UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN TIMIŞOARA
FACULTATEA DE ELECTROTEHNICĂ

ing. IOAN BERE

CONTRIBUŢII LA STUDIUL CÂMPULUI MAGNETIC PRIN METODE NUMERICE, CU APLICAŢII LA CALCULUL UNOR SISTEME CU MAGNEŢI PERMANENŢI

Conducător ştiinţific
prof.dr.doc.ing. CONSTANTIN ŞORA

1 9 9 5

CUPRINS

INTRODUCERE

Magnetismul în general și sistemele cu magneți permanenți în particular reprezintă un domeniu vechi al cunoașterii științifice și al aplicațiilor tehnice, dar care mereu este în actualitate, atât prin continua descoperire de materiale cu proprietăți și utilizări tehnice noi, cât și prin metodele de abordare și calcul tot mai perfecționate.

Magneții permanenți sunt folosiți pe scară largă în tehnică, fiind componente esențiale în realizarea unei mari varietăți de echipamente [21, 23, 24, 37, 46, 70, 89, 100, 127]. Astfel, o bună parte din producția mondială de magneți permanenți este utilizată la realizarea sistemelor de acționare electromecanică (motoare, dispozitive de ridicat, cuplaje, lagăre, separatoare magnetice etc.). O altă categorie este utilizată în sisteme de automatizare (relee, traductoare etc.), în telecomunicații, informatică, dispozitive electroacustice, tehnica de prelucrare a datelor precum și în dispozitive de măsură si control. Pe lângă acestea, există și alte domenii de utilizare (medicină, ghidarea fasciculelor de particule încărcate, microunde etc.), dar trebuie precizat că mereu apar noi realizări, care lărgesc continuu spectrul direcțiilor de utilizare a magneților permanenți.

Literatura de specialitate pe plan mondial arată că în ultimii ani există preocupări sistematice și ample orientate în scopul obținerii unor materiale pentru magneți permanenți cu proprietăți deosebite [17, 21, 51, 65, 70, 127, 133, 134], respectiv preocupări legate de modernizarea și diversificarea metodelor de calcul a sistemelor cu magneți permanenți [2, 4, 12, 26, 31, 47, 67, 77, 82, 83, 118, 119].

În contextul în care utilizarea sistemelor cu magneți permanenți captează tot mai mult interes - având în vedere și descoperirile relativ recente privind materialele pe baza de pământuri rare - preocupările legate de completarea și modernizarea metodelor de calcul apar justificate. Motivația interesului manifestat pentru dezvoltarea metodelor numerice de calcul este complexă. Dintre elementele justificative se pot aminti: nevoia diversificării variantelor de rezolvare a unei probleme concrete, ținând seama de faptul că eficiența unei metode numerice nu este aceeași pentru toate tipurile de probleme și că este important să se aplice algoritmi potriviți pentru fiecare problemă în parte;

necesitatea de a corela rezultatele obţinute prin diferite metode pentru probleme de câmp fara soluţie analitica şi cu posibilitate de verificare practica limitata.

În teza de doctorat, autorul considera materialele magnetice cu proprietaţi date, urmarind ca printr-un calcul cât mai exact sa obţina o cunoaştere cât mai buna, mai completa a sistemelor cu magneţi permanenţi, iar pe aceasta baza sa se poata realiza o marire a performanţelor acestor sisteme. Daca pâna nu demult calculul sistemelor cu magneţi permanenţi era afectat de aproximari destul de importante, în ultimii ani se dezvolta noi metode de calcul, mai adecvate, care pornesc de la problema de câmp pentru sistemele respective [5, 10, 16, 33, 46, 62, 63, 69, 71, 104, 109], utilizând în acest scop calculatoare de capacitate mare. Pe aceasta cale se poate aborda rezolvarea problemei de câmp care apare pentru sisteme neomogene, neliniare şi anizotrope. Stapânirea acesteia conduce la o cunoaştere mai exacta a marimilor macroscopice de stare ale câmpului şi a altor marimi globale, de interes, ce se pot apoi determina. Se ajunge astfel la reducerea etapelor intermediare între proiectare şi realizarea tehnica propriu-zisa, respectiv se obţin performanţe superioare la materiale date. Aceasta este direcţia esenţiala în care se înscrie şi studiul abordat în prezenta lucrare.

În legatura cu îmbunataţirea calculului sistemelor cu magneţi permanenţi se menţioneza mai multe preocupari şi rezultate ale autorului. Astfel, se poate menţiona preocuparea privind stabilirea automata, prin program de calcul, a punctului de funcţionare, folosind unele scheme echivalente. Se considera atât materiale liniare cât şi neliniare. În ultimul caz se ţine seama atât de neliniaritatea jugurilor feromagnetice cât şi de neliniaritatea curbei de demagnetizare a magnetului permanent. Pentru determinarea mai exacta a câmpului magnetic se dezvolta şi se aplica un calcul de câmp pe cale numerica, folosind metoda elementelor finite. O atenţie deosebita este acordata funcţionalei folosite, care se prelucreaza şi se aduce la o forma adecvata scopului urmarit, respectiv prezenţei magneţilor permanenţi. Este important de relevat ca metoda analizata şi aplicata de autor permite determinarea câmpului magnetic atât în exteriorul, cât şi în interiorul magneţilor permanenţi. Importanţa determinarii câmpului magnetic şi în interiorul magneţilor permanenţi consta, în principal, în faptul ca permite cunoaşterea condiţiilor de frontiera necesare calculului câmpului magnetic în spaţiul exterior magnetului permanent. Daca aceste condiţii de frontiera nu se cunosc prin determinarea câmpului magnetic din interior, ele ar trebui stabilite prin masuratori, adica, în acest caz, sistemul ar trebui să fie realizat fizic şi metoda nu s-ar putea utiliza în faza de proiectare. Desigur, condiţiile pe frontieră pot fi, uneori, aproximate.

În ceea ce priveşte îmbunătăţirea performanţelor unor sisteme cu magneţi permanenţi, atenţia autorului s-a îndreptat îndeosebi asupra unor relee magnetoelectrice folosite pe scara largă în protecţiile sistemului energetic sau în alte scheme de automatizare. S-a avut în vedere ideea de bază conform căreia, la materiale cu proprietăţi date, performanţele sistemelor cu magneţi permanenţi depind esenţial de geometria stabilită de proiectant. Metoda de calcul prezentată în teză oferă un grad de precizie ridicat pentru calculul mărimilor de stare ale câmpului magnetic, iar pe această bază se pot determina direcţiile în care se poate acţiona pentru îmbunătăţirea performanţelor acestor sisteme cu magneţi permanenţi. În acest context, în colaborare cu S.C. Relee S.A. Mediaş, s-a realizat un releu cu sensibilitate mărită, necesar în protecţiile sistemului energetic şi cu perspective de a fi folosit ca element sensibil cu foarte bună fiabilitate şi în alte scheme de automatizare.

*

* *

Elaborarea acestei lucrări s-a făcut sub îndrumarea generoasă, competentă şi exigentă a conducătorului ştiinţific *prof.dr.doc.ing. Constantin Şora*. Sfaturile şi observaţiile de înaltă ţinută, sprijinul profesional şi moral de durată au fost elemente esenţiale nu numai în elaborarea tezei, ci şi în activitatea de cercetare în general, în activitatea didactică, în formarea profesională a autorului. Pentru toate acestea, îmi exprim întreaga stimă şi consideraţie pentru Domnia sa, împreună cu cele mai respectuoase mulţumiri.

Pentru disponibilitatea mereu prezentă, pentru sprijinul generos şi discuţiile fructuoase, autorul aduce calde mulţumiri Domnului *conf.dr.ing. Dumitru Radu.*

Tuturor colegilor din catedra de Bazele electrotehnicii, ori de la alte catedre sau din cercetare şi producţie, care l-au sprijinit în diferite momente pe durata elaborării lucrării, autorul le adresează mulţumiri.

De asemenea, ţin să mulţumesc conducerii S.C. Relee S.A. Mediaş pentru cooperare, pentru înţelegerea superioară arătată în legătură cu necesitatea colaborării între cercetarea universitară şi producţie.

Capitolul 1
UNELE ASPECTE DE BAZĂ LA SISTEME CU MAGNEȚI PERMANENȚI

Literatura de specialitate consultată conține numeroase observații cantitative și calitative referitoare la feromagnetism în general și la magneți permanenți în particular [1, 19, 21, 24 32, 35, 74, 86, 100, 114, 127], din care se trec în revistă câteva dintre cele legate de utilizările și dezvoltările ulterioare din lucrare.

1.1. MĂRIMI ȘI RELAȚII SPECIFICE

Forma generală a legii magnetizației temporare este exprimată de relația

$$\bar{M}_t = f\ (\ \bar{H}\ ). \tag{1.1}$$

Forma explicită a acestei dependențe este funcție de materialul considerat. În cazul unor medii izotrope, legea magnetizației temporare se scrie sub forma cunoscută [1, 19, 35, 74, 114],

$$\bar{M}_t = \chi_m\ \bar{H}\ , \tag{1.2}$$

în care susceptivitatea magnetică χ_m este o mărime scalară, adimensională, specifică materialului. La materialele liniare $\chi_m = const.$, iar la cele neliniare $\chi_m = f(H)$.

Ținând seama de legea magnetizației temporare, legea legăturii dintre $\bar{B}$, $\bar{H}$ și $\bar{M}$ devine:

$$\bar{B} = \mu_0\ (\bar{H} + \bar{M}) = \mu_0\ \mu_r\ \bar{H} + \mu_0\ \bar{M}_p = \mu\ \bar{H} + \mu_0\ \bar{M}_p\ . \tag{1.3}$$

În subdomeniile ce nu conțin magneți permanenți $\bar{M}_p = 0$, iar relația (1.3) are forma particulară cunoscută $\bar{B} = \mu\ \bar{H}$.

Pentru materialele anizotrope liniare, legea magnetizației temporare este dată [35, 74, 114] de relația

$$\bar{M}_t = \bar{\bar{\chi}}_m \bar{H} , \tag{1.4}$$

unde $\bar{\bar{\chi}}_m$ este tensorul susceptivității magnetice, iar legea legăturii devine

$$\bar{B} = \bar{\bar{\mu}} \bar{H} + \mu_0 \bar{M}_p , \tag{1.5}$$

$\bar{\bar{\mu}}$ fiind tensorul permeabilității absolute. Se poate observa că, în cazul materialelor anizotrope, vectorii $\bar{M}_t$ și $\bar{H}$ respectiv $\bar{B}$ și $\bar{H}$ nu au, în general, aceeași direcție, cum aveau la materiale izotrope, când χ_m și μ erau mărimi scalare. Vectorii au însă componente cu aceeași orientare după trei direcții ortogonale ale cristalului, numite direcții principale de magnetizare [35, 74, 114].

Ecuațiile câmpului magnetic al magneților permanenți, referitoare la inducția magnetică, sunt:

$$div\, \bar{B} = 0 \tag{1.6}$$

$$rot\, \bar{B} = \mu_0\, rot\, \bar{M} , \tag{1.7}$$

iar pentru intensitatea câmpului magnetic sunt valabile [35, 74, 114] ecuațiile:

$$div\, \bar{H} = -\, div\, \bar{M} \tag{1.8}$$

$$rot\, \bar{H} = 0 . \tag{1.9}$$

Spre deosebire de câmpul inducției magnetice $\bar{B}$, câmpul lui $\bar{H}$ nu este, în general, solenoidal, deoarece $div\, \bar{M} \neq 0$ $div\, \bar{M} = div\, (\chi_m \bar{H} + \bar{M}_p) =$

$\chi_m (-\, div\, \bar{M}) + \bar{H}\, grad\, \chi_m + div\, \bar{M}_p$, de unde rezultă

$$div\, \bar{M} = \frac{grad\, \chi_m}{1 + \chi_m} \bullet \bar{H} + \frac{div\, \bar{M}_p}{1 + \chi_m} . \tag{1.10}$$

Deci, pentru cazul general $div\, \bar{H} \neq 0$, adică $\bar{H}$ are o componentă potențială $\bar{H}_v$, corespunzătoare unei distribuții echivalente de sarcini magnetice fictive, de calcul. Prin analogie cu câmpul electrostatic [114], se poate scrie

$$div\, \bar{H} = div\, \bar{H}_v = \frac{\rho'_{vm}}{\mu_0} , \tag{1.11}$$

relație prin care se definește densitatea de volum ρ'_{vm} [Wb/m^3] a sarcinii magnetice fictive, care are expresia

$$\rho'_{vm} = -\mu_0 \cdot div\ \bar{M}\ . \qquad (1.12)$$

Dacă există suprafețe de discontinuitate pentru componenta normală a lui $\bar{M}$, pe aceste suprafețe se consideră, în scop de calcul, o distribuție superficială a sarcinii magnetice fictive, cu densitatea

$$\rho'_{sm} = -\mu_0 \cdot div_s\ \bar{M} \qquad (1.13)$$

Relația (1.9) arată că, în acest caz, câmpul magnetic derivă dintr-un potențial scalar:

$$\bar{H} = -grad\ V_H\ , \qquad (1.14)$$

în care V_H [A] este potențialul magnetic scalar. În magnetostatică, intensitatea câmpului magnetic are numai componentă potențială ($\bar{H} = \bar{H}_v$), componenta solenoidală fiind nulă.

Pentru exemplificare se poate considera [114] un magnet permanent cilindric, omogen, presupus uniform magnetizat după direcția axei sale (fig. 1.1.a).

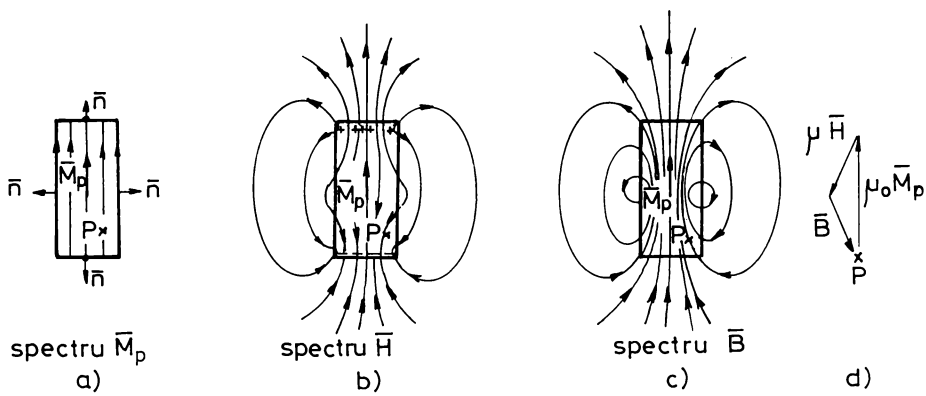


Fig.1.1.

Intensitatea câmpului magnetic corespunde sarcinilor magnetice fictive situate pe polii magnetului, având densitatea $\rho'_{sm} = \mu_0 \cdot M_p$. Spectrul intensitații câmpului magnetic

$\bar{H}$ este dat în figura 1.1.b, iar al inducției magnetice $\bar{B}$ în figura 1.1.c.

Se observă că în exteriorul magnetului liniile de câmp ale intensității câmpului magnetic și inducției magnetice coincid ($\bar{B} = \mu_0 \bar{H}$). În interiorul magnetului există, însă, o diferență mare între spectrele celor două câmpuri, verificându-se în fiecare punct relația (1.3). Se poate menționa faptul că, în interiorul magnetului, vectorul intensitate de câmp magnetic $\bar{H}$ are tendința de demagnetizare a magnetului.

O categorie aparte de substanțe paramagnetice o constituie materialele feromagnetice. Ca și materialele paramagnetice, cele feromagnetice au $\chi_m > 0$ și $\mu_r > 1$, dar ies în evidență, în primul rând, prin valorile mult mai mari. Dintre cristalele de elemente pure, numai nouă prezintă proprietăți feromagnetice [127], și anume: trei metale de tip 3d (Fe, Co, Ni) și șase metale de tip 4f (Gd, Dy, Tb, Ho, Er, Tm). Numărul de aliaje și de compuși cu proprietăți feromagnetice este, însă, foarte mare. Se poate spune că această categorie - a materialelor feromagnetice - este constituită preponderent din metale, din aliaje metalice și din compuși ai metalelor cu alte elemente nemetalice. Cristalele diferitelor materiale au direcții preferențiale de magnetizare (direcții de magnetizare ușoară) diferite. Astfel, la fier direcția de magnetizare ușoară este (100) - după direcția muchiei cubului -, la nichel este (111) - după direcția diagonalei cubului -, la cobalt este (0001) - de-a lungul axei hexagonului [92, 127].

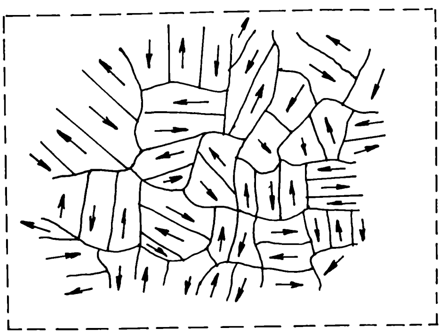


Fig.1.2

Magnetizarea materialelor feromagnetice corespunde unui proces complex. Din punct de vedere macroscopic, feromagnetismul este cel mai bine explicat de teoria domeniilor [92, 114]. Sub temperatura critică (punctul Curie) un corp feromagnetic este constituit din mici domenii magnetizate spontan (fig. 1.2), până la saturație. În interiorul corpului este un număr foarte mare de mici cristale, care nu coincid cu domeniile. În absența unui câmp magnetic exterior, orientarea domeniilor este diferită, astfel că în ansamblu corpul apare demagnetizat. În prezența unui câmp magnetic, pereții domeniilor încep să se mişte, iar domeniile care au o direcție favorabilă de magnetizare uşoară cresc. Acestă creştere este reversibilă atâta timp cât câmpul rămâne mic, iar dacă se suprimă câmpul exterior, magnetizarea globală a eşantionului redevine nulă (v. porțiunea a din curba prezentată în fig. 1.3.a). Pentru câmpuri mai intense (în regiunea b a curbei din fig. 1.3.a) situația se complică.

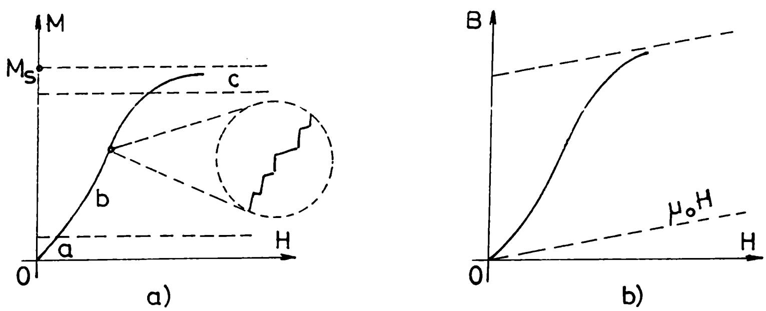


Fig.1.3

În fiecare mic cristal al substanței există tensiuni şi dislocări, există impurități, praf şi imperfecțiuni. Pentru câmpurile din această zonă, peretele domeniului, mişcându-se, se "loveşte" de acestea. Există o energie de interacțiune între peretele domeniului şi o dislocație sau o frontieră în formă de grăunte de impuritate. Peretele domeniului rămâne blocat lângă o astfel de imperfecțiune atâta timp cât câmpul nu depăşeşte anumite valori. Dacă intensitatea câmpului exterior creşte în continuare, la un moment dat peretele se desprinde brusc. Deci, mişcarea peretelui domeniului nu este lină, aşa cum era într-un cristal perfect, ci se mişcă în salturi, iar magnetizația se modifică cu intensitatea câmpului magnetic conform detaliului reprezentat la scara mărită.

Pentru câmpuri destul de intense (porțiunea c a curbei), atunci când toți pereții de domenii s-au modificat, există cristale care au direcțiile lor de magnetizare uşoară diferite de direcția câmpului magnetic exterior. Crescând în continuare câmpul, magnetizarea creşte lin, deoarece "magneții atomici" se rotesc continuu (fără salturi) în câmpul intens.

Experiența arată că valoarea magnetizării de saturație M_s depinde relativ slab de deformațiile elastice şi plastice ale rețelei cristaline şi de alte "defecte" ale cristalului, atunci când ele nu afectează o porțiune mare din volumul total al substanței feromagnetice. Totuși, anumite modificări structurale în constituția substanței pot duce la modificări foarte puternice ale mărimii M_s și chiar la dispariția completă a magnetizării, sau, dimpotrivă, pot duce la apariția magnetizării. De exemplu, la aliaje, dacă se modifică dispunerea atomilor diferitelor componente în nodurile rețelei cristaline, magnetizarea de saturație se poate modifica în limite foarte largi. Starea de saturație magnetică poate fi distrusă și prin încălzirea probei feromagnetice peste punc[illegible] care este 774° C la Fe, 372° C la Ni, 1131° C la Co [114].

Curbele din figura 1.3, obținute plecând de la starea de material nemagnetizat, se numesc curbe de primă magnetizare. După ce s-a obținut curba de primă magnetizare, modificând corespunzător H, se poate obține ciclul de histeresis $B(H)$ sau cel referitor la magnetizație $\mu_0 \cdot M(H)$ (fig1.4). Se remarcă mărimile: inducția magnetică remanentă

$B_r = B\big|_{H=0} = \mu_0 \cdot M_r$ și câmpul coercitiv $H_{CB} = H\big|_{B=0}$ sau $H_{CM} = H\big|_{M=0}$.

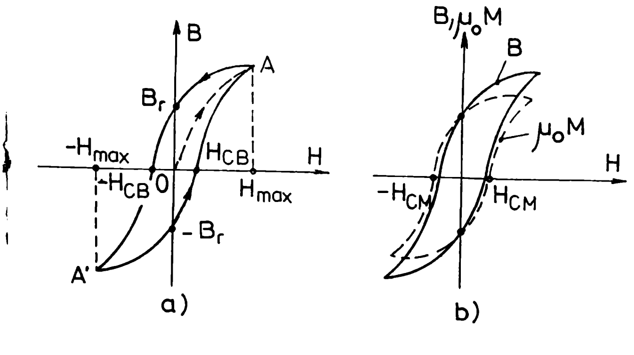


Fig.1.4

Din punctul de vedere al formei ciclului de histerezis, materialele se împart în materiale magnetic moi (fig. 1.5 curba 1) și materiale magnetic dure (curba 2). Materialele magnetic dure au ciclul de histerezis lat, respectiv câmp coercitiv mare, fiind folosite la construcția magneților permanenți (v. par. 1.2).

Dacă se consideră mai multe valori extreme ale intensității câmpului magnetic (H_{max} și $-H_{max}$) se obțin diferite cicluri de histerezis. Curba care se obține prin unirea punctelor de întoarcere ale diferitelor cicluri de histerezis se numește curba de magnetizare; ea diferă relativ puțin de curba de primă magnetizare și se determină pe cale experimentală, fiind diferită de la material la material.

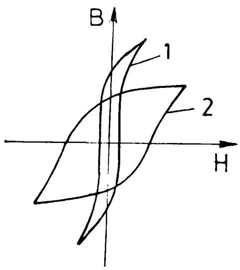


Fig.1.5

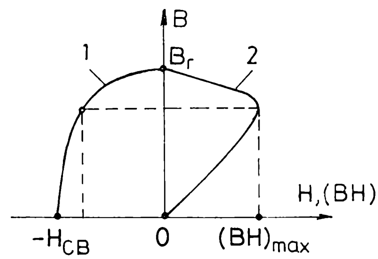


Fig.1.6

Porțiunea din ciclul de histerezis cuprinsă în cadranul doi (fig. 1.6 curba 1) - curba de demagnetizare - precum și dependența produsului ($B\ H$) de inductia magnetică (curba 2) sunt caracteristici importante ale magneților permanenți. Valoarea maximă $(B\ H)_{max}$ se numește energie specifică maximă sau cifră (indice) de calitate.

Pentru caracterizarea comportării materialului feromagnetic neliniar se introduc diferite tipuri de permeabilități.

Permeabilitatea relativă [114] corespunzătoare unui punct P de funcționare pe curba de magnetizare (fig. 1.7) se definește cu relația (1.15) și este proporțională (printr—o constantă de scară k_s) cu tangenta unghiului α făcut de dreapta OP cu abscisa.

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0\ H} = k_s\ tg\ \alpha \qquad (1.15)$$

Permeabilitatea relativă este reversibilă cu H, plecând de la o valoare nenulă în origine (v. permeabilitatea inițială, rel. 1.16), trecând printr-un maxim și tinde spre 1 atunci când $H \to \infty$.

Permeabilitatea relativă în origine, numită permeabilitate inițială [114], se definește cu relația

$$\mu_i = k_s\ tg\ \alpha_0\ . \qquad (1.16)$$

Pentru materiale cu magnetizație permanentă (magneți permanenți) legea legăturii se poate scrie

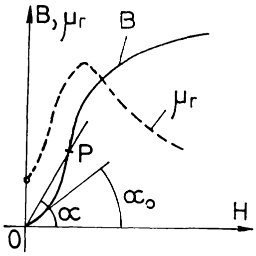


Fig.1.7

$$\bar{B} = \mu_0 \bar{H} + \mu_0 \bar{M}_t + \mu_0 \bar{M}_p = \mu_0 \mu_{rp} \bar{H} + \mu_0 \bar{M}_p = \mu_p \bar{H} + \mu_0 \bar{M}_p \, . \qquad (1.17)$$

unde s-a notat cu μ_p permeabilitatea absolută a magnetului permanent. Deoarece $\mu_0 \bar{M}_p = \bar{B}\big|_{H=0}$, termenul corespunzător magnetizației permanente este inducția magnetică remanentă $\bar{B}_r = \mu_0 \bar{M}_p$. Prin urmare, pentru magneți permanenți se poate defini o permeabilitate relativă cu relația

$$\mu_{rp} = \frac{B - B_r}{\mu_0 H} \, . \qquad (1.18)$$

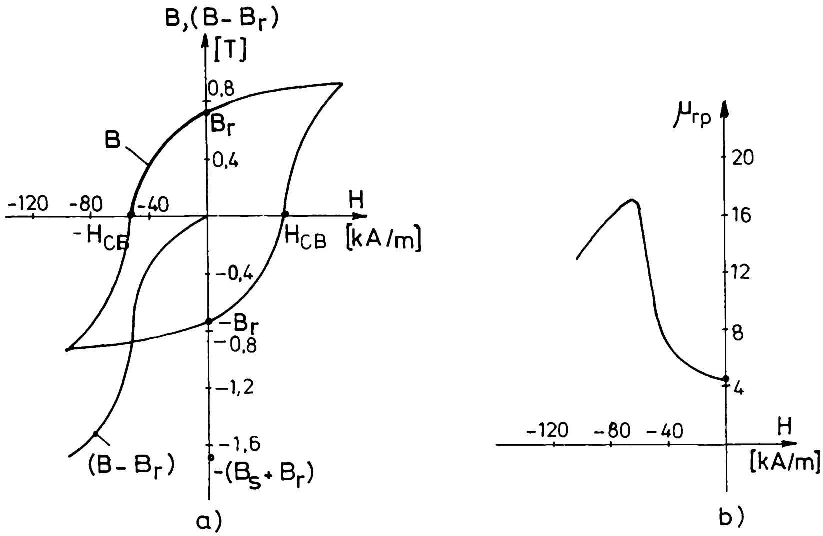


Fig.1.8

Spre deosebire de materialele fără magnetizație permanentă, unde $\mu_r = B \, / \, (\mu_0 H)$, relaţia de definiţie pentru $\mu_{r\,p}$ conţine un termen (B_r) ce depinde de magnetizaţia permanenta. Ţinând seama ca punctul de funcţionare al unui magnet permanent este în cadranul doi al ciclului de histerezis (fig. 1.8.a) rezulta ca $\mu_{r\,p} > 0$. Daca se cunoaşte ciclul de histerezis pentru materialul din care este confecţionat magnetul permanent, se poate determina, punct cu punct, graficul funcţiei $(B - B_r) = f\,(H)$ (fig. 1.8.a), iar din acesta, conform relatiei (1.18), se deduce $\mu_{r\,p} = f\,(H)$. De exemplu, prin extensia curbei de demagnetizare [133] pentru ALNiCO 13 / 5 se obţine ciclul de histerezis aproximativ, iar apoi curba $\mu_{r\,p} = f\,(H)$ (fig. 1.8.b). Valoarea în origine (B = 0, H = 0) pentru $\mu_{r\,p}$ se obţine determinând derivata în origine a funcţiei $(B - B_r) = f\,(H)$. Din relaţiie (1.17 , 1.18), pentru cazul în care termenul $\mu_0\,M_t$ este neglijabil, rezulta ca $\mu_{r\,p} = 1$. În aceasta situaţie ($\mu_0\,M_t = 0$), curba de demagnetizare neliniara 1 (fig. 1.9) este înlocuita cu dreapta 2, care are panta φ , unde

$$k_s \cdot tg\ \varphi = \mu_0 \; . \qquad (1.19)$$

Daca curba de demagnetizare 1 se aproximeaza cu dreapta 3 , de panta φ' (rel. 1.20), magnetizaţia temporara nu este neglijata, dar se aproximeaza $\mu_{r\,p}$ = const.

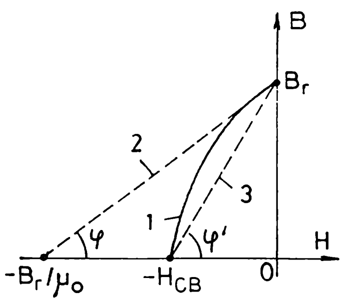


Fig.1.9

$$k_s \cdot tg\ \varphi' = \frac{B_r}{H_{CB}} = \frac{B_r}{B_r\ /\ \mu_0\ \mu_{r\,p}} = \mu_0\ \mu_{r\,p} \qquad (1.20)$$

Deci, magnetizaţia temporara din magnetul permanent poate fi neglijata numai daca se admite aproximaţia

$$tg\ \varphi \approx tg\ \varphi' = k_s^{-1} \cdot \frac{B_r}{H_{CB}} \approx k_s^{-1}\ \mu_0 \; . \qquad (1.21)$$

Este interesant de precizat ca pentru magneţi permanenţi pe baza de pamânturi rare (de ex. $SmCo_5$)-care pot avea curba de demagnetizare practic o dreapta-raportul $B_r\ /\ H_{CB}$

este aproximativ egal cu μ_0. Introducerea noţiunii de permeabilitate relativă la magneţi permanenţi, pe baza relaţiei (1.18), se dovedeşte o operaţiune utilă, deoarece prin mărimea de calcul astfel introdusă se ţine seama în mod convenabil de neliniaritatea curbei de demagnetizare (v. cap. 3, 4).

Permeabilitatea reversibilă [24, 86, 114] se defineşte astfel: presupunem că materialul feromagnetic are o stare de magnetizare diferită de zero, de exemplu cea corespunzătoare punctului P din figura 1.10.

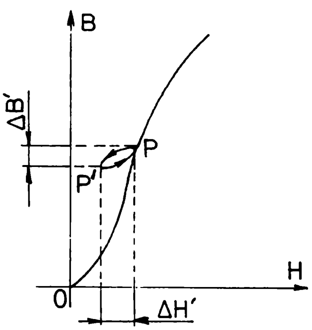


Fig.1.10

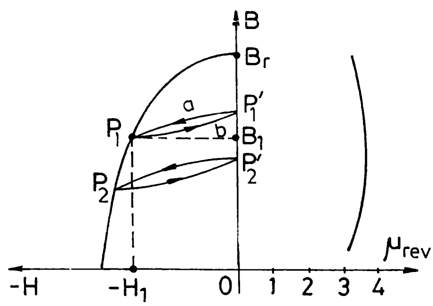


Fig.1.11

Dacă se scade câmpul cu o valoare mică $\Delta H'$ şi apoi se măreşte din nou cu $\Delta H'$, se descrie un mic ciclu de histerezis, foarte îngust, care se poate aproxima cu segmentul de dreaptă PP'. Această transformare, practic reversibilă, este caracterizată de permeabilitatea magnetică reversibilă

$$\mu_{rev} = \lim_{\Delta H' \to 0} \left(\frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\Delta B'}{\Delta H'}\right)_{rev} . \quad (1.22)$$

La un magnet permanent magnetizat şi apoi scos de sub polii electromagnetului care a produs câmpul de magnetizare, punctul de funcţionare coboară pe curba de demagnetizare (fig. 1.11) într-o poziţie căreia îi corespunde o inducţie magnetică mai mică decât B_r, de exemplu în P_1 ($B_1 < B_r$). Poziţia punctului P_1, caracterizată de câmpul demagnetizant $(-H_1)$, datorat polilor magnetului permanent, este în funcţie de forma magnetului permanent şi de circuitul magnetic exterior acestuia. Dacă polii magnetului permanent se scurtcircuitează magnetic (cu un material de permeabilitate foarte mare), practic H = 0 şi se parcurge curba $P_1\ b\ P_1'$, nu curba $P_1\ B_r$. Dacă acum îndepărtează scurtcircuitarea, se parcurge curba $P_1'\ a\ P_1$, obţinându-se astfel ciclul $P_1\ b\ P_1'\ a\ P_1$, foarte îngust. Practic, acest ciclu îngust poate fi aproximat cu segmentul de dreaptă $P_1\ P_1'$ (dreapta de revenire), care va avea coeficientul unghiular proporţional cu permeabilitatea reversibilă [24]. În figura 1.11 este prezentat un exemplu pentru curba $\mu_{rev}(B)$. Permeabilitatea reversibilă poate fi folosită mai ales la aprecierea stabilităţii magneţilor permanenţi. Cu cât μ_{rev} se apropie de valoarea 1, cu atât magnetul este mai stabil; la o variaţie dată a intensităţii câmpului magnetic, variaţia inducţiei magnetice este mai redusă dacă μ_{rev} este mai mic.

1.2. MATERIALE PENTRU MAGNEŢI PERMANENŢI

În cele ce urmează se face o trecere în revistă a principalelor tipuri de materiale pentru magneţi permanenţi, de fabricaţie internă sau externă, incluzând şi categoria pământurilor rare, care prin puternica dezvoltare din ultimii ani a condus la revigorarea producţiei în domeniu. Odată cu noile materiale create, parametrii s-au îmbunătăţit spectaculos [21, 100, 127, 133, 134]. Astfel, azi se produc materiale cu câmp coercitiv H_{CM} > 3200 kA/m, iar cifra de calitate $(BH)_{max}$ > 360 kJ/m^3. Varietatea de materiale pentru magneţi permanenţi este deosebit de bogată şi se extinde mereu, iar denumirile lor comerciale - la compoziţii foarte apropiate sau chiar identice - sunt diferite, în funcţie de firma producătoare.

a. Magneţi permanenţi de tip alni şi alnico. Aliajele pe bază de fier, aluminiu şi nichel se pot împărţi în două grupe mari: prima - fără conţinut de cobalt, numită alni (sau nial) şi a doua - cu conţinut de cobalt, numită alnico (sau nialco ori conial). Magneţii de acest tip, împreună cu cei pe bază de pământuri rare, domină categoric piaţa mondială de magneţi permanenţi [21]. Aliajele alni şi alnico au stabilitate relativ bună la variaţii de temperatură, la şocuri, la vibraţii şi câmpuri demagnetizante. Dezavantajul principal al acestor aliaje constă în fragilitatea lor, prelucrându-se mecanic destul de greu. Pe lângă elementele de bază (Fe, Al, Ni, Co), există și elemenete care, în proporții bine determinate sunt favorabile, îmbunătățind proprietățile aliajului. Varietatea de materiale obținute prin turnare este mare, dar, în ultimul timp, ponderea megneților obținuți prin sinterizare crește. Aceasta se datorează cerinței de a obține forme relativ complicate, care sunt mai dificil de realizat prin turnare, precum și tendinței de a avea un consum mic de material. În tabelul 1.1 sunt prezentate caracteristici mai importante pentru unele aliaje alni și alnico de producție indigenă sau externă [21, 24, 133].

Tabelul 1.1. Magneți de tip alni și alnico

Denumirea	Producător	Inducția remanentă B_r [T]	Câmpul coercitiv H_{CB} [kA/m]	Cifra de calitate $(BH)_{max}$ [kJ/m^3]	Punct Curie T_C [°C]	Densitate ρ [g/cm^3]
Alnico 50/6	El-mag. Buc.	1,26	56	50	850	7,2
Alnico 28/10	El-mag. Buc.	0,8	100	28	870	7,3
Alnico F	El-mag. Buc.	1,35	58	61	850	7,2
Alnico 750	ICPE Buc.	1,3-1,34	55,7-63,7	55,7-63,7	870	7,2
Alnico 1500C	ICPE Buc.	0,7-0,8	115,5-127	27,9-33,4	880	7,3
Alnico 1500	ICPE Buc.	1,0-1,1	115,5-127	55,7-71,6	880	7,3
Alnico 56/6	Sinterom Cluj	1,3	56	56	850	7,2
Alnico 56/7	Sinterom Cluj	1,22	65	56	850	7,2
Alnico 35/5	Sinterom Cluj	1,18	48	35	850	7,2
IUND K 35-T5	URSS	0,8	87	35,2	870	7,3
IUND K 25 BA	URSS	1,28	62	66,3	850	7,2
Alcomax II	Anglia	1,3	46,2	43	840	7,35
Alcomax III	Anglia	1,26	51,7	43	860	7,35
Alcomax IV	Anglia	1,15	59,7	35,8	860	7,35
Alnico 8	SUA	0,8	111	31,8	845	7,25

Din marea varietate de aliaje de tip alni și alnico produse, în figura 1.12 sunt prezentate curbele de demagnetizare la scară ale unor materiale utilizate [133] (v. cap.4, 5).

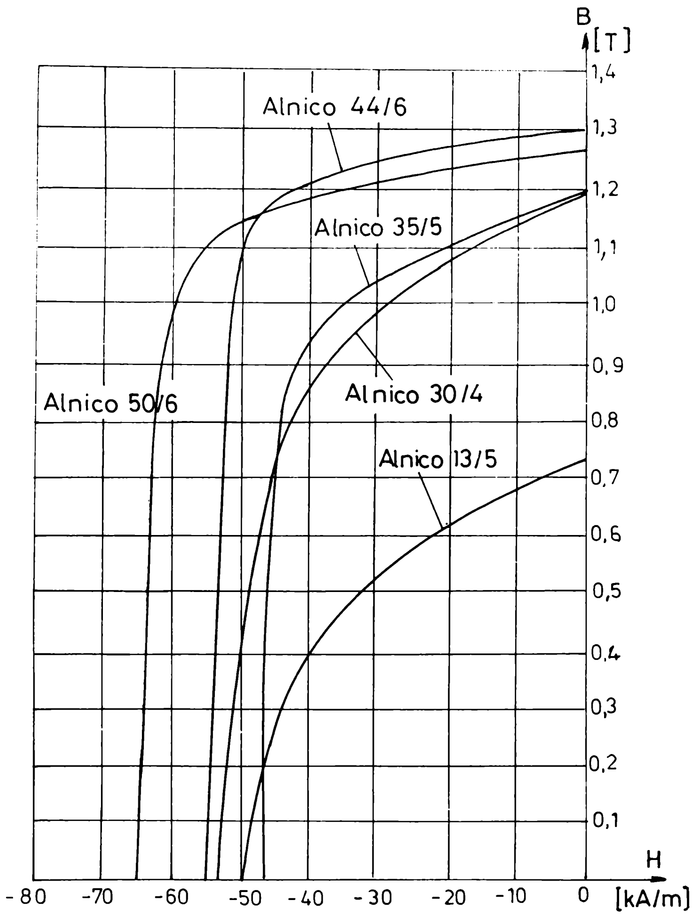


Fig.1.12

b. Magneți permanenți pe bază de pământuri rare. Primele aliaje care conțin metale numite pământuri rare (PR), cu proprietăți specifice magneților permanenți, au fost obținute pe bază de gadoliniu - fier și gadoliniu - cobalt [21]. Apoi s-au realizat compuși PR - Co (unde PR = Y - itriu, Sm - samariu, Ce - ceriu, La - lantan, Nd - neodim, Pr - praseodim, Gd - gadoliniu, Tb - terbiu, Dy - dysprosiu, Er - erbiu), respectiv amestecuri de pământuri rare, cunoscute sub denumirea de mishmetal (MM). În condiții favorabile de preparare și magnetizare, se pot obține curbe de histerezis aproape rectangulare, cu inducția remanenta aproape egala cu cea de saturație. Cele mai mari valori ale câmpului coercitiv și cifrei de calitate obținute până în prezent aparțin magneților pe baza de pamântu[illegible] [21]. [illegible] *Sm Co*, s-a comunicat un [illegible] [illegible]itiv H_{CM} = 3,2 MA / m și o cifra de calitate peste 360 kJ / m^3. Din varietatea foarte mare de compuși realizați se disting doua grupe: b1) magneți de tip PR - Co; b2) magneți de tip PR - Fe - B

b1. Magneții de [illegible] [illegible]u proprietați care variaza considerabil [illegible] [illegible]ziția, tratamentele chimice și termice, gradul de maruntire (se obțin particule de 1 μm), gradul de compactizare etc. În tabelul 1.2. sunt prezentate proprietați de baza, iar în figura 1.13 curbele de demagnetizare pentru unele combinații PR - Co [21, 134].

Tabelul 1.2. Compuși PR - Co

Compusul	Inducția remanenta B_r [T]	Câmpul coercitiv H_{CB} [kA/m]	Cifra de calitate $(BH)_{max}$ [kJ/m^3]	Punctul Curie T_C [^oC]
$Sm_{0,53}Gd_{0,47}Co_5$	0,65	520	84,8	750
$Sm_{0,7}Tb_{0,3}Co_5$	0,78	528	107,2	720
$Sm_{0,65}Dy_{0,35}Co_5$	0,76	592	114,4	690
$Sm_{0,8}Er_{0,2}Co_5$	0,82	608	128	720
$SmCo_5$	0,92	736	168	750
RES 190 (Sm,Co)	0,89	670	154	720

Tabelul 1.3. Compuși PR - Fe - B sinterizați

Compusul	Inducția remanenta B_r [T]	Câmp coercitiv H_{CM} [kA/m]	Cifra de calitate $(BH)_{max}$ [kJ/m^3]	Punct Curie T_C [^oC]
$Nd_{15}Fe_{77}B_8$	1,23	260	290	585
$Nd_{15}(Fe_{0,9}Co_{0,1})_{77}B_8$	1,23	800	290	671
$Nd_{15}(Fe_{0,8}Co_{0,2})_{77}B_8$	1,21	820	260	740

b2. Magneții de tip PR - Fe - B sunt de dată mai [illegible] general, au proprietăți superioare celor de tip PR - Co. În tabelul 1.3 și figura 1.14 sunt prezentate proprietăți de bază, respectiv curbele de demagnetizare pentru unele combinații PR - Fe - B [21].

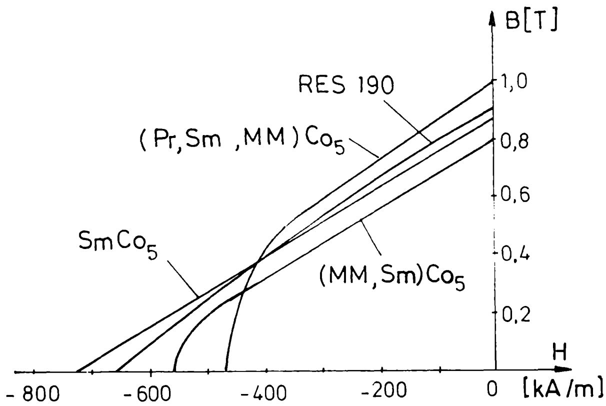


Fig.1.13

c. Alte tipuri de magneți permanenți. Categoriile de magneți permanenți prezentate mai sus au ponderea covârșitoare în producția mondială de profil. Pe lângă acestea, însă, există o varietate foarte mare de alte tipuri prezente în diverse aplicații. Dintre aceste aliaje se amintesc:

c1. Magneții pe bază de fier - crom - cobalt, a căror elaborare prin turnare a fost sugerată de Kaneko și colaboratorii în 1972, fiind deci de dată relativ recentă. Avantajul lor principal, comparativ cu magneții de tip alnico, constă în faptul că majoritatea compozițiilor sunt ductile, oferind astfel posibilitatea prelucrării mecanice mai

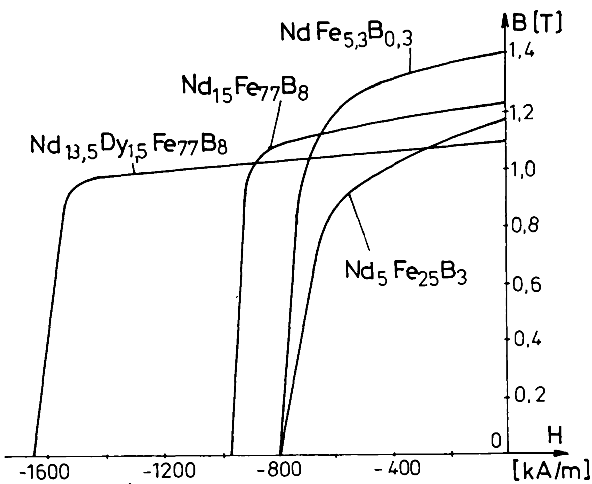


Fig. 1.14

ușoare, în timp ce principalele caracteristici magnetice sunt comparabile. Valorile de vârf ale parametrilor magnetici prezentați în literatura de specialitate [21] sunt:

B_r = 1,56 T, H_{CB} = 82 kA/m, $(BH)_{max}$ = 76 kJ/m^3, cu precizarea că cele trei mărimi nu sunt prezente la aceeași compoziție, ci la amestecuri diferite.

c2. Feritele sunt compuși ce conțin (M, Fe, O), unde M poate fi Ba, Sr sau Pb și au o inducție remanentă și o cifră de calitate relativ mici.

c3. Magneții de tip cupru-nichel-fier și cupru-nichel-cobalt au proprietăți magnetice mai modeste decât cei de tipul alnico, dar au o bună ductibilitate.

c4. Magneții de tip fier-cobalt-vanadiu (vicalloy) au duritate și fragilitate mari.

c5. Magneții de tip cobalt-aluminiu (malcalloy) au proprietăți magnetice mai reduse, dar pot fi prelucrați, în cele mai multe cazuri, prin forjare.

c6. Magneții pe bază de mangan-aluminiu, mangan-bismut, fier-paladiu, platină-fier, platină-cobalt, aur-cobalt, precum și alte combinații, au utilizări restrânse.

1.3. CONSIDERAȚII PRIVIND MAGNETIZAREA, DEMAGNETIZAREA ȘI STABILITATEA MAGNEȚILOR

a. Magnetizarea. Câmpul necesar H_s pentru a magnetiza un magnet la saturație este dependent de forma ciclului de histerezis. Astfel, la materialele cu un ciclu mai îngust, deci un câmp coercitiv H_{CM} mai redus, se recomandă [24, 100] un câmp magnetizant de (4 - 5) H_{CM} (fig. 1.15.a), iar la materialele cu câmp coercitiv mai mare, de (2 - 3) H_{CM} (fig. 1.15.b).

La magneții anizotropi, ciclul de histerezis depinde de poziția magnetului în câmpul magnetizant, deci și H_s este dependent de aceasta. Rezultatul obținut printr-o magnetizare corectă este puternic influențat [117] de eventualele neomogenități parazite ale magnetului (incluziuni cu diverse impurități, goluri de aer, ciobituri sau crăpături ale magnetului etc.).

Un material magnetizat și apoi scos din circuitul în care a fost introdus pentru magnetizare se află în propriul său câmp demagnetizant, punctul de funcționare coborând pe curba de demagnetizare datorită efectului demagnetizant al polilor magnetului. După montarea acestuia în circuitul de lucru, punctul de funcționare se deplasează pe dreapta de revenire (v. fig. 1.11), inducția magnetică și energia specifică

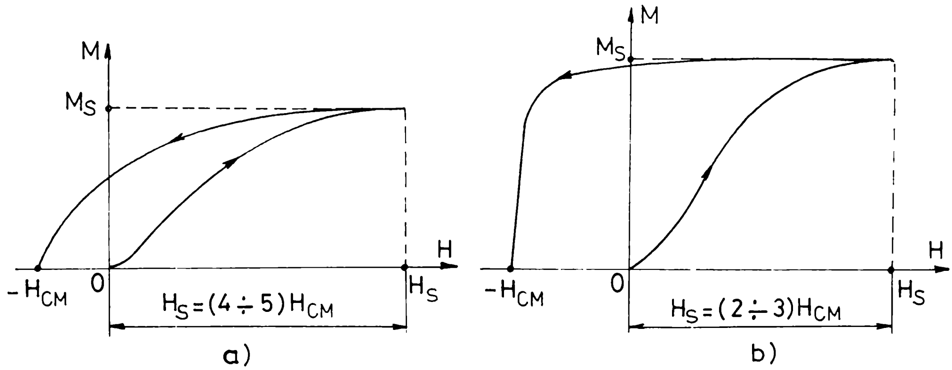


Fig. 1.15

fiind mai mici decât în cazul în care magnetizarea se realizează direct în circuitul de lucru. Din acest motiv, se recomandă ca magnetizarea să fie ultima operației asupra magnetului montat în circuitul său de lucru, mai ales la magneții care au o permeabilitate reversibilă sensbil mai mare ca 1. Pe lângă acest aspect, există și motive legate de dificultăți la montare, care recomandă magnetizarea numai după așezarea magnetului în poziția sa finală (apariția forțelor care îngreunează montarea, atragerea piliturii sau a corpurilor mici din materiale feromagnetice aflate pe masa de lucru etc.). La magneții la care, din anumite motive, se impune magnetizarea în exteriorul circuitului de lucru și au o permeabilitate reversibilă sensibil mai mare ca 1, pentru a evita demagnetizarea pronunțată se recomandă scurtcircuitarea polilor magnetului cu o bucată de fier moale, înainte de a-l scoate de sub polii circuitului care l-a magnetizat. Apoi, atunci când apare necesitatea îndepărtării acesteia, operația se va executa prin smulgere și nu prin frecare, după ce magnetul a fost montat în circuitul de lucru. Îndepărtarea piesei de scurtcircuitare prin frecare conduce la schimabarea traseului preferențial de închidere al fluxului magnetic (traseul cu reluctanța mică) și apariția unor direcții noi ale liniilor de câmp magnetic, care pot conduce la o nouă orientare (nedorită) a magnetizării domeniilor, diferită de cea inițială.

Un magnet care nu este magnetizat la saturație are o energie specifică mai mică și este mai puțin stabil la acțiunea câmpurilor demagnetizante. Deci, instalația de magnetizare trebuie să asigure un câmp intens, corespunzător concentrat. Pentru aceasta este de mare importanța folosirea pieselor polare de forme și dimensiuni adecvate, care să micșoreze dispersia și să dirijeze corect câmpul de magnetizare. În practica magnetizării sunt cunoscute formele pieselor polare și poziționarea lor corectă, care să asigure orientarea momentelor magnetice în direcția dorită și nu o orientare haotică. În figura 1.16 sunt ilustrate comparativ câteva cazuri de magnetizări corecte, respectiv greșite [24]; piesele punctate sunt magneții ce trebuiesc magnetizați, cele simplu hașurate sunt din fier moale pentru direcționarea fluxului magnetic, iar cele dublu hașurate sunt piese de susținere confecționate din material nemagnetic. Este evident faptul că folosirea aceluiași sistem de magnetizare pentru forme diferite de magneți conduce, în general, la magnetizări incorecte.

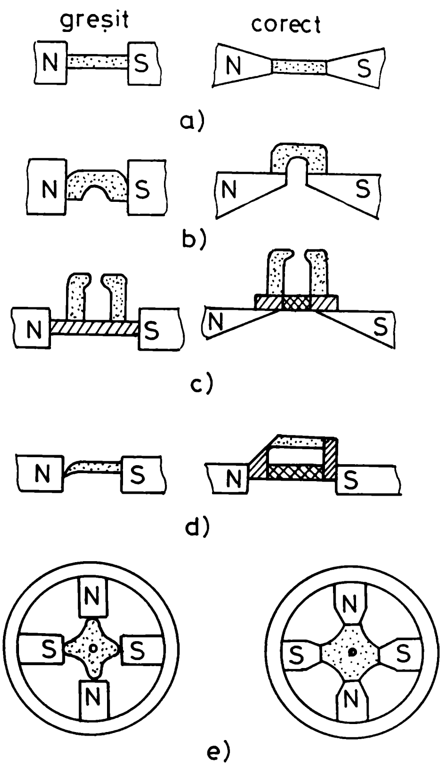


Fig.1.16.

În ceea ce privește modul în care se realizează câmpul magnetic folosit la magnetizare, există mai multe variante. Dintre acestea se amintesc:

a1. Magnetizarea cu magneți permanenți are avantajul independenței față de o sursă de energie exterioară și o întreținere simplă. Cu acest tip de instalații, însă, nu se vor putea magnetiza la saturație decât materiale ce au un câmp coercitiv relativ mic, în general sub 240 kA/m. Literatura de specialitate prezintă și instalații mai deosebite, în care se poate obține câmp mai intens, cum ar fi valori de 800 kA/m [100].

a2. Magnetizarea cu solenoid este foarte des întâlnită, asigurând o productivitate mare. Pentru cazurile obișnuite se utilizează solenoizi clasici, iar atunci când sunt necesare câmpuri de magnetizare foarte mari (cazul unor magneți pe bază de pământuri rare) se utilizează solenoizi supraconductori.

a3. Magnetizarea prin impuls. Magneții cu câmpuri coercitive foarte ridicate impun condiții grele la magnetizare, mai ales la serii mari. Depășirea acestei dificultăți este posibilă prin reducerea timpului de magnetizare, concomitent cu creșterea curentului, deci a câmpului de magnetizare. După modul de obținere a impulsului se deosebesc mai multe variante: șoc de curent controlat din rețea (se utilizează un element de redresare care blochează o semiperioadă), transformator de impulsuri, descărcarea unei baterii de condensatoare etc. Ultima variantă este des întâlnită, mai ales la magnetizări de serie mare. Acest procedeu presupune încărcarea unei baterii de condensatoare și apoi descărcarea rapidă peste o bobină care produce câmpul de magnetizare. În acest mod se pot obține șocuri mari de curent, fără suprasolicitarea rețelei electrice de la care se încarcă bateria de condensatoare. Expresia curentului este dată [114] de relația (1.23)

$$i(t) = \frac{U_0}{2\sigma L}\left(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}\right), \qquad (1.23)$$

unde:

U_0 - tensiunea la care a fost încărcată bateria de condensatoare cu capacitatea C;

L - inductivitatea bobinei de producere a câmpului;

$\sigma = [(R/2L)^2 - 1/LC]^{\frac{1}{2}}$;

R - rezistența echivalentă a circuitului;

$\delta = R/2L$; $p_1 = -\delta + \sigma$; $p_2 = -\delta - \sigma$.

Forma de variație convenabilă a curentului este prezentată calitativ în figura 1.17, dar, pentru aceasta este necesar ca $R > R_{cr} = 2(L/C)^{\frac{1}{2}}$. În caz contrar, se înseriază o rezistență suplimentară astfel încât regimul de descărcare să nu fie subcritic, situație în care curentul are formă de variație oscilatorie amortizată și nu poate fi folosit la magnetizare. În magneții de dimensiuni mari, datorită duratei relativ reduse a impulsului de magnetizare, deci a vitezei mari de variație în timp, este posibil ca adâncimea de

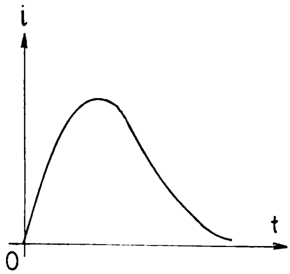


Fig.1.17

pătrundere a câmpului să nu fie suficient de mare, adică să nu se realizeze o magnetizare completă, în toată masa magnetului. În astfel de cazuri se utilizează un procedeu de magnetizare cu câmp constant în timp, cum ar fi cu solenoizi alimentați în curent continuu.

b. Demagnetizarea. Pe parcursul fabricației, manipulării și montării în circuitul final de lucru, magneții sunt deseori magnetizați și demagnetizați. Pentru o demagnetizare completă se cere ca punctul de funcționare pe curba B(H) să fie în originea sistemului de axe. Dacă un magnet se introduce într-un câmp magnetic exterior constant, de sens opus celui care l-a magnetizat, egal ca valoare cu H_{CB}, inducția în magnet devine nulă (fig. 1.18). Magnetul nu este complet demagnetizat, deoarece la anularea câmpului exterior punctul de funcționare se deplasează pe dreapta de revenire $(-H_{CB}, B_{r0})$, inducția nefiind nulă. Pentru o demagnetizare completă, câmpul exterior demagnetizant trebuie să ajungă la valoarea $H_d > H_{CB}$, astfel încât, după anularea câmpului demagnetizant, punctul de funcționare să se deplaseze pe dreapta de revenire AO până în originea sistemului de axe. În practică sunt întâlnite mai multe procedee de demagnetizare, din care se amintesc:

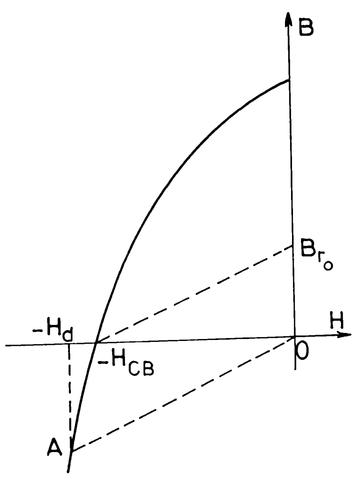


Fig.1.18

b1. Demagnetizarea cu curent alternativ. Se introduce magnetul într-un solenoid alimentat de la rețeaua de curent alternativ sinusoidal și se îndepărtează încet magnetul din solenoid. Demagnetizarea se poate face și cu magnetul introdus în solenoid, urmat de reducerea treptată a intensității curentului prin solenoid, până la anulare. Pentru o demagnetizare eficace, amplitudinea câmpului variabil trebuie să scadă suficient de lent, astfel încât,

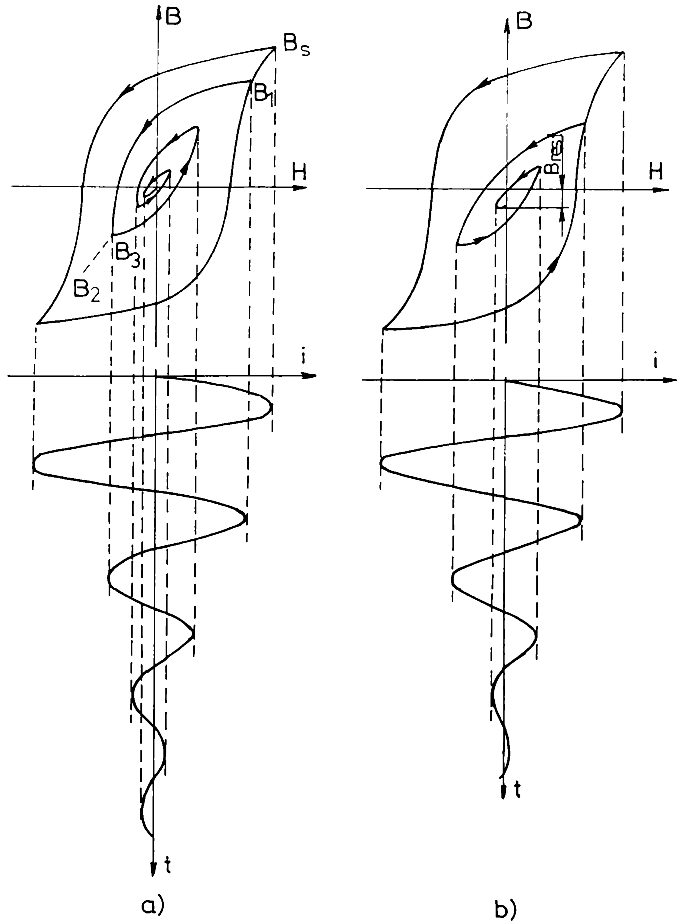


Fig.1.19

parcurgându-se buclele interioare ale curbei de histerezis să se ajungă în origine (fig. 1.19.a). Dacă micșorarea amplitudinii este prea rapidă, poate să apară situația din figura 1.19.b, unde a rămas inducția B_{rest} . Se face precizarea că în figura 1.19 se sugerează modul de parcurgere a buclelor de histerezis, dar viteza de scădere a amplitudinii curentului de demagnetizare trebuie să fie mult mai mică decât cea care rezultă din desene. Pentru o demagnetizare completă a magneților de dimensiuni mari, frecvența tensiunii de alimentare trebuie să fie mică, astfel încât adâncimea de pătrundere să depășească dimensiunea magnetului. Sunt utilizate în mod curent instalații de (25 - 16) Hz, sau chiar mai mici [100].

b2. Demagnetizarea prin impulsuri. Materialele cu câmpuri coercitive mari presupun intensități de câmp demagnetizant crescute, situație în care se recomandă demagnetizarea prin impulsuri. Principiul este cel al descărcării unui condensator peste o bobină care produce câmpul de demagnetizare, asigurându-se un regim subcritic, adică oscilatoriu amortizat. Expresia curentului de descărcare [114] este dată de relația 1.24.

$$i(t) = \frac{U_0}{\omega L} \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin \omega t \,. \qquad (1.24)$$

unde: U_0 , L , δ au semnificațiile de la relația (1.23)

$\omega = [1 / LC - (R / 2L)^2]^{1/2}$

Forma de variație a curentului ce apare prin descărcarea condensatorului, dacă $R < R_{cr}$, este prezentată în figura 1.20. Principial, instalația de magnetizare prin impulsuri poate fi folosită și la demagnetizare, prin schimbarea valorii rezistenței echivalente R a circuitului, pentru a realiza regimul aperiodic la magnetizare, respectiv oscilatoriu amortizat la demagnetizare. Sunt cazuri, însă, când bobina folosită la magnetizare este diferită de cea pentru demagnetizare urmărindu-se particularități constructive care să o facă mai eficientă, în funcție de operație.

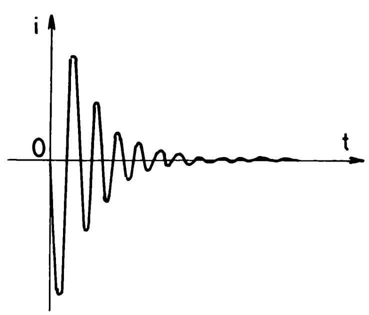


Fig.1.20

b3. Demagnetizarea cu câmp constant. În cazul magneților de dimensiuni mari, demagnetizarea cu câmp variabil s-ar putea să nu dea satisfacție, câmpul demagnetizant nepătrunzând în toată masa magnetului. În astfel de situații se poate realiza demagnetizarea cu ajutorul unui câmp produs de curent continuu, de exemplu.

b4. Demagnetizarea prin încălzire. Demagnetizarea materialelor cu câmpuri coercitive foarte mari este dificilă datorită câmpului magnetic foarte intens, necesar în acest caz. Apare astfel tendința de a folosi metoda demagnetizării prin încălzire peste punctul Curie. Se face precizarea că nu la toate materialele se poate aplica această metodă, fără a întâmpina dificultăți. Astfel, sunt materiale care chiar sub punctul Curie își schimbă structura ce a asigurat bune proprietăți magnetice, fără să mai revină când proba se răcește. În principiu, la astfel de materiale ar trebui reluate toate tratamentele termice în câmp magnetic din ciclul de fabricație, care să asigure din nou proprietăți magnetice bune.

c. Stabilitatea magneților. O bună stabilitate presupune menținerea în timp a caracteristicilor magnetice ale magneților. Nu există o bază teoretică bine pusă la punct pentru modificarea caracteristicilor magnetice în funcție de diverși factori. Literatura de specialitate [21, 24, 127, 134] conține mai multe precizări calitative și cantitative (experimentale) referitoare la principalii factori care influențează stabilitatea magneților: temperatura, câmpul magnetic, modificarea (îmbătrânirea) structurală, solicitările mecanice, compoziția chimică etc. Pentru ca influența factorilor amintiți să fie mai redusă după punerea în funcțiune a circuitului cu magnet permanent, în mod obișnuit se procedează la stabilizarea acestuia. Astfel, se aplică un tratament termic, câmpuri demagnetizante, șocuri și vibrații etc., înainte ca magnetul să fie pus în funcțiune, obținându-se o mai bună stabilitate în timpul exploatării.

Capitolul 2
DETERMINAREA PUNCTULUI DE FUNCȚIONARE FOLOSIND UNELE SCHEME ECHIVALENTE

În acest capitol se abordează problemele specifice circuitelor cu magneți permanenți, pentru cazul în care sunt acceptate aproximările referitoare la lucrul cu valorile medii ale mărimilor de stare în secțiunile circuitului magnetic. Este considerat și cazul unor sisteme neliniare (v. par. 2.3), care, prin particularizări simple, poate include și situația când materialele magnetice au caracteristici liniare.

2.1. CONSIDERAȚII INTRODUCTIVE

Se consideră un tor uniform magnetizat, fără întrefier (fig. 2.1.a). Inducția magnetică în tor este inducția remanentă B_r (fig. 2.1.c). Dacă se practică un întrefier δ relativ mic, punctul de funcționare coboară pe curba de demagnetizare în P.

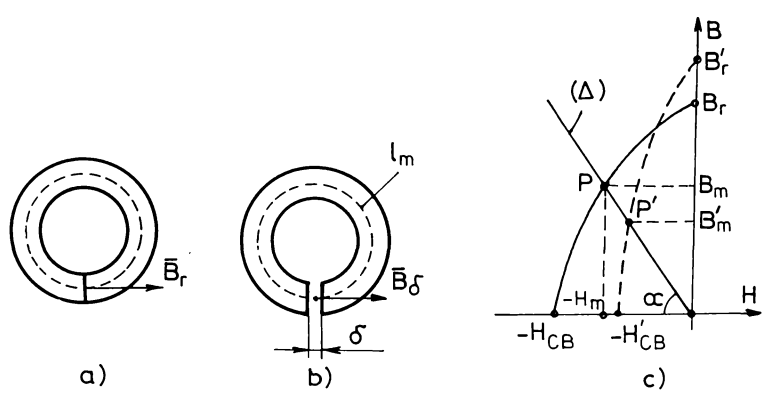


Fig. 2.1

Inducția magnetică în magnet a scăzut de la B_r la B_m , iar în magnet apare un câmp demagnetizant ($-H_m$). Punctul P se află la intersecția curbei de demagnetizare cu dreapta (Δ), specifică circuitului exterior magnetului, adică întrefierului practicat. Panta acestuia este dată [35, 114] de relația:

$$tg\ \alpha = \frac{B_m}{H_m} \bullet \frac{k_H}{k_B} = \mu_0 \bullet \frac{k_d\ l_m}{\delta} \bullet \frac{S_\delta}{S_m} \bullet \frac{k_H}{k_B}\ , \tag{2.1}$$

unde: k_H , k_B - coeficienți de scară pentru H și B; $k_d = B_m\ S_m\ /\ B_\delta\ S_\delta$ - coeficient de dispersie supraunitar; S_m , S_δ - ariile secțiunilor transversale prin magnet, respectiv prin zona utilă a întrefierului.

Intensitatea câmpului demagnetizant este

$$H_m = \frac{k'_{dm}}{\mu_0} \bullet B_m\ , \tag{2.2}$$

în care apare factorul de demagnetizare

$$k'_{dm} = \frac{1}{k_d} \bullet \frac{\delta}{l_m} \bullet \frac{S_m}{S_\delta} < 1\ . \tag{2.3}$$

Din relația (2.1), respectiv din figura 2.1.c , se poate observa că, dacă întrefierul crește, păstrându-se neschimbate celelalte dimensiuni, unghiul α scade, adică B_m și B_δ scad. La aceeași geometrie a circuitului magnetic (același α), punctul de funcționare corespunde unei inducții magnetice cu atât mai mari cu cât materialul magnetic este mai dur, adică are câmp coercitiv mai mare (fig. 2.1.c). Punctului de funcținare P îi corespunde o inducție magnetică B_m superioară punctului P', cu toate că s-a considerat $B_r' > B_r$. Aceasta relevă importanța utilizării materialelor magnetic dure la construcția magneților permanenți. Pentru cazul considerat în figura 2.1, dacă se notează cu $V_\delta = S_\delta \bullet \delta$ volumul întrefierului și cu $V_m = S_m \bullet l_m$ volumul magnetului, rezultă

$$\frac{V_m}{V_\delta} = \frac{B^2_\delta \bullet k_d}{\mu_0\ (B_m\ H_m)} \tag{2.4}$$

Deci, pentru V_δ și B_δ date, volumul magnetului V_m este cu atât mai mic cu cât produsul $(B_m\ H_m)$ este mai mare, adică cifra de caliatate a magnetului $(B\ H\ )_{max}$ este mai bună.

În cazul unui regim static, punctul de funcționare al magnetului se găsește la intersecția curbei de demagnetizare cu dreapta caracteristică circuitului magnetic în care este montat (pentru cazul magnetizării uniforme și presupunând că magnetizarea are loc după montarea magnetului în circuitul său de lucru, așa cum se procedează de cele mai multe ori, din motivele arătate în paragraful 1.3). Într-un regim dinamic, o variație a întrefierului din circuitul magnetic determină schimbarea punctului de funcționare. De exemplu, să presupunem punctul de funcționare P_1 pe curba de demagnetizare (fig. 2.2.a). Dacă întrefierul crește, factorul de demagnetizare crește și el, iar dreapta specifică circuitului devine $(\Delta)_2$, caracterizată de $\alpha_2 < \alpha_1$.

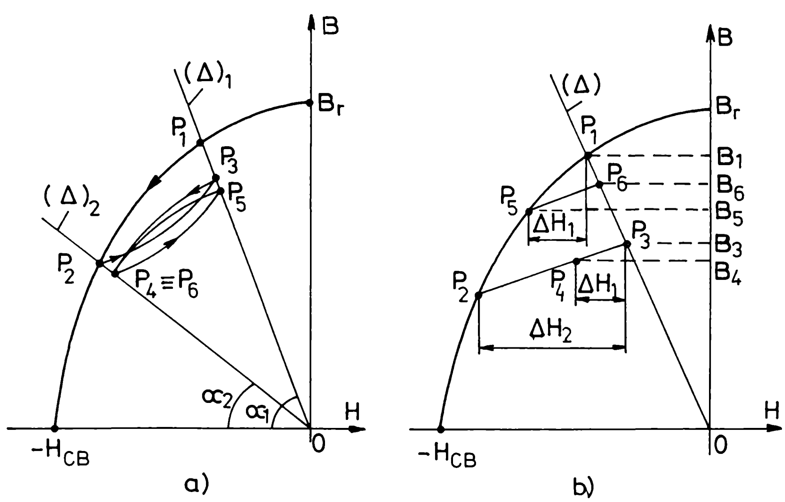


Fig. 2.2

Punctul de funcționare se deplasează pe curba de demagnetizare din P_1 în P_2. Dacă întrefierul revine la valoarea care a avut-o, din P_2 se va parcurge curba minoră P_2P_3, nu curba de demagnetizare P_2P_1. Punctul P_3 aparține dreptei $(\Delta)_1$. Dacă variația descrisă mai sus se repetă, din P_3 se va ajunge în P_4, apoi în P_5 ș.a.m.d. După parcurgerea a (5-8) cicluri minore [24], echilibrul este stabilit, adică punctele de funcționare pe cele două drepte $(\Delta)_1$ și $(\Delta)_2$ sunt stabile. Din motive care vizează claritatea desenului, în figura 2.2.a s-au reprezentat mai puține cicluri minore , iar acestea sunt construite mai degajat decât cele reale. De fapt, în practica calculului circuitelor cu magneți permanenți, un ciclu minor se înlocuiește cu dreapta determinată de punctele extreme ale ciclului minor final, stabilizat.

În figura 2.2.b este ilustrat efectul unui câmp demagnetizant asupra inducție magnetice din magnet. Se consideră un magnet ce lucrează în punctul de funcționare P_1 , aflat la intersecția dreptei (Δ) cu curba de demagnetizare. Se aplica un câmp suplimentar de demagnetizare, impunând ca punctul de funcționare să se deplaseze în P_2 . La înlăturarea acestui câmp, punctul de funcționare se va deplasa pe "curba" minoră P_2P_3 , până atinge dreapta (Δ) . Acest proces duce la diminuarea inducției magnetice din magnet de la B_1 la B_3 , dar stabilizează magnetul. Pentru a evidenția aceasta, să presupunem că asupra magnetului, în dispozitivul în care este introdus, acționează un câmp suplimentar de demagnetizare de valoare ΔH_1 . Punctul de lucru se va deplasa pe curba minoră până la P_4 și, atât timp cât câmpul suplimentar ΔH_1 acționează, inducția va fi B_4 . La încetarea acțiunii câmpului suplimentar, punctul de funcționare se deplasează, practic, din nou în P_3 , inducția revenind la valoarea B_3 . În acest sens se vorbește de stabilizarea magnetului în circuitul său de lucru. Să presupunem că ΔH_1 apare când punctul de funcționare este în P_1 , adică magnetul este nestabilizat. Inducția va scădea de la B_1 la B_5 , iar la încetatrea acțiunii câmpului ΔH_1 , punctul de funcționare se va deplasa din P_5 în P_6 , nu în P_1 , căruia îi corespunde $B_6 < B_1$. Se observă că scăderea inducției de la B_1 la B_5 este mai pronunțată decât scăderea de la B_3 la B_4 din cazul când magnetul a fost stabilizat, ambele modificări fiind cauzate de ΔH_1 . Câmpul de demagnetizare pentru care punctul de funcționare P_3 este stabil are valoarea ΔH_2 . Cu cât un magnet este mai puternic demagnetizat în faza de stabilizare, cu atât devine mai stabil în funcționare. Desigur, demagnetizarea pentru stabilizare nu poate depăși anumite limite, deoarece prin demagnetizare punctul de funcționare devine stabil, dar la inducții cu atât mai mici cu cât demagnetizarea este mai puternică. Aici intervine hotărâtor calitatea materialului din care este confecționat magnetul permanent. Dacă câmpul coercitiv și inducția remanentă sunt mari, se va putea realiza o bună stabilizare a magnetului la valori suficient de mari ale inducției magnetice. Se face precizarea că magneții pentru care curba de demagnetizare este practic o dreaptă (unii magneți pe bază de pământuri rare, cum ar fi $SmCo_5$ sau ferite de Sr) prezintă o bună stabilitate la acțiunea câmpurilor magnetice exterioare, sub aspectul analizat mai sus.

2.2. SCHEME ECHIVALENTE DE CALCUL

Pentru un circuit cu magnet permanent cum este cel prezentat în figura 2.3.a, în literatura de specialitate [118], se dă o schemă de calcul (fig. 2.3.b), echivalentă circuitului în raport cu polii magnetului.

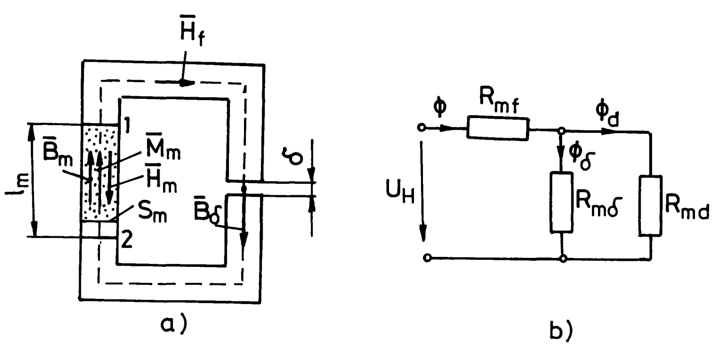


Fig.2.3

Semnificațiile notațiilor sunt: U_H - tensiunea magnetică între polii magnetului; R_{mf} - reluctanța jugurilor feromagnetice; $R_{m\delta}$ - reluctanța întrefierului; R_{md} - reluctanța echivalentă căilor de dispersie. Determinarea reluctanței echivalente de dispersie este o problemă strict legată de fiecare circuit magnetic în parte. Într-un calcul aproximativ, se obișnuiește ca valoarea acesteia să fie apreciată global, ținând seama, pe baza experienței, de ponderea fluxului de dispersie în raport cu cel util. De asemenea, se poate aplica o metodă grafo-analitică de determinare a reluctanței de dispersie [115]. Pentru o evaluare mai precisă trebuie, însă, rezolvată problema de câmp care apare, așa cum va fi arătat în capitolele 3 și 4.

În cazul în care circuitul magnetic prezintă o structură mai complexă (de exemplu cu mai mulți magneți permanenți), este avantajos ca și magnetul permanent să fie înlocuit cu o structură echivalentă de calcul [100, 106, 118]. Se consideră situația obișnuită în care punctul de funcționare P este situat pe caracteristica $\Phi\,(U_H)$ a magnetului (fig. 2.4.b).

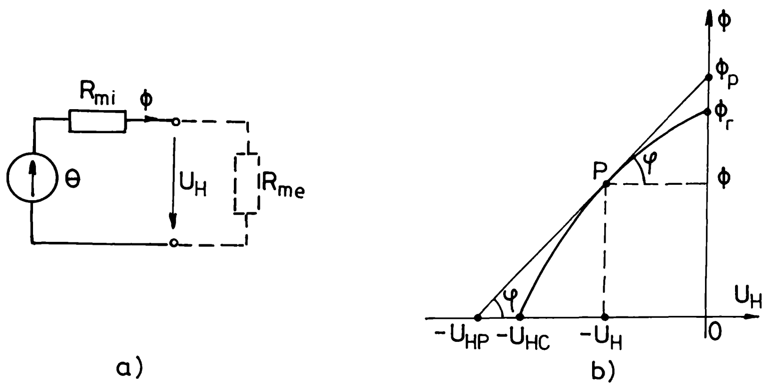


Fig. 2.4

Tangenta dusă în P la caracteristica $\Phi\,(U_H)$ determină punctul Φ_P pe ordonată și punctul $(-U_{HP})$ pe abscisă. Dacă se introduce un coeficient de scară k'_s, din construcția grafică rezultă

$$k'_s\; tg\;\varphi = \frac{\Phi}{U_{HP}-U_H} = \frac{\Phi_P}{U_{HP}} = \left(\frac{d\,\Phi}{d\,U_H}\right)_P , \tag{2.5}$$

unde toate mărimile sunt pozitive. Din relația 2.5 rezultă

$$U_{HP} = \frac{U_{HP}}{\Phi_P}\bullet\Phi + U_H\,. \tag{2.6}$$

Utilizând schema echivalentă din figura 2.4.a, pentru care se poate scrie

$$\theta = \phi \bullet R_{mi} + U_H \,, \tag{2.7}$$

se pot identifica parametrii magnetului [118]:

$$\theta = U_{H0} \qquad R_{mi} = U_{HP} \,/\, \phi_P = (dU_H \,/\, d\phi)_P \,. \tag{2.8}$$

La diverse puncte [illegible] pe caracteristica $\phi(U_H)$, valorile pentru θ și R_{mi} se modifică. De asemenea, rezultă că sursa din circuitul echivalent nu este independentă, parametrii săi θ și R_{mi} modificându-se cu ϕ, respectiv cu U_H, mărimi care depind și de reluctanța echivalentă fața de polii magnetului (R_{me}).

Prezintă interes și exprimarea parametrilor θ și R_{mi} ai magnetului în funcție de magnetizația și geometria acestuia. Pentru exemplificare, se consideră un câmp uniform ce se închide prin suprafața S_m a magnetului (fig. 2.3.a). Integrând termenii legii generale de legatură $\bar{B}, \bar{H}, \bar{M}$ între cei doi poli ai magentului, se obține

$$\int_2^1 \frac{\bar{B}_m}{\mu_0} \bullet \bar{dl} = \int_2^1 \bar{H}_m \bullet \bar{dl} + \int_2^1 \bar{M}_m \bullet \bar{dl} \,. \tag{2.9}$$

Tensiunea magnetică între polii magnetici este: $U_H = \int_1^2 \bar{H}_m \bullet \bar{dl}$, deci din (2.9) rezultă

$$\int_2^1 \bar{M}_m \bullet \bar{dl} = \phi \int_2^1 \frac{dl}{\mu_0 \, S_m} + U_H \,. \tag{2.10}$$

Din relațiile (2.7) și (2.10) rezultă parametrii θ și R_{mi}, care înlocuiesc magnetul în circuitul echivalent (fig. 2.4.a):

$$\theta = \int_2^1 \bar{M}_m \bullet \bar{dl} \,, \qquad R_{mi} = \int_2^1 \frac{dl}{\mu_0 \, S_m} \,. \tag{2.11}$$

Pentru magnetizare uniformă și S_m = const. pe lungimea l_m a magnetului, se obține:

$$\theta = M_m \, l_m \,, \qquad R_{mi} = l_m \,/\, (\, \mu_0 \, S_m \,) \,. \tag{2.12}$$

Magnetizația M_m depinde de punctul de funcționare al magnetului, deci tensiunea magnetomotoare θ nu este, în general, constantă. Reluctanța internă R_{mi}, introdusă ca o mărime de calcul, este constantă pentru un magnet dat, nedepinzând de fluxul magnetic Φ. Dacă se consideră orientările vect[illegible] din magnetul prezentat în figura 2.3.a, legea legăturii, scrisă scalar, devine $B_m = -\mu_0 H_m + \mu_0 M_m$, în care toate mărimile sunt pozitive. De aici rezultă că funcția $B\,(H)$ poate fi o dreaptă dacă magnetizația este constantă. Cum pentru $H_m = 0$ inducția este B_r , iar pentru $B_m = 0$ intensitatea câmpului magnetic este H_{CB} , în cazul considerat rezultă

$$M_m = const. = B_r \;/\; \mu_0 = H_{CB} \; . \tag{2.13}$$

Prin urmare, la magneții permanenți cu caracteristică de demagnetizare liniară t.m.m. echivalentă $\theta = M_m\, l_m = H_{CB}\, l_m = const.$ și reluctanța internă (dacă S_m = const.) este $R_{mi} = l_m \;/\, (\mu_0 S_m) = const.$.

La o bună parte din materialele folosite pentru magneți permanenți, curba de demagnetizare nu poate fi înlocuită cu o dreaptă. Aproximarea se poate face, însă, prin segmente de dreaptă și poate fi oricât de bună dacă numărul de segmente crește corespunzător. În figura 2.5.a, între punctele P' și P", curba de demagnetizare se aproximează prin segmentul P'P", ale cărui prelungiri determină pe axe inducția B_{rj}, respectiv intensitatea câmpului magnetic ($-H_{CBj}$) [118].

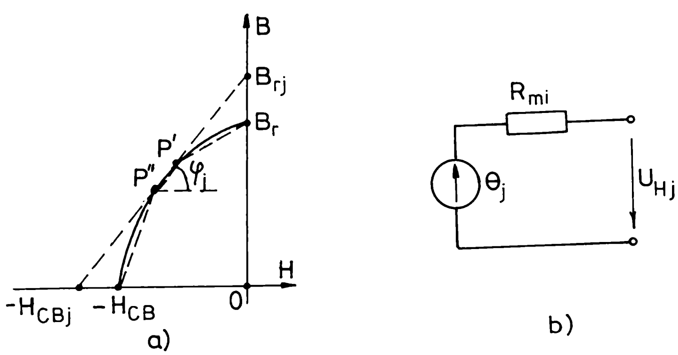


Fig. 2.5

Înlocuirea porțiunii din curbă cu segmentul P'P" presupune considerarea unei magnetizaţii M_{mj} constantă pe această porţiune. Conform relaţiei (2.13), valoarea acesteia este

$$M_{mj} = const. = B_{rj} / \mu_0 = H_{CBj} . \tag{2.14}$$

Dacă curba de demagnetizare este cunoscută, mărimile B_{rj} şi $(-H_{CBj})$ rezultă din construcţia grafică. Deci, pe porţiunea P'P", t.m.m. echivalentă se poate aproxima astfel:

$$\theta_j \approx M_{mj} \cdot l_m = H_{CBj} \cdot l_m = (B_{rj} / \mu_0) \cdot l_m = const. \tag{2.15}$$

Reluctanţa echivalentă magnetului este dată de relaţia (2.11) sau (2.12), în ambele cazuri rezultând constantă. Procedând astfel, prin aproximarea curbei de demagnetizare cu o succesiune de segmente de dreaptă, pentru fiecare zonă de pe curba de demagnetizare se pot determina parametrii echivalenţi ai magnetului. Acest mod de abordare este avantajos pentru o programare numerică a calculului (v. par. 2.3). Dacă punctul de funcţionare nu este pe curba de demagnatizare, ci pe o curbă minoră de revenire - în mod obişnuit aproximată cu o dreaptă de revenire - în locul segmentului P' P" se va considera dreapta de revenire (v. fig. 2.2).

2.3. CALCULUL UNOR SISTEME NELINIARE

În acest paragraf se consideră situaţia când atât curba de demagnetizare a magnetului permanent cât şi curba de magnetizare a jugurilor din material feromagnetic sunt neliniare. Dificultatea rezolvării acestei probleme, în cazul unei programări numerice, constă în faptul că ambele curbe de material menţionate nu au expresii matematice cunoscute. În această situaţie, curbele se aproximează pe porţiuni cu funcţii care ţin seama de gradul de neliniaritate al curbelor şi de pretenţiile impuse în legătură cu precizia calculului. Desigur, în anumite situaţii, curba de magnetizare s-ar putea aproxima cu o dreaptă, dacă inducţia magnetică are valori relativ mici şi materialul magnetic al jugurilor nu a ajuns la saturaţie. De asemenea, la unele tipuri de magneţi permanenţi (v. par. 1.2) curba de demagnetizare este practic o dreaptă. In general însă, dacă se urmăreşte un calcul cu precizie bună, problemele legate de neliniarităţile curbei de demagnetizare a magneţilor permanenţi şi curbei de magnetizare a jugurilor feromagnetice nu pot fi ocolite.

În acest paragraf se abordează calculul numeric al sistemelor neliniare cu magneți permanenți, lucrând cu valori medii în secțiune pentru mărimile de stare B și H ale câmpului magnetic. Fluxul de dispersie se ia în considerare printr-un coeficient care se apreciază pentru fiecare circuit magnetic în parte. Într-o fază ulterioară (v. cap. 3, 4) va fi abordată problema de câmp care apare în astfel de sisteme, renunțându-se la aproximarea fluxului de dispersie și determinând mărimile de stare ale câmpului magnetic în orice punct al sistemului. Firește, luarea în considerare a problemei de câmp conduce la rezultate mai precise, dar calculul este mai laborios. Programele numerice elaborate de autor rezolvă problema stabilirii automate a punctelor de funcționare specifice magneților permanenți aflați într-un sistem neliniar cu geometrie dată. Este evident faptul că trebuiesc cunoscute curbele de demagnetizare ale magneților permanenți, precum și curbele de magnetizare ale materialelor feromagnetice care intră în componența sistemului considerat.

2.3.1. Stabilirea punctului de funcționare

În paragraful 2.1 s-au făcut referiri la calculul sistemelor cu magneți permanenți, considerând că porțiunea din circuit exterioară magnetului este caracterizată de o dreaptă. Sunt situații când această aproximare nu poate fi acceptată, fiind necesar să se ia în considerare o caracteristică neliniară. Pentru exemplificare se consideră circuitul magnetic din figura 2.6.a. La determinarea punctului de funcționare trebuie să se țină seama de succesiunea operațiilor în realizarea circuitului cu magnet permanent.

Într-o primă variantă, să presupunem că circuitul se realizează cu magnetul 1 demagnetizat, după care acesta se magnetizează până la saturație, stare căreia îi corespunde curba majoră de demagnetizare 1 (fig. 2.6.b). Aceasta este varianta practică foarte des întâlnită (v. par. 1.3). Dacă se neglijează dispersia, intensitatea câmpului magnetic din magnet este dată de relația

$$H_m = \frac{1}{l_m} \left(H_f \cdot l_f + \frac{B_\delta}{\mu_0} \cdot \delta \right) , \tag{2.16}$$

unde l_f este lungimea liniei de câmp medii în jugul feromagnetic 2, care are curba de

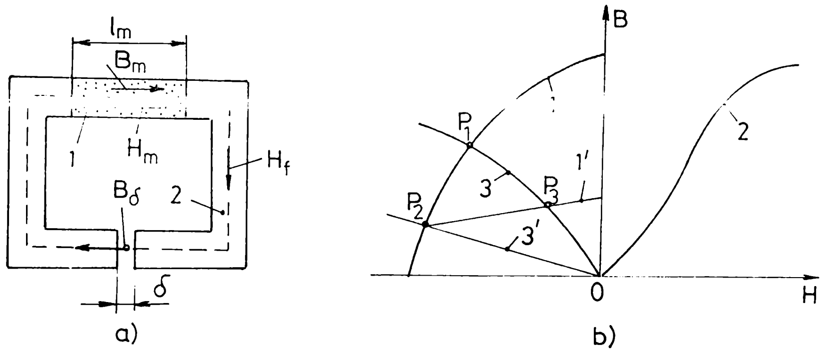


Fig. 2.6

magnetizare neliniară 2 (fig. 2.6.b). În relația (2.16) s-a ținut seama de caracterul demagnetizant al câmpului din magnet și toate mărimile sunt scalari pozitivi. Dacă se neglijează dispersia rezultă $B_m = B_f = B_\delta$, iar pe baza relației (2.16) și a curbei 2 se poate construi, punct cu punct, curba neliniară 3 ce caracterizează jugurile feromagnetice și întrefierul. Punctul de funcționare al magnetului va fi P1, la intersecția curbei de demagnetizare 1 cu caracteristica neliniară 3.

Într-o altă variantă, se pune problema determinării punctului de funcționare dacă succesiunea operațiilor realizării circuitului magnetic este alta, și anume: magnetul se magnetizează la saturație într-un dispozitiv special, apoi este scos din acesta și se introduce în circuitul său de lucru (fig. 2.6.a). Înainte de a fi introdus în circuitul său magnetic, există o fază în care magnetul este izolat, în aer. În acest moment punctul său de funcționare este P_2, aflat la intersecția curbei de demagnetizare 1 cu dreapta 3' determinată de coeficientul de demagnetizare k_{dm} al magnetului aflat în aer. Considerând magnetizația $\bar{M}_m$ și intensitatea câmpului magnetic din magnet $\bar{H}_m$ vectori coliniari și de sensuri opuse și definind [95] k_{dm} cu relația (2.17)

$$k_{dm} = - \bar{H}_m / \bar{M}_m , \tag{2.17}$$

ecuația dreptei 3' rezultă din legea legăturii scrisă pentru magnet:

$$\bar{B}_m = \mu_0 (\bar{H}_m + \bar{M}_m) = - \mu_0 \cdot \frac{1 - k_{dm}}{k_{dm}} \cdot \bar{H}_m . \tag{2.18}$$

Dacă se dă geometria magnetului, coeficientul de demagnetizare este fixat, iar ecuația (2.18) va determina dreapta 3'. După ce s-a introdus magnetul în circuitul său de lucru, punctul de funcționare se deplasează pe dreapta 1' până în P_3 (v. par.1.3).

O situație similară celei descrise mai sus poate să apară și într-un alt caz. De exemplu, daca magnetul are punctul de funcționare P_1 (conform primei variante descrise) și apare un câmp demagnetizant suplimentar (prin modificarea întrefierului sau un câmp exterior), care face ca punctul de funcționare să coboare în P_2, la dispariția câmpului demagnetizant suplimentar punctul de funcționare devine P_3. Desigur, la diverse valori ale câmpului demagnetizant suplimentar, punctul de funcționare final va fi diferit.

Cazurile analizate conduc la puncte de funcționare diferite, pentru același circuit magnetic. Prin urmare, pentru determinarea corectă a punctului de funcționare este necesar să se cunoască întreaga "istorie" a circuitului magnetic analizat, pe lângă geometria acestuia și curbele specifice magnetului (1 și 1'), respectiv materialului feromagnetic din juguri (2).

Problema care se pune este să se determine, printr-un program de calcul adecvat, punctul de funcținare al magnetului, adică valorile intensității câmpului magnetic H_m și a inducției magnetice B_m din magnet, considerându-le constante în secțiune. De asemenea, plecând de la acestea, se pot determina apoi și alte mărimi, cum ar fi: intensitatea câmpului magnetic și inducția magnetică în miezul feromagnetic al jugurilor, inducția magnetică în întrefier, fluxul magnetic, tensiunea magnetică între diverse puncte ale circuitului etc. Cât privește fluxul de dispersie, în această etapă va fi considerat printr-un coeficient global ce se va aprecia pentru fiecare circuit magnetic în parte, respectiv va fi neglijat în anumite situații. Se va ține seama de neliniaritatea magnetului permanent, cât și de neliniaritatea jugurilor feromagnetice.

Deoarece în programul de calcul sunt necesare expresii analitice, curbele neliniare de demagnetizare (pentru magnetul permanent) și de magnetizare (pentru jugurile feromagnetice), determinate experimental, vor fi aproximate prin funcții ai căror coeficienți se determină prin încercare. Prin metoda aproximării pe porțiuni se poate obține o bună corespondență între expresia analitică și curba determinată experimental. În acest sens, curbele 1 și 3 (v. fig. 2.6.b) se vor aproxima prin succesiuni de segmente de dreaptă.

Dacă numărul de segmente de dreaptă este foarte mare, aproximarea este foarte bună. Deoarece calculul se face automat, numărul mare de segmente nu creează nici o dificultate [illegible] mea ce privește [illegible] se va aproxima prin polinoame, pe porțiuni, impunându-se puncte de coincidență între curba reală și aproximanta analitică [94]. Astfel, s-au considerat 6 zone ale curbei (fig. 2.7), pentru care funcțiile de aproximare propuse de autor sunt:

$$
\begin{aligned}
H &= c_1\, B + c_2\, (B) && , \quad B \le B_1 \\
H &= c_1\, B + c_2\, (B)^{1/2} + c_3\, (B-B_1) + c_4\, (B-B_1)^2 && , \quad B_1 < B \le B_2 \\
H &= H_2 + c_5\, (B-B_2) + c_6\, (B-B_2)^2 && , \quad B_2 < B \le B_3 \\
H &= H_3 + c_7\, (B-B_3)^2 + c_8\, (B-B_3)^3 && , \quad B_3 < B \le B_4 \\
H &= H_4 + c_9\, (B-B_4) + c_{10}\, (B-B_4)^2 && , \quad B_4 < B \le B_5 \\
H &= H_5 + c_{11}\, (B-B_5) && , \quad B > B_5
\end{aligned}
\tag{2.19}
$$

După alegerea punctelor de coincidență P_1, P_2, P_3, P_4 și P_5 , din ecuațiile (2.19) rezultă coeficienții $c_1, c_2, \dots ,c_{11}$. Procedând în acest mod, pentru fiecare material feromagnetic care ar intra în componența jugurilor se determină coeficienții ecuațiilor (2.19), având la dispoziție curba de magnetizare experimentală. Alegerea punctelor de coincidență este în funcție de forma concretă a curbei $B(H)$, urmărindu-se o aproximare analitică cât mai bună pentru toată curba. Pentru diverse materiale, punctele de coincidență adecvate sunt la inducții diferite, respectiv coeficienții $c_1, c_2, \dots ,c_{11}$ sunt diferiți, dar se poate păstra forma ecuațiilor (2.19). Desigur, atunci când interesează o mai bună aproximare într-o anumită zonă, numărul de puncte de coincidență și funcțiile analitice utilizate pot fi modificate. Determinarea valorilor numerice ale coeficienților $c_1, \dots ,c_{11}$ pentru materiale concrete și stabilirea preciziei de aproximare vor fi abordate în paragraful 2.3.2.

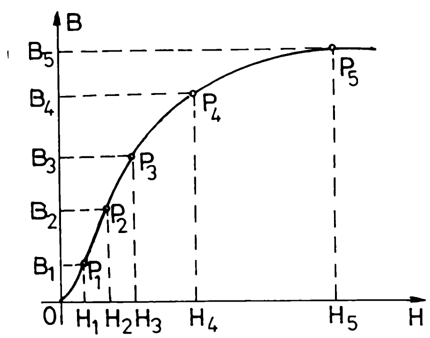


Fig. 2.7

Algoritmul de calcul ce trebuie elaborat presupune determinare succesiunii de segmente care aproximează curba 3 (v. fig. 2.6.b), precum şi stabilirea punctului de funcţionare P_1 al magnetului, aflat la intersecţia curbelor 1 şi 3.

şi 3, segmente suficient de scurte pentru ca precizia să fie bună. Din motive ce vizează claritatea prezentarii, în desen aproximarea s-a făcut cu numai trei segmente, în realitate fiind mult mai multe. Poziţiile punctelor (M_1, M_2, ... ,M_{max}) se fixează pe curba de demagnetizare cunoscută astfel încât aproximarea să fie cât mai bună, ţinăd cont de forma concretă a curbei, care este diferită de la material la material.

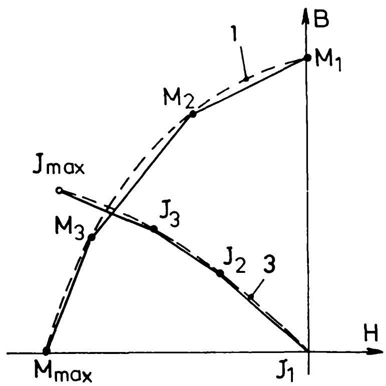


Fig. 2.8

Ecuaţia explicită a unei drepte [6] determinată de două puncte $P_1(x_1,y_1)$ şi $P_2(x_2,y_2)$ este $y = p\ x + a$, unde coeficientul unghiular are expresia $p=(y_2-y_1)\ /\ (x_2-x_1)$, iar ordonata la origine este $a = y_1 - p \bullet x_1$. În cazul nostru, y este înlocuit cu inducţia magnetică B, iar x cu intensitatea câmpului magnetic H. Procedând astfel, se pot scrie ecuaţiile tuturor dreptelor determinate de segmentele de aproximare ale curbei de demagnetizare. Forma generală pentru aceasta este

$$BM(m) = PM(m) \bullet HM(m) + AM(m)\ , \tag{2.20}$$

unde: $m = 1, 2, 3, \ldots , m_{max}$ este indicele punctelor ce determină segmentele de aproximare ale curbei de demagnetizare; $BM(m)$ sunt ordonatele punctelor de aproximare; $HM(m)$ sunt abscisele punctelor de aproximare; $PM(m)$ sunt pantele dreptelor determinate de segmentele de aproximare; $AM(m)$ sunt ordonatele la origine din ecuaţiile dreptelor.

Formele generale ale pantelor şi ordonatelor la origine ale dreptelor, pentru $m = 1, 2, 3, \ldots ,m_{max}$ sunt:

$$PM(m) = (BM(m+1) - BM(m)) \;/\; (HM(m+1) - HM(m)) \,, \qquad (2.21)$$

$$AM(m) = BM(m) \qquad (2.22)$$

Cât privește coordonatele punctelor (J_2, J_3, ... ,J_{max}), se procedează astfel (J_1 s-a ales în originea sistemului de axe):

- se alege o valoare $B_{\delta 2}$ pentru inducția din întrefier;

- din curba de magnetizare neliniară a materialului jugului feromagnetic 2 (v. fig. 2.6.) se determină, pentru $B_{f2} = B_{\delta 2}$, intensitatea câmpului magnetic H_{f2} ;

- din relația (2.16) rezultă o valoare probabilă pentru intensitatea câmpului din magnetul permanent , H_{m2} ; s-au obținut astfel coordonatele punctului J_2 ($BJ(2)$, $HJ(2)$) , unde $BJ(2) = B_{f2}$ iar $HJ(2) = H_{m2}$;

- procedând similar, se află și alte perechi de valori ($BJ(j)$, $HJ(j)$), cu j = 1, 2, ... j_{max} , care sunt coordonatele punctelor ce vor determina succesiunea de segmente ce aproximează curba 3.

Având coordonatele punctelor (J_1, J_2, ... ,J_{max}), într-un mod asemănător cu cel prezentat pentru curba de demagnetizare, se poate scrie forma generala a ecuației explicite corespunzătoare dreptelor determinate de segmentele de aproximare $J_1 J_2$, $J_2 J_3$, ... ,$J_{max-1} J_{max}$:

$$BJ(j) = PJ(j) \bullet HJ(j) + AJ(j) \,, \qquad (2.23)$$

unde j = 1, 2, ... , j_{max} este indicele punctelor de aproximare. De asemenea, expresiile pentru $PJ(j)$, respectiv $AJ(j)$ sunt date de relațiile:

$$PJ(j) = (BJ(j+1) - BJ(j)) \;/\; (HJ(j+1) - HJ(j)) \,, \qquad (2.24)$$

$$AJ(j) = BJ(j) - PJ(j) \bullet HJ(j) \,. \qquad (2.25)$$

Deoarece dreapta 3 trebuie construită numai până la intersecția cu curba de demagnetizare 1, după determinarea coordonatelor punctului J_2 se verifică dacă segmentul J_1J_2 intersectează sau nu segmentul M_1M_2 . În figura 2.9 sunt prezentate variantele posibile de așezare relativă a punctului de intersecție I_1 dintre dreptele determinate de cele două segmente. Coordonatele acestui punct sunt date de expresiile

(2.26) și (2.27) și reprezintă soluția sistemului format din ecuațiile (2.20) și (2.23), în raport cu inducția magnetica B și intensitatea câmpului magnetic H (notate BM și HM pentru curba 1, respectiv PJ și HJ pentru [illegible]

$$H = (AM(1) - AJ(1)) / (PJ(1) - PM(1)) = HI(1) \tag{2.26}$$

$$B = PJ(1) \bullet H + AJ(1) = BI(1) \tag{2.27}$$

În relațiile de mai sus s-au introdus notațiile $HI(1)$ și $BI(1)$, reprezentând coordonatele punctului de intersecție I_1. Punctul I_1 poate fi determinat de intersecția

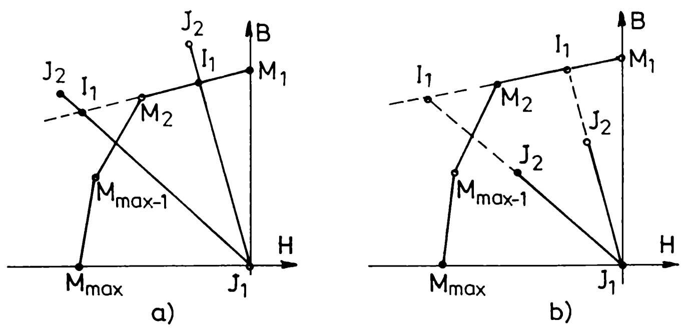


Fig. 2.9

segmentului J_1J_2 cu segmentul M_1M_2 sau cu prelungirea acestuia (fig. 2.9.a). O altă variantă este sugerată în figura 2.9.b, când punctul I_1 se găsește la intersecția prelungirii segmentului J_1J_2 cu segmentul M_1M_2 sau cu prelungirea acestuia. Desigur, ca și cazuri particulare, sunt posibile situațiile în care I_1 să fie identic cu M_1 (numai teoretic, însă), cu M_2 sau cu J_2. Toate aceste variante trebuiesc analizate prin programul de calcul și reținută numai varianta în care I_1 se găsește la intersecția segmentelor J_1J_2 și M_1M_2, nu a prelungirilor acestora. Dacă I_1 nu respectă această condiție, se trece la căutarea punctului de intersecție dintre segmentul J_1J_2 și următoarele segmente M_mM_{m+1}. Operația se repetă până se găsește un punct de intersecție care să îndeplinească cerința impusă sau sunt epuizate toate segmentele ce aproximează curba de demagnetizare. În situația în care, după epuizarea tuturor segmentelor M_mM_{m+1}, nu s-a găsit un punct de intersecție real, urmează determinarea punctului J_3, deci a segmentului următor, J_2J_3. Procedând ca la segmentul , se va căuta un nou punct de intersecție dintre J_2J_3 și segmentele M_mM_{m+1}. Pentru aflarea ultimului punct (J_{max}) inducția nu trebuie să depășească B_r

Forma generală a coordonatelor punctului de intersecție este dată de relațiile

$$HI = (AM(m) - AJ(j)) \ / \ (PJ(j) - PM(m)) \ , \tag{2.28}$$

$$BI = PJ(j) \cdot HI + AJ(j) \ , \tag{2.29}$$

unde $j = 1, 2, \ldots, j_{max}$ iar $m = 1, 2, \ldots, m_{max}$.

Organigrama care rezolvă problema stabilirii punctului de intersecție I (BI, HI), care va fi punctul de funcționare al magnetului, este prezentată în figura 2.10.

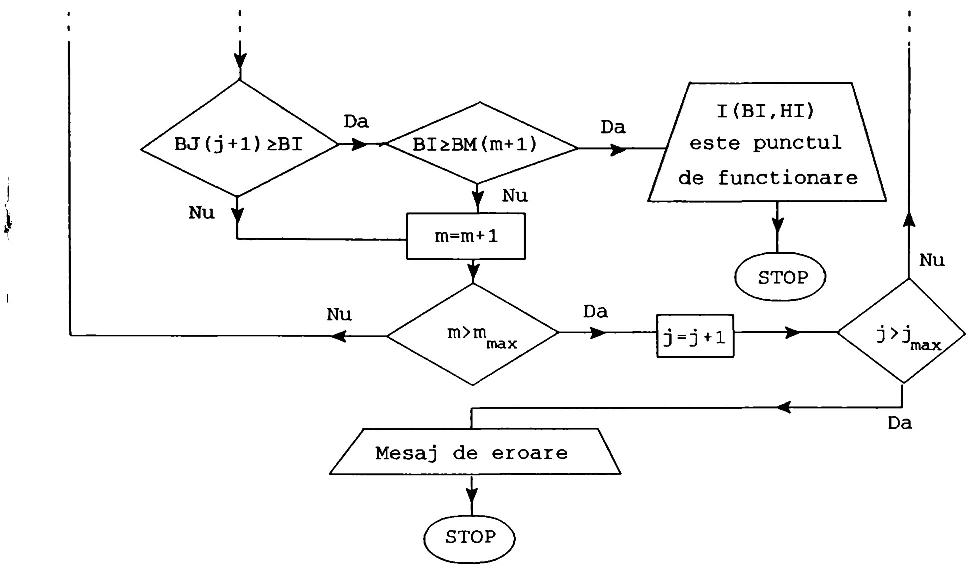


Fig. 2.10

În situația în care s-a ajuns la valoarea maximă m_{max} (a indicelui ultimului punct de pe curba de demagnetizare) se revine la calcularea coordonatelor punctului de intersecție dintre același segment $J_j J_{j+1}$ și urmatorul segment $M_{m+1}M_{m+2}$ Când indicele m a depașit valoarea maxima m_{max} se trece la calculul coordonatelor punctului J_{j+2} , care va determina segmentul $J_{j+1}J_{j+2}$

2.3.2. Aplicații

Se considera circuitul magnetic din figura 2.6.a. Magnetul permanent 1 are geometrie și curba de demagnetizare majora cunoscute și este uniform magnetizat. Pentru jugul feromagnetic 2 se cunosc dimensiunile și curba de magnetizare. De asemenea, se considera ca magnetul a fost magnetizat până la saturație, dupa ce s-a introdus în circuitul sau de lucru, așa cum se întâlnește în majoritatea situațiilor practice. Daca circuitul se realizeaza cu magnetul în stare magnetizata - acceptându-se dificultațile amintite la paragraful 1.3 - este necesara și dreapta de revenire a magnetului. În acest ultim caz rezolvarea este mai simpla, deoarece în locul succesiunii de segmente ce aproximeaza curba (neliniara) de demgnetizare se lucreaza cu drepta de revenire. Pentru început, fluxul de dispesie se neglijeaza, urmând ca apoi sa se abordeze și aceasta problema. În aceste ipoteze, ținâd seama de neliniaritatea circuitului - cauzata de magnetul permanent și jugul feromagnetic - se cere sa se determine intensitatea câmpului magnetic și inducția magnetica în magnet și jug, precum și inducția magnetica în întrefier.

În figura 2.11 se prezinta organigrama care sta la baza întocmirii programului de calcul ce rezolva problema propusa mai sus. Dupa alegerea punctelor care determina segmentele de aproximare a curbei de demagnetizare, pe baza relațiilor (2.21) și (2.22) se determina pantele $PM(m)$ și ordonatele la origine $AM(m)$, unde $m=1,2,\ldots,m_{max}$. Se trece apoi la determinare coordonatelor punctelor J_1, J_2, ... ,J_{max} . Cât privește inducția magnetica $BJ(j)$, se pleaca din originea sistemului de axe ($BJ(1) = 0$), iar ulterior se modifica cu un pas ΔB , ales. Intensitatea câmpului magnetic $HJ(j)$ pentru origine este nula, iar pentru celelalte puncte se calculeaza cu relația (2.16), în care intervine și intensitatea câmpului magnetic în miezul feromagnetic (H_f), determinată din curba sa de magnetizare pe baza relațiilor (2.19). După aflarea coordonatelor punctului J $(j+1)$ se calculează panta PJ și ordonata la origine AJ ale dreptei determinate de segmentul $J_j J_{j+1}$. Se trece apoi la determinarea coordonatelor punctului de intersecție I (BI, HI) prin procedeul descris la paragraful 2.3.1. Ieșirea normală din program are loc atunci când s-a găsit un punct de intersecție I ale cărui coordonate respectă condițiile impuse.

Programul de calcul elaborat pe baza celor de mai sus (R2MAG1V1) este dat în Anexa 1. Se face precizarea că în instrucțiunea DIMENSION s-au trecut valorile unui caz concret, care va fi prezentat ca exemplu de calcul.

Pentru o tratare coerentă, este esențială definirea exactă a fluxului util, la fiecare circuit magnetic în parte. De exemplu, dacă ne referim la circuitul din figura 2.6.a, fluxul magnetic Φ_m produs de magnetul permanent are o componentă Φ_δ, care se închide prin suprafața utilă S_δ a întrefierului, precum și o componentă Φ_d (flux de dispersie), care se închide prin aer și nu străbate zona utilă a întrefierului. Relația de legătură între acestea este

$$\Phi_m = \Phi_\delta + \Phi_d \; . \tag{2.30}$$

Dacă se definește coeficientul de dispersie k_d ca fiind raportul dintre fluxul total dat de magnetul permanent (fluxul prin secțiunea sa neutră) și fluxul util din întrefier

$$k_d = \Phi_m \; / \; \Phi_\delta \; , \tag{2.31}$$

rezultă $\Phi_m = k_d \bullet \Phi_\delta$, unde $k_d \geq 1$. De asemenea, pentru coeficientul de dispersie rezultă și alte forme de exprimare:

$$k_d = 1 + \frac{\Phi_d}{\Phi_\delta} = \frac{1}{1 - \Phi_d \; / \; \Phi_m} \; . \tag{2.32}$$

Valorile coeficientului de dispersie depind hotarâtor de forma concretă a circuitului magnetic și de materialele utilizate la construcția acestuia.

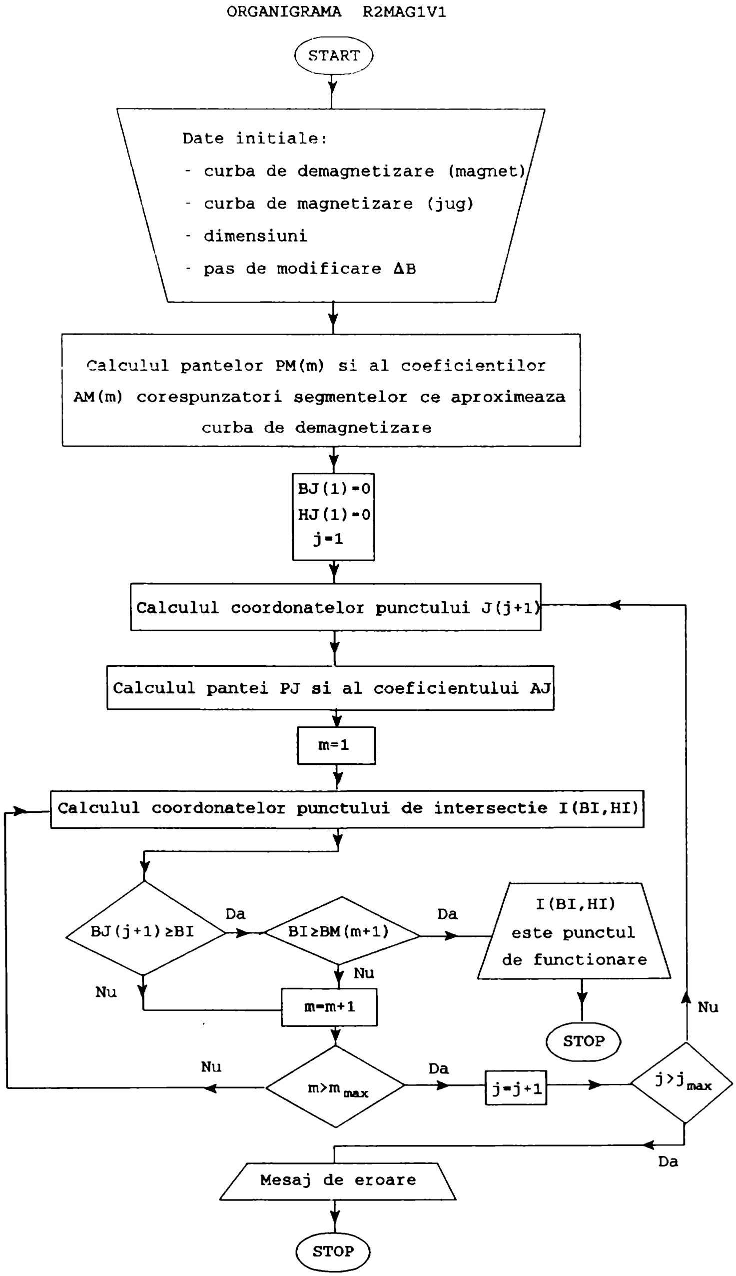

ORGANIGRAMA R2MAG1V1
START
Date initiale:
- curba de demagnetizare (magnet)
- curba de magnetizare (jug)
- dimensiuni
- pas de modificare ΔB
Calculul pantelor PM(m) si al coeficientilor AM(m) corespunzatori segmentelor ce aproximeaza curba de demagnetizare
BJ(1)=0
HJ(1)=0
j=1
Calculul coordonatelor punctului J(j+1)
Calculul pantei PJ si al coeficientului AJ
m=1
Calculul coordonatelor punctului de intersectie I(BI,HI)
BJ(j+1)≥BI
Da
BI≥BM(m+1)
Da
I(BI,HI) este punctul de functionare
Nu
Nu
m=m+1
STOP
Nu
m>m max
Da
j=j+1
j>j max
Nu
Da
Mesaj de eroare
STOP

Fig.2.11

Dintre elementele constructive, un rol esențial revine dimensiunii întrefierului; când întrefierul are valori relativ mari, fluxul de dispersie este și el mare, deci și k_d crește, [illegible] ă întrefierul va avea valori mici, k_d [illegible] atura de specialitate domeniul de valori precizat pentru coeficientul de dispersie este destul de larg (k_d = 1 - 10) [100], deci pentru o evaluare concretă este necesar să se precizeze și circuitul magnetic. Coeficientul de dispersie se poate determina cu relații empirice, experimental sau prin metode laborioase de calcul. Este important de sesizat că la circuite magnetice cu formă similară, dar dimensiuni diferite, coeficientul de dispersie este aproape același. Această precizare face posibilă utilizarea unor determinări experimentale pe modele de dimensiuni convenabile sau a rezultatelor unui calcul mai laborios și exact - cum ar fi rezolvarea problemei prin metode numerice - la toate circuitele magnetice cu geometrie similară.

În acest context, calculul circuitelor magnetice pe baza schemelor echivalente - relativ simplu și intuitiv în proiectare - capătă noi valențe și nu-și pierde actualitatea.

Coeficientul de dispersie se poate exprima și în funcție de permeanțe sau reluctanțe magnetice. Circuitului din figura 2.6.a îi corespunde o schemă echivalentă în care permeanța Λ_d (reluctanța R_{md}) a tuburilor de câmp de dispersie apare în paralel cu permeanța Λ_δ (reluctanța $R_{m\delta}$) a întrefierului (v. fig. 2.3.b). În acest caz, raportul dintre fluxul de dispesie Φ_d și cel util Φ_δ este egal cu raportul permeanțelor, respectiv cu raportul invers al reluctanțelor:

$$k_d = 1 + \Lambda_d / \Lambda_\delta = 1 + R_{m\delta} / R_{md} . \qquad (2.33)$$

O altă shemă echivalentă pentru circuitul magnetic din figura 2.6.a, este aceea în care se consideră o permeanță de dispersie a magnetului Λ_{dm} , în paralel cu acesta, și o permeanță de dispersie pentru jugurile feromagnetice Λ_{df} , de asemenea în paralel. Pentru calculul acestora se pot folosi, uneori, relații empirice [100]:

$$\Lambda_{dm} = 1{,}8\ \mu_0 \sqrt{S_m} \quad [Wb/A]\ ; \qquad \Lambda_{df} = 1{,}13\ p\ \frac{l_f}{l_f+\delta}\ \mu_0 \quad [Wb/A]\ , \qquad (2.34)$$

unde: S_m $[m^2]$ - jumătate din aria suprafeței libere (laterale) a magnetului; p $[m]$ -

perimetrul secțiunii longitudinale a jugurilor; l_j [m] - lungimea jugurilor; δ [m] lungimea întrefierului.

Desigur, [illegible] aproximativă pentru coeficientul [illegible] dispersie se poate determina și printr-o metodă grafo-analitică [116], dar pentru a obține o precizie mai bună trebuie rezolvată problema de câmp.

Dacă se cunoaște coeficientul de dispersie, programul de calcul prezentat mai sus poate fi adaptat în noile condiții, deci se ține seama și de fluxul de dispersie. În acest sens, dacă se consideră schema echivalentă în care se introduce o permeanță de dispersie în paralel cu întrefierul, modificările necesare în programul R2MAG1V1 sunt:

- prima instrucție READ se completează cu coeficientul de dispersie k_d, notat în program CD;
- după instrucția 50 se adaugă BDELTA = BJ(J + 1)/CD, care va purta eticheta 60;
- în instrucția ce purta eticheta 60, care acum nu va mai fi etichetată, se înlocuiește BJ(J + 1) cu BDELTA;
- după instrucția GO TO 100 se introduce instrucția BDELTA = BI / CD, care va purta eticheta 140;
- în instrucția ce purta eticheta 140, care acum va rămâne fără etichetă, se înlocuiește BI cu BDELTA;
- ultimul termen al instrucției WRITE (108,50), adică BI, se înlocuiește cu BDELTA.

Prin introducerea acestor modificări, s-a obținut varianta R2MAG1V2, care ține seama de fluxul de dispersie prin coeficientul de dispersie k_d ales.

În continuare se prezintă unele exemple concrete de calcul în care se lucrează cu programele numerice R2MAG1V1 și R2MAG1V2. Pentru circuitul magnetic cu schema de principiu din figura 2.6.a s-au considerat două categorii de exemple de calcul: a) cu neglijarea fluxului de dispersie; b) cu considerarea fluxului de dispersie prin coeficientul definit de relația 2.3 1. S-a considerat că jugul este realizat din OL 37, pentru care curba de magnetizare (ridicată experimental) este dată în figura 2.12, iar mărimile caracteristice ecuațiilor 2.19, rezultate prin identificare, sunt:

$c_1 = 1{,}6100 \cdot 10^3$; $c_2 = 0{,}7558 \cdot 10^3$; $c_3 = -1{,}0117 \cdot 10^3$;

$c_4 = 0{,}2584 \cdot 10^3$; $c_5 = 1{,}1250 \cdot 10^3$; $c_6 = 3{,}1250 \cdot 10^3$;

$c_7 = 2{,}1117 \cdot 10^4$; $c_8 = -1{,}1833 \cdot 10^4$; $c_9 = 0{,}4667 \cdot 10^5$;

$c_{10} = -0{,}8667 \cdot 10^5$; $c_{11} = 1{,}8400 \cdot 10^5$;

$B_1 = 0{,}2\ T$; $B_2 = 0{,}8\ T$ $B_3 = 1{,}2\ T$; $B_4 = 1{,}7\ T$; $B_5 = 2\ T$

$H_1 = 660\ A/m$; $H_2 = 1450\ A/m$; $H_3 = 2400\ A/m$; $H_4 = 6200\ A/m$; $H_5 = 22{,}8\ kA/m$.

Unitațile de masura pentru coeficienții $c_1, c_2, \ldots, c_{11}$ rezulta din ecuațiile (2.19). Cu valorile de mai sus pentru constante, curba de magnetizare experimentala este bine aproximata analitic de expresiile (2.19), mai ales în intervalul (0 - 1,2) T, care este singura zona de interes, deoarece inducția remanentă pentru magnetul considerat (ALNICO 35/5) este $B_r = 1{,}2T$. În tabelul 2.1 este ilustrata corespondența între valori calculate cu expresiile analitice și cele experimentale, pentru zona care intereseaza; se observa ca precizia de aproximare este buna.

Tabelul 2.1

B [T]		0,03	0,06	0,16	0,3	0,5	0,6	0,7	0,9	1,1	1,2
H $\left[\frac{A}{m}\right]$	calc.	179	282	560	798	1059	1188	1318	1594	2069	2400
	exp.	180	280	570	810	1050	1180	1310	1600	2100	2400
	er.[%]	0,55	0,71	1,75	1,48	0,86	0,68	0,61	0,38	1,48	0

Magnetul permanent se considera confecționat din ALNICO 35/5 și este magnetizat dupa introducerea sa în circuit. Pentru un astfel de material, fabrica constructoare livreaza curba de demagnetizare prezentată în figura 1.12 [113]. Această curba de demagnetizare s-a aproximat printr-o succesiune de segmente determinate de punctele $M_1, M_2, \ldots, M_8$, ale caror coordonate sunt date în tabelul 2.2.

Tabelul 2.2

Punct	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
B_m [T]	1,20	1,12	1,03	1,00	0,95	0,90	0,80	0,00
H_m [kA/m]	0	20	33	36,5	40	42,5	44,5	47,5

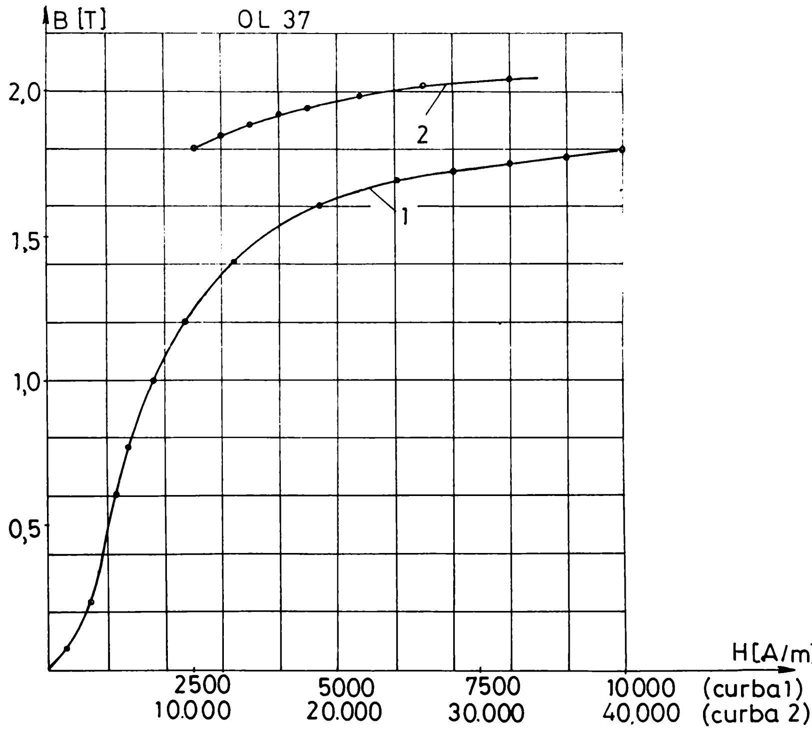


Fig. 2.12

În ceea ce privește dimensiunile circuitului, pentru exemplificare se prezintă variantele în care lungimea magnetului este l_m=5*cm*, a jugului feromagnetic l_f=20*cm*, iar întrefierul se consideră parametru, având valorile $\delta = 1$mm, 2mm și 3mm. Pentru toate variantele alese s-au făcut calcule cu neglijarea dispesiei (k_d = 1) și cu considerarea acesteia printr-un factor de dispersie ales (k_d = 1,4). Rezultatele de calcul obținute cu programele R2MAG1V1 și R2MAG1V2 sunt prezentate în tabele (2.3-2.5), în care s-au păstrat notațiile din programele de calcul, cu semnificațiile: CD - coeficientul de dispersie (k_d); BM - inducția magnetică din magnet (B_m); HM - intensitatea câmpului magnetic în magnet (H_m); BJUG - inducția magnetică în jugul feromagnetic (B_f); HJUG -

intensitatea câmpului magnetic în jugul feromagnetic (H_f); BO - inducția magnetică în întrefier (B [illegible] BJ(J), HJ(J) coordonatele punctelor [illegible] care determină curba 3 (v.fig.2.8).

Pentru o apreciere mai intuitivă, valorile obținute cu programele de calcul sunt reprezentate grafic în figura 2.13.

Tabelul 2.3 (l_m = 5 cm ; l_f = 20 cm ; k_d = 1 ΔB = 0,1 T)

J	BJ(J) [T]	HJ(J) [kA/m]		
		δ = 1 mm	δ = 2 mm	δ = 3 mm
1	0,1	3,1915	4,7831	6,3746
2	0,2	5,8231	9,0062	12,1893
3	0,3	7,9666	12,7413	17,5159
4	0,4	10,0862	16,4524	22,8186
5	0,5	12,1937	20,1515	28,1092
6	0,6	14,3013	23,8506	33,3999
7	0,7	16,4128	27,5537	38,6945
8	0,8	18,5324	31,2648	43,9972
9	0,9	20,6999	35,0239	49,3478
10	1,0	23,1155	39,0310	
11	1,1	25,7830		-

Tabelul 2.4 (l_m = 5 cm ; l_f = 20 cm ; k_d = 1,4 ; ΔB = 0,1 T)

J	BJ(J) [T]	HJ(J) [kA/m]		
		δ = 1 mm	δ = 2 mm	δ = 3 mm
1	0,1	2,7368	3,8736	5,0105
2	0,2	4,9136	7,1873	9,4609
3	0,3	6,6025	10,0129	13,4234
4	0,4	8,2673	12,8146	17,3619
5	0,5	9,9201	15,6042	21,2883
6	0,6	11,5729	18,3939	25,2148
7	0,7	13,2297	21,1875	29,1452
8	0,8	14,8946	23,9891	33,0837
9	0,9	16,6074	26,8388	37,0702
10	1,0	18,5682	29,9364	41,3046
11	1,1	20,7810	33,2861	-
12	1,2	23,2419		

Tabelul 2.5 (l_m = 5 *cm* ; l = 20 *cm*)

Marime / Nr.	*CD*	δ [*mm*]	*BM*	*HM* [*kA/m*]	*BJUG*	*HJUG*	*BO*
1	1	1	1,087	25,3	1,087	2000	1,087
2	1	2	0,975	38,2	0,975	1791	0,975
3	1	3	0,805	44,5	0,805	1516	0,805
4	1,4	1	1,110	21,0	1,110	2095	0,793
5	1,4	2	1,058	31,9	[illegible]	1961	0,756
6	1,4	3	0,952	39,4	0,952	1733	0,680

Deoarece punctelor de funcţinare le corespund inducţii pe zona până la cotul curbei de magnetizare a jugului feromagnetic - unde aceasta nu diferă mult de o dreapă - curbele obţinute sunt uşor neliniare. De asemenea, dacă se consideră un coeficient de dispersie mai mare (păstrând dimensiunile circuitului), se constată că inducţia magnetică în întrefier - zona de interes practic - nu scade proporţional. Explicaţia se găseşte în neliniaritatea circuitului magnetic considerat.

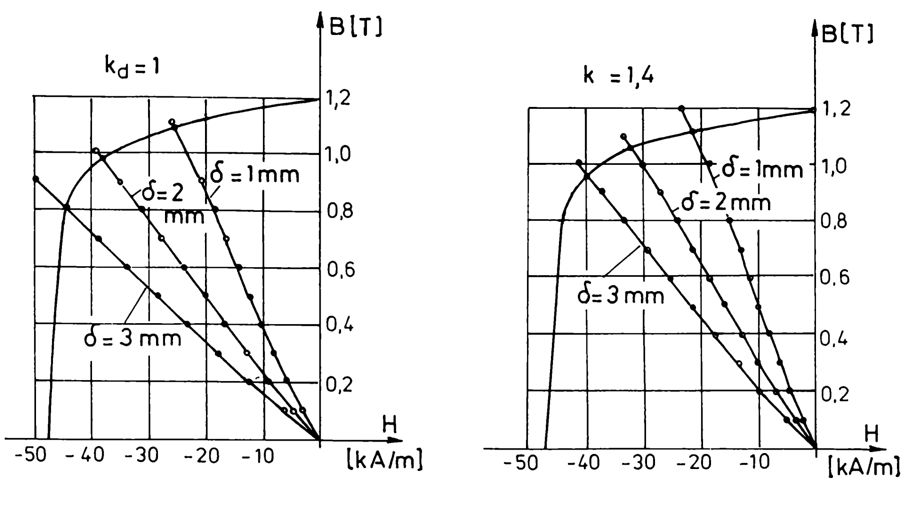


Fig. 2.13

Astfel, în cazurile analizate, atunci când k_d a crescut de 1,4 ori, inducţia magnetică în întrefier nu scade în același raport, ci mai puțin : pentru δ = 1 mm , inducția în întrefier scade de 1,37 ori; pentru δ = 2 mm - de 1,29 ori, iar pentru δ = 3 mm - de 1,18 ori.

Capitolul 3

DETERMINAREA CÂMPULUI PE CALE NUMERICĂ LA SISTEME CU MAGNEŢI PERMANENŢI

Dacă varianta de calcul în care mărimile de stare ale câmpului magnetic sunt considerate constante în secţiune nu este satisfacătoare, respectiv pentru cazuri când sistemul analizat nu este potrivit să fie divizat în zone în care să se lucreze cu valori medii în secţiune, abordarea problemei de câmp este inevitabilă. O proiectare de calitate, fară tatonări şi multiple reveniri, cu determinarea precisă a mărimilor de stare ale câmpului magnetic în orice punct din domeniul studiat, este posibilă numai prin rezolvarea problemei de câmp care apare. Cum, în general, sistemele cu magneţi permanenţi sunt neomogene şi neliniare, abordarea problemei de câmp devine o chestiune complexă, inoperantă fară utilizarea sistemelor de calcul moderne, puternice. În principal din acest motiv, preocupările din ultima vreme, legate de completarea şi modernizare metodelor de calcul a sistemelor cu magneţi permanenţi, sunt justificate şi tot mai ample.

3.1. APLICAREA METODEI ELEMENTELOR FINITE. FUNCŢIONALA UTILIZATĂ

Dintre metodele de calcul al câmpului electromagnetic, în mod deosebit se impune metoda elementelor finite. Această metodă se poate aplica avantajos şi pentru medii neomogene, neliniare şi anizotrope. Prin aplicarea unor principii variaţionale, care stau la baza metodei elementelor finite, problema rezolvării ecuaţiilor câmpului magnetic se transformă într-o problemă echivalentă- de aflare a funcţiei care minimizează o anumită funcţională.

Expresia generală a funcţionalei asociate câmpului magneţilor permanenţi pentru medii oarecare este [30, 73, 104]:

$$\mathscr{F} = \int_{v} \left(\int_{0}^{\overline{H}} \overline{B}\, d\overline{H} \right) dv + \int_{\Sigma_N} \overline{B}\, \overline{n}\, V_H\, ds$$

unde v este domeniul (volumul) în care se analizează problema de câmp, iar Σ_N este frontiera cu condiții Neumann a domeniului. Al doilea termen din funcțională ține seama de prezența condițiilor Neumann nenule. Pentru cazurile în care domeniul de studiu are numai condiții Dirichlet sau pentru toată frontiera Σ_N condițiile Neumann sunt nule, funcționala va conține doar primul termen al expresiei (3.1). Deoarece în relația (3.1) sunt trei mărimi necunoscute ($\overline{B}$ - inducția magnetică, $\overline{H}$ - intensitatea câmpului magnetic și V_H - potențialul magnetic scalar), este necesar ca expresia generală a funcționalei $\mathscr{F}$ să fie prelucrată și adusă la o formă ce se poate utiliza în calcule. În funcție de condițiile referitoare la domeniul în care se rezolvă problema de câmp magnetic, transformarea funcționalei este afectată de particularități, așa cum rezultă la paragrafele 3.1.1 și 3.1.2.

3.1.1. Domeniu cu magnetizație permanentă

În figura 3.1 se consideră domeniul $v = v' \cup v''$, în care sursele de câmp sunt magneții permanenți. Subdomeniul v' este fără magnetizație permanentă ($\overline{M}_p = 0$), iar subdomeniul v'' este cu magnetizație permanentă ($\overline{M}_p \neq 0$; magnetul permanent). Frontiera Σ a domeniului,

$$\Sigma = \Sigma_N' \cup \Sigma_D' \cup \Sigma_N'' \cup \Sigma_D'' , \tag{3.2}$$

se consideră cu condiții mixte, atât pentru zona fără magnetizație permanentă $\Sigma' = \Sigma_N' \cup \Sigma_D'$, cât și pentru zona cu magnet permanent $\Sigma'' = \Sigma_N'' \cup \Sigma_D''$. Pentru porțiunile de frontieră Σ_N' și Σ_N'' sunt date condiții Neumann, iar pentru Σ_D' și Σ_D'' condiții Dirichlet. Dacă se consideră mai multe zone cu magnetizație permanentă,

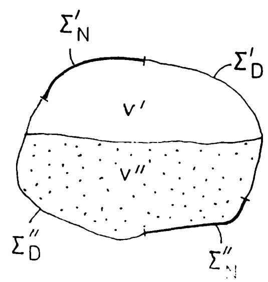


Fig.

atunci v'' este reuniunea acestora, iar v' este reuniunea tuturor zonelor fara magnetizaţie permanentă, cu înţeles similar pentru suprafeţele de frontieră Σ'', respectiv Σ'

În general, magnetizaţia are doua componente $\bar{M} = \bar{M}_p - \bar{M}_t$ permanenta ($\bar{M}$ şi temporara $\bar{M}_t$). Pentru zona v' unde $\bar{M}_p = 0$ rezulta $\bar{B} = \mu \bar{H}$, iar pentru zona v'', $\bar{B} = \mu_0 \mu_{rp} \bar{H} + \mu_0 \bar{M}_p = \mu_p \bar{H} + \mu_0 \bar{M}_p$ (v.rel. 1.3, 1.17, 1.18). Daca se ţine seama de precizarile de mai sus, relaţia 3.1 se poate scrie:

$$\mathscr{F} = \int_{v'} \left(\int_0^{\bar{H}} \mu \bar{H}\, d\bar{H} \right) dv + \int_{v''} \left[\int_0^{\bar{H}} (\mu_p \bar{H} + \mu_0 \bar{M}_p)\, d\bar{H} \right] dv + \int_{\Sigma'_N} (\mu \bar{H})\, \bar{n}\, V_H\, ds + \int_{\Sigma''_N} (\mu_p \bar{H} + \mu_0 \bar{M}_p)\, \bar{n}\, V_H\, ds \, . \tag{3.3}$$

În cadrul metodei elementelor finite, volumul v al domeniului în care se analizeaza problema de câmp se împarte în m elemente finite, de dimensiuni suficient de mici, astfel încât precizia de calcul sa fie corespunzatoare. Aceste elemente pot fi de diferite dimensiuni şi forme, în funcţie de configuraţia domeniului, reţeaua de discretizare fiind mai densa acolo unde se presupune o neuniformitate mai mare a câmpului. Numarul nodurilor reţelei se noteaza cu n . Deci funcţionala (3.3) devine:

$$\mathscr{F} = \sum_{\lambda=1}^{m} \mathscr{F}_\lambda \, , \qquad \lambda = \overline{1, m} \, . \tag{3.4}$$

Notând cu m' numarul de elémente finite din v', cu m''-numarul de elemente finite din v'' (m = m' + m''), cu m_N'-numarul de elemente finite adiacente frontierei Σ_N' şi cu m_N'' - numarul de elemente finite adiacente frontierei Σ_N'' ($m_N = m_N' + m_N''$), funcţionala este

$$\mathscr{F} = \sum_{\lambda=1}^{m'} \left\{ \int_{v_\lambda'} \left(\int_0^{\bar{H}_\lambda} \mu_\lambda \bar{H}_\lambda\, d\bar{H}_\lambda \right) dv \right\} + \sum_{\lambda=1}^{m''} \left\{ \int_{v_\lambda''} \left[\int_0^{\bar{H}_\lambda} (\mu_{p\lambda} \bar{H}_\lambda + \mu_0 \bar{M}_{p\lambda})\, d\bar{H}_\lambda \right] dv \right\} +$$

$$+\sum_{\lambda=1}^{m_N'}\left\{\int_{\Sigma_{N\lambda}'}(\mu_\lambda\,\bar{H}_\lambda)\,\bar{n}\,V_{H\lambda}\,ds\right\}+\sum_{\lambda=1}^{m_N''}\left\{\int_{\Sigma_{N\lambda}''}(\mu_{p\lambda}\,\bar{H}_\lambda+\mu_0\,\bar{M}_{p\lambda})\,\bar{n}\,V_{H\lambda}\,ds\right\}. \tag{3.5}$$

În expresia (3.5), semnificațiile notațiilor făcute rezultă din relațiile:

$$v'=\sum_{\lambda=1}^{m'}v_\lambda' \quad ; \quad v''=\sum_{\lambda=1}^{m''}v_\lambda'' \tag{3.6}$$

$$\Sigma_N'=\sum_{\lambda=1}^{m_N'}(\Sigma_{N\lambda}') \qquad \Sigma_N''=\sum_{\lambda=1}^{m_N''}(\Sigma_{N\lambda}'') \tag{3.7}$$

Pentru *jugurile feromagnetice neliniare* conținute în subdomeniul v′ nu se cunosc anticipat punctele de funcționare (pentru fiecare element finit în parte) pe curba de magnetizare B(H), curbă ce trebuie cunoscută. Din acest motiv, permeabilitățile μ_λ, pentru fiecare element finit λ, sunt inițial necunoscute, cu excepția subdomeniilor cu aer din v′ (dacă sunt), unde $\mu_\lambda = \mu_0$. Procedeul de rezolvare a problemei de câmp în cadrul MEF presupune, în final (v. par. 3.2), rezolvarea unui sistem de ecuații algebrice (obținut prin staționarizarea funcționalei 3.5), în care necunoscutele sunt potențialele magnetice scalare V_{Hi} ($i = \overline{1, n}$) din cele n noduri ale rețelei de discretizare a domeniului v de studiu. Cum valorile μ_λ sunt la început necunoscute, rezolvarea sistemului presupune mai multe iterații, plecând de la valori inițial alese pentru μ_λ ($\lambda = \overline{1, m'}$) și corectându-le la fiecare iterație. Dacă procesul este convergent, se obțin în final anumite valori pentru μ_λ, diferite de la un element finit la altul, corespunzătoare punctelor de funcționare pe curbele de magnetizare. Deci, în cadrul unei iterații, rezolvarea sistemului de ecuații ce se obține din relația (3.5) se face pentru μ_λ = constant în raport cu H_λ, dar diferit pentru λ diferit. Dacă v′ nu conține materiale neliniare, μ_λ = constant în raport cu H_λ și cunoscut, iar problema se rezolvă într-o singură iterație.

Pentru *magneții permanenți cu caracteristică neliniară*, conținuți în subdomeniul v″, problema se pune asemănător, dar cu referire la $\mu_{p\lambda}$ ($\lambda = \overline{1, m''}$). Pentru magneții permanenți din sistem (sursele de câmp) trebuiesc cunoscute curbele de demagnetizare. În cadrul unei iterații, calculul se abordează similar, considerând $\mu_{p\lambda}$ = constant în raport cu H_λ - diferit de la un element finit la altul și se corectează iterativ până se obţin valori stabile.

Luând în considerare aceste precizări, se obţine:

$$\int_0^{\bar{H}_\lambda} \mu_\lambda \bar{H}_\lambda \, d\bar{H}_\lambda = \frac{1}{2} \mu_\lambda H_\lambda^2 \tag{3.8}$$

$$\int_0^{\bar{H}_\lambda} (\mu_{p\lambda} \bar{H}_\lambda + \mu_0 \bar{M}_{p\lambda}) \, d\bar{H}_\lambda = \frac{1}{2} \mu_{p\lambda} H_\lambda^2 + \mu_0 \bar{M}_{p\lambda} \bar{H}_\lambda , \tag{3.9}$$

unde s-a ţinut seama că magnetizaţia permanentă $\bar{M}_{p\lambda}$ este independentă de $\bar{H}_\lambda$, în fiecare element finit din v'', dar poate fi diferită de la element la element. Din relaţiile (3.5), (3.8) şi (3.9) rezultă

$$\mathcal{F} = \sum_{\lambda=1}^{m'} \left\{ \int_{v_\lambda'} \frac{1}{2} \mu_\lambda H_\lambda^2 \, dv \right\} + \sum_{\lambda=1}^{m''} \left\{ \int_{v_\lambda''} (\frac{1}{2} \mu_{p\lambda} H_\lambda^2 + \mu_0 \bar{M}_{p\lambda} \bar{H}_\lambda) \, dv \right\} +$$

$$+ \sum_{\lambda=1}^{m_N'} \left\{ \int_{\Sigma_{N\lambda}'} (\mu_\lambda \bar{H}_\lambda) \, \bar{n} \, V_{H\lambda} \, ds \right\} + \sum_{\lambda=1}^{m_N''} \left\{ \int_{\Sigma_{N\lambda}''} (\mu_{p\lambda} \bar{H}_\lambda + \mu_0 \bar{M}_{p\lambda}) \, \bar{n} \, V_{H\lambda} \, ds \right\} . \tag{3.10}$$

Dacă se ţine seama de relaţia (1.14), rezultă transformările evidente:

$$(\mu_\lambda \bar{H}_\lambda) \bullet \bar{n} = \mu_\lambda H_{n\lambda} = - \mu_\lambda (\partial V_H / \partial n)_\lambda \tag{3.11}$$

$$(\mu_0 \bar{M}_{p\lambda}) \bullet \bar{n} = \mu_0 (M_{pn})_\lambda , \tag{3.12}$$

unde $H_{n\lambda}$ şi $(M_{pn})_\lambda$ sunt componentele normale ale intensităţii câmpului magnetic pe frontiera Σ_N', respectiv ale magnetizaţiei permanente pe frontiera Σ_N'', într-un element λ oarecare, adiacent frontierei Σ_N', respectiv Σ_N''. Dacă se introduc relaţiile (1.14), (3.11) şi (3.12) în expresia (3.10), funcţionala devine

$$\mathcal{F} = \sum_{\lambda=1}^{m'} \left\{ \int_{v_\lambda'} \frac{1}{2} \mu_\lambda (grad \, V_H)_\lambda^2 \, dv \right\} +$$

$$+ \sum_{\lambda=1}^{m''} \left\{ \int_{v_\lambda''} [\frac{1}{2} \mu_{p\lambda} (grad \, V_H)_\lambda^2 + \mu_0 \bar{M}_{p\lambda} (- grad \, V_H)_\lambda] \, dv \right\} +$$

$$+ \sum_{\lambda=1}^{m_N'} \left\{ \int_{\Sigma_{N\lambda}'} \mu_\lambda \, (-\partial V_H / \partial n)_\lambda \, V_{H\lambda} \, ds \right\} +$$

$$+ \sum_{\lambda=1}^{m_N''} \left\{ \int_{\Sigma_{N\lambda}''} [\, \mu_{p\lambda} \, (- \partial V_H / \partial n)_\lambda \, V_{H\lambda} + \mu_0 \, (M_{pn})_\lambda \, V_{H\lambda} \,] \, ds \right\} . \qquad (3.13)$$

Aceasta este forma utilă a funcționalei exprimată de relația generală (3.1), singura necunoscută fiind potențialul magnetic scalar V_H.

Pentru *magneți permanenți neliniari și anizotropi* trebuie ținut seama de faptul că aceștia au proprietăți diferite pentru diverse direcții. Astfel, dacă materialul prezintă trei axe (direcții) preferențiale (x, y, z), relația (1.18) se scrie pentru cele trei direcții și anume:

$$\mu_{rp\nu} = \frac{B_\nu - B_{r\nu}}{\mu_0 \, H_\nu} , \qquad \nu = x, y, z . \qquad (3.14)$$

De asemenea, trebuiesc cunoscute curbele de demagnetizare B_ν (H_ν) ale magnetului, diferite pentru cele trei direcții. Dacă și *jugurile feromagnetice sunt neliniare și anizotrope,* se vor introduce permeabilități relative după axele preferențiale:

$$\mu_{r\nu} = \frac{B_\nu}{\mu_0 \, H_\nu} , \qquad \nu = x, y, z . \qquad (3.15)$$

Similar, este necesar să fie cunoscute curbele de magnetizare pentru cele trei direcții.

Cum permeabilitățile relative $\mu_{rp\nu}$ și $\mu_{r\nu}$ depind de punctul de funcționare pe curbele neliniare - fiind inițial necunoscute - în procesul de rezolvare a ecuațiilor obținute prin minimizarea funcționalei se va urmări obținerea convergenței pentru cele trei axe preferențiale. Procedeul este similar cu cel descris pentru materiale neliniare, dar extins pentru trei direcții.

Minimizarea funcționalei $\mathcal{F}$ ($\partial \mathcal{F} / \partial V_H = 0$) conduce - prin integralele de suprafață conținute în expresie - la respectarea condițiilor pe frontiera Σ a domeniului de studiu v. Dacă elementele finite ale domeniului de studiu v se aleg suficient de mici, atunci funcționala (3.13) poate fi aproximată astfel:

$$\mathcal{F} = \sum_{\lambda=1}^{m'} \left\{ \frac{1}{2} \, \mu_\lambda \, (grad \, V_H)_\lambda \, v_\lambda \right\} +$$

$$+\sum_{\lambda=1}^{m''}\left\{\left[\frac{1}{2}\mu_{p\lambda}(\,grad\,V_H)_\lambda^2+\mu_0\,\bar{M}_{p\lambda}(-grad\,V_H)_\lambda\right]v_\lambda\right\}+$$

$$+\sum_{\lambda=1}^{m_N'}\left\{\mu_\lambda(-\partial V_H/\partial n)_\lambda\,V_{H\lambda}\,S_{N\lambda}\right\}+$$

$$+\sum_{\lambda=1}^{m_N''}\left\{\left[\mu_{p\lambda}(-\partial V_H/\partial n)_\lambda\,V_{H\lambda}+\mu_0\,(M_{pn})_\lambda\,V_{H\lambda}\right]S_{N\lambda}\right\}. \tag{3.16}$$

Se face precizarea ca în cazurile concrete (v. cap. 4 și 5) aproximarea de mai sus conduce la rezultate bune, care se verifică experimental.

Pentru un câmp plan-paralel, expresia funcționalei se poate obține din relația (3.13), făcându-se înlocuirile: $v_\lambda' \to S_\lambda'$, $v_\lambda'' \to S_\lambda''$, $\Sigma_{N\lambda}' \to C_{N\lambda}'$ și $\Sigma_{N\lambda}'' \to C_{N\lambda}''$. Semnificațiile notațiilor sunt:

$S' = \sum_{\lambda=1}^{m'} S_\lambda'$ - suprafața fără magnetizație permanentă din domeniul de studiu (S_λ' - suprafața elementului λ din S');

$S'' = \sum_{\lambda=1}^{m''} S_\lambda''$ - suprafața cu magnetizație permanentă din domeniul de studiu (S_λ'' - suprafața elementului λ din S'');

$C_N' = \sum_{\lambda=1}^{m_N'} C_{N\lambda}'$ - curba de frontieră a suprafeței S', cu condiții Neumann ($C_{N\lambda}'$ porțiunea din C_N' adiacentă elementului λ);

$C_N'' = \sum_{\lambda=1}^{m_N''} C_{N\lambda}''$ - curba de frontieră a suprafeței S'', cu condiții Neumann ($C_{N\lambda}''$ - porțiunea din C_N'' adiacentă elementului λ).

Deci, funcționala pentru un câmp plan-paralel este

$$\mathcal{F}=\sum_{\lambda=1}^{m'}\left\{\int_{S_\lambda'}\frac{1}{2}\mu_\lambda(\,grad\,V_H)_\lambda^2\,ds\right\}+$$

$$+\sum_{\lambda=1}^{m''}\left\{\int_{S_\lambda''}\left[\frac{1}{2}\mu_{p\lambda}(\,grad\,V_H)_\lambda^2+\mu_0\,\bar{M}_{p\lambda}(-grad\,V_H)_\lambda\right]ds\right\}+$$

$$+ \sum_{\lambda=1}^{m'_N} \left\{ \int_{C'_{N\lambda}} \mu_\lambda \, (- \partial V_H / \partial n)_\lambda \, V_{H\lambda} \, dl \right\} +$$

$$+ \sum_{\lambda=1}^{m''_N} \left\{ \int_{C''_{N\lambda}} [\, \mu_{p\lambda} \, (- \partial V_H / \partial n)_\lambda \, V_{H\lambda} + \mu_0 \, (M_{pn})_\lambda \, V_{H\lambda} \,] \, dl \right\} . \qquad (3.17)$$

Notațiile din relația (3.17) primesc semnificațiile: m' , m'' - numărul de elemente finite plane din suprafața S', respectiv S''; m'_N , m''_N - numărul de elemente finite de frontieră, cu condiții Neumann, din S', respectiv S''.

Dacă elementele finite ale domeniului de studiu plan se aleg suficient de mici, asemănător cazului tridimensional (v. rel. 3.16), funcționala (3.17) se poate aproxima cu expresia

$$\mathcal{F} = \sum_{\lambda=1}^{m'} \left\{ \frac{1}{2} \mu_\lambda \, (grad \, V_H)^2_\lambda \, S_\lambda \right\} +$$

$$+ \sum_{\lambda=1}^{m''} \left\{ [\, \frac{1}{2} \mu_{p\lambda} \, (grad \, V_H)^2_\lambda + \mu_0 \, \bar{M}_{p\lambda} \, (- grad \, V_H)_\lambda \,] \, S_\lambda \right\} +$$

$$+ \sum_{\lambda=1}^{m'_N} \left\{ \mu_\lambda \, (- \partial V_H / \partial n)_\lambda \, V_{H\lambda} \, l_{N\lambda} \right\} +$$

$$+ \sum_{\lambda=1}^{m''_N} \left\{ [\, \mu_{p\lambda} \, (- \partial V_H / \partial n)_\lambda \, V_{H\lambda} + \mu_0 \, (M_{pn})_\lambda \, V_{H\lambda} \,] \, l_{N\lambda} \right\} . \qquad (3.18)$$

Relațiile (3.16 , 3.18) redau expresiile funcționalei pentru câmpul magneților permanenți în funcție de potențialele magnetice scalare $V_{H\lambda}$. În cadrul metodei elementelor finite, funcțiile necunoscute $V_{H\lambda}$ ($\lambda = \overline{1,m}$) se exprimă în raport cu potențialele magnetice scalare V_{Hi} ($i = \overline{1,n}$) ale nodurilor rețelei de discretizare a domeniului de studiu (v. par. 3.2). De asemenea, în relațiile amintite intervin și magneții permanenți, prin magnetizațiile permanente $M_{p\lambda}$, parametrii materialelor circuitului magnetic (μ_λ și $\mu_{p\lambda}$), precum și condițiile Neumann pe frontiera domeniului ($(M_{pn})_\lambda$ și $(\partial V_H / \partial n)_\lambda$). Sursele de câmp, materialele circuitului magnetic și condițiile pe frontieră trebuiesc cunoscute pentru ca, la un sistem cu magneți permanenți de geometrie dată, soluția problemei de câmp să fie unică.

Funcționalele (3.16) și (3.18) au un grad de generalitate sporit, fiind utilizabile pentru cazurile în care domeniul unde se determină problema de câmp este neomogen și neliniar, atât în subdomeniul fără magnetizație permanentă, cât și în zona magneților permanenți. De asemenea, funcționalele se pot utiliza și pentru medii anizotrope dacă termenii acestora se descompun după direcțiile preferențiale de magnetizare și se introduc permeabilități relative după aceste direcții (rel 3.14, 3.15). În acest caz, plecând de la valori inițial alese pentru $\mu_{r\nu}$ și $\mu_{rp\nu}$, cu referire la cele trei direcții preferențiale de magnetizare ($\nu = x, y, z$) și pentru toate elementele finite din jugurile feromagnetice și magneții permanenți, acestea se vor corecta printr-un proces iterativ până se obțin valori stabile. Procedeul este similar cu cel descris la materiale neliniare, dar se extinde pentru cele trei direcții preferențiale de magnetizare.

3.1.2. Domeniu fără magnetizație permanentă

Există situații când nu interesează câmpul în magnetul permanent, ci doar într-o anumită zonă restrânsă înafara acestuia (întrefier, juguri feromagnetice). Pentru astfel de cazuri, domeniul în care se rezolvă problema de câmp nu conține zone cu magnetizație permanentă, iar funcționala are o formă particulară. Aceasta poate fi dedusă din expresia funcționalei pentru electrostatică [73, 86, 114] în baza analogiei dintre câmpul magnetostatic și cel electrostatic: $\bar{H} \longleftrightarrow \bar{E}$, $\bar{B} \longleftrightarrow \bar{D}$, $V_H \longleftrightarrow V$, $\mu \longleftrightarrow \epsilon$, $\mu_0 \bar{M}_p \longleftrightarrow \bar{P}_p$, $0 \longleftrightarrow \rho_v$, $0 \longleftrightarrow \rho_s$. Astfel, pentru un domeniu fără magnetizație permanentă, cu condiții de frontieră mixte, funcționala este

$$\mathcal{F} = \int_v \frac{1}{2} \mu (grad\ V_H)^2\, dv - \int_{\Sigma_N} \mu (\partial V_H / \partial n)\, V_H\, ds\ , \tag{3.19}$$

unde v este volumul domeniului, iar Σ_N porțiunea din frontiera acestuia cu condiții Neumann. Dacă se ține seama de faptul că domeniul este divizat în elemente finite, relația (3.19) devine

$$\mathscr{F} = \sum_{\lambda=1}^{m} \left\{ \int_{V_\lambda} \frac{1}{2} \mu_\lambda \, (\, grad \; V_H \,)_\lambda^2 \, dv \right\} -$$

$$- \sum_{\lambda=1}^{m_N} \left\{ \int_{\Sigma_{N\lambda}} \mu_\lambda \, (\, \partial \, V_H \, / \, \partial \, n \,)_\lambda \; V_{H\lambda} \, ds \right\} , \qquad (3.20)$$

în care s-au făcut notațiile: m - numărul de elemente finite din domeniu; m_N - numărul de elemente finite de frontieră, cu condiții Neumann.

Funcționala (3.20) poate fi dedusă și din expresia generală (3.13), în care se ține seama că magnetizația permanentă este nulă și se adaptează notațiile referitoare la numărul de elemente finite ($m' \rightarrow m$; $m_N' \rightarrow m_N$).

Pentru câmp plan-paralel într-un domeniu fără magnetizație permanentă, funcționala se poate deduce fie prin particularizarea expresiei (3.20) într-un mod similar cu cel utilizat la obținerea relației (3.17), fie prin particularizarea directă a relației (3.17) pentru domenii ce nu conțin magneți permanenți. Expresia obținută este (3.21), unde m și m_N au semnificații similare cu cele din relația (3.20), dar aici se referă la elementele finite din domeniul plan, iar S_λ' și $C_{N\lambda}'$ se notează cu S_λ , respectiv $C_{N\lambda}$.

$$\mathscr{F} = \sum_{\lambda=1}^{m} \left\{ \int_{S_\lambda} \frac{1}{2} \mu_\lambda \, (\, grad \; V_H \,)_\lambda^2 \, ds \right\} -$$

$$- \sum_{\lambda=1}^{m_N} \left\{ \int_{C_{N\lambda}} \mu_\lambda \, (\, \partial \, V_H \, / \, \partial \, n \,)_\lambda \; V_{H\lambda} \, dl \right\} \qquad (3.21)$$

Dacă se ține seama de procedeul de aplicare al funcționalelor (3.13) și (3.17), rezultă că și funcționalele (3.20) și (3.21) pot fi utilizate pentru domenii plane neomogene, neliniare și anizotrope prin extindere.Se face precizarea că la calculul câmpului magnetic s-ar putea utiliza și varianta bazată pe potențialul magnetic vector $\bar{A}$.

3.2. STABILIREA ECUAȚIILOR CORESPUNZĂTOARE METODEI ELEMENTELOR FINITE

Pentru a obține ecuațiile care permit rezolvarea problemei de câmp, funcțiile necunoscute $V_{H\lambda}$ ($\lambda = \overline{1, m}$) -conţinute în expresia funcţionalei- se exprimă în raport cu potenţialele magnetice scalare V_{Hi} ($i = \overline{1, n}$) ale celor n noduri ale reţelei prin care s-a împărţit domeniul de studiu în m elemente finite. Pentru concretizare se consideră un domeniu plan, iar discretizarea acestuia se realizează printr-o reţea de triunghiuri oarecare.

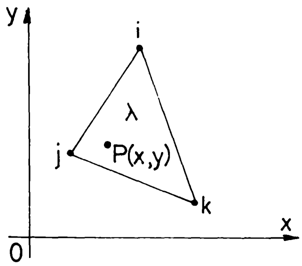


Fig. 3.2

În figura 3.2 este reprezentat un elemnt finit λ, cu notarea nodurilor acestuia. Dacă în elemntul λ se consideră o variaţie liniară a potenţialului magnetic scalar $V_{H\lambda}$, atunci într-un punct oarecare P(x,y) din interiorul elementului se poate scrie [94,114]

$$V_{H\lambda} = (a_1 + a_2 x + a_3 y)_\lambda = (1 \quad x \quad y) \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}_\lambda . \qquad (3.22)$$

Alegând elementele finite ale domeniului suficient de mici, aproximarea dată de relaţia (3.22) este foarte bună. Desigur, în funcţie de cazul concret analizat, se va avea în vedere ca în zonele unde variaţia potenţialului magnetic scalar este rapidă, reţeaua elementelor finite să fie foarte fină. Aceeaşi funcţie potenţială se exprimă şi în raport cu potenţialele V_{Hi}, V_{Hj}, V_{Hk} ale nodurilor i, j, k ce determină elementul λ :

$$V_{H\lambda} = (f_i V_{Hi} + f_j V_{Hj} + f_k V_{Hk})_\lambda = (f_i \quad f_j \quad f_k)_\lambda \begin{pmatrix} V_{Hi} \\ V_{Hj} \\ V_{Hk} \end{pmatrix}_\lambda , \qquad (3.23)$$

unde coeficienţii f_i, f_j, f_k se numesc funcţii de formă [114]. Pentru determinarea expresiilor acestora se particularizează relaţia (3.22) pentru cazul când punctul P(x,y) se află, pe rând, în nodurile i, j, k, obţinându-se expresia matricială

$$\begin{pmatrix} V_{Hi} \\ V_{Hj} \\ V_{Hk} \end{pmatrix}_\lambda = \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix}_\lambda \bullet \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}_\lambda \qquad (3.24)$$

Din sistemul (3.24) rezultă

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}_\lambda = \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix}_\lambda^{-1} \bullet \begin{pmatrix} V_{Hi} \\ V_{Hj} \\ V_{Hk} \end{pmatrix}_\lambda \tag{3.25}$$

Ţinând seama de (3.25), ecuaţia (3.22) devine

$$V_{H\lambda} = (\,1 \quad x \quad y\,) \bullet \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix}_\lambda^{-1} \bullet \begin{pmatrix} V_{Hi} \\ V_{Hj} \\ V_{Hk} \end{pmatrix}_\lambda \tag{3.26}$$

Relaţia (3.26) dă expresia potenţialului $V_{H\lambda}$ într-un punct oarecare P(x,y) din elementul λ în funcţie de coordonatele (x_i, y_i), (x_j, y_j), (x_k, y_k) şi potenţialele magnetice scàlare V_{Hi}, V_{Hj}, V_{Hk} ale nodurilor i, j, k ce determină elemntul λ. Inversa matricei formată cu coordonatele nodurilor se poate scrie astfel:

$$\begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix}_\lambda^{-1} = \frac{1}{2S_\lambda} \bullet \begin{pmatrix} x_jy_k - x_ky_j & x_ky_i - x_iy_k & x_iy_j - x_jy_i \\ y_j - y_k & y_k - y_i & y_i - y_j \\ x_k - x_j & x_i - x_k & x_j - x_i \end{pmatrix}_\lambda , \tag{3.27}$$

unde S_λ este aria triunghiului λ, adică

$$2S_\lambda = [\,x_i(y_j - y_k) + x_j(y_k - y_i) + x_k(y_i - y_j)\,]_\lambda \,. \tag{3.28}$$

Dacă se compară relaţiile (3.22) şi (3.26), respectiv (3.23) şi (3.26) rezultă matricea coeficienţilor a_1, a_2, a_3 , respectiv matricea funcţiilor de formă:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}_\lambda = \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix}_\lambda^{-1} \bullet \begin{pmatrix} V_{Hi} \\ V_{Hj} \\ V_{Hk} \end{pmatrix}_\lambda , \tag{3.29}$$

$$(\,f_i \quad f_j \quad f_k\,)_\lambda = (\,1 \quad x \quad y\,) \bullet \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix}_\lambda^{-1} \tag{3.30}$$

Dacă în (3.30) se ţine seama de (3.27), pentru funcţiile de formă se obţin expresiile:

$$f_{i\lambda} = \frac{1}{2S_\lambda}\,[(\,x_j y_k - x_k y_j\,) + (\,y_j - y_k\,)x + (\,x_k - x_j\,)y\,]_\lambda \quad ,$$

$$f_{j\lambda} = \frac{1}{2S_\lambda}\,[(\,x_k y_i - x_i y_k\,) + (\,y_k - y_i\,)x + (\,x_i - x_k\,)y\,]_\lambda \quad ,$$

$$f_{k\lambda} = \frac{1}{2S_\lambda}\,[(\,x_i y_j - x_j y_i\,) + (\,y_i - y_j\,)x + (\,x_j - x_i\,)y\,]_\lambda \qquad (3.31)$$

Întroducând notațiile:

$$a_{i\lambda} = (\,x_j y_k - x_k y_j\,)_\lambda \;;\quad b_{i\lambda} = (\,y_j - y_k\,)_\lambda \;;\quad c_{i\lambda} = (\,x_k - x_j\,)_\lambda \;;$$

$$a_{j\lambda} = (\,x_k y_i - x_i y_k\,)_\lambda \;;\quad b_{j\lambda} = (\,y_k - y_i\,)_\lambda \;;\quad c_{j\lambda} = (\,x_i - x_k\,)_\lambda \;;$$

$$a_{k\lambda} = (\,x_i y_j - x_j y_i\,)_\lambda \;;\quad b_{k\lambda} = (\,y_i - y_j\,)_\lambda \;;\quad c_{k\lambda} = (\,x_j - x_i\,)_\lambda \;, \qquad (3.32)$$

coeficienții din relația (3.22), funcțiile de forma, respectiv expresia potențialului magnetic scalar devin:

$$\alpha_{1\lambda} = \frac{1}{2S_\lambda}\,(a_i V_{Hi} + a_j V_{Hj} + a_k V_{Hk})_\lambda$$

$$\alpha_{2\lambda} = \frac{1}{2S_\lambda}\,(b_i V_{Hi} + b_j V_{Hj} + b_k V_{Hk})_\lambda$$

$$\alpha_{3\lambda} = \frac{1}{2S_\lambda}\,(c_i V_{Hi} + c_j V_{Hj} + c_k V_{Hk})_\lambda \qquad (3.33)$$

$$f_{i\lambda} = \frac{1}{2S_\lambda}\,(\,a_i + b_i x + c_i y\,)_\lambda$$

$$f_{j\lambda} = \frac{1}{2S_\lambda}\,(\,a_j + b_j x + c_j y\,)_\lambda$$

$$f_{k\lambda} = \frac{1}{2S_\lambda}\,(\,a_k + b_k x + c_k y\,)_\lambda \qquad (3.34)$$

$$V_{H\lambda} = \frac{1}{2S\lambda}\,[\,(a_i + b_i x + c_i y)\,V_{Hi} + (a_j + b_j x + c_j y)\,V_{Hj} + (a_k + b_k x + c_k y)\,V_{Hk}\,]_\lambda \;. \qquad (3.35)$$

Expresia funcționalei conține și termeni de forma $(\,grad\ V_H\,)_\lambda^2$, respectiv

$\mu_0 \overline{M}_{p\lambda} \bullet (-\,grad\ V_H)_\lambda$, care, de asemenea, trebuiesc exprimați funcție de mărimi cunoscute și potențialele magnetice scalare (necunoscute) ale nodurilor rețelei. Astfel, pentru domeniul plan considerat, ținând seama de relațiile (3.22) și (3.33) se obține:

$$(\,grad\ V_H\,)_\lambda = a_{2\lambda}\overline{i} + a_{3\lambda}\overline{j}\ , \qquad (3.36)$$

$$(grad\ V_H)_\lambda^2 = \frac{1}{4S_\lambda^2}[(b_i V_{Hi} + b_j V_{Hj} + b_k V_{Hk})_\lambda^2 + (c_i V_{Hi} + c_j V_{Hj} + c_k V_{Hk})_\lambda^2]\ , \qquad (3.37)$$

unde vectorii $\overline{i}$ și $\overline{j}$ sunt versorii sitemului de axe xoy. Dacă magnetizația permanentă $\overline{M}_{p\lambda}$, în fiecare element finit λ, se consideră după direcții arbitrare, rezultă (v. notațiile făcute la scrierea rel. 1.18):

$$\mu_0 \overline{M}_{p\lambda} = \mu_0\ (M_{px})_\lambda \overline{i} + \mu_0\ (M_{py})_\lambda \overline{j} = (B_{rx})_\lambda \overline{i} + (B_{ry})_\lambda \overline{j}\ , \qquad (3.38)$$

$$\mu_0 \overline{M}_{p\lambda} \bullet (-grad\ V_H)_\lambda = -\frac{1}{2S_\lambda}\ [\ (B_{rx})_\lambda(\ b_i V_{Hi} + b_j V_{Hj} + b_k V_{Hk}\ )_\lambda + (B_{ry})_\lambda(\ c_i V_{Hi} + c_j V_{Hj} + c_k V_{Hk}\ )_\lambda\ ]\ . \qquad (3.39)$$

Ultimele două sume din expresia (3.18) a funcționalei se referă la condițiile Neumann nenule pe frontiera domeniului în care se analizează problema de câmp, condiții ce trebuiesc cunoscute. Deoarece condițiile pe frontieră sunt specifice problemelor concrete, deci diferite de la caz la caz, acești termeni ai funcționalei nu mai pot fi detaliați într-o tratare generală. Pentru cazuri concrete (v. par. 3.2.2 și 4.1) se vor aborda și acești termeni. Prin urmare, în scopul adâncirii analizei procesului de minimizare a funcționalei și de stabilire a sistemului de ecuații în care necunoscutele sunt potențialele magnetice scalare ale nodurilor rețelei, se vor detalia în continuare primele două sume din relația (3.18). De fapt, anularea ultimelor două sume din funcțională corespunde cazurilor în care condițiile pe frontieră de tip Neumann sunt nule, cazuri frecvent întâlnite în practică.

Deci, dacă se ține seama de cele precizate mai sus și de relațiile (3.37) și (3.39), expresia (3.18) a funcționalei se poate scrie astfel:

$$\mathcal{F} = \sum_{\lambda=1}^{m'} \frac{\mu_\lambda}{8S_\lambda}\ [(\ b_i V_{Hi} + b_j V_{Hj} + b_k V_{Hk}\ )_\lambda^2 + (\ c_i V_{Hi} + c_j V_{Hj} + c_k V_{Hk}\ )_\lambda^2\ ] +$$

$$+\sum_{\lambda=1}^{m''}\left\{\frac{\mu_{p\lambda}}{8S_\lambda}[(b_iV_{Hi}+b_jV_{Hj}+b_kV_{Hk})_\lambda^2+(c_iV_{Hi}+c_jV_{Hj}+c_kV_{Hk})_\lambda^2]-\right.$$

$$\left.-\frac{(B_{rx})_\lambda}{2}(b_iV_{Hi}+b_jV_{Hj}+b_kV_{Hk})_\lambda-\frac{(B_{ry})_\lambda}{2}(c_iV_{Hi}+c_jV_{Hj}+c_kV_{Hk})_\lambda\right\}. \qquad (3.40)$$

Cum m' + m'' = m (numărul total de elemente finite), primele două categorii de termeni se pot scrie grupat, astfel că relația (3.40) devine:

$$\mathscr{F}=\sum_{\lambda=1}^{m}\frac{\mu_\lambda}{8S_\lambda}[(b_iV_{Hi}+b_jV_{Hj}+b_kV_{Hk})_\lambda^2+(c_iV_{Hi}+c_jV_{Hj}+c_kV_{Hk})_\lambda^2]-$$

$$-\sum_{\lambda=1}^{m''}[\frac{(B_{rx})_\lambda}{2}(b_iV_{Hi}+b_jV_{Hj}+b_kV_{Hk})_\lambda+\frac{(B_{ry})_\lambda}{2}(c_iV_{Hi}+c_jV_{Hj}+c_kV_{Hk})_\lambda], \qquad (3.41)$$

unde: $\mu_\lambda=\mu_0\mu_{r\lambda}$ pentru zona fără magnetizație permanentă ($\lambda=\overline{1,m'}$);

$\mu_\lambda=\mu_{p\lambda}=\mu_0\mu_{rp\lambda}$ pentru zona magneților permanenți ($\lambda=\overline{1,m''}$).

În scopul urmăririi mai simple a procesului de minimizare a funcționalei sunt utile notațiile :

$$\mathscr{F}_\lambda=\frac{\mu_\lambda}{8S_\lambda}[(b_iV_{Hi}+b_jV_{Hj}+b_kV_{Hk})_\lambda^2+(c_iV_{Hi}+c_jV_{Hj}+c_kV_{Hk})_\lambda^2], \qquad (3.42)$$

$$\mathscr{F}_\lambda''=\frac{(B_{rx})_\lambda}{2}(b_iV_{Hi}+b_jV_{Hj}+b_kV_{Hk})_\lambda+\frac{(B_{ry})_\lambda}{2}(c_iV_{Hi}+c_jV_{Hj}+c_kV_{Hk})_\lambda. \qquad (3.43)$$

Cu acestea, funcționala (3,41) se poate scrie

$$\mathscr{F}=\sum_{\lambda=1}^{m}\mathscr{F}_\lambda-\sum_{\lambda=1}^{m''}\mathscr{F}_\lambda''. \qquad (3.44)$$

Minimizarea funcționalei se obține prin anularea derivatelor acesteia în raport cu potențialele magnetice scalare ale celor n noduri ale rețelei (necunoscutele problemei):

$$\frac{\partial\mathscr{F}}{\partial V_{Hi}}=0\ ; \qquad i=\overline{1,n} \qquad (3.45)$$

sau

$$\sum_{\lambda=1}^{m}\frac{\partial\mathscr{F}_\lambda}{\partial V_{Hi}}-\sum_{\lambda=1}^{m''}\frac{\partial\mathscr{F}_\lambda''}{\partial V_{Hi}}=0\ ; \qquad i=\overline{1,n}. \qquad (3.46)$$

Relațiile (3.45), respectiv (3.46) reprezintă sistemul de n ecuații algebrice ce conțin n necunoscute (V_{Hi} , $i=\overline{1,n}$). Acestea se referă la cazurile când domeniul în care se analizează problema de câmp conține și magneți permanenți, dar pot fi particularizate și pentru situațiile când domeniul nu conține zone cu magnetizație permanentă, impunându-se condițiile $\mu_0 M_{px} = \mu_0 M_{py} = 0$, adică $B_{rx} = B_{ry} = 0$.

Pentru scrierea în detaliu a ecuațiilor sistemului (3.46) se vor considera două categorii de noduri ale rețelei ce discretizeză domeniul de studiu: noduri din interiorul rețelei și noduri cu poziții particulare.

3.2.1. Nod din interiorul rețelei de discretizare

Sistemul (3.46) conține câte o ecuație pentru fiecare nod al rețelei de discretizare a domeniului de studiu, cu excepția nodurilor care se găsesc pe frontiera cu condiții Dirichlet (pentru aceste noduri potențialele magnetice scalare sunt cunoscute).

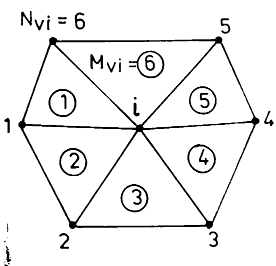


Fig. 3.3

Pentru stabilirea regulilor de scriere detaliată a ecuațiilor sistemului referitoare la nodurile situate în interiorul rețelei, în fig 3.3 se consideră un nod oarecare i al acesteia. Pentru ficare nod i trebuiesc cunoscute elementele finite adiacente și nodurile vecine. Din acest motiv, pentru scrierea automată a ecuațiilor se introduc două numerotări locale: cu N_{vi} se notează numărul de noduri vecine nodului i, iar cu M_{vi} numărul de elemente finite adiacente nodului i. Pentru un nod interior i de genul celui din figura 3.3 $N_{vi} = M_{vi} = 6$. Pozițiile nodului 1, respectiv a elementului 1 în numerotările locale sunt arbitrare, ecuația din sistemul (3.46) referitoare la nodul i rezultând la fel, indiferent de unde se începe numerotarea. Pentru urmărirea coerentă a scrierii ecuațiilor și în mod special pentru scrierea automata a acestora, printr-un program de calcul, este importantă păstrarea unei anumite succesiuni în numerotare. Dacă se ține seama de numerotările din fig. 3.3, ecuația din sistemul (3.45) care se referă la nodul i are forma:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial V_{Hi}} = \frac{\partial}{\partial V_{Hi}} (\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_3 + \mathcal{F}_4 + \mathcal{F}_5 + \mathcal{F}_6) - \frac{\partial}{\partial V_{Hi}} (\mathcal{F}_1'' + \mathcal{F}_2'' + \mathcal{F}_3'' + \mathcal{F}_4'' + \mathcal{F}_5'' + \mathcal{F}_6'') = 0 \quad (3.47)$$

Se face precizarea că potențialul magnetic scalar V_{Hi} al nodului i intervine numai în expresiile funcționalelor elementare $\mathscr{F}_\lambda$ și $\mathscr{F}_\lambda''$ aferente elementelor finite adiacente nodului i (v. 3.42 și 3. 43). Din acest motiv, în ecuația (3.47) intervin numai derivatele funcționalelor $\mathscr{F}_\lambda$ și $\mathscr{F}_\lambda''$ care au indicele $\lambda = \overline{1, M_{vi}}$ (pentru cazul concret din fig. 3.3, $\lambda = \overline{1,\ 6}$). Expresiile fucționalelor elementare din relația (3.47) sunt:

$$\begin{aligned}
\mathscr{F}_1 &= \frac{\mu_0}{8}\frac{\mu_{r1}}{S_1}\left[(b_i V_{Hi}+b_j V_{Hj}+b_k V_{Hk})_1^2 + (c_i V_{Hi}+c_j V_{Hj}+c_k V_{Hk})_1^2\right] \\
&\ \vdots \\
\mathscr{F}_6 &= \frac{\mu_0}{8}\frac{\mu_{r6}}{S_6}\left[(b_i V_{Hi}+b_j V_{Hj}+b_k V_{Hk})_6^2 + (c_i V_{Hi}+c_j V_{Hj}+c_k V_{Hk})_6^2\right]
\end{aligned} \qquad (3.48)$$

$$\begin{aligned}
\mathscr{F}_1'' &= \left[\frac{(B_{rx})_1}{2}(b_i V_{Hi}+b_j V_{Hj}+b_k V_{Hk})_1 + \frac{(B_{ry})_1}{2}(c_i V_{Hi}+c_j V_{Hj}+c_k V_{Hk})_1\right] \\
&\ \vdots \\
\mathscr{F}_6'' &= \left[\frac{(B_{rx})_6}{2}(b_i V_{Hi}+b_j V_{Hj}+b_k V_{Hk})_6 + \frac{(B_{ry})_6}{2}(c_i V_{Hi}+c_j V_{Hj}+c_k V_{Hk})_6\right] .
\end{aligned} \qquad (3.49)$$

Indicele inferior al parantezelor arată că potențialele V_{Hi} , V_{Hj} și V_{Hk} , respectiv coeficienții b_i , b_j , b_k , c_i , c_j și c_k corespund elementului finit care are numărul identic cu indicele, succesiunea de numerotare a nodurilor fiind cea trigonometrică (v. fig. 3.2). În relațiile (3.49), termenii $(B_{rx})_\lambda$ și $(B_{ry})_\lambda$, cu $\lambda = \overline{1,\ M_{vi}} = \overline{1,\ 6}$, sunt nenuli numai dacă elementul finit λ este situat în zona cu magnet permanent (adică pentru $\lambda = \overline{1,\ m''}$). În relațiile (3.48), termenii $\mu_{r\lambda}$, cu $\lambda = \overline{1,\ M_{vi}} = \overline{1,\ 6}$, sunt permeabilitățile relative ale materialului feromagnetic ($\mu_{r\lambda}$), întrefierului ($\mu_{r\lambda} = 1$) sau magnetului permanent ($\mu_{rp\lambda}$), după cum elementul λ se găsește în zona materialului feromagnetic, întrefierului sau magnetului permanent.

Urmărind relațiile (3.48) și (3.49), respectiv (3.42) și (3.43), pentru formele generale ale celor două categorii de termeni din relația (3.47) se obține:

$$\frac{\partial \mathcal{F}_\lambda}{\partial V_{Hi}} = \frac{\mu_\lambda}{4S_\lambda}[(b_i^2+c_i^2)_\lambda (V_{Hi})_\lambda + (b_i b_j + c_i c_j)_\lambda (V_{Hj})_\lambda + (b_i b_k + c_i c_k)_\lambda (V_{Hk})_\lambda] \tag{3.50}$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}''_\lambda}{\partial V_{Hi}} = \frac{(B_{rx})_\lambda}{2}(b_i)_\lambda + \frac{(B_{ry})_\lambda}{2}(c_i)_\lambda \, . \tag{3.51}$$

Se constata ca pentru o anumita ecuație i a sistemului (3.45), respectiv (3.46), termenul obținut din a doua suma reprezinta termenul liber al ecuației, deoarece nu conține potențialele magnetice scalare ale nodurilor (necunoscutele sistemului). Cât privește alegerea nodurilor i, j și k pentru fiecare element λ, se face precizarea ca trebuie sa se respecte succesiunea trigonometrica, fara alte restricții (pentru succesiune trigonometrica relația 3.28 conduce la $S_\lambda > 0$).

Ținând seama de relațiile (3.50) și (3.51), de precizarile facute mai sus și de notațiile din figura 3.3, termenii ecuației 3.47 sunt:

$$\frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial V_{Hi}} = \frac{\mu_1}{4S_1}[(b_i^2+c_i^2)_1 V_{Hi} + (b_i b_j + c_i c_j)_1 V_{H6} + (b_i b_k + c_i c_k)_1 V_{H1}]$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_2}{\partial V_{Hi}} = \frac{\mu_2}{4S_2}[(b_i^2+c_i^2)_2 V_{Hi} + (b_i b_j + c_i c_j)_2 V_{H1} + (b_i b_k + c_i c_k)_2 V_{H2}]$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_3}{\partial V_{Hi}} = \frac{\mu_3}{4S_3}[(b_i^2+c_i^2)_3 V_{Hi} + (b_i b_j + c_i c_j)_3 V_{H2} + (b_i b_k + c_i c_k)_3 V_{H3}]$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_4}{\partial V_{Hi}} = \frac{\mu_4}{4S_4}[(b_i^2+c_i^2)_4 V_{Hi} + (b_i b_j + c_i c_j)_4 V_{H3} + (b_i b_k + c_i c_k)_4 V_{H4}]$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_5}{\partial V_{Hi}} = \frac{\mu_5}{4S_5}[(b_i^2+c_i^2)_5 V_{Hi} + (b_i b_j + c_i c_j)_5 V_{H4} + (b_i b_k + c_i c_k)_5 V_{H5}]$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_6}{\partial V_{Hi}} = \frac{\mu_6}{4S_6}[(b_i^2+c_i^2)_6 V_{Hi} + (b_i b_j + c_i c_j)_6 V_{H5} + (b_i b_k + c_i c_k)_6 V_{H6}] \tag{3.52}$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}''_1}{\partial V_{Hi}} = \frac{1}{2}[(B_{rx})_1(b_i)_1 + (B_{ry})_1(c_i)_1] \; ; \quad \frac{\partial \mathcal{F}''_2}{\partial V_{Hi}} = \frac{1}{2}[(B_{rx})_2(b_i)_2 + (B_{ry})_2(c_i)_2]$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}''_3}{\partial V_{Hi}} = \frac{1}{2}[(B_{rx})_3(b_i)_3 + (B_{ry})_3(c_i)_3] \; ; \quad \frac{\partial \mathcal{F}''_4}{\partial V_{Hi}} = \frac{1}{2}[(B_{rx})_4(b_i)_4 + (B_{ry})_4(c_i)_4]$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}''_5}{\partial V_{Hi}} = \frac{1}{2}[(B_{rx})_5(b_i)_5 + (B_{ry})_5(c_i)_5] \; ; \quad \frac{\partial \mathcal{F}''_6}{\partial V_{Hi}} = \frac{1}{2}[(B_{rx})_6(b_i)_6 + (B_{ry})_6(c_i)_6] \tag{3.53}$$

Dacă se ține seama de (3.32), relațiile (3.52) și (3.53), scrise desfășurat, devin:

$$\frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial V_{Hi}} = \frac{\mu_1}{4S_1}\Big\{[(y_6-y_1)^2+(x_1-x_6)^2]\,V_{Hi}+[(y_6-y_1)(y_1-y_i)+(x_1-x_6)(x_i-x_1)]\,V_{H6}+$$
$$+[(y_6-y_1)(y_i-y_6)+(x_1-x_6)(x_6-x_i)]\,V_{H1}\Big\}$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_2}{\partial V_{Hi}} = \frac{\mu_2}{4S_2}\Big\{[(y_1-y_2)^2+(x_2-x_1)^2]\,V_{Hi}+[(y_1-y_2)(y_2-y_i)+(x_2-x_1)(x_i-x_2)]\,V_{H1}+$$
$$+[(y_1-y_2)(y_i-y_1)+(x_2-x_1)(x_1-x_i)]\,V_{H2}\Big\}$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_3}{\partial V_{Hi}} = \frac{\mu_3}{4S_3}\Big\{[(y_2-y_3)^2+(x_3-x_2)^2]\,V_{Hi}+[(y_2-y_3)(y_3-y_i)+(x_3-x_2)(x_i-x_3)]\,V_{H2}+$$
$$+[(y_2-y_3)(y_i-y_2)+(x_3-x_2)(x_2-x_i)]\,V_{H3}\Big\}$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_4}{\partial V_{Hi}} = \frac{\mu_4}{4S_4}\Big\{[(y_3-y_4)^2+(x_4-x_3)^2]\,V_{Hi}+[(y_3-y_4)(y_4-y_i)+(x_4-x_3)(x_i-x_4)]\,V_{H3}+$$
$$+[(y_3-y_4)(y_i-y_3)+(x_4-x_3)(x_3-x_i)]\,V_{H4}\Big\}$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_5}{\partial V_{Hi}} = \frac{\mu_5}{4S_5}\Big\{[(y_4-y_5)^2+(x_5-x_4)^2]\,V_{Hi}+[(y_4-y_5)(y_5-y_i)+(x_5-x_4)(x_i-x_5)]\,V_{H4}+$$
$$+[(y_4-y_5)(y_i-y_4)+(x_5-x_4)(x_4-x_i)]\,V_{H5}\Big\}$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_6}{\partial V_{Hi}} = \frac{\mu_6}{4S_6}\Big\{[(y_5-y_6)^2+(x_6-x_5)^2]\,V_{Hi}+[(y_5-y_6)(y_6-y_i)+(x_6-x_5)(x_i-x_6)]\,V_{H5}+$$
$$+[(y_5-y_6)(y_i-y_5)+(x_6-x_5)(x_5-x_i)]\,V_{H6}\Big\} \qquad (3.54)$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_1''}{\partial V_{Hi}} = \frac{1}{2}\,[(B_{rx})_1(y_6-y_1)+(B_{ry})_1(x_1-x_6)]$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_2''}{\partial V_{Hi}} = \frac{1}{2}\,[(B_{rx})_2(y_1-y_2)+(B_{ry})_2(x_2-x_1)]$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_3''}{\partial V_{Hi}} = \frac{1}{2}\,[(B_{rx})_3(y_2-y_3)+(B_{ry})_3(x_3-x_2)]$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_4''}{\partial V_{Hi}} = \frac{1}{2}\,[(B_{rx})_4(y_3-y_4)+(B_{ry})_4(x_4-x_3)]$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_5''}{\partial V_{Hi}} = \frac{1}{2}\,[(B_{rx})_5(y_4 - y_5) + (B_{ry})_5(x_5 - x_4)]$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_6''}{\partial V_{Hi}} = \frac{1}{2}\,[(B_{rx})_6(y_5 - y_6) + (B_{ry})_6(x_6 - x_5)] \qquad (3.55)$$

Relațiile (3.54) și (3.55), iar pe baza acestora ecuația (3.47), se pot scrie pentru orice nod i al rețelei, cu precizarea că elementele și nodurile adiacente acestuia se particularizează corespunzător. Suma relațiilor (3.54) și (3.55), deci ecuația (3.47), rezultă aceeași indiferent de unde se începe numerotarea nodurilor și elementelor adiacente nodului i (v. fig. 3.3).

În scopul scrierii printr-un program de calcul a tuturor ecuațiilor sistemului (3.45), este utilă stabilirea formei generale a relației (3.47), adica a ecuației care se referă la un nod oarecare i. Dacă se analizează modul de scriere al termenilor relației (3.47), adică expresiile (3.50) și (3.51), respectiv formele lor desfășurate (3.54) și (3.55), sistemul de ecuații (3.45) devine

$$C_i V_{Hi} + \sum_{l=1}^{N_{vi}} C_{il} V_{Hl} = TL_i \; ; \quad i = \overline{1, n} \; , \qquad (3.56)$$

unde:

$$C_i = \sum_{l=1}^{M_{vi}} [\frac{\mu_l}{4S_l}(b_i^2 + c_i^2)_l] \qquad (3.57)$$

$$C_{il} = \frac{\mu_l}{4S_l}(b_i b_k + c_i c_k)_l + \frac{\mu_{l+1}}{4S_{l+1}}(b_i b_j + c_i c_j)_{l+1} \qquad (3.58)$$

$$TL_i = \sum_{l=1}^{M_{vi}} \frac{1}{2}[(B_{rx})_l (b_i)_l + (B_{ry})_l (c_i)_l] \; . \qquad (3.59)$$

Indicele l din expresiile (3.57 - 3.59) se referă la elementul finit $\lambda = l$, care se particularizează corespunzător pentru toate nodurile rețelei de discretizare, identificând elementele (1 - 6) din jurul fiecărui nod i. Forma desfășurată a relațiilor (3.57 - 3.59) este:

$$C_i = \sum_{l=1}^{M_{vi}} \frac{\mu_l}{4S_l}\,[(y_{l-1} - y_l)^2 + (x_l - x_{l-1})^2] \qquad (3.60)$$

$$C_{il} = \frac{\mu_l}{4S_l}[(y_{l-1} - y_l)(y_i - y_{l-1}) + (x_l - x_{l-1})(x_{l-1} - x_i)] + \\ + \frac{\mu_{l+1}}{4S_{l+1}}[(y_l - y_{l+1})(y_{l+1} - y_i) + (x_{l+1} - x_l)(x_i - x_{l+1})] \tag{3.61}$$

$$TL_i = \sum_{l=1}^{M_{vi}} \frac{1}{2}[(B_{rx})_l(y_{l-1} - y_l) + (B_{ry})_l(x_l - x_{l-1})] \, . \tag{3.62}$$

Conform notațiilor din figura 3.3, dacă $l = 1$, atunci $l - 1 = N_{vi}$, respectiv pentru $l = N_{vi}$, nodul $(l + 1)$ este nodul 1.

În concluzie, pentru fiecare nod din interiorul rețelei de discretizare (v. nodul i, fig. 3.3) se scrie o ecuație de forma (3.56). Este interesant de sesizat că, pentru orice nod al rețelei, între coeficienții ecuației (3.56) se verifică relația $C_i = -\sum_{l=1}^{N_{vi}} C_{il}$.

3.2.2. Noduri cu poziții particulare

Există noduri ale căror potențiale magnetice scalare nu se cunosc, noduri ce se află fie pe frontiera cu condiții Neumann a domeniului, fie în alte poziții particulare. În aceste cazuri, ecuația ce se scrie are și ea forme particulare. În continuare se vor preciza expresiile ecuațiilor pentru astfel de noduri din rețeaua de discretizare.

a. *Nod de colț cu un element adiacent*. Se analizează modul în care se scrie ecuația pentru nodul i (fig. 3.4) cu un singur element adiacent λ. Pentru generalitate, se consideră că elementul λ este adiacent frontierei cu condiții Neumann nenule și are magnetizație permanentă. În acest caz, din funcționala (3.17), respectiv (3.18) se păstrează termenii $\mathcal{F}_\lambda$ și $\mathcal{F}_\lambda''$ (v. notațiile 3.42 și 3.43), la care se adaugă

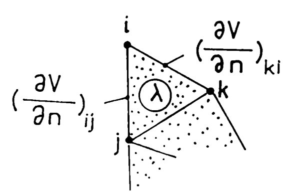


Fig. 3.4

$$\mathcal{F}_{\lambda N}'' = [\mu_{p\lambda}(\frac{\partial V_H}{\partial n})_\lambda V_{H\lambda} - \mu_0 (M_{pn})_\lambda V_{H\lambda}] l_{N\lambda} \, , \tag{3.63}$$

prin care se ţine seama că elementul λ, cu magnetizaţie permanentă este la frontiera domeniului cu condiţii Neumann nenule. Se face precizarea că a treia sumă din relaţia (3.18) corespunde condiţiilor Neumann pe frontiera domeniului fără magnetizaţie permanentă, deci nu apare în acest caz. Cu acestea, funcţionala (3.18) se poate scrie astfel:

$$\mathcal{F} = \sum_{\lambda=1}^{m} \mathcal{F}_\lambda - \sum_{\lambda=1}^{m''} \mathcal{F}''_\lambda - \sum_{\lambda=1}^{m''_N} \mathcal{F}''_{\lambda N} \qquad (3.64)$$

Ecuaţia din sistemul (3.45), respectiv (3.46), care corespunde nodului i cu un singur element adiacent, cu magnetizaţie permanentă şi situat la frontiera cu condiţii Neumann nenule este

$$\frac{\partial \mathcal{F}_\lambda}{\partial V_{Hi}} - \frac{\partial \mathcal{F}''_\lambda}{\partial V_{Hi}} - \frac{\partial \mathcal{F}''_{\lambda N}}{\partial V_{Hi}} = 0\,, \qquad (3.65)$$

unde primul termen are expresia (3.50) (cu precizarea că $\mu_\lambda = \mu_{p\lambda}$), iar cel de-al doilea termen are expresia (3.51). Pentru determinarea celui de-al treilea termen se consideră echivalentul acestuia din expresia (3.17) şi o variaţie liniară (fig. 3.5) a potenţialului magnetic scalar pe porţiunea de frontieră k-i, respectiv i-j. În acest caz

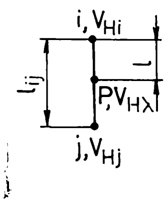


Fig. 3.5

$$V_{H\lambda} = V_{Hi} + \frac{V_{Hj} - V_{Hi}}{l_{ij}} \bullet l\,, \qquad (3.66)$$

pentru porţiunea i-j, respectiv

$$V_{H\lambda} = V_{Hk} + \frac{V_{Hi} - V_{Hk}}{l_{ki}} \bullet l\,, \qquad (3.67)$$

pentru porţiunea k-i. Cu acestea, se obţine:

$$\int_{C''_{N\lambda}} [\mu_{p\lambda} (\frac{\partial V_H}{\partial n})_\lambda V_{H\lambda} - \mu_0 (M_{pn})_\lambda V_{H\lambda}]\, dl =$$

$$= \mu_{p\lambda} [(\frac{\partial V_H}{\partial n})_{ki} \bullet \frac{V_{Hk} + V_{Hi}}{2} \bullet l_{ki} + (\frac{\partial V_H}{\partial n})_{ij} \bullet \frac{V_{Hi} + V_{Hj}}{2} \bullet l_{ij}] -$$

$$- \mu_0 [(M_{pn})_{ki} \bullet \frac{V_{Hk} + V_{Hi}}{2} \bullet l_{ki} + (M_{pn})_{ij} \bullet \frac{V_{Hi} + V_{Hj}}{2} \bullet l_{ij}]\,, \qquad (3.68)$$

unde $C''_{N\lambda}$ este porţiunea k-i-j din frontieră (v. fig. 3.4), iar l_{ij} şi l_{ki} sunt lungimile laturilor elementului λ, între nodurile i şi j, respectiv k şi i. Al treilea termen al ecuaţiei (3.65) se obţine prin derivarea în raport cu V_{Hi} a expresiei (3.68):

$$\frac{\partial \mathcal{F}_{\lambda N}''}{\partial V_{Hi}} = \frac{\mu_{p\lambda}}{2}[(\frac{\partial V_H}{\partial n})_{ki} \bullet l_{ki} + (\frac{\partial V_H}{\partial n})_{ij} \bullet l_{ij}] - \frac{1}{2}[(B_{rn})_{ki} \bullet l_{ki} + (B_{rn})_{ij} \bullet l_{ij}] \ , \quad (3.69)$$

unde s-au introdus (analog cu 3.38) notațiile: $\mu_0 (M_{pn})_{ki} = (B_{rn})_{ki}$, $\mu_0 (M_{pn})_{ij} = (B_{rn})_{ij}$. De asemenea, s-a ținut seama că pe frontieră condițiile Neumann ($\partial V_H / \partial n$, $\mu_0 M_{pn}$) sunt impuse la o problemă dată, iar $\mu_{p\lambda} = const.$ (v. precizările făcute la scrierea relațiilor 3.8 și 3.9).

Deci, dacă se scrie ecuația (3.65) în forma generală(3.56), termenii acesteia sunt:

$$C_i = \frac{\mu_{p\lambda}}{4S_\lambda}(b_i^2 + c_i^2)_\lambda \quad (3.70)$$

$$C_{ij} = \frac{\mu_{p\lambda}}{4S_\lambda}(b_i b_j + c_i c_j)_\lambda \quad (3.71)$$

$$C_{ik} = \frac{\mu_{p\lambda}}{4S_\lambda}(b_i b_k + c_i c_k)_\lambda \quad (3.72)$$

$$TL_i = \frac{1}{2}[(B_{rx})_\lambda (b_i)_\lambda + (B_{ry})_\lambda (c_i)_\lambda] + \frac{\mu_{p\lambda}}{2}[(\frac{\partial V_H}{\partial n})_{ki} l_{ki} + (\frac{\partial V_H}{\partial n})_{ij} l_{ij}] - \frac{1}{2}[(B_{rn})_{ki} l_{ki} + (B_{rn})_{ij} l_{ij}] \ , \quad (3.73)$$

unde s-a ținut seama că nodul i (pentru care s-a scris ecuația) are doar $N_{vi} = 2$ noduri vecine (j și k), deci sunt doar doi termeni de forma C_{il} (v. rel. 3.56).

Pentru nod de colț cu un element adiacent, pornind de la situația din figura 3.4, pot fi considerate și situații particulare : - elementul λ nu are magnetizație permanentă ; în acest caz, termenii ecuației nodului sunt:

$$C_i = \frac{\mu_\lambda}{4S_\lambda}(b_i^2 + c_i^2)_\lambda \quad (3.74)$$

$$C_{ij} = \frac{\mu_\lambda}{4S_\lambda}(b_i b_j + c_i c_j)_\lambda \quad (3.75)$$

$$C_{ik} = \frac{\mu_\lambda}{4S_\lambda}(b_i b_k + c_i c_k)_\lambda \quad (3.76)$$

$$TL_i = \frac{\mu_\lambda}{2}[(\frac{\partial V_H}{\partial n})_{ki} \bullet l_{ki} + (\frac{\partial V_H}{\partial n})_{ij} \bullet l_{ij}] \quad (3.77)$$

- porțiunile de frontieră k-i și i-j ale elementului λ sunt cu condiții Neumann nule în ce privește $\partial V_H / \partial n$ și $\mu_0 M_{pn} = B_{rn}$; în acest caz, termenii C_i , C_{ij} și C_{ik} au expresiile (3.70 - 3.72) sau (3.74 - 3.76), dupa cum elementul λ este cu magnetizaţie permanenta, respectiv fara magnetizaţie permanenta, iar $TL_i = 0$.

b. *Nod de colţ cu un numar oarecare de elemente adiacente.* În cazuri concrete pot apare noduri situate într-o extremitate a reţelei de discretizare (pe colţ), având un numar oarecare de elemente finite adiacente. Procedura de scriere a ecuaţiei pentru un astfel de nod este principial asemanatoare cu cea descrisa la a., cu precizarea ca în coeficienţii formei generale a ecuaţiei (rel. 3.56) vor apare termeni corespunzatori tuturor elementelor ediacente nodului. În capitolul 4 vor fi explicitate ecuaţiile pentru astfel de noduri particilare, care apar în exemplele de calcul considerate.

c. *Nod de margine.* Pentru un nod situat pe frontiera domeniului de studiu, numarul de noduri vecine, respectiv de elemente finite adiacente, au valori particulare. De exemplu, pentru nodul i din figura 3.6 rezulta: $N_{vi} = 4$, $M_{vi} = N_{vi} - 1 = 3$. În astfel de cazuri, coeficienţii C_i şi C_{il} ai ecuaţiei generale (3.56) se obţin ca pentru un nod din interior (par. 3.2.1), cu particularitatea ca N_{vi} şi M_{vi} nu au valoarea 6. În ceea ce priveşte termenul liber TL_i , daca condiţiile Neumann pe frontiera 1-i-4 sunt nule, se obţine aceeaşi forma (rel. 3.59 sau 3.62), iar daca condiţiile Neumann sunt nenule are expresia:

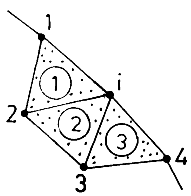


Fig. 3.6

$$TL_i = \sum_{l=1}^{M_{vi}=3} \frac{1}{2} [(B_{rx})_l (b_i)_l + (B_{ry})_l (c_i)_l] + \frac{\mu_{p3}}{2} (\frac{\partial V_H}{\partial n})_{4i} \bullet l_{4i} + \frac{\mu_{p1}}{2} (\frac{\partial V_H}{\partial n})_{i1} \bullet l_{i1} - \frac{1}{2} [(B_{rn})_{4i} \bullet l_{4i} + (B_{rn})_{i1} \bullet l_{i1}] \ . \tag{3.78}$$

Se precizeaza ca relaţia (3.78) se deduce printr-un procedeu similar celui utilizat la obţinerea relaţiei (3.73).

d. *Nod din suprafaţa de separaţie magnet-întrefier.* Acest caz este similar cu unul din cele anterior discutate, cu precizarea ca în coeficienţii ecuaţiei (3.56) termenii de forma $(B_{rx})_l$ şi $(B_{ry})_l$ se vor introduce numai pentru elementele adiacente care sunt magnetizate permanent. In mod asemanator se pune problema şi daca nodul pentru care se scrie ecuația se găsește în suprafața de separație magnet- jug feromagnetic.

Se face precizarea că, pentru exemplele de calcul cuprinse în capitolul 4, se vor trata explicit, cu detaliile necesare, ecuațiile pentru toate nodurile cu poziții particulare.

În concluzie, ecuația cu forma generală (3.56) se scrie pentru toate nodurile cu potențial magnetic scalar necunoscut din rețeaua ce discretizează domeniul în care se analizează problema de câmp, formele sale concrete ținând seama de particularitățile fiecărui nod. Se obține astfel un sistem de ecuații algebrice, care, prin rezolvare, permite determinarea potențialelor magnetice scalare ale tuturor nodurilor rețelei. Apoi, pe baza relației (3.26), se poate calcula potențialul magnetic scalar în orice punct al domeniului de studiu. După acestea, utilizând relațiile (1.14), (3.22) și (3.33) se pot determina componentele intensității câmpului magnetic în fiecare element finit:

$$(H_x)_\lambda = -\left(\frac{\partial V_H}{\partial x}\right)_\lambda = (-\alpha_2)_\lambda = -\frac{1}{2S_\lambda}(b_i V_{Hi} + b_j V_{Hj} + b_k V_{Hk})_\lambda \tag{3.79}$$

$$(H_y)_\lambda = -\left(\frac{\partial V_H}{\partial y}\right)_\lambda = (-\alpha_3)_\lambda = -\frac{1}{2S_\lambda}(c_i V_{Hi} + c_j V_{Hj} + c_k V_{Hk})_\lambda \,. \tag{3.80}$$

Componentele inducției magnetice se scriu astfel:

- în subdomeniile fără magnetizație permanentă cu relațiile

$$(B_x)_\lambda = \mu_\lambda (H_x)_\lambda \;; \qquad (B_y)_\lambda = \mu_\lambda (H_y)_\lambda \tag{3.81}$$

- în subdomeniile cu magnetizație permanentă cu relațiile

$$(B_x)_\lambda = \mu_{p\lambda}(H_x)_\lambda + (B_{rx})_\lambda \;; \qquad (B_y)_\lambda = \mu_{p\lambda}(H_y)_\lambda + (B_{ry})_\lambda \,. \tag{3.82}$$

S-au stabilit astfel expresii de calcul pentru mărimile de stare ale câmpului magnetic în toate elementele finite ale domeniului, deci problema de câmp poate fi rezolvată (v. cap. 4). Dacă se cunosc inducția magnetică $\bar{B}_\lambda$ și intensitatea câmpului magnetic $\bar{H}_\lambda$, pentru orice element finit λ, se pot determina și alte mărimi ce prezintă interes, cum ar fi: fluxuri magnetice prin anumite suprafețe, căderi de tensiuni magnetice, forțe (cupluri) ce acționează asupra unor conductoare (bobine) parcurse de curent și situate în zone cu întrefier etc.

Capitolul 4

EXEMPLE DE CALCUL NUMERIC ŞI UNELE ASPECTE DE OPTIMIZARE REZULTATE

În acest capitol, pe baza metodologiei expuse în capitolul 3, se va rezolva numeric problema de câmp magnetic pentru sisteme fizice concrete, cu magnet permanent ca sursă de câmp. Desigur, rezolvarea problemei de câmp nu este scopul final. Dacă mărimile de stare ale câmpului magnetic se pot determina în orice punct, atunci este posibil să se rezolve o gamă foarte mare de probleme ce apar în tehnică. Se vor aborda două categorii de exemple: cazul în care domeniul unde se rezolvă problema de câmp nu conţine zone cu magnetizaţie permanentă (deci este situat în exteriorul magnetului permanent), respectiv cazul când domeniul conţine şi magnetul permanent.

4.1. CALCULUL CÂMPULUI ÎN EXTERIORUL MAGNETULUI

Sunt situaţii când nu interesează mărimile de stare ale câmpului magnetic în puncte situate în interiorul magnetului permanent, ci doar într-un domeniu restrâns în exteriorul său. Păstrând geometria magnetului permanent şi materialul din care este construit acesta, se poate pune problema optimizării geometriei jugurilor feromagnetice sau se poate face o analiză a influenţei elementelor componente ale circuitului magnetic asupra performanţelor acestuia.

Se consideră un releu magnetoelectric cilindric (fig. 4.1) pentru care, într-o primă fază, se cere să se stabilească influenţa calităţii materialului din care este construit jugul (inelul) feromagnetic asupra curentului de acţionare al releului (sensibilitatea releului). Curentul străbate bobina releului, iar valoarea sa pentru care releul acţionează depinde de inducţia magnetică din întrefierul δ. Desigur, dacă se utilizează un inel feromagnetic din material de calitate foarte bună, inducţia magnetică în întrefier este mai mare, curentul de acţionare mai mic, deci o sensibilitate mai bună. Releul va fi, însă, mai scump.Se pune deci problema stabilirii distribuţiei câmpului magnetic, considerând materialul inelului feromagnetic de diferite calităţi. Pe baza acesteia se poate aprecia

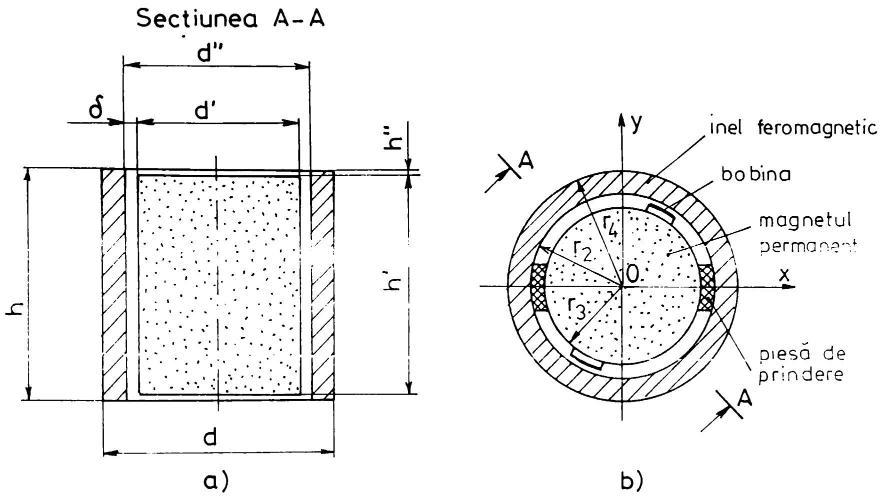


Fig. 4.1

influența calității materialului, adică se poate alege o variantă optimă.

4.1.1. Condiții pe frontieră

După cum s-a precizat în capitolul 3, condițiile pe frontieră trebuiesc stabilite pentru fiecare caz concret în parte. Dacă se ține seama de simetria releului analizat și se consideră câmpul plan-paralel, domeniul în care trebuie rezolvată problema de câmp magnetic se reduce la un sfert din suprafața secțiunii transversale prin releu (fig. 4.2), în zona întrefierului 1 și a inelului feromagnetic 2. În ce privește direcția de magnetizare a magnetului permanent, se face precizarea că, varianta optimă este după axa Oy. Cu o astfel de magnetizare, bobina releului - plasată în apropierea axei Oy - va fi situată în-tr-un câmp magnetic mai puternic, deci releul va fi mai sensibil.

Într-o primă variantă, piesa de prindere a magnetului permanent se consideră realizată dintr-un material neferomagnetic (textolit, material plastic, Al). Ulterior (v. par. 4.2) se va analiza separat influența unei piese de prindere din material feromagnetic. Prin

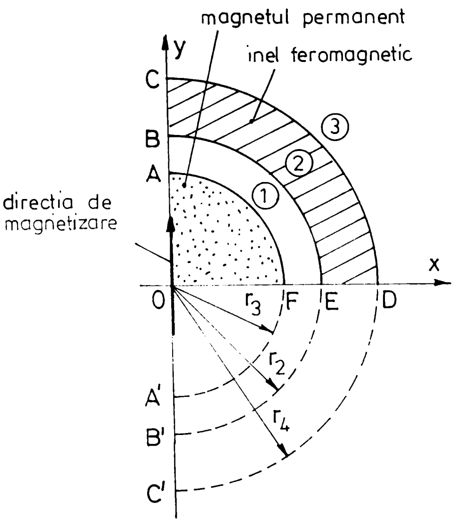


Fig. 4.2

urmare, domeniul în care se determină distribuția câmpului magnetic este în interiorul conturului ABCDEFA, care nu conține magnetul permanent.

Pentru stabilirea condițiilor pe frontieră se fac următoarele precizări:

Zona inelului feromagnetic 2 are o permeabilitate magnetică mare în raport cu zona întrefierului 1, respectiv zona 3 (aer) din exteriorul releului, chiar dacă materialul inelului este de calitate modestă (poate fi un oțel obișnuit); se face observația că în releu, inducția magnetică are valori relativ mici (v. tab. 4.2 - 4.5), deci nu se ajunge la saturarea materialului feromagnetic al inelului. În această situație, se consideră că liniile de câmp magnetic se închid prin zonele 1 și 2, zona feromagnetică 2 scurtcircuitând magnetic zona 3. Se consideră, deci, că linia OABCDC'B'A'O este o linie de câmp magnetic (se are în vedere și direcția de magnetizare), deci pe porțiunile AB, BC și CD din frontiera domeniului componenta normală a inducției magnetice este nulă, adică rezultă $\partial V_H / \partial n = 0$.

- Pe porțiunile DE și EF liniile de câmp sunt perpendiculare pe frontieră, deci potențialul magnetic scalar V_H = constant (condiții Dirichlet); pentru simplitate se alege această constantă nulă.

- Pentru porțiunea FA, condițiile pe frontieră nu au valori particulare, care să poată fi intuite. Ținând seama de particularitățile exemplului considerat, pe această zonă se pot măsura componentele normale ale inducției magnetice (B_n), dacă sistemul este realizat. Pe baza acestora se determină condițiile Neumann pe frontiera FA: $\partial V_H / \partial n = - B_n / \mu_0$.

Dacă nu se pot determina condiții pe frontieră prin măsurare, rezolvarea problemei se face într-un alt mod (v. par. 4.2). În figura 4.3 sunt reprezentate valorile componentei

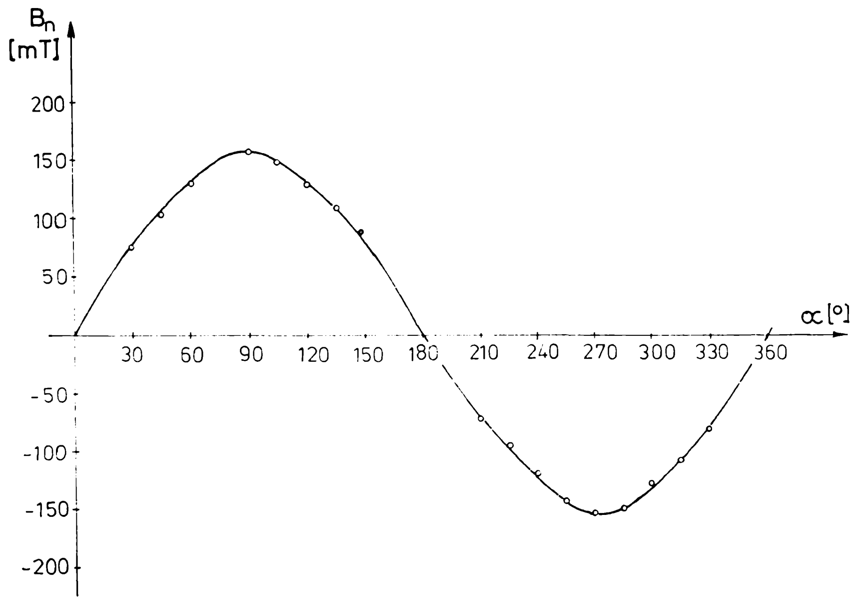


Fig. 4.3

normale a inducţiei magnetice în întrefier, la suprafaţa magnetului, pentru un releu EAW (Germania). S-a utilizat un teslametru cu sonda Hall de clasa de precizie 2,5 , iar componentele normale B_n s-au masurat prin aşezarea sondei teslametrului într-un plan tangent la megnetul permanent cilindric, la jumatatea generatoarei (la h/2). Originea unghiului a s-a stabilit în axa de prindere a magnetului permanent, adica axa Ox (v. fig. 4.1.a şi fig. 4.4). Se constata ca variaţia B_n (a) este apropiata de o sinusoida. Este interesant faptul ca, pentru un magnet cilindric omogen (fara goluri de aer, impuritaţi sau ciobituri), cu direcţie de magnetizare dupa axa Oy (fig. 4.4) şi B_m = constant în orice punct al sau, rezulta şi prin calcul ca B_n (a) este o funcţie sinusoidala. În acest sens, se considera o fâşie infinitezimala dupa direcţia de magnetizare, de laţime AD = dx. Lungimea arcului elementar $\overset{\frown}{AE}$ este

$$\overset{\frown}{AE} = r' \cdot da = \frac{d'}{2} \cdot da . \quad (4.1)$$

Coarda AE, determinata de unghiul infinitezimal da, se poate considera dupa direcţia

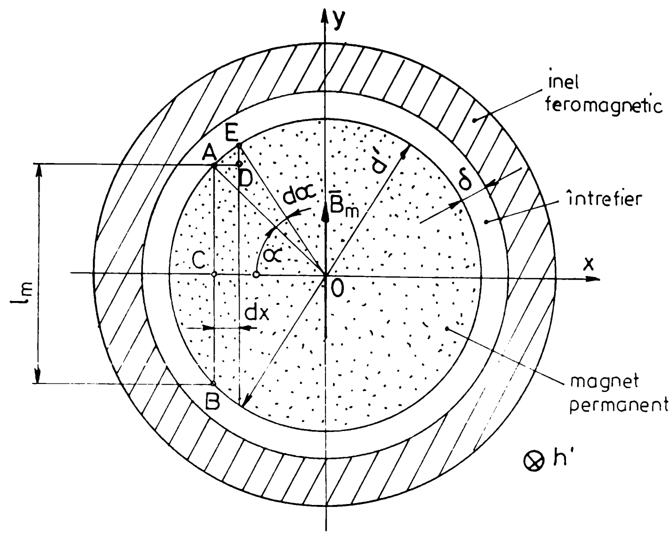


Fig. 4.4

tangentei în A, deci perpendiculară pe raza OA. Rezultă că

$$\widehat{AOC} = \widehat{AED} = \alpha \ , \tag{4.2}$$

ca unghiuri cu laturi perpendiculare. Lungimea coardei infinitezimale AE se poate aproxima cu lungimea arcului $\overset{\frown}{AE}$, deci

$$dx = \left(\frac{d'}{2} \cdot d\alpha\right) \cdot \sin\alpha \ . \tag{4.3}$$

Dacă se înmulţeşte relaţia (4.3) cu h' (înălţimea magnetului cilindric) şi se notează $dS_m = h' \cdot dx$ (aria fâşiei infinitezimale de magnet în secţiune perpendiculară pe direcţia de magnetizare), respectiv cu dS = h $\overset{\frown}{AE}$ (aria suprafeţei de separaţie dintre magnet şi întrefier, pentru zona delimitată de unghiul $d\alpha$), se obţine

$$dS_m = dS \cdot \sin\alpha \ . \tag{4.4}$$

Fluxurile magnetice prin suprafeţele infinitezimale dS_m şi dS sunt

$$d\,\Phi_m = B_m \cdot dS_m \quad ; \quad d\,\Phi = B_n \cdot dS \ , \tag{4.5}$$

unde s-a notat cu B_n componenta normală (după direcţie radială) a inducţiei magnetice în întrefier, la suprafaţa magnetului. Datorită geometriei releului şi a direcţiei de magnetizare, liniile de câmp magnetic trec de la magnet la inelul feromagnetic practic numai prin întrefier (v. şi fig. 4.1). Deci, considerând câmp plan-paralel şi sesizând că prin suprafaţa (h' DE) fluxul magnetic este nul, pe baza legii fluxului magnetic rezultă că $d\,\Phi_m = d\,\Phi$. În aceste condiţii, din relaţiile (4.4, 4.5), rezultă

$$B_n = B_m \cdot \sin \alpha \,, \tag{4.6}$$

adică o variaţie sinusoidală a componentei normale B_n a inducţiei magnetice în întrefier, la suprafaţa magnetului.

4.1.2. Discretizarea domeniului în elemente finite

Domeniul cuprins în interiorul conturului ABCDEFA (fig. 4.2) se discretizează în elemente finite de formă triunghiulară, conform reţelei din figura 4.5. La discretizare se are în vedere ca liniile de separaţie între subzone ale domeniului ocupate cu materiale diferite să fie constituite din succesiuni de laturi ale elementelor finite, adică fiecare element finit să conţină un singur material. De asemenea, la stabilirea dimensiunilor elementelor finite, care pot fi diferite între ele, se are în vedere, pe baza experienţei, o anticipare calitativă a spectrului câmpului magnetic. Se va realiza o reţea mai deasă (elemente finite de dimensiuni mai mici) acolo unde se intuieşte o variaţie mai pronunţată a câmpului magnetic. Toate nodurile şi elementele finite care apar în reţea se numerotează, iar prin programul de calcul realizat (v. par. 4.1.3) se identifică matricile nodurilor, respectiv ale elementelor finite adiacente, pentru toate nodurile reţelei. Elementele finite (1 - 36) sunt situate în inelul feromagnetic, iar (37 - 54) în întrefier.

4.1.3. Organigrama şi program de calcul

Valorile inducţiei magnetice măsurate în întrefier, respectiv calculate în întrefier şi inelul feromagnetic (v. tab. 4.1 - 4.4) sunt relativ mici. În această situaţie, punctele de funcţionare sunt situate sub cotul curbei de magnetizare, pe porţiunea ce se poate

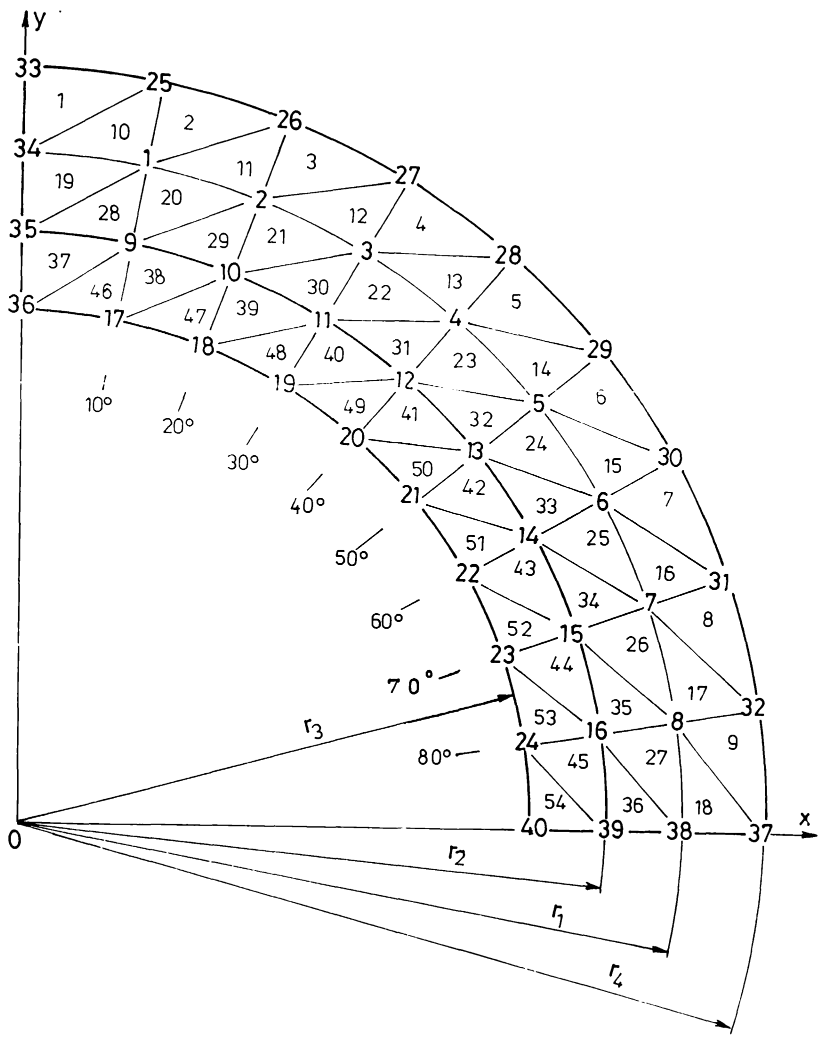


Fig. 4.5

aproxima cu o dreaptă, adică permeabilitatea magnetică este $\mu \approx$ constant. Desigur, pentru magneți permanenți cu inducție remanentă mai mare, care vor conduce la inducții mai mari și în inelul feromagnetic, această aproximație nu mai este satisfăcătoare. În astfel de cazuri trebuie luată în considerare și neliniaritatea materialului feromagnetic (v. par. 4.2).

Pentru cazul considerat (μ = constant), organigrama este prezentată în figura 4.6, iar programul de calcul (MEFMGST2) în Anexa 2. Se face precizarea că pentru nodurile interioare (1 - 16), coeficienții ecuației (3.54) au formele generale (3.58 - 3.60), în care indicele I primește valorile concrete corespunzătoare numerotărilor făcute în rețeaua de discretizare (fig. 4.5). În ceea ce privește scrierea ecuației (3.54) pentru nodurile de pe frontiera domeniului, se urmărește paragraful 3.2.2.

Astfel, pentru nodul 33, cu un element finit adiacent se scrie ecuația

$$C_{33} \cdot V_{H33} + C_{33,34} \cdot V_{H34} + C_{33,25} \cdot V_{H25} = TL_{33} \tag{4.7}$$

unde:

$$C_{33} = \frac{\mu_1}{4 \cdot S_1} \cdot [\ (y_{34} - y_{25})^2 + (x_{25} - x_{34})^2\ ] \tag{4.8}$$

$$C_{33,34} = \frac{\mu_1}{4 \cdot S_1} \cdot [\ (y_{34} - y_{25}) \cdot (y_{25} - y_{33}) + (x_{25} - x_{34}) \cdot (x_{33} - x_{25})\ ] \tag{4.9}$$

$$C_{33,25} = \frac{\mu_1}{4 \cdot S_1} \cdot [\ (y_{34} - y_{25}) \cdot (y_{33} - y_{34}) + (x_{25} - x_{34}) \cdot (x_{34} - x_{33})\ ] \tag{4.10}$$

$$TL_{33} = 0\ . \tag{4.11}$$

La scrierea relațiilor (4.8 - 4.11) se ține seama de formele generale (3.68 - 3.71) pentru noduri de colț, în care s-a particularizat $\lambda = 1$, $i = 33$, $j = 34$, $k = 25$. De asemenea, s-a avut în vedere că elementul finit 1 este fără magnetizație permanentă, iar frontierele (25 - 33) și (33 - 34) sunt cu condiții Neumann nule.

Pentru nodul 36, cu două elemente adiacente, se scrie ecuația

$$C_{36}\ V_{H36} + C_{36,17}\ V_{H17} + C_{36,9}\ V_{H9} + C_{36,35}\ V_{H35} = TL_{36}\ , \tag{4.12}$$

unde:

$$C_{36} = \frac{\mu_{46}}{4 \cdot S_{46}}[(y_{17} - y_9)^2 + (x_9 - x_{17})^2\ ] + \frac{\mu_{37}}{4 \cdot S_{37}}[(y_9 - y_{35})^2 + (x_{35} - x_9)^2\ ] \tag{4.13}$$

$$C_{36,17} = \frac{\mu_{46}}{4 \cdot S_{46}} \cdot [(y_{17} - y_9) \cdot (y_9 - y_{36}) + (x_9 - x_{17}) \cdot (x_{36} - x_9)\ ] \tag{4.14}$$

$$\begin{aligned} C_{36,9} = {} & \frac{\mu_{46}}{4 \cdot S_{46}}[(y_{17} - y_9) \cdot (y_{36} - y_{17}) + (x_9 - x_{17}) \cdot (x_{17} - x_{36}\ ] + \\ & + \frac{\mu_{37}}{4 \cdot S_{37}}[(y_9 - y_{35}) \cdot (y_{35} - y_{36}) + (x_{35} - x_9) \cdot (x_{36} - x_{35})\ ] \end{aligned} \tag{4.15}$$

ORGANIGRAMA MEFMGST2

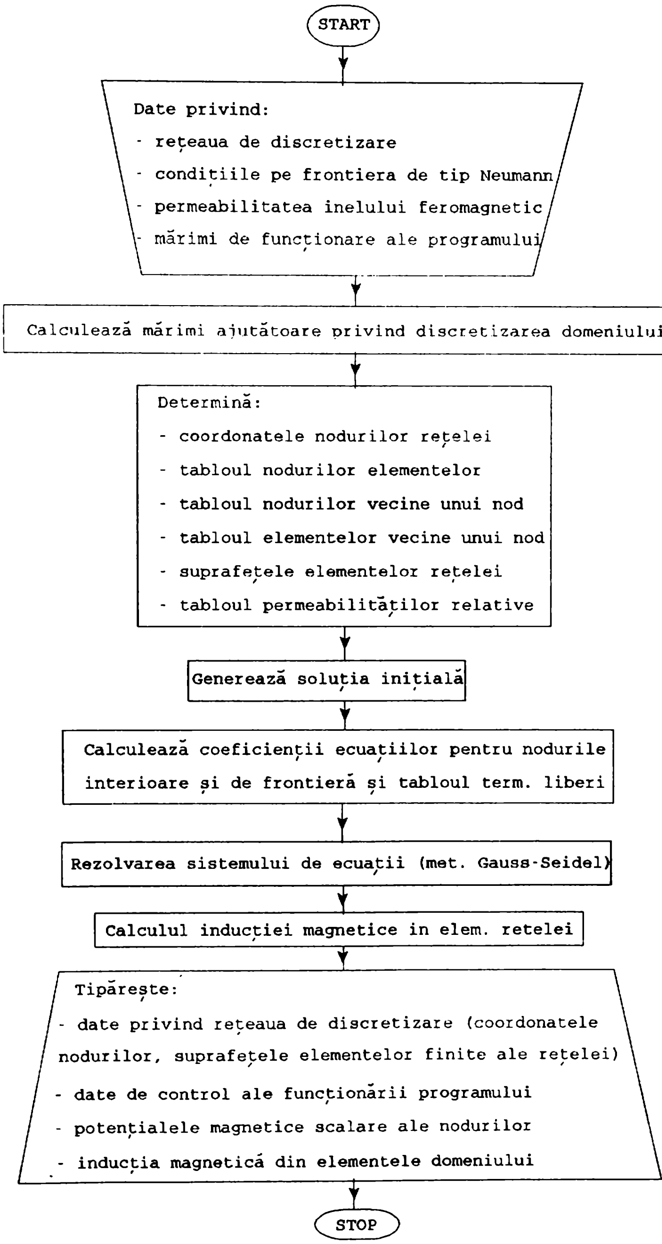


Fig. 4.6

$$C_{36,35} = \frac{\mu_{37}}{4 \bullet S_{37}} \bullet [(y_9 - y_{35}) \bullet (y_{36} - y_9) + (x_{35} - x_9) \bullet (x_9 - x_{36})] \quad (4.16)$$

$$TL_{36} = \frac{\mu_{46}}{2} \bullet \left(\frac{\partial V_H}{\partial n}\right)_{36,17} \bullet l_{36,17} + \frac{\mu_{37}}{2} \bullet \left(\frac{\partial V_H}{\partial n}\right)_{36,35} \bullet l_{36,35} \quad (4.17)$$

Pentru nodurile (17 - 32, 34, 35), coeficienţii ecuaţiei (3.54) se scriu prin procedee similare, în conformitate cu precizările făcute la paragraful 3.2.2, aliniatele c, d.

Pentru nodurile (37 40), situate pe porţiunea de frontieră cu condiţii Dirichlet, deci cu potenţial magnetic scalar cunoscut, nu se scriu ecuaţii.

Desigur, în programul numeric MEFMGST2 sunt scrise relaţii de calcul pentru coeficienţii ecuaţiei (3.54) cu referire la toate nodurile cu potenţial magnetic necunoscut. Sunt cuprinse atât nodurile interioare ale reţelei - pentru care sunt valabile relaţiile generale (3.58 - 3.60) -, cât şi nodurile de frontieră cu condiţii Neumann. Doar pentru cele din urmă, datorită particularităţilor ce intervin, s-au făcut mai sus unele precizări suplimentare.

4.1.4. Rezultate de calcul

În scopul determinării influenţei calităţii materialului din care este construit inelul feromagnetic, iar apoi a asimilării în producţia internă a releului cu magnet permanent cilindric, s-a considerat o paletă relativ largă de valori pentru permeabilitatea relativă a inelului, adică μ_r = 100; 200; 300; 400; 500; 600; 700; 800; 900; 1000. Dimensiunile pentru cele două variante (v. fig. 4.1 şi 4.5) analizate sunt:

- varianta EAW (Germania): h = 26 mm; h' = 25 mm; δ = 1,75 mm; r_1 = 14,5 mm; r_2 = 12,75 mm; r_3 = 11 mm; r_4 = 16,25 mm; suprafeţele elementelor finite ale reţelei sunt cuprinse între 1,67 mm^2 şi 2,47 mm^2;

- varianta indigenă realizată (CIRE Bucureşti, Laborator Deva): h = h' = 20 mm; δ = 2 mm; r_1 = 16,0 mm; r_2 = 14,5 mm; r_3 = 12,5 mm; r_4 = 17,5 mm; suprafeţele elementelor finite ale reţelei sunt cuprinse între 1,89 mm^2 şi 2,52 mm^2.

Se face precizarea că varianta realizată la Deva pe baza unei colaborări contractuale [115, 117, 120, 121], conţine magnet permanent de tip ALNICO, produs de S.C.Sinterom Cluj - Napoca, iar sistemul de prindere este din material neferomagnetic.

În tabelele (4.1 ÷ 4.4) sunt date valorile inducției magnetice din elementele finite ale domeniului, pentru varianta EAW, respectiv cea indigena. Deoarece între cele zece variante considerate pentru permeabilitate nu sunt diferențe mari, în tabele sunt prezentate datele numai pentru doua valori ale permeabilității relative ale inelului feromagnetic: $\mu_r = 100$ și $\mu_r = 1000$. Tabelele conțin atât componentele dupa axe, cât și modulul inducției magnetice din elementele finite, elemente care se pot identifica pe baza indicilor utilizați și a numerotării din figura 4.5.

Daca se compara rezultatele obținute pentru diverse valori ale permeabilităților relative ale inelului feromagnetic ($\mu_r = 100 \div 1000$) se constata ca diferențele sunt relativ reduse. Aceasta situație se poate explica și calitativ, prin ponderea relativ mare pe care o are întrefierul. De exemplu, pentru un tub de câmp din zona mediana, lungimea totala a întrefierului este $\delta_{total} = 3{,}5$ mm (varianta EAW), respectiv $\delta_{total} = 4$mm (varianta indigena), în timp ce lungimea tubului corespunzator inelului feromagnetic este $l_{med} = \pi \cdot r_{med} = \pi \cdot 14{,}5 = 45{,}6$ mm, respectiv $l_{med} = \pi \cdot 16 = 50{,}3$ mm. Deci, daca se compara δ_{total} cu l_{med} / μ_r, pentru $\mu_r = (100 \div 1000)$, rezulta ca porțiunea tubului de câmp din întrefier, are o reluctanța magnetica mai mare de (7,67 ÷ 76,7) ori (releu EAW), respectiv (7,95 ÷ 79,5) ori (releu indigen), decât a porțiunii din inel. În acest context este evidenta ponderea scazuta a inelului feromagnetic.

O alta comparație care se poate face este între valorile inducției magnetice în releul EAW și cele din releul indigen. Pentru aceasta prima varianta de releu indigen, în zona din întrefier unde este situata bobina se constata o inducție magnetica ceva mai mica decât pentru releul EAW. Elementele esențiale care influențeaza valorile inducției magnetice sunt calitatea magnetului permanent și dimensiunea întrefierului. La varianta indigena, întrefierul total este cu 0,5 mm mai mare. Deoarece în timpul exploatarii releului inelul feromagnetic se poate oxida, se recomanda acoperirea acestuia cu un strat protector. Prin oxidarea în interior (spre magnet) apare un strat de oxizi care poate sa conduca la blocarea bobinei releului, deci nesiguranța în funcționare, mai ales ca, din motivele expuse mai sus, întrefierul trebuie sa fie cât mai mic posibil. Se face precizarea ca, daca acoperirea se realizeaza cu material neferomagnetic, din punct de vedere magnetic s-a obținut un întrefier echivalent marit, fara ca distanța dintre magnet și partea interioara a inelului acoperit sa fie mai mare.

Tabelul 4.1. Inducția magnetică B [mT]; varianta EAW; μ_r = 100.

Bx_1 = 40 By_1 = 21 B_1 = 45	Bx_2 = 117 By_2 1 B_2 = 117	Bx_3 = 183 By_3 = -45 B_3 = 189	Bx_4 = 231 By_4 = -111 B_4 = 256	Bx_5 = 254 By_5 = -191 B_5 = 317	Bx_6 = 249 By_6 = -274 B_6 = 370
Bx_7 = 217 By_7 351 B_7 413	Bx_8 = 160 By_8 413 B_8 443	Bx_9 = 84 By_9 452 B_9 = 460	Bx_{10} = 44 By_{10} 14 B_{10} 46	Bx_{11} 125 By_{11} 24 B_{11} 127	Bx_{12} = 189 By_{12} 87 B_{12} 208
Bx_{13} 229 By_{13} 170 B_{13} = 285	Bx_{14} 239 By_{14} 262 B_{14} 354	Bx_{15} 217 By_{15} 352 B_{15} = 414	Bx_{16} 166 By_{16} 432 B_{16} 463	Bx_{17} 91 By_{17} 490 B_{17} = 498	Bx_{18} 0 By_{18} 518 B_{18} 518
Bx_{19} = 50 By_{19} = 87 B_{19} = 100	Bx_{20} = 148 By_{20} = 61 B_{20} = 160	Bx_{21} = 232 By_{21} = 4 B_{21} = 232	Bx_{22} = 292 By_{22} = -79 B_{22} = 303	Bx_{23} = 322 By_{23} = -178 B_{23} = 368	Bx_{24} = 317 By_{24} = -288 B_{24} = 425
Bx_{25} = 276 By_{25} = -380 B_{25} = 470	Bx_{26} = 205 By_{26} = -459 B_{26} = 503	Bx_{27} = 110 By_{27} = -508 B_{27} = 520	Bx_{28} = 56 By_{28} = 77 B_{28} = 96	Bx_{29} = 160 By_{29} = 30 B_{29} = 163	Bx_{30} = 234 By_{30} = -50 B_{30} = 248
Bx_{31} = 294 By_{31} = -155 B_{31} = 332	Bx_{32} = 308 By_{32} = -272 B_{32} = 411	Bx_{33} = 281 By_{33} = 388 B_{33} = 479	Bx_{34} = 216 By_{34} = -490 B_{34} = 536	Bx_{35} = 120 By_{35} = 565 B_{35} = 578	Bx_{36} = 0 By_{36} = -605 B_{36} = 605
Bx_{37} = 13 By_{37} = 146 B_{37} = 147	Bx_{38} = 39 By_{38} = 140 B_{38} = 145	Bx_{39} = 62 By_{39} = 127 B_{39} = 141	Bx_{40} = 78 By_{40} = 106 B_{40} = 132	Bx_{41} = 87 By_{41} = 82 B_{41} = 120	Bx_{42} = 87 By_{42} = 55 B_{42} = 103
Bx_{43} = 78 By_{43} = 31 B_{43} = 84	Bx_{44} = 61 By_{44} = 10 B_{44} = 62	Bx_{45} 35 By_{45} = -3 B_{45} = 36	Bx_{46} 14 By_{46} = 144 B_{46} 145	Bx_{47} 42 By_{47} = 134 B_{47} 140	Bx_{48} 65 By_{48} 114 B_{48} = 131
Bx_{49} = 80 By_{49} = 88 B_{49} = 119	Bx_{50} = 85 By_{50} = 58 B_{50} = 103	Bx_{51} 80 By_{51} = 27 B_{51} = 84	Bx_{52} = 64 By_{52} = 6 B_{52} = 64	Bx_{53} = 39 By_{53} 21 B_{53} = 44	Bx_{54} 0 By_{54} 39 B_{54} = 39

Tabelul 4.2. Inducția magnetică B [mT]; varianta EAW; μ_r = 1000.

$Bx_1 = 40$ $By_1 = 22$ $B_1 = 45$	$Bx_2 = 116$ $By_2 = 1$ $B_2 = 116$	$Bx_3 = 182$ $By_3 = -45$ $B_3 = 188$	$Bx_4 = 230$ $By_4 = -111$ $B_4 = 255$	$Bx_5 = 253$ $By_5 = -190$ $B_5 = 316$	$Bx_6 = 243$ $By_6 = -273$ $B_6 = 369$
$Bx_7 = 216$ $By_7 = 350$ $B_7 = 411$	$Bx_8 = 159$ $By_8 = 412$ $B_8 = 442$	$Bx_9 = 84$ $By_9 = 450$ $B_9 = 458$	$Bx_{10} = 44$ $By_{10} = 13$ $B_{10} = 46$	$Bx_{11} = 124$ $By_{11} = 24$ $B_{11} = 126$	$Bx_{12} = 188$ $By_{12} = 87$ $B_{12} = 207$
$Bx_{13} = 228$ $By_{13} = 169$ $B_{13} = 283$	$Bx_{14} = 238$ $By_{14} = 260$ $B_{14} = 353$	$Bx_{15} = 216$ $By_{15} = 351$ $B_{15} = 412$	$Bx_{16} = 166$ $By_{16} = 430$ $B_{16} = 461$	$Bx_{17} = 91$ $By_{17} = 488$ $B_{17} = 496$	$Bx_{18} = 0$ $By_{18} = 516$ $B_{18} = 516$
$Bx_{19} = 51$ $By_{19} = 88$ $B_{19} = 101$	$Bx_{20} = 147$ $By_{20} = 62$ $B_{20} = 160$	$Bx_{21} = 231$ $By_{21} = 5$ $B_{21} = 231$	$Bx_{22} = 292$ $By_{22} = -77$ $B_{22} = 302$	$Bx_{23} = 321$ $By_{23} = -177$ $B_{23} = 367$	$Bx_{24} = 316$ $By_{24} = -281$ $B_{24} = 423$
$Bx_{25} = 276$ $By_{25} = -379$ $B_{25} = 468$	$Bx_{26} = 205$ $By_{26} = -457$ $B_{26} = 501$	$Bx_{27} = 110$ $By_{27} = -507$ $B_{27} = 518$	$Bx_{28} = 56$ $By_{28} = 78$ $B_{28} = 97$	$Bx_{29} = 159$ $By_{29} = 31$ $B_{29} = 162$	$Bx_{30} = 242$ $By_{30} = -49$ $B_{30} = 247$
$Bx_{31} = 293$ $By_{31} = -153$ $B_{31} = 331$	$Bx_{32} = 307$ $By_{32} = -270$ $B_{32} = 409$	$Bx_{33} = 280$ $By_{33} = -386$ $B_{33} = 477$	$Bx_{34} = 216$ $By_{34} = -488$ $B_{34} = 534$	$Bx_{35} = 120$ $By_{35} = -564$ $B_{35} = 576$	$Bx_{36} = 0$ $By_{36} = -603$ $B_{36} = 603$
$Bx_{37} = 13$ $By_{37} = 147$ $B_{37} = 148$	$Bx_{38} = 38$ $By_{38} = 141$ $B_{38} = 146$	$Bx_{39} = 60$ $By_{39} = 128$ $B_{39} = 141$	$Bx_{40} = 76$ $By_{40} = 108$ $B_{40} = 132$	$Bx_{41} = 85$ $By_{41} = 84$ $B_{41} = 120$	$Bx_{42} = 85$ $By_{42} = 59$ $B_{42} = 103$
$Bx_{43} = 76$ $By_{43} = 35$ $B_{43} = 84$	$Bx_{44} = 59$ $By_{44} = 15$ $B_{44} = 61$	$Bx_{45} = 35$ $By_{45} = 2$ $B_{45} = 35$	$Bx_{46} = 14$ $By_{46} = 145$ $B_{46} = 146$	$Bx_{47} = 41$ $By_{47} = 135$ $B_{47} = 141$	$Bx_{48} = 63$ $By_{48} = 116$ $B_{48} = 132$
$Bx_{49} = 78$ $By_{49} = 90$ $B_{49} = 119$	$Bx_{50} = 83$ $By_{50} = 61$ $B_{50} = 103$	$Bx_{51} = 73$ $By_{51} = 32$ $B_{51} = 84$	$Bx_{52} = 62$ $By_{52} = 6$ $B_{52} = 63$	$Bx_{53} = 39$ $By_{53} = -15$ $B_{53} = 41$	$Bx_{54} = 0$ $By_{54} = -32$ $B_{54} = 32$

Tabelul 4.3. Inducția magnetică B [mT]; varianta indigenă; $\mu_r = 100$.

$Bx_1 = 49$ $By_1 = 20$ $B_1 = 53$	$Bx_2 = 143$ $By_2 = -5$ $B_2 = 143$	$Bx_3 = 224$ $By_3 = -61$ $B_3 = 232$	$Bx_4 = 282$ $By_4 = 142$ $B_4 = 316$	$Bx_5 = 310$ $By_5 = -239$ $B_5 = 392$	$Bx_6 = 304$ $By_6 = -341$ $B_6 = 457$
$Bx_7 = 265$ $By_7 = 436$ $B_7 = 510$	$Bx_8 = 195$ $By_8 = -512$ $B_8 = 548$	$Bx_9 = 103$ $By_9 = 560$ $B_9 = 569$	$Bx_{10} = 52$ $By_{10} = 11$ $B_{10} = 54$	$Bx_{11} = 149$ $By_{11} = 34$ $B_{11} = 153$	$Bx_{12} = 226$ $By_{12} = 110$ $B_{12} = 251$
$Bx_{13} = 273$ $By_{13} = 208$ $B_{13} = 343$	$Bx_{14} = 285$ $By_{14} = -318$ $B_{14} = 427$	$Bx_{15} = 259$ $By_{15} = -427$ $B_{15} = 499$	$Bx_{16} = 198$ $By_{16} = 521$ $B_{16} = 558$	$Bx_{17} = 109$ $By_{17} = 590$ $B_{17} = 600$	$Bx_{18} = 0$ $By_{18} = 625$ $B_{18} = 625$
$Bx_{19} = 59$ $By_{19} = 80$ $B_{19} = 99$	$Bx_{20} = 172$ $By_{20} = 50$ $B_{20} = 179$	$Bx_{21} = 260$ $By_{21} = -17$ $B_{21} = 232$	$Bx_{22} = 340$ $By_{22} = -113$ $B_{22} = 358$	$Bx_{23} = 374$ $By_{23} = -229$ $B_{23} = 438$	$Bx_{24} = 367$ $By_{24} = -351$ $B_{24} = 508$
$Bx_{25} = 320$ $By_{25} = -464$ $B_{25} = 564$	$Bx_{26} = 237$ $By_{26} = -556$ $B_{26} = 605$	$Bx_{27} = 127$ $By_{27} = -613$ $B_{27} = 626$	$Bx_{28} = 63$ $By_{28} = 69$ $B_{28} = 94$	$Bx_{29} = 180$ $By_{29} = 16$ $B_{29} = 181$	$Bx_{30} = 274$ $By_{30} = -75$ $B_{30} = 284$
$Bx_{31} = 332$ $By_{31} = -194$ $B_{31} = 384$	$Bx_{32} = 347$ $By_{32} = -326$ $B_{32} = 476$	$Bx_{33} = 315$ $By_{33} = -457$ $B_{33} = 555$	$Bx_{34} = 243$ $By_{34} = -572$ $B_{34} = 621$	$Bx_{35} = 134$ $By_{35} = -657$ $B_{35} = 670$	$Bx_{36} = 0$ $By_{36} = -700$ $B_{36} = 700$
$Bx_{37} = 12$ $By_{37} = 132$ $B_{37} = 133$	$Bx_{38} = 36$ $By_{38} = 127$ $B_{38} = 132$	$Bx_{39} = 56$ $By_{39} = 114$ $B_{39} = 127$	$Bx_{40} = 72$ $By_{40} = 96$ $B_{40} = 120$	$Bx_{41} = 80$ $By_{41} = 73$ $B_{41} = 108$	$Bx_{42} = 80$ $By_{42} = 49$ $B_{42} = 94$
$Bx_{43} = 71$ $By_{43} = 26$ $B_{43} = 76$	$Bx_{44} = 55$ $By_{44} = 8$ $B_{44} = 56$	$Bx_{45} = 32$ $By_{45} = -4$ $B_{45} = 33$	$Bx_{46} = 13$ $By_{46} = 131$ $B_{46} = 131$	$Bx_{47} = 38$ $By_{47} = 121$ $B_{47} = 127$	$Bx_{48} = 60$ $By_{48} = 103$ $B_{48} = 119$
$Bx_{49} = 78$ $By_{49} = 79$ $B_{49} = 108$	$Bx_{50} = 78$ $By_{50} = 51$ $B_{50} = 93$	$Bx_{51} = 73$ $By_{51} = 24$ $B_{51} = 77$	$Bx_{52} = 59$ $By_{52} = -1$ $B_{52} = 59$	$Bx_{53} = 35$ $By_{53} = -21$ $B_{53} = 41$	$Bx_{54} = 0$ $By_{54} = 37$ $B_{54} = 37$

Tabelul 4.4. Inducția magnetica B [mT]; varianta indigena; $\mu_r = 1000$.

$Bx_1 = 49$ $By_1 = 20$ $B_1 = 53$	$Bx_2 = 142$ $By_2 = -5$ $B_2 = 142$	$Bx_3 = 223$ $By_3 = -61$ $B_3 = 231$	$Bx_4 = 281$ $By_4 \quad 142$ $B_4 = 315$	$Bx_5 = 309$ $By_5 = -239$ $B_5 = 390$	$Bx_6 = 303$ $By_6 = -340$ $B_6 = 455$
$Bx_7 = 264$ $By_7 \quad 435$ $B_7 \quad 509$	$Bx_8 = 194$ $By_8 \quad 511$ $B_8 \quad 547$	$Bx_9 = 103$ $By_9 \quad 558$ $B_9 \quad 568$	$Bx_{10} = 53$ $By_{10} \quad 10$ $B_{10} \quad 54$	$Bx_{11} = 148$ $By_{11} \quad 34$ $B_{11} = 152$	$Bx_{12} = 225$ $By_{12} = 110$ $B_{12} = 250$
$Bx_{13} \quad 272$ $By_{13} \quad 208$ $B_{13} \quad 342$	$Bx_{14} \quad 284$ $By_{14} \quad 317$ $B_{14} \quad 425$	$Bx_{15} \quad 258$ $By_{15} \quad 425$ $B_{15} = 497$	$Bx_{16} \quad 198$ $By_{16} \quad 520$ $B_{16} \quad 556$	$Bx_{17} = 108$ $By_{17} \quad 589$ $B_{17} = 599$	$Bx_{18} = 0$ $By_{18} \quad 623$ $B_{18} = 623$
$Bx_{19} = 59$ $By_{19} = 81$ $B_{19} = 100$	$Bx_{20} = 171$ $By_{20} = 51$ $B_{20} = 179$	$Bx_{21} = 269$ $By_{21} = -15$ $B_{21} = 269$	$Bx_{22} \quad 339$ $By_{22} = -112$ $B_{22} = 357$	$Bx_{23} = 373$ $By_{23} = -228$ $B_{23} = 437$	$Bx_{24} = 357$ $By_{24} = -349$ $B_{24} = 505$
$Bx_{25} = 320$ $By_{25} = -463$ $B_{25} = 562$	$Bx_{26} = 237$ $By_{26} = -554$ $B_{26} = 603$	$Bx_{27} = 127$ $By_{27} = -612$ $B_{27} = 625$	$Bx_{28} = 64$ $By_{28} = 70$ $B_{28} = 95$	$Bx_{29} = 180$ $By_{29} = 17$ $B_{29} = 181$	$Bx_{30} = 273$ $By_{30} = -74$ $B_{30} = 283$
$Bx_{31} = 331$ $By_{31} = -192$ $B_{31} = 383$	$Bx_{32} = 346$ $By_{32} = -324$ $B_{32} = 474$	$Bx_{33} = 316$ $By_{33} = -455$ $B_{33} = 554$	$Bx_{34} = 243$ $By_{34} = -570$ $B_{34} = 620$	$Bx_{35} = 134$ $By_{35} = -655$ $B_{35} = 668$	$Bx_{36} = 0$ $By_{36} = -698$ $B_{36} = 698$
$Bx_{37} = 12$ $By_{37} = 132$ $B_{37} = 133$	$Bx_{38} = 34$ $By_{38} = 128$ $B_{38} = 132$	$Bx_{39} = 54$ $By_{39} = 116$ $B_{39} = 128$	$Bx_{40} = 69$ $By_{40} = 98$ $B_{40} = 120$	$Bx_{41} = 77$ $By_{41} = 76$ $B_{41} = 108$	$Bx_{42} = 77$ $By_{42} = 53$ $B_{42} = 93$
$Bx_{43} = 69$ $By_{43} = 31$ $B_{43} = 76$	$Bx_{44} = 54$ $By_{44} = 14$ $B_{44} = 55$	$Bx_{45} = 31$ $By_{45} = 2$ $B_{45} = 31$	$Bx_{46} \quad 13$ $By_{46} = 131$ $B_{46} = 132$	$Bx_{47} = 37$ $By_{47} = 122$ $B_{47} = 127$	$Bx_{48} = 57$ $By_{48} = 105$ $B_{48} = 119$
$Bx_{49} = 71$ $By_{49} = 82$ $B_{49} = 108$	$Bx_{50} = 75$ $By_{50} = 55$ $B_{50} = 93$	$Bx_{51} = 70$ $By_{51} = 29$ $B_{51} = 76$	$Bx_{52} = 57$ $By_{52} = 5$ $B_{52} = 57$	$Bx_{53} = 34$ $By_{53} = 14$ $B_{53} = 37$	$Bx_{54} = 0$ $By_{54} = -30$ $B_{54} = 30$

În această situație, dimensiunea de calcul a întrefierului include și grosimea stratului de acoperire, pe lângă zona (de aer) în care se deplasează bobina releului.

4.2. CALCULUL CÂMPULUI ÎN MAGNET ȘI EXTERIORUL SĂU

Pentru cazul în care se pune problema proiectării unui nou sistem cu magneți permanenți, în faza de calcul nu este posibil să se determine condiții pe frontieră prin măsurare, sistemul nefiind realizat fizic. Într-o astfel de situație este necesar ca domeniul în care se analizează problema de câmp să conțină și magneții permanenți, ale căror caracteristici trebuiesc cunoscute. Deci, în aceste cazuri se vor calcula mărimile de stare ale câmpului atât în magneții permanenți, cât și în exteriorul acestora, adică în întrefier și jugurile feromagnetice.

Această modalitate de abordare permite determinarea variantei optime prin calcul. Se pot analiza influențele tuturor elementelor de geometrie sau de material, fără să fie necesar să se realizeze fizic sistemul în diversele etape intermediare ale concepției. Se obține astfel o proiectare rapidă, precisă și economică.

4.2.1. Precizări privind condițiile pe frontieră

În acest caz, ținând seama de simetria problemei și considerând câmpul plan-paralel, domeniul de studiu conține și un sfert din suprafața secțiunii transversale prin magnetul permanent, suplimentar față de cazul prezentat la paragraful 4.1. De asemenea, pentru determinarea variantei optime a sistemului de prindere, între mangetul permanent și inel se consideră o piesă feromagnetică ale cărei dimensiuni se vor stabili după o analiză separată.

Deci, domeniul în care trebuie rezolvată problema de câmp este cel delimitat de conturul OABCDEFO (fig. 4.7). Acesta cuprinde magnetul permanent 0, întrefierul 1, inelul feromagnetic 2 și piesa de prindere a magnetului.

Așa cum s-a precizat la paragraful 4.1.1, pe porțiunile AB, BC și CD din frontieră sunt condiții Neumann nule, respectiv pe porțiunile DE și EF sunt condiții Dirichlet nule.

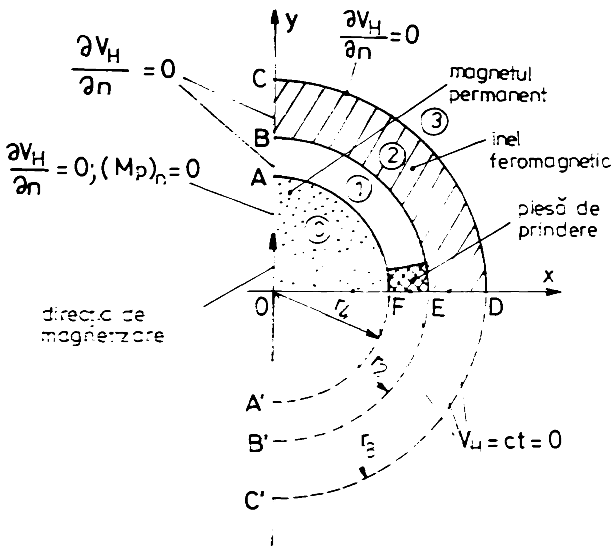


Fig. 4.7

Desigur, direcția de magnetizare s-a considerat după axa Oy, din motivele expuse la paragraful amintit mai sus. Pentru această situație, pe porțiunea FO din frontieră V_H = 0, iar pe zona OA $\partial V_H / \partial n = 0$ și componenta normală a magnetizației permanente $M_{pn} = 0$.

S-a reușit astfel să se identifice un contur al domeniului pentru care, pe porțiuni, se pot stabili condiții pe frontieră, de tip Neumann sau Dirichlet. Nu va fi necesar să se apeleze la stabilirea condițiilor pe frontieră prin măsurare, deci metoda de calcul poate fi utilizată în faza de proiectare. În schimb, prin includerea mangetului în domeniul de studiu, în ecuații apar termeni suplimentari prin care se ține seama de caracteristicile magnetului, care trebuiesc cunoscute.

4.2.2. Rețeaua elementelor finite

Domeniul în care trebuie rezolvată problema de câmp magnetic s-a împărțit în elemente finite de forma triunghiulară, conform rețelei din figura 4.8.

La stabilirea formei concrete a rețelei s-au avut în vedere și observațiile de principiu prezentate în paragraful 4.1.2. În acest caz, în scopul obținerii unei precizii mai bune, numărul elementelor finite din zona întrefierului s-a dublat (față de rețeaua din fig.4.5)

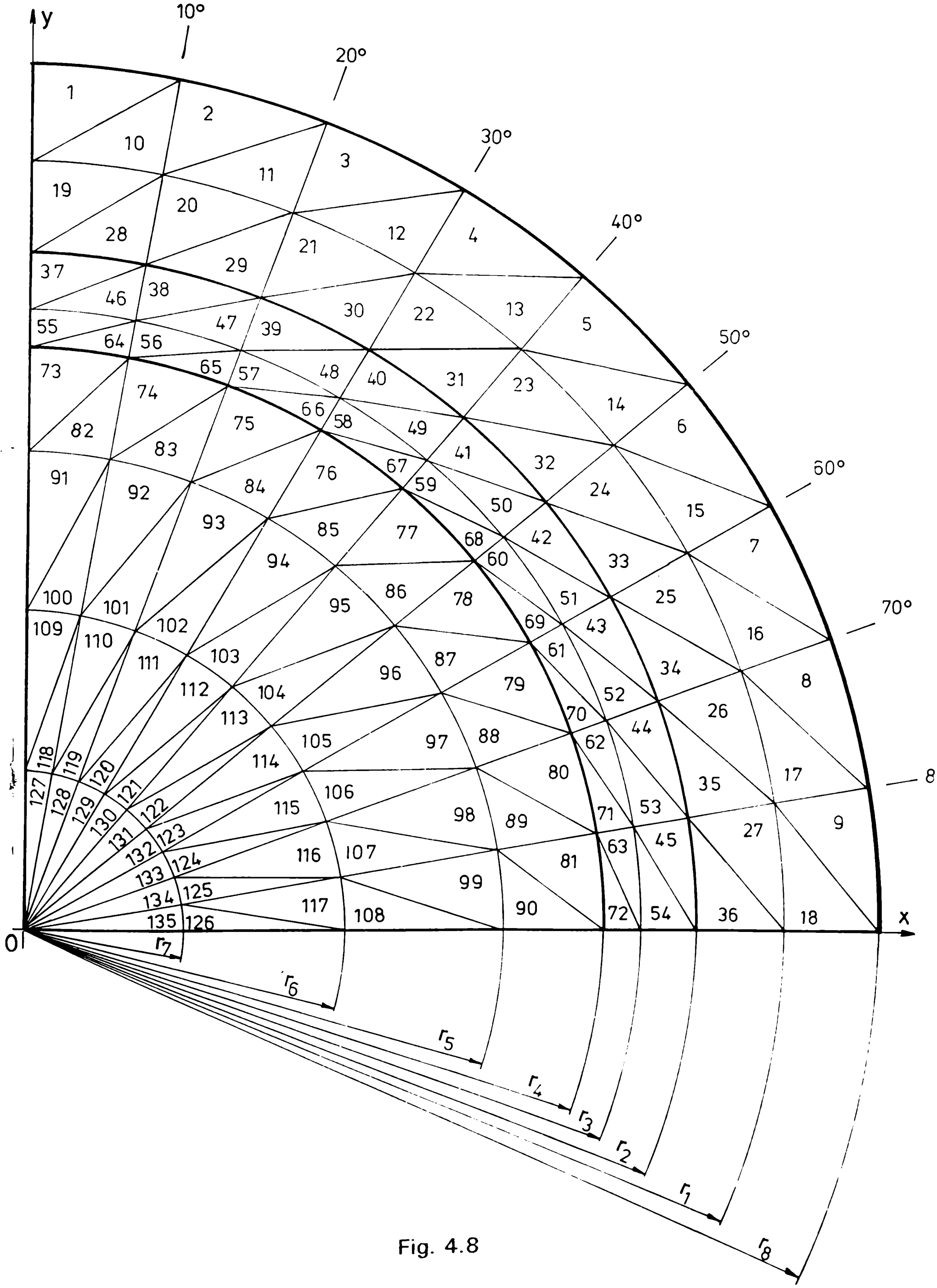


Fig. 4.8

Elementele finite (1 - 36) sunt situate în inelul feromagnetic, (37 - 72) în întrefier și piesa de prindere, iar (73 - 135) în magnetul permanent. Din motive legate de claritatea desenului, în figura 4.8. nu s-a trecut numerotarea nodurilor, introducându-se doar o numerotare a elementelor finite, la care se va face referire ulterior.

4.2.3. Organigrame și programe de calcul

Organigramele și programele de calcul sunt concepute pentru magneți permanenți liniari, respectiv neliniari. Inelul feromagnetic se consideră din material a cărui curbă de magnetizare este neliniară.

a. Magnet permanent liniar. Se știe faptul că unii magneți permanenți au o curbă de demagnetizare ce se poate aproxima cu o dreaptă. În acest caz, permeabilitatea magnetică μ_p este practic constantă.

Organigrama pentru rezolvarea problemei de câmp în astfel de cazuri este prezentată în figura 4.9. Deoarece inelul feromagnetic s-a considerat neliniar, se impune o rezolvare iterativă în raport cu permeabilitatea magnetică relativă din elementele finite ale inelului. Soluția corectă se consideră atunci când permeabilitățile relative rămân practic nemodificate pentru două iterații succesive.

Programul de calcul elaborat (MEFMAG03 - metoda elementelor finite pentru câmp magnetic, varianta 03) permite o analiză asupra sistemului de prindere al magnetului. De asemenea, pe lângă rezolvarea problemei de câmp, se calculează și cuplul activ al bobinei releului. Acest program este prezentat în Anexa 3.

b. Magnet permanent neliniar. În cazul magneților permanenți la care curba de demagnetizare este neliniară, permeabilitatea magnetică μ_p nu este constantă. Deci, pe lângă ciclul iterativ corespunzător neliniarității inelului feromagnetic, mai este necesar încă unul, prin care se ține seama de neliniaritatea magnetului permanent.

Organigrama este prezentată în figura 4.10, iar programul de calcul (MEFMAG08) în Anexa 4.

Se face precizarea că, în programele din anexe, pentru mărimile de intrare s-au dat valori numerice concrete, specifice releului cu magnet cilindric, iar rezultatele de calcul prezentate la paragraful 4.2.4 corespund acestora.

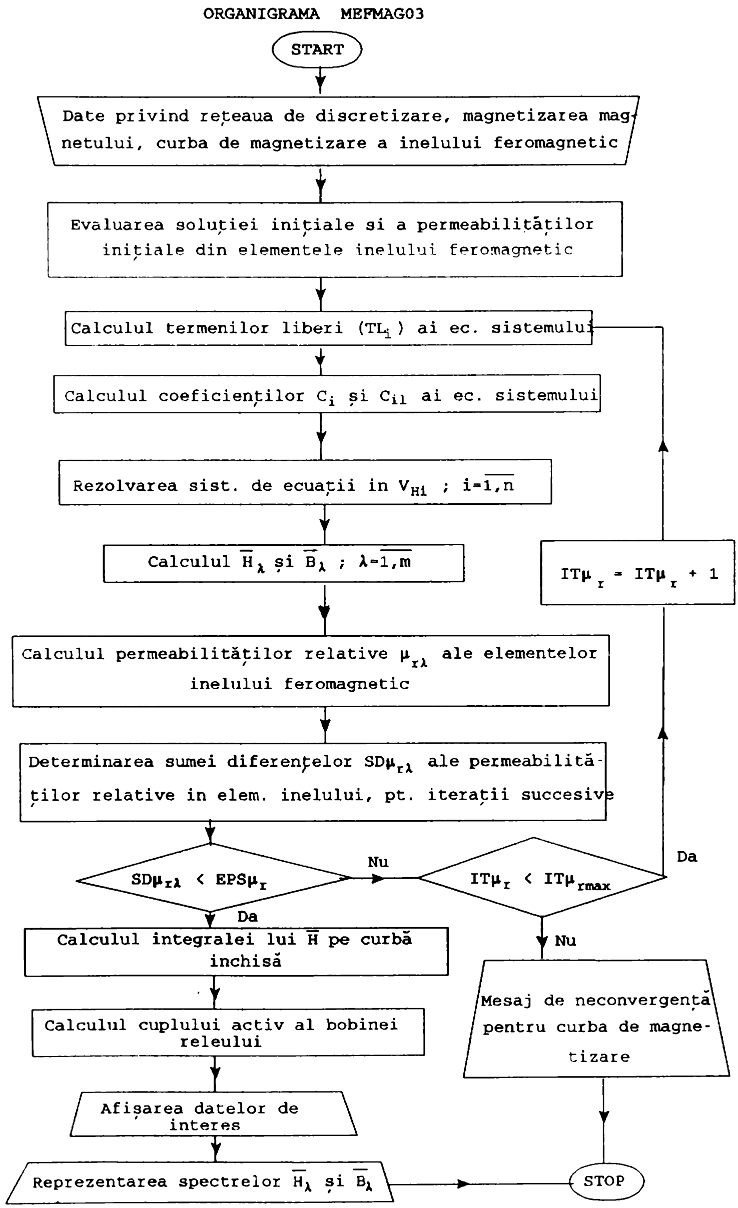

ORGANIGRAMA MEFMAG03
START
Date privind reţeaua de discretizare, magnetizarea magnetului, curba de magnetizare a inelului feromagnetic
Evaluarea soluţiei iniţiale si a permeabilităţilor iniţiale din elementele inelului feromagnetic
Calculul termenilor liberi (TL_i) ai ec. sistemului
Calculul coeficienţilor C_i şi C_{il} ai ec. sistemului
Rezolvarea sist. de ecuaţii in V_{Hi} ; $i=\overline{1,n}$
Calculul $\overline{H}_\lambda$ şi $\overline{B}_\lambda$; $\lambda=\overline{1,m}$
$IT\mu_r = IT\mu_r + 1$
Calculul permeabilităţilor relative $\mu_{r\lambda}$ ale elementelor inelului feromagnetic
Determinarea sumei diferenţelor $SD\mu_{r\lambda}$ ale permeabilităţilor relative in elem. inelului, pt. iteraţii succesive
$SD\mu_{r\lambda} < EPS\mu_r$
Nu
$IT\mu_r < IT\mu_{rmax}$
Da
Da
Nu
Calculul integralei lui $\overline{H}$ pe curbă inchisă
Mesaj de neconvergenţă pentru curba de magnetizare
Calculul cuplului activ al bobinei releului
Afişarea datelor de interes
Reprezentarea spectrelor $\overline{H}_\lambda$ şi $\overline{B}_\lambda$
STOP

Fig. 4.9

BUPT

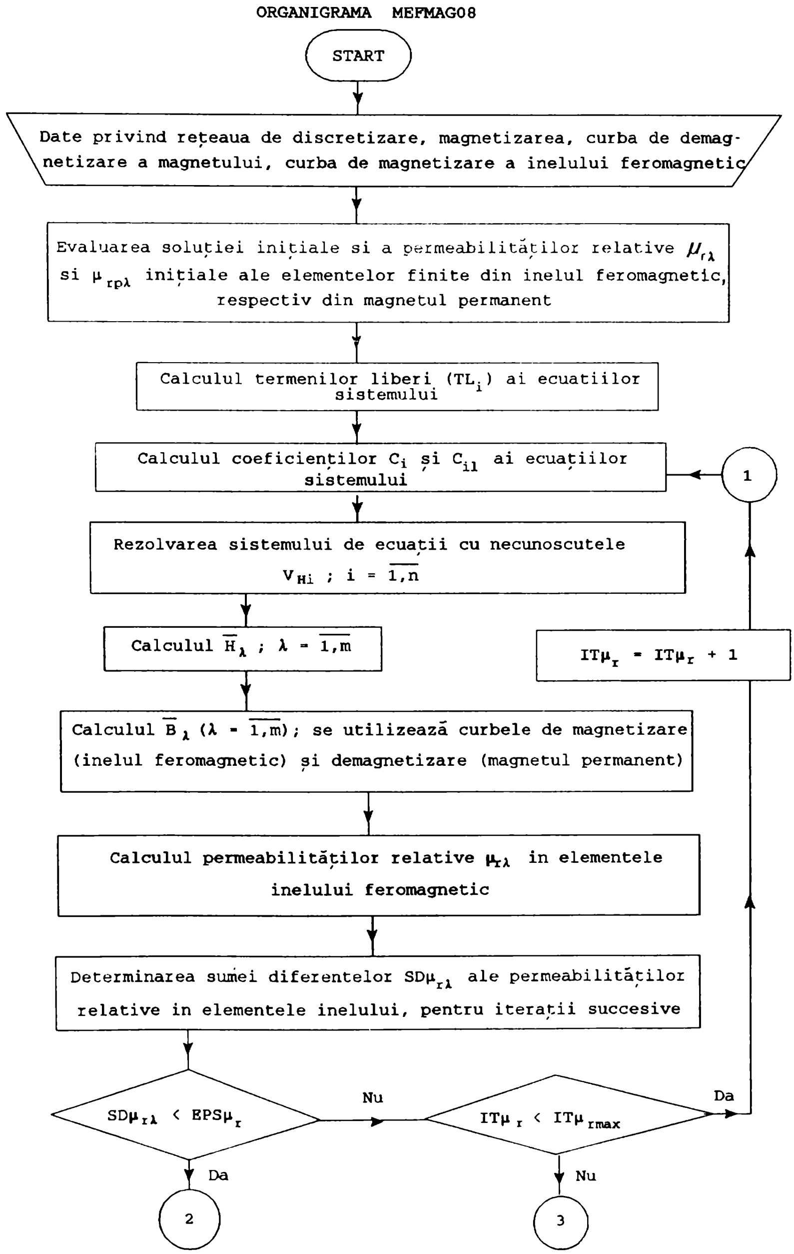

ORGANIGRAMA MEFMAG08
START
Date privind reţeaua de discretizare, magnetizarea, curba de demagnetizare a magnetului, curba de magnetizare a inelului feromagnetic
Evaluarea soluţiei iniţiale si a permeabilităţilor relative $\mu_{r\lambda}$ si $\mu_{rp\lambda}$ iniţiale ale elementelor finite din inelul feromagnetic, respectiv din magnetul permanent
Calculul termenilor liberi (TL_i) ai ecuatiilor sistemului
Calculul coeficienţilor C_i şi C_{il} ai ecuaţiilor sistemului
1
Rezolvarea sistemului de ecuaţii cu necunoscutele V_{Hi} ; $i = \overline{1,n}$
Calculul $\overline{H}_\lambda$; $\lambda = \overline{1,m}$
$IT\mu_r = IT\mu_r + 1$
Calculul $\overline{B}_\lambda$ ($\lambda = \overline{1,m}$); se utilizează curbele de magnetizare (inelul feromagnetic) şi demagnetizare (magnetul permanent)
Calculul permeabilităţilor relative $\mu_{r\lambda}$ in elementele inelului feromagnetic
Determinarea sumei diferentelor $SD\mu_{r\lambda}$ ale permeabilităţilor relative in elementele inelului, pentru iteraţii succesive
$SD\mu_{r\lambda} < EPS\mu_r$
Nu
$IT\mu_r < IT\mu_{rmax}$
Da
Da
Nu
2
3

Fig. 4.10

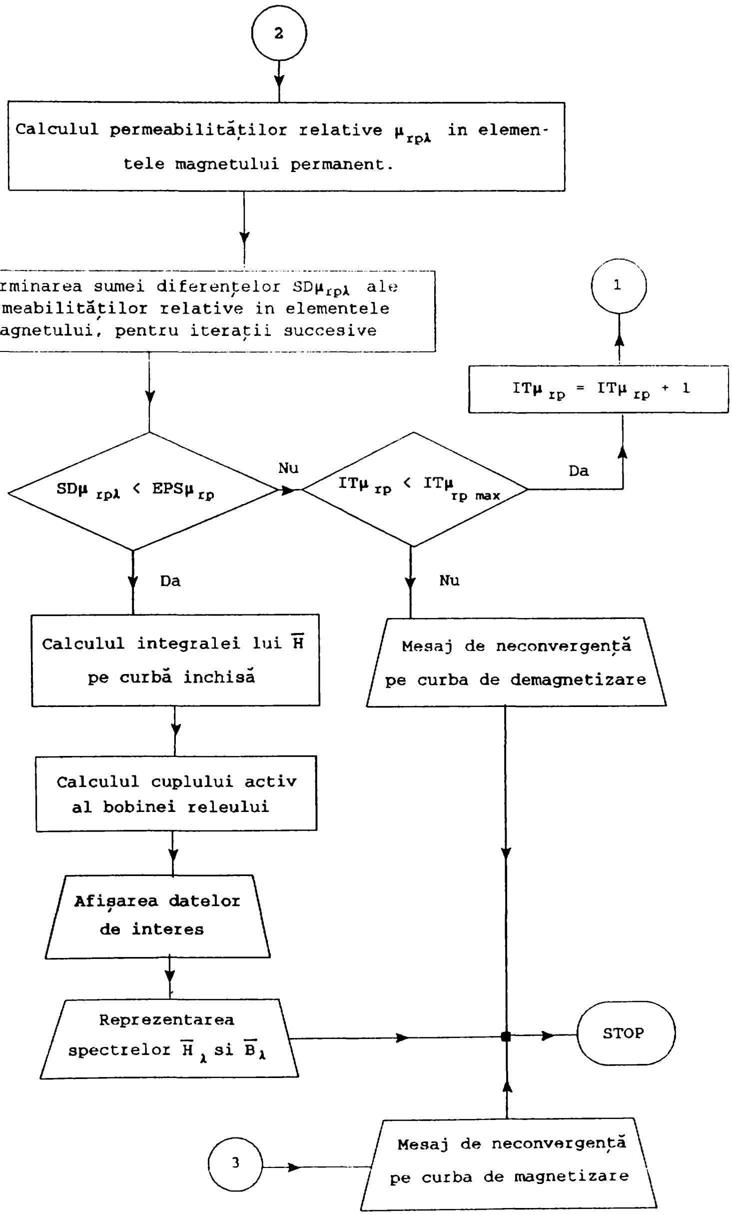


Fig. 4.10 - continuare

Programele pot fi, însă, adaptate ușor și pentru alte cazuri, adică sisteme cu altă geometrie, alte materiale componente, altă magnetizare pentru magnetul permanent etc.

4.2.4. Rezultate de calcul

a. Pentru stabilirea variantei optime privind dimensiunile și calitatea materialului pieselor de prindere ale magnetului (v. fig. 4.1.a) s-a utilizat programul MEFMAG03. În principiu, se pune problema dacă este avantajos un material feromagnetic sau unul neferomagnetic. De asemenea, dacă s-ar adopta varianta cu material feromagnetic, se impune stabilirea dimensiunilor acestuia, știut fiind faptul că un astfel de material influențează spectrul câmpului magnetic, deci, implicit, parametrii releului.

Dacă materialul din care se confecționează piesele de prindere este neferomagnetic, nu se pune problema modificării spectrului câmpului, în raport cu varianta în care acestea lipsesc. În cazul în care piesele de prindere sunt din material feromagnetic (de exemplu OL 37, ca și inelul) se vor avea în vedere două variante: piese de prindere separate, respectiv sistem turnat ce include piesele de prindere și inelul feromagnetic. În ceea ce privește prima variantă, dacă piesele sunt așezate între magnet și inel practic fără întrefier - printr-o prelucrare bună a suprafețelor în contact - atunci aceasta nu diferă semnificativ de varianta a doua. Se are în vedere și faptul că piesele de prindere sunt plasate în axa neutră a releului (perpendiculară pe direcția de magnetizare - axa Oy), prin acestea închizându-se un flux magnetic foarte mic.

În concluzie, se impune calculul inducției magnetice din releu pentru diverse dimensiuni ale pieselor de prindere feromagnetice. Cazul cu dimensiuni nule corespunde situației în care se utilizează piese din material neferomagnetic.

Analiza s-a efectuat pentru un releu cu următoarele date de intrare în program:

- magnet permanent uniform magnetizat, după axa Oy, cu inducția remanentă B_r = 0,16 T ;
- dimensiunile pentru razele din figura 4.8 sunt: r_1 =14,5 mm; r_2 =12,75 mm; r_3 =11,75 mm ; r_4 =11 mm ; r_5 = 9 mm ; r_6 = 6 mm ; r_7 =3 mm ; r_8 =16,25 mm ; suprafețele elementelor finite ale rețelei sunt cuprinse între

0,72 mm^2 și 2,50 mm^2;

- inelul feromagnetic și piesa de prindere sunt confecționate din OL 37, având curba neliniară de magnetizare reprezentată în figura 2.12. Modelarea analitică a acesteia s-a realizat prin ecuațiile:

$$
\begin{aligned}
B &= c_1 H + c_2 H^2 &&, \quad H \le H_1 \\
B &= c_1 H + c_2 H^2 + c_3 (H - H_1)^2 + c_4 (H - H_1)^3 &&, \quad H_1 < H \le H_2 \\
B &= c_1 H + c_2 H^2 + c_3 (H - H_1)^2 + c_4 (H - H_1)^3 + c_5 (H - H_2)^2 + \\
&\quad + c_6 (H - H_2)^3 + c_7 (H - H_2)^4 &&, \quad H_2 < H \le H_3 \\
B &= B_3 + c_8 (H - H_3)^{1/4} && \quad H_3 < H \le H_4 \\
B &= B_4 + c_9 (H - H_4) &&, \quad H > H_4 \,.
\end{aligned}
\tag{4.18}
$$

unde: $H_1 = 660$ A/m; $B_1 = 0{,}2$ T; $H_2 = 1450$ A/m; $B_2 = 0{,}8$ T;

$H_3 = 6200$ A/m; $B_3 = 1{,}7$ T; $H_4 = 22800$ A/m; $B_4 = 2$ T;

$c_1 = 1{,}2444 \cdot 10^{-4}$; $c_2 = 0{,}2706 \cdot 10^{-6}$; $c_3 = 0{,}6215 \cdot 10^{-6}$;

$c_4 = -0{,}684 \cdot 10^{-9}$; $c_5 = 0{,}5126 \cdot 10^{-6}$; $c_6 = 0{,}699 \cdot 10^{-9}$;

$c_7 = 2{,}5034 \cdot 10^{-15}$; $c_8 = 2{,}64 \cdot 10^{-2}$; $c_9 = 4{,}89 \cdot 10^{-6}$;

(unitățile de măsură pentru coeficienți rezultă din relațiile 4.18).

Cu aceste funcții se realizează (v. tab. 4.5) o aproximare bună a curbei de magnetizare ridicată experimental, mai ales pentru valori care prezintă importanță în cazul releului (B < 1,2 T ; v. tab. 4.10).

Tabelul 4.5

H [A/m]		500	600	700	900	1200	1400	1600	2400	3000	22800
B [mT]	exp.	130	170	220	360	615	770	900	1200	1360	2000
	analit.	130	172	221	357	612	767	887	1200	1300	2000
Eroare [%]		0	1,2	0,3	0,7	0,4	0,3	1,4	0	4,4	0

Deoarece interesează în mod deosebit inducția magnetică din zona în care se plasează bobina releului, din rezultatele programului de calcul, în tabelul 4.6 sunt redate doar valorile obținute pentru elementele finite 37, 38, 46, 47, 55, 56, 64, 65 (v.fig.4.8).

Tabelul 4.6

MU1 / MU2	Elem. finit / Ind.mag.[mT]	37	38	46	47	55	56	64	65
0 / 0	Bx	11	32	12	33	13	37	13	38
	By	121	116	119	109	131	125	129	118
	B	122	120	120	114	132	130	130	124
44 / 45	Bx	11	31	12	33	13	37	13	38
	By	[illegible]	115	[illegible]	[illegible]	[illegible]	124	126	[illegible]
	B	121	119	119	113	131	130	129	123
43 / 45	Bx	11	31	12	32	13	37	13	[illegible]
	By	119	114	117	[illegible]	130	123	127	[illegible]
	B	120	118	116	112	130	128	128	[illegible]
42 / 45	Bx	11	31	11	32	13	37	13	[illegible]
	By	117	111	115	103	123	121	125	[illegible]
	B	118	115	115	108	128	126	125	118
41 / 45	Bx	10	29	11	32	13	38	14	39
	By	113	106	109	93	123	115	120	102
	B	113	110	110	98	124	121	120	109
40 / 45	Bx	9	26	12	31	14	42	15	44
	By	104	95	97	65	115	104	109	77
	B	105	98	98	72	116	112	110	89
39 / 45	Bx	8	18	14	32	17	55	22	65
	By	85	66	67	-11	99	77	83	23
	B	86	69	69	34	101	95	85	69

Semnificațiile notațiilor din tabelul 4.6 sunt: MU1 - numărul elementului finit din întrefier, în imediata apropiere a inelului feromagnetic, cu care începe piesa de prindere feromagnetică; MU2 - numărul elementului finit din întrefier, în imediata apropiere a inelului feromagnetic, cu care se termină piesa de prindere feromagnetică. Aceasta cuprinde toată zona dintre MU1 și MU2, situată între magnet și inel. De exemplu, pentru MU1 = 44 și MU2 = 45, piesa de prindere ocupă elementele finite numerotate cu 44, 45 , 53 , 54 , 62 , 63 , 71 și 72. Prima linie a tabelului, pentru care s-a notat MU1 / MU2 = 0 / 0, corespunde cazului cu piesă de prindere neferomagnetică. Componentele după axe (Bx, By) și modulul inducției magnetice (B) sunt determinate cu mai multe zecimale (în tesla) din care în tabel s-au reținut numai trei dintre acestea; deci modulul B cu trei cifre nu este determinat din Bx și By cu trei cifre seminificative.

Dacă se analizează datele din tabelul 4.6 se constată:

a1. Pe măsură ce piesa de prindere feromagnetică are dimensiuni tot mai mari, inducția magnetica în elementele întrefierului este tot mai mica. Cea mai pronunțată scadere apare atunci când piesa are dimensiuni maxime. De exemplu, B(64) = 130 mT cu piesa de prindere neferomagnetica, respectiv B(64) = 85 mT cu piesa de prindere feromagnetica de dimensiuni maxime (MU1 = 39; MU2 = 45), adica o scadere de 34,6 %. De asemenea, se schimba și direcția vectorului $\bar{B}$, în unele din elementele considerate rezultând componenta negativa dupa axa Oy. Desigur, atât modificarea valorii, cât și a direcției vectorului inducție magnetica este diferita de la element la element.

a2. În elementele întrefierului din imediata apropiere a magnetului permanent, inducția magnetica este mai mare decât în elementele aflate în apropierea inelului feromagnetic (pentru același unghi). De exemplu, pentru MU1 = 44 și MU2 = 45 rezulta:

$$B(55) = 131\ mT > B(37) = 121\ mT\ ; \qquad B(64) = 129\ mT > B(46) = 119\ mT$$

În sensul amintit, nu este potrivita comparația între elementele 37 și 46, respectiv între 55 și 64, poziționarea lor fiind diferita dupa unghi.

a3. În concluzie, pentru a obține o inducție magnetica mai mare în zona unde este situata bobina releului, se recomanda piese de prindere din material neferomagnetic.

b. În cazul în care MU1 = 37 și MU2 = 45, întrefierul este nul, iar magnetul este cuprins într-un inel feromagnetic ce scurtcircuiteaza polii acestuia (o varianta de calcul). Este situația ce se recomanda pentru evitarea demagnetizarii magneților atunci când nu sunt folosiți. În acest caz, coeficienții de demagnetizare dupa axa Oy ($k_{dmy} = H_{my} / M_{my}$; direcția de magnetizare este dupa axa Oy),în toate elementele finite din magnetul permanent, au valori cuprinse în intervalul [0,008 - 0,011]. Într-adevar, câmpul demagnetizant ar avea efect neglijabil. Este interesant de precizat ca, în aceleași condiții, dar cu o piesa de prindere neferomagnetica - deci cu întrefier - coeficientul de demagnetizare este aproximativ 0,137 , adica de [12,5 - 17,1] ori mai mare.

c. În continuare se prezinta rezultatele problemei de câmp pentru un caz în care releul se considera neliniar, atât în zona inelului feromagnetic cât și în zona magnetului permanent. Ca un exemplu de calcul, în magnet se considera o componenta permanenta a magnetizației după axa Oy ($\mu_0 M_{py} = B_{ry} = 0{,}745\ T$) și una dupa axa Ox ($\mu_0 M_{px} = B_{rx} = 0{,}0745\ T$). Componenta $\mu_0 M_{px}$ se considera nula în elementele finite 73, 91, 109, 127, unde s-au luat condiții Neumann nule. Dimensiunile sunt cele considerate la paragraful 4.2.4.a, iar piesa de prindere este neferomagnetica. Inelul este construit din OL 37, curba sa de magnetizare fiind modelată analitic prin ecuațiile (4.18). Magnetul permanent este din ALNICO 13/5, având curba de demagnetizare (fig. 1.13) furnizată de producător (Sinterom Cluj-Napoca). Modelarea analitică a acesteia s-a realizat cu ecuațiile:

$$
\begin{aligned}
B &= B_r - c_{m1}H && , \quad H \le H_{m1} \\
B &= B_r - c_{m1}H - c_{m2}(H - H_{m1})^2 && , \quad H_{m1} < H \le H_{m2} \\
B &= B_r - c_{m1}H - c_{m2}(H - H_{m1})^2 - c_{m3}(H - H_{m2})^3 && , \quad H_{m2} < H \le H_{m3} \\
B &= c_{m4}(H_{CB} - H) && , \quad H_{m3} < H ,
\end{aligned}
\tag{4.19}
$$

unde: $B_r = 0{,}745$ T; $H_{CB} = 50$ kA/m; $H_{m1} = 20$ kA/m; $H_{m2} = 33{,}5$ kA/m;

$H_{m3} = 46{,}5$ kA/m;

$c_{m1} = 5{,}7500 \cdot 10^{-6}\ H/m$; $c_{m2} = 0{,}2875 \cdot 10^{-9}\ H/m$

$c_{m3} = 3{,}4456 \cdot 10^{-14}\ Hm/A^2$; $c_{m4} = 57{,}1430 \cdot 10^{-6} H/m$.

În relațiile (4.19), intensitatea câmpului magnetic este o mărime pozitivă. Cu funcțiile analitice date mai sus se obține o aproximare bună a curbei de demagnetizare, pe întreg domeniul (v. tab. 4.7).

Tabelul 4.7

H [kA/m]		5	10	15	20	25	30	35	40	45	47,5
B [mT]	cat.	715	690	656	630	590	540	480	402	260	145
	analit.	716	687,5	658,7	630	594	544	479	391	254	143
Eroare [%]		0,14	0,36	0,41	0	0,7	0,7	0,2	2,7	2,3	1,38

În tabelele 4.8, 4.9, și 4.10 sunt prezentate valorile numerice obținute (cu MEFMAG08) pentru permeabilitățile relative, intensitatea câmpului magnetic și inducția magnetică din elementele finite ale domeniului în care s-a rezolvat problema de câmp. Indicii mărimilor corespund numerotării elementelor finite din figura 4.8.

Din tabelul 4.8 se poate sesiza că permeabilitatea relativă - diferită de la element la element - este de ordinul sutelor în inelul feromagnetic (elementele 1 - 36) și de ordinul unităților în magnetul permanent (elementele 73 -135).

Tabelul 4.8. Permeabilitățile relative PR(I)

PR 1 = 170,27	PR 2 = 237,56	PR 3 = 302,10	PR 4 = 361,44
PR 5 = 406,57	PR 6 = 433,77	PR 7 = 440,80	PR 8 = 440,46
PR 9 = 438,87	PR 10 = 172,69	PR 11 = 252,95	PR 12 = 333,86
PR 13 = 394,16	PR 14 = 430,46	PR 15 = 440,84	PR 16 = 439,27
PR 17 = 433,94	PR 18 = 429,58	PR 19 = 238,39	PR 20 = 311,04
PR 21 = 369,47	PR 22 412,14	PR 23 = 436,29	PR 24 [illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
PR 29 [illegible]	[illegible] 394,[illegible]	PR 31 431,93	[illegible]
PR 33 [illegible]	[illegible]	PR 35 415,65	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible] 1,00	[illegible]
PR 41 = 1,00	PR 42 1,00	PR 43 1,00	PR 44 [illegible]
PR 45 1,00	PR 46 = 1,00	PR 47 = 1,00	PR 48 1,00
PR 49 [illegible]	PR 50 1,00	PR 51 1,00	PR 52 [illegible]
PR 53 = 1,00	PR 54 1,00	PR 55 = 1,00	PR 56 = 1,00
PR 57 = 1,00	PR 58 = 1,00	PR 59 = 1,00	PR 60 = 1,00
PR 61 = 1,00	PR 62 = 1,00	PR 63 = 1,00	PR 64 = 1,00
PR 65 = 1,00	PR 66 = 1,00	PR 67 = 1,00	PR 68 = 1,00
PR 69 = 1,00	PR 70 = 1,00	PR 71 = 1,00	PR 72 = 1,00
PR 73 = 8,01	PR 74 = 7,67	PR 75 = 7,78	PR 76 = 7,85
PR 77 = 7,93	PR 78 = 8,05	PR 79 = 8,23	PR 80 = 8,57
PR 81 = 9,30	PR 82 = 7,77	PR 83 = 7,69	PR 84 = 7,72
PR 85 = 7,80	PR 86 = 7,92	PR 87 = 8,05	PR 88 = 8,19
PR 89 = 8,29	PR 90 = 8,36	PR 91 = 7,72	PR 92 = 7,51
PR 93 = 7,56	PR 94 = 7,64	PR 95 = 7,74	PR 96 = 7,86
PR 97 = 8,01	PR 98 = 8,20	PR 99 = 8,39	PR100 = 7,57
PR101 = 7,46	PR102 = 7,47	PR103 = 7,52	PR104 = 7,57
PR105 = 7,62	PR106 = 7,66	PR107 = 7,69	PR108 = 7,71
PR109 = 7,22	PR110 = 7,14	PR111 = 7,18	PR112 = 7,26
PR113 = 7,36	PR114 = 7,47	PR115 = 7,58	PR116 = 7,67
PR117 = 7,72	PR118 = 7,18	PR119 = 7,05	PR120 = 7,03
PR121 = 7,05	PR122 = 7,06	PR123 = 7,06	PR124 = 7,04
PR125 = 7,02	PR126 = 7,01	PR127 6,23	PR128 = 6,21
PR129 = 6,28	PR130 = 6,41	PR131 = 6,57	PR132 = 6,73
PR133 = 6,86	PR134 = 6,97	PR135 = 7,01	-

În ceea ce privește tabloul intensității câmpului magnetic, respectiv al inducției magnetice, se remarcă o "evoluție normală", atât sub aspectul valorilor cât și al modificării direcțiilor, de la element la element. De altfel, pentru a urmări mai ușor acest aspect, în figurile 4.11 și 4.12 sunt reprezentate la scară spectrele vectorilor $\bar{H}$, respectiv $\bar{B}$. Originile vectorilor sunt reprezentate în elementele finite la care se referă.

În figura 4.11, la reprezentarea spectrului vectorilor $\bar{H}$ s-au utilizat trei coeficienţi de scară: $k_{Hf} = 10^3 \frac{A/m}{1\ cm}$, pentru inelul feromagnetic; $k_{Hi} = 2 \cdot 10^5 \frac{A/m}{1\ cm}$, pentru întrefier; $k_{Hm} = 10^5 \frac{A/m}{1\ cm}$, pentru magnetul permanent. S-au adoptat trei coeficienţi de scară pentru a obţine o reprezentare rezonabilă, ţinând cont că ordinul de mărime al intensităţii câmpului magnetic în cele trei zone este diferit.

În figura 4.12, la reprezentarea spectrului vectorilor $\bar{B}$ s-a utilizat coeficientul de scară $k_B = 1{,}0 \frac{T}{1\ cm}$.

O mărime care ţine seama de toate elementele analizate din releu - şi de care depinde în mod direct sensibilitatea acestuia - este cuplul activ ce acţionează asupra bobinei plasată în întrefier. Din motive legate de siguranţa în acţionare, bobina este situată în zona elementelor finite 38, 47, 56 şi 65, urmând ca atunci când releul acţionează aceasta să se deplaseze într-un câmp mai puternic, în zona elementelor finite 37, 46, 55 şi 64. Expresia cuplului activ [10, 89] este dată de relaţia

$$C = B_p \cdot N \cdot I \cdot S_e \,, \tag{4.20}$$

unde: B_p - valoarea medie a componentelor radiale ale inducţiei magnetice din elementele întrefierului, ocupate de bobina releului (rezultă din programul de calcul);

N - numărul de spire ale bobinei releului;

I - intensitatea curentului prin bobină;

S_e - suprafaţa echivalentă de calcul a spirelor bobinei.

Pentru cazul în discuţie, din programul de calcul rezultă B_p = 0,2956 T. Dacă se modifică N şi S_e, păstrând aceleaşi materiale pentru magnetul permanent şi inelul feromagnetic, se obţin diverse valori pentru cuplul activ (la I dat), deci sensibilităţi diferite ale releului. Sau, în condiţiile de mai sus şi un cuplu rezistent dat (realizat cu resort), curentul de acţionare I al releului va avea diverse valori.

d. Programul MEFMAG08 s-a rulat şi pentru cazul în care inelul feromagnetic neliniar este construit din oţel electrotehnic, deci, din punct de vedere magnetic, de calitate mai bună decât OL 37, celelalte condiţii fiind identice cu cele prezentate la punctul c. Comparând valorile obţinute pentru inducţia magnetică din elementele întrefierului, se constată diferenţe nesemnificative. Prin urmare, în acest caz nu este justificată economic utilizarea unui inel cu proprietăţi feromagnetice superioare, care, evident, este mai scump. Concluzia este întărită şi prin compararea cuplurilor active, rezultând o creştere a valorii acestuia de numai 1,2 %.

e. Desigur, cu adaptări minime, programul MEFMAG08 poate fi utilizat la determinarea distribuţiei câmpului magnetic şi pentru alte variante. Astfel, se pot considera alte geometrii, alte materiale neliniare în structura sistemului neomogen, o altă distribuţie a magnetizaţiei permanente (neuniformă, dacă este necesar).

Tabelul 4.9. Intensitatea câmpului magnetic [A/m]

Hx_1 = 292 Hy_1 = 155 H_1 = 331	Hx_2 = 643 Hy_2 = 24 H_2 = 643	Hx_3 = 839 Hy_3 = -188 H_3 = 860	Hx_4 = 941 Hy_4 = -432 H_4 = 1035
Hx_5 = 972 Hy_5 = -706 H_5 = 1202	Hx_6 = 934 Hy_6 = -1002 H_6 = 1369	Hx_7 = 811 Hy_7 = -1299 H_7 = 1532	Hx_8 = 602 Hy_8 = -1548 H_8 = 1660
Hx_9 = 319 Hy_9 = -1704 H_9 = 1734	Hx_{10} = 333 Hy_{10} = 79 H_{10} = 342	Hx_{11} = 695 Hy_{11} = -135 H_{11} = 708	Hx_{12} = 868 Hy_{12} = -390 H_{12} = 951
Hx_{13} = 932 Hy_{13} = -673 H_{13} = 1150	Hx_{14} = 915 Hy_{14} = -979 H_{14} = 1339	Hx_{15} = 813 Hy_{15} = -1302 H_{15} = 1535	Hx_{16} = 622 Hy_{16} = -1603 H_{16} = 1719
Hx_{17} = 342 Hy_{17} = -1836 H_{17} = 1868	Hx_{18} = 0 Hy_{18} = -1954 H_{18} = 1954	Hx_{19} = 372 Hy_{19} = 529 H_{19} = 647	Hx_{20} = 820 Hy_{20} = 333 H_{20} = 885
Hx_{21} = 1061 Hy_{21} = 25 H_{21} = 1061	Hx_{22} = 1189 Hy_{22} = -306 H_{22} = 1228	Hx_{23} = 1233 Hy_{23} = -660 H_{23} = 1399	Hx_{24} = 1186 Hy_{24} = -1041 H_{24} = 1578
Hx_{25} = 1033 Hy_{25} = -1411 H_{25} = 1749	Hx_{26} = 769 Hy_{26} = -1722 H_{26} = 1886	Hx_{27} = 409 Hy_{27} = -1918 H_{27} = 1961	Hx_{28} = 452 Hy_{28} = 398 H_{28} = 602
Hx_{29} = 921 Hy_{29} = 76 H_{29} = 924	Hx_{30} = 1119 Hy_{30} = -265 H_{30} = 1150	Hx_{31} = 1196 Hy_{31} = -630 H_{31} = 1352	Hx_{32} = 1176 Hy_{32} = -1029 H_{32} = 1563
Hx_{33} = 1051 Hy_{33} = -1441 H_{33} = 1783	Hx_{34} = 807 Hy_{34} = -1825 H_{34} = 1995	Hx_{35} = 445 Hy_{35} = -2125 H_{35} = 2171	Hx_{36} = 0 Hy_{36} = -2277 H_{36} = 2277

Hx_{37} = 20339 Hy_{37} = 227705 H_{37} = 228611	Hx_{38} = 59537 Hy_{38} = 218834 H_{38} = 226789	Hx_{39} = 94851 Hy_{39} = 200745 H_{39} = 222025	Hx_{40} = 120966 Hy_{40} = 170418 H_{40} = 208986
Hx_{41} = 134170 Hy_{41} = 131965 H_{41} = 188192	Hx_{42} = 132539 Hy_{42} = 90629 H_{42} = 160562	Hx_{43} = 115986 Hy_{43} = 51884 H_{43} = 127062	Hx_{44} = 86203 Hy_{44} = 20853 H_{44} = 88690
Hx_{45} = 46166 Hy_{45} = 1762 46199	Hx_{46} = 21101 Hy_{46} = 225612 H_{46} [illegible]	Hx_{47} = 60525 Hy_{47} = 213239 [illegible]	Hx_{48} = 94854 Hy_{48} = 185494 H_{48} [illegible]339
Hx_{49} = 116765 Hy_{49} = 146569 H [illegible]	Hx_{50} 123188 Hy_{50} = 101774 H [illegible]	[illegible]13082 Hy_{51} = 56914 [illegible]	Hx_{52} = 87340 Hy_{52} = 17732 H = [illegible]
Hx_{53} = 48395 Hy_{53} = 10883 H_{53} = 49604	Hx_{54} = 0 Hy_{54} = -24904 H_{54} = 24904	Hx_{55} = 22922 Hy_{55} = 246422 H_{55} 247485	Hx_{56} = 66646 Hy_{56} = 236083 H_{56} = 245310
Hx_{57} = 108955 Hy_{57} = 215732 H_{57} = 241685	Hx_{58} = 140102 Hy_{58} = 179898 H_{58} = 228018	Hx_{59} = 155961 Hy_{59} = 134548 H_{59} = 205978	Hx_{60} = 154361 Hy_{60} = 85817 H_{60} = 176612
Hx_{61} = 135362 Hy_{61} = 40125 H_{61} = 141184	Hx_{62} = 100874 Hy_{62} = 3178 H_{62} = 100924	Hx_{63} = 54392 Hy_{63} = -20145 H_{63} = 58003	Hx_{64} = 23696 Hy_{64} = 243657 H_{64} = 244806
Hx_{65} = 67154 Hy_{65} = 230947 H_{65} = 240512	Hx_{66} = 107653 Hy_{66} = 198633 H_{66} = 225930	Hx_{67} = 133352 Hy_{67} = 153519 H_{67} = 203349	Hx_{68} = 141073 Hy_{68} = 101654 H_{68} = 173882
Hx_{69} = 129761 Hy_{69} = 49827 H_{69} = 138998	Hx_{70} = 100431 Hy_{70} = 4395 H_{70} = 100527	Hx_{71} = 55959 Hy_{71} = -29033 H_{71} = 63043	Hx_{72} = 0 Hy_{72} = -46260 H_{72} = 46260
Hx_{73} = -1399 Hy_{73} = -43180 H_{73} = 43203	Hx_{74} = -5918 Hy_{74} = -41761 H_{74} = 42178	Hx_{75} = -4685 Hy_{75} = -42277 H_{75} = 42536	Hx_{76} = -3937 Hy_{76} = -42550 H_{76} = 42732
Hx_{77} = -3439 Hy_{77} = -42857 H_{77} = 42995	Hx_{78} = -3107 Hy_{78} = -43208 H_{78} = 43320	Hx_{79} = -2809 Hy_{79} = -43746 H_{79} = 43836	Hx_{80} = -2398 Hy_{80} = -44670 H_{80} = 44734
Hx_{81} = -1620 Hy_{81} = -46402 H_{81} = 46430	Hx_{82} = -2118 Hy_{82} = -42431 H_{82} = 42484	Hx_{83} = -5858 Hy_{83} = -41850 H_{83} = 42258	Hx_{84} = -4779 Hy_{84} = -42064 H_{84} = 42335
Hx_{85} = -3971 Hy_{85} = -42410 H_{85} = 42596	Hx_{86} = -3442 Hy_{86} = -42809 H_{86} = 42947	Hx_{87} = -3109 Hy_{87} = -43228 H_{87} = 43339	Hx_{88} = -2776 Hy_{88} = -43631 H_{88} = 43720

$Hx_{89} = -2051$ $Hy_{89} = -43963$ $H_{89} = 44010$	$Hx_{90} = 0$ $Hy_{90} = -44187$ $H_{90} = 44187$	$Hx_{91} = -2104$ $Hy_{91} = -42276$ $H_{91} = 42328$	$Hx_{92} = -5703$ $Hy_{92} = -41270$ $H_{92} = 41663$
$Hx_{93} = -4554$ $Hy_{93} = -41582$ $H_{93} = 41830$	$Hx_{94} = -3644$ $Hy_{94} = -41943$ $H_{94} = 42101$	$Hx_{95} = -2946$ $Hy_{95} = -42313$ $H_{95} = 42416$	$Hx_{96} = -2364$ $Hy_{96} = -42706$ $H_{96} = 42771$
$Hx_{97} = -1810$ $Hy_{97} = -43181$ $H_{97} = 43219$	$Hx_{98} = -1244$ $Hy_{98} = -43747$ $H_{98} = 43764$	$Hx_{99} = -657$ $Hy_{99} = -44244$ $H_{99} = 44249$	$Hx_{100} = -3108$ $Hy_{100} = -41728$ $H_{100} = 41844$
$Hx_{101} = -5949$ $Hy_{101} = -41074$ $H_{101} = 41502$	$Hx_{102} = -4849$ $Hy_{102} = -41247$ $H_{102} =$ [illegible]	$Hx_{103} = -3912$ $Hy_{103} = -41503$ $H_{103} = 41687$	$Hx_{104} = -3167$ $Hy_{104} = -41749$ $H_{104} = 41869$
$Hx_{105} = -2513$ $Hy_{105} = -41962$ $H_{105} = 42038$	$Hx_{106} = -1835$ $Hy_{106} = -42122$ $H_{106} = 42162$	$Hx_{107} = -1013$ $Hy_{107} = -42225$ $H_{107} = 42237$	$Hx_{108} = 0$ $Hy_{108} = -42294$ $H_{108} = 42294$
$Hx_{109} = -3004$ $Hy_{109} = -40533$ $H_{109} = 40645$	$Hx_{110} = -5650$ $Hy_{110} = -39958$ $H_{110} = 40355$	$Hx_{111} = -4381$ $Hy_{111} = -40244$ $H_{111} = 40482$	$Hx_{112} = -3320$ $Hy_{112} = -40658$ $H_{112} = 40794$
$Hx_{113} = -2504$ $Hy_{113} = -41086$ $H_{113} = 41162$	$Hx_{114} = -1853$ $Hy_{114} = -41500$ $H_{114} = 41542$	$Hx_{115} = -1312$ $Hy_{115} = -41879$ $H_{115} = 41899$	$Hx_{116} = -846$ $Hy_{116} = -42180$ $H_{116} = 42189$
$Hx_{117} = -425$ $Hy_{117} = -42331$ $H_{117} = 42333$	$Hx_{118} = -3603$ $Hy_{118} = -40319$ $H_{118} = 40480$	$Hx_{119} = -6500$ $Hy_{119} = -39473$ $H_{119} = 40005$	$Hx_{120} = -5168$ $Hy_{120} = -39591$ $H_{120} = 39927$
$Hx_{121} = -4075$ $Hy_{121} = -39767$ $H_{121} = 39975$	$Hx_{122} = -3198$ $Hy_{122} = -39898$ $H_{122} = 40026$	$Hx_{123} = -2428$ $Hy_{123} = -39946$ $H_{123} = 40020$	$Hx_{124} = -1667$ $Hy_{124} = -39925$ $H_{124} = 39960$
$Hx_{125} = -858$ $Hy_{125} = -39875$ $H_{125} = 39884$	$Hx_{126} = 0$ $Hy_{126} = -39847$ $H_{126} = 39847$	$Hx_{127} = -3219$ $Hy_{127} = -35931$ $H_{127} = 36075$	$Hx_{128} = -5446$ $Hy_{128} = -35539$ $H_{128} = 35953$
$Hx_{129} = -3592$ $Hy_{129} = -36213$ $H_{129} = 36391$	$Hx_{130} = -2164$ $Hy_{130} = -37038$ $H_{130} = 37101$	$Hx_{131} = -1171$ $Hy_{131} = -37871$ $H_{131} = 37889$	$Hx_{132} = -539$ $Hy_{132} = -38624$ $H_{132} = 38627$
$Hx_{133} = -186$ $Hy_{133} = -39235$ $H_{133} = 39236$	$Hx_{134} = -34$ $Hy_{134} = -39654$ $H_{134} = 39654$	$Hx_{135} = 0$ $Hy_{135} = -39847$ $H_{135} = 39847$	- - -

Tabelul 4.10. Inducția magnetică [T]

Bx_{1} = 0,0625 By_{1} = 0,0333 B_{1} = 0,0708	Bx_{2} = 0,1919 By_{2} = 0,0072 B_{2} = 0,1920	Bx_{3} = 0,3185 By_{3} = -0,0712 B_{3} = 0,3264	Bx_{4} = 0,4272 By_{4} = -0,1963 B_{4} = 0,4702
Bx_{5} = 0,4968 By_{5} = -0,3607 B_{5} = 0,6140	Bx_{6} = 0,5091 By_{6} = -0,5459 B_{6} = 0,7465	Bx_{7} = 0,4494 By_{7} = -0,7196 B_{7} = 0,8483	Bx_{8} = 0,3330 By_{8} = -0,8566 B_{8} = 0,9190
Bx_{9} = 0,1760 By_{9} = -0,9400 B_{9} = 0,9563	Bx_{10} = 0,0722 By_{10} = [illegible] B_{10} = 0,0742	Bx_{11} = 0,2208 By_{11} = -0,0430 B_{11} = 0,2250	Bx_{12} = 0,3[illegible] By_{12} = -0,[illegible] B_{12} = 0,39[illegible]
Bx_{13} = 0,4619 By_{13} = -0,3331 B_{13} = 0,5695	Bx_{14} = 0,4948 By_{14} = [illegible] B_{14} = 0,7246	Bx_{15} = 0,4503 By_{15} = -0,7213 B_{15} = 0,8503	Bx_{16} = 0,2[illegible] By_{16} = [illegible] B_{16} = 0,9490
Bx_{17} = 0,1867 By_{17} = -1,0011 B_{17} = 1,0184	Bx_{18} = 0,0000 By_{18} = -1,0549 B_{18} = 1,0549	Bx_{19} = 0,1115 By_{19} = 0,1586 B_{19} = 0,1939	Bx_{20} = 0,3206 By_{20} = 0,1303 B_{20} = 0,3461
Bx_{21} = 0,4926 By_{21} = 0,0114 B_{21} = 0,4928	Bx_{22} = 0,6159 By_{22} = -0,1585 B_{22} = 0,6359	Bx_{23} = 0,6759 By_{23} = -0,3621 B_{23} = 0,7668	Bx_{24} = 0,6574 By_{24} = -0,5768 B_{24} = 0,8746
Bx_{25} = 0,5693 By_{25} = -0,7773 B_{25} = 0,9635	Bx_{26} = 0,4185 By_{26} = -0,9370 B_{26} = 1,0262	Bx_{27} = 0,2206 By_{27} = -1,0346 B_{27} = 1,0578	Bx_{28} = 0,1299 By_{28} = 0,1145 B_{28} = 0,1732
Bx_{29} = 0,3753 By_{29} = 0,0308 B_{29} = 0,3766	Bx_{30} = 0,5543 By_{30} = -0,1315 B_{30} = 0,5697	Bx_{31} = 0,6494 By_{31} = -0,3419 B_{31} = 0,7339	Bx_{32} = 0,6519 By_{32} = -0,5703 B_{32} = 0,8661
Bx_{33} = 0,5774 By_{33} = -0,7918 B_{33} = 0,9799	Bx_{34} = 0,4330 By_{34} = -0,9797 B_{34} = 1,0711	Bx_{35} = 0.2327 By_{35} = -1.1100 B_{35} = 1,1341	Bx_{36} = 0,0000 By_{36} = -1,1667 B_{36} = 1,1667
Bx_{37} = 0,0256 By_{37} = 0,2861 B_{37} = 0,2873	Bx_{38} = 0,0748 By_{38} = 0,2750 B_{38} = 0,2850	Bx_{39} = 0,1192 By_{39} = 0,2523 B_{39} = 0,2790	Bx_{40} = 0,1520 By_{40} = 0,2142 B_{40} = 0,2626
Bx_{41} = 0,1686 By_{41} = 0,1658 B_{41} = 0,2365	Bx_{42} = 0,1666 By_{42} = 0,1139 B_{42} = 0,2018	Bx_{43} = 0,1458 By_{43} = 0,0652 B_{43} = 0,1597	Bx_{44} = 0,1083 By_{44} = 0,0262 B_{44} = 0,1115
Bx_{45} = 0,0580 By_{45} = 0,0022 B_{45} = 0,0581	Bx_{46} = 0,0265 By_{46} = 0,2835 B_{46} = 0,2847	Bx_{47} = 0,0761 By_{47} = 0,2680 B_{47} = 0,2785	Bx_{48} = 0,1192 By_{48} = 0,2331 B_{43} = 0.2618
Bx_{49} = 0,1467 By_{49} = 0,1842 B_{49} = 0,2355	Bx_{50} = 0,1548 By_{50} = 0,1279 B_{50} = 0,2008	Bx_{51} = 0,1421 By_{51} = 0,0715 B_{51} = 0,1591	Bx_{52} = 0,1098 By_{52} = 0,0223 B_{52} = 0,1120

Bx$_{53}$ = 0,0608 By$_{53}$ = -0,0137 B$_{53}$ = 0,0623	Bx$_{54}$ = 0,0000 By$_{54}$ = -0,0313 B$_{54}$ = 0,0313	Bx$_{55}$ = 0,0288 By$_{55}$ = 0,3097 B$_{55}$ = 0,3110	Bx$_{56}$ = 0,0837 By$_{56}$ = 0,2967 B$_{56}$ = 0,3083
Bx$_{57}$ = 0,1369 By$_{57}$ = 0,2711 B$_{57}$ = 0,3037	Bx$_{58}$ = 0,1761 By$_{58}$ = 0,2261 B$_{58}$ = 0,2865	Bx$_{59}$ = 0,1960 By$_{59}$ = 0,1691 B$_{59}$ = 0,2588	Bx$_{60}$ = 0,1940 By$_{60}$ = 0,1078 B$_{60}$ = 0,2219
Bx$_{61}$ = 0,1701 By$_{61}$ = 0,0504 B$_{61}$ = 0,17[illegible]	Bx$_{62}$ = 0,1268 By$_{62}$ = 0,0040 B$_{62}$ = 0,1268	Bx$_{63}$ = 0,0684 By$_{63}$ = -0,0253 B$_{63}$ = 0,0729	Bx$_{64}$ = 0,0298 By$_{64}$ = 0,3062 B$_{64}$ = 0,3076
Bx$_{65}$ = 0,0844 By$_{65}$ = 0,2902 B$_{65}$ = 0,3022	Bx$_{66}$ = 0,1353 By$_{66}$ = 0,2496 B$_{66}$ = 0,2839	Bx$_{67}$ = 0,1676 By$_{67}$ = 0,1929 B$_{67}$ = 0,2555	Bx$_{68}$ = 0,1773 By$_{68}$ = 0,1277 B$_{68}$ = 0,2185
Bx$_{69}$ = 0,1631 By$_{69}$ = 0,0626 B$_{69}$ = 0,1747	Bx$_{70}$ = 0,1262 By$_{70}$ = 0.0055 B$_{70}$ = 0,1263	Bx$_{71}$ = 0,0703 By$_{71}$ = -0,0365 B$_{71}$ = 0,0792	Bx$_{72}$ = 0,0000 By$_{72}$ = -0,0581 B$_{72}$ = 0,0581
Bx$_{73}$ = -0,0141 By$_{73}$ = 0,3106 B$_{73}$ = 0,3109	Bx$_{74}$ = 0,0175 By$_{74}$ = 0,3426 B$_{74}$ = 0,3430	Bx$_{75}$ = 0,0287 By$_{75}$ = 0,3315 B$_{75}$ = 0,3328	Bx$_{76}$ = 0,0357 By$_{76}$ = 0,3254 B$_{76}$ = 0,3274
Bx$_{77}$ = 0,0402 By$_{77}$ = 0,3176 B$_{77}$ = 0,3202	Bx$_{78}$ = 0,0431 By$_{78}$ = 0,3081 B$_{78}$ = 0,3111	Bx$_{79}$ = 0,0454 By$_{79}$ = 0,2925 B$_{79}$ = 0,2960	Bx$_{80}$ = 0,0487 By$_{80}$ = 0,2637 B$_{80}$ = 0,2682
Bx$_{81}$ = 0,0556 By$_{81}$ = 0,2030 B$_{81}$ = 0,2105	Bx$_{82}$ = 0,0538 By$_{82}$ = 0,3309 B$_{82}$ = 0,3353	Bx$_{83}$ = 0,0179 By$_{83}$ = 0,3404 B$_{83}$ = 0,3409	Bx$_{84}$ = 0,0281 By$_{84}$ = 0,3370 B$_{84}$ = 0,3382
Bx$_{85}$ = 0,0356 By$_{85}$ = 0,3292 B$_{85}$ = 0,3311	Bx$_{86}$ = 0,0402 By$_{86}$ = 0,3190 B$_{86}$ = 0,3215	Bx$_{87}$ = 0,0430 By$_{87}$ = 0,3075 B$_{87}$ = 0,3105	Bx$_{88}$ = 0,0459 By$_{88}$ = 0,2960 B$_{88}$ = 0,2995
Bx$_{89}$ = 0,0531 By$_{89}$ = 0,2867 B$_{89}$ = 0,2916	Bx$_{90}$ = 0,0745 By$_{90}$ = 0,2807 B$_{90}$ = 0,2904	Bx$_{91}$ = -0,0204 By$_{91}$ = 0,3351 B$_{91}$ = 0,3357	Bx$_{92}$ = 0,0207 By$_{92}$ = 0,3555 B$_{92}$ = 0,3561
Bx$_{93}$ = 0,0312 By$_{93}$ = 0,3499 B$_{93}$ = 0,3513	Bx$_{94}$ = 0,0395 By$_{94}$ = 0,3421 B$_{94}$ = 0,3444	Bx$_{95}$ = 0,0458 By$_{95}$ = 0,3332 B$_{95}$ = 0,3364	Bx$_{96}$ = 0,0512 By$_{96}$ = 0,3232 B$_{96}$ = 0,3272
Bx$_{97}$ = 0,0563 By$_{97}$ = 0,3102 B$_{97}$ = 0,3153	Bx$_{98}$ = 0,0617 By$_{98}$ = 0,2939 B$_{98}$ = 0,3003	Bx$_{99}$ = 0,0676 By$_{99}$ = 0,2788 B$_{99}$ = 0,2868	Bx$_{100}$ = 0,0449 By$_{100}$ = 0,3483 B$_{100}$ = 0,3512
Bx$_{101}$ = 0,0187 By$_{101}$ = 0,3598 B$_{101}$ = 0,3603	Bx$_{102}$ = 0,0290 By$_{102}$ = 0,3577 B$_{102}$ = 0,3589	Bx$_{103}$ = 0,0375 By$_{103}$ = 0,3529 B$_{103}$ = 0,3549	Bx$_{104}$ = 0,0444 By$_{104}$ = 0,3477 B$_{104}$ = 0,3505

Bx_{105} = 0,0504 By_{105} = 0,3429 B_{105} = 0,3466	Bx_{106} = 0,0568 By_{106} = 0,3393 B_{106} = 0,3441	Bx_{107} = 0,0647 By_{107} = 0,3371 B_{107} = 0,3433	Bx_{108} = 0,0745 By_{108} = 0,3355 B_{108} = 0,3437
Bx_{109} = -0,0273 By_{109} = 0,3772 B_{109} = 0,3782	Bx_{110} = 0,0238 By_{110} = 0,3863 B_{110} = 0,3870	Bx_{111} = 0,0350 By_{111} = 0,3820 B_{111} = 0,3836	Bx_{112} = 0,0442 By_{112} = 0,3740 B_{112} = 0,3766
Bx_{113} = 0,0513 By_{113} = [illegible] B_{113} = [illegible]	Bx_{114} = 0,0571 By_{114} = [illegible] B_{114} = 0,3598	Bx_{115} = 0,0620 By_{115} = [illegible] B_{115} = [illegible]	Bx_{116} = 0,0663 By_{116} = 0,3384 B_{116} = 0,3448
Bx_{117} = 0,0704 By_{117} = [illegible] B_{117} = [illegible]	Bx_{118} = 0,0420 By_{118} = 0,3814 B_{118} = 0,3837	Bx_{119} = 0,0169 By_{119} = 0,3951 B_{119} = 0,3955	Bx_{120} = 0,0288 By_{120} = 0,3951 B_{120} = 0,3961
Bx_{121} = 0,0384 By_{121} = [illegible] B_{121} = 0,3948	Bx_{122} = 0,0461 By_{122} = 0,3911 B_{122} = 0,3938	Bx_{123} = 0,0530 By_{123} = 0,3908 B_{123} = 0,3943	Bx_{124} = 0,0597 By_{124} = 0,3917 B_{124} = 0,3962
Bx_{125} = 0,0669 By_{125} = 0,3931 B_{125} = 0,3988	Bx_{126} = 0,0745 By_{126} = 0,3938 B_{126} = 0,4008	Bx_{127} = -0,0252 By_{127} = 0,4638 B_{127} = 0,4645	Bx_{128} = 0,0320 By_{128} = 0,4678 B_{128} = 0,4689
Bx_{129} = 0,0461 By_{129} = 0,4591 B_{129} = 0,4614	Bx_{130} = 0,0571 By_{130} = 0,4465 B_{130} = 0,4501	Bx_{131} = 0,0648 By_{131} = 0,4324 B_{131} = 0,4372	Bx_{132} = 0,0699 By_{132} = 0,4185 B_{132} = 0,4243
Bx_{133} = 0,0729 By_{133} = 0,4065 B_{133} = 0,4130	Bx_{134} = 0,0742 By_{134} = 0,3979 B_{134} = 0,4048	Bx_{135} = 0,0745 By_{135} = 0,3938 B_{135} = 0,4008	- - -

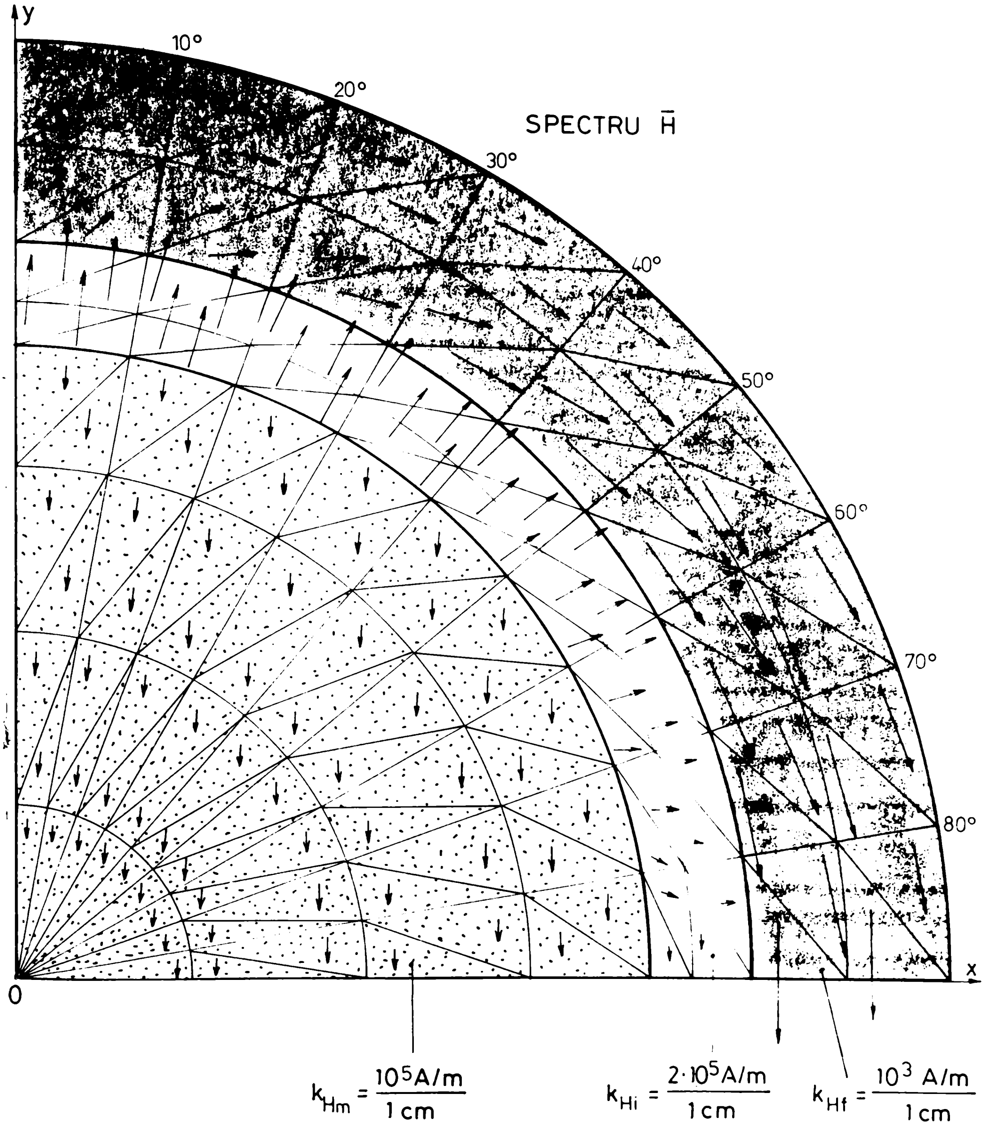
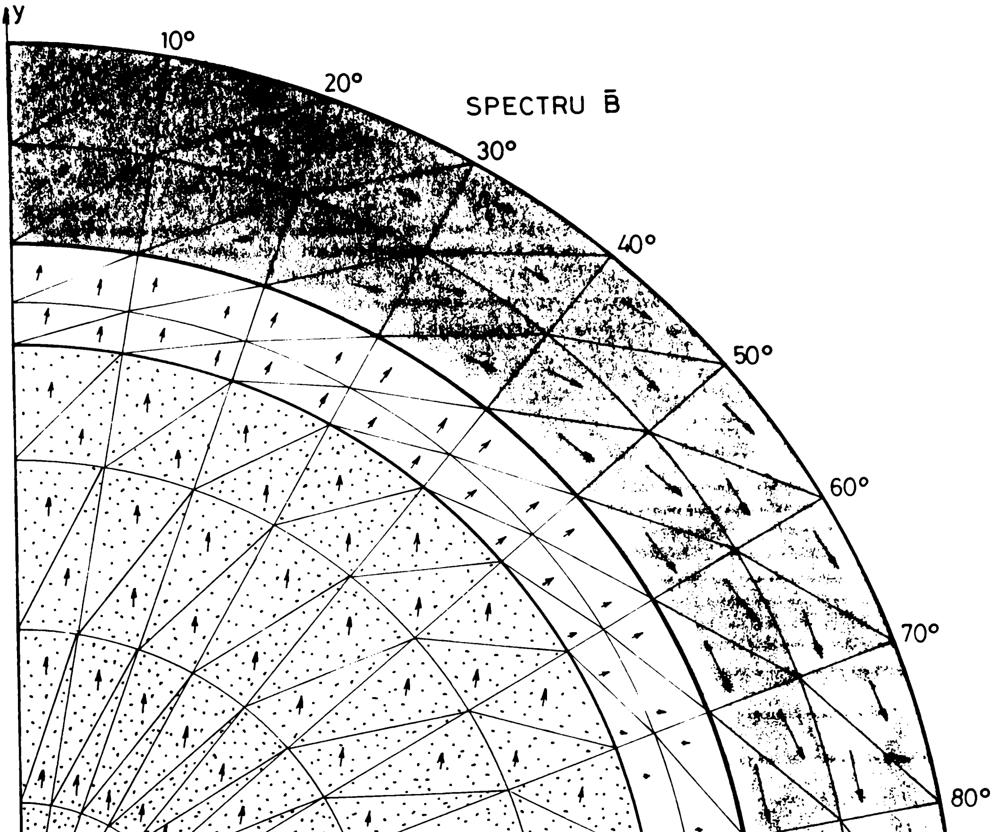

y
10°
20°
30°
40°
50°
60°
70°
80°
SPECTRU $\bar{H}$
0
x
$k_{Hm} = \frac{10^5 A/m}{1 cm}$
$k_{Hi} = \frac{2 \cdot 10^5 A/m}{1 cm}$
$k_{Hf} = \frac{10^3 A/m}{1 cm}$

Fig. 4.11



$k_B = \dfrac{1T}{1cm}$

Fig. 4.12

Capitolul 5
VERIFICĂRI DE CALCUL ȘI EXPERIMENTALE. REALIZAREA UNUI RELEU CU SENSIBILITATE MĂRITĂ

În acest capitol sunt prezentate verificările de calcul și experimentale ale rezultatelor numerice obținute prin rezolvarea problemei de câmp magnetic la releul magnet permanent cilindric. Îmbunătățirea performanțelor releului s-a obținut prin utilizarea concluziilor ce decurg din interpretarea rezultatelor numerice de calcul (par. 4.1.4, 4.2.4, și 5.2.1). De asemenea, se prezintă și varianta de releu cu sensibilitate mărită realizată practic - corolar ce verifică valabilitatea programelor numerice elaborate.

5.1. VERIFICĂRI DE CALCUL ȘI EXPERIMENTALE

În sistemele cu magneți permanenți ca sursă de câmp $\oint \bar{H} \cdot \bar{dl} = 0$, în conformitate cu legea circuitului magnetic. După calcularea lui $\bar{H}$ în toate elementele finite ale domeniului, se poate verifica relația de mai sus. Programele numerice elaborate conțin instrucțiuni în acest sens, verificarea realizându-se prin intermediul acestora.

Astfel, cu referire la rețeaua de elemente finite prezentată în figura 4.8, s-au ales - pentru exemplificare - două trasee (curbe) închise pentru care se calculează integrala de linie a intensității câmpului magnetic (fig. 5.1): traseul 1 (Γ_1) și traseul 2 (Γ_2) . Desigur, acestea se pot schimba sau pot fi completate cu altele, la alegere, prin modificarea datelor de intrare ale programelor numerice. Ambele trasee prezentate sunt fixate astfel încât să parcurgă toate cele trei zone specifice ale releului: inelul feromagnetic, întrefierul și magnetul permanent. Un traseu închis de integrare este format din reuniunea segmentelor ce unesc mijloacele laturilor elementelor finite întâlnite pe drumul ales.

În condițiile stabilite la paragraful 3.2, privind aproximarea funcției potențiale $V_{H\lambda}$, în punctele unui element finit intensitatea câmpului magnetic este constantă.

Deci, integrala pe un traseu închis oarecare (Γ) poate fi calculată cu relația

$$\oint_{\Gamma} \bar{H}\, d\bar{l} = \sum_{(\lambda)} \left\{ \oint_{(l_\lambda)} \bar{H}_\lambda\, d\bar{l} \right\} = \sum_{(\lambda)} \left\{ (H_x)_\lambda \cdot (l_x)_\lambda + (H_y)_\lambda \cdot (l_y)_\lambda \right\}. \tag{5.1}$$

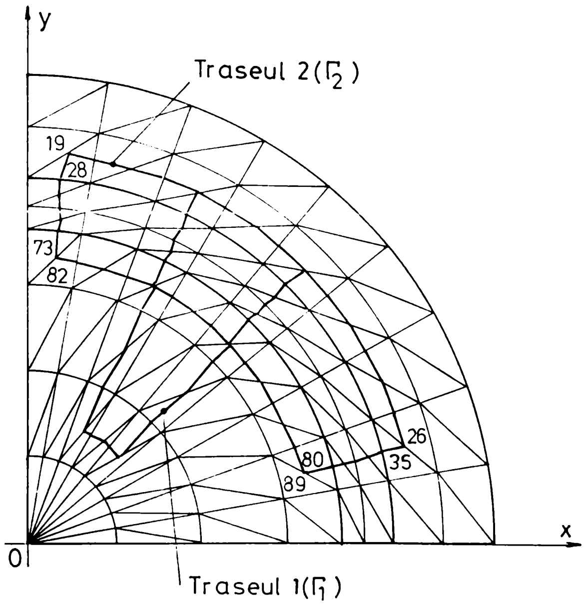


Fig.5.1

Din motive legate de claritatea desenului, în figura 5.1 nu s-a trecut numerotarea pentru toate elementele finite, dar aceasta este identică cu cea precizată în figura 4.8.

Pentru a avea o mărime de comparație în vederea determinării unei erori relative, în program se calculează și suma modulelor căderilor de tensiune magnetică pe segmentele determinate de traseul închis. Astfel, referitor la datele de intrare precizate la paragraful 4.2.4.c, integrala pe curba închisă (GAMA), suma modulelor căderilor de tensiune pe aceeași curbă (GAMAMOD) și ponderea primeia față de a doua (ERRTMAG) au rezultat:

- pentru traseul 1:

GAMA = -0,719 10^{-4} A; GAMAMOD = 0,1211221 10^{4} A; ERRTMAG = 0,593 10^{-5} %;

- pentru traseul 2:

GAMA=-0,134 10^{-3} A; GAMAMOD=0,9009033 10^{3} A; ERRTMAG=0,149 10^{-4} %. Aceste mărimi sunt rezultate ale programelor de calcul, deci sunt accesibile pentru fiecare rulare, valorile de mai sus constituind doar unul din exemplele concrete.Se face precizarea că pentru alte trasee închise considerate, la care GAMAMOD este de ordinul de mărime(10^{3} - 10^{4})A, integrala de linie a intensității câmpului magnetic rezultă, de asemenea, practic [illegible] mărime [illegible] 10^{-5} A), în toate [illegible] abordate în capitolul [illegible] legea circuitului magnetic cu [illegible] ale intensității câmpului din elementele finite ale domeniului de studiu $(\overline{H}_{\lambda}\ ;\ \lambda = \overline{1 \ldots m})$

Pe lângă verificarea prin calcul prezentată mai sus, rezultatele obținute prin programele numerice au fost verificate și prin determinări experimentale. S-a măsurat inducția magnetică în întrefier, utilizând un teslametru cu sondă Hall. Astfel, în varianta de calcul al câmpului în exteriorul magnetului (par. 4.1) s-a măsurat componenta normală a inducției magnetice la suprafața de separație dintre întrefier și inelul feromagnetic. S-a ales această variantă deoarece componenta normală a inducției magnetice se poate măsura prin așezarea sondei teslametrului strâns lipită de suprafața inelului feromagnetic, pe fața acestuia dinspre întrefier. Pentru varianta ind[illegible] realizată cu inel feromagnetic din OL 37, componentele normale se determină pe baza valorilor din tabelele 4.3 sau 4.4, cărora le corespund (v. curba de magnetizare din fig. 2.12) valori pentru permeabilitatea relativă între (100 - 1000). Cum între valorile inducției magnetice din elementele întrefierului nu sunt diferențe mari în cele două tabele, la calculul componentei normale se vor utiliza datele din tabelul 4.4. În aceste condiții, rezultatele comparative sunt prezentate în tabelul 5.1, iar evoluția lor grafică în figura 5.2. În elementele finite 44 și 45, din cauza piesei de prindere, nu este acces pentru plasarea sondei teslametrului, deci nu se poate măsura inducția mgnetică.

Se face precizarea că la stabilirea valorilor inducției prin măsurare intervin și erori legate de poziționarea sondei teslametrului, cu referire la coordonatele punctului în care se așează centrul plăcuței Hall, precum și orientarea acesteia în câmp. De asemenea, atunci când se abordează problema erorilor, trebuie avută în vedere și precizia cu care se pot determina mărimile reale de intrare în programul numeric de calcul. Astfel, curba de magnetizare a inelului feromagnetic, respectiv cea de demagnetizare a magnetului

Tabelul 5.1

Inducția \ Elementul		37	38	39	40	41	42	43
Bn [mT]	masurat	137	134	127	123	112	92	74
	calculat	133	132	128	120	108	93	76
eroare [%]		-2,9	-1,5	+0,8	2,4	3,6	+1,1	+2,7

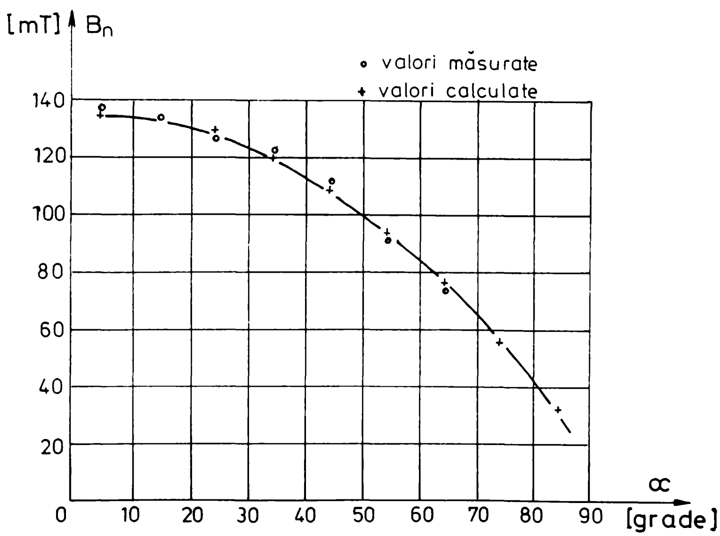


Fig.5.2

permanent se stabilesc utilizând probe de construcție speciala și nu elementele în discuție. În acest caz, este evident fapul ca pot exista diferențe între curbele reale și cele considerate în programul de calcul, care, în final, sa conduca la erori suplimentare. Un alt element care intervine este legat de cunoașterea valorilor reale ale magnetizației permanente în magnetul permanent. Însa, cu o anumita experiența în domeniu, se pot reduce foarte mult aceste erori suplimentare. În acest sens, se va avea în vedere ca realizarea elementelor componente să se facă din șarje identice cu cele din care s-au construit probele. De asemenea, la magnetizare se vor utiliza numai instalații foarte bine cunoscute și se vor respecta instrucțiunile în materie (v. și par. 1.3).

În ceea ce privește componentele normale ale inducției magnetice, considerate cu trei cifre semnificative, prin programele numerice se obțin - pentru toate elementele finite de la suprafața de separație dintre întrefier și inelul feromagnetic - valori egale cu modulul inducției. Din aceasta rezultă că vectorii inducție magnetică calculați sunt practic perpendiculari pe suprafața inelului feromagnetic, ceea ce este în concordanță cu teorema refracției liniilor de câmp magnetic. Această verificare este satisfăcută pentru toate variantele concrete rulate, inclusiv cea prezentată la paragraful 4.2.4.c. Și pentru acest caz, componentele normale pe suprafața inelului feromagnetic, în elementele finite (37 - 45), rezultă identice (la trei cifre semnificative) cu modulele inducției magnetice din aceleași elemente (tab. 4.10).

De asemenea, dacă se urmăresc spectrele vectorilor $\bar{H}$ și $\bar{B}$, reprezentate la scară în figurile 4.11 și 4.12, se constată o distribuție "normală", calitativ intuită înainte de calcule. În acest sens se fac precizările:

- în magnetul permanent, vectorul intensitate a câmpului magnetic $\bar{H}$ este opus vectorului inducție magnetică $\bar{B}$;

- în întrefier având în vedere și direcția de magnetizare, atât $\bar{H}$ cât și $\bar{B}$ au valori din ce în ce mai mici pe măsură ce ne depărtăm de axa Oy; în apropierea axei Ox rezultă valori practic neglijabile față de valorile din celelalte elemente ale întrefierului;

-în inelul feromagnetic, așa cum era de așteptat, apare o concentrare de flux magnetic în apropierea axei Ox; cum grosimea inelului este constantă, $\bar{H}$ și $\bar{B}$ au valori din ce în ce mai mari în puncte situate mai aproape de axa Ox;

- se știe că intensitatea câmpului magnetic trebuie să aibă valori mai mari în întrefier decât în magnetul permanent, respectiv în inelul feromagnetic. Comparând datele, rezultă în elementele întrefierului (37 - 72) o intensitate a câmpului magnetic cu un ordin de mărime (într-o exprimare medie) mai mare decât în elementele magnetului permanent (73 - 135), respectiv cu două ordine de mărime mai mare decât în elementele inelului feromagnetic (1 - 36). Aceste rapoarte sunt normale dacă comparăm permebilitaţile relative din cele trei zone. Asfel, din tabelul 4.8 rezulta o permeabilitate relativa în întrefier cu un ordin de marime mai mica decât în magnet, respectiv cu doua ordine de marime mai mica decât în inelul feromagnetic.

5.2. REALIZAREA UNUI RELEU CU SENSIBILITATE MĂRITĂ, CU MAGNET PERMANENT CILINDRIC

În vederea asimilarii fabricatiei în tara a releului magnetoelectric cu sensibilitate marita, s-a impus o analiza atenta a influenţei tuturor factorilor care pot conduce la un curent de acţionare mai mic. În acest sens, pastrând principial geometria cilindrica prezentata în figura 4.1, s-a considerat magnetul permanent de diverse calitaţi, cu curba de magnetizare liniara, respectiv neliniara. De asemenea, s-a ţinut seama şi de neliniaritatea materialului din care s-a construit inelul feromagnetic. Aceasta, deoarece la magneţi de calitate mai buna, în diverse subdomenii ale inelului pot sa apara inducţii magnetice de valori corespunzatoare zonei pronunţat neliniare a curbei de magnetizare. Pentru a stabili varianta optima privind materialul şi dimensiunile pieselor de prindere a magnetului permanent în raport cu inelul feromagnetic, s-a facut o analiza şi în acest sens. Având în vedere cele de mai sus, s-a rulat un numar mare de variante de calcul, iar pe baza rezultatelor obţinute s-au identificat direcţiile care trebuiesc urmate pentru a obţine un releu performant (v. par. 5.2.1). Acţionându-se în aceste direcţii, s-a realizat releul cu sensibilitate marita (v. par. 5.2.2), utilizându-se în construcţia acestuia materiale de calitate comparabila cu cele din releul aflat în fabricaţia de serie înainte de aplicarea studiului. Pe lânga verificarile cantitative anterior prezentate, s-a obţinut astfel şi o confirmare globala a corectitudinii metodologiei de calcul utilizate. Acesta este contextul în care se prezinta releului cu sensibilitate marita în capitolul ce conţine verificari de calcul şi experimentale.

5.2.1 Direcţii de creştere a sensibilitaţii releului

În paragraful 4.2.4 s-a analizat influenţa pieselor de prindere şi calitatea materialului inelului feromagnetic asupra inducției din întrefier, deci implicit asupra sensibilitații releului. Pe lânga concluziile desprinse din acestea (se recomanda un sistem de prindere neferomagnetic), pentru creşterea inducției magnetice în întrefier pot fi avute în vedere şi alte posibilitați, cum ar fi îmbunatațirea calitații materialului din care este confecționat magnetul permanent sau reducerea dimensiunilor întrefierului.

Alegerea unui material superior pentru magnetul permanent conduce la creşterea inducției magnetice în întrefier, deci și a sensibilitații releului. De exemplu, [illegible] releu cu dimensiunile și materialele considerate la varianta 4.2.4.a și piesa de prindere neferomagnetica, dar cu un magnet permanent mai bun (Br = 0,3 T fața de Br = 0,16 T), inducția magnetica în întrefier [illegible] elementele finite în care este situata bobina releului, valorile inducției sunt date în tabelul 5.2. Valoarea medie a componentelor radiale ale inducției magnetice din elementele întrefierului ocupate de bobina releului, marime ce intervine în expresia cuplului activ (v. rel. 4.20), este B_ρ = 0,2225 T, fața de B_ρ = 0,1183 T pentru B_r = 0,16 T. Într-un alt exemplu considerat s-a luat B_r = 0,6 T. Inducția magnetica are valorile din tabelul 5.3, iar componenta radiala medie B_ρ = 0,4430 T.

Tabelul 5.2

Element finit / Inducția magnetica	37	38	46	47	55	56	64	65
Bx [mT]	20	59	22	61	24	69	25	71
By [mT]	228	218	224	206	247	235	243	222
B [mT]	229	226	225	215	248	245	244	233

Din exemplele considerate se constata ca modificarea calitații magnetului permanent - la geometrie aleasa - conduce la modificari semnificative ale inducției magnetice în întrefier, ale cuplului activ, deci ale performanțelor releului. De exemplu, daca se considera bobina releului cu un numar dat (N) de spire, cu o suprafaţa echivalenta de calcul data (S_e), în cazul utilizarii unui magnet cu B_r = 0,3 T, curentul de acţionare al releului (I) se reduce la 53,2 % din curentul de acţionare pentru cazul iniţial, când B_r = 0,16 T; pentru B_r = 0,6 T, curentul se reduce la 26,7 % faţa de cazul iniţial. Este foarte evident ca pe aceasta cale se poate acţiona, cu rezultate bune, asupra scaderii curentului de acţionare al releului. Dificultatea aplicarii practice a acestei variante este legata de posibilitatea de a dispune de magneţi permanenţi de calitate superioara, la care se adauga neajunsul unei preţ de cost mare. În asemenea condiţii, orice alta direcţie de acţiune pentru creşterea sensibilitaţii releului nu poate fi neglijata.

Tabelul 5.3

Element finit / Inducţia magnetica	37	38	46	47	55	56	64	65
Bx [mT]	40	118	43	122	47	138	50	140
By [mT]	455	434	447	410	493	469	484	442
B [mT]	456	450	449	428	495	489	487	464

Reducerea dimensiunilor radiale ale întrefierului are influenţa favorabila asupra creşterii inducţiei magnetice, dar este cu aplicabilitate limitata. Deoarece în întrefier se plaseaza bobina (mobila) a releului, dimensiunile acestuia nu pot fi reduse sub o anumita limita, strict corelata cu grosimea bobinei. Aceasta varianta merita, totuşi, sa fie menţionata. Astfel, daca se reduce întrefierul cu numai 0,5 mm (adica δ = 1,25 mm, faţa de 1,75 mm ,cât era în exemplele anterioare), pentru un magnet cu B_r = 0,30 T, noile valori ale inducţiei magnetice (tab. 5.4) şi cuplul activ (rel. 5.2) sunt mai mari (rezultând componenta B_{ρ} = 0,2349 T). Daca se compara rezultatele obţinute, pentru o reducere a întrefierului cu 0,5 mm rezulta o creştere a cuplului activ cu 5,6 %. Prin urmare, trebuie avut în vedere ca bobina releului sa fie cat mai plata, pentru a solicita un întrefier minim dupa direcţie radiala.

Tabelul 5.4

Element finit / Inducţia magnetica	37	38	46	47	55	56	64	65
Bx [mT]	22	63	23	64	24	70	25	71
By [mT]	244	233	240	221	258	246	254	233
B [mT]	245	241	241	230	259	256	255	243

$$C = 0{,}2349 \cdot N \cdot I \cdot S_e \tag{5.2}$$

Analizând expresia cuplului activ ce acţioneaza asupra bobinei (rel. 4.20 şi 5.2), se constata ca pentru creşterea sensibilitaţii releului se poate acţiona nu numai prin intermediul elementelor care conduc la o inducţie magnetica în întrefier mai mare, deci o componenta B_ρ mai mare. Astfel, se poate interveni şi asupra numarului de spire N şi suprafeţei S_e ale bobinei. Însa, o creştere a numarului de spire presupune un întrefier mai mare, care conduce la o inducţie mai mica. De asemenea, marirea dimensiunilor geometrice ale bobinei, în vederea creşterii suprafeţei S_e, conduce implicit la marirea dimensiunilor întregului releu, deci material mai mult şi costuri mai mari. Prin urmare, modificarea marimilor constructive N şi S_e are efecte contradictorii, iar alegerea lor potrivita se face printr-o optimizare a releului în ansamblu - acţiune posibila prin rezolvarea problemei de câmp.

5.2.2 Variante realizate

Într-o prima etapa a asimilarii fabricaţiei în ţara a releului cu magnet permanent, în baza unui studiu de principiu [115], la C.I.R.E. Bucureşti, Laborator Deva s-au realizat relee cu magnet permanent cilindric în mai multe variante privind curentul de acţionare. Cel mai mic curent de acţionare la care s-a ajuns a fost 50 μA. Ulterior, producerea industriala a releului a fost trecuta la S.C. Relee S.A. Mediaş.

Deoarece în protectiile din sistemul energetic naţional şi în alte scheme de automatizare se solicita un releu magnetoelectric cu curent de acţionare mai mic de 50 μA, a aparut problema realizarii releului cu sensibilitate sporita. Aceasta a constituit tematica unui contract de cercetare [10] între U.T. Timişoara şi S.C. Relee Mediaş. Reducerea curentului de acţionare sub 50 μA parea o problema foarte dificila, deoarece nu era accesibil un material de calitate mult superioara pentru fabricarea magnetului permanent. În aceste condiţii, prin determinarea pe cale numerica a câmpului în releu s-au identificat direcţiile în care se poate acţiona (v. par. 5.2.1). Pe baza acestora, utilizând un material relativ obişnuit pentru magnetul permanent (ALNICO, produs de Electromagnetica S.A. Bucureşti) s-a realizat o îmbunatatire substanţiala a sensibilitaţii releului. Astfel, în ultima şi cea mai buna varianta, prototipul realizat în colaborare cu S.C. Relee S.A. Mediaş are curentul de acţionare 10,1 μA - cu resoarte antagoniste de acelaşi tip -, adica un curent de 4,95 ori mai mic decât al variantei iniţiale de 50 μA. De asemenea, cu un coeficient de revenire masurat k_{rev} = 0,9 , sunt îndeplinite şi prevederile normelor în acest domeniu.

CONCLUZII

Rezultatele acestui studiu pot fi grupate în două direcții principale:

A. Dezvoltarea calculului numeric al sistemelor cu magneți permanenți;

B. Analiza și creșterea performanțelor unor sisteme concrete cu magneți permanenți (relee magnetoelectrice), utilizate în protecțiile sistemului energetic sau în alte scheme de automatizare.

Principalele contribuții originale ale autorului în cadrul celor două grupe de probleme sunt:

A.1. Definirea unei permeabilități relative pentru magneți permanenți, prin care se ține seama în mod avantajos de neliniaritatea curbei de demagnetizare a zonelor cu magnetizație permanentă, deci o mărime utilă în programele numerice elaborate.

A.2. Stabilirea automată, prin program de calcul, a punctului de funcționare, folosind unele scheme echivalente, pentru sisteme cu magneți permanenți ce utilizează materiale liniare sau neliniare. Avantajul conferit de îmbinarea dintre simplitatea și caracterul intuitiv al schemelor echivalente cu rapiditatea și precizia rezultate prin utilizarea calculatorului face ca această abordare a circuitelor magnetice să capete valențe noi.

A.3. Pentru determinarea mai exactă a mărimilor de stare ale câmpului magnetic, se dezvoltă și se aplică un calcul numeric bazat pe metoda elementelor finite. În acest context, expresia generală a funcționalei aferente determinării câmpului magneților permanenți se prelucrează și se aduce la o formă adecvată scopului urmărit. Se ia în considerare cazul general, când domeniul în care se rezolvă problema de câmp este neomogen, neliniar și anizotrop, cu și fără magnetizație permanentă. Funcționala se exprimă în raport cu potențialul magnetic scalar și se stabilesc termenii acesteia pentru subdomeniile fără magneți permanenți, respectiv cu magneți permanenți.

A.4. Prin procesul de minimizare a funcționalei, se obțin ecuațiile specifice metodei elementelor finite pentru toate tipurile de noduri din rețeaua de discretizare a domeniului de studiu.

A.5. Se stabilesc combinaţiile de funcţii analitice care aproximează curbele de magnetizare neliniare - specifice materialelor din care se confecţionează jugurile feromagnetice, respectiv curbele neliniare de demagnetizare - specifice magneţilor permanenţi utilizaţi.

A.6. Elaborarea de programe numerice - în întregime originale - şi utilizarea acestora la calculul câmpului magnetic pentru sisteme concrete cu magneţi permanenţi (relee cu magneţi cilindrici). S-au conceput programe numerice de rezolvare a problemei de câmp pentru sisteme liniare şi neliniare, în cel de-al doilea caz ţinându-se seama atât de neliniaritatea jugurilor feromagnetice cât şi aceea a magneţilor permanenţi. Programele elaborate de autor permit determinarea mărimilor de stare ale câmpului magnetic, precum şi alte mărimi globale de interes, atât în exteriorul cât şi în interiorul magneţilor permanenţi. Posibilitatea determinării prin calcul a mărimilor de stare şi în interiorul magnetului permanent permite utilizarea metodei şi în faza de proiectare a sistemelor, plecând de la materiale cu proprietăţi date, fără a fi nevoie să se măsoare condiţii pe frontiera determinată de suprafaţa magnetului.

B.1. Pe baza rezultatelor din programele numerice de calcul - rulate pentru diverse variante - autorul face o analiză detaliată referitoare la materialul şi dimensiunile sistemului de prindere al magnetului din releul magnetoelectric cilindric - variantă stabilită în vederea asimilării fabricaţiei în ţară. De asemenea, se analizează influenţa calităţii materialelor din care se confecţionează jugul feromagnetic şi magnetul permanent. În acelaşi context, se stabileşte influenţa dimensiunilor întrefierului asupra spectrului câmpului şi implicit asupra parametrilor releului.

B.2. Prin analizarea rezultatelor de calcul obţinute, s-au identificat direcţiile esenţiale ce trebuiesc urmate pentru a construi un releu mai performant.

B.3. În colaborare cu S.C. Relee S.A. Mediaş, acţionând în sensul precizat mai sus, s-a realizat un releu magnetoelectric cilindric cu curent de acţionare redus. Releul obţinut are o sensibilitate de aproape 5 ori mai bună decât varianta existentă în producţie înainte de aplicarea studiului autorului, utilizându-se în construcţia acestuia materiale de calitate comparabilă. Astfel, s-a redus curentul de acţionare de la 50 μA la 10,1 μA, obţinându-se un releu cu sensibilitate mărită şi fiabilitate foarte bună.

O altă menţiune se face în legătură cu verificarea rezultatelor numerice obţinute cu programele elaborate de autor. Pe de o parte, programele numerice conţin verificări de calcul, iar pe de altă parte, sunt prezentate verificări experimentale, care se referă la inducția magnetică din punctele întrefierului - zona accesibilă măsurării. Toate verificările făcute confirmă buna precizie a rezultatelor obținute cu programele numerice. De altfel, realizarea releului cu sensibilitate mărită - plecând de la rezultatele studiului - ar putea fi considerată o confirmare finală globală a programelor numerice elaborate de autor, a metodologiei în ansamblu.

ANEXA 1

```
C                             R2MAG1V1
C
C     Rezolvarea circuitelor magnetice neliniare, neomogene si
C     neramificate cu magnet permanent, folosind scheme echivalente.
C
      DIMENSION BM(8),HM(8),PM(7),AM(7),BJ(121),HJ(121)
      READ(105,10) C1,C2,C3,C4,C5,C6,C7,C8,C9,C10,C11,B1,B2,B3,B4,B5,
     * H2,H3,H4,H5,MMAX,JMAX,DELTAB,(BM(I),I=1,MMAX),(HM(I),I=1,MMAX)
     *  ALM,ALF,DELTA,PERO
   10 FORMAT(11E14.7/9E10.3/2I4/E10.3/8F6.2/8E10.3/4E14.7)
C     Calculul pantei PM si a ordonatei la origine AM pentru
C     segmentele ce aproximeaza curba de demagnetizare a magnetului
      I=MMAX-1
      DO 15 M=1,I
      PM(M)=(BM(M+1)-BM(M))/(HM(M+1)-HM(M))
   15 AM(M)=BM(M)-PM(M)*HM(M)
      BJ(1)=0.
      HJ(1)=0.
      DO 80 J=1,JMAX
      BJ(J+1)=BJ(J)+DELTAB
      IF(BJ(J+1).LE.B1) GO TO 20
      IF(BJ(J+1).LE.B2) GO TO 30
      IF(BJ(J+1).LE.B3) GO TO 40
      IF(BJ(J+1).LE.B4) GO TO 45
      IF(BJ(J+1).LE.B5) GO TO 46
      GO TO 50
   20 H=C1*BJ(J+1)+C2*SQRT(BJ(J+1))
      GO TO 60
   30 H=C1*BJ(J+1)+C2*SQRT(BJ(J+1))+C3*(BJ(J+1)-B1)+
     *C4*(BJ(J+1)-B1)**2
      GO TO 60
   40 H=H2+C5*(BJ(J+1)-B2)+C6*(BJ(J+1)-B2)**2
      GO TO 60
   45 H=H3+C7*(BJ(J+1)-B3)**2+C8*(BJ(J+1)-B3)**3
      GO TO 60
   46 H=H4+C9*(BJ(J+1)-B4)+C10*(BJ(J+1)-B4)**2
      GO TO 60
   50 H=H5+C11*(BJ(J+1)-B5)
   60 HJ(J+1)=(H*ALF+BJ(J+1)*DELTA/PERO)/ALM
C     Calculul pantei PJ si a ordonatei la origine AJ pentru
C     segmentele ce aproximeaza curba 3
      PJ=(BJ(J+1)-BJ)J))/(HJ(J+1)-HJ(J))
```

```
      AJ=BJ(J)-PJ*HJ(J)
C       Coordonatele punctului de intersectie (I)
      K=MMAX-1
      DO 80 I=1,K
      HI=(AM(I)-AJ)/(PJ-PM(I))
      BI=PJ*HI+AJ
      IF(BJ(J+1).GE.BI) GO TO 70
      GO TO 80
   70 IF(BI.GE.BM(I+1)) GO TO 90
   80 CONTINUE
      GO TO 160
   90 JREAL=J+1
      WRITE(108,95)
   95 FORMAT(///30X,'COORDONATELE PUNCTELOR CURBEI'/30X,
     *'NELINIARE PT JUG SI INTREFIER'/29X,31('*'))
      I1=1
      I2=4
  100 WRITE(108,110)(L,BJ(L),L=I1,I2)
  110 FORMAT(//4(3X,'BJ',I3,'=',F5.3,5X))
      WRITE(108,120)(L,HJ(L),L=I1,I2)
  120 FORMAT(4(3X,'HJ',I3,'=',E10.4))
      IF(I2.EQ.JREAL) GO TO 140
      I1=I2+1
      I2=I2+4
      IF(I2-JREAL) 100,100,130
  130 I2=JREAL
      GO TO 100
  140 HJUG=(HI*ALM-BI*DELTA/PERO)/ALF
      WRITE(108,150) BI,HI,BI,HJUG,BI
  150 FORMAT(///10X,'CAMPUL DIN MAGNET:BM=',F5.3,1X,'T'/
     *30X,'HM=',E10.4,1X,'A/M'//10X,'CAMPUL DIN JUG:BJ=',
     *F5.3,1X,'T'/27X,'HJ=',E10.4,1X,'A/M'//10X,
     *'INDUCTIA DIN INTREFIER:BO=',F5.3,1X,'T')
      GO TO 180
  160 WRITE(108,170)
  170 FORMAT(/10X,'FARA INTERSECTIE=EROARE')
  180 STOP
      END
```

ANEXA 2

```
C                                MEFMGST2
C
C      Calculul campului magnetic într-un mediu neomogen
C      din exteriorul magnetului permanent
C
       DIMENSION X(40),Y(40),R(40),ALFA(40),RT(4),ALFAT(10),VH(40),
      *BX(54),BY(54),B(54),CI(36),CIL(36,6),INDEX(9),IE(54),JE(54),
      *KE(54),NE(36,6),NN(36,6),TL(40),S(54),PR(54),XV(6),YV(6),SV(6),
      *PV(6)
       READ(105,10) NL,NC,ITERM
   10  FORMAT(3I4)
       READ(105,20) EPS,PERO,OMEGA,PERR,BNMAX,PERRMA
   20  FORMAT(2E12.5/10F8.4)
C***MARIMI AJUTATOARE
       NI=NL*NC
       NLP1=NL+1
       NCP1=NC+1
       NCM1=NC-1
       NLP2=NL+2
       NCP2=NC+2
       NEC=NI+2*NC+NLP2
       N=NLP2*NCP2
       M=2*NLP1*NCP1
       N2=NI-NCM1
       NISJ=NI+1
       NIDJ=NI+NC
       NISS=NIDJ+1
       NIDS=NIDJ+NC
       NSS=NIDS+1
       NSJ=N-NL-2
       NDS=N-NL-1
       NSJM1=NSJ-1
       INDEX0=0
       DO 30 I=1,NCP1
   30  INDEX(I)=I
       PI=3.141593
       WRITE(108,31) N,M,NSS,NISS,NIDS,NDS,NSJ,NISJ,NIDJ,EPS,OMEGA,
      *PERO,PERR
   31  FORMAT(//10X,'N=',I3,2X,'M=',I3,2X/10X,'NSS=',I3,2X,'NISS=',I3,
      *2X,'NIDS=',I3,2X,'NDS=',I3/10X,'NSJ=',I3,2X,'NISJ=',I3,2X,'NIDJ='
      *,I3/10X,'EPS=',E9.3,2X,'OMEGA=',F5.3,2X,'PERO=',E12.5,2X,'PERR=',
      *F7.3)
```

```
C***COORDONATELE NODURILOR
      READ(105,40)(RT(I),I=1,NLP2),(ALFAT(I),I=1,NCP2)
   40 FORMAT(4E12.5/10F6.2)
      DO 50 JV=1,NLP2
      DO 50 JH=1,NC
      I=(JV-1)*NC+JH
      RI=RT(JV)
   50 ALFA(I)=ALFAT(JH+1)
      R(NSS)=RT(4)
      R(NDS)=RT(4)
      ALFA(NSS)=ALFAT(1)
      ALFA(NDS)=ALFAT(10)
      DO 51 JV=1,NLP1
      R(NSS+JV)=RT(JV)
      R(NDS+JV)=RT(JV)
      ALFA(NSS+JV)=ALFAT(1)
   51 ALFA(NDS+JV)=ALFAT(10)
      DO 52 I=1,N
      A=ALFA(I)*PI/180
      X(I)=R(I)*SIN(A)
   52 Y(I)=R(I)*COS(A)
      WRITE(108,60)INDEXO,(INDEX(I),I=1,NCP1)
   60 FORMAT(///50X,'COORDONATELE NODURILOR X/Y(M)'/49X,32('*')//8X,
     *10I10/)
      WRITE(108,70)INDEXO,X(NSS),(X(I),I=NISS,NIDS),X(NDS)
   70 FORMAT(/7X,I2,2X,10(E10.4))
      WRITE(108,80) Y(NSS+JV),(Y(I),I=NISS,NIDS),Y(NDS)
   80 FORMAT(11X,10(E10.4))
      DO 90 JV=1,NLP1
      LS=(JV-1)*NC+1
      LD=LS+NCM1
      WRITE(108,70) JV,X(NSS+JV),(X(JH),JH=LS,LD),X(NDS+JV)
   90 WRITE(108,80) Y(NSS+JV),(Y(JH),JH=LS,LD),Y(NDS+JV)
C***TABLOUL NODURILOR ELEMENTELOR
      DO 110 JV=1,NLP1
      KI=(JV-1)*NC
      KL=(JV-1)*NCP1*2
      DO 110 JH=1,NCP1
      I=KI+JH
      L=KL+JH
      LJ=L+NCP1
      IS=I-NC
      IF(JV.EQ.1) IS=NIDJ+JH
      IE(L)=I-1
      JE(L)=IS
      KE(L)=IS-1
      IE(LJ)=I-1
      JE(LJ)=I
```

```
      KE(LJ)=IS
      IF(JH.NE.1) GO TO 100
      IE(L)=NSS+JV
      KE(L)=NIDS+JV
      IE(LJ)=NSS+JV
  100 IF(JH.NE.NCP1) GO TO 110
      JE(L)=NSJ+JV
      JE(LJ)=NDS+JV
      KE(LJ)=NSJ+JV
  110 CONTINUE
      WRITE(108,111)(L,IE(L),JE(L),KE(L),L=1,M)
  111 FORMAT(//10X,'NODURILE ELEMENTELOR'/9X,22('*')/(4I10))
C***TABLOURILE NODURILOR SI ELEMENTELOR VECINE UNUI NOD:
C           INTERIOR
      DO 120 JV=1,NL
      KI=(JV-1)*NC
      KL=JV*NCP1*2
      DO 120 JH=1,NC
      I=KI+JH
      L=KL+JH
      NE(I,1)=L-NCP1
      NE(I,2)=L
      NE(I,3)=L+NCP1
      NE(I,4)=L+1
      NE(I,5)=L-NC
      NE(I,6)=L-NC*2-1
      NN(I,1)=I-1
      NN(I,2)=I+NC-1
      NN(I,3)=I+NC
      NN(I,4)=I+1
      NN(I,5)=I-NC+1
  120 NN(I,6)=I-NC
      DO 121 JH=1,NC
      NN(JH,5)=NIDJ+JH+1
  121 NN(JH,6)=NIDJ+JH
      DO 122 JH=1,NL
      IS=(JV-1)*NC+1
      ID=IS+NC-1
      NN(IS,1)=NSS+JV
      NN(IS,2)=NSS+JV+1
      NN(ID,4)=NDS+JV
  122 NN(ID,5)=NSJ+JV
C           PE FRONTIERA DE SUS
      DO 130 JH=1,NC
      I=NIDJ+JH
      NE(I,1)=JH
      NE(I,2)=JH+NCP1
      NE(I,3)=JH+1
```

```
      NN(I,1)=I-1
      NN(I,2)=JH-1
      NN(I,3)=JH
 130  NN(I,4)=I+1
      NN(NIDJ+1,1)=NIDS+1
      NN(NIDJ+1,2)=NIDS+2
      NN(NID,4)=NDS
C           PE FRONTIERA DE JOS
      DO 140 JH=1,NC
      I=NI+JH
      NE(I,1)=M-NC+JH
      NE(I,2)=M-2*NC+JH-1
      NE(I,3)=M-NC+JH-1
      NN(I,1)=I+1
      NN(I,2)=I+1-NC
      NN(I,3)=I-NC
 140  NN(I,4)=I-1
      NN(NI+1,4)=N-NL-2
      NN(NI+NC,1)=N
      NN(NI+NC,2)=N-1
C           PE FRONTIERA DIN STANGA
      NE(NSS,1)=1
      NN(NSS,1)=NSS+1
      NN(NSS,2)=NISS
      DO 145 JV=1,NL
      I=NSS+JV
      NE(I,1)=2*JV*NCP1+1
      NE(I,2)=(2*JV-1)*NCP1+1
      NE(I,3)=2*(JV-1)*NCP1+1
      NN(I,1)=I+1
      NN(I,2)=(JV-1)*NC+1
 145  NN(I,4)=I-1
      NN(NSS+1,3)=NISS
      NN(NSJ-1,3)=1
      NE(NSJ,1)=M-NC
      NE(NSJ,2)=M-NC-NCP1
      NN(NSJ,1)=NISJ
      NN(NSJ,2)=NI-NCM1
      NN(NSJ,3)=NSJ-1
      WRITE(108,146)
 146  FORMAT(//30X,'NN(I,L)',30X,'NE(I,L)'/29X,9('*'),28X,9('*')//)
      DO 141 I=1,NEC
 141  WRITE(108,142) I,(NN(I,L),L=1,6),(NE(I,L),L=1,6)
 142  FORMAT(I10,5X,12I5)
C***SUPRAFETELE ELEMENTELOR
      DO 150 L=1,M
      I=IE(L)
      J=JE(L)
```

```
      K=KE(L)
 150  S(L)=(X(I)*(Y(J)-Y(K))+X(J)*(Y(K)-Y(I))+X(K)*(Y(I)-Y(J)))/2
      WRITE(108,160)
 160  FORMAT(//45X,'SUPRAFETELE ELEMENTELOR IN M2'/44X,31('*')//)
      WRITE(108.171)(L,S(L),L=1,M)
 171  FORMAT(9(1X,'S',I2,'=',E9.3))
C***TABLOUL PERMEABILITATILOR RELATIVE
 175  CONTINUE
      DO 180 L=1,36
 180  PR(L)=PERR
      DO 190 L=37,M
 190  PR(L)=1.
C***SOLUTIA INITIALA
      DO 240 I=1,N
 240  VH(I)=0.
      DELTA=RT(2)-RT(3)
      DO 250 I=NISJ,NIDJ
      A=ALFA(I)*PI/180
      BN=BNMAX*COS(A)
 250  VH(I)=BN*DELTA/PERO
      VH(NSJ)=BNMAX*DELTA/PERO
C***COEFICIENTII ECUATIILOR NODURILOR INTERIOARE
      DO 350 I=1,NI
      DO 330 L=1,6
      IV=NN(I,L)
      LV=NE(I,L)
      XV(L)=X(IV)
      YV(L)=Y(IV)
      PV(L)=PR(LV)
 330  SV(L)=S(LV)
      CI(I)=((YV(6)-YV(1))**2+(XV(1)-XV(6))**2)*PV(1)/SV(1)
      DO 340 L=2,6
 340  CI(I)=CI(I)+((YV(L-1)-YV(L))**2+(XV(L)-XV(L-1))**2)*PV(L)/SV(L)
      CIL(I,1)=((YV(6)-YV(1))*(Y(I)-YV(6))+(XV(1)-XV(6))*(XV(6)-X(I)))*
     *PV(1)/SV(1)+((YV(1)-YV(2))*(YV(2)-Y(I))+(XV(2)-XV(1))*
     *(X(I)-XV(2)))*PV(2)/SV(2)
      CIL(I,6)=((YV(5)-YV(6))*(Y(I)-YV(5))+(XV(6)-XV(5))*(XV(5)-X(I)))*
     *PV(6)/SV(6)+((YV(6)-YV(1))*(YV(1)-Y(I))+(XV(1)-XV(6))*(X(I)-XV(1)
     *))*PV(1)/SV(1)
      DO 350 L=2,5
      K=L-1
      J=L+1
 350  CIL(I,L)=((YV(K)-YV(L))*(Y(I)-YV(K))+(XV(L)-XV(K))*(XV(K)-X(I)))*
     *PV(L)/SV(L)+((YV(L)-YV(J))*(YV(J)-Y(I))+(XV(J)-XV(L))*(X(I)-XV(J)
     *))*PV(J)/SV(J)
C***COEFICIENTII ECUATIILOR NODURILOR DE FRONTIERA
      DO 390 I=NISJ,NIDS
      DO 370 L=1,4
```

```
      IV=NN(I,L)
      IF(L.EQ.4) GO TO 360
      LV=NE(I,L)
  360 XV(L)=X(IV)
      YV(L)=Y(IV)
      IF(L.EQ.4) GO TO 370
      PV(L)=PR(LV)
      SV(L)=S(LV)
  370 CONTINUE
      CI(I)=0.
      DO 380 L=1,3
  380 CI(I)=CI(I)+((YV(L)-YV(L+1))**2+(XV(L+1)-XV(L))**2)*PV(L)/SV(L)
      CIL(I,1)=((YV(1)-YV(2))*(YV(2)-Y(I))+(XV(2)-XV(1))*(X(I)-XV(2)))*
     *PV(1)/SV(1)
      CIL(I,4)=((YV(3)-YV(4))*(Y(I)-YV(3))+(XV(4)-XV(3))*(XV(3)-X(I)))*
     *PV(3)/SV(3)
      DO 390 L=2,3
      K=L-1
      J=L+1
      CIL(I,L)=((YV(K)-YV(L))*(Y(I)-YV(K))+(XV(L)-XV(K))*(XV(K)-X(I)))*
     *PV(K)/SV(K)+((YV(L)-YV(J))*(YV(J)-Y(I))+(XV(J)-XV(L))*(X(I)-XV(J)
     *))*PV(L)/SV(L)
  390 CONTINUE
C           FRONTIERA DIN STANGA
      DO 1390 I=34,35
      DO 1370 L=1,4
      IV=NN(I,L)
      IF(L.EQ.4) GO TO 1360
      LV=NE(I,L)
 1360 XV(L)=X(IV)
      YV(L)=Y(IV)
      IF(L.EQ.4) GO TO 1370
      PV(L)=PR(LV)
      SV(L)=S(LV)
 1370 CONTINUE
      CI(I)=0.
      DO 1380 L=1,3
 1380 CI(I)=CI(I)+((YV(L)-YV(L+1))**2+(XV(L+1)-XV(L))**2)*PV(L)/SV(L)
      CIL(I,1)=((YV(1)-YV(2))*(YV(2)-Y(I))+(XV(2)-XV(1))*(X(I)-XV(2)))*
     *PV(1)/SV(1)
      CIL(I,4)=((YV(3)-YV(4))*(Y(I)-YV(3))+(XV(4)-XV(3)*(XV(3)-X(I)))*
     *PV(3)/SV(3)
      DO 1390 L=2,3
      K=L-1
      J=L+1
      CIL(I,L)=((YV(K)-YV(L))*(Y(I)-YV(K))+(XV(L)-XV(K))*(XV(K)-X(I)))*
     *PV(K)/SV(K)+((YV(L)-YV(J))*(YV(J)-Y(I))+(XV(J)-XV(L))*(X(I)-XV(J)
     *))*PV(L)/SV(L)
```

```
1390 CONTINUE
C          PENTRU NODURILE DE COLT
     CI(NSS)=(Y(NSS+1)-Y(NISS))**2+(X(NISS)-X(NSS+1))**2
     CIL(NSS,1)=(Y(NSS+1)-Y(NISS))*(Y(NISS)-Y(NSS))+(X(NISS)-X(NSS+1))*
    *(X(NSS)-X(NISS))
     CIL(NSS,2)=(Y(NSS+1)-Y(NISS))*(Y(NSS)-Y(NSS+1))*(X(NISS)-X(NSS+1))
    **(X(NSS+1)-X(NSS))
     CI(NSJ)=((Y(NISJ)-Y(N2))**2+(X(N2)-X(NISJ))**2)*PR(M-NC)/S(M-NC)+
    *((Y(N2)-Y(NSJM1))**2+(X(NSJM1)-X(N2))**2)*PR(M-2*NC-1)/S(M-2*NC-1)
     CIL(NSJ,1)=((Y(NISJ)-Y(N2))*(Y(N2)-Y(NSJ))+(X(N2)-X(NISJ))*(X(NSJ)
    *-X(N2)))*PR(M-NC)/S(M-NC)
     CIL(NSJ,2)=((Y(NISJ)-Y(N2))*(Y(NSJ)-Y(NISJ))+(X(N2)-X(NISJ))*(X(
    *NISJ)-X(NSJ)))*PR(M-NC)/S(M-NC)+((Y(N2)-Y(NSJM1))*(Y(NSJM1)-Y(NSJ)
    *)+(X(NSJM1)-X(N2))*(X(NSJ)-X(NSJM1)))*PR(M-2*NC-1)/S(M-2*NC-1)
     CIL(NSJ,3)=((Y(N2)-Y(NSJM1))*(Y(NSJ)-Y(N2))+(X(NSJM1)-X(N2))*(X(N2
    *)-X(NSJ)))*PR(M-2*NC-1)/S(M-2*NC-1)
C***TERMENII LIBERI
     TL(NSJ)=2*PR(46)*(BNMAX/PERO)*((ALFA(NISJ)-ALFA(NSJ))*PI/180)*RT
    *(3)
     L=M-NCP1
     DO 396 I=NISJ,NIDJ
     AI=ALFA(I)*PI/180
     IF(I-NISJ)394,393,394
 393 AIM1=0.
     GO TO 395
 394 AIM1=ALFA(I-1)*PI/180
 395 AIP1=ALFA(I+1)*PI/180
     IF(I.EQ.NIDJ) AIP1=ALFA(40)*PI/180
     BN1=BNMAX*COS(AI)
     BN4=BNMAX*COS(AIM1)
     DVH1=BN1/PERO
     DVH4=BN4/PERO
     AL1=(AIP1-AI)*RT(3)
     AL4=(AI-AIM1)*RT(3)
     L=L+1
 396 TL(I)=2*PR(L+1)*DVH1*AL1+2*PR(L)*DVH4*AL4
C***REZOLVAREA SISTEMULUI DE ECUATII
     ITER=1
 400 SD=0.
     DO 420 I=1,NI
     SCVH=0.
     DO 410 L=1,6
 410 SCVH=SCVH-CIL(I,L)*VH(NN(I,L))
     VHO=SCVH/CI(I)
     DVH=VHO-VH(I)
     SD=SD+ABS(DVH)
 420 VH(I)=VH(I)+OMEGA*DVH
     DO 440 I=NISJ,NIDJ
```

```
      SCVH=0.
      DO 430 L=1,4
430   SCVH=SCVH-CIL(I,L)*VH(NN(I,L))
      VH0=(TL(I)-SCVH)/CI(I)
440   VH(I)=VH(I)+OMEGA*(VH0-VH(I))
      DO 480 I=NISS,NSJM1
      SCVH=0.
      IF(I.EQ.NSS) GO TO 460
      DO 450 L=1,4
450   SCVH=SCVH-CIL(I,L)*VH(NN(I,L))
      GO TO 470
460   SCVH=-CIL(NSS,1)*VH(NN(NSS,1))-CIL(NSS,2)*VH(NN(NSS,2))
470   VH0=SCVH/CI(I)
480   VH(I)=VH(I)+OMEGA*(VH0-VH(I))
      SCVH=0.
      DO 490 L=1,3
490   SCVH=SCVH-CIL(NSJ,L)*VH(NN(NSJ,L))
      VH0=(TL(NSJ)+SCVH)/CI(NSJ)
      VH(NSJ)=VH(NSJ)+OMEGA*(VH0-VH(NSJ))
      IF(SD-EPS) 520,520,500
500   IF(ITER-ITERM) 510,511,511
510   ITER=ITER+1
      GO TO 400
511   WRITE(108,512) ITERM,SD
512   FORMAT(//20X,'NU CONVERGE IN ITERM=',I3,1X,'ITERATII',4X,'SD=',
     *E11.4//)
      GO TO 522
520   WRITE(108,521) ITER,SD
521   FORMAT(//10X,'ITER=',I3,2X,'ITERATII'//10X,'SD=',E11.4)
522   WRITE(108,530) INDEX0,(INDEX(I),I=1,NCP1)
530   FORMAT(//45X,'POTENTIALELE MAGNETICE SCALARE ALE NODURILOR [A]'
     */44X,50('*')//10X,10I11)
      WRITE(108,540) INDEX0,VH(NSS),(VH(I),I=NISS,NIDS),VH(NDS)
540   FORMAT(//11X,I2,10(E11.3))
      DO 550 JV=1,NLP1
      LS=(JV-1)*NC+1
      LD=LS+NCM1
550   WRITE(108,540)JV,VH(NSS+JV),(VH(JH),JH=LS,LD),VH(NDS+JV)
C***CALCULUL INDUCTIEI MAGNETICE
      DO 560 L=1,M
      BI=Y(JL(L))-Y(KE(L))
      BJ=Y(KE(L))-Y(IE(L))
      BK=Y(IE(L))-Y(JE(L))
      CCI=X(KE(L))-X(JE(L))
      CCJ=X(IE(L))-X(KE(L))
      CCK=X(JE(L))-X(IE(L))
      ALFA2=BI*VH(IE(L))+BJ*VH(JE(L))+BK*VH(KE(L))
      ALFA3=CCI*VH(IE(L))+CCJ*VH(JE(L))+CCK*VH(KE(L))
```

```
      HX=-ALFA2/(2*S(L))
      HY=-ALFA3/(2*S(L))
      BX(L)=PR(L)*PERO*HX
      BY(L)=PR(L)*PERO*HY
 560  B(L)=SQRT(BX(L)**2+BY(L)**2)
      WRITE(108,570)
 570  FORMAT(///45X,'INDUCTIA MAGNETICA DIN ELEMENTELE DOMENIULUI [T]'
     */44X,50('*'))
      WRITE(108,575) PERR
 575  FORMAT(/45X,'PERMEABILITATEA RELATIVA A INELULULUI =',F6.1)
      I1=1
      I2=9
 580  WRITE(108,581) (L,BX(L),L=I1,I2)
 581  FORMAT(//9(3X,'BX',I2,'=',F5.3))
      WRITE(108,582) (L,BY(L),L=I1,I2)
 582  FORMAT(//9(3X,'BY',I2,'=',F5.3))
      WRITE(108,583) (L,B(L),L=I1,I2)
 583  FORMAT(9(3X,'B',I3,'=',F5.3))
      IF(I2.EQ.M) GO TO 595
      I1=I2+1
      I2=I2+9
      IF(I2-M) 580,580,590
 590  I2=M
      GO TO 580
 595  PERR=PERR+100.
      IF(PERR-PERRMA) 175,175,600
 600  STOP
      END
```

ANEXA 3

```
c                             MEFMAG03
c
c***Calculul campului magnetic in releul cu magnet permanent cilindric.
c***Mediul este neomogen,inelul feromagnetic este neliniar .
c***Magnetul permanent se considera liniar si uniform magnetizat.
c***In geometria circuitului magnetic este inclus si umarul
c***feromagnetic de prindere a magnetului permanent.
c***Se determina si expresia cuplului ce actioneaza asupra bobinei.
c
      dimension x(81),y(81),r(81),alfa(81),rt(8),alfat(10),
     *vh(82),bx(135),by(135),b(135),ci(72),cil(72,6),index(20),
     *ie(135),je(135),ke(135),ne(72,6),nn(72,6),tl(72),s(135),
     *pr(135),xv(6),yv(6),sv(6),pv(6),hx(135),hy(135),h(135),
     *argh(135),argb(135),bro(135),bfi(135),bcp(135)
      write(*,9)
    9 format(2x,'nl,nc,iterm,mu1,mu2   cu 5i4')
      read(*,10)nl,nc,iterm,mu1,mu2
   10 format(5i4)
      write(*,15)
   15 format(2x,'mabj1,mabj2,mbcj1,mbcj2,mcdj1,mcdj2,mdaj1,mdaj2 ',
     *'   cu 8i5')
      read(*,16)mabj1,mabj2,mbcj1,mbcj2,mcdj1,mcdj2,mdaj1,mdaj2
   16 format(8i5)
      write(*,19)
   19 format(2x,'eps,omega,perri,bnmax,br,hc    cu 6e13.6')
      read(*,20)eps,omega,perri,bnmax,br,hc
   20 format(6e13.6)
      write(*,29)
   29 format(1x,'c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,c9,b1,b2,b3,b4,h1,h2,h3,h4,'
     *'epsprr,omegaf1,omegaf2,itprrm'/10x, 'cu 6e13.6/3e13.6/4f4.2/'
     *'4e13.6/3e13.6/i4')
      read(*,30)c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,c9,b1,b2,b3,b4,h1,h2,h3,h4,
     *epsprr,omegaf1,omegaf2,itprrm
   30 format(6e13.6/3e13.6/4f4.2/4e13.6/3e13.6/i4)
      per0=0.1256637e-05
      pi=3.141593
c***marimi ajutatoare
      mf=36
      maf=72
      ni=nl*nc
      nlp1=nl+1
      ncp1=nc+1
```

```
      npas=2*ncp1
      mabs1=mabj1+ncp1
      mabs2=mabj2+ncp1
      mbcs1=mbcj1-nc
      mbcs2=mbcj2-nc
      mcds1=mcdj1+ncp1
      mcds2=mcdj2+ncp1
      mdas1=mdaj1-nc
      mdas2=mdaj2-nc
      ncp2=nc+2
      nec=ni+nc+nlp1
      n=ncp2*nlp1+1
      m=ncp1*(2*nl+1)
      niss=ni+1
      nids=ni+nc
      nss=nids+1
      nsj=nss+nl
      nds=nsj+1
      ncm1=nc-1
      nlm1=nl-1
      index0=0
      do 50 i=1,ncp1
 50   index(i)=i
      vh(82)=0.
c  vh(82)=marime ajutatoare la rezolvarea sistemului de ecuatii
c***cordonatele nodurilor
      write(*,59)
 59   format(2x,'rt(i),i=1,8  cu 8e10.4 / alfat(i),i=1,10  cu 10f6.2')
      read(*,60)(rt(i),i=1,nlp1),(alfat(i),i=1,ncp2)
 60   format(8e10.4/10f6.2)
      do 70 jv=1,nlp1
      do 70 jh=1,nc
      i=(jv-1)*nc+jh
      r(i)=rt(jv)
 70   alfa(i)=alfat(jh+1)
      r(nss)=rt(8)
      r(nds)=rt(8)
      r(n)=0.
      alfa(nss)=alfat(1)
      alfa(nds)=alfat(10)
      alfa(n)=0.
      do 80 jv=1,nl
      nsspjv=nss+jv
      ndspjv=nds+jv
      r(nsspjv)=rt(jv)
      r(ndspjv)=rt(jv)
      alfa(nsspjv)=alfat(1)
 80   alfa(ndspjv)=alfat(10)
```

```
      do 90 i=1,n
      a=alfa(i)*pi/180
      x(i)=r(i)*sin(a)
 90   y(i)=r(i)*cos(a)
      write(*,100)index0,(index(i),i=1,ncp1)
100   format(///24x,'Coordonatele nodurilor x/y[m]'/23x
     *32('*')//6x,10i7/)
      write(*,110)index0,x(nss),(x(i),i=niss,nids),x(nds)
110   format(/5x,i2,2x,10(f7.5))
      write(*,120)y(nss),(y(i),i=niss,nids),y(nds)
120   format(9x,10(f7.5))
      do 130 jv=1,nl
      ls=(jv-1)*nc+1
      ld=ls+ncm1
      nsspjv=nss+jv
      ndspjv=nds+jv
      write(*,110)jv,x(nsspjv),(x(jh),jh=ls,ld),x(ndspjv)
130   write(*,120)y(nsspjv),(y(jh),jh=ls,ld),y(ndspjv)
c***tabloul nodurilor elementelor
      do 150 jv=1,nl
      ki=(jv-1)*nc
      kl=(jv-1)*ncp1*2
      do 150 jh=1,ncp1
      i=ki+jh
      l=kl+jh
      lj=l+ncp1
      is=i-nc
      if(jv.eq.1)is=ni+jh
      ie(l)=i-1
      je(l)=is
      ke(l)=is-1
      ie(lj)=i-1
      je(lj)=i
      ke(lj)=is
      if(jh.ne.1)go to 140
      ie(l)=nss+jv
      ke(l)=nids+jv
      ie(lj)=nss+jv
140   if(jh.ne.ncp1)go to 150
      je(l)=nsj+jv
      je(lj)=nds+jv
      ke(lj)=nsj+jv
150   continue
      do 160 jh=1,ncp1
      l=jh+(m-ncp1)
      i=jh+(ni-nc)
      ie(l)=n
      je(l)=i
```

```
160   ke(l)=i-1
      l=m-nc
      ke(l)=nss+nl
      l=m
      je(l)=n-1
c***tabloul nodurilor si elementelor vecine unui nod
c**          interior
      do 170 jv=1,nlm1
      ki=(jv-1)*nc
      kl=jv*ncp1*2
      do 170 jh=1,nc
      i=ki+jh
      l=kl+jh
      ne(i,1)=l-ncp1
      ne(i,2)=l
      ne(i,3)=l+ncp1
      ne(i,4)=l+1
      ne(i,5)=l-nc
      ne(i,6)=l-nc*2-1
      nn(i,1)=i-1
      nn(i,2)=i+nc-1
      nn(i,3)=i+nc
      nn(i,4)=i+1
      nn(i,5)=i-nc+1
 170  nn(i,6)=i-nc
      do 180 jh=1,nc
      nn(jh,5)=niss+jh
 180  nn(jh,6)=niss+jh-1
      do 190 jv=1,nlm1
      is=(jv-1)*nc+1
      id=is+nc-1
      nn(is,1)=nss+jv
      nn(is,2)=nss+jv+1]
      nn(id,4)=nds+jv
 190  nn(id,5)=nsj+jv
 c**          pe frontiera de sus
      do 200 jh=1,nc
      i=ni+jh
      ne(i,1)=jh
      ne(i,2)=jh+ncp1
      ne(i,3)=jh+1
      ne(i,4)=0
      ne(i,5)=0
      ne(i,6)=0
      nn(i,1)=i-1
      nn(i,2)=jh-1
      nn(i,3)=jh
      nn(i,4)=i+1
```

```
      nn(i,5)=82
200   nn(i,6)=82
      nn(niss,1)=nss
      nn(niss,2)=nss+1
      nn(nids,4)=nds
c**         pentru jv=nl=7 (r=r7)
      do 210 jh=1,nc
      i=ni-nc+jh
      ne(i,1)=m-ncp1+jh
      ne(i,2)=m-nc+jh
      ne(i,3)=m-2*nc-1+jh
      ne(i,4)=m-3*ncp1+1+jh
      ne(i,5)=m-2*ncp1+jh
      ne(i,6)=0
      nn(i,1)=n
      nn(i,2)=i+1
      nn(i,3)=i-nc+1
      nn(i,4)=i-ncp1+1
      nn(i,5)=i-1
210   nn(i,6)=82
      nn(49,5)=nsj
      nn(56,2)=n-1
      nn(56,3)=n-2
c          pe frontiera din stinga
      do 220 i=1,4
      ne(nss,i)=0
220   nn(nss,i)=82
      ne(nss,1)=1
      nn(nss,1)=ns
      nn(nss,2)=niss
      do 225 jv=1,nl
      i=nss+jv
      do 225 l=1,6
      ne(i,l)=0
225   nn(i,l)=82
      do 230 jv=1,nl
      i=nss+jv
      ne(i,1)=2*jv*ncp1+1
      ne(i,2)=(2*jv-1)*ncp1+1
      ne(i,3)=2*(jv-1)*ncp1+1
      nn(i,1)=i+1
      nn(i,2)=(jv-1)*nc+1
      nn(i,3)=(jv-2)*nc+1
230   nn(i,4)=i-1
      nn(66,3)=niss
      nn(nsj,1)=n
c***suprafetele elementelor
      do 240 l=1,m
```

```
      i=ie(l)
      j=je(l)
      k=ke(l)
240   s(l)=(x(i)*(y(j)-y(k))+x(j)*(y(k)-y(i))+x(k)*(y(i)-y(j)))/2
      write(*,245)
245   format(//20x,'Suprafetele elementelor  [m2]'/19x,31('*')/)
      write(*,246)(l,s(l),l=1,m)
246   format(5(1x,'S',i3,'=',e8.2,1x))
c***permeabilitatile relative initiale
      do 250 l=1,mf
250   pr(l)=perm
      mfp1=mf+1
      do 260 l=mfp1,m
260   pr(l)=1
      do 2600 kc=1,4
      l1=mu1+(kc-1)*ncp1
      l2=mu2+(kc-1)*ncp1
      do 2600 l=l1,l2
2600  pr(l)=perri
c***solutia initiala
      do 270 i=1,n
270   vh(i)=0.
      hmax=bnmax*(rt(2)-rt(4))/per0
c**          la suprafata magnetului permanent
      vh(69)=vhmax
      iu1=mu1-21
      iu2=iu1+nc
      do 280 i=25,iu2
      a=alfa(i)*pi/180
280   vh(i)=vhmax*cos(a)
c**          in intrefier
      vh(68)=vhmax*(rt(2)-rt(3))/(rt(2)-rt(4))
      do 290 i=17,iu1
      a=alfa(i)*pi/180
290   vh(i)=vh(68)*cos(a)
c**          in magnetul permanent
      ms=25
      md=32
      do 300 ii=1,3
      ji=69+ii
      li=4+ii
      vh(ji)=vhmax*rt(li)/rt(4)
      ms=ms+nc
      md=md+nc
      do 300 ki=ms,md
      a=alfa(ki)*pi/180
300   vh(ki)=vh(ji)*cos(a)
c***termenii liberi
```

```
      do 440 i=1,nec
 440  tl(i)=0.
      tl(69)=(x(25)-x(70))*br/2
      tl(25)=(x(26)-x(69))*br/2
      do 450 i=26,31
 450  tl(i)=(x(i+1)-x(i-1))*br/2
      tl(32)=(x(77)-x(31))*br/2
c***coeficientii ecuatiilor
c**          noduri interioare cu 6 elemente vecine
      itprr=1
 310  do 340 i=1,48
      do 320 l=1,6
      iv=nn(i,l)
      lv=ne(i,l)
      xv(l)=x(iv)
      yv(l)=y(iv)
      pv(l)=per0*pr(lv)
 320  sv(l)=s(lv)
      ci(i)=((yv(6)-yv(1))**2+(xv(1)-xv(6))**2)*pv(1)/(4*sv(1))
      do 330 l=2,6
 330  ci(i)=ci(i)+((yv(l-1)-yv(l))**2+(xv(l)-xv(l-1))**2)
     *  *pv(l)/(4*sv(l))
      cil(i,1)=((yv(6)-yv(1))*(y(i)-yv(6))+(xv(1)-xv(6))*(xv(6)-x(i)))*
     *  pv(1)/(4*sv(1))+((yv(1)-yv(2))*(yv(2)-y(i))+(xv(2)-xv(1))*
     *  (x(i)-xv(2)))*pv(2)/(4*sv(2))
      cil(i,6)=((yv(5)-yv(6))*(y(i)-yv(5))+(xv(6)-xv(5))*(xv(5)-x(i)))*
     *  pv(6)/(4*sv(6))+((yv(6)-yv(1))*(yv(1)-y(i))+(xv(1)-xv(6))*
     *  (x(i)-xv(1)))*pv(1)/(4*sv(1))
      do 340 l=2,5
      k=l-1
      j=l+1
 340  cil(i,l)=((yv(k)-yv(l))*(y(i)-yv(k))+(xv(l)-xv(k))*(xv(k)-x(i)))
     *  *pv(l)/(4*sv(l))+((yv(l)-yv(j))*(yv(j)-y(i))+
     *  (xv(j)-xv(l))*(x(i)-xv(j)))*pv(j)/(4*sv(j))
c**          noduri interioare cu 5 elemente vecine
      do 370 i=49,56
      do 350 l=1,5
      iv=nn(i,l)
      lv=ne(i,l)
      xv(l)=x(iv)
      yv(l)=y(iv)
      pv(l)=per0*pr(lv)
 350  sv(l)=s(lv)
      ci(i)=((yv(5)-yv(1))**2+(xv(1)-xv(5))**2)*pv(1)/(4*sv(1))
      do 360 l=2,5
 360  ci(i)=ci(i)+((yv(l-1)-yv(l))**2+(xv(l)-xv(l-1))**2)
     *  *pv(l)/(4*sv(l))
      cil(i,1)=((yv(5)-yv(1))*(y(i)-yv(5))+(xv(1)-xv(5))*(xv(5)-x(i)))
```

```
     *  *pv(1)/(4*sv(1)) + ((yv(1)-yv(2))*(yv(2)-y(i)) + (xv(2)-xv(1))*
     *  (x(i)-xv(2)))*pv(2)/(4*sv(2))
        cil(i,5) = ((yv(4)-yv(5))*(y(i)-yv(4)) + (xv(5)-xv(4))*(xv(4)-x(i)
     *  *pv(5)/(4*sv(5)) + ((yv(5)-yv(1))*(yv(1)-y(i)) + (xv(1)-xv(5))*
     *  (x(i)-xv(1)))*pv(1)/(4*s
        cil(i,6) = 0.
        do 370 l=2,4
        k=l-1
        j=l+1
 370    cil(i,l) = ((yv(k)-yv(l))*(y(i)-yv(k)) + (xv(l)-xv(k))*(xv(k)-x(i)))
     *  *pv(l)/(4*sv(l)) + ((yv(l)-yv(j))*(yv(j)-y(i)) +
     *  (xv(j)-xv(l))*(x(i)-xv(j)))*pv(j)/(4*sv(j))
c**         noduri pe frontiera de sus si frontiera din stinga
        do 420 i = niss,nsj
        if(i.eq.nss)go to 420
        do 390 l = 1,4
        iv = nn(i,l)
        if(l.eq.4)go to 380
        lv = ne(i,l)
 380    xv(l) = x(iv)
        yv(l) = y(iv)
        if(l.eq.4)go to 390
        pv(l) = per0*pr(lv)
        sv(l) = s(lv)
 390    continue
        ci(i) = 0.
        do 400 l = 1,3
 400    ci(i) = ci(i) + ((yv(l)-yv(l+1))**2 + (xv(l+1)-xv(l))**2)*pv(l)/(4*
     *  sv(l))
        cil(i,1) = ((yv(1)-yv(2))*(yv(2)-y(i)) + (xv(2)-xv(1))*(x(i)-xv(2)))
     *  *pv(1)/(4*sv(1))
        cil(i,4) = ((yv(3)-yv(4))*(y(i)-yv(3)) + (xv(4)-xv(3))*(xv(3)-x(i)))
     *  *pv(3)/(4*sv(3))
        do 410 l=2,3
        k=l-1
        j=l+1
 410    cil(i,l) = ((yv(k)-yv(l))*(y(i)-yv(k)) + (xv(l)-xv(k)
     *  (xv(k)-x(i)))*pv(k)/(4*sv(k)) + ((yv(l)-yv(j))*(yv(j)-y(i)) +
     *  (xv(j)-xv(l))*(x(i)-xv(j)))*pv(l)/(4*sv(l))
        cil(i,5) = 0.
        cil(i,6) = 0.
 420    continue
c**     noduri de colt (numai vh(nss) este nenul)
        pv(1) = per0*pr(1)
        ci(nss) = ((y(nss+1)-y(niss))**2 + (x(niss)-x(nss+1))**2)*pv(1)/
     *  (4*s(1))
        cil(nss,1) = ((y(nss+1)-y(niss))*(y(niss)-y(nss)) + (x(niss)-
     *  x(nss+1))*(x(nss)-x(niss)))*pv(1)/(4*s(1))
```

```
      cil(nss,2) = ((y(nss + 1)-y(niss)) * (y(nss)-y(nss + 1)) + (x(niss)-
     *  x(nss + 1)) * (x(nss + 1)-x(nss))) * pv(1)/(4 * s(1))
      do 430 l = 3,6
 430  cil(nss,l) = 0.
c***rezolvarea sistemului de ecuatii
      iter = 1
 460  sd = 0.
      do 480 i = 1,nec
      scvh = 0.
      do 470 l = 1,6
 470  scvh = scvh-cil(i,l) * vh(nn(i,l))
      vh0 = (tl(i) + scvh)/ci(i)
      dvh = vh0-vh(i)
      sd = sd + abs(dvh)
 480  vh(i) = vh(i) + omega * dvh
      if(sd-eps)530,530,490
 490  if(iter-iterm)500,510,510
 500  iter = iter + 1
      go to 460
 510  write(*,520)iterm,sd
 520  format(//20x,'Nu converge in iterm = ',i3,1x,'iteratii',4x,
     *  'SD = ',e11.4/20x,'Sistemul cu necunoscutele VH(i) nu este conv.')
      stop
 530  continue
      write(*,540)itprr,iter,sd
 540  format(//10x,'ITPRR = ',i3,2x,'(nr. iteratii pe curba B(H))'
     *  /10x,'ITER = ',i3,2x,'iteratii'/10x,'SD = ',e11.4)
c***calculul inductiei magnetice
      sdprr = 0.
      do 700 l = 1,m
      bi = y(je(l))-y(ke(l))
      bj = y(ke(l))-y(ie(l))
      bk = y(ie(l))-y(je(l))
      cci = x(ke(l))-x(je(l))
      ccj = x(ie(l))-x(ke(l))
      cck = x(je(l))-x(ie(l))
      alfa2 = bi * vh(ie(l)) + bj * vh(je(l)) + bk * vh(ke(l))
      alfa3 = cci * vh(ie(l)) + ccj * vh(je(l)) + cck * vh(ke(l))
      hx(l) = -alfa2/(2 * s(l))
      hy(l) = -alfa3/(2 * s(l))
c**         pentru fier
      if(l-mf)600,600,670
 600  h(l) = sqrt(hx(l) ** 2 + hy(l) ** 2)
      if(h(l).le.h1)go to 610
      if(h(l).le.h2)go to 620
      if(h(l).le.h3)go to 630
      if(h(l).le.h4)go to 640
      go to 650
```

```
 610  bl=c1*h(l)+c2*(h(l)**2)
      go to 660
 620  bl=c1*h(l)+c2*(h(l)**2)+c3*((h(l)-h1)**2)+c4*((h(l)-h1)**3)
      go to 660
 630  bl=c1*h(l)+c2*(h(l)**2)+c3*((h(l)-h1)**2)+c4*((h(l)-h1)**3)+
     *  c5*((h(l)-h2)**2)+c6*((h(l)-h2)**3)+c7*((h(l)-h2)**4)
      go to 660
 640  bl=b3+c8*((h(l)-h3)**(1/4))
      go to 660
 650  bl=b4+c9*(h(l)-h4)
 660  prr=bl/(h(l)*per0)
      bx(l)=per0*prr*hx(l)
      by(l)=per0*prr*hy(l)
      sdprr=sdprr+abs(prr-pr(l))
      if(bl-b2)665,666,666
 665  pr(l)=pr(l)+omegaf1*(prr-pr(l))
      go to 700
 666  pr(l)=pr(l)+omegaf2*(prr-pr(l))
     go to 700
c**         in intrefier
 670  if(l-maf)680,680,690
 680  h(l)=sqrt(hx(l)**2+hy(l)**2)
      bx(l)=per0*hx(l)
      by(l)=per0*hy(l)
      go to 700
c**         in magnetul permanent
 690  h(l)=sqrt(hx(l)**2+hy(l)**2)
      bx(l)=per0*hx(l)
      by(l)=per0*hy(l)+br
 700  b(l)=sqrt(bx(l)**2+by(l)**2)
c**        in umarul de prindere (fier)
c     (se corecteaza inductia B din elementele care,initial,au
c     fost considerate intrefier)
      do 7000 kc=1,4
      l1=mu1+(kc-1)*ncp1
      l2=mu2+(kc-1)*ncp1
      do 7000 l=l1,l2
      bi=y(je(l))-y(ke(l))
      bj=y(ke(l))-y(ie(l))
      bk=y(ie(l))-y(je(l))
      cci=x(ke(l))-x(je(l))
      ccj=x(ie(l))-x(ke(l))
      cck=x(je(l))-x(ie(l))
      alfa2=bi*vh(ie(l))+bj*vh(je(l))+bk*vh(ke(l))
      alfa3=cci*vh(ie(l))+ccj*vh(je(l))+cck*vh(ke(l))
      hx(l)=-alfa2/(2*s(l))
      hy(l)=-alfa3/(2*s(l))
6000  h(l)=sqrt(hx(l)**2+hy(l)**2)
```

```
      if(h(l).le.h1)go to 6100
      if(h(l).le.h2)go to 6200
      if(h(l).le.h3)go to 6300
      if(h(l).le.h4)go to 6400
      go to 6500
6100  bl=c1*h(l)+c2*(h(l)**2)
      go to 6600
6200  bl=c1*h(l)+c2*(h(l)**2)+c3*((h(l)-h1)**2)+c4*((h(l)-h1)**3)
      go to 6600
6300  bl=c1*h(l)+c2*(h(l)**2)+c3*((h(l)-h1)**2)+c4*((h(l)-h1)**3)+
     *  c5*((h(l)-h2)**2)+c6*((h(l)-h2)**3)+c7*((h(l)-h2)**4)
      go to 6600
6400  bl=b3+c8*((h(l)-h3)**(1/4))
      go to 6600
6500  bl=b4+c9*(h(l)-h4)
6600  prr=bl/(h(l)*per0)
      bx(l)=per0*prr*hx(l)
      by(l)=per0*prr*hy(l)
      sdprr=sdprr+abs(prr-pr(l))
      if(bl-b2)6650,6660,6660
 665  pr(l)=pr(l)+omegaf1*(prr-pr(l))
      go to 7000
6660  pr(l)=pr(l)+omegaf2*(prr-pr(l))
7000  b(l)=sqrt(bx(l)**2+by(l)**2)
      if(sdprr-epsprr)750,750,710
 710  if(itprr-itprrm)720,730,730
 720  itprr=itprr+1
      write(*,725)sdprr
 725  format(10x,'SDPRR=',e14.7)
      go to 310
 730  write(*,740)itprrm,sdprr
 740  format(//20x,'Nu converge in ITPRRM=',i3,2x,'iteratii',
     *  4x,'SDPRR=',e11.4/20x,'Nu este convergenta pe curba B(H)')
      go to 770
 750  write(*,760)itprr,sdprr
 760  format(//10x,'ITPRR=',i3,2x,'iteratii'//10x,'SDPRR=',e11.4)
 770  write(*,780)
 780  format(//22x,'Permeabilitatile relative PR(l)'/18x,
     *  'ale elementelor din inelul feromagnetic'/17x,41('*'))
      write(*,790)(l,pr(l),l=1,mf)
 790  format(4(4x,'PR(',i2,')=',f6.1))
c***tensiunea magnetica pe o curba inchisa gama(verificare calcul H)
c**         portiunea  a-b
      gamamod=0.
      gama=0.
      do 792 l=mabj1,mabj2,npas
      xa=(x(ie(l))+x(ke(l)))/2
      ya=(y(ie(l))+y(ke(l)))/2
```

```
      xb=(x(ie(l))+x(je(l)))/2
      yb=(y(ie(l))+y(je(l)))/2
      dx=xb-xa
      dy=yb-ya
      gamamod=gamamod+abs(hx(l)*dx+hy(l)*dy)
 792  gama=gama+hx(l)*dx+hy(l)*dy
      do 793 l=mabs1,mabs2,npas
      xa=(x(je(l))+x(ke(l)))/2
      ya=(y(je(l))+y(ke(l)))/2
      xb=(x(ie(l))+x(je(l)))/2
      yb=(y(ie(l))+y(je(l)))/2
      dx=xb-xa
      dy=yb-ya
      gamamod=gamamod+abs(hx(l)*dx+hy(l)*dy)
 793  gama=gama+hx(l)*dx+hy(l)*dy
c**  portiunea  b-c
      do 794 l=mbcj1,mbcj2
      xa=(x(ie(l))+x(ke(l)))/2
      ya=(y(ie(l))+y(ke(l)))/2
      xb=(x(je(l))+x(ke(l)))/2
      yb=(y(je(l))+y(ke(l)))/2
      dx=xb-xa
      dy=yb-ya
      gamamod=gamamod+abs(hx(l)*dx+hy(l)*dy)
 794  gama=gama+hx(l)*dx+hy(l)*dy
      do 795 l=mbcs1,mbcs2
      xa=(x(ie(l))+x(ke(l)))/2
      ya=(y(ie(l))+y(ke(l)))/2
      xb=(x(ie(l))+x(je(l)))/2
      yb=(y(ie(l))+y(je(l)))/2
      dx=xb-xa
      dy=yb-ya
      gamamod=gamamod+abs(hx(l)*dx+hy(l)*dy)
 795  gama=gama+hx(l)*dx+hy(l)*dy
c**  portiunea  c-d
      do 796 l=mcdj1,mcdj2,npas
      xa=(x(ie(l))+x(je(l)))/2
      ya=(y(ie(l))+y(je(l)))/2
      xb=(x(ie(l))+x(ke(l)))/2
      yb=(y(ie(l))+y(ke(l)))/2
      dx=xb-xa
      dy=yb-ya
      gamamod=gamamod+abs(hx(l)*dx+hy(l)*dy)
 796  gama=gama+hx(l)*dx+hy(l)*dy
      do 797 l=mcds1,mcds2,npas
      xa=(x(ie(l))+x(je(l)))/2
      ya=(y(ie(l))+y(je(l)))/2
      xb=(x(je(l))+x(ke(l)))/2
```

```
      yb=(y(je(l))+y(ke(l)))/2
      dx=xb-xa
      dy=yb-ya
      gamamod=gamamod+abs(hx(l)*dx+hy(l)*dy)
 797  gama=gama+hx(l)*dx+hy(l)*dy
c********* portiunea  d-a
      do 798 l=mdaj1,mdaj2
      xa=(x(je(l))+x(ke(l)))/2
      ya=(y(je(l))+y(ke(l)))/2
      xb=(x(ie(l))+x(ke(l)))/2
      yb=(y(ie(l))+y(ke(l)))/2
      dx=xb-xa
      dy=yb-ya
      gamamod=gamamod+abs(hx(l)*dx+hy(l)*dy)
 798  gama=gama+hx(l)*dx+hy(l)*dy
      do 799 l=mdas1,mdas2
      xa=(x(ie(l))+x(je(l)))/2
      ya=(y(ie(l))+y(je(l)))/2
      xb=(x(ie(l))+x(ke(l)))/2
      yb=(y(ie(l))+y(ke(l)))/2
      dx=xb-xa
      dy=yb-ya
      gamamod=gamamod+abs(hx(l)*dx+hy(l)*dy)
 799  gama=gama+hx(l)*dx+hy(l)*dy
      write(*,7990)gama,gamamod
7990  format(//2x,'Tensiunea magnetica pe o curba inchisa este ',5x,
     * 'GAMA=',e14.7,'  A'/2x,'Suma valorilor absolute ale tens.',
     * 'magnetice pe'/4x,'elementele prin care trece curba inchisa '
     * 'este',2x,'GAMAMOD=',e14.7,'  A')
      errtmag=abs((gama/gamamod)*100.)
      write(*,7991)errtmag
7991  format(2x,'Eroarea relativa este',28x,'ERRTMAG=',e14.7,1x,'%')
      write(*,7995)mabj1,mabj2,mabs1,mabs2,mbcj1,mbcj2,mbcs1,mbcs2,
     * mcdj1,mcdj2,mcds1,mcds2,mdaj1,mdaj2,mdas1,mdas2
 7995 format(//2x,'Datele traseului de integrare:'//,(10x,4i9/))
c***Calculul unghiurilor vectorilor H si B fata de axa ox
      do 7996 l=1,m
      argh(l)=(atan(hy(l)/hx(l)))*(180/pi)
7996  argb(l)=(atan(by(l)/bx(l)))*(180/pi)
      write(*,8001)
8001  format(//,10x,'Intensitatea cimpului magnetic din elementele ',
     * 'domeniului [A/m]'/9x,63('*'))
      i1=1
      i2=4
8101  write(*,8201)(l,hx(l),l=i1,i2)
8201  format(/4(2x,'HX(',i3,')=',e10.3))
      write(*,8301)(l,hy(l),l=i1,i2)
8301  format(4(2x,'HY(',i3,')=',e10.3))
```

```
      write(*,8401)(l,h(l),l=i1,i2)
8401  format(4(2x,'H(',i4,')=',e10.3))
      if(i2.eq.m)go to 8601
      i1=i2+1
      i2=i2+4
      if(i2-m)8101,8101,8501
8501  i2=m
      go to 8101
8601  continue
c***  calculul inductiei in coordonate polare,in elementele intrefierului;
c     din bx(l) si by(l) se determina bro(l) si bfi(l)
      do 7900 k = 2,ncp2
      fi=(95.-alfat(k))*pi/180
      l1 = 35 + k
      l2 =l1 + ncp1
      l3 =l2 + ncp1
      l4 =l3 + ncp1
      bro(l1) =bx(l1)*cos(fi) +by(l1)*sin(fi)
      bfi(l1) =bx(l1)*sin(fi)-by(l1)*cos(fi)
      bcp(l1) =sqrt(bro(l1)**2+bfi(l1)**2)
      bro(l2) =bx(l2)*cos(fi) +by(l2)*sin(fi)
      bfi(l2) =bx(l2)*sin(fi)-by(l2)*cos(fi)
      bcp(l2) =sqrt(bro(l2)**2+bfi(l2)**2)
      bro(l3) =bx(l3)*cos(fi) +by(l3)*sin(fi)
      bfi(l3) =bx(l3)*sin(fi)-by(l3)*cos(fi)
      bcp(l3) =sqrt(bro(l3)**2+bfi(l3)**2)
      bro(l4) =bx(l4)*cos(fi) +by(l4)*sin(fi)
      bfi(l4) =bx(l4)*sin(fi)-by(l4)*cos(fi)
7900  bcp(l4) =sqrt(bro(l4)**2+bfi(l4)**2)
      write(*,8000)
8000  format(///,16x,'Inductia magnetica din elem.intrefierului [T]'/
     *  15x,47('*'))
      i1=37
      i2=41
8100  write(*,8200)(l,bro(l),l=i1,i2)
8200  format(/5(2x,'BRO(',i2,')=',f5.3))
      write(*,8300)(l,bfi(l),l=i1,i2)
8300  format(5(2x,'BFI(',i2,')=',f5.3))
      write(*,8400)(l,bcp(l),l=i1,i2)
8400  format(5(2x,'BCP(',i2,')=',f5.3))
      if(i2.eq.maf)go to 8600
      i1 =i2+1
      i2=i2+5
      if(i2-maf)8100,8100,8500
8500  i2 =maf
      go to 8100
8600  continue
c***  expresia cuplului ce actioneaza asupra bobinei
```

```
      bromed1 = (bro(37) + bro(38) + bro(46) + bro(47) +
     *        bro(55) + bro(56) + bro(64) + bro(65))/8
      bromed2 = (bro(38) + bro(39) + bro(47) + bro(48) +
     *          bro(56) + bro(57) + bro(65) + bro(66))/8
c     expresia cuplului se va scrie,dupa tiparirea valorilor inductiei,
c     in functie de bromed1,respectiv bromed2
      write(*,800)
 800  format(///,16x,'Inductia magnetica din elem. domeniului [T]'/
     *  15x,45('*'))
      i1 = 1
      i2 = 5
 810  write(*,820)(l,bx(l),l = i1,i2)
 820  format(/5(2x,'BX(',i3,') = ',f5.3))
      write(*,830)(l,by(l),l = i1,i2)
 830  format(5(2x,'BY(',i3,') = ',f5.3))
      write(*,840)(l,b(l),l = i1,i2)
 840  format(5(2x,'B(',i4,') = ',f5.3))
      if(i2.eq.m)go to 860
      i1 = i2 + 1
      i2 = i2 + 5
      if(i2-m)810,810,850
 850  i2 = m
      go to 810
 860  continue
      write(*,870)
 870  format(///,15x,'Unghiurile vectorilor H si B fata de ',
     *'axa Ox  [grade]'/14x,55('*'))
      i1 = 1
      i2 = 4
 880  write(*,890)(l,argh(l),l = i1,i2),(l,argb(l),l = i1,i2)
 890  format(/4(1x,'ARGH(',i3,') = ',f6.2)/4(1x,'ARGB(',i3,') = ',f6.2))
      if(i2.eq.m)go to 910
      i1 = i2 + 1
      i2 = i2 + 4
      if(i2-m)880,880,900
 900  i2 = m
      go to 880
 910  continue
      write(*,920)bromed1,bromed2
 920  format(//,15x,'CUPLUL MEDIU'/14x,14('*')//5x,'Varianta 1: C1 = ',
     *  f7.5,'*N*I*Sa'/5x,'Varianta 2: C2 = ',f7.5,'*N*I*Sa'//15x,
     *  'N-nr. de spire ale bobinei'/15x,'I-curentul din bobina'/
     *  15x,'Sa-suprafata activa a spirei')
      stop
      end
```

ANEXA 4

```
c                                   MEFMAG08
c
c***Calculul campului magnetic in releul cu magnet permanent cilindric.
c***Mediul este neomogen, inelul feromagnetic este neliniar,
c***magnetul permanent este neliniar.
c***Se determina si expresia cuplului ce actioneaza asupra bobinei
c***si se reprezinta spectrul vectorilor B si H.
c
      include 'fgraph.fi'
      include 'fgraph.fd'
      dimension x(81),y(81),r(81),alfa(81),rt(8),alfat(10),
     *vh(82),bx(135),by(135),b(135),ci(72),cil(72,6),index(20),
     *ie(135),je(135),ke(135),ne(72,6),nn(72,6),tl(72),s(135),
     *pr(135),xv(6),yv(6),sv(6),pv(6),hx(135),hy(135),h(135),
     *argh(135),argb(135),bro(135),bfi(135),bcp(135),xcg(135),
     *ycg(135),xbg(135),ybg(135),xhg(135),yhg(135),brx(135),bry(135),
     *brxv(6),bryv(6)
      integer*2 dummy
      record /wxycoord/k1
c************datele suplimentare
      write(*,1)
    1 format(2x,'br0   cu f10.5')
      read(*,6)br0
      hc0=.5e05
      hm1=.2e05
      hm2=.335e05
      hm3=.465e05
      cm1=.575e-05
      cm2=.2875e-09
      cm3=.34456e-13
      cm4=.57143e-04
      itprrpm=25
      akbnmax=2.
      write(*,5)
    5 format(5x,'omegap,epsprrp,perrip,akx  cu 4 f10.5')
      read(*,6)omegap,epsprrp,perrip,akx
    6 format(6f10.5)
      eps=0.1e00
      omega=0.1853e01
      perri=0.3e03
      scab=0.0025
      scah1=0.1e-05
```

```
scah2 = 0.5e-08
scah3 = 2.e-08
epsprr = 10.
omegaf1 = 0.523
omegaf2 = 0.523
itprrm = 100
per0 = 0.1256637e-05
pi = 3.141593
nl = 7
nc = 8
iterm = 300
mabj1 = 30
mabj2 = 102
mbcj1 = 120
mbcj2 = 121
mcdj1 = 32
mcdj2 = 104
mdaj1 = 30
mdaj2 = 31
bnmax = br0/akbnmax
hc = -.1273e+06
c1 = .12444e-03
c2 = .2706e-06
c3 = .6215e-06
c4 = -.684e-09
c5 = .5126e-06
c6 = .699e-09
c7 = .25034e-14
c8 = .264e-01
c9 = .489e-05
b1 = .2
b2 = .8
b3 = 1.7
b4 = 2.
h1 = .66e+03
h2 = .145e+04
h3 = .62e+04
h4 = .228e+05
rt(1) = .145e-01
rt(2) = .1275e-01
rt(3) = .1175e-01
rt(4) = .11e-01
rt(5) = .9e-02
rt(6) = .6e-02
rt(7) = .3e-02
rt(8) = .1625e-01
 alfat(1) = 0.
 alfat(2) = 10.
```

```
      alfat(3)=20.
      alfat(4)=30.
      alfat(5)=40.
      alfat(6)=50.
      alfat(7)=60.
      alfat(8)=70.
      alfat(9)=80.
      alfat(10)=90.
***MARIMI AJUTATOARE
      mf=36
      mfp1=mf+1
      maf=72
      mafp1=maf+1
      ni=nl*nc
      nlp1=nl+1
      ncp1=nc+1
      npas=2*ncp1
      mabs1=mabj1+ncp1
      mabs2=mabj2+ncp1
      mbcs1=mbcj1-nc
      mbcs2=mbcj2-nc
      mcds1=mcdj1+ncp1
      mcds2=mcdj2+ncp1
      mdas1=mdaj1-nc
      mdas2=mdaj2-nc
      ncp2=nc+2
      nec=ni+nc+nlp1
      n=ncp2*nlp1+1
      m=ncp1*(2*nl+1)
      niss=ni+1
      nids=ni+nc
      nss=nids+1
      nsj=nss+nl
      nds=nsj+1
      ncm1=nc-1
      nlm1=nl-1
      index0=0
      do 50 i=1,ncp1
 50   index(i)=i
      vh(82)=0.
  vh(82)=marime ajutatoare la rezolvarea sistemului de ecuatii
***COORDONATELE NODURILOR
      do 70 jv=1,nlp1
      do 70 jh=1,nc
      i=(jv-1)*nc+jh
      r(i)=rt(jv)
 70   alfa(i)=alfat(jh+1)
      r(nss)=rt(8)
```

```
      r(nds)=rt(8)
      r(n)=0.
      alfa(nss)=alfat(1)
      alfa(nds)=alfat(10)
      alfa(n)=0.
      do 80 jv=1,nl
      nsspjv=nss+jv
      ndspjv=nds+jv
      r(nsspjv)=rt(jv)
      r(ndspjv)=rt(jv)
      alfa(nsspjv)=alfat(1)
 80   alfa(ndspjv)=alfat(10)
      do 90 i=1,n
      a=alfa(i)*pi/180
      x(i)=r(i)*sin(a)
 90   y(i)=r(i)*cos(a)
      write(*,100)index0,(index(i),i=1,ncp1)
100   format(///24x,'Coordonatele nodurilor x/y[m]'/23x,
     *32('*')//6x,10i7/)
      write(*,110)index0,x(nss),(x(i),i=niss,nids),x(nds)
110   format(/5x,i2,2x,10(f7.5))
      write(*,120)y(nss),(y(i),i=niss,nids),y(nds)
120   format(9x,10(f7.5))
      do 130 jv=1,nl
      ls=(jv-1)*nc+1
      ld=ls+ncm1
      nsspjv=nss+jv
      ndspjv=nds+jv
      write(*,110)jv,x(nsspjv),(x(jh),jh=ls,ld),x(ndspjv)
130   write(*,120)y(nsspjv),(y(jh),jh=ls,ld),y(ndspjv)
***TABLOUL NODURILOR ELEMENTELOR
      do 150 jv=1,nl
      ki=(jv-1)*nc
      kl=(jv-1)*ncp1*2
      do 150 jh=1,ncp1
      i=ki+jh
      l=kl+jh
      lj=l+ncp1
      is=i-nc
      if(jv.eq.1)is=ni+jh
      ie(l)=i-1
      je(l)=is
      ke(l)=is-1
      ie(lj)=i-1
      je(lj)=i
      ke(lj)=is
      if(jh.ne.1)go to 140
      ie(l)=nss+jv
```

```
      ke(l) = nids + jv
      ie(lj) = nss + jv
140   if(jh.ne.ncp1)go to 150
      je(l) = nsj + jv
      je(lj) = nds + jv
      ke(lj) = nsj + jv
150   continue
      do 160 jh = 1,ncp1
      l = jh + (m-ncp1)
      i = jh + (ni-nc)
      ie(l) = n
      je(l) = i
160   ke(l) = i-1
      l = m-nc
      ke(l) = nss + nl
      l = m
      je(l) = n-1
c***TABLOURILE NODURILOR SI ELEMENTELOR VECINE UNUI NOD
c**            interior
      do 170 jv = 1,nlm1
      ki = (jv-1)*nc
      kl = jv*ncp1*2
      do 170 jh = 1,nc
      i = ki + jh
      l = kl + jh
      ne(i,1) = l-ncp1
      ne(i,2) = l
      ne(i,3) = l + ncp1
      ne(i,4) = l + 1
      ne(i,5) = l-nc
      ne(i,6) = l-nc*2-1
      nn(i,1) = i-1
      nn(i,2) = i + nc-1
      nn(i,3) = i + nc
      nn(i,4) = i + 1
      nn(i,5) = i-nc + 1
170   nn(i,6) = i-nc
      do 180 jh = 1,nc
      nn(jh,5) = niss + jh
180   nn(jh,6) = niss + jh-1
      do 190 jv = 1,nlm1
      is = (jv-1)*nc + 1
      id = is + nc-1
      nn(is,1) = nss + jv
      nn(is,2) = nss + jv + 1
      nn(id,4) = nds + jv
190   nn(id,5) = nsj + jv
c**            pe frontiera de sus
```

```
      do 200 jh=1,nc
      i=ni+jh
      ne(i,1)=jh
      ne(i,2)=jh+ncp1
      ne(i,3)=jh+1
      ne(i,4)=0
      ne(i,5)=0
      ne(i,6)=0
      nn(i,1)=i-1
      nn(i,2)=jh-1
      nn(i,3)=jh
      nn(i,4)=i+1
      nn(i,5)=82
200   nn(i,6)=82
      nn(niss,1)=nss
      nn(niss,2)=nss+1
      nn(nids,4)=nds
**          pentru jv=nl=7 (r=r7)
      do 210 jh=1,nc
      i=ni-nc+jh
      ne(i,1)=m-ncp1+jh
      ne(i,2)=m-nc+jh
      ne(i,3)=m-2*nc-1+jh
      ne(i,4)=m-3*ncp1+1+jh
      ne(i,5)=m-2*ncp1+jh
      ne(i,6)=0
      nn(i,1)=n
      nn(i,2)=i+1
      nn(i,3)=i-nc+1
      nn(i,4)=i-ncp1+1
      nn(i,5)=i-1
210   nn(i,6)=82
      nn(49,5)=nsj
      nn(56,2)=n-1
      nn(56,3)=n-2
**            pe frontieră din stinga
      do 220 i=1,6
      ne(nss,i)=0
220   nn(nss,i)=82
      ne(nss,1)=1
      nn(nss,1)=nss+1
      nn(nss,2)=niss
      do 225 jv=1,nl
      i=nss+jv
      do 225 l=1,6
      ne(i,l)=0
225   nn(i,l)=82
      do 230 jv=1,nl
```

```
      i=nss+jv
      ne(i,1)=2*jv*ncp1+1
      ne(i,2)=(2*jv-1)*ncp1+1
      ne(i,3)=2*(jv-1)*ncp1+1
      nn(i,1)=i+1
      nn(i,2)=(jv-1)*nc+1
      nn(i,3)=(jv-2)*nc+1
230   nn(i,4)=i-1
      nn(66,3)=niss
      nn(nsj,1)=n
***SUPRAFETELE ELEMENTELOR
      do 240 l=1,m
      i=ie(l)
      j=je(l)
      k=ke(l)
240   s(l)=(x(i)*(y(j)-y(k))+x(j)*(y(k)-y(i))+x(k)*(y(i)-y(j)))/2
      write(*,245)
245   format(//20x,'Suprafetele elementelor  [m2]'/19x,31('*')/)
      write(*,246)(l,s(l),l=1,m)
246   format(5(1x,'S',i3,'=',e8.2,1x))
***PERMEABILITATILE RELATIVE INITIALE
      do 250 l=1,mf
250   pr(l)=perri
      do 260 l=mfp1,maf
260   pr(l)=1.
      do 265 l=mafp1,m
265   pr(l)=perrip
***SOLUTIA INITIALA
      do 270 i=1,n
270   vh(i)=0.
      vhmax=bnmax*(rt(2)-rt(4))/per0
**          la suprafata magnetului permanent
      vh(69)=vhmax
      do 280 i=25,32
      a=alfa(i)*pi/180
280   vh(i)=vhmax*cos(a)
**          in intrefier
      vh(68)=vhmax*(rt(2)-rt(3))/(rt(2)-rt(4))
      do 290 i=17,24
      a=alfa(i)*pi/180
290   vh(i)=vh(68)*cos(a)
**          in magnetul permanent
      ms=25
      md=32
      do 300 ii=1,3
      ji=69+ii
      li=4+ii
      vh(ji)=vhmax*rt(li)/rt(4)
```

```
      ms=ms+nc
      md=md+nc
      do 300 ki=ms,md
      a=alfa(ki)*pi/180
 300  vh(ki)=vh(ji)*cos(a)
c***VALORI PT. BRX(L) si BRY(L)
      do 303 l=1,maf
      brx(l)=0.
 303  bry(l)=0.
      do 304 l=maf+1,m
      brx(l)=br0/akx
 304  bry(l)=br0
c**  Corectie brx(l) pt elementele adiacente axei oy,unde s-au
c**  considerat conditii Neumann nule in functionala (magnetizare
c*   permenenta Mpn=0)
      do 305 l=73,127,18
 305  brx(l)=0.
c***TERMENII LIBERI
      do 307 i=1,nec
 307  tl(i)=0.
c termenii liberi sint nenuli numai pt. ecuatiile nodurilor din magnet
c sau de la suprafata acestuia
c inafara magnetului,magnetizarile BRX si BRY=0
c**  noduri interioare magnetului cu 6 elemente vecine(nodurile 33-48)
      do 442 i=33,48
      do 441 l=1,6
      iv=nn(i,l)
      lv=ne(i,l)
      xv(l)=x(iv)
      yv(l)=y(iv)
      brxv(l)=brx(lv)
 441  bryv(l)=bry(lv)
      tl(i)=0.5*(brxv(1)*(yv(6)-yv(1))+bryv(1)*(xv(1)-xv(6)))
      do 442 l=2,6
 442  tl(i)=tl(i)+0.5*(brxv(l)*(yv(l-1)-yv(l))+
     *bryv(l)*(xv(l)-xv(l-1)))
c**  noduri interioare magnetului cu 5 elemente vecine;nodurile(49-56)
      do 444 i=49,56
      do 443 l=1,5
      iv=nn(i,l)
      lv=ne(i,l)
      xv(l)=x(iv)
      yv(l)=y(iv)
      brxv(l)=brx(lv)
 443  bryv(l)=bry(lv)
      tl(i)=0.5*(brxv(1)*(yv(5)-yv(1))+bryv(1)*(xv(1)-xv(5)))
      do 444 l=2,5
 444  tl(i)=tl(i)+0.5*(brxv(l)*(yv(l-1)-yv(l))+
```

```
     *bryv(l)*(xv(l)-xv(l-1)))
c**   la suprafata de separatie magnet-intrefier;nodurile(25-32)
      do 447 i=25,32
      do 445 j=1,4
      iv=nn(i,j)
      xv(j)=x(iv)
 445  yv(j)=y(iv)
      do 446 l=2,4
      lv=ne(i,l)
      brxv(l)=brx(lv)
 446  bryv(l)=bry(lv)
 447  tl(i)=0.5*(brxv(2)*(yv(1)-yv(2))+bryv(2)*(xv(2)-xv(1))+
     *brxv(3)*(yv(2)-yv(3))+bryv(3)*(xv(3)-xv(2))+
     *brxv(4)*(yv(3)-yv(4))+bryv(4)*(xv(4)-xv(3)))
c**        pe axa oy din magnet;nodurile(69-72)
      tl(69)=0.5*(brx(73)*(y(70)-y(25))+bry(73)*(x(25)-x(70)))
      do 450 i=70,72
      do 448 j=1,4
      iv=nn(i,j)
      xv(j)=x(iv)
 448  yv(j)=y(iv)
      do 449 l=1,3
      lv=ne(i,l)
      brxv(l)=brx(lv)
 449  bryv(l)=bry(lv)
 450  tl(i)=0.5*(brxv(1)*(yv(1)-yv(2))+bryv(1)*(xv(2)-xv(1))+
     *brxv(2)*(yv(2)-yv(3))+bryv(2)*(xv(3)-xv(2))+
     *brxv(3)*(yv(3)-yv(4))+bryv(3)*(xv(4)-xv(3)))
      write(*,451)(i,tl(i),i=1,nec)
 451  format(//35x,'TL(I)'/34x,7('*')//5(1x,'TL',i2,'=',e9.3))
      read(*,*)
c***COEFICIENTII ECUATIILOR
c** noduri interioare cu 6 elemente vecine
      itprrp=1
 309  itprr=1
 310  do 340 i=1,48
      do 320 l=1,6
      iv=nn(i,l)
      lv=ne(i,l)
      xv(l)=x(iv)
      yv(l)=y(iv)
      pv(l)=per0*pr(lv)
 320  sv(l)=s(lv)
      ci(i)=((yv(6)-yv(1))**2+(xv(1)-xv(6))**2)*pv(1)/(4*sv(1))
      do 330 l=2,6
 330  ci(i)=ci(i)+((yv(l-1)-yv(l))**2+(xv(l)-xv(l-1))**2)
     **pv(l)/(4*sv(l))
      cil(i,1)=((yv(6)-yv(1))*(y(i)-yv(6))+(xv(1)-xv(6))*(xv(6)-x(i)))*
```

```
     *pv(1)/(4*sv(1)) + ((yv(1)-yv(2))*(yv(2)-y(i)) + (xv(2)-xv(1))*
     *(x(i)-xv(2)))*pv(2)/(4*sv(2))
      cil(i,6) = ((yv(5)-yv(6))*(y(i)-yv(5)) + (xv(6)-xv(5))*(xv(5)-x(i)))*
     *pv(6)/(4*sv(6)) + ((yv(6)-yv(1))*(yv(1)-y(i)) + (xv(1)-xv(6))*
     *(x(i)-xv(1)))*pv(1)/(4*sv(1))
      do 340 l=2,5
      k=l-1
      j=l+1
 340  cil(i,l) = ((yv(k)-yv(l))*(y(i)-yv(k)) + (xv(l)-xv(k))*(xv(k)-x(i)))
     **pv(l)/(4*sv(l)) + ((yv(l)-yv(j))*(yv(j)-y(i)) +
     *(xv(j)-xv(l))*(x(i)-xv(j)))*pv(j)/(4*sv(j))
c**        noduri interioare cu 5 elemente vecine
      do 370 i=49,56
      do 350 l=1,5
      iv=nn(i,l)
      lv=ne(i,l)
      xv(l)=x(iv)
      yv(l)=y(iv)
      pv(l)=per0*pr(lv)
 350  sv(l)=s(lv)
      ci(i)=((yv(5)-yv(1))**2 + (xv(1)-xv(5))**2)*pv(1)/(4*sv(1))
      do 360 l=2,5
 360  ci(i)=ci(i) + ((yv(l-1)-yv(l))**2 + (xv(l)-xv(l-1))**2)
     **pv(l)/(4*sv(l))
      cil(i,1) = ((yv(5)-yv(1))*(y(i)-yv(5)) + (xv(1)-xv(5))*(xv(5)-x(i)))
     **pv(1)/(4*sv(1)) + ((yv(1)-yv(2))*(yv(2)-y(i)) + (xv(2)-xv(1))*
     *(x(i)-xv(2)))*pv(2)/(4*sv(2))
      cil(i,5) = ((yv(4)-yv(5))*(y(i)-yv(4)) + (xv(5)-xv(4))*(xv(4)-x(i)))
     **pv(5)/(4*sv(5)) + ((yv(5)-yv(1))*(yv(1)-y(i)) + (xv(1)-xv(5))*
     *(x(i)-xv(1)))*pv(1)/(4*sv(1))
      cil(i,6)=0.
      do 370 l=2,4
      k=l-1
      j=l+1
 370  cil(i,l) = ((yv(k)-yv(l))*(y(i)-yv(k)) + (xv(l)-xv(k))*(xv(k)-x(i)))
     **pv(l)/(4*sv(l)) + ((yv(l)-yv(j))*(yv(j)-y(i)) +
     *(xv(j)-xv(l))*(x(i)-xv(j)))*pv(j)/(4*sv(j))
c**        noduri pe frontiera de sus si frontiera din stinga
      do 420 i=niss,nsj
      if(i.eq.nss)go to 420
      do 390 l=1,4
      iv=nn(i,l)
      if(l.eq.4)go to 380
      lv=ne(i,l)
 380  xv(l)=x(iv)
      yv(l)=y(iv)
      if(l.eq.4)go to 390
      pv(l)=per0*pr(lv)
```

```
      sv(l)=s(lv)
 390  continue
      ci(i)=0.
      do 400 l=1,3
 400  ci(i)=ci(i)+((yv(l)-yv(l+1))**2+(xv(l+1)-xv(l))**2)*pv(l)/(4*
     *sv(l))
      cil(i,1)=((yv(1)-yv(2))*(yv(2)-y(i))+(xv(2)-xv(1))*(x(i)-xv(2)))
     **pv(1)/(4*sv(1))
      cil(i,4)=((yv(3)-yv(4))*(y(i)-yv(3))+(xv(4)-xv(3))*(xv(3)-x(i)))
     **pv(3)/(4*sv(3))
      do 410 l=2,3
      k =l-1
      j=l+1
 410  cil(i,l)=((yv(k)-yv(l))*(y(i)-yv(k))+(xv(l)-xv(k))*
     *(xv(k)-x(i)))*pv(k)/(4*sv(k))+((yv(l)-yv(j))*(yv(j)-y(i))+
     *(xv(j)-xv(l))*(x(i)-xv(j)))*pv(l)/(4*sv(l))
      cil(i,5)=0.
      cil(i,6)=0.
 420  continue
c**      noduri de colt (numai vh(nss) este nenul)
      pv(1)=per0*pr(1)
      ci(nss)=((y(nss+1)-y(niss))**2+(x(niss)-x(nss+1))**2)*pv(1)/
     *(4*s(1))
      cil(nss,1)=((y(nss+1)-y(niss))*(y(niss)-y(nss))+(x(niss)-
     *x(nss+1))*(x(nss)-x(niss)))*pv(1)/(4*s(1))
      cil(nss,2)=((y(nss+1)-y(niss))*(y(nss)-y(nss+1))+(x(niss)-
     *x(nss+1))*(x(nss+1)-x(nss)))*pv(1)/(4*s(1))
      do 430 l=3,6
 430  cil(nss,l)=0.
c***REZOLVAREA SISTEMULUI DE ECUATII
      iter=1
 460  sd=0.
      do 480 i=1,nec
      scvh=0.
      do 470 l=1,6
 470  scvh=scvh-cil(i,l)*vh(nn(i,l))
      vh0=(tl(i)+scvh)/ci(i)
      dvh=vh0-vh(i)
      sd=sd+abs(dvh)
 480  vh(i)=vh(i)+omega*dvh
      if(sd-eps)530,530,490
 490  if(iter-iterm)500,510,510
 500  iter=iter+1
      go to 460
 510  write(*,520)iterm,sd
 520  format(//20x,'Nu converge in iterm=',i3,1x,'iteratii',4x,
     *'SD=',e11.4/20x,'Sistemul cu necunoscutele VH(i) nu este conv.')
      stop
```

```
530  continue
     write(*,540)itprr,iter,sd
540  format(//10x,'ITPRR=',i3,2x,'(nr. iteratii pe curba B(H))'
    */10x,'ITER=',i3,2x,'iteratii'/10x,'SD=',e11.4)
c***CALCULUL INDUCTIEI MAGNETICE
c**  calcul H(l)
     do 550 l=1,m
     bi=y(je(l))-y(ke(l))
     bj=y(ke(l))-y(ie(l))
     bk=y(ie(l))-y(je(l))
     cci=x(ke(l))-x(je(l))
     ccj=x(ie(l))-x(ke(l))
     cck=x(je(l))-x(ie(l))
     alfa2=bi*vh(ie(l))+bi*vh(ie(l))+bk*vh(ke(l))
     alfa3=cci*vh(ie(l))+ccj*vh(je(l))+cck*vh(ke(l))
     hx(l)=-alfa2/(2*s(l))
550  hy(l)=-alfa3/(2*s(l))
c**  calcul B(l)
     sdprr=0.
     do 672 l=1,maf
c**        pentru fier
     if(l-mf)600,600,670
600  h(l)=sqrt(hx(l)**2+hy(l)**2)
     if(h(l).le.h1)go to 610
     if(h(l).le.h2)go to 620
     if(h(l).le.h3)go to 630
     if(h(l).le.h4)go to 640
     go to 650
610  bl=c1*h(l)+c2*(h(l)**2)
     go to 660
620  bl=c1*h(l)+c2*(h(l)**2)+c3*((h(l)-h1)**2)+c4*((h(l)-h1)**3)
     go to 660
630  bl=c1*h(l)+c2*(h(l)**2)+c3*((h(l)-h1)**2)+c4*((h(l)-h1)**3)+
    *c5*((h(l)-h2)**2)+c6*((h(l)-h2)**3)+c7*((h(l)-h2)**4)
     go to 660
640  bl=b3+c8*((h(l)-h3)**(1/4))
     go to 660
650  bl=b4+c9*(h(l)-h4)
660  prr=bl/(h(l)*per0)
     bx(l)=per0*prr*hx(l)
     by(l)=per0*prr*hy(l)
     sdprr=sdprr+abs(prr-pr(l))
     if(bl-b2)665,666,666
665  pr(l)=pr(l)+omegaf1*(prr-pr(l))
     go to 672
666  pr(l)=pr(l)+omegaf2*(prr-pr(l))
     go to 672
c**        in intrefier
```

```
  670 h(I)=sqrt(hx(I)**2+hy(I)**2)
      bx(I)=per0*hx(I)
      by(I)=per0*hy(I)
  672 b(I)=sqrt(bx(I)**2+by(I)**2)
      if(sdprr-epsprr)677,677,673
  673 if(itprr-itprrm)674,675,675
  674 itprr=itprr+1
      write(*,67400)sdprr
67400 format(10x,'SDPRR=',e14.7)
      go to 310
  675 write(*,676)itprr,sdprr
  676 format(//20x,'NU CONVERGE IN ITPRR=',i3,2x,'ITERATII',
     *4x,'SDPRR=',e11.4/20x,'NU ESTE CONVERGENTA PE CURBA DE '
     *'MAGNETIZARE B(H)')
      go to 770
  677 write(*,678)itprrp,itprr,sdprr
  678 format(//10x,'ITPRRP=',i2,2x,'ITERATII'/
     *10x,'ITPRR=',i3,2x,'ITERATII',10x,'SDPRR=',E11.4)
c**          in magnetul permanent
      sdprrp=0.
      do 700 I=mafp1,m
      h(I)=sqrt(hx(I)**2+hy(I)**2)
      if(h(I).le.hm1) go to 685
      if(h(I).le.hm2) go to 686
      if(h(I).le.hm3) go to 687
      go to 688
  685 bl=br0-cm1*h(I)
      go to 689
  686 bl=br0-cm1*h(I)-cm2*((h(I)-hm1)**2)
      go to 689
  687 bl=br0-cm1*h(I)-cm2*((h(I)-hm1)**2)-
     *cm3*((h(I)-hm2)**3)
      go to 689
  688 bl=cm4*(hc0-h(I))
  689 prrp=(abs(bl-br0))/(per0*h(I))
      bx(I)=per0*prrp*hx(I)+brx(I)
      by(I)=per0*prrp*hy(I)+bry(I)
      sdprrp=sdprrp+abs(prrp-pr(I))
      pr(I)=pr(I)+omegap*(prrp-pr(I))
      b(I)=sqrt(bx(I)**2+by(I)**2)
  700 continue
      i1=1
      i2=4
  701 write(*,702)(I,brx(I),I=i1,i2)
  702 format(/4(2x,'BRX(',i3,')=',f5.3))
      write(*,703)(I,bry(I),I=i1,i2)
  703 format(4(2x,'BRY(',i3,')=',f5.3))
      if(i2.eq.m) go to 706
```

```
      i1=i2+1
      i2=i2+4
      if(i2-m)701,701,705
 705  i2=m
      go to 701
 706  continue
      if(sdprrp-epsprrp)750,750,710
 710  if(itprrp-itprrpm)720,730,730
 720  write(*,725)sdprrp,itprrp
 725  format(10x 'SDPRRP=',e14.7,5x,'ITPRRP=',i2)
      itprrp=itprrp+1
      go to 309
 730  write(*,740)itprrp,sdprrp
 740  format(//2x 'Nu converge in ITPRRPM=',i3,2x,'iteratii'/
     *2x,'SDPRRP=',e11.4/2x,'Nu este convergenta pe curba de'
     *' demagnetizare')
      go to 770
 750  write(*,760)itprrp,sdprrp
 760  format(//20x,'PROBLEMA ESTE REZOLVATA'/19X,25('*')
     *////10x,'ITPRRP=',i3,2x,'iteratii (pe curba de demagnetizare)'
     */10x,'SDPRRP=',e11.4)
 770  write(*,780)
 780  format(//22x,'Permeabilitatile relative PR(I)'/
     *21x,33('*'))
      write(*,790)(I,pr(I),I=1,m)
 790  format(4(3x,'PR(',i3,')=',f6.2))
      open(4,file='pr(I).txt',status='new')
c***TENSIUNEA MAGNETICA PE O CURBA INCHISA GAMA (VERIFICARE CALCUL H)
c**        portiunea  a-b
      gamamod=0.
      gama=0.
      do 792 I=mabj1,mabj2,npas
      xa=(x(ie(I))+x(ke(I)))/2
      ya=(y(ie(I))+y(ke(I)))/2
      xb=(x(ie(I))+x(je(I)))/2
      yb=(y(ie(I))+y(je(I)))/2
      dx=xb-xa
      dy=yb-ya
      gamamod=gamamod+abs(hx(I)*dx+hy(I)*dy)
 792  gama=gama+hx(I)*dx+hy(I)*dy
      do 793 I=mabs1,mabs2,npas
      xa=(x(je(I))+x(ke(I)))/2
      ya=(y(je(I))+y(ke(I)))/2
      xb=(x(ie(I))+x(je(I)))/2
      yb=(y(ie(I))+y(je(I)))/2
      dx=xb-xa
      dy=yb-ya
      gamamod=gamamod+abs(hx(I)*dx+hy(I)*dy)
```

```
 793  gama = gama + hx(l)*dx + hy(l)*dy
c**  portiunea b-c
      do 794 l = mbcj1,mbcj2
      xa = (x(ie(l)) + x(ke(l)))/2
      ya = (y(ie(l)) + y(ke(l)))/2
      xb = (x(je(l)) + x(ke(l)))/2
      yb = (y(je(l)) + y(ke(l)))/2
      dx = xb-xa
      dy = yb-ya
      gamamod = gamamod + abs(hx(l)*dx + hy(l)*dy)
      gama = gama + hx(l)*dx + hy(l)*dy
      do 795 l = mbcs1,mbcs2
      xa = (x(ie(l)) + x(ke(l)))/2
      ya = (y(ie(l)) + y(ke(l)))/2
      xb = (x(ie(l)) + x(je(l)))/2
      yb = (y(ie(l)) + y(je(l)))/2
      dx = xb-xa
      dy = yb-ya
      gamamod = gamamod + abs(hx(l)*dx + hy(l)*dy)
 795  gama = gama + hx(l)*dx + hy(l)*dy
c**   portiunea  c-d
      do 796 l = mcdj1,mcdj2,npas
      xa = (x(ie(l)) + x(je(l)))/2
      ya = (y(ie(l)) + y(je(l)))/2
      xb = (x(ie(l)) + x(ke(l)))/2
      yb = (y(ie(l)) + y(ke(l)))/2
      dx = xb-xa
      dy = yb-ya
      gamamod = gamamod + abs(hx(l)*dx + hy(l)*dy)
 796  gama = gama + hx(l)*dx + hy(l)*dy
      do 797 l = mcds1,mcds2,npas
      xa = (x(ie(l)) + x(je(l)))/2
      ya = (y(ie(l)) + y(je(l)))/2
      xb = (x(je(l)) + x(ke(l)))/2
      yb = (y(je(l)) + y(ke(l)))/2
      dx = xb-xa
      dy = yb-ya
      gamamod = gamamod + abs(hx(l)*dx + hy(l)*dy)
 797  gama = gama + hx(l)*dx + hy(l)*dy
c**   portiunea  d-a
      do 798 l = mdaj1,mdaj2
      xa = (x(je(l)) + x(ke(l)))/2
      ya = (y(je(l)) + y(ke(l)))/2
      xb = (x(ie(l)) + x(ke(l)))/2
      yb = (y(ie(l)) + y(ke(l)))/2
      dx = xb-xa
      dy = yb-ya
      gamamod = gamamod + abs(hx(l)*dx + hy(l)*dy)
```

```
 798  gama=gama+hx(l)*dx+hy(l)*dy
      do 799 l=mdas1,mdas2
      xa=(x(ie(l))+x(je(l)))/2
      ya=(y(ie(l))+y(je(l)))/2
      xb=(x(ie(l))+x(ke(l)))/2
      yb=(y(ie(l))+y(ke(l)))/2
      dx=xb-xa
      dy=yb-ya
      gamamod=gamamod+abs(hx(l)*dx+hy(l)*dy)
 799  gama=gama+hx(l)*dx+hy(l)*dy
      write(*,7990)gama,gamamod
7990  format(//2x,'Tensiunea magnetica pe o curba inchisa este ',5x,
     *'GAMA=',e14.7,'  A'/2x,'Suma valorilor absolute ale tens.',
     *'magnetice pe'/4x,'elementele prin care trece curba inchisa '
     *'este',2x,'GAMAMOD=',e14.7,'  A')
      errtmag=abs((gama/gamamod)*100.)
      write(*,7991)errtmag
7991  format(2x,'Eroarea relativa este',23x,'ERRTMAG=',e14.7,1x,'%')
      write(*,7995)mabj1,mabj2,mabs1,mabs2,mbcj1,mbcj2,mbcs1,mbcs2,
     *mcdj1,mcdj2,mcds1,mcds2,mdaj1,mdaj2,mdas1,mdas2
7995  format(//2x,'Datele traseului de integrare:'//,(10x,4i9/))
c***CALCULUL UNGHIURILOR VECTORILOR H SI B FATA DE AXA OX
      do 7996 l=1,m
      argh(l)=(atan(hy(l)/hx(l)))*(180/pi)
7996  argb(l)=(atan(by(l)/bx(l)))*(180/pi)
      write(*,8001)
8001  format(//,10x,'Intensitatea cimpului magnetic din elementele ',
     *'domeniului [A/m]'/9x,63('*'))
      i1=1
      i2=4
8101  write(*,8201)(l,hx(l),l=i1,i2)
8201  format(/4(2x,'HX(',i3,')=',e10.3))
      write(*,8301)(l,hy(l),l=i1,i2)
8301  format(4(2x,'HY(',i3,')=',e10.3))
      write(*,8401)(l,h(l),l=i1,i2)
8401  format(4(2x,'H(',i4,')=',e10.3))
      if(i2.eq.m)go to 8601
      i1=i2+1
      i2=i2+4
      if(i2-m)8101,8101,8501
8501  i2=m
      go to 8101
8601  continue
      open(5,file='H(l).txt',status='new')
      write(5,86020)
86020 format(/4x,'Intensitatea campului magnetic din elem. domeniului'
     *,'[A/m]'/3x,58('*')/)
      i1=1
```

```
       i2=4
86010  write(5,86011)(I,hx(I),I=i1,i2)
86011  format(/4(2x,'HX',i3,'=',f8.0))
       write(5,86012)(I,hy(I),I=i1,i2)
86012  format(4(2x,'HY',i3,'=',f8.0))
       write(5,86013)(I,h(I),I=i1,i2)
86013  format(4(2x,'H',i4,'=',f8.0))
       if(i2.eq.m)go to 86015
       i1=i2+1
       i2=i2+4
       if(i2-m)86010,86010,86014
86014  i2=m
       go to 86010
86015  continue
c***CALCULUL INDUCTIE IN COORDONATE POLARE,IN INTREFIER;
c      din bx(I) si by(I) se determina bro(I) si bfi(I)
       do 7900 k=2,ncp2
       fi=(95.-alfat(k))*pi/180
       I1=35+k
       I2=I1+ncp1
       I3=I2+ncp1
       I4=I3+ncp1
       bro(I1)=bx(I1)*cos(fi)+by(I1)*sin(fi)
       bfi(I1)=bx(I1)*sin(fi)-by(I1)*cos(fi)
       bcp(I1)=sqrt(bro(I1)**2+bfi(I1)**2)
       bro(I2)=bx(I2)*cos(fi)+by(I2)*sin(fi)
       bfi(I2)=bx(I2)*sin(fi)-by(I2)*cos(fi)
       bcp(I2)=sqrt(bro(I2)**2+bfi(I2)**2)
       bro(I3)=bx(I3)*cos(fi)+by(I3)*sin(fi)
       bfi(I3)=bx(I3)*sin(fi)-by(I3)*cos(fi)
       bcp(I3)=sqrt(bro(I3)**2+bfi(I3)**2)
       bro(I4)=bx(I4)*cos(fi)+by(I4)*sin(fi)
       bfi(I4)=bx(I4)*sin(fi)-by(I4)*cos(fi)
 7900  bcp(I4)=sqrt(bro(I4)**2+bfi(I4)**2)
       write(*,8000)
 8000  format(///,16x,'Inductia magnetica din elem.intrefierului [T]'/
      *15x,47('*'))
       i1=37
       i2=41
 8100  write(*,8200)(I,bro(I),I=i1,i2)
 8200  format(/5(2x,'BRO(',i2,')=',f5.3))
       write(*,8300)(I,bfi(I),I=i1,i2)
 8300  format(5(2x,'BFI(',i2,')=',f5.3))
       write(*,8400)(I,bcp(I),I=i1,i2)
 8400  format(5(2x,'BCP(',i2,')=',f5.3))
       if(i2.eq.maf)go to 8600
       i1=i2+1
       i2=i2+5
```

```
      if(i2-maf)8100,8100,8500
8500  i2=maf
      go to 8100
8600  continue
c***EXPRESIA CUPLULUI CE ACTIONEZA ASUPRA BOBINEI
      bromed1=(bro(37)+bro(38)+bro(46)+bro(47)+
     *bro(55)+bro(56)+bro(64)+bro(65))/8
      bromed2=(bro(38)+bro(39)+bro(47)+bro(48)+
     *bro(56)+bro(57)+bro(65)+bro(66))/8
      write(*,800)
 800  format(///,16x,'Inductia magnetica din elem. domeniului [T]'/
     *15x,45('*'))
      i1=1
      i2=4
 810  write(*,820)(l,bx(l),l=i1,i2)
 820  format(/4(2x,'BX(',i3,')=',f6.3))
      write(*,830)(l,by(l),l=i1,i2)
 830  format(4(2x,'BY(',i3,')=',f6.3))
      write(*,840)(l,b(l),l=i1,i2)
 840  format(4(2x,'B(',i4,')=',f6.3))
      if(i2.eq.m)go to 860
      i1=i2+1
      i2=i2+4
      if(i2-m)810,810,850
 850  i2=m
      go to 810
 860  continue
      open(6,file='B(l).txt',status='new')
      write(6,87020)
87020 format(10x,'Inductia magnetica din elem. domeniului [T]',
     */9x,45('*')/)
      i1=1
      i2=4
87010 write(6,87011)(l,bx(l),l=i1,i2)
87011 format(/4(3x,'BX',i3,'=',f7.4))
      write(6,87012)(l,by(l),l=i1,i2)
87012 format(4(3x,'BY',i3,'=',f7.4))
      write(6,87013)(l,b(l),l=i1,i2)
87013 format(4(3x,'B',i4,'=',f7.4))
      if(i2.eq.m)go to 87015
      i1=i2+1
      i2=i2+4
      if(i2-m)87010,87010,87014
87014 i2=m
      go to 87010
87015 continue
      write(*,870)
 870  format(///,15x,'Unghiurile vectorilor H si B fata de ',
```

```
     *'axa Ox  [grade]'/14x,55('*'))
      i1=1
      i2=4
880   write(*,890)(l,argh(l),l=i1,i2),(l,argb(l),l=i1,i2)
890   format(/4(1x,'ARGH(',i3,')=',f6.2)/4(1x,'ARGB(',i3,')=',f6.2))
      if(i2.eq.m)go to 910
      i1=i2+1
      i2=i2+4
      if(i2-m)880,880,900
900   i2=m
      go to 880
910   continue
      write(*,920)bromed1,bromed2
920   format(//,15x,'CUPLUL MEDIU'/14x,14('*')//5x,'Varianta 1: C1=',
     *f7.5,'*N*I*Sa'/5x,'Varianta 2: C2=',f7.5,'*N*I*Sa'//15x,
     *'N-nr. de spire ale bobinei'/15x,'I-curentul din bobina'/
     *15x,'Sa-suprafata activa a spirei')
c***MATRICILE COORDONATELOR ORIGINILOR SI VIRFURILOR VECTORILOR B SI H
      do 930 l=1,m
      xcg(l)=(x(ie(l))+x(je(l))+x(ke(l)))/3
      ycg(l)=(y(ie(l))+y(je(l))+y(ke(l)))/3
      xbg(l)=xcg(l)+scab*bx(l)
      ybg(l)=ycg(l)+scab*by(l)
930   continue
      do 940 l=1,mf
      xhg(l)=xcg(l)+scah1*hx(l)
      yhg(l)=ycg(l)+scah1*hy(l)
940   continue
      do 950 l=(mf+1),maf
      xhg(l)=xcg(l)+scah2*hx(l)
      yhg(l)=ycg(l)+scah2*hy(l)
950   continue
      do 955 l=mafp1,m
      xhg(l)=xcg(l)+scah3*hx(l)
      yhg(l)=ycg(l)+scah3*hy(l)
955   continue
      r8=16.25*0.001
      r2=12.75*0.001
      r3=11.*0.001
c   deschidere fereastra pt grafic vectori B
      dummy=setvideomode($vres16color)
      call setviewport(70,0,530,460)
      dummy=rectangle($gborder,0,0,460,460)
      dummy=setwindow(.true.,0.,0.,r8,r8)
c   trasare domeniu pt grafic vectori B
      dummy=ellipse_w($gborder,-r8,-r8,r8,r8)
      dummy=ellipse_w($gborder,-r2,-r2,r2,r2)
      dummy=ellipse_w($gborder,-r3,-r3,r3,r3)
```

```
c   trasare vectori B din elementele finite ale domeniului
      write(*,960)
 960  format(50x,'Spectrul  B')
      do i=1,m
      call cimp(xcg(i),ycg(i),xbg(i),ybg(i))
      end do
      dummy=setvideomode($defaultmode)
c   deschidere fereastra pt grafic vectori H
      dummy=setvideomode($vres16color)
      call setviewport(70,0,530,460)
      dummy=rectangle($gborder,0,0,460,460)
      dummy=setwindow(.true.,0.,0.,r8,r8)
c   trasare domeniu pt grafic vectori H
      dummy=ellipse_w($gborder,-r8,-r8,r8,r8)
      dummy=ellipse_w($gborder,-r2,-r2,r2,r2)
      dummy=ellipse_w($gborder,-r3,-r3,r3,r3)
c   trasare vectori H din elementele finite ale domeniului
      write(*,970)
 970  format(/50x,'Spectrul  H')
      do i=1,m
      call cimp(xcg(i),ycg(i),xhg(i),yhg(i))
      end do
      dummy=setvideomode($defaultmode)
      stop
      end

      subroutine cimp(x,y,x1,y1)
      include "fgraph.fd"
      integer*2 dummy
      record /wxycoord/k1
      data fc/1./
c   x,y - coordonata origine
c   x1,y1 - coordonata virf
c   fc -  factor de scara
      call moveto_w(x,y,k1)
      x1=x1*fc
      y1=y1*fc
      dummy=lineto_w(x1,y1)
      end
```

BIBLIOGRAFIE

1. Andronescu, P.
Bazele electrotehnicii, vol.I,II. Editura didactica şi pedagogica, Bucureşti, 1972.

2. Alhamadi, M.A., Demerdash, N.A.
A coupled vector-scalar potential method for permanent magnet modeling in large-scale 3D-FE magnetic field computations. IEEE Transactions on Mag., vol.29, no.6, 1993, p.(2401-2403).

3. Angot, A.
Complemente de matematici pentru inginerii din electrotehnica şi telecomunicaţii (traducere din limba franceza). Editura tehnica, Bucureşti, 1965.

4. Apetrei, C., Stoia, D., Radulescu, M.M.
Finite element technique to design impulse magnetizers for permanent magnet DC servomotors. Rev. Roum. Sci. Tech. Electr. et Energ., nr.3, 1989, p.(345-350).

5. Ayoub, M., Roy, F., Bouillault, F., Razek, A.
Numerical modelling of 3D magnetostatic saturated structures with a hybrid FEM-BEM technique. IEEE Transactions on Mag., vol.28, no.2, 1992, p.(1052-1055).

6. Bachmann, K.H ş.a.
Mica enciclopedie matematica(traducere din limba germana). Editura tehnica, Bucureşti, 1980.

7. Bere, I.
Magnetul permanent într-un sistem neliniar. Sesiunea de comunicari ştiinţifice, Reşiţa, 1991.

8. Bere, I.
Punctele de funcţionare ale magneţilor permanenţi în sisteme neliniare. Buletinul U.T. Timişoara, Electrotehnica, tom 36(50), 1991, p.(1-4).

9. Bere, I.
Metoda elementelor finite aplicatа la calculul câmpului într-un releu cu magnet permanent. Buletinul U.T. Timişoara, Electrotehnica, tom 37(51), 1992, p.(1-4).

10. Bere, I.
Studiul distribuţiei câmpului magnetic în releul cu magnet permanent cilindric, în vederea optimizarii fabricaţiei acestuia. Protocol la contractul de cercetare ştiinţifica nr.77/1992 între U.T. Timişoara şi S.C.Relee S.A.Mediaş.

11. Bere, I.
Influenţa calităţii materialului asupra spectrului câmpului într-un releu cu magne permanent. Analele Univesităţii din Oradea, fascicola Electrotehnică, 1993, p.(102-105).

]12. Bere, I.
Calculation of the magnetic field distribution in nonhomogeneous system whit permanent linear magnet. I.C.A.T.E. '93. Proceedings, Session A-B, p.(17-20) Craiova, 1993.

13. Bere, I.
Despre unii parametri de material necesari rezolvării prblemei de câmp la sistem cu caracteristică neliniară. Buletinul U.T. Timişoara, Electrotehnică, Electronic şi Telecomunicaţii, tom 38(52), 1993, p.(28-31).

14. Bere, I.
Asupra funcţionalei metodei elementelor finite aplicată la calculul câmpului în sisteme cu magneţi permanenţi. Analele Universităţii din Oradea, fascicola Electrotehnică, 1994, p.(12-16).

15. Bere, I.
Direcţii de îmbunătăţire a sensibilităţii releului magnetoelectric cilindric. Analel Universităţii din Oradea fascicola Electrotehnică, 1994,p.(17-22).

16. Bere, I.
Rezolvarea problemei de câmp la sisteme neomogene ce conţin magnet permanen cu caracteristică neliniară. Buletinul U.T. Timişoara, Electrotehnică, Electronic şi Telecomunicaţii, tom 39(53), 1994,p.(20-25).

17. Binner, A., Roth, S., Stiller, C.
Calculation of Demagnetisation Curves of Nd Fe B - Magnets Using the Finite-Element-Method. IEEE Transaction on Mag., vol.30, no.2, 1994, p.(622-624).

18. Bleaney, B.
Electricity and Magnetism vol.I,II. Oxford University Press, 1993.

19. Bogoevici, N.
Bazele electrotehnicii, Partea a II a, vol.3, I.P.T.V. Timişoara, 1979.

20. Bucur, C.M.
Metode numerice. Editura Facla, Timişoara, 1973.

21. Burzo, E.
Magneţi permanenţi, vol.I,II. Editura Academiei, Bucureşti, 1986-1987.

22. Buta, A.
Expresie pentru aproximarea curbei de magnetizare utilizată la calculul regimurilor de funcţionare a generatorului sincron. Buletinul I.P.T.V. Timişoara, tom 24(38), 1979, p.(96-101).

23. Cedighian, S.
Ferite. Editura tehnică, Bucureşti, 1966.

24. Cedighian, S.
Materiale magnetice. Editura tehnică, Bucureşti, 1967.

25. Chari, M.V.K.
Finite element solution of magnetic and electric field problems in electrical machines and devices. Report no.76 CRD 112, General Electric, may 1976, p.(1-25).

26. Chari, M.V.K., Silvester, P.P.
Finite Elements in Electrical and Magnetic Field Problems. John Wiley and Sons, Chichester, 1980.

27. Constantin, E., Radu, D.
Proiectarea asistată de calculator a electromagneţilor elevatori. Buletinul I.P.T.V. Timişoara, tom 34(48), 1989, p.(13-16).

28. Constantinescu, F., Hănţilă, F.A.
A numerical method for the calculation of the stationary magnetic field in nonlinear and inhomogeneous media. Rev. Roum. Sci. Tech. Electr. et Energ., nr.1, 1980, p.(3-16).

29. Costache, Gh., Della-Giacomo E.
Nonlinear magnetic problems treated by the finite element method. Rev. Roum. Sci. Tech. Elecr. et Energ., nr.4, 1976, p.(481-487).

30. Coulomb, J.L.
Analyse tridimensionelle des champs électriques et magnétiques par la méthod des éléments finis. Thèse, Inst. National Politechnique de Grenoble, 1981.

31. Crăciunescu, A., Fransua, Al., Slaiher, S.
Physical modelling of the magnetic field of permanent magnets in axial airgape electrical machines. Rev. Roum. Sci. Tech. Electr. et Energ., 1974, p.(449-460).

32. Daba, D., Radu, D.
Electrotehnică. U.T. Timişoara, 1991.

33. D'Angelo, J., Chari, M.V.K., Campbell, P.
Three dimensional finite element solution for a permanent magnet axial-field machine. IEEE Transactions on PAS, vol.102, no.1, 1983, p.(83-90).

34. Démidovitch, B., Maron, I.
Éléments de calcul numerique. Edition Mir, Moscova, 1979.

35. De Sabata, I.
Bazele electrotehnicii, vol.II. I.P.T.V. Timişoara, 1974.

36. Dimo, P.
Programare în FORTRAN. Editura didactica şi pedagogica, Bucureşti, 1971.

37. Dordea, T
Maşini [illegible] [illegible] didactica şi pedagogica, Bucureşti, [illegible]

38. Dorn, W., Mc Cracken D.
Metode numerice cu programare în FORTRAN 4 (traducere din limba engleza) Editura tehnica, Bucureşti, 1976.

39. Dumitrescu, I.
Simularea câmpurilor potenţiale. Editura Academiei, Bucureşti, 1983.

40. Dumitru, V.
Programarea neliniara. Editura Academiei, Bucureşti, 1975.

41. Erdélyi, E.A., Fuchs, E.F.
Nonlinear Magnetic Field Analysis of DC Machines. Part I: Theoretical Fundamentals. IEEE Transactions on PAS, vol.89, no.7, 1970, p.(1546-1554).

42. Erdélyi, E.A., Fuchs, E.F., Binkley, H.P.
Nonlinear Magnetic Field Analysis of DC Machines. Part III: Equipotential plots drawer by computer. IEEE Transactions on PAS, vol.89, no.7, 1970, p.(1565-1574).

43. Fogia, A., Sabonnadiere, J.C., Silvester, P.P.
Finite element solution of saturated traveling magnetic field problems. IEEI Transactions on PAS, vol.94, no.3, 1975, p.(866-871).

44. Forray, M.I.
Calculul variaţional în ştiinţa şi tehnica. Editura tehnica, Bucureşti, 1975.

45. Fuchs, E.F., Erdélyi, E.A.
Nonlinear Magnetic Field Analysis of DC Machines. Part II: Application of thı improved-treatement. IEEE Transactions on PAS, vol.89, no.7, 1970, p.(1555-1564).

46. Furlani, E.P.
A Method for Predicting the Field in Permanent-Magnet Axial-Field Motors. IEEI Transactions on Mag., vol.28, no.5, 1992, p.(2061-2066).

47. Furlani, E.P., Reznik, S., Janson, W.
A Three-Dimensional Field Solution for Bipolar Cylinders. IEEE Transactions on Mag.,vol.30, no.5, 1994, p.(2916-2919).

48. Găvruţă, P., Lipovan, O., Năslău, P., Sturz, I.
Metode numerice. I.P.T.V. Timişoara, 1989.

49. Godunov, S.K., Reabenki, V.S.
Scheme de calcul cu diferenţe finite (traducere din limba rusă). Editura tehnică, Bucureşti, 1977.

50. Guerin, C., Tanneau, G., Meunier, G., Brunotte, X., Albertini, B.
Three Dimensonal Magnetostatic Finite Elements for Gaps and Iron Shells Ussing Magnetic Scalar Potential. IEEE Transactions on Mag., vol.30, no.5, 1994, p.(2885-2888).

51. Hatafuku, H., Takahashi, S.
Effect of Annealing on Magnetisation Process of Ni_3 Fe Alloy. IEEE Transactions on Mag., vol.28, no.6, 1992, p.(3345-3349).

52. Hănţilă, F.I.
Matematical models of the relation between B and H for nonlinear media. Rev. Roum. Sci. Tech. Electr. et Energ., nr.3, 1974, p.(429-448).

53. Hănţilă, F.I.
A method of solving stationary magnetic field in nonlinear media. Rev. Roum. Sci. Tech. Electr. et Energ., nr.3, 1975, p.(397-407).

54. Hănţilă, F.I.
Contribuţii asupra teoriei maşinilor de curent continuu cu magneţi permanenţi. Teză de doctorat. I.P. Bucureşti, 1976.

55. Hănţilă, F.I.
Calculul câmpului electromagnetic cu ajutorul calculatorului. Politehnica University Bucharest, 1993.

56. Holzinger, C.S.
Computation of magnetic field within three dimensional highly nonlinear media. IEEE Transactions on Mag., 1970, p.(60-67).

57. Ifrim, A., Noţingher, P.
Materiale electrotehnice. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1979.

58. Ixaru, L.G.
Metode numerice pentru ecuaţii diferenţiale cu aplicaţii. Editura Academiei, Bucureşti, 1979.

59. Jurcă, I., Jian, I., Holban, S., Creţu, Vl. ş.a.
Programarea calculatoarelor. I.P.T.V. Timişoara, 1989.

60. Kameari, A.
Three dimensional eddy current calculation using finite element method with A-V in conductor and Ω in vacuum. IEEE Transactions on Mag., vol.24, no.1, 1988, p.(118-121).

61. Key, J.E.
Computer program for solution of large sparse, unsymmetric system of linear equation. Intern. journal for numerical networks in eng., 1973, p.497.

62. Kladas, A.G., Tegopoulos, J.A.
A new scalar potential formulation for 3-D magnetostatics necessitating no source field calculation. IEEE Transactions on Mag., vol.28, no.2, 1992, p.(1103-1106).

63. Krstajic, B., Andjelic, Z., Milojkovic, S., Babic, S., Salon, S.
Nonlinear 3D magnetostatic field calculation by the integral equation method with surface and volume magnet charges. IEEE Transactions on Mag., vol.28, no.2, 1992, p.(1088-1091).

64. Logeais, E., Yonnel, J.P., Coulomb, J.L., Meunier, G., Gitosusastro,S.
Comparation between 3D, 2D finit element methods and analytical calculations for electromagnetic problems. IEEE Transactions on Mag., vol.24, no.1, 1988, p.(66-69).

65. Luis, F., Burriel, R., Garcia, L.M., Bartolomé, J., Tomey, E., Fruchart, D., Soubeyroux, J.L., Miraglia, S., Fruchart, R., Gignoux, D.
Structural and magnetic characterization of Nd $Fe_{10,2-x}$ Co_x $Mo_{1,8}$. IEEE Transactions on Mag., vol.30, no.2, 1994, p.(583-585).

66. Lou, Z., Demerdash, N.A.
A Finite-Element Ballooning Model for 2D Eddy Current Open Boundary Problems for Aerospace Applications. IEEE Transactions on Mag., vol.28, no.5, 1992, p.(2241-2243).

67. Magele, Ch., Stögner, H., Preis, K.
Comparison of different finite element formulations for 3D magnetostatics problems. IEEE Transactions on Mag., vol.24, no.1, 1988, p.(31-34).

68. Marinescu, M., Marinescu, N.
Theoretical background and numerical computation of incomplete exterior multipole systems with rare-earth permanent magnets. Büro für Magnettechnic, Univ. Heidelberg, Frankfurt, p.(1-14).

69. Masanori, K., Yoshifumi, I.
Surface Magnetic Charge Distributions and Demagnetizing Factors of Circular Cylinders. IEEE Transactions on Mag., vol.28, no.3, 1992.

70. Meichle, L.S., Victora, R.H.
Temperature Dependence of Coercitivity at Recording Frequencies: Barium Ferritte versus Oxide. IEEE Transactions on Mag., vol.28, no.6, 1992, p.(3393-3397).

71. Mesquita, R.C., Bastos, J.P.A.
An incomplete gauge formulation for 3D model finite-element magnetostatics. IEEE Transactions on mag., vol.28, no.2, 1992, p.(1044-1047).

72. Mîndru, Gh., Rădulescu, M.M.
Model matematic variaţional de câmp electromagnetic în medii neliniare. Conferinţa Naţională de Electrotehnică şi Electroenergetică, Timişoara, vol.2, 1982, p.(227-235).

73. Mîndru, Gh., Rădulescu, M.M.
Analiza numerică a câmpului electromagnetic. Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1986.

74. Mocanu, C.I.
Teoria câmpului electromagnetic. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1981.

75. Mocanu, C.I.
Dirichlet and Neumann boundary value problems for div(η grad) and curl(ν curl)-div equations. Part I. Rev. Roum. Sci. Tech. Electr. et Energ., nr.2, 1991, p.(137-148).

76. Mocanu, C.I.
Intrinsec formulation of the scalar and vector potential methods for steady-state magnetic field problems. Part II. Rev. Roum. Sci. Tech. Electr. et Energ., nr.3, 1991, p.(279-289).

77. Mohr, A.
Die Ankerquerfeldbeanspruchung von Permanent-magnetsegmenten in kleinen Gleichstrommotoren aus der Sicht von Theorie und Praxis. Sonderdruk aus etz Archiv Bd.5(1983), VDE-Verag GmbH-Berlin-Offenbach, p.(1-8).

78. Mohr, A.
Einfluß der B,H-Kennlinienform auf die Bemessuung von Permanentmagnet-segmenten kleiner Gleichstrommotoren, etz Archiv Bd.5(1983), p.(249-255).

79. Moraru, A., Crăciunescu, A.
Determination of the magnetization state of a non-uniformly magnetized permanent magnet. Rev. Roum. Sci. Tech. Electr. et Energ., nr.2, 1974, p.(271-281).

80. Moraru, A.
Metodă pentru calculul câmpului magnetic şi al forţelor electrodinamice în zona frontală a turbogeneratoarelor. Conferinţa Naţională de Electrotehnică şi Electroenergetică, Timişoara, vol.2, 1982, p.(267-276).

81. Mur, G.
Compatibility Relations and the Finite-Element Formulation of Electromagnetic Field Problems. IEEE Transactions on Mag., vol.30, no.5, 1994, p.(2972-2975).

82. Nasar, S.A., Xiong, G.Y.
Determination of the field of a permanent-magnet disc machine, using the concept of magnetic charge, University of Kentucky, 1987.

83. Neagoe, C., Ossart, F.
Analysis of Convergence in Nonlinear Magnetostatic Finite Elements Problems. IEEE Transactions on Mag., vol.30, no.5, 1994, p.(2865-2868).

84. Nicolaide, A.
Finite Element Method with Automatic Mesh Generation. Rev. Roum. Sci. Tech. Electr. et Energ., tom 28, 1983, p.(3-14).

85. Nicolaide, A.
Utilizarea metodei elementelor finite cu realizare automată a conexiunilor reţelei pentru calculul caracteristicii de magnetizare a unui turbogenerator. EEA Electrotehnica, nr.1, 1985, p.(1-8).

86. Nicolaide, A.
Bazele fizice ale electrotehnicii. vol.I, II. Editura Scrisul românesc, Craiova, 1986.

87. Pascariu, I.
Elemente finite. Concepţii-aplicaţii. Editura militară, Bucureşti, 1985.

88. Petrila, T., Gheorghiu, C.I.
Metode element finit şi aplicaţii. Editura Academiei, Bucureşti, 1987.

89. Pop, E., Chivu, M.
Măsurări electrice şi magnetice . vol.I,II. I.P.T.V. Timişoara, 1971.

90. Popovici, P., Cira, O.
Rezolvarea numerică a ecuaţiilor neliniare. Editura Signata, Timişoara, 1992.

91. Preis, K., Bardi, I., Biro, O., Magele, C., Renhart, W., Richter, K.R., Vrisk, G.
Numerical analysis of 3D magnetostatic fields. IEEE Transactions on Mag., vol.27, no.5, 1991, p.(3798-3803).

92. Purcell, E.
Electricitate şi magnetism (traducere din limba engleză). Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1982.

93. Radu, D.
Contribuţii privind calculul electromagnetic al bobinelor criogenice şi supraconductoare. Teză de doctorat. I.P.T.V. Timişoara, 1985.

94. Radu, D.
Determinarea câmpului magnetic şi a forţei portante la electromagneţi elevatori pentru ţevi feromagnetice, prin metoda elementelor finite. Buletin I.P.T.V. Timişoara, Electrotehnica, tom 32(46), 1987, p.(11-16).

95. Raduleţ, R.
Bazele electrotehnicii. Probleme, vol.I. Editura didactica şi pedagogica, Bucureşti, 1981.

96. Renhart, W., Stögner, H., Preis, K.
Calculation of 3D eddy current problems by finite element method using either an electric or a magnetic vector potential. IEEE Transactions on Mag., vol.24, no.1,1988, p.(122-125).

97. Salon, S.J., D'Angelo, J.
Applications of the hybrid finite element-boundary element method in electromagnetics. IEEE Transactions on Mag., vol.24, no.1, 1988, p.(80-85).

98. Schiop, A.
Analiza unor metode de discretizare. Editura Academiei, Bucureşti, 1978.

99. Schulz, F., Despi, I., Mânz, D., Ruşeţ, V.
FORTRAN 77, Editura Mirton, Timişoara, 1992.

100. Schüler, K., Brinkmann, K.
Dauermagnete. Springer-Verlag, Berlin, 1970.

101. Silvester, P.P., Chari, M.V.K.
Finite element solution of saturable magnetic field problems. IEEE Transactions on PAS, vol.89, no.7, 1970, p.(1642-1651).

102. Silvester, P.P., Chari, M.V.K.
Finite Element Analysis of Magnetically Saturated D-C Machines. IEEE Transactions on PAS, vol.90, no.5, 1971, p.(2362-2372).

103. Silvester, P.P., Cabayan, H.S., Browne, B.T.
Eficient techniques for finite-element analysis of electric machines. IEEE Transactions on PAS, 1973, p.1274.

104. Silvester, P.P., Ferrara, R.L.
Finite elements for electrical engineers. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1983.

105. Simion, E., Vadan, I., Balan, H., Tîrnovan, R.
Analysis by finite element method of the magnetic field in an electrodynamic vibrator. I.C.A.T.E'93. Proceedings session A-B, Craiova, 1993, p.(155-160).

106. Slivinskaja, A.G., Gordon, A.V.
Postojannye magnity. Izdatel'stvo Energija, Moscova, Leningrad, 1965.

107. Smoleanski, M.L.
Tabele de integrale nedefinite(traducere din limba rusă). Editura tehnică, Bucureşti, 1972.

108. Soran, I.F.
Sdudiul configuraţiei câmpului magnetic în întrefierul maşinii de inducţie şi influenţa ei asupra parametrilor de pornire. Teză de doctorat, I.P.T.V. Timişoara, 1979.

109. Soran , I.F.
Utilizarea metodei elementelor de frontieră pentru rezolvarea unei probleme de tip Laplace. CNEE Timişoara, vol.2, 1982, p.(357-366).

110. Soran, I.F.
L'amelioration de la convergence des schémas itératifs pour la résolution des problèmes de champ magnétique non linéaire. Rev. Roum. Sci. Tech. Electr. et Energ., nr.4, 1983, p.(363-371).

111. Stoia, D., Moiseanu, A., Rădulescu, M.M.
Finite-element magnetic field analysis of permanent-magnet DC motors. Rev. Roum. Sci. Tech. Electr. et Energ., nr.3, 1984, p.(307-314).

112. Şabac, I.Gh.
Matematici speciale, vol.I. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1981.

113. Şabac, I.Gh., Cocârlan, P., Stănăşilă, O., Topală, A.
Matematici speciale, vol.II. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1983.

114. Şora, C.
Bazele electrotehnicii. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1982.

115. Şora, C., Bere, I.
Studiul experimental al repartiţiei fluxului magnetic la relee magnetoelectrice cu magnet paralelipipedic şi cilindric. Tema 2 din Protocol la contractul de cercetare ştiinţifică nr.24/1985 între I.P.T.V. Timişoara şi C.I.R.E. Bucureşti, Laborator Deva.

116. Şora, C., Toader, D., Dobre, S., Bere, I., Bărbulescu, E., Hristea, Vl.
Unele consideraţii privind circuitul magnetic la relee magnetoelectrice utilizate în protecţii. In lucrările S.N.R.E. Piteşti 1986, p.(169-178).

117. Şora, C., Dobre, S., Bere, I.
Studiul şi stabilirea tehnologiei optime de demagnetizare-remagnetizare a magneţilor permanenţi din relee magnetoelectrice. Tema 8 din Protocol la contractul de cercetare ştiinţifică nr.63/1986 între I.P.T.V. Timişoara şi C.I.R.E. Bucureşti, Laborator Deva.

118. Şora, C.
Calculus aspects for permanent magnets. Equivalent circuits. Buletinul I.P.T.V. Timişoara, Electrotehnica, tom 33(47),1988, p.(1-6).

119. Şora, C., Dimitriu, S.
Equivalent scheme for permanent magnets. Buletinul I.P.T.V. Timişoara, Electrotehnica, tom 34(48), 1989, p.(1-6).

120. Şora, C., Bere, I.
Releul magnetoelectric din protecţia de distanţa. Aspecte privind asimilarea fabricaţiei în ţara. Tema B din Protocol la contractul de cercetare ştiinţifica nr.65/1989 între I.P.T.V. Timişoara şi C.I.R.E. Bucureşti, Laborator Deva.

121. Şora, C., Bere, I.
Studiu de sinteza privind rezultatele experimentului de înlocuire a circuitului magnetic la relee magnetoelectrice de fabricaţie EAW. Tema A din Protocol la contractul de cercetare ştiinţifica nr.4/1990 între I.P.T.V. Timişoara şi D.G.T.D.E.E. Bucureşti.

122. Teodorescu, N., Olariu, V.
Ecuaţii diferenţiale şi cu derivate parţiale. Editura tehnica, Bucureşti, 1979.

123. Timotin, A., Marinescu, M.
Fluxul de dispersie al unui circuit magnetic cu magnet permanent. Studii şi cercetari de electrotehnica şi energetica, Bucureşti, 1970, p.53.

124. Ţugulea, A., Timotin, A.
Conditiile de unicitate în determinarea câmpurilor electrostatice şi magnetice cvasistaţionare în materiale neliniare cu polarizare reversibila. Studii şi cercetari de energetica şi electrotehnica, tom 53, nr.3, p.(531-537).

125. Vetreş, I.
Contribuţii asupra stabilirii expresiei funcţionalei în cadrul metodei elementelor finite. Buletinul I.P.T.V. Timişoara, Electrotehnica,tom 33(47), 1988, p.(7-10).

126. Vişan, I., Georgescu, C.
Depanarea programelor FORTRAN. Editura militara, Bucureşti, 1986.

127. Vonsovski, S.V.
Magnetismul (traducere din limba rusa). Editura ştiinţifica şi enciclopedica, Bucureşti, 1981.

128. Vraciu, G., Popa, A.
Metode numerice cu aplicaţii în tehnica de calcul. Editura Scrisul românesc, Craiova, 1982.

129. Zienkiewicz, O.C.
The finite element method in engineering science. Mc Graw-Hill, London, 1971.

130. Wexler, A.
Finite-element analysis of inhomogeneous anisotropie reluctance machine rotor. IEEE Transactions on PAS, vol.92, no.1, 1973, p.(145-149).

131. Widger, G.F.T.
Representation of Magnetisation Curves over Extensive Range by Rational-Fraction Approximations. IEEE Transactions on Mag., vol.116, no.1, 1969, p.156.

132. Wiener, U.
Măsurări electrice industriale, vol.II. Măsurarea mărimilor magnetice. Editura tehnică, București, 1969.

133. * * *
Catalog de magneți permanenți turnați. Sinterom Cluj-Napoca, 1986.

134. * * *
Produktprogramm Permanentmagnete, Philips Bauelemente, 1988.