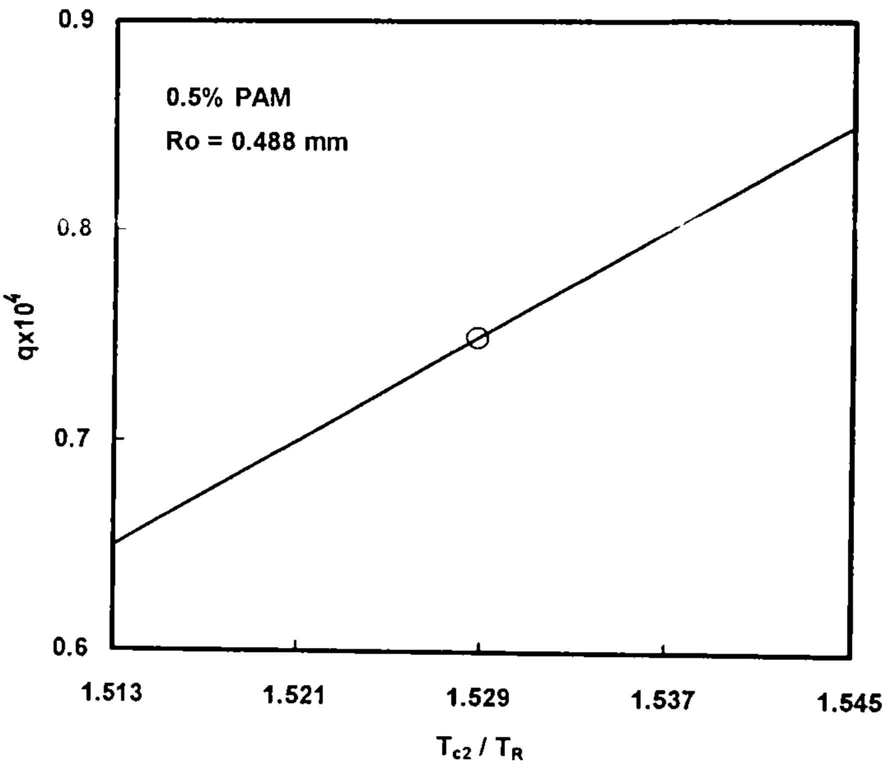


Figura 5.6. Dependenta raportului presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei cu al doilea timp de colaps al bulei. Bula cu raza initială Ro=0,488 mm este situată în solutia 0,5% PAM. Simbolul deschis indică valoarea q la valoarea T_{c2} obtinută experimental ($q=7,5\times10^{-5}$). Solutia modelului compresibil este folosită

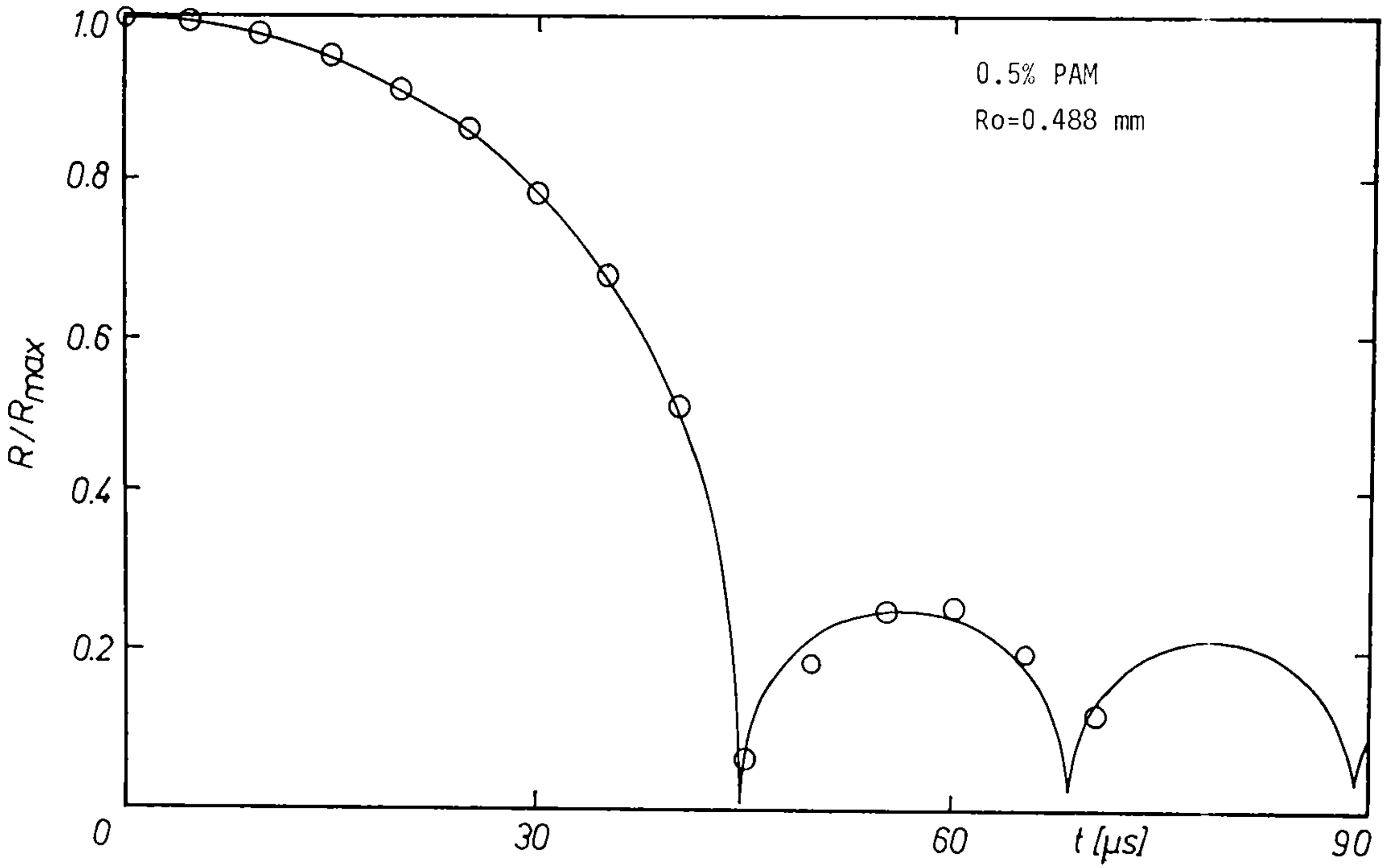
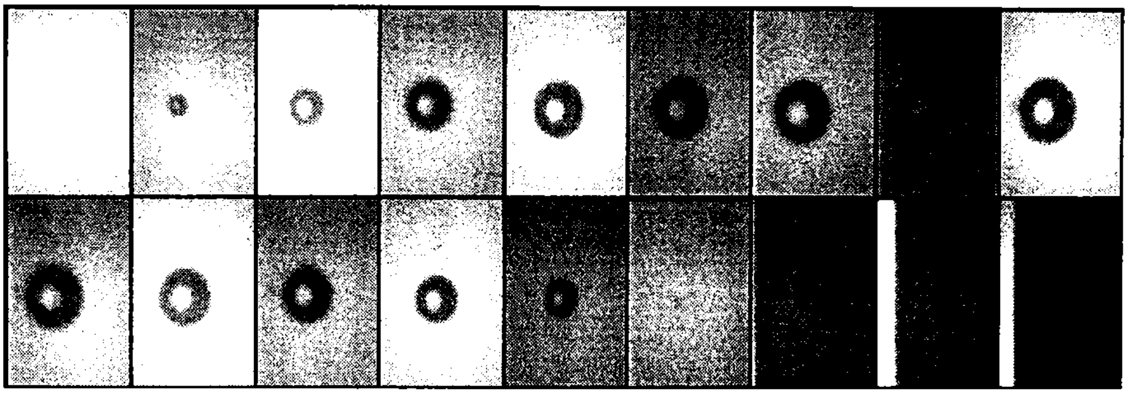


Figura 5.7. Variatia în timp a razei bulei situată în solutia 0,5% PAM. Raza maximă a bulei este Ro=0,488 mm. Punctele reprezintă valorile obtinute experimental (Figura 5.5) si linia continuă reprezintă solutia modelului compresibil pentru q= $7{,}5 \times 10^{-5}$

viteza peretelui bulei $\dot{R}(t = 0)$ si raportul presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei $q(t = 0)$. Este dificil de estimat valorile acestor parametrii în momentul generării bulei si, în general, este dificil de modelat matematic faza initială a generării bulei datorită necunoasterii în totalitate a mecanismului fizic de generare a plasmei si, consecutiv, a bulei cavitationale. Este însă mult mai convenabil ca modelarea matematică să înceapă de la momentul de timp la care se obtine dimensiunea maximă a bulei. În acest caz, $R(t = 0) = R_{max}$ si $\dot{R}(t = 0) = 0$. Valoarea $q(t = 0)$ se obtine folosind al doilea timp de colaps al bulei tinând seama că influenta raportului q asupra valorii T_{c2} este semnificativă (vezi Figura 4.12). Dependenta celui de-al doilea timp de colaps al bulei, cu raza initială R_0 =0,488 mm situată în solutia 0,5% PAM, cu raportul initial al presiunilor între interiorul si exteriorul bulei este prezentat în Figura 5.6. Aici T_R este timpul de colaps Rayleigh al bulei. În intervalul investigat dependenta q - T_{c2} este liniară. Valoarea $q(t = 0)$ adoptată este aceea pentru care valoarea T_{c2} obtinută numeric este identică cu cea obtinută experimental. Se obtine $q = 7{,}5\times10^{-5}$. Variatia în timp a razei bulei este ilustrată în Figura 5.7. Linia continuă reprezintă solutia modelului compresibil dat de ecuatia (4.163) iar punctele indică valorile razei bulei corespunzătoare fiecărui cadru fotografic din Figura 5.5. Se remarcă o bună concordantă atât pentru faza primului colaps cât si pentru al doilea ciclu de oscilatie a bulei.

Figura 5.8 prezintă evolutia bulei cavitationale situată în solutia 0,5% PAM generată prin focalizarea unui puls laser cu energia 0,151 mJ. Raza maximă a bulei este 0,4 mm. Viteza de filmare este 208.300 imagini/s. Trei secvente ale oscilatiei bulei care provin de la trei bule generate separat sunt ilustrate, si anume, cadrele 1 - 8 (care prezintă faza de crestere a bulei), 9 - 14 si 15 - 18. Dimensiunea maximă a bulei este în cadrul 8. Cadrul 9 este obtinut la 42,5 µs de la declansarea laserului în timp ce cadrul 15 la 73 µs. Punctul final al colapsului bulei este între cadrele 15 si 16. Pentru acest exemplu $2T_c$ = 73,9 µs si T_{c2} = 55,7 µs. În aceeasi figură este prezentată si variatia razei bulei în timp. Linia continuă reprezintă solutia modelului compresibil cu conditiile initiale $R(t = 0) = R_{max}$ si $\dot{R}(t = 0) = 0$ iar punctele reprezintă valorile obtinute experimental. Valoarea raportului presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei este obtinută folosind al doilea timp de colaps al bulei. Dependenta q - T_{c2} este identică cu cea prezentată în Figura 5.6, influenta razei maxime a bulei, R_{max} = 0,4 mm în acest caz fată de R_{max} = 0,488 mm în cazul precedent, fiind nesemnificativă. În consecintă, $q(t = 0) = 7{,}5\times10^{-5}$. Concordanta între solutia modelului matematic propus si rezultatele experimentale este si în acest caz foarte bună.

Un al treilea exemplu al evolutiei bulei în solutia 0,5% PAM este prezentat în Figura 5.9. Energia pulsului laser este 0,292 mJ iar raza maximă a bulei este R_{max} = 0,51 mm. Aici $2T_c$ = 93,1 µs si T_{c2} = 71 µs. Cele trei secvente separate corespund cadrelor 1 - 9, 10 - 18 si 19 - 26. Cadrul 10 este înregistrat la 46,5 µs iar cadrul 19 la 91,5 µs de la declansarea laserului. Dimensiunea maximă a bulei este în cadrul 10, punctul final al primului colaps este între cadrele 19 si 20 iar al celui de-al doilea colaps al bulei între cadrele 24 si 25. Variatia razei bulei în timp este de asemena prezentată în figură. Si în acest caz influenta razei maxime a bulei asupra dependentei q - T_{c2} prezentată în Figura 5.6 este nesemnificativă astfel încât $q = 7.5\times10^{-5}$. În cadrele 2 - 18 forma bulei nu este perfect sferică si în această situatie se foloseste raza echivalentă a bulei dată de relatia $R_{echiv.} = \sqrt[3]{R_v R_{or}^2}$ cu R_v raza bulei pe directia verticală si R_{or} raza bulei pe directia orizontală. Diferente mari între solutia numerică si valorile experimentale sunt observate după al doilea colaps al bulei si sunt datorate ruperii bulei initiale în două cavităti, clar observate în cadrele 25 si 26. Numai evolutia cavitătii mari a fost urmărită. Ultimul punct lipseste din secventa fotografică din cauza contrastului foarte slab.



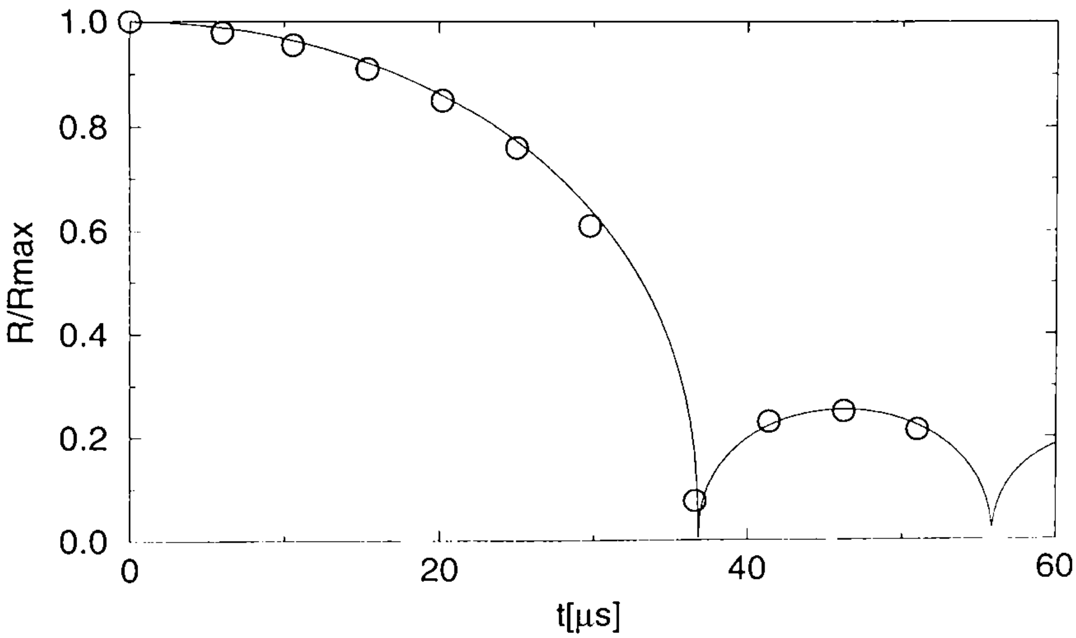


Figura 5.8. Variatia în timp a razei bulei situată în solutia 0,5 PAM. Raza maximă a bulei este Rmax=0,4 mm. Punctele reprezintă valorile obtinute experimental (sus) si linia continuă reprezintă solutia modelului compresibil pentru $q=7,5\times10^{-5}$ Intervalul intre cadre este 4.8 μs

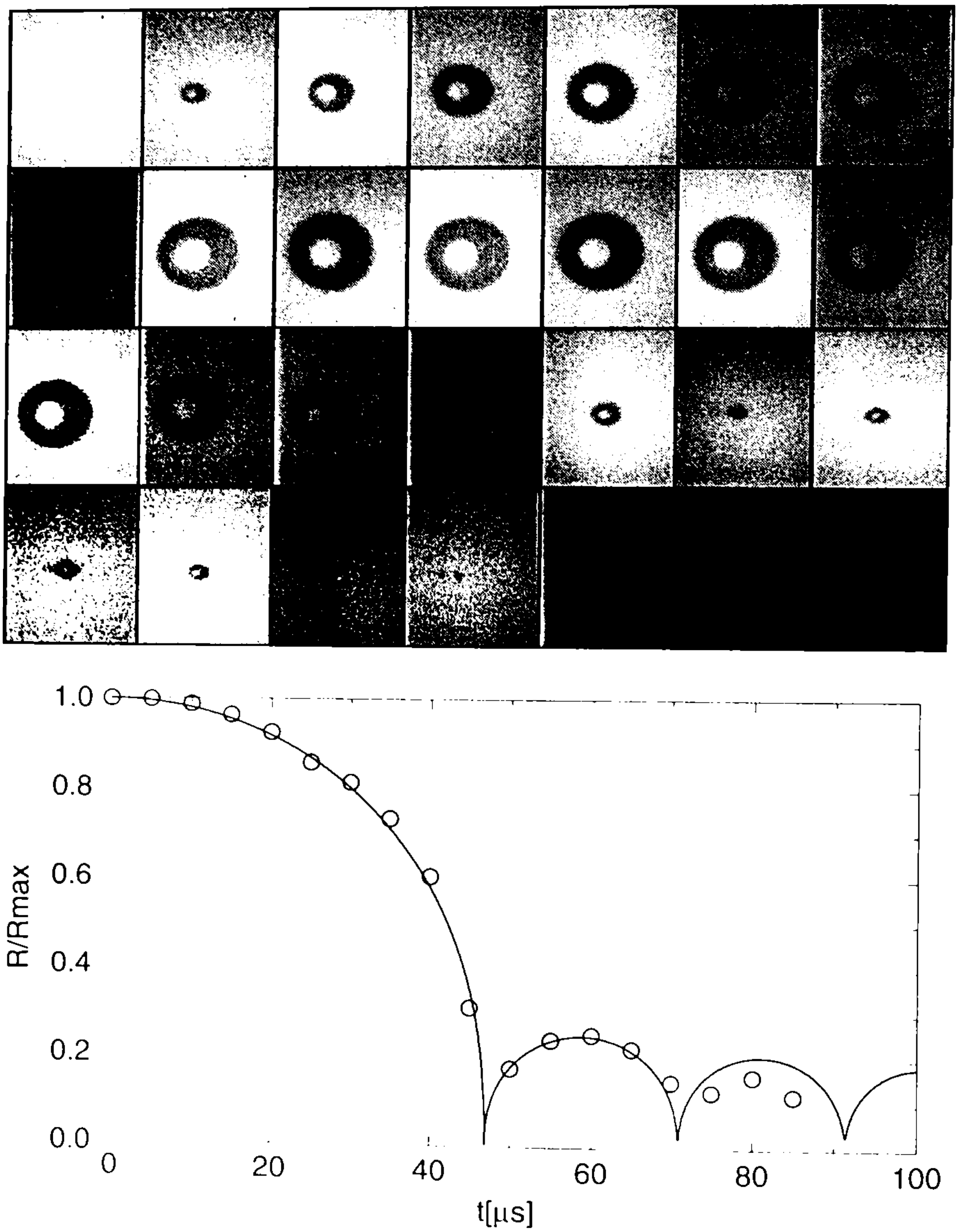


Figura 5.9. Variatia în timp a razei bulei situată în solutia 0,5% PAM. Raza maximă a bulei este Rmax=0,51 mm. Punctele reprezintă valorile obtinute experimental (sus) si linia continuă reprezintă solutia modelului compresibil pentru $q=7,5\times10^{-5}$ Intervalul între cadre este 5 μs.

Figura 5.10 prezintă evolutia bulei cavitationale generată în solutia 0,5% CMC prin focalizarea unui puls laser cu energia 0,126 mJ. Raza maximă a bulei este R_{max} = 0,38 mm determinată prin filmare cu viteza de 208.300 imagini/s. În acest exemplu $2T_c$ = 73 μs si T_{c2} = 53,7 μs. Cadrele 1 - 8 corespund unei secvente care contine faza de crestere a bulei, cadrele 9 - 16 corespund unei a doua secvente cu cadrul 9 preluat la 36,5 μs de la declansarea laserului si cadrele 17 - 21 corespund celei de a treia secvente cu cadrul 17 preluat la 75 μs de la declansarea laserului. Raza maximă a bulei este în cadrul 9. Primul colaps al bulei este între cadrele 16 si 17 iar al doilea colaps între cadrele 20 si 21. În aceeasi figură este prezentată si variatia razei bulei în timp. Punctele reprezintă valorile razei bulei obtinute experimental. Valoarea corespunzătoare cadrului 20 nu este inclusă în grafic din cauza lipsei contrastului. Linia continuă reprezintă solutia modelului compresibil cu conditiile initiale $R(t=0) = R_{max}$, $\dot{R}(t = 0) = 0$ si $q(t = 0) = 9\times10^{-5}$. Valoarea $q(t = 0)$ a fost determinată impunând ca valoarea T_{c2} obtinută numeric, pentru diferite valori q, să fie identică cu cea obtinută experimental. Figura 5.11 prezintă dependenta q - T_{c2} pentru o bulă cu raza maximă R_{max} = 0,38 mm situată în solutia 0,5% CMC precum si valoarea adoptată pentru $q(t = 0)$ (simbolul deschis). Concordanta între solutia numerică si experiment este mai modestă decât în cazul solutiei 0,5% PAM. Cauza probabilă este prezenta particulelor solide în suspensie, mult mai numeroase în solutia 0,5% CMC, si clar observate prin iluminarea cu laserul He-Ne. Efectul acestor particule se manifestă puternic asupra fazei initiale de generare a bulei, atât timp cât o expansiune sferică a bulei este mai dificil de obtinut în solutia 0,5% CMC. Totusi, concordanta teorie-experiment poate fi considerată satisfăcătoare chiar dacă efectul particulelor solide aflate în suspensie în lichidul ambiant bulei a fost neglijat în stabilirea modelului teoretic.

O concordantă foarte bună teorie-experiment se obtine si în ceea ce priveste timpul de colaps al bulei. Figura 5.12 prezintă variatia timpului de colaps al bulei situată în solutia 0,5% CMC si, respectiv, 0,5% PAM în functie de raza maximă a bulei. În figură sunt prezentate si rezultatele obtinute de Vogel s.a. [179] pentru cazul bulei situată în apă (simbolurile închise). Linia continuă reprezintă valoarea timpului de colaps al bulei obtinut folosind solutia modelului compresibil:

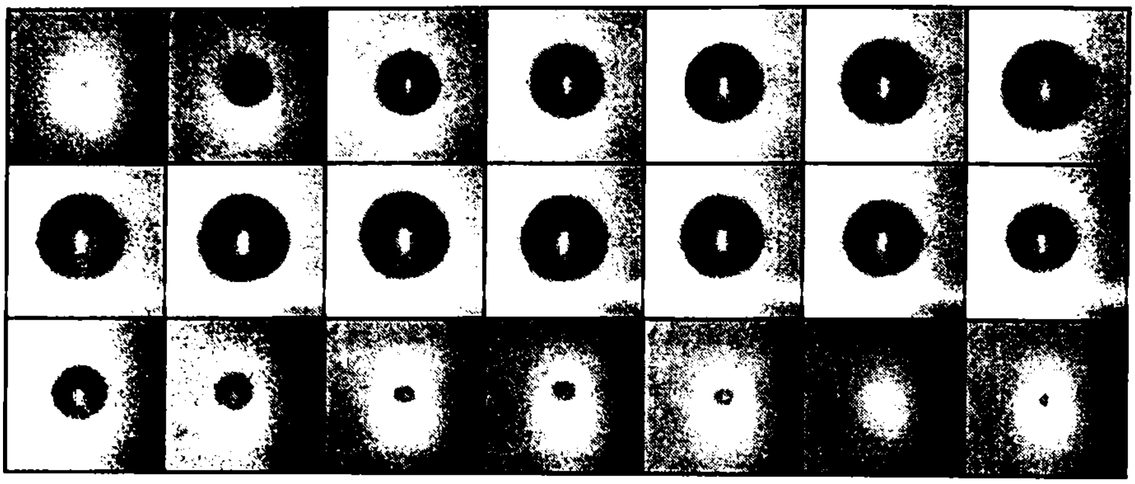
$$T_c = 0{,}919\, R_{max} \sqrt{\frac{\rho_t}{p_t}} \tag{5.16}$$

valabilă pentru $0{,}5\times10^{-4} < q < 1\times10^{-4}$ în cazul celor două solutii de polimeri testate. Pentru intervalul R_{max} investigat, R_{max} > 0,1 mm, influenta aditivării cu polimeri asupra colapsului bulei sferice este neglijabilă. Acelasi rezultat este sugerat si de Chahine si Fruman [105] si Kezios si Schowalter [106].

Ceea ce nu a fost posibil de pus în evidentă explicit în acest experiment sunt valorile vitezei maxime de colaps, V_{max}, si ale presiunii maxime în lichid la peretele bulei, p_{max}. Tabelul 5.1 sumarizează rezultatele obtinute numeric pentru exemplele din Figurile 5.5, 5.8, 5.9 si 5.10.

Tabelul 5.1. Valorile vitezei maxime de colaps a peretelui bulei si ale presiunii maxime în lichid la peretele bulei pentru cazurile investigate experimental. Solutia modelului compresibil (ecuatia (4.163)) este folosită.

Solutia	***0,5% PAM*** R_{max} ***= 0,4 mm***	***0,5% PAM*** R_{max} ***= 0,488 mm***	***0,5% PAM*** R_{max} ***= 0,51 mm***	***0,5% CMC*** R_{max} ***= 0,38 mm***
V_{max} **(m/s)**	2311	2319	2321	2194
p_{max} **(kbar)**	111.2	119.9	120	100.6



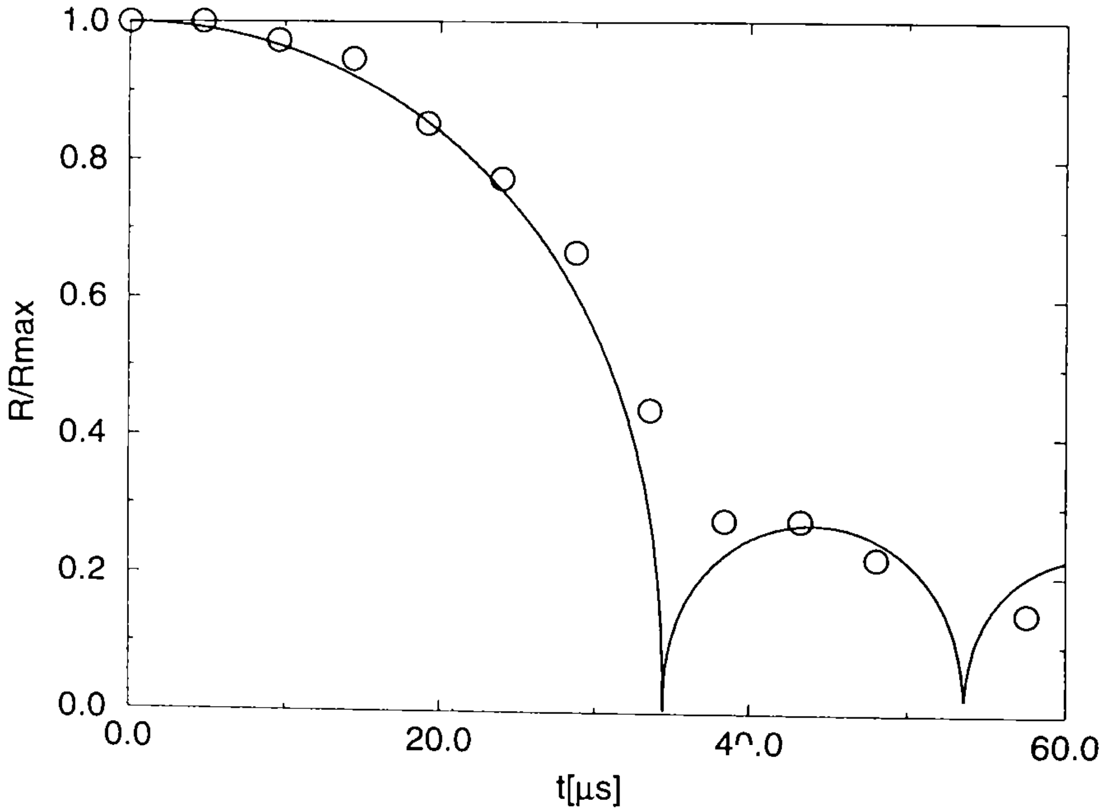


Figura 5.10. Variatia în timp a razei bulei situată în solutia 0,5% CMC. Raza maximă a bulei este Rmax=0,38 mm. Punctele reprezintă valorile obtinute experimental (sus) si linia continuă reprezintă solutia modelului compresibil pentru $q=9x10^{-5}$ Intervalul între cadre este 4,8 μs.

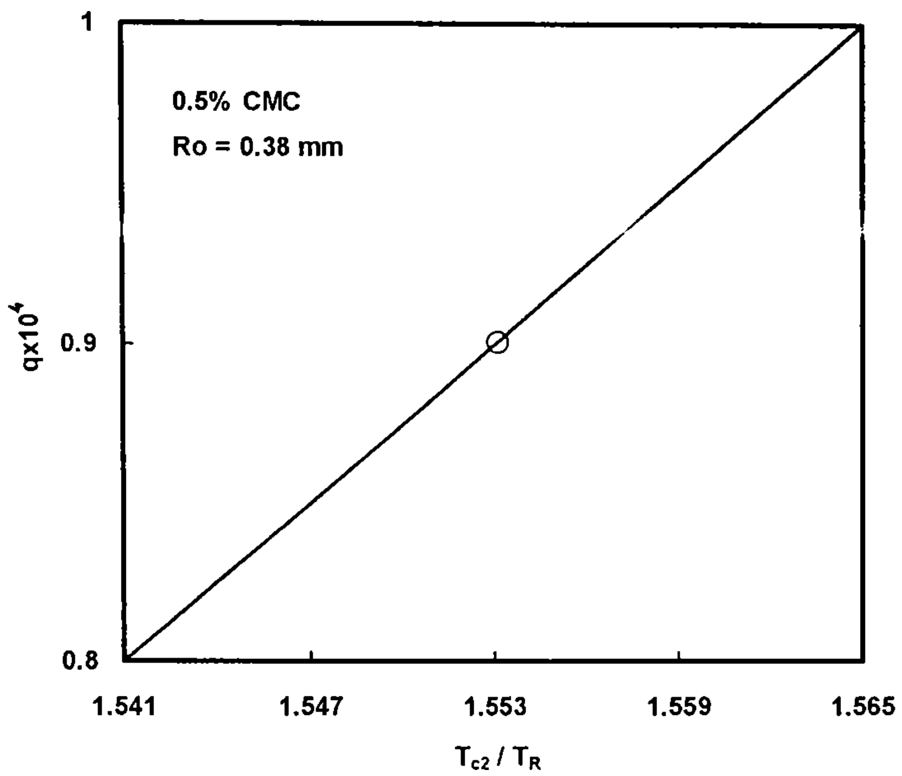


Figura 5.11. Dependenta raportului presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei cu al doilea timp de colaps al bulei. Bula cu raza initială Ro=0,38 mm este situată în solutia 0,5% CMC. Simbolul deschis indică valoarea q la valoarea T_{c2} obtinută experimental ($q=9x10^{-5}$). Solutia modelului compresibil este folosită

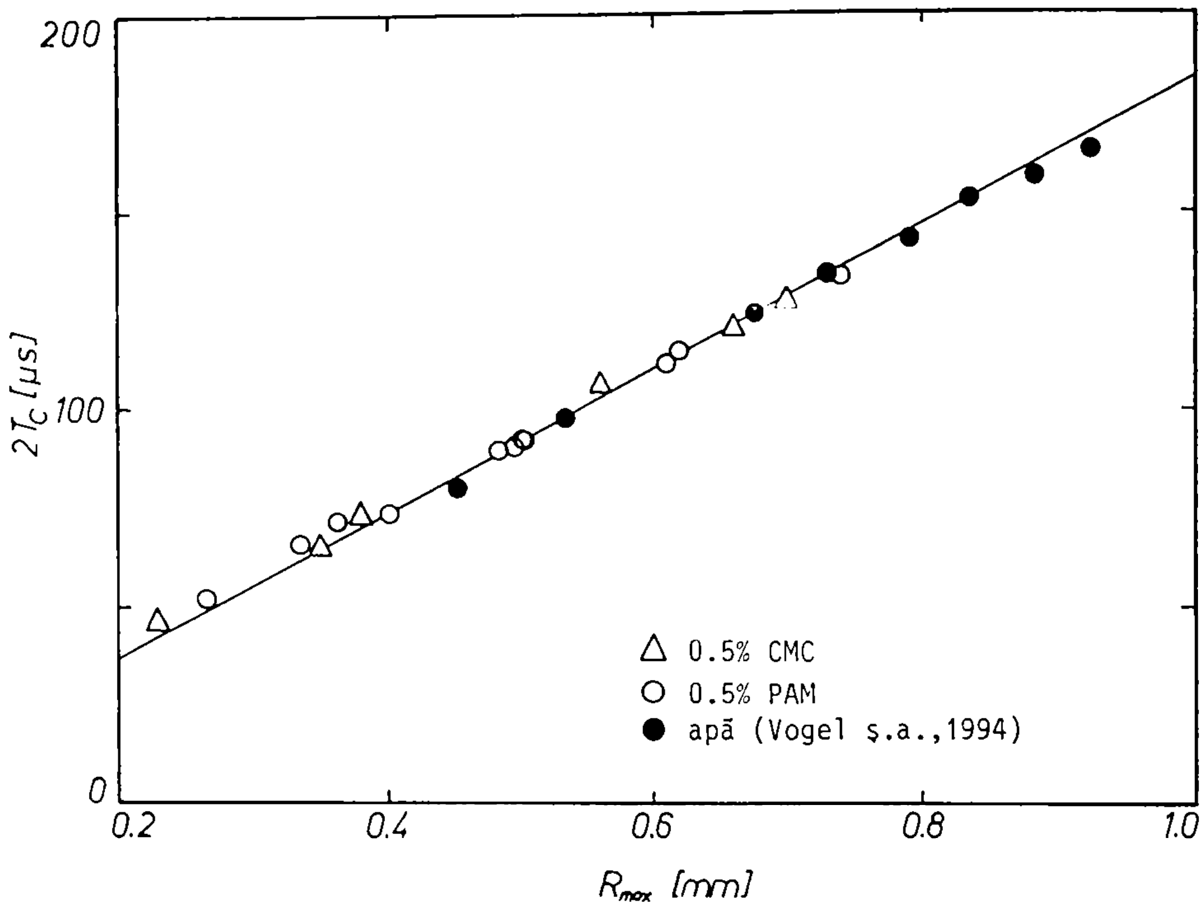


Figura 5.12. Timpul de colaps în functie de raza maximă a bulei generată într-un lichid extins la infinit. Linia continuă reprezintă solutia modelului compresibil (vezi text)

Doar două rezultate referitoare la viteza maximă de colaps a bulei situată în apă sunt raportate în literatură. Vogel s.a. [138] obtin în cazul colapsului unei bule cu R_{max} = 3,5 mm valoarea V_{max} = 260 m/s, mediată într-un interval de 1 µs, iar Alloncle s.a. [183] obtin pentru colapsul unei bule cu R_{max} = 0,8 mm valoarea V_{max} = 500 m/s, mediată într-un interval de 0,5 µs. Ambele valori sunt mult mai mici decât cele obtinute teoretic dar o evaluare corectă a vitezei maxime de colaps a bulei implică utilizarea unei viteze de filmare de 1 miliard de imagini/s , valoare cu mult superioară celei deja folosită (maxim 2 milioane de imagini/s în [183]). În ceea ce priveste presiunea maximă la peretele bulei dificultătile experimentale sunt date de timpul de manifestare al pulsului de presiune, cuprins între 10 si 40 ns, care este mult mai mic decât timpul de răspuns al hidrofoanelor comercial disponibile (aproximativ 50 ns). Vogel si Lauterborn [184], utilizând o metodă optică de determinare a profilului temporal al pulsului de presiune emis în faza finală a colapsului bulei, determină la distanta r = 10 mm de centrul bulei valoarea p = 300 bar. În acest experiment este investigat colapsul unei bule sferice situată în apă cu R_{max} = 3,5 mm. Folosind legea 1/r de atenuare în lichid a presiunii maxime la peretele bulei si stabilind valoarea razei maxime a bulei atinsă în punctul final al colapsului din solutia modelului compresibil (R_{min} = 25,5 µm) rezultă p_{max} = 117,6 kbar. În consecintă, având în vedere concordanta foarte bună teorie-experiment pentru variatia razei bulei în timp (în particular, pentru timpul de colaps si raza maximă a bulei în al doilea ciclu de oscilatie) precum si rezultatele investigatiilor experimentale anterioare se poate concluziona că viteze maxime de colaps de aproximativ 2300 m/s si presiuni maxime în lichid la peretele bulei de aproximativ 110 kbar sunt posibil de obtinut în cazul bulelor cavitationale sferice generate cu laser într-un lichid extins la infinit, dacă R_{max} > 0,1 mm.

5.2.3. *Pierderea de energie a bulei în timpul colapsului*

În prezenta lucrare modelarea oscilatiei bulei este restrânsă numai la primul colaps si la al doilea ciclu de oscilatie. O modelare matematică a ciclurilor ulterioare de oscilatie a bulei este dificil de realizat atât timp cât bula (chiar generată cu laser) îsi pierde simetria sferică după al doilea colaps. De notat, însă, că cele mai critice secvente ale evolutiei bulei se petrec în punctul final al primului colaps.

Energia E_B a bulei cavitationale în faza expansiunii maxime este dată de relatia (5.15). Pierderea de energie în timpul colapsului (primului colaps) se obtine comparând valorile energiei bulei înainte, E_{Bi}, si după colapsul bulei, E_{Bd}:

$$\Delta E_B = 1 - \frac{E_{Bd}}{E_{Bi}} \tag{5.17}$$

Valoarea termenului p_i în relatia (5.15) este determinată considerând evolutia adiabatică a gazului în interiorul cavitătii. Figura 5.13 prezintă pierderea de energie a bulei în timpul primului colaps în functie de raza maximă a bulei. Simbolurile deschise indică rezultatele obtinute în cazul generării bulei cu un laser cu durata pulsului 8 ns (cu exceptia simbolului romb) în timp ce simbolurile închise indică cazul generării bulei cu un laser cu durata pulsului 30 ns. Simbolul cerc indică cazul bulei situată în solutia 0,5% PAM, simbolul triunghi cazul bulei situată în solutia 0,5% CMC iar restul simbolurilor cazul situării bulei în apă (Ebeling

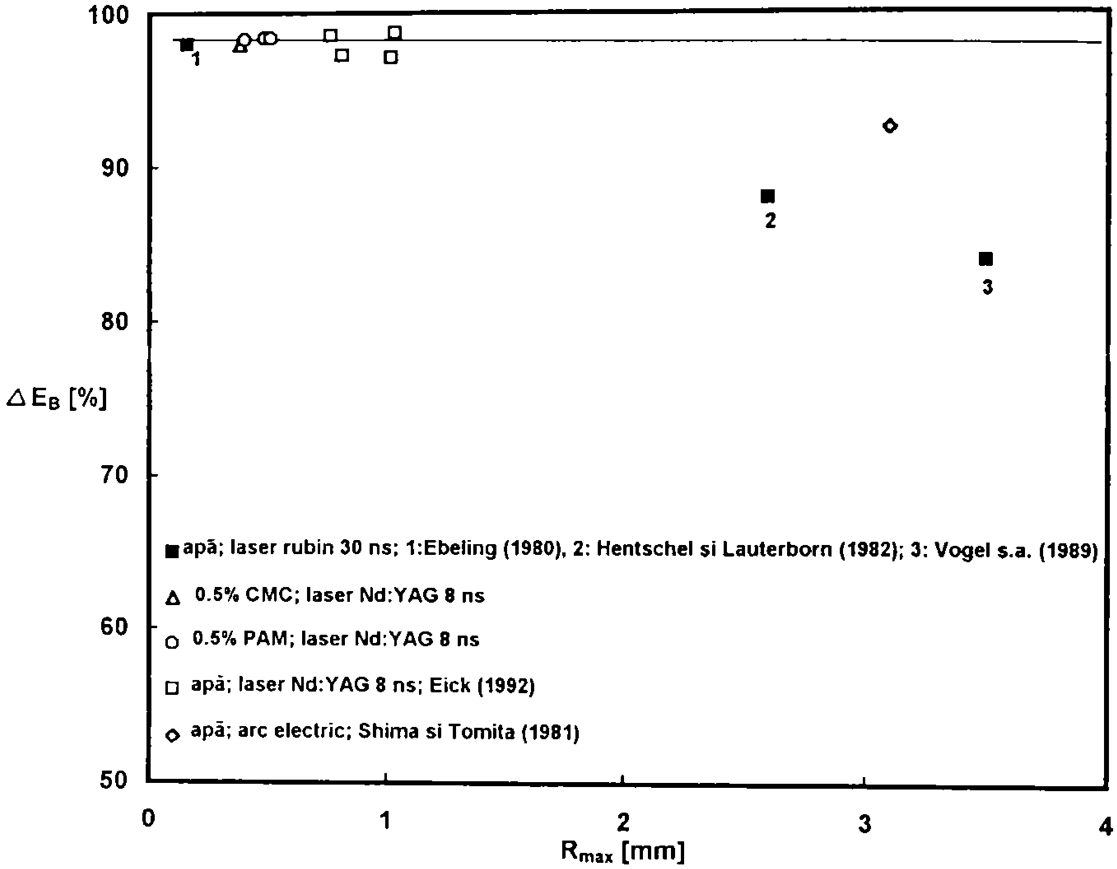


Figura 5.13. Pierderea de energie a bulei în timpul primului colaps. Linia continuă reprezintă soluția modelului compresibil pentru $q=7,5x10^{-5}$. Dacă bula își păstrează simetria sferică, aproximativ 98% din energia bulei este pierdută în timpul primului colaps

[185], Shima si Tomita [169], Hentschel si Lauterborn [170], Vogel s.a. [138] si Eick [186]). Linia continuă reprezintă solutia modelului compresibil pentru cazul situării bulei în apă când $q = 7{,}5\times10^{-5}$. O usoară reducere a valorii ΔE_B la cresterea razei maxime a bulei (ΔE_B = 98,4% la R_{max} = 0,1 mm si ΔE_B = 98% la R_{max} = 4 mm) este obtinută din analizele numerice. Pentru valorile R_{max} investigate experimental, când temperatura lichidului este 25 ^{0}C, pierderea de energie a bulei cavitationale în timpul primului colaps este în medie 98%. Cea mai mare parte, aproximativ 97,5%, este datorată emisiei acustice în timpul recuperării bulei. Influenta viscozitătii lichidului, conductiei căldurii si difuziei gazului prin peretele bulei precum si efectul vitezei finite de condensare a vaporilor din interiorul cavitătii sunt nesemnificative. Aceste observatii sunt sustinute si de investigatiile teoretice realizate de Nishiyama si Akaizawa [187] si Fujikawa si Akamatsu [89] si de investigatiile experimentale conduse de Vogel s.a. [138, 184]. Mai mult, se poate considera că nici elasticitatea solutiei nu joacă un rol important asupra oscilatiei bulei sferice atât timp cât rezultatele obtinute în cazul solutiei 0,5% PAM, cu componentă elastică, sunt practic identice cu cele obtinute în cazul situării bulei într-un lichid numai cu componentă vâscoasă (în particular, sunt identice cu cazul situării bulei în apă). Această observatie sustine rezultatele investigatiilor teoretice prezentate de Hara si Schowalter [92]. Acordul teorie-experiment referitor la dependenta ΔE_B - R_{max} este foarte bun pentru bulele a căror rază maximă este cuprinsă între 0,1 mm si 1,04 mm si modest pentru bulele cu R_{max} > 2 mm. În acest caz, valorile ΔE_B sunt cu 6 până la 14 procente mai mici decât cele obtinute numeric. Cauza acestui acord modest este pierderea simetriei sferice a bulei în timpul colapsului. Aceasta este clar observată în cliseele fotografice prezentate de Shima si Tomita [169] (simbolul romb) si de Vogel s.a. [138] (simbolul inchis pătrat cu indicele 3). Desi Hentschel si Lauterborn [170] nu prezintă o dovadă fotografică a evolutiei bulei si în acest caz simetria sferică a bulei este distrusă în timpul colapsului [188].

Analizele teoretice descrise în capitolul precedent arată că efectul aditivării cu polimeri este semnificativ pentru bulele a căror rază maximă este de ordinul 10^{-2} mm si se manifestă prin atenuarea colapsului bulei. Bule cu asemenea dimensiuni nu pot fi generate cu un laser cu durata pulsului de ordinul nanosecundelor dar, recent, s-a reusit obtinerea lor în apă cu un laser cu durata pulsului de ordinul femtosecundelor (R_{max} = 0,01 mm folosind un laser Nd:YAG cu durata pulsului 3 fs si energia pulsului 0,5 μJ) [189]. Date experimentale suplimentare par posibil de obtinut.

5.3. Comportarea bulei cavitationale situată în lichide nenewtoniene si în apropierea unui perete solid

Comportarea dinamică a bulei cavitationale situată în vecinătatea unui perete solid depinde de distanta adimensională γ între bulă si perete:

$$\gamma = \frac{s}{R_{max}} \qquad (5.18)$$

cu R_{max} raza maximă a bulei si s distanta între locul de formare al bulei (punctul de focalizare al razei laser) si peretele solid. Înainte însă de a prezenta detalii referitoare la influenta parametrului γ asupra comportării bulei în solutiile de polimeri investigate este util să

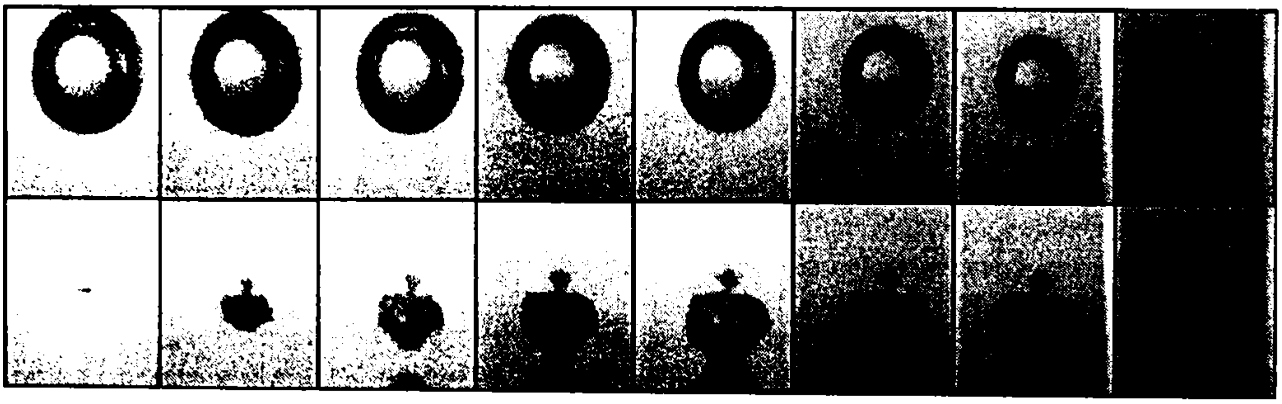


Figura 5.14. Evolutia bulei situată în apă si în apropierea unui perete solid. Rmax=0,68 mm si γ=1,47. Peretele solid este pozitionat la baza cadrului fotografic. Intervalul între cadre este 4,8 µs

evidentiem aspectele tipice ale evolutiei bulei situată în apă. Figura 5.14 prezintă secventa corespunzătoare fazei finale a colapsului unei bule cavitationale cu R_{max} = 0,68 mm, situată în apă, când γ = 1,47. Două secvente care provin de la două bule generate separat sunt prezentate (cadrele 1-10 si 11-16) iar intervalul între două cadre succesive este 4,8 µs. Peretele solid este situat la baza fiecărui cadru fotografic. O primă observatie este că, în faza de colaps, bula devine elongată pe directia normală la peretele solid (cadrele 1-7). Ulterior, peretele superior al bulei (peretele bulei opus frontierei solide) este aplatisat indicând formarea unui jet lichid care va strabate interiorul bulei (cadrul 8). Intervalul temporal destul de mare între cadre nu permite vizualizarea jetului înainte de punctul final al colapsului (cadrul 9) dar jetul este vizibil în faza de recuperare a bulei (cadrele 11-16). Colapsul bulei este însotit si de o migratie a bulei înspre peretele solid. Deplasarea bulei înspre frontiera solidă este mult mai accentuată după formarea jetului. Continua apropiere a bulei de peretele solid face ca jetul lichid să lovească peretele (cadrul 13; imaginea în oglindă a bulei se observă pe suprafata peretelui începând cu cadrul 11) iar contactul între bulă si perete se face pe o suprafată din ce în ce mai mare. Tot în faza de recuperare a bulei se evidentiază si structura formată la partea superioară a bulei si interpretată de Vogel s.a. [138] ca un contrajet (un jet cu o miscare opusă jetului principal). Identificarea acesteia cu un contrajet este, totusi, dificil de justificat atât timp cât desprinderi ale structurii de bula cavitatională pot fi observate în cadrul 13 si, în special, în cadrul 16. Observatii similare, pentru cazul situării bulei în apă, sunt prezentate de Lauterborn [190], Lauterborn si Bolle [191], Lauterborn si Timm [192], Giovanneschi si Dufresne [193], Tomita si Shima [137,142], Tomita s.a. [194], van der Meulen [195] si Lauterborn s.a. [196]. Notăm că, spre deosebire de experimentele anterioare, în prezentul experiment, este investigată evolutia unor bule cavitationale cu dimensiuni mai mici, la limita generării bulei cu laserul Nd:YAG cu durata pulsului 8 ns (în medie R_{max} = 0,65 mm fată de R_{max} > 2 mm în [138, 190, 191, 192] si R_{max} > 3,5 mm în [137, 195]) si corespunde valorilor energiei pulsului laser utilizate în aplicatiile medicale ale laserului Nd:YAG [55, 56, 57, 59].

5.3.1. *Aspectul bulei cavitationale în secventa corespunzătoare fazei finale a colapsului*

Figurile 5.15 - 5.21 prezintă influenta parametrului γ si a aditivării cu polimeri asupra evolutiei bulei în secventa corespunzătoare fazei finale a colapsului. Solutiile de polimeri testate sunt 0,5% carboximetilceluloză (CMC) si 0,5% poliacrilamidă (PAM) iar rezultatele sunt comparate cu cazul situării bulei în apă. Pentru toate secventele ilustrate viteza de filmare este 208.300 imagini/s. Nu întotdeauna intervalul între două cadre succesive este 4,8 µs si aceste situatii sunt precizate în legenda fiecărei figuri. Cele trei secvente, corespunzătoare fiecărui lichid, sunt aranjate pe verticală în ordinea cresterii viscozitătii si a elasticitătii lichidului.

Figura 5.15 prezintă evolutia bulei situată în apă (sus, R_{max} = 0,63 mm), 0,5% CMC (mijloc, R_{max} = 0,47 mm) si 0,5% PAM (jos, R_{max} = 0,63 mm) când γ = 3,17. Peretele solid este situat la partea inferioară a cadrului fotografic si în afara acestuia. Aspectele specifice evolutiei bulei în apă sunt migratia bulei către peretele solid, observată pregnant după ce peretele superior al bulei îsi schimbă curbura (cadrul 10), si formarea jetului lichid orientat spre peretele solid. Pentru γ = 3,17 structura la partea superioară a bulei nu este observată. Aceleasi aspecte ale evolutiei bulei sunt observate si în cazul bulei situată în solutia 0,5%

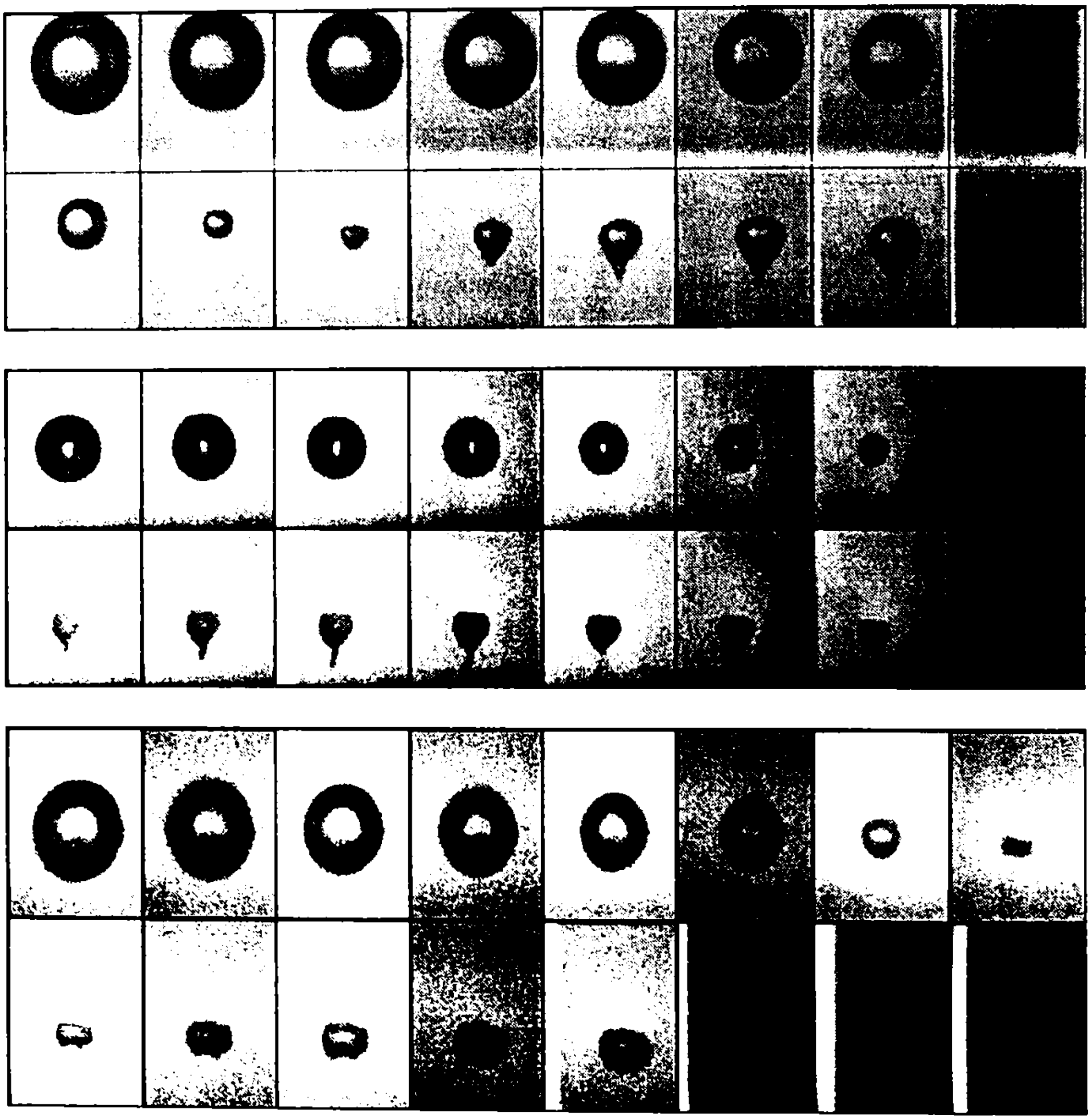


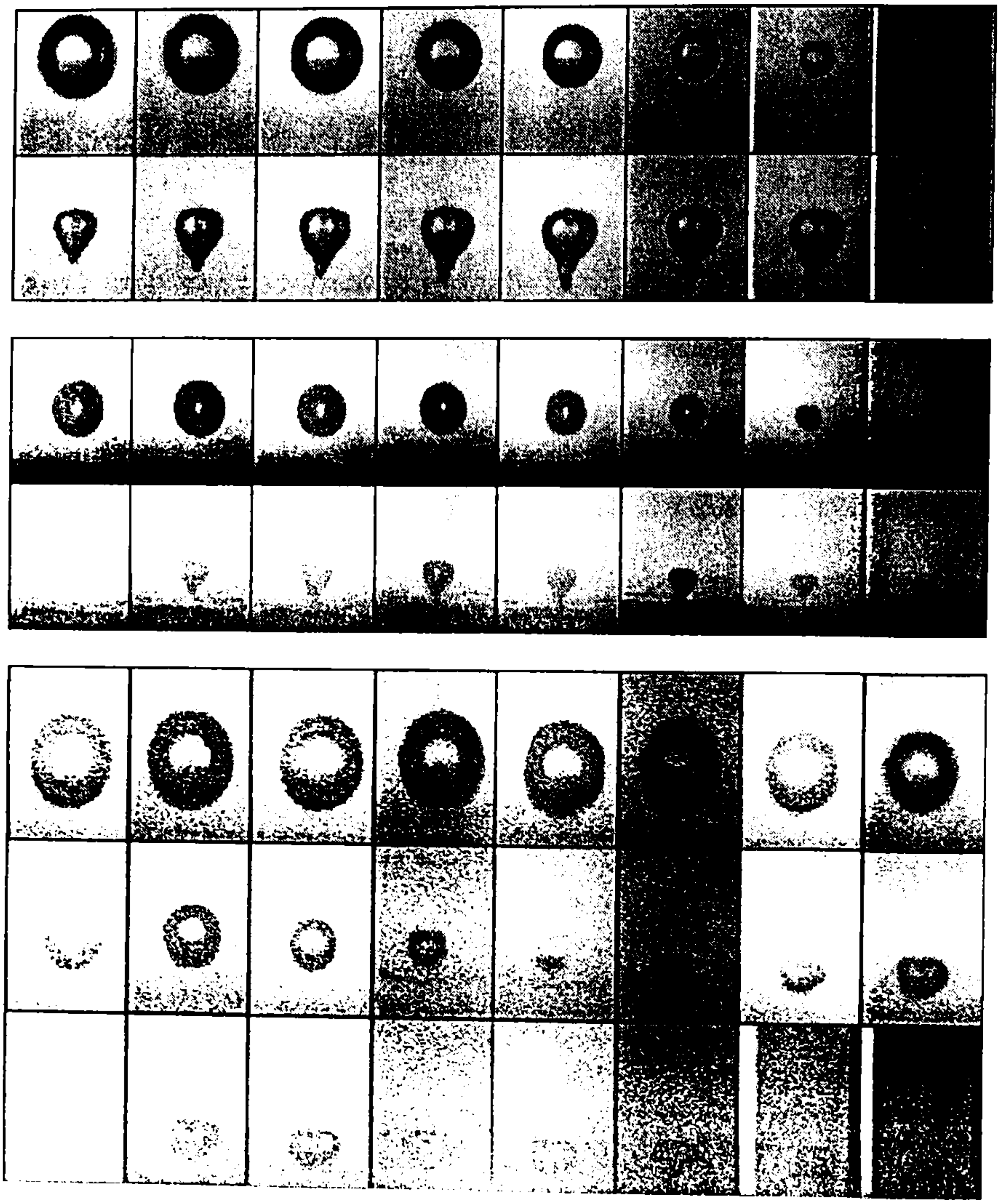
Figura 5.15. Evolutia bulei situată în apă (sus,Rmax=0,63mm), solutia 0,5% CMC (mijloc,Rmax=0,47mm) si solutia 0,5% PAM (jos , Rmax=0,63mm) pentru γ=3,17. Peretele solid este pozitionat la baza cadrelor fotografice. Intervalul între cadre este 4,8 µs

CMC însă atât intensitatea jetului cât si migratia bulei înspre peretele solid sunt diminuate. Cele mai mari diferente sunt observate în cazul evolutiei bulei în solutia 0,5% PAM (cu comportare elastică). Se remarcă forma ovală a bulei în al doilea ciclu de oscilatie (cadrele 8 - 16), absenta jetului lichid care străbate interiorul bulei iar deplasarea bulei înspre peretele solid este aproape insesizabilă. Elongatia bulei înainte de punctul final al colapsului este mai mare în ambele solutii de polimeri testate. În intervalul temporal investigat contactul bulei cu peretele solid nu este observat.

Figura 5.16 prezintă evolutia bulei când distanta adimensională între bulă si peretele solid este redusă la γ = 2,17. Dimensiunea bulei situată în apă este R_{max} = 0,62 mm, a bulei situată în solutia 0,5% CMC este R_{max} = 0,46 mm si este R_{max} = 0,62 mm pentru bula situată în solutia 0,5% PAM. Aspectele evolutiei bulei sunt similare cu cele ilustrate în cazul anterior. Există însă câteva diferente. În primul rând structura la partea superioară a bulei, desi este observată imediat după colapsul bulei (cadrul 8), este absentă în al doilea ciclu de oscilatie al bulei situată în apă. Structura nu este observată când colapsul bulei are loc în solutiile de polimeri. În al doilea rând, jetul lichid se observă în interiorul bulei situată în solutia 0,5% PAM (cadrele 15 - 21) dar intensitatea acestuia nu este suficient de mare pentru a penetra peretele inferior al bulei. Aceasta cu toate că evolutia bulei a fost urmărită pe toată durata celui de-al doilea ciclu de oscilatie. Si în acest caz aditivarea cu polimeri a apei conduce la reducerea migratiei bulei înspre peretele solid, a intensitătii jetului si la cresterea elongatiei bulei. Contactul jetului cu peretele solid este sesizat în cazul bulei situată în apă (cadrul 16) dar nu este observat atunci când bula este situată în solutiile de polimeri.

Figura 5.17 prezintă evolutia bulei în secventa corespunzătoare fazei finale a colapsului când γ = 1,98. Dimensiunea maximă a bulei este R_{max} = 0,63 mm (apă), R_{max} = 0,51 mm (0,5% CMC) si R_{max} = 0,63 mm (0,5% PAM). Jetul lichid care străbate interiorul bulei este remarcat în cazul situării bulei în toate cele trei lichide investigate. Acum structura la partea superioară a bulei situată în apă este observată pe toată durata investigată din al doilea ciclu de oscilatie al bulei. Este observată chiar si în cazul bulei situată în solutia 0,5% CMC. Exceptia este, si în acest caz, evolutia bulei în solutia 0,5% PAM unde nici structura superioară si nici împingerea jetului în peretele bulei opus acestuia nu sunt observate. Contactul între jet si peretele solid este observat numai în cazul bulei situată în apă (cadrul 16) si solutia 0,5% CMC (cadrul 12). Din nou se remarcă cresterea elongatiei bulei si reducerea migratiei bulei înspre peretele solid prin aditivarea apei cu polimeri.

Când γ = 1,67 (Figura 5.18) aspectul bulei situată în apă si în ambele solutii de polimeri este aproape identic. Raza maximă a bulei situată în apă si solutia 0,5% PAM este R_{max} = 0,6 mm si a bulei situată în solutia 0,5% CMC este R_{max} = 0,45 mm. Migratia bulei înspre peretele solid este sesizabilă chiar si în cazul solutiei 0,5% PAM (începând cu cadrul 10). În toate lichidele investigate se remarcă structura la partea superioară a bulei iar bula loveste peretele solid în al doilea ciclu de oscilatie. Se poate preciza acum că structura superioară este prezentă pentru bulele situate în apă si solutia 0,5% CMC dacă γ [illegible] 2 iar pentru bulele situate în solutia 0,5% PAM dacă γ [illegible] 1,9. Valoarea indicată pentru apă este sustinută si de experimentul lui Vogel s.a. [138], când structura este prezentă la γ [illegible] 2,15 dar nu este observată la γ = 1,56, si de Tomita si Shima [142] care nu îi evidentiază aparitia la γ [illegible] 2,24. Nu există alte date în literatură în ceea ce priveste solutiile de polimeri. Figura [illegible] ilustrează la o scară mai mare evolutia bulei în solutia 0,5% PAM. Exemplul este prezentat numai pentru a preciza că în acest caz jetul are suficientă intensitate pentru a împinge peretele inferior al bulei. Impactul jetului cu peretele opus înainte de punctul final al colapsului bulei situată în solutia 0,5% PAM se observă în cadrul 12.



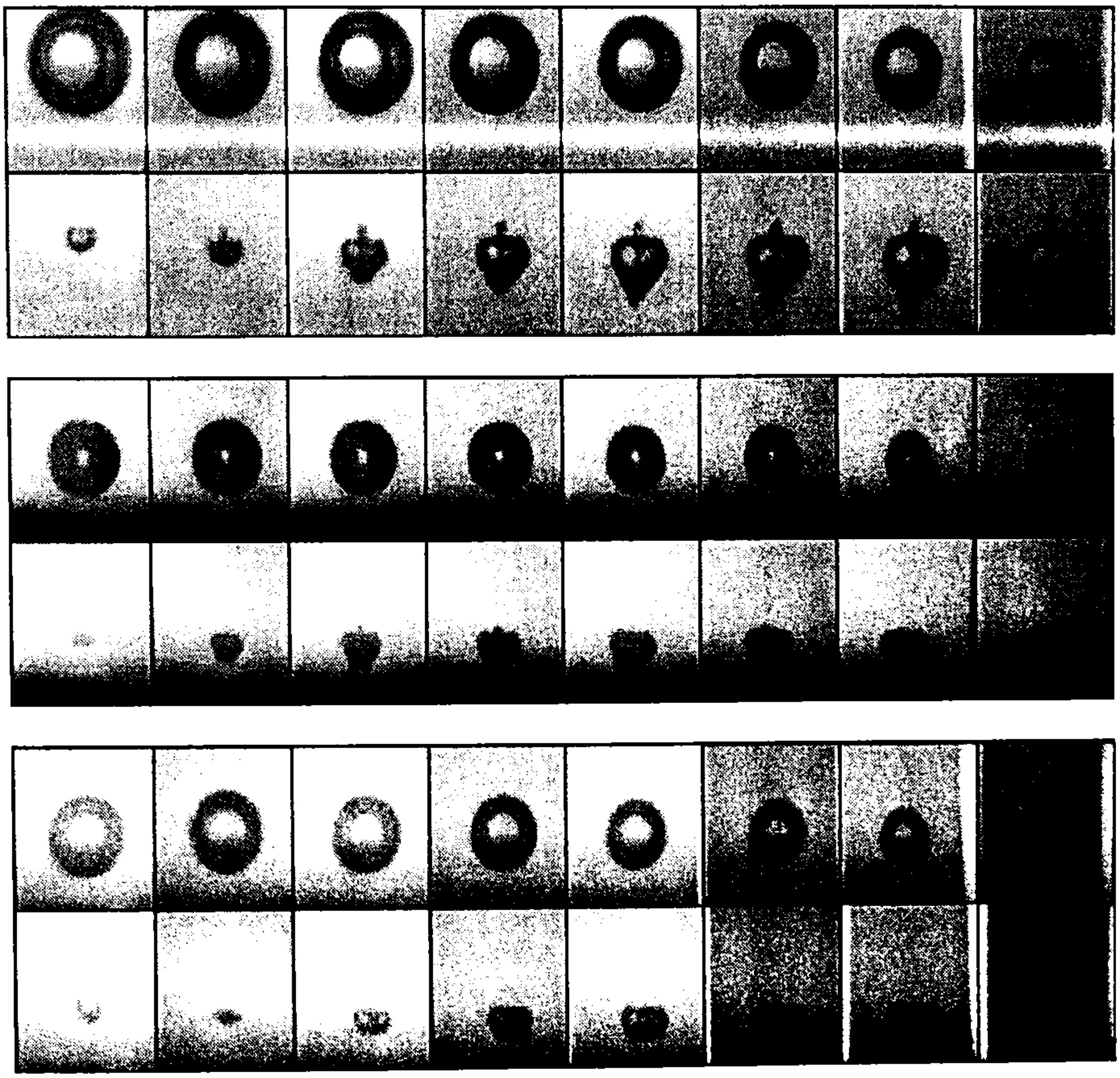


Figura 5.17. Evolutia bulei situată în apă (sus,Rmax=0,63mm), solutia 0,5% CMC (mijloc,Rmax=0,51mm) si solutia 0,5% PAM (jos , Rmax=0,63 mm) pentru γ=1,98. Peretele solid este pozitionat la baza cadrelor fotografice. Intervalul între cadre este 4,8 μs.

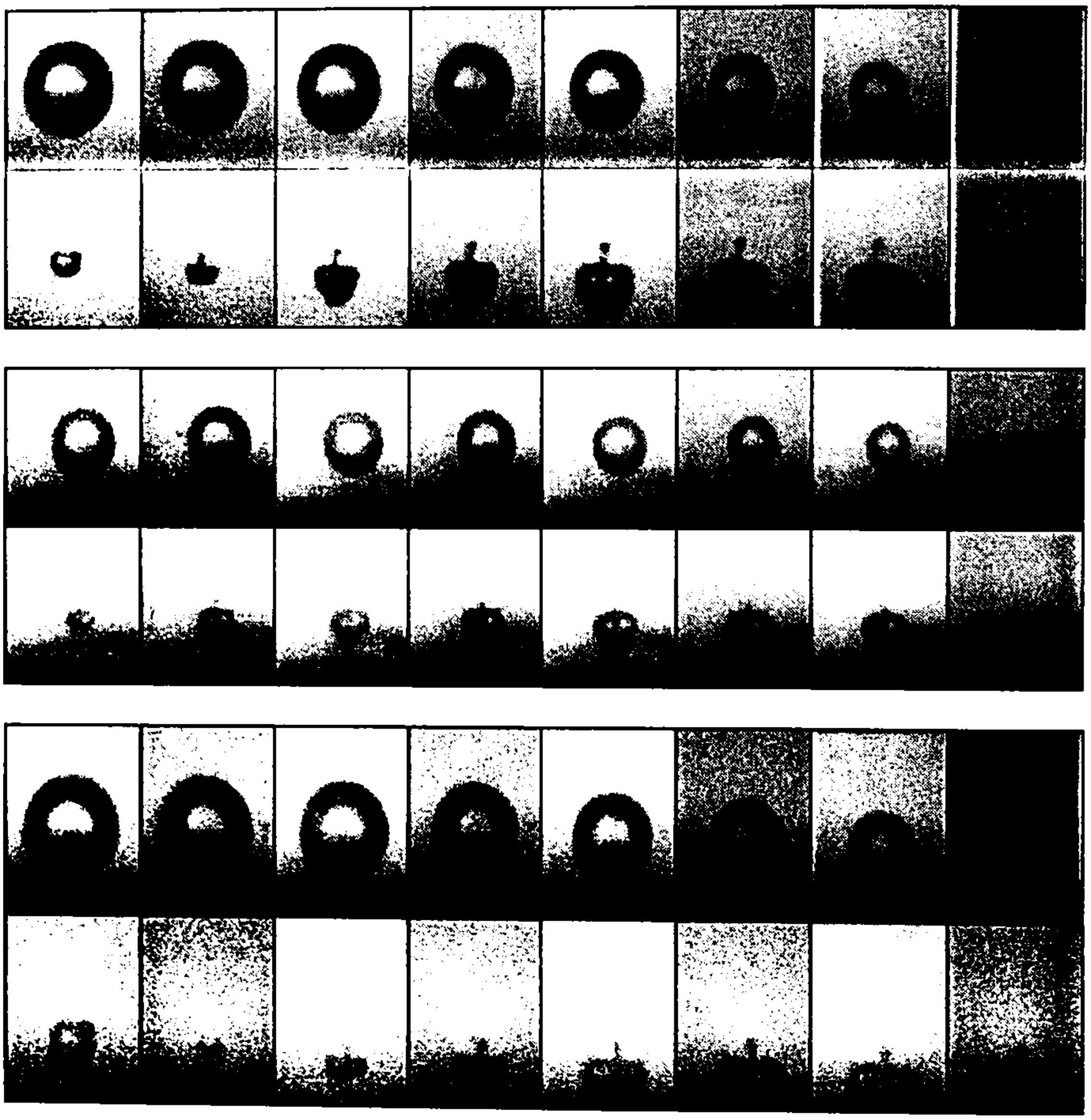


Figura 5.18. Evolutia bulei situată în apă (sus,Rmax=0,6mm), solutia 0,5% CMC (mijloc,Rmax=0,45mm) si solutia 0,5% PAM (jos, Rmax=0,6mm) pentru γ=1,67.Peretele solid este pozitionat la baza cadrelor fotografice. Intervalul între cadre este 4,8 µs. Intre cadrele 8 si 9 ale secventei corespunzătoare solutiei 0,5% PAM intervalul este 1 µs.

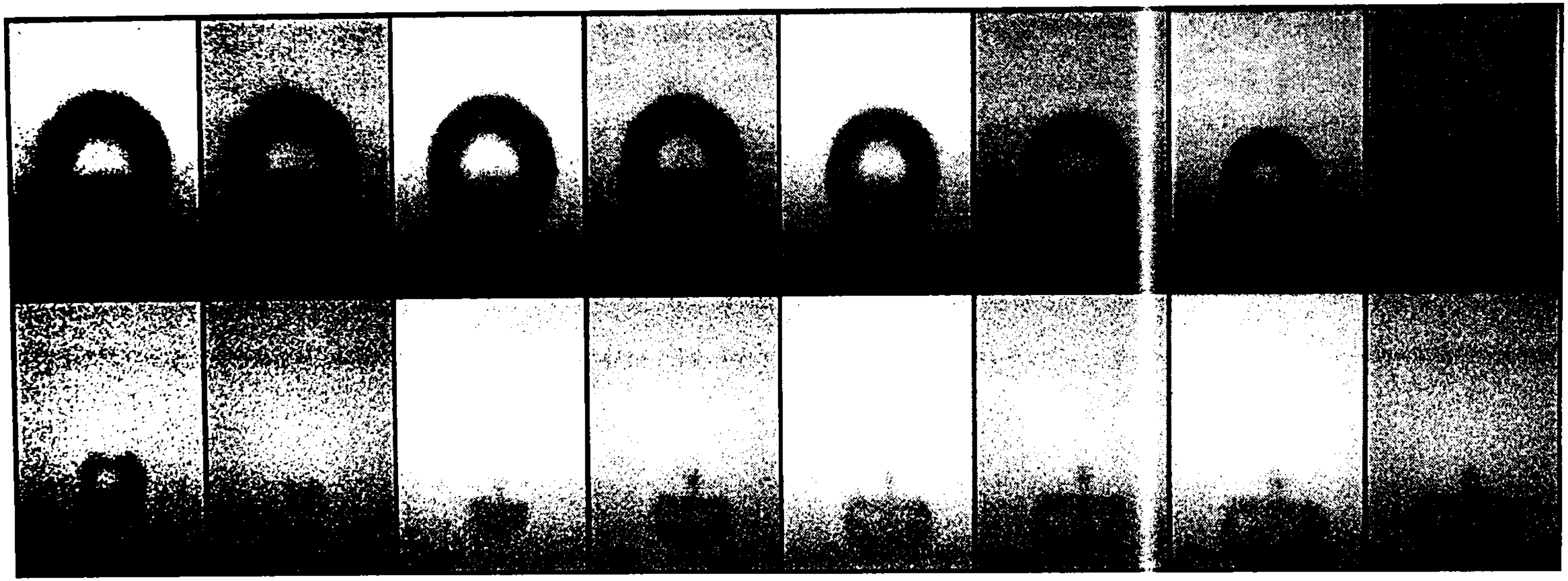


Figura 5.19. Detaliu al evolutiei bulei situată în solutia 0,5% PAM pentru $\delta=1,67$

Figura 5.20 care arată evolutia bulei când $\gamma = 1,47$ nu ilustrează deosebiri importante fata de cazul prezentat anterior. În acest caz, dimensiunea maximă a bulei este $R_{max} = 0,68$ mm (apă), $R_{max} = 0,51$ mm (0,5% CMC) si $R_{max} = 0,68$ mm (0,5% PAM). Toate aspectele evidentiate pentru $\gamma = 1,67$, inclusiv inhibarea evolutiei jetului în cazul solutiei 0,5% PAM sunt observate si la $\gamma = 1,47$.

Încercarea de a prezenta aspectul evolutiei bulei în vecinătatea unui perete solid pentru valori $\gamma \leq 1$ esuează din cauza contrastului foarte slab al cadrelor fotografice obtinute folosind sistemul CCD si transparentei reduse a ambelor solutii de polimeri. Un exemplu, la limita vizualizării, este prezentat în Figura 5.21 care ilustrează evolutia bulei cavitationale în solutia 0,5% PAM când $\gamma = 1,07$. Raza maximă a bulei este $R_{max} = 0,488$ mm. Structura superioară nu este prezentă iar bula, în al doilea ciclu de oscilatie, îsi păstrează forma plată. Pentru comparatie se prezintă în Figura 5.22 evolutia bulei situată în apă când $\gamma = 1,1$ (sus) si $\gamma = 1$ (jos). În acest caz $R_{max} = 1,45$ mm iar viteza de filmare este 50.000 imagini/s. Primele patru cicluri de oscilatie ale bulei sunt prezentate. Jetul se poate observa în interiorul bulei înainte de punctul final al colapsului în ambele secvente (cadrul 2 în secventa corespunzătoare cazului $\gamma = 1,1$ si cadrul 4 în secventa corespunzătoare cazului $\gamma = 1$). Câteva aspecte mai spectaculoase apar când mai multe cicluri de oscilatie sunt observate. De remarcat desprinderea bulei de peretele solid în al treilea ciclu de oscilatie si forma de ciupercă după desprindere. Există si o limită inferioară a valorii γ pentru care structura la partea superioară a bulei este observată. Pentru apă valoarea limită este $\gamma = 1$ (la $\gamma = 1,03$ Vogel s.a.[138] observă această structură) si probabil corectă si pentru solutia 0,5% CMC în timp ce pentru solutia 0,5% PAM valoarea limită se poate considera $\gamma = 1,1$.

Influenta aditivării cu polimeri este mult mai pregnantă în cazul evolutiei bulei în apropierea unui perete solid decât în cazul evolutiei într-un lichid extins la infinit. Aspectele specifice care însotesc colapsul bulei cavitationale în apropierea unui perete solid (elongatia bulei, evolutia jetului care străbate interiorul bulei în timpul colapsului, migratia bulei înspre peretele solid si prezenta structurii la partea superioară a bulei) sunt alterate de prezenta aditivilor polimerici testati. Diferentele cele mai pronuntate sunt observate în solutia 0,5% PAM. Ele se referă, în special, la inhibarea puternică a evolutiei jetului lichid care străbate interiorul bulei. Lipsa unor experimente similare în solutii de polimeri face imposibilă comparatia cu alte rezultate.

5.3.2. *Timpul de colaps*

Prezenta peretelui solid în apropierea bulei cavitationale conduce la o prelungire a timpului de colaps fata de valoarea corespunzătoare colapsului bulei într-un lichid extins la infinit. Timpul de colaps al bulei este cu atât mai mare cu cât distanta adimensională γ între bulă si peretele solid este mai mică. Cele două tendinte au fost puse în evidentă în cazul bulei situată în apă de investigatiile experimentale conduse de Vogel s.a. [138] si de cele numerice ale lui Zhang s.a. [197].

Dependenta factorului de prelungire al timpului de colaps al bulei, definit prin:

$$k = \frac{\mathbf{T}}{2T_c} \tag{5.19}$$

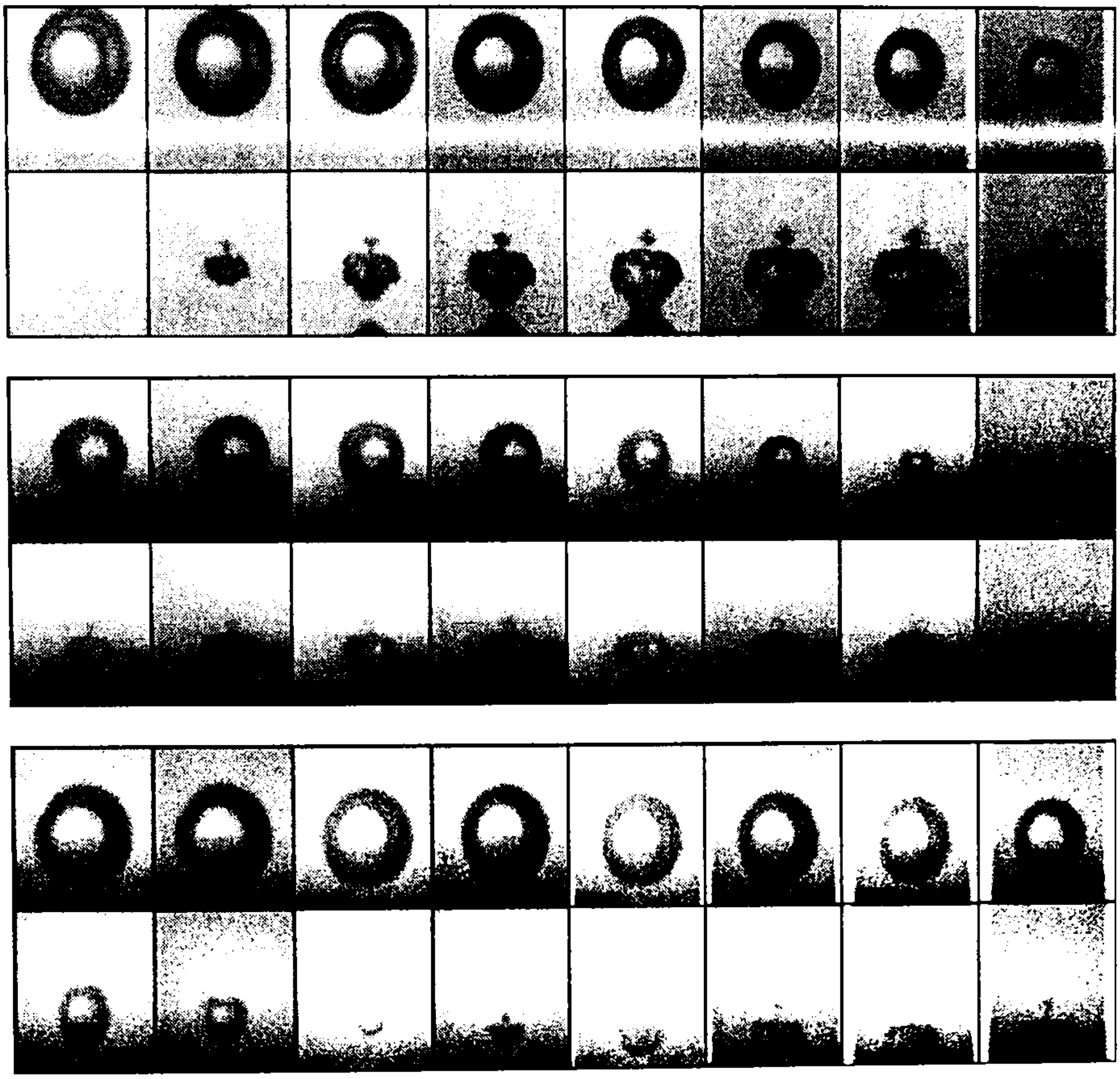
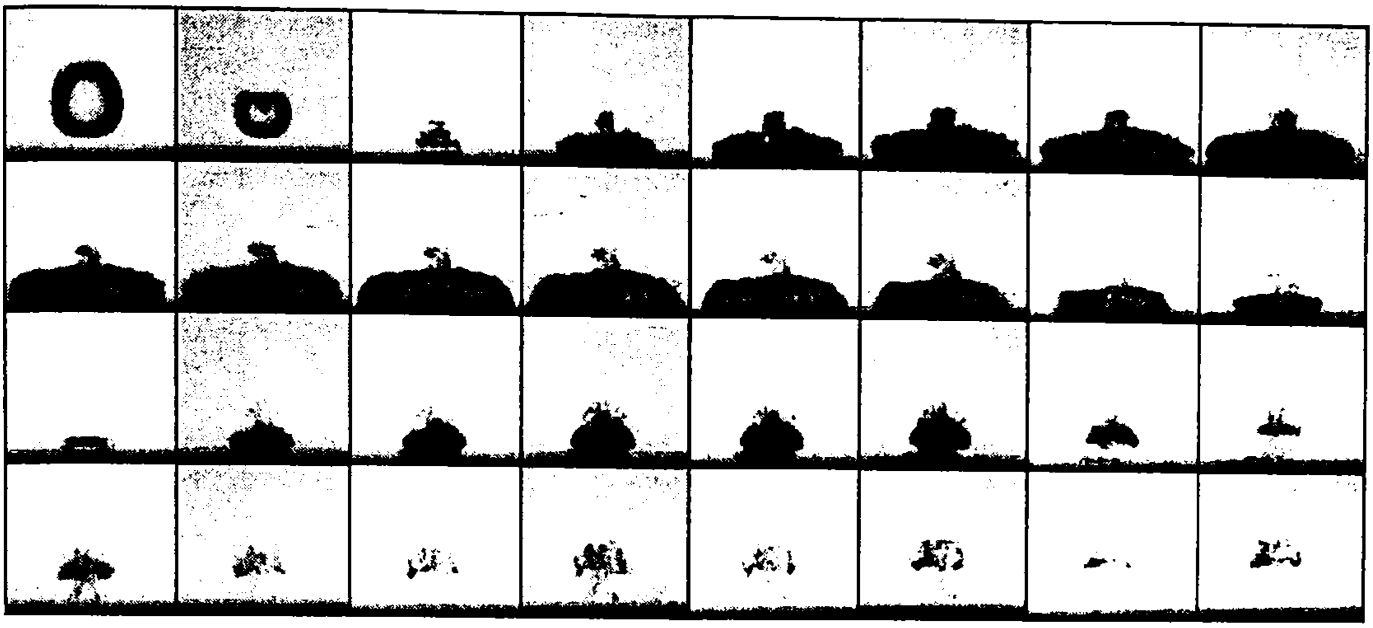
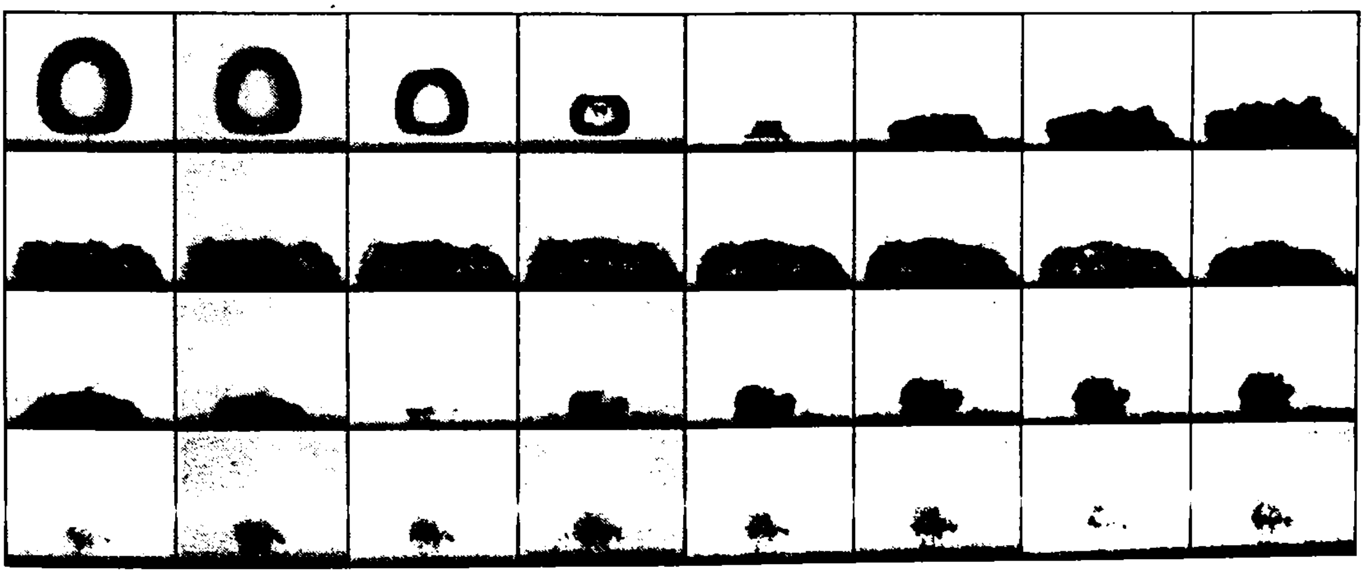


Figura 5.20. Evolutia bulei situată în apă (sus, Rmax=0,68mm), solutia 0,5% CMC (mijloc, Rmax=0,51mm) si solutia 0,5% PAM (jos, Rmax=0,68mm) pentru γ=1,47. Peretele solid este pozitionat la baza cadrelor fotografice. Intervalul între cadre este 4,8 μs. Intre cadrele 10 si 11 ale secventei corespunzatoare solutiei 0,5% PAM intervalul este 1 μs

Figura 5.21. Evolutia bulei situată in solutia 0,5% PAM pentru γ=1,07. Rmax=0,488mm. Intervalul între cadre este 4,8 μs



$R_{\max} = 1.45$ mm $\qquad \gamma = 1.1$



$R_{\max} = 1.45$ mm $\qquad \gamma = 1.0$

Figura 5.22. Evolutia bulei situată în apă pentru γ=1,1 si γ=1,0. Intervalul între cadre este 20 μs cu τ timpul scurs între pulsul de presiune emis în momentul spărturii optice si cel emis în punctul final al colapsului bulei si T_c timpul de colaps Rayleigh al bulei sferice, de distanta adimensională γ, este prezentat în Figura 5.23. Valoarea medie pentru raza maximă a bulelor investigate este R_{max} = 0,64 mm în apă, R_{max} = 0,48 mm în solutia 0,5% CMC si R_{max} = 0,65 mm în solutia 0,5% PAM. În figură se prezintă, pentru comparatie, si rezultatele teoretice obtinute de Rattray (vezi [198] pag.285) referitoare la timpul de colaps al unei bule, fără continut de vapori sau gaz, situată într-un lichid ideal incompresibil:

$$k = 1 + \frac{0,205}{\gamma} \tag{5.20}$$

În aceleasi ipoteze, valori similare pentru k sunt obtinute numeric de Zhang s.a. [197], Taib s.a. [199] si Blake s.a. [200].

În cazul bulei situată în apă comparatia arată o bună concordantă între teorie si experiment pe întreg domeniul γ investigat. Tendinta de crestere a valorii timpului de colaps la reducerea distantei între bulă si peretele solid este observată si în ambele solutii de polimeri testate. Influenta aditivării cu polimeri asupra timpului de colaps se manifestă însă numai pentru valori mici ale parametrului γ. Este remarcată pentru valori $\gamma < 1,75$ în cazul bulei situată în solutia 0,5% PAM si $\gamma < 1,5$ în cazul solutiei 0,5% CMC. În aceste regiuni cele mai mari valori ale factorului de prelungire sunt observate pentru colapsul bulei în solutia 0,5% PAM urmate de cele corespunzătoare colapsului bulei în solutia 0,5% CMC. De exemplu, la γ = 1,47, valoarea coeficientului k pentru solutia 0,5% PAM este cu aproximativ 9% mai mare decât valoarea corespunzătoare cazului apei în timp ce pentru solutia 0,5% CMC valoarea coeficientului k este cu numai 1% mai mare fată de cazul apei. Diferentele fată de cazul colapsului bulei în apă sunt datorate viscozitătii mai mari a ambelor solutii de polimeri. Tendinta de prelungire a timpului de colaps la cresterea viscozitătii lichidului este remarcată si de Tomita [201] si Takahashi s.a. [202] care folosesc glicerina ca lichid ambiant bulei. Viscozitatea glicerinei este de aproximativ 1000 de ori mai mare ca a apei în timp ce viteza sunetului este cu numai 34%. Timpul de colaps al bulei în glicerină este mai mare decât în apă cu 26% când γ = 2,5 [202], cu 19% când γ = 4,5 [201] si cu 18% când $\gamma \to \infty$ [202]. Prelungirea timpului de colaps al bulei situată într-o solutie apoasă de 0,025% oxid de polietilenă este observată si de Chahine si Fruman [105], pentru valori $\gamma < 1,5$, când raza maximă a bulei este cuprinsă între 5 si 40 mm. Efectul elasticitătii lichidului asupra timpului de colaps, desi mai accentuat în cazul colapsului nesferic al bulei, este totusi minor în comparatie cu cel al viscozitătii [92, 100].

5.3.3. *Formarea jetului*

Jetul lichid care străbate interiorul bulei în timpul colapsului este unul din aspectele specifice ale evolutiei bulei în apropierea unui perete solid. Jetul este observat si atunci când mici cantităti de polimeri sunt adăugate apei dar prezenta aditivilor polimerici determină unele particularităti ale comportării jetului. Se consideră în acest paragraf influenta aditivilor asupra formării jetului.

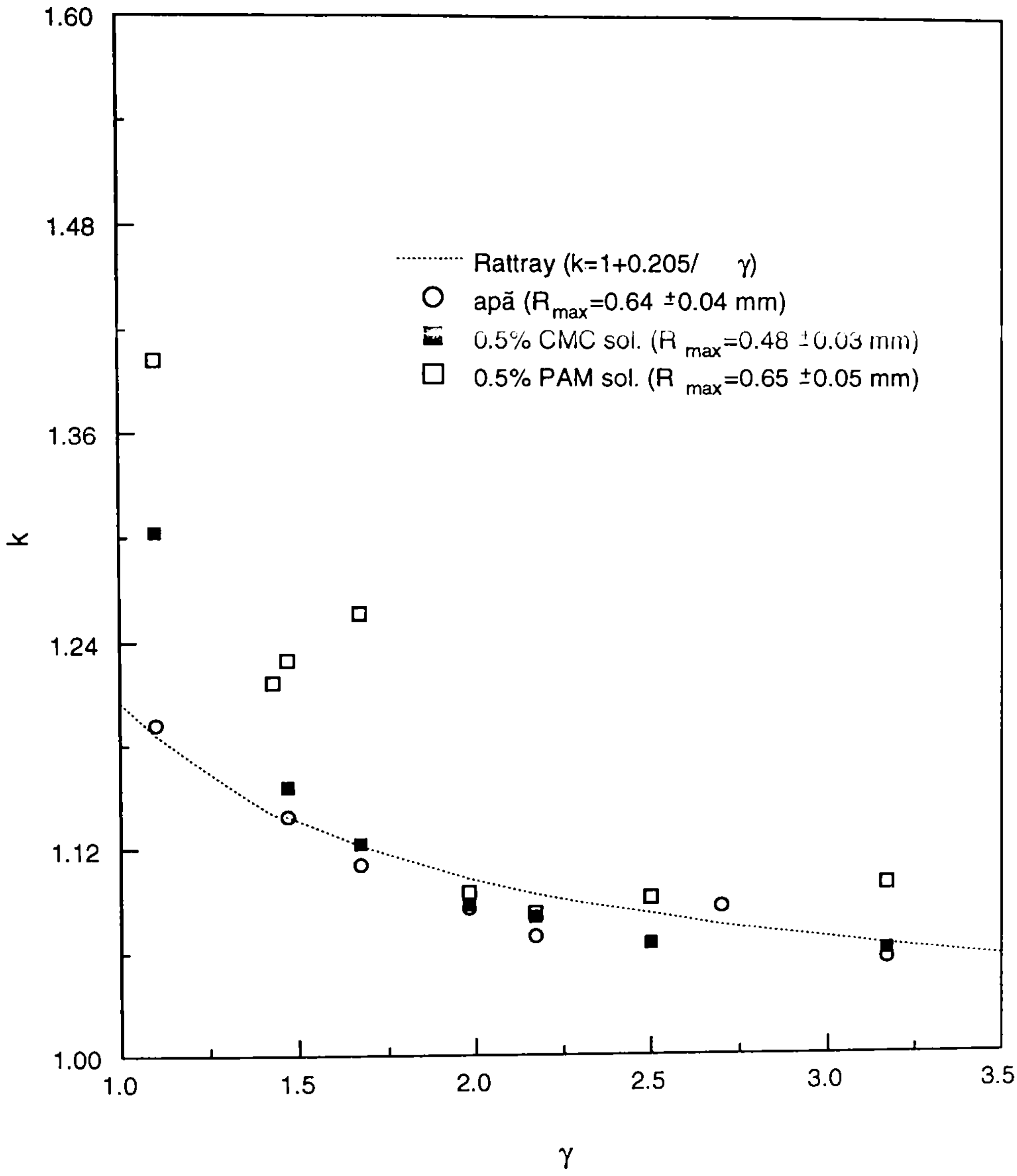


Figura 5.23. Dependenta factorului de prelungire al timpului de colaps al bulei situată în vecinătatea unui perete solid cu distanta adimensională între bulă si peretele solid.

Figura 5.24 prezintă evolutia bulei cavitationale situată în apă, solutia 0,5% CMC si solutia 0,5% PAM pentru două valori ale distantei adimensionale între bulă si peretele solid, $\gamma = 3,17$ si $\gamma = 1,98$. Fiecare secventă corespunde unei singure înregistrări realizată cu o viteză de filmare de 1.000.000 imagini/s. În cazul apei, când $\gamma = 3,17$, peretele superior al bulei este aplatisat pentru a forma jetul cu 3 µs înainte de punctul final al colapsului în timp ce la $\gamma = 1,98$, jetul este deja format cu 5 µs înainte de punctul final al colapsului. În ambele solutii de polimeri, la $\gamma = 3,17$, jetul se formează cu 2 µs înainte de punctul final al colapsului dar cu 4 µs când $\gamma = 1,98$. Este evident că jetul se formează mai repede la descresterea valorii γ si, în comparatie cu cazul situării bulei în apă, atât în solutia 0,5% CMC cât si în solutia 0,5% PAM, jetul se formează mai târziu.

Consideratii fundamentale asupra mecanismului de formare a jetului, prin analogie cu colapsul bulei sferice, au fost publicate de Lauterborn încă din 1982 [203]. Investigatiile optice asupra evolutiei bulei în apă au stat la baza formulării acestor consideratii. Analiza care urmează evidentiază câteva argumente suplimentare în sprijinul mecanismului propus de Lauterborn. Punctul de plecare în stabilirea acestui scenariu este observatia că în timpul colapsului bula devine elongată pe directia normală la perete. Figura 5.25 prezintă elongatia bulei ε, definită prin raportul între raza bulei pe directia paralelă la peretele solid în momentul elongatiei maxime si distanta între acest nivel si partea superioară a bulei (vezi si diagrama schematică din figură), la diferite valori ale parametrului γ. În figură sunt prezentate si câteva rezultate experimentale obtinute de Vogel s.a. [138] în cazul colapsului bulei situată în apă (simbolurile închise). Este prezentată si modelarea rezultatelor experimentale cu ajutorul relatiei:

$$\varepsilon = 1 + \frac{a}{\gamma} \tag{5.21}$$

valabilă pentru $\gamma \geq 1$, unde a = 0,242 în cazul bulei situată în apă (linia continuă), a = 0,289 în cazul bulei situată în solutia 0,5% CMC (linia întreruptă cu un punct) si a = 0,381 în cazul bulei situată în solutia 0,5% PAM (linia întreruptă cu două puncte). Linia întreruptă reprezintă modelarea rezultatelor obtinute de Vogel s.a. [138] (a = 0,17). Expresia functiei (5.20) este stabilită folosind sub MathCAD metoda celor mai mici pătrate. La micsorarea distantei adimensionale între bulă si peretele solid elongatia bulei, situată atât în apă cât si în cele două solutii de polimeri testate, creste. Tendinta este sustinută si de analizele numerice realizate de Taib s.a. [199] si Blake s.a. [200] care modelează colapsul unei bule într-un lichid ideal incompresibil si obtin valorile $\varepsilon = 1,055$ la $\gamma = 1,5$ si $\varepsilon = 1,23$ la $\gamma = 1$. Pe de altă parte, elongatia bulei este mai mare în ambele solutii de polimeri în comparatie cu cazul apei, cele mai mari valori fiind obtinute atunci când bula este situată în solutia 0,5% PAM. Rezultatul este în contradictie cu cel prezentat de Kezios si Schowalter [106] care pun în evidentă o reducere a elongatiei bulei prin aditivarea apei cu polimeri dar, asa cum este descris experimentul lor, este investigată mai degrabă evolutia unei bule situată între doi pereti solizi iar pozitia bulei între cei doi pereti nu este precizată. Cresterea elongatiei bulei la cresterea viscozitătii lichidului este observată si de Nakajima si Shima [204]. În acest caz este modelat colapsul bulei considerând si viscozitatea lichidului (corespunzătoare apei). Valoarea obtinută la $\gamma = 1,5$ este $\varepsilon = 1,21$ cu aproximativ 15% mai mare decât cea raportată de Blake s.a. [200].

Consecinta imediată a formei elongate pe directia normală la frontiera solidă este curbura diferită a peretelui bulei. Curbura peretelui superior este mai mare decât cea a

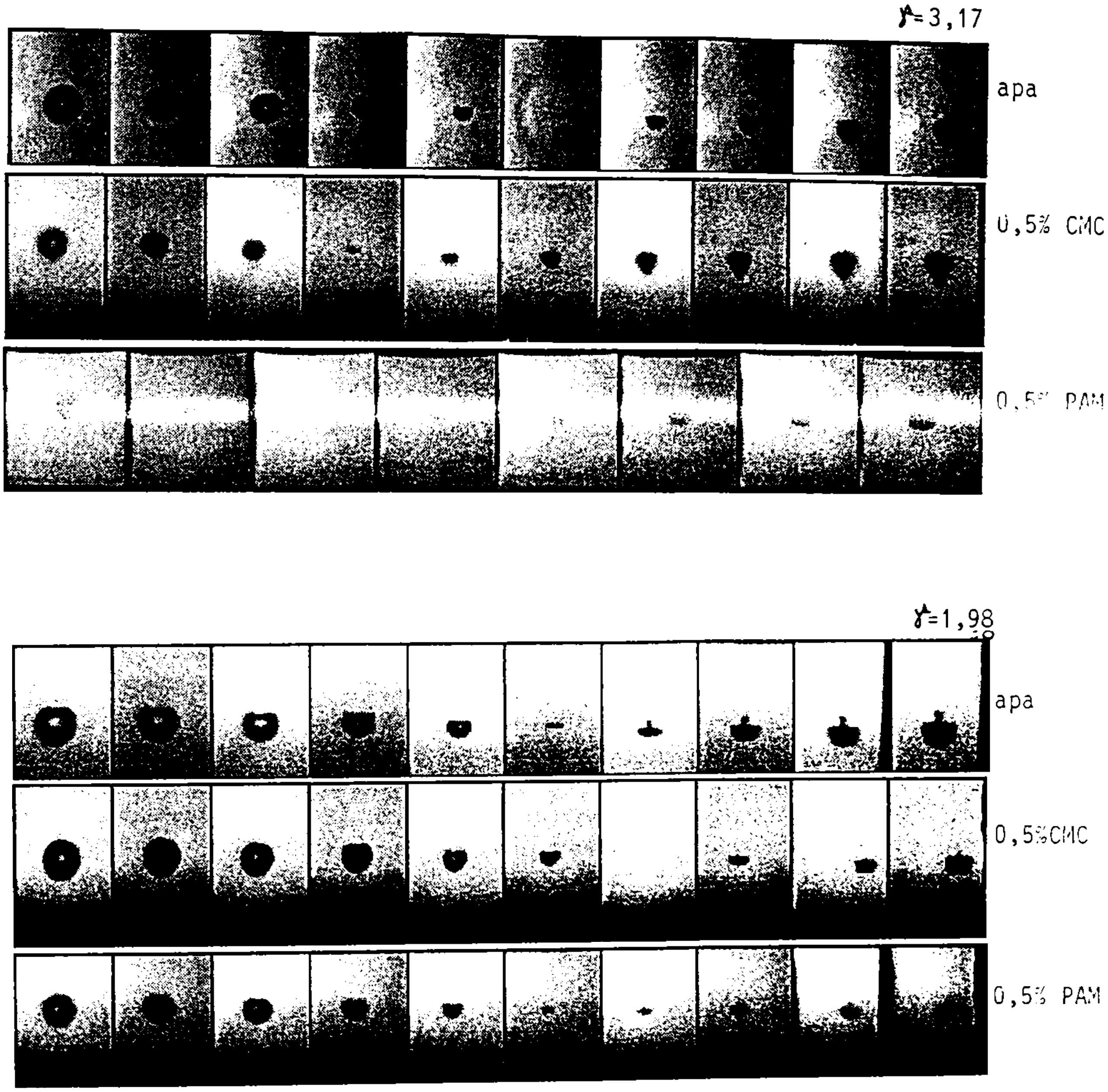


Figura 5.24. Evolutia bulei situată în apă, solutia 0.5% CMC si solutia 0,5% PAM pentru γ=3,17 si γ=1,98. Intervalul între cadre este 1 μs

peretelui inferior (echivalent, raza de curbură este mai mică) care la rândul ei poate fi mai mare decât cea a peretilor laterali. Primul aspect este mai greu de observat în cadrele fotografice la valori γ mari dar este clar vizibil în exemplele prezentate în Figurile 5.21 si 5.22 când $\gamma \cong 1$. Legătura între elongatia bulei si formarea jetului poate fi înteleasă tinând seama că timpul de colaps al unei bule sferice este proportional cu raza maximă a acesteia. Situate în acelasi lichid, bulele sferice mici (cu rază de curbură mică) vor colapsa mai repede decât cele mari. În cazul unei bule elongate, zonele peretelui bulei cu cea mai mare curbură (cu cea mai mică rază de curbură) au un colaps mai rapid decât cele cu curbură mai mică. Exemple în sprijinul acestei consideratii sunt prezentate de Shima si Nakajima [205] care analizează teoretic un caz similar cu cel al colapsului unei bule elongate situată într-un lichid extins la infinit. Jetul este întotdeauna format prin involutia peretelui bulei cu cea mai mică rază de curbură. De aceea, geometria peretelui bulei este factorul cel mai important în formarea jetului. Accelerarea diferită a diferitelor zone ale peretelui bulei, care conduce în final la formarea jetului, este determinată de curbura fiecărei zone. Cauza formării jetului este concentrarea unei cantităti finite de energie pe un volum mic. Când bula este situată în apropierea unui perete solid, peretele superior va colapsa mai repede decât oricare altă parte a peretelui bulei si determină formarea jetului. Deoarece curbura peretelui superior al bulei este cu atât mai mare cu cât elongatia bulei este mai mare iar elongatia bulei creste la scăderea valorii γ jetul se formează mai repede la valori γ mici. În fiecare din cele trei lichide testate formarea jetului este observată mai devreme la γ = 1,98 decât la γ = 3,17.

Respectând aceleasi argumente este de asteptat ca jetul să se formeze mai repede în timpul colapsului unei bule situată în oricare din solutiile de polimeri testate, unde elongatia bulei este mai mare decât în apă. Numai că timpul de colaps al bulei, cu aceeasi raza de curbură a peretelui, situată în fiecare din cele două solutii de polimeri este mai mare decât în apă. Figura 4.11 ilustrează clar acest lucru, în special, când raza bulei este mai mică de 0,1 mm. Este suficient de mare pentru a compensa si depăsi micile diferente induse de valoarea mai mică a razei de curbură a peretelui superior al bulei situată în solutiile de polimeri. În plus, vitezele de colaps sunt mult mai mici în cazul bulei situată în solutiile de polimeri în comparatie cu cazul apei. Diferentele sunt cu atât mai mari cu cât raza de curbură a peretelui bulei situată în solutiile de polimeri este mai mică decât cea bulei situată în apă. Figurile 4.5 - 4.9 ilustrează acest lucru. În consecintă, accelerarea peretelui superior al bulei situată în solutiile de polimeri si în apropierea unui perete solid este mai mică decât cea corespunzătoare bulei în apă, desi raza de curbură a peretelui este mai mică, iar jetul va fi format mai târziu. Cresterea viscozitătii lichidului, desi determină cresterea elongatiei bulei, conduce în final la întârzierea formării jetului. Un exemplu convingător este comparatia între rezultatele numerice prezentate de Nakajima si Shima [204] cu cele obtinute de Blake s.a. [200]. Cu toate că elongatia bulei este mai mare atunci când se consideră si viscozitatea lichidului (ε = 1,21 [204] în comparatie cu ε = 1,055 [200]) jetul este format mai târziu; intervalul de timp scurs între momentul expansiunii maxime a bulei si cel corespunzător formării jetului este cu aproximativ 5% mai mare atunci când colapsul bulei are loc în lichidul vâscos. Întârzierea formării jetului prin aditivarea apei cu polimeri este observată si de Chahine si Fruman [105] iar datele prezentate par să indice chiar si cresterea elongatiei bulei (vezi si Figura 2.21). A fost observată numai pentru valori γ < 1,5 dar notăm că Chahine si Fruman [105] investighează evolutia bulei situată într-o solutie de 0,025 % oxid de polietilenă a cărei viscozitate este mult mai mică decât cea a solutiilor de polimeri testate în prezentul experiment.

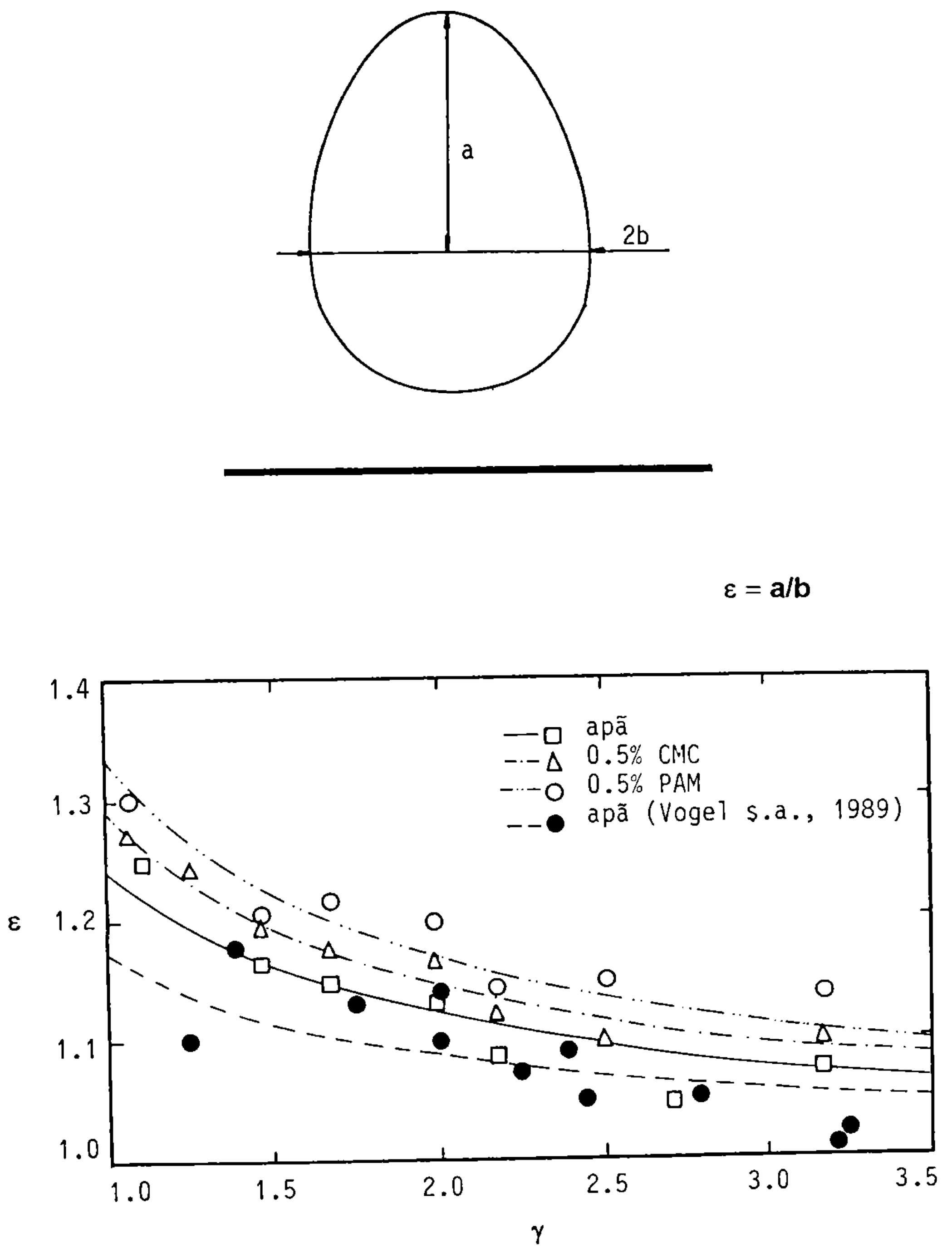


Figura 5.25. Elongatia maximă a bulei în functie de distanta adimensională între bulă si peretele solid

Efectul aditivării cu polimeri se manifestă prin întârzierea formării jetului în timpul colapsului bulei situată în apropierea unui perete solid si este datorat viscozității lichidului.

5.3.4. *Viteza jetului*

Experimentele asupra colapsului bulei în apă arată că jetul lichid care străbate interiorul bulei este întotdeauna prezent dacă distanta între bulă si peretele solid este de cinci ori mai mică decât raza maximă a bulei [138, 190, 206]. Prima investigatie numerică a colapsului bulei a fost realizată de Plesset si Chapman [198] urmată de o serie de rezultate care descriu, mai mult sau mai putin, întrega evolutie a jetului [186, 197, 199, 200, 204, 205, 207 - 218]. De remarcat rafinamentul experimentelor numerice conduse de Blake s.a. [199, 200] care au constituit punctul de plecare al studiilor teoretice realizate de Best si Kucera [210], Best [212] si Tomita si Shima [217]. Un program independent a fost dezvoltat de Duncan s.a. [197, 208, 216] si Chahine [209, 215].

Figura 5.26 ilustrează jetul lichid în interiorul bulei situată în apă când $\gamma = 1,3$. Raza maximă a bulei este $R_{max} = 1,2$ mm. Cadrul fotografic este obtinut la 170 μs de la declansarea laserului, în faza de recuperare a bulei după primul colaps. Peretele solid este situat la baza cadrului fotografic si este observat ca o dungă neagră. Forma jetului este conică cu unghiul conului $2\alpha = 17^0$. Un singur jet este observat în interiorul bulei iar forma acestuia confirmă miscarea jetului înspre peretele solid. La această valoare a parametrului γ structura în apropierea peretelui superior al bulei este prezentă dar nu este ilustrată în figură din cauza pozitionării gresite a camerei Imacon. Oricum, existenta contrajetului care ar determina formarea structurii superioare nu este remarcată în interiorul bulei.

O estimare corectă a vitezei jetului impune vizualizarea acestuia în interiorul bulei până în faza finală a colapsului bulei. Din distanta parcursă de vârful jetului într-un interval de timp, dat de viteza de filmare, se poate calcula viteza jetului. Figura 5.27 prezintă colapsul bulei situată în apă când $\gamma = 1$. Raza maximă a bulei este $R_{max} = 1,45$ mm. Intervalul între două cadre este 1 μs. În această figură, succesiunea cadrelor este de jos în sus si de la stânga la dreapta. Jetul este clar observat în interiorul bulei. Cu toate acestea, curbura peretelui bulei situat între jet si camera Imacon generează un efect de lentilă si induce erori în estimarea pozitiei vârfului jetului. Este un obstacol de neînlăturat atunci când evolutia jetului este investigată optic. Vizualizarea jetului este diminuată în cazul bulelor cavitationale mici (R_{max} < 1 mm), în cazul aditivării apei cu mici cantităti de polimeri si la cresterea vitezei de filmare. Viteza maximă de filmare a camerei Imacon 700 este 20.000.000 imagini/s, însă la această viteză conditiile de iluminare sunt determinante în obtinerea unui contrast bun pentru fiecare cadru fotografic. Din aceste motive, în acest experiment, viteza jetului a fost determinată ca fiind viteza peretelui superior al bulei. În toate investigatiile experimentale realizate până acum viteza jetului se determină în acest mod astfel încât comparatia între prezentele rezultate si cele anterioare este justificată. Notăm, totusi, că viteza jetului este mai mare decât viteza peretelui superior al bulei dar diferentele nu depăsesc 10 - 15% [186,190].

Viteza peretelui superior al bulei este determinată măsurând variatia pozitiei acestui perete într-un interval de timp de 1 μs. Este determinată chiar în punctul final al colapsului, pus în evidentă prin existenta undei de soc, emisă în timpul recuperării bulei, în cadrul fotografic. Figurile 5.28 - 5.36 prezintă exemple ale evolutiei bulei cavitationale situată în apă, solutia 0,5% CMC si solutia 0,5% PAM pentru diferite valori ale parametrului γ (γ =

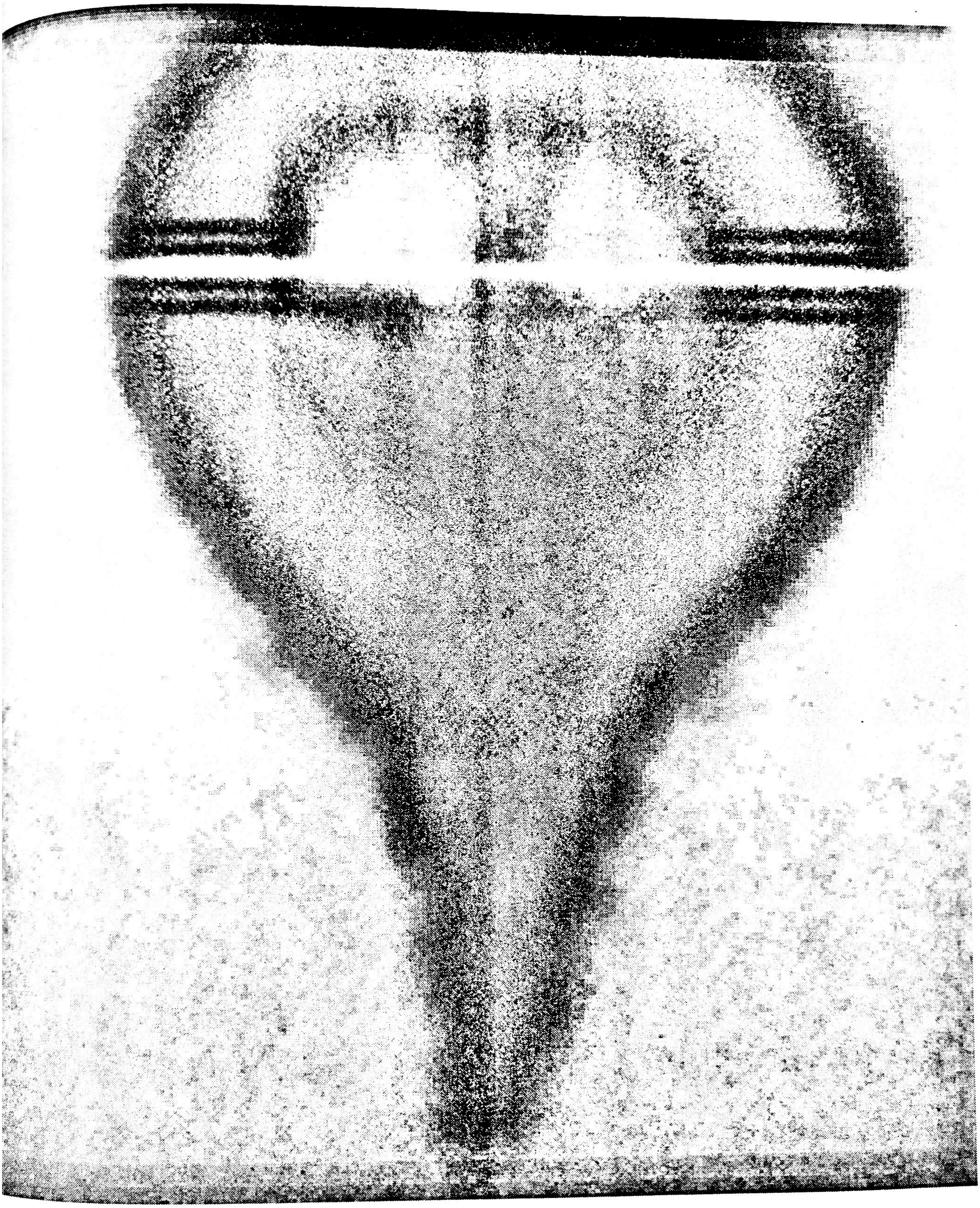


Figura 5.26. Aspectul jetului lichid în interiorul bulei situată în apă pentru γ=1,3. Rmax=1,2mm.

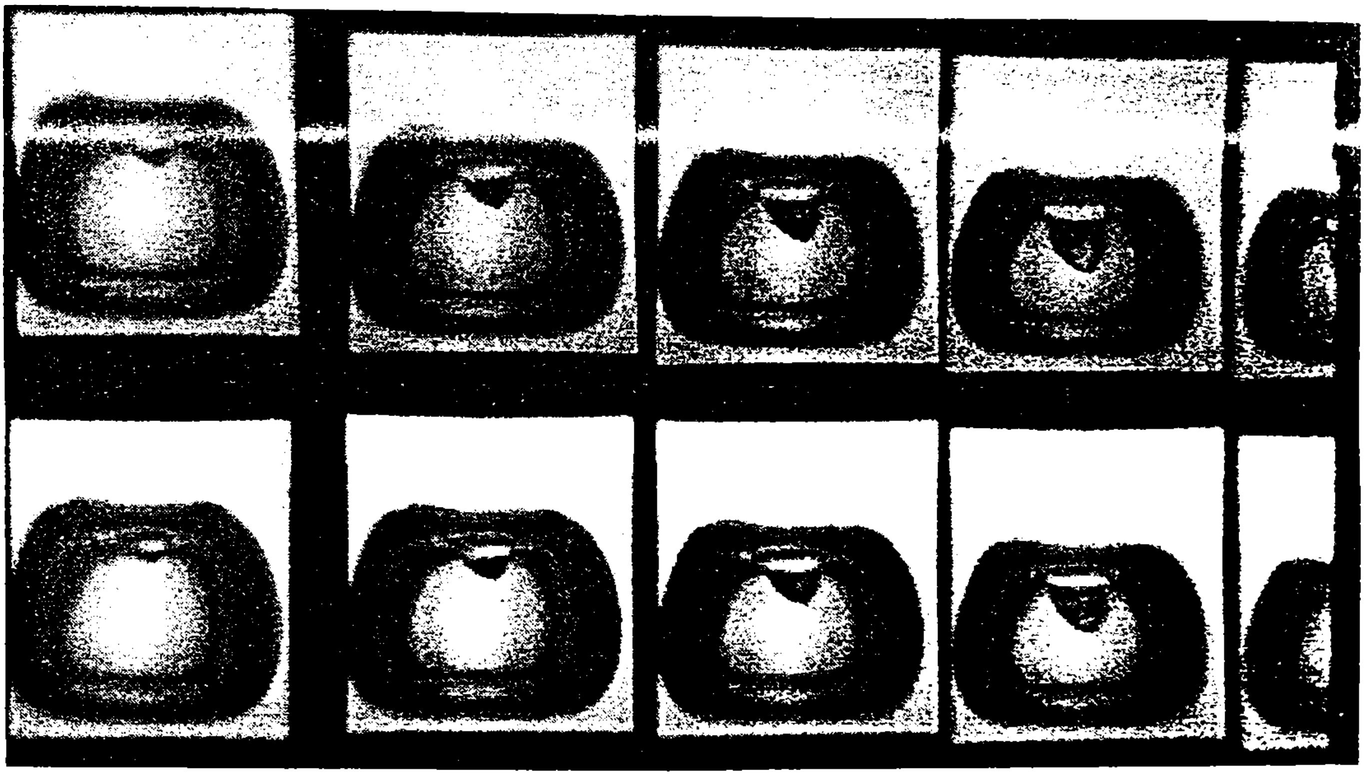


Figura 5.27. Evolutia bulei situată în apă pentru $\gamma=1$. Raza maximă a bulei este 1,45mm. Succesiunea cadrelor este de jos în sus si de la stânga la dreapta. Intervalul intre cadre este 1 μs

3,17; 1,98; 1,67). În figuri sunt prezentate pozitia peretelui superior (indicată cu S), a peretelui inferior (indicată cu I), a mijlocului bulei (indicată cu M si calculată cu relatia (S+I)/2) si a "contrajetului" (indicată cu C). Raza maximă a fiecărei bule precum si valoarea γ este precizată în legenda figurilor. Unda de soc emisă în punctul final al colapsului bulei este clar pusă în evidentă în cadrul 6 al Figurii 5.28. Poate fi observată si în celelalte figuri însă cu un contrast mai slab (câteodată este invizibilă). O primă observatie în figurile prezentate este că, la orice valoare γ, volumul minim al bulei situată în solutiile de polimeri este mai mare decât cel corespunzător bulei situată în apă. Singura exceptie este cazul γ = 1,67 unde volumul minim al bulei situată în apă este mai mare. În acest caz însă valoarea indicată în grafic nu corespunde punctului final al colapsului bulei (situat între cadrele 5 - 6 în Figura 5.34). Valoarea mai mare a volumului minim al bulei situată în solutiile de polimeri dă o primă indicatie asupra atenuării mai mari a colapsului bulei. Gazul din interiorul bulei este mai putin comprimat decât în cazul în care bula este situată în apă iar presiunea maximă în lichid la peretele bulei va avea valori mai mici. Diferentele observate par să fie suficient de mari pentru a putea fi detectate cu conditia ca timpul de răspuns al hidrofonului să fie suficient de mic (mai mic de 20 ns). Timpul de răspuns al hidrofonului folosit (50 ns) este prea mare pentru a detecta aceste diferente. A doua observatie este viteza nulă a "contrajetului". Atunci când structura la partea superioară a bulei este prezentă ea este observată imediat după punctul final al colapsului indiferent dacă bula este situată în apă sau în oricare din solutiile de polimeri testate, dar pozitia ei rămâne aproape neschimbată în timp (Figurile 5.31 - 5.36). În fiecare cadru corespunzător punctului final al colapsului bula are forma unui disc paralel cu peretele solid. Această formă este datorată colapsului mai rapid al peretilor superior si inferior ai bulei în comparatie cu peretii laterali, determinat de curbura mai mare a peretelui bulei la partea superioară si inferioară. Evolutia temporală a mijlocului bulei (linia M) indică migratia bulei înspre peretele solid, foarte accentuată după formarea jetului.

Valoarea vitezei maxime a jetului (de fapt a peretelui superior al bulei) la diferite valori ale distantei adimensionale între bulă si peretele solid este prezentată în Figura 5.37. Simbolurile cerc indică rezultatele obtinute experimental anterior de Lauterborn si Bolle [191] ($R_{max} > 3{,}5$ mm), Tomita si Shima [137] ($R_{max} = 3{,}5$ mm), Vogel s.a. [138] ($R_{max} = 3{,}5$ mm) si Tomita s.a. [219] ($R_{max} = 3{,}5$ mm). Acestea sunt singurele valori pentru care valoarea parametrului γ se cunoaste cu precizie. Simbolurile pătrat indică valorile obtinute în prezentul experiment ($R_{max} = 0{,}55 \pm 0{,}1$ mm). Modelarea rezultatelor experimentale este realizată folosind o regresie liniară în γ a valorilor vitezei maxime a jetului:

$$v_{jet} = a_0 + a_1\gamma \tag{5.22}$$

si metoda celor mai mici pătrate. Pentru apă ($R_{max} \sim 0{,}55$ mm) a_0 = 84,89 m/s si a_1 = 7,96 (linia continuă), pentru solutia 0,5% CMC a_0 = 50,82 m/s si a_1 = 15,52 (linia întreruptă cu un punct), pentru solutia 0,5% PAM a_0 = 42,16 m/s si a_1 = 14,23 (linia întreruptă cu două puncte) iar pentru apă, când $R_{max} \geq 3{,}5$ mm, a_0 = 66,34 m/s si a_1 = 26,39 (linia continuă). Pentru cazul apei există tendinta de descrestere a vitezei maxime a jetului la reducerea parametrului adimensional γ. Tendinta este remarcată si în investigatiile numerice conduse de Blake s.a. [200] si Zhang s.a. [197]. Este, de asemenea, observată o usoară influentă a razei maxime a bulei asupra valorii maxime a vitezei jetului. La descresterea razei maxime a bulei valoarea vitezei maxime a jetului scade. Valoarea tipică a vitezei maxime a jetului este 100 m/s când R_{max} = 0,64 mm. Influenta razei maxime a bulei este sesizată la valori $\gamma > 1{,}75$ unde

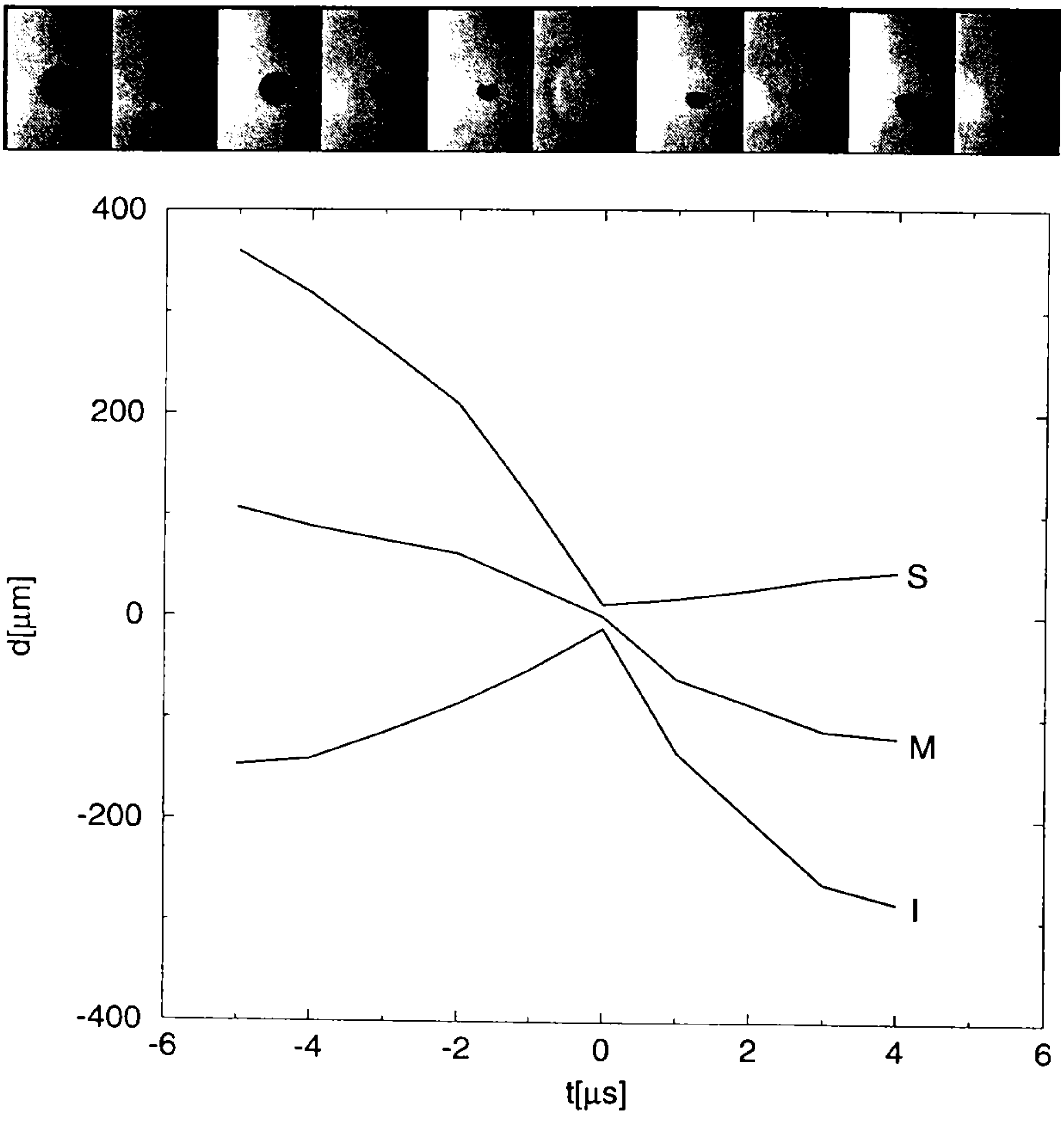


Figura 5.28. Variatia în timp a pozitiei peretelui superior (S), mijlocului (M) si peretelui inferior (I) al bulei situată în apă pentru γ=3,17. Rmax=0,63mm. Intervalul între cadre este 1μs

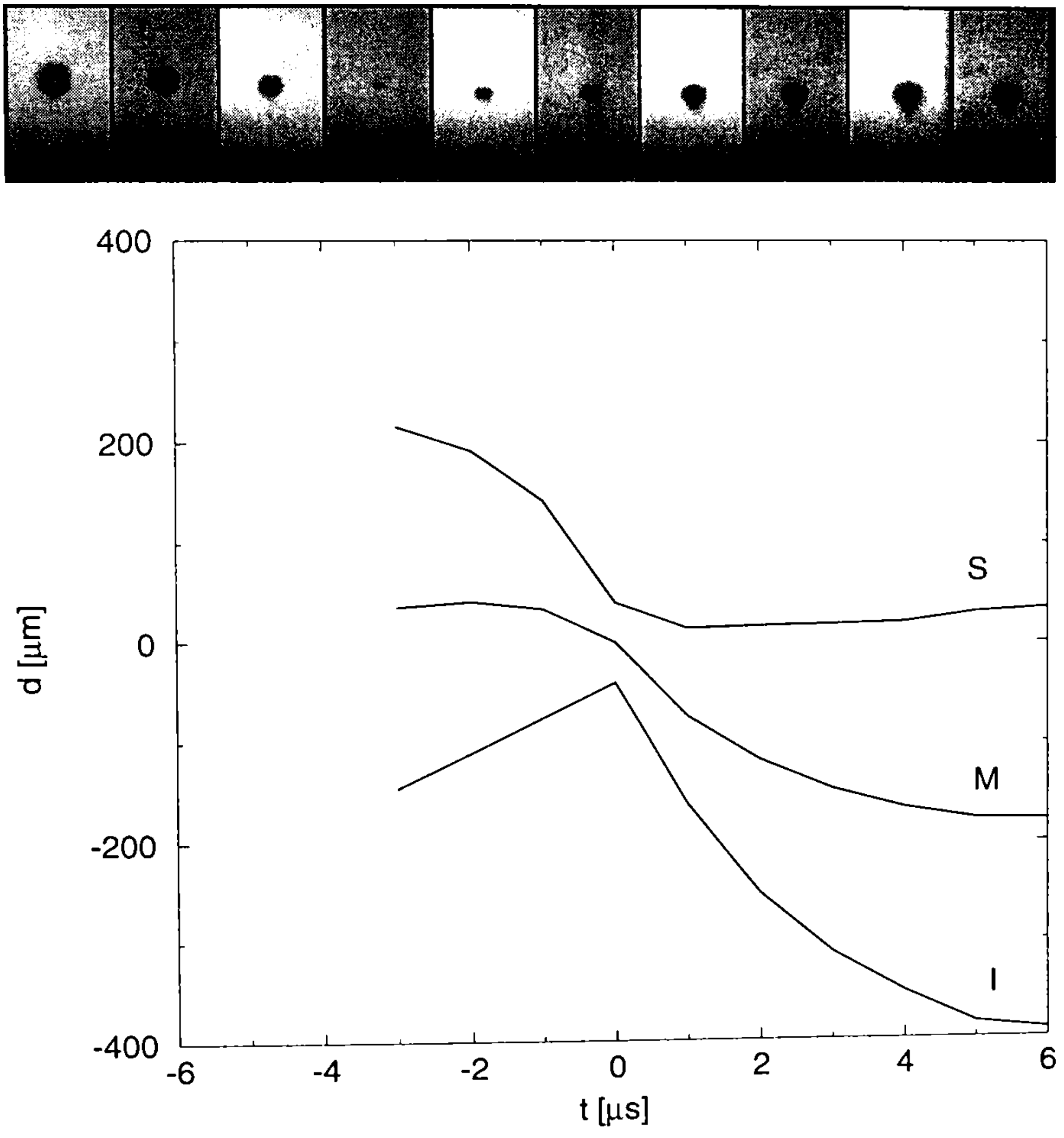


Figura 5.29. Variatia în timp a pozitiei peretelui superior (S), mijlocului (M) si peretelui inferior (I) al bulei situată în solutia 0,5% CMC pentru γ=3,17. Rmax=0,47mm. Intervalul între cadre este 1 μs

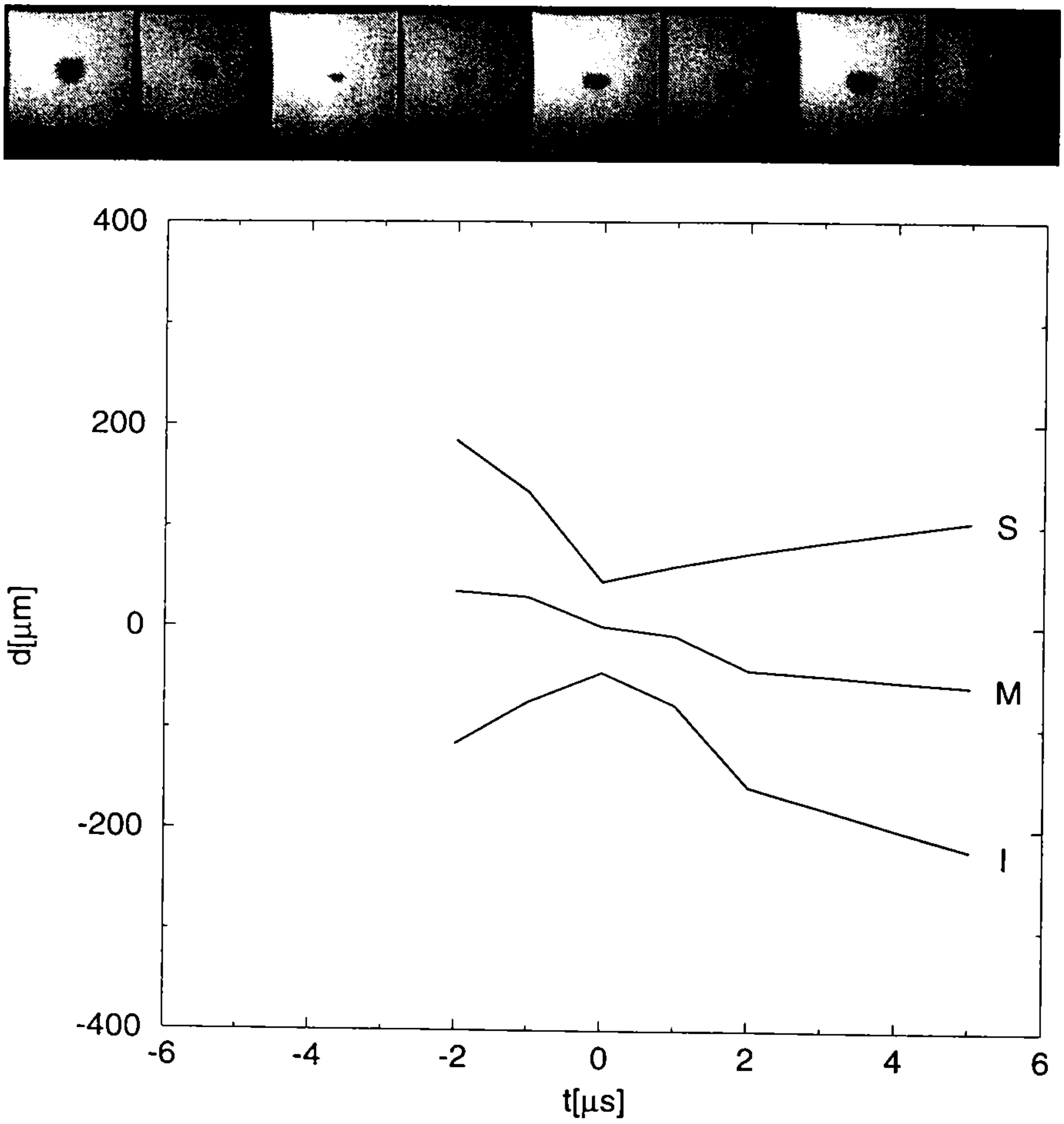


Figura 5.30. Variatia în timp a pozitiei peretelui superior (S), mijlocului (M) si peretelui inferior (I) al bulei situatã în solutia 0,5% PAM pentru γ=3,17. Rmax=0,63mm. Intervalul între cadre este 1 μs

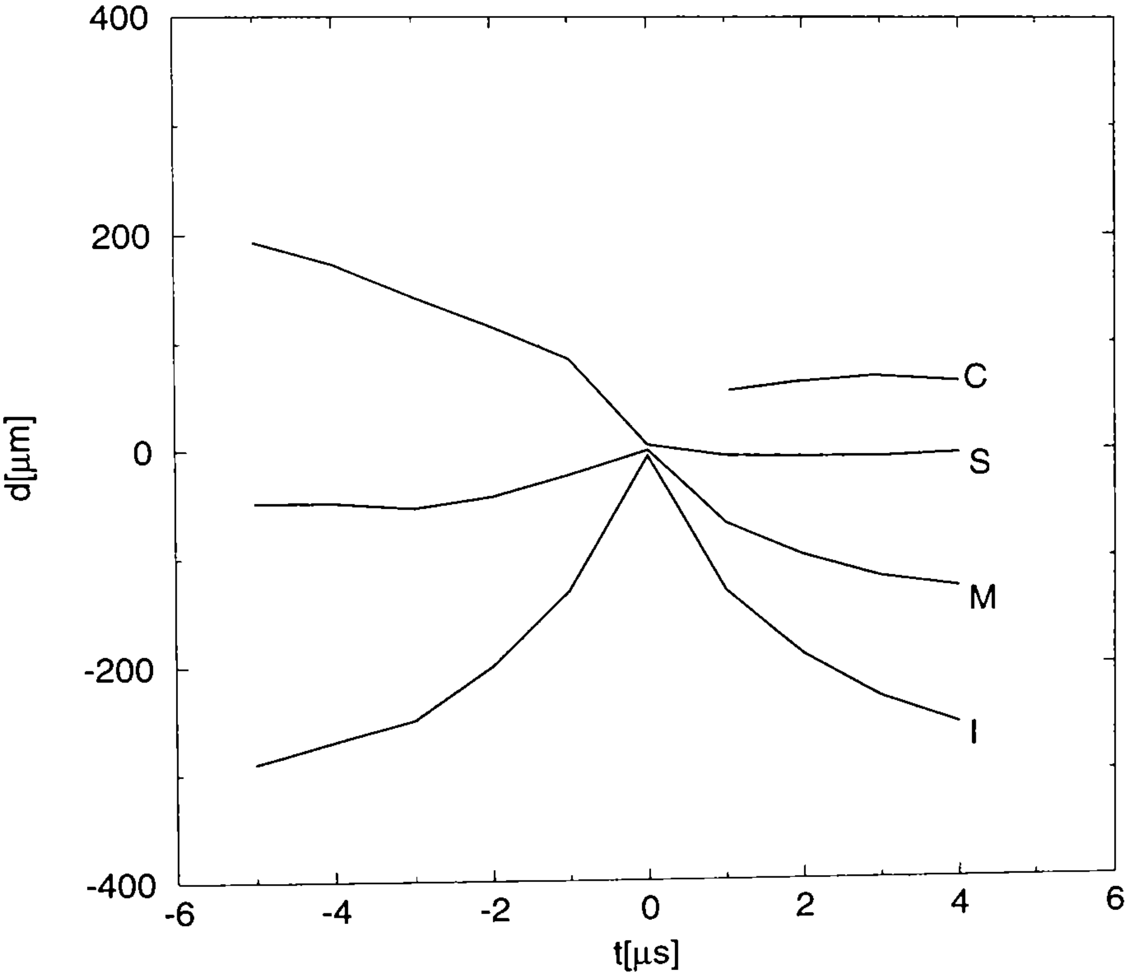


Figura 5.31. Variatia în timp a pozitiei "contrajetului" (C), peretelui superior (S), mijlocului (M) si peretelui inferior (I) al bulei situată în apă pentru γ=1,98. Rmax=0,63mm. Intervalul intre cadre este 1 μs

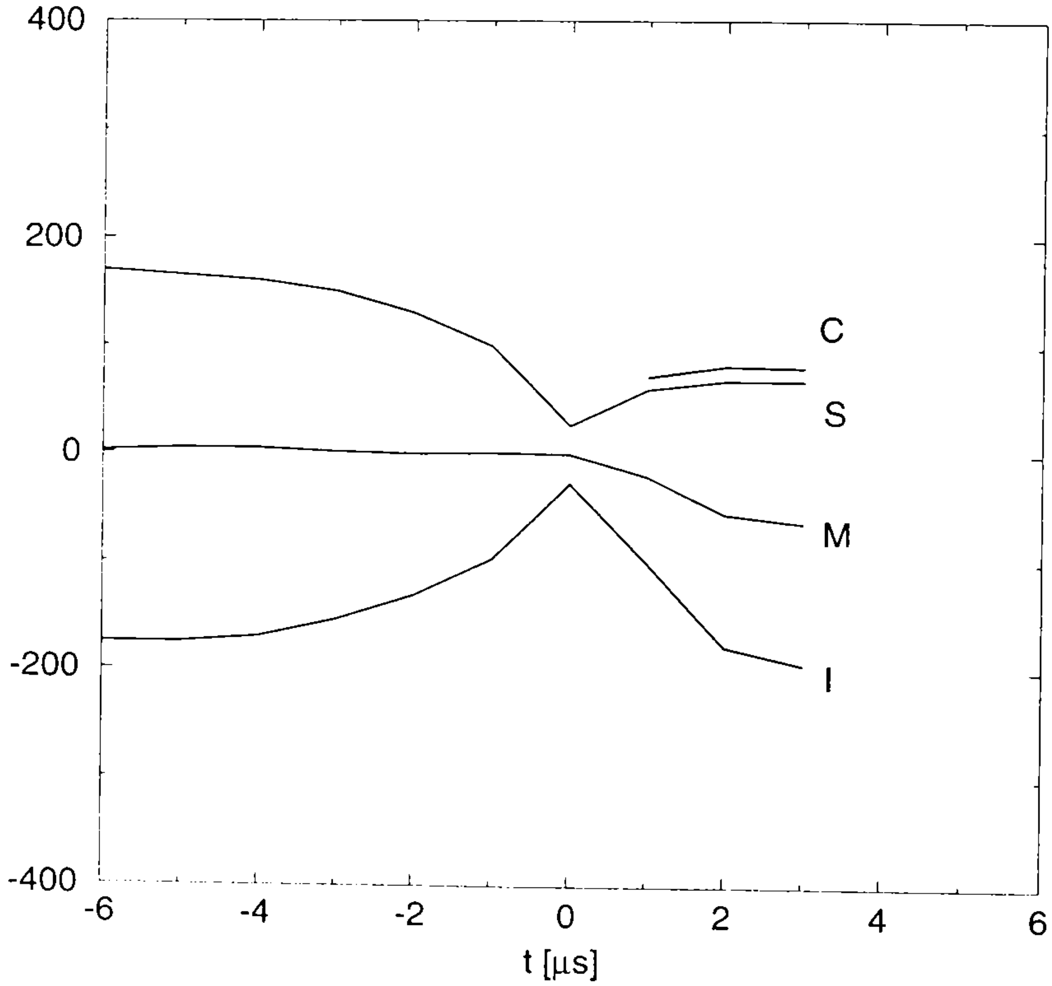


Figura 5.32. Variatia în timp a pozitiei "contrajetului" (C), peretelui superior (S), mijlocului (M) si peretelui inferior (I) al bulei situată în solutia 0,5% CMC pentru γ=1,98. Rmax=0,51mm. Intervalul între cadre este 1 µs

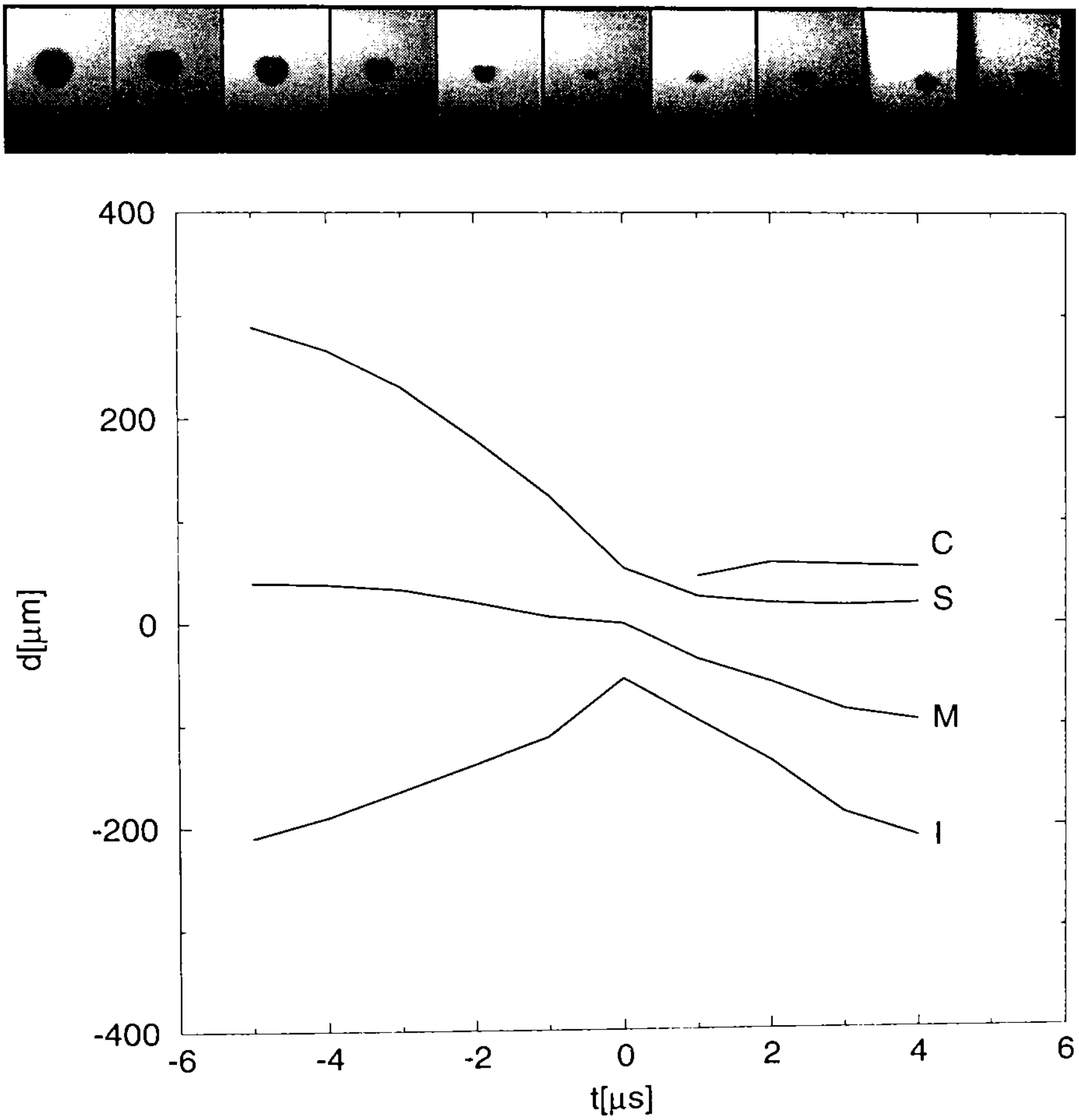


Figura 5.33. Variatia în timp a pozitiei "contrajetului" (C), peretelui superior (S), mijlocului (M) si peretelui inferior (I) al bulei situată în solutia 0,5% PAM pentru γ=1,98. Rmax=0,63 mm. Intervalul între cadre este 1 μs

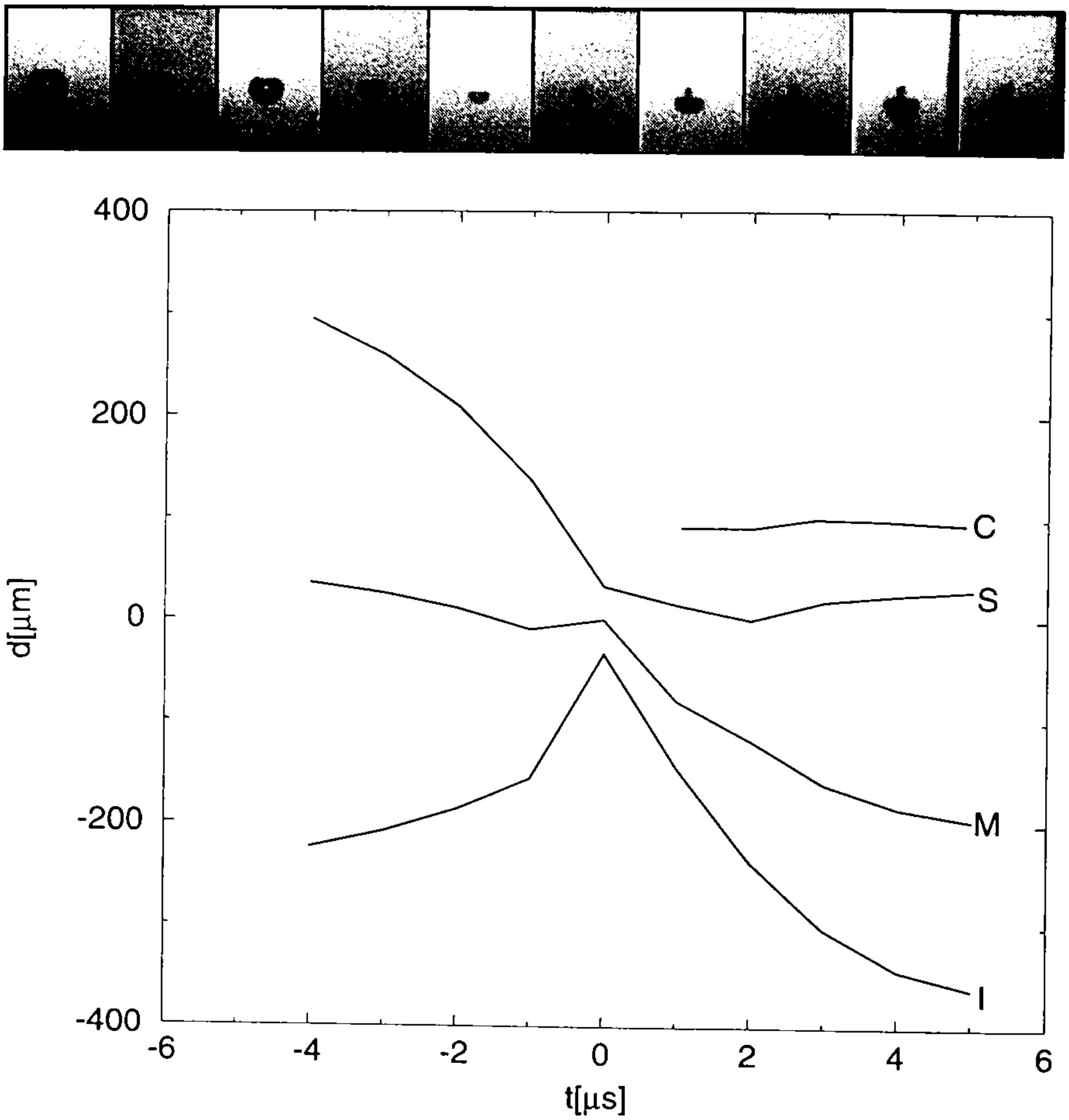


Figura 5.34. Variatia în timp a pozitiei "contrajetului" (C). peretelui superior (S), mijlocului (M) si peretelui inferior (I) al bulei situată în apă pentru γ=1,67. Rmax=0,61mm. Intervalul între cadre este 1 µs

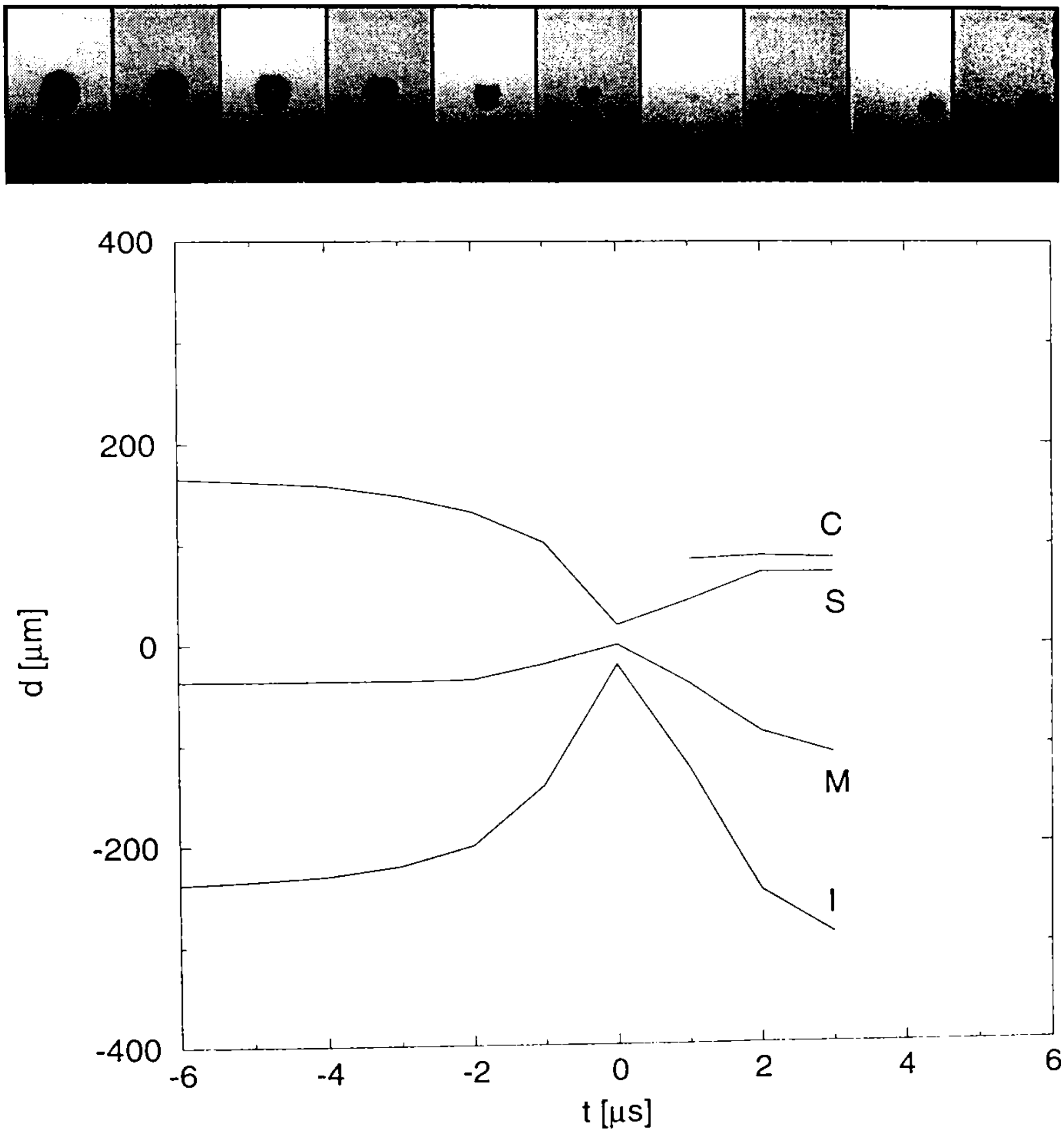


Figura 5.35. Variatia în timp a pozitiei "contrajetului" (C), peretelui superior (S), mijlocului (M) si peretelui inferior (I) al bulei situată în solutia 0,5% CMC pentru γ=1,67. Rmax=0.45mm. Intervalul intre cadre este 1 µs

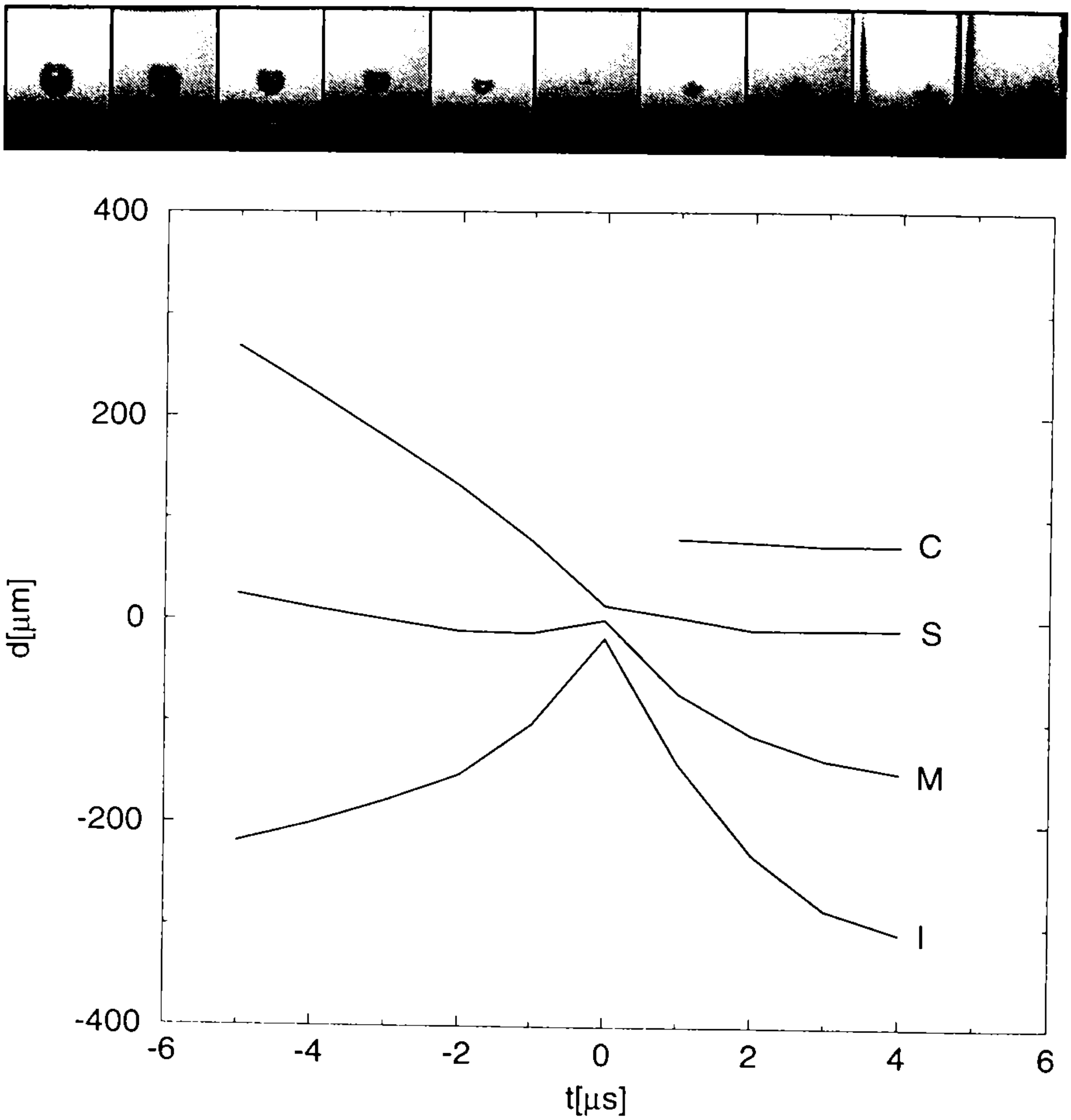


Figura 5.36. Variatia în timp a pozitiei"contrajetului" (C). peretelui superior (S), mijlocului (M) si peretelui inferior (I) al bulei situată în solutia 0.5% PAM pentru γ=1,67. Rmax=0.5mm. Intervalul între cadre este 1 μs

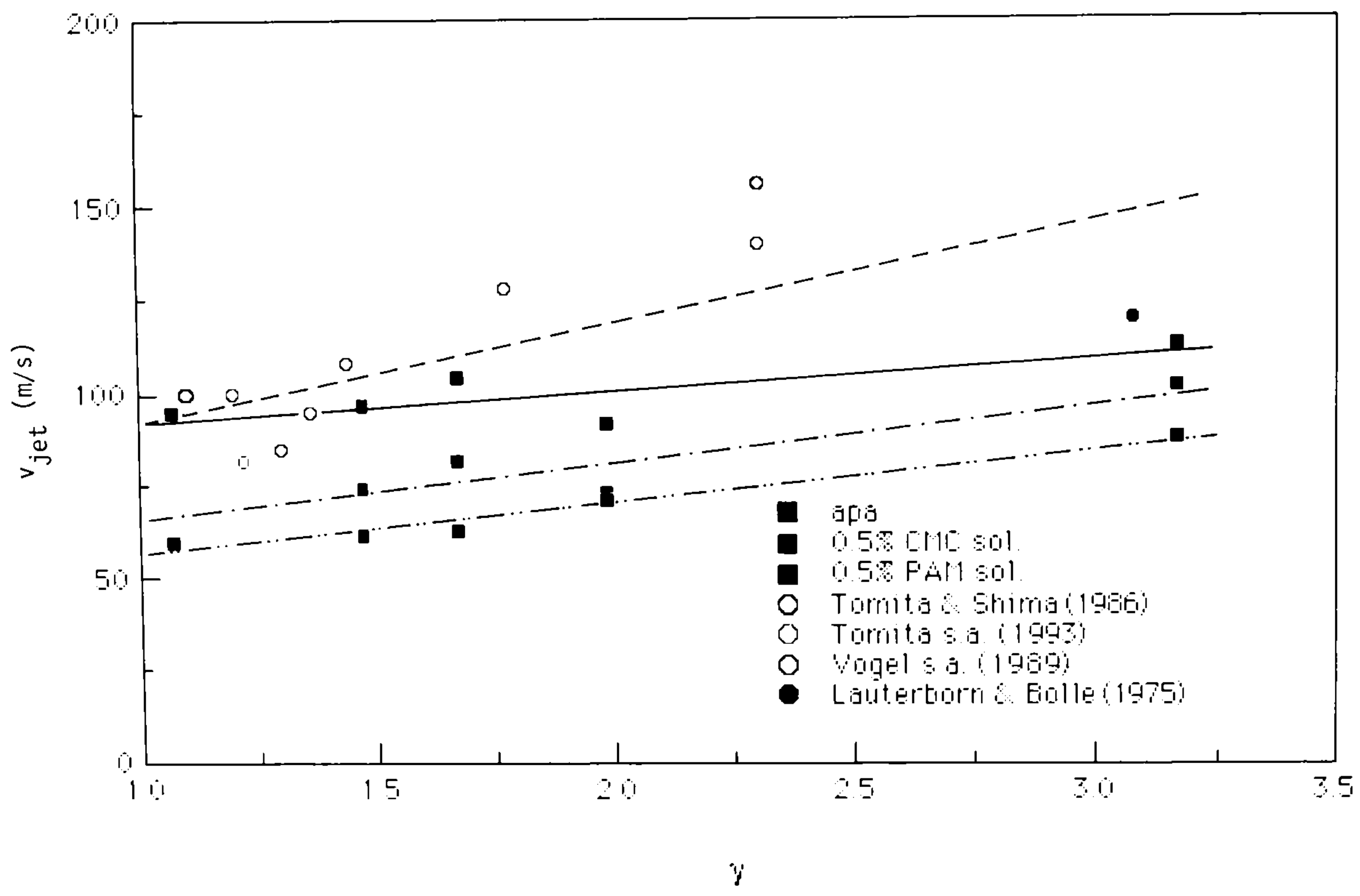


Figura 5.37. Viteza maxima a jetului lichid care strabate interiorul bulei în timpul colapsului în functie de distanta adimensionala între bula si peretele solid

viteza maximă a jetului este aproximativ 140 m/s când R_{max} > 3 mm. Notăm, totusi, că numărul valorilor obtinute experimental este mult prea mic pentru a clarifica influenta razei maxime a bulei dar această influentă este sugerată si de rezultatele experimentale obtinute de Tomita si Shima [137].

Influenta aditivării cu polimeri se manifestă prin reducerea vitezei maxime a jetului si este observată pe întreg domeniul γ investigat. Comparativ cu cazul apei viteza maximă a jetului este, în medie, mai mică cu 18% în cazul bulei situată în solutia 0,5% CMC si cu 31% în cazul bulei situată în solutia 0,5% PAM. Reducerea vitezei maxime a jetului la micsorarea parametrului γ este observată si atunci când colapsul bulei are loc în solutiile de polimeri. De exemplu, la γ = 3,17 valoarea maximă a vitezei jetului este 113 m/s când bula este situată în apă, 102 m/s când bula este situată în solutia 0,5% CMC si 88 m/s când bula este situată în solutia 0,5% PAM , în timp ce, la γ = 1,67 valorile corespunzătoare sunt 104 m/s (apă), 82 m/s (0,5% CMC) si, respectiv, 63 m/s (0,5% PAM). În cazul colapsului bulei în solutii apoase de polimeri nici o altă dată, experimentală sau numerică, nu există în literatură pentru comparatie.

Diminuarea vitezei maxime a jetului observată în cazul bulei situată în solutia 0,5% CMC si, respectiv, 0,5% PAM este datorată viscozitătii mai mari a solutiilor de polimeri. Fortele de viscozitate sunt invers proportionale cu raza de curbură a peretelui bulei. Efectul fortelor de viscozitate se manifestă prin deccelerarea peretelui superior al bulei si este mult mai puternic după formarea jetului din cauza diferentelor între razele de curbură ale peretelui superior al bulei înainte si după formarea jetului (pentru vizualizarea acestei diferente vezi Figura 5.22). Dar si elasticitatea lichidului contribuie la diminuarea vitezei jetului. După cum a fost arătat de Kim [93] efectul elasticitătii lichidului se manifestă prin atenuarea puternică a fazei finale a colapsului bulei. Chiar si în cazul unei elasticităti mici a lichidului, corespunzătoare unei valori a timpului de relaxare de 10^{-5} s, atenuarea fazei finale a colapsului este mai mare decât în cazul unui lichid newtonian. Atenuarea este datorată efortului viscoelastic a cărui valoare creste substantial la cresterea vitezei de deformatie a lichidului (proportională cu viteza peretelui bulei si invers proportională cu raza de curbură a acestuia). Viteza peretelui superior al bulei este superioară vitezei oricărei alte regiuni a peretelui bulei iar raza de curbură a jetului este cea mai mică astfel încât influenta elasticitătii lichidului se manifestă puternic asupra jetului. Va determina decelerarea jetului si, în final, diminuarea vitezei maxime a acestuia. O componentă elastică are solutia 0,5% PAM si in acest caz inhibarea evolutiei jetului este evidentă. Din analiza datelor prezentate în Figurile 5.28 - 5.36 rezultă că în momentul formării jetului viteza peretelui superior al bulei este cuprinsă între 5 si 20 m/s cu aproximativ un ordin de mărime mai mică decât valoarea corespunzătoare în apropierea punctului final al colapsului. Însă efectul elasticitătii lichidului se manifestă numai la viteze mari si raze de curbură mici ale peretelui bulei si, în consecintă, influenta elasticitătii lichidului asupra evolutiei initiale a jetului este nesemnificativă. Această observatie este sustinută si de concluzia investigatiilor teoretice ale lui Hara si Schowalter [92] referitoare la rolul minor al elasticitătii lichidului atât timp cât investigatiile lor sunt restrânse la faza incipientă a colapsului bulei.

Valorile vitezei maxime ale jetului obtinute în cazul colapsului bulei în apă sunt mai mici decât cele obtinute în experimentele numerice. Tabelul 5.2 prezintă valorile obtinute numeric precum si ipotezele simplificatorii adoptate în aceste investigatii. Cu exceptia a două rezultate, [186, 204], ipoteza de bază este neglijarea viscozitătii lichidului. Numai într-un singur experiment numeric [211] se consideră compresibilitatea lichidului. O reducere a vitezei maxime a jetului se remarcă atunci când se consideră viscozitatea lichidului precum si

Tabelul 5.2. Viteza maximă a jetului obtinută prin modelarea matematică a colapsului bulei în apropierea unui perete solid .

Sursa	Ipoteze adoptate	Viteza jetului (m/s)	γ
Plesset si Chapman (1971) [198]	$\eta = 0$; $\sigma = 0$; $C_\infty \to \infty$; fără continut de gaz în interiorul cavitătii	130	1
		170	1,5
Blake s.a. (1986) [200]	$\eta = 0$; $\sigma = 0$; $C_\infty \to \infty$; fără continut de gaz în interiorul cavitătii	86	1
		110	1,5
		161	2
Zhang s.a. (1993) [197]	$\eta = 0$; $\sigma = 0$; $C_\infty \to \infty$; fără continut de gaz în interiorul cavitătii	91	1,1
		116	1,5
		121	1,75
Tomita s.a. (1996) [217]	$\eta = 0$; $\sigma = 0$; $C_\infty \to \infty$; fără continut de gaz în interiorul cavitătii	81	1
		102	1,5
		148	2
		232	2,5
		300	3
Best si Kucera (1992) [210]	$\eta = 0$; $\sigma = 0$; $C_\infty \to \infty$; interiorul cavitătii cu continut de gaz ; evolutie adiabatică	95	1,5
Tipton s.a. (1992) [211]	$\eta = 0$; $\sigma = 0$; $C_\infty \to \infty$; fără continut de gaz în interiorul cavitătii	100	1,4
Nakajima si Shima (1977)[204]	$\eta = 10^{-3}$ Pas;$\sigma = 0$;$C_\infty \to \infty$ fără continut de gaz în interiorul cavitătii	60	1,5
Eick (1992) [186]	$\eta = 10^{-3}$ Pas;$\sigma = 0$;$C_\infty \to \infty$ fără continut de gaz în interiorul cavitătii	84	1,5
		79	2

evolutia gazului din interiorul cavitatii. Acordul teorie-experiment pentru colapsul bulei în apă este bun pentru valori mici ale parametrului γ dar modest la valori γ mari ($\gamma \cong 2,5$ sau $\gamma \cong 3$). Valoarea vitezei maxime a jetului obtinută experimental este 120 m/s la $\gamma = 3,08$ în [191] si 113 m/s la $\gamma = 3,17$ în prezenta investigatie în comparatie cu valoarea 300 m/s obtinută numeric la $\gamma = 3$ [217]. În plus, valoarea obtinută experimental este 140 m/s [218] si 156 m/s când $\gamma = 2,3$ dar valoarea obtinută numeric este 232 m/s când $\gamma = 2,5$ [217]. Cauza principală a acestor diferente este, mai degrabă, neglijarea compresibilitătii decât a viscozitătii apei. După cum a fost arătat, în cazul colapsului sferic al bulei în apă, compresibilitatea lichidului este parametrul cel mai important în atenuarea colapsului în timp ce influenta viscozitătii este nesemnificativă. La valori γ mari colapsul bulei este sferic în cea mai mare parte a evolutiei cu exceptia fazei finale a colapsului când se formează jetul. Vitezele de colaps ale peretelui bulei sunt, în acest caz, de ordinul de mărime al vitezei sunetului în lichid si compresibilitatea lichidului trebuie considerată. Când colapsul are loc la valori γ mici simetria sferică a colapsului este distrusă mai devreme (jetul se formează mai devreme la valori γ mici decât la valori γ mari) astfel încât vitezele de colaps ale peretelui bulei sunt mult mai mici decât viteza sunetului în lichid si ipoteza compresibilitătii lichidului este valabilă. Din această cauză acordul teorie-experiment pentru evolutia jertului format în timpul colapsului bulei în apă este bună la valori γ mici. Experimentul numeric prezentat de Tipton s.a. [211], care include efectul compresibilitătii lichidului, este neconcludent atât timp cât la valoarea γ investigată ($\gamma = 1,4$) cea mai mare viteză de colaps a peretelui bulei (110 m/s pentru jet) este mult inferioară vitezei sunetului în lichid si influenta compresibilitătii este oricum neglijabilă. Modelarea corectă a colapsului bulei în lichide nenewtoniene este extrem de complicată pentru că trebuie să considere, pe lângă compresibilitatea lichidului, atât viscozitatea (dependentă de viteza peretelui bulei) cât si elasticitatea lichidului (timpul de relaxare al lichidului poate fi la rândul său dependent de viteza peretelui bulei)

5.3.5. *Natura structurii prezentă în apropierea peretelui superior al bulei*

Prezentul experiment a scos în evidentă că structura la partea superioară a bulei este prezentă dacă $1 < \gamma < 2$ iar influenta aditivării cu polimeri se manifestă prin reducerea intervalului γ pentru care structura este observată. De exemplu, când bula evoluează în solutia 0,5% PAM structura este observată pentru $1,1 < \gamma < 1,9$. Observatii similare pentru cazul situării bulei în apă sunt prezentate de van der Meulen [195] când $\gamma = 1,71$ si Tomita [201] când $\gamma < 2$.

Ipoteza contrajetului, adică a unui jet format prin involutia peretelui inferior al bulei, a fost sugerată pentru prima dată de Vogel s.a. [138]. La baza acestei ipoteze a stat observatia că, în faza finală a colapsului, viteza peretelui inferior al bulei este superioară celei a peretelui superior pentru valori $\gamma < 2$. După Vogel s.a. [138], care urmăresc evolutia bulei situată în apă, când $\gamma > 2,3$, viteza maximă a jetului este 110 m/s în timp ce viteza maximă a peretelui inferior este 90 m/s, însă, când $\gamma < 2$, viteza maximă a peretelui inferior al bulei (140 m/s) este mai mare decât cea a peretelui superior (110 m/s). Jetul este format cu atât mai devreme cu cât parametrul adimensional γ are valori mai mici. Imediat ce jetul este format, peretele superior al bulei este decelerat mult mai puternic decât peretele inferior al bulei (care are o rază de curbură mai mare) si viteza finală a peretelui superior va fi mai mică la valori γ mici. Pentru comparatie se prezintă în Tabelul 5.3 valorile obtinute în prezenta investigatie, pentru viteza maximă a peretelui superior si inferior al bulei situată atât în apă cât si în cele două solutii de polimeri. Valorile sunt determinate folosind variatia în timp a pozitiei peretelui superior si inferior al bulei prezentată în Figurile 5.28 - 5.36.

Tabelul 5.3. Valorile vitezei maxime ale peretelui superior (vps) si inferior (vpi) al bulei pentru trei valori ale parametrului γ.

Solutia	Viteze	γ = 3,17	γ = 1,98	γ =1,67
apă	vps (m/s)	113	90	104
	vpi (m/s)	40	125	123
0,5% CMC	vps (m/s)	102	73	82
	vpi (m/s)	35	70	120
0,5% PAM	vps (m/s)	88	71	63
	vpi (m/s)	30	57	126

Pentru anumite valori γ, atât în apă cât si în solutiile de polimeri, viteza peretelui inferior al bulei este mai mare decât cea a peretelui superior. La γ = 3,17, în orice lichid testat, valoarea vitezei maxime a peretelui superior al bulei este superioară celei a peretelui inferior si structura nu este observată (Figura 5.15) în timp ce, la γ = 1,67, valoarea maximă a vitezei peretelui inferior este mai mare si structura este observată (Figura 5.18). La γ =1,98 structura este prezentă când bula este situată în apă si solutia 0,5% CMC dar nu este observată în cazul solutiei 0,5% PAM (Figura 5.17). În acest ultim caz (0,5% PAM) viteza maximă a peretelui superior al bulei este mai mare decât cea a peretelui inferior. Valorile vitezelor obtinute par să sprijine ipoteza contrajetului. Singura deficientă (si cea mai importantă) în sustinerea ipotezei contrajetului este faptul că acest contrajet nu a fost observat nici în prezentul experiment, nici în experimentele anterioare [138, 142, 191, 195, 196, 201]. Figura 5.26 este un exemplu care ilustrează clar absenta contrajetului. Alte exemple sunt prezentate în Figurile 5.38 - 5.40 care arată evolutia bulei situată în apă în faza finală a colapsului când γ = 1,89, γ =1,41 si, respectiv, γ = 1,2. Este urmărită evolutia bulei în apă deoarece contrastul cadrului fotografic este cel mai bun. Raza maximă a bulei este R_{max} = 1,45 mm iar secventele sunt înregistrate cu 1.000.000 imagini/s. Succesiunea cadrelor este de jos în sus si de la stânga la dreapta. Înainte de punctul final al colapsului numai jetul îndreptat spre peretele solid este observat în orice cadru al figurilor.

Punctul de plecare în stabilirea unui nou scenariu care să explice formarea structurii la partea superioară a bulei este observatia că la valori γ < 2 impactul între jet si peretele inferior al bulei are loc înainte de punctul final al colapsului, când jetul si peretele inferior al bulei se deplasează unul către celălalt. Impactul este observat cu 1 μs înainte de punctul final al colapsului când γ =1,89, cu 2 μs când γ = 1,41 si cu 5 μs când γ = 1,2. Observatia este valabilă si în cazul bulei situată în solutia 0,5% PAM când γ = 1,67 (Figura 5.19). În momentul impactului mici cavităti din gazul din interiorul bulei aflat între frontul jetului si peretele inferior al bulei sunt captate si împinse în directia în care se deplasează peretele bulei cu viteza cea mai mare. În Figura 5.39 cavitătile de gaz captat pot fi observate în interiorul bulei ca o pată neagră în cadrul 3 iar în următoarea microsecundă (cadrul 4) sunt impinse la partea superioară a bulei. Ulterior punctului final al colapsului cavitătile se vor comporta ca mici bule care evoluează separat. Captarea unor mici cantităti de gaz este observată si de Shi s.a. [220] în cazul impactului unui jet cilindric (cu o viteză mai mare de 300 m/s) cu suprafata

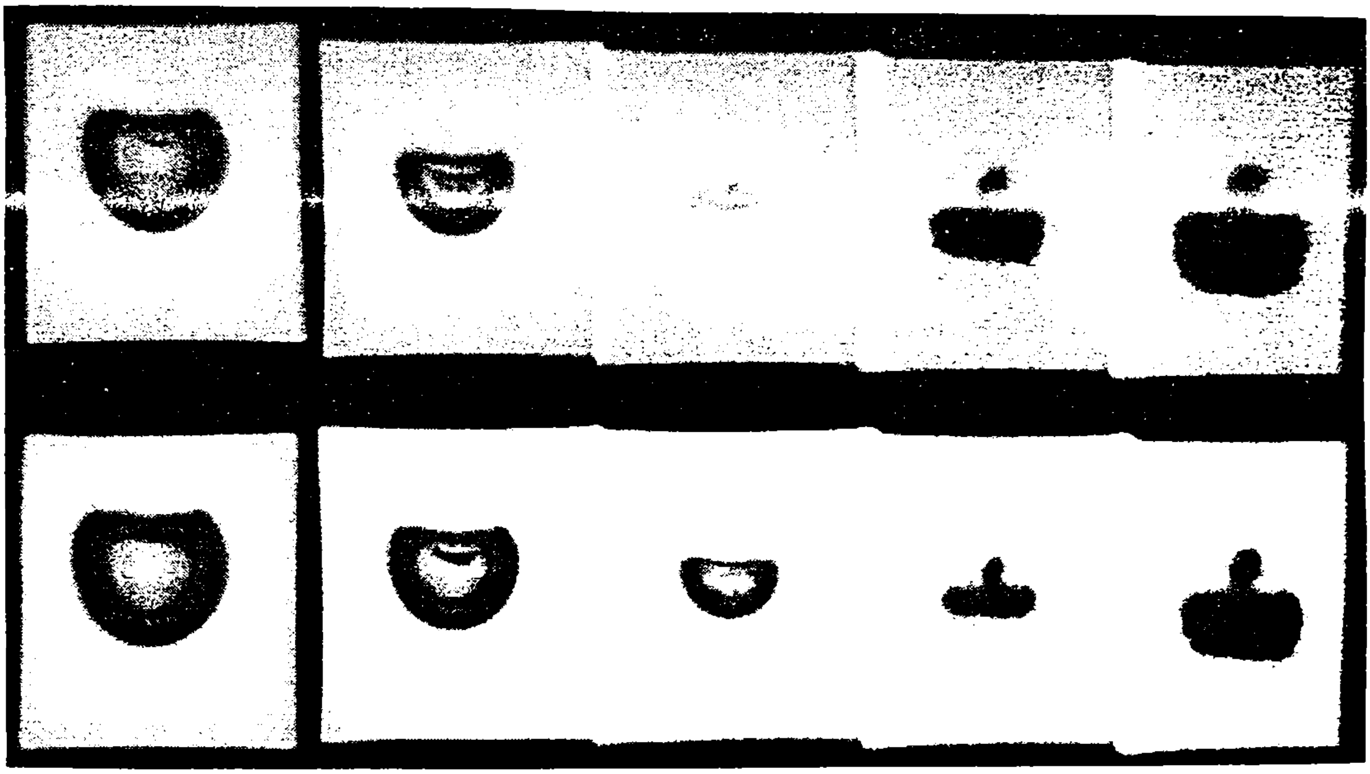


Figura 5.38. Evolutia bulei situata în apă pentru γ=1,89. Rmax=1,45 mm. Succesiunea cadrelor este de jos în sus si de la stânga la dreapta. Intervalul între cadre este 1 μs

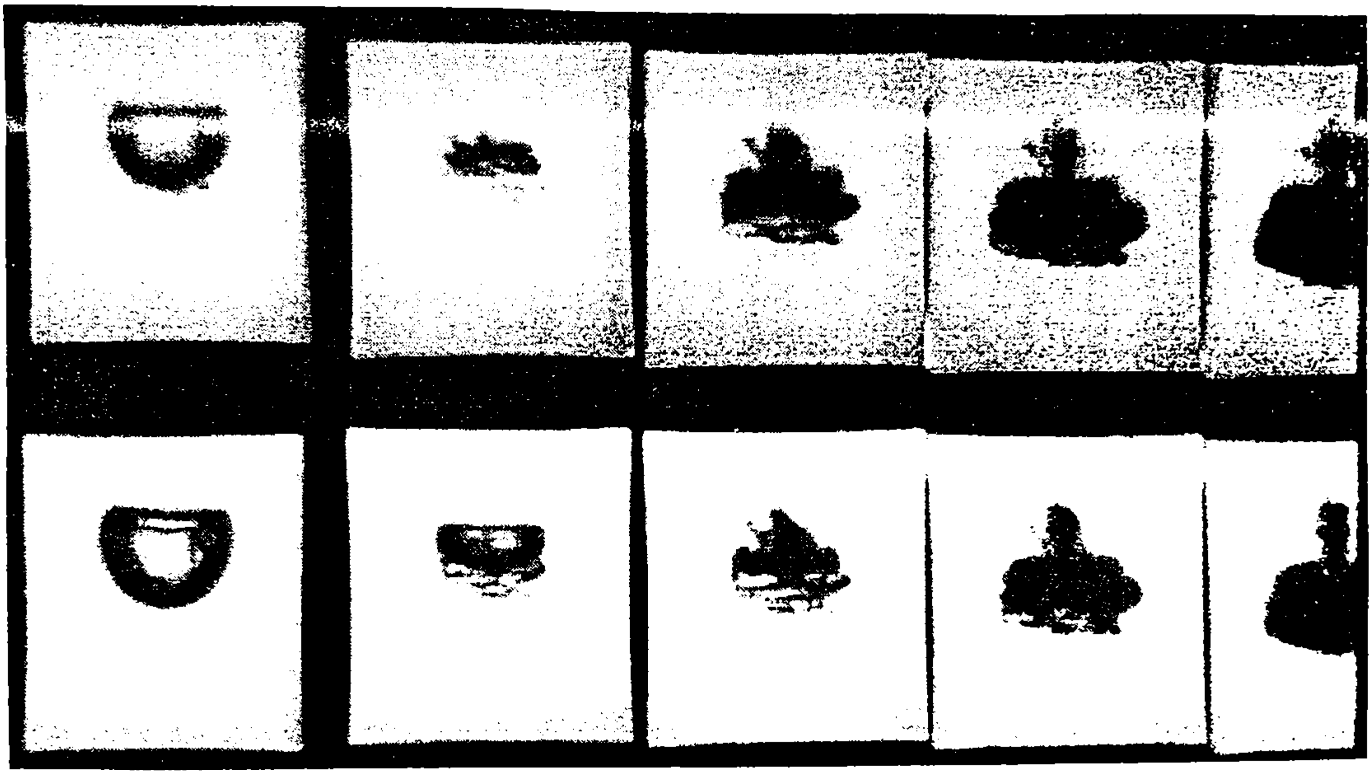


Figura 5.39. Evolutia bulei situată în apă pentru ϵ=1,41. Rmax=1.45mm. Succesiunea cadrelor este de jos în sus și de la stânga la dreapta. Intervalul între cadre este 1 μs

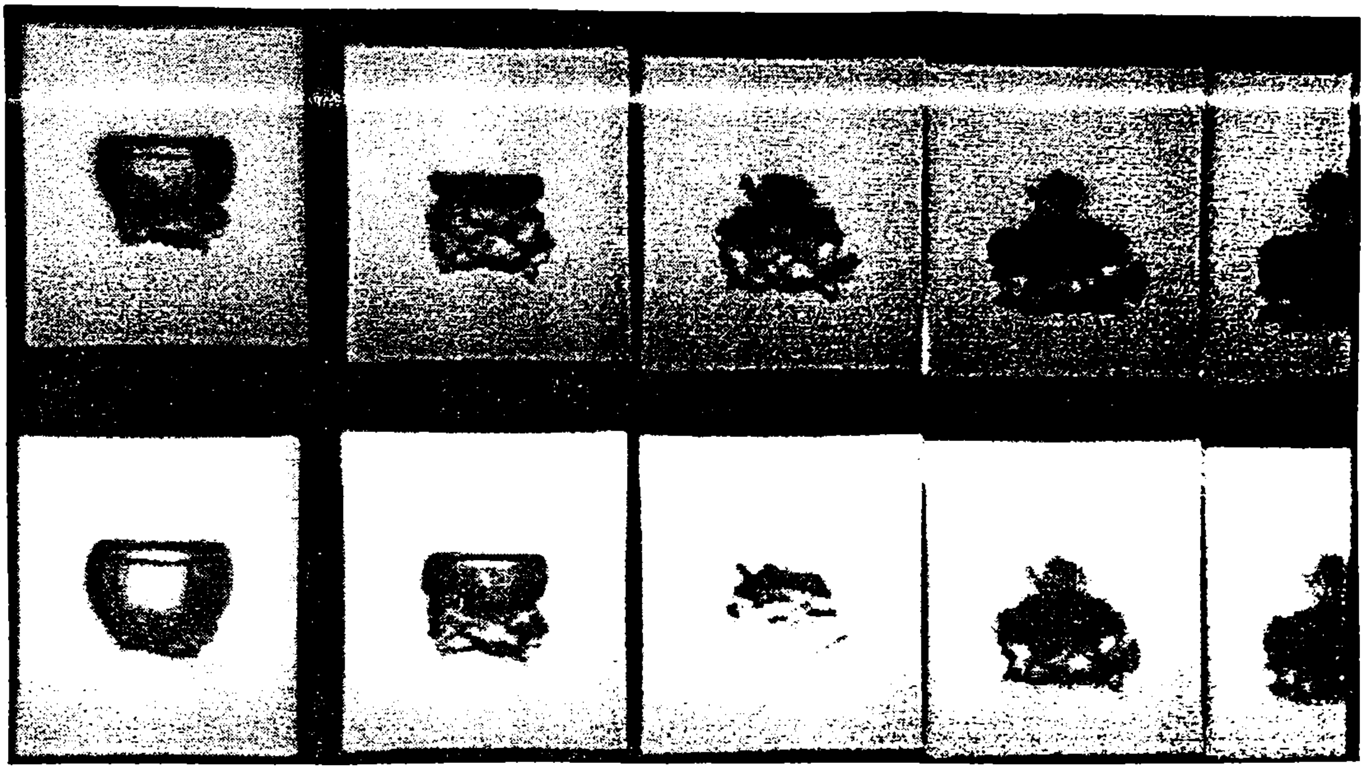
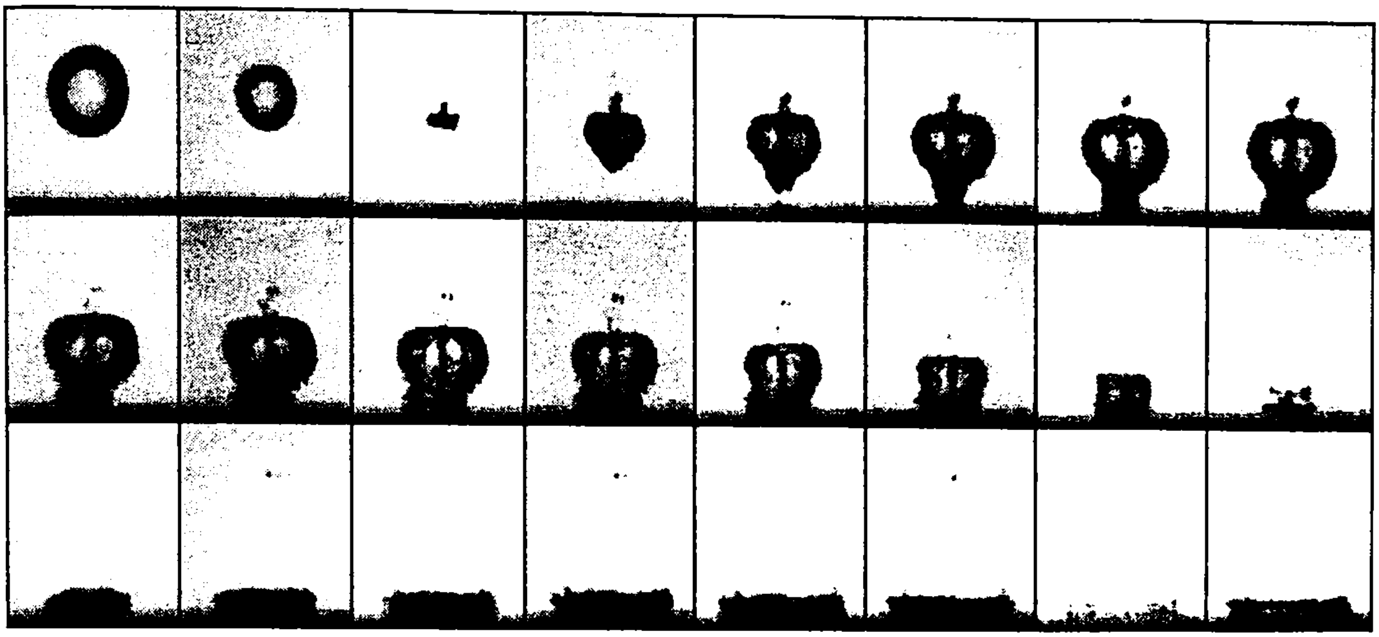
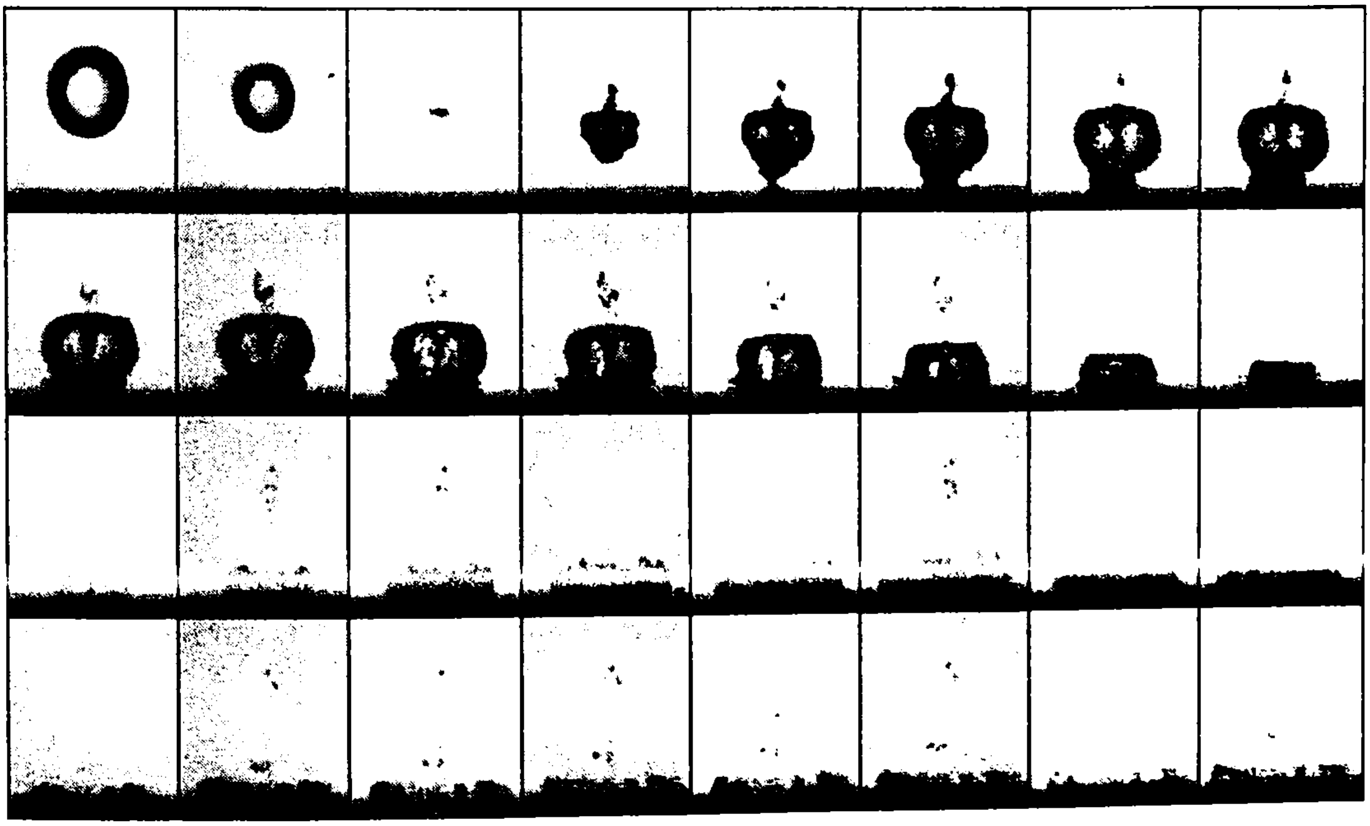


Figura 5.40. Evolutia bulei situată în apă pentru γ=1,2. Rmax=1,45mm. Succesiunea cadrelor este de jos în sus si de la stânga la dreapta. Intervalul între cadre este 1 μs



$R_{max} = 1.45$ mm $\gamma = 1.7$



$R_{max} = 1.45$ mm $\gamma = 1.6$

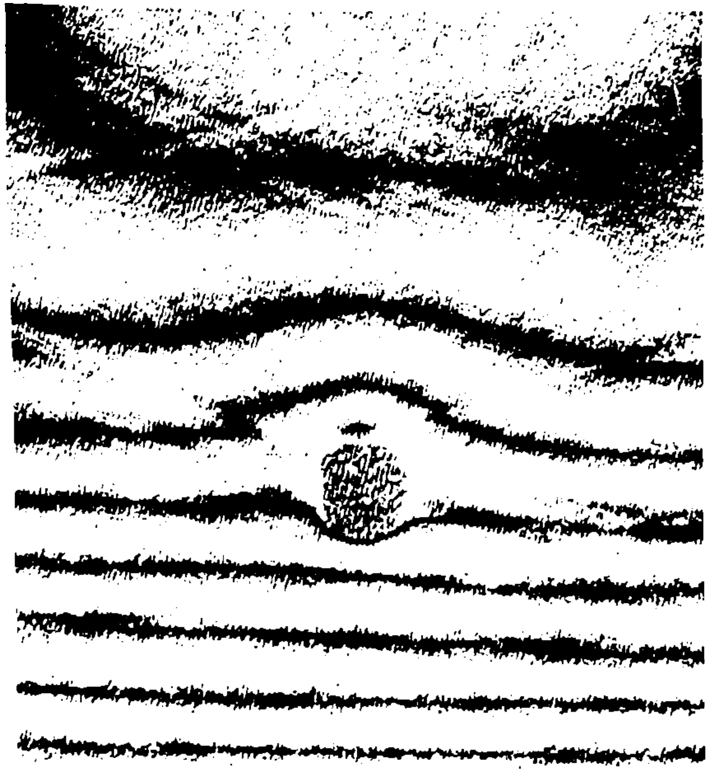
Figura 5.41. Evolutia bulei situată în apă pentru γ=1,7 si γ=1,6. Raza maximă a bulei este 1,45 mm. Intervalul între cadre este 20 μs liberă a unui lichid aflat în repaus. Cavitătile sunt impinse în directia în care se deplasează suprafata cu viteza mai mare (jetul). La valori γ mari ($\gamma > 2$) viteza maximă a peretelui inferior este mai mică decât cea a jetului iar cavitătile captate în urma impactului sunt împinse înspre peretele solid. Un exemplu în acest sens este observat în cazul bulei situată în solutia 0,5% CMC când γ = 3,17 (Figura 5.15). În plus, după Vogel s.a. [138], la valori $\gamma > 2$, impactul jetului cu peretele opus al bulei are loc după punctul final al colapsului când jetul si peretele inferior se deplasează în acelasi sens. Structura nu este formată nici la valori $\gamma < 1$ pentru că prezenta peretelui solid determină o viteză foarte mică a peretelui inferior al bulei si, desi impactul are loc înainte de punctul final al colapsului, cavitătile de gaz sunt împinse înspre peretele solid.

Reducerea vitezei relative de impact a peretelui superior si inferior ai bulei situată în solutiile de polimeri este cauza inhibării formării si evolutiei structurii. După cum a fost arătat în paragraful precedent viscozitatea si elasticitatea solutiei contribuie la diminuarea vitezei finale a celor doi pereti ai bulei. La γ = 1,98, viteza relativă de impact este 215 m/s în cazul apei, 143 m/s în cazul solutiei 0,5% CMC si numai 128 m/s în cazul solutiei 0,5% PAM. Absenta cavitătilor de gaz atât la partea inferioară cât si la partea superioară a bulei situată în solutia 0,5% PAM pentru valorile γ = 1,98 (Figura 5.17), γ = 2,17 (Figura 5.16) si γ = 3,17 (Figura 5.15) se datorează faptului că în aceste cazuri nu există un impact între jet si peretele opus al bulei nici înainte si nici după punctul final al colapsului. Atât în apă cât si în solutiile de polimeri viteza relativă între peretele superior si inferior creste la reducerea distantei adimensionale între bulă si peretele solid. De exemplu, în cazul solutiei 0,5% PAM viteza relativă între polul superior si inferior al bulei este 118 m/s la γ =3,17, 128 m/s la γ = 1,98 si 169 m/s la γ = 1,67.Aceasta explică de ce structura este mai pregnant observată la valori γ mici si, în particular, aparitia structurii la partea superioară a bulei situată în solutia 0,5% PAM când γ = 1,67 si γ = 1,47. Cea mai clară vizualizare a faptului că structura la partea superioară a bulei este formată din mici cavităti de gaz se poate face atunci când se urmăreste evolutia bulei o perioadă mare de timp. Figura 5.41 prezintă evolutia bulei situată în apă când γ = 1,7 si, respectiv, γ = 1,6. Peretele solid este situat la baza fiecărui cadru fotografic. Desi în faza initială a recuperării bulei structura este compactă ulterior se observă micile cavităti din care este formată si care oscilează separat de bula care le-a generat. Cavitătile se observă în cadrele 9 -24 când γ = 1,7 si în cadrele 9 - 32 când γ = 1,6.

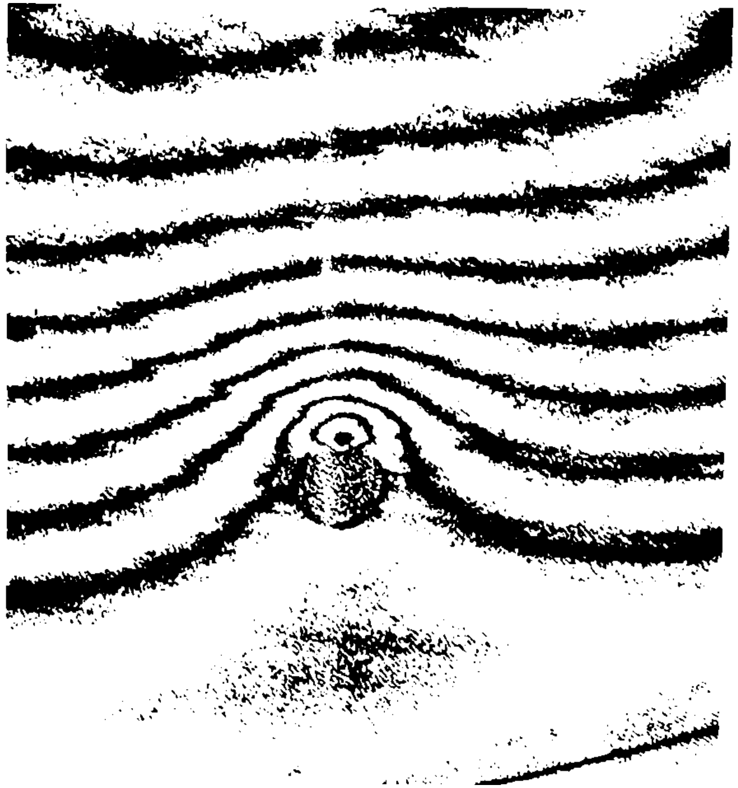
În concluzie, existenta contrajetului, adică a unui al doilea jet în interiorul bulei cu o miscare opusă jetului îndreptat spre peretele solid, este contestată. Structura observată la partea superioară a bulei este alcătuită din mici cavităti de gaz captate în urma impactului între jet si peretele opus al bulei înainte de punctul final al colapsului. Mărimea vitezei finale a peretelui inferior si superior al bulei (influentată de proprietătile viscoelastice ale lichidului) determină sensul în care cavitătile sunt impinse. Acest mecanism a fost sugerat initial în [221].

5.3.6. *Distributia presiunii în lichidul înconjurător bulei*

Distributia presiunii în lichidul înconjurător bulei este determinată calitativ folosind interferometria holografică cu dublă expunere. Este pentru prima dată când distributia de presiune în lichidul înconjurător cavitătii este pusă în evidentă în cazul oscilatiei libere a bulei.



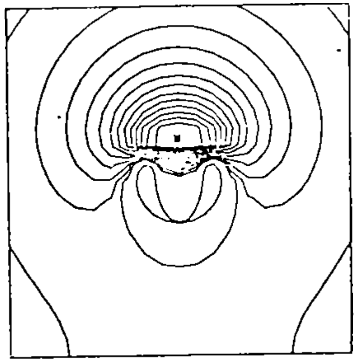
1



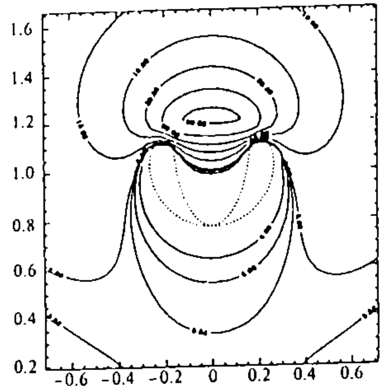
2

Figura 5.42. Distribuţia presiunii în lichidul înconjurător bulei situată în apă pentru δ=1,5. Rmax=1,5mm. Franjele indică contururile de egală presiune

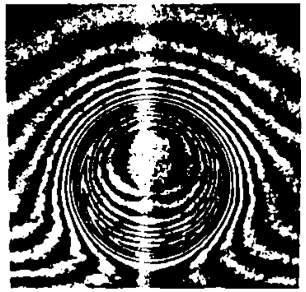
3



a



b



4

Figura 5.42. continuare

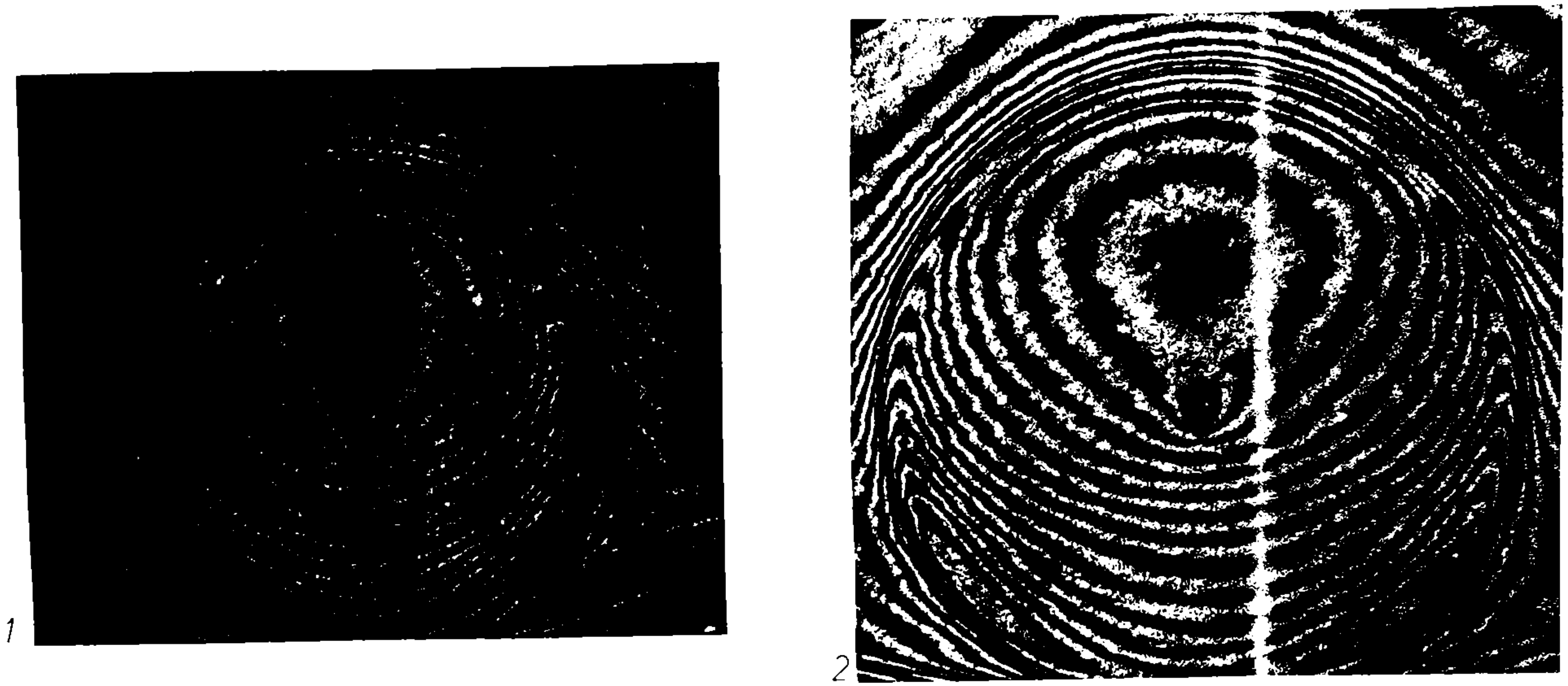


Figura 5.43. Distributia presiunii în lichidul inconjurător bulei situată în solutia 0.5% PAM pentru δ=1.5 în două momente ale evolutiei bulei în faze de recuperare. Rmax=1,6mm. Franjele indică contururile de egală presiune

Figura 5.42 prezintă faza finală a colapsului bulei situată în apă când $\gamma = 1,5$. Raza maximă a bulei este 1,5 mm si a fost determinată tinând seama că este proportională cu rădăcina cubică a energiei pulsului laser. Intervalul de timp între două cadre succesive este 1000 ± 80 ns iar primul cadru este preluat la 166 μs de la declansarea laserului. Peretele solid este localizat la partea inferioară a fiecărui cadru holografic si în afara acestuia. După cum a fost deja mentionat franjele indică contururile de egală presiune dar amplitudinea presiunii pe fiecare contur nu poate fi precizată din cauza caracterului tridimensional al miscării. O concentrare a franjelor într-o anumită zonă pe hologramă indică o crestere a presiunii în regiunea corespunzătoare din lichid. După cum se observă în primul cadru al secventei, imediat ce curbura peretelui superior al bulei devine convexă pentru a forma jetul, un maxim de presiune este localizat la partea superioară a bulei. Restul franjelor (contururilor de egală presiune) sunt paralele cu suprafata peretelui solid cu o usoară distorsiune în regiunea de pe hologramă (din lichid) din vecinătatea bulei. Pe măsura continuării colapsului bulei amplitudinea maximului local de presiune creste si o asimetrie a distributiei de presiune pe directia normală la peretele solid este observată. Franjele sunt mult mai dense în partea superioară a bulei decât în partea inferioară indicând o valoare mai mare a presiunii deasupra bulei (cadrul 2). Cadrul 3 este obtinut înaintea punctului fnal al colapsului dar intervalul de timp până în acest punct nu poate fi precizat. Maximul local de presiune în apropierea peretelui superior al bulei este acum cel mai bine vizualizat. În aceeasi figură, pentru comparatie cu experimentul, sunt prezentate si două portrete ale distributie de presiune în lichidul înconjurător bulei obtinute numeric de Blake s.a. [200] si Zhang s.a. [197] folosind metoda elementului de frontieră. Ipotezele în care cele două experimente numerice au fost conduse sunt prezentate în Tabelul 5.2. Este de evidentiat acordul remarcabil între experiment si teorie în ceea ce priveste contururile de egală presiune în lichidul înconjurător bulei. Contururile situate la partea superioară a bulei sunt descrise perfect de experimentul numeric. Cadrul 4 este preluat după punctul final al colapsului în faza de recuperare a bulei. Nici în acest caz intervalul de timp scurs între punctul final al colapsuluii si mometul înregistrării cadrului nu poate fi precizat. Unda de soc emisă în timpul recuperării bulei este vizibilă ca un set de franje circulare (în realitate contururile de egală presiune sunt sferice) în jurul bulei. Centrul acestor contururi nu corespunde exact cu centrul bulei din cauza migratiei bulei înspre peretele solid în timpul scurs între emisia undei de soc si momentul înregistrării cadrului.

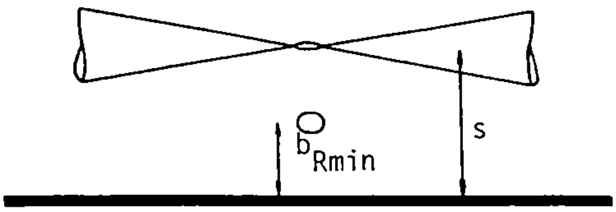
Figura 5.43 prezintă două aspecte ale evolutie bulei situată în solutia 0,5% PAM. Cu toate eforturile depuse aspectul bulei înainte de punctul final al colapsului nu a putut fi înregistrat. Cadrele prezintă aspectul bulei în faza de recuperare. În acest caz $\gamma = 1,5$ si raza maximă a bulei este $R_{max} = 1,6$ mm. Aspectul franjelor, care indică unda de soc, arată o anizotropie a distributiei presiunii atât timp cât numărul franjelor este mai mic la partea superioară decât la partea apropiată de peretele solid. Franjele se despart de conturul frontului undei de soc pe măsura depărtării de peretele solid. Observatia este valabilă si în cazul bulei situată în apă (cadrul 4 al Figurii 5.42). Un rezultat similar este obtinut si de Vogel s.a. [138] care, prin măsurători acustice, găsesc că valoarea presiunii la 10 mm de centrul cavitătii este mai mică la partea superioară a bulei decât la partea inferioară când $\gamma > 1$. Amplitudinea presiunii undei de soc emisă în punctul final al colapsului bulei situată în solutia 0,5% PAM este mai mică decât în cazul situării bulei în apă. Cadrul 4 în Figura 5.42 si cadrul 1 în Figura 5.43 sunt preluate atunci când frontul undei de soc este situat la aproximativ aceeasi distantă de bulă. Numărul franjelor care alcătuiesc frontul undei de soc este mai mic atunci când bula este situată în solutia 0,5% PAM decât în cazul corespunzător bulei situată în apă. De exemplu, la partea superioară a frontului undei de soc se observă numai două franje (cadrul 1; Figura 5.43) în comparatie cu 3 franje în cadrul 4 din Figura 5.42. Valoarea mai mică a presiunii este datorată colapsului mai putin violent al bulei situată în solutia 0,5% PAM si, consecutiv, diminuării emisiei acustice în faza de recuperare a bulei.

Aspectul interesant este modificarea distributiei presiunii în lichidul din interiorul zonei mărginite de frontul undei de soc. Atât în cazul bulei situată în apă cât si în cazul bulei situată în solutia 0,5% PAM franjele sunt mai dense la partea inferioară a bulei indicând o valoare mai mare a presiunii în lichid în această regiune. Aceasta este în contrast cu distributia presiunii înainte de emisia undei de soc când presiunea era mai mare la partea superioară a bulei. După cum a fost arătat, pentru valoarea parametrului adimensional γ investigată, intensitatea jetului lichid care străbate interiorul bulei este suficient de mare pentru a împinge peretele inferior al bulei *înainte* de punctul final al colapsului. Urmare a impactului o undă de presiune se propagă în lichid ca o undă de compresiune. Presiunea este mai mare în spatele frontului acestei unde si determină o crestere a presiunii în lichidul aflat la partea inferioară a bulei. Unda de presiune datorată impactului jetului cu peretele opus al bulei fiind emisă înaintea celei din punctul final al colapsului nu este observată în cadrele Figurilor 5.42 si 5.43.

Desi investigatiile numerice descriu corect distributia presiunii în lichidul înconjurător bulei în imediata apropiere a punctului final al colapsului există totusi o neconcordantă între teorie si experiment. Prezenta maximului de presiune în vecinătatea peretelui superior al bulei este observată în prezentul experiment *după* formarea jetului în timp ce investigatiile numerice precizează aparitia acestuia *înainte* de formarea jetului [186, 222]. De exemplu, experimentul numeric condus de Eick [186] arată că maximul de presiune este prezent cu 10 μs înainte de formarea jetului. Cauza probabilă a acestei diferente se găseste în faza initială a formării bulei. În ambele investigatii teoretice, desi se consideră faza de expansiune a cavitătii, modelarea matematică a evolutiei bulei începe de la o anumită dimensiune a acesteia într-un lichid în care presiunea este uniform distribuită. În cazul generării bulei cavitationale cu laser o undă de soc este emisă în timpul spărturii optice si propagarea acestei unde va modifică distributia presiunii în lichid în faza initială a expansiunii bulei.

5.3.7. *Migratia bulei înspre peretele solid*

Investigatiile optice asupra colapsului bulei în apropierea unui perete solid au pus în evidentă deplasarea bulei înspre frontiera solidă. Figura 5.44 prezintă variatia pozitiei liniei mijlocii a bulei în punctul final al colapsului, b_{Rmin}, cu distanta adimensională γ între locul de formare al bulei si peretele solid. Dimensiunea maximă a bulei situată în apă este $R_{max} = 0,64 \pm 0,04$ mm, a bulei situată în solutia 0,5% CMC este $R_{max} = 0,48 \pm 0,03$ mm si a bulei situată în solutia 0,5% PAM este $R_{max} = 0,65 \pm 0,05$ mm. În figură sunt incluse si rezultatele obtinute de Shima s.a. [206, 223] pentru cazul bulei situată în apă când $R_{max} = 3,5$ mm. În fiecare lichid testat deplasarea bulei înspre frontiera solidă este cu atât mai mare cu cât valoarea parametrului γ este mai mică. Influenta aditivării cu polimeri se manifestă prin reducerea migratiei bulei iar efectul este cu atât mai pronuntat cu cât distanta adimensională γ este mai mică si viscozitatea solutiei mai mare. Un rezultat similar referitor la influenta viscozitătii lichidului este obtinut de Tomita [201] atunci când bula este situată într-o solutie de glicerină a carei viscozitate este substantial mai mare decât a apei (vezi



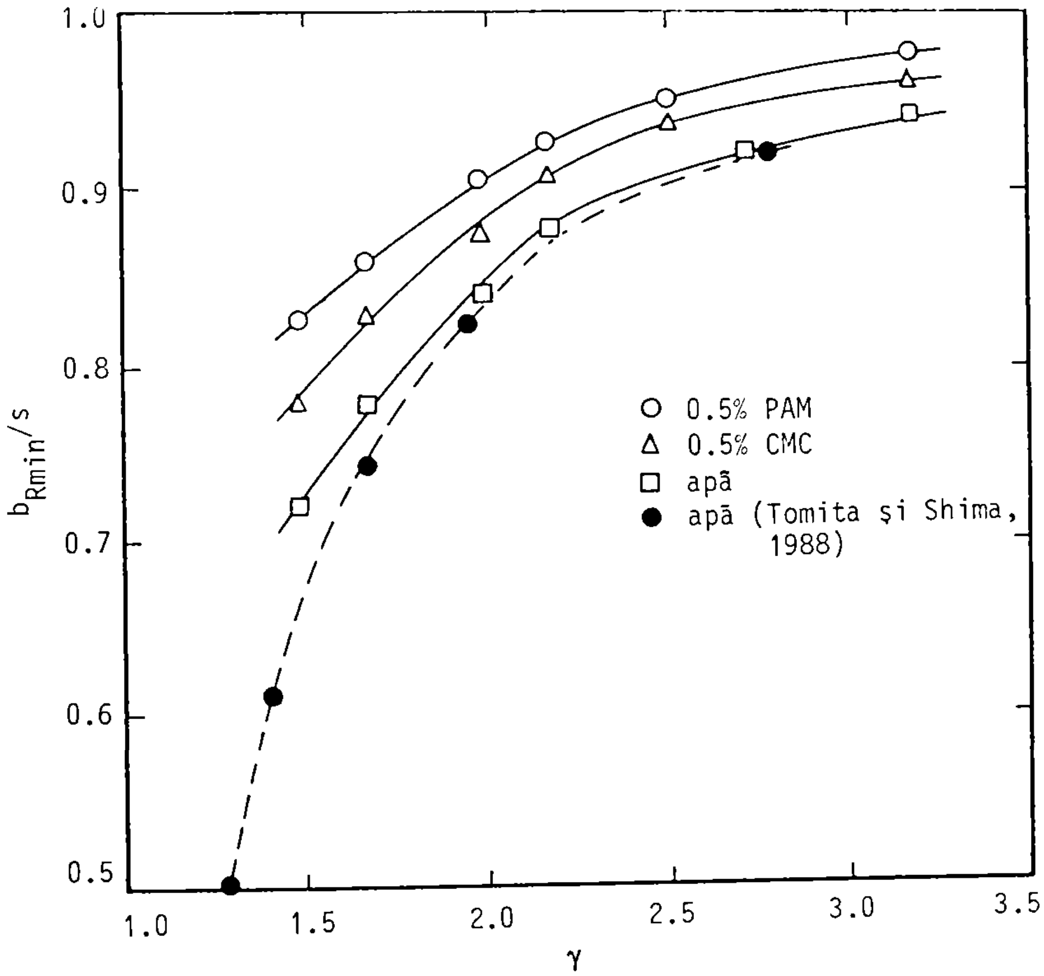


Figura 5.44. Migratia bulei înspre peretele solid.

paragraful 5.3.2.). În acest caz, când $\gamma = 1{,}19$, deplasarea bulei înspre peretele solid nu este observată. În cazul bulei situată în apă se observă reducerea deplasării bulei înspre peretele solid la diminuarea dimensiunii maxime a acesteia.

Migratia bulei înspre peretele solid este o consecintă a efectului Bjerknes prin care deplasarea este indusă de modificarea (micsorarea) volumului bulei situată în apropierea unui perete solid. Această consideratie a fost initial sugerată de Benjamin si Ellis [224]. Faptul că efectul Bjerknes se manifestă numai în cazul bulei situată în apropierea unui perete solid a fost pus în evidentă de Blake [225]. Forta Bjerknes generată de modificarea volumului bulei în timpul colapsului este forta care se exercită asupra bulei de către frontierele domeniului curgerii si este forta care trebuie aplicată bulei pentru a induce miscarea de translatie a acesteia din repaus. Trebuie notat că forta Bjerknes nu este forta hidrodinamică adică forta care actionează asupra bulei datorată presiunii exercitată de lichid [226]. În ipoteza că bula îsi păstrează simetria sferică tot timpul evolutiei, Blake [225] si Best si Blake [226] obtin expresia componentei în directia normală la peretele solid a fortei Bjerknes, care sub formă adimensională se scrie:

$$F_*^{\Sigma} = \pi \frac{R_*^4 \dot{R}_*^2}{\gamma^2} \tag{5.23}$$

cu R_* raza instantanee a bulei. Cu cât F_*^{Σ} are valori mai mari cu atât deplasarea bulei înspre frontiera solidă este mai mare. Deoarece magnitudinea fortei Bjerknes este invers proportională cu pătratul distantei adimensionale între bulă si perete, în acelasi lichid, migratia bulei este mai accentuată la descresterea parametrului γ. Pentru a stabili influenta aditivării cu polimeri asupra migratiei bulei este util a evalua mărimea fortei Bjerknes în punctul final al colapsului. Tabelul 5.4 prezintă valorile obtinute în cele trei lichide testate când R_0 = 1mm si $q = 10^{-4}$ folosind modelul compresibil. În tabel sunt incluse si rezultatele obtinute în cazul bulei situată în apă când R_0 = 0,1 mm.

Tabelul 5.4. Valorile $F_*^{\Sigma} \times 10^4$ obtinute folosind modelul compresibil în punctul final al colapsului bulei situată în apă, solutia 0,5% CMC si solutia 0,5% PAM.

γ	apă R_0 = 0,1 mm	apă R_0 = 1 mm	0,5% CMC R_0 = 1 mm	0,5% PAM R_0 = 1 mm
3,5	0,3286	0,3287	0,3278	0,3276
3	0,4473	0,4474	0,4463	0,446
2,5	0,6441	0,6443	0,6426	0,6422
2	1,0064	1,0067	1,0041	1,0035
1,5	1,7891	1,7896	1,7851	1,784

Cele mai mari ale fortei Bjerknes sunt obtinute în cazul bulei situată în apă, urmate de cele corespunzătoare solutiei 0,5% CMC si, în final, cele corespunzătoare solutiei 0,5% PAM. Tendinta de reducere a migratiei bulei prin aditivarea apei cu polimeri este o consecintă a atenuării colapsului bulei (valori $R_*^4 \dot{R}_*^2$ mai mici) caz în care magnitudinea fortei Bjerknes este diminuată. Observatia este valabilă si în ceea ce priveste reducerea migratiei bulei la diminuarea dimensiunii maxime a cavitătii.

Nu doar efectul Bjerknes contribuie la migratia bulei înspre peretele solid. În faza finală a colapsului migratia bulei este amplificată si de asimetria distributiei de presiune în lichidul înconjurător bulei pe directia normală la peretele solid datorată prezentei maximului local de presiune în vecinătatea peretelui superior al bulei (Figura 5.42). Prin aditivarea apei cu mici cantităti de polimeri bula îsi păstrează simetria sferică o perioadă de timp mai lungă pentru că jetul este format mai târziu în comparatie cu cazul apei. Consecutiv, durata de manifestare a acestei asimetrii a distributiei de presiune este mai mică si migratia bulei situată în solutiile de polimeri este diminuată.

Prezenta investigatie arată că migratia bulei înspre peretele solid este influentată atât de prezenta aditivilor polimerici cât si de dimensiunea bulei în faza expansiunii maxime. Consecinta imediată a reducerii migratiei înspre peretele solid este diminuarea potentialului distructiv al bulei.

5.4. Aspecte specifice ale evolutiei bulei cavitationale generată cu laser în lichide nenewtoniene

Comportarea dinamică a bulei cavitationale generată cu un laser Nd:YAG cu durata pulsului 8 ns si lungimea de undă a radiatiei 1064 nm este investigată experimental folosind cinematografia secventială rapidă si interferometria holografică cu dublă expunere. Măsurători acustice sunt, de asemenea, efectuate dar sunt restrânse numai la determinarea timpului de colaps al bulei cavitationale. Aranjamentele experimentale folosite sunt cele de la Institut für Angewandte Physik, TH Darmstadt (Germania) si Institute of Fluid Science, Tohoku University, Sendai (Japonia). Atât colapsul bulei cavitationale sferice cât si în apropierea unui perete solid este studiat. Lichidele testate sunt o solutie apoasă de 0,5% CMC (cu componentă vâscoasă) si o solutie apoasă de 0,5% PAM (si cu componentă elastică). Aspectele specifice ale comportării dinamice a bulei cavitationale în lichide nenewtoniene sunt sumarizate în continuare. Datorită numărului redus de investigatii experimentale (doar două, [105,] restrâns numai la evaluarea timpului de colaps si [106], care analizează numai elongatia bulei în timpul colapsului) prezentele rezultate au, în totalitate caracter de noutate. Se precizează , în plus, că dimensiunea maximă a bulelor cavitationale generate în prezentul experiment (R_{max} ~ 0,65 mm) este cu aproximativ un ordin de mărime mai mică decât în experimentele anterioare [137, 138, 190, 191, 192, 195] si corespunde unor valori ale energiei pulsului laser utilizate frecvent în aplicatiile medicale ale laserului Nd:YAG [55, 56, 57, 59].

Bule cavitationale sferice au fost generate cu succes prin focalizarea razei laserului Nd:YAG cu emisie sacadată în ambele solutii de polimeri testate în intervalul de valori al energiei pulsului laser cuprins între 0,039 mJ si 0,9 mJ. Ca si în cazul lichidelor newtoniene raza maximă a bulei este proportională cu rădăcina cubică a energiei pulsului laser dar eficienta conversiei pulsului laser în energie potentială a bulei este mai mică în cazul lichidelor nenewtoniene ceea ce indică un mecanism diferit de generare a plasmei în punctul de focalizare al laserului.

Valabilitatea modelului teoretic este pusă în evidentă experimental în cazul variatiei razei bulei cavitationale sferice în timp. Pentru valori ale razei maxime a bulei, R_{max}, mai mari de 0,1 mm influenta elasticitătii lichidului asupra oscilatiei bulei este nesemnificativă. În cazul bulelor generate cu laser, pentru R_{max} > 0,1 mm, viteza maximă de colaps a peretelui bulei este aproximativ 2300 m/s iar presiunea maximă în lichid la peretele bulei este aproximativ 110 kbar.

Pierderea de energie a bulei cavitationale sferice, cu $R_{max} > 0,1$ mm, în timpul primului colaps este aproximativ 98% si este datorată emisiei undei de soc în punctul final al colapsului. Această valoare este cu 6 până la 14 procente mai mare decât alte valori prezentate în literatură [138, 169, 170] dar în aceste experimente simetria sferică a bulei în faza de recuperare este distrusă.

Influenta proprietătilor viscoelastice ale lichidului asupra comportării dinamice a bulei cavitationale este mult mai accentuată în cazul situării bulei în apropierea unui perete solid decât în cazul situării bulei într-un lichid extins la infinit.

O prelungire a timpului de colaps al bulei situată în lichide nenewtoniene a fost observată numai pentru valori mici ale distantei adimensionale între bulă si peretele solid γ, si anume pentru $\gamma < 1,75$ în cazul solutiei 0,5% PAM si pentru $\gamma < 1,5$ în cazul solutiei 0,5% CMC. Rezultatul este în concordantă cu cel obtinut de Chahine si Fruman [105] în cazul bulelor cavitationale a căror dimensiune maximă este cu un ordin de mărime mai mare (R_{max} > 5 mm).

Rezultatele obtinute în prezentul experiment confirmă mecanismul sugerat de Lauterborn [203] pentru formarea jetului lichid, orientat spre peretele solid, care străbate interiorul bulei în timpul colapsului. Jetul este format cu atât mai devreme cu cât distanta adimensională γ si viscozitatea lichidului au valori mai mici. Influenta elasticitătii lichidului asupra formării jetului este nesemnificativă.

Elongatia bulei în faza de colaps este mai mare în cazul lichidelor nenewtoniene în comparatie cu cazul apei. Acest rezultat este în contradictie cu observatiile lui Kezios si Schowalter [106] care indică a diminuare a elongatiei bulei. Diferentele sunt probabil datorate geometriei diferite în care sunt generate bulele cavitationale în cele două experimente. În fiecare lichid testat elongatia bulei creste la reducerea distantei adimensionale între bulă si peretele solid.

Influenta proprietătilor viscoelastice ale lichidului nenewtonian se manifestă prin diminuarea vitezei jetului lichid. Comparativ cu cazul apei, valoarea maximă a vitezei jetului este cu 18% mai mică în cazul solutiei apoase 0,5% CMC si cu 31% în cazul solutiei apoase 0,5% PAM. Valoarea vitezei maxime a jetului scade la reducerea distantei adimensionale între bulă si peretele solid, γ, si la diminuarea razei bulei în faza expansiunii maxime. Pentru $\gamma = 3,17$, jetul lichid în interiorul bulei situată în solutia 0,5% PAM nu a fost observat. Aditivarea apei cu mici cantităti de polimeri determină si reducerea vitezei peretelui inferior al bulei.

Structura observată în apropierea peretelui superior al bulei (peretele bulei opus frontierei solide), pentru valori $1 < \gamma < 2$, este formată din mici cavităti de gaz captat la impactul jetului cu peretele opus al bulei. Proprietătile viscoelastice ale lichidului determină inhibarea formării si evolutiei acestei structuri. Un mecanism diferit de formare al structurii a fost sugerat de Vogel s.a. [138] prin existenta unui "contrajet" în interiorul bulei (un jet orientat în sens opus peretelui solid) dar investigatiile optice, cu până la 1.000.000 imag/s, nu pun în evidentă existenta contrajetului.

În interferometria holografică unghiul optim de incidentă al liniei optice de referintă pe placa holografică pentru obtinerea corectă a distributiei indicelui de refractie al luminii, în cazul colapsului liber al bulei cavitationale, este 43^0 ,atât în cazul apei cât si în cazul solutiei 0,5% PAM, si a fost determinat prin încercări succesive în intervalul cuprins între 30^0 si 50^0. Alegerea incorectă a valorii acestui unghi este, probabil, cauza obtinerii unor rezultate neconcludente de către Alloncle s.a. [183].

Investigatiile holografice indică prezenta unui maxim local de presiune în vecinătatea peretelui superior al bulei în faza finală a colapsului în apropierea unei frontiere solide. Distributia presiunii în lichidul înconjurător bulei este calitativ în acord cu investigatiile numerice realizate de Blake s.a. [200] si Zhang s.a. [197]. Unda de soc emisă în punctul final al colapsului bulei este vizualizată prin interferometrie holografică cu dublă expunere. Amplitudinea presiunii undei de soc este diminuată în cazul lichidelor nenewtoniene în comparatie cu cazul apei; numărul franjelor care alcătuiesc frontul undei de soc este mai mic atunci când bula este situată într-un lichid nenewtonian. Aceasta deoarece volumul minim atins de bula situată în lichide nenewtoniene este mai mare decât în cazul apei, gazul din interiorul cavitătii este mai putin comprimat, iar emisia acustică este diminuată.

Migratia bulei înspre peretele solid este redusă prin aditivarea apei cu mici cantităti de polimeri si prin diminuarea dimensiunii bulei în faza expansiunii maxime. Migratia bulei este cu atât mai accentuată cu cât distanta între bulă si peretele solid este mai mică. Asimetria distributiei de presiune pe directia normală la peretele solid amplifică deplasarea bulei înspre frontiera solidă.

6. Consideratii asupra mecanismului de distrugere cavitatională

Există suficiente evidente care confirmă că efectul cavitatiei asupra unui perete solid este datorat colapsului bulelor individuale [6, 7, 8, 9]. Studiul evolutiei bulelor cavitationale individuale este cheia întelegerii procesului de distrugere si, în particular, a mecanismului de reducere a distrugerilor în prezenta aditivilor polimerici. Consideratiile referitoare la distrugerea cavitatională se limitează la colapsul liber al bulei cavitationale individuale. În plus, numai mecanismul mecanic este considerat adică impactul jetului lichid format în timpul colapsului si actiunea undelor de soc emise în faza finală a colapsului bulei.

6.1. Potentialul distructiv al jetului lichid care străbate interiorul bulei

Expresia presiunii de impact a unui jet lichid pe o suprafată solidă a fost determinată de Lush [65]. Pentru jeturile conice valoarea presiunii de impact este dată de relatia:

$$p = 2{,}9\, \rho_l c_o v_{jet} \tag{6.1}$$

cu o eroare mai mică de 3% pentru viteze de impact cuprinse între 70 si 340 m/s. Relatia (6.1) este obtinută considerând că suprafata solidă este rigidă până când un anumit efort de compresiune este atins iar apoi se comportă ca un solid perfect plastic pentru care efortul rămâne constant la o valoare p_Y. Jetul lichid este format atât în timpul colapsului liber al bulei în apropierea unui perete solid cât si prin interactiunea unei unde de soc (presiune) cu o bulă cavitatională chiar dacă aceasta nu este situată în vecinătatea unei suprafete solide. În cazul colapsului liber al bulei cavitationale situată în apropierea unui perete solid viteza maximă a jetului depinde de distanta adimensională între locul de formare al bulei si peretele solid, de dimensiunea bulei în faza expansiunii maxime si de proprietătile viscoelastice ale lichidului. Viteza maximă a jetului format prin interactiunea unei unde de soc cu o bulă cavitatională depinde de dimensiunea maximă a bulei si de amplitudinea presiunii undei de soc [227, 228]. Valori extraordinar de mari ale vitezei jetului sunt obtinute în acest caz. Viteze de ordinul 700 m/s au fost măsurate de Philipp s.a [227] când amplitudinea presiunii undei de soc este 65 MPa. Valorile determinate de Bourne si Field [228] sunt cuprinse între 130 m/s când amplitudinea presiunii undei de soc este p_s = 300 MPa si 8000 m/s când p_s 3500 MPa.

Figura 6.1 prezintă valorile presiunii de impact a jetului format în timpul colapsului liber al bulei în apropierea unui perete solid situată în apă, solutia 0.5% CMC si solutia 0.5% PAM precum si valorile corespunzătoare cazului în care jetul este format prin interactiunea bulei cu o undă de soc în functie de raza maximă a bulei. Materialele adesea utilizate pentru testarea potentialului distructiv al bulei cavitationale individuale sunt aluminiul de mare puritate si indiumul. Datorită similaritătii procesului de deformare prin impactul jetului cu testul de determinare a durității unui material solid, efortul necesar pentru deformarea plastică a materialului solid este dat de testul de duritate. Dacă duritatea materialului este determinată cu o metodă statică efortul necesar este p_Y = 400 MPa pentru aluminiul 99% (duritatea Vickers [229], linia orizontală întreruptă în figură) dar folosind o metodă dinamică valoarea corespunzătoare a efortului este 1300 MPa (testul cu bilă căzătoare [229], linia orizontală continuă în figură). Testul dinamic de determinare a durității modelează mult mai bine impactul jetului cu suprafata solidă decât testul static. Din acest motiv, valoarea efortului necesar pentru deformarea plastică a aluminiului 99% se poate considera 1300 MPa. Această valoare este superioară presiunii de impact a jetului format în timpul colapsului liber si deformarea suprafetei solide este exclusă. Pentru bulele situate în apă, lipsa deformatiilor prin impactul jetului este evidentiată de Popoviciu [230] si Shaw s.a. [231]. Observatia este valabilă si atunci când un material mai moale, cum ar fi indiumul, este testat [136, 137]. Observatiile sporadice efectuate asupra suprafetei solide (aluminiu 99%) în prezentul experiment nu indică deformatii prin impactul jetului. În contrast, Naude si Ellis [232] si Lush s.a. [233] observă deformatii ale suprafetei în urma colapsului liber al bulei. În aceste experimente bulele sunt generate cu scântei electrice si foarte aproape de suprafata solidă ($\gamma << 1$) astfel încât si scânteia electrică si pulsul de presiune emis în punctul final al colapsului pot cauza deformatiile. Pe de altă parte, folosind un microscop confocal cu baleiaj laser, Philipp si Lauterborn [234] observă că adâncimea deformatiei cauzate de impactul jetului lichid, format în timpul colapsului bulei generată cu laser, cu suprafata unei probe de aluminiu 99% este aproximativ 3 μm. Această valoare este mult prea mică astfel încât se poate considera că potentialul distructiv al jetului lichid format în timpul colapsului liber al bulei este minor. În acest caz, explicarea reducerii distrugerilor cavitationale în solutii apoase de polimeri prin impactul jetului esuează atât timp cât chiar si în cazul bulei situată în apă potentialul distructiv este nesemnificativ. Însă impactul jetului generat prin interactiunea unei unde de soc cu bula cavitatională deformează plastic materialul. Tomita si Shima [137] observă aceste deformatii când p_s =5 MPa iar Bourne si Field [235] când p_s = 300 MPa. Totusi, Bourne si Field precizează că dacă bula este situată la o distantă de 3 mm de peretele solid distrugerea nu este produsă. În plus, pentru bule cu raza maximă mai mică de 0,2 mm, Tomita s.a. [236] nu observă distrugerea suprafetei solide (indium) dacă p_s < 1,5 MPa. Rezultă că pentru a evidentia potentialul distructiv al jetului trebuie considerate acele jeturi formate prin interactiunea unei unde de soc cu bula cavitatională dar, si în acest caz, există o valoare de prag a presiunii undei de soc necesară pentru producerea distrugerii. Această valoare de prag este dependentă de profilul temporal al undei de soc si de dimensiunea bulei.

6.2. Reducerea distrugerilor cavitationale prin aditivarea apei cu polimeri

Aspectul distrugerii cauzate de colapsul liber al bulei cavitationale este caracterizat printr-o zonă circulară a deformatiilor cu diametrul aproximativ egal cu dimensiunea maximă a bulei. În interiorul zonei circulare distrugerea materialului nu este observată. Acest aspect al distrugerilor este pus în evidentă de Shutler si Mesler [136] si Tomita si Shima [137] folosind o probă din indium. Popoviciu [230], folosind aluminiul de mare puritate ca material test, prezintă un set de clisee fotografice care ilustrează aspectul distrugerii materialului ca urmare a colapsului liber al bulei cavitationale generată cu scântei electrice. După colapsul a 10 bule cavitationale pe suprafata materialului se pot observa un număr de aproximativ 40 de

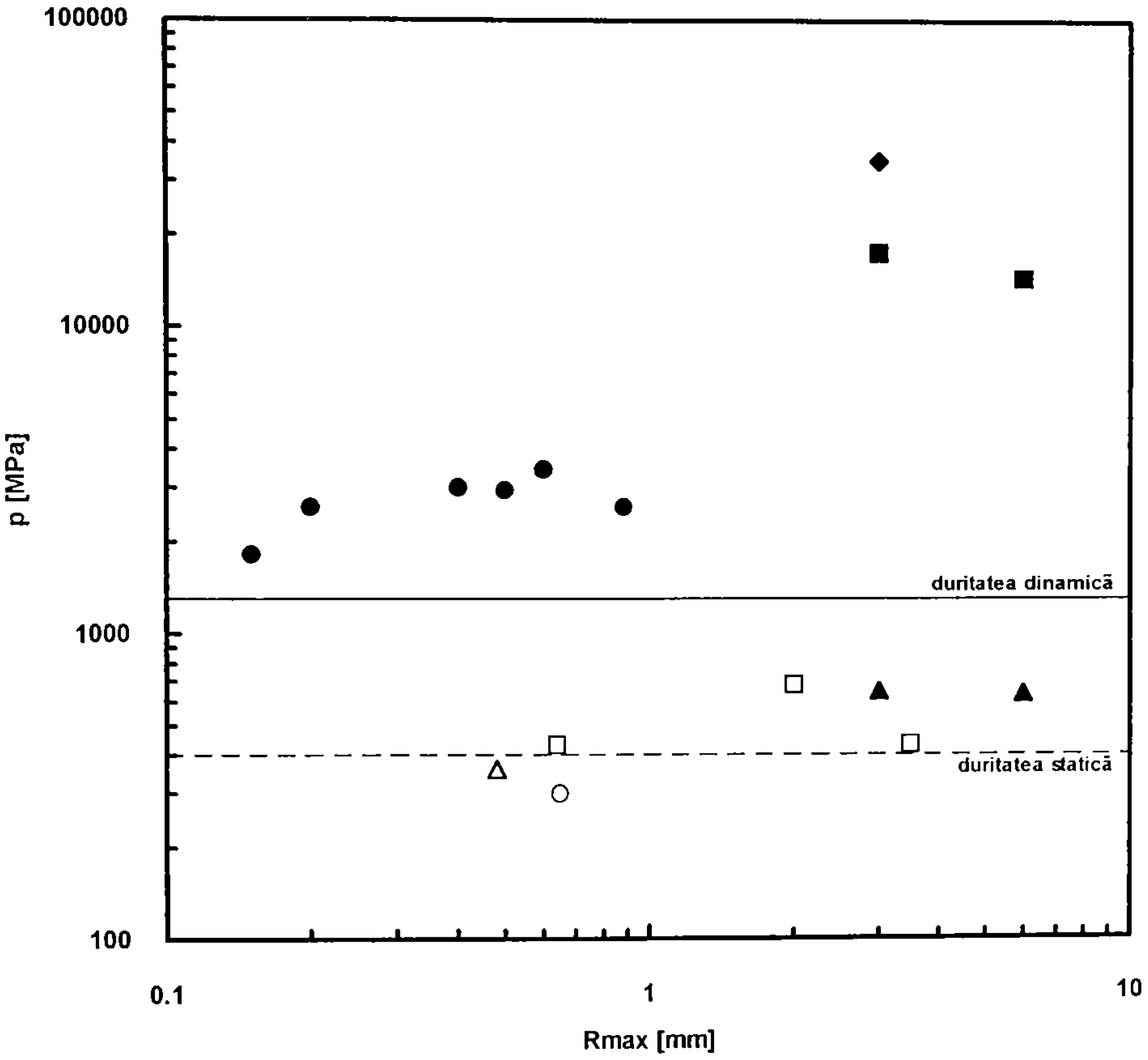


Figura 6.1. Presiunea de impact a jetului lichid format în timpul colapsului bulei în functie de raza maximă a bulei. In figură se prezintă valorile durității dinamice si statice pentru aluminiu 99%. Simbolurile deschise indică valorile corespunzatoare colapsului liber al bulei în apropierea unui perete solid (□ apă; △ solutia 0,5% CMC ○ solutia 0,5% PAM). Simbolurile închise indică valorile corespunzătoare interactiunii între o unda de soc cu amplitudinea Ps si o bula cavitatională (cerc: Ps=65MPa, triunghi: Ps=300MPa, pătrat. Ps=1900MPa, romb: Ps=3500MPa)

mici deformatii locale (caverne). Dintre acestea, cele mai mari caverne (aproximativ 15) sunt dispuse în afara zonei centrale a probei unde s-au aflat vârfurile electrozilor. Numărul cavernelor observate pe suprafata probei creste la cresterea numărului bulelor cavitationale care evoluează în apropierea probei. După colapsul a 66 de bule cavitationale zona circulară, pe care se dispun deformatiile materialului, este clar observată. Si în acest caz, în centrul probei, unde actiunea jetului este cea mai probabilă, deformatiile locale ale materialului sunt absente. Un aspect similar este obtinut de Philipp si Lauterborn [234], după colapsul a 100 de bule cavitationale generate cu laser, care precizează că adâncimea deformatiilor este 150 μm (de 50 de ori mai mare decât cea provocată de impactul jetului). Pentru descrierea mecanismului implicat în formarea deformatiilor locale observate se consideră secventa evolutiei bulei ilustrată în Figura 5.41. După impactul jetului cu peretele opus al bulei, miscarea jetului prin interiorul bulei si în lungul suprafetei probei conduce la generarea unei forme toroidale a bulei. Miscarea lichidului este prin centrul bulei orientată înspre peretele solid si în jurul peretelui exterior al torului orientată în sens contrar peretelui solid. Investigatiile numerice conduse de Zhang s.a. [197] confirmă observatia. Acest tor oscilează în apropierea peretelui solid si în final este dezintegrat în mici bule (microbule). Microbule individuale pot fi observate observate în cadrele 25 - 32 când $\gamma = 1{,}6$ si în cadrul 23 când $\gamma = 1{,}7$. Dimensiunea maximă a microbulelor obtinute în urma dezintegrării torului este $R_{max} \cong 10^{-2}$ mm. Microbulele sunt dispuse pe un contur circular cu diametrul aproximativ egal cu dimensiunea maximă a bulei cavitationale initiale. Fiecare din aceste microbule evoluează separat si datorită dimensiunii foarte mici îsi pot păstra simetria sferică până în punctul final al colapsului. În acest caz, formarea unui jet lichid în timpul colapsului pare putin probabilă. Considerând că diametrul jetului este o zecime din diametrul maxim al bulei [198, 211] raza de curbură a unui asemenea jet este de ordinul 10^{-3} mm. Dacă se consideră însă forma conică a jetului raza de curbură a vârfului jetului este considerabil mai mică. Fortele de tensiune superficială si fortele de viscozitate decelerează puternic jetul si simetria sferică a microbulei este păstrată în timpul colapsului. Atunci numai impactul undelor de soc emise în punctul final al colapsului microbulei reprezintă cauza deformatiilor observate pe suprafata probelor de material testat. În cazul bulei situată în apă, o dovadă experimentală, care evidentiază fotografic undele de soc emise în punctul final al colapsului fiecărei microbule, este prezentată de Philipp si Lauterborn [234]. Mai mult, autorii precizează că diametrul zonei circulare în care deformatiile suprafetei probei de material sunt observate este egal cu diametrul torului care prin dezintegrare generează microbulele. Aceste observatii demonstrează pregnant că distrugerea materialului solid ca urmare a colapsului liber al bulei cavitationale este datorată colapsului în contact cu suprafata solidă a microbulelor ($R_{max} \cong 10^{-2}$ mm) formate prin dezintegrarea torului generat în timpul evolutiei bulei initiale în apropierea unui perete solid.

Pentru stabilirea influentei aditivării cu polimeri asupra distrugerilor cavitationale se prezintă în Figura 6.2 amplitudinea presiunii undei de soc emisă de microbulele cu raza maximă R_{max} 10^{-2} mm în functie de distanta între microbulă si peretele solid. Simbolurile deschise reprezintă presiunea maximă în lichid la peretele microbulei situată în apă (linia intreruptă cu un punct), solutia 0,5% CMC (linia intreruptă cu două puncte) si solutia 0,5% PAM (linia intreruptă cu trei puncte). În cazul apei, amplitudinea undei de soc este superioară valorii durității dinamice a aluminiului 99% dacă distanta r/R_{max} 0,032. Această valoare poate fi atinsă datorită migratiei microbulei înspre frontiera solidă. În solutiile de polimeri, chiar în situatia în care microbula, în punctul final al colapsului, este în contact direct cu suprafata solidă, presiunea maximă la peretele microbulei este mai mică decât

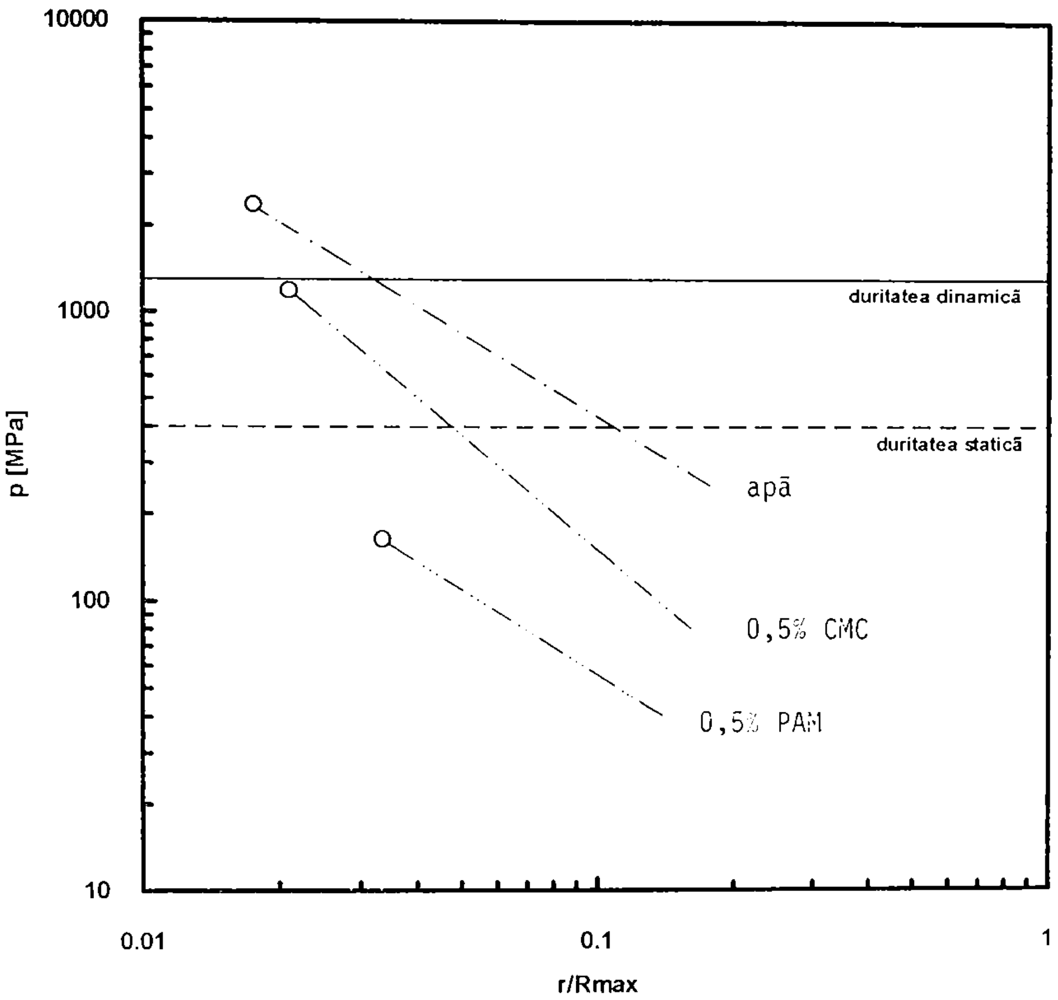


Figura 6.2. Amplitudinea presiunii undei de soc emisă în punctul final al colapsului microbulei cu Rmax=0,01mm la distanta r în lichid (q=0,001). In figură se prezintă si valorile durităţii dinamice si statice pentru aluminiu 99%. Simbolurile indică presiunea la peretele bulei

valoarea corespunzătoare duritătii dinamice a materialului. De notat că migratia bulei înspre peretele solid este diminuată prin aditivarea apei cu polimeri. Exemplul prezentat arată posibilitatea generării, în cazul apei, a unei valori a presiunii undei de soc emisă de microbulă suficient de mare pentru a depăsi valoarea duritătii dinamice a materialului solid si atenuarea puternică a amplitudinii presiunii în cazul solutiilor de polimeri.

În plus, Tomita si Shima [137] consideră că distrugerea cavitatională este cauzată si de actiunea undei de soc emisă în punctul final al colapsului liber al bulei cavitationale în apropierea unui perete solid. După Vogel s.a. [138], când bula, situată în apă, este atasată peretelui solid (γ = 1), presiunea maximă la peretele bulei este 250 MPa, valoare mai mică chiar decât duritatea statică a aluminiului 99%. Diminuarea amplitudinii presiunii undei de soc prin aditivarea apei cu polimeri a fost evidentiată în prezentul experiment la γ = 1,5 si probabil este prezentă si la γ = 1. Oricum, potentialul distructiv al acestei unde de soc este comparabil cu cel al jetului lichid si poate fi considerat minor. O concluzie similară a fost prezentată recent si de Shaw s.a. [231].

Sumarizând, prin prisma investigatiilor teoretice si experimentale din prezentul studiu asupra *colapsului liber al bulei cavitationale*, reducerea distrugerilor cavitationale prin aditivarea apei cu mici cantităti de polimeri este datorată atenuării puternice a colapsului microbulelor generate prin dezintegrarea torului indus de miscarea jetului lichid prin interiorul bulei si, cu o pondere mult mai mică, diminuării vitezei jetului lichid si a presiunii undei de soc emisă în punctul final al colapsului bulei. Reducerea migratiei bulei înspre peretele solid (si, consecutiv, a torului) prin aditivarea apei cu polimeri contribuie suplimentar la reducerea distrugerior cavitationale. În cazul cavitatiei hidrodinamice, caracterizată prin prezenta unui nor de bule cavitationale atât impactul jetului, generat prin interactiunea unei unde de soc emisă de o bulă cavitatională vecină, cu peretele solid cât si undele de soc emise în punctul final al colapsului microbulelor contribuie la distrugerea suprafetei solide. Ponderea fiecăruia din aceste două mecanisme asupra reducerii distrugerilor cavitationale prin aditivarea apei cu polimeri este, deocamdată, dificil de stabilit atât timp cât influenta proprietătilor viscoelastice ale lichidului asupra colapsului bulei generat de interactiunea cu o undă de soc este necunoscut.

6.3. Efecte biologice generate de evolutia bulei cavitationale indusă cu laser

Înainte de prezenta unele consideratii asupra efectelor biologice induse de evolutia bulei cavitationale trebuie precizat că efectul clinic urmărit este obtinut prin interactiunea între plasma generată în punctul de focalizare al laserului si tesutul biologic si nu ca urmare a interactiunii bulă-tesut. Valoarea energiei de prag a pulsului laser necesară pentru incizia dorită este în cele mai multe din aplicatiile clinice superioară valorii corespunzătoare pentru generarea bulei cavitationale si, în acest caz, întotdeauna, în punctul de focalizare al laserului, o bulă cavitatională este formată. Colapsul bulei cavitationale amplifică efectul produs de interactiunea plasmă-tesut dar simultan efecte biologice colaterale nedorite sunt generate. Detalierea mecanismului prin care plasma actionează asupra tesutului nu este scopul acestei lucrări si numai aspectele pozitive si negative ale caracterului distructiv al bulei cavitationale generată cu laser sunt considerate.

Efectele biologice generate de colapsul bulei cavitationale sunt puse în evidentă prin compararea valorilor presiunii de impact a jetului si a undei de soc emisă în punctul final al colapsului cu valoarea presiunii minime necesare pentru distrugerea tesuturilor sau celulelor biologice. Este dificil de precizat valoarea limită pentru fiecare tesut sau celulă biologică dar pentru câteva cazuri valorile sunt cunoscute. Doukas s.a. [165], care investighează efectul pulsurilor de presiune asupra celulelor rosii, arată că, după expunerea la 5 pulsuri cu amplitudinea de 180 MPa, 20% din numărul total al celulelor rosii au fost complet distruse în timp ce 40% au membrana distrusă. Delius [237] precizează că valoarea necesară pentru distrugerea ureterului, canalului bilei si vasului sanguin este 100 MPa desi chiar valori mai mici pot produce distrugerea tesutului în functie de profilul temporal al undei de presiune. Undele de presiune folosite de Delius sunt generate cu un litotripter iar profilul lor temporal este diferit de cel al undelor emise în faza recuperării bulei generată cu laser. Însă, valoarea limită obtinută de Delius este sustinută si de Tidd s.a. [238] în cazul interactiunii tesuturilor cu un puls de presiune cu un profil temporal similar cu cel emis de bula cavitatională. Valoarea limită este aproximativ 60 MPa în cazul calculilor biliari sau renali [237]. Acesti calculi sunt un conglomerat de componente organice si cristaline. Din punct de vedere acustic sunt neomogeni cu multe zone cu impedantă acustică diferită. Un puls de presiune care se propagă dintr-o zonă cu impedantă acustică mare într-o zonă cu impedantă mică este partial reflectat ca o undă de tensiune. Aceste unde au un potential distructiv ridicat atât timp cât calculii sunt de aproximativ 5 ori mai susceptibili la eforturi de intindere decât la eforturi de comprimare [160]. După Vogel s.a. [55] valoarea 100 MPa poate fi considerată o valoare limită si pentru distrugerea corneei oculare. Recent, Brümmer s.a [239], Kessel s.a. [240] si Jeffers s.a. [241] au arătat că celulele leucemice L1210 si HL60 sunt distruse în proportie de 70% prin interactiunea acestora cu pulsuri de presiune cu amplitudinea de 40 MPa. Mai mult, efectul citotoxic al dimetilformamidelor [242] este amplificat de actiunea pulsurilor de presiune [241].

În chirurgia intraoculară pulsuri laser cu durata impulsului de ordinul nano sau picosecundelor (si chiar de ordinul femtosecundelor [243]) sunt focalizate în ochi. Laserul folosit este Nd:YAG cu lungimea de undă a radiatiei 1064 nm sau orice alt laser cu emisie sacadată cu o lungime de undă în jurul valorii de 1 μm. La aceste valori riscul distrugerii retinei este minim deoarece coeficientul de absorbtie al luminii pentru epiteliumul pigmentat al retinei este mic. Viscozitatea lichidului ocular, desi cu o comportare pseudoplastică [4], este foarte apropiată de cea a apei si potentialul distructiv al bulei cavitationale poate fi estimat folosind rezultatele obtinute în cazul apei. Se consideră aici numai efectele colaterale induse de evolutia bulei cavitationale asupra corneei. În litotritia indusă cu laser este preferată folosirea laserilor cu durata pulsului 1 - 2 μs si cu lungimea de undă a radiatiei 504 nm sau 590 nm. Valori ale energiei pulsului cuprinse între 40 mJ până la 70 mJ sunt necesare pentru fragmentarea eficientă a calculilor [244]. Lungimile de undă mai mari de 650 nm sunt prea putin absorbite de calculi si posibilitatea de generare a plasmei este redusă. La lungimi de undă de 504 nm sau 590 nm coeficientul de absorbtie al luminii pentru sânge este suficient de mare pentru ca plasma si, consecutiv, bula cavitatională să fie generate [163]. Recent a fost demonstrat că pulsurile laser cu durata de ordinul nanosecundelor (7 -8 ns) emise de laseri Nd:YAG cu lungimea de undă a radiatiei 1064 nm pot fi de asemenea folosite în litotritia indusă cu laser [56, 244, 245]. În acest caz datorită absorbtiei reduse a radiatiei de către calculi este necesară o secventă de pulsuri la o valoare a energiei pulsului mai mică de 1 mJ. Pulsuri laser de ordinul picosecundelor sau femtosecundelor sunt dificil de transmis prin fibra optică fără a cauza distrugerea acesteia si, consecutiv, a tesutului biologic. Aceasta deoarece plasma este formată în interiorul fibrei optice iar fragmentele care provin din explozia fibrei sunt împinse in tesutul biologic înconjurător [246]. Litotritia indusă cu laser este folosită mai rar în comparatie cu litotritia extracorporală cu unde de soc deoarece necesită o incizie a tesutului pentru introducerea fibrei optice. Este însă avantajoasă când în ureter există un sir de calculi sau atunci când calculii biliari sunt pozitionati în canalul bilei. Efectele colaterale generate de bula cavitatională se manifestă atât asupra calculilor, ureterei, canalului biliar cât si asupra celulelor rosii din sânge. În angioplastia cu laser fibra optică este introdusă în vasul sanguin iar actiunea plasmei, generată în punctul de focalizare al laserului, distruge placa calcifiată care poate obtura vasul sanguin. Detaliile referitoare la tipul laserului folosit în angioplastia cu laser sunt identice cu cele din litotritia indusă cu laser inclusiv folosirea laserului Nd:YAG cu lungimea de undă a radiatiei 1064 nm si durata pulsului 8 ns. În acest caz, celulele rosii si peretele vasului sanguin sunt supuse actiunii bulei cavitationale.

Figura 6.3 prezintă valorile presiunii de impact a jetului si ale presiunii undei de soc emisă în punctul final al colapsului la distanta $r = 0,5$ mm de centrul bulei în functie de raza maximă a bulei. Bula este situată în apă (simbolul cerc), sânge (simbolul triunghi) si într-un lichid a cărui viscozitate corespunzătoare vitezei de deformatie infinită este de 10 ori mai mare ca a apei (simbolul pătrat). Acest ultim caz este considerat tinând seama că viscozitatea sângelui poate fi local modificată din cauza schimbărilor biochimice în structura acestuia [107, 110, 111, 112]. Valoarea $r = 0,5$ mm a fost aleasă având în vedere geometria tesutului biologic în/lângă care evoluează bula cavitatională. Valorile sunt obtinute folosind relatia (6.1) pentru presiunea de impact a jetului (pentru sânge s-a considerat că viteza de impact a jetului este 100 m/s) si folosind rezultatele modelului compresibil (relatiile (4.163) si (4.180)) si legea $1/r$ de atenuare a presiunii în lichid pentru amplitudinea undei de soc. Valoarea adoptată pentru raportul presiunilor între interiorul si exteriorul bulei în faza expansiunii maxime este $q = 10^{-4}$ si este de ordinul de mărime al valorii obtinute în cazul expansiunii sferice a bulei generată cu laserul Nd:YAG cu lungimea de undă 1064 nm si durata pulsului 8 ns (vezi paragraful 5.2.2.). Intervalul de variatie al razei maxime a bulei este cuprins între 0,1 si 2 mm. Bule cavitationale cu aceste dimensiuni sunt generate cu laserii folositi în aplicatiile clinice mentionate [55, 59, 164, 167]. În figură liniile orizontale indică valoarea minimă a presiunii necesare pentru distrugerea fiecărui tesut sau celulă biologică.

Sursa principală a efectelor colaterale generate de colapsul bulei cavitationale este pozitionarea gresită a punctului de focalizare al laserului sau a fibrei optice. Distrugerea tesutului poate fi datorată impactului jetului atât timp cât valoarea presiunii de impact este de 4 ori mai mare decât valoarea maximă a presiunii suportată de tesut. Morfologia tesutului după iradiere indică actiunea distructivă a jetului. Perforări ale ureterei si canalului biliar au fost observate de Tidd s.a. [238] iar distrugeri ale corneei sub forma unor cratere cu diametrul de acelasi ordin de mărime cu diametrul jetului lichid care strabate interiorul bulei sunt observate de Zysset s.a. [181] si Vogel s.a. [55]. Când punctul de focalizare al laserului este localizat în interiorul corneei o cavitate cu un volum de 10 ori mai mare decât cel al plasmei este formată si dispare după aproximativ 1 oră de la iradiere. Aceasta conduce la o dizlocare a lamelelor din stromă si la distrugerea epiteliumului corneei [247]. Unda de soc emisă în punctul final al colapsului poate avea, de asemenea, un efect negativ asupra tesutului amplificând efectul produs de impactul jetului. La valori mari ale energie pulsului laser hemoragii si chiar rupturi ale tesutului au fost observate [238, 244]. Dimensiunea maximă a bulei este proportională cu rădăcina cubică a energiei pulsului laser. Valori mari ale energiei pulsului laser implică bule cavitationale cu dimensiuni mari. După cum se observă în figură, în cazul bulelor cu $R_{max} > 0,7$ mm, când $r = 0,5$ mm, amplitudinea presiunii

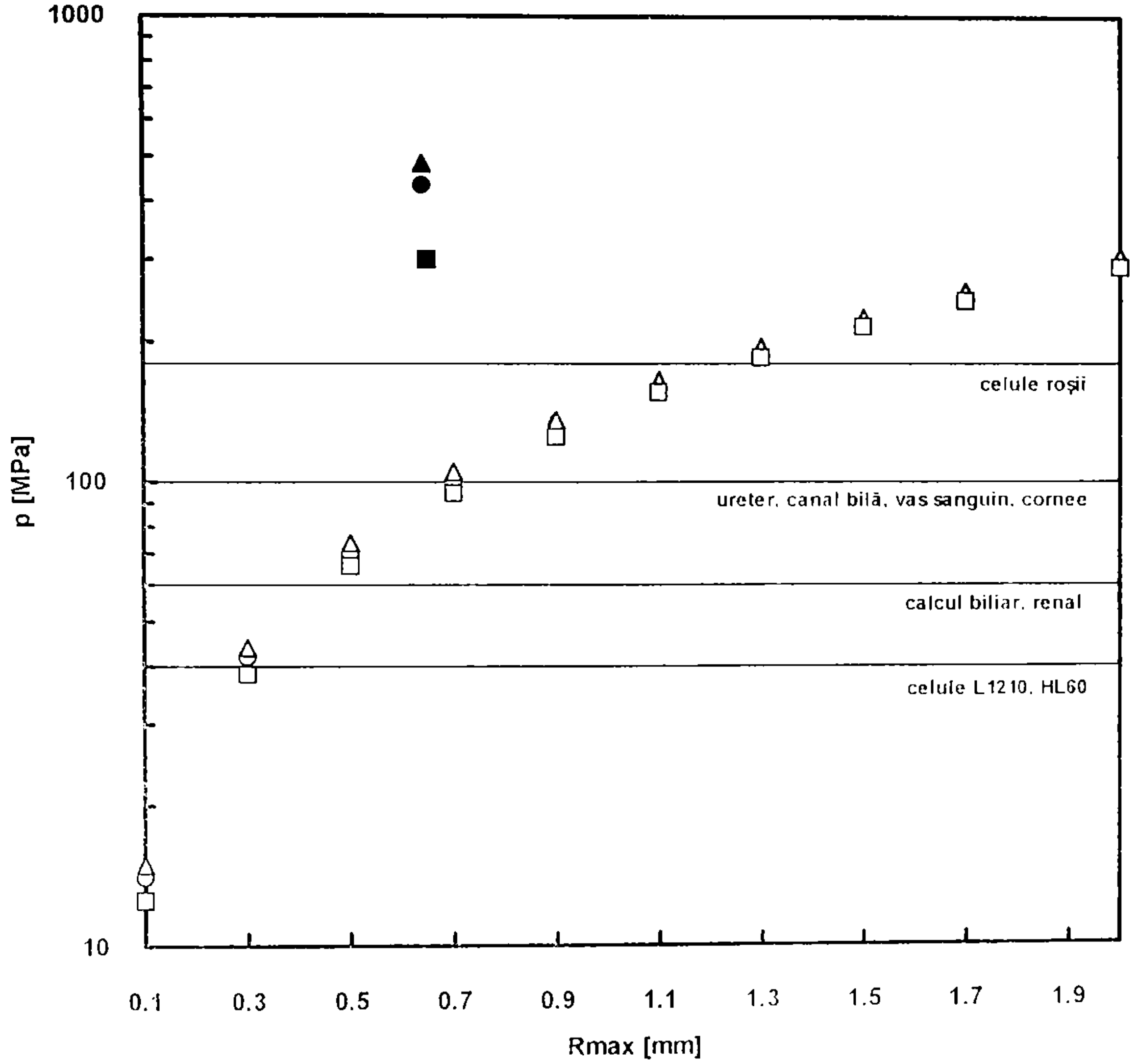


Figura 6.3. Presiunea de impact a jetului [illegible] colapsului bulei în apropierea [illegible] (simbolurile închise) şi presiunea [illegible] punctul final al colapsului [illegible] simbolurile deschise) în funcţi[illegible] lei. În figura [illegible] prezintă v[illegible] nii necesare pentru distrug[illegible] celule biologice [illegible] cerc: apă pătrat: soluţia [illegible] PAM [illegible]

undei de soc este suficient de mare pentru a produce distrugerea tesutului. Cele mai mari valori ale presiunii undei de soc sunt obtinute în cazul situării bulei în sânge dar sunt suficient de mari si în cazul în care bula este situată în lichidul cu viscozitatea η, mai mare de 10 ori decât a apei. Efectul este amplificat la micsorarea distantei r între centrul bulei în faza finală a colapsului si tesut si la cresterea numărului pulsurilor laser prin actiunea repetată a jetului si a pulsurilor de presiune. În cazul angioplastiei cu laser, vasul sanguin este brusc dilatat ca urmare a expansiunii bulei cavitationale, strangulat în timpul colapsului (diametrul vasului sanguin poate atinge 18% din valoarea initială [164]) si supus actiunii undei de soc. Modificări structurale ale vasului sanguin, inclusiv deformatii de lungă durată, au fost observate [248].

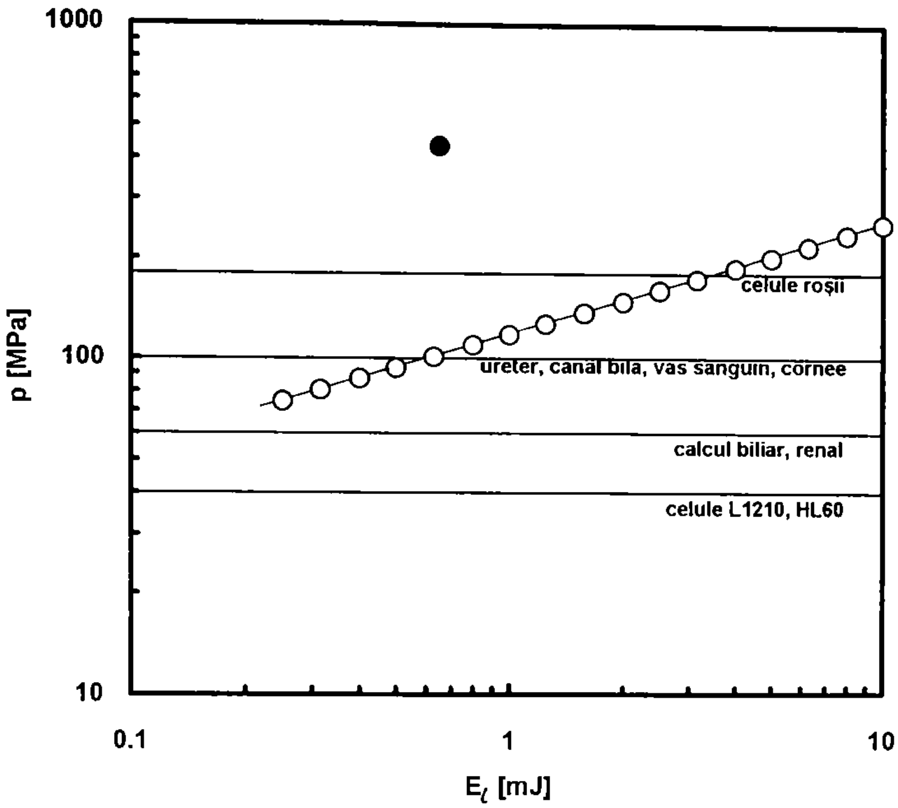
În cazul focalizării pulsului laser în apropierea calculului biliar sau renal atât impactul jetului cât si unda de soc contribuie la distrugerea acestuia. Este un efect pozitiv indus de colapsul bulei cavitationale în litotritia indusă cu laser. Probabil că un efect similar există si în angioplastia cu laser desi valoarea limită a presiunii pentru distrugerea plăcii calcifiate nu este cunoscută.

Observatiile histologice evidentiază un proces disruptiv complex indus si de evolutia bulei cavitationale generată în aplicatiile clinice ale laserilor. Se prezintă în continuare unele strategii de optimizare a interactiunii laser-tesut pentru minimizarea efectelor colaterale generate de evolutia bulei cavitationale folosind atât rezultatele prezentului studiu teoretic si experimental cât si rezultatele prezentate în literatură.

O primă metodă constă în reducerea energiei pulsului laser la valori care să genereze bule cavitationale cu dimensiunea maximă cât mai mică. În acest mod valorile presiunii undei de soc emisă în punctul final al colapsului si a vitezei maxime a jetului lichid format în interiorul bulei sunt diminuate. Pentru laserul Nd:YAG cu durata pulsului 8 ns si lungimea de undă a radiatiei 1064 nm, în cazul specific capsulotomiei, intervalul optim al energiei pulsului laser este cuprins între 0,265 mJ si 0,53 mJ. Valoarea minimă adoptată este valoarea de prag pentru formarea plasmei în cazul apei iar valoarea maximă este valoarea la care presiunea undei de soc emisă în punctul final al colapsului bulei este inferioară presiunii maxime suportată de cornee si corespunde unei raze maxime a bulei R_{max} = 0,68 mm. În cazul litotritiei cu laser sau angioplastiei cu laser intervalul optim de valori al energiei pulsului laser este cuprins între 0,15 mJ si 0,6 mJ. Valoarea minimă adoptată este valoarea necesară pentru distrugerea calculului si corespunde unei raze maxime a bulei R_{max} = 0,42 mm în timp ce valoarea maximă este aleasă astfel încât presiunea undei de soc să fie mai mică decât presiunea maximă suportată de ureter, canalul bilei sau vasul sanguin si corespunde unei raze maxime a bulei R_{max} = 0,66 mm. Figura 6.4, care prezintă dependenta amplitudinii presiunii undei de soc la distanta r = 0,5 mm de centrul de emisie în functie de energia pulsului laser atât în cazul bulei situată în apă (simbol cerc deschis) cât si în sânge (simbol triunghi deschis), ilustrează aceste consideratii. Cea mai bună modelare a rezultatelor este descrisă de relatia

$$p = a \cdot E^{1/3} \qquad (6.2)$$

cu a = 117,8 pentru apă si a = 119 pentru sânge. În aceeasi figură simbolurile închise indică presiunea de impact a jetului lichid. Relatia de proportionalitate între raza maximă a bulei si rădăcina cubică a energiei pulsului laser folosită pentru cazul sângelui uman este cea obtinută în cazul solutiilor de polimeri testate (R_{max} = $0,79 \times E_L^{1/3}$). Pentru valorile mentionate



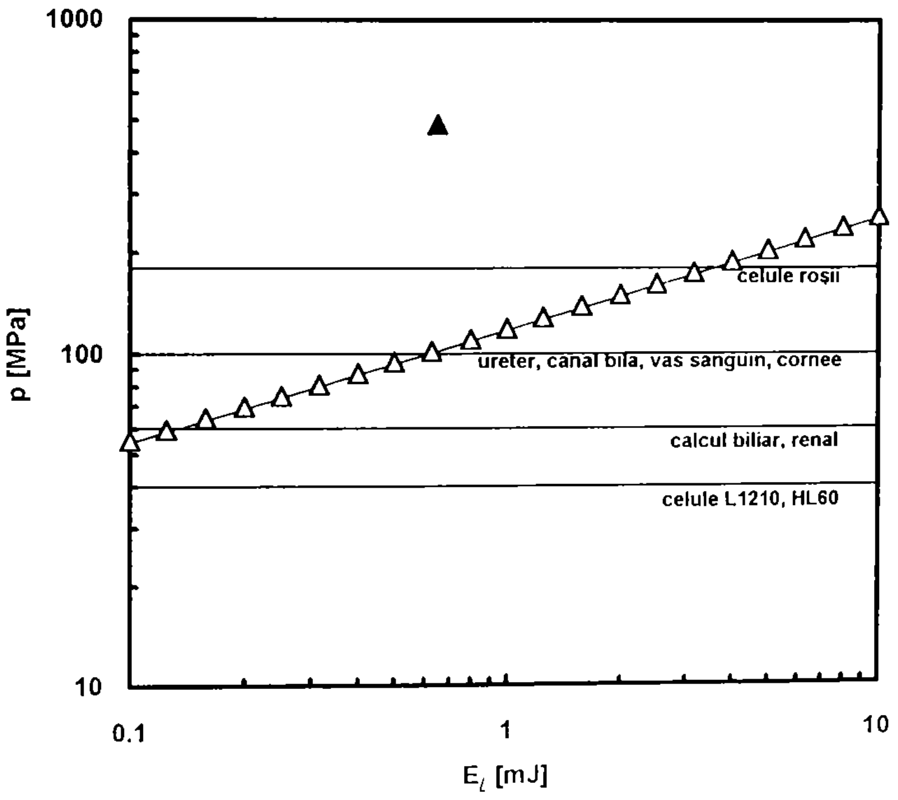


Figura 6.4. Presiunea de impact a jetului lichid (simbolurile inchise) si presiunea undei de soc emisă in punctul final al colapsului bulei in functie de energia pulsului laser. Semnificatia simbolurilor este identica cu cea din Figura 6.3.

ale energiei pulsului laser presiunea de impact a jetului lichid este totusi suficient de mare pentru a genera distrugerea tesuturilor biologice.

Inconvenientul indus de evolutia jetului lichid format în timpul colapsului bulei în apropierea unei frontiere solide poate fi înlăturat în cazul litotritiei sau angioplastiei cu laser prin pozitionarea corectă a fibrei optice astfel încât jetul lichid să fie orientat înspre calculul supus fragmentării. Pozitionarea corectă a fibrei optice poate fi realizată folosind metoda spectroscopiei fluorescente descrisă pentru prima dată de Engelhardt s.a. [249] si ulterior de Rosen s.a. [250]. Simultan cu pulsul laser un semnal fluorescent este transmis prin fibră în timpul părtii initiale a pulsului laser. Semnalul fluorescent reflectat este mult mai puternic în cazul calculului supus fragmentării decât în cazul tesutului biologic, în special, atunci când capătul fibrei este foarte aproape de calcul. Emisia laser este oprită înainte de formarea plasmei dacă semnalul fluorescent nu depăseste o anumită valoare. În acest mod distrugerea tesutului biologic este evitată chiar dacă capătul fibrei este în contact direct cu tesutul biologic. Această tehnică a fost aplicată cu succes în practica clinică de Ell s.a. [251] si Neuhaus s.a. [252].

Efectele colaterale negative pot fi diminuate folosind si un concept dezvoltat recent pentru reducerea intensitătii fenomenului cavitational indus prin focalizarea razei laser [164]. Pulsul laser este divizat într-un puls initial cu energie scăzută si un al doilea puls cu energie ridicată. Pulsul initial generează bula cavitatională cu o dimensiune foarte mică si cel de-al doilea puls este emis atunci când bula creată este în faza expansiunii maxime. Astfel, interactiunea plasmă-tesut are loc într-un mediu gazos si generarea unei noi bule cavitationale de către al doilea puls este exclusă. Alegând un raport corespunzător între valorile energiei celor două pulsuri, al doilea puls nu măreste dimensiunea bulei generată de pulsul initial iar raza maximă a bulei este mai mică chiar decât cea a bulei indusă de un singur puls laser cu energie echivalentă. Pentru apă metoda dă rezultate foarte bune dacă raportul energiilor este cuprins între 1:17 si 1:30. Nu se cunosc detalii referitoare la raportul energiilor pulsurilor laser focalizate în sânge uman. Conceptul poate fi aplicat atât în cazul capsulotomiei cât si în cazul litotritiei induse cu laser sau angioplastiei cu laser. În aceste ultime două cazuri metoda prezintă un avantaj suplimentar în sensul că dilatarea si strangularea ureterei, canalului bilei sau a vasului sanguin este absentă.

O altă metodă care minimizează efectele colaterale negative produse de evolutia bulei cavitationale constă în scăderea locală a temperaturii lichidului biologic în care este focalizat pulsul laser. Consecutiv, viscozitatea lichidului creste (de exemplu, în cazul sângelui uman la temperatura 3^0C viscozitatea corespunzătoare vitezei de deformatie infinit este 58×10^{-3} Pas cu aproximativ un ordin de mărime mai mare decât la 37^0C [253]) si colapsul bulei este puternic atenuat atât în ceea ce priveste presiunea undei de soc emisă în punctul final al colapsului cât si în ceea ce priveste viteza maximă a jetului lichid. Influenta viscozitătii lichidului asupra atenuării colapsului bulei este pregnantă numai la valori mici ale razei maxime a bulei astfel încât energia pulsului laser trebuie scăzută până la valori apropiate de valoarea de prag corespunzătoare generării plasmei. La asemenea valori ale energiei pulsului extinderea spatială a plasmei este considerabil diminuată si potentialul distructiv al plasmei redus. Din acest motiv, o secventă de pulsuri este necesară pentru a amplifica efectul distructiv al plasmei. Pare a fi singura metodă pentru reducerea vitezei maxime a jetului lichid care străbate interiorul bulei având în vedere că fortele de viscozitate, care decelerează jetul, sunt proportionale cu viscozitatea corespunzătoare vitezei de deformatie infinit a lichidului, η_∞, si invers proportionale cu raza de curbură a jetului. Reducerea vitezei jetului la cresterea viscozitătii η_∞ a fost observată în prezentul experiment în cazul solutiilor apoase de polimeri testate. În plus, după Bakke s.a. [121], viteza sunetului în sânge uman este diminuată la scăderea temperaturii lichidului. De exemplu, la temperatura 3^0C valoarea vitezei sunetului în sânge uman este cu 5% mai mică decât la 37^0C. Este un element suplimentar care amplifică atenuarea colapsului bulei cavitationale.

Alegerea corespunzătoare a unghiului de focalizare al razei laser este esentială deoarece se reduce astfel probabilitatea generării de multiple puncte în lichid în care intensitatea luminii să depăsească valoarea de prag pentru formarea plasmei si, consecutiv, generării de multiple bule cavitationale în punctul de focalizare al razei laser. Desi în faza de expansiune influenta acestor bule nu este sesizabilă în faza de colaps devine importantă. În prezentul experiment unghiul conului de focalizare al razei laser a fost de 21^0 si cu câteva exceptii (aproximativ 8% din numărul total de iradieri) o singură bulă cavitatională a fost generată în punctul de focalizare al laserului. Valori mai mici de 21^0 au condus la generarea de multiple bule cavitationale în punctul de focalizare, în special, în cazul solutiilor apoase de polimeri din cauza suspensiilor solide din lichid. Notăm, totusi, că valori mai mari de 21^0 nu au fost folosite din cauza geometriei recipientului în care au fost generate bulele cavitationale. Eick [186] prezintă rezultate similare la valori cuprinse între 20^0 si 23^0 când în 6% din numărul total de iradieri au fost generate multiple bule în punctul de focalizare al razei laser în apă. Este posibil ca la valori mai mari ale acestui unghi rezultatele să fie superioare. Mai mult, se recomandă ca lentila finală de focalizare să fie o lentilă acromat care elimină efectul difractie luminii prin sticlă. În cazul traversării printr-o lentilă acromat liniile spectrale albastru si rosu ale radiatiei au acelasi punct de focalizare si aberatiile geometrice ale plasmei sunt diminuate. O concluzie similară este prezentată si de Vogel s.a. [160].

Amplificarea preciziei interventiei chirurgicale si reducerea distrugerilor colaterale pot fi realizate prin scăderea duratei pulsului laser la ordinul picosecundelor sau femtosecundelor. În cazul pulsurilor laser cu durata 30 - 40 ps valoarea de prag necesară pentru generarea plasmei este cu un factor de 13 mai mică decât în cazul pulsurilor cu durata 8 ns [179, 181]. La valori atât de scăzute ale energiei pulsului amplitudinea presiunii undei de soc emisă în timpul spărturii optice si intensitatea colapsului bulei cavitationale sunt considerabil diminuate. Sunt posibile astfel aplicatii clinice care necesită un efect chirurgical asupra tesutului biologic mult mai precis localizat decât în cazul folosirii pulsurilor de ordinul nanosecundelor. Si în acest caz, din cauza reducerii energiei pulsului laser, o secventă de pulsuri este necesară. Laserii clinici cu durata pulsului de ordinul picosecundelor emit atât pulsuri individuale cât si o serie de pulsuri cu frecventa de emisie cuprinsă între 10 Hz si 1 kHz. Aceasta oferă noi modalităti de tratamente fată de aplicatiile clasice ale laserului Nd:YAG. De exemplu, o iridotomie trebuie să aibă un diametru de aproximativ 1 mm pentru a evita reînchiderea. Încercarea de a produce deschiderea cu un singur puls laser cu energie ridicată distruge endoteliumului corneal adiacent iar producerea deschiderii cu multe pulsuri individuale cu energie scăzută este posibilă dar este incomodă si de durată. În schimb, folosirea unei serii de pulsuri cu durata de ordinul picosecundelor cu energia 0.15 mJ s-a dovedit a fi o metodă rapidă cu efecte colaterale minime [247, 254]. Alte aplicatii potentiale ale laserilor Nd:YAG cu durata pulsului de ordinul picosecundelor sunt descrise de Vogel s.a. [247].

7. Concluzii finale

Comportarea dinamică a bulei cavitationale sferice situată într-un lichid nenewtonian este investigată analitic, numeric si experimental. Investigatiile experimentale sunt extinse si asupra comportării bulei situată în apropierea unui perete solid. Bulele cavitationale sunt generate cu laser si principalele tehnici investigative experimental sunt cinematografia secventială rapidă si interferometria holografică cu dublă expunere. Lichidele testate sunt sângele uman, o solutie apoasă de 0,5% carboximetilceluloză (CMC) si o solutie apoasă de 0,5% poliacrilamidă (PAM) iar rezultatele sunt comparate cu cazul dispunerii bulei în apă. Intervalul de variatie pentru raza maximă a bulei, R_{max}, este cuprins între 0,01 si 1,5 mm iar distanta relativă a bulei de peretele solid, $\gamma = s/R_{max}$, cu s distanta între peretele solid si punctul de focalizare al laserului, între 1 si 3,2.

Contributiile originale la studiul comportării dinamice a bulei cavitationale în lichide nenewtoniene sunt următoarele:

A fost dezvoltat un model matematic care descrie comportarea dinamică a bulei cavitationale sferice în lichide nenewtoniene cu comportare pseudoplastică. Originalitatea modelului matematic constă în includerea compresibilitătii lichidului nenewtonian în setul de ecuatii care descrie dinamica bulei cavitationale. Folosind metoda dezvoltărilor asimptotice, pentru reducerea ecuatiilor integro-diferentiale care descriu miscarea lichidului la ecuatii diferentiale valabile la peretele bulei, sunt obtinute ecuatia de miscare a peretelui bulei (4.163), ecuatia presiunii în lichid (4.178), ecuatia razei de echilibru a bulei (4.183) si ecuatia razei critice de oscilatie a bulei (4.201). Noile relatii simple obtinute care exprimă dependenta vitezei maxime de colaps cu raza minimă a bulei (4.205), respectiv, cu presiunea maximă la peretele bulei (4.208) modelează mult mai bine rezultatele numerice decât relatiile existente în literatură.

Investigatiile teoretice asupra colapsului liber al bulei cavitationale sferice în sânge uman reprezintă o noutate. Pe baza acestor rezultate se pot obtine, într-o primă aproximatie, informatii asupra efectelor colaterale generate de evolutia bulei cavitationale în aplicatiile medicale ale laserilor.

Algoritmul de calcul folosit pentru solutionarea modelului matematic, bazat pe metoda diferentelor finite, prezintă avantajul obtinerii solutiei numerice până la valori ale raportului presiunilor initiale între interiorul si exteriorul bulei $q = 10^{-6}$, cu trei ordine de mărime mai mari decât cele prezente în literatură. Valori ale raportului q de ordinul 10^{-4}-10^{-5} modelează foarte bine colapsul bulei generată cu laser astfel încât interesul pentru stabilirea unui algoritm de calcul corespunzător este justificat. Programele de calcul sunt scrise în limbajele C++ si IDL (numeric) si Pascal 6.0 (grafic) si sunt de conceptie originală.

Studiul experimental asupra *colapsului liber* al bulei cavitationale generată cu laser în *lichide nenewtoniene* este în totalitate original. Aranjamentele experimentale folosite sunt cele de la Institut für Angewandte Physik, TH Darmstadt (Germania) si Institute of Fluid Science, Tohoku University, Sendai (Japonia). Principalele aspecte cu caracter de noutate ale studiului experimental sunt:

- investigatiile asupra oscilatiei bulei cavitationale sferice considerând si faza de recuperare a bulei după primul colaps si chiar după cel de-al doilea colaps al bulei.
- investigatiile asupra comportării dinamice a bulei cavitationale situată în apropierea unui perete solid si, în particular, precizarea naturii structurii observată în apropierea peretelui bulei opus frontierei solide.
- investigatiile holografice asupra distributiei presiunii în lichidul înconjurător bulei cavitationale în imediata vecinătate a punctului final al colapsului si stabilirea unghiului optim al liniei optice de referintă pe placa holografică pentru obtinerea corectă a distributiei indicelui de refractie al luminii.

Se precizează că, spre deosebire de investigatiile anterioare dimensiunea bulelor generate în acest experiment corespunde valorilor energiei pulsului laserului Nd:YAG folosite in aplicatiile medicale (capsulotomie, litotritie indusă cu laser si angioplastie cu laser).

Metoda folosită pentru determinarea raportului initial al presiunilor între interiorul si exteriorul bulei în faza expansiunii maxime (una din conditiile initiale pentru setul de ecuatii care descrie dinamica bulei cavitationale) este originală si constă în identificarea celui de-al doilea timp de colaps al bulei obtinut experimental cu cel teoretic. Această metodă este considerabil superioară celei deja utilizată în literatură care foloseste raza de echilibru a bulei.

Pentru evidentierea efectelor colaterale generate de colapsul bulei cavitationale generată cu laser asupra tesuturilor biologice se foloseste o metodă originală care constă în compararea valorii presiunii maxime suportată de tesuturi cu valoarea presiunii de impact a jetului lichid care străbate interiorul bulei si a presiunii undei de soc emisă în punctul final al colapsului.

Principalele rezultate obtinute în cadrul investigatiilor analitice, numerice si experimentale sunt următoarele:

1. Valabilitatea modelului matematic care descrie comportarea dinamică a bulei cavitationale sferice în lichide nenewtoniene compresibile cu comportare pseudoplastică este pusă în evidentă experimental, în ambele solutii de polimeri testate, în cazul variatiei razei bulei în timp.
2. Factorii cu cea mai mare influentă asupra oscilatiei libere a bulei cavitationale sferice în lichide nenewtoniene sunt compresibilitatea lichidului, dominantă pentru bulele cu $R_{max} > 10^{-1}$ mm, si viscozitatea corespunzătoare vitezei de deformatie infinită, dominantă pentru bulele cu $R_{max} = 10^{-2}$ mm. În domeniul investigat experimental, 1 mm > R_{max} > 0,1 mm, influenta componentei elastice a lichidului asupra oscilatiei bulei este nesemnificativă.
3. Pentru conditii similare generării bulei cu laser, comportarea dinamică a bulei cavitationale sferice situată în sânge uman este mai violentă decât în apă dacă raza maximă a bulei este $R_{max} > 0{,}1$ mm. Efectele colaterale induse de evolutia bulei în tratamentele clinice cu laser pot fi subestimate prin experimentele *in vitro* în care lichidul ambiant bulei este apa.
4. Caracteristica pseudoplastică a viscozitătii lichidului nu modifică legea 1/r de atenuare în lichid a presiunii maxime la peretele bulei .

5. În cazul generării bulei cavitationale sferice cu laser, pentru $R_{max} > 0,1$ mm, viteza maximă de colaps a peretelui bulei este aproximativ 2300 m/s în timp ce presiunea maximă în lichid la peretele bulei este aproximativ 110 kbar. În domeniul investigat experimental, emisia acustică este principalul mecanism de amortizare a oscilatiei bulei si, în medie, 98% din energia bulei este pierdută în timpul primului colaps.
6. Valoarea de prag a energiei pulsului laser necesară pentru generarea bulei cavitationale scade prin aditivarea apei cu mici cantităti de polimeri. Eficienta conversiei energiei pulsului laser în energie potentială a bulei scade de la 25% în cazul apei la 20% în ambele solutii de polimeri testate.
7. Aditivarea apei cu mici cantităti de polimeri conduce la prelungirea timpului de colaps al bulei. Efectul este cu atât mai pronuntat cu cât distanta între bulă si peretele solid este mai mică. În cazul bulei sferice cu $R_{max} > 0,1$ mm, influenta aditivării cu polimeri asupra timpului de colaps este nesemnificativă.
8. Viteza maximă a jetului lichid format în timpul colapsului bulei în apropierea unui perete solid, determinată ca viteza peretelui superior al bulei, este diminuată prin aditivarea apei cu polimeri. Comparativ cu cazul apei viteza maximă a jetului este mai mică cu 18% în cazul solutiei 0,5% CMC si cu 31% în cazul solutiei 0,5% PAM. Atât componenta vâscoasă cât cea elastică a lichidului contribuie la această diminuare.
9. Un al doilea jet lichid în interiorul bulei, orientat în sens opus peretelui solid, nu a fost observat în investigatiile optice. Structura formată la partea superioară a bulei (opusă frontierei solide) este formată din mici cavităti de gaz captat la impactul jetului cu peretele opus al bulei. Proprietătile viscoelastice ale lichidului contribuie la inhibarea formării si evolutiei acestei structuri.
10. Un maxim de presiune localizat în apropierea peretelui superior al bulei este pus în evidentă prin interferometrie holografică. Distributia de presiune în lichidul înconjurător bulei este într-un remarcabil acord calitativ cu investigatiile numerice existente. Asimetria distributiei de presiune între peretele superior si inferior al bulei amplifică migratia bulei înspre frontiera solidă.
11. Analiza hologramelor obtinute evidentiază că prezenta aditivilor polimerici conduce la diminuarea amplitudinii presiunii undei de soc emisă în punctul final al colapsului bulei situată în apropierea unui perete solid. Diminuarea emisiei acustice este datorată atenuarii colapsului bulei în solutiile apoase de polimeri.
12. Migratia bulei înspre peretele solid este redusă prin aditivarea apei cu polimeri. Reducerea migratiei este cu atât mai mare cu cât distanta relativă între bulă si peretele solid este mai mică.
13. Comportarea bulei cavitationale în apropierea unei frontiere solide este influentată si de dimensiunea bulei în faza expansiunii maxime. Diminuarea valorii razei maxime a bulei conduce la reducerea migratiei bulei înspre frontiera solidă si a vitezei maxime a jetului.
14. Prin prisma investigatiilor asupra colapsului liber al bulei cavitationale în apropierea unui perete solid reducerea distrugerilor cavitationale în solutii apoase de polimeri este datorată atenuării puternice a microbulelor ($R_{max} \sim 10^{-2}$ mm) obtinute prin dezintegrarea formei toroidale a cavitătii generată de miscarea jetului lichid în interiorul bulei. Diminuarea presiunii maxime la peretele bulei, migratiei bulei înspre peretele solid si a vitezei jetului lichid contribuie suplimentar la reducerea distrugerilor cavitationale.
15. În cazul bulei cavitationale generată cu laserul Nd:YAG cu durata pulsului 8 ns în tratamentele clinice atât jetul lichid cât si unda de soc emisă în punctul final al colapsului pot genera efecte colaterale negative prin distrugerea tesuturilor sau celulelor biologice

Aceasta deoarece valoarea maximă a presiunii suportată de tesuturi este inferioară valorii presiunii de impact a jetului si a undei de soc.

Rezultatele obtinute permit evidentierea următoarelor concluzii cu caracter aplicativ pentru diminuarea efectelor colaterale negative generate de evolutia bulei bulei cavitationale în aplicatiile medicale ale laserilor:

- În cazul folosirii laserului Nd:YAG cu durata pulsului 8 ns si lungimea de undă a radiatiei 1064 nm se recomandă ca energia pulsului să fie cuprinsă între 0,265 mJ si 0,53 mJ în cazul capsulotomiei si între 0,15 mJ si 0,6 mJ în cazul litotritiei sau angioplastiei cu laser. Pentru aceste valori ale energiei pulsului laser intensitatea colapsului bulei cavitationale este suficient de scăzută pentru a evita distrugerea tesuturilor biologice dar suficient de ridicată pentru fragmentarea calculilor renali sau biliari.
- Se recomandă scăderea locală a temperaturii lichidului biologic în care raza laser este focalizată. Consecutiv, cresterea viscozitătii lichidului si diminuarea vitezei sunetului în lichid conduc la atenuarea puternică a presiunii undei de soc emisă în punctul final al colapsului si a vitezei maxime a jetului lichid.
- Se recomandă ca unghiul de focalizare al razei laser să fie cel putin 21^0 pentru a evita generarea de multiple bule cavitationale în lichidul biologic. În plus, folosirea unei lentile acromat ca ultimă lentilă de focalizare este avantajoasă pentru minimizarea aberatiilor geometrice ale plasmei.
- În cazul litotritiei sau angioplastiei cu laser pozitionarea corectă a fibrei optice este esentială pentru evitarea interactiunii plasmă-tesut si poate fi realizată utilizând răspunsul diferit al semnalului fluorescent, emis simultan cu pulsul laser, reflectat de tesut sau calcul. În cazul capsulotomiei diminuarea pulsului laser la ordinul picosecundelor (30 -40 ps) conduce la amplificarea preciziei inciziei chirurgicale. În ambele cazuri, interactiunea plasmă-tesut în absenta lichidului biologic poate fi realizată prin divizarea pulsului laser în două pulsuri astfel încât al doilea puls, cu energie ridicată, să fie emis în momentul expansiunii maxime a bulei cavitationale generată de primul puls cu o valoare mică a energiei. Raportul optim al energiei celor două pulsuri este cuprins între 1:17 si 1:30.

Perspectivele investigatiilor asupra comportării dinamice a bulei cavitationale în lichide nenewtoniene pot fi sumarizate astfel:

1. Obtinerea unui model matematic care să descrie comportarea bulei situată în lichide nenewtoniene si în apropierea unui perete solid. Pentru modelarea corectă a colapsului bulei formularea matematică trebuie să includă compresibilitatea lichidului, caracteristica pseudoplastică a viscozitătii si elasticitatea lichidului.
2. Determinarea amplitudinii presiunii undei de soc emisă în punctul final al colapsului bulei prin măsurători acustice si, consecutiv, verificarea experimentală a legii 1/r de atenuare în lichid a presiunii maxime la peretele bulei.
3. Determinarea cantitativă a distributiei presiunii în lichidul înconjurător bulei prin combinarea metodei interferometriei holografice cu dublă expunere cu metode tomografice. Avantajul acestor metode constă în precizarea presiunii până în imediata vecinătate a peretelui bulei

4. Efectuarea de cercetări experimentale asupra evolutiei bulei cavitationale generată cu laser în sânge uman si, pe cât posibil, în geometrii identice cu cele ale tesuturilor biologice.
5. Continuarea investigatiilor experimentale asupra dinamicii bulei cavitationale în solutii apoase de polimeri la valori $\gamma < 1$.
6. Evaluarea distrugerilor cavitationale generate de colapsul bulei cavitationale individuale în lichide nenewtoniene.

Multumiri

Îi sunt profund recunoscător Domnului Academician Ioan Anton pentru sfaturile si comentariile deosebit de valoroase si stimulatoare asupra lucrării în timpul elaborării ei. Sunt onorat că am avut sansa să lucrez sub conducerea stiintifică a Domniei Sale.

Le rămân extrem de recunoscător Domnilor Profesor Werner Lauterborn (Universität Göttingen) si Profesor Kazuyoshi Takayama (Tohoku University) pentru sprijinul generos acordat în realizarea întregii părti experimentale si pentru comentariile si sugestiile valoroase privind această lucrare.

Îi rămân îndatorat Domnului Profesor Emerit Akira Shima (Tohoku University) pentru comentariile si încurajările generoase pe toată durata elaborării lucrării. Entuziasmul meu pentru studiul dinamicii bulei cavitationale a fost stimulat de lucrările Domniei Sale

Îi sunt în mod deosebit recunoscător Domnului Profesor Yukio Tomita (Hakodate University) care a urmărit întreaga lucrare, începând cu primele rezultate, si pentru comentariile pline de competentă.

Doresc în mod deosebit să îi multumesc Domnului Dr. Michael Delius (Ludwig-Maximilians Universität) pentru informatiile furnizate in legătură cu aplicatiile laserilor în medicină si pentru discutiile asupra efectelor biologice generate de evolutia bulei cavitationale.

Pentru discutiile asupra anumitor subiecte datorez, de asemenea, multumiri lui Claus-Dieter Ohl (Universität Göttingen), Dr. Alfred Vogel (Medizinisches Laserzentrum Lubeck), Dr. Kiyoshi Yamada (Tohoku University) si Dr. Achim Philipp (TH Darmstadt)

Multumesc Domnilor Profesor Victor Ancusa si Profesor Mircea Popoviciu (de la Universitatea "Politehnica" din Timisoara) pentru sprijinul acordat si pentru discutiile interesante asupra unor aspecte ale lucrării

Îi multumesc Domnului Profesor Adrian Badea (Universitatea "Politehnica" din Bucuresti) pentru sprijinul generos acordat în folosirea tehnicii de calcul de la CET-Laborator, Catedra de Centrale si Retele Electrice a UPB

Nu pot spera că această lucrare este acum fără greseli sau puncte obscure dar sunt sigur că este cu mult mai clară decât ar fi fost fără ajutorul generos pe care l-am primit

Această lucrare a fost finantată de Deutsche Forschungsgemeinschaft prin Sonderforschungsbereich 185 - Nichtlineare Dynamik în 1994 si de Tohoku University prin Shock Wave Research Grant în 1995. Sprijinul financiar oferit de Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik în 1993, Acoustical Society of America în 1994 si Institut für Chirurgische Forschung - Ludwig Maximilians Universität München în 1994 este de asemenea recunoscut.

BIBLIOGRAFIE

1. P. Chantraine, Dictionnaire etymologique de la langue francaise. *Klincksiek,* Paris, 1968.

2. C.T. Lewis, C. Short, A latin dictionary. *Clarendon,* Oxford, 1975.

3. J.A. Simpson, E.S.C. Weiner (ed.), Oxford English dictionary. *Clarendon,* Oxford, 1989.

4. A.H. Skelland, Non-Newtonian flow and heat transfer. *Wiley,* New York, 1967.

5. B.A. Toms, Some observations on the flow of linear polymer solutions through straight tubes at large Reynolds numbers. *Proc. First Intern. Congr. Rheology,* 1948, 135 - 141.

6. I. Anton, Cavitatia I. *Edit. Academiei,* Bucuresti, 1984.

7. F.R. Young, Cavitation. *McGraw - Hill,* London, 1989.

8. R.T. Knapp, J.W. Daily, F.G. Hammitt, Cavitation. *McGraw - Hill,* New York, 1970.

9. W. Lauterborn (ed.), Cavitation and inhomogeneities in underwater acoustics. *Springer - Verlag,* Berlin, 1980.

10. A.T. Ellis, J.W. Hoyt, Some cavitation experiments in other liquids than water. *ASME Cavitation Forum,* 1968, 2.

11. A.T. Ellis, J.G. Waugh, R.Y. Ting, Cavitation suppression and stress effects in high-speed flows of water with dilute macromolecule additives. *Trans. ASME : J. Basic Engng,* **94** (1970), 459 - 466.

12. J.H.J. Van der Meulen, Cavitation suppression by polymer injection. *ASME Cavitation and Polyphase Flow Forum,* 1976, 1 - 3.

13. C. Brennen, Some cavitation experiments with dilute polymer solutions. *J. Fluid Mech.,* **44** (1970), 51 - 63.

14. R.Y. Ting, Characteristics of flow cavitation in dilute solutions of polyethylene oxide and polyacrilamide. Phys. Fluids, **21** (1978), 898 - 901.

15. J.W. Hoyt, Effect of polymer additives on jet cavitation. *Trans ASME : J. Fluids Engng,* **98** (1976), 106 - 112.

16. C.B. Baker, J.W. Holl, R.E.A. Arndt, Influence of gas content and polyethylene oxide additive upon confined cavitation in water. *ASME Cavitation and Polyphase Forum,* 1976, 6 - 8.

17. R. Oba, Y. Ito, K. Uranishi, Effect of polymer additives on cavitation development and noise in water flow through an orifice. *Trans ASME : J. Fluids Engng,* **100** (1978), 493 - 499.

18. R. Oba, K.T. Kim, K. Uranishi, Singular behaviour of cavitation in undersaturated water. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.,* **46** (1983), 75 - 88.

19. R. Oba, Y. Ito, H. Miakura, J. Higuchi, K. Sato, Stochastic behaviour (randomness) of acoustic pressure pulses in the near - subcavitating range. *JSME International Journal,* **30** (1987), 581 - 586.

20. R. Oba, H. Miyakura, R. Ikeda, S. Igarashi, A mechanism of dissolved gas content effect upon cavitation inception. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.,* **57** (1989), 27 - 38.

21. C.A. Johnsson, Cavitation inception on head forms. Further tests. *Proc. 12th Intern. Tower Tank Conf.,* Rome, 1969, 381 - 392.

22. R. Oba, Y. Ito, Cavitation aspects in a Venturi ("Johnsson effects" in a low turbulent flow). *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.,* **46** (1983), 89 - 102.

23. R. Oba, K. Uranishi, S. Yasu, "Johnsson effects" in cavitating flow through an orifice with enormous pressure fluctuations. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.,* **44** (1981), 25 - 34.

24. R. Oba, T. Ikohagi, K.T. Kim, Cavitation in an extremely limited flow through very small orifices. *Trans. ASME : J. Fluids Engng,* **104** (1982), 94 - 98.

25. R.E.A. Arndt, Semiempirical analysis of cavitation in the wake of a sharp-edged disk. *Trans ASME : J. Fluids Engng,* **98** (1976), 560 - 562.

26. E. Yilmaz, F.G. Hammitt, A. Keller, Cavitation inception thresholds in water and nuclei spectra by light-scatering technique. *J. Acoust. Soc. Am.,* **59** (1976), 329 - 338.

27. O. Ahmed, F.G. Hammitt, Cavitation nuclei size distribution in high speed water tunnel under cavitating and non-cavitating conditions. *Univ. Michigan, ORA Report UMICH 013570-23-T* (1972).

28. G. Haussman, Determination of bubble size spectra by digital processing of holograms. In: Cavitation and inhomogeneities in underwater acoustics; Ed.: W. Lauterborn, *Springer-Verlag,* Berlin, 1980, 219 - 224.

29. G. ter Haar, S. Daniels, Evidence for ultrasonically induced cavitation in vivo. *Phys. Med. Biol.,* **26** (1981), 1145 - 1149.

30. R. Oba, K.T. Kim, H. Niitsuma, T. Ikohagi, R. Sato, Cavitation nuclei measurements by a newly made Coulter-counter without adding salt in water. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.,* **43** (1981), 163 - 176.

31. A. Shima, T. Tsujino, J. Tanaka, On the equation for the size distribution of bubble nuclei in liquids. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.,* **50** (1985), 59 - 66.

32. R. Oba, Y. Ito, Cavitation shock pressures in a Venturi. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.,* **32** (1975), 33 -49.

33. I.F. Shapoval, K.K. Shal'nev, Cavitation and erosion in aqueous solutions of polyacrylamide. *Sov. Phys. Dokl.,* **22** (1977), 635 - 637.

34. V. Ashworth, R.P.M. Procter, Cavitation damage in dilute polymer solutions. *Nature,* **258** (1975), 64 - 66.

35. A. Shima, T. Tsujino, H. Nanjo, N. Miura, Cavitation damage in polymer aqueous solutions. *Trans. ASME : J. Fluids Engng,* **107** (1985), 134 - 138.

36. H. Nanjo, A. Shima, T. Tsujino, Formation of damage pits by cavitation in a polymer solution. *Nature,* **320** (1986), 516 - 517.

37. T. Tsujino, A. Shima, H. Nanjo, Effects of various polymer additives on cavitation damage. *Proc. Instn. Mech. Engrs,***200 (C4)** (1986), 231 - 235.

38. T. Tsujino, Cavitation damage and noise spectra in a polymer solution. *Ultrasonics,* **25** (1987), 67 - 72.

39. P.A. Barnes, K.E. Rieckhoff, Laser induced underwater sparks. *Appl. Phys. Lett.,* **13** (1968), 282 - 284.

40. A. Vogel, W. Hentschel, J. Holzfuss, W. Lauterborn, Cavitation bubble dynamics and acoustic transient generation in ocular surgery with pulsed Neodymium:YAG lasers. *Ophthalmology,* **93** (1986), 1259 - 1269.

41. M.M. Krasnov, Q-Switched laser goniopuncture. *Arch. Ophthal.,* **92** (1974), 37 - 41.

42. **M.M. Krasnov,** Q-Switched laser iridotomy and Q-Switched laser goniopuncture. *Adv. Ophthal.*, **34** (1977), 192 - 196.

43. **F. Frankhauser, P. Roussel, J. Steffen, E. van der Zypen, A. Chrenkova,** Clinical studies on the efficiency of high power laser radiation upon some structures of the anterior segment of the eye. *Int. Ophthalmol.*, **3** (1981), 129 - 139.

44. **D. Aron-Rosa, J. Aron, J. Griesemann, R. Thyzel,** Use of the neodymium:YAG laser to open the posterior capsule after lens implant surgery: A preliminary report. *J. Amer. Intraocul. Implant Soc.*, **6** (1980), 352 - 354.

45. **V.P. Gabel, L. Neubauer, H. Zink, R. Birngruber,** Ocular side effects following neodymium:YAG laser irradiation. *Int. Ophthalmol. Clin.*, **25** (1985), 137 - 149.

46. **P. Coonan, W.E. Fung, R.G. Webster, A.W. Allen, R.L. Abbott,** The incidence of retinal detachment following extracapsular cataract extraction. A ten year study. *Ophthalmology*, **92** (1985), 1096 - 1101.

47. **C.D. Binhorst,** Five hundred planned extracapsular extractions with irido-capsular and iris clip lens implantation in senile cataract. *Ophthalmic Surg.*, **8** (1977), 37-44.

48. **F.G. Hurite, E.M. Sorr, W.G. Everett,** The incidence of retinal detachment following phacoemulsification. *Ophthalmology*, **86** (1979), 2004-2006.

49. **N.S. Jaffe, H.M. Clayman, M.S. Jaffe,** Retinal detachment in myopic eyes after intracapsular and extracapsular cataract extraction. *Am. J. Ophthalmol.*, **97** (1984), 48-52.

50. **K.R. Wilhelmus, J.M. Emery,** Posterior capsule opacification following phacoemulsification. *Ophthalmic Surg.*, **11** (1980), 264-267.

51. **M.J. Flohr, A.L. Robin, J.S. Kelley,** Early complications following Q-Switched neodymium:YAG laser posterior capsulotomy. *Ophthalmology*, **92** (1985), 636-640.

52. **S.R. Leff, J.C. Welch, W. Tasman,** Rhegmatogenous retinal detachment after YAG laser posterior capsulotomy. *Ophthalmology*, **94** (1987), 1222 - 1225.

53. **R.L. Winslow, B.C. Taylor,** Retinal complications following YAG laser capsulotomy. *Ophthalmology*, **92** (1985), 785 - 789.

54. **R.R. Ober, C.P. Wilkinson, J.V. Fiore Jr., J.M. Maggiano,** Rhegmatogenous retinal detachment after neodymium: YAG laser capsulotomy in phakic and pseudophakic eyes. *Am. J. Ophthalmol.*, **101** (1986), 81-89.

55. **A. Vogel, P. Schweiger, A. Frieser, M.N. Asiyo, R. Birngruber,** Intraocular Nd:YAG laser surgery: Light-tissue interaction, damage range, and reduction of collateral effects. *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE - 26** (1990), 2240 - 2260.

56. **H. Schmidt-Kloiber, E. Reichel, H. Schoffman,** Laser induced shock-wave lithotripsy. *Biomed. Technik*, **30** (1985), 173 - 181.

57. **F. Frank, A. Hoffstetter, E. Keiditsch, F. Wondrazek,** Experimental investigation of Nd:YAG laser induced shock waves for lithotripsy. *Eur. Urol.*, **12** (1986), 54 - 57.

58. **B. Zysset, J.G. Fujimoto, T.F. Deutsch,** Time resolved measurements of picosecond optical breakdown. *Appl. Phys. B*, **48** (1989), 139 -147.

59. **P. Teng, N.S. Nishioka, R.R. Anderson, T.F. Deutsch,** Optical studies of pulsed-laser fragmentation of biliary calculi. *Appl. Phys. B*, **42** (1987), 73 - 78.

60. **J.L. Lumley,** Drag reduction by additives. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **1** (1969), 36 -55.

61. **L.A. Crum, J.E. Brossey,** Effect of dilute polymer additives on the acoustic cavitation threshold of water. *Trans. ASME : J. Fluids Engng.* **106** (1984), 99 - 104.

62. **A. Casale, R.S. Porter,** Polymer stress reactions. *Academic Press*, New York, 1979.

63. **Y. Ito, R. Oba,** Several types of cavitation, especially on streamer-cavitation. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.*, **49** (1984), 23 - 38.

64. **G. Bohme, L.Rupart,** Einblick in die theoretische Analyse der Stromungen viskoelastischer Flussigkeiten. *GAMM Mitteilungen,* **16(1)** (1993), 59 - 97.
65. **P.A. Lush,** Impact of a liquid mass on a perfectly plastic solid. *J. Fluid Mech.,* **135** (1983), 373-387.
66. **W.J. Yang, H.C. Yeh,** Theoretical study of bubble dynamics in purely viscous fluids. *AIChE J.,* **12** (1966), 927 - 931.
67. **A. Shima, T. Tsujino,** The behaviour of bubbles in polymer solutions. *Chem. Engng Sci.,* **31** (1976), 863 - 869.
68. **A. Shima, T. Tsujino,** The behaviour of gas bubbles in the Casson Fluid. *Trans. ASME : J. Appl. Mech.,* **100** (1978), 37 - 42.
69. **A. Shima, T. Tsujino,** The behaviour of bubbles in an Ellis fluid. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.,* **42** (1980), 25 - 41.
70. **A. Shima, T. Tsujino,** The behaviour of bubbles in a Carreau model fluid. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.,* **42** (1980), 43 - 58.
71. **A. Shima, T. Tsujino,** The effect of polymer concentration on the bubble behaviour and impulse pressure. *Chem. Engng Sci.,* **36** (1981), 931 - 935.
72. **A. Shima, T. Tsujino, J. Tanaka,** Studies of bubble behaviour and non-Newtonian viscosity of polymer solutions (Report 1). *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.,* **46** (1983), 103 - 129.
73. **T. Tsujino, A. Shima,** Studies of bubble behaviour and non-Newtonian viscosity of polymer solutions (Report 2). *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.,* **46** (1983), 131 - 151.
74. **T. Tsujino, A. Shima,** Studies of bubble behaviour and non-Newtonian viscosity of polymer solutions (Report 3). *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.,* **46** (1983), 153 - 180.
75. **A. Shima, T. Tsujino,** On the dynamics of bubbles in polymer aqueous solutions. *Appl. Sci. Res.,* **38** (1982), 255 - 263.
76. **A. Shima, T. Tsujino, K. Yokoyama,** The behaviour of bubbles in Sutterby model fluids. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.,* **49** (1984), 39 - 52.
77. **E.A. Brujan,** The effect of polymer additives on the bubble behaviour and impulse pressure. *Chem. Engng Sci.,* **48** (1993), 3519 - 3527.
78. **E.A. Brujan,** The behaviour of bubbles in Bueche model fluids. *Pol. Engng Sci.,* **34** (1994), 1550 - 1559.
79. **J.M. McKelvey,** Polymer Processing. *Wiley,* New York, 1962.
80. **A. Shima, Y. Tomita,** On the impulse pressure accompanying spherical bubble collapse in liquids. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.,* **31** (1975), 97 - 135.
81. **J. Szekely, G.P. Martins,** Non-equilibrium effects in the growth of spherical gas bubbles due to solute diffusion. *Chem. Engng Sci.,* **26** (1971), 147 - 152.
82. **J. Szekely, S. Fang,** Non-equilibrium effects in the growth of spherical gas bubbles due to solute diffusion - II. *Chem. Engng Sci.,* **28** (1973), 2127 - 2133.
83. **D.E. Rosner, M.Epstein,** Effects of interface kinetics, capillarity and solute diffusion on bubble growth rates in highly supersaturated solutions. *Chem. Engng Sci.,* **27** (1972), 69 - 78.
84. **J.E. Burman, G.J. Jameson,** Growth of spherical gas bubbles by solute diffusion in non-Newtonian (power-law) liquids. *Int. J. Heat Mass Transfer,* **21** (1978), 127 - 136.
85. **Y. Sato, A. Shima,** The growth of bubbles in viscous incompressible liquids. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.,* **40** (1979), 23 - 49.

86. **J.R. Street, A.L. Frick, L.P. Reiss,** Dynamics of phase growth in viscous, non-Newtonian liquids. *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, **10** (1971), 54 - 64.
87. **R.W. Schrange,** A theoretical study of interface mass transfer. *Columbia University Press*, NewYork, 1953.
88. **E.A. Brujan,** Nonequilibrium bubble collapse in non-Newtonian liquids. *Int. J. Heat Mass Transfer* (sub tipar).
89. **S. Fujikawa, T. Akamatsu,** Effects of the non-equilibrium condensation of vapour on the pressure wave produced by the collapse of a bubble in a liquid. *J. Fluid Mech.*, **97** (1980), 481-512.
90. **A. Shima, T. Tsujino, H. Nanjo,** The behaviour of bubbles in electroviscous fluid. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.*, **50** (1985), 43 - 58.
91. **H.S. Fogler, J.D. Goddard,** Collapse of spherical cavities in viscoelastic fluids. *Phys. Fluids*, **13** (1970), 1135 - 1141.
92. **S.K. Hara, W.R. Schowalter,** Dynamics of nonspherical bubbles surrounded by viscoelastic fluid. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **14** (1984), 249 - 264.
93. **C. Kim,** Collapse of spherical bubbles in Maxwell fluids. *J. non-Newtonian Fluid Mech.*, **55** (1994), 37-58.
94. **I. Tanasawa, W.J. Yang,** Dynamic behaviour of a gas bubble in viscoelastic liquids. *J. Appl. Phys.*, **41** (1970), 4526 - 4531.
95. **R.Y. Ting,** Viscoelastic effect of polymers on single bubble dynamics. *AIChE J.*, **21** (1975), 810-812.
96. **T. Tsujino, A. Shima, J. Tanaka,** Effect of viscoelasticity on bubble collapse and induced impulsive pressure. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.*, **55** (1988), 1 - 15
97. **A. Shima, T. Tsujino, J. Oikawa,** The collapse of bubbles in viscoelastic fluids. *Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ.*, **55** (1988), 17 - 34.
98. **R.Y. Ting,** Effect of polymer viscoelasticity on the initial growth of a vapour bubble from gas nuclei. *Phys. Fluids*, **20** (1977), 1427 - 1431.
99. **C. Inge, F.H. Bark,** Surface tension driven oscillations of a bubble in a viscoelastic liquid. *Appl. Sci. Res.*, **38** (1982), 231 - 238.
100. **W.R. Schowalter,** Growth and collapse of bubbles in rheologically complex liquids. *Proc. IX Intl. Congress on Rheology*, Mexico, 1984, 225 - 242.
101. **W.D. McComb, S. Ayyash,** The production, pulsation and damping of small air bubbles in dilute polymer solutions. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **13** (1980), 773 - 787.
102. **A. Shima, Y. Tomita, T. Ohno,** The collapse of minute gas bubbles in a dilute polymer solution. *Phys. Fluids*, **27** (1984), 539 - 540.
103. **A. Prosperetti,** Viscous effects on perturbed spherical flows. *Q. Appl. Math.*, **34** (1977), 339 - 352.
104. **A. Prosperetti,** On the dynamics of non-spherical bubbles. In: Cavitation and inhomogeneities in underwater acoustics; Ed: W. Lauterborn, *Springer-Verlag*, Berlin, 1980, 13-22.
105. **G.L. Chahine, D.H. Fruman,** Dilute polymer solution effects on bubble growth and collapse. *Phys. Fluids*, **22** (1979), 1406 - 1407.
106. **P.S. Kezios, W.R. Schowalter,** Rapid growth and collapse of single bubbles in polymer solutions undergoing shear. *Phys. Fluids*, **29** (1986), 3172 - 3181.
107. **H. Chmiel, E. Walitza,** On the rheology of human blood and synovial fluids. *Research Studies Press*, Chicester, 1980.

108. Wissenschaftliche Tabellen Geigy, Teiband Hämatologie und Humangenetik, 8. Auflage, Basel, 1979.

109. X. Wang, G. Maurice, M. Lucius, J.F. Stolz, Etude comparative de modele rheologiques applicables au sang. *ITBM*, **10** (1989), 367-382.

110. T.F. MacKintosh, C.H.M. Walker, Blood viscosity in the newborn. *Arch. Dis. Childh.*, **48** (1973), 547-553.

111. G. Rosenblatt, J. Stokes, D.R. Bassett, Whole blood viscosity, hematocrit, and serum lipid levels in normal subjects and patients with coronary heart disease. *J. Lab. Clin. Med.*, **65** (1965), 202-211.

112. M. Strumia, M. Phillips, Effect of red cell factor on the relative viscosity of whole blood. *Am. J. Clin. Path.*, **39** (1963), 464-474.

113. E. Schmidt, Properties of water and steam in SI-units. *Springer-Verlag*, Berlin, 1989.

114. A. Derdouri, A. Ait-Kadi, P.J. Carreau, Rheological properties of polymer-added lubricating oils. *Can. J. Chem. Engng*, **66** (1988), 709-713.

115. W.R. Schowalter, Mechanics of Non-Newtonian Fluids, *Pergamon Press*, London, 1978.

116. D.D. Joseph, G.S. Beavers, A. Cers, C. Dewald, A. Hoger, P.T. Than, Climbing constants for various liquids. *J. Rheol.*, **28** (1984), 325-345.

117. Ca si reometrul con-placă de la Institut für Angewandte Physik, TH Darmstadt.

118. C. Leake, M. Kohl, G. Stebbins, Diurnal variations in the blood specific gravity and erythrocyte count in healthy human adults. *Am. J. Physiol.*, **81** (1927), 493.

119. D. van Slyke, R. Phillips, V. Dole, P. Hamilton, R. Archibald, J. Plazin, Calculation of hemoglobin from blood specific gravities. *J. Biol. Chem.*, **183** (1950), 349-360.

120. L. Haar, J. Gallagher, G. Kell, NBS/NRC Wasserdampftafelm. *Springer-Verlag*, Berlin, 1988.

121. T. Bakke, T. Gytre, A. Haagensen, L. Giezendanner, Ultrasonic measurement of sound velocity in whole blood. *Scand. J. Clin. Lab. Invest.*, **35** (1975), 473-478.

122. W. Heimisch, Die sonomikrometrie in der herz und kreislaufforschung. *Dissertation*, Ludwig-Maximilians-Universtät, München, 1989.

123. A. Prosperetti, Bubble dynamics: a review and some recent results. *Appl. Sci. Res.*, **38** (1982), 145-164.

124. C. Herring, Theory of the pulsations of the gas bubble produced by an underwater explosion. *OSRD* Rep. **236** (1941).

125. L. Trilling, The collapse and rebound of a gas bubble. *J. Appl. Phys.*, **23** (1952), 14-17.

126. Y. Tomita, A. Shima, On the behaviour of a spherical bubble and the impulse pressure in a viscous compressible liquid. *Bull. JSME*, **20** (1977), 1453-1460.

127. H. Rath, Free and forced oscillations of spherical gas bubbles and their translational motion in a compressible fluid. In: Cavitation and inhomogeneities in underwater acoustics; Ed.: W. Lauterborn, *Springer-Verlag*, Berlin, 1980, 64-71.

128. F.R. Gilmore, The collapse and growth of a spherical bubble in a viscous compressible liquid. *CIT Hydrodyn. Lab.*, Rep. **26-4** (1952).

129. E. Cramer, The dynamics and acoustic emission of bubble driven by a sound field . In: Cavitation and inhomogeneities in underwater acoustics; Ed.: W. Lauterborn, *Springer-Verlag*, Berlin, 1980, 54-63.

130. J.B. Keller, I.I. Kolodner, Damping of underwater explosion bubble oscillations. *J. Appl. Phys.*, **27** (1956), 1152-1161.
131. J.B. Keller, M. Miksis, Bubble oscillations of large amplitude. *J. Acoust. Soc. Am.*, **68** (1980), 628-633.
132. A. Prosperetti, A. Lezzi, Bubble dynamics in a compressible liquid. Part 1. First-order theory. *J. Fluid. Mech.*, **168** (1986), 457-478.
133. A. Lezzi, A. Prosperetti, Bubble dynamics in a compressible liquid. Part 2. Second-order theory. *J. Fluid. Mech.*, **185** (1987), 289-321.
134. A. Prosperetti, The equation of bubble dynamics in a compressible liquid. *Phys. Fluids*, **30** (1987), 3626-3628.
135. P.A. Lagerstrom, R.G. Carsten, Basic concepts underlying singular perturbation techniques. *SIAM Rev.*, **14** (1972), 63-120.
136. N.D. Shutler, R.B. Mesler, A photographic study of the dynamics and damage capabilities of bubbles collapsing near solid boundaries. *Trans. ASME D: J. Basic Engng*, **87** (1965), 511-517.
137. Y. Tomita, A. Shima, Mechanism of impulsive pressure generation and damage pit formation by bubble collapse. *J. Fluid Mech.*, **169** (1986), 535-564.
138. A. Vogel, W. Lauterborn, R. Timm, Optical and acoustic investigations of the dynamics of laser-produced cavitation bubbles near a solid boundary. *J. Fluid Mech.*, **206** (1989), 299-338.
139. J.R. Blake, B.B. Taib, G. Doherty, Transient cavities near boundaries. Part 2. Free surface. *J. Fluid Mech.*, **181** (1987), 197-212.
140. T. Kodama, Y. Tomita, A. Shima, R. Iwata, Growth and collapse of a laser-produced cavitation bubble near a free surface. *ASME Cavitation Forum*, **FED-116**, 1991, 27-32.
141. C.L. Mader, Initiation of detonation by the interaction of shocks with density discontinuities. *Phys. Fluids*, **8** (1965), 1811-1816.
142. Y. Tomita, A. Shima, High-speed photographic observations of laser-induced cavitation bubbles in water. *Acustica*, **71** (1990), 161-171.
143. T.G. Theofanous, L. Biasi, H.S. Isbin, H.K. Fauske, Nonequilibrium bubble collapse: a theoretical study. *Chem. Engng Progr. Symp. Ser.*, **66** (1970), 37-47.
144. V. Kamath, A. Prosperetti, F.N. Egolfopoulos, A theoretical study of sonoluminiscence. *J. Acoust. Soc. Am.*, **94** (1993), 248-260.
145. T. Wang, Effects of evaporation and diffusion on an oscillating bubble. *Phys. Fluids*, **17** (1974), 1121-1126.
146. T. Mitchell, F.G. Hammitt, On the effects of heat transfer upon collapsing bubbles. *Nucl. Sci. Engng*, **53** (1974), 263-276.
147. Y. Tomita, A. Shima, The effects of heat transfer on the behaviour of a bubble and the impulse pressure in a viscous compressible liquid. *ZAMM*, **59** (1979), 297-306.
148. M.S. Plesset, A. Prosperetti, Bubble dynamics and cavitation. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **9** (1977), 145-185.
149. A. Prosperetti, L.A. Crum, K.W. Commander, Nonlinear bubble dynamics. *J. Acoust. Soc. Am.*, **83** (1988), 502-514.
150. A. Prosperetti, The thermal behaviour of oscillating gas bubbles. *J. Fluid Mech.*, **222** (1991), 587-616.
151. A. Prosperetti, Physics of acoustic cavitation. In: Frontiers in Physical Acoustics, Ed. D. Sette, *North-Holland*, 1986, 145-188.

152. **V. Kamath, H.N. Oguz, A. Prosperetti,** Bubble oscillations in the nearly adiabatic limit. *J. Acoust. Soc. Am..*, **94** (1992), 2016-2023.
153. **R.I. Nigmatulin, N.S. Khabeev,** Heat exchange between a gas bubble and a liquid. *Fluid Dyn.*, **9** (1974), 759-764.
154. **Z.P. Shulman, S.P. Levitsky,** Heat/mass transfer and dynamics of bubbles in high-polymer solutions-1. Free oscillations. *Int. J. Heat Mass Transfer,* **35** (1992), 1077-1084.
155. **N.K. Bourne, J.E. Field,** Cavity collapse in a liquid with solid particles. *J. Fluid Mech.*, **259** (1994), 149-165.
156. **F. Obermeier,** The application of singular perturbation methods to aerodynamic sound generation. *Lecture Notes in Mathematics,* **596** (1976), 400-418.
157. **A. Shima, T. Tsujino,** The dynamics of cavity clusters in polymer aqueous solutions subjected to an oscillating pressure. In: Bubble dynamics and interface phenomena; Ed.: J.R. Blake s.a., *Kluwer Academic Publishers,* 1994, 81-92.
158. **W. Lauterborn, A. Vogel,** Modern optical techniques in fluid mechanics. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **16** (1984), 223 - 244.
159. **M.J. Choi, A.J. Coleman, J.E. Saunders,** The influence of fluid properties and pulse amplitude on bubble dynamics in the field of a shock wave lithotripter. *Phys. Med. Biol.*, **38** (1993), 1561 - 1573.
160. **A. Vogel,** Non-linear absorbtion:Intraocular microsurgery and laser lithotripsy. *Phys. Med. Biol.*, (sub tipar).
161. **U. Radek,** Kavitationserzeugte Druckimpulse und Materialzerstörung. *Acustica,* **26** (1972), 270 - 283.
162. **R. Hickling, M.S. Plesset,** Collapse and rebound of a spherical bubble in water. *Phys. Fluids,* **7** (1964), 7 - 14.
163. **G. Watson, S. Murray, S. Dretler, J. Parrish,** The pulsed dye laser for fragmenting urinary calcului. *J. Urol.*, **138** (1987), 195 - 198.
164. **A. Vogel, R. Engelhardt, U. Behnle, U. Parlitz,** Minimization of cavitation effects in pulsed laser ablation illustrated on laser angioplasty. *Appl. Phys. B,* **62** (1996), 173 - 182.
165. **A. Doukas, D. McAucliff, T. Flotte,** Biological effects of laser-induced shock waves: Structural and functional cell damage in vitro. *Ultrasound Med. Biol.*, **19** (1993), 137 - 146.
166. **R. Zotz, R. Erbel, A. Philipp, A. Judt, H. Wagner, W. Lauterborn, J. Meyer,** High-speed rotational angioplasty-induced echo contrast in vivo and in vitro optical analysis. *Cathet. Cardiovasc. Diagn.*, **26** (1992), 98 - 109.
167. **A. Vogel, S. Busch, U. Parlitz,** Shock wave emission and cavitation bubble generation by picosecond and nanosecond optical breakdown in water. *J. Acoust. Soc. Am.*, **100** (1996), 148 - 175 .
168. **A. Doukas, A. Zweig, J. Frisoli, R. Birngruber, T. Deutsch,** Non-invasive determination of shock wave pressure generated by optical breakdown. *Appl. Phys. B,* **53** (1991), 237 - 245.
169. **A. Shima, Y. Tomita,** The behaviour of a spherical bubble near a solid wall in a compressible liquid. *Ing.-Arch.*, **51** (1981), 243 - 255.
170. **W. Hentschel, W. Lauterborn,** Acoustic emission of single laser-produced cavitation bubbles and their dynamics. *Appl. Sci.Res.*, **38** (1982), 225 - 230.
171. **E. Leith, J. Upatnieks,** Wavefront reconstruction with continuoustone objects. *J. Opt. Soc. Am.*, **53** (1963), 1377 - 1381.
172. **W. Lauterborn, W. Hentschel,** Holografische Hochgeschwindigkeitskinematografie. In: Praxis der Holografie; Ed: H. Marwitz (expert verlag, Ehningen), 1990, 354 - 370.

173. **C.M. Vest,** Holographic Interferometry, *Wiley*, New York, 1979.
174. **K. Takayama,** Optical flow vizualization of shock wave phenomena. In: Shock waves; Eds: R. Brun, L.Z. Dumitrescu, *Springer Verlag*, Berlin, 1995, 7 - 16.
175. **K. Takayama,** Holographic interferometry study of shock wave propagation in two-phase media. In: Proc. 16th Intl. Symp. Shock Tubes and Waves; Ed: H. Grönig, Aachen, 1987, 238 - 249.
176. **J. Langhammer, S. Graciet, I. Vik, M. Espeland, O. Lokberg,** Holographic studies of the bubble generated by a seismic airgun. *J. Acoust. Soc. Am.*, **97** (1995), 362 - 369.
177. **D.W. Sweeney, C.M. Vest,** Reconstruction of three-dimensional refractiv index fields from multidirectional interferometric data. *Appl. Opt.*, **12** (1973), 2649 - 2664.
178. **K. Takayama,** Application of holographic interferometry to shock wave research. *Proc. SPIE*, **398** (1983), 174 - 180.
179. **A. Vogel, S. Busch, K. Jungnickel, R. Birngruber,** Mechanisms of intraocular photodisruption with picosecond and nanosecond laser pulses. *Lasers Surg. Med.*, **15** (1994), 32 - 43.
180. **F. Docchio, C.A. Sacchi, J. Marshall,** Experimental investigation of optical breakdown thresholds in ocular media under single pulse irradiation with different pulse duration. *Lasers Ophthalmol.*, **1** (1988), 83 - 93.
181. **B. Zysset, J.G. Fujimoto, C.A. Puliafito, R. Birngruber, T.F. Deutsch,** Picosecond optical breakdown: tissue effects and reduction of collateral damage. *Lasers Surg. Med.*, **9** (1989), 193 - 204.
182. **V. Ancusa,** A theoretical method for determination of the cavitational bubble development in a flow past a body. *Proc. 4th Conf. Hydraulic Machinery and Hydrodinamics, Timisoara*, **2**, pp. 73 - 80 (1994).
183. **A.P. Alloncle, D. Dufresne, M. Autric,** Vizualization of laser-induced vapor bubbles and pressure waves. In: Bubble dynamics and interface phenomena; Eds: J.R. Blake s.a., *Kluwer Academic Publishers*, 1994, 365 - 371.
184. **A. Vogel, W. Lauterborn,** Acoustic transient generation by laser-produced cavitation bubbles near solid boundaries. *J. Acoust. Soc. Am.*, **84** (1988), 719 - 731.
185. **K.J. Ebeling,** Hochfrequenzholografie lasererzeugter und akustisch erzeugter Kavitationsblasen. *Dissertation*, Universität Göttingen, 1976.
186. **I. Eick,** Experimentelle und numerische Untersuchungen zur Dynamik sphärischer und asphärischer Kavitationblasen. *Dissertation*, TH Darmstadt, 1992.
187. **T. Nishiyama, M. Akaizawa,** Pressure waves produced by the collapse of a spherical bubble. *Technol. Rep. Tohoku Univ.*, **44** (1979), 579 - 602.
188. **W. Lauterborn,** Comunicare personalã.
189. **D. Hammer, R. Thomas, M. Frenz, E. Duco Jansen, G.D. Noojin, S.J. Diggs, J. Noack, A. Vogel, B.A. Rockwell,** Shock wave and cavitation bubble measurements of ultrashort pulse laser-induced breakdown in water. *Proc. SPIE*, **2681** (1996) (sub tipar)
190. **W. Lauterborn,** Kavitation durch Laserlicht. *Acustica*, **31** (1974), 51 - 78.
191. **W. Lauterborn, H. Bolle,** Experimental investigations of cavitation-bubble collapse in the neighbourhood of a solid boundary. *J. Fluid Mech.*, **72** (1975), 391 - 399.
192. **W. Lauterborn, R. Timm,** Bubble collapse studies at a million frames per second. In: Cavitation and inhomogeneities in underwater acoustics; Ed: W. Lauterborn, *Springer-Verlag*, Berlin, 1980, 42 - 46.
193. **P. Giovanneschi, D. Dufresne,** Experimental study of laser-induced cavitation bubbles. *J. Appl. Phys.*, **58** (1985), 651 - 652.

194. **Y. Tomita, A. Shima, H. Takahashi,** The behaviour of a laser-produced bubble near a rigid wall with various configurations. *ASME Cavitation Forum,* **FED-116** (1991), 19 - 25.
195. **J.H.J. van der Meulen,** On laser-induced cavitation bubbles and the impact on nearby solid boundaries. In: Proc. Second International Symposium on Cavitation; Ed: K. Sato, 1994, 12 - 23.
196. **W. Lauterborn, I. Eick, A. Philipp,** Approaching bubble dynamics with lasers, holography and computers. In: Bubble dynamics and interface phenomena; Eds: J.R. Blake s.a., *Kluwer Academic Publishers,* 1994, 229 - 310.
197. **S. Zhang, J.H. Duncan, G.L. Chahine,** The final stage of the collapse of a cavitation bubble near a rigid wall. *J. Fluid Mech.,* **257** (1993), 147 - 181.
198. **M.S. Plesset, R.B. Chapman,** Collapse of an initially spherical vapour cavity in the neighbourhood of a solid boundary. *J. Fluid Mech.,* **47** (1971), 283 - 290.
199. **B.B. Taib, G. Doherty, J.R. Blake,** Boundary integral methods applied to cavitation bubble dynamics. In: Mathematical Programming and Numerical Analysis Workshop; Eds.: S.A. Gustafson, R.S. Womersley, *ANU,* 1984, 166 - 186.
200. **J.R. Blake, B.B. Taib, G. Doherty,** Transient cavities near boundaries. Part 1. Rigid boundary. *J. Fluid Mech.,* **170** (1986), 479 - 497.
201. **Y. Tomita,** Non-spherical motion of laser-produced cavitation bubbles near boundaries. *Proc. Intern. Congr. Acoustics,*Beijing, **C2-2**, 1992.
202. **K. Takahashi, A. Shima, Y. Tomita,** Investigation on the behaviour of laser produced bubbles in water-glycerol solutions. *Trans. J. Soc. Mech. Engrs.* **56** (1990), 1 - 5.
203. **W. Lauterborn,** Cavitation bubble dynamics - new tools for an intricate problem. *Appl. Sci. Res.,* **38** (1982), 165 - 178.
204. **K. Nakajima, A. Shima,** Analysis of the behaviour of a bubble in a viscous incompressible liquid by finite element method. *Ing -Arch.,* **46** (1977), 21 - 34.
205. **A. Shima, K. Nakajima,** The collapse of a non-hemispherical bubble attached to a solid wall. *J. Fluid Mech.,* **80** (1977), 369 - 391.
206. **A. Shima, Y. Tomita, T. Ohno,** Temperature effects on single bubble collapse and induced impulsive pressure. *Trans. ASME: J. Fluids Engng,* **110** (1988), 194 - 199.
207. **G.L. Chahine, A.G. Bovis,** Pressure field generated by nonspherical bubble collapse. *Trans. ASME: J. Fluids Engng,* **105** (1983), 356 - 363.
208. **J.H. Duncan, S. Zhang,** On the interaction of a collapsing cavity and a compliant wall. *J. Fluid Mech.,* **226** (1991), 401 - 433.
209. **G.L. Chahine,** Dynamics of the interaction of non-spherical cavities. In: Mathematical approaches in hydrodynamics; Ed: T. Miloh, *SIAM,* 1991.
210. **J.P. Best, A. Kucera,** A numerical investigation of non-spherical rebounding bubbles. *J. Fluid Mech.,* **245** (1992), 137 - 154.
211. **R.E. Tipton, D.J. Steinberg, Y. Tomita,** Bubble expansion and collapse near a rigid wall. *JSME Intern. J.,* **35** (1992), 67 - 75.
212. **J.P. Best,** The formation of toroidal bubbles upon the collapse of transient cavities. *J. Fluid Mech.,* **251** (1993), 79 - 107.
213. **N. Pelekasis, J.A. Tsamopoulos,** Bjerknes forces between two bubbles. Part 1. Response to a step change in pressure. *J. Fluid Mech.,* **254** (1993), 467 - 499.
214. **J.R. Blake, P.A. Robinson, A. Shima, Y. Tomita,** Interaction of two cavitation bubbles with a rigid boundary. *J. Fluid Mech.,* **255** (1993), 707 - 721.

215. G.L. Chahine, Strong bubble/bubble and bubble/flow interactions. In: Bubble dynamics and interface phenomena; Eds: J.R. Blake s.a., *Kluwer Academic Publishers,* 1994, 195 - 206.
216. S. Zhang, J.H. Duncan, On the nonspherical collapse and rebound of a cavitation bubble. *Phys. Fluids,* **6** (1994), 2352 - 2362.
217. Y. Tomita, A. Shima, Interactive problems in bubble dynamics. In: Current Topics in Acoustical Researc; Ed.: J. Menon, *Research Trends,* 1994, 231 - 246.
218. K. Sato, Y. Tomita, A. Shima, Numerical analysis of the behaviour of a cavitation bubble near a vibrating rigid wall by the boundary integral method. In: Boundary elements; Eds: M. Tanaka s.a., *Springer-Verlag,* Berlin, 1990, 73 - 83.
219. Y. Tomita, K. Sato, A. Shima, *Trans. J. Soc. Mech. Engrs,* **59** (1993), 1891 - 1901. (în japoneză).
220. H.H. Shi, J.E. Field, N.K. Bourne, Air entrapment during high-speed liquid jet entry in a deep water surface. *Fluid Dynamics Research,* **11** (1993), 79 - 83.
221. E.A. Brujan, C.D. Ohl, W. Lauterborn, A. Philipp, Dynamics of laser-induced cavitation bubbles in polymer solutions. *Acustica,* **82** (1996), 423 - 430.
222. P. Cerone, J.R. Blake, A note on the instantaneous streamlines, pathlines and pressure contours for a cavitation bubble near a boundary. *J. Austral. Math. Soc. Ser. B,* **26** (1984), 31 - 44.
223. A. Shima, Y. Tomita, D.C. Gibson, J.R. Blake, The growth and collapse of cavitation bubbles near composite surfaces. *J. Fluid Mech.,* **203** (1989), 199 -214.
224. T.B. Bemjamin, A.T. Ellis, The collapse of cavitation bubbles and the pressures thereby produced against solid boundaries. *Phil. Trans. R. Soc. Lond., A,* **260** (1966), 221 - 240.
225. J.R. Blake, The Kelvin impulse: application to cavitation bubble dynamics. *J. Austral. Math. Soc. Ser. B,* **30** (1988), 127 - 146.
226. J.P. Best, J.R. Blake, An estimate of the Kelvin impulse of a transient cavity. *J. Fluid Mech.,* **261** (1994),75 - 93.
227. A. Philipp, M. Delius, C. Scheffczyk, A. Vogel, W. Lauterborn, Interaction of lithotripter-generated shock waves with air bubbles. *J. Acoust. Soc. Am.,* **93** (1993), 2496 - 2509.
228. N.K. Bourne, J.E. Field, Shock-induced collapse of single cavities in liquids. *J. Fluid Mech.,* **244** (1992), 225 - 240.
229. H. Wellinger, R. Gimmel, Werkstofftabelle der Metalle, *Alfred Kröner Verlag,* Stuttgart, 1963.
230. M.O. Popoviciu, Evolutia bulelor cavitationale produse prin scântei electrice. *Rezumatul tezei de doctorat,* I.P. Timisoara, 1971.
231. S.J. Shaw, Y.H. Jin, W.P. Schiffers, D.C. Emmony, The interaction of a single laser-generated cavity in water with a solid surface. *J. Acoust. Soc. Am.,* **99** (1996), 2811 - 2824.
232. C.F. Naudé, A.T. Ellis, On the mechanism of cavitation damage by nonhemispherical cavities collapsing in contact with a solid boundary. *Trans. ASME D: J. Basic Engng,* **83** (1961), 648 - 656.
233. P.A. Lush, R.J.K. Wood, L.J. Carpanini, Pitting in soft aluminium produced by spark-induced cavitation bubbles. In: Proc. 6th Intl. Conf. on Erosion by Liquid and Solid Impact; Eds: J.E. Field, R. Corney, Cambridge, 1983, 5.

234. A. Philipp, W. Lauterborn, Damage of solid surfaces by single-produced cavitation bubbles. *Acustica* (sub tipar).
235. N.K. Bourne, J.E. Field, Cavitation damage by bubbles collapsed by shock-waves. Proc. Inst. Mech. Engrs Conf. on Cavitation, Cambridge, 1992, 49 - 54.
236. Y. Tomita, A. Shima, K. Takayama, Formation and limitation of damage pits caused by buble-shock wave interaction. *Proc. 1988 National Symp. on Shock Wave Phenomena.* Ed.: K. Takayama, Tohoku Univ., 1989, 149 - 160.
237. M. Delius, Effect of lithotripter shock waves on tissues and materials.In: Frontiers of nonlinear acoustics; Eds: M.F. Hamilton, D.T. Blackstock, *Elsevier Science Publishers,* London, 1990, 31 - 46.
238. M.J. Tidd, J. Webster, H.W. Cameron, I.R. Harrison, Mode of action of a surgical electronic lithocast-high speed pressure, cinematography and Schlieren recordings following an ultrashort underwater electronic discharge. *Biomed. Eng.,* **12** (1976), 5 - 11.
239. F. Brümmer, J. Brenner, T. Bräuner, D. Hülser, Effect of shock waves on suspended and immobilized L1210 cells. *Ultrasound Med. Biol.,* **15** (1989), 229 - 239.
240. D. Kessel, R. Jeffers, J.B. Fowlkes, C.A. Cain, Porphyrin-induced enhancement of ultrasound cytotoxicity. *Int. J. Radiat. Biol.,* **66** (1994), 221 - 228.
241. R. Jeffers, R. Feng, J.B. Fowlkes, J.W. Hunt, D. Kessel, C.A. Cain, Dimethylformamide as an enhancer of cavitation-induced cell lysis in vitro. *J. Acoust. Soc. Am.,* **97** (1995), 669 - 676.
242. G.A.M.S. van Dongen, B.J.M. Braakhuis, A. Leyva, H.R. Hendriks, B.B.A. Kipp, M. Bagnay, G.B. Snow, Anti-tumor and differentiation-inducing activity of N,N-dimethylformamide (DMF) in head-and-neck cancer xenografts. *Int. J. Cancer,* **43** (1989), 285 - 292.
243. R. Birngruber, C.A. Puliafito, A. Gawande, W.Z. Lin, R.T. Schoelein, J.G. Fujimoto, Femtosecond laser-tissue interactions: retinal injury studies. *IEEE J. Quant. Electr.,* **QE-23** (1987), 1836 - 1844.
244. S. Thomas, J. Pensel, R. Engelhardt, W. Meyer, A.G. Hofsletter, The pulsed dye laser versus the Q-switched Nd:YAG laser in laser-induced shock wave lithotripsy. *Lasers Surg. Med.,* **8** (1988), 363 - 370.
245. W. Shi, T. Papaioannou, L. Daykhovsky, S. Vari, W. Grunfes, Fragmentation of biliary stones. *Laser Surg. Med.,* **10** (1990), 284 - 290.
246. G. Fleming, R. Brinkman, C. Strunge, R. Engelhardt, Fiber fragmentation during laser lithotripsy. *SPIE Proc.,* **1421** (1991), 146 - 152.
247. A. Vogel, M.R.C. Capon, M.B. Asiyo-Vogel, R. Birngruber, Intraocular photodisruption with picosecond and nanosecond laser pulses: tissue effects in cornea, lens and retina. *Invest. Ophthalmol. Vis. Sci.,* **35** (1994), 3032 - 3044.
248. T.G. van Leeuwen, J.H. Meertens, E. Velema, M.J. Post, C. Borst, Intraluminal vapor bubble induced by excimer laser pulse causes microsecond arterial dilatation and invagination leading to extensive wall damage in the rabbit. *Circulation,* **87** (1993), 1258 - 1263.
249. R. Engelhardt, W. Meyer, P. Hering, Spectroscopy during laser induced shock wave lithotripsy. *SPIE Proc.,* **906** (1988), 200 - 204.
250. D. Rosen, C. Goldey, S. Dretler, Real-time optical feedback control of laser lithotripsy. *SPIE Proc.,* **1879** (1993), 149 - 159.

251. C. Ell, J. Hochberger, A. May, W. Fleig, R. Bauer, L. Mendez, E. Hahn, Laser lithotripsy of difficult bile duct stones by means of a rhodamine-6G laser an integrated automatic stone-tissue detection system. *Gastrointest. Endosc.*, **39** (1993), 755 - 762.
252. H. Neuhaus, W. Hoffmann, K. Gottlieb, M. Classen, Endoscopic lithotripsy of bile duct stones using a new laser with automatic stone recognition. *Gastrointest. Endosc.*, **40** (1994), 708 - 715.
253. M. Delius, Comunicare personalã.
254. M. Niemz, T. Hoppeler, T. Juhasz, J. Bille, Intrastromal ablations for refractive corneal surgery using picosecond infrared laser pulses. *Lasers Light Ophthalmol.*, **5** (1993), 149 - 155.

ANEXA 1. Programul de calcul pentru solutionarea modelului incompresibil

```
#include <graphics.h>
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <string.h>
#include <ctype.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <alloc.h>
#include <fcntl.h>
#include <dos.h>
#include <time.h>

long double beta[3].betar.betax.betas[3].dbeta.beta02.dteta2.sval.m.a.pw_p.v_v0;
double p.sigma.ita0.ita.k.dens.n.numa.nam.pw_p1;
float q.r0.dteta.tau;
unsigned long int points_no.points_nr.point_lim.i;
int b.i_tra;
char *endptr;
char buffer[40].file_name[20].file_out[20].ch;
FILE *in_file.*out_file;
char  *read_mode = "rt".*write_mode = "wt";
char string2[80].string3[20].string4[20];
int x_mesg1=100;
int y_mesg1=100;
char *t_1 = "( Numarul de valori calculate  : %8ld )\n( Numarul de iteratii pentru S : %8d )\n";
char *t_3 = "( Indicele de start pt. distributia de presiuni : %8ld ) n";
char *t_4 = "( Q     = %5.2f )\n( SIGMA = %7.4f )\n( R0    = %8.5f )\n";
char *t_7 = "( P     = %10.0f )\n( ITA   = %10.7f )\n( ITA0  = %10.7f )\n";
char *t_10= "( K     = %7.4f )\n( N     = %7.4f )\n( DENS  = %10.4f )\n";
char *f_1 = "Nume fisier iesire ? : ";
char *f_21= "Fisierul de iesire pentru distr.de presiuni ? : ";
char *f_3 = "Calculul pentru BETA.viteze si distr. de presiuni (polimeri)";
char *f_6 = "Numarul de puncte ? : ";
char *f_7 = "Intervalul elementar ? : ";
char *f_8 = "Constanta Q ? : ";
char *f_9 = "Constanta r0 ? : ";
char *f_19 ="Fisier inexistent! ";
char *f_10 = "X%7.7f Y%12.10Lf V%12.10Lf P%12.10Lf I%1d\n";
char *f_22 = "X%7.5Lf P%12.10Lf I%1d\n";
char *f_11 = "Marimea intervalului de reprezentare ? : ";
char *f_12 = "Constanta SIGMA ?: ";
char *f_13 = "Constanta P ?    : ";
char *f_14 = "Constanta ITA0 ? : ";
char *f_15 = "Constanta ITA ?  : ";
char *f_16 = "Constanta K ?    : ";
char *f_17 = "Constanta n ?    : ";
char *f_18 = "Densitatea  ?    : ";
char *f_20 = "Limita de calcul a val. S : ";
char *f_23 = "Indicele valorii initiale in distr.de presiuni ? : ";

void graphics(void);
void write_dat(char *car_dest);
void write_rec1(char *car_dest);
void write_rec(char *car_dest);
```

```
void sfun(void);
void press(void);
int input_str(int x,int y,char *string,char *temp_str,int str_col,
                                        int in_col,int bk_col,int limit,int flag);

/****************************/

void graphics(void)
/* initializare grafica */
{
  /* request auto detection */
  int gdriver = DETECT, gmode, errorcode;

  /* initialize graphics mode */
  initgraph(&gdriver, &gmode, "");

  /* read result of initialization */
  errorcode = graphresult();

  if (errorcode != grOk)  /* an error occurred */
  {
    printf("Graphics error: %s\n", grapherrormsg(errorcode));
    printf("Press any key to halt:");
    getch();
    exit(1);           /* return with error code */
  }
}

/*********************************/

void write_dat(char *car_dest)
{
     sprintf(car_dest,t_1,points_no,b);
     fputs(car_dest,out_file);
     sprintf(car_dest,t_3,point_lim);
     fputs(car_dest,out_file);
     sprintf(car_dest,t_4,q,sigma,r0);
     fputs(car_dest,out_file);
     sprintf(car_dest,t_7,p,ita,ita0);
     fputs(car_dest,out_file);
     sprintf(car_dest,t_10,k,n,dens);
     fputs(car_dest,out_file);
}

/*********************************/

void write_rec1(char *car_dest)
{
     sprintf(car_dest,f_10,tau,beta[2],v_v0,pw_p,i_tra);
     fputs(car_dest,out_file);
}


/*********************************/

void write_rec(char *car_dest)
```

```
{
     sprintf(car_dest,f_22,betax,pw_p,i_tra);
     fputs(car_dest,out_file);
}

/*****************************/

int input_str(int x,int y,char *string,char *temp_str,int str_col,
                                               int in_col,int bk_col,int limit,int flag)
/*  introducere sir de caractere cu afisare la terminal si posibilitate de
    corectare a sirului
  x,y - coord. pozitie sir de caract.;
  string - mesaj pe linia de afisare;
  str_col - culoare afisare mesaj;
  in_col - culoare afisare sir introdus;
  bk_col - culoare background;
  limit - limita sirului introdus;
  flag - 0 - afiseaza doar mesaj si iese la apasare tasta,
           1 - mesaj+introducere text
  t_str - sir introdus;
  temp_str - adresa la care se transfera sirul introdus
 return
  ch - tasta apasata ultima data   */
 {
 char *t_str,ch;
 int chr;

  t_str = buffer;
  buffer[0] = 0;
  setfillstyle(SOLID_FILL,bk_col);
  if (string != "") {
    setcolor(str_col);
    outtextxy(x,y,string);
    x += strlen(string)*8; }
  if (!flag) {
    chr = getch();
    if(!chr) chr = getch()+500;
    return(chr); }
  bar(x,y,x+limit*8,y+8);
  do {
   ch = getch();

   if(strlen(buffer) < limit)
     if(isalnum(ch) || ispunct(ch) || (ch==32)) {
             *t_str++ = ch;*t_str = 0;
             bar(x,y,x+strlen(buffer)*8,y+8);
             setcolor(in_col);
             outtextxy(x,y,buffer); }
   if (ch == 8) {                  /* backspace */
     if(strlen(buffer) > 0) {
             t_str--;*t_str = 0;
             bar(x+strlen(buffer)*8,y,x+strlen(buffer)*8+8,y+8); } }
  } while ((ch != 13) && (ch != 27));
  strcpy(temp_str,buffer);
  return(ch);
 }
```

```
/****************************/

void sfun(void)
{
int j;
double kj,hj,z[2],f[2],s[2];
s[0]=1;
f[0]=1;
z[0]=1;
  for(j=1;j<=b;j++)
    {kj=(n*(j-1)+1)/(j*n+1);
     hj=(1/n+j-1)/j;
     f[1]=f[0]*hj/a;
     z[1]=z[0]*kj;
     s[1]=s[0]+f[1]*z[1];
     f[0]=f[1];z[0]=z[1];s[0]=s[1];
    }
sval=s[1];
}

/****************************/


void press(void)
{
/*        CALCULUL VALORILOR PENTRU BETA,VITEZE SI PRESIUNI (polimeri) */
double expo,expo2,expo3;
long double beta04,v2,exp5;
double m1,exp1,exp2,exp3,exp4;
bar(0,0,getmaxx(),getmaxy());
ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1-20,f_21,file_out,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,55,1);
                                        /* fisierul de iesire pt. distr.presiunilor */
out_file = fopen(file_out,write_mode);
ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+20,f_6,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
points_nr=atol(buffer);      /* numarul de puncte */
ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+36,f_7,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
dteta=atof(buffer);          /* intervalul elementar */
dteta2=dteta*dteta;
ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+52,f_11,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
num= strtod(buffer, &endptr);  /* marimea intervalului de repr. */
numa=num-1;

i_tra=1;
expo=1-1/n;
expo3=3;
expo2=4;
v2=4*(ita0-ita)/r0/sqrt(p*dens);
m1=sqrt(12)/k*sqrt(p/dens)/r0;
m=pow(m1,n);
betar=betas[0];
beta02=betas[0]*betas[0];
beta04=beta02*beta02;
exp1=beta02*(betas[2]-2*betas[1]+betas[0])/dteta2;
exp2=(betas[1]*betas[1]-2*betas[0]*betas[1]+beta02)/dteta2;
exp3=beta02*(betas[1]-betas[0])/dteta2;
```

```
for(i=1;i<points_nr;i++)
   { if(i>1)i_tra=0;
        numa++;
        if( !fmod(numa,num) )
                  { exp4=exp3/pow(betar,expo3);
                   exp5=fabs(exp4);
                   a=1+1/(m*pow(exp5,n));
                   exp5=1+m*pow(exp5,n);
                   sfun();
                   pw_p=1+exp1/betar+exp2*(2*betas[0]/betar-
                       0.5*beta04/pow(betar,expo2)) -
                       v2*exp4/exp5*(1-pow(exp5,expo))*sval;
                   pw_p=log10(pw_p);
                   betax=log10(betar);
                   betax=betar;
                   write_rec(string2);
                  }
        betar=betar+dteta;
   }
 fclose(out_file);
}

/****************************/


void main(void)
{
/*       CALCULUL VALORILOR PENTRU BETA,VITEZE SI PRESIUNI (polimeri) */
char str[25];
double expo=5.2,expo2,expo3=4.2;
long double c,c1,c2,v1,v2,exp5;
double m1,exp1,exp2,exp3,exp4;
graphics();
setcolor(LIGHTCYAN);
outtextxy(x_mesg1,y_mesg1-40,f_3);
ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1-20,f_1,file_out,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
                                      /* fisierul de iesire */
ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+20,f_6,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
points_no=atol(buffer);       /* numarul de puncte */
ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+40,f_7,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
dteta=atof(buffer);          /* intervalul elementar */
dteta2=dteta*dteta;
ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+60,f_11,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
num= strtod(buffer, &endptr);  /* marimea intervalului de repr. */
numa=num-1;
input_str(x_mesg1,y_mesg1+80,f_8,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
q=atof(buffer);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+100,f_9,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
r0=atof(buffer);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+120,f_12,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
sigma=strtod(buffer, &endptr);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+140,f_13,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
p=strtod(buffer, &endptr);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+160,f_15,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
ita=strtod(buffer, &endptr);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+180,f_14,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
```

```
ita0=strtod(buffer, &endptr);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+200,f_16,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
k=strtod(buffer, &endptr);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+220,f_17,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
n=strtod(buffer, &endptr);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+240,f_18,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
dens=strtod(buffer, &endptr);

ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+260,f_23,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,50,1);
point_lim=atol(buffer);        /* pct. de start pt.calc.distr.de pres.*/
ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+280,f_20,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
b=atoi(buffer);

expo2=-1/n;
c=2*sigma/r0/p;
v1=4*ita/r0/sqrt(p*dens);
v2=4*(ita0-ita)/r0/sqrt(p*dens);

i_tra=1;
beta[0]=1;
beta[1]=1;
m1=sqrt(12)/k*sqrt(p/dens)/r0;
m=pow(m1,n);
 out_file = fopen(file_out,write_mode);
 write_dat(string2);
 for(i=1;i<points_no;i++)
    { if(i>1)i_tra=0;
          dbeta=beta[1]-beta[0];
          beta02=beta[0]*beta[0];
          exp1=fabs(dbeta/beta[0]/dteta);
          if (exp1)
            a=1+1/m/pow(exp1,n);
          else
            a=1;
          sfun();

          exp2=1+m*pow(exp1,n);
          exp3=pow(exp2,expo2);
          exp4=beta[0];
          exp5=pow(exp4,expo);
          beta[2]=5*beta[1]-2.5*beta[0]-1.5*beta[1]*beta[1]/beta[0]-
                    dteta2/beta[0] + q*dteta2/exp5-
                    c*dteta2/beta02 -
                    (v1+v2*exp3*sval)*dteta*dbeta/beta02;
                    if(i==point_lim+2)
               {betas[0]=beta[0];
                    betas[1]=beta[1];
                    betas[2]=beta[2];}
          tau=dteta*i;
          numa++;
          if( !fmod(numa,num) )
                    { v_v0=dbeta/dteta;
                     exp5=pow(exp4,expo3);
                     pw_p1=q/exp5-c/beta[0]-
                         (dbeta/beta[0]/dteta)*(v1+v2/exp2);
                     if(pw_p1 > 0) pw_p=log10(pw_p1);
```

```
                write_rec1(string2);
               }
        beta[0]=beta[1];
        beta[1]=beta[2];
    }
  fclose(out_file);
  press();
closegraph();
}
```

ANEXA 2. Programul de calcul pentru solutionarea modelului compresibil

```
#include <graphics.h>
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <string.h>
#include <ctype.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <alloc.h>
#include <fcntl.h>
#include <dos.h>
#include <time.h>

long double beta[4].betar.betax.betas[3].dbeta.beta02.dteta2.sval.m.a.pw_p.v_v0;
double p.sigma.ita0.cs.ita.k.dens.n.nama.nam.pw_p1;
float q.r0.dteta.tau;
unsigned long int points_no.points_nr.point_lim.i;
int b.i_tra;
char *endptr;
char buffer[40].file_name[20].file_out[20].ch;
FILE *in_file.*out_file;
char  *read_mode = "rt".*write_mode = "wt";
char string2[80].string3[20].string4[20];
int x_mesg1=100;
int y_mesg1=100;
char *t_1 = "( Numarul de valori calculate  : %8ld )\n( Numarul de iteratii pentru S : %8d )\n";
char *t_3 = "( Indicele de start pt. distributia de presiuni : %8ld )\n";
char *t_4 = "( Q     = %8.5f )\n( SIGMA = %7.4f )\n( R0    = %8.5f )\n";
char *t_7 = "( P     = %10.0f )\n( ITA   = %10.7f )\n( ITA0  = %10.7f )\n";
char *t_10= "( K     = %7.4f )\n( N     = %7.4f )\n( DENS  = %10.4f )\n";
char *f_1 = "Nume fisier iesire ? : ";
char *f_21= "Fisierul de iesire pentru distr.de presiuni ? : ";
char *f_3 = "Calculul pentru BETA.viteze si distr. de presiuni (polimeri)";
char *f_6 = "Numarul de puncte ? : ";
char *f_7 = "Intervalul elementar ? : ";
char *f_8 = "Constanta Q ? : ";
char *f_9 = "Constanta r0 ? : ";
char *f_19 ="Fisier inexistent! ";
char *f_10 = "X%7.7f Y%12.10Lf V%12.10Lf P%12.10Lf I%ld\n";
char *f_22 = "X%7.5Lf P%12.10Lf I%ld\n";
char *f_11 = "Marimea intervalului de reprezentare ? : ";
char *f_12 = "Constanta SIGMA ?: ";
char *f_13 = "Constanta P ?    : ";
char *f_14 = "Constanta ITA0 ? : ";
char *f_15 = "Constanta ITA ?  : ";
char *f_16 = "Constanta K ?    : ";
char *f_17 = "Constanta n ?    : ";
char *f_18 = "Densitatea  ?    : ";
char *f_20 = "Limita de calcul a val. S : ";
char *f_23 = "Indicele valorii initiale in distr.de presiuni ? : ";
char *f_24 = "Constanta CS ?        : ";

void graphics(void);
void write_dat(char *car_dest);
void write_rec1(char *car_dest);
```

```
void write_rec(char *car_dest);
void sfun(void);
void press(void);
int input_str(int x,int y,char *string,char *temp_str,int str_col,
                                        int in_col,int bk_col,int limit,int flag);

/*****************************/

void graphics(void)
/* initializare grafica */
{
  /* request auto detection */
  int gdriver = DETECT, gmode, errorcode;

  /* initialize graphics mode */
  initgraph(&gdriver, &gmode, "");

  /* read result of initialization */
  errorcode = graphresult();

  if (errorcode != grOk)  /* an error occurred */
  {
    printf("Graphics error: %s\n", grapherrormsg(errorcode));
    printf("Press any key to halt:");
    getch();
    exit(1);          /* return with error code */
  }
}

/*********************************/

void write_dat(char *car_dest)
{
      sprintf(car_dest,t_1,points_no,b);
      fputs(car_dest,out_file);
      sprintf(car_dest,t_3,point_lim);
      fputs(car_dest,out_file);
      sprintf(car_dest,t_4,q,sigma,r0);
      fputs(car_dest,out_file);
      sprintf(car_dest,t_7,p,ita,ita0);
      fputs(car_dest,out_file);
      sprintf(car_dest,t_10,k,n,dens);
      fputs(car_dest,out_file);
}

/*********************************/

void write_rec1(char *car_dest)
{
      sprintf(car_dest,f_10,tau,beta[3],v_v0,pw_p,i_tra);
      fputs(car_dest,out_file);
}


/*********************************/
```

```
void write_rec(char *car_dest)
{
      sprintf(car_dest,f_22,betax,pw_p,i_tra);
      fputs(car_dest,out_file);
}

/**************************/

int input_str(int x,int y,char *string,char *temp_str,int str_col,
                                                int in_col,int bk_col,int limit,int flag)
/*  introducere sir de caractere cu afisare la terminal si posibilitate de
    corectare a sirului
  x,y - coord. pozitie sir de caract.;
  string - mesaj pe linia de afisare;
  str_col - culoare afisare mesaj;
  in_col - culoare afisare sir introdus;
  bk_col - culoare background;
  limit - limita sirului introdus;
  flag - 0 - afiseaza doar mesaj si iese la apasare tasta,
            1 - mesaj+introducere text
  t_str - sir introdus;
  temp_str - adresa la care se transfera sirul introdus
return
  ch - tasta apasata ultima data   */
{
char *t_str,ch;
int chr;

  t_str = buffer;
  buffer[0] = 0;
  setfillstyle(SOLID_FILL,bk_col);
  if (string != "") {
    setcolor(str_col);
    outtextxy(x,y,string);
    x += strlen(string)*8; }
  if (!flag) {
    chr = getch();
    if(!chr) chr = getch()+500;
    return(chr); }
 bar(x,y,x+limit*8,y+8);
 do {
   ch = getch();

   if(strlen(buffer) < limit)
     if(isalnum(ch) || ispunct(ch) || (ch==32)) {
            *t_str++ = ch;*t_str = 0;
            bar(x,y,x+strlen(buffer)*8,y+8);
            setcolor(in_col);
            outtextxy(x,y,buffer); }
   if (ch == 8) {                  /* backspace */
     if(strlen(buffer) > 0) {
            t_str--;*t_str = 0;
            bar(x+strlen(buffer)*8,y,x+strlen(buffer)*8+8,y+8); } }
 } while ((ch != 13) && (ch != 27));
 strcpy(temp_str,buffer);
 return(ch);
```

```
}

/****************************/

void sfun(void)
{
int j;
double kj,hj,z[2],f[2],s[2];
s[0]=1;
f[0]=1;
z[0]=1;
  for(j=1;j<=b;j++)
    {kj=(n*(j-1)+1)/(j*n+1);
     hj=(1/n+j-1)/j;
     f[1]=f[0]*hj/a;
     z[1]=z[0]*kj;
     s[1]=s[0]+f[1]*z[1];
     f[0]=f[1];z[0]=z[1];s[0]=s[1];
    }
 sval=s[1];
 }

 /****************************/


 void press(void)
 {
 /*        CALCULUL VALORILOR PENTRU BETA,VITEZE SI PRESIUNI (polimeri) */
 double expo,expo2,expo3;
 long double beta04,v2,exp5;
 double m1,exp1,exp2,exp3,exp4;
 bar(0,0,getmaxx(),getmaxy());
 ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1-20,f_21,file_out,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,55,1);
                                    /* fisierul de iesire pt  distr.presiunilor */
 out_file = fopen(file_out,write_mode);
 ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+20,f_6,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
 points_nr=atol(buffer);       /* numarul de puncte */
 ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+36,f_7,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
 dteta=atof(buffer);          /* intervalul elementar */
 dteta2=dteta*dteta;
 ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+52,f_11,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
 num= strtod(buffer, &endptr);  /* marimea intervalului de repr. */
 numa=num-1;

 i_tra=1;
 expo=1-1/n;
 expo3=3;
 expo2=4;
 v2=4*(ita0-ita)/r0/sqrt(p*dens);
 m1=sqrt(12)/k*sqrt(p/dens)/r0;
 m=pow(m1,n);
 betar=betas[0];
 beta02=betas[0]*betas[0];
 beta04=beta02*beta02;
 exp1=beta02*(betas[2]-2*betas[1]+betas[0])/dteta2;
 exp2=(betas[1]*betas[1]-2*betas[0]*betas[1]+beta02)/dteta2;
```

```
exp3=beta02*(betas[1]-betas[0])/dteta2;
  for(i=1;i<points_nr;i++)
     { if(i>1)i_tra=0;
          numa++;
          if( !fmod(numa,num) )
                    { exp4=exp3/pow(betar,expo3);
                     exp5=fabs(exp4);
                     a=1+1/(m*pow(exp5,n));
                     exp5=1+m*pow(exp5,n);
                     sfun();
                     pw_p=1+exp1/betar+exp2*(2*betas[0]/betar-
                         0.5*beta04/pow(betar,expo2)) -
                         v2*exp4/exp5*(1-pow(exp5,expo))*sval;
                     pw_p=log10(pw_p);
                     betax=log10(betar);
                     betax=betar;
                     write_rec(string2);
                    }
          betar=betar+dteta;
     }
  fclose(out_file);
}

/****************************/


void main(void)
{
/*        CALCULUL VALORILOR PENTRU BETA,VITEZE SI PRESIUNI (polimeri) */
char str[25];
double expo=-4.2,expo2,expo3=4.2,exp6=7.15,B1=304913000;
long double c,c1,c2,v1,v2,exp5,eps,c3,v3,c4;
long double m1,exp1,exp2,exp3,exp4,exp100,exp101,exp102,exp103,exp104,exp105,exp106;
graphics();
setcolor(LIGHTCYAN);
outtextxy(x_mesg1,y_mesg1-40,f_3);
ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1-20,f_1,file_out,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
                                    /* fisierul de iesire */
ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+20,f_6,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
points_no=atol(buffer);      /* numarul de puncte */
ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+40,f_7,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
dteta=atof(buffer);          /* intervalul elementar */
dteta2=dteta*dteta;
ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+60,f_11,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
num= strtod(buffer, &endptr);  /* marimea intervalului de repr. */
numa=num-1;
input_str(x_mesg1,y_mesg1+80,f_8,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
q=atof(buffer);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+100,f_9,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
r0=atof(buffer);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+120,f_12,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
sigma=strtod(buffer, &endptr);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+140,f_13,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
p=strtod(buffer, &endptr);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+160,f_15,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
ita=strtod(buffer, &endptr);
```

```
input_str(x_mesg1,y_mesg1+180,f_14,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
ita0=strtod(buffer, &endptr);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+200,f_16,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
k=strtod(buffer, &endptr);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+220,f_17,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
n=strtod(buffer, &endptr);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+240,f_18,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
dens=strtod(buffer, &endptr);
input_str(x_mesg1,y_mesg1+260,f_24,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
cs=strtod(buffer, &endptr);


ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+280,f_23,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,50,1);
point_lim=atol(buffer);      /* pct. de start pt.calc.distr.de pres.*/
ch = input_str(x_mesg1,y_mesg1+300,f_20,buffer,LIGHTCYAN,YELLOW,BLUE,40,1);
b=atoi(buffer);

expo2=-1/n;
c=2*sigma/r0/p;
v1=4*ita/r0/sqrt(p*dens);
v2=4*(ita0-ita)/r0/sqrt(p*dens);
v3=b1/p;
eps=sqrt(p/dens)/cs;
c3=(exp6-1)/exp6;
c4=1/(1+v3);

i_tra=1;
beta[0]=1;
beta[1]=1;
beta[2]=1+(q-c-1)*dteta2;
m1=sqrt(12)/k*sqrt(p/dens)/r0;
m=pow(m1,n);
  out_file = fopen(file_out,write_mode);
  write_dat(string2);
  for(i=1;i<points_no;i++)
     { if(i>1)i_tra=0;
          dbeta=beta[1]-beta[0];
          beta02=beta[0]*beta[0];
          exp1=fabs(dbeta/beta[0]/dteta);
          if (exp1)
            a=1+1/m/pow(exp1,n);
          else
            a=1;
          sfun();

          exp2=1+m*pow(exp1,n);
          exp3=pow(exp2,expo2);
          exp4=beta[0];
          exp5=pow(exp4,expo);
          exp100=beta[1]/beta[0]-1;
          exp101=beta[2]-2*beta[1]+beta[0];
          exp102=c4*(q*exp5-c/beta[0]-v1*dbeta/beta[0]/dteta+v3);
          exp103=pow(exp102,c3);
          exp104=1.5*exp100*exp100+exp101/beta[0];
          exp105=dteta/eps;
          exp106=(exp103-1)/beta02/(exp6-1);
```

```
            beta[3]=3*beta[2]-3*beta[1]+beta[0]-6*exp100*exp101-2*exp100*exp100*exp100*beta[0]+
                  exp105*exp104-exp105*exp105*exp105*exp106+v2*pow(exp3,-1)*dteta*dbeta/beta02-
                  v2*exp3*sval*dteta*dbeta/beta02;
                  if(i==point_lim+2)
               {betas[0]=beta[0];
                  betas[1]=beta[1];
                  betas[2]=beta[2];}
            tau=dteta*i;
            numa++;
            if( !fmod(numa,num) )
                  { v_v0=dbeta/dteta;
                   exp5=pow(exp4,expo3);
                   pw_p1=q/exp5-c/beta[0]-
                      (dbeta/beta[0]/dteta)*(v1+v2/exp2);
                   if(pw_p1 > 0) pw_p=log10(pw_p1);
                   write_rec1(string2);
                  }
            beta[0]=beta[1];
            beta[1]=beta[2];
            beta[2]=beta[1];
      }
   fclose(out_file);
   press();
  closegraph();
  }
```

ANEXA 3. Grafică

```
program Cav;
uses Crt,Graph ;

const
 MaxPoint=400;
 XMinF=0.0;
 XMaxF=6.0;
 aYMinF=0.0;
 aYMaxF=1.0;
 bYMinF=-1.0;
 bYMaxF=4.0;
 MaxNrFun=4;
 ColFun:array[1..MaxNrFun] of integer = (Red,Green,Blue,Brown);
 rXVSMax=1.0;
 rYVSMax=1.0;

type
 PointT=record
        X:real;
        Y:real;
       end;
 FileNameT=string[8];

var
 {functii}
 NrFun:integer;
 Points:array[1..MaxPoint] of PointT;
 NrPoints:integer;
 YMinF,YMaxF:real;
 DimXF,DimYF:real;

 {grafica}
 XMinS,YMinS,XMaxS,YMaxS:integer;
 XMinV,YMinV,XMaxV,YMaxV:integer;
 DimXS,DimYS:integer;
 DimXV,DimYV:integer;
 rXVS,rYVS:real;
 XF,YF:real;
 Xi,Yi:integer;
 GMaxCol:integer;
 GResult:integer;
 GDriver:integer;
 GMode:integer;
 {fisiere}
 ValFile:text;
 InImgFile:file;
 OutImgFile:file;
 AnyFile:file;
 FileName:FileNameT;
 FileNames:array[1..MaxNrFun] of FileNameT;

 {imagini}
 ImgPointer:pointer;
```

```
  ImgSize:word;
  {diverse}
  Opt:char;
  TipFun:char;

 function ReadString(c,l:integer;Prompt:string):string;
 var
  Value:string;
 begin
  GotoXY(c,l); Write(Prompt); ClrEol;
  ReadLn(Value);
  ReadString:=Value;
 end;

 function ReadInteger(c,l:integer;Prompt:string):integer;
 var
  Value:integer;
 begin
  GotoXY(c,l); Write(Prompt); ClrEol;
  ReadLn(Value);
  ReadInteger:=Value;
 end;

 function ReadChar(c,l:integer;Prompt:string):char;
 var
  Value:char;
 begin
  GotoXY(c,l); Write(Prompt); ClrEol;
  ReadLn(Value);
  ReadChar:=Value;
 end;

procedure Init;
{initializari}
begin
 {sistem grafic}
 GDriver:=VGA;
 GMode:=VGAHi;
 InitGraph(GDriver,GMode,'C:\TP5');
 GResult:=GraphResult;
 RestoreCrtMode;
 if GResult <> GrOK
  then
   begin
    WriteLn('Eroare ',GResult,' la grafica');
    Halt;
   end;
{limite ecran}
XMinS:=0;
YMinS:=0;
XMaxS:=GetMaxX;
YMaxS:=GetMaxY;
{dreptunghi incadrare}
DimXS:=XMaxS-XMinS+1;
DimYS:=YMaxS-XMinS+1;
rXVS:=1/2;
```

```
 rYVS:=1/2;
end;

procedure DefineViewPort;
begin
 DimXV:=Round(DimXS*rXVS);
 DimYV:=Round(DimYS*rYVS);
 XMinV:=Round(XMinS+(DimXS-DimXV)/2);
 YMinV:=Round(YMinS+(DimYS-DimYV)/2);
 XMaxV:=Round(XMaxS-(DimXS-DimXV)/2);
 YMaxV:=Round(YMAxS-(DimYS-DimYV)/2);
end;

procedure DrawFrame;
begin
 SetLineStyle(DottedLn,0,NormWidth);
 SetColor(Magenta);
 DefineViewPort;
 Rectangle(XMinV,YMinV,XMaxV,YMaxV);
end;

procedure Convert;
begin
 Xi:=      Round((XF-XMinF)*DimXV/DimXF);
 Yi:=DimYV-Round((YF-YMinF)*DimYV/DimYF);
end;

function FileOK(FileName:FileNameT):boolean;
begin
 Assign(AnyFile,FileName);
 {$I-} Reset(AnyFile); {$I+}
 if IOResult=0
  then
   begin
    FileOK:=True;
    Close(AnyFile);
   end
    else FileOK:=False;
end;

procedure DrawGraph;
var
 i:integer;
begin
 {primul punct}
 XF:=Points[1].X;
 YF:=Points[1].Y;
 Convert;
 MoveTo(Xi,Yi);
 for i:=1 to NrPoints do
  begin
   XF:=Points[i].X;
   YF:=Points[i].Y;
   Convert;
   LineTo(Xi,Yi);
  end;
```

```
  end;


  procedure ReadVal;
  var
   v1,v2,v3,v4:real;
   v5:integer;
  begin
   Assign(ValFile,FileName+'.VAL');
   Reset(ValFile);
   NrPoints:=0;
   while not Eof(ValFile) do
    begin
     ReadLn(ValFile,v1,v2,v3,v4,v5);
     NrPoints:=NrPoints+1;
     Points[NrPoints].X:=v1;
     case TipFun of
      'a':Points[NrPoints].Y:=v2;
      'b':Points[NrPoints].Y:=v4;
     end;
    end;
   Close(ValFile);
  end;

  procedure ErrMsg(Msg:string);
  {mesaje de eroare}
  begin
   GotoXY(1,20); WriteLn(Msg);
   ReadLn;
   GotoXY(1,20); ClrEol;
  end;

  procedure SaveImg(SaveFileName:FileNameT);
  begin
  SetViewPort(XMinS,YMinS,XMaxS,YMaxS,False);
   ImgSize:=ImageSize(XMinV,YMinV,XMaxV,YMaxV);
   if ImgSize=0
    then ErrMsg('Imagine prea mare')
    else
     begin
      Assign(OutImgFile,SaveFileName+'.IMG');
      Rewrite(OutImgFile,1);
      GetMem(ImgPointer,ImgSize);
      GetImage(XMinV,YMinV,XMaxV,YMaxV,ImgPointer^);
      BlockWrite(OutImgFile,ImgPointer^,ImgSize);
      FreeMem(ImgPointer,ImgSize);
      Close(OutImgFile);
     end;
 end;

 procedure LoadImg(LoadFileName:FileNameT);
 var
  NrRead:word;
 begin
   Assign(InImgFile,LoadFileName+'.IMG');
   Reset(InImgFile,1);
```

```
 ImgSize:=FileSize(InImgFile);
 GetMem(ImgPointer,ImgSize);
 BlockRead(InImgFile,ImgPointer^,ImgSize,NrRead);

 SetGraphMode(GMode);
 SetViewPort(XMinS,YMinS,XMaxS,YMaxS,False);
 SetLineStyle(SolidLn,0,NormWidth);
 SetBkColor(Cyan);
 DefineViewPort;

 PutImage(XMinV,YMinV,ImgPointer^,0);
 FreeMem(ImgPointer,ImgSize);
 Close(InImgFile);
 ReadLn;

 RestoreCrtMode;
end;

procedure CopyFile(InFileName,OutFileName:string);
var
 Buffer:array[1..512] of char;
 NrRead,NrWritten:word;
begin
 Assign(InImgFile,InFileName);
 Reset(InImgFile,1);
 Assign(OutImgFile,OutFileName);
 Rewrite(OutImgFile,1);
 repeat
  BlockRead(InImgFile,Buffer,SizeOf(Buffer),NrRead);
  BlockWrite(OutImgFile,Buffer,NrRead,NrWritten);
 until (NrRead=0) or (NrRead <> NrWritten);
 Close(InImgFile);
 Close(OutImgFile);
end;


procedure Draw;
var
 i:integer;
 Gata:boolean;
 StrNrFun:string[2];
begin
 ClrScr;
 repeat
  TipFun:=ReadChar(20,10,'Tip functie : ');
 until TipFun in ['a','b'];
 Gata:=False;
 NrFun:=0;
 while (NrFun < MaxNrFun) and not (Gata) do
  begin
   Str(NrFun+1:2,StrNrFun);
   FileName:=ReadString(20,13+NrFun,'Nume fisier '+StrNrFun+' : ');
   if FileName <> ''
    then
     begin
      if FileOK(FileName+'.VAL')
```

```
      then
       begin
        NrFun:=NrFun+1;
        FileNames[NrFun]:=FileName;
       end
      else ErrMsg('Fisier '+FileName+'.VAL inexistent');
    end
   else Gata:=True;
  end;
 if NrFun <> 0
  then
   begin
    SetGraphMode(GMode);
    DrawFrame;
    DefineViewPort;
    SetViewPort(XMinV,YMinV,XMaxV,YMaxV,True);
    SetLineStyle(SolidLn,0,NormWidth);
    SetBkColor(Cyan);
    case TipFun of
     'a':begin
          YMinF:=aYMinF;
          YMaxF:=aYMaxF;
         end;
     'b':begin
          YMinF:=bYMinF;
          YMaxF:=bYMaxF;
         end;
    end;
    DimXF:=XMaxF-XMinF;
    DimYF:=YMaxF-YMinF;
    for i:=1 to NrFun do
     begin
      FileName:=FileNames[i];
      ReadVal;
      SetColor(ColFun[i]);
      DrawGraph;
     end;
    ReadLn;
    SaveImg('TMP');
    RestoreCrtMode;
   end;
end;

procedure Load;
var
 Gata:boolean;
begin
 ClrScr;
 Gata:=False;
 repeat
  FileName:=ReadString(20,10,'Fisier imagine : ');
  if FileName <> ''
   then
    begin
     if not FileOK(FileName+'.IMG')
      then ErrMsg('Fisierul '+FileName+'.IMG inexistent')
```

```
      else
       begin
        LoadImg(FileName);
        Gata:=True;
       end;
    end
   else Gata:=True;
 until Gata;
end;

procedure Save;
begin
 ClrScr;
  if FileOK('TMP.IMG')
   then
    begin
     FileName:=ReadString(20,10,'Fisier imagine : ');
     CopyFile('TMP.IMG',FileName+'.IMG');
    end
  else ErrMsg('Lipsa fisier TMP.IMG');
end;



procedure Frame;
begin
 SetGraphMode(GMode);
 DefineViewPort;
 DrawFrame;
 ReadLn;
 RestoreCrtMode;
end;

procedure ScaleP(c,l:integer;Coord:string;var Old,New:real);
var
 Ans:Char;
begin
 ClrScr;
 repeat
  Ans:=UpCase(ReadChar(c,l,'Modificare (d,n) '+Coord+' ? '));
 until Ans in ['D','N'];
 if UpCase(Ans)='D'
  then
   begin
    Old:=ReadInteger(c,l+1,Coord+ 'vechi =');
    New:=ReadInteger(c,l+2,Coord+ 'nou   =');
   end;
end;

procedure Units;
var
 rx,ry:real;
 Ok:boolean;
 DimXPO,DimXPN:real;
 DimYPO,DimYPN:real;
begin
```

```
  ClrScr;
  Ok:=False;
  repeat
   ScaleP(20,10,'X',DimXPO,DimXPN);
   rx:=DimXV*DimXPN/(DimXS*DimXPO);
   if rx <= rXVSMax
    then
     begin
      rXVS:=rx;
      OK:=True;
     end
    else ErrMsg('Raport prea mare');
   until OK;
  Ok:=False;
  repeat
   ScaleP(20,10,'Y',DimYPO,DimYPN);
   ry:=DimYV*DimYPN/(DimYS*DimYPO);
   if ry <= rYVSMax
    then
     begin
      rYVS:=ry;
      OK:=True;
     end
    else ErrMsg('Raport prea mare');
   until OK;
 end;

 {program principal}
 begin
  Init;
  repeat
   ClrScr;
   GotoXY(20,10); Write('X - eXit');
   GotoXY(20,11); Write('D - Draw');
   GotoXY(20,12); Write('S - Save');
   GotoXY(20,13); Write('L - Load');
   GotoXY(20,14); Write('F - Frame');
   GotoXY(20,15); Write('U - Units');
   repeat
    Opt:=UpCase(ReadKey);
   until Opt in['X','D','S','L','F','U'];
   case Opt of
    'X':Exit;
    'D':Draw;
    'S':Save;
    'L':Load;
    'F':Frame;
    'U':Units;
   end;
  until Opt='X';
  CloseGraph;
 end.
```