

UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" TIMIȘOARA  
FACULTATEA DE MECANICĂ

647.595  
10-6

inginer Adriana Minerva MOȚICA

Teza de doctorat

**"OPTIMIZAREA STRUCTURILOR DE REZISTENȚĂ ALE MASINILOR UNELTE  
PRIN PROIECTAREA ASISTATĂ DE CALCULATOR CU METODE NUMERICE  
Aplicații pe strunguri normale"**

BIBLIOTECA CENTRALĂ  
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"  
TIMIȘOARA

Conducător științific: Profesor dr.ing Ionel DOBRE

1996

## CUPRINS

- **Capitolul 1. Stadiul actual al cercetarilor privind calculul si optimizarea structurilor de rezistenta utilizate in constructia batiurilor de masini-unelte**
  - 1.1 Generalitati \1
  - 1.2 Date generale privind batiurile de strunguri \5
  - 1.3 Calculul sarcinilor exterioare care solicita un batiu de strung normal \8
  - 1.4 Consideratii generale privind calculul ghidajelor de lunecare ale batiului \12
  - 1.5 Asupra calculelor clasice de rezistenta si rigiditate ale batiurilor de strung \15
- **Capitolul 2. Contributii privind problema substructurarii**
  - 2.1 Unele probleme fundamentale ale metodei elementului finit (M.E.F.) \19
  - 2.2 Consideratii privind metoda substructurarii in cazul batiurilor de strung \23
  - 2.3 Idei si rezultate noi \29
    - 2.3.1 Cateva consideratii asupra programului I-DEAS Master Series \29
    - 2.3.2 Elemente de calcul pentru structura batiului \31
    - 2.3.3 Asupra sarcinilor care solicita batiul \34
    - 2.3.4 Cateva date privind materialele utilizate \37
    - 2.3.5 Batiul ca substructura (supraelement) \38
    - 2.3.6 Algoritmi si programe originale pentru calculul placilor plane \47
- **Capitolul 3. Rezultate noi privind analiza dinamica-numerica-a unui batiu de strung Contributii la cercetarea vibratiilor aleatoare.**
  - 3.1 Generalitati privind comportarea dinamica a strungurilor \58
  - 3.2 Contributii la studiul vibratiilor libere \61
  - 3.3 Caracterul aleator al excitatiei. Contributii la studiul vibratiilor aleatoare ale strungului \69
    - 3.3.1 Elemente fundamentale din teoria proceselor stohastice utilizate in dinamica strungurilor \70
    - 3.3.2 Date sumare privind teoria spectrala a functiilor aleatoare stationare \72
    - 3.3.3 Caracteristicile generale ale unui sistem dinamic \73
    - 3.3.4 Aprecierea analitica a unor regimuri tranzitorii. Studiul comportarii batiului la impuls \74
    - 3.3.5 Contributii la aproximarea functiei de autocorelatie si utilizarea ei \81
  - 3.4 Analiza numerica a vibratiilor fortate ale batiului de strung \99
- **Capitolul 4. Cercetari privind optimizarea structurilor de rezistenta ale strungurilor Solutii comparative. Rezultate numerice.**
  - 4.1 Problematika generala a optimizarii structurilor de rezistenta \110
    - 4.1.1 Aspecte generale in problema optimizarii \110
    - 4.1.2 Consideratii privind aspectele matematice generale ale problemei optimizarii. \113
  - 4.2 Asupra optimizarii placilor cu rigiditate impusa \117
  - 4.3 Noi solutii constructive si analiza comparativa a rezultatelor privind rigiditatea si consumul de material \125
- **Capitolul 5. Cercetari experimentale statice si dinamice. Studii comparative. Comentarii si concluzii**
  - 5.1 Masuratori statice
    - 5.1.1 Rigiditatea statica a unei masini unelte \151
    - 5.1.2 Conditii experimentale \152

5.2 Masuratori dinamice	
5.2.1 Programul de investigare experimentală	184
5.2.2 Analiza comparativă a rezultatelor	226
5.3 Observatii finale si concluzii	232
• <b>SINTEZA PRINCIPALELOR CONTRIBUTII</b>	235
• Bibliografie-contine 337 titluri dintre care 28 sunt lucrari din teza,publicate singura 15 sau in colaborare 13	237
• Anexa A	pagina
Desene de executie batiu strung normal	A1-A3
Model de aproximare structural Program I-DEAS	A4-A5
Model element finit Program I-DEAS	A6-A10
Diagrame caracteristice $F_c$	A11-A12
Influenta diferitelor subansamble asupra amortizarii	A13
Calcul static-(deplasari)-Program I-DEAS MS 1.2	A14-A31
Calcul dinamic-frecvente proprii- Program I-DEAS MS 1.3	A32-A55
Listinguri calcul static Program I-DEAS MS 1.2	A56-A57
Listinguri calcul dinamic Program I-DEAS MS 1.2	A58-A60
Listinguri Program GRINPER,rezultate	A61-A63
Listinguri Program INCO,rezultate	A64-A69
Listinguri calcul dinamic Program I-DEAS MS 2.0-variante substructurare	A70-A149
• Anexa B	
Calculul vibratiilor fortate-Program MARC-MENTAT II	
Varianta stru_f4( $n=800\text{rpm}; p_0=0,1 p_{0,\text{nod}}; \text{amortizare structurala}$ )	B1-B73
Varianta stru_f2( $n=1000\text{rpm}; p_0=0,1 p_{0,\text{nod}}; \text{amortizare structurala}$ )	B74-B147
Varianta stru_f( $n=1200\text{rpm}; p_0=0,1 p_{0,\text{nod}}; \text{amortizare structurala}$ )	B148-B219
Varianta stru_f4( $n=800\text{rpm}; p_0=0,1 p_{0,\text{nod}}; \text{amortizare structurala}+\text{suruburi fundatie}$ )	B221-B291
Varianta stru_f2( $n=1000\text{rpm}; p_0=0,1 p_{0,\text{nod}}; \text{amortizare structurala}+\text{suruburi fundatie}$ )	B293-B363
Varianta stru_f( $n=1200\text{rpm}; p_0=0,1 p_{0,\text{nod}}; \text{amortizare structurala}+\text{suruburi fundatie}$ )	B364-B437
Varianta stru_f5( $n=800\text{rpm}; p_0=0,2 p_{0,\text{nod}}; \text{amortizare structurala}$ )	B438-B509
Varianta stru_f3( $n=1000\text{rpm}; p_0=0,2 p_{0,\text{nod}}; \text{amortizare structurala}$ )	B510-B578
Varianta stru_f1( $n=1200\text{rpm}; p_0=0,2 p_{0,\text{nod}}; \text{amortizare structurala}$ )	B579-B651
Varianta stru_f5( $n=800\text{rpm}; p_0=0,2 p_{0,\text{nod}}; \text{amortizare structurala}+\text{suruburi fundatie}$ )	B652-B723
Varianta stru_f3( $n=1000\text{rpm}; p_0=0,2 p_{0,\text{nod}}; \text{amortizare structurala}+\text{suruburi fundatie}$ )	B725-B796
Varianta stru_f1( $n=1200\text{rpm}; p_0=0,2 p_{0,\text{nod}}; \text{amortizare structurala}+\text{suruburi fundatie}$ )	B798-B868
• Anexa C	
Calcul static-(tensiuni)-Program I-DEAS MS 1.2	C1-C16
Sectionile si punctele de calcul de pe batiu	C17
Fortele de pe batiu (dir.x,y,z)	C18-C21
Calcul dinamic-(tensiuni)-Program MARC-MENTAT II	C22-105
Variante substructurare-Program I-DEAS MS 2.0	C106-C118

## Capitolul 1.

### STADIUL ACTUAL AL CERCETARILOR PRIVIND CALCULUL SI OPTIMIZAREA STRUCTURILOR DE REZISTENTA UTILIZATE IN CONSTRUCTIA BATIURILOR DE MASINI - UNELTE

#### 1.1. Generalitati

1. Tema lucrării de față a pornit de la observația-rezultată din literatura de specialitate și din practica fabricanților - că batiurile de mașini-unelte în general și cele ale strungurilor în particular **-nu se calculează!** Ele se proiectează în mod constructiv, pe baza tradiției, a rezultatelor obținute pe mașini-unelte din serii mai vechi, a dotării tehnice privind operațiile de turnare și de prelucrare și a experienței unor proiectanți cu "simț tehnic" și mulți ani de practică. Cauzele esențiale ale acestei situații paradoxale sînt multiple:

(I)- Forma constructivă dictată în mare parte de necesități funcționale, conduce în esență la o structură de rezistență deosebit de complexă, alcătuită din plăci de grosime variabilă, dispuse în plane diferite, cu goluri, cu rigidizări, cu diverse tipuri de îmbinări, realizate în general din turnare sub o formă continuă, **al căror calcul analitic este indiscutabil imposibil de realizat**. De aceea ele au fost reduse, prin diverse metode, la elemente de rezistență de tipul grinzilor sau cadrelor pentru care calculul de rezistență și rigiditate este cunoscut în detaliu. Evident că o astfel de metodologie este foarte departe de realitate și de aceea abandonată aproape în totalitate. Problema a fost însă reluată în ultimele decenii odată cu dezvoltarea metodelor numerice de element finit ceea ce a readus în actualitate necesitatea, cel puțin a verificării condițiilor de rezistență, rigiditate, vibrații și stabilitate a modelelor realizate. Evident că și în acest caz, cu toate disponibilitățile uriașe ale metodelor numerice și capacitatea impresionantă de soluționare a computerelor, cu toată dezvoltarea unor programe laborioase de element finit: COSMOS/M; I-DEAS MS 1.3 ; ANSYS; MSC NASTRAN; MARC MENTAT etc, problema prezintă particularități care nu au fost cuprinse în astfel de programe, cum ar fi: amortizarea introdusă prin îmbinări, filtrarea acțiunilor exterioare prin sistemul elastic, comportarea structurii ca un sistem închis, influența reciprocă a surselor de vibrații, etc.

(II)- Ideea că aceste batiuri trebuie să aibă o rigiditate statică și dinamică **cît** mai mare pentru a asigura o calitate **cît** mai bună a suprafeței prelucrate, a condus la încărcarea batiului cu nervuri de rigidizare **pînă** la limita acceptabilă de funcționalitate. Această corelație directă între rigiditatea batiului și calitatea suprafeței și formei piesei prelucrate, nu a ținut cont de aspectul economic al problemei, consumul de material nefiind un factor determinant; dar poate acest aspect care de asemenea revine puternic în actualitate, nici nu putea fi rezolvat în lipsa unor mijloace adecvate de calcul și de măsurare dinamică a stării de deformare și a vibrațiilor batiului. De aceea cercetările moderne ale ultimilor decenii s-au orientat preponderent pe studiile de dinamică **vizînd** stabilitatea și vibrațiile structurii fie în ansamblu, fie pe părți componente în cadrul unui model de sistem închis, se pare cel mai apropiat de realitate [A2],[B29],[C8],[D3],[K1],[K14],[O3], etc. Problema a rămas deschisă deoarece calculul dinamic nu și-a găsit încă o soluționare unică iar pe plan mondial sînt păreri diferite și contradictorii. În plus nu există rezultate notabile de utilizare a analizei dinamice încă din stadiul de proiectare [A3],[B4],[B6],[B18],[C16],[D6],[F1]. [K2],[L6],[Z1].

(III)- Pe baza observatiilor de mai sus, care au condus la o proiectare empirica, nici nu s-a mai pus problema de optimizare a structurii de rezistenta a batiului, care necesita evident calcule mult mai laborioase, introducerea unor parametri de forma variabili in limite largi care sa conduca la o corelare optima intre starea deformata (rigiditatea) si consumul de material. Acesta este, de aceea, unul din obiectivele urmarite in alcatuirea acestei lucrari.

(IV)- De multe ori problema calculului de rezistenta si rigiditate al batiului este subordonata unor probleme de estetica, de tipizare, de volum de productie, imposibilitati de turnare si prelucrare, etc, ceea ce determina proiectantii sa mearga pe solutii acoperitoare. Aceste solutii nu sunt totdeauna cele mai fericite deoarece intr-un sistem inchis cu mai multe surse de vibratii, cu aparitia autovibratiilor; cu variatia simultana - pe parcursul exploatarei - a conditiilor de frecare, de ungere, de amortizare, a variatiei pozitiei relative a sistemelor mobile, pot conduce la distribuirii de deformatii cu efect nefavorabil. De aceea rigidizarea batiului nu poate fi facuta haotic, ea necesita studii aprofundate de dinamica [A3],[C8],[G13],[G14],[K3],[O2],[W2].

2. Cercetarile in domeniul masinilor-unelte sint destul de vechi [A2] si au fost dictate de dezvoltarea exploziva a productiei industriale de la inceputul secolului. Astfel in 1927, SLESINGER a elaborat un sistem de teste privitoare la alinierea ghidajelor, iar in 1935 K. VOTINOV introduce conceptul de rigiditate statica dezvoltat ulterior de D. RESETOV; B. BALAKSIN; K. ENIKEIEV, prin elaborarea unui sistem suplimentar de teste, generalizat apoi in toate tarile industriale. In anii urmatiori s-a declansat cercetarile de dinamica privind vibratiile si stabilitatea. Ele au inceput aproape concomitent in SUA in cadrul AIR - Force si la Universitatea Cincinati (J. LEMON); in fosta URSS la Institutul de Cercetari Experimentale pentru Masini-Unelte Aschietoare din Moscova (N.S.ACERKAN; V.A.KUDINOV); in Anglia la Universitatile din Birmingham si Manchester (S.A.TOBIAS; F. KOENIGSBERGER); in Germania la Scoala Superioara din Aachen - laboratorul de masini unelte (H. OPITZ; M. WECK); in Japonia la Universitatea din Nagoya; in Italia la Centrul Experimental pentru Masini-Unelte, Cinisello Balsamo; in Belgia la Universitatea din Louvain; in Cehia la Institutul de Cercetari de Masini-Unelte din Praga (J. TLUSTY). Si in Romania s-a creat o puternica scoala in domeniu, incepind din anii '60, prin I.C.P.M.U.A.(Institutul de Cercetari si Proiectari pentru Masini-Unelte si Agregate): M.CIRTU; M. LUDIG s.a. si prin cadrele de masini unelte si tehnologia constructiei de masini din institutele politehnice (P. DODOC; C. ISPAS; GH. ZGURA; C. MINCIU; L. DEACU; GH. PAVEL; F. SAGYEBO; I. LAZARESCU; A. ALBU; A. RENER; S. CHIARIACESCU s.a.).

\*\*\*

In municipiul Arad exista o bogata traditie in fabricarea de masini-unelte, despre care imi permit sa dau cateva detalii preluate de lucrarea publicata de un colectiv al fabricii de profil. Intreprinderea de Strunguri din Arad (fosta intreprindere Janto, devenita ulterior Iosif Ranghet) realizeaza primele trei strunguri denumite  $S_1$  in decembrie 1949. In 1950 se produce un nou tip de strung normal  $S_2$ , care ramane produsul de baza pana in 1955 (referindu-ne numai la strungurile universale). In 1954, pe baza de licenta sovietica (1-A-62) se asimileaza strungul  $S_3$  care se mentine in fabricatie timp de 10 ani, datorita numarului sporit de trepte de turatie si a unei

puteri instalate relativ mari. In 1954 se asimileaza strungul de precizie  $S_4$  dupa documentatie Cehoslovaca (SV-18-R) cu turatie si precizie ridicate. In 1956 se produc cateva strunguri  $S_5$  pentru cojit bare, in 1958 strungul mic de atelier  $S_6$  devenit ,ulterior SN-320. Trebuie subliniat ca acest strung era echipat cu comanda program pe banda magnetica. Primul strung normal de concepie proprie  $S_7$  este asimilat in 1959 prevazut cu variator continuu de turatie intre 40-1600 rpm. In 1960 se asimileaza  $S_8$  o varianta imbunatatita a lui  $S_3$  (v. tabelul 1.1.1)

tabel 1.1.1

Caracteristici tehnice principale	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$	$S_7$	$S_8$
Diametrul maxim destrunjire(mm)	460	500	400	380	(180)	315	440	400
Distanța între varfuri(mm)	1800	1000	750	1250	10000	750	1000	750
		1500	1000	1000				
		1500	1500	1500				
Numarul treptelor de turatie	12	18	21	21	6	18	-	24
Domeniul de turatii(rot/min)	11,5	12	12	14	28	31,5	40	12
	750	600	1200	2800	180	1600	1600	2000
Puterea actionarii principale(KW)	3	7	7	6	40	1,7	6	10
Greutatea (kg)	2000	3080	2250	1950	12000	1060	2200	2350
Gabarit (mm)	3050x	3680x	3180x	3100x	18000x	2200x	2700x	3180x
	1200x	1410x	1580x	950x	950x	1050x	850x	1580x
	1350	1385	1210	1100	1100	1560	1250	1210

Incepand cu anii 1960-71 se stabileste ca profil de fabricatie al uzinei, producerea in exclusivitate a strungurilor normale si revolver. In 1961 se modernizeaza strungul  $S_3$  (devenit  $S_3 M$ ) care ulterior se transforma pe baza normelor CAER in SN-400, primul succes important al colectivului de proiectari al uzinei. In paralel se realizeaza strungul SN-250, un strung mic pentru atelierele de mecanica fina si sectiile de scularie. In 1962 se lanseaza in fabricatie doua noi strunguri de categorie "mijlocie-grea": SN-630, SN-800 si strungul semiautomat SN-200 pentru prelucrarea axelor de serie mare. Din 1965 dezvoltarea este impetuoaasa. In 1966 se trece la fabricarea a patru familii de strunguri normale (v. tab. 1.1.2):

- familia strungurilor SNA-280 cu variantele SNA-250, SNA-320-U
- familia strungurilor SNA-500, cu variantele SNA-450, SNA-560
- familia strungurilor SNA-710 cu variantele SNA-630, SNA-800

tabelul 1.1.2

Caracteristici tehnice principale	SN 400	SN 250	SN 630	SN 800	SNA 500	SNA 710	SNA 360	SNA 280
Diametrul maxim de strunjire (peste ghidaje) (mm)	400	250	630	800	560	800	400	320
Diametrul maxim de prelucrare din bara (mm)	45	25	50	50	62	80	50	33
Distanța între varfuri(mm)	750				1000	2000	750	500
	1000	500	2000	3000	1500	3000	1500	750
	15000				2000		2000	
Numărul treptelor de turatie	22	12	28	28	21(24)	23	18	-
Domeniul de turatii(rot/min)	12-1500	63-2800	12-1050	12-1050	16-2000	8-1800	25-2500	63-2800
Puterea acționarii principale(KW) (maxima)	7,5	2,2	18	18	10	17	7,5	3,8
Greutatea (kg)	2280	725	4830	6040	3080	5400	2250	1000
Gabarit (mm)	3250x	1150x	4900x	5800x	3550x	5325x	2500x	2000x
	1050x	560x	1500x	1500x	1350x	1510x	1120x	805x
	1230	1500	1520	1700	1400	1510	1480	1382

Prin aceasta asimilare se va acoperi domeniul diametrelor maxime de prelucrare de la  $\phi$  250 la  $\phi$  800 ,prin  $4 \times 3 = 12$  produse, in loc de 5 existente in acel moment. Realizarea familiilor SNA-500 si omologarea celor trei prototipuri a avut loc in ianuarie 1968. Aceste masini au forma arhitectonica moderna, tip "cubist", cuplaje electromagnetice, avans rapid cu motor electric cu flansa direct pe cutia de manevra, port-cutite cu schimbare rapida si dispozitiv de tamponare pe avansul longitudinal. Strungurile au o rigiditate mai mare si asigura o precizie ridicata de prelucrare si in conditii grele de lucru (v. fig. 1.1.1)

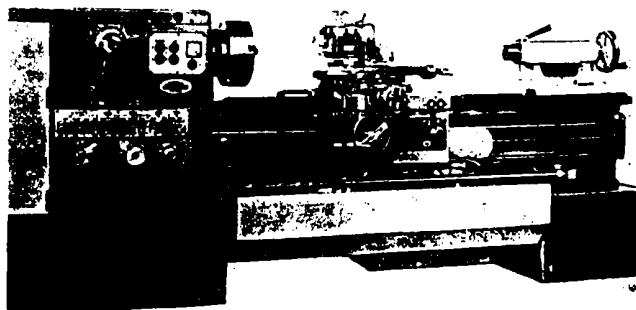


fig. 1.1.1

În februarie 1969 se asimilează următoarea familie SNA-710 care înlocuiesc SN-630 și SN-800, și au un domeniu mai ridicat de turatii, avans rapid, rigiditate și forma arhitectonica moderna.

\* \* \*

Ne oprim aici cu prezentarea relizării românești în domeniul strungurilor. Precizăm însă că în tot acest proces de proiectare și asimilare a unor produse din ce în ce mai performante, preocupările legate de proiectarea batiurilor s-au limitat numai la extrapolarea și rigidizarea unor soluții existente, limitare dictată mai mult de posibilitățile tehnologice de turnare și prelucrare ulterioară. De aici, importanța și actualitatea temei de care m-am ocupat.

## 1.2. Date generale privind batiurile de strunguri

### 1.1. Cerințele impuse unui strung legate în special de precizia de prelucrare, siguranța

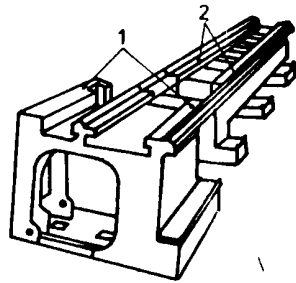


fig. 1.2.1

și ușurința exploatarei și întreinerii sunt pe larg dezbătute în literatura [A2], [B29], [C23], [I18]. Pentru realizarea acestora o importanță deosebită o au batiurile și ghidajele, deoarece pe acestea se montează fix sau cu posibilități de deplasare, toate subansamblurile și elementele ce compun mașina-unealtă. Astfel batiul trebuie să aibă baza de fixare 1 și baza de ghidare (2) pe care se montează subansamblurile mobile (fig. 1.2.1).

Precizia de formă a suprafețelor generate pe strung depinde de menținerea pe toată durata ciclului de prelucrare a poziției reciproce dintre ansamblurile fixe și cele mobile; Aceasta precizie trebuie să rămână - evident - pe cât posibil constantă în timp. Cerința conduce la necesitatea invariabilității pozițiilor relative dintre bazele de fixare și cele de ghidare în timpul funcționării, condiție care depinde esențial de forma constructivă a batiului. De aici aparține unei varietăți impresionante de forme constructive, realizate în mod empiric, depinzând de cerințele de ordin funcțional, de forma suprafeței prelucrate, de dimensiunile, greutatea și forma piesei, de tehnologia de turnare și prelucrare ulterioară a batiului, etc. În această accepțiune și cu aceste restricții se cere batiului o rigiditate statică și dinamică (mărimi evident corelate) cât mai mari, pentru a exclude deformările elastice care apar în timpul prelucrării pieselor pe strung datorită eforturilor de așchiere, a greutății piesei prelucrate, a încălzirii, a inducerii unor vibrații exterioare, etc. Se cere de asemenea o rezistență mare la vibrații deoarece acestea se regăsesc în calitatea suprafeței prelucrate. Nu în ultimul rând trebuie asigurată o rezistență la uzură, care asigură durabilitatea ghidajelor; uzura ghidajelor influențează direct forma suprafeței pieselor prelucrate și indirect constituie o sursă de variație aleatoare a forțelor care solicită batiul. Evident că pentru asigurarea acestor elemente: rigiditate, rezistență la vibrații și uzură, trebuie cunoscute în detaliu mărimea și variația în timp a tuturor solicitărilor care apar în



functionare, punctele si zonele de actionare; de aceea acestei probleme i-a fost dedicat un paragraf special.

2. Se pot face, ca un preambul la calculele noastre ulterioare, cateva observatii globale rezultate din aplicarea unor formule din rezistenta materialelor si din practica fabricatiei si utilizarii batiurilor de strunguri.

In cazul solicitarilor compuse de incovoiere si torsiune, cea mai buna comportare o au sectiunile in forma de dreptunghi-cadru (fig.1.2.2) cu toate ca la incovoiere ele se comporta mai slab decit sectiunile in dublu T, iar la torsiune decit cele inelare. Ele imbina in sa cel mai avantajos, pentru solicitarile compuse, calitatile celor doua sectiuni si constituie evident forma cea mai utilizata pentru constructia de batiuri. Dar, datorita unor necesitati functionale si tehnologice, in cele mai multe cazuri aceasta forma nu poate fi mentinuta pe intreaga lungime a batiului. Astfel, in vederea montarii in interiorul batiului a unor mecanisme, transmisii, sisteme de comanda, etc, de obicei in peretii batiului se practica anumite ferestre care modifica forma sectiunii transversale si rigiditatea batiului; in aceste zone sectiunea se reduce numai la doua laturi ale dreptunghiului avind in final forme de I, L, dublu T sau U (fig.1.2.3).

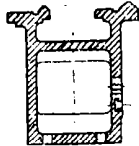


fig.1.2.2

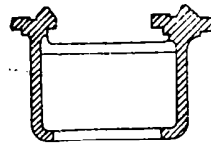
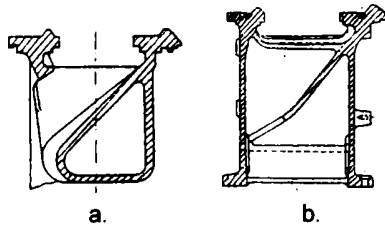


fig.1.2.3

Reducerea severa a rigiditatii in aceste zone, concomitent cu aparitia unor efecte de concentrare a eforturilor, necesita adaugarea unor pereti si nervuri interioare de obicei longitudinali-orizontali sau inclinati, pentru a usura inlaturarea aschiilor din procesul de prelucrare (fig.1.2.4 a, b). Rigiditatile comparative ale acestor solutii sint foarte diferite la aceleasi dimensiuni de gabarit si la aceiasi greutate. Daca vom considera rigiditatea la torsiune a sectiunii din figura 1.2.3 ca fiind egala cu unitatea, atunci sectiunea din figura 1.2.4 a are o rigiditate de 1,9 ori mai mare, iar cea din figura 1.2.4 b, de 4 ori!(E.Botez [B29].)



a.

b.

fig.1.2.4

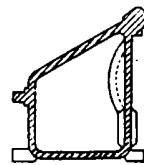





fig.1.2.5

In conditiile in care desfasurarea functionarii normale o permite, utilizarea unei sectiuni trapezoidale (fig.1.2.5) conduce la o crestere spectaculoasa a rigiditatii. Pentru a ilustra aceasta afirmatie, redam dupa MORARU tabelul 1.2.1 in care se face o analiza numerica comparativa, concreta, a rigiditatii batiurilor unor strunguri normale, destinate a prelua piese cu  $D_{max}=600mm$  si  $L_{max}=1500mm$ .

Tabel 1.2.1 [M26]

Tipul	Parametrii de baza ai strungului		Sectiunea batiului	Peretii intermediari		Dimensiuni de baza ale batiului [mm]					Indici de rigiditate [N-mm <sup>3</sup> ]		Rigiditatea redusa $C_r = P_r / A_r$ N/mm	
	$D_{max}$ (mm)	$L_{max}$ (mm)		Tipul	Nr.	a	b	c	$\delta$	L	EI	$GJ_p$		Volume de metal impregnat [dm <sup>3</sup> ]
A	600	1500		Perpendiculari	2	580	460	410	18	1655	$3.8 \cdot 10^{13}$	$2.4 \cdot 10^{13}$	75	82000
B	600	1500		Diagonali	7	490	330	370	18	1780	$2.6 \cdot 10^{13}$	$1.6 \cdot 10^{13}$	60	110000
C	630	1500		-	-	680	665	500	22	1750	$1.9 \cdot 10^{13}$	$1.1 \cdot 10^{13}$	88	450000
D	630	1500		Perpendiculari	2	580	460	465	18	1495	$6.5 \cdot 10^{13}$	$4.9 \cdot 10^{13}$	76	165000

In acest tabel se prezinta comparativ valorile rigiditatilor pentru patru variante de batiuri ale unor strunguri normale cu aceleasi caracteristici dar cu parametri calitativi diferiti. Varianta C cu contur inchis, trapezoidal, fara pereti intermediari are cele mai mari valori ale indicilor de rigiditate si deci asigura deformatii de incovoiere si torsiune, minime. aceasta deoarece are centrul de greutate apropiat de zona de aschiere si deci deformatiile proprii ale batiului se transmit in aceasta zona practic neamplificate, ceea ce asigura o valoare a rigiditatii reduse cu mult mai mare decat a celorlalte solutii. Si varianta D are caracteristici de rigiditate foarte bune, desi are prevazuta o fereastra pentru aschii; aceste caracteristici sint asigurate prin prevederea unor pereti dubli de legatura dintre ghidaje si cadrul de baza, ceea ce diminueaza deformatiile locale si maresc valorile indicilor de rigiditate. Varianta B este net superioara variantei A avind, la o greutate cu 20% mai mica, o rigiditate redusa cu 25% mai mare. In acest caz marea rigiditatii se obtine prin efectul sporit al peretilor intermediari diagonali fata de cei perpendiculari si prin micșorarea distantei de la centrul de greutate al sectiunii pana la planul ghidajelor. Prevederea unor pereti de legatura dubli ar permite marea rigiditatii de ansamblu a batiului cu 15% pana la 20%. (v. H. Opitz [O2])

3. Asezarea peretilor transversali si longitudinali se face in multe feluri dintre care o parte sint prezentate in figura 1.2.6. (v. E. Botez [B29], V. Acerkan [A2]).

Disponerea combinata a peretilor transversali, paralela si in diagonala (fig. 1.2.6 b) cit si cea in dubla diagonala (fig. 1.2.6 d) asigura o rigiditate sporita fiind folosita la batiuri de masini-unelte grele, puternic solicitate. Uneori sint folositi atat pereti transversali cit si longitudinali (fig. 1.2.6 e) fara sa se obtina o rigiditate mai ridicata. Cea mai mare rigiditate este asigurata de dispunerea nervurilor in fagure (fig. 1.2.6 f), care prezinta insa dezavantajul ca este scumpa datorita dificultatilor tehnologice de turnare.

4. S-au facut cercetari de laborator asupra unor batiuri cu aceleasi dimensiuni, cu aceiasi greutate si dispunerea peretilor transversali in diferite variante (fig. 1.2.7; 1.2.8; 1.2.9). S-au tras umatoarele concluzii: (v. N. S. Acerkan [A2], [A3])  
- pentru batiurile strungurilor cu distanta maxima intre virfuri de 750, 1000 si 1500mm, rigiditatea minima o au cele cu pereti de consolidare paralela cu sectiunea in forma de T (fig. 1.2.7);

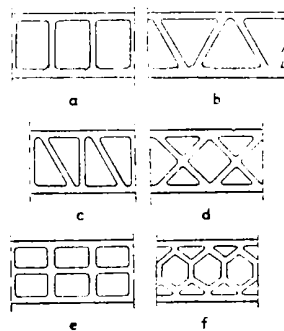


fig.1.2.6

- pentru aceleasi tipuri de strunguri cu batiuri avind pereti de consolidare paraleli cu sectiunea in forma de U (fig. 1.2.8) se obtin rigiditati comparabile sau chiar mai mari decit a celor cu pereti transversali in diagonala -rigiditatea maxima s-a obtinut prin dispunerea peretilor transversali in diagonala.(fig. 1.2.9)



fig. 1.2.7



fig. 1.2.8



fig.1.2.9

Se vede din aceasta sumara analiza ca nu exista o solutie optima pentru toate situatiile, iar dispunerea peretilor transversali necesita cercetarea unui numar mare de aspecte si factori de influenta. De exemplu, daca dispunerea paralela asigura o rigiditate apropiata de cea diagonala, se prefera pr't ma solutie care asigura o turnare mai usoara.

Mai facem observatia importanta ca nu am intilnit in literatura cercetata studii sistematice de optimizare pe baze stiintifice a acestor structuri de batiuri. De aici a pornit interesul nostru pentru aceasta problema;astfel am prezentat in Cap.4 noi variante fata de cele de mai sus,utile in biblioteca de solutii a oricarui Institut de profil.

### 1.3 Calculul sarcinilor exterioare care solicita un batiu de strung normal

In domeniul masinilor-unelte s-a scris enorm de mult,existand reviste de specialitate dedicate acestei probleme aproape in toate tarile lumii si ample monografii devenite celebre [A3],[B29],[C8],[C16],[C23],[K1],[M26],[O2],[W2]. Trebuie sa observam insa ca aceste lucrari de sinteza cuprind preocupari de granita specifice multor discipline implicate in obtinerea produsului final,cum ar fi:mecanica, rezistenta materialelor,organe de masini,vibratii,transmisii mecanice,tribologie,teoria mecanismelor,actionari electrice,comanda numerica,etc.Datorita acestui spectru deosebit de larg de cunostiinte fundamentale necesare a fi utilizate in procesul de concepere,proiectare si realizare a unei masini-unelte,este dificil de a cuprinde intr-o

singura monografie-chiar si sintetic- rezultatele fundamentale specifice fiecarui compartiment, in special daca acestea trebuiesc si aplicate concret. Astfel, fiecare lucrare dezvolta mai in profunzime cate un aspect, probabil cel mai apropiat de preocuparile autorilor. In literatura romana sunt dezvoltate in special problemele de dinamica, vibratii si stabilitate [C8],[D3],[M16]; lucrarile lui Resetov, cunoscut profesor de organe de masini, dezvolta partea de organologie; lucrarile lui Opitz si Weck [O2],[O3],[W2],[W2] dezvolta partea de optimizare etc. Preocuparile noastre sunt axate insa pe calculul de rezistenta si rigiditate al batiului, despre care rezultatele intalnite in literatura sunt foarte putine. Singura monografie mai apropiata de intentiile noastre este cea a lui Kaminskaia, Levina si Resetov [K1], aparuta la Moscova in 1960. Sub aspectul calculelor de rezistenta si rigiditate solutiile sunt si aici simplificate la maximum acceptand scheme de calcul a caror majora justificare este posibilitatea de rezolvare. Este adevarat ca metodele numerice larg aplicate in prezent, sunt numai metode de verificare, care necesita insa o buna cunoastere a incarcarilor exterioare si a conditiilor limita avand deasemenea nevoie de simplificari pentru realizarea unui model operational.

Incarcarile exterioare, pe care ne propunem sa le studiem in continuare, fac insa obiectul unor preocupari separate, independente de metodele numerice de calcul ale structurii. De aceea ele trebuiesc amanuntit studiate, aceste rezultate fiind date de intrare in orice program de element finit, care determina in final corectitudinea si acuratetea datelor de iesire.

Sistemul de forte si momente care actioneaza asupra unui batiu de masina-unealta, avand sensuri si directii dispuse spatial, variabile in timp ca marime, directie si punct de aplicatie, determina solicitari si deformatii complexe. Luarea in considerare a efectului fiecarei forte si moment in parte, definirea efortului rezultat datorita actiunii simultane a tuturor acestora precum si determinarea pe aceasta baza a dimensiunilor batiului, constituie in esenta probleme dificile de rezolvat. De aceea in calculul obisnuit al batiurilor se admit multe ipoteze simplificatoare, ca de exemplu [A2],[B2],[D3],[D4],[G14],[K1],[O2]:

- inlocuirea solicitarilor variabile cu solicitari statice, considerand cazul cel mai defavorabil.
  - inlocuirea formei reale a batiului cu forme simplificate, care permit modelarea lui fie ca o grinda dreapta cu sectiune constanta, fie ca un cadru static nedeterminat.
- Aceste simplificari care modifica evident starea de solicitare si de deformatie, conduc totusi la obtinerea unor rezultate rapide, satisfacatoare din punct de vedere practic, care permit compararea unor variante distincte, dar necesita obligatoriu verificarea prototipului in laborator.

In realitate, de cele mai multe ori batiurile de masini-unelte sunt proiectate prin analogie si extrapolare, pornind de la anumite modele care au confirmat in practica, avand o comportare corespunzatoare. Uneori dimensiunile principale se calculeaza pe baza unor formule empirice, de obicei lipsite de sens fizic, dimensiunile cautate fiind legate prin anumite relatii- de cele mai multe ori liniare- de unii parametrii initiali de proiectare ai masinii-unelte.

In principiu sarcinile care incarca batiul sunt date de componentele fortei de aschiere, de greutatile subansamblelor montate pe batiu, de greutatea piesei de prelucrat, de eforturile de strangere intre varfuri care se produc la prinderea piesei in masina, de fortele de inertie si de fortele de reactiune din partea fundatiei.

Vom considera cazul unei bare cilindrice prinsa intre varfuri: strunjire longitudinala (fig.1.3.1) Fortele care actioneaza asupra batiului sunt:  $F_x, F_y, F_z$ -

componentele fortei de aschiere,  $P_v$ -forta de strangere intre varfuri;  $G_m$ -greutatea proprie a papusii mobile;  $G_p$ -greutatea proprie a piesei de prelucrat in starea initiala de semifabricat, ambele considerate ca forte concentrate;  $g_f$ -greutatea proprie a papusii fixe pe unitatea de lungime;  $g_c$ -greutatea proprie a saniei port-cutit, pe unitatea de lungime;  $g_b$ -greutatea proprie a batiului pe unitatea de lungime -toate considerate ca forte uniform distribuite

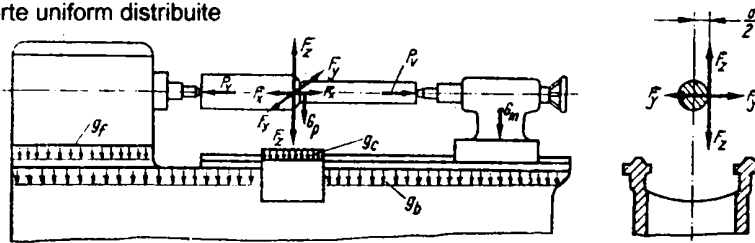


fig. 1.3.1

Pentru calculul reactiunilor vom considera cazul realizarii valorilor maxime ale fortelor de aschiere cand este indicat si normal ca scula sa ocupe o pozitie astfel incat presiunea de contact pe ghidaje sa fie uniform repartizata; acest lucru se produce cand scula este asezata la mijlocul saniei port-cutit, in planul longitudinal(XZ). In acest caz componentele fortelor de aschiere, avand punctul de aplicatie in afara planului de deplasare al saniei port-cutit, vor crea momente de rasturnare si rascuire al acesteia, in plan. Drept urmare, printre reactiunile saniei port-cutit se vor afla si acelea determinate de momentele fortelor de aschiere:  $M_x \rightarrow R_{1Mx}; R_{2Mx}; M_y \rightarrow R_{1My}$ .

In calculele practice se neglijeaza de obicei greutatea papusii: ale papusii fixe ( $g_f$ ), ale papusii mobile ( $g_m$ ) si saniei port-cutit ( $g_c$ ), considerand de fapt ca acestea contribuie la cresterea rigiditatii batiului; se neglijeaza de asemenea si momentele incovoietoare produse de fortele ( $F_x + P_v$ ) care actioneaza la varful papusii fixe si de  $P_v$  la varful papusii mobile.

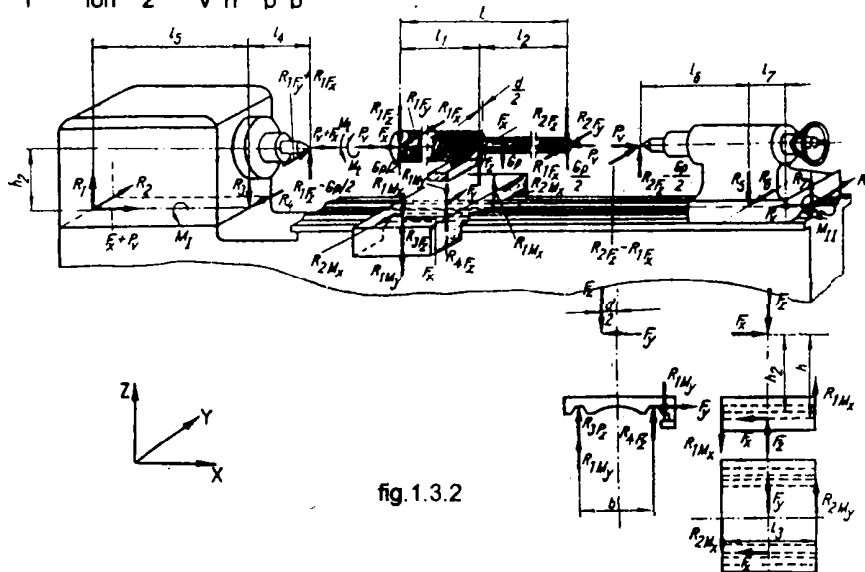


fig. 1.3.2

Dupa separarea, in corpuri independente, prezentata in figura 1.3.2 calculul efectiv al fortelor exterioare se face scriind conditiile de echilibru in cele trei plane; schema finala de solicitare a batiului este prezentata in fig. 1.3.3.

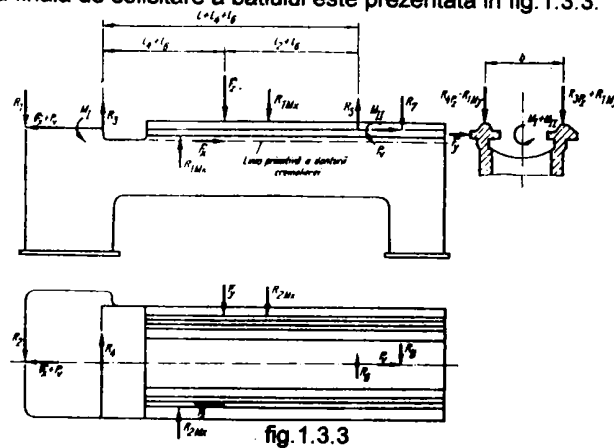


fig. 1.3.3

Mai precizăm ca datele inițiale cunoscute sunt reprezentate numai de forțele de aschiere care se determină cu relații cunoscute din teoria aschierii pentru cele mai defavorabile condiții de strunjire [A2],[B29],[C23],[D4],[K1]. Pe baza acestor considerente se obțin reacțiunile:

$$R_1 = \frac{l_4}{l_5} \left( \frac{l_2}{l} F_z - \frac{G_p}{2} \right) + \frac{h_2}{l_5} (F_x + P_v)$$

$$R_2 = \frac{l_4}{l_5} \left( \frac{l_2}{l} F_y + \frac{d}{2l} F_x \right)$$

$$R_3 = \frac{l_4 + l_5}{l_5} \left( \frac{l_2}{l} F_z - \frac{G_p}{2} \right) + \frac{h_2}{l_5} (F_x + P_v)$$

$$R_4 = \frac{l_4 + l_5}{l_5} \left( \frac{l_2}{l} F_y + \frac{d}{2l} F_x \right)$$

$$R_5 = \frac{l_6 + l_7}{l_7} \left( \frac{l_1}{l} F_z - \frac{G_p}{2} \right) + \frac{h_2}{l_7} P_v$$

$$R_6 = \frac{l_6 + l_7}{l_7} \left( \frac{l_1}{l} F_y - \frac{d}{2l} F_x \right)$$

$$R_7 = \frac{l_6}{l_7} \left( \frac{l_1}{l} F_z - \frac{G_p}{2} \right) + \frac{h_2}{l_7} P_v$$

$$R_8 = \frac{l_6}{l_7} \left( l_1 F_y - F_x \frac{d}{2} \right)$$

$$R_{1Mx} = \frac{h_1}{l_3} F_x$$

$$R_{2Mx} = \frac{b-d}{2l_3} F_x$$

$$R_{1My} = \frac{h_2}{b} F_y$$

$$R_{3Pz} = \frac{b+d}{2b} F_z$$

$$R_{4Pz} = \frac{b-d}{2b} F_z$$

$$M_I = M_1 + \frac{h_2}{l} \left( l_2 F_y + \frac{d}{2} F_x \right)$$

$$M_{II} = \frac{h_2}{l} \left( l_1 F_y - \frac{d}{2} F_x \right)$$

Introducând acest sistem de forțe exterioare date și reacțiuni, calculul batiului se reduce la rezolvarea unei grinzi simplu rezemate supusă la solicitări compuse în diferite plane, care dau evident rezultate aproximative care în special în privința deplasărilor sunt acoperitoare. Nu insistăm asupra acestor calcule, în general cunoscute deoarece noi am parasit aceasta metodologie.

#### 1.4 Consideratii generale privind calculul ghidajelor de lunecare ale batiului

Ghidajele de lunecare reprezinta parte cea mai importanta si sensibila a batiului, deoarece ele sunt supuse simultan la presiune de contact si uzare prin frecare, fenomene care, cantitativ si calitativ, influenteaza negativ precizia masinii-unelte si durata ei de functionare. In mod firesc se urmareste ca presiunea exercitata pe ghidaj sa nu depaseasca valorile critice stabilite experimental. De obicei se considera ca presiunea este repartizata liniar de-a lungul ghidajelor si uniform pe latimea fiecărei fete, ipoteze valabile cand rigiditatea ghidajului depaseste mult rigiditatea straturilor superficiale in contact, conditie care se realizeaza la toate masinile -unelte moderne. Trebuie insa sa remarcam ca determinarea prin calcul a valorii maxime a presiunii constituie o problema static nedeterminata, care ar necesita pe langa ecuatiile de echilibru si ecuatii de deformabilitate-situatie practic irezolvabila. De aceea de obicei, se face numai calculul presiunilor medii, utilizand numai ecuatiile de echilibru static. Mai mult, asa numitul "calcul al ghidajelor" este de fapt o verificare la presiunea de contact considerand ca determinant fenomenul de uzura. De obicei, dimensionarea pe baza unui calcul de rezistenta nu se efectueaza considerand ca ghidajele fac parte intima din structura batiului, astfel ca dimensiunile lor vor rezulta din cele ale batiului. De aceea ne intereseaza in mod deosebit presiunea totala care actioneaza pe fiecare fata a ghidajului ceea ce este echivalent cu determinarea reactiunilor din zona saniei-port cutit si papusa mobila; pornind de aici se determina presiunea medie si presiunea maxima, adoptand o anumita forma de distributie pentru presiunea de contact, care devine astfel o ipoteza fundamentala pentru tot calculul ulterior al batiului.

Ideea, respectiv metodologia, este generala; noi vom exemplifica pentru cazul unui strung normal urmarind fig.1.4.1 pe care s-au reprezentat:  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{C}$ , cele trei forte de reactiune exercitate pe fetele ghidajelor batiului ca rezultante ale presiunilor distribuite pe suprafetele de contact. Ele pot fi obtinute din scrierea ecuatiilor de echilibru ale caruciorului (sania longitudinala) asupra careia actioneaza urmatoarele forte:

- a)  $F_x, F_y, F_z$  componentele fortei totale de aschiere. Ele sunt presupuse cunoscute si se determina cu formulele din teoria aschierii.
- b)  $Q$  forta de tractiune necesara deplasarii saniei actionata de surubul conducator; ea este orientata de-a lungul axei surubului si nu are componente paralele cu fortele  $F_y$  si  $F_z$ . In cazul actionarii printr-un sistem roata dintata-cremaliera, in afara de componenta  $Q_x$  exista si componente dupa  $y$  si  $z$ :

$$Q_y = Q_x \operatorname{tg} \delta ; \quad Q_z = Q_x \operatorname{tg}(\alpha_0 + \rho) \quad (1.4.1)$$

unde:  $\delta$ -unghiul de inclinare al dintilor; pentru cremaliera cu dinti drepti  $\delta=0 \Rightarrow Q_y=0$

$\alpha_0$ -unghiul de angrenare

$\rho$ -unghiul de frecare la dinti ( $\rho=5^\circ \dots 7^\circ$ )

- c)  $G$  greutatea proprie a saniei, considerata ca forta concentrata actionand in centrul de greutate al acesteia.
- d)  $fA, fB, fC$  -fortele de frecare care actioneaza pe suprafetele de contact ale ghidajelor si sunt opuse sensului de deplasare al saniei.

Aici  $f$  este coeficientul de frecare. Detalii ample asupra acestuia se gasesc in Botez [B29] p.177-180; Acerkan [A2] p.193, etc. De obicei  $f=0,10 \dots 0,15$ , in functie de sistemul de ungere.

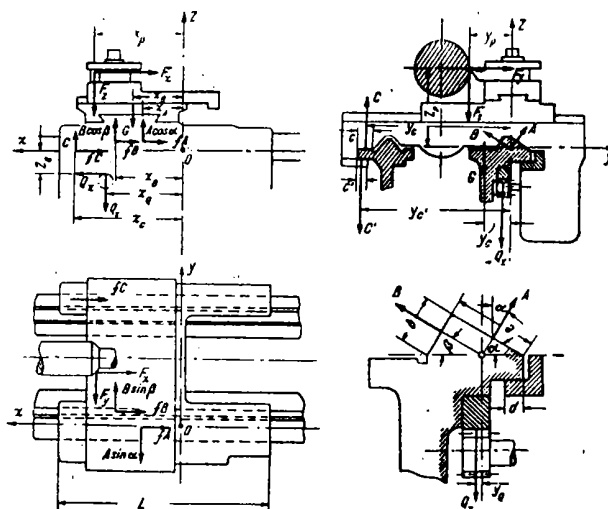


fig.1.4.1

Sistemul de axe este ales ca in figura 1.4.1. cu axa X in lungul batiului si cu Y si Z in planul sectiunii transversale, originea O a sistemului de axe globale este aleasa in punctul de intersectie al reactiunilor  $\vec{A}$  si  $\vec{B}$ , pentru simplificarea formei algebrice a ecuatiilor de echilibru static care vor fi: relatiile (1.4.2)

$$\begin{aligned} \sum X = 0 &\Leftrightarrow Q_x - F_x - fA - fB - fC = 0 & (a) \\ \sum Y = 0 &\Leftrightarrow A \sin \alpha - B \sin \beta + F_y = 0 & (b) \\ \sum Z = 0 &\Leftrightarrow A \cos \alpha + B \cos \beta + C - F_z - G - Q_z = 0 & (c) \\ (\sum M)_x = 0 &\Leftrightarrow -C y_c - F_y \cdot z_p + F_z \cdot y_p + G \cdot y_G + Q_z \cdot y_Q = 0 & (d) \\ (\sum M)_y = 0 &\Leftrightarrow -A x_A \cos \alpha - B x_B \cos \beta - C x_C - F_x z_p + F_z x_p + G x_G - Q_x z_Q + Q_z x_Q + f(A+B+C)s = 0 & (e) \\ (\sum M)_z = 0 &\Leftrightarrow A x_A \sin \alpha - B x_B \sin \beta - F_x y_p + F_y x_p + Q_x y_Q - f(A+B+C)t = 0 & (f) \end{aligned} \quad (1.4.2)$$

In aceste ecuatii s-au notat cu  $s$  si  $t$  distantele dintre rezultantele fortelor de frecare  $fA, fB, fC$  si axele de coordonate corespunzatoare in raport cu care s-au scris ecuatiile de momente. Din rezolvarea acestui sistem de ecuatii se deduc cu usurinta reactiunile  $A, B, C$ :

$$\begin{aligned} A &= \frac{(F_x + G - \check{N}_x) \sin \beta - F_y \cos \beta + \xi Q_z \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} & (a) \\ B &= \frac{(F_x + G - \check{N}_x) \sin \alpha + F_y \cos \alpha + \xi Q_z \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} & (b) \end{aligned} \quad (1.4.3)$$



$$C = \tilde{N}_x + Q_z(1 - \xi) \quad (c)$$

unde s-au folosit notiile:

$$\tilde{N}_x = \frac{-F_y x_p + F_z y_p + G y_{CE}}{y_C} = \frac{\bar{M}_y}{y_C} \quad \xi = \frac{y_C - y_Q}{y_C} \quad (1.4.4)$$

Fora de tractiune  $Q_x$  se poate calcula din ecuatia 1.4.2 (a) tinand cont de faptul ca reactiunea C poate fi sau pozitiva sau negativa, fata de sensul pozitiv adoptat initial. Se obtine:

$$Q_x = \frac{F_x \cos \varphi + f \left[ (F_y + G) \cos \chi + F_z \sin \chi - \tilde{N}_x (\cos \chi \pm \cos \varphi) \right]}{\cos \varphi - f \left[ \xi \cos \chi \pm (1 - \xi) \cos \varphi \right]} \mu g(\alpha_0 + \rho) \quad (1.4.5)$$

$$\text{unde: } \varphi = \frac{\beta + \alpha}{2} \quad ; \quad \chi = \frac{\beta - \alpha}{2} \quad (1.4.6)$$

Avand determinate fortele de reactiune :  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{C}$  se pot calcula usor presiunile medii pe cele trei suprafete de ghidare:

$$p_{Amed} = \frac{A}{a \cdot L} \quad p_{Bmed} = \frac{B}{b \cdot L} \quad p_{Cmed} = \frac{C}{c \cdot L} \quad (1.4.7)$$

in care L este lungimea suprafetei de contact a ghidajelor saniei, iar a, b, c sunt latimile de lucru ale celor trei fete ale ghidajelor.

Calculul presiunii maxime depinde evident de forma de repartitie a presiunii pe lungimea L a suprafetei de contact ; aceasta repartitie este sugerata de coordonata punctului de aplicatie al fortei de reactiune  $\bar{A}$  (respectiv  $\bar{B}$  sau  $\bar{C}$ ). Determinarea acestor coordonate  $x_A$ ,  $x_B$ ,  $x_C$  se face utilizand ultimele doua ecuatii din 1.4.2 ( (e), (f) ) care nu au fost inca folosite si care pot fi scrise sub forma:

$$A \cdot x_A \cos \alpha + B \cdot x_B \cos \beta + C \cdot x_C = \bar{M}_y \quad (1.4.8)$$

$$- A \cdot x_A \sin \alpha + B \cdot x_B \sin \beta = \bar{M}_z$$

unde s-au introdus niste notatii pentru o serie de marimi presupuse cunoscute

$$\begin{aligned} \bar{M}_y &= -F_x z_p + F_z x_p + G x_G - Q_x z_Q + Q_z x_Q + f(A + B + C)s, \\ \bar{M}_z &= -F_y y_p + F_y x_p + Q_y y_Q - f(A + B + C)l \end{aligned} \quad (1.4.9)$$

Pentru a calcula toate cele trei coordonate  $x_A$ ,  $x_B$ ,  $x_C$  din cele doua ecuatii (1.4.8) trebuie sa facem o repartizare a momentului  $\bar{M}_y$  pe cele doua ghidaje: fata (I) si spate (II);

Momentul  $\bar{M}_y$  este de fapt momentul de rasturnare al saniei in jurul axei Y, care determina presiunile ca valoare si mod de repartitie pe cele doua ghidaje I si II. Deci:

$$\bar{M}_y = M_I + M_{II} \text{ in care } \begin{cases} M_I = A x_A \cos \alpha + B x_B \cos \beta \\ M_{II} = C x_C \end{cases} \quad (1.4.10)$$

si deci:

$$x_A = \frac{M_I \sin \beta - \bar{M}_z \cos \beta}{A \sin(\alpha + \beta)} \quad x_B = \frac{M_I \sin \alpha - \bar{M}_z \cos \alpha}{B \sin(\alpha + \beta)} \quad x_C = \frac{\bar{M}_y - M_I}{C} \quad (1.4.11)$$

Presupunand deci repartitii liniare pentru presiuni, forma diagramelor este determinata de raportul  $x_A/L$  (respectiv  $x_B/L$ ;  $x_C/L$ )

De exemplu, pentru o repartiție trapezoidală, din considerente geometrice simple avem:

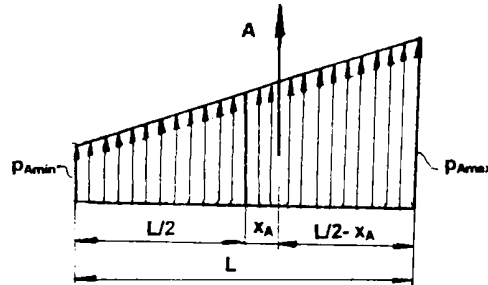


fig.1.4.2

$$\frac{L}{2} - x_A = \frac{L}{3} \cdot \frac{P_{A \max} + 2P_{A \min}}{P_{A \max} + P_{A \min}} \Rightarrow x_A = \frac{L}{b} \frac{P_{A \max} - P_{A \min}}{P_{A \max} + P_{A \min}}$$

Rezultă deci că dacă  $0 < x_A < \frac{L}{b}$ , diagrama presiunii are totdeauna forma unui trapez! iar valoarea maximă este imediată:

$$\begin{cases} P_{A \max} + P_{A \min} = 2P_{A \text{med}} \\ P_{A \max} - P_{A \min} = \frac{6x_A}{L} 2P_{A \text{med}} \end{cases} \Rightarrow P_{A \max} = P_{A \text{med}} \left( 1 + \frac{6x_A}{L} \right)$$

Înlocuind  $P_{A \text{med}}$  se obține în final: 
$$P_{A \max} = \frac{A}{aL} + \frac{6Ax_A}{aL^2} \quad (1.4.12)$$

Alte situații sunt tratate în literatura [A2], [B29], [C23] în care se găsesc detalii și pentru ghidajele de rulare; se găsesc de asemenea și date despre presiunile de contact și valorile lor limita pentru diverse materiale-elemente care pot constitui date de input într-un program pentru calculul batiului.

Evident că mai trebuie sesizat și faptul că în procesul de lucru, datorită repartiției de forțe pe structură, apare și un moment care tinde să rotească elementul mobil în planul său de mișcare; efectul este o uzare neuniformă a ghidajelor, care se contracarează prin ghidaje concave și pene de reglare din două bucati. Acestea sunt însă fenomene specifice particulare, evident de mare importanță pentru calitatea de ansamblu a utilajului, dar care nu se circumscriu în tematica tezei.

### 1.5 Asupra calculelor clasice de rezistență și rigiditate ale batiurilor de strung

În mod foarte sumar vom reda în continuare, pentru unitatea prezentării, rezultatele existente în literatura privind calculele de rezistență și rigiditate ale batiurilor de strung. Aceste rezultate, bazate pe ipoteze simplificatoare greu justificabile sunt deosebit de puține, ceea ce arată pe de o parte dificultatea problemei, care nu poate fi soluționată cu mijloace clasice, iar pe de altă parte - poate lipsa de interes a proiectanților care au optat pentru rigiditatea maximă posibilă, fără justificări, făcând compromisuri la consumul de material și realizarea tehnologică.

In cele mai multe cazuri aproximatiile facute reduc corpul strungului(sau numai batiul) la o grinda cu sectiunea arbitrara inchisa,cu pereti subtiri,solicitata la torsiune si incovoiere [A2],[B38],[C16].Daca grosimea peretilor este variabila sau intalnim-asa cum este in realitate-rigidizari pe lungimea batiului,evident ca avem de-a face cu o rasucire impiedicata care ar trebui tratata dupa teoria Vlasov [D5],[P14].Un asemenea mod de abordare este destul de complicat si nu a fost intalnit de noi in literatura cercetata.Peste tot se folosesc metode aproximative care inlocuiesc sectiunile reale ale batiului prin sectiuni simple si constante pe intrega lungime.In acest caz se pot folosi formulele lui Bredt [D5],[P14].care se stabilesc considerand ca tensiunile tangentiale sunt constante pe grosimea  $t$  a peretelui,iar fluxul acestor tensiuni este constant pe contur  $\tau \cdot t = \text{constant}$ .Rezulta atunci,relatiile cunoscute pentru calculul tensiunilor si deplasarilor unghiulare:

$$\tau = \frac{M_t}{2tA} ; \quad \theta = \frac{M_t}{4GA^2} \int_0^L \frac{ds}{t} \quad [\text{rad/mm}] \quad (1.5.1)$$

Ultima integrala se calculeaza deobicei grafic

In cazul sectiunilor deschise,problemele devin mult mai complicate si calculele si mai aproximative,chiar o taietura ingusta intr-una din laturile profilului inchis,reduce considerabil rigiditatea batiului.Daca sectiunea deschisa poate fi aproximata cu o serie de dreptunghiuri,atunci se pot folosi formulele lui Föppl: daca notam cu  $l_i$  latura lunga a unui dreptunghi component,indiferent de pozitia lui si cu  $t_i$  latura cea mai scurta atunci avem:

$$\tau_{\max} = \frac{3M_t}{l_i \cdot t_i^2} ; \quad \theta = \frac{3M_t \cdot L}{G \cdot \sum_{i=1}^n l_i t_i^3} \quad [\text{rad}] \quad (1.5.2)$$

In general insa nervurile,peretii si alte elemente de consolidare care maresc rigiditatea,cum si ferestrele,golurile etc.care o micsoreaza,se apreciaza in ceea ce priveste influenta lor asupra rigiditatii la incovoiere si torsiune,cu ajutorul unor coeficienti experimentali care sunt culesi din practica fabricantilor de masini-unelte si a institutelor de cercetare.

In cazul analizat de noi,cele mai importante sunt de fapt calculele de rigiditate,deoarece aceasta caracteristica esentiala a masini-unelte determina atat precizia de prelucrare si calitatea suprafetei prelucrate cat si productivitatea.In literatura se intalnesc tot felul de definitii pentru rigiditatea masinii,pornind chiar de la impartirea in rigiditate statica si dinamica,uneori destul de inconsistente si ambigui.In orice caz,cea mai importanta ar fi o asa numita rigiditate totala relativa la ansamblul masina-unealta-piesa-scula,caracterizata prin deplasarea totala a varfului sculei de aschiere sub actiunea componentelor fortei de aschiere.Aceasta ar insuma,in lantul constructiv evident,deformatiile elastice ale tuturor perților componente.Influenta hotaratoare o are insa rigiditatea batiului,a carui modificare ulterioara este practic imposibila.

In mod separat,rigiditatea la incovoiere ( $J_t$ ) se poate defini sau ca raportul dintre o forta (F) si o deplasare (w),stabilite dupa anumite criterii univoce,sau ca produsul dintre modulul de elasticitate (E) si momentul de inertie al sectiunii transversale (I).

$$J_t = \frac{F}{w} \quad [\text{N/mm}]$$

$$J_t = E \cdot I = M_t \cdot \rho \quad [\text{Nmm}^2] \quad (1.5.3)$$

Analog se definește o rigiditate la torsiune  $J_t$ , ca raportul dintre momentul de torsiune ( $M_t$ ) și unghiul de răsucire specific ( $\theta$ ) sau ca produsul dintre modulul de elasticitate transversal ( $G$ ) și momentul de inerție la torsiune ( $I_t$ ).

$$\begin{aligned} J_t &= \frac{M_t}{\theta} \quad , \quad [N \cdot mm / rad] \\ J_t &= G \cdot I_t \quad . \quad [N mm^2] \end{aligned} \quad (1.5.4)$$

Se găsește în literatura [C23] o apreciere globală a rigidității unui strung universal, care sugerează faptul că rigiditățile componente sunt "legate" ca într-o schemă de circuite în paralel.

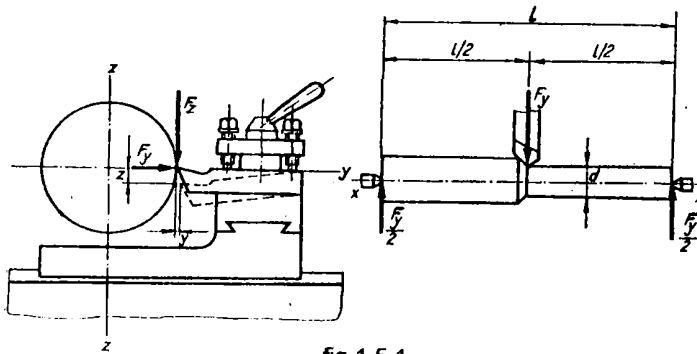


fig. 1.5.1

Urmărind figura 1.5.1 și luând în considerare numai deplasările în direcție radială ( $y$ - $y$ ), cea care determină precizia de prelucrare (în principal), vom accepta ca deplasarea totală  $y$  a vârfului cutitului este formată din:

- deformația piesei de prelucrat, considerată ca o gîndă simplu rezemată încărcată la mijloc cu o forță concentrată  $F_y$ :

$$y_F = \frac{F_y \cdot l^3}{48 \cdot EI} \Rightarrow J_{F'} = \frac{F_y}{y_F} = \frac{48 \cdot EI}{l^3} = 2,4 \frac{d^4}{l^3} \cdot E \quad (1.5.5)$$

- deplasarea saniei ( $y_s$ ) tot pe direcția  $y$  și produsă tot de forța  $F_y$ :

$$y_s = \frac{F_y}{J_{is}} \Rightarrow J_{is} = \frac{F_y}{y_s} \quad (1.5.6)$$

- deplasările celor două varfuri de prindere ale piesei de prelucrat, din papusa fixă ( $y_f$ ) și din papusa mobilă ( $y_m$ ):

$$y_f = \frac{F_y}{2J_{ff}} \Rightarrow J_{ff} = \frac{F_y}{2y_f} \quad y_m = \frac{F_y}{2J_{mm}} \Rightarrow J_{mm} = \frac{F_y}{2y_m} \quad (1.5.7)$$

Evident că în acest calcul am luat în considerare în mod explicit și deformațiile caruciorului și batiului sau mai exact putem considera că am ținut cont de ele indirect prin deplasările celor două varfuri de prindere și ale saniei port-cutit. Rezultă deci:

$$y = y_F + y_s + \frac{1}{2}(y_f + y_m) = \left[ \frac{1}{J_{F'}} + \frac{1}{J_{is}} + \frac{1}{4} \left( \frac{1}{J_{ff}} + \frac{1}{J_{mm}} \right) \right] \cdot F_y \quad \text{dar cum: } \frac{F_y}{y} = J_t \text{ avem:}$$

1017: 535  
120

$$J_i = \frac{4J_{is} \cdot J_{im} \cdot J_{if} \cdot J_{if}}{4J_{im} \cdot J_{if} \cdot J_{is} + 4J_{if} \cdot J_{im} \cdot J_{if} + J_{if} (J_{is} \cdot J_{im} + J_{im} \cdot J_{if})} \quad (1.5.8)$$

relatie care determina, sub un anumit aspect, rigiditatea masinii-unelte.

\* \* \*

Acest capitol nu are elemente de noutate; a fost introdus de noi pentru a da, numai, o privire de ansamblu asupra principalelor rezultate intalnite in literatura cercetata in legatura cu calculele de rezistenta si rigiditate ale batiului. El ne-a fost insa deosebit de util deoarece ne-a sugerat o metoda semiinversa de abordare a problemei plecand de la presiunea admisibila pe ghidaje, ceea ce constituie deja un nou mod de formulare si rezolvare a problemelor, mult mai general deoarece elimina inca din faza de proiectare influenta unor parametri constructivi de obicei alesi cu un mare coeficient de arbitrar; metoda mai permite si compararea obiectiva a diferitelor variante cu solutii fundamentale distincte.

## Capitolul 2

### CONTRIBUTII PRIVIND PROBLEMA SUBSTRUCTURARII

#### 2.1 Unele probleme fundamentale ale metodei elementului finit(M.E.F.)

In tara(MEF) a devenit actualmente un instrument de lucru destul de frecvent atat in cercetare cat si in domeniul aplicatiilor curente ingineresti.Acest lucru a fost posibil datorita conjugarii eficiente a trei elemente disparate:aparitia in literatura romana a numeroase lucrari specifice (monografii,articole de sinteza etc.) consacrate acestei metode;intocmirea sau importarea de programe destinate aplicarii acestei metode in cele mai diverse domenii de activitate;cresterea impresionanta a unitatilor de calculatoare din ce in ce mai puternice cu care au fost dotate centrele de cercetare,invatamant si productie.In felul acesta (M.E.F.) reprezinta in momentul de fata cea mai eficienta metoda pentru analiza structurilor ingineresti,indiferent de forma si de materialul din care sunt realizate.Utilizarea acestei metode,insa poate fi facuta numai prin intermediul calculatoarelor,iar precizia rezultatelor poate fi sporita pana la limita de capacitate a memoriei calculatorului.

\* \* \*

In esenta (M.E.F.) a fost initiata prin formularea matriciala a metodei eforturilor si a metodei deplasarilor pentru structurile din bare.Ulterior s-a demonstrat ca (M.E.F.) este strans legata de metodele clasice de rezolvare a problemelor formulate variational.Sub aspect istoric metoda este relativ noua daca,in conformitate cu opinia generala,prima schema cu elemente finite este formulata de COURANT in 1943 la rezolvarea unei probleme de torsiune.Pasul urmat este dat de formularea matriciala,de catre ARGYRIS in 1954 ,a calculului structurilor din bare,dar notiunea de "discretizare a continuului" prin elemente finite este introdusa in 1956 de M.J.Turner;R.W.Clough;H.C.Martin;L.C.Topp[A12],[B23],[B31],[C17],[C24],[M11],care solutioneaza problema plana a teoriei elasticitatii utilizand elemente finite triunghiulare si dreptunghiulare.Denumirea de "elemente finite" a fost introdusa in 1960 de CLUOGH [C11],[C25],[C18][G1]. Perfectionarile ulterioare s-au datorat unor autori celebri ca:ZIENKIEWICZ[Z3],[Z4],PRZEMIENICKI,ODEN,GALLAGER, COOK[C24] BREBBIA [B32],ROBINSON [R6],MASSONET. [M7],BATHE [B5] si multi alti,existand la ora actuala o bibliografie impresionanta;de exemplu daca in 1969 SINGHAL cita 775 de referinte bibliografice,in 1976 NORRIE DE VRIES citeaza 7115 referinte.Este o dezvoltare publicistica explosiva,dublata de mari congrese de specialitate,de reviste consacrate numai acestor metode(v.de exemplu:International Journal for Numerical Methods in Engineering,Computer Methods in Applied Mechanics Engineering,Journal of Computational Physics etc.)de crearea unor institute specializate cu zeci de mari cercetatori care au realizat celebrele programe de element finit [\*\*\*1],[\*\*\*2],[\*\*\*3],[\*\*\*4].

In literatura romana au aparut ,in special in ultimii 20 de ani,lucrari si monografii de mare valoare consacrate acestei metode si aplicatiilor ei in diverse domenii,dintre care citaz pe cele le-am studiat si folosit:Gh.N.OLTEANU, A.E.PARVU(1972)[O6];AI.GHEORGHIU(1975)[G5];D.CAPATANA(1976)[C1];H.SAN DI(1976);E.CUTEANU,R.MARINOV(1980) [C28];C.AVRAM,C.BOB,R.FRIEDRICH,

V. STOIAN(1984)[A12];C. BRATIANU(1983) [B31];I. N. CONSTANTINESCU, M. Gh. MUNTEANU, D. C. GOLUMBOVICI(1984) [C19];Marin IVAN(1985) [I10];I. PASCARIU (1985) [P5];Gh. MANDRU, M. M. RADULESCU(1986) [M11];M. GAFITEANU, V. Florin POTERASU, N. MIHALACHE(1987) [G1];D. STEMATIU(1988) ;C. PACOSTE. V. STOIAN, D. DUBINA(1988)[P1];T. PETRILA, C. I.; GHEORGHIU(1987)[P20];I. Nicolae CONSTANTINESCU, V. G. DANET(1989) [C18],[C19];Dan GARBEA(1990) [G2]; N. MIHALACHE(1992) ;Maty BLUMENFELD(1995) [B23].

\* \* \*

In rezolvarea problemelor de camp in general si a celor din mecanica mediilor continui -in particular-se folosesc trei formulari matematice echivalente:

- o formulare diferentia, care a condus la metoda diferentelor finite
- o formulare variationala, care a condus la metoda elementelor finite
- o formulare integrala, care a condus la metoda elementelor de contur(frontiera)

In esenta problema revine la rezolvarea unui sistem de ecuatii diferentiale cu necunoscuta de camp  $u$ , de forma:

$$L(u) = \{L_1(u), L_2(u), \dots\}^T = 0 \quad (2.1.1)$$

in interiorul unui domeniu dat  $\Omega$ , cu satisfacerea unor conditii de limita pe granita  $\Gamma$  a domeniului:

$$C(u) = \{C_1(u), C_2(u), \dots\}^T = 0 \quad (2.1.2)$$

Aici  $L_1(u), L_2(u) \dots$  sunt ecuatii cu derivate partiale,  $L_1, L_2, \dots$  fiind operatorii diferentiali; analog  $C_1, C_2, \dots$

In cazul formularii variationala solutia problemei se obtine prin cautarea acelei functii  $u$  care minimizeaza sau face stationara o anumita functionala specifica problemei, care scrisa sub forma integrala are aspectul:

$$E = \int_{\Omega} F\left(u, \frac{\partial u}{\partial x}, \dots\right) d\Omega + \int_{\Gamma} G\left(u, \frac{\partial u}{\partial x}, \dots\right) d\Gamma \quad (2.1.3)$$

cu  $F$  si  $G$  operatori. Conditia de stationaritate a functionalei  $\delta E = 0$ , pentru o variatie  $\delta u$  a functiei, poate fi pusa sub forma [B39][P1]:

$$\delta E = \int_{\Omega} \delta u^T L(u) d\Omega + \int_{\Gamma} \delta u^T C(u) d\Gamma = 0 \quad (2.1.4)$$

Gasirea acestei functionale restrange clasa de aplicatii; in cazul solidului deformabil insa aceasta functionala este tocmai energia potentiala totala, ceea ce a condus la cunoscuta metoda Rayleigh-Ritz. Dificultatile problemei sunt legate de gasirea acelei functii  $u$  care sa satisfaca conditia de stationaritate  $\delta E = 0$ . De cele mai multe ori acest lucru este imposibil, de aceea se cauta o solutie aproximativa:

$$\hat{u} = \sum_{i=1}^n N_i(x, y, z) \alpha_i \quad (2.1.5)$$

unde  $N_i(x, y, z)$  sunt niste functii de forma (de aproximare sau de modelare) convenabil alese;  $\alpha_i$  -parametrii independenti. Atunci functionala  $E$  depinde numai de  $\alpha_i$  si putem scrie:

$$\delta E = \frac{\partial E}{\partial \alpha_1} \delta \alpha_1 + \frac{\partial E}{\partial \alpha_2} \delta \alpha_2 + \dots + \frac{\partial E}{\partial \alpha_n} \delta \alpha_n = 0 \quad (2.1.6)$$

Aceasta egalitate este indeplinita, daca si numai daca:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial a_i} = \left\{ \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial a_1}, \dots, \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial a_n} \right\}^T = \{0\} \quad (2.1.7)$$

Se obtine un sistem de ecuatii (care pentru o functionala quadratica sunt algebrice, liniare) de unde determinam parametrii  $a_i$  si deci solutia  $\hat{u}$ .

Deoarece functiile de aproximare  $N_i(x,y,z)$  trebuie definite si trebuie sa fie continue pe intreg domeniul  $\Omega$ , gasirea lor este un inconvenient major. De aici a venit ideea de a imparti domeniul  $\Omega$  in subdomenii mici, pe care sa putem accepta pentru aceste functii niste expresii polinomiale simple.

Pomind de aici s-a nascut (M.E.F.) care cunoaste in prezent patru procedee de formulare a ecuatiei fundamentale:

- formulara directa, bazata pe formularea matriciala a metodei deplasarilor
- formulara variationala, bazata pe teorema lui Manabrea privind minimul energiei potentiale de deformatie in sistemele static nedeterminate
- formulara reziduala, bazata pe teoria reziduurilor ponderate
- formulara pe baza bilantului energetic, pomind de la prima lege a termodinamicii.

Vom prezenta sumar formularea reziduala ("The method of weighted residuals"), considerata de noi (si nu numai!) cea mai cuprinzatoare intr-o exprimare unitara a unei clase largi de probleme specifice.

Daca  $L$  este un operator diferential, atunci fenomenele fizice de care ne ocupam - studiul campului de deplasari si tensiuni intr-un solid deformabil - sunt generate de un sistem de 15 ecuatii diferentiale cu 15 necunoscute  $\xi_i$ ; pe care-l vom scrie sub forma:

$$L(u) + f_\Omega = 0 \quad , \text{pe domeniul } \Omega \quad (2.1.8)$$

careia i se ataseaza conditiile la limita:

$$C(u) = f_\Gamma \quad (2.1.9)$$

pe frontiera  $\Gamma$  a domeniului  $\Omega$ , unde  $C$  este un operator diferential de ordin inferior lui  $L$ . (A se vedea si formularea in deplasari a problemei fundamentale a teoriei elasticitatii: ecuatiile lui Lamé [D5], [P14], [T3], [T4])

Evident ca problema formulata mai sus poate fi de tip Dirichlet, Neumann sau mixta, in functie de forma conditiilor la limita.

Sa presupunem ca acceptam o solutie aproximativa (de incercare) a problemei:  $\hat{u}(\bar{r})$  pe care o putem lua de forma:

$$\hat{u}(\bar{r}) = u_0(\bar{r}) + \sum_{i=1}^n a_i N_i(\bar{r}) \quad (2.1.10)$$

si pe care o dorim convergenta catre solutia exacta pentru  $n \rightarrow \infty$ .

Aceasta solutie aproximativa se alege astfel incat sa satisfaca in mod exact conditiile la limita;  $N_i(\bar{r})$ ,  $i = 1, n$ , constituie un set complet de functii liniar independente;  $a_i$ , coeficienti care se vor determina.



Funcția  $\hat{u}$  introdusă în (2.1.8), nu o mai satisface, definim atunci o funcție reziduu care exprimă diferența dintre soluția exactă și cea aproximativă fiind dată de relația:

$$R(\hat{u}, a_i) = L(\hat{u}) + f_{\Omega} \quad (2.1.11)$$

Metoda reziduurilor ponderate caută să determine coeficienții  $a_i$  astfel încât eroarea  $R$  pe întregul domeniu considerat să fie cât mai mică. Aceasta se obține prin formarea unei medii ponderate a erorii pe întregul domeniu și prin impunerea condiției:

$$W = \int_{\Omega} R(\bar{r}, a_i) W_k(\bar{r}) d\Omega = 0 \quad (2.1.12)$$

unde  $W_k(\bar{r})$  reprezintă un set de funcții de pondere liniar independente, numite și

funcții de corecție sau de interpolare. Astfel, presupunând că soluția aproximativă  $\hat{u}$  satisface în mod identic condițiile de margine, eroarea de aproximare reprezentată de reziduul  $R$  este ponderată sau distribuită, prin multiplicarea cu funcția de pondere, pe întregul domeniu  $\Omega$ . Aceasta distribuție a erorii pe domeniul  $\Omega$  depinde de alegerea funcțiilor pondere  $W_k(\bar{r})$ . În funcție de procedeele de selectare a acestor funcții s-au născut diferite metode:

- metoda subdomeniilor. Domeniul  $\Omega$  este împărțit în subdomenii  $\Omega_k$  și vom lua:  $W_k = 1$  pe  $\Omega_k$ ;  $W_k = 0$  în afara de  $\Omega_k$ .
- metoda colocăției:  $W_k(\bar{r}) = \delta(\bar{r} - \bar{r}_k)$  unde  $\delta$  este funcția lui Dirac
- metoda celor mai mici pătrate:  $W_k(\bar{r}) = \frac{\partial R}{\partial a_k}$
- metoda momentelor:  $W_k(\bar{r}) = \sum_{m=0}^k b_m x^k$
- metoda Galerkin:  $W_k(\bar{r}) = N_k(\bar{r})$ , aceasta fiind metoda cea mai des utilizată, justificabilă prin precizia rezultatelor.

Urmand procedeul Galerkin, integrala pe domeniul  $\Omega$  se înlocuiește cu o sumă de integrale pe subdomenii elementare  $\Omega^e$ , astfel încât (2.1.12) devine:

$$W = \sum_{j=1}^n W_j^e = \sum_{j=1}^n \int_{\Omega^e} \delta u^e [L(u) + f_{\Omega}] = 0 \quad (2.1.13)$$

În această expresie  $u$  și  $\delta u$  se înlocuiesc cu aproximațiile lor pe elementele finite  $\Omega^e$ :

$$\begin{aligned} \hat{u}^e &= \{N\}^T \{u_n\} \\ \delta \hat{u}^e &= \{N\}^T \{\delta u_n\} \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

Atunci, forma integrală elementară, devine:

$$W_j^c = \{\delta u_n\}^T \left( \int_{\Omega^e} \{N\} L \left( \{N\}^T \{u_n\} \right) d\Omega + \int_{\Omega^e} \{N\} f_{\Omega^e} d\Omega \right), \quad (2.1.15)$$

sau

$$W_j^c = \int_{\Omega^e} \left\{ \delta \left( \partial u^c \right) \right\}^T [D] \left\{ \partial u^c \right\} - \delta u^c f_{\Omega} dV - \int_{\Gamma^e} \delta u^c f_{\Gamma} d\Gamma, \quad (2.1.16)$$

care in final dupa transformari cunoscute, se aduc la forma fundamentala a (M.E.F.) [A12],[B23],[B25],[C11],[C24],[C28],[I10],[G2],[P1],[P5],[Z3],etc:

$$[K] \{U_n\} = \{F\} \quad (2.1.17)$$

Nu mai insistam asupra detaliilor, semnificatiilor, transformarilor specifice metodei, care se gasesc in bogata literatura pe care am citat-o mai sus. Mai precizam numai ca cercetarile moderne cauta sa gaseasca modele mai flexibile, mai putin restrictive in privinta conditiilor de continuitate, ceea ce a condus la crearea modelelor finite hibride si mixte. Acesta este un domeniu fascinant al elementelor finite, pentru care nu avem inca o definitie riguroasa; H.H.T.PIAN in 1978, unul din pionierii modelelor hibride, spunea ca aceasta implica campuri independente de variabile in interiorul si pe frontiera elementului, in formularea variationala a problemei; modelele mixte se bazeaza pe aproximari cu mai mult de un singur camp in interiorul elementului finit. C.BRATIANU face in cartea sa [B31], o analiza cuprinzatoare si interesanta a acestor modele care utilizeaza principii variationale modificate, bazat pe lucrarile lui H.H.T.PIAN; S.N.ATLURI; J.T.ODEN; G.H.GALLAGER; Hu-WASHIZU s.a.

## 2.2 Consideratii si contributii privind metoda substructurarii in cazul batiurilor de strung

Desi exista la ora actuala programe mari de element finit (COSMOS/M, ANSYS I-DEAS, MSC NASTRAN etc.) sunt situatii in structuri mari si complexe care rezolvate in ansamblu, cu toate detaliile, conduc la timpi de lucru pe calculator prohibitivi sub aspect economic; chiar daca se dispune de programe performante de pre si postprocesare de date, cantitatea rezultatelor este exagerat de mare iar timpul de interpretare, care necesita de obicei specialisti de inalta calificare, este de asemenea foarte mare. Daca se mai pun si probleme de optimizare care necesita rulari multiple ale acestor programe mari, cu date multe de intrare, problema intr-adevar ridica serioase dificultati. De aceea, in astfel de situatii cercetarile moderne merg pe substructurare, adica pe impartirea structurii complexe in parti componente privite ca entitati de sine statatoare (numite substructuri sau superelemente). Legatura dintre diferitele substructuri in care a fost descompusa structura complexa, se face pe conturul comun al substructurilor. Substructura devine astfel o structura independenta cu conditii de margine determinate, impuse de asigurarea continuitatii de ansamblu a structurii initiale.

Problema substructurarii, utilizand metoda elementelor finite, este prezentata in [A12],[B5],[B23],[C18],[C19],[C25],[C28],[G2],[P1],[Z3], unde se precizeaza ca daca se elimina miscarile de corp rigid, comportarea unei substructuri este unic determinata de deplasarea conturului reprezentand granita dintre substructuri pe care se gasesc asa numitele noduri comune. Utilizand metoda deplasarilor, comportarea structurii este descrisa de matricea de rigiditate redusa la nodurile de pe frontiera, deci

substructura poate fi privita si ca un superelement;reintorcandu-ne la structura de ansamblu initiala,ansamblarea matricilor de rigiditate se efectueaza in doua etape:se realizeaza la inceput ansamblarea matricilor de rigiditate ale elementelor din substructura si dupa reducerea acestora la nodurile comune se trece la ansamblarea substructurilor in matricea de rigiditate a structurii.

Trebuie sa precizam ca in cazul problemei studiate de noi,de fapt nu ne intereseaza starea de deformare decat in zona centrala a structurii batiului,deci nu se mai pune problema de asamblare a matricilor de rigiditate ale diferitelor substructuri.Astfel problema se simplifica mult,insa in studiul intreprins de noi vom complica conditiile de margine pentru a prinde cele mai defavorabile situatii.

Problema substructurarii se pune si sub alt aspect,mai apropiat de cazul strungului studiat de noi.Exista structuri mari si complexe care in procesul de proiectare sau reproiectare au parti consistente care din motive constructive si/sau functionale nu se mai pot modifica sau nu este avantajos sa mai fie modificate;raman atunci numai anumite parti din structura care vor fi modificate ,reproiectate,optimizate, rigidizate etc.chiar daca astfel starea de deformatie si tensiune de ansamblu se modifica.Este firesc ca in aceste conditii structura sa fie impartita in substructuri (supraelemente)rezolvarea problemei in ansamblu,bazandu-se acum pe metoda condensarii.Aceasta este in opinia noastra o situatie tipica la strunguri normale,unde carcusele care adapostesc angrenajele,sistemele de actionare si comanda,etc. sunt de obicei realizate constructiv pe baza conditiilor de functionare,a posibilitatilor tehnologice de turnare si a unui consum minim de material;ramane partea centrala a strungului,numita batiu,care este supusa conditiilor de optimizare,care sa realizeze o rigiditate maxima la un consum minim de material.

Procedand in acest fel durata de rezolvare a problemei se reduce semnificativ, fiindca impartirea in substructuri poate conduce la o reducere a latimii de front deoarece analiza nu se mai efectueaza pe ansamblu ci pe subdomenii.Exceptand nodurile de pe linia de separatie a substructurilor celelate noduri pot fi considerate dezactivabile,deoarece pentru acestea se pot scrie ecuatii de echilibru definitive;astfel nodurile de pe linia de substructurare devin purtatoare de informatie catre restul structurii iar respectivele necunoscute raman active.Aceste noduri ramase active se numesc "master",denumire care s-ar putea traduce prin "principale" sau "pivot" [B23].

In esenta,metoda clasica de substructurare prezentata si in literatura noastra de specialitate [C18],[C19],[C28],urmeaza rationamentul cunoscut din metoda deplasarilor in felul in care acesta este utilizat la calculul structurilor din bare cu noduri rigide:blocarea nodurilor,calculul momentelor in incastrare perfecta,deblocarea nodurilor si impunerea conditiilor de continuitate a rotirilor.In principiu deci rezolvarea unor structuri complexe prin divizarea in substructuri,comporta doua etape mari:

- determinarea starii de deformatie pentru fiecare substructura (si a starii de tensiune de altfel)
- cuplarea substructurilor astfel ca in zonele de intersectie sa fie respectate conditiile de echilibru si de continuitate a deplasarilor.

In procesul de substructurare nodurile situate pe marginile comune ale substructurilor vecine,sunt definite ca noduri de contact(vom pune indicele c) iar celealte se numesc noduri interioare (indice i).Dupa impartirea structurii in substructuri nodurile de contact se vor bloca prin pendule care sa impiedice deplasarea pe care ne-am propus sa le luam in considerare in mod real.In acest fel

substructura poate fi rezolvata, intocmind pentru substructura de ordinul  $j$  sistemul de ecuatii.

$$\left[ K_{i,j}^j \right] \{ \delta_i^j \} = \{ F_i^j \} \quad (2.2.1)$$

unde am notat:

$$\begin{aligned} \left[ K_{i,j}^j \right] &= \text{matricea de rigiditate a structurii } j, \text{ avand } \underline{\text{nodurile de contact blocate}}, \\ &\text{referitoare la nodurile interioare (indice } i), \\ \{ \delta_i^j \} &= \text{vectorul coloana al deplasarilor } \underline{\text{nodurilor interioare}} \text{ din substructura } j, \\ &\text{cu nodurile de contact blocate,} \\ \{ F_i^j \} &= \text{vectorul coloana al incarcarilor exterioare care actioneaza in nodurile} \\ &\text{interioare} \end{aligned}$$

Din rezolvarea acestui sistem rezulta vectorul reactiunilor ce apar in nodurile blocate,  $\{ R_c^j \}$ , care este evident format din vectorii de reactiune de pe toate interfetele substructurii ( $j$ ), cu alte substructuri ( $k$ );  $\{ R_c^{j,k} \}$ ,  $k=1,2,\dots,n$ . De exemplu, la interfata dintre substructura  $j$  si substructura  $k$  rezulta reactiunea  $\{ R_c^{j,k} \}$ . Astfel conditia de echilibru a interfetei  $j \rightarrow k$  va fi:

$$\{ R_c^{j,k} \} + \{ R_c^{k,j} \} + \{ F_A^{j,k} \} = 0 \quad (2.2.2)$$

in care  $\{ F_A^{j,k} \}$  este vectorul coloana al incarcarilor "aditionale" actionand asupra interfetei  $j \rightarrow k$ .

Dupa cuplarea substructurilor si deblocarea nodurilor de contact se scrie conditia de continuitate a deplasarilor:

$$\{ \delta_c \} = [I] \{ \Delta \} \quad (2.2.3)$$

in care:  $\{ \delta \}$  este vectorul coloana al deplasarilor tuturor nodurilor de contact al tuturor interfetelor din substructura, scrise in sistemul de referinta local ( $x,y,z$ ). El se obtine din vectorul deplasarilor acelorasi noduri scrise in sistemul de referinta global  $X,Y,Z$ ;  $\{ \Delta \}$  inmultit cu matricea de transformare a deplasarilor la rotatii de axe. Astfel in ecuatia de continuitate (2.2.3) apar ca necunoscute numai deplasările nodurilor de contact, ceea ce face necesara reformularea matricei de rigiditate a substructurilor prin eliminarea deplasarilor nodurilor interioare  $\{ \delta_i^j \}$  cu ajutorul procedurii cunoscut sub denumirea de "condensare statica".

Metoda consta in partitionarea matricilor din (2.2.1) dupa gradele de libertate ale nodurilor de contact si interioare.

$$\left[ K^j \right] = \left[ \begin{array}{c} \left[ K_{i,j}^j \right] \\ \left[ K_{c,j}^j \right] \end{array} \right]; \quad \{ \delta^j \} = \left\{ \begin{array}{c} \{ \delta_i^j \} \\ \{ \delta_c^j \} \end{array} \right\} \quad (2.2.4)$$

Dar, după deblocare, în nodurile de contact apar reacțiunile finale  $\{R^j\}$  și încărcările exterioare direct aplicate în aceste noduri  $\{F_A^j\}$ ; sistemul de ecuații de condiție (2.2.1) pentru substructura de rang  $j$  se poate scrie astfel:

$$\begin{cases} \left[ K_{i,j}^j \right] \{ \delta_i^j \} + \left[ K_{i,c}^j \right] \{ \delta_c^j \} = \{ F_i^j \} \\ \left[ K_{c,j}^j \right] \{ \delta_i^j \} + \left[ K_{c,c}^j \right] \{ \delta_c^j \} = \{ F_c^j \} + \{ R^j \} \end{cases} \quad (2.2.5)$$

Rezultă de aici matricea deplasărilor nodurilor interioare:

$$\{ \delta_i^j \} = \left[ K_{i,j}^j \right]^{-1} \{ F_i^j \} - \left[ K_{i,j}^j \right]^{-1} \left[ K_{i,c}^j \right] \{ \delta_c^j \} \quad (2.2.6)$$

Vom nota:

$$\left\{ \delta_i^j \right\} = \text{vectorul coloana al deplasărilor nodurilor interioare în condițiile}$$

nodurilor de contact blocate

$$\left[ H_{i,c}^j \right] = \text{matricea de influență a deplasărilor nodurilor interioare, când nodurile interioare suferă deplasări egale cu unitatea}$$

$$\left[ H_{i,c}^j \right] = - \left[ K_{i,j}^j \right]^{-1} \left[ K_{i,c}^j \right] \quad (2.2.7)$$

Rezultă:

$$\left\{ \delta_i^j \right\} = \left\{ \delta_i^j \right\} + \left[ H_{i,c}^j \right] \{ \delta_c^j \} \quad (2.2.8)$$

Grupând convenabil obținem:

$$\left( \left[ K_{c,c}^j \right] + \left[ K_{c,j}^j \right] \left[ H_{i,c}^j \right] \right) \{ \delta_c^j \} = \{ F_c^j \} + \{ R^j \} - \left[ K_{c,j}^j \right] \left[ K_{i,j}^j \right]^{-1} \{ F_i^j \} \quad (2.2.9)$$

Aici prima paranteză este așa numită matrice de rigiditate condensată a substructurii  $j$

$$\left[ K_{c,c}^j \right] = \left[ K_{c,c}^j \right] + \left[ K_{c,j}^j \right] \left[ H_{i,c}^j \right] \quad (2.2.10)$$

$$\left\{ F_{c,j}^j \right\} = \{ F_c^j \} - \left[ K_{c,j}^j \right] \left[ K_{i,j}^j \right]^{-1} \{ F_i^j \} = \{ F_c^j \} + \left[ H_{i,c}^j \right]^T \{ F_i^j \} \quad (2.2.11)$$

Ultima relație ne dă vectorul total al încărcării pe interfețele structurii  $j$ .

Pentru asamblarea substructurilor în structura globală, deci pentru determinarea deplasărilor nodurilor de contact, pe lângă condiția de continuitate (2.2.3) care este formulată numai din punct de vedere cinematic este necesară exprimarea condițiilor de echilibru pentru întreaga structură:

$$\left[ U \right] \{ R \} = \{ F_A \} \quad (2.2.12)$$

unde:  $\{ R \}$  = este vectorul ansamblat al reacțiilor fiecărei structuri

$\{ F_A \}$  = este vectorul încărcării neechilibrate de pe fiecare interfață

$\left[ U \right]$  = matricea de transformare a forțelor din substructura în încărcări exterioare

Evident ca in detalierea acestui proces destul de laborios trebuie sa folosim si cunoscutele transformari de coordonate la rotatii de axe ,asupra carora nu insistam.

Algoritmul de calcul al acestei metodologii necesita deci parcurgerea urmatoarelor faze:

1. Impartirea structurii mari in substructuri, care revine in exclusivitate inginerului proiectant si care are la baza necesitatile si criteriile expuse mai sus
2. Definirea topologiei structurii, notarea nodurilor structurii si a substructurilor
3. Definirea interfetelor si precizarea nodurilor de contact
4. Determinarea matricilor de transfer, de la sistemul local de axe la sistemul global

$[I'_i]$  si  $[T'_c]$ . Aceste matrici sunt obtinute astfel:

Matricea  $[I'_i]$  selecteaza din vectorul deplasarilor pe acelea care corespund nodurilor substructurii j, fiind de tip boolean, a carei conformare reflecta proprietatile topologice ale structurii, adica, modul de notare a nodurilor de contact in structura generala respectiv in substructuri. Notam cu  $[\lambda]$  matricea cosinusilor directori ai axelor fata de axele globale XYZ.

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_{xx} & \lambda_{xy} & \lambda_{xz} \\ \lambda_{yx} & \lambda_{yy} & \lambda_{yz} \\ \lambda_{zx} & \lambda_{zy} & \lambda_{zz} \end{bmatrix}$$

sau pentru noduri cu trei grade de libertate (placi incovoiate), cand rotatia axelor se face intr-un plan:

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ unde } \theta \text{ este unghiul de rotatie in planul XY.}$$

Atunci matricea de transformare pentru un nod este:

$$[L] = \begin{bmatrix} [\lambda] & [0] \\ [0] & [\lambda] \end{bmatrix}$$

Rezulta matricea de transfer a structurii, referitoare la nodurile de contact in numar de n:

$$T_c = \begin{bmatrix} [L]^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [L]^T & 0 & 0 \\ 0 & & [L]^T & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & [L]^T \end{bmatrix} \text{ de tip (6nx6n)}$$

5. Calculul pentru fiecare substructura, in raport cu sistemul de referinta local, a matricilor de rigiditate:

$$[K_{i,j}]; [K_{i,c}]; [K_{c,c}]$$

6. Calculul pentru fiecare substructura a matricilor de rigiditate fata de sistemul de referinta global

$$\left[ K_{ii}^j \right]_{XYZ} = [T_c]^T \left[ K_{ii}^j \right]_{xyz} [T_c]$$

7. Determinarea pentru fiecare substructura a reactiunilor in nodurile de contact blocate, la fiecare interfata  $j \rightarrow k$ ,  $\{R^{j,k}\}$  si a incarcarii aditionale  $\{F_A^j\}$

8. Calculul vectorilor de incarcare fata de sistemul de referinta global:

$$\left\{ F_A^j \right\}_{XYZ} = [T_c] \left\{ F_A^j \right\}_{xyz}$$

9. Calculul matricilor "condensate" si a vectorilor condensati: v.(2.2.10) si (2.2.11)

10. Ansamblarea matricei de rigiditate a structurii si a vectorului de incarcare echivalent:

$$\left[ \tilde{K}_{cc} \right] = \sum_1^n \left[ W_c^j \right] \left[ K_{cc}^j \right] \left[ W_c^j \right]^T$$

$$\left[ \tilde{F}_c \right] = \sum_1^n \left[ W_c^j \right] \left\{ F_{c,i}^j \right\} + \left\{ F_{c,A} \right\}$$

11. In sfarsit, rezolvarea sistemului de ecuatii

$$\left[ \tilde{K}_{cc} \right] \left\{ l \right\} = \left[ \tilde{F}_c \right]$$

si determinarea deplasarii nodurilor in cuprinsul fiecarei substructuri:

$$\left\{ \delta_c^j \right\} = \left[ l_i^j \right] \left\{ l \right\}$$

O situatie pe care o vom analiza mai tarziu, am prezentat-o in fig.2.2.1, in care partea centrala a batiului am considerat-o alcatuita din doua placi plane supuse la incovoiere (partile 1 si 2), rigidizate cu doua grinzi perete (partile 3 si 4); nodurile de contact au fost blocate prin pendule.

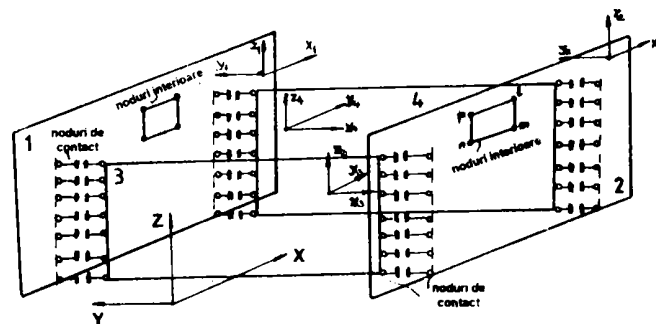


fig.2.2.1

## 2.3 Idei si rezultate noi

### 2.3.1 Cateva consideratii asupra programului I-DEAS Master Series 1.3\*

Fata de procedeul "clasic" prezentat in paragraful 2.2 bazat pe rationamentele si metodologia din metoda deplasarilor, vom formula o alta metodologie, bazata pe urmatoarele doua consideratii:

- vom presupune ca putem face o discretizare mai "grosiera" a intregii structuri in limitele capacitatii maxime a calculatorului, din care sa putem obtine un camp de deplasari in zonele in care vom face separarea in substructuri.
- mai consideram ca dispunem de un prototip, intr-o varianta bazata pe experienta constructorului, pe care putem face masuratori experimentale. Acestea se vor axa in principal pe masurarea deplasarilor in zonele dorite de substructurare; cu aceste rezultate vom corecta valorile obtinute prin (M.E.F.)

In felul acesta vom defini in zonele de substructurare un camp de deplasari geometric admisibil, iar calculele ulterioare le vom face considerand substructura cu deplasari impuse. Procedeul este mult mai simplu deoarece putem intocmi atunci programe relativ mici, specializate, de exemplu numai pe calculul placilor, cu conditiile la limita impuse sub forma unor deplasari (probleme tip Dirichlet).

Batiul de strung poate fi considerat ca un caz particular de structura spatiala alcatuita din placi, astfel incat fiecare placa poate fi considerata ca un element finit (supraelement) solicitat atat in planul sau ("starea de membrana" sau de "grinda perete" sau de "saiba") cat si normal pe planul sau ("starea de incovoiere" sau de "placa incovoaiata")

Va trebui sa acceptam ca cele doua stari de solicitare sunt decuplate, adica deplasările "de membrana" nu trebuie sa afecteze deformatiile de incovoiere ale placii si reciproc.

In vederea obtinerii unor rezultate in deplasari pe intrega structura, am utilizat un program de calcul cu ajutorul elementelor finite I-DEAS MS 1.3, deosebit de performant, existent in cadrul Universitatii Tehnice din Hamburg-Harburg GERMANIA, unde am avut sansa sa beneficiaz de o bursa DAAD de un an de zile si de inca un program TEMPUS de 3 luni.

Dintre programele de analiza a structurilor care utilizeaza (M.E.F.) si la care am putut in general sa am acces, amintesc: COSMOS/M; NASTRAN MSC; ANSYS; MARC-MENTAT II; I-DEAS Master Series 1.3. Fiecare dintre aceste programe prezinta avantaje si dezavantaje din punctul de vedere al constructiei lor, unele avand partea de design si drafting mai dezvoltata, altele partea de calcul. In esenta ele sunt structurate asemanator si cuprind urmatoarele secvente:

#### -preprocesare date:

- desen-proiectare in plan sau spatiu (2D,3D)
- simulare (discretizare, alegerea de material, conditii de frontiera, analiza de calcul)
- import/export desen si/sau model element finit
- speciala ce cuprinde calcule de oboseala, procesare de semnale, analiza dinamica, analiza de contact etc.

\* M19.) Monica A.M. "Realizarea modelului de element finit pentru structura de rezistenta a unui strung folosind programul I-DEAS MS 1.3" Sesiunea Implicarea cercetarii stiintifice in dezvoltarea si modernizarea produselor de fabricatie Sectiunea Mecanica Aplicata. Sibiu, 17-18 Noiembrie 1995. v. XIX/p.249-256





Trebuie subliniat faptul ca programele actuale tind spre o perfectionare din punct de vedere al calculului ,a ofertei de analiza cat si spre o cat mai mare confortabilitate de lucru.Programul I-DEAS prezinta in comparatie cu celelalte posibilitatea creerii unor biblioteci si cataloage in care putem introduce structuri 2D,3D,materiale noi, modele de element finit, care pot fi transferate,copiate dintr-un model file in altul(posibilitatea de a folosi mai multe analize)sau dintru-un proiect in altul(posibilitatea de-a lucra simultan pe aceiasi structura-proiect- mai multi utilizatori). Deasemeni ofera facilitatea creerii unei discretizari spatiale pornind de la elemente finite din plan prin extrudarea lor pe orice directie si sub orice unghi ,cat si unirea unor retele de discretizare formata din elemente finite de tipuri diferite(spre exemplu:placa subtire cu solid)cu creerea automata a elemetelor de legatura care sa asigure continuitatea structurii ;sau fie intre elemente finite de acelasi tip dar de forme diferite(spre exemplu:placa subtire triunghiulara cu placa subtire dreptunghiulara) cu asigurarea automata a trecerii de la o retea la alta prin introducerea sau scoaterea de noduri din zona de contact a retelei.

### 2.3.2 Elemente de calcul pentru structura batiului

Structura de rezistenta a unui strung normal,orizontal o putem considera ca fiind formata dintr-un ansamblu de placi plane de grosimi diferite (doua placi longitudinale sollicitate la incovoiere si o serie de nervuri transversale pentru rigidizare,ortogonale pe primele sau nu, aflate in stare de membrana) cat si din doua elemente solide situate pe primele la partea superioara pe toata lungimea (ghidajele)(vezi.figura 2.3.2) Din analiza acestor elemente constatam ca raportul:

$l/h > 10$ (raport care defineste clasa in care putem incadra un anumit element),ceeace ne indreptateste sa le clasificam ca placi subtiri(thin shell);acolo unde acest raport are alte valori,cum sunt de exemplu ghidajele pentru care:  $dim_{max}/dim_{min} < 5$ ,le vom defini ca solid.

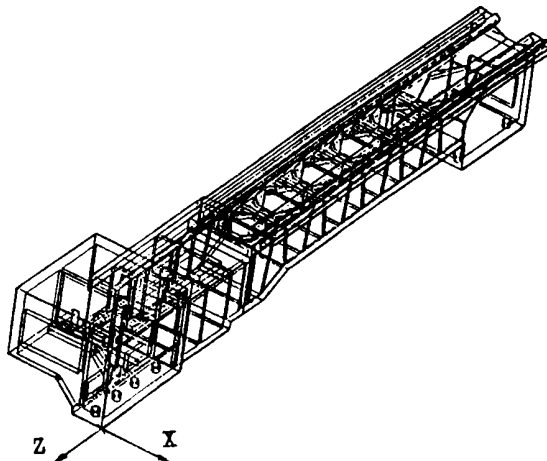


fig.2.3.2

Vom prezenta in continuare,mai in detaliu,pasii urmati in utilizarea programului I-DEAS ,pentru a obtine modelul de calcul,schema logica a rezolvarii problemei este redada in fig.2.3.3

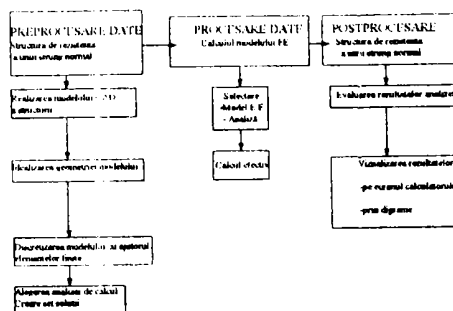


fig.2.3.3

#### PREPROCESARE DATE

1. Pornind de la desenele de executie ale unui batiu de strung normal,(vezi.Anexa A)pe care l-am realizat in program AUTOCAD 10 si format DXF,pe care sa se poata fi recunoscut de I-DEAS a fost necesar sa se converteasca formatul model file DXF in format IGES.Practic s-a realizat un import de date drafting AUTOCAD in programul de design I-DEAS.Odata datele importate am creat proiectul "ADRIANA" si model file "batiu" in directorul "varianta 1".Acest proiect si acest director le vom regasi pe tot parcursul lucrarii.
2. Datele importate sunt in 2D;s-au folosit aceste sectiuni care prin extrudare si decupare(cut) iar apoi prin unire(joint) au condus la realizarea structurii in 3D.Fiecare parte a structurii a fost realizata separat (peretii laterali,nervurile,placile transversale,ghidaje etc) si au fost introduse in biblioteca de parti a programului, deoarece o aglomerare prea mare pe masa de lucru(work plane) ar produce confuzii.Cand toate partile au fost relizate,s-a executat unirea lor finala,obtinand structura in 3D reprezentata in fig 2.3.2.
3. Avand structura definita ca solid,s-au introdus caracteristicile de material reale,determinate de noi experimental si prezentate in anexa A
4. Ne vom muta din aplicatia Design/Master Modeler in aplicatia Simulation pentru realizarea modelului de element finit avand ca suport structura realizata in 3D .Folosind facilitatile oferite de program de realizare a discretizarii prin crearea manuala s-a recurs la mai multe sectiuni ale batiului care au fost multiplicare iar apoi unite astfel incat in final s-a obtinut modelul de element finit reprezentat in figura 2.3.4.Structura prezinta 1708 noduri,1060 elemente finite thin shell,436 elemente finite solid si 187 elemente finite de legatura tip constrain.Elementele finite tip placa subtire fiind create pe suprafata mediana a structurii iar elemntele finite tip solid urmaresc conturul structurii.Astfel s-a putut creea doua modele de element finit diferite pe aceiasi structura,una avand peretii de 15 mm pe cea mai mare parte,iar alta avand peretii de 10 mm.Deasemeni pe modelul realizat prin adaugarea unor elemente tip rigid s-a realizat un nou model care reprezinta varianta batiului cu picior de sprijin ,care este la randul ei in doua variante de 15 si de 10 mm.Analiza se poate realiza numai pe cate un model file,de aceea fiecarei variante i-a fost necesar un model file al sau cu cate un FEM. (model element finit)



fig. 2.3.4

5. Verificarea calitatii discretizarii, pentru structuri mari este absolut necesara o verificare a suprapunerii nodurilor, o verificare a laturilor libere rezultate in urma discretizarii- ceea ce inseamna discontinuitati nedorite in retea. Dupa verificare se face o renumerotare a nodurilor si o optimizare a matricei elementelor folosind unul din criteriile de minim (profil minim, latimea semibenzii minime) Sloan, algoritmul Gibbs-King sau Gibbs-King Stockmeyer. Noi am ales criteriul Gibbs-King Stockmeyer pentru care s-a obtinut latimea semibenzii cea mai mica.

6. Ne vom muta in aplicatia Boundary Condition pentru crearea setului de conditii de margine (rezemari, incastrari) si a setului de forte si a distributiei lor ce actioneaza asupra structurii.

7. Ne mutam in aplicatia Model Solution unde vom crea setul de solutii (deplasari, tensiuni in anumite puncte sau a intregii structuri, modurile proprii etc.) pentru analiza dorita (calcul static, calcul dinamic-Guyan, SVI, frecvente proprii-SVI, Guyan, Lanczos, etc)

PROCESARE DATE

8. Creat modelul de element finit, setul de restrain, setul de forte si definita analiza putem trece la procesarea datelor fie in regim interactiv-direct fie in regim indirect de batch-job adica in general job peste noapte. Pentru un exemplu de determinare a frecventelor proprii listingul programului este cel din fisierul AMN.lis, unde se dau toate informatiile privitoare la calculul cerut. Se observa ca este un calcul de analiza statica, numarul de ecuatii necesar pentru rezolvare fiind 6600.

POSTPROCESARE DATE

9. Evaluarea rezultatelor analizei. Ne mutam in aplicatia Post Processing unde vom activa setul de solutii definit anterior. Rezultatele pot fi reprezentate cu valorile lor in noduri, pe elemente sau pentru intreaga structura. Alegerea reprezentarii se face prin activarea menu "Display Template" care ne ofera de a avea pe ecranul calculatorului deformata modelului sau evolutia deformatiei modelului in pasi succesivi.

10. Stabilite valorile care intereseaza, putem crea imaginea (picture file) care va fi trimisa imprimantei sau ploterului.

### 2.3.3 Asupra sarcinilor care solicita batiul\*

In calculele pe care le vom efectua vor fi, evident, necesare sarcinile care solicita batiul precum si variatia acestora in timp. In general analiza acestor sarcini, asa cum se face ea in lucrarile de specialitate, a fost prezentata sumar in Cap. 1, unde s-au definit:

- a)  $F_x, F_y, F_z$  componentele fortei totale de aschiere. Ele sunt presupuse cunoscute si se determina cu formulele din teoria aschierii, formule semiempirice
- b)  $Q$  forta de tractiune necesara deplasarii saniei actionata de surubul conducator ea este orientata de-a lungul axei surubului si nu are componente paralele cu fortele  $F_y$  si  $F_z$ .
- c)  $G_1, G_2, \dots$  greutatile proprii ale suprastructurii, carucior, papuse etc. considerate ca forte concentrate actionand in centrul de greutate al subansamblului.
- d)  $f_A, f_B, f_C$  -fortele de frecare care actioneaza pe suprafetele de contact ale ghidajelor si sunt opuse sensului de deplasare al saniei.

\* M21.) Motica A. M., "Studiul starii deformatate a unui batiu de strung normal, functie de variatia grosimii peretilor, cu ajutorul metodei elementului finit." Sesiunea Implicarea cercetarii stiintifice in dezvoltarea si modernizarea produselor de fabricatie Sectiunea Mecanica Aplicata. Sibiu, 17-18 Noiembrie 1995. v. XIX/p. 251-261



Numai din enumerarea acestora si a modului de calcul se vede variabilitatea mare a sistemului de forte si lipsa lui de generalitate, deoarece modificarile depind de forte multi parametrii subiectivi, care se schimba functie de fiecare operatie, fiecare tip de strung etc.

Vom adopta atunci un procedeu care poate deveni foarte general si pe care-l vom denumi "metoda semiinversa", pornind de la ideea ca indiferent cat de mari sunt si cum variaza aceste forte, nu se poate depasi presiunea admisibila pe ghidaje. Aceasta devine astfel un parametru fundamental de dimensionare si verificare a batiului, cu obligativitatea a posteriori de a face studiile corespunzatoare de rigiditate.

Distributia presiunilor in zona activa a ghidajelor este o problema static nedeterminata si cunoasterea acestei distributii cat si a presiunii maxime se poate face numai prin incercari. De aceea literatura de specialitate avanseaza diverse tipuri de distributii, fiecare cu justificarea ei [A2], [B29], [C23], [K2], [M26]. Noi vom accepta urmatoarele ipoteze:

- pe lungimea activa a ghidajului, presiunea este repartizata liniar, intre o valoare maxima si una minima de aceiasi semn (trapezoidal)
- pe latimea ghidajului presiunea se considera constanta (v. fig. 2.3.6 b)
- pe ghidajul din fata, pe lungimea activa  $l_3=480$  mm vom accepta, pe baza unor informatii pe care le vom prezenta in §2.3.4, ca presiunea variaza intre  $p_{1max}=3$ MPa si  $p_{1min}=1$ MPa; pe latimea "a" presiunea este constanta.

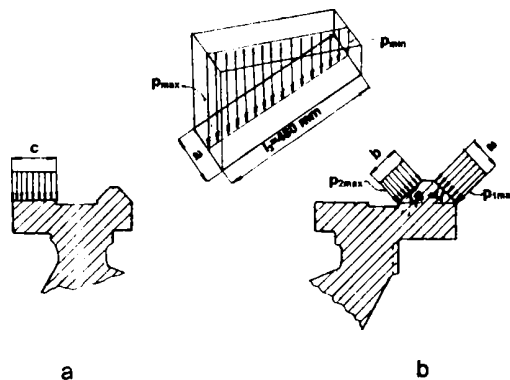


fig. 2.3.6

- Tot pe ghidajul din fata pe cealalta suprafata de lunecare, de latime "b" presiunea variaza de asemenea liniar l intre  $p_{2max}=1$ MPa si  $p_{2min}=0,5$ MPa;
- Pe ghidajul din spate, pe latimea "c" si lungimea  $l_3$  vom accepta o distributie de presiuni intre  $p_{3max}=2$ MPa si  $p_{2min}=0,5$ MPa. (v. fig. 2.3.6 a)

Aceste forte au fost repartizate in nodurile retelei de discretizare din zona, astfel incat rezultanta sa fie aceiasi

Daca aceste distributii pot fi in principiu, discutabile pentru diverse regimuri de aschiere, pentru scopul nostru problema este neesentiala deoarece urmarim o solutie de optimizare in mod comparativ.

Ca sa nu mai revenim asupra problemei vom definitiva si variatia in timp a incarcarii. Astfel, vom considera in fiecare nod de discretizare, ca peste valoarea

constanta stabilita mai sus se suprapune o componenta variabila in timp de forma:  $p_0 \cos(\omega)t$ . Deci:

$$p_{mod} = \overline{p_{0,mod}} + p_0 \cos \omega \cdot t$$

unde vom accepta ca  $p_0 = (0,1,...,0,2) \overline{p_{0,mod}}$  iar  $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$  [rad/sec]

Facem observatia ca in incercarile de dinamica ce fac obiectul capitolului 3, vom lua in considerare si caracterul aleator al fortelor de excitatie.

- Pe partea din spate a batiului vom mai introduce o sarcina constanta data de greutatea proprie a papusii mobile acceptata dupa normele fabricantului la  $G_5=8350N$ , uniform repartizata pe lungimea de rezemare.

### 2.3.4 Cateva date privind materialele utilizate

Factorul determinant, cu valabilitate generala, in alegerea materialului il constituie natura si marimea solicitarii elementului mecanic considerat. In principal, sub forma globala, se disting trei grupe de elemente mecanice cu cerinte de rezistenta, rigiditate si durabilitate, diferite.

- elemente mecanice ale caror dimensiuni sunt determinate de conditiile de rezistenta (arbori, roti dintate, etc.); ele se executa din materiale cu proprietati de rezistenta ridicate, in special din otel imbunatatit sau calit sau fonta de inalta rezistenta.
- elemente mecanice ale caror dimensiuni sunt determinate din conditii de rigiditate, cum este cazul batiului. Ele se executa din materiale cu modulul de elasticitate ridicat, cum sunt otelul tratat termic si fonta. De altfel in cercetarile noastre experimentale (vezi Cap. 5) am studiat doua variante de batiu, unul din fonta si unul din otel sudat.
- elemente mecanice supuse tensiunilor de contact; este cazul suprafetelor conjugate in conditiile alunecarii: ghidajele.

Fontele sunt prin excelenta folosite la confectionarea batiurilor, deoarece acestea avand forme complicate se preteaza la obtinerea lor direct prin turnare si au proprietati de amortizare a vibratiilor. Fonta cenusie are rezistenta mare la uzare si gripaj, de aceea se recomanda la confectionarea ghidajelor, care trebuie sa aiba si o capacitate mare de a retine uleiul in vederea asigurarii unei ungeri bune. De aici necesitatea utilizarii unei fonte cu structura perlitica (de tip FC350 sau FC250), cand presiunea pe suprafata portanta a ghidajelor depaseste 2MPa (v. tab. 2.3.1), norma FMUAB [\*\*\*6].

tabel 2.3.1

Material	Caracteristici mecanice			
	minim $\sigma_r$ [MPa]	minim $\sigma_r$ [MPa] la incovoiere	Sageata [mm] pentru l=900 mm	HB
<b>FC350</b>	350	550	9	210-250
<b>FC300</b>	300	500	8	210-220
<b>FC250</b>	250	450	8	200-220



Fonta modificata prezinta o rezistenta la uzura de 2-3 ori mai mare decat fonta cenusie pentru  $p_c=2\text{MPa}$ ;cu acestea se pot turna pereti cu grosimea de 5-6 mm(v.tabelul 2.3.2)

tabelul 2.3.2

Material	Grosime pereti [mm]	
	Fonta cenusie obisnuita	Fonta modificata
FC100	20	-
FC150	15	-
FC200	12	6
FC250	10	5
FC300	-	5

Pentru calculele ce le-am efectuat in continuare am studiat proprietatile mecanice,in mod concret,pe epruvete confectionate din fonta utilizata in productia curenta de fabricatie a strungurilor de la uzina din Arad.(v.Cap.5).

### 2.3.5 Batiul ca substructura\*

Dupa aceasta pregatire si prezentare a modelului,suntem in masura sa redam rezultatele obtinute pe structura de ansamblu a batiului,care sunt ilustrate in figurile:2.3.7-2.3.14 pentru calculul static cat si in anexele A si C ;pentru calculul dinamic ,calculul vibratiilor fortate este detaliat in anexa B si a fost realizat cu ajutorul programului MARC-MENTAT II.

Din analiza statica a tensiunilor ce apar in structura (analiza numerica) se remarca ordinul de marime al tensiunilor care este insignifiant,ele nu pun probleme pentru conditiile de rezistenta ale structurii,de aceea calculul tensiunilor nu a constituit o preocupare speciala.Rezultatele sunt totusi prezentate in anexa C (rezultatele au fost obtinute cu programul I-DEAS MS 1.2-aplicatia analiza statica),iar o sinteza a lor in fig.2.3.7 si 2.3.8.

In analiza pe care am efectuat-o asupra structurii,s-au luat in considerare,sub aspectul modului de rezemare si a grosimii peretilor,patru variante:

- batiu cu grosimea peretilor de 10 mm -varianta cu picior (10cp)
- batiu cu grosimea peretilor de 10 mm -varianta fara picior(10fp)
- batiu cu grosimea peretilor de 15 mm -varianta cu picior(15cp)
- batiu cu grosimea peretilor de 15 mm -varianta fara picior(15fp)

Aspectul global al starii deformate este redat in figurile 2.3.9 si 2.3.10,pentru cele doua variante de rezemare si pentru grosimea peretelui de 15 mm;nu s-au mai reprodus deformatiile pentru varianta de 10 mm deoarece au aceiasi forma si ele au fost inglobate in anexa A.

In figurile 2.3.11-2.3.13 sunt reprezentate graficele variatiei deplasarilor ghidajelor batiului,pentru 14 sectiuni (notate A...N) in directiile :longitudinala (z),

\*M21.) *Motica A. M.*, "Studiul starii deformatate a unui batiu de strung normal, functie de variatia grosimii peretilor, cu ajutorul metodei elementului finit." v. XIX/p.251-261 Sesiunea Implicarea cercetarii stiintifice in dezvoltarea si modernizarea produselor de fabricatie. Sectiunea Mecanica Aplicata. Sibiu, 17-18 Noiembrie 1995. v. XIX/p.251-261

M22.) *Motica A. M.*, "Studiul comparativ al deformatiilor statice-analiza numerica si experimentală pentru un batiu de strung normal" Sesiunea Jubiliara de comunicari stiintifice. Hunedoara, 12-13 Octombrie 1995. v. II p.75-85

CALCUL STATIC BATIU VARIANTA CU PICIOR

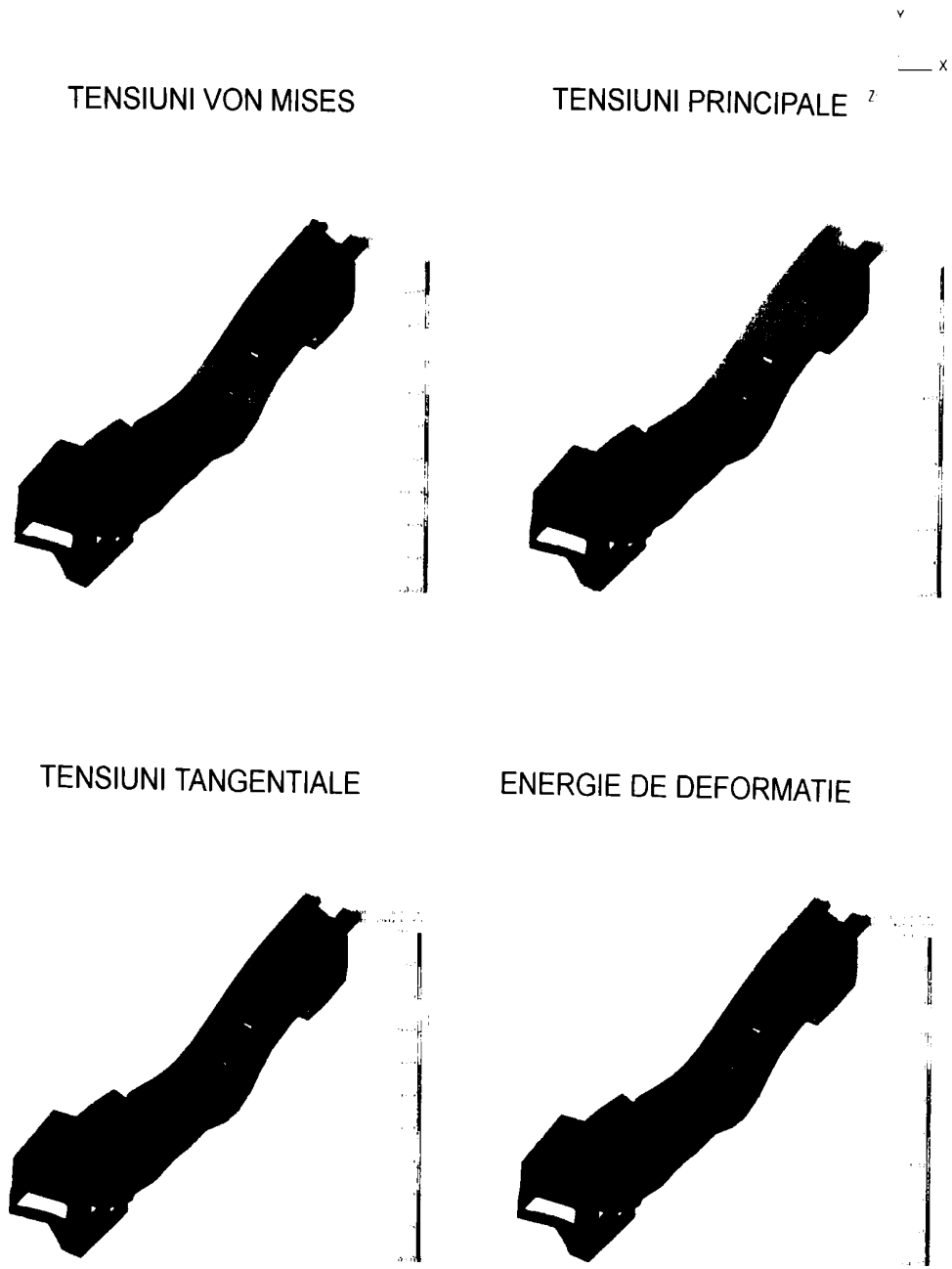


fig.2.3.7

CALCUL STATIC BATIU VARIANTA FARA PICIOR

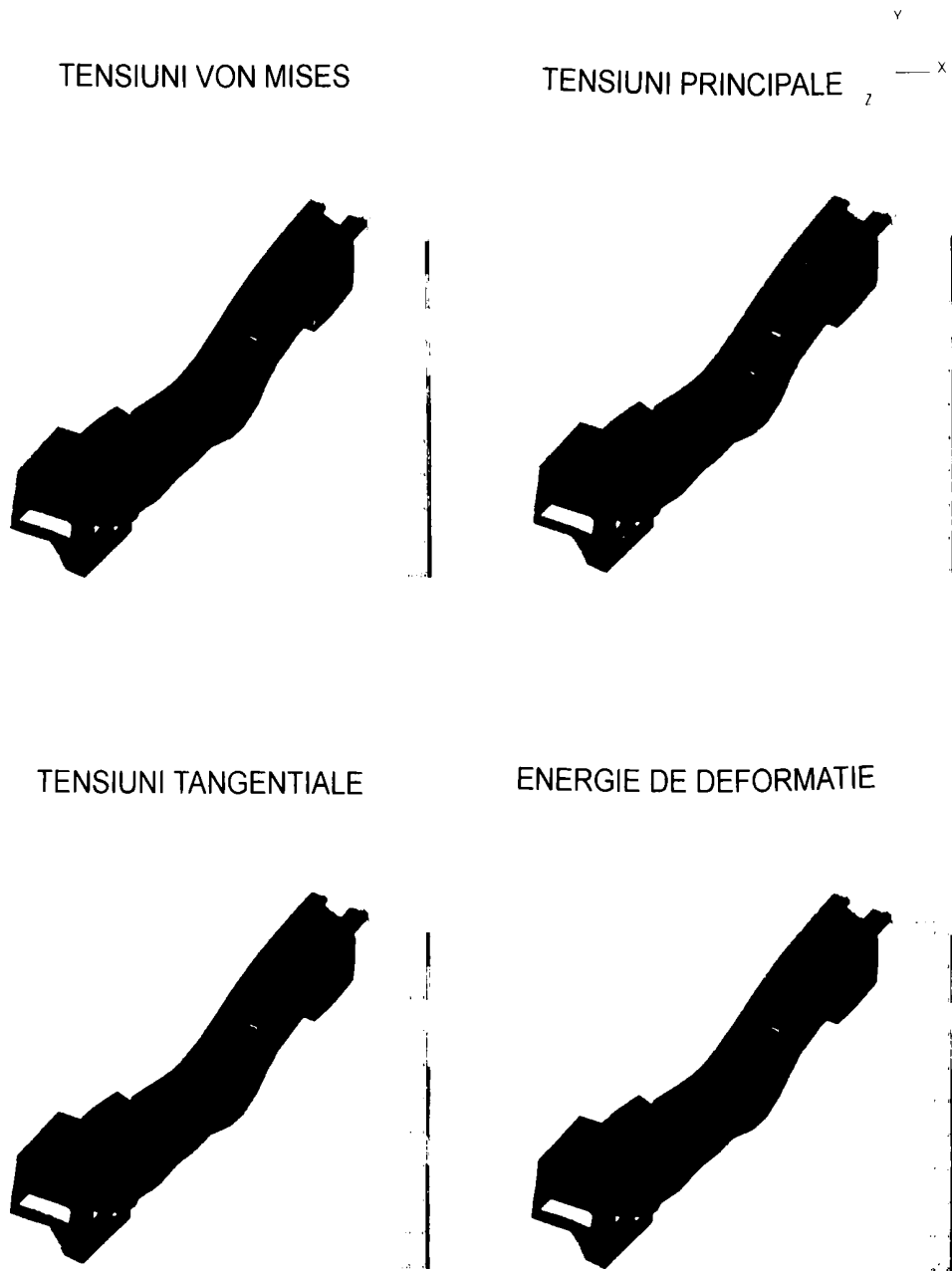
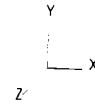
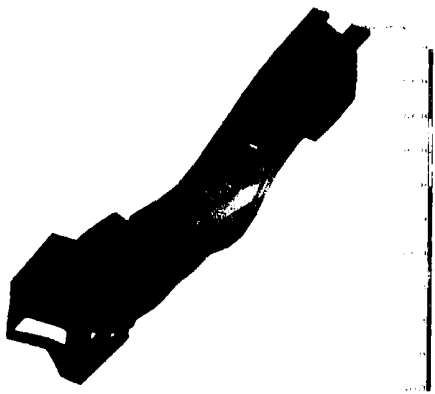


fig.2.3.8

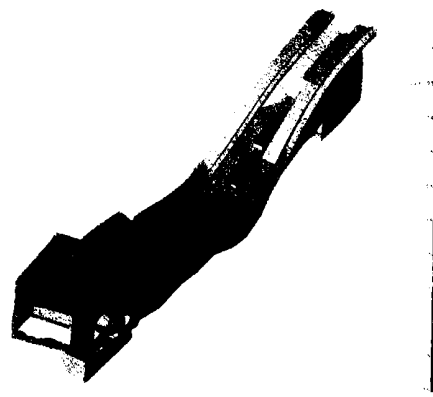
CALCUL STATIC BATIU VARIANTA CU PICIOR



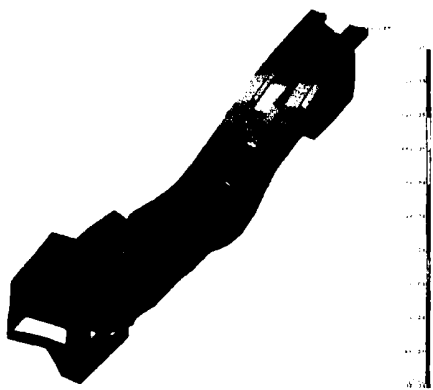
DEPLASARE REZULTANTA



DEPLASARE X



DEPLASARE Y



DEPLASARE Z

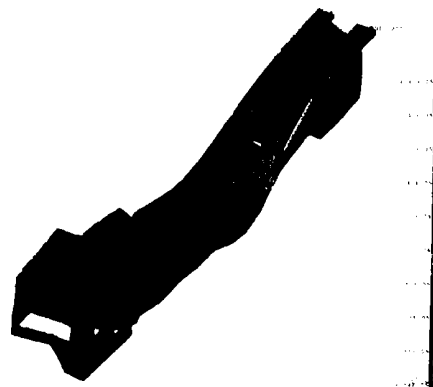


fig.2.3.9

CALCUL STATIC BATIU VARIANTA FARA PICIOR

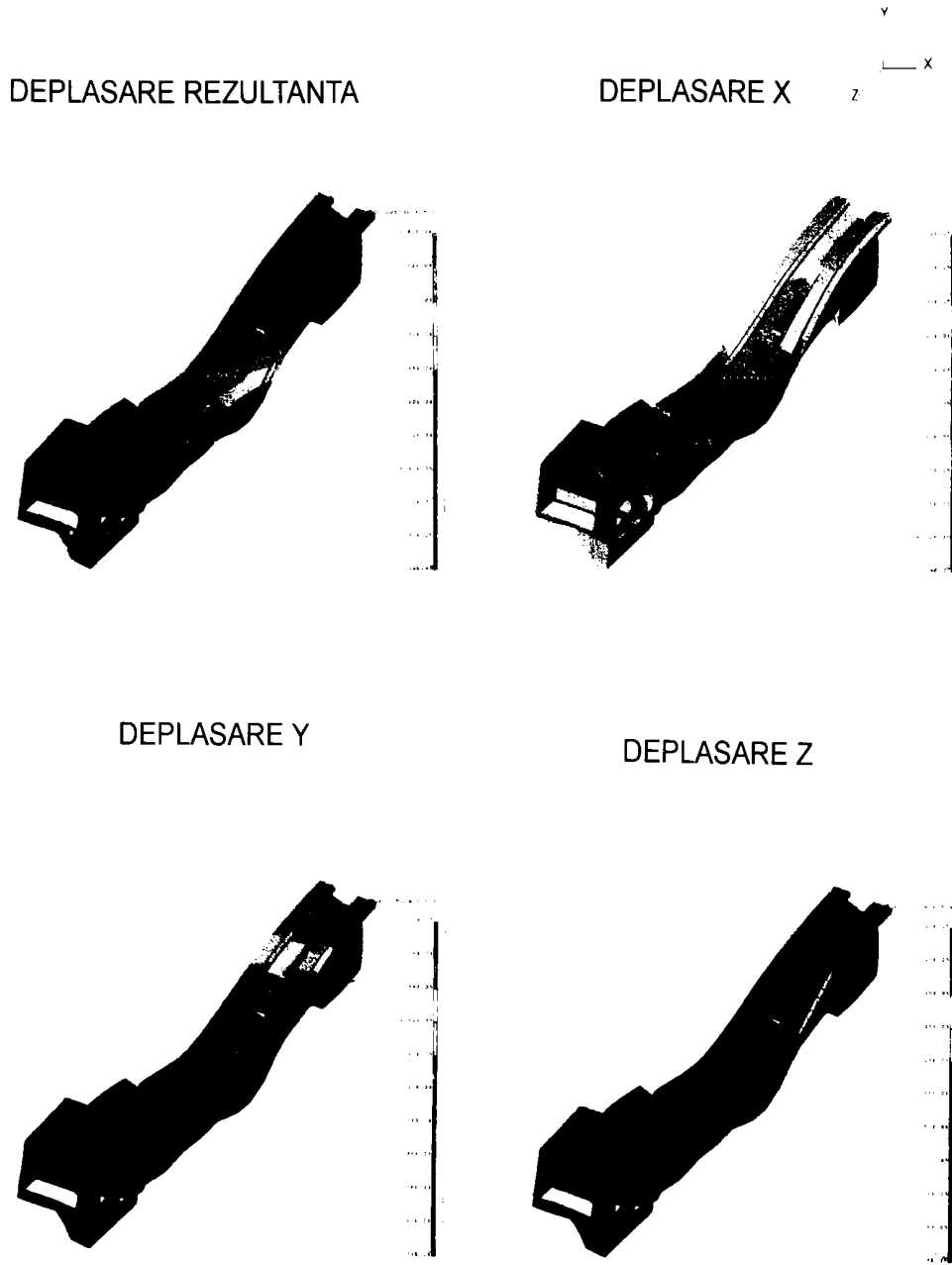


fig.2.3.10

**Calculul static - deplasari pe directia x (mm)**

- 10 cp - batiu grosime perete 10 mm cu picior
- 10 fp - batiu grosime perete 10 mm fara picior
- 15 cp - batiu grosime perete 15 mm cu picior
- 15 fp - batiu grosime perete 15 mm fara picior

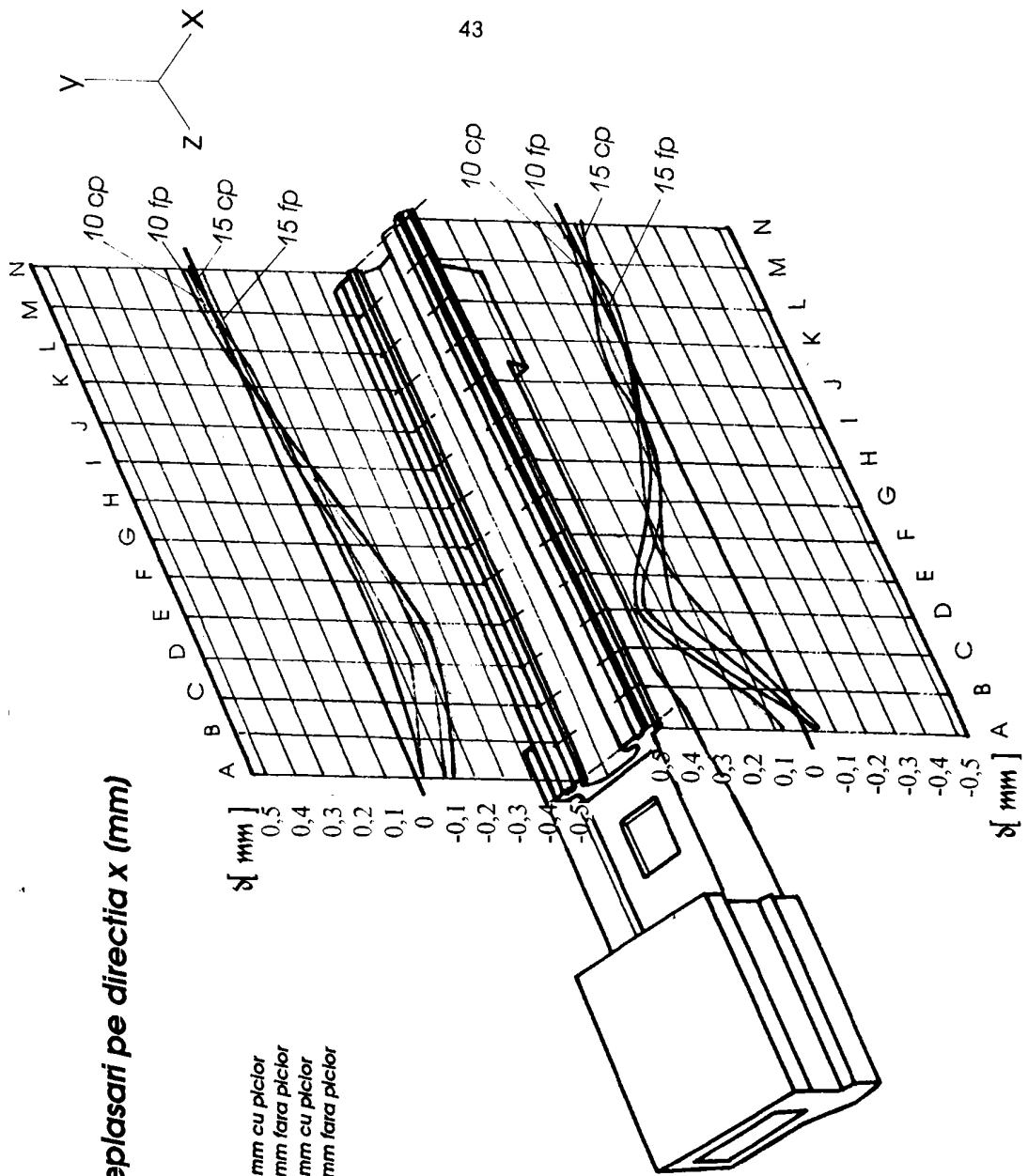


fig.2.3.11

**Calculul static - deplasari pe directia Y (mm)**

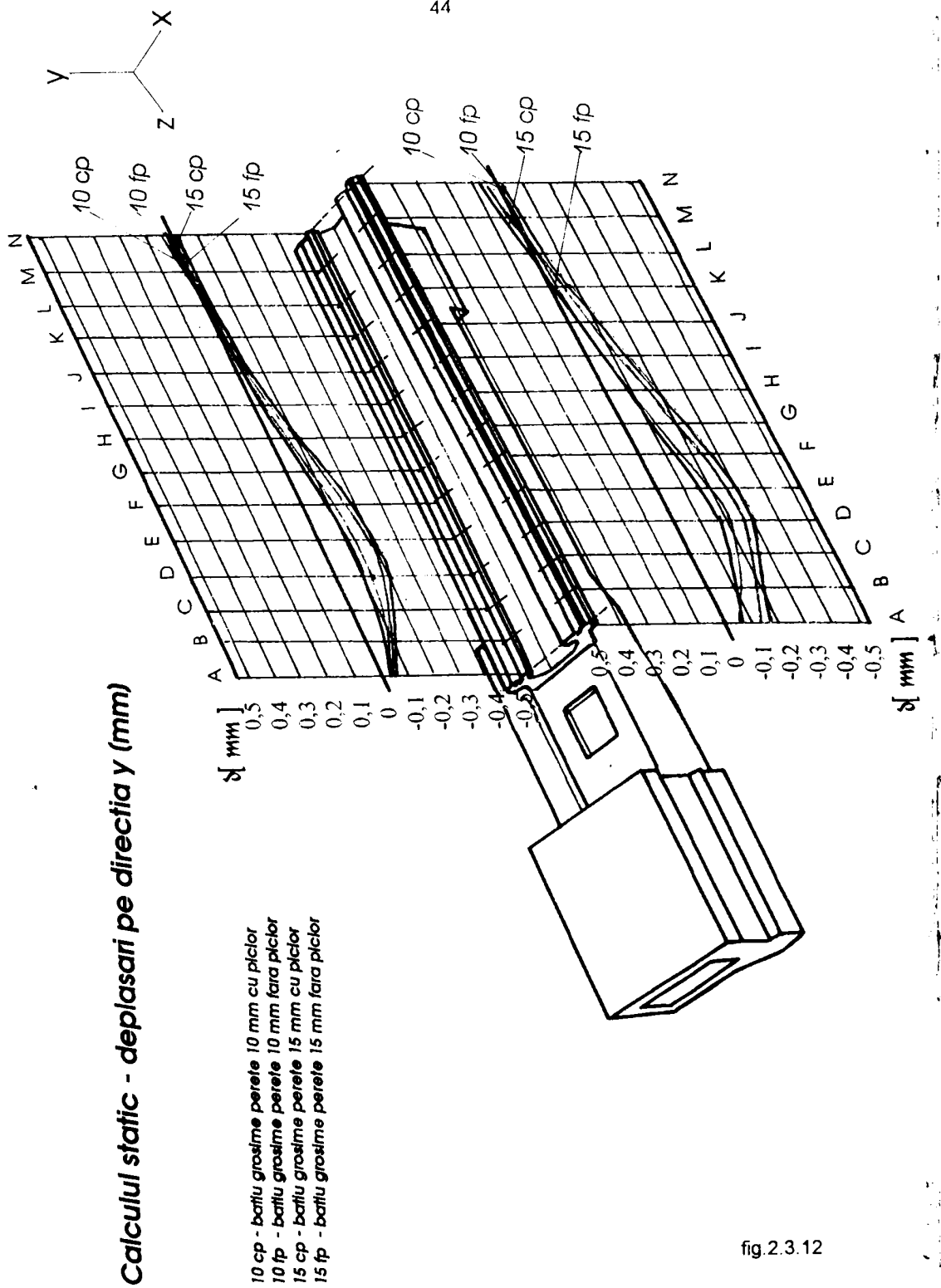


fig.2.3.12

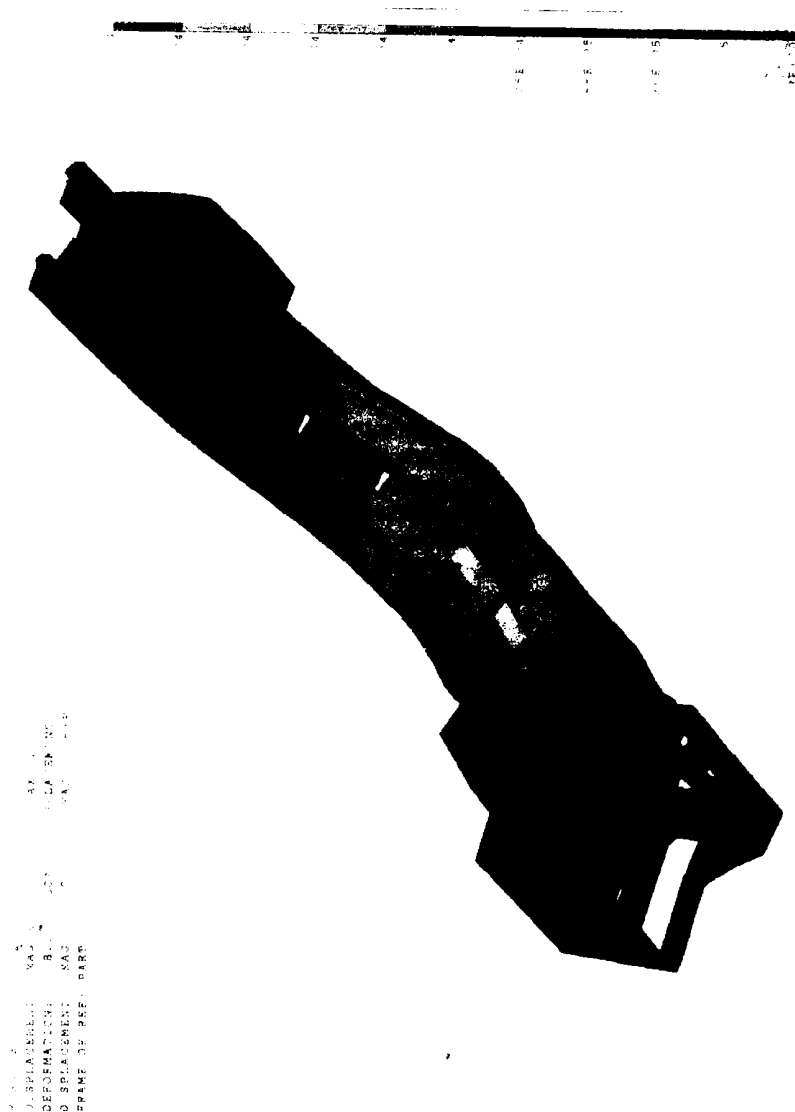


fig 2 3 13

( lculul static- deplasari pe directia rezultanta, va ita 15 fp



verticală (y) și transversală (x) (v. sistemul de axe din figura!).

Prin analiza comparativă a rezultatelor se pot trage următoarele concluzii:

- deplasările transversale și verticale sunt mult mai mari decât cele longitudinale (de aproximativ 10 ori); de aceea, aceste deplasări nu au mai constituit nici o preocupare nici în domeniul experimental. Comparativ deplasările transversale sunt cu aproximativ 20% mai mari decât cele verticale.
- ghidajele batiului suferă cele mai mari deformări, în special ghidajele dinspre față cu maxim, aproximativ la mijlocul deschiderii
- deplasările la varianta fără picior sunt întotdeauna mai mari cu 10-15% decât cele de la varianta cu picior, deci modul de rezemare are o influență relativ însemnată, ținând cont totuși că diferența din acest punct de vedere nu este fundamentală
- valorile maxime ale deformărilor ghidajului după direcțiile transversală și verticală pentru varianta fără picior atît în varianta 10 mm cît și 15 mm se deplasează din zona secțiunii D spre zona secțiunii E
- valorile deformărilor ghidajului după direcția longitudinală în zona de maxim după celelalte direcții suferă o schimbare de semn (trec de la valori negative la valori pozitive)
- cum este și firesc, deplasările pentru variantele cu grosimea peretilor de 10 mm sunt mai mari decât cele de la variantele de 15 mm; deoarece o parte din structura rămâne cu grosimea inițială, pe baza argumentelor prevăzute în capitolul 1, o scădere a greutății cu aproximativ 30%, conduce la o creștere a deplasărilor (valori maxime) cu peste 40%. Rezultate mai riguroase sunt prezentate în capitolul 4 unde sunt analizate mai multe variante constructive ale variantei de bază.

Din aceste rezultate numerice, coroborate cu rezultatele experimentale prezentate în detaliu în capitolul 5 s-a stabilit o plajă de valori pentru deplasările impuse în zona de substructurare (secțiunile de capete A și J) prezentate în fig. 2.3.14, (valorile sunt date în  $\mu\text{m}$  iar valoarea unei diviziuni este de  $10\mu\text{m}$ ) - urmărind raționamentul propus de noi pentru analiza batiului prin substructurare. Metoda substructurării cu considerarea deplasărilor în zona de secționare, a fost numită de V. Nastăsescu [N8] "pseudostructurare"; independent de lucrarea amintită, noi am adoptat un procedeu similar, completat însă pentru cazul studiat cu o modificare corespunzătoare a stării de deformare pe baza măsurătorilor experimentale. Această metodologie particulară am considerat-o strict necesară deoarece în procesul de modelare fizică și matematică de obicei se fac aproximații care introduc erori.

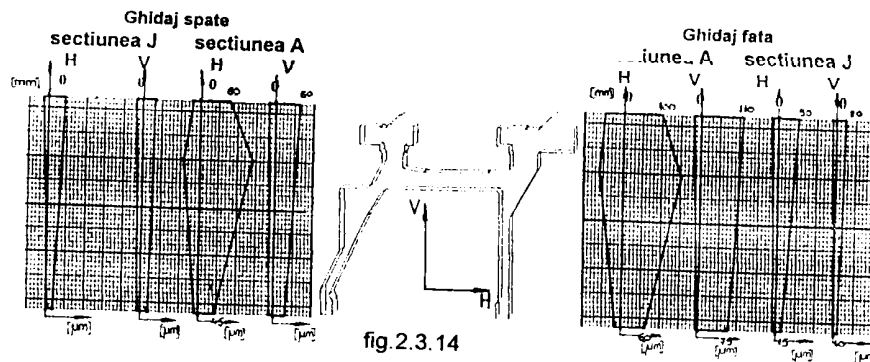


fig. 2.3.14

### 2.3.6 Algoritmi si programe originale pentru calculul placilor plane\*

Am vazut in paragrafele precedente ca intentia noastra este sa reducem calculul structurii complexe a unui strung la calculul batiului, iar calculul acestuia la studiul unor placi plane, care evident pot fi analizate cu multa usurinta si economie de memorie si timp in cele mai diverse situatii, alcatuind in final o biblioteca specifica la care se poate apela ori de cate ori este nevoie. De aceea in acest paragraf vom prezenta doua programe de calcul originale pentru placi, intocmite in limbaj modern de programare C++ pe baza unui algoritm in general cunoscut.

Placile plane intalnite de noi se pot afla in doua situatii distincte:

- in stare de membrana-cazul asa numitelor grinzi perete sau saibe-in care incarcările exterioare sunt aplicate in planul median al placii.
- in stare de placă incovoaiata, in care fortele exterioare sunt normale la una din fetele exterioare ale placii.

Evident ca exista si cazuri de incarcari complexe, mixte; in teoria placilor se demonstreaza insa ca in astfel de situatii cele doua stari de deformatii de membrana si placa incovoaiata se decupleaza [B17],[D5],[F2],[M9],[T3],[P12],[P16], deci programele si cercetarile specifice se pot face pe cele doua situatii separat.

**A. Starea de membrana** In cazul placilor plane cu grosimea mica supuse la actiuni cuprinse in planul placii, uniform distribuite pe grosime, se realizeaza o stare plana de tensiune, careia ii corespunde o stare de deformatie spatiala; de obicei insa deformatiile specifice  $\varepsilon_{zz}$  sunt foarte mici si pot fi neglijate. Starea de tensiune plana este definita de vectorul tensiunilor: (v. fig. 2.3.16) [110].

$$\{\sigma\}^T = \{\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z\}$$

si al deformatiilor specifice:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\mu & 0 \\ -\mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\mu) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \{\sigma\}$$

Ecuatiile de echilibru static devin:

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} ( )_x & ( )_y & 0 \\ 0 & ( )_x & ( )_y \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \{0\}$$

fig.2.3.16

\* M15.) Matica A. M., Metoda elementului finit aplicată la calculul structurilor din plăci. Rezultate, Exemple, Referat doctoral. Universitatea "Politehnica" Timisoara, Septembrie 1994;

Ecuatiile geometrice ale lui Cauchy:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} ( )_{,x} & ( )_{,y} & 0 \\ 0 & ( )_{,x} & ( )_{,y} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [L] \cdot \{d\}$$

Ecuatiile de compatibilitate a deformatiilor:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = 0 \Leftrightarrow [L_2] \cdot \{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} ( )_{,yy} & ( )_{,xx} & -2( )_{,xy} \end{bmatrix} \{\varepsilon\} = 0$$

Ecuatiile constitutive:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \{\sigma\} = [E] \cdot \{\varepsilon\}$$

In cazul asa numitei formulari in deplasari sistemul de ecuatii de mai sus, se reduce la ecuatiile Beltrami-Mitchell

$$\begin{cases} u_{,xx} + \frac{1-\mu}{2} \cdot u_{,yy} + \frac{1+\mu}{2} \cdot v_{,xy} + \frac{1-\mu^2}{E} \cdot X = 0 \\ \frac{1+\mu}{2} \cdot u_{,xy} + v_{,yy} + \frac{1-\mu}{2} \cdot v_{,xx} + \frac{1-\mu^2}{E} \cdot Y = 0 \end{cases}$$

Integrarea acestui sistem de ecuatii introduce constante de integrare care se determina din conditiile la limita. Mai precizam ca pe contur mai pot sa existe conditii restrictive referitoare la deplasari; pe o anumita parte a conturului  $\Sigma_d$  deplasari calculate din sistemul de mai sus trebuie sa fie egale cu deplasari impuse:

$$\{d\} = \{d_i\} \text{ pe } \Sigma_d.$$

Relatiile precedente se exprima matricial sub forma:

$$[L_1] \cdot [E] \cdot [L] \cdot \{d\} + \{X\} = \{0\}$$

Pentru rezolvarea acestei probleme cu ajutorul (M.E.F.), cand pentru discretizare se utilizeaza elemente finite de forma triunghiulara si dreptunghiulara sunt necesare alegerea functiilor de modelare si determinarea rigiditatii elementelor. Aceste lucruri se gasesc prezentate in literatura si nu mai insistam asupra lor; precizam numai ca ne-am folosit de aceste rezultate pentru intocmirea programului care urmeaza (v. listing program "GRINPER"). Vom da cateva amanunte de utilizare:

- Placa o presupunem de grosime constanta
- Fortele exterioare se introduc in nodurile retelei de discretizare, putand avea componente in doua directii
- Conditii de rezemare se introduc de asemenea in nodurile retelei de discretizare, dupa doua directii ale axelor de coordonate.
- Programul utilizeaza elemente finite triunghiulare cu doua grade de libertate pe nod, discretizarea urmarind asigurarea izotropiei geometrice
- Programul alcatuieste succesiv matricile de rigiditate ale elementelor finite, dupa care implementeaza termenii acestora in matricea de rigiditate a structurii



```

j1=(in[m][1]-1)*2.0+1;
j2=(in[m][2]-1)*2.0+1;
j3=(in[m][3]-1)*2.0+1;
j4=(in[m][4]-1)*2.0+1;
i=2-j1+1;
j=j3-j1+1;
k1=j4-j1+1; /* Atentie! Redenumire k cu k1 */
k[1][1]=k[1][1]+a*a1/3.0+a3/3.0/a;
k[1][2]=k[1][2]- (a2+a3)/4.0;
k[1][3]=k[1][3]+a*a1/3.0+a3/6.0/a;
k[1][4]=k[1][4]+(a1- (a2-a3))/4.0;
k[1][5]=k[1][5]+a*a1/6.0-a3/3.0/a;
k[1][6]=k[1][6]+(a2-a3)/4.0;
k[1][k1]=k[1][k1]-a*a1/6.0-a3/6.0/a;
k[1][k1+1]=k[1][k1+1]+(a2+a3)/4.0;
k[1][k1+2]=k[1][k1+2]+a*a1/3.0+a*a3/3.0;
k[1][k1+3]=k[1][k1+3]+(a1- (a2-a3))/4.0;
k[1][k1+4]=k[1][k1+4]+a1/6.0/a-a*a3/3.0;
k[1][k1+5]=k[1][k1+5]- (a1- (a2-a3))/4.0;
k[1][k1+6]=k[1][k1+6]+a1/3.0+a*a3/6.0;
k[1][k1+7]=k[1][k1+7]- (a2-a3)/4.0;
k[1][k1+8]=k[1][k1+8]+(a1- (a2-a3))/4.0;
i=3-j2+1;
j=j4-j2+1;
k[2][1]=k[2][1]+a*a1/3.0+a3/3.0/a;
k[2][2]=k[2][2]+(a2+a3)/4.0;
k[2][3]=k[2][3]+a*a1/6.0-a3/6.0/a;
k[2][4]=k[2][4]+(a1- (a2-a3))/4.0;
k[2][5]=k[2][5]+a*a1/3.0+a3/6.0/a;
k[2][6]=k[2][6]+(a2-a3)/4.0;
k[2][7]=k[2][7]+a*a1/6.0-a3/3.0/a;
k[2][8]=k[2][8]+(a1- (a2-a3))/4.0;
k[2][9]=k[2][9]+a1/6.0/a-a*a3/6.0;
k[2][10]=k[2][10]+(a2-a3)/4.0;
k[2][11]=k[2][11]+a1/3.0+a*a3/6.0;
k[2][12]=k[2][12]- (a1- (a2-a3))/4.0;
k[2][13]=k[2][13]+a1/3.0+a*a3/3.0;
k[2][14]=k[2][14]+(a2+a3)/4.0;
k[2][15]=k[2][15]+a*a1/3.0+a3/6.0/a;
k[2][16]=k[2][16]+(a2+a3)/4.0;
k[2][17]=k[2][17]+a*a1/6.0-a3/3.0/a;
k[2][18]=k[2][18]+(a1- (a2-a3))/4.0;
k[2][19]=k[2][19]+a1/3.0+a*a3/6.0;
k[2][20]=k[2][20]- (a2-a3)/4.0;
k[2][21]=k[2][21]+(a1- (a2-a3))/4.0;
i=4-j3+1;
k[3][1]=k[3][1]+a*a1/3.0+a3/3.0/a;
k[3][2]=k[3][2]+(a2+a3)/4.0;
k[3][3]=k[3][3]+a*a1/6.0-a3/6.0/a;
k[3][4]=k[3][4]+(a1- (a2-a3))/4.0;
k[3][5]=k[3][5]+a*a1/3.0+a3/6.0/a;
k[3][6]=k[3][6]+(a2-a3)/4.0;
k[3][7]=k[3][7]+a*a1/6.0-a3/3.0/a;
k[3][8]=k[3][8]+(a1- (a2-a3))/4.0;
k[3][9]=k[3][9]+a1/6.0/a-a*a3/6.0;
k[3][10]=k[3][10]+(a2-a3)/4.0;
k[3][11]=k[3][11]+a1/3.0+a*a3/6.0;
k[3][12]=k[3][12]- (a1- (a2-a3))/4.0;
k[3][13]=k[3][13]+a1/3.0+a*a3/3.0;
k[3][14]=k[3][14]+(a2+a3)/4.0;
k[3][15]=k[3][15]+a*a1/3.0+a3/6.0/a;
k[3][16]=k[3][16]+(a2+a3)/4.0;
k[3][17]=k[3][17]+a*a1/6.0-a3/3.0/a;
k[3][18]=k[3][18]+(a1- (a2-a3))/4.0;
k[3][19]=k[3][19]+a1/3.0+a*a3/6.0;
k[3][20]=k[3][20]- (a2-a3)/4.0;
k[3][21]=k[3][21]+(a1- (a2-a3))/4.0;
i=5-j4+1;
k[4][1]=k[4][1]+a*a1/3.0+a3/3.0/a;
k[4][2]=k[4][2]+(a2+a3)/4.0;
k[4][3]=k[4][3]+a*a1/6.0-a3/6.0/a;
k[4][4]=k[4][4]+(a1- (a2-a3))/4.0;
k[4][5]=k[4][5]+a*a1/3.0+a3/6.0/a;
k[4][6]=k[4][6]+(a2-a3)/4.0;
k[4][7]=k[4][7]+a*a1/6.0-a3/3.0/a;
k[4][8]=k[4][8]+(a1- (a2-a3))/4.0;
k[4][9]=k[4][9]+a1/6.0/a-a*a3/6.0;
k[4][10]=k[4][10]+(a2-a3)/4.0;
k[4][11]=k[4][11]+a1/3.0+a*a3/6.0;
k[4][12]=k[4][12]- (a1- (a2-a3))/4.0;
k[4][13]=k[4][13]+a1/3.0+a*a3/3.0;
k[4][14]=k[4][14]+(a2+a3)/4.0;
k[4][15]=k[4][15]+a*a1/3.0+a3/6.0/a;
k[4][16]=k[4][16]+(a2+a3)/4.0;
k[4][17]=k[4][17]+a*a1/6.0-a3/3.0/a;
k[4][18]=k[4][18]+(a1- (a2-a3))/4.0;
k[4][19]=k[4][19]+a1/3.0+a*a3/6.0;
k[4][20]=k[4][20]- (a2-a3)/4.0;
k[4][21]=k[4][21]+(a1- (a2-a3))/4.0;
} /* endForm */

printf("\n\nr *** Incarcari *** \n\nr");
if (nd!=0)
{
printf("\n\nrIncarcari la noduri");
for (i=1;i<=n;i++)
{
printf("\n\nr-----");
printf("\n\nrLa nodul: "); scanf("%lf", &i);
printf("\n\nrMomentul pe directia X:"); scanf("%lf", &fx);
printf("\n\nrMomentul pe directia Y:"); scanf("%lf", &fy);
f[j*2-1]=fx;
f[j*2]=fy;
}
} /*endifnd*/
if (nd!=0)
{
printf("\n\nr *** Deplasari impuse *** \n\nr");
for (i=1;i<=n;i++)
{
printf("\n\nr-----");
printf("\n\nrModul: "); scanf("%lf", &i);
printf("\n\nrPe directia X:"); scanf("%lf", &fx);
printf("\n\nrPe directia Y:"); scanf("%lf", &fy);
if (fx!=0)
{
v[j*2-1]=fx;
} /*endiffx*/
if (fy!=0)
{
v[j*2]=fy;
} /*endiffy*/
} /*endifnd*/
} /*endifnd*/
printf("\n\nr *** Conditii de rasamare *** \n\nr");
printf("\n\nr(tModari cu blocaje)\n\nr");
for (i=1;i<=n;i++)
{
printf("\n\nr-----");
printf("\n\nr(tModal:"); scanf("%lf", &i);
printf("\n\nrBlocajul pe directia X:"); scanf("%lf", &bx);
printf("\n\nrB o j u p d r Y:"); scanf("%lf", &by);
if (bx!=0)
{
no[j*2-1]=1;
}
if (by!=0)
{
no[j*2]=1;
}
} /*endifnd*/
} /*endifnd*/
printf("\n\nr *** Rezultatele sistemului *** \n\nr");
if (no[1]!=1)
{
k[1][1]=sqrt(fabs(k[1][1]));
for (j=2;j<=n;j++)
{
if (no[j]!=1)
{
k[1][j]=k[1][j]/k[1][1];
} /*endifnoj*/
} /*endifno*/
ntex;
nl=nn-r+1;
for (i=2;i<=nn;i++)
{
if (no[i]!=1)
{
if (i%2)
{
ntexn=i+1;
}
i=i-1;
for (j=i;j<=ntex;j++)
{
j1=j+i-1;
if (no[j1]!=1)
{
ntex=0;
if (j==n) /* Atentie aici! Codul este rescris
in parte... */
{
k[1][j]=k[1][j]-k[1][1];
}
else
{
i1=i+j-x;
if (i1<=0)
{
i1=1;
}
for (k1=i1;k1<=i2;k1++) /*warning! replanned
k<=k1*/
{
if (no[k1]!=1)
{
i1=i-k1+1;
ntex=i-1;
ntex=k[k1][1]*k[k1][n];
ntex;
} /*endifno*/
} /*endifork1*/
if (j<=1)
{
k[1][1]=sqrt(fabs(k[1][1]-1));
}
else
{
k[1][j]=k[1][j]-k[1][1];
} /*endifj*/
} /*endifnoj1*/
} /*endifno*/
} /*endifor1*/
if (nd!=0)
{
for (i=1;i<=nn;i++)
{
if (v[i]!=0)
{
i1=i-r+1;
if (i1<=0)
{
i1=1;
} /*endifi1*/
for (k1=i1;k1<=i;k1++) /*Atentie! k1<=k*/
{
j=i-k1+2;
f[k1]=k[k1][j]*v[i];
} /*endifork1*/
i1=nn-i+1;
if (i1>=)
{
i1=;
} /*endifi1*/
for (j=2;j<=i1;j++)
{
k1=i+j-1; /*Atentie! k1<=k*/
if (k1<=nn)
{
f[k1]=k[k1][j]*v[i];
} /*endifj*/
} /*endifor1*/
} /*endifor1*/
} /*endifnd*/
if (no[1]!=1)
{
v[1]=f[1]/k[1][1];
}
for (i=2;i<=nn;i++)

```

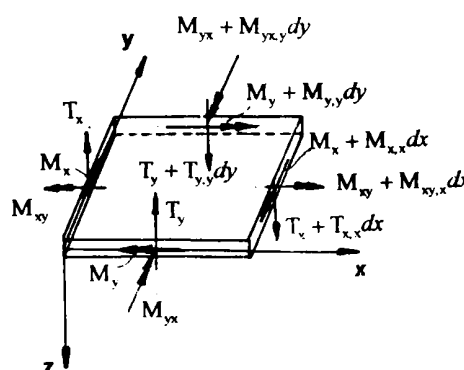


tatelor se face utilizand sase cifre zecimale Pentru introducerea datelor obtinute cu acest program intr-un fisier text, se poate folosi facilitatea de redirectare a sistemelor de operare DOS. De exemplu, pentru a introduce rezultatele programului in fisierul GRINPER.DAT se introduce, lanseaza comanda: GRINPER> GRINPER.DAT

Programul a fost testat pe o placa simpla cu solutia cunoscuta, rezultatele fiind prezentate in anexa A

**B. Starea de placa incovoata.** Starea de eforturi ce apare in placa este cea din fig.2.3.18. [110] La intocmirea programului de calcul s-au luat in considerare urmatorul sistem de conditii specifice:

Ecuatiile de echilibru static devin:



$$\begin{cases} T_{xx} + T_{yy} + p = 0 \\ M_{xx} + M_{yy} - T_x = 0 \\ M_{yx} + M_{xy} - T_y = 0 \end{cases}$$

fig.2.3.18.

Deformatii si deplasari:

$$\begin{cases} u = -z \cdot w_{,x} \\ v = -z \cdot w_{,y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_{xx} = -z w_{,xx} \\ \varepsilon_{yy} = -z w_{,yy} \\ \varepsilon_{xy} = -z w_{,xy} \end{cases}$$

$$\text{sau } \{\varepsilon\}^T = -z [w_{,xx} \quad w_{,yy} \quad w_{,xy}] \Leftrightarrow \{\varepsilon\}^T = -z [L] \{w\}$$

Ecuatii constitutive:

$$\{\sigma\} = -\frac{Ez}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} w_{,xx} & \mu \cdot w_{,yy} & 0 \\ \mu \cdot w_{,xx} & w_{,yy} & 0 \\ 0 & 0 & -(1+\mu) \cdot w_{,xy} \end{bmatrix} \Rightarrow \{\sigma\} = -\frac{Ez}{1-\mu^2} [D] \cdot w$$

Daca se defineste rigiditatea la incovoiere a placii:  $EI_p = \frac{E \cdot t^3}{12(1-\mu^2)}$  si se introduc

curburile:  $\{c\} = \begin{Bmatrix} \rho_x \\ \rho_y \\ \rho_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_{,xx} \\ w_{,yy} \\ w_{,xy} \end{Bmatrix}$  atunci avem vectorul momentelor:

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = -EI_p \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \rho_x \\ \rho_y \\ \rho_{xy} \end{Bmatrix} = -[R_p]\{c\}$$

In final se obtine ecuatia Sophie-Germaine:

$$\nabla^4 \cdot w = \frac{\rho}{EI_p}$$

Dam cateva precizari privind conditiile de margine:

- pe reazem simplu sau articulat:  $x = 0 \Rightarrow w(0,y) = 0$  ;  $M_x(0,y) = 0$
- pe margine libera:  $x = 0 \Rightarrow M_x(0,y) = 0$  ;  $T_x(0,y) = 0$
- pe margine incastrata:  $x = 0 \Rightarrow w(0,y) = 0$  ;  $w_x(0,y) = 0$

Programul pe care l-am intocmit, bazat pe teoria de mai sus, utilizeaza elemente finite dreptunghiulare cu trei grade de libertate pe nod, (v.fig.2.3.19.) a carui matrice de rigiditate se gaseste in literatura [110],[M25 ],[P1],[P5].[Z3].

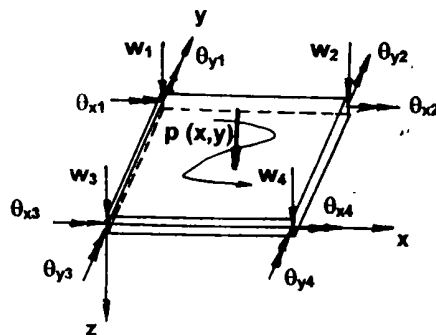


fig.2.3.19.

Am considerat ca:

- Placa poate fi incarcata cu sarcini normale si cu momente dirijate dupa doua directii ortogonale
- Grosimea placii este constanta (t)
- Caracteristicile elastice sunt constante
- Reazemele placii pot fi incastrari sau simple rezemari dispuse pe periferia placii
- Reteaua de discretizare are axele paralele cu un sistem de coordonate globale,ortogonale



- Din coordonatele nodurilor se determina topologia elementelor si se genereaza matricile de rigiditate ale acestora
  - Programul realizeaza ansamblarea matricei de rigiditate a structurii, constituirea vectorilor incarcarilor si rezolvarea sistemului de ecuatii
  - Programul furnizeaza in principal deplasari ale nodurilor si daca este nevoie momentele incovoietoare
  - Pentru obtinerea latimii de sembanda cat mai redusa structura se discretizeaza astfel incat sa aiba un numar mai mic de noduri pe directia x decat pe directia y, in conditiile numerotarii de la stanga la dreapta si de sus in jos.
- Ordinea de introducere a datelor este similara cu cea pe care am prezentat-o in programul "GRINPER": caracteristici generale, topologia elementelor, coordonatele nodurilor, incarcarile la noduri, blocaje de noduri, deplasari impuse, etc.

### Program "INCOPLATE" scris in limbaj C++ pentru calculul placilor plane incovoiate utilizand elemente finite dreptunghiulare

```

#include <conio.h>
#include <stdio.h>
#include <math.h>

#define MaxE 100
#define MaxX 50
#define MaxM 3*MaxX
#define MaxY 34

main()
{
    float a, ab, af, ae, e, tt, ni; /*constante principale*/
    float na, n, x, ki;
    float a,b,c,ba,bi,ei,e2,e3,e4,e5,j1,j2,j3,j4,ia,fa,f2,f3;
    float b1,b2,b3,nt,t,n1,i1,i2,i3,na, n, ae, ed, fa, af, m1,
    m2;
    float ia[MaxE][4];
    float i,j,l,m;
    float x[MaxY], y[MaxY], k[MaxM][MaxX], f[MaxM];
    float id[12], ed[15], hd[15][12], me[12], ze[4], ye[4];
    float di[12], ne[MaxM], v[MaxM];

    clrscr;
    printf("\n\n **** Calculul placilor incovoiate ****");
    printf("\n\n -----");
    printf("\n\n - Caracteristici structura -\n\n");
    printf("Nr. de noduri      :"); scanf("%d", &n);
    printf("Nr. de noduri cu blocaje  :"); scanf("%d", &nb);
    printf("Nr. de noduri incrustate  :"); scanf("%d", &nc);
    printf("Nr. de elemente finite    :"); scanf("%d", &ne);
    printf("Modulul de elasticitate (E) :"); scanf("%d", &e);
    printf("Coeficienta elementelor (mm) :"); scanf("%d", &tt);
    printf("Coeficientul Poisson      :"); scanf("%d", &ni);
    m=3*ne;
    m0= /* n-m incastro... */;
    t0=;
    printf("\n\n Topologia Elementelor \n");
    for (i=1;i<=m;i++)
    {
        printf("\n\n -----");
        printf("\n\n Elementul 02.02:\n\n");
        printf("Modul I:"); scanf("%d", &ia[i][1]);
        printf("Modul J:"); scanf("%d", &ia[i][2]);
        printf("Modul K:"); scanf("%d", &ia[i][3]);
        printf("Modul L:"); scanf("%d", &ia[i][4]);
        for (j=1;j<=4;j++)
        {
            for (l=j;l<=4;l++)
            {
                s=fabs(ia[i][j]-ia[i][l]);
                if (s>e)
                {
                    r=s;
                }
            } /*endifor l*/
        } /*endifor j*/
        printf("\n\n Latimea sembandii=%f", r);

        /* initializarea matricilor K,MD,F,V */
        for (i=1;i<=m;i++)
        {
            for (j=1;j<=m;j++)
            {
                k[i][j]=0;
            } /*endifor j*/
        } /*endifor i*/
        /* initializarea matricii MD */
        for (i=1;i<=15;i++)
        {
            for (j=1;j<=12;j++)
            {
                md[i][j]=0;
            } /*endifor j*/
        } /*endifor i*/
        /* initializarea matricii F */
        for (i=1;i<=m;i++)
        {
            for (j=1;j<=m;j++)
            {
                f[i][j]=0;
            } /*endifor j*/
        } /*endifor i*/
        /* initializarea matricii V */
        for (i=1;i<=m;i++)
        {
            for (j=1;j<=m;j++)
            {
                v[i][j]=0;
            } /*endifor j*/
        } /*endifor i*/
        printf("\n\n Coordonatele nodurilor:\n\n");
        for (i=1;i<=m;i++)
        {
            printf("\n\n -----");
            printf("Modul 03.03:\n\n");
            printf("M="); scanf("%d", &ai);
            printf("N="); scanf("%d", &aj);
        }
        printf("\n\n Alcatuirea matricilor caracteristice\n\n");
        for (m=1;m<=m0;m++)
        {
            for (j=1;j<=m;j++)
            {
                l=ia[m][j];
                ze[j]=ai;
                ye[j]=aj;
            }
            s=ze[2]-ze[1];
            h=ye[1]-ye[3];
            h0=h/a/a;
            ki=ae*a/b/b;
            ei=bi+h0;
            e2=14+4*ai;
            e3=1+4*ai;
            e4=1-ai;
            e5=1-pow(ai,2);
            c0=e*pow(tt,3)/12/a5/a/b;
            j1=(ia[m][1]-1)*3+1;
            j2=(ia[m][2]-1)*3+1;
            j3=(ia[m][3]-1)*3+1;
            j4=(ia[m][4]-1)*3+1;
            j5=j2-j1+1;
            ki=j4-j1+1;
            ki=j4-j1+1; /* Atentie aici! am redenumit pe k cu ki. */
            k[j1][1]=(-4*ai+e2/S)*c0;
            k[j1][2]=(-4*ai+e3/S)*c0;
            k[j1][3]=(-4*ai+e4/S)*c0;
            k[j1][4]=(-4*ai+e5/S)*c0;
            k[j1][5]=(-4*ai+e2/S)*c0;
            k[j1][6]=(-4*ai+e3/S)*c0;
            k[j1][7]=(-4*ai+e4/S)*c0;
            k[j1][8]=(-4*ai+e5/S)*c0;
            k[j1][9]=(-4*ai+e2/S)*c0;
            k[j1][10]=(-4*ai+e3/S)*c0;
            k[j1][11]=(-4*ai+e4/S)*c0;
            k[j1][12]=(-4*ai+e5/S)*c0;
            k[j1+1][1]=(-4*ai+e2/S)*c0;
            k[j1+1][2]=(-4*ai+e3/S)*c0;
            k[j1+1][3]=(-4*ai+e4/S)*c0;
            k[j1+1][4]=(-4*ai+e5/S)*c0;
            k[j1+1][5]=(-4*ai+e2/S)*c0;
            k[j1+1][6]=(-4*ai+e3/S)*c0;
            k[j1+1][7]=(-4*ai+e4/S)*c0;
            k[j1+1][8]=(-4*ai+e5/S)*c0;
            k[j1+1][9]=(-4*ai+e2/S)*c0;
            k[j1+1][10]=(-4*ai+e3/S)*c0;
            k[j1+1][11]=(-4*ai+e4/S)*c0;
            k[j1+1][12]=(-4*ai+e5/S)*c0;
        }
    }
}

```



```

t=0;
for (i=1;i<=n;i++)
{
    n1=n;
    if (i>2)
    {
        n1=n;
        /*endif1>x*/
        for (j=2;j<=n1;j++)
        {
            k1=j-1;
            if (no[k1]==1)
            {
                t=k[i][j]*w[k1];
                /*endif1*/
                /*endifor*/
                /*endif1*/
                w[i]=w[i]-t/k[i][1];
                /*endifor1*/
                /*endifor1*/
                for (i=1;i<=n;i++)
                {
                    if (no[i]==0)
                    {
                        i1=i;
                        f(i)=0;
                        i1=i+1;
                        if (i1<=n)
                        {
                            i1=i;
                            /*endif1*/
                            for (j=i1;j<=i1;j++)
                            {
                                k1=j-1;
                                f[i]=f[k1]+w[j];
                                /*endifor*/
                                i1=i+1;
                                if (i1<=n)
                                {
                                    i1=i;
                                    /*endif1*/
                                    for (j=2;j<=i1;j++)
                                    {
                                        k1=j-1;
                                        if (k1<=n)
                                        {
                                            f[i]=f[k1]+w[k1];
                                            /*endif1*/
                                            /*endifor*/
                                        }
                                    }
                                }
                            }
                        }
                    }
                }
                printf("\n\n *** Deplasari la noduri ***\n\n");
                for (i=1;i<=n;i++)
                {
                    printf("Nodul 02.02:\n", (i+2)/3);
                    printf("Pe directia W: 0f mm: \n", w[i]);
                    printf("Pe directia X: 0f mm: \n", w[i+1]);
                    printf("Pe directia Y: 0f mm: \n", w[i+2]);
                    printf("\n\nkpasati o tasta\n\n");
                    getch();
                }
                /*endifor1*/
                printf("\n\n *** Reactiuni la noduri ***\n\n");
                for (i=1;i<=n;i++)
                {
                    printf("Nodul 02.02:\n", (i+2)/3);
                    printf("Pe directia W: 0f W: \n", E[i]);
                    printf("Pe directia X: 0f W: \n", E[i+1]);
                    printf("Pe directia Y: 0f W: \n", E[i+2]);
                    printf("\n\nkpasati o tasta\n\n");
                    getch();
                }
                /*endifor1*/
                printf("\n\n *** Eforturi in elemente ***\n\n");
                for (m=1;m<=n;m++)
                {
                    printf(" elementul = 02.02:\n",m);
                    j1=ln[m][1];
                    j2=ln[m][2];
                    j3=ln[m][3];
                    j4=ln[m][4];
                    ax[j2]-x[j1];
                    by[j3]-y[j1];
                    e1=1-ni;
                    e2=w*pow(tt,3)/(12*pow(ai,2)-1);
                    bd[1][2]=m1/b/E;
                    bd[1][3]=-1/a/E;
                    bd[1][5]=m1/b/E;
                    bd[1][6]=-1/a/E;
                    bd[1][8]=-m1/b/2;
                    bd[1][9]=1/a/2;
                    bd[1][11]=m1/b/2;
                    bd[1][12]=1/a/2;
                    bd[2][2]=1/b/E;
                    bd[2][3]=-m1/a/2;
                    bd[2][5]=-1/b/E;
                    bd[2][6]=-m1/a/2;
                    bd[2][8]=-1/b/E;
                    bd[2][9]=m1/a/2;
                    bd[2][11]=1/b/E;
                    bd[2][12]=m1/a/2;
                    bd[3][11]=-2*m1/a/b;
                    bd[3][12]= m1/a/4;
                    bd[3][3]=m1/b/4;
                    bd[3][4]=2*m1/a/b;
                    bd[3][5]=m1/a/4;
                    bd[3][6]=-m1/b/4;
                    bd[3][7]=-2*m1/a/b;
                    bd[3][8]=m1/a/4;
                    bd[3][9]=m1/b/4;
                    bd[3][10]=2*m1/a/b;
                    bd[3][11]=m1/a/4;
                    bd[3][12]=m1/b/4;
                    /* ( i ) i1=-"a pow", -);
                    bd[4][2]=-2*m1/b;
                    bd[4][4]=6/pow(a, 2)+6*m1/pow(b, 2);
                    bd[4][5]=-4*m1/b;
                    bd[4][6]=-4/a;
                    bd[4][7]=6/pow(a, 2);
                    bd[4][9]=-2/a;
                    bd[5][11]=6/pow(b, 2);
                    bd[5][2]=-2/b;
                    bd[5][4]=6*m1/pow(a, 2)+6/pow(b, 2);
                    bd[5][5]=-4/b;
                    bd[5][6]=-4*m1/a;
                    bd[5][7]=-6*m1/pow(a, 2);
                    bd[5][9]=-2*m1/a;
                    bd[6][11]=m1/a/b;
                    bd[6][3]=m1/b;
                    bd[6][4]=m1/a/b;
                    bd[6][5]=m1/a;
                    bd[6][6]=m1/b;
                    bd[6][7]=m1/a/b;
                    bd[6][8]=m1/a;
                    bd[6][10]=-m1/a/b;
                    bd[7][4]=6/pow(a, 2);
                    bd[7][6]=6/a;
                    bd[7][7]=6/pow(a, 2)+6*m1/pow(b, 2);
                    bd[7][8]=4/a;
                    bd[7][9]=6/a;
                    bd[7][10]=-6*m1/pow(b, 2);
                    bd[7][11]=-3*m1/b;
                    bd[8][4]=6*m1/pow(a, 2);
                    bd[8][6]=6*m1/a;
                    bd[8][7]=6*m1/pow(a, 2)+6/pow(b, 2);
                    bd[8][8]=-4/b;
                    bd[8][9]=4*m1/a;
                    bd[8][10]=-6/pow(b, 2);
                    bd[8][11]=-2/b;
                    bd[8][12]=m1/a/b;
                    bd[9][4]=m1/a/b;
                    bd[9][5]=m1/a;
                    bd[9][7]=m1/a/b;
                    bd[9][8]=m1/a;
                    bd[9][9]=m1/b;
                    bd[9][10]=m1/a;
                    bd[9][11]=m1/a/b;
                    bd[9][12]=m1/a;
                    bd[10][11]=6/pow(a, 2)+6*m1/pow(b, 2);
                    bd[10][2]=4*m1/b;
                    bd[10][3]=-4/a;
                    bd[10][4]=6/a;
                    bd[10][5]=6*m1/pow(b, 2);
                    bd[10][6]=6/pow(a, 2);
                    bd[10][12]=2/a;
                    bd[11][1]=6*m1/pow(a, 2)+6/pow(b, 2);
                    bd[11][2]=4/b;
                    bd[11][3]=-4*m1/a;
                    bd[11][4]=6/pow(b, 2);
                    bd[11][5]=6/pow(a, 2);
                    bd[11][6]=6/m1/pow(a, 2);
                    bd[11][8]=6*m1/pow(a, 2);
                    bd[11][12]=2*m1/a;
                    bd[12][1]=m1/a/b;
                    bd[12][2]=m1/a;
                    bd[12][3]=m1/b;
                    bd[12][4]=m1/a/b;
                    bd[12][6]=m1/b;
                    bd[12][7]=m1/a/b;
                    bd[12][8]=m1/a/b;
                    bd[12][9]=m1/a;
                    bd[12][10]=m1/a/b;
                    bd[12][11]=m1/a;
                    bd[12][12]=6/pow(a, 2);
                    bd[13][3]=4/a;
                    bd[13][7]=6*m1/pow(b, 2);
                    bd[13][8]=2*m1/b;
                    bd[13][10]=6*m1/pow(b, 2)+6/pow(a, 2);
                    bd[13][11]=4*m1/b;
                    bd[13][12]=4/a;
                    bd[14][11]=6*m1/pow(a, 2);
                    bd[14][3]=2*m1/a;
                    bd[14][7]=6/pow(b, 2);
                    bd[14][8]=2/b;
                    bd[14][10]=6*m1/pow(a, 2)+6/pow(b, 2);
                    bd[14][11]=4/b;
                    bd[14][12]=4*m1/a;
                    bd[15][11]=4*m1/a;
                    bd[15][12]=4*m1/a;
                    bd[15][13]=m1/a/b;
                    bd[15][14]=m1/a;
                    bd[15][15]=m1/b;
                    bd[15][16]=m1/a/b;
                    bd[15][17]=m1/a/b;
                    bd[15][18]=m1/b;
                    bd[15][19]=m1/a/b;
                    bd[15][20]=m1/a/b;
                    bd[15][21]=m1/a;
                }
            }
        }
    }
}

```

```

bd[15][12]=-e1/b;
for (i=1; i<=15; i++)
{
for (j=1; j<=12; j++)
{
bd[i][j]*=e2;
} /*endforj*/
} /*endfori*/
for (i=1; i<=4; i++)
{
i3=3*i;
for (j=1; j<=3; j++)
{
id[i3]=3*i*n[m][i]-j+1;
i3=i3-1;
} /*endforj*/
} /*endfori*/
for (i=1; i<=3; i++)
{
di[2]=id[i+6];
di[4+3]=id[i];
di[4+6]=id[i+3];
di[4+9]=id[i+9];
} /*endfori*/
for (i=1; i<=12; i++)
{
j=di[i];
ue(i)=v[j];
} /*endfori*/
for (i=1; i<=15; i++)
{
ef[i]=0;
for (j=1; j<=12; j++)
{
ef[i]+=bd[i][j]*ue[j];
} /*endforj*/
} /*endfori*/

oe=ef[1]+ef[2];
od=ef[1]-ef[2];
f=sqrt((pow(od,2)/4+(pow(ef[1],2))
m1=oa/2+fa;
m2=oa/2-fa;
if (od==0)
{
od=1e-16; /* precautie pt. impartirea de mai
jos */
}
af=atan(2*ef[3]/od)*90/3.14159;
i=4;
while (i<=15)
{
j=(i-1)/3;
printf ("\n la nodul = %2.0f\n", in[m][j]);
printf ("\t m x= %f N/mm^2\n", ef[i]);
printf ("\t m y= %f N/mm^2\n", ef[i+1]);
printf ("\t mxy= %f N/mm^2\n", ef[i+2]);
oprintf ("\n\zapasati o tasta\n\n");
getch();
i+=3;
} /*endfori*/
printf ("\n in centru\n");
printf ("\t m x= %f N/mm^2\n", ef[1]);
printf ("\t m y= %f N/mm^2\n", ef[2]);
printf ("\t mxy= %f N/mm^2\n", ef[3]);
printf ("\n eforturi principale\n");
printf (" m 1= %f N/mm^2\n", m1);
printf (" m 2= %f N/mm^2\n", m2);
printf (" alfa= %f grad\n", af);
oprintf ("\n\zapasati o tasta\n\n");
getch();
} /*endfor*/;
return 0;
}

```

Nota: Programul a fost compilat cu Borland C<sup>++</sup>, versiunea 3.0 Pentru introducerea datelor obtinute cu acest program intr-un fisier text, se poate folosi facilitatea de redirectare a sistemelor de operare DOS. De exemplu, pentru a introduce rezultatele programului in fisierul INCOPLATE.DAT se lanseaza comanda:

INCOPLATE>INCOPLATE.DAT

Programul a fost testat pe o placa simpla cu solutia cunoscuta, rezultatele fiind prezentate in anexa A

Suntem in masura sa concluzionam ca metodologia propusa de noi pentru substructurarea este viabila si poate conduce la simplificari esentiale in calculul structurilor complexe, cu o mare acurateta a rezultatelor. Ideea reducerii unei structuri alcatuite din placi plane, la calculul unei placi cu deplasari impuse a fost condusa pana la final prin realizarea programelor de mai sus care prin suprapunere de efecte rezolva orice situatie intalnita in realitate. Ea a fost dezvoltata si aplicata in Cap.4, la analiza unor variante de noi structuri, verificate in final cu programe performante de calcul cu ajutorul metodei elementului finit (I-DEAS MS 2.0).

### Capitolul 3.

#### REZULTATE NOI PRIVIND ANALIZA DINAMICA- NUMERICA- A UNUI BATIU DE STRUNG.CONTRIBUTII LA CERCETAREA VIBRATIILOR ALEATOARE

##### 3.1 Generalitati privind comportarea dinamica a strungurilor

Comportarea dinamica a strungurilor de care este legata atat precizia de prelucrare cat si calitatea suprafetelor piesei prelucrate,constituie preocuparile de ultima ora ale cercetatorilor si proiectentilor de masini-unelte.In literatura romana,dupa traducerea cartii lui KUDINOV V.A [K14] in 1979,au aparut numeroase monografii,lucrari excelente de sinteza si de prezentare a unor rezultate originale,care se ocupa in special de vibratiile si de stabilitatea masinilor-unelte,dintre care citam:in 1977 lucrarea lui L.DEACU si GH.PAVEL [D3];in 1982 cartea lui V.MORARU,C.ISPAS,ST.RUSU [M26];in 1984 monografia lui S.T.CHIRIACESCU [C8] etc.Toate aceste lucrari,precum si o impresionanta bibliografie de lucrari stiintifice prezentate la diferite congrese si conferinte specializate sau publicate in numeroase reviste de specialitate[A2],[B1],[B2],[B21],[C4],[D3],[M26],[T13],[Z6] scot in evidenta dificultati le considerabile ale problemei,datorita multitudinii de factori care intervin in procesul de prelucrare.Cel mai mult sunt studiate deformatiile diferitelor elemente prin actiunea unor forte exterioare constante(rigiditatea) si influenta lor asupra preciziei prelucrarii,stabilitatea sistemului in conditiile aschierii sau ale deplasarii in gol a subansamblurilor mobile,procesele tranzitorii in sistemele de actionare la pornire si franare,etc.Diversitatea modalitatilor de abordare a acestor probleme precum si a metodelor lor de rezolvare,existenta rezultatelor contradictorii,ridica serioase dificultati in utilizarea practica a acestor lucrari.Totusi,se desprinde din literatura o opinie comuna privind prezentarea sistemului dinamic ca un sistem dinamic inchis in care se manifesta o interactiune intre elementele sistemului tehnologic masina-unealta-dispozitiv-piesa-scula cu procesele de lucru ce se desfasoara in zonele de contact mobile ale acestor elemente,adica procesele de aschiere,frecare,fenomenele electromagnetice,hidrodinamice,termice etc. [K14],[C8].

Astfel in cercetarea comportarii dinamice a strungului,trebuie sa se analizeze caracteristicile statice si dinamice ale elementelor in conditiile desfasurarii procesului de aschiere,a frecarii,a proceselor din motorul de actionare,a aparitiei vibratiilor si autovibratiilor functie de existenta unui numar mare de cupluri cinematice,de prezenta unor subansambluri cu strangere redusa etc.Nu este in intentia noastra sa atacam aceasta problema,foarte larg dezbatauta in lucrarile amintite,deoarece tine de o alta specialitate.Vrem numai se sesizam complexitatea problemei,sa ne apropiem cateva elemente de limbaj si sa definim spatiul de lucru.

In cercetarea calitatilor unui strung,legate de calitatea produsului finit,pentru a introduce o caracteristica numerica comparabila,se utilizeaza trei tipuri diferite de rigiditati structurale:

- rigiditatea statica  $k_s$  definita ca raportul dintre forta statica  $F_s$  produsa de scula aschietoare asupra piesei prelucrate si deplasarea statica  $\Delta_s$  a punctului de aplicatie al fortei.
- rigiditatea dinamica  $k_d$  definita ca raportul dintre amplitudinea unei forte armonice  $F_a$  aplicata prin intermediul sculei aschietoare asupra piesei de prelucrat si

amplitudinea deplasării maxime  $\Delta_{a \max}$  ce apare la rezonanța în punctul de aplicare al forței.

- **rigiditatea statică echivalentă  $k_{se}$** , dedusă din rigiditatea dinamică printr-o relație de formă:  $k_{se} = k_d Q$ , unde  $Q$  este factorul de amplificarea dinamică.

Aceste definiții nu sunt unice și nici unanim acceptate, decât sub aspectul lor global. (v. de exemplu, definițiile date de A. P. Sokolovski sau B. S. Balasin, etc [K1], [H4], [M26].) Mai mult, particularitatea esențială a acestui sistem dinamic, constă în complexitatea sa în care procesele ce se produc în timpul funcționării influențează deplasările și deformările sistemului elastic care la rândul lor influențează procesele de lucru într-un fel de buclă închisă cu variații mari ale parametrilor. În orice caz, obținerea unei prelucrări precise, cu abateri mici de formă necesită o rigiditate statică mare. Obținerea unei calități a suprafeței prelucrate cu o rugozitate cât mai mică necesită o rigiditate dinamică mare, ceea ce este echivalent cu a avea o amortizare mare și o rigiditate statică echivalentă mare.

În final însă rigiditatea unei structuri de mașină-unelte - în general - este determinată de elementul cel mai flexibil din porțiunea de structură pe care acționează forțele exterioare date. Existența acestor elemente cu rigiditate mică se evidențiază pe curbele de deformare statică și dinamică ale structurii, acolo unde se constată o variație bruscă de pantă. De obicei astfel de elemente cu rigiditate mică sunt îmbinate prin suruburi între elemente de mare rigiditate, găurile efectuate în structurile de tip cheson; elementele sudate ale structurii sunt în general mai rigide decât cele din fontă turnată și pot avea și o capacitate mai mare de amortizare datorită frecării care apare între elementele îmbinate în general cu imperfecțiuni.

Asupra acestor elemente, uneori determinante în ansamblul structurii, s-au făcut studii - în special experimentale - destul de amănunțite, prezentate mai ales în lucrările lui H. OPITZ [O1], [O3]. Pentru informare redăm, de exemplu, influența găurilor efectuate în grinzi cheson asupra rigidității statice, frecvenței proprii și rigidității la torsiune.

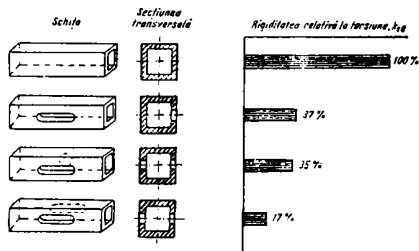


fig. 3.1.1

Rigiditatea la torsiune a unei coloane-cheson cu diferite găuri în pereti [O3]

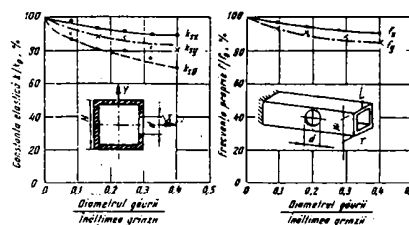


fig. 3.1.2

Influența unei găuri prelucrate în peretele unei coloane cheson, asupra rigidității și frecvenței proprii [O3]

În cazul structurilor o influență foarte mare asupra calității dinamice o are modul cum a fost proiectat arborele principal și lagarele sale. Deoarece această problemă nu intră în preocupările noastre, semnalăm rezultatele interesante obținute

de scoala lui H.OPITZ si ulterior M.WECK [O1],[W2],[W3],[W4], prezentate sintetic in[H4].

Merita sa facem cateva observatii si asupra amortizarii. Este interesant de observat ca in ansamblu capacitatea totala de amortizare a structurii este determinata numai intr-o mica masura de capacitatea de amortizare a elementelor componente. Cea mai mare parte a amortizarii provine din interactiunea elementelor imbinate cu suruburi sau asezate pe ghidaje, deoarece factorul determinant este frecarea intre suprafetele de contact. O sinteza calitativa a acestui fenomen este redata in fig.3.1.3 dupa K.LOEWFELD[H4], din care se vede influenta diferitelor elementelor care intra in componenta unui strung , asupra amortizarii de ansamblu a structurii.

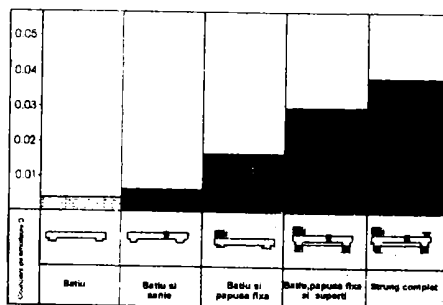


fig.3.1.3

In procesul de prelucrare a metalelor apar intodeauna vibratii relative intre piesa prelucrata si scula, a caror modelare este in general dificila datorita lantului inchis de elemente elastice vibratoare, a amortizarilor structurale si de legatura cinematica si a influentei exterioare uneori imprevizibile. Pentru unitatea prezentarii vom reda cateva concluzii acceptate de literatura privind cauzele acestor vibratii. Nivelul admisibil al acestor vibratii in amplitudine si frecventa depind de tipul operatiei de prelucrare; in cazul unui proces de degrosare nivelul admisibil este determinat, in special, de durabilitatea sculei si de zgomotul produs, in cazul finisarii nivelul admisibil este determinat de precizia prelucrarii si de gradul de netezire al suprafetei.

Dintre cauzele de vibratii mai importante amintim:

- *neomogenitatea materialului piesei.* In materialul piesei care se prelucraza exista in general o serie de graunti duri care produc mici socuri asupra sculei prelucrate in urma carora se produc vibratii libere si dau nastere la "zgomotul de fond". La indepartarea discontinua a aschiilor are loc o variatie a fortei de aschiere; daca frecventa acestor vibratii coincide cu una din frecventele proprii ale structurii, se excita vibratii fortate de amplitudine apreciabila. Chiar si depunerile adunate pe taisul sculei transmit impulsuri sculei care conduc la aparitia de vibratii
- *perturbarile in antrenarea piesei sau a sculei; inclusiv lantul cinematic de avans.* Aici trebuie sa se faca o deosebire intre vibratiile ce iau nastere in sistemele de actionare care imprima o miscare de rotatie si cele care imprima o miscare rectilinie (aparitia fenomenului de alunecare intermitenta "stick-slip")
- *aschierea intermitenta*
- *vibratii transmise prin fundatie de la alte masini*

- *vibratii autoexcitate ale sculei* Procesul de aschiere este adesea insotit de o vibratie violenta a piesei prelucrate si a cutitului, vibratii autoexcitate produse nu de fortele exterioare ci induse si mentinute de fortele generate prin insusi procesul de aschiere (numite "chatter") Acest tip de vibratie care nu poate fi observat si prevenit de catre producator, este foarte daunator pentru durabilitatea sculei aschietoare si pentru gradul de finisare a suprafetei prelucrate. Ele influenteaza negativ si productivitatea. Un studiu amanuntit al acestor vibratii este dat in [K14] desi se recunoaste ca pana in prezent problema este numai partial lamurita.

### 3.2 Contributii la studiul vibratiilor libere\*

Am vazut ca in functionarea masinilor-unelte aparitia vibratiilor este un fenomen inevitabil care determina in final atat abaterile de forma cat si calitatea suprafetei piesei prelucrate. Evitarea fenomenului de rezonanta pentru intregul domeniu de variatie a turatiilor tuturor lanturilor cinematice este obligatorie din cauza consecintelor nedorite cu atat mai mult cu cat fortele excitatoare din lantul cinematic al strungului ca si din procesul de aschiere au un spectru foarte complicat ceea ce face posibila aparitia vibratiilor in frecventa proprie a sistemului. Aceasta justifica necesitatea cercetarii vibratiilor libere si determinarea pulsatiilor proprii si modurilor propri de vibratie.

In general din cauza dificultatilor de calcul sau de experimentare, in studiul dinamic al strungurilor se neglijeaza vibratiile libere, considerate ca procese tranzitorii cu amortizare rapida. Totusi chiar ca procese tranzitorii ele pot fi deranjante deoarece fac parte din procesul dinamic complex al strungului, iar frecventele vibratiilor libere sunt frecventele proprii ale sistemului elastic, parametru dinamic deosebit de important pentru desfasurarea procesului vibrator. Teoretic frecventele proprii ale sistemului elastic al strungului se determina din ecuatiile diferentiale liniare si omogene care descriu vibratiile libere, dificultatile fiind legate in special de stabilirea coeficientilor de amortizare si de scrierea acestor ecuatii diferentiale.

Totalitatea pulsatiilor si formelor proprii corespunzatoare modurilor de vibratie pe care le are o structura, transformata in sistem oscilant cu un numar limitat sau infinit de grade de libertate reprezinta caracteristicile dinamice proprii ale structurii. Calculul direct exact al acestor caracteristici proprii de vibratie prin metode matematice clasice este extrem de laborios si uneori imposibil de rezolvat. De aceea s-au dezvoltat foarte multe metode numerice care prezinta avantajul esential ca pot fi programate pe calculator, iar rezultatele ce se obtin in timp real contin rareori care pot fi controlate. Cele mai uzuale metode intalnite in literatura [B37],[I11], sunt: metoda Rayleigh bazata pe legea conservarii energiei, metoda Dunkerley-Southwell, metoda Stodola (aproximatii succesive), metoda Holzer bazata pe o relatie iterativa simpla si alte variante: metoda Rayleigh-Ritz, metoda Galerkin, metoda Myklestad-Thomson, metoda matricilor de transfer, metoda descompunerii etc.

Vom prezenta sumar metoda matriciala iterativa [I11] numita in [W3] metoda iteratiei simultane a vectorilor, care sta la baza programului folosit de noi.

Metoda se bazeaza pe faptul ca toate pulsatiile proprii ale sistemului sunt reale, pozitive si distincte. Utilizand metoda eforturilor cunoscuta din Rezistenta materialelor in care se defineste matricea de flexibilitate :

\**Modica A. M.*, "Frecvente naturale si modurile proprii de vibratie pentru un batut de strung normal, studiate numeric." Sesiunea Implicarea cercetarii stiintifice in dezvoltarea si modernizarea produselor de fabricatie. Sectiunea *Mecanica Aplicata*. Sibiu, 17-18 Noiembrie 1995. v. XIX/p. 123-133



$[D] = [\delta_{jk}]$  unde  $(j,k=1,2,\dots,n)$  formata cu coeficientii de influenta ai lui Maxwell, problema revine la rezolvarea ecuatiei:

$$[\mathcal{D}] \cdot \{\Phi\} = \lambda \cdot \{\Phi\} \quad (3.2.1)$$

unde  $[\mathcal{D}] = [D][M]$  este asa numita matrice dinamica ( $[M]$ -matricea de inertie-diagonala-);  $\{\Phi\}$  = vectorul propriu iar  $\lambda = \frac{1}{\omega^2}$  =valoarea proprie.

Rezolvarea problemei (3.2.1) se face din aproape in aproape printr-o operatie de triere succesiva a solutiilor, pornind de la un vector propriu  $\{\Phi\}^{(1)}$  ales arbitrar. Introdus in ecuatie (3.2.1) el conduce la un alt vector  $\{\Phi\}^{(2)}$  care se compara cu  $\{\Phi\}^{(1)}$ . Pentru comparatie se accepta o valoare pivot a primului element  $\{\Phi\}_1^{(1)} = \{\Phi\}_1^{(2)} = 1$ , factorul de proportionalitate care rezulta  $\lambda^{(1)}$  fiind determinat din conditia ca toate celelalte elemente sa fie raportate la aceasta valoare pivot. Rezulta deci o prima aproximatie a vectorului propriu cu care se continua procesul iterativ pe baza relatiei:

$$[\mathcal{D}] \cdot \{\Phi\}^{(j)} = \{\Phi\}^{(j+1)} = \lambda^{(j)} \{\Phi\}^{(j)} \quad (3.2.2)$$

pana cand vectorii din cei doi membri sunt identici sau difera cu cantitati impuse. Se demonstreaza ca procesul este convergent  $\{\Phi\}^{(j)} \rightarrow \{\Phi\}$ , cand  $j \rightarrow \infty$  si conduce totdeauna catre modul de vibratie cel mai jos (fundamental) caruia ii corespund pulsatia si forma proprie minime. Printr-un artificiu de calcul folosind asa numita matrice de eliminare se pot determina si celelalte moduri proprii cu valorile si vectorii proprii corespunzatori. Din practica aplicarii acestei metode s-a stabilit ca procesul iterativ este destul de repede convergent pentru modul fundamental cu atat mai mult cu cat vectorul initial este mai apropiat de cel exact si cu cat raportul  $\frac{\omega_2}{\omega_1}$  este mai mare. In cazul modurilor superioare convergenta este mai lenta, dar poate fi imbunatatita printr-o operatie de diagonalizare.

Cercetarea numerica avand la baza metoda elementului finit si procesul iterativ descris mai sus, s-a facut pentru un strung normal (SN). Structura de rezistenta a strungului a fost creata cu ajutorul programului de calcul cu element finit I-DEAS Master Series, utilizand elemente finite de tip thin shell si solid, asa cum s-a aratat in Capitolul 2. Discretizarea s-a facut in 1600 elemente cu 1708 noduri; metoda nu are restrictii in ceea ce priveste memoria, singura restrictie fiind stocarea datelor pe disc. Materialul structurii este FC250 cu urmatoarele caracteristici mecanice determinate experimental pentru cazul concret studiat:  $R_m [N/mm^2] = 225-265$  pentru grosimea peretelui de 10-20 mm;  $HB = 180$ ;  $\rho [g/cm^3] = 7,20$ ;  $R_{p0,1} [N/mm^2] = 165-228$ ;  $A[\%] = 0,3-0,8$ ;  $E [N/mm^2] = 1,05 \cdot 10^5$ ;  $\nu$  [coeficientul lui Poisson] = 0,26;  $\tau [N/mm^2] = 290$ ;  $G [N/mm^2] = 3,8 \cdot 10^4$

S-au studiat doua tipuri de strunguri: cu picior si fara picior, cu doua grosimi pentru peretii batiului si nervurile de rigidizare: 15 mm si 10 mm. S-a considerat batiul rezemat pe o fundatie rigida din beton si fixat prin suruburi de aceasta fundatie. Rezultatele obtinute sunt prezentate in figurile 3.2.2-3.2.5. Listingul unei variante obtinut in urma calculului cu programul I-DEAS MS este prezentat in fig. 3.2.1. Din analiza rezultatelor se pot trage concluziile care rezulta cu usurinta din fig. 3.2.6.

**nick.lis** Page 2

```

1:IDAS Master Series 1.2: Model Solution and Optimization Solver PAGE 1
2: /users/ft2am/nick.mfl.2
MODEL SOLUTION SOLVE
MODEL FILE DESCRIPTION : /users/ft2am/nick.mfl.2
ACTIVE UNITS SYSTEM : Meter (newton)
TEMPERATURE MODE : Relative Temperatures
07:05:24 (CP 0.28) NORMAL MODE DYNAMICS
07:05:27 (CP 0.54) SIMULTANEOUS VECTOR ITERATION
07:05:27 (CP 0.54) Solution No Restart
07:05:27 (CP 0.54) Hypomatrix File Opened
07:05:27 (CP 0.54) The node reassignment list is being used
07:06:25 (CP 51.19) 52.11) Table Formation Complete
07:06:31 (CP 4.67) 56.78) Boolean Formation Complete
07:06:51 (CP 18.76) 75.54) Begin Constraint Partitioning
07:06:56 (CP 1.94) 77.50) Constraint Partitioning Complete
07:07:07 (CP 20.00) 97.55) Mesh Refinement Complete
07:07:12 (CP 3.80) 101.35) Reaction Force Mass Partitions Constructed
07:08:07 (CP 28.52) 129.93) Stiffness Matrix Formation
07:08:12 (CP 3.94) 133.87) Stiffness Partitions Formed
07:09:10 (CP 43.20) 177.07) Reaction Force Stiffness Partitions Constructed
07:09:10 (CP 1.15) 181.47) Constraint Elimination Complete
07:09:17 (CP 2.15) 190.27) Metric Matrix/Storage
07:09:17 (CP 2.15) 190.27) Begin Decomposition
    
```

CHOLESKY DECOMPOSITION STATISTICS:  
SINGULARITY CRITERIA = 1.0E-14  
NUMBER OF EQUATIONS = 6747

MINIMUM PIVOTS	EQUATION NUMBER	MODE AND DIRECTION	MAXIMUM PIVOTS	EQUATION NUMBER	MODE AND DIRECTION
6.5636E+00	6411	1661-RZ	2.2593D+12	2664	586-Z
8.7723D+00	6603	1640-RZ	3.4723D+11	3105	823-Z
1.7372D+01	6540	1633-RZ	1.7815D+11	1402	371-X
2.1788D+01	6597	1639-RZ	1.6657D+11	1404	371-Z
2.7503D+01	6393	1654-RZ	1.5129D+11	1420	367-X
3.4958D+01	6429	1656-RZ	1.2069D+11	2951	802-Z
5.6775D+01	6259	1918-RZ	9.7861D+10	3105	823-Z
5.8679D+01	1274	256-RV	7.5842D+10	3104	823-Y
6.0794D+01	1229	213-RV	6.8792D+10	1590	388-Z
6.2750D+01	1199	332-RV	6.6212D+10	3112	807-Y
6.4040D+01	5887	1666-RV	6.2299D+10	3103	823-X
6.6327D+01	212	1107-RV	5.9741D+10	3111	807-X
6.8743D+01	6456	1647-RZ	5.4177D+10	3409	880-X
7.3174D+01	1127	210-RV	4.8930D+10	193	254-Y
7.4107D+01	6375	1659-RZ	4.5445D+10	3410	880-Y
7.5366D+01	5858	1604-RZ	3.8168D+10	3405	884-X
			3.7968D+11	3350	863-X
			3.7646D+11	1506	319-Z

**nick.lis** Page 3

```

1:IDAS Master Series 1.2: Model Solution and Optimization Solver PAGE 2
2: /users/ft2am/nick.mfl.2
MODEL SOLUTION SOLVE
07:12:47 (CP 113.68) 303.95) End Of Decomposition
07:12:50 (CP 0.76) 304.71) Utility Matrices Constructed
07:13:23 (CP 75.74) 380.45) Starting Vectors Formed
07:14:24 (CP 0.03) 380.48) Start Of Iteration
07:15:22 (CP 4.74) 417.47) Inverse Power Step Completed
07:16:33 (CP 12.69) 419.47) Stiffness Inner Products Formed
07:16:33 (CP 3.92) 421.39) Mass Inner Products Formed
07:16:33 (CP 0.03) 421.42) Subspace Orthogonalized
07:16:34 (CP 0.36) 421.78) End Of Iteration
07:16:35 (CP 0.11) 421.89) Start Of Iteration
07:16:35 (CP 12.56) 447.77) Inverse Power Step Completed
07:18:59 (CP 12.94) 460.51) Stiffness Inner Products Formed
07:19:10 (CP 3.04) 464.45) Mass Inner Products Formed
07:19:11 (CP 0.03) 464.48) Subspace Orthogonalized
07:19:12 (CP 0.36) 464.84) End Of Iteration
    
```

SOLUTION CONTROL PARAMETERS

```

SVI - INITIAL SOLUTION SET AS ANALYSIS TYPE
FREQUENCY ACCURACY : 3 SIGNIFICANT DIGITS
FREQUENCY SHIFT : .000E+00 HZ.
NUMBER OF FLEXIBLE NODES REQUIRED : 5
NUMBER OF ITERATIONS : 10
MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS : 10
    
```

\*\* FREQUENCIES \*\*

ITERATION	2	ITERATION	1	DIFFERENCE (%)
109.08229E+00	152.39320E+00	-28.4205		
161.74374E+00	345.17238E+00	-53.1412		
220.77164E+00	528.79184E+00	-57.3429		
318.88131E+00	743.63161E+00	-57.1186		
412.94960E+00	868.67103E+00	-52.4619		
522.39000E+00	979.45948E+00	-46.6655		
629.70418E+00	109.47344E+01	-42.4788		
760.25259E+00	126.63538E+01	-25.1451		
910.26465E+00	148.63538E+01	-47.2185		
07:19:15 (CP 26.40) 491.50) Inverse Power Step Completed				
07:21:23 (CP 12.79) 504.29) Stiffness Inner Products Formed				
07:22:06 (CP 3.89) 508.27) Mass Inner Products Formed				
07:22:06 (CP 0.06) 508.33) Subspace Orthogonal				
07:22:07 (CP 0.38) 508.71) End Of Iteration				

fig 3.2.1

I-DEAS Master Series 1.2: Model Solution and Optimization Solver  
13-Jul-94 07:27:50  
MODEL\_SOLUTION\_SOLVE PAGE 4

```

** FREQUENCIES **
ITERATION 5 ITERATION 4 DIFFERENCE (%)
104.84274E+00 104.84276E+00 .0000
158.29632E+00 158.29704E+00 -.0005
167.04650E+00 167.05382E+00 -.0044
234.86450E+00 237.3701E+00 -.0155
263.46895E+00 264.23441E+00 -.2897
298.50103E+00 308.97657E+00 -3.3904
401.73186E+00 449.26368E+00 -10.5799
467.45171E+00 474.21465E+00 -1.4469
531.08059E+00 550.37696E+00 -3.5060
07:27:51 (CP) Modes and Frequencies Obtained
07:28:16 (CP) 4.42 598.64) Enforced Motion Matrix Creation Complete
07:28:22 (CP) 1.08 600.74) Enforced Motion Matrix Creation Complete
07:30:02 (CP) 57.49 658.23) Analysis Data Preparation Complete
07:30:03 (CP) 0.17 658.40) END OF ANALYSIS

```

I-DEAS Master Series 1.2: Model Solution and Optimization Solver  
13-Jul-94 07:22:07  
MODEL\_SOLUTION\_SOLVE PAGE 3

```

** FREQUENCIES **
ITERATION 3 ITERATION 2 DIFFERENCE (%)
104.86115E+00 109.08228E+00 -3.8697
158.34553E+00 161.74374E+00 -2.3010
168.12510E+00 211.48142E+00 -20.5012
207.81198E+00 220.77744E+00 -5.8777
237.88388E+00 318.88131E+00 -25.4005
270.28052E+00 412.94900E+00 -34.5488
419.26348E+00 429.06880E+00 -2.3631
471.84292E+00 629.70418E+00 -25.7651
571.26027E+00 965.29366E+00 -40.8201
674.91461E+00 100.62523E+01 -32.9279
07:22:09 (CP) 0.18 508.89) Start Of Iteration
07:24:15 (CP) 25.89 534.78) Inverse Power Step Completed
07:24:16 (CP) 1.92 551.11) Stiffness Inner Products Formed
07:24:17 (CP) 1.92 551.11) Mass Inner Products Formed
07:24:57 (CP) 0.07 551.20) Subspace Orthogonalized
07:24:58 (CP) 0.36 551.56) End Of Iteration

```

```

** FREQUENCIES **
ITERATION 4 ITERATION 3 DIFFERENCE (%)
104.84276E+00 104.86115E+00 -.0175
167.04650E+00 168.12510E+00 -.0395
169.05382E+00 168.3701E+00 .0068
207.33701E+00 207.81198E+00 -.2286
235.03678E+00 237.88388E+00 -1.1968
264.23441E+00 270.28053E+00 -2.2370
308.97657E+00 421.70413E+00 -26.7314
449.26348E+00 471.84292E+00 -4.7853
474.21465E+00 629.70418E+00 -25.7651
550.37696E+00 674.91461E+00 -18.4524
07:25:00 (CP) 0.22 551.78) Start Of Iteration
07:27:05 (CP) 26.12 577.90) Inverse Power Step Completed
07:27:38 (CP) 12.76 590.66) Stiffness Inner Products Formed
07:27:48 (CP) 4.03 594.69) Mass Inner Products Formed
07:27:50 (CP) 0.04 595.73) Subspace Orthogonalized
07:27:50 (CP) 0.40 595.13) End Of Iteration

```

FRECVENTE PROPRII  
BATIU VARIANTA FARA PICIOR 15 mm

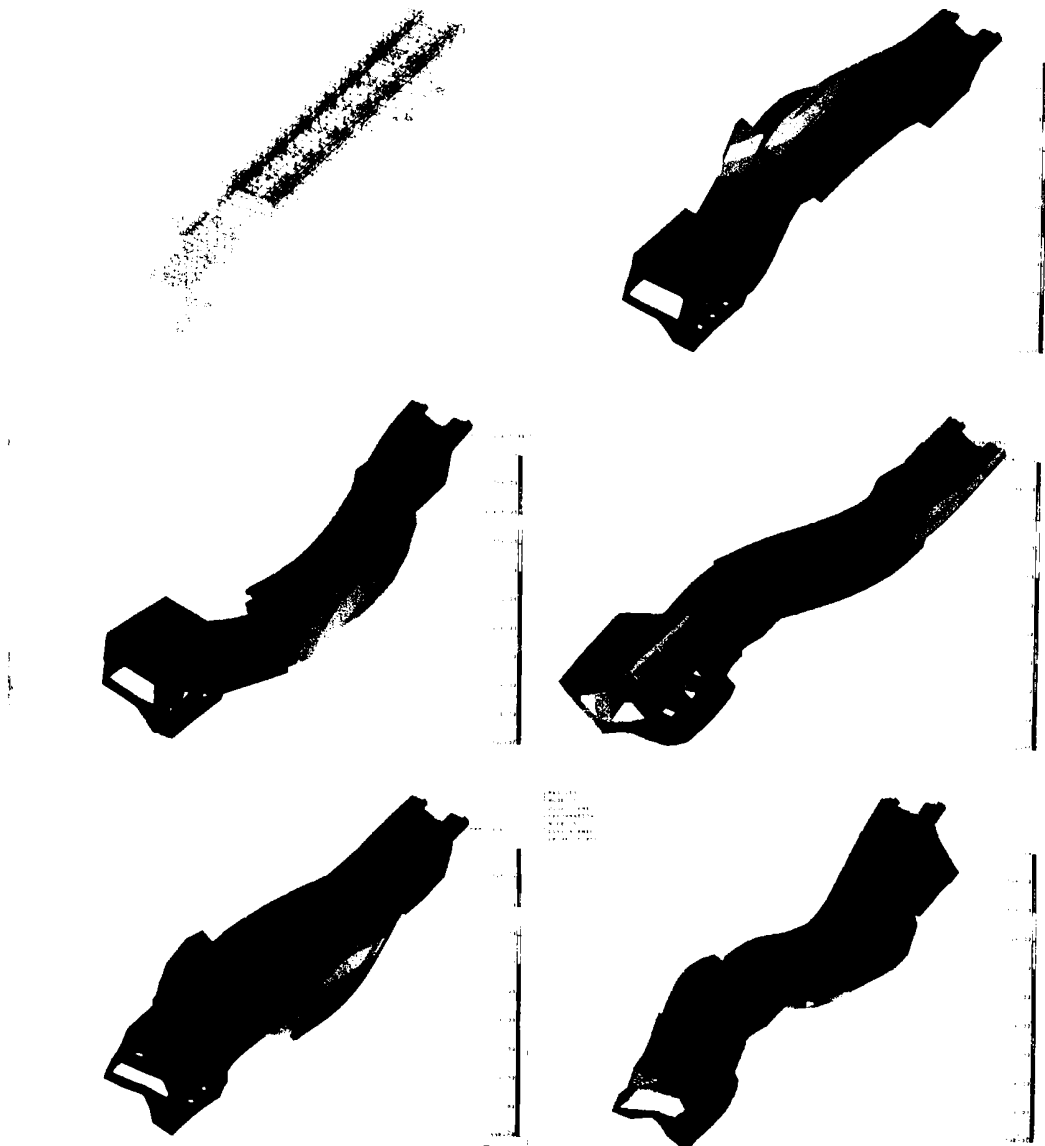


fig.3.2.2

FRECVENTE PROPRII

BATIU VARIANTA FARA PICIOR 10 mm

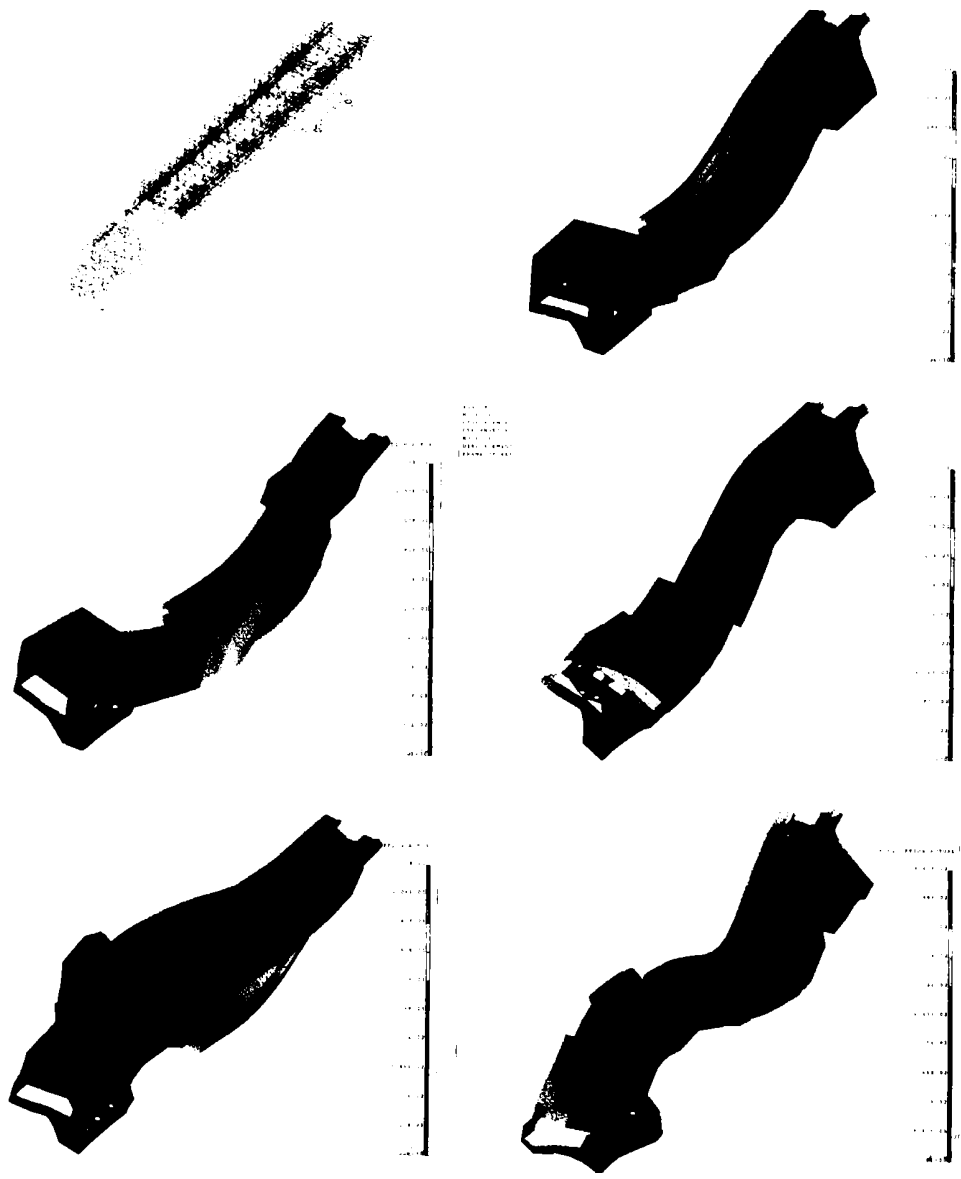


fig.3.2.3

FRECVÊNTE PROPRII

BATIU VARIANTA CU PICIOR 15 mm

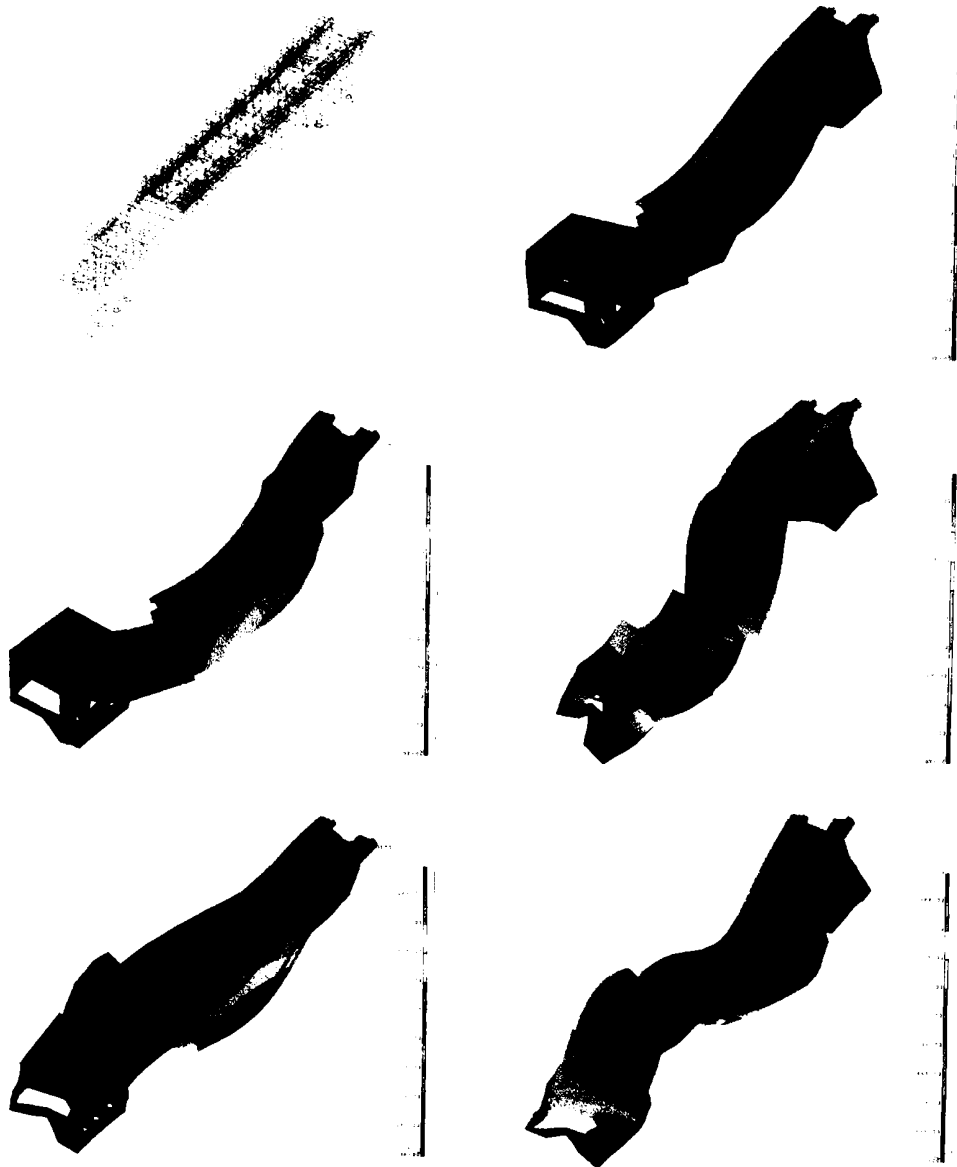
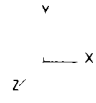


fig.3.2.4

68  
FRECVENTE PROPRII

BATIU VARIANTA CU PICIOR 10 mm

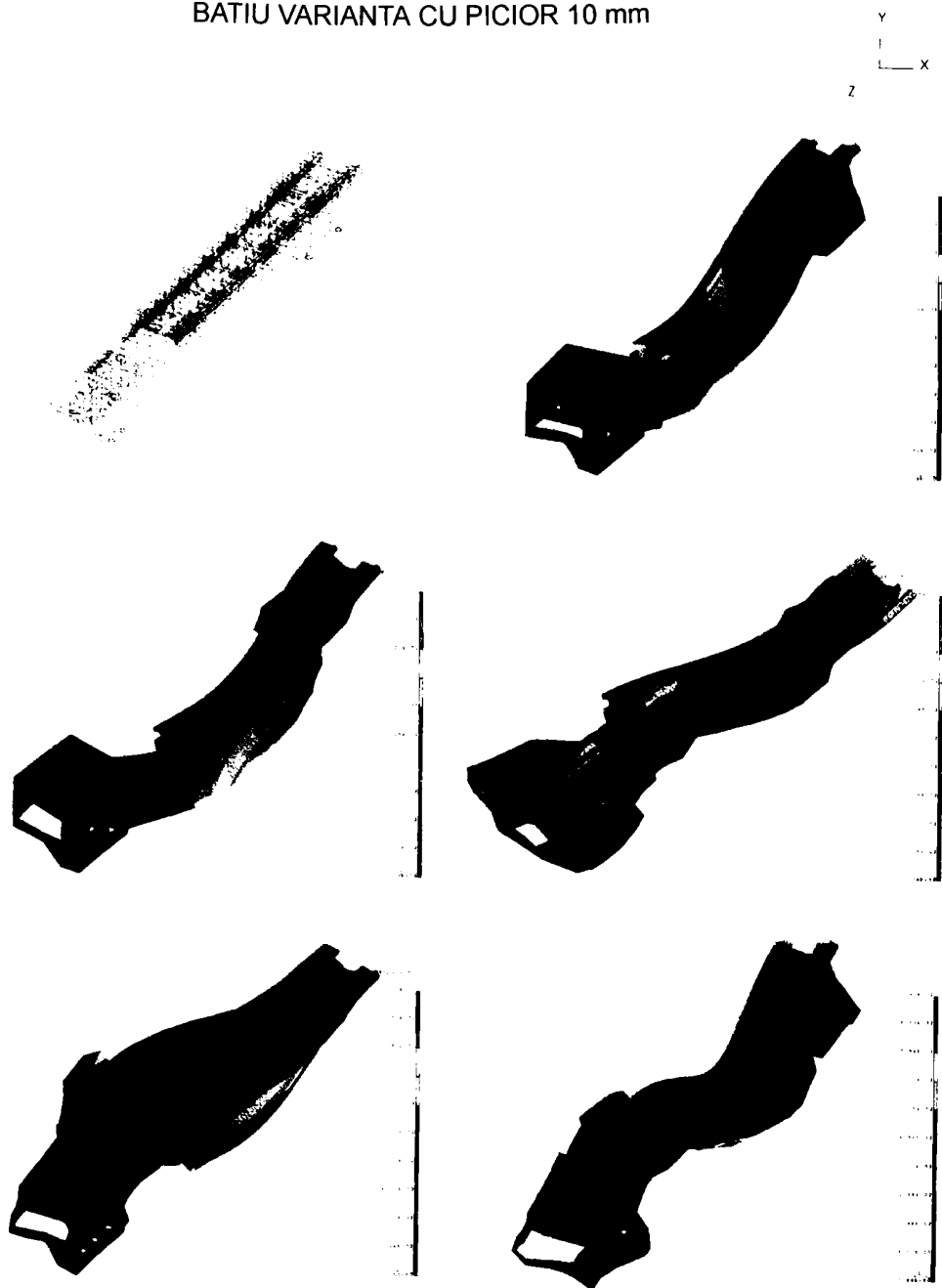


fig.3.2.5

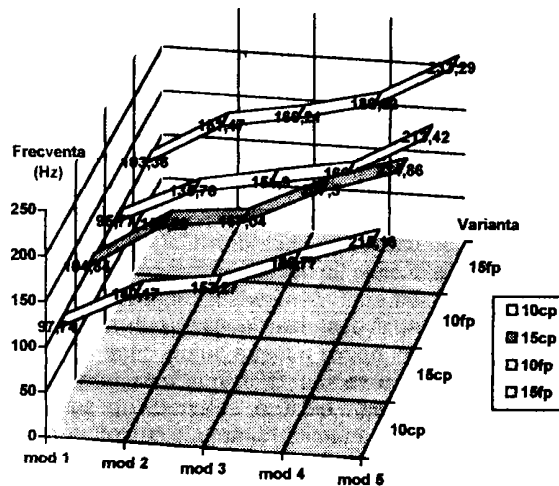


fig.3.2.6

### 3.3 Caracterul aleator al excitatiei. Contributii la studiul vibratiilor aleatoare ale strungului\*

Din foarte multe motive, fortele de excitatie care solicita corpul sau batiul de strung, reprezentate in principal de fortele de aschiere, au un caracter aleator [C8], [H4], [K14]. Tratarea problemei starii de deformatie a batiului in aceste conditii devine deosebit de dificila, desi actualmente exista excitatoare electrohidraulice comandate de generatoare de zgomot care asigura semnalului de intrare o configuratie stohastica; exista de asemenea analizori Fourier lucand digital care au incorporate calculatoare de puteri mici si mijlocii si elemente periferice performante care permit transformarea informatiilor de tip semnal in functie de timp in semnal in functie de frecventa si revenirea. Nu am beneficiat insa de asemenea instrumente performante de aceea contributiile prezentate aici sunt legate in special de aspectul matematic al problemei desi am facut masuratori de deformatii, viteze, acceleratii in conditii reale de functionare a strungului (v. Cap. 5). Putem afirma deci ca in ultimele decenii cunoasterea si cercetarea experimentală a comportarii dinamice a strungurilor se face cu metode frecventiale si excitare stohastica a sistemului elastic, ceea ce prezinta niste avantaje evidente: efectuarea masuratorilor in conditii aproape reale de functionare, micșorarea considerabila a duratei cercetarilor si prelucrarea automata a rezultatelor. Pe de alta parte insa, metodele stohastice de analiza a comportarii dinamice nu au o larga utilizare din cauza lipsei unei metodici bine pusa la punct si dificultatilor privind interpretarea fizica evidenta a functiilor stohastice utilizate.

Dobre I., Motica A.M., "Aspecte aleatoare in dinamica strungurilor" Sesiunea Implicarea cercetarii stiintifice in dezvoltarea si modernizarea produselor de fabricatie. Sectiunea Mecanica Aplicata. Sibiu, 17-18 Noiembrie 1995. v. XIII/p. 249-256



Însăși structura elastică a strungului poate fi privită ca un sistem dinamic aleator deoarece, în general, pe de o parte ea se află în diverse condiții de exploatare cu diverse regimuri de la degrosare la finisarea unor materiale cu proprietăți mecanice esențial diferite, iar pe de altă parte ea își modifică configurația spațială prin deplasările subansamblurilor. Acest ansamblu de parametri variabili nu permite o descriere deterministă ceea ce impune ca în studii mai pretentioase sistemul elastic al strungului să fie privit ca un sistem cu intrare aleatoare și cu parametri specifici aleatori. Necesitatea acestui mod de abordare este dictată de faptul că în aceeași familie de mașini variabilitatea parametrilor mecanici specifici este deosebit de mare. De exemplu, se citează în literatura [C8] că la investigarea unui număr de 150 strunguri paralele, de același tip rigiditatea statică a variat de la  $10^7$  N/m până la  $5 \cdot 10^7$  N/m. Evident că acestea sunt caracteristici statistice inerente proceselor de execuție și de măsurare care sunt descrise de obicei prin distribuții normale ale parametrilor cercetați. De aceea, după opinia noastră, autorii citați fac o confuzie între variabilitatea statistică și variația aleatoare, sau altfel spus între probabilitatea a posteriori și a priori.

În calculul sistemelor elastice solitate de sarcini aleatoare se încearcă, în general, să se găsească anumite caracteristici statice ale răspunsului structurii – de exemplu în deplasări și tensiuni – pornind de la o anumită descriere probabilistică a excitației. Aspectele generale ale problemei sunt cunoscute din literatura [B25], [B37], [H4], [I11], [L15] și vor fi sumar prezentate în continuare, unde structura mecanică este privită ca un filtru și caracterizată elastic prin răspunsul sau la anumite excitații standard. Dintre aceste caracteristici amintim: *funcția pondere* sau răspunsul sistemului la impulsul unitar; *reactia caracteristică la semnalul exponențial*  $e^{\lambda t}$  (dacă  $\lambda = i\nu$  – obținem caracteristica de frecvență); *funcția invariantă* – care se regăsește la ieșirea din sistem amplificată cu un factor numit funcție de transfer. Funcția pondere și caracteristica de frecvență sunt imagine și original prin transformata Fourier [B25], [B26].

Procesele de excitație sunt de obicei funcții aleatoare staționare și ergodice, caracterizate suficient de bine prin momentele centrate de ordinul doi: dispersia, funcțiile de autocorelație și intercorelație și prin transformatele lor Fourier numite densități spectrale de putere. Importanța acestor medii rezidă în faptul că pentru un sistem oscilant cu coeficienți constanți este posibil să se obțină media corespunzătoare răspunsului direct din cunoașterea mediei excitației. Evident că pentru un caz ideal procesele stohastice pot fi descrise și intermedii distribuțiilor de probabilitate asociate lor, metoda de lucru care este mai completă dar care încumbe reale dificultăți matematice. Există totuși procese particulare, dintre care cel mai important este procesul gaussian, care prezintă caracteristica specială că răspunsul unui sistem cu coeficienți constanți la o excitație de acest tip este de asemenea un proces gaussian.

### 3.3.1 Elemente fundamentale din teoria proceselor stohastice utilizate în dinamica strungurilor\*

Modelarea matematică a forțelor de excitație care apar în procesul de strunjire, se face cu ajutorul așa numitului "model de proces stohastic".

\*D14.) Dobro I., Moțca A.M. "Caracteristici statice ale răspunsului unei plăci supuse la excitații aleatoare" Sesiunea anuală de comunicări științifice a Universității din Oradea, Secțiunea Mecanica, Rezistența Materialelor și Vibrații Oradea, 2-4 Iunie 1995, p. 24-34

Sub aspect cu totul general se intelege prin proces stohastic, un proces care se desfasoara indefinit in timp si care este guvernata de legi probabilistice [D25]. Din punct de vedere matematic un asemenea proces este o functie de doua variabile

$$X(k, t) = \{^k X(t)\} \quad k \in \mathbf{N}, t \in \mathbf{R} \quad (3.3.1)$$

unde  $k$  ia valori in spatiul esantioanelor iar variabila  $t$  ia valori pe axa reala a timpului cu proprietatea ca pentru orice valoare fixa a parametrului :  $t=t_1 \Rightarrow X(k, t_1) = ^k X(t_1)$ ,

functia devine o variabila aleatoare definita pe multimea numerelor  $k$ . Functia  $^k X(t_1)$  se numeste o realizare particulara a procesului sau o *functie esantion*, iar totalitatea acestor realizari  $\{^k X(t)\}$ ,  $k \in \mathbf{N}$ ,  $t \in \mathbf{R}$  se numeste *ansamblu, proces stohastic sau functie aleatoare*.

Pentru studiul si cercetarea sistemelor dinamice elastice, liniare, neliniare si parametric, s-au dezvoltat doua teorii de baza: teoria corelationala si teoria stohastica. Prima teorie pe care o vom folosi in continuare, se utilizeaza de obicei la cercetarea sistemelor liniare cu parametri constanti sau variabili si a celor neliniare dupa liniarizarea lor prealabila.

Problema fundamentala care se pune este de a da metode teoretice de definire a functiei aleatoare  $X(t)$  si de a stabili mijloace rationale de prelucrare a realizarii pentru obtinerea caracteristicilor statistice ale acestei functii. In majoritatea cazurilor aplicative calculul se limiteaza la determinarea parametrilor numerici ai legilor de repartitie corespunzatoare, dintre care intereseaza cele de primul si al doilea ordin. Momentul de primul ordin este:

$$M_1 = M[X(t, \cdot)] \quad (3.3.2)$$

si reprezinta o medie statistica pe multimea realizarii la  $t=t_1$ , numita si asteptarea matematica sau speranta matematica. In general aceasta depinde de valoarea aleasa a lui  $t_1$  si se va nota dependentia functionala de  $t$  fara indicii:

$$\overline{X(t)} = M[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x, t) dx = m_x(t) \quad (3.3.3)$$

Momentele initiale de ordinul al doilea se pot referi fie la valoarea procesului la un anumit  $t=t_1$

$$M_2 = M\{[X(t_1)]^2\} \quad (3.3.4)$$

fie la valorile din doua momente distincte  $t=t_1$ ,  $t=t_2$  obtinand momentul de ordinul doi corelat, *intercorelat*, sau mixt:

$$M_{1,2} = M\{[X(t_1)] \cdot [X(t_2)]\} \quad (3.3.5)$$

Daca se utilizeaza functiile aleatoare centrate:

$$X^0(t) = X(t) - m_x(t) \quad (3.3.6)$$

se definesc doua momente de ordinul doi cu o larga aplicabilitate: *dispersia si functia de autocorelatie*:

$$D[X(t)] = M\{[X(t) - m_x(t)]^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} [x - m_x(t)]^2 f(x, t) dx \quad (3.3.7)$$

$$K_x(t_1, t_2) = \{[X^0(t_1)] \cdot [X^0(t_2)]\} = \iint_{-\infty}^{\infty} [x_1 - m_{x_1}(t_1)] \cdot [x_2 - m_{x_2}(t_2)] f(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2 \quad (3.3.8)$$

Utilizarea acestor caracteristici incadreaza problema analizei proceselor stohastice in asa numita teorie corelationala, cu largi aplicatii in studiul sistemelor

dinamice. Desigur ca problemele sunt mult mai complicate deoarece nu vom avea niciodata o infinitate de functii esantion desfasurate pe toata axa reala, pentru a cunoaste functiile de repartitie de care avem nevoie. De aceea se mai definesc doua notiuni fundamentale care creaza posibilitatile matematice necesare rezolvarii problemei: stationaritatea si ergodicitatea.

**A. Stationaritatea** - stabileste independenta functiei de alegerea originii pentru masurarea variabilei  $t$ . Conditile necesare de stationaritate se reduc la:

$$m_x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx = \text{const.}$$

$$D[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - m_x(t)]^2 f(x) dx = \text{const.} \quad (3.3.9)$$

$$K_x(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x_1 - m_x] \cdot [x_2 - m_x] f(x_1, x_2(\tau)) dx_1 dx_2 = K_x(\tau)$$

adica, asteptarea matematica si dispersia functiei aleatoare stationare sunt constante, iar functia de autocorelatie depinde numai de diferenta momentelor de analiza  $t_2 - t_1 = \tau$ . Asemenea functii au fost denumite de A.I. Hincin: "stationare in sens larg". [B25], [B27], [B37], [F4], [I2], [L15].

**B. Ergodicitatea** - stabileste legatura care exista intre valorile apriori deduse pe baze probabilistice si valorile aposteriori rezultate in urma analizei facute in domeniul timpului a unei functii esantion. In aceasta ordine de idei multimea realizariilor  $\{^K X(t)\}$ , pentru care valorile medii statistice sunt egale cu valorile medii temporale se numeste ergodica iar conditia pe care trebuie s-o indeplineasca o functie esantion  $^K X(t)$  ca sa apartina acestei multimi se numeste ipoteza ergodica. Desigur ca problema egalitatii celor doua tipuri de medii nu se poate pune decat in sensul convergentei in probabilitate. Astfel, vom zice ca o functie aleatoare stationara este ergodica in raport cu functia ei de autocorelatie  $K_x(\tau)$  daca are loc relatia:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \mathbf{M} \left\{ \left[ \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} [X(t) - m_x] \cdot [X(t + \tau) - m_x] dt - K_x(\tau) \right]^2 \right\} = 0 \quad (3.3.10)$$

Aceasta relatie este comod s-o utilizam la determinarea, din datele experimentale, a valorii aproximative a functiei de autocorelatie pentru ca ea permite determinarea acesteia nu dupa multimea de realizari ale procesului, ci dupa datele unei singure functii esantion, inregistrata pe o durata  $T$  destul de mare, dar finita, asa cum vom proceda in continuare.

### 3.3.2 Date sumare privind teoria spectrala a functiilor aleatoare stationare

Intocmai ca in cazul functiilor deterministe, stabilitatea proceselor stohastice stationare permite inlocuirea cercetarii caracteristicilor probabilistice din domeniul timpului cu o cercetare efectuata in domeniul frecventelor. Rezultatele sunt complet echivalente, insa aceasta ultima metoda conduce in anumite cazuri - la o simplificare considerabila a calculului si obtinerea unor rezultate mai elocvente.

Deoarece caracteristicile unei functii aleatoare, definite mai sus, sunt functii deterministe, ele pot fi reprezentate cu ajutorul integralei Fourier. Astfel, transformata Fourier a functiei de autocorelatie  $K_x(\tau)$ :

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_x(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau \quad j = \sqrt{-1} \quad (3.3.11)$$

se numeste densitatea spectrului de putere a functiei X(t), unde  $\omega$  este parametrul transformarii Fourier care in cazul dat este frecventa circulara. Utilizand transformarea inversa Fourier, din densitatea spectrala se obtine functia de autocorelatie:

$$K_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) \cdot e^{-j\omega\tau} d\omega \quad (3.3.12)$$

Aceste relatii sunt cunoscute sub numele de *teorema Wiener-Hincin* a proceselor stohastice [B25],[B27].

Paritatea functiilor  $K_x(\tau)$  si  $S_x(\omega)$  permite transformarea formei complexe a expresiilor (3.3.11) si (3.3.12) inlocuind:

$$e^{\pm j\omega\tau} = \cos\omega\tau \pm j \cdot \sin\omega\tau \quad (3.3.13)$$

obtinand:

$$K_x(\tau) = 2 \int_0^{\infty} S_x(\omega) \cos\omega\tau \cdot d\omega \quad (3.3.14)$$

$$S_x(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} K_x(\tau) \cos\omega\tau \cdot d\tau$$

### 3.3.3 Caracteristicile generale ale unui sistem dinamic

In general orice sistem dinamic poate fi tratat ca un sistem deschis de reglare automata care are una sau mai multe intrari si iesiri. In aceasta acceptiune, daca la intrarea sistemului este aplicat procesul stohastic de excitatie  $X(t)$ , structura se comporta ca un filtru privind acest semnal de intrare, astfel ca la iesirea din sistem se obtine un alt proces aleator  $Y(t)$  cu alte caracteristici statistice. Sub acest raport marimile fundamentale ce caracterizeaza un sistem dinamic vor fi:

- functia pondere sau functia de transfer pentru impulsuri, care reprezinta reactia sistemului, in prealabil neexcitat, la un impuls unitar momentan, adica semnalul care apare la iesirea sistemului la momentul  $t$  daca la intrare se aplica un impuls unitar la momentul  $\tau$ . Daca se cunoaste ecuatia diferentiale a miscarii, functia pondere se obtine rezolvand o anumita problema Cauchy. Pentru sisteme stationare aceasta functie va depinde de o singura variabila  $(t-\tau)$  si o vom nota  $h(t-\tau)$ . Cu ajutorul integralei Duhamel, cunoscand functia pondere, putem exprima reactia sistemului stationar la o perturbatie exterioara  $X(t)$ :

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau \quad (3.3.15)$$

- functia de transfer este definita ca raportul dintre transformata Laplace a raspunsului in punctul  $i$  datorita unei excitatii aplicata in punctul  $k$  si transformata Laplace a excitatiei din punctul  $k$ . Pentru un sistem cu un grad de libertate vom avea:

$$\Phi(s) = \frac{L[Y(t)]}{L[X(t)]} = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad s = \sigma + j\omega \quad (3.3.16)$$

- caracteristica de frecventa numita si coeficientul complex de transfer se obtine inlocuind in (3.3.16) pe  $s$  cu  $j\omega$ .

$$Y(j\omega) = \Phi(j\omega) \cdot X(j\omega) \quad (3.3.17)$$

Aceasta relatie reprezinta legatura dintre excitatia si raspunsul sistemului in domeniul imaginar al pulsatiei, obtinuta prin folosirea transformatelor Laplace.

Caracteristica de frecventa ca si functia de pondere depinde numai de proprietatile dinamice ale sistemului si ele caracterizeaza in mod integral sistemul. Ele sunt legate intre ele, fiind imagine si original prin transformata Fourier ( $\tau = 0$ ).

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(j\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega$$

$$\Phi(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (3.3.18)$$

Raspunsul sistemului in domeniul real al timpului se obtine cu ajutorul teoremei lui Borel:

$$Y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(j\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(j\omega) \cdot X(j\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (3.3.19)$$

### 3.3.4 Aprecierea analitica a unor regimuri tranzitorii. Studiul comportarii batiului la impuls.

Caracterul vibratiilor sistemului este in mare parte influentat de procesul de disipare a energiei, respectiv de fortele de amortizare. In aceasta problema pe langa ipoteza Kelvin-Voigt, conform careia fortele de amortizare sunt proportionale cu viteza de miscare a punctelor sistemului, se utilizeaza, din ce in ce mai mult, ipoteza lui Sorokin [B25], care afirma ca forțele de amortizare depind de marimea deformatiei. Aceasta este ipoteza pe care o vom folosi in continuare; considerand intregul batiu ca un sistem cu un singur grad de libertate, deoarece este excitat intr-un singur punct de catre forta de aschiere, ecuatia de miscare are forma:

$$m \cdot \ddot{y} + (\alpha + j\beta) \cdot \dot{y} = F(t) \quad (3.3.20)$$

unde:  $F(t)$  este forta exterioara perturbatoare

$$\alpha = \frac{4 - \gamma^2}{4 + \gamma^2} \quad \beta = \frac{4\gamma}{4 + \gamma^2} \quad \gamma = \frac{\delta}{\pi} \quad (3.3.21)$$

unde:  $\gamma$  este coeficientul de frecare interioara, proportional cu decrementul logaritmic al vibratiilor ( $\delta$ ). In general  $\gamma$  este o functie de amplitudinea deformatiei; pentru fonte si oteluri poate fi considerat si constant si atunci vom putea simplifica calculele luand:  $\alpha \approx 1$ ;  $\beta \approx \gamma$ .

In general intereseaza anumite caracteristici ale raspunsului sistemului, fie in regim stationar fie in regim tranzitoriu (respectiv media patratica a acestuia). De exemplu, pentru determinarea dispersiei raspunsului se utilizeaza relatia cunoscuta [B26], [I11], [S20]:

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\Phi(j\omega)|^2 \cdot S_F(\omega) d\omega \quad (3.3.22)$$

Pentru stabilirea forme analitice a caracteristicii de frecventa se considera in ecuatia (3.3.20) excitatia de forma:  $F(t) = e^{j\omega t}$  ( $j = \sqrt{-1}$ ) iar solutia se cauta sub forma:

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \Phi(j\omega) \cdot e^{j\omega t} & \dot{y}(t) &= \Phi(j\omega) \cdot e^{j\omega t} \cdot j\omega & \ddot{y}(t) &= \Phi(j\omega) \cdot e^{j\omega t} \cdot (-\omega^2) \\
 -m\omega^2 \cdot \Phi(j\omega)e^{j\omega t} + (\alpha + j\beta) \cdot k \cdot \Phi(j\omega)e^{j\omega t} &= e^{j\omega t} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \Phi(j\omega) &= \frac{1}{m[-\omega^2 + (\alpha + j\beta)\omega_n^2]} & \text{unde } \omega_n &= \frac{k}{m} & (3.3.23)
 \end{aligned}$$

Atunci:

$$|\Phi(j\omega)|^2 = |\Phi(j\omega)| \cdot |\overline{\Phi(j\omega)}| = \frac{1}{m^2[\omega^4 - 2\alpha\omega_n^2\omega^2 + \omega_n^4]} \quad (3.3.24)$$

deoarece  $\alpha^2 + \beta^2 = 1$

Daca se analizeaza expresia de mai sus a patratului caracteristicii de frecventa se pot face anumite observatii utile din punct de vedere practic. Astfel, daca amortizarea sistemului este mica, adica decrementul logarithmic al oscilatiilor este mic, ( $\gamma \rightarrow 0, \Rightarrow \alpha \rightarrow 0, \beta \rightarrow 1$ ), atunci marimea  $|\Phi(j\omega)|^2$  are un salt pentru  $\omega \rightarrow \omega_n$  in rest fiind putin diferita de zero: aceasta observatie este imediata deoarece numitorul relatiei (3.3.24) se poate scrie  $(\omega^2 - \omega_n^2)$ . Asemenea sisteme cu amortizare mica sunt sisteme cu proprietati inalte de filtraj numite *sisteme de banda ingusta*, care lasa sa treaca din spectrul excitatiei numai frecventele apropiate de frecventa proprie de oscilatie a sistemului. Cunoscand caracteristica de frecventa se poate determina latimea benzii de trecere:

$$\Delta\omega = \frac{\int_0^\infty |\Phi(j\omega)|^2 d\omega}{|\Phi(j\omega)|^2_{\omega=\omega_n}} \quad (3.3.25)$$

Pentru cazul batiului excitat cu un soc singular, ne propunem sa studiem *regimul tranzitoriu* considerand batiul ca mai sus: un sistem cu un singur grad de libertate. Ceeace este important in aceasta situatie este faptul ca functia caracteristicii de frecventa *depinde si de timp*  $\Phi(j\omega, t)$ . Ea este de asemenea solutia generala a ecuatiei (3.3.20) pentru  $F(t) = e^{j\omega t}$ , care are doua componente:

- $y_n(j\omega, t)$  care reprezinta solutia generala a ecuatiei omogene si este o suma de doua functii exponentiale, una care corespunde oscilatiilor amortizate si una celor neamortizate, care de obicei se neglijeaza deoarece nu satisfac conditiile fizice ale problemei

$$y_n(j\omega, t) = (A + jB)e^{-n\omega_n t} (\cos k\omega_n t + j \sin k\omega_n t) \quad (3.3.26)$$

unde  $A, B$  sunt constante arbitrare reale, iar

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{4}}} \approx 1 \quad n = \frac{\gamma}{2 \cdot \sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{4}}} \approx \frac{\gamma}{2} \quad (3.3.27)$$

- $y_p(j\omega, t)$  o solutie particulara a ecuatiei neomogene care o luam de forma cunoscuta  $\Phi(j\omega, t) \cdot e^{j\omega t}$ . Atunci vom avea (v. rel 3.3.23):

$$\begin{aligned}
 \Phi(j\omega, t) &= y(j\omega, t) = y_n(j\omega, t) + y_p(j\omega, t) = \\
 &= (A + jB) \cdot e^{-n\omega_n t} (\cos \omega_n t + j \sin \omega_n t) + \frac{e^{j\omega t}}{m[-\omega^2 + (\alpha + j\beta)\omega_n^2]} & (3.3.28)
 \end{aligned}$$

Constantele de integrare le vom determina din conditiile initiale: la  $t=0$ , avem:

$$\operatorname{Re} y(j\omega, t) = \operatorname{Re} \dot{y}(j\omega, t) = 0 \quad (3.3.29)$$

Vom studia un caz mai particular in care vom accepta  $\alpha \approx 1, \beta = \gamma, n = \gamma/2$ . Dupa transformari simple obtinem atunci patrutul modulului caracteristicii de frecventa cu care se pot rezolva foarte multe probleme relative la raspunsul structurii functie de tipul de aproximare acceptat pentru excitatie:

$$|\Phi(j\omega, t)|^2 = |\Phi(j\omega)|^2 \left\{ 1 + e^{-\gamma\omega_n t} - 2e^{-\frac{\gamma}{2}\omega_n t} \left[ \cos(\omega - \omega_n)t - \frac{\gamma}{2} \sin(\omega - \omega_n)t \right] \right\} - \frac{2e^{-\frac{\gamma}{2}\omega_n t} [\omega_n^4 - \omega_n^2 \omega^2 - \omega_n \omega (\omega_n^2 - \omega^2)] \sin(\omega_n - \omega)t}{m^2 (\omega^4 - 2\omega_n^2 \omega + \omega_n^4)^2} \quad (3.3.30)$$

Pentru a ilustra cele afirmate mai sus, sa presupunem ca aproximam functia de autocorelatie a excitatiei cu o relatie de forma:

$$K_x(\tau) = D_x e^{-\Delta|\tau|} \cos \lambda \tau \quad (3.3.31)$$

Pentru densitatea spectrala de putere se obtine:

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_x(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} (D_x \cdot e^{-\Delta|\tau|} \cos \lambda \tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$\text{dar: } \cos \lambda \tau = \frac{1}{2} (e^{j\lambda\tau} + e^{-j\lambda\tau}); \quad |\tau| = \begin{cases} \tau, & \tau \geq 0 \\ -\tau, & \tau < 0 \end{cases}$$

$$S_x(\omega) = \frac{D_x}{2} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\Delta|\tau|} e^{j\omega\tau} e^{j\lambda\tau} d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\Delta|\tau|} e^{-j\omega\tau} e^{-j\lambda\tau} d\tau \right] = \frac{D_x}{2} \left[ \frac{1}{\Delta + j(\omega - \lambda)} + \frac{1}{\Delta - j(\omega - \lambda)} \right] + \frac{D_x}{2} \left[ \frac{1}{\Delta + j(\omega + \lambda)} + \frac{1}{\Delta - j(\omega + \lambda)} \right] = 2\Delta D_x \frac{\omega^2 + \Delta^2 + \lambda^2}{(\omega^2 - \Delta^2 - \lambda^2)^2 + 4\Delta^2 \omega^2} \quad (3.3.32)$$

Putem de aici sa precizam dispersia raspunsului sistemului:

$$\langle v^2(t) \rangle = \sigma_v^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(j\omega)|^2 S_x(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega^2} \cdot \frac{2\Delta D_x (\omega^2 + \Delta^2 + \lambda^2)}{(\omega^2 - \Delta^2 - \lambda^2)^2 + 4\Delta^2 \omega^2} d\omega \quad (3.3.33)$$

Pentru rezolvarea acestei integrale (I) vom folosi metoda reziduurilor, pe care o vom aplica in detaliu pe acest caz; pentru alte situatii similare vom reda numai rezultatele.

Vom considera functia de variabila complexa:

$$f(z) = \frac{z^2 + \Delta^2 + \lambda^2}{[z^4 - 2\omega_n^2(1 - 2\xi^2)z^2 + \omega_n^4][z^4 + 2(\Delta^2 - \lambda^2)z^2 + (\Delta^2 + \lambda^2)^2]} \quad (3.3.34)$$

Pentru utilizarea corecta a metodei reziduurilor este esential sa cautam polii functiei de integrat, sa le precizam pozitia in planul complex si sa alegem un contur adecvat de integrare.

$$\text{Fie: } z^4 - 2\omega_n^2(1 - 2\xi^2)z^2 + \omega_n^4 = 0 \quad \text{notez cu } z^2 = t \quad t^2 - 2\omega_n^2(1 - 2\xi^2)t + \omega_n^4 = 0$$

$$t_{1,2} = \omega_n^2(1 - 2\xi^2) \pm \sqrt{\omega_n^4(1 - 2\xi^2)^2 - \omega_n^4} = \omega_n^2 \left[ (1 - 2\xi^2) \pm j2\xi\sqrt{1 - \xi^2} \right]$$

Sa analizam numarul complex:

$$\bar{u} = (1 - 2\xi^2) \pm j2\xi\sqrt{1 - \xi^2} = x + jy, \text{ unde } \begin{cases} 1 - 2\xi^2 \\ 2\xi\sqrt{1 - \xi^2} \end{cases}; \text{ daca } \xi < \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Rezulta:

$$\begin{cases} |u| = \sqrt{(1-2\xi^2)^2 + (2\xi\sqrt{1-\xi^2})^2} = 1 \\ \operatorname{tg} \varphi = \frac{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}{1-2\xi^2}; \end{cases} \quad \text{daca } \xi \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}, \operatorname{tg} \varphi \rightarrow \infty \Rightarrow \varphi \rightarrow 90^\circ, \text{ deci } \varphi < 90^\circ$$

Avem deci:

$$z^2 = \omega_n^2 \left[ (1-2\xi^2 + j2\xi\sqrt{1-\xi^2}) \right] = \omega_n^2 (\cos \varphi + j \sin \varphi) \Rightarrow z_1; z_3$$

$$z^2 = \omega_n^2 \left[ (1-2\xi^2 - j2\xi\sqrt{1-\xi^2}) \right] = \omega_n^2 (\cos(-\varphi) + j \sin(-\varphi)) \Rightarrow z_2; z_4$$

$$\text{unde } \varphi = \operatorname{arctg} \frac{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}{1-2\xi^2}$$

Se obtin astfel polii:

$$z_1 = \omega_n \left( \cos \frac{\varphi}{2} + j \sin \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$z_3 = \omega_n \left( \cos \left( \frac{\varphi}{2} + \pi \right) + j \sin \left( \frac{\varphi}{2} + \pi \right) \right) = \omega_n \left( -\cos \frac{\varphi}{2} - j \sin \frac{\varphi}{2} \right)$$

(3.3.35)

$$z_2 = \omega_n \left( \cos \left( -\frac{\varphi}{2} \right) + j \sin \left( -\frac{\varphi}{2} \right) \right) = \omega_n \left( \cos \frac{\varphi}{2} - j \sin \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$z_4 = \omega_n \left( \cos \left( -\frac{\varphi}{2} + \pi \right) + j \sin \left( -\frac{\varphi}{2} + \pi \right) \right) = \omega_n \left( -\cos \frac{\varphi}{2} + j \sin \frac{\varphi}{2} \right)$$

Procedand analog pentru cel de al doilea factor de la numitorul rel.(3.3.34)

$$z^4 + 2(\Delta^2 - \lambda^2)z^2 + (\Delta^2 - \lambda^2)^2 = 0; \quad \text{notam } z^2 = p \Rightarrow p^2 + 2(\Delta^2 - \lambda^2)p + (\Delta^2 - \lambda^2)^2 = 0$$

$$p_{1,2} = -(\Delta^2 - \lambda^2) \pm \sqrt{(\Delta^2 - \lambda^2)^2 - (\Delta^2 + \lambda^2)^2} = -\Delta^2 - \lambda^2 \pm j2\Delta\lambda$$

$$p_1 = -\Delta^2 + \lambda^2 + j2\Delta\lambda = (\lambda + j\Delta)^2$$

$$p_2 = -\Delta^2 + \lambda^2 - j2\Delta\lambda = (\lambda - j\Delta)^2$$

$$z_5 = \lambda + j\Delta$$

$$z_7 = -\lambda - j\Delta$$

Rezulta astfel polii:  $z_5, z_7, z_6, z_8$ :

$$z_6 = \lambda - j\Delta$$

cu  $\lambda, \Delta > 0$

$$z_8 = -\lambda + j\Delta$$

Fixarea in planul complex este evidenta si a fost facuta in figura 3.3.1; alegem un corector de integrare de forma unui semicerc  $\Gamma$ .

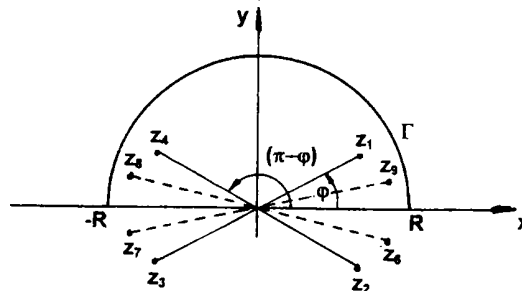


fig.3.3.1



Polii  $z_1, z_4, z_5, z_8$  se găsesc în interiorul conturului  $R$  se alege suficient de mare încât de la început toate punctele singulare ale lui  $f(z)$  din semiplanul  $\text{Im } z > 0$  să se afle în interiorul conturului. Deci:

$$f(z) = \frac{z^2 + \Delta^2 + \lambda^2}{\left[ (z - z_1)(z - z_2)(z - z_3)(z - z_4) \right] \cdot \left[ (z - z_5)(z - z_6)(z - z_7)(z - z_8) \right]}$$

Trecem acum la calculul reziduurilor

$$\text{Rez}(f; z_1) = \lim_{z \rightarrow z_1} [(z - z_1)f(z)] = \frac{z_1^2 + \Delta^2 + \lambda^2}{\prod_{k=2}^4 (z_1 - z_k) \cdot \prod_{k=5}^8 (z_1 - z_k)}$$

$$z_1 - z_2 = 2j\omega_n \sin \frac{\varphi}{2}$$

$$\text{Dar: } z_1 - z_3 = 2\omega_n \left( \cos \frac{\varphi}{2} + j \sin \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$z_1 - z_4 = 2\omega_n \cos \frac{\varphi}{2}$$

$$\Rightarrow \prod_{k=2}^4 (z_1 - z_k) = 8j\omega_n^3 \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} \left( \cos \frac{\varphi}{2} + j \sin \frac{\varphi}{2} \right) = 8j\omega_n^3 ab(a + jb)$$

$$\text{Avem analog: } \prod_{k=5}^8 (z_1 - z_k) = z_1^4 + 2(\Delta^2 - \lambda^2)z_1^2 + (\Delta^2 - \lambda^2)^2 =$$

$$= \omega_n^4 (\cos 2\varphi + j \sin 2\varphi) + 2(\Delta^2 - \lambda^2)\omega_n^2 (\cos \varphi + j \sin \varphi) + (\Delta^2 + \lambda^2)^2 =$$

$$= \left[ \omega_n^4 \cos 2\varphi + 2(\Delta^2 - \lambda^2)\omega_n^2 \cos \varphi + (\Delta^2 + \lambda^2)^2 \right] + j \left[ \omega_n^4 \sin 2\varphi + 2(\Delta^2 - \lambda^2)\omega_n^2 \sin \varphi \right] =$$

$$= R + jS$$

$$\text{Rez}(f; z_1) = \frac{\omega_n^2(a + jb) + \Delta^2 + \lambda^2}{8j\omega_n^3(a + jb)(R + jS)} = \frac{\left[ \omega_n^2(a^2 - b^2) + \Delta^2 + \lambda^2 \right] + j2\omega_n^2 ab}{8j\omega_n^3(a + jb)(R + jS)}$$

$$\text{Rez}(f; z_4) = \lim_{z \rightarrow z_4} [(z - z_4)f(z)] = \frac{z_4^2 + \Delta^2 + \lambda^2}{\prod_{k=1}^3 (z_4 - z_k) \cdot \prod_{k=5}^8 (z_4 - z_k)}$$

$$z_4 - z_1 = 2\omega_n \sin \frac{\varphi}{2}$$

$$z_4 - z_2 = 2\omega_n \left( \cos \frac{\varphi}{2} - j \sin \frac{\varphi}{2} \right) \quad \text{obtinem analog:}$$

$$z_4 - z_3 = 2j\omega_n \cos \frac{\varphi}{2}$$

$$\Rightarrow \prod_{k=1}^3 (z_4 - z_k) = 8j\omega_n^3 ab(a - jb)$$

$$\prod_{k=5}^8 (z_4 - z_k) = z_4^4 + 2(\Delta^2 - \lambda^2)z_4^2 + (\Delta^2 - \lambda^2)^2 =$$

$$= \omega_n^4 (\cos 2\varphi - j \sin 2\varphi) + 2(\Delta^2 - \lambda^2)\omega_n^2 (\cos \varphi - j \sin \varphi) + (\Delta^2 + \lambda^2)^2 =$$

$$= \left[ \omega_n^4 \cos 2\varphi + 2(\Delta^2 - \lambda^2)\omega_n^2 \cos \varphi + (\Delta^2 + \lambda^2)^2 \right] - j \left[ \omega_n^4 \sin 2\varphi + 2(\Delta^2 - \lambda^2)\omega_n^2 \sin \varphi \right] = R - jS$$

$$\operatorname{Re}z(f; z_4) = \frac{[\omega_n^2(a^2 - b^2) + \Delta^2 + \lambda^2] - j2\omega_n^2 ab}{8j\omega_n^3(a - jb)(R - jS)}$$

$$\text{Atunci } \sum_1 = \operatorname{Re}z(f; z_1) + \operatorname{Re}z(f; z_4) =$$

$$= \frac{1}{8j\omega_n^3 ab} \left( \frac{[\omega_n^2(a^2 - b^2) + \Delta^2 + \lambda^2] + j2\omega_n^2 ab}{(a + jb)(R + jS)} + \frac{[\omega_n^2(a^2 - b^2) + \Delta^2 + \lambda^2] - j2\omega_n^2 ab}{(a - jb)(R - jS)} \right) =$$

$$= \frac{[\omega_n^2(a^2 - b^2) + \Delta^2 + \lambda^2](aR - bS) + 2\omega_n^2 ab(aR - bS)}{4j\omega_n^3 ab(a + b^2)(R^2 + S^2)}$$

$$\operatorname{Re}z(f; z_5) = \lim_{z \rightarrow z_5} [(z - z_5)f(z)] = \frac{z_5^2 + \Delta^2 + \lambda^2}{\prod_{k=1}^4 (z_5 - z_k) \cdot \prod_{k=6}^8 (z_5 - z_k)}$$

$$\prod_{k=1}^4 (z_5 - z_k) = \left[ (\lambda + j\Delta)^2 - \omega_n^2 \left( \cos \frac{\varphi}{2} + j \sin \frac{\varphi}{2} \right)^2 \right] \cdot \left[ (\lambda + j\Delta)^2 - \omega_n^2 \left( \cos \frac{\varphi}{2} - j \sin \frac{\varphi}{2} \right)^2 \right] =$$

$$= \Delta^4 + \lambda^4 - 6\Delta^2 \lambda^2 + \omega_n^4 + 2\omega_n^2 (\Delta^2 - \lambda^2) \cos \varphi + j4\Delta \lambda (\lambda^2 - \Delta^2 - \omega_n^2 \cos \varphi) =$$

$$= C + jD$$

$$\prod_{k=6}^8 (z_5 - z_k) = 2j\Delta(2\lambda + 2j\Delta)2\lambda = -8\Delta\lambda(\Delta - j\lambda)$$

$$\operatorname{Re}z(f; z_5) = \frac{(\lambda + j\Delta)^2 + \Delta^2 + \lambda^2}{-8\Delta\lambda(\lambda - j\Delta)(C + jD)} \cdot \frac{\lambda + j\Delta}{\lambda + j\Delta} = -\frac{j}{4\Delta(C + jD)}$$

$$\operatorname{Re}z(f; z_8) = \lim_{z \rightarrow z_8} [(z - z_8)f(z)] = \frac{z_8^2 + \Delta^2 + \lambda^2}{\prod_{k=1}^4 (z_8 - z_k) \cdot \prod_{k=5}^7 (z_8 - z_k)}$$

$$\prod_{k=1}^4 (z_8 - z_k) = \left[ (-\lambda + j\Delta)^2 - \omega_n^2 \left( \cos \frac{\varphi}{2} + j \sin \frac{\varphi}{2} \right)^2 \right] \cdot \left[ (-\lambda + j\Delta)^2 - \omega_n^2 \left( \cos \frac{\varphi}{2} - j \sin \frac{\varphi}{2} \right)^2 \right] = C - jD$$

$$\prod_{k=5}^7 (z_8 - z_k) = 2j\Delta(-2\lambda + 2j\Delta)(-2\lambda) = 8\Delta\lambda(\Delta + j\lambda)$$

$$\operatorname{Re}z(f; z_8) = -\frac{j}{4\Delta(C - jD)}$$

$$\text{Atunci } \sum_2 = \operatorname{Re}z(f; z_5) + \operatorname{Re}z(f; z_8) = -\frac{jC}{2\Delta(C^2 + D^2)}$$

In final obtinem:

$$I = \frac{\Delta D_s}{\pi} 2\pi j (\sum_1 + \sum_2) = \frac{\Delta D_s [E(aR - bS) + F(aR + bS)]}{\omega_n F(a^2 + b^2)(R^2 + S^2)} + \frac{C \cdot D_s}{C^2 + D^2} \quad (3.3.35)$$

$$\text{unde am introdus notatiile: } \begin{aligned} E &= \omega_n^2(a^2 - b^2) + \Delta^2 + \lambda^2 \\ F &= 2\omega_n^2 ab \end{aligned}$$

Urmand acelasi procedeu, ne intoarcem la relatia (3.3.30) cu ajutorul careia se poate de asemenea obtine dispersia raspunsului dar pentru regimul tranzitoriu, avand de data aceasta o forma mult mai complicata:

$$\langle v^2(t) \rangle = \sigma_v^2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(f, t)|^2 S_x(\omega) d\omega =$$

$$\frac{2\Delta D}{m^2} \left\{ (1 + e^{-\gamma \omega_n t}) I_1 - 2e^{-\gamma \omega_n t} (\cos \omega_n t + \frac{\gamma}{2} \sin \omega_n t) I_2 - 2\gamma e^{-\frac{\gamma}{2} \omega_n t} \left[ (\omega_n^2 \sin \omega_n t) I_3 + (\omega_n \cos \omega_n t) I_4 \right] \right\}$$

(3.3.36)

unde  $I_1, I_2, I_3, I_4$ , s-au notat integralele care rezulta, in mod natural din dezvoltarea relatiei de definitie a dispersiei. Calculul acestor integrale s-a facut in mod similar cu a celei de mai sus aplicand metoda reziduurilor. S-au obtinut urmatoarele rezultate:

$$I_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\omega^2 + \Delta^2 + \lambda^2) d\omega}{(\omega^4 - 2\alpha\omega_n^2\omega^2 + \omega_n^4) [\omega^4 + 2(\Delta^2 - \lambda^2)\omega^2 + (\Delta^2 + \lambda^2)^2]} =$$

$$= \frac{\gamma \cdot \omega_n^3 + (1 + \gamma^2)\omega_n^2 + 2\Delta^2\gamma \cdot \omega_n + \Delta(\Delta^2 + \lambda^2)}{2\omega_n^3 \left\{ \omega_n^4 + 2\Delta\gamma \cdot \omega_n^3 + [2(\Delta^2 - \lambda^2) + \gamma^2(\Delta^2 + \lambda^2)]\omega_n^2 + 2\Delta\gamma(\Delta^2 + \lambda^2)\omega_n + (\Delta^2 + \lambda^2)^2 \right\}}$$

$$I_2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\omega^2 + \Delta^2 + \lambda^2) \cos \omega t \cdot d\omega}{(\omega^4 - 2\alpha\omega_n^2\omega^2 + \omega_n^4) [\omega^4 + 2(\Delta^2 - \lambda^2)\omega^2 + (\Delta^2 + \lambda^2)^2]} =$$

$$= \frac{e^{-M}}{4\Delta\lambda} \left[ A_1(\lambda \cos \lambda t - \Delta \sin \lambda t) + A_2(\Delta^2 + \lambda^2)^{-1}(\lambda \cos \lambda t + \Delta \sin \lambda t) \right] +$$

$$+ \frac{e^{-\frac{\gamma}{2}\omega_n t}}{2\gamma \cdot \omega_n} \left[ A_3(\cos \omega_n t - \frac{\gamma}{2} \sin \omega_n t) + A_4\omega_n^{-2}(\cos \omega_n t + \frac{\gamma}{2} \sin \omega_n t) \right]$$

$$\text{unde : } A_1 = -A_3 = \frac{\omega_n^4 + 2(\Delta^2 + \lambda^2)\omega_n^2 + (\Delta^2 + \lambda^2)(\Delta^2 - 3\lambda^2)}{[\omega_n^4 - (\Delta^2 + \lambda^2)^2]^2 + 4(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2)[(\Delta^2 + \lambda^2)^2 + \omega_n(\Delta^2 - \lambda^2)]\omega_n^2}$$

$$A_2 = \frac{(\Delta^2 + \lambda^2) - 2(\Delta^2 + \lambda^2)^2(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2) \cdot A_1}{\omega_n^4 - (\Delta^2 + \lambda^2)^2}$$

$$A_4 = \frac{2\omega_n^4(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2) \cdot A_1 - (\Delta^2 + \lambda^2)}{\omega_n^4 - (\Delta^2 + \lambda^2)^2}$$

$$I_3 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\omega^2 + \Delta^2 + \lambda^2)(\omega^2 - \omega_n^2) \cos \omega t \cdot d\omega}{(\omega^4 - 2\alpha\omega_n^2\omega^2 + \omega_n^4)^2 [\omega^4 + 2(\Delta^2 - \lambda^2)\omega^2 + (\Delta^2 + \lambda^2)^2]} =$$

$$= \frac{e^{-M}}{4\Delta\lambda} \left[ A_5(\lambda \cos \lambda t - \Delta \sin \lambda t) + A_6(\Delta^2 + \lambda^2)^{-1}(\lambda \cos \lambda t + \Delta \sin \lambda t) \right] +$$

$$+ \frac{e^{-\frac{\gamma}{2}\omega_n t}}{2\gamma \cdot \omega_n} \left[ A_7(\cos \omega_n t - \frac{\gamma}{2} \sin \omega_n t) + A_8\omega_n^{-2}(\cos \omega_n t + \frac{\gamma}{2} \sin \omega_n t) \right] +$$

$$\frac{e^{-\frac{\gamma}{2}\omega_n t}}{2\gamma^3 \cdot \omega_n^5} \left[ A_9(1 + \frac{\gamma}{2} \omega_n t) - \frac{\gamma^3}{8} \sin \omega_n t \right] + A_{10}\omega_n^{-2} \left[ (1 + \frac{\gamma}{2} \omega_n t) \cos \omega_n t + \frac{\gamma^2}{2} \omega_n t \sin \omega_n t \right]$$

Dar  $A_5 = -A_7$

$$A_5 = \frac{\left\{ [\omega_n^4 - (\Delta^2 + \lambda^2)^2]^2 - 4(\Delta^2 + \lambda^2)(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2)^2 \right\} (3\lambda^2 - \Delta^2 - \omega_n^2)}{\left\{ [\omega_n^4 - (\Delta^2 + \lambda^2)^2]^2 + 4(\Delta^2 + \lambda^2)(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2)[\omega_n^4 - (\Delta^2 + \lambda^2)^2] + 4(\Delta^2 + \lambda^2)^2(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2)^2 \right\}^2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{4(\Delta^2 + \lambda^2)(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2)(\omega_n^2 + \Delta^2 + \lambda^2) \left[ (\omega_n^4 - (\Delta^2 + \lambda^2)^2) + 2(\Delta^2 - \lambda^2)(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2) \right]}{\left\{ \omega_n^4 - (\Delta^2 + \lambda^2)^2 \right\}^2 + 4(\Delta^2 + \lambda^2)(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2) \left[ \omega_n^4 - (\Delta^2 + \lambda^2)^2 \right] + 4(\Delta^2 + \lambda^2)^2 (\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2)^2} \\
A_6 &= \frac{(\Delta^2 + \lambda^2) - \omega_n^2 - 2(\Delta^2 - \lambda^2)}{4(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2) \left[ \omega_n^4 - (\Delta^2 + \lambda^2)^2 + 2(\Delta^2 - \lambda^2)(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2) \right]} + \\
&+ \frac{\left\{ \omega_n^4 - (\Delta^2 + \lambda^2)^2 + 4(\Delta^2 - \lambda^2)(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2) \right\}^2 - 4(\Delta^2 - \lambda^2)^2 (\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2)^2}{4(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2) \left[ \omega_n^4 - (\Delta^2 + \lambda^2)^2 + 2(\Delta^2 - \lambda^2)(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2) \right]} \cdot A_5 \\
A_8 &= 2(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2) \cdot A_5 - A_6 \\
A_9 &= 2(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2) \cdot A_6 - \left[ \omega_n^4 - (\Delta^2 + \lambda^2)^2 + 4(\Delta^2 - \lambda^2)(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2) \right] A_5 \\
A_{10} &= 1 + \left[ 2\omega_n^4 (\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2) - 4(\Delta^2 - \lambda^2)^2 (\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2) + 8(\Delta^2 - \lambda^2)(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2)^2 \right] A_5 - \\
&- \left[ \omega_n^4 - (\Delta^2 + \lambda^2)^2 + 4(\omega_n^2 + \Delta^2 - \lambda^2)^2 \right] A_6 \\
I_4 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega(\omega^2 - \omega_n^2)(\omega^2 + \Delta^2 + \lambda^2) \sin \omega t \cdot d\omega}{\omega^4 - 2\alpha\omega_n^2\omega^2 + \omega_n^4 \left[ \omega^4 + 2(\Delta^2 - \lambda^2)\omega^2 + (\Delta^2 + \lambda^2)^2 \right]} = \\
&= \frac{e^{-\lambda t}}{4\Delta\lambda} \left[ A_5 \left[ 2\Delta\lambda \cos \lambda t - (\Delta^2 - \lambda^2) \sin \lambda t \right] + A_6 \sin \lambda t \right] + \\
&\frac{e^{-\frac{\gamma}{2}\omega_n t}}{4\gamma^3 \cdot \omega_n^4} \left\{ A_9 \left[ \frac{\gamma^2}{4} \omega_n t \cdot \cos \omega t + \left( 1 + \frac{\gamma}{2} \omega_n t \right) \sin \omega t \right] + 2A_{10} \omega_n^{-1} \left[ -\frac{\gamma^2}{4} \omega_n t \cdot \cos \omega t + \left( 1 + \frac{\gamma}{2} \omega_n t \right) \sin \omega t \right] \right\} + \\
&\frac{e^{-\frac{\gamma}{2}\omega_n t}}{2\gamma} \left[ A_7 (\gamma \cos \omega_n t + \sin \omega_n t) + A_8 \omega_n^{-1} \sin \omega_n t \right]
\end{aligned}$$

Se vede ca solutia data (3.3.36) are o forma relativ complicata, insa ea rezolva sub aspect general toate problemele legate de comportarea dinamica a sistemelor cu un grad de libertate, care pot constitui modele de prima aproximatie pentru orice structura de rezistenta.

In cadrul incercarilor dinamice pe care le-am facut s-a studiat comportarea batiului la un impuls unitar. Rezultatele sunt prezentate in capitolul 5.

### 3.3.5 Contributii privind o noua metoda de aproximare a functiei de autocorelatie si utilizarea ei\*

S-a incercat, in continuare, sa se caracterizeze excitatia in limitele teoriei corelacionale, masurand pe suportul port-cuit variatia vitezei de deplasare pe verticala in procesul de aschiere, din care s-a determinat variatia deplasarii in timp reprezentata in fig. 3.3.2 (v. amanunte in Cap. 5)

Metodele folosite pentru studiul functiilor de autocorelatie de selectie, nu difera in mod principial de metodele de prelucrare din statistica matematica, avand insa un anumit specific legat in primul rand de existenta inregistrarilor continui ale realizarilor

\*Dobre I., Motica A.M. "Cercetari numerice si experimentale statice si dinamice pe un batiu de string", A XXVI-a Sesiune de comunicari stiintifice cu participare internationala, Academia Tehnica Militara, Bucuresti 16-17 Noiembrie 1995, v.8/p127-137

procesului stohastic analizat. Pentru o analiza pe calculatorul numeric trebuie totuși discretizată axa timpului, metoda care va fi folosită în continuare.

Să presupunem că avem date  $n$  funcții esanțion ale procesului stohastic  $\{X(t)\}$   $k \in N$ , înregistrate în timpul  $T$ . Acesta ar fi cazul cel mai fericit. Se împarte intervalul de timp  $T$  în  $m$  intervale egale și se notează valoarea  $t$  la capătul fiecărui interval cu  $t_i$  ( $i=1...m$ ). Pentru  $t = t_i$ , se formează variabilele aleatoare  $X(t_i)$  pentru care avem valorile rezultate din cele  $n$  realizări:

$${}^1X(t_i) = x_{i1}; \quad {}^2X(t_i) = x_{i2}; \quad \dots \quad {}^nX(t_i) = x_{in} \quad (3.3.37)$$

Pentru această variabilă aleatoare se poate determina de exemplu valoarea de selecție a așteptării matematice:

$$\bar{X}(t_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ki} \quad \text{analog pentru } t = t_j \Rightarrow \bar{X}(t_j) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{kj} \quad i = \overline{1, m} \quad (3.3.38)$$

Pentru două momente arbitrare  $t_j, t_l$ , în mod analog se determină și valoarea de selecție pentru funcția de autocorelație:

$$\bar{K}_x(t_j, t_l) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n [x_{kj} - \bar{X}(t_j)] \cdot [x_{kl} - \bar{X}(t_l)] \quad j, l = \overline{1, 2, \dots, m} \quad (3.3.39)$$

În calculul teoriei corelaționale, cunoașterea așteptării matematice (3.3.38) și a funcției de autocorelație (3.3.39) rezolvă toate problemele care se găsesc în aplicații. Ele obțin însă o formă mai maniabilă și mai adecvată scopurilor noastre dacă procesul este staționar și ergodic. În aceste cazuri la prelucrarea materialului experimental trebuie ca în loc de luarea coordonatelor procesului în același moment pentru diferite realizări să calculăm media ordonatelor pentru una și aceeași realizare în diferite momente de timp. Pentru ca o asemenea înlocuire să fie acceptată este evident necesar ca legătura între ordonatele procesului stohastic analizat pentru diferite momente de timp să scadă destul de repede, pentru ca numai în acest caz o singură realizare în timp să se poată aproximativ trata ca și o mulțime de câteva realizări independente, disparând diferența dintre cele două metode de calculare a mediei. În acest caz dacă se notează  $X(t_i) = x_i$  se obțin formulele de calcul:

$$\hat{m}_x = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X(t_i) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i \quad (3.3.40)$$

$$\hat{K}_x(\tau) = \frac{1}{m-l-1} \sum_{i=1}^{m-l} [X(t_i) - \hat{m}_x] \cdot [X(t_i + \tau) - \hat{m}_x]$$

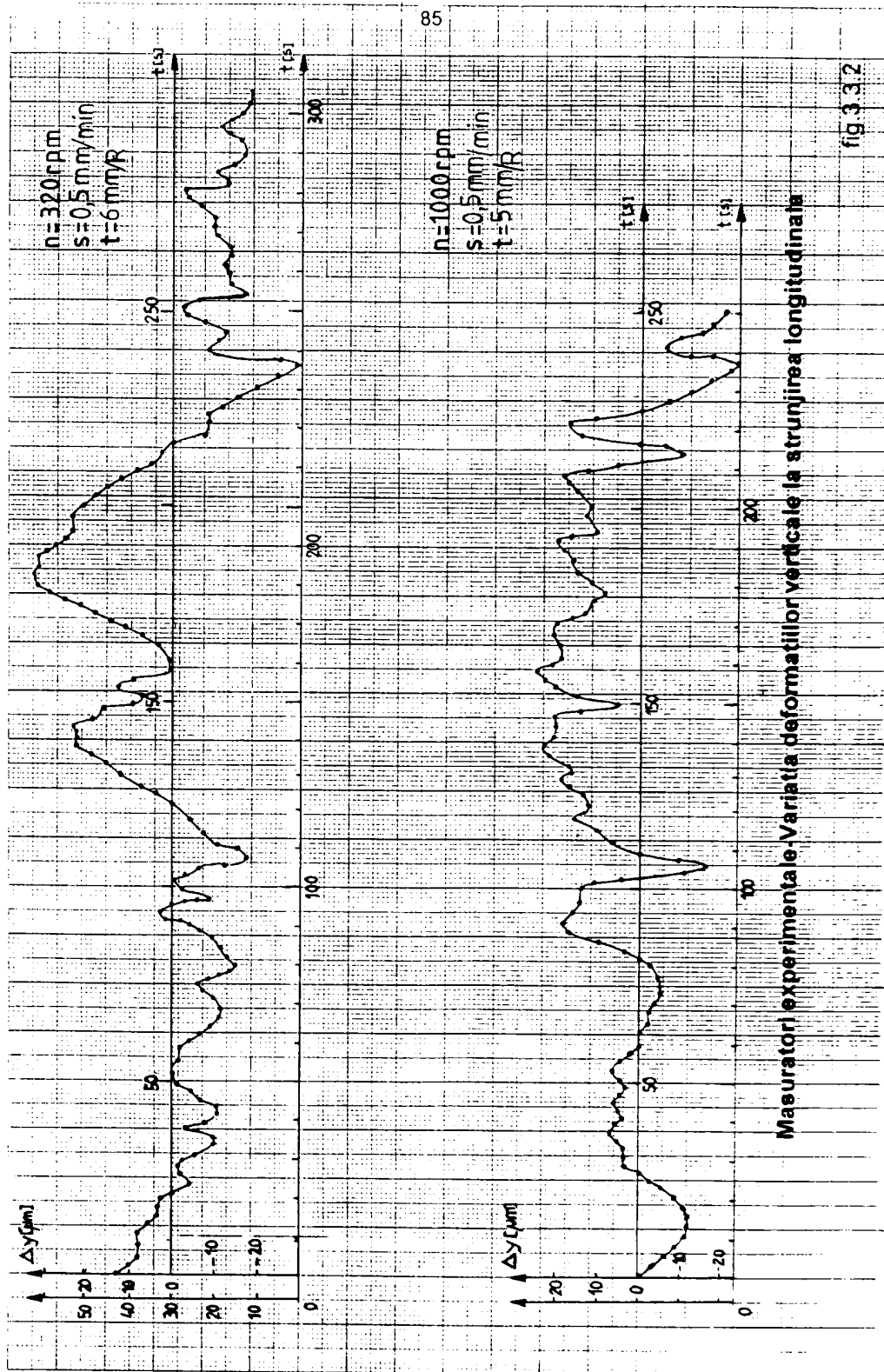
unde s-a presupus că în intervalul de timp  $\tau$  sunt incluse  $l$  intervale din diviziunea axei timpului. Se demonstrează [D25], [I11] că pentru speranța matematică  $\hat{m}_x$  să estimeze absolut corect pe  $m_x$ , trebuie ca  $X(t)$  să fie ergodică în raport cu speranța sa matematică și intervalul de înregistrare să fie suficient de mare (să tindă la infinit); analog  $\hat{K}_x(\tau)$  estimează absolut corect pe  $K_x(\tau)$  dacă  $X(t)$  este staționară și ergodică în raport cu funcția sa de autocorelație.

În această ordine de idei\*, cele două înregistrări din fig. 3.3.2 au fost discretizate din 2 în 2 secunde și s-au obținut valorile deplasărilor  $\Delta y$  prezentate în tabelele (3.3.1) și (3.3.2). Pentru obținerea funcției de autocorelație, pe baza schemei logice din fig. (3.3.3) s-a întocmit un program adecvat acestui scop în limbaj  $C^{++}$ . Valorile calculate ale funcției de autocorelație sunt reprezentate de asemenea în tabelul (3.3.3) iar funcția în fig. 3.3.4

\*Dobres I., **Modice A.M.** Considerații privind vibrațiile aleatoare ale unui batui de strunț cu exprimarea polinomială amortizată a funcțiilor de excitație - Partea I-a și a II-a "Sesiunea de comunicări științifice a Universității "Aurel Vlaicu" - Arad, 16-17 Mai 1996







Masuratori experimentale - Variatia deformatiilor verticale la strunjirea longitudinala

fig 3.3.2



REZULTATE NUMERICE PRELUCRATE STATISTIC  
 PENTRU DETERMINAREA FUNCȚIEI DE AUTOCORELAȚIE

$\tau$ [sec]	Valori statistice calculate	curba nr.1	curba nr.2
2	$D_x$	39,97	47,53
4	$K_x$	399,02	257,96
6	$K_x$	349,57	244,32
8	$K_x$	333,66	212,52
10	$K_x$	318,34	181,31
12	$K_x$	305,11	157,43
14	$K_x$	292,54	142,45
16	$K_x$	277,63	132,5
18	$K_x$	259,62	121,12
20	$K_x$	236,98	108,01
22	$K_x$	215,19	96,21
24	$K_x$	196,64	87,36
26	$K_x$	184,22	80,5
28	$K_x$	168,65	75,13
30	$K_x$	153,57	70,07
32	$K_x$	140,46	64,15
34	$K_x$	130,69	57,26
36	$K_x$	123,20	50,5
38	$K_x$	116,52	46,44
40	$K_x$	109,85	46,92
42	$K_x$	101,82	51,43
44	$K_x$	95,20	55,59
46	$K_x$	91,93	56,04
48	$K_x$	90,31	51,86
50	$K_x$	87,93	45,18
52	$K_x$	82,69	39,66
54	$K_x$	75,27	36,09
56	$K_x$	67,28	33,71
58	$K_x$	59,24	29,84
60	$K_x$	52,53	23,97
62	$K_x$	46,53	14,87
64	$K_x$	32,83	9,28
66	$K_x$	19,55	8,42
68	$K_x$	5,12	8,29
70	$K_x$	-7,93	6,97
72	$K_x$	-19,22	3,01
74	$K_x$	-30,02	-3,62
76	$K_x$	-40,66	-9,86
78	$K_x$	-52,81	-18,84
80	$K_x$	-61,79	-30,9
	$K_y$	-68,95	-49,4
	$K_y$	-76,14	-3,52

tabel 3.3.3

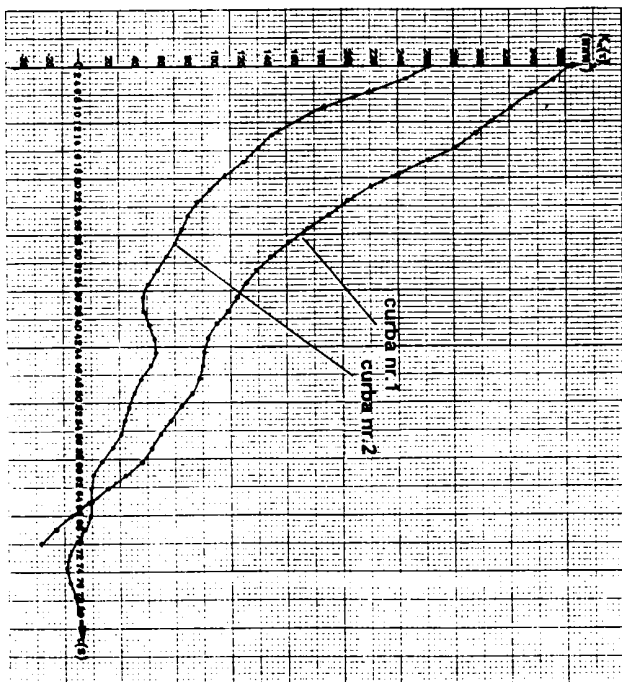


fig.3.3.4

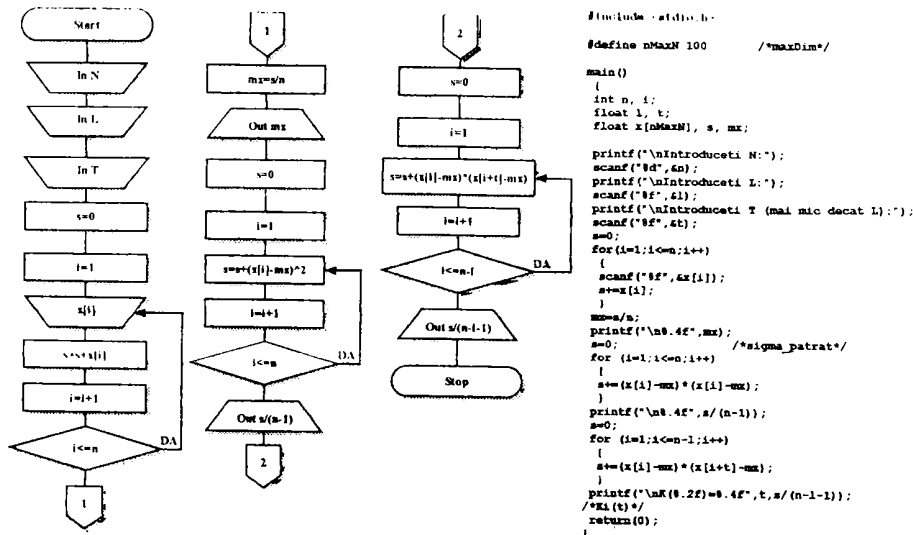


fig.3.3.3

Pentru a putea trece la aproximarea analitica a functiei de autocorelatie vom aminti cateva din proprietatile acesteia, pentru cazul stationaritatii in sens larg:

- ordonatele functiei de autocorelatie sunt intodeauna mai mici decat dispersia functiei  $K_x(0)=D_x = \sigma_x^2 \Rightarrow K_x(\tau) \leq K_x(0)$
- functia de autocorelatie este o functie para  $K_x(-\tau) = K_x(\tau)$
- proprietatile generale nu impun nici un fel de limitari privind semnul functiei de autocorelatie la  $t_1 \neq t_2$ .
- in multe aplicatii se utilizeaza functia de autocorelatie normata denumita si coeficient de corelatie, definita cu relatia:  $K_{nx}(\tau) = \frac{K_x(\tau)}{K_x(0)}$
- o caracteristica importanta a functiei de autocorelatie normate este timpul de corelatie, determinat prin relatia:  $\tau_c = \int_0^{\infty} |K_{nx}(\tau)| d\tau = \frac{1}{K_x(0)} \int_0^{\infty} |K_x(\tau)| d\tau$  Pentru  $\tau > \tau_c$  se poate considera  $|K_{nx}(\tau)| < 0,05$ , deci valorile  $X(t)$  si  $X(t+\tau)$  sunt practic independente.

In literatura si in special in lucrarile elaborate de I.DOBRE v.[B25], se gasesc numeroase variante de aproximare a functiei de autocorelatie a excitatiei pe baza careia se pot obtine o serie de informatii stohastice ale raspunsului sistemului dinamic (v. §3.3.4).

Noi vom presupune o noua relatie de aproximare, mult mai rapid convergenta si a carei integrare in diversele relatii de definitie ale fenomenului de transmitere a excitatiei este mult mai usoara. Astfel vom accepta relatia de aproximare:

$$K_x(\tau) = \sum_{k=0}^N a_{2k} \cdot \tau^{2k} \cdot e^{-a_1 \tau} \tag{3.3.41}$$

Se verifica imediat doua proprietati fundamentale, necesare pentru ergodicitate ale functiei de autocorelatie:

- $K_x(\tau) = K_x(-\tau)$  paritatea functiei
- Necesitatea ca functia de autocorelatie sa tinda la zero cand  $\tau \rightarrow \infty$

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} K_x(\tau) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=0}^n a_{2k} \cdot \tau^{2k}}{e^{a\tau}} \rightarrow \frac{\infty}{\infty}$$

Este un caz de nedeterminare care se ridica usor cu regula lui l'Hospital:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} K_x(\tau) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{(2n) \cdot a_{2n}}{e^{a\tau}} = 0$$

Curba nr.1 de pe figura 3.3.4 am aproximat-o numeric cu relatia propusa (3.3.41), pentru a verifica convergenta rapida a acesteia. Astfel avem:

$$\tau = 0 \Rightarrow K_x(0) = D_x = 359$$

$$\tau = 10^H \Rightarrow K_x(10) = 293$$

$$\tau = 20^H \Rightarrow K_x(20) = 199$$

$$\tau = 40^H \Rightarrow K_x(40) = 95$$

$$\tau = 50^H \Rightarrow K_x(50) = 75$$

$$\tau = 60^H \Rightarrow K_x(60) = 31$$

$$\tau = 65^H \Rightarrow K_x(65) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a_0 + a_2\tau^2 + a_4\tau^4 + a_6\tau^6 + a_8\tau^8) \cdot e^{-a^{10}} = 293 \\ (a_0 + a_2\tau^2 + a_4\tau^4 + a_6\tau^6 + a_8\tau^8) \cdot e^{-a^{20}} = 199 \\ (a_0 + a_2\tau^2 + a_4\tau^4 + a_6\tau^6 + a_8\tau^8) \cdot e^{-a^{40}} = 95 \\ (a_0 + a_2\tau^2 + a_4\tau^4 + a_6\tau^6 + a_8\tau^8) \cdot e^{-a^{50}} = 75 \\ (a_0 + a_2\tau^2 + a_4\tau^4 + a_6\tau^6 + a_8\tau^8) \cdot e^{-a^{65}} = 0 \end{cases}$$

Cercetarile noastre numerice ne-au aratat ca utilizarea a patru termeni din suma, nu asigura o fidelitate buna si dupa  $\tau_c$  apare o variatie brusca prea mare. Luand innsa in considerare cinci termeni se obtin rezultate excelente prezentate in graficul din fig.3.3.5. Pentru rezolvarea sistemului s-a folosit programul MathCad5 Plus sub Windows 95 si s-au obtinut valorile coeficientilor cat si ale functiei:

t	f(t)
0	359
2	357,4963531003178
4	353,0316153384877
6	345,7428596417902
8	335,8534531409022
10	323,6656370797609
12	309,5497217522623
14	293,932195371593
16	277,3797028143763
18	260,0022373876298
20	242,8347051862785
22	226,0171953647428
24	210,0749044069753
26	195,3981504962763
28	182,3031730635497
30	171,0144507207457
32	161,6493249163412
34	154,2058106258308
36	148,3544960000099
38	144,435230205532
40	141,461729064566
42	139,1290089200737
44	136,830133606287
46	135,3902344061972
48	134,6462675316146
50	133,3400337390927
52	131,4827813439252
54	130,3630979183479
56	129,45061057730435
58	128,54026756250065
60	127,95730017021068
62	127,3601939199963
64	126,9990221769348
65	2,274 10 <sup>-1</sup>

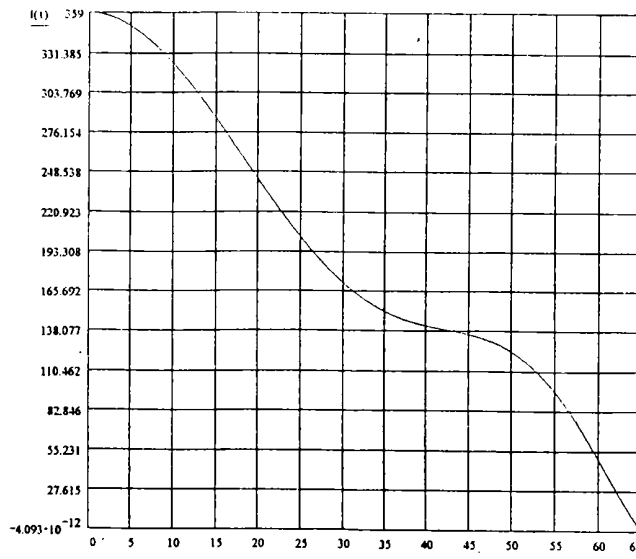


fig.3.3.5

**Calculul densitatii spectrale a excitatiei. Conform definitiei**

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_x(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} \cdot d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^n a_{2k} \tau^{2k} e^{-\alpha|\tau|} e^{-j\omega\tau} \cdot d\tau =$$

$$= \sum_{k=0}^n a_{2k} \left[ \int_0^{\infty} \tau^{2k} e^{-\alpha\tau} e^{-j\omega\tau} d\tau + \int_{-\infty}^0 \tau^{2k} e^{\alpha\tau} e^{-j\omega\tau} d\tau \right] = \sum_{k=0}^n a_{2k} \left[ \int_0^{\infty} \tau^{2k} e^{-(\alpha+j\omega)\tau} d\tau + \int_{-\infty}^0 \tau^{2k} e^{(\alpha-j\omega)\tau} d\tau \right]$$

Vom face pentru inceput analiza pas cu pas:

Fie  $k=0$

$$S_x(\omega) = a_0 \left[ \int_0^{\infty} \tau^2 e^{-(\alpha+j\omega)\tau} d\tau + \int_{-\infty}^0 \tau^2 e^{(\alpha-j\omega)\tau} d\tau \right]$$

$$I_0^I = a_0 \int_0^{\infty} \tau^2 e^{-(\alpha+j\omega)\tau} d\tau = a_0 \frac{e^{-(\alpha+j\omega)\tau}}{-(\alpha+j\omega)} \Big|_0^{\infty} = -\frac{a_0}{\alpha+j\omega} (-1) = \frac{a_0}{\alpha+j\omega}$$

$$I_0^{II} = a_0 \int_{-\infty}^0 \tau^2 e^{(\alpha-j\omega)\tau} d\tau = a_0 \frac{e^{(\alpha-j\omega)\tau}}{(\alpha-j\omega)} \Big|_{-\infty}^0 = \frac{a_0}{\alpha-j\omega} (1) = \frac{a_0}{\alpha-j\omega}$$

$$S_{x,0}(\omega) = \frac{a_0}{\alpha+j\omega} + \frac{a_0}{\alpha-j\omega} = a_0 \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}$$

Fie  $k=1$  atunci  $K_x(\tau) = a_0 e^{-\alpha|\tau|} + a_2 \tau^2 e^{-\alpha|\tau|}$

$$S_{x,1}(\omega) = S_{x,0}(\omega) + a_0 \int_{-\infty}^{\infty} \tau^2 e^{-\alpha|\tau|} e^{-j\omega\tau} d\tau = S_{x,0}(\omega) + a_2 \left[ \int_0^{\infty} \tau^2 e^{-(\alpha+j\omega)\tau} d\tau + \int_{-\infty}^0 \tau^2 e^{(\alpha-j\omega)\tau} d\tau \right]$$

Integralele se rezolva prin parti:

$$I_1^I = \int_0^{\infty} \tau^2 e^{-(\alpha+j\omega)\tau} d\tau \Rightarrow \begin{cases} u = \tau^2 \rightarrow du = 2\tau d\tau \\ dv = e^{-(\alpha+j\omega)\tau} d\tau \\ \rightarrow v = -\frac{e^{-(\alpha+j\omega)\tau}}{\alpha+j\omega} \end{cases}$$

$$I_1^I = -\frac{1}{\alpha+j\omega} \cdot \frac{\tau^2}{e^{(\alpha+j\omega)\tau}} \Big|_0^{\infty} + \frac{2}{\alpha+j\omega} \int_0^{\infty} \tau \cdot e^{-(\alpha+j\omega)\tau} d\tau$$

$$I_{1,1}^I = -\frac{1}{\alpha+j\omega} \cdot \frac{\tau^2}{e^{(\alpha+j\omega)\tau}} \Big|_0^{\infty} + \frac{1}{\alpha+j\omega} \int_0^{\infty} \tau \cdot e^{-(\alpha+j\omega)\tau} d\tau$$

$$I_1' = \frac{2}{\alpha + j\omega} \left[ \frac{1}{\alpha + j\omega} \cdot \frac{1}{\alpha + j\omega} \right] = \frac{2}{(\alpha + j\omega)^3}$$

$$I_1'' = \int_{-\infty}^0 \tau^2 \cdot e^{(\alpha - j\omega)\tau} d\tau = \underbrace{\frac{1}{\alpha - j\omega} \cdot \tau^2 \cdot e^{(\alpha - j\omega)\tau}}_{\rightarrow 0} \Big|_{-\infty}^0 - \frac{2}{\alpha + j\omega} \underbrace{\int_{-\infty}^0 \tau \cdot e^{(\alpha - j\omega)\tau} d\tau}_{I_{1,1}''}$$

$$I_{1,1}'' = \underbrace{\frac{1}{\alpha + j\omega} \cdot \tau \cdot e^{(\alpha + j\omega)\tau}}_{\rightarrow 0} \Big|_{-\infty}^0 - \frac{1}{\alpha - j\omega} \underbrace{\int_{-\infty}^0 e^{(\alpha - j\omega)\tau} d\tau}_{I_{1,1}'}$$

$$I_1'' = -\frac{2}{\alpha - j\omega} \left[ -\frac{1}{\alpha - j\omega} \cdot \frac{1}{\alpha - j\omega} \right] = \frac{2}{(\alpha - j\omega)^3}$$

$$I_1 = I_1' + I_1'' = \frac{2}{(\alpha + j\omega)^3} + \frac{2}{(\alpha - j\omega)^3} = \frac{2[(\alpha + j\omega)^3 + (\alpha - j\omega)^3]}{(\alpha^2 + \omega^2)^3} = \frac{4\alpha(\alpha^2 - 3\omega^2)}{(\alpha^2 + \omega^2)^3}$$

$$S_{x,1}(\omega) = S_{x,0}(\omega) + a_2 I_1 = a_0 \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} + a_2 \frac{4\alpha(\alpha^2 - 3\omega^2)}{(\alpha^2 + \omega^2)^3}$$

Fie  $k=2$  atunci  $K_x(\tau) = a_0 e^{a_1 \tau} + a_2 \tau^2 e^{-a_1 \tau} + a_4 \tau^4 e^{-a_1 \tau}$

$$S_{x,2}(\omega) = S_{x,1}(\omega) + a_4 \int_{-\infty}^{\infty} \tau^4 e^{-a_1 \tau} e^{-j\omega \tau} d\tau$$

$$I_2 = \underbrace{\int_0^{\infty} \tau^4 \cdot e^{-(\alpha + j\omega)\tau} d\tau}_{I_2'} + \underbrace{\int_{-\infty}^0 \tau^4 \cdot e^{(\alpha - j\omega)\tau} d\tau}_{I_2''}$$

Se gaseste imediat:

$$I_2' = \frac{24}{(\alpha + j\omega)^5};$$

$$I_2'' = \frac{24}{(\alpha - j\omega)^5} \Rightarrow I_2 = I_2' + I_2'' = \frac{24}{(\alpha + j\omega)^5} + \frac{24}{(\alpha - j\omega)^5} =$$

$$= \frac{24[(\alpha + j\omega)^5 + (\alpha - j\omega)^5]}{(\alpha + j\omega)^5 (\alpha - j\omega)^5} = \frac{48[\alpha^4 - 10\alpha^2 \omega^2 + 5\omega^4]}{(\alpha^2 + \omega^2)^5}$$

$$S_{x,2}(\omega) = a_0 \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} + a_2 \frac{4\alpha(\alpha^2 - 3\omega^2)}{(\alpha^2 + \omega^2)^3} + a_4 \frac{48\alpha(\alpha^4 - 10\alpha^2 \omega^2 + 5\omega^4)}{(\alpha^2 + \omega^2)^5}$$

De altfel calculul se simplifica observand ca avem pentru integralele care apar, niste formule generale:

$$I_k' = \int_0^{\infty} \tau^k \cdot e^{-(\alpha + j\omega)\tau} d\tau = \frac{k!}{(\alpha + j\omega)^{k+1}}$$

$$I_k'' = \int_{-\infty}^0 \tau^k \cdot e^{(\alpha - j\omega)\tau} d\tau = (-1)^k \frac{k!}{(\alpha - j\omega)^{k+1}}$$

Generalizarea se verifica imediat prin inductie completa:

$$I'_{k+1} = \int_0^{\infty} \tau^{k+1} e^{-(\alpha+j\omega)\tau} d\tau \Rightarrow \begin{cases} u = \tau^{k+1} \rightarrow du = (k+1)\tau^k d\tau \\ dv = e^{-(\alpha+j\omega)\tau} d\tau \\ \rightarrow v = -\frac{e^{-(\alpha+j\omega)\tau}}{\alpha+j\omega} \end{cases}$$

$$I'_{k+1} = -\underbrace{\frac{\tau^{k+1} e^{-(\alpha+j\omega)\tau}}{\alpha+j\omega}}_{\rightarrow 0} \Big|_0^{\infty} + \frac{k+1}{\alpha+j\omega} \underbrace{\int_0^{\infty} \tau^k \cdot e^{-(\alpha+j\omega)\tau} d\tau}_{I'_k} =$$

$$= \frac{k+1}{\alpha+j\omega} \cdot \frac{k!}{(\alpha+j\omega)^{k+1}} = \frac{(k+1)!}{(\alpha+j\omega)^{k+2}}$$

De aici rezulta evident si o formula de recurenta pentru astfel de integrale, neintalnita de noi in literatura:

$$I'_{k+1} = \frac{k+1}{\alpha+j\omega} \cdot I'_k$$

Suntem acum in masura sa calculam, de exemplu dispersia raspunsului sistemului vibrant cu un grad de libertate abordat in §3.3.4.

$$\langle y^2(t) \rangle = \sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(j\omega)|^2 S_v(\omega) d\omega =$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega^2} \left[ a_0 \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} + a_2 \frac{4\alpha(\alpha^2 - 3\omega^2)}{(\alpha^2 + \omega^2)^3} + a_4 \frac{48\alpha(\alpha^4 - 10\alpha^2\omega^2 + 5\omega^4)}{(\alpha^2 + \omega^2)^5} \right] d\omega$$

Rezulta din relatia de mai sus ca vom avea de calculat cateva integrale care au la numitor polinoame ca radacini complexe. Cu observatia ca o parte din rezultate se gasesc la calculul lui  $I$  din § 3.3.4, cu metoda reziduurilor, pe care o vom aplica in continuare. Fie:

$$J_1 = \frac{a_0 \alpha}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\left[ (\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega^2 \right] (\alpha^2 + \omega^2)}$$

Asociem functia de variabila complexa:

$$f(z) = \frac{1}{\left[ z^4 - 2\omega_n^2(1 - \xi^2)z^2 + \omega_n^4 \right] (z^2 + \alpha^2)}$$

Pentru prima paranteza mare de la numitor s-au obtinut polii (3.3.25)

Pentru cea de a doua se obtin polii:

$$z_5 = j\alpha; \quad z_6 = -j\alpha$$

Atunci:

$$f(z) = \frac{1}{(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)(z-z_4)(z-z_5)(z-z_6)} = \frac{1}{\prod_{k=1}^6 (z-z_k)}$$

Calculam reziduul functiei in punctul  $z_1$ :

$$(z_1 - z_5)(z_1 - z_6) = z_1^2 + \alpha^2 = \omega_n^2(\cos\varphi + j\sin\varphi) + \alpha^2 = (\alpha^2 + \omega_n^2 \cos\varphi) + j\omega_n^2 \sin\varphi$$

$$\rightarrow \operatorname{Re} z(f; z_1) = \frac{1}{8j\omega_n^3 ab(a+jb)[(\alpha^2 + \omega_n^2 \cos \varphi) + j\omega_n^2 \sin \varphi]}$$

In punctul  $z_4$ , reziduul este imediat:

$$\Rightarrow \operatorname{Re} z(f; z_4) = \frac{1}{8j\omega_n^3 ab(a-jb)[(\alpha^2 + \omega_n^2 \cos \varphi) - j\omega_n^2 \sin \varphi]}$$

Pentru punctul  $z_5$  avem (v. fig. 3.3.6)

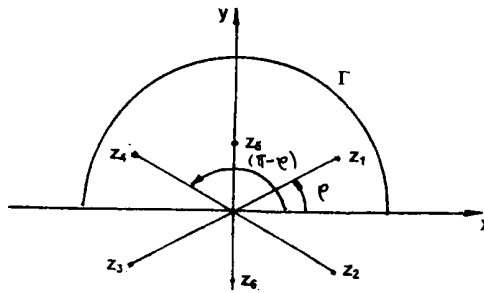


fig. 3.3.6

$$\left. \begin{aligned} z_5 - z_1 &= j\alpha - \omega_n \left( \cos \frac{\varphi}{2} + j \sin \frac{\varphi}{2} \right) \\ z_5 - z_3 &= j\alpha + \omega_n \left( \cos \frac{\varphi}{2} + j \sin \frac{\varphi}{2} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow (z_5 - z_1)(z_5 - z_3) = (\alpha^2 + \omega_n^2 \cos \varphi) + j\omega_n^2 \sin \varphi$$

$$\left. \begin{aligned} z_5 - z_2 &= j\alpha - \omega_n \left( \cos \frac{\varphi}{2} - j \sin \frac{\varphi}{2} \right) \\ z_5 - z_4 &= j\alpha + \omega_n \left( \cos \frac{\varphi}{2} - j \sin \frac{\varphi}{2} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow (z_5 - z_2)(z_5 - z_4) = (\alpha^2 + \omega_n^2 \cos \varphi) - j\omega_n^2 \sin \varphi$$

$$z_5 - z_6 = 2j\alpha$$

$$\operatorname{Re} z(f; z_5) = \frac{1}{2j\alpha[(\alpha^2 + \omega_n^2 \cos \varphi)^2 + \omega_n^4 \sin^2 \varphi]} = \frac{1}{2j\alpha(\alpha^4 + 2\alpha^2 \omega_n^2 \cos \varphi + \omega_n^4)}$$

Aven în final:  $J_1 = 2\pi j [\operatorname{Re} z(f; z_1) + \operatorname{Re} z(f; z_4) + \operatorname{Re} z(f; z_5)]$

$$J_1 = a_0 \alpha \left[ \frac{1}{4\omega_n^3 ab(a+jb)[(\alpha^2 + \omega_n^2 \cos \varphi) + j\omega_n^2 \sin \varphi]} + \frac{1}{4\omega_n^3 ab(a-jb)[(\alpha^2 + \omega_n^2 \cos \varphi) - j\omega_n^2 \sin \varphi]} \right] + \frac{1}{\alpha(\alpha^4 + 2\alpha^2 \omega_n^2 \cos \varphi + \omega_n^4)}$$

Notez cu  $c = \alpha^2 + \omega_n^2 \cos \varphi$  și  $d = \omega_n^2 \sin \varphi$

$$J_1 = a_0 \alpha \left\{ \frac{1}{4\omega_n^3 ab} \left[ \frac{1}{(a+jb)(c+jd)} + \frac{1}{(a-jb)(c-jd)} \right] + \frac{1}{\alpha(c^2 + d^2)} \right\} =$$

$$= a_0 \alpha \left[ \frac{1}{4\omega_n^3 ab} \frac{ac - bd}{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} + \frac{1}{\alpha(c^2 + d^2)} \right]$$

Au mai ramas de calculat integralele

$$J_2 = \frac{2a_2\alpha}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha^2 - 3\omega^2}{\left[(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi\omega_n^2\omega^2\right](\alpha^2 + \omega^2)^3} d\omega$$

$$J_3 = \frac{24a_4\alpha}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha^4 - 10\alpha^2\omega^2 + 5\omega^4}{\left[(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi\omega_n^2\omega^2\right](\alpha^2 + \omega^2)^5} d\omega$$

Trebuie sa recunosc ca initial, calculul celor doua integrale mi s-a parut o treaba usoara, aplicand dupa acelasi principiu ca la calculul lui  $J_1$ , metoda reziduurilor. Ulterior insa, datorita faptului ca  $z_5$  si  $z_6$  sunt poli multipli de ordinul trei si cinci, am constatat ca rezolvarea lor devine o munca enorma ce se intinde pe zeci de pagini, in care nu poti avea siguranta ca nu s-a strecurat nici o eroare. Am incercat sa rezolv problema cu ajutorul programului Mathcad 5 Plus si nu am reusit. Deoarece pe parcursul rezolvării, am gasit un procedeu interesant si nou de sistematizare a calculelor, care elimina foarte mult din posibila introducere de erori, voi reda in continuare o parte din rezultatele obtinute.

Sa notam cu  $f(\omega)$  functia de sub semnul integralei  $J_2$

$$f(\omega) = \frac{\alpha^2 - 3\omega^2}{(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_2)(\omega - \omega_3)(\omega - \omega_4)(\omega - \omega_5)(\omega - \omega_6)^3}$$

unde  $\omega$  este ca o variabila complexa, fara sa se mai schimbe notatia.

Deci:

$$J_2 = \frac{2a_2\alpha}{\pi} 2\pi \left[ \operatorname{Re}z(f; \omega_1) + \operatorname{Re}z(f; \omega_4) + \operatorname{Re}z(f; \omega_5) \right]$$

unde  $\omega_1, \omega_4, \omega_5$ , sunt radacinile din semiplanul superior.

Primele doua reziduuri se calculeaza cu usurinta asa cum am facut la calculul lui  $J_1$ , cu deosebirea ca ele au o alta forma analitica deoarece la numarator apare o functie de gradul II.

Obtinem:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}z(f; \omega_1) &= \lim_{\omega \rightarrow \omega_1} [(\omega - \omega_1)f(\omega)] = \frac{\alpha^2 - 3\omega_1^2}{\left[ \prod_{k=1}^3 (\omega_1 - \omega_k) \right] \left[ (\omega_1 - \omega_5)(\omega_1 - \omega_6) \right]^3} = \\ &= \frac{\alpha^2 - 3\omega_n^2(u + jb)}{8j\omega_n^4(u + jb) \left[ (a^2 - b^2 + \frac{\alpha^2}{\omega_n^2}) + jab \right]^3} \\ \operatorname{Re}z(f; \omega_4) &= \lim_{\omega \rightarrow \omega_4} [(\omega - \omega_4)f(\omega)] = \frac{\alpha^2 - 3\omega_4^2}{\left[ \prod_{k=1}^3 (\omega_4 - \omega_k) \right] \left[ (\omega_4 - \omega_5)(\omega_4 - \omega_6) \right]^3} = \\ &= \frac{\alpha^2 - 3\omega_n^2(-u + jb)}{8j\omega_n^4 ab(a - jb) \left[ (a^2 - b^2 + \frac{\alpha^2}{\omega_n^2}) + jab \right]^3} \end{aligned}$$

Pentru calculul reziduului in  $\omega_5$  deci  $\omega_5$  este un pol multiplu de ordin  $p$ , stiim ca [M36], [S22]:



$$\operatorname{Rez}(f; \omega_5) = \lim_{\omega \rightarrow \omega_5} \frac{1}{(p-1)!} \cdot \frac{d^{p-1}}{d\omega^{p-1}} \left[ (\omega - \omega_5)^p f(\omega) \right]$$

Pentru  $p=3$  avem:

$$\begin{aligned} \operatorname{Rez}(f; \omega_5) &= \frac{1}{2} \lim_{\omega \rightarrow \omega_5} \frac{d^2}{d\omega^2} \left[ (\omega - \omega_5)^3 f(\omega) \right] = \frac{1}{2} \lim_{\omega \rightarrow \omega_5} \frac{d^2}{d\omega^2} \left\{ (\omega - \omega_5)^3 \frac{\alpha^2 - 3\omega^2}{\left[ \prod_{k=1}^4 (\omega - \omega_k) \right] \left[ (\omega - \omega_5)(\omega - \omega_6) \right]^3} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \lim_{\omega \rightarrow \omega_5} \frac{d^2}{d\omega^2} \left[ \frac{\alpha^2 - 3\omega^2}{\left[ \prod_{k=1}^4 (\omega - \omega_k) \right] (\omega - \omega_6)^3} \right] \end{aligned}$$

Calculul acestei derivate in mod clasic, direct, este atat de lung, incat dupa multe stradanii am renuntat, cu gandul la cazul cand  $\omega_5$  este un pol de ordinul 5 si acest calcul ar fi chiar imposibil.

De aceea am incercat o descompunere in fractii simple a expresiei:

$$\begin{aligned} g(\omega) &= \frac{\alpha^2 - 3\omega^2}{\left[ \prod_{k=1}^4 (\omega - \omega_k) \right] (\omega - \omega_6)^3} \\ g(\omega) &= \sum_{k=1}^4 \frac{A_k}{\omega - \omega_k} + \frac{B_1}{\omega - \omega_6} + \frac{B_2}{(\omega - \omega_6)^2} + \frac{B_3}{(\omega - \omega_6)^3} \end{aligned}$$

unde  $A_k$  si  $B_k$  sunt niste marimi complexe !

Calculul coeficientilor  $A_k$  se face usor, dupa metoda cunoscuta din Analiza matematica, inmultind pe rand cu  $(\omega - \omega_k)$  si trecand la limita facand  $\omega \rightarrow \omega_k$  ( $k=1, 2, 3, 4$ ).  
Avem:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\alpha^2 - 3\omega_1^2}{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 - \omega_3)(\omega_1 - \omega_4)(\omega_1 - \omega_6)^3} \\ A_2 &= \frac{\alpha^2 - 3\omega_2^2}{(\omega_2 - \omega_1)(\omega_2 - \omega_3)(\omega_2 - \omega_4)(\omega_2 - \omega_6)^3} \\ A_3 &= \frac{\alpha^2 - 3\omega_3^2}{(\omega_3 - \omega_1)(\omega_3 - \omega_2)(\omega_3 - \omega_4)(\omega_3 - \omega_6)^3} \\ A_4 &= \frac{\alpha^2 - 3\omega_4^2}{(\omega_4 - \omega_1)(\omega_4 - \omega_2)(\omega_4 - \omega_3)(\omega_4 - \omega_6)^3} \end{aligned}$$

Tot atat de repede se obtine si  $B_3$ , daca se inmulteste cu  $(\omega - \omega_6)^3$  si trecand la limita  $\omega \rightarrow \omega_6$ .

$$B_3 = \frac{\alpha^2 - 3\omega_6^2}{\prod_{k=1}^4 (\omega_6 - \omega_k)}$$

Calculul lui  $B_1$  si  $B_2$  este mult mai complicat; inceand sa aplicam acelasi procedeu, vom nota:

$$h(\omega) = g(\omega) - \sum_{k=1}^4 \frac{A_k}{\omega - \omega_k} - \frac{B_3}{(\omega - \omega_6)^3}$$

Obținem:

$$h(\omega) = \frac{B_1}{(\omega - \omega_6)} + \frac{B_2}{(\omega - \omega_6)^2} \text{ sau } (\omega - \omega_6)h(\omega) = B_1 + \frac{B_2}{\omega - \omega_6}$$

sau

$$\begin{aligned} & (\omega - \omega_6) \frac{\alpha^2 - 3\omega^2}{(\omega - \omega_6)^3 \prod_{k=1}^4 (\omega - \omega_k)} - (\omega - \omega_6) \sum_{k=1}^4 \frac{A_k}{(\omega - \omega_6)} - (\omega - \omega_6) \frac{\alpha^2 - 3\omega_6^2}{(\omega - \omega_6)^3 \prod_{k=1}^4 (\omega - \omega_k)} \\ & = B_1 + \frac{B_2}{(\omega - \omega_6)} \end{aligned}$$

Pentru a determina pe  $B_1$  si  $B_2$  voi studia doua cazuri limita:  $\begin{cases} \omega \rightarrow 0 \\ \omega \rightarrow \omega_5 \end{cases}$  cu

oservatia ca:  $\begin{cases} -\omega_6 = j\alpha \\ \omega_5 - \omega_6 = 2j\alpha \end{cases}$

$$\begin{cases} \frac{\alpha^2}{(-\omega_6)^2 \prod_{k=1}^4 (-\omega_k)} - (-\omega_6) \sum_{k=1}^4 \frac{A_k}{-\omega_k} - \frac{\alpha^2 - 3\omega_6^2}{(-\omega_6)^2 \prod_{k=1}^4 (-\omega_k)} = B_1 + \frac{B_2}{-\omega_6} \\ \frac{\alpha^2 - 3\omega_5^2}{(\omega_5 - \omega_6)^2 \prod_{k=1}^4 (\omega_5 - \omega_k)} - (\omega_5 - \omega_6) \sum_{k=1}^4 \frac{A_k}{\omega_5 - \omega_k} - \frac{\alpha^2 - 3\omega_6^2}{(\omega_5 - \omega_6)^2 \prod_{k=1}^4 (\omega_5 - \omega_k)} = B_1 + \frac{B_2}{\omega_5 - \omega_6} \end{cases}$$

Din aceste relatii rezulta  $B_1$  si  $B_2$  si problema este in principiu rezolvata.

Voi prezenta in sa mai in detaliu, calculul lui  $J_3$  care este mult mai complicat si chiar in cadrul acestei metodologii am fost obligata la niste artificii de calcul, pe care le supun atentiei si le gasesc interesante.

$$J_3 = \frac{24a_4\alpha}{\pi} 2\eta [\text{Rez}(f; \omega_1) + \text{Rez}(f; \omega_4) + \text{Rez}(f; \omega_5)]$$

unde:

$$\text{Rez}(f; \omega_1) = \frac{\alpha^4 - 10\alpha^2\omega_1^2 + 5\omega_1^4}{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 - \omega_3)(\omega_1 - \omega_4)(\alpha^2 + \omega_1^2)^5}$$

$$\text{Rez}(f; \omega_4) = \frac{\alpha^4 - 10\alpha^2\omega_4^2 + 5\omega_4^4}{(\omega_4 - \omega_1)(\omega_4 - \omega_2)(\omega_4 - \omega_3)(\alpha^2 + \omega_4^2)^5}$$

Aceste reziduuri se pot calcula facand inlocuirile corespunzatoare pentru radacini; le consideram deci cunoscute. In calculul lor final trebuie separata partea reala de cea imaginara. Toata problema consta in calculul ultimului reziduu:

$$\text{Rez}(f; \omega_5) = \frac{1}{4!} \lim_{\omega \rightarrow \omega_5} \frac{d^4}{d\omega^4} \left\{ (\omega - \omega_5)^4 \frac{\alpha^4 - 10\alpha^2\omega^2 + 5\omega^4}{\left[ \prod_{k=1}^4 (\omega - \omega_k) \right] \left[ (\omega - \omega_5)(\omega - \omega_6) \right]^5} \right\} =$$

$$\Rightarrow \operatorname{Re} z(f; \omega_5) = \frac{1}{4!} \lim_{\omega \rightarrow \omega_5} \frac{d^4}{d\omega^4} \left[ \frac{\alpha^4 - 10\alpha^2 \omega^2 + 5\omega^4}{\left[ \prod_{k=1}^4 (\omega - \omega_k) \right] (\omega - \omega_6)^5} \right]$$

Notez:

$$J(\omega) = \frac{\alpha^4 - 10\alpha^2 \omega^2 + 5\omega^4}{\left[ \prod_{k=1}^4 (\omega - \omega_k) \right] (\omega - \omega_6)^5} = \sum_{k=1}^4 \frac{A_k}{\omega - \omega_k} + \sum_{k=1}^5 \frac{B_k}{(\omega - \omega_6)^k}$$

Coefficientii  $A_k$  se obtin imediat si-i vom aranja separand partile reale si imaginare:

$$A_1 = \frac{\alpha^4 - 10\alpha^2 \omega^2 + 5\omega_1^4}{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 - \omega_3)(\omega_1 - \omega_4)(\omega_1 - \omega_6)^5} = A_1^I + jA_1^{II}$$

$$A_2 = \frac{\alpha^4 - 10\alpha^2 \omega^2 + 5\omega_2^4}{(\omega_2 - \omega_1)(\omega_2 - \omega_3)(\omega_2 - \omega_4)(\omega_2 - \omega_6)^5} = A_2^I + jA_2^{II}$$

$$A_3 = \frac{\alpha^4 - 10\alpha^2 \omega^2 + 5\omega_3^4}{(\omega_3 - \omega_1)(\omega_3 - \omega_2)(\omega_3 - \omega_4)(\omega_3 - \omega_6)^5} = A_3^I + jA_3^{II}$$

$$A_4 = \frac{\alpha^4 - 10\alpha^2 \omega^2 + 5\omega_4^4}{(\omega_4 - \omega_1)(\omega_4 - \omega_2)(\omega_4 - \omega_3)(\omega_4 - \omega_6)^5} = A_4^I + jA_4^{II}$$

Calculul lui  $B_5$  este deasemenea imediat:

$$B_5 = \frac{\alpha^4 - 10\alpha^2 \omega^2 + 5\omega_6^4}{\prod_{k=1}^4 (\omega_6 - \omega_k)} = B_5^I + B_5^{II}$$

Acum incep greutatile, la calculul coeficientilor  $B_5$  ( $i=\overline{1,4}$ )

Vom nota:

$$h(\omega) = g(\omega) - \sum_{k=1}^4 \frac{A_k}{\omega - \omega_k} - \frac{B_5}{(\omega - \omega_6)^5}$$

$$\text{Deci: } h(\omega) = \sum_{k=1}^4 \frac{B_k}{(\omega - \omega_6)^k}$$

Vom considera pe rand:  $\omega \rightarrow 0$ ;  $\omega \rightarrow \omega_5$ ;  $\omega \rightarrow 2\omega_5$ ;  $\omega \rightarrow 3\omega_5$ ; observand ca:  $-\omega_6 = j\alpha$ ;  
 $\omega_5 - \omega_6 = 2j\alpha$ ;  $2\omega_5 - \omega_6 = 3j\alpha$ ;  $3\omega_5 - \omega_6 = 4j\alpha$ ;

Avem atunci:

$$h(0) = \sum_{k=1}^4 \frac{B_k}{(ja)^k}$$

$$h(\omega_5) = \sum_{k=1}^4 \frac{B_k}{2^k (ja)^k}$$

$$h(2\omega_5) = \sum_{k=1}^4 \frac{B_k}{3^k (ja)^k}$$

$$h(3\omega_5) = \sum_{k=1}^4 \frac{B_k}{4^k (ja)^k}$$

Introducem o noua notatie:  $\frac{B_k}{(ja)^k} = B_k^I$ ; atunci relatiile precedente vor deveni:

$$h(0) = \sum_{k=1}^4 B_k^I$$

$$h(\omega_s) = \sum_{k=1}^4 2^{-k} B_k^I$$

$$h(2\omega_s) = \sum_{k=1}^4 3^{-k} B_k^I$$

$$h(3\omega_s) = \sum_{k=1}^4 4^{-k} B_k^I$$

Definim astfel trei matrice:

$$\{H\} = \begin{Bmatrix} h(0) \\ 2h(\omega_s) \\ 3h(2\omega_s) \\ 4h(3\omega_s) \end{Bmatrix}, \dots [A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2^{-1} & 2^{-2} & 2^{-3} \\ 1 & 3^{-1} & 3^{-2} & 3^{-3} \\ 1 & 4^{-1} & 4^{-2} & 4^{-3} \end{bmatrix}, \dots \{B^I\} = \begin{Bmatrix} B_1^I \\ B_2^I \\ B_3^I \\ B_4^I \end{Bmatrix};$$

ceea ce ne permite sa scriem matricial sistemul de ecuatii necesare pentru determinarea  $B_k^I$  ( $i=1,4$ ) (verificare imediata):

$$[A]\{B^I\} = \{H\} \Rightarrow \{B^I\} = [A]^{-1}\{H\}$$

Calculul matricei inverse  $[A]^{-1}$  este o problema cunoscuta; Am stabilit-o direct cu ajutorul calculatorului, obtinand:

$$\begin{Bmatrix} \frac{B_1}{j\alpha} \\ \frac{B_1}{(j\alpha)^2} \\ \frac{B_1}{(j\alpha)^3} \\ \frac{B_1}{(j\alpha)^4} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & 4 & -\frac{27}{2} & \frac{32}{3} \\ \frac{3}{2} & -32 & \frac{189}{2} & -64 \\ -\frac{13}{2} & 76 & -189 & \frac{352}{3} \\ 4 & -48 & 108 & -64 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h(0) \\ 2h(\omega_s) \\ 3h(2\omega_s) \\ 4h(3\omega_s) \end{Bmatrix}$$

Deci vom avea:

$$\begin{cases} B_1 = (j\alpha) \left[ -\frac{1}{6}h(0) + 8h(\omega_s) - \frac{81}{2}h(2\omega_s) + \frac{128}{3}h(3\omega_s) \right] = B_1^I + jB_1^{II} \\ B_2 = (j\alpha)^2 \left[ \frac{3}{2}h(0) - 64h(\omega_s) + \frac{567}{2}h(2\omega_s) - 256h(3\omega_s) \right] = B_2^I + jB_2^{II} \\ B_3 = (j\alpha)^3 \left[ -\frac{13}{3}h(0) + 152h(\omega_s) - 567h(2\omega_s) + \frac{1408}{3}h(3\omega_s) \right] = B_3^I + jB_3^{II} \\ B_4 = (j\alpha)^4 \left[ 4h(0) - 96h(\omega_s) + 324h(2\omega_s) - 256h(3\omega_s) \right] = B_4^I + jB_4^{II} \end{cases}$$

Suntem acum in stare sa calculam, derivatele care ne creiau greutate:

$$\frac{d}{d\omega} g(\omega) = -\sum_{k=1}^4 \frac{A_k}{(\omega - \omega_k)^2} - \sum_{k=1}^5 B_k (+k) \frac{1}{(\omega - \omega_6)^{k+1}}$$

$$\frac{d^2}{d\omega^2} g(\omega) = 2! \sum_{k=1}^4 \frac{A_k}{(\omega - \omega_k)^3} - \sum_{k=1}^5 B_k k(k+1) \frac{1}{(\omega - \omega_6)^{k+2}}$$

$$\frac{d^3}{d\omega^3} g(\omega) = -3! \sum_{k=1}^4 \frac{A_k}{(\omega - \omega_k)^4} - \sum_{k=1}^5 B_k k(k+1)(k+2) \frac{1}{(\omega - \omega_6)^{k+3}}$$

$$\frac{d^4}{d\omega^4} g(\omega) = +4! \sum_{k=1}^4 \frac{A_k}{(\omega - \omega_k)^5} - \sum_{k=1}^5 B_k k(k+1)(k+2)(k+3) \frac{1}{(\omega - \omega_6)^{k+4}}$$

Putem sa calculam acum reziduul:

$$\text{Rez}(f; \omega_5) = \sum_{k=1}^4 \frac{A_k}{(\omega - \omega_k)^5} + \frac{1}{4!} \sum_{k=1}^5 B_k k(k+1)(k+2)(k+3) \frac{1}{(\omega - \omega_6)^{k+4}}$$

Ar mai fi o singura problema: calculul expresiilor  $(\omega_5 - \omega_k)^5$ , deoarece  $(\omega_5 - \omega_6)^{k+4}$  se calculeaza usor. Pentru prima expresie, vom incerca sa aducem paranteza la o forma trigonometrica, ca sa putem aplica formula lui Moivre.

$$\omega_5 - \omega_1 = j\alpha - \omega_n(a + jb) = -\omega_n \left[ a + j\left(b - \frac{\alpha}{\omega_n}\right) \right]$$

$$\omega_5 - \omega_2 = j\alpha - \omega_n(a - jb) = -\omega_n \left[ a - j\left(b + \frac{\alpha}{\omega_n}\right) \right]$$

$$\omega_5 - \omega_3 = j\alpha - \omega_n(-a - jb) = \omega_n \left[ a + j\left(b + \frac{\alpha}{\omega_n}\right) \right]$$

$$\omega_5 - \omega_4 = j\alpha - \omega_n(-a + jb) = \omega_n \left[ a - j\left(b - \frac{\alpha}{\omega_n}\right) \right]$$

Scriind sub forma trigonometrica, avem:

$$a + j\left(b - \frac{\alpha}{\omega_n}\right) = \sqrt{a^2 + \left(b - \frac{\alpha}{\omega_n}\right)^2} (\cos \psi_2 + j \sin \psi_2) = R_2^{1/2} e^{j\psi_2}$$

notatiile fiind evidente:  $R_2 = a^2 + \left(b - \frac{\alpha}{\omega_n}\right)^2$ ; ...  $\text{tg} \psi_2 = \frac{b - \frac{\alpha}{\omega_n}}{a}$

$$a - j\left(b - \frac{\alpha}{\omega_n}\right) = \sqrt{a^2 + \left(b - \frac{\alpha}{\omega_n}\right)^2} (\cos \psi_2 - j \sin \psi_2) = R_2^{1/2} e^{-j\psi_2}$$

$$a + j\left(b + \frac{\alpha}{\omega_n}\right) = \sqrt{a^2 + \left(b + \frac{\alpha}{\omega_n}\right)^2} (\cos \psi_1 + j \sin \psi_1) = R_1^{1/2} e^{j\psi_1}$$

$$a - j\left(b + \frac{\alpha}{\omega_n}\right) = \sqrt{a^2 + \left(b + \frac{\alpha}{\omega_n}\right)^2} (\cos \psi_1 - j \sin \psi_1) = R_1^{1/2} e^{-j\psi_1}$$

Acum calculul puterii a cincea este imediat:

$$(\omega_5 - \omega_1)^{-5} = -\omega_n^{-5} R_2^{-5/2} e^{-5j\psi_2} = -\omega_n^{-5} R_2^{-5/2} (\cos 5\psi_2 - j \sin 5\psi_2)$$

$$(\omega_5 - \omega_2)^{-5} = -\omega_n^{-5} R_2^{-5/2} e^{-5j\psi_2} = -\omega_n^{-5} R_2^{-5/2} (\cos 5\psi_2 + j \sin 5\psi_2)$$

$$(\omega_5 - \omega_3)^{-5} = \omega_n^{-5} R_1^{-5/2} e^{-5j\psi_1} = \omega_n^{-5} R_1^{-5/2} (\cos 5\psi_1 + j \sin 5\psi_1)$$

$$(\omega_5 - \omega_4)^{-5} = \omega_n^{-5} R_1^{-5/2} e^{-5j\psi_1} = \omega_n^{-5} R_1^{-5/2} (\cos 5\psi_1 - j \sin 5\psi_1)$$

Mai tinand cont ca  $\omega_5 - \omega_6 = 2j\alpha$  vom avea:

$$\frac{1}{(\omega_3 - \omega_6)^5} = \frac{1}{(2j\alpha)^5} = -\frac{j}{2^5 \alpha^5}$$

$$\frac{1}{(\omega_3 - \omega_6)^6} = \frac{1}{(2j\alpha)^6} = -\frac{j}{2^6 \alpha^6}$$

$$\frac{1}{(\omega_3 - \omega_6)^7} = \frac{1}{(2j\alpha)^7} = \frac{j}{2^7 \alpha^7}$$

$$\frac{1}{(\omega_3 - \omega_6)^8} = \frac{1}{(2j\alpha)^8} = \frac{j}{2^8 \alpha^8}$$

Cu acestea consider problema incheiata, deoarece restul sunt calcule algebrice neesentiale, care nu mai aduc lucruri noi.

### 3.4 Analiza numerica a vibratiilor fortate ale batiului

Cercetarea numerica cu element finit a vibratiilor fortate ale batiului, a fost facuta cu programul MARC MENTAT II Modelul de element finit este tot cel folosit in calculul cu programul I-DEAS MS Programul MARC a preluat modelul de element finit caruia i s-a adaugat conditia de vibratii fortate. Procesarea datelor s-a facut pentru intrega structura. In post -procesarea datelor s-a extras pentru fiecare varianta un numar de zece incremeti pentru valorile maxime ale deformatiilor pe cele trei directii iar pentru punctele de interes de pe batiu cele reprezentate in fig.3.4.1 valorile deformatiilor pe cele trei directii atat individual cat si comparativ, asa cum se poate vedea in anexele B1, B2, B3, B4. Deasemeni au fost calculate valorile tensiunilor dupa Mises, cu indicarea tensiunilor principale, energia de deformatie valori ce sunt reprezentate in anexa C.

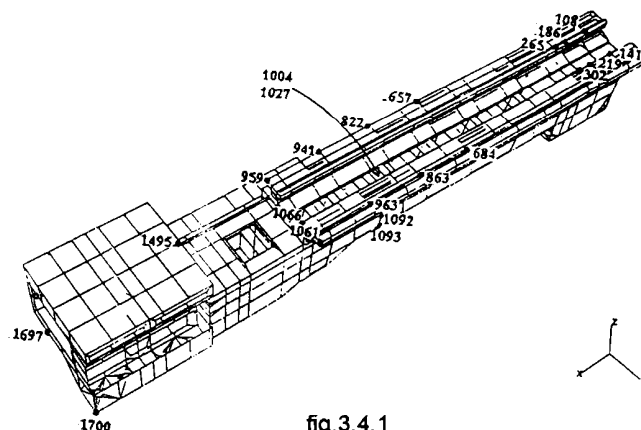


fig.3.4.1

S-au urmarit:

- a) influenta legii de variatie in timp a distributiei de presiuni pe ghidaje; acestea au fost analizate in capitolul 2 si vom introduce in calcul doua legi de variatie (notate

cu  $l_1$  pentru  $p_0=0,1$  și  $l_2$  pentru  $p_0=0,2$  v.rel.  $p_{nod} = \overline{p_{0,nod}} + p_0 \cos \varpi \cdot t$  unde vom accepta ca  $p_0 = (0,1 \dots 0,2) \overline{p_{0,nod}}$  iar  $\varpi = \frac{\pi \cdot n}{30}$  [rad/sec]

- b) influența modului de rezemare asupra stării de tensiune și deformare a batiului. Din acest punct de vedere s-au studiat cazurile când strungul este simplu rezemat pe o pardoseală din beton sau este fixat prin suruburi, prin intermediul unei plăci din cauciuc
- c) studierea stării de deformare a batiului cu grosimea peretilor de 15 mm după cele trei direcții și după direcția rezultantă
- d) cercetarea influenței amortizării asupra stării de deformări a batiului; acest punct este coroborat cu punctul b)
- e) variația stării de deformare funcție de turatia la arborele principal; acest lucru s-a făcut pentru cele mai uzuale turatii folosite la degrosare sau finisare.

Rezultatele obținute le vom analiza în detaliu în cadrul capitolului 5, odată cu interpretarea comparativă a rezultatelor teoretice și experimentale.

Din analiza graficelor prezentate în figurile 3.4.2-3.4.10 se desprind însă următoarele concluzii:

- deplasările după direcția longitudinală (x) sunt în general foarte mici, comparativ cu cele verticale și transversale, aproximativ de 10 ori mai mici, de aceea în continuare nu vom mai face referiri la ele. Situația este similară cu cea obținută la calculul static și anticipăm ca s-a regăsit în cercetarea experimentală
- deplasările pe direcția y (transversala) sunt de același ordin de mărime cu deplasările verticale (z), fiind în general mai mari numai cu 10-15 %
- pentru cele două moduri de rezemare: simpla rezemare-pe care noi am simbolizat-o cu  $a_1$ , considerând ca apare numai o amortizare structurală și fixarea prin suruburi de fundație-pe care am notat-o cu  $a_2$ , rezultatele obținute pentru toate turatiile analizate, arată ca rezemarea influențează relativ puțin variația celor două deplasări, cu valori sub 5%
- am excitat structura cu două legi de variație pentru forțele exterioare, în care componenta variabilă se modifică cu 100%. Influența asupra deplasărilor este însă evident neliniară cu variații funcție de turatie cuprinse între 20%-140%.

Rezultatele în detaliu sunt prezentate în anexa C unde pentru punctele de interes (v.fig.3.4.1) de pe structura sunt date cele trei deplasări și deplasarea rezultantă. Tot în anexa C mai sunt date aceste deplasări comparativ pentru trei puncte învecinate, se mai găsesc aici și accelerațiile acestor puncte, tensiunile după Mises, etc (v. Anexa C).

\*M17.) Notița A.M. Variația stării de deformare a unui batiu de strung normal funcție de turatia la arborele principal" Sesiunea anuală de comunicări științifice a Universității din Oradea, Secțiunea Mecanica, Rezistența Materialelor și Vibrații Oradea, 2-4 Iunie 1995, pag 37-48

## Calculul vibrațiilor forțate - deplasări pe direcția x (mm) pentru $n = 800$ rpm

$I_1, \alpha_1$  - legea 1 de distribuție a forțelor, amortizare structurală;  
 $I_2, \alpha_2$  - legea 2 de distribuție a forțelor, amortizare structurală  
 și prin suruburi de fundatie;  
 $I_3, \alpha_1$  - legea 2 de distribuție a forțelor, amortizare structurală  
 $I_3, \alpha_2$  - legea 2 de distribuție a forțelor, amortizare structurală  
 și prin suruburi de fundatie;

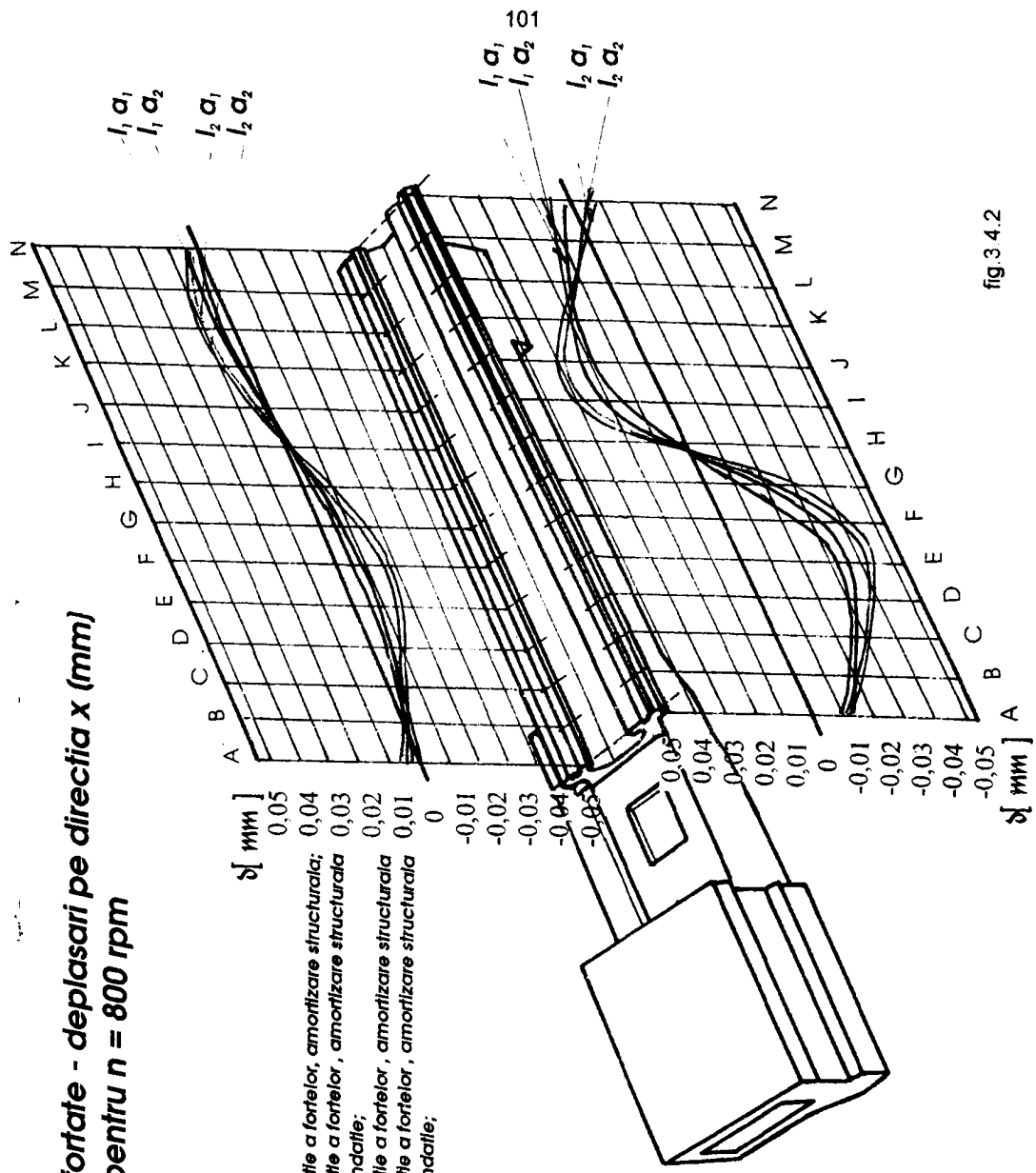


fig.3.4.2





## Calculul vibrațiilor forțate - deplasări pe direcția z (mm) pentru $n = 800$ rpm

$I_1, \alpha_1$  - legea 1 de distribuție a forțelor, amortizare structurală;  
 $I_1, \alpha_1$  - legea 1 de distribuție a forțelor, amortizare structurală  
 și prin suruburi de fundatite;  
 $I_2, \alpha_2$  - legea 2 de distribuție a forțelor, amortizare structurală  
 $I_2, \alpha_2$  - legea 2 de distribuție a forțelor, amortizare structurală  
 și prin suruburi de fundatite;

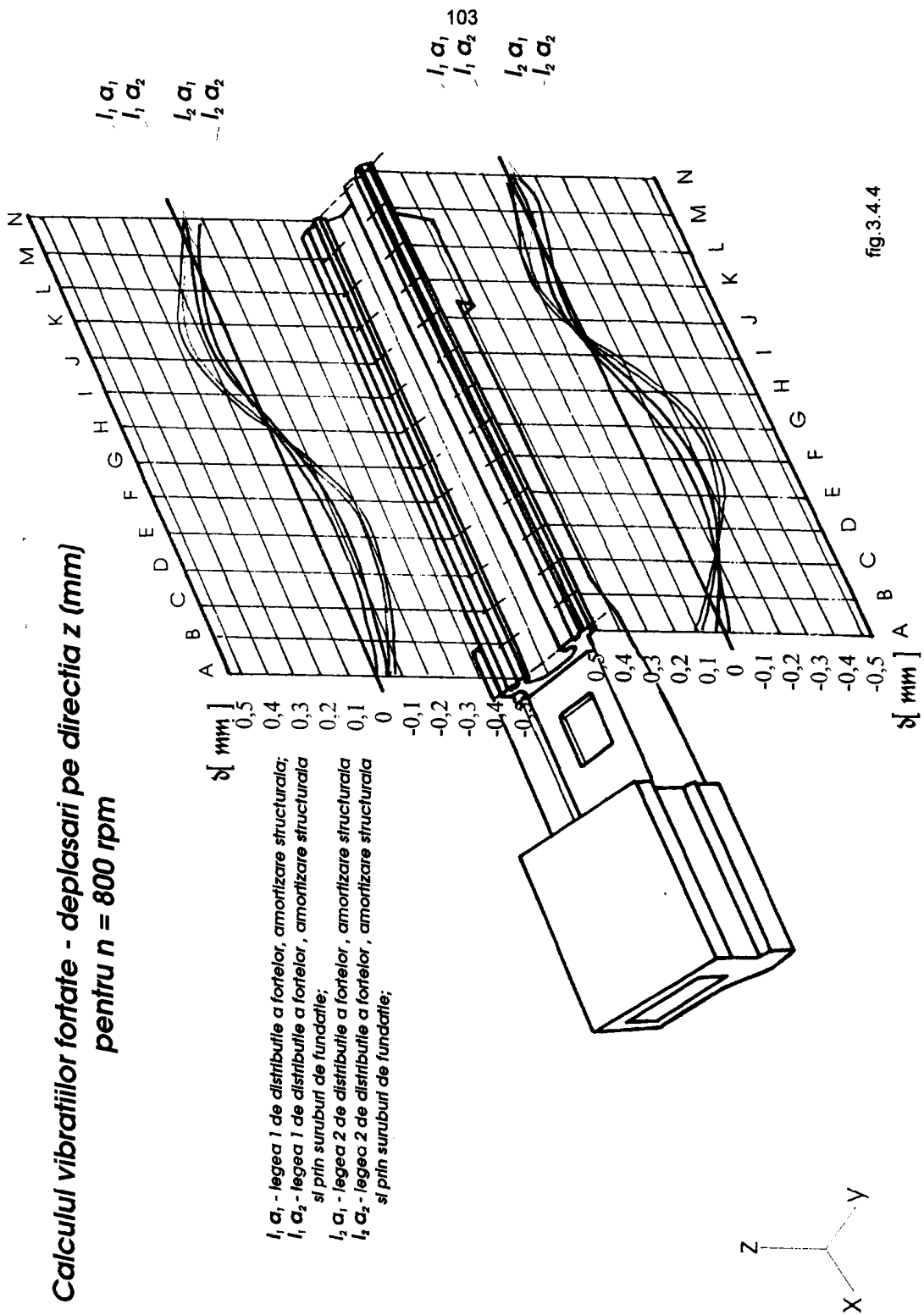


fig.3.4.4

**Calculul vibrațiilor forțate - deplasări pe direcția x (mm)  
pentru  $n = 1000$  rpm**

$l_1 a_1$  - legea 1 de distribuție a forțelor, amortizare structurală;  
 $l_1 a_2$  - legea 1 de distribuție a forțelor, amortizare structurală și prin suruburi de fundație;  
 $l_2 a_1$  - legea 2 de distribuție a forțelor, amortizare structurală;  
 $l_2 a_2$  - legea 2 de distribuție a forțelor, amortizare structurală și prin suruburi de fundație;

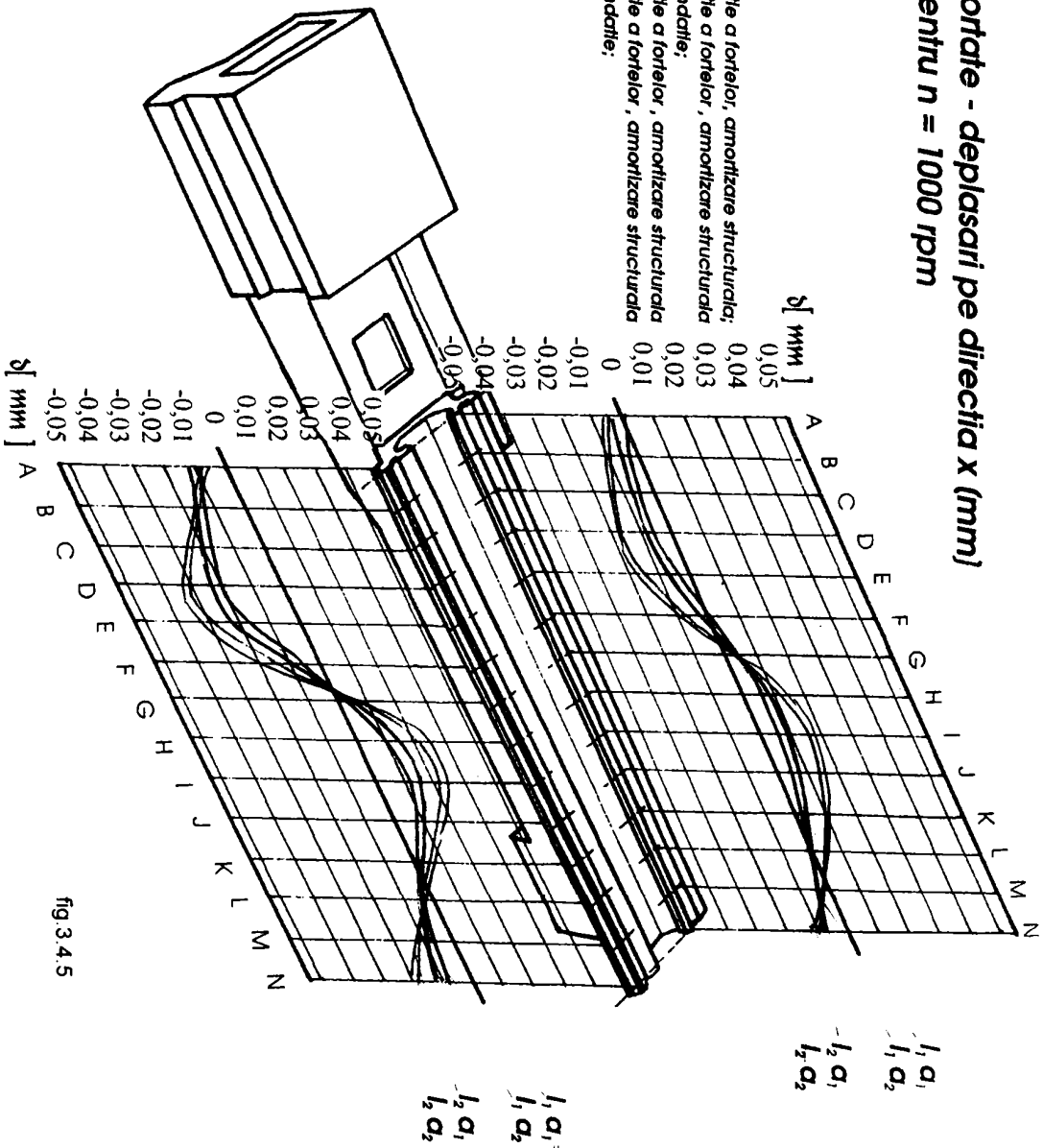


fig.3.4.5

**Calculul vibratiilor fortate - deplasari pe directia y (mm)  
pentru  $n = 1000$  rpm**

- $I_1, \alpha_1$  - legea 1 de distributie a fortelor, amortizare structurala;
- $I_1, \alpha_2$  - legea 1 de distributie a fortelor, amortizare structurala si prin suruburi de fundatie;
- $I_2, \alpha_1$  - legea 2 de distributie a fortelor, amortizare structurala
- $I_2, \alpha_2$  - legea 2 de distributie a fortelor, amortizare structurala si prin suruburi de fundatie;

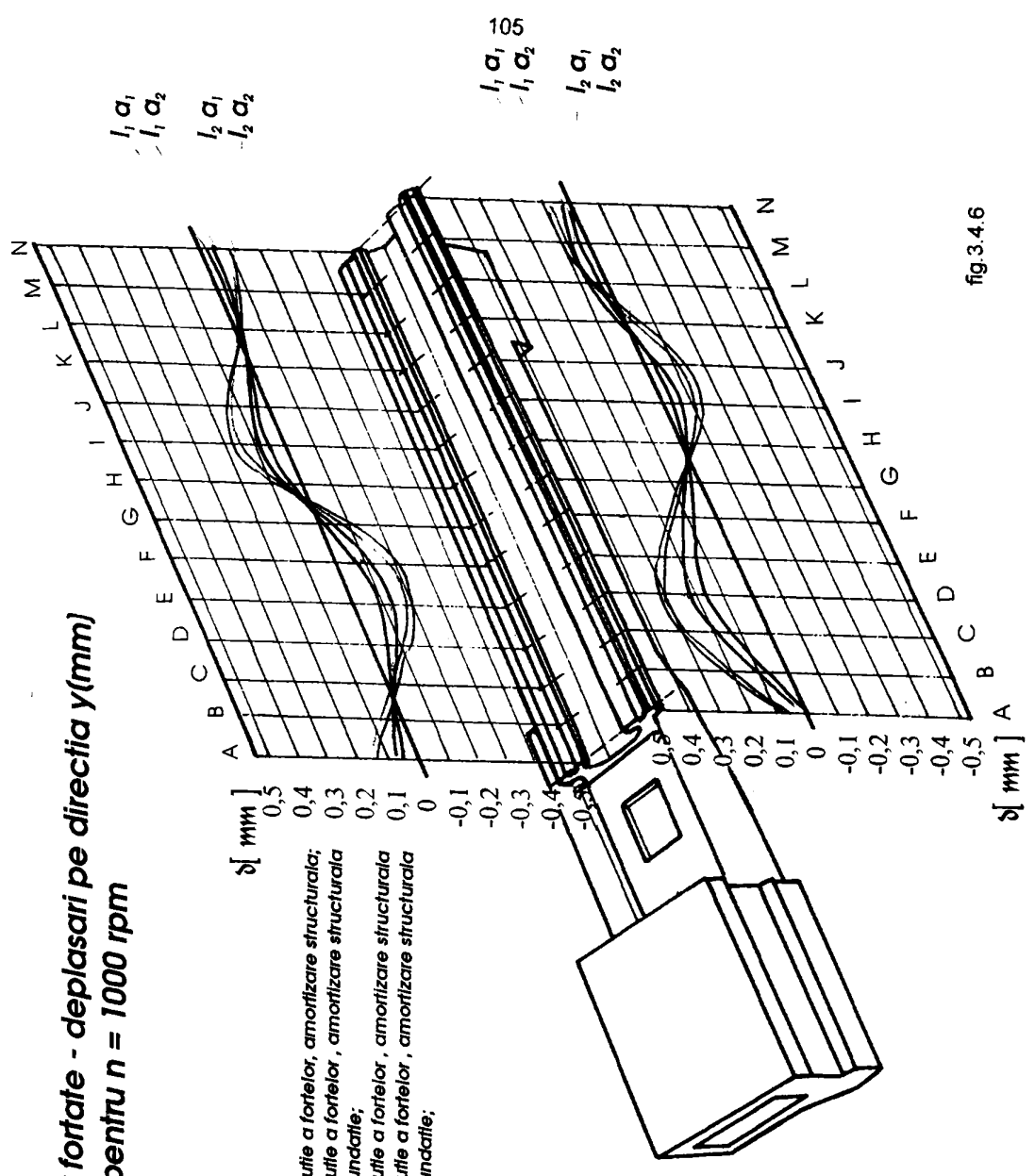


fig.3.4.6

105  
 $I_1, \alpha_1$   
 $I_1, \alpha_2$

$I_2, \alpha_1$   
 $I_2, \alpha_2$

**Calculul vibrațiilor forțate - deplasări pe direcția z (mm)  
pentru  $n = 1000$  rpm**

$l_1, a_1$  - legea 1 de distribuție a forțelor, amortizare structurală;  
 $l_2, a_2$  - legea 2 de distribuție a forțelor, amortizare structurală  
 și prin suruburi de fundație;  
 $l_1, a_1$  - legea 2 de distribuție a forțelor, amortizare structurală  
 $l_2, a_2$  - legea 2 de distribuție a forțelor, amortizare structurală  
 și prin suruburi de fundație;

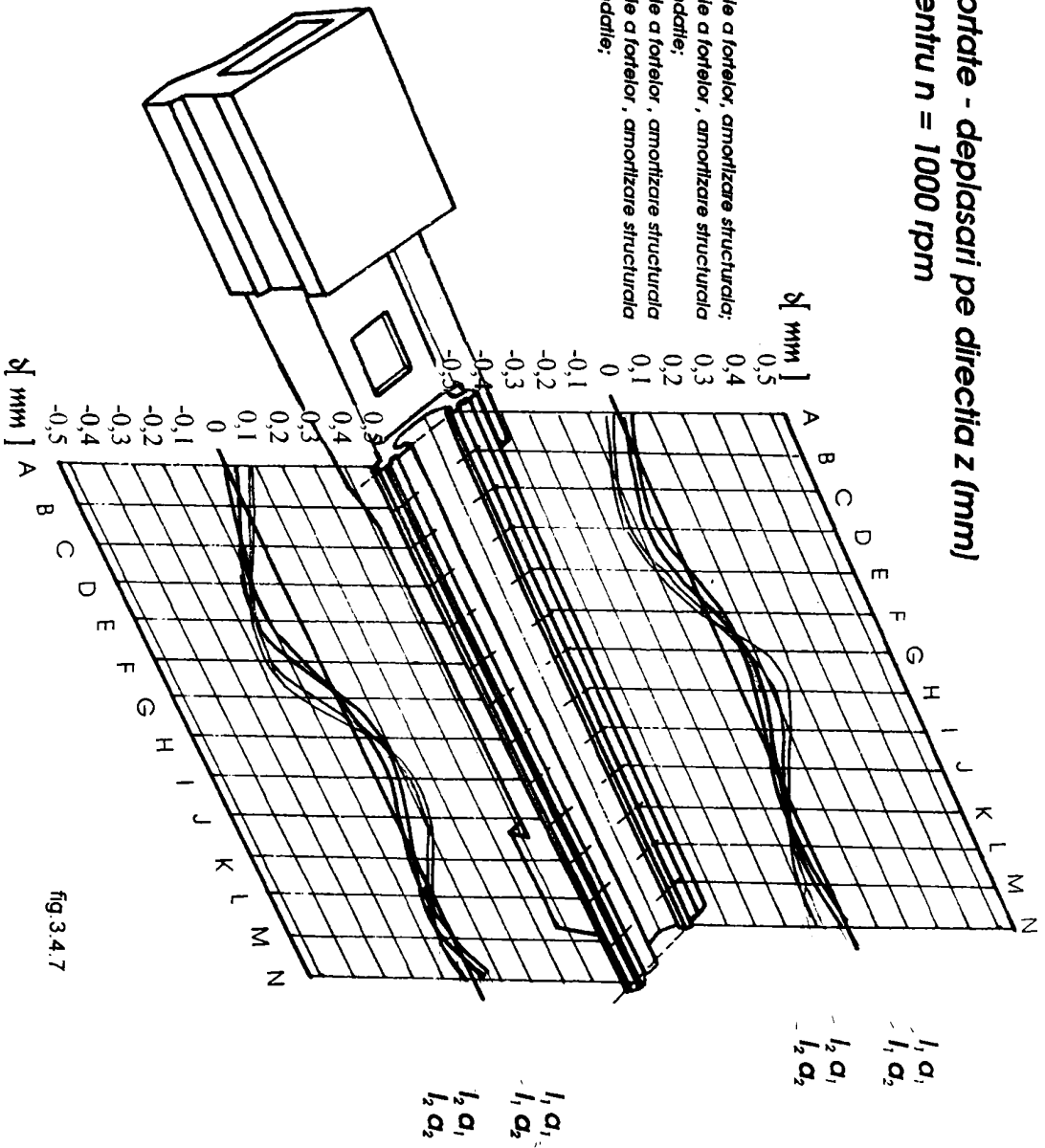


fig.3.4.7

## Calculul vibrațiilor forțate - deplasări pe direcția x (mm) pentru $n = 1\ 200\text{rpm}$

$I_1, a_1$  - legea 1 de distribuire a forțelor, amortizare structurală;  
 $I_2, a_2$  - legea 2 de distribuire a forțelor, amortizare structurală  
 și prin suruburi de fundatie;  
 $I_3, a_3$  - legea 2 de distribuire a forțelor, amortizare structurală  
 $I_4, a_4$  - legea 2 de distribuire a forțelor, amortizare structurală  
 și prin suruburi de fundatie;

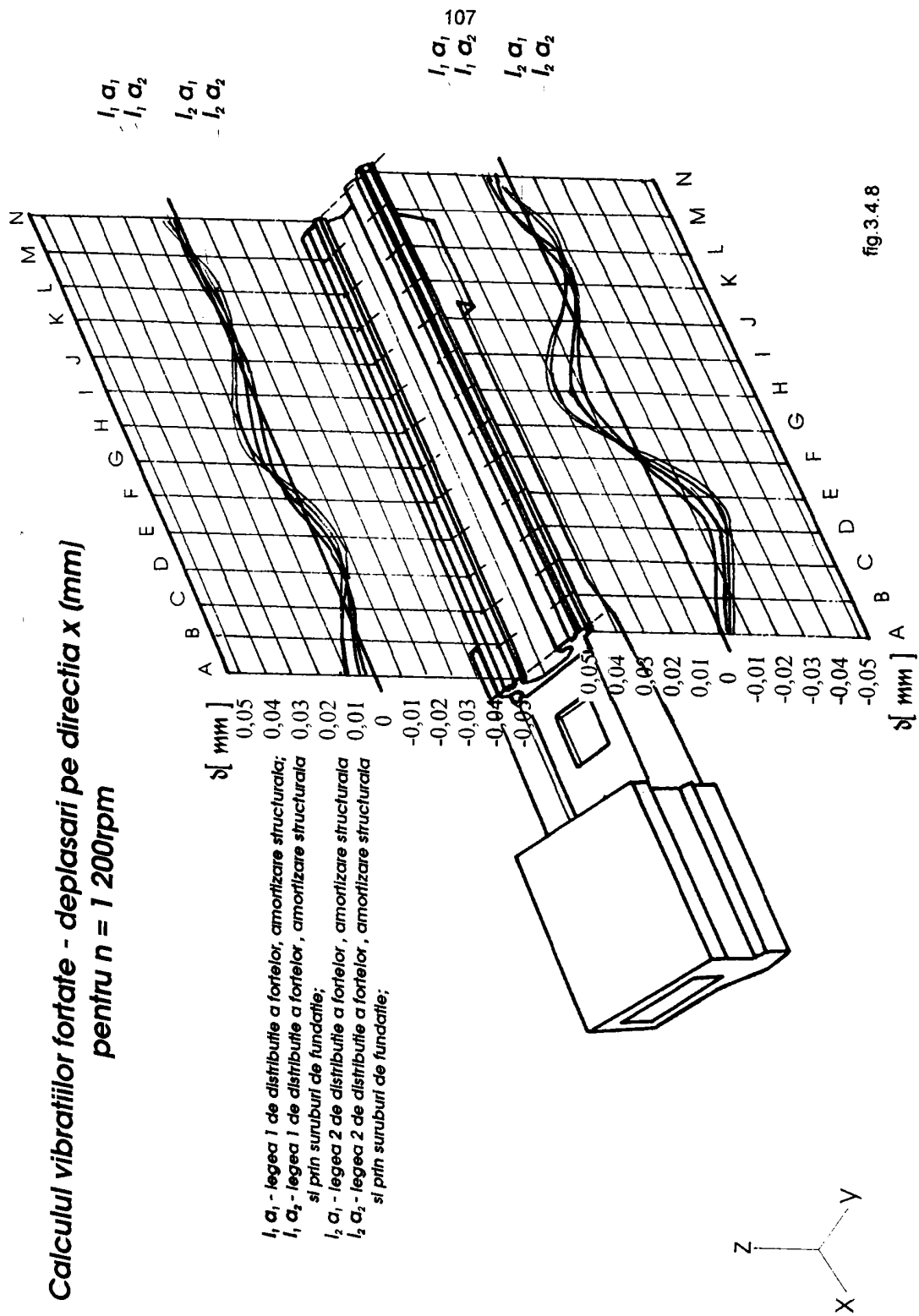
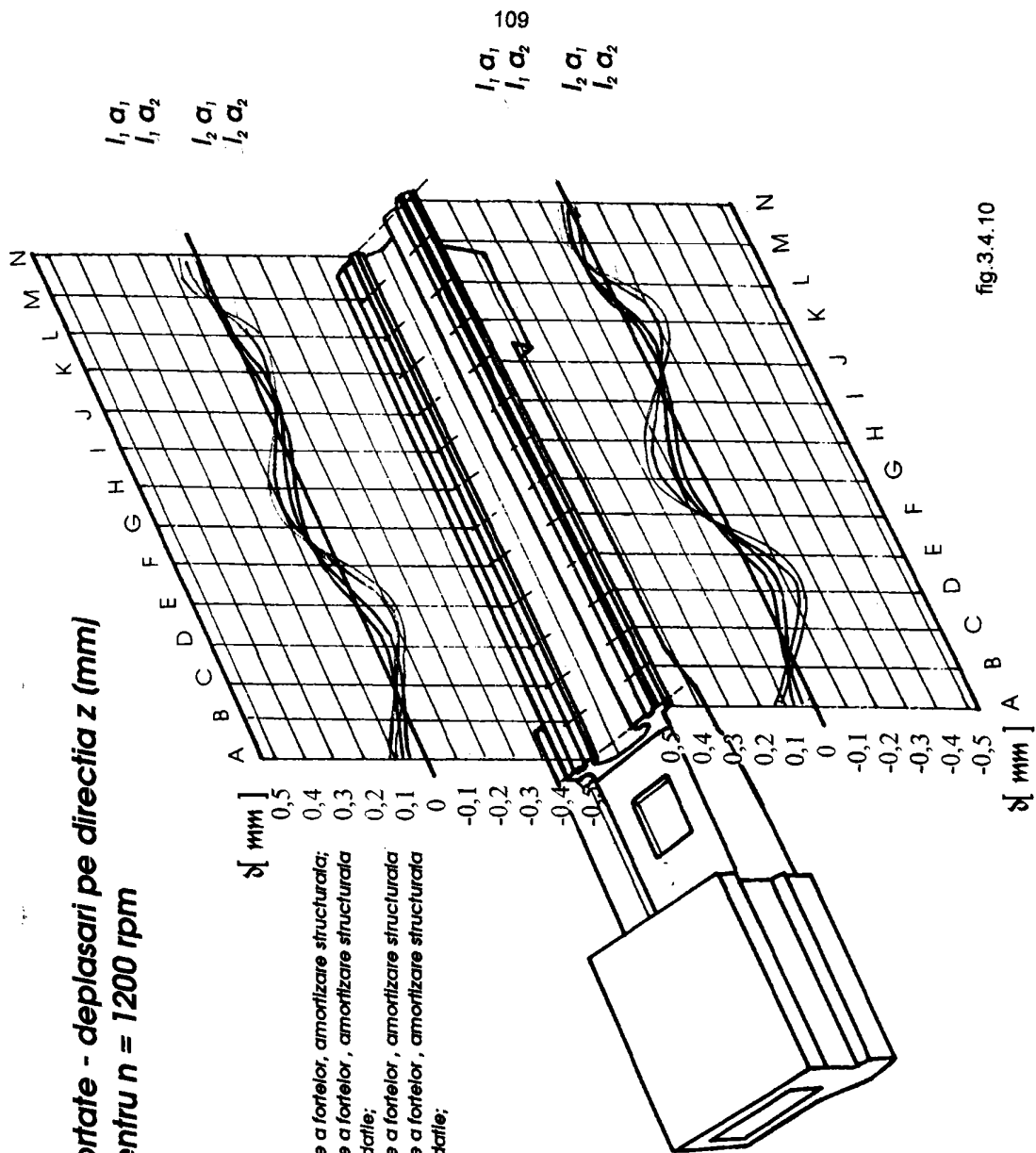


fig. 3.4.8



### Calculul vibrațiilor forțate - deplasări pe direcția z (mm) pentru $n = 1200$ rpm

$I_1, \alpha_1$  - legea 1 de distribuție a forțelor, amortizare structurală;  
 $I_1, \alpha_2$  - legea 1 de distribuție a forțelor, amortizare structurală și prin suruburi de fundație;  
 $I_2, \alpha_1$  - legea 2 de distribuție a forțelor, amortizare structurală;  
 $I_2, \alpha_2$  - legea 2 de distribuție a forțelor, amortizare structurală și prin suruburi de fundație;



$I_1, \alpha_1$   
 $I_1, \alpha_2$   
 $I_2, \alpha_1$   
 $I_2, \alpha_2$

$I_1, \alpha_1$   
 $I_1, \alpha_2$   
 $I_2, \alpha_1$   
 $I_2, \alpha_2$

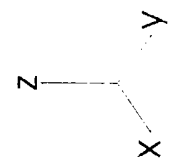


fig.3.4.10



## Capitolul 4.

### CERCETARI PRIVIND OPTIMIZAREA STRUCTURILOR DE REZISTENTA ALE STRUNGURILOR.SOLUTII COMPARATIVE.REZULTATE NUMERICE

#### 4.1 Problema generala a optimizarii structurilor de rezistenta.

##### 4.1.1 Aspecte generale in problema optimizarii

Proiectarea structurilor de rezistenta ale masinilor-unelte in general si ale strungurilor in particular, trebuie astfel facuta incat sa raspunda unor cerinte multiple, de multe ori antagoniste, privind rezistenta, rigiditatea, stabilitatea, functionabilitatea, fiabilitatea, consumul de material posibilitatile tehnologice de executie etc. Dar toata aceasta prodigioasa activitate se poate considera realizata la cel mai inalt nivel, atunci si numai atunci cand putem demonstra ca solutia obtinuta este optima. Evident acest optim nu poate fi absolut ci el se circumscrie unor cerinte functionale de limita, specifice obiectului urmarit prin proiect. De exemplu una va fi rigiditatea ceruta unei masini de rectificat si alta unui strung universal folosit mai ales pentru degrosare. De aceea vom considera "*solutia optima*" a problemei de proiectare acea solutie care conduce la cea mai buna alegere a valorilor variabilelor in conditiile indeplinirii tuturor limitarilor si restrictiilor puse. Toate metodele de proiectare optima fac apel la calcule numerice, in consecinta aplicarea lor practica este legata direct de utilizarea calculatorului. Aceste metode nu permit in general obtinerea unei solutii calitativ diferite ci conduc la alegerea celor mai bune valori, adica optimizeaza solutia in conceptia de proiectare a utilizatorului. Evolutia metodelor de optimizare este stimulata deci de existenta calculatoarelor, a necesitatii imbunatatirii conditiilor de functionare si exploatare, simultan cu cerintele de reducere a dimensiunilor si greutatii constructiei proiectate.

Importanta problemei este ilustrata in primul rand de faptul ca numarul publicatiilor in acest domeniu se dubleaza la 4-5 ani ajungand in prezent la peste 1500, iar formularile de probleme si metode de rezolvare devin din ce in ce mai variate, cu aplicatii practice in cele mai diferite domenii. De altfel problema este foarte veche, primele rezolvari fiind date inca de Galileo Galilei si Lagrange. Metodele generalizate apar insa la inceputul secolului nostru, legate de optimizarea arcelor; in deceniile 3 si 4 au fost studiate formele optime calculate in domeniul elastic; in deceniul 5 apar lucrari privind optimizarea grinzilor si cadrelor, iar in deceniul 6 incep primele lucrari privind optimizarea placilor si membranelor. Saltul major se face odata cu crearea teoriei programarii matematice si aparitia calculatoarelor de mare putere.

In literatura romana exista cateva monografii de mare valoare consacrate problemei de optimizare a elementelor si structurilor de rezistenta. In primul rand citez cartea lui Reitman M.I. si Sapiro G.S. [R4], o traducere din limba rusa in 1981, deosebit de completa si clara. Apoi cartea lui Mangeron D; Poterasu V.F.; Vulpe A [M3], aparuta la Iasi in 1980, acolo unde prin V.F. Poterasu se continua o valoroasa scoala dedicata acestei probleme; cartea lui Popescu H.; Chiroiu V. [P13], aparuta la editura Academiei in 1981; cu multe programe si aplicatii, cartea lui Dancea I. [D1], de asemenea foarte utila; cartea lui Radulescu O [R5], aceasta pe optimizarea organelor de masini.

Din literatura straina cercetata de noi, citez in primul rand lucrarile lui Opitz H si Weck M [O2], [O3], [W2], [W3], [W4], [W5], apoi Bauer C-U [B6]; Bland J.A [B21], vezi

si[B28],[C16],[C19],[C27],[E2],[F1],[G4],[G12],[H2],[K4],[L4],[M1],[M10],[N5],[P2],[P11],[T1],[Y2].

\*\*\*

Formularea modelului matematic pentru orice problema de optimizare trebuie sa ia in considerare cele trei aspecte de baza :variabilele de proiectare,restrictiile si functia obiectiv,considerand cunoscute caracteristicile mecanice ale materialelor si actiunile exterioare in scopul determinarii configuratiei geometrice si a starii lor mecanice.Tehnica modelarii,joaca un rol decisiv in aplicarea in practica a rezultatelor obtinute pe calea cercetarii unui model matematic corespunzator.

Criteriile de optimizare utilizate in practica de proiectare optima a unei structuri de rezistenta sunt:

- greutatea minima
- costul minim
- greutatea minima a materialelor de armare si rigidizare
- costuri minimax
- reducerea costului constructiei raportata la costul timpului de calcul

Aceste criterii constituie in esenta aproape toate modurile de formulare a problemei proiectarii optime, chiar daca uneori ele apar intr-o forma ascunsa. De exemplu, obtinerea structurilor de egala rezistenta, constituie variante ale criteriului de greutate minima, structurile obtinute fiind numite uneori "rationale" altelei "optime".

Merita sa subliniem si sa insistam asupra deosebirii dintre optimizare si rationalitate. Optimizarea este legata de extremarea unei functionale, in timp ce caracterul rational al unui element va presupune existenta unei functionale fiind exprimat ca o cerinta de proiectare pentru elementul studiat. Conditia de rationalitate impreuna cu celelalte ecuatii ale problemei nu trebuie sa formeze neaparat sistemul ecuatiilor Euler pentru o functionala, aceasta fiind valabila numai daca conditia de rationalitate coincide cu un optim [R4]. Trebuie subliniem ca in multe situatii prin stabilirea intuitiva a unor dimensiuni pot fi obtinute solutii mai bune decat prin optimizarea acestor parametri intr-o formulare generala, cu atat mai mult cu cat o metoda unica de rezolvare a unor probleme generale, descrise de sisteme de ecuatii diferentiale si integrale, nu exista. In particular, cand sunt cunoscuti parametrii de proiectare si nu se dau expresii ale functiei criteriu (obiectiv) poate fi aplicata trierea simpla din multimea de valori date ale vectorului  $\bar{X}$  al parametrilor de proiectare. In asemenea probleme nici calculatorul nu conduce la solutii in timp real, deoarece numarul variantelor posibile este foarte mare. Se citeaza in literatura [R4], un exemplu edificator: la proiectarea unui cadru cu 10 elemente, la care avem de ales pentru sectiuni, un numar de 20 de variabile, daca calculul viecei variante dureaza numai o secunda, calculul tuturor variantelor posibile ar dura aproximativ 400000 ani! Si problema nu este dintre cele mai complicate!

De aceea trebuie sa subliniem ca proiectarea optima are grade diferite de eficienta in functie de structurile de rezistenta analizate. Legata de aceasta afirmatie se remarca in ultimul timp o raspandire tot mai mare a metodelor de optimizare secventiale care sunt similare cu ideile expuse de noi la substructurare: initial este optimizata aproximativ constructia in ansamblu, iar ulterior se trece la optimizarea fiecarui element cu metode riguroase. Aceasta din foarte multe motive dar mai ales din cauza ca eficienta metodelor Kuhn-Tucker de exemplu este variabila pentru exemple particulare. Se aplica de fapt un procedeu de aproximatii succesive, adica

daca rezultatele optimizarilor individuale difera de rezultatele primei etape,aceasta se repeta cu modificarile corespunzatoare ale datelor de calcul.

Problema generala a proiectarii sistemelor ingineresti este mult pre dificila si importanta,astfel ca vom insista putin asupra ei.Trebuie sa facem o deosebire fundamentala intre aspectele de analiza si sinteza in procesul de proiectare,cu tot saltul calitativ facut odata cu aparitia calculatoarelor mari,pana la ora actuala procedeul cel mai uzual de proiectare consta in a concepe un sistem "candidat" si in a studia dupa aceea comportarea lui.In aceasta situatie,itinerariul de proiectare a unei structuri are urmatorul parcurs:deoarece calculul de dimensionare este imposibil de efectuat analitic (pentru structuri complexe) se porneste de la o anumita configuratie si de la anumite dimensiuni alese de proiectant,care apoi se testeaza,analizand raspunsul structurii la solicitarile date.Daca structura nu raspunde la cerintele proiectantului,acesta opereaza o serie de modificari si reface analiza ;din aproape in aproape procesul se continua pana cand proiectantul este satisfacut de proiect.In general insa proiectantul trebuie sa se asigure ca a ales sistemul optim din analiza tuturor celor candidate,problema deosebit de dificila si practic nerezolvata.Totusi calculatoarele au permis inginerului efectuarea unei analize cantitative a comportarii sistemului care pana atunci a fost examinat numai din punct de vedere calitativ.Astfel,inainte de 1960 si chiar in prezent, atentionia cercetarilor ingineresti este axata in principal pe dezvoltarea capacitatii de analiza,timp in care s-a acordat o insuficienta atentie dezvoltarii sintezei. In mecanica structurilor aceasta problema este acuta,deoarece daca analiza poate raspunde in principiu la orice intrebare,problema de sinteza nu este nici evidenta si nici solutionala,adica nu se poate raspunde eficient care este modul in care trebuie aranjata si proportionata structura pentru o utilizare optima a ei din conditii de rezistenta si rigiditate data;daca se pun in plus si conditii privind frecventele proprii,sau flambajul sau durabilitatea,problema devine de-a dreptul iresolubila.De aceea subliniem,ca o concluzie din bibliografia cercetata,ca nu exista o tehnica de optimizare automata care poate rezolva orice problema de orice natura;mai curand este necesara o metodologie de proiectare optima care poate ajuta inginerul la implementarea conceptiilor sale si sa-l ghideze in directia in care daca va continua nedefinit,va obtine un optim. [D1],[M3].

De cele mai multe ori proiectantul cunoaste care sunt necesitatile si cerintele fata de structura,dar are dificultati in a le stabili sub aspect cantitativ.De aceea initial are loc un proces de analiza functionala pe baza careia proiectantul si beneficiarul stabilesc calitativ si apoi cantitativ functiile sau operatiile care trebuiesc realizate de structura.Urmeza apoi proiectarea conceptuala care stabileste configuratia de baza si ansamblul de obiectiv;este de dorit ca in aceasta etapa sa nu eliminam structurile candidat care pot deveni ulterior eficiente.Dar cea mai importanta problema in aceasta etapa este identificarea domeniilor de variatie ale parametrilor ce descriu sisteme admisibile.Contrar unei pareri scolastice,experienta proiectantului este extrem de valoroasa si esentiala in reducerea numarului de parametri ramasi nedeterminati-care constituie dupa aceea obiectivul proiectarii optime.

Exista insa situatii-destul de frecvente-cand chiar o solutie buna este respinsa de beneficiar sau de colectivul de proiectare,care gasesc ulterior o serie de restrictii nespecificate sau impun introducerea altor restrictii de natura tehnologica.Apare astfel necesara o reoptimizare (sau postoptimizare) care conduce la un proces iterativ cu reactie inversa("feed-back"),pana cand decizia finala este mai mult de natura umana decat de programare matematica!

De multe ori se face comparatia între teoria controlului optimal și proiectarea optimală a structurilor de rezistență datorită unor fundamente matematice comune; dar în controlul optimal există întotdeauna o reacție inversă, erorile nesensizate la ieșire corectând datele de intrare. La proiectarea structurilor (optimală) este însă o problemă de alegere a elementelor, fixate pentru toată viața structurii, astfel încât un asemenea sistem este optim numai într-un anumit sens. De aceea în literatura de control, acestea sunt numite sisteme de control cu buclă deschisă.

Pe baza celor de mai sus putem preciza acum diferența esențială care există între analiza inginerască și proiectarea optimă inginerască. În analiza, soluția există iar metodele numerice sunt în general stabile. În proiectarea optimă existența unei proiectări nominale ce satisface toate obiectivele, nu este însă asigurată și deci ca atât mai mult existența unei proiectări optimale. Mai mult chiar când optimul există, metodele numerice de rezolvare sunt foarte sensibile la estimările inițiale și cer mai mult o artă de calcul pentru convergența procesului. Mai mult concluziile actuale în proiectarea optimală, pentru structuri continue concrete, afirmă că în aplicațiile practice este util să se abordeze proiectarea optimală cu metoda elementului finit. Astfel optimizarea continuului reprezintă un domeniu relativ puțin cercetat.

De altfel proiectarea structurilor elastice la greutate minimă, cu restricții asupra deplasărilor într-un punct sau în mai multe puncte, nu și-a găsit o soluționare între metodele existente specifice și nici între metodele variaționale.

#### 4.1.2 Considerații privind aspectele matematice generale ale problemelor de optimizare

Pentru obținerea soluției optime, în principiu există metode analitice și numerice. Dintre metodele analitice cele mai importante sunt cele de calcul diferențial și variațional, precum și principiul procesului de maximizare, metodele putând fi asociate cu diverse proceduri de calcul. Dintre metodele numerice, bazate pe o discretizare prealabilă a problemei (M. E. F.) se pot consemna programarea liniară și neliniară, programarea dinamică, cercetarea aleatoare și metoda ramificare și marginire. Trebuie subliniat faptul că utilizarea metodelor variaționale în proiectarea elementelor cu greutate minimă conduce la condițiile necesare de staționaritate a volumului, dar nu garantează obținerea unui volum minim local sau global.

Problemele de optimizare ca și metodele specifice de soluționare, s-au dezvoltat pe două direcții funcție de problemele concrete aparute în practică: optimizarea fără restricții (sau fără constrângeri) și optimizarea cu restricții - cea mai frecventă de altfel. În cazul optimizării fără restricții, literatura prezintă numeroase metode de rezolvare [R4], [M3], [P13], [O1], [O2]:

- metoda căutării unidimensionale
- metoda relaxării (descreșterea ciclică pe coordonate, metoda Seidel)
- metoda aleatoare de căutare
- căutarea minimului de-a lungul unei direcții (algoritmul Brent)
- metoda Powell
- metoda celei mai rapide descreșteri (metoda Cauchy, de gradient simplu)
- metoda descreșterii de ordinul doi (metoda Newton)
- metoda gradientilor conjugati (Fletcher-Reeves)
- metoda Davidon-Fletcher-Powell
- programare euristica

- metoda variatiilor locale.

Metoda variatiilor locale este cea mai simpla metoda chiar pentru programarea neliniara. Se porneste de la o aproximare initiala oarecare si se dau pe rand crestere tuturor parametrilor nedeterminati care alcatuiesc variabilele de proiectare; daca aceste crestere micsoareaza valoarea functiei obiectiv, atunci se reia procesul cu noile componente modificate, carora li se dau noi crestere. Procesul ia sfarsit cand nici una dintre componente nu mai necesita modificari.

Toate aceste metode fac parte, de fapt, din domeniile aplicative ale calculului variational iar solutiile sunt obtinute pe baza metodologiilor din teoria programarii liniare, neliniare si aleatoare. Imi permit insa sa precizez ca in toata literatura pe care am cercetat-o (indicata la bibliografie) nu am gasit rezolvate probleme complexe; se rezolva de obicei bare si sisteme de bare, grinzi si structuri din grinzi. In domeniul placilor sau invelitorilor, cazurile cecetate au formulari aproape evidente. Totusi, metodele de optimizare fara restrictii, nu pot fi neglijate, mult mai dificile, se reduc, printr-un artificiu de calcul, la prima categorie de probleme.

Metodele de rezolvare a problemelor cu restrictii sunt de asemenea destul de numeroase si fac parte din domeniul programarii neliniare. Cele mai utilizate metode sunt:

- metoda functiilor de penalizare
- metoda analizei sensibilitatii (metoda planului secret; metoda liniarizarii succesive; metoda directiilor admicibile)
- metoda gradientului proiectat (Rosen)
- formulele lui Kuhn-Tucker, etc.

Elementele fundamentale care intervin in formularea unei probleme de optimizare sunt:

- variabilele de proiectare care sunt niste cantitati numerice reale ce trebuiesc determinate in procesul de proiectare astfel incat sa asigure optimul constructiei in conditii fixate. Ele se prezinta sub forma unui vector  $\bar{X} (x_1, x_2, \dots, x_n)$  numit vectorul parametrilor de proiectare.
- restrictiile de proiectare care sunt niste conditii obligatorii pe care trebuie sa le indeplineasca variabilele proiectate, astfel incat structura sa fie realizabila. Realizarea structurii optime, tebuie sa se faca mai ales in conditiile respectarii anumitor restrictii. Autoarea tezei, spre deosebire de cele specificate in literatura, imparte aceste restrictii in doua mari categorii:

#### 1. restrictii fundamentale

#### 2. restrictii specifice

Restrictiile fundamentale se refera la faptul ca starea de tensiune si deformatie a corpului studiat trebuie sa satisfaca sistemul de 15 ecuatii al problemei fundamentale a teoriei elasticitatii, plus conditiile de compatibilitate si de margine impuse problemei.

Restrictiile specifice sunt in general restrictii de natura geometrica care asigura conditiile de functionabilitate ale structurii si limiteaza anumite dimensiuni, unghiuri, lungiri, forme de sectiuni, deplasari maxime, etc. Mai mult, in aceasta categorie de restrictii introducem si conditiile de rezistenta care impun ca tensiunile maxime sa nu depaseasca rezistentele admisibile ale materialului.

- functia obiectiv, reprezinta cheia succesului in aceasta problema si unul dintre cele mai importante si dificile aspecte ale problemei de optimizare. Ea

este deci o anumita functie a de vectorul  $\bar{X}, F(\bar{X}): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ , dependentă deci de aceleși variabile de proiectare ca și restricțiile de proiectare și a cărei extremare ne conduce la soluția optimă.

Formularea matematică cere ca:

$$\begin{cases} F(\bar{X}) \rightarrow \min \\ r_j(\bar{X}) \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} 0 \end{cases} \quad j=1,2,\dots,m \quad (4.1.1)$$

Condiția de minim cere ca:

$$\begin{cases} \nabla F(\bar{X}) = 0 \\ J = \frac{\partial^2 F(\bar{X})}{\partial x_i \partial x_j}, \text{ pozitiv definită} \end{cases} \Rightarrow \nabla F(\bar{X}) = \lambda \cdot \nabla r_j(\bar{X}), x < 0 \quad (4.1.2)$$

Rezolvarea algoritmică completă a acestei probleme de minimizare cu restricții prin (4.1.1) nu este până în prezent posibilă! Problemele formulate în acest mod sunt rezolvate în principal prin utilizarea unor procedee iterative în care fiecare pas este astfel făcut încât să se obțină o soluție "mai bună" (v.R.L.Fox[F5])

Au fost puse la punct o mare varietate de metode folosite în anumite cazuri particulare legate de forma funcției obiectiv  $F(\bar{X})$  și a relațiilor de restricții  $r_j(\bar{X})$ . Acestea pot fi împărțite în două mari categorii:

- metode directe, care se aplică în mod expres unor anumite forme ale funcției obiectiv și (sau) funcțiilor de restricții.
- metode indirecte, prin care problema cu restricții se transformă într-o problemă fără restricții

Majoritatea algoritmilor utilizați în rezolvarea problemelor de programare neliniară se bazează pe condițiile stabilite de Kuhn și Tucker în 1950, care trebuie satisfăcute de un optim cu restricții, local sau global; ele se bazează pe o generalizare a metodei clasice a multiplicatorilor lui Lagrange, pe care o vom prezenta sumar în continuare [D1],[R3],[P13].

Să formulăm deci metoda indirectă în cazul restricțiilor de egalitate:

Să determinăm minimul funcției:  $F(\bar{X}) = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  în prezența unor restricții de egalitate  $r_j(\bar{X}) = r_j(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $j = 1, 2, \dots, m < n$

Vom admite ca funcțiile  $F(\bar{X})$  și  $r_j(\bar{X})$  au derivate parțiale de ordinul I în raport cu toate variabilele  $x_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )

Utilizând metoda multiplicatorilor lui Lagrange se definește o funcție auxiliară:

$$\Phi(\bar{X}, \lambda) = F(\bar{X}) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot r_j(\bar{X}) \quad (4.1.3)$$

în care  $\lambda_1, \dots, \lambda_m$  sunt multiplicatorii lui Lagrange.

Atunci un punct staționar al funcției  $\Phi$  în raport cu toți  $x_i, \lambda_j$  (punct care ar putea fi un minim) se obține egalând cu zero derivatele parțiale de ordinul I :

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi(\bar{X}, \lambda)}{\partial x_i} = \frac{\partial F(\bar{X})}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{\partial a_j(\bar{X})}{\partial x_i} = 0; i = 1, 2, \dots, n \\ \frac{\partial \Phi(\bar{X}, \lambda)}{\partial x_j} = r_j(\bar{X}) = 0; j = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (4.1.4)$$

Aceste relatii reprezinta conditiile necesare dar nu si suficiente pentru minim. Ele satsfac si suficienta daca  $F(\bar{X})$  este convexa si  $r_j(\bar{X})$  sunt liniare.

Kuhn si Tucker au extins conceptul multiplicatorilor lui Lagrange si in cazul restrictiilor de inegalitate:

$$r_j(\bar{X}) = r_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m < n \quad (4.1.5)$$

Pentru aceasta ei au folosit un mic artificiu, introducand m variabile auxiliare reale  $w_j$ , astfel incat inegalitatile precedente sa fie transformate in egalitati:

$$r_j(\bar{X}) + w_j^2 = 0; j = 1, 2, \dots, m \quad (4.1.6)$$

Aplicam metoda multiplicatorilor lui Lagrange si definim functia auxiliara:

$$\Phi(\bar{X}, \bar{W}, \lambda) = F(\bar{X}) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot [w_j^2 + r_j(\bar{X})] \quad (4.1.7)$$

Vom obtine un punct stationar daca sunt indeplinite conditiile:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi(\bar{X}, \bar{W}, \lambda)}{\partial x_i} = \frac{\partial F(\bar{X})}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{\partial a_j(\bar{X})}{\partial x_i} = 0; i = 1, 2, \dots, n \\ \frac{\partial \Phi(\bar{X}, \bar{W}, \lambda)}{\partial x_j} = r_j(\bar{X}) + w_j^2 = 0; j = 1, 2, \dots, m \\ \frac{\partial \Phi(\bar{X}, \bar{W}, \lambda)}{\partial w_j} = 2\lambda_j w_j = 0; j = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (4.1.8)$$

Din acest sistem putem insa elimina marimile  $w_j$  care sunt numai niste variabile auxiliare. Rezulta astfel:

$$\begin{cases} \frac{\partial F(\bar{X})}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{\partial a_j(\bar{X})}{\partial x_i} = 0; i = 1, 2, \dots, n \\ r_j(\bar{X}) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m < n \\ \lambda_j r_j(\bar{X}) = 0; j = 1, 2, \dots, m < n \end{cases} \quad (4.1.9)$$

Kuhn si Tucker mai adauga:  $x_j \geq 0$

Aceasta este una din metodele indirecte care ne asigura conditiile necesare pentru un minim local si/sau global si de care ne vom folosi in paragraful urmatoare.

#### 4.2 Asupra optimizării plăcilor cu rigiditate impusă

În intenția pe care o avem de a optimiza substructura, redusă la o placă plană dreptunghiulară, vom reda în continuare o schemă logică de rezolvare a problemei. De la teoria plăcilor dreptunghiulare [B16],[B17],[T5] știm că toate marimile mecanice care caracterizează o placă se pot exprima cu ajutorul aceleiași funcții rezolvante  $w=w(x,y)$ , pentru care am găsit în literatură [T3],[T9] zeci de forme analitice, toate însă exprimate pentru diverse cazuri particulare, care prezentau fie simetrii, fie posibilități de dezvoltare în serie a încărcării, etc. Să facem pentru început un scurt "remember" al relațiilor de calcul din teoria plăcilor dreptunghiulare care ne va ajuta la precizarea notațiilor, fixarea ideilor și susținerea celor afirmate. Pentru reprezentarea din fig.2.3.18.

- deformațiile specifice

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$\gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

- eforturi sectionale

$$M_x = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$M_y = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$M_{xy} = M_{yx} = -D(1-\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

- tensiuni

$$\sigma_x = -\frac{Ez}{1-\mu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$\sigma_y = -\frac{Ez}{1-\mu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{Ez}{1-\mu^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$T_x = -D \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$T_y = -D \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

Din studiul conjugat al celor trei aspecte se obține în final ecuația lui Sophie-Germain:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \quad \text{unde } D = \frac{E \cdot h^3}{12(1-\mu^2)}, \text{ rigiditatea la încovoiere a plăcii}$$

Se știe de asemenea că soluția generală a acestei ecuații este formată dintr-o integrală particulară a ecuației neomogene  $f(x,y)$  care în general poate fi determinată întotdeauna și o funcție biarmonică  $\Phi(x,y)$ , care de asemenea nu este greu de ales.

$w = f(x,y) + \Phi(x,y)$ . Trebuie precizat că nu orice funcție biarmonică ce satisface ecuația Sophie-Germain constituie o soluție!; ea trebuie să satisfacă și condițiile la limita date și în această constă dificultatea problemei. De obicei suntem nevoiți a integra ec. Sophie-Germain prin serii.

- condițiile de contur

- contur simplu rezemat

$$w = 0$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0; \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

- contur liber

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2-\mu) \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial x^2} = 0$$

- contur încadrat

$$w = 0$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0;$$



Placa de care ne ocupam este un caz cu totul particular pe care nu l-am gasit nici cel putin sugerat in literatura. Singura referire la o situatie mai apropiata este in [T9], pag. 292 unde se spune: "cazul unei placi dreptunghiulare avand prescrise deplasările cat si momentele incovoietoare de-a lungul a doua margini opuse si avand diferite conditii de contur a fost studiat de H.J. Fletcher si C. Thorne. J. Appl. Mechanics, vol 19, p. 361/1952 lucrare pe care personal nu am gasit-o. Presupun ca si aici ca si in alte exemple din Timoshenko se accepta conditi de simetrie care simplifica enorm de mult calculul, ceea ce nu este cazul in problema noastra. Am incercat pe cat posibil sa pastrez notatiile consacrate din teoria placilor.

Ideea de baza consta din a inlocui actiunea nervurilor de rigidizare cu niste forte de tip Wickler-Zimmerman  $F=k w$ ;  $k$  presupus o constanta cunoscuta. Elementele initiale ar fi (v. fig. 4.2.1):

- conditiile mixte pe contur, care sunt:  $\Gamma_{\sigma, \tau}$  - pe aceasta zona se considera ca sunt date tensiuni normale si tangentiale care reprezinta solicitarea exterioara, respectiv, presiunea admisibila pe ghidaje;  $\Gamma_{w, \tau}$ ;  $\Gamma_{w, \sigma}$  - acestea sunt marginile de sectionare ale substructurii, pe care consideram ca sunt date deplasările ("impuse") determinate dintr-un calcul anterior. Aici se sesizeaza prima deficiente legata de faptul ca pe cele doua margini avem deplasări diferite;  $\Gamma_f$  - este o zona libera de sarcini a conturului, pe care vom pune tot conditii la limita in tensiuni scriind ca ele sunt nule pe aceasta zona.
- parametrii de proiectare cu care vom lucra, ii vom considera ca fiind:  $l = x_i - x_{i-1}$  = distanta dintre doua nervuri transversale si  $h$  = grosimea placii si a nervurilor
- restrictiile de proiectare sunt de forma:  $h_{\min} \leq h \leq h_{\max}$  - valoarea  $h_{\min}$  rezulta din conditii tehnologice (de turnare de exemplu); - valoarea  $h_{\max}$  este apreciata pe baza unor rezultate obtinute pe modelele mai vechi;  $|w_{\max}| \leq w_a$  - valoarea admisibila fiind impusa de proiectant;  $l_{\min} \leq l \leq a$ , unde  $l_{\min}$  este dictat de conditia de functionare, privind posibilitatea de evacuare a aschiilor, etc.
- functia obiectiv o voi considera reprezentata de suprafata elastica a placii  $w = w(h, l)$  iar criteriul de optimizare va fi rigiditatea maxima la greutate minima.

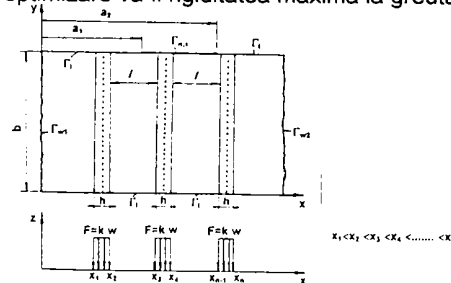


fig. 4.2.1

Gasirea acestei functii obiectiv este scopul principal al acestui paragraf. Prima problema care a trebuit s-o rezolv a fost aceea de exprimare a sarcinii exterioare; pentru aceasta m-am folosit de ideea de scriere a functiilor crenelate, astfel:

$$F = \sum_{i=1}^{n-1} k w [H(x - x_i) - H(x - x_{i+1})] \quad (4.2.1)$$

unde prin definitie  $H(x-x_i) = \begin{cases} 0, x < x_i \\ 1, x \geq x_i \end{cases}$ . Am abandonat ideea unei functii similare pe directia y, deoarece in aceasta directie sarcina este continua si in orice caz vom face integrarea pe intreg domeniul de definitie. Atunci ecuatia diferentiala a placii, pentru  $p \equiv 0$  obtine forma:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial^2 x \partial^2 y} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{k w}{D} \sum_{i=1}^{n-1} [H(x-x_i) - H(x-x_{i+1})] = 0 \quad (4.2.2)$$

Deoarece nu putem folosi dezvoltari in serie, vom incerca o solutie aproximativa, trunchiata de forma:  $w \cong \sum_{j=1}^N Y_j(y) \varphi_j(x)$  (4.2.3)

Functiile  $\varphi_j(x)$  trebuie astfel alese incat sa satisfaca anumite conditii de margine. In situatiile cunoscute din teoria placilor, cand avem margini rezemate sau intepenite functiile  $\varphi_j(x)$  sunt de obicei niste functii trigonometrice care au avantajul substantial ca formeaza sisteme ortogonale de functii si ecuatiile se decupleaza reducandu-se la rezolvarea unor ecuatii liniare cu derivate ordinare, ceea ce revine la o problema relativ simpla. In cazul nostru lucrurile se complica pe cele doua margini de lungime b, avem date deplasari diferite  $w_1$  si  $w_2$ . Pentru a scrie functiile  $\varphi_j(x)$  am gasit pana la urma un artificiu pe care-l consider interesant: fac o translatie a suprafetei mediane a placii astfel incat pe cele doua margini sa am deplasari adimensionale egale ce 1 si -1

O astfel de functie poate fi de forma:  $\varphi_j(x) = 1 - \frac{2x}{a} + \sin \frac{j\pi x}{a} = \begin{cases} 1, x = 0 \\ -1, x = a \end{cases}$  (4.2.4)

Presupunand  $w_1 > w_2$ , vom face o transformare de functie:  $w \rightarrow \tilde{w}$  de forma:

$$\tilde{w} = \frac{(w - \frac{w_1 + w_2}{2})}{\frac{w_1 - w_2}{2}} = (w - \frac{w_1 + w_2}{2}) \frac{2}{w_1 - w_2} \quad (4.2.5)$$

Sa verificam proprietatea enuntata: daca  $\begin{cases} w = w_1 \Rightarrow \tilde{w} = 1 \\ w = w_2 \Rightarrow \tilde{w} = -1 \end{cases}$ ; De aici gasim ca:

$$w = \frac{w_1 - w_2}{2} \tilde{w} + \frac{w_1 + w_2}{2} \quad (4.2.6)$$

Pentru generalitatea rezultatelor, vom trece in adimensional si vom nota:

$$\frac{x}{a} = \xi \text{ si } \frac{y}{b} = \eta \quad (4.2.7)$$

Ecuatia diferentiala Sophie-Germain devine:

$$\frac{w_1 - w_2}{2} \left( \frac{1}{a^4} \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \xi^4} + 2 \frac{1}{a^2 b^2} \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \frac{1}{b^4} \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \eta^4} \right) + \frac{k}{D} \left( \frac{w_1 - w_2}{2} \tilde{w} + \frac{w_1 + w_2}{2} \right) \sum_{r=1}^{n-1} [H(\xi - \xi_r) - H(\xi - \xi_{r+1})] = 0$$

sau daca mai notam:  $\alpha = \frac{a}{b}$

$$\frac{w_1 - w_2}{2 a^4} \left( \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \xi^4} + 2 \alpha^2 \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \alpha^4 \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \eta^4} \right) + \frac{k}{D} \left( \frac{w_1 - w_2}{2} \tilde{w} + \frac{w_1 + w_2}{2} \right) \sum_{r=1}^{n-1} [H(\xi - \xi_r) - H(\xi - \xi_{r+1})] = 0$$

Ordonam si obtinem:

$$\frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \xi^4} + 2\alpha^2 \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \alpha^4 \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \eta^4} + \left( \frac{k\alpha^4}{D} \tilde{w} + \frac{k\alpha^4}{D} \frac{w_1 + w_2}{2} \right) \sum_{r=1}^{n-1} [H(\xi - \xi_r) - H(\xi - \xi_{r+1})] = 0$$

Mai introducem notiile:  $\frac{k\alpha^4}{D} = \beta$  si  $\frac{w_1 + w_2}{w_1 - w_2} = k_1$  (4.2.8)

Avem atunci in definitiv:

$$\frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \xi^4} + 2\alpha^2 \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \alpha^4 \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \eta^4} + (\beta \cdot \tilde{w} + k_1 \beta) \sum_{r=1}^{n-1} [H(\xi - \xi_r) - H(\xi - \xi_{r+1})] = 0 \quad (4.2.9)$$

In aceste conditii functiile (4.2.4) pe care le voi numi functii de modelare a solutiei sunt

$$\varphi_j(\xi) = 1 - 2\xi + \sin j\pi\xi, \quad j = \overline{1, N} \quad \text{cu } \varphi_j(0) = 1 \text{ si } \varphi_j(1) = -1 \quad (4.2.10)$$

Solutia (4.2.3) va deveni:  $\tilde{w}(\xi, \eta) \cong \sum_{j=1}^N Y_j(\eta) \varphi_j(\xi)$  (4.2.11)

Aceasta solutie va verifica aproximativ ecuatia (4.2.9) si vom avea:

$$\sum_{j=1}^N \left\{ Y_j(\eta) \varphi_j^{(4)}(\xi) + 2\alpha^2 Y_j''(\eta) \varphi_j''(\xi) + \alpha^4 Y_j^{(4)}(\eta) \varphi_j(\xi) + \beta Y_j(\eta) \varphi_j(\xi) \sum_{r=1}^{n-1} [H(\xi - \xi_r) - H(\xi - \xi_{r+1})] \right\} + k_1 \beta \sum_{r=1}^{n-1} [H(\xi - \xi_r) - H(\xi - \xi_{r+1})] \cong 0$$

Aplicand un procedeu de tip Galerkin, se inmulteste cu  $\varphi_i(\xi)$  si se integreaza dupa  $\xi$  pe  $[0, 1]$ .

$$\sum_{j=1}^N \int_0^1 \varphi_i(\xi) \left\{ Y_j(\eta) \varphi_j^{(4)}(\xi) + 2\alpha^2 Y_j''(\eta) \varphi_j''(\xi) + \alpha^4 Y_j^{(4)}(\eta) \varphi_j(\xi) + \beta Y_j(\eta) \varphi_j(\xi) \sum_{r=1}^{n-1} [H(\xi - \xi_r) - H(\xi - \xi_{r+1})] \right\} d\xi + k_1 \beta \sum_{r=1}^{n-1} \int_0^1 \varphi_i(\xi) [H(\xi - \xi_r) - H(\xi - \xi_{r+1})] d\xi = 0, i = \overline{1, N}$$

Pentru simplificarea scrierii introducem notiile:

$$A_{ij} = \alpha^4 \int_0^1 \varphi_i(\xi) \varphi_j(\xi) d\xi; \quad B_{ij} = 2\alpha^2 \int_0^1 \varphi_i(\xi) \varphi_j''(\xi) d\xi; \quad \tilde{C}_{ij} = 2\alpha^2 \int_0^1 \varphi_i(\xi) \varphi_j^{(4)}(\xi) d\xi$$

$$D_{ij}^r = \beta \int_0^1 \varphi_i(\xi) \varphi_j(\xi) H(\xi - \xi_r) d\xi; \quad E_i^r = k_1 \beta \int_0^1 \varphi_i(\xi) H(\xi - \xi_r) d\xi \quad (4.2.12)$$

Cu aceste notatii ecuatia precedenta devine:

$$\sum_{j=1}^N \left\{ A_{ij} Y_j^{(4)}(\eta) + B_{ij} Y_j''(\eta) + \left[ \tilde{C}_{ij} + \sum_{r=1}^{n-1} (D_{ij}^r - D_{ij}^{r+1}) \right] Y_j(\eta) \right\} + \sum_{r=1}^{n-1} (E_i^r - E_i^{r+1}) = 0 \quad (4.2.13)$$

Mai notam:  $C_{ij} = \tilde{C}_{ij} + \sum_{r=1}^{n-1} (D_{ij}^r - D_{ij}^{r+1})$ ;  $D_i = \sum_{r=1}^{n-1} (E_i^r - E_i^{r+1})$  (4.2.14)

Astfel (4.2.13) devine:

$$\sum_{j=1}^N \left\{ A_{ij} Y_j^{(4)}(\eta) + B_{ij} Y_j''(\eta) + C_{ij} Y_j(\eta) \right\} + D_i = 0 \quad (4.2.15)$$

Spre deosebire de cazurile relativ banale, cu conditii la limita nule cand problema se reduce la o singura ecuatie diferentiala ordinare, aici avem un sistem de N ecuatii diferentiale ordinare, de ordinul IV. Problema fiind mai complexa nu permite decuplarea ecuatiilor fiind obligati datorita conditiilor la limita, sa alegem un sistem de functii (4.2.10) care nu sunt ortogonale. Sa explicitam coeficientii (4.2.12)

$$A_y = \alpha^4 \int_0^1 \varphi_1(\xi) \varphi_1(\xi) d\xi = \alpha^4 \int_0^1 (1 - 2\xi + \sin i \pi \xi)(1 - 2\xi + \sin j \pi \xi) d\xi = \alpha^4 \int_0^1 [1 - 4\xi + 4\xi^2 + (\sin i \pi \xi + \sin j \pi \xi) - 2\xi(\sin i \pi \xi + \sin j \pi \xi) + (\sin i \pi \xi \sin j \pi \xi)] d\xi$$

Sunt aici cateva integrale de care vom avea nevoie tot timpul:  $\int_0^1 d\xi = 1$ ;  $\int_0^1 \xi \cdot d\xi = \frac{1}{2}$ ;  $\int_0^1 \xi^2 \cdot d\xi = \frac{1}{3}$ ;  $\int_0^1 \cos i \pi \xi \cdot d\xi = 0$

$$\int_0^1 \sin i \pi \xi \cdot d\xi = \begin{cases} 0, \text{daca } i = 2k \\ \frac{2}{(2k+1)\pi}, \text{daca } i = 2k+1 \end{cases}; \int_0^1 \xi \sin i \pi \xi \cdot d\xi = \begin{cases} -\frac{1}{2k\pi}, \text{daca } i = 2k \\ \frac{1}{(2k+1)\pi}, \text{daca } i = 2k+1 \end{cases}; \int_0^1 \sin i \pi \xi \sin j \pi \xi \cdot d\xi = \begin{cases} 0, \text{daca } i \neq j \\ \frac{1}{2}, \text{daca } i = j \end{cases}$$

$$B_y = 2\alpha^2 \int_0^1 \varphi_1(\xi) \varphi_1''(\xi) d\xi = 2\alpha^2 \int_0^1 (1 - 2\xi + \sin i \pi \xi)(-j\pi)^2 \sin j \pi \xi d\xi = -2(j\pi)^2 \alpha^2 \int_0^1 [\sin j \pi \xi - 2\xi \sin j \pi \xi + \sin i \pi \xi \sin j \pi \xi] d\xi$$

$$\tilde{C}_y = \int_0^1 \varphi_1(\xi) \varphi_1''(\xi) d\xi = \int_0^1 (1 - 2\xi + \sin i \pi \xi)(j\pi)^4 \sin j \pi \xi d\xi = (j\pi)^4 \int_0^1 [\sin j \pi \xi - 2\xi \sin j \pi \xi + \sin i \pi \xi \sin j \pi \xi] d\xi$$

$$D_y' = \beta \int_0^1 \varphi_1(\xi) \varphi_1(\xi) H(\xi - \xi_r) d\xi = \beta \int_{\xi_r}^1 [1 - 4\xi + 4\xi^2 + (\sin i \pi \xi + \sin j \pi \xi) - 2\xi(\sin i \pi \xi + \sin j \pi \xi) + (\sin i \pi \xi \sin j \pi \xi)] d\xi$$

$$E_i' = k_1 \beta \int_0^1 (1 - 2\xi + \sin i \pi \xi) H(\xi - \xi_r) d\xi = k_1 \beta \int_{\xi_r}^1 (1 - 2\xi + \sin i \pi \xi) d\xi$$

Deoarece s-a schimbat limita de integrare, integralele precedente devin:  $\int_{\xi_r}^1 d\xi = 1 - \xi_r$ ;  $\int_{\xi_r}^1 \xi \cdot d\xi = \frac{1}{2}(1 - \xi_r^2)$ ;  $\int_{\xi_r}^1 \xi^2 \cdot d\xi = \frac{1}{3}(1 - \xi_r^3)$ ;

$$\int_{\xi_r}^1 \sin i \pi \xi \cdot d\xi = \begin{cases} -\frac{1}{2k\pi} + \frac{\cos 2k\pi \xi_r}{2k\pi}, \text{daca } i = 2k \\ \frac{2}{(2k+1)\pi} + \frac{\cos(2k+1)\pi \xi_r}{(2k+1)\pi}, \text{daca } i = 2k+1 \end{cases}; \int_{\xi_r}^1 \xi^2 \cdot d\xi = \frac{1}{3}(1 - \xi_r^3); \int_{\xi_r}^1 \xi \sin i \pi \xi \cdot d\xi = \begin{cases} -\frac{1}{2k\pi} + \frac{\xi_r \cos 2k\pi \xi_r}{2k\pi} - \frac{\sin 2k\pi \xi_r}{4k^2 \pi^2}, \text{daca } i = 2k \\ \frac{1}{(2k+1)\pi} + \frac{\xi_r \cos(2k+1)\pi \xi_r}{(2k+1)\pi} - \frac{\sin(2k+1)\pi \xi_r}{(2k+1)^2 \pi^2}, \text{daca } i = 2k+1 \end{cases};$$

$$\int_{\xi_r}^1 \sin i \pi \xi \sin j \pi \xi \cdot d\xi = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( \frac{\sin(i-j)\pi \xi_r}{(i-j)\pi} - \frac{\sin(i+j)\pi \xi_r}{(i+j)\pi} \right), \text{daca } i \neq j \\ 1 - \xi_r + \frac{\sin i 2\pi \xi_r}{2\pi \cdot i}, \text{daca } i = j \end{cases}$$

Rezulta atunci: (4.2.16)

(4.2.17)

(4.2.18)

$$A_y = \begin{cases} \frac{5}{6} + \frac{2}{k\pi}, \dots \text{daca } i = j = 2k \\ \frac{5}{6}, \dots \text{daca } i = j = 2k+1 \\ \frac{1}{3} + 2\left(\frac{1}{k\pi} + \frac{1}{k'\pi}\right), \dots \text{daca } i = 2k, j = 2k', (k \neq k') \\ \frac{1}{3}, \dots \text{daca } i = 2k+1, j = 2k'+1, (k \neq k') \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{k\pi}, \dots \text{daca } i = 2k, j = 2k'+1, (k \neq k') \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{k'\pi}, \dots \text{daca } i = 2k+1, j = 2k', (k \neq k') \end{cases} B_{ij} = \pi^2 \alpha^2 \begin{cases} 4\left(\frac{2k}{\pi} - k^2\right), \dots \text{daca } i = j = 2k \\ -4k^2, \dots \text{daca } i = j = 2k+1 \\ -\frac{8k'}{\pi}, \dots \text{daca } \begin{cases} i = 2k, j = 2k', (k \neq k') \\ i = 2k+1, j = 2k'+1, (k \neq k') \end{cases} \\ 0, \dots \text{daca } \begin{cases} i = 2k, j = 2k'+1, (k \neq k') \\ i = 2k+1, j = 2k', (k \neq k') \end{cases} \end{cases} \tilde{C}_{ij} = \pi^4 \begin{cases} 8k^4 \left(1 + \frac{2k}{\pi}\right), \dots \text{daca } i = j = 2k \\ 4k^4, \dots \text{daca } i = j = 2k+1 \\ \frac{16k'^3}{\pi}, \dots \text{daca } \begin{cases} i = 2k, j = 2k', (k \neq k') \\ i = 2k+1, j = 2k'+1, (k \neq k') \end{cases} \\ 0, \dots \text{daca } \begin{cases} i = 2k, j = 2k'+1, (k \neq k') \\ i = 2k+1, j = 2k', (k \neq k') \end{cases} \end{cases}$$

(4.2.19)

$$D_y' = \beta \begin{cases} \frac{5}{6} + \frac{3}{2} \xi_r + 2\xi_r^2 - \frac{4}{3} \xi_r^3 + \frac{\cos 2k\pi \xi_r}{k\pi} - \frac{\xi_r \cos 2k\pi \xi_r}{k\pi} + \frac{\sin 2k\pi \xi_r}{2k^2 \pi^2} + \frac{\sin 4k\pi \xi_r}{8k\pi}, \dots \text{daca } i = j = 2k \\ \frac{5}{6} - \frac{3}{2} \xi_r + 2\xi_r^2 - \frac{4}{3} \xi_r^3 + \frac{2 \cos(2k+1)\pi \xi_r}{(2k+1)\pi} - \frac{2\xi_r \cos(2k+1)\pi \xi_r}{(2k+1)\pi} + \frac{2 \sin(2k+1)\pi \xi_r}{(2k+1)^2 \pi^2} + \frac{\sin 2(2k+1)\pi \xi_r}{4k(2k+1)\pi}, \dots \text{daca } i = j = 2k+1 \\ \frac{1}{3} - \xi_r + 2\xi_r^2 - \frac{4}{3} \xi_r^3 + \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k'}\right) + \frac{\cos 2k\pi \xi_r}{2k\pi} + \frac{\cos 2k'\pi \xi_r}{2k'\pi} - 2 \left( \frac{\xi_r \cos 2k\pi \xi_r}{2k\pi} - \frac{\sin 2k\pi \xi_r}{4k^2 \pi^2} + \frac{\xi_r \cos 2k'\pi \xi_r}{2k'\pi} + \frac{\sin 2k'\pi \xi_r}{4k'^2 \pi^2} \right) + \\ + \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin 2(k+k')\pi \xi_r}{2(k+k')\pi^2} - \frac{\sin 2(k+k')\pi \xi_r}{2(k+k')\pi^2} \right], \dots \text{daca } i = 2k, j = 2k', (k \neq k') \\ \frac{1}{3} - \xi_r + 2\xi_r^2 - \frac{4}{3} \xi_r^3 - \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2k'+1}\right) + \frac{\cos(2k+1)\pi \xi_r}{(2k+1)\pi} + \frac{\cos(2k'+1)\pi \xi_r}{(2k'+1)\pi} - 2 \left( \frac{\xi_r \cos(2k+1)\pi \xi_r}{(2k+1)\pi} - \frac{\sin(2k+1)\pi \xi_r}{(2k+1)^2 \pi^2} + \frac{\xi_r \cos(2k'+1)\pi \xi_r}{(2k'+1)\pi} + \frac{\sin(2k'+1)\pi \xi_r}{(2k'+1)^2 \pi^2} \right) + \\ + \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin 2(k-k')\pi \xi_r}{2(k-k')\pi^2} - \frac{\sin 2(k+k'+1)\pi \xi_r}{2(k+k'+1)\pi^2} \right], \dots \text{daca } i = 2k+1, j = 2k'+1, (k \neq k') \\ \frac{1}{3} - \xi_r + 2\xi_r^2 - \frac{4}{3} \xi_r^3 + \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{2k'+1}\right) + \frac{\cos 2k\pi \xi_r}{2k\pi} + \frac{\cos(2k'+1)\pi \xi_r}{(2k'+1)\pi} - 2 \left( \frac{\xi_r \cos 2k\pi \xi_r}{2k\pi} - \frac{\sin 2k\pi \xi_r}{4k^2 \pi^2} + \frac{\xi_r \cos(2k'+1)\pi \xi_r}{(2k'+1)\pi} - \frac{\sin(2k'+1)\pi \xi_r}{(2k'+1)^2 \pi^2} \right) - \\ - \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin(2k-2k'-1)\pi \xi_r}{(2k-2k'-1)\pi} - \frac{\sin(2k+2k'+1)\pi \xi_r}{(2k+2k'+1)\pi} \right], \dots \text{daca } i = 2k, j = 2k'+1, (k \neq k') \\ \frac{1}{3} - \xi_r + 2\xi_r^2 - \frac{4}{3} \xi_r^3 + \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{2k} - \frac{1}{2k'+1}\right) + \frac{\cos(2k-1)\pi \xi_r}{(2k-1)\pi} + \frac{\cos 2k'\pi \xi_r}{2k'\pi} - 2 \left( \frac{\xi_r \cos(2k-1)\pi \xi_r}{(2k-1)\pi} - \frac{\sin(2k-1)\pi \xi_r}{(2k-1)^2 \pi^2} + \frac{\xi_r \cos 2k'\pi \xi_r}{2k'\pi} - \frac{\sin 2k'\pi \xi_r}{4k'^2 \pi^2} \right) + \\ + \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin(2k-2k'-1)\pi \xi_r}{(2k-2k'-1)\pi} - \frac{\sin(2k+2k'+1)\pi \xi_r}{(2k+2k'+1)\pi} \right], \dots \text{daca } i = 2k+1, j = 2k', (k \neq k') \end{cases}$$

(4.2.20)

$$E_i' = k_1 \beta \begin{cases} -\frac{\xi_r}{\pi} + \frac{\xi_r^2}{2\pi} - \frac{1}{2k\pi} + \frac{\cos 2k\pi \xi_r}{2k\pi}, \text{daca } i = 2k \\ -\frac{\xi_r}{\pi} + \frac{\xi_r^2}{2\pi} - \frac{1}{(2k+1)\pi} + \frac{\cos(2k+1)\pi \xi_r}{(2k+1)\pi}, \text{daca } i = 2k+1 \end{cases}$$

Restul coeficientilor se determina cu multa usuinta

Sa ne ocupam de conditiile la limita si de transformarea lor in adimensional.  
Vom accepta:

$$\sigma_y|_{y=b} = \begin{cases} 0, & \text{dacă } x \in [0, a_1) \cup (a_2, a] \\ \sigma_a, & \text{dacă } x \in [a_1, a_2] \end{cases} \quad \tau_x|_{x=b} = \begin{cases} 0, & \text{dacă } x \in [0, a_1) \cup (a_2, a] \\ \tau_a, & \text{dacă } x \in [a_1, a_2] \end{cases} \quad (4.2.21)$$

In continuare, pentru a putea defini niste operatori pentru tensiuni, pornind de la relatiile de baza descrise la inceputul paragrafului vom defini:

$$\tilde{\sigma}_a = \sigma_a \frac{2(1-\mu^2)}{E \cdot h}; \quad \tilde{\tau}_a = \tau_a \frac{2(1+\mu)}{E \cdot h} \quad (4.2.22)$$

unde cu  $\sigma_a$  si  $\tau_a$  am notat valori medii admisibile ale tensiunilor normale si tangentiale pe marginea superioara ( $y=b; x \in [a_1, a_2]$ ). Avem atunci:

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_a} = \begin{cases} 0, & \text{dacă } x \in [0, a_1) \cup (a_2, a] \\ 1, & \text{dacă } x \in [a_1, a_2] \end{cases} \quad \frac{\tau_x}{\tau_a} = \begin{cases} 0, & \text{dacă } x \in [0, a_1) \cup (a_2, a] \\ 1, & \text{dacă } x \in [a_1, a_2] \end{cases} \quad (4.2.23)$$

Definim operatorii:

$$\mathbf{L}(\tilde{w}) = \begin{cases} \frac{1}{\tilde{\sigma}_a} \left( \frac{1}{a^2} \frac{w_1 - w_2}{2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \xi^2} + \frac{\mu}{b^2} \frac{w_1 - w_2}{2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^2} \right), & \xi \in [0, \bar{\xi}_1) \cup (\bar{\xi}_2, 1] \\ \frac{1}{\tilde{\sigma}_a} \left( \frac{1}{a^2} \frac{w_1 - w_2}{2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \xi^2} + \frac{\mu}{b^2} \frac{w_1 - w_2}{2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^2} \right) - 1, & \xi \in [\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2] \end{cases}$$

Daca mai notam:  $\frac{w_1 - w_2}{2a^2 \tilde{\sigma}_a} = p$  vom avea:

$$\mathbf{L}(\tilde{w}) = \begin{cases} p \left( \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \xi^2} + \alpha^2 \mu \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^2} \right), & \xi \in [0, \bar{\xi}_1) \cup (\bar{\xi}_2, 1] \\ p \left( \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \xi^2} + \alpha^2 \mu \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \eta^2} \right) - 1, & \xi \in [\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2] \end{cases} \quad (4.2.24)$$

$$\mathbf{K}(\tilde{w}) = \begin{cases} \frac{1}{\tilde{\tau}_a} \frac{1}{ab} \frac{w_1 - w_2}{2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \xi \partial \eta}, & \xi \in [0, \bar{\xi}_1) \cup (\bar{\xi}_2, \bar{\xi}_2] \\ \frac{1}{\tilde{\tau}_a} \frac{1}{ab} \frac{w_1 - w_2}{2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \xi \partial \eta} - 1, & \xi \in [\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2] \end{cases}$$

Notam:  $\frac{w_1 - w_2}{2ab \tilde{\tau}_a} = q$ , atunci obtinem:

$$\mathbf{K}(\tilde{w}) = \begin{cases} q \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \xi \partial \eta}, & \xi \in [0, \bar{\xi}_1) \cup (\bar{\xi}_2, \bar{\xi}_2] \\ q \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \xi \partial \eta} - 1, & \xi \in [\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2] \end{cases} \quad (4.2.25)$$

Ecuatiile operatoriale  $\mathbf{L}(\tilde{w}) = 0$ ,  $\mathbf{K}(\tilde{w}) = 0$  in care se inlocuieste  $\tilde{w}$  cu formula (4.2.11) se inmulteste cu  $\varphi_i(\xi)$  si se integreaza pe  $[0, 1]$ .

$$\int_0^1 \varphi_i(\xi) \mathbf{L} \left( \sum_{j=1}^N Y_j(\eta) \varphi_j(\xi) \right) d\xi = 0; \quad \int_0^1 \varphi_i(\xi) \mathbf{K} \left( \sum_{j=1}^N Y_j(\eta) \varphi_j(\xi) \right) d\xi = 0 \quad (4.2.26)$$

Avem atunci:

$$p \sum_{j=1}^N \int_0^1 [Y_j(\eta) \varphi_j''(\xi) + \alpha^2 \mu \cdot Y_j''(\eta) \varphi_j(\xi)] d\xi - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \varphi_i(\xi) d\xi = 0$$

$$q \sum_{j=1}^N \int_0^1 Y_j(\eta) \varphi_j'(\xi) d\xi - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \varphi_i(\xi) d\xi = 0, \dots, \dots, i = \overline{1, N}$$
(4.2.27)

Notam din nou (4.2.28):

$$\tilde{A}_y = \beta \cdot \alpha^{-2} \mu \cdot A_y; \quad \tilde{B}_y = \frac{p}{2} \alpha^{-2} B_y; \quad E_y = q \int_0^1 \varphi_i(\xi) \varphi_j'(\xi) d\xi; \quad F_i = \int_{\xi_1}^{\xi_2} \varphi_i(\xi) d\xi$$

Cu aceste notatii conditiile la limita (4.2.27) pentru  $y = b \approx (\eta = 1)$  devin:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N [\tilde{A}_y Y_j''(1) + \tilde{B}_y Y_j(1)] = F_i \\ \sum_{j=1}^N \tilde{E}_y Y_j'(1) = F_i \end{cases} \quad i = \overline{1, N}$$
(4.2.29)

Analog pentru  $y = 0 \approx (\eta = 0)$  avem:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N [\tilde{A}_y Y_j''(0) + \tilde{B}_y Y_j(0)] = 0 \\ \sum_{j=1}^N \tilde{E}_y Y_j'(0) = 0 \end{cases} \quad i = \overline{1, N}$$
(4.2.30)

Revenim la ecuatia (4.2.15) pe care o scriem intr-o forma matriciala condensata:

$$[A]\{Y''\} + [B]\{Y''\} + [C]\{Y\} + \{D\} = \{0\}$$
(4.2.31)

unde  $[A] = [A_y]_{N \times N}$ ;  $[B] = [B_y]_{N \times N}$ ;  $[C] = [C_y]_{N \times N}$ ;  $\{D\} = \{D_1 \ D_2 \ \dots \ D_N\}^T$   
 $\{0\} = \{0 \ 0 \ \dots \ 0\}^T$  de N ori

In acelasi mod, conditiile la limita (4.2.29) si (4.2.30) se scriu:

$$\begin{cases} [\tilde{A}]\{Y''(1)\} + [\tilde{B}]\{Y(1)\} = \{F\} \\ [E]\{Y'(1)\} = \{F\} \\ [\tilde{A}]\{Y''(0)\} + [\tilde{B}]\{Y(0)\} = \{0\} \\ [E]\{Y'(0)\} = \{0\} \end{cases}$$
(4.2.32)

unde  $[\tilde{A}] = [\tilde{A}_y]_{N \times N}$ ;  $[\tilde{B}] = [\tilde{B}_y]_{N \times N}$ ;  $[E] = [E_y]_{N \times N}$ ;  $\{F\} = \{F_1 \ F_2 \ \dots \ F_N\}^T$

Pentru ecuatia omogena din (4.2.31):  $[A]\{Y''\} + [B]\{Y''\} + [C]\{Y\} = \{0\}$

(4.2.33)

incercam o solutie de forma:  $\{Y\} = \{U\} e^{i\eta}$

(4.2.34)

unde  $\{U\}$  este un vector coloana constant.

Inlocuind vom gasi:  $(\lambda^4[A] + \lambda^2[B] + [C])\{U\} = \{0\}$ ; acesta fiind un sistem omogen, va trebui sa avem:  $\det(\lambda^4[A] + \lambda^2[B] + [C])\{U\} = 0$ , sistem de ecuatii care are 4N solutii,  $\lambda_k$ , ( $k = \overline{1, 4N}$ ). Deci:

$$Y(\eta) = \sum_{k=1}^{4N} \{U\}_k \cdot e^{\lambda_k \cdot \eta} = \sum_{k=1}^{4N} U_{1k} \{\theta\}_k \cdot e^{\lambda_k \cdot \eta} \quad \text{unde } \theta_k = \frac{U_{1k}}{U_{1k}} \text{ iar } U_{1k} (k = \overline{1, 4N}) \text{ sunt}$$

constante de integrare.

Solutia particulara pentru ecuatia neomogena este de forma :  $\{Y\}_p = -[C]^{-1}\{D\}$

Astfel solutia generala a ecuatiei neomogene (4.2.31) este de forma:

$$\{Y\} = \sum_{k=1}^{4N} U_{1k} \{\theta\}_k e^{\lambda_k \cdot \eta} - [C]^{-1}\{D\} \quad (4.2.35)$$

Din pacate de aici in colo sub aspect general,nu putem sa mai spunem nimic,deoarece totul depinde de forma concreta a radacinilor  $\lambda_k$  iar acestea nu se pot afla decat daca matricile pe care le-am introdus sunt date si calculate numeric.

Scopul nostru a fost insa atins deoarece am dat o metoda analitica generala pentru determinarea functiei rezolvante  $w$ ,pe parcursul careia am avut cateva interventii originale,pe care nu le-am gasit in literatura.In ansamblu,consider acest paragraf ca o contributie originala in rezolvarea unor probleme de placi,le-as numi de ordinul doi,deoarece o parte din sarcinile exterioare erau functii de deplasari necunoscute  $w$ .Precizez ca programele intocmite de mine in limbaj  $C^{++}$  si prezentate in Cap.2,nu se pot aplica si la placile studiate in acest paragraf,deoarece ele se refera la situatia cand avem impuse conditii de margine in deplasari.Dificultatea in cazul studiat consta in existenta unor sarcini care depind de deplasari.Dar metodologia de rezolvare prezentata mai sus permite rezolvarea oricarei probleme concrete.

Suntem acum in masura sa gasim un algoritm in optimizare general valabil pentru astfel de situatii.Sa observam ca greutatea placii se poate scrie:

$$G = hab + Gg + nhbc,$$

unde s-a notat:

$Gg$  -greutatea ghidajului pe care o presupunem aceiasi pentru toate variantele  
 $n$  -numarul de nervuri transversale de latime  $c$

Greutatea variaza deci linear cu  $h$  si depinde evident de  $n$ ,care are drept efect sghimbarea pantei dreptei care reprezinta  $G = f(h,n)$ .Prin metodologia de mai sus putem trasa si curbele  $w = w(h,n)$ , $h$  intervenind in expresia rigiditatii  $D$ ,care variaza cu  $h^3$  iar  $n$ ,prin distantele  $(x_{i+1} - x_i)$  (v.fig.4.2.2).

Din aceasta diagrama se vede ca pentru un numar dat,fixat sau ales de nervuri se poate stabili grosimea optima la intersectia curbelor  $w = w(h,n)$  cu  $G = f(h,n)$ .Am raspuns astfel la problema fixata la inceput.

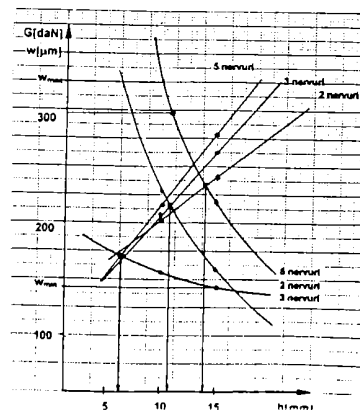


fig. 4.2.2

### 4.3 Noi solutii constructive si analiza comparativa a rezultatelor privind rigiditatea si consumul de material

Fata de variantele existente in fabricatia curenta si/sau indicate in literatura, prezentate in capitolul 1, am propus in cadrul acestui capitol un numar de 12 variante noi privind rigidizarea si grosimea peretilor.

Acestea continua ideile din capitolele precedente in privinta optimizarii si intocmirii unei biblioteci de substructuri, considerate ca si modele rationale sau modele candidat. Pentru analiza cantitativa si comparativa a rezultatelor, cu aceste modele sau studiat:

- primele 10 frecvente proprii, care au fost cerute obligatoriu de programul de calcul cu ajutorul metodei elementului finit I-DEAS MS 2.0 pentru studiul vibratiilor fortate
- vibratiile fortate ale substructurilor pentru prima lege de variatie a fortelor exterioare prezentata in capitolul 3 (v. pag. 37). Ne-am limitat studiul numai la aceasta prima lege deoarece deplasările calculate erau de acelasi ordin de marime cu cele determinate experimental

Studiul vibratiilor fortate s-a facut in conditiile admise de substructurare luand in considerare deplasările de margine impuse (v. fig. 2.3.14) si pentru o frecventa de raspas de 50 Hz-care reprezinta o valoare medie a rezultatelor obtinute la impuls si prezentate in tabelul 5.2.9.

- variatia greutatilor proprii-necesara pentru cercetarea eficientei economice a solutiei

Trebuie precizat ca toate aceste calcule si determinari s-au facut pentru doua grosimi de perete ale batiului de 15 mm si de 10 mm.

Vom prezenta sumar, in continuare, variantele studiate:

- **varianta 12** reprezinta substructura originala, izolata din structura globala a strungului avand 5 nervuri in forma de U (v. fig. 4.3.1)

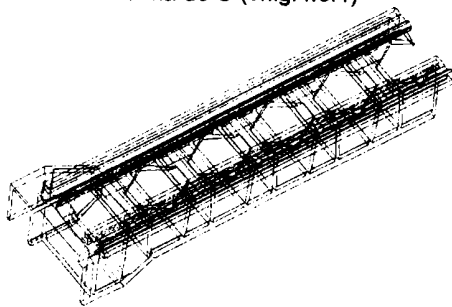


fig. 4.3.1

Aceasta va fi varianta de referinta care va constitui criteriul de eficienta al variantelor propuse de noi. Mai precizam ca pasul dintre nervuri este de 250 mm si a fost dictat de considerente tehnologice si functionale, deoarece in momentul constructiei nu s-au pus probleme de economicitate. Discretizarea cu element finit in cadrul programului I-DEAS a cuprins 1968 de elemente cu 2062 noduri, dintre care elemente thin shell 780, solid 1020 si constrain 168



- **varianta 1** s-a obtinut prin simplificarea variantei precedente, reducand numarul de nervuri la 3, cu pasul de 500 mm. Au fost necesare aici numai 1832 de elemente cu 1952 noduri
- **varianta 2** ,mai simplficata, numai cu doua nervuri tot la 500 mm si 1766 elemente cu 1898 noduri
- **varianta 3** care are trei nervuri inclinate, cu sectiunea in forma literei T (consolidata), care a necesitat 1812 elemente cu 1942 noduri
- **varianta 31**, care introduce fata de varianta precedenta inca trei nervuri ortogonale la un pas de 380 mm; s-au utilizat 1944 de elemente cu 2046 de noduri
- **varianta 4** ,care a redus numarul nervurilor inclinate la doua si a celor ortogonale pe peretii batiului tot la doua, cu un pas de 570 mm. Numarul de elemente necesare a fosf 1824 cu 1942 de noduri
- **varianta 41**, a simplificat la maxim varianta precedenta reducand-o la doua nervuri inclinate cu distanta dintre capetele de fixare tot 570 mm. S-au folosit 1742 elemente cu 1876 de noduri
- **varianta 5** ,renunta la nervurile inclinate si introduce 5 nervuri in forma literei T ortogonale pe peretii batiului la un pas similar cu varianta 1, s-au folosit 1835 de elemente cu 1956 noduri
- **varianta 51**, mai introduce un perete longitudinal de sectiune dreptunghiulara, langa ghidajul din spate al batiului; s-au folosit 1915 elemente cu 2016 noduri
- **variantele 6;61;7;71** urmeaza acelasi procedeu de simplificare reducand nervurile transversale la trei si respectiv doua, avand pasul e 500 mm.

Reprezentarea variantelor este facuta in figura 4.3.2-4.3.3 cat si in Anexa C106-C118 unde sunt reprezentate mai in detaliu.

Calculul frecventelor proprii s-a facut cu ajutorul programului I-DEAS MS 2.0, iar listurile sunt anexate in anexa A70-A109 pentru varianta de grosime 15 mm si in A110-A149 pentru varianta de grosime 10 mm. In figura 4.3.4 se gaseste deasemeni pentru exemplificare listigul variantei 31 (avand grosimea de 15 mm). In tabelul 4.3.1 sunt sintetizate informatiile rezultate in urma calculului frecventelor proprii.

Analizand comparativ frecventa proprie fundamentala se constata variatii mici in jurul unei valori medii de aproximativ 200 Hz, care nu mai sunt interesante deoarece ne scot din domeniul posibil de rezonanta. Aceasta inseamna ca variatiile propuse in rigidizarea structurii nu modifica fundamental frecventele proprii ale primului mod de vibratie. De aceea de acest aspect nu ne vom mai ocupa.

O analiza legata de variatia greutatii proprii a batiului, odata cu modificarea sistemului de rigidizare ne conduce la urmatoarele concluzii:

- prin trecerea de la grosimea peretelui de 15 mm la cea de 10 mm, scaderea peretilor pentru una si aceiasi varianta este in jur de 22 % cu variatii nesemnificative de la un tip la altul. Cea mai mare scadere este la varianta 12 de 23,6%, iar cea mai mica la varianta 7 de 20,8%
- variatia greutatilor, diverselor variante, calculate numai pentru peretele de 15 mm, comparativ cu varianta 12 aleasa ca varianta de baza este de maxim 18,57% pentru varianta 7 si minim de 2,51% pentru varianta 51.

Desigur ca aceste rezultate previzibile un au relevanta in sine ci numai in raport cu variatiile de rigiditate, impuse de indicii de calitate ceruti in procesul de prelucrare.

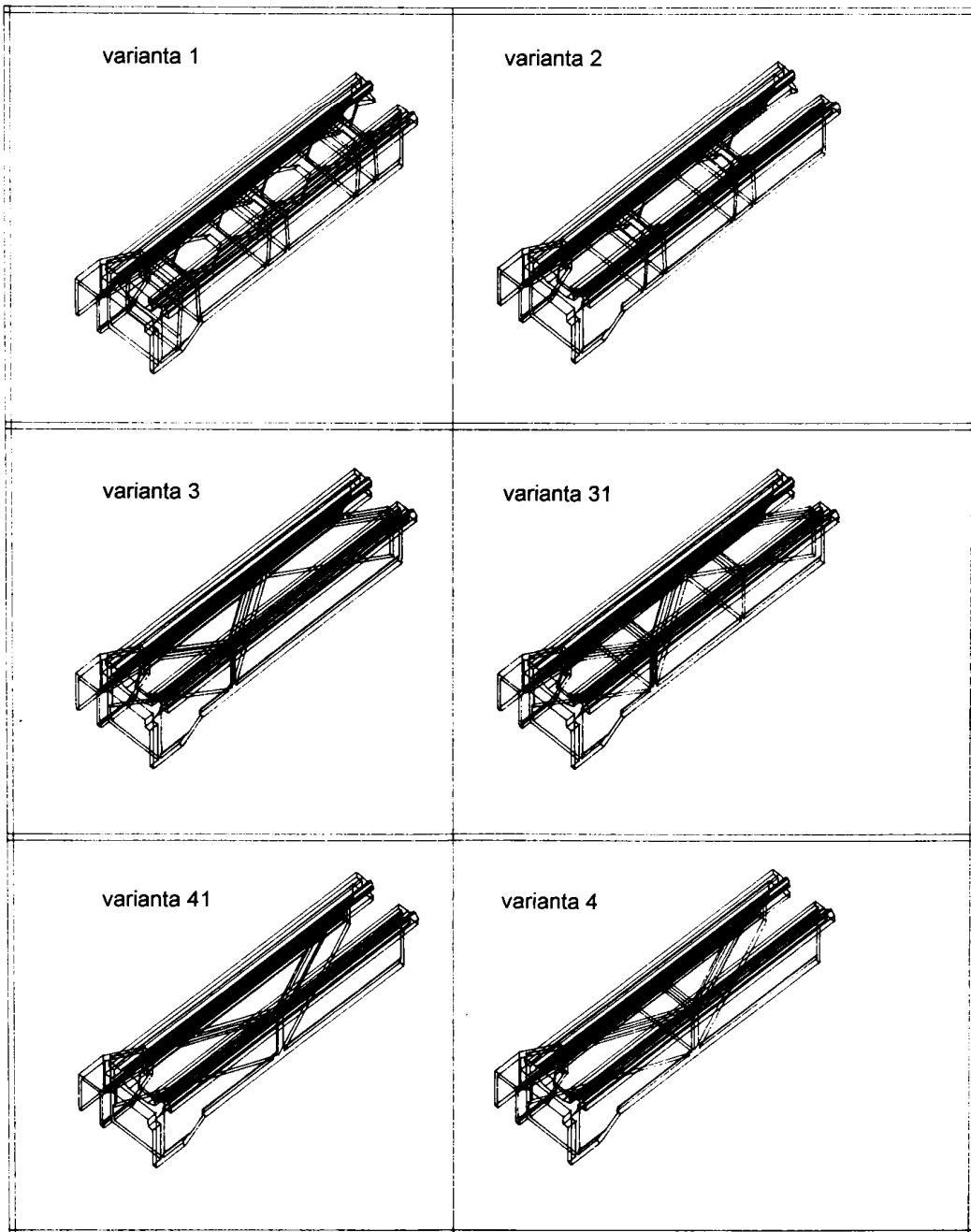


fig.4.3.2

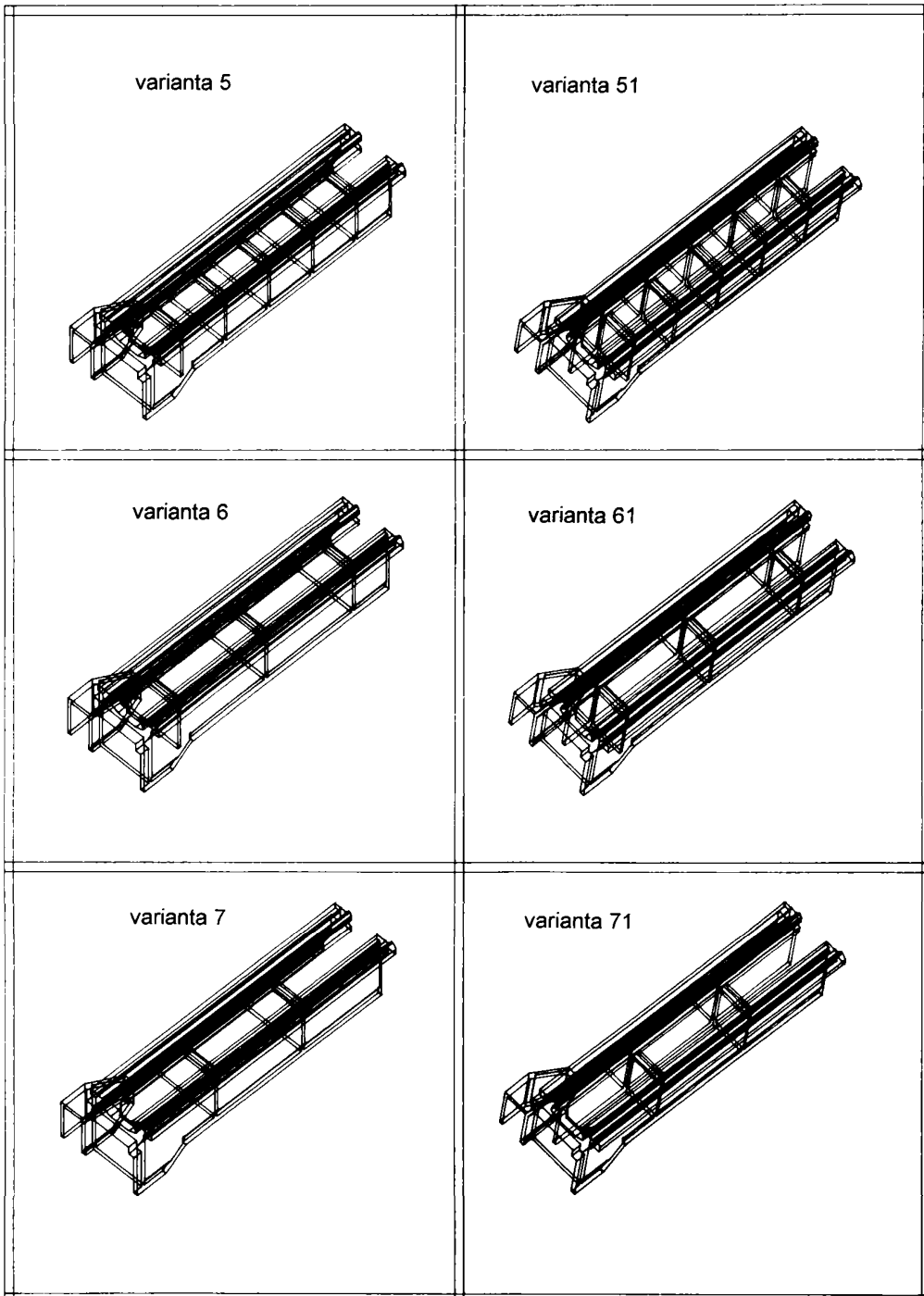


fig.4.3.3

Page 2

Oct 31 1995 11:09:25 **31.11s**

63	1.1923D+02	3359	321-RY	6.8605D+10	4127	1954-Y
64	1.2355D+02	3002	275-RY	6.4152D+10	4133	1886-Y
65	1.2655D+02	3371	276-RY	6.0799D+10	3998	375-Y
66	1.3650D+02	5234	524-RY	5.7723D+10	992	1542-Y
67	1.3658D+02	1253	150-RY	5.7143D+10	971	1429-Y
68	1.3694D+02	5246	526-RY	5.1937D+10	2663	235-Y
69	1.3900D+02	624	149-RY	4.1194D+10	552	1991-Y
70	1.4675D+02	1217	177-RY	4.5751D+10	4364	1922-Y
71	1.4742D+02	5162	482-RY	4.5403D+10	3228	307-2
72	1.4884D+02	1418	166-RY	4.5403D+10	1287	132-2
73	1.5288D+02	5156	560-RY	4.5259D+10	5799	461-2
74	1.5583D+02	3437	318-RY	4.4518D+10	3350	321-2
75	1.5625D+02	5712	503-RY	4.2275D+10	2768	1710-Y
76	1.5725D+02	3008	300-RY	3.8333D+10	2499	1323-Y
77	1.8570D+02	3008	300-RY	3.8333D+10	2499	1323-Y
78	1.8570D+02	3008	300-RY	3.8333D+10	2499	1323-Y
79	1.8898D+02	3183	302-RY	3.8142D+10	3101	326-Y
80	16.3552 (CP	75.39	201.66)	End Of Decomposition		
81	16.3552 (CP	0.49	202.15)	Utility Matrices Constructed		
82	16.3712 (CP	55.68	257.83)	Starting Vectors Formed		
83	16.3712 (CP	4.74	272.67)	Start Of Iteration		
84	16.3730 (CP	4.74	272.67)	Stiffness Inner Products Formed		
85	16.3805 (CP	6.52	279.15)	Stiffness Inner Products Formed		
86	16.3815 (CP	1.53	280.65)	Mass Inner Products Formed		
87	16.3815 (CP	0.05	280.73)	Subspace Orthogonalized		
88	16.3820 (CP	0.85	281.58)	Start Of Iteration		
89	16.3820 (CP	0.10	281.68)	End Of Iteration		
90	16.3913 (CP	16.52	302.78)	Stiffness Power Step Completed		
91	16.3913 (CP	1.52	304.30)	Mass Inner Products Formed		
92	16.3924 (CP	0.85	305.20)	Subspace Orthogonalized		
93	16.3924 (CP	0.85	305.20)	End Of Iteration		
94	16.3924 (CP	0.85	305.20)	End Of Iteration		

SOLUTION CONTROL PARAMETERS

SVI - INITIAL SOLUTION SET AS ANALYSIS TYPE

FREQUENCY SHIFT : 3 SIGNIFICANT DIGITS

NUMBER OF FLEXIBLE MODES REQUIRED : 10

NUMBER OF ITERATION VECTORS : 18

MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS : 15

\*\* FREQUENCIES \*\*

ITERATION	2	ITERATION	1	DIFFERENCE (%)
249	23669E+00	319	26914E+00	-21.9352
357	23187E+00	449	04563E+00	-20.4464
388	02162E+00	500	49184E+00	-22.4719
482	09647E+00	546	31039E+00	-15.4154
483	55595E+00	631	23511E+00	-43.9033
549	10812E+00	976	77068E+00	-43.7833
706	12585E+00	106	07909E+01	-33.4340
774	06500E+00	115	51749 01	-32.9915
804	84348E+00	137	34508 01	-41.4020
160	35988E+00	149	37070 01	-35.7065
161	24598E+00	183	47068 01	-38.2580
113	24598E+00	183	47068 01	-38.2580
138	77356E+01	188	69019 01	-31.7539
129	90059E+01	204	96743E+01	-35.6238
152	19270E+01	237	07409E+01	-35.8028

Oct 31 1995 11:09:25 **31.11s**

1 1-DEAS Master Series 2.0: Model Solution and Optimization Solver

2 28-Oct-95 16:27:04

3 MODEL\_SOLUTION\_SOLVE

4

5 MODEL FILE : /users/m2/mo/ms2/var31.mf1

6 MODEL FILE DESCRIPTION : /users/m2/mo/ms2/var31.mf1

7

8 ACTIVE UNITS SYSTEM : mm (milli-newton)

9 TEMPERATURE MODE : Relative Temperatures

10 Executing: Profile reduction, Sloan algorithm

11 Total number of elements processed : 1944

12 Total number of nodes processed : 2046

13 Maximum node degree : 26

14

15 Matrix statistics

16 Max bandwidth : 1519

17 Avg bandwidth : 95

18 RMS bandwidth : 75

19 Profile : 194685

20 Max active columns : 186

21 Avg active columns : 135

22 RMS active columns : 105

23

24

25

26 16:27:09 (CP 2.61) NORMAL MODE DYNAMICS

27 16:27:09 (CP 0.01) SIMULTANEOUS VECTOR ITERATION

28 16:27:10 (CP 0.41) Solution No Restart

29 16:27:10 (CP 0.02) Hypermatrix File Opened

30 16:27:10 (CP 0.02) Banded reduction

31 16:28:15 (CP 35.86) Banded reduction partitions processed

32 16:28:16 (CP 0.29) Table Formation Complete

33 16:28:21 (CP 3.30) Table Formation Complete

34 16:28:44 (CP 19.81) Boolean Formation Complete

35 16:28:44 (CP 0.02) Begin Constraint Partitioning

36 16:28:51 (CP 0.01) Constraint Partitioning Complete

37 16:28:51 (CP 1.01) Mass Partitioning Complete

38 16:30:22 (CP 15.71) Mass Partitioning Complete

39 16:30:23 (CP 0.07) Begin Stiffness Matrix Formation

40 16:31:50 (CP 25.11) Stiffness Partitions Formed

41 16:31:57 (CP 1.87) Reaction Force Stiffness Partitions Constructed

42

43 16:33:18 (CP 10.40) Constraint Elimination Complete.

44 16:33:27 (CP 7.61) Inertia Calculated/Sorted

45 16:34:06 (CP 1.30) Begin Decomposition

46

47 PROFILE SIZE = 2133199 MAX BANDWIDTH = 1941

48 MINIMUM MEMORY REQUIRED FOR IN-CORE SOLVER = 16.7 (MEGABYTES)

49 MINIMUM MEMORY REQUIRED FOR OUT-CORE SOLVER = 6.4 (MEGABYTES)

50 MEMORY USED = 16.7 SOLUTION TYPE = 1

51

52 CHOLESKY DECOMPOSITION STATISTICS:

53 SINGULARITY CRITERIA = 1.0E-14

54 NUMBER OF EQUATIONS = 6966

55 MINIMUM PIVOTS

56 CHOLESKY EQUATION NUMBER AND NODE AND PIVOTS EQUATION NUMBER AND DIRECTION

57

58 0.0020D+01 1353 123-RY 8.5692D+10 4037 1852-Y

59 9.1652D+01 2014 320-RY 7.5500D+10 6356 2254-Y

60 1.1758D+02 2714 320-RY 7.0270D+10 3035 1744-Y

61

62

fig. 4.3.4



Oct 31 1995 11:09:25		31.ilis		Page 6	
326	16:47:20 (CP	0.05	470.25)	Subspace Orthogonalized	
327	16:47:24 (CP	0.85	471.10)	End Of Iteration	
328					
329					
330					
331					
332					
333					
334					
335					
336					
337					
338					
339					
340					
341					
342					
343					
344					
345					
346					
347					
348					
349					
350					
351					
352					
353					
354	16:47:25 (CP	0.17	471.27)	Start Of Iteration	
355	16:47:43 (CP	14.57	485.84)	Inverse Power Step Completed	
356	16:48:08 (CP	6.53	492.80)	Stiffness Inner Products Formed	
357	16:48:28 (CP	1.52	493.36)	Mass Inner Products Formed	
358	16:48:32 (CP	0.84	494.80)	Subspace Orthogonalized	
359					
360					
361					
362					
363					
364					
365					
366					
367					
368					
369					
370					
371					
372					
373					
374					
375					
376					
377					
378					
379					
380					
381					
382					
383					
384					
385					
386	16:48:32 (CP	0.11	494.91)	Nodes And Frequencies Obtained	
387	16:52:09 (CP	80.59	575.50)	Analysis Data Preparation Complete	
388	16:52:10 (CP	0.15	575.65)	END OF ANALYSIS	

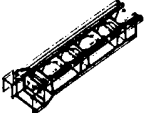

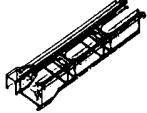


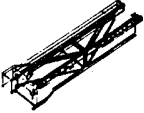
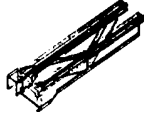
Oct 31 1995 11:09:25		31.ilis		Page 5	
260	16:44:17 (CP	14.57	414.76)	Inverse Power Step Completed	
261	16:44:52 (CP	6.51	421.27)	Stiffness Inner Products Formed	
262	16:45:03 (CP	1.55	422.82)	Mass Inner Products Formed	
263	16:45:08 (CP	0.95	423.87)	Subspace Orthogonalized	
264					
265	16:45:08 (CP	0.86	423.73)	End Of Iteration	
266					
267					
268					
269					
270					
271					
272					
273					
274					
275					
276					
277					
278					
279					
280					
281					
282					
283					
284					
285					
286					
287					
288					
289					
290					
291	16:45:08 (CP	0.16	423.89)	Start Of Iteration	
292	16:45:27 (CP	14.59	438.48)	Inverse Power Step Completed	
293	16:46:02 (CP	6.51	444.99)	Stiffness Inner Products Formed	
294	16:46:12 (CP	1.52	446.51)	Mass Inner Products Formed	
295	16:46:12 (CP	0.95	446.56)	Subspace Orthogonalized	
296	16:46:16 (CP	0.85	447.41)	End Of Iteration	
297					
298					
299					
300					
301					
302					
303					
304					
305					
306					
307					
308					
309					
310					
311					
312					
313					
314					
315					
316					
317					
318					
319					
320					
321					
322	16:46:17 (CP	0.15	429.15)	Start Of Iteration	
323	16:46:35 (CP	14.57	462.15)	Inverse Power Step Completed	
324	16:47:09 (CP	6.53	468.68)	Stiffness Inner Products Formed	
325	16:47:20 (CP	1.52	470.20)	Mass Inner Products Formed	

continue fig. 4.3.4

Starea de deformatie comparativa pentru toate cele 13 variante studiate este sistematizata in tabelul 4.3.2 si 4.3.3 unde se dau deplasari transversale si verticale in cele cinci sectiuni reprezentative (A,C,E,G,J) si pentru trei turatii frecvent utilizate in practica: 800,1000,1200 rpm si pentru cele doua grosimi de perete la 10 si 15 mm. Ilustrarea grafica a variatiei in lungul batiului a acestor deplasari pe cele doua ghidaje ale batiului: fata si spate este facuta in graficele din figurile 4.3.5-4.3.16. Evident ca din aceasta multime de rezultate se desprind cu greu niste concluzii pertinente, de aceea in figurile 4.3.17 si 4.3.18 sunt sistematizate cateva rezultate fundamentale: variatia pe fiecare varianta studiată a greutatii batiului in [daN], a deplasarilor maxime verticale  $y_{max}[\mu m]$  si a deplasarilor maxime transversale  $x_{max}[\mu m]$ , atat pentru peretii cu grosimea de 15 mm cat si pentru cei de 10 mm; pentru comparatie aceste grafice sintetice s-au trasat pentru toate cele trei turatii. Concluziile care se pot trage din analiza comparativa a acestor rezultate sunt urmatoarele:

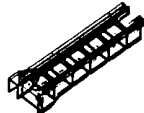
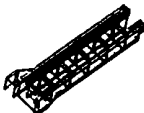
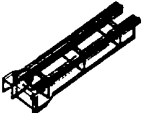
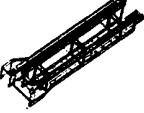
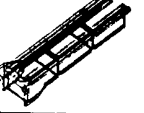
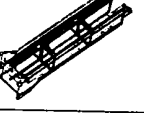
- deplasari verticale ale ghidajului din fata la turatia de 800 rpm au valori minime pentru varianta 31 si ele cresc cu 24% prin trecerea de la 15 mm la 10 mm; si valori maxime pentru varianta 41 la care cresterea prin variatia de grosime este numai de 14%.
- si pentru celelalte doua turatii valorile minime si maxime ale deplasarilor verticale au loc tot pentru variantele 31 si 41 cu o crestere prin micșorarea grosimii:
  - pentru turatia 1000rpm: varianta 31 (27%), varianta 41 (16%)
  - pentru turatia 1200rpm: varianta 31 (30%), varianta 41 (17%)
- pentru aceiasi grosime de perete, deplasari maxime atat cele verticale cat si cele transversale difera foarte putin intre ele (sub 5%); in schimb cele minime-sau in ansamblu distributia pe lungimea ghidajelor-este mult diferita de la o turatie la alta- variatia de peste 20%.
- la aceiasi turatie si la aceiasi grosime de perete, deplasari variaza deosebit de mult, cu peste 80% pentru peretele de 10 mm si peste 70% pentru peretele de 15 mm; diferentele mai mari s-au determinat la turatiile mai mari, iar sectiunea cea mai sollicitata este sectiunea E.
- analizand deplasari maxime transversale, pe ghidajul fata constatam urmatoarele:
  - la turatia de 800 rpm cresterea de la 15 mm la 10 mm este de  $\approx 33\%$  si are loc pentru varianta 41 in sectiunea E;
  - la turatia de 1000 rpm, variatia este de 36%,
  - iar pentru 1200rpm de 40%. Toate au loc cum este si firesc pe varianta cea mai slabita: 41
- aceiasi analiza facuta pentru ghidajul spate ne arata o variatie de 800rpm (56%); 1000rpm (52%); 1200 rpm (53%). Se pare ca influenta turatiei este relativ mica (pentru grosimea peretelui de 15 mm).
- In final putem conchide ca varianta cea mai buna, din punct de vedere al raportului dintre rigiditate si greutate este varianta 6, pe care o recomandam spre generalizare urmata de variantele 3 si chiar 31.

Tabel 4.3.1

Varianta substructura	MODEL MEF informatii	GREUTATEA (daN)		FRECVENTE PROPRII (Hz)	
		Varianta I-15mm	Varianta II-10mm	Varianta I-15mm	Varianta II-10mm
1. 	nr.noduri:1952 nr.elemente:1832 din care nr.shell:644 nr.solid:1020 nr.constraint:168	284,64	220,88	182,35	184,73
				340,28	298,14
				402,205	315,03
				449	342,37
				469,47	389,13
				505,84	408,37
				547,24	414,34
				571,43	419,96
				594,6	434,51
				617,3	447,79
12. 	nr.noduri:2062 nr.elemente:1968 din care nr.shell:780 nr.solid:1020 nr.constraint:168	313,436	239,456	190,26	189,85
				363,62	347,18
				400,05	390,51
				437,39	39,9
				514,99	406,21
				576,05	412,27
				589,3	425,04
				600,13	427,32
				610,84	435,06
				619,84	458,38
2. 	nr.noduri:1898 nr.elemente:1766 din care nr.shell:578 nr.solid:1020 nr.constraint:168	269,06	210,67	168,72	169,15
				327,14	312,51
				366,06	317,53
				410,81	343,75
				461,38	350,19
				481,25	368,02
				486,11	397,68
				527,12	406,75
				537,99	432,34
				581,87	426,76
3. 	nr.noduri:1942 nr.elemente:1812 din care nr.shell:624 nr.solid:1020 nr.constraint:168	273,265	213,5	203,47	172,51
				234,92	187,63
				278,44	206,01
				300,37	228,16
				327,92	238,83
				354,77	245,9
				356,75	273,63
				418,56	306,17
				439,17	385,89
				493,83	402,56
31. 	nr.noduri:2046 nr.elemente:1944 din care nr.shell:756 nr.solid:1020 nr.constraint:168	295,665	227,95	246,12	220,41
				327,84	226,52
				357,73	227,7
				359,61	271,73
				398,42	311,32
				434,11	326,58
				445,58	365,31
				481	390,26
				497,19	403,08
				537,09	412,67
4. 	nr.noduri:1942 nr.elemente:1824 din care nr.shell:636 nr.solid:1020 nr.constraint:168	284,307	220,62	217,01	170,68
				249,36	176,25
				284,51	212,02
				302,81	226,23
				326,56	254,3
				336,9	282,11
				372,31	327,16
				434,73	340,17
				489,69	369,02
				508,97	385,5
41. 	nr.noduri:1876 nr.elemente:1742 din care nr.shell:554 nr.solid:1020 nr.constraint:168	269,374	211,83	164,68	145,31
				219,26	166,9
				245,74	177,31
				248,02	179,61
				296,49	225,67
				316,25	251,94
				328,38	273,99
				389,89	281,27
				437,47	342,09
				466,45	412,51



Tabel 4.3.1 (continuare)

Varianta substructura	MODEL MEF informatii	GREUTATEA (daN)		FRECVENTE PROPRII (Hz)	
		Varianta I-15mm	Varianta II-10mm	Varianta I-15mm	Varianta II-10mm
5. 	nr. noduri: 1956 nr. elemente: 1815 din care nr. shell: 647 nr. solid: 1020 nr. constraint: 160	377,6	216,52	224,4	229,59
				436,99	361,18
				463,51	383,37
				502,10	397,02
				516,97	406,32
				551,79	422,71
				552,79	463,47
				579,4	469,24
				596,34	490,43
				634,05	522,07
51. 	nr. noduri: 2016 nr. elemente: 1915 din care nr. shell: 727 nr. solid: 1020 nr. constraint: 160	305,55	234,66	234,72	238,20
				432,07	416,11
				470,82	460,65
				496,99	480,96
				545,57	494,38
				662,62	523,47
				711,64	537,37
				756,19	544,45
				763,55	561,15
				812,33	584,93
6. 	nr. noduri: 1888 nr. elemente: 1751 din care nr. shell: 563 nr. solid: 1020 nr. constraint: 160	262,667	206,718	204,45	204,96
				320,59	231,09
				352,64	263,61
				361,66	303,26
				415,79	366,89
				472,07	387,94
				529,22	411,81
				547,95	438,64
				559,54	464,43
				596,39	501,52
61. 	nr. noduri: 1956 nr. elemente: 1831 din care nr. shell: 643 nr. solid: 1020 nr. constraint: 160	290,618	224,996	218,93	204,4
				307,03	213,31
				327,8	235,8
				340,87	241,89
				366,96	277,3
				373,18	313,7
				418,03	440,39
				522,96	483,6
				545,28	487,02
				621,82	508,58
7. 	nr. noduri: 1856 nr. elemente: 1714 din care nr. shell: 526 nr. solid: 1020 nr. constraint: 160	255,2	202,11	242,41	228,14
				326,44	245,86
				362,35	280,01
				382,39	324,15
				438,85	335,42
				452,79	382,43
				475,94	396,94
				503,52	429,81
				562,54	445,91
				570,12	491,67
71. 	nr. noduri: 1943 nr. elemente: 1813 din care nr. shell: 625 nr. solid: 1020 nr. constraint: 160	290,0	224,46	193,6	185,24
				316,3	220,94
				335,19	240,65
				355,61	253,51
				369,87	275,09
				382,78	314,07
				483,46	330,42
				454,31	337,39
				465,63	404,04
				468,63	418,28

Calculul frecventelor proprii pentru variante substructuri  
prin M.E.F

tabel 3.4.2

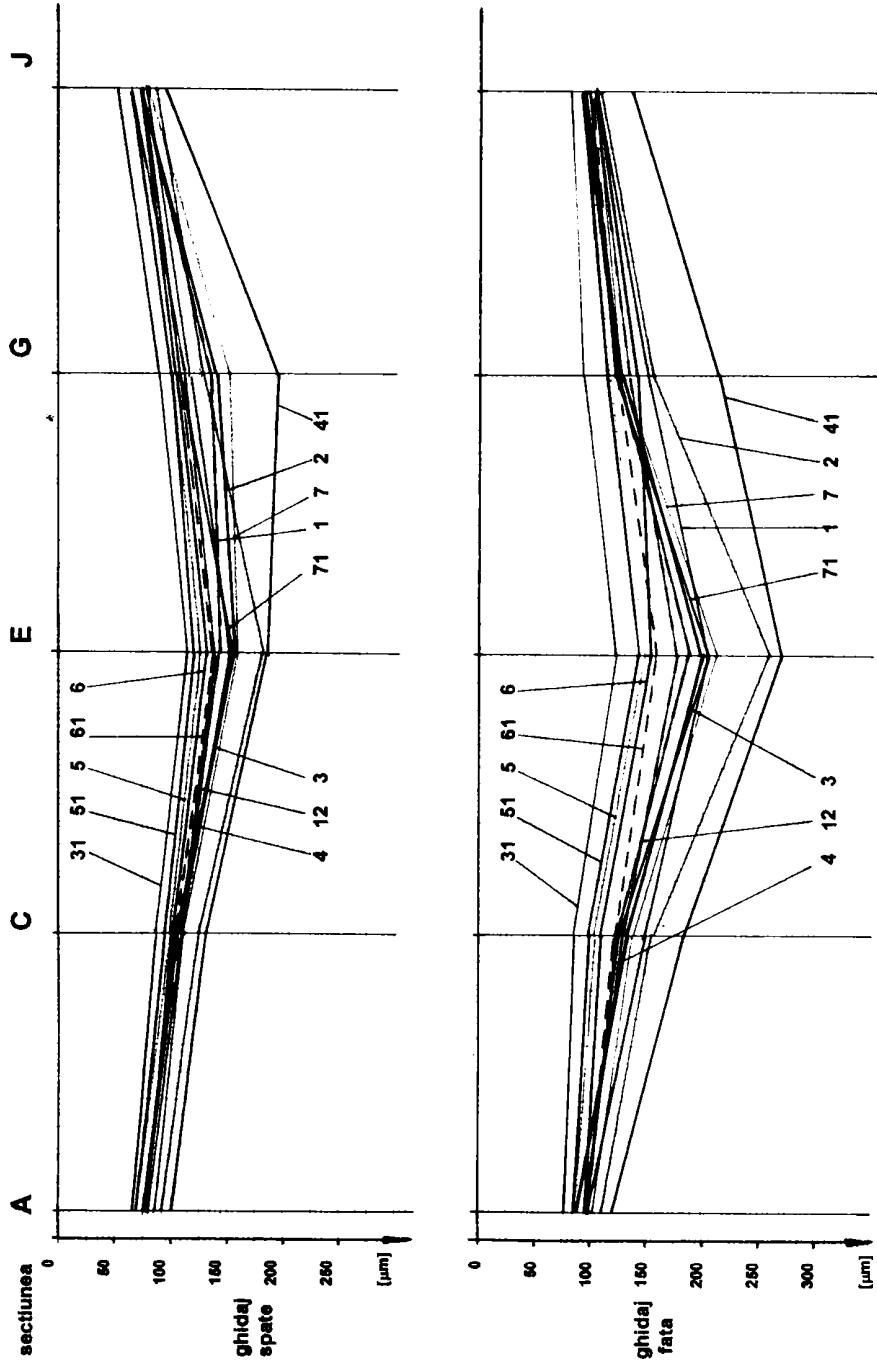
Turatia Sectiunea	DEPLASARI ALE GHIDAJULUI BATIULUI [ $\mu\text{m}$ ]																
	n=1200rpm					n=1000rpm					n=800rpm						
	A	C	E	G	J	A	C	E	G	J	A	C	E	G	J		
VARIANATA I. grosime perete = 15 mm	Ghidaj fata	1	91	135	189	137	94	95	139	198	142	96	98	143	203	150	109
		12	87	121	171	124	89	90	124	178	127	92	93	127	185	130	102
		2	115	150	230	152	115	117	153	238	155	118	120	157	262	155	110
		3	92	117	188	120	95	95	120	197	121	95	97	123	202	128	103
		31	69	72	120	76	71	73	77	122	80	75	75	81	124	93	80
		4	75	118	170	121	76	79	121	176	123	80	82	124	184	126	85
		41	116	174	250	175	115	118	176	261	178	120	120	180	270	225	156
	5	78	114	141	116	79	82	117	145	120	85	86	120	149	122	87	
	51	76	92	138	95	77	80	96	142	101	80	83	100	145	120	90	
	6	87	120	148	123	85	89	123	153	125	91	92	126	157	148	100	
	61	98	115	150	116	100	101	118	155	121	100	104	120	160	131	105	
	7	97	131	193	135	99	102	135	203	134	102	104	138	219	125	100	
	71	83	119	191	121	85	87	123	200	125	89	90	125	206	122	91	
	Ghidaj spate	1	79	117	149	120	80	82	121	154	122	84	85	124	159	127	89
		12	82	94	140	95	84	86	100	145	141	90	89	103	148	149	100
		2	75	119	168	120	76	77	122	175	123	79	80	125	181	123	90
		3	67	99	148	103	79	69	104	153	140	70	72	108	158	149	101
		31	55	76	111	79	60	58	79	115	80	61	60	82	117	84	65
		4	65	94	139	97	67	68	99	143	100	70	71	103	146	105	72
		41	94	108	170	125	93	97	106	175	162	96	100	110	183	190	90
		5	68	97	121	99	70	71	101	123	102	75	75	104	126	104	77
51		64	79	120	91	65	69	82	121	93	70	71	86	123	100	69	
6		77	98	130	101	79	80	102	134	104	81	83	104	138	107	92	
61		72	93	132	95	73	76	97	135	100	78	80	102	136	108	90	
7		71	111	153	132	75	75	115	158	142	76	78	118	163	157	83	
71		69	103	151	105	70	73	109	156	110	75	75	114	161	117	73	
VARIANATA II. grosime perete = 10 mm		Ghidaj fata	1	125	216	269	223	128	129	219	271	227	132	131	223	276	230
	12		129	197	211	197	130	131	200	215	203	134	135	203	218	208	137
	2		135	245	281	246	136	138	248	285	250	141	142	251	289	255	143
	3		117	191	216	192	118	120	195	219	196	123	125	197	223	201	127
	31		60	92	139	90	60	62	94	142	98	65	62	97	146	104	67
	4		121	191	258	193	122	125	195	262	198	129	130	198	265	207	131
	41		142	280	352	281	145	144	283	356	287	147	147	288	359	291	150
	5	70	119	147	120	70	72	123	151	125	75	72	126	155	127	78	
	51	64	112	135	114	65	66	116	138	118	68	68	120	142	122	70	
	6	70	181	221	180	72	73	185	225	186	75	75	187	228	190	79	
	61	61	115	171	116	62	63	119	174	120	66	64	123	179	125	68	
	7	124	213	322	215	125	128	217	325	219	131	131	221	327	223	164	
	71	143	195	275	197	145	145	198	278	200	147	140	202	281	207	150	
	Ghidaj spate	1	54	90	105	92	55	56	94	108	97	57	58	98	112	103	60
		12	51	126	168	125	52	54	129	171	130	59	63	132	175	134	62
		2	66	179	230	180	67	65	183	235	182	72	71	186	239	188	76
		3	63	137	176	139	65	67	140	177	145	70	68	143	181	145	73
		31	50	80	112	82	53	52	84	115	85	55	53	87	118	98	59
		4	68	158	196	160	69	70	161	199	162	73	74	165	204	167	76
		41	78	211	261	212	79	81	215	264	216	84	86	218	268	220	87
		5	55	92	127	94	56	57	96	130	97	60	59	98	133	100	62
51		48	89	103	90	50	51	92	107	95	54	55	96	112	98	58	
6		67	131	176	133	68	70	135	180	137	73	73	139	183	140	76	
61		65	113	148	115	65	68	116	152	116	72	71	118	156	122	79	
7		79	194	239	195	80	82	197	242	195	85	86	203	247	206	86	
71		67	190	224	192	70	69	194	226	192	73	72	198	230	201	75	

DEPLASARI TRANSVERSALE ALE GHIDAJELOR BATIULUI  
Calculul vibratiilor fortate-MEF-variante substructuri

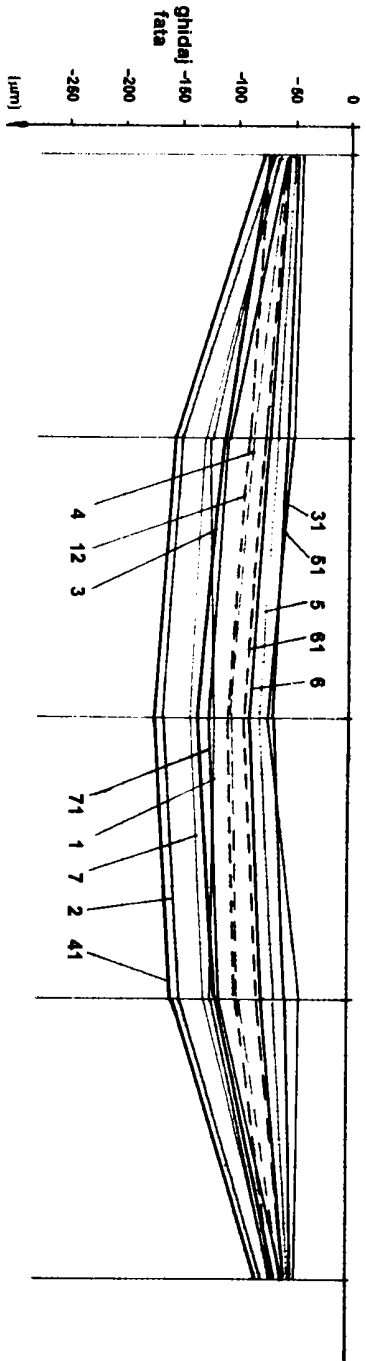
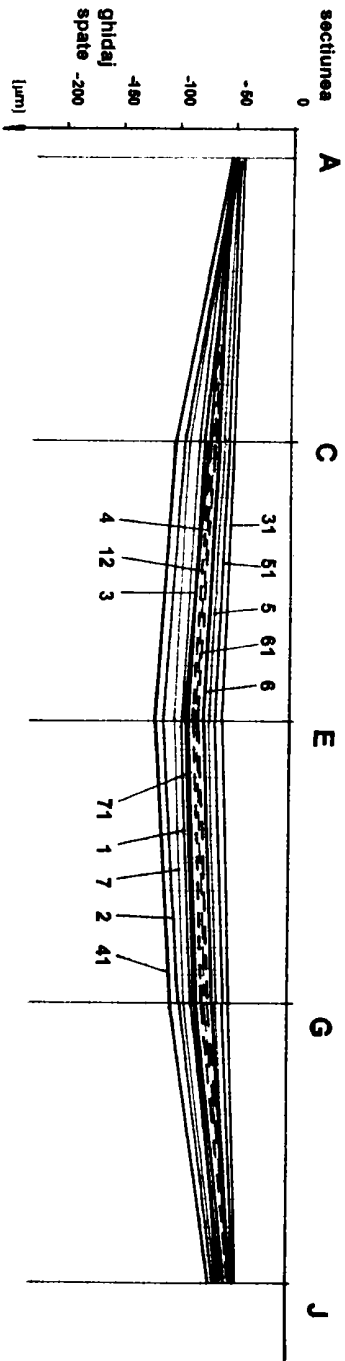
tabel 4.3.3

Turata Sectiunea	DEPLASARI ALE GHIDAJULUI BATIULUI [μm]																
	n=1200rpm					n=1000rpm					n=800rpm						
	A	C	E	G	J	A	C	E	G	J	A	C	E	G	J		
VARIANTA I. grosime perete = 15 mm	Ghidaj fata	1	-56	-140	-138	-142	-60	-59	-143	-142	-145	-60	-62	-147	-145	-146	-63
		12	-65	-79	-129	-81	-67	-68	-82	-132	-84	-70	-71	-85	-135	-87	-70
		2	-63	-142	-158	-145	-65	-65	-145	-164	-147	-67	-68	-148	-169	-150	-72
		3	-44	-115	-138	-117	-48	-47	-119	-141	-120	-49	-50	-122	-145	-123	-51
		31	-42	-45	-110	-43	-45	-45	-48	-112	-46	-47	-48	-51	-93	-49	-49
		4	-45	-52	-128	-54	-59	-48	-54	-131	-57	-50	-51	-57	-133	-61	-50
		41	-71	-151	-160	-153	-75	-74	-156	-166	-156	-78	-77	-159	-172	-160	-79
	5	-43	-68	-115	-73	-45	-46	-72	-116	-76	-48	-49	-75	-118	-79	-52	
	51	-42	-65	-113	-68	-46	-45	-67	-114	-70	-47	-48	-70	-115	-73	-47	
	6	-55	-70	-118	-71	-59	-57	-72	-120	-74	-61	-60	-75	-121	-76	-61	
	61	-56	-72	-120	-73	-60	-58	-75	-122	-75	-60	-61	-78	-124	-79	-60	
	7	-61	-128	-140	-134	-62	-64	-131	-144	-137	-68	-67	-135	-148	-139	-65	
	71	-48	-112	-137	-115	-50	-51	-116	-141	-119	-55	-54	-120	-144	-123	-61	
	Ghidaj spate	1	-57	-105	-125	-111	-60	-60	-108	-128	-116	-62	-63	-112	-130	-120	-65
12		-43	-56	-123	-60	-45	-46	-60	-125	-64	-49	-50	-63	-127	-67	-49	
2		-42	-81	-127	-84	-46	-45	-84	-129	-87	-48	-49	-87	-132	-90	-50	
3		-41	-57	-124	-58	-45	-44	-59	-127	-61	-47	-47	-62	-129	-64	-49	
31		-40	-45	-106	-55	-42	-43	-48	-107	-58	-48	-46	-50	-65	-51	-47	
4		-43	-48	-124	-47	-45	-46	-50	-127	-51	-49	-49	-53	-129	-55	-49	
41		-49	-100	-129	-102	-50	-52	-104	-132	-106	-56	-55	-107	-135	-109	-62	
5		-40	-60	-110	-62	-43	-43	-63	-111	-65	-45	-46	-66	-112	-68	-50	
51		-38	-55	-107	-57	-42	-41	-58	-108	-60	-44	-45	-61	-109	-63	-48	
6		-42	-57	-100	-58	-45	-45	-60	-111	-61	-47	-48	-63	-112	-64	-49	
61		-45	-59	-114	-62	-49	-48	-62	-115	-66	-50	-51	-65	-117	-68	-52	
7		-47	-82	-126	-85	-49	-50	-85	-129	-88	-52	-53	-89	-132	-91	-54	
71		-53	-110	-123	-115	-56	-56	-112	-125	-117	-60	-59	-115	-127	-120	-63	
VARIANTA II. grosime perete = 10 mm		Ghidaj fata	1	-72	-146	-150	-144	-74	-75	-150	-155	-147	-75	-78	-153	-160	-150
	12		-69	-92	-139	-140	-70	-72	-95	-143	-99	-77	-75	-98	-146	-102	-74
	2		-63	-129	-147	-96	-67	-66	-131	-150	-133	-68	-69	-134	-153	-136	-73
	3		-55	-135	-151	-130	-56	-58	-138	-156	-136	-62	-61	-141	-160	-139	-63
	31		-62	-68	-113	-65	-64	-65	-70	-115	-68	-69	-68	-74	-116	-71	-69
	4		-64	-70	-137	-71	-65	-67	-73	-141	-75	-70	-71	-76	-144	-78	-67
	41		-81	-172	-180	-175	-83	-84	-175	-188	-177	-85	-87	-178	-196	-180	-85
	5	-63	-76	-120	-79	-68	-67	-79	-122	-83	-69	-69	-83	-124	-86	-70	
	51	-56	-79	-117	-81	-58	-59	-83	-119	-84	-63	-62	-86	-120	-87	-59	
	6	-62	-73	-124	-78	-65	-65	-76	-126	-80	-67	-68	-79	-128	-83	-67	
	61	-67	-75	-127	-78	-70	-70	-78	-129	-81	-74	-73	-81	-132	-84	-72	
	7	-70	-127	-153	-133	-72	-73	-130	-158	-136	-75	-76	-132	-164	-140	-78	
	71	-67	-122	-149	-125	-71	-70	-125	-154	-127	-74	-73	-128	-158	-130	-75	
	Ghidaj spate	1	-61	-111	-134	-116	-63	-64	-115	-136	-119	-69	-68	-118	-140	-121	-70
12		-50	-70	-131	-73	-55	-53	-73	-134	-75	-60	-57	-76	-136	-78	-61	
2		-49	-84	-136	-86	-51	-53	-87	-139	-89	-58	-56	-89	-143	-93	-57	
3		-45	-61	-133	-64	-50	-49	-64	-136	-67	-55	-53	-67	-138	-70	-55	
31		-53	-55	-108	-56	-55	-56	-55	-110	-59	-59	-60	-58	-111	-62	-63	
4		-51	-110	-132	-112	-52	-54	-113	-135	-115	-55	-57	-115	-138	-118	-60	
41		-56	-58	-138	-70	-57	-59	-59	-142	-73	-60	-62	-72	-146	-76	-62	
5		-47	-63	-114	-65	-49	-50	-66	-114	-68	-52	-53	-69	-116	-71	-54	
51		-49	-61	-109	-62	-51	-52	-64	-111	-65	-55	-55	-67	-112	-69	-56	
6		-53	-67	-113	-69	-55	-56	-70	-115	-72	-60	-59	-73	-116	-75	-60	
61		-58	-88	-119	-89	-61	-60	-90	-120	-92	-62	-63	-93	-123	-96	-64	
7		-54	-112	-135	-112	-59	-57	-116	-138	-116	-62	-61	-119	-142	-120	-65	
71		-55	-110	-130	-100	-60	-58	-112	-134	-112	-64	-62	-116	-137	-118	-59	

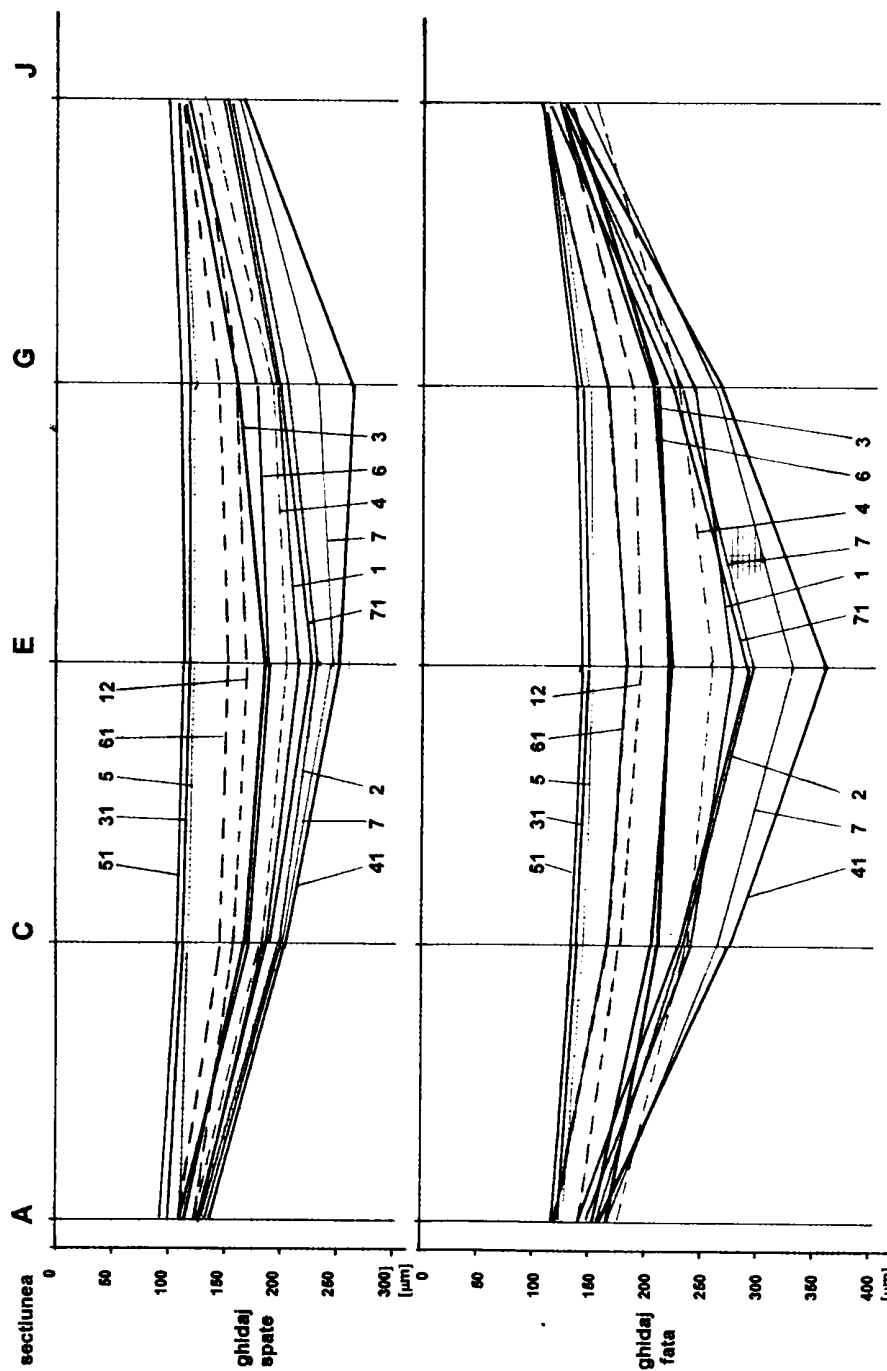
DEPLASARI VERTICALE ALE GHIDAJELOR BATIULUI  
Calculul vibratiilor fortate-MEF-variante substructuri



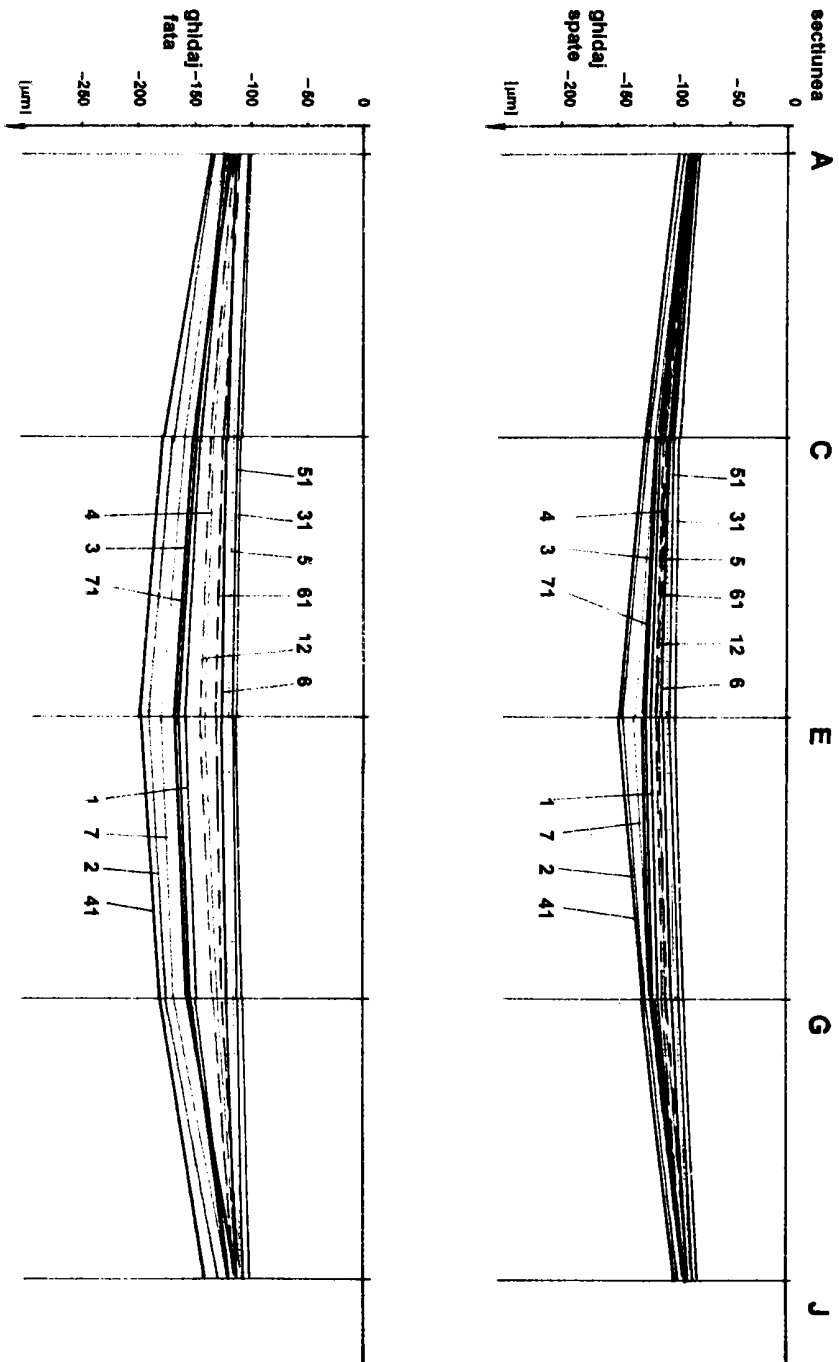
DEFORMATIA IN PLAN TRANSVERSAL A GHIDAJELOR BATIULUI-CALCULUL VIBRATIILOR FORTATE,MEF, $n=800\text{rpm}$ ,  
 (variante substructuri cu grosimea peretilor de 15 mm) fig.4.3.5



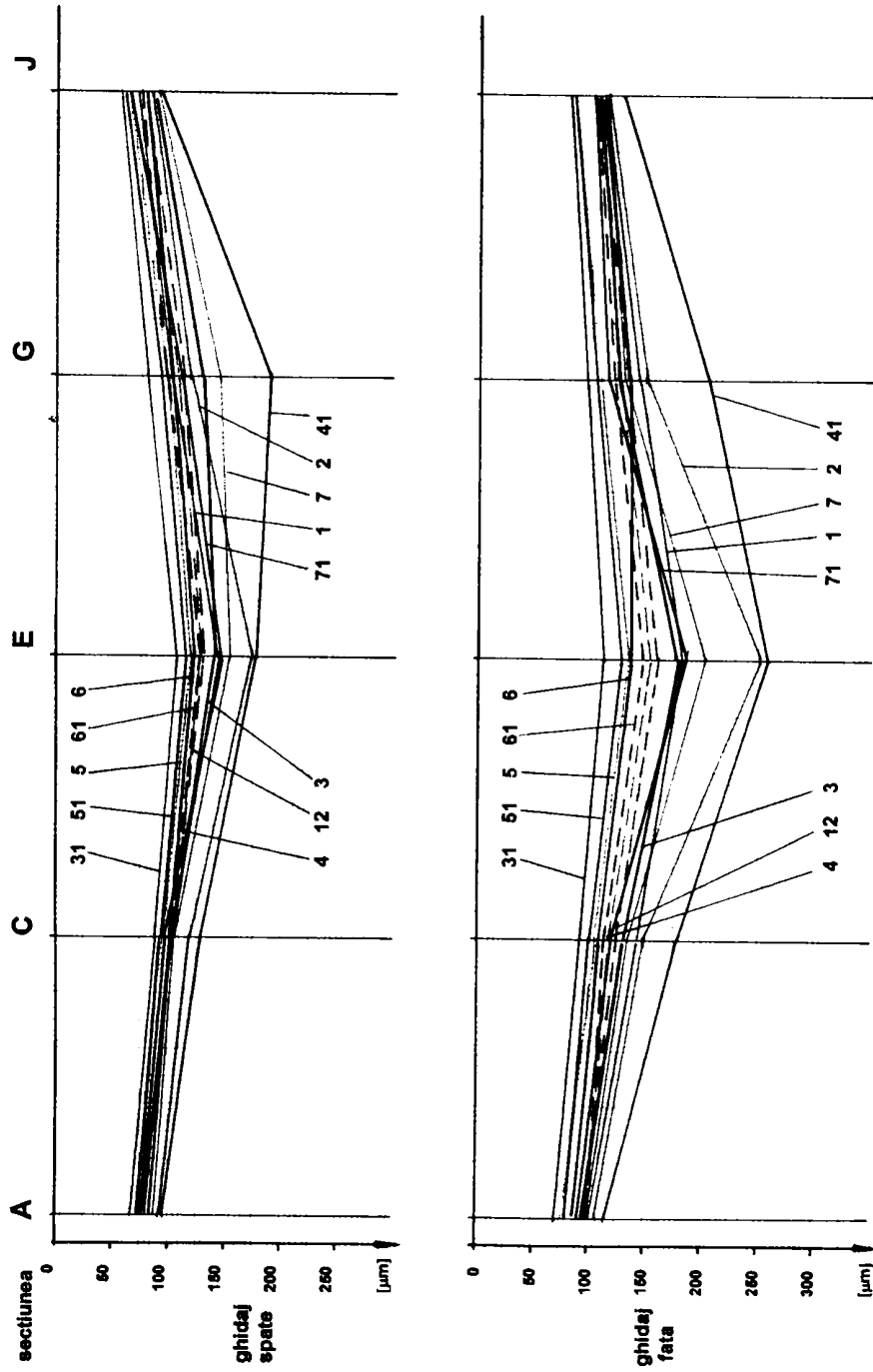
DEFORMATIA IN PLAN VERTICAL A GHIDAJELOR BATIULUI-CALCULUL VIBRATIILOR FORTATE,MEF, n=800rpm,  
(variante substructuri cu grosimea peretilor de 15 mm)  
fig.4.3.6



DEFORMATIA IN PLAN TRANSVERSAL A GHIDAJELOR BATIULUI-CALCULUL VIBRATIILOR FORTATE,MEF,n=800rpm,  
 (variante substructuri cu grosimea peretilor de 10 mm) fig.4.3.7

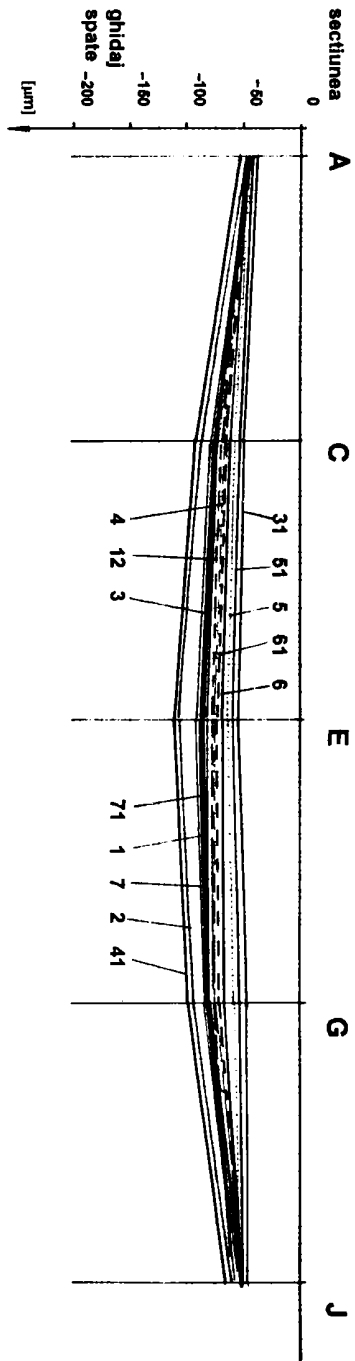


DEI ORMATIA IN PLAN VERTICAL A GHIDAJELOR BATIULUI-CALCULUL VIBRATIILOR FORTATE,MEF, n=800rpm,  
(variante substructuri cu grosimea peretilor de 10 mm) fig.4.3.8

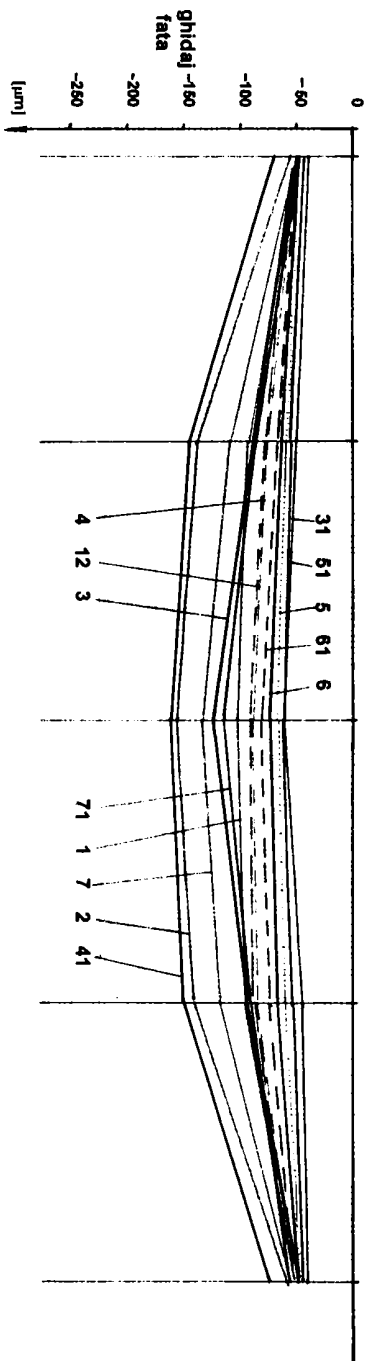


DEFORMATIA IN PLAN TRANSVERSAL A GHIDAJELOR BATIULUI-CALCULUL VIBRATIILOR FORTATE,MEF, $n=1000$ rpm,  
 (variante substructuri cu grosimea peretilor de 15 mm) fig.4.3.9

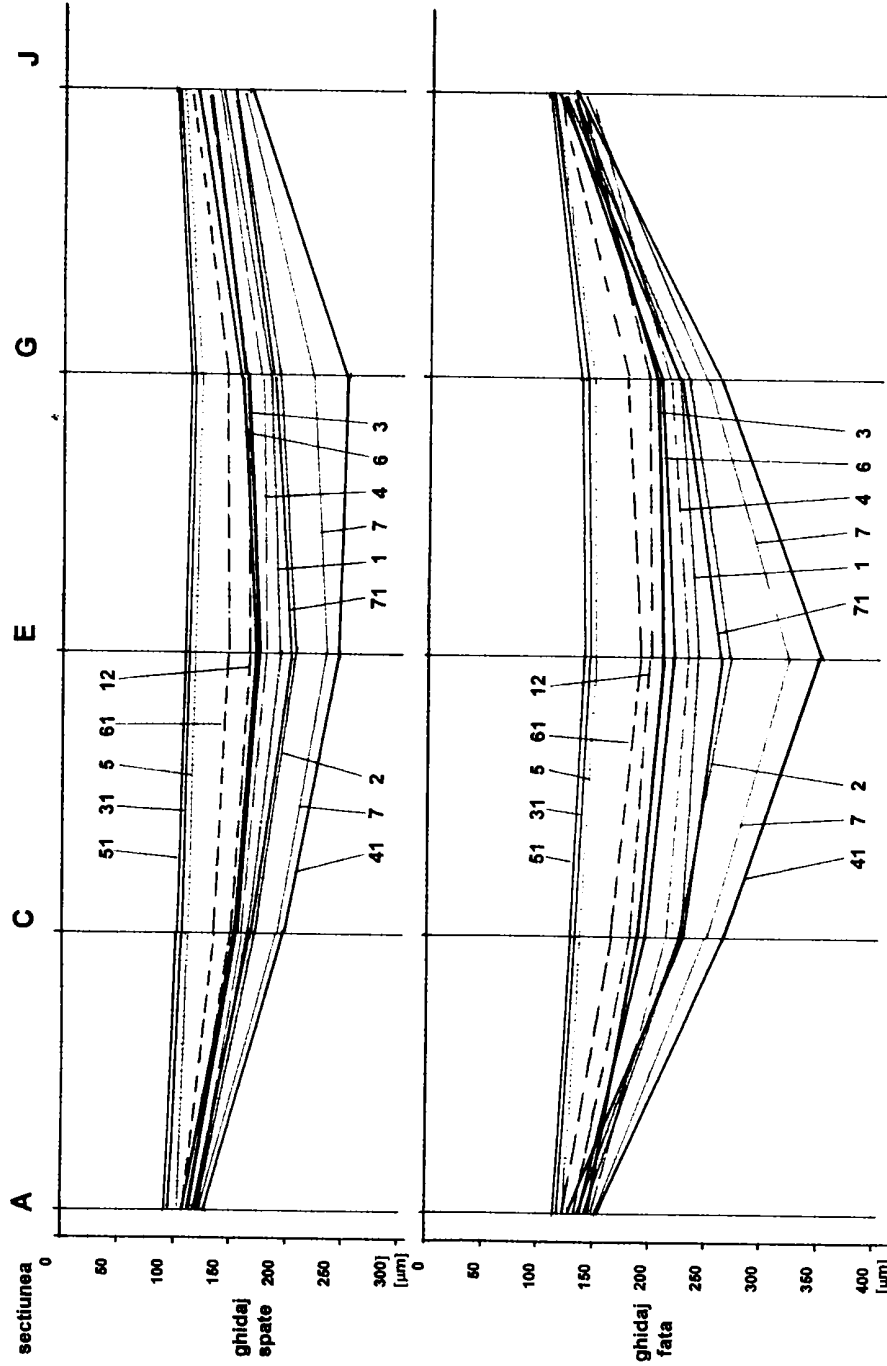




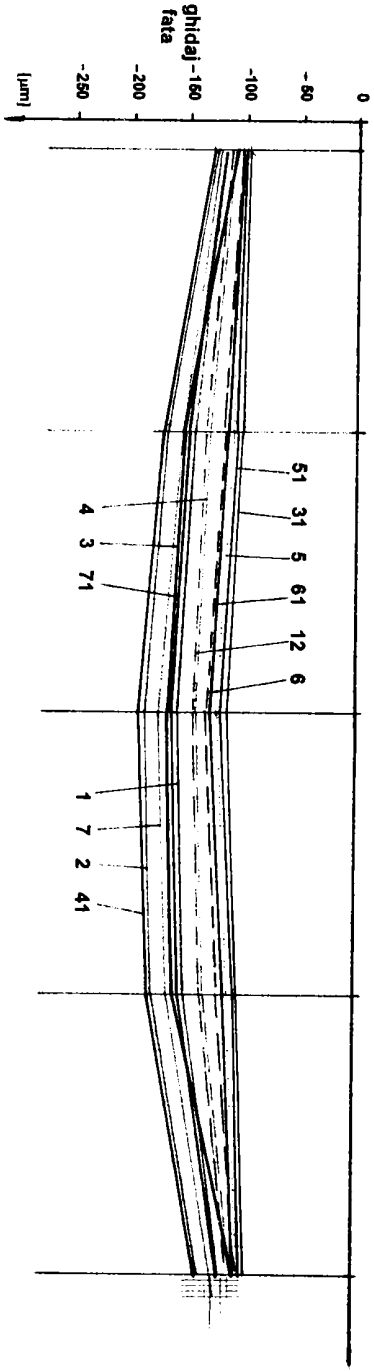
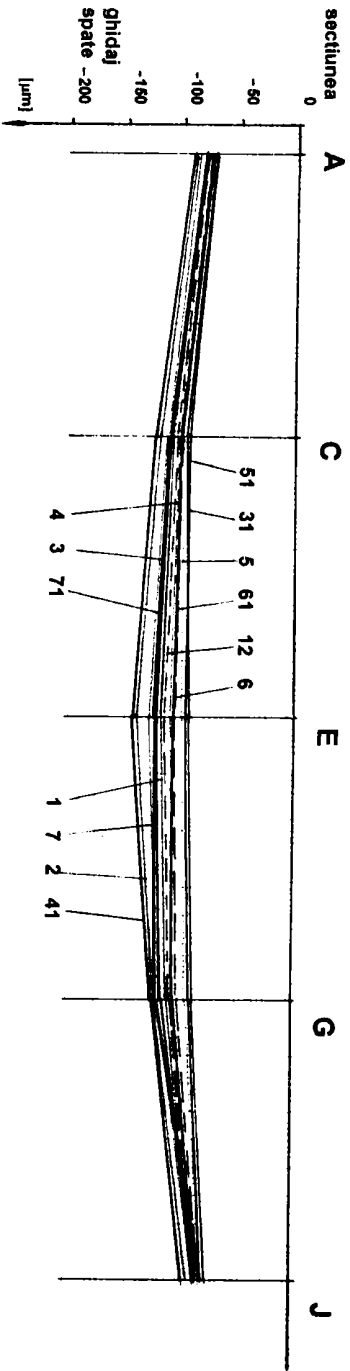
142



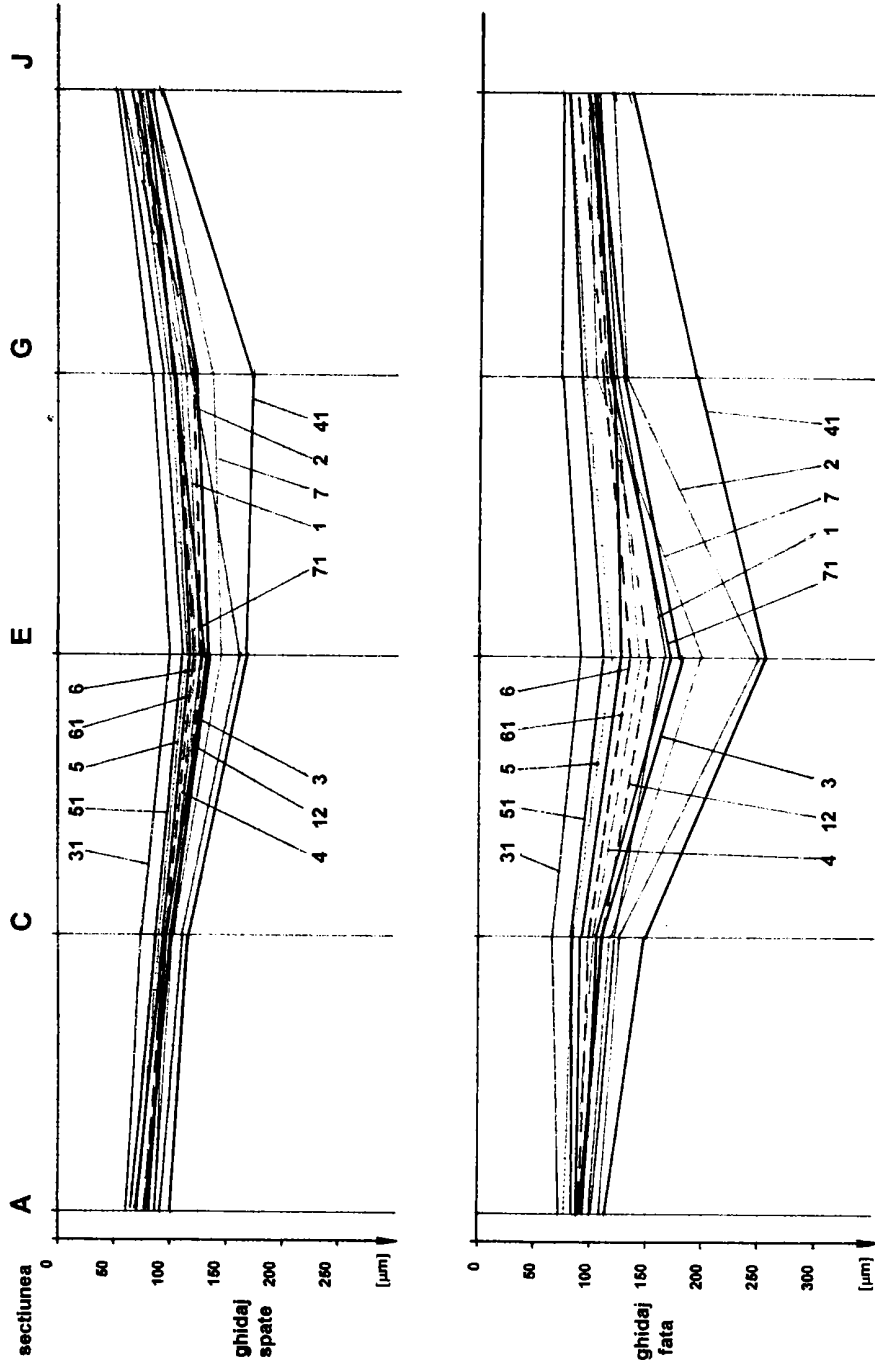
DEFORMATIA IN PLAN VERTICAL A GHIDAJELOR BATULUI-CALCULUL VIBRATIILOR FORTATE,MEF, n=1000rpm,  
(variante substructuri cu grosimea peretilor de 15 mm) fig.4.3 10



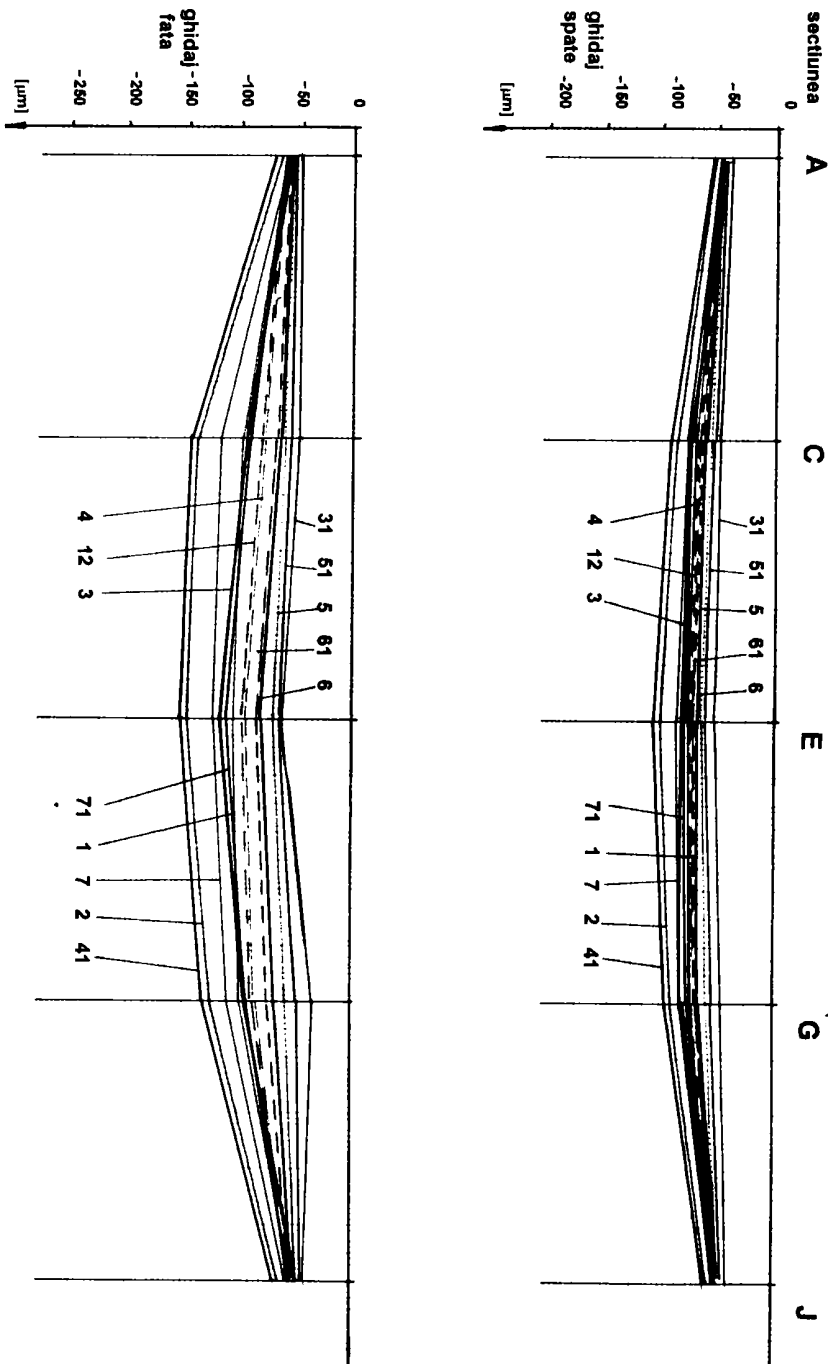
**DEFORMATIA IN PLAN TRANSVERSAL A GHIDAJELOR BATIULUI-CALCULULI VIBRATIILOR FORTATE,MEF, n=1000rpm,**  
 (variante substructuri cu grosimea peretilor de 10 mm) fig.4.3.11



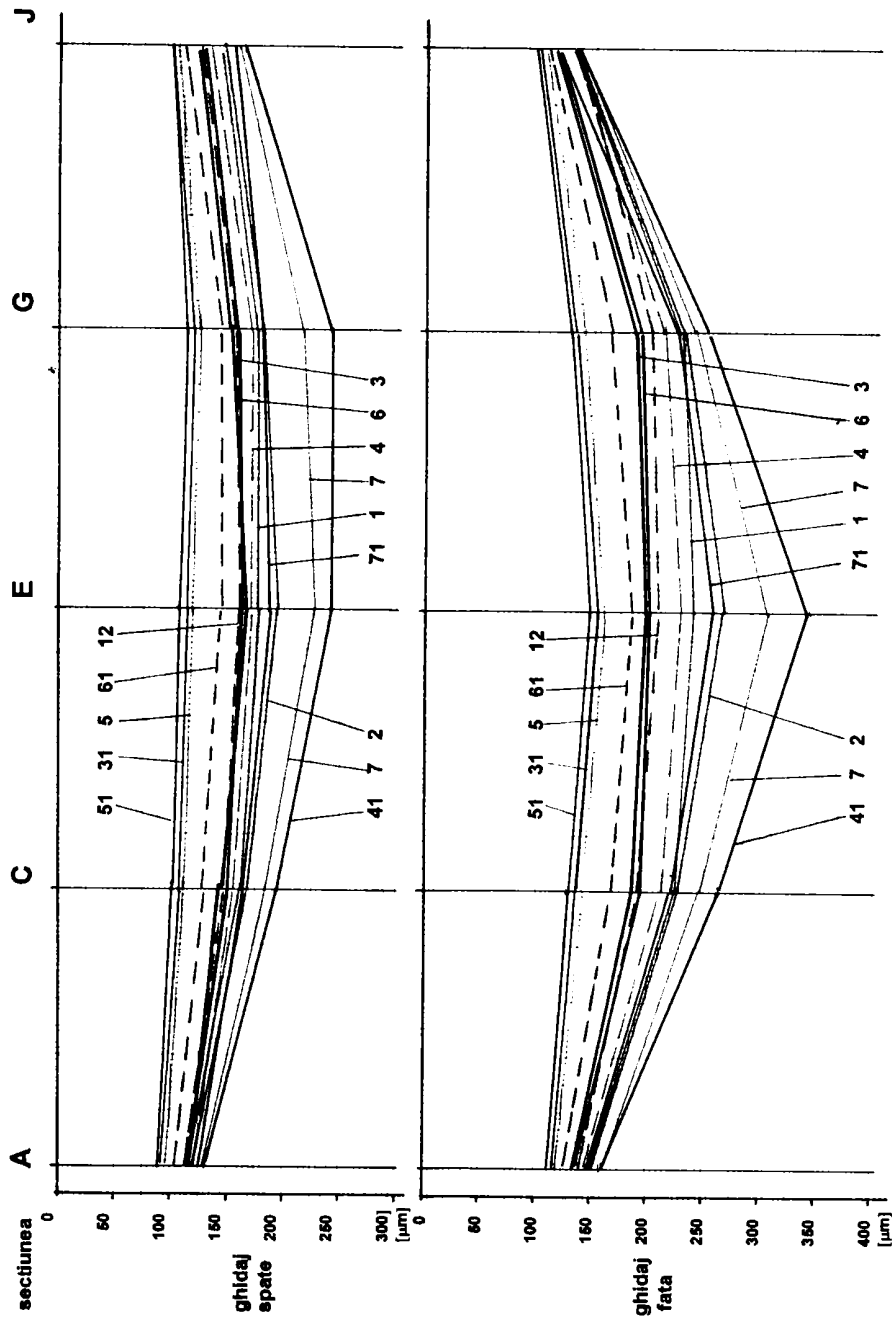
DEFORMATIA IN PLAN VERTICAL A GHIDAJELOR BATULUI-CALCULUL VIBRATIILOR FORTATE,MEF,n=1000rpm,  
(variante substructuri cu grosimea peretilor de 10 mm)  
fig.4.3.12



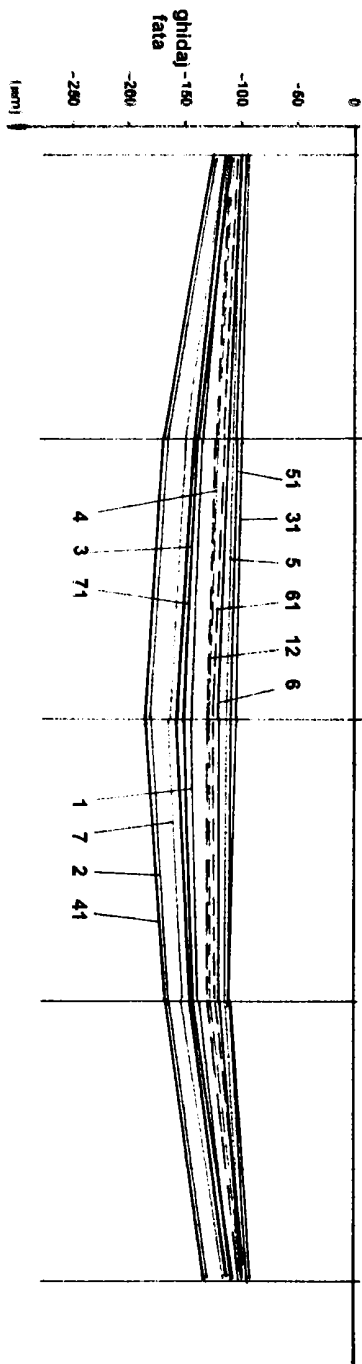
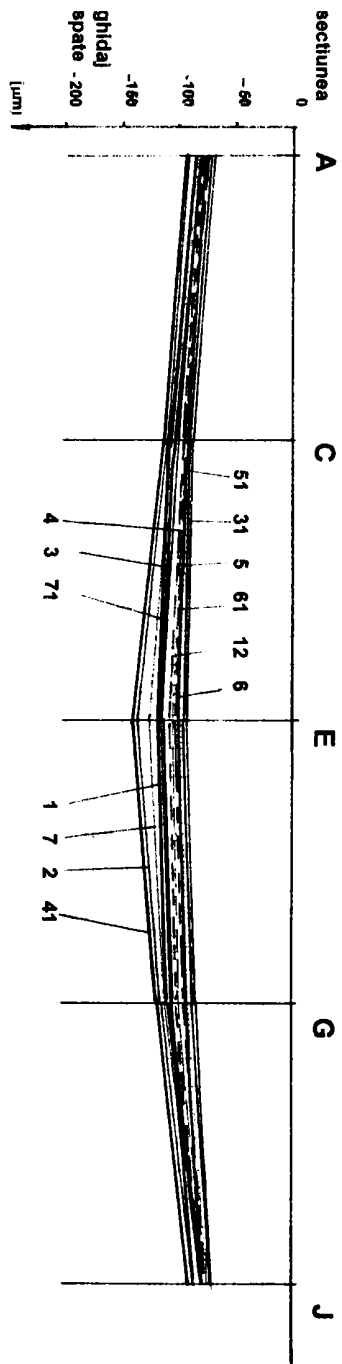
DEFORMATIA IN PLAN TRANSVERSAL A GHIDAJELOR BATIULUI-CALCULUL VIBRATIILOR FORTATE,MEF, $\eta=1200$ rpm,  
 (variante substructuri cu grosimea peretilor de 15 mm) fig.4.3.13



DEFORMATIA IN PLAN VERTICAL A GHIDAJELOR BATULUI-CALCULUL VIBRATIILOR FORTATE,MEF, n=1200rpm,  
(variante substructuri cu grosimea peretilor de 15 mm)  
fig.4.3.14



DEFORMATIA IN PLAN TRANSVERSAL A GHIDAJELOR BATIULUI-CALCULUL VIBRATIILOR FORTATE,MEF,n=1200rpm,  
 (variante substructuri cu grosimea peretilor de 10 mm)  
 fig 4.3.15



DEFORMATIA IN PLAN VERTICAL A GHIDAJELOR BATULUI-CALCULUL VIBRATIILOR FORTATE,MEF,n=1200rpm,  
(variante substructuri cu grosimea peretilor de 10 mm)

fig.4.3.16

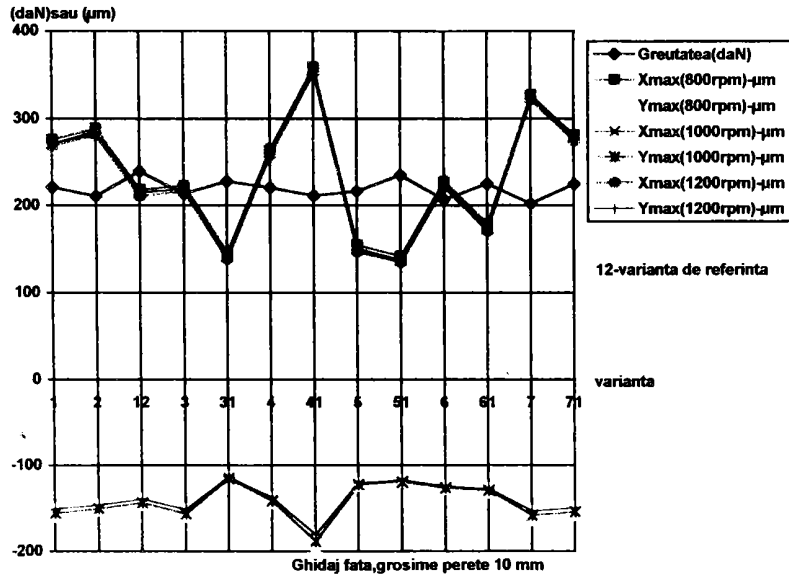


fig.4.3.17

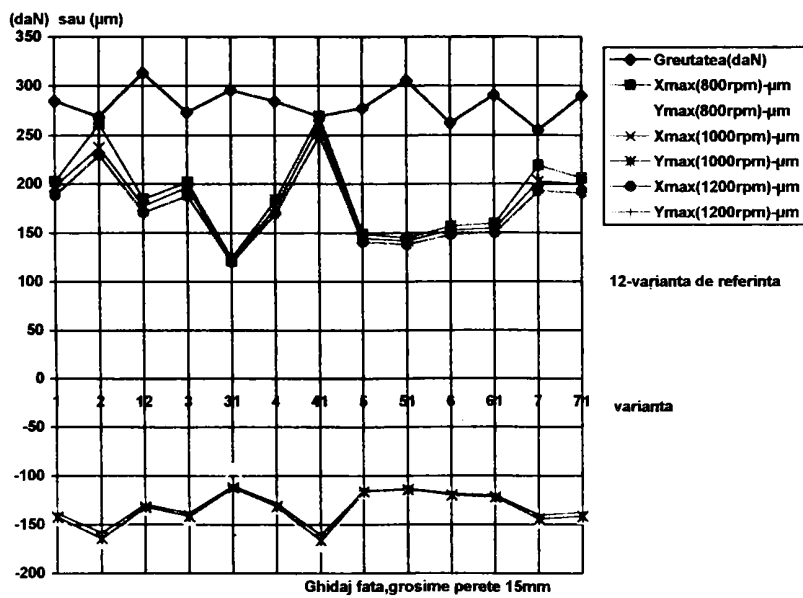


fig.4.3.18



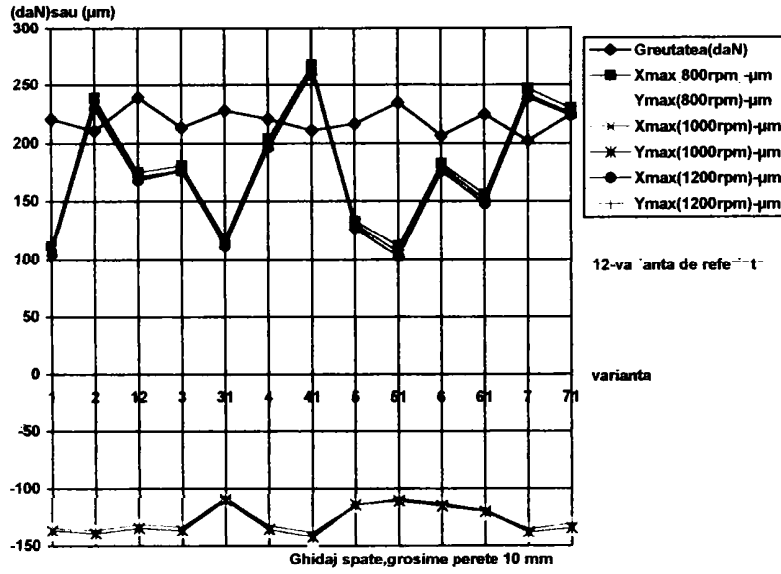


fig. 4.3.19

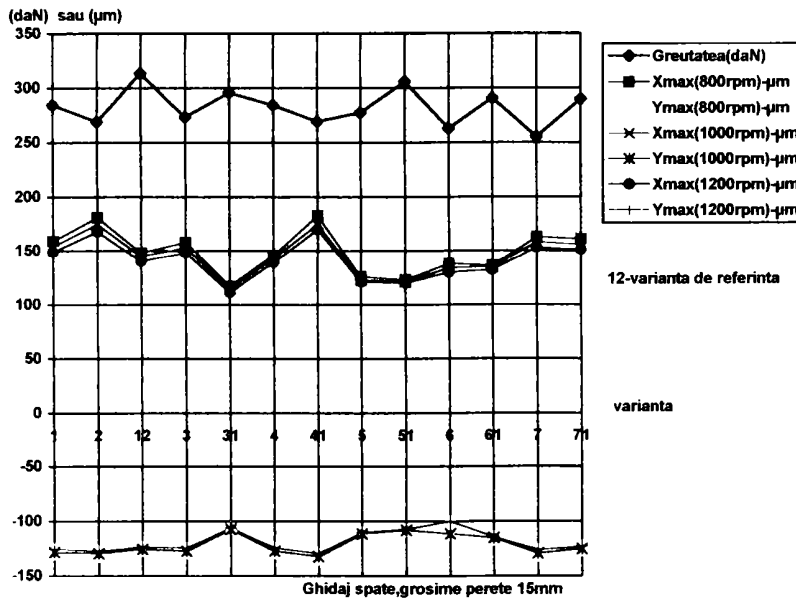


fig. 4.3.20

## Capitolul 5.

CERCETARI EXPERIMENTALE STATICE SI DINAMICE.STUDII  
COMPARATIVE.COMENTARII SI CONCLUZII.

## 5.1. MASURATORI STATICE

## 5.1.1.Rigiditatea statica a unei masini-unelte

Cercetarea starii deformate a batiului unei masini-unelte,este strict legata de precizia de prelucrare a acesteia,pe care o putem indirect caracteriza prin rigiditatea statica si dinamica.

Notiunea de rigiditate statica, pentru o anumita structura de rezistenta este sub aspect global, capacitatea structurii de a se opune actiunii de deformare produsa de sollicitarile exterioare. Ea se masoara prin raportul dintre forta sau momentul, aplicate intr-un anumit punct al structurii si deplasarea liniara sau unghiulara masurata fie in punctul de aplicatie fie in alt punct al structurii. Precizam ca inversul rigiditatii statice poarta numele de cedare statica. De aceea cand se vorbeste despre rigiditatea unei masini-unelte, trebuie facute precizari foarte clare privind fixarea elementelor din definitie. Cel mai frecvent insa se masoara deplasările (generalizate) in punctul de aplicatie al fortei (generalizate) atat pe directia fortei cat si pe cele doua directii perpendiculare (care formeaza un sistem drept). Deformatiile liniare- de exemplu- se produc sub actiunea fortei de aschiere pe toate cele trei directii dupa care se decompune de obicei aceasta forta; se definesc astfel niste rigiditati liniare directe ( $k_{xx}, k_{yy}, k_{zz}$ ) si niste rigiditati transversale reciproce  $k_{ij}$  ( $i, j = x, y, z$ ) unde cu  $i$ - notam directia de actionare a fortei si cu  $j$  -directia deplasarii corespunzatoare. Acestea din urma satisfac o conditie de reciprocitate pentru sistemele liniare ( $k_{ij}=k_{ji}$ ) si in general au valori foarte mari deci pot fi neglijate. Definitiiile sunt similare pentru rigiditatile unghiulare  $k_{\varphi, ij}$  ( $i, j = x, y, z$ ) directe si reciproce unde cu  $\varphi_j$  notam rotatia in jurul axei  $j$  sub actiunea unei forte generalizate care lucreaza dupa directia  $i$ .

Comportarea structurilor de rezistenta ale masinilor-unelte este in general neliniara, cu o legatura intre forte si deplasari de tipul din figura 5.1.1. Pentru astfel de situatii se defineste asa numita rigiditate instantanee, fie o rigiditate medie, marime preferata de obicei pentru simplitatea determinarii experimentale.

rigiditatea instantanee:

$$k_0 = \left( \frac{dF}{d\Delta} \right)_{F_0} = \frac{F_0}{\Delta_0 - \Delta'} = tg \alpha$$

rigiditatea medie:

$$k_m = \frac{F_0}{\Delta_0} = tg \alpha_0$$

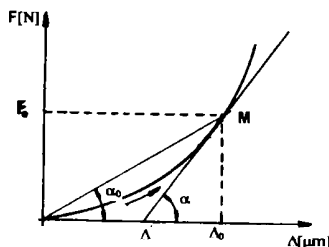


Fig. 5.1.1

Rigiditatea totala a ansamblului de elemente care formeaza structura, respectiv masina-unealta, se determina cu relatia:  $\frac{1}{k_{tot}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i}$

Pentru o informare globala,orientativa redam cateva rezultate din cercetarile efectuate in laboratorul WZL din Achen (Germania)[W4],[W5].Astfel,pentru strunguri paralele,valorile medii ale rigiditatilor liniare directe au fost:

- prinderea intre varfuri : $k_{xx}=37,04 \text{ N}/\mu\text{m}$ ; $k_{yy}=33,33 \text{ N}/\mu\text{m}$ ; $k_{zz}=40 \text{ N}/\mu\text{m}$
- prinderea in universal : $k_{xx}=30,77 \text{ N}/\mu\text{m}$ ; $k_{yy}=27,78 \text{ N}/\mu\text{m}$ ; $k_{zz}=52,5 \text{ N}/\mu\text{m}$

Rigiditatea se poate referi fie la masina-unealta in ansamblul ei fie numai la unele parti componente ale sale.Precizia de prelucrare pe masina respectiva este o functie a rigiditatii Cu cat rigiditatea este mai mare,cu atat si precizia va fi mai ridicata sau cu cat masina este mai putin elastica cu atat precizia masinii va fi mai mare.La analiza masinii intregi se poate folosi comod cedarea specifica,deoarece valorile cedarii organelor izolate se pot insuma obtinand astfel cedarea intregii masini.

Rigiditatea masinii-unelte se poate stabili experimental pe cale statica si dinami ca.Rigiditatea statica este totdeauna mai mare decat rigiditatea dinamica,deoarece jocul dintre piesele in miscare influenteaza in mod nefavorabil rigiditatea.

### **5.1.2 Conditii experimentale**

Cercetarile experimentale au fost efectuate in laboratorul Fabricii de strunguri Arad,pe un strung paralel de acelasi tip cu cel care face obiectul analizei si optimizarii numerice cu element finit,dezvoltata pe parcursul lucrarii.

Pentru modelarea fortelor de aschiere s-au folosit cilindrii hidraulici cu posibilitatea de variatie continua a fortelor intre 0...20KN;masurarea presiunii s-a facut cu manometrul de precizia de citire de 0,5 bar.(fig.5.1.2).

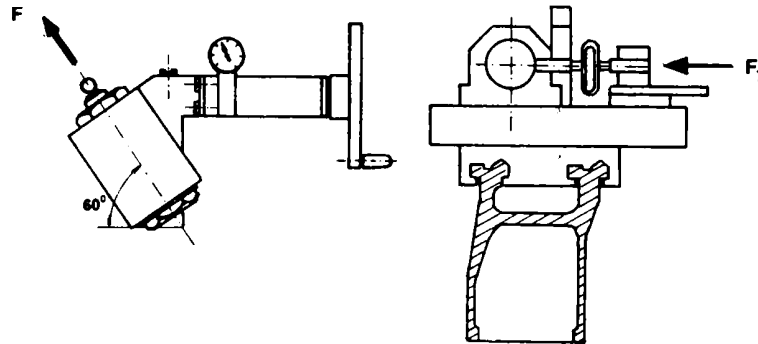


fig.5.1.2

S-au construit de asemenea sisteme de fixare a unor ceasuri comparatoare de miime,cu ajutorul carora sa se masoare deplasările ghidajelor in plan vertical si orizontal,starea de referinta fiind starea neincarcata,iar baza de masura fiind platforma de asezare a strungului.Aceasta platforma a fost construita special sa atenueze socurile si vibratiile din exterior;pe aceasta fundatie strungul a fost fixat in stare normala.

Batiul,in special in zona ghidajelor,a fost caroiat ca in figura 5.1.3.astfel incat fiecare zona se gaseste la 134 mm de zona anterioara si in fiecare sectiune se pot masura deplasările pe directie orizontala in punctele 1;4 si pe directie verticala in

punctele 2;3 .S-au mai masurat in plus cu componentele 5;6;7 si alta deplasari in zonele inclinate ca in figura 5.1.3.

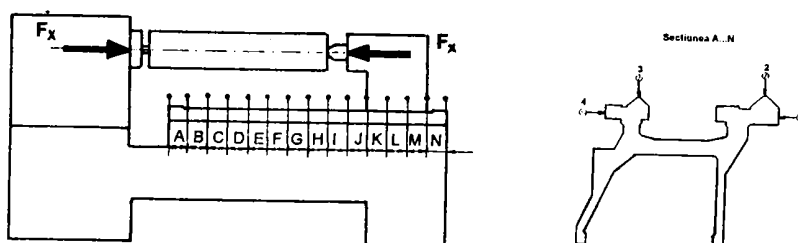


fig.5.1.3

Alegerea valorilor maxime ale celor trei componente ale forțelor de aschiere a constituit a prima problema dificilă, deoarece ele hotărăsc în final starea de solicitare a batiului. Fixarea valorilor acestor forțe s-a făcut plecând de la cel mai sever regim de aschiere, pe baza calculelor empirice cunoscute din literatură [A2], [E23], [K1], și a unor considerații practice extrase din experiența de exploatare a acestor utilaje. S-a lucrat deci cu următoarele valori maxime:  $F_x=5000\text{ N}$ ;  $F_y=10000\text{ N}$ ;  $F_z=12500\text{ N}$ . (v. fig. 5.1.4.)

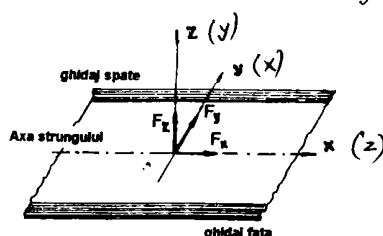


fig.5.1.4

Considerând că suntem în domeniul elastic—ceea ce este sigur așa, tensiunile fiind foarte mici—s-a folosit principiul suprapunerii efectelor încărcând succesiv strungul cu cele trei forțe  $F_x, F_y, F_z$  și însumând vectorial cele trei componente ale deplasărilor în acest caz se impune ca din punct de vedere experimental valorile de histereză să fie nule sau bine determinate astfel ca ele să fie operabile în calcul. Mai trebuie să precizăm că forța  $F_x$  produsă de un dispozitiv hidraulic introdus în axul principal al mașinii se suprapune peste forța realizată din strângerea normală a pinolei care experimental se apreciază în jur de 15000 N. Componenta  $F_y$  care acționează concomitent cu  $F_x$  a fost realizată între piesa și port-cutit—conform fig. 5.1.2 prin intermediul unui ansamblu surub-piulita și a fost măsurată cu un dinamometru de precizie, cu element elastic (clasa 1-a de precizie).

Rezultatele acestor măsurători sunt sistematizate în tabelele nr. 5.1.1-5.1.18 și în graficele din figurile 5.1.5-5.1.26.

Astfel în continuare avem:

*STAS-ul din 1989!  
6599/4 pentru forțe și mări*

tabel 5.1.1

DEPLASARI in [mm]	F <sub>1</sub> =0 N			F <sub>2</sub> =2,5*10 <sup>3</sup> N			F <sub>3</sub> =5*10 <sup>3</sup> N			F <sub>4</sub> =7,5*10 <sup>3</sup> N			F <sub>5</sub> =10 <sup>4</sup> N			F <sub>6</sub> =15*10 <sup>3</sup> N			F <sub>7</sub> =10 <sup>4</sup> N			F <sub>8</sub> =7,5*10 <sup>3</sup> N			F <sub>9</sub> =5*10 <sup>3</sup> N			F <sub>10</sub> =2,5*10 <sup>3</sup> N			F <sub>11</sub> =0 N		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Suma C1	4	3,5	3,5	4	3,5	3,5	4	3,5	3,5	4	3,5	3,5	4	3,5	3,5	4	3,5	3,5	4	3,5	3,5	4	3,5	3,5	4	3,5	3,5	4	3,5	3,5	4	3,5	3,5
le C2	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5
milice C3	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10
Suma C4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
le C4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4
Suma C3	2	2,5	2,5	2	2,5	2,5	2	2,5	2,5	2	2,5	2,5	2	2,5	2,5	2	2,5	2,5	2	2,5	2,5	2	2,5	2,5	2	2,5	2,5	2	2,5	2,5	2	2,5	2,5
le C3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Suma C1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
le C1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Suma C2	4	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5
le C2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Suma C3	2	3	3,5	2	3	3,5	2	3	3,5	2	3	3,5	2	3	3,5	2	3	3,5	2	3	3,5	2	3	3,5	2	3	3,5	2	3	3,5	2	3	3,5
le C3	-2	-4	-4	-2	-4	-4	-2	-4	-4	-2	-4	-4	-2	-4	-4	-2	-4	-4	-2	-4	-4	-2	-4	-4	-2	-4	-4	-2	-4	-4	-2	-4	-4
Suma D1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
le D1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Suma D2	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
le D2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Suma D3	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10
le D3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Suma D4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
le D4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4
Suma D1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
le D1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Suma D2	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
le D2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Suma D3	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10	5	9,5	10
le D3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Suma D4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
le D4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4	-4	-4,5	-4
Suma E1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
le E1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Suma E2	21	-21,5	-20,5	-21,5	-21,5	-21,5	-21	-21,5	-21,5	-21	-21,5	-21,5	-21	-21,5	-21,5	-21	-21,5	-21,5	-21	-21,5	-21,5	-21	-21,5	-21,5	-21	-21,5	-21,5	-21	-21,5	-21,5	-21	-21,5	-21,5
le E2	-4,5	-7	-4,5	-7	-7	-7	-4	-7	-7	-4	-7	-7	-4	-7	-7	-4	-7	-7	-4	-7	-7	-4	-7	-7	-4	-7	-7	-4	-7	-7	-4	-7	-7
Suma E3	0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
le E3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Suma E4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
le E4	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5
Suma E1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
le E1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Suma E2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
le E2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Suma E3	0,5	2	2	0,5	2	2	0,5	2	2	0,5	2	2	0,5	2	2	0,5	2	2	0,5	2	2	0,5	2	2	0,5	2	2	0,5	2	2	0,5	2	2
le E3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

MASURATORI STATICE -VALORI ALE DEFORMATIEI GHIDAJELOR BATULUI IN DIVERSE SECTIUNI  
LA INCARCAREA CU FORTE DUPA DIRECTIA Y si Z

tabel 5.1.2

DEPLASARI in ( $\mu\text{m}$ )	$F_F=0\text{ N}$			$F_F=2,5 \cdot 10^3\text{ N}$			$F_F=5 \cdot 10^3\text{ N}$			$F_F=7,5 \cdot 10^3\text{ N}$			$F_F=10^4\text{ N}$			$F_F=15 \cdot 10^3\text{ N}$			$F_F=20 \cdot 10^3\text{ N}$			$F_F=25 \cdot 10^3\text{ N}$			$F_F=30 \cdot 10^3\text{ N}$											
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III						
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
Sania la mijloc	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
Sania la mijloc	-10,3	-6	-6	-10,3	-6,5	-6	-10,5	-6,5	-6	-9	-6,5	-6	-9	-6,5	-6	-9	-6,5	-6	-9	-6,5	-6	-9	-6,5	-6	-9	-6,5	-6	-9	-6,5	-6	-9	-6,5	-6			
Sania la mijloc	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5			
Sania la mijloc	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
Sania la mijloc	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4			
Sania la mijloc	0	2	2	0	2	2	0	2	2	0	2	2	0	2	2	0	2	2	0	2	2	0	2	2	0	2	2	0	2	2	0	2	2			
Sania la mijloc	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
Sania la mijloc	-3,5	-2	-1	-3,5	-2	-1,5	-3,5	-2	-1,5	-3,5	-2	-1,5	-3,5	-2	-1,5	-3,5	-2	-1,5	-3,5	-2	-1,5	-3,5	-2	-1,5	-3,5	-2	-1,5	-3,5	-2	-1,5	-3,5	-2	-1,5			
Sania la mijloc	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5			
Sania la mijloc	-0,3	-0,3	0	-0,3	-0,3	0	-0,3	-0,3	0	-0,3	-0,3	0	-0,3	-0,3	0	-0,3	-0,3	0	-0,3	-0,3	0	-0,3	-0,3	0	-0,3	-0,3	0	-0,3	-0,3	0	-0,3	-0,3	0			
Sania la mijloc	-7,5	-4	-4	-7,5	-4	-4	-7,5	-4	-4	-7,5	-4	-4	-7,5	-4	-4	-7,5	-4	-4	-7,5	-4	-4	-7,5	-4	-4	-7,5	-4	-4	-7,5	-4	-4	-7,5	-4	-4			
Sania la mijloc	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5			
Sania la mijloc	0	-0,1	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5	0	-0,5	-0,5			
Sania la mijloc	2	0,5	0	1,5	0,5	0	1,5	0,5	0	1,5	0,5	0	1,5	0,5	0	1,5	0,5	0	1,5	0,5	0	1,5	0,5	0	1,5	0,5	0	1,5	0,5	0	1,5	0,5	0			
Sania la mijloc	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
Sania la mijloc	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
Sania la mijloc	-3,2	-1	-1	-3,2	-1	-1	-3,2	-1	-1	-3,2	-1	-1	-3,2	-1	-1	-3,2	-1	-1	-3,2	-1	-1	-3,2	-1	-1	-3,2	-1	-1	-3,2	-1	-1	-3,2	-1	-1			
Sania la mijloc	1	3	2	1,5	3	2	1,5	3	2	1,5	3	2	1,5	3	2	1,5	3	2	1,5	3	2	1,5	3	2	1,5	3	2	1,5	3	2	1,5	3	2			
Sania la mijloc	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
Sania la mijloc	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
Sania la mijloc	0,5	1,5	2	0,5	2	3	0,5	2	3	0,5	2	3	0,5	2	3	0,5	2	3	0,5	2	3	0,5	2	3	0,5	2	3	0,5	2	3	0,5	2	3			
Sania la mijloc	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5			
Sania la mijloc	-4	-3,5	-9	-4	-3,5	-9	-4	-3,5	-9	-4	-3,5	-9	-4	-3,5	-9	-4	-3,5	-9	-4	-3,5	-9	-4	-3,5	-9	-4	-3,5	-9	-4	-3,5	-9	-4	-3,5	-9			
Sania la mijloc	3	-2,5	-2	3	-2,5	-2,5	3	-2,5	-2,5	3	-2,5	-2,5	3	-2,5	-2,5	3	-2,5	-2,5	3	-2,5	-2,5	3	-2,5	-2,5	3	-2,5	-2,5	3	-2,5	-2,5	3	-2,5	-2,5			
Sania la mijloc	5	7	5	5	7	5	5	7	5	5	7	5	5	7	5	5	7	5	5	7	5	5	7	5	5	7	5	5	7	5	5	7	5			
Sania la mijloc	-3	-4,5	-3	-4,5	-3	-4,5	-4,5	-3	-4,5	-4,5	-3	-4,5	-4,5	-3	-4,5	-4,5	-3	-4,5	-4,5	-3	-4,5	-4,5	-3	-4,5	-4,5	-3	-4,5	-4,5	-3	-4,5	-4,5	-3	-4,5			
Sania la mijloc	-1,5	-1	-1	-1,5	-1	-1	-1,5	-1	-1	-1,5	-1	-1	-1,5	-1	-1	-1,5	-1	-1	-1,5	-1	-1	-1,5	-1	-1	-1,5	-1	-1	-1,5	-1	-1	-1,5	-1	-1			
Sania la mijloc	0,5	3	3	0,5	3	3	0,5	3	3	0,5	3	3	0,5	3	3	0,5	3	3	0,5	3	3	0,5	3	3	0,5	3	3	0,5	3	3	0,5	3	3	0,5	3	3

MASURATORI STATICE -VALORI ALE DEFORMATIEI GHIDAJELOR BATIULUI IN DIVERSE SECTIUNI  
LA INCARCAREA CU FORTE DUPA DIRECTIA Y si Z



tabel 5.1.4

DEPLASARI in [µm]	F <sub>v</sub> =210°N														
	F <sub>v</sub> =0°N			F <sub>v</sub> =30°N			F <sub>v</sub> =60°N			F <sub>v</sub> =90°N					
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III			
Sania la mijloc	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F2	-26,3	-7	-7	-20,5	-3,5	-7	-19	-0,3	-16	-16	-16	-16	-7,5	-7,5	-7,5
F3	0,5	3,5	4	0,5	3,5	4	1	4,5	4	1	4,5	4	4	4,5	4
Sania larga	0	2,5	3,5	0	2,5	3,5	0	3	3,5	0,5	3,5	3,5	0,5	3,5	3,5
F1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F2	-12,5	-10,5	-10,5	-12,5	-10,5	-10,5	-12,5	-10,5	-10,5	-12,5	-10,5	-10,5	-10	-10	-10
F3	0	2	2	0	2	2	0	2	2	0	2	2	3	3,5	3
Sania larga	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F2	-10	-7	-6,5	-10	-7	-6,5	-10	-7	-6,5	-10	-7	-6,5	-6	-7	-6,5
F3	0	2	2	0	2	2	0	2	2	0	2	2	2	2,5	2
Sania la mijloc	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G2	-15	-13	-13	-15	-13	-13	-15	-13	-13	-15	-13	-13	-13	-13	-13
G3	2	4	3,5	2	4	3,5	2	4	3,5	2	4	3,5	4	4	4
Sania larga	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G2	-3,5	-4,5	-4	-4,5	-5	-4,5	-4	-5	-4,5	-4	-5	-4,5	-4	-5	-4,5
G3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sania larga	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G2	-3	-2	-2	-3	-2,5	-2	1	0	0,5	2,5	2,5	3	9,5	11	6
G3	4	6	4,5	5,5	6	4,5	5,5	6	4,5	5,5	6	4,5	18	21	19
Sania la mijloc	0	5	6	4,5	5	6	4,5	5	6	4,5	5	6	4,5	5	6
H1	0	3,5	3	11	8,5	3	11	8,5	3	11	8,5	3	5	5,5	5
H2	-2	-2	-2	-2	-2,5	-2	-2	-2,5	-2	-2	-2,5	-2	-2	-2,5	-2
H3	2	3,5	4	2	3,5	4	2	3,5	4	2	3,5	4	4	4	4
Sania larga	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H1	0	4	4	0	4	4	0	4	4	0	4	4	4	4	4
H2	-9	-4,5	-4	-9	-4,5	-4	-9	-4,5	-4	-9	-4,5	-4	-8,5	-8,5	-8,5
H3	0	1	1	2	1	1	4	2,5	4	9	2,5	3,5	24	11	12
Sania larga	0	5	6	4,5	5	6	4,5	5	6	4,5	5	6	4,5	5	6
H1	0	5,5	5	11	8,5	5	11	8,5	5	11	8,5	5	3	3,5	3
H2	-2	-2	-2	-2	-2,5	-2	-2	-2,5	-2	-2	-2,5	-2	-2	-2,5	-2
H3	2	3,5	4	2	3,5	4	2	3,5	4	2	3,5	4	2	3,5	4

MASURATORI STATICE -VALORI ALE DEFORMATIEI GHIDAJELOR BATIULUI IN DIVERSE SECTIUNI  
LA INCARCAREA CU FORTE DUPA DIRECTIA Y si Z



DEPLASARI in (mm)	F <sub>y</sub> = 310 <sup>2</sup> N														
	F <sub>y</sub> = 0 N			F <sub>y</sub> = 2,5 · 10 <sup>3</sup> N			F <sub>y</sub> = 5 · 10 <sup>3</sup> N			F <sub>y</sub> = 7,5 · 10 <sup>3</sup> N			F <sub>y</sub> = 10 <sup>4</sup> N		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Sama la	0	10	11	0	10	11	0	10	11	0	10	11	0	10	11
C1	-4,5	-9,5	-4,5	-9,5	-9,5	-4,5	-9,5	-9,5	-4,5	-9,5	-9,5	-4,5	-9,5	-9,5	-4,5
C2	-32,3	-30,5	-29	-32,3	-30,5	-29	-32,3	-30,5	-29	-32,3	-30,5	-29	-32,3	-30,5	-29
C3	11,3	12	13	11,3	12	13	11,3	12	13	11,3	12	13	11,3	12	13
Sama lunga	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C1	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5
C2	-13	-12	-11,3	-12	-11,5	-11,3	-12	-11,5	-11,3	-12	-11,5	-11,3	-12	-11,5	-11,3
C3	5	5,5	4,5	5	5,5	4,5	5	5,5	4,5	5	5,5	4,5	5	5,5	4,5
Sama peperusa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C2	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5
C3	-20	-19,5	-19,5	-20	-19,5	-19,5	-20	-19,5	-19,5	-20	-19,5	-19,5	-20	-19,5	-19,5
Sama fixa	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5
C1	12	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5
C2	-13	-13	-13	-13	-13	-13	-13	-13	-13	-13	-13	-13	-13	-13	-13
C3	-24,5	-24,5	-24,5	-24,5	-24,5	-24,5	-24,5	-24,5	-24,5	-24,5	-24,5	-24,5	-24,5	-24,5	-24,5
Sama la	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
D2	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5
D3	31	36	32	32,5	36	37	33,5	36	37	35	37	38	36,5	38,5	39
Sama peperusa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
D2	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5
D3	4	5	4	4	5	4	4	5	4	4	5	4	4	5	4
Sama mobila	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
D2	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5	-10,5
D3	4	5	4	4	5	4	4	5	4	4	5	4	4	5	4
Sama la	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E2	-23,5	-23	-23,5	-23,5	-23,5	-23,5	-23,5	-23,5	-23,5	-23,5	-23,5	-23,5	-23,5	-23,5	-23,5
E3	9,5	10	10	9,5	10	10	9,5	10	10	9,5	10	10	9,5	10	10
Sama lunga	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E2	-16	-15,5	-15,5	-16	-15,5	-15,5	-16	-15,5	-15,5	-16	-15,5	-15,5	-16	-15,5	-15,5
E3	6,5	7	6,5	6,5	7	6,5	6,5	7	6,5	6,5	7	6,5	6,5	7	6,5
Sama peperusa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E2	-11,5	-8	-7,5	-11,5	-8,5	-8,5	-11,5	-8,5	-8,5	-11,5	-8,5	-8,5	-11,5	-8,5	-8,5
E3	1	5	6	1	5	6	1	5	6	1	5	6	1	5	6

tabel 5.1.5

MASURATORI STATICE -VALORI ALE DEFORMATEI GHIDAJELOR BATIULUI IN DIVERSE SECTIUNI  
LA INCARCAREA CU FORTE DUPA DIRECTIA Y si Z





tabel 5.1.8

DEPLASARI in [μm]	F <sub>z</sub> =410°N																																						
	F <sub>z</sub> =0°N			F <sub>z</sub> =2,510°N			F <sub>z</sub> =510°N			F <sub>z</sub> =7,510°N			F <sub>z</sub> =10°N			F <sub>z</sub> =1510°N			F <sub>z</sub> =10°N			F <sub>z</sub> =7,510°N			F <sub>z</sub> =510°N			F <sub>z</sub> =2,510°N			F <sub>z</sub> =0°N								
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III			
Sana lunga	0	6	7	0	6	7	0	6	7	0	6	7	0	6	7	0	6	7	0	6	7	0	6	7	0	6	7	0	6	7	0	6	7	0	6	7	0	6	7
la papusa	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3			
la milce	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3			
Sana lunga	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5	2	5	5
la papusa	8	10,5	10,5	8	10,5	10,5	8	10,5	10,5	8	10,5	10,5	8	10,5	10,5	8	10,5	10,5	8	10,5	10,5	8	10,5	10,5	8	10,5	10,5	8	10,5	10,5	8	10,5	10,5	8	10,5	10,5	8	10,5	10,5
la milce	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5	-7,5			
Sana lunga	-24,5	-22	-22	-24,5	-22	-22	-24,5	-22	-22	-24,5	-22	-22	-24,5	-22	-22	-24,5	-22	-22	-24,5	-22	-22	-24,5	-22	-22	-24,5	-22	-22	-24,5	-22	-22	-24,5	-22	-22	-24,5	-22	-22			
la papusa	1	3	3	1	3	3	1	3	3	1	3	3	1	3	3	1	3	3	1	3	3	1	3	3	1	3	3	1	3	3	1	3	3	1	3	3	1	3	3
la milce	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
Sana lunga	-17,5	-13,5	-13,5	-17,5	-13,5	-13,5	-17,5	-13,5	-13,5	-17,5	-13,5	-13,5	-17,5	-13,5	-13,5	-17,5	-13,5	-13,5	-17,5	-13,5	-13,5	-17,5	-13,5	-13,5	-17,5	-13,5	-13,5	-17,5	-13,5	-13,5	-17,5	-13,5	-13,5	-17,5	-13,5	-13,5			
la papusa	2,5	6	6	2,5	6	6	2,5	6	6	2,5	6	6	2,5	6	6	2,5	6	6	2,5	6	6	2,5	6	6	2,5	6	6	2,5	6	6	2,5	6	6	2,5	6	6	2,5	6	6
la milce	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4			
Sana lunga	4,5	6	6	4,5	6	6	4,5	6	6	4,5	6	6	4,5	6	6	4,5	6	6	4,5	6	6	4,5	6	6	4,5	6	6	4,5	6	6	4,5	6	6	4,5	6	6	4,5	6	6
la papusa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
la milce	-18,5	-19,5	-19,5	-18,5	-19,5	-19,5	-18,5	-19,5	-19,5	-18,5	-19,5	-19,5	-18,5	-19,5	-19,5	-18,5	-19,5	-19,5	-18,5	-19,5	-19,5	-18,5	-19,5	-19,5	-18,5	-19,5	-19,5	-18,5	-19,5	-19,5	-18,5	-19,5	-19,5	-18,5	-19,5	-19,5			
Sana lunga	0,5	1,5	1,5	0,5	1,5	1,5	0,5	1,5	1,5	0,5	1,5	1,5	0,5	1,5	1,5	0,5	1,5	1,5	0,5	1,5	1,5	0,5	1,5	1,5	0,5	1,5	1,5	0,5	1,5	1,5	0,5	1,5	1,5	0,5	1,5	1,5			
la papusa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
la milce	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
Sana lunga	-17,5	-17	-17	-17,5	-17	-17	-17,5	-17	-17	-17,5	-17	-17	-17,5	-17	-17	-17,5	-17	-17	-17,5	-17	-17	-17,5	-17	-17	-17,5	-17	-17	-17,5	-17	-17	-17,5	-17	-17	-17,5	-17	-17			
la papusa	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2			
la milce	8	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5			
Sana lunga	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17	-17			
la papusa	-4	-5	-5	-4	-5	-5	-4	-5	-5	-4	-5	-5	-4	-5	-5	-4	-5	-5	-4	-5	-5	-4	-5	-5	-4	-5	-5	-4	-5	-5	-4	-5	-5	-4	-5	-5			
la milce	7,5	11,5	11,5	7,5	11,5	11,5	7,5	11,5	11,5	7,5	11,5	11,5	7,5	11,5	11,5	7,5	11,5	11,5	7,5	11,5	11,5	7,5	11,5	11,5	7,5	11,5	11,5	7,5	11,5	11,5	7,5	11,5	11,5	7,5	11,5	11,5			

MASURATORI STATICE -VALORI ALE DEFORMATIEI GHIDAJELOR BATIULUI IN DIVERSE SECTIUNI  
LA INCARCAREA CU FORTE DUPA DIRECTIA Y si Z



tabel 5.1.10

DEPLASARI IN [µm]	F <sub>z</sub> =0 N			F <sub>z</sub> =2,510 <sup>3</sup> N			F <sub>z</sub> =510 <sup>3</sup> N			F <sub>z</sub> =10 <sup>4</sup> N			F <sub>z</sub> =1510 <sup>3</sup> N			F <sub>z</sub> =7,510 <sup>3</sup> N			F <sub>z</sub> =510 <sup>3</sup> N			F <sub>z</sub> =2,510 <sup>3</sup> N			F <sub>z</sub> =0 N					
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Sania larga	10,5	11	10,3	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
la perusa	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
milloc	-2,5	-3,9	-4,2	-3,9	-4,2	-3,9	-4,2	-3,9	-4,0	-4,0	-3,9	-4,0	-4,0	-3,9	-4,0	-4,0	-3,9	-4,0	-4,0	-3,9	-4,0	-4,0	-3,9	-4,0	-4,0	-3,9	-4,0	-4,0	-3,9	-4,0
Sania larga	6	7	3	6,5	6	3	6,5	6	3	6,5	6	3	6,5	6	3	6,5	6	3	6,5	6	3	6,5	6	3	6,5	6	3	6,5	6	3
la perusa	13,5	14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14	-14
milloc	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5	-6,5
Sania larga	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
la perusa	20	23	20,3	23	21	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23
milloc	-4	-3,9	-3,8	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5
Sania larga	4	5,5	6	4	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5
la perusa	3	3,5	3	3,5	3	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
milloc	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5
Sania larga	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
la perusa	15,5	18,5	18,5	16	18,5	18,5	17,5	19	20,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5	21,5
milloc	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
Sania larga	11	14	14,5	11	14	14,5	11,5	14	14,5	11,5	14	14,5	11,5	14	14,5	11,5	14	14,5	11,5	14	14,5	11,5	14	14,5	11,5	14	14,5	11,5	14	14,5
la perusa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
milloc	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5
Sania larga	1,5	3	1,5	3	1,5	3	1,5	3	4	6	4	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
la perusa	0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
milloc	-9	-7	-6,5	-9	-7	-6,5	-9	-7	-6,5	-9	-7	-6,5	-9	-7	-6,5	-9	-7	-6,5	-9	-7	-6,5	-9	-7	-6,5	-9	-7	-6,5	-9	-7	-6,5
Sania larga	11	14	14,5	11	14	14,5	11,5	14	14,5	11,5	14	14,5	11,5	14	14,5	11,5	14	14,5	11,5	14	14,5	11,5	14	14,5	11,5	14	14,5	11,5	14	14,5
la perusa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
milloc	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5	-23,5	-22	-21,5

MASURATORI STATICE -VALORI ALE DEFORMATIEI GHIDAJELOR BATIULUI IN DIVERSE SECTIUNI  
LA INCARCAREA CU FORTE DUPA DIRECTIA Y si Z



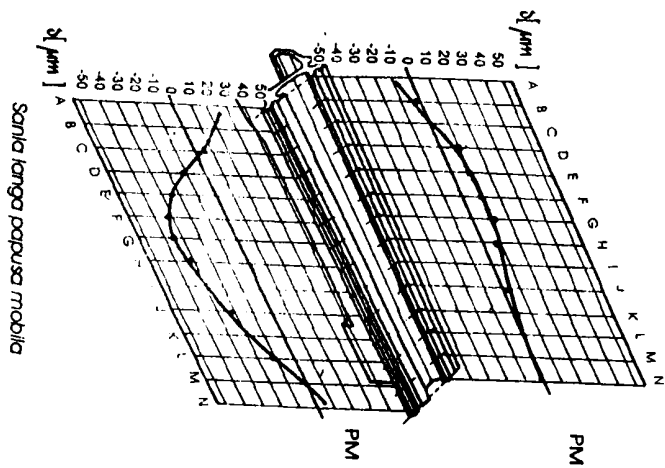
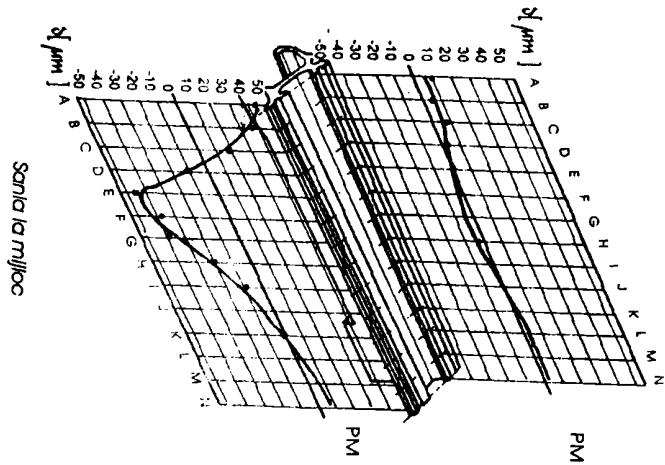
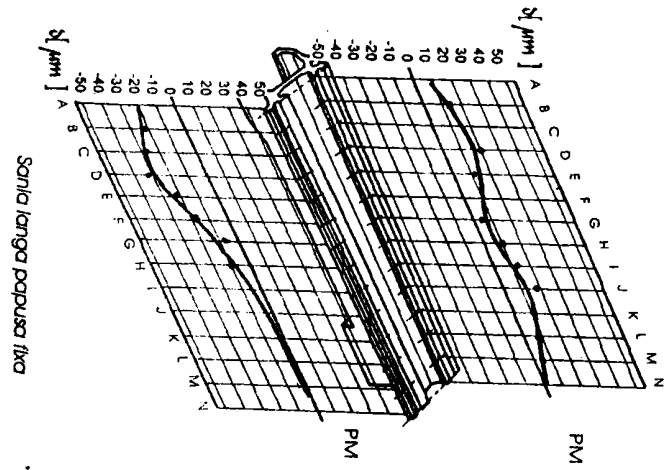
tabel 5.1.12

sectiunea	punct de masura	F <sub>x</sub> =2000N; F <sub>z</sub> =12500N			F <sub>x</sub> =3000N; F <sub>z</sub> =12500N			F <sub>x</sub> =5000N; F <sub>z</sub> =12500N		
		Pozitie sanie pe batiu			Pozitie sanie pe batiu			Pozitie sanie pe batiu		
		linga P.F.	la mijloc	linga P.M.	linga P.F.	la mijloc	linga P.M.	linga P.F.	la mijloc	linga P.M.
C	verticale	2	-29	44,5	5,5	-9	6	-19,5	-48,5	-21
	3	11	15,5	-7,5	12,5	47,5	9	23,6	21	9,5
D	verticale	2	-30,5	40	-21,5	-10	-14,5	-1	-2,2	-51
	3	12,5	14,5	7,5	8	1,7	16,5	33	32	23,5
E	verticale	2	-19	-47	-29	-1,5	-12	-24,5	-12	-38
	3	8	15	9	12,5	21,5	16,5	20	30	25
F	verticale	2	-17,5	-39,5	-28	0,5	-10	-1,5	-11	-33
	3	8	0,5	3,5	13	15,5	16,5	14,5	18	15,5
G	verticale	2	-5,5	-39	-34,5	11	-8	-9	3,5	-38,5
	3	18,5	5,5	3	28	14	7,5	25	7	12,5
H	verticale	2	-7	-18,5	-22	6	-1	4,5	-6,5	-14
	3	14	9,5	3	19,5	20	24	17,5	17	2,5

DEPLASARI [μm]

**MASURATORI STATICE-VALORI ALE DEFORMATIEI GHIDAJELOR BATIULUI, LA DIVERSE INCARCARI ALE FORTEI, PENTRU POZITII DIFERITE ALE SANIEI PE BATIU**



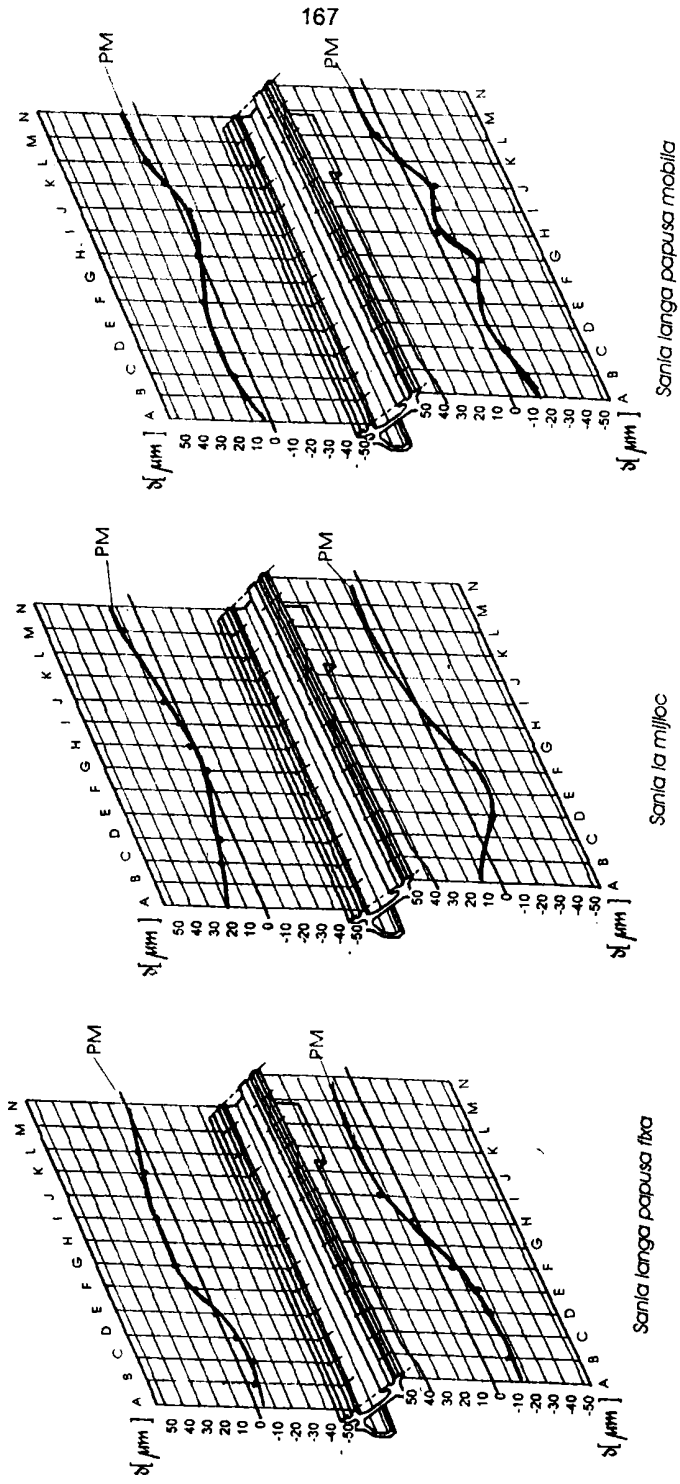


PM piesa  $\varnothing 150 \times 1500$

Masuratori statice - deformatia ghidajelor batutului in plan vertical  
pentru incarcarea cu  $F_x = 2\ 000\ \text{N}$ ,  $F_z = 12\ 500\ \text{N}$

fig. 5.1.5

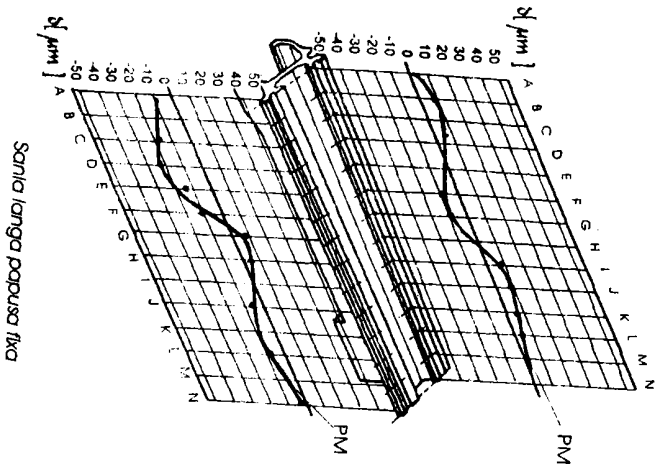




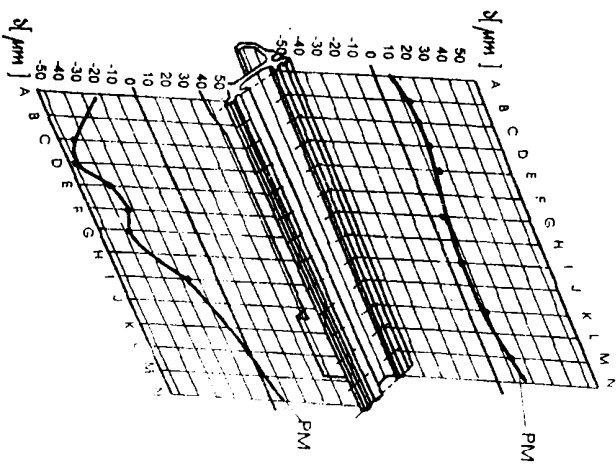
**Masuratori statice - deformatia ghidajelor batului in plan vertical pentru incarcarea cu  $F_x=3\ 000\ N$ ,  $F_z=12\ 500\ N$**

: PM piesa  $\varnothing\ 150 \times 1500$

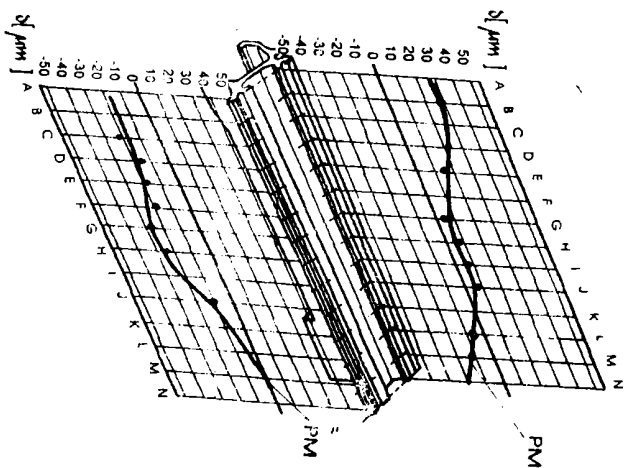
fig.5.1.6



Sania langa papusa fixa



Sania la milioac



Sania langa papusa mobila

: PM piesa  $\varnothing$  150 x 1500

Masurator static - deformatia ghidajelor batutului in plan vertical  
pentru incarcarea cu  $F_x = 5\ 000\ N$ ,  $F_z = 12\ 500\ N$

fig 5.1.7



# GHIDAJ FATA

# GHIDAJ SPATE

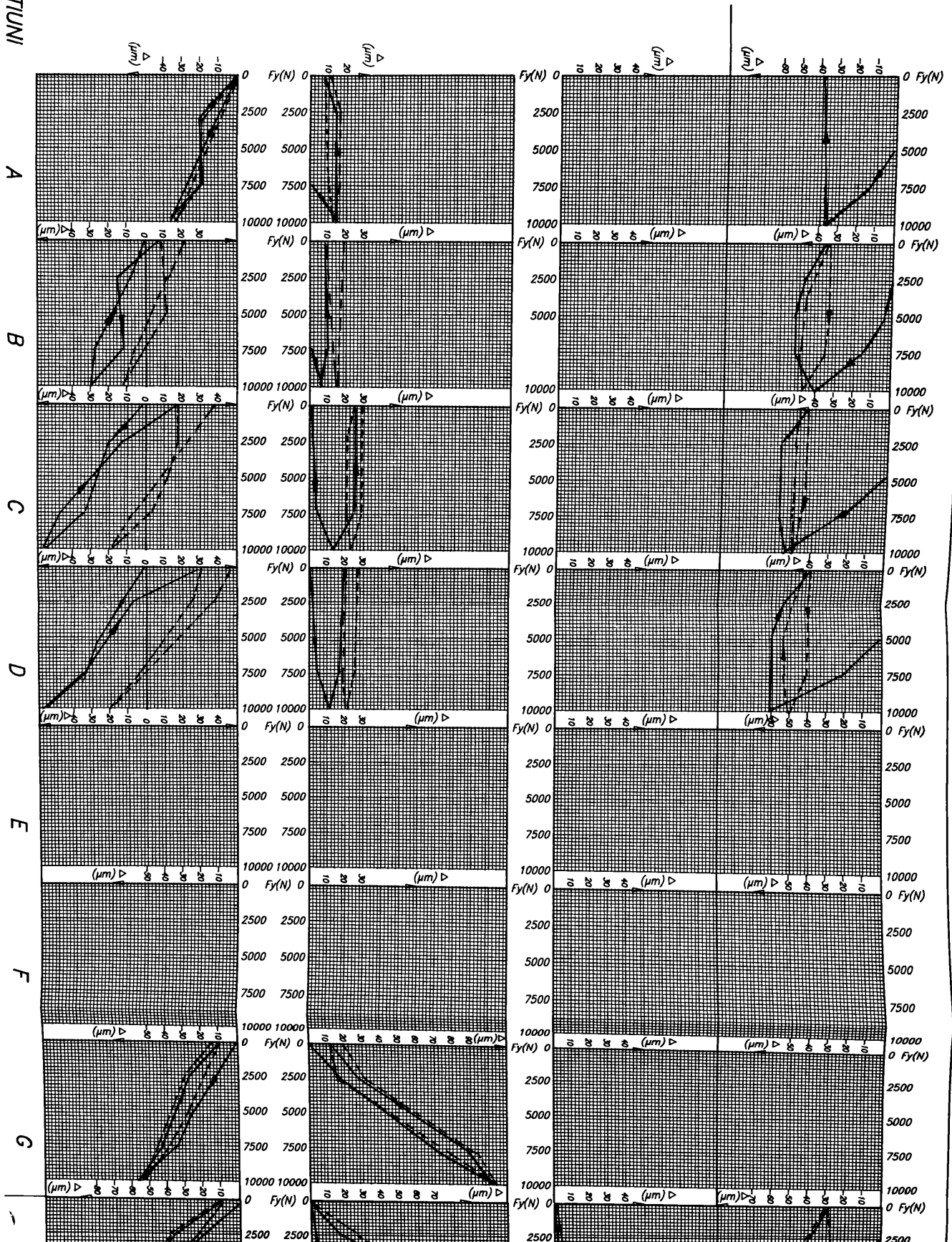
SECTIUNI

masuratori pe verticala

masuratori pe orizontala

masuratori pe verticala

masuratori pe orizontala



DEFORMATIA GHIDAUDELOR BATILUI LA INCARCAREA CU FORTA  
 $F_y = 10.000\text{N}$  SI POZITIA SANIEI LA MULO

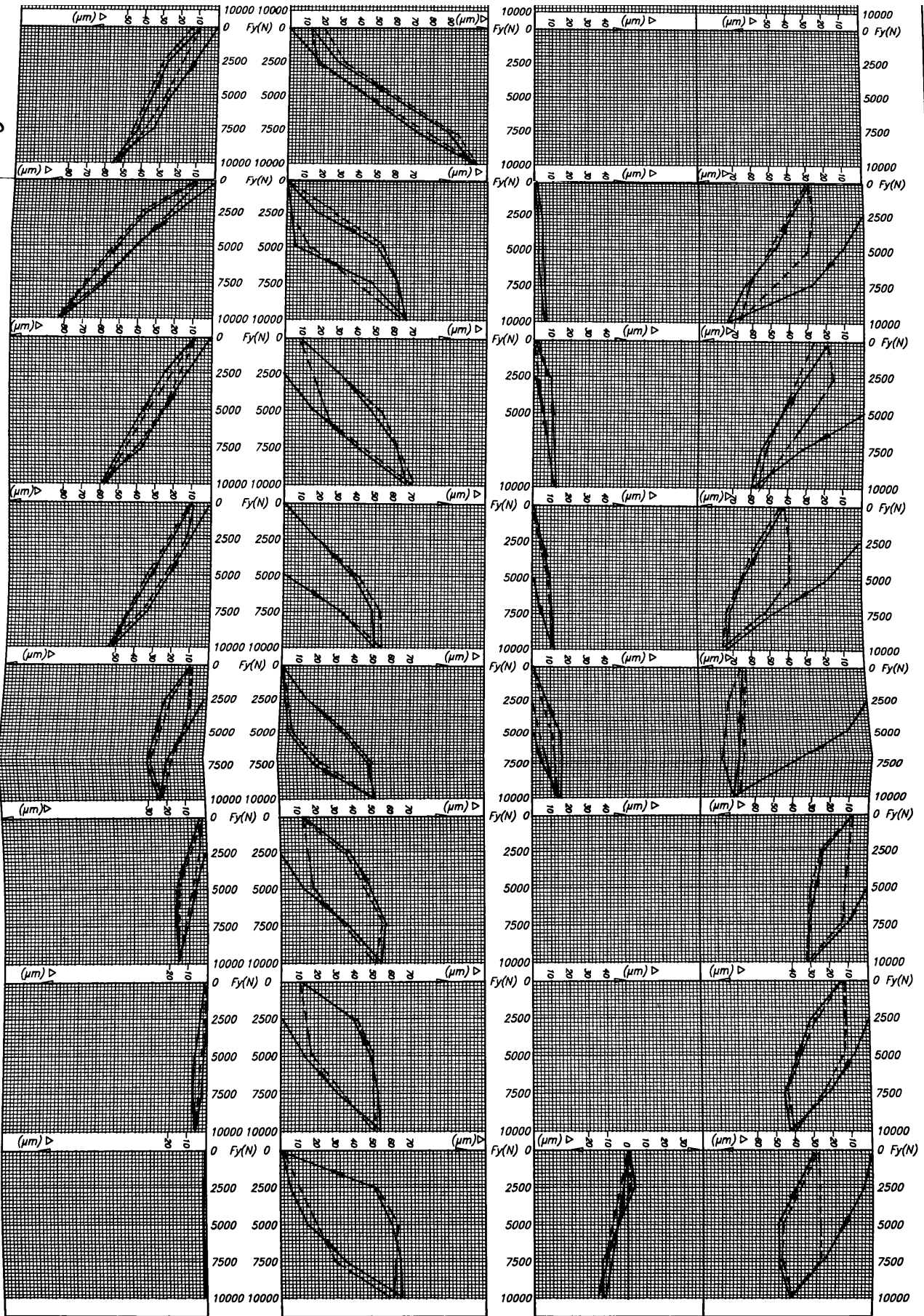


fig. 5.1.8

# GHIDAJ FATA

# GHIDAJ SPATE

SECTIUNI

masuratori pe verticala

masuratori pe orizontala

masuratori pe verticala

masuratori pe orizontala

A

B

C

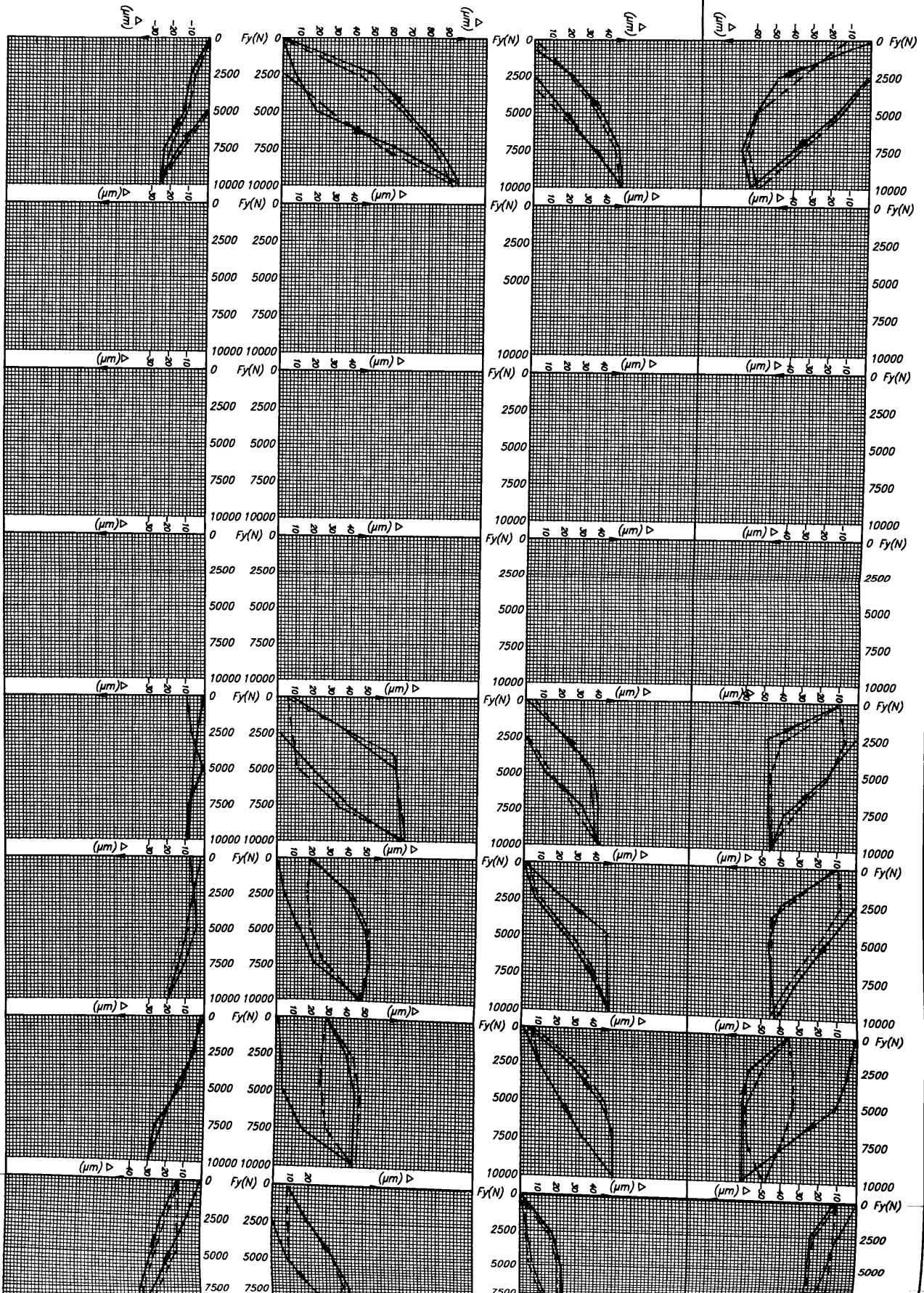
D

E

F

G

H



DEFORMATA CHIDAELEI BATULUI LA INCARCAREA CU FORTA  
 $F_y = 10.000\text{N}$  SI POZITIA SANIEI LANGA PAPUSA FIXA

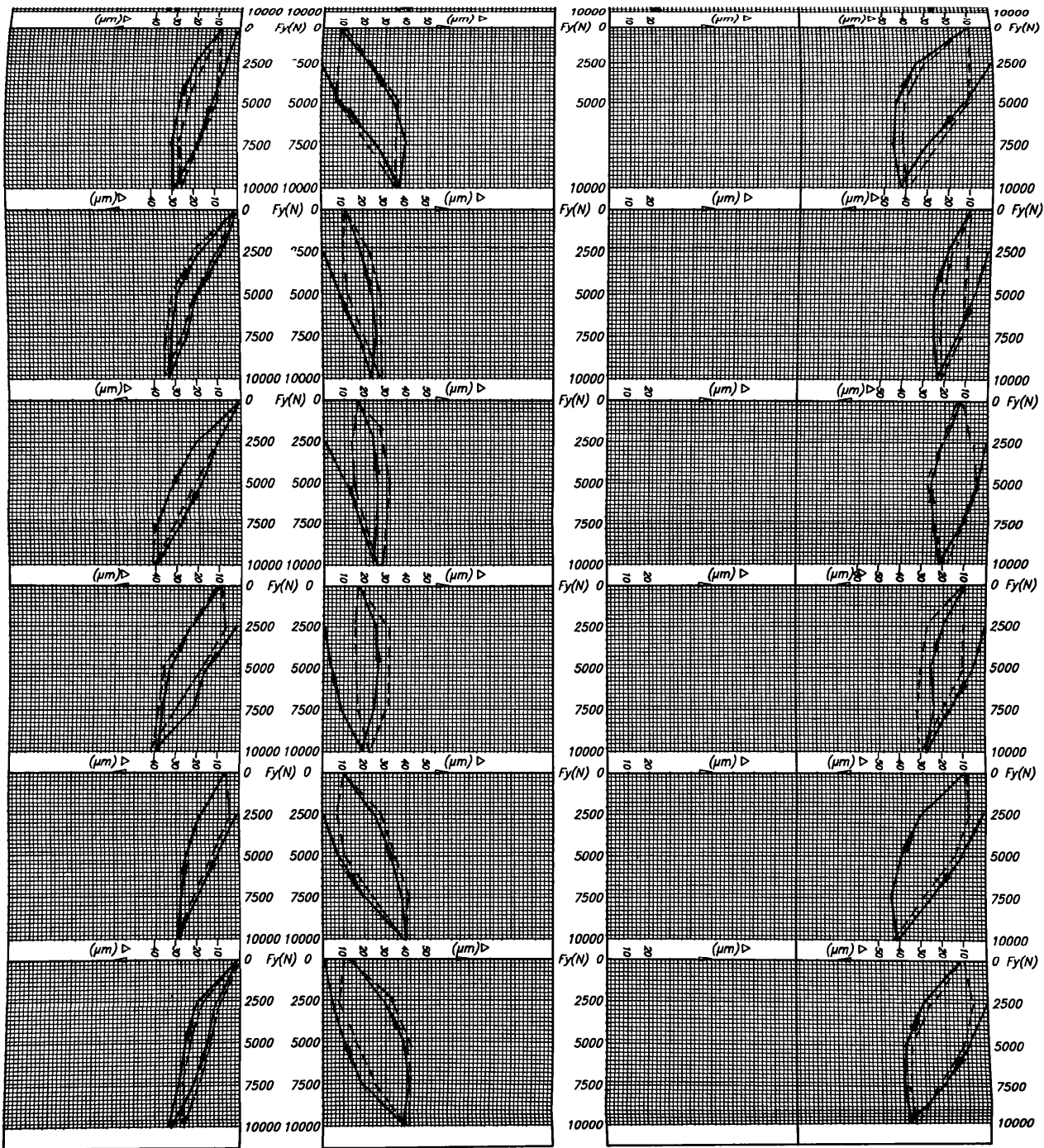


fig. 5.1.9

SECTIUNI

# GHIDAJ FATA

# GHIDAJ SPATE

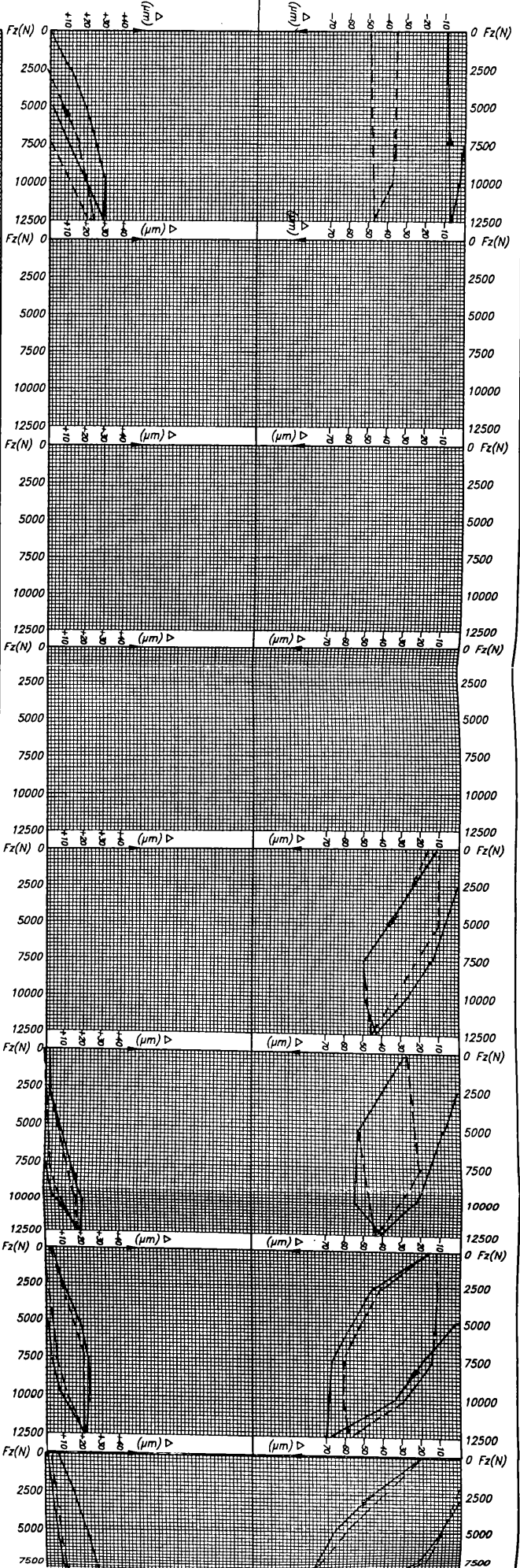
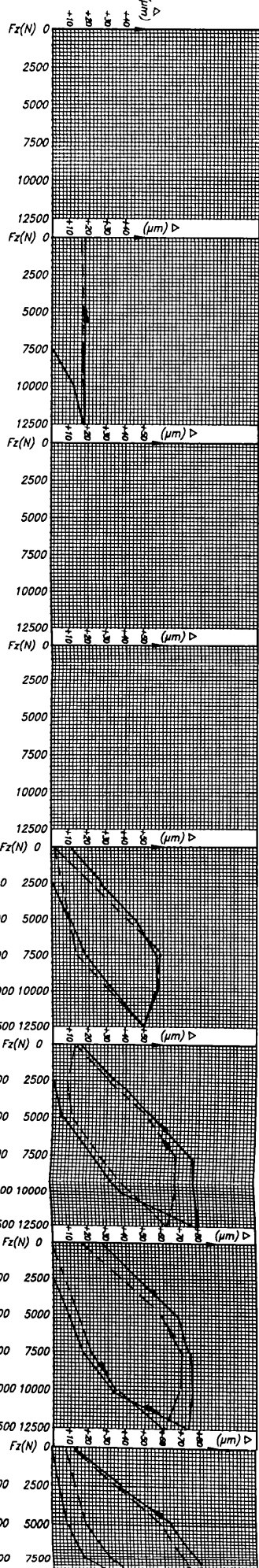
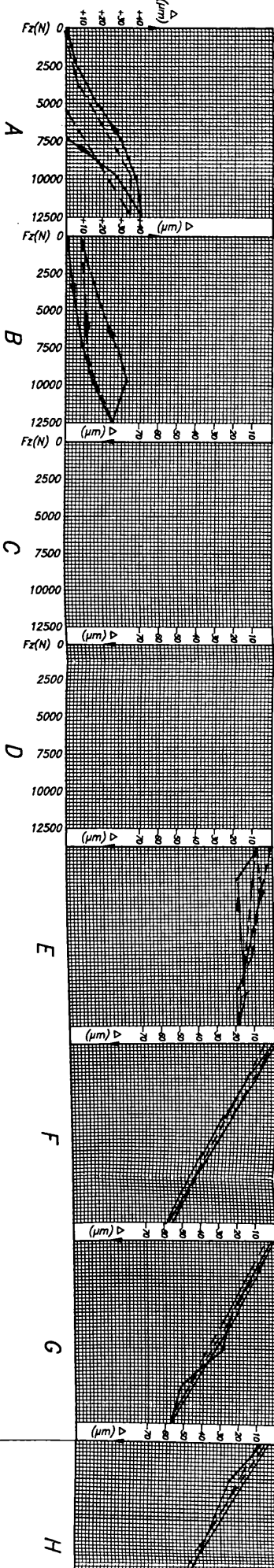
masuratori pe verticala

mas n

z n

sur\_t\_i pe verticala

ma...o...z...nt...





DEFORMATA CHIDAJELOR BATULUI LA INCARCAREA CU FORTA  
 $F_z=12.500N$  SI POZITIA SANIEI LA MILOC

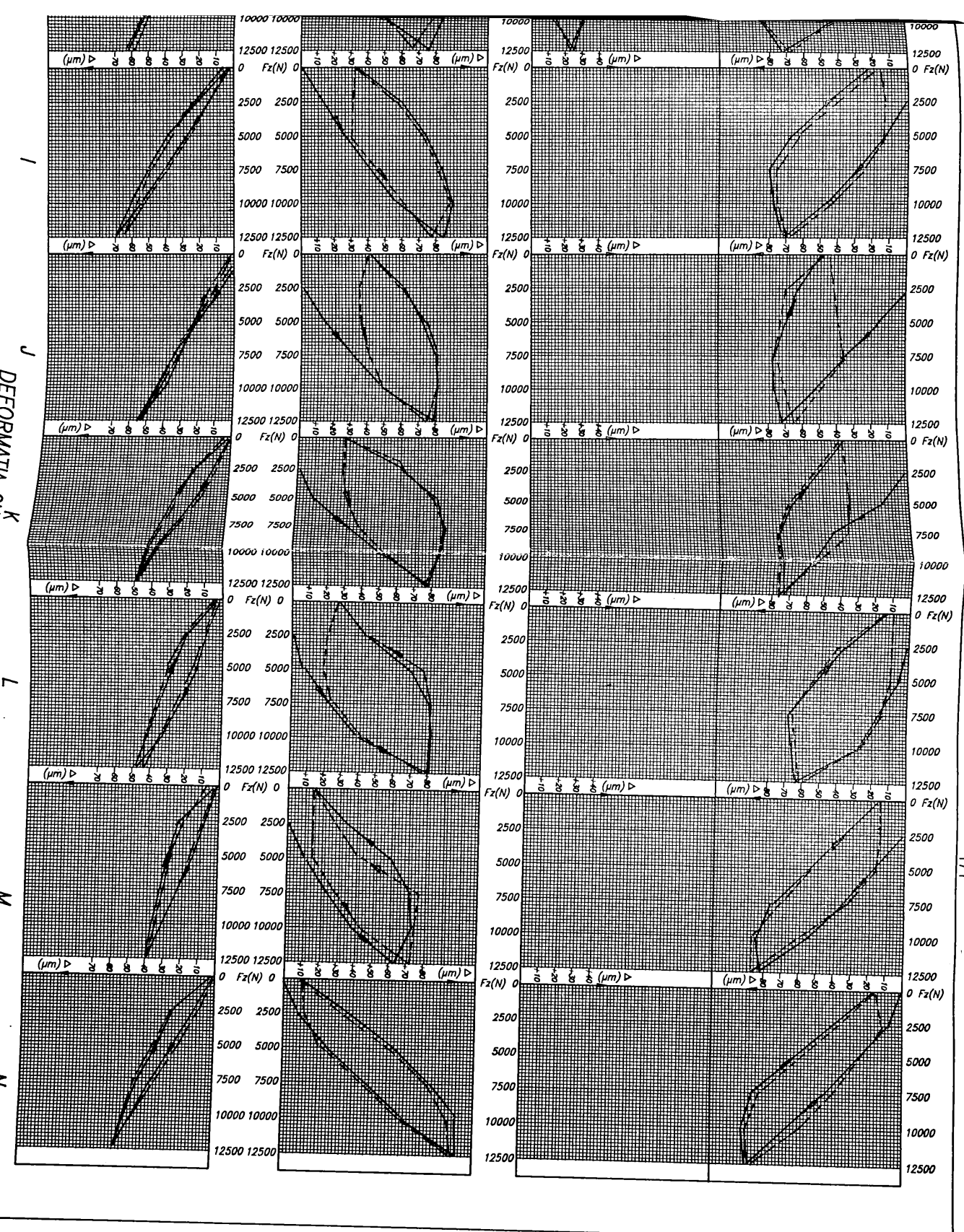


fig. 5. 1.10

SECTIUNI

A

B

C

D

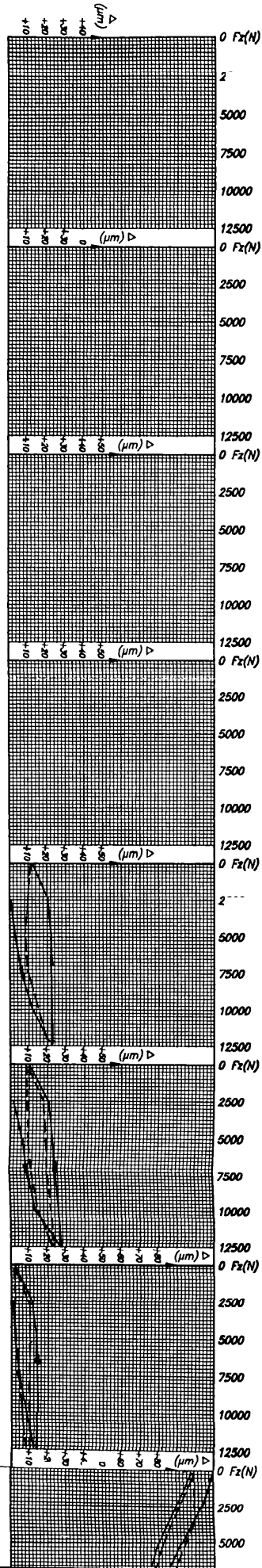
E

F

G

# GHIDAJ FATA

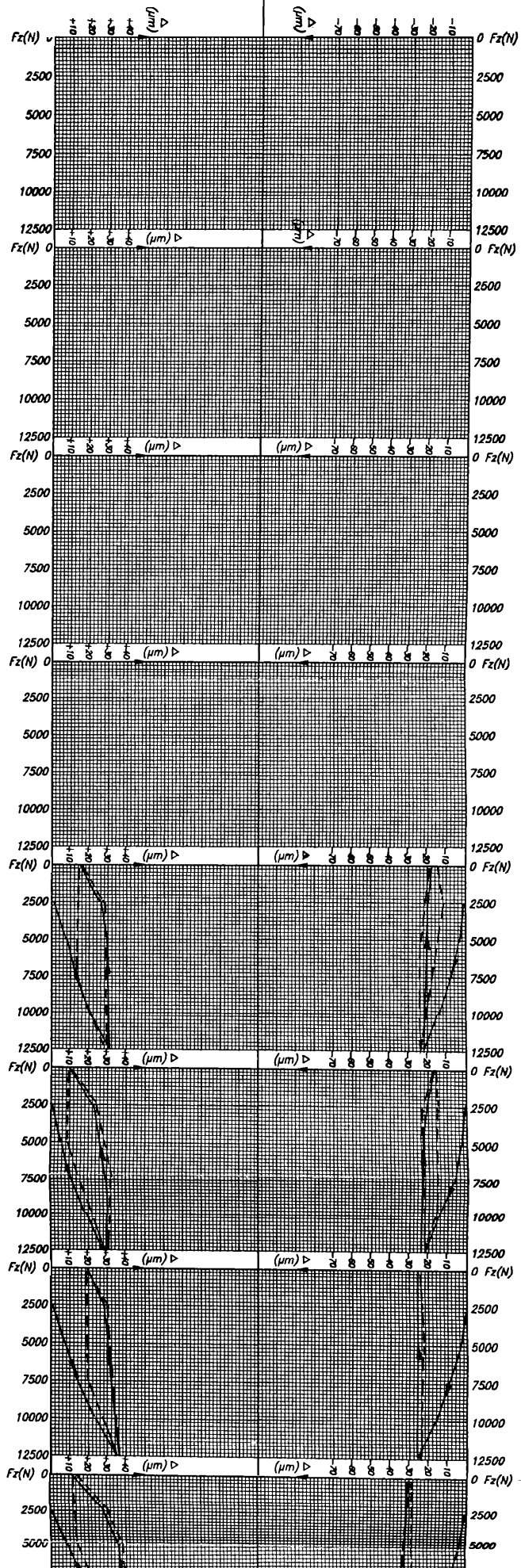
masura o pe orizontala



# GHIDAJ SPATE

masura ori pe verticala

masuratori pe orizontala



DEFORMATIA GHIDAJELOR BATULUI LA INCARCAREA CU FORTA  
 Fz=12.500N SI POZITIA SANIEI LANGA PAPUSA FIXA

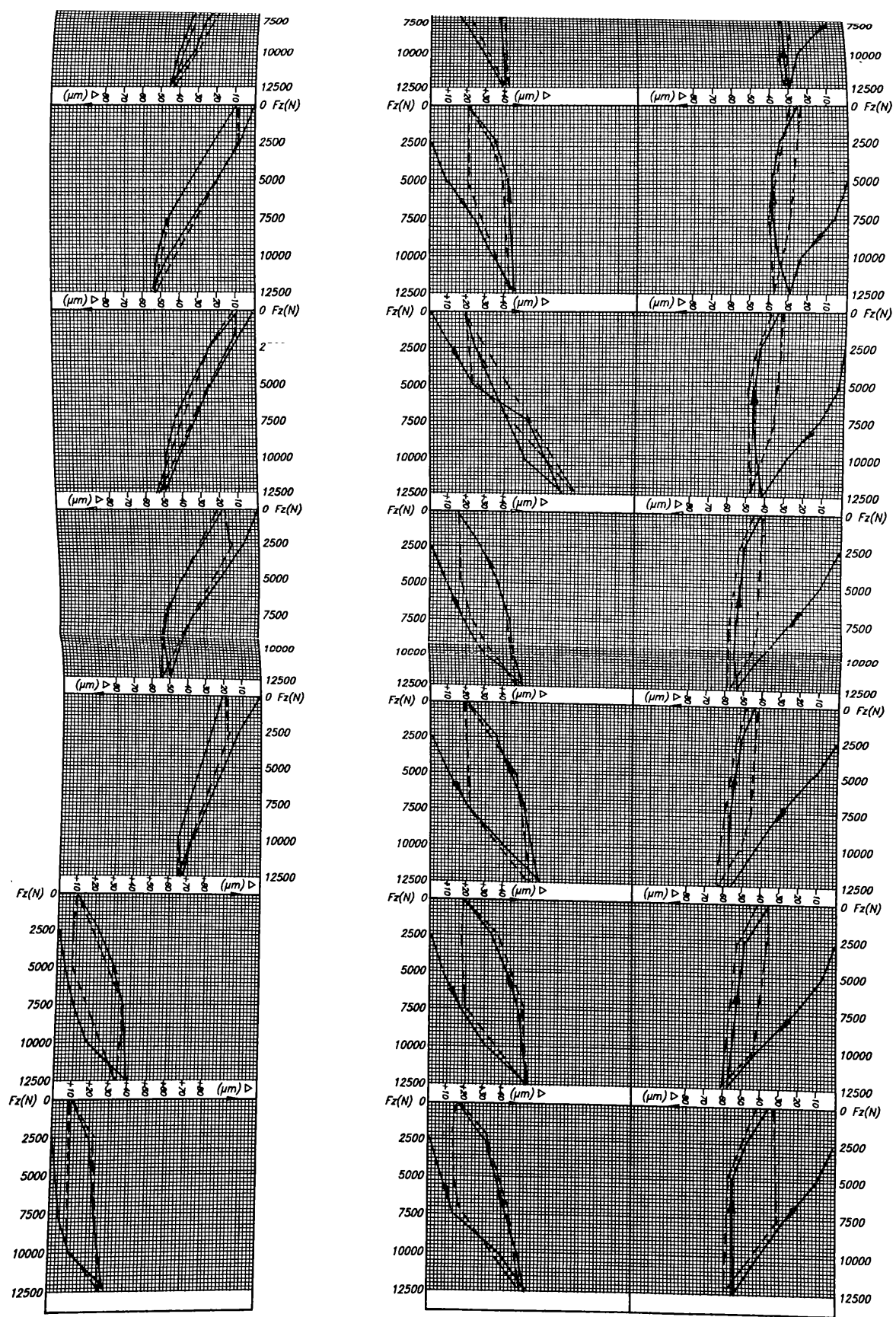


fig 5.1.11

Cazul 1: FIXARE CU SURUBURI DE FUNDATIE IN BETON tabel 5.1.13

ZONA cimpau	PUNCTE DE MASURA	VARIANTA TURNATA												VARIANTA SUDATA											
		1000				0				1000				0											
		I	II	III	0	I	II	III	0	I	II	III	0	I	II	III	0								
FATA	C	0	0	-1	93	90	93	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	F	0	2	1	48	50	49	2	1	1	1	0	0	6	6	-49	-47	-48	6	6	6	6	6	4	
	J	0	0	0	-20	-20	-20	0	0	0	0	0	0	0	-1	-39	-41	-42	0	-1	-2	-2	-2	-2	
1	C	0	1	3	27	29	25	1	3	5	0	-3	-3	-3	-100	-103	-103	-3	-3	-3	-3	-3	-3		
	F	0	6	8	9	9	9	6	8	8	0	-1	-1	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
	J	0	2	1	1	2	9	2	9	0	0	0	0	0	0	0	6	6	8	2	0	0	0	0	
3	C	0	0	0	7	4	7	0	0	1	0	3	5	99	100	100	3	5	4	4	4	4	4	4	
	F	0	3	3	67	68	68	3	3	3	0	2	2	4	54	55	54	2	4	4	4	4	4	4	
	J	0	-2	-2	-19	-19	-19	-2	-2	-2	0	-13	-9	-27	-27	-31	-31	-13	-9	-9	-9	-9	-9	-9	
4	C	0	-12	-13	-19	-22	-21	-12	-12	-13	-15	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	
	F	0	-8	-14	-4	-9	-14	-8	-14	-14	-14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	J	0	-10	-15	-9	-10	-16	-10	-15	-17	-17	0	-13	-12	-13	-15	-15	-12	-13	-12	-12	-12	-12	-12	

Cazul 2: FIXARE PE FUNDATIE CU SUPORTI DE CAUCIUC

ZONA cimpau	PUNCTE DE MASURA	VARIANTA TURNATA												VARIANTA SUDATA											
		1000				0				1000				0											
		I	II	III	0	I	II	III	0	I	II	III	0	I	II	III	0								
FATA	C	0	0	0	67	67	67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	F	0	-1	-2	41	41	41	-1	-1	-2	-2	0	0	-2	-4	43	39	38	-2	-4	-5	-5	-5	-5	
	J	0	-2	0	-166	-163	-163	-2	0	0	0	0	0	0	-1	-35	-35	-35	0	-1	-1	-1	-1	-1	
1	C	0	19	18	45	57	50	19	18	25	0	14	19	105	115	127	17	19	18	18	18	18	18	18	
	F	0	19	14	74	78	82	19	14	14	0	2	3	51	39	40	2	3	2	2	3	2	3	2	
	J	0	15	16	97	102	106	15	16	11	0	11	18	110	125	110	11	18	17	17	18	17	18	17	
3	C	0	5	5	90	90	90	5	5	5	0	4	2	156	152	161	4	2	3	3	3	3	3	3	
	F	0	9	6	78	76	78	9	6	3	0	0	0	-1	89	90	87	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
	J	0	-2	-2	-42	-41	-40	-2	-2	0	0	-1	-1	3	2	4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
4	C	0	-19	-17	-66	-73	-72	-19	-19	-24	0	-30	-27	-115	-122	-129	-30	-27	-28	-28	-28	-28	-28	-28	
	F	0	-22	-29	-75	-75	-75	-22	-29	-29	0	-10	-15	-42	-40	-40	-10	-15	-15	-15	-15	-15	-15	-15	
	J	0	-17	-16	-97	-105	-105	-17	-16	-12	0	-8	-15	-14	-22	-15	-8	-15	-14	-15	-14	-15	-14	-14	

Dinosa

MASURATORI STATICE-DEFORMATIA GHIDAJELOR BATIULUI LA INCARCAREA CU  
FORA AXIALA ,PENTRU DIVERSE MODURI DE REZEMARE

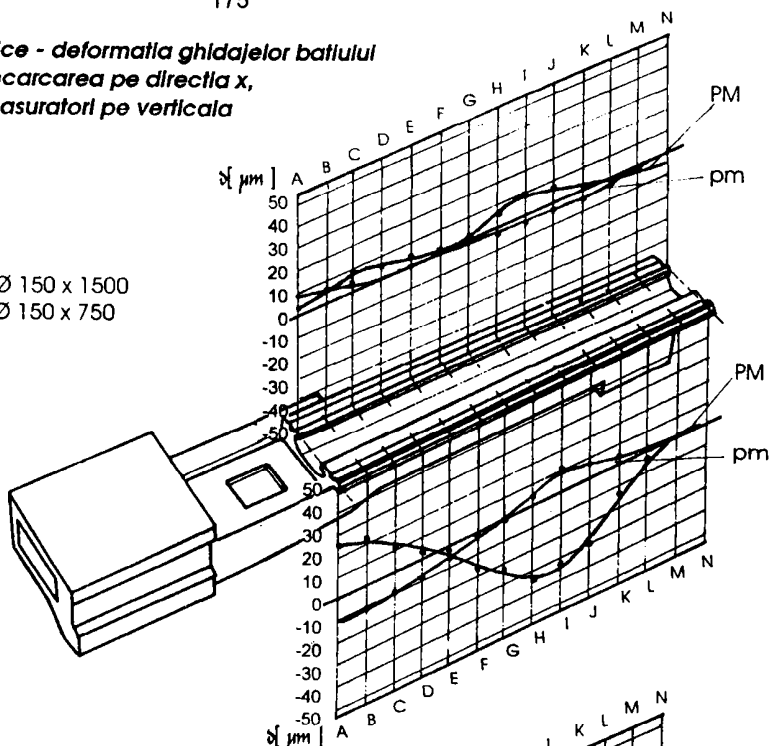
ghidaj spate	ghidaj fata	DEFASURI		F <sub>1</sub> [N]																								
		in [mm]		0		10 <sup>0</sup>		210 <sup>0</sup>		310 <sup>0</sup>		410 <sup>0</sup>		510 <sup>0</sup>		410 <sup>0</sup>		310 <sup>0</sup>		210 <sup>0</sup>		10 <sup>0</sup>		0				
		I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II			
3	1	O	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
		A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		D	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		E	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		F	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		G	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		H	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		J	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		K	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		4	2	O	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
B	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
C	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
D	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
E	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
F	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
G	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
H	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
I	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
J	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
K	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
L	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
M	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
5	3			O	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
		B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		D	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		E	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		F	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		G	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		H	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		J	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		K	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

MASURATORI STATICE VALORI ALE DEFORMATIEI GHIDAJELOR BATIULUI  
IN DIVERSE SECTIUNI LA INCARCAREA CU FORTE DUPA DIRECTIA X

tabel 5.1.14

**Masuratori statice - deformatia ghidajelor batiului  
la incarcarea pe directia x,  
masuratori pe verticala**

: PM piesa Ø 150 x 1500  
: pm piesa Ø 150 x 750



**Masuratori statice - deformatia ghidajelor batiului  
la incarcarea pe directia x,  
masuratori pe orizontala**

: PM piesa Ø 150 x 1500  
: pm piesa Ø 150 x 750

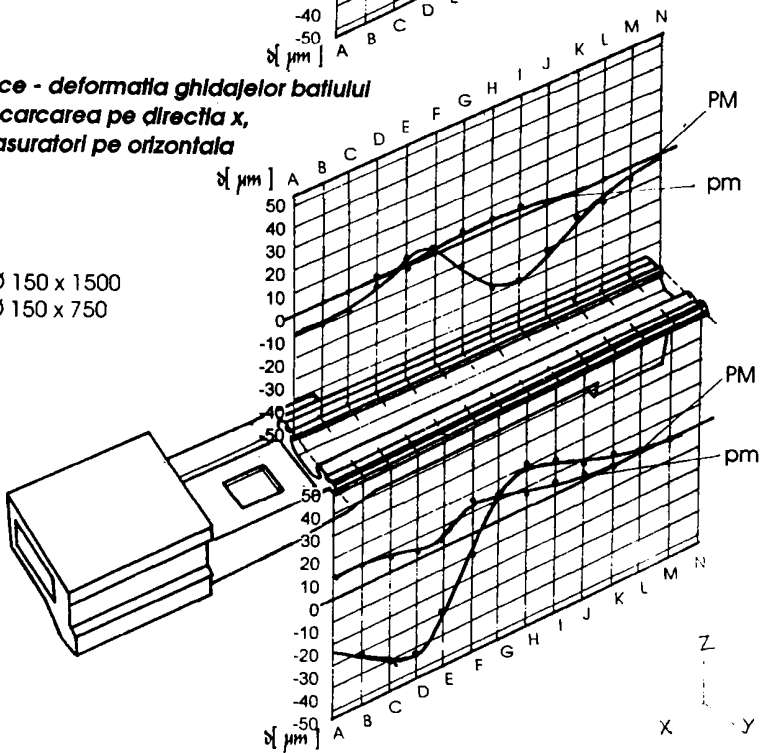
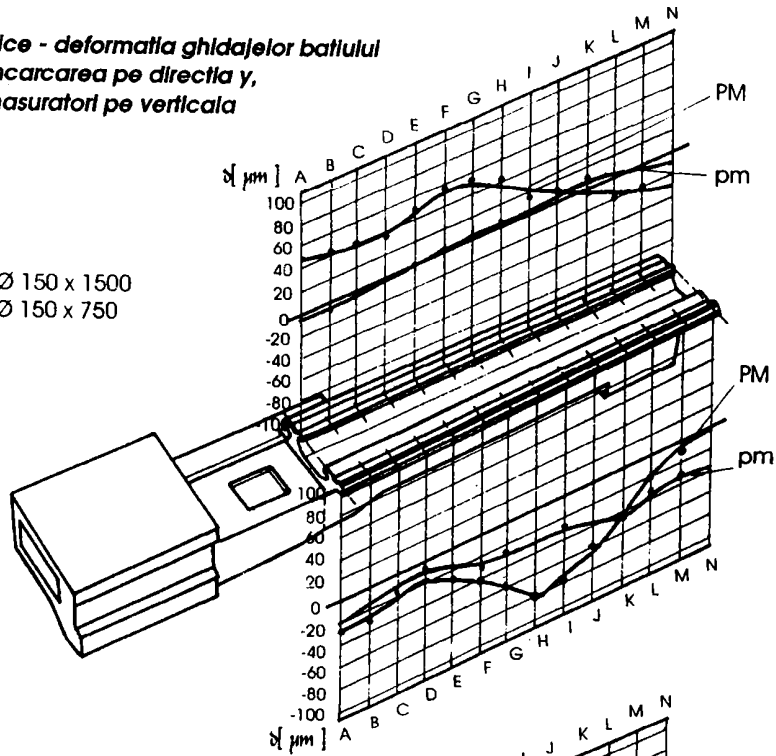


fig 5.1.12



**Masuratori statice - deformatia ghidajelor batului  
la incarcarea pe directia y,  
masuratori pe verticala**

: PM piesa Ø 150 x 1500  
: pm piesa Ø 150 x 750



**Masuratori statice - deformatia ghidajelor batului  
la incarcarea pe directia y,  
masuratori pe verticala**

: PM piesa Ø 150 x 1500  
: pm piesa Ø 150 x 750

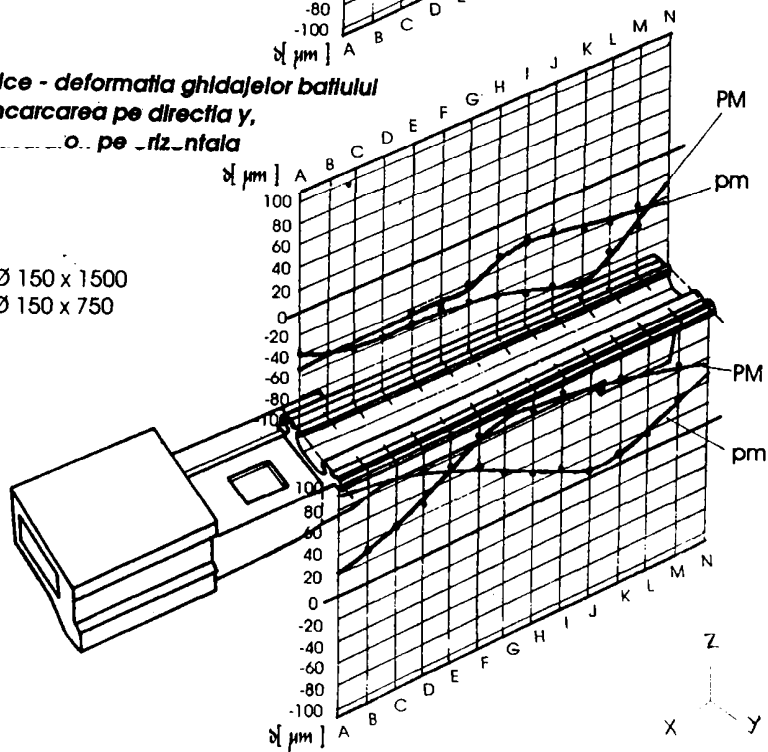


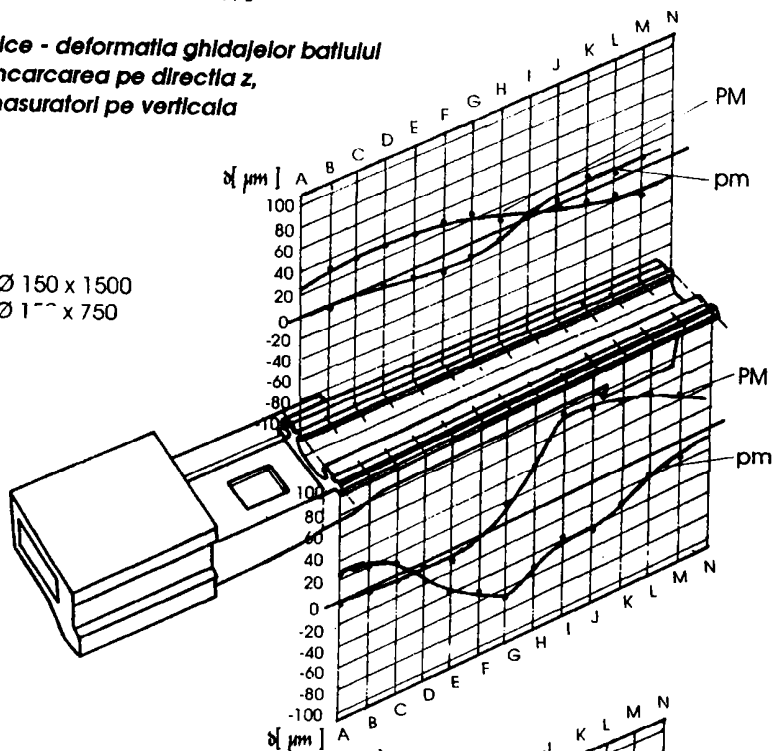
fig.5.1.13





**Masuratori statice - deformatia ghidajelor batului  
la incarcarea pe directia z,  
masuratori pe verticala**

: PM piesa  $\varnothing 150 \times 1500$   
: pm piesa  $\varnothing 150 \times 750$



**Masuratori statice - deformatia ghidajelor batului  
la incarcarea pe directia z,  
masuratori pe orizontala**

: PM piesa  $\varnothing 150 \times 1500$   
: pm piesa  $\varnothing 150 \times 750$

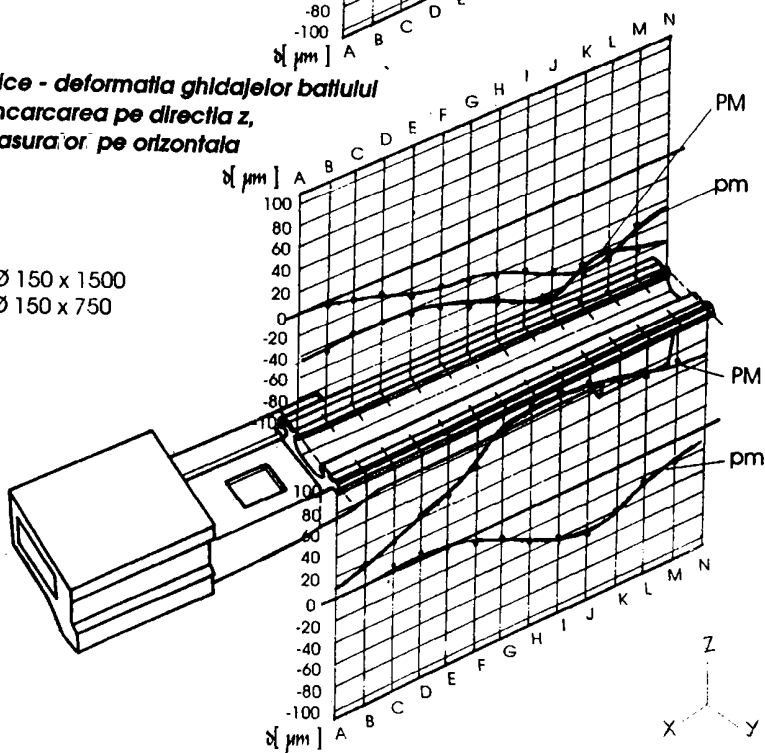


fig. 5.1.14

tabel 5.1.17

DEPLASAR [μm]	sectiunea	F <sub>y</sub> =10000N				F <sub>z</sub> =12500N				F <sub>x</sub> =5000N			
		Incarcare pe directie transversala (Y)				Incarcare pe directie verticala(Z)				Incarcare pe directie longitudinal(X)			
		Masuratori pe directie verticala		orizontala		Masuratori pe directie verticala		orizontala		Masuratori pe directie verticala		orizontala	
		2	3	1	4	2	3	1	4	2	3	1	4
0	-25	47	91	-67	26	26	4	-48	-11	9	4	0	
A	-	-	-	-	26	27	17	-1	-	-	-	-	
B	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
C	-	-	-	-	-	-	-	-	-2	5	2	0	
D	-11	38	56	-45	-22	5	53	-47	-14	4	1	0	
E	-38	47	53	-46	-63	11	4	-55	-3	3	17	0	
F	-28	51	43	-55	-64	18	62	-59	3	2	0	5	
G	-35	26	4	-24	-62	18	69	-73	7	1	0	0	
H	-31	1	25	-32	-71	1	97	-81	10	0	0	0	
I	-33	-3	24	-22	-59	0	81	-85	-	-	-	-	
J	-42	-12	31	-30	-59	-3	74	-82	0	2	0	0	
K	-33	-11	26	-31	-56	-6	73	-67	1	0	0	0	
L	-277	-26	42	-41	-41	-5	76	-88	0	0	0	0	
M	-30	-28	-40	-43	-48	-5	102	-106	0	0	0	0	
N	-	-	-	-	-8	0	-	-	0	0	-	-	

**MASURATORI STATICE -VALORI ALE DEFORMATIEI GHIDAJELOR BATIULUI, LA DIVERSE INCARCARI ALE FORTEI, DUPA DIRECTII DIFERITE**

**CAZUL:PIESA MICA( Φ150x750)**

tabel 5.1.18

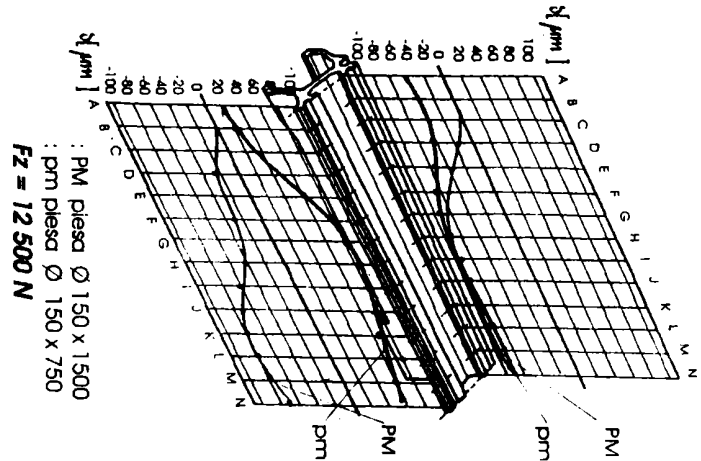
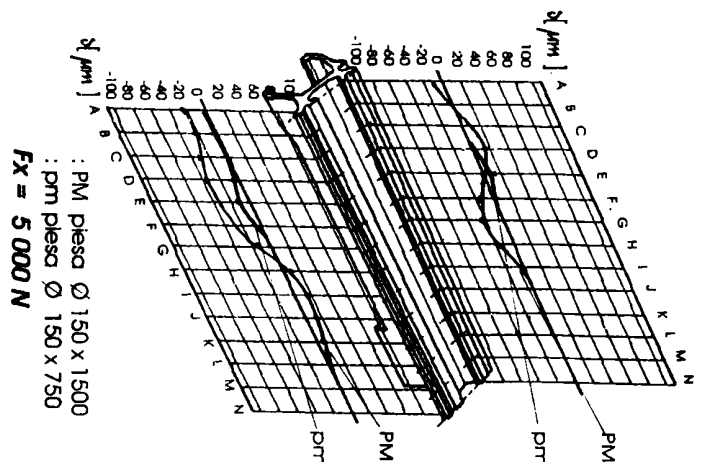
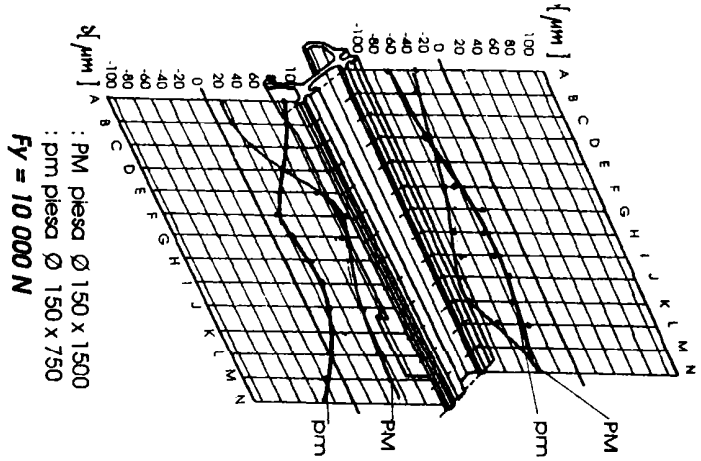
DEPLASAR [ μm ]	sectiunea	Fy=10000N				Fz=12500N				Fx=5000N			
		Incarcare pe directie transversala (Y)				Incarcare pe directie verticala(Z)				Incarcare pe directie longitudinala(X)			
		Masuratori pe directie verticala		orizontala		Masuratori pe directie verticala		orizontala		Masuratori pe directie verticala		orizontala	
		G.S	G.F	G.S	G.F	G.S	G.F	G.S	G.F	G.S	G.F	G.S	G.F
0	0	-33,5	-38	16	0	3	0	0	6	23	-9	-24	
A	0	-11,5	-48	15	0	0	0	0	5	23,5	0	-22	
B	0	-21	-50	23	-	0	0	0	6	15	0	-28	
C	-0,5	-18	-54	23	-	0	0	0	10	18,5	0	-38	
D	-	-	-	-	0	-	-22	-	-	-	-	-	
E	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
F	3	-55	-	98,5	-	-	-	-	0	-31	8	14	
G	6	-82,5	-65	63	0	-	-34,5	-	9	-30	-36	10	
H	4,5	-66,5	-56	58	0	46	-37	-54,5	9	-23	-26	17	
I	11	-52	-74	47,5	0	70	-47,5	-53	1	-10	-20	0	
J	13,5	-25,5	-86	49	-5	53,5	-66	-55	2	-2	-5	-0,5	
K	13	-14	-30	64	-2	62	-72,5	-48	0	0	0	1	
L	0	-6,5	-48	62	6	58	-71	30	0	0	0	0	
M	-15	-1,5	-52	64	4,5	58,5	-65,5	21	-2	0	1	0	
N	-	-	18*	0	-	-4*	-2,5*	-	-	-	0	0	

G.S-ghidaj fata  
G.F-ghidaj spate

\* masurat pe directie longitudinala  
masurat in interiorul ghidajului

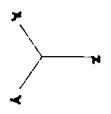
**MASURATORI STATICE -VALORI ALE DEFORMATIEI GHIDAJELOR  
BATIULUI,LA DIVERSE INCARCARI ALE FORTEI,DUPA DIRECTII DIFERITE**

**CAZUL:PIESA MARE( φ150x1500)**



**Masuratori statice - deformatia ghidajelor batului pentru diverse incarcari**  
 (masuratori pe directia orizontala)

fig. 5.1.15



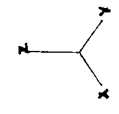
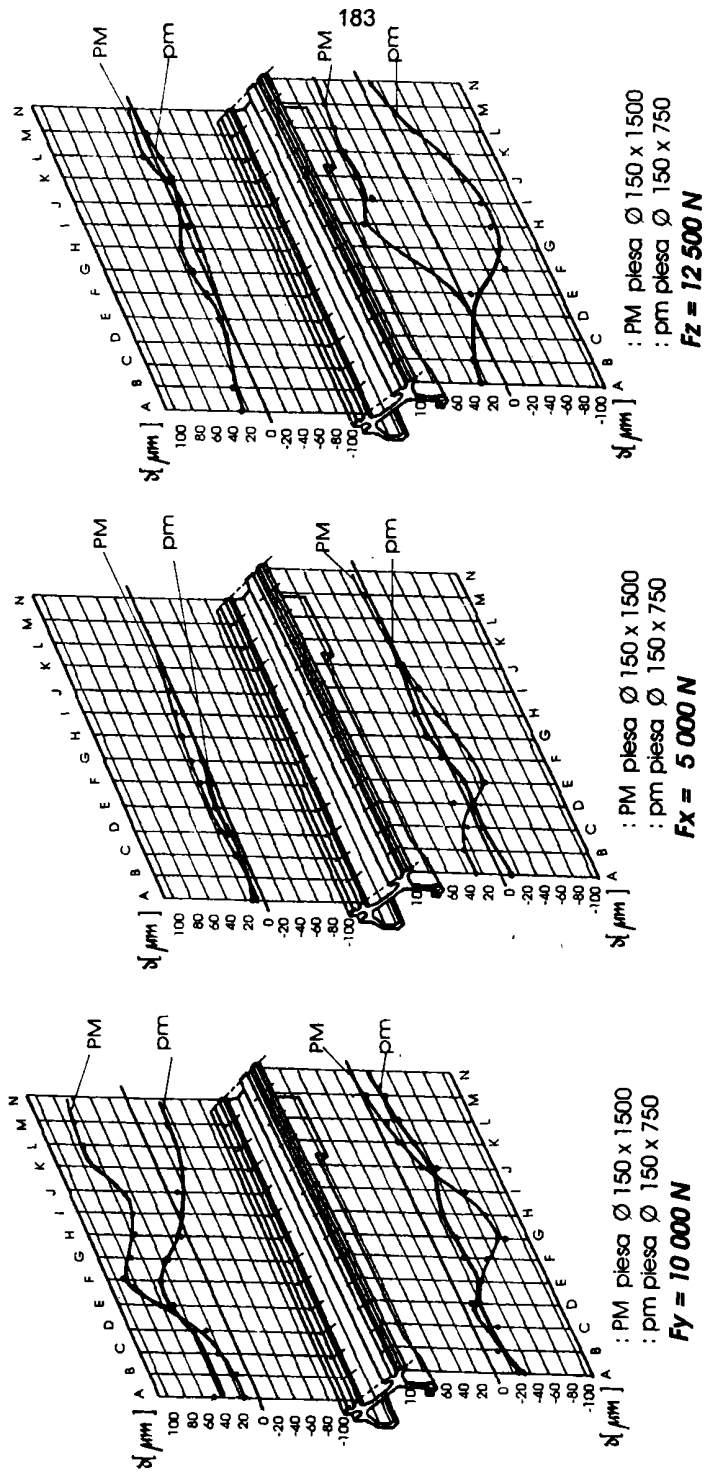


fig.5.1.16

**Masuratori statice - deformatia ghidajelor batiului pentru diverse incarcari**  
 (masuratori pe directia verticala)

## 5.2 MASURATORI DINAMICE

### 5.2.1 Programul de investigare experimentală

După studiul experimental al deformării batiului sub acțiunea unor sarcini statice, s-a efectuat un amplu program de cercetare dinamică, beneficiind, pe lângă batiul turnat din fabricația curentă a întreprinderii de Masini-unelte "ARIS" Arad și de un prototip executat prin sudură, pe care s-au făcut studii comparative de deformabilitate.

I. Intr-o prima etapă s-au făcut studii de funcționare în gol, pentru toată gama de rotații, de la rotația minimă la rotația maximă, atât pentru varianta turnată cât și pentru varianta sudată în două condiții de rezemare :

- -cu strungul fixat prin suruburi pe fundație de beton
- -cu strungul fixat pe suporturi de cauciuc.

S-au făcut măsurători de vibrație pe întreaga structură a batiurilor, punctele de măsură fiind reprezentate în figura 5.2.1, s-au măsurat viteze și deplasări atât pe direcția verticală cât și orizontală și nu numai pe ghidaje cât și pe corpul batiului și în câteva puncte de pe restul carcasei.

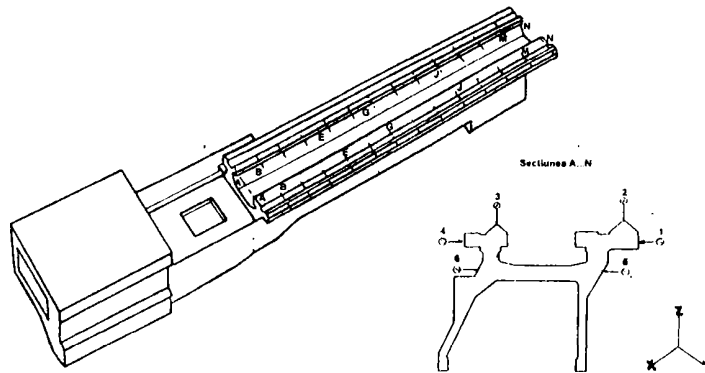


fig. 5.2.1

Aparatura de măsură utilizată a fost formată din vibrometre RFT, transductoare seismice cu contact tip KD34 și un osciloscop cu memorie și un filtru octav HP=25 Hz.

II. In a doua etapă s-au efectuat aceleași gama de măsurători, pe cele două strunguri, în două condiții de rezemare, având fixată la axul principal o masă dezechilibrată ( $m \approx 0,1 \text{ daN}$ , cu o excentricitate de 10 mm) care să creeze forțe apropiate de cele din regimul de așchiere. Punctele de măsurare a deplasărilor din vibrație au rămas aceleași.

Rezultatele acestor măsurători sunt sistematizate în tabelele nr. 5.2.1...5.2.8 și în graficele 5.2.2...5.2.29.

Astfel avem:

**MASURATORI DINAMICE-VALORI ALE DEFORMATIEI GHIDAJELOR  
BATIULUI, LA MERSUL IN GOL PENTRU DIVERSE TURATII ALE  
ARBORELUI PRINCIPAL**

**CAZUL:STRUNG FIXAT PRIN SURUBURI PE FUNDATIE DE BETON**



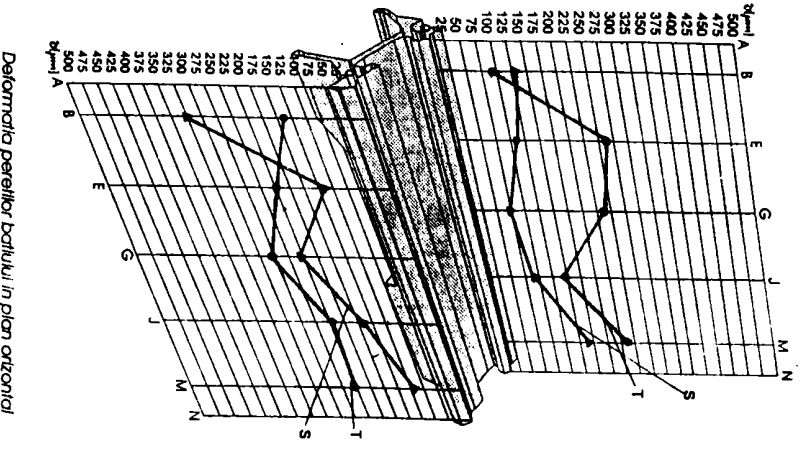
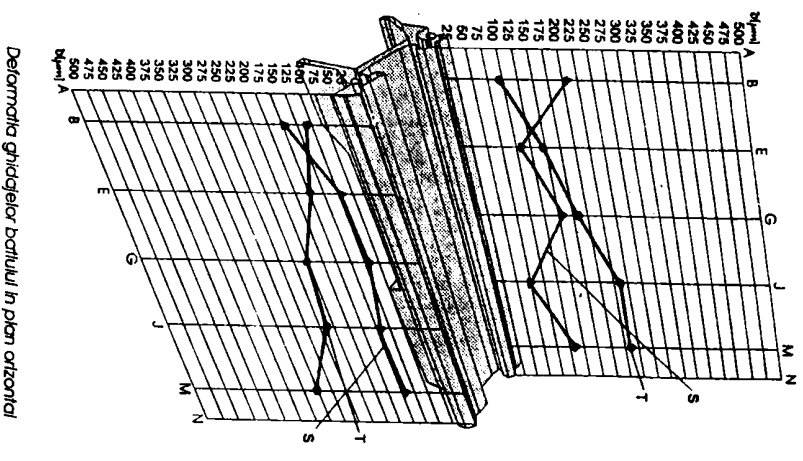
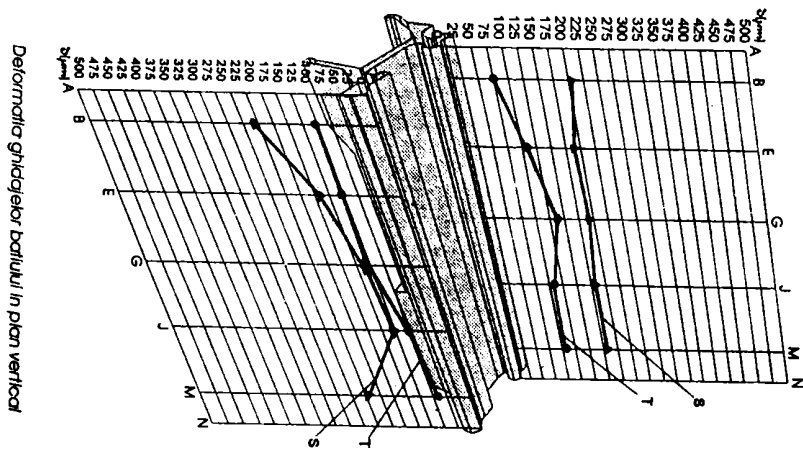
tabel 5.2.1

punct de masura ghidaj fata	varianza	T U R A T I A n (rov/ min)																	
		32	40	50	63	80	100	125	160	200	250	320	400	500	630	800	1000	1250	1600
A1	T	119.3	83.5	72.6	60.63	47.7	38.2	34.4	35.8	23.8	30.5	23.8	29.4	19	10.6	15.5	11.5	30.5	15.5
	S	149.2	124.1	91.6	60.6	53.7	47.7	42.8	31.1	23.8	15.3	14.8	16.7	15.3	12.1	8.95	6.7	7.6	6.6
E1	T	149.2	119.3	95.5	75.8	59.7	57.3	45.8	41.7	40.6	30.5	29.7	26.3	17.2	11.4	13.1	10.5	21.3	11.9
	S	89.5	95.5	80.2	87.9	65.6	57.3	42	35.8	29.5	22.1	17.9	19	13.4	12.1	8.4	5.7	6.9	5.4
G1	T	208.9	179.1	143.3	121.3	95.5	85.9	72.6	53.7	47.7	38.2	35.8	26.3	26.7	16.7	13.1	11.5	16.8	10.1
	S	68.63	52.5	47.7	37.9	35.8	42.9	46	34.6	28.6	19	17.9	16.7	11.5	7.5	8.4	5.7	5.4	4.2
J1	T	238.7	215	181.4	136.4	107.4	85.9	65	56.7	38.2	32.5	23.8	16.7	12.4	12.1	9.5	8.6	13.1	6
	S	119.3	71.6	63	36.37	41.7	28.6	19	11.9	10.5	9.5	14.9	16.7	11.5	7.5	8.4	5.7	5.4	4.2
M1	T	300.4	238.7	190.9	151.5	131.3	105.1	76.4	41.7	38.2	30.5	25.4	15.5	11.5	9	10.7	9.5	6.1	3.6
	S	80.56	71.6	63	54.56	47.7	28.6	39.7	29.8	23	19	14.3	16.7	11.5	7.5	7.2	5.7	6.8	6.6
A2	T	104.4	71.6	66.84	60.6	47.7	38.2	38.2	32.8	33.4	30.5	19.4	17.9	18.1	13.6	19	15.3	23	9.3
	S	208.9	143.2	114.6	78.8	57.7	52.5	53.5	35.8	31	26.7	20.9	19	15.3	10.6	8.4	6.7	10.7	13.1
E2	T	104.4	83.5	66.84	60.6	59.7	47.7	35	26.8	23.8	19	14.9	9.5	9.5	9	14.3	6.7	6.8	6
	S	137.2	119.3	124.1	106.1	81.2	62.1	49.9	41.7	33.4	27.5	20.9	19	15.3	10.6	8.4	6.7	9.2	14.3
G2	T	119.3	83.5	85.9	75.7	73.7	57.3	42	32.8	31	23	19.4	13.1	12.4	9	7.2	8.6	11.5	6.6
	S	118.3	125.5	85.9	60.6	47.7	47.7	30.5	29.8	24.8	23	23.8	19	11.5	9	8.4	4.7	6.9	13.7
J2	T	74.6	59.6	57.3	45.5	35.8	28.6	23	20.8	11.9	15.3	11.9	7.2	6.7	6.1	6	5.7	6.9	6
	S	101.5	95.5	99.7	90.9	62.1	52.5	45.8	29.8	26.7	23	17.9	16.7	13.4	7.5	7.2	4.7	6.9	13.1
M2	T	89.5	71.6	66.84	60.6	47.7	47.7	38.2	26.8	23.8	15.3	14.9	8.4	8.6	5.3	6	6.7	6.1	3.8
	S	193.9	124.1	105	60.6	50.1	42.9	30.5	26.8	23.8	23	17.9	19	13.4	9.09	7.2	5.7	9.9	11.9
A5	T	134.3	95.5	85.9	68.2	53.7	47.7	53.5	41.7	38.2	28.6	23.8	19	11.5	12.1	16.7	7.6	5.7	6
	S	300.4	214.8	162.3	181.8	119.3	105.1	61.1	59.7	57.3	30.5	28.6	26.6	19	12.1	11.9	11.5	9.2	8.9
E5	T	193.9	155.1	124.1	106.1	77.6	66.8	49.6	41.7	35.8	26.7	20.8	14.4	16.7	11.4	11.9	9.1	6.9	6.8
	S	119.3	100.3	70.6	65.2	52.5	47.7	34.4	27.5	20.4	17.2	14.8	14.4	9.5	10.6	9.5	9.5	6.9	15.9
G5	T	253.6	190.9	162.3	121.3	107.4	90.7	68.7	53.7	38.2	30.5	22.4	16.7	15.3	12.1	11.9	9.5	6.9	7.7
	S	208.9	155.2	114.6	65.2	71.6	55.4	45.8	34	28.6	21	20.9	21.5	13.4	9	12.7	10.5	8.4	6.6
J5	T	193.9	167.1	133.7	113.7	83.5	65.9	68.7	53.7	45.4	38.2	26.8	23.8	15.3	13.6	13.1	9.1	7.25	6
	S	137.3	95.5	66.84	54.5	47.7	43	30.5	22.67	19	13.4	14.8	14.4	9.5	9	9.5	9.5	6.9	4.2
M5	T	208.9	95.5	124.1	106.1	83.5	81.2	49.6	41.7	38.2	26.7	19.4	10.7	10.5	6.1	7.2	7.6	6.5	5.4
	S	89.5	83.5	76.4	60	50.1	36.28	26	23.8	16.7	12.6	11.9	9.5	7.6	6.1	6	4.7	6.1	6.6

S-varianta studiu  
T-varianta lumata

tabel 5.2.2

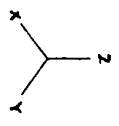
punct de masura ghidaj spate	varian	T U R A T I A n (rot/ min)																	
		32	40	50	63	80	100	125	160	200	250	320	400	500	630	800	1000	1250	1600
A4	T	92.7	71.6	66.8	60.6	47.7	38.1	38.1	41.7	31.03	26.7	19.3	16.7	14.32	13.6	11.9	10.8	12.9	8.9
	S	217.8	155.1	133.6	60.6	59.6	55.3	45.8	38.7	33.4	24.4	20.8	16.7	15.2	12.4	12.7	6.6	6.8	5.9
E4	T	149.2	119.3	105	76.1	71.6	60.4	53.4	38.7	33.4	29.9	22.3	17.9	14.3	12.8	14.3	10.9	7.6	9.2
	S	113.3	95.4	80.2	57.6	57.2	47.7	42	31	28.6	22.1	17.9	16.7	14.9	9	7.16	5.7	5.3	4.7
G4	T	178	107.4	95.4	90.9	71.6	57.2	49.6	41.7	33.4	25.2	22.4	19	15.2	16.6	13.1	12.41	16.8	7.7
	S	164.1	119.3	95.4	78.8	65.6	53.4	38.1	28.6	23.8	19.8	14.9	9.5	11.4	10.6	7.16	4.7	6.1	7.1
J4	T	238.7	155.1	133.6	106.1	83.5	62	53.4	41.7	38.1	26.7	23.8	20.2	15.2	10.6	9.5	10.5	13.3	7.6
	S	71.6	83.5	76.3	72.7	59.6	47.7	34.3	25	22.9	19	14.9	11.9	11.4	7.5	5.9	4.7	5.3	5.3
M4	T	238.7	152.7	139.2	139.2	105	76.3	59.6	52.5	36.2	20.2	11.4	13	7.16	9.07	4.7	5.3	5.3	5
	S	130.3	127.3	85.9	78.8	62	52.5	38.1	31	22.9	19	17.9	14.3	12.7	7.6	7.1	4.7	5.3	5.9
A3	T	74.6	47.7	47.7	45.4	35.8	28.6	38.1	26.8	23.8	22.9	17.9	16.7	13.3	10.6	12.7	10.4	9.1	7.4
	S	208.8	148	124.1	95.4	127.3	85.9	66.8	48.8	34.3	26.7	17.9	11.9	11.4	10.6	8.3	6.6	6.1	10.1
E3	T	104.4	95.4	85.9	75.7	59.6	47.7	45.8	38.7	28.6	21	17.9	14.3	9.5	8	7.7	7.1	6.1	5.9
	S	190.9	155.1	114.5	93.9	77.5	57.2	47.3	35.8	30.5	24.8	17.9	16.7	14.9	9	7.1	5.7	6.4	10.7
G3	T	134.2	119.3	95.4	75.7	59.6	57.2	45.8	38.7	28.6	22.9	17.9	9.9	10.5	9.8	6.3	7.1	5.7	5.3
	S	190.9	148	114.5	128.8	71.6	59.2	45.8	35.8	26.2	19	16.4	11.9	8.5	7.5	8.3	6.6	7.2	5.8
J3	T	119.3	95.4	85.9	75.7	59.6	57.2	45.8	35.8	26.2	19	16.4	11.9	8.5	7.5	8.3	6.6	7.2	5.8
	S	179	133.6	108.8	96.9	71.6	57.2	42	34.6	26.7	21	17.9	16.7	11.4	7.5	7.1	4.7	5.3	4.7
M3	T	119.3	95.4	76.3	75.7	53.7	47.7	30.5	20.8	23.8	19	11.9	11.9	12.4	7.5	9.5	7.1	6.1	5.3
	S	179	143.2	110.7	86.3	65.6	53.4	38.1	32.8	26.6	21	17.9	16.7	11.4	7.5	7.1	4.7	5.3	5.9
A6	T	80.8	83.5	66.8	45.4	47.7	38.1	34.6	26.8	23.8	19	16.4	14.3	9.5	9	8.3	7.6	8	5
	S	128.6	119.3	114.5	106.1	71.6	55.3	38.1	35.8	24.8	15.2	14.9	14.3	9.5	9	7.1	5.7	6.1	5.7
E6	T	268.5	143.2	152.7	121.2	95.4	85.9	61.1	50.7	42.9	36.2	25.3	28.2	17.1	22.7	13.1	16.7	13	13
	S	113.3	107.4	98.3	103	75.2	53.4	30.5	33.1	23.8	16	20.8	19	13.3	13.6	7.1	4.7	5.3	4.7
G6	T	238.7	167.1	143.2	121.2	95.4	81.1	68.7	53.7	45.3	38.1	29.8	21.4	18.1	12.2	13.9	10.9	13.3	13.4
	S	74.6	62	47.7	40.9	33.4	28.9	24.4	17.9	15.2	11.4	20.8	19	13.3	12.1	9.5	4.7	6.8	11.9
J6	T	149.2	143.2	114.5	106.1	63.5	85.9	68.7	53.1	45.3	36.2	29.8	23.8	19	16.6	11.9	10.8	14	9.8
	S	80.5	71.6	61.1	37.8	39.3	26.7	19	14.9	10.5	9.9	14.9	9.5	11.4	9	5.9	3.8	6.1	10.1
M6	T	238.7	143.2	162.3	136.4	101.4	90.7	64.9	47.7	42.9	38.1	29.8	22.6	19	14.3	13.1	13.8	14.5	13.9
	S	170	143.2	105	90.9	65.6	55.3	45.8	37	23.8	16	14.9	14.3	11.4	9	6.3	3.8	6.8	8.3

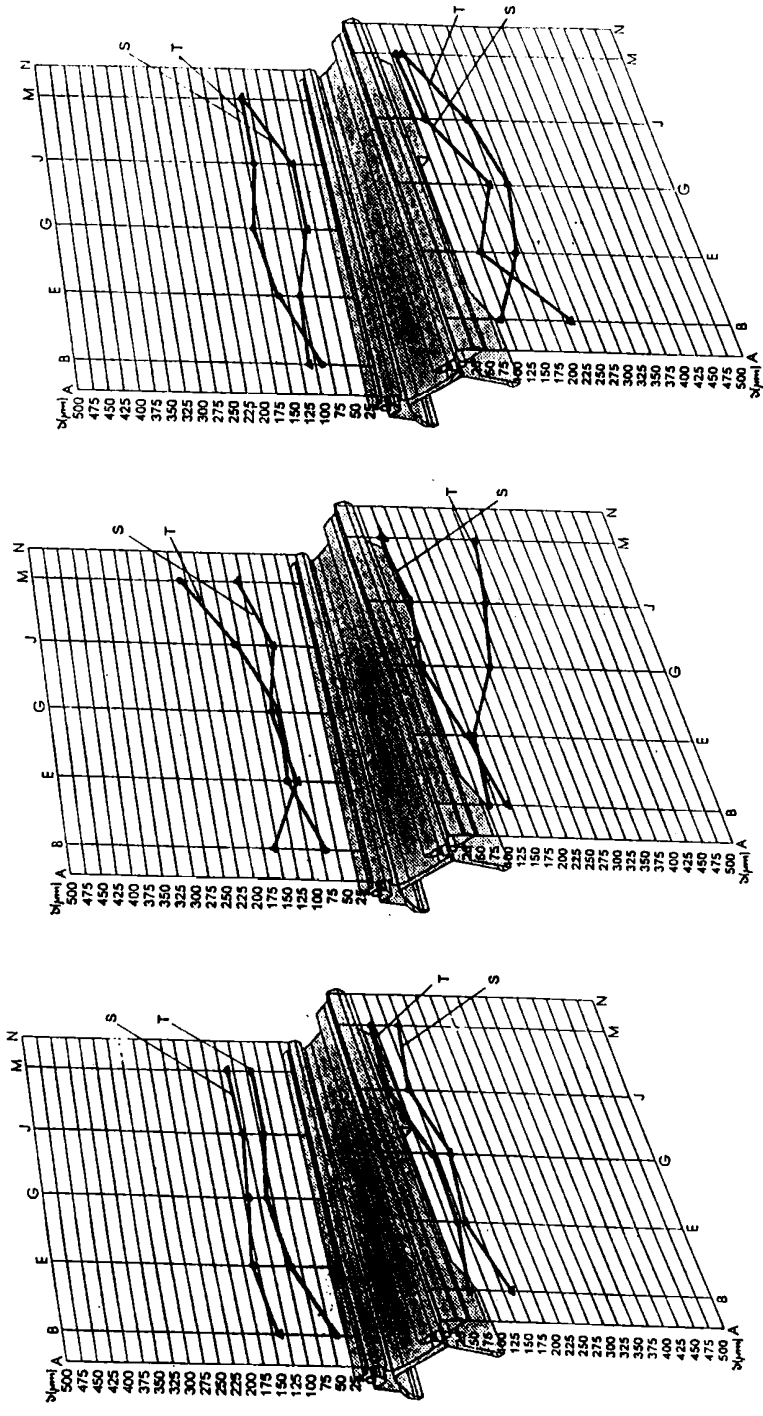


T:batu turnat  
S:batu sudat

Masuratori dinamice-Stiung fixat in fundatie de beton, cu suruburi si avand la axul principal,  $n = 32$  roi

fig.5.2.2





Deformatia peretilor batului in plan orizontal

Deformatia ghidajelor batului in plan orizontal

Deformatia ghidajelor batului in plan vertical

Masuratorii dinamice-Sitring fixat in fundatie de beton, cu suruburi si avand la axul principal,  $n = 40$  rot/min

T:batii turnat  
S:batii sudat

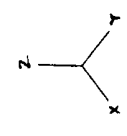
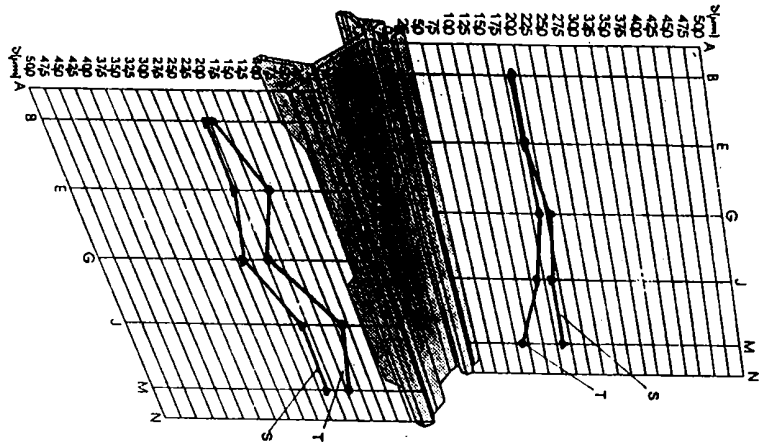
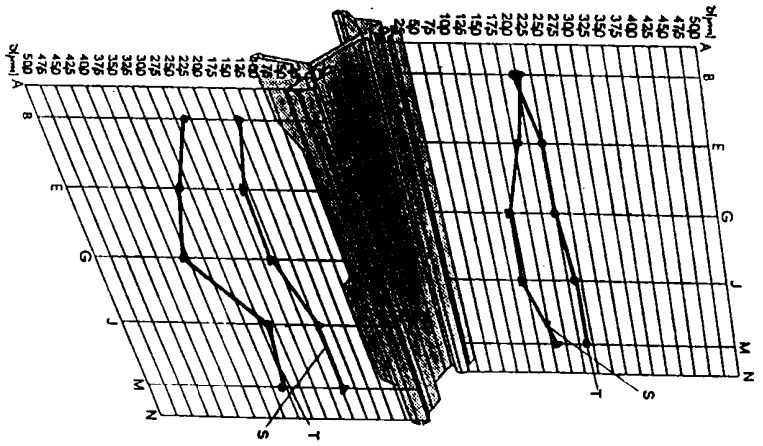


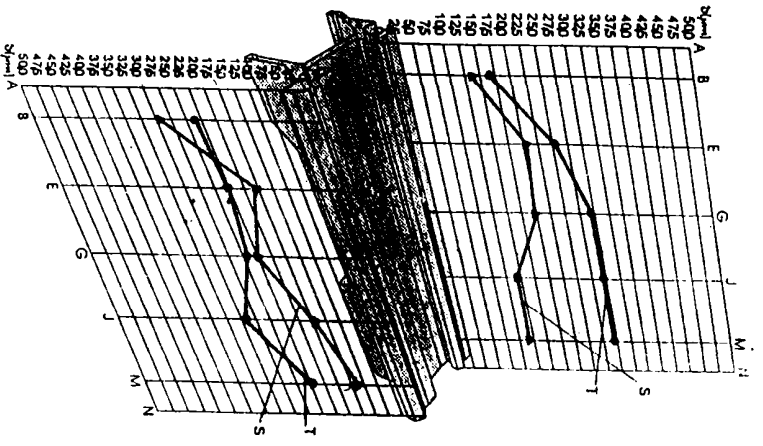
fig 5.2.3



Deformatia ghitogeliei batului in plan vertical



Deformatia ghitogeliei batului in plan orizontal

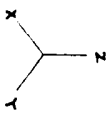


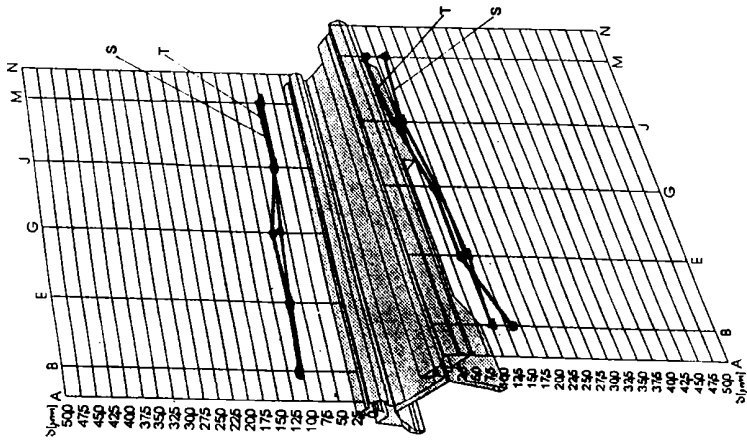
Deformatia peretilor batului in plan orizontal

T:batu turnat  
S:batu sudat

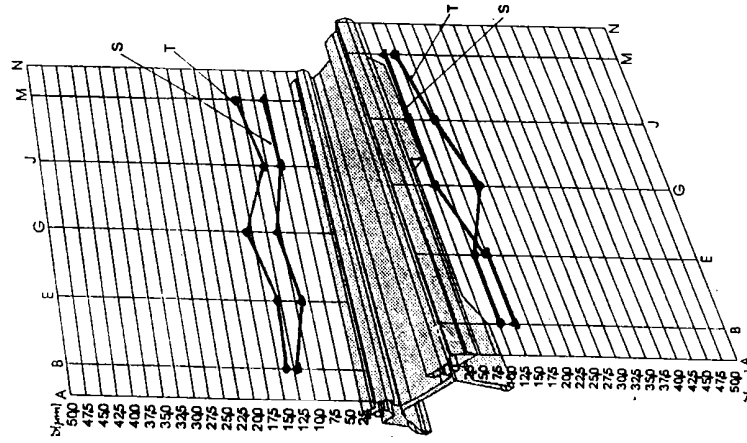
Masuratori dinamice-String fixat in fundatie de beton, cu suruburi si având la axul principal,  $n = 320$  rot/min

Fig. 5.2.4

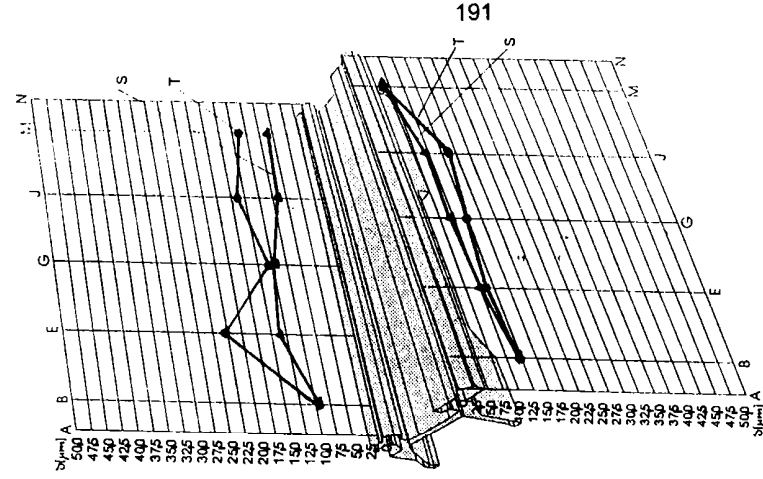




Deformatia ghidajelor batului in plan vertical



Deformatia ghidajelor batului in plan orizontal



Deformatia peretilor batului in plan orizontal

**Masuratori dinamice-Sprung fixat in fundatie de beton, cu suruburi si avand la axul principal,  $n = 630$  rot/min**

T:batu turnat  
S:batu sudat

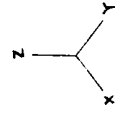
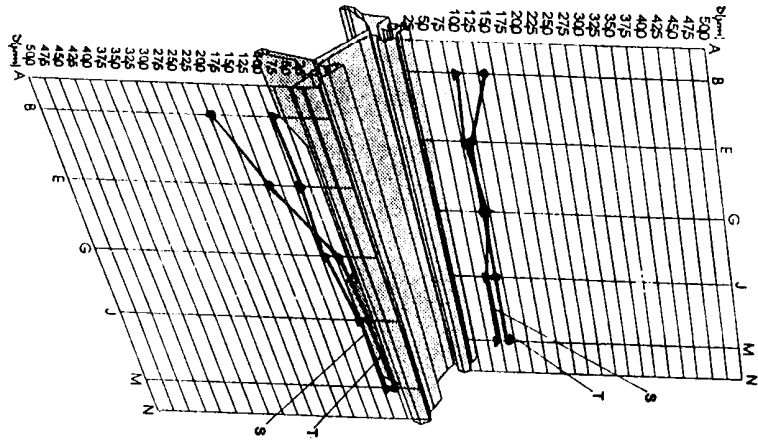


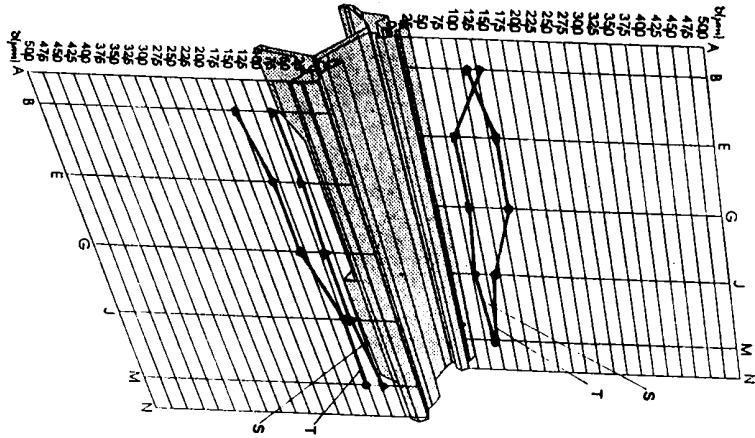
fig.5.2.5

T:batu turnat  
S:batu sudat

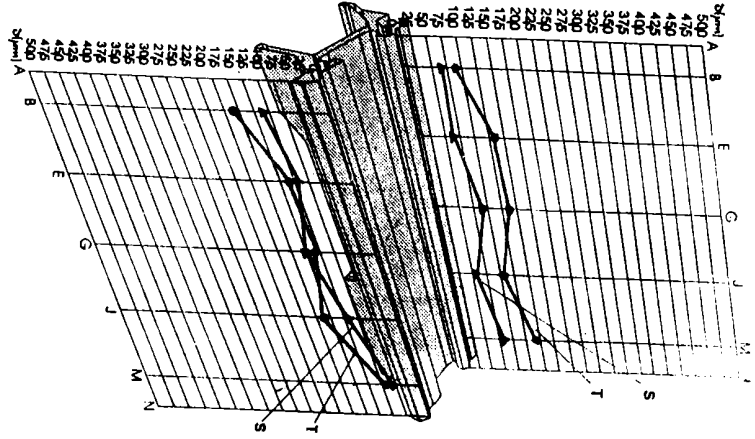
Deformatia ghitcielor batului in plan vertical



Deformatia ghitcielor batului in plan orizontal

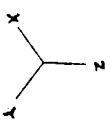


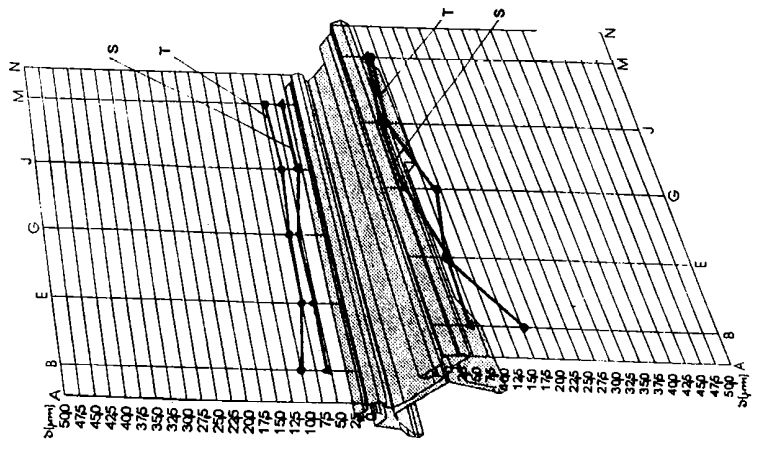
Deformatia peretilor batului in plan orizontal



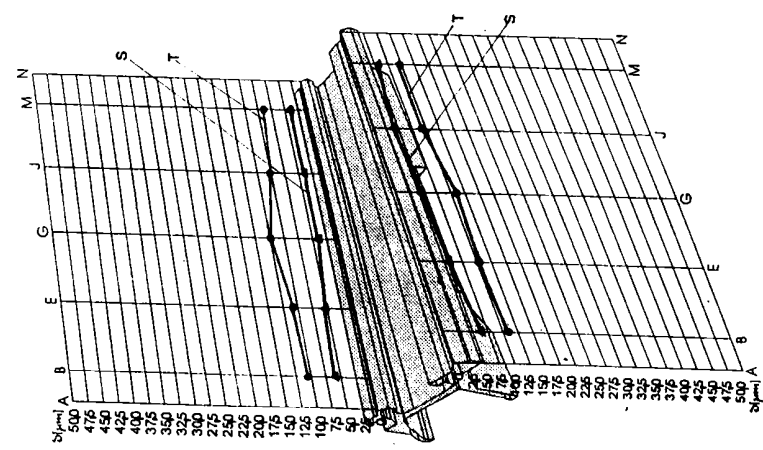
**Masuratori dinamice-Strung fixat in fundatie de beton, cu suruburi si avand la axul principal,  $n = 800$  rot/mih**

fig 5.2.6

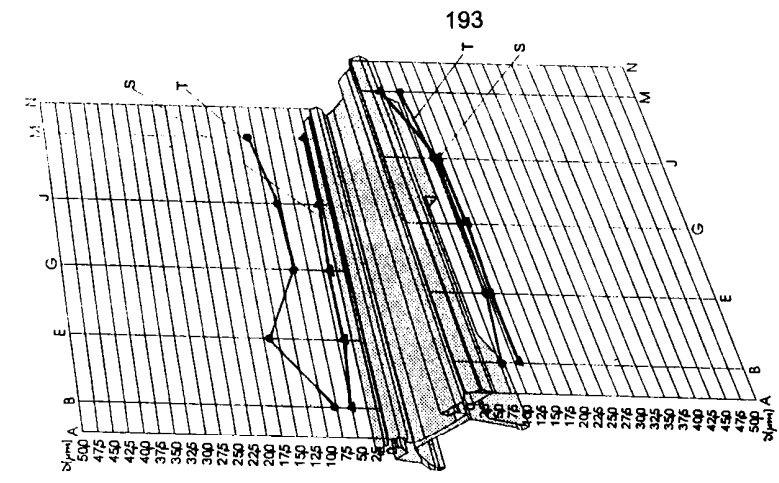




Deformarea ghitajelor batiului in plan vertical



Deformarea ghitajelor batiului in plan orizontal



Deformarea peretilor batiului in plan orizontal

Masuratorii dinamice-Strung fixat in fundatie de beton, cu suruburi si avand la axul principal,  $n = 1000 \text{ rot/min}$

T:batiu turnat  
S:batiu sudat

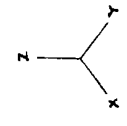
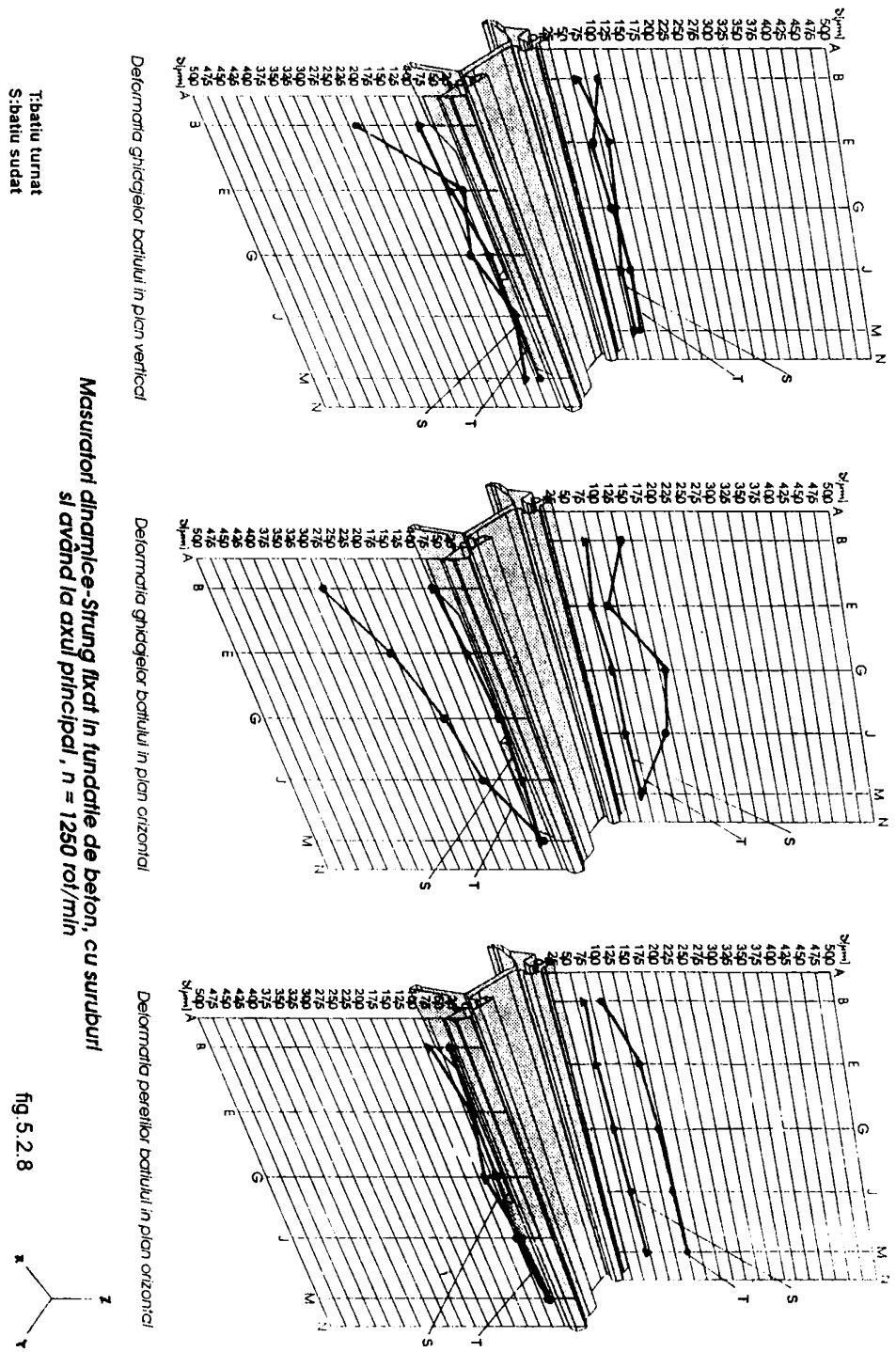


fig.5.2.7





**MASURATORI DINAMICE-VALORI ALE DEFORMATIEI GHIDAJELOR  
BATIULUI, LA MERSUL IN GOL PENTRU DIVERSE TURATII ALE  
ARBORELUI PRINCIPAL**

**CAZUL:STRUNG FIXAT PRIN SURUBURI PE FUNDATIE DE BETON SI  
AVAND LA ARBORELE PRINCIPAL,MASA DEZECHILBRANTA**

tabel 5.2.3

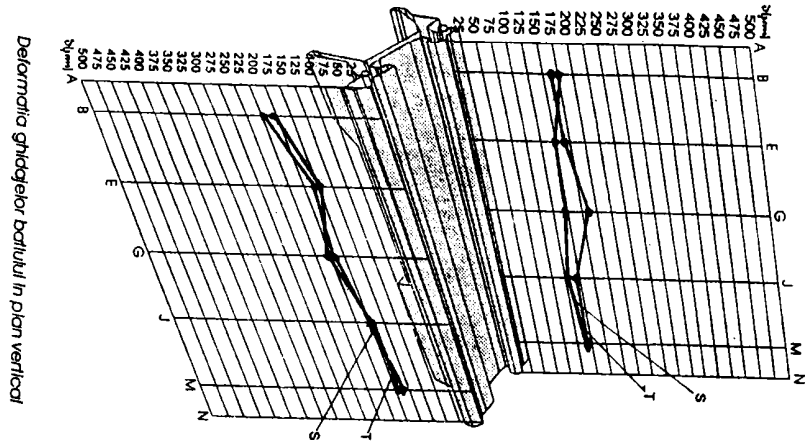
punct de masura ghidaj fati	variana	T U R A T I A												B (rot/ min)															
		T			U			R			A			T			I			A			B						
		32	40	50	63	80	100	125	160	200	250	320	400	500	630	800	1000	1250	1600	320	400	500	630	800	1000	1250	1600		
A1	T	149.2	143.2	114.6	75.8	47.7	33.4	38.2	35.8	33.4	19.1	17.9	7.2	13.4	15.1	14.3	16.2	16.8	23.9	17.9	19.1	7.2	13.4	15.1	14.3	16.2	16.8	23.9	
	S	196.9	119.4	76.4	75.8	50.1	42	30.5	25.1	22	25.1	21	19.1	13.4	10.6	21.5	12.4	12.2	20.3	21	19.1	8.3	12.7	9.1	7.2	12.4	13.8	14.9	
E1	T	179	119.4	76.4	60.6	47.7	33.4	38.2	35.8	31	22.9	11.9	8.3	12.7	9.1	7.2	12.4	13.8	14.9	31	22.9	11.9	8.3	12.7	9.1	7.2	12.4	13.8	14.9
	S	179	76.4	152.8	48.5	50.1	45.8	42.8	94.6	28.6	24.8	20.9	18.1	13.4	7.6	13.1	12.4	15.3	14.9	45.8	20.9	18.1	13.4	7.6	13.1	12.4	15.3	14.9	
G1	T	179	167.1	133.7	90.9	59.7	38.2	38.2	35.8	28.6	19.1	14.9	11.9	11.4	9.1	7.2	8.6	8.4	8.9	59.7	38.2	11.9	11.4	9.1	7.2	8.6	8.4	8.9	
	S	164.1	100.3	91.3	63.7	47.7	40.1	33.6	26.2	23.9	22.9	20.9	16.7	11.4	5.3	17.9	13.4	17.6	7.7	47.7	40.1	16.7	11.4	5.3	17.9	13.4	17.6	7.7	
J1	T	268.4	214.8	152.8	106.1	47.7	38.2	30.5	29.8	23.9	22.9	20.9	16.7	11.4	5.3	17.9	13.4	17.6	7.7	47.7	38.2	16.7	11.4	5.3	17.9	13.4	17.6	7.7	
	S	119.4	100.3	72.6	30.3	26.3	22.9	15.3	16.7	18.1	11.4	8.9	8.3	9.5	7.6	7.2	7.6	9.2	11.9	26.3	22.9	8.3	9.5	7.6	7.2	7.6	9.2	11.9	
M1	T	358.1	286.5	229.2	136.4	119.4	76.4	61.1	41.8	33.4	26.7	14.9	9.5	11.4	10.6	8.3	8.1	17.6	23.9	119.4	76.4	9.5	11.4	10.6	8.3	8.1	17.6	23.9	
	S	137.3	97.1	80.2	60.6	50.1	42	35.1	26.8	22.9	24.8	19.4	18.1	13.4	9.8	16.7	14.3	23.7	29.8	50.1	42	18.1	13.4	9.8	16.7	14.3	23.7	29.8	
A2	T	179	143.2	95.5	75.8	47.7	38.2	38.2	35.8	33.4	22.9	14.9	9.5	13.4	9.1	9.5	12.4	19.9	41.8	47.7	38.2	9.5	13.4	9.1	9.5	12.4	19.9	41.8	
	S	191	128.9	98.3	78.8	50.1	38.2	30.5	23.9	21	26.7	20.9	19.1	15.3	13.6	14.3	7.6	6.7	14.5	50.1	38.2	19.1	15.3	13.6	14.3	7.6	6.7	14.5	
E2	T	149.2	119.4	95.5	75.8	59.7	52.5	38.2	35.8	31	22.9	11.9	8.3	11.4	7.6	4.8	8.1	14.9	35.8	59.7	52.5	8.3	11.4	7.6	4.8	8.1	14.9	35.8	
	S	155.2	138.4	103.1	84.9	52.5	49.6	45.6	37	30.5	26.7	23.9	18.1	13.4	11.4	14.3	7.6	7.6	26.3	52.5	49.6	18.1	13.4	11.4	14.3	7.6	7.6	26.3	
G2	T	179	143.2	95.5	75.8	47.7	33.4	30.5	35.8	38.2	19.1	14.8	8.5	9.5	7.6	6	6.7	14.5	20.9	47.7	33.4	8.5	9.5	7.6	6	6.7	14.5	20.9	
	S	167.1	133.7	99.3	64.9	64.4	53.5	39.7	33.4	25.8	15.3	14.9	11.9	11.4	9.8	13.1	7.6	6.8	18.5	64.4	53.5	11.9	11.4	9.8	13.1	7.6	6.8	18.5	
J2	T	149.2	119.4	95.5	75.8	59.7	43	38.2	35.8	28.6	22.9	11.9	7.2	7.6	7.6	3.6	4.8	6.1	7.7	59.7	43	7.2	7.6	7.6	3.6	4.8	6.1	7.7	
	S	149.2	105	87.8	69.7	47.7	36.3	21.4	19.1	21	22.9	14.9	4.8	5.7	3.8	9.5	3.8	6.1	13.1	47.7	36.3	4.8	5.7	3.8	9.5	3.8	6.1	13.1	
M2	T	149.2	119.4	76.4	75.8	59.7	47.7	38.2	35.8	33.4	19.1	11.9	7.2	9.5	6.1	3.6	4.8	6.9	17.9	59.7	47.7	7.2	9.5	6.1	3.6	4.8	6.9	17.9	
	S	137.3	100.3	84	69.7	52.5	45.8	39.7	32.2	22	22.9	20.9	18.1	13.4	9.1	8.3	4.8	9.9	16.7	52.5	45.8	18.1	13.4	9.1	8.3	4.8	9.9	16.7	
A5	T	74.6	71.6	57.3	45.5	35.8	28.6	22.9	23.9	19.1	15.3	8.9	7.2	9.5	7.6	7.2	7.6	20.6	23.9	35.8	28.6	7.2	9.5	7.6	7.2	7.6	20.6	23.9	
	S	228.8	124.1	114.6	78.8	71.6	41.1	61.1	38.2	33.4	17.2	14.9	11.9	11.4	9.1	15.5	22	10.7	14.9	71.6	41.1	11.9	11.4	9.1	15.5	22	10.7	14.9	
E5	T	63.3	119.4	76.4	75.8	59.7	47.7	38.2	29.8	23.9	19.1	11.9	9.5	7.6	7.6	8.6	16	17.9		59.7	47.7	9.5	7.6	7.6	8.6	16	17.9		
	S	214.8	90.7	91.7	57.6	50.1	32.5	32.1	28.6	29.6	17.2	14.9	10.7	9.5	8.3	13.1	11.4	20.6	11.3	50.1	32.5	10.7	9.5	8.3	13.1	11.4	20.6	11.3	
G5	T	149.2	95.5	95.5	75.8	59.7	47.7	38.2	29.8	23.9	19.1	14.9	11.9	9.5	7.6	7.2	8.6	16	17.9	59.7	47.7	11.9	9.5	7.6	7.2	8.6	16	17.9	
	S	256.6	167.1	128	90.9	62.1	45.8	45.8	28.6	29.6	15.3	14.9	14.3	13.4	15.1	17.9	11.4	16	5.4	62.1	45.8	14.3	13.4	15.1	17.9	11.4	16	5.4	
J5	T	149.2	119.4	95.5	75.8	59.7	52.5	38.2	29.8	23.9	19.1	14.9	10.7	11.4	9.6	7.2	6.7	6.9	13.1	59.7	52.5	10.7	11.4	9.6	7.2	6.7	6.9	13.1	
	S	179	119.4	87.8	60.6	45.3	32.5	24.4	25.1	23.9	134	10.4	9.5	7.6	6.1	14.3	10.5	16.8	16.7	45.3	32.5	9.5	7.6	6.1	14.3	10.5	16.8	16.7	
M5	T	149.2	191	133.7	90.9	59.7	38.2	38.2	29.2	19.1	19.1	8.9	7.2	5.7	6.1	7.2	7.6	9.2	14.9	59.7	38.2	7.2	5.7	6.1	7.2	7.6	9.2	14.9	
	S	113.4	81.2	61.1	45.5	38.2	30.5	29	26.3	22.9	13.4	11.9	8.5	7.6	5.3	11.9	10.5	17.6	19.7	38.2	30.5	8.5	7.6	5.3	11.9	10.5	17.6	19.7	

Sauoneta sudala  
L. Sarama tumala

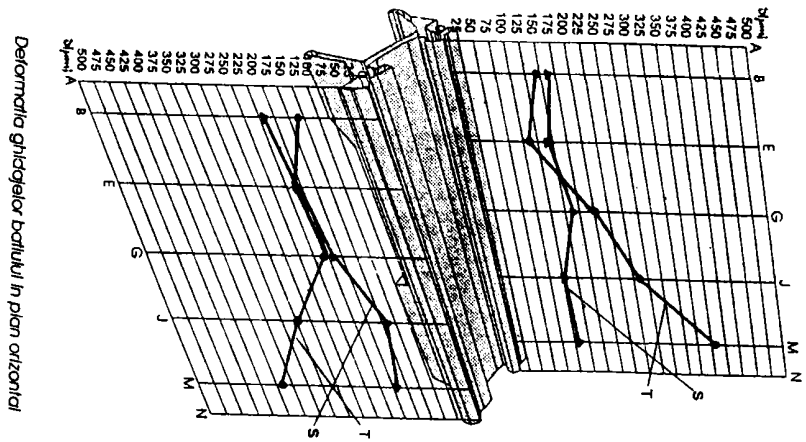
tabel 5.2.4

punct de masura ghidaj spate	U										R										A										T										I										A										n										rot/ min																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														
	32	40	50	63	80	100	125	160	200	250	320	400	500	630	800	1000	1250	1600	149.2	119.4	95.5	75.8	59.7	47.7	38.2	35.8	28.6	22.9	11.9	7.2	9.5	9.1	8.3	8.6	14.5	23.9	155.2	114.6	91.6	78.8	66.8	51.6	44.3	37	30.5	26.7	20.9	17.9	13.4	7.6	21.5	11.4	11.4	22.1	119.4	95.5	76.4	60.6	47.7	38.2	29.8	23.9	19.1	17.9	14.3	11.4	10.6	19.1	7.2	7.6	16	17.9	208.9	191	152.8	106.1	71.6	47.7	58.2	41.8	33.4	26.7	17.9	11.9	13.4	10.6	19.1	12.4	15.3	11.9	10.1	161.1	124.1	103.1	72.7	57.3	47.7	39.7	32.2	28.6	13.4	17.9	16.7	12.4	9.8	20.3	13.4	19.9	10.7	10.7	268.6	214.8	171.9	136.4	95.5	28.6	38.2	47.7	38.2	26.7	20.9	9.5	15.3	10.6	9.5	8.6	11.4	14.9	17.9	125.3	100.3	84	66.7	62.1	43.9	33.6	35.8	34.4	7.6	14.9	16.7	11.4	4.5	19.1	15.3	22.9	17.9	17.9	387.9	358.1	286.5	121.3	83.5	38.2	61.1	53.7	38.2	26.7	14.9	11.9	13.4	10.6	9.5	9.5	17.6	23.9	23.9	131.3	71.6	53.5	63.4	43	38.2	32.1	26.3	22.9	19.1	14.9	11.9	9.5	7.6	20.3	15.3	23.7	29.8	29.8	164.1	119.4	95.5	75.8	65.6	47.7	45.8	35.8	28.6	22.9	14.9	7.2	9.5	9.1	8.3	8.6	22.1	59.7	59.7	173.1	128.9	98.2	78.8	62.1	51.6	44.3	31	27.7	22.9	17.9	16.7	13.4	9.8	13.1	7.6	6.9	28	28	164.1	143.2	114.6	90.9	71.8	52.5	45.8	35.8	28.6	22.9	14.9	10.7	13.4	6.1	11.9	7.6	6.9	22.7	22.7	155.2	124.1	91.7	75.8	62.1	51.6	41.2	37	26.7	22.9	20.9	16.7	13.4	6.1	11.9	7.6	6.7	13	23.9	179	143.2	114.6	90.9	71.6	57.3	45.8	35.8	33.4	22.9	14.9	10.7	9.5	7.6	6	6.7	13	23.9	23.9	11.9	109.8	91.7	78.8	59.7	49.6	39.7	32.2	26.6	21	17.9	15.5	11.4	9.1	10.7	6.7	6.9	14.9	14.9	149.2	119.4	105	75.8	47.7	28.6	38.2	29.8	26.3	19.1	14.9	7.2	7.6	7.6	4.8	5.7	5.3	6	6	137.3	105	91.7	75.8	62.1	45.8	38.2	32.2	24.8	19.1	17.9	14.3	9.5	3	9.5	5.7	7.6	9.5	9.5	149.2	119.4	95.5	75.8	59.7	47.7	38.2	29.8	23.9	19.1	8.9	4.8	5.7	4.5	3	3.8	6.1	26.8	26.8	149.2	109.8	91.7	75.8	57.3	75.8	38.2	37	27.7	24.8	17.9	15.5	11.4	9.8	9.5	6.7	5.9	6.6	6.6	149.2	71.6	57.3	45.5	35.8	28.6	22.9	17.9	19.1	11.4	11.4	11.9	7.6	7.6	6	9.5	15.3	23.9	23.9	125.3	105	80.2	60.6	62.1	38.2	30.5	26.23	22.9	15.3	11.9	10.7	8.6	8.8	19.1	8.6	9.2	14.3	14.3	194	119.4	76.4	75.8	59.7	47.7	38.2	35.8	26.6	19.1	14.9	11.9	11.4	9.1	7.2	8.1	9.9	17.9	17.9	131.3	105	84	63.7	54.9	45.8	39.7	29.8	22.9	21	17.9	16.7	11.4	5.3	15.5	11.4	13	9.5	9.5	208.9	167.1	133.7	106.1	83.5	57.3	45.8	41.8	33.4	22.9	14.9	11.9	11.4	10.6	9.5	6.7	7.6	9.5	9.5	125.3	95.5	80.2	57.6	59.7	42	47.4	35.8	30.5	19.1	17.9	19.1	11.4	8.8	15.5	11.4	15.3	8.3	8.3	179	143.2	114.6	75.8	47.7	38.2	38.2	29.8	23.8	19.1	14.9	11.9	9.5	7.6	6	5.7	7.2	14.9	14.9	107.4	90.7	61.1	38.4	33.4	32.5	29	22.7	19.1	22.9	14.9	8.3	7.8	3.8	16.7	10.5	19.9	17.9	17.9	238.7	181	133.7	106.1	71.6	47.7	45.8	29.8	21.5	22.9	14.9	11.9	11.4	7.6	6	6.2	9.2	17.9	17.9	131.3	76.4	80.2	90.9	74	63	48.9	35.8	31.5	19.1	17.9	16.6	11.4	6.1	14.3	12.4	9.1	22.1

DMPLASAR



T: batiu turnat  
S: batiu sudat



Masuratori dinamice - Strung fixat in fundatie de beton, cu suruburi si avand la axul principal masa dezechilibrata,  $n = 32$  rot/min

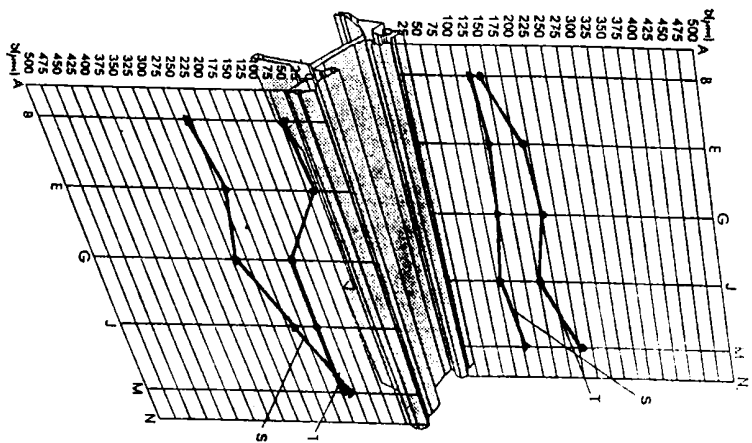
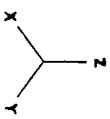
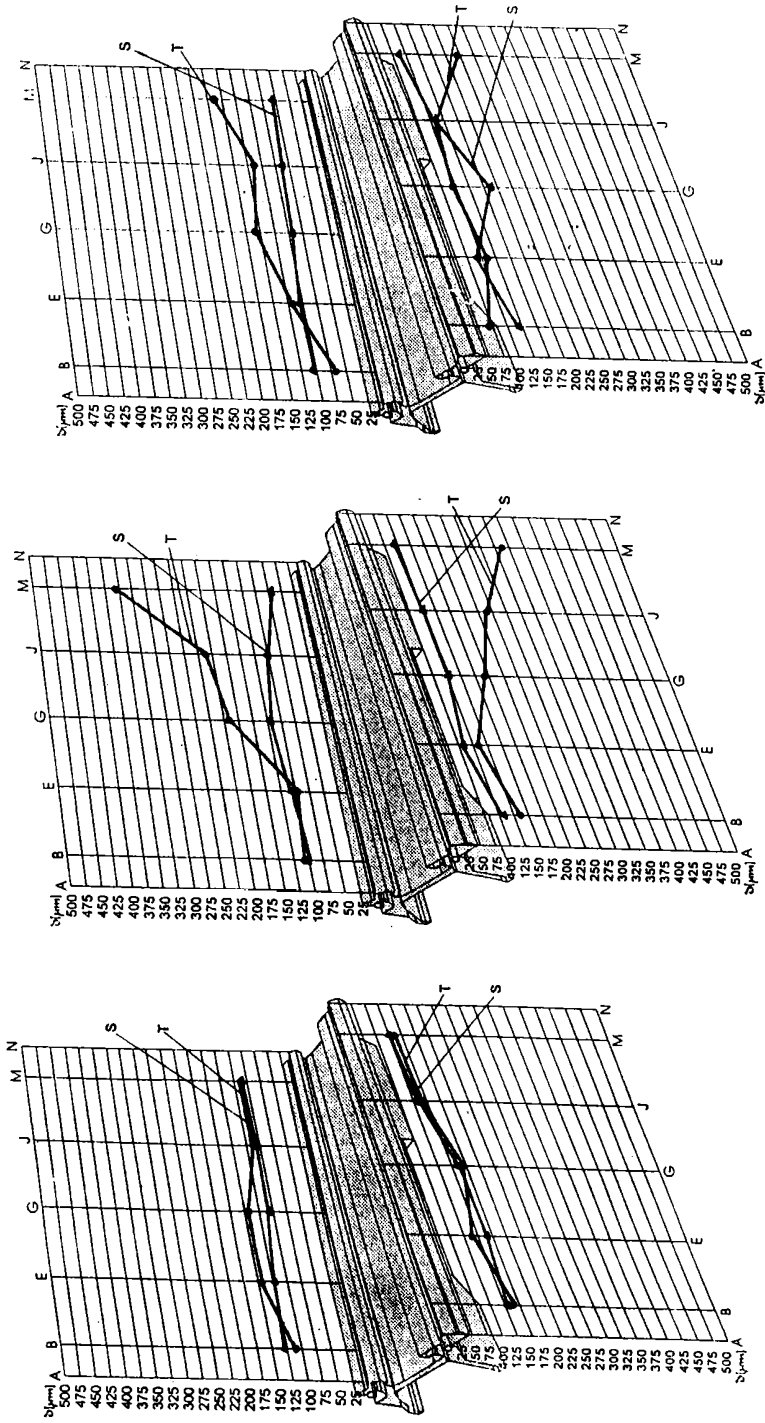


fig. 5.2.9





Deformatia ghitajelor batului in plan vertical

Deformatia ghitajelor batului in plan orizontal

Deformatia peretilor batului in plan orizontal

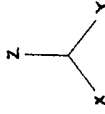
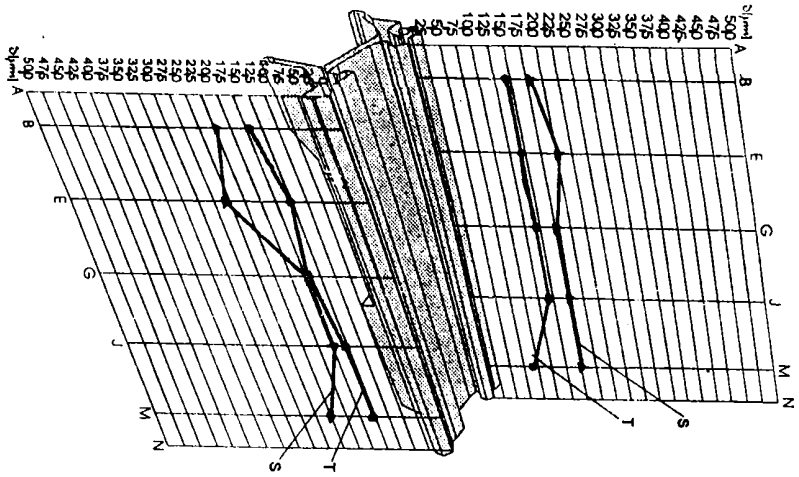


fig.5.2.10

Masuratorii dinamice-Sirung fixat in fundatie de beton, cu suruburi si avand la axul principal masa dezechilibrata,  $n = 40$  rot/min

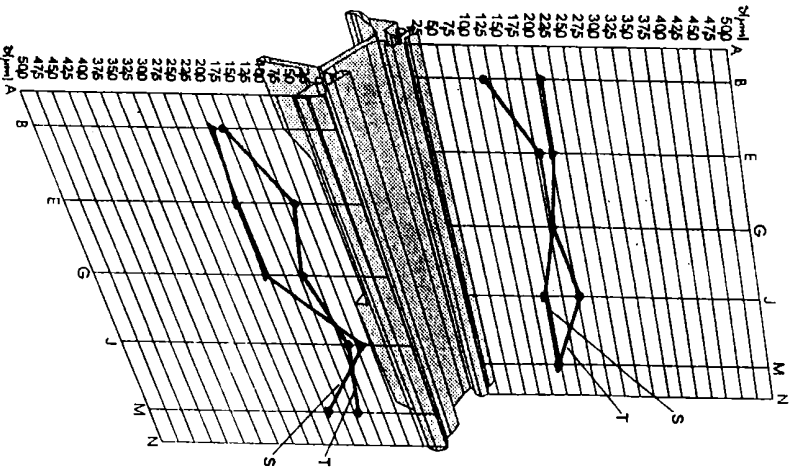
T:batu turnat  
S:batu sudat

200

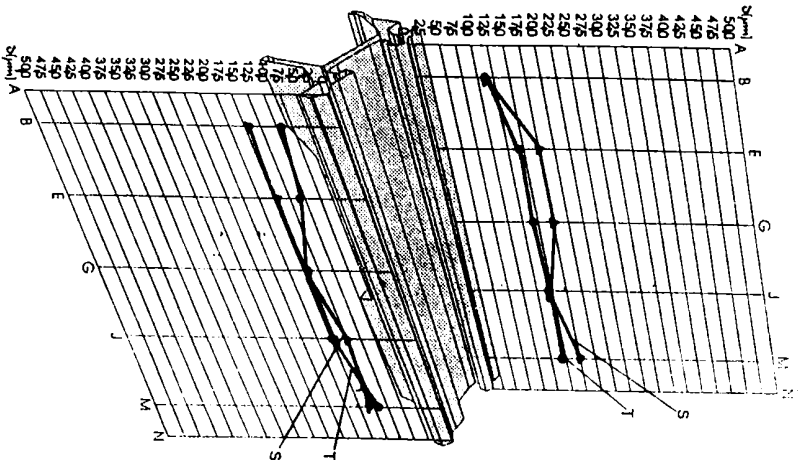


Deformatia ghidajelor batutului in plan vertical

T: batuu turnat  
S: batuu sudat



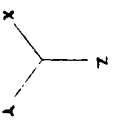
Deformatia ghidajelor batutului in plan orizontal

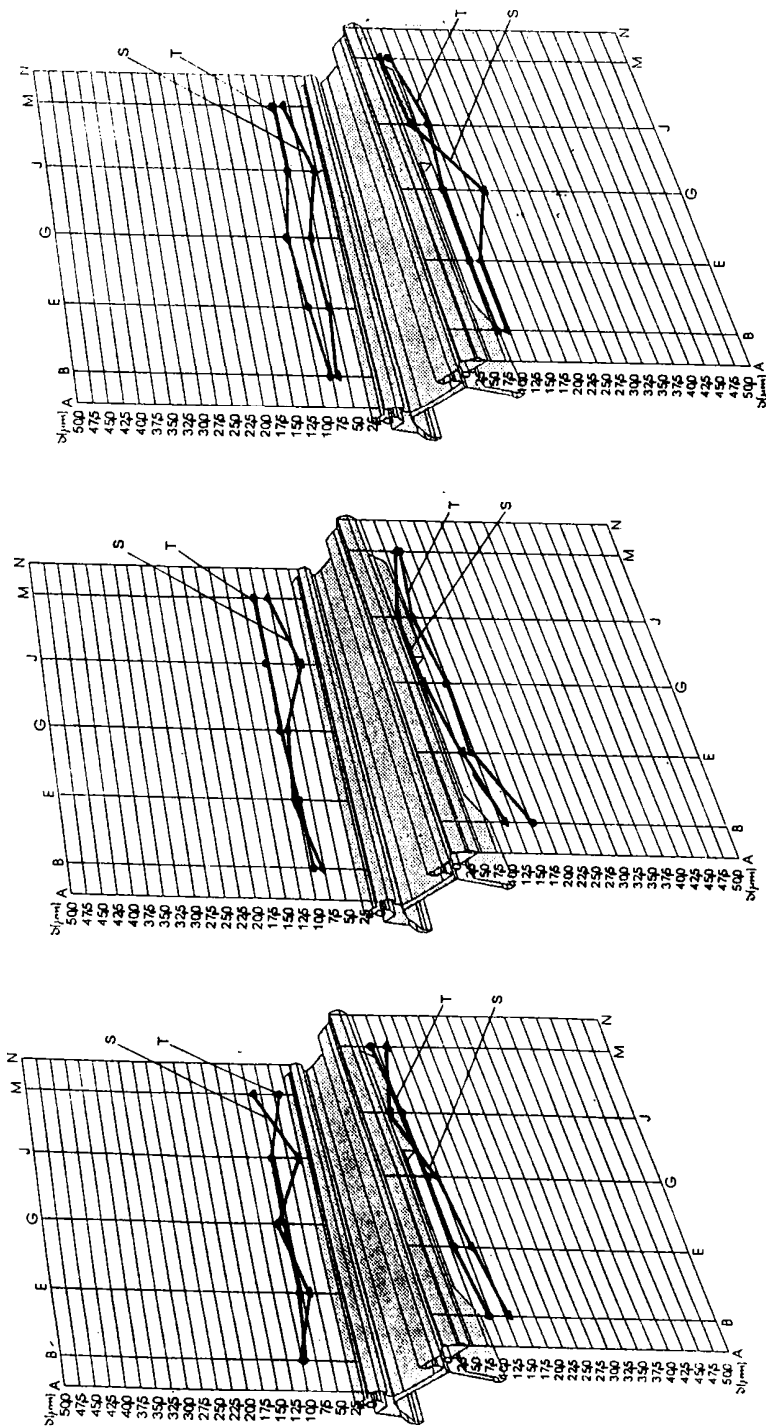


Deformatia peretilor batutului in plan orizontal

**Masuratori dinamice - Strung fixat in fundatie de beton, cu suruburi si avand la axul principal masa dezechilibrata,  $n = 320 \text{ rot/min}$**

fig. 5.2.11





Deformatia peretilor batului in plan orizontal

Deformatia ghidajelor batului in plan orizontal

Deformatia ghidajelor batului in plan vertical

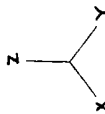
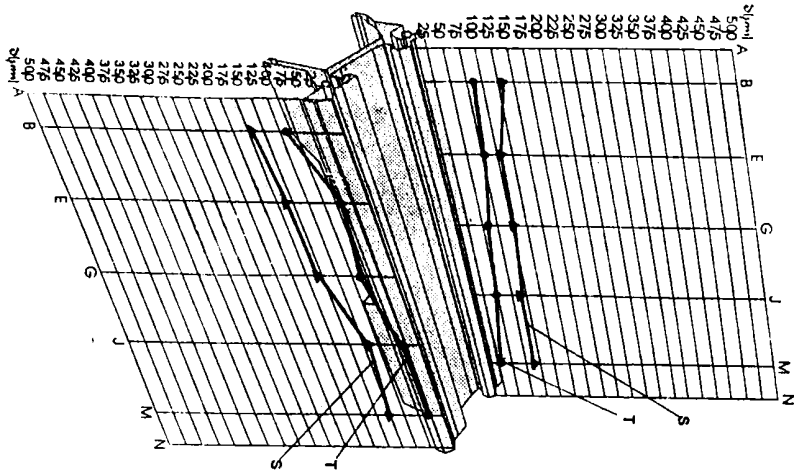


fig. 5.2.12

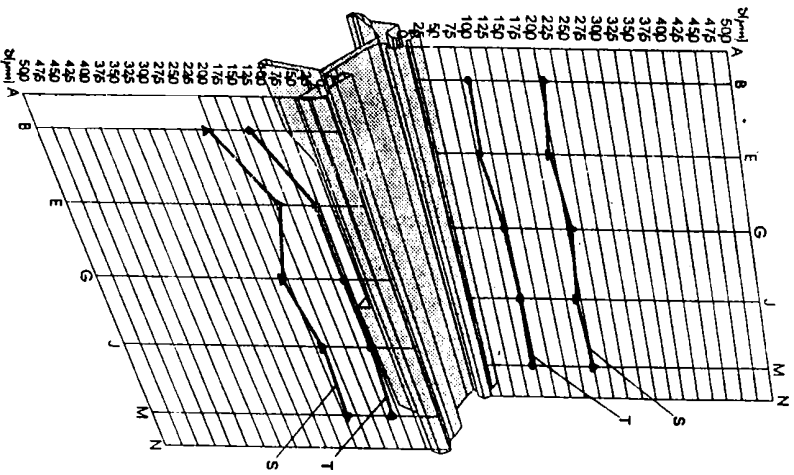
**Masuratori dinamice-Sirung fixat in fundatie de beton, cu suruburi si avand la axul principal masa dezechilibrata,  $n = 630 \text{ rot/min}$**

T: batiu turnat  
S: batiu sudat

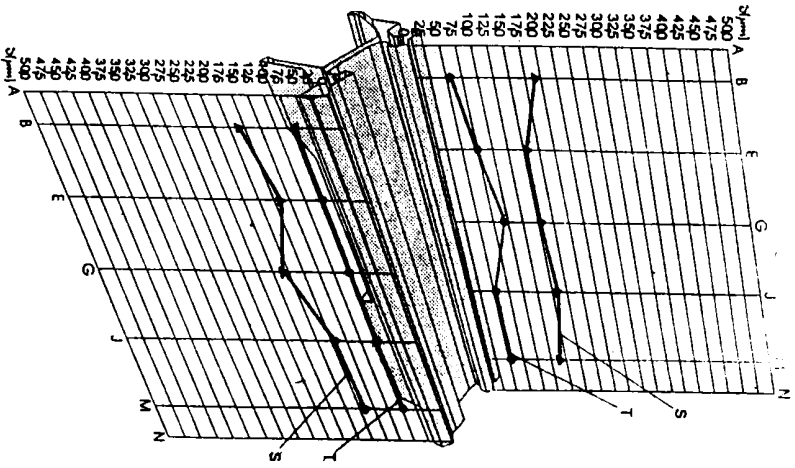




Deformatia ghitajelor botiiului in plan vertical



Deformatia ghitajelor botiiului in plan orizontal

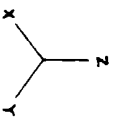


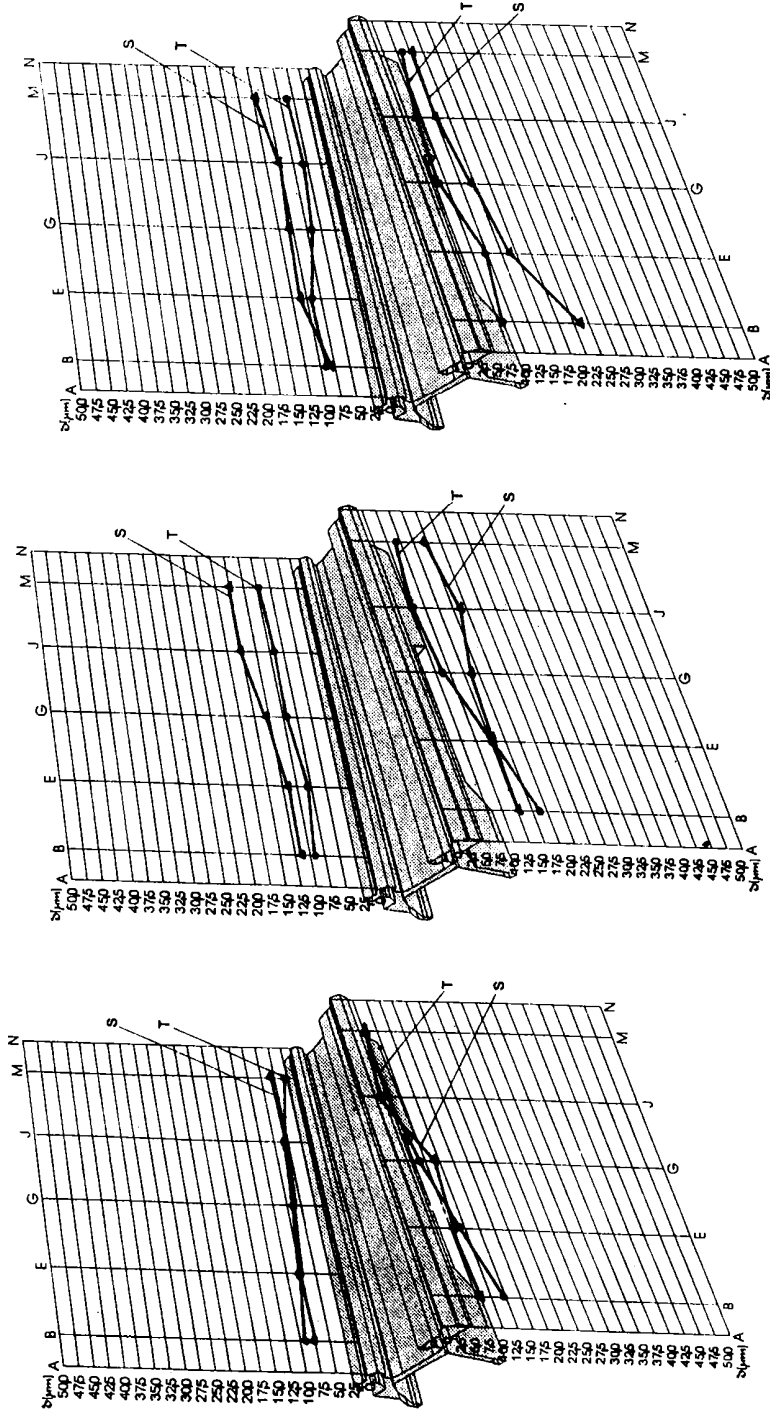
Deformatia peretilor botiiului in plan orizontal

T:batu turnat  
S:batu sudat

**Masuri dinamice-Strung fixat in fundatie de beton, cu suruburi si avand la axul principal masa dezechilibrata, n = 800 rot/min**

fig. 5.2.13



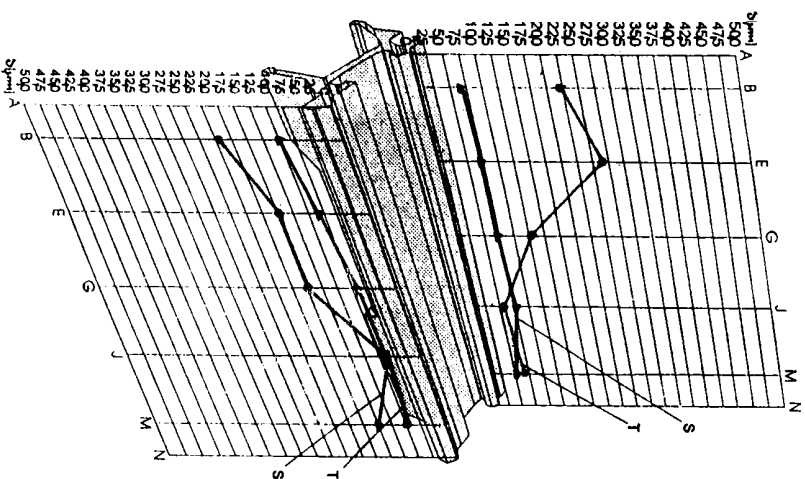


Deformatia peretilor batutului in plan orizontal

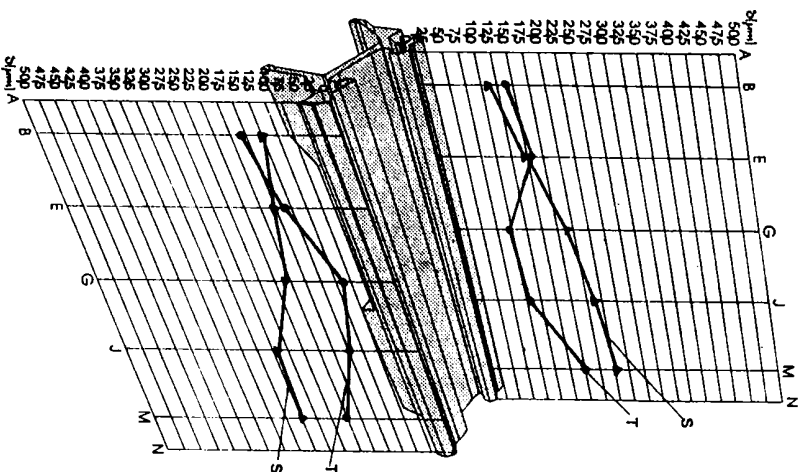
Masuratorii dinamice-Sprung fixat in fundatie de beton, cu suruburi si avand la axul principal masa dezechilibrata, n = 1000 rot/min

fig. 5.2.14

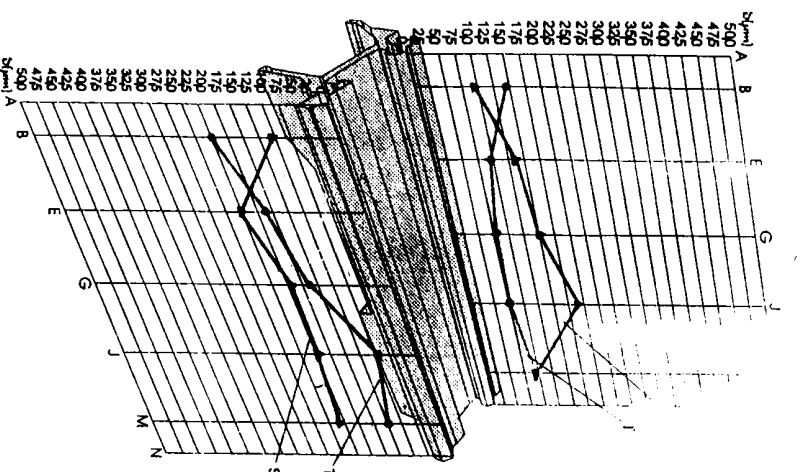
T:batutiu turnat  
S:batutiu sudat



Deformatia ghicajelor batului in plan vertical



Deformatia ghicajelor batului in plan orizontal

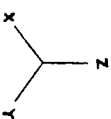


Deformatia peretilor batului in plan orizontal

T:batii turnat  
S:batii sudat

Masuratori dinamice - Strung fixat in fundatia de beton, cu suruburi si avand la axul principal masa dezechilibrata,  $n = 1250 \text{ rot/min}$

fig. 5.2.15



**MASURATORI DINAMICE-VALORI ALE DEFORMATIEI GHIDAJELOR  
BATIULUI, LA MERSUL IN GOL PENTRU DIVERSE TURATII ALE  
ARBORELUI PRINCIPAL**

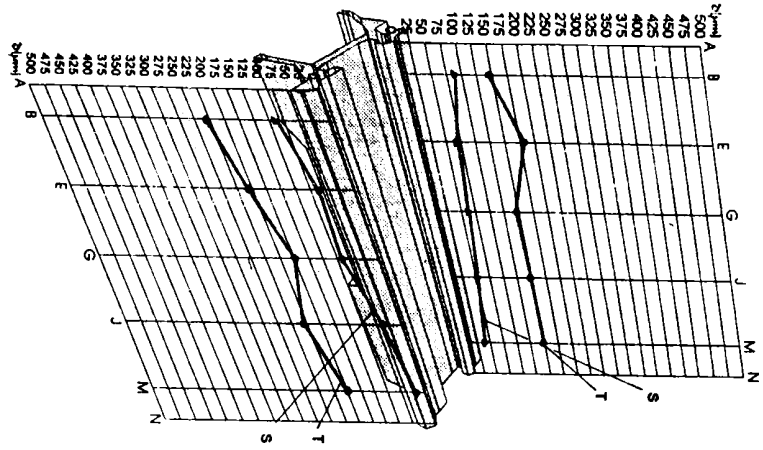
**CAZUL:STRUNG FIXAT PE FUNDATIE CU SUPORTI DE CAUCIUC**

tabel 5.2.5

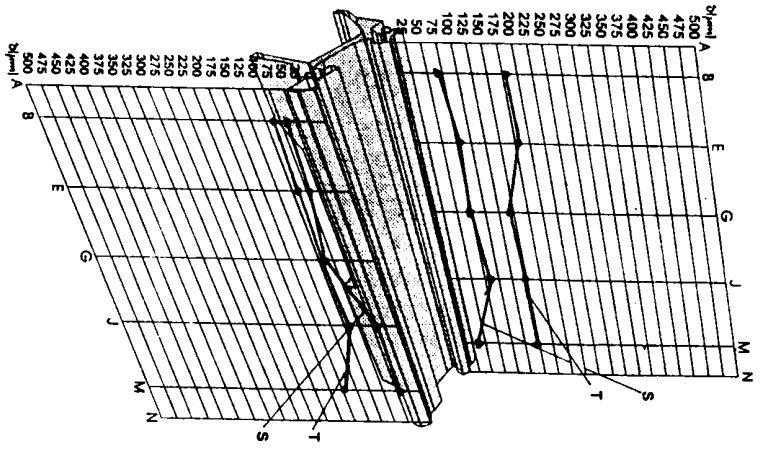
puncit de masura ghidaj fata	T										R										A										I										A										n										(rot/ min)																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
	32	40	50	63	80	100	125	160	200	250	320	400	500	630	800	1000	1250	1600	32	40	50	63	80	100	125	160	200	250	320	400	500	630	800	1000	1250	1600	32	40	50	63	80	100	125	160	200	250	320	400	500	630	800	1000	1250	1600	32	40	50	63	80	100	125	160	200	250	320	400	500	630	800	1000	1250	1600	32	40	50	63	80	100	125	160	200	250	320	400	500	630	800	1000	1250	1600																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																															
A1	T	89.5	71.6	95.5	106.1	71.6	66.8	38.2	35.8	28.6	26.7	23.9	21.5	24.8	16.7	8.4	6.1	6	T	89.5	71.6	95.5	106.1	71.6	66.8	38.2	35.8	28.6	26.7	23.9	21.5	24.8	16.7	8.4	6.1	6	S	59.7	66.8	57.3	50	38.2	34.4	25.7	20.1	15.3	12	9.5	7.6	6.1	4.2	2.9	4.6	5.4	T	89.5	71.6	57.3	30.3	35.8	47.7	30.5	23.9	19.1	19.1	20.9	16.7	11.5	10.6	6	4.7	3.8	2.4	S	65.7	59.7	53.5	45.5	38.2	31.5	26.7	19.7	16.7	11.5	12	12	6.1	3	4.2	1.3	3	3.8	T	89.5	95.5	95.5	91	59.7	28.6	23	23.9	28.6	23	17.9	19.1	13.4	9.1	6	4.7	3.8	3	S	83.5	59.7	53.5	50	39.4	33.4	30.5	25.1	17.2	12.6	9.5	10.5	8.6	8.3	4.7	2.4	6.8	6.6	T	83.5	59.7	53.5	50	39.4	33.4	30.5	25.1	17.2	12.6	9.5	10.5	8.6	8.3	4.7	2.4	6.8	6.6	S	38.8	36.8	31	27.3	23.9	19.1	15.3	10.7	9.5	7.3	6.6	6.2	5.4	6.1	3.1	1.4	3	3.6	T	149.2	95.5	76.4	83.4	59.7	38.2	11.5	12	9.5	11.5	17.9	9.5	3.8	3	2.4	5.7	4.6	1.8	S	38.8	28.6	24.8	21.2	17.9	15.3	13	9.5	8.1	5.7	3	3.9	3.1	6.1	4.5	1.9	3.4	3.6	T	208.9	167.1	95.5	80.6	71.6	66.8	53.5	35.8	23.9	19.1	20.9	16.7	11.5	9.1	8.4	6.7	6.8	5.4	S	89.5	76.4	66.8	60.6	50.1	52.5	45.8	35.8	25.3	16.8	20.9	19.1	13.4	9.1	4.7	4	6.8	13.1	T	179	143.3	133.6	91	59.7	57.9	45.8	23.9	14.3	26.7	20.9	19.1	15.3	12.1	7.2	5.6	6.1	3	S	59.7	59.7	53.5	45.5	39.4	31.5	30.5	28.6	18.2	12.6	12	14.3	7.6	6.1	3.6	1.9	5.3	3.6	T	149.2	95.5	114.6	91	71.6	57.3	45.8	29.8	14.3	15.3	20.9	19.1	15.4	10.6	4.7	6.1	4.2	S	65.7	59.7	53.5	48.5	38.2	36.3	38.2	26.1	23	17.18	16.4	12	9.5	6.4	3.8	2.5	5.3	4.7	T	179	143.3	95.5	91	71.6	28.6	38.2	29.8	28.6	23	17.9	14.3	9.5	6.1	3.6	5.7	5.3	3.6	S	44.8	31.1	32.5	27.3	23.9	21	15.3	13.7	7.6	6.9	4.7	9.5	5.8	5.4	2.2	1.2	3.8	3.6	T	149.2	119.4	76.4	75.8	59.7	28.6	15.3	23.9	28.6	15.3	6	4.7	3.8	3	2.4	1.9	2.3	3.6	S	29.8	35.8	28.6	24.3	21.5	19.1	15.3	9.5	8.6	5	6	4.3	2.7	6.4	2.3	1.9	3	3	T	149.2	119.4	114.6	60.6	47.7	47.7	38.2	35.8	23.9	15.3	12	28.6	28.6	18.2	15.5	13.4	12.2	4.7	S	77.6	59.7	50	42.4	29.8	31.5	26.7	21.5	15.3	10.7	9	9.5	9.5	9.1	4.7	1.9	2.3	3.8	T	149.2	95.5	76.4	45.5	35.8	28.6	23	17.9	19.1	11.5	9	16.7	7.6	16.7	6	4.7	3.8	3	S	74.6	66.8	57.3	60.6	52.5	36.3	38.2	26.3	19.1	15.3	12	10.7	9.5	10.6	4.7	1.9	5.7	4.7	T	59.7	71.6	57.3	45.5	35.8	28.6	23	23.9	19.1	15.3	12	19.1	11.5	10.6	4.7	3.8	3	3	S	83.5	62	57.3	63.6	53.7	43	38.2	29.8	20	15.3	13.4	12	9.5	8.3	4.7	2.4	6.8	6	T	236.7	143.3	95.5	60.6	47.7	38.2	23	23.9	19.1	23	23.9	14.3	11.5	6.6	7.2	5.7	4.6	4.2	S	83.5	66.8	53.5	60.6	50.1	43	38.2	29.8	23	19.1	14.9	10.7	9.9	11.4	7.2	6.7	7.3	5.6	T	44.8	47.8	114.6	78.3	59.7	38.2	15.3	12	9.5	7.6	6	4.7	7.8	6.1	6	3.8	2.3	2.4	S	44.8	35.8	34.7	33.4	29.8	28.6	25.2	17.9	15.3	7.6	6	5.7	5	4.8	7.7	6.7	4.6	4.7

Variancia sudata  
T:variancia turnului

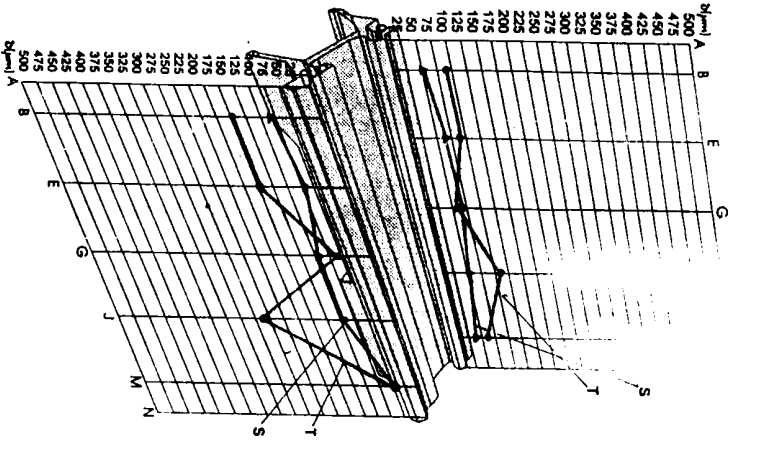




Deformatia ghitogelor botului in plan vertical



Deformatia ghitogelor botului in plan orizontal

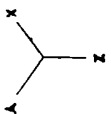


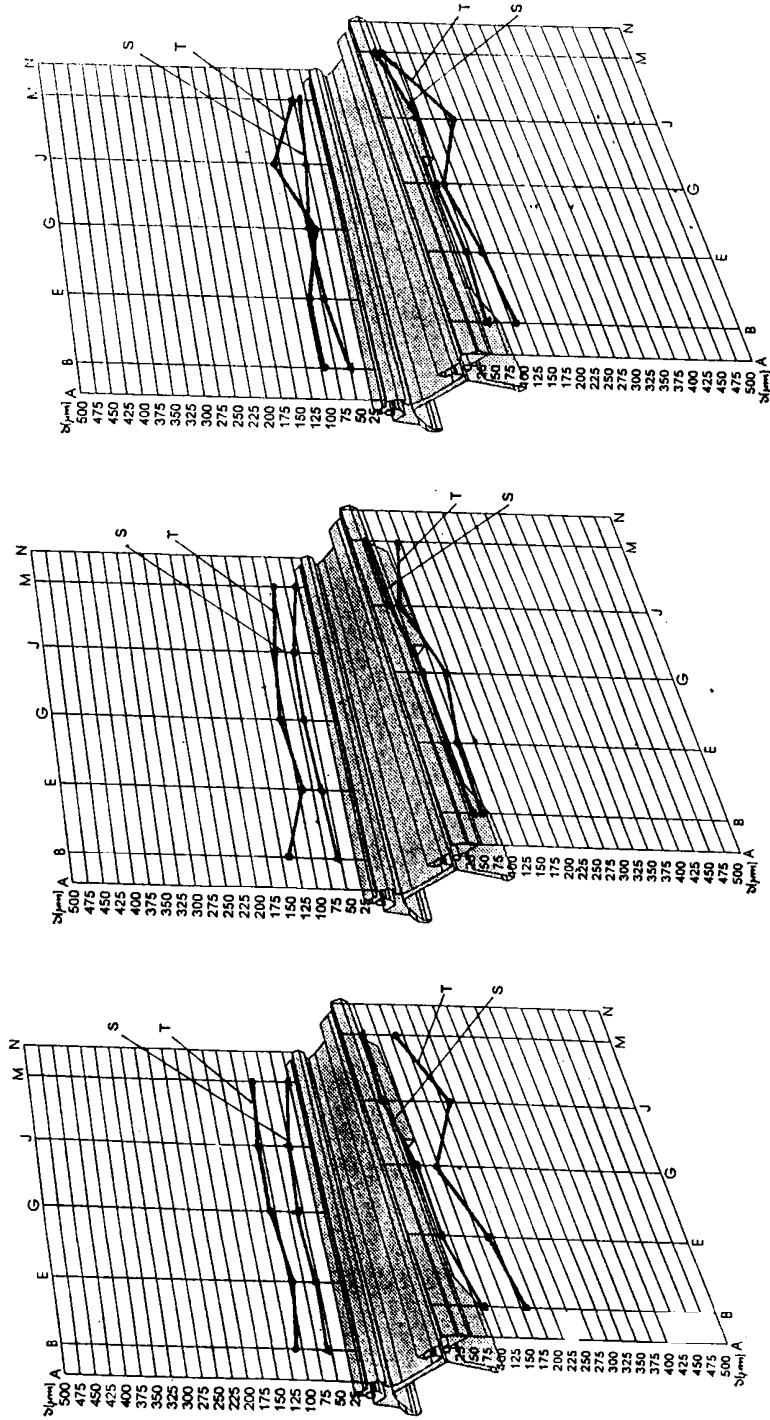
Deformatia peretilor botului in plan orizontal

T:batu turnat  
S:batu s

Masuratori dinamice-strung fixat pe supori de cauciuc si avand la axul principal,  $n = 32 \text{ rot/min}$

fig. 5.2.16





Deformarea peretilor batului in plan orizontal

Deformatia ghidajelor batului in plan orizontal

Deformarea ghidajelor batului in plan vertical

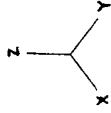
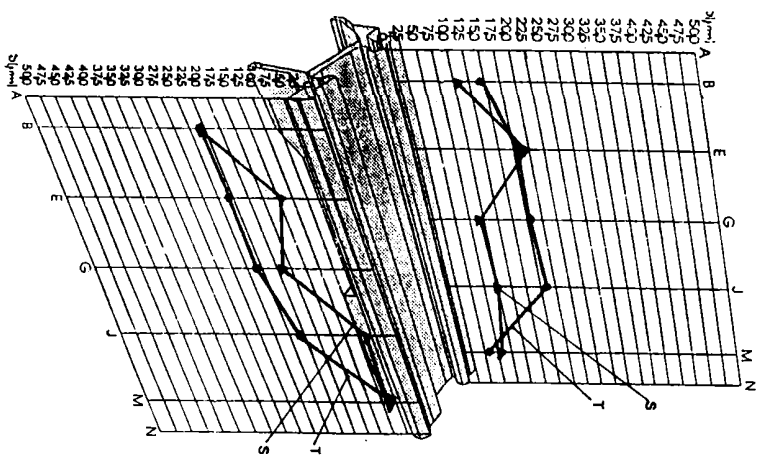


fig. 5.2.17

**Masuratorii dinamice-Sfrung fixat pe suportii de cauciuc si avand la axul principal, n = 40 rot/min**

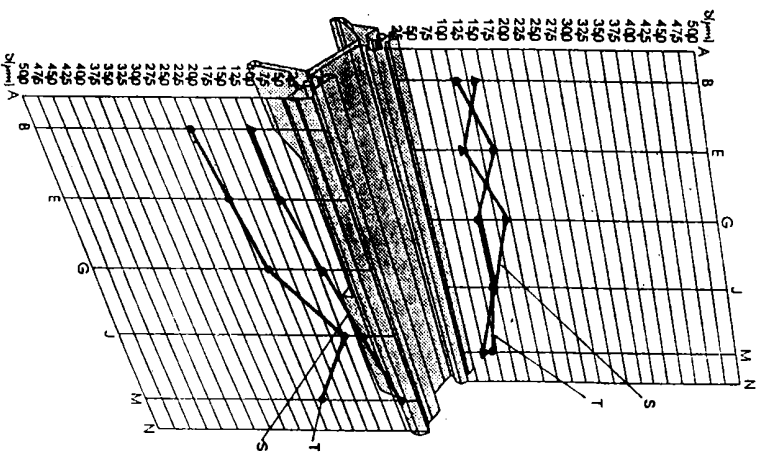
- T: u turnat
- S: u sudat



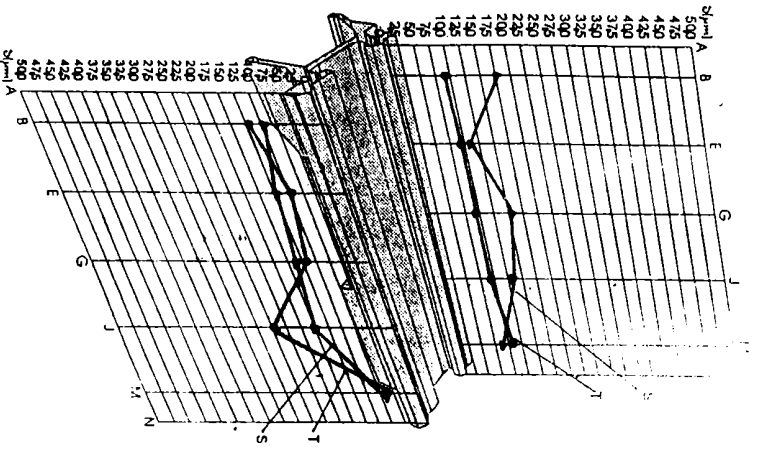


Deformatia ghitogelor bariului in plan vertical

Tibatiu turnat  
S: batiu sudat



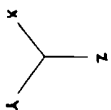
Deformatia ghitogelor bariului in plan orizontal

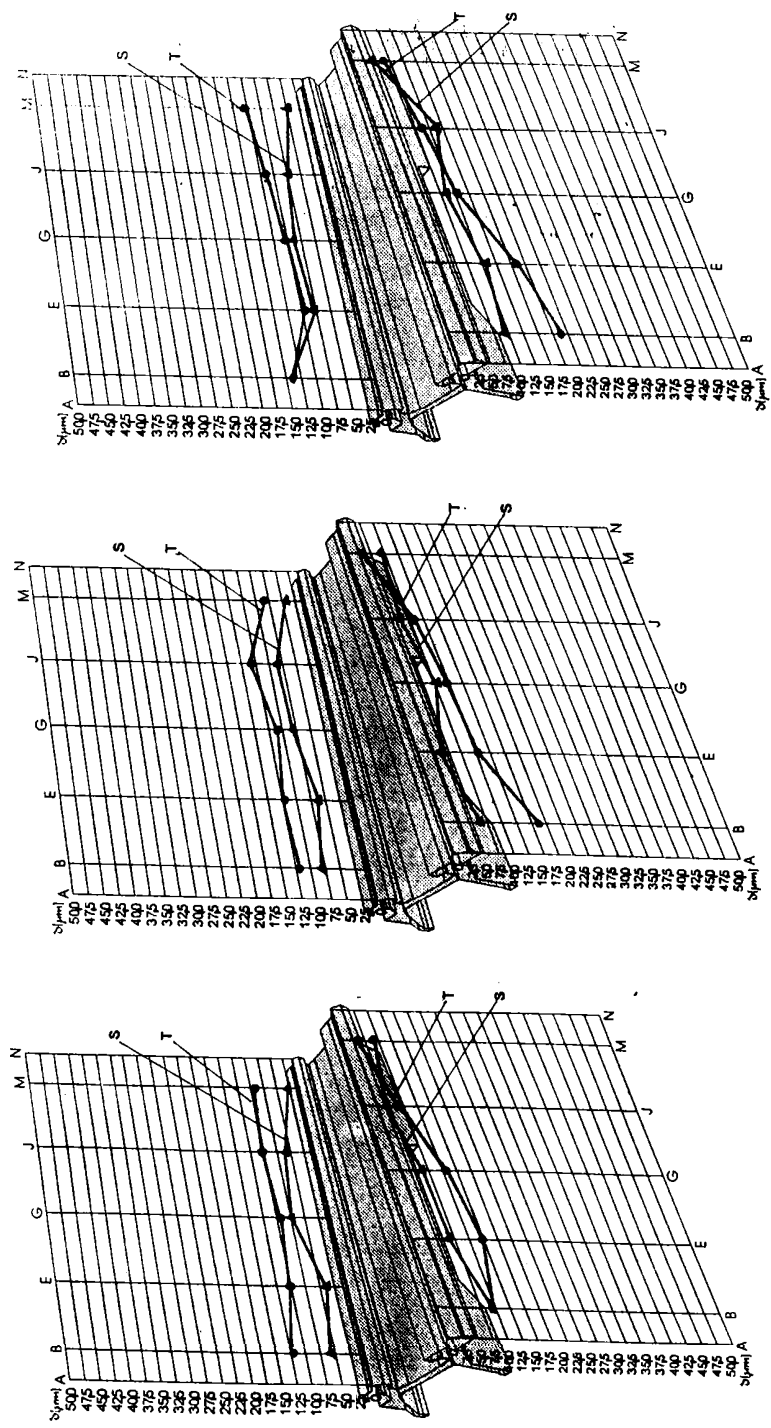


Deformatia peretilor bariului in plan orizontal

Mesuratori dinamice-Strung fixat pe suport de cauciuc si avand  
la axul principal,  $n = 320$  rot/min

fig. 5.2.18





Deformatia peretilor batutului in plan orizontal

Deformatia ghidajelor batutului in plan orizontal

Deformatia ghidajelor batutului in plan vertical

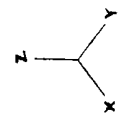
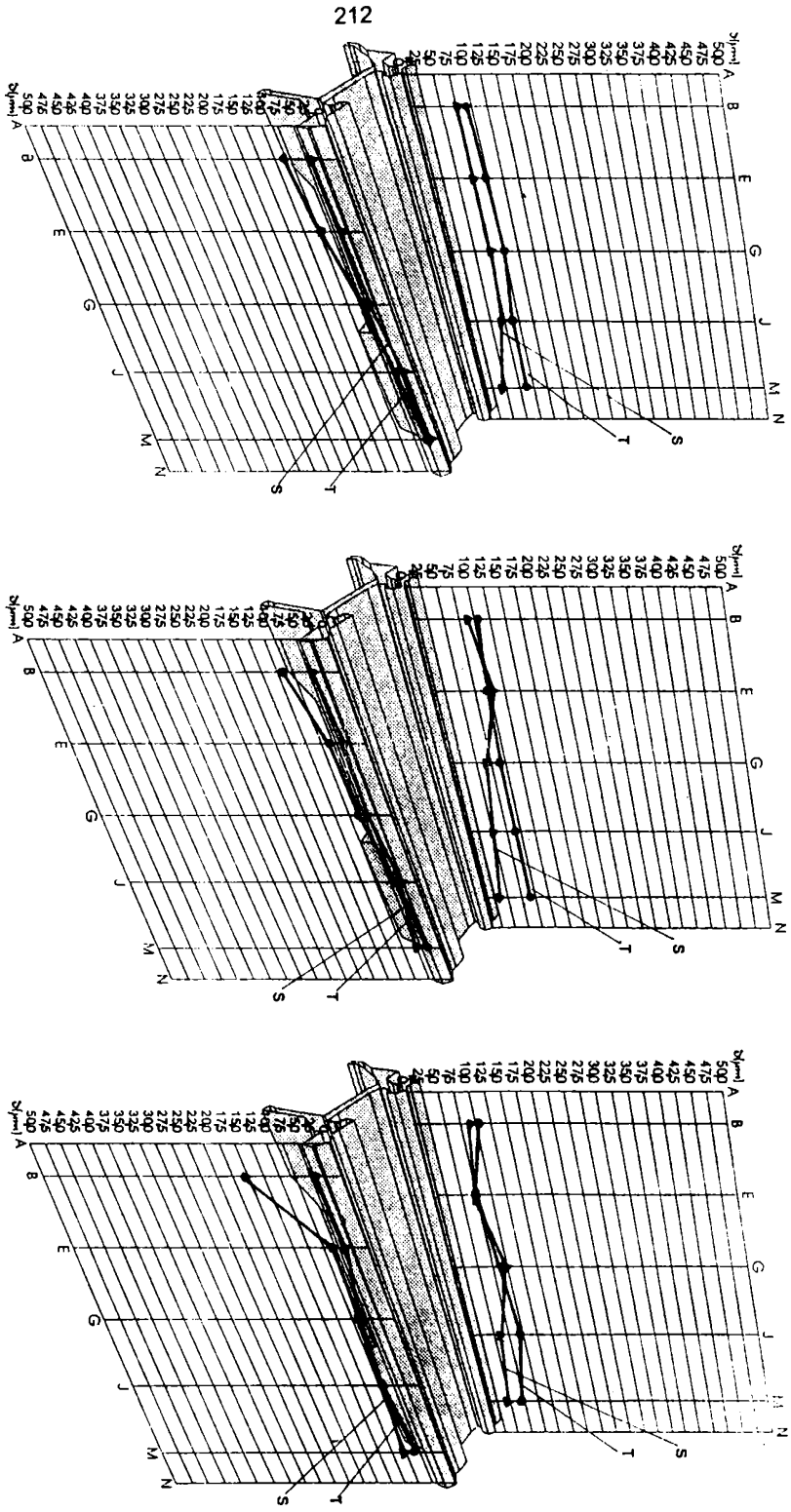


fig. 5.2.19

**Masuratori dinamice-Strung fixat pe supoti de cauciuc si avand la axul principal , n = 630 rot/min**

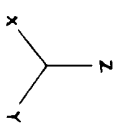
T:batut turnat  
S:batut sudat

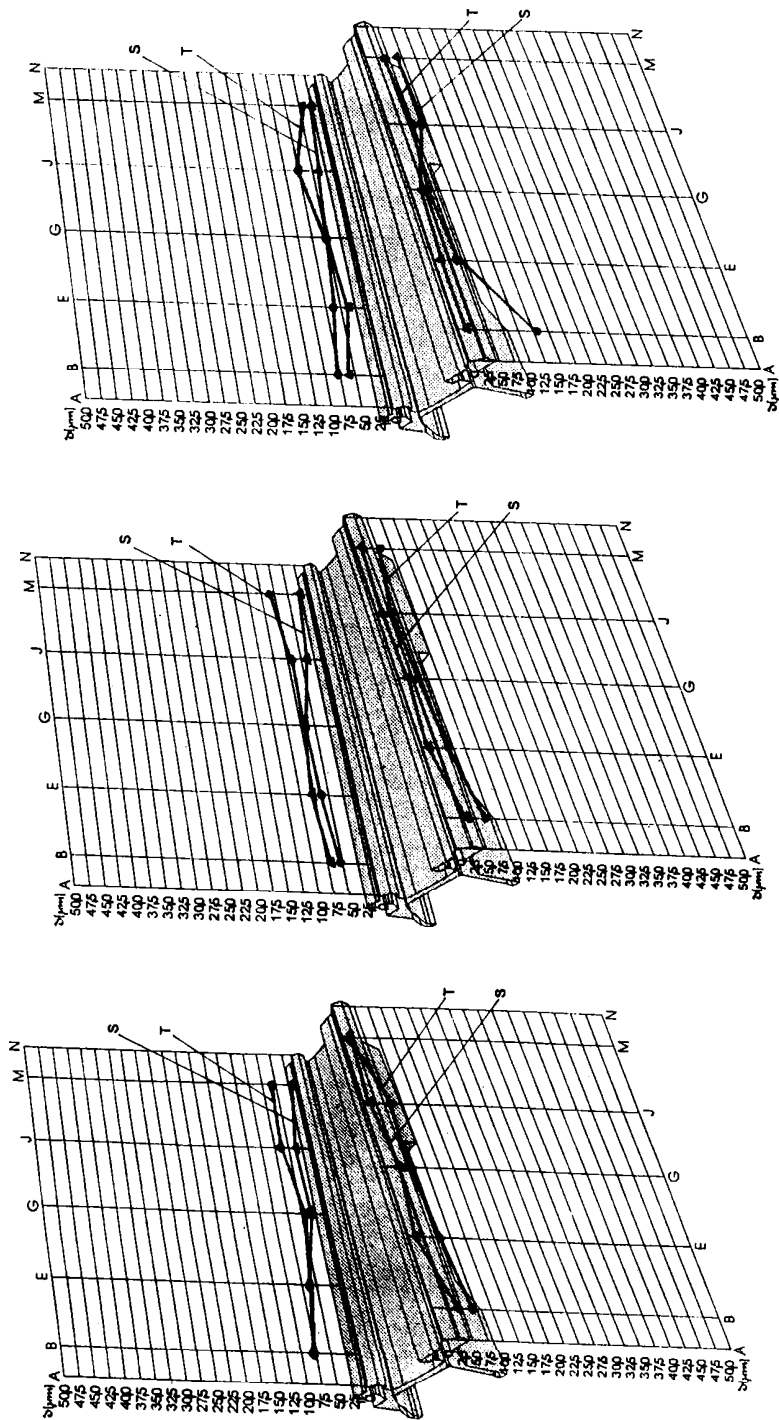


T:batiu turnat  
S:batiu sudat

Masuratorii dinamice-strung fixat pe suportul de cauciuc si avand la axul principal,  $n = 800 \text{ rot/min}$

fig. 5.2.20





Deformatia peretilor batului in plan orizontal

Deformatia ghidajelor batului in plan orizontal

Deformatia ghidajelor batului in plan vertical

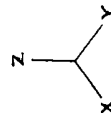
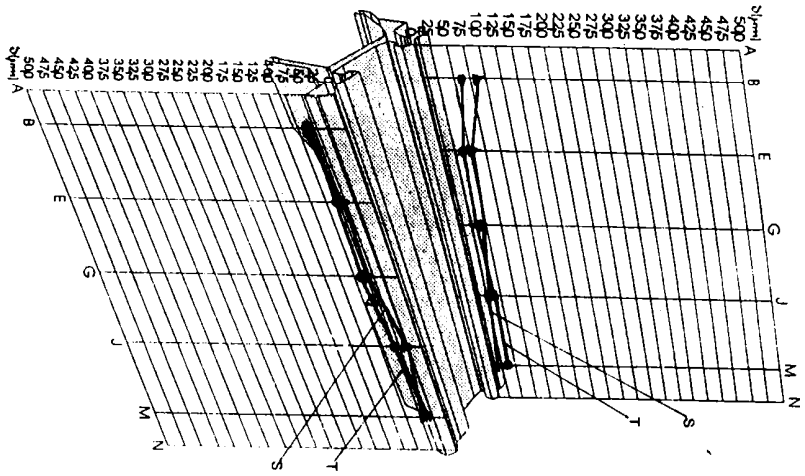


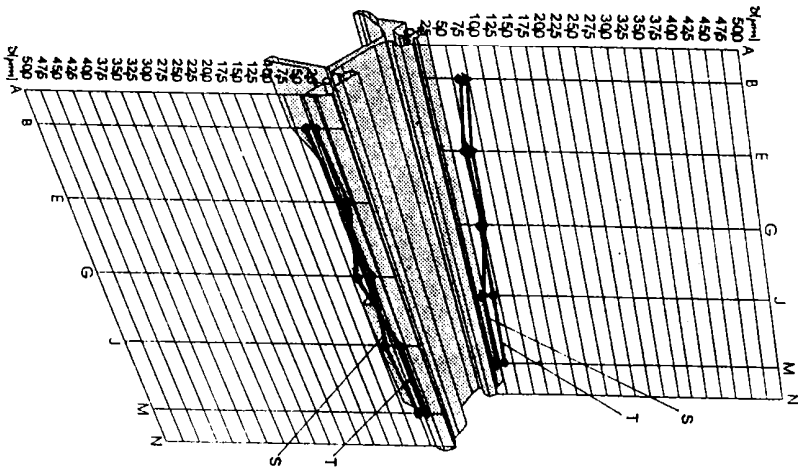
fig.5.2.21

**Masuratori dinamice-Strung fixat pe suportul de cauciuc si avand la axul principal,  $n = 1000$  rot/min**

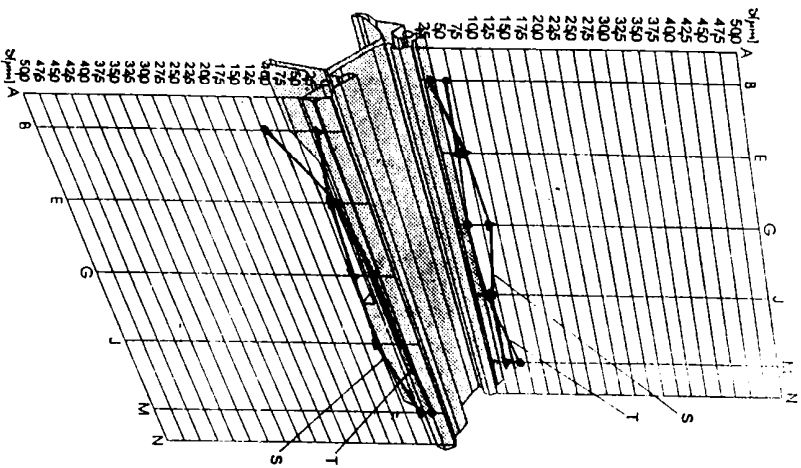
T:batii turnat  
S:batii sudat



Deformatia ghidajelor batului in plan vertical



Deformatia ghidajelor batului in plan orizontal

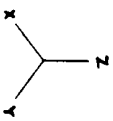


Deformatia peretilor batului in plan orizontal

T:batul turnat  
S:batul sudat

**Masuratori dinamice-Strung fixat pe suportii de cauciuc si avand la axul principal,  $n = 1250$  rot/min**

fig. 5.2.22



**MASURATORI DINAMICE-VALORI ALE DEFORMATIEI GHIDAJELOR  
BATIULUI, LA MERSUL IN GOL PENTRU DIVERSE TURATII ALE  
ARBORELUI PRINCIPAL**

**CAZUL: STRUNG FIXAT PE FUNDATIE CU SUPORTI DE CAUCIUC SI  
AVAND LA ARBORELE PRINCIPAL, MASA DEZECHILIBRANTA**

tabel 5.2.7

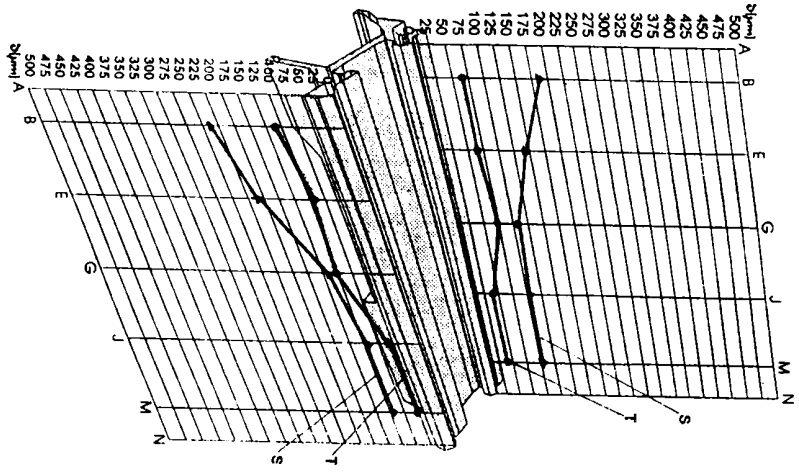
puncak de masura ghidaj fata	varanta		T																
	U	R	A	T	I	A	250	320	400	500	630	800	1000	1250	1600				
A1	T	32	40	50	63	80	100	125	160	200	250	320	400	500	630	800	1000	1250	1600
	S	104.5	71.6	53.5	53	47.7	52.5	55.8	55.8	35.8	24.8	17.6	14.9	14.3	19.7	14.3	13.4	16.8	19.7
E1	T	179	23.8	114.6	106.9	71.6	66.9	61.1	53.7	57.3	42	30	19	15.3	12.4	9.5	8.6	11.5	12.5
	S	74.6	52.5	53.5	39.4	52.9	45.8	45.8	29.8	20.5	17.2	14.1	11.9	10.5	9.1	9.5	8.6	13.1	10.2
G1	T	149.2	143	95.5	90.9	71.6	57.3	30.5	35.8	36.2	30.5	14.9	14.3	13.4	10.6	9.5	8.6	8.4	10.2
	S	89.5	71.6	55.4	50	44.2	50	53.5	37.6	21.5	19.9	17.4	13.6	12.2	10.6	10.2	9.5	3.4	10.5
J1	T	119.4	119.4	95.5	119.6	59.7	36.2	23	41.7	23.8	26.7	20.9	14.3	11.5	10.6	8.4	9.5	7.6	6
	S	47.7	35.8	26.7	24.2	23.8	36.3	47.4	32.8	21.5	12.6	11.9	10.3	8.7	6.1	6.6	4.7	6.5	7.8
M1	T	119.4	95.5	76.4	30.3	23.8	28.6	15.3	29.8	14.3	23	11.9	11.9	7.6	6.1	4.7	4.7	3.8	4.2
	S	44.7	35.8	26.7	22.7	16.7	15.3	15.3	14	9.5	5.7	5.4	3.8	3.8	3.4	3	2.5	6.1	6.6
A2	T	59.7	71.6	60.5	30.3	47.7	19	15.3	23.8	23.8	15.3	11.9	4.7	11.5	7.6	6	3.8	2.3	6.6
	S	119.4	83.6	73	75.8	68	76.4	84	53.7	40.6	38.2	26.8	33.4	24.8	39.4	27.5	23	24.4	30.04
E2	T	208.9	143.5	114.6	90.9	83.5	66.9	53.5	47.7	47.7	34.4	23.8	16.7	11.5	9.1	10.7	8.6	13.4	23.8
	S	95.5	59.7	53.5	48.5	41.7	43	42	34.6	25.3	15.3	12.5	11.9	12.2	10.6	9.8	7.8	14.2	15.7
G2	T	179	119.5	76.4	119.6	71.6	57.3	36.2	41.7	36.2	30.5	23.8	16.7	13.4	12.4	11.9	7.6	8.4	19.7
	S	104.5	71.6	63	60.6	45.4	47.7	50	41.7	30.5	26.7	19	17.2	13.4	13.6	13.2	12.4	17.6	16.1
J2	T	119.4	95.5	76.4	90.9	59.7	57.3	30.5	47.7	36.2	30.5	23.8	19	11.5	10.6	7.2	9.5	7.6	19
	S	59.6	52.5	38.2	30.3	21.5	26.7	32.1	23.8	21.5	21	14.9	11.5	8.6	8.5	6.9	5.3	9.9	15.5
M2	T	95.7	71.6	114.6	60.6	59.7	47.7	36.2	35.8	33.4	23	20.8	16.7	11.5	10.6	7.2	6.7	4.5	16.1
	S	50.7	35.8	30.5	27.3	21.5	19	15.3	13.1	9.5	7.6	6.5	7.2	4.2	6.1	4.3	3.4	12.1	17.9
A5	T	89.5	71.6	95.5	75.8	59.7	36.2	36.2	23.8	28.6	15.3	17.9	14.3	11.5	9.1	6	5.7	4.6	17.9
	S	65.6	47.7	53.5	37.9	31	31.5	30.5	22.7	19	14.1	10.4	7.8	6.7	5.5	5.7	7.6	7.3	9
E5	T	179	167	114.6	90.9	47.7	65.9	23.2	95.5	81.2	23	14.9	9.5	7.6	7.6	7.2	8.6	8.4	9.5
	S	80.6	59.7	49.6	42.4	33.4	33.4	30.5	25.1	17.2	14.5	11.9	10.7	8.1	8.3	7.7	6.7	7.1	7.4
G5	T	119.4	95.5	76.4	60.6	35.8	57.3	36.2	47.7	35.8	26.7	8.9	7.2	5.7	6.1	6	8.6	7.6	9
	S	98.5	83.5	63.1	58.1	53.7	47.7	45.8	35.8	16.7	9.2	13.2	13.8	15.3	13.6	14.3	12.4	8.4	5.4
J5	T	89.5	71.6	57.3	60.6	35.8	36.2	23	41.7	19	23	8.9	4.7	5.7	6.1	4.7	7.6	6.1	4.7
	S	74.6	52.5	66.8	51.5	45.4	43	38.2	31	23.8	17.2	16.1	14.3	12.4	9.4	8.7	6.7	5.7	3.9
M5	T	59.7	71.6	36.2	60.6	23.8	76.4	30.5	35.8	17.2	19.1	8.9	4.7	5.7	4.5	3.6	6.7	4.6	3
	S	47.7	35.8	26.7	27.3	26.3	23.8	18.3	17.9	21.5	15.3	11.4	6.7	4.9	4.5	4.8	4.8	6.7	6
	S	59.7	47.7	36.2	45.5	23.8	19	15.3	11.9	9.5	15.3	6	7.2	3.8	3	2.4	19.1	2.4	7.2

S - varanta sudala  
T - varanta turnala

tabel 5.2.8

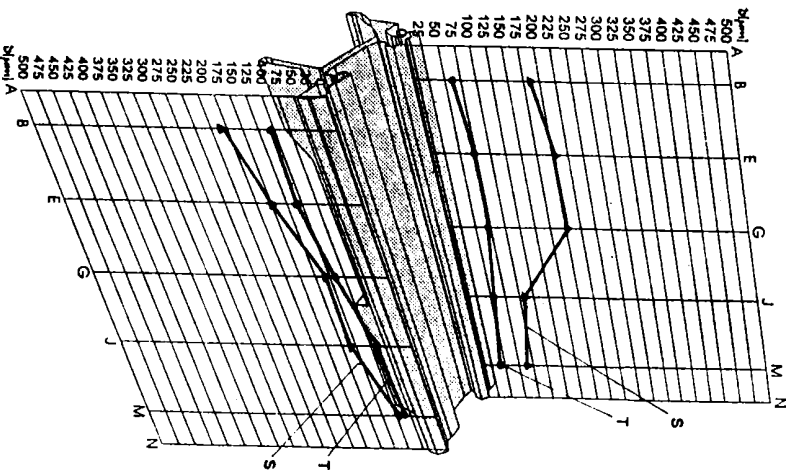
puncit de masura ghidaj spate	varanta	T U R A T I A												n (rot/ min)											
		32	40	50	63	80	100	125	160	200	250	320	400	500	630	800	1000	1250	1600						
A4	T	59.7	71.6	72.9	60.6	60.4	47.7	44.3	35.8	29.6	16	14.9	11.4	12.7	11.3	12.9	8.6	11.4	16.7						
	S	179	127.3	130.5	124.4	59.6	60.4	45.8	41.7	33.4	26.7	20.8	19.1	13.3	10.6	8.27	7.6	13.1	13.1						
E4	T	71.6	82.5	57.3	53	47.7	36.3	32.1	25.1	18.1	11.4	13.6	8.6	7.6	6.8	7.6	6.7	14.1	12.5						
	S	208.9	47.7	76.14	121.2	59.7	60.5	36.2	29.8	23.9	22.9	17.9	16	13.4	10.6	8.3	8.6	8.4	13.3						
G4	T	74.6	71.6	76.4	68.2	59.7	55.4	42	35.8	25.3	18.3	14.9	10.7	9.5	9.8	8.3	7.2	6.5	11.9						
	S	179	47.7	76.4	81.4	47.7	38.2	38.2	35.8	28.6	22.9	17.9	11.9	13.4	12.1	8.3	8.6	7.6	6.6						
J4	T	53.7	52.5	47.7	42.4	38.1	32.8	26.8	19	10.7	8.9	8.6	8	7.9	7.2	5.2	6.5	9.5	9.5						
	S	119.4	47.7	76.4	60.6	58.7	28.6	38.2	29.8	19	22.9	20.9	9.5	13.4	9.1	5.9	6.7	4.6	5.4						
M4	T	47.7	33.4	30.5	22.7	19.1	14.32	15.3	14.9	11.4	5.7	5.4	3.8	3.05	2.7	3.05	4.2	5.9	5.9						
	S	89.5	95.5	76.5	60.6	23.9	38.2	38.2	35.8	28.6	22.9	17.9	9.5	11.4	7.6	5.9	3.8	3.8	4.2						
A3	T	65.6	62.1	57.3	48.5	41.8	3.6	32.1	20.9	16.7	12.6	11.3	10	8.6	7.6	6.2	5.9	7.2	13.1						
	S	179	143.2	133.7	121.3	71.6	57.3	38.2	35.8	33.4	26.7	17.9	14.3	13.4	9.1	7.2	10.5	8.4	14.9						
E3	T	65.6	57.3	47.7	42.4	29.8	28.6	25.2	20.9	14.3	9.9	8.9	6.7	6.1	8.6	7.5	6.2	6.5	10.1						
	S	149.2	143.2	95.5	106.1	47.7	47.7	38.2	35.8	33.4	22.9	17.9	14.3	13.4	9.1	7.2	8.6	6.1	14.9						
G3	T	74.6	71.6	47.6	45.5	38.2	28.6	28.7	20.3	16.7	12.6	10.7	8.3	7.6	7.6	6.1	8.4	9.5	9.5						
	S	119.4	95.5	76.4	75.8	47.7	38.2	38.2	29.8	33.4	22.8	17.9	14.3	13.4	9.1	7.2	7.6	6.1	12.5						
J3	T	44.8	35.8	26.7	24.2	21.5	19.1	13.7	11.9	9.5	6.9	6.9	6.2	4.8	4.8	3.3	7.6	9.9	10.1						
	S	119.4	95.5	76.4	75.8	47.7	38.2	38.2	19.1	33.4	13.7	11.9	14.3	11.4	10.6	5.9	5.7	3.8	12.5						
M3	T	44.8	35.8	26.7	24.2	21.5	19.1	13.7	11.9	9.5	6.9	6.9	6.2	4.8	4.8	3.3	3.1	6.9	14.9						
	S	119.4	95.5	57.3	75.8	47.7	28.6	38.2	17.9	28.6	26.7	17.9	11.9	11.4	7.6	5.9	6.7	3.8	9.5						
A6	T	59.7	52.5	34.4	30.3	29.8	26.7	22.9	14.9	11.4	8.8	7.4	5.7	5.7	6.7	6.2	6.2	6.9	11.8						
	S	208.9	143.2	114.6	90.9	35.8	28.6	22.9	17.9	14.3	19	11.9	7.2	5.7	9.1	7.2	10.5	9.9	12.5						
E6	T	74.6	57.3	47.7	60.6	45.3	42.9	38.2	28.6	20	16.4	12.9	10.7	10.5	9.4	8.9	7.6	10.3	11.3						
	S	179	95.5	76.4	30.3	23.9	19.1	22.9	17.9	14.3	15.3	11.9	9.5	5.7	9.1	4.8	10.5	5.3	8.3						
G6	T	59.7	78.8	82.1	78.8	65.6	57.3	45.8	37	25.3	17.2	13.7	11.4	9.5	11.4	10.7	9.1	11.4	10.1						
	S	119.4	71.6	76.4	30.3	23.9	19.1	15.3	17.9	14.3	15.3	8.9	9.5	5.7	9.1	3.6	5.7	5.3	4.2						
J6	T	44.7	42.9	47.7	48.5	41.8	34.4	25.2	22.7	19.1	10.3	8.9	8.3	6.3	8.3	5.7	6	6.8	7.7						
	S	89.5	71.6	95.5	30.3	23.9	28.6	22.9	17.9	14.3	15.3	8.9	7.2	5.7	4.5	3.6	5.7	3.8	5.9						
M6	T	44.8	36.2	37.9	28.6	26.7	25.2	17.9	15.7	15.7	9.5	9.8	10.5	9.5	7.9	5.9	5.7	5.7	5.9						
	S	59.7	71.6	57.3	30.3	23.9	19.1	15.3	11.9	14.3	7.6	8.9	4.8	3.8	3	2.4	5.7	5.3	7.7						



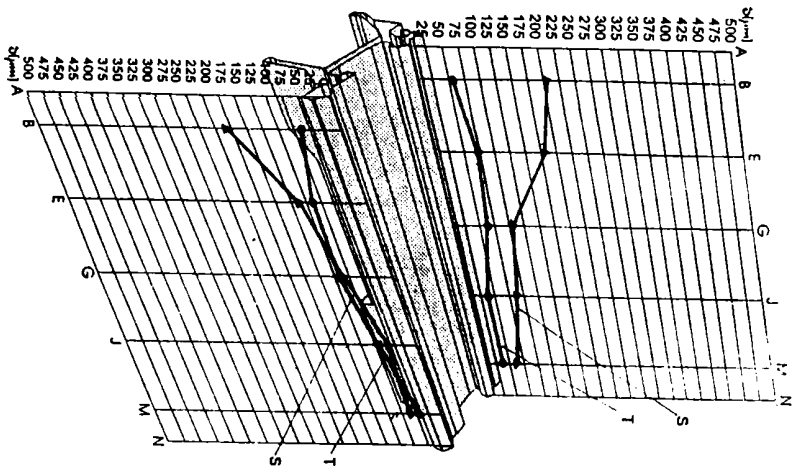


Deformatia ghitogtelor batului in plan vertical

T:batu turnat  
S:batu sudat



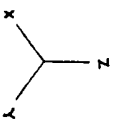
Deformatia ghitogtelor batului in plan orizontal



Deformatia perisilor batului in plan orizontal

**Masuratori dinamice-Strung fixat pe supori de cauciuc si avand  
la axul principal masa dezechilibrata,  $n = 32 \text{ rot/min}$**

fig. 5.2.23



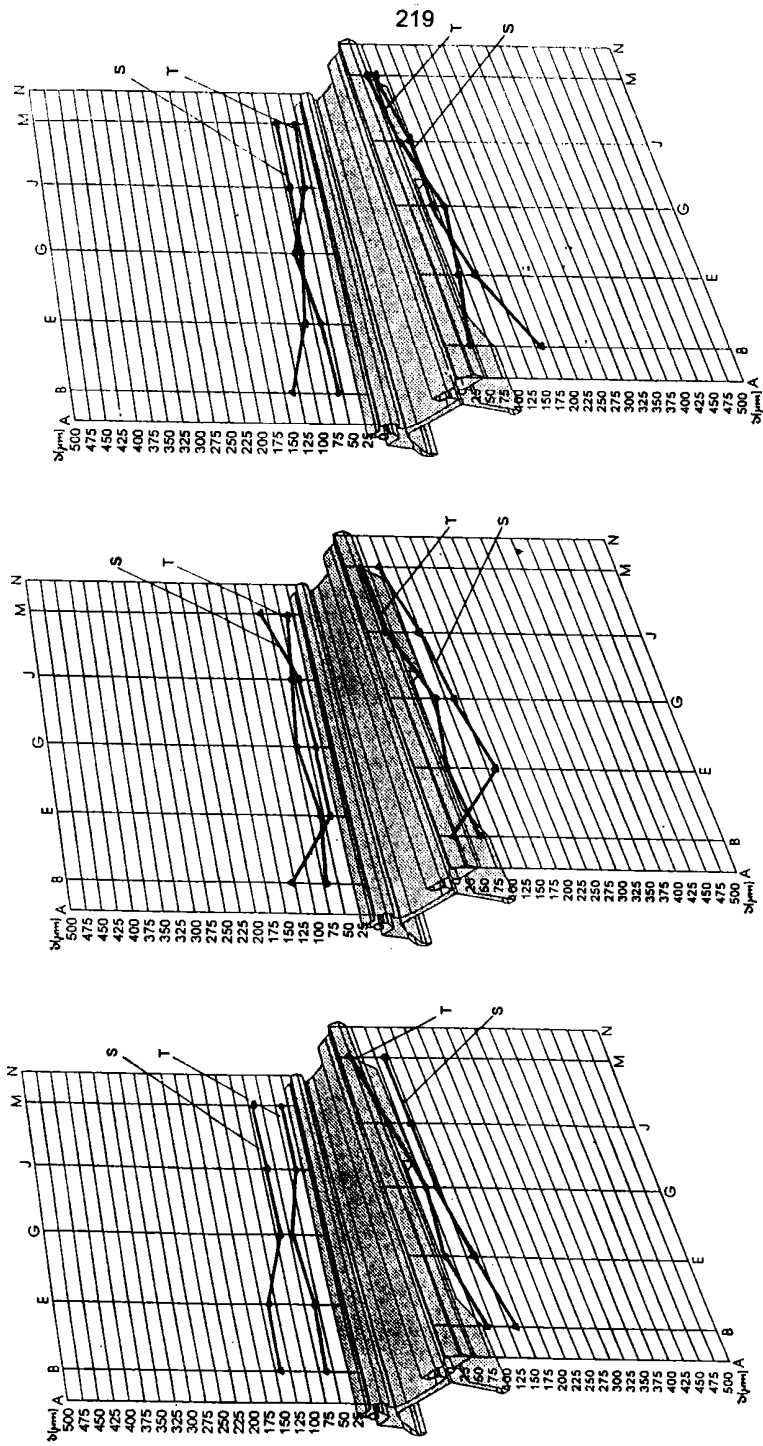


fig. 5.2.24

Deformatia peretilor batiului in plan orizontal

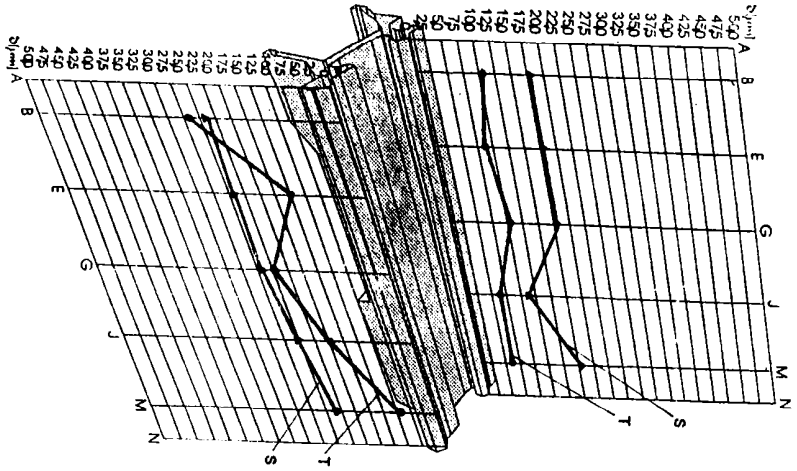
Deformatia ghidajelor batiului in plan orizontal

Deformatia ghidajelor batiului in plan vertical

Masuratorii dinamice-Strung fixat pe suportii de cauciuc si avand la axul principal masa dezechilibrata,  $n = 40 \text{ rot/min}$

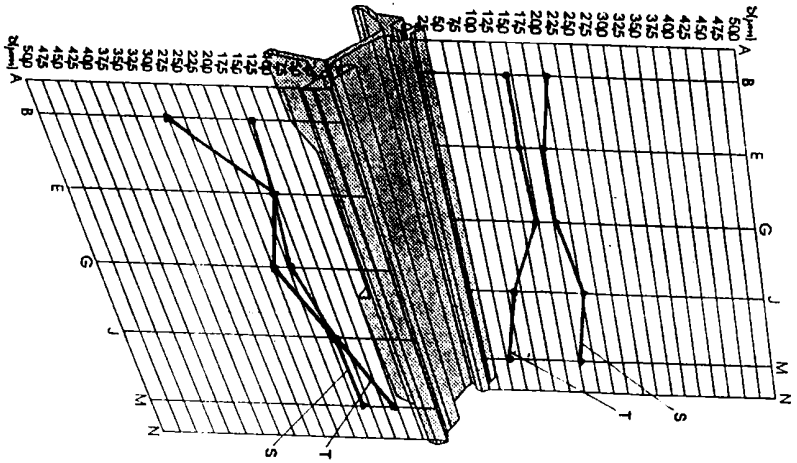
T:batiu turnat  
S:batiu sudat

220

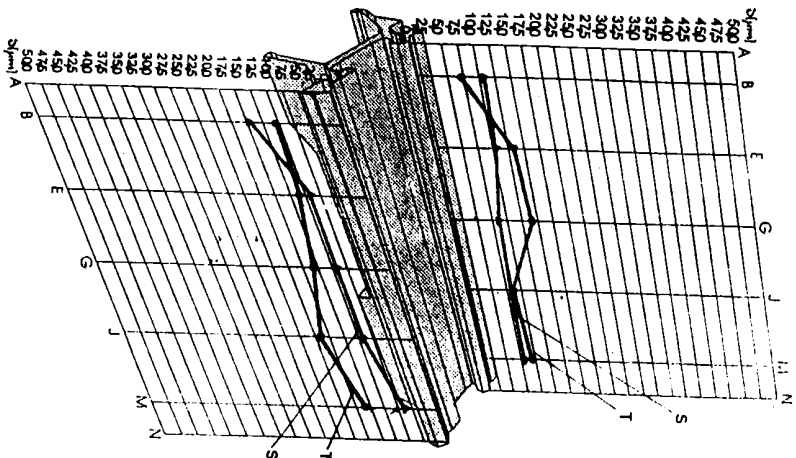


Deformatia ghidajelor batiului in plan vertical

T:batii turnat  
S:batii sudat



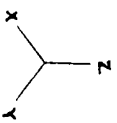
Deformatia ghidajelor batiului in plan orizontal

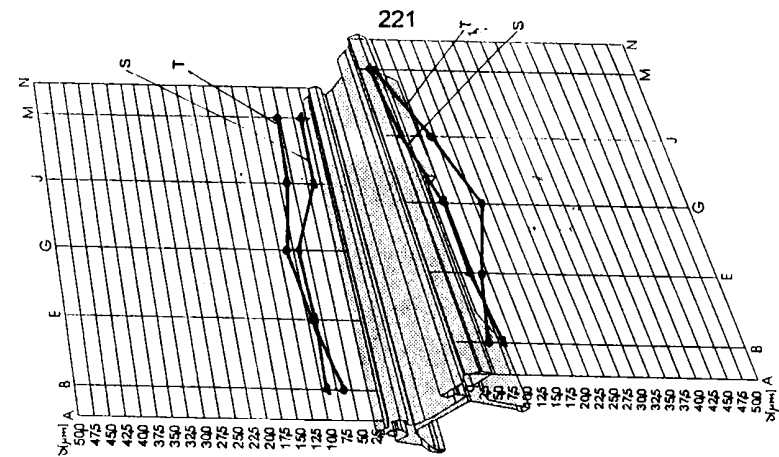


Deformatia peretilor batiului in plan orizontal

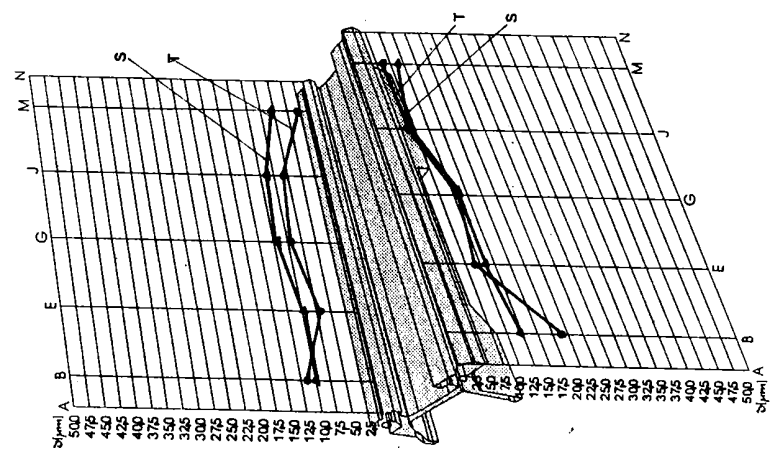
Masuratori dinamice - Strung fixat pe suporti de cauciuc si avand  
la axul principal masa dezechilibrata,  $n = 320$  rot/min

fig. 5.2.25

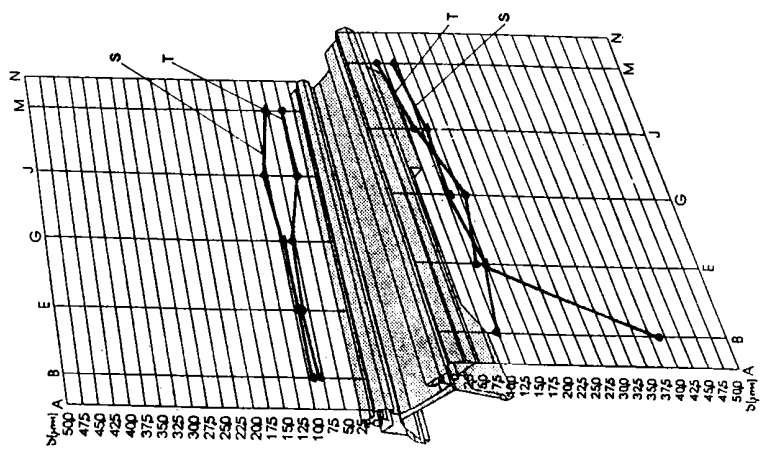




Deformata peretilor batiului in plan orizontal



Deformata ghidajelor batiului in plan orizontal

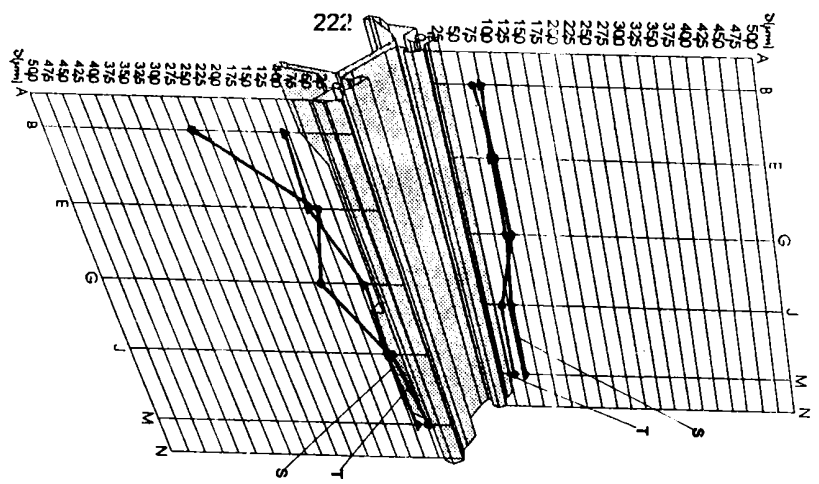


Deformata ghidajelor batiului in plan vertical

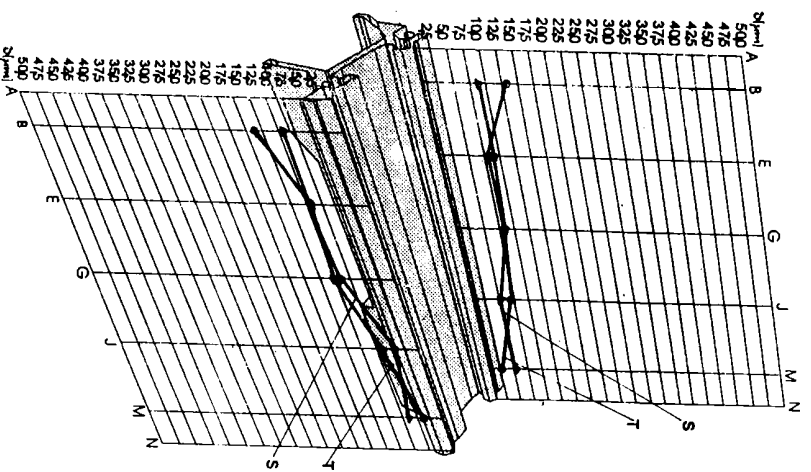
**Masuratori dinamice-Strung fixat pe supoti de cauciuc si avand la axul principal masa dezechilibrata, n = 630 rot/min**

T: batiu turnat  
S: batiu sudat

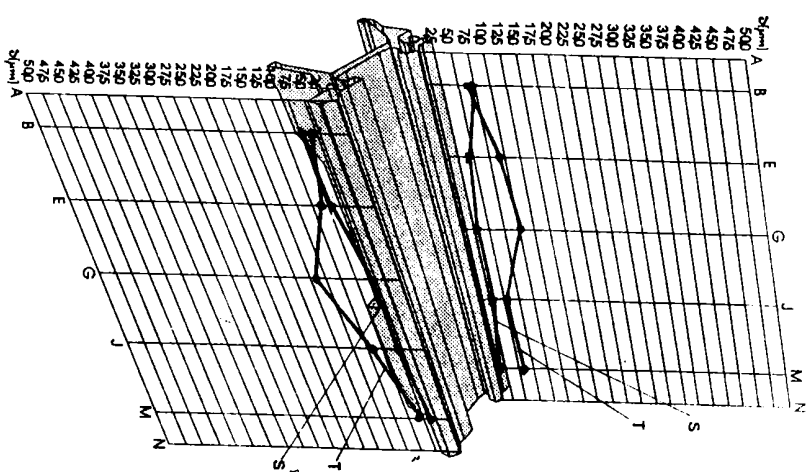
fig. 5.2.26



Deformatia ghidajelor batului in plan vertical



Deformatia ghidajelor batului in plan orizontal

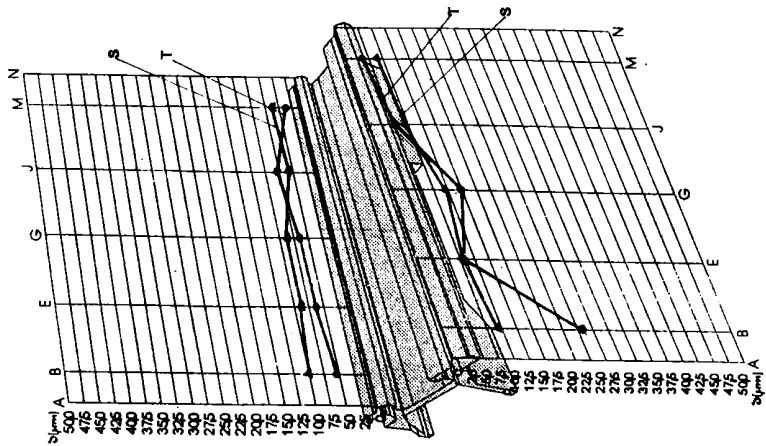


Deformatia peretilor batului in plan orizontal

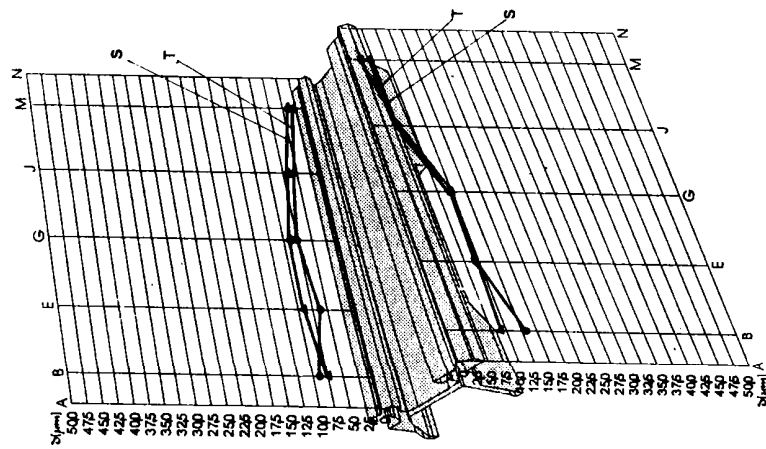
T:batu turnat  
S:batu sudat

Masuratori dinamice-Strung fixat pe suportii de jucuc si avand la axul principal masa dezechilibrata, n = 800 rot/min

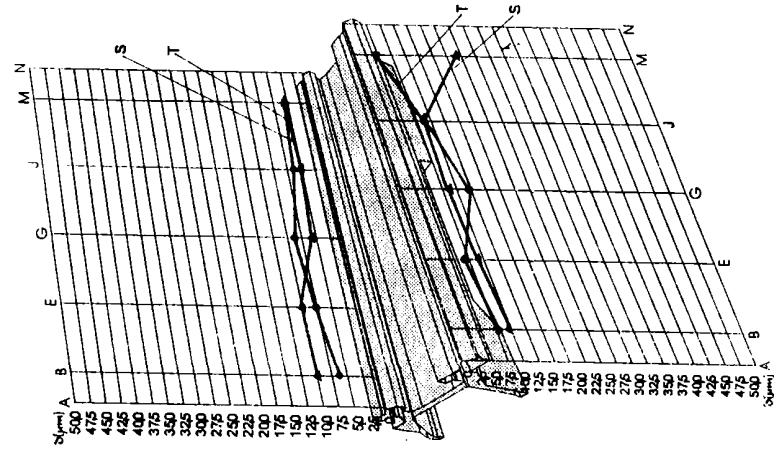
fig. 5.2.27  
Z  
Y  
X



Deformatia ghidajelor batului in plan vertical



Deformatia ghidajelor batului in plan orizontal



Deformatia peretilor batului in plan orizontal

T: batii turnat  
S: batii sudat

Masuratori dinamice-Sirung fixat pe suportii de cauciuc si avand la axul principal masa dezechilibrata,  $n = 1000$  rot/min

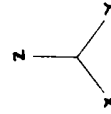
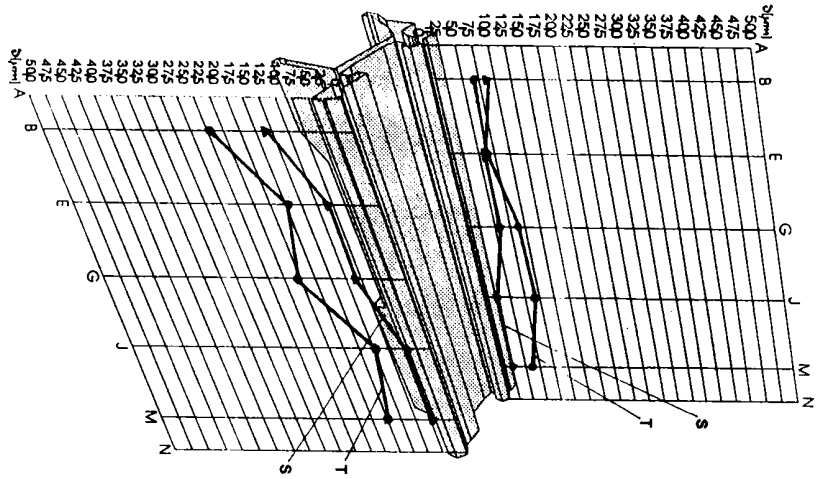
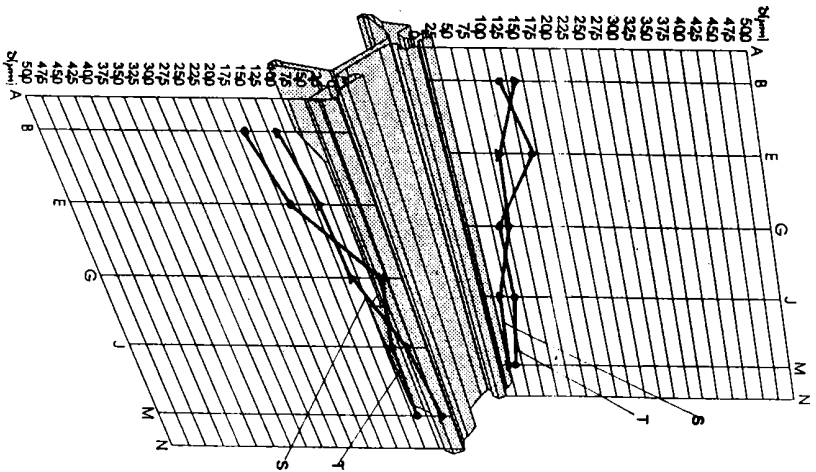


fig. 5.2.28

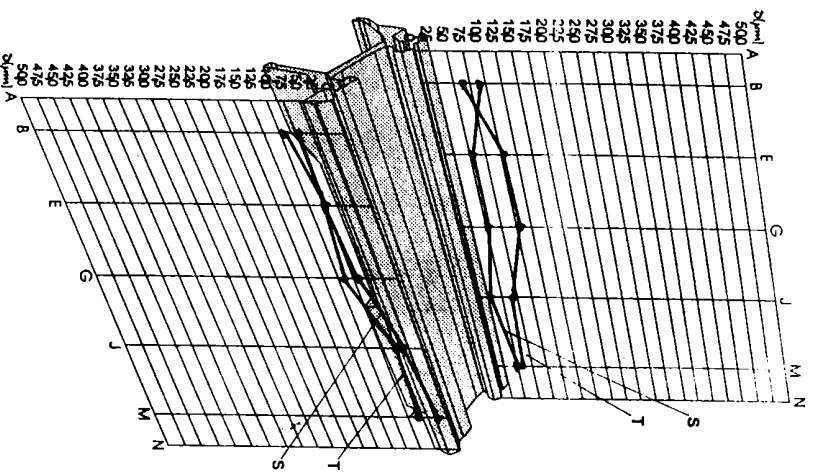
224



Deformatia ghidajelor batului in plan vertical



Deformatia ghidajelor batului in plan orizontal

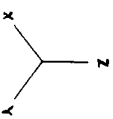


Deformatia peretilor batului in plan orizontal

T:batu turnat  
S:batu sudat

Masuratorul dinamice-Strung fixat pe suport de cauciuc si avand la axul principal masa dezechilibrata,  $n = 1250$  rot/min

fig. 5.2.29



III. In a treia etapa s-a studiat comportarea batiului la impuls. Cu un ciocan de cauciuc s-a aplicat pe batiu un impuls in doua zone: in zona PF (papusa fixa) si in zona PM (papusa mobila) atat orizontal cat si vertical. Raspunsul a fost cules cu ajutorul unui traductor seismic atasat unui osciloscop cu memorie atat in directie verticala cat si orizontala.

De pe diagramele inregistrate, prezentate in figurile 5.2.30-5.2.31 s-au determinat:

- amplitudinea vibratiei
- perioada de oscilatie
- perioada de amortizare
- intensitatea amortizarii (decrementul logaritmic)

$$\delta = \ln \frac{x_1}{x_2} = \lambda T$$

- factorul de amortizare :  $\lambda = \frac{\delta}{T}$

- pulsatiile de raspuns

Toate aceste rezultate sunt reprezentate in tabelul 5.2.9

S-a urmarit compararea comportarii batiurilor turnat si sudat, prin calcularea capacitatii de amortizare si determinarea frecventelor proprii si a pulsatiilor de raspuns

tabel 5.2.9

		IMPULS VERTICAL. RASPUNS VERTICAL.		IMPULS ORIZONTAL. RASPUNS VERTICAL.		IMPULS VERTICAL. RASPUNS ORIZONTAL.		IMPULS ORIZONTAL. RASPUNS ORIZONTAL.		
		S	T	S	T	S	T	S	T	
excitatie langa papusa mobila	T <sub>1</sub>	(ms)	150	175	35	120	35	110	56	80
	T <sub>2</sub>	(ms)	25	50	18	50	25	50	18	50
	f <sub>1</sub>	(Hz)	7	6	29	8	29	9	20	12
	f <sub>2</sub>	(Hz)	40	20	56	40	40	20	56	20
	p <sub>1</sub>	(rad/s)	44	38	182	50	182	57	126	75
	p <sub>2</sub>	(rad/s)	251	126	352	251	251	126	352	126
	x <sub>1</sub>	(mm/s)	2	2.2	1	1.2	1.1	1.2	1.4	1.2
	x <sub>n+1</sub>	(mm/s)	1.6	1.5	0.7	0.9	0.5	1	1.2	0.5
	δ		0.2	0.3	0.4	0.3	0.8	0.3	1.5	0.9
	λ	10 <sup>-3</sup>	1.4	1.7	11.7	2.5	22.8	2.8	26.7	11.2
excitatie langa papusa fixa	T <sub>1</sub>	(ms)	150	130	35	50	35	120	65	80
	T <sub>2</sub>	(ms)	25	50	18	20	25	50	18	20
	f <sub>1</sub>	(Hz)	7	8	29	20	29	8	15	12
	f <sub>2</sub>	(Hz)	40	20	56	50	40	20	56	50
	p <sub>1</sub>	(rad/s)	44	50	182	126	182	50	94	75
	p <sub>2</sub>	(rad/s)	251	126	352	314	251	126	352	314
	x <sub>1</sub>	(mm/s)	1.6	1.3	1.2	0.9	1.1	1.1	1.1	1.1
	x <sub>n+1</sub>	(mm/s)	1.1	1.1	0.8	0.6	0.7	0.6	0.8	0.8
	δ		0.4	0.2	0.4	0.4	0.5	0.6	0.3	0.3
	λ	10 <sup>-3</sup>	2.6	1.5	11.4	8	14.3	5	4.6	3.7

S-varianta sudata  
T-varianta turnata



IV. In etapa a patra s-a facut studiul vibratiilor in regim de aschiere, atat pe batiul turnat cat si cel sudat, fiecare dintre ele tot pentru două situatii de rezemare:

- a). fixare cu suruburi pe fundatie de beton
- b). fixare pe fundatie prin intermediul unor suporturi de cauciuc

Pentru diverse combinatii ale regimurilor de aschiere s-a masurat nivelul vibratiilor in diverse puncte de pe batiu asezate in grupe de cate sase in acelasi plan transversal. S-au executat:

- -strunjiri de patrundere, cu piesa prinsa in universal si varf rotativ la turatia de 800 rot/min, pentru o adancime de aschiere de 5 mm cu un avans de 0,3 mm/min
- -strunjiri longitudinale la turatia de 800 rot/min, cu o adancime de taiere de 6 mm/R, avansul de 0,5 mm/min, la piese cu diametrul de 75-80 mm si lungimea de aproximativ 400 mm.

Rezultatele sunt prezentate in tabelul 5.2.10

Analiza comparativa a acestor rezultate este facuta in paragraful urmator.

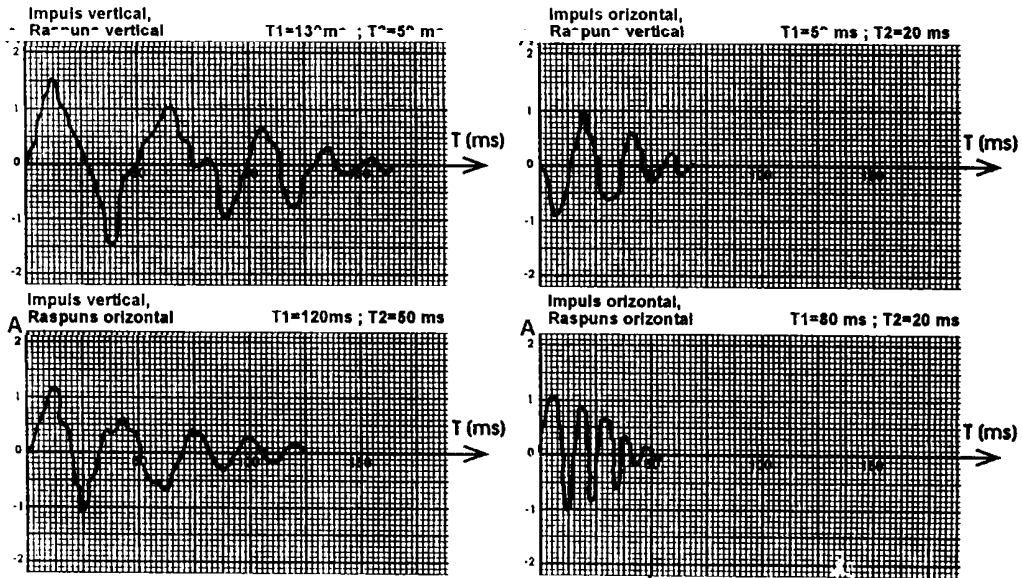
### 5.2.2 Analiza comparativa a rezultatelor

Din multimea de rezultate obtinute vom sintetiza cateva concluzii utile in special pentru comparatia finala cu rezultatele calculelor numerice cu element finit.

#### IN CAZUL MASURATORILOR STATICE

- Pentru valori mici ale incarcarii pe directia z (pana la 5000 N) valori semnificative ale deformatiilor apar in zonele G-H-I in timp ce pentru zona F acestea apar numai dupa 10000 N
- In zonele F-G, la o crestere a fortei  $F_y$  de 5 ori, deformatiile cresc de pana la 8 ori. Prezenta fortei  $F_x$  (intre 1000...5000 N) duce la o schimbare de semn a deformatiei
- Pana la valori ale fortei  $F_x$  de 5000 N, histerezisul masuratorilor sunt putin afectate de pozitia saniei.
- Pentru incarcarea cu piesa mare si suprapunerea cu forta  $F_y$ , ambele ghidaje se deformeaza in acelasi sens; in stanga saniei (zonele A...D) inspre axa principala in cazul ghidajului fata si in afara pentru ghidajul spate; in zonele H...M deformatiile sunt inverse.
- In plan vertical, incarcarea afecteaza mai putin ghidajul fata acesta deformandu-se, pana la 10  $\mu\text{m}$  si mai mult ghidajul fata, acesta deformandu-se cu 20  $\mu\text{m}$  in zona A si coborand cu aproximativ 34  $\mu\text{m}$  in zona H.
- Deformatiile cauzate de incarcarea pe directia x, prezinta un histerezis relativ scazut
- Aplicare fortei  $F_z$  conduce la aparitia unor deplasari verticale pe ghidajul din fata de pana la 81  $\mu\text{m}$  si o deplasare inversa in zonele H...N de pana la 15  $\mu\text{m}$  (valoarea maxima in zona K)
- Tot in conditiile actionarii fortei  $F_z$ , deplasari in plan orizontal sunt in acelasi sens pentru ambele ghidaje indiferent de zona masurata, valorile maxime fiind in jur de 48  $\mu\text{m}$  (zona G-ghidaj fata); ele ilustreaza o rasturnare a ghidajelor inspre carucior.
- Indiferent de planul de masurare, orizonta sau vertical, aspectul histerezei creste inspre capatul liber al batiului inspre papusa mobila
- Deoarece se suprapune o incarcare pe directia x peste sarcina statica data de piesa mare se constata urmatoarele:
  - ghidajul din spate nu are deplasari verticale
  - ghidajul din fata are deplasari verticale pozitive de pana la 70  $\mu\text{m}$  in special

EXCITARE PRIN SOC, RASPUNS IN ZONA PAPUSII FIXE  
 BATIU TURNAT



BATIU SUDAT

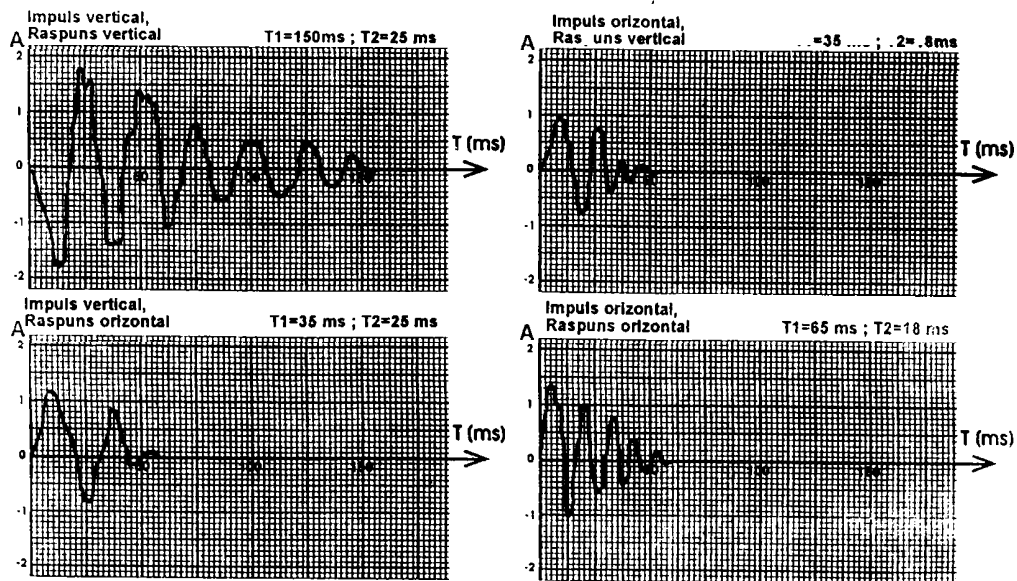
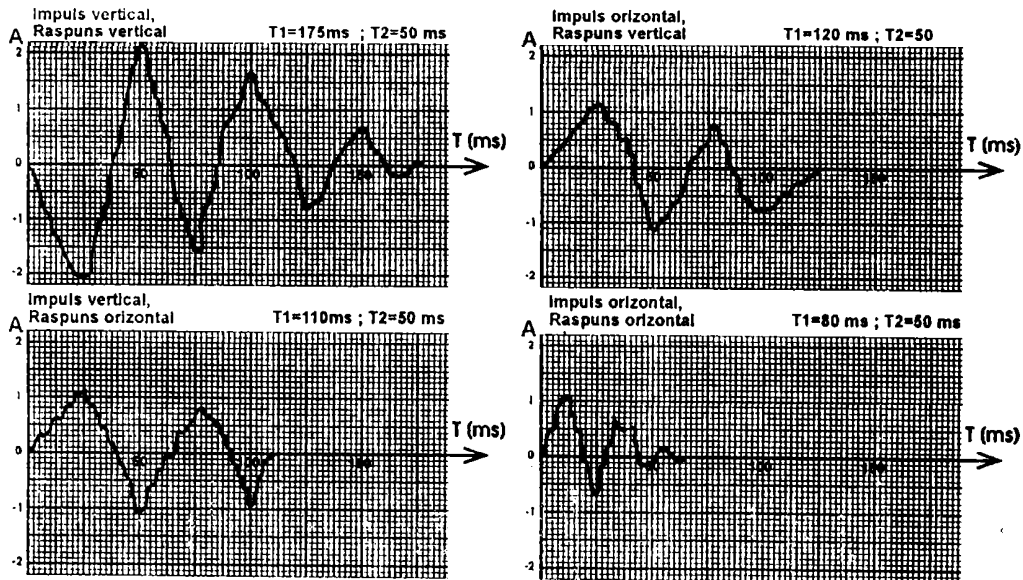


fig.5.2.30

## EXCITARE PRIN SOC, RASPUNS IN ZONA PAPUSII MOBILE

### BATIU TURNAT



### BATIU SUDAT

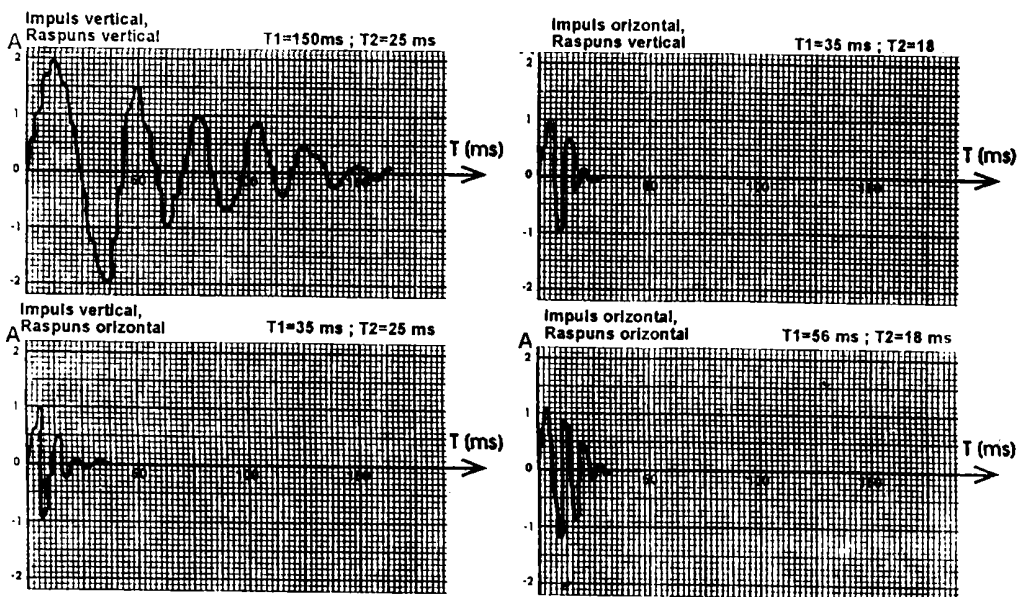


fig.5.2.31

tabel 5.2.10

Regim de aschiere	nr=900 (rot/min)	Zona ghidaj	punct de masura	caz1: Fixare cu suruburi de fundatie in beton				caz2: Fixare pe fundatie cu suport de cauciuc				
				VARIANTA amplitudinea in gol (um)	TURNATA la aschiere(um)	VARIANTA amplitudinea in gol(um)	SUDATA amplitudinea la aschiere(um)	VARIANTA amplitudinea in gol(um)	TURNATA la aschiere(um)	VARIANTA amplitudinea in gol(um)	SUDATA amplitudinea la aschiere(um)	
Strunjit longitudinal	Langa pupusa fixa	Fata	A1	28.9	83.5	38.8	80.6	20.3	29.8	29.8	168.6	
			A5	9	29.8	17.9	38.8	9	19.3	32.8	108.9	
			A2	32.8	128.6	35.8	74.6	19.4	149.2	35.8	138.7	
		Spate	A4	17.9	59.7	20.9	44.7	14.9	23.8	20.9	41.8	
			A6	11.9	35.8	14.9	35.8	6	23.8	11.9	17.9	
			A3	11.9	29.8	20.9	32.8	11.9	35.8	20.5	35.8	
	Langa pupusa mobila	Fata	G1	14.9	59.7	20.9	29.8	89.5	9	57.7	17.9	23.9
			G5	9	32.8	14.9	29.8	20.9	29.8	17.9	47.7	
			G4	11.9	29.8	20.9	26.9	17.9	26.9	6	29.8	
		Spate	G6	14.9	50.7	11.9	26.9	9	74.6	6	83.5	
			G3	9	26.9	17.9	26.9	20.9	23.8	6	44.7	
			A1	20.9	26.9	20.9	32.8	29.8	50.7	17.9	317.8	
Strunjit de patrundere	Langa pupusa fixa	Fata	A5	11.9	20.9	14.9	89.5	20.8	26.9	35.8	17.9	
			A2	26.9	59.7	26.9	35.8	29.8	41.8	59.7	198.4	
			A4	14.9	23.8	17.9	23.8	23.8	32.8	29.8	74.6	
	Langa pupusa mobila	Spate	A6	9	9	14.9	23.8	14.9	26.9	14.9	89.5	
			A3	11.9	9	17.9	23.8	23.8	35.8	20.9	128.3	
			G1	11.9	23.8	17.9	20.9	20.9	26.9	11.9	14.9	
Langa pupusa mobila	Fata	G5	14.9	29.8	13.4	17.9	20.8	19.3	20.9	35.8		
		G2	9	20.9	17.9	17.9	20.9	29.8	17.9	89.5		
		G4	11.9	23.8	17.9	20.9	23.8	29.8	9	17.9		
Langa pupusa mobila	Spate	G6	11.9	23.8	11.9	9	20.9	35.8	14.9	89.5		
		G3	9	17.9	17.9	20.9	29.8	26.9	9	198.4		

diag.100

## MASURATORI DINAMICE -STUDIUL VIBRATIILOR IN REGIM DE ASCHIERE

in zonele I...N

-deplasari horizontale ale ghidajului fata merg de la 55  $\mu\text{m}$  (sectiunea K) pana la 31  $\mu\text{m}$  in sectiunea N  
-ghidajul din spate se deformeaza inspre interior avand deplasarea maxima de 72  $\mu\text{m}$ .

- Daca se aplica ca si incarcare statica permanenta piesa mica, suprapunerea fortei  $F_y$  nu conduce la aparitia unor deplasari care sa necesite sa fie luate in considerare; ele sunt dupa toate cele trei directii sub 10  $\mu\text{m}$ . Zonele A, B, C au fost acoperite de sanie si nu au putut fi investigate.
- Suprapunand peste piesa mica forta  $F_x$  se obtin urmatoarele rezultate mai importante:
  - sectiunile din zonele de aplicare a incarcarii, sunt puternic deformate avand deplasari mari in special in plan orizontal, batiul aplecandu-se cu ambele ghidaje inspre punctul de aplicatie al fortei (caruciorul)
  - deplasari verticale ale ghidajului din spate sunt negative (ghidajul "se ridica") iar ale ghidajului din fata sunt pozitive mergand pana la 35  $\mu\text{m}$  (zona H, comparatorul 2)
  - in cazul ambelor ghidaje deplasarea verticala isi schimba semnul incepand cu sectiunea I
  - fenomenul de histereza este mult mai pronuntat in cazul masuratorilor in directie orizontala (transversala) decat in directie verticala si in cazul primelor sase sectiuni decat in zona dinspre papusa mobila
- Daca se suprapune o incarcare pe directia x, se constata, sub aspect global o "rasturnare" a batiului inspre locul muncitorului, valorile maxime ale deplasarilor fiind in jur de 90  $\mu\text{m}$ . In aceasta situatie se constata:
  - fenomenul de histereza este destul de pronuntat pe toata lungimea batiului
  - deplasari verticale ale ghidajului din fata sunt pozitive si au valori de pana la 60  $\mu\text{m}$  in sectiunile E...N si devin negative in sectiunile A, B.
  - ghidajul din spate are deplasari negative de pana la 21  $\mu\text{m}$  in special in zonele A...H

Din toata aceasta cercetare experimentală statică, se poate trage concluzia ca deplasările maxime ale ghidajelor nu depasesc 100  $\mu\text{m}$ , fiind evident mult mai mari in zonele de aplicatie a fortelor.

#### IN CAZUL MASURATORILOR DINAMICE

- S-au facut cercetari si masuratori amanuntite atat pe varianta turnata cat si pe cea sudata, pentru doua moduri de rezemare: fixat pe fundatie de beton si fixat pe suport de cauciuc. Masuratorile de vibratii s-au facut la mersul in gol pentru toata gama de turatii; cu masa dezechilibrata la axul principal; la soc singular; la functionarea in sarcina in doua regimuri de aschiere. Desi rezultatele sunt prezentate grafic in mod sugestiv in figurile precedente, sintetizam cateva concluzii:
  - a) Mersul in gol si /sau incarcarea cu o sarcina excentrica
    - Pentru strungurile fixate direct pe fundatia de beton:
      - la turatiile mici nivelul vibratiilor este aproximativ acelasi atat la batiul turnat cat si la cel sudat, pe ambele directii: transversal si vertical
      - daca in axa strungului se afla o masa excentrica, nivelul vibratiilor este de asemenea aproximativ acelasi la cele doua tipuri de strunguri, cu exceptia turatiei maxime la batiul turnat amplitudinea deplasarilor este mai mare cu 12%

-comparand rezultatele de la mersul in gol si incarcarea cu o masa excentrica se observa ca o influenta sensibila a masei excentrice are loc in domeniul turatiilor maxime.

-privind repartitia deplasarilor in lungul batiului,se constata o similitudine intre cele doua tipuri de batiuri,valorii ceva mai mari masurandu-se in directie orizontala la batiul turnat.

-in zona de langa papusa fixa,in domeniul turatiilor mari vibratiile la batiul turnat sunt cu 8-10% mai mari decat la cel sudat

-o situatie similara are loc si in sectiunile din zona centrala a batiului;diferentele se micsoareaza sensibil inspre papusa mobila

-in toate sectiunile batiului vibratiile in directie verticala sunt mai mici cu pana la 15% decat cele in directie transversala

-in cazul unei mase excentrice in sectiunile de langa papusa fixa,nivelul vibratiilor este aproximativ acelasi cu exceptia turatiilor maxime din gama II(1250rpm) si gama III (1600rpm) cand vibratiile la batiul turnat sunt mai mari cu peste 10% decat la cel sudat.Situatie similara si in zona centrala,cu exceptia turatiilor mici 400 si 800 rpm,cand vibratiile la batiul sudat sunt ceva mai mari decat la cel turnat.

- Pentru strungurile fixate pe suporti de cauciuc:

- nivelul vibratiilor in directie transversala,la batiul sudat este 8...10% mai mare decat la batiul turnat,atat la mersul in gol cat si in cazul unei mase excentrice.

- la functionarea in gol nivelul vibratiilor verticale,la cele doua tipuri de batiuri este aproximativ acelasi

- in cazul masei excentrice la turatii mari,nivelul vibratiilor la batiul turnat este ceva mai mare decat la cel sudat (aprox.6%)

- comparand valorile masurate pe toata lungimea batiului,constatam ca diferentele dintre batiul sudat si cel turnat sunt sub 10% si ele sunt in general mai mari la batiul sudat in special in domeniul turatiilor mari

- Pentru toate cazurile studiate mai sus,indiferent de modul de fixare,nivelul vibratiilor este mai mare in zona papusii fixe si de asemenea este ceva mai ridicat la batiul sudat

- Si in cazul unei mase excentrice,in zona papusii fixe nu exista diferente sensibile intre cele doua variante de batiuri,la turatii mari nivelul vibratiilor la batiul turnat fiind ceva mai ridicat.Situatia este aproape similara si in restul sectiunilor.In mod absolut insa nivelul vibratiilor este destul de ridicat.

b) Solicitarea la soc singular

- In cazul excitatiei si raspunsului langa papusa fixa

- la batiul sudat frecventa de raspuns la impulsul vertical,este de 40 Hz,pe-rioadă de amortizare fiind mult mai mare in directia verticala(150 ms) decat in directie orizontala(35 ms)

- la batiul turnat frecventa de raspuns la impuls vertical este de numai 20Hz ,perioadele de amortizarefiind aproximativ egale dupa cele doua directii.

- comparand batiul sudat si turnat,se observa ca batiul sudat are un factor de amortizare  $\lambda$  mai buna decat cel turnat

- la impuls orizontal,raspunsul batiului are loc pe alte frecvente,mai mari,si cu perioade de amortizare mai mica decat in cazul impulsului vertical

- In cazul excitatiei si raspunsului langa papusa mobila

- frecventele de raspuns ale batiului in cazul aplicarii socurilor singulare langa papusa mobila,are aceleasi valori ca si in cazul precedent.La batiul turnat apar si

frecvente de raspuns mai inalte,propriei constructiei batiului si modului de rezemare

-si aici se constata o amortizare mai buna in cazul batiului sudat

c) Vibratii produse in regim de aschiere

Rezultatele obtinute sunt mult mai putine,datorita dificultatilor de experimentare fiind insa concludente in privinta analizei finale a problemei.S-au analizat doua regimuri diferite de aschiere:un regim greu ,de patrundere cu adancimea mare de taiere si un regim de aschiere longitudinala obisnuit ca parametrii.Punctele de masurare a deformatiilor sunt pe ghidajele batiului pentru sectiunea A(langa papusa fixa) si sectiunea G (langa papusa mobila).

Se pot trage urmatoarele concluzii pe baza datelor din tabelul 5.2.10:

- Relativ la strunjirea longitudinala

- in cazul strungului fixat prin suruburi pe fundatia de beton,deplasările sunt cam de aceiasi valoare,atat pentru varianta sudata cat si pentru varianta turnata

- in cazul strungului fixat pe suporti de cauciuc amplitudinea deplasarilor sunt mai mari la varianta sudata,in anumite puncte chiar de 10 ori mai mari,desi am vazut ca la soc singular coeficientul de amortizare este mai mare la batiul sudat

- deplasările cele mai mari apar in sectiunile de langa papusa fixa(A2)

- comparand deplasările functie de cele doua moduri de fixare,in cazul utilizării unor suporti de cauciuc,contrar unei opinii intuitive,deplasările sunt sensibil mai mari decat pentru strungul fixat in suruburi

- in sectiunile de langa papusa mobila,in medie deplasările sunt mai mici cu aproximativ 12%

- Relativ la strunjirea de patrundere

- o parte din concluziile precedente se pastreaza,cu observatia ca sunt sectiuni si puncte,in special pe ghidajul din fata,in care varianta sudata, pe suporti de cauciuc,apar deplasări exagerat de mari,pe care nu am avut posibilitatea sa le reverific,deci nu pot sa garantez ca sunt riguros corecte (v.A1)-s-ar putea sa fie afectate de o eroare nesesizata la timp

- nivelul vibratiilor in zona papusii fixe este mai mare la batiul sudat,decat la cel turnat cu diferente mari accentuate la masina asezata pe suporti de cauciuc.

### 5.3 Observatii finale si concluzii

Lucrarea de doctorat prezentata,abordeaza o paleta larga de preocupari in legatura cu structurile de rezistenta ale strungurilor normale considerate din punct de vedere al calculului de rezistenta si rigiditate ca un ansamblu spatial de placi plane legate intre ele prin diverse nervuri de rigidizare.Calculul acestor structuri care trebuie sa satisfaca in principal,conditii de rigiditate maxima la un consum minim de materiale,este o problema aproape total nerezolvata in literatura iar sub aspect analitic irezolvabila.Aparitia metodelor numerice de element finit,elaborarea unor programe cat mai complete de calcul,existenta unor calculatoare de mare capacitate,au redeschis aceasta problema,dar numai sub aspect de "analiza".Problemele de sinteza constituie inca o mare necunoscuta,iar daca se formuleaza si probleme de optimizare apar in plus dificultati enorme.

Utilizarea strungurilor normale pentru investigatia facuta,a fost de fapt numai un pretext, pentru a avea un model concret care sa poata fi verificat experimental si care sa justifice variantele si modificarile introduse pe structura,in incercarea facuta de a obtine o structura optima.De aceea urmarind un raspuns cat mai adecvat la problema formulata mai sus am cautat ca din etapa in etapa sa reduc carcasa completa a unui

strung la o substructura reprezentata de partea centrala numita batiu si aceasta in final la o singura placa plana. In fiecare etapa a trebuit sa aduc cate ceva nou, poate nu intodeauna suficient de spectaculos, pentru a putea raspunde la intrebarea pe care mi-am formulat-o in etapa respectiva. Pornind de la necesitatea, justificata in literatura, a substructurarii am abandonat metoda clasica de element finit bazata pe supraelemente cu nodurile interioare condensate in nodurile de contact (sau aplicarea metodei deplasari) si am introdus in sectiunile de substructurare, deplasari determinate apriori printr-un calcul global dar corectate cu rezultatele experimentale minutioase efectuate pe un prototip sau pe o structura "candidat" aceasta idee care completeaza cateva rezultate cunoscute din literatura este specifica si benefica in domeniul abordat in care se dispune si de o experienta prealabila si de multe modele existente. Pentru a evita discutii de incarcare exterioara am plecat de la ideea ca aceasta trebuie sa fie astfel incat in conditii de maxima solicitare sa nu se depaseasca presiunea admisibila pe ghidaje. Am ajuns astfel la a alege ca un parametru de calcul aceasta marime, careia i-am introdus si o componenta variabila in timp pentru studiul fenomenelor dinamice, element neintalnit in literatura, mergand mai departe cu simplificarea problemei, am ales batiul ca substructura, la o placa plana incarcata pe contur, cu deplasari si tensiuni normale si tangentiale iar pe deschidere cu forte de reactiune de tip Winckler, dependente de deplasare care sa modeleze intr-o maniera cred eu noua actiunea de rigidizare. Am avut astfel o problema pe care am numit-o de ordinul doi pentru o placa plana dreptunghiulara incarcata cu sarcini dependente de deplasare. Am efectuat dupa aceea un amplu program de cercetare experimentală in incercarea de a valida o parte din rezultatele obtinute. Aceasta ar fi in mare tinutul logic de structurare a lucrării. Odata stabilita aceasta schema logica voi puncta sumar pe etape cateva dintre rezultatele obtinute.

In analiza pe care am efectuat-o asupra structurii intregi, s-au luat in considerare patru variante; cu picior si fara picior, fiecare cu pereti de 10 si 15 mm. Campurile de deplasari rezultante in sectiunile de substructurare au fost prezentate in fig. 2.3.14 corectate ulterior in aplicarea programelor de placi, cu valorile experimentale prezentate in detaliu in Cap. 5. Subliniez subparagraful 2.3.6 in care am prezentat doua programe originale intocmite in limbaj C++: un program intitulat GRINPER pentru calculul grinzilor perete aflate in stare plana de tensiune, utilizand elemente finite triunghiulare, si un program INCOPLATE pentru calculul placilor plane incovoiate utilizand elemente finite dreptunghiulare. Aceste doua programe, prin suprapunere de efecte rezolva orice situatie concreta. Evident ca starea deformata care intereseaza in asemenea situatii este produsa de solicitarile dinamice care apar in procesul de prelucrare. De aceea in Cap. 3 am facut o ampla analiza pe probleme dinamice de la studiul vibratiilor libere la vibratii fortate si aleatorii. Studiile de vibratii libere s-au facut pe cele patru variante amintite mai sus, dar si pentru doua moduri distincte de rezemare: fixarea prin suruburi pe o fundatie rigida de beton si printr-o simpla rezemare pe o placa de cauciuc. Fig. 3.2.6. este o sinteza spatiala privind frecventele proprii pentru primele cinci moduri pe care le consider un rezultat fundamental deosebit de util in proiectare. Paragraful 3.3 care ia in considerare caracterul aleator al excitatie are multe contributii originale. De exemplu considerand batiul ca un sistem cu un grad de libertate ipoteza evident discutabila, dar posibila deoarece excitatia se face intr-un singur punct-am studiat regimul tranzitoriu considerand ca functia caracteristica de frecventa depinde si de timp am obtinut dupa efectuarea unor laborioase calcule analitice in complex, o expresie analitica finita pentru dispersia raspunsului ( $v$  (3.3.36)). Subparagraful 3.3.5 il consider complet original, pornind de la o anumita realizare a vibratiei aleatoare in timp a fortei de excitatie, am stabilit un program pentru determinarea functiei de autocorelatie (fig. 3.3.3) Odata gasit graficul



acestei functii am propus o noua formula analitica de aproximare a ei (rel.(3.3.41)) sub forma unei functii polinomiale amortizate, mult mai rapid convergenta, pe care am reprezentat-o concret in fig.3.3.5 cu ajutorul unui program Mathcad5 Plus, aratand ca utilizarea numai a cinci termeni din serie conduce la rezultate excelente. Trecand in domeniul frecventei am calculat densitatea spectrala de putere a excitatiei, stabilind si o relatie de recurenta pentru calculul unor integrale specifice problemei, din produse de functii exponentiale si polinomiale. Pentru cercetarea dispersiei raspunsului, aplicand metoda reziduurilor, pentru o functie complicata cu poli multipli de ordinul cinci, am imaginat un procedeu original, reducand problema determinarii unor coeficienti dintr-o descompunere in functii simple la inversarea unor matrici, (v. pag.96-98) ceea ce am putut realiza cu usurinta cu un program matematic. Dupa aceea s-a facut o analiza numerica a vibratiilor fortate cu ajutorul unor programe MARC-MENTAT II in care am studiat in principal influenta legii de variatie in timp a distributiei de presiuni pe ghidaje asupra starii deformate a batiului, rezultate dupa cunostiinta mea, inexistente in literatura. S-au obtinut astfel un ansamblu important de rezultate (v. fig.3.4.2-3.4.10) care iau in considerare si modul de rezemare, turatia la arborele principal, amortizare etc. In literatura cercetata de mine n-am gasit asemenea rezultate. Urmarind problema optimizarii structurii careia ii este dedicat Cap.4, am renuntat la variantele existente si indicate in literatura si am propus 12 noi variante ale structurii, pentru care am studiat starea deformata in conditii de vibratii fortate avand ca parametrii turatiile la arborele principal si grosimile de pereti, determinand deplasările pentru cinci sectiuni si coreland in final greutatea proprie cu rigiditatea structurii. Am obtinut un numar mai mare de rezultate, prezentate in detaliu in anexe si sistematizate in tabelele 4.3.1, 4.3.2, 4.3.3 si in figurile 4.3.5...4.3.16. Corelatiile intre deplasările maxime si greutatile proprii, grosimea peretilor, turatie si variantele studiate, atat pentru ghidajul fata cat si pentru ghidajul spate sunt sintetizate in fig.4.3.17...4.3.20-pe care le consider niste rezultate originale interesante si utile. Ele pot sintetiza rationamentul de alegere a variantei utile, iar rezultatele obtinute pot forma o biblioteca de substructuri.

Am facut deasemeni un studiu teoretic, original si interesant (§4.2) privind calculul unei placi dreptunghiulare, cu conditii la limita mixte: pe doua margini opuse date deplasările (impuse) diferite, pe o alta margine impuse partial tensiunile normale si tangențiale iar restul margini libere; problema interesanta si dificila consta in faptul ca am inlocuit actiunea nervurilor cu un sistem de forte distribuite, proportionale cu deplasările transversale ale placii. Problema mi-a fost sugerata de cazul placilor pe mediu elastic. Diferenta fundamentala consta in faptul ca, in cazul studiat, aceasta sarcina de tip Winckler, este distribuita numai pe anumite fasii. Am rezolvat problema introducand o functie crenelata si aplicand un procedeu de dezvoltare in serie trunchiata-de tip Love-a solutiei. Rezultatele desi au forme analitice complicate si lungi, sunt duse pana la final. Sinteza acestor cercetari este aratata in fig.4.2.2, unde se coreleaza greutatea proprie functie de numarul de nervuri, cu functia obiectiv reprezentata de deplasările transversale  $w$  si cu grosimea peretilor si nervurilor. Din diagrama se poate stabili pentru mai multe nervuri date care este grosimea optima de perete ce asigura greutatea minima.

Ultimul capitol la lucrării este consacrat cercetarilor experimentale in care am avut sansa sa studiez comparativ un batiu turnat si un batiu sudat. Cercetarile s-au facut atat la sollicitari statice, cat si la sollicitari dinamice: soc singular si procese de aschiere. Numarul deosebit de mare de rezultate, pe care le-am prezentat in grafic si tabele, confirma cel putin includerea variantelor studiate in campul de deplasari real si sugereaza unele posibilitati de imbunatatire a solutiilor existente.

## SINTEZA PRINCIPALELOR CONTRIBUTII

Tema abordata a necesitat rezolvarea unor probleme inedite atat sub aspect teoretic cat si experimental, care s-au constituit in final drept contributii. Deoarece ele au fost prezentate pe larg in cadrul lucrarii, in mod sintetic voi evidenta urmatoarele:

1. Am urmarit in mod constant ideea de a reduce o structura spatiala complexa formata din placi plane, la calculul unor substructuri mai simple, care in final sa poata fi reduce la calculul unor placi cu conditii la limita mixte si mai ales cu deplasari impuse pe zonele de substructurare
2. Plecand de la aceasta necesitate am aplicat o metoda noua de substructurare, admitand un anumit camp de deplasari, evident geometric compatibil, in zona de sectionare, rezultat dintr-o analiza combinata de element finit si masuratori experimentale pe prototip. Incercarile s-au facut pe batiuri de strunguri normale, care in final au contribuit la validarea ipotezelor de rationament admise
3. In acest sens am elaborat doua programe de calcul in limbaj C++ aplicabile la placi plane, fie aflate in stare de membrana (programul GRINPER), fie in stare de placa incovoata (programul INCOPLATE), care iau in considerare pe langa sarcinile exterioare date si campul de deplasari admis a priori. Programele au fost testate si verificate pe situatii cunoscute la placi si aplicate apoi pe cazul concret studiat
4. Considerand ca sarcinile dinamice exterioare care solicita batiul au un pronuntat caracter aleator, am studiat cateva aspecte legate de aceasta situatie, plecand de la ideea ca se pot obtine caracteristicile statistice ale raspunsului structurii daca se cunoaste functia de autocorelatie a excitatiei; studiul s-a facut in final pe baza teoremei Wiener-Hincin, care utilizeaza transformata Fourier. In acest context am facut un studiu al regimului tranzitoriu, considerand sistemul cu un grad de libertate, cu amortizare complexa si caracteristica de frecventa functie de timp. Calculul deosebit de laborios, necesitand utilizarea functiilor de variabila complexa a condus in final la obtinerea unor rezultate analitice noi care ar putea fi generalizate pentru sisteme cu  $n$  grade de libertate sau continui
5. Tot in aceasta arie de preocupari, am introdus o noua formula analitica, sub forma unei functii polinomiale amortizate, pentru amortizarea functiei de autocorelatie, care a fost aplicata pentru modelarea unor rezultate experimentale masurate in procesul de aschiere pe cutit. Am alcatuit si un mic program pentru calculul numeric concret al acestei functii si am condus problema pana la capat, gasind expresia analitica completa a dispersiei raspunsului in domeniul frecventei, in aceleasi conditii de amortizare complexa dar pentru regimul stabilizat.
6. In rezolvarea problemei precedente, la utilizarea metodei reziduurilor, deoarece integrandul complex avea o forma analitica complicata avand un pol multiplu de ordinul cinci, am reusit sa imaginez cateva artificii de calcul, pe care le apreciez ca noutate si care au permis solutionarea

problemei. Datorita dificultatilor de calcul prin procedeul clasic al metodei rezidurilor, cu derivarea succesiva a integrandului, nu a putut fi aplicat direct, de aceea am folosit o descompunere in fractii simple care permit definirea unor matrici de transformare mi-a permis in final solutionarea problemei

7. Am prezentat o metoda analitica de optimizare a unei placi plane, functie de rigiditate, inlocuind nervurile de rigidizare cu un sistem de reactiuni tip Winckler, metodologie pe care nu am intalnit-o in literatura. In acest domeniu de aplicatii am dat o clasificare noua a restrictiilor, introducand niste restrictii fundamentale, reprezentate de sistemul fundamental de ecuatii al teoriei elasticitatii, care de obicei este neglijat sau ocolit in problemele de optimizare.
  8. Am analizat numeric 12 variante noi de batiuri destrung, in privinta legaturii dintre rigiditate si consumul de material, care se constituie o biblioteca de substructuri utila intr-un birou de proiectare. Cercetarea dinamica a vibratiilor fortate am facut-o numeric, prin folosirea unor programe performante de calcul cu ajutorul elementului finit: I-DEAS MS 2.0 si MARC-MENTAT II, utilizand de obicei in jur de 2000 de elemente (thin shell si solid) si noduri. Insierea acestor programe si aplicarea lor consecvent corelata cu programele de grafica a permis obtinerea unor rezultate comparabile, in timp real.
  9. Pentru prima data in literatura am considerat ca presiunea pe ghidaje are o componenta variabila in timp, si am ales acest element ca sollicitare fundamentala care permite analiza comparativa univoca a variantelor presupuse si analizate. Am stabilit astfel ca rezultatele cele mai bune ce se obtin pentru o componenta variabila in jur de 10% din valoarea medie constanta: Aceasta presiune variabila in timp si liniar in spatiu, in lungul ghidajului a fost distribuita corespunzator in cele 5 elemente finite tip solid ce apar in aceasta zona.
  10. Am efectuat o ampla analiza experimentală statică și dinamică pe două variante de strunguri, rezultatele obținute validând în bună măsură valorile teoretice din diferite etape de calcul. Concluzia cea mai interesantă a acestei investigații experimentale în care s-au prelucrat mii de valori numerice este aceea că varianta sudată are aproape aceleași calități de deformabilitate și amortizare ca și varianta turnată.
- Imi permit, in incheiere, sa precizez ca volumul mare de calcul pe care l-am facut cuprins in cele peste 800 de pagini din anexa, din care numai o mica parte au fost analizate in cuprinsul tezei, pot sa raspunda la multe alte intrebari si probleme pe care pe care nu le-am mai tratat fiind colaterale principiului de alcatuire si desfasurare impus pentru lucrare.

## BIBLIOGRAFIE

(A.)

- A1.)** Abovskii N.P. Rasciot plastinciatih sistem na izghib : Kolebania Tradi IV Vsesoiznoi Konferentii po teorii obolocek ; plastin . Erevan 1962 , p.143 -150
- A2.)** Acerkan M. Calculul si constructia masinilor unelte . Editura tehnica Bucuresti , 1955
- A3.)** Acerkan N. S., Rasciot; Konstruirovaniie metallorejuscih stankov, Masghiz, Moskva, 1952;
- A4.)** Agarev V. A., Metod nacialnih funktili dlia dunhmenih kraevih zodaci teorii uprugosti, Izd. AN USSR, Kiew/1963;
- A5.)** Ahmad S., Banerjee P. K., Time -Domain transient elastodynamic analysis of 3D solids by B.E.M., International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 26/1988;
- A6.)** Ahmad S., Banerjee P. K., Inelastic transient dynamic analysis of three dimensional problems by B.E.M., International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 29/1990;
- A7.)** Aldica C., Munteanu Gh., Chilinghir S., Studies Concerning the Rigidity of an U-Flex Piston Ring, S2.1/p.1-7 International Conference on Boundary and Finite Elements, ELFIN3, Constanta 25-27 Mai 1995
- A8.)** Annigeri B. S., Tseng K., Boundary element methods in engineering, Proceedings of the International Symposium on Boundary Element Methods : Advances in Solid and Fluid Mechanics. East Hartford, Connecticut, USA, October 1989;
- A9.)** Appeltauer J., Cuteanu E., Gerner D., Munteanu I., Aplicarea metodei elementelor finite la studiul concentratorilor de tensiune in cateva imbinari sudate Bul.st.tehn. al I.P. "Traian Vuia" Timisoara tom 21(35), Seria constructii 1, 1976
- A10.)** Atanasiu M.G., Application of Modal Analysis for F.E. Model Qualitative Dynamic Inspection : S 1/p.36-40 3<sup>rd</sup> International Conference on Boundary and Finite Elements ELFIN3, Constanta 25-27 Mai 1995
- A11.)** Avram C., Anastasescu D. Structuri spatiale, Editura Academiei Romane, Bucuresti, 1978;
- A12.)** Avram C., Bob. C., Friedrich R., Stoian V., Structuri din beton armat. Metoda elementelor finite. Teoria echivalențelor. Editura Academiei Romane, Bucuresti, 1984;

(B.)

- B1.)** Babici E., Contributii la calculul batiului preselor hidraulice cu coloane v.XIX/p.217-223 Sesiunea Implicarea cercetarii stiintifice in dezvoltarea si modernizarea produselor de fabricatie Sectiunea Mecanica Aplicata. Sibiu, 17-18 Noiembrie 1995.
- B2.)** Banichuk N.V., Barthold F. J. , Falk A. , Stein E., Mesh refinement for shape optimization p.46 Structural Optimization Ed. Rozvany G., Sobieski J. vol.9 nr.1 / 1995
- B3.)** Banut V., Teodorescu M-E., Geometric Nonlinear Analysis by Substructure Process ,S1/p.51-57, International Conference on Boundary and Finite Elements, ELFIN3, Constanta 25-27 Mai 1995
- B4.)** Barr A.F., Principiile care stau la baza studiului masinilor-unelte, Mashine Moderne, Franta, 63, nr.729, p.12-16
- B5.)** Bathe K-J., Finite elemente Methoden -Matrizen und lineare Algebra, die Methode der finiten Elemente, Lösung von Gleichgewichtsbedingungen und Bewegungsgleichungen, Springer Verlag, 1990;
- B6.)** Bauer Carl Ulrich, Optimierung der konstruktion von Werkzeugmaschinen gestellen mit Hilfe von Finite Element Berechnungen, Teză de doctorat, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1991;
- B7.)** Belei A Metoda elementului finit.Utilizari posibile in calculul de rezistenta al motoarelor cu ardere internă.Lito, Institutul Politehnic Bucuresti 1980
- B8.)** Belmont M.R. , Generalized frequency response functions for systems with time-varying coefficients , Journal of Mechanical Engineering Science , p.145 vol.208 nr.C5 / 1994
- B9.)** Bendiug D. K. , i.g., Matriciine algoritmi y stroitelnoi mehanike stemevih sistem, Moskva, "Visioia Skola", 1980;
- B10.)** Berezovskii A.A. Nelineinie integralnie i integro-diferentialnie uravnenia palogbih obolocek I ih prilozheniia .Tnedi IV Vsesoiznoi Konferentii po teorii obolocek i plastin . Erevan 1962 , p. 226 - 233
- B11.)** Bert C.W. Relationship between fundamental natural frequency and maximum static deflection for various linear vibratory systems, Journal of Sound and Vibration 162(3)/1993;
- B12.)** Bert C.W. , Malik M. , Frequency equations and modes of free vibrations of rectangular plates with various edge conditions , Journal of Mechanical Engineering Science , p.307 vol.208 nr.C5 / 1994
- B13.)** Beskos D. E. (editor), Boundary element analysis of plates and shells, Springer Verlag, Berlin, /1991;
- B14.)** Beskos D. E., Boundary element methods in dynamic analysis, Appl. Mech. Rev., Vol. 40, No.1, January 1987;
- B15.)** Beskos D. E., Boundary element methods in mechanics, Volume 3 in "Computational methods in mechanics", Elsevier Science Publishers, BY /1987;
- B16.)** Bezuhov M. I., Teoria elasticitatii si plasticitatii, Editura Tehnică, Bucuresti, 1957;
- B17.)** Bia C., Ilie V., Soare M. V., Rezistenta materialelor si teoria elasticitatii, Editura Didactică si Pedagogică. Bucuresti, 1983;
- B18.)** Bielefeld J., Über die Starrheit von Werkzeugmaschinen gestellen, Teză de doctorat, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1981;

- B19.)** Bidnii G. R., Kolcin G. B., Klovanici S. F., Matricinii metod rescania zadaci stroitelnoi mehaniki, Kisinev, "Stiinta", 1981;
- B20.)** Bitemo K. B., Gramelli R., Tehnicskaia dinamika, Moskva, 1950;
- B21.)** Bland J.A., Discrete-variable optimal structural design using tabu research, Structural Optimization Editors: G Rozvany, J.Sobieski vol.10 nr.2/1995,p.87
- B22.)** Blumenfeld M., Rezistenta materialelor pentru facultatea de aeronave, I.P. Bucuresti, 1983
- B23.)** Blumenfeld Maty Introducere in metoda elementelorfinite,Ed.Tehnica,Bucuresti 1995
- B24.)** Bogdan L.,Barbu S.,Barsan I.,Bercan N Diagnosticarea starii de uzura a sculei la strunjire prin controlul acceleratiei vibratiei v.XIX/p.207-212 Sesiunea Implicarea cercetarii stiintifice in dezvoltarea si modernizarea produselor de fabricatie.Sectiunea Mecanica Aplicata. Sibiu,17-18 Noiembrie 1995.
- B25.)** Boleantu L., Dobre I., Aplicatii ale mecanicii solidului deformabil în constructia de masini, Editura Facla, 1978;
- B26.)** Bolotin V.V. Primenenie metodov teorii veroiatnostei v teoriã plastin i obolozek . Tnedi IV Vsesoiznoi Konferentii po teorii obolozek i plastin . Erevan 1962 p. 3 - 58
- B27.)** Bolotin V.V., Random vibrations of elastic systems, Martinus Nijhoff Publishers, Boston, 1984;
- B28.)** Bondrea I.,Duse M.D.,Simion C.,Optimisation of the Cardanic Transmission Constructive Forms,by Finite Element Method,S2.1/p.29-35 International Conference on Boundary and Finite Elements,ELFIN3,Constanta 25-27 Mai 1995
- B29.)** Botez E., Moraru V., Ispas C., Masini unelte. Bazele teoretice ale proiectării, Vol. 3, Organologia si dinamica, Editura Tehnică, Bucuresti, 1973;
- B30.)** Brandeu L.,Herisanu N., Vibratii datorate neliniaritatii fortei de aschiere in procesele de prelucrare pe masini-unelte v.XVII/p.205-217 Sesiunea Implicarea cercetarii stiintifice in dezvoltarea si modernizarea produselor de fabricatie.Sectiunea Mecanica Aplicata. Sibiu,17-18 Noiembrie 1995.
- B31.)** Brătianu C., Metode cu elemente finite în dinamica fluidelor, Editura Academiei Române, Bucuresti, 1983;
- B32.)** Brebbia C. A., Telles J. C. F., Wrobel L.C., Boundary element techniques, Springer Verlag, Berlin, 1984
- B33.)** Bunea M.,Labo V.,Bucnaru G.,Cu privire la regimurile traserorii ale sistemelor vibratoare cu un numar finit de grade de libertate,v.8/p.91-95 a XXVI-a Sesiune de comunicari stiintifice cu participare internationala-Academia Tehnica Militara,Bucuresti 16-17 Noiembrie 1995
- B34.)** Broderick B.M., Elnishai A.S., Izzvddir B.A., Observation on the effect of numerical dissipation on the nonlinear dynamic response of structural systems, Engineering Structure pag.51 vol.1 nr 1 / 1994
- B35.)** Burczynski T., The boundary element method for stochastic potential problems, Applied Mathematical Modeling, Vol. 9, No. 3/1985;
- B36.)** Burczynski T.,The boundary element method in stochastic problems of elasticity, Mechanics and Computer, Vol. 7, /1988;
- B37.)** Buzdugan Gh.,Fetcu Lucia,Rades M.,Vibratiile sistemelor mecanice,Ed. Academiei Române,Bucuresti, 1975;
- B38.)** Buzdugan Gh., Blumenfeld M., Calculul de rezistență al pieselor de masini, Editura Tehnică, Bucuresti, 1979;
- B39.)** Baran Daniela Vibratii aleatoare si haotice ale structurilor mecanice cu aplicatii in aviatie si energetica nucleara,Teza de doctorat,Universitatea Bucuresti,1995

(C.)

- C1.)** Capatana D.,Calculatorul in ajutorul proiectarii constructiilor.Ed.Tehnica Bucuresti 1976
- C2.)** Capuani D., Merli H. Savoia M., An equivalent continuum approach for composed shear walls, Engineering Structures pag.63 vol16 nr.1 / 1994
- C3.)** Chan C-H, Sherbourne A.N., Grierson D.E., Stiffness optimization technique for 3D tall steel building frame works under multiple lateral loading.p.570,Engineering Structures,vol16 nr1./1994.
- C4.)** Chang T. P., Dynamic finite element analysis of a beam on random foundation, Computers et Structures, Vol. 48, Nr. 4/1993;
- C5.)** Chelu P. Consideratii privind raspunsul dinamic al unei placi vasco-elastice utilizand transformatele integrale "EC" si"ES" partea I v.XVII/p.211-219 Sesiunea Implicarea cercetarii stiintifice in dezvoltarea si modernizarea produselor de fabricatie.Sectiunea Mecanica Aplicata. Sibiu,17-18 Noiembrie 1995.
- C6.)** Chelu P. Consideratii privind raspunsul dinamic al unei placi vasco-elastice utilizand transformatele integrale "EC" si"ES" partea II v.XVII/p.219-225 Sesiunea Implicarea cercetarii stiintifice in dezvoltarea si modernizarea produselor de fabricatie.Sectiunea Mecanica Aplicata. Sibiu,17-18 Noiembrie 1995.
- C7.)** Chen T.Y.,Wang W.R.,Ju J.J.,Lee S.Y.,The Vibrations of a Partially Clamped Trapezoidal Plate,Experimental Mechanics pag.49 vol.35 nr.1 / 1995.
- C8.)** Chiriacescu S. T.,Stabilitatea în dinamica aschierii metalelor, Editura Academiei Române, Bucuresti, 1984;
- C9.)** Chirica I., Mocanu C., Calculul comportarii ansamblului corp-transbordor la lansarea navei v.8/p.291-295 A XXVI-a Sesiune de comunicari stiintifice cu participare internationala,Academia Tehnica Militara,Bucuresti 16-17 Noiembrie 1995
- C10.)** Chirica I., Stoicescu L. Modelarea numerica a vibratiilor generale ale navei v.8/p.287-291 A XXVI-a Sesiune de comunicari stiintifice cu participare internationala,Academia Tehnica Militara,Bucuresti 16-17 Noiembrie 1995

- C11.)** Chung T. J., Finite element analysis in fluid dynamics, University of Alabama, Huntsville, /1977;
- C12.)** Cigam L. Influenta principalelor factori ai frecanri asupra alunecarii intermitente la ghidajele masinilor - unelte  
In : "Studii si cercetari de mecanica aplicata " Nr. 5, 1968
- C13.)** Cioclov Dragos, Mecanica rupei materialelor, Editura Academiei Române, Bucuresti, 1977;
- C14.)** Ciomocos F.D., Ciomocos T., Teoria elasticitatii in probleme si aplicatii, Editura Facla, Timisoara, 1984;
- C15.)** Chiriacescu Sergiu Contributii la studiul stabilitatii dinamice a proceselor de perlturare pe masini - unelte  
aschiitoare . Teza de doctorat , Institutul politehnic Iasi 1971
- C16.)** Coeman M. Elementele constructiilor de masini - unelte . Trad. din limba germana , Bucuresti , I.D.T. ,1952
- C17.)** Constantin G.; Mimiuc C.; Predincea H. Conceptul modelarii geometrice la masinile unelte cu comanda  
numerica . "Constructia de masini" (46) nr. 7 /1994 , p. 28 - 37
- C18.)** Constantinescu I. M., Dănet G. V., Metode noi pentru calcule de rezistentă, Editura Tehnică, Bucuresti, /1989;
- C19.)** Constantinescu I. M., Munteanu M. Gh., Golumbovici D. C., Calcule de rezistenta structurilor de masini si  
utilaje, Editura Tehnică, Bucuresti, 1984;
- C20.)** Constantinescu I; Tacu, T., Calcule de rezistenta pentru utilaje tehnologice. Structuri izotrope axial  
simetrice. Ed. Tehnica, Bucuresti, 1979
- C21.)** Craig R.R. jr. , Structures Methods in Vibration , Journal of Vibration and Acoustics p.207 vol.117(B) / 1995
- C22.)** Creangă I., Luchian T., Introducere în calculul tensorial, Editura Didactică si Pedagogică, Bucuresti, 1963;
- C23.)** Crisan S., Masini unelte, Vol. 1, Editura Tehnică, Bucuresti, 1959;
- C24.)** Cook D. Robert, Concepts and applications of finite element analysis, John Wiley & Sons Inc., London, /1977;
- C25.)** Cook D. Robert, Malkus D. S., Plesha M. E., Concepts and Applications of Finite Element Analysis, John  
Wiley & Sons, New York, 1989;
- C26.)** Cruse T. A., Numerical solutions in three dimensional elastostatics, Int.J.Solid Structures, 1969, Vol. 5, p.1259;
- C27.)** Csonka B., Kozak I., Soares CH. Soares CA., Shape optimization of axysimmetric shells using a higher order  
shear deformation theory . Structural Optimization Ed. Rozvany G., Sobieski J. p.117 vol.9 bnr.2 / 1995
- C28.)** Cuteanu E., Marinov R., Metoda elementelor finite in proiectarea structurilor. Ed. Facla, Timisoara 1980
- C29.)** Ciofoaia V Contributii la studiul stariilor de sollicitare al placilor circulare rigidizate radial, Teza de  
doctorat, Timisoara, 1991

(D.)

- D1.)** Dances I. Metode de optimizare . Algoritmi - probleme . Ed. Dacia , Cluj -Napoca 1976
- D2.)** Dangle Patrick Complage Elements finis equations integrales en elasto-dinamiqueet interaction sol-structures .  
Raports des laboratoires , debaetorie central des ponts et chaussées , Paris ,Anvil , 1990
- D3.)** Deacu L., Pavel Gh., Vibratii la masini unelte, Editura Dacia, Cluj Napoca, 1977;
- D4.)** Diaconescu I., Sirbu Gh., Voicu O. Masini - Unelte . Bucuresti , Editura transport si telecomunicatii , 1959
- D5.)** Dobre I., Curs de rezistenta materialelor, Vol 1-3, Lito I.P. Timisoara, 1979-1983;
- D6.)** Dobre I., Motisan M., Lengyel Z., Cira O., Study of stress and strain state of a lathe body by finite element  
method, Bul. st. si teh. al I.P. "Traian Vuia" Timisoara, Tom 35(49), /1989;
- D7.)** Dobre I., Motisan M., Cira O., Aplicarea metodei elementului finit în studiul stării de tensiune si deformapie la  
batiul de strung, Lucrările "Al III-lea simpozion de matematici si aplicatii", Timisoara, /1989;
- D8.)** Dobre I., Motica A. M., Lengyel Z., Redac R., Analiza numerică si experimentală a deformatiilor într-un batiu de  
strung, Al IV-lea simpozion national de tensometrie si încercări de materiale, Craiova, /1992, p. 562-579;
- D9.)** Dobre I., Motica A. M., Trials of numeric optimization in the building of a frame lathe, "2-nd national conference  
on boundary and finite element with International participation", Sibiu, mai 1993, Vol 2-1, p. 31-38;
- D10,11.)** Dobre I., Chelu P., Motica A. M., Studii privind vibratiile transversale tranzitorii ale unei plăci vâscoelastice,  
"A treia conferință natională de tehnologii si metode moderne de proiectare în constructia de masini", Univ. din  
Craiova, sept. 1994, Partea a I-a, p. 51-56, Partea a II-a, p. 57-62;
- D12.)** Dobre I., Chelu P., Motica A. M., Consideratii privind comportarea dinamică a plăcilor composite, Conferinta  
natională "Dinamica masinilor CDM'94", Brasov, XI/1994;
- D13.)** Dobre I., Motica A. M., Chelu P., Reaserch concerning the dynamics of a frame lathe based on a finite element  
program I-DEAS."3<sup>rd</sup> International Conference on Boundary and Finite Element."Constanta ,Romania/Mai  
1995/vol.2.1;p.68-72
- D14.)** Dobre I., Motica A. M., "Caracteristici statistice ale raspunsului unei plăci supuse la excitatii aleatoare" Sesiunea  
anuala de comunicari stiintifice a Universitatii din Oradea, Sectiunea Mecanica, Rezistenta Materialelor si Vibratii  
Oradea, 2-4 Iunie 1995.
- D15.)** Dobre I., Motica A. M., "Modelarea numerica cu elemente finite a vibratiilor unui batiu de strung" vol.4 pag.137-  
150. A 7-a Conferinta Internationala de inginerie manageriala si tehnologica TEHNO MAN'95, Timisoara 1-2 Iunie 1995.
- D16.)** Dobre I., Motica A. M., "Aspecte aleatoare in dinamica strungurilor" v.XIII/p.249-256 Sesiunea Implicarea  
cercetarii stiintifice in dezvoltarea si modernizarea produselor de fabricatie. Sectiunea Mecanica Aplicata. Sibiu, 17-18  
Noembrie 1995.

- D17.)** Dobre I., **Notica A.M.** "Cercetari numerice si experimentale statice si dinamice pe un batiu de strung" v.8/p127-137 A XXVI-a Sesiune de comunicari stiintifice cu participare internationala, Academia Tehnica Militara, Bucuresti 16-17 Noiembrie 1995
- D18.)** Dobre I., Chelu P., Noi transformari integrale in studiul dinamic al unei bare vasco-elastiche, v.8/p.119-127 A XXVI-a Sesiune de comunicari stiintifice cu participare internationala, Academia Tehnica Militara, Bucuresti 16-17 Noiembrie 1995
- D19.)** Dodoc P. Mecanismul transmiterii vibratiilor la suprafata piesei in procesul de strunjire . In : " Studii si cercetari de mecanica aplicata " . Nr. 5 , 1968
- D20.)** Dodoc P. Stunjirea de inalta precizie . Bucuresti Editura tehnica 1970
- D21.)** Dossing O., Structural testing. Modal analysis and simulation, Bruel & Kjaer, March 1988;
- D22.)** Dragos Lazăr, Principiile mecanicii mediilor continue, Editura Tehnică, Bucuresti, 1983;
- D23.)** Dragos Lazăr, Principiile mecanicii analitice, Editura Tehnică, Bucuresti, 1976;
- D24.)** Draghici Ioan, s.a., Indrumar de proiectare in constructia de masini, Vol. 1-2, Editura Tehnică, Bucuresti, 1981;
- D25.)** Dinca F., Teodosiu C., Vibratii neliniare si aleatoare, Ed. Academiei Romane, Bucuresti, 1969
- D26.)** Dobre I., **Notica A.M.** Consideratii privind vibratiile aleatoare ale unui batiu de strung cu exprimarea polinomiala amortizata a functiilor de excitatie-Partea I-a Sesiunea de comunicari stiintifice a Universitatii "Aurel Vlaicu"-Arad, 16-17 Mai 1996
- D27.)** Dobre I., **Notica A.M.** Consideratii privind vibratiile aleatoare ale unui batiu de strung cu exprimarea polinomiala amortizata a functiilor de excitatie-Partea II-a Sesiunea de comunicari stiintifice a Universitatii "Aurel Vlaicu"-Arad, 16-17 Mai 1996
- D28.)** Dobre I. **Notica A.M.** Masuratori dinamice de deformatii la un strung normal. Analiza rigiditatii dinamice. Al VII-lea Simpozion national de tensometrie cu participare internationala, Suceava 17-19 Octombrie 1996
- D29.)** Dodon E Curs BAGS Lito IPTV Timisoara
- D30.)** Domnisoru L. Contributii privind raspunsul dinamic al corpului navei pe mare agitata. Teza de doctorat, Universitatea din Galati 1996

(E.)

- E1.)** Enache St. Calitatea suprafetelor prelucrate . Bucuresti Editura Tehnica . 1966
- E2.)** Esfandiari R. S., Sadek I. S., Sloss J. M., Optimal open-closed loop control of mechanical systems with structural damping, Journal of sound and Vibration, 163(1)/1993;
- E3.)** Eykhoff P., Identificarea sistemelor (traducere din limba engleză), Editura Tehnică, Bucuresti, 1977;

(F.)

- F1.)** Fathy Hassan Sanad, Performance of joints used in machine tool construction with particular reference to their stiffness and damping capacity, Teză de doctorat, The University of Manchester Institute of Science and Technology, October 1981;
- F2.)** Filonenco-Borodici M. M., Teoria elasticitatii (traducere din limba rusa), Editura Tehnica, Bucuresti, /1952;
- F3.)** Forray M. J., Calculul variational in stiinta si tehnica, Editura Tehnica, Bucuresti, 1975;
- F4.)** Fryba L., Nagakiri S., Yoshikawa N., Stochastic finite elements for a beam on a random foundation with uncertain damping under a moving force. Journal of Sound and Vibration, 163(1)/1993;
- F5.)** Fox R.L. Optimization Methods for Engineering Design. Mechanics and Thermodynamics. Ed. Addison Wesley, 1971

(G.)

- G1.)** Gafiteanu M., Poterasu V. F., Mihalache M., Elemente finite si de frontieră cu aplicatii la calculul organelor de masini, Editura Tehnică, Bucuresti, 1987;
- G2.)** Garbea D., Analiza cu elemente finite. Editura Tehnică, Bucuresti, 1990;
- G3.)** Ghelfond A. O., Calculul cu diferente finite (traducere din limba rusă), Editura Tehnică, Bucuresti, 1956;
- G4.)** Ghemintaru V. I., Kagan B. M., Metodi optimalinovo proiectirovaniia, Moskva, "Energhia"/1980;
- G5.)** Gheorghiu Al. A., Statica constructiilor III. Formulări si metode matriceale in statica lineară. Comportarea si calculul neliniar al structurilor, Editura Tehnică, Bucuresti, 1980;
- G6.)** Ghionea A., Zapciu M., Predinca N., Aurita T. Elemente de calcul pentru sistemele de strangere a semifabricatelor la strunguri v.XIX/p.13-21 Sesiunea Implicarea cercetarii stiintifice in dezvoltarea si modernizarea produselor de fabricatie. Sectiunea Mecanica Aplicata. Sibiu, 17-18 Noiembrie 1995.
- G7.)** Gioncu V., Ivan M., Instabilitatea structurilor din plăci curbe subtiri, Editura Academiei Române, Bucuresti, 1978
- G8.)** Giuggliani M., Gigante A., A general algorithm for multidimensional Cauchy principal value integrals in the boundary element method, Transactions of the ASME, 906/Vol. 57, December 1990;
- G9.)** Giuggliani M., Krishnasamy G., Rudolph T. J., Rizzo F. J., A general algorithm for the numerical solution of hypersingular boundary integral equations, Transactions of the ASME, 604/Vol. 59, 1992;

- G10.) Guiggiani M., Parrera P.**, On the implementation of the Galerkin approach in the boundary element method, *Computers and Structures*, Vol. 33, No. 1/1989;
- G11.) Godunov S. K., Reabenki V. S.**, Scheme de calcul cu diferențe finite (traducere din limba rusă), Editura Tehnică, București, 1977;
- G12.) Gregor Kölsch Siegen**, Diskrete Optimierungsverfahren zur Lösung konstruktiver Problemstellungen im Werkzeugmaschinenbau, VDI Verlag, Düsseldorf, 1992;
- G13.) Groth W.H.**, Die Dämpfung in verspannten Fugen und Arbeitsführungen von Werkzeugmaschinen, Teză de doctorat, Hamburg, 1972;
- G14.) Grunert V.**, Regelungstechnische Untersuchungen zum Problem der Ratterdämpfung durch Totzeitvariation am Beispiel der Drehmaschine, Teză de doctorat, Berlin, 1976;
- G15.) Guzi A. N. (redactor)**, Prostranstvennie zadaci teorii uprugosti i plasticnosti, Vol.1-6, Kiev, Maukova doma, 1984

(H.)

- H1.) Hackenberg H.P.**, Large deformation finite element analysis with inelastic constitutive models including damage, *Computational Mechanics* p.315 vol.16 nr.5 / 1995
- H2.) Haftka R. T., Gürdal Z.**, Elements of structural optimization, Kluwer Academic Publishers, London, 1990;
- H3.) Hardau M.** Analiza stării de tensiuni prin MEF în elementele active ale unei stante v.XIII/p.51-57 Sesiunea Implicarea cercetării științifice în dezvoltarea și modernizarea produselor de fabricație. Secțiunea Mecanica Aplicată. Sibiu, 17-18 Noiembrie 1995.
- H4.) Harris C. M., Crede C. E.**, Socuri și vibrații, Vol. 3: Socuri și vibrații la mașini, vehicule și construcții (traducere din limba engleză), Editura Tehnică, București, 1969;
- H5.) Hinduja S.**, Analysis of machine tool structures by the finite element method, Teză de doctorat, The University of Manchester, Institute of science and technology, october 1971;
- H6.) Huang Wei, Yi-Da Zou.** The dynamic response of an elastic circular plate on a viscoelastic Winkler foundation impacted by a moving rigid body, *JSME International Journal, Series 3*, Vol. 35, No. 2/1992;

(I.)

- I1.) Iacob Caius, Crăciunescu A., Cristea C., Dragos L., Gheorghită St., Trandafir R.**, *Matematici clasice și moderne*, Vol. 1-4, Editura Tehnică, București, 1978-82;
- I2.) Ibrahim R.A.**, Recent Results in Random Vibration of Nonlinear Mechanical Systems, *Journal of Vibration and Acoustics* p.222 vol.117(B) / 1995
- I3.) Iida H., Minami H., Ishigaki T., Kato S.**, Improvement of Transient Vibration by Sensitivity Analysis, *Dynamics, Control, Robotics, Design and Manufacturing*, p.215 vol.38 nr.2/1995
- I4.) Ilinițkii I. J.**, Kolebania v metallorjuscih stankah i nuti ih ustranenia, Masghiz, Moskva, 1958;
- I5.) Ion C., Iliescu V.**, Contribuții privind vibrațiile structurilor de mașini-unelte v.XVII / p.111-17 Sesiunea Implicarea cercetării științifice în dezvoltarea și modernizarea produselor de fabricație. Secțiunea Mecanica Aplicată. Sibiu, 17-18 Noiembrie 1995.
- I6.) Isaev A. J.**, Mikrogeometria poverhnosti pri tokamoi obrabotke, Izd. Akad. Monk. SSSR, Moskva, 1950;
- I7.) Ispas C., Dogariu C., Mohora Cristina.** Simularea comportării statice și dinamice a unor elemente din structurile de bază ale mașinilor unelte, "Construcția de mașini", Nr. 7/1994;
- I8.) Ispas C., Dogariu C., Mohora C.** Simularea comportării statice și dinamice a unor elemente de structura de baza ale mașinilor unelte. "Construcția de mașini" (46) nr. 7 p. 3 - 6
- I9.) Israil A. S. M., Banerjee P. K.**, Advanced development of boundary element method for two-dimensional dynamic elasto-plasticity, *Int. J. Solids Structures*, Vol. 29, No. 11/1992;
- I10.) Ivan Marin**, Bazele calculului liniar al structurilor, Editura Facla, Timisoara, 1985;
- I11.) Irim Mihail**, Analiza dinamică a structurilor și ingineria seismică. Ed. Didactica și Pedagogică, București 1973
- I12.) Iliescu N., Nastasescu V.**, Considerații de calcul privind impactul plăcilor plane cu corpuri dure. Simpozionul jubiliar: "70 de ani de la înființarea Laboratorului de Rezistența materialelor", Timisoara, 1993, p.386-389
- I13.) Ieremia M., Nastasescu V.; Fuiorea I.**, "On the Nonlinear Behaviour of the Plane Multilayered Plates and Crash Simulation by Using Finite Element Method". Proceedings of the 2-nd National Conference on Boundary and Finite Element, with International participation, section 2.1, p.43-52

(J.)

- J1.) Ji-Fan He**, A Refined Shear Deformation Theory of Bending of Isotropic Plates, *Mechanics of Structures and Machines* p.397 vol.22 nr.4 / 1994
- J2.) Jones M.W.C.**, Evolution equations which model the ripples arising from an adjacent mode interaction, *Dynamics and Stability of Systems*, p. 16; vol.10 nr.2 / 1995



**J3.) Joo Ho Choi, Byung Man Kwak, Boundary integral equation method for shape optimization of elastic structures, International journal for numerical methods in engineering, Vol. 26/1988;**

(K.)

- K1.) Kaminskaia V. V., Levina Z. M., Resetov D. M., Stanĳii korpusnie detali metalloreĳuscih stankov, Masghiz, Moskva, 1960;**  
**K2.) Kaminskaia V. V., Pratusевич R. M. Forma portalului la strungurile carusel , raboteze si masini de frezat cu portal . ( traducere din limba rusa ) Bucuresti , I.D.T. In : " Masini - unelte si scule " Nr. 6 / 1957**  
**K3.) Kaminskaia V. V., Resetov D. N. Studiul rigiditatii strungurilor carusel ( traducere din limba rusa ) , In : " Masini - unelte si scule " Nr. 4 / 1956**  
**K4.) Kamiya M., Kita E., Structural Optimization by an Adaptive Boundary Element Method, "Proceedings of the first Join Japan/US Symposium on Boundary Element Methods, University Tokyo, Japan, 3-6 October, 1988;**  
**K5.) Kang E., Haghighi K., Intelligent Finite Element Mesh Generation, Engineering with Computers p.70 vol.11 nr.2 1995**  
**K6.) Karabalis L. Dimitris, Formulation of 3-D dynamic SSI analysis involving contact nonlinearities by time domain BEM-FEM, Engineering analysis with boundary elements, 11/1993, p. 277-284;**  
**K7.) Kilcevskii N. A., Elemente de calcul tensorial si aplicabile lui în mecanică, Editura Tehnică, Bucuresti, 1956;**  
**K8.) Kilcevskii N. A. Integro-diferentialnie i integralnie uravnenia statiki i dinamiki tonkih uprugih obolosek Tnedi IV Vsesoiznoi Konferenĳii po teorii obolosek i plastin . Erevan 1962 p. 95 - 106**  
**K9.) Kiselev V.A. Rasciot priamogolnih ototropnih plastin na uprugom osnovanii s dvuniia harakterietki kakci na staticeskuiu i vibracionnuu nagrezku Tnedi IV Vsesoiznoi Konferenĳii po teorii obolosek i plastin. Erevan 1962 p.527**  
**K10.) Klaas O. , Niekamp R. , Stein E. . Paralel adaptive finite element computation with hierarchical preconditioning , Computational Mechanics p.45 vol.16 nr.1 / 1995**  
**K11.) Knothe K., Wessels H., Finite Elemente - Eine Einfuhrung fur ingenieure, Springer Verlag, Berlin, 1992;**  
**K12.) Kocin N. E., Calculul vectorial si introducerea în calculul tensorial, Editura Tehnică, Bucuresti, 1954;**  
**K13.) Kondou T. , Sueoka A. , Yamashita K. , Moon D.H. , Kawamura T. , Free Vibration Analysis of a Multiple Straight-Line Structure Regarded as a Distributed Mass System by the Transfer Influence Coefficient Method Vibration Control Engineering , Engineering for Industry, p.33 vol.34 nr.1 / 1991**  
**K14.) Kudinov V. A., Dinamica masinilor unelte (traducere din limba rusă), Editura Tehnică, Bucuresti, 1970;**  
**K15.) Kaposta I. Optimizarea functional-constructiva a transmisiilor armonice frontale Teza de doctorat, Timisoara 1995**

(L.)

- L1.) Lam H.J. , Inmau D.J. , Methods of preserving Symetry in Model Updating , Journal of Vibration and Acoustics p.349 vol.117 nr.3(A) / 1995**  
**L2.) Landau L., Lifchitz E., Theorie de l'elasticité (tome 7), Ed. Librairie du globe, Editions MIR, Moscou, 1990;**  
**L3.) Lankaster T., Teoria matrit, Moskva, 1978;**  
**L4.) Lee-Glauser G. , Juang Jer-Nau , Sulla J.L. , Optimal Active Vibration Absorber : Design and Experimental Results Journal of Vibration and Acoustics p.165 vol.117 nr.2 / 1995**  
**L5.) Lee J. E., Fassois S. D., On the problem of stochastic experimental modal analysis based on multiple-excitation multiple-response data, Part I. Dispersion analysis of continuous-time structural systems, Part II: The modal analysis approach, Journal of Sound and Vibration, 161(1)/1993;**  
**L6.) Lemon J.R., s.a Metode practice pentru imbunatatirea unor performante dinamice ale masinilor-unelte "Materials Research and Standards" nr.9 sept.1989, p.31-34, 68-72**  
**L7.) de Leon, S. Paris F., Analysis of thin plates on elastic foundations with boundary element method, Engineering analysis with boundary elements, Vol. 6, No. 4/1989;**  
**L8.) Leung K.L., Zarareh P.B., Beskos D.E., 2D elastostatic analysis by a symmetric BEM/FEM scheme, Engineering Analysis with Boundary Elements, p.67, vol.15 nr.1/1995.**  
**L9.) Levit G. A. Calcule hidrodinamice ale ghidajelor pentru miscarea rectilinie si miscarea circulara . ( traducere din limba rusa , I.D.T.) In : " Masini - unelte si scule " Nr. 9 , 1958.**  
**L10.) Lichnerowicz A., Elements de calcul tensoriel, Collection Armand Colin, Paris, 1958;**  
**L11.) Liew.K.M., Hung K.C., Lim M.K. Roles of domain decomposition in plate vibrations: treatment of mixed discontinuous periphery boundaries. Int. J. Mech. Sci., vol.35, N.7, p.615-632/1993.**  
**L12.) Liew.K.M., Hung K.C., Lim M.K. Method of domain decomposition in vibrations of mixed edge anisotropic plates. Int. J. Solid Structure., vol.30, N.23, p.3281-3301/1993.**  
**L13.) Liew.K.M., Hung K.C., Lim M.K. A continuum three-dimensional vibration analysis of thick rectangular plates. Int. J. Solid Structure., vol.30, N.24, p.3357-3379/1993.**  
**L14.) Liew.K.M., Hung K.C., Lim M.K. Three-dimensional vibration of rectangular plates: variance of simple support conditions and influence of in-plane inertia. Int. J. Solid Structure., vol.31, N.23, p.3233-3247/1993.**

- L15.) Lungu Dan, Ghiocel Dan, Metode probabilistice în calculul construcțiilor, Editura Tehnică, București, 1982;  
 L16.) Lin Y.K., Probabilistic theory of structural dynamics McGraw Hill Company, New York 1967

(.M.)

- M1.) Ma Z-D, Kikuchi N., Cheng H-C., Hagiwara I., Topological Optimization Tehnique for Free Vibration Problems, Structural Optimization Ed. Rozvany G. Sobieski J. vol 62 nr.2 / 1995, p.200.  
 M2.) Manea V., Câteva probleme ale teoriei plăcilor plane elastice, Editura Academiei Române, București, 1966;  
 M3.) Mangeron D., Poterasu V. F., Vulpe A., Teoria optimizării structurilor, cu aplicații, Editura Junimea, Iași, 1980;  
 M4.) Mangeron D., Irimescu M., Mecanica rigidelor cu aplicație în inginerie, Vol. 1-3, Editura Tehnică, București, 1978-82  
 M5.) Manolis G. D., Beskos D. E., Boundary element methods in elastodynamics, London, Unwin Hyman, 1993;  
 M6.) Manoliu R., Vulpe C., Motoi R., Marin V., Onita Gh., Bahrim L., Masini agregate și linii automate. Editura tehnica București, 1965  
 M7.) Massonet Gh., Deprez G., Maquou R., Muller, Fonder G., Calculul structurilor la calculatoare electronice, Editura Tehnică, București, 1974;  
 M8.) Mazilu Panait, Topa Nicolae, Ieremia Mircea, Teoria și calculul plăcilor ortotrope, Editura Tehnică, București, 1983;  
 M9.) Mazilu P., Topa N., Ieremia M., Aplicarea teoriei elasticității și a plăcilor în calculul construcțiilor, Editura Tehnică, București, 1986;  
 M10.) Miura H., Chirgiu M. Approximation of frequency responses based on Larsson's method, Structural Optimization Ed. Rozvany G. Sobieski J. vol 10 nr.1 / 1995, p.9  
 M11.) Mindru Gh., Radulescu M.M., Analiza numerică a câmpului electromagnetic, Editura Dacia, Cluj Napoca, 1986;  
 M12.) Mocanu C., Gavrilă I., Boazu D., Chirica I., Determinarea poziției optime a navei pe sincrolift în vederea lansării v.8/p.295-303 A XXVI-a Sesiune de comunicări științifice cu participare internațională, Academia Tehnică Militară, București 16-17 Noiembrie 1995  
 M13.) Modiga M., Olariu V.D. Controlul răspunsului structurilor la solicitările care apar la construcția și ancorarea de fabricație. Secțiunea Mecanica Aplicata. Sibiu, 17-18 Noiembrie 1995.  
 M14.) Motica A. M., Calculul plăcilor ortotrope, Referat doctorat, Timisoara, 20 Mai 1993;  
 M15.) Motica A. M., Metoda elementului finit aplicată la calculul structurilor din plăci. Rezultate, Exemple, Referat doctorat, Timisoara, Septembrie 1994;  
 M16.) Motica A. M., About lathe frame optimization criteria, "First international conference on mechanical engineering advanced technology for industrial production", Assiut, Egipt, Decembrie 1994;  
 M17.) Motica A.M., "Variația stării de deformare a unui batou de strung normal funcție de turația la arborele principal" Sesiunea anuală de comunicări științifice a Universității din Oradea, Secțiunea Mecanica, Rezistența Materialelor și Vibratii, Oradea, 2-4 Iunie 1995, pag 37-48  
 M18.) Motica A.M., "Vibrații forțate la un batou de strung. Modelarea cu elemente finite." Sesiunea anuală de comunicări științifice a Universității din Oradea, Secțiunea Mecanica, Rezistența Materialelor și Vibratii, Oradea, 2-4 Iunie 1995.  
 M19.) Motica A. M., "Realizarea modelului de element finit pentru structura de rezistență a unui strung folosind programul I-DEAS MS 1.3" v.XIX/p.249-256 Sesiunea Implicarea cercetării științifice în dezvoltarea și modernizarea produselor de fabricație. Secțiunea Mecanica Aplicata. Sibiu, 17-18 Noiembrie 1995.  
 M20.) Motica A. M., "Frecvențe naturale și modurile proprii de vibrație pentru un batou de strung normal, studiate numeric." v.XIX/p.123-133 Sesiunea Implicarea cercetării științifice în dezvoltarea și modernizarea produselor de fabricație. Secțiunea Mecanica Aplicata. Sibiu, 17-18 Noiembrie 1995.  
 M21.) Motica A. M., "Studiul stării deformate a unui batou de strung normal, funcție de variația grosimii peretilor, cu ajutorul metodei elementului finit." v.XIX/p.251-261 Sesiunea Implicarea cercetării științifice în dezvoltarea și modernizarea produselor de fabricație. Secțiunea Mecanica Aplicata. Sibiu, 17-18 Noiembrie 1995.  
 M22.) Motica A. M., "Studiul comparativ al deformațiilor statice - analiza numerică și experimentală pentru un batou de strung normal" Sesiunea Jubiliară de comunicări științifice. Hunedoara, 12-13 Octombrie 1995. v.II p.75-85  
 M23.) Motica A. M., "Studiul comparativ al deformațiilor dinamice - analiza numerică și experimentală pentru un batou de strung normal" Sesiunea Jubiliară de comunicări științifice. Hunedoara, 12-13 Octombrie 1995.  
 M24.) Motica A.M., "Cercetări numerice și experimentale statice și dinamice pe un batou de strung" ,v.8/p127-137 A XXVI-a Sesiune de comunicări științifice cu participare internațională, Academia Tehnică Militară, București 16-17 Noiembrie 1995  
 M25.) Motica A.M., "Considerații privind substructurarea la un ansamblu de plăci plane" Simpozion Aniversar 75 de ani de învățământ Superior Minier în România, Petrosani, 13-14 Octombrie 1995.  
 M26.) Moraru V., Ispas C., Rusu St., Vibrațiile și stabilitatea mașinilor unelte, Ed. Tehnica București, 1982  
 M27.) Munteanu M. Bibliotecă de programe "STRUCT". Universitatea din Brașov 1981  
 M28.) Mihoc Gh., Berthaller C., Urseanu V. Procese stohastice. Elemente de teorie și aplicații. Ed. Științifică și Enciclopedică, București, 1978

- M29.) Mangeron D., Poterasu V.F., Vulpe A.** Teoria optimizării structurilor, cu aplicații. Ed. Junimea Iași, 1980
- M30.) Motica A.M.** "Soluții structurale noi pentru un batiu de strung. Analiza comparativă cu element finit a stării deformate." Sesiunea de comunicări științifice a Universității "Aurel Vlaicu" - Arad, 16-17 Mai 1996
- M31.) Motica A.M.** "Cercetări numerice comparative privind frecvența proprie și greutatea pe diferite variante de batiuni de strung" Sesiunea anuală de comunicări științifice a Universității din Oradea, Secțiunea Mecanica, Rezistența Materialelor și Vibrații. Oradea, 1 Iunie 1996
- M32.) Motica A.M.** "Analiza răspunsului la impuls a unui batiu de strung" Sesiunea anuală de comunicări științifice a Universității din Oradea, Secțiunea Mecanica, Rezistența Materialelor și Vibrații, Oradea, 1 Iunie 1996
- M33.) Mocanu Gh.; Stoian Gh.; Visinescu E.** Teoria funcțiilor de variabilă complexă. Culegere de probleme. Ed. Didactică și Pedagogică București 1970

(N.)

- N1.) Naess N.**, Prediction of extreme response of nonlinear structure by extended stochastic linearization, Probabilistic Engineering Mechanics p.153 vol.10 nr.3 / 1995
- N2.) Nagfeh A.H., Mook D.T.**, Energy Transfer from High-Frequency to Low-Frequency Modes in Structures, Journal of Vibration and Acoustics p.186 vol.117(B) / 1995
- N3.) Natke H.G.**, The Future of Structural System Analysis, Engineering with Computers, p.15 vol.11 nr.1 / 1995
- N4.) Nickolau Rudolf-Georg.** Werkzeugmaschinenengestelle aus Methacrylatharz betone, Fortsch.-Ber. VDI Reihe 2, Nr. 94, Dusseldorf, VDI-Verlag, 1985
- N5.) Noel F., Leon J.C., Trompette P.**, Shape Optimization of Three Dimensional Parts based on a Closed Loop between Structure Analysis and Geometric Modelling, Engineering with Computers, p.114 vol.11 nr.2 / 1995
- N6.) Norrie D.H., Vries G.**, The finite element method. Fundamentals and applications, Academic Press, London, 1973
- N7.) Nowak A.J., Brebbia C.A.**, The multiple-reciprocity method. A new approach for transforming BEM domain integrals to the boundary, Engineering analysis with boundary elements, Vol. 6, Nr. 3/1989;
- N8.) Nastasescu V.** Aspecte aplicative ale substructurării și pseudostructurării, XVI-a Conferința de mecanica solidului, Brașov, 1992
- N9.) Nastasescu V.** Contribuții privind calculul carcaselor blindate. Teza de doctorat, Academia Tehnică Militară, București, 1994

(O.)

- O1.) Ochi Mamoru, Hato Seiichi, Abe Takeji.** Numercial analysis of deformation of rubber composite material (tensile deformation under plain strain), JSME International Journal, Series I, Vol. 35, Nr. 4/1992;
- O2.) Opitz H., Moderne Produktotechnik Stand und Tendenzen.** Essen, Verlag W. Girardet, 1970
- O3.) Opitz H., Weck M.** Determination of the transfer function and its application of the dynamic investigation machine tools under machining conditions. In: "Advances in Machine Tool Design and Research" 1969, Oxford ed. al; 1970
- O4.) Orduña-Bustamante F.**, Accurate finite difference calculation of the natural frequencies of Euler-Bernoulli beams using Richardson extrapolation, Journal of sound and vibration, 162(2)/1993;
- O5.) Ossner E.**, Einführung in die Modalanalyse. Messen+Prüfen/automatik, Ed. Fachhochschule, Augsburg, 1983;
- O6.) Olteanu N., Parvu E.A.** Metode de discretizare a continuului în vederea rezolvării diferitelor tipuri de probleme de mecanica. Vol II, Metoda elementelor finite. I.N.I.D., București 1972

(P.)

- P1.) Pacoste C., Stoian V., Dubina D.**, Metode moderne în mecanica structurilor, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1988
- P2.) Park Y.S., Lee Sh., Park G.J.**, A study of direct vs. approximation methods in structural optimization, Structural Optimization Ed. Rozvany G., Sobieski J. p.64 vol.10 nr.1 / 1995.
- P3.) Parton V., Perline P.**, Equations integrales de la theorie de l'elasticité, Editions MIR, Moscou, 1977;
- P4.) Parton V., Perline P.**, Methodes de la theorie mathematique de l'elasticité, Vol. 1-2, Editions MIR, Moscou, 1984;
- P5.) Pascariu I.** Elemente finite. Concepte-aplicații, Editura Militară, București, 1985;
- P6.) Pavelescu Mărgărit.** Analiză numerică pentru reactori nucleari, Editura Academiei Române, București, 1974;
- P7.) Petcu V., Soare M., Svasta C.**, Automatizarea calculului de rezistență în construcții - #programe Basic, Editura Tehnică, București, 1989;
- P8.) Petre C.C., Sorohan St.**, Local Stressed in Shells Subjected to Concentrated Loads, S2.2/p.150-157, International Conference on Boundary and Finite Elements, ELFIN3, Constanta 25-27 Mai 1995
- P9.) Petruelli G.**, Theoretische und experimentelle Bestimmung der Steifigkeits und Dämpfungseigenschaften normalbelasteter Fügstellen, Teză de doctorat, 1983;
- P10.) Ping-Chun Wang.** Metode numerice și matriceale în mecanica construcțiilor, cu aplicații la calculatoare, Editura Tehnică, București, 1970;

- P11.) Polynkin A.A., Keulen van F., Toropov V.V., Optimization of geometrically nonlinear thin walled structure using the multipoint approximation methode , Structural Optimization Ed. Rozvany G., Sobieski J. p.105 vol.9 nr.2 /1995**  
**P12.) Ponomariov S.D., s.a., Calculul de rezistentă în construcția de masini (traducere din limba rusă), Vol. 1-3, Editura Tehnică, Bucuresti, 1960;**  
**P13.) Popescu Hristache, Chiroiu V., Calculul structurilor optime, Editura Academiei Române, Bucuresti, 1981;**  
**P14.) Posea Nicolae, Rezistența materialelor, Editura Didactică și Pedagogică, Bucuresti, 1979;**  
**P15.) Posea N. Calculul dinamic al structurilor , Editura Tehnica Bucuresti , 1991**  
**P16.) Posea N.,Dinu T.,Algorithm and Programme for Dynamic Calculation of Damping Structure,S4/p.88-100, International Conference on Boundary and Finite Elements,ELFIN3,Constanta 25-27 Mai 1995**  
**P17.) Poterasu V. F., Mihalache N., Elemente de contur. Aplicații, Editura Militară, Bucuresti, 1992;**  
**P18.) Poterasu V.F.,Tanaka K.,Sugano Y., Stochastic Finite Element Modelling of Functionally Gradient Materials S1/p.175-185 International Conference on Boundary and Finite Elements,ELFIN3,Constanta 25-27 Mai 1995**  
**P19.) Potra A. Florian , Runge-Kutta integrators for Multibody Dynamics , Mechanics of Structures and Machines p.181 vol.23 nr.2 / 1995**  
**P20.) Petrița T.,Gheorghiu I.C.Metoda element finit și aplicații Ed.Academiei Romane,Bucuresti 1987**

(Q.)

- Q1.) Qian D. ,Hansen J.S. ,A Time Domain Substructure Synthesis Method for Viscoelastic Structures , Journal of Applied Mechanics pag.407 vol.62 nr.2 / 1995**

(R.)

- R1.) Racoveanu M., Dodescu Gh., Mincu I., Metode numerice pentru ecuații cu derivate parțiale de tip hiperbolic, Editura Tehnică, Bucuresti, 1976;**  
**R2.) Rades M.,Metode dinamice pentru identificarea sistemelor mecanice,Ed. Academiei Române,Bucuresti, 1979;**  
**R3.) Rădulescu O., Sinteze optime în construcția de masini, Editura Tehnică, Bucuresti, 1984;**  
**R4.) Reitman M. I., Sapiro G. S., Metode de proiectare optimă a corpurilor deformabile (traducere din limba rusă), Editura Tehnică, Bucuresti, 1981;**  
**R5.) Reza Faziollah, Spații liniare (traducere din limba engleză), Editura Didactică și Pedagogică, Bucuresti, 1973;**  
**R6.) Robinson John, Integrated theory of finite element methods, John Wiley & Sons, London, 1973;**  
**R7.) Rodrigues H.C., Guedes J.H., Bendsoe H. P., Necessary conditions for optimal design of structures with a nonsmooth eigenvalue based criterion , Structural Optimization Ed. Rozvany G., Sobieski J. p.52 vol.9 nr.1 / 1995**  
**R8.) Rokni M. ,Berger B.S., Minis I. , Characteristics of dimensions Functions Associated with Cutting Measurements , Journal of Vibration and Acoustics p.259 vo.117 nr 3(A) / 1995**  
**R9.) Ross C. T. F., Advanced applied stress analysis, John Wiley & Sons, New York, 1987;**  
**R10.) Rosen R.,Rubinstein M.,Structure Analysis by Matrix Decomposition Journal of the ASCE nr.663/70,1970**  
**R11.) Rozanov V.Processus aleatoires.Edition de Moscou MIR 1975**

(S.)

- S1.) Sandi Horea, Metode matriceale în mecanica structurilor, Editura Tehnică, Bucuresti, 1975;**  
**S2.) Sandu I. , Moraru V. , Mîncu C. Ghidajele masinilor - unelte . Editura tehnica Bucuresti 1967**  
**S3.) Sansour C. ,A Theory and finite element formulation of shells at finite deformations involving thickness change : Circumventing the use of a rotation tensor . , Archive of Applied Mechanics , pag.194 vol.65 nr.3 / 1995**  
**S4.) Savin G. N. Nelinienie zadaci koncentracii napiajenii okolo otverstii v plastinah . Tnedi IV Vsesoiznoi Konferentii po teorii obolosek i plastin . Erevan 1962 p.116 -140**  
**S5.) Schueffler G.I.,Shinozuka M.,Stochastic methods in structural dynamics,Martinus NijhoffPublishers,Boston,1987**  
**S6.) Schwetlick J., Kretzschmar H., Numerische Verfahren für Naturwissenschaftler und Ingenieure. Eine Computer orientierte Einführung Fachbuchverlag, Leipzig, 1991;**  
**S7.) Sedov L., Mecanique des milieux continus, Edition MIR, Moscou, 1975;**  
**S8.) Silas Gh., Grosanu I., Mecanica, Editura Didactică și Pedagogică, Bucuresti, 1981;**  
**S9.) Sinha G., Mukhopadhyay N. ,Transient Dynamic Response of Arbitrary Stiffened by the Finite Element Method , Journal of Vibration and Acoustics p.11 vol.117 nr.1 / 1995**  
**S10.) Siu Lai Chan , Vibration and metal analysis of steel frames with semrigid conitions Engineering Structures p.25 vol.16 nr.1 / 1994**  
**S11.) Skalmierski B., Tylikowski A., Stochastic processes in dynamics, P.W.M., Warszawa, 1982;**  
**S12.) Shoukry Samir Nabih, Some aspects of the dynamic performance of machine tool structural joints, Teza de doctorat, The University of Aston in Birmingham, 1980;**  
**S13.) Soare V. Mirocea, Metode de discretizare a continuului în vederea rezolvării diferitelor tipuri de probleme de mecanică, Vol. 7: Metoda diferentelor finite, J.D.T. Bucuresti, 1972;**

- S14.) Soare V. Mircea**, Aplicarea ecuațiilor cu diferențe finite în calculul plăcilor curbe subțiri, Editura Academiei Române, București, 1968;
- S15.) Soize C.**, Stochastic Linearization method with random parameters of SDOF nonlinear dynamical systems : Prediction and identification procedures , Probabilistic Engineering Mechanics p.143 vol.10 nr.3 / 1995
- S16.) Solomon Liviu**, Elasticitate liniară. Introducere matematică în statica solidului elastic, Editura Academiei Române, București, 1969;
- S17.) Soos E., Teodosiu C.**, Calculul tensorial cu aplicații în mecanica solidelor, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1983;
- S18.) Stoicescu Liviu**, Rezistența materialelor, Universitatea Galați, 1986;
- S19.) Su-Huan Chen, Zhong-Sheng Liu, Tao Xu**, A new method for solving non-linear eigenproblems of vibrations, Computers and structures, Vol. 40, No. 2/1993;
- S20.) Sireteanu T., Gündlach O., Paraianu S.** Vibrațiile aleatoare ale automobilelor. Ed. Tehnica București 1981
- S21.) Svesnikov A.A.**, Prikladnie metodi teorii sluciainih funktsii. Sudpromgiz, Leningrad, 1961
- S22.) Sabac Gh.I.**, Matematici speciale. Ed. didactica și Pedagogica București 1981

(T.)

- T1.) Tarcomnicu R., Blumenfeld M.**, Stress Analysis and Design Optimization of a H-36 Road Wheel, S2. 1/p.207-211, International Conference on Boundary and Finite Elements, ELFIN3, Constanta 25-27 Mai 1995
- T2.) Târcolea C., Filipoiu A., Bontas S.**, Tehnici actuale în teoria fiabilității, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1989;
- T3.) Teodorescu P. P.**, Probleme plane în teoria elasticității, Vol 1-2, Ed. Academiei Române, București, 1961, 1966;
- T4.) Teodorescu P. P.**, Probleme spațiale în teoria elasticității, Editura Academiei Române, București, 1970;
- T5.) Teodorescu P. P.**, Dinamica corpurilor liniar-elastice, Editura Academiei Române, București, 1972;
- T6.) Teodorescu M.**, Metode vectoriale în "fizica matematică", Editura Tehnică, București, 1954;
- T7.) Teodorescu P. P., Ilie V.**, Teoria elasticității și introducerea în mecanica solidelor deformabile, Vol. 1-3, Editura Dacia, Cluj Napoca, 1976-80;
- T8.) Tertisco M., Stoica P.**, Identificarea și estimarea parametrilor sistemelor, Ed. Academiei Române, București, 1980
- T9.) Timoshenko S. P., S. Woinowski-Krieger**, Teoria plăcilor plane și curbe, Editura Tehnică, București, 1968;
- T10.) Tiu-Loi F., Vimonasit V.**, Elastoplastic Analysis of Semi-Rigid Frames Under Cyclic Loading , Mechanics of Structures and Machines p.17 vol.23 nr.1 / 1995
- T11.) Topa N.**, Teoria elasticității. Partea a II-a: Plăci plane, Inst. de construcții, București, 1983;
- T12.) Tsujii T., Yamashita T., Syugyo M.**, Free Vibrations of Twisted Cantilevered Thin Plates Having Thickness Varying in Two Directions , Dynamics , Control , Robotics , Design and Manufacturing , p.385 vol.38 nr.2 / 1995
- T13.) Tzioufas J., McFarland D. M., Bergman L. A.**, Vibration of multiple-point connected discrete-distributed structures, Journal of sound and vibration, 174(1)/1994;
- T14.) Tiron M.**, Analiza preciziei de estimare a funcțiilor aleatoare. Ed. Tehnica București 1981

(V.)

- V1.) Vaduva I., s.a** Ingineria programării, Ed. Academiei Române, București 1985
- V2.) Vaicum A.**, Studiul reologic al corpurilor solide, Editura Academiei Române, București, 1978;
- V3.) Vasiliev G.V.**, Bazele calculului structurilor aeronautice cu pereți subțiri, Vol. 2, Editura Academiei Române, București, 1988;
- V4.) Vasiliev G. V., Giurgiutiu V.**, Stabilitatea structurilor aeronautice, Editura Tehnică, București, 1990;
- V5.) Visarion V.**, Stări de tensiune în teoria plăcilor curbe, Editura Academiei Române, București, 1967;
- V6.) Voinea Radu, Voiculescu D.C., Simion F. P.**, Introducere în mecanica solidului cu aplicații în inginerie, Editura Academiei Române, București, 1989;

(U.)

- U1.) Ungureanu I., Micu C., Radulescu A.** Contribuții la elaborarea unei metodici de cercetare a rigidității statice a strungurilor carusel. In "Construcții de mașini" Nr. 10 / 1970
- U2.) Ungureanu I., Radulescu A., Micu C.** Contribuții la elaborarea unei metodici de cercetare a rigidității statice a strungurilor normale. In "Construcții de mașini" Nr. 5 / 1970
- U3.) Utsumi M.**, Active Vibration Control of a Three-Dimensional Flexible Frame Structure , Vibration Control Engineering . Engineering for Industry , p.176 vol.34 nr.2 / 1991

(W.)

- W1.) Warkentin A., Semercigil S. E.** A passive joint controller for the flexible robotic arm, Journal of sound and vibration, 174(1)/1994;

- W2.) Weck Manfred**, Werkzeugmaschinen fertigungssysteme, Konstruktion und, Band 4: Meßtechnische Untersuchung und Beurteilung, VDI Verlag, Dusseldorf, 1992;
- W3.) Weck Manfred**, Werkzeugmaschinen fertigungssysteme, Band 2: Konstruktion und Berechnung, VDI Verlag, Dusseldorf, 1991,
- W4.) Weck Manfred, Vonderhagen H.**, Optimierung von Gußbauteilen hinsichtlich Festigkeit und Steifigkeit, VDG Fachbericht, Verein Deutscher Giessereifachleute, Düsseldorf, 1991;
- W5.) Weck Manfred, Heimann A., Steinke P.**, Katalog zur Auswahl günstiger Geometrieformen für statisch belastete Maschinenbetten, West Deutscher Verlag, 1980;
- W6.) Whiteman J. R.**, The mathematics of finite elements and applications, Academic Press, London, 1973;
- W7.) Wu J.K., Wang H.J., Fang C.X., Liu T.H.**, A Logic based Mechanical System Constrain Model Engineering with Computers (An International Journal Computer-aided Mechanical and Structural Engineering) p.157 vol.11 nr.3/1995

(X.)

- X1.) Xu J., Gasch R.**, Medale Behandlung linear periodisch zeitvariater Bewegungsgleichungen ,Archive of Applied Mechanics pag 178 vol.65 nr.3 / 1995.

(Y.)

- Y1.) Yang K.D., Lee S.H., Bae D.S., Suh M.S.**, Use of Joint Geometric Conditions in Formulating Cartesian Constraint Equations , Mechanics of Structures and Machines p.395 vol.23 nr.3 / 1995
- Y2.) Yoshida S., Kawabe Y., Takahashi T.** , An Optimization Approach to improving Eigenvalue of Light-Weight Beam Structures , Dynamics , Control , Robotics , Design and Manufacturing , p.23-vol.38 nr.1 / 1995

(Z.)

- Z1.) Zapciu M., Minciu C., Predincea M.**, Metode de determinare experimentală a rigidității statice a masinilor unelte, "Constructia de masini", Nr. 7/1994;
- Z2.) Zhao Z.**, Shape design sensitivity analysis and optimization using the boundary element method, Springer Verlag, Berlin, 1991;
- Z3.) Zienkiewicz O. C.**, The finite element method, McGraw Hill Book Company (UK), 1985;
- Z4.) Zienkiewicz O. C., Taylor R. L.**, The finite element method, solid and fluid mechanics, dynamics and non linearity, Vol. 2, McGraw Hill Book Company, London, 1991;
- Z5.) Zgura G., Ispas C.** Cercetari privind constructia unui dinamometru pentru studierea celor trei componente ale fortei de aschiere . In : " Studii si cercetari de mecanica aplicata " Nr. 1 / 1971
- Z6.) Zgura Gh., Ispas C.** Unele consideratii privind influenta dispozitivului asupra comportarii dinamice a sistemului tehnologic . In: " Constructii de masini " Nr. 12 / 1971

(\*.)

- 1) \*\*\*Programul ANSYS 5 - ANSYS User's manual, RZTU, Hamburg, 1993;
- 2) \*\*\*Programul MARC-MENTAT II -Einführung in Mentat II, Pre/Postprocessor für das FE-Programmpaket MARC, RTZU, Hamburg, 1993;
- 3) \*\*\*Programul I-DEAS - Master series 1.3 System dynamics analysis - User's guide, SDRC, Milford Ohio, 1993;
- 4) \*\*\*Programul I-DEAS - Master series 2.0 System dynamics analysis - User's guide, SDRC, Milford Ohio, 1995;
- 5) \*\*\*Programul SAP.5 -Manual de utilizare, Analiza liniară statică și dinamică prin "metoda elementului finit", University of California, Berkeley 1971
- 6) \*\*\*Seminar der firma Kistler Instruments GmbH, Signal und systemanalyse mittels FFT Spektrumanalysatoren, Berlin, März 1988;
- 7) \*\*\*Fonta pentru masini - unelte. Bucuresti I.D.T. , 1967
- 8) \*\*\*Norma DIN 1691-85 Gusseisen mit Lamellengraphit
- 9) \*\*\*Programul Mathcad5 Plus pentru Windows95, Tutorial 1994-International CorrectSpell by Houghton Mifflin Company
- 10) \*\*\*Inlăturarea vibratiilor în timpul strunjirii, Editura Tehnică, Bucuresti, 1952;