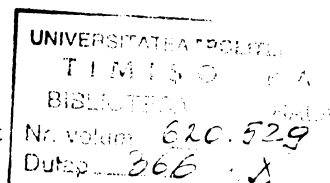


**UNIVERSITATEA „POLITEHNICA” TIMIȘOARA  
FACULTATEA DE ELECTROTEHNICĂ**

**Ing. VALENTIN MÜLLER**

**Influența capacității condensatorului asupra  
funcționării mașinii de inducție cu fază  
auxiliară , alimentată monofazat**

Teză de doctorat



**CONDUCĂTOR ȘTIINȚIFIC  
Acad. TOMA DORDEA**

BIBLIOTECA CENTRALĂ  
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"  
TIMIȘOARA

1997

## Prefață

Tema tezei de doctorat se încadrează în problematica actuală a cercetărilor în domeniul vast al mașinilor electrice.

Extinderea rețelelor de alimentare monofazată a determinat ca mașinile monofazate atât ca număr cât și ca putere să cunoască o dinamică ascendentă.

Dintre toate tipurile de mașini monofazate cele asincrone sunt cele mai fiabile.

Dacă mașina asincronă trifazată este bine pusă la punct, în literatura de specialitate, mașina monofazată este insuficient tratată și tocmai acest gol existent în literatura de specialitate se încearcă a se elimina prin prezenta teză de doctorat.

În capitolul I se analizează mașina asincronă monofazată în faza actuală. Se prezintă situația existentă și cea de perspectivă din domeniul mașinilor asincrone monofazate. Realizarea unui câmp magnetic învârtitor cât mai apropiat de unul circular este preocuparea fundamentală în acest capitol și se compară soluțiile existente în acest sens în construcția de mașini asincrone monofazate.

Capitolul al II-lea este rezervat metodelor de studiu folosite în calculul performanțelor mașinilor asincrone monofazate cu fază auxiliară.

Se demonstrează că în cazul general într-o mașină monofazată asincronă există un câmp magnetic învârtitor de tip eliptic și în acest caz randamentul mașinii este inferior mașinii cu câmp circular. Pentru obținerea unui câmp magnetic învârtitor circular este important ca suma dintre defazajul în timp și decalajul în spațiu ale solenațiilor celor două înfășurări să fie  $\pi(180^0)$ .

Pentru regimul permanent sunt date ecuațiile mașinii cu fază auxiliară și condensator înseriat, iar pentru regimul tranzitoriu se dau ecuațiile modelului „D Q”. Din condiția anulării câmpului magnetic învârtitor în sens invers se deduce valoarea capacității condensatorului montat în serie cu faza auxiliară.

În capitolul al III-lea sunt tratate diferitele posibilități de conectare a condensatorului:

-conectarea condensatorului în paralel cu faza principală și înseriate cu faza auxiliară ;

- conectarea condensatorului în paralel cu faza auxiliară și înseriate cu faza principală .

Pe baza calculelor performanțelor obținute în cele două cazuri de conectare a condensatorului se dau recomandările pentru cazurile când se folosește una sau alta din schemele respective. În ambele cazuri se determină valoarea capacității condensatorului ce se montează în paralel cu una din fazele statorice ale mașinii, în acest caz în mașină realizându-se un câmp magnetic învârtitor circular.

Analiza armonicilor spațiale din câmpul magnetic într-o mașină asincronă monofazată este prezentată în capitolul al IV-lea. În acest capitol sunt deduse armonicile spațiale ale câmpului magnetic din întrefierul mașinii, câmp considerat după două direcții -normală (după rază) și tangențială (perpendiculară pe raza rotorică).

Calculul are la bază cazul cel mai general posibil, înfășurările putând fi plasate la orice unghi între ele. Câmpul rezultat din întrefierul mașinii obținându-se prin însumarea vectorială a celor două câmpuri, conține armonici de ordin par și impar în cazul cel mai general. Se arată ce armonici dispar în anumite situații particulare.

La sfârșitul capitolului se prezintă calculul cuplului electromagnetic cu considerarea armonicilor superioare de spațiu din câmpul magnetic. Tot aici se dau relațiile de calcul al parametrilor mașinii.

Capitolul al V-lea este rezervat verificărilor experimentale. La începutul capitolului se dau relațiile de calcul al parametrilor mașinii asincrone

monofazate având la bază încercările experimentale în gol, scurtcircuit și în sarcină.

Pentru modelul experimental folosit se calculează și se verifică performanțele mașinii ( cuplu, curent, factor de putere, randament ). O atenție deosebită este acordată influenței valorii capacității condensatorului asupra performanțelor mașinii. Influența decalajului dintre faza principală și cea auxiliară este tratată pe baza rezultatelor teoretice din capitolul anterior.

S-au calculat și verificat experimental diverse moduri de conectare a condensatorului, se prezintă concluziile ce se impun la fiecare din posibilitățile de conectare, indicându-se și schemele de funcționare ale mașinii în diversele cazuri.

În ultimul capitol sunt prezentate concluziile finale cu rezultatele originale la care s-a ajuns în diversele părți ale lucrării.

Lucrarea s-a putut finaliza cu ajutorul Universității „ Politehnica ” din Timișoara unde am fost format ca inginer și unde am lucrat mai bine de un an după terminarea facultății la această temă.

Cu această ocazie mulțumesc tuturor cadrelor didactice cu care am colaborat.

## Cuprins

Prefață .....	2
<b>1 .</b> Mașina asincronă monofazată în faza actuală .....	7
<b>2 .</b> Metode de studiu al funcționării mașinilor asincrone	
monofazate cu fază auxiliară .....	13
2.1. Câmpuri magnetice învârtitoare .....	13
2.2. Cuplul electromagnetic .....	18
2.3. Ecuațiile mașinii asincrone bifazate în ipoteza unui câmp magnetic învârtitor circular .....	21
2.4. Ecuațiile modelului „ D Q ” la mașina asincronă monofazată cu fază auxiliară .....	25
2.5. Ecuațiile în componente simetrice pentru o mașina asincronă monofazată cu fază auxiliară.....	34
2.6. Ecuațiile mașinii asincrone monofazate în cazul considerării solenației statorice după axele „ D ” și „ Q ” .....	44
<b>3 .</b> Posibilități de conectare a condensatorului .....	53
3.1. Conectarea condensatorului în paralel cu faza principală .....	54
3.2. Conectarea condensatorului în paralel cu faza auxiliară .....	59
<b>4.</b> Armonicile de spațiu în câmpul magnetic la mașina asincronă monofazată cu fază auxiliară .....	65
4.1. Câmpul magnetic în întrefierul mașinii electrice	65
4.2. Probleme de optim a repartiției câmpului magnetic în întrefier .....	88
4.3. Cuplul electromagnetic cu considerarea armonicilor superioare de spațiu din câmpul magnetic .....	92

<b>5.</b>	Verificări experimentale .....	102
5.1.	Determinarea performanțelor mașinii .....	102
5.1.1.	Influența capacității condensatorului asupra performanțelor mașinii .....	110
5.1.2.	Influența decalajului dintre faza principală și faza auxiliară .....	114
5.2.	Conectarea condensatorului în paralel cu faza principală ( verificări experimentale ) .....	118
5.3.	Conectarea condensatorului în paralel cu faza auxiliară ( verificări experimentale ) .....	123
<b>6.</b>	Concluzii și contribuții originale .....	129
	Anexa 1 .....	132
	Bibliografie .....	142

## 1. Mașina asincronă monofazată în faza actuală

Dintre motoarele de putere mică utilizate în aplicații curente puține au suscitât atenția constructorilor atât de susținut și de intens ca motoarele de inducție monofazate. În esență, acest fapt se impune datorită simplității constructive și siguranței în funcționare a acestor motoare, mai ales în variantele fără contacte mobile. Dar dacă am reduce dezvoltarea impetuoasă și surprinzătoarea diversitate a motoarelor monofazate actuale numai la aceasta, ar însemna să greșim, deoarece aportul de ingeniozitate constructivă, numărul mare de idei noi care s-au pus în joc pentru dezvoltarea motoarelor monofazate, toate acestea au dus la elaborarea de soluții noi. Aceste soluții sunt determinate de cantitatea mare de motoare cerute pe piață, de răspândirea rețelelor monofazate și de varietatea aparatelor curente alimentate de acestea. În ultima vreme aceste aparate s-au dezvoltat considerabil. Au apărut aplicații noi, în special în domeniul aparatelor de uz casnic, iar numărul de motoare monofazate a crescut, odată cu indicele de utilizare a energiei electrice.

În acest context, preocuparea constructorilor de mașini electrice din toată lumea pentru elaborarea de soluții noi, mai economice și mai eficiente, apare ca o consecință naturală. Desigur, nu toate soluțiile au ajuns să se impună. Așa cum s-a întâmplat adeseori în istoria tehnicii, unele dintre acestea au apărut prea târziu, iar altele prea devreme. Totuși, o bună parte dintre ele au parcurs drumul - adeseori lung și anevoios - de la idee la aplicație, au fost reținute și au pătruns în practica constructivă curentă. O altă parte pare să ofere avantaje care,

deși nu au fost încă demonstrate în practică , se recomandă de la sine pentru aplicații viitoare .

Motoarele asincrone alimentate de la o rețea monofazată sunt frecvent utilizate în instalațiile electrice unde nu se poate dispune de un sistem trifazat de tensiuni ( în special în utilizările casnice ) . Aceste motoare pot avea pe stator o singură înfășurare , două înfășurări decalate în spațiu cu  $90^\circ$  electrice sau cu un unghi oarecare ( motorul monofazat cu fază auxiliară - numit și motorul bifazat ) sau o înfășurare trifazată simetrică.

Motoarele asincrone monofazate sunt asemănătoare cu cele trifazate , rotorul fiind identic ( în majoritatea cazurilor în scurtcircuit ) , ceea ce le deosebește este înfășurarea statorică , inductoare.

După cum se știe , o înfășurare monofazată dispusă în creștăturile unei armături a unei mașini electrice și parcursă de curent alternativ produce în întrefierul mașinii un câmp magnetic alternativ. Un astfel de câmp se poate descompune în două câmpuri magnetice învârtitoare circulare , cu amplitudinea egală cu jumătate din cea a câmpului magnetic alternativ , care se rotesc în sensuri contrare cu turația de sincronism  $n_1 = 60f / p$  . Din acest motiv , mașina asincronă monofazată poate fi echivalată cu două mașini asincrone trifazate identice , având rotoarele situate pe același arbore , cu înfășurările statorice determinând câmpuri magnetice învârtitoare în sensuri opuse , al căror cuplu rezultat la pornire (  $s=1$  ) este nul , acesta fiind principalul dezavantaj al acestei mașini.

Cel mai simplu mod de a realiza un câmp magnetic învârtitor în mașina alimentată de la rețeaua monofazată ( și deci un cuplu de pornire diferit de zero ) constă în plasarea a două înfășurări pe statorul motorului , decalate în spațiu cu  $90^\circ$  electrice și alimentate cu curenți alternativi defazați în timp tot cu  $90^\circ$  ; astfel se obține un sistem bifazat alimentat de la rețeaua monofazată.

Dacă defazajul temporal al curenților prin cele două faze statorice diferă de  $90^\circ$  sau cele două înfășurări nu sunt identice încât valorile solenațiilor și decalajele spațiale să difere între ele respectiv cu  $\pi / 2$  , câmpul



învârtitor în mașină nu este circular , ci eliptic.

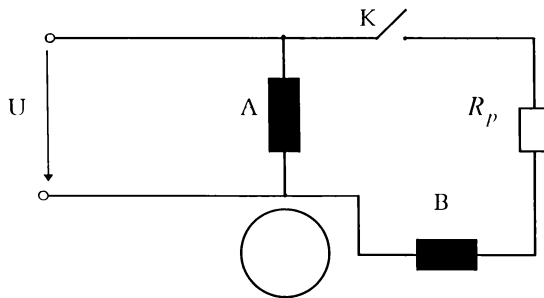
După felul producerii cuplului de pornire , motoarele asincrone monofazate se clasifică în :

a) motoare asincrone cu fază auxiliară conectată numai în procesul pornirii , înseriată cu o impedanță , care poate fi :

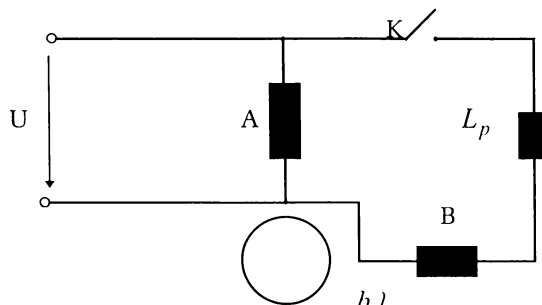
- rezistor având rezistența  $R_p$  - figura 1.1 , a ;
- bobină cu inductivitatea  $L_p$  - figura 1.1 , b ;
- condensator cu capacitate  $C_p$  - figura 1.1 , c ;

b ) motoare asincrone cu înfășurare ( fază ) auxiliară conectată permanent ( numite și motoare bifazate ) , la care înfășurarea auxiliară este conectată în serie cu un condensator :

- de funcționare  $C_f$  - conectat permanent - figura 1.1 , d ;
- de pornire  $C_p$  - conectat numai în procesul pornirii - figura 1.1 , e .



a)



b)

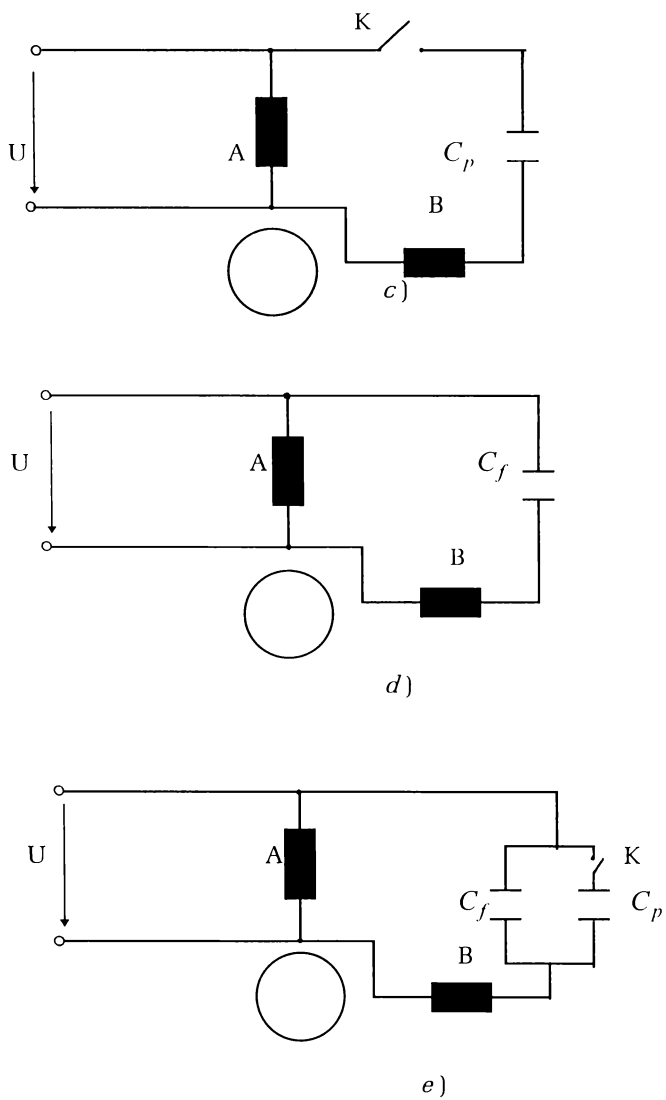


Fig. 1.1. Schemele de conectare a motoarelor asincrone monofazate :

*a), b) și c)* - motoare asincrone cu fază auxiliară și element de pornire ;

- d*) - motoare asincrone cu fază auxiliară și condensator de funcționare ;
- e*) - motoare asincrone cu fază auxiliară și condensatoare de funcționare și de pornire .

Motoarele monofazate se folosesc pentru acționarea mecanismelor de putere mică : compresoare pentru frigider , pompe , mașini de spălat , mașini unelte , ventilatoare , magnetofone , mașini de cusut , mașini de scris etc.

Aproximativ 70 % din numărul total al motoarelor monofazate au :

- tensiune nominală :  $U_N = 220V$  ( mai rar 110 V ) ;
- putere nominală :  $P_N = 250 \div 1100W$  ;
- capacitatea de supraîncărcare :  $k_M = M_m / M_N = 1,3 \div 2,7$  ;
- cuplul de pornire , relativ :  $k_p = M_p / M_N = 0,3 \div 2,2$  .

În cazuri speciale se pot impune valori mult mai mari pentru cuplul de pornire ( $k_p \leq 10$ ) sau pentru cuplul maxim.

Schemele cu fază auxiliară numai pentru pornire au dezavantajul că , în regim de lucru ( pur monofazat ) , randamentul și factorul de putere ale motorului sunt scăzute , iar materialele active au o utilizare mai slabă.

O folosire considerabil mai bună a materialelor se obține în cazul în care înfășurarea auxiliară rămâne conectată la rețea și după efectuarea pornirii , iar capacitatea condensatorului de funcționare  $C_f$  se alege astfel încât , în regim nominal de funcționare , câmpul învârtitor al mașinii să fie practic circular.

Pentru a asigura și un cuplu de pornire suficient de ridicat , în paralel cu condensatorul de funcționare  $C_f$  se conectează pe perioada pornirii , un condensator de pornire  $C_p$  . La atingerea turației de  $0,7 \div 0,8$  din turația de sincronism se deconectează  $C_p$  și funcționarea are loc numai cu condensatorul  $C_f$  conectat . Această operație se poate face manual sau automat , având ca

element de comandă valoarea curentului din faza principală sau , în cazurile cel mai des întâlnite , deconectarea se face cu ajutorul întrerupătorului centrifugal , când turația a ajuns la  $(0,7 \div 0,8) n_1$  .

Schemele cu condensator de funcționare asigură și o substanțială îmbunătățire a randamentului și factorului de putere , acesta din urmă apropiindu-se de unitate.

Prețurile condensatoarelor fiind însă destul de ridicate și indicii tehnici ai motorului mai scăzuți în comparație cu motoarele trifazate , limitează folosirea motoarelor alimentate de la rețeaua monofazată până la puteri de circa 2,2 kW .

În funcționarea continuă sunt utilizate condensatoare de construcție metal - hârtie sau bandă sintetică metalizată din polypropylen . Condensatorul de pornire este în mod normal un condensator electrolitic , în carcasă de aluminiu cu o durată relativă de conectare de 1,7% , aceasta înseamnă că în timpul unei ore poate să fie conectat de 20 de ori a câte 3 secunde . De aceea unele tipuri de motoare monofazate cu condensator de pornire nu sunt indicate pentru mai mult de 20 porniri pe oră.

## 2. Metode de studiu al funcționării mașinilor asincrone monofazate cu fază auxiliară

### 2.1. Câmpuri magnetice învârtitoare

Se consideră o mașină asincronă monofazată cu două înfășurări statorice decalate cu unghiul  $\theta_1$  în spațiu și parcurse de doi curenți defazați cu unghiul  $\theta_2$  în timp ( fig. 2.1 ) .

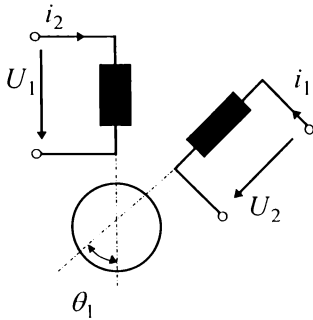


Fig. 2.1. Mașina asincronă monofazată  
cu câmp învârtitor .

Conform legii circuitului magnetic , cele două înfășurări parcurse de curenții  $i_1$  și  $i_2$  , vor genera două câmpuri magnetice de forma :

$$B_1 = B_{1M} \sin \frac{x}{\tau} \pi \sin \omega t \quad (2.1)$$

$$B_2 = B_{2M} \sin \left( \frac{x}{\tau} \pi - \theta_1 \right) \sin(\omega t - \theta_2) \quad (2.2)$$

Câmpul magnetic rezultat se obține prin suprapunerea celor două câmpuri  $B_1$  și  $B_2$  :

$$\begin{aligned} B = & \frac{B_{1M}}{2} \left[ \cos \left( \frac{x}{\tau} \pi - \omega t \right) - \cos \left( \frac{x}{\tau} \pi + \omega t \right) \right] + \\ & + \frac{B_{2M}}{2} \left[ \cos \left( \frac{x}{\tau} \pi - \omega t + \theta_2 - \theta_1 \right) - \cos \left( \frac{x}{\tau} \pi + \omega t - \theta_1 - \theta_2 \right) \right] \end{aligned} \quad (2.3)$$

Relația (2.3) se poate scrie sub formă restrânsă , în felul următor :

$$B = C_1 \sin(\omega t - \alpha_1) + C_2 \sin(\omega t + \alpha_2) \quad (2.4)$$

Câmpul rezultat  $B$  este reprezentat în planul complex prin

$$\underline{B} = \underline{C}_1 + \underline{C}_2 \quad (\text{fig. 2.2}).$$

Luând un alt sistem de coordonate - axele  $\alpha, \beta$ , rotit cu unghiul  $\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$  față de sistemul inițial , câmpul magnetic rezultat  $\underline{B} = \underline{B}_\alpha + \underline{B}_\beta$  are proiecțiile :

$$B_\alpha = (C_2 + C_1) \cos \left( \omega t + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right) \quad (2.5)$$

$$B_{\beta} = (C_2 - C_1) \sin\left(\omega t + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}\right) \quad (2.6)$$

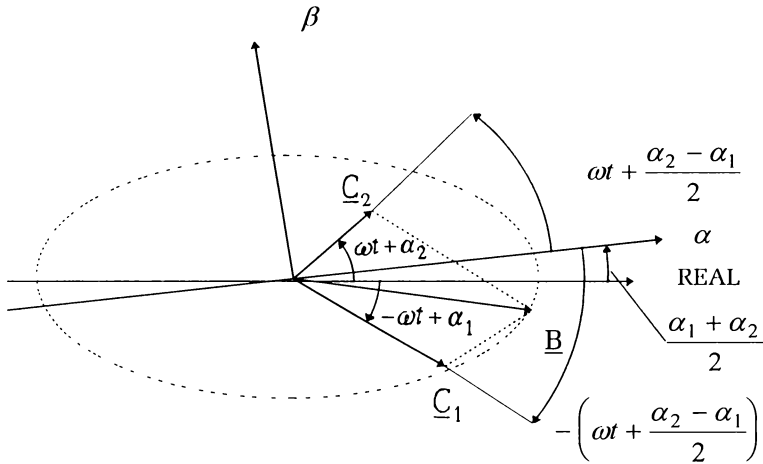


Fig. 2.2. Câmp magnetic învârtitor de tip eliptic.

Eliminând timpul din relațiile ( 2.5 ) și ( 2.6 ) rezultă relația :

$$\left(\frac{B_{\alpha}}{C_2 + C_1}\right)^2 + \left(\frac{B_{\beta}}{C_2 - C_1}\right)^2 = 1 \quad (2.7)$$

Ecuția ( 2.7 ) reprezintă ecuația unei elipse cu semiaxa mare egală cu suma amplitudinilor celor două câmpuri magnetice circulare , iar semiaxa mică egală cu diferența lor.

Amplitudinea  $\underline{B}$  a câmpului magnetic rezultat , se rotește în sensul componente rotitoare mai mari , cu o viteză unghiulară care depinde de timp , satisfăcând însă legea ariilor lui Kepler.

Dacă relația ( 2.3 ) se pune sub forma :

$$B = A_1 \cos\left(\frac{x}{\tau} \pi - \omega t + \varphi_1\right) + A_2 \cos\left(\frac{x}{\tau} \pi + \omega t + \varphi_2\right) \quad (2.8)$$

primul termen :  $A_1 \cos\left(\frac{x}{\tau}\pi - \omega t + \varphi_1\right)$  reprezintă matematic câmpul magnetic învârtitor circular direct ce se deplasează cu viteza de sincronism :

$$v_{sd} = 2\tau f \quad (2.9)$$

iar al doilea termen  $A_2 \cos\left(\frac{x}{\tau}\pi + \omega t + \varphi_2\right)$  reprezintă câmpul învârtitor circular invers , ce se deplasează cu viteza de sincronism :

$$v_{si} = -2\tau f \quad (2.10)$$

Prin identificarea termenilor se obțin constantele  $A_1, A_2, \varphi_1, \varphi_2$  în felul următor :

- termenii în  $\cos\left(\frac{x}{\tau}\pi - \omega t\right)$

$$A_1 \cos \varphi_1 = \frac{B_{1M}}{2} + \frac{B_{2M}}{2} \cos(\theta_2 - \theta_1) \quad (2.11)$$

- termenii în  $\cos\left(\frac{x}{\tau}\pi + \omega t\right)$

$$A_2 \cos \varphi_2 = -\frac{B_{1M}}{2} - \frac{B_{2M}}{2} \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (2.12)$$

- termenii în  $\sin\left(\frac{x}{\tau}\pi - \omega t\right)$



$$- A_1 \sin \varphi_1 = - \frac{B_{2M}}{2} \sin(\theta_2 - \theta_1) \quad (2.13)$$

-termenii în  $\sin\left(\frac{x}{\tau} \pi + \omega t\right)$

$$- A_2 \sin \varphi_2 = - \frac{B_{2M}}{2} \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (2.14)$$

sau:

$$A_1^2 = \left(\frac{B_{1M}}{2}\right)^2 + \frac{B_{1M} B_{2M}}{2} \cos(\theta_2 - \theta_1) + \left(\frac{B_{2M}}{2}\right)^2 \quad (2.15)$$

$$A_2^2 = \left(\frac{B_{1M}}{2}\right)^2 + \frac{B_{1M} B_{2M}}{2} \cos(\theta_1 + \theta_2) + \left(\frac{B_{2M}}{2}\right)^2 \quad (2.16)$$

Pentru a avea un câmp magnetic învârtitor direct este necesar să se anuleze componenta inversă a câmpului, adică :

$$\left(\frac{B_{1M}}{2}\right)^2 + \frac{B_{1M} B_{2M}}{2} \cos(\theta_1 + \theta_2) + \left(\frac{B_{2M}}{2}\right)^2 = 0 \quad (2.17)$$

Condiția respectivă poate fi îndeplinită numai dacă :

$$\theta_1 + \theta_2 = \pi \quad \text{și} \quad B_{1M} = B_{2M} \quad (2.18)$$

adică defazaajul în timp și spațiu între solenațiile celor două înfășurări să fie

$\pi$  (  $180^\circ$  ) și amplitudinile celor două câmpuri să fie egale .

Această condiție la mașinile asincrone monofazate cu fază auxiliară se realizează decalând cele două înfășurări la  $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$  ( deci în cuadratură ) și defazând curenții  $i_1$  și  $i_2$  tot cu  $\frac{\pi}{2}$   $\left( \theta_2 = \frac{\pi}{2} \right)$  .

Dacă , condițiile de mai sus nu sunt satisfăcute , în mașină vom avea un câmp magnetic învârtitor de tip eliptic .

## 2.2. Cuplul electromagnetic

Fie o mașină asincronă alimentată monofazat, cu fază auxiliară, ce are în stator un câmp magnetic învârtitor circular având amplitudinea inducției magnetice  $B_S$  și de pulsație  $\omega_1$  , iar în rotor un câmp magnetic având amplitudinea inducției magnetice  $B_R$  și de pulsație  $\omega_2$  :

$$b_1 = B_S \cos\left(\frac{x}{\tau} \pi - \omega_1 t + \varphi\right) \quad (2.19)$$

$$b_2 = B_R \cos\left[\frac{x}{\tau} \pi - (\omega_2 + p\Omega)t\right] \quad (2.20)$$

În ultima relație apare termenul :  $(\omega_2 + p\Omega)$  deoarece fenomenul este raportat la sistemul fix statoric . Cele două câmpuri sunt decalate în spațiu cu unghiul  $\varphi$  așa ca în figura 2.3 .

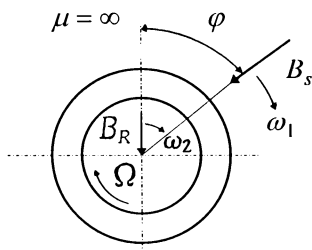


Fig . 2.3. Câmpul statoric și rotoric la mașina asincronă monofazată.

Câmpul rezultat este egal cu suma celor două câmpuri :

$$b = b_1 + b_2 \quad (2.21)$$

Prin urmare energia magnetică a mașinii , pentru  $\mu = \infty$  în miez , este localizată în întrefier și are valoarea :

$$W_{mag} = \frac{1}{2\mu_0} \int_0^{2p\tau} (b_1^2 + b_2^2 + 2b_1b_2) \delta l dx \quad (2.22)$$

Efectuând calculele se obține :

$$W_{mag} = \frac{p\tau l \delta}{2\mu_0} \left[ B_S^2 + B_R^2 + 2B_S B_R \cos(-\omega_1 t + (\omega_2 + p\Omega)t + \varphi) \right] \quad (2.23)$$

unde :

$\tau$  - pasul polar ;

$l$  - lungimea mașinii ;

$\delta$  - întrefierul mașinii ;

$p$  - numărul de perechi de poli .

Cuplul rezultă din teorema forțelor generale derivând energia magnetică în raport cu unghiul  $\varphi$  :

$$M = \frac{d}{d\varphi} \left[ \frac{p\tau l\delta}{2\mu_0} 2B_S B_R \cos(-\omega_1 t + (\omega_2 + p\Omega)t + \varphi) \right] \quad (2.24)$$

sau

$$M = -\left( \frac{p\tau l\delta B_S B_R}{\mu_0} \right) \sin[(\omega_2 + p\Omega - \omega_1)t + \varphi] \quad (2.25)$$

Din relația ( 2.25 ) se observă că există o valoare diferită de zero a cuplului , pe o perioadă , numai dacă :

$$\omega_1 = \omega_2 + p\Omega \quad (2.26)$$

adică cele două câmpuri învârtitoare sunt fixe relativ ( se rotesc față de un observator fix cu aceeași viteză de rotație ) .

Dacă această condiție este îndeplinită cuplul mașinii are valoarea :

$$M = \frac{-p\tau l\delta}{\mu_0} B_S B_R \sin \varphi \quad (2.27)$$

și este independent de timp .

Dacă cele două câmpuri au amplitudinile suprapuse ( izocrone ) cuplul este nul. Prin urmare când între cuplul statoric și cel rotorice apare un decalaj , atunci cuplul este diferit de zero .

Motorul funcționează stabil pentru un decalaj cuprins în intervalul :

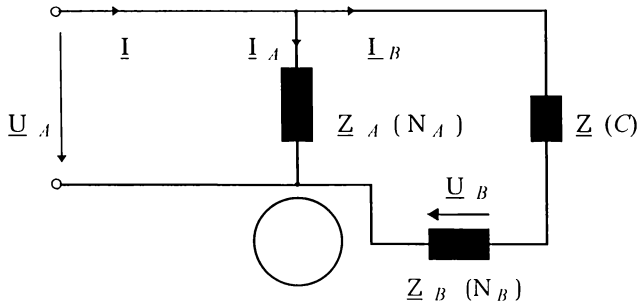
$$0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \quad (2.28)$$

deoarece peste  $\frac{\pi}{2}$  o mărire a decalajului la un cuplu rezistent dat , determină o micșorare a cuplului și deci motorul se oprește .

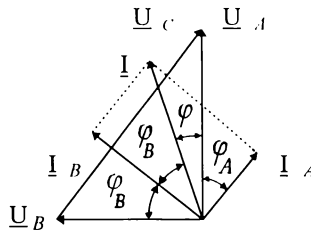
Așa cum se observă în relația ( 2.27 ) valoarea cuplului este dependentă atât de câmpul magnetic statoric  $B_S$  cât și de câmpul magnetic rotorice  $B_R$  , deci de curentul rotorice .

### 2.3. Ecuațiile mașinii asincrone bifazate în ipoteza unui câmp magnetic învârtitor circular

Se consideră o mașină asincronă monofazată cu fază auxiliară având  $N_A$  spire pentru înfășurarea principală și  $N_B$  spire pentru înfășurarea auxiliară ( figura 2.4 ). Faza auxiliară este decalată în spațiu cu unghiul  $\frac{\pi}{2}$  față de faza principală și curentul  $\underline{I}_B$  din faza auxiliară se consideră defazat în timp cu unghiul  $\frac{\pi}{2}$  față de curentul  $\underline{I}_A$  din faza principală , defazaj care se realizează cu ajutorul condensatorului  $C$  montat în serie cu faza auxiliară ( element de defazare utilizat cel mai des datorită performanțelor net superioare ) .



a)



b)

Fig. 2.4 : - a ) - schema de conectare a mașinii monofazate  
cu fază auxiliară ;  
- b ) - diagrama fazorială .

În condițiile alimentării bifazate , în mașină avem un câmp magnetic învârtitor circular.

La alimentare bifazată se pot scrie următoarele relații :

$$\underline{U}_A = j \frac{N_A k_{bA}}{N_B k_{bB}} \underline{U}_B \quad ( 2.29 )$$

și

$$\underline{I}_A N_A k_{bA} = j \underline{I}_B N_B k_{bB} \quad ( 2.30 )$$

unde :

$N_A$  - numărul de spire pentru faza principală;

$N_B$  - numărul de spire pentru faza auxiliară;

$k_{bA}$  - factorul de înfășurare al fazei principale;

$k_{bB}$  - factorul de înfășurare al fazei auxiliare.

Din cele două relații de mai sus , obținem condiția ce trebuie să existe între puterile aparente ale celor două faze :

$$U_A I_A = U_B I_B \quad ( 2.31 )$$

adică puterile aparente ale celor două înfășurări sunt egale . În plus solenațiile  $\ominus_A$  și  $\ominus_B$  se află în condiții identice față de rotor , prin urmare înfășurările A și B dezvoltă puteri active egale adică  $U_A I_A \cos \varphi_A = U_B I_B \cos \varphi_B$  , de unde rezultă  $\varphi_A = \varphi_B$  . Din diagrama fazorială din figura 2.4,b se observă că tensiunea la bornele condensatorului se scrie sub forma :

$$U_C = \sqrt{U_A^2 + U_B^2} \quad (2.32)$$

Dacă neglijăm pierderile în condensator,  $\underline{U}_C$  trebuie să fie perpendicular pe  $\underline{I}_B$ . Prin urmare tensiunea pe condensator devine :

$$U_C = \frac{U_B}{\sin \varphi_B} \quad (2.33)$$

Capacitatea necesară producerii câmpului magnetic învârtitor circular se determină cu relația :

$$I_B = \frac{U_B}{\sin \varphi_B} \omega C \quad (2.34)$$

de unde :

$$C = \frac{I_B \sin \varphi_B}{\omega U_B} \quad (2.35)$$

Din diagrama fazorială din figura 2.4 ,b rezultă :

$$\varphi = 90^\circ - 2\varphi_A$$

adică :

$$\cos \varphi = \sin 2\varphi_A \quad (2.36)$$

Prin alegerea potrivită a valorii capacității condensatorului se poate ajunge la un factor de putere,  $\cos \varphi$  al motorului, apropiat de unitate.

La o mașină asincronă monofazată cu fază auxiliară la care nu se cunoaște capacitatea condensatorului ce trebuie înseriat cu faza auxiliară ,

aceasta se poate determina cu relația ( 2.35 ) în care se consideră  $I_B = (0,3 \div 0,5)I_N$  și un factor de putere  $\cos \varphi \in (0,9 \div 0,97)$  .

La asocierea considerată în figura 2.4 , a a sensurilor pozitive se pot scrie următoarele ecuații :

$$\underline{U}_A = \underline{Z}_A \underline{I}_A - \underline{U}_{eA} \quad ( 2.37 )$$

$$\underline{U}_A = \underline{Z} \underline{I}_B + \underline{U}_B \quad ( 2.38 )$$

$$\underline{U}_B = \underline{Z}_B \underline{I}_B - \underline{U}_{eB} \quad ( 2.39 )$$

$$\underline{U}_A = \underline{Z}_{eA} \underline{I}_A \quad ( 2.40 )$$

în care  $\underline{Z}_A$  ,  $\underline{Z}_B$  sunt impedanțele fazei principale și auxiliare , independente de alunecare , iar :

$$\underline{Z}_{eA} = \underline{Z}_A + \frac{\underline{Z}'_{2A} \underline{Z}_{Am}}{\underline{Z}'_{2A} + \underline{Z}_{Am}} \quad ( 2.41 )$$

impedanța echivalentă a fazei principale care prin  $\underline{Z}'_{2A}$  depinde de alunecare. Calculul impedanțelor din relația ( 2.41 ) se face considerând o mașină bifazată simetrică ( faza principală și auxiliară sunt identice ) .

Din condiția de câmp magnetic învârtitor circular se obține :

$$\underline{I}_B = jK \underline{I}_A \quad ( 2.42 )$$

$$\underline{U}_{eA} = - jK \underline{U}_{eB} \quad ( 2.43 )$$

unde :



$$K = \frac{N_A k_{bA}}{N_B k_{bB}} \quad (2.44)$$

Din relațiile ( 2.37 ) ÷ ( 2.43 ) se obține impedanța necesară pentru a fi conectată în serie cu faza auxiliară , sub forma :

$$\underline{Z} = -\left(\frac{j}{K} + \frac{1}{K^2}\right) \underline{Z}_{eA} - \underline{Z}_B + \frac{1}{K^2} \underline{Z}_A \quad (2.45)$$

Impedanța  $\underline{Z}$  se calculează pentru o alunecare dată  $s$  la care se urmărește asigurarea câmpului învârtitor circular . Pentru celelalte alunecări câmpul învârtitor devine eliptic.

#### **2.4. Ecuațiile modelului „ D Q ” la mașina asincronă monofază cu fază auxiliară**

În vederea studierii regimurilor permanente și tranzitorii ale mașinii asincrone se utilizează ecuațiile modelului „ D Q ” cu axele fixe față de stator , iar pentru regimul nesimetric se utilizează componentele simetrice .

Schema mașinii este prezentată în figura 2.5.

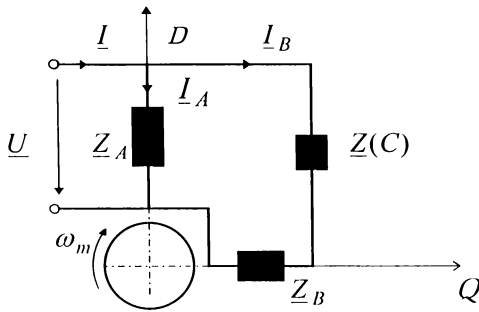


Fig. 2.5. Motorul asincron bifazat cu condensator.

Modelul „ D Q ” este aplicabil numai dacă înfășurările celor două faze statorice sunt decalate în spațiu cu  $90^\circ$ . Înfășurarea rotorică se consideră dispusă după axele D și Q .

Conform schemei prezentate în figura 2.5 , se pot scrie în complex ecuațiile pentru stator și rotor în modelul „ D Q ” .

$$\begin{pmatrix} \underline{U} \\ \underline{U} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_A + jX_A & 0 & 0 & jX_{Am} \\ 0 & R_B + jX_B + \underline{Z} & jX_{Bm} & 0 \\ -\frac{\omega_m}{\omega_1} X_{Am} & jX_{Bm} & R_2 + jX_2 & -\frac{\omega_m}{\omega_1} X_2 \\ jX_{Am} & \frac{\omega_m}{\omega_1} X_{Bm} & \frac{\omega_m}{\omega_1} X_2 & R_2 + jX_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_{Qr} \\ \underline{I}_{Dr} \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

unde :

-  $R_A; R_B$  - rezistența înfășurării principale , respectiv auxiliare ;

- $X_A = \omega_1 L_A; L_A$  - inductivitatea proprie a înfășurării principale ;
- $X_B = \omega_1 L_B; L_B$  - inductivitatea proprie a înfășurării auxiliare ;
- $R_2$  - rezistența înfășurării rotorice ;
- $X_2 = \omega_1 L_2; L_2$  - inductivitatea proprie a înfășurării rotorice ;
- $X_{Am} = \omega_1 M_A; M_A$  - inductivitatea mutuală a înfășurării principale;
- $X_{Bm} = \omega_1 M_B; M_B$  - inductivitatea mutuală a înfășurării auxiliare ;
- $\omega_1; \omega_m$  - viteza unghiulară a câmpului magnetic statoric , respectiv a rotorului ;
- $I_{Dr}; I_{Qr}$  - curenții din înfășurarea rotorică , considerată în axele D și Q .

Se observă că impedanțele pentru cele două faze statorice sunt diferite ( $X_{Am} \neq X_{Bm}; R_A \neq R_B, X_A \neq X_B$ ). Aceasta , deoarece cele două faze statorice nu sunt identice . Se poate totuși admite că între parametri există raporturile :

$$\frac{X_{Bm}}{X_{Am}} \cong \sqrt{\frac{R_B}{R_A}} \cong \sqrt{\frac{X_B}{X_A}} = a_n \quad (2.47)$$

Aceasta deoarece se presupune aceeași solenație pentru cele două faze ( $N_A I_A \cong N_B I_B$ ) și parametri pot fi scriși aproximativ astfel :

$$R_A = \rho \frac{l}{N_A I_A} N_A^2 J_{cu} = C_R N_A^2 ; \quad (2.48)$$

$$R_B = \rho \frac{l}{N_B I_B} N_B^2 J_{cu} = C_R N_B^2 ; \quad (2.49)$$

$$X_A = \omega_1 \mu_0 \frac{4}{\pi^2} \frac{l_i \tau}{p \delta} (N_A k_{bA})^2 = C_X (N_A k_{bA})^2 ; \quad (2.50)$$

$$X_B = \omega_1 \mu_0 \frac{4}{\pi^2} \frac{l_i \tau}{p \delta''} (N_B k_{bB})^2 = C_X (N_B k_{bB})^2; \quad (2.51)$$

$$X_{Am} = \omega_1 \mu_0 \frac{4}{\pi^2} \frac{l_i \tau}{p \delta''} N_A k_{bA} N_2 k_{b2} = C_X N_A k_{bA} N_2 k_{b2}; \quad (2.52)$$

$$X_{Bm} = \omega_1 \mu_0 \frac{4}{\pi^2} \frac{l_i \tau}{p \delta''} N_B k_{bB} N_2 k_{b2} = C_X N_B k_{bB} N_2 k_{b2}. \quad (2.53)$$

Având în vedere că alunecarea mașinii are expresia :

$$s = 1 - \frac{\omega_m}{\omega_1} \quad (2.54)$$

ecuațiile ( 2.46 ) devin :

$$\begin{pmatrix} \underline{U} \\ \underline{U} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} / \\ / \\ / \\ / \end{matrix} \begin{matrix} a_n \\ a_n \\ a_n \\ a_n \end{matrix} = \begin{pmatrix} R_A + jX_A & 0 & 0 & jX_{Am} \\ 0 & R_A + jX_A + \frac{Z}{a_n^2} & jX_{Am} & 0 \\ -(1-s)X_{Am} & jX_{Am} & R_2 + jX_2 & -(1-s)X_2 \\ jX_{Am} & (1-s)X_{Am} & (1-s)X_2 & R_2 + jX_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B a_n \\ \underline{I}_{Qr} \\ \underline{I}_{Dr} \end{pmatrix} \begin{matrix} / \\ / \\ / \\ / \end{matrix} \quad (2.55)$$

În continuare se trece la componente simetrice folosind matricea de transformare  $\| \underline{C} \|$  [ 16.p.204 ] :

$$\| \underline{C} \| = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\| \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -j & j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -j & j \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right\| \quad (2.56)$$

cu ,

$$\| \underline{C} \|^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\| \begin{array}{cccc} 1 & j & 0 & 0 \\ 1 & -j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j & 1 \\ 0 & 0 & -j & 1 \end{array} \right\| \quad (2.57)$$

Efectuând calculele se obțin ecuațiile mașinii în componente simetrice :

$$\left\| \begin{array}{c} \underline{U}_{1d} \\ \underline{U}_{1i} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cccc} R_A + jX_A + \frac{Z}{2a_n^2} & -\frac{Z}{2a_n^2} & jX_{Am} & 0 \\ -\frac{Z}{2a_n^2} & R_A + jX_A + \frac{Z}{2a_n^2} & 0 & jX_{Am} \\ jsX_{Am} & 0 & R_2 + jsX_2 & 0 \\ 0 & j(2-s)X_{Am} & 0 & R_2 + j(2-s)X_2 \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} \underline{I}_{1d} \\ \underline{I}_{1i} \\ \underline{I}_{2d} \\ \underline{I}_{2i} \end{array} \right\| \quad (2.58)$$

unde :

$$\underline{U}_{1d} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \underline{U} + j \frac{\underline{U}}{a_n} \right) \quad (2.59)$$

$$\underline{U}_{1i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \underline{U} - j \frac{\underline{U}}{a_n} \right) \quad (2.60)$$

$$\underline{I}_{1d} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\underline{I}_A + ja_n \underline{I}_B) \quad (2.61)$$

$$\underline{I}_{1i} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\underline{I}_A - ja_n \underline{I}_B) \quad (2.62)$$

$$\underline{I}_{2d} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\underline{I}_{Dr} + j \underline{I}_{Qr}) \quad (2.63)$$

$$\underline{I}_{2i} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\underline{I}_{Dr} - j \underline{I}_{Qr}) \quad (2.64)$$

Cu indicii „ 1 ” și „ 2 ” s-au notat mărimile referitoare la stator respectiv rotor .

Ecuțiile scrise în componente simetrice , pentru rotor sunt următoarele :

$$jsX_{Am} \underline{I}_{1d} + (R_2 + jsX_2) \underline{I}_{2d} = 0 \quad (2.65)$$

$$j(2-s)X_{Am} \underline{I}_{1i} + [R_2 + j(2-s)X_2] \underline{I}_{2i} = 0 \quad (2.66)$$

de unde se determină componenta directă și inversă a curentului rotoric :

$$\underline{I}_{2d} = - \frac{jsX_{Am} \underline{I}_{1d}}{R_2 + jsX_2} \quad (2.67)$$

$$\underline{I}_{2i} = -\frac{j(2-s)X_{Am}\underline{I}_{1i}}{R_2 + j(2-s)X_2} \quad (2.68)$$

Înlocuind relațiile ( 2.67 ) și ( 2.68 ) în ecuațiile scrise în componente simetrice , pentru stator , se obține :

$$\underline{U}_{1d} = \left( R_A + jX_A + \frac{\underline{Z}}{2a_n^2} + \frac{sX_{Am}^2}{R_2 + jsX_2} \right) \underline{I}_{1d} - \frac{\underline{Z}}{2a_n^2} \underline{I}_{1i} \quad (2.69)$$

$$\underline{U}_{1i} = -\frac{\underline{Z}}{2a_n^2} \underline{I}_{1d} + \left( R_A + jX_A + \frac{\underline{Z}}{2a_n^2} + \frac{(2-s)X_{Am}^2}{R_2 + j(2-s)X_2} \right) \underline{I}_{1i} \quad (2.70)$$

Se mai introduc notațiile :

$$\begin{aligned} X'_{Am} &= kX_{Am} \quad ; \quad R'_{2A} = k^2R_2 \quad ; \quad X'_{2A\sigma} = k^2X_{2\sigma} \quad ; \\ \underline{I}'_{2A} &= \frac{1}{k}\underline{I}_2 \quad ; \quad k = 2N_A k_{bA} \quad ; \quad \underline{Z}'_t = \frac{\underline{Z}}{2a_n^2} \end{aligned} \quad (2.71)$$

unde  $N_A$  reprezintă numărul de spire , iar  $k_{bA}$  factorul de înfășurare pentru faza principală .

Calculul reactanțelor proprii pentru înfășurarea statorică și rotorică , are la bază energia magnetică corespunzătoare câmpului magnetic a căror linii de câmp trec prin întrefier și înlănțuiesc înfășurările din ambele părți și la care se închid prin aer ( de dispersie ) fără a trece prin rotor .

Factorul de cuplaj ,  $k_1$  , dintre rotor și stator se scrie sub forma :

$$k_1 = M / \sqrt{L_1 L_2} \quad (2.72)$$

și este apropiat de 1 .Reactanța proprie se poate separa de cea de dispersie :

$$X_{A\sigma} = X_A - X'_{Am} \quad (2.73)$$

$$X'_{2A\sigma} = X'_{2A} - X'_{Am} \quad (2.74)$$

Cu aceste precizări și cu notațiile din ( 2.71 ) , relațiile ( 2.69 ) și (2.70) devin :

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_{1d} \\ \underline{U}_{1i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{eAd} + \underline{Z}_t & -\underline{Z}_t \\ -\underline{Z}_t & \underline{Z}_{eAi} + \underline{Z}_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{1d} \\ I_{1i} \end{pmatrix} \quad (2.75)$$

unde impedanțele echivalente ale mașinii pentru succesiunea directă și inversă au expresiile :

$$\underline{Z}_{eAd} = R_A + jX_{A\sigma} + \frac{jX'_{Am} \left( \frac{R'_{2A}}{s} + jX'_{2A\sigma} \right)}{R'_{2A} + j(X'_{Am} + X'_{2A\sigma})} \quad (2.76)$$

$$\underline{Z}_{eAi} = R_A + jX_{A\sigma} + \frac{jX'_{Am} \left( \frac{R'_{2A}}{2-s} + jX'_{2A\sigma} \right)}{R'_{2A} + j(X'_{Am} + X'_{2A\sigma})} \quad (2.77)$$

Din relațiile ( 2.75 ) rezultă schema echivalentă a mașinii asincrone bifazate , prezentată în figura 2.6.

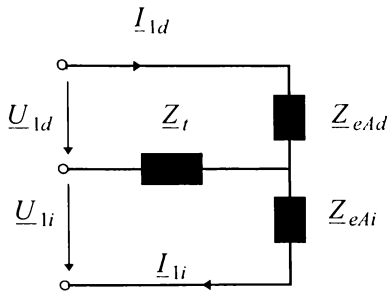


Fig. 2.6. Schema echivalentă a motorului asincron monofazat cu fază auxiliară .



Trebuie observat că dacă se deschide faza auxiliară ( $Z_t \longrightarrow \infty$ ) se obține cazul mașinii asincrone monofazate normale.

Cuplul mașinii se calculează ca și în cazul mașinii alimentate monofazat :

$$M = \frac{P_1}{\omega_1} \left( \frac{R_2}{s} |I_{2d}|^2 - \frac{R_2}{2-s} |I_{2i}|^2 \right) \quad (2.78)$$

unde  $I_{2d}$  și  $I_{2i}$  se calculează în funcție de  $I_{1d}$  și  $I_{1i}$  din relațiile (2.67) respectiv (2.68) .

Pentru funcționarea optimă este necesar ca succesiunea inversă să fie nulă  $I_{1i} = 0$  .

Din relația (2.75) rezultă :

$$I_{1d} = \frac{U_{1d} + Z_t I_{1i}}{Z_{eAd} + Z_t} \quad (2.79)$$

și înlocuind pe (2.79) în relația a doua din sistemul (2.75) rezultă :

$$U_{1i} = \frac{-Z_t U_{1d} - Z_t^2 I_{1i}}{Z_{eAd} + Z_t} + (Z_{eAi} + Z_t) I_{1i} \quad (2.80)$$

unde folosind relația  $U_{1d} + U_{1i} = \sqrt{2}U$  , rezultă pentru  $I_{1i}$  expresia :

$$I_{1i} = \frac{\sqrt{2}U Z_t + Z_{eAd} U_{1i}}{Z_{eAd} Z_{eAi} + Z_t (Z_{eAd} + Z_{eAi})} \quad (2.81)$$

În condițiile câmpului circular  $I_{1i} = 0$  și se obține :

$$\underline{Z}_t = \frac{-\underline{Z}_{eAd}\underline{U}_{li}}{\sqrt{2}\underline{U}} \quad (2.82)$$

La valoarea dată a alunecării din ( 2.82 ) se determină capacitatea condensatorului ( având în vedere că  $\underline{Z}_t = \frac{1}{2j\omega_1 C a_n^2}$  ), pentru care în mașină se obține un câmp magnetic învârtitor circular .

## 2.5. Ecuațiile în componente simetrice pentru o mașină asincronă monofazată cu fază auxiliară

Se consideră o mașină asincronă monofazată cu fază auxiliară capacitivă având unghiul  $\theta$  de decalaj dintre axa fazei principale ( A ) și axa fazei auxiliare ( B ), ( figura 2.7 ) .

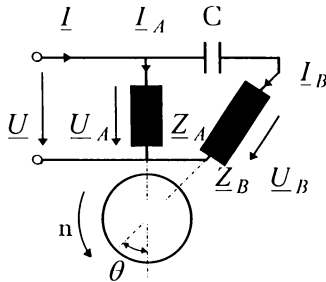


Fig. 2.7. Mașina asincronă monofazată cu fază auxiliară capacitivă.

Se aplică metoda componentelor simetrice , la cazul general , cu parametrii electrici ai fazei principale și auxiliare diferiți .

Câmpul magnetic statoric este un câmp eliptic , acesta se descompune în două componente , directă și inversă , iar în rotor apar aceleași componente ale câmpului , ca urmare a reacției câmpului rotoric . Componenta omopolară a curentului statoric este diferită de zero , ceea ce determină un câmp magnetic de

mărimea câmpului de dispersie , deoarece liniile de câmp corespunzător succesiunii omopolară a curentului se închid prin medii cu permeabilitate magnetică mică .

Componenta omopolară a curentului rotorului este nulă , neavând pe unde să se închidă .

Ca și axă de referință pentru scrierea ecuațiilor se alege axa A , la care se raportează toate mărimile electrice din stator și rotor .

În regim sinusoidal , ecuațiile mașinii pentru faza A , având în vedere teoria generală a mașinii asincrone [ 26 ] , se scriu sub forma :

$$\underline{U}_A = \underline{U}_{Ad} + \underline{U}_{Ai} + \underline{U}_{Ao} \quad (2.83)$$

$$\underline{U}_{Ad} = \underline{Z}_A \underline{I}_{Ad} - \underline{U}_{eAd} \quad (2.84)$$

$$\underline{U}_{Ai} = \underline{Z}_A \underline{I}_{Ai} - \underline{U}_{eAi} \quad (2.85)$$

$$\underline{U}_{Ao} = \underline{Z}_{Ao} \underline{I}_{Ao} \quad (2.86)$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{Ad} + \underline{I}_{Ai} + \underline{I}_{Ao} \quad (2.87)$$

$$\underline{U}_{eAd} = -\underline{Z}_{Am} \underline{I}_{oAd} \quad (2.88)$$

$$\underline{U}_{eAi} = -\underline{Z}_{Am} \underline{I}_{oAi} \quad (2.89)$$

$$\underline{I}_{oAd} = \underline{I}_{Ad} + \underline{I}'_{2Ad} + \frac{e^{-j\theta}}{K} \underline{I}_{Bd} \quad (2.90)$$

$$\underline{I}_{oAi} = \underline{I}_{Ai} + \underline{I}'_{2Ai} + \frac{e^{j\theta}}{K} \underline{I}_{Bi} \quad (2.91)$$

În mod similar pentru faza B avem :

$$\underline{U}_B = \underline{U}_{Bd} + \underline{U}_{Bi} + \underline{U}_{Bo} \quad (2.92)$$

$$\underline{U}_{Bd} = \underline{Z}_B \underline{I}_{Bd} - \underline{U}_{eBd} \quad (2.93)$$

$$\underline{U}_{Bi} = \underline{Z}_B \underline{I}_{Bi} - \underline{U}_{eBi} \quad (2.94)$$

$$\underline{U}_{Bo} = \underline{Z}_{Bo} \underline{I}_{Bo} \quad (2.95)$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{Bd} + \underline{I}_{Bi} + \underline{I}_{Bo} \quad (2.96)$$

$$\underline{U}_{eBd} = \underline{U}_{eAd} \frac{e^{j\theta}}{K} \quad (2.97)$$

$$\underline{U}_{eBi} = \underline{U}_{eAi} \frac{e^{-j\theta}}{K} \quad (2.98)$$

Pentru rotor , unde toate mărimile se raportează la faza A , vom avea :

$$0 = -\underline{Z}'_{2Ad} \underline{I}'_{2Ad} + \underline{U}_{eAd} \quad (2.99)$$

$$0 = -\underline{Z}'_{2Ai} \underline{I}'_{2Ai} + \underline{U}_{eAi} \quad (2.100)$$

Conform figurii 2.7 , pentru circuitul electric format din faza auxiliară și condensator , se poate scrie următoarea relație :

$$\underline{U} = \frac{\underline{I}_B}{j\omega C} + \underline{U}_B \quad (2.101)$$

S-a avut în vedere că :

- Impedanțele rotorului pentru succesiunea directă respectiv inversă , au expresiile :

$$\underline{Z}'_{2Ad} = \frac{R'_{2A} K_{rd}}{s} + jX'_{2A\sigma} K_{xd} \quad (2.102)$$

$$\underline{Z}'_{2Ai} = \frac{R'_{2A} K_{ri}}{2-s} + jX'_{2A\sigma} K_{xi} \quad (2.103)$$

-  $K_{rd,i}$  ,  $K_{xd,i}$  - factorii de modificare a rezistenței și reactanței datorită efectului pelicular ;

$$K_{iA} = \frac{6}{N_{c2}} N_A k_{bA} \quad (2.104)$$

$$K_{iB} = \frac{6}{N_{c2}} N_B k_{bB} \quad (2.105)$$

$$K = \frac{N_A k_{bA}}{N_B k_{bB}} \quad (2.106)$$

- Rezistența rotorului raportată la stator :

$$R'_{2A} = 2N_A k_{bA} K_{iA} R_2 \quad (2.107)$$

- Reactanța de dispersie a rotorului raportată la stator :

$$X'_{2A\sigma} = 2N_A k_{bA} K_{iA} X_{2\sigma} \quad (2.108)$$

- $N_A, N_B$  - numerele de spire ale înfășurărilor principală și auxiliară ;
- $N_{c2}$  - numărul de creștături rotorice ;
- $k_{bA}, k_{bB}$  - factorii de înfășurare ale celor două înfășurări statorice .

Din ecuațiile ( 2.84 ) , ( 2.88 ) și ( 2.90 ) , pentru componenta directă a tensiunii pe faza A rezultă :

$$\underline{U}_{Ad} = (\underline{Z}_A + \underline{Z}_{Am}) \underline{I}_{Ad} + \underline{Z}_{Am} \underline{I}'_{2Ad} + \frac{\underline{Z}_{Am} e^{-j\theta}}{K} \underline{I}_{Bd} \quad (2.109)$$

iar din ecuațiile analoge , pentru componenta inversă a tensiunii , se obține :

$$\underline{U}_{Ai} = (\underline{Z}_A + \underline{Z}_{Am}) \underline{I}_{Ai} + \underline{Z}_{Am} \underline{I}'_{2Ai} + \frac{\underline{Z}_{Am} e^{j0}}{K} \underline{I}_{Bi} \quad (2.110)$$

Din ecuațiile ( 2.88 ) , ( 2.90 ) , ( 2.93 ) și ( 2.97 ) pentru componenta directă a tensiunii pe faza B rezultă :

$$\underline{U}_{Bd} = \frac{\underline{Z}_{Am}}{K} e^{j0} \underline{I}_{Ad} + \frac{\underline{Z}_{Am}}{K} e^{j0} \underline{I}'_{2Ad} + \left( \underline{Z}_B + \frac{\underline{Z}_{Am}}{K^2} \right) \underline{I}_{Bd} \quad (2.111)$$

iar din ecuațiile analoge , pentru componenta inversă a tensiunii pe faza B , se obține :

$$\underline{U}_{Bi} = \frac{\underline{Z}_{Am}}{K} e^{-j0} \underline{I}_{Ai} + \frac{\underline{Z}_{Am}}{K} e^{-j0} \underline{I}'_{2Ai} + \left( \underline{Z}_B + \frac{\underline{Z}_{Am}}{K^2} \right) \underline{I}_{Bi} \quad (2.112)$$

Ținând seama de ecuațiile ( 2.88 ) , ( 2.90 ) și ( 2.99 ) pentru componenta directă a curentului rotoric , se obține :

$$\underline{I}'_{2Ad} = \frac{-\underline{Z}_{Am}}{\underline{Z}'_{2Ad} + \underline{Z}_{Am}} \left( \underline{I}_{Ad} + \frac{e^{-j0}}{K} \underline{I}_{Bd} \right) \quad (2.113)$$

analog , pentru componenta inversă a curentului rotoric se obține :

$$\underline{I}'_{2Ai} = \frac{-\underline{Z}_{Am}}{\underline{Z}'_{2Ai} + \underline{Z}_{Am}} \left( \underline{I}_{Ai} + \frac{e^{j0}}{K} \underline{I}_{Bi} \right) \quad (2.114)$$

Prin urmare , cunoscând curenții rotorici pentru cele două succesiuni, se poate determina tensiunea pe faza A pentru componenta directă :

$$\underline{U}_{Ad} = (\underline{Z}_A + \underline{Z}_{e2Ad}) \underline{I}_{Ad} + \underline{Z}_{e2Ad} \frac{e^{-j\theta}}{K} \underline{I}_{Bd} \quad (2.115)$$

respectiv , pentru componenta inversă :

$$\underline{U}_{Ai} = (\underline{Z}_A + \underline{Z}_{e2Ai}) \underline{I}_{Ai} + \underline{Z}_{e2Ai} \frac{e^{j\theta}}{K} \underline{I}_{Bi} \quad (2.116)$$

unde :

$$\underline{Z}_{e2Ad} = \frac{\underline{Z}_{Am} \underline{Z}'_{2Ad}}{\underline{Z}_{Am} + \underline{Z}'_{2Ad}} \quad (2.117)$$

$$\underline{Z}_{e2Ai} = \frac{\underline{Z}_{Am} \underline{Z}'_{2Ai}}{\underline{Z}_{Am} + \underline{Z}'_{2Ai}} \quad (2.118)$$

Ținându-se seama de relațiile ( 2.113 ) și ( 2.114 ) , componentele directă și inversă a tensiunii pe faza B determinate de relațiile ( 2.111 ) și ( 2.112 ) , se exprimă prin relațiile :

$$\underline{U}_{Bd} = \frac{\underline{Z}_{e2Ad}}{K} e^{j\theta} \underline{I}_{Ad} + \left( \underline{Z}_B + \frac{\underline{Z}_{e2Ad}}{K^2} \right) \underline{I}_{Bd} \quad (2.119)$$

$$\underline{U}_{Bi} = \frac{\underline{Z}_{e2Ai}}{K} e^{-j\theta} \underline{I}_{Ai} + \left( \underline{Z}_B + \frac{\underline{Z}_{e2Ai}}{K^2} \right) \underline{I}_{Bi} \quad (2.120)$$

Cum tensiunea pe faza A este suma tensiunilor componentelor directă, inversă și omopolară , cu ajutorul relațiilor ( 2.86 ) , ( 2.115 ) și ( 2.116 ) se obține :

$$\begin{aligned} \underline{U}_A = & \frac{1}{3} (\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai} + 2\underline{Z}_A + \underline{Z}_{Ao}) \underline{I}_A + \\ & + \frac{1}{3K} (\underline{Z}_{e2Ad} e^{-j\theta} + \underline{Z}_{e2Ai} e^{j\theta}) \underline{I}_B \end{aligned} \quad (2.121)$$

similar , pentru faza B se obține :

$$\underline{U}_B = \frac{1}{3K} \left( \underline{Z}_{e2Ad} e^{j\theta} + \underline{Z}_{e2Ai} e^{-j\theta} \right) \underline{I}_A + \frac{1}{3} \left( 2\underline{Z}_B + \underline{Z}_{Bo} + \frac{\underline{Z}_{e2Ad}}{K^2} + \frac{\underline{Z}_{e2Ai}}{K^2} \right) \underline{I}_B \quad (2.122)$$

unde s-a ținut seamă că :  $\underline{I}_{A1} = \underline{I}_{A2} = \underline{I}_{Ao} = \frac{1}{3} \underline{I}_A$  și

$$\underline{I}_{B1} = \underline{I}_{B2} = \underline{I}_{Bo} = \frac{1}{3} \underline{I}_B$$

Cu notațiile :

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{3} \left( \underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai} + 2\underline{Z}_A + \underline{Z}_{Ao} \right) \quad (2.123)$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{1}{3K} \left( \underline{Z}_{e2Ad} e^{-j\theta} + \underline{Z}_{e2Ai} e^{j\theta} \right) \quad (2.124)$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{1}{3K} \left( \underline{Z}_{e2Ad} e^{j\theta} + \underline{Z}_{e2Ai} e^{-j\theta} \right) \quad (2.125)$$

$$\underline{Z}_4 = \frac{1}{3} \left( 2\underline{Z}_B + \underline{Z}_{Bo} + \frac{\underline{Z}_{e2Ad}}{K^2} + \frac{\underline{Z}_{e2Ai}}{K^2} \right) \quad (2.126)$$

relațiile ( 2.121 ) și ( 2.122 ) devin :

$$\underline{U}_A = \underline{Z}_1 \underline{I}_A + \underline{Z}_2 \underline{I}_B \quad (2.127)$$

$$\underline{U}_B = \underline{Z}_3 \underline{I}_A + \underline{Z}_4 \underline{I}_B \quad (2.128)$$

Din figura 2.7 , pentru tensiunile pe fazele principală și auxiliară se poate scrie :

$$\underline{U}_A = \underline{U} \quad (2.129)$$

$$\underline{U}_B = \underline{U} - \underline{I}_B \underline{Z} \quad (2.130)$$



unde :

$$\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C} \quad (2.131)$$

Cu aceste precizări , se determină curenții prin faza principală și auxiliară a mașinii folosind sistemul de ecuații determinat de relațiile (2.127) și (2.128) :

$$\underline{I}_A = \underline{Y}_{eA} \underline{U} \quad (2.132)$$

$$\underline{I}_B = \underline{Y}_{eB} \underline{U} \quad (2.133)$$

unde :

$$\underline{Y}_{eA} = \frac{\underline{Z}_4 + \underline{Z} - \underline{Z}_2}{\underline{Z}\underline{Z}_1 - \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_1\underline{Z}_4} \quad (2.134)$$

$$\underline{Y}_{eB} = \frac{\underline{Z}_1 - \underline{Z}_3}{\underline{Z}\underline{Z}_1 - \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_1\underline{Z}_4} \quad (2.135)$$

La calculul momentului electromagnetic de rotație este necesar cunoașterea componentelor simetrice ale curentului rotoric , care sunt determinate de relațiile ( 2.113 ) și ( 2.114 ) . Dacă  $M_1$  și  $M_2$  sunt cuplurile succesiunii directe și a celei inverse , cuplul rezultat  $M$  este :

$$M = M_1 - M_2 \quad (2.136)$$

Cuplurile  $M_1$  și  $M_2$  corespund la două inductoare trifazate în stator , rotorul fiind  $m_2$  fazat . Pentru o mașină alunecarea este  $s$  , iar pentru cealaltă alunecarea este  $2 - s$  .

În consecință , pentru fiecare mașină avem :

$$M_1 = \frac{3p}{\omega_1} \frac{R'_{2A} K_{rd}}{s} \left| \underline{I}'_{2Ad} \right|^2 \quad (2.137)$$

$$M_2 = \frac{3P}{\omega_1} \frac{R'_{2A} K_{ri}}{2-s} \left| \underline{I}'_{2Ai} \right|^2 \quad (2.138)$$

unde :

$$\underline{I}'_{2Ad} = \frac{-\underline{Z}_{Am} (K\underline{Y}_{eA} + \underline{Y}_{eB} e^{-j\theta})}{3K(\underline{Z}'_{2Ad} + \underline{Z}_{Am})} \underline{U} \quad (2.139)$$

$$\underline{I}'_{2Ai} = \frac{-\underline{Z}_{Am} (K\underline{Y}_{eA} + \underline{Y}_{eB} e^{j\theta})}{3K(\underline{Z}'_{2Ai} + \underline{Z}_{Am})} \underline{U} \quad (2.140)$$

pentru că în relațiile ( 2.113 ) și ( 2.114 ) s-a ținut seama de relațiile ( 2.132 ) și ( 2.133 ) .

Expresia cuplului rezultat se obține sub forma :

$$M = \frac{pU^2 R'_{2A} |\underline{Z}_{Am}|^2}{3\omega_1 K^2} \left( \frac{K_{rd}}{s} \left| \frac{K\underline{Y}_{eA} + \underline{Y}_{eB} e^{-j\theta}}{\underline{Z}'_{2Ad} + \underline{Z}_{Am}} \right|^2 - \frac{K_{ri}}{2-s} \left| \frac{K\underline{Y}_{eA} + \underline{Y}_{eB} e^{j\theta}}{\underline{Z}'_{2Ai} + \underline{Z}_{Am}} \right|^2 \right) \quad (2.141)$$

Curentul rezultat al mașinii are expresia :

$$\underline{I} = \underline{I}_A + \underline{I}_B \quad (2.142)$$

sau :

$$\underline{I} = (\underline{Y}_{eA} + \underline{Y}_{eB}) \underline{U} \quad (2.143)$$

și este defazat în urma lui  $\underline{U}$  cu unghiul  $\varphi$  , unde :

$$\cos \varphi = \frac{\operatorname{Re}[\underline{Z}_e]}{|\underline{Z}_e|} \quad (2.144)$$

iar impedanța echivalentă a mașinii are expresia :

$$\underline{Z}_e = \frac{1}{\underline{Y}_{eA} + \underline{Y}_{eB}} \quad (2.145)$$

Randamentul mașinii este :

$$\eta = \frac{M\Omega_1(1-s)}{UI \cos \varphi} \quad (2.146)$$

Din relația ( 2.140 ), componenta  $\underline{I}'_{2Ai}$  a curentului se anulează pentru :

$$K\underline{Y}_{eA} + \underline{Y}_{eB}e^{j\theta} = 0 \quad (2.147)$$

rezultând :

$$\begin{aligned} \underline{Z} = & \frac{\underline{Z}_{e2Ad}}{3K^2} (e^{2j\theta} - 2jK \sin \theta - 1) - \\ & - \left( \frac{2}{3K} \underline{Z}_A e^{j\theta} + \frac{1}{3K} \underline{Z}_{Ao} e^{j\theta} + \frac{2}{3} \underline{Z}_B + \frac{1}{3} \underline{Z}_{Bo} \right) \end{aligned} \quad (2.148)$$

Pentru un decalaj  $\theta = \frac{\pi}{2}$  între faza auxiliară și principală, relația ( 2.148 ) devine :

$$\underline{Z} = -\frac{2}{3K^2} \underline{Z}_{e2Ad} (1 + jK) - \frac{j}{3K} (2\underline{Z}_A + \underline{Z}_{Ao}) - \frac{1}{3} (2\underline{Z}_B + \underline{Z}_{Bo}) \quad (2.149)$$

Relația de mai sus dă valoarea impedanței  $\underline{Z}$ , montată în serie cu faza auxiliară B și care determină, la o alunecare dată, un câmp magnetic învârtitor circular.

**2.6. Ecuatiile mașinii asincrone monofazate în cazul  
considerării solenației statorice după  
axele „ D ” și „ Q ”**

Solenațiile celor două faze statorice A și B ale mașinii asincrone monofazate prezentate în figura 2.7 se descompun după axele „ D , Q ” și se obțin relațiile :

$$N_A k_{bA} \underline{I}_A + N_B k_{bB} \underline{I}_B \cos \theta = N'_A \left( \underline{I}_A + \frac{1}{K} \underline{I}_B \cos \theta \right) \quad (2.150)$$

după axa „ D ”

$$N_B k_{bB} \underline{I}_B \sin \theta = \frac{1}{K} N'_A \underline{I}_B \sin \theta \quad (2.151)$$

după axa „ Q ”

unde K este determinat de relația ( 2.106 ) .

Din acest motiv , mașina asincronă bifazată reală cu unghiul  $\theta$  între faze , prezentată în figura 2.7 , se poate echivala cu o mașină asincronă bifazată având axele fazelor statorice decalate în spațiu cu unghiul  $\frac{\pi}{2}$  , cu numărul de

spire  $N'_A$  și  $\frac{N'_A}{K} \cos \theta$  după axa D ,  $\frac{N'_A}{K} \sin \theta$  după axa Q și cu solenațiile determinate de relațiile ( 2.150 ) respectiv ( 2.151 ) ( figura 2.8 ) .

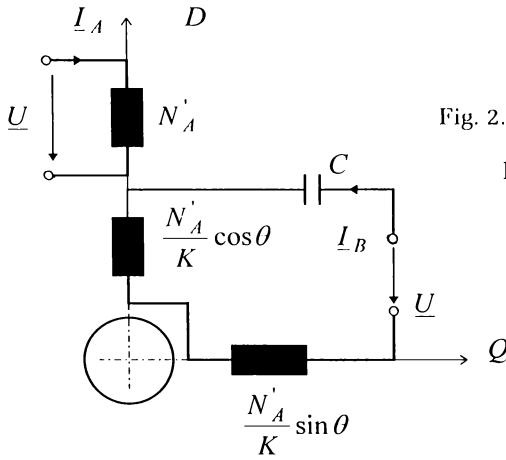


Fig. 2.8. Schema echivalentă pentru mașina asincronă bifazată de calcul .

Cele două componente ale câmpului statoric ( directă și inversă ) se consideră ca fiind produse de două înfășurări statorice ( fig. 2.9 ) , decalate în spațiu cu unghiul  $\frac{\pi}{2}$  , având același număr de spire  $N'_A$  și parcurse de curenții  $I_{1d} + I_{1i}$  respectiv  $j(I_{1d} - I_{1i})$  unde :

$$I_{1d} + I_{1i} = I_A + \frac{1}{K} I_B \cos \theta \quad (2.152)$$

$$j(I_{1d} - I_{1i}) = \frac{1}{K} I_B \sin \theta \quad (2.153)$$

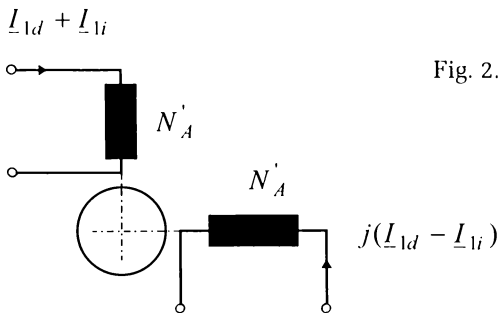


Fig. 2.9. Producerea câmpului magnetic învârtitor în mașina asincronă bifazată .

Din relațiile ( 2.152 ) și ( 2.153 ) rezultă componentele de succesiune directă și inversă a curentului :

$$\underline{I}_{1d} = \frac{\underline{I}_A + \underline{I}_B \frac{1}{K} (\cos \theta - j \sin \theta)}{2} \quad ( 2.154 )$$

$$\underline{I}_{1i} = \frac{\underline{I}_A + \underline{I}_B \frac{1}{K} (\cos \theta + j \sin \theta)}{2} \quad ( 2.155 )$$

În regim sinusoidal , ecuația mașinii pentru faza A , având în vedere schema echivalentă de calcul ( fig. 2.8 ) , se scrie sub forma :

$$\underline{U} = \underline{Z}_A \underline{I}_A - \underline{U}_{eA} + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} \underline{I}_B \cos \theta \quad ( 2.156 )$$

unde :

$$\underline{U}_{eA} = -(\underline{Z}_{e2Ad} \underline{I}_{1d} + \underline{Z}_{e2Ai} \underline{I}_{1i}) \quad ( 2.157 )$$

iar impedanțele  $\underline{Z}_{e2Ad}$  și  $\underline{Z}_{e2Ai}$  sunt determinate de relațiile ( 2.117 ) respectiv ( 2.118 ) .

Pentru faza auxiliară avem :

$$\begin{aligned} \underline{U} = & (\underline{Z}_B - jX_C) \underline{I}_B + \frac{1}{K} (\underline{Z}_{e2Ad} \underline{I}_{1d} + \underline{Z}_{e2Ai} \underline{I}_{1i}) \cos \theta + \\ & + j \frac{1}{K} (\underline{Z}_{e2Ad} \underline{I}_{1d} - \underline{Z}_{e2Ai} \underline{I}_{1i}) \sin \theta + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} \underline{I}_A \cos \theta \end{aligned} \quad ( 2.158 )$$

unde :

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad ( 2.159 )$$

Primul termen din membrul drept al relației ( 2.156 ) reprezintă

tensiunea pe înfășurarea principală datorită impedanței de dispersie a fazei A , al doilea termen reprezintă tensiunea indusă în înfășurarea principală de câmpul magnetic învârtitor circular direct și invers , iar al treilea termen reprezintă tensiunea pe faza principală datorită cuplajului magnetic dintre faza principală și auxiliară .

Al doilea și al treilea termen din membrul drept al relației ( 2.158 ) reprezintă tensiunea indusă în înfășurarea auxiliară din axele D și Q de câmpul magnetic învârtitor circular direct și invers .

Din relațiile ( 2.154 ) , ( 2.155 ) , ( 2.156 ) și ( 2.157 ) pentru faza principală rezultă următoarea relație :

$$\underline{U} = \left( \underline{Z}_A + \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \right) \underline{I}_A + \left[ \left( \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} + jX_{A\sigma} \right) \frac{1}{K} \cos \theta - j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \sin \theta \right] \underline{I}_B \quad (2.160)$$

Din relațiile ( 2.154 ) , ( 2.155 ) , ( 2.157 ) și ( 2.158 ) rezultă următoarea relație pentru faza auxiliară :

$$\underline{U} = \left( \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \cos \theta + j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \sin \theta + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} \cos \theta \right) \underline{I}_A + \left( \underline{Z}_B - jX_C + \frac{1}{K^2} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \right) \underline{I}_B \quad (2.161)$$

Se fac următoarele notații :

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_A + \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \quad (2.162)$$

$$\underline{Z}_{12} = \frac{1}{K} \left( jX_{A\sigma} + \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \right) \cos \theta - j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \sin \theta \quad (2.163)$$

$$\underline{Z}_{21} = \frac{1}{K} \left( jX_{A\sigma} + \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \right) \cos \theta + j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \sin \theta \quad (2.164)$$

$$\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_B - jX_C + \frac{1}{K^2} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \quad (2.165)$$

Conform notațiilor de mai sus , relațiile ( 2.160 ) și ( 2.161 ) pot fi scrise în felul următor :

$$\underline{U} = \underline{Z}_{11} \underline{I}_A + \underline{Z}_{12} \underline{I}_B \quad (2.166)$$

$$\underline{U} = \underline{Z}_{21} \underline{I}_A + \underline{Z}_{22} \underline{I}_B \quad (2.167)$$

Din relațiile ( 2.166 ) și ( 2.167 ) se poate determina curentul din faza principală și auxiliară :

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{11} \underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12} \underline{Z}_{21}} \underline{U} \quad (2.168)$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{Z}_{11} - \underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{11} \underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12} \underline{Z}_{21}} \underline{U} \quad (2.169)$$

iar curentul total prin mașină este :

$$\underline{I} = \underline{I}_A + \underline{I}_B \quad (2.170)$$

de unde se poate determina impedanța echivalentă a mașinii :

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \quad (2.171)$$

Cunoscând impedanța echivalentă a mașinii se poate determina



factorul de putere :

$$\cos \varphi = \frac{\operatorname{Re}[\underline{Z}_e]}{|\underline{Z}_e|} \quad (2.172)$$

Cuplul electromagnetic dezvoltat de mașină este :

$$M = \frac{2}{\Omega_1} \left( \frac{R'_{2A} K_{rd}}{s} |I'_{2Ad}|^2 - \frac{R'_{2A} K_{ri}}{2-s} |I'_{2Ai}|^2 \right) \quad (2.173)$$

Din schemele echivalente de succesiune directă și inversă pentru rotor prezentate în figura 2.10 , se poate scrie :

$$\underline{U}_{eAd} = -I_{1d} \underline{Z}_{e2Ad} \quad (2.174)$$

$$\underline{U}_{eAi} = -I_{1i} \underline{Z}_{e2Ai} \quad (2.175)$$

sau :

$$\underline{U}_{eAd} = I'_{2Ad} \underline{Z}'_{2Ad} \quad (2.176)$$

$$\underline{U}_{eAi} = I'_{2Ai} \underline{Z}'_{2Ai} \quad (2.177)$$

unde impedanțele  $\underline{Z}'_{2Ad}$  și  $\underline{Z}'_{2Ai}$  sunt determinate de relațiile ( 2.102 ) respectiv ( 2.103 ).

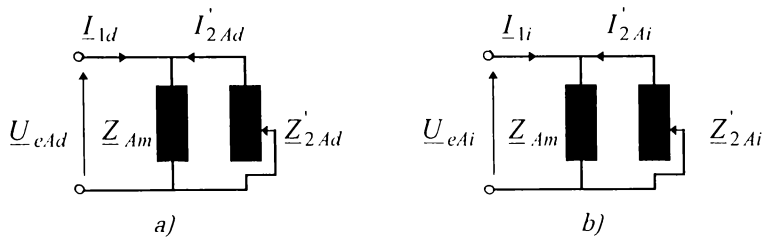


Fig. 2.10. Schema echivalentă pentru rotor a mașinii bifazate :

a) succesiunea directă ;

b) succesiunea inversă .

Ținând seama de relațiile ( 2.154 ) , ( 2.155 ) și de relațiile ( 2.174 ) ÷ ( 2.177 ) , se determină componentele directă și inversă ale curenților rotorici , sub forma :

$$\underline{I}'_{2Ad} = -\frac{\underline{Z}_{e2Ad}}{\underline{Z}'_{2Ad}} \frac{\underline{I}_A + \underline{I}_B}{2} \frac{1}{K} (\cos \theta - j \sin \theta) \quad (2.178)$$

$$\underline{I}'_{2Ai} = -\frac{\underline{Z}_{e2Ai}}{\underline{Z}'_{2Ai}} \frac{\underline{I}_A + \underline{I}_B}{2} \frac{1}{K} (\cos \theta + j \sin \theta) \quad (2.179)$$

Randamentul mașinii se calculează sub forma :

$$\eta = \frac{M2\pi(f/p)(1-s)}{UI \cos \varphi} \quad (2.180)$$

La un decalaj de  $\frac{\pi}{2}$  între axele fazelor statorice , ecuațiile ( 2.162 )

÷ ( 2.165 ) devin :

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_A + \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \quad (2.181)$$

$$\underline{Z}_{12} = -j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \quad (2.182)$$

$$\underline{Z}_{21} = j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \quad (2.183)$$

$$\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_B - jX_C + \frac{1}{K^2} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \quad (2.184)$$

La funcționare optimă ( câmpul învârtitor invers nul ), este necesar ca succesiunea inversă a curentului să fie nulă  $\underline{I}_{li} = 0$  .

Punând această condiție în ecuația ( 2.155 ) și pentru un decalaj de  $\frac{\pi}{2}$  între axele fazelor statorice rezultă :

$$\frac{\underline{I}_A + j \frac{1}{K} \underline{I}_B}{2} = 0 \quad ( 2.185 )$$

sau :

$$\frac{\underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12} + j \frac{1}{K} (\underline{Z}_{11} - \underline{Z}_{21})}{\underline{Z}_{11} \underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12} \underline{Z}_{21}} \underline{U} = 0 \quad ( 2.186 )$$

Din relația ( 2.186 ) rezultă că  $\underline{I}_{li} = 0$  , dacă este îndeplinită următoarea condiție :

$$\underline{Z}_B - jX_C + \frac{\underline{Z}_{e2Ad}}{K^2} + j \frac{\underline{Z}_{e2Ad}}{K} + j \frac{\underline{Z}_A}{K} = 0 \quad ( 2.187 )$$

Deoarece impedanța de succesiune directă  $\underline{Z}_{e2Ad}$  la alunecare nominală și reactanța condensatorului au valori mult mai mari decât impedanța fazelor statorice  $\underline{Z}_A, \underline{Z}_B$  și pentru că factorul de transformare K la o mașină dată are valori apropiate de unitate , ecuația ( 2.187 ) poate fi scrisă sub forma :

$$- jX_C + \frac{\underline{Z}_{e2Ad}}{K^2} + j \frac{\underline{Z}_{e2Ad}}{K} = 0 \quad ( 2.188 )$$

Egalitatea ( 2.188 ) este satisfăcută dacă sunt îndeplinite simultan următoarele condiții :

$$K = \frac{R_{e2Ad}}{X_{e2Ad}} \quad (2.189)$$

$$K^2 X_C = X_{e2Ad} + \frac{R_{e2Ad}^2}{X_{e2Ad}} \quad (2.190)$$

deoarece impedanțele echivalente de succesiune directă și inversă se scriu sub forma :

$$\underline{Z}_{e2Ad} = R_{e2Ad} + jX_{e2Ad} \quad (2.191)$$

$$\underline{Z}_{e2Ai} = R_{e2Ai} + jX_{e2Ai} \quad (2.192)$$

Relația ( 2.189 ) este îndeplinită pentru o anumită valoare a alunecării. Înlocuind această valoare a alunecării în relația ( 2.190 ) se obține valoarea capacității care trebuie montată în serie cu faza auxiliară pentru a obține în mașină un câmp magnetic învârtitor circular .

### **3. Posibilități de conectare a condensatorului**

În prezent analiza funcționării mașinii asincrone monofazate cu fază auxiliară se face numai în cazul conectării condensatorului în serie cu faza auxiliară , iar faza auxiliară este conectată în paralel cu faza principală . Alegerea valorii capacității condensatorului se face pentru o anumită alunecare ( turație ) la care se obțin performanțele cele mai bune .

În acest capitol se analizează performanțele mașinii asincrone monofazate cu faza auxiliară în cazul conectării condensatorului în paralel cu faza principală sau în paralel cu faza auxiliară , iar faza auxiliară se conectează în serie cu faza principală .

Analiza funcționării mașinii în cele două cazuri de conectare a condensatorului se face pe baza ecuațiilor studiate în § 2.6.

### 3.1. Conectarea condensatorului în paralel cu faza principală

Se consideră o mașină asincronă monofazată cu fază auxiliară pentru care condensatorul se conectează în paralel cu faza principală ( figura 3.1 ). Axa înfășurării principale este decalată în spațiu cu unghiul  $\theta$  față de axa înfășurării auxiliare . În acest caz faza auxiliară se conectează în serie cu faza principală .

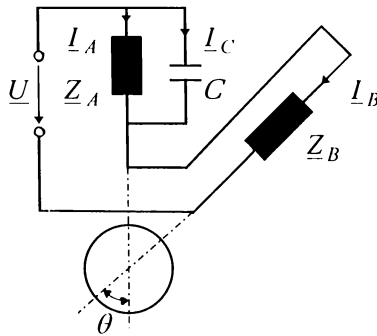


Fig. 3.1. Conectarea condensatorului în paralel cu faza principală .

Conform relațiilor ( 2.150 ) și ( 2.151 ) , solenațiile celor două faze statorice  $A$  și  $B$  ale mașinii asincrone bifazate prezentate în figura 3.1 se pot considera ca fiind dispuse după două axe  $D$  și  $Q$  situate în cvadratură , rezultând schema electrică echivalentă a mașinii , așa ca în figura 3.2 .

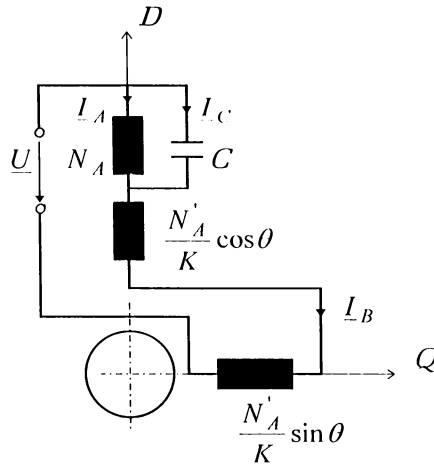


Fig. 3.2. Schema electrică echivalentă a mașinii de calcul .

În regim sinusoidal , având în vedere schema electrică echivalentă a mașinii prezentată în figura 3.2 , se obține :

$$\begin{aligned} \underline{U} = & \underline{I}_A \underline{Z}_A + (\underline{Z}_{e2Ad} \underline{I}_{1d} + \underline{Z}_{e2Ai} \underline{I}_{1i}) + \frac{1}{K} (\underline{Z}_{e2Ad} \underline{I}_{1d} + \underline{Z}_{e2Ai} \underline{I}_{1i}) \cos \theta + \\ & + j \frac{1}{K} (\underline{Z}_{e2Ad} \underline{I}_{1d} - \underline{Z}_{e2Ai} \underline{I}_{1i}) \sin \theta + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} (\underline{I}_A + \underline{I}_B) \cos \theta + \underline{Z}_B \underline{I}_B \end{aligned} \quad (3.1)$$

unde tensiunea indusă  $\underline{U}_{eA}$  în înfășurarea principală este determinată de relația ( 2.157 ) , iar tensiunea indusă  $\underline{U}_{eB}$  în înfășurarea auxiliară descompusă după cele două axe , se exprimă prin relația :

$$\underline{U}_{eB} = - \left[ \frac{1}{K} (\underline{Z}_{e2Ad} \underline{I}_{1d} + \underline{Z}_{e2Ai} \underline{I}_{1i}) \cos \theta + j \frac{1}{K} (\underline{Z}_{e2Ad} \underline{I}_{1d} - \underline{Z}_{e2Ai} \underline{I}_{1i}) \sin \theta \right] \quad (3.2)$$

Pentru circuitul format din faza principală  $\Lambda$  și condensator se poate scrie următoarea relație :

$$O = \underline{I}_A \underline{Z}_A + (\underline{Z}_{e2Ad} \underline{I}_{1d} + \underline{Z}_{e2Ai} \underline{I}_{1i}) + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} \underline{I}_B \cos \theta + j X_C (\underline{I}_B - \underline{I}_A) \quad (3.3)$$

Folosind relațiile ( 3.1 ) și ( 3.3 ) unde componenta directă și inversă a curentului se înlocuiește din relația ( 2.154 ) și ( 2.155 ) , se obține :

$$\begin{aligned} \underline{U} = & \left( \underline{Z}_A + \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} + \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \cos \theta + \right. \\ & \left. + j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \sin \theta + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} \cos \theta \right) \underline{I}_A + \\ & + \left( \underline{Z}_B + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} \cos \theta + \frac{1}{K^2} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \cos \theta - j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \sin \theta \right) \underline{I}_B \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} O = & \left( \underline{Z}_A + \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} - j X_C \right) \underline{I}_A + \left( -j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \sin \theta + \right. \\ & \left. + \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \cos \theta + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} \cos \theta + j X_C \right) \underline{I}_B \end{aligned} \quad (3.5)$$

Se fac următoarele notații :

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_A + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} \cos \theta + \left( 1 + \frac{1}{K} \cos \theta \right) \left( \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \right) +$$



$$+ j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \sin \theta \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{12} = & \underline{Z}_B + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} \cos \theta + \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \cos \theta + \\ & + \frac{1}{K^2} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} - j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \sin \theta \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\underline{Z}_{21} = \underline{Z}_A - jX_C + \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{22} = & jX_C + \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \cos \theta + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} \cos \theta - \\ & - j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \sin \theta \end{aligned} \quad (3.9)$$

Conform acestor notații , relațiile ( 3.4 ) și ( 3.5 ) pot fi scrise în felul următor :

$$\underline{U} = \underline{Z}_{11} \underline{I}_A + \underline{Z}_{12} \underline{I}_B \quad (3.10)$$

$$\underline{O} = \underline{Z}_{21} \underline{I}_A + \underline{Z}_{22} \underline{I}_B \quad (3.11)$$

de unde se poate determina curentul din faza principală și auxiliară a mașinii :

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{Z}_{22}}{\underline{Z}_{11}\underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12}\underline{Z}_{21}} \underline{U} \quad (3.12)$$

$$\underline{I}_B = - \frac{\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{11}\underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12}\underline{Z}_{21}} \underline{U} \quad (3.13)$$

Cu relațiile ( 2.172 ) , ( 2.173 ) și ( 2.180 ) se pot determina factorul de putere , cuplul electromagnetic și randamentul mașinii , cu considerarea că , în acest caz , curentul rezultat în mașină este  $\underline{I} = \underline{I}_B$  .

Pentru un decalaj de  $\frac{\pi}{2}$  între axele fazelor statorice relațiile ( 3.6 ) ÷

( 3.9 ) devin :

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_A + \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} + j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \quad ( 3.14 )$$

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_B + \frac{1}{K^2} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} - j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \quad ( 3.15 )$$

$$\underline{Z}_{21} = \underline{Z}_A - jX_C + \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \quad ( 3.16 )$$

$$\underline{Z}_{22} = jX_C - j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \quad ( 3.17 )$$

Pentru funcționarea optimă a mașinii este necesar ca succesiunea inversă a curentului să fie nulă  $\underline{I}_{1i} = 0$  . Cu această condiție și pentru un decalaj de  $\frac{\pi}{2}$  între axele înfășurărilor fazelor statorice rezultă :

$$\frac{\underline{Z}_{22} - j \frac{1}{K} \underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{11} \underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12} \underline{Z}_{21}} \underline{U} = 0 \quad ( 3.18 )$$

sau :

$$jX_C - j \frac{1}{K} \underline{Z}_{e2Ad} - j \frac{1}{K} \underline{Z}_A - \frac{1}{K} X_C = 0 \quad ( 3.19 )$$

Egalitatea ( 3.19 ) este satisfăcută dacă sunt îndeplinite simultan următoarele condiții :

$$\frac{1}{K} = \frac{X_{e2Ad} + X_{A\sigma}}{R_{e2Ad} + R_A} \quad (3.20)$$

$$X_C = \frac{1}{K} (R_{e2Ad} + R_A) \quad (3.21)$$

Relația ( 3.20 ) este satisfăcută pentru o anumită valoare a alunecării  $s$  . Cunoscând această valoare a alunecării, se poate determina din relația (3.21 ) valoarea capacității ce trebuie montată în paralel cu faza principală pentru a obține în mașină un câmp magnetic învârtitor circular .

### 3.2. Conectarea condensatorului în paralel cu faza auxiliară

În acest caz se consideră o mașină asincronă monofazată cu fază auxiliară la care faza principală se conectează în serie cu faza auxiliară , iar condensatorul se conectează în paralel cu faza auxiliară ( figura 3.3 ) . La fel ca și în cazul anterior , decalajul între axele fazelor statorice ,  $\theta$  , este oarecare .

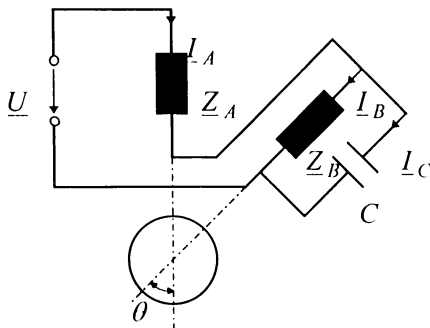


Fig. 3.3. Conectarea condensatorului în paralel cu faza auxiliară.

În regim sinusoidal , având în vedere descompunerea solenațiilor fazelor statorice după axele D și Q dispuse în cvadratură , ecuațiile mașinii se scriu în felul următor :

$$\begin{aligned} \underline{U} = \underline{L}_A \underline{Z}_A + (\underline{Z}_{e2Ad} \underline{I}_{1d} + \underline{Z}_{e2Ai} \underline{I}_{1i}) + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} \underline{I}_B \cos \theta - \\ - j X_C (\underline{I}_A - \underline{I}_B) \end{aligned} \quad (3.22)$$

iar pentru circuitul format de faza auxiliară și condensator , se obține :

$$\begin{aligned} O = \underline{Z}_B \underline{I}_B + \frac{1}{K} (\underline{Z}_{e2Ad} \underline{I}_{1d} + \underline{Z}_{e2Ai} \underline{I}_{1i}) \cos \theta + \\ + j \frac{1}{K} (\underline{Z}_{e2Ad} \underline{I}_{1d} - \underline{Z}_{e2Ai} \underline{I}_{1i}) \sin \theta + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} \underline{I}_A \cos \theta + j X_C (\underline{I}_A - \underline{I}_B) \end{aligned} \quad (3.23)$$

În ecuațiile ( 3.22 ) și ( 3.23 ) înlocuind componenta directă și inversă a curentului din relațiile ( 2.154 ) și ( 2.155 ) , se obține :

$$\begin{aligned} \underline{U} = \left( \underline{Z}_A \underline{I}_A + \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} - j X_C \right) \underline{I}_A + j \left( \frac{1}{K} X_{A\sigma} \cos \theta + \right. \\ \left. + j X_C + \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \cos \theta - j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \sin \theta \right) \underline{I}_B \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} O = \left( \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \cos \theta + j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \sin \theta + \right. \\ \left. + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} \cos \theta + j X_C \right) \underline{I}_A + \left( \frac{1}{K^2} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} + \underline{Z}_B - j X_C \right) \underline{I}_B \end{aligned} \quad (3.25)$$

Se fac următoarele notații :

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_A - jX_C + \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{12} = & \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \cos \theta - j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \sin \theta + \\ & + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} \cos \theta + jX_C \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{21} = & \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \cos \theta + j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \sin \theta + \\ & + j \frac{1}{K} X_{A\sigma} \cos \theta + jX_C \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_B - jX_C + \frac{1}{K^2} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \quad (3.29)$$

Conform notațiilor ( 3.26 ) ÷ ( 3.29 ) , relațiile ( 3.24 ) și ( 3.25 ) devin :

$$\underline{U} = \underline{Z}_{11} \underline{I}_A + \underline{Z}_{12} \underline{I}_B \quad (3.30)$$

$$\underline{O} = \underline{Z}_{21} \underline{I}_A + \underline{Z}_{22} \underline{I}_B \quad (3.31)$$

de unde rezultă curentul prin faza principală și auxiliară a mașinii :

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{Z}_{22}}{\underline{Z}_{11}\underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12}\underline{Z}_{21}} \underline{U} \quad (3.32)$$

$$\underline{I}_B = - \frac{\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{11}\underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12}\underline{Z}_{21}} \underline{U} \quad (3.33)$$

În cazul acesta, curentul rezultat în mașină este egal cu curentul prin faza principală  $\underline{I} = \underline{I}_A$  , iar cu relațiile ( 2.172 ) , ( 2.173 ) și ( 2.180 ) se pot

determina caracteristicile de funcționare pentru mașina asincronă bifazată în care condensatorul se conectează în paralel cu faza auxiliară .

La un decalaj de  $\frac{\pi}{2}$  între axele fazelor statorice , ecuațiile ( 3.26 ) ÷

( 3.29 ) devin :

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_A - jX_C + \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \quad (3.34)$$

$$\underline{Z}_{12} = -j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} + jX_C \quad (3.35)$$

$$\underline{Z}_{21} = j \frac{1}{K} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}}{2} + jX_C \quad (3.36)$$

$$\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_B - jX_C + \frac{1}{K^2} \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{2} \quad (3.37)$$

Punând condiția ca succesiunea inversă a curentului să fie nulă

$I_{1i} = 0$  rezultă :

-

$$\frac{\underline{Z}_{22} - j \frac{1}{K} \underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{11} \underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12} \underline{Z}_{21}} \frac{U}{2} = 0 \quad (3.38)$$

sau :

$$\underline{Z}_B - jX_C + \frac{1}{K^2} \underline{Z}_{e2Ad} + \frac{1}{K} X_C = 0 \quad (3.39)$$

Egalitatea ( 3.39 ) este satisfăcută dacă sunt îndeplinite simultan următoarele condiții :

$$R_B + \frac{1}{K^2} R_{e2Ad} + \frac{1}{K} X_C = 0 \quad (3.40)$$

$$X_B + \frac{1}{K^2} X_{e2Ai} - X_C = 0 \quad (3.41)$$

În relația ( 3.40 ) toți termenii din membrul stâng fiind pozitivi și diferiți de zero , egalitatea nu poate fi satisfăcută oricare ar fi valoarea alunecării. Din acest motiv , componenta inversă a curentului este diferită de zero ( $I_{li} \neq 0$ ), deci câmpul magnetic rezultat în mașină este întotdeauna eliptic atunci când sensul de rotație al mașinii este spre dreapta .

Punând condiția ca succesiunea directă a curentului să fie nulă

$I_{ld} = 0$  și pentru un decalaj de  $\frac{\pi}{2}$  între axele fazelor statorice rezultă :

$$\frac{Z_{22} + j \frac{1}{K} Z_{21}}{Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}} \frac{U}{2} = 0 \quad (3.42)$$

sau :

$$Z_B - jX_C + \frac{1}{K^2} Z_{e2Ai} - \frac{1}{K} X_C = 0 \quad (3.43)$$

Relația ( 3.43 ) este satisfăcută dacă sunt îndeplinite simultan următoarele condiții :

$$R_B + \frac{1}{K^2} R_{e2Ai} - \frac{1}{K} X_C = 0 \quad (3.44)$$

$$X_B + \frac{1}{K^2} X_{e2Ai} - X_C = 0 \quad (3.45)$$

Prin urmare , în cazul montării condensatorului în paralel cu faza auxiliară , pentru regimul de motor spre stânga , la o anumită valoare a

alunecării este posibil să rezulte un câmp magnetic învârtitor circular dacă sunt îndeplinite relațiile ( 3.44) și ( 3.45 ) .

În concluzie , în funcție de cerințele acționării se va alege modul de conectare a condensatorului în scopul obținerii celor mai bune performanțe pentru mașina asincronă monofazată cu faza auxiliară .



## 4. Armonicile de spațiu în câmpul magnetic la mașina asincronă monofază cu fază auxiliară

### 4.1. Câmpul magnetic în întrefierul mașinii electrice

Considerăm un miez feromagnetic cu  $\mu_{Fe} = \infty$ , fără creștături cu întrefier constant cum se indică în fig. 4.1 și un conductor filiform parcurs de curentul  $i$ , plasat pe rotor, cel de întoarcere fiind în exteriorul statorului.

În jurul conductorului se ia curba  $\Gamma_1$  ( fig. 4.1 ) pentru care se poate scrie următoarea relație :

,

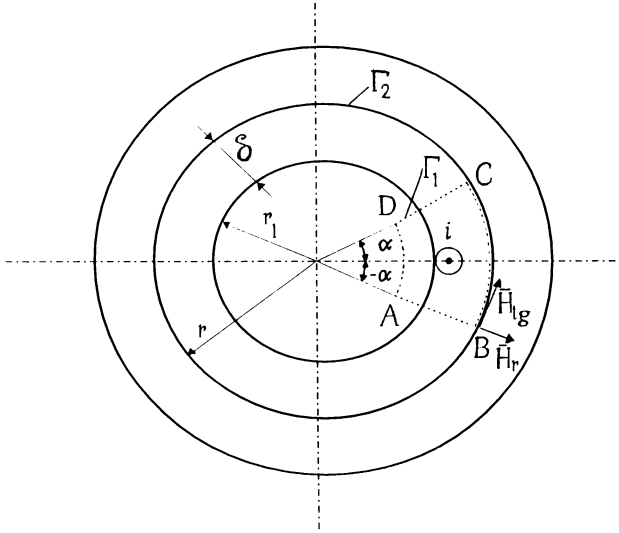


Fig. 4.1. Componenta radială și tangențială a câmpului magnetic .

$$\oint_{\Gamma_1} \overline{H} d\overline{l} = i \quad (4.1)$$

sau :

$$\int_A^B \overline{H}_r d\overline{l} + \int_B^C \overline{H}_{tg} d\overline{l} + \int_C^D \overline{H}_r d\overline{l} + \int_D^A \overline{H}_{tg} d\overline{l} = i \quad (4.2)$$

Întrefierul având dimensiuni reduse în comparație cu diametrul mașinii, câmpul magnetic din întrefier poate fi considerat plan paralel și prin urmare avem :

$$\int_A^B \overline{H}_r \overline{dl} = H_r \delta \quad (4.3)$$

Analog și pe segmentul CD și astfel rezultă :

$$\int_A^B \overline{H}_r \overline{dl} + \int_C^D \overline{H}_r \overline{dl} = 2H_r \delta \quad (4.4)$$

Din  $r d\alpha = dl$ , integrala pe porțiunea BC se obține sub forma :

$$\int_B^C \overline{H}_{tg} \overline{dl} = r \int_{-\alpha}^{\alpha} H_{tg} d\alpha \quad (4.5)$$

Din condiții de simetrie, relația (4.5) devine :

$$\int_B^C \overline{H}_{tg} \overline{dl} = 2r \int_0^{\alpha} H_{tg} d\alpha \quad (4.6)$$

Teoretic dacă se admite  $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ , rezultă că intensitatea câmpului magnetic  $H_{Fe} \rightarrow 0$  în fierul rotoric și în această situație :

$$\int_D^A \overline{H}_{tg} \overline{dl} \rightarrow 0 \quad (4.7)$$

În fierul statoric situația diferă de cea din cel rotoric, deoarece conform legii circuitului magnetic  $H_{Fe} \neq 0$  și prin urmare  $H_{Fe}$  trebuie admis

ca depinzând de  $\alpha$ , astfel că pentru curba  $\Gamma_1$  legea circuitului magnetic se scrie sub forma :

$$2 \left( H_r(\alpha) \delta + r \int_0^\alpha H_{tg} d\alpha \right) = i \quad (4.8)$$

Aplicând legea circuitului magnetic pe curba  $\Gamma_2$  se poate scrie relația :

$$\int_0^{2\pi} H_{tg} r d\alpha = i \quad (4.9)$$

În ipoteza că  $H_{tg}$ -componenta tangențială a intensității câmpului magnetic- este constantă, din relația (4.9) rezultă :

$$H_{tg} = \frac{i}{2\pi r} \quad (4.10)$$

având o variație ca în figura 4.2.

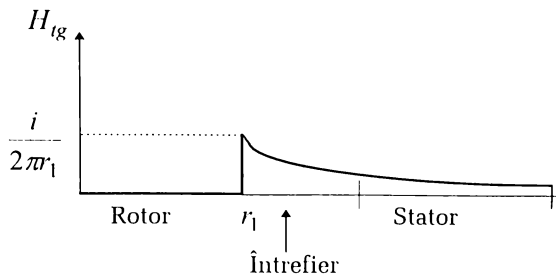


Fig. 4.2. Variația componenteii tangențiale a intensității câmpului magnetic .

Considerăm cazul că pe suprafața rotorului este repartizată o solenație cu pătura de curent  $A$ .

Între rotor și întrefier apare un salt pentru componenta tangențială a câmpului magnetic datorită păturii de curent  $A$ , așa cum se vede în figura 4.3. Acest salt pentru  $H_{tg}$  rezultă din legea circuitului magnetic scrisă pe curba  $\Gamma$ .

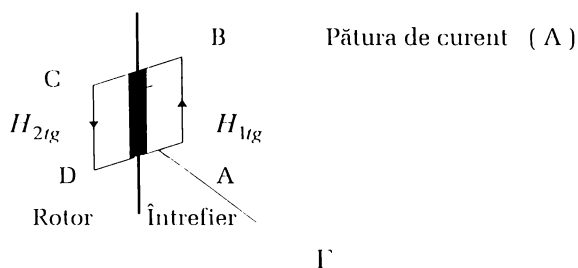


Fig. 4.3. Curba  $\Gamma$  pentru calculul saltului componentei tangențiale  $H_{tg}$  a câmpului magnetic.

$$H_{1tg} AB + H_{2tg} CD = A \cdot AB \quad (4.11)$$

Cum  $AB = CD$  și  $H_{2tg} \rightarrow 0$  ( $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ ) se obține :

$$H_{1tg} = A \quad (4.12)$$

Din relațiile (4.8) și (4.10) se obține variația componentei radiale a intensității câmpului magnetic –  $H_r$  :

$$2 \left( H_r(\alpha) \delta + \frac{i}{2\pi} \alpha \right) = i \quad (4.13)$$

adică :

$$H_r(\alpha) = \frac{i}{2\delta} \left( 1 - \frac{\alpha}{\pi} \right) \quad (4.14)$$

având o variație liniară cu  $\alpha$ , așa ca în figura 4.4.

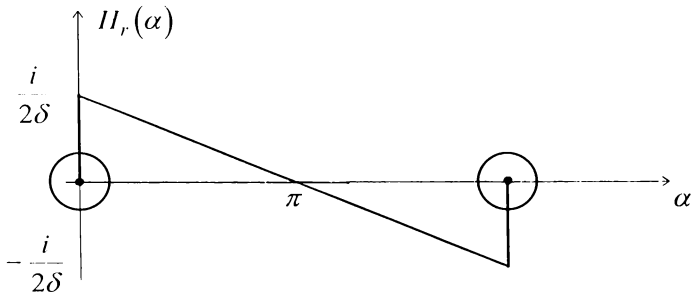


Fig. 4.4. Variația componente radiale a intensității câmpului magnetic creat de un conductor .

Pentru o spiră parcursă de curentul  $i$  și având deschiderea  $\alpha_y$ , curba de variație a intensității câmpului magnetic radial  $H_r$  este dată în figura 4.5 și s-a obținut prin suprapunerea a două curbe similare celei din figura 4.4.

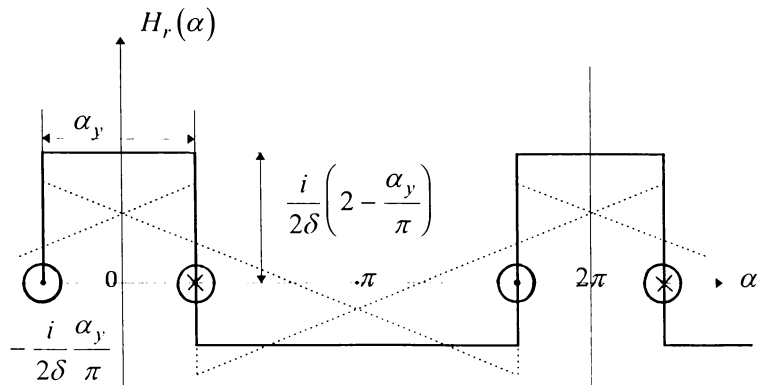


Fig. 4.5. Variația componente radiale  $H_r$  a intensității câmpului magnetic creat de o spiră .

Coeficienții seriei Fourier pentru funcția  $H_r(\alpha)$  prezentată în figura 4.5 sunt următorii :

$$c_v = \frac{2}{2\pi} \left[ \int_0^{\alpha_y/2} \frac{i}{2\delta} \left( 2 - \frac{\alpha_y}{2} \right) \sin v\alpha d\alpha + \int_{\alpha_y/2}^{2\pi - \alpha_y/2} -\frac{i}{2\delta} \frac{\alpha_y}{\pi} \sin v\alpha d\alpha + \int_{2\pi - \alpha_y/2}^{2\pi} \frac{i}{2\delta} \left( 2 - \frac{\alpha_y}{\pi} \right) \sin v\alpha d\alpha \right] \quad (4.15)$$

$$d_v = \frac{2}{2\pi} \left[ \int_0^{\alpha_y/2} \frac{i}{2\delta} \left( 2 - \frac{\alpha_y}{2} \right) \cos v\alpha d\alpha + \int_{\alpha_y/2}^{2\pi - \alpha_y/2} -\frac{i}{2\delta} \frac{\alpha_y}{\pi} \cos v\alpha d\alpha + \int_{2\pi - \alpha_y/2}^{2\pi} \frac{i}{2\delta} \left( 2 - \frac{\alpha_y}{\pi} \right) \cos v\alpha d\alpha \right] \quad (4.16)$$

prin efectuarea calculelor se obține :

$$c_v = 0 \quad (4.17.)$$

$$d_v = \frac{2i}{\pi\delta} \frac{1}{v} \sin v \frac{\alpha_y}{2} \quad (4.18)$$

Prin urmare , funcția  $H_r(\alpha)$  descompusă în serie Fourier , conține numai armonici de ordin impar și par în cosinus . Această descompunere se scrie sub forma :

$$H_r(\alpha) = \frac{2i}{\pi\delta} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \sin v \frac{\alpha_y}{2} \cos v\alpha \quad (4.19)$$

Pentru înfășurarea cu pas diametral ( $\alpha_y = \pi$ ), conform relației (4.18) vor exista numai armonici de ordin impar în câmpul magnetic .

Pentru o bobină formată din  $s_b$  spire în locul lui  $i$  din relația (4.19) se pune  $s_b i$  .

În cazul a „ q ” bobine pe pol și fază , decalate cu unghiul  $\alpha_1$  între ele, se poate scrie :

$$H_{1r}(\alpha) = \frac{2i}{\pi\delta} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_y}{2} \cos \nu\alpha \quad \text{- pentru bobina 1} \quad (4.20)$$

$$H_{2r}(\alpha) = \frac{2i}{\pi\delta} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_y}{2} \cos \nu(\alpha - \alpha_1) \quad \text{- pentru bobina 2} \quad (4.21)$$

$$H_{qr}(\alpha) = \frac{2i}{\pi\delta} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_y}{2} \cos \nu[\alpha - (q-1)\alpha_1] \quad \text{- pentru bobina q} \quad (4.22)$$

obținându-se câmpul rezultant prin însumare și se ajunge la următoarea expresie:

$$\begin{aligned} H_r(\alpha) = \frac{2i}{\delta} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_y}{2} \{ & \cos \nu\alpha [1 + \cos \nu\alpha_1 + \cos 2\nu\alpha_1 + \dots + \\ & + \cos \nu(q-1)\alpha_1] + \sin \nu\alpha [\sin \nu\alpha_1 + \sin 2\nu\alpha_1 + \dots + \\ & + \sin \nu(q-1)\alpha_1] \} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Deoarece :



$$1 + \cos \beta + \cos 2\beta + \dots + \cos(q-1)\beta = \frac{\sin \frac{q}{2} \beta \cos \frac{q-1}{2} \beta}{\sin \frac{\beta}{2}} \quad (4.24)$$

$$\sin \beta + \sin 2\beta + \sin 3\beta + \dots + \sin(q-1)\beta = \frac{\sin \frac{q}{2} \beta \sin \frac{q-1}{2} \beta}{\sin \frac{\beta}{2}} \quad (4.25)$$

unde  $\beta = \nu \alpha_1$ , expresia câmpului magnetic rezultat devine :

$$H_r(\alpha) = \frac{2i}{\pi \delta} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_y}{2} \frac{\sin \nu q \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \nu \frac{\alpha_1}{2}} \cos \nu \left[ \alpha - (q-1) \frac{\alpha_1}{2} \right] \quad (4.26)$$

sau cu transformarea  $\alpha' = \alpha - (q-1) \frac{\alpha_1}{2}$  și pentru o bobină cu  $s_b$  spire :

$$H_r(\alpha) = \frac{2s_b i}{\pi \delta} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_y}{2} \frac{\sin \nu q \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \nu \frac{\alpha_1}{2}} \cos \nu \alpha' \quad (4.27)$$

Prin urmare, componenta radială a intensității câmpului magnetic determinat de o înfășurare monofazată, ținând cont și de întrefierul total de calcul, are expresia :

$$H_r(\alpha) = \frac{2Ni}{\pi p \delta'} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} k_{y\nu} k_{q\nu} \cos \nu \alpha' \quad (4.28)$$

unde :

$N$  - numărul de spire pe fază ;

$$k_{y\nu} = \sin \nu \frac{\alpha_y}{2} \quad \text{- factor de scurtare ;}$$

$$k_{q\nu} = \frac{\sin \nu q \frac{\alpha_1}{2}}{q \sin \nu \frac{\alpha_1}{2}} \quad \text{- factor de zonă ;}$$

$p$  - numărul perechilor de poli ;

$\delta''$  - întrefierul total de calcul .

La înfășurările într-un singur strat  $N = pqs_b$  , iar la înfășurările în două straturi  $N = 2pqs_b$  .

La o variație sinusoidală în timp a curentului , relația ( 4.28 ) se scrie sub forma :

$$H_r(\alpha, t) = \frac{2\sqrt{2}NI}{\pi p \delta''} \sin \omega t \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} k_{y\nu} k_{q\nu} \cos \nu \alpha' \quad (4.29)$$

unde amplitudinea maximă a componentei radiale a intensității câmpului magnetic pentru armonica de ordinul  $\nu$  are expresia :

$$H_{r\nu} = \frac{2\sqrt{2}NI}{\pi p \delta''} \frac{1}{\nu} k_{y\nu} k_{q\nu} \quad (4.30)$$

În continuare se ia în considerare și componenta tangențială a câmpului magnetic  $H_{tg}$  . Câmpul magnetic  $H_{tg}$  produs de o spiră va avea o

variație impusă de pătura de curent  $A = \frac{i}{\tau_c}$  (  $\tau_c$  - pasul creștăturii ) care se

consideră uniform distribuită pe pasul creștăturii , ca și în figura 4.6.

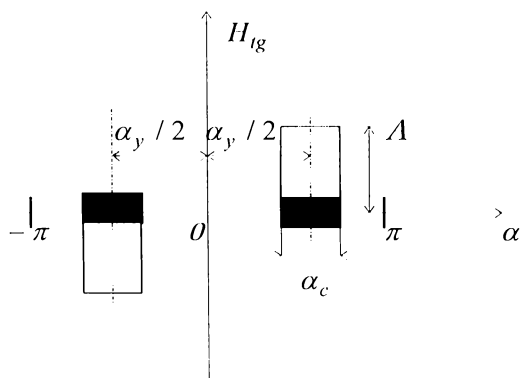


Fig. 4.6. Variația componenteii tangențiale a câmpului magnetic creat de o spirală .

Coefficienții seriei Fourier pentru funcția  $H_{tg}(\alpha)$  prezentată în figura 4.6 sunt următorii :

$$u_v = \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\pi}^0 -A \sin v\alpha d\alpha + \int_0^{\pi} A \sin v\alpha d\alpha \right] \quad (4.31)$$

$$v_v = \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\pi}^0 -A \cos v\alpha d\alpha + \int_0^{\pi} A \cos v\alpha d\alpha \right] \quad (4.32)$$

prin efectuarea calculelor se obține :

$$u_v = \frac{4A}{\pi v} \sin v \frac{\alpha_y}{2} \sin v \frac{\alpha_c}{2} \quad (4.33)$$

$$v_v = 0 \quad (4.34)$$

Prin urmare , funcția  $H_{lg}(\alpha)$  descompusă în serie Fourier conține numai armonici pare și impare în sinus . Această descompunere se scrie sub forma :

$$H_{lg}(\alpha) = \frac{4A}{\pi} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_y}{2} \sin \nu \frac{\alpha_c}{2} \sin \nu \alpha \quad (4.35)$$

unde  $\alpha_c$  este unghiul corespunzător unui pas de creștătură .

Pentru înfășurarea cu pas diametral ( $\alpha_y = \pi$ ) , conform relației (4.33) în câmpul magnetic vor exista numai armonici de ordin impar .

În cazul a „ q ” bobine pe pol și fază , decalate cu unghiul  $\alpha_1$  între ele, se poate scrie :

$$H_{1lg}(\alpha) = \frac{4i}{\pi \tau_c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_y}{2} \sin \nu \frac{\alpha_c}{2} \sin \nu \alpha \quad (4.36)$$

$$H_{2lg}(\alpha) = \frac{4i}{\pi \tau_c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_y}{2} \sin \nu \frac{\alpha_c}{2} \sin \nu (\alpha - \alpha_1) \quad (4.37)$$

$$H_{q'lg}(\alpha) = \frac{4i}{\pi \tau_c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_y}{2} \sin \nu \frac{\alpha_c}{2} \sin \nu [\alpha - (q-1)\alpha_1] \quad (4.38)$$

iar prin însumare se ajunge la următoarea expresie a componentei tangențiale :

$$\begin{aligned} H_{lg}(\alpha) = \frac{4i}{\pi \tau_c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_y}{2} \sin \nu \frac{\alpha_c}{2} \{ & \sin \nu \alpha [1 + \cos \nu \alpha_1 + \\ & + \cos 2\nu \alpha_1 + \dots + \cos \nu (q-1)\alpha_1] - \cos \nu \alpha [ \sin \nu \alpha_1 + \sin 2\nu \alpha_1 + \\ & + \dots + \sin \nu (q-1)\alpha_1 ] \} \quad (4.39) \end{aligned}$$

După efectuarea calculelor , relația ( 4.39 ) devine :

$$H_{tg}(\alpha) = \frac{4i}{\pi\tau_c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_y}{2} \sin \nu \frac{\alpha_c}{2} \frac{\sin \nu q \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \nu \frac{\alpha_1}{2}} \sin \nu \left[ \alpha - (q-1) \frac{\alpha_1}{2} \right] \quad (4.40)$$

sau cu transformarea  $\alpha' = \alpha - (q-1) \frac{\alpha_1}{2}$  și pentru o bobină cu  $s_b$  spire :

$$H_{tg}(\alpha) = \frac{4s_b i}{\pi\tau_c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_y}{2} \sin \nu \frac{\alpha_c}{2} \frac{\sin \nu q \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \nu \frac{\alpha_1}{2}} \sin \nu \alpha' \quad (4.41)$$

Prin urmare , componenta tangențială a intensității câmpului magnetic determinat de o înfășurare monofazată are expresia :

$$H_{tg}(\alpha) = \frac{4Ni}{\pi p \tau_c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_c}{2} k_{y\nu} k_{q\nu} \sin \nu \alpha' \quad (4.42)$$

La o variație sinusoidală în timp a curentului , relația ( 4.42 ) se scrie sub forma:

$$H_{tg}(\alpha, t) = \frac{4\sqrt{2}NI}{\pi p \tau_c} \sin \omega t \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_c}{2} k_{y\nu} k_{q\nu} \sin \nu \alpha' \quad (4.43)$$

unde amplitudinea maximă a componenteii tangențiale a intensității câmpului magnetic pentru armonica de ordinul  $\nu$  are expresia :

$$H_{tgv} = \frac{4\sqrt{2}NI}{\pi p \tau_c} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_c}{2} k_{y\nu} k_{q\nu} \quad (4.44)$$

Pentru mașina asincronă monofazată cu  $i_A = \sqrt{2}I_A \sin \omega t$  - prin faza principală și  $i_B = \sqrt{2}I_B \sin(\omega t - \varphi)$  - prin faza auxiliară , având un decalaj

$\theta$  între faza principală și cea auxiliară ( figura 4.7 ) , componenta radială a câmpului rezultant în întrefier este :

$$H_r(\alpha, t) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi p \delta''} \left[ N_A I_A \sin \omega t \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} k_{y\nu A} k_{q\nu A} \cos \nu \alpha' + \right. \\ \left. + N_B I_B \sin(\omega t - \varphi) \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} k_{y\nu B} k_{q\nu B} \cos \nu(\alpha' - \theta) \right] \quad (4.45)$$

unde :

$$\alpha' = \alpha - (q_A - 1) \frac{\alpha_1}{2} \quad (4.46)$$

deoarece s-a considerat axa principală ca fiind axa de referință .

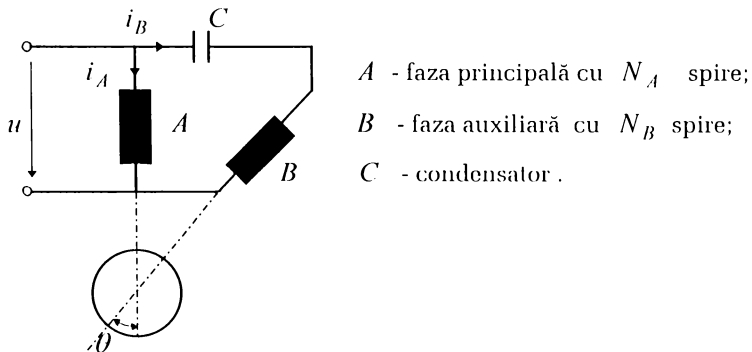


Fig. 4.7. Mașina asincronă monofazată cu fază auxiliară .

La o plasare în cvadratură a fazei auxiliare în raport cu cea principală,

$\theta = \frac{\pi}{2}$  și la  $N_A I_A = N_B I_B = NI$  , având  $\alpha_{yA} = \alpha_{yB} = \alpha_y$  ,  $q_A = q_B = q$  ,

relația ( 4.45 ) devine :

$$H_r(\alpha, t) = \frac{2\sqrt{2}NI}{\pi p \delta^{11}} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} k_{yv} k_{qv} \left[ \sin\left(\omega t - v\alpha' + \frac{v\theta - \varphi}{2}\right) \cos\frac{\varphi - v\theta}{2} + \sin\left(\omega t + v\alpha' - \frac{v\theta + \varphi}{2}\right) \cos\frac{\varphi + v\theta}{2} \right] \quad (4.47)$$

La o deschidere diametrală ( $\alpha_y = \pi$ ) rezultă  $k_{yv} \neq 0$  numai pentru armonici impare .

Dacă  $\theta$  se poate realiza , prin construcție ,  $\frac{\pi}{2}$  , defazajul curentului între faza principală și auxiliară este cuprins aproximativ în intervalul ( $80^\circ \div 170^\circ$ ) , depinzând de turația la care funcționează mașina , așa cum se exemplifică în figura 4.8.

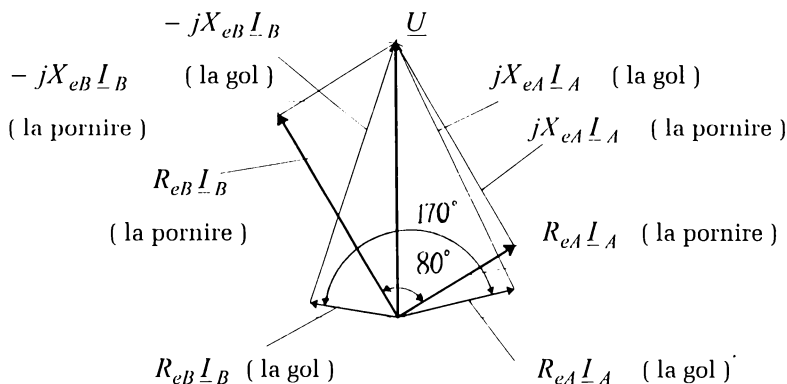


Fig. 4.8. Variația defazajului între curentul  $\underline{I}_A$  din faza principală și curentul  $\underline{I}_B$  din faza auxiliară .

Prin  $R_e, X_e$  s-au notat rezistența , respectiv reactanța circuitului echivalent de la bornele fazei principale și a celei auxiliare .

Componenta inversă a câmpului se anulează la :

$$\cos\frac{\varphi + v\theta}{2} = 0 \quad (4.48)$$

adică pentru :

$$\frac{\varphi + \nu\theta}{2} = (2k + 1)\frac{\pi}{2} \quad (4.49)$$

sau la  $\theta = \frac{\pi}{2}$  , rezultă :

$$\varphi = (2k + 1)\pi - \nu\frac{\pi}{2} \quad (4.50)$$

La o înfășurare cu pas diametral ( $\alpha_\nu = \pi$ ) vor exista numai armonici de ordin impar , prin urmare , în relația ( 4.50 ) avem  $\nu = 2k + 1$  .

La armonica fundamentală rezultă  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  , adică un câmp magnetic învârtitor circular .

Armonicile de ordin superior ale componentei inverse a câmpului se anulează pentru :

$$\begin{aligned} \varphi = \frac{3\pi}{2} & \quad \text{la } \nu = 3 ; \\ \varphi = \frac{\pi}{2} & \quad \text{la } \nu = 5 ; \\ \varphi = \frac{3\pi}{2} & \quad \text{la } \nu = 7 ; \\ \varphi = \frac{\pi}{2} & \quad \text{la } \nu = 9 ; \\ \varphi = \frac{3\pi}{2} & \quad \text{la } \nu = 11 . \end{aligned} \quad (4.51)$$

Cum  $\varphi \neq \frac{3\pi}{2}$  rezultă că vom avea în componenta inversă a câmpului ( chiar la  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  ) armonici de ordinul 3 , 7 , 11 , 15 , 19 , etc . În componenta directă a câmpului vor exista toate armonicile de ordin impar 1 , 3 ,



5 , 7 , 9 , 11 , etc., însă la  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  componenta directă a câmpului se anulează pentru armonicile de ordinul 3 , 7 , 11 , 15 , 19 , etc .

În consecință , pentru mașina asincronă monofazată cu fază auxiliară , având înfășurarea cu pas diametral ( $\alpha_y = \pi$ ) ,  $\alpha_{yA} = \alpha_{yB} = \alpha_y$  ,  $q_A = q_B = q$ ,

$\theta = \frac{\pi}{2}$  și condițiile  $N_A I_A = N_B I_B = NI$  ,  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  , în componenta radială a câmpului magnetic vor exista armonici de ordinul 1 , 5 , 9 , 13 , 17 , 21 , etc., care rotesc în sens direct , iar cele de ordinul 3 , 7 , 11 , 15 , 19 , etc. rotesc în sens invers .

Condițiile de mai sus , de a avea pentru armonica fundamentală un câmp magnetic învârtitor circular sunt îndeplinite pentru o anumită valoare a alunecării „ s ” a mașinii , pentru celelalte valori a lui „ s ” , în mașină vor exista toate armonicile impare în componenta directă și inversă a câmpului .

Dacă înfășurarea se construiește cu pas scurtat , în componenta radială a câmpului vor exista și armonici de ordin par . În acest caz , componenta radială a câmpului pentru succesiunea inversă se anulează pentru armonicile care satisfac relația ( 4.50 ) , adică pentru :

$$\begin{aligned}
 \varphi &= \frac{\pi}{2} & \text{la } \nu &= 1 ; \\
 \varphi &= 0 & \text{la } \nu &= 2 ; \\
 \varphi &= \frac{3\pi}{2} & \text{la } \nu &= 3 ; \\
 \varphi &= \pi & \text{la } \nu &= 4 ; \\
 \varphi &= \frac{\pi}{2} & \text{la } \nu &= 5 & ( 4.52 ) \\
 \varphi &= 0 & \text{la } \nu &= 6 ; \\
 \varphi &= \frac{3\pi}{2} & \text{la } \nu &= 7 ; \\
 \varphi &= \pi & \text{la } \nu &= 8 ;
 \end{aligned}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \quad \text{la } \nu = 9 .$$

Cum  $\varphi$  este cuprins în intervalul (  $80^\circ \div 170^\circ$  ) rezultă că în componenta inversă a câmpului ( chiar la  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  ) vor exista armonici de ordinul 2 , 3 , 4 , 7 , 6 , 8 , 10 , 11 , 12 , 14 , 15 , 16 etc .

Din relația ( 4.47 ) rezultă expresia amplitudinii armonicii de ordinul  $\nu$  pentru componenta directă și inversă :

$$H_{rd\nu} = \frac{2\sqrt{2}NI}{\pi p \delta''} \frac{1}{\nu} k_{y\nu} k_{q\nu} \cos \frac{\varphi - \nu\theta}{2} \quad (4.53)$$

$$H_{ri\nu} = \frac{2\sqrt{2}NI}{\pi p \delta''} \frac{1}{\nu} k_{y\nu} k_{q\nu} \cos \frac{\varphi + \nu\theta}{2} \quad (4.54)$$

Cele două amplitudini vor fi egale dacă este satisfăcută condiția :

$$\left| \cos \frac{\varphi - \nu\theta}{2} \right| = \left| \cos \frac{\varphi + \nu\theta}{2} \right| \quad (4.55)$$

sau la  $\theta = \frac{\pi}{2}$  rezultă :

$$\left| \cos \left( \frac{\varphi}{2} - \nu \frac{\pi}{4} \right) \right| = \left| \cos \left( \frac{\varphi}{2} + \nu \frac{\pi}{4} \right) \right| \quad (4.56)$$

egalitate satisfăcută pentru  $\nu = 2k$  .

Dar , două câmpuri magnetice învârtitoare , cu amplitudini egale , care rotesc cu viteze constante , egale , dar în sensuri opuse , sunt echivalente cu un câmp magnetic alternativ , fix ca poziție .

Prin urmare , pentru armoniciile de ordinul  $\nu = 2k$  , vom avea în mașină câmpuri magnetice alternative , fixe ca poziție .

În consecință , pentru mașina asincronă monofazată cu fază auxiliară , având înfășurarea cu pas scurtat ,  $\alpha_{yA} = \alpha_{yB} = \alpha_y$  ,  $q_A = q_B = q$  ,  $\theta = \frac{\pi}{2}$  și condițiile :  $N_A I_A = N_B I_B = NI$  ,  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  , în componenta radială a câmpului magnetic vor exista armonici de ordinul 1 , 2 , 4 , 5 , 6 , 8 , 9 , 10 , 12 , 13 , 14 , 16 , 17 , 18 etc. , care rotesc în sens direct , armonici de ordinul 2 , 3 , 4 , 6 , 7 , 8 , 10 , 11 , 12 , 14 , 15 , 16 , etc. , care rotesc în sens invers , dintre care , toate armonicile de ordin 2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12 , etc. , formează câmpuri magnetice alternative , fixe ca poziție .

În general vor fi prezente toate armonicile de ordin par și impar în componenta directă și inversă a câmpului .

Componenta tangențială a câmpului magnetic rezultat în întrefier , conform relației ( 4.43 ) este următoarea :

$$H_{tg}(\alpha, t) = \frac{4\sqrt{2}}{\pi p \tau_c} \left[ N_A I_A \sin \omega t \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \sin v \frac{\alpha_c}{2} k_{y,vA} k_{q,vA} \sin v\alpha' + \right. \\ \left. + N_B I_B \sin(\omega t - \varphi) \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \sin v \frac{\alpha_c}{2} k_{y,vB} k_{q,vB} \sin(\alpha' - \theta) \right] \quad (4.57)$$

unde :

$$\alpha' = \alpha - (q_A - 1) \frac{\alpha_1}{2} \quad (4.58)$$

La o plasare în cuadratură a fazei auxiliare în raport cu faza principală ,  $\theta = \frac{\pi}{2}$  și la  $N_A I_A = N_B I_B = NI$  , având  $\alpha_{yA} = \alpha_{yB} = \alpha_y$  ,  $q_A = q_B = q$  ,

relația ( 4.57 ) se scrie sub forma :

$$H_{tg}(\alpha, t) = \frac{4\sqrt{2}NI}{\pi p \tau_c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_c}{2} k_{y\nu} k_{q\nu} \left[ \cos \frac{\varphi - \nu\theta}{2} \cos \left( \omega t - \nu\alpha' + \frac{\nu\theta - \varphi}{2} \right) - \cos \frac{\varphi + \nu\theta}{2} \cos \left( \omega t + \nu\alpha' - \frac{\nu\theta + \varphi}{2} \right) \right] \quad (4.59)$$

unde amplitudinea armonicii de ordinul  $\nu$  pentru componenta directă și inversă este :

$$H_{tgd\nu} = \frac{4\sqrt{2}NI}{\pi p \tau_c} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_c}{2} k_{y\nu} k_{q\nu} \cos \frac{\varphi - \nu\theta}{2} \quad (4.60)$$

$$H_{tgi\nu} = \frac{4\sqrt{2}NI}{\pi p \tau_c} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_c}{2} k_{y\nu} k_{q\nu} \cos \frac{\varphi + \nu\theta}{2} \quad (4.61)$$

Comparând relațiile ( 4.60 ) și ( 4.61 ) cu relațiile ( 4.53 ) și ( 4.54 ) se observă că în componenta tangențială a câmpului vor exista aceleași armonici ca și în componenta radială a câmpului .

Din relațiile (4.53) și (4.60) se obține amplitudinea rezultantă a câmpului magnetic învârtitor direct corespunzător armonicii de ordinul  $\nu$  sub forma :

$$H_{d\nu} = \frac{2\sqrt{2}NI}{\pi p \delta^{11} \tau_c} \frac{1}{\nu} k_{y\nu} k_{q\nu} \sqrt{\tau_c^2 + 2\delta^{112} (1 - \cos \nu\alpha_c)} \cos \frac{\nu\theta - \varphi}{2} \quad (4.62)$$

iar pentru câmpul magnetic învârtitor invers din (4.54) și (4.61) se obține :

$$H_{i\nu} = \frac{2\sqrt{2}NI}{\pi p \delta^{11} \tau_c} \frac{1}{\nu} k_{y\nu} k_{q\nu} \sqrt{\tau_c^2 + 2\delta^{112} (1 - \cos \nu\alpha_c)} \cos \frac{\nu\theta + \varphi}{2} \quad (4.63)$$

Prin urmare , în câmpul magnetic rezultat vor fi prezente aceleași armonici ca și în componenta radială a câmpului magnetic , atât pentru înfășurarea cu pas diametral cât și pentru înfășurarea cu pas scurtat .

Existența armonicilor pare în câmpul magnetic la înfășurările cu pas scurtat depind de modul de construcție a înfășurărilor . La mașinile la care înfășurarea se execută prin extinderea zonelor sau intercalarea fazelor , curba solenației nu mai este simetrică față de axa „ D ” a câmpului ceea ce înseamnă că în câmpul magnetic vor exista și armonici pare . La mașinile obișnuite , înfășurarea se execută simetric pentru toate fazele astfel încât curba solenației este simetrică față de axa „ D ” a câmpului ceea ce înseamnă că la aceste mașini nu vom avea armonici pare în câmpul magnetic . Curbele simetrice față de ordonată nu admit armonici pare deoarece ele deformează curba , rezultând o curbă nesimetrică .

În concluzie , pentru mașinile obișnuite a căror înfășurare se execută cu pas scurtat , în câmpul magnetic nu vor exista armonici pare .

În continuare se calculează ponderea armonicii de ordinul  $\nu$  din câmpul magnetic față de armonica fundamentală care rotește direct , pentru înfășurarea cu pas diametral și pentru înfășurarea cu pas scurtat în condițiile unui decalaj  $\theta = \frac{\pi}{2}$  între faza principală și auxiliară și un defazaj  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  între curenții celor două faze statorice .

În aceste condiții , relațiile ( 4.62 ) și ( 4.63 ) raportate la armonică fundamentală devin :

$$\frac{H_{d\nu}}{H_{d1}} = \frac{1}{\nu} \frac{k_{y\nu} k_{q\nu}}{k_{y1} k_{q1}} \sqrt{\frac{\tau_c^2 + 2\delta^{1,2} (1 - \cos \nu\alpha_c)}{\tau_c^2 + 2\delta^{1,2} (1 - \cos \alpha_c)}} \cos\left(\nu \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (4.64)$$

$$\frac{H_{i\nu}}{H_{d1}} = \frac{1}{\nu} \frac{k_{y\nu} k_{q\nu}}{k_{y1} k_{q1}} \sqrt{\frac{\tau_c^2 + 2\delta^{1,2} (1 - \cos \nu\alpha_c)}{\tau_c^2 + 2\delta^{1,2} (1 - \cos \alpha_c)}} \cos\left(\nu \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) \quad (4.65)$$

în care , pentru înfășurarea cu pas diametral avem  $k_{y\nu} = 1$  .

Studiul ponderii diferitelor armonici se face în condițiile unui câmp magnetic învârtitor circular pentru fundamentală, la o alunecare dată.

Pentru o altă valoare a alunecării , în câmpul magnetic vor apărea toate armonicile de ordin impar și în acest caz relațiile ( 4.64 ) și ( 4.65 ) nu mai sunt valabile .

În practică se întâlnesc adeseori cazuri când înfășurările celor două faze statorice se construiesc cu factori de înfășurare diferiți . În acest caz , componenta radială a câmpului rezultat pentru armonica de ordinul  $\nu$  , scrisă în complex este :

$$\begin{aligned} \underline{H}_{rv}(\alpha, t) = & \left[ \frac{A_\nu}{2} + \frac{B_\nu}{2} e^{j(\nu\theta - \varphi)} \right] e^{j(\omega t - \nu\alpha')} + \\ & + \left[ \frac{A_\nu}{2} + \frac{B_\nu}{2} e^{-j(\nu\theta + \varphi)} \right] e^{j(\omega t + \nu\alpha')} \end{aligned} \quad (4.66)$$

unde prin  $A_\nu$  și  $B_\nu$  s-au notat expresiile :

$$A_\nu = \frac{2\sqrt{2}N_A I_A}{\pi p \delta^{s'}} \frac{1}{\nu} k_{y\nu A} k_{q\nu A} \quad (4.67)$$

$$B_\nu = \frac{2\sqrt{2}N_B I_B}{\pi p \delta^{s'}} \frac{1}{\nu} k_{y\nu B} k_{q\nu B} \quad (4.68)$$

Componenta tangențială a câmpului magnetic rezultat pentru armonica de ordinul  $\nu$  se scrie sub forma :

$$\begin{aligned} \underline{H}_{tg\nu}(\alpha, t) = & j \left[ \frac{a_\nu}{2} + \frac{b_\nu}{2} e^{j(\nu\theta - \varphi)} \right] e^{j(\omega t - \nu\alpha')} - \\ & - j \left[ \frac{a_\nu}{2} + \frac{b_\nu}{2} e^{-j(\nu\theta + \varphi)} \right] e^{j(\omega t + \nu\alpha')} \end{aligned} \quad (4.69)$$

unde prin  $a_\nu$  și  $b_\nu$  s-au notat expresiile :

$$a_\nu = \frac{4\sqrt{2}N_A I_A}{\pi p \tau_c} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_c}{2} k_{y\nu A} k_{q\nu A} \quad (4.70)$$

$$b_\nu = \frac{4\sqrt{2}N_B I_B}{\pi p \tau_c} \frac{1}{\nu} \sin \nu \frac{\alpha_c}{2} k_{y\nu B} k_{q\nu B} \quad (4.71)$$

Amplitudinea rezultantă a câmpului magnetic învârtitor direct corespunzător armonicii de ordinul  $\nu$  are expresia :

$$\underline{H}_{d\nu} = \frac{A_\nu}{2} + \frac{B_\nu}{2} e^{j(\nu\theta - \varphi)} + j \left[ \frac{a_\nu}{2} + \frac{b_\nu}{2} e^{j(\nu\theta - \varphi)} \right] \quad (4.72)$$

iar pentru câmpul magnetic învârtitor invers se obține relația :

$$\underline{H}_{i\nu} = \frac{A_\nu}{2} + \frac{B_\nu}{2} e^{-j(\nu\theta + \varphi)} - j \left[ \frac{a_\nu}{2} + \frac{b_\nu}{2} e^{-j(\nu\theta + \varphi)} \right] \quad (4.73)$$

În condițiile unui câmp magnetic învârtitor circular pentru fundamentală  $\left( I_A = K I_B, \varphi = \theta = \frac{\pi}{2} \right)$  relațiile ( 4.72 ) și ( 4.73 ) se scriu sub forma :

$$\underline{H}_{d\nu} = \frac{A_\nu}{2} + \frac{b_\nu}{2} e^{j\nu\frac{\pi}{2}} + j \left[ \frac{a_\nu}{2} - \frac{B_\nu}{2} e^{j\nu\frac{\pi}{2}} \right] \quad (4.74)$$

$$\underline{H}_{i\nu} = \frac{A_\nu}{2} - \frac{b_\nu}{2} e^{-j\nu\frac{\pi}{2}} - j \left[ \frac{a_\nu}{2} + \frac{B_\nu}{2} e^{-j\nu\frac{\pi}{2}} \right] \quad (4.75)$$

unde :

$$K = \frac{N_A k_{bA}}{N_B k_{bB}} \quad (4.76)$$

În cazul acesta , în componenta directă și inversă a câmpului vor exista toate armonicile impare dacă mașina este obișnuită , iar dacă înfășurarea

se construiește cu extinderea zonelor sau intercalarea fazelor , în câmpul magnetic vor exista și armonici de ordin par .

## 4.2. Probleme de optim a repartiției câmpului magnetic în întrefier

Cea mai favorabilă repartiție a câmpului magnetic în lungul pasului polar este cea sinusoidală . Aceasta nu se poate realiza practic , în primul rând din cauza creștăturilor , care sunt în general , pe cel puțin pe o parte a mașinii .

Considerarea numai a fundamentalei , conduce la comportare diferită a prototipului executat față de cel calculat . Diferențele se referă în special la problemele legate de randament , încălzire , pierderi , forma de variație a t.e.m. induse , momente parazite , zgomote , ș.a.

Din acest motiv , în unele cazuri , diferențele care apar la încercarea prototipului pot deveni semnificative , încât se impune modificarea proiectului inițial .

Luând în considerare numai componenta radială a câmpului , expresia intensității câmpului magnetic în întrefierul mașinii electrice este :

$$H_r(\alpha) = \sum_{v=1}^{\infty} H_{rv} \cos v\alpha' \quad (4.77)$$

unde amplitudinea intensității câmpului magnetic are expresia :

$$H_{rv} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi p \delta^{r1}} \frac{NI}{v} k_{yv} k_{qv} \quad (4.78)$$



Există două criterii mai importante pe baza cărora se evaluează calitatea repartiției câmpului magnetic [27.1.5.3] .

Primul criteriu se referă la suma pătratelor armonicilor superioare ale funcției  $S_1$  definit prin relația :

$$S_1 = \sum_{v=3}^{\infty} H_{rv}^2 \quad (4.79)$$

Minimul sumei  $S_1$  corespunde celei mai mici abateri medii pătratice a funcției  $H_r(\alpha)$  de la o sinusoidă .

Al doilea criteriu se referă la pierderile prin curenții turbionari , care depind de pătratul produselor dintre ordinele armonicii și amplitudinea ei . Conform celui de al doilea criteriu , calitatea curbei câmpului se apreciază cu funcția  $S_2$  dată de expresia :

$$S_2 = \sum_{v=3}^{\infty} v^2 H_{rv}^2 \quad (4.80)$$

care trebuie să fie minimă .

Se consideră mai întâi cazul în care cele două faze ale înfășurării statorice sunt decalate în spațiu cu  $\frac{\pi}{2}$  și au același factor de înfășurare . În condițiile unui câmp magnetic învârtitor circular pentru armonica fundamentală  $\left( N_A I_A = N_B I_B = NI, \theta = \varphi = \frac{\pi}{2} \right)$  pentru criteriul 1 avem următoarele expresii , scrise în mărimi relative :

- pentru componenta directă a câmpului :

$$S_{1d} = \sum_{\nu=5}^{\infty} \left( \frac{1}{\nu} \frac{k_{y\nu} k_{q\nu}}{k_{y1} k_{q1}} \right)^2 \cos^2 \left( \frac{\pi}{4} - \nu \frac{\pi}{4} \right) \quad (4.81)$$

unde  $\nu = 4k + 1$  ;  $k \in N^*$  ;

- pentru componenta inversă a câmpului :

$$S_{1i} = \sum_{\nu=3}^{\infty} \left( \frac{1}{\nu} \frac{k_{y\nu} k_{q\nu}}{k_{y1} k_{q1}} \right)^2 \cos^2 \left( \frac{\pi}{4} + \nu \frac{\pi}{4} \right) \quad (4.82)$$

unde  $\nu = 4k - 1$  ;  $k \in N^*$

Conform celui de al doilea criteriu , în aceleași condiții , se obțin următoarele expresii :

$$S_{2d} = \sum_{\nu=4k+1, k \in N^*}^{\infty} \left( \frac{k_{y\nu} k_{q\nu}}{k_{y1} k_{q1}} \right)^2 \cos^2 \left( \frac{\pi}{4} - \nu \frac{\pi}{4} \right) \quad (4.83)$$

$$S_{2i} = \sum_{\nu=4k-1, k \in N^*}^{\infty} \left( \frac{k_{y\nu} k_{q\nu}}{k_{y1} k_{q1}} \right)^2 \cos^2 \left( \frac{\pi}{4} + \nu \frac{\pi}{4} \right) \quad (4.84)$$

În cazul în care cele două faze ale înfășurării statorice au factori de înfășurare diferiți , pentru determinarea amplitudinii rezultante a intensității câmpului magnetic se folosește reprezentarea în complex .

Se consideră că mașina are o înfășurare obișnuită , deci nu vor exista armonici pare .

În condițiile unui câmp magnetic învârtitor circular pentru armonica fundamentală , amplitudinile celor două componente ale câmpului magnetic au următoarele expresii :

$$H_{rd\nu} = \frac{A_{\nu}}{2} + \frac{B_{\nu}}{2} \sin \nu \frac{\pi}{4} \quad (4.85)$$

$$H_{riv} = \frac{A_v}{2} - \frac{B_v}{2} \sin v \frac{\pi}{2} \quad (4.86)$$

În aceste condiții , pentru criteriul 1 scris în mărimi relative se obțin următoarele expresii :

$$S_{1d} = \sum_{v=2k+1, k \in N^*}^{\infty} \left( \frac{A'_v + B'_v \sin v \frac{\pi}{2}}{A'_1 + B'_1} \right)^2 \quad (4.87)$$

$$S_{1i} = \sum_{v=2k+1, k \in N^*}^{\infty} \left( \frac{A'_v - B'_v \sin v \frac{\pi}{2}}{A'_1 + B'_1} \right)^2 \quad (4.88)$$

unde :

$$A'_v = \frac{N_A}{v} k_{yvA} k_{qvA} \quad (4.89)$$

$$B'_v = \frac{KN_B}{v} k_{yvB} k_{qvB} \quad (4.90)$$

Conform celui de al doilea criteriu , în aceleași condiții , se obțin următoarele expresii :

$$S_{2d} = \sum_{v=2k+1, k \in N^*}^{\infty} \left( v \frac{A'_v + B'_v \sin v \frac{\pi}{2}}{A'_1 + B'_1} \right)^2 \quad (4.91)$$

$$S_{2i} = \sum_{v=2k+1, k \in N^*}^{\infty} \left( v \frac{A'_v - B'_v \sin v \frac{\pi}{2}}{A'_1 + B'_1} \right)^2 \quad (4.92)$$

### 4.3. Cuplul electromagnetic cu considerarea armonicilor superioare de spațiu din câmpul magnetic

Câmpurile armonice statorice induc în rotor tensiuni de frecvență  $f_{2\nu} = s_\nu f_1$ . Ordinul armonicilor câmpului magnetic rotorice  $\nu'$ , produs de curentul de frecvență  $f_{2\nu}$ , depinde de tipul înfășurării rotorice :

- pentru rotoarele bobinate există relația :

$$\nu' = \nu + K_2 m_2 \quad (4.93)$$

- iar pentru rotoarele în colivie avem :

$$\nu' = \nu + \frac{K_2 N_{c2}}{p} \quad (4.94)$$

dintre care , armonicile de ordinul  $\nu' = \nu$  interacționează între ele , dând naștere la cupluri parazite .

Determinarea momentului de rotație corespunzător armonicii de ordinul  $\nu$  se poate face cu expresia stabilită pentru armonica fundamentală , în care se introduc mărimile dependente de  $\nu$  .

Pentru aceasta , înfășurarea rotorică se consideră de tip în colivie ( în cazul mașinilor asincrone monofazate ) la care se determină impedanța pentru succesiunea directă și inversă a armonicii de ordinul  $\nu$  .

Impedanța rotorică a armonicii de ordinul  $\nu$  , este determinată de relația :

$$\underline{Z}_{2s\nu} = R_{2\nu} + js_{\nu} X_{2\sigma\nu} \quad (4.95)$$

unde :

$$R_{2\nu} = R_b + \frac{R_i}{2 \sin^2 \frac{\alpha_{\nu}}{2}} \quad (4.96)$$

$$\alpha_{\nu} = \frac{2\pi\nu p}{N_{c2}} \quad (4.97)$$

$$X_{2\sigma\nu} = \omega_1 L_{2\sigma\nu} \quad (4.98)$$

Aceste relații au fost scrise pentru început , fără a ține seamă de efectul pelicular.

Inductivitatea  $L_{2\sigma\nu}$  de dispersie rotorică a armonicii de ordinul  $\nu$  este :

$$L_{2\sigma\nu} = L_{2c} + L_{2s} + L_{20\nu} \quad (4.99)$$

unde :

$L_{2c}$  - inductivitatea de dispersie a creștăturii rotorice ;

$L_{2s}$  - inductivitatea de dispersie a capetelor de bobină pentru înfășurarea rotorică ;

$L_{20\nu}$  - inductivitatea de dispersie diferențială rotorică a armonicii de ordinul  $\nu$  .

Inductivitatea  $L_{20\nu}$  este determinată de suma tuturor armonicilor câmpului magnetic din întrefier produs de curentul  $I_{2\nu}$  , cu excepția armonicii  $\nu' = \nu$  , care în cazul de față este armonica principală , deci :

$$L_{20\nu} = L_2 - L_{2h\nu} \quad (4.100)$$

unde :

$L_2$  - reprezintă inductivitatea totală rotorică , determinată de suma tuturor armonicilor câmpului ( inclusiv armonica de ordinul  $\nu' = 1$  ) din întrefier produs de curentul  $I_{2\nu}$  .

La înfășurările rotorice de tip în colivie , pentru curentul rotoric  $I_{2\nu}$  , condiția ca să se producă armonica rotorică de ordinul  $\nu' = 1$  este :

$$\nu = \pm 1 - \frac{K_2 N_{c2}}{p} \quad (4.101)$$

Așa cum se observă din relația ( 4.101 ) , condiția este îndeplinită pentru numere de ordine mari ale armonicilor statorice , însă datorită amplitudinii lor mici , acestea nu au o importanță practică , încât putem să presupunem că influența fundamentalei este redusă printre armonicile înfășurării rotorului .

În acest caz  $L_{20\nu}$  se poate scrie ca fiind :

$$L_{20\nu} = \sigma_{20\nu} L_{2lv} \quad (4.102)$$

unde :

$\sigma_{20\nu}$  - coeficientul de dispersie diferențială a rotorului pentru armonica  $\nu$  .

În [27. I. p.86] pentru înfășurarea rotorică în colivie , coeficientul de dispersie diferențială pentru armonica fundamentală este :

$$\sigma_{201} = \left( \frac{p\pi}{N_{c2} k_{c21} \sin \frac{\pi p}{N_{c2}}} \right)^2 - 1 \quad (4.103)$$

deci , pentru armonica de ordinul  $\nu$  avem :

$$\sigma_{20\nu} = \left( \frac{\nu p \pi}{N_{c2} k_{c2\nu} \sin \frac{\nu p \pi}{N_{c2}}} \right)^2 - 1 \quad (4.104)$$

în care  $k_{c2\nu}$  reprezintă factorul de înclinare al creștăturilor rotorice pentru armonica  $\nu$  , determinat de relația [21. p.312] :

$$k_{c2\nu} = \frac{\sin \nu \frac{p\pi}{N_{c2}} \frac{c}{\tau_{c2}}}{\nu \frac{p\pi}{N_{c2}} \frac{c}{\tau_{c2}}} \quad (4.105)$$

unde :

$c$  - înclinarea creștăturilor rotorice măsurate în direcția tangențială pe suprafață rotorului ;

$$\tau_{c2} = \frac{2p\tau}{N_{c2}} \quad \text{- reprezintă pasul creștăturii rotorice .}$$

Inductivitatea principală rotorică pentru armonica de ordinul  $\nu$  se calculează cu relația [26. p.99] :

$$L_{2h\nu} = \frac{\mu_0 N_{c2}}{2\pi^2} \left( \frac{k_{c2\nu}}{\nu} \right)^2 \frac{l_i \tau}{p\delta'} \quad (4.106)$$

Inductivitatea de dispersie a creștăturii rotorice se calculează cu următoarea relație [27. I. p.65] :

$$L_{2c} = \mu_0 l_i \lambda_c \quad (4.107)$$

unde  $\lambda_c$  reprezintă permeanța de calcul a creștăturii rotorice .

Pentru calculul inductivității de dispersie a capetelor de bobină la înfășurarea în colivie se utilizează expresia [27. I. p.92] :

$$L_{2s} = \mu_0 l_s \lambda_s \quad (4.108)$$

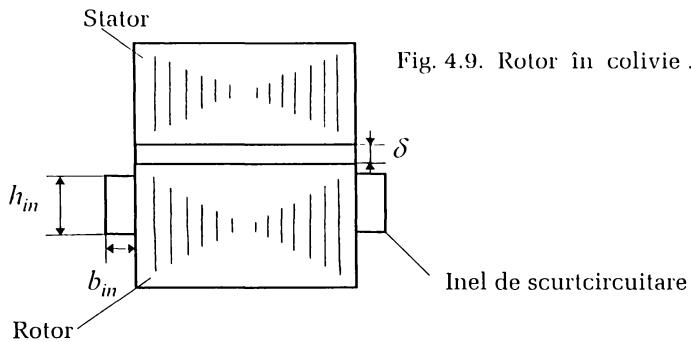
unde :

$l_s$  - lungimea capătului de bobină ;

$\lambda_s$  - permeanța de calcul a capetelor de bobină care la înfășurarea în colivie este [34. III. p.370] :

$$\lambda_s = \frac{3,32}{\pi} \log \frac{2,35D_{in}}{h_{in} + 2b_{in}} \quad (4.109)$$

în care  $D_{in}$  reprezintă diametrul mediu al inelului de scurtcircuitare , iar  $b_{in}$  și  $h_{in}$  sunt mărimile indicate în figura 4.9.



Prin urmare , cu relația ( 4.99 ) se poate determina inductivitatea de dispersie rotorică a armoniciei de ordinul  $\nu$  .

Tensiunea indusă în rotor de câmpul direct a armoniciei de ordinul  $\nu$  este :

$$U_{e2s}^{d,\nu} = \pi\sqrt{2}N_2f_{2d\nu}k_{b2\nu}\Phi_{d\nu} \quad (4.110)$$

unde  $N_2 = \frac{1}{2}$  și  $k_{b2\nu} = k_{c2\nu}$  , pentru înfășurarea rotorică în colivie .

Fluxul polar  $\Phi_{d\nu}$  al acestei armoniciei este :



$$\Phi_{dv} = \frac{2}{\pi} \tau_v l_i B_{dv} \quad (4.111)$$

sau , în raport cu fluxul polar al fundamentalei , relația ( 4.111 ) devine :

$$\Phi_{dv} = \frac{\Phi_{d1}}{v} \frac{H_{dv}}{H_{d1}} \quad (4.112)$$

Frecvența componentei directe a curentului rotoric este :

$$f_{2dv} = [1 - v(1 - s)] f_1 \quad (4.113)$$

Prin urmare , tensiunea indusă în rotor de câmpul armonicii de ordinul  $v$  , care rotește direct este :

$$U_{e2s}^{d,v} = U_{e2s}^{d,1} \frac{1 - v(1 - s)}{sv} \frac{k_{b2v}}{k_{b21}} \frac{H_{dv}}{H_{d1}} \quad (4.114)$$

unde intensitatea câmpului magnetic în cazul general este determinată de relația:

$$H_{dv} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{A_v}{2} + \frac{B_v}{2} e^{j(\nu\theta - \varphi)} \right| \quad (4.115)$$

cu :

$$A_v = \frac{2\sqrt{2} N_A I_A}{\pi p \delta^{11}} \frac{1}{v} k_{y\nu A} k_{q\nu A} \quad (4.116)$$

$$B_v = \frac{2\sqrt{2} N_B I_B}{\pi p \delta^{11}} \frac{1}{v} k_{y\nu B} k_{q\nu B} \quad (4.117)$$

Componenta directă a curentului rotoric determinat de tensiunea indusă a armonicii  $v$  este dată de relația :

$$I_{2dv} = \frac{U_{e2s}^{d,v}}{|R_{2dv} + js_{dv}X_{2\sigma dv}|} \quad (4.118)$$

și pentru armonica fundamentală se obține :

$$I_{2d1} = \frac{U_{e2s}^{d,1}}{|R_2 + jsX_{2\sigma}|} \quad (4.119)$$

unde :

$$s_{dv} = 1 - v(1 - s) \quad (4.120)$$

Prin urmare , curentul rotoric corespunzător armonicii de ordinul  $v$ , ținând cont și de relația ( 4.114 ) este :

$$I_{2dv} = I_{2d1} A \quad (4.121)$$

unde :

$$A = \frac{1 - v(1 - s)}{s_v} \frac{k_{b2v}}{k_{b21}} \frac{H_{dv}}{H_{d1}} \left| \frac{R_2 + jsX_{2\sigma}}{R_{2dv} + js_{dv}X_{2\sigma dv}} \right| \quad (4.122)$$

Cuplul electromagnetic pentru succesiunea directă corespunzător armonicii de ordinul  $v$  este :

$$M_{dv} = \frac{m_2 p v}{\omega_1} \frac{R_{2dv}}{s_{dv}} I_{2dv}^2 \quad (4.123)$$

iar pentru armonica fundamentală se obține :

$$M_{d1} = \frac{m_2 p}{\omega_1} \frac{R_2}{s} I_{2d1}^2 \quad (4.124)$$

Prin urmare , cuplul armonicii de ordinul  $v$  , în funcție de cuplul fundamentalei , are expresia :

$$M_{dv} = M_{d1} \frac{\nu s}{1 - \nu(1 - s)} \frac{R_{2dv}}{R_2} A^2 \quad (4.125)$$

Pentru armonica rotitoare inversă de ordinul  $\nu$ , rotorul are parametrii :

$$\underline{Z}_{2i\nu} = R_{2i\nu} + js_{i\nu} X_{2\sigma i\nu} \quad (4.126)$$

unde :

$$s_{i\nu} = 1 + \nu(1 - s) \quad (4.127)$$

iar pentru armonica fundamentală se poate scrie :

$$\underline{Z}_{2i} = R_2 + j(2 - s) X_{2\sigma} \quad (4.128)$$

Parametrii rotorului pentru cele două succesiuni la aceeași armonică sunt diferiți :  $R_{2dv} \neq R_{2i\nu}$  ;  $X_{2\sigma d\nu} \neq X_{2\sigma i\nu}$ , datorită frecvențelor diferite ale curentului rotoric ( $s_{d\nu} \neq s_{i\nu}$ ), deci ponderea diferită a efectului pelicular.

Efectul pelicular are loc la frecvențe ridicate, deci pentru numere de ordine mari ale armonicilor ; nu se ia în considerare pentru armonica fundamentală la mașinile normale (fără efect pelicular).

Tensiunea indusă în rotor de câmpul armonicilor  $\nu$  care rotește invers este :

$$U_{e2s}^{i,\nu} = \pi\sqrt{2} N_2 [1 + \nu(1 - s)] f_1 k_{b2\nu} \Phi_{i\nu} \quad (4.129)$$

Această tensiune indusă se raportează la tensiunea indusă în rotor de către fundamentală, care rotește în sens direct și care este determinată de relația :

$$U_{e2s}^{d,1} = \pi\sqrt{2}N_2sf_1k_{b21}\Phi_{d1} \quad (4.130)$$

Prin urmare , tensiunea indusă în rotor de armonica  $v$  în raport cu fundamentala este :

$$U_{e2s}^{i,v} = U_{e2s}^{d,1} \frac{1 + v(1-s)}{vs} \frac{k_{b2v}}{k_{b21}} \frac{H_{iv}}{H_{d1}} \quad (4.131)$$

unde componenta inversă a intensității câmpului magnetic , în cazul general, este determinată de relația :

$$H_{iv} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{A_v}{2} + \frac{B_v}{2} e^{-j(v\theta + \varphi)} \right| \quad (4.132)$$

Valoarea efectivă a curentului rotoric determinat de tensiunea  $U_{e2s}^{i,v}$  este :

$$I_{2iv} = \frac{U_{e2s}^{i,v}}{|R_{2iv} + js_{iv}X_{2\sigma iv}|} \quad (4.133)$$

și prin urmare , acest curent raportat la fundamentală are expresia :

$$I_{2iv} = I_{2d1} B \quad (4.134)$$

unde :

$$B = \frac{1 + v(1-s)}{vs} \frac{k_{b2v}}{k_{b21}} \frac{H_{iv}}{H_{d1}} \left| \frac{R_2 + jsX_{2\sigma}}{R_{2iv} + js_{iv}X_{2\sigma iv}} \right| \quad (4.135)$$

Cuplul electromagnetic pentru succesiunea inversă corespunzător armonicii de ordinul  $\nu$ , are expresia :

$$M_{i\nu} = \frac{m_2 p \nu}{\omega_1} \frac{R_{2i\nu}}{s_{i\nu}} I_{2i\nu}^2 \quad (4.136)$$

Acest cuplu se poate scrie în funcție de cuplul fundamentalei care rotește direct, astfel :

$$M_{i\nu} = M_{d1} \frac{\nu s}{1 + \nu(1-s)} \frac{R_{2i\nu}}{R_2} B^2 \quad (4.137)$$

Cuplul rezultat în mașină se determină cu relația :

$$M_r = \sum_{\nu} M_{d\nu} - \sum_{\nu} M_{i\nu} \quad (4.138)$$

și prin urmare avem :

$$M_r = \frac{M_{d1} s}{R_2} \sum_{\nu} \nu \left( \frac{R_{2d\nu}}{s_{d\nu}} A^2 - \frac{R_{2i\nu}}{s_{i\nu}} B^2 \right) \quad (4.139)$$

În special, calculul cuplului electromagnetic cu considerarea armonicilor superioare de spațiu din câmpul magnetic are o importanță deosebită în procesul pornirii (în apropierea alunecării  $s=1$ ), deoarece se poate ajunge la situația blocării rotorului la o turație mai mică decât cea nominală și prin urmare la imposibilitatea pornirii.

## 5. Verificări experimentale

### 5.1. Determinarea performanțelor mașinii

Un rol important în cadrul verificărilor experimentale îl constituie determinarea parametrilor electrici ai mașinii. Acești parametri se pot determina fie prin măsurători din proba de mers în gol, scurtcircuit și sarcină, fie prin calcul, atunci când se cunosc dimensiunile geometrice ale mașinii.

În continuare se determină parametrii mașinii folosind încercările uzuale (gol, scurtcircuit și sarcină). De exemplu, dacă se ia în considerare metoda componentelor simetrice (Cap II, § 2.5), relațiile (2.123) ÷ (2.126)

pentru un decalaj  $\theta = \frac{\pi}{2}$  între faza principală și auxiliară sunt următoarele:

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{3}(\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai} + 2\underline{Z}_A + \underline{Z}_{Ao}) \quad (5.1)$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{j}{3K}(\underline{Z}_{e2Ai} - \underline{Z}_{e2Ad}) \quad (5.2)$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{j}{3K}(\underline{Z}_{e2Ad} - \underline{Z}_{e2Ai}) \quad (5.3)$$

$$\underline{Z}_4 = \frac{1}{3}\left(2\underline{Z}_B + \underline{Z}_{Bo} + \frac{\underline{Z}_{e2Ad} + \underline{Z}_{e2Ai}}{K^2}\right) \quad (5.4)$$

unde :

$$\underline{Z}_{e2Ad} = \frac{\left( \frac{R'_{2A}}{s} + jX'_{2A\sigma} \right) (R_{Am} + jX_{Am})}{\left( \frac{R'_{2A}}{s} + R_{Am} \right) + j(X'_{2A\sigma} + X_{Am})} \quad (5.5)$$

$$\underline{Z}_{e2Ai} = \frac{\left( \frac{R'_{2A}}{2-s} + jX'_{2A\sigma} \right) (R_{Am} + jX_{Am})}{\left( \frac{R'_{2A}}{2-s} + R_{Am} \right) + j(X'_{2A\sigma} + X_{Am})} \quad (5.6)$$

La pornire ( $s = 1$ ) se măsoară :  $U, I_{Ap}, \cos \varphi_{Ap}, I_{Bp}, M_p$  și avem :

$$\underline{Z}'_{2Ad} = \underline{Z}'_{2Ai} \quad (5.7)$$

$$\underline{Z}_{e2Ad} = \underline{Z}_{e2Ai} \quad (5.8)$$

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{3} (2\underline{Z}_{e2Ad} + 2\underline{Z}_A + \underline{Z}_{Ao}) \quad (5.9)$$

$$\underline{Z}_2 = 0 \quad (5.10)$$

$$\underline{Z}_3 = 0 \quad (5.11)$$

$$\underline{Z}_4 = \frac{1}{3} \left( \frac{2\underline{Z}_{e2Ad}}{K^2} + 2\underline{Z}_B + \underline{Z}_{Bo} \right) \quad (5.12)$$

Admitanțele echivalente pentru faza principală , relația ( 2.134 ) și faza auxiliară ( 2.135 ) , la pornire , devin :

$$\underline{Y}_{eA} = \frac{1}{\underline{Z}_1} \quad (5.13)$$

$$\underline{Y}_{eB} = \frac{1}{\underline{Z}_4 + \underline{Z}} \quad (5.14)$$

Deoarece  $\underline{U} \underline{Y}_{eA} = \underline{I}_{Ap}$  rezultă :  $\underline{Z}_1 \underline{I}_{Ap} = \underline{U}$  și deci :

$$\frac{U}{I_{Ap}} = \sqrt{\frac{1}{9} \left( 2R'_{2A} + 2R_A + R_{Ao} \right)^2 + \frac{1}{9} \left( 2X'_{2A\sigma} + 2X_{A\sigma} + X_{Ao} \right)^2} \quad (5.15)$$

fiindcă  $Z_{Am} \gg Z'_{2Ad}$  și deci  $\underline{Z}_{e2Ad} = \underline{Z}'_{2Ad}$ .

Dacă se ia în considerare influența armonicilor spațiale, impedanțele omopolare  $\underline{Z}_{Ao}$  și  $\underline{Z}_{Bo}$  au următoarele expresii :

$$\underline{Z}_{Ao} = R_A + j\alpha X_{A\sigma} \quad (5.16)$$

$$\underline{Z}_{Bo} = R_B + j\alpha X_{B\sigma} \quad (5.17)$$

Prin urmare, se pot scrie următoarele relații :

$$\frac{U}{I_{Ap}} = \sqrt{\frac{1}{9} \left( 2R'_{2A} + 3R_A \right)^2 + \frac{1}{9} \left[ 2X'_{2A\sigma} + (2 + \alpha)X_{A\sigma} \right]^2} \quad (5.18)$$

$$2 \frac{R'_{2A}}{3} + R_A = \frac{U}{I_{Ap}} \cos \varphi_{Ap} \quad (5.19)$$

Din  $\underline{U} \underline{Y}_{eB} = \underline{I}_{Bp}$  rezultă :

$$\frac{1}{3} \left( \frac{2\underline{Z}_{e2Ad}}{K^2} + 2\underline{Z}_B + \underline{Z}_{Bo} \right) - \frac{j}{\omega C} = \frac{U}{\underline{I}_{Bp}} \quad (5.20)$$

$$\sqrt{\frac{1}{9} \left( \frac{2R'_{2A}}{K^2} + 3R_B \right)^2 + \left[ \frac{2X'_{2A\sigma}}{3K^2} + \frac{(2 + \alpha)X_{B\sigma}}{3} - \frac{1}{\omega C} \right]^2} = \frac{U}{I_{Bp}} \quad (5.21)$$

$$2 \frac{R'_{2A}}{3K^2} + R_B = \frac{U}{I_{Bp}} \cos \varphi_{Bp} \quad (5.22)$$



și fiindcă  $R_A = R_{A0}$ ,  $R_B = R_{B0}$  se pot măsura, necunoscutele  $R'_{2A}$ ,  $K$ , se calculează din :

$$R'_{2A} = \frac{3}{2} \left( \frac{U}{I_{Ap}} \cos \varphi_{Ap} - R_A \right) \quad (5.23)$$

$$K = \sqrt{\frac{2R'_{2A}}{3 \left( \frac{U}{I_{Bp}} \cos \varphi_{Bp} - R_B \right)}} \quad (5.24)$$

Cuplul la pornire conform relației ( 2.141 ) are expresia :

$$M_p = \frac{U^2 R'_{2A}}{3\Omega_1 K^2} \left( \left| K \underline{Y}_{eA} + \underline{Y}_{eB} e^{-j\theta} \right|^2 - \left| K \underline{Y}_{eA} + \underline{Y}_{eB} e^{j\theta} \right|^2 \right) \quad (5.25)$$

Dacă  $\underline{Y}_{eA} = G_{eA} - jB_{eA}$ ,  $\underline{Y}_{eB} = G_{eB} - jB_{eB}$  și  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , relația

(5.25) devine :

$$M_p = \frac{4U^2 R'_{2A}}{3\Omega_1 K} (B_{eA} G_{eB} - G_{eA} B_{eB}) \quad (5.26)$$

unde :

$$G_{eA} = \frac{3(2R'_{2A} + 3R_A)}{(2R'_{2A} + 3R_A)^2 + [2X'_{2A\sigma} + (2 + \alpha)X_{A\sigma}]^2} \quad (5.27)$$

$$B_{eA} = \frac{3[2X'_{2A\sigma} + (2 + \alpha)X_{A\sigma}]}{(2R'_{2A} + 3R_A)^2 + [2X'_{2A\sigma} + (2 + \alpha)X_{A\sigma}]^2} \quad (5.28)$$

$$G_{eB} = \frac{3 \left( \frac{R'_{2A}}{K^2} + 3R_B \right)}{\left( \frac{2R'_{2A}}{K^2} + 3R_B \right)^2 + \left[ \frac{2X'_{2A\sigma}}{K^2} + (2 + \alpha)X_{B\sigma} - \frac{3}{\omega C} \right]^2} \quad (5.29)$$

$$B_{eB} = \frac{3 \left[ \frac{2X'_{2A\sigma}}{K^2} + (2 + \alpha)X_{B\sigma} - \frac{3}{\omega C} \right]}{\left( \frac{2R'_{2A}}{K^2} + 3R_B \right)^2 + \left[ \frac{2X'_{2A\sigma}}{K^2} + (2 + \alpha)X_{B\sigma} - \frac{3}{\omega C} \right]^2} \quad (5.30)$$

La funcționarea în gol ideal ( $s = 0$ ) se măsoară

$U, I_{Ag}, \cos \varphi_{Ag}, I_{Bg}, \cos \varphi_{Bg}$  și avem :

$$\underline{Z}'_{2Ad} \rightarrow \infty \quad (5.31)$$

$$\underline{Z}'_{2Ai} = \frac{R'_{2A}}{2} + jX'_{2A\sigma} \quad (5.32)$$

$$\underline{Z}_{e2Ad} = \underline{Z}_{Am} \quad (5.33)$$

$$\underline{Z}_{e2Ai} \cong \underline{Z}'_{2Ai} \quad (5.34)$$

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{3} \left( \underline{Z}_{Am} + \underline{Z}'_{2Ai} + 2\underline{Z}_A + \underline{Z}_{Ao} \right) \quad (5.35)$$

$$\underline{Z}_2 \cong \frac{-j}{3K} \underline{Z}_{Am} \quad (5.36)$$

$$\underline{Z}_3 \cong \frac{j}{3K} \underline{Z}_{Am} \quad (5.37)$$

$$\underline{Z}_4 = \frac{1}{3} \left( 2\underline{Z}_B + \underline{Z}_{Bo} + \frac{\underline{Z}_{Am} + \underline{Z}'_{2Ai}}{K^2} \right) \quad (5.38)$$

Cunoscând aceste impedanțe , se pot determina admitanțele echivalente pentru faza principală și auxiliară cu ajutorul relațiilor ( 2.134 ) și (2.135 ) .

Ca necunoscute rămân următorii parametrii :  $X_{A\sigma}, X_{B\sigma}, R_{Am}, X_{Am}, X'_{2A\sigma}, \alpha$  . Pentru determinarea acestor parametrii se folosește următorul sistem de ecuații :

$$\sqrt{\frac{1}{9} \left( 2R'_{2A} + 3R_A \right)^2 + \frac{1}{9} \left[ 2X'_{2A\sigma} + (2 + \alpha)X_{A\sigma} \right]^2} = \frac{U}{I_{Ap}} \quad (5.39)$$

$$\sqrt{\frac{1}{9} \left( \frac{2R'_{2A}}{K^2} + 3R_B \right)^2 + \left[ \frac{2X'_{2A\sigma}}{3K^2} + \frac{(2 + \alpha)X_{B\sigma}}{3} - \frac{1}{\omega C} \right]^2} = \frac{U}{I_{Bp}} \quad (5.40)$$

$$M_p = \frac{4U^2 R'_{2A}}{3\Omega_1 K} (B_{eA} G_{eB} - G_{eA} B_{eB}) \quad (5.41)$$

$$|Y_{eAg}| = \frac{U}{I_{Ag}} \quad (5.42)$$

$$|Y_{eBg}| = \frac{U}{I_{Bg}} \quad (5.43)$$

$$\operatorname{Re}[Y_{eAg}] = \frac{U}{I_{Ag}} \cos \varphi_{Ag} \quad (5.44)$$

Ipoieza amintită pentru reactanțele omopolare , aproximează cu atât mai bine realitatea cu cât creștăturile fazei principale și ale fazei auxiliare sunt identice sau au o geometrie apropiată .

Pentru un motor monofazat cu fază auxiliară fabricat la SC "Electromotor" SA- Timișoara, cu date nominale :  $P_N = 370 \text{ W}$  ;  $M_N = 2,64 \text{ Nm}$  ;  $I_N = 3 \text{ A}$  ;  $\cos \varphi = 0,97$  ;  $\eta = 0,60$  ;  $\theta = 90^\circ$ , la  $C = 20 \mu\text{F}$ , având înfășurarea într-un singur strat cu  $N_\Lambda = 584$ ;  $N_B = 512$ ;  $q_\Lambda = 2$ ;  $q_B = 1$ ;  $k_{b,\Lambda} = 0,83$ ;  $k_{b,B} = 0,96$ ; cu ajutorul ecuațiilor (5.39) ÷ (5.44) și din măsurători se determină parametrii electrici ai mașinii :

$$\begin{array}{ll} R_\Lambda = 7,47 \Omega & R_B = 11,97 \Omega \\ X_{\Lambda\sigma} = 12,26 \Omega & X_{B\sigma} = 22,106 \Omega \\ R_{\Lambda m} = 13 \Omega & X_{\Lambda m} = 108,42 \Omega \\ R'_{2\Lambda} = 15,83 \Omega & X'_{2\Lambda\sigma} = 13,02 \Omega \end{array}$$

Folosind ecuațiile mașinii din § 2.6 se determină performanțele mașinii asincrone bifazate prezentate în figurile (5.1 ÷ 5.4). Programul de calcul al acestor performanțe este prezentat în anexa 1. Se observă că, diferența între valorile măsurate și cele calculate sunt, în general sub 5 %.

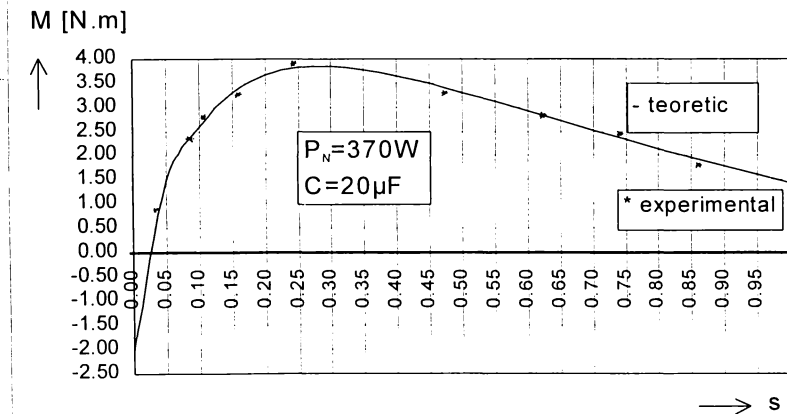


Fig. 5.1. Cuplul în funcție de alunecare la conectarea condensatorului în serie cu faza auxiliară.

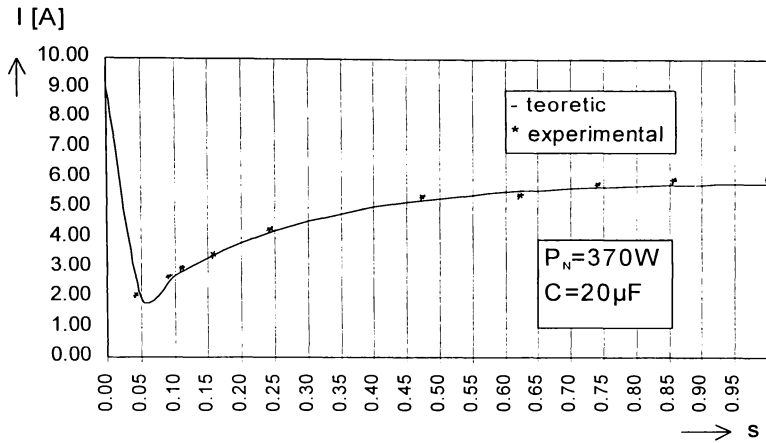


Fig. 5.2. Curentul în funcție de alunecare la conectarea condensatorului în serie cu faza auxiliară.

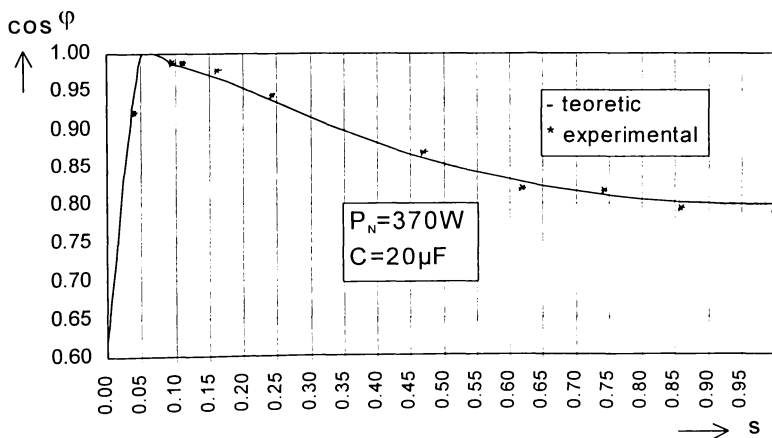


Fig. 5.3. Factorul de putere în funcție de alunecare la conectarea condensatorului în serie cu faza auxiliară.

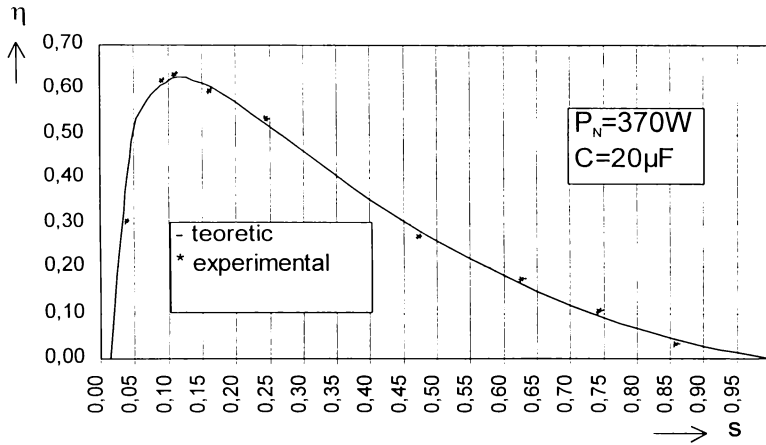


Fig. 5.4. Randamentul în funcție de alunecare la conectarea condensatorului în serie cu faza auxiliară.

### 5.1.1. Influența capacității condensatorului asupra performanțelor mașinii

Cuplul electromagnetic dezvoltat de mașină în funcție de alunecare, cu  $C$  drept parametru, este dat în figura 5.5.

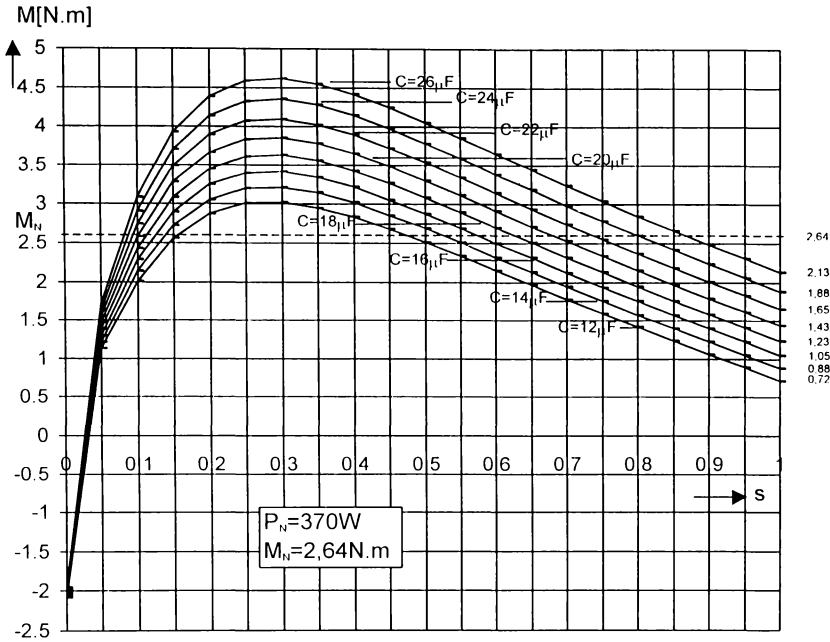


Fig. 5.5. Influența capacității asupra cuplului.

Cuplul la pornire poate fi modificat printr-o alegere potrivită a capacității condensatorului inseriat cu faza auxiliară, determinând o mărire a cuplului de pornire de până la 1,5 ori valoarea cuplului nominal. Aceeași informație este valabilă și pentru cuplul maxim.

Trecerea prin zero a cuplului se face pentru o valoare a alunecării  $s_1 \neq 0$ , pentru care , componenta directă și inversă a cuplului au valori egale. În intervalul  $[0, s_1]$  mașina funcționând în regim de frână, absoarbe de la rețea un curent care poate atinge de trei ori valoarea curentului nominal. În acest regim, puterea electrică absorbită pe la borne și puterea mecanică intrată pe la arbore se transformă în mașină în căldură.

Variația curentului absorbit de mașină în funcție de alunecare, luând ca parametru capacitatea  $C$ , este prezentată în figura 5.6.

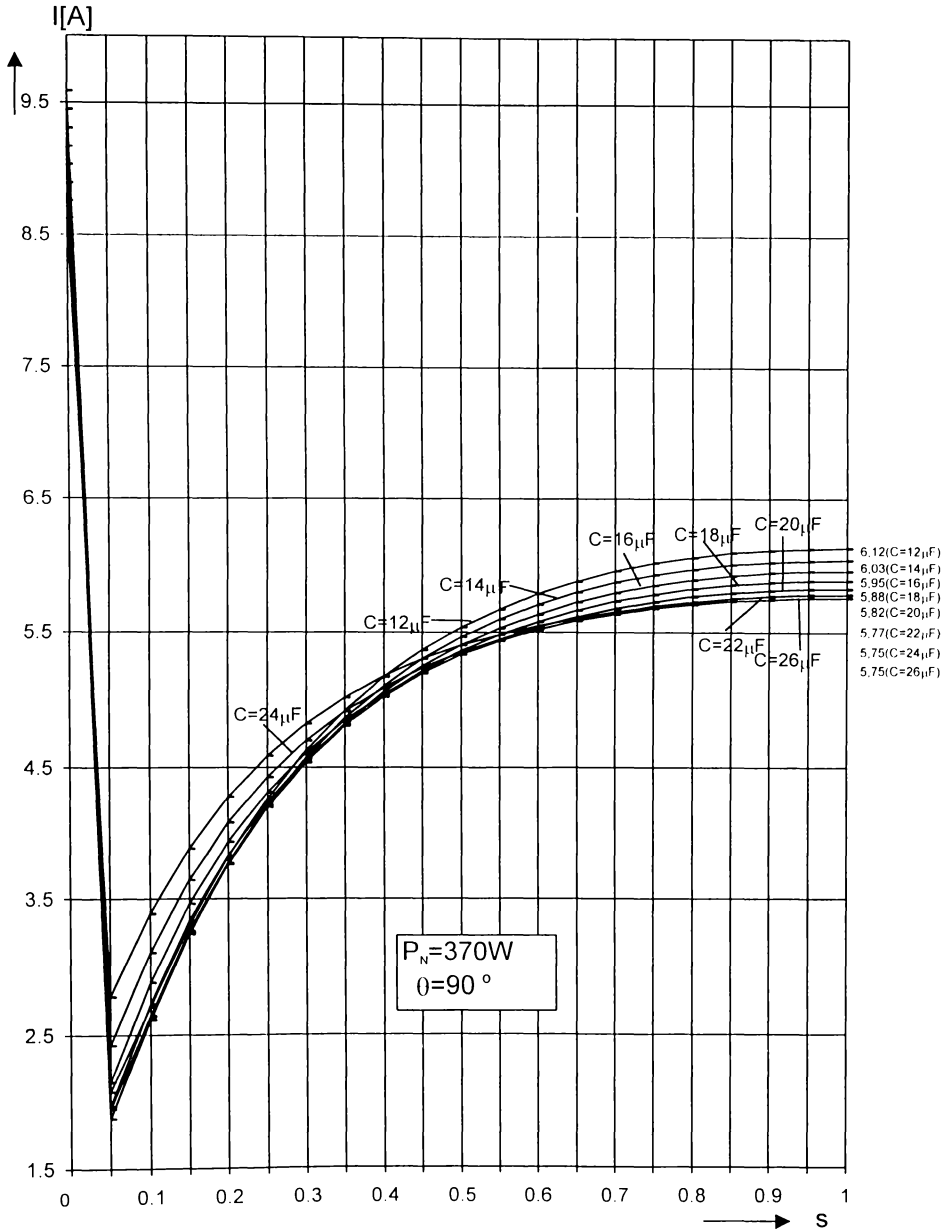


Fig. 5.6. Influența capacității asupra curentului.



În zona alunecărilor corespunzătoare cuplului nominal ( $s=0,11$ ), curentul ce trece prin mașină depinde sensibil de valoarea capacității. Prin conectarea unei capacități necorespunzătoare în serie cu faza auxiliară se ajunge la o supraîncălzire a mașinii chiar la valori mai mici ale alunecării față de valoarea nominală.

În zona alunecărilor mari ( $0,35 \div 0,55$ ) influența capacității asupra curentului din mașină este redusă.

Factorul de putere variază sensibil cu valoarea capacității în zona alunecărilor corespunzătoare cuplului nominal și printr-o alegere potrivită a capacității condensatorului, factorul de putere poate atinge valori maxime (figura 5.7).

Datorită componentei inverse a câmpului, randamentul mașinii asincrone bifazate este mai mic decât la mașinile asincrone trifazate, dar în figura 5.8 se observă că pentru o anumită valoare a capacității, randamentul poate să atingă valori ridicate.

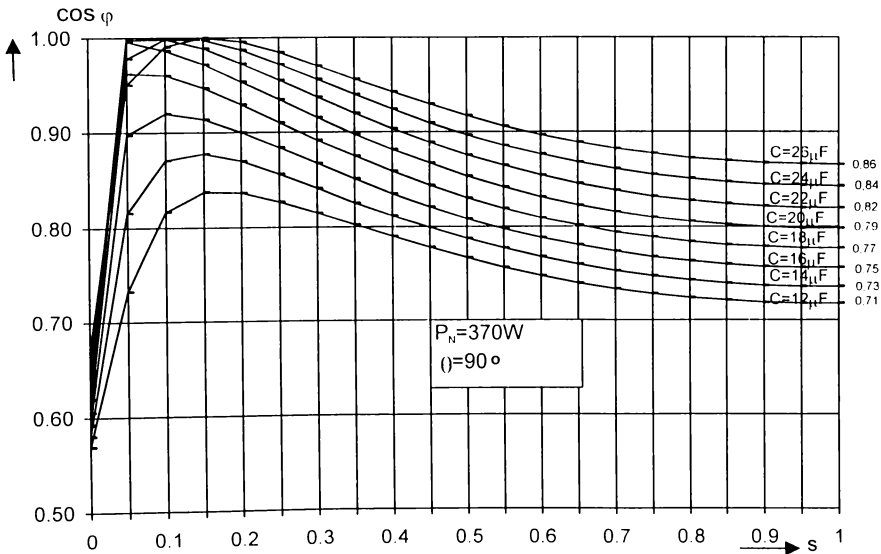


Fig. 5.7. Influența capacității asupra factorului de putere.

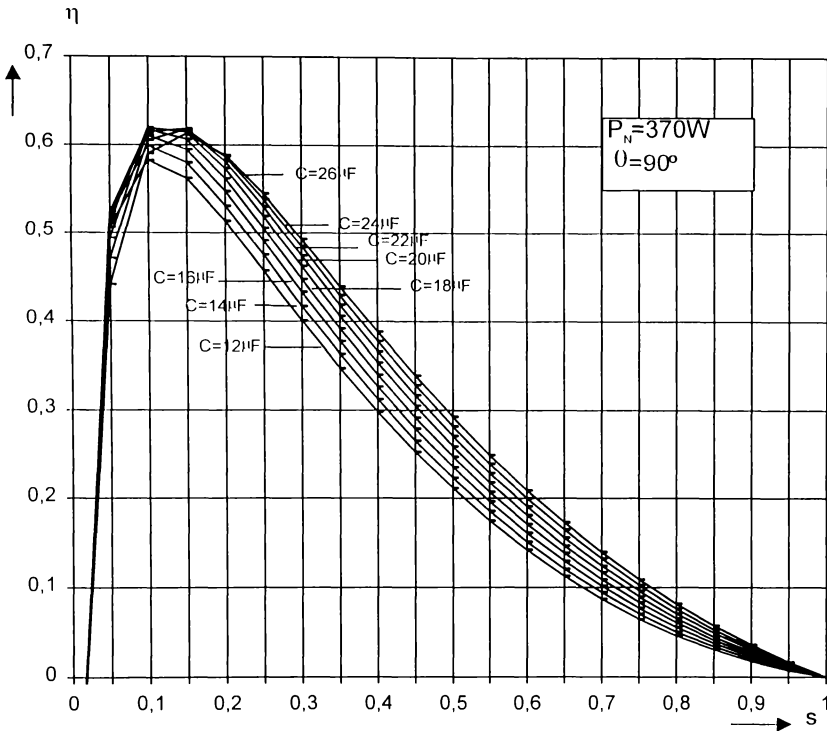


Fig. 5.8. Influența capacității asupra randamentului.

### 5.1.2. Influența decalajului dintre faza principală și faza auxiliară

În acest caz, analiza funcționării mașinii se face doar prin modificarea poziției fazei auxiliare față de faza principală, toate celelalte mărimi rămânând neschimbate, inclusiv valoarea capacității condensatorului montat în serie cu faza auxiliară.

Pentru valoarea nominală a alunecării, cuplul variază sensibil cu decalajul dintre faza principală și auxiliară, dar această plajă de variație a cuplului este mult mai mare pentru alunecarea critică și pentru pornire (figura 5.9)

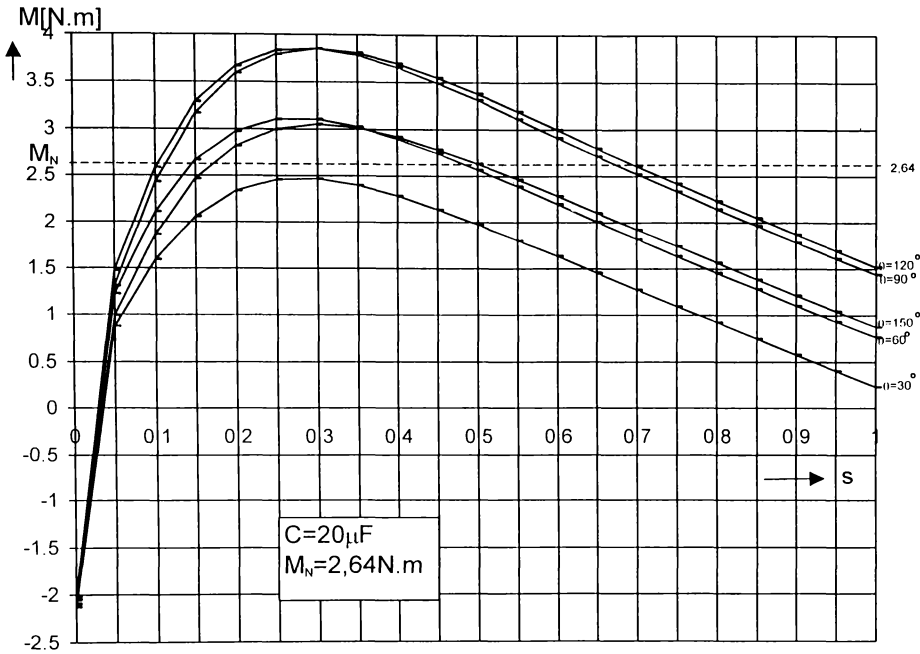


Fig. 5.9. Caracteristicile mecanice în funcție de decalajul  $\theta$ .

În figura 5.10 se prezintă influența decalajului asupra curentului din mașină. Se observă că la pornire, variația curentului în funcție de decalajul  $\theta$  este relativ mare, valori mari ale curentului obținându-se pentru decalaje mici între faza principală și auxiliară.

Influența decalajului asupra factorului de putere și a randamentului este prezentată în figurile 5.11 și 5.12.

Plaja de variație a factorului de putere este mai mare pentru valori ale alunecării apropiate de sincronism și scade pe măsură ce valoarea alunecării crește.

Valori ridicate ale randamentului se obțin pentru decalaje mari între faza principală și auxiliară. În figura 5.12 se observă că pentru valori ale decalajului  $\theta = 90^\circ$  și  $\theta = 120^\circ$  randamentul are valori apropiate.

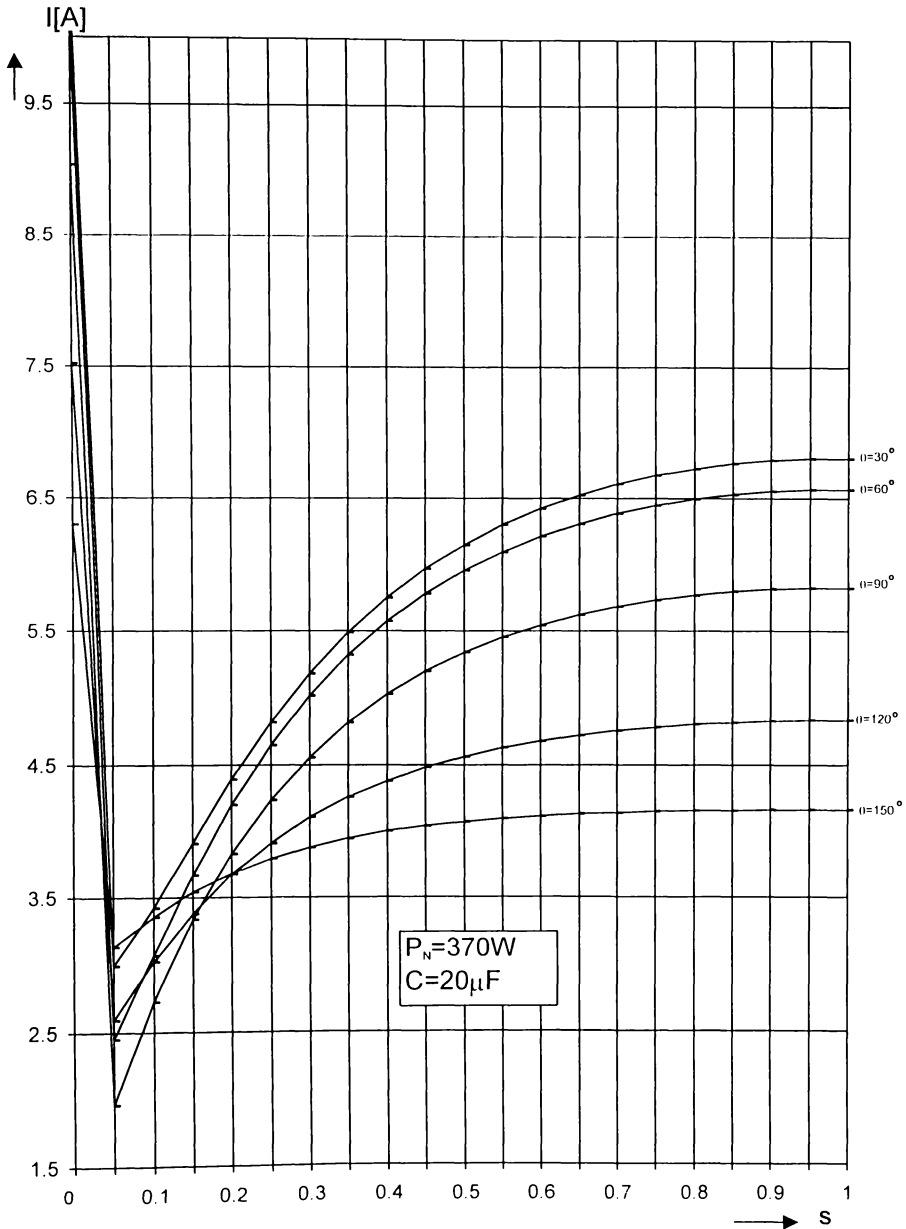


Fig. 5.10. Influența decalajului asupra curentului.

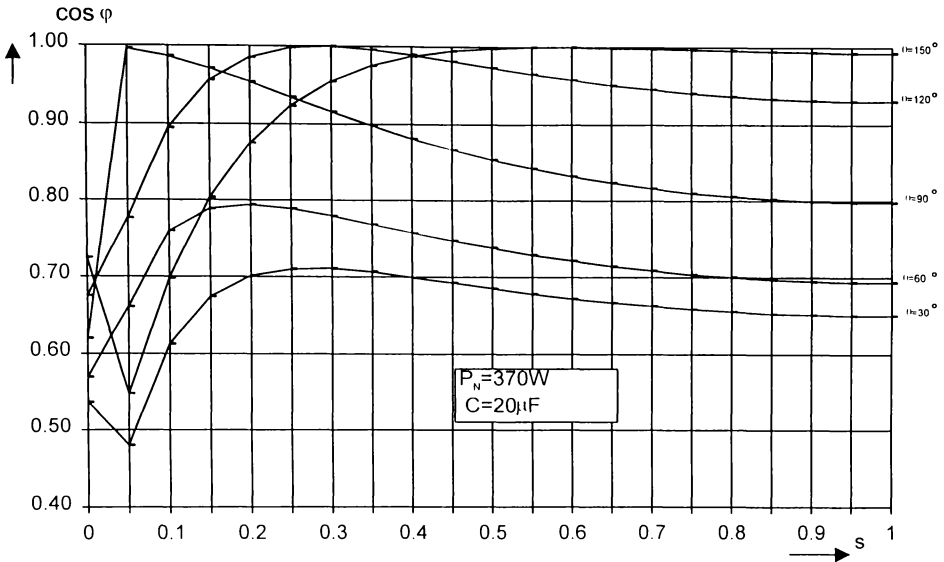


Fig. 5.11. Influența decalajului asupra factorului de putere.

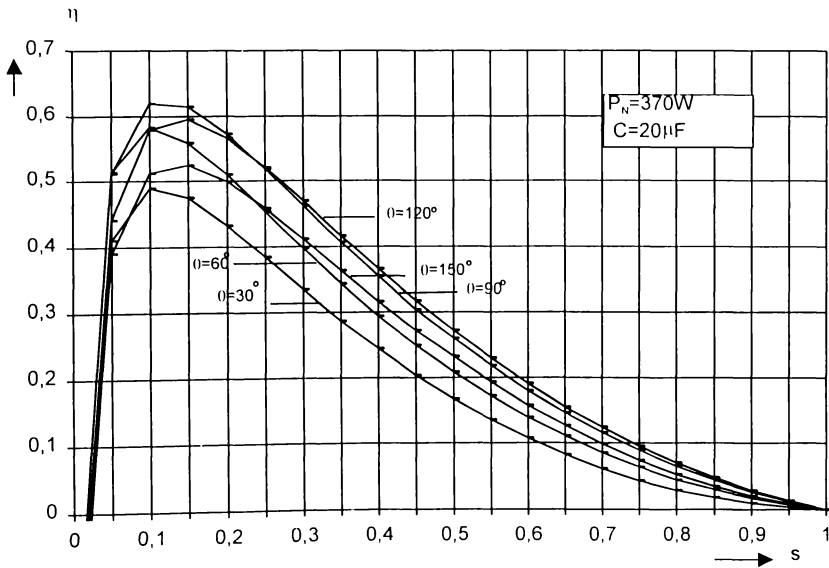
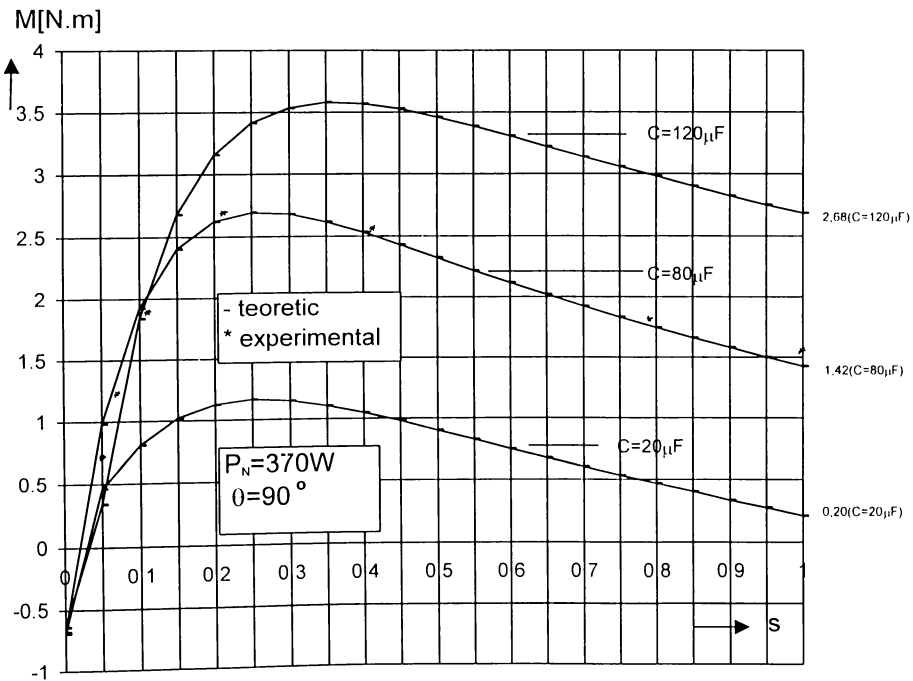


Fig. 5.12. Influența decalajului asupra randamentului.

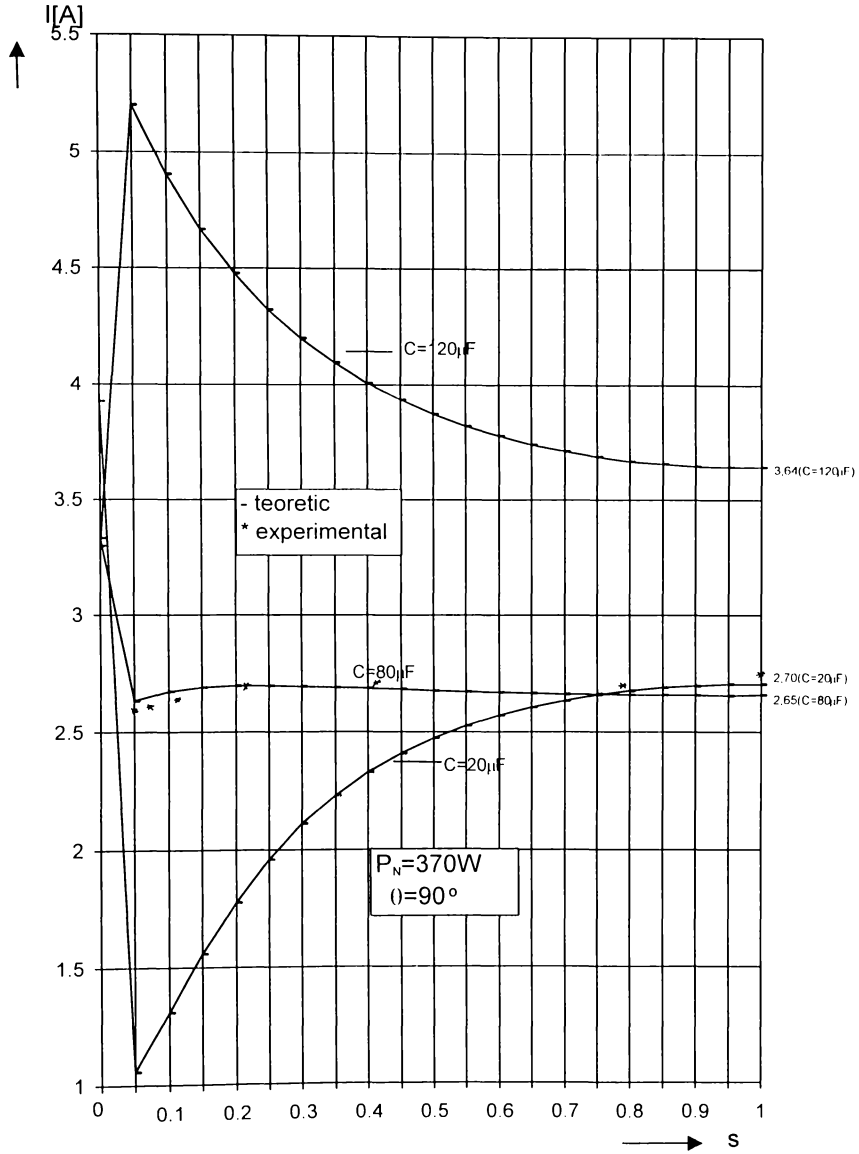
În concluzie, valoarea decalajului optim, la o capacitate dată, realizează condiția de câmp învârtitor circular și valoarea ei depinde atât de mărimile mașinii: număr de spire, geometrie transversală și longitudinală, cât și de mărimea capacității condensatorului montat în serie cu circuitul fazei auxiliare.

## 5.2. Conectarea condensatorului în paralel cu faza principală

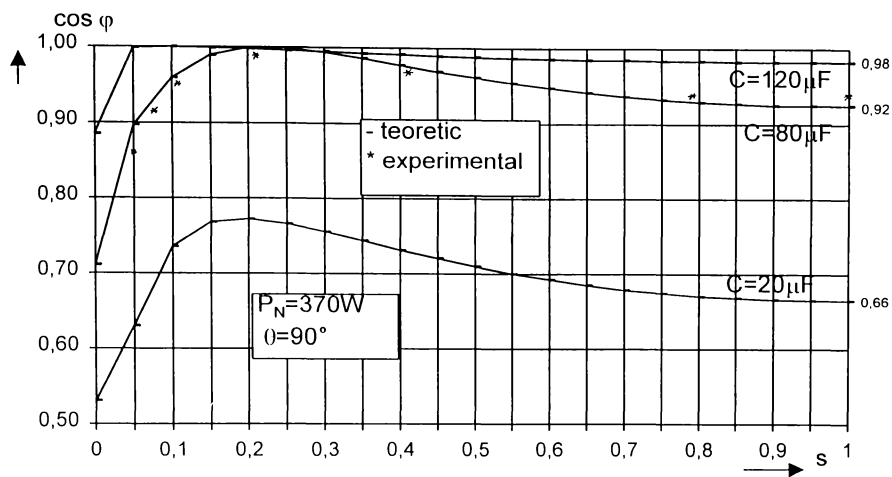
Conectarea condensatorului în paralel cu faza principală se face la mașina asincronă bifazată prezentată anterior. În cazul păstrării aceleiași valori a capacității condensatorului ( $C=20\mu\text{F}$ ) ca și în cazul conectării condensatorului în serie cu faza auxiliară, așa cum se observă în figura 5.13,a,b,c,d, performanțele mașinii sunt foarte slabe.



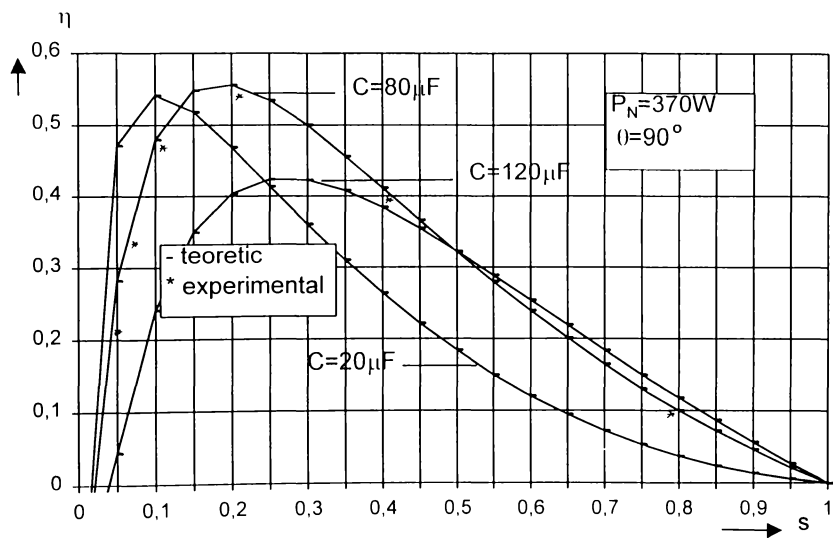
a)



b)



c)



d)

Fig. 5.13. Caracteristicile de funcționare :

- a) Cuplul în funcție de alunecare; b) Curentul în funcție de alunecare;  
 c) Factorul de putere în funcție de alunecare;  
 d) Randamentul în funcție de alunecare.



Dacă se conectează în paralel cu faza principală un condensator de valoare  $C=80\mu\text{F}$  se obține un cuplu la pornire egal ca valoare cu cuplul de pornire în cazul conectării condensatorului de valoare  $C=20\mu\text{F}$  în serie cu faza auxiliară.

Capacitatea de supraîncărcare a mașinii  $\lambda = \frac{M_k}{M_n}$  în cazul conectării

condensatorului  $C=20\mu\text{F}$  în serie cu faza auxiliară este  $\lambda = 1,5$ . Pentru a păstra aceeași capacitate de supraîncărcare la conectarea condensatorului  $C=80\mu\text{F}$  în paralel cu faza principală, ar trebui să se modifice cuplul nominal cu 25%. În cazul acesta, în zona alunecărilor corespunzătoare cuplului nominal performanțele mașinii se îmbunătățesc, dar nu se aproprie față de cazul conectării condensatorului în montajul clasic, datorită randamentului mai scăzut. O mărire a capacității condensatorului peste  $80\mu\text{F}$  determină scăderea factorului de putere și mărirea curentului din mașină peste valoarea nominală. Prin urmare, capacitatea optimă în acest caz este  $C=80\mu\text{F}$ .

Pentru o valoare a capacității condensatorului de  $120\mu\text{F}$  se obține la pornire un cuplu de 2 ori mai mare față de cazul conectării condensatorului  $C=20\mu\text{F}$  în serie cu faza auxiliară la un curent de pornire de numai 18% mai mare decât valoarea curentului nominal din mașină. Acest avantaj permite în primul rând conectarea mașinii în sarcină la un cuplu apropiat de valoarea cuplului nominal și o mărire substanțială a numărului de conectări pe oră a mașinii, datorită scăderii curentului la pornire cu aproape 50% față de cazul conectării condensatorului în serie cu faza auxiliară.

În concluzie, atunci când se dorește pornirea în sarcină a mașinii se va alege în procesul pornirii conectarea condensatorului în paralel cu faza principală, după care, când turația mașinii a atins circa  $2/3$  din turația de regim se va trece la conectarea condensatorului în serie cu faza auxiliară.

Schema de modificare a conexiunii corespunzător funcționării mașinii în cele două cazuri de conectare a condensatorului este prezentată în figura 5.14.

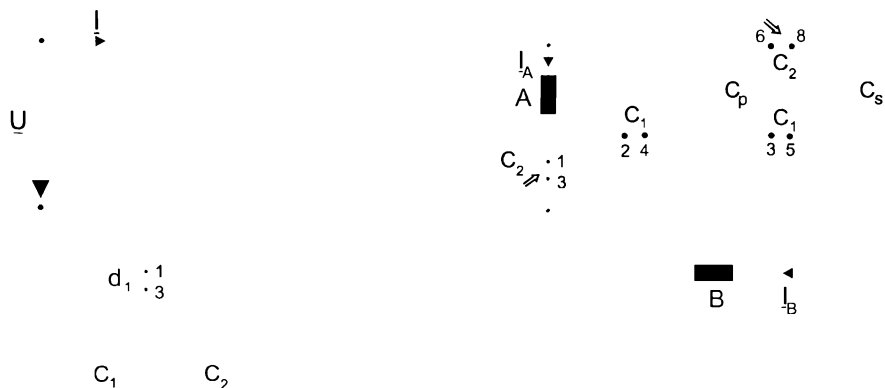


Fig. 5.14. Schema de funcționare a mașinii pentru două moduri de conectare a condensatorului :

A – faza principală ; B – faza auxiliară.

În procesul pornirii mașinii este conectat  $C_p$  în paralel cu faza principală, realizându-se un cuplu la pornire apropiat de valoarea cuplului nominal (figura 5.15).

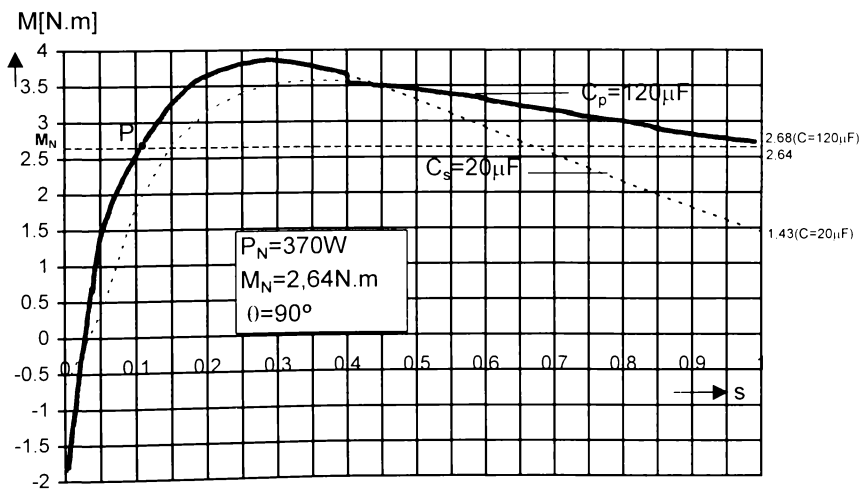
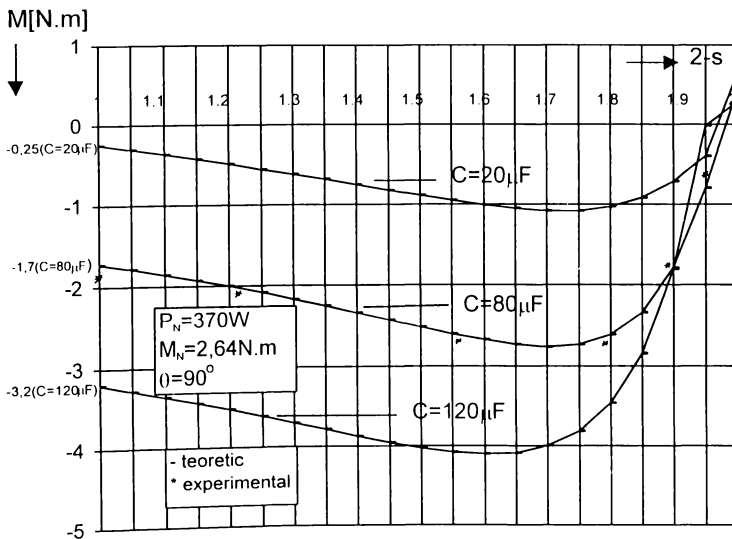


Fig. 5.15. Caracteristicile mecanice obținute la conectarea condensatorului  $C_p$  în paralel cu faza principală și  $C_s$  în serie cu faza auxiliară.

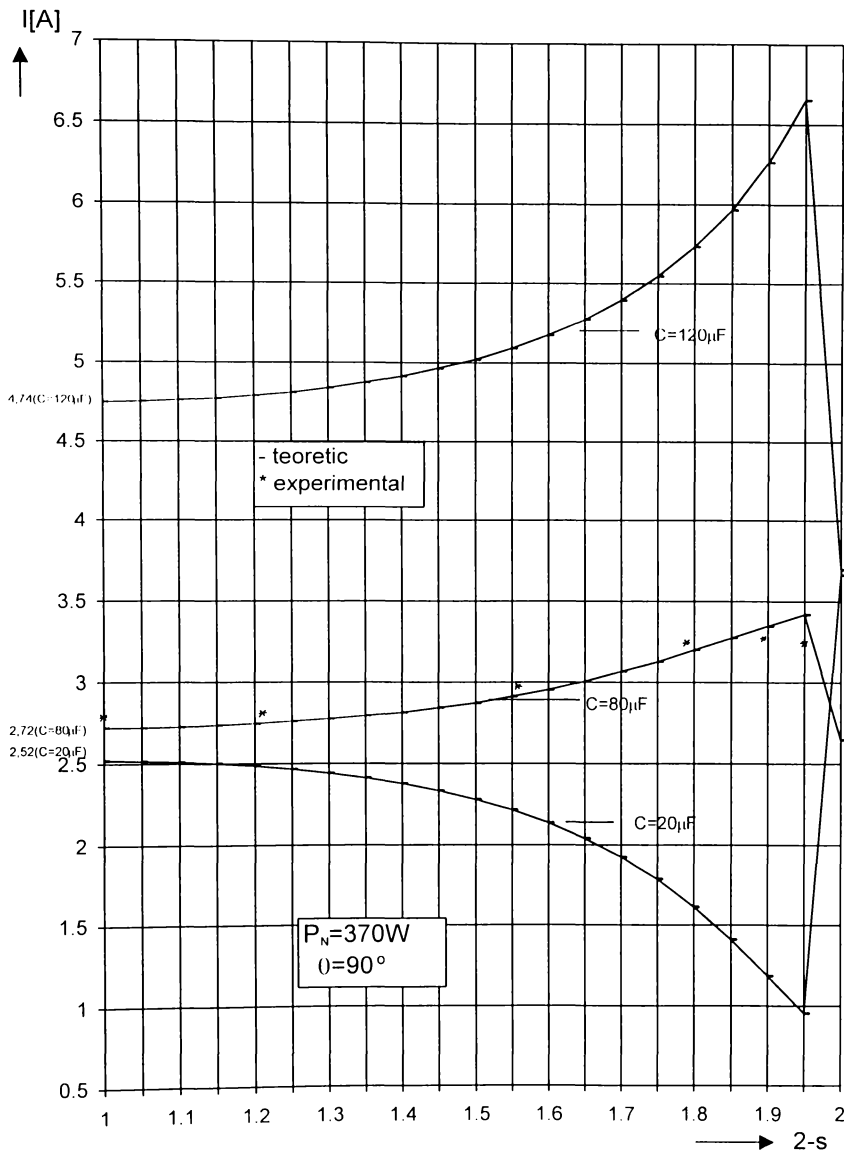
După pornire are loc închiderea contactului  $d_{1(1-3)}$  a releului centrifugal, alimentarea bobinelor contactoarelor  $C_1, C_2$ , deschiderea contactelor  $C_{1(2-4)}, C_{1(3-5)}$  și închiderea contactelor  $C_{2(1-3)}, C_{2(6-n)}$  cu o anumită temporizare. În acest fel, punctul de funcționare se mută de pe caracteristica mecanică determinată de  $C_p$  pe caracteristica mecanică determinată de  $C_s$ , ajungându-se în punctul P la  $M=M_N$ . Trecerea de pe o caracteristică pe cealaltă se realizează pentru o anumită valoare a turației reglată de releul centrifugal și astfel se pot realiza performanțe ridicate pentru mașina prezentată, atât la pornire cât și în sarcină nominală.

### 5.3. Conectarea condensatorului în paralel cu faza auxiliară

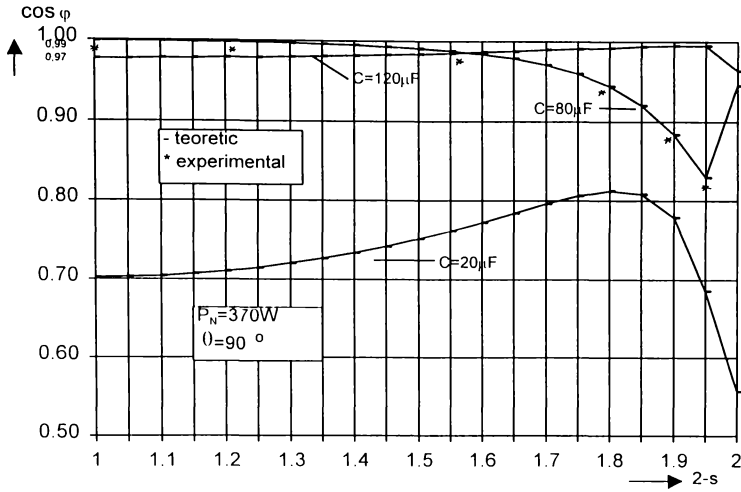
Caracteristicile de funcționare a mașinii prezentate în figura 5.16, a, b, c, d sunt determinate pentru regimul de motor spre stânga. Aceste caracteristici sunt trasate pentru mașina asincronă bifazată cu datele prezentate în § 5.1.



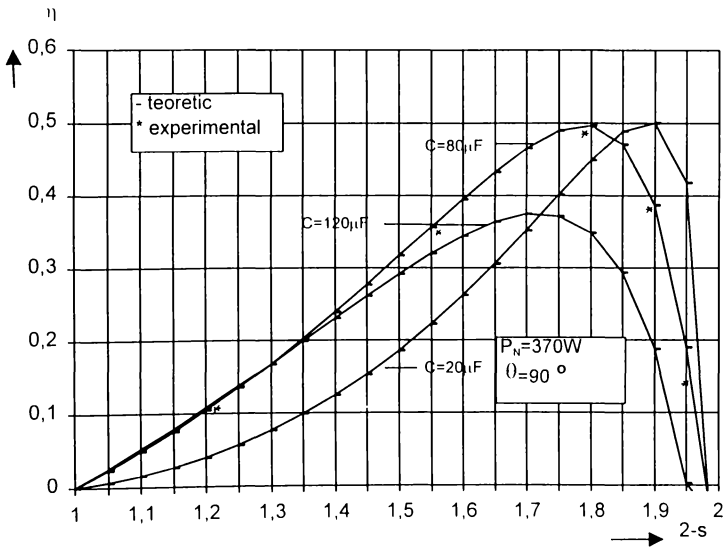
a)



b)



c)



d)

Fig. 5.16. Caracteristicile de funcționare :

- a) Cuplul în funcție de alunecare; b) Curentul în funcție de alunecare;  
 c) Factorul de putere în funcție de alunecare; d) Randamentul în funcție de alunecare.

Dacă se păstrează aceeași alunecare nominală ca și în cazul regimului de motor spre dreapta, pentru o valoare a capacității condensatorului de  $20\mu\text{F}$  conectat în paralel cu faza auxiliară, performanțele mașinii sunt foarte slabe. Din figura 5.16 se observă că pentru  $C=80\mu\text{F}$  la alunecare nominală rezultă o valoare scăzută a cuplului, un curent peste valoarea curentului nominal din mașină, un factor de putere și randament scăzut față de cazul conectării condensatorului  $C=20\mu\text{F}$  în serie cu faza auxiliară. O mărire a capacității condensatorului peste  $80\mu\text{F}$  determină o creștere substanțială a curentului din mașină peste valoarea nominală, iar o scădere a valorii capacității condensatorului sub  $80\mu\text{F}$  determină scăderea cuplului mașinii.

Prin urmare, în cazul acesta, oricare ar fi valoarea capacității condensatorului conectat în paralel cu faza auxiliară se obțin performanțe slabe ale mașinii la alunecare nominală.

Pentru o valoare a capacității condensatorului de  $120\mu\text{F}$  se obține la pornire un cuplu de 2,23 ori mai mare față de cazul conectării condensatorului  $C=20\mu\text{F}$  în montajul clasic, la un curent de pornire de numai 36% mai mare decât valoarea curentului nominal din mașină.

Prin urmare, conectarea condensatorului în paralel cu faza auxiliară pentru această mașină este avantajoasă numai în procesul pornirii. La turația nominală se va conecta condensatorul de valoare  $C=20\mu\text{F}$  în serie cu faza auxiliară, ținându-se cont de inversarea curentului prin faza principală sau auxiliară pentru ca mașina să funcționeze în regim de motor spre stânga.

Schema de modificare a conexiunii pentru funcționarea mașinii în regim de motor spre stânga în cele două cazuri de conectare a condensatorului este prezentată în figura 5.17.

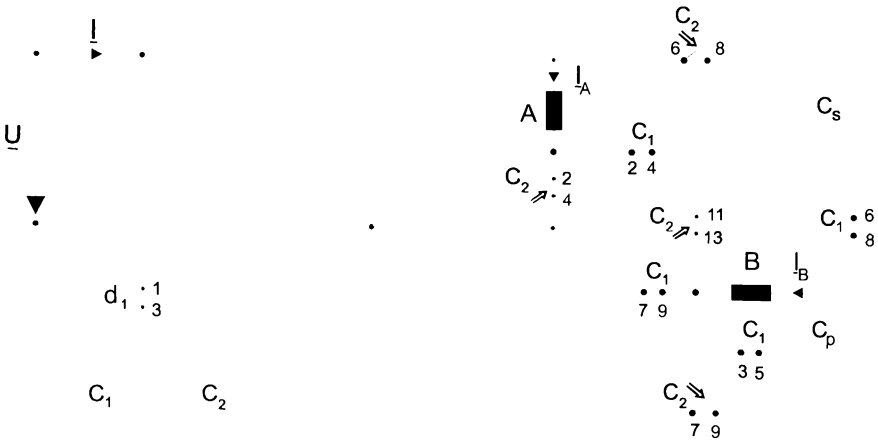


Fig. 5.17. Schema de funcționare a mașinii în regim de motor spre stânga pentru două moduri de conectare a condensatorului:

A – faza principală;

B – faza auxiliară.

În procesul pornirii este conectat  $C_p$  în paralel cu faza auxiliară, realizându-se astfel un cuplu la pornire de valoare mare (figura 5.18).

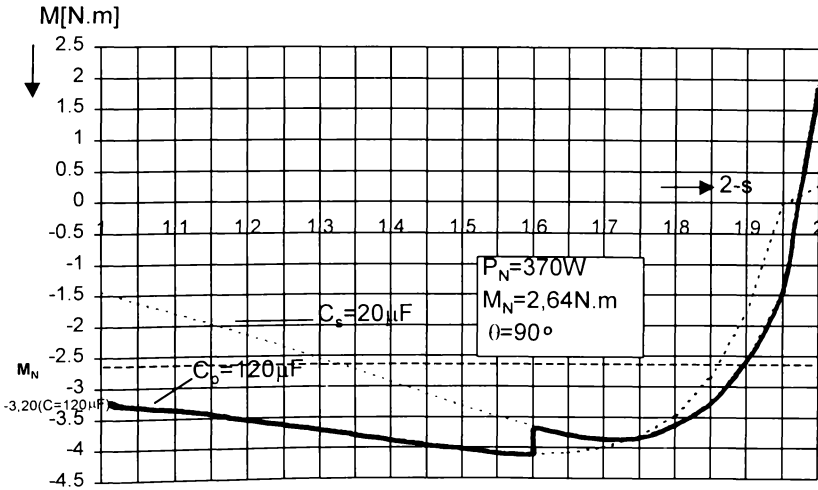


Fig. 5.18. Caracteristicile mecanice obținute la conectarea condensatorului  $C_p$  în paralel cu faza auxiliară și  $C_s$  în serie cu faza auxiliară.

După pornire, la circa  $2/3$  din turația de regim, are loc închiderea contactului  $d_{1(1-3)}$  a releului centrifugal și prin aceasta se determină deschiderea contactelor  $C_{1(2-4)}$ ,  $C_{1(3-5)}$ ,  $C_{1(6-8)}$ ,  $C_{1(7-8)}$ , și închiderea contactelor  $C_{2(2-4)}$ ,  $C_{2(6-8)}$ ,  $C_{2(7-9)}$ ,  $C_{2(11-13)}$  cu o anumită temporizare. Prin aceasta se realizează trecerea de pe caracteristica mecanică determinată de conectarea condensatorului  $C_p$ , în paralel cu faza auxiliară pe caracteristica mecanică determinată de conectarea condensatorului  $C_s$  în serie cu faza auxiliară.

La conectarea condensatorului în serie cu faza auxiliară, conform schemei prezentate în figura 5.17 se realizează schimbarea sensului curentului din faza auxiliară, pentru ca mașina să funcționeze în regim de motor spre stânga.

În concluzie, cele două moduri de conectare a condensatorului, în paralel cu faza principală și în paralel cu faza auxiliară sunt favorabile pentru mașina prezentată numai în procesul pornirii, iar în sarcină nominală se va conecta condensatorul în serie cu faza auxiliară.

Există posibilitatea ca pentru o altă mașină asincronă bifazată cu parametrii electrici diferiți față de mașina prezentată să fie necesar un singur condensator atât la pornire cât și la funcționare în sarcină, conectat în paralel cu faza principală sau auxiliară, însă de o capacitate mai mare față de cazul conectării condensatorului în serie cu faza auxiliară.

În toate cele trei posibilități de conectare a condensatorului se urmărește ca la conectarea permanentă a condensatorului în mașină să existe un câmp magnetic învârtitor cât mai aproape de formă circulară, iar la pornire să existe un cuplu de valoare cât mai mare, la un curent de pornire admisibil.

Prin urmare, în funcție de tipul și construcția mașinii, de tipul acționării, înțelegându-se prin aceasta : pornirea în gol sau în sarcină, schimbarea sensului de rotație, se va alege modul de conectare a condensatorului astfel încât mașina să funcționeze optim.



## 6. Concluzii și contribuții originale

În lucrare se abordează problematica mașinii asincrone monofazate cu condensator .

Prezentate și motivate soluțiile teoretice referitoare la calculul mașinii asincrone monofazate sunt rezultatul a zece ani de muncă în domeniul mașinilor electrice.

În ultima perioadă de timp se manifestă un interes deosebit la producătorii de mașini electrice pentru a-și extinde producția de motoare asincrone monofazate de mică și medie putere . În felul acesta s-au încheiat contracte de cercetare științifice cu diverși factori interesați ( I.C.P.E.-București, S.C. ,, Electromotor ” Timișoara, Ministerul Cercetării și Tehnologiei, S.C. ,, Electroprecizia” Săcele -Brașov ) .

Prin elaborarea tezei de doctorat autorul consideră că a rezolvat următoarele probleme care au un caracter de originalitate :

- având în vedere câmpul magnetic învârtitor de tip eliptic dintr-o mașină asincronă s-a calculat cuplul electromagnetic ce-l dezvoltă motorul asincron în cazul general ;

- din condiția de a avea câmp magnetic învârtitor circular s-a dedus valoarea impedanței necesare a fi conectată în serie cu faza auxiliară ;

- pentru analiza în detaliu a comportării mașinii monofazate se folosește metoda componentelor simetrice , la cazul general, cu înfășurarea fazei auxiliare decalată cu un unghi oarecare față de înfășurarea fazei principale ;

- tratarea diferitelor posibilități de conectare a condensatorului în raport cu faza principală și cea auxiliară, se stabilesc ecuațiile mașinii asincrone monofazate în cazul considerării solenației statorice după axele „D” și „Q” ;

- la toate variantele sunt date condițiile de calcul al valorii capacității condensatorului montat în serie sau paralel cu faza principală sau auxiliară ;

- analiza armonicilor spațiale ale câmpului magnetic din întrefierul mașinii cu considerarea componentei radiale și a celei tangențiale a câmpului magnetic, problemă esențială în calculul performanțelor mașinilor de putere mică;

- stabilirea celor mai importante armonici de ordin superior ce se regăsesc în valoarea cuplului electromagnetic ;

- analiza unor probleme de optim a repartiției câmpului magnetic în întrefier ;

- calculul cuplului electromagnetic cu considerarea armonicilor superioare de spațiu din câmpul magnetic ;

- determinarea parametrilor mașinii monofazate , din probele de gol , scutcircuit și sarcină și compararea lor cu datele de proiectare ;

- calculul și verificarea experimentală a cuplului , curenților , factorului de putere și a randamentului pentru toate cazurile prezentate anterior ;

- studiul influenței condensatorului asupra performanțelor mașinii ;

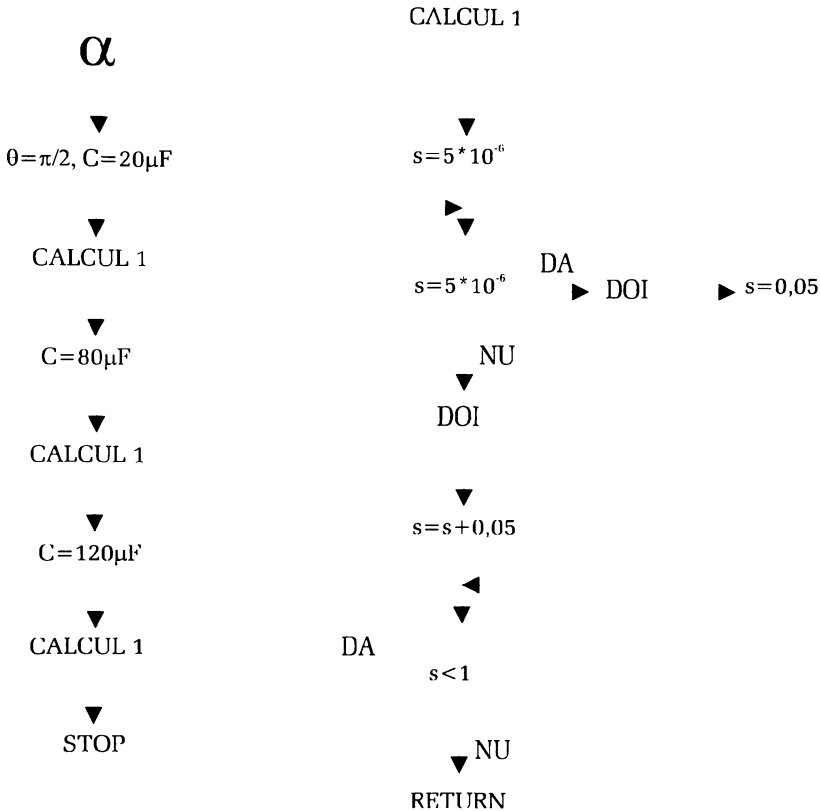
- studiul influenței decalajului dintre faza principală și auxiliară ;

- indicarea a două scheme electrice folosite la pornirea motorului asincron și prezentarea caracteristicilor mecanice respective .

Având în vedere literatura de specialitate din țară și străinătate , autorul consideră că s-au finalizat într-un mod util problemele fundamentale legate de mașina asincronă monofazată cu condensator .

Suntem , însă conștienți de faptul că problematica pusă în discuție va evolua în timp cu studiul regimurilor tranzitorii , cu alte soluții constructive și tehnologice .





DOI

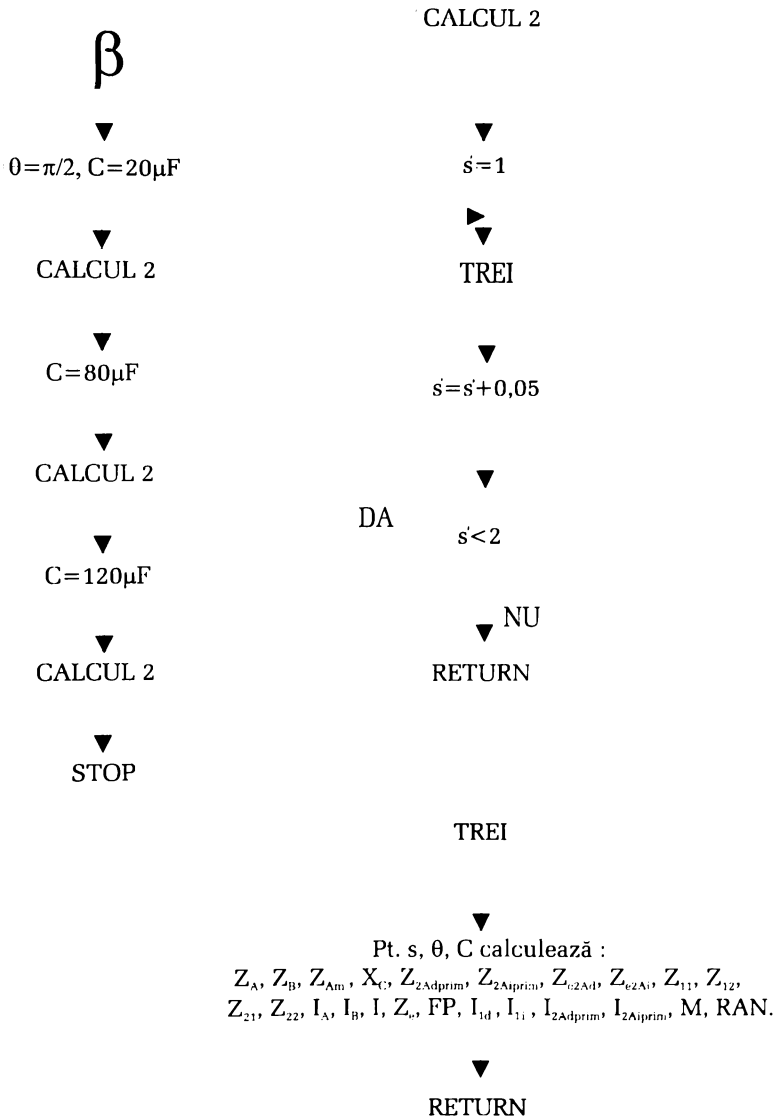


Pt. s,  $\theta$ , C calculează :

$Z_{A1}, Z_{B1}, Z_{Am}, X_C, Z_{2A1prim}, Z_{2A1prim}, Z_{2A1}, Z_{e2A1}, Z_{11}, Z_{11},$   
 $Z_{21}, Z_{22}, I_A, I_B, I, Z_e, FP, I_{1d}, I_{11}, I_{2A1prim}, I_{2A1prim}, M, RAN.$



RETURN



```

use c:\valentin\valentin.dbf alias valentin
dele all
pack
USE
set talk off
set prin to c:\valentin\valentin.txt
set prin on
?"Pentru montarea in serie cu faza auxiliara"
?"=====
?"
*?"Pentru montarea in paralel cu faza principala"
*?"=====
*?"
*?"Pentru montarea in paralel cu faza auxiliara"
*?"=====
*?"
set decimals to 12
U:=220
RA:=7.44
RB=11.97
RAm=13
Krd=1.03
Kri=1.1
Kxd=0.99
Kxi=0.97
K=0.98781
XA=12.26
XB =22.106
XAm=108.42
R2Aprim=15.83
X2Aprim =13.02
teta=pi()/6

*varianta pentru montare in serie cu faza auxiliara
C=20*10^-6
do while teta<=5*pi()/6
s=5*10^-6
do while s<=1
if s=5*10^-6
do unu
s=0.05
else
do unu
s=s+0.05
endif
enddo
teta=teta+pi()/6
enddo
set decimals to 2
set prin off
set prin to
clea
WAIT
modi comm valentin.txt noedit

```

\*varianta pentru montarea in paralel cu faza principala

```

*teta=pi()/2
*C=20*10^-6
*s=5*10^-6
*do while s<=1
*if s=5*10^-6
*   do doi
*s=0.05
*else
*   do doi
*s=s+0.05
*endif
*enddo
*C=80*10^-6
*do while C<=120*10^-6
*s=5*10^-6
*do while s<=1
*if s=5*10^-6
*   do doi
*s=0.05
*else
*   do doi
*s=s+0.05
*endif
*enddo
*C=C+40*10^-6
*enddo

```

\*varianta pentru montarea in paralel cu faza auxiliara

```

*teta=pi()/2
*C=20*10^-6
*s=1.00
*do while s<=2
*do trei
*s=s+0.05
*endif
*enddo
*C=80*10^-6
*do while C<=120*10^-6
*s=1.00
*do while s<=2
*do trei
*s=s+0.05
*endif
*enddo
*C=C+40*10^-6
*enddo

```

PROCEDURILE unu

ZA=complex(RA,XA)

ZB=complex(RB,XB)

ZAm=complex(RAm,XAm)

XC=1/(2\*pi()\*50\*C)

Z2Adprim=complex(R2Aprim\*Krd/s,X2Aprim\*Kxd)



```

Z2Aiprim=complex(R2Aprim*Kri/(2-s),X2Aprim*Kxi)
Ze2Ad=imp_complex(inm_complex(ZAm,Z2Adprim),sum_complex(ZAm,Z2Adprim))
Ze2Ai=imp_complex(inm_complex(ZAm,Z2Aiprim),sum_complex(ZAm,Z2Aiprim))

Z11=sum_complex(ZA,imp_complex(sum_complex(Ze2Ad,Ze2Ai),complex(2,0)))
Z12=dif_complex(inm_complex(complex((k^
1)*cos(teta),0),sum_complex(complex(0,XA),imp_complex(sum_complex(Ze2Ad,Ze2Ai),complex(2,0))))),i
nm_complex(complex(0,(k^-1)*sin(teta)),imp_complex(dif_complex(Ze2Ad,Ze2Ai),complex(2,0)))
Z21=sum_complex(inm_complex(complex((k^
1)*cos(teta),0),sum_complex(complex(0,XA),imp_complex(sum_complex(Ze2Ad,Ze2Ai),complex(2,0))))),i
nm_complex(complex(0,(k^-1)*sin(teta)),imp_complex(dif_complex(Ze2Ad,Ze2Ai),complex(2,0)))
Z22=sum_complex(dif_complex(ZB,inm_complex(complex(0,1),complex(XC,0))),inm_complex(complex((
K^2)/2,0),sum_complex(Ze2Ad,Ze2Ai)))
IA=inm_complex(imp_complex(dif_complex(Z22,Z12),dif_complex(inm_complex(Z11,Z22),inm_complex
(Z12,Z21))),complex(U,0))
IB=inm_complex(imp_complex(dif_complex(Z11,Z21),dif_complex(inm_complex(Z11,Z22),inm_complex
(Z12,Z21))),complex(U,0))
I=sum_complex(IA,IB)

Ze=imp_complex(complex(U,0),1)
FP=real_part(Ze)/modul(Ze)
I1d=imp_complex(sum_complex(IA,inm_complex(imp_complex(IB,complex(k,0)),complex(cos(teta),-
sin(teta))),complex(2,0))
I1i=imp_complex(sum_complex(IA,inm_complex(imp_complex(IB,complex(k,0)),complex(cos(teta),sin(tet
a))),complex(2,0))
I2Adprim=inm_complex(imp_complex(Ze2Ad,Z2Adprim),I1d)
I2Aiprim=inm_complex(imp_complex(Ze2Ai,Z2Aiprim),I1i)
M=R2Aprim*(modul(I2Adprim)*modul(I2Aiprim)/s-modul(I2Aiprim)*modul(I2Aiprim)/(2-s))/(PI()*25)
RAN=M*2*PI()*25*(1-s)/(U*modul(I)*FP)
aa=VAL(rnd_complex(complex(modul(IA),0),2))
bb=VAL(rnd_complex(complex(modul(IB),0),2))
INSERT INTO VALENTIN
(CAPACITATE,ALUNECARE,FACTPUT,CURENT,CUPLU,RANDAMENT,CURRENT_IA,CURRENT_IB)
VALUES (C,S,FP,MODUL(I),M,RAN,aa,bb)
??"-----"
?" C="+rnd_complex(complex(C,0),2)+" " "S="+rnd_complex(complex(S,0),2)+" "
?" " "Ze2Ad="+rnd_complex(Ze2Ad,2)+" " "Ze2Ai="+rnd_complex(Ze2Ai,2)+" "
?" " "IA| " "rnd_complex(complex(modul(IA),0),2)+" "
?" " "IB|="+rnd_complex(complex(modul(IB),0),2)+" " "I="+rnd_complex(complex(modul(I),0),2)
?" " "FP="+rnd_complex(complex(FP,0),2)
??" "M="+rnd_complex(complex(M,0),2)
??" "RAN="+rnd_complex(complex(RAN,0),2)
RETURN

PROCEDURE doi
ZA=complex(RA,XA)
ZB=complex(RB,XB)
ZAm=complex(RAm,XAm)
XC=1/(2*pi()*50*C)
Z2Adprim=complex(R2Aprim*Krd/s,X2Aprim*Kxd)
Z2Aiprim=complex(R2Aprim*Kri/(2-s),X2Aprim*Kxi)
Ze2Ad=imp_complex(inm_complex(ZAm,Z2Adprim),sum_complex(ZAm,Z2Adprim))
Ze2Ai=imp_complex(inm_complex(ZAm,Z2Aiprim),sum_complex(ZAm,Z2Aiprim))
Z11=sum_complex(sum_complex(ZA,imp_complex(sum_complex(Ze2Ad,Ze2Ai),complex(2,0))),inm_com
plex(complex(0,K^-1),imp_complex(dif_complex(Ze2Ad,Ze2Ai),complex(2,0)))

```

```

Z12=sum_complex(ZB,sum_complex(inm_complex(complex((K*K)^-
1,0),imp_complex(sum_complex(Ze2Ad,Ze2Ai),complex(2,0))),inm_complex(complex(0,(-2*K)^-
1),dif_complex(Ze2Ad,Ze2Ai)))
Z21=sum_complex(dif_complex(ZA,inm_complex(complex(0,1),complex(XC,0))),imp_complex(sum_com
plex(Ze2Ad,Ze2Ai),complex(2,0)))
Z22=dif_complex(complex(0,XC),inm_complex(complex(0,(2*k)^-1),dif_complex(Ze2Ad,Ze2Ai)))
IA=inm_complex(imp_complex(Z22,dif_complex(inm_complex(Z11,Z22),inm_complex(Z12,Z21))),comple
x(U,0))
IB=inm_complex(imp_complex(neg_complex(Z21),dif_complex(inm_complex(Z11,Z22),inm_complex(Z1
2,Z21))),complex(U,0))
I=IB

```

```

Ze=imp_complex(complex(U,0),1)
FP=real_part(Ze)/modul(Ze)
Hd=imp_complex(sum_complex(IA,inm_complex(imp_complex(IB,complex(k,0)),complex(cos(teta),-
sin(teta))),complex(2,0))
Hi=imp_complex(sum_complex(IA,inm_complex(imp_complex(IB,complex(k,0)),complex(cos(teta),sin(tet
a))),complex(2,0))
I2Adprim=inm_complex(imp_complex(Ze2Ad,Z2Adprim),Hd)
I2Aiprim=inm_complex(imp_complex(Ze2Ai,Z2Aiprim),Hi)
M=R2Aprim*(modul(I2Adprim)*modul(I2Adprim)/s-modul(I2Aiprim)*modul(I2Aiprim)/(2-s))/(PI()*25)
RAN=M*2*PI()*25*(1-s)/(U*modul(I)*FP)
aa=VAL(rnd_complex(complex(modul(IA),0),2))
bb=VAL(rnd_complex(complex(modul(IB),0),2))
INSERT INTO VALENTIN
(CAPACITATE,ALUNECARE,FACTPUT,CURENT,CUPLU,RANDAMENT,CURENT IA,CURENT IB)
VALUES (C,S,FP,MODUL(I),M,RAN,aa,bb)
?"-----"
?" C=" +rnd_complex(complex(C,0),2) + " " + "S=" +rnd_complex(complex(S,0),2) + " "
?"      " + "Ze2Ad=" +rnd_complex(Ze2Ad,2) + " " + "Ze2Ai=" +rnd_complex(Ze2Ai,2) + " "
?"      " + " |IA| " +rnd_complex(complex(modul(IA),0),2) + "
?" |IB|=" +rnd_complex(complex(modul(IB),0),2) + " " + "I=" +rnd_complex(complex(modul(I),0),2)
?"      " + "FP=" +rnd_complex(complex(FP,0),2)
?" " + "M " +rnd_complex(complex(M,0),2)
?" " + "RAN=" +rnd_complex(complex(RAN,0),2)
RETURN

```

PROCEDURE trei

ZA=complex(RA,XA)

ZB=complex(RB,XB)

ZAm=complex(RAm,XAm)

XC=1/(2\*pi()\*50\*C)

Z2Adprim=complex(R2Aprim\*Krd/s,X2Aprim\*Kxd)

Z2Aiprim=complex(R2Aprim\*Kri/(2-s),X2Aprim\*Kxi)

Ze2Ad=imp\_complex(inm\_complex(ZAm,Z2Adprim),sum\_complex(ZAm,Z2Adprim))

Ze2Ai=imp\_complex(inm\_complex(ZAm,Z2Aiprim),sum\_complex(ZAm,Z2Aiprim))

Z11=dif\_complex(sum\_complex(ZA,imp\_complex(sum\_complex(Ze2Ad,Ze2Ai),complex(2,0))),inm\_comp
lex(complex(0,1),complex(XC,0)))

Z12=sum\_complex(inm\_complex(complex(0,-1/2\*K^-
1),dif\_complex(Ze2Ad,Ze2Ai)),inm\_complex(complex(0,1),complex(XC,0)))

Z21=sum\_complex(inm\_complex(complex(0,1/2\*K^-
1),dif\_complex(Ze2Ad,Ze2Ai)),inm\_complex(complex(0,1),complex(XC,0)))

Z22=sum\_complex(dif\_complex(ZB,inm\_complex(complex(0,1),complex(XC,0))),inm\_complex(complex(1

```

/2*K^-2,0),sum_complex(Ze2Ad,Ze2Ai)))
IA=inm_complex(imp_complex(Z22,dif_complex(inm_complex(Z11,Z22),inm_complex(Z12,Z21))),complex(U,0))
IB=inm_complex(imp_complex(neg_complex(Z21),dif_complex(inm_complex(Z11,Z22),inm_complex(Z12,Z21))),complex(U,0))
I=IA

Ze=imp_complex(complex(U,0),1)
FP=real_part(Ze)/modul(Ze)
I1d=imp_complex(sum_complex(IA,inm_complex(imp_complex(IB,complex(k,0)),complex(cos(teta),-sin(teta))),complex(2,0))
I1i=imp_complex(sum_complex(IA,inm_complex(imp_complex(IB,complex(k,0)),complex(cos(teta),sin(teta))))),complex(2,0))
I2Adprim=inm_complex(imp_complex(Ze2Ad,Z2Adprim),I1d)
I2Aiprim=inm_complex(imp_complex(Ze2Ai,Z2Aiprim),I1i)
M=R2Aprim*(modul(I2Adprim)*modul(I2Aiprim)/s-modul(I2Aiprim)*modul(I2Aiprim)/(2-s))/(PI()*25)
RAN=M*2*PI()*25*(1-s)/(U*modul(I)*FP)
aa=VAL(rnd_complex(complex(modul(IA),0),2))
bb=VAL(rnd_complex(complex(modul(IB),0),2))
INSERT INTO VALENTIN
(CAPACITATE,ALUNECARE,FACTPUT,CURENT,CUPLU,RANDAMENT,CURENT_IA,CURENT_IB)
VALUES (C,S,FP,MODUL(I),M,RAN,aa,bb)
"-----"
?" C=" + rnd_complex(complex(C,0),2) + " " + "S=" + rnd_complex(complex(S,0),2) + " "
?" " + "Ze2Ad=" + rnd_complex(Ze2Ad,2) + " " + "Ze2Ai=" + rnd_complex(Ze2Ai,2) + " "
?" " + "IA=" + rnd_complex(complex(modul(IA),0),2) + "
" + "IB=" + rnd_complex(complex(modul(IB),0),2) + " " + "I=" + rnd_complex(complex(modul(I),0),2)
?" " + "FP=" + rnd_complex(complex(FP,0),2)
??" " + "M=" + rnd_complex(complex(M,0),2)
??" " + "RAN=" + rnd_complex(complex(RAN,0),2)
RETURN

FUNCTION complex
PARAMETER real,imaginar
PRIVATE numar_complex,nz
nz=SET("DECIMALS")
IF TYPE("real")<>"N"
    real=0
ENDIF
IF TYPE("imaginar")<>"N"
    imaginar=0
ENDIF
numar_complex=alltrim(str(real,10+1+nz,nz))
IF imaginar=0
    RETURN numar_complex
ELSE
    IF imaginar>0
        numar_complex=numar_complex + " + " + alltrim(str(imaginar,10+1+nz,nz)) + "j"
    ELSE
        numar_complex=numar_complex + alltrim(str(imaginar,10+1+nz,nz)) + "j"
    ENDIF
    RETURN numar_complex
ENDIF

```

```

FUNCTION real_part
PARAMETER numar_complex
PRIVATE partea_reala,poz
poz=AT("+",numar_complex)
IF poz=0
    poz=AT("-",numar_complex)
    IF poz=1
        poz=AT("-",numar_complex,2)
    ENDIF
ENDIF
IF poz<=0
    partea_reala=VAL(SUBSTR(numar_complex,1,poz-1))
ELSE
    partea_reala=VAL(numar_complex)
ENDIF
RETURN partea_reala

FUNCTION img_part
PARAMETER numar_complex
PRIVATE partea_imaginara,poz
poz=AT("+",numar_complex)
IF poz=0
    poz=AT("-",numar_complex)
    IF poz=1
        poz=AT("-",numar_complex,2)
    ENDIF
ENDIF
IF poz<>0
    partea_imaginara=VAL(SUBSTR(numar_complex,poz,len(numar_complex)-poz))
ELSE
    partea_imaginara=0
ENDIF
RETURN partea_imaginara

FUNCTION sum_complex
PARAMETER c1,c2
RETURN complex(real_part(c1)+real_part(c2),img_part(c1)+img_part(c2))

FUNCTION dif_complex
PARAMETER c1,c2
RETURN complex(real_part(c1)-real_part(c2),img_part(c1)-img_part(c2))

FUNCTION inm_complex
PARAMETER c1,c2
RETURN complex(real_part(c1)*real_part(c2)-
img_part(c1)*img_part(c2),real_part(c1)*img_part(c2)+img_part(c1)*real_part(c2))

FUNCTION inv_complex
PARAMETER c
RETURN
inm_complex(complex(1/(real_part(c)*real_part(c)+img_part(c)*img_part(c)),0),complex(real_part(c),-
img_part(c)))

FUNCTION neg_complex
PARAMETER c

```

```
RETURN complex(-real_part(c),-img_part(c))
```

```
FUNCTION imp_complex
```

```
PARAMETER c1,c2
```

```
RETURN inm_complex(c1,inv_complex(c2))
```

```
FUNCTION modul
```

```
PARAMETER c
```

```
RETURN sqrt(real_part(c)*real_part(c)+img_part(c)*img_part(c))
```

```
FUNCTION rnd_complex
```

```
PARAMETER c,n
```

```
PRIVATE x,y,ex,ey,numar_complex
```

```
x = real_part(c)
```

```
y=img_part(c)
```

```
ex=0
```

```
ey=0
```

```
do while x<>0 .and. abs(x)<1
```

```
    x=x*10
```

```
    ex=ex+1
```

```
enddo
```

```
do while y<>0 .and. abs(y)<1
```

```
    y=y*10
```

```
    ey=ey+1
```

```
enddo
```

```
numar_complex="0"
```

```
IF x<>0
```

```
    numar_complex=alltrim(str(round(x,n),len(alltrim(str(x)))+IF(n<>0,1+n,0),n))+IF(ex<>0,"[
```

```
E"+alltrim(str(ex))+"]",")"
```

```
    IF y<>0
```

```
        numar_complex=numar_complex+IF(y<0,"-
```

```
","+")+alltrim(str(round(y,n),len(alltrim(str(y)))+IF(n<>0,1+n,0),n))+IF(ey<>0,"[E"+alltrim(str(ey))+"]",")
```

```
)+"]"
```

```
    ENDIF
```

```
ELSE
```

```
    IF y<>0
```

```
        numar_complex=IF(y<0,"-
```

```
","+")+alltrim(str(round(y,n),len(alltrim(str(y)))+IF(n<>0,1+n,0),n))+IF(ey<>0,"[E"+alltrim(str(ey))+"]",")
```

```
)+"]"
```

```
    ENDIF
```

```
ENDIF
```

```
RETURN numar_complex
```

## Bibliografie

- [1] **Adkins, B.** -Obsciaia teoria electriceskih mašin. Moskva-Leningrad, Gosenergoizdat, 1960.
- [2] **Akira, T.** -A Method for Design of Two-Speed Shunted Capacitor Motor, in Electric Machines and Power Systems, 1988, Vol. 15, nr. 2, pag. 81÷92.
- [3] **Alexeev, A.** -Construcția mașinilor electrice. București, Editura Tehnică, 1951.
- [4] **Adronescu, P.** -Bazele electrotehnicii. București, Editura Didactică și Pedagogică, 1972.
- [5] **Atanasiu, Gh.** -Mașini electrice. Timișoara, Litografia I.P.T., 1973.
- [6] **Babescu, M.** -Mașini electrice monofazate. București, Editura Tehnică, 1992.
- [7] **Babescu, M.** -Mașini electrice. Timișoara, Universitatea Tehnică Timișoara, 1994.
- [8] **Babescu, M.** -Influența capacității și a plasării fazei auxiliare asupra performanțelor motorului asincron monofazat. Bul. Științific și Tehnic al I.P.T., Tom, 36(50), 1991, pag. 65÷75.
- [9] **Babescu, M.** -Mașini electrice. (Probleme)I. Timișoara, Litografia I.P.T., 1991.
- [10] **Babescu, M.** -Mașini electrice. (Probleme)II. Timișoara, Litografia I.P.T., 1992.
- [11] **Babescu, M.** -Mașini electrice. Culegere de probleme rezolvate. București, Editura Tehnică, 1996.
- [12] **Bălă, C.** -Mașini electrice. București, E.D.P., 1982.
- [13] **Bălă, C.** -Proiectarea mașinilor electrice. București, E.D.P., 1967.
- [14] **Bălă, C.** -Mașini electrice. București, E.D.P., 1979.
- [15] **Bodefeld, Th.; Sequenz, H.** -Elektrische Maschinen. Wien 6 Auflage, Springer Verlag, 1962.
- [16] **Boldea, I.; Atanasiu, Gh.** -Analiza unitară a mașinilor electrice. București, Editura Academiei Române, 1983.

- [17] **Boldea, I.** -Parametrii mașinilor electrice. București, Editura Academiei Române, 1991.
- [18] **Boldea, I.** -Încercările mașinilor electrice. Timișoara, Litografia I.P.T., 1979.
- [19] **Câmpeanu, A.** -Mașini electrice. Craiova, Editura Scrisul Românesc, 1988.
- [20] **Chatelain, I.** -Maschines électriques. Dunod, 1983.
- [21] **Cioc, I.; Nica, C.** -Proiectarea mașinilor electrice. București, Editura Didactică și Pedagogică, 1994.
- [22] **Cioc, I.; Bichir, N.; Cristea, N.** -Mașini electrice. Îndrumar de proiectare , vol. II, Craiova, Editura Scrisul Românesc, 1981.
- [23] **Danilevici, I.; Dombrovski, V.V.; Kazovski, E. I.** -Parametrii mașinilor de curent alternativ. București, Editura Tehnică, 1968.
- [24] **De Sabata, I.** -Bazele electrotehnicii. Vol. I, II, III, I.P.T., 1972-1976.
- [25] **Dogaru, M.; Șoimu, C.** -Repararea și recalcularea motoarelor asincrone monofazate de putere mică. București, Editura Tehnică, 1968.
- [26] **Dordea, T.** -Mașini electrice. București, Editura Didactică și Pedagogică, 1977.
- [27] **Dordea, T.; Biriescu, M.** -Proiectarea mașinilor electrice. Partea I, II, I.P.T., 1992-1993.
- [28] **Dordea, T.** -La théorie des deux axes pour les machines électriques à enroulement répartis par zones. Revue Roumanie des sciences techniques. Série Électrotechnique et énergétique, Tome 38, Avril-Juin, 1993.
- [29] **Dordea, T.** -Beitrag zur Zweiachsentheorie der elektrischen Maschinen, in A.f.E., 50, 1966, pag. 362÷371.
- [30] **Dordea, T.** -Asupra ecuațiilor mașinilor electrice de c.a. în St. și Cerc. de Energ. și Electrot., XVI, 1, pag. 17÷32.
- [31] **Dordea, T.** -Asupra cuplului electromagnetice al mașinilor electrice de c.a. în St. și Cerc. de Energ. și Electrot., XVIII, 1, pag. 131÷146.
- [32] **Fransua, AL.; Măgureanu, R.; Tocaci, M.** -Mașini și acționări electrice. București, Editura Didactică și Pedagogică, 1980.

- [33] Galan, N.; Ghiță, C.; Cistelean, M. -Mașini electrice. București, Editura Didactică și Pedagogică, 1981.
- [34] Gheorghiu, I.S.; Fransua, A. -Tratat de mașini electrice. Vol III, Editura Academiei, 1971.
- [35] Heiles, F. -Wiclungen elektrischer Maschinen und ihre Herstellung. Berlin 2 Auflage, Springer Verlag, 1953.
- [36] Hochreiner, A. -Symmetrische Komponenten. Wien, Springer Verlag, 1957.
- [37] Huang, H.; Fuchs, E.F.; Zak, Z. -Optimisation of single-phase inductions motor design. Partea I, II, I.E.E.E. Trans. on Energy Conversion vol 3, no 2 June 1988.
- [38] Ivanov-Smolenski, A. -Machines électriques. Vol I, II, Editura de Moscou, 1980.
- [39] Jerve, G.K. -Încercările mașinilor electrice rotative. București, Editura Tehnică, 1972.
- [40] Jones, C.V. -The Unified Theory of Electrical Machines. London, Butterworths, 1967.
- [41] Kopylov, I.P. -Mathematical Models of Electric Machines. Mir Publishers Moscow, 1984.
- [42] Kostenco, P. -Electricieskie mașini. Spețialnaia ciast. Moskva-Leningrad, Gosenergoizdat, 1984.
- [43] Kostenco, M.; Piotrovski, L. -Machines électriques. Vol II, Moscou, Editions Mir, 1969, pag. 622÷632.
- [44] Kovacs, P.K. -Symmetrische Komponenten in Wechselstrommaschinen. Basel und Stuttgart, Verlag Birkhäuser, 1962.
- [45] Kovacs, P.K. -Betriebsverhalten von Asynchronmaschinen. Berlin, V.E.B. Verlag Technik, 1957.
- [46] Kucera, I. -Moteur asynchrone monophasé avec l' enroulment auxiliare. In R.G.E., 5, 1949.
- [47] Kuhlmann, K. -Theoretische Elektrotechnik. Basel, Verlag, Birkhauser. Vol. III, 1949.



- [48] **Lazu, C.; Corlăţeanu, V.** -Maşini electrice. Vol. II, Bucureşti, Editura Didactică şi Pedagogică, 1962.
- [49] **Lăzăroiu, F.D.** -Maşini electrice de mică putere. Bucureşti, Editura Tehnică, 1965.
- [50] **Măgureanu, R.** -Maşini electrice speciale pentru sisteme automate. Bucureşti, Editura Tehnică, 1980.
- [51] **Mocanu, C.I.** -Teoria câmpului electromagnetic. Bucureşti, Editura Didactică şi Pedagogică, 1981.
- [52] **Morgan, A.T.** -General Theory of Electrical Machines, London, Philadelphia, Rheine, Heiden, 1979.
- [53] **Müller, G.** -Elektrische Maschinen. V.E.B. Verlag Technik, 1967.
- [54] **Nedelcu, V.N.** -Regimurile de funcţionare ale maşinilor electrice de curent alternativ. Bucureşti, Editura Tehnică, 1968.
- [55] **Nica, E.; Babescu, M.** -Maşini electrice. Timişoara, Litografia I.P.T., 1988.
- [56] **Nicolaide, A.** -Maşini electrice. Teorie. Proiectare. Vol. I, II, Craiova, Editura Scrisul Românesc, 1975.
- [57] **Novac, I.** -Maşini electrice. Vol. I, II, Litografia I.P.T., 1975.
- [58] **Nürnberg, W.** -Die Asynchronmaschine. Berlin, Springer Verlag, 1963.
- [59] **Pouloujadoff, M.M.** -Contribution à l' étude des moteurs asynchronés monophasés. In: R.G.E.. nr. 10, pag. 591; nr. 11, pag. 641; nr. 12, pag. 696, 1959.
- [60] **Postnikov, I.M.** -Proiectarea maşinilor electrice. Bucureşti, Editura Energetică de Stat, 1954.
- [61] **Pustola, J.; Sliwinski, T.** -Kleine Einphasen-Motoren. Berlin, V.E.B.Verlang Technik, 1961.
- [62] **Răduleş, R.** -Bazele teoretice ale electrotehnicii. Vol. III, Bucureşti, Litografia Învăţământului, 1955.
- [63] **Răduleş, R.** -Bazele electrotehnicii. Bucureşti, Editura Didactică şi Pedagogică, Probleme I, II, 1981.
- [64] **Richter, R.** -Înfăşurările maşinilor electrice. Bucureşti, Editura Tehnică, 1958.

- [65] **Richter, R.** -Mașini electrice. Vol. IV, București, Editura Tehnică, 1960.
- [66] **Sand, M.** -Mașini electrice speciale. București, Editura Tehnică și Pedagogică, 1963.
- [67] **Schuisky, W.** -Induktionsmaschinen. Wien, Springer Verlag, 1960.
- [68] **Schuisky, W.** -Beitrag zur Theorie des Einphasenspaltmors. In Eu M, 1953, pag. 99.
- [69] **Sequenz, H.** -Die Wicklungen elektrischer Maschinen. Wien, Springer Verlag, Vol III, 1973.
- [70] **Șora, C.** -Bazele electrotehnicii. București, Editura Didactică și Pedagogică, 1982.
- [71] **Șora, I.; Babescu, M.** -Micromotorul cu poli ecranati. București, Editura Tehnică, 1979.
- [72] **Teodorescu, D.** -Soluții noi. Tendințe. Orientări. Timișoara, Editura Facla, 1981.
- [73] **Timotin, A.; Hortopan, V.; Ifrim, A.** -Lección de bazele electrotehnicii. București, Editura Didactică și Pedagogică, 1970.
- [74] **Vogt, K.** -Elektrische Maschinen. Berlin, V.E.B. Verlag Technik, 1974.
- [75] **Wideman, E.** -Konstruktion elektrischer Maschinen. Berlin, Spriger Verlag, 1967.