# L'UNIVERSITE DE BOURGOGNE

L'UNIVERSITE POLITEHNICA TIMIȘOARA (Roumanie)

# THESE EN COTUTELLE

Présentée devant

## L'UNIVERSITE DE BOURGOGNE

pour obtenir le grade de DOCTEUR

Spécialité : MECANIQUE ENERGETIQUE

par

**Adrian – Ciprian PALADE** 

Ingénieur

# CARACTERISATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE DE LA SOUS SURFACE D'UN POLYMERE PERCE, SOUS UNE SOLLICITATION DE TYPE HERTZIENNE

Soutenance le 20 Septembre 2013 devant la commission d'examen

Jury : MM.	A. TIDU	Président du Jury
	A. TIDU	Rapporteur
	D. NELIAS	Rapporteur
	D. GREVEY	Directeur de thèse
	L. MARŞAVINA	Directeur de thèse
	G. PILLON	Co-encadrant de thèse
	E. CICALĂ	Co-encadrant de thèse

## Sommaire

Sommaire	2
Remerciements	4
Notations	5
Introduction générale	8
Chapitre 1. Le contact Hertzien, base de notre étude	10
1.1 Contexte et état de l'art du contact Hertzien cylindre/plan	10
1.1.1 Approche analytique	11
1.1.1.1 Formulation du problème de contact	11
1.1.1.2 Formulation de Hertz	12
1.1.1.3 Formulation des contraintes	14
1.1.1.4 Critères de Plasticité	20
1.1.2 Approche numérique	20
1.1.2.1 Conditions à retenir pour le maillage	21
1.1.2.2 Conditions aux limites	22
1.1.2.3 Qualification du modèle	24
1.2 Les fondements et la méthodologie de notre étude	25
1.3 La configuration d'étude et les matériaux associés	26
1.4 Approche analytique	
1.4.1 Dimensionnement du contact	29
1.4.2 Distribution des contraintes dans le cas de figure retenu	31
1.5 L'analyse photoélastique statique du contact.	
1.6 L'analyse numérique statique du contact	34
1.7 Conclusion. Validation du modèle	
Chapitre 2. Analyse statique des contacts percés	
2.1. Introduction	
2.2. Modélisation des défauts dans le polycarbonate	
2.3. Validation du modèle numérique et expérimental.	40
2.3.1. Vérification du modèle numérique	40
2.3.2. Confrontation numérique / expérimental	41
2.3.3. Conclusion	42
2.4. Influence des caractéristiques des défauts sur le comportement du contact. E	Effet du
ametre $2.4.1$ Effet du percage sur la distribution de la pression de contact	43
2.1.1. Effectua perçage sur la distribution de la pression de contact	т.) Лб
2.4.3 Influence du diamètre des trous sur les contraintes maximales dans le massi	<del>4</del> 0 f /8
2.4.4 Conclusion intermédiaire	
2.5. Influence de la position des trous sur z	

2.5.1. Influence	de la position des trous sur l'axe de symétrie z, à $x = 0$	53
2.5.2. Influence	de la position des trous sur les contraintes maximales dans le	e massif55
2.5.3. Conclusio	n intermédiaire	58
2.6. Influence de	la nature du matériau de remplissage des trous	59
2.6.1. Influence	du matériau de remplissage au niveau de l'axe de symétrie z	z, à x=059
2.6.2. Influence	de la position des trous sur le niveau maximal des contra	intes dans le
massif.		61
2.6.3. Conclusio	n intermédiaire	
2.7. Effet couplé	du remplissage et de la position des trous.	65
2.8. Conclusion	ntermédiaire	66
Chapitre 3. Analyse dy	namique du contact	70
<i>3.1.</i> Introduction		70
<i>3.2.</i> Eléments de	bibliographie	70
<i>3.3.</i> Dispositif ex	périmental	72
<i>3.3.1</i> . Le disposi	tif	72
3.3.2. Procédure	d'essai	73
3.4. Résultats		73
3.4.1. Cas Test.		74
<i>3.4.2.</i> Cas N° 1,	2, 4, 5	79
<i>3.5.</i> Conclusion.		
Conclusion générale et	t perspectives	
Bibliographie		
Annexe 1		92
A1.1. Essais de Tr	action	92
A1.2. Essais de co	mpression	93
A1.3. Essais de fle	xion	95
A1.4. Réalisation	łu cylindre	96
Annexe 2		98
A2.1. La coupe de	s échantillons de polycarbonate	
A2.2. Le polissage	des échantillons de polycarbonate	
A2.3. Le perçage c	les échantillons de polycarbonate	
Annexe 3		
Annexe 4		
Annexe 5		110
Annexe 6		114
Trou(s) à 0,5z		119
Trou(s) à 0,75z		121
Annexe 7		

## Remerciements

Ce travail a été réalisé en cotutelle entre l'Université de Bourgogne (IUT de Chalon sur Saône) et l'Université « Politehnica » de Timisoara, Roumanie (Faculté de Mécanique).

J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur le Professeur Dominique GREVEY, Professeur à l'Université de Bourgogne, qui a assuré l'encadrement tout au long de la thèse, m'inspirant la rigueur nécessaire et un certain professionnalisme. Il s'est fortement impliqué dans ce travail et je lui en suis remerciant. Je salue ici infiniment la haute qualité humaine et scientifique de sa personnalité.

Je remercie vivement Monsieur le Professeur Gianni PILLON, Professeur à l'Université de Bourgogne, qui a assuré le co-encadrement, je suis vraiment ravi d'avoir été encadré par lui, quelqu'un de très bien tant au niveau scientifique qu'au niveau humain. Pendant la durée de ma thèse je n'ai eu que du plaisir à travailler avec lui ; merci pour sa disponibilité, son aide, ses conseils et sa gentillesse.

Je remercie chaleureusement Monsieur le Professeur Liviu MARSAVINA, Professeur à l'Université « Politehnica » de Timisoara, qui a assuré également l'encadrement tout au long de la thèse, pour les discussions fructueuses que j'ai eues avec lui et pour tout ce qu'il m'a apporté à la fois sur le plan théorique et numérique pour mener à bien ce travail.

Je remercie du fond du cœur à Monsieur le Professeur Eugen CICALA, Professeur à l'Université de Bourgogne et à l'Université « Politehnica » de Timisoara, qui a aussi assuré le co-encadrement, pour m'avoir proposé pour cette thèse et pour m'avoir permis d'effectuer ce travail dans de bonnes conditions. Je dis également merci pour sa disponibilité, son aide, ses conseils et sa gentillesse.

Je remercie les membres du jury constitué de M le Professeur Albert TIDU et M le Professeur Daniel NELIAS pour avoir accepté d'être les rapporteurs de ma thèse et pour la considération qu'ils m'ont accordés.

Et ce ne sont pas les moindres, je remercie mes collègues et amis professeurs et doctorants, surtout les collègues de l'IUT de Chalon sur Saône et du Faculté de Mécanique de Timisoara. Ils ont tous mes encouragements pour la suite et ma reconnaissance pour l'ambiance conviviale et chaleureuse qu'ils ont mise au sein des laboratoires.

Merci à ma femme, Oana, pour sa patience, sa compréhension, son encouragement et enfin son amour. Enfin, je tiens à remercier du fond du cœur ma famille (mes parents et mon frère) pour son soutien et son encouragement sans failles malgré la grande distance. C'est son amour qui m'a aidé à passer les moments les plus difficiles pendant ces années d'études à l'étranger.

## **Notations**

Symbole	Désignation	Dimension
Théorie de Hertz		
1,2	Indice : $_1$ le cylindre, $_2$ le plan	[—]
$R_x$	Rayon du corps en contact	[m]
R	Rayon équivalent	[m]
E	Module de Young des matériaux	[MPa]
$\pmb{E}^{*}$	Module de Young effectif	[MPa]
v	Coefficient de Poisson	[—]
$F_n$	Force normale	[N]
$L_n$	Charge normale par unité de longueur	[N/m]
$L_c$	Longueur du contact	[m]
a	Demi-largeur de contact	[m]
$A_c$	Aire de contact	[m <sup>2</sup> ]
P <sub>0</sub>	Pression maximale de Hertz	[MPa]
$P_m$	Pression moyenne	[MPa]
P(x)	Pression à une distance x	[MPa]
δ	Enfoncement	[m]
Z	Niveau de contraintes de cisaillement maximales	[m]
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Contraintes principales	[MPa]
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$	Contraintes suivant les directions x, y, z	[MPa]
$\sigma_{x \text{ Hertz}}, \sigma_{z \text{ Hertz}}$	Valeurs de référence pour les contraintes principales	[MPa]
τ	Contrainte de cisaillement	[MPa]
$ au_{max}(z)$	Contrainte maximale de cisaillement suivant l'axe z	[MPa]
$ au_{max Hertz}$	Valeur de référence de $ au_{max}$	[MPa]
Y	Contrainte seuil de tension. Point de la première	[MPa]
	plastification	
$P_Y$	Chargement appliqué par unité de longueur pour la	[N/m]
	première plastification	
P <sub>0Y</sub>	Pression de contact au seuil de plasticité	[MPa]
k	Contrainte seuil en cisaillement simple	[MPa]

Propriétés physiques,	mécanique, optiques des matériaux	
$\sigma_M$	Résistance à la traction	[MPa]
$\mathcal{E}_M$	Déformation à la résistance à la traction	
$\sigma_B$	Résistance à la rupture à la traction	[MPa]
$\mathcal{E}_B$	Déformation à la rupture à la traction	[—]
$\sigma_Y$	Contrainte à la limite d'écoulement	[MPa]
EY	Déformation à la traction à la limite de	[—]
	d'écoulement	
$E_t$	Module d'élasticité à la traction	[MPa]
$R_c$	Résistance à la compression	[MPa]
$E_c$	Module d'élasticité à la compression	[MPa]
$R_e$	Contrainte au seuil d'écoulement	[MPa]
<i>(x)</i>	Allongement au seuil d'écoulement	
$R_m$	Contrainte à la rupture 23°C	[MPa]
A <sub>10</sub>	Allongement à la rupture 23°C	[%]
HR	Dureté Rockwell	[HRc]
μ	Coefficient de frottement	[—]
λ	Longueur d'onde	[nm]
<i>(n)</i>	Indice de réfraction (à $\lambda$ = 550 nm et 23°C)	[—]
( <b>T</b> )	Transmission (en visible) pour $1 - 3 \text{ mm}$ épaisseurs	[nm]
Ra	Écart moyen arithmétique du profil	
Rt	Hauteur totale du profil	
V <sub>r</sub>	Vitesse de rotation du foret [tr·n	
$V_a$	Vitesse d'avance du foret	$[tr \cdot min^{-1}]$
Ø <sub>trou</sub>	Diamètre du trou	[mm]

## Modélisation numérique

RP	Point de référence d'un corps rigide analytique	[—]
<b>P</b> / <b>P</b> <sub>0</sub>	Pression de contact normalisé	[—]
x/a; $x/z$	Position de contact normalisé	[—]
$F_z$	Force normale selon l'axe z	[N]
$F_x$	Force selon l'axe x (tangentielle)	[N]
r	Direction en coordonnées polaires	[—]
θ	Angle en coordonnées polaires	[—]

$p(\theta)$	Série de pression	[—]
u <sub>y</sub> (x)	Composante de déplacement normale à x	[mm]
$\mathbf{u}_0(\mathbf{x})$	Fonction de x qui décrit le profil du poinçon	[mm]
к	Constante de Kolosov	

## Photoélasticimétrie

Ν	Nombre des franges	[—]
$f_{\sigma}$	Ordre de la frange	[MPa/frange]
VM	Contrainte de Von Mises	[MPa]
$\phi$	Diamètre de perçages	[mm]
$N_p$	Nombre de perçages	[—]
¢/a	Ratio	[—]
$W_z$	Volume d'échantillon étudié	[mm <sup>3</sup> ]
σ	Valeur de la bande lumineuse	[MPa]
$f_{\sigma  moyenne}$	Valeur moyenne d'ordre de la frange	[MPa/frange]

## Analyse dynamique du contact

dx	Déplacement relatif suivant la direction x	[mm]
$F_{t}, Q$	Effort tangentiel	[N]
γ	Variable de Bufler	[—]
β	Paramètre de Dundurs	[—]
G	Module élastique de cisaillement	[MPa]
q(x)	Distribution Hertzienne du cisaillement	[MPa]

## Introduction générale

L'industrie mécanique doit faire face à de nombreux défis : un contexte très compétitif sur des marchés applicatifs prioritaires (transport, énergie,...) ; un contexte de raréfaction des ressources naturelles et la nécessaire diminution de l'empreinte écologique des procédés industriels. Tout ceci requiert de profondes modifications dans les pratiques industrielles, et plus particulièrement, nécessite d'apporter des réponses à des enjeux scientifiques pour améliorer la fonctionnalité des surfaces tant d'un point de vue mécanique, matériaux que physico-chimique. L'apport de ces fonctionnalités vise à diminuer la consommation en matières premières et à mettre en œuvre des procédés propres et sûrs, intégrant la notion de recyclage en fin de vie.

Les feuilles de route européennes sont claires sur ces points et visent à accroitre la compétitivité de nos entreprises. Si le développement de matériaux fonctionnels et intelligents apparaît comme la solution qui permettra de répondre à ces objectifs, aujourd'hui, il existe un « gap » important entre ces objectifs et la réalité industrielle.

C'est pourquoi l'approche proposée ici se veut progressive tout en étant originale, en vue de renforcer la tenue d'une structure soumise à un contact hertzien. Il est envisagé de modifier la proche sous surface d'une pièce, sans toucher à l'intégrité de la surface initiale, afin de modifier le champ de contraintes en sous couche pour permettre à la pièce mécanique de mieux supporter et transmettre les efforts qui lui sont soumis. Plus précisément, il s'agit de réaliser des « défauts », de forme circulaire, positionnés en sous surface du contact, là où le champ de contraintes est maximal.

Nous avons choisi de travailler avec un matériau transparent – le polycarbonate - afin de pouvoir observer par photoélasticimétrie, les effets induits par le traitement en sous surface et les sollicitations mécaniques : contraintes, déformations. En parallèle, une étude numérique a été développée. La bonne corrélation des résultats numériques et expérimentaux permettra de généraliser cette approche aux matériaux optiquement opaques (métaux notamment). L'étude numérique du contact a été réalisée sous ABAQUS/Standard (Dassault System's Simulia, 2009).

Ce manuscrit de thèse est structuré en trois chapitres :

Dans un premier temps, le sujet de thèse est positionné dans le contexte scientifique au travers d'un état de l'art du contact Hertzien en présence ou non de texturation de surface ou sous surface. Ensuite le modèle numérique est validé par comparaison à une solution analytique proposée par Hills, Nowell et Sackfield (Hills, Nowell, & Sackfield, 1993) et à des observations expérimentales par photoélasticimétrie ;

Dans le deuxième chapitre, l'étude est focalisée sur une approche statique du contact. Elle permet d'étudier l'influence de la présence de trous, en sous surface, sur les contraintes de Von Mises et de Tresca par une double approche numérique et expérimentale. L'étude vise à déterminer quels sont les paramètres prépondérants tant d'un point de vue dimensionnel, taille et nombre de trous, que géométrique : localisation en largeur et en profondeur du trou ;

Le dernier chapitre permet d'étudier le comportement dynamique du contact.

# CHAPITRE 1

## Chapitre 1. Le contact Hertzien, base de notre étude.

## 1.1 Contexte et état de l'art du contact Hertzien cylindre/plan.

Dans des conditions normales de fonctionnement d'un contact, les avaries sont dues soit à de la fatigue de contact (dégradation dans le volume), soit à la détérioration des surfaces de contact par frottement (dégradation surfacique), ce qui entraîne l'usure des pièces en contact (Unal, Sen, & Mimaroglu, 2005). Ces phénomènes sont principalement dus à la présence de contraintes tangentielles tant en surface qu'en sous surface. Généralement, si le taux de cisaillement entre les surfaces en contact est important, on cherche à interposer, entre les surfaces, un film de lubrifiant qui va « absorber » les sollicitations tribologiques. L'efficacité de ce film de lubrifiant dépendra de ses propriétés physiques (viscosité, température, pression, ...), de la géométrie des surfaces en contact (rugosité,...) et de leurs états initiaux (physicochimie,....). Cette approche du contact lubrifié a donné naissance à la lubrification Hydrodynamique (séparation complète des massifs initiaux), Elasto-Hydrodynamique (portance par le film d'huile, mais l'effort normal est supporté à la fois par le film et les aspérités) et aussi à un cas extrême : le régime limite (contact sec/lubrifié à frottement élevé) (Priest & Taylor, 2000) (Taylor, 1998) (A.L. Mohd, 2010) (Wei Siang Sum, 2005).

Dans le cas du frottement sans présence de lubrifiant, M. Godet (Godet, 1984) a proposé un modèle de contact à trois corps qui fait intervenir un lubrifiant solide qui joue le rôle de film entre les massifs initiaux ou premiers corps. C. Colombie (Colombie, 1986) en 1986 et puis Yves Berthier en 1988 (Berthier, 1988) ont proposé, une description phénoménologique des différents types de troisième corps. En 1990, l'introduction de la notion de débit du troisième corps a permis de faire converger les approches lubrifiées et les contacts secs (Berthier, Vincent, & Godet, 1989). Enfin, les modélisations proposées par A. Saulot et N. Fillot (Saulot, 2003) (Fillot, 2007) permettent une meilleure compréhension du fonctionnement du contact à trois corps.

Dans le cas particulier du fretting, Vingsbo (Vingsbo & Soderberg, 1988) met en évidence que la forme du cycle représentant la force tangentielle en fonction du débattement n'est pas constante au cours du temps, donnant naissance au concept de bûches de frottement. Il est ainsi possible de déterminer des cartes de sollicitations locales qui permettent de définir si le contact fonctionne en glissement total, en régime mixte ou en collage. Fouvry (Fouvry, 1997) a, quant à lui, permis de déterminer les limites de transition entre les zones de glissement total et une zone de glissement partiel. Ces travaux s'appuient sur la théorie de Hertz ainsi que sur la formulation des contraintes données par Hills, Nowell et Sackfield (Hills, Nowell, & Sackfield, 1993).

Toutes ces études portent sur le fonctionnement du contact tant d'un point de vue quantitatif que qualitatif. Elles se proposent d'étudier la création puis la circulation du troisième corps issu de la dégradation des premiers corps. Elles permettent de prendre en compte, par une première approche analytique, le fonctionnement du contact en glissement partiel ou total. Cette approche est toutefois biaisée par la présence du troisième corps, non pris en considération.

Pour notre part, nous nous intéressons à la fonctionnalisation des surfaces en vue d'augmenter les performances tribologiques des surfaces. Il s'agit là autant d'un enjeu économique que scientifique. Différentes voies peuvent être explorées. Nous cherchons à en explorer une pour laquelle l'amélioration des propriétés de contact s'effectue sans modification géométrique ni physicochimique des surfaces initiales mais via la modification de la proche sous surface. L'idée est d'agir sur le champ des contraintes afin de retarder la dégradation des composants en contact. Pour cela, nous mènerons à la fois une approche analytique, numérique et expérimentale du contact de Hertz pour, dans un premier temps, valider notre méthodologie d'étude du contact et, dans un second temps, tenter de valider le concept proposé.

#### 1.1.1 Approche analytique

#### 1.1.1.1 Formulation du problème de contact

Dans le cas général du contact entre des surfaces, une approche par des massifs semi infinis est possible. C'est le cas de Hertz (Hertz, 1896) (Timoshenko & Goodier, 1951), où nous avons un contact sans friction entre un demi-espace élastique (Cf. *Figure 1.1*) et une surface cylindrique rigide (Cf. *Figure 1.2*). Le but est de déterminer la taille de l'aire de contact, la répartition du champ de pression dans l'aire de contact et les contraintes près de la zone de contact.



*z* < *O* Figure 1.1 Force agissant sur la surface d'un demi-espace (Barber, 2010).



Figure 1.2 Formulation du problème de contact hertzien (Barber, 2010).

Selon (Barber, 2010), la demi-largeur de contact, a, dépend, entre autres, de la charge  $F_n$  et doit être déterminée à partir de la paire d'inégalités :

$$P(x) \le 0; \ -a < x < a \tag{1.1}$$

$$-u_{y}(x) \ge u_{0}(x); |x| > a, \tag{1.2}$$

qui expriment les exigences physiques selon lesquelles la zone de contact doit être en compression (1.1) et qu'il ne doit pas avoir d'interférence entre les corps en dehors de la zone de contact (1.2).

La demi largeur de contact a est

$$a = \sqrt{\frac{F_n(\kappa+1)R}{2\pi\mu}}$$
(1.3)

en déformation plane,  $\kappa = (3-4\upsilon)$  et

$$\frac{2\mu}{(\kappa+1)} = \frac{E}{4(1-\nu^2)}$$
(1.4)

tandis que pour une contrainte plane,  $\kappa = (3-\upsilon)/(1+\upsilon)$  et

$$\frac{2\mu}{(\kappa+1)} = \frac{E}{4} \tag{1.5}$$

Avec la valeur de a de (1.3), nous trouvons

$$p(\theta) = -\frac{F_n\{1 - \cos(2\theta)\}}{\pi a \sin \theta} = -\frac{2F_n \sin \theta}{\pi a}$$
(1.6)

Ce qui nous donne la distribution de la pression dans l'aire de contact

$$P(x) = -\frac{2F_n\sqrt{a^2 - x^2}}{\pi a^2}$$
(1.7)

Cette distribution de la pression est elliptique sur la longueur du contact, 2*a*, et est illustrée sur la *Figure 1.3*.



Figure 1.3 Distribution de pression hertzienne (Barber, 2010).

Elle peut également être formulée de la façon suivante :

$$P(x) = P_0 \left[ 1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 \right]^{1/2}$$
(1.8)

#### 1.1.1.2 *Formulation de Hertz*

Hertz (Hertz, 1896) a été l'un des premiers à étudier le cas du contact de deux surfaces quelconques l'une sur l'autre. Pour pouvoir traiter les efforts de contact séparément de la distribution générale de l'effort dans les corps, Hertz a formulé les hypothèses suivantes :

- les corps en contact doivent être des massifs, élastiques, semi-infinis, nonconformes et lisses à l'échelle micro et macro géométriques ;
- les corps sont chargés sur une petite partie de leur surface, avec les dimensions de la zone de contact inférieures à celles des corps en contact.



Figure 1.4 Contact hertzien particulier de type cylindre/plan (Zambelli & Vincent, 1998).

De plus, Hertz suppose que les contraintes en profondeur ne dépassent pas la limite élastique du matériau et qu'il n'y a pas de frottement. Cela permet de calculer analytiquement la distribution de pression qui satisfait les conditions limites sur la frontière des massifs, à l'intérieur et à l'extérieur de l'aire de contact. L'étude singulière des contacts bille/plan ou cylindre / plan s'effectue en considérant le plan comme une surface qui présente un rayon de courbure infini. Ces deux cas se ramènent à l'étude d'un contact bidimensionnel.

Parmi les nombreuses études menées sur le sujet, nous pouvons citer celle de Johnson (Johnson, 1985) qui dresse un état de l'art sur le contact Hertzien. Dans le cas particulier du contact cylindre / plan, on considère un chargement linéique sur un massif semi infini. Dans ce cas, le problème se résume à l'étude d'un contact bidimensionnel (Cf. *Figure 1.4*) et la distribution de la pression est constante selon l'axe y. Les caractéristiques du contact sont présentées dans le *Tableau 1.1*.

Caractéristiques du contact			Relations de calcul	
a	Demi-largeur du contact	[m]	$a = 2 \left[ \frac{L_n \cdot R}{\pi \cdot E^*} \right]^{1/2}$	(1.9)
P <sub>0</sub>	Pression Hertzienne maximale	[Pa]	$P_0 = \left[\frac{L_n \cdot E^*}{\pi \cdot R}\right]^{1/2} = \frac{2 \cdot L_n}{\pi \cdot a} = \frac{4}{\pi} P_m$	(1.10)
P <sub>m</sub>	Pression moyenne	[Pa]	$P_{\rm m} = \frac{\pi}{4} P_0$	(1.11)
L <sub>n</sub>	Charge normale par unité de longueur	[N/m]	$L_n = \frac{\pi \cdot R}{E^*} \cdot P_0^2 = \frac{F_N}{L_c}$	(1.12)
δ	Enfoncement	[m]	$\delta = \frac{a^2}{R} = \left[\frac{3F_nR}{4E^*}\right]^{1/2}$	(1.13)

Tableau 1.1 Caractéristiques du contact cylindre/plan (Zambelli & Vincent, 1998), (Johnson, 1985)

#### 1.1.1.3 *Formulation des contraintes*

Différentes formulations sont données pour décrire l'état de contrainte dans le plan (x, z). Mac Evan (Mac Evan, 1949) a été l'un des premiers à formuler la distribution des contraintes. Son travail est détaillé dans (Johnson, 1985) et (Hills, Nowell, & Sackfield, 1993). Nous utiliserons la formulation proposée par Hills, pour calculer la répartition des contraintes dans le massif plan :

$$\sigma_{xx} = P_0 \cdot \frac{z}{a} \cdot \left\{ 2 - \frac{s}{\sqrt{a^2 + s^2}} - \frac{\sqrt{a^2 + s^2}}{s} - \frac{x^2 \cdot s^3 \cdot a^2}{(a^2 + s^2)^{3/2} \cdot (s^4 + z^2 \cdot a^2)} \right\}$$
(1.14)

$$\sigma_{yy} = -\frac{2 \cdot z \cdot v \cdot P_0}{a} \cdot \left\{ \frac{\sqrt{a^2 + s^2}}{s} - 1 \right\}$$
(1.15)

$$\sigma_{zz} = -P_0 \cdot \frac{z^3 \cdot a \cdot \sqrt{a^2 + s^2}}{s \cdot (s^4 + a^2 \cdot z^2)}$$
(1.16)

$$\sigma_{xz} = -P_0 \cdot \frac{x \cdot z^2 \cdot s \cdot a}{\sqrt{a^2 + s^2} \cdot (s^4 + a^2 \cdot z^2)}$$
(1.17)

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yz} = 0 \tag{1.18}$$

avec 
$$s^2 = \frac{1}{2} \cdot \left[ \{ (a^2 - z^2 - x^2)^2 + 4 \cdot a^2 \cdot z^2 \}^{1/2} - (a^2 - x^2 - z^2) \right]$$
 (1.19)

En surface, et dans la zone de contact (z = 0):  $\sigma_{xx}(x) = \sigma_{zz}(x) = -P(x)$  et, en dehors de la zone de contact, toutes les composantes sont nulles.

Le long de l'axe z, axe de symétrie, les contraintes  $\sigma_{xx}(x)$  et  $\sigma_{zz}(x)$  deviennent principales  $\sigma_x(x)$  et  $\sigma_z(x)$  et sont égales à :

$$\sigma_x = -\frac{P_0}{a} \cdot \left\{ (a^2 + 2 \cdot z^2) \cdot (a^2 + z^2)^{-1/2} - 2 \cdot z \right\}$$
(1.20)

$$\sigma_z = -P_0 \cdot \frac{a}{(a^2 + z^2)^{1/2}} \tag{1.21}$$

Dans ce cas, nous obtenons :

$$\tau_{max}(z) = \frac{P_0}{a} \cdot \left\{ z - \frac{z^2}{(a^2 - z^2)^{1/2}} \right\}$$
(1.22)

Et comme la contrainte maximale de cisaillement en sous couche se situe à 0,78·a, elle peut s'écrire plus simplement sous la forme :  $\tau_{max}(z) = 0,3 \cdot P_0$ .

Smith et Liu (Smith & Liu, 1953) ont, quant à eux, déterminé, pour un contact cylindre/plan, les composantes du tenseur des contraintes résultant de l'application d'un chargement normal et d'un chargement tangentiel par l'introduction d'un coefficient de frottement. Ils ont ainsi montré que l'application d'un coefficient de frottement ( $\mu$ ) entraine un déplacement du maximum de la contrainte de Tresca en direction de la surface, pouvant aboutir à la fissuration du matériau (Cf. *Figure 1.5*). Les courbes sont exprimées dans des repères adimensionnés.



Figure 1.5 Contrainte de Tresca adimensionnée par la pression maximale de Hertz a) cas de Hertz [μ=0]
b) Effet du frottement [μ=0,2] pour un contact linéaire (Smith & Liu, 1953).

Enfin, parmi les études intéressantes pour notre sujet, nous avons retenu celles de M. Taraf (Taraf, 2008) et E. Kabo (Kabo, 2002) (Kabo & Edberg, 2005) (Kabo, Edberg, 2002) qui se sont intéressés à l'influence de la présence de défauts circulaires et elliptiques sur l'initiation de fissures en surface et en sous surface, dans le cas de la fatigue d'un contact roulant.

Dans le cas d'un contact roulant, E. Kabo (Kabo, 2002) a fait des recherches sur l'influence de la présence de 2 défauts de forme circulaire, disposés horizontalement et verticalement, sur la durée de vie en fatigue de contact (Cf. *Figure 1.6*).



(Kabo, 2002).

Elle montre que, suivant le critère de Jiang Schitoglu, le paramètre de fatigue (FP) augmente d'un facteur 2,6 lorsque les défauts sont alignés horizontalement et de 1,8 lorsqu'ils sont alignés verticalement (Cf. *Figure 1.7.a*). Dans le même temps, pour l'alignement vertical, la valeur maximale de la contrainte de Tresca, en bord des trous, diminue relativement au cas où un seul défaut existe (Cf. *Figure 1.7.b*).



b) contrainte maximale de Tresca. (Kabo, 2002)

Ensuite, M. Taraf (Taraf, 2008) a mené une étude visant à caractériser l'effet de l'orientation de l'alignement de défauts sur la durée de vie de composants soumis à un contact roulant (Cf. *Figure 1.8*).



Figure 1.8 Alignement horizontal, vertical et en diagonale de défauts (Taraf, 2008).

Il ressort de ceci que la durée de vie diminue lorsque la taille des trous (défauts) augmente et que les défauts elliptiques sont plus dangereux que ceux circulaires. Il a également montré que la configuration la plus favorable est un alignement vertical de défauts circulaires (Cf. *Figure 1.9*).



Figure 1.9 Durée de vie en fonction de la profondeur des défauts pour les différents alignements. (Taraf, 2008)

Plus récemment, C.H. Kuo (Kuo, 2008) a étudié l'effet d'inclusions présentes en proche sous surface sur la perturbation du champ de contraintes en surface du contact, lors de l'application d'un contact glissant (Cf. *Figure 1.10*).



Figure 1.10 Contours et vues agrandis de la contrainte maximale de cisaillement pour un demi-espace contenant trois inclusions présentant une rigidité a) inférieure à la matrice ; b) supérieure à la matrice. (Kuo, 2008)

Il montre que les inclusions plus rigides (caractérisées par leur module d'élasticité transversal) que la matrice génèrent une augmentation de la pression de contact et une diminution de la contrainte de cisaillement en sous surface, alors que l'effet inverse est noté lorsque les inclusions sont moins rigides que la matrice (Cf. *Figure 1.11*).



Figure 1.11 a) Distribution de la pression de contact dans un demi-espace contenant des inclusions d'une rigidité inférieure à la matrice (gauche) ou supérieure à la matrice (droite) ; b) Distribution de la contrainte de cisaillement à l'interface du contact dans un demi-espace contenant des inclusions d'une rigidité inférieure à la matrice (gauche) ou supérieure à la matrice (droite). (Kuo, 2008)

Quant à J. Leroux (Leroux & Nélias, 2011), il a mené une recherche sur le comportement en fretting (régime de glissement mixte (Cf. *Figure 1.12.b*)) d'un composite sollicité par une sphère rigide (Cf. *Figure 1.12.a*). Dans cette recherche, le demi-espace d'étude comprend des inclusions de type fibres cylindriques hétérogènes, placées perpendiculairement à la direction du mouvement.



Figure 1.12 a) Vue schématique du problème de contact avec une sphère rigide appuyé contre un demiespace contenant des fibres cylindriques ; b) Boucle de fretting. Résultats pour le cas homogène et de la simulation des fibres cylindriques superposées. (Leroux & Nélias, 2011)

Il a été montré que les fibres cylindriques, situées près de la surface affectent d'une façon significative (Cf. *Figure 1.14*) la distribution de la pression et de la contrainte de cisaillement (Cf. *Figure 1.13*), en surface du contact.



Figure 1.13 Distribution adimensionnée de la contrainte de cisaillement en surface du contact pour les différents points de chargement sur la boucle de fretting, pour : a) un demi-espace avec des fibres cylindriques ; b) un demi-espace homogène. (Leroux & Nélias, 2011)



Figure 1.14 Distribution adimensionnée de la pression et contrainte de cisaillement à l'interface du contact selon l'axe x, pour des différents points de chargement sur la boucle de fretting. (Leroux & Nélias, 2011)

#### 1.1.1.4 *Critères de Plasticité*

En considérant les contraintes principales  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  appliquées à la surface plane, deux principaux critères de plasticités (Tresca, Von Mises) sont définis (Cf. *Tableau 1.2*) (Georges, 2000).

Critère	Relations de calcul	
Tresca (Tresca, 1937)	$\tau_{\max} =  \sigma_x - \sigma_z  = k = \frac{1}{2} \cdot Y$	(1.23)
Von Mises	$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 = 6 \cdot k^2 = 2 \cdot Y^2$	(1.24)

Tableau 1.2 Caractéristiques du contact cylindre/plan (Zambelli & Vincent, 1998), (Johnson, 1985).

Où k est la contrainte au seuil en cisaillement simple et Y, la contrainte seuil en tension, k et Y sont des caractéristiques plastiques du matériau.

#### **1.1.2 Approche numérique**

L'Analyse par Eléments Finis (AEF en Français ou FEM en Anglais) est un outil de développement qui permet de déterminer numériquement des solutions à des problèmes complexes. Cette méthode s'est généralisée à tous les domaines de l'ingénierie et des sciences. Aujourd'hui les techniques d'AEF s'intéressent aussi bien à des problèmes discrets que continus, intègrent les comportements statique et dynamique ainsi que des réponses linéaire ou non linéaire. Enfin cette méthode peut être appliquée à des problèmes à une, deux voire trois dimensions en utilisant une grande variété de types d'éléments standards.

L'un des intérêts de la méthode est de pouvoir adapter la géométrie et la taille des éléments de façon à simuler, avec la meilleure précision possible, des problèmes complexes en termes de géométrie ou de chargement.

L'AEF est ainsi devenue un outil essentiel pour l'analyse des contraintes. Pour ce faire, la modélisation par éléments finis fait généralement appel à quatre étapes :

- une première étape consiste à retenir les lois « physiques » qui seront utilisées, sans oublier les hypothèses afférentes ;
- ensuite une étape de prétraitement permet de définir les entrées du problème ainsi que le découpage de la structure en éléments (maillage) ;
- puis vient l'étape de calcul ;
- et enfin, la phase de post traitement qui permet d'exploiter les résultats.

Parmi les codes commerciaux existant, nous avons retenu <u>Abaqus</u> (Dassault System's Simulia, 2009), car il est adapté aux problèmes de contact. Il est ainsi possible de modéliser le cas d'un contact cylindre/plan et d'en extraire les différentes valeurs de contraintes, déformations, déplacements spatiaux des nœuds,...

Nous modéliserons notre contact Hertzien cylindre/plan par l'indentation d'un demiplan par un cylindre rigide sans frottement (Cf. *Figure 1.2*). Généralement, pour faciliter l'étude du champ de contraintes, le cylindre est modélisé par un corps rigide indéformable analytiquement (Wang, et al., 2011), (Poon, Rittel, & Ravichandral, 2008), (Liao, Zhou, & Jiang, 2009).

#### 1.1.2.1 *Conditions à retenir pour le maillage*

La technique de modélisation du contact consiste à diviser le corps étudié en parties ou sous-domaines appelés « éléments ». La solution est alors quantifiée en termes de valeurs en des endroits particuliers appelés « nœuds » et approchée au niveau de chaque élément. Le processus de discrétisation établit un système algébrique d'équations pour les valeurs nodales inconnues, afin de se rapprocher de la solution continue.

Dans le cas des problèmes bidimensionnels les éléments sont généralement choisis polygonaux (triangles ou quadrilatères) afin de simplifier les procédures de formulation et d'application. La formulation de base de la méthode par éléments finis réside dans le développement d'équations qui modélisent le comportement élastique de l'élément aux niveaux des nœuds. Une analyse par la méthode des Eléments Finis en statique linéaire peut se décomposer en 4 étapes :

- discrétisation du corps à modéliser en un nombre fini de sous-domaines ;
- développement d'une solution pour chaque élément, en termes de valeurs nodales ;
- assemblage des éléments et application des conditions de continuité et de limites pour développer un système d'équations algébriques utilisable au niveau des nœuds;
- résolution du système assemblé au niveau des nœuds et mise en œuvre du post-traitement afin de déterminer les variables d'intérêt supplémentaires, si nécessaire.

Pour notre part, nous modéliserons notre contact avec un modèle numérique 2D en déformation plane dans lequel le cylindre est considéré parfaitement rigide et infiniment long (Komvopoulos & Gong, 2007), (Yan, Sun, Feng, & Qian, 2007). Le corps plan est considéré, quant à lui, comme un solide déformable homogène (Yan, Sun, Feng, & Qian, 2007) et son maillage est découpé en trois zones (Cf. *Figure 1.15*) :

- la première, dite de contact (dimension [-a; +a], ou [-2a; +2a]), finement discrétisée, permet le calcul précis des contraintes ;
- la deuxième, sous le contact, présente un maillage fin ;
- la troisième est de maillage « lâche » et dégressif lorsque l'on s'éloigne de la zone de contact.



Figure File Eles from Zones de muninger

Typiquement, dans les problèmes de contact, la zone de contact étant petite, elle implique des gradients de contraintes importants dans les éléments au voisinage du contact. Le maillage dans cette région doit alors être raffiné sinon le calcul ne converge pas. Yan & Frija (Yan, Sun, Feng, & Qian, 2007), (Frija, Hassine, Fathallah, Bouraoui, & Dogui, 2006) montrent que la taille des éléments du maillage dans la zone de contact se situe idéalement entre 0,1 et 10  $\mu$ m. Ces auteurs mettent en avant que le raffinement du maillage dépend des études (Bagherifard, Ghelichi, & Guagliano, 2010) et qu'une étape de validation est nécessaire.

Afin de réduire la durée du calcul et d'augmenter sa précision, la nature et la forme des éléments sont choisies en fonction de leur localisation par rapport à la zone de contact. Le maillage fait généralement appel à des éléments linéaires :

- quadratiques à l'état de déformation plane, à intégration réduite et à "hourglass control" (CPE4R) (Wang, et al., 2011) ;
- quadratiques axisymétriques de type déformation plane et à intégration réduite (CAX4R) (Mohd Tobi, Ding, Bandak, Leen, & Shipway, 2009) ;
- triangulaires axisymétriques (CAX3) diminuant le coût temporel de l'analyse (Terekhina, Fouvry, Salvia, & Bulanov, 2010).

#### 1.1.2.2 *Conditions aux limites*

En ce qui concerne les conditions aux limites, elles doivent être étudiées avec attention car une spécification inappropriée peut aboutir à l'absence de solution ou à une solution ne correspondant pas au problème prétendument posé. Les conditions aux limites les plus courantes dans le cas d'une approche élastique consistent à spécifier comment le corps est pris en charge ou chargé (Cf. *Figure 1.16*). Ce concept est mathématiquement formulé en spécifiant les déplacements ou contraintes aux points de frontière.

Dans notre cas, deux possibilités existent :

- **premier cas** : Le cylindre se déplace uniquement dans la direction verticale vers le corps plan (Cf. *Tableau 1.3*). Le cylindre étant parfaitement rigide, les différentes actions sont ramenées à un point dit point de référence (RP) (Dassault System's Simulia, 2009). On peut alors imposer au point de référence soit :

- un déplacement qui génère une force opposée au déplacement (Poon, Rittel, & Ravichandral, 2008), (Kamran & Larsson, 2011). Cette force est égale à la somme des forces verticales aux nœuds en contact avec la surface du corps plan ;
- une force normale (Mohd Tobi, Ding, Bandak, Leen, & Shipway, 2009), (Terekhina, Fouvry, Salvia, & Bulanov, 2010), (McColl, Ding, & Leen, 2004);

Dans ce cas, un blocage total du déplacement des nœuds situés sur le bord inférieur du corps plan (Komvopoulos & Gong, 2007) sera imposé. La partie supérieure est en interaction avec le cylindre.

- second cas : Le cylindre est encastré et le corps plan se dirige vers lui (Cf. *Tableau 1.3*). Les conditions aux limites sont imposées à la base de l'échantillon plan. On impose alors à ces éléments limitrophes du corps soit :

- une force (Dassault System's Simulia, 2009);
- une pression correspondant à la force normale appliquée (Dick, Paulin, Cailletaud, & Fouvry, 2006), (Goh, McDowell, & Neu, 2006).

	Cylindre	Plan
Premier cas	Déplacement sur RP :	Base encastrée :
	U1=0 ; U2=-« valeur » ; UR3=0.	U1=U2=U3=UR1=UR2=UR3=0.
	Force concentrée sur RP :	
	CF1=0 ; CF2=-« valeur ».	Base encastrée :
	Déplacement/rotation sur RP :	U1=U2=U3=UR1=UR2=UR3=0.
	U1=0 ; UR3=0.	
Second cas	RP encastrée :	Force concentrée sur le bord inférieur :
	U1=U2=U3=UR1=UR2=UR3=0*.	CF1=0 ; CF2= « valeur ».
	RP encastrée :	Pression uniforme sur le bord inférieur :
	U1=U2=U3=UR1=UR2=UR3=0.	amplitude = « valeur » ;

 Tableau 1.3 Conditions aux limites sur les massifs

\* U1, U2, U3 – translation selon les directions x, z et y. UR1, UR2, UR3 – rotation autour des directions x, z et y.



De plus, Frija (Frija, Hassine, Fathallah, Bouraoui, & Dogui, 2006) justifie le choix de la taille du modèle en termes de localisation des contraintes dans la zone du contact, (par

exemple: 15% de l'épaisseur de l'échantillon) pour respecter le problème du demi-espace (Tsai & Mall, 2000).

#### 1.1.2.3 Qualification du modèle

Les modèles numériques sont généralement étalonnés par rapport à des solutions analytiques. Dans le cas d'un contact cylindre/plan, il est possible de mener ces vérifications autour de deux paramètres :

– la distribution des contraintes ( $\sigma_x$  et  $\sigma_z$ ) le long de l'axe de symétrie **z**, pour x=0 (**Figure 1.17**);



Figure 1.17 Distribution des contraintes de contact, le long de l'axe de symétrie z, pour x=0 – comparaison de l'approche analytique (Hertz) et numérique (FE) - (McColl, Ding, & Leen, 2004).

la distribution de la pression de contact sur la surface du corps plan (en z=0). Cette expression peut être normalisée *P*/*P*<sub>0</sub> =f(*x*/*a*), (Cf. Figure 1.18.a) ou non (Cf. Figure 1.18.b);



Figure 1.18 Distribution de la pression de contact pour z =0. a) normalisée  $p/p_0=f(x/a)$ , (Goh, McDowell, & Neu, 2006); b) non normalisée, (Mohd Tobi, Ding, Bandak, Leen, & Shipway, 2009).

#### **1.2 Les fondements et la méthodologie de notre étude.**

 $\pi R$ 

Dans le cas d'un contact cylindre / plan, la contrainte maximale de cisaillement se situe sur l'axe z à une valeur  $z = 0,78 \cdot a$  et a pour valeur  $\tau_{max}(z) = 0,3 \cdot P_0$ . En égalant cette expression de  $\tau_{max}$  avec l'expression du critère de plasticité, il est possible de définir une pression P<sub>0Y</sub> pour laquelle apparaissent les premiers phénomènes de plasticité.

$$P_{0Y} = 3,3 \cdot k = 1,667 \cdot Y \tag{1.25}$$

Pour la première plastification (Cf. *Figure 1.19*), il est ainsi possible de définir  $P_Y$ , le chargement appliqué par unité de longueur (N/m) :

$$P_Y = \frac{\pi \pi}{E^*} \cdot P_{0Y}^2 = 8.8 \cdot \frac{\pi}{E^*}$$
(1.26)

 $R \cdot Y^2$ 



Dans cette étude, nous chercherons donc à mettre en évidence si une modification en sous surface du contact, plus exactement si un enlèvement de matière à proximité de la zone de début de plastification permet de modifier favorablement le champ de contraintes dans la zone critique. Pour ce faire nous avons couplé une approche expérimentale avec une approche numérique, la seule à même, si elle est valide, d'envisager de nombreux cas. L'étude expérimentale, quant à elle, consiste à enregistrer, par photoélasticimétrie, l'évolution des contraintes en fonction du traitement sous surfacique ; ce qui permet de valider les modèles utilisés.

Ensuite le modèle a été exploité au travers de nombreuses configurations afin de disposer de toutes les informations utiles pour conclure.

Dans cette partie nous mettons en place les outils. Après une présentation des matériaux d'étude, de la méthode d'analyse par photoélasticimétrie et des modèles analytiques et numériques, nous validons l'ensemble par une comparaison des résultats obtenus, via les trois méthodes, dans un cas de simple contact cylindre-plan.

#### **1.3 La configuration d'étude et les matériaux associés**

Comme cela a déjà été annoncé, le contact étudié est de type cylindre/plan (Cf. *Figure 1.20*). Le cylindre est obtenu à partir d'un acier faiblement allié, 100 Cr6, connu aussi comme l'acier à roulement. Ses principales propriétés sont présentées dans le *Tableau 1.4*.



Figure 1.20 Les premiers corps en contact.

Propriétés	Unités	Valeurs
Limite élastique ( $\mathbf{R}_{e}$ )	[MPa]	$\geq$ 500
Allongement au seuil d'écoulement $((x))$	[%]	≥4,35
Contrainte à la rupture $23^{\circ}C(\mathbf{R}_m)$	[MPa]	$\geq$ 900
Allongement à la rupture $23^{\circ}C(A_{10})$	[%]	$\geq$ 5
Dureté Rockwell ( <i>HR</i> )	[HRc]	60
Coefficient du Poisson ( <i>v</i> )	—	0,29
Module de Young $(E)$	[GPa]	210

Quant à la pièce plane, nous avons choisi un polycarbonate (PC) qui présente de bonnes propriétés optiques pour les mesures par polarimétrie. Ses principales propriétés mécaniques (Cf. *Tableau 1.5*) dépendent de la température. Par exemple, le passage de 20 à 40 °C entraine une perte de ~50 % de la valeur du module de Young à la traction (Cf. *Figure 1.21*) (ASM International, 2003).



Figure 1.21 Variation du module de Young du PC en fonction de la température (ASM International, 2003).

 Tableau 1.5 Principales propriétés du PC. (Chatain, 1993), (Reyne, 1990), (Lokensgard, 2003)

	Unités	PC		
	Allongement au seuil d'écoulen	nent $(\mathbf{x})$	[%]	6 *
	Contrainte à la rupture $(\mathbf{R}_m)$			> 60 *
	Allongement à la rupture ( $A_{10}$ )	[%]	3,5	
Propriétés		Polymère / polymère		
Mécaniques	es Coefficient de frottement (µ) Polymère / acier Acier / polymère		_	0,3-0,56
(à 23°C)				
Coefficient de Poisson ( <i>v</i> )		_	0,37	
	Module d'élasticité longitudinale (Young) à la traction ( $E_t$ )			2,331 **
	Module d'élasticité longitudinal	[GPa]	1,490 ***	
* suivar				

\*\* suivant la norme ISO 527-2/1B/1

\*\*\* suivant la norme ASTM D 695-02a

Le polycarbonate est quasi transparent dans le spectre visible ( $400 < \lambda < 800$  nm). Dans l'ultraviolet ( $\lambda < 400$  nm), la transmission est quasiment nulle en dessous de 375 nm, puis devient supérieure à 80% à partir de 400 nm. Dans le proche infrarouge, la transmission des rayonnements est importante pour ensuite diminuer aux alentours de 1600 nm. Au-delà de 2100 nm, la transmission est nulle (Cf. *Figure 1.22*) (Syntec). Cette opacité dans l'infrarouge permettra d'usiner les échantillons avec un laser à CO<sub>2</sub> ( $\lambda = 10600$  nm) pour les préparer tout en limitant les contraintes générées en surface et dans la zone de travail.



Figure 1.22 Transmission du PC en fonction de la longueur d'onde (Syntec).

Par ailleurs, et afin d'assurer la meilleure corrélation entre l'approche expérimentale et l'approche numérique, les propriétés mécaniques du polycarbonate ont été vérifiées expérimentalement selon la norme ASTM D 625-02a (Cf. *Tableau 1.6*). Les caractéristiques optiques du polycarbonate et plus particulièrement l'ordre des franges  $f_{\sigma}$ , utile pour la technique de photoélasticimétrie, a été obtenu à partir de tests de flexion « 4 points ». (Cf. **Annexe 2**).

	Dimensions géométriques	E <sub>c</sub> (MPa)	<b>v</b> (-)	R <sub>c</sub> (MPa)	f <sub>σ</sub> (MPa/frange)
Polycarbonate	Prisme - $50 \times 50 \times 4.9 \text{ mm}^3$	1490	0,37	116	2,21

Tableau 1.6 Principales propriétés mécaniques et optiques du polycarbonate.

Pour répondre à l'hypothèse de surface lisse, imposée par la théorie de Hertz, un soin particulier a été apporté à la réalisation de la surface du polycarbonate. En effet, nous recherchons à avoir une surface géométriquement la plus plane possible et qui présente une rugosité la plus faible. Les rugosités finales sont  $Ra \approx 0,026 \ \mu m$  et  $Rt \approx 0,046 \ \mu m$ ) (Cf. **Annexe 2**).

## **1.4 Approche analytique**

La théorie de Hertz nous permet, moyennant la connaissance de la pression de contact ainsi que des caractéristiques géométriques des premiers corps en contact et des caractéristiques des matériaux les constituant, de remonter aux champs de pression dans les matériaux. Les variables d'entrée pour le calcul des contraintes sont :

- la force normale  $(F_n)$ ;
- le rayon de courbure du cylindre (*R*) en acier (le polycarbonate étant considéré comme un corps plan) ;
- la largeur de contact (2a);
- le module d'élasticité en compression des matériaux  $(E_c)$ ;
- le coefficient de Poisson des matériaux (v).

Dans notre cas, nous retiendrons que :

- le cylindre a un diamètre de 180 mm ;
- le polycarbonate se déforme uniquement dans le domaine élastique ;
- Le calcul est mené pour les deux épaisseurs d'éprouvettes prismatiques utilisées : 4,9 et 9,64 mm ;

Analytiquement, la contrainte de cisaillement maximale  $\tau_{max}$  est exprimée en fonction de la pression de contact  $P_0$  ( $\tau_{max} = 0, 3 \cdot P_0$ ) et est située en sous surface, à une profondeur  $z=0,78 \cdot a$ ; *a* étant la demi-largeur de contact. Nous prendrons la profondeur *z* comme paramètre de référence, pour dimensionner le contact (Cf. *Figure 1.23*).



Figure 1.23 Répartition schématique des contraintes le long de l'axe de symétrie.

#### 1.4.1 Dimensionnement du contact

Afin de pouvoir qualifier le modèle numérique via une approche expérimentale, nous avons recherché les conditions à appliquer au système défini au paragraphe 1.3 de façon à localiser le maximum des contraintes de Tresca à environ 2 mm en dessous de la zone de contact. Pour ce faire, nous avons recherché, pour des valeurs d'effort  $F_n$ , la position z. Dans le même temps nous avons vérifié que les conditions de pression n'induisent pas de plastification. Le **Tableau 1.7**, ainsi que la **Figure 1.24** et la **Figure 1.25** résument les différentes valeurs calculées, en fonction des épaisseurs des pièces prismatiques, pour différentes valeurs de force.

Fn	<b>4,9 mm</b>	121	121         173         236         308         390         481         583         693         814         94								
[N]	9,64 mm	237	341	464	606	768	948	1147	1365	1601	1857
Z	[mm]	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8
2a	[mm]	2,570	2,570 3,073 3,589 4,101 4,614 5,124 5,642 6,151 6,666								7,179
P <sub>0</sub>	[MPa]	12,23	12,23 14,62 17,08 19,51 21,96 24,39 26,85 29,27 31,72 34,1								34,16
Y	[MPa]		62,1*								
P <sub>0y</sub>	[MPa]		103,52**								

Tableau 1.7 Résultats du calcul pour le polycarbonate en 4,9 et 9,64 mm d'épaisseur.

\*Cf. Annexe 1, **Tableau A1.1**. \*\*Cf. eq. (1.24).



Figure 1.24 Localisation de z ( $\tau_{max}$ ) en fonction de l'effort appliqué. Résultats du calcul analytique (épaisseur de l'éprouvette prismatique = 4,9 mm).



Figure 1.25 Localisation de z ( $\tau_{max}$ ) en fonction de l'effort appliqué. Résultats du calcul analytique (épaisseur de l'éprouvette prismatique = 9,64 mm).

Pour toute la suite de l'étude nous avons retenu une force  $F_n = 714 N$  afin de faciliter la comparaison entre l'approche numérique et celle expérimentale. Cet effort conduit aux valeurs des caractéristiques du contact telles que présentées dans le **Tableau 1.8**. Elles serviront de base à notre analyse.

Epaisseur	[mm]	4,9	9,64
Z	[mm]	2,435	1,736
a	[mm]	3,122	2,226
$\mathbf{P}_0$	[MPa]	29,716	21,186
$\tau_{max}$	[MPa]	9,826	6,362
$ \sigma_x \max $	[MPa]	29,716	21,186
$ \sigma_z \max $	[MPa]	29,716	21,186

Tableau 1.8 Caractéristiques de contact selon l'épaisseur pour F<sub>n</sub>=714N.

#### **1.4.2** Distribution des contraintes dans le cas de figure retenu

L'approche analytique de Nowell et Hills a ensuite été appliquée sur les 2 épaisseurs de polycarbonate : 4,9 mm (Cf. *Figure 1.26*.a) et 9,64 mm (Cf. *Figure 1.26*.b), et fournit les répartitions de contraintes de référence dans le cas d'un contact cylindre/plan classique.





## **1.5 L'analyse photoélastique statique du contact.**

Pour nous, la photoélasticimétrie est une technique expérimentale non-destructive idéale pour réaliser la vérification des résultats des analyses théoriques et numériques et pour suivre et optimiser le processus de fabrication des échantillons en polycarbonate. Cette technique (Ghita & Marsavina, 2002) offre un aperçu de l'état de tension et de déformation dans un massif. Elle permet la détermination instantanée des directions et des contraintes principales en tout point d'un modèle soumis à un chargement statique ou dynamique. De la même façon, les contraintes résiduelles sont facilement identifiées.

Le dispositif expérimental se compose d'une machine de compression (MTS - Adamel Lhomargy-DY36, équipée d'un capteur de force de 5 kN) et d'un polariscope fonctionnant en transmission (Jessop-Leech) (Cf. *Figure 1.27*.a). L'éclairage est assuré par une lumière blanche polarisée circulairement. L'échantillon de polycarbonate est chargé et observé par transparence, tandis que l'acquisition d'images est réalisée en utilisant un appareil photo numérique, équipé d'un objectif macro. Les images acquises sont traitées sous *Photoshop CS5*. Les dimensions des images sont calibrées à l'aide de logiciel *Sigma Scan Pro 5.0*.



Figure 1.27 a) Polariscope circulaire b) Ordre des franges

Selon le principe de cette technique, la polarisation de la lumière transmise à travers l'échantillon chargé permet de remonter aux valeurs des contraintes locales en utilisant les propriétés de biréfringence du polycarbonate (Ghita & Marsavina, 2002). Ainsi, chaque isochrome d'ordre N correspond à une ligne d'égale valeur de ( $\sigma_x$ - $\sigma_z$ ), c'est-à-dire, à un facteur  $\frac{1}{2}$  près, à une ligne d'égale valeur de la contrainte de cisaillement maximale :

$$\tau_{max} = (\sigma_x - \sigma_z)/2 \tag{1.27}$$

où  $(\sigma_x - \sigma_z)$  est la différence entre les contraintes principales. La « carte de passage » qui donne l'ordre de la frange est présentée à la *Figure 1.27*.b. Les flèches rouges identifient les zones de transition entre deux ordres N. Par exemple, le premier ordre correspond à la transition entre les couleurs rouge et bleu, puis, pour les autres ordres, entre les teintes rouge et verte.



L'exemple suivant (Cf. *Figure 1.28*) permet d'enregistrer les franges d'interférence et le traitement de l'image permet de repérer 14 zones de transition.

Figure 1.28 Image obtenue par photoélasticimétrie d'un échantillon chargé.

L'écart entre chaque frange est de 2,21 MPa [Cf. Annexe 2, A1.3]. Il est ainsi possible, connaissant l'ordre des franges, de tracer la variation de la contrainte tangentielle (Cf. Figure 1.29).





La valeur expérimentale retenue est la valeur moyenne sur 10 essais et les incertitudes de mesure sont obtenues statistiquement grâce à la loi de Student et un intervalle de confiance de 95%. Enfin, les valeurs expérimentales sont relevées à partir d'une profondeur de 0,5 mm.

## 1.6 L'analyse numérique statique du contact.

L'objectif de cette partie est de développer un modèle numérique d'analyse 2D du contact afin de comparer les résultats numériques aux résultats expérimentaux, obtenus par photoélasticimétrie plane.

Dans un premier temps, l'étude porte sur l'influence de la taille du maillage ainsi que sur le type de conditions aux limites (Cf. *Figure 1.16*, *Tableau 1.3* et *Tableau 1.9*) à retenir. Le but est de déterminer l'impact de ces paramètres sur la précision du calcul. Le maillage de la zone raffinée est effectué avec des éléments de type CPE4R (*Figure 1.30*).



Figure 1.30 Le maillage du corps plan.

Config. N°	Chargement utilisé dans	ement utilisé dans Taille des éléments (µm <sup>2</sup> )					
	Abaqus	Zone de	Sous le	Hors contact			
		contact	contact				
1**	Pression sur le corps plan	20 x 20	20 x 20	1000 x 1000			
2**	Pression sur le corps plan	10 x 10	10 x 10	1000 x 1000			
3**	Pression sur le corps plan	4 x 4	4 x 4	1000 x 1000			
4*	Force concentrée sur le cylindre	10 x 10	10 x 10	1000 x 1000			
5*	Force concentrée sur le cylindre	200 x 200	200 x 200	1000 x 1000			
6*	Force concentrée sur le cylindre	20 x 20	20 x 20	1000 x 1000			

1 abicau 1.7 Essais avec unicients types ut chai gement	Tableau 1	1.9	Essais	avec	différents	types	de	chargement
---	-----------	-----	--------	------	------------	-------	----	------------

\* Premier cas, cf. Tableau 1.3.

\*\* Second cas, cf. Tableau 1.3.

Un bon compromis entre la taille des éléments et le temps de calcul est obtenu en choisissant des éléments CPE4R compris entre  $10 \ \mu m \ x \ 10 \ \mu m \ et \ 20 \ \mu m \ x \ 20 \ \mu m \ (Cf.$ *Figure 1.31*.a et*Figure 1.31* $.b). Le choix d'éléments CPE4R de taille 4 \ \mu m \ x \ 4 \ \mu m \ conduit à multiplier par 26 le nombre d'éléments et surtout à multiplier par 54 le temps de calcul pour une réduction de la justesse de 2% par rapport à des éléments de 10 \ \mu m \ x \ 10 \ \mu m. Cet effort n'a donc pas été jugé pertinent pour notre étude.$ 



Figure 1.31 Influence de la taille des éléments pour différents types de chargements : - a) sur le temps de calcul; b) sur le nombre total d'éléments

Suivant la configuration de calcul (taille des éléments, type de chargement – Cf. *Tableau 1.9*), l'écart entre la solution analytique et celle numérique varie de :

- 0,2% à 18,4% pour σ<sub>x</sub> (Cf. *Figure 1.32*.a) ;
- 0,8% à 4,2% pour σ<sub>z</sub> (Cf. *Figure 1.32*.b) ;
- 3% à 7,8% pour  $\tau_{max}$  (Cf. *Figure 1.32*.c).



Figure 1.32 Contraintes normalisées selon l'axe de symétrie z, au centre du contact (x=0) pour différents types de chargement : a)  $\sigma_x$ ; b)  $\sigma_z$ ; c)  $\tau_{max}$ .

Dans le cas d'un élément CPE4R de 10  $\mu$ m x 10  $\mu$ m, l'écart entre la solution analytique et numérique est de :

- 2,83% pour la configuration où la force normale est appliquée sur le cylindre (configuration 4 Cf. *Tableau 1.3* et *Tableau 1.9*);
- 4,11% pour la configuration où la pression est appliquée sur le corps plan (configuration 2 Cf. *Tableau 1.3* et *Tableau 1.9*).

En ce qui concernent les conditions aux limites, la configuration d'essai 4 est celle qui offre le meilleur compromis : temps de calcul court et écart minimum entre les valeurs numériques et celles analytiques. Retenir ces conditions permet d'obtenir les résultats récapitulés sur la *Figure 1.33*.



Figure 1.33 Variation numérique de  $\tau_{max}$  selon l'axe de symétrie dans un PC chargé.

#### **1.7 Conclusion. Validation du modèle.**

Notre étude vise à explorer la voie du traitement sous-surfacique d'un massif soumis à un contact de type hertzien, avec éventuelle adjonction d'un effort tangentiel et d'un coefficient de frottement. Dans un premier temps nous nous sommes restreints à une pression de contact normale à la surface du massif, que nous avons choisi en matériau transparent (polycarbonate) pour des raisons de commodité expérimentale. L'adjonction d'un effort tangentiel et d'un coefficient de frottement sera abordée au chapitre 3.

Une revue ciblée de la littérature nous a permis de dégager les éléments principaux à retenir en vue de la simulation numérique des effets du contact d'un cylindre sur un plan. Nous avons mis en œuvre, dans Abaqus, un modèle numérique bidimensionnel reprenant les équations (1.1) à (1.22) et intégrant un maillage évolutif à partir d'éléments CPE4R. La configuration choisie correspond à l'application d'une force normale du contact au travers du cylindre.

Afin de valider notre démarche, nous avons choisi de comparer les résultats du modèle numérique avec l'approche analytique de Nowell et Hills (Hills, Nowell, & Sackfield, 1993) et avec une approche expérimentale qui nous permettra, dans les étapes suivantes (lors de modifications sous-surfacique du contact), de confronter notre modèle numérique à la réalité.

Pour ce faire nous avons dimensionné le contact pour pouvoir observer le plus facilement possible les évolutions expérimentales du champ de contraintes dans la zone d'intérêt. Plus exactement nous avons fait en sorte d'obtenir une valeur de z, localisation du maximum de la contrainte de cisaillement, à environ 2 mm de la surface.

C'est ainsi qu'une force normale de 714 N est appliquée, sur le polycarbonate de 4,9 mm d'épaisseur, à travers le cylindre. Cela conduit à une demi largeur de contact a=3,122mm, avec une localisation de la contrainte de cisaillement maximale  $\tau_{max}$ , à z=2,435mm. La pression maximale de contact correspondante est  $P_0=29,716$  MPa.

Pour cette configuration, la comparaison des résultats analytiques et des résultats numérique montre un bon accord. La *Figure 1.34*, qui présente les distributions des
contraintes en sous surface (Cf. *Figure 1.34*.a) ainsi que la distribution de la pression de contact (Cf. *Figure 1.34*.b), illustre le propos.



Quant à la *Figure 1.35* elle superpose les résultats obtenus avec les trois méthodes (expérimentale, analytique et numérique) et montre le très bon accord obtenu. Nous considérons donc que le modèle numérique et la procédure expérimentale sont valides et que nous pouvons débuter l'étude des effets de la modification sous-surfacique du contact.

La différence observée à z=0 et x=0 (Cf. *Figure 1.35*) est attribuée à l'effet du couplage entre les effets normaux et tangentiels qui n'est pas pris en compte dans la résolution du problème de contact, et ce, indépendamment du fait qu'il y a un enfoncement de la surface et que l'on ne peut pas repérer, expérimentalement, les franges entre z = 0 et z = 0.5 mm.



Figure 1.35 Distribution de  $\tau_{max}$  en sous surface d'un PC. Comparaison AEF-analytique-expérimentale.

# CHAPITRE 2

# Chapitre 2. Analyse statique des contacts percés

#### 2.1.Introduction

La méthodologie ayant été développée, nous souhaitons, au travers de ce chapitre, étudier l'influence de discontinuités présentes en sous surface d'un contact sur le champ des contraintes généré par un chargement statique. Le but de cette partie concerne donc la compréhension des effets induits par un ou des défauts de façon à imaginer leur agencement idéal dans l'objectif de modifier le niveau des contraintes dans la zone de contact. Dans un premier temps nous allons faire évoluer et valider expérimentalement le modèle développé dans le chapitre 1 afin de lui permettre d'intégrer des défauts. Puis, dans un second temps, nous calculerons l'effet des caractéristiques des défauts (taille, nombre, position, matériau de remplissage) afin de proposer une stratégie « optimale » dans le cas d'un contact statique.

## 2.2. Modélisation des défauts dans le polycarbonate.

A partir du modèle numérique validé au chapitre 1, appliqué au contact Hertzien, nous allons créer un défaut dans le polycarbonate. Il s'agira d'un trou circulaire, positionné audessous du centre du contact (Cf. *Figure 2.1*).



Figure 2.1 Positionnement du trou au dessous du contact.

La présence du trou agit comme un modificateur du champ de contraintes et peut modifier les valeurs maximales dans la zone la plus sollicitée. Nous prévoyons que cette perturbation sera de nature locale et que la perturbation s'estompera au fur et à mesure que l'on s'éloignera du trou (Sadd, 2009).

La variation de la contrainte circonférentielle autour de la limite du trou (Cf. *Figure 2.2*) est donnée par :

$$\sigma_{\theta}(\rho, \theta) = \sigma_{\chi}(1 - \cos 2\theta) \tag{2.1}$$

(Sadd, 2009) met en évidence que la distribution de cette contrainte est nulle pour une valeur de  $\theta = 30^{\circ}$  et prend une valeur maximale pour  $\theta = \pm 90^{\circ}$ .

$$\sigma_{max} = \sigma_{\theta} \left( \rho, \pm \pi/2 \right) = 3\sigma_x \tag{2.2}$$

Ceci est repérable sur la *Figure 2.2* avec une contrainte en traction décrite par les lobes horizontaux, et maximale pour les angles de  $\pm$  90°. Quant aux contraintes de compression, elles sont représentées par les lobes verticaux, avec deux maximums situés à 0° et 180°.



Figure 2.2 Variation de la contrainte circonférentielle autour de la limite du trou (Sadd, 2009).

Nous introduisons donc cette formulation au sein du modèle présenté au chapitre 1, en tant que condition aux limites au niveau du trou. Ce nouveau modèle, désigné « modèle numérique percé » nécessite quelques validations afin d'être sûr de ses résultats, notamment le niveau de la sur-contrainte générée relativement à la limite de plastification et sa localisation.

# 2.3. Validation du modèle numérique et expérimental.

Notre démarche de validation s'est déroulée en deux étapes :

- la première (§ 2.3.1) concerne la vérification de notre « modèle numérique percé » en comparant les résultats obtenus, après remplissage du trou avec du polycarbonate (équivalent à un matériau massif), avec ceux issus du modèle numérique développé au chapitre 1 ;
- la seconde étape (§ 2.3.2) établit une confrontation entre les résultats issus du « modèle numérique percé » (trou non rempli) et la visualisation par photoélasticimétrie du champ de contraintes.

Pour traiter ces deux étapes, nous avons percé un trou de <u>0,82 mm</u> de diamètre (valeur retenue par facilité expérimentale) dans le polycarbonate, trou localisé sur l'axe de symétrie à une profondeur z = 2,435 mm, là où se situe la contrainte de cisaillement  $\tau_{max}$  pour une force normale de 714 N. Par la suite, ce premier usinage, dont la méthodologie d'obtention est détaillée en **Annexe 2, A2.3**, sera désigné CAS 1.

# 2.3.1. Vérification du modèle numérique

En partant du modèle numérique développé pour le CAS 1, nous avons donc rempli le trou avec du polycarbonate (configuration désignée CAS 1 + PC) puis nous avons comparé les résultats de la simulation du CAS 1 + PC au cas développé dans le chapitre 1 (noté AEF référence) relatif au calcul hertzien mené sur un massif plein (cf. **Figure 2.3**). Il apparaît

clairement que les résultats calculés avec les deux modèles sont identiques. La prise en compte du perçage, puis de son remplissage semble correcte.



#### 2.3.2. Confrontation numérique / expérimental

Ensuite nous avons effectué une comparaison des résultats obtenus par calcul numérique et par voie expérimentale pour la configuration désignée CAS 1. Pour ce faire, nous comparons les lignes d'iso-contrainte  $\tau = (\sigma_x - \sigma_z)/2$  obtenues par photoélasticimétrie (Cf. *Figure 2.4.*a) avec les lignes calculées à partir de notre modèle numérique (Cf. *Figure 2.4.*b). Il apparaît que les répartitions des contraintes de cisaillement, obtenues dans les deux cas, sont similaires.



Figure 2.4 a) Franges sur un polycarbonate percé. b) AEF: distribution de la contrainte de Tresca.

Spécifiquement, sur l'axe de symétrie z (x = 0), les évolutions de la contrainte de cisaillement, déterminées expérimentalement et par calcul numérique, montrent une bonne corrélation (Cf. *Figure 2.5*).



#### 2.3.3. Conclusion

Ces deux vérifications faites, nous émettons l'hypothèse que le « modèle numérique percé » permet une bonne estimation des contraintes de cisaillement en sous surface d'un contact. Ces contraintes étant calculées à partir des contraintes principales, nous émettons l'hypothèse que le modèle permet également de prédire les contraintes selon le critère de Von Mises.

Ainsi, si la présence d'un trou sur l'axe de symétrie z (x = 0) permet de faire décroitre la contrainte de cisaillement de 42% à proximité du trou, la contrainte de Von Mises diminue de 8% en surface (Cf. *Figure 2.6.a*) et est multipliée par 3 à proximité du perçage (Cf. *Figure 2.6.b*). Ce dernier résultat est en accord avec les calculs faits par Sadd (Sadd, 2009).



a) pour z = 0 mm; b) pour z = 2,435 mm.

# 2.4. Influence des caractéristiques des défauts sur le comportement du contact. Effet du diamètre

Afin de poursuivre notre étude, nous construisons un plan d'expériences dans lequel les positions des trous cylindriques dans le massif en polycarbonate (circulaires dans le cas de notre modélisation 2D) seront localisées (Cf. *Tableau 2.1*) :

- en profondeur (selon l'axe z), en fonction de la localisation de la contrainte de cisaillement maximale : paramètre z ;
- en largeur (selon l'axe x) suivant le paramètre, *a*, de demi largeur de la zone de contact ;
- en quantité, en fonction du nombre de trous (de 1 à 3).

Typologie des défauts			Localisation suivant x et z							
CAS #	AS #		1 <sup>er</sup> t	rou	2 <sup>ème</sup> trou		3 <sup>ème</sup> trou			
	Présence	nombre	z	x	z	x	z	x		
AEF Référence	non	0			_					
1	oui	1	Z	0	_					
2	oui	2	Z	-a	Z	+a				
3	oui	2	Z	0	Z	+a				
4	oui	3	Z	-a	Z	0	Z	+a		
5	oui	1	Z	+a	_			_		

#### Tableau 2.1 Nombre et position des trous pour les 5 cas d'étude.

Nous retenons une force normale de 714N appliquée sur un échantillon de 4,9 mm d'épaisseur ce qui donne les caractéristiques de contact suivantes : a = 3,122 mm et z = 2,435 mm. Ces caractéristiques resteront constantes tout au long de notre étude et nous tenterons une représentation adimensionnée des résultats afin de pouvoir, dans des limites à définir, extrapoler à d'autres conditions.

Pour cette première série de modélisations, Les diamètres des perçages varient de 0,1 à 1 mm par pas de 0,1 mm. Il est ainsi possible d'éditer des cartographies des variations des contraintes de Von Mises et de Tresca. A titre d'exemple, la *Figure 2.7* donne les variations des contraintes de Von Mises et de Tresca pour les différents cas et un diamètre de perçage de 0,6 mm.



Figure 2.7 Distribution de Von Mises (à gauche) et Tresca (à droite) dans le corps plan, Fn=714N, ø=0,6 mm.

Une première observation des résultats présentés montre que, sur l'axe de symétrie z (x = 0), les contraintes équivalentes de Von Mises et de Tresca sont diminuées relativement au cas de référence, surtout lorsqu'un trou est localisé sur l'axe de symétrie. En revanche, les contraintes maximales ne se situent plus forcément sur l'axe de symétrie ; c'est pourquoi notre analyse ultérieure considérera, d'une part, la distribution des contraintes sur l'axe de symétrie z (x = 0) et, d'autre part, le niveau maximum des contraintes quelle que soit leur localisation dans le massif.

La suite de ce paragraphe concerne l'analyse détaillée des résultats obtenus pour des trous allant de 0,1 à 1 mm de diamètre dans les 5 cas de figure précités (Cf. *Tableau 2.1*).

Comme cela a été annoncé ci-dessus, la représentation des résultats sera adimensionnée. Pour ce faire, nous avons choisi de retenir, en abscisse, le rapport entre le diamètre du perçage et la profondeur *z* et, en ordonnée, d'étudier le rapport entre la valeur de la contrainte et P<sub>0</sub>. D'un point de vue méthodologique, nous présenterons successivement les variations de  $\sigma_x$  /P<sub>0</sub>;  $\sigma_z$ /P<sub>0</sub>;  $\tau_{max}$ /P<sub>0</sub> et  $\sigma_{VM}$ /P<sub>0</sub>.

D'un point de vue organisationnel, le paragraphe 2.4.1 s'intéressera à l'effet du perçage sur la distribution de la pression de contact, le paragraphe 2.4.2 traitera de l'évolution des contraintes sur l'axe de symétrie z (x = 0), le paragraphe 2.4.3 s'intéressera au niveau maximum de ces composantes où qu'il se situe dans le massif et une synthèse des principaux résultats sera donnée au paragraphe 2.4.4.

#### <u>Remarques :</u>

- Sur toutes les représentations, la valeur de la contrainte normalisée donnée pour ø/z=0 correspond à la valeur donnée par le calcul de Hertz numérique (AEF référence);
- Les incertitudes liées à la simulation sont estimées relativement au modèle analytique considéré « juste ». Ainsi, nous retiendrons que les résultats sont obtenus à ± 4% près. (Cf. chapitre 1)

# *2.4.1.* Effet du perçage sur la distribution de la pression de contact.

Comme cela est présenté sur la *Figure 2.8.a* la distribution de la pression de contact en surface est modifiée par l'ajout d'un trou en sous surface. Ceci génère une légère augmentation de la pression maximale qui ne se trouve plus sur l'axe de symétrie, mais au niveau de deux zones décalées de part et d'autre de cet axe.

La *Figure 2.8.b* montre que l'augmentation de  $P_{max}/P_0$  est d'environ 10 % et que cette valeur reste constante quel que soit le CAS considéré ; les fluctuations étant plutôt attribuées aux incertitudes du calcul.



Figure 2.8 Variation normalisée de la pression maximale en surface. a) champ de pression en surface dans le CAS 1, avec ø<sub>trou</sub>=0,82 mm ; b) pour les 5 cas.

#### 2.4.2. Influence du diamètre des trous sur l'axe de symétrie z, à x=0.

L'ensemble des résultats est présenté dans l'annexe 3.

Effet sur  $\sigma_x/P_0$ .

La contrainte normalisée  $|\sigma_x|$  augmente de 10 % dans le cas d'un rapport  $\phi/z$  supérieur à 0,04 ( $\phi/z = 0,04$  correspond à un diamètre de perçage de 100 µm) et, cela, quel que soit le CAS considéré (Cf. *Figure 2.9*). Au-delà, de ce rapport la variation du diamètre du trou ne conduit pas à une modification significative de  $\sigma_{x/P_0}$ .



Par ailleurs la question de savoir s'il est pertinent de lier le point d'abscisse  $\phi/z = 0$ 

(référence) avec les points suivants (massif percé) a été tranchée en rajoutant des points intermédiaires sur la *Figure 2.9*. Ces points correspondent à des perçages de 20 et 50  $\mu$ m de diamètres. Ils montrent l'évolution progressive de  $|\sigma_x/P_0|$  entre l'abscisse « 0 » et « 0,04 », ce qui justifie le tracé.

Effet sur  $\sigma_z/P_0$ .

De la même façon que précédemment, la contrainte normalisée  $|\sigma_{z/}P_0|$  subit une augmentation progressive jusque 30% lorsque le diamètre du perçage varie de 0 à 0,1 mm  $(\phi/z = 0.04)$ . Puis pour  $(\phi/z > 0.08)$ , l'influence du diamètre des trous dépend des cas considérés : les CAS 1, 3, 4 (trou sur l'axe de symétrie) voient la contrainte passer de +30% à +10% au fur et à mesure que le diamètre du trou augmente, et les CAS 2 et 5 (aucun trou sur l'axe de symétrie) montrent une indifférence à la taille des perçages (Cf. Figure 2.10).



Ici encore, la pertinence de la jonction du point d'abscisse  $\phi/z = 0$  aux points relatifs aux massifs percés a été vérifiée. L'ajout des mêmes cas que précédemment (perçages de 20 et 50 µm de diamètre) permet de statuer par l'affirmative. Par la suite, les contraintes de Von Mises et de cisaillement étant des combinaisons de  $\sigma_x$  et  $\sigma_z$ , la question ne s'est plus posée et la jonction a été faite automatiquement.

#### Effet sur la contrainte de cisaillement $\tau_{max}/P_0$ .

En ce qui concerne la contrainte de cisaillement, la présence d'un trou sur l'axe de symétrie (CAS 1, 3 et 4) permet une diminution de  $\tau_{max}$  jusque 30% environ, alors que les cas 2 et 5 ne provoquent pas d'évolution sensible de cette composante (Cf. *Figure 2.11*).





Effet sur la contrainte équivalente de Von Mises  $\sigma_{VM}/P_0$ .

La valeur maximale de la contrainte de Von Mises adimensionnée diminue d'environ 30% avec l'augmentation du rapport  $\phi/z$  pour les CAS 1, 3 et 4 (Cf. *Figure 2.12*). En revanche, pour les CAS 2 et 5, il est possible de dire que la valeur adimensionnée de la contrainte de Von Mises est constante.



# *2.4.3.* Influence du diamètre des trous sur les contraintes maximales dans le massif.

Dans le paragraphe précédent il a été montré que les contraintes de Von Mises et de cisaillement diminuent sur l'axe de symétrie z (x = 0). L'objet de ce nouveau paragraphe est de comparer les valeurs maximales des contraintes obtenues dans le massif percé relativement au cas de référence (sans perçage).

#### Effet sur $\sigma_x/P_0$ .

Les valeurs maximales de  $|\sigma_x/P_0|$  (Cf. *Figure 2.13*) sont presque les mêmes que celles trouvées sur l'axe de symétrie. Cela est dû au fait que les valeurs maximales trouvées dans le massif se trouvent sur l'axe de symétrie.



Figure 2.13 Variation normalisée de la contrainte maximale  $\sigma_x$  dans le massif.

# Effet sur $\sigma_z/P_0$ .

En revanche, la variation de la contrainte maximale  $|\sigma_z/P_0|$  est très sensible à la présence d'un perçage. En effet, pour les CAS 1, 3 et 4, et en deçà d'un rapport  $\emptyset/z =0,3$ , la contrainte adimensionnée augmente d'environ 150% puis se stabilise au-delà. Quant aux CAS 2 et 5, ils montrent une augmentation quasi linéaire de  $|\sigma_z/P_0|$  avec le diamètre du perçage (Cf. *Figure* 2.14), jusque 65% pour un diamètre de perçage de 1 mm ( $\emptyset/z \sim 0,41$ ).



# Effet sur la contrainte de cisaillement $\tau_{max}/P_0$ .

De façon globale, si la contrainte selon Tresca est diminuée, pour les cas les plus favorables jusque 30% sur l'axe de symétrie, elle est toujours augmentée dans le massif. Le perçage ne permet donc pas de diminuer le niveau global des contraintes mais permet un déplacement de la zone la plus sollicitée. De façon particulière, l'évolution de la contrainte adimensionnée  $\tau_{max}$  confirme la séparation des configurations en fonction de la présence ou non d'un trou sur l'axe de symétrie (Cf. *Figure 2.15*). Ici, l'augmentation est plus sensible en présence d'un trou sur l'axe de symétrie (CAS 1, 3 et 4) et le maximum est localisé en bordure du trou, conformément à la théorie (Cf. § 2.2), à 90° de l'axe z. Cette contrainte peut augmenter jusqu'à trois fois par rapport à la référence. Seuls les CAS 2 et 5 permettent de « garder » un équilibre entre la valeur maximale sur l'axe de symétrie et celle trouvée dans le massif (augmentation jusque 2,3 fois malgré tout), du fait de l'éloignement des trous de la zone de chargement.



#### Effet sur la contrainte équivalente de Von Mises $\sigma_{VM}/P_0$ .

Les valeurs maximales de  $\sigma_{VM}/P_0$  sont plus grandes que celle de la référence pour les 5 configurations (Cf. *Figure 2.16*). Contrairement à la *Figure 2.12*, ce sont les CAS 1, 3 et 4 qui montrent la plus forte augmentation. Pour ces cas, le maximum est situé en bordure du trou présent sur l'axe de symétrie et perpendiculairement à la direction du chargement. Les CAS 2 et 5 montrent, quant à eux, un maximum au niveau des bords des trous (à 45°) en limite de la zone de contact. La *Figure 2.7* illustre ceci avec un exemple particulier. En termes quantitatifs, la présence d'un trou sur l'axe de symétrie exacerbe cette contrainte jusque 3 fois alors que cette augmentation « n'est que de 100% » pour les CAS 2 et 5.



#### 2.4.4. Conclusion intermédiaire.

Le *Tableau 2.2* ci-dessous récapitule les résultats obtenus lors de la recherche de l'influence de la taille des perçages sur le niveau des contraintes.

		1 5 8				•			
composante $ \sigma_x $		$ \sigma_z $		τ <sub>max</sub>		$\sigma_{ m VM}$			
	CAS	1, 3, 4	2, 5	1, 3, 4	2, 5	1, 3, 4	2, 5	1, 3, 4	2, 5
Axe de	$\phi/z \ (0 \rightarrow 0,41)$	010,04	→0,41**	0↑0,04→0,08↓	$0\uparrow0,04\rightarrow$	$\downarrow$	$\rightarrow$	$\downarrow$	$\rightarrow$
symétrie	Amplitude*	0 à	+10%	0 à +30% puis +10%	0 à +30%	0 à -30%	0%	0 à -30%	0%
massif	$\phi/z \ (0 \rightarrow 0,41)$	0↑0,0	94→0,41	0↑0,3→	$\uparrow$	0↑0,3→	$0\uparrow0,3\rightarrow$	0↑0,3→	0↑0,3→
massii	Amplitude*	0 à	+10%	0 à +150%	0 à +65%	0 à 200%	0 à 125%	0 à 200%	0 à 100%

Tableau 2.2 Influence de la taille des perçages - synthèse pour les 5 cas d'étude.

\* amplitude relativement au cas de référence

\*\* 0 10,04 ->0,41 signifie : lorsque ø/z augmente de 0 à 0,04 la composante augmente puis reste constante lorsque ø/z évolue de 0,04 à 0,41

Dans un premier temps nous remarquons que la localisation des « défauts » sur l'axe de symétrie conduit à une diminution de la contrainte de cisaillement sur l'axe de symétrie. Cette diminution peut atteindre 30% relativement au cas de référence qui est constitué par le massif plein. C'est lorsqu'un trou se situe sur l'axe de symétrie z (x = 0) et que le diamètre du perçage est le plus important que le gain maximum est obtenu (-30% par rapport à la référence pour un diamètre de perçage de 1 mm [ $\phi/z = 0,41$ ]).

En revanche cette diminution de la contrainte de cisaillement sur l'axe de symétrie s'accompagne d'une délocalisation et d'une augmentation de la contrainte maximale dans le massif. La valeur maximale n'est plus atteinte sur l'axe de symétrie du chargement mais en bordure du défaut, ce qui est conforme aux travaux de (Sadd, 2009) et l'augmentation est d'autant plus importante qu'un défaut existe sur l'axe de symétrie du chargement. Elle est alors de 200% par rapport à la référence pendant qu'elle n'est que 125% plus élevée lorsque le trou se situe en bordure de la zone de contact.

La *Figure 2.17* illustre les variations adimensionnées des valeurs maximales de la contrainte de Tresca, que ce soit au niveau de l'axe de symétrie z (x = 0) ou dans la totalité du massif.

51 / 125



Enfin, il apparaît que le positionnement latéral des perçages provoque un effet particulier. Nous pouvons citer une moindre augmentation des contraintes de Von Mises (jusque +100%) et un relativement faible effet sur  $\sigma_x$  et  $\sigma_z$ . De la même manière, l'ajout de trous latéraux (CAS 2 et 5) n'a qu'une faible influence sur le niveau de la contrainte de cisaillement (Cf. *Figure 2.18*). C'est uniquement la présence du trou sur l'axe de symétrie qui permet une décroissance de cette contrainte. Mais, dans ce cas, la contrainte de Von Mises augmente fortement.



Figure 2.18 Distribution normalisée de  $\tau_{max}$  et de VM<sub>max</sub> suivant z pour F<sub>n</sub>=714N,  $\phi_{trou}$ =0,8 mm,  $z(\tau_{max})$ =2,435 mm, a=3,122 mm.

#### 2.5. Influence de la position des trous sur z.

Dans cette partie nous allons poursuivre notre étude en quantifiant l'influence du positionnement du perçage sur l'axe z. Plus exactement, nous concentrerons notre effort sur l'espace qui existe entre la surface de contact et la côte z, lieu de contrainte de cisaillement maximal sur un massif plein. Dans ce chapitre, nous allons donc déplacer le perçage des trous

selon l'axe z entre la côte z et la surface de contact. Pour ce faire, nous allons compléter les simulations avec des perçages qui se situent à des profondeurs 0,5.z et 0,75.z. Pour mémoire, nous conservons les caractéristiques du contact déjà définies, à savoir : une force normale de 714 N ce qui conduit à z = 2,435 mm et a = 3,122 mm. Dans cette partie les diamètres de perçage sont maintenus constants à 0,82 mm de diamètre.

D'un point de vue organisationnel nous conserverons la même logique que précédemment, à savoir la présentation de l'influence des perçages sur la valeur de la contrainte maximale sur l'axe de symétrie (§ 2.5.1) puis l'influence de la position du perçage sur la valeur de la contrainte maximale dans le massif (§ 2.5.2). Enfin, le § 2.5.3 assurera une synthèse intermédiaire.

Toutes les distributions des contraintes le long de l'axe de symétrie sont présentées en **Annexe 4**.

#### *2.5.1.* Influence de la position des trous sur l'axe de symétrie z, à x = 0.

#### Effet sur $\sigma_x/P_0$ .

Comme l'illustre la *Figure 2.19* la localisation du perçage en z n'a pas d'influence sur les CAS 2 et 5. En revanche, les CAS 1, 3 et 4 se montrent sensibles à la localisation du perçage sur l'axe z avec une augmentation de 10% de la valeur maximale (sur l'axe de symétrie) lorsque l'on passe d'un perçage de la côte z à 0,5.z.



Figure 2.19 Contrainte adimensionnée maximale  $|\sigma_x|$  sur l'axe de symétrie z (x = 0).

# Effet sur $\sigma_z/P_0$ .

De même que dans le cas précédent, nous ne notons pas de variation significative de  $\sigma_z/P_0$  pour les CAS 2 et 5. En revanche, les CAS 1, 3 et 4 montrent une forte sensibilité à la localisation du perçage sur l'axe z. La contrainte varie dans le sens contraire relativement à  $\sigma_x$ , c'est-à-dire qu'un éloignement du défaut de la côte z permet une décroissance, de l'ordre de 30%, lorsque l'on passe de z à 0,5.z (Cf. *Figure 2.20*), pointant ainsi un gain d'un peu moins de 20% par rapport à la référence.



Figure 2.20 Contrainte adimensionnée maximale  $|\sigma_z|$  sur l'axe de symétrie z (x = 0).

## Effet sur la contrainte de cisaillement $\tau_{max/P_0}$ .

Quant à la valeur de  $\tau_{max}$ , elle est diminuée au maximum (environ 30%) lorsque le défaut est placé sur l'axe de symétrie (CAS 1, 3 et 4) à la côte *z*. Un décalage du trou en direction de la surface de contact s'accompagne d'une diminution du gain qui n'est plus que de 20% à 0,5.*z*. Logiquement, l'effet reste marginal pour les CAS 2 et 5 (Cf. *Figure 2.21*).



Figure 2.21 Contrainte adimensionnée maximale  $\tau_{max}$  sur l'axe de symétrie z.

#### Effet sur la contrainte équivalente de Von Mises $\sigma_{VM}/P_0$ .

De la même façon, la contrainte selon Von Mises n'est pas sensible au décalage de la position du trou, pour les CAS 2 et 5. Et, comme dans le cas de la contrainte de Tresca, le fait d'éloigner le défaut de la position z renforce le niveau de la contrainte de Von Mises. On passe ainsi d'un gain relatif de 25% à 10% lorsque l'on décale le perçage de z à 0,5.z (Cf. *Figure 2.22*).



Figure 2.22 Contrainte adimensionnée maximale de Von Mises sur l'axe de symétrie z.

# *2.5.2.* Influence de la position des trous sur les contraintes maximales dans le massif.

Après avoir étudié l'effet de la position des trous sur l'axe z, nous allons quantifier la variation des contraintes maximales dans le massif.

#### Effet sur $\sigma_x/P_0$ .

Le niveau maximum pour  $\sigma_x/P_0$  (Cf. *Figure 2.23*) se situe généralement sur l'axe de symétrie, ce qui fait que la *Figure 2.23* est très proche de la *Figure 2.19* à l'exception des CAS 2 et 5 pour la position à 0,5*z*. Dans ce dernier cas le maximum est décalé au niveau des trous positionnés en bordure de la zone de contact.

Par ailleurs, le fait de décaler le perçage en direction de la surface de contact conduit à une très légère augmentation de la contrainte, dans tous les CAS.





# Effet sur $\sigma_z/P_0$ .

Dans le cas de cette composante, les valeurs dans le massif sont beaucoup plus grandes que celles trouvées sur l'axe z. Pour les CAS 1, 3 et 4, les valeurs maximales sont de 175% supérieures et pour les CAS 2 et 5 d'environ 60% (Cf. *Figure 2.24*). En revanche la position du perçage relativement à la surface de contact (sur l'axe z) ne modifie que faiblement le niveau de la contrainte, au maximum de 10%.



#### Effet sur la contrainte de cisaillement $\tau_{max}/P_0$ .

Dans le massif, les valeurs maximales de  $\tau_{max}$  dépassent largement les valeurs trouvées sur l'axe de symétrie (Cf. *Figure 2.25*). La localisation de ce maximum est en bord du trou central pour les CAS 1, 3 et 4, où les valeurs sont de 250% supérieures à la référence et en bord des trous latéraux, pour les CAS 2 et 5, avec des valeurs 125% plus grandes que celle de référence. En revanche, le décalage du perçage n'agit pas de façon significative sur le niveau maximum de la contrainte de cisaillement.



# Effet sur la contrainte équivalente de Von Mises $\sigma_{VM}/P_0$ .

La contrainte de Von Mises est également plus grande dans le massif que sur l'axe de symétrie (Cf. *Figure 2.26*). On retrouve les mêmes rapports que pour la contrainte de cisaillement dans les 5 CAS. De même que précédemment, le décalage en z des défauts n'a pas d'effet significatif sur le niveau maximal de cette contrainte.



Figure 2.26 Contrainte adimensionnée maximale de Von Mises dans le massif.

#### 2.5.3. Conclusion intermédiaire.

#### L'influence de la position des trous sur l'axe z (x = 0) est synthétisée dans le *Tableau 2.3* ci-dessous :

composante $ \sigma_x $		0	$ \sigma_z $ $\tau_n$		iax	σ <sub>VM</sub>			
	CAS	1, 3, 4	2, 5	1, 3, 4	2, 5	1, 3, 4	2, 5	1, 3, 4	2, 5
Axe de	z à 0,5z	$\uparrow$	$\rightarrow$	$\downarrow$	$\rightarrow$	$\uparrow$	$\rightarrow$	$\uparrow$	$\rightarrow$
symétrie	Amplitude*	+20% à +30%	+10%	+15% à -15%	+30%	-30% à -20%	0%	-25% à -10%	0%
massif	0,5z à z	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$
11125511	Amplitude*	+15% à +25%	+10% à +15%	175% à 185%	+60% à +40%	+250%	+125%	+330%	+100%

Tableau 2.3 Influence de la position du perçage sur l'axe z (x = 0) - synthèse pour les 5 cas d'étude pour un diamètre de perçage de 0,82 mm.

\* amplitude par rapport à la référence

L'éloignement des défauts de la position « idéale », c'est-à-dire de la côte z, lieu de la contrainte de cisaillement maximal d'après le calcul hertzien sur massif plein, n'a que peu d'effet sur le niveau des contraintes. Ceci est vrai dans l'intervalle sondé, à savoir entre la côte z et 0,5z sur l'axe de symétrie z (x = 0). La variation maximale est notée pour  $|\sigma_z|$ , avec une amplitude de 30%.

L'effet de la localisation en z des trous, pour les cas 2 et 5, est quasi nul sur l'axe de symétrie z (x = 0) et est très faible dans le massif. Ce paramètre ne semble pas à même de modifier le niveau des contraintes de façon significative.

#### 2.6. Influence de la nature du matériau de remplissage des trous.

Dans ce paragraphe nous cherchons à étudier, via un calcul numérique, si les défauts réalisés (trous) peuvent avantageusement être remplis avec un matériau aux propriétés contrôlées, afin de modifier le niveau des contraintes maximales. La clé de contrôle se veut être le module de Young du matériau de remplissage. Deux matériaux ont été retenus (Cf. *Tableau 2.4*) : un acier 100 Cr6 ( $E_{100Cr6} = 140 \cdot E_{PC}$ ) et un polyéthylène ( $E_{PE} = E_{PC}/15$ ). Ces deux matériaux vont remplir des trous de 0,82 mm de diamètre correspondants aux 5 cas. Dans l'analyse présentée ci-dessous, la valeur « 0 » sur l'abscisse correspond toujours à la valeur de référence (cas de Hertz sur massif non percé) et les caractéristiques du contact sont toujours les mêmes, à savoir une force normale de 714 N conduisant à z = 2,435 mm et a = 3,122 mm.

|--|

	E (MPa)	v (—)
PE	100	0,46
PC	1490	0,37
100Cr6	210000	0,29

# *2.6.1.* Influence du matériau de remplissage au niveau de l'axe de symétrie z, à x=0.

Les courbes de distribution de contraintes sur l'axe de symétrie sont présentées en Annexe 5.

#### Effet sur $\sigma_x/P_0$ .

Les niveaux maximums observés sur l'axe de symétrie z (x = 0) sont donnés sur la *Figure 2.27*. La présence d'un matériau de remplissage n'a pas d'influence sur  $\sigma_x$ .



Figure 2.27 Contrainte adimensionnée maximale  $|\sigma_x|$  sur l'axe de symétrie z (x = 0).

#### Effet sur la contrainte $\sigma_z/P_0$ .

La figure ci-dessous montre que le remplissage avec un matériau présentant un module de Young faible (polyéthylène) n'engendre pas d'effet relativement au perçage simple. En revanche, l'utilisation d'un matériau tel que le 100Cr6, avec un module de Young 140 fois plus élevé que celui du matériau de base, montre un renforcement (>30%) de  $\sigma_z$  pour les cas 1, 3 et 4.



Figure 2.28 Contrainte adimensionnée maximale  $|\sigma_z|$  sur l'axe de symétrie z (x = 0)

#### Effet sur la contrainte de cisaillement $\tau_{max/P_0}$ .

La *Figure 2.29* donne les valeurs maximales adimensionnées de  $\tau_{max}$  sur l'axe de symétrie z (x = 0). Dans les cas 2 et 5, l'effet de la présence d'un remplissage reste marginal. Dans les cas 1, 3 et 4 l'effet du remplissage se manifeste par une augmentation de la contrainte de cisaillement (relativement au perçage seul), d'autant plus marquée que le module de Young du matériau de remplissage est élevé : +50% avec le polyéthylène et +130% avec l'acier. Il n'est donc pas envisageable d'améliorer le gain apporté par le perçage simple à la côte z.



Figure 2.29 Valeurs maximales adimensionnées de  $\tau_{max}$  sur l'axe de symétrie z (x = 0).

#### Effet sur la contrainte équivalente de Von Mises $\sigma_{VM}/P_0$ .

Comme cela a été noté pour la quasi-totalité des configurations, les cas 2 et 5 sont insensibles aux modifications apportées.

En revanche, dès lors qu'un trou existe en dessous du chargement (sur l'axe de symétrie z), la configuration retenue a une influence marquée sur le niveau de la contrainte équivalente de Von Mises. Le gain observé avec un simple perçage se dégrade d'autant plus fortement que le module de Young du matériau de remplissage est élevé (Cf. *Figure 2.30*).



Figure 2.30 Valeurs maximales adimensionnées de la contrainte de Von Mises sur l'axe de symétrie.

# *2.6.2.* Influence de la position des trous sur le niveau maximal des contraintes dans le massif.

#### Effet sur $\sigma_x/P_0$ .

Les niveaux maximums de  $\sigma_x/P_0$  sont donnés sur la *Figure 2.31*. Dans tous les cas, les valeurs trouvées dans le massif coïncident avec celles trouvées sur l'axe de symétrie et la nature du matériau de remplissage n'a aucune influence sur le niveau de la contrainte.



Figure 2.31 Contrainte maximale  $|\sigma_x|$  adimensionnée, dans le massif.

#### Effet sur $\sigma_z/P_0$ .

Les valeurs maximales enregistrées dans le massif (Cf. Figure 2.32) sont très sensibles à la nature du matériau de remplissage. Mais cette fois-ci un fort module de Young pour le matériau de remplissage permet de diminuer l'effet « négatif » du perçage. Ceci est clairement visible pour les cas 1, 3 et 4 et est un peu moins marqué pour les cas 2 et 5.



#### Effet sur la contrainte de cisaillement $\tau_{max}/P_0$ .

La Figure 2.33 met en évidence la sensibilité de  $\tau_{max}$  à la nature du matériau de remplissage, dans tous les cas. Mais contrairement à ce qui se passe sur l'axe de symétrie, un fort module de Young permet de diminuer le niveau maximum de la contrainte de cisaillement, avec une « relocalisation » du maximum sur l'axe de symétrie quand le module est maximum.



# Effet sur la contrainte équivalente de Von Mises $\sigma VM/P0$ .

La *Figure 2.34* n'illustre que les mêmes conclusions que précédemment peuvent être tirées. Les cas 1, 3 et 4 montrent la plus forte augmentation de la contrainte de Von Mises dans le massif. Le maximum se situe toujours en bord des trous.



Figure 2.34 Valeurs maximales adimensionnées de la contrainte de Von Mises dans le massif.

#### 2.6.3. Conclusion intermédiaire.

Dans cette partie nous avons étudié l'influence de la nature du matériau de remplissage sur le niveau des contraintes dans la zone de contact. Cette partie a été motivée par le fait qu'il est possible d'envisager la structuration d'une sous-surface par frittage sélectif par laser et de jouer, localement, sur la nature du matériau. Ce peut être, plus généralement, l'effet d'une inclusion. Comme cela a été annoncé plus avant, la clé de contrôle a été le module de Young du matériau de remplissage. Nous avons donc retenu deux matériaux qui présentent un module de Young très différent de celui du matériau de base (E = 1490 MPa) : un acier (E = 210 000 MPa) et un polyéthylène (E = 100 MPa). Le *Tableau 2.5* illustre les résultats obtenus.

	composante	c	$\overline{\mathbf{D}}_{\mathbf{X}}$	c	$\overline{5}_{\mathrm{Z}}$	τ <sub>n</sub>	nax	σ	VM
	CAS	1, 3, 4	2, 5	1, 3, 4	2, 5	1, 3, 4	2, 5	1, 3, 4	2, 5
Axe de	E (100 → 210000 MPa)	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\uparrow$	$\rightarrow$	$\uparrow$	$\rightarrow$	$\uparrow$	$\rightarrow$
symetrie	Amplitude*	+15%	+15%	+20% à +60%	+25%	-25% à + 75%	0%	-25% à +75%	0%
massif	E (100 → 210000 MPa)	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
	Amplitude*	+15%	+15%	+160% à +60%	+ 65% à +20%	+225% à +75%	+85% à +25%	+220% à +70%	+130% à +40%

Tableau 2.5 Influence de la nature du matériau de remplissage - synthèse pour les 5 cas d'étude pour un diamètre de perçage de 0,82 mm.

\* amplitude par rapport à la référence

La composante  $|\sigma_z|$  est fortement impactée par la nature du matériau de remplissage et a des conséquences sur les composantes  $\tau_{max}$  et  $\sigma_{VM}$ . Si l'on se concentre sur les cas 1, 3 et 4, l'effet d'une augmentation du module de Young permet une augmentation de  $\tau_{max}$  et de  $\sigma_{VM}$  au niveau de l'axe de symétrie et une diminution du niveau maximal de ces contraintes dans le massif. En ce qui concerne les cas 2 et 5 l'effet est négligeable au niveau de l'axe de l'axe de symétrie z (x = 0) et conduit à une diminution des contraintes maximales dans le massif.

En synthèse, le remplissage permet de contrôler le niveau de  $\tau_{max}$  entre une valeur minimale sur l'axe de symétrie et un niveau maximal dans le massif.

# 2.7. Effet couplé du remplissage et de la position des trous.

Dans ce paragraphe, nous avons recherché si un couplage existe entre la position en z des trous et leur remplissage. Pour ce faire nous avons fait varier la position du perçage (0,5z; 0,75z; z) et la nature du matériau de remplissage (sans matière, acier, polyéthylène). Les conditions expérimentales sont restées identiques à celles retenues tout au long de l'étude, avec une force de 714N.

Les courbes de distribution des contraintes, sur l'axe de symétrie z (x = 0) et les graphes des résultats sont présentées en **Annexe 6**.

	CAS	sur l'axe de symétrie			dans le massif		
	1 3 of 1	+	Sons affat				
	1, 5 61 4	-	Sans ener	-	Perçage simple – 0,5.		
$ O_X $	2 of 5	+	Sana offat		Sans affat		
	2 et 5	-	Sans ener	-	Sans enter		
	1.3  of  1	+	Perçage simple $-0.5.z$	+	Fort module de Young		
σ <sub>z</sub>	1, 5 cl 4	-	Fort module de Young		Perçage simple - <i>z</i>		
	2 et 5	+	Sans effet		Remplissage		
		-			Perçage simple - z		
	1, 3 et 4 + Perçage simple - $z$		+	Fort module de Young			
_			Fort module de Young	-	Perçage simple - z		
τ <sub>max</sub>	2 et 5		Sans effet		Fort module de Young		
		-			Perçage simple - z		
_	1.2  at  1	+	Perçage simple - z	+	Fort module de Young		
	1, 5 et 4		Fort module de Young		Perçage simple - z		
OVM	2  of  5		Sans effet		Fort module de Young		
	2 et 3				Perçage simple - z		

 Tableau 2.6 caractéristiques influentes - synthèse pour les 5 cas d'étude pour un diamètre de perçage de 0,82 mm.

Quant au *Tableau 2.6* ci-dessus, il synthétise les résultats que l'on peut résumer comme suit :

- Les effets des structurations sous-surfaciques sont négligeables sur  $|\sigma_x|$ . Seul le perçage simple peut avoir un effet légèrement négatif sur le niveau de la contrainte maximale dans le massif (cas 1, 3 et 4);
- Quelle que soit la modification apportée en sous surface du contact l'effet est négligeable pour les cas 2 et 5, sur l'axe de symétrie z (x = 0), et conforme à ce qui est noté pour les cas 1, 3 et 4 dans le massif, à savoir qu'un remplissage avec un matériau présentant un fort module de Young est bénéfique pour diminuer le niveau maximum de la contrainte et qu'un perçage simple, à la côte z, agit négativement ;
- La composante  $|\sigma_z|$ , en revanche, est très sensible à la modification en soussurface, surtout dès lors qu'un défaut existe en dessous du chargement (cas 1, 3 et 4). La diminution de  $|\sigma_z|$  requiert un perçage simple sur l'axe de symétrie, action qui renforce la valeur maximale de cette composante dans le massif. Inversement, l'augmentation de  $|\sigma_z|$  peut être obtenue via un remplissage avec un matériau présentant un module de Young élevé, action qui a l'effet inverse quant à la valeur maximale de la composante dans le massif;

- Enfin, en conséquence des variations de  $\sigma_z$  et de  $\sigma_x$ , la contrainte de cisaillement  $\tau_{max}$  et la contrainte équivalente de Von Mises sont diminuées, sur l'axe de symétrie, si un perçage simple est centré à la côte *z* (lieu de la contrainte de cisaillement maximum pour un contact hertzien) et ces composantes,  $\tau_{max}$  et  $\sigma_{VM}$ , sont augmentées si le trou « central » est rempli avec un matériau à fort module de Young. Si, maintenant, nous nous intéressons à la valeur maximale de ces contraintes, elles varient à l'opposé de ce qui vient d'être vu : le remplissage du trou « central » conduit à une diminution des valeurs maximales des contraintes et le perçage simple à leur augmentation ;

## 2.8. Conclusion intermédiaire.

Dans ce chapitre, le modèle numérique validé dans le premier chapitre nous a aidés à développer un modèle incluant un défaut en sous surface de la zone de contact, de sorte à étudier le comportement du massif « texturé » soumis à un contact statique.

Nos travaux mettent en évidence une bonne corrélation entre l'approche expérimentale et numérique de l'étude du champ de contraintes, aussi bien dans le cas Hertzien classique qu'en présence de défauts cylindriques (circulaires en 2D) en sous surface du contact.

La localisation des défauts (trous) a été définie en fonction des paramètres de contact  $(F_n, z \text{ et } a)$  et les perçages ont été localisés en divers lieux représentatifs tels que dans la zone de contrainte tangentielle maximale, en limite de la zone de contact,...

Ainsi, la localisation normalisée des défauts permet de définir un espace d'étude et de montrer que la présence d'un trou sur l'axe de symétrie z (x = 0) est le facteur prépondérant avec une diminution de la contrainte de cisaillement sur l'axe de symétrie (jusqu'à 30% de la valeur initiale) et une croissance en bord du trou central (jusqu'à 3 fois). Ces valeurs maximales doivent être prises en compte afin de ne pas plastifier le matériau (Cf. Chapitre 1, §1.2 et 1.4.1).

Nous avons également recherché l'influence, sur le champ de contraintes, du remplissage des trous avec un matériau présentant un module d'élasticité différent de celui du matériau de base. L'idée promue, au travers de cette approche, est la modification sous surfacique d'un contact par frittage sélectif par laser. C'est-à-dire que le composant peut être construit couche par couche et que le matériau constitutif, métallique ou non, peut être modifié localement (en sous surface de la zone de contact) pour améliorer la fonctionnalité de la pièce.

Pour compléter l'étude nous avons étudié l'influence du diamètre des trous, dans le cas de perçages simples, ainsi que l'effet de la position des trous (remplis ou non) sur l'axe de symétrie z (x = 0), dans la zone entre le lieu de cisaillement maximum et la surface.

En synthèse des résultats obtenus, les figures ci-dessous présentent les diagrammes bilan pour l'évolution de la contrainte de cisaillement, sur l'axe de symétrie z (x = 0) (Cf. *Figure 2.35*) et dans le massif (Cf. *Figure 2.36*).



Figure 2.35 Diagramme bilan d'évolution pour  $\tau_{max}$  sur l'axe de symétrie z .



Figure 2.36 Diagramme bilan d'évolution pour  $\tau_{max}$  dans le massif.

Ces diagrammes bilan schématisent les valeurs de  $\tau_{max}$  qu'il est possible d'obtenir en agissant sur un facteur particulier (E, z, diamètre des perçages), ou sur un ensemble de facteurs (E et z). La *Figure 2.35* illustre bien le fait que les cas 2 et 5 n'agissent pas sur la contrainte de cisaillement le long de l'axe de symétrie puisque leur tracé se confond avec celui de la référence. En revanche, dans les cas 1, 3 et 4, nous confirmons que le perçage peut avoir un effet bénéfique si l'on recherche une diminution de  $\tau_{max}$ , car toutes les valeurs obtenues permettent de rester en deçà du cas de référence. A contrario, le remplissage des trous, s'il permet d'obtenir une grande variété de résultats, n'est pas adapté pour une diminution de  $\tau_{max}$ .

Une comparaison des résultats avec ceux de la *Figure 2.36*, représentant les valeurs maximales atteignables dans le massif, confirme que les caractéristiques qui permettent d'obtenir les valeurs les plus faibles sur l'axe de symétrie sont celles qui conduisent aux valeurs les plus élevées dans le massif et inversement. De ce fait, il n'est pas possible de diminuer le niveau de la contrainte de cisaillement, à la fois sur l'axe de symétrie et dans le massif. Dès lors que l'on retient cette technique comme un moyen de structuration de surface, le praticien doit s'accommoder d'un compromis. D'un autre côté, s'il s'agit de la présence d'un défaut, cette étude montre clairement que, même si la contrainte de cisaillement diminue à l'aplomb du défaut elle peut être multipliée par 3-4 dans le massif. Cela donne une idée du coefficient de sécurité à appliquer.

Devant cette dualité de comportement, nous proposons un indicateur qui permet de prendre en compte, à la fois, l'évolution de la contrainte de cisaillement à l'aplomb du contact et l'évolution de la contrainte maximale dans le massif, puisque ces deux composantes sont indissociables dans la démarche proposée :

$$\left(\frac{\tau_{max}selon\,z\cdot\tau_{max}partout}{P_0^2}\right) \tag{2.3}$$

La *Figure 2.37*, ci-dessous, illustre l'évolution de cet indicateur dans le cas d'un perçage simple avec modification du diamètre de perçage, tel que cela a été présenté au § 2.4.



igure 2.37 Evolution de l'indicateur de performance en fonction du ratio (surface de perçage/surface trasnverse du contact).

Ce graphe montre que la création de défauts circulaires dans la zone de contact ne permet pas une diminution globale des contraintes de cisaillement. Le produit des deux contraintes apparait un bon indicateur de performance du traitement, en acceptant le fait que chacune des composantes revêt la même importance dans le résultat. L'adimensionnement de cet indicateur permet de conserver une approche classique.

# CHAPITRE 3

# Chapitre 3. Analyse dynamique du contact

#### 3.1.Introduction.

Dans le premier chapitre, nous nous sommes intéressés à la validation de notre modèle numérique au travers d'une triple démarche (analytique, expérimentale et numérique) dans le cas d'un contact Hertzien cylindre/plan (application d'une force normale  $F_n$ ). Puis dans le chapitre 2, nous avons, via une double démarche expérimentale et numérique, recherché l'effet de l'application d'une force normale  $F_n$ , sur un massif percé et percé, rempli en sous surface. L'approche expérimentale et le calcul numérique montrent une bonne corrélation. Dans ce dernier chapitre, nous allons appliquer un effort normal  $F_n$  et un déplacement tangentiel (dx) du massif plan pour simuler un mouvement de glissement entre les deux massifs et générer un effort tangentiel  $F_t$ . La démarche comprendra deux étapes. La première concerne la validation de la démarche et du modèle numérique grâce à une double approche numérique et expérimentale. Puis la seconde étape sera liée au calcul numérique du comportement des champs de contraintes pour les différents CAS étudiés. Pour une simplification de la présentation des résultats, nous utiliserons l'indicateur développé au chapitre 2. Il va ainsi permettre de représenter les résultats de façon adimensionnée.

#### 3.2. Eléments de bibliographie.

L'application d'un effort normal, puis d'un effort tangentiel sur les massifs en contact va permettre de générer un coefficient de frottement ( $\mu$ ), défini comme le ratio de l'effort tangentiel sur l'effort normal.

$$\mu = \left| \frac{F_t(x,y)}{F_n(x,y)} \right| \tag{3.1}$$

Pour notre étude, nous allons étudier le cas d'un glissement entre le cylindre et le plan pour lequel on associe, au déplacement imposé (dx), un effort tangentiel  $F_t$  que l'on mesure. Il sera ainsi possible de définir, en tout point du contact, une contrainte de cisaillement proportionnelle à la pression.

On suppose que les distributions Hertziennes de chargement ne sont pas modifiées par la sollicitation tangentielle. Ceci est généralement vérifié lorsque les massifs ont des propriétés mécaniques identiques. Dans le cas de matériaux différents, et pour un contact sphère-plan, l'influence des caractéristiques mécaniques peut être estimée à partir de la variable de Bufler (Bûfler, 1959),  $\gamma$ , et d'un paramètre qui mesure la différence des propriétés élastiques entre deux solides, paramètre donné par Dundurs  $\beta$  (Dundurs, 1975).

$$\beta = \left[\frac{\{(1-2\nu_1)/_{G_1}\} - \{(1-2\nu_2)/_{G_2}\}}{\{(1-\nu_1)/_{G_1}\} - \{(1-\nu_2)/_{G_2}\}}\right]$$
(3.2)

avec  $G = \frac{E}{2(1+v)}$  module d'élasticité de cisaillement

on a 
$$\gamma \approx -\frac{\beta \cdot \mu}{\pi}$$
 (3.3)

Si  $|\gamma|$  reste inférieur à 0,06, la distribution du cisaillement reste inchangée. Pour  $\beta$  inférieur à 0,21 et dans le cas général de coefficients de frottement inférieurs à 1, l'effet des différences de propriétés mécaniques est négligeable et la distribution Hertzienne de la pression et du champ de cisaillement restent valides.

L'intérêt pour notre étude sera d'avoir un coefficient de frottement le plus faible possible. Ainsi, il sera possible bien que les matériaux soient dissemblables de considérer que les variations induites sur la distribution Hertzienne sont négligeables donc que le champ de contraintes est valide.

En considérant une largeur de contact égale à 2.a, l'expression de la distribution Hertzienne due au cisaillement est (Fouvry, 1997)

$$q(x) = \pm \mu P_0 \left[ 1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 \right]^{1/2}$$
(3.4)

La formulation analytique du champ de contraintes proposée par Mac Evan (Mac Evan, 1949) est présentée en reprenant les notations données au chapitre 1 (Cf. § 1.1.1.3) dans le cas du chargement normal (contact cylindre – plan)

$$\sigma_{xx} = \mu \cdot P_0 \cdot \frac{-2x}{a} \cdot \left(1 - \frac{s}{\sqrt{a^2 + s^2}}\right) + \frac{x \cdot z^2 \cdot s \cdot a}{(a^2 + s^2)^{1/2} \cdot (s^4 + z^2 \cdot a^2)}$$
(3.5)

$$\sigma_{yy} = -\frac{2 \cdot v \cdot x}{a} \cdot \left\{ 1 - \frac{s}{\sqrt{a^2 + s^2}} \right\}$$
(3.6)

$$\sigma_{zz} = -\mu \cdot P_0 \cdot \frac{x \cdot z^2 \cdot s \cdot a}{\sqrt{(a^2 + s^2)} \cdot (s^4 + a^2 \cdot z^2)}$$
(3.7)

$$\sigma_{xz} = \mu \cdot P_0 \cdot \frac{z}{a} \cdot \left\{ 2 - \frac{s}{\sqrt{a^2 + s^2}} - \frac{\sqrt{a^2 + s^2}}{s} - \frac{x^2 \cdot s^3 \cdot a^2}{(a^2 + s^2)^{3/2} \cdot (s^4 + z^2 \cdot a^2)} \right\}$$
(3.8)

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yz} = 0 \tag{3.9}$$

avec 
$$s^2 = \frac{1}{2} \cdot \left[ \{ (a^2 - z^2 - x^2)^2 + 4 \cdot a^2 \cdot x^2 \}^{1/2} - (a^2 - x^2 - z^2) \right]$$
 (3.10)

L'état de contrainte imposé par les deux sollicitations normales et tangentielles est la somme des deux états.

Le calcul montre que la valeur maximale du cisaillement (z = 0.78.a) remonte vers la surface dès que  $\mu > 0.25$ . Pour  $\mu > 0.44$ , cette zone se situe en surface à l'arrière du contact.

En surface (z = 0), et dans la zone de contact  $x \in ]-a, +a[:$ 

$$\sigma_{xx}(x) = -P_0 \cdot \left\{ \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right)^{1/2} + 2 \cdot \mu \cdot \frac{x}{a} \right\}$$
(3.11)

$$\sigma_{yy}(x) = -2 \cdot \nu \cdot P_0 \cdot \left\{ \left( 1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 \right)^{1/2} + \mu \cdot \frac{x}{a} \right\}$$
(3.12)

$$\sigma_{zz}(x) = -P_0 \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right)^{1/2}$$
(3.13)

$$\sigma_{xz}(x) = -\mu \cdot P_0 \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right)^{1/2}$$
(3.14)

Le cisaillement maximal suivant l'axe x est donné par :

$$\tau_{max}(x) = \mu \cdot P_0 \tag{3.15}$$

La pression de première plastification (Tresca) en fonction des limites élastiques et du coefficient de frottement est  $P_{0Y}=k/\mu$ .

La pression Hertzienne limite correspondante est  $P_{0Y} = \frac{\sigma_Y}{2\mu(\nu^2 - \nu + 1)^{1/2}}$  et la force normale limite  $P_Y = \left(\frac{\sigma_Y}{2\mu(\nu^2 - \nu + 1)^{1/2}}\right)^2 \frac{\pi R}{E^*}$ .

#### 3.3. Dispositif expérimental.

Notre approche expérimentale est fondée sur les approches développées au chapitres 1 et 2 en utilisant la technique de photo-élasticimétrie, avec la particularité que dans ce chapitre, nous allons effectuer une approche dynamique en filmant la variation du champ de contraintes tangentielles lors du déplacement relatif entre le cylindre et le plan. La partie numérique permettra de valider cette approche. Les échantillons utilisés sont les mêmes que précédemment.

#### *3.3.1.* Le dispositif.

L'ensemble expérimental (Cf. Figure 3.1) se compose :

- d'une machine de compression Zwick/Roell Z005, équipée d'un capteur de force de 5 kN ;
- d'un polariscope par transmission (Jessop-Leech) utilisant une lumière blanche polarisée circulairement ;
- d'un appareil photo numérique qui permet de filmer en haute résolution (1920 x 760 pixel), équipé d'un objectif photo macro de 60 mm;
- d'un dispositif expérimental spécifique (Cf. *Figure 3.1.c*), composé d'un cadre métallique rigide (1), sur lequel sont montés : un premier ensemble constitué par un quart de cylindre de 180 mm de diamètre (2), un capteur de force de 900N de capacité de (4). L'ensemble étant guidé en translation par les paliers (3). Une vis (5) crée le déplacement en translation des pièces (2) et (4). Un second ensemble est constitué par : une table montée sur palier (6) sur laquelle sont fixés les échantillons plans (7). La table en translation est liée à la machine de traction pour le déplacement du plan par une tige métallique (8). Le mode d'emploi de ce dispositif est présenté en Annexe 7.


Figure 3.1 Le dispositif expérimental. a) et b) vues générales ; c) vue en section transversale.

#### *3.3.2.* Procédure d'essai.

Les essais sont menés en deux étapes : la première consiste à appliquer et maintenir une force normale de 714 N ; la seconde consiste à appliquer un déplacement latéral sur l'échantillon chargé. Le but de ces essais est d'enregistrer les états de contraintes (images photoélastiques indiquant les lignes d'iso-contrainte  $\tau_{max}$ ) à différents instants, correspondant à des déplacements contrôlés. Ensuite ces états sont comparés aux calculs numériques donnant la contrainte de Tresca ( $2\cdot\tau_{max}$ ).

## 3.4. Résultats.

Les résultats des essais sont présentés dans les deux paragraphes suivants :

- le premier paragraphe, § 3.4.1, permet de valider les résultats numériques par l'approche expérimentale, grâce à l'application de 2 cas (Référence et CAS 3) ;

- le second paragraphe, § 3.4.2, présentera les différents résultats issus de l'approche numérique.

## 3.4.1. Cas Test.

Les cas dits de référence et le CAS n° 3 serviront de test pour vérifier que les comportements dynamiques obtenus expérimentalement et numériquement sont identiques. Les images présentées sur la *Figure 3.2*, relative au cas de référence, donnent les enregistrements des iso-contraintes de cisaillement à différentes valeurs de dx : 0, 1, 2, 3, 4 et 5 mm. Pour garantir une distribution de type Hertzienne de la pression de contact, les surfaces de contact entre le cylindre et le plan ont été lubrifiées (Cf. § 3.2). Les champs de contraintes de cisaillement expérimentaux et numériques sont en accord.





Figure 3.2 Cas de référence, charge normale de 714N, déplacement latéral dx=0 mm à dx=5 mm. Comparaison expérimental - numérique.

La *Figure 3.3* présente les variations de  $\tau_{max}$  obtenues expérimentalement et numériquement à dx=0 mm. D'un point de vue expérimental, les franges sont visibles à partir de z voisin de 3 mm, car la résolution est limitée par l'acquisition et la présence d'un film de lubrifiant. Sur la plage explorée, les résultats expérimentaux et numériques montrent une bonne corrélation.



Figure 3.3 CAS de référence. Comparaison expérimentale-numérique normalisée de  $\tau_{max}$  à dx=0 mm.

Dans le cas de référence, on remarque aussi une variation linéaire de la valeur maximale de la pression en surface (Cf. *Figure 3.4*), ce qui permet de dire que les hypothèses de Hertz sont respectées.



Figure 3.4 Cas de référence. Variation numérique normalisée de la pression maximale de contact pendant le glissement.

La *Figure 3.5* présente les mêmes enregistrements que la *Figure 3.2*, mais effectués sur le cas 3. D'un point de vue qualitatif, les résultats expérimentaux et numériques semblent de nouveau en bon accord.





Figure 3.5 CAS 3, charge normale de 714N, déplacement latéral dx=0 mm à dx=5 mm. Comparaison expérimental - numérique.

Cette approche à la fois numérique et expérimentale, basée sur la démarche menée au premier chapitre, a permis de valider la méthode expérimentale et le modèle numérique utilisés dans ce chapitre. Les résultats obtenus étant en bon accord, nous avons développé uniquement l'approche numérique dans la suite de ce travail.

Ainsi, la *Figure 3.6* montre les variations de la contrainte adimensionnée  $\tau_{max}/P_0$ , que ce soit dans le massif ou sur l'axe de symétrie z, pour le cas de référence et le cas 3, pendant le glissement de dx=0 mm à dx= 5 mm par pas de 1 mm. Le cas de référence est en très bon accord avec la théorie, montrant que, dans le massif, la valeur maximale de cette contrainte reste constante. Sur l'axe de symétrie, lorsque dx grandit, la valeur de  $\tau_{max}$  diminue progressivement. Généralement, pour le cas 3, on retrouve les valeurs présentées dans le chapitre 2 (Cf. §2.5) : la présence d'un trou sur l'axe de symétrie entraine une augmentation de cette contrainte dans le massif, jusqu'à 3 fois relativement à la référence. De plus,  $\tau_{max}$  décroit légèrement lorsque dx croît. Sur l'axe de symétrie, la tendance est la même.



 $\label{eq:result} Figure 3.6 \ Cas \ de \ r\acuteeférence + CAS \ 3. \ Variation \ de \ \tau_{max} \ sur \ l'axe \ de \ symétrie \ z, \ a \ (x=0 \ mm) \ pendant \ le \ glissement.$ 

## *3.4.2.* Cas N° 1, 2, 4, 5.

Dans ce paragraphe, les résultats numériques des autres 4 autres cas sont présentés. Les distributions de la contrainte de Tresca de dx=0 mm à dx=5 mm, par pas de 1 mm, sont présentées pour chacun des cas sur les *Figure 3.7* à *Figure 3.10*.



Figure 3.7 CAS 1, charge normale de 714N, déplacement latéral dx=0 mm à dx=5 mm. Représentation numérique de la contrainte de Tresca.



Figure 3.8 CAS 2, charge normale de 714N, déplacement latéral dx=0 mm à dx=5 mm. Représentation numérique de la contrainte de Tresca.



Figure 3.9 CAS 4, charge normale de 714N, déplacement latéral dx=0 mm à dx=5 mm. Représentation numérique de la contrainte de Tresca.



Figure 3.10 CAS 5, charge normale de 714N, déplacement latéral dx=0 mm à dx=5 mm. Représentation numérique de la contrainte de Tresca.

Les variations de  $\tau_{max}$  pendant le glissement, pour tous les cas, sont présentées cidessous (Cf. *Figure 3.11*). Pour le cas 1, on observe que, dans le massif, lorsqu'on s'éloigne du point initial (localisé à l'aplomb du trou), la contrainte de cisaillement décroit d'une façon constante pour rejoindre la valeur de référence à dx=5 mm; l'effet de la modification sous surfacique ne se faisant plus sentir. Les cas 2 et 5 ont le même comportement dans le massif et sur l'axe de symétrie. Ceci est dû à la « grande » distance entre les deux trous dans le cas 2 (2a=6,244 mm). Lorsque le cylindre arrive au-dessus du trou latéral la contrainte  $\tau_{max}$ , sur l'axe de symétrie, continue de décroitre. La présence d'un trou supplémentaire (cas 2 par rapport au cas 5) entraine une légère diminution de cette contrainte sur l'axe de symétrie. Pour les cas 3 et 4, où la distance entre les trous est plus faible (3,122 mm), l'effet est plus marqué, notamment à dx=0 mm, à dx=3 mm et à dx=5 mm.



Figure 3.11 Variation de  $\tau_{max}$  pendant le glissement.

# 3.5. Conclusion

Au cours de cette partie nous avons développé un dispositif expérimental qui permet de soumettre le contact à un cycle dynamique. L'étude bibliographique a permis d'identifier la nécessité d'utiliser un lubrifiant de façon à rester dans des conditions « hertziennes ». Ce faisant les résultats expérimentaux obtenus sur la référence et le CAS 3 montrent un bon accord avec les simulations numériques menées en dynamique.

Nous avons donc appliqué le modèle numérique aux 5 CAS d'étude et nous avons pu vérifier la cohérence des résultats.

# CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

# **Conclusion générale et perspectives**

Le travail engagé avec cette recherche doctorale s'est inscrit dans la compréhension du comportement d'une structure soumise à un contact hertzien et, plus exactement, au comportement d'une structure, dont la sous-surface présente des hétérogénéités contrôlées, soumise à un chargement de type hertzien en statique voire en dynamique. Ce travail s'inscrit en prolégomènes pour le développement futur de matériaux fonctionnels et intelligents.

Au cours de ce travail, il a été envisagé de modifier la proche sous surface d'une pièce, sans toucher à l'intégrité de sa surface initiale, afin de modifier et qualifier le champ de contraintes en sous couche. Plus précisément, il s'est agi de réaliser des « défauts », de forme cylindrique (circulaire dans le cas de la modélisation numérique 2D mise en place), positionnés en sous surface du contact, là où le champ de contraintes est maximal.

Le premier chapitre a été consacré à l'installation de la méthodologie de travail, via une présentation des outils mis en œuvre et leur validation dans le cas d'un contact hertzien cylindre-plan. Cette validation a été menée sur un massif en polycarbonate et s'est opérée grâce à des recoupements de résultats expérimentaux, analytiques (Hills, Nowell, & Sackfield, 1993) et numériques (Cf. Figure ci-dessous).



Le contact a été dimensionné pour pouvoir observer, par photoélasticimétrie, les évolutions du champ de contraintes dans la zone d'intérêt. Plus exactement nous avons fait en sorte d'obtenir une valeur de z, localisation du maximum de la contrainte de cisaillement, à environ 2 mm de la surface. C'est ainsi qu'avec une force normale de 714 N appliquée, sur le polycarbonate de 4,9 mm d'épaisseur, à travers le cylindre nous avons obtenu une demi largeur de contact a = 3,122 mm et une localisation de la contrainte de cisaillement maximale  $\tau_{max}$ , à z = 2,435 mm. La pression maximale de contact correspondante est  $P_0=29,7 \text{ MPa}$ .

Ensuite, dans le chapitre 2, le modèle numérique validé auparavant nous a aidés à développer un modèle incluant un défaut en sous surface de la zone de contact, de sorte à étudier le comportement du massif « texturé » soumis à un contact statique. La localisation des défauts (trous) a été définie en fonction des paramètres de contact ( $F_n$ , z et a) et les perçages ont été localisés en divers lieux représentatifs tels que dans la zone de contrainte tangentielle maximale, en limite de la zone de contact,... Ainsi, la localisation normalisée des défauts permet de définir un espace d'étude et de montrer que la présence d'un trou sur l'axe de symétrie z (x = 0) n'a que peu d'influence sur la distribution de la pression en surface du contact et que le modèle hertzien peut donc être retenu afin de déterminer les contraintes dans la zone d'intérêt.

L'étude de l'influence des défauts sur le champ de contraintes a ensuite été menée en faisant varier l'agencement des trous dans la zone sous le contact (nombre et position des défauts, diamètre des perçages, remplissage éventuel avec un matériau dont le module de Young est différent de celui du massif). Il ressort des simulations menées que :

- la présence d'un trou sur l'axe de symétrie z (x = 0) est le facteur prépondérant avec une diminution de la contrainte de cisaillement sur l'axe de symétrie (jusqu'à 1/3 de la valeur initiale) et une croissance en bord du trou central (jusqu'à 3 fois). Cette dernière information doit être prise en compte afin de ne pas plastifier le matériau;
- les caractéristiques qui permettent de diminuer la contrainte de cisaillement sur l'axe de symétrie z (x = 0) sont celles qui conduisent à un renforcement de la contrainte de cisaillement maximale dans le massif. Pour diminuer  $\tau_{max}$  sur l'axe de symétrie z, il convient de localiser un perçage de grand diamètre (dans la limite de notre étude) sous le contact, à la côte z de préférence. En revanche pour diminuer  $\tau_{max}$  dans le massif, il est préférable de remplir le perçage avec un matériau à fort module de Young (Cf. diagrammes bilan ci-dessous).



τmax sur l'axe de symétrie zdiagramme bilan d'évolutionτmax dans le massif

Comme il n'est pas possible de diminuer le niveau de la contrainte de cisaillement à la fois sur l'axe de symétrie et dans le massif le praticien doit s'accommoder d'un compromis. Devant cette dualité de comportement, nous proposons un indicateur qui permet de prendre en compte, à la fois, l'évolution de la contrainte de cisaillement à l'aplomb du contact et l'évolution de la contrainte maximale dans le massif, puisque ces deux composantes sont indissociables dans la démarche proposée :  $\left(\frac{\tau_{max}selon z \cdot \tau_{max}partout}{P_0^2}\right)$ . Cet indicateur impose d'accepter que chaque composante de cisaillement (valeur maximale sur l'axe de symétrie z et valeur maximale dans le massif) pèse un même poids dans la décision. Ce faisant, il a été montré que la génération de défauts circulaires (en 2D) ne permet pas d'atteindre l'objectif de diminution globale de la contrainte de cisaillement.

Quant au chapitre 3, il s'est intéressé à la mise en place d'un dispositif expérimental dynamique (rajout d'une composante Ft à l'effort normal) et à la validation d'un modèle numérique représentatif du frottement. Dans cette partie, un lubrifiant a été utilisé afin de garantir un faible coefficient de frottement de façon à ce que la distribution Hertzienne de la pression et du champ de cisaillement restent valides (Dundurs, 1975). Il a ainsi été possible de créer des massifs, soumis à frottement, avec des pièges en sous-surface, respectant les conditions de (Sadd, 2009). Les enregistrements expérimentaux et numériques sont en bon accord, validant la méthodologie de travail.

Au cours de cette recherche, une méthodologie de travail a donc été mise en œuvre et validée. Les approches analytiques et expérimentales ont permis de valider les modélisations numériques qui sont seules à même de permettre l'étude de nombreux cas, tout en diminuant le coût de l'exploration. Les perspectives sont nombreuses, avec des incursions possibles en structuration de sous-surfaces pour améliorer la transmission des efforts, structuration qui peut s'opérer soit par enlèvement de matière (cas du perçage simple) soit par modification locale de la nature du matériau (frittage sélectif par laser). Un premier exemple a pu être traité lors de ce doctorat, celui des défauts circulaires (en 2D). Dans un autre domaine, le soudage est également un cas d'intérêt pour l'étude du comportement des cordons de soudure présentant des défauts de type porosités ou inclusions.

## Bibliographie

A.L. Mohd, J. D. (2010, october). The effect of gross sliding fretting wear on stress distributions in W-DL-C coatings systems. *Tribology International*, 43, 1917-1932.

ASM International. (2003). Characterisation and Failure Analysis of Plastics. Ohio, USA.

- Bagherifard, S., Ghelichi, R., & Guagliano, M. (2010). A numerical model of severe shot penning (SSP) to predict the generation of a nanostructured surface layer of material. *Surface & Coatings Technology*, 204, 4081-4090.
- Barber, J. (2010). *Elasticity* (3rd Revised Edition ed., Vol. 172). (G. Gladwell, Ed.) Michigan, USA: Springer, Solid mechanics and its applications.
- Berthier. (1988 йил 13-Juillet). Mécanisme et tribologie. Thèse et Science. (88).
- Berthier, Y., Vincent, L., & Godet, M. (1989). Fretting Fatigue and Fretting Wear. *Tribology International*, 22, 235-242.
- Bûfler, H. (1959). Zur Theorie der rollenden Reibung. 27(137), 141-377.
- Chatain, M. (1993). Matériaux non métalliques. Polymères. Plasturgie. Céramiques. Composites. AM2. Paris: Techniques de l'ingénieur.
- Colombie, C. (1986). Usure induite sous petits débattements : identification des phénomènes. In *Thèse doctorale ECL 86-11* (p. 119). Lyon: Ecole Centrale Lyon.
- Dassault System's Simulia. (2009). *The ABAQUS 6.8-1 user's manual*. Pawtucket, RI., USA: Hibbit, Klarsson & Sorensen, Inc.
- Dick, T., Paulin, C., Cailletaud, G., & Fouvry, S. (2006). Experimental and numerical analysis of local and global plastic behavior in fretting wear. *Tribology International*, *39*, 1036-1044.
- Dundurs, L. (1975). *Properties of elastic bodies in contact.* (A. de Pater, & J. Kalker, Éds.) In mechanics of contact between deformable bodies, Delft University Press.
- Fillot. (2007). Wear Modeling ant the third body Concept. Wear, 262, 949-957.
- Fouvry, S. (1997). Etude quantitative des dégradations en fretting. Thèse ECL. France.
- Frija, M., Hassine, T., Fathallah, R., Bouraoui, C., & Dogui, A. (2006). Finite element modelling of shot penning process: Prediction of the compressive residual stresses, the plastic deformations and the surface integrity. *Materials Science & Engineering A*, 426, 173-180.
- Georges, J. (2000). Frottement, Usure et lubrification. Eyrolle.
- Ghita, E., & Marsavina, L. (2002). Fotoelasticimetria. Metoda moderna in analiza experimentala a tensiunilor. Timisoara: Editura Eurostampa.
- Godet. (1984). Third body approach, a mechanical view of wear. Wear, 100, 437-452.
- Goh, C.-H., McDowell, D., & Neu, R. (2006). Plasticity in polycrystalline fretting fatigue contacts. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 54, 340-367.

- Hertz, H. (1896). Über die Berührung fester elastischer Körper. On the contact of elastic solids, Reine und angewandte Mathematik. London: (Instruction anglaise dans Miscellaneous papers by H. Hertz) Eds Jones et Schaott, Macmillan.
- Hills, D. A., Nowell, D., & Sackfield, A. (1993). In *Mechanics of elastic contacts* (pp. 20-24). Oxford: Butterworth-Heinemann Ltd.
- Johnson, K. (1985). Contact Mechanics. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kabo & Edberg. (2005). Material defects in rolling contact fatigue of railway wheels the influence of defect size. *Wear*, 258, 1194-1200.
- Kabo. (2002). Material defects in rolling contact fatigue influence of overloads and defects clusters. *International Journal of Fatigue*, 24, 887-894.
- Kabo, Edberg. (2002). Fatigue initiation in railway wheels a numerical study of the influence of defects. *Wear*, 253, 26-34.
- Kamran, Y., & Larsson, P.-L. (2011). Second-order effects at microindentation of elastic polymers using sharp indenters. *Materials & Design*.
- Komvopoulos, K., & Gong, Z.-Q. (2007). Stress analysis of a layered elastic solid in contact with a rough surface exhibiting fractal behavior. *International Journal of Solids and Structures*, 44, 2109-2129.
- Kuo, C.-H. (2008). Contact stress analysis of an elastic half-plane containing multiple inclusions. *International Journal of Solids and Structures*, 45, 4562-4573.
- Leroux, J., & Nélias, D. (2011). Stick-slip analysis of a circular point contact between a rigid sphere and a flat unidirectional composite with cylindrical fibers. *International Journal of Solids and Structures*, 48, 3510-3520.
- Liao, Y., Zhou, Y., & Jiang, L. (2009). Measuring elastic-plastic properties of thin films on elastic-plastic substrates by sharp indentation. *Mechanics of Materials*, *41*, 308-318.
- Lokensgard, E. (2003). Industrial Plastics. Theory and applications. 4th edition. Thomson Learning.
- Mac Evan, E. (1949). Stresses in elastic cylinders in contact along a generatrix. *phil. Mag, 40*, 454-459.
- McColl, I., Ding, J., & Leen, S. (2004). Finite element simulation and experimental validation of fretting wear. *Wear*, 256, 1114-1127.
- Mohd Tobi, A., Ding, J., Bandak, G., Leen, S., & Shipway, P. (2009). A study on the interaction between fretting wear and cyclic plasticity for Ti-6Al-4V. *Wear*, 267, 270-282.
- Poon, B., Rittel, D., & Ravichandral, G. (2008). An analysis nanoindentation in linearly elastic solids. *International Journal of Solids and Structures*, 45, 6018-6033.
- Priest, M., & Taylor, C. (2000). Automobile engine tribology approaching the surface. *Wear*, 240, 193-203.
- Reyne, M. (1990). Les matériaux nouveaux. Paris: Hermes.

- Sadd, M. H. (2009). *Elasticity. Theory, applications and numerics.* (2e ed.). Burlington, USA: Academic Press.
- Saulot. (2003). Numerical Study of the Wear flows in plane contact. *Tribology Series*, 43, 85-93.
- Smith, J., & Liu, C. (1953). Stresses due to tangential and normal loads on an elastic solid. *ASME J. Appl. Mechs.*, 20, 157-166.
- Syntec. (n.d.). Syntec Optics. Retrieved 2013 йил 15-01 from http://syntecoptics.com/wp-content/uploads/2013/01/transmission.pdf
- Taraf, M. (2008). Endommagement par fatigue de contact de roulement d'une roue ferroviaire: étude numérique par éléments finis. In *Thèse doctorale N°: 2008061S*. Metz: Université Paul Verlaine.
- Taylor, C. (1998). Automobile engine tribology design considerations for efficiency and durability. *Wear*, 221, 1-8.
- Terekhina, S., Fouvry, S., Salvia, M., & Bulanov, I. (2010). An indirect method based on fretting tests to characterize the elastic properties of materials: Application to an epoxy resin RTM6 under variable temperature conditions. *Wear*, *269*, 632-637.
- Timoshenko, S., & Goodier, J. (1951). Theory of Elasticity. New York: McGraw-Hill.
- Tresca, H. (1937). Mém. présentées par divers savants.
- Tsai, C., & Mall, S. (2000). Elasto-plastic finite element analysis stresses in pre-stressed strip in contact with cylindrical pad. *Finite Elements in Analysis and Design*, *36*, 171-187.
- Unal, H., Sen, U., & Mimaroglu, A. (2005). Abrasive wear behavior of polymeric materials. *Materials & Design*, 26(8), 705-710.
- Vingsbo, O., & Soderberg, S. (1988). On fretting maps. Wear, 126, 131-147.
- Wang, L., Wang, Y., Sun, X. G., Pan, Z. Y., He, J. Q., Li, C. G., et al. (2011). Influence of pores on the surface microcompression mechanical response of thermal barrier coatings fabricated by atmospheric plasma spray-Finite element simulation. *Applied Surface Science*, 257, 2238-2249.
- Wei Siang Sum, E. J. (2005, avril). Finite element, critical-plane fatigue life prediction of simple and complex contact configurations. *International Journal of Fatigue*, 27, 403-416.
- Yan, W., Sun, Q., Feng, X.-Q., & Qian, L. (2007). Analysis of spherical indentation of superelastic shape memory alloys. *International Journal of Solids and Structures*, 44, 1-17.
- Zambelli, G., & Vincent, L. (1998). Matériaux et contacts. Une approche tribologique. Presse polytechniques et universitaires Romandes.

## Annexe 1

## A1.1. Essais de Traction.

Les essais ont été réalisés suivant la norme SR EN ISO 527-1 sur une machine d'essai ZWICK/ROELL Z005 (Cf. *Figure A1.1*), conforme à la norme ISO 5893.



Figure A1.1 La machine d'essais de traction.

Les éprouvettes ont été découpées par jet d'eau pour éviter l'apparition de contraintes résiduelles douées a cette procédé. La forme des éprouvettes (*Figure A1.2*) est conforme à la norme ISO SR EN 527-1.



Figure A1.2 Echantillons de type 1B. SR EN ISO 527-1.

Deux épaisseurs d'éprouvettes ont été testées.

- la première d'une épaisseur de 4,9 mm (Figure A1.3.a);
- la seconde d'une épaisseur de 9,64 mm (Figure A1.3.b).



**Remarque :** La capacité de la machine de traction est de 5 kN. Pour les échantillons de 4,9 mm, la force de rupture est d'environ 3 kN. Pour une épaisseur de 9,64 mm, il faudrait une valeur d'environ 6 kN, supérieure à la capacité de la machine. De ce fait, les essais sur les éprouvettes de 9,64 mm se limitent au domaine élastique.

Les principales caractéristiques mécaniques du polycarbonate obtenues des essais de traction sont résumées dans les *Tableau A1.1* et *Tableau A1.2*.

É.L. 491			<b>F</b>		1		F
Echantillon	$\sigma_{\mathrm{M}}$	ε <sub>M</sub>	$\sigma_{\rm B}$	ε <sub>B</sub>	σγ	ε <sub>Y</sub>	<b>E</b> <sub>t</sub>
no.	[MPa]	[-]	[MPa]	[-]	[MPa]	[-]	[MPa]
1	62,100	0,078	44,587	0,279	61,340	0,052	2338
2	61,730	0,078	42,146	0,246	61,103	0,054	2345
3	62,195	0,079	38,021	0,232	60,637	0,047	2347
Valeur movenne	62,008	0,079	41,585	0,252	61,027	0,051	2343

Tableau A1.1 Résultats obtenus par l'analyse des courbes caractéristiques à la traction.

A worked the second of the second point to be second of the second be second of the second be second of the second be se
--

Échantillon no.	E <sub>t</sub> [MPa]
1	2355
2	2283
Valeur moyenne	2319

Nous obtenons des valeurs similaires pour les deux épaisseurs de polycarbonate.

## A1.2. Essais de compression.

Les essais de compression ont été effectués sur des éprouvettes de 9,64 mm. La machine d'essai utilisée est une A009/TC100. La forme des échantillons est conforme à la norme ASTM D 625-02a (Cf. *Figure A1.4*)



Figure A1.4 Echantillons pour les essais à la compression.

Les essais de compression ont été réalisés pour 4 échantillons (Cf. *Figure A1.5*). Les résultats sont résumés au *Tableau A1.3*. On trouve une valeur moyenne pour E de 1490 MPa.



Tableau A1.3 Des résultats obtenus par l'analyse des courbes caractéristiques à la compression

Échantillon no.	R <sub>c</sub> [MPa]	E <sub>c</sub> [MPa]
1	116	1470
2	109	1491
3	111	1483
4	129	1516
Valeur Moyenne	116	1490

## A1.3. Essais de flexion.

Les essais de flexion ont été utilisés pour déterminer les caractéristiques photoélastiques du polycarbonate. Les éprouvettes (Cf. *Figure A1.6*) ont 180 x 40 x 4,9 mm<sup>3</sup> de dimensions. Les essais ont été réalisés sur la machine de traction ZWICK/ROELL Z005 et en utilisant un polariscope circulaire par transmission.



Figure A1.6 Éprouvettes pour essais de flexion statique – l'étalonnage photoélastique.

La *Figure A1.7* donne les variations de couleur et ainsi la présence des différentes franges d'interférences. La contrainte moyenne entre chaque frange est de l'ordre de 2,21 MPa (Cf. *Tableau A1.4*).



Figure A1.7 Les franges d'interférence à la flexion statique – l'étalonnage photoélastique.

	-	ECHANTILLON #1		
<b>F</b> <sub>n</sub> <b>[N]</b>	W <sub>z</sub> [mm <sup>3</sup> ]	σ=F/A [MPa]	Nombre de franges N	f <sub>σ</sub> =σ/N [MPa/frange]
0	1333,33	0	0	0
370	1333,33	2,08	1	2,08
750	1333,33	4,22	2	2,11
1140	1333,33	6,41	3	2,14
1650	1333,33	9,28	4	2,32
1705	1333,33	9,59	4,5	2,13
			$f_{\sigma moyenne} =$	2,16
		ЕСНА	NTILLON #2	
F <sub>n</sub> [N]	W <sub>z</sub> [mm <sup>3</sup> ]	σ=F/A [MPa]	Nombre de franges N	f <sub>σ</sub> =σ/N MPa/frange]
0	1333,33	0	0	0
470	1333,33	2,64	1	2,64
700	1333,33	3,94	2	1,97
1040	1333,33	5,85	3	1,95
1265	1333,33	7,12	4	1,78
			$f_{\sigma moyenne} =$	2,09
		ЕСНА	NTILLON #3	
F <sub>n</sub> [N]	W <sub>z</sub> [mm <sup>3</sup> ]	σ=F/A [MPa]	Nombre de franges N	f <sub>σ</sub> =σ/N [MPa/frange]
0	1333,33	0	0	0
385	1333,33	2,7	1	2,17
835	1333,33	4,70	2	2,35
1320	1333,33	7,43	3	2,48
1810	1333,33	10,18	4	2,55
			f_ moveme =	2,38

 Tableau A1.4 Détermination de l'ordre de la frange pour le PC selon l'essai de flexion statique.

# A1.4. Réalisation du cylindre.

Pour la réalisation des essais expérimentaux, un corps cylindrique (Cf. *Figure A1.8*) de 90 mm de rayon obtenu à partir d'un roulement a été utilisé. Une plaque de 50 mm de long et 10 mm d'épaisseur a été soudée sur la bague extérieure.



Figure A1.8 Le roulement. a) Surface de contact ; b) contrôle de la rugosité.

La bague extérieure (la surface de contact avec le polycarbonate) a été polie. Sa rugosité a été contrôlé (Cf. *Tableau A1.5*) en utilisant un rugosimètre SURFTEST SJ-201P.

1 abicau	AI.5 Collu	De la lug	Usite de la s	uillace u	u cynnure.
Mesure	Ka [µm]	Ky [µm]	κz [µm]	кq	-
#1	0,22	1,86	1,89	0,27	
#2	0,31	2,71	2,71	0,41	Surface
#3	0,18	2,34	2,34	0,29	de
#4	0,32	2,78	2,78	0,44	contact
#5	0,19	1,53	1,53	0,24	
#6	0,38	1,95	1,95	0,43	
#7	0,28	1,66	1,66	0,34	G 6
#8	0,17	1,21	1,21	0,22	Surface
#9	0,15	1,16	1,16	0,19	
#10	0,09	0,71	0,71	0,12	
	Ra	Ry	Rz	Rq	
Moyen	0,2275	1,8025	1,80625	0,2987	'5

Tableau A1.5 Contrôle de la rugosité de la surface du cylindre.

## Annexe 2

La fabrication des échantillons en polycarbonate nécessite de réaliser un contrôle de l'état des contraintes après chaque opération. Les 3 étapes de fabrication des échantillons en polycarbonate sont présentées dans l'**Annexe 3**:

- la découpe par jet d'eau ;
- le polissage ;
- le perçage des trous.

#### *A2.1.* La coupe des échantillons de polycarbonate

Les échantillons en polycarbonate (épaisseur 4,9 mm et 9,64 mm) ont été prélevés sur des plaques de 1 x 1 m<sup>2</sup>. La taille des échantillons est donnée à la *Figure A2.1*. Les surépaisseurs de 2,5 mm vont permettre d'obtenir des échantillons de 50 x 50 mm<sup>2</sup> après polissage. Les paramètres de découpe sont :

- Une vitesse d'avance de la tête : pour des échantillons de 4,9 mm = 600 mm/min pour les épaisseurs de 4,9 mm et 550 mm/min pour les épaisseurs de 9,64 mm ;
- Une pression du jet d'eau = 3100 bar, avec une buse de 0,254 mm ;
- Un abrasif à base de carbure de tungstène, avec une buse de diamètre 0,760 mm;
- Un flux d'abrasif de 100 gr. /min. pour une épaisseur de 4,9 mm et de 120 gr. /min. pour l'épaisseur de 9,64 mm ;

Les précautions suivantes sont à prendre :

- Ne pas enlever les films de protection des surfaces avant la découpe ;
- Le point de départ de la découpe se situe hors du dessin de découpe.



Figure A2.1 Le trajet de coupe et les dimensions des échantillons.

Les échantillons obtenus sont soumis à une vérification par la photoélasticimétrie statique (Cf. *Figure A2.2*).



Figure A2.2 a) Echantillons coupes par jet d'eau ; b) Analyse photoélastique statique des échantillons coupes.

Malgré toutes les précautions cette méthode de découpe laisse des traces de contraintes résiduelles (Cf. *Figure A2.2.b*) et des bords de coupe non perpendiculaire à la surface principale.

## A2.2. Le polissage des échantillons de polycarbonate

Pour arriver à des bords perpendiculaire aux surfaces planes et réduire par la même les contraintes résiduelles, un polissage des quatre bords découpés par jet d'eau est effectué. La procédure de polissage des échantillons est donnée au *Tableau A2.1*. Les échantillons de 9,64 mm d'épaisseur sont polis par paquet de 5. Les échantillons de 4,9 mm sont polis par paquet de 10 à la fois. Les échantillons sont polis sur les quatre faces et nettoyés à l'alcool éthylique et enveloppés dans du papier pour éviter toute détérioration des surfaces.

Tableau A2.1 procédure de polissage.			
	Vitesse de	Durée	Force pour 5
Grade abrasif du papier	rotation		échantillons
	(tr/min)	(min)	(N)
600	125	9	80
1200	125	3	80
Disque "TRIDENT"; "METADI SUPREME": diamant synthétique polycristalin + pâte diamant = 3 μm	150	3	80
Disque "Chemomet"; BUEHLER "Mastermet 2": non-crystallizing colloidal silica polishing suspension, final polish slurry + pâte $SiO_2=1\mu m$	50	1	80

Au terme des polissages un contrôle de perpendicularité des surfaces polis est effectué ainsi qu'une vérification par photoélasticimétrie (Cf. *Figure A2.3.b*).



Figure A2.3 a) Machine de polissage automatique. b) Analyse photoélastique statique des échantillons polis.

On observe la disparition des contraintes résiduelles, qui signifie que la procédure de polissage a bien été respectée.

## A2.3. Le perçage des échantillons de polycarbonate

Pour optimiser la détermination des paramètres optimums de perçage, un plan d'expérience a été développé. Deux paramètres ont été pris en compte : la vitesse de rotation de forêt  $(V_r)$  et la vitesse d'avance du foret  $(V_a)$  (Cf. *Tableau A2.2*). Le but est de trouver la meilleure relation entre la vitesse de rotation et celle d'avance du foret. La structure de ce plan est présentée à la *Figure A2.4*.



Vitesse de rotation (V<sub>r</sub>)

Figure A2.4 Plan expérimental physique de perçage des échantillons de PC.

Tableau A2.2 Valeurs de Va et Vr.					
Indice	1	2	3		
Vitesse de rotation $(V_r)$ [tr. min <sup>-1</sup> ]	90	300	475		
Vitesse d'avance (V <sub>a</sub> ) [cm.sec <sup>-1</sup> ]	0,163	0,108	0,081		

Deux diamètres de forets ont été utilisés ( $\phi$ =0,97mm et  $\phi$ =0,76mm). L'usinage a été réalisé sur une fraiseuse automatique, en utilisant comme lubrifiant d'huile de coupe. Après le perçage, les échantillons ont été nettoyés avec de l'alcool éthylique. La forêt de  $\phi$ =0,97mm donne des trous de  $\phi$ =1,346mm et la forêt de  $\phi$ =0,76mm donne des trous de  $\phi$ =0,82mm (Cf. *Figure A2.5*).



Figure A2.5 a) Echantillon percé avec un foret de ø=0,97mm. b) Echantillon percé avec un foret de ø=0,76mm.

Après usinage et nettoyage, les deux plaques percées ont été analysées par photoélasticimétrie (Cf. *Figure A2.6*).



Figure A2.6 Le système d'analyse photoélastique.

Selon le plan d'expériences, deux échantillons ont été percées (Cf. *Figure A2.7*). L'analyse photoélastique permettant de contrôler les résultats. En termes du contrôle du procès de perçage, avoir des vitesses peu élevées induit des problèmes supplémentaires. En revanche, il semble que le couple le plus favorable soit donné pour le foret de  $\emptyset$ =0,76mm à  $V_a$  = 0,081 cm. sec<sup>-1</sup> et  $V_r$  = 475 tr. min<sup>-1</sup> (Cf. Figure A2.8).



a) b) Figure A2.7 Analyse photoélastique des échantillons percés : a) avec un foret de ø=0,97mm b) avec un foret de ø=0,76mm



Figure A2.8 Image photoélastique d'un PC percé. ø<sub>trou</sub>=0,82 mm, z=2,435 mm.

## Annexe 3



*q,1 q,2 q,3 q,4 q,5 q,6 q,7 q,8 q,9* Figure A3.2 Variation du temps du calcul pour les 5 cas.

## Effet sur la pression $P_{max}/P_0$ dans le massif.

0

Dans le massif en polycarbonate (Cf. *Figure A3.3*), quel que soit les cas et pour un rapport de  $\phi/z < a 0,05$ , la pression normalisée augmente d'environ 10%. Au-delà, elle reste stable pour les CAS 2 et 5 mais continue à augmenter régulièrement pour les CAS 1,3 et 4. Au-delà de ce diamètre ( $\phi_{trou}=0,1$  mm), la pression maximale se trouve en bord du trou central pour les cas 1, 3 et 4. Pour les cas 2 et 5, la valeur de la pression maximale ne varie pas avec le diamètre des trous et sa localisation est toujours dans la surface du contact.



## Annexe 4

## Effet sur la pression en surface $P_{max}/P_0$ .

La pression maximale dans la surface de contact augmente jusqu'à 10% pour les cas 2, et 5 et jusqu'à 5% pour les cas 1, 3 et 4 (Cf. *Figure A4.1*).



## Effet sur la pression $P_{max}/P_0$ dans le massif.

La pression maximale dans le massif dépasse de 30% les valeurs trouvées en surface pour les cas 1, 3 et 4 (Cf. *Figure A4.2*). Pour ces cas, les valeurs maximales se trouvent en bord du trou central. Pour les cas 2 et 5, les valeurs sont identiques avec les valeurs maximales en surface du contact.





# Distribution de contraintes selon l'axe de symétrie.

Figure A4.3 Distribution normalisée de  $\tau_{max}$  selon z ; trou(s) à 0,5z.



Figure A4.4 Distribution normalisée de  $\tau_{max}$  selon z ; trou(s) à 0,75z.













Figure A4.9 Distribution normalisée de  $\sigma_x$  selon z ; trou(s) à 0,5z.



Figure A4.10 Distribution normalisée de  $\sigma_x$  selon z ; trou(s) à 0,75z.






Figure A4.12 Distribution normalisée de  $\sigma_z$  selon z ; trou(s) à 0,5z.









# Annexe 5

### Effet sur la pression en surface $P_{max}/P_0$ .

La pression de contact (Cf. *Figure A5.1*) reste assez proche des valeurs référencés dans tous les 5 cas pour les deux remplissages, ayant des augmentations jusqu'à +10%.



# Effet sur la pression $P_{max}/P_0$ dans le massif.

La pression dans le massif (Cf. *Figure A5.2*) reste assez proche des valeurs référencés dans tous les 5 cas pour les deux remplissages, ayant des augmentations jusqu'à +15%.



Figure A5.2 Pression maximale normalisée dans le massif.



#### Distribution de contraintes selon l'axe de symétrie.









Figure A5.7 Distribution normalisée de  $\sigma_x$  selon z ; remplissage par 100Cr6.



Figure A5.8 Distribution normalisée de  $\sigma_x$  selon z ; remplissage par PE.



Figure A5.9 Distribution normalisée de  $\sigma_z$  selon z ; remplissage par 100Cr6.



Figure A5.10 Distribution normalisée de  $\sigma_z$  selon z ; remplissage par PE.

### Annexe 6

#### Effet sur $\sigma_x/P_0$ selon z.

Les niveaux maximaux de la contrainte  $\sigma_x$  selon l'axe de symétrie sont donnés dans la *Figure A6.1*. Dans les cas 1, 3 et 4, pour un remplissage par acier, cette contrainte croît moins lorsque le niveau de z se rapproche de la surface de contact, tandis que pour un remplissage par PE, cette contrainte augmente de plus. Cela n'est plus valable dans les cas 2 et 5, où la tendance est inverse.



Figure A6.1 Contrainte maximale normalisée  $|\sigma_x|$  selon z : trou(s) à 0,5z et 0,75z.

#### Effet sur $\sigma z/P_0$ dans le massif.

Les niveaux maximums de la contrainte  $\sigma_z$  selon l'axe de symétrie sont donnés dans la *Figure A6.2*. Pour les cas 1, 3 et 4, le remplissage par PE entraine la diminution de cette contrainte lorsque le niveau de z se rapproche de la surface. Pour un remplissage par acier, dans les cas 1, 3 et 4 l'augmentation de  $\sigma_z$  est plus importante (jusqu'à +80%) et elle diminue lorsque le niveau de z s'éloigne de la surface.



Figure A6.2 Contrainte maximale normalisée  $|\sigma_z|$  selon z : trou(s) à 0,5z et 0,75z.

### Effet sur la contrainte de cisaillement $\tau_{max}/P_0$ selon z.

La *Figure A6.3* nous donne les valeurs maximales normalisées de  $\tau_{max}$  selon z pour les deux profondeurs. Sur l'axe de symétrie, dans les cas 2 et 5, on trouve presque les mêmes valeurs pour les deux matériaux. Pour les cas 1, 3 et 4, pour un remplissage par PE, lorsque le niveau de z est plus proche de la surface, les valeurs maximales de  $\tau_{max}$  diminuent. Toujours pour les cas 1, 3 et 4, un remplissage par 100Cr6 entraine une forte augmentation de  $\tau_{max}$  (jusqu'à +78%).



Figure A6.3 Valeurs maximales normalisées de  $\tau_{max}$  selon z : trou(s) à 0,5z et 0,75z.

#### Effet sur la contrainte de équivalente de Von Mises $\sigma_{VM}/P_0$ selon z.

La *Figure A6.4* donne les valeurs maximales normalisées de VM selon l'axe de symétrie. Ici on retrouve le comportement de la contrainte tangentielle.



Figure A6.4 Valeurs maximales de VM normalisées, selon z : trou(s) à 0,5z et 0,75z.

### Effet sur la pression en surface $P_{max}/P_0$ .

La *Figure A6.5* illustre les valeurs maximales normalisées de la pression en surface du contact. Les valeurs maximales trouvées en surface du contact ont la tendance suivante :

lorsque le niveau des trous sur z se rapproche de la surface, la valeur maximale de la pression augmente pour un remplissage par 100Cr6 et se diminue pour un remplissage par PE dans les cas 1, 3 et 4 et elle augmente d'une façon constante pour les deux remplissages dans les cas 2 et 5.



Figure A6.5 Pression maximale normalisée en surface du contact pour les 5 cas : trou(s) à 0,5z et 0,75z.

## Effet sur $\sigma_x/P_0$ dans le massif.

Dans le massif (Cf. *Figure A6.6*), la même tendance est retrouvée pour les 5 cas. Les mêmes valeurs que sur l'axe de symétrie sont retrouvées.



Figure A6.6 Contrainte maximale normalisée  $|\sigma_x|$  dans le massif : trou(s) à 0,5z et 0,75z.

# Effet sur $\sigma z/P_0$ dans le massif.

Dans le massif (Cf. *Figure A6.7*), cette contrainte est encore plus grande que sur l'axe z dans les cas 1, 3 et 4 (jusqu'à +125% par rapport à la référence), alors que dans les cas 2 et 5 elle est la même.



Figure A6.7 Contrainte maximale normalisée  $|\sigma_z|$  dans le massif : trou(s) à 0,5z et 0,75z.

### Effet sur la contrainte de cisaillement $\tau_{max/}P_0$ dans le massif.

La *Figure A6.8* nous donne les valeurs maximales normalisées de  $\tau_{max}$  dans le massif pour les deux profondeurs. On observe qu'un remplissage par PE entraine plus d'augmentation de cette contrainte dans le massif, particulièrement pour les cas 1, 3 et 4 (jusqu'à +130%), mais aussi pour les cas 2 et 5 (jusqu'à +65%).



Figure A6.8 Valeurs maximales normalisées de  $\tau_{max}$  dans le massif : trou(s) à 0,5z et 0,75z.

## Effet sur la contrainte de équivalente de Von Mises $\sigma_{VM}/P_0$ dans le massif.

L'effet sur la contrainte de Von Mises dans le massif est présenté en *Figure A6.9*. On trouve que, par rapport à l'axe de symétrie, le remplissage par PE entraine plus d'augmentation dans le massif : jusqu'à +135% dans les cas 1, 3 et 4 et jusqu'à +70% dans les cas 2 et 5.



Figure A6.9 Valeurs maximales de VM normalisées, dans le massif : trou(s) à 0,5z et 0,75z.

# Effet sur la pression $P_{max}/P_0$ dans le massif.

Dans le massif (Cf. *Figure A6.10*), l'effet sur la pression est légèrement amplifié par rapport à la surface de contact pour les cas 1, 3 et 4.





Distribution de contraintes selon l'axe de symétrie.







Figure A6.12 Distribution normalisée de  $\tau_{max}$  selon z ; remplissage par PE. Trou(s) à 0,5z.







Figure A6.15 Distribution normalisée de  $\sigma_x$  selon z ; remplissage par 100Cr6. Trou(s) à 0,5z.



Figure A6.16 Distribution normalisée de  $\sigma_x$  selon z ; remplissage par PE. Trou(s) à 0,5z.







Figure A6.18 Distribution normalisée de  $\sigma_z$  selon z ; remplissage par PE. Trou(s) à 0,5z.



### Trou(s) à 0,75z

Figure A6.19 Distribution normalisée de  $\tau_{max}$  selon z ; remplissage par 100Cr6. Trou(s) à 0,75z.



Figure A6.20 Distribution normalisée de  $\tau_{max}$  selon z ; remplissage par PE. Trou(s) à 0,75z.









Figure A6.23 Distribution normalisée de  $\sigma_x$  selon z ; remplissage par 100Cr6. Trou(s) à 0,75z.







Figure A6.25 Distribution normalisée de  $\sigma_z$  selon z ; remplissage par 100Cr6. Trou(s) à 0,75z.



Figure A6.26 Distribution normalisée de  $\sigma_z$  selon z ; remplissage par PE. Trou(s) à 0,75z.

## Annexe 7

La figure présentée ci-dessous (Cf. *Figure A7.1*) décrit le dispositif expérimental utilisé pour les essais dynamiques.

Le mode d'emploi est le suivant : la vis (5) est tournée en entrainant le déplacement d'ensemble quart de roulement (2) – capteur de force (4) parmi les deux guidages (3) vers l'échantillon de polycarbonate (7); la charge est lue sur le traducteur de force, arrêté à 714 N et maintenue pendant l'étape suivante ; tandis que le chargement normal de l'échantillon est observé par le polariscope, la tige métallique (8) avance vers la patine (6) pour la faire bouger avec l'échantillon et imposer une force tangentielle par rapport à la surface de roulement ; c'est quand l'appareil photo est allumé et il enregistre les franges dans l'échantillon (Cf. *Figure 3.1*) ; la machine Zwick/Roell Z005 est programmée de réaliser un déplacement vers l'ensemble patine – échantillon jusqu'au contact ; quand le contact est réalisé, la machine va se déplacer dx=5 mm avec la patine à 5 mm/min, tandis que le logiciel de la machine enregistre les valeurs de la force par rapport au déplacement réalisé.



Figure A7.1 Dispositif expérimental. Vue en section transversale.