UNIVERSITATEA TEHNICA DIN TIMISOARA
FACULTATEA DE MECANICA

ing. Voicu Mesaroș-Anghel

CONTRIBUTII LA SINTEZA MECANISMELOR ARTICULATE APLICATE IN CONSTRUCTIA DISPOZITIVELOR DE PREHENSIUNE ALE ROBOTILOR INDUSTRIALI

– teza de doctorat –

CONDUCATOR STIINTIFIC:
Prof.dr.ing. Francisc Kovács

– 1991 –

CUPRINS

INTRODUCERE

O tendinta naturala a societatilor moderne, este inlocuirea activitatilor umane de tip greu, periculos sau stresant, prin mecanizare, automatizare si (mai nou) robotizare. Reprezentind cea mai flexibila posibilitate de automatizare, robotizarea constituie o preocupare a ultimului deceniu pentru o multitudine de specialisti romani in mecanica ("fina", mai ales), electrotehnica, electronica, calculatoare si informatica.

Lucrarea ce urmeaza, se vrea o sintetizare a activitatii tehnice pe care autorul a desfasurat-o in domeniile robotilor industriali si al mecanismelor. Cele doua domenii amintite s-au legat in mod firesc prin pregatirea de inginer mecanic in care autorul a fost format. Activind in cadrul unui "Colectiv de robotica industriala" si in "Catedra de organe de masini si mecanisme", autorul a fost atras de partea mecanica si actionarea robotilor industriali, in special de "mina" acestora (dispozitivul de prehensiune), pe motiv ca acest subansamblu se constituie intr-un vast cimp de aplicare a teoriei mecanismelor.

Dintre dispozitivele de prehensiune, cu care robotii industriali sint dotati, majoritatea au o alcatuire aproape "antropomorfa", in sensul ca se prezinta ca sisteme mecanice in care se disting "degete", mecanisme purtatoare ale acestora, "muschi" (motoarele pentru actionare), ba chiar si "organe de simt" (senzori/traductori). In acest context isi gaseste motivatie, atentia acordata de autor pentru dispozitivele de prehensiune de tip "mecanic" si mai ales studiului/sintezei mecanismelor componente. Modul in care lucrarea de fata abordeaza sinteza mecanismelor amintite, prezinta aspecte teoretice cu tenta de noutate general valabile, dar si aspecte de optimizare specifice aplicatiei considerate. Concretizarea teoriilor de sinteza a mecanismelor intr-un anumit tip (familie) de dispozitive de prehensiune, a presupus si adoptarea unei actionari corespunzatoare. Majoritatea actionarilor din dispozitivele de prehensiune sint cu motoare pneumatice datorita calitatilor acestora (rapiditatea efectuarii curselor, nepoluarea zonei de lucru, simplitatea comenzii si larga raspindire industriala a retelelor de aer comprimat), astfel ca acest tip de actionare a fost adoptat de autor la constructia unor prototipuri descrise in partea "practica" a lucrarii.

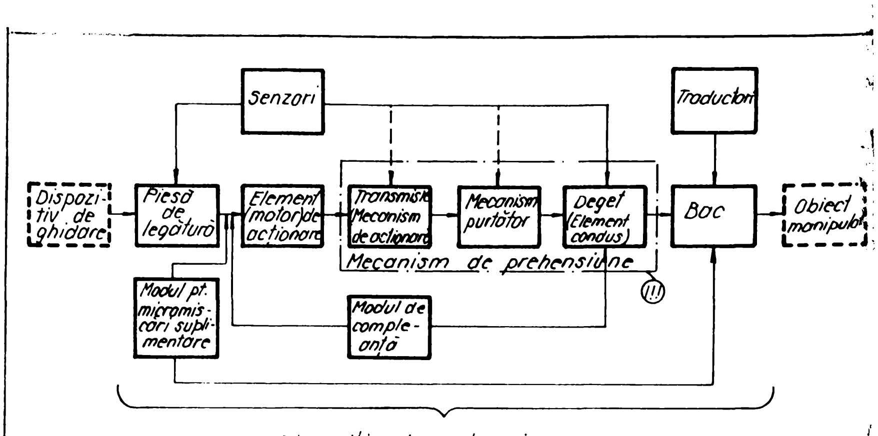

Senzori
Traductori
Dispozitiv de ghidare
Piesă de legătură
Element motor de acționare
Transmisie Mecanism de acționare
Mecanism purtător
Deget (Element condus)
Bac
Obiect manipulat
Mecanism de prehensiune
(III)
Modul pt. micromișcări suplimentare
Modul de compleanță
Dispozitiv de prehensiune

Fig.1.1.

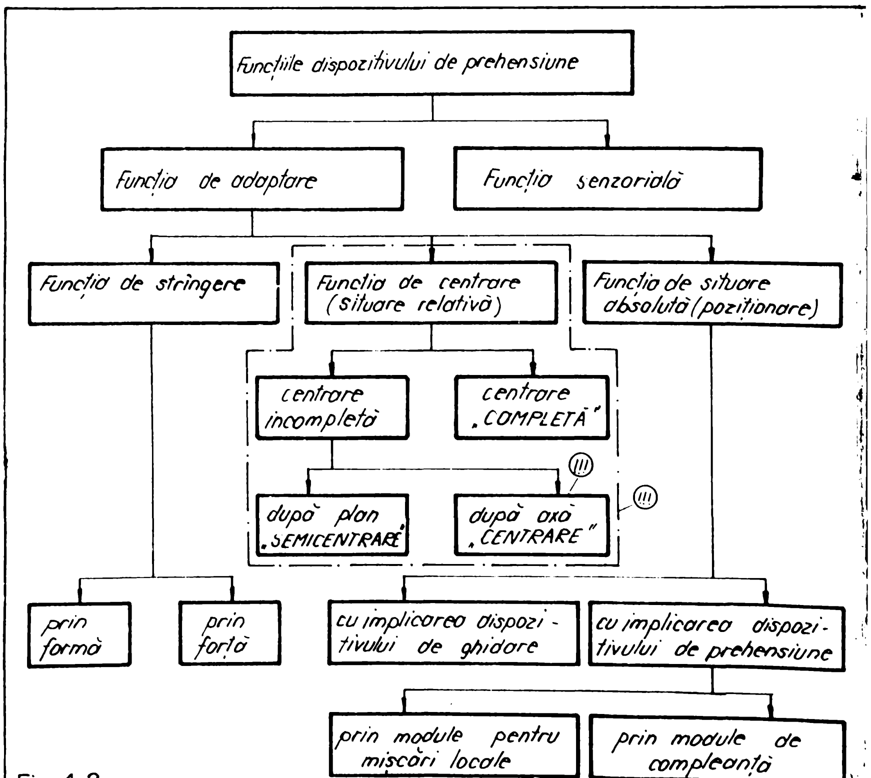

Funcțiile dispozitivului de prehensiune
Funcția de adaptare
Funcția senzorială
Funcția de stringere
Funcția de centrare (situare relativă)
Funcția de situare absolută (poziționare)
centrare incompletă
centrare „COMPLETĂ"
(III)
după plan „SEMICENTRARE"
după axă „CENTRARE"
(III)
prin formă
prin forță
cu implicarea dispozitivului de ghidare
cu implicarea dispozitivului de prehensiune
prin module pentru mișcări locale
prin module de compleanță

Fig. 1.2.

1. DESPRE DISPOZITIVELE DE PREHENSIUNE

Dispozitivul de prehensiune ca "efector final", caracterizeaza "robotii industriali pentru manipulare" (acelasi rol il au capetele de forta cu scule sau numai sculele, in cazul "robotilor industriali pentru prelucrare").

In cele ce urmeaza se vor trece in revista cele mai importante aspecte generale in legatura cu dispozitivele de prehensiune ale robotilor industriali, insistind asupra aspectelor de interes pentru ansamblul acestei lucrari.

1.1. Locul si rolul dispozitivelor de prehensiune

Situate la extremitatea nefixata a lanturilor cinematice din robotii industriali si indeplinind pentru acestia un rol similar celui al palmei cu degete, in cazul operatorului uman, dispozitivele de prehensiune sint supuse (din punctul de vedere al conceptiei lor) unor tendinte contradictorii. Pe de o parte, li se cere sa fie USOARE (rezultind solicitari mai mici in elementele/cuplele robotului, precum si o crestere a capacitatii portante a acestuia) si SIMPLE (din punct de vedere functional, tehnologic, al intretinerii, etc.). Pe de alta parte li se cere INDEPLINIREA ANUMITOR FUNCTIUNI (fixarea/defixarea piesei de manipulat, asigurarea unei anumite forte de stringere functie de natura si dimensiunile aceleiasi piese, centrarea mai mult sau mai putin "completa" pentru piesa vehiculata, asigurarea unei compleante acesteia cu efectul netensionarii suplimentare a elementelor/cuplelor robotului, asigurarea unor micromiscari locale programabile sau neprogramabile pentru piesa manevrata, asigurarea autoblocarii impotriva defixarii accidentale, etc.) care sa permita simplificari in programarea robotului industrial sau in constructia acestuia ([K1], [K2], [K3], [K18]).

Data fiind, pe linga cele mai sus enumerate, si o mare diversitate (natura, forma, dimensiuni, greutate, etc.) a pieselor de manipulat, este explicabila o diversificare similara a dispozitivelor de prehensiune si totodata a mecanismelor lor constituente. Prin marea lor diversitate si complexitate, dispozitivele de prehensiune flexibilizeaza (adapteaza) robotul

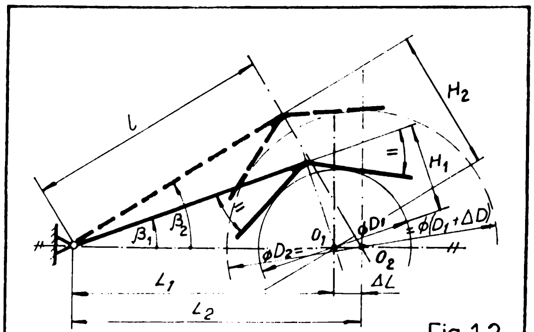


Fig.1.3.

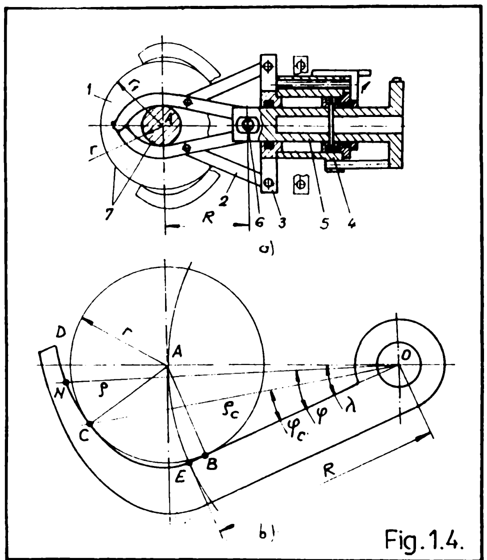


Fig.1.4.

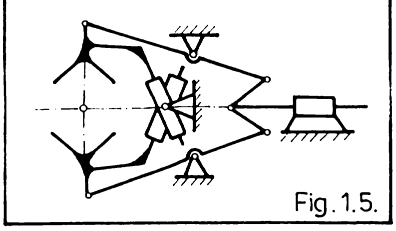


Fig. 1.5.

BUPT

industrial la aplicatia in cauza. Totusi, pe domenii de utilizare, dependent de scopurile functionale propuse, exista metode de sinteza, care tinind seama de o serie de factori, au dus la dispozitive de prehensiune "echilibrate" constructiv si functional (le-am putea denumi "optimizate" din anumite puncte de vedere).

Subcapitolele urmatoare isi propun, dupa evidentierea alcatuirii/functiunilor, efectuarea unei treceri in revista a acestor dispozitive de prehensiune "optimizate", impreuna cu esenta metodelor de sinteza a mecanismelor componente. Ideea calauzitoare a acestei lucrari este considerarea generala a ratiunilor de proiectare, ca optimizari (din diferite puncte de vedere) in sinteza unor mecanisme constituente ale dispozitivelor de prehensiune.

1.2. Alcatuirea si functiunile dispozitivelor de prehensiune

Se poate admite (conform unei scheme prelucrata de autor dupa [K1] si [K18]) ca dispozitivele de prehensiune (interpuse intre dispozitivul de ghidare/de orientare al robotului industrial si obiectul manipulat) au o componenta generala conform schemei bloc din fig.1.1. Componenta din fig.1.1. este "maximala", putind deci exista dispozitive de prehensiune fara unele din elementele schemei (modulul de micromiscare suplimentara, modulul de compleanta, senzorii, traductorii, mecanismul de prehensiune, mecanismul de actionare, etc.).

Micile deplasari ale piesei, ce trebuie realizate fara a implica intreg lantul cinematic al robotului (ex: "introducerea piesei intre bacuri" sau "peste virf", "rotirea piesei pe masa frezei" fara a o deplasa) implica modulele pentru micromiscari, adica deplasari suplimentare locale, amplasate fie intre piesa de legatura si elementul fix al motorului de actionare, fie chiar ca terminatii ale degetelor (ex: bacuri-role actionate sau nu).

Elementul elastic ce asigura compleanta (fara a tensiona necontrolabil lantul cinematic al robotului industrial) in cadrul modulului cu acelasi nume, poate fi amplasat fie intre piesa de legatura si elementul fix al motorului de actionare,

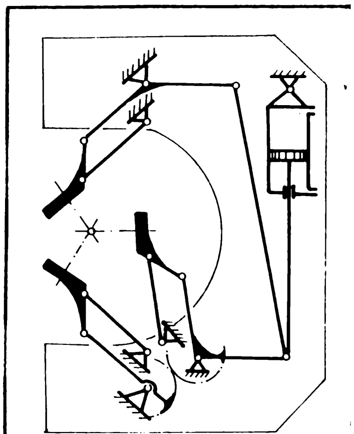


Fig. 1.6.

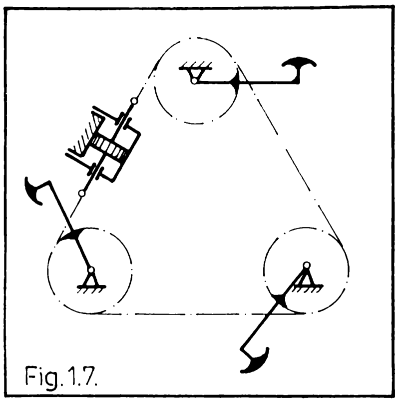


Fig. 1.7.

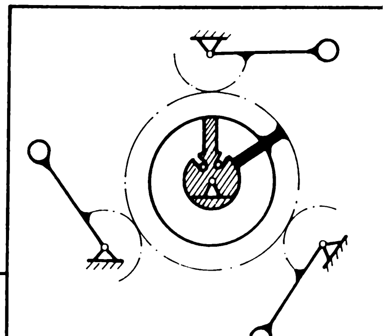


Fig. 1.8.

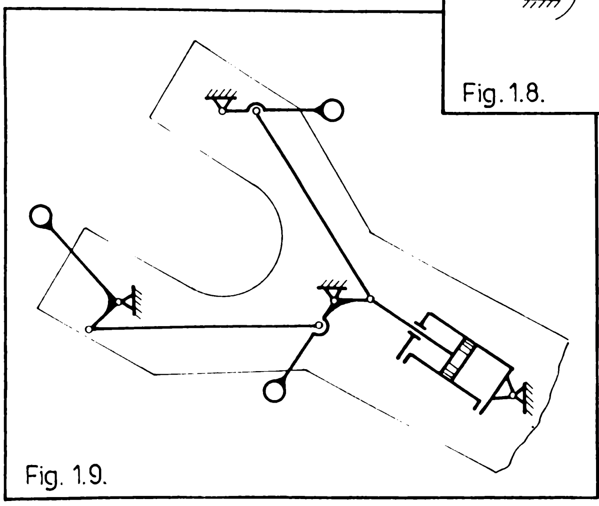


Fig. 1.9.

fie in chiar constructia "degetului" (in aceste cazuri "lung" si din material "elastic").

"Mecanismul purtator" care impune miscarea "degetului-bac" este, la rindul sau, pus in miscare prin intermediul "mecanismului de actionare" (transmisia). Aceste doua entitati (adesea "inseparabile") au fost evidentiate de autor, intrucit ele fac obiectul unor sinteze de tipuri diferite. In acest sens, "mecanismul purtator" va fi sintetizat din ratiuni preponderent pozitionale (geometrice/cinematice), iar "mecanismul de actionare" (transmisia) va fi sintetizat din ratiuni preponderent cinetostatice.

Din elementele schemei (fig.1.1) in preocuparile autorului au intrat mai ales mecanismul de prehensiune (transmisia, mecanismul purtator, incluzind aici si degetul ca element condus sau "purtat" al acestuia), semnalat cu "!!!" in fig.1.1.

In fig.1.2 s-a reprezentat, in conceptia autorului, graful arborescent al functiunilor general atribuite unui dispozitiv de prehensiune posedind intreaga alcatuire din fig.1.1

Dintre toate functiunile dispozitivului de prehensiune incluse in fig.1.2, autorul a considerat ca obiect al preocuparilor sale, functiunea de centrare in rationamentele de proiectare (optimizare). Aceasta preocupare, desi aparent restrinsa ca intindere, se va dovedi, in continuare, deosebit de vasta, cel putin prin implicatiile in domeniul mecanismelor. Schema din fig.1.2 (conform unor idei prelucrate de autor dupa [K1]) a fost privita in acceptiunea din [K3] si [K18].

"SEMICENTRAREA" este o functiune a dispozitivului de prehensiune, constind in capacitatea acestuia de a asigura coincidenta a doua plane caracteristice, unul apartinind obiectului manipulat, celalalt apartinind dispozitivului de prehensiune.

"CENTRAREA" (centrarea dupa o axa) este o functiune a dispozitivului de prehensiune constind in capacitatea acestuia de a asigura coincidenta unei axe a obiectului manipulat cu o axa apartinatoare dispozitivului de prehensiune.

"CENTRAREA COMPLETA" este o functiune a dispozitivului de prehensiune, constind in capacitatea acestuia de a asigura pe linga coincidenta a doua axe caracteristice (una a obiectului manipulat si cealalta a dispozitivului de prehensiune) si a doua puncte caracteristice (unul al obiectului manipulat si unul al

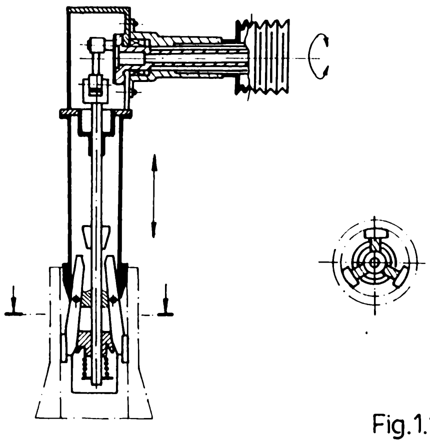


Fig. 1.10.

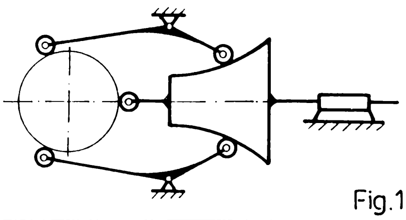


Fig. 1.11.

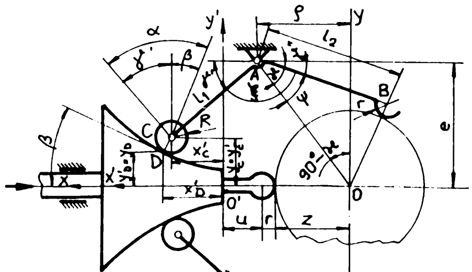


Fig. 1.12.

dispozitivului de prehensiune).

In contextul de mai inainte, obiectul manipulat a fost adoptat de catre autor, ca un "solid rigid cu o suprafata circular cilindrica axata". In preocuparile autorului au intrat mai ales acele parti semnalate cu "!!!" in fig.1.2., atentie deosebita fiind acordata "CENTRARII".

Eroarea absoluta de centrare, in cazul exercitarii functiunii de CENTRARE, poate fi definita ca fiind abaterea dintre axele "ideal" prescrisa si cea "real" realizata, ale piesei manipulate, la stringerea (fixarea) ei in dispozitivul de prehensiune. Abaterea amintita are o componenta unghiulara (unghiul de incrucisare al celor doua axe) si una liniara (lungimea normalei comune celor doua axe). In lucrarea de fata, autorul considera nul unghiul de incrucisare, indreptindu-si atentia doar spre componenta liniara a erorii absolute de centrare. Uneori, aceasta "eroare" mai este intilnita sub denumirea "dezaxare".

O confirmare a justetei definirii domeniului de preocupari ale autorului se regaseste in celebrul articol al lui Konstantinov [K4], unde dispozitivele de prehensiune de "tip mecanic" sint denumite "tip cleste" (intrucit au "falci" ce se inchid/deschid) si sint considerate ca fiind cele mai raspindite in varianta cu miscare plana a elementelor componente. Tot in [K4] se arata ca prezinta un mare interes dispozitivele de prehensiune care "pot prinde sigur, obiecte cu schimbari de volum si forma".

Se apreciaza ca dispozitivele de prehensiune cu deplasarea in translatie a "falcilor" "prind bine obiecte cu schimbari de volum, greutati aparind la schimbari de forma ale acestora" iar dispozitivele de prehensiune cu deplasarea in rotatie a "falcilor" nu asigura "centrarea".

De asemenea, rezulta ca fata de cele amintite mai inainte, dispozitivele de prehensiune cu "falci" care executa "miscari plane combinate" (ex.: tip biela), prin "marimile geometrice ale structurilor, dau multe posibilitati de proiectare optima a acestor mecanisme", inclusiv din punctele de vedere al "fixarii sigure", al "centrarii", al "fortei de prindere". Cu "ghilimele" au fost citate mai sus, expresiile din [K4] (asupra carora se va reveni).

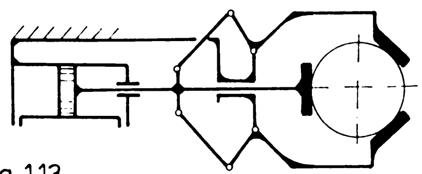


Fig. 1.13.

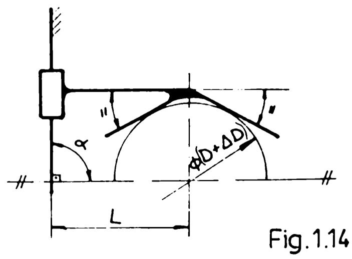


Fig. 1.14.

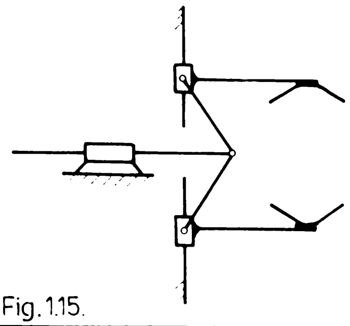


Fig. 1.15.

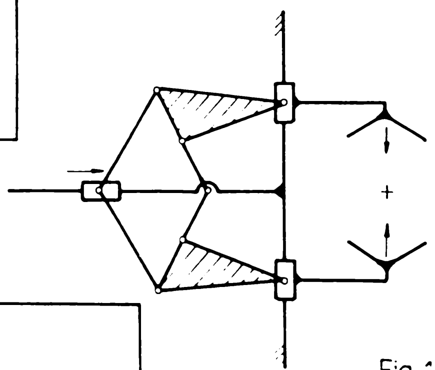


Fig. 1.16.

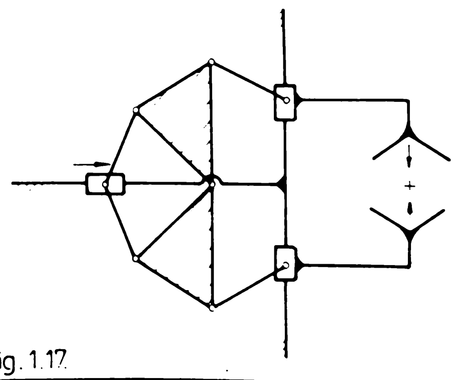


Fig. 1.17.

1.3. Numarul de degete/falci

S-a amintit mai inainte de analogia "dispozitiv de prehensiune" - "mina umana". Pornind de la studii medicale, in [K2], [K18], [V1] si [V2], se face o apreciere a "dexteritatii prehensiunii" functie de numarul degetelor dispozitivului de prehensiune, conform tab.1.1.

Un studiu "ingineresc" amanuntit al similitudinilor dintre "mina umana" si "dispozitivele de prehensiune", este amplu prezentat in [W2].

Tab.1.1

Numarul de degete	5	4	3	2
Dexteritatea prehensiunii	100%	99%	90%	40%

Mina umana cu cinci degete este, conform tab.1.1, cel mai perfectionat dispozitiv de prehensiune (cu "dexteritate" 100 %). Se observa ca "dexteritatea" scade relativ incet cu numarul de degete. In mod cert pretul dispozitivului de prehensiune scade spectaculos cu numarul de degete.

Luind in considerare criteriul economic, "dexteritatea", complexitatea constructiva, etc., autorul si-a indreptat atentia, in mod rational, spre dispozitivele de prehensiune cu DOUA (maximum TREI) degete/falci.

1.4. Translatia, rotatia, miscarea plana in functionarea degetelor/falcilor dispozitivului de prehensiune

Daca in "lumea mecanismelor" circa 90% dintre acestea sint mecanisme plane, in "lumea dispozitivelor de prehensiune" dintr-un numar "de ordinul sutelor" de scheme sau dispozitive reale observate, doar un numar "de ordinul unitatilor" contineau mecanisme spatiale. Aceasta este ratiunea faptului ca in lucrarea de fata, se vor trata doar mecanisme plane (eventual in "dispunere spatiala").

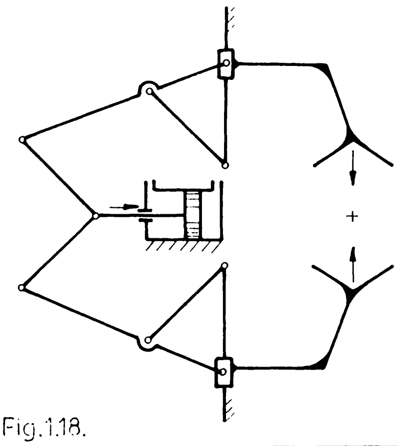
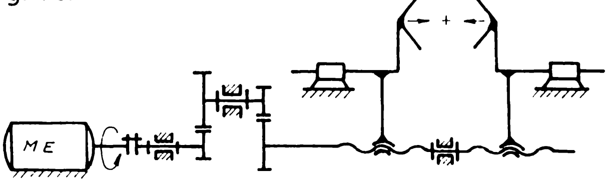


Fig. 1.18.

Fig. 1.19.



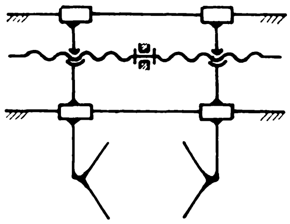


Fig 1 20

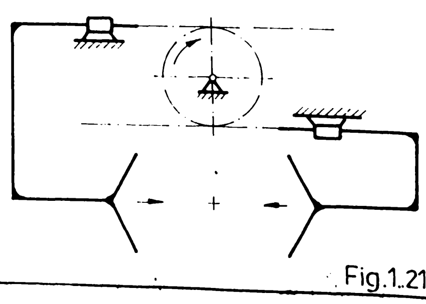


Fig. 1.21.

Miscarea degetelor dispozitivului de prehensiune (rotatie/ /translatie/plana generala) constituie o posibilitate de clasificare pe care autorul a utilizat-o, in cele ce urmeaza.

1.4.1. Dispozitive de prehensiune cu degete in miscare de rotatie

Purtind in cazul existentei a DOUA degete/bacuri, uneori denumiri ca "de tip foarfeca/cleste", mecanismul purtator al acestor dispozitive de prehensiune are schema din fig.1.3 (conform [K3] si [K18]). Principalele dimensiuni prin alegerea/varierea carora se poate ajunge la variante "optimale" functie de scopul propus, se regasesc in relatia

$$\Delta L = l \cdot (\cos\beta_2 - \cos\beta_1) + H_2 \cdot \sin\beta_2 - H_1 \cdot \sin\beta_1 \tag{1.1}$$

De fapt nu intra in discutie o optimizare reala ci doar o "adecvare" a dimensiunilor mecanismului purtator la dimensiunile piesei de manipulat.

Acest tip de dispozitiv de prehensiune prezinta un gabarit (mai ales transversal) redus, dar nu asigura centrarea (coincidenta axelor) pentru piese cu variatii dimensionale (ex: "D1->D2"), rezultind deci o eroare absoluta de centrare (dezaxare) calculabila (conform [K18]) cu relatia (1.1). Marimile "H1"/"H2" din fig.1.3, se pot calcula din diametrele "D1"/"D2", din geometria prismei-bac si din excentricitatea (nefigurata aici) a mecanismului purtator.

Pentru o variatie dimensionala impusa (ΔD), dezaxarea (eroarea absoluta de centrare) creste la piesele mari si scade daca lungimea degetelor creste. Rezulta ca centrarea dupa o axa a piesei cilindrice se realizeaza in mod sigur cu o eroare corespunzatoare dimensiunilor piesei manipulate si dimensiunilor schemei cinematice. Luarea in considerare a acestei erori in cadrul "soft"-ului cu care este inzestrata inteligenta artificiala a robotului, implica includerea in dispozitivul de prehensiune a unui traductor pentru sesizarea dimensiunii piesei precum si partea corespunzatoare de soft la prelucrarea informatiei data de traductor in vederea corectiei necesare la conducerea punctului caracteristic (in acest caz, un punct

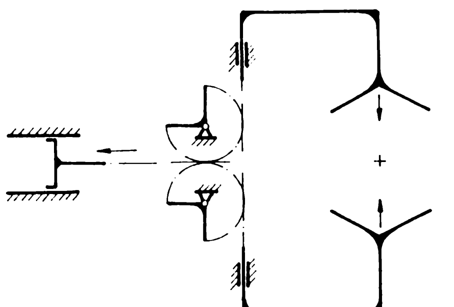


Fig. 1.22.

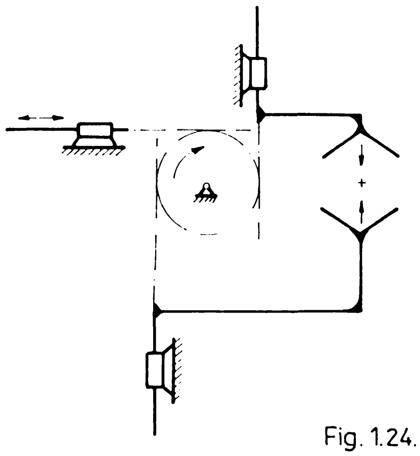


Fig. 1.24.

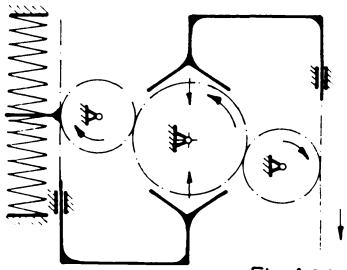


Fig.1.23.

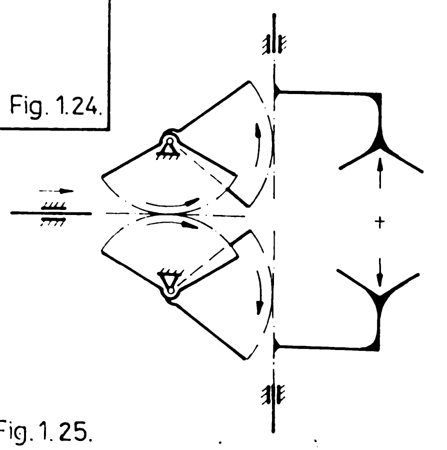


Fig. 1.25.

figurativ al axei piesei) pe o anumita traiectorie sau prin anumite pozitii impuse.

Problema centrarii intre DOUA degete/bacuri in miscare de rotatie, se poate pune numai daca fetele prismelor de prindere sint profilate (conform [P1]).

In fig.1.4.b se arata ca piesa cilindrica se "sprijina" in punctul "B" al portiunii "OE" (rectilinie) a bacului si in punctul "C" al portiunii "ED" (profilata) a aceluiasi bac. Pentru asigurarea centrarii piesei cilindrice este necesar ca profilul bacului sa respecte curba data de relatiile

$$\rho = (R/r) \cdot \sqrt{10 - 6 \cdot \cos[2 \cdot \arcsin(r/R)]} \tag{1.2}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{r/R - (1/3) \cdot \sin[3 \cdot \arcsin(r/R)]}{\sqrt{R^2 - r^2}/R - (1/3) \cdot \cos[3 \cdot \arcsin(r/R)]} \tag{1.3}$$

unde notatiile corespund cu fig.1.4.a/b.

Dispozitivul din fig.1.4 este remarcabil prin ingeniozitatea simplitatii sale, dar suprafata profilata este tehnologic greu realizabila si isi degradeaza profilul prin uzura (de altfel foarte accentuata in zona contactului bac-piesa manipulata).

Centrarea cu doua degete/falci rotative se mai poate realiza prin articularea bacurilor/prismelor si orientarea acestora printr-un mecanism auxiliar, conform [D4] (se reda schema in fig.1.5). Dispozitivul din fig.1.5 prezinta un avantaj deosebit intrucit centrarea este realizata de un mecanism continind numai cuple inferioare, avind insa dezavantajul unei constructii mai complicate prin numarul mare al elementelor.

Se observa din fig.1.5 ca bisectoarele celor doua prisme fac un acelasi unghi cu bratele tijelor mecanismului auxiliar. Aceste tije concurind intr-un punct comun fix, implica si o pozitie neschimbata a punctului de intersectie a bisectoarelor, realizind astfel conditia de centrare.

In mod mult mai complicat (constructiv), cu ajutorul a TREI degete, realizarea centrarii este usurata prin dispunerea convenabila in plan a axelor articulatiilor fixe. In aceasta situatie centrarea se poate realiza pe o suprafata interioara respectiv exterioara.

Centrarea cu ajutorul a trei degete in miscare de rotatie,

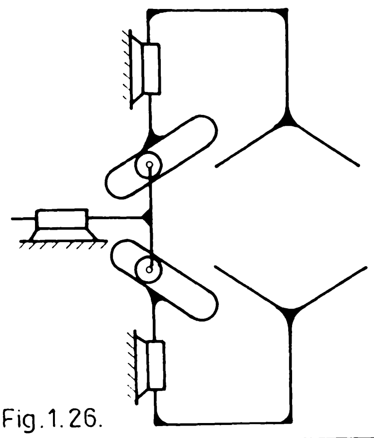


Fig. 1.26.

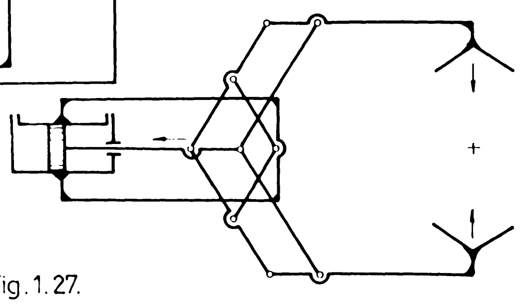


Fig. 1.27.

pe suprafata exterioara, este prezentata in fig.1.6 (conform [C1], [D2], [K5], [V1], [*1], [*2], [*3] si [*4]). Denumirea comerciala a acestui mecanism este "mina FANUC".

Centrarea cu ajutorul a trei degete pe suprafata interioara este prezentata in fig.1.7 (conform [E1]), in fig.1.8 (conform [B1]) si in fig.1.9 (conform [*6]).

Dispozitivele de prehensiune avind schemele din fig.1.6, 1.7, 1.8 si 1.9, printr-o configuratie corespunzatoare a bacurilor, pot servi la prinderea exterioara a pieselor de tip disc sau arbore (doar cele din fig.1.6 si 1.9) precum si a pieselor inelare. Se disting diferite variante pentru mecanismele de sincronizare (cu bare conform fig.1.6 si 1.9, cu lant/curea dintata conform fig.1.7, cu roti dintate conform fig.1.8) si pentru motoarele de actionare (cu cilindru pneumatic /hidraulic obisnuit conform fig.1.6 si 1.9 sau cu tija bilatera conform fig.1.7, respectiv cu paleta fixa si carcasa oscilanta conform fig.1.8). "Mecanismul purtator" este format din simple "bare rotative" (fig.1.7, 1.8 si 1.9) sau din "mecanisme paralelogram" (fig.1.6).

Conform dispozitivului de prehensiune cu schema din fig.1.10, piese de tip teava pot fi "prinse" din interior, in mod centric, dar nu pentru un ecart prea mare de dimensiuni. Mecanismul de prehensiune este constituit din mecanismul purtator, adica din "trei bare rotative" si din transmisia (mecanismul de actionare) "pseudospatiala", continind si o cupla superioara.

1.4.2. Dispozitive de prehensiune cu degete in miscare de rotatie si de translatie

Aceasta situatie distincta se realizeaza cu ajutorul a TREI degete, dintre care doua degete sint in miscare de rotatie, fiind deplasate sincron cu inaintarea proprie de catre o cama cu profil dublu special, si un deget in miscare de translatie solidar cu cama. Schema cinematica a acestui dispozitiv este redata in fig.1.11 (conform [K5], [U1] si [*5]). Dezavantajul acestui dispozitiv se datoreaza existentei profilului camei, (prin pierderea preciziei acestuia cauzata de uzura si

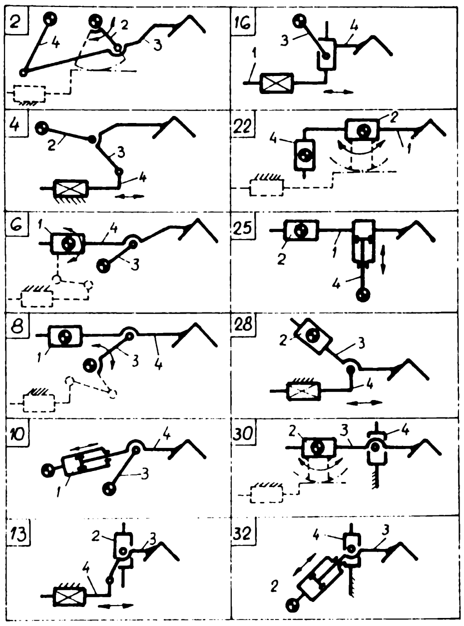

2
4
2
3
16
3
4
1
4
2
3
4
22
2
4
1
6
1
4
3
25
2
1
4
8
1
3
4
28
2
3
4
10
4
3
1
30
2
3
4
13
2
3
4
32
4
3
2

Fig. 1.28.

BUPT

necesitatea manoperei tehnologice relativ costisitoare la uzinare, dezavantaje specifice cuplelor superioare).

Cu notatiile din fig.1.12, ecuatiile parametrice ale profilului real al camei, dupa [U1], sint

$$x'_D = x'_C + R \cdot \cos\beta \tag{1.4}$$

$$y'_D = y'_C - R \cdot \sin\beta \tag{1.5}$$

unde profilul teoretic al camei asta dat de

$$x'_C = \rho - l_1 \cdot \frac{A + B - (z+r)^2}{2 \cdot \sqrt{A \cdot B}} \cdot \cos(\xi + \chi) - l_1 \cdot \left\{ \sin\left[\arccos \frac{A + B - (z+r)^2}{2 \cdot \sqrt{A \cdot B}} \right] \right\} \cdot \sin(\xi + \chi) - u - (z + r) \tag{1.6}$$

$$y'_C = e - l_1 \cdot \frac{A + B - (z+r)^2}{2 \cdot \sqrt{A \cdot B}} \cdot \sin(\xi + \chi) + l_1 \cdot \left\{ \sin\left[\arccos \frac{A + B - (z+r)^2}{2 \cdot \sqrt{A \cdot B}} \right] \right\} \cdot \cos(\xi + \chi) \tag{1.7}$$

in care s-a notat

$$A = \rho^2 + e^2 \tag{1.8}$$

$$B = l_2^2 \tag{1.9}$$

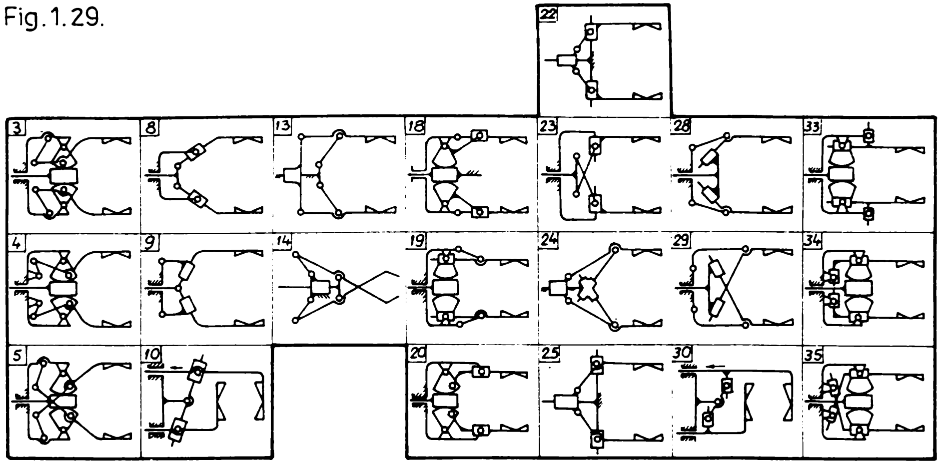
$$\beta = \operatorname{arctg}\left[\frac{1 + p \cdot \operatorname{ctg}(\xi + \chi)}{1 - p \cdot \operatorname{tg}(\xi + \chi) - q / \cos(\xi + \chi)} \cdot \operatorname{tg}(\xi + \chi) \right] \tag{1.10}$$

$$p = \frac{A + B - (z+r)^2}{\sqrt{-(z+r)^4 + 2 \cdot (A + B) \cdot (z+r)^2 + 4 \cdot A \cdot B - (A + B)^2}} \tag{1.11}$$

$$q = \frac{\sqrt{A \cdot B}}{l_1 \cdot (z + r)} \tag{1.12}$$

Inlocuirea instantaneu izocinetica a cuplelor superioare in schema mecanismului din fig.1.11, poate conduce la un dispozitiv de prehensiune, avind schema din fig.1.13. Dupa cum era de asteptat, mecanismul instantaneu izocinetic inlocuitor (conform [C3]) asigura in limite tehnic admise (functionind in jurul pozitiei inlocuite) o "centrare suficient de buna". Dezavantajul acestui dispozitiv este, probabil, ecartul mic al diametrelor pentru care se asigura centrarea inainte amintita.

Fig. 1.29.



1.4.3. Dispozitive de prehensiune cu degete in miscare de translatie

Purtind uneori denumirea "tip menghina", mecanismul purtator al acestor dispozitive de prehensiune are schema din fig.1.14. Pe aceasta schema se gasesc inscrise dimensiunile de "adecvat" la cele ale pieselor de manipulat (conform [B1], [B2], [C2], [D2], [E2], [H1], [H2], [I1], [K4], [K5], [M1], [M2], [P2], [R1], [S1], [V3], [W1], [*7], [*8], [*9], [*10], [*11], [*12], [*13], [*14], [*15], [*16], [*17], [*18], [*19], [*20] si [*21]).

Acest tip de dispozitiv de prehensiune asigura centrarea pentru piese cu variatii dimensionale, daca directia de translatie este perpendiculara pe axa de simetrie a dispozitivului de prehensiune. Daca unghiul amintit difera de 90 grade, dezaxarea (eroarea de centrare) va fi

$$L = \frac{D}{2 \cdot \mathrm{tg}\alpha} \tag{1.13}$$

iar variatia dimensionala a piesei in conditiile unei dezaxari (erori de centrare) admise, va putea fi calculata cu

$$D = 2 \cdot L \cdot \mathrm{tg}\alpha \tag{1.14}$$

Desi realizeaza **CENTRAREA**, dispozitivele de prehensiune bazate pe mecanisme purtatoare de acest tip, prezinta dezavantaje majore constind in prezenta cuplelor de translatie datorita carora, pentru evitarea autoblocarii, rezulta un gabarit transversal considerabil, in greutati la uzinare si la intretinere, in prezenta de uzuri considerabile la capetele curselor din pricina jocurilor, in prezenta unor unghiuri de presiune uneori favorabile blocarii, respectiv in necesitatea de-a utiliza mecanisme de actionare in general complicate si deci cu masa considerabila.

Se vor trece in revista cele mai importante mentionari din bibliografia tehnica asupra ansamblului format in mecanismul de prehensiune, de mecanismul purtator si mecanismul de actionare (practic chiar intreg dispozitivul de prehensiune), bazat pe degete/bacuri in miscare de translatie.

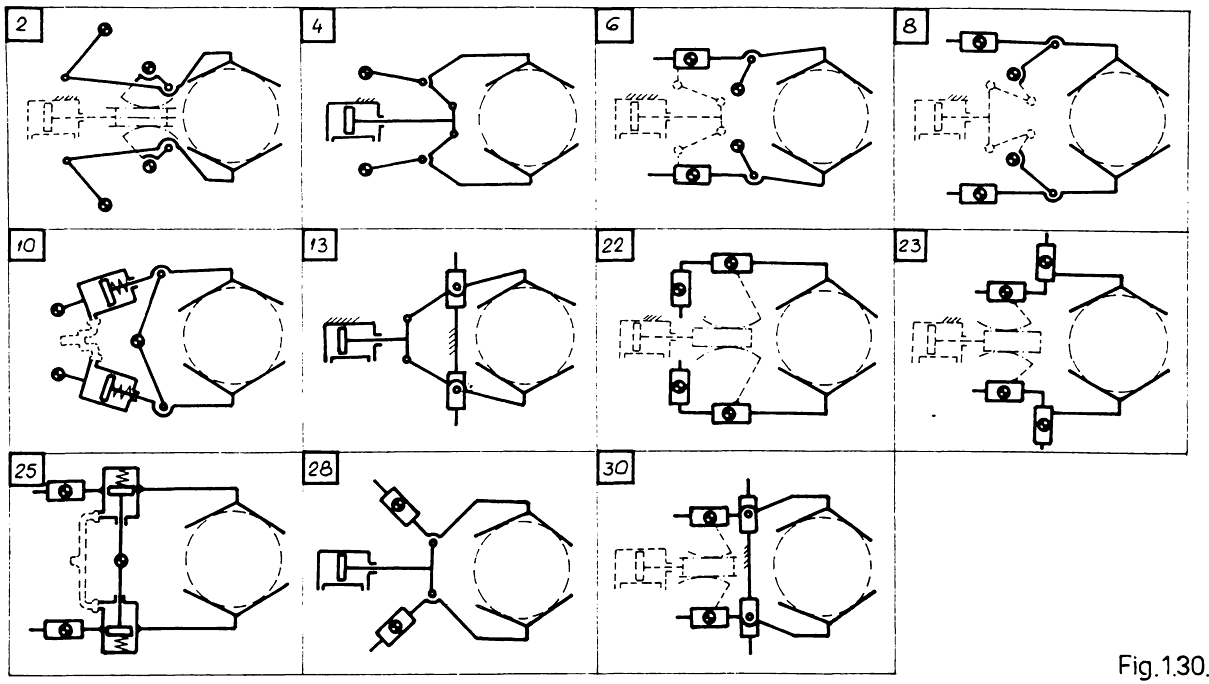


Fig. 1.30.

In fig.1.15, 1.16, 1.17, si 1.18, se prezinta schemele unor dispozitive de prehensiune cu mecanisme de actionare tip "piston-biela", "piston-biela-biela secundara de patrulater-manivela", "piston-biela-manivela-biela secundara", respectiv "piston-biela-biela secundara rectilinie-manivela", (conform [A1], [K6] si [*21]).

In fig.1.19 si 1.20, se prezinta schemele unor dispozitive de prehensiune, unde deplasarea sincrona a degetelor/bacurilor se face prin intermediul unor piulite solidare cu acestea, piulitele deplasindu-se pe un surub avind pe o parte filet "dreapta" si pe cealalta parte filet "stinga", bacurile fiind uneori dublu ghidate pentru cresterea preciziei de centrare (conform [K5] si [*22]).

In fig.1.21, 1.22, 1.23, 1.24 si 1.25, se prezinta schemele unor dispozitive de prehensiune la care cele doua degete/bacuri solidare fiecare cu cite o cremaliera sint deplasate de roti dintate care angreneaza cu acestea. In fig.1.21 si 1.23, miscarea motoare este realizata cu un motor pneumatic/hidraulic rotativ, al carui pinion angreneaza simultan cu cele doua cremaliere sau pinioane intermediare, sincronizindu-le deplasarea (conform [B2], [L1] si [*21]). In fig.1.22, 1.24 si 1.25, miscarea motoare este realizata cu un motor pneumatic/hidraulic liniar, care pune in miscare de translatie o cremaliera solidara cu pistonul motorului. Acesta transforma miscarea de translatie in miscare de rotatie a unor pinioane intermediare si mai apoi in miscare de translatie a cremalierei bacurilor, dar dupa o directie perpendiculara pe prima translatie (conform [D1], [S1] si [V1]). Prezenta rotilor dintate este dezavantajul acestor mecanisme (cupla superioara, jocuri, imposibilitatea ungerii hidrodinamice).

In fig.1.26, se prezinta (conform [D2]) un dispozitiv de prehensiune cu degete/bacuri utilizind la actionare tot un mecanism cu cupla superioara dar mult mai simplu decit precedentele (mai ieftin si mai fiabil).

In fig.1.27, se prezinta schema unui dispozitiv de prehensiune ale carui bacuri sint in translatie fara ca schema sa contina cuple de translatie, bazindu-se pe un mecanism mai complicat ce porneste de la celebra problema a elipsografului lui Cardano si de la mecanismul paralelogram (conform [G1]).

In acelasi articol de referinta [K4] amintit in subcap.1.2,

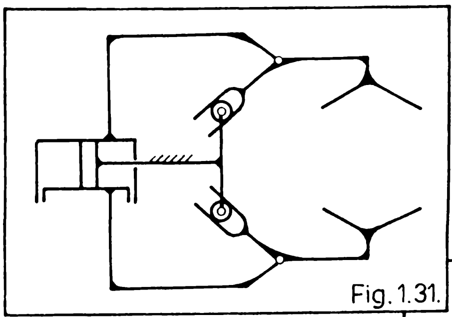


Fig. 1.31.

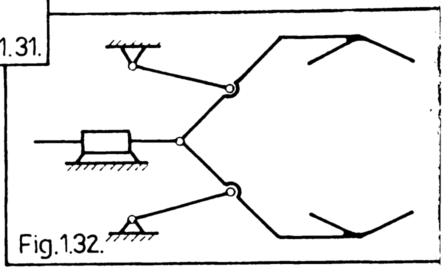


Fig. 1.32.

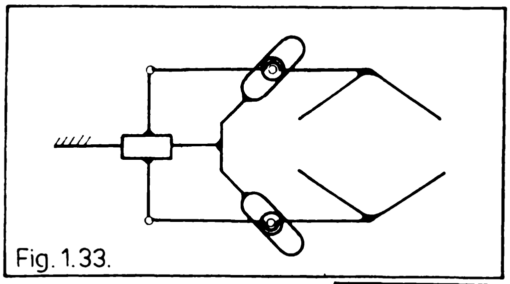


Fig. 1.33.

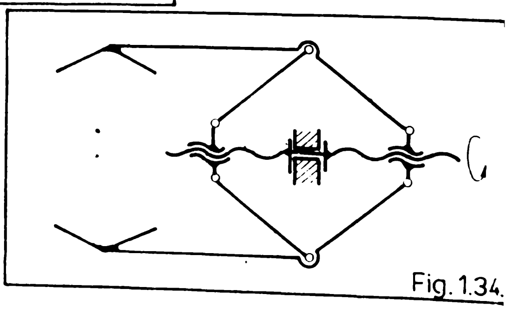


Fig. 1.34.

Konstantinov prezinta pe un tablou sistematic schemele unor dispozitive de prehensiune, dintre care au fost selectionate in fig.1.28, acele mecanisme susceptibile sa asigure centrarea. Din categoria "cu degete/bacuri in miscare de translatie" (paragraful de fata) fac parte schemele dispozitivelor de prehensiune numerotate cu 10, 22, 23, 25 si 30. Schemele lui Konstantinov sint preluate identic in [C3], [D3], [I2], [K2] si [*22].

1.4.4. Dispozitive de prehensiune cu degete in miscare plana generala

Degetele acestui tip de dispozitiv au o miscare complexa in plan (miscare de biela), datorita faptului ca sint solidarizate cu biela mecanismului purtator.

In [K4], Konstantinov prezinta o serie de scheme ale unor mecanisme (numerotate cu 3, 4, 5, 8, 9, 13, 14, 18, 19, 20, 24, 28, 29, 33, 34 si 35 in fig.1.28) capabile sa asigure centrarea prin miscarea plana generala a "bielei-deget-bac".

Intr-un capitol dedicat dispozitivelor de prehensiune in [D7], se face un studiu structural, asemanator cu cel din [K4], in care o serie de scheme structurale ale mecanismelor purtatoare (din care numai cele numerotate cu 2, 4, 6, 8, 10, 13, 16, 22, 25, 28, 30, 32, si reproduse in fig.1.29) asigura o miscare plana generala a "bielei-deget-bac", dind posibilitatea ca printr-o sinteza adecvata sa se realizeze centrarea dorita.

Tot in [D7], pe baza pe baza schemelor amintite, se redau mecanisme de prehensiune (din care s-au retinut in fig.1.30, doar schemele, numerotate cu 2, 4, 6, 8, 10, 13, 22, 23, 25, 28, 30), capabile sa asigure centrarea.

Majoritatea schemelor amintite sufera de dezavantajul unei constructii relativ complicate, al existentei cuplelor de translatie si/sau superioare.

O schema similara celor din [K4] amintite mai sus, este reprodusa in fig.1.31 dupa [D1]. Desi mai simpla, prezenta cuplei superioare este un dezavantaj si al acestei scheme.

Un dispozitiv cu schema fara cuple superioare, mai simplu, dar (se va vedea mai tirziu) cu domeniu mai restrins pentru gama diametrelor pieselor, este prezentat in fig.1.32, conform [W1],

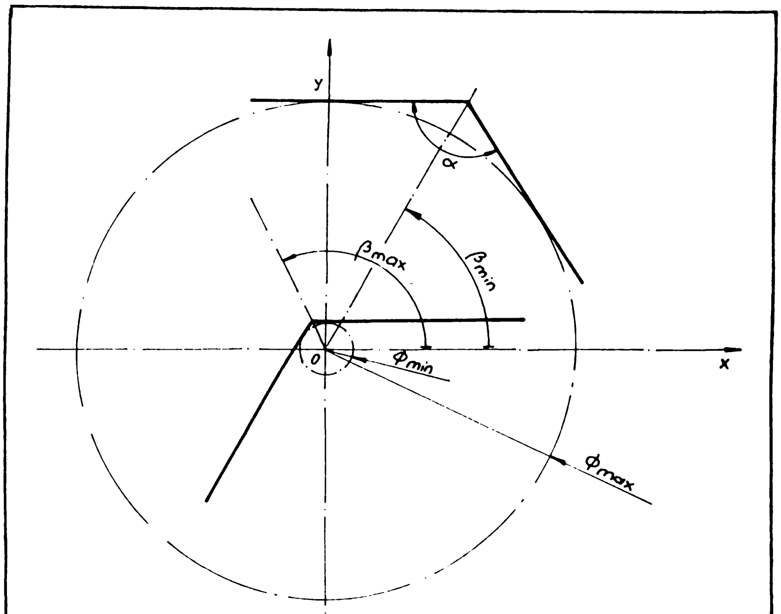


Fig. 1.35.

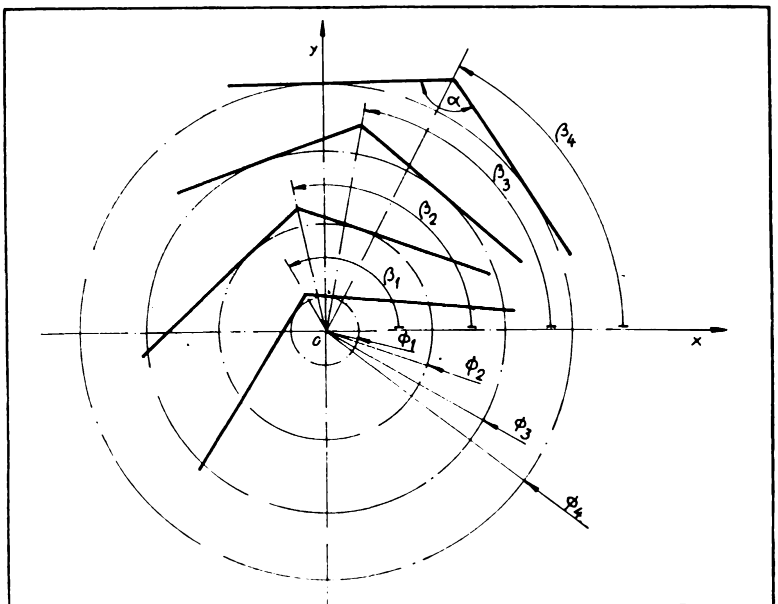


Fig. 1.36.

BUPT

unde biela unui mecanism piston-manivela este degetul/bac.

In [E1] este prezentata schema unui dispozitiv de prehensiune, redata si in fig.1.33, continind o cupla superioara (cu dezavantajele ei), capabil sa asigure centrarea.

In fig.1.34, conform [R1] se prezinta un dispozitiv de prehensiune care sintetizat corespunzator, poate centra, si a carui actionare se face prin surub dreapta-stinga.

Conform celor expuse pina acum, apare clara ideea realizarii unei prinderi centrice cu prisme pentru piese cilindrice, intr-o gama de diametre ca in fig.1.35, urmind o succesiune a pozitiilor prismelor, spre exemplu, ca in fig.1.36 (s-a reprezentat doar o "jumatate" de schema, cea "intreaga" fiind simetrica dupa axa absciselor).

O lucrare remarcabila in sensul celor de mai sus, este [Q1] bazata pe [Q2]. Problemele tratate aici sint reluate partial si sumar in [R1]. In fig.1.37 se prezinta o schema simetrica a unui prim dispozitiv de prehensiune cu doua prisme, fiecare solidarizata cu o biela. Efectul de centrare este obtinut prin ghidarea adecvata a punctului "V" de catre camele de tip "1". In fig.1.38 se prezinta o schema asimetrica a unui al doilea dispozitiv de prehensiune cu o prisma solidara cu o biela si un bac plan. Centrarea este obtinuta prin ghidarea adecvata a punctului "V" de catre o cama de tip "1" si apropierea bacului plan sub influenta "programului" inmagazinat in profilul camei tip "2". In fig.1.39, se prezinta o schema asimetrica a unui al treilea dispozitiv de prehensiune cu doua prisme, una ghidata adecvat cu cama tip "1" si cealalta "autoasezabila elastic" peste piesa deja centrata.

In cele ce urmeaza se prezinta pe scurt calculul profilului real al camelor tip "1" si "2" urmarind notatiile din fig.1.38. Se poate deduce distanta "GD" cu

$$GD = \sqrt{BD^2 + BG^2 - 2 \cdot BD \cdot BG \cdot \cos\left[2 \cdot \mathrm{arctg}\sqrt{\frac{(E-AB)\cdot(E-OB)}{E\cdot(E-\sqrt{OE^2+AE^2})}} - K\right]} \tag{1.15}$$

in care s-a notat

$$OB = \frac{R}{\sin(\theta/2)} + BJ \tag{1.16}$$

$$E = (OA + OB + AB)/2 \tag{1.17}$$

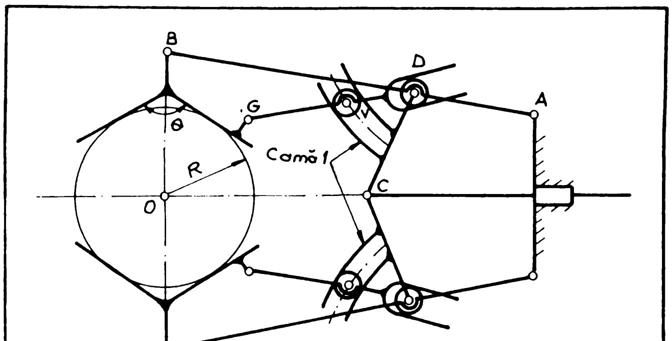


Fig. 1.37.

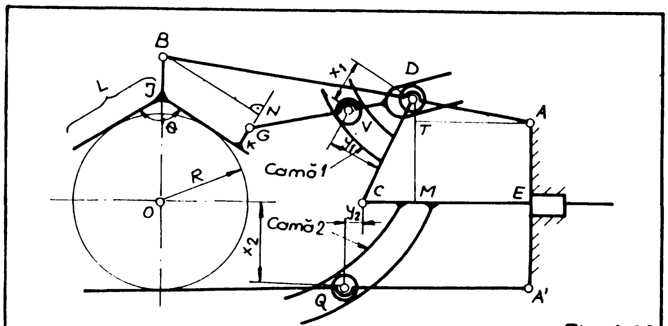


Fig. 1.38.

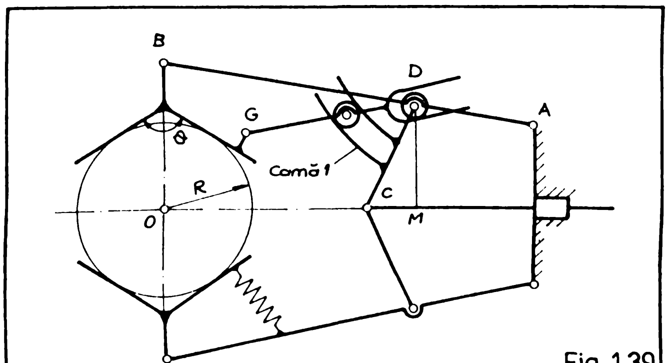


Fig. 1.39.

BUPT

$$K = \arcsin \frac{GK - BJ \cdot \sin(\theta/2)}{BG} + \frac{\theta}{2} \tag{1.18}$$

Se poate calcula unghiul "CDG" cu

$$\widehat{CDG} = 2 \cdot \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{(E-AB)\cdot(E-\sqrt{OE^2+AE^2})}{E\cdot(E-OB)}} + \operatorname{arctg}\frac{OE}{AE} - 2\cdot\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{(P-BD)\cdot(P-DG)}{P\cdot(P-BG)}} -$$
$$- \arccos\frac{AE - AD\cdot\cos\left\{2\cdot\operatorname{arctg}\sqrt{(E-AB)\cdot(E-\sqrt{OE^2+AE^2})/[E\cdot(E-OB)]} + \operatorname{arctg}(OE/AE)\right\}}{CD} \tag{1.19}$$

unde s-a notat

$$P = (BD + DG + BG)/2 \tag{1.20}$$

Profilul camei tip "1" va fi dat de:

$$x_1 = (GD - GV)\cdot\cos\widehat{CDG} \tag{1.21}$$

$$y_1 = (GD - GV)\cdot\sin\widehat{CDG} \tag{1.22}$$

Profilul camei tip "2" va fi dat de:

$$x_2 = AE - A'Q\cdot\cos\left[\arcsin\frac{R}{\sqrt{AE^2+OE^2}} + \operatorname{arctg}\frac{OE}{AE}\right] \tag{1.23}$$

$$y_2 = A'Q\cdot\sin\left(\arcsin\frac{R}{\sqrt{AE^2+OE^2}} + \operatorname{arctg}\frac{OE}{AE}\right) -$$
$$-CD\cdot\sin\arccos\frac{AE - AD\cdot\cos\left[2\cdot\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{(E-AB)\cdot(E-\sqrt{AE^2+OE^2})}{E\cdot(E-OB)}} + \operatorname{arctg}(OE/AE)\right]}{CD}$$
$$-AD\cdot\sin\left[2\cdot\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{(E-AB)\cdot(E-\sqrt{AE^2+OE^2})}{E\cdot(E-OB)}} + \operatorname{arctg}\frac{OE}{AE}\right] \tag{1.24}$$

Conform [Q1], dispozitivul de prehensiune schematizat in fig.1.38, a fost realizat de autor cu "θ=120 grade" pentru "Rmin=10 mm" si "Rmax=40 mm", rezultind o precizie a centrarii care, in comparatie cu cea a unui dispozitiv de prehensiune bazat pe schema din fig.1.3 si avind aproximativ acelasi gabarit, pentru aceleasi diametre, este mult mai buna (0.2 mm fata de 24.3 mm). Dispozitivul a fost testat mai multe luni cu piese de 1.5 kg, avind diametre de 20, 30, 40, 50, 60, 70 si 80

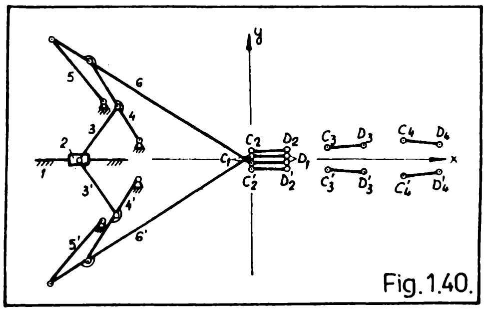


Fig. 1.40.

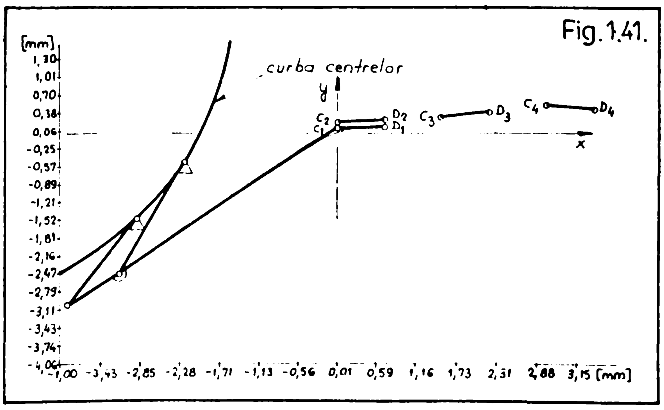


Fig. 1.41.

BUPT

mm, pe un robot ce le deplasa cu viteza de 1 m/sec.

Miscarea plana generala a unor degete cu bacuri plate intr-un dispozitiv de prehensiune, fara a implica centrarea, a fost relativ recent (iulie 1990) propusa in [K14]. Prin sinteza patrupozitionala, au rezultat dimensiunile dispozitivului de prehensiune cu schema din fig.1.40, al carui mecanism patrulater purtator, cele patru pozitii impuse bacului si o parte a curbei centrelor, se observa in fig.1.41. S-a utilizat teoria "clasica" a sintezei patrupozitionale (conform cap.2) beneficiind de "modernismul" calculului automatizat.

De asemenea, in [B8] se prezinta un dispozitiv de prehensiune, redat in fig.1.42, care prin deplasarea plana generala a unor bacuri-role, realizeaza o centrare aproximativa intr-un domeniu impus de diametre. Mecanismul patrulater purtator (elementele 4-9-11-2) a fost obtinut prin sinteza bipozitionala/tripozitionala. Metoda de sinteza este relativ "comuna" si se gaseste expusa sintetic in [V7]. Dupa cum se va vedea in cap.8, sinteza cincipozitionala nu se poate aplica, iar cea patrupozitionala (preocupare de baza in aceasta lucrare) are ca efect amplasarea articulatiilor cu elementul fix, in alta parte decit in acest caz si cresterea preciziei de centrare intr-un ecart mai larg de diametre.

1.5. Reducerea problemei centrarii la o problema de sinteza pozitionala

In [K4] sint aratate formule similare cu cele de la paragrafele 1.4.2, 1.4.3 si 1.4.4, atit pentru calcule exacte, cit si pentru calcule aproximative. In [K4] se apreciaza ca "universalitatea acestor dispozitive de prehensiune prezentate este redusa, dar raspindirea este mare datorita simplitatii". Tot aici se reda in plus o mare diversitate de mecanisme de prehensiune, implicit si mecanisme purtatoare, impreuna cu transmisiile (mecanismele de actionare) corespunzatoare, fara a realiza centrarea. Multe dintre acestea sint complicate constructiv (elemente numeroase, cuple superioare) sau implica gabarite transversale apreciabile si nu toate asigura centrarea pieselor cilindrice manipulate.

Problema gabaritului transversal este elegant rezolvata in

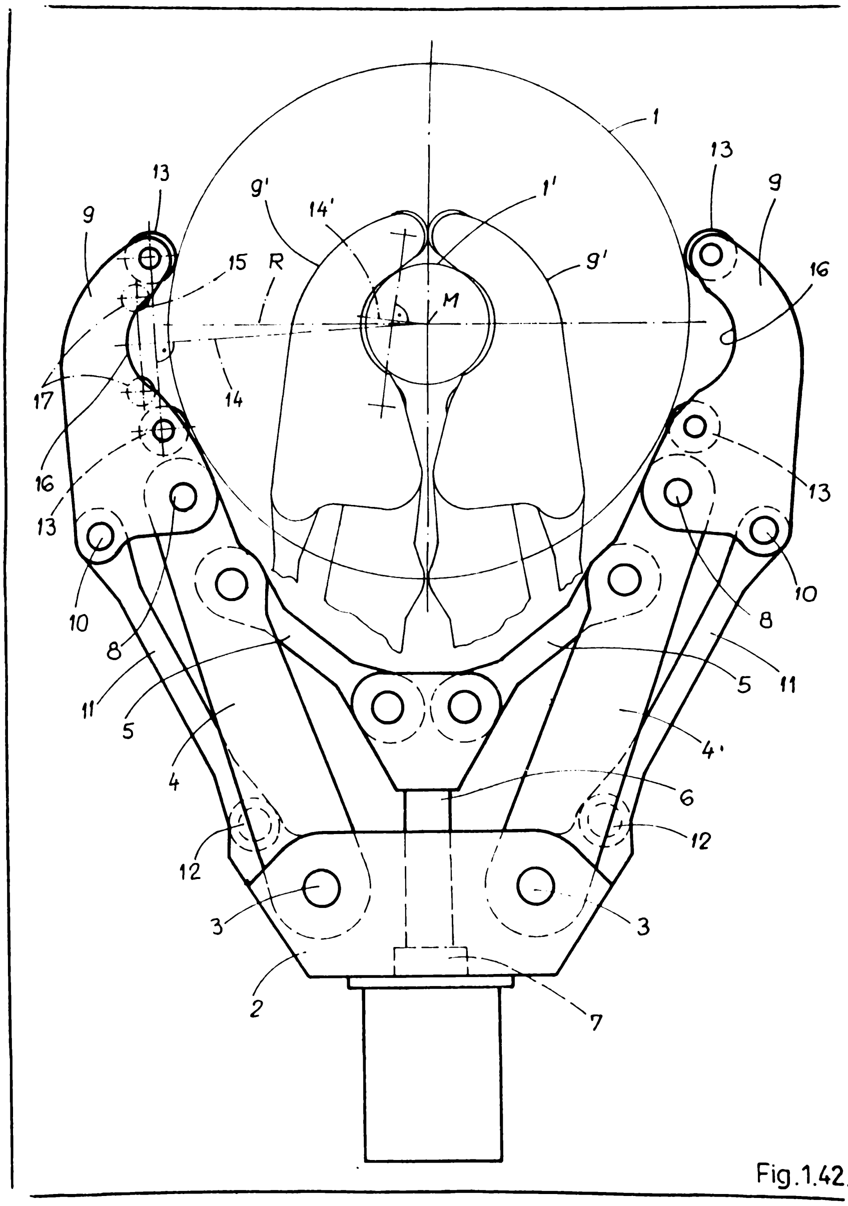


Fig. 1.42.

BUPT

[Q1] (vezi fig.1.37, fig.1.38 si fig.1.39) unde centrarea se realizeaza prin conducerea in miscare plana a bacurilor, prin succesiunea de pozitii prezentata in fig.1.36. Ramine totusi deficitara, prezenta cuplei/cuplelor superioare, a gabaritului longitudinal exagerat si a constructiei complicate.

Eliminarea cuplelor superioare este rezolvata in [B8] si [V7] (a se vedea fig.1.42), dar ramin deficitare problemele gabaritului longitudinal exagerat, a constructiei complicate (inca) si mai ales a preciziei centrarii (inca neoptimizata).

Documentarea pentru acest prim capitol a constat in consultarea a circa 80000 pagini de manuale, articole sau prospecte (existente in dotarea "Colectivului de robotica industriala", a "Catedrei de organe de masini si mecanisme", sau a bibliotecii "Institutului politehnic Traian Vuia" din Timisoara). Dintre acestea doar in cele codificate la bibliografie cu [A1], [B1], [B2], [B8], [C1], [C2], [C3], [D1], [D2], [D3], [D4], [D5], [D7], [E1], [E2], [G1], [H1], [H2], [I1], [I2], [K1], [K2], [K3], [K4], [K5], [K6], [K14], [K17], [K18], [L1], [M1], [M2], [P1], [P2], [Q1], [Q2], [R1], [S1], [U1], [V1], [V2], [V3], [V7], [W1], [*1], [*2], [*3], [*4], [*5], [*6], [*7], [*8], [*9], [*10], [*11], [*12], [*13], [*14], [*15], [*16], [*17], [*18], [*19], [*20], [*21] si [*22], s-au gasit referiri la dispozitivele de prehensiune "prezentind interes", in sensul amintit la subcap.1.2, pentru aceasta lucrare. Toate referirile la dispozitivele de prehensiune care pot asigura centrarea s-au inclus in acest capitol. Rezulta ca problema centrarii este insuficient tratata in literatura de specialitate si de aici se releva oportunitatea prezentei lucrari in abordarea acestui domeniu.

Luind in considerare cele expuse pina acum, autorul considera ca la sinteza mecanismelor dispozitivelor de prehensiune din punctele de vedere structural/constructiv/al preciziei de centrare, este bine:

- sa fie eliminate cuplele superioare (implica uzinare grea si uzuri rapide, alaturi de intretinerea dificila);
- in limitele posibilului, sa fie eliminate cuplele de translatie (din aceleasi motive ca mai sus), pastrarea lor fiind necesara doar in cadrul mecanismului de actionare (cupla piston-cilindru a motorului liniar pneumatic prezent in circa 90% din cazuri la actionarea

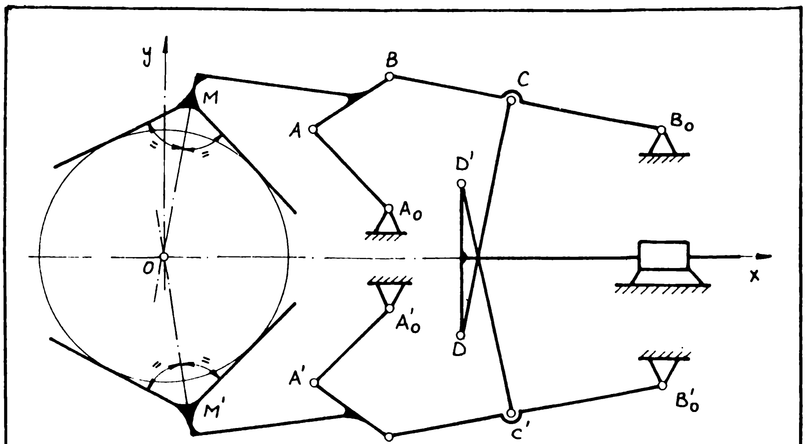


Fig. 1.43.

dispozitivelor de prehensiune).

- sa fie minimizate erorile de centrare pentru mecanismele purtatoare incluse in mecanismele de prehensiune luate in consideratie.

In concluzie, autorul propune ca pentru realizarea unei centrari (dupa axa) cit mai exacta a pieselor cilindrice de diferite diametre, sa se procedeze la alegerea/determinarea ca in fig.1.36, a unui numar de doua/trei/PATRU pozitii de precizie pentru bacul-prisma (se va arata mai tirziu, in subcap.8.3, de ce nu si "cinci" pozitii de precizie, "patru" fiind numarul de pozitii din preocuparile autorului, intrucit asigura precizia maxima cu schema propusa in continuare).

Pentru aceste pozitii impuse in cadrul unui ecart de diametre, centrarea se face fara eroare teoretica, urmind ca datorita mecanismului purtator sintetizat pe baza pozitiilor, erorile intermediare sa nu depaseasca valori tehnic admisibile (care nu trebuie considerate la "soft"-ul robotului industrial). Mecanismul purtator obtinut prin sinteza pozitionala trebuie sa fie un mecanism patrulater (care elimina neajunsurile mai sus semnalate ale cuplelor de translatie/superioare), iar mecanismul de actionare (transmisia) cel mai simplu posibil ar urma sa fie de tipul piston-manivela. Schema corespunzatoare a dispozitivului de prehensiune ar urma sa fie cea din fig.1.43 (se va arata mai tirziu, in cap.8, de ce punctul figurativ al cuplei "C" va fi situat pe elementul "BoB").

S-a ajuns,conform rationamentelor de mai sus, la necesitatea de a sintetiza mecanisme patrulatere ca mecanisme purtatoare de pozitionare (in sensul disciplinei "Mecanisme") pentru dispozitivele de prehensiune cu schema propusa in fig.1.43. Teoria sintezei acestui tip de mecanism (patrulater) este (dupa cum se va vedea in cap.2) destul de veche (ca inceputuri), dar inca actuala (conform cap.3), perfectibila (dupa cum se va vedea in cap.4/5/6/7) si chiar simplificabila (optimizabila) in sensul reducerii volumului/complexitatii calculelor si al cresterii preciziei (se va vedea in cap.8).

Preocuparile autorului, in sensul sintezei propuse mai sus, au inceput in 1983 cu [M14], [M13] si au continuat cronologic cu [P12], [G2], [C4], [B7], pina in prezent. Alte lucrari "adiacente" celor amintite, au fost apelate, conform uzantelor, in "apropierea" locului lor de "utilizare".

2. STADIUL ACTUAL AL SINTEZEI MECANISMELOR DE POZITIONARE CU "CERCURI SUPORT"

"Cercurile suport" sint realizate de manivelele/ /balansierele mecanismelor patrulatere. Aceste mecanisme (alaturi de mecanismele piston-manivela) ar fi cele mai simple mecanisme articulate imaginabile ca "mecanisme purtatoare", in constructia dispozitivelor de prehensiune. Se va arata mai tirziu ca mecanismele patrulater (in acceptiunea propunerilor de sinteza conform finalului cap.1 sint singurele care ofera o constructie "simetrica" dispozitivului de prehensiune (in care cupla de translatie a actionarii este unica) deosebindu-se in acest fel de acelea care utilizeaza ca mecanism purtator, mecanismul piston-manivela.

In acest fel, se releva motivatia abordarii unui capitol cu acest titlu.

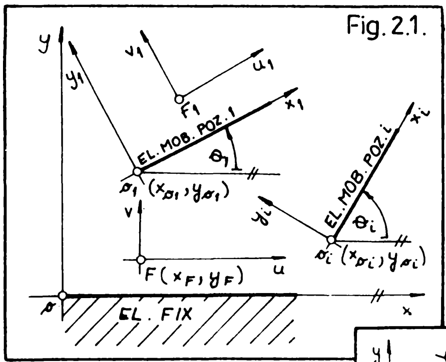
2.1. Conventia de notatii

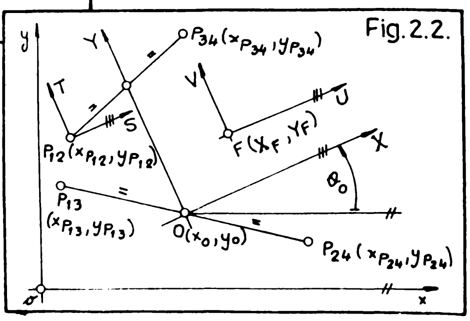
Desi principiul unei cercetari bibliografice este de a pastra figurile si notatiile autorilor, in prezenta lucrare se va face o conventie unitara pentru notatiile, ce urmeaza a fi utilizate in continuare si in capitolele originale.

In fig. 2.1 se disting notatiile referitoare la sistemul de axe "xoy" al ELementului FIX fata de care se repereaza sistemul de axe "x1o1y1" al ELementului MOBil "surprins" in POZitia "1" sau sistemul "xioiyi" al ELementului MOBil "surprins" in POZitia "i" (in general in aceasta lucrare "i=1/2/3/4"). S-au mai notat cu "F" sau "F1" focarele curbelor de sinteza (se va reveni asupra notiunii) in planul fix sau mobil si cu "uFv" sau "u1F1v1" sistemele de axe corespunzatoare, translate fata de "xoy" sau "x1o1y1".

In fig.2.2 se disting o parte din polii "Pij" ai rotatiilor finite (se va reveni asupra notiunii) corespunzatori la patru pozitii impuse planului mobil ("i=4").

In legatura cu formatia "patrulater de contrapoli" se defineste un sistem de axe "XOY" de tip "intrinsec" (cu originea la jumatatea unei "diagonale" si axa OY - axa "medie"/axa "Newton-Gauss" - trecind prin mijlocul celeilalte diagonale). In


y
y_1
v_1
u_1
F_1
x_1
EL. MOB. POZ. 1
θ_1
$\emptyset_1\ (x_{\emptyset 1}, y_{\emptyset 1})$
v
y_i
EL. MOB. POZ. i
x_i
θ_i
$\emptyset_i\ (x_{\emptyset i}, y_{\emptyset i})$
$F(x_F, y_F)$
u
$\emptyset$
EL. FIX
x
Fig. 2.1.


y
Y
$P_{34}(x_{P34}, y_{P34})$
T
S
V
U
$F(X_F, Y_F)$
X
$P_{12}(x_{P12}, y_{P12})$
P_{13}
(x_{P13}, y_{P13})
θ_0
$O(x_0, y_0)$
$P_{24}(x_{P24}, y_{P24})$
$\emptyset$
x
Fig. 2.2.

focarul din acest sistem intrinsec, se repereaza sistemul translatat "UFV".

In fig.2.3 se disting notatiile corespunzatoare unui mecanism patrulater functionind ca mecanism purtator intr-un dispozitiv de prehensiune care ar urma sa asigure succesiunea de pozitii ca in fig.1.38.

Mediatoarea unui segment a fost notata "m" cu indici formati din capetele segmentului (ex: "mA1A2") ca in fig.2.4.

In afara celor mai sus amintite, se vor indicia cu un al treilea indice (ex: "P231") polii rotatiilor finite corespunzatori "miscarii inverse" (observatorul solidar cu elementul mobil) a elementului fix in raport cu cel mobil. O notatie asemanatoare va fi folosita pentru polii "Q" (ex: "Q23" respectiv "Q231"). In general un singur indice "1" (sau al treilea indice "1") releva apartenenta punctului indiciat la pozitia data de indicele respectiv (ex:focarul "F" sau "F1", punctul principal "P" sau "P1", punctul Newton "N" sau "N1", punctul Gauss "G" sau "G1", punctele nodale "N´"/"N´´" sau "N1´"/"N1´´").

Cu prescurtarile "AXA N-G", "ASI.", "TG.!!", "TG. ⊥ " si "INFL." s-au notat dreptele importante cu denumirile complete "axa medie/Newton-Gauss", "asimptota", "tangente paralele cu asimptota", "tangente perpendiculare pe asimptota" respectiv "suportul punctelor de inflexiune". Cu un singur indice s-au specificat si puncte importante ("I1/I2/I3"-de inflexiune, "T1/T2/T3/T4"-de tangenta cu "TG.!!", "T5/T6"-de tangenta cu "TG. ⊥", "T7/T8"-de intersectie cu "TG. ⊥").

S-au mai folosit notatiile "Xo,Yo,Zo" pentru "coordonatele omogene". Cu "A, B, C, D, E, F, G, H, I, W" au fost notati coeficientii in diferite ecuatii, semnificatiile lor recunoscindu-se dupa tipul ecuatiei si al variabilelor (sistemului de axe) in fata carora apar.

2.2. Sinteza bipozitionala

Pentru cazul cind se impun doua pozitii bacului-prisma, conform [A2], [D7], [H3], [H4], [K7], [K9], [K11], [K12], [M3], [M4], [P3], [P5] si [S2], si pentru a diminua erorile de centrare prezentate in cap.1, autorul considera ca solutionarea

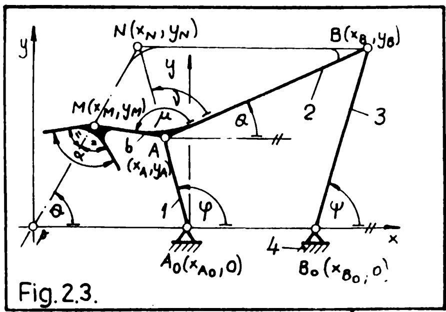


Fig. 2.3.

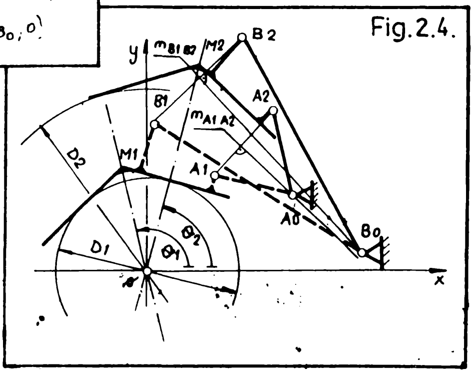


Fig. 2.4.

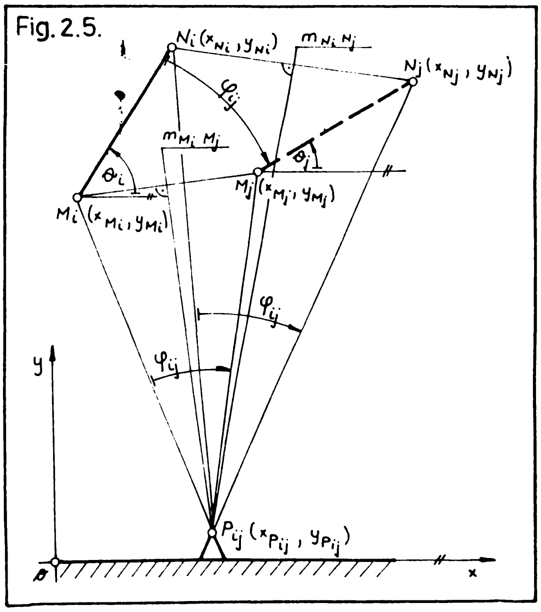


Fig. 2.5.

problemei nu este posibila printr-o conexiune "KA(-2)" ci numai prin doua conexiuni "KB(-1)" , cele notate "AoA" si "BoB" in fig.1.42. In acest caz se vor alege convenabil articulatiile "A" si "B" in cele doua pozitii impuse ("A1" si "A2", "B1" si "B2"). Articulatiile cu elementul fix "Ao" si "Bo" se vor alege convenabil pe mediatoarele corespunzatoare "mA1A2" respectiv "mB1B2" (vezi fig.2.4). Abordarea analitica a acestei probleme incepe cu determinarea coordonatelor punctului "M1" si "M2" (din diametrele impuse "D1" si "D2" pe care "calca" prismele si din impunerea unghiurilor "Θ1" si "Θ2"). Dupa alegerea coordonatelor punctelor "A1" si "B1", acestea servesc la determinarea coordonatelor punctelor "A2" si "B2". Se pot scrie usor ecuatiile mediatoarelor "mA1A2" si "mB1B2", alegerea/ /determinarea coordonatelor punctelor "Ao" si "Bo" fiind apoi imediata.

2.2.1. Pol al rotatiei finite in planul fix

Rezolvarea problemei sintezei bipozitionale printr-o conexiune "KA(-2)" ar fi presupus alegerea punctului figurativ a cuplei de rotatie a bacului fata de elementul fix, in chiar polul rotatiilor finite determinat de pozitiile impuse.

Avind nevoie mai tirziu de relatiile pentru determinarea coordonatelor polilor rotatiilor finite, s-au notat in fig.2.5 pozitiile "i" si "j" ale elementului mobil (determinate fiecare prin tripletul de date "xMi", "yMi", "Θi" respectiv "xMj", "yMj", "Θj").

Polul rotatiilor finite va avea, conform [K7]/[P4], coordonatele "xPij" si "yPij" date de

$$x_{P_{ij}} = \frac{(x_{Mj} + x_{Mi}) \cdot (1 - \cos\varphi_{ij}) - (y_{Mj} - y_{Mi}) \cdot \sin\varphi_{ij}}{2 \cdot (1 - \cos\varphi_{ij})} \qquad (2.1)$$

$$y_{P_{ij}} = \frac{(x_{Mj} - x_{Mi}) \cdot \sin\varphi_{ij} + (y_{Mj} + y_{Mi}) \cdot (1 - \cos\varphi_{ij})}{2 \cdot (1 - \cos\varphi_{ij})} \qquad (2.2)$$

unde "φij" este unghiul rotatiei finite dat de

$$\varphi_{ij} = \theta_j - \theta_i \qquad (2.3)$$

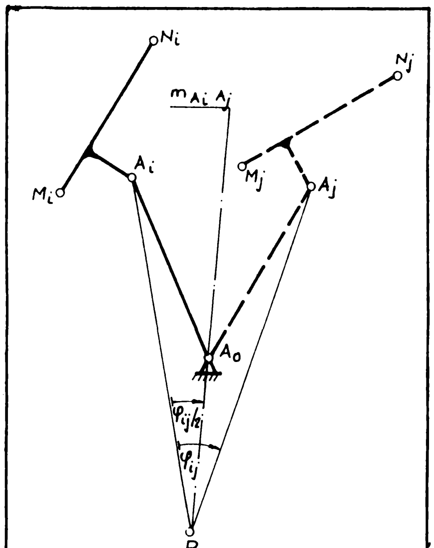

N_i
N_j
$m_{A_iA_j}$
M_i
A_i
M_j
A_j
A_0
$\varphi_{ij}/2$
φ_{ij}
P_{ij}

Fig. 2.6.

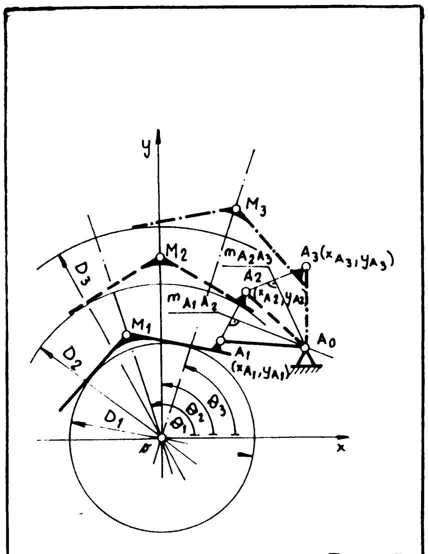

y
M_3
M_2
$A_3(x_{A_3}, y_{A_3})$
$m_{A_2A_3}$
A_2
(x_{A_2}, y_{A_2})
$m_{A_1A_2}$
M_1
A_1
(x_{A_1}, y_{A_1})
A_0
D_3
D_2
D_1
θ_1
θ_2
θ_3
x

Fig. 2.7.

2.2.2. O proprietate a polului rotatiei finite fata de conexiunea "KB(-1)"

In legatura cu doua pozitii oarecare "i" si "j" ale elementului mobil (vezi fig.2.6), odata determinat polul rotatiei finite se poate proceda la alegerea punctului figurativ al cuplei de rotatie mobile "Ai" si corespunzator "Aj". Evident mediatoarea "mAiAj" va trece prin polul rotatiilor finite "Pij". Punctul figurativ al articulatiei fixe "Ao" poate fi ales doar pe "mAiAj". Se mentioneaza in legatura cu cele de mai sus (conform [K9] si [K13]) urmatoarea proprietate:

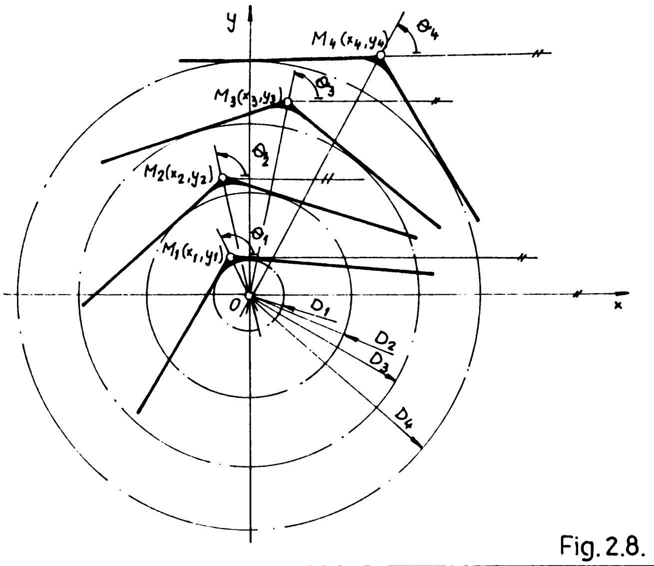
"Dintr-un pol al rotatiei finite "Pij", conexiunea "KB(-1)" (elementul dintre "Ao" si "Ai/Aj") introdusa pentru a permite trecerea elementului mobil din pozitia "i" in pozitia "j", se vede sub un unghi egal cu semiunghiul rotatiilor finite (φij/2)"

2.3. Sinteza tripozitionala

Pentru cazul cind se impun trei pozitii bacului-prisma, in aceleasi conditii ca mai sus, dupa alegerea convenabila a articulatiei "A" in cele trei pozitii impuse ("A1/A2/A3"), articulatia "Ao" se va obtine ca in fig.2.7 la intersectia mediatoarelor "mA2A3" si "mA1A2" (conform [A2], [D7], [H3], [H4], [K7], [K9], [K11], [K12], [M3], [M4], [P3], [P5], [S2] si [V7]). In acest fel s-a determinat o conexiune "KB(-1)" (elementul dintre "Ao" si "A1/A2/A3") cu care bacul/prisma (biela) trebuie "legat" la elementul fix. In mod similar se poate proceda cu a doua conexiune "KB(-1)" necesara (elementul nefigurat dintre "Bo" si "B1/B2/B3").

Intrucit se va utiliza ulterior, este necesar sa se specifice in acest subcapitol, conform [P3], [K7] si [K9], relatiile analitice de determinare a coordonatelor centrului "Ao(xAo,yAo)" al cercului determinat de trei puncte "A1(xA1,yA1)", "A2(xA2,yA2)" si "A3(xA3,yA3)". Acestea sint

$$x_{A0} = \frac{\begin{vmatrix} (x_{A2}^2 + y_{A2}^2) - (x_{A1}^2 + y_{A1}^2) & y_{A2} - y_{A1} \\ (x_{A3}^2 + y_{A3}^2) - (x_{A1}^2 + y_{A1}^2) & y_{A3} - y_{A1} \end{vmatrix}}{2 \cdot \begin{vmatrix} x_{A2} - x_{A1} & y_{A2} - y_{A1} \\ x_{A3} - x_{A1} & y_{A3} - y_{A1} \end{vmatrix}} \tag{2.4}$$


y
x
O
$M_1(x_1,y_1)$
$M_2(x_2,y_2)$
$M_3(x_3,y_3)$
$M_4(x_4,y_4)$
θ_1
θ_2
θ_3
θ_4
D_1
D_2
D_3
D_4
Fig. 2.8.

BUPT

$$y_{A0} = \frac{\begin{vmatrix} (x_{A2}^2 + y_{A2}^2) - (x_{A1}^2 + y_{A1}^2) & x_{A2} - x_{A1} \\ (x_{A3}^2 + y_{A3}^2) - (x_{A1}^2 + y_{A1}^2) & x_{A3} - x_{A1} \end{vmatrix}}{-2 \cdot \begin{vmatrix} x_{A2} - x_{A1} & y_{A2} - y_{A1} \\ x_{A3} - x_{A1} & y_{A3} - y_{A1} \end{vmatrix}} \tag{2.5}$$

La sinteza bipozitionala si tripozitionala amintite mai sus, s-a inceput prin alegerea articulatiilor mobile ale conexiunilor "KB(-1)", procedindu-se apoi la determinarea articulatiilor fixe ale acestei conexiuni prin care elementul mobil se "leaga" la elementul fix. Prin considerarea miscarii "inverse" (elementele fix si mobil isi schimba rolul, dar isi pastreaza pozitiile relative), procedindu-se similar , dupa alegerea articulatiilor "fixe" se vor determina cele mobile.

In cazul sintezei tripozitionale, conform [K11], [M3] si [M4], se pune problema determinarii articulatiei fixe si a determinarii articulatiei mobile ale conexiunii KB(-1) cu ajutorul triunghiului polilor si a unor proprietati remarcabile ale acestuia.

Metoda este mai dificila de abordat analitic, de aceea nefiind utilizata in continuare, nu s-a expus.

2.4. Sinteza patrupozitionala

Problemele sintezei patrupozitionale sint mult mai complexe decit cele anterioare. In subcapitolele urmatoare, ele sint "recapitulate" pornind de la notiuni "initiale" strict necesare "intelegerii" rationamentului "prezent" cit si pentru a crea "bazele" pe care s-au dezvoltat capitolele "originale" ale lucrarii.

2.4.1. Poli ai rotatiilor finite in planul fix si in planul mobil. Patrulatere complete de contrapoli. Punctul lui Miquel.

Pentru cazul cind se impun patru pozitii bacului-prisma (biela), ca in fig.2.8, pentru doua cite doua din acestea (notate cu "i" si "j" in fig.2.5), se pot determina cei sase

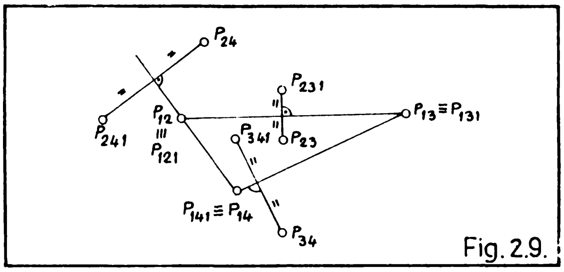

P_{24}
P_{241}
P_{12}
$\equiv$
P_{121}
P_{231}
P_{23}
$P_{13} \equiv P_{131}$
P_{341}
$P_{141} \equiv P_{14}$
P_{34}

Fig. 2.9.

poli ai rotatiilor finite prin coordonatele lor date de relatiile (2.1) si (2.2). Acesti poli apartin planului fix "xoy" si sint in numar de sase ("P12, P13, P14, P23, P24, P34"). In miscarea "inversa" rezulta tot sase poli ai rotatiilor finite. Daca pozitia in care se "fixeaza" elementul mobil este "1" atunci polii rotatiilor finite din planul "1" se noteaza cu "P121, P131, P141, P231, P241, P341".

Conform [K11], [M3], [M4] si [P3], coincid urmatoarele perechi de puncte

P12 ≡ P121 ; P13 ≡ P131 ; P14 ≡ P141

iar celelalte puncte pot fi determinate, dupa fig.2.9, prin simetrii fata de laturile corespunzatoare ale triunghiului polilor comuni.

Se va lucra in continuare cu polii rotatiilor finite din planul fix, concluziile obtinute fiind valabile pentru miscarea inversa raportata la elementul mobil in pozitia "1" daca s-ar considera polii rotatiilor finite din planul "1", amintiti mai sus.

Dintr-un set de sase poli ai rotatiilor finite se pot selecta (conform [K11], [M3], [M4] si [P3]) trei perechi de "poli opusi" sau "contrapoli" (fara indici comuni):

P12 - P34 ; P13 - P24 ; P14 - P23

Cu cite doua diagonale la capetele carora sint contrapoli, se pot forma trei "patrulatere de contrapoli":

P12 - P24	P12 - P14	P13 - P14
: :	: :	: :
P13 - P34	P23 - P34	P23 - P24

Conform [K11], [M3], [M4], [P3], si [B3], se numeste "patrulater complet de contrapoli" unul dintre patrulaterele de mai sus completat cu "polii Q", obtinuti la intersectia prelungirilor laturilor opuse dintr-un patrulater de contrapoli.

Cele trei patrulatere complete de contrapoli (se poate constata jocul indicilor la notarea polilor "Q") sint:

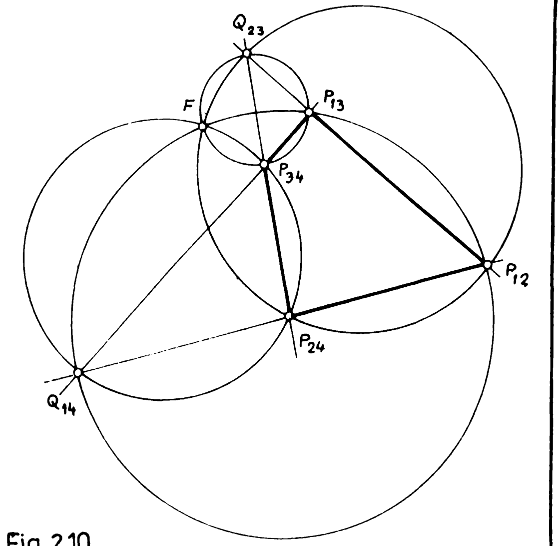


Fig. 2.10.

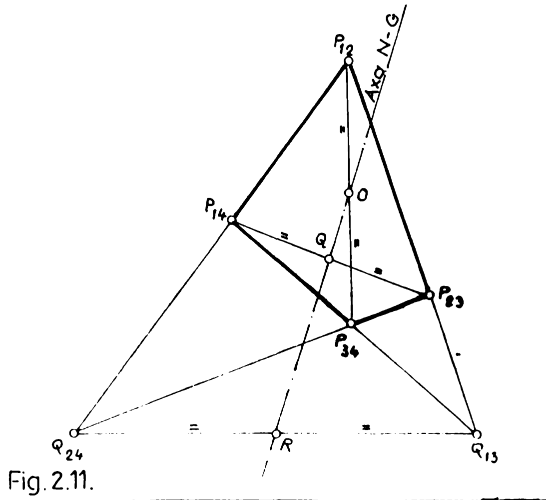


Fig. 2.11.

BUPT

```
P12-P24 \           P12-P14 \           P13-P14 \
 :   :   Q14         :   :   Q24         :   :   Q34
P13-P34 /           P23-P34 /           P23-P24 /
 \   /               \   /               \   /
  Q23                 Q13                 Q12
```

In fig.2.10 se arata primul dintre patrulaterele complete de contrapoli amintite. Construind conform [K11], [M3], [M4], [P3], si [B3], cele patru cercuri circumscrise triunghiurilor de forma "QijPilPik" (un indice comun) se constata ca ele se intersecteaza toate intr-un punct comun-focarul "F" (conform unei teoreme a matematicianului Miquel), de unde si denumirea acestui punct (punctul Miquel).

Conform [K11], [M3], [M4], [P3], si [B3], se numesc diagonale intr-un patrulater complet de contrapoli, segmentele ce unesc polii opusi respectiv polii "Q" corespunzatori (rezulta astfel trei diagonale pentru un patrulater complet).

In fig.2.11 se arata (conform teoremei Newton-Gauss din [B3]), ca mijloacele diagonalelor dintr-un patrulater complet de contrapoli sint coliniare.

Dreapta ce trece prin cele trei puncte coliniare "O", "Q" si "R" se numeste "axa Newton-Gauss" sau "axa medie" a patrulaterului respectiv de contrapoli.

Remarcabil este faptul ca utilizarea oricaruia dintre cele trei patrulatere complete de contrapoli amintite mai sus si aferente unei succesiuni de patru pozitii impuse planului mobil, conduce la un acelasi focar-punct Miquel si o aceeasi axa medie.

2.4.2. Teorema izovizibilitatii

In cadrul sintezei bipozitionale pentru a determina o conexiune "KB(-1)" exista o tripla infinitate de posibilitati (o dubla infinitate la alegerea articulatiei mobile in planul mobil si o simpla infinitate la alegerea articulatiei fixe pe mediatoare). In cadrul sintezei tripozitionale pentru a determina o conexiune "KB(-1)" exista o dubla infinitate de posibilitati (o dubla infinitate la alegerea articulatiei mobile in planul mobil, articulatia fixa fiind determinata la intersectia celor doua mediatoare-a se vedea fig.2.7).

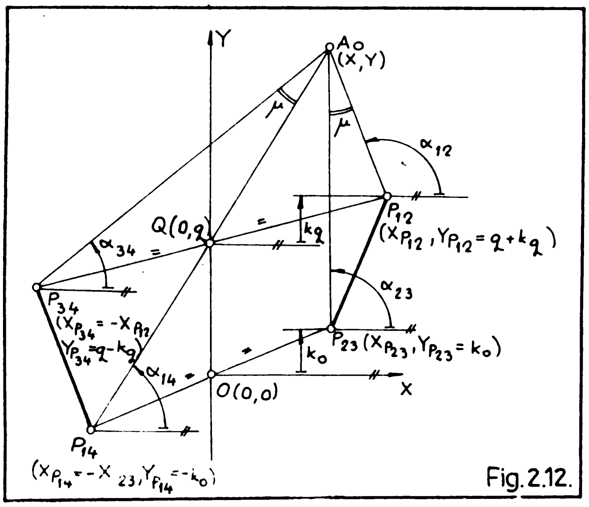

Y
Ao
(X, Y)
μ
μ
α12
P12
(XP12 , YP12 = q + kq)
Q(0,q)
kq
α34
P34
(XP34 = -XP12
YP34 = q - kq)
α23
P23 (XP23 , YP23 = k0)
k0
α14
O(0,0)
X
P14
(XP14 = -X 23 , YP14 = -k0)

Fig. 2.12.

In cadrul sintezei patrupozitionale (mergind in sensul restringerii numarului de solutii) exista o singura infinitate de solutii (articulatiile mobile/fixe vor apartine unor curbe-loc geometric, una in planul mobil, alta in planul fix, doua cite doua puncte de pe aceste curbe fiind conjugate--"capetele" aceleasi conexiuni "KB(-1)".

Aceste curbe-loc geometric au fost amintite pentru prima data in [B4] si de atunci poarta numele de "curbe de sinteza ale lui Burmester" ("curba centrelor" - in planul fix, locul geometric al articulatiilor fixe si "curba punctelor cercuale" - in planul mobil, locul geometric al articulatiilor mobile delimitatoare ale conexiunii "KB(-1)" amintite).

In [A3], [D8], [D9], [D10], [D11], [D12], [H3], [H4], [K11], [M3], [M4] si [P3], etc., se trateaza problema acestor curbe, relevindu-se in legatura cu acestea "teorema izovizibilitatii":

"Din centrele/punctele de pe curba centrelor/punctelor, laturile opuse dintr-un patrulater de contrapoli ai planului fix/mobil se vad sub unghiuri egale"

2.4.3. Ecuatia Lichtenheldt a curbelor Burmester

Abordarea analitica a problemei sintezei patrupozitionale pe baza curbelor Burmester este facuta pentru prima data in [L2] si reluata in [A3], [D8], [D9], [D10], [D11], [D12], [H3], [H4], [K7], [K8], [K10], [K11], [K12], [K13], [M3], [M4], [P3], [P4].

Se adopta un "sistem de axe intrinsec" legat de un patrulater de contrapoli ca in fig.2.12, unde axa "OY" este chiar axa Newton-Gauss.

Presupunind ca "Ao(X,Y)" este un centru al curbei centrelor, bazat pe teorema izovizibilitatii ("∢P34AoP14=∢P23AoP12" sau egalitatea tangentelor acestor unghiuri) se pot exprima tangentele unghiurilor cu ajutorul coordonatelor polilor rotatiilor finite din fig.2.12 prin relatia

$$\frac{\dfrac{Y-Y_{P12}}{X-X_{P12}}-\dfrac{Y-Y_{P23}}{X-X_{P23}}}{1+\dfrac{Y-Y_{P12}}{X-X_{P12}}\cdot\dfrac{Y-Y_{P23}}{X-X_{P23}}}=\frac{\dfrac{Y-Y_{P14}}{X-X_{P14}}-\dfrac{Y-Y_{P34}}{X-X_{P34}}}{1+\dfrac{Y-Y_{P14}}{X-X_{P14}}\cdot\dfrac{Y-Y_{P34}}{X-X_{P34}}} \qquad (2.6)$$

Dezvoltind (2.6) si tinind cont de inlocuirile unora din coordonatele specificate pe fig.2.12, se obtine ecuatia curbei centrelor in "sistemul intrinsec" sub forma

$$X \cdot (X^2 + Y^2) - A \cdot (X^2 - Y^2) - B \cdot X \cdot Y - C \cdot X - D \cdot Y + E = 0 \quad (2.7)$$

unde

$$A = (X_{P23} \cdot k_0 - X_{P12} \cdot k_q)/q \quad (2.8)$$

$$B = (X_{P12}^2 - X_{P23}^2 + k_0^2 - k_q^2 + q^2)/q \quad (2.9)$$

$$C = X_{P23}^2 - k_0^2 \quad (2.10)$$

$$D = 2 \cdot k_0 \cdot X_{P23} \quad (2.11)$$

$$E = [(X_{P12} \cdot k_0 - X_{P23} \cdot k_q) \cdot (X_{P12} \cdot X_{P23} + k_0 \cdot k_q) + q^2 \cdot k_0 \cdot X_{P23}]/q \quad (2.12)$$

Ecuatia (2.7) va fi denumita dupa cel care a pus-o in evidenta, "ecuatia Lichtenheldt".

2.4.3.1. Axa Newton-Gauss. Focarul. Asimptota. Identitati intre coeficienti.

Axa "Newton-Gauss" ("axa medie"/"axa OY"), se construieste conform fig.2.11 si subcap.2.4.1. Ecuatia acestei axe este

$$X = 0 \quad (2.13)$$

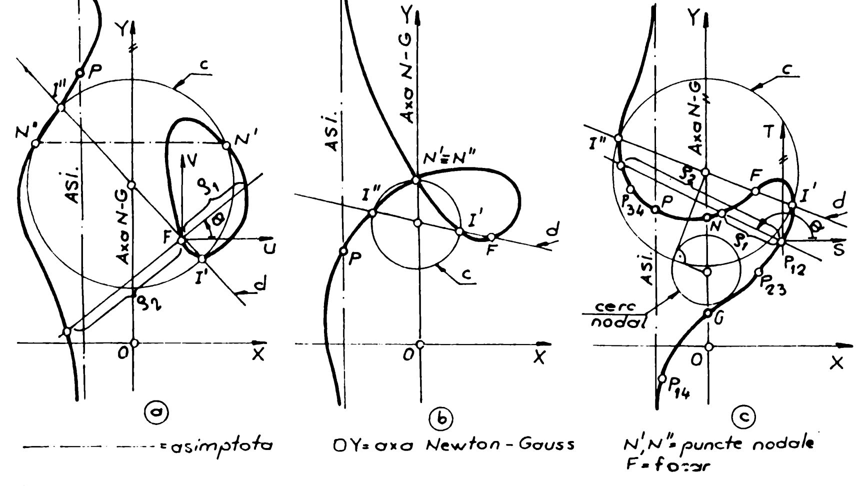
In acelasi "sistem intrinsec" coordonatele focarului sint

$$X_F = A \quad (2.14)$$

$$Y_F = B/2 \quad (2.15)$$

Curba data de (2.7), are o asimptota de ecuatie

$$X = -A \quad (2.16)$$



Y
c
P
I''
N''
N'
V
ρ1
Asi.
Axa N-G
F
θ
U
I'
d
ρ2
O
X
a
asimptota
Asi.
Axa N-G
N'≡N''
I''
I'
P
F
d
c
b
OY= axa Newton - Gauss
T
I''
P34
P
F
N
ρ2
ρ1
I'
d
θ
S
P12
P23
G
cerc nodal
P14
c
N', N''= puncte nodale
F = focar

Fig. 2.13.

Se releva o identitate intre coeficientii dati de (2.8)...(2.12), sub forma

$$2 \cdot A \cdot C = 2 \cdot E - B \cdot D \tag{2.17}$$

Din cele de mai sus rezulta:

"Curba centrelor/punctelor este o cubica focala (focarul situat pe curba) care are o asimptota paralela cu axa Newton-Gauss situata de partea opusa focarului fata de aceasta axa, la o aceeasi distanta".

Prezenta grupului "X^2+Y^2" semnifica faptul ca aceasta curba este o "ciclica" (trece prin punctele de la infinit ale planului care au "coordonatele omogene (1,i,0) si (1,-i,0)").

2.4.3.2. Tipurile curbelor Burmester

Tipurile curbelor de sinteza pot fi diferentiate functie de semnul expresiei:

$$EXP = \frac{E}{A} - \left(\frac{D}{2 \cdot A}\right)^2 \tag{2.18}$$

Daca "EXP>0" curba centrelor/punctelor are doua ramuri si arata calitativ ca in fig.2.13.a.

Daca "EXP=0" curba centrelor/punctelor are un punct dublu si arata calitativ ca in fig.2.13.b.

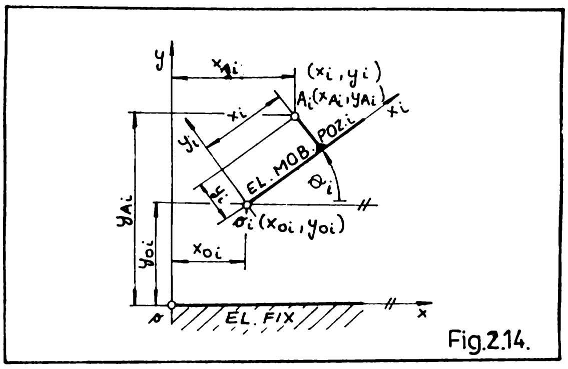
Daca "EXP<0" curba centrelor/punctelor are o singura ramura si arata calitativ ca in fig.2.13.c.

Este putin probabil ca din patru pozitii oarecare prescrise sa fie satisfacuta relatia "EXP=0", deci curba cu o singura ramura si cu punct dublu ar fi forma cea mai rar intilnita.

Pentru anumite configuratii ale patrulaterelor complete de contrapoli, curbele de sinteza Burmester iau forme particulare, pe larg prezentate in bibliografia amintita la subcap.2.4.3.

Din gradul curbei (trei), din gradul unei drepte oarecare (unu) si conform teoremei lui Bezout, rezulta ca in general o dreapta are in comun cu curba centrelor/punctelor, trei puncte (care pot fi toate reale sau numai unul real).

Interesant este ca asimptota are in comun cu curba


y
x
x_{Ai}
(x_i, y_i)
$A_i(x_{Ai}, y_{Ai})$
x_i
y_i
POZ.i
EL.MOB.
φ_i
$O_i(x_{Oi}, y_{Oi})$
y_{Ai}
y_{Oi}
x_{Oi}
EL. FIX
Fig.2.14.

centrelor/punctelor un punct real la distanta finita si doua puncte reale la distanta infinita, rezultind astfel ca aceste curbe de sinteza sint tangente la distanta infinita cu asimptota, de o parte si de cealalta a ei.

Exista metode grafice de trasare a curbelor de sinteza cum ar fi "metoda intersectiei a doua fascicole de cercuri (Alt)" bazata pe teorema izovizibilitatii si "metoda intersectiei unui fascicol de cercuri cu un fascicol de drepte ce trec prin focar", (cele trei forme din fig.2.13,a,b,c corespunzind respectiv constructiilor "cu puncte nodale distincte", "cu puncte nodale confundate/cu cerc nodal de raza nula" sau "cu cerc nodal").

Polii rotatiilor finite "Pij" apartin curbei de sinteza (se poate demonstra cu ajutorul metodei Alt) iar polii "Qij" apartin si ei curbei de sinteza (bazat teorema izovizibilitatii).

2.4.4. Ecuatia Perju a curbelor Burmester. Asimptota.

Daca se impun patru pozitii planului mobil (conform fig.2.14 cu "i=1,2,3,4"), ecuatia curbei punctelor a lui Burmester a fost regasita sub alta forma decit (2.7) pentru prima data in [P6] si apoi reluata in [K7], [K9] si [P3].

Intre coordonatele din cele doua sisteme ("xoy" si "xioiyi") pentru punctul "A" exista relatiile de transformare punctuala (conform [*23])

$$x_{Ai} = x_{oi} + x_i \cdot \cos\theta_i - y_i \cdot \sin\theta_i \tag{2.19}$$

$$y_{Ai} = y_{oi} + x_i \cdot \sin\theta_i + y_i \cdot \cos\theta_i \tag{2.20}$$

in care "xoi", "yoi" si "Θi" sint parametrii de pozitionare ai elementului mobil in raport cu cel fix.

Se cauta punctele din planul mobil care in cele "i=4" pozitii ale acestuia, sa se gaseasca pe un acelasi cerc, fiind astfel capabile sa devina articulatii mobile ale conexiunilor "KB(-1)" amintite in subcapitolele anterioare.

Pornind de la ecuatia sub forma de determinant [*23] a cercului ce trece prin trei puncte (cele indiciate cu "2,3,4"), conditia matematica care impune ca si al patrulea punct (indiciat cu "1") sa se situeze pe un acelasi cerc, este

$$\begin{vmatrix} x_{A1}^2 + y_{A1}^2 & x_{A1} & y_{A1} & 1 \\ x_{A2}^2 + y_{A2}^2 & x_{A2} & y_{A2} & 1 \\ x_{A3}^2 + y_{A3}^2 & x_{A3} & y_{A3} & 1 \\ x_{A4}^2 + y_{A4}^2 & x_{A4} & y_{A4} & 1 \end{vmatrix} = 0 \tag{2.21}$$

Scazind prima linie a determinantului (2.21) din celelalte linii, dezvoltind apoi determinantul de rang "3" asfel obtinut si tinind cont de (2.19) si (2.20), rezulta ecuatia punctelor cercuale tot sub forma unei cubice ciclice (in planul "x1o1y1")

$$(x_1^2 + y_1^2) \cdot (A \cdot x_1 + B \cdot y_1 + W) + C \cdot x_1^2 + D \cdot y_1^2 + E \cdot x_1 \cdot y_1 + F \cdot x_1 + G \cdot y_1 + H = 0 \tag{2.22}$$

unde

$$A = \begin{vmatrix} p_2 & s_2 & t_2 \\ p_3 & s_3 & t_3 \\ p_4 & s_4 & t_4 \end{vmatrix} \tag{2.23}$$

$$B = \begin{vmatrix} q_2 & s_2 & t_2 \\ q_3 & s_3 & t_3 \\ q_4 & s_4 & t_4 \end{vmatrix} \tag{2.24}$$

$$W = \begin{vmatrix} r_2 & s_2 & t_2 \\ r_3 & s_3 & t_3 \\ r_4 & s_4 & t_4 \end{vmatrix} \tag{2.25}$$

$$C = \begin{vmatrix} p_2 & s_2 & v_2 \\ p_3 & s_3 & v_3 \\ p_4 & s_4 & v_4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} p_2 & t_2 & u_2 \\ p_3 & t_3 & u_3 \\ p_4 & t_4 & u_4 \end{vmatrix} \tag{2.26}$$

$$D = -\begin{vmatrix} q_2 & s_2 & u_2 \\ q_3 & s_3 & u_3 \\ q_4 & s_4 & u_4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} q_2 & t_2 & v_2 \\ q_3 & t_3 & v_3 \\ q_4 & t_4 & v_4 \end{vmatrix} \tag{2.27}$$

$$E = -\begin{vmatrix} p_2 & s_2 & u_2 \\ p_3 & s_3 & u_3 \\ p_4 & s_4 & u_4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} p_2 & t_2 & v_2 \\ p_3 & t_3 & v_3 \\ p_4 & t_4 & v_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} q_2 & s_2 & v_2 \\ q_3 & s_3 & v_3 \\ q_4 & s_4 & v_4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} q_2 & t_2 & u_2 \\ q_3 & t_3 & u_3 \\ q_4 & t_4 & u_4 \end{vmatrix} \tag{2.28}$$

$$F = \begin{vmatrix} p_2 & u_2 & v_2 \\ p_3 & u_3 & v_3 \\ p_4 & u_4 & v_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} r_2 & s_2 & v_2 \\ r_3 & s_3 & v_3 \\ r_4 & s_4 & v_4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} r_2 & t_2 & u_2 \\ r_3 & t_3 & u_3 \\ r_4 & t_4 & u_4 \end{vmatrix} \tag{2.29}$$

$$G = \begin{vmatrix} q_2 & u_2 & v_2 \\ q_3 & u_3 & v_3 \\ q_4 & u_4 & v_4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} r_2 & s_2 & u_2 \\ r_3 & s_3 & u_3 \\ r_4 & s_4 & u_4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} r_2 & t_2 & v_2 \\ r_3 & t_3 & v_3 \\ r_4 & t_4 & v_4 \end{vmatrix} \tag{2.30}$$

$$H = \begin{vmatrix} r_2 & u_2 & v_2 \\ r_3 & u_3 & v_3 \\ r_4 & u_4 & v_4 \end{vmatrix} \tag{2.31}$$

in care pentru "j=2,3,4" s-a notat

$$p_j = 2 \cdot (x_{oj} \cdot \cos\theta_j - x_{o1} \cdot \cos\theta_1 + y_{oj} \cdot \sin\theta_j - y_{o1} \cdot \sin\theta_1) \tag{2.32}$$

$$q_j = 2 \cdot (-x_{oj} \cdot \sin\theta_j + x_{o1} \cdot \sin\theta_1 + y_{oj} \cdot \cos\theta_j - y_{o1} \cdot \cos\theta_1) \tag{2.33}$$

$$r_j = x_{oj}^2 - x_{o1}^2 + y_{oj}^2 - y_{o1}^2 \tag{2.34}$$

$$s_j = \cos\theta_j - \cos\theta_1 \tag{2.35}$$

$$t_j = \sin\theta_j - \sin\theta_1 \tag{2.36}$$

$$u_j = x_{oj} - x_{o1} \tag{2.37}$$

$$v_j = y_{oj} - y_{o1} \tag{2.38}$$

Considerind "miscarea inversa" (a elementului fix in raport cu cel mobil in pozitia "1", cu pastrarea pozitiilor relative) se poate stabili in mod asemanator ecuatia curbei centrelor sub forma

$$(x^2 + y^2) \cdot (A \cdot x + B \cdot y + W) + C \cdot x^2 + D \cdot y^2 + E \cdot x \cdot y + F \cdot x + G \cdot y + H = 0 \tag{2.39}$$

in care coeficientii se determina adecvind relatiile de mai sus.

Curbele date de (2.22)/(2.39) admit, dupa cum era de asteptat (prin faptul ca in fond sint similare cu cele date de (2.7)), cite o asimptota de ecuatie

$$A \cdot (A^2 + B^2) \cdot x + B \cdot (A^2 + B^2) \cdot y + W \cdot (A^2 + B^2) + B^2 \cdot C + A^2 \cdot D - A \cdot B \cdot E = 0 \tag{2.40}$$

Daca se alege articulatia mobila "A1" a conexiunii "KB(-1)" pe curba data de (2.22), articulatia fixa poate fi determinata cu oricare trei din punctele "A1", "A2", "A3" sau "A4" prin relatiile (2.4), (2.5).

Curba centrelor din "miscarea directa" (a elementului mobil in raport cu cel fix) devine curba a punctelor in "miscarea inversa" (a elementului fix in raport cu cel mobil).

In relatiile (2.7)/(2.22)/(2.39)/(2.40) s-a evidentiat faptul ca ecuatiile curbelor de sinteza sint "cubice", "ciclice" si curbele "admit o asimptota".

Evident pentru a realiza un mecanism patrulater care sa asigure bielei o succesiune impusa, este necesar sa se determine doua conexiuni "KB(-1)" in modul descris mai sus.

Ecuatia (2.22)/(2.39) va fi denumita dupa cel care a pus-o in evidenta, "ecuatia Perju".

2.4.5. Metode analitice de determinare a punctelor/centrelor pe curbele de sinteza dimensionala

Pentru alegerea centrelor/punctelor este necesara cunoasterea a cit mai multor puncte de pe curbele de sinteza. Lucrarea de fata prezinta metodele analitice, considerind ca precizia acestora este hotaritoare fata de cele grafice (desi acestea prezinta o mare "doza de spectaculozitate").

O apreciere asupra metodelor descrise se face in cap.3. cu ocazia utilizarii lor.

2.4.5.1. Metoda dreptei variabile paralela cu abscisa.

In [K7], [K9], [P3], [P6], se porneste de la ecuatia unei drepte paralela cu abscisa

$$y = k \tag{2.41}$$

care daca se inlocuieste in (2.39) si se ordoneaza dupa puterile lui "x" conduce la

$$a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0 \tag{2.42}$$

unde coeficientii "a0,a1,a2,a3" sint dati de

$$a_3 = A \tag{2.43}$$

$$a_2 = B \cdot k + C + W \tag{2.44}$$

$$a_1 = A \cdot k^2 + E \cdot k + F \tag{2.45}$$

$$a_0 = B \cdot k^3 + (D + W) \cdot k^2 + G \cdot k + H \tag{2.46}$$

Ecuatia (2.42) poate fi rezolvata fie prin metode numerice, fie, in cele ce urmeaza, prin formulele lui Cardano (conform [*23]). Se va trece mai intii la forma normala

$$x^3 + r \cdot x^2 + s \cdot x + t = 0 \tag{2.47}$$

unde coeficientii "r,s,t" sint dati de

$$r = a_2/a_3 \tag{2.48}$$

$$s = a_1/a_3 \tag{2.49}$$

$$t = a_0/a_3 \tag{2.50}$$

facindu-se apoi substitutia

$$x = z - r/3 \tag{2.51}$$

cu ajutorul careia se obtine forma redusa

$$z^3 + p \cdot z + q = 0 \tag{2.52}$$

ai carei coeficienti "p,q" se determina prin

$$p = s - r^2/3 \tag{2.53}$$

$$q = 2 \cdot r^3/27 - s \cdot r/3 + t \tag{2.54}$$

Se calculeaza expresia

$$exp = (q/2)^2 + (p/3)^3 \tag{2.55}$$

Daca "exp>0", ecuatia (2.52) are o singura radacina reala (celelalte sint complexe conjugate si nu prezinta interes)

$$z_1 = \sqrt[3]{-q/2 + \sqrt{exp}} + \sqrt[3]{-q/2 - \sqrt{exp}} \tag{2.56}$$

si tinind cont de substitutia (2.51), pentru ecuatia (2.42) rezulta solutia

$$x_1 = z_1 - r/3 \tag{2.57}$$

Daca "exp=0", ecuatia (2.52) are trei radacini reale (doua reale confundate)

$$z_1 = 2 \cdot \sqrt[3]{-q/2} \tag{2.58}$$

$$z_{2,3} = -\sqrt[3]{-q/2} \tag{2.59}$$

si tinind cont de substitutia (2.51), pentru ecuatia (2.42) rezulta solutiile

$$x_{1,2,3} = z_{1,2,3} - r/3 \tag{2.60}$$

Daca "exp<0", ecuatia (2.52) are trei radacini reale distincte

$$z_1 = 2 \cdot \sqrt{p/3} \cdot \cos(\varphi/3) \tag{2.61}$$

$$z_2 = 2 \cdot \sqrt{p/3} \cdot \cos(\varphi/3 + 120°) \tag{2.62}$$

$$z_3 = 2 \cdot \sqrt{p/3} \cdot \cos(\varphi/3 + 240°) \tag{2.63}$$

unde in argumentul functiilor "cos", intra

$$\varphi = \arccos \frac{-q/2}{\sqrt{-p^3/27}} \tag{2.64}$$

si tinind cont de substitutia (2.51), pentru ecuatia (2.42) ramine valabila relatia (2.60) la gasirea solutiilor.

Pentru fiecare valoare "k" admisa in (2.41) se obtin cel mai adesea unul sau trei puncte/centre ("exp=0" fiind o raritate) de pe curba de sinteza. Metoda se preteaza la calculul automatizat, "k" fiind parametrul de ciclare iar impreuna cu solutiile ecuatiei (2.42) fiind marimile de iesire.

2.4.5.2. Metoda dreptei variabile paralela cu asimptota

In [K7], [K9], [P3], [P6], se porneste de la ecuatia unei drepte paralela cu asimptota

$$y = -\frac{A}{B} \cdot x + n = m \cdot x + n \tag{2.65}$$

care daca se inlocuieste in (2.39) si se ordoneaza dupa puterile lui "x" conduce la o banala ecuatie de gradul doi

$$b_2 \cdot x^2 + b_1 \cdot x + b_0 = 0 \tag{2.66}$$

unde coeficientii "b0,b1,b2" sint dati de

$$b_2 = m^2 \cdot (B \cdot n + W + D) + m \cdot E + B \cdot n + W + C \tag{2.67}$$

$$b_1 = m \cdot [2 \cdot n \cdot (B \cdot n + W + D) + G] + E \cdot n + F \tag{2.68}$$

$$b_0 = (B \cdot n + W + D) \cdot n^2 + G \cdot n + H \tag{2.69}$$

Solutiile ecuatiei (2.66) si utilizarea lor in (2.65) sint chiar coordonatele cautate

$$x_{1,2} = \frac{-b_1 \pm \sqrt{b_1^2 - 4 \cdot b_2 \cdot b_0}}{2 \cdot b_2} \tag{2.70}$$

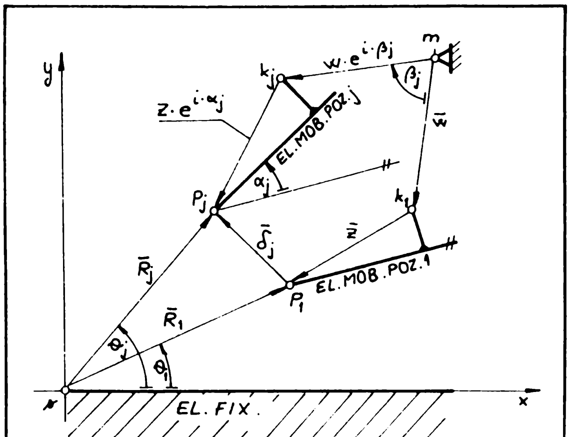
$$y_{1,2} = m \cdot x_{1,2} + n = -(A/B) \cdot x_{1,2} + n \tag{2.71}$$

Prin valori date succesiv parametrului "n" in (2.65) se obtin doua sau nici un punct/centru de pe curba de sinteza, dupa cum dreapta respectiva intersecteaza sau nu curba.

Metoda se preteaza la calcul automatizat si este mai rapida decit cea precedenta.

2.4.5.3. Metoda "numerelor complexe"

In [S4] se utilizeaza pentru determinarea punctelor/ /centrelor de sinteza, o metoda bazata pe calculul cu numere



y
x
m
k_j
$w \cdot e^{i \cdot \beta_j}$
β_j
$z \cdot e^{i \cdot \alpha_j}$
EL. MOB. POZ. j
α_j
P_j
k_1
$\bar{w}$
$\bar{z}$
$\bar{\delta}_j$
EL. MOB. POZ. 1
P_1
$\bar{R}_j$
$\bar{R}_1$
θ_j
θ_1
EL. FIX.

Fig. 2.15.

complexe.

Urmarind in fig.2.15, unde s-a figurat elementul mobil in prima si in "a j-a" pozitie ("j=2,3,4"), se poate scrie, presupunind ca "m" este un centru de pe curba centrelor si "k" este un punct de pe curba punctelor

$$W \cdot e^{i \cdot \beta_j} + Z \cdot e^{i \cdot \alpha_j} - \bar{\delta}_j - \bar{Z} - \overline{W} = 0 \tag{2.72}$$

care se poate rescrie sub forma

$$W \cdot (e^{i \cdot \beta_j} - \bar{1}) + Z \cdot (e^{i \cdot \alpha_j} - \bar{1}) = \bar{\delta}_j \tag{2.73}$$

Pentru "j=2,3,4", se poate scrie sub forma matriciala

$$\begin{bmatrix} e^{i \cdot \beta_2} - \bar{1} & e^{i \cdot \alpha_2} - \bar{1} \\ e^{i \cdot \beta_3} - \bar{1} & e^{i \cdot \alpha_3} - \bar{1} \\ e^{i \cdot \beta_4} - \bar{1} & e^{i \cdot \alpha_4} - \bar{1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_2 \\ \bar{\delta}_3 \\ \bar{\delta}_4 \end{bmatrix} \tag{2.74}$$

Pentru ca sistemul (2.74) sa admita solutii este necesar ca

$$M = \begin{bmatrix} e^{i \cdot \beta_2} - \bar{1} & e^{i \cdot \alpha_2} - \bar{1} & \bar{\delta}_2 \\ e^{i \cdot \beta_3} - \bar{1} & e^{i \cdot \alpha_3} - \bar{1} & \bar{\delta}_3 \\ e^{i \cdot \beta_4} - \bar{1} & e^{i \cdot \alpha_4} - \bar{1} & \bar{\delta}_4 \end{bmatrix} = 0 \tag{2.75}$$

Se dezvolta dupa prima coloana, expresia (2.75), obtinindu-se ecuatia de inchidere

$$\Delta_2 \cdot e^{i \cdot \beta_2} + \Delta_3 \cdot e^{i \cdot \beta_3} + \Delta_4 \cdot e^{i \cdot \beta_4} + \Delta_1 = 0 \tag{2.76}$$

unde s-au notat

$$\Delta_1 = -\Delta_2 - \Delta_3 - \Delta_4 \tag{2.77}$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} e^{i \cdot \alpha_3} - \bar{1} & \bar{\delta}_3 \\ e^{i \cdot \alpha_4} - \bar{1} & \bar{\delta}_4 \end{bmatrix} \tag{2.78}$$

$$\Delta_3 = (-1) \cdot \begin{bmatrix} e^{i \cdot \alpha_2} - \bar{1} & \bar{\delta}_2 \\ e^{i \cdot \alpha_4} - \bar{1} & \bar{\delta}_4 \end{bmatrix} \tag{2.79}$$

$$\Delta_4 = \begin{bmatrix} e^{i \cdot \alpha_2} - \bar{1} & \bar{\delta}_2 \\ e^{i \cdot \alpha_3} - \bar{1} & \bar{\delta}_3 \end{bmatrix} \tag{2.80}$$

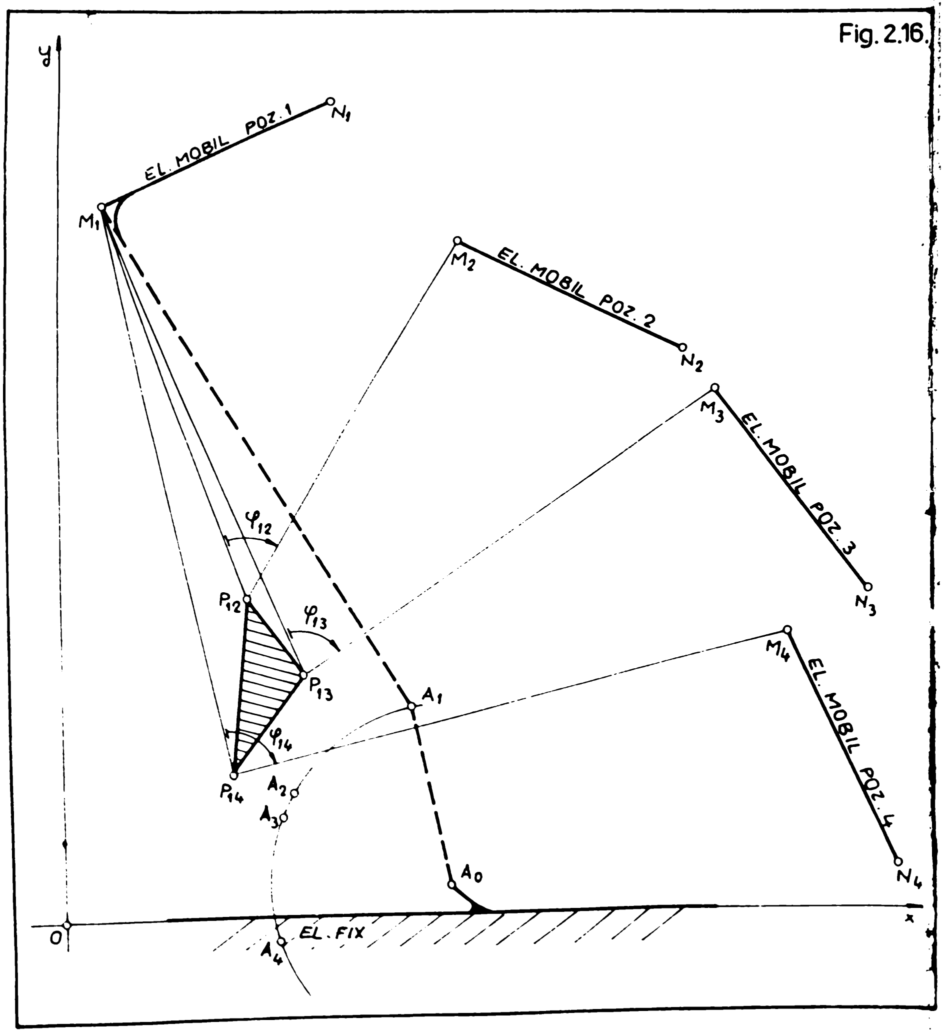


Fig. 2.16.
y
EL. MOBIL POZ. 1
N1
M1
M2
EL. MOBIL POZ. 2
N2
M3
EL. MOBIL POZ. 3
N3
M4
EL. MOBIL POZ. 4
N4
φ12
φ13
φ14
P12
P13
P14
A1
A2
A3
A0
A4
EL. FIX
O
x

Relatia (2.76) se poate rescrie sub forma

$$\Delta_3 \cdot e^{i \cdot \beta_3} + \Delta_4 \cdot e^{i \cdot \beta_4} = -\Delta \qquad (2.81)$$

unde s-a notat

$$-\Delta = -\Delta_1 - \Delta_2 \cdot e^{i \cdot \beta_2} \qquad (2.82)$$

Se dau valori lui "β2=[0,2*π]", rezultind din (2.81) pentru "β3" si "β4" cite doua seturi de solutii. Primul set este "β2,β3,β4" iar al doilea set este "β2,$\bar{\beta}$3,β4". Cele doua seturi de solutii satisfac sistemul (2.74). Se rezolva sistemul respectiv (liniar), obtinindu-se solutiile "$\bar{Z}$,$\vec{W}$".

Coordonata complexa a unui punct de pe curba punctelor in prima pozitie a planului mobil va fi

$$\bar{k}_1 = \bar{R}_1 - \bar{Z} \qquad (2.83)$$

iar pozitia unui centru de pe curba centrelor va fi data de coordonata complexa

$$\bar{m} = \bar{k}_1 - \bar{W} \qquad (2.84)$$

Acest algoritm este abordabil prin calcul automatizat avind ca intrari "α2,α3,α4,δ2,δ3,δ4" ca variabila in ciclu "β2" si ca iesiri "$\vec{k1}$,$\vec{m}$".

Avantajul metodei este obtinerea concomitenta la un pas de ciclare a cite doua puncte conjugate, unul pe curba punctelor cercuale altul pe curba centrelor.

2.4.5.4. Metoda Kovacs

In [K13] si [K9] se utilizeaza pentru sinteza conexiunii "KB(-1)", de legatura a elementului mobil cu cel fix, o metoda bazata pe proprietatea polilor rotatiilor finite specificata in subcap.2.2.2.

Fiind date patru pozitii relative ale elementului mobil in raport cu elementul fix, se definesc trei poli ai rotatiilor finite cu indicele continind cifra "1" ("P12,P13,P14") si trei

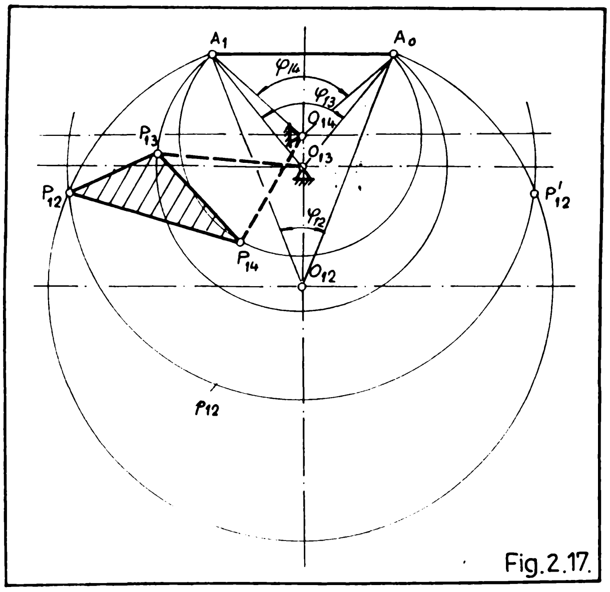


Fig. 2.17.

unghiuri ale rotatiilor finite corespunzatoare "φ12,φ13,φ14" (fig.2.16). Pozitiile relative ale celor trei poli fiind invariabile, fiecare din ei trebuie sa se gaseasca simultan pe cite un cerc cu centrele "O12,O13,O14", capabile fata de segmentul cu lungimea impusa "AoA1", de unghiurile "φ12/2,φ13/2,φ14/2" (fig.2.17). In cazul in care "P14" si "P13" se deplaseaza pe cercurile cu centrele "O14" respectiv "O13" , "P12" se deplaseaza pe o curba de biela ("p12") a patrulaterului fictiv articulat "O14P14P13O13". Punctele de intersectie ale acestei curbe de biela cu cercul avind centrul in "O12" , dau pozitiile relative posibile ale polului "P12" fata de "AoA1" . Odata cu acestea se definesc si pozitiile posibile ale triunghiului polilor "P12P13P14" fata de "AoA1". Se considera "inghetata" pozitia relativa a configuratiei "AoA1P12P13P14" din fig.2.17. Construind prin suprapunere triunghiul "P12P13P14" din configuratia "inghetata", ca in fig.2.16, un segment "AoA1" care sa aiba aceeasi pozitie fata de triunghiul polilor "P12P13P14" ca in fig.2.17, se obtine pozitia conexiunii "AoA1" cautate pentru a fi interpusa intre elementele mobil si fix.

Se recunoaste usor ca "A1" este un punct de pe curba punctelor cercuale iar "Ao" este un centru de pe curba centrelor. Algoritmul descris "grafic" poate fi "transpus analitic" si chiar "dezvoltat" dupa cum se va vedea in subcap. 4.5.4.

O limita momentan nerezolvata a metodei este faptul ca nu se poate preciza care din cuplele de rotatie ale conexiunii "KB(-1)" este cea fixa, respectiv cea mobila.

2.5. Sinteza cincipozitionala

Daca se impun cinci pozitii elementului mobil ("i=1,2,3,4,5" in fig.2.14), mergind in sensul restrigerii numarului de solutii (comentat in subcapitolul 2.4), rezulta ca problema sintezei cincipozitionale cu cercuri suport poate avea doar un numar finit de solutii tip "patrulater articulat".

Realizind pentru fiecare combinatie de cite patru pozitii din cele cinci impuse cite o curba de sinteza (ca la subcapitolul 2.4) rezulta in total cinci curbe ale centrelor/ /punctelor. Intersectiile comune ale acestor cinci curbe reprezinta "centrele/punctele" de sinteza ale lui Burmester care pot servi la amplasarea articulatiilor fixe/mobile ale celor doua conexiuni "KB(-1)" dintre elementul mobil si cel fix.

Oricare doua din cele cinci curbe amintite (cubice) se vor intersecta conform teoremei lui Bezout in "3*3=9" puncte de intersectie din care doua puncte sint punctele ciclice ale planului (curbele fiind monociclice), trei sint polii comuni (ex: pentru pozitiile "1,2,3,4" si pentru pozitiile "1,2,3,5", "P12,P13 si P23" sint poli comuni) care nu pot fi solutii ale sintezei cincipozitionale intrucit sigur nu se situeaza pe celelalte trei curbe neluate in considerare (ex: "P12" nu se va gasi pe curba de sinteza corespunzatoare pozitiilor "2,3,4,5"). Ramin patru puncte/centre Burmester posibile care pot fi toate reale (vor exista patru conexiuni "KB(-1)" de interpus intre elementul fix si cel mobil, adica sase mecanisme patrulatere articulate capabile sa asigure succesiunea celor cinci pozitii initial impuse), doua reale (vor exista doar doua conexiuni "KB(-1)" si deci un singur mecanism patrulater pentru solutionarea problemei cincipozitionale) sau toate imaginare (caz in care problema cincipozitionala nu poate fi solutionata cu un mecanism patrulater).

In aceasta lucrare nu se insista asupra sintezei cincipozitionale intrucit se va arata mai tirziu ca in problema concreta propusa rezolvarii, aceasta nu este aplicabila.

Inaplicabilitatea "imediata" ar consta in faptul ca centrele/punctele Burmester, prin numarul lor finit ("4/2/0"), ofera proiectantului prea putine variante in alegerea unei solutii, iar cea "indepartata", in faptul ca acesta centre (la cazul concret) sint plasate in zone "neconvenabile".

2.6. Spatierea optimala dupa Cebisev

In [K9], [P3] si [S4] se arata, pentru mecanismele generatoare de functii/traiectorii, ca daca punctele de precizie nu sint impuse ele pot fi alese rational in asa fel incit traiectoria/functia de realizat sa fie aproximata pe un interval mult mai bine decit daca punctele de precizie ar fi impuse fara nici un criteriu (spre exemplu echidistant).

Un grafic al erorilor pe intervalul "[a,b]" de reprodus, in

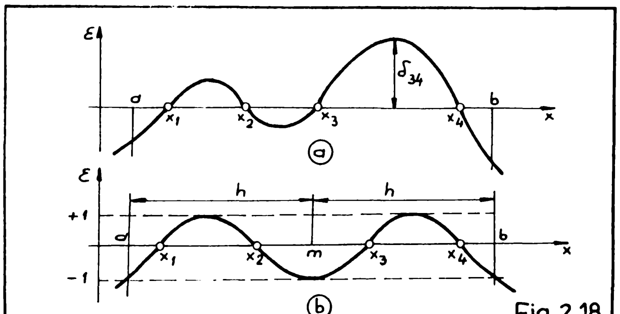


Fig. 2.18.

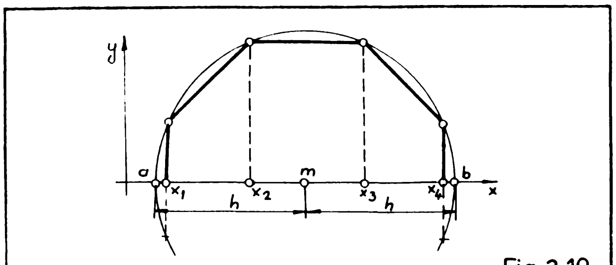


Fig. 2.19.

cazul unei alegeri (spatieri) arbitrare a punctelor de precizie "x1,x2,x3,x4" ar arata ca in fig.2.18.a. Este posibil ca eroarea maxima semnalata sa deranjeze.

Cebisev a tratat aceasta problema cu ajutorul celebrelor sale polinoame ajungind la concluzia ca "erorile sint minime" daca sint egale (in valoare absoluta) ca in fig.2.18.b, fapt pentru care este necesar ca punctele de precizie/solutiile sa fie proiectiile pe axa "x" a virfurilor unui poligon regulat cu un numar dublu de laturi fata de numarul punctelor de precizie impuse, inscris in cercul de raza "h" si avind ca axa "x", dreapta ce trece prin centrul poligonului, perpendicular pe o latura.

In fig.2.19 s-a reprezentat spatierea optimala pentru alegerea a patru puncte de precizie in intervalul "[a,b]".

Relatia generala de calcul a solutiei de amplasare pentru punctele de precizie in cazul a "p" puncte de precizie, este

$$x_k = m + h \cdot \cos(2 \cdot k - 1) \cdot \frac{\pi}{2 \cdot p} \tag{2.85}$$

unde

$$k = 1, 2, 3 \ldots p \tag{2.86}$$

iar notatiile sint similare celor din fig.2.19.

2.7. Relatii de pozitii in mecanismul patrulater

In [H3], [H4], [K7], [M4], [P3] si [P7], problema analizei pozitiilor este rezolvata prin "metoda contururilor". Cu notatiile din fig.2.3 se obtin pentru pozitia balansierului

$$\psi = 2 \cdot \operatorname{arctg} \frac{-B \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A + C} \tag{2.87}$$

unde s-a notat

$$A = 2 \cdot l_3 \cdot (l_4 - l_1 \cdot \cos\varphi) \tag{2.88}$$

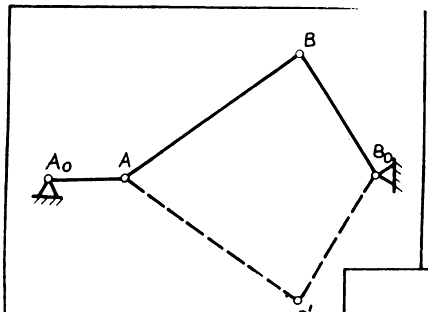


Fig. 2.20.

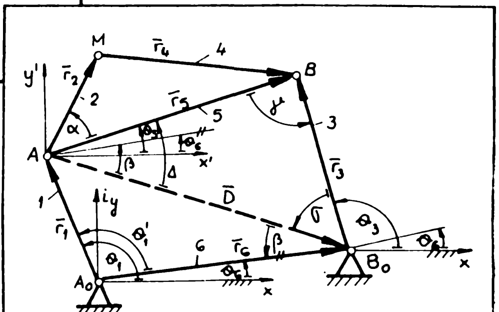


Fig. 2.21.

$$B = 2 \cdot l_1 \cdot l_3 \cdot \sin\varphi) \tag{2.89}$$

$$C = l_2^2 + 2 \cdot l_1 \cdot l_4 \cdot \cos\varphi - (l_1^2 + l_3^2 + l_4^2) \tag{2.90}$$

iar pozitia bielei va fi data de

$$x_A = l_1 \cdot \cos\varphi \tag{2.91}$$

$$y_A = l_1 \cdot \sin\varphi \tag{2.92}$$

$$\theta = 2 \cdot \mathrm{arctg}\frac{E \mp \sqrt{D^2 + E^2 - F^2}}{D + F} \tag{2.93}$$

in care

$$D = 2 \cdot l_2 \cdot (l_1 \cdot \cos\varphi - l_4) \tag{2.94}$$

$$E = 2 \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot \sin\varphi \tag{2.95}$$

$$F = l_3^2 + 2 \cdot l_1 \cdot l_4 \cdot \cos\varphi - (l_1^2 + l_2^2 + l_4^2) \tag{2.96}$$

In relatiile (2.88)...(2.90) si (2.94)...(2.96), "l1,l2,l3, l4" sint lungimile corespunzatoare ale elementelor "1,2,3,4" din mecanismul patrulater.

Semnele superioare in relatiile (2.87) respectiv (2.93) corespund mecanismului "AoABBo" din fig.2.20, iar semnele inferioare din aceleasi relatii corespund mecanismului "AoAB′Bo" din aceeasi figura.

Cele doua mecanisme cu denumirea "direct" (AoABBo) sau "incrucisat" (AoAB′Bo) se regasesc in [S3], unde problema analizei pozitiilor este rezolvata cu ajutorul planului complex si al operatiilor cu numere complexe.

Cu notatiile din fig.2.21 se poate scrie

$$\theta_1' = \theta_1 - \theta_6 \tag{2.97}$$

$$\theta_5 = \Delta - \beta + \theta_6 \tag{2.98}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{r_1 \cdot \sin\theta_1'}{r_6 - r_1 \cdot \cos\theta_1'}\right) \tag{2.99}$$

$$\Delta = \tan^{-1}\left(\frac{r_3 \cdot \sin\gamma}{r_5 - r_3 \cdot \cos\gamma}\right) \tag{2.100}$$

$$\Delta^2 = r_1^2 + r_6^2 - 2 \cdot r_1 \cdot r_6 \cdot \cos\theta_1' = r_5^2 + r_3^2 - 2 \cdot r_5 \cdot r_3 \cdot \cos\gamma \tag{2.101}$$

in care avem "Δ>=0" si "Δ<=180" grade.

Din (2.101) se obtine

$$\cos\gamma = \frac{r_3^2 + r_5^2 - r_6^2 - r_1^2}{2 \cdot r_5 \cdot r_3} + \frac{r_1 \cdot r_6}{r_5 \cdot r_3} \cdot \cos\theta_1' \tag{2.102}$$

cu care se poate exprima

$$\sin\gamma = \left|\sqrt{1 - \cos^2\gamma}\right| \tag{2.103}$$

Unghiul pozitiei bielei va fi dedus din (2.98), tinind cont de (2.99) si (2.100) ca fiind

$$\theta_5 = \tan^{-1}\left(\frac{r_3 \cdot \sin\gamma}{r_5 - r_3 \cdot \cos\gamma}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{r_1 \cdot \sin\theta_1'}{r_6 - r_1 \cdot \cos\theta_1'}\right) + \theta_6 \tag{2.104}$$

in care se vor reutiliza valorile date de (2.97), (2.102) si (2.103).

Se poate de asemenea scrie

$$\sigma = \tan^{-1}\left(\frac{r_5 \cdot \sin\gamma}{r_3 - r_5 \cdot \cos\gamma}\right) \tag{2.105}$$

cu care se poate determina unghiul de pozitie al balansierului sub forma

$$\theta_3 = 180° - \beta - \sigma + \theta_6 \tag{2.106}$$

Cu ajutorul numerelor complexe se poate scrie

$$\bar{r}_1 = r_1 \cdot e^{i \cdot \theta_1} \tag{2.107}$$

$$\bar{r}_2 = r_2 \cdot e^{i \cdot (\theta_5 + \alpha)} \tag{2.108}$$

$$\bar{r}_3 = r_3 \cdot e^{i \cdot \theta_3} \tag{2.109}$$

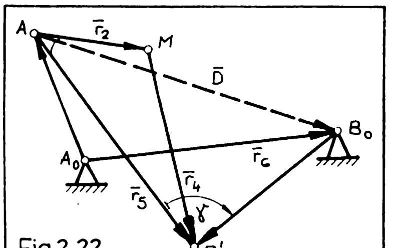


Fig.2.22.

BUPT

$$\overline{r}_4 = \overline{r}_5 - \overline{r}_2 \tag{2.110}$$

$$\overline{r}_5 = r_5 \cdot e^{i \cdot \theta_5} \tag{2.111}$$

$$\overline{r}_6 = r_6 \cdot e^{i \cdot \theta_6} \tag{2.112}$$

$$\overline{D} = \overline{r}_6 - \overline{r}_1 \tag{2.113}$$

Se observa ca

$$\beta = \arg \overline{r}_6 - \arg \overline{D} \tag{2.114}$$

De asemenea se poate scrie

$$\cos \Delta = \frac{D^2 + r_5^2 - r_3^2}{2 \cdot D \cdot r_5} \tag{2.115}$$

$$\sin \Delta = \mathrm{signum}\Delta \cdot \left|\sqrt{1 - \cos^2 \Delta}\right| \tag{2.116}$$

Pentru fig.2.21, "signum Δ =+1", iar pentru fig.2.22, "signum Δ =-1".

Se pot calcula principalele elemente geometrice cu

$$\Delta = \arg(\cos \Delta + i \cdot \sin \Delta) \tag{2.117}$$

$$\theta_5 = \arg \overline{D} + \Delta \tag{2.118}$$

$$\overline{r}_3 = \overline{r}_5 - \overline{D} \tag{2.119}$$

$$\theta_3 = \arg \overline{r}_3 \tag{2.120}$$

$$\gamma = \theta_3 - \theta_5 \tag{2.121}$$

Desi relatiile (2.97)...(2.121) din [S3], reproduse mai sus, nu sint deduse exact in ordinea necesara abordarii lor, totusi sint mai sigure decit (2.87)...(2.93) pentru care [P7] recomanda o "verificare grafica".

Se va reveni mai tirziu (in subcap.8.3.4) asupra unui algoritm referitor la relatiile de pozitii in mecanismul patrulater, considerat de autor, ca fiind mai "fara echivoc" si de aceea mai adecvat abordabil prin calcul automatizat.

2.8. Determinarea punctelor de pe curbele de biela

In [H3], [H4], [K7], [M4], [P3] si [P6], se deduce ecuatia curbei descrise de un punct apartinind bielei unui mecanism patrulater.

Este vorba de o sextica triciclica dedusa de matematiceanul Samuel Roberts. Deoarece metodele numerice pot aborda rezolvarea unor "intersectii" intre o curba de biela si un cerc (cum este cazul in subcapitolul 2.4.5.4.), fara a avea nevoie de ecuatia explicita a curbei de biela sau a cercului, nu se vor relua in aceasta lucrare deductiile lui Roberts.

Se va arata, in legatura cu determinarea preciziei dispozitivului de prehensiune si in legatura cu o noua metoda de determinare a punctelor/centrelor de pe curbele de sinteza Burmester, ca este suficienta determinarea coordonatelor unor puncte de pe curbele de biela ale unui mecanism patrulater, in loc de a deduce explicit/implicit ecuatia acestor curbe.

In subcapitolul 2.7, s-a aratat referitor la fig.2.3 cum poate fi determinat unghiul de pozitie al bielei cu relatia (2.93).

Conform fig.2.3, daca se cunosc unghiurile amintite mai sus, segmentul "b=AM" si unghiul "μ" al acestuia fata de biela "AB", se pot exprima coordonatele punctului "M" (de pe curba de biela) prin

$$x_M = l_1 \cdot \cos\varphi + b \cdot \cos(\gamma + \mu) \tag{2.122}$$

$$y_M = l_1 \cdot \sin\varphi + b \cdot \sin(\gamma + \mu) \tag{2.123}$$

In mod similar se pot exprima coordonatele unui alt punct din fig.2.3, spre exemplu ale lui "N(xN,yN)" cunoscindu-se unghiul "ν".

Coordonatele celor doua puncte, "M(xM,yM)" si "N(xN,yN)", se vor utiliza impreuna cu relatiile de pozitie (subcap.2.7) in cadrul unor calcule referitoare la precizia teoretica de centrare asigurata de mecanismul purtator (tip patrulater) al unui dispozitiv de prehensiune (subcap.8.3.4).

Relatiile (2.122) si (2.123) au fost utilizate pentru studiul curbelor de biela in [M6].

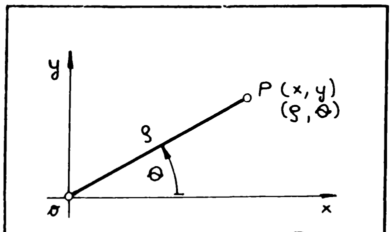


Fig. 2.23.

2.9. Relatii de trecere dintr-un sistem de coordonate in altul. Relatii de simetrie

Se vor utiliza in capitolul urmator relatiile de transformare punctuala de tipul (2.19) si (2.20), exprimate in legatura cu fig.2.14 in subcap.2.4.4.

Acestea servesc pentru a trece din sistemul "xioiyi" in sistemul "xoy". Pentru trecerea inversa din (2.19) si (2.20) s-au dedus

$$x_i = (x_{Ai} - x_{oi}) \cdot \cos\theta_i + (y_{Ai} - y_{oi}) \cdot \sin\theta_i \tag{2.124}$$

$$y_i = -(x_{Ai} - x_{oi}) \cdot \sin\theta_i + (y_{Ai} - y_{oi}) \cdot \cos\theta_i \tag{2.125}$$

Daca "θi=0" este cazul "translatiei de axe" cind (2.19) si (2.20) devin

$$x_{Ai} = x_{oi} + x_i \tag{2.126}$$

$$y_{Ai} = y_{oi} + y_i \tag{2.127}$$

Daca "xoi=yoi=0" este cazul "rotatiei de axe" cind relatiile (2.19) si (2.20) devin

$$x_{Ai} = x_i \cdot \cos\theta_i - y_i \cdot \sin\theta_i \tag{2.128}$$

$$y_{Ai} = x_i \cdot \sin\theta_i + y_i \cdot \cos\theta_i \tag{2.129}$$

Se vor utiliza si relatiile de trecere dintr-un sistem cartezian de axe intr-un sistem polar de axe. Conform notatiilor din fig.2.23, se poate trece din coordonatele "x,y" in sistemul de coordonate "ρ,θ" cu

$$x = \rho \cdot \cos\theta \tag{2.130}$$

$$y = \rho \cdot \sin\theta \tag{2.131}$$

Sursele bibliografice utilizate sint [*23] si [*24].

Relatiile de trecere din sistemul "xoy" in sistemul "x1o1y1" au fost utilizate in [P3], pentru coordonatele polilor din planul elementului mobil in pozitia "1" (a se vedea cap.2.4.1 si fig.2.9)

Astfel exista relatiile

$$x_{1Pij} = (x_{Pij1} - x_{o1}) \cdot \cos\theta_1 + (y_{Pij1} - y_{o1}) \cdot \sin\theta_1 \tag{2.132}$$

$$y_{1Pij} = (y_{Pij1} - y_{o1}) \cdot \cos\theta_1 - (x_{Pij1} - x_{o1}) \cdot \sin\theta_1 \tag{2.133}$$

in care au fost utilizate relatiile de "simetrie" (dupa [P4]):

$$x_{Pij1} = x_{P1i} + (x_{Pij} - x_{P1i}) \cdot \cos\theta_{i1} - (y_{Pij} - y_{P1i}) \cdot \sin\theta_{i1} \tag{2.134}$$

$$y_{Pij1} = y_{P1i} + (x_{Pij} - x_{P1i}) \cdot \sin\theta_{i1} - (y_{Pij} - y_{P1i}) \cdot \cos\theta_{i1} \tag{2.135}$$

unde

$$\theta_{i1} = \theta_1 - \theta_i \tag{2.136}$$

$$i,j = 1,2,3,4;\, i \neq j;\, P_{ij1} \equiv P_{ji1} \tag{2.137}$$

Desi par "disparate", relatiile de mai sus vor fi logic apelate in capitolele urmatoare, schimbind eventual doar unele notatii.

3. PROGRAME IN LIMBAJ "BASIC" CORESPUNZATOARE CU STADIUL ACTUAL IN SINTEZA POZITIONALA

Calculul automatizat a fost relativ putin aplicat in sinteza pozitionala a mecanismelor. In [K9] si [B9] exista programe de sinteza a mecanismelor pe baza curbei centrelor/ /punctelor, dar acestea sint scrise in limbajul "FORTRAN" al calculatoarelor "FELIX 256". In [P7] exista mai ales programe pentru analiza mecanismelor, iar in [P8] mai ales programe pentru cinetostatica mecanismelor, dar metodele numerice expuse pot fi refolosite la sinteza. In [M17] se prezinta pe linga programele pentru analiza mecanismelor, si programe pentru sinteza acelora continind cuple superioare. In [P9] se prezinta programe pentru analiza si sinteza mecanismelor cu bare dar nu pe baza curbelor de sinteza. Fara a fi specificat in mod distinct, sigur calcule numerice de sinteza au fost efectuate (s-a dedus dupa alura grafica si modul de prezentare al rezultatelor) in [S3], [S4], [D8], [D9], [D10], [D12], [K14].

In contextul prezentat mai sus, autorul a gindit ca nu ar fi lipsita de interes, includerea in lucrarea de fata, a unui capitol de prezentare pentru unele programe noi, scrise in limbajul "BASIC" (foarte raspindit si usor accesibil conform [D13], [D14], [P9], [V5]) implementat pe calculatoarele de 64 kbytes/128 kbytes din familia compatibila "SINCLAIR" care se produc in Romania (tipurile "TIM-S", "HC-85", "COBRA", "CIP", etc.) si care prin marea lor raspindire, in ciuda memoriei limitate, sint de un real ajutor in ingineria mecanica de conceptie [P10], [P11], [D13], [D14].

3.1. Program pentru generarea unor pozitii de control la verificarea programelor de sinteza

In lucrarea de fata, abordindu-se probleme de sinteza pe baza cercurilor suport, a fost necesar, in vederea verificarii programelor aferente, sa se porneasca de la cazurile "rezolvate" ale unor mecanisme patrulater functionale. Seturi de patru/cinci pozitii dintre cele ocupate de biela acestor mecanisme, se

```
  5 REM ************************
Program    pentru    generarea
 pozitiilor   de    control
********************************
  10 PRINT "Introduceti cele pat
ru lungimi   ale mecanismului si
 domeniul    de variatie pentru
unghiul fi"
  20 PRINT "l1=";: INPUT l1: PRI
NT l1
  30 PRINT "l2=";: INPUT l2: PRI
NT l2
  40 PRINT "l3=";: INPUT l3: PRI
NT l3
  50 PRINT "l4=";: INPUT l4: PRI
NT l4
  60 PRINT "domeniul de variatie
 ptr.fi"
  70 PRINT "fimin=";: INPUT fimi
  80 LET fimin=fimi*PI/180: PRIN
T fimi
  90 PRINT "fimax=";: INPUT fima
 100 LET fimax=fima*PI/180: PRIN
T fima
 110 PRINT "pasul=";: INPUT pas:
 PRINT pas: LET pa=pas*PI/180
 120 PRINT "l1=";l1'"l2=";l2'"l3
=";l3'"l4=";l4'"fimin=";fimi'"fi
max=";fima'"pasul=";pas
 130 CLS : FOR i=fimin TO fimax
STEP pa
 140 LET a=2*l3*(l4-l1*COS i)
 150 LET b=2*l1*l3*SIN i
 160 LET c=l2*l2+2*l1*l4*COS i-(
l1*l1+l3*l3+l4*l4)
 170 LET csi=2*ATN ((-b+SQR (a*a
+b*b-c*c))/(a+c))
 180 PRINT "fi=";i*180/PI,
 190 PRINT "csi=";csi*180/PI
 200 LET d=2*l2*(l1*COS i-l4)
 210 LET e=2*l1*l2*SIN i
 220 LET f=l3*l3+2*l1*l4*COS i-(
l1*l1+l2*l2+l4*l4)
 230 LET teta=2*ATN ((e-SQR (d*d
+e*e-f*f))/(d+f))
 240 PRINT "teta=";teta*180/PI;"
,";" rad=";teta
 250 LET x=l1*COS i
 260 LET y=l1*SIN i
 270 PRINT "x=";x,"y=";y''
 280 NEXT i
```

```
   5 REM ***********************
PROGRAM BAZAT PE EC.LICHTENHELDT
  A CURBEI CENTRELOR PRIN METODA
   DREPTEI PARALELE CU ASIMPTOTA
********************************
  10 REM ***********************
         INTRODUCEREA DATELOR
********************************
  20 DIM x(4): DIM y(4): DIM t(4
)
  30 FOR i=1 TO 4
  40 PRINT i
  50 INPUT "x=";x
  60 INPUT "y=";y
  70 INPUT "teta[grade]=";tet
  80 LET x(i)=x: LET y(i)=y: LET
 t(i)=tet*PI/180
  90 NEXT i
 100 REM ***********************
   CALC.COORD.POLILOR ROT.FINITE
********************************
 110 DIM O(4,4): DIM P(4,4): DIM
 F(4,4)
 120 CLS
 130 CLS : FOR I=1 TO 4: FOR J=I
+1 TO 4: LET F(I,J)=T(J)-T(I): N
EXT J: NEXT I
 140 FOR I=1 TO 4: FOR J=I+1 TO
4: LET O(I,J)=1/(2-2*COS F(I,J))
*((X(J)+X(I))*(1-COS F(I,J))-(Y(
J)-Y(I))*SIN F(I,J)): LET P(I,J)
=1/(2-2*COS F(I,J))*((X(J)-X(I))
*SIN F(I,J)+(Y(J)+Y(I))*(1-COS F
(I,J))): NEXT J: NEXT I
 150 PRINT '"coordonatele polilo
r Pij :": PRINT : FOR I=1 TO 4:
FOR J=I+1 TO 4: PRINT "P(";I;","
;J;")=";O(I,J);",";P(I,J)': NEXT
 J: NEXT I: PRINT ''
 160 GO TO 320
 170 LET mltp1=a11/a21: LET mltp
2=a21/a11: LET mltp3=a12/a22: LE
T mltp4=a22/a12
 180 LET maxmltp=mltp1: LET cont
or=1
 190 IF mltp2>maxmltp THEN LET m
axmltp=mltp2: LET contor=2
 200 IF mltp3>maxmltp THEN LET m
axmltp=mltp3: LET contor=3
 210 IF mltp4>maxmltp THEN LET m
axmltp=mltp4: LET contor=4
 220 IF contor=1 THEN GO TO 270
 230 IF contor=2 THEN GO TO 280
 240 IF contor=3 THEN GO TO 290
 250 IF contor=4 THEN GO TO 300
 260 RETURN
 270 LET v2=(b11-mltp1*b22)/(a12
-mltp1*a22): LET v1=(b11-a12*v2)
/a11: RETURN
 280 LET v2=(b22-b11*mltp2)/(a22
-a12*mltp2): LET v1=(b22-a22*v2)
/a21: RETURN
 290 LET v1=(b11-mltp3*b22)/(a11
-a21*mltp3): LET v2=(b11-a11*v1)
/a12: RETURN
 300 LET v1=(b22-mltp4*b11)/(a21
-a11*mltp4): LET v2=(b22-a21*v1)
/a22: RETURN
 310 REM ***********************
          CALC.COORD.PCT.Qij PRIN
  INTERSECTIA OPTIMA A DREPTELOR
********************************
 320 LET a11=P(1,4)-P(2,4): LET
a12=O(2,4)-O(1,4): LET b11=P(1,4
)*O(2,4)-O(1,4)*P(2,4)
 330 LET a21=P(1,3)-P(2,3): LET
a22=O(2,3)-O(1,3): LET b22=P(1,3
)*O(2,3)-O(1,3)*P(2,3)
 340 GO SUB 170: LET O(2,1)=v1:
LET P(2,1)=v2
```

```
 350 LET a11=P(1,2)-P(2,3): LET
a12=O(2,3)-O(1,2): LET b11=P(1,2
)*O(2,3)-O(1,2)*P(2,3)
 360 LET a21=P(1,4)-P(3,4): LET
a22=O(3,4)-O(1,4): LET b22=P(1,4
)*O(3,4)-O(1,4)*P(3,4)
 370 GO SUB 170: LET O(3,1)=v1:
LET P(3,1)=v2
 380 LET a11=P(1,2)-P(2,4): LET
a12=O(2,4)-O(1,2): LET b11=P(1,2
)*O(2,4)-O(1,2)*P(2,4)
 390 LET a21=P(1,3)-P(3,4): LET
a22=O(3,4)-O(1,3): LET b22=P(1,3
)*O(3,4)-O(1,3)*P(3,4)
 400 GO SUB 170: LET O(4,1)=v1:
LET P(4,1)=v2
 410 LET a11=P(1,2)-P(1,3): LET
a12=O(1,3)-O(1,2): LET b11=P(1,2
)*O(1,3)-O(1,2)*P(1,3)
 420 LET a21=P(2,4)-P(3,4): LET
a22=O(3,4)-O(2,4): LET b22=P(2,4
)*O(3,4)-O(2,4)*P(3,4)
 430 GO SUB 170: LET O(3,2)=v1:
LET P(3,2)=v2
 440 LET a11=P(1,2)-P(1,4): LET
a12=O(1,4)-O(1,2): LET b11=P(1,2
)*O(1,4)-O(1,2)*P(1,4)
 450 LET a21=P(2,3)-P(3,4): LET
a22=O(3,4)-O(2,3): LET b22=P(2,3
)*O(3,4)-O(2,3)*P(3,4)
 460 GO SUB 170: LET O(4,2)=v1:
LET P(4,2)=v2
 470 LET a11=P(1,3)-P(1,4): LET
a12=O(1,4)-O(1,3): LET b11=P(1,3
)*O(1,4)-O(1,3)*P(1,4)
 480 LET a21=P(2,3)-P(2,4): LET
a22=O(2,4)-O(2,3): LET b22=P(2,3
)*O(2,4)-O(2,3)*P(2,4)
 490 GO SUB 170: LET O(4,3)=v1:
LET P(4,3)=v2
 500 PRINT "coordonatele punctel
or Qij :": PRINT : FOR i=1 TO 3:
 FOR j=i+1 TO 4: PRINT "Q(";i;",
";j;")=";O(j,i);",";P(j,i): NEXT
 j: NEXT i
 510 PRINT '"pt.a continua apasa
ti o tasta": PAUSE 0
 520 REM ***********************
        TRECEREA COORD.PCT.Pij/Qij
DIN SIST.INIT. IN SIST.INTRINSEC
********************************
 530 DIM Q(4,4): DIM R(4,4)
 540 LET MX=-1/(((P(1,2)+P(3,4)-
P(2,3)-P(1,4))/(O(1,2)+O(3,4)-O(
2,3)-O(1,4))))
 550 LET TETA0=ATN (MX): LET X0=
(O(2,3)+O(1,4))/2: LET Y0=(P(2,3
)+P(1,4))/2
 560 FOR I=1 TO 4: FOR J=1 TO 4:
 LET XV=O(I,J): LET YV=P(I,J): G
O SUB 1660: LET Q(I,J)=XN: LET R
(I,J)=YN: NEXT J: NEXT I
 570 REM ***********************
CALCULUL COEFICIENTILOR ECUATIEI
CURBEI CENTRELOR(SIST.INTRINSEC)
********************************
 580 LET Q=(R(1,2)+R(3,4))/2-(R(
2,3)+R(1,4))/2
 590 LET K0=R(2,3)-(R(2,3)+R(1,4
))/2
 600 LET KQ=R(1,2)-Q
 610 LET X12=Q(1,2)
 620 LET X23=Q(2,3)
 630 LET A=(X23*K0-X12*KQ)/Q
 640 LET B=(X12*X12-X23*X23+K0*K
0-KQ*KQ+Q*Q)/Q
 650 LET C=X23*X23-K0*K0
 660 LET D=2*K0*X23
 670 LET E=((X12*K0-X23*KQ)*(X12
*X23+K0*KQ)+Q*Q*K0*X23)/Q
```

constituie ca "date" initiale pentru mecanisme ce "urmeaza" a fi sintetizate.

La "scrierea" programului s-au utilizat relatiile (2.91)...(2.96) valabile in sistemul de axe "xAoy" din fig.2.3. Programul este scris la modul "conversational", datele de intrare fiind dimensiunile elementelor mecanismului, unghiurile initial si final ale elementului motor si pasul pozitiilor acestuia. Datele de iesire sint parametrii pozitionali ai bielei si elementului condus.

Tab.3.1

Poz.i	φ[grade]	xA=xM [mm]	yA=yM [mm]	θ [grade]
1	0/360	30	0	58.411864
2	15	28.977775	7.7645714	51.815525
3	30	25.980762	15	45.544811
4	45	21.213203	21.213203	40.247018
5	60	15	25.980762	36.130657
6	75	7.7645713	28.977775	33.153577
7	90	0	30	31.196757
8	105	-7.7645713	28.977775	30.152629
9	120	-15	25.980762	29.954053
10	135	-21.213203	21.213203	30.574680
11	150	-25.980762	15	32.015455
12	165	-28.977775	7.7645714	34.282071
13	180	-30	0	37.356852
14	195	-28.977775	-7.7645713	41.172264
15	210	-25.980762	-15	45.595458
16	225	-21.213203	-21.213203	50.427990
17	240	-15	-25.980762	55.415109
18	255	-7.7645714	-28.977775	60.254144
19	270	0	-30	64.595245
20	285	7.7645713	-28.977775	68.036078
21	300	15	-25.980762	70.122833
22	315	21.213203	-21.213203	70.385857
23	330	25.980762	-15	68.456517
24	345	28.977775	-7.7645714	64.293798

```
 680 PRINT '"Coeficientii ec. Li
chtenheld :"''"A=";A'"B=";B'"C="
;C'"D=";D'"E=";E''"pt.a continua
 apasati o tasta": PAUSE 0
 690 REM ***********************
CALCULUL COORDONATELOR FOCARULUI
IN SIST.INTRINSEC SI SIST.INIT.*
********************************
 700 LET XFN=A: LET YFN=B/2
 710 LET XFV=X0+XFN*COS TETA0-YF
N*SIN TETA0: LET YFV=Y0+XFN*SIN
TETA0+YFN*COS TETA0
 720 PRINT : PRINT : PRINT "coor
donatele focarului:": PRINT "XF=
";XFV,"YF=";YFV
 730 REM ***********************
 CALC.COORD.PCT.CURBEI CENTRELOR
 IN SIST.INTRINSEC SI SIST.INIT.
********************************
 740 LET p$="A"
 750 PRINT : PRINT "domeniul de
variatie ptr.        dreapta t p
aralela cu axa N-G?"
 760 BEEP .05,20: INPUT "tmin=";
tin,"tmax=";tax,"pasul ";pt
 770 INPUT "factor de scarare=";
fs
 780 INPUT "abscisa originii [>1
0,<246]=";xor
 790 INPUT "ordonata originii [>
10,<166]=";yor
 800 LET contor=0: CLS
 810 LET i=tin
 820 REM ***********************
          DETERMINAREA CENTRELOR
********************************
 830 IF ((B*i+D)*(B*i+D)-4*(i+A)
*(i*i*i-A*i*i-C*i+E))<0 THEN BEE
P 0.02,10: GO TO 920
 840 LET y1=(B*i+D+SQR ((B*i+D)*
(B*i+D)-4*(i+A)*(i*i*i-A*i*i-C*i
+E)))/(2*i+2*A)
 850 LET y2=(B*i+D-SQR ((B*i+D)*
(B*i+D)-4*(i+A)*(i*i*i-A*i*i-C*i
+E)))/(2*i+2*A)
 860 LET XV1=i*COS TETA0-y1*SIN
TETA0+X0
 870 LET XV2=i*COS TETA0-y2*SIN
TETA0+X0
 880 LET YV1=i*SIN TETA0+y1*COS
TETA0+Y0
 890 LET YV2=i*SIN TETA0+y2*COS
TETA0+Y0
 900 GO SUB 1570: PRINT #0;AT 0,
0;XV1;",";YV1;" d/n?": GO SUB 14
60
 910 GO SUB 1570: PRINT #1;AT 1,
0;XV2;",";YV2;" d/n?": GO SUB 15
10: PRINT #1;AT 1,0;"
                       ": PRINT #0;
AT 0,0;"
        "
 920 LET i=i+pt
 930 IF i<tax THEN GO TO 820
 940 IF (pax/fs)<-xor OR (pax/fs
)>(255-xor) THEN PRINT AT 0,0;"a
legeti alta scara, alta origine
sau alt punct de pe ecran": PAUS
E 150: GO TO 770
 950 PRINT AT 0,0;"
                    ": CIRCLE xor
+(pax/fs),yor+(pay/fs),2: PRINT
AT 0,0;"x";p$;"0=";pax;",";"y";p
$;"0=";pay: GO TO 1090
 960 PRINT #0;AT 0,0;"doriti un
alt punct        d/n?"
 970 IF INKEY$="d" THEN LET p$="
B": CLS : GO TO 800
 980 IF INKEY$="n" THEN GO TO 10
00
 990 GO TO 970
1000 PRINT #0;AT 0,0;"un alt dom
eniu?             d/n?": PRINT "
 "
1010 PAUSE 0: IF INKEY$="d" THEN
 CLS : GO TO 750
1020 PAUSE 0: IF INKEY$="n" THEN
 PRINT #0;AT 0,0;"
                   ": GO TO 1050
1030 GO TO 1010
1040 REM ***********************
 TRASAREA CHENARULUI SI A AXELOR
********************************
1050 PLOT 0,0: DRAW 255,0: DRAW
0,175: DRAW -255,0: DRAW 0,-175
1060 PLOT (xor-10),yor: DRAW 20,
0: PLOT 245,yor: DRAW 10,0: PLOT
 xor,(yor-10): DRAW 0,20: PLOT x
or,165: DRAW 0,10
1070 PAUSE 0: STOP
1080 REM ***********************
CALCULUL PUNCTELOR CONJUGATE (IN
POZ.1-4) CENTRULUI ALES PE CURBA
********************************
1090 DIM M(4): DIM G(4): DIM D(4
)
1100 GO SUB 1150: PRINT AT 1,0;"
x";p$;"1=";xc;",";"y";p$;"1=";yc
: IF xc<-xor OR xc>(255-xor) OR
yc<-yor OR yc>(175-yor) THEN GO
TO 1110: CIRCLE xor+(xc/fs),yor+
(yc/fs),1
1110 LET XX=X(2): LET X(2)=X(1):
 LET X(1)=XX: LET YY=Y(2): LET Y
(2)=Y(1): LET Y(1)=YY: LET TT=T(
2): LET T(2)=T(1): LET T(1)=TT:
GO SUB 1150: PRINT AT 2,0;"x";p$
;"2=";xc;",";"y";p$;"2=";yc: IF
xc<xor OR xc>(255-xor) OR yc<-yo
r OR yc>(175-yor) THEN GO TO 112
0: CIRCLE xor+(xc/fs),yor+(yc/fs
),1
1120 LET XX=X(3): LET X(3)=X(1):
 LET X(1)=XX: LET YY=Y(3): LET Y
(3)=Y(1): LET Y(1)=YY: LET TT=T(
3): LET T(3)=T(1): LET T(1)=TT:
GO SUB 1150: PRINT AT 3,0;"x";p$
;"3=";xc;",";"y";p$;"3=";yc: IF
xc<-xor OR xc>(255-xor) OR yc<-y
or OR yc>(175-yor) THEN GO TO 11
30: CIRCLE xor+(xc/fs),yor+(yc/f
s),1
1130 LET XX=X(4): LET X(4)=X(1):
 LET X(1)=XX: LET YY=Y(4): LET Y
(4)=Y(1): LET Y(1)=YY: LET TT=T(
4): LET T(4)=T(1): LET T(1)=TT:
GO SUB 1150: PRINT AT 4,0;"x";p$
;"4=";xc;",";"y";p$;"4=";yc: IF
xc<-xor OR xc>(255-xor) OR yc<-y
or OR yc>(175-yor) THEN GO TO 11
40: CIRCLE (xor+(xc/fs)),(yor+yc
/fs),1
1140 GO TO 1430
1150 FOR I=4 TO 2 STEP -1
1160 LET M(I)=(Y(I)-PAY)/(X(I)-P
AX)
1170 LET um=(ATN m(i))*180/PI
1180 LET un=(T(i))*180/PI
1190 IF um<0 AND un<0 THEN IF AB
S um>ABS un THEN LET g(i)=um-un
1200 IF um<0 AND un<0 THEN IF AB
S um<ABS un THEN LET g(i)=-um+un
1210 IF um>un THEN LET g(i)=um-u
n
1220 IF um<un THEN LET g(i)=-um+
un
1230 LET D(I)=SQR ((X(I)-PAX)*(X
(I)-PAX)+(Y(I)-PAY)*(Y(I)-PAY))
1240 LET g(i)=g(i)*PI/180
1250 NEXT I
1260 DIM V(4): DIM W(4)
1270 FOR I=4 TO 2 STEP -1
1280 LET M1=(-TAN G(I)+TAN T(I))
/(1+TAN T(I)*TAN G(I))
1290 LET V(I)=X(1)+D(I)*COS (T(1
)-G(I))
1300 LET W(I)=Y(1)+D(I)*SIN (T(1
)-G(I))
1310 NEXT I
1320 LET V(1)=PAX: LET W(1)=PAY
1330 LET I=1: LET J=3: LET K=1:
LET L=4
1340 LET X1=(V(I)+V(J))/2
1350 LET Y1=(W(I)+W(J))/2
1360 LET M1=-1/((W(I)-W(J))/(V(I
)-V(J)))
1370 LET X2=(V(K)+V(L))/2
1380 LET Y2=(W(K)+W(L))/2
1390 LET M2=-1/((W(K)-W(L))/(V(K
)-V(L)))
1400 LET XC=(Y1-Y2+M2*X2-M1*X1)/
(M2-M1)
1410 LET YC=M1*(XC-X1)+Y1
1420 RETURN
1430 LET XX=X(1): LET YY=Y(1): L
ET TT=T(1): FOR i=2 TO 4: LET X(
I-1)=X(I): LET Y(I-1)=Y(I): LET
T(I-1)=T(I): NEXT I: LET X(4)=XX
: LET Y(4)=YY: LET T(4)=TT
1440 GO TO 960
1450 REM ***********************
              DIALOGUL PT. ALEGEREA
    CENTRELOR PE CURBA CENTRELOR
********************************
1460 IF contor=1 THEN RETURN
1470 PAUSE 0: LET z$=INKEY$: IF
z$="n" THEN RETURN
1480 IF z$="d" THEN GO TO 1500
1490 GO TO 1460
1500 LET contor=1: LET PAX=XV1:
LET PAY=YV1: RETURN
1510 IF contor=1 THEN RETURN
1520 PAUSE 0: LET x$=INKEY$: IF
x$="n" THEN RETURN
1530 IF x$="d" THEN GO TO 1550
1540 GO TO 1460
1550 LET contor=1: LET PAX=XV2:
LET PAY=YV2: RETURN
1560 REM ***********************
   SUBRUTINA DE TRASARE A CURBEI
********************************
1570 LET xn1=INT (XV1/fs+0.5): L
ET yn1=INT (YV1/fs+0.5): LET xn2
=INT (XV2/fs+0.5): LET yn2=INT (
YV2/fs+0.5)
1580 IF xn1<-xor OR xn1>(255-xor
) THEN RETURN
1590 IF yn1<-yor OR yn1>(175-yor
) THEN RETURN
1600 PLOT xn1+xor,yn1+yor: IF xn
2<-xor OR xn2>(255-xor) THEN RET
URN
1610 IF xn2<-xor OR xn2>(255-xor
) THEN RETURN
1620 IF yn2<-yor OR yn2>(175-yor
) THEN RETURN
1630 PLOT xn2+xor,yn2+yor
1640 RETURN
1650 REM ***********************
       SUBRUTINA DE TRECERE DIN
   SIST.INITIAL IN CEL INTRINSEC
********************************
1660 LET XN=(XV-X0)*COS TETA0+(Y
V-Y0)*SIN TETA0: LET YN=(YV-Y0)*
COS TETA0-(XV-X0)*SIN TETA0: RET
URN
```

S-a rulat programul pentru mecanisme patrulater de tipul manivela-balansier, redindu-se in tab.3.1 rezultatele pentru acela cu dimensiunile manivelei motoare "l1=30mm", bielei "l2=90mm", balansierului "l3=80mm" si elementului fix "l4=100mm".

S-a rulat programul pentru mecanisme patrulater de tipul dublu manivela, redindu-se in tab.3.2, rezultatele pentru acela cu dimensiunile manivelei motoare "l1=90mm", bielei "l2=80mm", manivelei conduse "l3=100mm" si elementului fix "l4=30mm".

Tab.3.2

Poz.i	φ [grade]	xA=xM [mm]	yA=yM [mm]	θ [grade]
1	0/360	90	0	90
2	15	86.933324	23.293714	113.32265
3	30	77.942286	45	137.12996
4	45	63.639610	63.639610	160.03237
5	60	45	77.942286	181.38166
6	75	23.293714	86.933324	201.08339
7	90	0	90	219.27475
8	105	-23.293714	86.933324	236.13320
9	120	-45	77.942286	251.80427
10	135	-63.639613	63.639610	266.38854
11	150	-77.942286	45	279.95232
12	165	-86.933324	23.293714	292.54682
13	180	-90	0	304.22887
14	195	-86.933324	-23.293714	315.07908
15	210	-77.942286	-45	325.21381
16	225	-63.639610	-63.639610	334.79038
17	240	-45	-77.942286	344.00850
18	255	-23.293714	-86.933324	353.11317
19	270	0	-90	2.4048511
20	285	23.293714	-86.933324	12.260945
21	300	45	-77.942286	23.168453
22	315	63.639610	-63.639610	35.753822
23	330	77.942286	-45	50.756388
24	345	86.933324	-23.293714	68.819757

```
  5 REM ***********************
PROGRAM BAZAT PE EC.LICHTENHELDT
 A CURBEI CENTRELOR PRIN METODA
DREPTEI PERPENDIC. PE ASIMPTOTA
********************************
 10 REM ***********************
         INTRODUCEREA DATELOR
********************************
 20 DIM x(4): DIM y(4): DIM t(4
)
 30 FOR i=1 TO 4
 40 PRINT i
 50 INPUT "x=";x
 60 INPUT "y=";y
 70 INPUT "teta[grade]=";tet
 80 LET x(i)=x: LET y(i)=y: LET
t(i)=tet*PI/180
 90 NEXT i
 100 REM **********************
  CALC.COORD.POLILOR ROT.FINITE
********************************
 110 DIM O(4,4): DIM P(4,4): DIM
F(4,4)
 120 CLS
 130 CLS : FOR I=1 TO 4: FOR J=I
+1 TO 4: LET F(I,J)=T(J)-T(I): N
EXT J: NEXT I
 140 FOR I=1 TO 4: FOR J=I+1 TO
4: LET O(I,J)=1/(2-2*COS F(I,J))
*((X(J)+X(I))*(1-COS F(I,J))-(Y(
J)-Y(I))*SIN F(I,J)): LET P(I,J)
=1/(2-2*COS F(I,J))*((X(J)-X(I))
*SIN F(I,J)+(Y(J)+Y(I))*(1-COS F
(I,J))): NEXT J: NEXT I
 150 PRINT : PRINT "coordonatele
 polilor Pij :": PRINT
 160 FOR I=1 TO 4: FOR J=I+1 TO
4: PRINT "P(";I;",";J;")=";O(I,J
);",";P(I,J)': NEXT J: NEXT I: P
RINT ''
 170 GO TO 330
 180 LET mltp1=a11/a21: LET mltp
2=a21/a11: LET mltp3=a12/a22: LE
T mltp4=a22/a12
 190 LET maxmltp=mltp1: LET cont
or=1
 200 IF mltp2>maxmltp THEN LET m
axmltp=mltp2: LET contor=2
 210 IF mltp3>maxmltp THEN LET m
axmltp=mltp3: LET contor=3
 220 IF mltp4>maxmltp THEN LET m
axmltp=mltp4: LET contor=4
 230 IF contor=1 THEN GO TO 280
 240 IF contor=2 THEN GO TO 290
 250 IF contor=3 THEN GO TO 300
 260 IF contor=4 THEN GO TO 310
 270 RETURN
 280 LET v2=(b11-mltp1*b22)/(a12
-mltp1*a22): LET v1=(b11-a12*v2)
/a11: RETURN
 290 LET v2=(b22-b11*mltp2)/(a22
-a12*mltp2): LET v1=(b22-a22*v2)
/a21: RETURN
 300 LET v1=(b11-mltp3*b22)/(a11
-a21*mltp3): LET v2=(b11-a11*v1)
/a12: RETURN
 310 LET v1=(b22-mltp4*b11)/(a21
-a11*mltp4): LET v2=(b22-a21*v1)
/a22: RETURN
 320 REM ***********************
        CALC.COORD.PCT.Qij PRIN
  INTERSECTIA OPTIMA A DREPTELOR
********************************
 330 LET a11=P(1,4)-P(2,4): LET
a12=O(2,4)-O(1,4): LET b11=P(1,4
)*O(2,4)-O(1,4)*P(2,4)
 340 LET a21=P(1,3)-P(2,3): LET
a22=O(2,3)-O(1,3): LET b22=P(1,3
)*O(2,3)-O(1,3)*P(2,3)
 350 GO SUB 180: LET O(2,1)=v1:
LET P(2,1)=v2
 360 LET a11=P(1,2)-P(2,3): LET
a12=O(2,3)-O(1,2): LET b11=P(1,2
)*O(2,3)-O(1,2)*P(2,3)
 370 LET a21=P(1,4)-P(3,4): LET
a22=O(3,4)-O(1,4): LET b22=P(1,4
)*O(3,4)-O(1,4)*P(3,4)
 380 GO SUB 180: LET O(3,1)=v1:
LET P(3,1)=v2
 390 LET a11=P(1,2)-P(2,4): LET
a12=O(2,4)-O(1,2): LET b11=P(1,2
)*O(2,4)-O(1,2)*P(2,4)
 400 LET a21=P(1,3)-P(3,4): LET
a22=O(3,4)-O(1,3): LET b22=P(1,3
)*O(3,4)-O(1,3)*P(3,4)
 410 GO SUB 180: LET O(4,1)=v1:
LET P(4,1)=v2
 420 LET a11=P(1,2)-P(1,3): LET
a12=O(1,3)-O(1,2): LET b11=P(1,2
)*O(1,3)-O(1,2)*P(1,3)
 430 LET a21=P(2,4)-P(3,4): LET
a22=O(3,4)-O(2,4): LET b22=P(2,4
)*O(3,4)-O(2,4)*P(3,4)
 440 GO SUB 180: LET O(3,2)=v1:
LET P(3,2)=v2
 450 LET a11=P(1,2)-P(1,4): LET
a12=O(1,4)-O(1,2): LET b11=P(1,2
)*O(1,4)-O(1,2)*P(1,4)
 460 LET a21=P(2,3)-P(3,4): LET
a22=O(3,4)-O(2,3): LET b22=P(2,3
)*O(3,4)-O(2,3)*P(3,4)
 470 GO SUB 180: LET O(4,2)=v1:
LET P(4,2)=v2
 480 LET a11=P(1,3)-P(1,4): LET
a12=O(1,4)-O(1,3): LET b11=P(1,3
)*O(1,4)-O(1,3)*P(1,4)
 490 LET a21=P(2,3)-P(2,4): LET
a22=O(2,4)-O(2,3): LET b22=P(2,3
)*O(2,4)-O(2,3)*P(2,4)
 500 GO SUB 180: LET O(4,3)=v1:
LET P(4,3)=v2
 510 PRINT : PRINT "coordonatele
 punctelor Qij :": PRINT
 520 FOR i=1 TO 3: FOR j=i+1 TO
4: PRINT "Q(";i;",";j;")=";O(j,i
);",";P(j,i): NEXT j: NEXT i
 530 PRINT '"pt.a continua apasa
ti o tasta": PAUSE 0
 540 REM **********************
        TRECEREA COORD.PCT.Pij/Qij
DIN SIST.INIT. IN SIST.INTRINSEC
********************************
 550 DIM Q(4,4): DIM R(4,4)
 560 LET MX=-1/(((P(1,2)+P(3,4)-
P(2,3)-P(1,4))/(O(1,2)+O(3,4)-O(
2,3)-O(1,4))))
 570 LET TETAO=ATN (MX): LET XO=
(O(2,3)+O(1,4))/2: LET YO=(P(2,3
)+P(1,4))/2
 580 FOR I=1 TO 4: FOR J=1 TO 4:
 LET XV=O(I,J): LET YV=P(I,J): G
O SUB 1700: LET Q(I,J)=XN: LET R
(I,J)=YN: NEXT J: NEXT I
 590 REM **********************
  CALCULUL COEFICIENTILOR CURBEI
CENTRELOR IN SISTEMUL INTRINSEC
********************************
 600 LET Q=(R(1,2)+R(3,4))/2-(R(
2,3)+R(1,4))/2
 610 LET KO=R(2,3)-(R(2,3)+R(1,4
))/2
 620 LET KQ=R(1,2)-Q
 630 LET X12=Q(1,2)
 640 LET X23=Q(2,3)
 650 LET A=(X23*KO-X12*KQ)/Q
 660 LET B=(X12*X12-X23*X23+KO*K
O-KQ*KQ+Q*Q)/Q
 670 LET C=X23*X23-KO*KO
 680 LET D=2*KO*X23
 690 LET E=((X12*KO-X23*KQ)*(X12
*X23+KO*KQ)+Q*Q*KO*X23)/Q
 700 PRINT '"coeficientii ec. Li
chtenheldt :"''"A=";A'"B=";B'"C=
";C'"D=";D'"E=";E''"pt.a continu
a apasati o tasta": PAUSE 0
 710 REM **********************
CALCULUL COORDONATELOR FOCARULUI
IN SIST.INTRINSEC SI SIST.INIT.*
********************************
 720 LET XFN=A: LET YFN=B/2
 730 LET XFV=XO+XFN*COS TETAO-YF
N*SIN TETAO: LET YFV=YO+XFN*SIN
TETAO+YFN*COS TETAO
 740 PRINT : PRINT "coordonatele
 focarului :": PRINT "XF=";XFV,"
YF=";YFV
 750 REM **********************
 CALC.COORD.PCT.CURBEI CENTRELOR
 IN SIST.INTRINSEC SI SIST.INIT.
********************************
 760 PRINT "domeniul de variatie
 ptr. Y": INPUT "Ymin=";ymin,"Ym
ax=";ymax,"pasul=";py,"fact.scar
are=";fs'"abscisa originii [>10,
<246]=";xor'"ordonata originii [
>10,<166]=";yor
 770 LET contor=0: LET p$="A": C
LS
 780 REM **********************
         DETERMINAREA CENTRELOR*
********************************

 790 FOR y=ymin TO ymax STEP py
 800 LET pp=y*y-B*y-C-(-A)*(-A)/
3
 810 LET qq=2*(-A)*(-A)*(-A)/27-
(-A)*(y*y-B*y-C)/3+A*y*y-D*y+E
 820 LET dd=qq*qq/4+pp*pp*pp/27
 830 IF dd>0 THEN LET xx1=(SGN (
-qq/2+SQR dd))*(ABS (-qq/2+SQR d
d))^(1/3)+(SGN (-qq/2-SQR dd))*(
ABS (-qq/2-SQR dd))^(1/3)+A/3: G
O SUB 1460: GO SUB 1500: PRINT #
0;AT 0,0;x1;",";yy;"  d/n?": GO
SUB 1300: PRINT #0;AT 0,0;"
                               "
 840 IF dd<0 THEN LET rr=SQR (-p
p*pp*pp/27): LET fi=ACS ((-qq/2)
/(SQR (-pp*pp*pp/27))): LET xx1=
2*(rr)^(1/3)*COS (fi/3)+A/3: GO
SUB 1460: GO SUB 1540: PRINT #0;
AT 0,0;x1;",";yy;"  d/n?": GO SU
B 1300: PRINT #0;AT 0,0;"
                           ": LET x
x2=2*(rr)^(1/3)*COS (fi/3+2*PI/3
)+A/3: GO SUB 1470: GO SUB 1590:
 PRINT #0;AT 0,0;x2;",";yy;" d/n
?": GO SUB 1350: PRINT #0;AT 0,0
;"
 ": LET xx3=2*(rr)^(1/3)*COS (fi
/3+4*PI/3)+A/3: GO SUB 1480: GO
SUB 1640: PRINT #0;AT 0,0;x3;","
;yy;" d/n?": GO SUB 1400: PRINT
#0;AT 0,0;"
                               "
 850 NEXT y
 860 IF pax/fs<-xor OR pax/fs>(2
55-xor) THEN PRINT AT 0,0;"alege
ti alt punct de pe ecran   sau u
n alt factor de scara": GO TO 76
0
 870 REM **********************
CALCULUL PUNCTELOR CONJUGATE (IN
POZ.1-4) CENTRULUI ALES PE CURBA
********************************
 880 DIM M(4): DIM G(4): DIM D(4
): PRINT AT 0,0;"x";p$;"0=";pax;
",";"y";p$;"0=";pay: CIRCLE xor+
pax/fs,yor+pay/fs,2
 890 GO SUB 940: PRINT AT 1,0;"x
```

S-a rulat programul pentru mecanisme patrulater de tipul dublu balansier, redindu-se in tab.3.3 rezultatele pentru acela cu dimensiunile balansierului motor "l1=100mm", bielei "l2=30mm", balansierului condus "l3=90mm" si a elementului fix "l4=100mm".

Tab.3.3

Poz.i	φ [grade]	xA=xM [mm]	yA=yM [mm]	θ [grade]
1	45	70.710678	70.710678	37.085440
2	50	64.278761	76.604444	24.962747
3	55	57.357644	81.915204	15.195516
4	60	50	86.602540	6.5022227
5	65	42.261826	90.630779	358.1559
6	70	34.202014	93.969262	349.51886
7	75	25.881905	96.592583	339.66269
8	80	17.364818	98.480775	325.96251

"Verificarea grafica" recomandata in finalul subcap.2.7 are ca efect alegerea adecvata a semnului "+" sau "-" in fata radicalului din instructiunile numerotate cu 170 si 230. Programul ocupa o memorie de 931 bytes si este listat pe versoul paginii 55.

3.2. Program bazat pe ecuatia Lichtenheldt si pe metoda dreptei paralele cu asimptota

Utilizind ecuatia Lichtenheldt (2.7) si metoda dreptei paralele cu asimptota, programul prezentat in acest subcapitol, rezolva probleme de sinteza patrupozitionala sau descrie (analitic/grafic) curba centrelor aferenta unui set de patru pozitii impuse care constituie datele de intrare. Limbajul conversational in care programul a fost scris, permite o utilizare facila, iar "blocurile" sale (subrutine sau cicluri) pot fi usor modificate pentru adaptarea la cazuri concrete.

Cu instructiunea 10 incepe introducerea datelor. Calculul

```
";p$;"1=";xc;",";"y";p$;"1=";yc:
 CIRCLE xor+xc/fs,yor+yc/fs,1
 900 LET XX=X(2): LET X(2)=X(1):
 LET X(1)=XX: LET YY=Y(2): LET Y
(2)=Y(1): LET Y(1)=YY: LET TT=T(
2): LET T(2)=T(1): LET T(1)=TT:
GO SUB 940: PRINT AT 2,0;"x";p$;
"2=";xc;",";"y";p$;"2=";yc: CIRC
LE xor+xc/fs,yor+yc/fs,1
 910 LET XX=X(3): LET X(3)=X(1):
 LET X(1)=XX: LET YY=Y(3): LET Y
(3)=Y(1): LET Y(1)=YY: LET TT=T(
3): LET T(3)=T(1): LET T(1)=TT:
GO SUB 940: PRINT AT 3,0;"x";p$;
"3=";xc;",";"y";p$;"3=";yc: CIRC
LE xor+xc/fs,yor+yc/fs,1
 920 LET XX=X(4): LET X(4)=X(1):
 LET X(1)=XX: LET YY=Y(4): LET Y
(4)=Y(1): LET Y(1)=YY: LET TT=T(
4): LET T(4)=T(1): LET T(1)=TT:
GO SUB 940: PRINT AT 4,0;"x";p$;
"4=";xc;",";"y";p$;"4=";yc: CIRC
LE xor+xc/fs,yor+yc/fs,1
 930 GO TO 1240
 940 FOR I=4 TO 2 STEP -1
 950 LET M(I)=(Y(I)-PAY)/(X(I)-P
AX)
 960 LET um=(ATN m(i))*180/PI
 970 LET un=(T(i))*180/PI
 980 IF um<0 AND un<0 THEN IF AB
S um>ABS un THEN LET g(i)=um-un
 990 IF um<0 AND un<0 THEN IF AB
S um<ABS un THEN LET g(i)=-um+un
1000 IF um>un THEN LET g(i)=um-u
n
1010 IF um<un THEN LET g(i)=-um+
un
1020 LET D(I)=SQR ((X(I)-PAX)*(X
(I)-PAX)+(Y(I)-PAY)*(Y(I)-PAY))
1030 LET g(i)=g(i)*PI/180
1040 NEXT I
1050 DIM V(4): DIM W(4)
1060 FOR I=4 TO 2 STEP -1
1070 LET M1=(-TAN G(I)+TAN T(I))
/(1+TAN T(I)*TAN G(I))
1080 LET V(I)=X(1)+D(I)*COS (T(1
)-G(I))
1090 LET W(I)=Y(1)+D(I)*SIN (T(1
)-G(I))
1100 NEXT I
1110 LET V(1)=PAX: LET W(1)=PAY
1120 LET I=1: LET J=3: LET K=1:
LET L=4
1130 GO SUB 1150
1140 GO TO 1230
1150 LET X1=(V(I)+V(J))/2
1160 LET Y1=(W(I)+W(J))/2
1170 LET M1=-1/((W(I)-W(J))/(V(I
)-V(J)))
1180 LET X2=(V(K)+V(L))/2
1190 LET Y2=(W(K)+W(L))/2
1200 LET M2=-1/((W(K)-W(L))/(V(K
)-V(L)))
1210 LET XC=(Y1-Y2+M2*X2-M1*X1)/
(M2-M1)
1220 LET YC=M1*(XC-X1)+Y1
1230 RETURN
1240 LET XX=X(1): LET YY=Y(1): L
ET TT=T(1): FOR i=2 TO 4: LET X(
I-1)=X(I): LET Y(I-1)=Y(I): LET
T(I-1)=T(I): NEXT I: LET X(4)=XX
: LET Y(4)=YY: LET T(4)=TT
1250 REM ***********************
TRASAREA CHENARULUI SI A AXELOR*
********************************
1260 PLOT (xor-10),yor: DRAW 20,
0: PLOT 245,yor: DRAW 10,0: PLOT
 xor,(yor-10): DRAW 0,20: PLOT x
or,165: DRAW 0,10
1270 PLOT 0,0: DRAW 255,0: DRAW
0,175: DRAW -255,0: DRAW 0,-175
1280 PAUSE 0: STOP
1290 REM ***********************
           DIALOGUL PT. ALEGEREA
    CENTRELOR PE CURBA CENTRELOR
********************************
1300 LET z$=INKEY$: IF z$="n" TH
EN RETURN
1310 IF contor=1 THEN RETURN
1320 IF z$="d" THEN GO TO 1340
1330 GO TO 1300
1340 LET contor=1: LET PAX=x1: L
ET PAY=yy: RETURN
1350 IF contor=1 THEN RETURN
1360 LET x$=INKEY$: IF x$="n" TH
EN RETURN
1370 IF x$="d" THEN GO TO 1390
1380 GO TO 1350
1390 LET contor=1: LET PAX=x2: L
ET PAY=yy: RETURN
1400 IF contor=1 THEN RETURN
1410 LET y$=INKEY$: IF y$="n" TH
EN RETURN
1420 IF y$="d" THEN GO TO 1440
1430 GO TO 1400
1440 LET contor=1: LET PAX=x3: L
ET pay=yy: RETURN
1450 REM ***********************
  SUBRUTINA DE TRECERE DIN SIST.
        INTRINSEC IN CEL INITIAL
********************************
1460 LET x1=xx1*COS TETA0-y*SIN
TETA0+X0: LET yy=xx1*SIN TETA0+y
*COS TETA0+Y0: RETURN
1470 LET x2=xx2*COS TETA0-y*SIN
TETA0+X0: LET yy=xx2*SIN TETA0+y
*COS TETA0+Y0: RETURN
1480 LET x3=xx3*COS TETA0-y*SIN
TETA0+X0: LET yy=xx3*SIN TETA0+y
*COS TETA0+Y0: RETURN
1490 REM ***********************
   SUBRUTINA DE TRASARE A CURBEI
********************************
1500 LET yn=INT (yy/fs+0.5): LET
 xn=INT (x1/fs+0.5)
1510 IF yn<-yor OR yn>(175-yor)
THEN RETURN
1520 IF xn<-xor OR xn>(255-yor)
THEN RETURN
1530 PLOT xn+xor,yn+yor: RETURN
1540 LET xn1=INT (x1/fs): LET yn
=INT (yy/fs)
1550 IF yn<-yor OR yn>(175-yor)
THEN RETURN
1560 IF xn1<-xor OR xn1>(255-xor
) THEN RETURN
1570 PLOT xn1+xor,yn+yor
1580 RETURN
1590 LET xn2=INT (x2/fs+0.5): LE
T yn=INT (yy/fs+0.5)
1600 IF yn<-yor OR yn>(175-yor)
THEN RETURN
1610 IF xn2<-xor OR xn2>(255-xor
) THEN RETURN
1620 PLOT xn2+xor,yn+yor
1630 RETURN
1640 LET xn3=INT (x3/fs+0.5): LE
T yn=INT (yy/fs+0.5)
1650 IF yn<-yor OR yn>(175-yor)
THEN RETURN
1660 IF xn3<-xor OR xn3>(255-xor
) THEN RETURN
1670 PLOT xn3+xor,yn+yor
1680 RETURN
1690 REM ***********************
       SUBRUTINA DE TRECERE DIN
   SIST.INITIAL IN CEL INTRINSEC
********************************
1700 LET XN=(XV-X0)*COS TETA0+(Y
V-Y0)*SIN TETA0: LET YN=(YV-Y0)*
COS TETA0-(XV-X0)*SIN TETA0:
URN
```

coordonatelor polilor rotatiilor finite "Pij" se face cu relatiile (2.1), (2.2), (2.3) dupa instructiunea 100. Calculul coordonatelor polilor "Qij" se face rezolvind sistemul liniar format din ecuatiile dreptelor (6.25) si (6.26). La rezolvarea acestui sistem a fost aplicata "metoda pivotului maxim" care conform [D15] asigura erori minime de rotunjire (a se vedea instructiunea 310). Cu o subrutina, incepind de la linia 520, s-au trecut coordonatele polilor din sistemul "xAoy" de definire a pozitiilor, in sistemul "intrinsec" "XOY" legat de poli (a se vedea subcap.2.1). Incepind cu instructiunea 570 s-au calculat cu relatiile (2.8)...(2.12) coeficientii ecuatiei Lichtenheldt (2.7) a curbei centrelor. Imediat (instructiunea 690) s-au calculat coordonatele focarului cu relatiile (2.14), (2.15) si s-a trecut dupa o discutie (instructiunea 730) de alegere a unor parametri de ciclare la determinarea (instructiunea 820) centrelor de pe curba de sinteza cu ajutorul relatiilor (6.39), (6.41), (6.43), (6.44), (6.45). Dialogul pentru alegerea centrului de sinteza incepe la instructiunea 1450 si continua la instructiunea 1080 cu determinarea punctului cercual conjugat (in toate cele patru pozitii impuse). Pentru a avea si o imagine grafica asemenea realitatii (curbele centrelor in pozitia reala) a algoritmului expus, exista o subrutina (instructiunea 1650) de trecere din sistemul "XOY" in sistemul "xAoy", care permite prin subrutina de trasare a curbei centrelor (instructiunea 1560) si de trasare a chenarului/axelor (instructiunea 1040) sa se obtina figuri similare celor redate in continuare.

Pe versoul paginii 55 si in continuare pe versoul paginii 56, se expune listingul unei variante a programului (lungime 11565 bytes) comentat mai sus.

Programul expus a fost rulat pentru "exemplul I" (amintit la subcap.4.3) care porneste de la patru pozitii "oarecare" specificate in tab.4.1. rezultind curba centrelor din fig.3.1.

Acelasi program, a fost rulat pentru "exemplele II, III, IV" care au ca date de intrare pozitiile specificate respectiv in tab.3.4 (extrase din tab.3.1), in tab 3.5 (extrase din tab.3.3) si in tab.3.6 (extrase din tab.3.2). Au rezultat astfel, corespunzator, curbele centrelor din fig.3.2, fig.3.3 si fig.3.4.

Intrucit programul prezentat se bazeaza pe una din cele mai simple metode teoretice, el este usor de inteles si de utilizat.

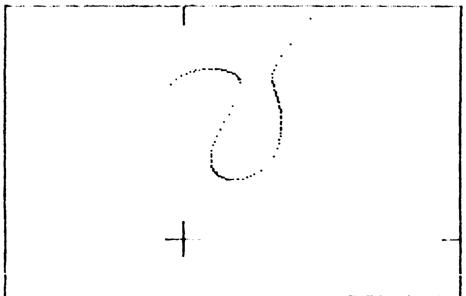


FIG.3.1

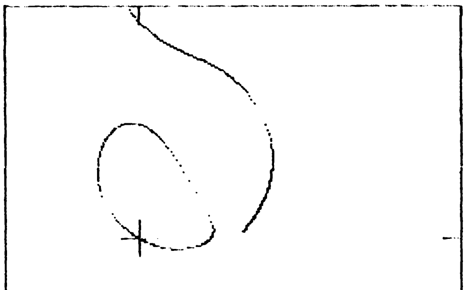


FIG.3.2

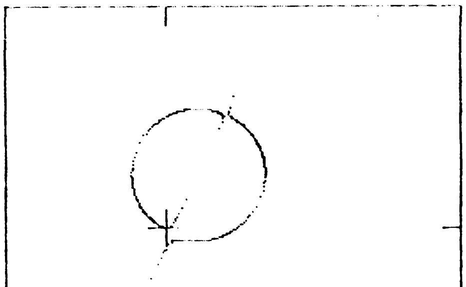


FIG.3.3

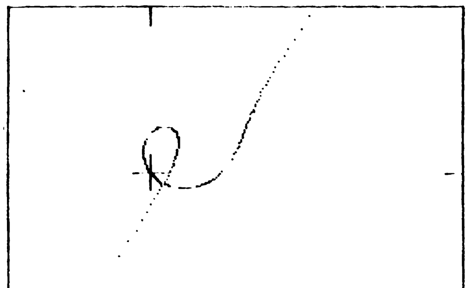


FIG.3.4

Tab.3.4

Poz.	x [mm]	y [mm]	θ [grade]
1	30	0	58.411864
2	15	25.980762	36.130657
3	-15	25.980762	29.954053
4	-30	0	37.356852

Tab.3.5

Poz.	x [mm]	y [mm]	θ [grade]
1	70.710678	70.710678	37.08544
2	57.357644	81.915204	15.195516
3	32.202014	93.569262	349.518860
4	17.364818	98.480775	325.96251

Tab.3.6

Poz.	x [mm]	y [mm]	θ [grade]
1	63.63961	63.639610	160.03237
2	-23.293714	86.933324	236.13320
3	-86.933324	23.293714	292.54682
4	-45	-77.942286	344.00850

Observind fig.3.1/fig.3.2/fig.3.3/fig.3.4 se constata ca metoda dreptei paralele cu asimptota nu va da o imagine suficient de clara (centre "in continuitate") a curbei centrelor pe portiunile aproximativ "paralele" cu asimptota/axa medie, in contrast cu portiunile aproximativ "perpendiculare".

Programul prezentat mai sus poate fi modificat (exista si aceasta varianta) in sensul ca daca se inlocuiesc coordonatele polilor "P23,P24,P34" cu cele ale polilor "P231,P241,P341" ce se pot obtine cu relatiile (2.134)/(2.135), din rulare va rezulta curba punctelor cercuale in prima pozitie impusa sintezei.

```
 5 REM **********************
PROGRAM BAZAT PE ECUATIA PERJU A
 CURBEI CENTRELOR/PUNCTELOR PRIN
 METODA DREPTEI PARALELE CU "Ox"
********************************

 10 REM **********************
         INTRODUCEREA DATELOR
********************************
 20 CLS : DIM x(4): DIM y(4): D
IM t(4): FOR i=1 TO 4: PRINT : P
RINT "introduceti poz.nr.";i;" d
e sint."'"x(";i;")=";: INPUT x(i
): PRINT x(i): PRINT "y(";i;")="
;: INPUT y(i): PRINT y(i): PRINT
 "t(";i;")=";: INPUT ttee: LET t
(i)=ttee*PI/180: PRINT ttee: NEX
T i
 30 GO TO 40
 40 REM **********************
CALCULUL COEFICIENTILOR A,B,W,C,
D,E,F,G,H, AI ECUATIEI PERJU A
      CURBEI CENTRELOR/PUNCTELOR
********************************
 50 CLS : PRINT "Alegeti:

                  1.curba cent
relor             2.curba punc
telor          "
 60 LET a$=INKEY$: IF a$="1" TH
EN GO TO 1340
 70 IF a$="2" THEN GO TO 90
 80 GO TO 60
 90 CLS : DIM p(4): DIM q(4): D
IM r(4): DIM s(4): DIM z(4): DIM
 u(4): DIM v(4)
 100 FOR i=2 TO 4
 110 LET p(i)=2*(x(i)*COS t(i)-x
(1)*COS t(1)+y(i)*SIN t(i)-y(1)*
SIN t(1))
 120 LET q(i)=2*(-x(i)*SIN t(i)+
x(1)*SIN t(1)+y(i)*COS t(i)-y(1)
*COS t(1))
 130 LET r(i)=x(i)*x(i)-x(1)*x(1
)+y(i)*y(i)-y(1)*y(1)
 140 LET s(i)=COS t(i)-COS t(1)
 150 LET z(i)=SIN t(i)-SIN t(1)
 160 LET u(i)=x(i)-x(1)
 170 LET v(i)=y(i)-y(1)
 180 NEXT i
 190 DIM a(4): DIM b(4): DIM c(4
): FOR i=2 TO 4: LET a(i)=p(i):
LET b(i)=s(i): LET c(i)=z(i): NE
XT i: GO SUB 1240: LET aa=del
 200 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=q(i)
: LET b(i)=s(i): LET c(i)=z(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET bb=del
 210 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=r(i)
: LET b(i)=s(i): LET c(i)=z(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET ww=del
 220 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=p(i)
: LET b(i)=s(i): LET c(i)=v(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET c1=del
 230 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=p(i)
: LET b(i)=z(i): LET c(i)=u(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET c2=del
 240 LET cc=c1-c2
 250 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=q(i)
: LET b(i)=s(i): LET c(i)=u(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET d1=del
 260 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=q(i)
: LET b(i)=z(i): LET c(i)=v(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET d2=del
 270 LET dd=-d1-d2
 280 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=p(i)
: LET b(i)=s(i): LET c(i)=u(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET e1=del
 290 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=p(i)
: LET b(i)=z(i): LET c(i)=v(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET e2=del
 300 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=q(i)
: LET b(i)=s(i): LET c(i)=v(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET e3=del
 310 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=q(i)
: LET b(i)=z(i): LET c(i)=u(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET e4=del
 320 LET ee=-e1-e2+e3-e4
 330 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=p(i)
: LET b(i)=u(i): LET c(i)=v(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET f1=del
 340 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=r(i)
: LET b(i)=s(i): LET c(i)=v(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET f2=del
 350 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=r(i)
: LET b(i)=z(i): LET c(i)=u(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET f3=del
 360 LET ff=f1+f2-f3
 370 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=q(i)
: LET b(i)=u(i): LET c(i)=v(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET g1=del
 380 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=r(i)
: LET b(i)=s(i): LET c(i)=u(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET g2=del
 390 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=r(i)
: LET b(i)=z(i): LET c(i)=v(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET g3=del
 400 LET gg=g1-g2-g3
 410 FOR i=2 TO 4: LET a(i)=r(i)
: LET b(i)=u(i): LET c(i)=v(i):
NEXT i: GO SUB 1240: LET hh=del
 420 PRINT "coeficientii ecuatie
i Perju :"'"A=";aa'"B=";bb'"W=";
ww'"C=";cc'"D=";dd'"E=";ee'"F=";
ff'"G=";gg'"H=";hh'"pt.a continu
a apasati o tasta": PAUSE 0
 430 REM **********************
CALCULUL COORDONATELOR CENTRELOR
/PUNCTELOR SI TRASAREA CURBEI
********************************
 440 LET p$="A"
 450 PRINT "domeniul de variatie
 pt. y": INPUT "ymin=";ymin,"yma
x=";ymax,"pasul=";py,"fact.scara
re=";fs'"abscisa originii [>10,<
246]=";xor'"ordonata originii [>
10,<166]=";yor
 460 LET contor=0: CLS
 470 FOR y=ymin TO ymax STEP py
 480 LET rrr=(bb*y+ww+cc)/aa: LE
T sss=(aa*y*y+ee*y+ff)/aa: LET t
tt=(bb*y*y*y+ww*y*y+dd*y*y+gg*y+
hh)/aa
 490 LET ppp=sss-rrr*rrr/3
 500 LET qqq=(rrr*rrr*rrr)*2/27-
(rrr*sss)/3+ttt
 510 LET ddd=(qqq*qqq)/4+(ppp*pp
p*ppp)/27
 520 IF ddd>0 THEN LET sgn1=SGN
(-qqq/2+SQR (ddd)): LET sgn2=SGN
 (-qqq/2-SQR (ddd)): LET xx1=sgn
1*(ABS (-qqq/2+SQR (ddd)))^(1/3)
+sgn2*(ABS (-qqq/2-SQR (ddd)))^(
1/3)-rrr/3: LET x1=(xx1-x(1))*CO
S t(1)+(y-y(1))*SIN t(1): LET y1
=-(xx1-x(1))*SIN t(1)+(y-y(1))*C
OS t(1): GO SUB 1460: GO SUB 104
0: PRINT #0;AT 0,0;x1;",";y1;"
d/n?": GO SUB 880: PRINT #0;AT 0
,0;"
   "
 530 IF ddd<0 THEN LET rr=(-ppp*
ppp*ppp/27)^(1/2): LET fi=ACS ((
-qqq/2)/((-ppp*ppp*ppp/27)^(1/2)
)): LET xx1=2*((rr)^(1/3))*COS (
fi/3)-rrr/3: LET x1=(xx1-x(1))*C
OS t(1)+(y-y(1))*SIN t(1): LET y
1=-(xx1-x(1))*SIN t(1)+(y-y(1))*
COS t(1): GO SUB 1460: GO SUB 10
80: PRINT #0;AT 0,0;x1;",";y1;"
 d/n?": GO SUB 880: PRINT #0;AT
0,0;"
   "
 540 IF ddd<0 THEN LET rr=(-ppp
ppp*ppp/27)^(1/2): LET fi=ACS (
-qqq/2)/((-ppp*ppp*ppp/27)^(1/2
)): LET xx2=2*(rr)^(1/3)*COS (f
/3+2*PI/3)-rrr/3: LET x2=(xx2-x
1))*COS t(1)+(y-y(1))*SIN t(1):
LET y2=-(xx2-x(1))*SIN t(1)+(y-
(1))*COS t(1): GO SUB 1490: GO S
UB 1130: PRINT #0;AT 0,0;x2;","
y2;" d/n?": GO SUB 930: PRINT #
;AT 0,0;"
   "
 550 IF ddd<0 THEN LET rr=(-ppp
ppp*ppp/27)^(1/2): LET fi=ACS (
-qqq/2)/((-ppp*ppp*ppp/27)^(1/2
)): LET xx3=2*(rr)^(1/3)*COS (f
/3+4*PI/3)-rrr/3: LET x3=(xx3-x
1))*COS t(1)+(y-y(1))*SIN t(1):
LET y3=-(xx3-x(1))*SIN t(1)+(y-
(1))*COS t(1): GO SUB 1520: GO S
UB 1180: PRINT #0;AT 0,0;x3;","
y3;" d/n?": GO SUB 980: PRINT #
;AT 0,0;"
   "
 560 PRINT AT 0,0;"
   "
 570 NEXT y
 580 IF pax/fs<-xor OR pax/fs>(2
55-xor) THEN PRINT AT 0,0;"alege
ti alt punct de pe ecran    sau
n alt factor de scara": GO TO 45
0
 590 REM **********************
CALCULUL COORDONATELOR CENTRULUI
(IN POZ.0) CONJUGAT CU PUNCTUL
               ALES (IN POZ.1)
********************************
 600 DIM s(4): DIM u(4): DIM v(4
): DIM w(4): DIM m(4)
 610 FOR i=1 TO 4: LET m(i)=TAN
t(i): NEXT i
 620 PRINT AT 0,0;"x";p$;"1=";pa
x;",";"y";p$;"1=";pay: CIRCLE xo
r+pax/fs,yor+pay/fs,2
 630 LET x=pax: LET y=pay: LET x
01=x(1): LET y01=y(1): LET t1=t(
1): GO SUB 1270
 640 LET s(1)=x1: LET u(1)=y1
 650 FOR i=2 TO 4: LET s(i)=s(1)
: LET u(i)=u(1): NEXT i
 660 FOR i=1 TO 4: LET x01=x(i):
 LET y01=y(i): LET x1=s(i): LET
y1=u(i): LET t1=t(i): GO SUB 131
0
 670 LET v(i)=x: LET w(i)=y: NEX
T i
 680 LET I=1: LET J=2: LET K=3:
LET L=4
 690 LET X1=(V(I)+V(J))/2
 700 LET Y1=(W(I)+W(J))/2
 710 LET M1=-1/((W(I)-W(J))/(V(I
)-V(J)))
 720 LET X2=(V(K)+V(L))/2
 730 LET Y2=(W(K)+W(L))/2
 740 LET M2=-1/((W(K)-W(L))/(V(K
)-V(L)))
 750 LET XC=(Y1-Y2+M2*X2-M1*X1)/
(M2-M1)
 760 LET YC=M1*(XC-X1)+Y1
 770 PRINT AT 1,0;"x";p$;"0=";xc
;",";"y";p$;"0=";yc: CIRCLE xor+
xc/fs,yor+yc/fs,2
 780 PRINT #0;AT 0,0;"doriti alt
 punct?            d/n?"
 790 LET a$=INKEY$
 800 IF a$="d" THEN LET p$="B":
GO TO 460
 810 IF a$="n" THEN GO TO 830
```

3.3. Program bazat pe ecuatia Lichtenheldt si pe metoda dreptei perpendiculare pe asimptota

Programul prezentat in acest capitol porneste de la ecuatia Lichtenheldt (2.7) a curbelor de sinteza, dar spre deosebire de cel descris in subcap.3.2, "baleierea" sistemului intrinsec de axe nu se face cu o dreapta paralela cu asimptota ci cu una perpendiculara la aceasta. Si prezentul program a fost scris in limbaj conversational, subrutinele putind fi usor modificate functie de scop: rezolvarea problemelor de sinteza sau descrierea (grafica/analitica) a curbelor de sinteza (in cazul de fata a curbei centrelor) corespunzatoare unui set de patru pozitii impuse.

Introducerea datelor (cele patru pozitii impuse) incepe cu instructiunea 10. Calculul coordonatelor polilor rotatiilor finite "Pij", bazat pe relatiile (2.1), (2.2), (2.3) incepe la instructiunea 100 iar coordonatele polilor "Qij" se determina cu erori minime "de rotunjire" prin "intersectia" dreptelor (6.25) si (6.26), utilizind "metoda pivotului maxim" [D15], incepind de la instructiunea 320. Trecerea coordonatelor polilor "Pij/Qij" din sistemul "xAoy" de definire a pozitiilor, in sistemul "intrinsec" "XOY" (subcap.2.1) se face incepind cu instructiunea 540 iar calculul coeficientilor ecuatiei Lichtenheldt (2.7) a curbei centrelor, in acelasi sistem, utilizind relatiile (2.8)-(2.12), se face incepind cu instructiunea 590. Cu relatiile (2.14) si (2.15) s-au calculat, la instructiunea 710, coordonatele focarului curbei. Paramatri de ciclare ceruti de instructiunea 750 au servit la determinarea centrelor de pe curba de sinteza cu relatiile (6.39), (6.41), (6.43), (6.44), (6.45), incepind de la instructiunea 780. Problema de sinteza patrupozitionala se rezolva alegind centrul convenabil de pe curba de sinteza (prin "dialogul" de la instructiunea 1290) si calculind cele patru pozitii ale punctului conjugat (incepind cu instructiunea 870). Imaginea grafica a curbei centrelor se obtine in subrutina de trasare (instructiunea 1490) a curbei propriuzise si in subrutina de trasare a axelor si chenarului (instructiunea 1250). Pentru lucrul in sistemul de definire a pozitiilor de sinteza si in sistemul intrinsec, exista

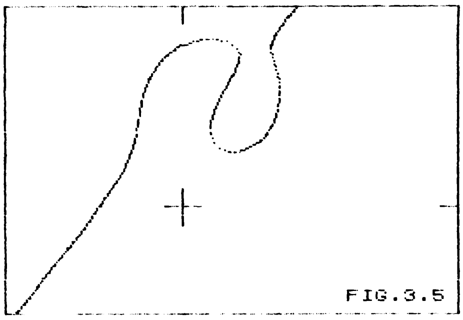


FIG.3.5

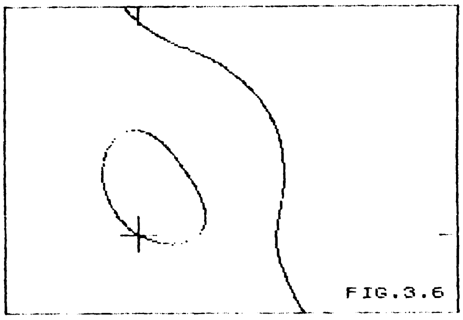


FIG.3.6

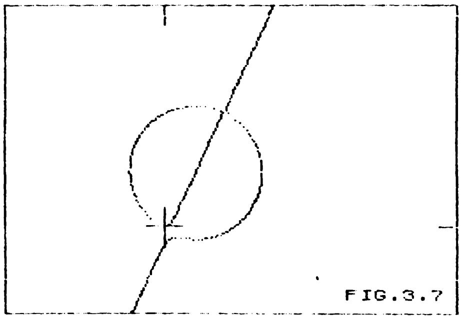


FIG.3.7

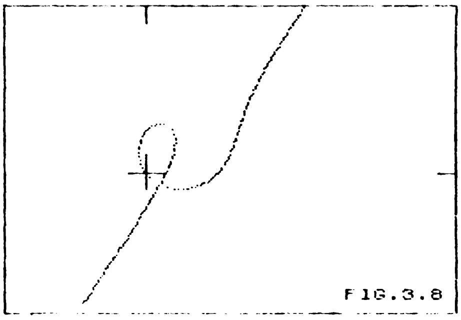


FIG.3.8

subrutinele de trecere intre aceste sisteme (incepind cu instructiunile 1450/1690).

Se expune pe versoul paginilor 57 si 58, listingul unei variante a programului (lungime 11872 bytes) comentat mai sus.

Programul de mai sus a fost rulat pentru "exemplele I, II, III si IV" (prezentate in subcap. 3.2) care au ca date de intrare pozitiile specificate respectiv in tab.4.1, tab.3.4, tab.3.5 si tab.3.6. In acest fel, au rezultat corespunzator curbele centrelor din fig.3.5, fig.3.6, fig.3.7 si fig.3.8. Fata de rularile corespunzatoare amintite in subcap.3.2, au fost utilizati aici, aceiasi parametri de obtinere a imaginilor (pas de iterare, factor de scara, etc.) in scopul posibilitatilor de comparare.

Se constata la fig.3.5/fig.3.6/fig.3.7/fig.3.8, respectiv fata de fig. 3.1/fig.3.2/fig.3.3/fig.3.4, o "imagine" mult mai "clara" a curbelor centrelor (fapt favorabil metodei dreptei perpendiculare pe asimptota in defavoarea metodei dreptei paralele cu asimptota). Si prin metoda din acest capitol rezulta (in mai mica masura ca in precedentul) mici zone mai putin clare (centre "in continuitate") pe portiunile curbei de sinteza, aproximativ "perpendiculare" la asimptota/axa medie.

Evident, daca (printr-o modificare simpla) se inlocuiesc (in program) coordonatele polilor rotatiilor finite din planul fix "P23,P24,P34"), corespunzator cu cele ale polilor "P231, P241,P341" (obtenabile cu relatiile (2.134) si (2.135)) din planul mobil, rezulta din rularea programului, coordonate ale punctelor cercuale, respectiv curba punctelor cercuale in prima pozitie impusa sintezei.

3.4. Program bazat pe ecuatia Perju si pe metoda dreptei paralele cu abscisa

Programul prezentat in cele ce urmeaza, utilizeaza ecuatia Perju (2.39) a curbelor de sinteza iar planul fix/mobil este "prospectat" cu o dreapta paralela cu axa "Ox". Varianta "conversationala" si subrutinele usor de identificat si modificat, pot servi fie la sinteza patrupozitionala, fie la "descrierea" grafica/analitica a curbelor de sinteza

```
 820 GO TO 780
 830 REM **********************
 TRASAREA CHENARULUI SI A AXELOR
********************************
 840 PLOT (xor-10),yor: DRAW 20,
0: PLOT 245,yor: DRAW 10,0: PLOT
 xor,(yor-10): DRAW 0,20: PLOT x
or,165: DRAW 0,10
 850 PLOT 0,0: DRAW 255,0: DRAW
0,175: DRAW -255,0: DRAW 0,-175
 860 PAUSE 0: STOP
 870 REM **********************
DIALOGUL PT.ALEGEREA CENTRULUI /
PUNCTULUI PE CURBA CENTRELOR /
                       PUNCTELOR
********************************
 880 LET z$=INKEY$: IF z$="n" TH
EN RETURN
 890 IF contor=1 THEN RETURN
 900 IF z$="d" THEN GO TO 920
 910 GO TO 880
 920 LET contor=1: LET PAX=x1: L
ET PAY=y1: RETURN
 930 IF contor=1 THEN RETURN
 940 LET x$=INKEY$: IF x$="n" TH
EN RETURN
 950 IF x$="d" THEN GO TO 970
 960 GO TO 930
 970 LET contor=1: LET PAX=x2: L
ET PAY=y2: RETURN
 980 IF contor=1 THEN RETURN
 990 LET y$=INKEY$: IF y$="n" TH
EN RETURN
1000 IF y$="d" THEN GO TO 1020
1010 GO TO 980
1020 LET contor=1: LET PAX=x3: L
ET pay=y3: RETURN
1030 REM **********************
  SUBRUTINA DE TRASARE A CURBEI*
********************************
1040 LET yn=INT (y1/fs+0.5): LET
 xn=INT (x1/fs+0.5)
1050 IF yn<-yor OR yn>(175-yor)
THEN RETURN
1060 IF xn<-xor OR xn>(255-xor)
THEN RETURN
1070 PLOT xn+xor,yn+yor: RETURN
1080 LET xn1=INT (x1/fs+0.5): LE
T yn1=INT (y1/fs+0.5)
1090 IF yn1<-yor OR yn1>(175-yor
) THEN RETURN
1100 IF xn1<-xor OR xn1>(255-xor
) THEN RETURN
1110 PLOT xn1+xor,yn1+yor
1120 RETURN
1130 LET xn2=INT (x2/fs+0.5): LE
T yn2=INT (y2/fs+0.5)
1140 IF yn2<-yor OR yn2>(175-yor
) THEN RETURN
1150 IF xn2<-xor OR xn2>(255-xor
) THEN RETURN
1160 PLOT xn2+xor,yn2+yor
1170 RETURN
1180 LET xn3=INT (x3/fs+0.5): LE
T yn3=INT (y3/fs+0.5)
1190 IF yn3<-yor OR yn3>(175-yor
) THEN RETURN
1200 IF xn3<-xor OR xn3>(255-xor
) THEN RETURN
1210 PLOT xn3+xor,yn3+yor
1220 RETURN
1230 REM **********************
SUBRUTINA DE CALCUL A DETERMI-
NANTULUI DE 3 LINII SI 3 COLOANE
********************************
1240 LET del=a(2)*b(3)*c(4)+a(4)
*b(2)*c(3)+a(3)*b(4)*c(2)-a(4)*b
(3)*c(2)-a(2)*b(4)*c(3)-a(3)*b(2
)*c(4)
1250 RETURN
1260 REM **********************
SUBRUTINA DE TRECERE DIN SISTE-
      MUL FIX IN SISTEMUL MOBIL
********************************
1270 LET x1=(x-x01)*COS t1+(y-y0
1)*SIN t1
1280 LET y1=-(x-x01)*SIN t1+(y-y
01)*COS t1
1290 RETURN
1300 REM **********************
SUBRUTINA DE TRECERE DIN SISTE-
       MUL MOBIL IN SISTEMUL FIX
********************************
1310 LET x=x01+x1*COS t1-y1*SIN
t1
1320 LET y=y01+x1*SIN t1+y1*COS
t1
1330 RETURN
1340 CLS : DIM i(4): DIM j(4)
1350 FOR i=1 TO 4
1360 LET i(i)=-x(i)*COS t(i)-y(i
)*SIN t(i)
1370 LET j(i)=x(i)*SIN t(i)-y(i)
*COS t(i)
1380 NEXT i
1390 FOR i=1 TO 4
1400 LET x(i)=i(i)
1410 LET y(i)=j(i)
1420 LET t(i)=2*PI-t(i)
1430 NEXT i
1440 LET contor2=1
1450 GO TO 90
1460 LET xxnn=x1*COS t(1)-y1*SIN
 t(1): LET yynn=x1*SIN t(1)+y1*C
OS t(1)
1470 LET x1=xxnn: LET y1=yynn
1480 RETURN
1490 LET xxnn=x2*COS t(1)-y2*SIN
 t(1): LET yynn=x2*SIN t(1)+y2*C
OS t(1)
1500 LET x2=xxnn: LET y2=yynn
1510 RETURN
1520 LET xxnn=x3*COS t(1)-y3*SIN
 t(1): LET yynn=x3*SIN t(1)+y3*C
OS t(1)
1530 LET x3=xxnn: LET y3=yynn
1540 RETURN
```

corespunzatoare unui set de patru pozitii impuse.

La linia 10 se incepe introducerea datelor de intrare (cele patru pozitii impuse). Operatorul poate opta pentru curba centrelor sau a punctelor in cadrul sintezei, dupa care la linia 40 incepe determinarea coeficientilor "A,B,W,C,D,E,F,G,H" prin relatiile (2.23)...(2.38). Baleierea planului printr-o dreapta variabila paralela cu axa "Ox" conduce la ecuatia de gradul trei (2.42), avind coeficintii (2.43)...(2.46), ce se rezolva prin relatiile Cardano (2.47)...(2.64) incepind cu linia 430. Pentru sinteza exista la linia 590, calculul determinarii coordonatelor conjugatului centrului/punctului ales prin dialogul de la linia 870. Coeficintii ecuatiei Perju se calculeaza cu ajutorul a 28 de determinanti prin subrutina de la linia 1230. Pentru reprezentarea grafica a curbelor de sinteza exista subrutina de trasare propriuzisa la linia 1030 si cea de trasare a chenarului/axelor (linia 830), precum si subrutinele de trecere din sistemul mobil (pozitia 1) in cel fix (linia 1300) sau invers (linia 1260).

Intrucit ecuatia Perju (2.39) a fost scrisa practic pentru curba punctelor cercuale, la determinarea curbei centrelor s-a reperat sistemul fix fata de cel mobil in pozitia "1", respectiv sistemele mobile (pozitiile "2,3,4") fata de cel fix si apoi fata de cel mobil (pozitia "1") prin intermediul subrutinelor de "trecere" amintite mai inainte.

Se expune pe versoul paginii 60 si in continuare pe cel al paginii 62, listingul unei variante a programului (lungime 9597 bytes) comentat mai sus.

Programul prezentat a fost rulat pentru "exemplele I, II, III, IV" (a se vedea subcap. 3.2) cu datele de intrare cuprinse respectiv in tab. 4.1, tab. 3.4, tab. 3.5 si tab. 3.6. Cunoscute fiind (fig.3.1...3.8) curbele centrelor, autorul a optat pentru reprezentarea curbelor punctelor cercuale. Au rezultat in acest context, in mod corespunzator, fig. 3.9, fig. 3.10, fig. 3.11 si fig. 3.12. Au fost adoptati ca parametri de reprezentare (pas, factor de scara, coordonate ale originii), alte valori decit cele din curbele centrelor conjugate si prezentate in fig.3.1...fig.3.8. Se constata din fig. 3.9, fig. 3.10, fig. 3.11, fig. 3.12 ca in portiunile curbelor de sinteza care sint "aproximativ" paralele cu axa "Ox", reprezentarea grafica are "neclaritati" (puncte in "discontinuitate").

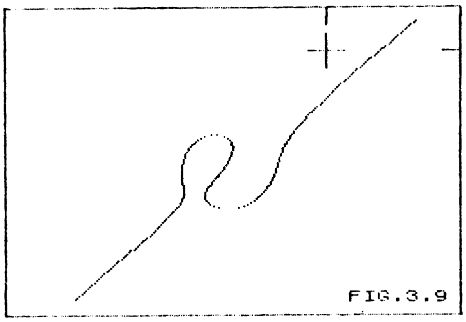


FIG.3.9

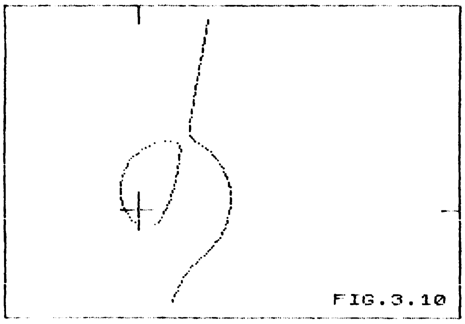


FIG.3.10

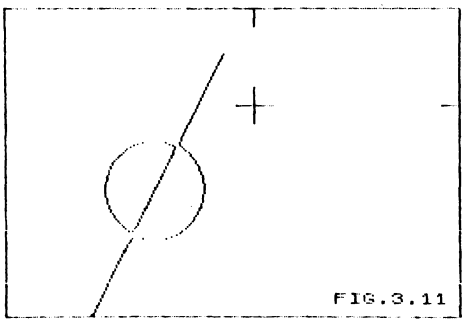


FIG.3.11

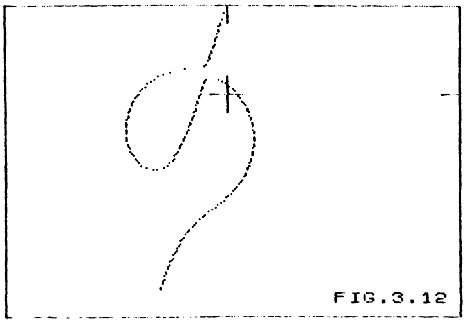


FIG.3.12

3.5. Concluzii

Dintre cele trei modalitati de reprezentare a curbelor de sinteza, descrise in subcap. 3.2, subcap. 3.3 si subcap. 3.3, autorul este incredintat ca cele bazate pe ecuatiile Lichtenheldt (2.7)/Perju (2.39) si metodele ce apeleaza la ecuatii de gradul trei (subcap.3.3 si 3.4), sint acelea cu rezultatele cele mai "bune". Nu s-a aplicat "metoda dreptei paralele cu asimptota" la ecuatia Perju (2.39) intrucit conducea la rezultate perfect similare cu aplicatia de la ecuatia Lichtenheldt (2.7). Din punct de vedere al rularii, trebuie mentionat, ca dupa determinarea coeficientilor ecuatiilor curbelor, centrele/punctele de pe acestea se obtin cam in acelasi ritm prin toate metodele (la cca. doua secunde). Doua observatii "interesante" se releva, comparind fig.3.1/3.5, fig.3.2/3.6, fig.3.3/3.7 si fig.3.4/3.8, respectiv, cu fig.3.9, fig.3.10, fig.3.11 si fig.3.12, sau, rememorind scarile de reprezentare:

- PENTRU O CURBA A CENTRELOR CU O RAMURA/CU DOUA RAMURI, CORESPUNDE O CURBA A PUNCTELOR CERCUALE DE ACELASI TIP.
- PENTRU O CURBA A CENTRELOR "MARE", CORESPUNDE O CURBA A PUNCTELOR CERCUALE "MICA" (SI INVERS).

S-au denumit mai sus, "mare" sau "mica" (prin comparatie), curbele de sinteza avind zonele nemonotone (cuprinse in dreptunghiul limitat de tangentele paralele extreme si cele perpendiculare la asimptota, asupra carora se va reveni pe larg in cap.5) "mari" sau "mici".

Ramine ca "investigatiile" ulterioare sa confirme sau sa infirme observatiile de mai sus, relevate dupa un mare numar de rulari ale programelor prezentate.

Autorul nu a observat vreo "regula" de corespondenta a tipului curbelor de sinteza (cu o ramura, cu doua ramuri, cu punct dublu) legata de tipul mecanismului patrulater (manivela-balansier, dublu manivela, dublu balansier) cu care au fost "generate" pozitiile de sinteza utilizate ca date de intrare.

4. FORME NOI PENTRU ECUATIILE CURBELOR DE SINTEZA

Ecuatia Lichtenheldt (2.7) precum si ecuatia Perju (2.39) pot fi privite ca expresii matematice de forme diferite pentru o aceeasi curba Burmester de sinteza. Ceea ce difera este sistemul de referinta ales pentru deducerea ecuatiilor respective. In cazul ecuatiei Perju sistemul de referinta este un sistem "general" (in care s-aú definit pozitiile impuse) iar in cazul ecuatiei Lichtenheldt acest sistem este "particular" ("intrinsec", "legat" de dispunerea polilor rotatiilor finite obtinuti din pozitiile initial impuse).

Se pun mai multe probleme:

a) Ecuatia Lichtenheldt este cea mai simpla posibila intr-un sistem "particular" de axe ?

b) Ecuatia Perju este cea mai simpla posibila intr-un sistem "general" de axe ?

c) Ce se intimpla daca ecuatiile Lichtenheldt/Perju se exprima intr-un alt sistem de coordonate decit cel cartezian (intr-unul "polar" de exemplu) ?

d) Exista si alte particularitati ale curbelor de sinteza Burmester decit cele relevate de Lichtenheldt si Perju ?

e) Ce implicatii (mai ales "inlesniri") ar aduce in sinteza mecanismelor de pozitionare cu cercuri suport, aceste noi elemente de geometrie si algebra ?

In acest capitol si in urmatorul, se releva preocuparile autorului, legate de problematica amintita .

4.1. Scurt istoric

In stradania de a raspunde intrebarilor de mai sus a fost nevoie sa se porneasca de la studiul general al cubicelor. Primele studii sistematice in legatura cu cubicele le-a facut Newton in anul 1704 conform datelor prezentate de [B5], [B6], [S5].

Cea mai completa lucrare (consultata de autor) legata de studiul cubicelor este [S5], unde cubicele cu aliura grafica din fig.2.13 sint catalogate in "clasa I, categoria 2, sortul I, aspectul A, numerele 75, 77, 78, 79, 80, 81, 82". Aceasta

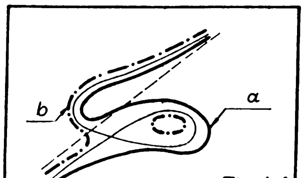


Fig.4.1.

clasificare cuprinde "104 forme grafice", 6 "clase", fiecare cu 1 pina la 6 "sorturi", fiecare cu 1 pina la 3 "aspecte" rezultind in acest fel 219 "numere" diferite. In [S5] se apreciaza ca s-au sintetizat aici toate lucrarile (1001 referinte bibliografice) referitoare la cubice, aparute intre 1704 si 1961.

Conform [S5], se reda in fig.4.1 asa numita "focala" a lui Van Rees si modul in care acesta "trece" din forma cu o singura ramura "a" in forma cu doua ramuri "b" prin intermediul formei cu punct dublu. Conform ecuatiei corespunzatoare din [S5], aceasta cubica este ciclica, are un focar situat pe curba si are o asimptota spre care curba tinde, punctele de tangenta de la infinit fiind "atinse" de-o parte si cealalta a asimptotei.

4.2. Utilizarea ecuatiei Lichtenheldt

Prima idee pe care ar putea-o avea cineva la prelucrarea ecuatiei Lichtenheldt (2.7), este aceea a transferarii originii intr-un alt punct unde spre exemplu sa se anuleze termenul liber. Evident acest punct ar trebui sa apartina curbei de sinteza. In continuare se vor considera ca puncte de pe curba de sinteza, focarul curbei si un pol al rotatiilor finite.

4.2.1. Ecuatia in coordonate carteziene cu originea in focar

Tinind cont de coordonatele focarului date de (2.14) si (2.15) in sistemul "intrinsec XOY", se poate face trecerea din acest sistem in sistemul "UFV" (fig.2.2). Se vor utiliza relatiile (2.126) si (2.127) scrise sub forma

$$X = U + A \tag{4.1}$$

$$Y = V + B/2 \tag{4.2}$$

Inlocuind (4.1) si (4.2) in (2.7) se obtine

$$(U^2 + V^2)\cdot(U + 2\cdot A) + (A^2 - B^2/4 - C)\cdot U + (A\cdot B - D)\cdot V = 0 \tag{4.3}$$

In deducerea ecuatiei (4.3) s-a tinut cont de identitatea semnalata in (2.17). Ecuatia (2.7) are opt termeni iar ecuatia (4.3) are sase termeni. In mod "normal" a disparut termenul liber dar a disparut si termenul in "U*V". Acest fapt atrage inca o data atentia asupra focarului ca o avantajoasa origine a unui sistem de axe translatat aici.

Ecuatia (4.3) contine doar patru din cei cinci coeficienti dati de (2.8)...(2.12), semnificatiile lor mentinindu-se. Se observa ca si (4.3) este tot o cubica ciclica ca si (2.7). Ecuatia (4.3) va fi denumita in continuare "ecuatia carteziana cu originea in focar".

4.2.2. Ecuatia in coordonate polare cu originea in focar

Se observa in ecuatia (4.3), ca daca s-ar trece in coordonate polare, datorita absentei termenului liber, gradul ecuatiei s-ar reduce cu o unitate. De altfel acest lucru era previzibil intrucit in general o cubica este intersectata de o dreapta in trei puncte (teorema lui Bezout). Rotind aceasta dreapta in jurul unuia din aceste trei puncte, coordonatele celorlalte doua, se vor determina din ecuatii de gradul doi.

Trecerea la un sistem de coordonate polare ca in fig.2.2, se va face cu relatiile (2.130) si (2.131) scrise adaptat sub forma

$$U = \rho \cdot \cos\theta \tag{4.4}$$

$$V = \rho \cdot \sin\theta \tag{4.5}$$

Inlocuind (4.4) si (4.5) in (4.3), se obtine

$$\rho^2 \cdot \cos\theta + \rho \cdot 2 \cdot A + (A^2 - B^2/4 - C) \cdot \cos\theta + (A \cdot B - D) \cdot \sin\theta = 0 \tag{4.6}$$

Ecuatia (4.6) este de gradul al doilea (si deci mai simpla la utilizare decit o cubica). Semnificatia coeficientilor "A,B,C,D" din (4.6) este aceea data de (2.8)...(2.11). Ecuatia (4.6) va fi denumita in continuare "ecuatia polara cu originea in focar".

4.2.3. Ecuatia in coordonate polare cu originea intr-un pol al rotatiei finite

Pentru a simplifica mersul de calcul se va porni de la relatia (2.6), bazata pe teorema izovizibilitatii. Se alege ca in fig.2.2, un sistem de axe cu originea intr-unul dintre poli (spre exemplu "P12") cum ar fi sistemul "SP12T". Ecuatia "in S si T" nu este mai simpla decit (4.3) avind prezent termenul in "S*T". De aceea se va trece direct in sistemul polar inlocuind in (2.6)

$$X = S + X_{12} = \rho \cdot \cos\theta + X_{12} \tag{4.7}$$

$$Y = T + Y_{12} = \rho \cdot \sin\theta + Y_{12} \tag{4.8}$$

astfel obtinindu-se

$$a \cdot \rho^2 + b \cdot \rho + c = 0 \tag{4.9}$$

unde coeficientii "a,b,c", sint dati de

$$a = [(X_{12} + X_{34}) - (X_{14} + X_{23})] \cdot \sin\theta - [(Y_{12} - Y_{34}) - (Y_{14} - Y_{23})] \cdot \cos\theta \tag{4.10}$$

$$\begin{aligned} b = {} & [(X_{12} + X_{14}) \cdot (X_{12} - X_{23}) - (Y_{12} - Y_{14}) \cdot (Y_{12} - Y_{23})] \cdot \sin(2 \cdot \theta) + \\ & + [Y_{14} \cdot (X_{12} - X_{23}) + X_{14} \cdot (Y_{12} - Y_{23})] \cdot \cos(2 \cdot \theta) + \\ & + (Y_{12} - Y_{23}) \cdot (X_{34} - 2 \cdot X_{12} \cdot \cos^2\theta) - (X_{12} - X_{23}) \cdot (Y_{34} - 2 \cdot Y_{12} \cdot \sin^2\theta) + \\ & + X_{12} \cdot (Y_{14} - Y_{34}) + X_{14} \cdot (Y_{34} - Y_{12}) + X_{34} \cdot (Y_{12} - Y_{14}) \end{aligned} \tag{4.11}$$

$$\begin{aligned} c = {} & [(X_{12} - X_{14}) \cdot (X_{12} - X_{34}) + (Y_{12} - Y_{14}) \cdot (Y_{12} - Y_{34})] \cdot [(X_{12} - X_{23}) \cdot \sin\theta - (Y_{12} - Y_{23}) \cdot \cos\theta] + \\ & + [X_{12} \cdot (Y_{14} - Y_{34}) + X_{14} \cdot (Y_{34} - Y_{12}) + X_{34} \cdot (Y_{12} - Y_{14})] \cdot [(X_{12} - X_{23}) \cdot \cos\theta + (Y_{12} - Y_{23}) \cdot \sin\theta] \end{aligned} \tag{4.12}$$

Ecuatia (4.9) este numai aparent mult mai complicata decit (4.6), ea continind explicit exprimarea coeficientilor, direct prin coordonatele polilor rotatiilor finite si nu prin intermediul altor notatii. Ecuatia (4.9) va fi denumita in continuare, "ecuatia polara cu originea intr-un pol".

Si ecuatia (4.6) poate fi pusa sub forma (4.9), coeficientii "a,b,c" rezultind prin identificare (se va proceda ca atare, intr-un mod unitar, in subcap.6.3.1).

4.3. Utilizarea ecuatiei generale a cubicelor

O cubica completa are, conform [B5], [B6] si [S5], o ecuatie de forma

$$a\cdot x^3+b\cdot x^2\cdot y+c\cdot x\cdot y^2+d\cdot y^3+e\cdot x^2+f\cdot x\cdot y+g\cdot y^2+h\cdot x+i\cdot y+k=0 \tag{4.13}$$

Din (4.13) poate fi obtinuta o forma normalizata, prin impartirea cu termenul liber "k"

$$A\cdot x^3+B\cdot x^2\cdot y+C\cdot x\cdot y^2+D\cdot y^3+E\cdot x^2+F\cdot x\cdot y+G\cdot y^2+H\cdot x+I\cdot y+1=0 \tag{4.14}$$

Examinind (4.14) se poate concluziona ca se cunoaste ecuatia unei cubice daca se cunosc cei noua coeficienti "A,B,C,D,E,F,G,H,I". Acesti noua coeficienti pot fi determinati daca se cunosc coordonatele a noua puncte cit mai "oarecare" apartinatoare curbei. Inlocuind aceste coordonate pe rind in (4.14) se obtin noua ecuatii ce pot fi grupate intr-un sistem de ecuatii liniare ce poate fi rezolvat (bineinteles prin metode numerice) rezultind cele noua necunoscute "A,B,C,D,E,F,G,H,I". Sistemul amintit, cind cele noua puncte sint polii "P12,P13,P14, P23,P24,P34,Q12,Q13,Q14", este

$$A\cdot x_{P12}^3+B\cdot x_{P12}^2\cdot y_{P12}+C\cdot x_{P12}\cdot y_{P12}^2+D\cdot y_{P12}^3+E\cdot x_{P12}^2+F\cdot x_{P12}\cdot y_{P12}+G\cdot y_{P12}^2+H\cdot x_{P12}+I\cdot y_{P12}+1=0 \tag{4.15}$$

$$A\cdot x_{P13}^3+B\cdot x_{P13}^2\cdot y_{P13}+C\cdot x_{P13}\cdot y_{P13}^2+D\cdot y_{P13}^3+E\cdot x_{P13}^2+F\cdot x_{P13}\cdot y_{P13}+G\cdot y_{P13}^2+H\cdot x_{P13}+I\cdot y_{P13}+1=0 \tag{4.16}$$

$$A\cdot x_{P14}^3+B\cdot x_{P14}^2\cdot y_{P14}+C\cdot x_{P14}\cdot y_{P14}^2+D\cdot y_{P14}^3+E\cdot x_{P14}^2+F\cdot x_{P14}\cdot y_{P14}+G\cdot y_{P14}^2+H\cdot x_{P14}+I\cdot y_{P14}+1=0 \tag{4.17}$$

$$A\cdot x_{P23}^3+B\cdot x_{P23}^2\cdot y_{P23}+C\cdot x_{P23}\cdot y_{P23}^2+D\cdot y_{P23}^3+E\cdot x_{P23}^2+F\cdot x_{P23}\cdot y_{P23}+G\cdot y_{P23}^2+H\cdot x_{P23}+I\cdot y_{P23}+1=0 \tag{4.18}$$

$$A\cdot x_{P24}^3+B\cdot x_{P24}^2\cdot y_{P24}+C\cdot x_{P24}\cdot y_{P24}^2+D\cdot y_{P24}^3+E\cdot x_{P24}^2+F\cdot x_{P24}\cdot y_{P24}+G\cdot y_{P24}^2+H\cdot x_{P24}+I\cdot y_{P24}+1=0 \tag{4.19}$$

$$A\cdot x_{P34}^3+B\cdot x_{P34}^2\cdot y_{P34}+C\cdot x_{P34}\cdot y_{P34}^2+D\cdot y_{P34}^3+E\cdot x_{P34}^2+F\cdot x_{P34}\cdot y_{P34}+G\cdot y_{P34}^2+H\cdot x_{P34}+I\cdot y_{P34}+1=0 \tag{4.20}$$

$$A\cdot x_{Q12}^3+B\cdot x_{Q12}^2\cdot y_{Q12}+C\cdot x_{Q12}\cdot y_{Q12}^2+D\cdot y_{Q12}^3+E\cdot x_{Q12}^2+F\cdot x_{Q12}\cdot y_{Q12}+G\cdot y_{Q12}^2+H\cdot x_{Q12}+I\cdot y_{Q12}+1=0 \tag{4.21}$$

$$A\cdot x_{Q13}^3+B\cdot x_{Q13}^2\cdot y_{Q13}+C\cdot x_{Q13}\cdot y_{Q13}^2+D\cdot y_{Q13}^3+E\cdot x_{Q13}^2+F\cdot x_{Q13}\cdot y_{Q13}+G\cdot y_{Q13}^2+H\cdot x_{Q13}+I\cdot y_{Q13}+1=0 \tag{4.22}$$

$$A\cdot x_{Q14}^3+B\cdot x_{Q14}^2\cdot y_{Q14}+C\cdot x_{Q14}\cdot y_{Q14}^2+D\cdot y_{Q14}^3+E\cdot x_{Q14}^2+F\cdot x_{Q14}\cdot y_{Q14}+G\cdot y_{Q14}^2+H\cdot x_{Q14}+I\cdot y_{Q14}+1=0 \tag{4.23}$$

Preocupari ale autorului in acest sens exista in [M9].

4.3.1. Ecuatia bazata pe seturi de noua poli "Pij/Qij"

Cele noua puncte amintite in subcap.4.3 pot fi oricare dintre cei sase poli "Pij" si cei sase poli "Qij", obtinuti cu ocazia efectuarii unei sinteze patrupozitionale (in general cei sase poli "Pij" si cei sase poli "Qij" nu sint situati pe locuri geometrice particulare, asa ca pot fi adoptati ca "puncte oarecare" de pe curba de sinteza).

Pentru "exemplul I" (amintit in cap.3) de sinteza patrupozitionala s-a pornit de la pozitiile impuse, specificate in tab.4.1.

Tab.4.1.

Poz.	xM [mm]	yM [mm]	θ [grd]
1.	16	70	77
2.	45	65	20
3.	70	20	350
4.	40	-10	310

Cu cei doisprezece poli "Pij/Qij" se pot face 220 de combinatii diferite de cite noua. Acestea au fost ciclate intr-un program (vezi cap.7), rezultatele fiind obtinute cu un subprogram de rezolvare a sistemelor liniare de "n" ecuatii cu "n" necunoscute bazat pe "metoda exacta a lui Gauss"/"metoda pivotului maxim" (cu cazul particular "n=9" al sistemelor tip (4.15)...(4.23)). Asupra acestui exemplu si a programului amintit se va insista in cap.7.

Dintre cele 220 de rezultate amintite mai sus, au fost selectate in tab.4.2, trei variante la intimplare, specificind de fiecare data combinatia de poli corespunzatoare.

Tab.4.2.

Set de 9 \ Coef.	P12P13P14P23Q12 Q13Q14Q23Q24	P12P13P14P23Q12 Q13Q14Q23Q34	P12P13P14P23P24 Q12Q13Q14Q34
A	0.000054922589	0.000054922590	0.000054922599
B	-0.000047525737	-0.000047525735	-0.000047525737
C	0.000054922588	0.000054922583	0.000054922591
D	-0.000047525735	-0.000047525740	-0.000047525739
E	-0.000030934396	-0.000030934487	-0.000030934357
F	0.003941997500	0.003941997400	0.003941997500
G	-0.002314311700	-0.002314311400	-0.002314311700
H	0.011974678000	0.011974676000	0.011974678000
I	-0.102924570000	-0.102924570000	-0.102924570000

Observatiile efectuate asupra celor 220 de variante rezultate, permit concluzia ce se obtine si din tab.4.2, ca intr-adevar combinatia (setul) de noua puncte din cele douasprezece "Pij/Qij" poate fi "oarecare" (o mai mare "stabilitate" constatindu-se daca intre cele noua puncte se includ cele mai indepartate). De asemenea se constata ca o curba a centrelor/punctelor este o cubica speciala, avind unii coeficienti egali ("A=C" si "B=D"). De altfel acest lucru era de asteptat avind in vedere ecuatia Perju (2.22)/(2.39).

4.3.2. Ecuatia bazata pe seturi de sapte poli "Pij/Qij"

Tinind cont de concluziile subcap.4.3.1, rezulta ca de fapt ecuatia (4.14) poate fi scrisa sub forma

$$A \cdot x^3 + B \cdot x^2 \cdot y + A \cdot x \cdot y^2 + B \cdot y^3 + E \cdot x^2 + F \cdot x \cdot y + G \cdot y^2 + H \cdot x + I \cdot y + 1 = 0 \qquad (4.24)$$

Examinind (4.24) se constata ca exista doar sapte coeficienti distincti in ecuatia cubicei-curba a centrelor/ /punctelor. Ca urmare va fi suficient sa se cunoasca sapte puncte de pe curba centrelor/punctelor, a caror coordonate inlocuite pe rind in (4.24), vor conduce la formarea unui sistem liniar de sapte ecuatii cu sapte necunoscute (coeficientii "A,B,E,F,G,H,I). Sistemul amintit, cind cele sapte ponete sint polii "P12,P13,P14,P23,P24,P34,Q12", este

$$(x_{P12}^2 + y_{P12}^2) \cdot (A \cdot x_{P12} + B \cdot y_{P12}) + E \cdot x_{P12}^2 + F \cdot x_{P12} \cdot y_{P12} + G \cdot y_{P12}^2 + H \cdot x_{P12} + I \cdot y_{P12} + 1 = 0 \qquad (4.25)$$

$$(x_{P13}^2 + y_{P13}^2) \cdot (A \cdot x_{P13} + B \cdot y_{P13}) + E \cdot x_{P13}^2 + F \cdot x_{P13} \cdot y_{P13} + G \cdot y_{P13}^2 + H \cdot x_{P13} + I \cdot y_{P13} + 1 = 0 \qquad (4.26)$$

$$(x_{P14}^2 + y_{P14}^2) \cdot (A \cdot x_{P14} + B \cdot y_{P14}) + E \cdot x_{P14}^2 + F \cdot x_{P14} \cdot y_{P14} + G \cdot y_{P14}^2 + H \cdot x_{P14} + I \cdot y_{P14} + 1 = 0 \qquad (4.27)$$

$$(x_{P23}^2 + y_{P23}^2) \cdot (A \cdot x_{P23} + B \cdot y_{P23}) + E \cdot x_{P23}^2 + F \cdot x_{P23} \cdot y_{P23} + G \cdot y_{P23}^2 + H \cdot x_{P23} + I \cdot y_{P23} + 1 = 0 \qquad (4.28)$$

$$(x_{P24}^2 + y_{P24}^2) \cdot (A \cdot x_{P24} + B \cdot y_{P24}) + E \cdot x_{P24}^2 + F \cdot x_{P24} \cdot y_{P24} + G \cdot y_{P24}^2 + H \cdot x_{P24} + I \cdot y_{P24} + 1 = 0 \qquad (4.29)$$

$$(x_{P34}^2 + y_{P34}^2) \cdot (A \cdot x_{P34} + B \cdot y_{P34}) + E \cdot x_{P34}^2 + F \cdot x_{P34} \cdot y_{P34} + G \cdot y_{P34}^2 + H \cdot x_{P34} + I \cdot y_{P34} + 1 = 0 \qquad (4.30)$$

$$(x_{Q12}^2 + y_{Q12}^2) \cdot (A \cdot x_{Q12} + B \cdot y_{Q12}) + E \cdot x_{Q12}^2 + F \cdot x_{Q12} \cdot y_{Q12} + G \cdot y_{Q12}^2 + H \cdot x_{Q12} + I \cdot y_{Q12} + 1 = 0 \qquad (4.31)$$

Avind in vedere cei doisprezece poli "Pij/Qij" din "exemplul I" cuprins in subcapitolul precedent, s-a procedat la "rularea" seturilor de cite sapte dintre acestia printr-un program ce continea un subprogram de rezolvare a sistemelor liniare de sapte ecuatii cu sapte necunoscute (se va reveni in cap.7 asupra acestui program de calcul automatizat). Din cele 792 de variante posibile la combinarea celor 12 poli "Pij/Qij" in seturi de 7, s-au retinut aleator in tab.4.3, citeva din rezultate.

Tab.4.3.

Set de 7 \ Coef.	P12P13P14P23 Q12Q13Q14	P12P13P14Q12 Q13Q14Q23	P12P13P14P24 Q12Q13Q14
A	0.000054922590	0.000054922594	0.000054922580
B	-0.000047525741	-0.000047525740	-0.000047525736
E	-0.000030934438	-0.000030934502	-0.000030934147
F	0.003941997700	0.003941997700	0.003941997300
G	-0.002314311500	-0.002314311900	-0.002314311000
H	0.011974678000	0.011974682000	0.011974668000
I	-0.102924580000	-0.102924580000	-0.102924570000

Observatiile efectuate asupra celor 792 de variante rezultate permit concluzia ce se obtine si din tab.4.3, ca intr-adevar combinatia (setul) de sapte puncte din cele douasprezece "Pij/Qij" poate fi "oarecare" (o mai mare stabilitate constatindu-se daca intre cele sapte puncte se includ cele mai indepartate). Evident economia de timp la rezolvarea unui sistem liniar de sapte ecuatii cu sapte necunoscute este remarcabila (a se vedea cap.7) fata de rezolvarea unui sistem liniar de noua ecuatii cu noua necunoscute (ca in subcap.4.3.1).

Pentru a evidentia caracterul "ciclic" al curbei data de (4.24), ecuatia respectiva poate fi scrisa sub forma

$$(x^2 + y^2)\cdot(A\cdot x + B\cdot y) + E\cdot x^2 + F\cdot x\cdot y + G\cdot y^2 + H\cdot x + I\cdot y + 1 = 0 \qquad (4.32)$$

In continuare ecuatia (4.32) va fi denumita "ecuatia cu 7 coeficienti", corespunzatoare modului ei de definire sub aceasta forma.

Ca si "ecuatia Perju" (2.39), "ecuatia cu 7 coeficienti" este definita in sistemul general de axe "xoy" in care au fost impuse cele patru pozitii de sinteza. Deosebirea majora este ca "ecuatia Perju" isi deduce coeficientii direct din pozitiile impuse (printr-un calcul laborios conform (2.23)...(2.38)), iar "ecuatia cu 7 coeficienti" isi deduce coeficientii din coordonatele polilor (prin rezolvarea unui sistem liniar de sapte ecuatii cu sapte necunoscute, corespunzator pozitiilor de sinteza impuse.

4.4. Concluzii

Din cele de mai sus se constata ca "ecuatia carteziana cu originea in focar" (4.3) este mai simpla decit "ecuatia Lichtenheldt" (2.7), iar "ecuatia cu 7 coeficienti" (4.32) este mai simpla decit "ecuatia Perju" (2.39). Se va vedea in continuare ca pe linga formele algebrice mai simple, exista si elemente geometrice referitoare la curbele de sinteza care pledeaza pentru utilizarea ecuatiilor (4.3) si (4.32).

Ecuatiile in coordonate polare "cu originea in focar" (4.6) si "cu originea intr-un pol" (4.9) au avantajul gradului redus cu o unitate, fata de cubicele carteziene care sint ecuatiile acelorasi curbe de sinteza.

Se va opera in continuare asupra tuturor ecuatiilor amintite, tinind cont (se va vedea mai departe) ca, anumite proprietati se vor releva diferentiat asupra acestor ecuatii.

Dupa relevarea unor elemente geometrice noi referitoare la curbele de sinteza (cap.5), se vor deduce si alte ecuatii corespunzatoare acelorasi curbe (subcap.6.3), despre "scrierea" carora se poate spune ca a fost posibila doar datorita acestor noi elemente geometrice.

5. ELEMENTE GEOMETRICE NOI REFERITOARE LA CURBELE DE SINTEZA

In cele ce urmeaza, pentru curbele de sinteza date sub forma ecuatiei Lichtenheldt (2.7), sub forma ecuatiei carteziene cu originea in focar (4.3), sub forma ecuatiei Perju (2.39), sub forma ecuatiei cu 7 coeficienti (4.32), sau sub forma ecuatiei polare (4.9), se vor determina elementele geometrice cunoscute dar inca nedeterminate (pentru unele forme) cum ar fi focarul, asimptota, axa Newton-Gauss respectiv elemente geometrice noi cum ar fi punctul principal, intersectiile cu axa medie, tangentele paralele cu asimptota/axa medie, tangentele perpendiculare pe asimptota/axa medie, punctele de tangenta cu tangentele amintite mai sus, punctele de inflexiune, dreapta inflexiunilor.

In afara celor de mai sus s-a procedat la schimbari de coordonate, prin rotatie, prin translatie sau prin translatie si rotatie pentru a determina cele mai simple forme ale ecuatiilor curbelor de sinteza, pentru a determina alte puncte remarcabile, pentru identificarea unor invarianti in raport cu translatia/ /rotatia.

5.1. Determinarea focarului

Pentru ecuatia Lichtenheldt (2.7), coordonatele focarului sint date de (2.14) si (2.15). Pentru ecuatia carteziana cu originea in focar (4.3) sint evidente coordonatele focarului

$$U = 0 \tag{5.1}$$

$$V = 0 \tag{5.2}$$

Procedeul de determinare a coordonatelor focarului pentru o curba algebrica data sub forma implicita

$$f(x,y) = 0 \tag{5.3}$$

parcurge urmatoarele etape (dupa [K10], [K11] si [K12]):

- Se trece (5.3) in "coordonate omogene" conform [T1], prin substitutiile

$$x = X_0/Z_0 \tag{5.4}$$

$$y = Y_0/Z_0 \tag{5.5}$$

$$z = Z_0/Z_0 \tag{5.6}$$

obtinindu-se astfel forma

$$F(X_0, Y_0, Z_0) = 0 \tag{5.7}$$

- Se deduc derivatele partiale ale ecuatiei (5.7), sub formele

$$\frac{\partial F}{\partial X_0} = F'_{X0}(X_0, Y_0, Z_0) \tag{5.8}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Y_0} = F'_{Y0}(X_0, Y_0, Z_0) \tag{5.9}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Z_0} = F'_{Z0}(X_0, Y_0, Z_0) \tag{5.10}$$

calculindu-se valorile acestora in punctele ciclice ale planului

$$\left.\frac{\partial F}{\partial X_0}\right|_{(1,i,0)} = F'_{X0}(1, i, 0) \tag{5.11}$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial Y_0}\right|_{(1,i,0)} = F'_{Y0}(1, i, 0) \tag{5.12}$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial Z_0}\right|_{(1,i,0)} = F'_{Z0}(1, i, 0) \tag{5.13}$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial X_0}\right|_{(1,-i,0)} = F'_{X0}(1, -i, 0) \tag{5.14}$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial Y_0}\right|_{(1,-i,0)} = F'_{Y0}(1, -i, 0) \tag{5.15}$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial Z_0}\right|_{(1,-i,0)} = F'_{Z0}(1, -i, 0) \tag{5.16}$$

-

- Cu valorile acestor derivate partiale, se pot scrie cele doua tangente in punctele ciclice ale planului, in coordonate omogene, sub formele

$$F'_{X0}(1,i,0)\cdot X_0 + F'_{Y0}(1,i,0)\cdot Y_0 + F'_{Z0}(1,i,0)\cdot Z_0 = 0 \tag{5.17}$$

$$F'_{X0}(1,-i,0)\cdot X_0 + F'_{Y0}(1,-i,0)\cdot Y_0 + F'_{Z0}(1,-i,0)\cdot Z_0 = 0 \tag{5.18}$$

- Se revine din coordonatele omogene in planul real prin impartirea cu "Zo" a relatiilor (5.17) si (5.18). Se obtin ecuatiile unor drepte imaginare (tangentele la curba in punctele ciclice ale planului) sub forma

$$A(i)\cdot x + B(i)\cdot y + C(i) = 0 \tag{5.19}$$

$$A'(i)\cdot x + B'(i)\cdot y + C'(i) = 0 \tag{5.20}$$

Daca curba data de (5.3) are focar , dreptele imaginare de mai sus se intersecteaza intr-un punct real, focarul curbei.

5.1.1. Focarul pentru ecuatia Perju

Pentru ecuatia Perju (2.39), cu substitutiile (5.4), (5.5), (5.6) se obtine

$$(X_0^2+Y_0^2)\cdot(A\cdot X_0+B\cdot Y_0+W\cdot Z_0)+C\cdot X_0^2\cdot Z_0+D\cdot Y_0^2\cdot Z_0+E\cdot X_0\cdot Y_0\cdot Z_0+F\cdot X_0\cdot Z_0^2+G\cdot Y_0\cdot Z_0^2+H\cdot Z_0^3=0 \tag{5.21}$$

ale carei derivate partiale sint

$$\frac{\partial F}{\partial X_0} = 2\cdot X_0\cdot(A\cdot X_0+B\cdot Y_0+W\cdot Z_0)+A\cdot(X_0^2+Y_0^2)+Z_0\cdot(2\cdot C\cdot X_0+E\cdot Y_0+F\cdot Z_0) \tag{5.22}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Y_0} = 2\cdot Y_0\cdot(A\cdot X_0+B\cdot Y_0+W\cdot Z_0)+B\cdot(X_0^2+Y_0^2)+Z_0\cdot(2\cdot D\cdot Y_0+E\cdot X_0+G\cdot Z_0) \tag{5.23}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Z_0} = W\cdot(X_0^2+Y_0^2)+C\cdot X_0^2+D\cdot Y_0^2+E\cdot X_0\cdot Y_0+Z_0\cdot(2\cdot F\cdot X_0+2\cdot G\cdot Y_0+3\cdot H\cdot Z_0) \tag{5.24}$$

Valorile derivatelor partiale in punctele ciclice ale planului sint

$$\left.\frac{\partial F}{\partial X_0}\right|_{(1,i,0)} = 2 \cdot (A + B \cdot i) \tag{5.25}$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial Y_0}\right|_{(1,i,0)} = 2 \cdot (A \cdot i - B) \tag{5.26}$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial Z_0}\right|_{(1,i,0)} = C - D + E \cdot i \tag{5.27}$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial X_0}\right|_{(1,-i,0)} = 2 \cdot (A - B \cdot i) \tag{5.28}$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial Y_0}\right|_{(1,-i,0)} = -2 \cdot (A \cdot i + B) \tag{5.29}$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial Z_0}\right|_{(1,-i,0)} = C - D - E \cdot i \tag{5.30}$$

cu care ecuatiile tangentelor in punctele ciclice ale planului, conform (5.19) si (5.20), sint

$$2 \cdot (A + B \cdot i) \cdot x + 2 \cdot (A \cdot i - B) \cdot y + C - D + E \cdot i = 0 \tag{5.31}$$

$$2 \cdot (A - B \cdot i) \cdot x - 2 \cdot (A \cdot i + B) \cdot y + C - D - E \cdot i = 0 \tag{5.32}$$

Rezolvind sistemul format de (5.31) si (5.32), se obtin coordonatele focarului sub forma

$$x_F = \frac{A \cdot (D - C) - B \cdot E}{2 \cdot (A^2 + B^2)} \tag{5.33}$$

$$y_F = \frac{B \cdot (C - D) - A \cdot E}{2 \cdot (A^2 + B^2)} \tag{5.34}$$

Se insista asupra faptului ca relatiile (5.33) si (5.34) sint corespunzatoare cu relatiile (2.39) si (2.22), coeficientii "A,B,C,D,E" avind aceleasi semnificatii, in sensul ca se calculeaza cu relatiile corespunzatoare dintre cele cuprinse intre (2.23)...(2.38).

5.1.2. Focarul pentru ecuatia cu sapte coeficienti

Pentru ecuatia carteziana cu 7 coeficienti (4.32), cu substitutiile (5.4), (5.5), (5.6), se obtine

$$(X_0^2+Y_0^2)\cdot(A\cdot X_0+B\cdot Y_0)+E\cdot X_0^2\cdot Z_0+F\cdot X_0\cdot Y_0\cdot Z_0+G\cdot Y_0^2\cdot Z_0+H\cdot X_0\cdot Z_0^2+I\cdot Y_0\cdot Z_0^2+Z_0^3=0 \tag{5.35}$$

ale carei derivate partiale sint

$$\frac{\partial F}{\partial X_0}=2\cdot X_0\cdot(A\cdot X_0+B\cdot Y_0)+A\cdot(X_0^2+Y_0^2)+Z_0\cdot(2\cdot E\cdot X_0+F\cdot Y_0+H\cdot Z_0) \tag{5.36}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Y_0}=2\cdot Y_0\cdot(A\cdot X_0+B\cdot Y_0)+B\cdot(X_0^2+Y_0^2)+Z_0\cdot(2\cdot G\cdot Y_0+F\cdot X_0+I\cdot Z_0) \tag{5.37}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Z_0}=E\cdot X_0^2+G\cdot Y_0^2+F\cdot X_0\cdot Y_0+Z_0\cdot(2\cdot H\cdot X_0+2\cdot I\cdot Y_0+3\cdot Z_0) \tag{5.38}$$

Valorile derivatelor partiale in punctele ciclice ale planului sint:

$$\left.\frac{\partial F}{\partial X_0}\right|_{(1,i,0)}=2\cdot(A+B\cdot i) \tag{5.39}$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial Y_0}\right|_{(1,i,0)}=2\cdot(A\cdot i-B) \tag{5.40}$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial Z_0}\right|_{(1,i,0)}=E-G+F\cdot i \tag{5.41}$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial X_0}\right|_{(1,-i,0)}=2\cdot(A-B\cdot i) \tag{5.42}$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial Y_0}\right|_{(1,-i,0)}=-2\cdot(A\cdot i+B) \tag{5.43}$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial Z_0}\right|_{(1,-i,0)}=E-G-F\cdot i \tag{5.44}$$

Cu care ecuatiile tangentelor in punctele ciclice ale planului, conform (5.19) si (5.20) sint

$$2\cdot(A+B\cdot i)\cdot x+2\cdot(A\cdot i-B)\cdot y+E-G+F\cdot i=0 \tag{5.45}$$

$$2\cdot(A-B\cdot i)\cdot x-2\cdot(A\cdot i+B)\cdot y+E-G-F\cdot i=0 \tag{5.46}$$

Rezolvind sistemul format de (5.45) si (5.46) se obtin coordonatele focarului sub forma

$$x_F=\frac{A\cdot(G-E)-B\cdot F}{2\cdot(A^2+B^2)} \tag{5.47}$$

$$y_F=\frac{B\cdot(E-G)-A\cdot F}{2\cdot(A^2+B^2)} \tag{5.48}$$

Se insista asupra faptului ca relatiile (5.47) si (5.48) sint corespunzatoare cu relatia (4.32), coeficientii avind aceleasi semnificatii.

5.1.3. Concluzii

Marea asemanare a relatiilor (5.33) cu (5.47) si (5.34) cu (5.48) conduc la concluzia ca ele sint formule generale de determinare a coordonatelor focarului acestui gen de curbe, rezultind urmatoarele "reguli":

ABSCISA FOCARULUI SE CALCULEAZA DIN PRODUSUL COEFICIENTULUI LUI "x^3", PRIN DIFERENTA DINTRE COEFICIENTUL LUI "y^2" SI AL LUI "x^2" DIN CARE SE SCADE APOI PRODUSUL COEFICIENTULUI LUI "y^3" PRIN COEFICIENTUL LUI "x*y" RAPORTIND TOTUL LA DUBLUL SUMEI PATRATELOR COEFICIENTILOR LUI "x^3" SI "y^3".

ORDONATA FOCARULUI SE CALCULEAZA DIN PRODUSUL COEFICIENTULUI LUI "y^3" PRIN DIFERENTA DINTRE COEFICIENTUL LUI "x^2" SI AL LUI "y^2" DIN CARE SE SCADE APOI PRODUSUL COEFICIENTULUI LUI "x^3" PRIN COEFICIENTUL LUI "x*y" RAPORTIND TOTUL LA DUBLUL SUMEI PATRATELOR COEFICIENTILOR LUI "x^3" SI "y^3".

Regulile de mai sus aplicate ecuatiei Lichtenheldt (2.7) conduc intradevar la (2.14) si (2.15), iar aplicate corespunzator ("x" devine "U" si "y" devine "V") ecuatiei carteziene cu originea in focar (4.3) conduc dupa cum era de asteptat la (5.1).si.(5.2).

Relatiile pentru determinarea coordonatelor focarului curbei date de ecuatia Perju, (5.33) si (5.34), au fost deduse de autor in [M10], iar ale celei date de ecuatia cu 7 coeficienti, (5.47) si (5.48), in [M12].

5.2. Determinarea asimptotei

Pentru ecuatia Lichtenheldt (2.7), ecuatia asimptotei este data de (2.16). Pentru ecuatia Perju (2.39), asimptota are ecuatia (2.40). Pentru ecuatia carteziana cu originea in focar (4.3), tinind cont ca asimptota trece paralel cu axa Newton-Gauss printr-un punct simetric cu focarul, fata de acesta, rezulta, considerind (2.14) si (2.16), ecuatia asimptotei sub forma

$$U = -2 \cdot A \tag{5.49}$$

Procedeul de determinare a ecuatiei asimptotei pentru o curba algebrica data sub forma implicita (5.3), presupune parcurgerea urmatoarelor etape (dupa [I3] si [M8]):

- Se scrie asimptota sub forma

$$y = m \cdot x + n \tag{5.50}$$

- Se inlocuieste (5.50) in (5.3), rezultind o functie "f(x)", care se deriveaza succesiv, obtinindu-se "f´(x)", "f´´(x)" si "f´´´(x)".
- Din anularea celei de-a III-a derivate

$$f'''(x) = 0 \tag{5.51}$$

se obtin solutiile reale ale parametrului "m" (panta asimptotei acelei curbe).
- Se inlocuieste parametrul "m" in "f´´(0)", obtinind din anularea acestei derivate

$$f''(0) = 0 \tag{5.52}$$

valoarea parametrului "n" (ordonata la origine a asimptotei acelei curbe).

- Se inlocuiesc parametrii "m" si "n" in (5.50), rezultind astfel ecuatia asimptotei.
- Din ecuatia (5.50) determinata ca mai sus, se poate obtine usor ecuatia asimptotei sub forma generala a unei drepte.

5.2.1. Asimptota corespunzatoare ecuatiei cu sapte coeficienti

Inlocuind ecuatia asimptotei (5.50) in ecuatia cu 7 coeficienti (4.32), se obtine

$$f(x) = A \cdot x^3 + B \cdot x^2 \cdot (m \cdot x + n) + A \cdot x \cdot (m \cdot x + n)^2 + B \cdot (m \cdot x + n)^3 + E \cdot x^2 + F \cdot x \cdot (m \cdot x + n) + \\ + G \cdot (m \cdot x + n)^2 + H \cdot x + I \cdot (m \cdot x + n) + 1 = 0 \tag{5.53}$$

ale carei derivate sint

$$f'(x) = A \cdot [3 \cdot x^2 + (m \cdot x + n)^2 + 2 \cdot x \cdot (m \cdot x + n) \cdot m] + B \cdot (2 \cdot x \cdot (m \cdot x + n) + x^2 \cdot m + 3 \cdot (m \cdot x + n)^2 \cdot m] + \\ +2 \cdot E \cdot x + F \cdot (2 \cdot m \cdot x + n) + 2 \cdot G \cdot (m \cdot x + n) \cdot m + H + I \cdot m \tag{5.54}$$

$$f''(x) = 2 \cdot A \cdot [3 \cdot x + 2 \cdot (m \cdot x + n) \cdot m + x \cdot m^2] + 2 \cdot B \cdot [3 \cdot m \cdot x + n + 3 \cdot (m \cdot x + n) \cdot m^2] + \\ +2 \cdot E + 2 \cdot F \cdot m + 2 \cdot G \cdot m^2 \tag{5.55}$$

$$f'''(x) = (m^2 + 1) \cdot (B \cdot m + A) = 0 \tag{5.56}$$

Se observa ca anulind (5.56), se obtine singura solutie reala pentru panta asimptotei

$$m = -A/B \tag{5.57}$$

Facind "x=0" si tinind cont de (5.57) in (5.55), se obtine

$$f''(0) = 2 \cdot [n \cdot (B - A^2/B) + E - A \cdot F/B + A^2 \cdot G/B^2] \tag{5.58}$$

Anulind (5.58), se obtine ordonata la origine a asimptotei, sub forma

$$= -\frac{B^2 \cdot E + A^2 \cdot G - A \cdot B \cdot F}{B \cdot (A^2 + B^2)} \tag{5.59}$$

Inlocuind (5.57) si (5.59) in (5.50), dupa prelucrari, se obtine ecuatia generala a asimptotei curbei centrelor/punctelor exprimata sub forma ecuatiei cu 7 coeficienti

$$A \cdot (A^2 + B^2) \cdot x + B \cdot (A^2 + B^2) \cdot y + A^2 \cdot G + B^2 \cdot E - A \cdot B \cdot F = 0 \tag{5.60}$$

5.2.2. Asimptota corespunzatoare ecuatiei polare cu originea in focar

Conform [M8], se poate scrie ecuatia in coordonate polare a dreptei-asimptota, sub forma

$$\rho = \frac{p}{\sin(\alpha - \theta)} \tag{5.61}$$

unde

$$\alpha = \lim_{\rho \to \infty} \theta \tag{5.62}$$

$$p = \lim_{\rho \to \infty} [\rho \cdot \sin(\alpha - \theta)] \tag{5.63}$$

Din ecuatia polara cu originea in focar (4.6), se exprima solutiile

$$\rho_{1,2} = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 - (A^2 - B^2/A - C) \cdot \cos^2\theta + (A \cdot B - D) \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta}}{\cos\theta} \tag{5.64}$$

Din (5.64) se observa ca "$\rho \to \infty$" cind numitorul se anuleaza. Argumentul corespunzator anularii numitorului din relatia (5.64) este

$$\theta = \pm\pi/2 \tag{5.65}$$

Tinind cont de cele de mai sus, "$\rho \to \infty$", este echivalent cu "$\alpha \to +\pi/2$". Cu acesta in (5.63), tinind cont si de (5.65), se obtine

$$p = \pm 2 \cdot A \tag{5.66}$$

Cu relatiile (5.65) si (5.66) inlocuite in (5.61), se obtine ecuatia polara a asimptotei curbei centrelor/punctelor, exprimata sub forma ecuatiei polare cu originea in focar

$$\rho = \frac{2 \cdot A}{\pm \cos \theta} \tag{5.67}$$

5.2.3. Asimptota corespunzaroare ecuatiei polare cu originea in pol

Referitor la ecuatia curbei de sinteza sub forma polara cu originea in pol (4.9), se procedeaza la scrierea simplificata a coeficientilor "a,b,c", sub forma

$$a = C_1 \cdot \cos \theta + C_2 \cdot \sin \theta \tag{5.68}$$

$$b = C_3 \cdot \cos^2 \theta + C_4 \cdot \sin^2 \theta + C_5 \cdot \sin(2 \cdot \theta) + C_6 \tag{5.69}$$

$$c = C_7 \cdot \cos \theta + C_8 \cdot \sin \theta \tag{5.70}$$

unde coeficientii "C1...C8" pot fi determinati prin identificarile corespunzatoare.

Din ecuatia polara cu originea in pol (4.9), tinind cont de (5.68), (5.69) si (5.70), se exprima solutiile

$$\rho_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \tag{5.71}$$

Cautind limita data de (5.62) se constata ca "$\rho \to \infty$" este echivalent cu "a->0", adica daca se anuleaza (5.68). In aceste conditii, se obtine

$$\alpha = \mathrm{arctg}(-C_1/C_2) \tag{5.72}$$

Tinind cont de echivalenta de mai sus, se poate deduce

$$\rho = \mp \frac{\begin{array}{l} C_3 \cdot \cos^2 \alpha + C_4 \cdot \sin^2 \alpha + C_5 \cdot \sin(2 \cdot \alpha) + C_6 \mp \\ \pm \{[C_3 \cdot \cos^2 \alpha + C_4 \cdot \sin^2 \alpha + C_5 \cdot \sin(2 \cdot \alpha) + C_6]^2 - \\ -4 \cdot (C_1 \cdot \cos \alpha + C_2 \cdot \sin \alpha) \cdot (C_7 \cdot \cos \alpha + C_8 \cdot \sin \alpha)\}^{1/2} \end{array}}{2 \cdot \sqrt{C_1^2 + C_2^2}} \tag{5.73}$$

Cu (5.72) si (5.73) inlocuieste in (5.61), se obtine forma asimptotei curbei centrelor/punctelor exprimata prin ecuatia polara cu originea intr-un pol al rotatiei finite (spre exemplu "P12"), (4.9).

5.2.4. Concluzii

Comparind ecuatia asimptotei ecuatiei Lichtenheldt (2.16) cu ecuatia asimptotei ecuatiei avind originea in focar (5.49), rezulta complexitati similare, dar comparind asimptota ecuatiei Perju (2.40) cu asimptota ecuatiei cu 7 coeficienti (5.60), se constata o mai mare simplitate a celei din urma, ceea ce pledeaza in favoarea ecuatiei cu 7 coeficienti pentru a fi utilizata cu preponderenta in viitor.

Marea asemanare a relatiilor (2.40) si (5.60), pentru determinarea asimptotelor in cazul ecuatiei Perju, respectiv in cazul ecuatiei cu 7 coeficienti, releva faptul ca (2.40) si (5.60), sint forme generalizante pentru determinarea ecuatiei generale a asimptotei la aceasta categorie de curbe, rezultind urmatoarea regula:

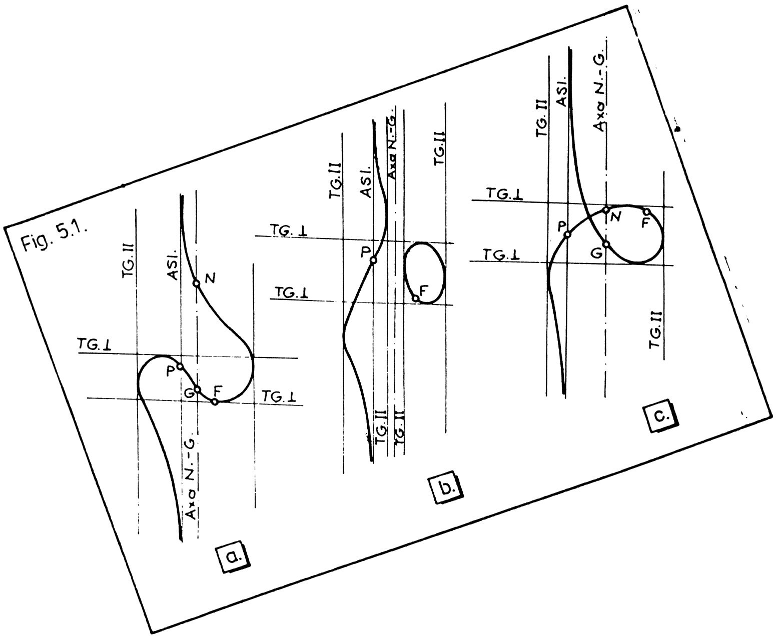
IN ECUATIA GENERALA A ASIMPTOTEI, COEFICIENTUL LUI "x" ESTE PRODUSUL COEFICIENTULUI LUI "x^3" PRIN SUMA PATRATELOR COEFICIENTILOR LUI "x^3" SI "y^3", COEFICIENTUL LUI "y" ESTE PRODUSUL COEFICIENTULUI LUI "y^3" PRIN SUMA PATRATELOR COEFICIENTILOR LUI "x^3" SI "y^3", IAR TERMENUL LIBER ESTE SUMA PRODUSELOR: PATRATUL COEFICIENTULUI LUI "x^3" PRIN COEFICIENTUL LUI "y^2", PATRATUL COEFICIENTULUI LUI "y^3" PRIN COEFICIENTUL LUI "x^2", COEFICIENTUL LUI "x^3" PRIN COEFICIENTII LUI "y^3" SI AI LUI "x*y".

Este de remarcat faptul ca asimptota (2.16), corespunzatoare ecuatiei Lichtenheldt (2.7) si asimptota (5.49), corespunzatoare ecuatiei carteziene cu originea in focar (4.3), pot fi obtinute conform regulii de mai sus.

Ecuatia asimptotei curbei exprimate in coordonate polare cu originea in focar are o forma simpla (5.67), pe cind incercarile de a determina asimptota in coordonate polare cu originea in pol (4.9), au condus la forme mult mai complicate.

Determinarea asimptotelor de mai sus a fost facuta de catre autor in [M12].

Fig. 5.1.


TG.II
ASI.
N
TG.⊥
P
G
F
TG.⊥
Axa N.-G.
a.
TG.II
ASI.
Axa N.-G.
TG.II
TG.⊥
P
TG.⊥
F
TG.II
TG.II
b.
TG.II
ASI.
Axa N.-G.
TG.⊥
P
N
F
TG.⊥
G
TG.II
c.

5.3. Determinarea punctului principal

"Punctul principal" sau "punctul central" al cubicelor ce admit o asimptota este definit in [B5] ca fiind punctul de intersectie reala al asimptotei cu cubica respectiva. Acest punct s-a notat cu "P" in fig.5.1.a,b,c.

Punctul "P" exista intotdeauna intrucit daca o cubica (curba de sinteza) si o dreapta (asimptota) au doua puncte comune (la infinit pe cele doua sensuri ale asimptotei) atunci ele il au sigur in comun si pe al treilea (cel principal/central "P").

Coordonatele punctului "P" se obtin rezolvind sistemul format din ecuatia curbei centrelor/punctelor si ecuatia asimptotei proprii.

5.3.1. Punctul principal corespunzator ecuatiei Lichtenheldt

Sistemul amintit la subcap.5.3, in cazul ecuatiei Lichtenheldt, este format din (2.7) si (2.16). Rezolvind acest sistem se obtine

$$X_P = -A \tag{5.74}$$

$$Y_P = \frac{A \cdot (2 \cdot A^2 - C) - E}{A \cdot B - D} \tag{5.75}$$

Tinind cont de identitatea (2.17) pentru ordonata "Yp" mai este posibila forma

$$Y_P = \frac{2 \cdot (A^3 - E) + B \cdot D/2}{A \cdot B - D} \tag{5.76}$$

Coeficientii "A,B,C,D,E" au semnificatia data de relatiile (2.8), (2.9), (2.10), (2.11) si (2.12).

Relatiile (5.74) si (5.75)/(5.76), prin faptul ca nu introduc restrictii (de felul unor radicali care sa admita doar anumite domenii de existenta), confirma ca punctul principal va avea intotdeauna, o existenta reala.

5.3.2. Punctul principal corespunzator ecuatiei carteziene cu originea in focar

Sistemul amintit la subcap.5.3, in cazul ecuatiei carteziene cu originea in focar este format din (4.3) si (5.49). Rezolvind acest sistem se obtine

$$U_P = -2 \cdot A \tag{5.77}$$

$$V_P = \frac{2 \cdot A \cdot (A^2 - B^2/A - C)}{A \cdot B - D} \tag{5.78}$$

Coeficientii "A,B,C,D" au semnificatia data de relatiile (2.8), (2.9), (2.10), (2.11), iar concluzia finala a subcap. 5.3.1 poate fi verificata si in acest caz.

5.3.3. Punctul principal corespunzator ecuatiei Perju

Sistemul amintit la subcap.5.3, in cazul ecuatiei Perju este format din (2.39) si (2.40). Rezolvind acest sistem se obtine

$$x_P = \frac{\begin{array}{c}[W \cdot (A^2 + B^2) + A^2 \cdot D + B^2 \cdot C - A \cdot B \cdot E] \cdot \{[W \cdot (A^2 + B^2) + A^2 \cdot D + \\ + B^2 \cdot C - A \cdot B \cdot E] \cdot [A \cdot E - B \cdot ((C - D))] - G \cdot (A^2 + B^2)^2\} + B \cdot H \cdot (A^2 + B^2)^3\end{array}}{\begin{array}{c}(A^2 + B^2) \cdot \{[W \cdot (A^2 + B^2) + A^2 \cdot D + B^2 \cdot C - A \cdot B \cdot E] \cdot \\ \cdot [E \cdot (A^2 - B^2) - 2 \cdot A \cdot B \cdot ((C - D))] + (A^2 + B^2)^2 \cdot (B \cdot F - A \cdot G)\}\end{array}} \tag{5.79}$$

$$y_P = \frac{\begin{array}{c}[W \cdot (A^2 + B^2) + A^2 \cdot D + B^2 \cdot C - A \cdot B \cdot E] \cdot \{[W \cdot (A^2 + B^2) + A^2 \cdot D + \\ + B^2 \cdot C - A \cdot B \cdot E] \cdot [B \cdot E - A \cdot (D - C)] - F \cdot (A^2 + B^2)^2\} + A \cdot H \cdot (A^2 + B^2)^3\end{array}}{\begin{array}{c}(A^2 + B^2) \cdot \{[W \cdot (A^2 + B^2) + A^2 \cdot D + B^2 \cdot - A \cdot B \cdot E] \cdot \\ \cdot [E \cdot (B^2 - A^2) - 2 \cdot A \cdot B \cdot (D - C)] + (A^2 + B^2)^2 \cdot (A \cdot G - B \cdot F)\}\end{array}} \tag{5.80}$$

Coeficientii "A,B,C,D,E,F,G,H,W" au semnificatia data de relatiile (2.23), (2.24), (2.25), (2.26), (2.27), (2.28), (2.29), (2.30) si (2.31), iar desi aceste coordonate au o expresie mult mai complicata decit in cazurile anterioare, concluzia din subcap.5.3.1 se poate extinde si in acest caz.

5.3.4. Punctul principal corespunzator ecuatiei cu sapte coeficienti

Sistemul amintit la subcap.5.3, in cazul ecuatiei cu 7 coeficienti este format din (2.32) si (2.60). Rezolvind acest sistem se obtine

$$x_P = \frac{\begin{array}{c}(A \cdot B \cdot F - A^2 \cdot G - B^2 \cdot E) \cdot \{(A \cdot B \cdot F - A^2 \cdot G - B^2 \cdot E) \cdot \\ \cdot [A \cdot F + B \cdot (G - E)] + I \cdot (A^2 + B^2)^2\} + B \cdot (A^2 + B^2)^3\end{array}}{\begin{array}{c}(A^2 + B^2) \cdot \{(A \cdot B \cdot F - A^2 \cdot G - B^2 \cdot E) \cdot [F \cdot (B^2 - A^2) + \\ +2 \cdot A \cdot B \cdot (E - G)] + (A^2 + B^2)^2 \cdot (B \cdot H - A \cdot I)\}\end{array}} \tag{5.81}$$

$$y_P = \frac{\begin{array}{c}(A \cdot B \cdot F - A^2 \cdot G - B^2 \cdot E) \cdot \{(A \cdot B \cdot F - A^2 \cdot G - B^2 \cdot E) \cdot \\ \cdot [B \cdot F + A \cdot (E - G)] + H \cdot (A^2 + B^2)^2\} + A \cdot (A^2 + B^2)^3\end{array}}{\begin{array}{c}(A^2 + B^2) \cdot \{(A \cdot B \cdot F - A^2 \cdot G - B^2 \cdot E) \cdot [F \cdot (A^2 - B^2) + \\ +2 \cdot A \cdot B \cdot (G - E)] + (A^2 + B^2)^2 \cdot (A \cdot I - B \cdot H)\}\end{array}} \tag{5.82}$$

Coeficientii "A,B,E,F,G,H,I" au semnificatia din ecuatia (4.32), iar concluzia din subcap.5.3.1 se poate extinde si in acest caz.

5.3.5. Punctul principal corespunzator ecuatiei polare cu originea in focar

Sistemul amintit la subcap.5.3, in cazul ecuatiei polare cu originea in focar este format din (4.6) si (5.67). Rezolvind acest sistem, se obtine

$$\varphi_P = \operatorname{arctg} \frac{B^2/4 + C - A^2}{A \cdot B - D} \tag{5.83}$$

Inlocuind (5.83) in (5.67), se obtine

$$\rho = \frac{2 \cdot A}{\pm \cos \operatorname{arctg} \dfrac{B^2/4 + C - A^2}{A \cdot B - D}} \tag{5.84}$$

Coeficientii "A,B,C,D" au semnificatia data de relatiile (2.8), (2.9), (2.10) si (2.11).

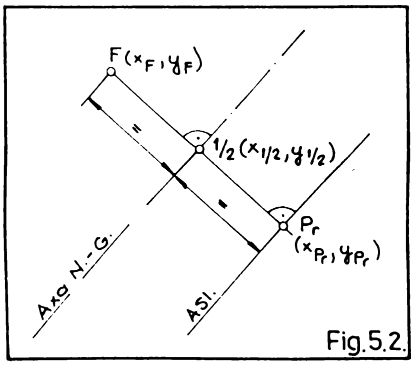


Fig. 5.2.

5.3.6. Concluzii

Comparind coordonatele punctului principal al ecuatiei Lichtenheldt cu coordonatele punctului principal al ecuatiei carteziene cu originea in focar, adica (5.74) cu (5.77) si (5.75)/(5.76) cu (5.78) se constata complexitati similare. Comparind coordonatele punctului principal corespunzatoare ecuatiei "Perju" cu cele corespunzatoare ecuatiei cu 7 coeficienti, adica (5.79) cu (5.81) si (5.80) cu (5.82) se constata o simplitate mai mare in favoarea ecuatiei cu 7 coeficienti. Punctul principal pentru ecuatia polara cu originea in pol tinind seama de (5.72) si (5.73) ar conduce la coordonate polare mult mai complicate decit (5.83) si (5.84) ceea ce pledeaza pentru focar ca origine, in general, in scopul obtinerii de ecuatii mai simple.

Determinarea coordonatelor de mai sus ale punctului principal, a fost facuta de catre autor in [M11].

5.4. Determinarea axei medii (Newton-Gauss)

Axa medie (Newton-Gauss) se construieste geometric ca in fig.2.11, conform subcap.2.4.1. Pentru ecuatia Lichtenheldt (2.7) ecuatia axei medii este (2.13).

In cele ce urmeaza, se vor determina ecuatiile axelor medii corespunzatoare curbelor centrelor/punctelor exprimate prin ecuatii deja cunoscute (forma Perju (2.39)) sau unele ecuatii deduse in capitolul precedent (carteziana cu originea in focar, cu 7 coeficienti).

Pentru ecuatia carteziana cu originea in focar (4.3) ecuatia axei Newton-Gauss se stabileste tinind cont ca aceasta este paralela cu asimptota (5.49), trecind pe la jumatatea distantei dintre focar si asimptota. In consecinta ecuatia axei medii corespunzatoare ecuatiei carteziene cu originea in focar, (4.3), este

$$U \doteq -A \tag{5.85}$$

Rationamentul de mai sus se regaseste in fig.5.2, unde s-au mai notat, fata de paragraful 2.1, cu "Pr" proiectia focarului pe asimptota si cu "1/2" mijlocul segmentului "FPr".

5.4.1. Axa Newton-Gauss corespunzatoare ecuatiei Perju

Avind ecuatia asimptotei (2.40) corespunzatoare ecuatiei Perju a curbelor de sinteza (2.39) si tinind cont ca panta unei drepte perpendiculare pe asimptota este "B/A" s-a scris ecuatia dreptei perpendiculare pe asimptota care trece prin focarul "F" (coordonatele acestuia in sistemul general de axe "xoy" sint date de (5.33) si (5.34)) sub forma

$$y - \frac{B \cdot (C - D) - A \cdot E}{2 \cdot (A^2 + B^2)} = \frac{B}{A} \cdot \left[x - \frac{A \cdot (D - C) - B \cdot E}{2 \cdot (A^2 + B^2)} \right] \tag{5.86}$$

care poate fi adusa dupa simplificari si reduceri la o forma mai simpla

$$2 \cdot B \cdot (A^2 + B^2) \cdot x - 2 \cdot A \cdot (A^2 + B^2) \cdot y - 2 \cdot A \cdot B \cdot (D - C) - E \cdot (A^2 - B^2) = 0 \tag{5.87}$$

Sistemul liniar de doua ecuatii cu doua necunoscute format din (2.40) si (5.87) se poate rezolva conducind la coordonatele proiectiei focarului pe asimptota

$$x_{Pr} = \frac{2 \cdot A \cdot [D \cdot (B^2 - A^2) - 2 \cdot B^2 \cdot C - W \cdot (A^2 + B^2)] + B \cdot E \cdot (3 \cdot A^2 - B^2)}{2 \cdot (A^2 + B^2)^2} \tag{5.88}$$

$$y_{Pr} = \frac{2 \cdot B \cdot [C \cdot (A^2 - B^2) - 2 \cdot A^2 \cdot D - W \cdot (A^2 + B^2)] + A \cdot E \cdot (3 \cdot B^2 - A^2)}{2 \cdot (A^2 + B^2)^2} \tag{5.89}$$

Coordonatele jumatatii segmentului "FPr" se obtin imediat

$$x_{1/2} = \frac{A \cdot B \cdot (3 \cdot B \cdot D - 5 \cdot B \cdot C - 2 \cdot B \cdot W + 2 \cdot A \cdot E) - A^3 \cdot (D + 2 \cdot W + C) - 2 \cdot B^3 \cdot E}{4 \cdot (A^2 + B^2)^2} \tag{5.90}$$

$$y_{1/2} = \frac{A \cdot B \cdot (3 \cdot A \cdot C - 5 \cdot A \cdot D - 2 \cdot A \cdot W + 2 \cdot B \cdot E) - B^3 \cdot (C + 2 \cdot W + D) - 2 \cdot A^3 \cdot E}{4 \cdot (A^2 + B^2)^2} \tag{5.91}$$

Ecuatia axei Newton-Gauss se scrie ca ecuatia dreptei avind aceeasi panta cu asimptota ("-A/B") si care trece prin punctul

"1/2", sub forma

$$y - y_{1/2} = -\frac{A}{B} \cdot (x - x_{1/2}) \tag{5.92}$$

Tinind cont de (5.90) si (5.91) in (5.92), dupa prelucrari se obtine ecuatia generala a axei Newton-Gauss, corespunzatoare ecuatiei Perju

$$4 \cdot A \cdot x + 4 \cdot B \cdot y + C + D + 2 \cdot W = 0 \tag{5.93}$$

5.4.2. Axa Newton-Gauss corespunzatoare ecuatiei cu sapte coeficienti

Avind ecuatia asimptotei (5.60) corespunzatoare ecuatiei cu 7 coeficienti (4.32) si tinind cont ca panta unei drepte perpendiculare pe asimptota este "B/A", s-a scris ecuatia dreptei perpendiculare pe asimptota care trece prin focarul "F" (coordonatele acestuia in sistemul general de axe "xoy" sint date de (5.47) si (5.48)), sub forma

$$y - \frac{B \cdot (E - G) - A \cdot F}{2 \cdot (A^2 + B^2)} = \frac{B}{A} \cdot \left[x - \frac{A \cdot ((G - E) - B \cdot F}{2 \cdot (A^2 + B^2)}\right] \tag{5.94}$$

care poate fi adusa dupa simplificari si reduceri, la forma mai simpla

$$2 \cdot B \cdot (A^2 + B^2) \cdot x - 2 \cdot A \cdot (A^2 + B^2) \cdot y - 2 \cdot A \cdot B \cdot (G - E) - F \cdot (A^2 - B^2) = 0 \tag{5.95}$$

Sistemul liniar de doua ecuatii cu doua necunoscute, format din (5.60) si (5.95) se poate rezolva, conducind la coordonatele proiectiei focarului pe asimptota:

$$x_{P_r} = \frac{B \cdot F \cdot (3 \cdot A^2 - B^2) - 2 \cdot A \cdot [G \cdot (A^2 - B^2) + 2 \cdot B^2 \cdot E]}{2 \cdot (A^2 + B^2)^2} \tag{5.96}$$

$$y_{P_r} = \frac{A \cdot F \cdot (3 \cdot B^2 - A^2) - 2 \cdot B \cdot [E \cdot (B^2 - A^2) + 2 \cdot A^2 \cdot G]}{2 \cdot (A^2 + B^2)^2} \tag{5.97}$$

Coordonatele jumatatii segmentului "FPr" se obtin imediat

$$x_{1/2} = \frac{A^2 \cdot [2 \cdot B \cdot F - A \cdot (E+G)] + B^2 \cdot [A \cdot (3 \cdot G - 5 \cdot E) - 2 \cdot B \cdot F]}{4 \cdot (A^2 + B^2)^2} \tag{5.98}$$

$$y_{1/2} = \frac{B^2 \cdot [2 \cdot A \cdot F - B \cdot (E+G)] + A^2 \cdot [B \cdot (3 \cdot E - 5 \cdot G) - 2 \cdot A \cdot F]}{4 \cdot (A^2 + B^2)^2} \tag{5.99}$$

Ecuatia axei Newton-Gauss se scrie ca ecuatia dreptei avind aceeasi panta cu asimptota ("-A/B") si care trece prin punctul "1/2", sub forma (5.92). Tinind cont de (5.98) si (5.99) in (5.92), dupa prelucrari, se obtine ecuatia generala a axei Newton-Gauss corespunzatoare ecuatiei cu 7 coeficienti

$$4 \cdot A \cdot x + 4 \cdot B \cdot y + E + G = 0 \tag{5.100}$$

5.4.3. Concluzii

Marea asemanare a relatiilor (5.93) cu (5.100) pentru determinarea axelor medii (Newton-Gauss) in cazul ecuatiei Perju, respectiv in cazul ecuatiei cu 7 coeficienti, releva faptul ca (5.93) si (5.100) sint forme generale pentru determinarea ecuatiei generale a axei medii la aceasta categorie de cubice, dupa urmatoarea regula

IN ECUATIA GENERALA A AXEI NEWTON-GAUSS COEFICIENTUL LUI "x" ESTE CUADRUPLUL COEFICIENTULUI LUI "x^3", COEFICIENTUL LUI "y" ESTE CUADRUPLUL COEFICIENTULUI LUI "y^3", IAR TERMENUL LIBER ESTE SUMA COEFICIENTILOR LUI "x^2" SI "y^2".

De remarcat ca ecuatiile axei Newton-Gauss (2.13), corespunzatoare ecuatiei Lichtenheldt (2.7) si a axei Newton-Gauss (5.85), corespunzatoare ecuatiei carteziene cu originea in focar (4.3), pot fi obtinute conform regulii de mai sus.

Se observa ca ecuatia axei Newton-Gauss (5.100) corespunzatoare ecuatiei cu 7 coeficienti (4.32), este mai simpla decit ecuatia axei Newton-Gauss (5.93) corespunzatoare ecuatiei Perju (2.39), fapt favorabil primeia dintre ele in recomandarea de a fi utilizata cu preponderenta in viitoarele aplicatii.

Ecuatiile corespunzatoare axei Newton-Gauss puse in evidenta prin acest paragraf, au constituit preocuparea autorului in [M12].

5.5. Determinarea intersectiilor cu axa medie

Exceptind asimptota (care intersecteaza curba de sinteza intr-un singur punct real), o dreapta paralela cu axa Newton-Gauss intersecteaza curba de sinteza in doua puncte sau nu o intersecteaza de loc. Acest lucru este relevat in subcap.2.4.5.2.

Se vor nota cele doua puncte cu "N" (de la Newton) si cu "G" (de la Gauss). Coordonatele punctelor "N" si "G" se vor obtine rezolvind sistemul format din ecuatiile curbelor de sinteza si ecuatiile corespunzatoare ale axei Newton-Gauss (axa medie).

Ca orice sistem de ecuatii si cel amintit mai sus poate fi redus, in rezolvarea lui, la o ecuatie care in acest caz este de gradul doi. De aici va apare "discutia" asupra domeniilor de existenta/inexistenta a solutiilor.

5.5.1. Intersectiile cu axa medie in cazul ecuatiei Lichtenheldt

Sistemul amintit mai sus este format din ecuatia Lichtenheldt (2.7) si ecuatia axei Newton-Gauss (2.13). Rezolvind acest sistem se obtin coordonatele punctului "N"

$$X_N = 0 \tag{5.101}$$

$$Y_N = \frac{D + \sqrt{D^2 - 4 \cdot A \cdot E}}{2 \cdot A} \tag{5.102}$$

si ale punctului "G"

$$X_G = 0 \tag{5.103}$$

$$Y_G = \frac{D - \sqrt{D^2 - 4 \cdot A \cdot E}}{2 \cdot A} \tag{5.104}$$

Cele doua puncte exista daca expresia de sub radical studiata si sub forma (2.18) la subcap.2.4.3.2, este pozitiva.

In corelatie cu subcap.2.4.3.2, se remarca faptul ca punctele "N" si "G" exista ca puncte reale daca curba centrelor/punctelor are o singura ramura, conform fig.5.1.a si fig.5.1.c.

In cazul cind curba centrelor/punctelor are doua ramuri, axa medie trece printr-o zona in care nu exista centre/puncte (deci nici puncte "N"/"G"), conform fig.5.1.b sau conform fig.5.3 (linie continua).

Cazul din fig.5.3 (linie intrerupta) nu este posibil intrucit ar insemna ca axa medie (Newton-Gauss) intersecteaza curba centrelor/punctelor in patru puncte ceea ce contravine evidentelor din subcap.5.5 cu privire la ecuatiile de gradul doi (se va discuta si in subcap.5.6).

5.5.2. Intersectiile cu axa medie in cazul ecuatiei carteziene cu originea in focar

Sistemul necesar pentru determinarea punctelor "N" si "G", este format din ecuatia carteziana cu originea in focar (4.3) si ecuatia axei medii corespunzatoare (5.85). Rezolvind acest sistem se obtin coordonatele punctului "N"

$$U_N = -A \tag{5.105}$$

$$V_N = \frac{D - A \cdot B + \sqrt{D^2 - 2 \cdot A \cdot (2 \cdot A \cdot C + B \cdot D)}}{2 \cdot A} \tag{5.106}$$

sau ale punctului "G"

$$U_G = -A \tag{5.107}$$

$$V_G = \frac{D - A \cdot B - \sqrt{D^2 - 2 \cdot A \cdot (2 \cdot A \cdot C + B \cdot D}}{2 \cdot A} \tag{5.108}$$

Considerind identitatea (2.117) in (5.106) si (5.108), se obtin

$$V_N = \frac{D - A \cdot B + \sqrt{D^2 - 4 \cdot A \cdot E}}{2 \cdot A} \tag{5.109}$$

$$y_G = \frac{D - A \cdot B - \sqrt{D^2 - 4 \cdot A \cdot E}}{2 \cdot A} \tag{5.110}$$

In acest subcapitol sint valabile aceleasi concluzii ca si in subcapitolul precedent. Atit acolo cit si aici coeficientii "A,B,C,D,E", au semnificatia data de relatiile (2.8)...(2.12).

5.5.3. Intersectiile cu axa medie in cazul ecuatiei Perju

In acest caz trebuie rezolvat sistemul format din ecuatia Perju (2.39) si ecuatia corespunzatoare a axei medii (5.93). Se obtin,printr-o dubla inlocuire, coordonatele punctelor "N" si "G", sub forma

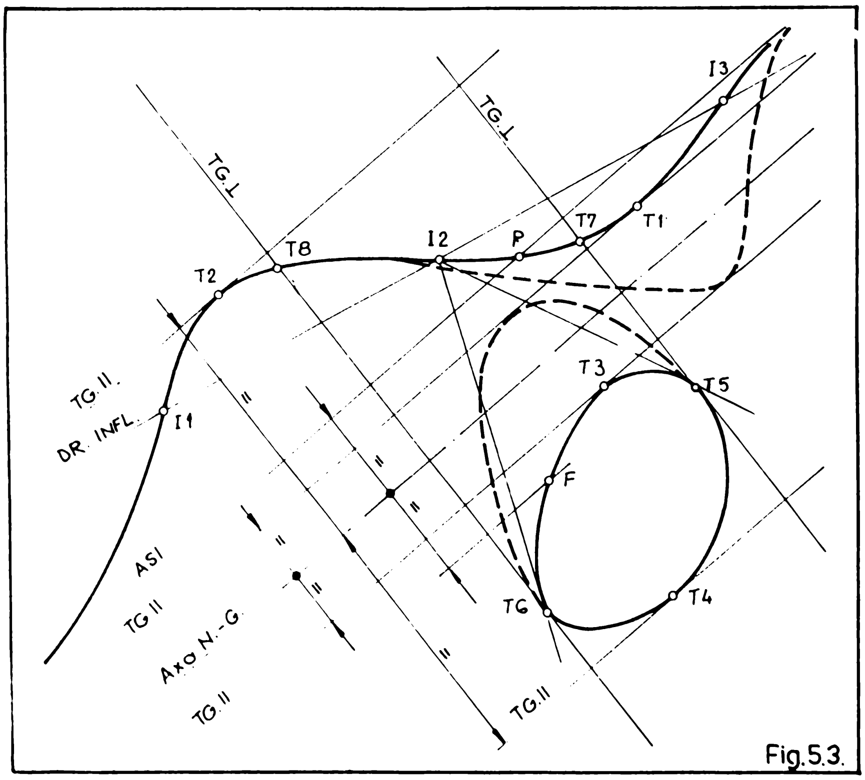
$$x_{N,G} = \frac{\begin{aligned}&-[(D + C + 2 \cdot W) \cdot (2 \cdot W - C + 3 \cdot D + 2 \cdot B \cdot E) + 8 \cdot B^2 \cdot (F - A \cdot G)]/2 \pm \\ &\pm \{[(D + C + 2 \cdot W) \cdot (2 \cdot W - C + 3 \cdot D + 2 \cdot B \cdot E) + 8 \cdot B^2 \cdot (F - A \cdot G)]^2/4 - \\ &-[B^2 \cdot (2 \cdot W - 3 \cdot C - D) + A^2 \cdot (2 \cdot W - C + 3 \cdot D) - 4 \cdot B \cdot A \cdot E] \cdot \{(D + C + \\ &+2 \cdot W) \cdot [(2 \cdot W - C + 3 \cdot D) \cdot (D + C + 2 \cdot W) - 16 \cdot B^2 \cdot F] + 64 \cdot B^2 \cdot H\}/2\}^{1/2}\end{aligned}}{2 \cdot [B^2 \cdot (2 \cdot W + 3 \cdot C - D) + A^2 \cdot (2 \cdot W - C + 3 \cdot D) - 4 \cdot B \cdot A \cdot E]} \tag{5.111}$$

$$y_{N,G} = \frac{\begin{aligned}&-[(C + D + 2 \cdot W) \cdot (2 \cdot W - D + 3 \cdot C + 2 \cdot A \cdot E) + 8 \cdot A^2 \cdot (G - B \cdot F)]/2 \pm \\ &\pm \{[(C + D + 2 \cdot W) \cdot (2 \cdot W - D + 3 \cdot C + 2 \cdot A \cdot E) + 8 \cdot A^2 \cdot (G - B \cdot F)]^2/4 - \\ &-[A^2 \cdot (2 \cdot W - 3 \cdot D - C) + B^2 \cdot (2 \cdot W - D + 3 \cdot C) - 4 \cdot A \cdot B \cdot E] \cdot \{(C + D + \\ &+2 \cdot W) \cdot [(2 \cdot W - D + 3 \cdot C) \cdot (C + D + 2 \cdot W) - 16 \cdot A^2 \cdot F] + 64 \cdot A^2 \cdot H\}/2\}^{1/2}\end{aligned}}{2 \cdot [A^2 \cdot (2 \cdot W + 3 \cdot D - C) + B^2 \cdot (2 \cdot W - D + 3 \cdot C) - 4 \cdot A \cdot B \cdot E]} \tag{5.112}$$

In (5.111) si (5.112) coordonatelor punctului "N" le corespunde semnul "+" in fata radicalului, iar coordonatelor punctului "G" le corespunde semnul "-" in fata aceluiasi radical.

5.5.4. Intersectiile cu axa medie in cazul ecuatiei cu sapte coeficienti

In acest caz trebuie rezolvat sistemul format din ecuatia cu 7 coeficienti (4.32) si ecuatia corespunzatoare a axei medii (5.100). Se obtin coordonatele punctelor "N" si "G", sub forma



I3
TG.⊥
TG.⊥
T7
T1
I2
P
T8
T2
T3
T5
TG.II.
DR. INFL.
I1
F
ASI
TG II
Axa N.-G.
TG II
T6
T4
TG II

Fig.5.3.

BUPT

$$
{}_{N,G} = \frac{\begin{array}{l} -[(E+G)\cdot(3\cdot A\cdot G - E\cdot A - 2\cdot F\cdot B) - 8\cdot B\cdot(A\cdot I - B\cdot H)]\pm \\ \pm\{[(E+G)\cdot(3\cdot A\cdot G - E\cdot A - 2\cdot F\cdot B) - 8\cdot B\cdot(A\cdot I - B\cdot H)]^2 - [4\cdot(A^2\cdot G - A\cdot B\cdot F + \\ +B^2\cdot E) - (A^2+B^2)\cdot(E+G)]\cdot\{(E+G)\cdot[(3\cdot G - E)\cdot(E+G) - 16\cdot B\cdot I] + 64\cdot B^2\}\}^{1/2} \end{array}}{4\cdot[4\cdot(B^2\cdot E - A\cdot B\cdot F + A^2\cdot G) - (A^2+B^2)\cdot(E+G)]} \tag{5.113}
$$

$$
{}_{N,G} = \frac{\begin{array}{l} -[(E+G)\cdot(3\cdot B\cdot E - G\cdot B - 2\cdot F\cdot A) - 8\cdot A\cdot(B\cdot H - A\cdot I)]\pm \\ \pm\{[(E+G)\cdot(3\cdot B\cdot E - G\cdot B - 2\cdot F\cdot A) - 8\cdot A\cdot(B\cdot H - A\cdot I)]^2 - [4\cdot(B^2\cdot E - A\cdot B\cdot F + \\ +A^2\cdot G) - (A^2+B^2)\cdot(E+G)]\cdot\{(E+G)\cdot[(3\cdot E - G)\cdot(E+G) - 16\cdot A\cdot H] + 64\cdot A^2\}\}^{1/2} \end{array}}{4\cdot[4\cdot(B^2\cdot E - A\cdot B\cdot F + A^2\cdot G) - (A^2+B^2)\cdot(E+G)]} \tag{5.114}
$$

In (5.113) si (5.114) coordonatelor punctului "N" le corespunde semnul "+" in fata radicalului, iar coordonatelor punctului "G" le corespunde semnul "-" in fata aceluiasi radical.

5.5.5. Concluzii

In subcap.5.5 se releva clar faptul ca unele proprietati geometrice apar mai pregnante, daca formele ecuatiilor sint mai simple (subcap.5.5.1 si subcap.5.5.2). Relatiile din subcap.5.5.3 (pentru ecuatia Perju) si subcap.5.5.4 (pentru ecuatia cu 7 coeficienti) sint greu abordabile, sansa de a gresi fiind foarte mare la transcrierea acestora (desi se constata o "oarecare" simplitate in favoarea ecuatiei cu 7 coeficienti fata de ecuatia Perju).

Intersectiile cu axa medie a curbelor de sinteza au fost partial stabilite de catre autor in [M11].

5.6. Determinarea tangentelor paralele cu asimptota/axa medie

Tangentele paralele cu asimptota/axa medie a curbei centrelor/punctelor, se disting in fig.5.1 si fig.5.3. Determinarea acestor tangente, incepe prin a scrie o dreapta parametrica paralela cu asimptota/axa medie a curbei centrelor/punctelor. Inlocuind, in general, "necunoscuta x" din expresia dreptei parametrice in ecuatia curbei centrelor/

punctelor se obtine o ecuatie "de grad II in y". Punind conditia ca ecuatia de grad II de mai sus sa aiba solutii confundate se obtine o ecuatie ce permite determinarea parametrului de asa maniera incit inlocuind valoarea respectiva in ecuatia dreptei parametrice, aceasta sa fie ecuatia tangentei cautate.

In cazul ecuatiei Lichtenheldt (2.7) si al ecuatiei carteziene cu originea in focar (4.3), inlocuirea lui "x" amintita este simpla, fiind dubla in cazul celorlalte ecuatii (adica se inlocuieste mai intii "A*x+B*y" iar apoi "x").

5.6.1. Tangentele paralele pentru ecuatia Lichtenheldt

Pentru ecuatia Lichtenheldt (2.7), relatia

$$X = k \tag{5.115}$$

reprezinta o familie de drepte paralele cu asimptota/axa medie. Inlocuind (5.115) in (2.7), se obtine

$$(k + A) \cdot Y^2 - (B \cdot k + D) \cdot Y + k^3 - A \cdot k^2 - C \cdot k + E = 0 \tag{5.116}$$

ale carei solutii sint

$$Y_{1,2} = \frac{B \cdot k + D \pm \sqrt{(B \cdot k + D)^2 - 4 \cdot (A + k) \cdot (k^3 - A \cdot k^2 - C \cdot k + E)}}{2 \cdot (A + k)} \tag{5.117}$$

Impunind ca cele doua solutii sa fie confundate (dreapta (5.115) sa fie tangenta), trebuie ca expresia de sub radical sa se anuleze. Tinind cont si de identitatea (2.17), radicalul anulat conduce la

$$-4k^4 + k^2 \cdot (B^2 + 4 \cdot A^2 + 4 \cdot C) + D^2 - 4 \cdot A \cdot E = 0 \tag{5.118}$$

care este o ecuatie bipatrata. Aceasta are solutiile

$$k_{1,2,3,4} = \pm\sqrt{\frac{B^2 + 4 \cdot A^2 + 4 \cdot C \mp \sqrt{(B^2 + 4 \cdot A^2 + 4 \cdot C)^2 + 16D^2 - 64 \cdot A \cdot E}}{8}} \tag{5.119}$$

Inlocuind relatiile date de (5.119) in (5.115), se obtin ecuatiile tangentelor paralele cu asimptota/axa medie in cazul ecuatiei Lichtenheldt (2.7) a curbei centrelor/punctelor

$$X = k_{1,2,3,4} \tag{5.120}$$

Analizind (5.119) in contextul dat de (5.115), se pot trage urmatoarele concluzii:

- EXISTA MAXIMUM PATRU TANGENTE PARALELE CU ASIMPTOTA OBTENABILE INLOCUIND SOLUTIILE (5.119) IN (5.115).
- TANGENTELE PARALELE CU ASIMPTOTA/AXA MEDIE SINT DOUA CITE DOUA SIMETRICE FATA DE AXA MEDIE/NEWTON-GAUSS.
- DACA EXPRESIA

$$(B^2 + 4 \cdot A + 4 \cdot C)^2 + 16 \cdot D^2 - 64 \cdot A \cdot E = 0 \tag{5.121}$$

SUBZISTA, ATUNCI SE OBTIN DOAR DOUA TANGENTE PARALELE CU ASIMPTOTA, SIMETRICE FATA DE AXA MEDIE/NEWTON-GAUSS.

- ANULAREA EXPRESIEI (5.121) CONSTITUIE O CONDITIE SUPLIMENTARA IN RAPORT CU EXPRESIA (2.18), REZULTIND CA FORMA CURBEI CENTRELOR/PUNCTELOR CU O SINGURA RAMURA DIN FIG.5.1.a, ESTE MAI RARA DECIT CEA CU DOUA RAMURI DIN FIG.5.1.b.
- CEL MAI FRECVENT SE VOR OBTINE CURBE ALE CENTRELOR/PUNCTELOR CU DOUA RAMURI SI PATRU TANGENTE CA IN FIG.5.1.b. SI FIG.5.3 (LINIE CONTINUA).
- INTRE "CELE DOUA TANGENTE INTERIOARE" EXISTA O BANDA SIMETRIC REPARTIZATA FATA DE AXA MEDIE/NEWTON-GAUSS IN CARE NU SE GASESC PUNCTE/CENTRE ALE CURBEI PUNCTELOR/CENTRELOR, CA IN FIG.5.3 (LINIE CONTINUA).
- CELE DOUA RAMURI ALE CURBEI SE GASESC IN DOUA BENZI, DE LATIME EGALA, CUPRINSE FIECARE INTRE TANGENTELE EXTERIOARE SI INTERIOARE, DISPUSE SIMETRIC IN RAPORT CU AXA MEDIE/ /NEWTON-GAUSS, CA IN FIG.5.3 (LINIE CONTINUA).
- IN EXTERIORUL TANGENTELOR EXTERIOARE PARALELE CU AXA MEDIE NU EXISTA CENTRE/PUNCTE ALE CURBEI CENTRELOR/PUNCTELOR, CA IN FIG.5.3 (LINIE CONTINUA).
- FORMA CU LINIE INTRERUPTA DIN FIG.5.3, NU ESTE POSIBILA PENTRU O CURBA DE SINTEZA, INTRUCIT PRESUPUNE PATRU INTERSECTII REALE INTRE O CUBICA (CURBA CENTRELOR/PUNCTELOR) SI O DREAPTA (AXA MEDIE), FAPT IMPOSIBIL CONFORM TEOREMEI LUI BEZOUT.

5.6.2. Tangentele paralele pentru ecuatia carteziana cu originea in focar

Pentru ecuatia carteziana cu originea in focar (4.3), relatia

$$U = k \tag{5.122}$$

reprezinta o familie de drepte paralele cu asimptota/axa medie. Inlocuind (5.122) in (4.3), se obtine

$$V^2 \cdot (k + 2 \cdot A) + (A \cdot B - D) \cdot V + k^2 \cdot (k + 2 \cdot A) + (A^2 - B^2/4 - C) \cdot k = 0 \tag{5.123}$$

ale carei solutii sint

$$V_{1,2} = \frac{-A \cdot B + D \pm \sqrt{(A \cdot B - D)^2 - 4 \cdot (k + 2 \cdot A) \cdot [k^2 \cdot (k + 2 \cdot A) + (A^2 - B^2/4 - c) \cdot k]}}{2 \cdot (k + 2 \cdot A)} \tag{5.124}$$

Impunind ca cele doua solutii sa fie confundate (dreapta (5.122) sa fie tangenta), trebuie ca expresia de sub radical sa se anuleze. Aceasta conduce la

$$4 \cdot k^4 + 16 \cdot A \cdot k^3 + (20 \cdot A^2 - B^2 - 4 \cdot C) \cdot k^2 + 2 \cdot A \cdot (4 \cdot A^2 - B^2 - 2 \cdot C) \cdot k - (A \cdot B - D)^2 = 0 \tag{5.125}$$

care poate fi rezolvata doar prin metode numerice. Solutiile "k1,k2,k3,k4" obtinute, inlocuite in (5.122) dau ecuatiile tangentelor paralele cu asimptota/axa medie in sistemul "UFV"

$$U = k_{1,2,3,4} \tag{5.126}$$

5.6.3. Tangentele paralele pentru ecuatia Perju

Pentru ecuatia Perju (2.39), relatia

$$A \cdot x + B \cdot y + k = 0 \tag{5.127}$$

reprezinta o familie de drepte paralele cu asimptota/axa medie.

Inlocuind de doua ori (5.127) in (2.39), se obtine

$$y^2\cdot[(B^2/A^2+1)\cdot(W-k)+C\cdot B^2/A^2+D-E\cdot A/B]+y\cdot[2\cdot k\cdot B\cdot(W-k)/A+2\cdot k\cdot B\cdot C/A-E\cdot k-F\cdot B/A+G]+ \\ +k^2\cdot(W-k)+C\cdot k^2-F\cdot k+H=0 \tag{5.128}$$

ale carei solutii sint

$$y_{1,2}=\frac{-2\cdot k\cdot B\cdot(W-k+C)/A+E\cdot k+B\cdot F/A-G\pm\{[2\cdot k\cdot B\cdot(W-k+c)/A+E\cdot k+F\cdot B/A- \\ -G]^2-4\cdot[(B^2/A^2+1)\cdot(W-k)+C\cdot B^2/A^2+D-E\cdot B/A]\cdot[k^2\cdot(W-k+c)-F\cdot k+H]\}^{1/2}}{2\cdot[(B^2/A^2+1)\cdot(W-k)+B^2\cdot C/A+D-B\cdot E/A]} \tag{5.129}$$

Impunind ca cele doua solutii sa fie confundate (dreapta (5.127) sa fie tangenta), trebuie ca expresia de sub radical sa se anuleze. Aceasta conduce la

$$-4\cdot A^2\cdot k^4+4\cdot[A^2\cdot(D-C+2\cdot W)-2\cdot B\cdot(B\cdot C+A\cdot E)]\cdot k^3+ \\ +\{8\cdot B^2\cdot[C\cdot(C+W)-F]+4\cdot A\cdot B\cdot(2\cdot E\cdot W+G)+A^2\cdot[E^2+4\cdot(D+W)\cdot(C+W)-4\cdot F]\}\cdot k^2+ \\ +\{4\cdot B^2\cdot[2\cdot C\cdot(C+W)+H]+2\cdot A\cdot B\cdot[2\cdot G\cdot(C-W)-E\cdot F]+2\cdot A^2\cdot[2\cdot F\cdot(D+W)+2\cdot H-E\cdot G]\}\cdot k+ \\ +B^2\cdot[F^2-4\cdot H\cdot(C+W)]+2\cdot A\cdot B\cdot(2\cdot E\cdot H-F\cdot G)+G^2-4\cdot H\cdot(D+W)=0 \tag{5.130}$$

care poate fi rezolvata doar prin metode numerice. Solutiile "k1,k2,k3,k4" obtinute, inlocuite in (5.127), dau ecuatiile tangentelor paralele cu asimptota/axa medie in sistemul "xoy"

$$A\cdot x+B\cdot y+k_{1,2,3,4}=0 \tag{5.131}$$

5.6.4. Tangentele paralele pentru ecuatia cu sapte coeficienti

Pentru ecuatia cu 7 coeficienti (4.32), relatia (5.127), la fel ca si pentru ecuatia Perju, reprezinta o familie de drepte paralele cu asimptota/axa medie. Inlocuind de doua ori (5.127) in (4.32), se obtine

$$y^2\cdot[B^2\cdot(E-k)/A^2-B\cdot F/A+G-k]+y\cdot[B\cdot(2\cdot E\cdot k-2\cdot k^2-H)/A-F\cdot k+I]+(E\cdot k^2-K^3-H\cdot k+1)=0 \tag{5.132}$$

ale carei solutii sint

$$y_{1,2} = \frac{\begin{array}{l} F \cdot k - I - B \cdot (2 \cdot E \cdot k - 2 \cdot k^2 - H)/A \pm \{B^2 \cdot (2 \cdot E \cdot k - 2 \cdot k^2 - H)^2/A^2 + F^2 \cdot k^2 + \\ + I^2 - 2 \cdot B \cdot F \cdot k \cdot (2 \cdot E \cdot k - 2 \cdot k^2 - H)/A + 2 \cdot B \cdot I \cdot (2 \cdot E \cdot k - 2 \cdot k^2 - H)/A - \\ -2 \cdot F \cdot I \cdot k - 4 \cdot [B^2 \cdot E/A^2 - B^2 \cdot k/A^2 - B \cdot F/A + G - k] \cdot [E \cdot k^2 - k^3 - H \cdot k + 1]\}^{1/2} \end{array}}{2 \cdot [B^2 \cdot (E - k)/A^2 - b \cdot F/A + G - k]} \tag{5.133}$$

Impunind ca cele doua solutii sa fie confundate (dreapta (5.127) sa fie tangenta), trebuie ca expresia de sub radical sa se anuleze. Aceasta conduce la

$$\begin{array}{l} -4 \cdot k^4 + 4 \cdot (E - G) \cdot k^3 + [F^2 - 4 \cdot (B \cdot I/A + E \cdot G - H)] \cdot k^2 + \\ +[2 \cdot B \cdot (2 \cdot E \cdot I - F \cdot H)/A + 4 \cdot G \cdot H - 2 \cdot F \cdot I + 4 \cdot B^2/A^2 + 1] \cdot k + \\ +(B \cdot H/A + I)^2 - 4 \cdot [B \cdot (B \cdot E/A - F)/A + G] = 0 \end{array} \tag{5.134}$$

care poate fi rezolvata doar prin metode numerice. Solutiile "k1,k2,k3,k4" obtinute, inlocuite in (5.127) dau ecuatiile tangentelor paralele cu asimptota/axa medie in sistemul "xoy" (relatie identica cu (5.131) din cazul ecuatiei Perju).

5.6.5. Tangentele paralele pentru ecuatia polara cu originea in focar

Pentru ecuatia polara cu originea in focar (4.6), relatia

$$\rho = \frac{-k}{\cos\theta} \tag{5.135}$$

reprezinta o familie de drepte paralele cu asimptota/axa medie.

Inlocuind (5.135) in (4.6), se obtine

$$(k - 2 \cdot A)^2 \cdot \rho^4 + [2 \cdot k \cdot (A^2 - B^2/A - C) \cdot (k - 2 \cdot A) - (A \cdot B - D)^2] \cdot \rho^2 + k^2 \cdot [(A^2 - B^2/A - C)^2 + (a \cdot B - D)^2] = 0 \tag{5.136}$$

care fiind o ecuatie bipatrata, are solutiile

$$\rho_{1,2,3,4} = \frac{\begin{array}{l} \pm\{-k \cdot (A^2 - B^2/A - C) \cdot (k - 2 \cdot A) - (A \cdot B - D)^2 \pm \\ \pm\{[k \cdot (A^2 - B^2/A - C) \cdot (k - 2 \cdot A) - (A \cdot B - D)^2]^2 - \\ -k^2 \cdot (k - 2 \cdot A)^2 \cdot [(A^2 - B^2/A - C)^2 + (A \cdot B - D)^2]\}^{1/2}\}^{1/2} \end{array}}{(k - 2 \cdot A)} \tag{5.137}$$

Impunind ca solutiile sa fie confundate (dreapta (5.135) sa fie tangenta), trebuie ca expresia de sub radical sa se anuleze. Aceasta conduce la

$$-4 \cdot (A \cdot B - D)^2 \cdot k^4 + 16 \cdot A \cdot (A \cdot B - D)^2 \cdot k^3 - 4 \cdot (A \cdot B - D)^2 \cdot (5 \cdot A^2 - B^2/4 - C) \cdot k^2 + \\ +8 \cdot A \cdot (A^2 - B^2/4 - C) \cdot (A \cdot B - D)^2 \cdot k + (A \cdot B - D)^4 = 0 \qquad (5.138)$$

care poate fi rezolvata doar prin metode numerice. Solutiile "k1,k2,k3,k4" obtinute, inlocuite in (5.135) dau ecuatiile tangentelor paralele cu asimptota/axa medie in sistemul polar cu originea in focar (ρ,θ) si axa zero perpendiculara pe asimptota

$$\rho = \frac{-k_{1,2,3,4}}{\cos \theta} \qquad (5.139)$$

5.6.6. Concluzii

Cele mai importante concluzii referitoare la tangentele paralele cu asimptota/axa medie ale curbei centrelor/punctelor au fost scrise cu majuscule in subcap.6.6.1. Totusi se remarca in favoarea ecuatiei cu 7 coeficienti (4.32) fata de ecuatia Perju (2.39), faptul ca relatia (5.134) din care se determina parametrii definitori ai tangentelor paralele este mai simpla si mai usor de abordat prin metode numerice decit (5.130).

Pentru ecuatia polara cu originea in pol nu s-au dedus tangentele paralele, ca si pentru ecuatia polara cu originea in focar, intrucit se obtin complicatii de calcul.

Relatiile din subcap. 5.6 au fost partial deduse de autor in [M12].

5.7. Determinarea tangentelor perpendiculare pe asimptota /axa medie

Tangentele perpendiculare pe asimptota/axa medie a curbei centrelor/punctelor, se disting in fig.5.1 si fig.5.3. Pentru determinarea acestor tangente perpendiculare, se scrie mai intii ecuatia parametrica a unei drepte perpendiculara pe asimptota/

/axa medie. Apoi se inlocuieste, de obicei, "necunoscuta y" in ecuatia curbei centrelor/punctelor rezultind o ecuatie "de gradul III in x". Impunind ca doua din solutiile acestei ecuatii sa fie confundate (vezi subcap.2.4.5.1), se obtine conditia matematica din care rezulta valorile parametrului care inlocuite in ecuatia dreptei amintite dau ecuatiile tangentelor perpendiculare pe asimptota/axa medie.

Din formele geometrice ale curbelor de sinteza prezentate in [A2], [A3], [B5], [B6], [B9], [D6], [H3], [H4], [H5], [K7], [M3], [M4], [P3], se poate constata ca exista doar doua tangente perpendiculare pe asimptota/axa medie (ca in fig.5.1 si in fig.5.3).

5.7.1. Tangentele perpendiculare pentru ecuatia Lichtenheldt

Pentru ecuatia Lichtenheldt (2.7), dreapta

$$Y = t \tag{5.140}$$

reprezinta o familie de drepte perpendiculare pe asimptota/axa Newton-Gauss.

Inlocuind (5.140) in (2.7), se obtine

$$X^3 + p \cdot X + q = 0 \tag{5.141}$$

unde

$$p = -A^2/3 + t^2 + B \cdot t - C \tag{5.142}$$

$$q = -2 \cdot A^3/27 + (A \cdot t^2 - A \cdot B \cdot t - A \cdot C)/3 + A \cdot t^2 - D \cdot t + E \tag{5.143}$$

Conform celor discutate in subcap.2.5.4.1, ecuatia de gradul III (5.141) admite doua radacini confundate (dreapta (5.140) va fi tangenta) daca

$$(q/2)^2 + (p/3)^2 = 0 \tag{5.144}$$

Inlocuind (5.142) si (5.143) in (5.144), se obtine

$$4 \cdot t^6 - 12 \cdot B \cdot t^5 + 4 \cdot (11 \cdot A^2 + 3 \cdot B^2 - 3 \cdot C) \cdot t^4 + 4 \cdot (6 \cdot B \cdot C - 4 \cdot A^2 \cdot B - 18 \cdot A \cdot D - B^3) \cdot t^3 +$$
$$+(27 \cdot D^2 - A^2 \cdot B^2 - 4 \cdot A^4 + 18 \cdot A \cdot B \cdot D + 72 \cdot A \cdot E - 16 \cdot A^2 \cdot C - 12 \cdot B^2 \cdot C + 12 \cdot C^2) \cdot t^2 +$$
$$+2 \cdot (2 \cdot A^3 \cdot D - 9 \cdot A \cdot B \cdot E - A^2 \cdot B \cdot C - 27 \cdot D \cdot E + 9 \cdot A \cdot C \cdot D - 6 \cdot B \cdot C^2) \cdot t + 27 \cdot E^2 - A^2 \cdot C^2 - 18 \cdot A \cdot C \cdot E - 4 \cdot A^3 \cdot E - 4 \cdot C^3 = 0 \quad (5.145)$$

care poate fi rezolvata prin metode numerice. Conform celor studiate in cap.7 (exemple de calcul), pentru (5.145) s-au obtinut de fiecare data doar cite doua solutii reale "t1, t2". Acestea inlocuite in (5.140) dau ecuatiile celor doua tangente perpendiculare pe asimptota/axa medie, in cazul ecuatiei Lichtenheldt (2.7) a curbelor de sinteza

$$Y = t_{1,2} \quad (5.146)$$

5.7.2. Tangentele perpendiculare pentru ecuatia carteziana cu originea in focar

Pentru ecuatia carteziana cu originea in focar (4.3), expresia

$$V = t \quad (5.147)$$

reprezinta o familie de drepte perpendiculare pe asimptota/axa Newton-Gauss. Inlocuind (5.147) in (4.3), se obtine

$$U^3 + p \cdot U + q = 0 \quad (5.148)$$

unde

$$p = (3 \cdot t^2 - A^2)/3 - (B^2 - 4 \cdot C)/4 \quad (5.149)$$

$$q = [A \cdot (-4 \cdot A^2 + 9 \cdot B^2 + 36 \cdot C) + t \cdot (72 \cdot A \cdot t + 54 \cdot A \cdot B - 54 \cdot D)]/54 \quad (5.150)$$

Conform celor discutate in subcap.2.5.4.1, ecuatia de gradul III (5.148) admite doua radacini confundate (dreapta (5.147) va fi tangenta) daca este indeplinita conditia cunoscuta (5.144).

Inlocuind (5.149) si (5.150) in (5.144), se obtine

BUPT

$$64 \cdot t^6 + (704 \cdot A^2 - 48 \cdot B^2 - 192 \cdot C) \cdot t^4 + (1152 \cdot A^2 \cdot B - A \cdot D) \cdot t^3 +$$
$$+(12 \cdot B^4 - 64 \cdot A^4 + 192 \cdot C^2 + 96 \cdot B^2 \cdot C + 656 \cdot A^2 \cdot B^2 + 896 \cdot A^2 \cdot C + 432 \cdot D^2 - 864 \cdot A \cdot B \cdot D) \cdot t^2 +$$
$$+(144 \cdot A^2 \cdot B^3 - 64 \cdot A^4 \cdot B + 576 \cdot A^2 \cdot B \cdot C - 144 \cdot A \cdot B^2 \cdot D + 64 \cdot A^3 \cdot D - 576 \cdot A \cdot C \cdot D) \cdot t -$$
$$-B^6 - 64 \cdot C^3 - 12 \cdot B^4 \cdot C - 48 \cdot B^2 \cdot C^2 + 8 \cdot A^2 \cdot B^4 + 128 \cdot A^2 \cdot C^2 + 64 \cdot A^2 \cdot B^2 \cdot C - 16 \cdot A^4 \cdot B^2 - 64 \cdot A^4 \cdot C = 0 \tag{5.151}$$

care poate fi rezolvata prin metode numerice. Conform celor studiate in cap.7 (exemple de calcul), pentru (5.151) s-au obtinut de fiecare data doar cite doua solutii reale "t1, t2".

Acestea inlocuite in (5.147) dau ecuatiile celor doua tangente perpendiculare pe asimptota/axa medie, in cazul ecuatiei carteziene cu originea in focar (4.3) a curbelor de sinteza

$$V = t_{1,2} \tag{5.152}$$

5.7.3. Tangentele perpendiculare pentru ecuatia Perju

Pentru ecuatia Perju (2.39), expresia

$$A \cdot y - B \cdot x + t = 0 \tag{5.153}$$

reprezinta o familie de drepte perpendiculare pe asimptota/axa Newton-Gauss.

Explicitind pe "y" din (5.153) si inlocuind in (2.39), se obtine

$$(A^2 + B^2)^2 \cdot x^3 + \{-3 \cdot B \cdot (A^2 + B^2) \cdot t + A \cdot [(A^2 + B^2) \cdot W + A^2 \cdot C + B^2 \cdot D + A \cdot B \cdot E]\} \cdot x^2 +$$
$$+\{(A^2 + 3 \cdot B^2) \cdot t^2 - A \cdot [2 \cdot B \cdot (D + W) + A \cdot E] \cdot t + A^2 \cdot (A \cdot F + B \cdot G)\} \cdot x - B \cdot t^3 + A \cdot (D + W) \cdot t^2 - A^2 \cdot G \cdot t + A^3 \cdot H = 0 \tag{5.154}$$

Se noteaza

$$= p_2 \cdot t^2 + p_1 \cdot t + p_0 \tag{5.155}$$

$$= q_2 \cdot t^2 + q_1 \cdot t + q_0 \tag{5.156}$$

unde

$$p_0 = \frac{A^2}{(A^2+B^2)^2} \cdot \left\{ A \cdot F + B \cdot G - \left[\frac{(A^2+B^2) \cdot W + B^2 \cdot D + A \cdot (A \cdot C + B \cdot E)}{A^2+B^2} \right]^2 \right\} \tag{5.157}$$

$$p_1 = \frac{A^2}{(A^2+B^2)^3} \cdot [2 \cdot A \cdot B \cdot (C-D) - (A^2+B^2) \cdot E] \tag{5.158}$$

$$p_2 = \frac{A^2}{(A^2+B^2)^2} \tag{5.159}$$

$$q_0 = \frac{A^3}{(A^2+B^2)^2} \cdot \left\{ \left[\frac{A \cdot (A \cdot C + B \cdot E) + B^2 \cdot D}{3 \cdot (A^2+B^2)^2} + \frac{W}{3 \cdot (A^2+B^2)} \right] \cdot \left[\frac{2 \cdot [(A^2+B^2) \cdot W + B^2 \cdot D + A \cdot (A \cdot C + B \cdot E)]^2}{9 \cdot (A^2+B^2)^2} - A \cdot F - B \cdot G \right] + H \right\} \tag{5.160}$$

$$q_1 = \frac{A^3}{(A^2+B^2)^3} \cdot \left\{ \frac{[2 \cdot A \cdot B \cdot (D-C) + (A^2+B^2) \cdot E] \cdot [(A^2+B^2) \cdot W + B^2 \cdot D + A \cdot (A \cdot C + B \cdot E)]}{3 \cdot (A^2+B^2)^2} + B \cdot F - A \cdot G \right\} \tag{5.161}$$

$$q_2 = \frac{A^3}{3 \cdot (A^2+B^2)^4} \cdot [2 \cdot (A^2+B^2) \cdot W + (3 \cdot B^2 - A^2) \cdot C + (3 \cdot A^2 - B^2) \cdot D - 4 \cdot A \cdot B \cdot E] \tag{5.162}$$

Inlocuind (5.155) si (5.156) in conditia (5.144), impusa pentru ca ecuatia (5.154) sa aiba doua radacini reale confundate (adica (5.153) sa fie tangenta perpendiculara pe asimptota/axa medie), se obtine

$$\frac{p_2^3}{27} \cdot t^6 + \frac{p_1 \cdot p_2^2}{9} \cdot t^5 + \left(\frac{p_0 \cdot p_2^2 + p_1^2 \cdot p_2}{9} + \frac{q_2^2}{4} \right) \cdot t^4 + \left(\frac{p_1^3}{27} + \frac{2 \cdot p_0 \cdot p_1 \cdot p_2}{9} + \frac{q_1 \cdot q_2}{2} \right) \cdot t^3 + \left(\frac{p_0 \cdot p_1^2 + p_0^2 \cdot p_2}{9} + \frac{q_1^2}{4} + \frac{q_0 \cdot q_2}{2} \right) \cdot t^2 + \left(\frac{p_0^2 \cdot p_1}{9} + \frac{q_0 \cdot q_1}{2} \right) \cdot t + \frac{p_0^3}{27} + \frac{q_0^2}{4} = 0 \tag{5.163}$$

care poate fi rezolvata prin metode numerice.

Conform celor studiate in cap.7 (exemple de calcul), pentru (5.163) s-au obtinut de fiecare data (pe un numar foarte mare de cazuri concrete) doar cite doua solutii reale "t1,t2". Acestea inlocuite in (5.153) dau ecuatiile celor doua tangente perpendiculare pe asimptota/axa medie, in cazul ecuatiei Perju (2.39) a curbelor de sinteza

$$A \cdot y - B \cdot x + t_{1,2} = 0 \tag{5.164}$$

5.7.4. Tangentele perpendiculare pentru ecuatia cu sapte coeficienti

Pentru ecuatia cu 7 coeficienti (4.32), expresia (5.153) reprezinta o familie de drepte perpendiculare pe asimptota/axa Newton-Gauss. Explicitind pe "y" din (5.153) si inlocuind in (4.32), se obtine

$$(A^2+B^2)^2 \cdot x^3 + \{-3 \cdot B \cdot (A^2+B^2) \cdot t + A \cdot [A \cdot (A \cdot E + B \cdot F) + B^2 \cdot G]\} \cdot x^2 + \\ +[(A^2 + 3 \cdot B^2) \cdot t^2 - A \cdot (A \cdot F + 2 \cdot B \cdot G) \cdot t + A^2 \cdot (A \cdot H + B \cdot I)] \cdot x - B \cdot t^3 + A \cdot G \cdot t^2 - A^2 \cdot I \cdot t + A^3 = 0 \tag{5.165}$$

Se mentin notatiile (5.155) si (5.156), unde

$$p_0 = \frac{A}{(A^2+B^2)^2} \cdot \left\{ \frac{A \cdot (A \cdot H + B \cdot I) - A \cdot [A \cdot (A \cdot E + B \cdot F) + B^2 \cdot G]^2}{3 \cdot (A^2+B^2)^2} \right\} \tag{5.166}$$

$$p_1 = \frac{A^2 \cdot [2 \cdot A \cdot B \cdot (E - G) + (B^2 - A^2) \cdot F]}{(A^2+B^2)^3} \tag{5.167}$$

$$p_2 = \frac{A^2}{(A^2+B^2)^2} \tag{5.168}$$

$$q_0 = \frac{A^3}{(A^2+B^2)^2} \cdot \left\{ \frac{A \cdot (A \cdot E + B \cdot F) + B^2 \cdot G}{3 \cdot (A^2+B^2)^2} \cdot \left[\frac{2 \cdot [A \cdot (A \cdot E + B \cdot F) + B^2 \cdot G]^2}{9 \cdot (A^2+B^2)^2} - A \cdot H - B \cdot I \right] + 1 \right\} \tag{5.169}$$

$$q_1 = \frac{A^3}{(A^2+B^2)^3} \cdot \left\{ \frac{A \cdot (A \cdot E + B \cdot F) + B^2 \cdot G}{3 \cdot (A^2+B^2)^2} \cdot [2 \cdot A \cdot B \cdot (G - E) + (A^2 - B^2) \cdot F] + B \cdot H - A \cdot I \right\} \tag{5.170}$$

$$q_2 = \frac{A^3}{3 \cdot (A^2+B^2)^4} \cdot [(3 \cdot B^2 - A^2) \cdot E + (3 \cdot A^2 - B^2) \cdot G - 4 \cdot A \cdot B \cdot F] \tag{5.171}$$

Inlocuind (5.155) si (5.156), tinind cont de (5.166)...(5.171), in conditia (5.144), impusa pentru ca ecuatia (5.165) sa aiba doua radacini reale confundate (adica (5.153) sa fie tangenta perpendiculara pe asimptota/axa medie), se obtine o forma similara cu (5.163), care poate fi rezolvata prin metode numerice. Conform celor studiate in cap.7 (exemple de calcul), pentru (5.163) s-au obtinut de fiecare data doar cite doua solutii reale "t1,t2". Acestea inlocuite in (5.153), dau ecuatiile celor doua tangente perpendiculare pe asimptota/axa medie, in cazul ecuatiei cu 7 coeficienti (4.32) a curbelor de sinteza (similare cu (5.164)).

5.7.5. Concluzii

Daca la determinarea tangentelor perpendiculare pe asimptota/axa medie a curbelor de sinteza in cazul ecuatiilor Lichtenheldt (2.7) si carteziana cu originea in focar (4.3), nu se constata deosebiri prea mari, analizind (5.157)...(5.162) fata de (5.166)...(5.171), se poate concluziona ca aceeasi determinare se face mai usor pentru ecuatia cu 7 coeficienti (4.32), fata de ecuatia Perju (2.39).

Tangentele perpendiculare pe asimptota/axa medie sint drepte importante referitoare la curbele centrelor/punctelor, care se adauga tangentelor paralele. Dupa cum se va arata in capitolele urmatoare, impreuna, aceste drepte "zoneaza" curbele centrelor/punctelor, in "portiuni" cu forme de "variatie" (probabil si proprietati) distincte. Din pacate un studiu pe aceasta "tema" nu se poate face pe "cazul general", ci doar pe exemple numerice (motivatia fiind formulele prea lungi).

Relatiile din subcap.5.7 au fost deduse partial de autor, in [M12].

5.8. Determinarea punctelor de tangenta cu tangentele paralele/perpendiculare cu/pe asimptota/axa medie

Urmarind fig.5.3, s-au denumit "T1,T2,T3,T4" punctele de tangenta ale curbei centrelor/punctelor cu tangentele paralele cu asimptota/axa medie. Cu "T5,T6" s-au notat punctele de tangenta ale aceleiasi curbe cu tangentele perpendiculare pe asimptota/axa medie. Mai apar notate cu "T7,T8" punctele in care tangentele perpendiculare pe asimptota/axa medie "taie" curba de sinteza.

Se vor determina sau va indica modalitatea de determinare a coordonatelor punctelor mai sus amintite.

5.8.1. Punctele de tangenta pentru ecuatia Lichtenheldt

Pentru ecuatia Lichtenheldt (2.7) a curbei centrelor/ /punctelor, inlocuind solutiile date de (5.119) in (5.115) si (5.117), se obtin coordonatele

$$x_{T1,2,3,4} = k_{1,2,3,4} \tag{5.172}$$

$$y_{T1,2,3,4} = \frac{B \cdot k_{1,2,3,4} + D}{2 \cdot (A + k_{1,2,3,4})} \tag{5.173}$$

ale punctelor de tangenta cu tangentele paralele. In general, vor exista patru puncte de tangenta (daca exista patru tangente), sau mai rar doua puncte de tangenta (daca exista doua tangente).

Daca se inlocuiesc cele doua solutii reale "t1,t2" date de (5.145) in (5.143), se obtine

$$q = -2 \cdot A^3/27 + (A \cdot t_{1,2}^2 - A \cdot B \cdot t_{1,2} - C)/3 + A \cdot t_{1,2}^2 - D \cdot t_{1,2} + E \tag{5.174}$$

Cu (5.174) inlocuita in (2.60), tinind seama de (2.48), (2.59) si cu solutiile din (5.145) in (5.140), se obtin

$$x_{T5,6} = \sqrt[3]{-q/2} \tag{5.175}$$

$$y_{T5,6} = t_{1,2} \tag{5.176}$$

care reprezinta coordonatele punctelor de tangenta cu tangentele perpendiculare.

Inlocuind (5.174) in (2.60), tinind seama de (2.48), (2.58) si solutiile din (5.145) in (5.140), se obtin

$$x_{T7,8} = 2 \cdot \sqrt[3]{-q/2} \tag{5.177}$$

$$y_{T7,8} = t_{1,2} \tag{5.178}$$

care reprezinta coordonatele punctelor de intersectie cu tangentele perpendiculare.

5.8.2. Punctele de tangenta pentru ecuatia carteziana cu originea in focar

Pentru ecuatia carteziana cu originea in focar (4.3) a curbei centrelor/punctelor, inlocuind solutiile date de (5.125) in (5.122) si (5.124), se obtin coordonatele

$$u_{T1,2,3,4} = k_{1,2,3,4} \tag{5.179}$$

$$v_{T1,2,3,4} = \frac{D - A \cdot B}{2 \cdot (k_{1,2,3,4} + 2 \cdot A)} \tag{5.180}$$

ale punctelor de tangenta cu tangentele paralele. In general, vor exista patru puncte de tangenta (daca exista patru tangente), sau mai rar doua puncte de tangenta (daca exista doua tangente).

Daca se inlocuiesc cele doua solutii reale "t1,t2" date de (5.151) in (5.150), se obtine:

$$q = [A \cdot (-4 \cdot A^2 + 9 \cdot B^2 + 36 \cdot C] + t_{1,2} \cdot (72 \cdot A \cdot t_{1,2} + 54 \cdot A \cdot B - 54 \cdot D)]/54 \tag{5.181}$$

Cu (5.181) inlocuita in (2.60) tinind seama de (2.48), (2.59) si cu solutiile din (5.151) in (5.147), se obtin

$$u_{T5,6} = \sqrt[3]{-q/2} \tag{5.182}$$

$$v_{T5,6} = t_{1,2} \tag{5.183}$$

care reprezinta coordonatele punctelor de tangenta cu tangentele perpendiculare.

Inlocuind (5.181) in (2.60), tinind seama de (2.48), (2.58) si solutiile din (5.151) in (5.147), se obtin

$$u_{T7,8} = 2 \cdot \sqrt[3]{-q/2} \tag{5.184}$$

$$v_{T7,8} = t_{1,2} \tag{5.185}$$

care reprezinta coordonatele punctelor de intersectie cu tangentele perpendiculare.

5.8.3. Punctele de tangenta pentru ecuatia Perju

Pentru ecuatia Perju (2.39) a curbei centrelor/punctelor, inlocuind solutiile date de (5.130) in (5.129), se obtine

$$y_{T1,2,3,4} = \frac{-2 \cdot k_{1,2,3,4} \cdot B \cdot (W - k_{1,2,3,4} + C)/A + E \cdot k_{1,2,3,4} + B \cdot F/A - G}{2 \cdot (B^2/A^2 + 1) \cdot (W - k_{1,2,3,4}) + B^2 \cdot C/A + D - B \cdot E/A} \tag{5.186}$$

Explicitind "x" din (5.127) in care s-a inlocuit (5.186), se obtine

$$x_{T1,2,3,4} = (-B \cdot y_{T1,2,3,4} - k_{1,2,3,4})/A \tag{5.187}$$

Relatiile (5.187) si (5.186) sint coordonatele punctelor de tangenta cu tangentele paralele. In general, vor exista patru puncte de tangenta (daca exista patru tangente), sau mai rar doua puncte de tangenta (daca exista doua tangente).

Daca se inlocuiesc cele doua solutii reale "t1,t2" date de (5.163), tinind seama de (5.157)...(5.162), in (5.156), tinind seama de (5.160)...(5.162), se obtine

$$q = q_2 \cdot t_{1,2}^2 + q_1 \cdot t_{1,2} + q_0 \tag{5.188}$$

Cu (5.188), tinind seama de (5.160)...(5.162), inlocuit in (2.60), tinind seama de (2.48), (2.59) si cu solutiile din (5.163), tinind seama (5.157)...(5.162), in "y" explicitat din (5.153), se obtin

$$x_{T5,6} = -\sqrt[3]{-q/2} - \{-3 \cdot B \cdot (A^2 + B^2) \cdot t_{1,2} + A \cdot [(A^2 + B^2) \cdot W + A^2 \cdot C + B^2 \cdot D + A \cdot B \cdot E]\}/(A^2 + B^2)^2 \tag{5.189}$$

$$y_{T5,6} = (B \cdot x_{T5,6} - t_{1,2})/A \tag{5.190}$$

care reprezinta coordonatele punctelor de tangenta cu tangentele perpendiculare.

Inlocuind (5.188), tinind seama de (5.160)...(5.162), in (2.60), tinind seama de (2.48), (2.58) si solutiile din (5.163, tinind seama de (5.157)...(5.162), in "y" explicitat din (5.153), se obtin

$$x_{T7,8} = 2 \cdot \sqrt[3]{-q/2} - \{-3 \cdot B \cdot (A^2 + B^2) \cdot t_{1,2} + A \cdot [(A^2 + B^2) \cdot W + A^2 \cdot C + B^2 \cdot D + A \cdot B \cdot E]\}/(A^2 + B^2)^2 \tag{5.191}$$

$$y_{T7,8} = (B \cdot x_{T7,8} - t_{1,2})/A \tag{5.192}$$

care reprezinta coordonatele punctelor de intersectie cu tangentele perpendiculare.

5.8.4. Punctele de tangenta pentru ecuatia cu sapte coeficienti

Pentru ecuatia cu 7 coeficienti (4.32) a curbei centrelor/ /punctelor, inlocuind solutiile date de (5.134) in (5.133), se obtine

$$y_{T1,2,3,4} = \frac{F \cdot k_{1,2,3,4} - B \cdot [2 \cdot k_{1,2,3,4} \cdot (E - k_{1,2,3,4}) - H]/A - I}{2 \cdot [B^2 \cdot (E - k_{1,2,3,4})/A^2 - B \cdot F/A + (G - k_{1,2,3,4}]} \tag{5.193}$$

Explicitind "x" din (5.127) in care s-a inlocuit (5.193), se obtine o relatie identica formal cu (5.187). Relatiile (5.187) si (5.193) sint coordonatele punctelor de tangenta cu tangentele paralele. In general, vor exista patru puncte de tangenta (daca exista patru tangente), sau mai rar doua puncte de tangenta (daca exista doua tangente).

Daca se inlocuiesc cele doua solutii reale "t1,t2" date de (5.163), tinind seama de (5.166)...(5.171), in (5.156), tinind seama de (5.169)...(5.171), se obtine o relatie identica formal cu (5.188). Cu (5.188) inlocuit in (2.60) tinind seama de (2.48), (2.59) si cu solutiile din (5.163), tinind seama de (5.166)...(5.171), in "y" explicitat din (5.153), se obtine

$$x_{T5,6} = -\sqrt[3]{-q/2} - \{-3 \cdot B \cdot (A^2 + B^2) \cdot t_{1,2} + A \cdot [(A \cdot (A \cdot E + B \cdot F) + B^2 \cdot G]\}/(A^2 + B^2)^2 \tag{5.194}$$

si o relatie identica formal cu (5.190).

Relatiile (5.194) si (5.190) reprezinta coordonatele punctelor de tangenta cu tangentele perpendiculare.

Inlocuind (5.188), tinind seama de (5.169)...(5.171), in (2.60), tinind seama de (2.48), (2.58) si solutiile din (5.163), tinind seama de (5.166)...(5.171), in "y" explicitat din

(5.153), se obtine

$$x_{T7,8} = 2 \cdot \sqrt[3]{-q/2} - \{-3 \cdot B \cdot (A^2 + B^2) \cdot t_{1,2} + A \cdot [(A \cdot (A \cdot E + B \cdot F) + B^2 \cdot G]\}/(A^2 + B^2)^2 \qquad (5.195)$$

si o relatie identica formal cu (5.192).

Relatiile (5.195) si (5.192) reprezinta coordonatele punctelor de intersectie cu tangentele perpendiculare.

5.8.5. Concluzii

Cu privire la punctele amintite mai sus se remarca faptul ca intre relatiile deduse pentru ecuatia Lichtenheldt (2.7) si pentru ecuatia carteziana cu originea in focar (4.3) nu exista deosebiri prea mari. Relatiile deduse pentru ecuatia cu 7 coeficienti (4.32) sint mai simple decit cele corespunzatoare deduse pentru ecuatia Perju (2.39).

Relatiile din subcap.5.8 au fost partial deduse de autor in [M11].

5.9. Determinarea punctelor de inflexiune

Curbele de sinteza Burmester (a centrelor/punctelor) sint tangente asimptotic de o parte si cealalta a asimptotei. Cu exceptia (poate) a cazului din fig.5.1.c (s-a aratat ca este cel mai rar intilnit - practic o forma particulara) alura curbelor (conform acelorasi surse bibliografice semnalate in subcap.5.5) sugereaza existenta a trei puncte de inflexiune notate cu "I1, I2, I3", in fig.5.3.

Pentru a afla punctele de inflexiune, oricare dintre ecuatiile curbelor centrelor/punctelor, Lichtenheldt (2.7), Perju (2.39), carteziana cu originea in focar (4.3), cu 7 coeficienti (4.32), poate fi notata generic ca in (5.3). Conform celor indicate in [V4], se procedeaza la trecerea in coordonate omogene facind substitutiile (5.4), (5.5), (5.6). Se obtine forma generica ca in (5.7). Se deduc derivatele partiale de ordinul intii ale ecuatiei generice (5.7), sub formele generice (5.8), (5.9), (5.10).

Se deduc derivatele partiale de ordinul al doilea

$$\frac{\partial^2 F}{\partial X_0^2} = F''_{X_0^2}(X_0, Y_0, Z_0) \tag{5.196}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial Y_0^2} = F''_{Y_0^2}(X_0, Y_0, Z_0) \tag{5.197}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial Z_0^2} = F''_{Z_0^2}(X_0, Y_0, Z_0) \tag{5.198}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial X_0 \partial Y_0} = F''_{X_0 Y_0}(X_0, Y_0, Z_0) \tag{5.199}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial X_0 \partial Z_0} = F''_{X_0 Z_0}(X_0, Y_0, Z_0) \tag{5.200}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial Y_0 \partial Z_0} = F''_{Y_0 Z_0}(X_0, Y_0, Z_0) \tag{5.201}$$

Cu ajutorul acestor derivate partiale, conform [V4], se poate scrie "hessiana" curbei data de (5.7), sub forma

$$H(X_0, Y_0, Z_0) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial X_0^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial X_0 \partial Y_0} & \frac{\partial^2 F}{\partial X_0 \partial Z_0} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial Y_0 \partial X_0} & \frac{\partial^2 F}{\partial Y_0^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial Y_0 \partial Z_0} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial Z_0 \partial X_0} & \frac{\partial^2 F}{\partial Z_0 \partial Y_0} & \frac{\partial^2 F}{\partial Z_0^2} \end{vmatrix} = 0 \tag{5.202}$$

Conform [V4], printre punctele de intersectie ale "hessianei" (5.202) cu curba studiata (5.7), se gasesc si punctele de inflexiune ale curbei studiate. Intrucit curbele centrelor/punctelor sint cubice, rezulta ca derivatele lor partiale de ordinul al doilea sint de gradul intii, "hessiana" (5.202) fiind deci si ea o cubica. Conform teoremei lui Bezout, intre cubica studiata si "hessiana" ar trebui sa existe noua puncte de intersectie. Cele care sint si puncte de inflexiune se pot decela, conform [I3], dupa expresia curburii

$$y'' = \frac{2 \cdot f'_x \cdot f'_y \cdot f''_{xy} - f'^2_x \cdot f''_{y^2} - f'^2_y \cdot f''_{x^2}}{f'^3_y} \tag{5.203}$$

care isi schimba semnul la trecerea prin punctul de inflexiune.

5.9.1. Punctele de inflexiune pentru ecuatia Lichtenheldt

Avind in vedere ecuatia curbei centrelor/punctelor, forma Lichtenheldt (2.7), prin subtitutiile (5.4), (5.5), (5.6), se obtine in coordonate omogene

$$F(X_0,Y_0,Z_0) = X_0^3 + X_0\cdot Y_0^2 - A\cdot X_0^2\cdot Z_0 + A\cdot Y_0^2\cdot Z_0 + B\cdot X_0\cdot Y_0\cdot Z_0 - C\cdot X_0\cdot Z_0^2 - D\cdot Y_0\cdot Z_0^2 + E\cdot Z_0^3 = 0 \qquad (5.204)$$

Ecuatia "hessianei", sub forma de determinant, in care se pot identifica derivatele partiale de ordinul al doilea, pentru ecuatia (5.204), este

$$H(X_0,Y_0,Z_0) = \begin{vmatrix} 6\cdot X_0 - 2\cdot A\cdot Z_0 & 2\cdot Y_0 - B\cdot Z_0 & (-2\cdot A\cdot X_0 - B\cdot Y_0 - 2\cdot C\cdot Z_0) \\ 2\cdot Y_0 - B\cdot Z_0 & 2\cdot X_0 + 2\cdot A\cdot Z_0 & (2\cdot A\cdot Y_0 - B\cdot X_0 - 2\cdot D\cdot Z_0) \\ (-2\cdot A\cdot X_0 - B\cdot Y_0 - 2\cdot C\cdot Z_0) & (2\cdot A\cdot Y_0 - B\cdot X_0 - 2\cdot D\cdot Z_0) & (-2\cdot C\cdot X_0 - 2\cdot D\cdot Y_0 + 6\cdot E\cdot Z_0) \end{vmatrix} = 0 \qquad (5.205)$$

Dezvoltind (5.205) si revenind din coordonatele omogene "Xo,Yo,Zo" la coordonatele initiale "X,Y" prin inversarea substitutiilor (5.4), (5.5), (5.6), se obtine

$$\begin{aligned} h(X,Y) = {} & (-4\cdot A^2 - 3\cdot B^2 - 12\cdot C)\cdot X^3 + 12(A\cdot B - D)\cdot X^2\cdot Y + (B^2 - 20\cdot A^2 + 4\cdot C)\cdot X\cdot Y^2 + 4(D - A\cdot B)\cdot Y^3 + \\ & + (36\cdot E - 16\cdot A\cdot C - 3\cdot B^2 - 4\cdot A^3 - 12\cdot B\cdot D)\cdot X^2 + (24\cdot A\cdot D - 4\cdot A^2\cdot B - B^3 - 4\cdot B\cdot C)\cdot X\cdot Y + \\ & + (3\cdot B^2 - 8\cdot A\cdot C + 4\cdot A^3 - 12\cdot E)\cdot Y^2 + (24\cdot A\cdot E - 4\cdot A^2\cdot C - B^2\cdot C - 4\cdot C^2 - 12\cdot D^2)\cdot X + \\ & + (8\cdot C\cdot D + 12\cdot B\cdot E - B^2\cdot D - 4\cdot A^2\cdot D)\cdot Y - 12\cdot A^2\cdot E - 4\cdot B\cdot C\cdot D - 4\cdot A\cdot C^2 - 3\cdot B^2\cdot E + 4\cdot A\cdot D^2 = 0 \end{aligned} \qquad (5.206)$$

care este ecuatia "hessianei" in coordonatele intrinseci.

Prin rezolvarea numerica a sistemului neliniar de doua ecuatii cu doua necunoscute format din relatiile (2.7) si (5.206) se vor obtine coordonatele punctelor de intersectie intre curba centrelor/punctelor "f(X,Y)=0" si "hessiana" corespunzatoare "h(X,Y)=0". Dupa cum se poate vedea in cap.7, punctele de inflexiune vor fi obtinute mai repede printr o metoda ce face apel la "grafica" cu ajutorul calculatorului, decit apelind la verificarea unei relatii de tipul (5.203). De altfel "aprecierea grafica" constituie solutiile initiale pentru rezolvarea exacta a sistemului neliniar amintit mai sus (prin metoda Newton - a se vedea cap.7).

5.9.2. Punctele de inflexiune pentru ecuatia Perju

Avind in vedere ecuatia curbei centrelor/punctelor forma Perju (2.39), prin subtitutiile (5.4), (5.5), (5.6), se obtine in coordonate omogene (5.21).

Ecuatia "hessianei", sub forma de determinant, in care se pot identifica derivatele partiale de ordinul al doilea pentru ecuatia (5.21), este

$$H(X_0,Y_0,Z_0)=\begin{vmatrix} \begin{matrix}[6\cdot A\cdot X_0+2\cdot B\cdot Y_0+\\ +2\cdot(C+W)\cdot Z_0]\end{matrix} & \begin{matrix}(2\cdot B\cdot X_0+2\cdot A\cdot Y_0+\\ +E\cdot Z_0)\end{matrix} & \begin{matrix}[2\cdot(C+W)\cdot X_0+\\ +E\cdot Y_0+2\cdot F\cdot Z_0]\end{matrix} \\ \begin{matrix}(2\cdot B\cdot X_0+2\cdot A\cdot Y_0+\\ +E\cdot Z_0)\end{matrix} & \begin{matrix}[2\cdot A\cdot X_0+6\cdot B\cdot Y_0+\\ +2\cdot(D+W)\cdot Z_0]\end{matrix} & \begin{matrix}[2\cdot(D+W)\cdot Y_0+\\ +E\cdot X_0+2\cdot G\cdot Z_0]\end{matrix} \\ \begin{matrix}[2\cdot(C+W)\cdot X_0+\\ +E\cdot Y_0+2\cdot F\cdot Z_0]\end{matrix} & \begin{matrix}[2\cdot(D+W)\cdot Y_0+\\ +E\cdot X_0+2\cdot G\cdot Z_0]\end{matrix} & \begin{matrix}(2\cdot F\cdot X_0+2\cdot G\cdot Y_0+\\ +6\cdot H\cdot Z_0)\end{matrix} \end{vmatrix}=0 \tag{5.207}$$

Dezvoltind (5.207) si revenind din coordonatele omogene "Xo,Yo,Zo" la coordonatele initiale "x,y", prin inversarea substitutiilor (5.4), (5.5), (5.6), se obtine

$$\begin{aligned}
h(x,y)=\;& x^3\cdot[4\cdot F\cdot(3\cdot A^2-B^2)+4\cdot(C+W)\cdot(B\cdot E-A\cdot C-A\cdot W)-3\cdot A\cdot E^2]+\\
&+x^2\cdot y\cdot[32\cdot A\cdot B\cdot F+4\cdot G\cdot(3\cdot A^2-B^2)+B\cdot E^2+8\cdot B\cdot(C+W)\cdot(D+W)-12\cdot B\cdot(C+W)^2-12\cdot A\cdot E\cdot(D+W)]+\\
&+x\cdot y^2\cdot[4\cdot F\cdot(3\cdot B^2-A^2)+32\cdot A\cdot B\cdot G+A\cdot E^2+8\cdot A\cdot(C+W)\cdot(D+W)-12\cdot B\cdot E\cdot(C+W)-12\cdot A\cdot(D+W)^2]+\\
&+y^3\cdot[4\cdot G\cdot(3\cdot B^2-A^2)+4\cdot(D+W)\cdot(A\cdot E-B\cdot D-B\cdot W)-3\cdot B\cdot E^2]+\\
&+x^2\cdot[12\cdot A\cdot F\cdot(D+W)+12\cdot H\cdot(3\cdot A^2-B^2)+8\cdot B\cdot G\cdot(C+W)-4\cdot A\cdot F\cdot(C+W)-4\cdot(C+W)^2\cdot(D+W)+\\
&\qquad+E^2\cdot(C+W)-12\cdot A\cdot E\cdot G]+\\
&+x\cdot y\cdot[-12\cdot B\cdot F\cdot(C+W)+12\cdot B\cdot F\cdot(D+W)+12\cdot A\cdot G\cdot(C+W)+96\cdot A\cdot B\cdot H+E^3-12\cdot A\cdot G\cdot(D+W)-\\
&\qquad-4\cdot A\cdot E\cdot F-4\cdot B\cdot E\cdot G-4\cdot E\cdot(C+W)\cdot(D+W)]+\\
&+y^2\cdot[12\cdot B\cdot G\cdot(C+W)+12\cdot H\cdot(3\cdot B^2-A^2)+8\cdot A\cdot E\cdot(D+W)+E^2(D+W)-4\cdot B\cdot G\cdot(D+W)-\\
&\qquad-4\cdot(C+W)\cdot(D+W)^2-12\cdot B\cdot E\cdot F]+\\
&+x\cdot[12\cdot A\cdot H\cdot(C+W)+36\cdot A\cdot H\cdot(D+W)+8\cdot B\cdot F\cdot G+E^2\cdot F-4\cdot A\cdot F^2-4\cdot F\cdot(C+W)\cdot(D+W)-\\
&\qquad-12\cdot B\cdot E\cdot H-12\cdot A\cdot G^2]+\\
&+y\cdot[12\cdot B\cdot H\cdot(D+W)+8\cdot A\cdot F\cdot G+E^2\cdot G+36\cdot B\cdot H\cdot(C+W)-12\cdot B\cdot F^2-12\cdot A\cdot E\cdot H-4\cdot B\cdot G^2-\\
&\qquad-4\cdot G\cdot(C+W)\cdot(D+W)]+\\
&+12\cdot H\cdot(C+W)\cdot(D+W)+4\cdot E\cdot F\cdot G-4\cdot F^2\cdot(D+W)-3\cdot E^2\cdot H-4\cdot G^2\cdot(C+W)=0
\end{aligned}\tag{5.208}$$

care este ecuatia "hessianei" in coordonatele de definire a celor patru pozitii de sinteza initial impuse.

Prin rezolvarea numerica a sistemului neliniar de doua ecuatii cu doua necunoscute format din relatiile (2.7) si (5.208), se vor obtine coordonatele punctelor de intersectie intre curba centrelor/punctelor "f(x,y)=0" si "hessiana" corespunzatoare "h(x,y)=0".

5.9.3. Punctele de inflexiune pentru ecuatia cu sapte coeficienti

Avind in vedere ecuatia curbei centrelor/punctelor, forma cu 7 coeficienti (4.32), prin subtitutiile (5.4), (5.5), (5.6), se obtine in coordonate omogene (5.35).

Ecuatia "hessianei", sub forma de determinant in care se pot identifica derivatele partiale de ordinul al doilea, pentru ecuatia (5.35), este

$$H(X_0,Y_0,Z_0)=\begin{vmatrix} (6\cdot A\cdot X_0+2\cdot B\cdot Y_0+2\cdot E\cdot Z_0) & (2\cdot B\cdot X_0+2\cdot A\cdot Y_0+F\cdot Z_0) & (2\cdot E\cdot X_0+F\cdot Y_0+2\cdot H\cdot Z_0) \\ (2\cdot B\cdot X_0+2\cdot A\cdot Y_0+F\cdot Z_0) & (2\cdot A\cdot X_0+6\cdot B\cdot Y_0+2\cdot G\cdot Z_0) & (F\cdot X_0+2\cdot G\cdot Y_0+2\cdot I\cdot Z_0) \\ (2\cdot E\cdot X_0+F\cdot Y_0+2\cdot H\cdot Z_0) & (F\cdot X_0+2\cdot G\cdot Y_0+2\cdot I\cdot Z_0) & (2\cdot H\cdot X_0+2\cdot I\cdot Y_0+6\cdot Z_0) \end{vmatrix}=0 \tag{5.209}$$

Dezvoltind (5.209) si revenind din coordonatele omogene "Xo,Yo,Zo", la coordonatele initiale "x,y", prin inversarea substitutiilor (5.4), (5.5), (5.6), se obtine

$$\begin{aligned} h(x,y) = {} & x^3\cdot[4\cdot H\cdot(3\cdot A^2-B^2)-A\cdot(4\cdot E^2+3\cdot F^2)+4\cdot B\cdot E\cdot F]+\\ & +x\cdot y^2\cdot[4\cdot H\cdot(3\cdot B^2-A^2)+A\cdot(F^2-12\cdot G^2+8\cdot E\cdot G)+4\cdot B\cdot(8\cdot A\cdot I-3\cdot E\cdot F)]+\\ & +x^2\cdot y\cdot[4\cdot I\cdot(3\cdot A^2-B^2)+B\cdot(F^2-12\cdot E^2+8\cdot E\cdot G)+4\cdot A\cdot(8\cdot B\cdot H-3\cdot F\cdot G)]+\\ & +y^3\cdot[4\cdot I\cdot(3\cdot B^2-A^2)-B\cdot(4\cdot G^2+3\cdot F^2)+4\cdot A\cdot F\cdot G]+\\ & +x^2\cdot[4\cdot A\cdot H\cdot(3\cdot G-E)+36\cdot A^2+E\cdot(F^2-4\cdot E\cdot G)+4\cdot I\cdot(2\cdot B\cdot E-3\cdot A\cdot F)-12\cdot B^2]+\\ & +x\cdot y\cdot[12\cdot(E-G)\cdot(A\cdot I-B\cdot H)+96\cdot A\cdot B+F^3-4\cdot F\cdot(A\cdot H+B\cdot I+E\cdot G)]+\\ & +y^2\cdot[4\cdot B\cdot I\cdot(3\cdot E-G)+36\cdot B^2+G\cdot(F^2-4\cdot E\cdot G)+4\cdot H\cdot(2\cdot A\cdot G-3\cdot B\cdot F)-12\cdot A^2]+\\ & +x\cdot[4\cdot A\cdot(3\cdot E+9\cdot G-H^2-3\cdot I^2)+H\cdot(F^2-4\cdot E\cdot G)+4\cdot B\cdot(2\cdot H\cdot I-3\cdot F)]+\\ & +y\cdot[4\cdot B\cdot(3\cdot G+9\cdot E-I^2-3\cdot H^2)+I\cdot(F^2-4\cdot E\cdot G)+4\cdot A\cdot(2\cdot H\cdot I-3\cdot F)]+\\ & +[4\cdot E\cdot(3\cdot G-I^2)+4\cdot H\cdot(F\cdot I-G\cdot H)-3\cdot F^2]=0 \end{aligned} \tag{5.210}$$

care este ecuatia "hessianei" in coordonatele de definire a celor patru pozitii de sinteza initial impuse.

Prin rezolvarea numerica a sistemului neliniar de doua ecuatii cu doua necunoscute, format din relatiile (4.32) si (5.210) se vor obtine coordonatele punctelor de intersectie intre curba centrelor/punctelor "f(x,y)=0" si "hessiana" corespunzatoare "h(x,y)=0". Dupa cum se poate vedea in cap.7, punctele de inflexiune vor fi obtinute mai repede printr-o metoda ce face apel la "grafica" cu ajutorul calculatorului, decit apelind la verificarea unei relatii de tipul (5.203). De altfel "aprecierea grafica" constituie solutiile initiale pentru rezolvarea exacta a sistemului neliniar amintit mai sus (prin metoda Newton - a se vedea cap.7).

5.9.4. Punctele de inflexiune pentru ecuatia carteziana cu originea in focar

Avind in vedere ecuatia curbei centrelor/punctelor, forma cu originea in focar (4.3), prin subtitutiile (5.4), (5.5), (5.6), adaptate ("x" devine "U" si "y" devine "V"), se obtine in coordonate omogene

$$F(X_0,Y_0,Z_0) = X_0^3 + X_0 \cdot Y_0^2 + 2 \cdot A \cdot X_0^2 \cdot Z_0 + 2 \cdot A \cdot Y_0^2 \cdot Z_0 + (A^2 - B^2/4 - C) \cdot X_0 \cdot Z_0^2 + (A \cdot B - D) \cdot Y_0 \cdot Z_0^2 = 0 \tag{5.211}$$

Ecuatia "hessianei", sub forma de determinant in care se pot identifica derivatele partiale de ordinul al doilea, pentru ecuatia (5.211), este

$$H(X_0,Y_0,Z_0) = \begin{vmatrix} (6 \cdot X_0 + 4 \cdot A \cdot Z_0) & 2 \cdot Y_0 & \begin{matrix}[4 \cdot A \cdot X_0 + \\ +2 \cdot (A^2 - B^2/4 - C) \cdot Z_0]\end{matrix} \\ 2 \cdot Y_0 & (2 \cdot X_0 + 4 \cdot A \cdot Z_0) & \begin{matrix}[4 \cdot A \cdot Y_0 + \\ +2 \cdot (A \cdot B - D) \cdot Z_0]\end{matrix} \\ \begin{matrix}[4 \cdot A \cdot X_0 + \\ +2 \cdot (A^2 - B^2/4 - C) \cdot Z_0]\end{matrix} & \begin{matrix}[4 \cdot A \cdot Y_0 + \\ +2 \cdot (A \cdot B - D) \cdot Z_0]\end{matrix} & \begin{matrix}[2 \cdot (A^2 - B^2/4 - C) \cdot X_0 + \\ +2 \cdot (A \cdot B - D) \cdot Y_0]\end{matrix} \end{vmatrix} = 0 \tag{5.212}$$

Dezvoltind (5.212) si revenind din coordonatele omogene "Xo,Yo,Zo" la coordonatele initiale "U,V" prin inversarea unor substitutii de tipul (5.4), (5.5), (5.6), se obtine

$$h(U,V) = -(4\cdot A^2+3\cdot B^2+12\cdot C)\cdot U^3+12\cdot(A\cdot B-D)\cdot U^2\cdot V+(B^2-20\cdot A^2+4\cdot C)\cdot U\cdot V^2-4\cdot(A\cdot B-D)\cdot V^3-$$
$$-4\cdot A\cdot(4\cdot A^2+B^2+4\cdot C)\cdot(U^2+V^2)-[(A^2-B^2/4-C)\cdot(20\cdot A^2-B^2-4\cdot C)+12\cdot(A\cdot B-D)^2]\cdot U-$$
$$-2\cdot(A\cdot B-D)\cdot(4\cdot A^2+B^2+4\cdot C)\cdot V-8\cdot A\cdot[(A^2-B^2/4-C)^2+(A\cdot B-D)^2]=0 \quad (5.213)$$

care este ecuatia "hessianei" in coordonatele "UFV" specificate in subcap.4.1.

Prin rezolvarea numerica a sistemului neliniar de doua ecuatii cu doua necunoscute format din relatiile (4.3) si (5.213) se vor obtine coordonatele punctelor de intersectie intre curba centrelor/punctelor "f(U,V)=0" si "hessiana" corespunzatoare "h(U,V)=0".

5.9.5. Concluzii

Comparind ecuatiile (5.212) si (5.205), respectiv (5.213) si (5.206), se constata ca la determinarea punctelor de inflexiune in cazul ecuatiilor cu originea in focar (4.3) sau Lichtenheldt (2.7), nu exista deosebiri prea mari in favoarea uneia dintre ele. Comparind ecuatiile (5.209) si (5.207), respectiv (5.210) si (5.208), se constata in cazul ecuatiei cu 7 coeficienti (4.32) forme algebrice, mult mai simple, mai usor de prelucrat cu ajutorul calculatorului, decit in cazul ecuatiei Perju (2.39).

Relatiile din subcap.5.9 au fost partial deduse de autor in [M11].

5.10. Determinarea dreptei inflexiunilor

Din sistemele amintite la subcap.5.9, rezulta, conform determinarilor efectuate in cap.7, ca se obtin pentru curbele centrelor/punctelor trei puncte de inflexiune de coordonate (XI1,2,3 ; YI1,2,3) in cazul ecuatiei Lichtenheldt (2.7), de coordonate (xI1,2,3 ; yI1,2,3) in cazul ecuatiilor Perju (2.39) sau cu 7 coeficienti (4.32), de coordonate (UI1,2,3 ; VI1,2,3) in cazul ecuatiei carteziene cu originea in focar (4.3).

Conform [V4] "daca doua din punctele de intersectie ale unei drepte cu o cubica sint de inflexiune atunci si al treilea punct de intersectie este de inflexiune". Rezulta de aici concluzia importanta:

CELE TREI PUNCTE DE INFLEXIUNE ALE CURBEI CENTRELOR/ /PUNCTELOR SINT COLINIARE.

Dreapta care trece prin cele trei puncte, denumita in continuare "dreapta inflexiunilor", a fost marcata in fig.5.3, si ecuatia ei poate fi scrisa cu ajutorul oricaror doua perechi de coordonate de mai sus, sub formele

$$(Y - Y_{I1})/(X - X_{I1}) = (Y_{I2} - Y_{I1})/(X_{I2} - X_{I1}) \tag{5.214}$$

pentru ecuatia Lichtenheldt (2.7),

$$(y - y_{I1})/(x - x_{I1}) = (y_{I2} - y_{I1})/(x_{I2} - x_{I1}) \tag{5.215}$$

pentru ecuatiile Perju (2.39) sau cu 7 coeficienti (4.32),

$$(V - V_{I1})/(U - U_{I1}) = (V_{I2} - V_{I1})/(U_{I2} - U_{I1}) \tag{5.216}$$

pentru ecuatia carteziana cu originea in focar (4.3).

Coordonatele celui de al treilea punct de inflexiune vor verifica corespunzator ecuatiile (5.214), (5.215), (5.216), dupa cum se va constata in cap.7.

5.11. Schimbarea axelor de coordonate prin rotatie

Pentru a determina directiile remarcabile in legatura cu ecuatiile curbelor centrelor/punctelor s-a procedat la schimbarea axelor de coordonate prin rotatie, cu ajutorul relatiilor (2.128) si (2.129), scrise corespunzator pentru sistemele in care au fost definite diferitele ecuatii ale curbelor de sinteza.

5.11.1. Rotatia axelor pentru ecuatia Lichtenheldt

Se vor pastra formal aceleasi variabile desi denumirile acestora ar trebui sa se schimbe prin relatiile (2.128), (2.129). Tinind cont de cele de mai sus, prin rotatia axelor in ecuatia Lichtenheldt (2.7), se obtine

$$(X^2+Y^2)\cdot(X\cdot\cos\theta-Y\cdot\sin\theta)+X^2\cdot[-A\cdot\cos(2\cdot\theta)-(B/2)\cdot\sin(2\cdot\theta)]+Y^2\cdot[A\cdot\cos(2\cdot\theta)+(B/2)\cdot\sin(2\cdot\theta)]+$$
$$+X\cdot Y\cdot[2\cdot A\cdot\sin(2\cdot\theta)-B\cdot\cos(2\cdot\theta)]+X\cdot[-C\cdot\cos\theta-D\cdot\sin\theta]+Y\cdot[C\cdot\sin\theta-D\cdot\cos\theta]+E=0 \tag{5.217}$$

Examinind (5.217), se constata ca ecuatia contine zece termeni. Unii dintre acestia s-ar putea reduce daca prin anularea coeficientilor corespunzatori se precizeaza exact valoarea unghiului de rotatie necesar la schimbarea axelor in acest scop.

In acest context se observa ca termenii in "X^2" si "Y^2" se anuleaza, daca

$$\theta=[\operatorname{arctg}(-2\cdot A/B)]/2 \tag{5.218}$$

De asemenea se anuleaza termenul in "X*Y", daca

$$\theta=[\operatorname{arctg}(B/2/A)]/2 \tag{5.219}$$

Se mai poate anula termenul in "X", daca

$$\theta=\operatorname{arctg}(C/D) \tag{5.220}$$

sau termenul in "Y", daca

$$\theta=\operatorname{arctg}(D/C) \tag{5.221}$$

5.11.2. Rotatia axelor pentru ecuatia Perju

Se vor pastra formal aceleasi variabile desi denumirile acestora ar trebui sa se schimbe prin relatiile (2.128), (2.129).

Tinind cont de cele de mai sus, prin rotatia axelor in ecuatia Perju (2.39), se obtine

$$
\begin{aligned}
&(x^2+y^2)\cdot[x\cdot(A\cdot\cos\theta+B\cdot\sin\theta)+y\cdot(B\cdot\cos\theta-A\cdot\sin\theta)]+\\
&+x^2\cdot[C\cdot\cos^2\theta+D\cdot\sin^2\theta+(E/2\cdot\sin(2\cdot\theta)+W)]+y^2\cdot[C\cdot\sin^2\theta+D\cdot\cos^2\theta-(E/2)\cdot\sin(2\cdot\theta)+W]+\\
&+x\cdot y\cdot[(D-C)\cdot\sin(2\cdot\theta)+E\cdot\cos(2\cdot\theta)]+x\cdot(F\cdot\cos\theta+G\cdot\sin\theta)+y\cdot(G\cdot\cos\theta-F\cdot\sin\theta)+H=0
\end{aligned}
\tag{5.222}
$$

Examinind (5.222), se constata ca ecuatia contine zece termeni. Unii dintre acestia s-ar putea reduce daca prin anularea coeficientilor corespunzatori se precizeaza exact valoarea unghiului de rotatie necesar la schimbarea axelor in acest scop.

In acest context se observa ca termenul in "x^2" se anuleaza, daca se rezolva prin metode numerice

$$C\cdot\cos^2\theta+D\cdot\sin^2\theta+(E/2)\cdot\sin(2\cdot\theta)+W=0 \tag{5.223}$$

si termenul in "y^2", daca se rezolva similar

$$C\cdot\sin^2\theta+D\cdot\cos^2\theta-(E/2)\cdot\sin(2\cdot\theta)+W=0 \tag{5.224}$$

De asemenea se anuleaza termenul in "x*y", daca

$$\theta=\{\mathrm{arctg}[E/(C-D)]\}/2 \tag{5.225}$$

Se mai poate anula termenul in "x", daca

$$\theta=\mathrm{arctg}(-F/G) \tag{5.226}$$

sau termenul in "y", daca

$$\theta=\mathrm{arctg}(G/F) \tag{5.227}$$

5.11.3. Rotatia axelor pentru ecuatia cu sapte coeficienti

Se vor pastra formal aceleasi variabile desi denumirile acestora ar trebui sa se schimbe prin relatiile (2.128), (2.129). Tinind cont de cele de mai sus, prin rotatia axelor in ecuatia cu 7 coeficienti (4.32), se obtine

$$(x^2+y^2)\cdot[x\cdot(A\cdot\cos\theta+B\cdot\sin\theta)+y\cdot(B\cdot\cos\theta-A\cdot\sin\theta)]+$$
$$+x^2\cdot(E\cdot\cos^2\theta+F\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta+G\cdot\sin^2\theta)+x\cdot y\cdot[(G-E)\cdot\sin(2\cdot\theta)+F\cdot\cos(2\cdot\theta)]+$$
$$+y^2\cdot(E\cdot\sin^2\theta-F\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta+G\cdot\cos^2\theta)+x\cdot(H\cdot\cos\theta+I\cdot\sin\theta)+y\cdot(I\cdot\cos\theta-H\cdot\sin\theta)+1=0 \tag{5.228}$$

Examinind (5.228), se constata ca ecuatia contine zece termeni. Unii dintre acestia s-ar putea reduce daca prin anularea coeficientilor corespunzatori se precizeaza exact valoarea unghiului de rotatie necesar la schimbarea axelor in acest scop.

In acest context se observa ca termenul in "x^2" se anuleaza, daca

$$\theta=\mathrm{arctg}\frac{-F\pm\sqrt{F^2-4\cdot G\cdot E}}{2\cdot G} \tag{5.229}$$

si termenul in "y^2", daca similar se anuleaza

$$\theta=\mathrm{arctg}\frac{F\pm\sqrt{F^2-4\cdot G\cdot E}}{2\cdot E} \tag{5.230}$$

De asemenea se anuleaza termenul in "x*y", daca

$$\theta=\{\mathrm{arctg}[F/(E-G)]\}/2 \tag{5.231}$$

Se mai poate anula termenul in "x", daca

$$\theta=\mathrm{arctg}(-H/I) \tag{5.232}$$

sau termenul in "y", daca

$$\theta=\mathrm{arctg}(I/H) \tag{5.233}$$

5.11.4. Rotatia axelor pentru ecuatia carteziana cu originea in focar

Se vor pastra formal aceleasi variabile desi denumirile acestora ar trebui sa se schimbe prin relatiile (2.128), (2.129). Tinind cont de cele de mai sus, prin rotatia axelor in ecuatia carteziana cu originea in focar (4.3), se obtine

$$(U^2 + V^2) \cdot (U \cdot \cos\theta - V \cdot \sin\theta + 2 \cdot A) + U \cdot [(A^2 - B^2/4 - C) \cdot \cos\theta + (A \cdot B - D) \cdot \sin\theta] + \\ +V \cdot [(A \cdot B - D) \cdot \cos\theta - (A^2 - B^2/4 - C) \cdot \sin\theta] = 0 \tag{5.234}$$

Examinind (5.234), se constata ca ecuatia contine opt termeni. Unii dintre acestia s-ar putea reduce daca prin anularea coeficientilor corespunzatori se precizeaza exact valoarea unghiului de rotatie necesar la schimbarea axelor in acest scop.

Se poate anula termenul in "U", daca

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{A^2 - B^2/4 - C}{D - A \cdot B} \tag{5.235}$$

sau termenul in "V", daca

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{A \cdot B - D}{A^2 - B^2/4 - C} \tag{5.236}$$

5.11.5. Directii remarcabile. Concluzii

Analizind ecuatia Lichtenheldt rotita (5.217) si ecuatiile (5.218), (5.219), (5.220), (5.221), se releva ca remarcabile directiile dupa care orientindu-se abscisa sistemului de axe se pot anula doi (este, dupa cum s-a aratat la subcap.5.11.1, cazul singular al ecuatiei Lichtenheldt "rotita") sau cite un termen (toate celelalte cazuri). Astfel se poate obtine in cel mai bun caz, printr-o orientare "anumita" a sistemului de axe, o ecuatie cu opt termeni (orientare data de (5.218)) , cel mai adesea cu noua termeni (orientari date de (5.219), (5.220), (5.221)).

Analizind ecuatiile Perju "rotita" (5.222) si cea cu 7 coeficienti "rotita" (5.228), precum si relatiile corespunzatoare (5.223)...(5.227) si (5.229)...(5.233), se constata ca printr-o alegere adecvata a orientarii axelor, numarul de termeni se reduce cu o unitate (de la zece la noua). Se remarca faptul ca in cazul ecuatiei cu 7 coeficienti "rotita", rezolvarea "orientarii axelor", este mai simpla decit in cazul ecuatiei Perju "rotita".

Analizind ecuatia carteziana cu originea in focar "rotita" (5.234) , precum si relatiile corespunzatoare (5.235)...(5.236), se constata ca printr-o alegere adecvata a orientarii axelor numarul de termeni se reduce cu o unitate (de la opt la sapte).

Avind in vedere analizele de mai sus se poate afirma ca in afara de directia asimptotei/axei medii (Newton-Gauss) si a perpendicularei pe aceasta directie, exista si alte directii importante (relevate de relatiile (5.220), (5.221), (5.225)...(5.227), (5.229)...(5.233), (5.235), (5.236)), remarcabile prin faptul ca simplifica ecuatiile curbelor centrelor/punctelor daca sistemele de axe se orienteaza adecvat.

De asemenea trebuie remarcat faptul ca PRIN ROTATIA adecvata a AXELOR NU SE POATE GASI O ECUATIE MAI SIMPLA DECIT CEA CARTEZIANA CU ORIGINEA IN FOCAR SI AXA ORDONATELOR PARALELA CU ASIMPTOTA/AXA NEWTON-GAUSS (4.3)(are sase termeni).

Relatiile din subcap.5.11 au fost partial deduse de autor in [M12].

5.12. Schimbarea axelor de coordonate prin translatie

Intrucit, depinzind numai de un parametru, rotatia de axe poate contribui la simplificarea ecuatiilor curbelor centrelor/punctelor, in general, cu o unitate, se va proceda in cele ce urmeaza la studiul posibilitatii simplificarii acestor ecuatii prin translatia axelor, cu doua unitati, stiut fiind ca aceasta depinde de doi parametri.

S-a simbolizat abscisa de translatie a noii origini cu "L" si ordonata de translatie a ei cu "M", pastrindu-se aceste notatii indiferent de numele variabilelor din ecuatii.

5.12.1. Translatia de axe pentru ecuatia Lichtenheldt

La aplicarea relatiilor (2.126) si (2.127), in conditiile de mai sus, asupra ecuatiei Lichtenheldt (2.7) s-au pastrat aceleasi notatii pentru variabile in scopul simplificarii ecuatiilor obtinute.

Astfel a rezultat urmatoarea ecuatie (o cubica ciclica)

$$X\cdot(X^2+Y^2)+X^2\cdot(3\cdot L-A)+Y^2\cdot(L+A)+X\cdot Y\cdot(2\cdot M-B)+X\cdot(3\cdot L^2+M^2-2\cdot A\cdot L-B\cdot M-C)+$$
$$+Y\cdot(2\cdot L\cdot M+2\cdot A\cdot M-B\cdot L-D)+L\cdot(L^2+M^2)-A\cdot(L^2-M^2)-B\cdot L\cdot M-C\cdot L-D\cdot M+E=0 \tag{5.237}$$

care are zece termeni. Se pot anula unii dintre termeni anulind coeficientii acestora

$$3\cdot L-A=0 \tag{5.238}$$

$$L+A=0 \tag{5.239}$$

$$2\cdot M-B=0 \tag{5.240}$$

$$3\cdot L^2+M^2-2\cdot A\cdot L-B\cdot M-C=0 \tag{5.241}$$

$$2\cdot L\cdot M+2\cdot A\cdot M-B\cdot L-D=0 \tag{5.242}$$

$$L\cdot(L^2+M^2)-A\cdot(L^2-M^2)-B\cdot L\cdot M-C\cdot L-D\cdot M+E=0 \tag{5.243}$$

Ecuatiile (5.238)...(5.243) contin ca necunoscute "L" si "M". Se observa ca (5.238) si (5.239) se exclud reciproc. Rezulta ca numarul total de sisteme cu doua necunoscute (L,M) de cite doua ecuatii dintre (5.238)...(5.243), este dublul combinarilor de cinci luate cite doua minus combinarile de patru luate cite doua (adica 14 combinatii posibile).

Pentru anularea termenilor in "X^2" si "X*Y", din sistemul format cu (5.238) si (5.240), se obtine

$$L=A/3 \tag{5.244}$$

$$M=B/2 \tag{5.245}$$

Pentru anularea termenilor in "Y^2" si "X*Y", din sistemul format cu (5.239) si (5.240), se obtine

$$L=-A \tag{5.246}$$

$$M = B/2 \tag{5.247}$$

Pentru anularea termenilor in "X^2" si "X", din sistemul format cu (5.238) si (5.241), se obtine

$$L_{1,2} = A/3 \tag{5.248}$$

$$M_{1,2} = \left[B \pm \sqrt{B^2 + 4 \cdot (C + A^2/3)}\right]/2 \tag{5.249}$$

Pentru anularea termenilor in "X^2" si "Y", din sistemul format cu (5.238) si (5.242), se obtine

$$L = A/3 \tag{5.250}$$

$$M = (A \cdot B + 3 \cdot D)/8 \tag{5.251}$$

Pentru anularea termenilor in "X^2" si "liber", din sistemul format cu (5.238) si (5.243), se obtine

$$L_{1,2} = A/3 \tag{5.252}$$

$$M_{1,2} = \left[3 \cdot (A \cdot B + 3 \cdot D) \pm \sqrt{9 \cdot (A \cdot B + 3 \cdot D)^2 + 16 \cdot A \cdot (2 \cdot A^3 + 9 \cdot A \cdot C - 27 \cdot E)}\right]/(24 \cdot A) \tag{5.253}$$

s-au tinind cont de identitatea (2.17)

$$M_{1,2} = \left[3 \cdot (A \cdot B + 3 \cdot D) \pm \sqrt{9 \cdot (A \cdot B + 3 \cdot D)^2 + 16 \cdot A \cdot (2 \cdot A^3 + 9 \cdot B \cdot D/2 - 18 \cdot E)}\right]/(24 \cdot A) \tag{5.254}$$

Pentru anularea termenilor in "Y^2" si "X", din sistemul format cu (5.239) si (5.241), se obtine

$$L_{1,2} = -A \tag{5.255}$$

$$M_{1,2} = \left(B \pm \sqrt{B^2 + 4 \cdot (C - 20 \cdot A^2)}\right)/2 \tag{5.256}$$

Pentru anularea termenilor in "Y^2" si "Y", sistemul format cu (5.239) si (5.242) nu are solutii, ceea ce inseamna ca cei doi termeni amintiti nu se pot anula concomitent.

Pentru anularea termenilor in "Y^2" si "liber" , din sistemul format cu (5.239) si (5.243), se obtine

$$L = -A \tag{5.257}$$

$$M = (2 \cdot A^3 - A \cdot C - E)/(A \cdot B - D) \tag{5.258}$$

Pentru anularea termenilor in "X*Y" si "X", din sistemul format cu (5.240) si (5.241), se obtine

$$L_{1,2} = \left[A \pm \sqrt{A^2 + 3 \cdot (B^2/A - C)}\right]/3 \tag{5.259}$$

$$M_{1,2} = B/2 \tag{5.260}$$

Pentru anularea termenilor in "X*Y" si "Y", sistemul format cu (5.240) si (5.242) nu are solutii, ceea ce inseamna ca cei doi termeni amintiti nu se pot anula concomitent.

Pentru anularea termenilor in "X*Y" si "liber", din sistemul format cu (5.240) si (5.243), se obtine

$$L_1 = A \tag{5.261}$$

$$L_{2,3} = \pm\sqrt{B^2/A - C} \tag{5.262}$$

$$M_{1,2,3} = B/2 \tag{5.263}$$

Pentru anularea termenilor in "X" si "Y", sistemul format cu (5.241) si (5.242) conduce prin metoda substitutiilor la rezolvarea unei ecuatii de gradul patru, ceea ce face ca acest sistem sa poata fi abordat numai prin metode numerice (a se vedea cap.7).

Pentru anularea termenilor in "X" si "liber", sistemul format cu (5.241) si (5.243) conduce prin metoda substitutiilor la rezolvarea unei ecuatii de gradul opt, ceea ce face ca acest sistem sa poata fi abordat numai prin metode numerice (a se vedea cap.7).

Pentru anularea termenilor in "Y" si "liber", sistemul format cu (5.242) si (5.243) conduce prin metoda substitutiilor la rezolvarea unei ecuatii de gradul patru, ceea ce face ca acest sistem sa poata fi abordat numai prin metode numerice (a se vedea cap.7).

Analizind (5.244)...(5.263), se constata:

- (5.244), (5.245) desemneaza un punct nesituat pe curba centrelor/punctelor.
- (5.246), (5.247) desemneaza un punct nesituat pe curba dar apartinind asimptotei, simetric cu focarul fata de axa Newton-Gauss.
- (5.248)...(5.254) desemneaza puncte care nu apartin curbei centrelor/punctelor dar care au toate aceeasi abscisa.
- (5.255), (5.256) desemneaza doua puncte nesituate pe curba centrelor/punctelor dar apartinind asimptotei.
- (5.257), (5.258) desemneaza un punct reprezentind intersectia asimptotei cu curba centrelor/punctelor (punctul principal "P", amintit in subcap.5.3).
- (5.259), (5.260) desemneaza doua puncte care nu apartin curbei centrelor/punctelor dar au aceeasi ordonata cu focarul.
- (5.261), (5.262), (5.263) desemneaza in varianta "1" chiar focarul curbei centrelor/punctelor iar in varianta "2, 3" doua puncte ce apartin curbei, au aceeasi ordonata cu focarul si sint simetrice fata de axa medie/Newton-Gauss.

Se constata, in cazul ecuatiei Lichtenheldt "translatata" (5.237), ca ea poate avea o forma mai simpla (cu sase termeni) daca se translateaza originea intr-unul din punctele specificate mai sus.

5.12.2. Translatia de axe pentru ecuatia Perju

La aplicarea relatiilor (2.126) si (2.127), in conditiile de mai sus, asupra ecuatiei Perju (2.39), s-au pastrat aceleasi notatii pentru variabile in scopul simplificarii ecuatiilor obtinute.

Astfel a rezultat urmatoarea ecuatie (o cubica ciclica)

$$
\begin{aligned}
&(x^2+y^2)\cdot(A\cdot x+B\cdot y)+x^2\cdot(3\cdot A\cdot L+B\cdot M+C+W)+y^2\cdot(A\cdot L+3\cdot B\cdot M+D+W)+x\cdot y\cdot(2\cdot B\cdot L+2\cdot A\cdot M+E)+\\
&+x\cdot[3\cdot A\cdot L^2+2\cdot L\cdot(C+W)+2\cdot B\cdot L\cdot M+E\cdot M+A\cdot M^2+F]+\\
&+y\cdot[B\cdot L^2+E\cdot L+2\cdot A\cdot L\cdot M+2\cdot M\cdot(D+W)+3\cdot B\cdot M^2+G]+\\
&+A\cdot L^3+B\cdot L^2\cdot M+A\cdot L\cdot M^2+B\cdot M^3+L^2\cdot(C+W)+E\cdot L\cdot M+M^2\cdot(D+W)+F\cdot L+G\cdot M+H=0
\end{aligned}
\tag{5.264}
$$

care are zece termeni. Se pot anula unii dintre termeni anulind coeficientii acestora

$$3 \cdot A \cdot L + B \cdot M + C + W = 0 \tag{5.265}$$

$$A \cdot L + 3 \cdot B \cdot M + D + W = 0 \tag{5.266}$$

$$2 \cdot B \cdot L + 2 \cdot A \cdot M + E = 0 \tag{5.267}$$

$$3 \cdot A \cdot L^2 + 2 \cdot L \cdot (C + W) + 2 \cdot B \cdot L \cdot M + E \cdot M + A \cdot M^2 + F = 0 \tag{5.268}$$

$$B \cdot L^2 + E \cdot L + 2 \cdot A \cdot L \cdot M + 2 \cdot M \cdot (D + W) + 3 \cdot B \cdot M^2 + G = 0 \tag{5.269}$$

$$A \cdot L^3 + B \cdot L^2 \cdot M + A \cdot L \cdot M^2 + B \cdot M^3 + L^2 \cdot (C + W) + E \cdot L \cdot M + M^2 \cdot (D + W) + F \cdot L + G \cdot M + H = 0 \tag{5.270}$$

Ecuatiile (5.265)...(5.270) contin ca necunoscute "L" si "M". Numarul total de sisteme cu doua necunoscute (L,M) de cite doua ecuatii dintre (5.265)...(5.270), este combinari de sase luate cite doua (adica 15 combinatii posibile).

Pentru anularea termenilor in "x^2" si "y^2", din sistemul format cu (5.265) si (5.266), se obtine

$$L = (D - 3 \cdot C - 2 \cdot W)/(8 \cdot A) \tag{5.271}$$

$$M = (C - 3 \cdot D - 2 \cdot W)/(8 \cdot B) \tag{5.272}$$

Pentru anularea termenilor in "x^2" si "x*y", din sistemul format cu (5.265) si (5.267), se obtine

$$L = [B \cdot E - 2 \cdot A \cdot (C + W)]/[2 \cdot (3 \cdot A^2 - B^2)] \tag{5.273}$$

$$M = [2 \cdot B \cdot (C + W) - 3 \cdot A \cdot E]/[2 \cdot (3 \cdot A^2 - B^2)] \tag{5.274}$$

Pentru anularea termenilor in "y^2" si "x*y", din sistemul format cu (5.266) si (5.267), se obtine

$$L = [2 \cdot A \cdot (D + W) - 3 \cdot B \cdot E]/[2 \cdot (3 \cdot B^2 - A^2)] \tag{5.275}$$

$$M = [A \cdot E - 2 \cdot B \cdot (D + W)]/[2 \cdot (3 \cdot B^2 - A^2)] \tag{5.276}$$

S-au evidentiat mai sus rezolvarile sistemelor de cite doua ecuatii liniare dintre (5.265)...(5.267).

Orice sistem de doua ecuatii care cuprinde una dintre ecuatiile (5.265)...(5.267) si una dintre (5.268), (5.269), conduce la rezolvarea unor ecuatii de gradul al doilea cu solutii greoi explicitabile.

Orice sistem de doua ecuatii care cuprinde una dintre ecuatiile (5.265)...(5.267) si (5.270), conduce la rezolvarea unor ecuatii de gradul al treilea cu solutii greoi explicitabile.

Sistemul format din (5.268) si (5.269) conduce la rezolvarea unor ecuatii de gradul al patrulea cu solutii determinabile numai prin metode numerice.

Orice sistem de doua ecuatii format din una dintre (5.268)...(5.270), conduce la rezolvarea unor ecuatii de gradul al saselea cu solutii determinabile numai prin metode numerice.

Solutiile specificate in (5.271)...(5.276) sint puncte care nu apartin curbelor centrelor/punctelor.

Se obtin puncte care apartin curbei centrelor/punctelor daca in sistemul respectiv de doua ecuatii se include (5.270). Probabil printre aceste puncte se vor obtine focarul, punctul principal si alte puncte semnificative semnalate la subcap.5.12.1.

Metodele numerice amintite mai sus, au fost efectiv aplicate, pe cazuri concrete in cap.7, fara a urmari un anume tip de ecuatie.

Trebuie remarcat faptul ca ecuatia Perju "translatata" (5.264) are zece termeni, rezultind ca prin alegerea convenabila a originii "translatate" se obtin ecuatii mai simple, cu cite opt termeni (doi reducindu-se pentru originile sistemelor de axe alese conform celor expuse mai sus).

5.12.3. Translatia de axe pentru ecuatia cu sapte coeficienti

La aplicarea relatiilor (2.126) si (2.127), in conditiile de mai sus, asupra ecuatiei cu 7 coeficienti (4.32) s-au pastrat aceleasi notatii pentru variabile in scopul simplificarii ecuatiilor obtinute.

Astfel a rezultat urmatoarea ecuatie (o cubica ciclica)

$$(x^2+y^2)\cdot(A\cdot x+B\cdot y)+x^2\cdot(3\cdot A\cdot L+B\cdot M+E)+y^2\cdot(A\cdot L+3\cdot B\cdot M+G)+x\cdot y\cdot(2\cdot A\cdot M+2\cdot B\cdot L+F)+$$
$$+x\cdot[2\cdot L\cdot(A\cdot L+B\cdot M+E)+A\cdot(L^2+M^2)+F\cdot M+H]+y\cdot[2\cdot M\cdot(A\cdot L+B\cdot M+G)+B\cdot(L^2+M^2)+F\cdot L+I]+$$
$$+(A\cdot L+B\cdot M)\cdot(L^2+M^2)+E\cdot L^2+F\cdot L\cdot M+G\cdot M^2+H\cdot L+I\cdot M+1=0 \qquad (5.277)$$

care are zece termeni. Se pot anula unii dintre termeni, anulind coeficientii acestora

$$3\cdot A\cdot L+B\cdot M+E=0 \qquad (5.278)$$

$$A\cdot L+3\cdot B\cdot M+G=0 \qquad (5.279)$$

$$2\cdot A\cdot M+2\cdot B\cdot L+F=0 \qquad (5.280)$$

$$2\cdot L\cdot(A\cdot L+B\cdot M+E)+A\cdot(L^2+M^2)+F\cdot M+H=0 \qquad (5.281)$$

$$2\cdot M\cdot(A\cdot L+B\cdot M+G)+B\cdot(L^2+M^2)+F\cdot L+I=0 \qquad (5.282)$$

$$(A\cdot L+B\cdot M)\cdot(L^2+M^2)+E\cdot L^2+F\cdot L\cdot M+G\cdot M^2+H\cdot L+I\cdot M+1=0 \qquad (5.283)$$

Ecuatiile (5.278)...(5.283) contin ca necunoscute "L" si "M". Numarul total de sisteme cu doua necunoscute (L,M) de cite doua ecuatii dintre (5.278)...(5.283), este combinari de sase luate cite doua (adica 15 combinatii posibile).

Pentru anularea termenilor in "x^2" si "y^2", din sistemul format cu (5.278) si (5.279), se obtine

$$L=(G-3\cdot E)/(8\cdot A) \qquad (5.284)$$

$$M=(E-3\cdot G)/(8\cdot B) \qquad (5.285)$$

Pentru anularea termenilor in "x^2" si "x*y", din sistemul format cu (5.278) si (5.280), se obtine

$$L=(2\cdot A\cdot E-B\cdot F)/[2\cdot(B^2-3\cdot A^2)] \qquad (5.286)$$

$$M=(2\cdot B\cdot E-3\cdot A\cdot F)/[2\cdot(3\cdot A^2-B^2)] \qquad (5.287)$$

Pentru anularea termenilor in "y^2" si "x*y", din sistemul format cu (5.279) si (5.280), se obtine

$$L = (2 \cdot A \cdot G - 3 \cdot B \cdot F)/[2 \cdot (3 \cdot B^2 - A^2)] \tag{5.288}$$

$$M = (2 \cdot B \cdot G - A \cdot F)/[2 \cdot (A^2 - 3 \cdot B^2)] \tag{5.289}$$

S-au evidentiat mai sus rezolvarile sistemelor de cite doua ecuatii liniare dintre (5.278)...(5.280).

Orice sistem de doua ecuatii care cuprinde una dintre ecuatiile (5.278)...(5.280) si una dintre (5.281), (5.282), conduce la rezolvarea unor ecuatii de gradul al doilea cu solutii greoi explicitabile.

Orice sistem de doua ecuatii care cuprinde una dintre ecuatiile (5.278)...(5.280) si (5.283) conduce la rezolvarea unor ecuatii de gradul al treilea cu solutii greoi explicitabile.

Sistemul format din (5.281) si (5.282) conduce la rezolvarea unor ecuatii de gradul al patrulea cu solutii determinabile numai prin metode numerice.

Orice sistem de doua ecuatii format din una dintre (5.281)...(5.283), conduce la rezolvarea unor ecuatii de gradul al saselea cu solutii determinabile numai prin metode numerice.

Solutiile specificate in (5.284)...(5.289) sint puncte care nu apartin curbelor centrelor/punctelor.

Se obtin puncte care apartin curbei centrelor/punctelor daca in sistemul respectiv de doua ecuatii se include (5.283). Probabil printre aceste puncte se vor obtine focarul, punctul principal si alte puncte semnificative semnalate la subcap.5.12.1.

Trebuie remarcat faptul ca ecuatia cu 7 coeficienti "translatata" (5.277) are zece termeni, rezultind ca prin alegerea convenabila a originii "translatate", se obtin ecuatii mai simple, cu cite opt termeni (doi reducindu-se pentru originile sistemelor de axe alese conform celor expuse mai sus).

5.12.4. Translatia de axe pentru ecuatia carteziana cu originea in focar

La aplicarea relatiilor (2.126) si (2.127), in conditiile de mai sus, asupra ecuatiei carteziene cu originea in focar (4.3) s-au pastrat aceleasi notatii pentru variabile, in scopul simplificarii ecuatiilor obtinute. Astfel a rezultat

$$U \cdot (U^2 + V^2) + U^2 \cdot (3 \cdot L + 2 \cdot A) + V^2 \cdot (L + 2 \cdot A) + U \cdot V \cdot (2 \cdot M) +$$
$$+ U \cdot (3 \cdot L^2 + M^2 + 4 \cdot A \cdot L + A^2 - B^2/4 - C) + V \cdot (2 \cdot L \cdot M + 4 \cdot A \cdot M + A \cdot B - D) +$$
$$+ L^3 + L \cdot M^2 + 2 \cdot A \cdot L^2 + 2 \cdot A \cdot M^2 + L \cdot (A^2 - B^2/4 - C) + M \cdot (A \cdot B - D) = 0 \quad (5.290)$$

care are opt termeni. Se pot anula unii dintre termeni, anulind coeficientii acestora

$$3 \cdot L + 2 \cdot A = 0 \quad (5.291)$$

$$L + 2 \cdot A = 0 \quad (5.292)$$

$$2 \cdot M = 0 \quad (5.293)$$

$$3 \cdot L^2 + M^2 + 4 \cdot A \cdot L + A^2 - B^2/4 - C = 0 \quad (5.294)$$

$$2 \cdot L \cdot M + 4 \cdot A \cdot M + A \cdot B - D = 0 \quad (5.295)$$

$$L^3 + L \cdot M^2 + 2 \cdot A \cdot L^2 + 2 \cdot A \cdot M^2 + L \cdot (A^2 - B^2/4 - C) + M \cdot (A \cdot B - D) = 0 \quad (5.296)$$

Ecuatiile (5.291)...(5.296) contin ca necunoscute "L" si "M". Se observa ca (5.291) si (5.292) se exclud reciproc. Rezulta ca numarul total de sisteme cu doua necunoscute (L,M) de cite doua ecuatii dintre (5.291)...(5.296), este dublul combinarilor de cinci luate cite doua minus combinarile de patru luate cite doua (adica 14 combinatii posibile).

Pentru anularea termenilor in "U^2" si "U*V", din sistemul format cu (5.291) si (5.293), se obtine

$$L = -2 \cdot A/3 \quad (5.297)$$

$$M = 0 \quad (5.298)$$

Pentru anularea termenilor in "V^2" si "U*V", din sistemul format cu (5.292) si (5.293), se obtine

$$L = -2 \cdot A \quad (5.299)$$

$$M = 0 \quad (5.300)$$

Pentru anularea termenilor in "U^2" si "U", din sistemul format cu (5.291) si (5.294), se obtine

$$L_{1,2} = -2 \cdot A/3 \tag{5.301}$$

$$M_{1,2} = \pm\sqrt{A^2/3 + B^2/4 + C} \tag{5.302}$$

Pentru anularea termenilor in "U^2" si "V", din sistemul format cu (5.291) si (5.295), se obtine

$$L = -2 \cdot A/3 \tag{5.303}$$

$$M = 3 \cdot (D - A \cdot B)/(8 \cdot A) \tag{5.304}$$

Pentru anularea termenilor in "U^2" si "liber", din sistemul format cu (5.291) si (5.296), se obtine

$$L_{1,2} = -2 \cdot A/3 \tag{5.305}$$

$$M_{1,2} = \left\{D - A \cdot B \pm \sqrt{(A \cdot B - D)^2 + 16 \cdot A^2 \cdot (2 \cdot A^2/9 - B^2/2 - 2 \cdot C)/9}\right\}/(8 \cdot A/3) \tag{5.306}$$

Pentru anularea termenilor in "V^2" si "U", din sistemul format cu (5.292) si (5.294), se obtine

$$L_{1,2} = -2 \cdot A \tag{5.307}$$

$$M_{1,2} = \pm\sqrt{B^2/4 - 5 \cdot A^2 + C} \tag{5.308}$$

Pentru anularea termenilor in "V^2" si "V", sistemul format cu (5.292) si (5.295) nu are solutii, ceea ce inseamna ca cei doi termeni amintiti nu se pot anula concomitent.

Pentru anularea termenilor in "V^2" si "liber", din sistemul format cu (5.292) si (5.296), se obtine

$$L = -2 \cdot A \tag{5.309}$$

$$M = 2 \cdot A \cdot (A^2 - B^2/4 - C)/(A \cdot B - D) \tag{5.310}$$

Pentru anularea termenilor in "U*V" si "U", din sistemul format cu (5.293) si (5.294), se obtine

$$L_{1,2} = -4 \cdot A \pm (1/6) \cdot \sqrt{3 \cdot B^2 - 4 \cdot A^2 + 12 \cdot C} \tag{5.311}$$

$$\dot{M}_{1,2} = 0 \tag{5.312}$$

Pentru anularea termenilor in "U*V" si "V", sistemul format cu (5.293) si (5.295) nu are solutii, ceea ce inseamna ca cei doi termeni amintiti nu se pot anula concomitent.

Pentru anularea termenilor in "U*V" si "liber", din sistemul format cu (5.293) si (5.296), se obtine

$$L_1 = 0 \tag{5.313}$$

$$L_{2,3} = \left(-2 \cdot A \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot c}\right)/2 \tag{5.314}$$

$$M_{1,2,3} = 0 \tag{5.315}$$

Pentru anularea termenilor in "U" si "V", sistemul format cu (5.294) si (5.295) conduce prin metoda substitutiilor la rezolvarea unei ecuatii de gradul patru, ceea ce face ca acest sistem sa poata fi abordat numai prin metode numerice (a se vedea cap.7).

Pentru anularea termenilor in "U" si "liber", sistemul format cu (5.294) si (5.296) conduce prin metoda substitutiilor la rezolvarea unei ecuatii de gradul sase, ceea ce face ca acest sistem sa poata fi abordat numai prin metode numerice (a se vedea cap.7).

Pentru anularea termenilor in "V" si "liber", sistemul format cu (5.295) si (5.296) conduce prin metoda substitutiilor la rezolvarea unei ecuatii de gradul cinci, ceea ce face ca acest sistem sa poata fi abordat numai prin metode numerice (a se vedea cap.7).

Analizind (5.297)...(5.315), se constata

- (5.297), (5.298) desemneaza un punct nesituat pe curba centrelor/punctelor.
- (5.299), (5.300) desemneaza un punct nesituat pe curba dar apartinind asimptotei, simetric cu focarul fata de axa Newton-Gauss.
- (5.301)...(5.306) desemneaza puncte care nu apartin curbei centrelor/punctelor dar care au toate aceeasi abscisa.
- (5.307), (5.308) desemneaza doua puncte nesituate pe curba

centrelor/punctelor dar apartinind asimptotei.

- (5.309), (5.310) desemneaza un punct reprezentind intersectia asimptotei cu curba centrelor/punctelor (punctul principal "P", amintit in subcap.5.3).
- (5.311), (5.312) desemneaza doua puncte care nu apartin curbei centrelor/punctelor dar au aceeasi ordonata cu focarul.
- (5.313), (5.314), (5.315) desemneaza in varianta "1" chiar focarul curbei centrelor/punctelor iar in varianta "2, 3" doua puncte ce apartin curbei, au aceeasi ordonata cu focarul si sint simetrice fata de axa medie/Newton-Gauss.

Se constata, in cazul ecuatiei carteziene cu originea in focar "translatata" (5.290), ca ea poate avea o forma mai simpla (cu sase termeni) daca se translateaza originea intr-unul din punctele specificate mai sus.

5.12.5. Concluzii

Examinind rezultatele din subcap.5.12.1...5.12.4, se constata ca, in general, nu se obtin forme mult mai simple pentru ecuatiile curbelor centrelor/punctelor prin translatarea originii in punctele particulare ale caror coordonate au fost deduse aici.

Complexitatea relatiilor din subcap.5.12 este mai redusa la cele provenite din ecuatia cu 7 coeficienti fata de cele provenite din ecuatia Perju; in cazul ecuatiilor Lichtenheldt si carteziana cu originea in focar, rezultind complexitati similare.

Din cele expuse pina aici, rezulta ca "CEA MAI SIMPLA FORMA A ECUATIILOR CURBELOR CENTRELOR/PUNCTELOR ESTE ECUATIA CARTEZIANA CU ORIGINEA IN FOCAR (4.3), AVIND SASE TERMENI" (pe parcursul subcap.5.12 au mai fost identificate puncte care fiind utilizate ca origini, conduc la ecuatii similare).

Totusi coordonatele punctelor deduse mai sus au evidentiat in afara punctelor cunoscute (focarul "F", punctul principal "P", punctul Newton "N", punctul Gauss "G", etc), si alte puncte remarcabile (cele in care se reduc prin translatare cite doi termeni din ecuatiile curbelor centrelor/punctelor).

Unele dintre relatiile din subcap.5.12, au fost deduse de autor in [M11].

5.13. Schimbarea axelor de coordonate prin translatie si rotatie

Daca schimbarea axelor de coordonate prin rotatie (vezi subcap.5.11) conduce la reducerea numarului de termeni in ecuatiile curbelor de sinteza, in general, cu o unitate (un singur parametru) si daca schimbarea axelor de coordonate prin translatie (vezi subcap.5.12) conduce la reducerea aceluiasi numar cu doua unitati (doi parametri), atunci este de asteptat ca, prin schimbarea axele de coordonate prin translatie si rotatie (trei parametri), numarul respectiv de termeni sa se reduca cu trei unitati.

Facind o comparatie cu studiul "conicelor" din [*23], [M8], [T1], se incearca, in raport cu "cubicele" care sint curbele centrelor/punctelor, efectuarea unui studiu asemanator, inclusiv identificarea unor invarianti fata de rotatie/translatie.

Se vor utiliza, pentru schimbarea axelor de coordonate prin translatie si rotatie, relatiile de transformare punctuala (2.19) si (2.20). In aceste relatii, pentru a simplifica scrierea, s-au notat cu "L" abscisa de translatie, cu "M" ordonata de translatie si cu "θ" unghiul de rotatie. Numele variabilelor in aceste relatii vor fi adecvate diferitelor sisteme de axe in care au fost exprimate ecuatiile curbelor de sinteza.

5.13.1. Translatia si rotatia axelor pentru ecuatia Lichtenheldt

In circumstantele enuntate anterior, s-a efectuat transformarea punctuala asupra ecuatiei Lichtenheldt (2.7), pastrind numele variabilelor in scopul evitarii complicatiilor. Astfel s-a obtinut ecuatia (o cubica ciclica)

$$\begin{aligned}
&(X^2+Y^2)\cdot(X\cdot\cos\theta-Y\cdot\sin\theta)+X^2\cdot[2\cdot L\cdot\cos^2\theta-A\cdot\cos(2\cdot\theta)+(M-B/2)\cdot\sin(2\cdot\theta)+L]+\\
&+Y^2\cdot[2\cdot L\cdot\sin^2\theta+A\cdot\cos(2\cdot\theta)-(M-B/2)\cdot\sin(2\cdot\theta)+L]+X\cdot Y\cdot[2\cdot(A-L)\cdot\sin(2\cdot\theta)+(2\cdot M-B)\cdot\cos(2\cdot\theta)]+\\
&+X\cdot[(3\cdot L^2-2\cdot A\cdot L-B\cdot M+M^2-C)\cdot\cos\theta+(2\cdot A\cdot M+2\cdot L\cdot M-B\cdot L-D)\cdot\sin\theta]+\\
&+Y\cdot[(2\cdot A\cdot M+2\cdot L\cdot M-B\cdot L-D)\cdot\cos\theta-(3\cdot L^2-2\cdot A\cdot L-B\cdot M+M^2-C)\cdot\sin\theta]+\\
&+L\cdot(M^2+L^2)+A\cdot(M^2-L^2)-B\cdot L\cdot M-C\cdot L-D\cdot M+E=0
\end{aligned}\tag{5.316}$$

care are zece termeni. Anulind coeficientii ce depind de necunoscutele translatiei (L,M) si rotatiei (Θ), ai termenilor respectivi, se obtin

$$2 \cdot L \cdot \cos^2\theta - A \cdot \cos(2\cdot\theta) + (M - B/2)\cdot\sin(2\cdot\theta) + L = 0 \qquad (5.317)$$

$$2 \cdot L \cdot \sin^2\theta + A \cdot \cos(2\cdot\theta) - (M - B/2)\cdot\sin(2\cdot\theta) + L = 0 \qquad (5.318)$$

$$2\cdot(A - L)\cdot\sin(2\cdot\theta) + (2\cdot M - B)\cdot\cos(2\cdot\theta) = 0 \qquad (5.319)$$

$$(3\cdot L^2 - 2\cdot A\cdot L - B\cdot M + M^2 - C)\cdot\cos\theta + (2\cdot A\cdot M + 2\cdot L\cdot M - B\cdot L - D)\cdot\sin\theta = 0 \qquad (5.320)$$

$$(3\cdot A\cdot M + 2\cdot L\cdot M - B\cdot L - D)\cdot\cos\theta - (3\cdot L^2 - 2\cdot A\cdot L - B\cdot M + M^2 - C)\cdot\sin\theta = 0 \qquad (5.321)$$

$$L\cdot(M^2 + L^2) + A\cdot(M^2 - L^2) - B\cdot L\cdot M - C\cdot L - D\cdot M + E = 0 \qquad (5.322)$$

Din cele sase ecuatii (5.317)...(5.322), se pot scrie sisteme de cite trei ecuatii transcendente, in numar de douazeci de variante (combinari de sase luate cite trei). Aceste sisteme pot fi abordate numai prin metode numerice (a se vedea cap.7), rezultind parametrii translatiei si rotatiei care aplicati prin relatiile (2.19), (2.20) asupra ecuatiei Lichtenheldt "translatata si rotita" (5.316), o simplifica (aducind-o la o forma cu sapte termeni).

Se observa ca daca intr-unul din sistemele amintite se include ecuatia (5.322), noua origine va fi un punct cercual sau un centru (apartinind deci curbei centrelor/punctelor).

5.13.2. Translatia si rotatia axelor pentru ecuatia Perju

Se vor utiliza, pentru schimbarea axelor de coordonate prin translatie si rotatie, relatiile de transformare punctuala (2.19) si (2.20). In aceste relatii, pentru a simplifica scrierea, s-au notat cu "L" abscisa de translatie, cu "M" ordonata de translatie si cu "Θ" unghiul de rotatie.

In circumstantele enuntate anterior s-a efectuat transformarea punctuala asupra ecuatiei Perju (2.39), pastrind numele variabilelor in scopul evitarii complicatiilor. Astfel s-a obtinut ecuatia (o cubica ciclica)

$$
\begin{aligned}
&(x^2 + y^2) \cdot [(B \cdot \sin\theta + A \cdot \cos\theta) \cdot x + (B \cdot \cos\theta - A \cdot \sin\theta) \cdot y] + \\
&+x^2 \cdot [(2 \cdot A \cdot L + C) \cdot \cos^2\theta + (2 \cdot B \cdot M + D) \cdot \sin^2\theta + (A \cdot M + B \cdot L + E/2) \cdot \sin(2 \cdot \theta) + A \cdot L + B \cdot M + W] + \\
&+y^2 \cdot [(2 \cdot A \cdot L + C) \cdot \sin^2\theta + (2 \cdot B \cdot M + D) \cdot \cos^2\theta - (A \cdot M + B \cdot L + E/2) \cdot \sin(2 \cdot \theta) + A \cdot L + B \cdot M + W] + \\
&+x \cdot y \cdot \{(A \cdot M + B \cdot L + E/2) \cdot \cos(2 \cdot \theta) + [2 \cdot (A \cdot L + B \cdot M) + C + D] \cdot \sin(2 \cdot \theta)\} + \\
&+x \cdot \{[L \cdot (2 \cdot A \cdot M + B \cdot L + E) + M \cdot (3 \cdot B \cdot M + 2 \cdot W + 2 \cdot D) + G] \cdot \sin\theta + \\
&\qquad +[L \cdot (3 \cdot A \cdot L + 2 \cdot B \cdot M + 2 \cdot W + 2 \cdot C) + M \cdot (A \cdot M + E) + F] \cdot \cos\theta\} + \\
&+y \cdot \{[L \cdot (2 \cdot A \cdot M + B \cdot L + E) + M \cdot (3 \cdot B \cdot M + 2 \cdot W + 2 \cdot D) + G] \cdot \cos\theta - \\
&\qquad -[L \cdot (3 \cdot A \cdot L + 2 \cdot B \cdot M + 2 \cdot W + 2 \cdot C) + M \cdot (A \cdot M + E) + F] \cdot \sin\theta\} + \\
&+(A \cdot L + B \cdot M + W) \cdot (L^2 + M^2) + C \cdot L^2 + D \cdot M^2 + F \cdot L + G \cdot M + H = 0
\end{aligned}
\tag{5.323}
$$

care are zece termeni. Anulind coeficientii ce depind de necunoscutele translatiei (L,M) si rotatiei (θ), ai termenilor respectivi, se obtin

$$(2 \cdot A \cdot L + C) \cdot \cos^2\theta + (2 \cdot B \cdot M + D) \cdot \sin^2\theta + (A \cdot M + B \cdot L + E/2) \cdot \sin(2 \cdot \theta) + A \cdot L + B \cdot M + W = 0 \tag{5.324}$$

$$(2 \cdot A \cdot L + C) \cdot \sin^2\theta + (2 \cdot B \cdot M + D) \cdot \cos^2\theta - (A \cdot M + B \cdot L + E/2) \cdot \sin(2 \cdot \theta) + A \cdot L + B \cdot M + W = 0 \tag{5.325}$$

$$(A \cdot M + B \cdot L + E/2) \cdot \cos(2 \cdot \theta) + [2 \cdot (A \cdot L + B \cdot M) + C + D] \cdot \sin(2 \cdot \theta) = 0 \tag{5.326}$$

$$
\begin{aligned}
&[L \cdot (2 \cdot A \cdot M + B \cdot L + E) + M \cdot (3 \cdot B \cdot M + 2 \cdot W + 2 \cdot D) + G] \cdot \sin\theta + \\
&\qquad +[L \cdot (3 \cdot A \cdot L + 2 \cdot B \cdot M + 2 \cdot W + 2 \cdot C) + M \cdot (A \cdot M + E) + F] \cdot \cos\theta = 0
\end{aligned}
\tag{5.327}
$$

$$
\begin{aligned}
&[L \cdot (2 \cdot A \cdot M + B \cdot L + E) + M \cdot (3 \cdot B \cdot M + 2 \cdot W + 2 \cdot D) + G] \cdot \cos\theta - \\
&\qquad -[L \cdot (3 \cdot A \cdot L + 2 \cdot B \cdot M + 2 \cdot W + 2 \cdot C) + M \cdot (A \cdot M + E) + F] \cdot \sin\theta = 0
\end{aligned}
\tag{5.328}
$$

$$(A \cdot L + B \cdot M + W) \cdot (L^2 + M^2) + C \cdot L^2 + D \cdot M^2 + F \cdot L + G \cdot M + H = 0 \tag{5.329}$$

Din cele sase ecuatii (5.324)...(5.329) se pot scrie sisteme de cite trei ecuatii transcendente, in numar de douazeci de variante (combinari de sase luate cite trei). Aceste sisteme pot fi abordate numai prin metode numerice (a se vedea cap.7), rezultind parametrii translatiei si rotatiei care aplicati prin relatiile (2.19), (2.20) asupra ecuatiei Perju "translatata si rotita" (5.323), o simplifica (aducind-o la o forma cu sapte termeni).

Se observa ca daca intr-unul din sistemele amintite se include ecuatia (5.329), noua origine va fi un punct cercual sau un centru (apartinind deci curbei centrelor/punctelor).

5.13.3. Translatia si rotatia axelor pentru ecuatia cu sapte coeficienti

In circumstantele enuntate anterior s-a efectuat transformarea punctuala asupra ecuatiei cu 7 coeficienti (4.32), pastrind numele variabilelor in scopul evitarii complicatiilor. Astfel s-a obtinut ecuatia (o cubica ciclica)

$$
\begin{aligned}
&(x^2+y^2)\cdot[(A\cdot\cos\theta+B\cdot\sin\theta)\cdot x+(B\cdot\cos\theta-A\cdot\sin\theta)\cdot y]+\\
&+x^2\cdot[A\cdot L+B\cdot M+(2\cdot B\cdot M+G)\cdot\sin^2\theta+(2\cdot A\cdot L+E)\cdot\cos^2\theta+(A\cdot M+B\cdot L+F/2)\cdot\sin(2\cdot\theta)]+\\
&+x\cdot y\cdot[(2\cdot B\cdot L+2\cdot A\cdot M+F)\cdot\cos(2\cdot\theta)+(-2\cdot A\cdot L+2\cdot B\cdot M-E+G)\cdot\sin(2\cdot\theta)+\\
&+y^2\cdot[A\cdot L+B\cdot M+(2\cdot A\cdot L+E)\cdot\sin^2\theta+(2\cdot B\cdot M+G)\cdot\cos^2\theta-(A\cdot M+B\cdot L+F/2)\cdot\sin(2\cdot\theta)]+\\
&+x\cdot\{[2\cdot M\cdot(A\cdot L+B\cdot M)+B\cdot(L^2+M^2)+F\cdot L+2\cdot G\cdot M+I]\cdot\sin\theta+\\
&\qquad+[2\cdot L\cdot(A\cdot L+B\cdot M)+A\cdot(L^2+M^2)+2\cdot L\cdot E+F\cdot M+H]\cdot\cos\theta\}+\\
&+y\cdot\{-[2\cdot L\cdot(A\cdot L+B\cdot M)+A\cdot(L^2+M^2)+2\cdot E\cdot L+F\cdot M+H]\cdot\sin\theta+\\
&\qquad+[2\cdot M\cdot(A\cdot L+B\cdot M)+B\cdot(L^2+M^2)+F\cdot L+2\cdot G\cdot M+I]\cdot\cos\theta\}+\\
&+(A\cdot L+B\cdot M)\cdot(L^2+M^2)+E\cdot L^2+F\cdot L\cdot M+G\cdot M^2+H\cdot L+I\cdot M+1=0
\end{aligned}
\tag{5.330}
$$

care are zece termeni. Anulind coeficientii ce depind de necunoscutele translatiei (L,M) si rotatiei (Θ), ai termenilor respectivi, se obtin

$$A\cdot L+B\cdot M+(2\cdot B\cdot M+G)\cdot\sin^2\theta+(2\cdot A\cdot L+E)\cdot\cos^2\theta+(A\cdot M+B\cdot L+F/2)\cdot\sin(2\cdot\theta)=0 \tag{5.331}$$

$$(2\cdot B\cdot L+2\cdot A\cdot M+F)\cdot\cos(2\cdot\theta)+(-2\cdot A\cdot L+2\cdot B\cdot M-E+G)\cdot\sin(2\cdot\theta)=0 \tag{5.332}$$

$$A\cdot L+B\cdot M+(2\cdot A\cdot L+E)\cdot\sin^2\theta+(2\cdot B\cdot M+G)\cdot\cos^2\theta-(A\cdot M+B\cdot L+F/2)\cdot\sin(2\cdot\theta)=0 \tag{5.333}$$

$$
\begin{aligned}
&[2\cdot M\cdot(A\cdot L+B\cdot M)+B\cdot(L^2+M^2)+F\cdot L+2\cdot G\cdot M+I]\cdot\sin\theta+\\
&\qquad+[2\cdot L\cdot(A\cdot L+B\cdot M)+A\cdot(L^2+M^2)+2\cdot L\cdot E+F\cdot M+H]\cdot\cos\theta=0
\end{aligned}
\tag{5.334}
$$

$$
\begin{aligned}
&-[2\cdot L\cdot(A\cdot L+B\cdot M)+A\cdot(L^2+M^2)+2\cdot E\cdot L+F\cdot M+H]\cdot\sin\theta+\\
&\qquad+[2\cdot M\cdot(A\cdot L+B\cdot M)+B\cdot(L^2+M^2)+F\cdot L+2\cdot G\cdot M+I]\cdot\cos\theta=0
\end{aligned}
\tag{5.335}
$$

$$(A\cdot L+B\cdot M)\cdot(L^2+M^2)+E\cdot L^2+F\cdot L\cdot M+G\cdot M^2+H\cdot L+I\cdot M+1=0 \tag{5.336}$$

Din cele sase ecuatii (5.331)...(5.336), se pot scrie sisteme de cite trei ecuatii transcendente, in numar de douazeci de variante (combinari de sase luate cite trei). Aceste sisteme pot fi abordate numai prin metode numerice (a se vedea cap.7), rezultind parametrii translatiei si rotatiei care aplicati prin relatiile (2.19), (2.20) asupra ecuatiei cu 7 coeficienti "translatata si rotita" (5.330), o simplifica (aducind-o la o forma cu sapte termeni).

Se observa ca daca intr-unul din sistemele amintite, se include ecuatia (5.336), noua origine va fi un punct cercual sau un centru (apartinind deci curbei centrelor/punctelor).

5.13.4. Translatia si rotatia axelor pentru ecuatia carteziana cu originea in focar

In circumstantele enuntate anterior, s-a efectuat transformarea punctuala asupra ecuatiei carteziene cu originea in focar (4.3), pastrind numele variabilelor in scopul evitarii complicatiilor. Astfel s-a obtinut ecuatia (o cubica ciclica)

$$\begin{aligned}&(U^2+V^2)\cdot(U\cdot\cos\theta - V\cdot\sin\theta) + U^2\cdot(2\cdot L\cdot\cos^2\theta + M\cdot\sin(2\cdot\theta) + L + 2\cdot A)+\\&+V^2\cdot(2\cdot L\cdot\sin^2\theta - M\cdot\sin(2\cdot\theta) + L + 2\cdot A) + U\cdot V\cdot[2\cdot M\cdot\cos(2\cdot\theta) - L\cdot\sin(2\cdot\theta)]+\\&+U\cdot[(2\cdot L\cdot M + 4\cdot A\cdot M + A\cdot B - D)\cdot\sin\theta + (3\cdot L^2 + M^2 + 4\cdot A\cdot L + A^2 - B^2/4 - C)\cdot\cos\theta]+\\&+V\cdot[(2\cdot L\cdot M + 4\cdot A\cdot M + A\cdot B - D)\cdot\cos\theta - (3\cdot L^2 + M^2 + 4\cdot A\cdot L + A^2 - B^2/4 - C)\cdot\sin\theta]+\\&+(L^2+M^2)\cdot(2\cdot A + L) + L\cdot(A^2 - B^2/4 - C) + M\cdot(A\cdot B - D) = 0\end{aligned} \tag{5.337}$$

care are zece termeni. Anulind coeficientii ce depind de necunoscutele translatiei (L,M) si rotatiei (Θ), ai termenilor respectivi, se obtin

$$2\cdot L\cdot\cos^2\theta + M\cdot\sin(2\cdot\theta) + L + 2\cdot A = 0 \tag{5.338}$$

$$2\cdot L\cdot\sin^2\theta + M\cdot\sin(2\cdot\theta) + L + 2\cdot A = 0 \tag{5.339}$$

$$2\cdot M\cdot\cos(2\cdot\theta) - L\cdot\sin(2\cdot\theta) = 0 \tag{5.340}$$

$$(2\cdot L\cdot M + 4\cdot A\cdot M + A\cdot B - D)\cdot\sin\theta + (3\cdot L^2 + M^2 + 4\cdot A\cdot L + A^2 - B^2/4 - C)\cdot\cos\theta = 0 \tag{5.341}$$

$$(2\cdot L\cdot M + 4\cdot A\cdot M + A\cdot B - D)\cdot\cos\theta - (3\cdot L^2 + M^2 + 4\cdot A\cdot L + A^2 - B^2/4 - C)\cdot\sin\theta = 0 \tag{5.342}$$

$$(L^2 + M^2)\cdot(2\cdot A + L) + L\cdot(A^2 - B^2/4 - C) + M\cdot(A\cdot B - D) = 0 \tag{5.343}$$

Din cele sase ecuatii (5.338)...(5.343), se pot scrie sisteme de cite trei ecuatii transcendente, in numar de douazeci de variante (combinari de sase luate cite trei). Aceste sisteme pot fi abordate numai prin metode numerice (a se vedea cap.7), rezultind parametrii translatiei si rotatiei care aplicati prin relatiile (2.19), (2.20) asupra ecuatiei carteziene cu originea in focar "translatata si rotita" (5.337), o simplifica (aducind-o la o forma cu sapte termeni).

Se observa ca daca intr-unul din sistemele amintite se include ecuatia (5.343), noua origine va fi un punct cercual sau un centru (apartinind deci curbei centrelor/punctelor).

5.13.5. Concluzii. Invarianti

Daca se compara ecuatiile rotite si translatate (5.316) cu (5.337) si (5.323) cu (5.330), precum si sistemele de ecuatii transcendente adecvate, se constata forme mai simple si mai usor abordabile in favoarea variantelor deduse din ecuatia cu sapte coeficienti si din ecuatia carteziana cu originea in focar.

Este de asemenea important faptul ca dupa toate simplificarile posibile asupra oricarei ecuatii,

ECUATIA CARTEZIANA CU ORIGINEA IN FOCAR SI AXA ORDONATELOR PARALELA CU ASIMPTOTA/AXA MEDIE (4.3), ESTE CEA MAI SIMPLA ECUATIE A CURBEI CENTRELOR/PUNCTELOR, AVIND SASE TERMENI.

Dupa cum s-a specificat la subcap.5.13, s-a procedat, prin analogie cu studiul conicelor, la cautarea unor invarianti in raport cu translatia/rotatia de axe. S-a lucrat, avind in vedere simetria si complexitatea, asupra ecuatiei cu 7 coeficienti rotita si translatata (5.330). S-a constatat ca:

suma/produsul (de fapt orice combinatie) coeficientilor termenilor de gradul al treilea este un invariant fata de translatie

$$\mathrm{coef}(x^3) + \mathrm{coef}(x^2 \cdot y) + \mathrm{coef}(x \cdot y^2) + \mathrm{coef}(y^3) = 2 \cdot A \cdot (\cos\theta - \sin\theta) + B \cdot (\sin\theta + \cos\theta) \tag{5.344}$$

$$\mathrm{coef}(x^3) \cdot \mathrm{coef}(x^2 \cdot y) \cdot \mathrm{coef}(x \cdot y^2) \cdot \mathrm{coef}(y^3) = (A \cdot \cos\theta + B \cdot \sin\theta)^2 \cdot (B \cdot \cos\theta - A \cdot \sin\theta)^2 \tag{5.345}$$

- suma coeficientilor termenilor in "x^2" si "y^2" este un invariant fata de rotatie

$$\mathrm{coef}(x^2) + \mathrm{coef}(y^2) = 4 \cdot (A \cdot L + B \cdot M) + E + G \tag{5.346}$$

- produsul coeficientilor termenilor in "x^2" si "y^2" minus sfertul patratului coeficientului termenului in "x*y" este un invariant fata de rotatie

$$\mathrm{coef}(x^2)\cdot \mathrm{coef}(y^2)-[\mathrm{coef}(x\cdot y)]^2/4=(A\cdot L+3\cdot B\cdot M+G)\cdot(3\cdot A\cdot L+B\cdot M+E)-(2\cdot B\cdot L+2\cdot A\cdot M+F)^2/4 \tag{5.347}$$

Invariantii semnalati mai sus pot fi regasiti si lucrindu-se asupra ecuatiilor rotite si translatate Lichtenheldt (5.316), Perju (5.323), carteziana cu originea in focar (5.337), iar dupa parerea autorului sint singurii existenti.

Unele relatii din subcap.5.13 au fost deduse de autor in [M12].

6. UTILITATEA PRACTICA A ELEMENTELOR GEOMETRICE NOU DETERMINATE

In cap.5 s-au prezentat o serie de noi elemente geometrice referitoare la curbele de sinteza, avind o valoare intrinseca datorata contributiei prin ele la o mai aprofundata cunoastere a acestui gen de curbe si al sintezei mecanismelor pe baza lor. Cele ce urmeaza in acest capitol, sint, in viziunea autorului, citeva utilizari imediate ale unora din contributiile teoretice din cap.5.

6.1. Decelarea tipurilor curbelor de sinteza

In subcap.2.4.3.2. s-a aratat ca in sistemul intrinsec "XOY", in care a fost definita ecuatia Lichtenheldt (2.7) a curbei centrelor/punctelor, semnul expresiei (2.18) permite incadrarea curbei in tipul cu doua ramuri din fig.2.13.a sau in tipul cu o ramura din fig.2.13.c (anularea expresiei (2.18) conduce la tipul particular cu punct dublu din fig.2.13.b).

O discutie general valabila asupra incadrarii tipologice, pentru toate ecuatiile curbelor centrelor/punctelor preluate in cap.2 sau stabilite in cap.4, se poate face pe baza numarului de "tangente paralele" cu asimptota/axa medie determinate in subcap.5.6. Avind in vedere fig.2.13, fig.5.1, fig.5.3 si concluziile subcap.5.6, se poate afirma ca:

- DACA EXISTA PATRU TANGENTE PARALELE CU ASIMPTOTA/AXA MEDIE, CURBA CENTRELOR/PUNCTELOR ESTE DE TIPUL CU DOUA RAMURI (aceasta afirmatie este echivalenta matematic cu faptul ca, pentru ecuatiile Lichtenheldt (2.7), carteziana cu originea in focar (4.3), Perju (2.39), cu 7 coeficienti (4.32), polara cu originea in focar (4.6), in mod corespunzator, ecuatiile de gradul patru (5.118), (5.125), (5.130), (5.134), (5.138) sa admita patru solutii reale).
- DACA EXISTA DOUA TANGENTE PARALELE CU ASIMPTOTA/AXA MEDIE, CURBA CENTRELOR/PUNCTELOR ESTE DE TIPUL CU O RAMURA (aceasta afirmatie este echivalenta matematic cu faptul ca ecuatiile de gradul patru, corespunzatoare, amintite, mai sus, sa admita doua solutii reale). In acest caz sint posibile si

unele forme particulare ale curbelor de sinteza (strofoida/cerc si o dreapta diametrala).

- DACA NU EXISTA TANGENTE PARALELE CU ASIMPTOTA/AXA MEDIE, CURBA CENTRELOR/PUNCTELOR ESTE DE TIP PARTICULAR (aceasta afirmatie este echivalenta matematic cu faptul ca ecuatiile de gradul patru corespunzatoare, amintite mai sus, sa nu admita solutii reale). In acest caz sint posibile numai forme particulare ale curbelor de sinteza (doua drepte ortogonale).

De asemenea, o alta discutie general valabila pentru toate ecuatiile curbelor centrelor/punctelor preluate in cap.2 sau stabilite in cap.4, se poate face pe baza existentei/ /inexistentei intersectiilor reale dintre axa medie si aceste curbe (existenta/inexistenta punctelor Newton/Gauss "N"/"G") determinate in subcap.5.5. Avind in vedere fig.2.13, fig.5.1, fig.5.3 si concluziile subcap.5.5, se poate afirma ca:

- DACA PUNCTELE NEWTON SI GAUSS SINT REALE, CURBA CENTRELOR/PUNCTELOR ESTE DE TIPUL CU O RAMURA (aceasta afirmatie este echivalenta matematic cu faptul ca, pentru ecuatiile Lichtenheldt (2.7), carteziana cu originea in focar (4.3), Perju (2.39), cu 7 coeficienti (4.32), in mod corespunzator, expresiile de sub radicalii din (5.102), (5.104), (5.106), (5.108)...(5.114), sa fie pozitive).

- DACA PUNCTELE NEWTON SI GAUSS SINT IMAGINARE, CURBA CENTRELOR/PUNCTELOR ESTE DE TIPUL CU DOUA RAMURI (aceasta afirmatie este echivalenta matematic cu faptul ca expresiile de sub radicalii corespunzatori amintiti mai sus, sa fie negative).

- DACA PUNCTELE NEWTON SI GAUSS SINT CONFUNDATE, CURBA CENTRELOR/PUNCTELOR ESTE DE TIPUL CU PUNCT DUBLU SAU DE ALT TIP PARTICULAR (ex: doua drepte ortogonale) (aceasta afirmatie este echivalenta matematic cu faptul ca expresiile de sub radicalii corespunzatori, amintiti mai sus, sa fie nule).

Formele particulare ale curbelor de sinteza sint pe larg prezentate in [D6], [D8], [H4], [K7], [K9], [K11], [M4], [P3].

6.2. Aprecierea posibilitatii sintezei cincipozitionale

Conform subcap.5.6 si 5.7, precum si din examinarea fig.5.1 si 5.3, se constata ca cele doua tangente perpendiculare impreuna cu cele doua tangente mai departate paralele cu asimptota/axa medie, impart curbele de sinteza in doua zone. Domeniul "dreptunghiular" (intersectia benzii dintre tangentele perpendiculare cu banda dintre tangentele paralele extreme) include zona "nemonotona" ("complicata") a curbelor de sinteza, iar restul domeniului ("banda" dintre tangentele paralele extreme) cuprinde zona "monotona" a acelorasi curbe.

In "continuitatea" numarului de solutii pentru problemele sintezelor bi, tri si patrupozitionale (aspect discutat in subcap.2.4.2), este de asteptat ca problema sintezei cincipozitionale cu cercuri suport, sa admita un numar finit de solutii. Pentru cinci pozitii impuse, grupate in seturi de cite patru, se obtin corespunzator cite cinci curbe ale centrelor/punctelor, conform [D6], [H3], [H4], [K7], [K9], [K11], [K12], [M4], [P3]. Intersectiile comune ale tuturor acestor cinci curbe sint solutii (puncte figurative ale cuplelor de la capetele conexiunilor "KB(-1)") pentru problema cincipozitionala. In cautarea acestor solutii, este suficienta considerarea intersectiilor a doua din cele cinci curbe amintite mai sus, dintre care intersectii se elimina polii comuni (evident, acestia nu se situeaza pe celelalte curbe).

Pentru a "intersecta" doua curbe de sinteza, nu pot fi luate in considerare ecuatiile Lichtenheldt (2.7) sau carteziana cu origine in focar (4.3), intrucit sistemele intrinseci de definire ale acestora nu sint comune celor doua curbe. In acest scop pot fi considerate ecuatiile Perju (2.39) sau (mai simplu dupa gindirea autorului) cea cu 7 coeficienti (4.32), intrucit sistemele lor de definire sint sistemele in care au fost impuse pozitiile de sinteza. Calculele exacte (a se vedea cap.7) conform celor de mai sus, sint laborioase si este posibil sa nu existe solutii pentru sinteza cinci pozitionala. Evitarea efectuarii acestor calcule, in cazurile fara solutii, se poate face, conform "experientei" autorului in urmatoarea succesiune:

- Din cele cinci pozitii de sinteza impuse, se selecteaza doua seturi de cite patru.
- Pentru seturile de cite patru pozitii amintite, se determina coeficientii curbelor centrelor/punctelor, pentru ecuatia Perju (2.39) prin relatiile (2.23)...(2.38) sau pentru ecuatia cu 7 coeficienti (4.32), prin rezolvarea unui sistem de tipul (4.25)...(4.31).

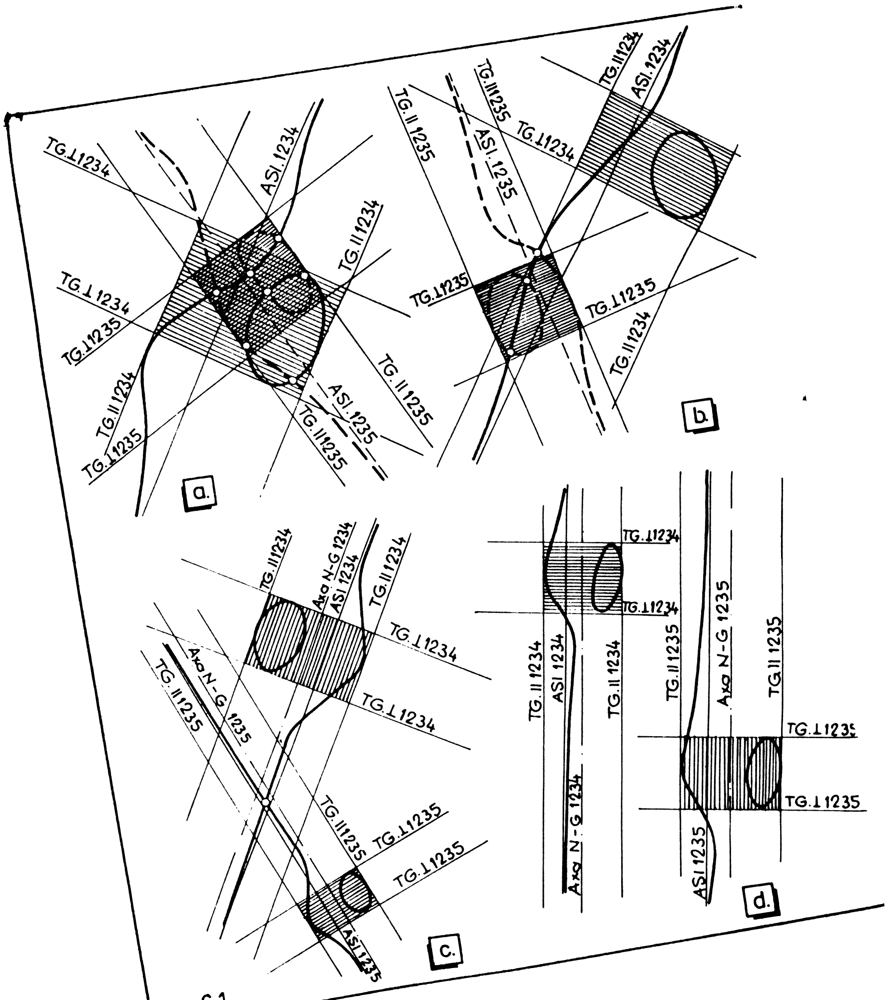

TG.⊥1234
ASI.1234
TG.II 1234
TG.⊥1234
TG.⊥1235
TG.II 1234
TG.⊥1235
TG.II 1235
ASI.1235
TG.III 1235
a.
TG.II 1235
TG.III 1235
ASI.1235
TG.III 1234
ASI.1234
TG.⊥1234
TG.⊥1235
TG.⊥1235
TG.II 1234
b.
TG.III 1234
Axa N-G 1234
ASI.1234
TG.II 1234
TG.⊥1234
TG.⊥1234
Axa N-G 1235
TG.II 1235
TG.III 1235
TG.⊥1235
TG.⊥1235
ASI.1235
c.
TG.⊥1234
TG.⊥1234
TG.II 1234
ASI.1234
TG.II 1234
Axa N-G 1234
TG.II 1235
Axa N-G 1235
TG.II 1235
TG.⊥1235
TG.⊥1235
ASI.1235
d.

Fig. 6.1.

- Cu coeficientii de mai sus se formeaza ecuatiile (5.130)/(5.134) si (5.163) (pentru ecuatia Perju/cu sapte coeficienti), a caror rezolvare permite determinarea ecuatiilor tangentelor paralele (5.131) si a celor perpendiculare (5.164) cu asimptota/axa medie.

- Reprezentind aceste tangente, se obtin imagini ca in fig.6.1.a/b/c/d (exceptind curbele).

- Daca "domeniile dreptunghiulare" se suprapun in mare parte, ca in fig.6.1.a, zonele "nemonotone" ale celor doua curbe de sinteza se intersecteaza, datorita complicabilitatii lor, in mai mult de trei puncte (conform subcap.2.5 in cinci sau sapte) si sinteza cincipozitionala, pentru pozitiile impuse, este posibila, fiind oportuna continuarea calculelor pentru determinarea centrelor/punctelor Burmester.

- Daca "domeniile dreptunghiulare" nu se suprapun, ca in fig.6.1.b/c/d, cele doua curbe de sinteza se intersecteaza in cel mult trei puncte si conform subcap.2.5, sinteza cincipozitionala, pentru pozitiile impuse, nu este posibila, calculele ulterioare nemaiavindu-si rostul. Imagini ca in fig.6.1.b se obtin pentru cinci pozitii impuse imposibil de sintetizat (o zona monotona a unei curbe de sinteza, "traverseaza" zona nemonotona a celeilalte curbe), intersectiile fiind polii comuni ambelor grupari alese de cite patru din cele cinci pozitii impuse. Imagini ca in fig 6.1.c/d se obtin pentru seturi de cite patru pozitii dintre care cel mult doua sint comune. Imagini ca in fig.6.1.d sint o raritate (axele medii/asimptotele corespunzatoare unor seturi "oarecare" de cite patru pozitii impuse, sint foarte rar paralele).

In cap.7 se redau calculele automatizate conform succesiunii de mai sus, rezultind utilitatea lor (timp scurt) in detectarea cazurilor unor sinteze cincipozitionale fara solutii (fata de timpul lung necesar, conform celor prezentate in [K9]).

6.3. Forme ale ecuatiilor curbelor de sinteza rezultate din utilizarea noilor elemente geometrice

In subcap.5.11,5.12 si 5.13 prin rotatia/translatia/rotatia si translatia sistemului de axe in care au fost definite forme de ecuatii ale curbelor de sinteza, s-au cautat acei parametri ai rotatiei/translatiei/rotatiei si translatiei care conduc la reducerea unor termeni in ecuatiile respective. Translatia depinzind de doi parametri si rotatia de unul, translatia si rotatia de cei trei anteriori, rezulta ca numarul de termeni ce se pot reduce in ecuatiile considerate, este in numar de trei, iar daca noua origine apartine curbei, este in numar de patru (se reduce si termenul liber).

Reducerea unor termeni in ecuatiile curbelor de sinteza prin schimbarea adecvata a axelor, are sens (conform subcap.6.2) doar in cazul sintezei patrupozitionale. Aceasta reducere nu a putut fi pusa in evidenta in mod analitic prin translatia si rotatia tratate in subcap.5.13 (cei trei parametri fiind prinsi in ecuatii transcendente) dar rezultatele din subcap.5.11 (rotatia) si subcap.5.12 (translatia) pot fi aplicate pe rind sau impreuna, efectul de ansamblu fiind acelasi iar valorile parametrilor translatiei/rotatiei fiind exprimate explicit.

6.3.1 Ecuatii in coordonate carteziene cu originea in focar si axa ordonatelor paralela cu asimptota

Reducerile amintite mai sus au fost aplicate ecuatiilor Perju (2.39) si cu 7 coeficienti (4.32) pentru a obtine ecuatii similare ca numar de termeni celei carteziene cu originea in focar (4.3). S-au pastrat variabilele "U" si "V" cu semnificatia data in subcap.2.1, la aplicarea relatiilor (2.126) si (2.127)/(2.128) si (2.129) (translatie/rotatie), tinindu-se cont de variabilele "u" si "v" specificate tot in subcap.2.1.

In ecuatia Perju "rotita si translatata" (5.323) care are zece termeni, dispar termenii in "x^2*y" si "y^3" daca se alege

$$= \operatorname{arctg}(B/A) \qquad (6.1)$$

ca parametru al rotatiei iar daca parametrii translatiei se aleg

$$L = x_F \qquad (6.2)$$

$$M = y_F \qquad (6.3)$$

unde "xF" si "yF" sint dati de (5.33) si (5.34), dispar termenii in "x*y" si "liber", obtinindu-se astfel o ecuatie cu sase termeni, similara celei carteziene cu originea in focar (4.3), de forma

$$\begin{aligned}
&(U^2+V^2)\cdot U\cdot[B\cdot\sin\operatorname{arctg}(B/A)+A\cdot\cos\operatorname{arctg}(B/A)]+\\
&+U^2\cdot\{(2\cdot A\cdot x_F+C)\cdot\cos^2\operatorname{arctg}(B/A)+(2\cdot B\cdot y_F+D)\cdot\sin^2\operatorname{arctg}(B/A)+\\
&\quad+(A\cdot y_F+B\cdot x_F+E/2)\cdot\sin[2\cdot\operatorname{arctg}(B/A)]+A\cdot x_F+B\cdot y_F+W\}+\\
&+V^2\cdot\{(2\cdot A\cdot x_F+C)\cdot\sin^2\operatorname{arctg}(B/A)+(2\cdot B\cdot y_F+D)\cdot\cos^2\operatorname{arctg}(B/A)-\\
&\quad-(A\cdot y_F+B\cdot x_F+E/2)\cdot\sin[2\cdot\operatorname{arctg}(B/A)]+A\cdot x_F+B\cdot y_F+W\}+\\
&+U\cdot\{[x_F\cdot(2\cdot A\cdot y_F+B\cdot x_F+E)+y_F\cdot(3\cdot B\cdot y_F+2\cdot D+2\cdot W)+G]\cdot\sin\operatorname{arctg}(B/A)+\\
&\quad+[x_F\cdot(3\cdot A\cdot x_F+2\cdot B\cdot y_F+2\cdot C+2\cdot W)+y_F\cdot(A\cdot y_F+E)+F]\cdot\cos\operatorname{arctg}(B/A)\}+\\
&+V\cdot\{[x_F\cdot(2\cdot A\cdot y_F+B\cdot x_F+E)+y_F\cdot(3\cdot B\cdot y_F+2\cdot D+2\cdot W)+G]\cdot\cos\operatorname{arctg}(B/A)-\\
&\quad-[x_F\cdot(3\cdot A\cdot x_F+2\cdot B\cdot y_F+2\cdot C+2\cdot W)+y_F\cdot(A\cdot y_F+E)+F]\cdot\sin\operatorname{arctg}(B/A)\}=0
\end{aligned}\tag{6.4}$$

In ecuatia (6.4), coeficientii "A,B,C,D,E,F,G,H,W" se calculeaza cu relatiile (2.23)...(2.38).

In ecuatia cu 7 coeficienti "rotita si translatata" (5.330) care are de asemenea zece termeni, daca parametrul rotatiei se alege conform relatiei (6.1), dispar termenii in "x^2*y" si "y^3", iar daca parametri translatiei se aleg conform relatiilor (6.2) si (6.3), unde "xF" si "yF" sint dati de (5.47) si (5.48), dispar termenii in "x*y" si "liber", obtinindu-se astfel o ecuatie tot cu sase termeni, bineinteles, similara tot celei carteziene cu originea in focar (4.3), de forma

$$\begin{aligned}
&(U^2+V^2)\cdot U\cdot[A\cdot\cos\operatorname{arctg}(B/A)+B\cdot\sin\operatorname{arctg}(B/A)]+\\
&+U^2\cdot\{(2\cdot B\cdot y_F+G)\cdot\sin^2\operatorname{arctg}(B/A)+(2\cdot A\cdot x_F+E)\cdot\cos^2\operatorname{arctg}(B/A)+\\
&\quad+(A\cdot y_F+B\cdot x_F+F/2)\cdot\sin[2\cdot\operatorname{arctg}(B/A)]+A\cdot x_F+B\cdot y_F\}+\\
&+V^2\cdot\{(2\cdot A\cdot x_F+E)\cdot\sin^2\operatorname{arctg}(B/A)+(2\cdot B\cdot y_F+G)\cdot\cos^2\operatorname{arctg}(B/A)-\\
&\quad-(A\cdot y_F+B\cdot x_F+F/2)\cdot\sin[2\cdot\operatorname{arctg}(B/A)]+A\cdot x_F+B\cdot y_F\}+\\
&+U\cdot\{[2\cdot y_F\cdot(A\cdot x_F+B\cdot y_F)+B\cdot(x_F^2+y_F^2)+F\cdot x_F+2\cdot G\cdot y_F+I]\cdot\sin\operatorname{arctg}(B/A)+\\
&\quad+[2\cdot x_F\cdot(A\cdot x_F+B\cdot y_F)+A\cdot(x_F^2+y_F^2)+2\cdot E\cdot x_F+F\cdot y_F+H]\cdot\cos\operatorname{arctg}(B/A)\}+\\
&+V\cdot\{-[2\cdot x_F\cdot(A\cdot x_F+B\cdot y_F)+A\cdot(x_F^2+y_F^2)+2\cdot E\cdot x_F+F\cdot y_F+H]\cdot\sin\operatorname{arctg}(B/A)+\\
&\quad+[2\cdot y_F\cdot(A\cdot x_F+B\cdot y_F)+B\cdot(x_F^2+y_F^2)+F\cdot x_F+2\cdot G\cdot y_F+I]\cdot\cos\operatorname{arctg}(B/A)\}=0
\end{aligned}\tag{6.5}$$

In ecuatia (6.5), coeficientii "A,B,E,F,G,H,I" se calculeaza rezolvind un sistem de tipul (4.25)...(4.31).

Comparind ecuatia (6.4) cu (6.5), se constata ca prima dintre ele este ceva mai complicata, fapt ce pledeaza pentru utilizarea ecuatiei cu 7 coeficienti (4.3), in locul ecuatiei Perju (2.39).

Comparind ecuatiile (6.4)/(6.5) cu (4.3) se constata ca au acelasi numar de termeni iar prin identificarea coeficientilor, se pot gasi (probabil in mod foarte laborios) relatiile ce leaga coeficientii "A,B,C,D,E" din ecuatiile Lichtenheldt (2.7) si carteziana cu originea in focar (4.3) dati de (2.8)...(2.12), cu coeficientii "A,B,C,D,E,F,G,H,W" din ecuatia Perju (2.39) dati de (2.23)...(2.38) si cu coeficientii "A,B,E,F,G,H,I" din ecuatia cu 7 coeficienti (4.32) dati de (4.25)...(4.31), precum si invers.

Rezultate similare celor de mai sus se obtin, considerind ca parametru al rotatiei

$$\theta = \mathrm{arctg}(-B/A) \tag{6.6}$$

sau alte directii remarcabile specificate in partile finale ale subcap.5.11.1/5.11.2/5.11.3/5.11.4.

6.3.2. Ecuatii in coordonate polare cu originea in focar

In subcap.4.2.2. s-a dedus, pe baza ecuatiilor Lichtenheldt (2.7) si carteziana cu originea in focar (4.3), ecuatia polara cu originea in focar (4.6).

Cunoscind coordonatele focarului date de (5.33) si (5.34) pentru ecuatia Perju (2.39), si procedind la translatarea originii in focar concomitent cu trecerea in coordonate polare prin

$$x = x_F + \rho \cdot \cos\theta \tag{6.7}$$

$$y = y_F + \rho \cdot \sin\theta \tag{6.8}$$

in (2.39), sau adecvat cu (6.2), (6.3), (2.130) si (2.131) in (5.264), se obtine

$$\begin{aligned}
&\rho^2 \cdot (A \cdot \cos\theta + B \cdot \sin\theta) + \\
&+\rho \cdot [(2 \cdot B \cdot y_F + D) \cdot \sin^2\theta + (2 \cdot A \cdot x_F + C) \cdot \cos^2\theta + (B \cdot x_F + A \cdot y_F + E/2) \cdot \sin(2 \cdot \theta) + A \cdot x_F + B \cdot y_F + W] + \\
&+[B \cdot x_F^2 + 3 \cdot B \cdot y_F^2 + 2 \cdot A \cdot x_F \cdot y_F + 2 \cdot (D + W) \cdot y_F + E \cdot x_F + G] \cdot \sin\theta + \\
&+[A \cdot y_F^2 + 3 \cdot A \cdot x_F^2 + 2 \cdot B \cdot x_F \cdot y_F + 2 \cdot (C + W) \cdot x_F + F \cdot y_F + F] \cdot \cos\theta = 0
\end{aligned} \tag{6.9}$$

in care coeficientii "A,B,C,D,E,F,G,H,W" se calculeaza cu relatiile (2.23)...(2.38).

Cunoscind coordonatele focarului date de (5.47) si (5.48) pentru ecuatia cu 7 coeficienti (4.32), si procedind la translatarea originii in focar concomitent cu trecerea in coordonate polare prin (6.7) si (6.8) in (4.32), sau adecvat cu (6.2),(6.3),(2.130) si (2.131) in (5.277), se obtine

$$\begin{aligned}
&\rho^2 \cdot (A \cdot \cos\theta + B \cdot \sin\theta)+\\
&+\rho \cdot [(2 \cdot B \cdot y_F + G) \cdot \sin^2\theta + (2 \cdot A \cdot x_F + E) \cdot \cos^2\theta + (B \cdot x_F + A \cdot y_F + F/2) \cdot \sin(2 \cdot \theta) + A \cdot x_F + B \cdot y_F]+\\
&+[3 \cdot B \cdot y_F^2 + 2 \cdot G \cdot y_F + 2 \cdot A \cdot x_F \cdot y_F + F \cdot x_F + B \cdot x_F^2 + I] \cdot \sin\theta+\\
&+[3 \cdot A \cdot x_F^2 + 2 \cdot E \cdot x_F + 2 \cdot B \cdot x_F \cdot y_F + F \cdot y_F + A \cdot y_F^2 + H] \cdot \cos\theta = 0 \qquad (6.10)
\end{aligned}$$

in care coeficientii "A,B,E,F,G,H,I" se calculeaza rezolvind un sistem de tipul (4.25)...(4.31).

Comparind ecuatia (6.9) cu (6.10), se constata ca prima dintre ele este ceva mai complicata, fapt ce pledeaza pentru utilizarea ecuatiei cu 7 coeficienti (4.3) in locul ecuatiei Perju (2.39).

Ecuatiile (6.9) si (6.10) sint similare cu (4.3), ceva mai complicate, dar au avantajul masurarii unghiului polar fata de o paralela la abscisa sistemului in care initial au fost impuse cele patru pozitii de sinteza (polul=focarul fiind si el definit in acest sistem).

6.3.3. Ecuatii in coordonate carteziene cu originea in punctul principal

In intentia de a obtine ecuatii cu cit mai putini termeni pentru curbele de sinteza, s-a procedat la utilizarea punctului principal (a se vedea subcap.5.3) ca origine a sistemului de axe iar axa ordonatelor a fost aleasa paralela cu asimptota/axa medie. S-au denumit variabilele cu "x" si "y" desi s-a lucrat cu relatiile (2.126) si (2.127)/(2.128) si (2.129) atit asupra equatiei Lichtenheldt (2.7), cit si asupra ecuatiilor Perju (2.39)/cu 7 coeficienti (4.32).

In ecuatia Lichtenheldt (2.7) care are opt termeni, conform relatiilor (5.257) si (5.258), daca schimbarile de variabile pentru translatie sint

$$X = x + X_P = x - A \tag{6.11}$$

$$Y = y + Y_P = y + \frac{2 \cdot A^3 - A \cdot C - E}{A \cdot B - D} \tag{6.12}$$

unde se includ coordonatele punctului principal date de (5.74) si (5.75)/(5.76), se obtine o ecuatie fara termenii in "y^2" si "liber"

$$\begin{aligned} & x \cdot (x^2 + y^2) - 4 \cdot A \cdot x^2 + \left(2 \cdot \frac{2 \cdot A^3 - A \cdot C - E}{A \cdot B - D} - B\right) \cdot x \cdot y + \\ & + \left[\frac{(2 \cdot A^3 - A \cdot C - E)^2}{(A \cdot B - D)^2} + \frac{3 \cdot A^3 \cdot B - 5 \cdot A^2 \cdot D - B \cdot E - C \cdot D}{A \cdot B - D}\right] \cdot x + (A \cdot B - D) \cdot y = 0 \end{aligned} \tag{6.13}$$

care are sase termeni si ai carei coeficienti "A,B,C,D,E" se calculeaza conform (2.8)...(2.12).

In ecuatia Perju "rotita si translatata" (5.323) care are zece termeni, daca parametrul rotatiei se alege conform (6.1), dispar termenii in "x^2*y" si "y^3", iar daca parametrii translatiei se aleg

$$L = x_P \tag{6.14}$$

$$M = y_P \tag{6.15}$$

unde "xp" si "yp" sint dati de (5.79) si (5.80), dispar termenii in "y^2" si "liber", obtinindu-se o ecuatie cu originea in punctul principal si axa ordonatelor paralela cu asimptota/axa medie, de forma

$$\begin{aligned} & (x^2 + y^2) \cdot x \cdot [B \cdot \sin \operatorname{arctg}(B/A) + A \cdot \cos \operatorname{arctg}(B/A)] + \\ & + x^2 \cdot \{(2 \cdot A \cdot x_P + C) \cdot \cos^2 \operatorname{arctg}(B/A) + (2 \cdot B \cdot y_P + D) \cdot \sin^2 \operatorname{arctg}(B/A) + \\ & \quad + (A \cdot y_P + B \cdot x_P + E/2) \cdot \sin[2 \cdot \operatorname{arctg}(B/A)] + A \cdot x_P + B \cdot y_P + W\} + \\ & + x \cdot y \cdot \{(A \cdot y_P + B \cdot x_P + E/2) \cdot \cos[2 \cdot \operatorname{arctg}(B/A)] + [2 \cdot (A \cdot x_P + B \cdot y_P) + C + D] \cdot \sin[2 \cdot \operatorname{arctg}(B/A)]\} + \\ & + x \cdot \{[x_P \cdot (2 \cdot A \cdot y_P + B \cdot x_P + E) + y_P \cdot (3 \cdot B \cdot y_P + 2 \cdot D + 2 \cdot W) + G] \cdot \sin \operatorname{arctg}(B/A) + \\ & \quad + [x_P \cdot (3 \cdot A \cdot x_P + 2 \cdot B \cdot y_P + 2 \cdot C + 2 \cdot W) + y_P \cdot (A \cdot y_P + E) + F] \cdot \cos \operatorname{arctg}(B/A)\} + \\ & + y \cdot \{[x_P \cdot (2 \cdot A \cdot y_P + B \cdot y_P + E) + y_P \cdot (3 \cdot B \cdot y_P + 2 \cdot D + 2 \cdot W) + G] \cdot \cos \operatorname{arctg}(B/A) - \\ & \quad - [x_P \cdot (3 \cdot A \cdot x_P + 2 \cdot B \cdot y_P + 2 \cdot C + 2 \cdot W) + y_P \cdot (A \cdot y_P + E) + F] \cdot \sin \operatorname{arctg}(B/A)\} = 0 \end{aligned} \tag{6.16}$$

care are sase termeni si ai carei coeficienti "A,B,C,D,E,F,G,H,W" se calculeaza conform (2.23)...(2.38).

In ecuatia cu 7 coeficienti "rotita si translatata" (5.330) care are zece termeni, daca parametrul rotatiei se elege conform (6.1), dispar termenii in "x^2*y" si "y^3" iar daca parametri translatiei se aleg (6.14) si (6.15) unde "xp" si "yp" sint dati de (5.81) si (5.82), dispar termenii in "y^2" si "liber", obtinindu-se o ecuatie cu originea in punctul principal si axa ordonatelor paralela cu asimptota/axa medie, de forma

$$
\begin{aligned}
&(x^2+y^2)\cdot x\cdot[A\cdot\cos\operatorname{arctg}(B/A)+B\cdot\sin\operatorname{arctg}(B/A)]+\\
&+x^2\cdot\{(2\cdot B\cdot y_P+G)\cdot\sin^2\operatorname{arctg}(B/A)+(2\cdot A\cdot x_P+E)\cdot\cos^2\operatorname{arctg}(B/A)+\\
&\quad+(A\cdot y_P+B\cdot x_P+F/2)\cdot\sin[2\cdot\operatorname{arctg}(B/A)]+A\cdot x_P+B\cdot y_P\}+\\
&+x\cdot y\cdot\{(2\cdot B\cdot x_P+2\cdot A\cdot y_P+F)\cdot\cos[2\cdot\operatorname{arctg}(B/A)]+(2\cdot B\cdot y_P-2\cdot A\cdot x_P-E+G)\cdot\sin[2\cdot\operatorname{arctg}(B/A)]\}+\\
&+x\cdot\{[2\cdot y_P\cdot(A\cdot x_P+B\cdot y_P)+B\cdot(x_P^2+y_P^2)+F\cdot x_P+2\cdot G\cdot y_P+I]\cdot\sin\operatorname{arctg}(B/A)+\\
&\quad+[2\cdot x_P\cdot(A\cdot x_P+B\cdot y_P)+A\cdot(x_P^2+y_P^2)+2\cdot E\cdot x_P+F\cdot y_P+H]\cdot\cos\operatorname{arctg}(B/A)\}+\\
&+y\cdot\{-[2\cdot x_P\cdot(A\cdot x_P+B\cdot x_P)+A\cdot(x_P^2+y_P^2)+2\cdot E\cdot x_P+F\cdot y_P+H]\cdot\sin\operatorname{arctg}(B/A)+\\
&\quad+[2\cdot y_P\cdot(A\cdot x_P+B\cdot y_P)+B\cdot(x_P^2+y_P^2)+F\cdot x_P+2\cdot G\cdot y_P+I]\cdot\cos\operatorname{arctg}(B/A)\}=0
\end{aligned}
\tag{6.17}
$$

care are sase termeni si ai carei coeficienti "A,B,E,F,G,H,I" se calculeaza rezolvind sistemul (4.25)...(4.31) .

Rezultate similare celor de mai sus se obtin considerind ca parametru al rotatiei pe cel dat de (6.6) sau alte directii remarcabile specificate in partile finale ale subcap. 5.11.1/5.11.2/5.11.3/5.11.4. Noile ecuatii cu originea in punctul principal si axa ordonatelor paralela cu asimptota/axa medie (6.15)/(6.16)/(6.17) au acelasi numar de termeni ca ecuatiile carteziene cu originea in focar (4.3)/(4.4)/(4.5). Preferinta pentru punctul principal sau pentru focar, ca origini ale sistemelor de axe la definirea ecuatiilor curbelor de sinteza, ramine sa fie decisa de utilizator, autorul relevind astfel "importanta egala" a celor doua tipuri de ecuatii.

Identificarea coeficintilor ecuatiilor (6.13)/(6.16)/(6.17) permite determinarea legaturii intre coeficientii ecuatiilor Lichtenheldt (2.7)/Perju (2.39)/ cu 7 coeficienti (4.32).

6.3.4. Ecuatii in coordonate carteziene cu originea in punctele Newton/Gauss

Desi nu au fost evidentiate in subcap.5.12 ca puncte in care se reduc cite doi termeni, prin faptul ca apartin curbelor de sinteza, punctele Newton/Gauss determinate in subcap.5.5 pot servi drept origini pentru sisteme de axe in care ecuatiile curbelor de sinteza sa nu contina termenul "liber". Cum punctele Newton/Gauss exista doar in cazul curbelor de sinteza cu o singura ramura, este evident ca ecuatiile din acest subcapitol vor fi utilizabile doar pentru acest tip de curba.

S-au denumit variabilele cu "x" si "y" desi s-a lucrat cu relatiile (2.126) si (2.127)/(2.128) si (2.129) atit asupra ecuatiei Lichtenheldt (2.7) cit si asupra ecuatiilor Perju (2.39)/ sau cu 7 coeficienti (4.32).

In ecuatia Lichtenheldt (2.7) care are opt termeni, daca schimbarile de variabile pentru translatie sint

$$X = x + X_{N/G} = x \tag{6.18}$$

$$Y = y + Y_{N/G} = y + \frac{D \pm \sqrt{D^2 - 4 \cdot A \cdot E}}{2 \cdot A} \tag{6.19}$$

unde se includ coordonatele punctelor Newton/Gauss date de (5.101) si (5.102)/(5.103) si (5.104), si daca se considera identitatea (2.17), se obtine o ecuatie fara termenul "liber"

$$\begin{aligned} &\cdot x \cdot (x^2 + y^2) - A \cdot (x^2 - y^2) + \frac{D - A \cdot B \pm \sqrt{D^2 - 4 \cdot A \cdot E}}{A} \cdot x \cdot y + \\ &+ \frac{D^2 - 4 \cdot A \cdot E \pm (D - A \cdot B) \cdot \sqrt{D^2 - 4 \cdot A \cdot E}}{2 \cdot A^2} \cdot x \pm \sqrt{D^2 - 4 \cdot A \cdot E} \cdot y = 0 \end{aligned} \tag{6.20}$$

care are sapte termeni si ai carei coeficienti "A,B,C,D,E" se calculeaza conform (2.8)...(2.12).

In ecuatia Perju "rotita si translatata" (5.323) care are zece termeni, daca parametrul rotatiei se alege conform (6.1), dispar termenii in "x^2*y" si "y^3", iar daca parametri translatiei se aleg

$$= x_{N/G} \tag{6.21}$$

$$= y_{N/G} \tag{6.22}$$

unde "xN/G" si "yN/G" sint dati de (5.111) si (5.112), dispare termenul "liber", obtinindu-se ecuatia cu originea in punctele Newton/Gauss si axa ordonatelor paralela cu asimptota/axa medie

$$
\begin{aligned}
&(x^2 + y^2) \cdot x \cdot [B \cdot \sin \operatorname{arctg}(B/A) + A \cdot \cos \operatorname{arctg}(B/A)] + \\
&+x^2 \cdot \{(2 \cdot A \cdot x_{N/G} + C) \cdot \cos^2 \operatorname{arctg}(B/A) + (2 \cdot B \cdot y_{N/G} + D) \cdot \sin^2 \operatorname{arctg}(B/A) + \\
&\quad +(A \cdot y_{N/G} + B \cdot x_{N/G} + E/2) \cdot \sin[2 \cdot \operatorname{arctg}(B/A)] + A \cdot x_{N/G} + B \cdot y_{N/G} + W\} + \\
&+y^2 \cdot \{(2 \cdot A \cdot x_{N/G} + C) \cdot \sin^2 \operatorname{arctg}(B/A) + (2 \cdot B \cdot y_{N/G} + D) \cdot \cos^2 \operatorname{arctg}(B/A) - \\
&\quad -(A \cdot y_{N/G} + B \cdot x_{N/G} + E/2) \cdot \sin[2 \cdot \operatorname{arctg}(B/A)] + A \cdot x_{N/G} + B \cdot y_{N/G} + W\} + \\
&+x \cdot y \cdot \{(A \cdot y_{N/G} + B \cdot x_{N/G} + E/2) \cdot \cos[2 \cdot \operatorname{arctg}(B/A)] + \\
&\quad +[2 \cdot (A \cdot x_{N/G} + B \cdot y_{N/G}) + C + D] \cdot \sin[2 \cdot \operatorname{arctg}(B/A)]\} + \\
&+x \cdot \{[x_{N/G} \cdot (2 \cdot A \cdot y_{N/G} + B \cdot x_{N/G} + E) + y_{N/G} \cdot (3 \cdot B \cdot y_{N/G} + 2 \cdot D + 2 \cdot W) + G] \cdot \sin \operatorname{arctg}(B/A) + \\
&\quad +[x_{N/G} \cdot (3 \cdot A \cdot x_{N/G} + 2 \cdot B \cdot y_{N/G} + 2 \cdot C + 2 \cdot W) + y_{N/G} \cdot (A \cdot y_{N/G} + E) + F] \cdot \cos \operatorname{arctg}(B/A)\} + \\
&+y \cdot \{[x_{N/G} \cdot (2 \cdot A \cdot y_{N/G} + B \cdot x_{N/G} + E) + y_{N/G} \cdot (3 \cdot B \cdot y_{N/G} + 2 \cdot D + 2 \cdot W) + G] \cdot \cos \operatorname{arctg}(B/A) - \\
&\quad -[x_{N/G} \cdot (3 \cdot A \cdot x_{N/G} + 2 \cdot B \cdot y_{N/G} + 2 \cdot C + 2 \cdot W) + y_{N/G} \cdot (A \cdot y_{N/G} + E) + F] \cdot \sin \operatorname{arctg}(B/A)\} = 0
\end{aligned}
\tag{6.23}
$$

care are sapte termeni si ai carei coeficienti "A,B,C,D,E,F,G,H,W" se calculeaza conform (2.23)...(2.38).

In ecuatia cu 7 coeficienti "rotita si translatata" (5.330) care are zece termeni, daca parametrul rotatiei se alege conform (6.1), dispar termenii in "x^2*y" si "y^3" iar daca parametri translatiei se aleg (6.21) si (6.22) unde "xN/G" si "yN/G" sint dati de (5.113) si (5.114), dispare termenul "liber", obtinindu-se o ecuatie cu originea in punctele Newton/Gauss si axa ordonatelor paralela cu asimptota/axa medie, de forma

$$
\begin{aligned}
&(x^2 + y^2) \cdot x \cdot [A \cdot \cos \operatorname{arctg}(B/A) + B \cdot \sin \operatorname{arctg}(B/A)] + \\
&+x^2 \cdot \{(2 \cdot B \cdot y_{N/G} + G) \cdot \sin^2 \operatorname{arctg}(B/A) + (2 \cdot A \cdot x_{N/G} + E) \cdot \cos^2 \operatorname{arctg}(B/A) + \\
&\quad +(A \cdot y_{N/G} + B \cdot x_{N/G} + F/2) \cdot \sin[2 \cdot \operatorname{arctg}(B/A)] + A \cdot x_{N/G} + B \cdot y_{N/G}\} + \\
&+x \cdot y \cdot \{(2 \cdot B \cdot x_{N/G} + 2 \cdot A \cdot y_{N/G} + F) \cdot \cos[2 \cdot \operatorname{arctg}(B/A)] + \\
&\quad +(2 \cdot B \cdot y_{N/G} - 2 \cdot A \cdot x_{N/G} - E + G) \cdot \sin[2 \cdot \operatorname{arctg}(B/A)]\} + \\
&+y^2 \cdot \{(2 \cdot A \cdot x_{N/G} + E) \cdot \sin^2 \operatorname{arctg}(B/A) + (2 \cdot B \cdot y_{N/G} + G) \cdot \cos^2 \operatorname{arctg}(B/A) - \\
&\quad -(A \cdot y_{N/G} + B \cdot x_{N/G} + F/2) \cdot \sin[2 \cdot \operatorname{arctg}(B/A)] + A \cdot x_{N/G} + B \cdot y_{N/G}\} + \\
&+x \cdot \{[2 \cdot y_{N/G} \cdot (A \cdot x_{N/G} + B \cdot y_{N/G}) + B \cdot (x_{N/G}^2 + y_{N/G}^2) + F \cdot x_{N/G} + 2 \cdot G \cdot y_{N/G} + I] \cdot \sin \operatorname{arctg}(B/A) + \\
&\quad +[2 \cdot x_{N/G} \cdot (A \cdot x_{N/G} + B \cdot y_{N/G}) + A \cdot (x_{N/G}^2 + y_{N/G}^2) + 2 \cdot E \cdot x_{N/G} + F \cdot y_{N/G} + H] \cdot \cos \operatorname{arctg}(B/A)\} + \\
&+y \cdot \{-[2 \cdot x_{N/G} \cdot (A \cdot x_{N/G} + B \cdot y_{N/G}) + A \cdot (x_{N/G}^2 + y_{N/G}^2) + 2 \cdot E \cdot x_{N/G} + F \cdot y_{N/G} + H] \cdot \sin \operatorname{arctg}(B/A) + \\
&\quad +[2 \cdot y_{N/G} \cdot (A \cdot x_{N/G} + B \cdot y_{N/G}) + B \cdot (x_{N/G}^2 + y_{N/G}^2) + F \cdot x_{N/G} + 2 \cdot G \cdot y_{N/G} + I] \cdot \cos \operatorname{arctg}(B/A)\} = 0
\end{aligned}
\tag{6.24}
$$

care are sapte termeni si ai carei coeficienti "A,B,E,F,G,H,I" se calculeaza rezolvind sistemul (4.25)-(4.31).

Rezultate similare celor de mai sus, se obtin considerind ca parametru al rotatiei pe cel dat de (6.6) sau alte directii remarcabile specificate in partile finale ale subcap.5.11.1/5.11.2/5.11.3/5.11.4.

Noile ecuatii (6.22)/(6.23)/(6.24) cu originea in punctul

Newton (semnul "+") sau in punctul Gauss (semnul "-") si axa ordonatelor paralela cu asimptota/axa medie, sint destul de simple (sapte termeni) si sint importante pentru ca reprezinta forme generale de ecuatii pentru originea luata intr-un punct oarecare al curbei de sinteza (ex: pol "P" sau "Q", puncte de inflexiune sau de tangenta) si orientarea specificata mai sus.

Identificarea coeficientilor ecuatiilor (6.22)/(6.23)/(6.24) permite determinarea legaturii intre cei ai ecuatiilor Lichtenheldt (2.7)/Perju (2.39)/cu 7 coeficienti (4.32).

6.4. Echivalarea polilor "Qij" cu polii "Pij"

In subcap.4.3 s-a aratat ca la determinarea coeficientilor ecuatiei cu 7 coeficienti (4.32) a curbelor de sinteza, polii "Qij" si polii rotatiilor finite "Pij" se pot inlocui reciproc fara restrictii in "seturi de 9" sau "seturi de 7" puncte. Aceasta prima "proprietate comuna" a polilor "Pij" si "Qij" a fost semnalata in [M9]. Preocuparile autorului in "echivalarea" polilor "Qij" cu polii "Pij" au continuat in [M15] si [M18].

Este remarcabil ca prin constructia grafica din fig.6.2 (reluata dupa fig.2.10/2.11) si din jocul indicilor, se observa ca daca o pereche de poli "Pij" (fara indici comuni), dintr-un patrulater complet de contrapoli, este inlocuita cu perechea corespunzatoare ca indici dintre polii "Qij", atunci polii "Pij" inlocuiti pot fi obtinuti conform unor scheme similare celor din subcap.2.4.1:

```
Q12-P23 \          P12-Q24 \          Q13-P23 \
 :   :   P13        :   :   P14        :   :   P12
P14-Q34 /          Q13-P34 /          P14-Q24 /
 \   /              \   /              \   /
  P24                P23                P34

P12-Q23 \          Q12-P24 \          P13-Q23 \
 :   :   P13        :   :   P14        :   :   P12
Q14-P34 /          P13-Q34 /          Q14-P24 /
 \   /              \   /              \   /
  P24                P23                P34
```

Cele expuse mai sus, sugereaza ca polii "Pij" si polii "Qij" ar putea sa-si inverseze rolul, adica polii "Qij" ar putea fi priviti ca poli ai rotatiilor finite a unor alte patru pozitii ale planului mobil, decit cele impuse initial ca problema de sinteza.

Problema determinarii acestor noi patru pozitii de sinteza poate fi rezolvata numai numeric, datorita neliniaritatii relatiilor (2.1) si (2.2) pentru calculul coordonatelor polilor rotatiilor finite. In studiul acestor aspecte, au fost abordate mai multe cazuri dintre care se reda "exemplul II" (amintit in cap.3) pornind de la pozitiile impuse, specificate in tab. 6.1.

Tab.6.1

Poz.	xM [mm]	yM [mm]	θ [grade]
1	30	0	58.411864
2	25.980762	15	45.544811
3	15	25.980762	36.130656
4	0	30	31.196756

Din aceste pozitii, cu ajutorul relatiilor (2.1), (2.2) si (2.3), in care la jocul indicilor s-a considerat "i<j" si "i,j=1,2,3,4", s-au determinat coordonatele polilor rotatiilor finite, transcrise in tab.6.2.

Tab.6.2

Polul Pij	xPij [mm]	yPij [mm]
P12	94.503009	25.322006
P13	88.465037	51.075313
P14	76.966816	76.966816
P23	87.170315	87.170315
P24	72.576205	125.705670
P34	54.145257	202.072850

Tinind cont de fig.2.10, fig.2.11 si fig.6.2, polul "Qij" poate fi determinat la intersectia celor doua drepte ce trec prin polii "Pik" si "Pjk", respectiv "Pil" si "Pjl" (cu jocul de indici "i,j,k,l=1,2,3,4" si primul indice mai mic decit al doilea). Aceste doua drepte au, conform [V6], [*23], [*24], ecuatiile

$$(y_{Pjk} - y_{Pik}) \cdot x - (x_{Pjk} - x_{Pik}) \cdot y - x_{Pik} \cdot (y_{Pjk} - y_{Pik}) + y_{Pik} \cdot (x_{Pjk} - x_{Pik}) = 0 \tag{6.25}$$

$$(y_{Pjl} - y_{Pil}) \cdot x - (x_{Pjl} - x_{Pil}) \cdot y - x_{Pil} \cdot (y_{Pjl} - y_{Pil}) + y_{Pil} \cdot (x_{Pjl} - x_{Pil}) = 0 \tag{6.26}$$

Rezolvind sistemul format din (6.25) si (6.26), vor rezulta ca solutii, coordonatele "xQij" si "yQij" ale polului "Qij". Pentru datele din tab.6.2, cu jocul de indici amintit mai sus, s-au obtinut coordonatele polilor "Qij", transcrise in tab.6.3.

Tab.6.3

Polul Qij	xQij [mm]	yQij [mm]
Q12	94.529387	-117.9900300
Q13	109.569790	-101.7601800
Q14	99.055064	4.4821266
Q23	16.248609	359.0946200
Q24	162.520970	-174.9936700
Q34	172.532830	-138.2271200

Rezultatele din tab.6.2. si tab.6.3. au fost obtinute prin utilizarea unui fragment dintr-un program in limbaj "BASIC" prezentat in cap.3 si rulat pe calculatorul personal "TIM-S".

Coordonatele "xQij" si "yQij" din tab 6.3 au fost utilizate ca marimi cunoscute in relatii de tipul (2.1) si (2.2), unde parametri pozitiilor de sinteza (numerotate aici cu "1´,2´,3´,4´") au fost considerate ca necunoscute. S-a putut scrie astfel, urmatorul sistem de ecuatii neliniare

$$\frac{(x_{M2'} + x_{M1'}) \cdot [1 - \cos(\theta_{2'} - \theta_{1'})] - (y_{M2'} - y_{M1'}) \cdot \sin(\theta_{2'} - \theta_{1'})}{2 \cdot [1 - \cos(\theta_{2'} - \theta_{1'})]} - x_{Q12} = 0 \tag{6.27}$$

$$\frac{(x_{M2'} - x_{M1'}) \cdot \sin(\theta_{2'} - \theta_{1'}) + (y_{M2'} + y_{M1'}) \cdot [1 - cos(\theta_{2'} - \theta_{1'})]}{2 \cdot [1 - \cos(\theta_{2'} - \theta_{1'})]} - y_{Q12} = 0 \tag{6.28}$$

$$\frac{(x_{M3'} + x_{M1'}) \cdot [1 - \cos(\theta_{3'} - \theta_{1'})] - (y_{M3'} - y_{M1'}) \cdot \sin(\theta_{3'} - \theta_{1'})}{2 \cdot [1 - \cos(\theta_{3'} - \theta_{1'})]} - x_{Q13} = 0 \tag{6.29}$$

$$\frac{(x_{M3'} - x_{M1'}) \cdot \sin(\theta_{3'} - \theta_{1'}) + (y_{M3'} + y_{M1'}) \cdot [1 - \cos(\theta_{3'} - \theta_{1'})]}{2 \cdot [1 - \cos(\theta_{3'} - \theta_{1'})]} - y_{Q13} = 0 \tag{6.30}$$

$$\frac{(x_{M4'} + x_{M1'}) \cdot [1 - \cos(\theta_{3'} - \theta_{1'})] - (y_{M4'} - y_{M1'}) \cdot \sin(\theta_{4'} - \theta_{1'})}{2 \cdot [1 - \cos(\theta_{4'} - \theta_{1'})]} - x_{Q14} = 0 \tag{6.31}$$

$$\frac{(x_{M4'} - x_{M1'}) \cdot \sin(\theta_{4'} - \theta_{1'}) + (y_{M4'} + y_{M1'}) \cdot [1 - \cos(\theta_{4'} - \theta_{1'})]}{2 \cdot [1 - \cos(\theta_{4'} - \theta_{1'})]} - y_{Q14} = 0 \tag{6.32}$$

$$\frac{(x_{M3'} + x_{M2'}) \cdot [1 - \cos(\theta_{3'} - \theta_{2'})] - (y_{M3'} - y_{M2'}) \cdot \sin(\theta_{3'} - \theta_{2'})}{2 \cdot [1 - \cos(\theta_{3'} - \theta_{2'})]} - x_{Q23} = 0 \tag{6.33}$$

$$\frac{(x_{M3'} - x_{M2'}) \cdot \sin(\theta_{3'} - \theta_{2'}) + (y_{M3'} + y_{M2'}) \cdot [1 - \cos(\theta_{3'} - \theta_{2'})]}{2 \cdot [1 - \cos(\theta_{3'} - \theta_{2'})]} - y_{Q23} = 0 \tag{6.34}$$

$$\frac{(x_{M4'} + x_{M2'}) \cdot [1 - \cos(\theta_{4'} - \theta_{2'})] - (y_{M4'} - y_{M2'}) \cdot \sin(\theta_{4'} - \theta_{2'})}{2 \cdot [1 - \cos(\theta_{4'} - \theta_{2'})]} - x_{Q24} = 0 \tag{6.35}$$

$$\frac{(x_{M4'} - x_{M2'}) \cdot \sin(\theta_{4'} - \theta_{2'}) + (y_{M4'} + y_{M2'}) \cdot [1 - \cos(\theta_{4'} - \theta_{2'})]}{2 \cdot [1 - \cos(\theta_{4'} - \theta_{2'})]} - y_{Q24} = 0 \tag{6.36}$$

$$\frac{(x_{M4'} + x_{M3'}) \cdot [1 - \cos(\theta_{4'} - \theta_{3'})] - (y_{M4'} - y_{M3'}) \cdot \sin(\theta_{4'} - \theta_{3'})}{2 \cdot [1 - \cos(\theta_{4'} - \theta_{3'})]} - x_{Q34} = 0 \tag{6.37}$$

$$\frac{(x_{M4'} - x_{M3'}) \cdot \sin(\theta_{4'} - \theta_{3'}) + (y_{M4'} + y_{M3'}) \cdot [1 - \cos(\theta_{4'} - \theta_{3'})]}{2 \cdot [1 - \cos(\theta_{4'} - \theta_{3'})]} - y_{Q34} = 0 \tag{6.38}$$

a carui rezolvare a putut fi abordata cu programul expert matematic "EUREKA" din biblioteca matematica a calculatorului personal "ROBOTRON EC 1834" (compatibil "IBM PC-XT").

Pentru cazul dat mai sus s-au efectuat multiple incercari de rezolvare, dar timpii lungi de calcul (de ordinul zecilor de minute) nu au condus la rezultate imediate. Un rezultat bun a fost obtinut, in cca. 50 minute, schimbind ordinea ecuatiilor din sistemul de mai sus. Aceasta schimbare, in principiu, nu afecteaza cu nimic precizia solutiilor, ci doar ordinea de determinare a acestora (in sensul ordinii de abordare a lor, de catre algoritmul programului utilizat). Cu sistemul amintit, in ordinea (6.29), (6.30), (6.31), (6.32), (6.27), (6.28), (6.33), (6.34), (6.35), (6.36), (6.37), (6.38) au fost obtinuti parametrii unor noi pozitii de sinteza, transcrise in tab.6.4.

Tab.6.4

Poz.	xM [mm]	yM [mm]	θ [grade]
1′	260.464000	-49.455419	27.949381
2′	-12.817359	25.912654	29.769412
3′	12.003593	24.674177	29.843736
4′	253.662800	75.605608	28.703042

Nivelul de precizie atins in rezolvarea sistemului cu ordinea schimbata, este reflectat prin diferentele de "inchidere" ale "termenilor liberi" ai acestor ecuatii (coordonatele polilor "Qij"), redate in tab.6.5.

Tab.6.5

Polul Qij	dif.xQij [mm]	dif.yQij [mm]
Q12	-0,0000313721010	0
Q13	0,0000819722200	0,0000083067263
Q14	-0,0000276346420	0,0000092114127
Q23	-0,0000095391927	-0,0000028435885
Q24	-0,0000915785240	0
Q34	0,0000821755580	0

unde cea mai mare diferenta este prezentata la "xQ24". In conditia cind aceasta diferenta este mai mica decit "zecimea de micrometru", se poate aprecia ca pentru cazurile inginereste admisibile, rezultatele din tab.6.4 sint "bune". Au fost obtinute si alte rezultate "bune" similare celor de mai sus.

Pozitiile de sinteza "1,2,3,4" din tab.6.1 au fost generate cu un program prezentat in cap.3 de un mecanism avind, conform notatiilor din fig.2.3, dimensiunile "AoA"=30 mm, "AB"=90 mm, "BoB"=80 mm, "AoBo"=100 mm, pentru pozitia manivelei motoare corespunzator la "0, 30, 60, 90 grade".

Conform teoriei prezentate in subcap.2.4, aceste pozitii de sinteza puteau fi generate de orice mecanism dintr-o familie infinita de mecanisme, obtinindu-se polii rotatiilor finite

"Pij" (specificati in tab.6.2) si corespunzator polii "Qij" (specificati in tab.6.3). Adoptind polii "Qij" ca poli ai rotatiilor finite (bazat pe "echivalarea" amintita la inceputul acestui subcapitol) s-a ajuns, prin rezolvarea sistemului (6.27)...(6.38), la niste pozitii "1',2',3',4'" din care acesti poli ai rotatiilor finite ar putea rezulta. A doua familie infinita de mecanisme sintetizabile din pozitiile "acum impuse" "1',2',3',4'" poate genera aceste pozitii prin oricare mecanism "membru" al ei.

Se considera ca in acest fel S-AU DETERMINAT DOUA FAMILII DE MECANISME POLAR CONJUGATE PRIN INTERMEDIUL DETERMINARII EXISTENTE INTRE POLII "Pij" SI "Qij".

O prima proprietate a acestor doua familii de mecanisme polar conjugate ar fi aceea ca pentru pozitiile de sinteza "1,2,3,4" si "1',2',3',4'" cele doua curbe de sinteza (fie ale centrelor, fie ale punctelor) ar avea CITE SASE PUNCTE COMUNE (polii "Qij"), ceea ce este "foarte mult" intrucit (conform subcap.4.3.2.) la sapte puncte comune, curbele ar coincide.

In contextul prezentat mai sus pentru sinteza patrupozitionala, se poate proceda la un rationament similar (dar probabil cu un numar finit de mecanisme "polar conjugate") si pentru sinteza cincipozitionala:

Un set de 5 pozitii poate fi generat de un numar finit (0/2/6) de mecanisme (a se vedea subcap.2.5). Celor 5 pozitii le corespund 10 poli ai rotatiilor finite "Pij", cu care se pot forma 15 perechi de contrapoli. De aici rezulta, conform [M4], un numar de 15 patrulatere de contrapoli corespunzatoare seturilor distincte de cite 4 pozitii din cele 5 initial impuse, si deci in mod corespunzator, 10 poli "Qij". Luind cite 6 din acesti poli "Qij", cu ajutorul unor 5 sisteme diferite de 12 ecuatii neliniare bazate pe relatiile (2.1) si (2.2) (similare cu sistemul (6.27)...(6.38)), se pot determina un numar de combinatii corespunzatoare de noi seturi de cite 5 pozitii. Acest numar de seturi de cite 5 pozitii poate fi generat de un numar cuprins intre "0" si probabil un numar finit (dar foarte mare) de mecanisme care sint polar conjugate, primelor "0/2/6" mecanisme de la care s-a pornit, prin intermediul determinarii existente intre polii "Pij" si "Qij".

Rationamentul de mai sus nu a fost verificat prin calcul automatizat, dar autorul isi propune sa o faca in alte lucrari.

6.5. Noi metode de determinare a centrelor/punctelor de pe curbele de sinteza

In subcap.2.4.5 s-au prezentat mai multe metode analitice cunoscute, pentru determinarea centrelor/punctelor de pe curbele de sinteza, singura noutate fata de [K9] spre exemplu, fiind aceea ca la rezolvarea ecuatiei de gradul trei nu s-a apelat la metode numerice ci la relatiile lui Cardano. Unele dintre metodele amintite erau "aplicate" asupra ecuatiei Perju (2.39). Calculele numerice/programele adecvate, prezentate in cap.3 (mai ales rezultatele rularilor pe exemple), au relevat unele limite ale metodelor amintite. In cele ce urmeaza s-a pus problema perfectionarii metodelor din cap.3 si aplicarea lor atit la ecuatia Perju (2.39) cit si altor ecuatii ale curbelor de sinteza. De asemenea, se prezinta si metode complet noi de determinare a punctelor/centrelor de pe aceste curbe.

6.5.1. Metoda dreptelor paralele si perpendiculare pe asimptota/ /axa medie

Se va exemplifica aceasta metoda utilizind ecuatia Lichtenheldt (2.7).

O dreapta parametrica paralela cu asimptota/axa medie,este

$$= t \qquad (6.39)$$

iar o alta perpendiculara pe asimptota/axa medie, este

$$= s \qquad (6.40)$$

Inlocuind (6.39) in (2.7), se obtine ecuatia de gradul doi in "Y"

$$\cdot Y^2 + c_1 \cdot Y + c_0 = 0 \qquad (6.41)$$

iar inlocuind (6.40) in (2.7), se obtine ecuatia de gradul trei in "X"

$$X^3 + d_2 \cdot X^2 + d_1 \cdot X + d_0 = 0 \qquad (6.42)$$

unde coeficintii "c2,c1,co,d3,d2,d1,do" se calculeaza cu

$$= t + A \qquad (6.43)$$

$$= -B \cdot t - D \qquad (6.44)$$

$$= t^3 - A \cdot t^2 - c \cdot t + E \qquad (6.45)$$

$$= 1 \qquad (6.46)$$

$$= s^2 - A \qquad (6.47)$$

$$= -B \cdot s - C \qquad (6.48)$$

$$= A \cdot s^2 - D \cdot s + E \qquad (6.49)$$

iar coeficientii "A,B,C,D,E" sint dati de (2.8)...(2.12).

Ecuatia de gradul doi (6.41) se poate rezolva prin relatia (2.70), rezultind solutiile "Y1,2", iar ecuatia de gradul trei (6.42), prin relatiile (2.47)...(2.64) rezultind solutiile "X1,2,3".

Variind parametrii "t" (intre minimul si "mediul mic" respectiv intre maximul si "mediul mare" dintre "k1,2,3,4" dati de (5.119)) si "s" (teoretic intre "-∞" si "+∞", practic, dupa experienta autorului, intre "- 5*tmax" si "5*tmax"), cu un pas "adecvat" (dupa experienta autorului de cca. (tmax-tmin)/100)), prin calcul automatizat, reprezentind la scari convenabile pe monitoare/plottere/imprimante, punctele/centrele de coordonate "t;Y1,2" si "X1,2,3;s", rezultate la fiecare ciclare, se pot obtine imagini clare ale curbelor de sinteza (se vor vedea in cap.7).

Rezultate similare se vor obtine aplicind metoda de mai sus asupra ecuatiei carteziene cu originea in focar (4.3).

Daca punctele/centrele de coordonate "t;Y1,2" si "X1,2,3;s" se "trec" in sistemul de definire a pozitiilor de sinteza, prin relatii de tipul (2.124) si (2.125), curba de sinteza amintita mai sus, va fi obtinuta in pozitia ei reala (altfel ea va fi cu asimptota paralela cu axa ordonatelor).

6.5.2. Metoda dreptelor paralele cu abscisa si cu ordonata

Se va exemplifica aceasta metoda utilizind ecuatia cu 7 coeficienti (4.32).

O dreapta parametrica paralela cu abscisa, este

$$y = t \tag{6.50}$$

iar o alta, paralela cu ordonata, este

$$= s \tag{6.51}$$

Inlocuind (6.50) in (4.32), se obtine ecuatia de gradul trei in "x"

$$\cdot x^3 + e_2 \cdot x^2 + e_1 \cdot x + e_0 = 0 \tag{6.52}$$

iar inlocuind (6.51) in (4.32), se obtine ecuatia de gradul trei in "y"

$$\cdot y^3 + f_2 \cdot y^2 + f_1 \cdot y + f_0 = 0 \tag{6.53}$$

unde coeficientii "e3,e2,e1,eo,f3,f2,f1,f0" se calculeaza cu

$$= A \tag{6.54}$$

$$= B \cdot t + E \tag{6.55}$$

$$= A \cdot t^2 + F \cdot t + H \tag{6.56}$$

$$= B \cdot t^3 + G \cdot t^2 + I \cdot t + 1 \tag{6.57}$$

$$= B \tag{6.58}$$

$$= A \cdot s + G \tag{6.59}$$

$$= B \cdot s^2 + F \cdot s + I \tag{6.60}$$

$$= A \cdot s^3 + E \cdot s^2 + H \cdot s + 1 \tag{6.61}$$

iar coeficientii "A,B,E,F,G,H,I" sint dati de sistemul (4.25)...(4.31).

Cele doua ecuatii de gradul trei se pot rezolva prin relatiile (2.47)...(2.64), rezultind solutiile "x1,2,3" respectiv "y1,2,3".

Variind parametrii "t" (teoretic intre "$-\infty$" si "$+\infty$", practic, dupa experienta autorului, intre triplul ordonatelor minima si maxima dintre cele 12 ale polilor "Pij/Qij") si "s" (teoretic intre "$-\infty$" si "$+\infty$", practic, dupa experienta autorului, intre triplul absciselor minima si maxima dintre cele 12 ale polilor "Pij/Qij"), cu un pas "adecvat" (dupa experienta autorului, de cca. o miime/sutime din maxima/minima dintre cele 24 abscise/ordonate ale polilor "Pij"/"Qij"), prin calcul automatizat, reprezentind la scari convenabile pe monitoare/plottere/imprimante, punctele/centrele de coordonate "x1,2,3;t" si "s;y1,2,3", rezultate la fiecare ciclare, se pot obtine imagini clare ale curbelor de sinteza (se va vedea in cap.7).

Rezultate similare se vor obtine aplicind metoda de mai sus asupra ecuatiei Perju (2.39).

Curbele de sinteza rezulta in pozitiile lor reale fata de pozitiile impuse sintezei.

6.5.3. Metoda dreptei ce trece prin doua puncte cunoscute

Conform teoremei lui Bezout [V6], [*23], [*24], doua curbe algebrice se intersecteaza intr-un numar de puncte egal cu produsul gradelor ecuatiilor corespunzatoare. Deci (conform unor considerente atinse si in [M11], [M12]) o dreapta (gradul intii) si o curba de sinteza Burmester (gradul trei), vor avea trei puncte de intersectie. Punctele de intersectie pot fi reale sau imaginare. Tinind cont ca la rezolvarea unei ecuatii solutiile imaginare apar in pereche, REFERITOR LA INTERSECTIILE UNEI DREPTE CU O CUBICA, SE POATE SPUNE CA DACA ELE SE INTERSECTEAZA IN DOUA PUNCTE REALE, ATUNCI SI CEL DE-AL TREILEA PUNCT DE INTERSECTIE VA FI REAL.

Prin urmare, scriind ecuatia unei drepte ce trece prin doua puncte reale cunoscute si apartinind curbei de sinteza Burmester (aceste puncte pot fi oricare doua din cei sase poli ai rotatiilor finite "Pij", corespunzatori celor patru pozitii impuse in problema de sinteza). Al treilea punct real de intersectie poate fi determinat prin rezolvarea sistemului format din ecuatiile dreptei amintite si a curbei de sinteza Burmester (in mod foarte expeditiv, apelind la prima relatie a lui Vieta [V6], [*23], [*24], conform careia "suma radacinilor este egala cu citul, cu semn schimbat, dintre coeficientul termenului de putere inferioara cu unitatea si termenul de puterea cea mai mare"). Acest nou punct se adauga la cele anterioare, numarul de combinatii crescind pe masura ce acest proces ciclic se reia.

Date fiind cele patru pozitii de sinteza, prin pozitiile unui punct al planului mobil si prin unghiurile unei drepte solidare cu acest plan, coordonatele polilor rotatiilor finite, corespunzatori, se pot calcula cu relatiile (2.1), (2.2), (2.3). Aceste sase perechi de coordonate pot fi depuse in doi "vectori coloana" in memoria unui calculator, ocupind astfel primele sase nivele. Fie "i" si "j" doua nivele oarecare din acesti vectori. Ecuatia dreptei ce trece prin cele doua puncte corespunzatoare (care apartin curbei de sinteza) va fi, conform [*23]/[*24],

$$(x-x_i)/(x_j-x_i)=(y-y_i)/(y_j-y_i) \tag{6.62}$$

unde explicitind dupa oricare din necunoscute (spre eemplu "x") si notind

$$N=\frac{x_j-x_i}{y_j-y_i}\ , \tag{6.63}$$

se obtine

$$x=N\cdot(y-y_i)+x_i \tag{6.64}$$

In continuare se va exemplifica metoda, utilizind ecuatia cu 7 coeficienti (4.32).

Inlocuind (6.64) in (4.32), dupa ordonari si reduceri conform necesitatilor de crestere a preciziei prin calcul automatizat (adica urmarindu-se o anumita succesiune a operatiilor aritmetice), se obtine

$$
\begin{aligned}
&y^3 \cdot (A \cdot N^3 + B \cdot N^2 + A \cdot N + B) + \\
&+y^2 \cdot [-3 \cdot A \cdot y_i \cdot N^3 + (3 \cdot A \cdot x_i - 2 \cdot B \cdot y_i + E) \cdot N^2 + (2 \cdot B \cdot x_i - A \cdot y_i + F) \cdot N + A \cdot x_i + G] + \\
&+y \cdot [3 \cdot A \cdot y_i^2 \cdot N^3 + (B \cdot y_i^2 - 6 \cdot A \cdot x_i \cdot y_i - 2 \cdot E \cdot y_i) \cdot N^2 + \\
&\quad +(3 \cdot A \cdot x_i^2 - 2 \cdot B \cdot x_i \cdot y_i + 2 \cdot E \cdot x_i - F \cdot y_i + H) \cdot N + B \cdot x_i^2 + F \cdot x_i + I] + \\
&+A \cdot (x_i - y_i \cdot N)^3 + E \cdot (x_i - y_i \cdot N)^2 + H \cdot (x_i - y_i \cdot N) + I = 0
\end{aligned}
\tag{6.65}
$$

Tinind cont de relatia lui Vieta, amintita mai sus, rezulta mai repede decit prin relatiile lui Cardano noua solutie (a treia, indiciata cu "k") a ecuatiei (6.65), sub forma

$$
y_k = \frac{3 \cdot A \cdot y_i \cdot N^3 - (3 \cdot A \cdot x_i - 2 \cdot B \cdot y_i + E) \cdot N^2 - (2 \cdot B \cdot x_i - A \cdot y_i + F) \cdot N - A \cdot x_i - G}{A \cdot N^3 + B \cdot N^2 + A \cdot N + B} - y_i - y_j
\tag{6.66}
$$

Inlocuind (6.66) in (6.64), se obtine

$$
x_k = (y_k - y_i) \cdot N + x_i
\tag{6.67}
$$

Noul punct de coordonate "xk,yk" se situeaza evident pe curba de sinteza Burmester.

Coordonatele date de (6.67) si (6.66), pornind de la primele 6 nivele din vectorii coloana amintiti, ar trebui sa duca printr-o prima ciclare ("i=1...6"; "j=1...6"; "j>i") la ocuparea urmatoarelor 15 nivele (combinari de 6 luate cite 2). Se vor ocupa practic doar urmatoarele 9 nivele deoarece prin gruparile de contrapoli in patrulatere (conform fig. 2.10/2.11), prin prelungirea a cite doua laturi opuse, se obtine un acelasi pol "Qij" apartinind curbei de sinteza. Polii "Qij" fiind in numar de 6, rezulta ca dupa prima ciclare a relatiilor (6.66) si (6.67), in vectorii coloana din memoria calculatorului vor fi ocupate 15 nivele.

La a doua ciclare a relatiilor (6.66) si (6.67) (cu "i=1... 15"; "j=1...15" si "j>i") ar trebui sa se ocupe urmatoarele 105 nivele (combinari de 15 luate cite 2) din vectorii de memorie, dar conform fig.2.10/2.11, ficare din cele 15 puncte de la care s-a plecat in aceasta ciclare, ar fi obtinut inca de doua ori. Deci practic la aceasta ciclare se vor ocupa urmatoarele 75 de noi nivele (105-2*15) din vectorii de memorie. Vor exista deci memorate dupa ciclarea a doua, in vectorii coloana, 90 de puncte (15+75) de pe curba de sinteza.

Numarul punctelor obtinute pe curba de sinteza, la urmatoarele ciclari, creste, urmind rationamentul de mai sus.

Metoda descrisa are avantaje fata de celelalte expuse in aceasta lucrare in sensul ca este mai rapida neapelind, in fiecare ciclare, la rezolvarea de ecuatii de grad doi/trei si in sensul ca nu obliga la alegerea/calcularea domeniului de ciclare.

Un dezavantaj este acela ca metoda isi incetineste ritmul de obtinere a punctelor/centrelor pe masura ce numarul lor creste, datorita necesitatii compararii solutiei curente cu cele anterioare. Acest dezavantaj nu se evidentiaza pentru mai putin de 100 puncte/centre.

In mod similar cu succesiunea calculului de mai sus, inlocuind (6.64) in ecuatia Perju (2.39), rezulta

$$\begin{aligned}
&y^3\cdot(A\cdot N^3+B\cdot N^2+A\cdot N+B)+\\
&+y^2\cdot[-A\cdot y_i\cdot N^3+(3\cdot A\cdot x_i-2\cdot B\cdot y_i+C+W)\cdot N^2+(2\cdot B\cdot x_i-A\cdot y_i+E)\cdot N+A\cdot x_i+D+W]+\\
&+y\cdot[3\cdot A\cdot y_i^2\cdot N^3+(-6\cdot A\cdot x_i\cdot y_i+B\cdot y_i^2-2\cdot C\cdot y_i-2\cdot W\cdot y_i)\cdot N^2+\\
&\quad+(3\cdot A\cdot x_i^2-2\cdot B\cdot x_i\cdot y_i+2\cdot C\cdot x_i+2\cdot W\cdot x_i-E\cdot y_i+F)\cdot N+B\cdot x_i^2+E\cdot x_i+G]+\\
&+A\cdot(x_i-N\cdot y_i)^3+(C+W)\cdot(x_i-N\cdot y_i)^2+F\cdot(x_i-N\cdot y_i)+H=0
\end{aligned}\tag{6.68}$$

si

$$\begin{aligned}
y_k=&\frac{3\cdot A\cdot y_i\cdot N^3-(3\cdot A\cdot x_i-2\cdot B\cdot y_i+C+W)\cdot N^2-(2\cdot B\cdot x_i-A\cdot y_i+E)\cdot N-A\cdot x_i+D+W}{A\cdot N^3+B\cdot N^2+A\cdot N+B}-\\
&-y_i-y_j
\end{aligned}\tag{6.69}$$

care impreuna cu (6.67), pot urma algoritmul de calcul automatizat, deja expus.

Pentru ecuatia Lichtenheldt (2.7), notind cu

$$N=\frac{X_j-X_i}{Y_j-Y_i}\tag{6.70}$$

si inlocuind

$$X=N\cdot(Y-Y_i)+X_i\tag{6.71}$$

in (2.7), se obtine

$$\begin{aligned}
&Y^3\cdot(N^3+N)+\\
&+Y^2\cdot[-3\cdot Y_i\cdot N^3+(3\cdot X_i-A)\cdot N^2-(Y_i+B)\cdot N+X_i+A]+\\
&+Y\cdot[3\cdot Y_i^2\cdot N^3+(-6\cdot X_i\cdot Y_i+2\cdot A\cdot Y_i)\cdot N^2+(3\cdot X_i^2-2\cdot A\cdot X_i+B\cdot Y_i-C)\cdot N-B\cdot X_i-D]+\\
&+(X_i-N\cdot Y_i)^3-A\cdot(X_i-N\cdot Y_i)^2-C\cdot(X_i-N\cdot Y_i)+E=0
\end{aligned}\tag{6.72}$$

a carei noua solutie este

$$Y_k = \frac{3 \cdot Y_i \cdot N^3 - (3 \cdot X_i - A) \cdot N^2 + (Y_i + B) \cdot N - X_i + A}{N^3 + N} - Y_i - Y_j \qquad (6.73)$$

de care, tinind cont in (6.71), rezulta

$$X_k = (Y_k - Y_i) \cdot N + X_i \qquad (6.74)$$

care impreuna cu (6.73), pot urma algoritmul de calcul automatizat, deja expus.

Pentru ecuatia carteziana cu originea in focar (4.3), procedind ca mai sus, sau facind schimbarile de variabila (4.1) si (4.2), se ajunge la

$$V_k = \frac{3 \cdot V_i \cdot N^3 - (3 \cdot U_i + 2 \cdot A) \cdot N^2 + V_i \cdot N - 2 \cdot A - U_i}{N^3 + N} - V_i - V_j \qquad (6.75)$$

si

$$U_k = (V_k - V_i) \cdot N + U_i \qquad (6.76)$$

care pot urma algoritmul de calcul automatizat, deja expus.

6.5.4. Metoda bazata pe o proprietate a polilor rotatiilor finite

In subcap.2.4.5.4 s-a prezentat metoda Kovacs, prin care se porneste de la patru pozitii impuse elementului mobil si de la lungimea impusa a unei conexiuni "KB(-1)" (manivela/balansierul "AoA/BoB" din fig.2.3). Prin acea metoda se determina pozitiile punctelor figurative ale cuplelor de la capetele conexiunii ("Ao" si "A"/"Bo" si "B"). Acestea sint puncte cercuale ("A"/"B")/centre ("Ao"/"Bo") de pe curbele de sinteza.

Adoptind ca variabila de ciclare, lungimea conexiunii "KB(-1)", prin calcul automatizat, se vor obtine, la fiecare pas al ciclului, cite un punct cercual si cite un centru, aflate in corespondenta.

De fapt, conform subcap.2.4.5.4, intersectia necesara dintre curba de biela a patrulaterului fictiv (o sextica triciclica) si cercul capabil de un anumit unghi fata de conexiunea "KB(-1)" (o conica ciclica), are "0/2/4/6" variante (conform teoremei lui Bezout). Rezulta ca impunind in cadrul unui ciclu, o anumita lungime conexiunii "KB(-1)" amintita mai sus si determinind toate intersectiile reale ale curbei de biela cu cercul, se pot obtine "0/2/4/6" perechi de puncte cercuale si centre aflate in corespondenta.

Insiruirea acestor puncte va conduce la "descrierea" concomitenta a curbei punctelor si a curbei centrelor.

Daca se marcheaza si polii rotatiilor finite "P12, P13, P14, P23, P24, P34" (eventual si "P231, P241, P341"), se va constata ca, prin "P12, P13, P14" trec ambele curbe, iar prin "P23, P24, P34" trece curba centrelor si prin "P231, P241, P341" trece curba punctelor cercuale. In acest fel, se inlatura limita semnalata in studiul bibliografic din subcap.2.4.5.4, putindu-se deci aprecia care cupla de rotatie de la capetele conexiunii "KB(-1)" este "centru"/cupla fixa si care cupla este "punct cercual"/cupla mobila.

Programul de calculator intocmit conform algoritmului descris in subcap.2.4.5.4 si mai sus este mare consumator de timp la rulare, datorita faptului ca in cadrul fiecarui pas la schimbarea lungimii conexiunii "KB(-1)" exista un calcul iterativ de determinare a intersectiilor unei curbe de biela cu un cerc.

Avantajele acestei metode constau in descrierea concomitenta prin puncte si centre, aflate in corespondenta, a ambelor curbe de sinteza si in lipsa obligatiei de a se preciza domeniul in care se doreste reprezentarea curbelor.

Un dezavantaj este acela ca, impunind doar lungimea manivelei/balansierului este posibil ca, destul de "tirziu" la rularea programului sa apara amplasari favorabile ale cuplelor (ex.: articulatia fixa in dreptul "batiului").

6.5.5. Metoda bazata pe ecuatii polare

Euatiile (4.6), (4.9), (6.9)/(6.10), care descriu curbele de sinteza in coordonate polare, pot fi scrise generic sub forma (4.9), procedind in fiecare caz la identificarea adecvata a coeficientilor "a,b,c". Prin simplitatea lor, se recomanda in utilizare, ecuatiile (4.6) si (6.10).

Ca variabila de ciclare se alege unghiul polar "θ". Se calculeaza corespunzator valorile razelor polare cu

$$\rho_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \tag{6.77}$$

Daca "softul" avut la dispozitie are implementat direct lucrul in coordonate polare, se reprezinta punctele de coordonate "ρ1,θ" si "ρ2,θ". In caz contrar, se poate reveni in sistemul cartezian cu relatiile (2.130) si (2.131).

Avantajul metodei consta in rapiditatea posibila la rezolvarea ecuatiei de gradul doi.

Dezavantajul metodei, constatat "practic" de autor, consta in reprezentarea "mai clara" doar a portiunii nemonotone a curbelor de sinteza.

In cap.7 se va demonstra avantajul major al acestei metode, cind originea coordonatelor polare se alege in punctul intermediar de inflexiune (notat cu "I2" in fig.5.3), iar originea de masurare a unghiului polar, se alege ca fiind tangenta in "I2" la curba de sinteza. Acest avantaj ar fi parcurgerea "ordonata" a curbelor de sinteza (pe principiul "vecinitatii"), ceea ce are implicatii deosebite la "zonarea" curbelor in portiuni favorabile, sau nu problemei de sinteza in discutie si la reperezentarea curbelor prin puncte aproximativ "echidistante" (cistig de "claritate").

7. PROGRAME IN LIMBAJELE "BASIC"/"BETA BASIC" /"PASCAL"/"DE ASAMBLARE"/"COD MASINA", CORESPUNZATOARE NOILOR ECUATII SI ELEMENTE GEOMETRICE ALE CURBELOR DE SINTEZA

Daca stadiul actual al sintezei mecanismelor de pozitionare pe baza cercurilor suport (cap.2), a fost "prelucrat" in mod adecvat prin programe de calcul automatizat (cap.3), este normal ca noile ecuatii (cap.4) si elemente geometrice (cap.5), in lumina utilitatilor practice relevate anterior (cap.6), sa isi gaseasca o reflectare corespunzatoare in programe de calculator.

In acest capitol au fost utilizate, in programarea pe calculatoarele personale "TIM-S" / "COBRA" / "HC-85" / "CIP" (compatibile cu familia "SPECTRUM"), limbajul "BASIC", "dialectul" evoluat "BETA BASIC" (pentru unele facilitati simplificatoare si pentru o viteza cu ceva mai mare), limbajul "PASCAL" (pentru viteza marita in detrimentul preciziei), precum si limbajul in "cod masina" (la unele secvente ale "utilitarelor" in scopul maririi vitezei de calcul la cea mai mare valoare posibila pentru microsistemele avute la dispozitie).

Cele ce urmeaza, vor fi expuse in ordinea "necesitatii". De aceea nu trebuie sa surprinda alternanta unor programe dedicate strict studiului curbelor de sinteza, cu programe utilitare create in interes general dar aplicate specific atunci cind "necesitatea" o cere. Aceasta ultima categorie de programe isi are originea in faptul ca utilizatorul tehnicii de calcul (la orice nivel) va fi mereu atras de "mirajul" maririi performantelor dotarii "avute la dispozitie" prin valorificarea la nivel superior a "hard"-ului sau prin "soft" utilitar nou (in completarea celui existent anterior).

Microsistemul "la dispozitie" amintit mai sus, este constituit din calculatorul de tip personal "SPECTRUM 48/128 k", imprimanta "SCAMP RCD 9335", interfata de tip serial "ZX 1 INTERFACE", monitor si casetofon. Cu adaptari, cele ce urmeaza, se pot aplica microsistemelor similare/compatibile.

In unele aplicatii, s-a utilizat, in locul calculatorului amintit si a interfetei aferente, un calculator de tipul "TIM-S", pentru a profita de facilitatile oferite prin interfata de tip paralel inglobata acestuia si de posibilitatea efectuarii

```
 10 REM ************************
    PROGRAM PENTRU DETERMINAREA
    COEFICIENTILOR ECUATIEI CU 7
  COEFICIENTI A CURBEI CENTRELOR
  PE BAZA SETURILOR DE 7 DIN CEI
12 POLI Pij/Qij IN BETABASIC 3.1
********************************
 20 CLEAR #
    FORMAT "T";1200
    OPEN #3;"T"
 30 BORDER 0
    PAPER 0
    INK 0
    OVER 0
    CLS
 40 CSIZE 4,16
 50 PRINT "Program pentru deter
minarea coeficientilor ecuatiei
curbelor Burmester ( metoda 7/12
) cu afisarea rezultatelor la im
primanta";AT 9,10;"TIMP DE RULAR
E  CCA. 6 ORE"
 60 CSIZE 4,8
 70 LPRINT "Determinarea coefic
ientilor"'"ecuatiei cu 7 coefici
enti a"'"curbei centrelor (metod
a 7/12)"
    LPRINT CHR$ 13
 80 LET nrcrt=0
 90 REM ************************
"DATA" CU CELE 4 POZITII IMPUSE
IN ORDINEA x1,x2,x3,x4,y1,y2,y3,
y4 [mm], t1,t2,t3,t4 [grade]
********************************
 100 DATA 30,25.980762,7.7645713
,-21.213203,0,15,28.977775,21.21
3203,58.411864,45.544811,33.1535
77,30.574680
 110 REM CITESTE POZITII IMPUSE
 120 DIM M(3,4)
     RESTORE
 130 FOR I=1 TO 3
 140   FOR J=1 TO 4
 150     READ M(I,J)
 160   NEXT J
 170 NEXT I
 180 LPRINT "Pozitiile impuse"
     LPRINT CHR$ 13
     LPRINT "x1=";M(1,1)'"x2=";M
(1,2)'"x3=";M(1,3)'"x4=";M(1,4)'
"y1=";M(2,1)'"y2=";M(2,2)'"y3=";
M(2,3)'"y4=";M(2,4)'"t1=";M(3,1)
'"t2=";M(3,2)'"t3=";M(3,3)'"t4="
;M(3,4)
     LPRINT CHR$ 13
 190 FOR I=1 TO 4
 200   LET M(3,I)=M(3,I)*PI/180
 210 NEXT I
 220 REM ***********************
CALCULEAZA COORDONATELE POLILOR
            Pij IN R() SI S().
********************************
 230 DIM R(4,4)
     DIM S(4,4)
     DIM T(4,4)
 240 FOR I=1 TO 4
 250   FOR J=1 TO 4
 260     IF J=I THEN GO TO 300
 270     LET T(I,J)=((M(3,J)-M(3
,I)))
 280     LET R(I,J)=((M(1,J)+M(1
,I))*(1-COS T(I,J))-(M(2,J)-M(2,
I))*SIN T(I,J))/(1-COS T(I,J))/2
 290     LET S(I,J)=((M(1,J)-M(1
,I))*SIN T(I,J)+(M(2,J)+M(2,I))*
(1-COS T(I,J)))/(1-COS T(I,J))/2
 300   NEXT J
 310 NEXT I
 320 DIM T(1)
 330 LPRINT "    COORDONATELE POL
ILOR Pij"
     LPRINT CHR$ 13
 340 FOR I=1 TO 4
 350   FOR J=1 TO 4
 360     IF J>I THEN LPRINT "XP"
;I;J;"=";R(I,J)
            LPRINT "YP";I;J;"=";S
(I,J)
 370   NEXT J
 380 NEXT I
 390 REM ***********************
CALCULEAZA COORDONATELE POLILOR
             Qij IN U() SI V().
********************************
 400 DIM U(4,4)
     DIM V(4,4)
 410 FOR I=1 TO 4
 420   FOR J=1 TO 4
 430     IF I=J THEN GO TO 490
 440     KL
 450     LET CONST1=(R(I,K)-R(J,
K))/(S(I,K)-S(J,K))
 460     LET CONST2=(R(J,K)*(S(I
,K)-S(J,K))-S(J,K)*(R(I,K)-R(J,K
)))/(S(I,K)-S(J,K))
 470     LET V(I,J)=(R(J,L)*(S(I
,L)-S(J,L))-S(J,L)*(R(I,L)-R(J,L
))-CONST2*(S(I,L)-S(J,L)))/((S(I
,L)-S(J,L))*CONST1-(R(I,L)-R(J,L
)))
 480     LET U(I,J)=CONST1*V(I,J
)+CONST2
 490   NEXT J
 500 NEXT I
 510 LPRINT CHR$ 13
     LPRINT "   COORDONATELE POL
ILOR Qij"
     LPRINT CHR$ 13
 520 FOR I=1 TO 4
 530   FOR J=1 TO 4
 540     IF J>I THEN LPRINT "XQ"
;I;J;"=";U(I,J)
            LPRINT "YQ";I;J;"=";V
(I,J)
 550   NEXT J
 560 NEXT I
 570 LPRINT CHR$ 13
     LPRINT CHR$ 13
 580 REM ***********************
ORDONAREA COORDONATELOR POLILOR
          Pij/Qij IN W() SI Z().
********************************
 590 DIM W(12)
     DIM Z(12)
     DIM D$(12,3)
 600 RESTORE 610
     FOR I=1 TO 12
       READ D$(I)
     NEXT I
 610 DATA "P12 ","Q12 ","P13 ","
Q13 ","P14 ","Q14 ","P23 ","Q23
","P24 ","Q24 ","P34 ","Q34 "
 620 LET INDEX1=1
     LET INDEX2=1
 630 FOR I=1 TO 4
 640   FOR J=1 TO 4
 650     IF I<J THEN LET W(INDEX
1)=R(I,J)
           LET INDEX1=INDEX1+1
           LET W(INDEX1)=U(I,J)
           LET INDEX1=INDEX1+1
 660     IF I<J THEN LET Z(INDEX
2)=S(I,J)
           LET INDEX2=INDEX2+1
           LET Z(INDEX2)=V(I,J)
           LET INDEX2=INDEX2+1
 670   NEXT J
 680 NEXT I
 690 REM ***********************
OBTINEREA COMBINATIILOR DE CITE
   7 POLI DIN 12 IN VECTORUL DE
                ANAGRAMARE T()
********************************
 700 DIM T(7)
     DIM A(7,7)
     DIM B(7)
 710 FOR K=1 TO 6
 720   FOR L=K+1 TO 7
 730     FOR M=L+1 TO 8
 740       FOR N=M+1 TO 9
 750         FOR O=N+1 TO 10
 760           FOR P=O+1 TO 11
 770             FOR Q=P+1 TO 12
 780               FOR R=1 TO 7
 790                 LET T(1)=K
                     LET T(2)=L
                     LET T(3)=M
                     LET T(4)=N
                     LET T(5)=O
                     LET T(6)=P
                     LET T(7)=Q
 800                 LET A(R,1)=
W(T(R))*(W(T(R))*W(T(R))+Z(T(R))
*Z(T(R)))
                     LET A(R,2)=
Z(T(R))*(Z(T(R))*Z(T(R))+W(T(R))
*W(T(R)))
                     LET A(R,3)=
W(T(R))*W(T(R))
                     LET A(R,4)=
Z(T(R))*Z(T(R))
                     LET A(R,5)=
W(T(R))*Z(T(R))
                     LET A(R,6)=
W(T(R))
                     LET A(R,7)=
Z(T(R))
 810                 LET B(R)=-1
 820               NEXT R
 830               LET nrcrt=nrc
rt+1
 840               SISLIN 7
 850               LPRINT nrcrt;
") COEF. CURBEI CENTRELOR PT."

 860               FOR S=1 TO 7
                     LPRINT D$(T
(S));
                   NEXT S
                   LPRINT CHR$ 1
3
 870               FOR S=1 TO 7
 880                 LPRINT CHR$
(S+64);"=";X(S)
 890               NEXT S
 900               LPRINT CHR$ 1
3
                   LPRINT CHR$ 1
3
 910             NEXT Q
 920           NEXT P
 930         NEXT O
 940       NEXT N
 950     NEXT M
 960   NEXT L
 970 NEXT K
 980 STOP
 990 REM PROCEDURA KL CREAZA VAR
IABILELE K SI L CA FIND INDICII
NEFOLOSITI DIN T(). I,J<=4 SI I<
>J.
1000 DEF PROC KL
1010   LOCAL T,N,C
1020   DIM T(4)
1030   FOR C=1 TO 4
         LET T(C)=C
       NEXT C
1040   LET T(I)=0
       LET T(J)=0
1050   KL_1
```

unor "schimbari" in pseudomemoria "ROM" care este destul de usor accesibila unui operator familiarizat cu acest microsistem.

7.1. Program pentru determinarea coeficientilor curbelor de sinteza pe baza seturilor de cite 7 din cei 12 poli "Pij/Qij"

Descrisa si utilizata deja in subcap.4.3 si 6.4, metoda seturilor de 7 din cei 12 poli "Pij/Qij", este aplicabila ecuatiei cu 7 coeficienti (4.32) a curbei centrelor/punctelor in scopul determinarii coeficientilor amintiti.

Programul din titlu nu a fost scris in mod "conversational" dat fiind timpul lung de rulare. La intocmirea acestui program s-a utilizat "dialectul BETA BASIC".

Instructiunea 90 atrage atentia asupra liniei urmatoare, de tip "DATA", in care trebuie introduse datele de intrare, adica cele patru pozitii impuse sintezei. Calculul coordonatelor polilor rotatiilor finite "Pij" si a coordonatelor polilor "Qij", se efectueaza dupa liniile 220, respectiv 390. La linia 580 se procedeaza la ordonarea coordonatelor celor 12 poli "Pij/Qij" in vederea obtinerii dupa linia 690, prin anagramare, in cicluri incluse, a tuturor celor 792 de combinatii posibile la gruparea acestora in seturi de 7 poli (evident si a coordonatelor corespunzatoare). Pentru fiecare set de 7 poli "Pij/Qij" (deci la fiecare ciclu), se parcurge "procedura" (subrutina) de dupa linia 1190, in care se rezolva sisteme liniare de 7 ecuatii cu 7 necunoscute de tipul (4.25)...(4.31), obtinindu-se ca rezultat setul corespunzator de coeficienti "A,B,E,F,G,H,I" ai ecuatiei cu 7 coeficienti. Asupra rezolvarii sistemelor de ecuatii liniare (metoda "Gauss a pivotului maxim") se va reveni in acest capitol.

Rularea completa a programului dureaza cca. 6 ore, la fiecare cca. 30 secunde rezultind, ca date de iesire spre imprimanta, un set de coeficienti "A,B,E,F,G,H,I". In acest context, microsistemul amintit a fost lasat sa "lucreze" singur, datele necesare fiind "stocate" pe hirtie prin liniile de tip "LPRINT" corespunzatoare.

Pe versoul paginii 173 si in continuare pe cel al paginii

```
1060   LET K=N
1070   KL_1
1080   LET L=N
1090 END PROC
1100 REM PROCEDURA KL_1 E SUBPRO
CEDURA PENTRU KL.
1110 DEF PROC KL_1
1120   LOCAL C
1130   LET C=0
1140   DO
1150     LET C=C+1
1160   LOOP WHILE T(C)=0
1170   LET N=T(C)
       LET T(C)=0
1180 END PROC
1190 REM **********************
 PROCEDURA "SISLIN N" CALCULEAZA
    IN X() SOLUTIILE UNUI SISTEM
  LINIAR DE GR. N CU COEFICIENTI
 IN A() SI TERMENI LIBERI IN B()
********************************
1200 DEF PROC SISLIN N
1210   LOCAL I,J,K,L1,L2,K1,M,RM
AX,AUX,IAUX
1220   DIM X(N)
       DIM Y(N)
       FOR I=1 TO N
         LET Y(I)=I
       NEXT I
1230   TRANSFOR
       REZOLVA
       ORDONARE
1240 END PROC
1250 REM TRANSFOR
1260 DEF PROC TRANSFOR
1270   LET k=n
1280   LET rmax=ABS a(k,k)
1290   LET l1=k
       LET l2=k
1300   FOR i=1 TO k
         FOR j=1 TO k
1310       LET aux=ABS a(i,j)
1320       IF rmax>=aux THEN GO
TO 1350
1330       LET rmax=aux
1340       LET l1=i
           LET l2=j
1350     NEXT j
1360   NEXT i
1370   FOR i=1 TO n
1380     LET aux=a(i,l2)
1390     LET a(i,l2)=a(i,k)
         LET a(i,k)=aux
1400   NEXT i
1410   LET iaux=y(l2)
       LET y(l2)=y(k)
       LET y(k)=iaux
1420   FOR j=1 TO k
         LET aux=a(l1,j)
1430     LET a(l1,j)=a(k,j)
         LET a(k,j)=aux
1440   NEXT j
1450   IF a(k,k)=0 THEN PRINT ''
 INVERSE 1;"ELEMENT NUL PE DIAGO
NALA"
         BEEP 1,-30
         STOP
1460   LET aux=b(l1)
       LET b(l1)=b(k)
       LET b(k)=aux
       LET k1=k-1
1470   FOR i=1 TO k1
         LET b(i)=b(i)-b(k)*a(i,
k)/a(k,k)
1480     FOR j=1 TO k
1490       LET a(i,j)=a(i,j)-a(i
,k)*a(k,j)/a(k,k)
1500     NEXT j
1510   NEXT i
1520   LET k=k-1
1530   IF k<>1 THEN GO TO 1280
1540   IF a(1,1)=0 THEN PRINT ''
 INVERSE 1;"ELEMENT NUL PE DIAGO
NALA"
         BEEP 1,-30
         STOP
1550 END PROC
1560 REM REZOLVA
1570 DEF PROC REZOLVA
1580   LET x(1)=b(1)/a(1,1)
1590   FOR i=2 TO n
         LET x(i)=b(i)
1600     LET k=i-1
1610     FOR j=1 TO k
           LET x(i)=x(i)-a(i,j)*
x(j)
         NEXT j
1620     LET x(i)=x(i)/a(i,i)
       NEXT i
1630 END PROC
1640 REM ORDONARE
1650 DEF PROC ORDONARE
1660   LET m=n-1
1670   LET j=0
1680   FOR k=1 TO m
1690     IF y(k)<=y(k+1) THEN GO
 TO 1710
1700     LET iaux=y(k)
         LET y(k)=y(k+1)
         LET y(k+1)=iaux
         LET aux=x(k)
         LET x(k)=x(k+1)
         LET x(k+1)=aux
         LET j=1
1710   NEXT k
1720   IF j=1 THEN GO TO 1670
1730 END PROC
```

17.4, se expune listingul unei variante a programului (lungime cca. 11000 bytes) comentat mai sus.

Programul a fost rulat pentru "exemplul V" care porneste de la cele patru pozitii specificate in tab.7.1 (extrase din tab.3.1).

Tab.7.1

Poz.	x [mm]	y [mm]	θ [grade]
1	30	0	58.411864
2	25.980762	15	45.544811
3	7.7645713	28.977775	33.153577
4	-21.213203	21.213203	30.574680

Din cele 792 seturi de coeficienti "A,B,E,F,G,H,I" obtinute dupa rulare, se redau in tab.7.2, citeva rezultate. Aparent, prin comparatie cu rezultatele reproduse in tab.4.2 si 4.3, se constata o "instabilitate" a constantei aceluiasi coeficient pentru combinatii diferite ale celor sapte poli "Pij/Qij", precum si diferente relativ mari (uneori sase ordine de marime) intre coeficienti din acelasi set. De asemenea, intre seturile de coeficienti din tab.7.2 exista o "proportionalitate" evidenta.

Tab.7.2

Set de 7 \ Coef.	P12P13P14P23 Q12Q13Q14	P12P13P14P24 Q12Q13Q14	P12P13P14P23 P24Q12Q13
A	0.99114011	0.24048028	1.157249
B	0.44541675	0.10807141	0.52006536
E	-318.02687	-77.162722	-371.32588
F	-107.16308	-26.000917	-125.12284
G	-132.41489	-32.127805	-154.60666
H	21891.275	5311.4592	25560.098
I	4275.4561	1037.3492	4991.9925

Explicatia celor trei observatii se gaseste analizind pozitiile generate pentru verificari in tab.3.1 si sistemul de ecuatii (4.25)...(4.31) din care se calculeaza coeficentii "A,B, E,F,G,H,I". Astfel, oricare patru pozitii din tab.3.1, prin modul in care au fost obtinute, au cele patru puncte determinate de coordonatele "x,y", situate pe un acelasi cerc in jurul originii. In acest caz, originea este un "centru" si apartine, ca atare, "curbei centrelor". Conform subcap.4.2, 5.12 si 5.13, daca originea sistemului de axe apartine unei curbe, atunci ecuatia acesteia are termenul liber nul. Ecuatia cu 7 coeficienti a curbei centrelor (4.32) si sistemul corespunzator (4.25)...(4.31), cu care s-au determinat coeficientii din tab.7.2, au termenul liber unitar. Rezolvarea in aceste conditii a sistemului amintit, conduce la "instabilitatea" semnalata, iar "diferentele" ordinelor de marime reprezinta "tendinta" sistemelor de solutii, ale ecuatiilor (4.25)...(4.31), de a "compensa" existenta unui termen liber unitar in locul unuia "corect" nul (in acest caz), atit in ecuatia (4.32) cit si in sistemul de ecuatii amintit. "Proportionalitatea" intre coeficientii "A,B,E,F,G,H,I", observata mai sus, demonstreaza ca, in fond, s-a analizat o aceeasi curba de sinteza.

Cele semnalate mai sus, arata ca ecuatia cu 7 coeficienti obtinuta (a se vedea subcap.4.3) prin "normalizarea" (aducerea la unitate) termenului liber al cubicei complete (4.13), in scopul unei forme "elegante" a acesteia, este susceptibila la o "perfectionare" asupra careia autorul isi propune sa revina in alta lucrare.

Pentru a demonstra ca in cazul "general" a patru pozitii "oarecare" (pentru care originea nu este un centru, acesta fiind cel mai "probabil" caz "natural"), s-a procedat la "translatarea" originii pentru pozitiile din tab.7.1. Astfel s-a adunat "-100" tuturor absciselor, respectiv, "-50", tuturor ordonatelor (era suficienta o singura astfel de operatie) si in plus s-a adunat "10" tuturor unghiurilor (operatie fara efect la determinarea polilor "Pij/Qij" si a coeficientilor "A,B,E,F,G,H, I", efectuata pentru "a mai schimba numerele"), obtinindu-se pozitiile planului mobil din tab.7.3 (in fond aceleasi cu cele din tab.7.1 in raport cu planul fix, intrucit nu s-a schimbat nimic in pozitia relativa a celor doua plane (cel fix si cel mobil).

Tab.7.3

Poz.	x [mm]	y [mm]	θ [grade]
1	-70	-50	68.411864
2	-74.019238	-35	55.544811
3	-92.2354287	-21.022225	43.153577
4	-121.213203	-28.786797	40.574680

Programul prezentat, a fost rulat cu datele din tab.7.3, din cele 792 seturi de coeficienti "A,B,E,F,G,H,I" fiind reproduse citeva in tab.7.4. Rezultatele din tab.7.4 confirma concluziile din subcap.4.3.1 si 4.3.2. ("stabilitatea" solutiilor si "indiferenta" setului de 7 poli "Pij/Qij" considerat).

Tab.7.4

Set de 7 \\ Coef. \\	P12P13P14P23 Q12Q13Q14	P12P13P14P24 Q12Q13Q14	P12P13P14P23 P24Q12Q13
A	-7.8098253E-6	-7.8098356E-6	-7.8098254E-6
B	-3.5097227E-6	-3.5097267E-6	-3.5097227E-6
E	-0.000012496973	-0.000012499302	-0.000012497001
F	-0.00063852067	-0.00063852247	-0.00063852068
G	-0.00026405954	-0.00026406006	-0.00026405955
H	0.081995764	0.081995735	0.081995764
I	0.015571319	0.015571304	0.015571319

Utilizarea coeficientilor din tab.7.2 sau din tab.7.4 in ecuatia cu 7 coeficienti (4.32) conduce (cel putin in reprezentari grafice pe monitoare/plotere/imprimanta, conform experientei autorului) la o aceeasi curba de sinteza. Utilizarea in sinteza patrupozitionala, a acelorasi seturi de coeficienti, este (foarte probabil) echivalenta (cel putin din punctul de vedere al aspectului curbelor si al dimensiunilor sesizabile cu ochiul liber).

```
  10 REM ************************
 PROGRAM PENTRU TRASAREA A DOUA
CUBICE (a centrelor sub forma cu
 7 coeficienti si hessiana ei)
********************************
  20 PRINT "Forma ecuatiei cu 7
coeficienti:"
  30 PRINT "(x^2+y^2)*(A*x+B*y)+
E*x^2+F*x*y+G*y^2+H*x+I*y+1"
  40 INPUT "A=";A: PRINT "A=";A
  50 INPUT "B=";B: PRINT "B=";B
  60 INPUT "E=";E: PRINT "E=";E
  70 INPUT "F=";F: PRINT "F=";F
  80 INPUT "G=";G: PRINT "G=";G
  90 INPUT "H=";H: PRINT "H=";H
 100 INPUT "I=";I: PRINT "I=";I
 110 PRINT "Daca coeficientii si
nt corecti comandati CONTINUE, i
n caz"'"contrar comandati GO TO
40"
 120 PAUSE 60000
 130 REM ***********************
      CALCULUL COEFIC. HESSIANEI
********************************
 140 LET aa=4*H*(3*A*A-B*B)-A*(4
*E*E+3*F*F)+4*B*E*F
 150 LET bb=4*I*(3*A*A-B*B)+B*(F
*F-12*E*E+8*E*G)+4*A*(8*B*H-3*F*
G)
 160 LET cc=4*H*(3*B*B-A*A)+A*(F
*F-12*G*G+8*E*G)+4*B*(8*A*I-3*E*
F)
 170 LET dd=4*I*(3*B*B-A*A)-B*(4
*G*G+3*F*F)+4*A*F*G
 180 LET ee=4*A*H*(3*G-E)+36*A*A
+E*(F*F-4*E*G)+4*I*(2*B*E-3*A*F)
-12*B*B
 190 LET ff=12*(E-G)*(A*I-B*H)+9
6*A*B+F*F*F-4*F*(A*H+B*I+E*G)
 200 LET gg=4*B*I*(3*E-G)+36*B*B
+G*(F*F-4*E*G)+4*H*(2*A*G-3*B*F)
-12*A*A
 210 LET hh=4*A*(3*E+9*G-H*H-3*I
*I)+H*(F*F-4*E*G)+4*B*(2*H*I-3*F
)
 220 LET ii=4*B*(3*G+9*E-I*I-3*H
*H)+I*(F*F-4*E*G)+4*A*(2*H*I-3*F
)
 230 LET jj=4*E*(3*G-I*I)+4*H*(F
*I-G*H)-3*F*F
 240 REM ***********************
SCARA, ORIGINEA, AXELE, CHENARUL
********************************
 250 PRINT "Factor de scara"'"(i
nvers ca in desen):"
 260 INPUT "k=";k: PRINT "k=";k
 270 PRINT "Coordonatele origini
i axelor"'"(preferabil pt. grafi
ca eleganta"'"5<=x0<=250 si 5<=y
0<=170):"
 280 INPUT "x0=";x0: PRINT "x0="
;x0
 290 INPUT "y0=";y0: PRINT "y0="
;y0
 300 CLS
 310 IF x0<5 OR x0>250 OR y0<5 O
R y0>170 THEN GO TO 360
 320 PLOT x0-5,y0: DRAW 10,0
 330 PLOT x0,y0-5: DRAW 0,10
 340 PLOT 250,y0: DRAW 5,0
 350 PLOT x0,170: DRAW 0,5
 360 PLOT 0,0: DRAW 255,0: DRAW
0,175: DRAW -255,0: DRAW 0,-175
 370 REM ***********************
 BALEIEREA PLANULUI DUPA ABSCISA
********************************
 380 FOR x=-x0*k TO (255-x0)*k S
TEP k
 390 LET a3=B: LET a2=A*x+G: LET
 a1=B*x*x+F*x+I: LET a0=A*x*x*x+
E*x*x+H*x+1
 400 GO SUB 720
 410 LET x1=x: LET y1=z1
 420 IF sol=1 THEN GO TO 440
 430 LET x2=x: LET y2=z2: LET x3
=x: LET y3=z3
 440 GO SUB 860
 450 NEXT x
 460 FOR x=-x0*k TO (255-x0)*k S
TEP k
 470 LET a3=dd: LET a2=cc*x+gg:
LET a1=bb*x*x+ff*x+ii: LET a0=aa
*x*x*x+ee*x*x+hh*x+jj
 480 GO SUB 720
 490 LET x1=x: LET y1=z1
 500 IF sol=1 THEN GO TO 520
 510 LET x2=x: LET y2=z2: LET x3
=x: LET y3=z3
 520 GO SUB 860
 530 NEXT x
 540 REM ***********************
BALEIEREA PLANULUI DUPA ORDONATA
********************************
 550 FOR y=-y0*k TO (175-y0)*k S
TEP k
 560 LET a3=A: LET a2=B*y+E: LET
 a1=A*y*y+F*y+H: LET a0=B*y*y*y+
G*y*y+I*y+1
 570 GO SUB 720
 580 LET x1=z1: LET y1=y
 590 IF sol=1 THEN GO TO 610
 600 LET x2=z2: LET y2=y: LET x3
=z3: LET y3=y
 610 GO SUB 860
 620 NEXT y
 630 FOR y=-y0*k TO (175-y0)*k S
TEP k
 640 LET a3=aa: LET a2=bb*y+ee:
LET a1=cc*y*y+ff*y+hh: LET a0=dd
*y*y*y+gg*y*y+ii*y+jj
 650 GO SUB 720
 660 LET x1=z1: LET y1=y
 670 IF sol=1 THEN GO TO 690
 680 LET x2=z2: LET y2=y: LET x3
=z3: LET y3=y
 690 GO SUB 860
 700 NEXT y
 710 STOP
 720 REM ***********************
 REZOLVAREA ECUATIEI DE GRADUL 3
********************************
 730 LET p=-a2*a2/3/a3/a3+a1/a3
 740 LET q=2*a2*a2*a2/27/a3/a3/a
3-a1*a2/3/a3/a3+a0/a3
 750 LET ex=q*q/4+p*p*p/27
 760 IF ex>0 THEN GO TO 830
 770 LET r=SQR (-p/3): LET fi=AC
S (-q/2/r/r/r)
 780 LET z1=2*r*COS (fi/3)-a2/3/
a3
 790 LET z2=2*r*COS ((fi+2*PI)/3
)-a2/3/a3
 800 LET z3=2*r*COS ((fi+4*PI)/3
)-a2/3/a3
 810 LET sol=3
 820 GO TO 850
 830 LET z1=(SGN (-q/2+SQR ex))*
(ABS (-q/2+SQR ex))^(1/3)+(SGN (
-q/2-SQR ex))*(ABS (-q/2-SQR ex)
)^(1/3)-a2/3/a3
 840 LET sol=1
 850 RETURN
 860 REM ***********************
TRASAREA PROPRIUZISA A CUBICELOR
********************************
 870 IF x1/k+x0<0 OR x1/k+x0>255
 OR y1/k+y0<0 OR y1/k+y0>175 THE
N GO TO 890
 880 PLOT x1/k+x0,y1/k+y0
 890 IF sol=1 THEN GO TO 940
 900 IF x2/k+x0<0 OR x2/k+x0>255
 OR y2/k+y0<0 OR y2/k+y0>175 THE
N GO TO 920
 910 PLOT x2/k+x0,y2/k+y0
 920 IF x3/k+x0<0 OR x3/k+x0>255
 OR y3/k+y0<0 OR y3/k+y0>175 THE
N GO TO 940
 930 PLOT x3/k+x0,y3/k+y0
 940 RETURN
```

7.2. Program pentru reprezentarea grafica a doua cubice

S-a aratat in subcap.5.9.3, ca centrele/punctele de inflexiune ale curbelor de sinteza (cubica "f(x,y)" data spre exemplu de (4.32)), se situeaza printre intersectiile cu hessiana ei (cubica "h(x,y)" data spre exemplu de (5.210)). Aceste intersectii se pot determina din cele doua ecuatii ale curbelor, numai prin metode numerice (spre exemplu prin metoda Newton pentru sisteme de doua ecuatii neliniare). Alegerea punctelor de inflexiune dintre cele de intersectie amintite, se face mai rapid, daca exista o solutie grafica aproximativa, decit prin studiul variatiei expresiei (5.203). De asemenea aceasta solutie aproximativa poate servi, in prima iteratie a metodei numerice, pentru aflarea exacta a coordonatelor punctului de inflexiune.

Avind ecuatia (4.32) a curbei de sinteza cu 7 coeficienti si ecuatia corespunzatoare (5.210) a hessianei, amintite mai sus, s-a procedat la "baleierea" planului "xoy" cu o dreapta variabila paralela cu abscisa/ordonata determinind de fiecare data intersectiile acesteia atit cu hessiana cit si cu curba de sinteza (s-a apelat la metoda descrisa in subcap.6.5.2 care utilizeaza relatiile lui Cardano in rezolvarea ecuatiilor de gradul trei). S-au reprezentat grafic intersectiile astfel obtinute.

Conform algoritmului de mai sus, s-a intocmit un program de calcul in limbaj "BASIC", sub forma conversationala, care incepe (dupa linia 30) cu introducerea celor 7 coeficienti ai curbei de sinteza (rezultati, spre exemplu, din rularea programului prezentat in subcap.7.1). Dupa linia 130 se procedeaza la calculul coeficientilor hessianei. La linia 240 incepe o "discutie" in legatura cu stabilirea factorului de scara, cu alegerea originii axelor si se procedeaza la trasarea reperelor axelor, respectiv a chenarului. Instructiunile 370 si 540 constituie inceputul baleierii planului prin drepte paralele cu ordonata, respectiv cu abscisa (in cicluri corespunzatoare). In aceleasi cicluri, se "formeaza" coeficientii ecuatiilor de gradul trei dati de relatiile (6.54)...(6.61), sau alte relatii similare. Aceste ecuatii se rezolva de fiecare data in subrutina ce incepe la linia 720 (se utilizeaza formulele lui Cardano).

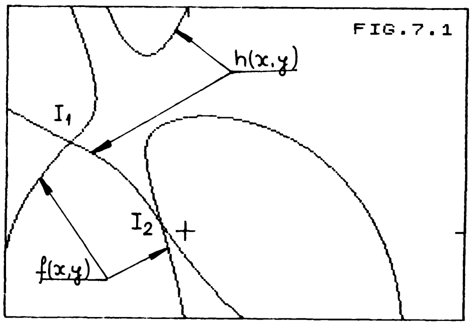


FIG.7.1

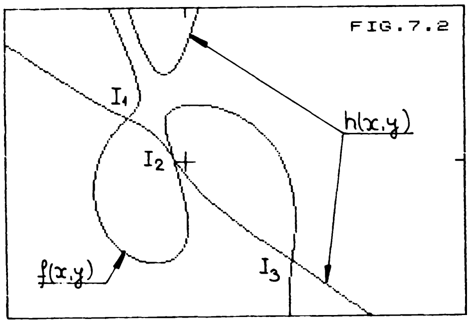


FIG.7.2

BUPT

Rezultatele se reintorc in ciclurile amintite, servind la calculul coordonatelor punctelor de pe curba de sinteza si de pe hessiana ei. Acestea se reprezinta grafic prin subrutina ce incepe la linia 860.

Pe versoul paginii 177 se expune listingul unei variante a programului (lungime 4312 bytes) comentat mai sus.

Programul de mai sus a fost rulat pentru "exemplul V" amintit la subcap.7.1 si avind coeficientii "A,B,E,F,G,H,I" din tab.7.4, rezultind (la scara "k=1") curba centrelor si hessiana corespunzatoare din fig.7.1. Apreciind ca nesatisfacatoare aceasta "imagine" (nu apar toate centrele de inflexiune), s-a procedat la rularea programului cu un coeficient de scara "k=2" obtinindu-se fig.7.2 unde apar toate centrele de inflexiune. S-a considerat in continuare ca si aceasta "imagine" este nesatisfacatoare (mai putin "precisa" decit precedenta), apelind la "ameliorarile" (cresterea rezolutiei) din subcap.7.3.

Remarcabile in programul amintit sint aplicarea metodei dreptelor paralele cu abscisa si ordonata (descrisa in subcap. 6.5.2), precum si corelarea factorului de scara cu pasii ciclarilor tinind cont de rezolutia posibila. Au rezultat astfel (intr-un acelasi numar de pasi: 2*256+2*176, deci intr-un acelasi timp: cca.15 minute) imaginile din fig. 7.1 si 7.2, unde apar in "continuitate" curbele de reprezentat.

Programul prezentat poate fi usor adaptat la trasarea a doua curbe ale centrelor (necesara la determinarea centrelor Burmester). Modificarile constau in anulare instructiunilor din programul comentat mai sus purtind numerele 220...230 si inlocuirea altora cu cele de pe versoul paginii 179 (corespunzatoare ca numar).

Acest program adaptat pentru o sinteza cu centre Burmester, a fost rulat considerind un set de cinci pozitii format din cele patru cuprinse in "exemplul V" (tab.7.1 "ameliorat" in tab.7.3) si o a cincea extrasa tot din tab.3.1 si redata in tab.7.5.

Tab.7.5

Poz.	x [mm]	y [mm]	θ [grade]
5	-7.7645713	28.977775	30.152629

```
  10 REM **********************
 PROGRAM PENTRU TRASAREA A DOUA
CUBICE (ale centrelor sub forma
           cu 7 coeficienti)
********************************
 130 INPUT "AA=";AA: PRINT "AA="
;AA
 140 INPUT "BB=";BB: PRINT "BB="
;BB
 150 INPUT "EE=";EE: PRINT "EE="
;EE
 160 INPUT "FF=";FF: PRINT "FF="
;FF
 170 INPUT "GG=";GG: PRINT "GG="
;GG
 180 INPUT "HH=";HH: PRINT "HH="
;HH
 190 INPUT "II=";II: PRINT "II="
;II
 200 PRINT "Daca coeficientii si
nt corecti comandati CONTINUE, i
n caz"'"contrar comandati GO TO
40"
 210 PAUSE 65535
 240 REM **********************
SCARA, ORIGINEA, AXELE, CHENARUL
********************************
 470 LET a3=BB: LET a2=AA*x+GG:
LET a1=BB*x*x+FF*x+II: LET a0=AA
*x*x*x+EE*x*x+HH*x+1
 640 LET a3=AA: LET a2=BB*y+EE:
LET a1=AA*y*y+FF*y+HH: LET a0=BB
*y*y*y+GG*y*y+II*y+1
```

Bazat pe aceleasi considerente prin care s-a trecut de la tab.7.1 la tab.7.3, cu datele din tab.7.5 s-au obtinut cele din tab.7.6.

Tab.7.6

Poz.	x [mm]	y [mm]	θ [grade]
5	-107.7645713	-21.022225	40.152629

In cadrul sintezei cinci pozitionale, primul set de patru pozitii a fost considerat cel din "exemplul V" (poz. 1,2,3,4 din tab.7.3), iar al doilea set de patru pozitii a fost considerat cel din "exemplul VI" (poz. 1,2,3 din tab.7.3 si poz. 5 din tab.7.6). Pentru "exemplul V", coeficientii curbei centrelor sint cei din tab.7.4, iar pentru "exemplul VI", coeficientii corespunzatori au fost determinati tot prin rularea programului prezentat in subcap.7.1 si s-au redat in tab.7.7.

Tab.7.7

Set de 7 \ Coef.	P12P13P15P23 Q12Q13Q15	P12P13P15P25 Q12Q13Q15	P12P13P15P23 P25Q12Q13
A	-9.2706715E-6	-9.2706824E-6	-9.270674E-6
B	-3.3077985E-6	-3.3078015E-6	-3.307799E-6
E	0.000056929326	0.000056926495	0.00005692863
F	-0.0010702568	-0.0010702588	-0.0010702572
G	-0.00035430409	-0.00035430455	-0.00035430417
H	0.084602683	0.08460265	0.084602675
I	0.010554271	0.010554256	0.010554269

Primele seturi de coeficienti "A,B,E,F,G,H,I" din tab.7.4 respectiv din tab.7.7, au constituit datele de intrare pentru programul adaptat, iar rezultatul rularii (coeficient de scara k=2") este fig.7.3 unde s-au incercuit polii rotatiilor finite comuni "P12,P13,P23", celelalte intersectii fiind centre

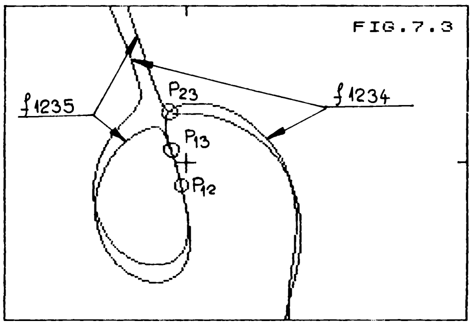


FIG.7.3

Burmester (de asteptat sa existe intrucit s-a plecat in sinteza, de la un mecanism functional care prin pozitiile bielei sale a dat tab.3.1, ("izvorul exemplelor V si VI").

Si din fig.7.3 se poate concluziona ca metoda care a stat la baza programelor prezentate in acest subcapitol are avantajul reprezentarii "in continuitate" a curbelor (tinind cont de factorul de scara si limitele "scenei"=rezolutia disponibila, printr-un numar constant de pasi). Exista in continuare dezavantajul "scenei" prea mici care nu ofera o "imagine de ansamblu, cuprinzatoare", concomitent cu "micile detalii demne a fi remarcate". In subcapitolul urmator se incearca o "imbunatatire" in acest sens.

Programele de mai sus, "scrise" pentru ecuatia cu 7 coeficienti (4.32) si hessiana corespunzatoare (5.210), pot fi usor adaptate pentru oricare dublet format din ecuatia carteziana a curbei de sinteza si hessiana ei: Lichtenheldt (2.7) si (5.206), Perju (2.39) si (5.208), cu originea in focar (4.3) si (5.213).

7.3. Extinderea interpretorului "BASIC" (aplicatie la cresterea rezolutiei)

Problema extinderii interpretorului "BASIC" (studiata in colaborare [M19] de catre autor) se pune in special atunci cind este necesar ca anumite subrutine in cod masina sa fie folosite frecvent iar forma "clasica":

```
[{POKE <adresa>,<parametru>:}] RANDOMIZE USR <adresa_start>
```

ar dauna asupra vitezei de introducere a textului "BASIC", precum si claritatii/elegantei acestuia.

In vasta biblioteca de "software" a calculatoarelor compatibile "SPECTRUM", exista deja citeva programe utilitare care realizeaza extinderea interpretorului "BASIC" (ex: "BLAST COMPILER", "COLT COMPILER", "BASIC EXTENDU", "BETA BASIC", s.a.m.d.).

Prezentul subcapitol isi propune sa descrie o noua metoda de extindere a interpretorului "BASIC" si sa o aplice unui caz concret, oferind o metoda de sporire a posibilitatilor grafice la calculatoarele compatibile "SPECTRUM", prin DUBLAREA REZOLUTIEI la copierea pe imprimanta a memoriei video.

7.3.1. Interpretorul "BASIC"

La calculatoarele compatibile "SPECTRUM", conform [V5] si [L3], modul de functionare al interpretorului "BASIC" este urmatorul:

- Utilizatorul introduce de la tastatura o "tentativa" de linie "BASIC" in zona de editare (care incepe la adresa data de variabila de sistem "E_LINE" (23641)). Aceasta este afisata in partea de jos a ecranului cu cuvintele cheie tiparite in forma lor literala.

- Tastind "ENTER" (ASCII 13), se semnaleaza sfirsitul liniei si se trece la verificarea ei sintactica.

- DACA sintaxa liniei este corecta, ATUNCI ea este copiata din zona de editare in zona de program "BASIC" (care incepe la adresa data de variabila de sistem "PROG" (23635)) corespunzator numarului de linie, SAU daca acesta lipseste, se executa linia ca si o comanda imediata. De asemenea, in aceasta faza are loc si evaluarea constantelor numerice care in zona de program apar ca insiruirea de coduri "ASCII" corespunzatoare cifrelor constantei urmata de codul de control (ASCII 14) si de cinci octeti care formeaza reprezentarea in virgula flotanta a constantei.

- ALTFEL, linia este afisata din nou in partea de jos a ecranului (consola) dar cu markerul de eroare ("?"-pilpiitor) indicind locul unde a fost detectata eroarea. Adresa caracterului de dupa markerul de eroare este data de variabila de sistem "XPTR" (23647).

- Odata ce a fost introdus, un program "BASIC" poate fi lansat in executie, fapt semnalizat de starea bitului 7 din variabila de sistem "FLAGS" (23611). Acest al saptelea bit este resetat pentru verificarea sintactica si setat pentru linia in executie.

Din punct de vedere soft, cele doua etape sint partial suprapuse. Mecanismul este oarecum redundant deoarece verificarea sintactica se face si la rularea programului. In acest caz:

- DACA sintaxa unei instructiuni este corecta, ATUNCI se evalueaza si valoarea (nu doar tipul) expresiilor care dau parametrii instructiunii (daca exista) si se executa subrutina de comanda a instructiunii. Apoi se trece la interpretarea urmatoarei instructiuni.

- ALTFEL, interpretorul detecteaza o eroare de tip "NONSENSE IN BASIC" (codul erorii se gaseste in variabila de sistem "ERRNR" (23610)), iar programul se opreste, revenindu-se in modul de editare. Modul de editare este semnalat de bitul 5 din variabila de sistem "FLAGX" (23665). Acest al cincilea bit este resetat pentru modul de editare si setat pentru modul "INPUT".

Atit la verificarea sintactica cit si in executie, detectarea unei erori a instructiunii din programul "BASIC", duce la o secventa de tipul:

```
RST  #08 ; subrutina de tratare a erorilor "BASIC"
DEFB <cod_eroare>
```

Aceasta subrutina face ca stiva masinii sa fie incarcata cu valoarea continuta in variabila de sistem "ERRSP" (23613), iar variabila de sistem "ERRNR" (23610), cu codul erorii. In acest moment, pe stiva se afla o adresa care este intotdeauna "#1303" cind subrutina de tratare a erorii a fost chemata din timpul executiei. Aceasta subrutina poate fi apelata din editor sau din analizorul sintactic, caz in care pe stiva se vor gasi alte valori. Subrutina de tratare a erorii se termina cu un "RET" care dupa cum se stie face ca registrul "PC" sa fie incarcat cu adresa luata de pe stiva (deci programul continua de la adresa respectiva).

Pentru a permite intelegera paragrafelor care urmeaza este necesar sa se mai aminteasca:

- In general, linia este parcursa cu ajutorul subrutinelor "GET_CH" (RST #18) si "NXT_CH" (RST #20), iar adresa caracterului curent este inmagazinata in variabila de sistem "CHRADD" (23645).

- Numarul liniei aflate in executie, este retinut de variabila de sistem "PPC" (23621), iar cel al instructiunii curente din cadrul liniei, in variabila de sistem "SUBPPC" (23623).

7.3.2. Metode cunoscute pentru extinderea interpretorului "BASIC"

Noile instructiuni din "extensie" vor fi privite de interpretorul "BASIC" ca erori de tipul "NONSENSE IN BASIC". Aceste erori trebuie interceptate si cercetate pentru a putea determina daca sint erori propriuzise sau sint extensii de "BASIC". In acest ultim caz extensiile de "BASIC" trebuie verificate sintactic (conform sintaxei impuse de utilizator), iar in executie trebuie chemate subrutinele de comanda a extensiilor (bineinteles, tot scrise de utilizator). In final, controlul trebuie redat interpretorului "BASIC" pentru a prelua instructiunea urmatoare.

Din studiul unor programe utilitare care realizeaza extinderea interpretorului "BASIC", s-au retinut urmatoarele metode:

Interpretorul "BASIC EXTENDU" al firmei "ERE INFORMATIQUE", propune o metoda foarte eleganta de interceptare a erorilor de tip "NONSENSE IN BASIC". Modificind corespunzator valoarea din "ERRSP" se pot intercepta orice erori. Erorile "veritabile" sint tratate in modul obisnuit. Daca sint indeplinite anumite conditii (ex: utilizatorul este in faza de editare, lungimea zonei de editare este nenula, ultima tasta apasata a fost "ENTER", etc.) si functie de starea bitului 7 din "FLAGS", se poate face o discutie care sa duca la tratarea corespunzatoare a noilor instructiuni. O problema destul de dificila, rezolvata cu succes de programatorii firmei "ERE INFORMATIQUE" consta in "aranjarea" corecta a pozitiei si structurii stivei, astfel incit erorile sa fie "deviate" intotdeauna la subrutina de selectare si discutie. Problema este dificila din cauza ca mecanismul de tratare al erorilor lucreaza cu stiva necompensata (nu se pun pe stiva un numar egal de octeti cu cei preluati) iar "ERRSP" puncteaza de regula in virful memoriei (uzual RAMTOP-2). Sintaxa noilor instructiuni este de tipul:

<numar_linie> ! <instructiune> [{<parametru>,}]

Verificarea sintactica se face atit dupa editare cit si la rulare. Sint permise mai multe instructiuni pe aceeasi linie separate de ":". Daca sintaxa este corecta din punctul de vedere al extensiilor, se renunta la caracterul "!" (nu mai apare in zona de program). Noile instructiuni se tasteaza litera cu litera. Dezavantajul principal al metodei consta in discutia extrem de complicata care permite decelarea erorilor fata de extensii. Aceasta duce la o scadere de viteza cind se executa programul in general, nu numai in cazul extensiilor.

Compilatorul "COLT COMPILER" al firmei "HISOFT", conform [*25], si interpretorul "BETA BASIC" al firmei "BETASOFT", conform [*26], se folosesc tot de "ERRSP" pentru devierea tratarii erorii la iesirea din subrutina de la "RST #08", in schimb eroarea din perioada de executie este detectata mult mai simplu. La adresa "#1303" (pe care puncteaza in executie valoarea din "ERRSP") se afla instructiunea "HALT". Aceasta are ca efect oprirea microprocesorului pina la aparitia unei cereri de intrerupere. In mod normal, calculatorul "SPECTRUM" in microprocesorul sau de tip "Z 80" trateaza intreruperea in modul "IM 1" care duce la un restart la adresa "#38" unde se realizeaza scanarea tastaturii si incrementarea valorii din "FRAMES" (23768) pentru ceasul de timp real. Cererea de intrerupere este generata de "ULA" la fiecare 20 msec. sincron cu generarea impulsului de sincronizare cadre din semnalul video. Microprocesorul "Z80" permite, conform [W3], si un mod mult mai "puternic" de intrerupere, "IM 2", in care adresa subrutinei de tratare a intreruperii se gaseste la adresa determinata prin concatenarea registrului "I" (partea semnificativa) cu magistrala de date. Daca vectorizarea tratarii intreruperii se face in "RAM", avem un instrument foarte puternic de interceptare a erorii. Decelarea erorilor de extensii se face mult mai simplu si mai rapid decit in cazul precedent. Deoarece calculatorului "SPECTRUM" ii pot fi atasate la "EXPANSION PORT" dispozitive diverse si deoarece unele din acestea nu decodifica corect semnalele de comanda (in favoarea simplitatii), continutul magistralei de date in momentul cererii de intrerupere nu poate fi stabilit (de regula el este "#FF"). In acest caz se foloseste o tabela de adrese care face ca subrutina de tratare a intreruperii sa fie independenta de partea nesemnificativa a adresei vectorului. Extinderea interpretorului "BETA BASIC" se face pe baza metodei expuse, insa intr-un mod mult mai complet. In cazul compilatorului "COLT", documentatia acestuia descrie o modalitate de ntroducere a unor noi instructiuni, de catre utilizator, pe aza aceleiasi metode.

Compilatorul "BLAST COMPILER" al firmei "O.C.S.S.", conform *27], isi propune sa extinda interpretorul "BASIC" cu citeva nstructiuni, sub forma unor instructiuni speciale de tip "REM" ex:"REM%", "REM!", "REM&"). Unele dintre extensii sint irective ale compilatorului, altele, extensii de "BASIC". etoda este mai simpla dar mai putin eleganta si se bazeaza pe odificarea subrutinei de comanda a instructiunii "REM".

.3.3. O noua metoda de extindere
a interpretorului "BASIC"

Utilizarea interfetei de tip serial "ZX INTERFACE 1", onform [L4], permite o foarte simpla extindere a nterpretorului "BASIC", bazata pe o trasatura a "SHADOW OM"-ului (cei 8 k "ROM" ai interfetei) care in scopul xecutarii noilor instructiuni pentru "MICRODRIVE" (unitatea de emorie pe microcasete), pentru interfata seriala propriuzisa RS232" si pentru "LOCAL AREA NETWORK" (retea de calculatoare), ntercepteaza in modul "HARD" (!!!) erorile care conduc la un fetch" de la adresa "#0008". Dupa decelarea erorilor ropriuzise de instructiunile noi specifice interfetei, are loc evenirea la interpretorul "BASIC" din "ROM"-ul de baza prin ntermediul noii variabile de sistem "VECTOR" (23735) care in od normal contine o adresa din "ROM" (#01F0). Alterind aceasta aloare se poate forta trecerea la subrutinele utilizatorului are realizeaza binecunoscuta separare a erorilor de extensii. ilizatorul trebuie sa prevada un modul de verificare intactica si un modul care contine subrutinele de comanda a oilor instructiuni.

Elementul de noutate al acestei ultime metode il constituie odificarea subrutinei "MAIN EXECUTION" (#12A2 ... #15AE). Acest ucru a fost posibil deoarece aceasta subrutina nu este apelata irect decit din secventa de initializare si astfel a putut fi locatata in "RAM". Aceasta metoda permite dezvoltarea lterioara a unui NOU SISTEM DE OPERARE.

Punctul de plecare al acestei versiuni a fost eliminarea edundantei data de verificarea sintactica. In acest context, interpretorul permite introducerea oricarui text "BASIC", ignorind detectarea unei erori. La executie, erorile sint interceptate prin tratarea intreruperii in "IM 2". Aici se realizeaza o discutie care separa erorile de extensii. Extensiile dau erori de tipul "NONSENSE IN BASIC".

Totusi, in aceasta versiune este prezent un compromis. Astfel, utilizatorul este avertizat in momentul in care incearca sa introduca o linie incorecta din punctul de vedere al "Sinclair BASIC"-ului.

Sintaxa noilor instructiuni este de forma:

<numar_linie> * <cuvint_cheie> [{parametru,}]

Avantajele acestei extensii a interpretorului "BASIC" sint:

- Elimina (mai exact evita) redundanta. Verificarea sintactica se face si la introducera "liniei tentativa" dar detectarea unei erori nu poate opri transferarea liniei in zona de program.
- Este compatibila 100 % cu interpretorul "BASIC".
- Scade riscul iesirii accidentale din modul de extensie.
- Separarea erorilor de extensii este foarte rapida.
- Este quasiindependenta de perifericul atasat la "EXPANSION PORT"

Dezavantajele aceleiasi extensii sint:

- In versiunea curenta exista inca limitari, iar responsabilitatea introducerii corecte a noilor instructiuni, revine in intregime utilizatorului.
- Probabil numele noilor instructiuni nu reflecta pe deplin functiile lor (fapt intilnit si la alte extensii).
- In scopul folosirii memoriei ramase pentru programul "BASIC" in aplicatii mai ample, s-a renuntat la utilizarea atributelor de culoare.

Metoda noua prin care s-a extins interpretorul "BASIC" consta in urmatoarele:

Se genereaza tabela de vectorizare a intreruperii in "IM 2" si se stabileste acest mod de intrerupere (subrutina "EXTON").

Saltul neconditionat la "INIT" determina afisarea mesajului de "copyright" si intrarea in propria subrutina de "MAIN EXECUTION" cu pozitionarea corecta a stivei si a "ERRSP"-ului.

Noua subrutina "MAIN EXECUTION" functioneaza astfel: dupa

```
100 ************************
110 * BASIC EXTENSIONS VBS  *
120 ************************
130 BEEPER EQU  949
140 BORDCR EQU  23624
150 CHRADD EQU  23645
160 ENDMSG EQU  160
170 ERRNR  EQU  23610
180 ERRSP  EQU  23613
190 FP_BC  EQU  #2DA2
200 GET_CH EQU  #18
210 GOTO   EQU  7786
220 INT1   EQU  #38
230 MAIN_1 EQU  #12A9
240 NXT_CH EQU  #20
250 PO_MSG EQU  #0C0A
260 PPC    EQU  23621
270 RAMTOP EQU  23730
280 SCAN   EQU  #24FB
290 SCLEN  EQU  6144
300 STMSG  EQU  #80
310 STRET  EQU  7030
320 XMAX   EQU  511
330 YMAX   EQU  383
340 ************************
350        ORG  #FDFD
360        JP   INT2
370 ************************
380        ORG  #8000
390 S1     DEFS SCLEN
400 S2     DEFS SCLEN
410 S3     DEFS SCLEN
420 S4     DEFS SCLEN
430 ************************
440        ORG  60000
450        ENT  $
460 ************************
470 START  CALL EXTON
480        JP   INIT
490 ************************
500 EXTON  LD   HL,#FE00
510        LD   BC,#00FD
520 EX     LD   (HL),C
530        INC  HL
540        DJNZ EX
550        LD   (HL),C
560        LD   A,#FE
570        LD   I,A
580        IM   2
590        EI
600        RET
610 ************************
620 EXTOFF LD   A,#3E
630        IM   1
640        LD   I,A
650        EI
660        RET
670 ************************
680 ;VARIABILE DE PROGRAM
690 ************************
700 RETAD  DEFW 0
710 Y      DEFW 0
720 X      DEFW 0
730 YC     DEFB 0
740 XC     DEFB 0
750 NEWSN  DEFB 0
760 OLDSN  DEFB 0
770 BUF1   DEFB 0,0,0,0,0,0
780 CYRMSG DEFB STMSG,127
790        DEFM "1988 OMM & VB
S 4SCREEN$ V1.0"
800        DEFB ENDMSG
810 WRNMSG DEFB STMSG
820        DEFM "WARNING EXTEN
SION ASSUMED !"
830        DEFB ENDMSG
840 ************************
850 INT2   EX   (SP),HL
860        LD   (RETAD),HL
870        EX   (SP),HL
880        PUSH AF
890        PUSH BC
900        PUSH DE
910        PUSH HL
920        RST  INT1
930        DI
940        CALL ERROR
950        POP  HL
960        POP  DE
970        POP  BC
980        POP  AF
990        EI
1000       RET
1010 ************************
1020 ERROR LD   HL,(RETAD)
1030       LD   DE,L1303+1
1040       OR   A
1050       SBC  HL,DE
1060       RET  NZ ;NO RTERROR

1070 ************************
1080 RTERR LD   A,(ERRNR)
1090       CP   #0B ;NONSENSE
 IN BASIC
1100       RET  NZ ;TRUE ERROR

1110 ************************
1120 NIB   LD   HL,(CHRADD)
1130       DEC  HL
1140       LD   (CHRADD),HL
1150       RST  GET_CH
1160       CP   "*"
1170       RET  NZ ;TRUE NIB E
RROR
1180 ************************
1190 MYERR CALL MYCOM
1200 ************************
1210       LD   HL,(ERRSP)
1220       LD   SP,HL
1230       LD   DE,L1303
1240       LD   (HL),E
1250       DEC  HL
1260       LD   (HL),D
1270       LD   HL,STRET
1280       PUSH HL
1290       LD   (IY+0),#FF
1300 ;EROARE ANULATA
1310       LD   BC,(PPC)
1320       INC  BC
1330       EI
1340       JP   GOTO
1350 ************************
1360 INIT  LD   HL,(RAMTOP)
1370       LD   (HL),#3E
1380       DEC  HL
1390       LD   SP,HL
1400       DEC  HL
1410       DEC  HL
1420       LD   (ERRSP),HL
1430       CALL CLS1
1440       CALL CLS2
1450       CALL CLS3
1460       CALL CLS4
1470       CALL SQR
1480       LD   DE,CYRMSG
1490       XOR  A
1500       CALL PO_MSG
1510       SET  5,(IY+2);TVFL
1520       JR   L12A9
1530 L12A2 LD   (IY+49),#02
1540       CALL #1795
1550 L12A9 CALL #16B0
1560 L12AC LD   A,#00
1570       CALL #1601
1580       CALL #0F2C
1590       CALL #1B17
1600       BIT  7,(IY+0)
1610       CALL Z,WARN
1620       LD   (IY+0),#FF
1630 ;EROARE ANULATA
1640       BIT  7,(IY+0)
1650       JR   NZ,L12CF
1660       BIT  4,(IY+48)
1670       JR   Z,L1303
1680       LD   HL,(#5C59)
1690       CALL #11A7
1700       LD   (IY+0),#FF
1710       JR   L12AC
1720 L12CF LD   HL,(#5C59)
1730       LD   (#5C5D),HL
1740       CALL #19FB
1750       LD   A,B
1760       OR   C
1770       JP   NZ,L155D
1780       RST  #18
1790       CP   #0D
1800       JR   Z,L12A2
1810       BIT  0,(IY+48)
1820       CALL NZ,#0DAF
1830       CALL #0D6E
1840       LD   A,#19
1850       SUB  (IY+79)
1860       LD   (#5C8C),A
1870       SET  7,(IY+1)
1880       LD   (IY+0),#FF
1890       LD   (IY+10),#01
1900       CALL #1B3A
1910 L1303 HALT
1920       RES  5,(IY+1)
1930       BIT  1,(IY+48)
1940       CALL NZ,#0ECD
1950       LD   A,(#5C3A)
1960       INC  A
1970 L1313 PUSH AF
1980       LD   HL,#0000
1990       LD   (IY+55),H
2000       LD   (IY+38),H
2010       LD   (#5C0B),HL
2020       LD   HL,#0001
2030       LD   (#5C16),HL
2040       CALL #16B0
2050       RES  5,(IY+55)
2060       CALL #0D6E
2070       SET  5,(IY+2)
2080       POP  AF
2090       LD   B,A
2100       CP   #0A
2110       JR   C,L133C
2120       ADD  A,#07
2130 L133C CALL #15EF
2140       LD   A,#20
2150       RST  #10
2160       LD   A,B
2170       LD   DE,#1391
2180       CALL #0C0A
2190       CALL #3B3B
2200       NOP
2210       CALL #0C0A
2220       LD   BC,(#5C45)
2230       CALL #1A1B
2240       LD   A,#2F
2250       RST  #10
2260       LD   C,(IY+13)
2270       LD   B,#00
2280       CALL #1A1B
2290       CALL #1097
2300       LD   A,(#5C3A)
2310       INC  A
2320       JR   Z,L1386
2330       CP   #09
2340       JR   Z,L1373
2350       CP   #15
2360       JR   NZ,L1376
2370 L1373 INC  (IY+13)
2380 L1376 LD   BC,#0003
2390       LD   DE,#5C70
2400       LD   HL,#5C44
2410       BIT  7,(IY+10)
2420       JR   Z,L1384
2430       ADD  HL,BC
```

verificarea sintactica, daca a fost detectata o eroare, aceasta se anuleaza iar anularea este semnalizata acustic si printr-un mesaj de avertizare.

In modul de executie, instructiunea "HALT" de la "L1303" (atentie, eticheta, nu valoare absoluta) duce la asteptarea intreruperii.

Subrutina de tratare a intreruperii ("EXST") realizeaza discutia care identifica noile instructiuni ("CALL ERROR") dupa ce in prealabil a apelat tratarea standard a intreruperii de la "#38".

Discutia de identificare se face in urmatoarea succesiune:

- Daca intreruperea provine de la "HALT"-ul de la "L1303", inseamna ca a fost detectata o eroare in timpul executiei si in acest caz se verifica daca este o eroare de tip "NONSENSE IN BASIC".

- Daca este o eroare de alt tip, tratarea ei se lasa in seama interpretorului "BASIC".

- Daca eroarea este de tip "NONSENSE IN BASIC" si primul caracter din linie este caracterul "*", se anuleaza eroarea in "ERRNR" si se cerceteaza lista noilor instructiuni ("MYCOM"). Daca se depaseste capatul listei, se genereaza o eroare de tip "NONSENSE IN BASIC". Pozitionarea instructiunilor in lista a fost facuta dupa frecventa estimata a utilizarii lor (in scopul cresterii vitezei de lucru).

- Cind a fost identificata o noua instructiune, se apeleaza subrutina de comanda a acesteia. Subrutina, realizeaza preluarea parametrilor, verificindu-le numarul, tipul si intervalul de valori permise. Daca verificarile mentionate dau gres, se genereaza mesaje de eroare corespunzatoare (tipic "NONSENSE IN BASIC" si "INTEGER OUT OF RANGE").

Dupa executia subrutinei de comanda se trece la interpretarea liniei urmatoare ("JP GOTO" (7786)).

Este necesar sa se specifice ca exista unele constringeri care sint limitari ale versiunii curente si nu limitari ale metodei. Versiuni ulterioare pot elimina aceste "neajunsuri":

- Parametrii unei instructiuni noi nu pot fi constante numerice. Aceasta limitare este datorata faptului ca trecerea unei linii in zona de program nu este precedata de adaugarea formei in virgula flotanta a constantelor numerice in cazul cind linia este incorecta pentru "Sinclair BASIC". Se poate folosi

```
2440 L1384  LDDR
2450 L1386  LD   (IY+10),#FF
2460        RES  3,(IY+1)
2470        JP   L12AC
2480 L155D  LD   (#5C49),BC
2490        LD   HL,(#5C5D)
2500        EX   DE,HL
2510        LD   HL,#1555
2520        PUSH HL
2530        LD   HL,(#5C61)
2540        SCF
2550        SBC  HL,DE
2560        PUSH HL
2570        LD   H,B
2580        LD   L,C
2590        CALL #196E
2600        JR   NZ,L157D
2610        CALL #19B8
2620        CALL #19E8
2630 L157D  POP  BC
2640        LD   A,C
2650        DEC  A
2660        OR   B
2670        JR   Z,L15AB
2680        PUSH BC
2690        INC  BC
2700        INC  BC
2710        INC  BC
2720        INC  BC
2730        DEC  HL
2740        LD   DE,(#5C53)
2750        PUSH DE
2760        CALL #1655
2770        POP  HL
2780        LD   (#5C53),HL
2790        POP  BC
2800        PUSH BC
2810        INC  DE
2820        LD   HL,(#5C61)
2830        DEC  HL
2840        DEC  HL
2850        LDDR
2860        LD   HL,(#5C49)
2870        EX   DE,HL
2880        POP  BC
2890        LD   (HL),B
2900        DEC  HL
2910        LD   (HL),C
2920        DEC  HL
2930        LD   (HL),E
2940        DEC  HL
2950        LD   (HL),D
2960 L15AB  POP  AF
2970        JP   L12A2
2980 ************************
2990 MYCOM  EI
3000        RST  NXT_CH
3010        CP   #A9
3020        JP   Z,POINT
3030        CP   #D4
3040        JP   Z,CLOSE
3050        CP   #AA
3060        JP   Z,SCRNS
3070        CP   #D2
3080        JP   Z,ERASE
3090        CP   #DA
3100        JP   Z,PAPER
3110        CP   #D1
3120        JP   Z,MOVE
3130        CP   #E2
3140        JP   Z,STOP
3150        CP   #BB
3160        JP   Z,SQR
3170        RST  #8
3180        DEFB #0B
3190 ************************
3200 POINT  RST  NXT_CH
3210        CALL SCAN
3220        CALL FP_BC
3230        LD   (X),BC
3240        RST  NXT_CH
3250        CALL SCAN
3260        CALL FP_BC
3270        LD   HL,YMAX
3280        OR   A
3290        SBC  HL,BC
3300        LD   (Y),HL
3310        CALL NRSC
3320        CALL CORCUR
3330        LD   A,(NEWSN)
3340        LD   HL,OLDSN
3350        CP   (HL)
3360        JR   Z,P2
3370        LD   A,(OLDSN)
3380        CALL S_TO_M
3390        LD   A,(NEWSN)
3400        LD   (OLDSN),A
3410        CALL M_TO_S
3420 P2     LD   DE,(YC)
3430        CALL PLOTEX
3440        RET
3450 ************************
3460 WARN   LD   A,(BORDCR)
3470        CPL
3480        LD   (BORDCR),A
3490        LD   DE,WRNMSG
3500        XOR  A
3510        CALL PO_MSG
3520        LD   HL,1200
3530        LD   DE,300
3540        CALL BEEPER
3550        LD   A,(BORDCR)
3560        CPL
3570        LD   (BORDCR),A
3580        AND  %00111000
3590        RRCA
3600        RRCA
3610        RRCA
3620        OUT  (254),A
3630        RET
3640 ************************
3650 IAOR   RST  8
3660        DEFB #0A
3670 ************************
3680 NRSC   LD   A,(X+1)
3690        CP   1
3700        JP   Z,SC24
3710        JP   NC,IAOR
3720 SC13   LD   HL,(Y)
3730        LD   DE,YMAX+1
3740        OR   A
3750        SBC  HL,DE
3760        JP   NC,IAOR
3770        LD   HL,(Y)
3780        LD   DE,192
3790        OR   A
3800        SBC  HL,DE
3810        JP   NC,SC3
3820 SC1    LD   A,1
3830        LD   (NEWSN),A
3840        RET
3850 SC3    LD   A,3
3860        LD   (NEWSN),A
3870        RET
3880 SC24   LD   HL,(Y)
3890        LD   DE,YMAX+1
3900        OR   A
3910        SBC  HL,DE
3920        JP   NC,IAOR
3930        LD   HL,(Y)
3940        LD   DE,192
3950        OR   A
3960        SBC  HL,DE
3970        JP   NC,SC4
3980 SC2    LD   A,2
3990        LD   (NEWSN),A
4000        RET
4010 SC4    LD   A,4
4020        LD   (NEWSN),A
4030        RET
4040 ************************
4050 CORCUR LD   A,(X)
4060        LD   (XC),A
4070        LD   HL,(Y)
4080        LD   DE,192
4090        OR   A
4100        SBC  HL,DE
4110        JP   NC,COCU1
4120        LD   A,(Y)
4130        LD   (YC),A
4140        RET
4150 COCU1  LD   A,L
4160        LD   (YC),A
4170        RET
4180 ************************
4190 S_TO_M PUSH BC
4200        PUSH DE
4210        PUSH HL
4220        CALL PUTBAK
4230        LDIR
4240        POP  HL
4250        POP  DE
4260        POP  BC
4270        RET
4280 ************************
4290 M_TO_S PUSH BC
4300        PUSH DE
4310        PUSH HL
4320        CALL PUTBAK
4330        EX   DE,HL
4340        LDIR
4350        POP  HL
4360        POP  DE
4370        POP  BC
4380        RET
4390 ************************
4400 PUTBAK CP   1
4410        JP   Z,PB1
4420        CP   2
4430        JP   Z,PB2
4440        CP   3
4450        JP   Z,PB3
4460        LD   DE,S4
4470        JP   PBK
4480 PB3    LD   DE,S3
4490        JP   PBK
4500 PB2    LD   DE,S2
4510        JP   PBK
4520 PB1    LD   DE,S1
4530 PBK    LD   HL,16384
4540        LD   BC,SCLEN
4550        RET
4560 ************************
4570 PLOTEX PUSH AF
4580        PUSH BC
4590        PUSH DE
4600        PUSH HL
4610        LD   L,D
4620        SRL  L
4630        SRL  L
4640        SRL  L
4650        LD   A,E
4660        SLA  A
4670        SLA  A
4680        AND  %11100000
4690        OR   L
4700        LD   L,A
4710        LD   A,E
4720        SRL  A
4730        SRL  A
4740        SRL  A
4750        AND  %00011000
4760        OR   %01000000
4770        LD   H,A
4780        LD   A,E
4790        AND  %00000111
4800        OR   H
4810        LD   H,A
4820        LD   A,D
4830        AND  %0000111
```

artificiul:

const_numerica = VAL "const_numerica"

ATENTIUNE ! In expresii complicate functia "VAL" poate da surprize ("BUG"-uri din "ROM"-ul calculatorului "Sinclair SPECTRUM").

- Noile instructiuni nu pot fi urmate de alte instructiuni pe aceeasi linie. Motivul este o simplificare care face ca dupa executia unei instructiuni noi, sa se treaca la interpretarea liniei urmatoare, fara a mai verifica prezenta separatorului ":".

- Noile instructiuni nu pot fi date ca si comenzi deoarece nu a fost prevazuta o ramura care sa tina cont de aceasta posibilitate.

- Daca se foloseste o interfata de tip serial "ZX 1 INTERFACE" cu numar de serie mai mare decit 87316, ultima instructiune din program trebuie sa fie o instructiune "normala" (nu o extensie). Altfel, se paraseste modul de extindere intrindu-se in subrutina "MAIN EXECUTION" din "ROM". De asemenea, orice eroare specifica interfetei "ZX 1 INTERFACE" are acelasi efect. Cauzele posibile trebuie cautate in sistemul de operare al interfetei. Remedierea acestui neajuns se face relansind modul de extensie cu "RANDOMIZE USR 6E4".

7.3.4. Aplicarea noii extensii "BASIC" la cresterea rezolutiei

Aplicarea practica a metodei descrise mai sus pentru a extinde interpretorul "BASIC", s-a facut pentru "ameliorarea" posibilitatilor grafice ale microsistemului avut la dispozitie.

In studiul curbelor de sinteza pozitionala a mecanismelor cu bare, s-a facut simtita nevoia (conform subcap.7.2) unei rezolutii grafice superioare celei oferite de calculatorul "SPECTRUM" standard (256*192 pixeli). Deoarece memoria alocata paginii video are o structura fixa (de la "#4000" cu o lungime de 6 kbytes, excluzind atributele de culoare), a fost necesara rezervarea unei zone de patru ori mai mare incepind de la adresa "#8000". In acest mod, "RAMTOP"-ul a fost fixat la adresa

```
4840          LD   B,A
4850          INC  B
4860          XOR  A
4870          SCF
4880 PLEX1    RRA
4890          DJNZ PLEX1
4900          OR   (HL)
4910          LD   (HL),A
4920          POP  HL
4930          POP  DE
4940          POP  BC
4950          POP  AF
4960          RET
4970 ************************
4980 CLOSE    LD   A,(NEWSN)
4990          CALL S_TO_M
5000          RET
5010 ************************
5020 SCRNS    LD   A,(NEWSN)
5030          LD   (OLDSN),A
5040          RST  NXT_CH
5050          CALL SCAN
5060          CALL FP_BC
5070          CALL TESTSN
5080          LD   (NEWSN),A
5090          CALL M_TO_S
5100          RET
5110 ************************
5120 ERASE    RST  NXT_CH
5130          CALL SCAN
5140          CALL FP_BC
5150          CALL TESTSN
5160          CP   1
5170          JR   Z,CLS1
5180          CP   2
5190          JR   Z,CLS2
5200          CP   3
5210          JR   Z,CLS3
5220 CLS4     LD   HL,S4
5230          JR   ER1
5240 CLS3     LD   HL,S3
5250          JR   ER1
5260 CLS2     LD   HL,S2
5270          JR   ER1
5280 CLS1     LD   HL,S1
5290 ER1      XOR  A
5300          LD   (HL),A
5310          LD   D,H
5320          LD   E,L
5330          INC  DE
5340          LD   BC,SCLEN
5350          LDIR
5360          RET
5370 ************************
5380 PAPER    RST  NXT_CH
5390          CALL SCAN
5400          CALL FP_BC
5410          JP   C,IAOR
5420          OR   A
5430          JP   Z,IAOR
5440          CP   3
5450          JP   NC,IAOR
5460          CP   2
5470          JP   Z,PAP_S2
5480 ;
5490 PAP_S1   CALL IN_MG
5500          LD   E,0
5510          LD   B,32
5520 PAP1     PUSH BC
5530          LD   A,1
5540          CALL M_TO_S
5550          CALL TRL
5560          LD   A,2
5570          CALL M_TO_S
5580          CALL TRL
5590          CALL SND_NL
5600          POP  BC
5610          LD   A,E
5620          ADD  A,6
5630          LD   E,A
5640          DJNZ PAP1
5650 ;
5660          LD   E,0
5670          LD   B,32
5680 PAP2     PUSH BC
5690          LD   A,3
5700          CALL M_TO_S
5710          CALL TRL
5720          LD   A,4
5730          CALL M_TO_S
5740          CALL TRL
5750          CALL SND_NL
5760          POP  BC
5770          LD   A,E
5780          ADD  A,6
5790          LD   E,A
5800          DJNZ PAP2
5810          CALL IES_MG
5820          RET
5830 ;
5840 TRL      LD   D,0
5850          LD   B,32
5860 TRL1     PUSH BC
5870          CALL FILBUF
5880          CALL SNDBUF
5890          POP  BC
5900          LD   A,D
5910          ADD  A,8
5920          LD   D,A
5930          DJNZ TRL1
5940          RET
5950 ;
5960 FILBUF   PUSH DE
5970          LD   HL,BUF1
5980          LD   B,6
5990 FLB1     PUSH HL
6000          CALL ADR_2
6010          LD   A,(HL)
6020          POP  HL
6030          LD   (HL),A
6040          INC  HL
6050          INC  E
6060          DJNZ FLB1
6070          POP  DE
6080          RET
6090 ;
6100 SNDBUF   LD   B,8
6110 SDB2     PUSH BC
6120          LD   HL,BUF1
6130          LD   B,6
6140 SDB1     RL   (HL)
6150          RR   C
6160          INC  HL
6170          DJNZ SDB1
6180          SRL  C
6190          SRL  C
6200          LD   A,C
6210          OR   %11000000
6220          CALL SND_A
6230          POP  BC
6240          DJNZ SDB2
6250          RET
6260 ;
6270 ************************
6280 ADR_2    PUSH AF
6290          LD   L,D
6300          SRL  L
6310          SRL  L
6320          SRL  L
6330          LD   A,E
6340          SLA  A
6350          SLA  A
6360          AND  %11100000
6370          OR   L
6380          LD   L,A
6390          LD   A,E
6400          SRL  A
6410          SRL  A
6420          SRL  A
6430          AND  %00011000
6440          OR   %01000000
6450          LD   H,A
6460          LD   A,E
6470          AND  %00000111
6480          OR   H
6490          LD   H,A
6500          POP  AF
6510          RET
6520 ************************
6530 IN_MG    LD   A,#1B
6540          CALL SND_A
6550          LD   A,#47
6560          CALL SND_A
6570          RET
6580 ************************
6590 IES_MG   LD   A,#2D
6600          CALL SND_A
6610          RET
6620 ************************
6630 SND_NL   LD   A,#2F
6640          CALL SND_A
6650          RET
6660 ************************
6670 SND_A    PUSH AF
6680          PUSH BC
6690          PUSH DE
6700          PUSH HL
6710          EXX
6720          PUSH HL
6730          EXX
6740          DI
6750          RST  8
6760          DEFB #1E
6770          EI
6780          EXX
6790          POP  HL
6800          EXX
6810          POP  HL
6820          POP  DE
6830          POP  BC
6840          POP  AF
6850          RET
6860 ************************
6870 MOVE     CALL NXT_CH
6880          CALL SCAN
6890          CALL FP_BC
6900          CALL TESTSN
6910          CALL S_TO_M
6920          RET
6930 ************************
6940 TESTSN   JP   C,IAOR
6950          OR   A
6960          JP   Z,IAOR
6970          CP   5
6980          JP   NC,IAOR
6990          RET
7000 ************************
7010 STOP     CALL EXTOFF
7020          LD   HL,(RAMTOP)
7030          LD   (HL),#3E
7040          DEC  HL
7050          LD   SP,HL
7060          DEC  HL
7070          DEC  HL
7080          LD   (ERRSP),HL
7090          JP   MAIN_1
7100 ************************
7110 SQR      PUSH BC
7120          PUSH HL
7130          LD   HL,S1
7140          LD   A,255
7150          LD   (HL),A
7160          LD   B,7
7170 SQR1     LD   A,128
7180          INC  H
7190          OR   (HL)
7200          LD   (HL),A
7210          DJNZ SQR1
7220 :
7230          LD   HL,S2+31
```

"#8000", calculatorul "SPECTRUM" comportindu-se astfel ca o "masina" de calcul in configuratia cu 16 kbytes "RAM". Partea superioara a memoriei a fost rezervata subrutinelor de extindere si comanda.

Ecranul propriu-zis este folosit ca o fereastra care se "comuta" (automat) in "zona de interes".

Instructiunile noi (ale extensiei) sint:

* POINT <x>,<y>

unde "0<=x<=511" si "0<=y<=383". Aceasta instructiune seteaza un pixel la coordonatele "x,y". Sistemul de coordonate este la fel orientat cu cel al calculatorului "SPECTRUM".

* CLOSE #

Comutarea automata intre ecrane se face doar cind noul pixel care trebuie setat, se afla in alt ecran decit cel curent. Astfel dupa ultima operatie de "plotare" ecranul curent trebuie "fixat" in zona corespunzaroare de memorie. Este tocmai ceea ce realizeaza aceasta instructiune.

* ERASE <numar_ecran>

unde "1<=numar_ecran<=4". Aceasta instructiune sterge ecranul indicat de parametrul intreg "numar_ecran".

* SCREEN$ <numar_ecran>

unde "1<=numar_ecran<=4". Aceasta instructiune "afiseaza" pe monitor ecranul indicat de parametrul intreg "numar_ecran".

* MOVE <numar_ecran>

unde "1<=numar_ecran<=4". Aceasta instructiune copiaza continutul ecranului curent, in ecranul indicat de parametrul intreg "numar_ecran". Cu aceasta instructiune, se permite introducerea in imaginea de inalta rezolutie a unor ecrane prelucrate cu un program de grafica. Pozitia relativa a celor patru ecrane este:

```
7240        LD   A,255
7250        LD   (HL),A
7260        LD   B,7
7270 SQR2   LD   A,1
7280        INC  H
7290        OR   (HL)
7300        LD   (HL),A
7310        DJNZ SQR2
7320 ;
7330        LD   HL,S3+SCLEN-32
7340        LD   A,255
7350        LD   (HL),A
7360        LD   B,7
7370 SQR3   LD   A,128
7380        DEC  H
7390        OR   (HL)
7400        LD   (HL),A
7410        DJNZ SQR3
7420 ;
7430        LD   HL,S4+SCLEN-1
7440        LD   A,255
7450        LD   (HL),A
7460        LD   B,7
7470 SQR4   LD   A,1
7480        DEC  H
7490        OR   (HL)
7500        LD   (HL),A
7510        DJNZ SQR4
7520        POP  HL
7530        POP  BC
7540 ;
7550        RET
7560 ************************
7570 PAP_S2 CALL IN_MG
7580        LD   D,255
7590 ;
7600 PAP2_1 LD   A,2
7610        CALL M_TO_S
7620        CALL TRL_T1
7630        LD   A,4
7640        CALL M_TO_S
7650        CALL TRL_T1
7660        CALL SUBD3
7670        CALL SND_NL
7680 ;
7690        LD   A,2
7700        CALL M_TO_S
7710        CALL TRL_T2
7720        LD   A,4
7730        CALL M_TO_S
7740        CALL TRL_T2
7750        CALL SUBD3
7760        CALL SND_NL
7770 ;
7780        LD   A,2
7790        CALL M_TO_S
7800        CALL TRL_T3
7810        LD   A,4
7820        CALL M_TO_S
7830        CALL TRL_T3
7840        CALL SUBD3
7850        CALL SND_NL
7860 ;
7870        LD   A,2
7880        CALL M_TO_S
7890        CALL TRL_T4
7900        LD   A,4
7910        CALL M_TO_S
7920        CALL TRL_T4
7930        CALL SUBD3
7940        CALL SND_NL
7950 ;
7960        LD   A,2
7970        CALL M_TO_S
7980        CALL TRL_T5
7990        LD   A,4
8000        CALL M_TO_S
8010        CALL TRL_T5
8020        CALL SUBD3
8030        CALL SND_NL
8040 ;
8050        LD   A,D
8060        OR   A
8070        JP   Z,PAP2_5
8080 ;
8090        LD   A,2
8100        CALL M_TO_S
8110        CALL TRL_T6
8120        LD   A,4
8130        CALL M_TO_S
8140        CALL TRL_T6
8150        CALL SUBD3
8160        CALL SND_NL
8170 ;
8180        LD   A,2
8190        CALL M_TO_S
8200        CALL TRL_T7
8210        LD   A,4
8220        CALL M_TO_S
8230        CALL TRL_T7
8240        CALL SUBD3
8250        CALL SND_NL
8260 ;
8270        LD   A,2
8280        CALL M_TO_S
8290        CALL TRL_T8
8300        LD   A,4
8310        CALL M_TO_S
8320        CALL TRL_T8
8330        CALL SUBD3
8340        CALL SND_NL
8350 ;
8360        JP   PAP2_1
8370 ;
8380 PAP2_5 LD   B,192
8390        LD   E,0
8400 PAP2_2 LD   A,2
8410        CALL M_TO_S
8420        LD   D,0
8430        CALL ADR_2
8440        LD   A,(HL)
8450        LD   C,A
8460        SRA  C
8470        LD   A,1
8480        CALL M_TO_S
8490        LD   D,255
8500        CALL ADR_2
8510        LD   A,(HL)
8520        RRA
8530        RR   C
8540        SRA  C
8550        RRA
8560        RR   C
8570        SRA  C
8580        LD   A,C
8590        RRA
8600        RRA
8610        OR   %11000000
8620        CALL SND_AA
8630        INC  E
8640        DJNZ PAP2_2
8650        LD   B,192
8660        LD   E,0
8670 PAP2_3 LD   A,4
8680        CALL M_TO_S
8690        LD   D,0
8700        CALL ADR_2
8710        LD   A,(HL)
8720        LD   C,A
8730        SRA  C
8740        LD   A,3
8750        CALL M_TO_S
8760        LD   D,255
8770        CALL ADR_2
8780        LD   A,(HL)
8790        RRA
8800        RR   C
8810        SRA  C
8820        RRA
8830        RR   C
8840        SRA  C
8850        LD   A,C
8860        RRA
8870        RRA
8880        OR   %11000000
8890        CALL SND_AA
8900        INC  E
8910        DJNZ PAP2_3
8920        CALL SND_NL
8930 ;
8940        LD   D,253
8950 PAP2_4 LD   A,1
8960        CALL M_TO_S
8970        CALL TRL_T7
8980        LD   A,3
8990        CALL M_TO_S
9000        CALL TRL_T7
9010        CALL SUBD3
9020        CALL SND_NL
9030 ;
9040        LD   A,1
9050        CALL M_TO_S
9060        CALL TRL_T8
9070        LD   A,3
9080        CALL M_TO_S
9090        CALL TRL_T8
9100        CALL SUBD3
9110        CALL SND_NL
9120 ;
9130        LD   A,1
9140        CALL M_TO_S
9150        CALL TRL_T1
9160        LD   A,3
9170        CALL M_TO_S
9180        CALL TRL_T1
9190        CALL SUBD3
9200        CALL SND_NL
9210 ;
9220        LD   A,1
9230        CALL M_TO_S
9240        CALL TRL_T2
9250        LD   A,3
9260        CALL M_TO_S
9270        CALL TRL_T2
9280        CALL SUBD3
9290        CALL SND_NL
9300 ;
9310        LD   A,D
9320        CP   1
9330        JP   Z,PAP2_6
9340 ;
9350        LD   A,1
9360        CALL M_TO_S
9370        CALL TRL_T3
9380        LD   A,3
9390        CALL M_TO_S
9400        CALL TRL_T3
9410        CALL SUBD3
9420        CALL SND_NL
9430 ;
9440        LD   A,1
9450        CALL M_TO_S
9460        CALL TRL_T4
9470        LD   A,3
9480        CALL M_TO_S
9490        CALL TRL_T4
9500        CALL SUBD3
9510        CALL SND_NL
9520 ;
9530        LD   A,1
9540        CALL M_TO_S
9550        CALL TRL_T5
9560        LD   A,3
9570        CALL M_TO_S
9580        CALL TRL_T5
9590        CALL SUBD3
9600        CALL SND_NL
9610 ;
9620        LD   A,1
```

```
+-----+-----+
!  1  !  2  !
+-----+-----+
!  3  !  4  !
+-----+-----+
```

* PAPER <scara>

unde "1<=scara<=2". Aceasta instructiune face o copie pe imprimanta, a celor patru ecrane alaturate conform pozitiei relative indicate, la scara specificata de parametrul intreg "scara". Copierea se face pe imprimanta "SCAMP RCD 9335" cu viteza transmiterii de 9600 bps, prin intermediul interfetei seriale "RS 232" din interfata "ZX 1 INTERFACE" (fara care instructiunea nu functioneaza). Se obtine astfel, pe hirtia imprimantei, o imagine de "512*384" puncte la "scara=1" (un pixel de pe ecran este "transpus" intr-un punct pe hirtie) sau "1024*768" puncte la "scara=2" (un pixel de pe ecran este "transpus" in patru puncte alaturate pe hirtie intr-un "careu" cu laturile paralele marginilor formatului).

* SQR

Aceasta instructiune (fara parametrii) are ca efect introducerea unor "coltare" ce permit prin pozitia si orientarea lor, identificarea ecranului curent (ecranul in lucru). De asemenea, la copierea pe imprimanta, permite delimitarea imaginii pe o hirtie de format mai mare.

* STOP

Aceasta instructiune determina iesirea din modul de extensie ("EXOFF").

In cele ce urmeaza , se redau citeva programe utile in faza de "testare", succint comentate:

Programul de urmator traseaza graficul functiei sinus evidentiind astfel modul de functionare al extensiilor. Instructiunea "* PAPER" nu functioneaza decit daca este atasata interfata "ZX 1 INTERFACE". "STOP"-ul de la linia 150 permite raminerea in modul de extensie.

```
        CALL M_TO_S
        CALL TRL_T6
        LD   A,3
        CALL M_TO_S
        CALL TRL_T6
        CALL SUBD3
        CALL SND_NL
        JP   PAP2_4
;
PAP2_6  LD   A,1
        CALL M_TO_S
        CALL TRL_TF
        LD   A,3
        CALL M_TO_S
        CALL TRL_TF
        CALL SND_NL
        CALL IES_MG
        RET
;
TRL_T1  LD   B,192
        LD   E,0
TR1     CALL ADR_2
        LD   A,(HL)
        CALL DOUBLE
        DJNZ TR1
        RET
;
TRL_T2  LD   B,192
        LD   E,0
TR2     CALL ADR_2
        LD   A,(HL)
        RRCA
        RRCA
        RRCA
        CALL DOUBLE
        DJNZ TR2
        RET
;
TRL_T3  LD   B,192
        LD   E,0
TR3     CALL ADR_2
        LD   A,(HL)
        LD   C,A
        DEC  HL
        LD   A,(HL)
        RRA
        RR   C
        LD   A,C
        RLCA
        RLCA
        RLCA
        CALL DOUBLE
        DJNZ TR3
        RET
;
TRL_T4  LD   B,192
        LD   E,0
TR4     CALL ADR_2
        LD   A,(HL)
        RRA
        CALL DOUBLE
        DJNZ TR4
        RET
;
TRL_T5  LD   B,192
        LD   E,0
TR5     CALL ADR_2
        LD   A,(HL)
        RRCA
        RRCA
        RRCA
        RRCA
        CALL DOUBLE
        DJNZ TR5
        RET
;
TRL_T6  LD   B,192
        LD   E,0
TR6     CALL ADR_2
        LD   A,(HL)
        LD   C,A
        DEC  HL
        LD   A,(HL)
        RRA
        RR   C
        RRA
        RR   C
        LD   A,C
        RLCA
        RLCA
        RLCA
        CALL DOUBLE
        DJNZ TR6
        RET
;
TRL_T7  LD   B,192
        LD   E,0
TR7     CALL ADR_2
        LD   A,(HL)
        RRCA
        RRCA
        CALL DOUBLE
        DJNZ TR7
        RET
;
TRL_T8  LD   B,192
        LD   E,0
TR8     CALL ADR_2
        LD   A,(HL)
        RLCA
        RLCA
        RLCA
        CALL DOUBLE
        DJNZ TR8
        RET
;
TRL_TF  LD   B,192
        LD   E,0
TRF     CALL ADR_2
        LD   A,(HL)
        RLCA
        RLCA
        AND  %00000011
        CALL DOUBLE
        DJNZ TRF
        RET
;
DOUBLE  RRA
        RR   C
        SRA  C
        RRA
        RR   C
        SRA  C
        RRA
        RR   C
        SRA  C
        LD   A,C
        RRA
        RRA
        OR   %11000000
        CALL SND_AA
        INC  E
        RET
;
SUBD3   LD   A,D
        SUB  3
        LD   D,A
        RET
;
SND_AA  CALL SND_A
        CALL SND_A
        RET
************************
```

```
10 FOR I=1 TO 4
20 * ERASE I
30 NEXT I
40 * SQR
50 FOR X=0 TO 511
60 LET Y=191+191*SIN (X/511*2*PI)
70 * POINT X,Y
80 NEXT X
90 * CLOSE #
100 FOR I=1 TO 4
110 PAUSE 0
120 * SCREEN$ I
130 NEXT I
140 * PAPER VAL "1"
150 STOP
```

Programul de mai jos permite incarcarea a patru ecrane de pe banda si copierea lor in cele patru ecrane "extinse", urmata de copierea pe imprimanta la "scara=2" si iesirea din modul de extensie.

```
10 FOR I=1 TO 4
20 LOAD "" SCREEN$
30 * MOVE I
40 NEXT I
50 * PAPER VAL "2"
60 * STOP
70 STOP
```

Pentru a "salva" pe banda toate cele patru ecrane, se va utiliza comanda

```
SAVE "nume_fisier" CODE 32768,24576
```

iar pentru a "incarca" de pe banda aceleasi patru ecrane, se va folosi comanda

```
LOAD "nume_fisier" CODE
```

in care poate lipsi numele fisierului daca banda este pozitionata corespunzator.

In "prezenta" extensiei "activate", sint "valabile" toate instructiunile din "BASIC"-ul calculatorului "SPECTRUM", mai putin cele grafice (PLOT, DRAW, CIRCLE, POINT).

In cele de mai sus, s-a prezentat O NOUA METODA DE EXTINDERE A INTERPRETORULUI BASIC care aplicata posibilitatilor grafice ale computerului "ZX SPECTRUM" de 48 K sau 128 K , a condus practic la DUBLAREA REZOLUTIEI. Probabil ca pentru computerul "ZX SPECTRUM" de 128 K (si compatibile) este posibil sa se realizeze, in mod similar, o REZOLUTIE TRIPLA (768*576

```
  10 REM ************************
 PROGRAM PENTRU TRASAREA A DOUA
CUBICE (a centrelor sub forma cu
7 coeficienti si hessiana ei) *4
********************************
 270 PRINT "Coordonatele origini
i axelor"'"(preferabil pt. grafi
ca eleganta"'"5<=x0<=506 si 5<=y
0<=378):"
 310 IF x0<5 OR x0>506 OR y0<5 O
R y0>378 THEN GO TO 360
 321 FOR j=0 TO 10: LET xj=x0-5+
j
 322*POINT VAL "xj",VAL "y0"
 323 NEXT j
 331 FOR j=0 TO 10: LET yj=y0-5+
j
 332*POINT VAL "x0",VAL "yj"
 333 NEXT j
 341 FOR j=0 TO 5: LET xj=506+j
 342*POINT VAL "xj",VAL "y0"
 343 NEXT j
 351 FOR j=0 TO 5: LET yj=378+j
 352*POINT VAL "x0",VAL "yj"
 353 NEXT j
 360*SQR
 380 FOR x=-x0*k TO (511-x0)*k S
TEP k
 460 FOR x=-x0*k TO (511-x0)*k S
TEP k
 550 FOR y=-y0*k TO (383-y0)*k S
TEP k
 630 FOR y=-y0*k TO (383-y0)*k S
TEP k
 705* CLOSE #
 706*SCREEN$ VAL "2"
 707 PRINT AT 1,24;"FIG.7.4"
 708* CLOSE #
 709*SQR
 870 IF x1/k+x0<0 OR x1/k+x0>511
 OR y1/k+y0<0 OR y1/k+y0>383 THE
N GO TO 890
 881 LET xx1=x1/k+x0: LET yy1=y1
/k+y0
 882*POINT VAL "xx1",VAL "yy1"
 900 IF x2/k+x0<0 OR x2/k+x0>511
 OR y2/k+y0<0 OR y2/k+y0>383 THE
N GO TO 920
 911 LET xx2=x2/k+x0: LET yy2=y2
/k+y0
 912*POINT VAL "xx2",VAL "yy2"
 920 IF x3/k+x0<0 OR x3/k+x0>511
 OR y3/k+y0<0 OR y3/k+y0>383 THE
N GO TO 940
 931 LET xx3=x3/k+x0: LET yy3=y3
/k+y0
 932*POINT VAL "xx3",VAL "yy3"
```

pixeli) sau chiar QUADRUPLA (1024*768 pixeli).

Se reda pe versoul paginilor 187...191, programul in limbaj de asamblare (lungime 14352 bytes, mai explicit decit codul masina corespunzator) pentru noua metoda de extindere, in continuare redindu-se "loaderul BASIC" al variantei in cod masina, practic/direct utilizabila (lungime 5535 bytes):

```
10 BORDER 0: PAPER 0: INK 7: CLEAR 32767
20 LOAD ""CODE : CLS : RANDOMIZE USR 6E4
```

7.3.5. Utilizarea rezolutiei marite

Avind "microsistemul" amintit la inceputul cap. 7, incarcat cu "extensia BASIC" prezentata in subcap.7.3.3 (bineinteles "lansata" in executie), s-a procedat la obtinerea unor "desene echivalente" cu fig.7.1/fig.7.2, respectiv fig.7.3, in scopul "claritatii" marite prin cresterea rezolutiei.

Astfel, primul program prezentat in subcap.7.2 a fost "imbunatatit" conform posibilitatilor "extensiei BASIC" din subcap.7.3.4, inlocuind unele instructiuni cu cele de pe versoul paginii 192 corespunzatoare ca numar sau cu grupurile de instructiuni avind "numerotare derivata" (ex:instructiunea 320 este inlocuita de grupul 321, 322, 323, etc.).

Rularea programului prezentat mai sus, cu aceleasi date de intrare ca si primul program prezentat in subcap.7.2 ("exemplul V" din tab.7.3 cu coeficientii "A,B,E,F,G,H,I" din tab.7.4), a condus la fig.7.4 care, comparata cu fig.7.1 (acelasi factor de scara "k=1"), prezinta o "scena" cuadruplata ca suprafata, iar, comparata cu fig.7.2 (factor de scara "k=2"), prezinta o rezolutie dublata. In toate aceste figuri se disting curba centrelor "f(x,y)", hessiana corespunzatoare "h(x,y)" si centrele de inflexiune "I1,I2,I3" semnalate in subcap.5.9 (reprezentate "calitativ" in fig.5.3). Timpul rularii, pentru a obtine "imagini" de acelasi tip ca fig.7.4, este de cca. 55 minute, dar ameliorarea fata de fig.7.1 (timp de rulare cca. 15 minute) este evidenta.

Efectuind aceleasi schimbari amintite mai sus, in al doilea program prezentat in subcap.7.2 (mai putin cu instructiunile 10, unde se adauga pentru "identificare" simbolul "*4", si 707, unde

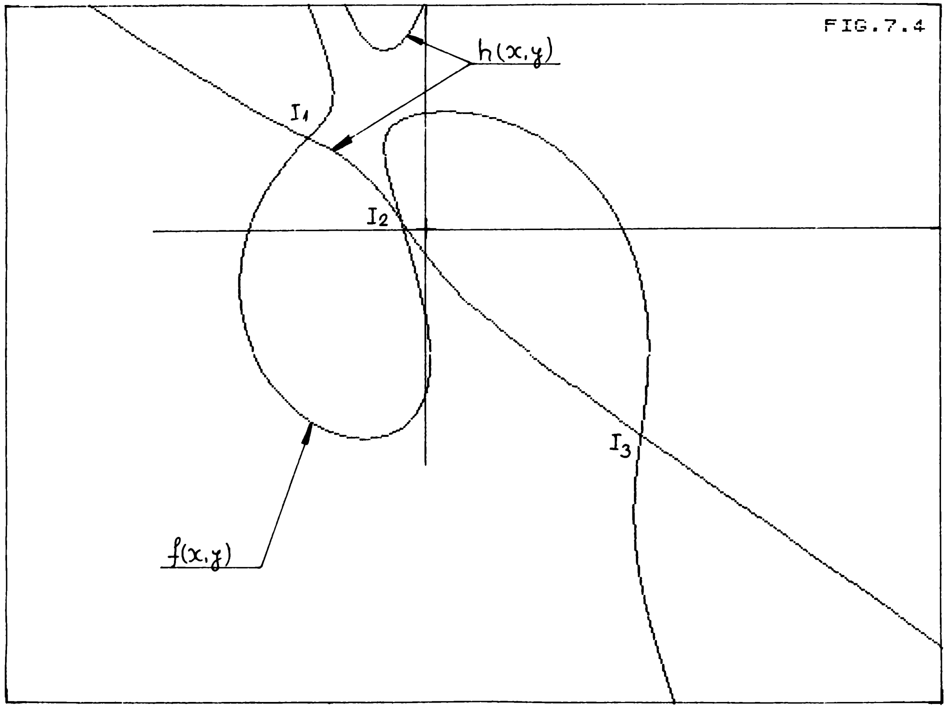


FIG.7.4

se inlocuieste numerotarea "7.4" cu "7.5"), acesta, rulat cu aceleasi date de intrare ("exemplul V" din tab.7.3 cu coeficientii "A,B,E,F,G,H,I" din tab.7.4 si "exemplul VI" format din "poz.1,2,3" din tab.7.3 completat de "poz.5" din tab.7.6 cu coeficientii "A,B,E,F,G,H,I" din tab.7.7, pentru sinteza cinci pozitionala), a condus la fig.7.5 (factor de scara "k=1") care comparata cu fig.7.3 (factor de scara "k=2"), prezinta o "scena" cuadrupla la o rezolutie dubla. In cele doua figuri se disting curbele centrelor "f1234" si "f1235", polii comuni ai rotatiilor finite "P12,P13,P23", celelalte intersectii fiind centrele Burmester (trei se evidentiaza net iar al patrulea este "undeva sub" cei trei poli, intrucit numai asa se pot intersecta "S-ul inflexiunii centrale" de pe "f1234" cu "ramura inchisa", mereu convexa, de pe "f1235").

Atit in fig.7.4 cit si in fig.7.5 s-a pastrat "avantajul" reprezantarii "in continuitate" (prin pixeli adiacenti) a curbelor analizate (claritate, eleganta, etc). La acest avantaj se poate renunta, cu efecte minime negative, daca, in instructiunile 380, 460, 550 si 630, se mareste pasul de ciclare, obtinind concomitent timpi de rulare corespunzatori, micsorati prin patratul maririi pasului.

Asa cum era de asteptat (a se vedea subcap.5.9.3 si subcap.7.2), identificarea pe fig.7.4 a centrelor de inflexiune s-a facut rapid (probabil ramura superioara partial reprezentata a hessianei "h(x,y)" mai intersecteaza intr-un centru curba "f(x,y)", la fel ca o ramura inferioara, ce exista si poate fi evidentiata printr-un factor de scara "k=10", aici "neintrind in cadru", dar acolo sigur nu exista inflexiuni pentru ca "f(x,y)" tinde catre asimptota fara a-si mai schimba curbura).

Tinind cont de faptul ca in fig.7.4 si fig.7.5, factorul de scara este "k=1" (adica, unui mm din "natura" ii corespunde un punct din figura) si ca imprimanta "RCD 9335" scrie cu 72 puncte pe 25.4 mm, rezulta o scara a spatiului "ks=2.8346457 mm/mm" (adica, la 2.8346457 mm din natura, corespunde 1 mm in figura). Aceasta scara a spatiului este definita in sensul disciplinei "MECANISME", inversa fata de sensul dat in cadrul disciplinei "DESEN TEHNIC".

Masuratorile pe fig.7.4 au condus la coordonatele "aparente" din tab.7.8, pentru cele trei centre de inflexiune ale curbei "f(x,y)".

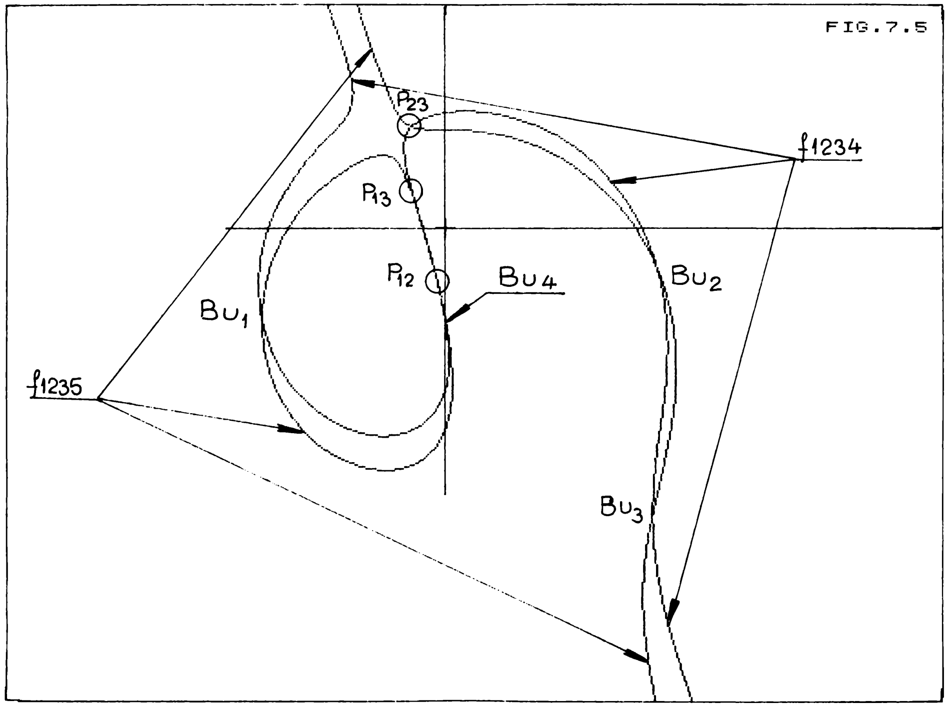


FIG.7.5

Tab.7.8

\ Coord.ap. \ Pct.infl.	x (mm.)	y (mm.)
I1	-22.9	17.1
I2	-4.8	1.2
I3	41.7	-39.6

Conform scarii spatiului mai sus determinata, din coordonatele "aparente", s-au calculat in tab.7.9, coordonatele "reale aproximative" ale acelorasi centre de inflexiune ale curbei "f(x,y)".

Tab.7.9

\ Crd.re.aprx. \ Centr.infl.	x [mm.]	y [mm.]
I1	-64.92	48.47
I2	-13.58	3.40
I3	118.22	-112.26

Tab.7.10

\ Coord.ap. \ Pct.Burm.	x (mm.)	y (mm.)
Bu1	-35.4	-17.3
Bu2	41.6	-8.1
Bu3	40.2	-54.9
Bu4	-0.1	-17.5

Masuratorile pe fig.7.5 au condus la coordonatele "aparente" din tab.7.10, pentru cele patru centre Burmester ale curbelor "f1234" si "f1235" (solutii ale sintezei cincipozitionale corespunzatoare combinatiei "exemplelor V si VI").

Conform scarii spatiului mai sus determinata, din coordonatele "aparente", s-au calculat in tab.7.11, coordonatele "reale aproximative" ale acelorasi centre Burmester ale curbelor "f1234" si "f1235".

Tab.7.11

\ Crd.re.aprx. \ Centr.Burm. \	x [mm.]	y [mm.]
Bu1	-100.35	-49.04
Bu2	117.93	-22.96
Bu3	113.97	-155.64
Bu4	-0.28	-49.61

Trebuie specificat ca programele prezentate in acest capitol, desi au fost "orientate" spre rezultate "grafice", pot fi usor adaptate pentru a "livra" rezultate "analitice" corespunzatoare.

7.4. Program pentru rezolvarea sistemelor de doua ecuatii neliniare prin metoda Newton

Dupa cum era de asteptat, din finalul subcap.7.3, autorul "tinde" sa determine pozitia exacta a centrelor de inflexiune si a centrelor Burmester. In acest context, constatind ca ecuatiile curbelor de sinteza, de ex. (4.32), si a hessianei corespunzatoare, de ex. (5.210), sint cubice definite implicit, s-a ivit necesitatea de a le "intersecta" rezolvind sistemul format de aceste ecuatii. Metoda adoptata a fost cea denumita "Newton" si prezentata in [D16].

Se expune, pe versoul paginii 196, o varianta a programului

```
 15>REM ************************
       PROGRAM PENTRU REZOLVAREA
     SISTEMELOR DE DOUA ECUATII,
      DEFINITE IMPLICIT, CU DOUA
        NECUNOSCUTE, PRIN METODA
                        "NEWTON"
********************************
 20 BORDER 2: PAPER 2: INK 6: C
LS
 30 GO SUB 370: GO SUB 390
 40 IF INKEY$="I" OR INKEY$="i"
 THEN GO SUB 330: GO SUB 370: GO
 SUB 390
 50 IF INKEY$="F" OR INKEY$="f"
 THEN CLS : GO TO 70
 60 GO TO 40
 70 GO SUB 650
 80 GO SUB 230
 90 GO SUB 260
 100 LET x1=x0: LET y1=y0
 110 LET t=1
 120 GO SUB 370
 130 LET j=FN h(x1,y1)*FN k(x1,y
1)-FN j(x1,y1)*FN i(x1,y1)
 140 IF j=0 THEN PRINT AT 16,1;"
solutie ce da J=0";AT 20,1;"apas
a o tasta!": PAUSE 0: CLS : GO T
0 90
 150 LET h=-(FN f(x1,y1)*FN k(x1
,y1)-FN g(x1,y1)*FN i(x1,y1))/j
 160 LET k=-(FN h(x1,y1)*FN g(x1
,y1)-FN j(x1,y1)*FN f(x1,y1))/j
 170 LET x2=x1+h: LET y2=y1+k
 180 GO SUB 410
 190 PRINT AT 21,0;"continuam it
eratia?": PAUSE 0: PRINT AT 21,0
;"                          ": IF IN
KEY$="n" OR INKEY$="N" THEN GO T
0 210
 200 LET t=t+1: LET x1=x2: LET y
1=y2: GO TO 130
 210 GO SUB 510
 220 STOP
 230 REM *INIT. F*
 240 DEF FN f(x,y)=VAL a$: DEF F
N g(x,y)=VAL b$: DEF FN h(x,y)=V
AL c$: DEF FN i(x,y)=VAL d$: DEF
 FN j(x,y)=VAL e$: DEF FN k(x,y)
=VAL f$
 250 RETURN
 260 REM *INPUT S A*
 270 CLS : PRINT AT 6,2;"SOL. AP
ROX.:"
 280 GO SUB 370
 290 PRINT INVERSE 1;AT 8,2;"x0=
 ";: INPUT "x0= ";x0: PRINT INVE
RSE 1;x0
 300 PRINT INVERSE 1;AT 9,2;"y0=
 ";: INPUT "y0= ";y0: PRINT INVE
RSE 1;y0
 310 PAPER 1: INK 6: PAUSE 60
 320 RETURN
 330 CLS : PRINT AT 3,1;"Se cuno
sc F(x,y) si G(x,y) sub  forma i
mplicita";AT 5,1;"se calc F'x;F'
y;G'x;G'y";AT 6,1;"se aproximeaz
a solutia cu X0,Y0";AT 7,1;"calc
ulul iterativ duce la val.  core
ctata ce poate fi recalcu-"
 340 PRINT AT 9,1;"lata pina la
prec. dorita."
 350 PRINT #0;"apasa o tasta!":
PAUSE 0: CLS
 360 RETURN
 370 PRINT AT 0,1;"    METODA NE
WTON PTR. SIST. DE   DOUA ECUATI
I CU DOUA NEC."
 380 RETURN
 390 PRINT AT 8,5;"I INSTRUCTIUN
I";AT 10,5;"F FUNCTII"
 400 RETURN
 410 REM *AFIS. S.*
 420 PRINT AT 15,16;"x";t;"=
    "
 430 PRINT AT 16,16;"y";t;"=
    "
 440 PRINT AT 18,16;"x";t-1;"=
    "
 450 PRINT AT 19,16;"y";t-1;"=
    "
 460 PRINT INVERSE 1;AT 15,16;"x
";t;"=";x2
 470 PRINT INVERSE 1;AT 16,16;"y
";t;"=";y2
 480 PRINT INVERSE 1;AT 18,16;"x
";t-1;"=";x1
 490 PRINT INVERSE 1;AT 19,16;"y
";t-1;"=";y1
 500 RETURN
 510 REM *MENU*
 520 GO SUB 370
 530 PRINT AT 3,18;"V VAL. EC."
 540 PRINT AT 4,18;"D ALTE DATE"
 550 PRINT AT 5,18;"S ALT SISTEM
"
 560 IF INKEY$="V" OR INKEY$="v"
 THEN GO SUB 610
 570 IF INKEY$="D" OR INKEY$="d"
 THEN GO TO 90
 580 IF INKEY$="S" OR INKEY$="s"
 THEN GO TO 10
 590 GO TO 560
 600 RETURN
 610 REM *AFIS VAL. EC *
 620 PRINT INVERSE 1;AT 12,1;"F(
";INT (1000*X2)/1000;",";INT (10
00*Y2)/1000;")= ";FN F(X2,Y2)*(A
BS FN F(X2,Y2)>.000001)
 630 PRINT INVERSE 1;AT 13,1;"G(
";INT (1000*X2)/1000;",";INT (10
00*Y2)/1000;")= ";FN G(X2,Y2)*(A
BS FN G(X2,Y2)>.000001)
 640 RETURN
 650 REM *INTROD. F,G...*
 660 CLS : PRINT AT 0,2;"INTRODU
CETI:";AT 2,1;"F(x,y)=";
 670 INPUT "F(x,y)= ";a$: PRINT
a$
 680 PRINT #0;"CORECT?": PAUSE 1
0: PAUSE 0
 690 IF INKEY$="N" OR INKEY$="n"
 THEN GO TO 660
 700 CLS : PRINT AT 0,2;"INTRODU
CETI:";AT 2,1;"G(x,y)=";
 710 INPUT "G(x,y)= ";b$: PRINT
b$
 720 PRINT #0;"CORECT?": PAUSE 1
0: PAUSE 0
 730 IF INKEY$="N" OR INKEY$="n"
 THEN GO TO 700
 740 CLS : PRINT AT 0,2;"INTRODU
CETI:";AT 2,1;"F'x(x,y)=";
 750 INPUT "F'x(x,y)= ";c$: PRIN
T c$
 760 PRINT #0;"CORECT?": PAUSE 1
0: PAUSE 0
 770 IF INKEY$="N" OR INKEY$="n"
 THEN GO TO 740
 780 CLS : PRINT AT 0,2;"INTRODU
CETI:";AT 2,1;"F'y(x,y)=";
 790 INPUT "F'y(x,y)= ";d$: PRIN
T d$
 800 PRINT #0;"CORECT?": PAUSE 1
0: PAUSE 0
 810 IF INKEY$="N" OR INKEY$="n"
 THEN GO TO 780
 820 CLS : PRINT AT 0,2;"INTRODU
CETI:";AT 2,1;"G'x(x,y)=";
 830 INPUT "G'x(x,y)= ";e$: PRIN
T e$
 840 PRINT #0;"CORECT?": PAUSE 1
0: PAUSE 0
 850 IF INKEY$="N" OR INKEY$="n"
 THEN GO TO 820
 860 CLS : PRINT AT 0,2;"INTRODU
CETI:";AT 2,1;"G'y(x,y)=";
 870 INPUT "G'y(x,y)= ";f$: PRIN
T f$
 880 PRINT #0;"CORECT?": PAUSE 1
0: PAUSE 0
 890 IF INKEY$="N" OR INKEY$="n"
 THEN GO TO 860
 900 RETURN
 910?CDABCD"
 920 PRINT r$;"  EFGHE  p BCDAB
"
 930 PRINT AT 12,4; INK 0;"R";TA
B 20;"E";AT 21,6;"SE INCARCA - A
STEPTATI";AT 12,0
 940 PRINT #0;"VMASOFT": PRINT A
T 18,0
 950 LOAD ""
```

scris in limbajul "BASIC" pe baza algoritmului expus in [D16].

Programul a fost scris la modul "conversational", dupa incarcare autolansindu-se si propunind, in prima faza, "Instructiuni" sau "Executie". Blocul de calcul are nevoie, ca date de intrare, de cele doua functii in "x,y", de primele lor derivate partiale functie de aceleasi variabile si de unul sau mai multe sisteme de solutii aproximative (daca nu se cunoaste un asfel de sistem este mai putin important decit faptul ca in "domeniul" unde se "cauta" solutii, functiile sa fie continue). Calculul decurge iterativ , numarul iteratiilor fiind limitat de catre utilizator. Nu are sens continuarea iteratiilor dupa ce doua sisteme succesive de solutii coincid, aceasta insemnind "atingerea" solutiilor cu precizia maxima a unitati de calcul (limitata prin erorile de trunchiere). In continuare se poate opta pentru calculul valorii functiilor corespunzator solutiilor curente, pentru cautarea altor sisteme de solutii introducind aproximari initiale din alte domenii si pentru introducerea altor functii pentru un nou sistem de ecuatii in vederea rezolvarii (se presupun cunoscute restrictiile de calcul ale interpretorului "BASIC", spre exemplu imposibilitatea de a ridica la putere numere negative, ceea ce inseamna ca la introducerea functiilor de rezolvat se vor utiliza corespunzator functiunile matematice "ABS" si "SGN" sau inmultirile repetate care ofera de fapt cea mai mare precizie).

Programul comentat, a fost rulat, in scopul determinarii centrelor de inflexiune, introducind functia corespunzatoare ecuatiei (4.32) care pentru "exemplul V" are coeficientii din tab.7.4 si functia corespunzatoare ecuatiei (5.210) ai carei coeficienti au fost calculati prin identificare utilizind tot valorile din tab.7.4, obtinindu-se astfel

$$h(x,y) = 6,5419651 \cdot 10^{-11} \cdot x^3 + 9,6835353 \cdot 10^{-11} \cdot x^2 \cdot y + 9,2541636 \cdot 10^{-12} \cdot x \cdot y^2 - 1,492737 \cdot 10^{-12} \cdot y^3 + \\ +3,1138307 \cdot 10^{-9} \cdot x^2 + 1,105977 \cdot 10^{-9} \cdot x \cdot y - 1,2944579 \cdot 10^{-9} \cdot y^2 + 2,7777415 \cdot 10^{-7} \cdot x + 1,6579796 \cdot 10^{-7} \cdot y + \\ +2,6689981 \cdot 10^{-6} = 0 \tag{7.1}$$

Ca sisteme de solutii aproximative, au fost introduse, pe rind, perechile de coordonate din tab.7.9, obtinindu-se, dupa numai patru iteratii (una durind cca. o secunda), valorile exacte (transcrise in tab.7.12) ale coordonatelor centrelor de inflexiune de pe curba centrelor "f(x,y)" corespunzatoare "exemplului V" ("inceput" cu pozitiile din tab.7.3).

Tab.7.12

\ Coord.exacte \----------\ Centr.infl. \	x [mm.]	y [mm.]
I1	-64.350966	49.577303
I2	-13.606436	4.2993748
I3	117.34624	-112.54605

Acelasi program, a fost rulat, in scopul determinarii centrelor Burmester, introducind functiile corespunzatoare ecuatiei (4.32) dintre care cea pentru "exemplul V" are coeficientii din tab.7.4 si cea pentru "exemplul VI" are coeficientii din tab.7.7.

Ca sisteme de solutii aproximative, au fost introduse, pe rind, perechile de coordonate din tab.7.11, obtinindu-se, dupa numai patru/cinci iteratii (o iteratie dureaza cca. o secunda), valorile exacte (transcrise in tab.7.13) ale coordonatelor centrelor Burmester de pe curbele centrelor "f1234" corespunzatoare "exemplului V" ("inceput" cu pozitiile din tab.7.3) si "f1235" corespunzatoare "exemplului VI" ("inceput" cu "poz.1,2,3" din tab.7.3 completate cu "poz.5" din tab.7.6).

Tab.7.13

\ Coord.exacte \----------\ Centr.Burm. \	x [mm.]	y [mm.]
Bu1	-100.00009	-49.999366
Bu2	115.86118	-22.359438
Bu3	113.41174	-157.79925
Bu4	0.000024353932	-50.000181

Avind in vedere coordonatele centrelor Burmester, "Bu1" si

"Bu4", din tab.7.13, precum si "adunarile efectuate pentru a obtine prin tab.7.1 datele din tab.7.3 in subcap.7.1, asociate cu mecanismul patrulater ce a condus (in coordonatele din fig.2.3) la tab.3.1 din care s-a extras tab.7.3, se constata ca aceste centre Burmester sint, dupa cum era de asteptat, chiar articulatiile fixe "Ao" si "Bo". Abaterile acestor coordonate, fata de valorile "intregi" corespunzatoare, ofera o indicatie cantitativa asupra erorilor de calcul cumulate de-a lungul algoritmilor expusi in aceasta lucrare si mai ales asupra "credibilitatii" coordonatelor centrelor de inflexiune din tab.7.12. In ambele cazuri, "zecimea de micrometru" constatata ca abatere, este o eroare inginereste admisibila (avind in vedere dimensiunile mecanismului patrulater care a generat prin pozitiile bielei sale, datele pentru exemplele de calcul abordate).

Trebuie remarcat ca atit sistemul neliniar format din ecuatiile curbei centrelor "f(x,y)" si hessiana "h(x,y)" corespunzatoare, cit si cel format din ecuatiile a doua curbe ale centrelor "f1234" si "f1235", sint (dupa "experienta" in astfel de calcule a autorului) destul de "puternic convergente", in sensul ca sisteme de solutii aproximative, de ordinul "miilor de milimetri", mult "departate" fata de valorile din tab.7.9 si tab.7.11 dar "oarecum intentionat orientate", au condus destul de rapid (in cca. 10...12 iteratii) la aceleasi solutii "exacte" continute in tab.7.12 si tab.7.13. "Experimentele" amintite au fost efectuate si pentru a cauta alte intersectii decit centrele de inflexiune ale curbei centrelor cu hessiana (posibile, conform [V4], dar negasite de autor), respectiv alte intersectii decit centrele Burmester ale curbelor centrelor din sinteza cincipozitionala (cei cite trei poli comuni ai rotatiilor finite, gasiti de autor pe aceasta "cale", cu "erori" de ordinul E-6 fata de coordonatele deduse direct din pozitiile impuse pentru sinteza).

7.5. Utilizarea centrelor/punctelor de inflexiune

O prima utilitate a centrelor de inflexiune este posibilitatea de a putea scrie ecuatia "dreptei inflexiunilor" semnalata in subcap.5.10. Pentru "exemplul V", inlocuind coordonatele centrelor de inflexiune "I1" si "I3" din tab.7.12 in ecuatia (5.215), a unei drepte ce trece prin doua puncte cunoscute, se obtine ecuatia dreptei inflexiunilor

$$0,89227213 \cdot x + y + 7,8412705 = 0 \tag{7.2}$$

care este "foarte bine verificata" de coordonatele centrului de inflexiune "I2" (eroare 1.66E-6), confirmind astfel teorema coliniaritatii celor trei centre/puncte de inflexiune ale curbelor centrelor/punctelor enuntata in subcap.5.10.

O a doua utilitate intrevazuta pentru centrul de inflexiune "intermediar" ("I2" in fig.7.4), este de a scrie ecuatia curbei centrelor sub forma polara cu originea in acest punct si pornind de la unghiul tangentei in "I2" (pentru fig.7.4, in sens orar) cu raza polara curenta, sa se obtina in mod "ordonat" (dupa "principiul vecinatatii") centrele, de pe curba, corespunzatoare unghiului polar curent.

Tangenta intr-un punct (spre exemplu avind coordonatele "xI2,yI2") la o curba definita implicit "f(x,y)" (spre exemplu ecuatia cu 7 coeficienti (4.32)) are, conform [V4] si [I3], o ecuatie de forma

$$(x - x_{I2}) \cdot \frac{\partial f}{\partial x_{I2}} + (y - y_{I2}) \cdot \frac{\partial f}{\partial y_{I2}} = 0 \tag{7.3}$$

in care ecuatia cu 7 coeficienti (4.32) are derivatele partiale

$$\frac{\partial f}{\partial x} = A \cdot (3 \cdot x^2 + y^2) + 2 \cdot B \cdot x \cdot y + 2 \cdot E \cdot x + F \cdot y + H \tag{7.4}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = B \cdot (x^2 + 3 \cdot y^2) + 2 \cdot A \cdot x \cdot y + F \cdot x + 2 \cdot G \cdot y + I \tag{7.5}$$

Valorile derivatelor partiale in punctul "I2", avind coordonatele din tab.7.12, vor fi

$$\frac{\partial f}{\partial x_{I2}} = 0,075519249 \tag{7.6}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y_{I2}} = 0,022058065 \tag{7.7}$$

Inlocuind valorile (7.6) si (7.7) in (7.3), rezulta ecuatia tangentei la curba data de (4.32) cu coeficientii "A,B,E,F,G,H,I" din tab.7.4, sub forma

$$0,075519249 \cdot x + 0,022058065 \cdot y + 0,93271194 = 0 \tag{7.8}$$

Aceasta tangenta face cu abscisa, unghiul

$$\theta_0 = 106,28231° = 1,8549762 \text{ rad} \tag{7.9}$$

Pentru a translata sistemul de axe in "I2", corespunzator ecuatiei cu 7 coeficienti, se va utiliza ecuatia (5.277) in care abscisa de translatie "L" si ordonata de translatie "M" vor lua valorile

$$L = x_{I2} \tag{7.10}$$

$$M = y_{I2} \tag{7.11}$$

din tab.7.12. Cu aceste valori si coeficientii "A,B,E,F,G,H,I" din tab.7.4, inlocuind in (5.277), se obtine

$$\begin{aligned}&(-7,8098253 \cdot 10^{-6} \cdot x - 3,5097227 \cdot 10^{-6} \cdot y) \cdot (x^2 + y^2) + 0,00029120508 \cdot x^2 - 0,00020306449 \cdot y^2 -\\&-0,00061016577 \cdot x \cdot y + 0,075519249 \cdot x + 0,022058064 \cdot y = 0\end{aligned} \tag{7.12}$$

Ecuatia (7.12) reprezinta curba centrelor pentru "exemplul V" (corespunzator pozitiilor de sinteza din tab.7.3), considerind coordonatele carteziene cu originea in centrul intermediar de inflexiune "I2".

Trecerea ecuatiei (7.12) in coordonate polare se face considerind substitutiile (2.130) si (2.131), obtinindu-se

$$\begin{aligned}&\rho^2 \cdot (-7,8098253 \cdot 10^{-6} \cdot \cos\theta - 3,5097227 \cdot 10^{-6} \cdot \sin\theta) +\\&+\rho \cdot (0,00029120508 \cdot \cos^2\theta - 0,00020306449 \cdot \sin^2\theta - 0,00061016577 \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta) +\\&+0,075519249 \cdot \cos\theta + 0,022058064 \cdot \sin\theta = 0\end{aligned} \tag{7.13}$$

Ecuatia (7.13) reprezinta curba centrelor pentru "exemplul (corespunzator pozitiilor de sinteza din tab.7.3), considerind coordonatele polare cu originea in centrul intermediar de inflexiune "I2". Aceasta ecuatie are forma (7.13)

```
 10 REM ************************
 PROGRAM PENTRU TRASAREA CURBEI
 CENTRELOR  sub forma polara cu
 originea in centrul intermediar
de inflexiune, in ciclu FOR-NEXT
********************************
 20 PRINT "Forma ecuatiei polar
e:"
 30 PRINT "(a*RO^2+b*RO+c=0"
 40 PRINT "Inlocuiti in linia 3
80 forma    coeficientilor a, b,
 c"
 50 REM ************************
 SCARA, ORIGINEA, POLUL, SENS DE
        PARCURS, AXELE, CHENARUL
********************************
 60 PRINT "Factor de scara"'"(i
nvers ca in desen):"
 70 INPUT "k=";k: PRINT "k=";k
 80 PRINT "Coordonatele origini
i axelor"'"(preferabil pt. grafi
ca eleganta"'"5<=x0<=506 si 5<=y
0<=378):"
 90 INPUT "x0=";x0: PRINT "x0="
;x0
 100 INPUT "y0=";y0: PRINT "y0="
;y0
 110 PRINT "Coordonatele polului
 (centrul de inflexiune intermed
iar):"
 120 INPUT "xI2=";xI2: PRINT "xI
2=";xI2
 130 INPUT "yI2=";yI2: PRINT "yI
2=";yI2
 140 PRINT "Sensul de parcurs (p
entru sensul trigonometric tasta
ti +1          iar pentru cel or
ar -1"
 150 INPUT "s=";s: PRINT "s=";s
 160 PRINT "Unghiul cu abscisa p
ozitiva al  tangentei in I2 (in
grade):"
 170 INPUT "te0=";te0: PRINT "te
0=";te0
 180 PRINT "Pasul unghiular (gra
de):"
 190 INPUT "pas=";pas
 200 CLS
 210 IF x0<5 OR x0>506 OR y0<5 O
R y0>378 THEN GO TO 400
 220 FOR j=0 TO 10: LET xj=x0-5+
j
 230*POINT VAL "xj",VAL "y0"
 240 NEXT j
 250 FOR j=0 TO 10: LET yj=y0-5+
j
 260*POINT VAL "x0",VAL "yj"
 270 NEXT j
 280 FOR j=0 TO 5: LET xj=506+j
 290*POINT VAL "yi",VAL "y0"
 300 NEXT j
      .. j=0 TO 5: LET yj=378+j
 320*POINT VAL "x0",VAL "yj"
 330 NEXT j
 340 IF xI2/k+x0<1 OR xI2/k+x0>5
10 OR yI2/k+y0<1 OR yI2/k+y0>382
 THEN GO TO 620
 350 FOR j=-1 TO 1
 360 FOR i=-1 TO 1
 370*POINT VAL "xI2/k+x0+i",VAL
"yI2/k+y0+j"
 380 NEXT i
 390 NEXT j
 400*SQR
 410 REM ************************
      BALEIEREA PLANULUI CU RAZA
                          POLARA
********************************
 420 FOR t=te0 TO te0+s*180 STEP
 s*pas
 430 LET te=t*PI/180
 440 LET a=-7.8098253E-6*COS te-
3.5097227E-6*SIN te: LET b=0.000
29120508*(COS te)*(COS te)-0.000
20306449*(SIN te)*(SIN te)-0.000
61016577*(COS te)*(SIN te): LET
c=0.075519255*COS te+0.022058064
*SIN te
 450 LET d=b*b-4*a*c
 460 IF d<0 THEN GO TO 540
 470 LET ro1=(-b+SQR d)/2/a
 480 LET ro2=(-b-SQR d)/2/a
 490 LET x1=ro1*COS te
 500 LET y1=ro1*SIN te
 510 LET x2=ro2*COS te
 520 LET y2=ro2*SIN te
 530 GO SUB 610
 540 NEXT t
 550* CLOSE #
 560*SCREEN$ VAL "2"
 570 PRINT AT 1,24;"FIG.7.6"
 580* CLOSE #
 590*SQR
 600 STOP
 610 REM ************************
  TRASAREA PROPRIUZISA A CURBEI
********************************
 620 IF (x1+xI2)/k+x0<0 OR (x1+x
I2)/k+x0>511 OR (y1+yI2)/k+y0<0
OR (y1+yI2)/k+y0>383 THEN GO TO
650
 630 LET xx1=(x1+xI2)/k+x0: LET
yy1=(y1+yI2)/k+y0
 640*POINT VAL "xx1",VAL "yy1"
 650 IF (x2+xI2)/k+x0<0 OR (x2+x
I2)/k+x0>511 OR (y2+yI2)/k+y0<0
OR (y2+yI2)/k+y0>383 THEN GO TO
680
 660 LET xx2=(x2+xI2)/k+x0: LET
yy2=(y2++yI2)/k+y0
 670*POINT VAL "xx2",VAL "yy2"
 680 RETURN
```

oricare ar fi centrul/punctul de pe curba centrelor/punctelor admis ca origine polara.

In cele ce urmeaza se va incerca a se releva importanta "practica" a ecuatiei curbei centrelor (7.13).

7.6. Utilizarea ecuatiei curbelor de sinteza sub forma polara cu originea in centrul / punctul intermediar de inflexiune

Fiind o ecuatie de gradul doi, forma polara (7.13) sau altele similare, reprezinta o simplificare pentru utilizator, in raport cu oricare din cubicele cartesiene (2.7), (2.39), (4.3), (4.32), etc. In primul rind, viteza algoritmului de rezolvare a ecuatiei de gradul doi este de cca. doua ori mai mare decit a celui pentru rezolvarea ecuatiei de gradul trei (utilizat in programele din subcap.7.2 si 7.3.2). In al doilea rind (acesta fiind "AVANTAJUL PRINCIPAL"), "rotind" raza polara in jurul centrului intermediar de inflexiune "I2", incepind de la unghiul tangentei la curba in "I2" dat de (7.9), pe un interval de 180 grade, cu un "pas" unghiular adecvat, urmind mai intii sensul "trigonometric" (apoi cel orar) si considerind corespunzator mai intii semnul "+" (apoi "-") in fata "radicalului" la rezolvarea ecuatiei (7.13), se obtin centre de pe curba, in ordine, respectind "principiul vecinatatii", incepind de la "distanta infinita" din partea de "sus" pina la "distanta infinita" din partea de "jos". Cu alte cuvinte, curba centrelor este "parcursa de la un capat la celalalt" in mod ordonat.

Se apreciaza ca doar tangenta in centrul/punctul intermediar de inflexiune "I2" si eventual asimptota trecind prin centrul/punctul principal "P" (a se vedea subcap.5.3), sint dreptele care "impart favorabil" (in sensul de mai sus) curba de sinteza.

Conform celor mai sus expuse, s-a intocmit un program, sub forma conversationala, in "BASIC"-ul "extins" conform subcap. 7.3, pentru reprezentarea unei curbe a centrelor utilizind ecuatia de tip (7.13). Ca date de intrare se "cer" coeficientii "a,b,c" ai ecuatiei (7.13), factorul de scara "k", coordonatele originii axelor cartesiene "x0,y0" si ale centrului intermediar

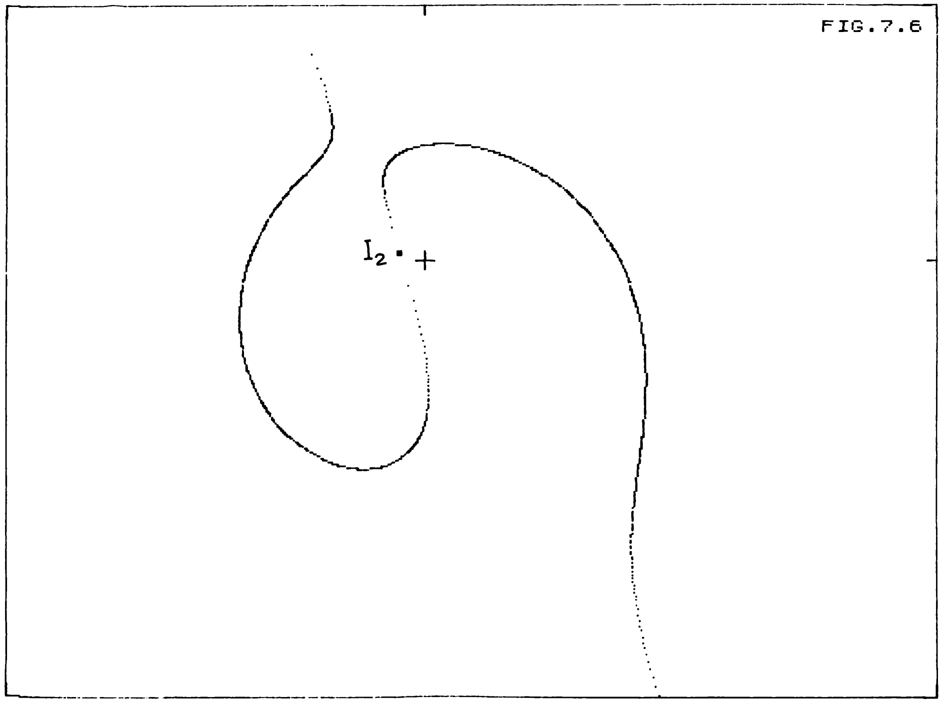


FIG.7.6
I_2

de inflexiune "xI2,yI2", sensul de parcurs "s", unghiul cu abscisa al tangentei in "I2" la curba si pasul unghiular. Pe linga "elemente de grafica" (marcarea axelor si a "polului I2"), programul propriuzis, contine un ciclu de baleiere a planului cu raza polara (adica rezolvare repetata a ecuatiei de gradul doi (7.13), incepind cu linia 410) si o subrutina de trasare (incepind cu linia 610).

Pe versoul paginii 201, se expune listingul unei variante a programului (lungime 2625 bytes) comentat mai sus.

Programul pomenit mai sus a fost rulat pentru "exemplul V" amintit la subcap.7.1 caruia ii corespunde ecuatia (7.9), rezultind in aceleasi conditii dimensionale ca in subcap.7.3.5, curba din fig.7.6. Pasul unghiular utilizat a fost de 0.25 grade, conditie prin care s-a obtinut, in cca. 15 minute de rulare, o curba care, in "majoritatea" lungimii reprezentate, are "claritatea" celor din fig.7.4/fig.7.5.

Prima "tentatie" in continuare, pentru autor, ar fi fost de a "parcurge" curba "de la un capat la celalalt" prin arce (sau cel putin, prin coarde) egale. Nu s-a insistat in acest sens intrucit numarul "pasilor" ar fi fost infinit (remediabil prin parcurgerea de la polul "I2" spre "capete" si limitarea "rezonabila" a numarului de pasi) si pentru ca ciclurile de schimbare a pasului unghiular (mereu variabil in corespondenta cu arcele egale) au condus la timpi de rulare prea mari. Aceasta "cale" va fi parcursa de autor pe un calculator mai performant.

A doua "tentatie", pentru autor, a reprezentat-o faptul ca pe curba centrelor/punctelor SA SE EVIDENTIEZE "ZONELE UTILE" UNUMITOR CONDITII DE SINTEZA. Experientele in sinteza patrupozitionala au condus si la mecanisme patrulater care "permiteau" plasarea elementului condus (biela) in pozitiile de sinteza initial impuse, doar prin "demontare" si "remontare" pentru a putea trece, spre exemplu, "dincolo" de o pozitie "extrema" neimpusa (unele pozitii impuse fiind "de o parte", altele "de cealalta" in raport cu pozitia extrema amintita). "Remediul" consta in alegerea centrelor/punctelor de sinteza "in alta parte" pe curba, cu sansa de a "claca" din nou.

S-a procedat pentru "exemplul V" (cu pozitiile impuse din tab.7.3) la alegerea "cuplei motoare" (punctul figurativ "Ao" din fig.2.3) in chiar centrul Burmester "Bu1" (avind coordonatele in tab.7.13). In mod normal, pozitiile impuse au

```
  10 REM ***********************
  PROGRAM PENTRU TRASAREA CURBEI
  CENTRELOR  sub forma polara cu
 originea in centrul intermediar
de inflexiune,in ciclu FOR-NEXT,
   EVIDENTIINDU-I "ZONELE UTILE"
********************************
  20 DIM x(4): DIM y(4): DIM t(4
): DIM u(4): DIM l(3)
  30 PRINT "Forma ecuatiei polar
e:"
  40 PRINT "(a*RO^2+b*RO+c=0"
  50 PRINT "Inlocuiti in linia 4
90 forma    coeficientilor a, b,
 c , iar in linia 770 caracteris
ticile      conexiunii in raport
 cu care se evidentiaza zonele u
tile ale    curbei centrelor"
  60 PRINT "Introduceti cele 4 p
oz. impuse"
  70 FOR j=1 TO 4
  80 INPUT "x(j)=";x(j): PRINT "
x(";j;")=";x(j)
  90 INPUT "y(j)=";y(j): PRINT "
y(";j;")=";y(j)
 100 INPUT "t(j)=";t(j): PRINT "
t(";j;")=";t(j)
 110 LET u(j)=PI*t(j)/180
 120 NEXT j
 130 REM ***********************
 SCARA, ORIGINEA, POLUL, SENS DE
        PARCURS, AXELE, CHENARUL
********************************
 140 PRINT "Factor de scara"'"(i
nvers ca in desen):"
 150 INPUT "k=";k: PRINT "k=";k
 160 PRINT "Coordonatele origini
i axelor"'"(preferabil pt. grafi
ca eleganta"'"5<=x0<=506 si 5<=y
0<=378):"
 170 INPUT "x0=";x0: PRINT "x0="
;x0
 180 INPUT "y0=";y0: PRINT "y0="
;y0
 190 PRINT "Coordonatele polului
 (centrul de inflexiune intermed
iar):"
 200 INPUT "xI2=";xI2: PRINT "xI
2=";xI2
 210 INPUT "yI2=";yI2: PRINT "yI
2=";yI2
 220 PRINT "Sensul de parcurs (p
entru sensul trigonometric tasta
ti +1          iar pentru cel or
ar -1"
 230 INPUT "s=";s: PRINT "s=";s
 240 PRINT "Unghiul cu abscisa p
ozitiva al  tangentei in I2 (in
grade):"
 250 INPUT "te0=";te0: PRINT "te
0=";te0
 260 PRINT "Pasul unghiular (gra
de):"
 270 INPUT "pas=";pas
 280 LET sgn=1
 290 CLS
 300 IF x0<5 OR x0>506 OR y0<5 O
R y0>378 THEN GO TO 450
 310 FOR j=0 TO 10: LET xj=x0-5+
j
 320*POINT VAL "xj",VAL "y0"
 330 NEXT j
 340 FOR j=0 TO 10: LET yj=y0-5+
j
 350*POINT VAL "x0",VAL "yj"
 360 NEXT j
 370 FOR j=0 TO 5: LET xj=506+j
 380*POINT VAL "xj",VAL "y0"
 390 NEXT j
 400 FOR j=0 TO 5: LET yj=378+j
 410*POINT VAL "x0",VAL "yj"
 420 NEXT j
 430 LET x=0: LET y=0
 440 GO SUB 650
 450*SQR
 460 REM ***********************
     BALEIEREA PLANULUI CU RAZA
                         POLARA
********************************
 470 FOR t=te0 TO te0+s*180 STEP
 s*pas
 480 LET te=t*PI/180
 490 LET a=-7.8098253E-6*COS te-
3.5097227E-6*SIN te: LET b=0.000
29120508*(COS te)*(COS te)-0.000
20306449*(SIN te)*(SIN te)-0.000
61016577*(COS te)*(SIN te): LET
c=0.075519255*COS te+0.022058064
*SIN te
 500 LET d=b*b-4*a*c
 510 IF d<0 THEN GO TO 560
 520 LET ro=(-b+sgn*SQR d)/2/a
 530 LET x=ro*COS te
 540 LET y=ro*SIN te
 550 GO SUB 650
 560 NEXT t
 570 IF sgn=-1 THEN GO TO 590
 580 LET sgn=-1: GO TO 470
 590* CLOSE #
 600*SCREEN$ VAL "2"
 610 PRINT AT 1,24;"FIG.7.7"
 620* CLOSE #
 630*SQR
 640 STOP
 650 REM ***********************
TRASAREA ZONELOR UTILIZABILE SAU
      INUTILIZABILE ALE CURBEI
********************************
 660 LET xB0=x+xI2: LET yB0=y+yI
2
 670 LET x2B0=(xB0-x(2))*COS u(2
)+(yB0-y(2))*SIN u(2)
 680 LET y2B0=-(xB0-x(2))*SIN u(
2)+(yB0-y(2))*COS u(2)
 690 LET x3B0=(xB0-x(3))*COS u(3
)+(yB0-y(3))*SIN u(3)
 700 LET y3B0=-(xB0-x(3))*SIN u(
3)+(yB0-y(3))*COS u(3)
 710 LET xB02=x(1)+x2B0*COS u(1)
-y2B0*SIN u(1)
 720 LET yB02=y(1)+x2B0*SIN u(1)
+y2B0*COS u(1)
 730 LET xB03=x(1)+x3B0*COS u(1)
-y3B0*SIN u(1)
 740 LET yB03=y(1)+x3B0*SIN u(1)
+y3B0*COS u(1)
 750 LET xB1=((xB02*xB02+yB02*yB
02-xB0*xB0-yB0*yB0)*(yB03-yB0)-(
xB03*xB03+yB03*yB03-xB0*xB0-yB0*
yB0)*(yB02-yB0))/((xB02-xB0)*(yB
03-yB0)-(xB03-xB0)*(yB02-yB0))/2
 760 LET yB1=-((xB02*xB02+yB02*y
B02-xB0*xB0-yB0*yB0)*(xB03-xB0)-
(xB03*xB03+yB03*yB03-xB0*xB0-yB0
*yB0)*(xB02-xB0))/((xB02-xB0)*(y
B03-yB0)-(xB03-xB0)*(yB02-yB0))/
2
 770 LET r=30: LET xA0=-100: LET
 yA0=-50: LET xA1=-70: LET yA1=-
50
 780 LET l(1)=SQR ((xB1-xA1)*(xB
1-xA1)+(yB1-yA1)*(yB1-yA1))
 790 LET l(2)=SQR ((xB1-xB0)*(xB
1-xB0)+(yB1-yB0)*(yB1-yB0))
 800 LET l(3)=SQR ((xA0-xB0)*(xA
0-xB0)+(yA0-yB0)*(yA0-yB0))
 810 FOR i=1 TO 2
 820 FOR j=i+1 TO 3
 830 IF l(i)<l(j) THEN GO TO 850
 840 LET l=l(i): LET l(i)=l(j):
LET l(j)=l
 850 NEXT j
 860 NEXT i
 870 IF r+l(3)<l(1)+l(2) THEN GO
 TO 920
 880 IF (x+xI2)/k+x0<0 OR (x+xI2
)/k+x0>511 OR (y+yI2)/k+y0<0 OR
(y+yI2)/k+y0>383 THEN GO TO 990
 890 LET xx=(x+xI2)/k+x0: LET yy
=(y++yI2)/k+y0
 900*POINT VAL "xx",VAL "yy"
 910 GO TO 990
 920 IF (x+xI2)/k+x0<1 OR (x+xI2
)/k+x0>510 OR (y+yI2)/k+y0<1 OR
(y+yI2)/k+y0>382 THEN GO TO 990
 930 LET xx=(x+xI2)/k+x0: LET yy
=(y++yI2)/k+y0
 940 FOR j=-1 TO 1
 950 FOR i=-1 TO 1
 960*POINT VAL "xx+i",VAL "yy+j"
 970 NEXT i
 980 NEXT j
 990 RETURN
```

condus la "butonul manivelei" (in prima pozitie, punctul conjugat figurativ "A1") de coordonate "xA1=-70 mm" si "yA1=-50 mm", corespunzatoare mecanismului manivela-balansier descris in subcap.3.1 care are manivela de 30 mm. In continuare s-a "plimbat" (prin posibilitatea relevata mai sus) cupla fixa a balansierului (centrul figurativ "Bo") "de la un capat la celalalt" al curbei centrelor, calculind de fiecare data coordonatele cuplei mobile a balansierului (in prima pozitie, punctul conjugat figurativ "B1"). Astfel s-au putut calcula si dimensiunile bielei "A1B1", balansierului "BoB1" si batiului "AoBo". S-a impus ca "anumita conditie de sinteza", existenta elementului "AoA1" de 30 mm ca manivela rotitoare. Aceasta insemna respectarea "conditiei lui Grashof" de existenta a manivelei rotitoare [K7]/[P3] (lungimea manivelei plus lungimea maxima dintre celelalte trei elemente sa fie mai mica decit suma lungimilor elementelor intermediare). S-a "marcat" diferentiat centrul de pe curba de sinteza dupa cum a dus sau nu la mecanisme patrulater cu "AoA=30 mm" ca manivela rotitoare.

Conform celor mai sus expuse, s-a intocmit un program, sub forma conversationala, in "BASIC"-ul "extins" conform subcap. 7.3, pentru reprezentarea unei curbe a centrelor utilizind ecuatia de tip (7.13). Ca date de intrare se "cer" pe linga cele de la programul precedent, si cele patru pozitii de sinteza initial impuse. Ciclurile de baleiere a planului (dupa linia 160) cu raza polara (adica rezolvare repetata a ecuatiei de gradul doi (7.13)) sint aici diferentiate dupa semnele "+/-" in fata radicalului iar in subrutina de trasare (dupa linia 650), diferentierea centrelor (reprezentate prin "puncte mari"/"puncte mici") s-a facut dupa cum sint favorabile sau nu "anumitei conditii de sinteza", prin calculul (intre liniile 470...800) si ordonarea (intre liniile 810...860) lungimilor elementelor necunoscute, prin impunerea conditiei Grashof (linia 870) si prin secvente "specializate" de trasare.

Pe versoul paginii 203, se expune listingul unei variante a programului (lungime 4281 bytes) comentat mai sus.

Programul pomenit mai sus a fost rulat pentru "exemplul V" amintit la subcap.7.1 caruia ii corespunde ecuatia (7.9), rezultind in aceleasi conditii dimensionale ca in subcap.7.3.5, curba din fig.7.7. Pasul unghiular utilizat a fost de 0.125 grade, conditie prin care s-a obtinut in cca. 150 minute de

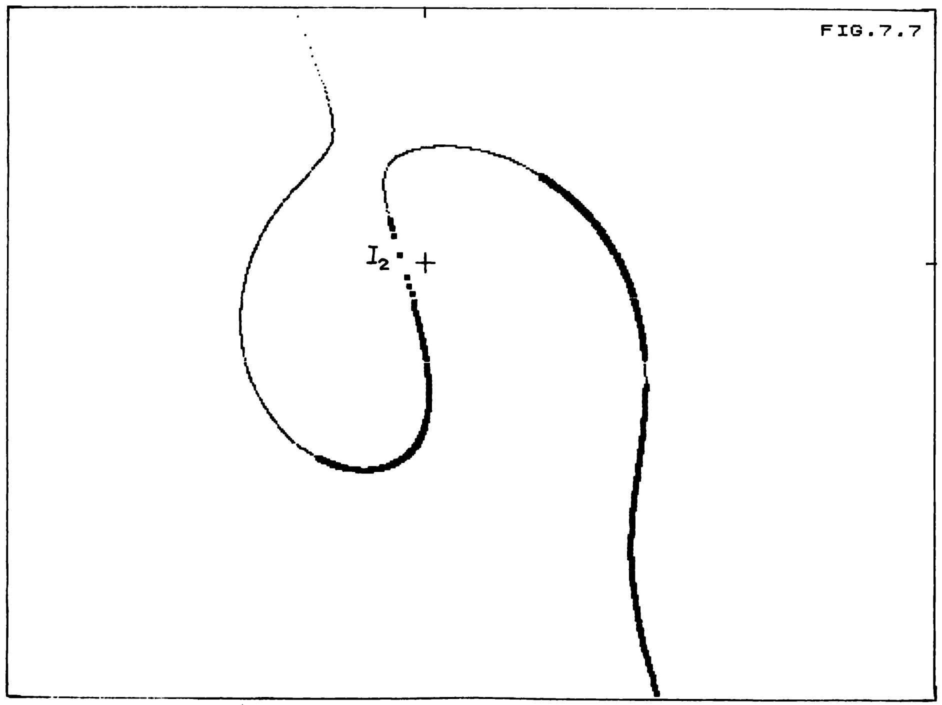


FIG.7.7

rulare, o curba a carei "ZONA INGROSATA" este "FAVORABILA" amplasarii articulatiei fixe a balansierului ("Bo") si a carei "ZONA SUBTIATA" este "NEFAVORABILA" amplasarii acelaiasi articulatii, in circumstantele ca s-a impus mai inainte, amintita "ANUME CONDITIE".

Primele studii ale "zonelor favorabile/nefavorabile" pentru sinteza (in sensul existentei manivelei rotitoare) ale curbelor Burmester, au fost efectuate de catre autor, pe cazuri particulare, in [M26].

Utilizarea ca "ANUME CONDITIE" a unei relatii tip Grashof de existenta a unei manivele rotitoare, constituie doar un exemplu, in acelasi context putindu-se lua in considerare si alte restrictii (ex: nedepasirea unui unghi de presiune impus sau realizarea unei "proportii" intre lungimile elementelor mecanismului). Efectul pe curba centrelor a unor astfel de restrictii, va consta in evidentierea unor "ZONE FAVORABILE" alternind cu "ZONE NEFAVORABILE" ca in fig.7.7.

La proiectarea unui utilaj continind mecanisme pentru care s-au evidentiat zone favorabile/nefavorabile pe curba centrelor, "imagini" ca fig.7.7 se pot "proiecta" pe silueta la scara corespunzatoare batiului, rezultind astfel (prin suprapunerea/ /nesuprapunerea zonelor favorabile cu batiul) daca are sens continuarea sintezei sau este necesara schimbarea prevederilor temei de proiectare.

In acest ultim program prezentat, este inclus, in subrutina de trasare a zonelor favorabile/nefavorabile, un calcul (liniile 670...760) de determinare a punctului conjugat centrului "curent", in prima pozitie a planului mobil (se trec coordonatele centrului din planul fix in sistemul de referinta al planului mobil, in a doua si a treia pozitie, cu relatiile (2.124) si (2.125); se repereaza aceste coordonate in prima pozitie a planului mobil si se trec cu relatiile (2.19) si (2.20) in planul fix rezultind astfel doua puncte care impreuna cu centrul considerat determina un cerc cu centrul dat de relatii tip (2.4) si (2.5); centrul acestui cerc este punctul de pe curba punctelor conjugat centrului curent de pe curba centrelor si este determinat in prima pozitie a planului mobil). Daca se introduce acest calcul in penultimul program prezentat si se vor "desena" atit "centrul curent" cit si "punctul conjugat", atunci se vor obtine concomitent dupa terminarea ciclarilor, atit curba centrelor cit si curba punctelor cercuale in prima sa pozitie. Astfel se ajunge si pe aceasta cale la aceleasi rezultate ca si cele obtinute (probabil) prin metoda "numerelor complexe" (descrisa in subcap.2.4.5.3) sau ca cele obtenabile prin metoda bazata pe "o proprietate a polilor rotatiilor" finite (descrisa in subcap.6.5.4). La acest aspect, autorul isi propune sa revina in alte lucrari, eventual cu ajutorul unui calculator mai performant.

Tot ceea ce s-a expus in acest subcapitol, dupa cum se poate observa, este valabil pentru curbe ale centrelor/punctelor cercuale cu o singura ramura. Pentru cazul curbelor cu doua ramuri (una inchisa), problema utilizarii ecuatiei polare cu originea in centrul/punctul intermediar de inflexiune, se poate pune in mod similar privitor la ramura deschisa (eventual unghiul de baleiere al razei polare va fi mult mai mic decit 180 grade) iar pentru ramura inchisa trebuie creat un algoritm specializat pentru a parcurge aceasta bucla conform principiului "vecinatatii" (se va tine seama de faptul ca "punctele mai apropiate" de polul "I2" rezulta prin semnul "-" in fata radicalului ce da raza polara, iar "punctele mai departate" de "I2" rezulta prin semnul "+" in fata aceluiasi radical, sau invers, atunci cind unghiul polar ia valori in interiorul unghiului ascutit care din "I2" cuprinde tangent bucla inchisa (a se vedea fig.5.3)). Si asupra acestui aspect, autorul isi propune sa revina in alte lucrari.

Utilizarea in scopuri "grafice", ca mai inainte a ecuatiei polare cu originea in centrul intermediar de inflexiune al curbei centrelor, este usor de schimbat spre rezultate tabelare.

7.7. Programe pentru rezolvarea ecuatiilor cu o singura necunoscuta

Inlocuind coeficientii din tab.7.4 in relatia (5.124), se obtine

$$-4 \cdot k^4 + 0,0010062503 \cdot k^3 + 0,29999255 \cdot k^2 + 1,8078155 \cdot k + 0,0026663945 = 0 \tag{7.14}$$

care, pentru "exemplul V", permite determinarea parametrilor

```
 10>REM ***********************
     PROGRAM PENTRU REZOLVAREA
       ECUATIILOR PRIN CAUTAREA
   RADACINILOR INTR-UN INTERVAL
********************************
 15 CLS : PRINT AT 1,1;"F(x)= "
;
 20 INPUT "introdu F(x)=";a$: P
RINT a$
 30 DEF FN f(x)=VAL a$
 40 PRINT AT 21,0;"CORECT?": PA
USE 0: IF INKEY$="n" OR INKEY$="
N" THEN CLS : GO TO 19
 45 CLS
 50 REM *INTROD. DATE*
 60 PRINT AT 4,2;"presupunem:
";"??";" radacini"
 65 INPUT "cite radacini ? ";nr
ad
 66 PRINT AT 4,15;"  ";AT 4,15;
nrad
 70 IF nrad<=0 THEN GO TO 50
 80 DIM r(nrad): DIM f(nrad): D
IM e(nrad)
 90 PRINT AT 6,2;"in intervalul
 (a,b)"
 91 INPUT "a= ";a: INPUT "b= ";
b
 92 PRINT AT 6,17;a;",";b;")"
 140 PRINT AT 7,1;"nr. max. de b
isectii ??"
 141 INPUT "nr max de bisect. ";
maxb
 142 PRINT AT 7,22;"  ";AT 7,22;
maxb
 160 LET tol=.001: PRINT AT 8,2;
"precizie ";tol
 180 PRINT AT 9,1;"incrementul d
e cautare ??"
 181 INPUT "incrementul de cauta
re ";deltax
 182 PRINT AT 9,24;"  ";AT 9,24;
deltax
 185 REM *SR ON ERROR*
 190 LET datpr=(a>=b) OR (maxb<=
0) OR (tol<=0) OR (deltax<=0) OR
 (nrad<=0)
 200 IF datpr=1 THEN PRINT "DATE
ERONATE": PAUSE 60: CLS : GO TO
80
 205 REM *SF SR ON ERROR*
 206 REM *SR BL CALCUL*
 210 LET n=0
 220 FOR i=1 TO nrad
 230 LET r(i)=9.99*EXP 20
 240 LET f(i)=9.99*EXP 20
 250 LET e(i)=9.99*EXP 20
 260 NEXT i
 270 LET x=a
 280 IF n>=nrad THEN GO SUB 800
 290 LET n=n+1
 300 LET y=FN f(x)
 310 LET f=y
 320 LET a=a+deltax
 330 IF a>b THEN GO SUB 800
 340 LET x=a
 350 LET y=FN f(x)
 360 LET prod=f*y
 370 IF prod>0 THEN GO TO 310
 380 IF prod<0 THEN GO TO 480
 390 IF f<>0 THEN GO TO 420
 400 LET x=a-deltax
 410 LET y=f
 420 LET r(n)=x
 430 LET f(n)=y
 440 LET a=a+deltax
 450 LET size=1*EXP -12
 460 LET e(n)=size
 470 GO TO 270
 480 LET left=a-deltax
```

```
 490 LET right=a
 500 LET c=0
 510 LET x=(left+right)/2
 520 LET y=FN f(x)
 530 LET c=c+1
 540 IF c>maxb THEN GO TO 690
 550 IF ABS (y)<tol*1 AND x<1 TH
EN GO TO 640
 560 IF ABS (y)<tol*x AND 1<x TH
EN GO TO 640
 570 LET prod=f*y
 580 IF prod<=0 THEN GO TO 610
 590 LET left=x
 600 GO TO 510
 610 IF prod=0 THEN GO TO 640
 620 LET right=x
 630 GO TO 510
 640 LET r(n)=x
 650 LET f(n)=y
 660 LET size=right-left
 670 LET e(n)=size
 680 GO TO 270
 690 REM *val aprox *
 700 PRINT AT 10,2;"Dupa nr max
de bisectii am";AT 11,2;"ajuns l
a rad ";n;": x=(";left;" , ";rig
ht
 710 PRINT AT 12,2;"F(rad)=";y
 720 LET size=right-left
 730 PRINT AT 13,2;"precizie ";s
ize
 740 PRINT AT 14,2;"val aprox re
t ca media extr ";
 745 PRINT AT 21,1;"apasa o tast
a!": PAUSE 0: CLS
 750 LET r(n)=(left+right)/2
 760 LET f(n)=y
 770 PRINT r(n)
 780 LET e(n)=size
 790 GO TO 270
 800 CLS : FOR i=1 TO nrad
 810 PRINT AT 5,2;"radacina ";r(
i)
 820 PRINT AT 6,2;"F(";r(i);")=
";f(i)
 830 PRINT AT 7,2;"precizie ";e(
i)
 840 PRINT AT 20,5;"apasa o tast
a!": PAUSE 0
 850 CLS
 860 NEXT i
 870 PRINT AT 21,0;"ALTA FUNCTIE
 ?": PAUSE 0
 880 IF INKEY$="n" OR INKEY$="N"
 THEN STOP
 890 GO TO 19
```

```
 10 REM ***********************
     PROGRAM PENTRU REZOLVAREA
       ECUATIILOR PRIN CAUTAREA
      RADACINILOR IN JURUL UNEI
                VALORI INITIALE
********************************
 50 BORDER 0: PAPER 0: INK 7: C
LS
 60 DEF FN s(y,z)=((ABS (y-z)<=
ABS (z)*tolx) OR (ABS (y-z)<=ABS
 (y)*tolx))
 65 GO SUB 2300
 67 PRINT AT 2,1;"F(X)= ";
 70 INPUT "f(x)=";a$
 80 DEF FN f(x)=VAL a$: PRINT a
$
 85 PRINT AT 21,0;"CORECT?": PA
USE 0
 86 IF INKEY$="N" OR INKEY$="n"
 THEN GO TO 67
 87 IF INKEY$<>"" THEN GO TO 89
 88 GO TO 85
 89 GO SUB 2500
 90 INPUT "punct pornire cautar
e:";frsg
 100 PRINT AT 2,2;"punct pornire
 cautare:";frsg
 110 INPUT "pas cautare: ";step
 120 PRINT AT 3,2;"pas cautare:.
";step
 130 INPUT "nr. max de pasi ";ma
xb
 140 PRINT AT 4,2;"nr. max de pa
si ";maxb
 150 INPUT "nr. max de iteratii:
 ";itrmx
 160 PRINT AT 5,2;"nr. max de it
eratii: ";itrmx
 170 INPUT "Tol. ptr. rad. : ";t
olx
 180 PRINT AT 6,2;"Tol. ptr. rad
. : ";tolx
 190 INPUT "tol. ptr. f(x) : ";t
olf
 200 PRINT AT 7,2;"tol. ptr. f(x
) : ";tolf
 210 GO SUB 270
 220 PRINT AT 8,2;"radacina = ";
r
 230 PRINT AT 9,2;"val funct. =
";e
 240 INPUT "mai doriti sa calcul
ati?";g$
 250 IF g$="d" OR g$="D" THEN GO
 TO 50
 260 STOP
 270 REM *ROOTA*
 280 LET dp=(step<=0) OR (maxb<=
0) OR (itrmx<=0) OR (tolx<=0) OR
 (tolf<=0)
 290 IF dp=1 THEN PRINT AT 10,2;
"date eronate!": PAUSE 200: CLS
: GO TO 90
 300 LET x2=frsg
 310 LET y2=FN f(x2)
 320 LET kounts=0
 330 LET rtn=-1
 340 REM *Init sr CHKIT*
 350 LET t1=x2
 360 LET z1=y2
 370 LET ste=0
 380 GO SUB 1270
 390 LET x2=t2: LET y2=z2
 400 IF rtn=1 THEN PRINT "soluti
i:": RETURN
 410 REM *INIT SR CHKIT*
 420 LET t1=x2
 430 LET z1=y2
 440 LET ste=-step
 450 GO SUB 1270
```

definitori ai tangentelor paralele cu asimptota (corespunzatori curbei "f1234" din fig.7.5).

Inlocuind coeficientii din tab.7.7 in relatia (5.124), se obtine

$$-4 \cdot k^4 + 0,0016449337 \cdot k^3 + 0,3233488 \cdot k^2 + 1,5092002 \cdot k + 0,0015205511 = 0 \tag{7.15}$$

care, pentru "exemplul VI", permite determinarea parametrilor definitori ai tangentelor paralele cu asimptota (corespunzatori curbei "f1235" din fig.7.5).

Inlocuind, mai intii, coeficientii din tab.7.4 in relatiile (5.166)...(5.171) si apoi rezultatele obtinute in relatia (5.164), se ajunge la

$$\begin{aligned}&5,4131572 \cdot 10^{28} \cdot t^6 + 9,9395094 \cdot 10^{25} \cdot t^5 - 5,1881938 \cdot 10^{22} \cdot t^4 - 1,4037592 \cdot 10^{20} \cdot t^3 + \\ &+5,1310153 \cdot 10^{16} \cdot t^2 + 4,6368226 \cdot 10^{13} \cdot t - 1,8557007 \cdot 10^{10} = 0\end{aligned} \tag{7.16}$$

care, pentru "exemplul V", permite determinarea parametrilor definitori ai tangentelor perpendiculare la asimptota (corespunzatori curbei "f1234" din fig.7.5).

Inlocuind, mai intii, coeficientii din tab.7.7 in relatiile (5.166)...(5.171) si apoi rezultatele obtinute in relatia (5.164), se ajunge la

$$\begin{aligned}&2,8\text{[illegible]}25855 \cdot 10^{28} \cdot t^6 + 9,285398 \cdot 10^{25} \cdot t^5 + 3,1955119 \cdot 10^{22} \cdot t^4 - 1,2549791 \cdot 10^{20} \cdot t^3 - \\ &-1,8121965 \cdot 10^{16} \cdot t^2 + 6,5565546 \cdot 10^{13} \cdot t - 1,5975287 \cdot 10^{10} = 0\end{aligned} \tag{7.17}$$

care, pentru "exemplul VI", permite determinarea parametrilor definitori ai tangentelor perpendiculare la asimptota (corespunzatori curbei "f1235" din fig.7.5).

Utilizarea coeficientilor din tab.7.4 si 7.5 a condus la ecuatiile parametrice (7.14)...(7.17) care corespund ecuatiilor sub forma cu 7 coeficienti ale curbelor centrelor "f1234"-"exemplul V" si "f1235"-"exemplul VI" din fig.7.5. Ecuatiile (7.14)...(7.17), de tip polinomial, se pot rezolva numai prin metode numerice. In acest context a devenit oportuna intocmirea unor programe de calcul adecvate. S-a apelat la "ajutorul" documentatiei corespunzatoare "bibliotecii matematice" a calculatoarelor Hewlett-Packard [*28] "traducind" in "BASIC"-ul microsistemului "la dispozitie", algoritmii gasiti

```
 460 LET x1=t2: LET y1=z2
 470 IF rtn=1 THEN RETURN
 480 REM *INIT SR CHKIT*
 490 LET t1=x2: LET z1=y2: LET s
te=step
 500 GO SUB 1270
 510 LET x3=t2: LET y3=z2
 520 IF rtn=1 THEN RETURN
 530 GO SUB 740
 540 IF (y2-y1)*y1>=0 THEN GO TO
 640
 550 LET kounts=kounts+1: GO SUB
 1400: PRINT AT 10,3;"kounts= ";
kounts
 560 LET x1=x2: LET y1=y2: LET x
2=x3: LET y2=y3
 570 REM *INIT SR CHKIT*
 580 LET t1=x2: LET z1=y2: LET s
te=step
 590 GO SUB 1270
 600 LET x3=t2: LET y3=z2
 610 IF rtn=1 THEN RETURN
 620 GO SUB 740
 630 GO TO 550
 640 LET kounts=kounts+1: GO SUB
 1400: PRINT AT 10,10;"kounts= "
;kounts
 650 LET x3=x2: LET y3=y2: LET x
2=x1: LET y2=y1
 660 REM *INIT SR CHKIT*
 670 LET t1=x2: LET z1=y2: LET s
te=-step
 680 GO SUB 1270
 690 LET x1=t2: LET y1=z2
 700 IF rtn=1 THEN RETURN
 710 GO SUB 740
 720 GO TO 640
 730 LET t1=tt1: LET t3=tt3: LET
 z1=zt1: LET z3=zt3: RETURN
 740 REM * SR MONTON *
 750 IF (x2>x1) AND (x3>x2) THEN
 GO TO 800
 760 CLS : PRINT AT 18,2;"EROARE
 IN SR MONTON"
 770 PRINT AT 19,2;"X1 ,X2 si x3
 nu-s crescatoare"
 780 PRINT AT 20,2;"x1= ";x1;" x
2= ";x2;" x3= ";x3
 790 PAUSE 0: CLS : STOP
 800 IF (y3-y2)*(y2-y1)>tolf THE
N RETURN
 810 CLS : PRINT AT 17,2;"F NU E
 MONOTONA SAU E LARGA"
 820 PRINT AT 18,2;"incearca pas
 mai mic sau alt     pct de pleca
re!"
 830 PRINT AT 3,3;"x1= ";x1
 840 PRINT AT 4,3;"x2= ";x2
 850 PRINT AT 5,3;"x3= ";x3
 860 PRINT AT 6,3;"y1= ";y1
 870 PRINT AT 7,3;"y2= ";y2
 880 PRINT AT 8,3;"y3= ";y3
 890 PAUSE 0: CLS : STOP
 900 REM * SR WORK *
 910 LET tt1=t1
 920 LET tt3=t3
 930 LET zt1=z1
 940 LET zt3=z3
 950 LET kounti=-1
 960 IF zt1*zt3<0 THEN GO TO 101
0
 970 PRINT AT 18,2;"EROARE IN SR
 WORK!"
 980 PRINT AT 19,2;"z1 si z3 nu
sint de s opus"
 990 PRINT AT 20,3;"z1=";z1;" z3
= ";z3
1000 PAUSE 0: STOP
1010 LET xt1=tt1: LET yt1=zt1: L
ET xt3=tt3: LET yt3=zt3
1020 LET kounti=kounti+1
1030 IF kounti<maxb THEN GO TO 1
080
1040 CLS : PRINT AT 18,2;"A FOST
 ATINS N MAX DE IT"
1050 PRINT AT 19,2;"EROARE IN SR
 WORK"
1060 PRINT AT 20,2;"kontor= ";ko
unti;" max iter =";maxb
1070 PAUSE 0: CLS : STOP
1080 LET xt2=(yt3*xt1-yt1*xt3)/(
yt3-yt1)
1090 LET yt2=FN f(xt2)
1100 IF ABS (yt2)>tolf THEN GO T
0 1140
1110 LET r=xt2
1120 LET e=yt2
1130 GO TO 730
1140 IF yt1*yt2>=0 THEN GO TO 12
10
1150 IF FN s(xt2,xt1)=0 THEN GO
TO 1190
1160 LET r=(xt2+xt1)/2
1170 LET e=FN f(r)
1180 GO TO 730
1190 LET xt3=xt2: LET yt3=yt2
1200 GO TO 1020
1210 IF FN s(xt3,xt2)=0 THEN GO
TO 1250
1220 LET r=(xt3+xt2)/2
1230 LET e=FN f(r)
1240 GO TO 730
1250 LET xt1=xt2: LET yt1=yt2
1260 GO TO 1020
1270 REM *SR CHKIT*
1280 LET t2=t1+ste
1290 LET z2=FN f(t2)
1300 IF ABS (z2)>tolf THEN GO TO
 1350
1310 LET r=t2
1320 LET e=z2
1330 LET rtn=1
1340 RETURN
1350 IF z1*z2>=0 THEN GO TO 1390
1360 LET t3=t2: LET z3=z2
1370 GO SUB 900
1380 LET rtn=1
1390 RETURN
1400 IF kounts<=maxb THEN RETURN

1410 CLS : PRINT AT 16,2;"nu sin
t sch dupa ";maxb;" pasi"
1420 PRINT AT 18,2;"maresti nr d
e pasi?"
1430 INPUT "d/n";x$
1440 IF x$="d" OR x$="D" THEN IN
PUT "nr pasi= ";maxb: CLS : RETU
RN
1450 GO TO 830
2300 REM *SR. OPTIUNI*
2310 PRINT AT 1,0;"CALCUL NUMERI
C:"
2315 PRINT AT 8,6;"I INSTRUCTIUN
I";AT 10,6;"F RULARE"
2320 IF INKEY$="F" OR INKEY$="f"
 THEN GO SUB 2500: RETURN
2325 IF INKEY$="I" OR INKEY$="i"
 THEN GO TO 2331
2330 GO TO 2315
2340 CLS : PRINT AT 2,0;"CUNOSCI
ND F(X)=0,SE INTRODUC:"
2345 PRINT AT 4,4;"XO VALOAREA I
N JURUL CAREIA      SE CAUTA RADA
CINA"
2350 PRINT AT 7,4;"P CU CE PAS S
E EXPLOREAZA "
2360 PRINT AT 10,4;"I FINETE DIN
 JURUL RADAC."
2370 PRINT AT 13,4;"INTERV. E IN
 JURUL LUI P"
2380 PRINT AT 21,0;"APASA O TAST
A": PAUSE 0: GO SUB 2500
2400 GO TO 2310
2500 LET G1=0
2510 PRINT AT G1,0;"RRRRRRRRRRRR
RRRRRRRRRRRRRRRRRRRR"
2520 LET G1=G1+1
2530 IF G1=22 THEN GO TO 2540
2535 GO TO 2510
2540 FOR I=0 TO 21
2550 PRINT AT 21-I,0;"
                                "
2560 NEXT I: RETURN
```

acolo.

In ambele programe ce vor fi prezentate in continuare, trebuie introdusa "forma" ecuatiei de rezolvat (raminind valabile restrictiile semnalate in subcap.7.4).

Primul program, a fost "scris" pentru a detecta "numarul estimat" de radacini, intr-un "interval de existenta" al acestora, cautind cu un "increment" prescris schimbarea de semn, in jurul careia se face un "numar de bisectii" impus pina la atingerea "preciziei" dorite (cu " " s-au marcat "INPUT"-urile din "conversatia" de utilizare a programului). Se reda pe versoul paginii 206, listingul programului (lungime 4015 bytes).

Al doilea program, a fost "scris" pentru a calcula radacinile "exacte", dupa ce se prescriu "valoarea estimata" a radacinii, "incrementul" de cautare in jurul acesteia, "numarul de iteratii" in cadrul incrementului ce cuprinde o radacina, "precizia" solutiei (cu " " s-au marcat "INPUT"-urile din conversatia de utilizare a programului. Se reda, pe versoul paginilor 206 si 207, listingul acestui program (lungime 5204 bytes).

Utilizind (alternativ) programele de mai sus, s-au obtinut pentru ecuatia (7.14), solutiile

$$k_1 = 0,8005126 \tag{7.18}$$

$$k_2 = -0,001475287 \tag{7.19}$$

pentru ecuatia (7.15), solutiile

$$k_1 = 0,7014798 \tag{7.20}$$

$$k_2 = -0,001321652 \tag{7.21}$$

pentru ecuatia (7.16), solutiile

$$t_1 = 0,0004457894 \tag{7.22}$$

$$t_2 = -0,0007053783 \tag{7.23}$$

si pentru ecuatia (7.17), solutiile

$$t_1 = 0,0003318562 \tag{7.24}$$

$$t_2 = -0,001059655 \tag{7.25}$$

```
   5 REM ************************
PROGRAM DE TRASARE A CURBELOR DE
SINTEZA (METODA DREPTEI CE TRECE
     PRIN DOUA PUNCTE CUNOSCUTE)
********************************
  10 PRINT "Se vor introduce in
linia 20 de tip DATA, pozitiile
impuse (x-mm y-mm teta-grd"
  20 DATA 16,70,77,45,65,20,70,2
0,350,40,-10,310
  30 DIM X(4): DIM Y(4): DIM q(4
): DIM W(4)
  40 DIM a(200): DIM b(200): DIM
 W(6)
  50 PRINT "   Trasarea curbei c
entrelor"
  60 PRINT ""
  70 PRINT "   Dati coeficientii
 ecuatiei              de grd II
I "
  80 PRINT "": INPUT "a=";a: PRI
NT "a=";a
  90 PRINT "": INPUT "b=";b: PRI
NT "b=";b
 100 PRINT "": INPUT "e=";e: PRI
NT "e=";e
 110 PRINT "": INPUT "f=";f: PRI
NT "f=";f
 120 PRINT "": INPUT "g=";g: PRI
NT "g=";g
 130 PRINT "": INPUT "h=";h: PRI
NT "h=";h
 140 PRINT "": INPUT "i=";i: PRI
NT "i=";i
 150 FOR i=1 TO 4
 160 READ X(i)
 170 READ Y(i)
 180 READ q(i)
 190 NEXT i
 200 LET n=4: LET s=0
 210 PRINT "COORDONATELE POLILOR
 ROTATIILOR              FINITE"
 220 PRINT "": PRINT "": PRINT "
"

 230 FOR i=1 TO n-1
 240 FOR j=i+1 TO n
 250 LET s=s+1
 260 LET W(i)=q(j)-q(i)
 270 LET a(s)=((X(j)+X(i))*(1-CO
S (PI*W(i)/180))-(Y(j)-Y(i))*SIN
 (PI*W(i)/180))/(2*(1-COS (PI*W(
i)/180)))
 280 LET b(s)=((X(j)-X(i))*SIN (
PI*W(i)/180)+(Y(j)+Y(i))*(1-COS
(PI*W(i)/180)))/(2*(1-COS (PI*W(
i)/180)))
 290 PRINT "P";i;j
 300 PRINT "x(";s;")=";a(s)
 310 PRINT "y(";s;")=";b(s)
 320 NEXT j
 330 NEXT i
 340 LET s=7
 350 PRINT "": PRINT "": PRINT "
": PRINT "COORDONATELE PUNCTELOR
 DE TIP Q"
 360 FOR i=1 TO 5
 370 FOR j=i+1 TO 6
 380 LET M=(b(j)-b(i))/(a(j)-a(i
))
 390 LET O=b(i)-M*a(i)
 400 LET a3=b*M*M*M+a*M*M+b*M+a
 410 LET a2=(f+3*b*O)*M*M+(2*a*O
+g)*M+b*O+e
 420 LET a(s)=-a2/a3-a(i)-a(j)
 430 LET b(s)=M*a(s)+O
 440 FOR k=1 TO s-1
 450 LET T=a(s)-a(k)
 460 LET R=b(s)-b(k)
 470 IF ABS (T)<0.05 AND ABS (R)
<0.05 THEN GO TO 520
 480 NEXT k
 490 PRINT "x(";s;")=";a(s)
 500 PRINT "y(";s;")=";b(s)
 510 LET s=s+1
 520 NEXT j
 530 NEXT i
 540 PRINT "COORDONATE SUPLIMENT
ARE"
 550 FOR i=1 TO 14
 560 FOR j=i+1 TO 15
 570 LET M=(b(j)-b(i))/(a(j)-a(i
))
 580 LET O=b(i)-M*a(i)
 590 LET a3=b*M*M*M+a*M*M+b*M+a
 600 LET a2=(f+3*b*O)*M*M+(2*a*O
+g)*M+b*O+e
 610 LET a(s)=-a2/a3-a(i)-a(j)
 620 LET b(s)=M*a(s)+O
 630 FOR k=1 TO s-1
 640 LET U=a(s)-a(k)
 650 LET V=b(s)-b(k)
 660 IF ABS (U)<0.05 AND ABS (V)
<0.05 THEN GO TO 720
 670 NEXT k
 680 PRINT "x(";s;")=";a(s)
 690 PRINT "y(";s;")=";b(s)
 700 LET s=s+1
 710 IF s=106 THEN GO TO 750
 720 NEXT j
 730 NEXT i
 740 GO TO 1110
 750 CLS
 760 PRINT "Doriti sa se reprezi
nte grafic              curba , y/
n"
 770 INPUT "v$=";v$: CLS
 780 IF v$="y" THEN GO TO 810
 790 IF v$="n" THEN GO TO 1320
 800 GO TO 770
 810 PRINT "Factorul de scara, k
="
 820 INPUT "k=";k: PRINT AT 0,21
;k
 830 CLS
 840 FOR i=100 TO 200
 850 PLOT i,65
 860 NEXT i
 870 FOR j=65 TO 150
 880 PLOT 100,j
 890 NEXT j
 900 FOR i=1 TO 140
 910 IF 100+(a(i)/k)<0 OR 100+(a
(i)/k)>254 THEN GO TO 940
 920 IF 65+(b(i)/k)<0 OR 65+(b(i
)/k)>174 THEN GO TO 940
 930 PLOT 100+a(i)/k,65+b(i)/k
 940 NEXT i
 950 FOR i=1 TO 6
 960 CIRCLE 100+a(i)/k,65+b(i)/k
,2
 970 NEXT i
 980 FOR i=1 TO 4
 990 CIRCLE 100+X(i)/k,65+Y(i)/k
,1
1000 CIRCLE 100+X(i)/k,65+Y(i)/k
,1.5
1010 CIRCLE 100+X(i)/k,65+Y(i)/k
,2
1020 PLOT 100+X(i)/k,65+Y(i)/k:
DRAW 20*COS (PI/180*q(i)),20*SIN
 (PI/180*q(i))
1030 NEXT i
1040 PRINT AT 15,24;"X": PRINT A
T 3,11;"Y"
1050 STOP
1060 PRINT AT 21,1;"Doriti un al
t factor de scara"
1070 INPUT "u$=";u$
1080 IF u$="y" THEN GO TO 750
1090 IF u$="n" THEN STOP
1100 GO TO 1070
1110 FOR i=1 TO 105
1120 FOR j=i+1 TO 104
1130 LET M=(b(j)-b(i))/(a(j)-a(i
))
1140 LET O=b(i)-M*a(i)
1150 LET a3=b*M*M*M+a*M*M+b*M+a
1160 LET a2=(f+3*b*O)*M*M+(2*a*O
+g)*M+b*O+e
1170 LET a(s)=-a2/a3-a(i)-a(j)
1180 LET b(s)=M*a(s)+O
1190 FOR k=1 TO s-1
1200 LET U=a(s)-a(k)
1210 LET V=b(s)-b(k)
1220 IF ABS (U)<0.05 AND ABS (V)
<0.05 THEN GO TO 1290
1230 NEXT k
1240 CLS
1250 PRINT "x(";s;")=";a(s)
1260 PRINT "y(";s;")=";b(s)
1270 LET s=s+1
1280 IF s=140 THEN GO TO 1310
1290 NEXT j
1300 NEXT i
1310 RETURN
1320 STOP
```

care sint absolut "de asteptat" (exceptind "poate" cazul ecuatiei (7.15) corespunzatoare pentru "exemplul VI").

"In mod normal" (conform celor stabilite in subcap.5.6 si 5.7 cu privire la "tipul" curbelor de sinteza), ecuatiile (7.14), (7.16) si (7.17) au cite doua solutii (curba "f1234" din fig.7.5 avind doar doua tangente paralele cu asimptota si orice curba a centrelor/punctelor avind numai doua tangente perpendiculare pe asimptota). Privitor la ecuatia (7.15), adica la curba "f1235" din fig.7.5, erau de asteptat patru solutii (avind o ramura inchisa, admite patru tangente paralele cu asimptota). Se observa insa, in fig.7.5, ca tangentele "intermediare" sint "foarte apropiate". Acest lucru insemna ca radacinile corespunzatoare sa fie "aproape confundate". Pentru detectarea unor astfel de radacini, programele prezentate nu sint adecvate (ca de altfel si majoritatea altora de pe calculatoare mai "puternice"). Ecuatia (7.15) a fost "rezolvata" cu un program in dubla precizie, care gaseste inclusiv radacinile imaginare, pe un calculator de birou tip "HP 9845" (Hewlett-Packard). Cu aceasta ocazie s-au confirmat solutiile (7.20) si (7.21), dar au fost obtinute si doua solutii avind partea imaginara foarte mica in raport cu cele similare ale ecuatiei (7.14). Aceste solutii "aproape reale" si "aproape confundate" fata de imaginea curbei "f1235" (cu o ramura inchisa) din fig.7.5, permit sa se afirme ca din cauza "lantului foarte lung de calcule" si a preciziei microsistemului "la dispozitie" (intre "simpla" si "dubla precizie" a calculatoarelor "normale"), coeficientii ecuatiei (7.15) sint "usor alterati" prin trunchierile de calcul obisnuite (de remarcat si diferentele cu multe ordine de marime intre coeficienti. Aceste "anomalii" pot fi evitate (dupa parerea autorului) printr-un calcul "condus", inca de la pozitiile impuse sintezei, pe un calculator mai "performant" (care dispune cel putin de "dubla precizie").

Din valorile "apropiate" ale solutiilor (7.18)/(7.20), (7.19)/(7.21), (7.22)/(7.24), (7.23)/(7.24) si tinind seama ca acestea, in ecuatiile dreptelor (5.131)/(5.164), sint proportionale cu "ordonatele la origine" , se poate concluziona ca domeniile "dreptunghiulare" amintite in subcap.6.2 (reprezentate "calitativ" in fig.6.1.a) se suprapun evidentiind prin curbele "f1234"-"exemplul V" si "f1235"-"exemplul VI" ca

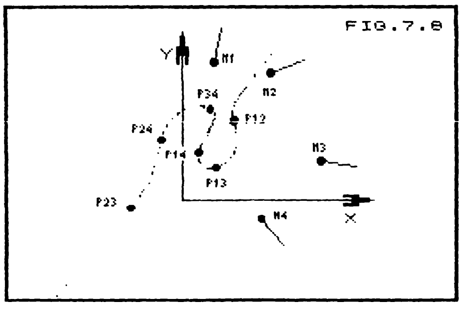


FIG.7.8

pentru pozitiile "1,2,3,4" din tab.7.3 si "5" din tab.7.6, sinteza cinci pozitionala este posibila (fara a mai fi necesar a se determina centrele Burmester ca in subcap.7.3.5/7.4 pentru a demonstra "posibilitatea" efectuarii acestei sinteze).

Inlocuind solutiile (7.18) si (7.19), respectiv (7.20) si (7.21), impreuna cu coeficientii "A,B" din tab.7.4, respectiv tab.7.7, in relatia (5.131), se obtin ecuatiile tangentelor paralele cu asimptota in cazul curbelor centrelor "f1234"-"exemplul V", respectiv "f1235"-"exemplul VI", din fig.7.5. Inlocuind solutiile (7.22) si (7.23), respectiv (7.24) si (7.25), impreuna cu coeficientii "A,B" din tab.7.4, respectiv tab.7.7, in relatia (5.164), se obtin ecuatiile tangentelor perpendiculare la asimptota in cazul curbelor centrelor "f1234"-"exemplul V", respectiv "f1235"-"exemplul VI", din fig.7.5.

7.8. Program pentru reprezentarea curbelor de sinteza utilizind metoda dreptei ce trece prin doua puncte cunoscute

Metoda amintita a fost pe larg descrisa in subcap.6.5.3, aici preluindu-se algoritmul ce se bazeaza pe ecuatia cu 7 coeficienti. Metoda si programul adecvat au fost prezentate in [M16]. Se reda pe versoul paginii 208, listingul programului (lungime 6054 bytes).

Acest program a fost rulat pentru "exemplul I" (adica pentru pozitiile de sinteza cuprinse in tab.4.3), obtinindu-se imaginea curbei din fig.7.8. Imaginea curbei centrelor este comparabila cu cea din fig.3.1, si a fost obtinuta in cca. 100 secunde de la introducerea datelor, dupa care a fost "prelucrata" cu un program de grafica ("marcarea" polilor rotatiilor finite, a pozitiilor impuse, etc.). Aceasta imagine poate fi ameliorata daca se impun mai multe iteratii, ceea ce presupune (conform metodei expuse in subcap.6.5.3) utilizarea unui calculator mai performant intrucit, conform algoritmului prezentat in subcap.6.5.3, trebuie "memorate" mai multe puncte de pe curba de sinteza.

Programul prezentat poate fi usor adaptat pentru a furniza rezultate numerice (in tabele), in locul celor grafice aratate.

7.9. Program pentru trasarea rapida a curbelor de sinteza

Dupa cum s-a observat in subcapitolele precedente si in cap.3, unele programe implicau timpi mari de rulare. In cazul studiului curbelor de sinteza, numeroasele exemple, dintre care s-au selectat cele expuse anterior, nu puteau sa fie "tatonate" in conditiile consumului mare de timp presupus de limbajele "BASIC" s-au "BETA BASIC". In scopul creerii unei imagini "aproximative" asupra curbelor de sinteza, s-a apelat la compilatorul "PASCAL" varianta "HP4TM16.1", mai rapid dar mai putin precis decit limbajele amintite.

"Nivelul de imprecizie" de care s-a vorbit, trebuie interpretat in sensul ca in "BASIC"/"BETA BASIC" un numar este reprezentat pe cinci octeti (unul pentru exponent si patru pentru mantisa) ceea ce inseamna ca se calculeaza cu 11 cifre semnificative, iar in "PASCAL" un numar este reprezentat pe patru octeti (unul pentru exponent si trei pentru mantisa) ceea ce inseamna ca se calculeaza cu 8 cifre semnificative.

"Nivelul de viteza" de care s-a vorbit, poate fi apreciat prin timpii de rezolvare a sistemelor de ecuatii liniare, existente (pentru a determina coeficientii curbei centrelor, conform subcap.4.3.1/4.3.2) atit in programele "BASIC"/"BETA BASIC" prezentate pina acum, cit si in programul "PASCAL" ce va urma. Aceasta "comparatie" a fost facuta in [M20]. Metoda de rezolvare a sistemelor liniare este "a pivotului maxim" sau "Gauss exacta" si a fost preluata din [P13] dupa [D15], algoritmul devenind comun in ambele limbaje.

Se prezinta in tab.7.14, rezultatele unor teste de viteza pentru programul de rezolvare a sistemelor de ecuatii liniare, in versiunea "BETA BASIC" respectiv "PASCAL", comparatia evidentiind si capacitatea programelor. Timpii din tabel au fost obtinuti ca medii a mai multor cronometrari in cazul unui sistem aleator.

Acest sistem "aleator" a fost obtinut cu functia predefinita "RANDOM" in "PASCAL" si cu functia "RND(255)" in "BETA BASIC". Ambele functii genereaza un numar pseudoaleator intre "0" si "255". Deoarece aceste functii dau rezultate mai slabe cind sint folosite in mod repetat in bucle ce nu contin operatii de intrare/iesire, s-ar putea ca in practica sa apara mici abateri ata de timpii medii prezentati.

Tab.7.14

RANGUL SISTEMULUI	BETA BASIC	PASCAL
10	41''	2''
15	1'58''	5''
20	4'16''	10''
25	7'55''	20''
30	13'08''	33''
35	20'02''	52''
40	limita de capacitate a RAM-ului	1'17''
80		10'25''

Luind in considerare avantajul vitezei si dezavantajul impreciziei "PASCAL"-ului in raport cu "BASIC"-ul sau "BETA BASIC"-ul, s-a considerat oportuna intocmirea unui program in "PASCAL" pentru a "trasa" rapid pe ecran o curba a centrelor corespunzatoare la patru pozitii de sinteza (datele de intrare). Se calculeaza coordonatele polilor rotatiilor finite "Pij" si a polilor "Qij", propunindu-se operatorului alegerea celor "sapte poli convenabili" (pentru o buna "stabilitate", conform subcap.4.3.2 este bine a se include aici polii cei mai indepartati), dupa care se determina coeficientii curbei centrelor (prin "procedura" de rezolvare a sistemelor de ecuatii liniare) si se trece la trasarea propriuzisa. In unele variante s-a inclus posibilitatea de a "copia ecranul" la imprimanta.

Programul impreuna cu partea de "compilator" necesara la rulare si programul compilat, ocupa cca. 19000 bytes. In listingul de pe versoul paginilor 211...213, se prezinta o varianta a acestui program in "PASCAL", scris pentru trasarea

```
  BEGIN
   WRITELN(LF,'COEFICIENTII CURBEI CENTRELOR',LF);
   FOR I:=1 TO N DO
    WRITELN(CHR(I+64),'=',CCC[I]);
   WRITELN;
   AOT
  END;

PROCEDURE TCC;

 CONST X0=127;
       Y0=87;

 VAR I,NS:INTEGER;
     A,B,C,D,X,Y1,Y2,Y3:REAL;

 FUNCTION SGN(X:REAL):INTEGER;

  BEGIN
   IF X=0.0 THEN SGN:=0
            ELSE IF X<0.0 THEN SGN:=-1
                          ELSE SGN:=1
  END;

 FUNCTION ARCCOS(X:REAL):REAL;

  BEGIN
   IF ABS(X)<1.0E-7 THEN ARCCOS:=PI/2
                    ELSE ARCCOS:=ARCTAN(SQRT(1-X*X)/X)-SGN(SGN(X)-1)*PI
  END:

 FUNCTION SQRT3(X:REAL):REAL;

  BEGIN
   SQRT3:=SGN(X)*EXP(LN(ABS(X))/3)
  END;

 PROCEDURE REZEC3(A,B,C,D:REAL; VAR NS:INTEGER; VAR X1,X2,X3:REAL);

  VAR P,Q,R,S,T,FI,RR,EXPR:REAL;

  BEGIN
   R:=B/A; S:=C/A; T:=D/A; P:=S-R*R/3;Q:=2*R*R*R/27-R*S/3+T;
   EXPR:=Q*Q/4+P*P*P/27;
   IF EXPR>0.0 THEN
    BEGIN
     X1:=SQRT3(-Q/2+SQRT(EXPR))+
         SQRT3(-Q/2-SQRT(EXPR))-R/3;
     NS:=1
    END
   ELSE
```

rapida a curbei centrelor.

Acest program a fost rulat pentru foarte multe seturi de patru pozitii, ca date de intrare, figura curbei fiind obtinuta pe ecran in cca. 10 secunde de la introducerea datelor. Dintre acestea s-au selectat in fig.7.9, fig.7.10, fig.7.11, respectiv in fig.7.12, curbele centrelor pentru care datele de intrare au fost primele trei pozitii din tab.4.1 iar a patra a fost obtinuta din linia corespunzatoare a tabelului, pe rind, adunind (pentru a vedea "ce se intimpla") cite "10 unitati", mai intii abscisei, apoi ordonatei, apoi unghiului, respectiv tuturor acestora.

Se observa din fig.7.9, 7.10, 7.11, 7.12 ca metoda de baleiere a planului este prin drepte paralele cu ordonata iar in imagine au fost introduse (din program) "elemente de grafica" (marcarea prin "segmente" a pozitiilor impuse, a polilor "Pij" prin "patratele", a polilor "Qij" prin "x"-uri, trasarea axelor). Aceste figuri pot fi comparate intre ele sau cu fig.7.8 pentru a vedea "ce s-a intimplat" variind parametrii dupa cum s-a aratat. "Jocul" de-a "ce se intimpla" daca este variat unul sau mai multi parametri pozitionali este "atractiv" si prin sistematizare poate duce la concluzii interesante privitor la sinteza pozitionala. Autorul isi propune sa revina asupra acestui aspect in lucrari viitoare.

7.10. Perspective

In finalul fiecarui subcapitol din cap.7, s-au relevat unele probleme de sinteza pozitionala, de teoria curbelor (mai ales a cubicelor) plane sau chiar de programare. Ar fi de asteptat ca in finalul capitolului sa apara si alte probleme similare. Se trec "in revista" citeva dintre acestea:

O problema de "interes", este cea a "suprapunerii" tuturor celor cinci curbe ale centrelor corespunzatoare combinatiilor de cite patru din cinci pozitii impuse sintezei. Ea este realizabila prin "ramificarea" programului descris in subcap.7.2 mai ales in conditiile din subcap.7.3.5), autorul propunindu-si a reveni asupra problemei, in alta lucrare (eventual considerind si curbele punctelor cercuale aferente).

O problema asupra careia autorul isi propune, de asemenea,

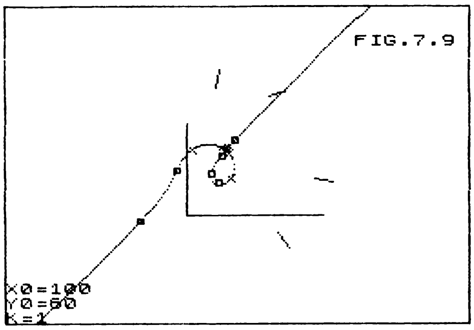


FIG.7.9

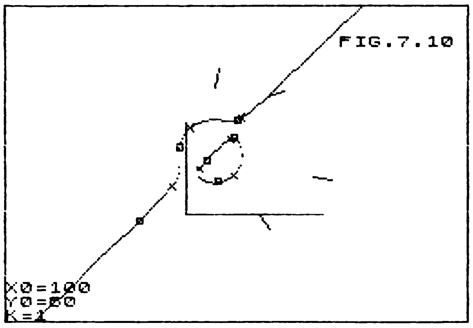


FIG.7.10

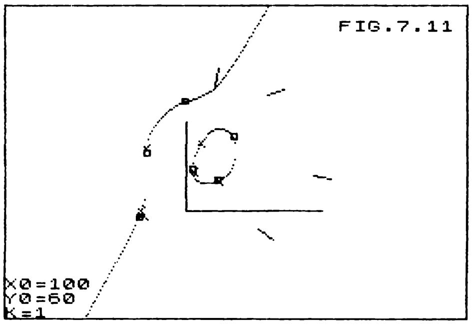


FIG.7.11

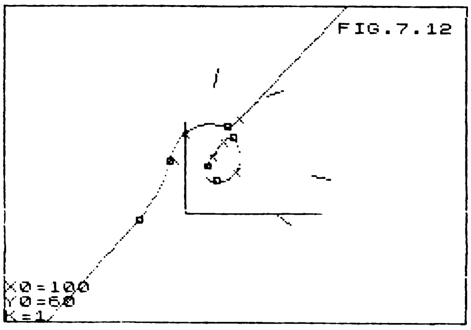


FIG.7.12

sa revina, in alte lucrari, este aceea a reprezentarii centrelor si punctelor aflate in corespondenta pe curba centrelor si pe curba punctelor cercuale, una din curbe fiind parcursa "cu pas constant". In felul acesta, pe curba conjugata s-ar pune (probabil) in evidenta zone cu "pas variabil", "zone de salt", "zone fara centre/puncte corespondente", etc.

In abordarea problemelor de mai sus, precum si a tuturor celorlalte cuprinse in aceasta lucrare, microsistemul "la dispozitie" a "facut multe" si "mai putea face", dar dupa cum s-a aratat au fost atinse uneori "niste limite". Se impune, poate, un salt calitativ prin utilizarea tehnicii de calcul mai performante.

. CALCULUL, PROIECTAREA, REALIZAREA SI EXPERIMENTAREA UNOR DISPOZITIVE DE PREHENSIUNE

In activitatea de cercetare-proiectare a autorului, o ondere semnificativa a avut-o domeniul dispozitivelor de rehensiune. In cele ce urmeaza, se vor trece in revista rincipalele realizari ale autorului in domeniul amintit. riteriul abordarii acestor realizari intr-o anume ordine este el al cronologicitatii, edificator si asupra cresterii treptate complexitatii acestor subansamble.

.1. Utilizarea fenomenului de autoblocare la dispozitivele de prehensiune

Fenomenul autoblocarii intervine conditionat in buna unctionare a mecanismelor. In continuare se fac referiri asupra plicatiilor acestui fenomen la sinteza dimensionala a unui ecanism frecvent folosit la dispozitivele de prehensiune din chiparea robotilor industriali (mai ales a acelora care ealizeaza operatii in interconditionare cu masini unelte pentru relucrari mecanice, pe care le alimenteaza/descarca cu/de emifabricate/piese prelucrate).

Dispozitivul de prehensiune mentionat este redat schematic in fig.8.1. Actionarea prin cilindrul pneumatic "1", permite ca la inaintarea pistonului "2", tija ramificata "3" a acestuia, prin terminatiile ei cilindrice (tip rola) care gliseaza in canalele "4" ale falcilor "5", sa se realizeze stringerea piesei cilindrice de manevrat "6". La retragerea tijei in cilindru se produce desfacerea piesei.

Data fiind simetria constructiva a dispozitivului de prehensiune, in fig.8.2 s-a transpus cu simbolurile consacrate pentru elemente si cuple, schema cinematica a mecanismului corespunzator. Se identifica elementele (motor "3", condus "5", fix "1") si cuplele cinematice care le leaga (de translatie intre "1" si "3", de rotatie intre "1" si "5", superioara intre "3" si "5"). In schema acestui mecanism plan desmodrom de speta 3, s-au introdus fortele si momentele care actioneaza asupra

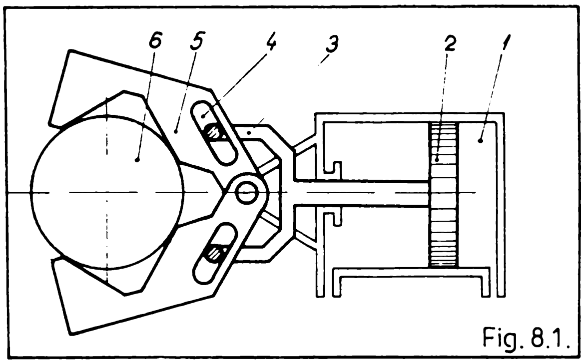


Fig. 8.1.

elementelor, precum si anumite dimensiuni caracteristice. "T" este forta de actionare a cilindrului pneumatic iar "G" este greutatea piesei de manevrat. Cu "R", "F", si "M" s-au notat reactiuni, forte, respectiv momente, ai caror indici literari "f" simbolizeaza "frecarea", indicii numerici fiind consacrati definirii sensului de actionare, conform uzantelor. Indicii "H" si "V" arata apartenenta in planul orizontal, respectiv vertical, iar indicii "A" si "B" sint afectati celor doua zone de contact ale cuplei de translatie.

Se considera mecanismul intr-o pozitie in care forta de stringere a piesei de manevrat nu este importanta. In fig.8.2 sensul fortelor/momentului de frecare a fost dispus in asa fel, incit se tine seama de "tendinta" de deschidere a falcilor dispozitivului de prehensiune sub actiunea greutatii piesei, atunci cind, spre exemplu, dispare presiunea de alimentare cu aer comprimat. Folosind fig.8.2, fig.8.3 si principiile cinetostaticii, conform [K8]/[P4], se pot scrie ecuatiile (doua de proiectii si una de momente) de echilibru pentru elementul "3"

$$+ F_{f13B} + F_{f13A} - R_{53} \cdot \sin\theta + F_{f53} \cdot \cos\theta = 0 \tag{8.1}$$

$$R_{13B} - R_{13A} + R_{53} \cdot \cos\theta + F_{f53} \cdot \sin\theta = 0 \tag{8.2}$$

$$R_{13B} \cdot h - R_{53} \cdot k \cdot \cos\theta - R_{53} \cdot c \cdot \sin\theta - F_{f53} \cdot \left(k + \frac{d \cdot \sin\theta}{2}\right) \cdot \sin\theta + F_{f53} \cdot \left(c - \frac{d \cdot \cos\theta}{2}\right) \cdot \cos\theta = 0 \tag{8.3}$$

In ipoteza frecarii de tip coulombian (considerind coeficientii de frecare corespunzatori), se poate scrie

$$F_{f13A} = \mu_{13} \cdot R_{13A} \tag{8.4}$$

$$F_{f13B} = \mu_{13} \cdot R_{13B} \tag{8.5}$$

$$F_{f53} = \mu_{35} \cdot R_{53} \tag{8.6}$$

are inlocuite in relatiile (8.1), (8.2), (8.3) conduc la

$$+ \mu_{13} \cdot (R_{13A} + R_{13B}) - R_{53} \cdot (\sin\theta - \mu_{35} \cdot \cos\theta) = 0 \tag{8.7}$$

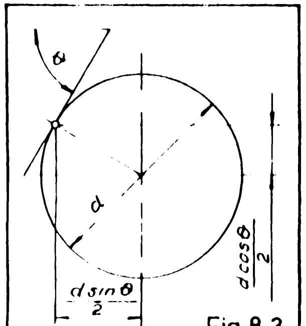


Fig. 8.3.

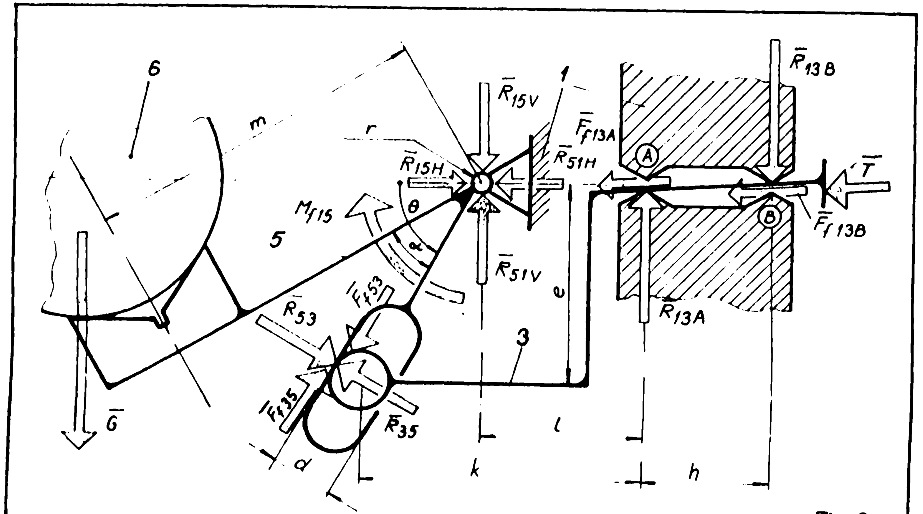


Fig. 8.2.

BUPT

$$R_{13H} - R_{13A} + R_{53} \cdot (\cos\theta + \mu_{35} \cdot \sin\theta) = 0 \tag{8.8}$$

$$R_{13H} \cdot h - R_{53} \cdot [k \cdot (\cos\theta + \mu_{35} \cdot \sin\theta) + c \cdot (\sin\theta - \mu_{35} \cdot \cos\theta) + \mu_{35} \cdot d/2] = 0 \tag{8.9}$$

Similar, pentru elementul "5", ecuatiile de echilibru au forma

$$R_{15H} - R_{35} \cdot \sin\theta + F_{f35} \cdot \cos\theta = 0 \tag{8.10}$$

$$R_{15V} + G - R_{35} \cdot \cos\theta - F_{f35} \cdot \sin\theta = 0 \tag{8.11}$$

$$G \cdot m \cdot \cos(\theta - \alpha) - R_{35} \cdot c/\sin\theta - F_{f35} \cdot d/2 - M_{f15} = 0 \tag{8.12}$$

Referitor la acest element, relatiile lui Coulomb (considerind coeficientii de frecare corespunzatori si raza cercului de frecare) sint

$$F_{f35} = \mu_{35} \cdot R_{35} \tag{8.13}$$

$$M_{f15} = R_{15} \cdot \rho = R_{15} \cdot r \cdot \mu_{15} \tag{8.14}$$

Reactiunea totala din cupla de rotatie este

$$R_{15} = \sqrt{R_{15H}^2 + R_{15V}^2} \tag{8.15}$$

Inlocuind (8.13) si (8.14) in (8.9), (8.10), (8.11), se obtine

$$R_{15H} - R_{35} \cdot (\sin\theta - \mu_{35} \cdot \cos\theta) = 0 \tag{8.16}$$

$$R_{15V} + G - R_{35} \cdot (\cos\theta - \mu_{35} \cdot \sin\theta) = 0 \tag{8.17}$$

$$G \cdot m \cdot \cos(\theta - \alpha) - R_{35} \cdot (c/\sin\theta + \mu_{35} \cdot d/2) - R_{35} \cdot r \cdot \mu_{15} = 0 \tag{8.18}$$

Relatiile (8.15), (8.16), (8.17), (8.18) pot fi rezolvate cu o precizie impusa prin iteratii succesive. In prima iteratie se considera frecarile nule si se determina reactiunea in cupla de rotatie care se considera ca atare in urmatoarea iteratie cind se determina o alta valoare a ei. Daca intre doua iteratii succesive, aceasta reactiune difera cu valori ingineresti

neglijabile, se considera rezolvarea incheiata. In ipoteza, de altfel acoperitoare pentru scopul ce se urmareste, ca se neglijeaza al treielea termen in relatia (8.18), se poate scrie

$$R_{35} = G \cdot \frac{m \cdot \cos(\theta - \alpha)}{e/\sin\theta + \mu_{35} \cdot d/2} \qquad (8.19)$$

care dupa inlocuire in (8.16), (8.17), (8.8), (8.9), conduce la

$$R_{15H} = G \cdot \frac{m \cdot (\sin\theta - \mu_{35} \cdot \cos\theta) \cdot \cos(\theta - \alpha)}{e/\sin\theta + \mu_{35} \cdot d/2} \qquad (8.20)$$

$$R_{15V} = G \cdot \left[\frac{m \cdot (\cos\theta + \mu_{35} \cdot \sin\theta) \cdot \cos(\theta - \alpha)}{e/\sin\theta + \mu_{35} \cdot d/2} - 1\right] \qquad (8.21)$$

$$R_{43H} = G \cdot \frac{m \cdot [k \cdot (\cos\theta + \mu_{35} \cdot \sin\theta) + e \cdot (\sin\theta - \mu_{35} \cdot \cos\theta) + d \cdot \mu_{35}/2] \cdot \cos(\theta - \alpha)}{h \cdot (e/\sin\theta + d \cdot \mu_{35}/2)} \qquad (8.22)$$

$$R_{43V} = G \cdot \frac{m \cdot [(k + h) \cdot (\cos\theta + \mu_{35} \cdot \sin\theta) + e \cdot (\sin\theta - \mu_{35} \cdot \cos\theta) + d \cdot \mu_{35}/2] \cdot \cos(\theta - \alpha)}{h \cdot (e/\sin\theta + d \cdot \mu_{35}/2)} \qquad (8.23)$$

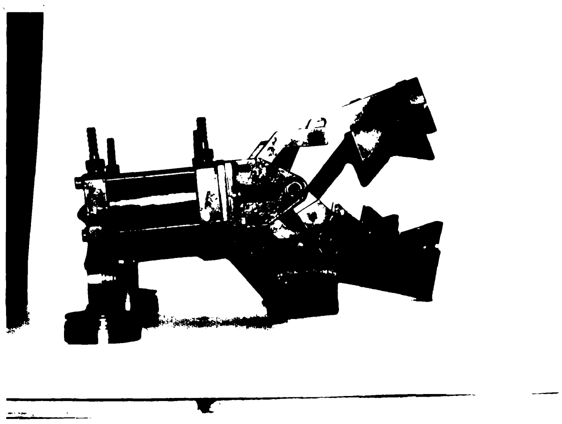
Inlocuind (8.20) si (8.21) in (8.15), se obtine reactiunea in cupla de rotatie, iar inlocuind (8.22) si (8.23) in (8.7), rezulta

$$+ G \cdot \frac{\mu_{13} \cdot m \cdot \cos(\theta - \alpha)}{h \cdot (e/\sin\theta + d \cdot \mu_{35}/2)} \cdot [(2 \cdot k + h) \cdot (\cos\theta + \mu_{35} \cdot \sin\theta) + (2 \cdot e - h/\mu_{13}) \cdot (\sin\theta - \mu_{35} \cdot \cos\theta) + d \cdot \mu_{35}] = 0 \qquad (8.24)$$

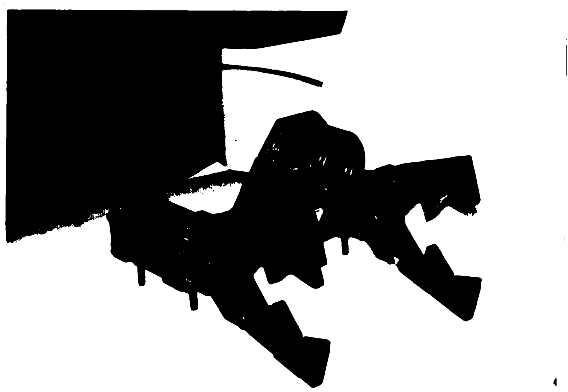
Pentru ca mecanismul sa fie blocat cind, in mod accidental, dispare presiunea in reteaua de aer comprimat, adica "T=0", este necesar ca al doilea termen din relatia (8.24) sa fie pozitiv. In aceste circumstante, tinind cont ca "G", coeficientii de frecare, "m", "h", "e", "d" sint cantitati reale pozitive si ca din constructie unghiurile au valori limitate, conditia ca mecanismul sa fie blocat la disparitia fortei motoare, devine

$$k + h) \cdot (\cos\theta + \mu_{35} \cdot \sin\theta) + (2 \cdot e - h/\mu_{13}) \cdot (\sin\theta - \mu_{35} \cdot \cos\theta) + d \cdot \mu_{35} \geq 0 \qquad (8.25)$$

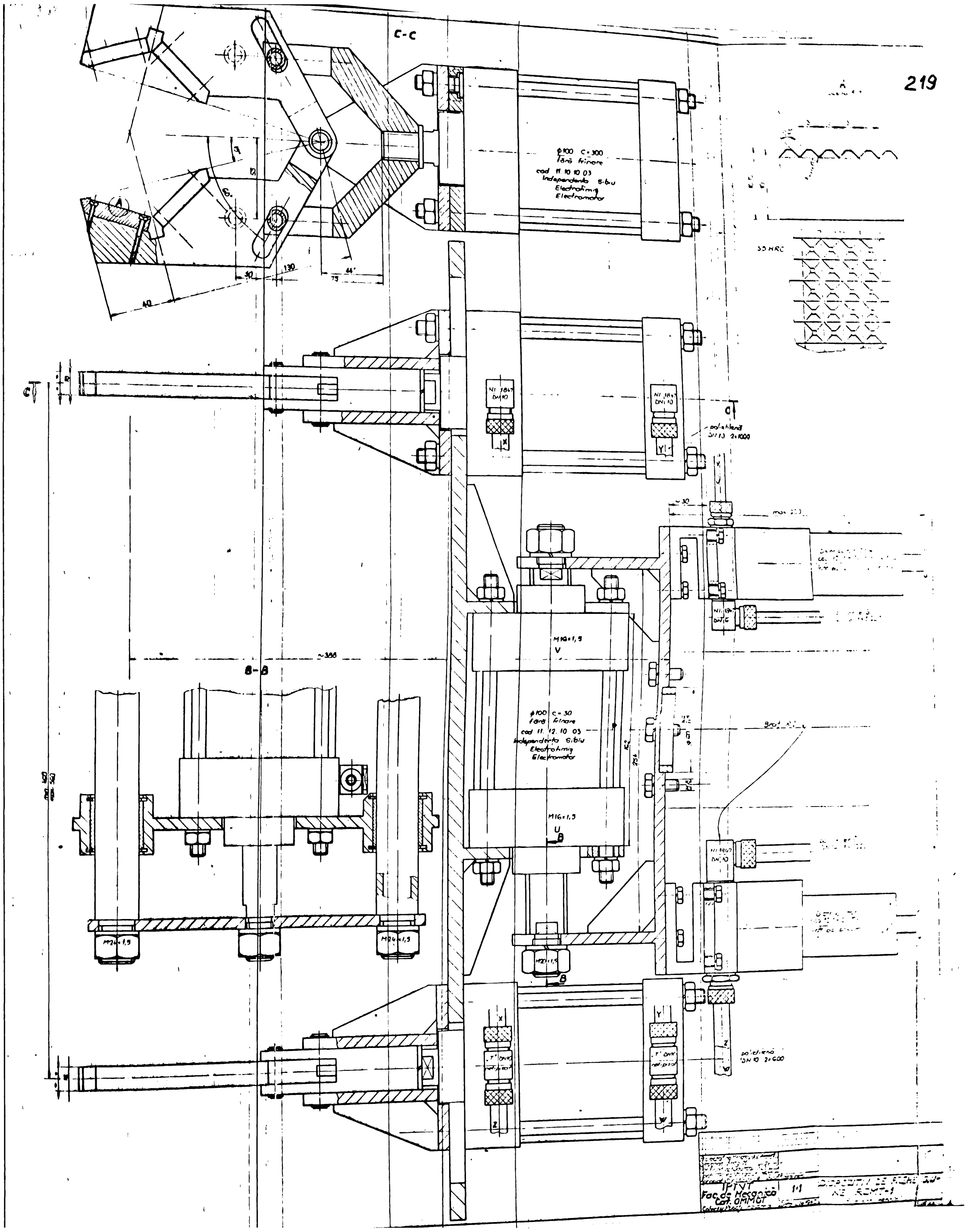
Relatia (8.25), care conditioneaza autoblocarea, arata in ce raporturi trebuie sa se gaseasca parametrii constructivi ai



FOTOGRAFIA 8.1



FOTOGRAFIA 8.2


C-C
B-B
M16×1,5
M24×1,5
IPTVT
Fac. de Mecanică
Cat. OMMCT

dispozitivelor de prehensiune de tipul celui din fig.8.1 cind se neglijeaza frecarea in cupla de rotatie. Daca nu se efectueaza aceasta neglijare, reactiunea din cupla de rotatie se determina prin procedeul iterativ descris mai inainte, cu valoarea astfel gasita putindu-se urma succesiunea anterioara de calcul, pina la obtinerea unei relatii similare cu (8.25).

Indeplinirea relatiilor de tipul (8.25), asigurind prin autoblocarea mecanismului, nedesfacerea accidentala a falcilor, contribuie la protectia personalului si utilajelor din zona de lucru a robotului industrial. De asemenea, forta de actionare poate fi oricit de mica (practic o forta de "deblocare"), independent de masa piesei strinsa in dispozitivul de prehensiune. Aceasta calitate conduce la reducerea gabaritului cilindrilor pneumatici de actionare (deci si a mecanismului, in ansamblu) ceea ce implica sarcini mai mici la extremitatea bratului robotului si deci forte inertiale, respectiv eforturi mai reduse, pentru intregul robot.

Calculul de mai sus, a fost expus de autor in [M21] si a fost aplicat cu ocazia contractelor [*29] si [*30], la dispozitivul de prehensiune al robotului industrial "REMT-1". Se prezinta alaturat o plansa-copie redusa la scara 0.35 dupa proiectul tehnic al dispozitivului de prehensiune al robotului "REMT-1" si in fotografiile 8.1 si 8.2, imagini ale prototipului dispozitivului creat dupa elaborarea proiectului de executie. Pe acest prototip, in laboratorul disciplinei "DISPOZITIVE", s-a procedat la "incarcarea" falcii inferioare (prototipul fiind fixat cu toate axele in plan orizontal) cu sarcini de pina la 60 kg, fara a o putea "deschide" (dupa cum era de asteptat), verificind astfel calculul pentru realizarea autoblocarii in absenta fortei motoare (adica, a presiunii aerului comprimat de alimentare).

Uzind de acest dispozitiv, robotul "REMT-1" a "lucrat" cca. 5 ani, dupa omologarea sa in 08.02.1982 cind a devenit primul robot romanesc operativ in mediu industrial, manipulind arbori si rotori de 20...60 kg intr-o celula tehnologica in fabrica "ELECTROMOTOR" din Timisoara, unde a si fost uzinat.

Pentru aceasta premiera tehnica nationala, colectivul de proiectanti si realizatori (incluzind autorul), a fost apreciat cu premiul "Traian Vuia" al Academiei Romaniei (diploma nr.113/25.11.1983).

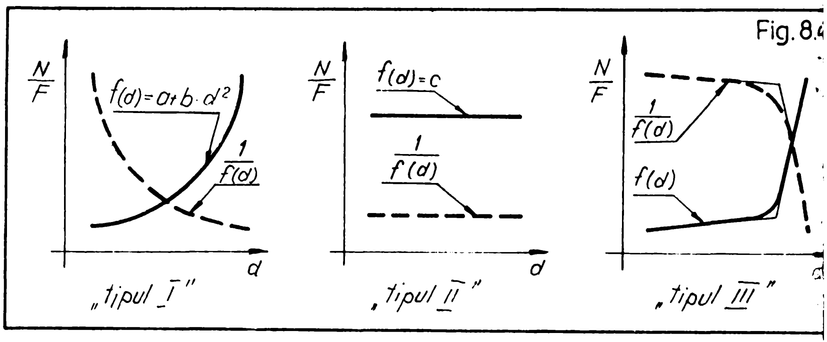


Fig.8.4

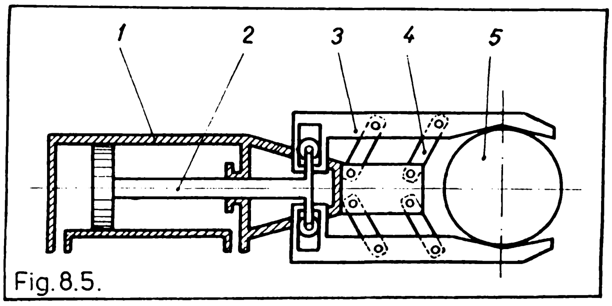


Fig.8.5.

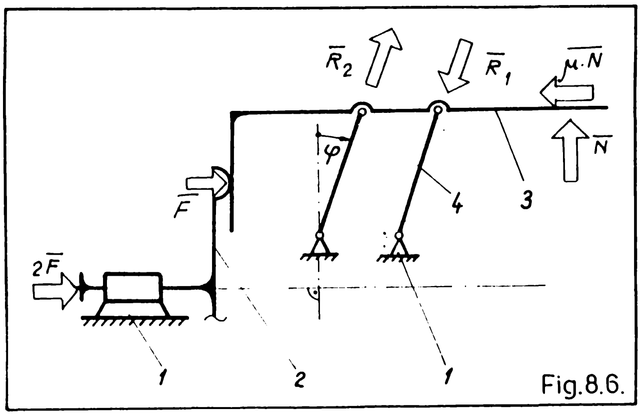


Fig.8.6.

:.2. Utilizarea unei caracteristici mecanice avantajoase la dispozitivele de prehensiune

Se numeste "caracteristica mecanica" a dispozitivului de rehensiune, dependenta raportului fortei de stringere prin orta de actionare (sau invers) de un parametru pozitional aracteristic dispozitivului (cursa in motorul de actionare, imensiunea piesei prehensate, sau altele similare).

Conform cu [K18], se prezinta in fig.8.4, cele trei tipuri pecifice ale caracteristicilor mecanice pentru dispozitivele de rehensiune. Tipul "I" caracterizeaza dispozitivele de rehensiune care prind piese ce au fortele masice preponderente n timpul manipularii (se asigura forte de stringere intrucitva roportionale cu dimensiunea "d" a piesei). Tipul "II" aracterizeaza dispozitivele de prehensiune care prind piese ce u fortele tehnologice preponderente in timpul manipularii (se sigura forte de stringere aproximativ constante indiferent de imensiunea "d" a piesei). Tipul "III" caracterizeaza ispozitivele de prehensiune care prind piese de aceleasi imensiuni (forta de stringere creste lent cit are loc propierea rapida a bacurilor de piesa, respectiv, creste brusc mediat ce contactul bac-piesa s-a produs).

Un dispozitiv de prehensiune care respecta prin constructia a, cu aproximaxie, proportionalitatea amintita in cazul "I", ste schematic prezentat in fig.8.5. Actionarea prin cilindrul neumatic "1", permite ca la inaintarea pistonului "2", tija amificata a acestuia, prin terminatiile ei cilindrice (tip ola) care gliseaza in canalele falcilor "3", prin legaturile alansierelor "4", sa se realizeze stringerea piesei cilindrice e manevrat "5". La retragerea tijei in cilindru se produce esfacerea piesei.

Data fiind simetria constructiva a dispozitivului de rehensiune, in fig.8.6, s-a transpus cu simbolurile consacrate entru elemente si cuple, schema cinematica a mecanismului orespunzator. Se identifica elementele (motor "2", condus "3", ix "1") si cuplele cinematice care le leaga (de translatie ntre "1" si "2", de rotatie intre "1"-"4" si "4"-"3", uperioara intre "2" si "3"). In schema acestui mecanism plan esmodrom de speta I, presupunind frecarea nula in cuplele de otatie si cea superioara (apropiat realizabil prin masuri onstructive adecvate) s-au introdus fortele ce actioneaza supra falcii-biela "3", precum si anumite dimensiuni aracteristice. "F" este semi-forta de actionare a cilindrului neumatic iar "N" este forta de stringere a piesei. Cu "R1" si R2" s-au notat reactiunile date de balansierele "4". resupunind ca fixarea piesei se face prin forta (cazul cel mai efavorabil), s-a introdus si efectul frecarii dintre piesa de anipulat si bac (prin coeficientul adecvat al frecarii ultiplicat cu forta de stringere).

Din suma proiectiilor pe axe, se obtin ecuatiile

$$- \mu \cdot N - (R_1 - R_2) \cdot \sin\varphi = 0 \quad (8.26)$$

$$- (R_1 - R_2) \cdot \cos\varphi = 0 \quad (8.27)$$

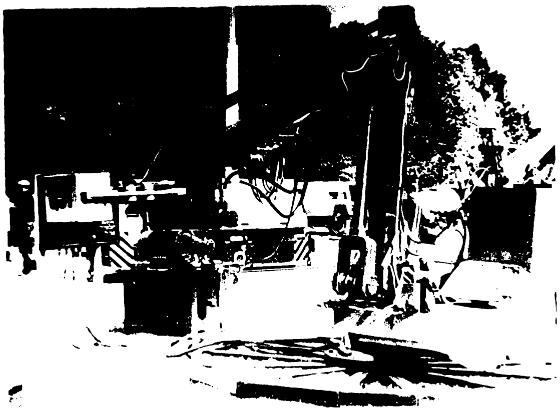
upa care rezulta

$$= \mu + \tan\varphi \quad (8.28)$$

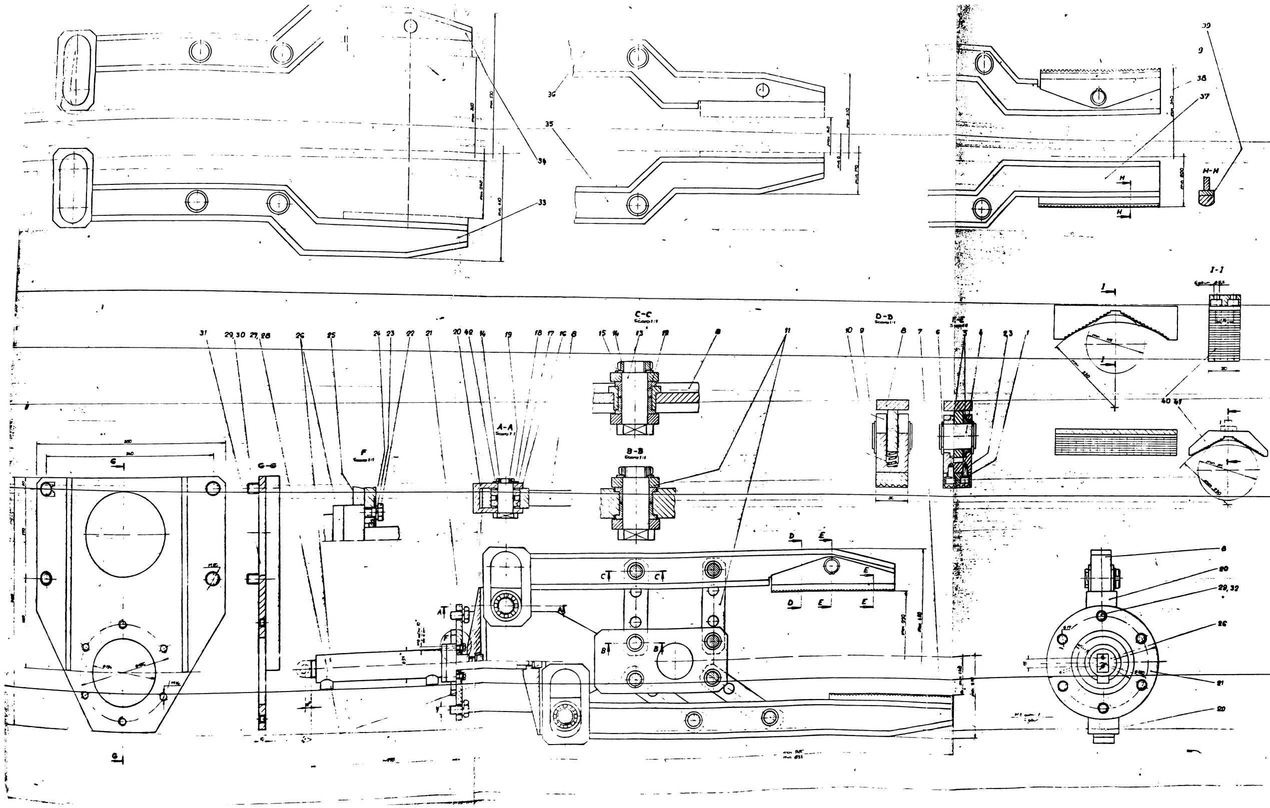
Analizind relatia (8.28), se observa ca la piesele de anipulat cu diametru mare (unghiul de pozitie "mic"), racteristica mecanica este preponderent determinata de eficientul de frecare, iar la piesele cu diametru mic (unghi e pozitie de pina la 30 grade), aceeasi caracteristica depinde eponderent de tangenta unghiului de pozitie. Acest fapt este marcabil, intrucit se stabileste o corespondenta avantajoasa baza caracteristicii mecanice, intre forta de stringere si ametrul piesei manipulate (presupus crescator cu masa), asa upa cum s-a expus in preambulul acestui subcapitol.

Relatia (8.28) poate servi la dimensionarea cilindrilor de tionare. Acest calcul a stat la baza mai multor dispozitive de ehensiune, prezentate cronologic de autor in [G3], [P14], 15], [M22], [K16] si [M23]. In majoritatea cazurilor, desi nu a urmarit in mod special, dispozitivele de prehensiune alizate prezentau fenomenul de autoblocare ca masura de otectie impotriva desfacerii accidentale a falcilor, conform bcap.8.1.

Realizarile principale ale autorului, pe baza contractelor



FOTOGRAFIA 8.3



Notă:

Tabel 1

Tipul bacurilor \ Tipul fălcilor		Fălci poziția 7, 8		Fălci poziția 33, 34	
Poz.	Denumirea	ø minim	ø maxim	ø minim	ø maxim
40	Bac transversal	115	280	220	330
41	Bac longitudinal	115	230	-	-

Poz.	Denumirea	Nr. desen / STAS	Buc.	Material	Observații
42	Saibă I	RI-67.04.01.42	2	STAS 791-80	
41	Bac longitudinal	RI-67.04.01.41	2	STAS 791-80	
40	Bac transversal	RI-67.04.01.40	2	STAS 791-80	
39	Bac pentru interior	RI-67.04.01.39	2	STAS 791-80	
38	Falcă pentru prindere interioară superioară	RI-67.04.01.38.00	1	STAS 500/2-80	Subansamblu sudat
37	Falcă pentru prindere interioară inferioară	RI-67.04.01.37.00	1	STAS 500/2-80	Subansamblu sudat
36	Falcă superioară	RI-67.04.01.36.00	1	STAS 500/2-80	Subansamblu sudat
35	Falcă inferioară	RI-67.04.01.35.00	1	STAS 500/2-80	Subansamblu sudat
34	Falcă superioară	RI-67.04.01.34.00	1	STAS 500/2-80	Subansamblu sudat
33	Falcă inferioară	RI-67.04.01.33.00	1	STAS 500/2-80	Subansamblu sudat
32	Șurub M16×25	STAS 4845-80	5	STAS 500/2-80	
31	Placă	RI-67.04.01.31.00	1	STAS 500/2-80	Subansamblu sudat
30	Șurub M20×30	STAS 4845-80	4	STAS 500/2-80	
29	Saibă Grower N20	STAS 7666/2-80	4	STAS 880-80	
28	Saibă Grower N16	STAS 7666/2-80	7	STAS 880-80	
27	Șurub M16×32	STAS 5144-80	1	STAS 500/2-80	
26	Cilindru hidraulic	[illegible]	1	-	
25	Bucșă cilindrică cu umăr ø25×ø32×16	RI-67.04.01.25	1	[illegible]	
24	Capac	RI-67.04.01.24	1	STAS 880-80	
23	Saibă Grower N8	STAS 7666/2-80	6	STAS 880-80	
22	Șurub M8×20	STAS 4845-80	6	STAS 500/2-80	
21	Suport	RI-67.04.01.21.00	1	STAS 500/2-80	Subansamblu sudat
20	Furcă	RI-67.04.01.20	1	STAS 500/2-80	
19	Bolț II	RI-67.04.01.19	2	STAS 791-80	
18	Distanțier II	RI-67.04.01.18	4	STAS 500/2-80	
17	Distanțier I	RI-67.04.01.17	2	STAS 500/2-80	
16	Rulment 6006-2RS	STAS 3041/2-68	4	-	
15	Saibă	RI-67.04.01.15	8	STAS 791-80	
14	Piuliță M20×1,5	STAS 5012-80	10	STAS 500/2-80	
13	Bolț I	RI-67.04.01.13	8	STAS 791-80	
12	Bucșă cilindrică cu umăr ø25×ø37×12	RI-67.04.01.12	16	[illegible]	
11	Manivelă	RI-67.04.01.11	8	STAS 500/2-80	
10	Arc	RI-67.04.01.10	2	STAS 880-80	
9	Capac mare	RI-67.04.01.09	1	STAS 500/2-80	
8	Falcă superioară	RI-67.04.01.08.00	1	STAS 500/2-80	Subansamblu sudat
7	Falcă inferioară	RI-67.04.01.07.00	1	STAS 500/2-80	Subansamblu sudat
6	[illegible]	[illegible]	2	-	
5	Bucșă cilindrică cu umăr	RI-67.04.01.05	2	[illegible]	
4	Bolț	RI-67.04.01.04	1	[illegible]	
3	Saibă Grower N6	STAS 7666/2-80	12	STAS 880-80	
2	Șurub M6×15	[illegible]	12	[illegible]	
1	[illegible]	RI-67.04.01.01	2	[illegible]	

RI-67.04.01.00

DISPOZITIV DE [illegible]

[*31], [*32], [*33] si conform celor expuse in acest subcapitol, sint dispozitivele de prehensiune ce echipeaza "membrii" familiei de manipulatoare sincrone "MS-200" (pentru sarcini de 200 kg), "MS-500" (pentru sarcini de 500 kg) si "MS-1000" (pentru sarcini de 1000 kg), lucrari colective in cadrul carora autorul a proiectat si alte subansamble. Toate manipulatoarele amintite (deci si dispozitivele de prehensiune) au actionare hidraulica la presiunea nominala de 100 bar.

Se exemplifica cele anterior expuse, prin alaturarea desenului de subansamblu (redus cu scara 0.35) al dispozitivului de prehensiune din dotarea manipulatorului sincron "MS-200" si prezentarea in fotografia 8.3 a imaginii manipulatorului sincron "MS-500" care "tine" in dispozitivul de prehensiune un bloc metalic de 500 kg (l-a tinut astfel, citeva zile) in perimetrul "Tirgului international Bucuresti-1987".

Intreaga familie de manipulatoare sincrone amintite, a fost fabricata la "Intreprinderea mecanica de masini si utilaj minier" din Baia Mare. Dintre "membrii" familiei, manipulatorul "MS-500" a fost apreciat cu "Medalia de aur a Tirgului international Bucuresti-1987".

8.3. Proiectarea dispozitivelor de prehensiune cu centrare, pe baza mecanismelor de pozitionare

Proiectarea dispozitivelor de prehensiune cu asigurarea centrarii, conform celor expuse in subcap.1.5 (fig.1.35 si fig.1.36) pe baza unei scheme cinematice asemanatoare cu cea a mecanismului din fig.1.43, a stat in atentia autorului incepind cu [M14] si [M13], dar a fost finalizata doar in ultimii ani cu [C4] si [B7] prin sinteza pozitionala "modernizata".

Acest subcapitol constituie "justificarea" multor afirmatii ale autorului, facute anterior in aceasta lucrare. De aceea nu trebuie sa surprinda, in acest context, aparitia unor considerații teoretice asupra metodei noi propuse in sinteza mecanismelor de tipul celui din fig.1.43 sau asupra preciziei "teoretice" de centrare asigurata de astfel de mecanisme, alaturi de proiectul corespunzator al dispozitivelor de prehensiune si verificarea "practica" a centrarii.

8.3.1. Limitele in aplicarea sintezei cincipozitionale

Rationamentul care a dus la concluzia ca in sinteza unui mecanism de tipul celui din fig.1.43 care sa asigure bacurilor prismei solidare cu biela sa, o succesiune de pozitii ca in fig. 1.36, intr-un ecart de diametre ca in fig.1.35, este imposibil de aplicat sinteza cincipozitionala, se bazeaza pe generalizarea a numeroase exemple abordate in timp de catre autor (nu au fost intilnite calcule care sa infirme concluziile la care s-a ajuns). Se prezinta in continuare un astfel de exemplu.

Ecartul de diametre din fig.1.35 a fost ales intre diametrul minim "Dmin=5 mm" si cel maxim "Dmax=70mm". Unghiul prismei a fost ales de 120 grade (cel mai uzitat la dispozitive de prehensiune, inclusiv de majoritatea celor anterior prezentate), ceea ce a condus la unghiurile de pozitie minim "βmin=60 grade" si maxim "βmax=120 grade". Impartind echidistant (in cazul sintezei cincipozitionale, in patru) aceste ecarturi de diametre si unghiuri, s-a ajuns cu notatiile din fig.1.36 la asocierile de diametre si unghiuri din tab.8.1.

Tab.8.1

Marimi asoc.\ i=	1	2	3	4	5
Diametru Di [mm]	5	21.25	37.5	53.75	70
Unghi βi [grade]	120	105	90	75	60

Trecerea de la notatiile din fig.1.36 la cele din fig.2.8 (specifice definirii pozitiilor impuse in cadrul sintezei pozitionale), se poate face prin intermediul relatiilor

$$OM_i = \frac{D_i/2}{\sin(\alpha/2)} \tag{8.29}$$

$$x_{M_i} = OM_i \cdot \cos\theta_i \tag{8.30}$$

$$y_{M_i} = OM_i \cdot \sin\theta_i \tag{8.31}$$

cu ajutorul carora se obtin pozitiile impuse din tab.8.2.

Tab.8.2

Poz.	x=xMi [mm]	y=yMi [mm]	θ [grade]
1	-1.4433757	2.5	120
2	-3.1753715	11.850648	105
3	0	21.650635	90
4	8.0318219	29.975168	75
5	20.207259	35	60

S-au considerat pozitiile "1,2,3,4" si pozitiile "2,3,4,5" ca date de intrare in programul de determinare a coeficientilor curbei centrelor (sub forma (4.32) a ecuatiei cu 7 coeficienti) prezentat in subcap.7.1. In aceste cazuri au aparut "instabilitati" si "proportionalitati" privitoare la valorile acestor coeficienti, de tipul celor semnalate in tab.7.2, ceea ce semnifica faptul ca originea axelor din fig.1.35/1.36/1.43/ /2.8 este situata pe curba centrelor. Pentru a demonstra ca acesti coeficienti sint totusi utilizabili, s-au retinut in tab.8.3, primele seturi obtinute prin considerarea ca 7 poli pe curba centrelor, a celor numiti "P12,P13,P14,P23,Q12,Q13,Q14", respectiv "P23,P24,P25,P34,Q23,Q24,Q25", corespunzator pentru curbele "f1234" si "f2345".

Intre valorile aceluiasi set de coeficienti din tab.8.3, se observa mari diferente de ordine a marimilor, semnalate si in subcap.7.1. Acest fapt presupune ca in mod corespunzator, curbele centrelor au forme "aproape particulare". Astfel coeficientii "A,B" sugereaza o asimptota "usor urcatoare" pentru curba "f1234" si una "usor coboritoare" pentru curba "f2345", coeficientii "E,G" (de acelasi ordin de marime in fata termenilor in "x^2" si "y^2") si "F" ("mult" diferit in fata termenului in "x*y") sugereaza existenta unei ramuri "aproape circulara", iar coeficientii "H,I" ("foarte" mari in fata termenilor in "x" si "y") in acceptiunea interpretarii data coeficientilor "A,B", sugereaza existenta cite unei ramuri "aproape rectilinie", "usor crescatoare" pentru curba "f1234" si "usor coboritoare pentru curba "f2345".

Tab.8.3

\ Curba \----\ Coef. \	"f1234"	"f2345"
A	-163.09993	8.4217533
B	1238.8627	63.969062
E	2956.126	-152.64388
F	-22064.523	-1139.3187
G	-2956.0641	152.63722
H	107155.38	-5532.9574
I	-813931.8	-42027.245

Coeficientii din tab.8.3 au fost utilizati ca date de intrare in al doilea program (pentru trasarea a doua curbe ale centrelor), prezentat in subcap.7.2. Rezultatul rularii este vizibil in fig.8.7 si confirma "presupunerile" anterioare privitoare la marimile coeficientilor, in plus putindu-se constata ca ramura "aproape rectilinie" aste "aproximativ o dreapta aproape diametrala" pentru ramura "aproape circulara".

In fig.8.7 se mai observa ca zonele "nemonotone" ale celor doua curbe se suprapun, ceea ce inseamna ca "aici" se pot gasi solutiile sintezei cincipozitionale, centrele Burmester (unul este sigur originea axelor intrucit s-a aratat mai inainte ca ambele curbe trec prin origine, iar aceasta nu este pol al rotatiilor finite). Tot in fig.8.7, s-a trasat punctat, la aceeasi scara a curbelor "f1234" si "f2345", cercul centrat reprezentind piesa de diametru maxim din tab.8.1. Dupa cum se observa, in "cercul-piesa" sau in imediata lui apropiere (la cca. 2 mm, tinind cont de scara) ar fi posibil sa existe centre Burmester de adoptat ca loc de amplasare pentru articulatiile manivelelor/balansierilor cu elementul fix. Intrucit "in spatiul ocupat de piesa" nu pot fi "amplasate" articulatii si nu pot "trece" elemente ale mecanismului, se poate concluziona ca PENTRU MECANISME DE TIPUL CELUI DIN FIG.1.43 CARE SA-SI TREACA PRISMA-BAC PURTATA DE BIELA PRIN POZITII DE PRECIZIE CA IN FIG.2.8, NU ESTE POSIBILA APLICAREA SINTEZEI CINCIPOZITIONALE.

Cele mai sus expuse, au fost studiate de autor incepind cu

[M14] si [M13], aceasta fiind si explicatia pentru faptul ca sinteza patrupozitionala si studiul curbelor aferente ei, constituie fondul acestei lucrari.

8.3.2. Aplicarea "spatierii Cebisev" in sinteza pozitionala

Dupa cum s-a specificat in subcap.2.6, in scopul cresterii preciziei la mecanismele generatoare de traiectorii/functii, se poate aplica o anumita "aranjare" a punctelor de precizie pe traiectoria/functia de reprodus. In cele ce urmeaza, se va arata cum se poate aplica aceasta "spatiere" si la mecanismele de pozitionare, continuind sinteza inceputa in subcapitolul precedent, de data aceasta doar "patrupozitional".

Adoptind acelasi ecart de diametre si unghiuri, precum si impartirea echidistanta (in cazul sintezei patrupozitionale, la trei) a acestor ecarturi, se ajunge la marimile asociate din tab.8.4.

Tab.8.4

Marimi asoc.\ i=	1	2	3	4
Diametru Di [mm]	5	26.666667	48.333333	70
Unghi βi [grade]	120	100	80	60

Autorul a considerat necesar (se va dovedi prin calculul preciziei teoretice a centrarii pe mecanisme sintetizate cu si fara spatiere) a se aplica "spatierea Cebisev", ambelor marimi asociate din tab.8.4. Astfel, utilizind relatiile (2.85) si (2.86), pentru "p=4", din tab.8.4 s-au obtinut marimile asociate spatiate din tab.8.5.

Pentru a putea trece de la marimile asociate din tab.8.4 si tab.8.5 (adica de la notatiile din fig.1.36 la cele din fig.2.8), s-au aplicat relatiile (8.29), (8.30) si (8.31) asupra marimilor continute in aceste tabele, rezultind corespunzator, pozitiile nespatiate din tab.8.6 si cele spatiate din tab.8.7.

Tab.8.5

Mar.as.\ i=	1	2	3	4
Dia.Di[mm]	7.4739152	25.062788	49.937212	67.526085
Ung.βi[gr]	117.71639	101.4805	78.519497	62.283614

Tab.8.6

Poz.	x=xMi [mm]	y=yMi [mm]	θ [grade]
1	-1.4433757	2.5	120
2	-2.6734886	15.162107	100
3	4.845698	27.481319	80
4	20.207259	35	60

Tab.8.7

Poz.	x=xMi [mm]	y=yMi [mm]	θ [grade]
1	-2.0069174	3.8199588	117.71639
2	-2.8800295	14.180499	101.4805
3	5.738415	28.254421	78.519497
4	18.132298	34.512952	62.283614

S-au considerat pozitiile "nespatiate 1,2,3,4" din tab.8.6 si pozitiile "spatiate 1,2,3,4" din tab.8.7 ca date de intrare in programul de determinare a coeficientilor curbei centrelor (sub forma (4.32) a ecuatiei cu 7 coeficienti) prezentat in subcap.7.1. Si in aceste cazuri au aparut "instabilitati" si "proportionalitati" privitoare la valorile acestor coeficienti, de tipul celor semnalate in tab.7.2, ceea ce semnifica faptul ca originea axelor din fig.1.35/1.36/1.43/2.8 este situata pe curba centrelor. Pentru a demonstra ca acesti coeficienti sint totusi utilizabili, s-au retinut in tab.8.8, primele seturi obtinute prin considerarea ca 7 poli pe curba centrelor, a celor numiti

"P12,P13,P14,P23,Q12,Q13,Q14", corespunzator pentru curbele "fara spatiere" si "cu spatiere".

Tab.8.8

\ Curba \----\ Coef. \	"fara spatiere"	"cu spatiere"
A	-0.000043304273	0.000041127934
B	131.21176	-101.47229
E	0.0038998707	-0.002251924
F	-2436.5255	1877.5587
G	0.0019185588	-0.0051806124
H	-0.11206459	0.000063067794
I	-87761.179	67591.431

Intre valorile aceluiasi set de coeficienti din tab.8.8, se observa cele mai mari diferente de ordine a marimilor, semnalate in aceasta lucrare. Acest fapt presupune (la fel ca in subcap.8.3.2) ca in mod corespunzator, curbele centrelor au forme "aproape particulare". Astfel coeficientii "A,B" sugereaza o asimptota "aproape paralela cu abscisa", coeficientii "E,G" (de acelasi ordin de marime in fata termenilor in "x^2" si "y^2") si "F" ("mult" diferit in fata termenului in "x*y") sugereaza o ramura aproape circulara, iar coeficientii "H,I" (unul "foarte" mic in fata termenului in "x" si altul "foarte" mare in fata termenului in "y") in acceptiunea interpretarii data coeficientilor "A,B", sugereaza cite o ramura "aproape rectilinie", care este "aproape" abscisa atit in cazul curbei "fara spatiere" cit si al celei "cu spatiere".

Coeficientii din tab.8.8 au fost utilizati ca date de intrare in al doilea program (pentru trasarea a doua curbe ale centrelor), prezentat in subcap.7.2. Rezultatul rularii este vizibil in fig.8.8 pentru curba "fara spatiere", respectiv in fig.8.9 pentru curba "cu spatiere", si confirma "presupunerile" anterioare privitoare la marimile coeficientilor, in plus putindu-se constata ca ramura "aproape rectilinie" este "aproximativ o dreapta-axa absciselor aproape diametrala" pentru ramura "aproape circulara".

Comparind fig.8.8 cu fig.8.9, se constata ca sint aproape identice ("usoare" deosebiri apar in cadranele II si III), iar comparind aceleasi figuri cu fig.8.7 se constata ca ramurile "aproape circulare" au "aproape acelasi diametru" si sint la fel situate fata de origine (deci sint incluse in cercul ce figureaza piesa de diametru maxim). Intrucit "in spatiul ocupat de piesa" nu pot fi "amplasate" articulatii si nu pot "trece" elemente ale mecanismului, iar conform fig.1.43 si fig.2.8, piesa "intra" intre bacuri "prin stinga imaginilor" (este doar o orientare relativa), se poate concluziona ca PENTRU MECANISME DE TIPUL CELUI DIN FIG.1.43 CARE SA-SI TREACA PRISMA-BAC PURTATA DE BIELA PRIN POZITII DE PRECIZIE CA IN FIG.2.8, IN APLICAREA SINTEZEI PATRUPOZITIONALE, ESTE UTILIZABILA DOAR RAMURA CVASIRECTILINIE DIN "DREAPTA" RAMURII CVASICIRCULARE A CURBEI CENTRELOR, IN SCOPUL AMPLASARII ARTICULATIILOR CU ELEMENTUL FIX A BALANSIERELOR/MANIVELELOR.

Ar mai fi de observat, in legatura cu valorile din tab.8.8 ale coeficientilor "A,B,E,F,G,H,I", in raport cu relatiile (5.47) si (5.48) care dau coordonatele focarului, cu ecuatiile (5.60) si (5.100) care definesc asimptota, respectiv axa medie, pentru curbe ale centrelor date sub forma ecuatiei cu 7 coeficienti (4.32), ca PENTRU MECANISME DE TIPUL CELUI DIN FIG.1.43 CARE SA-SI TREACA PRISMA-BAC PURTATA DE BIELA PRIN POZITII DE PRECIZIE CA IN FIG.2.8, IN APLICAREA SINTEZEI PATRUPOZITIONALE, CURBA CENTRELOR ARE FOCARUL SITUAT PE RAMURA "CVASIRECTILINIE" (APROXIMATIV IN "CENTRUL" RAMURII "CVASICIRCULARE") CARE ESTE "APROAPE CONFUNDATA" CU ASIMPTOTA, CU AXA MEDIE SI CU AXA ABSCISELOR.

Fig.8.8/8.9 sint "incomplete" (deosebit de cum rezultau "in continuitate", rularile programelor din subcap.7.2) intrucit la baleierea planului prin o paralela cu abscisa, calculatorul s-a blocat la prima ciclare prin atingerea "numarului cel mai mare" (E39) datorita mai sus amintitei "cea mai mare diferenta a ordinului de marime" a coeficientilor din tab.8.8. Acest fapt pledeaza pentru utilizarea unor calculatoare mai performante in studii similare, dar nu impieteaza cu nimic asupra concluziilor privind curbele analizate intrucit acestea au fost cunoscute, initial, prin programele prezentate in subcap.3.2, subcap.3.3 si subcap.3.4.

8.3.3. Propunerea unei metode de sinteza patrupozitionala simplificata

Se au in vedere CONCLUZIILE din subcap.8.3.1 si din subcap. 8.3.2 (verificate intocmai pe cca. 100 cazuri de sinteza) si se constata (conform coeficientilor "A,B" din tab.8.8) ca panta "ramurei rectilinii ce trece prin origine putindu-se utiliza la sinteza", este de "3...4 la 1000000". In acest context, centrele de pe curba centrelor, situate la distanta "rezonabila" de origine (sub 500 mm) sint departate de abscisa cu distante submicrometrice. Un punct situat pe abscisa, adoptat ca centru si situat la o asemenea distanta de curba centrelor, verifica ecuatia acesteia "cel putin la fel de bine" ca un pol "Pij/Qij", ca focarul "F", ca punctul principal "P", ca punctele Newton si Gauss "N" si "G" (daca exista), ca punctele de tangenta "T1...T8", ca punctele de inflexiune "I1,I2,I3", sau ca alte puncte avind coordonatele semnalate in aceasta lucrare, intrucit proprietatile de care se bucura curbele de sinteza ca locuri geometrice speciale, nu se "dilueza" la distante (relative) atit de mici.

In contextul de mai sus, ESENTA PROPUNERII DE A SIMPLIFICA SINTEZA PATRUPOZITIONALA (in cazul adoptarii pozitiilor impuse ca in subcap.8.3.2, cu sau fara "spatiere"), CONSTA (paradoxal) IN A RENUNTA LA EFECTUAREA EI, ADOPTIND CA LOC GEOMETRIC AL CENTRELOR (al articulatiilor cu elementul fix) CHIAR SENSUL POZITIV AL AXEI ABSCISELOR. Detaliind, conform "simplificarii", se va proceda, in sintetizarea unui mecanism cu schema din fig.1.43 care sa-si treaca prisma-bac prin pozitii de precizie ca in fig.2.8, la parcurgerea urmatoarelor "secvente":

a.) Se adopta rational unghiul prismei-bac, ecartul de diametre pentru piesa de manipulat si ecartul de unghiuri pentru bisectoarea prismei.

b.) Se procedeaza la impartirea ecarturilor amintite (echidistant sau cu spatiere conform subcap.8.3.2) si se obtin pozitiile impuse sintezei.

c.) Se aleg rational abscisele articulatiilor "Ao=Ao´" si "Bo=Bo´" cu elementul fix (se va tine cont de faptul ca rezultatul analizei cinetostatice este cu atit mai favorabil cu cit ... dintre aceste centre este mai mare, corelat cu gabaritul axial al cilindrului de actionare).

d.) Se deduc coordonatele punctelor cercuale (articulatiile mobile "A" si "B") corespunzatoare alegerii de la secventa "c", in cele patru pozitii impuse la secventa "b".

e.) Se calculeaza pentru fiecare pozitie, lungimile balansierelor si bielei (desi, in fond, se efectueaza o sinteza aproximativa, aceste lungimi vor diferi intre pozitii, cu valori submicrometrice, dupa cum se va vedea mai tirziu) si functie de acestea, prin adaos/lipsa se adopta valorile definitive ale acestor lungimi tinind cont de faptul ca mecanismul va trebui sa treaca printr-o pozitie de "aliniament" a articulatiilor "Ao,A,B,Bo" (conditia matematica fiind "AoBo+AoA=BoB+AB").

f.) Se efectueaza calculele legate de precizia "teoretica" a mecanismului sintetizat (secventa se va parcurge ca in subcap. 8.3.4, dar nu este obligatorie).

g.) Se alege articulatia "C" pe balansierul "BoB" (pe "AoA" nu se poate, acesta fiind relativ scurt si "plasat" intr-o zona "aglomerata" a mecanismului in care ar fi greu de "materializat" aceasta articulatie) tinind cont de faptul ca analiza cinetostatica va fi cu atit mai favorabila cu cit articulatiile "C" si "B" vor fi mai apropiate (cu grija de a nu atinge in articulatia "D", valoarea admisa a unghiului de presiune).

Conform succesiunii "a...g", a fost intocmit un program de calcul (lungime 2731 bytes), una dintre variante fiind redata pe versoul paginii 232.

Programul a fost scris in mod conversational, ca date de intrare fiindu-i necesare cele patru pozitii de sinteza impuse si abscisa articulatiei cu elementul fix ("xAo"/"xBo"). Reperind acest centru in fiecare din pozitiile impuse si considerind "miscarea inversa" (a elementului fix in raport cu cel mobil), se determina coordonatele punctului cercual conjugat, in toate cele patru pozitii ale sale.

Acest program a fost rulat pentru pozitile impuse din tab.8.6 (nespatiate) si pentru cele din tab.8.7 (spatiate), in ambele cazuri considerind articulatiile cu elementul fix situate la "xAo=80 mm" si "xBo=180 mm". In cazul cu pozitii "nespatiate" coordonatele articulatiilor bielei sint redate in tab.8.9 iar in cazul "cu spatiere", in tab.8.10, considerind toate cele patru pozitii impuse.

Tab.8.9

\ Coord. \-----\ Poz. \	xA [mm]	yA [mm]	xB [mm]	yB [mm]
1	55.604667	10.436703	63.527475	15.010939
2	53.648649	3.1085885	62.658133	4.6972036
3	53.648649	-3.1085887	62.658135	-4.6972042
4	55.604667	-10.436703	63.527476	-15.010938

Tab.8.10

\ Coord. \-----\ Poz. \	xA [mm]	yA [mm]	xB [mm]	yB [mm]
1	55.511427	9.5819624	63.5896	13.826046
2	53.955427	3.6310078	62.898049	5.4472355
3	53.955414	-3.631006	62.898028	-5.4472325
4	55.511422	-9.5819586	63.589592	-13.82604

Cu datele din tab.8.9 si tab.8.10, s-a procedat la calculul lungimilor elementelor mecanismului patrulater "AoABBo" din fig.1.43, pentru fiecare pozitie, rezultatele redindu-se in tab.8.11 ("fara spatiere") si tab.8.12 ("cu spatiere").

Tab.8.11

\ Elem. \----\ Poz. \	AoA [mm]	AB [mm]	BoB [mm]
1	26.534073	9.148471	117.43584
2	26.534073	9.1484698	117.43584
3	26.534073	9.1484719	117.43584
4	26.534073	9.1484714	117.43584

Tab.8.12

Elem. \ Poz.	AoA [mm]	AB [mm]	BoB [mm]
1	26.296468	9.1251917	117.22858
2	26.296463	9.1251943	117.22858
3	26.296476	9.1251862	117.2286
4	26.296471	9.1251881	117.22859

Evident, atit in cazul mecanismului sintetizat pe baza celor patru pozitii "nespatiate" din tab.8.6, cit si in cazul mecanismului sintetizat pe baza celor patru pozitii "spatiate" din tab.8.7, elementul fix are dimensiunea "AoBo=100 mm". Pentru celelalte dimensiuni, notate conform fig.1.43, se va lucra in continuare cu valorile medii (corespunzator calculate pe coloanele din tab.8.11/8.12) redate in tab.8.13.

Tab.8.13

Dimens.med.ale elem. \ Mecanism pt. poz.	AoA [mm]	AB [mm]	BoB [mm]
"fara spatiere"	26.534073	9.148471025	117.43584
"cu spatiere"	26.2964695	9.125190075	117.2285875

Se observa in tab.8.9 si tab.8.10, ca mecanismul are cele patru pozitii doua cite doua "aproape perfect" simetrice (diferentele apar la "sutimea de micrometru") in raport cu axa de simetrie a dispozitivului de prehensiune (ce trece prin "Ao" si "Bo") si deci el trebuie sa treaca printr-o pozitie de aliniere a articulatiilor pentru care este necesar ca "AoBo+AoA=BoB+AB".

De asemenea, din tab.8.11 si tab.8.12, se observa ca in cele patru pozitii, balansierele "AoA"/"BoB" si biela "AB" au lungimi "aproape strict" egale (diferentele apar la "sutimea de micrometru"), ceea ce confirma ca "sinteza simplificata", propusa in acest subcapitol, este fundamentata. Avind in vedere ca elementul fix "AoBo=100 mm", sumele "BoB+AB" si "AoBo+AoA" sint "aproape egale" considerind datele din tab.8.13 (diferentele apar la "sutimea de mm"). Fiind necesar ca sumele amintite sa fie "strict" verificate de dimensiunile mecanismului (altfel el nu va trece de pozitia de aliniere a articulatiilor), in continuare s-au adoptat ca dimensiuni finale pentru elemente, valorile din tab.8.14 (apropiate de valorile medii din tab.8.13).

Tab.8.14

Dimens.finale ale elem. / Mecanism pt. pozitii	AoA [mm]	AB [mm]	BoB [mm]	AoBo [mm]
"fara spatiere"	26.55	9.15	117.4	100
"cu spatiere"	26.3	9.1	117.2	100

Cu valorile din tab.8.14 s-au efectuat calculele privitoare la precizia centrarii (in subcap.8.3.4), iar dimensiunile mecanismului "cu spatierea" pozitiilor de precizie impuse, au servit la realizarea practica a unui dispozitiv de prehensiune (prezentat in subcap.8.3.5).

8.3.4. Precizia teoretica a unor dispozitive de prehensiune

Privitor la un dispozitiv de prehensiune realizat pe baza unui mecanism cu schema din fig.1.43, reluata cu notatii specifice acestui calcul in fig.2.3, se poate efectua un calcul al preciziei teoretice a centrarii, pornind de la relatiile de pozitii in mecanismul patrulater (subcap.2.7). In "exploatarea" acestor relatii cu ajutorul calculatorului, o limita este constituita de faptul ca pentru o relatie ca (2.93), valoarea "data" ca solutie a functiei "ATN", este cuprinsa in cadranele "I" si "II", la limita neputindu-se obtine solutii. Pentru a "remedia" acest "neajuns" (unghiul de pozitie al bielei mecanismelor patrulatere poate lua valori si in celelalte cadrane) se va porni algoritmul de calcul dintr-un punct anterior relatiei (2.93).

Printre relatiile pozitionale din care s-a dedus (2.93), s-a considerat

$$D \cdot \cos\gamma + E \cdot \sin\gamma = F \tag{8.32}$$

unde coeficientii "D,E,F" sint dati de (2.94), (2.95), (2.96).

Se propune considerarea, alaturi de (8.32), intr-un sistem de ecuatii, a relatiei fundamentale din trigonometrie

$$\cos^2\gamma + \sin^2\gamma = 1 \tag{8.33}$$

Explicitind "COS" din (8.32) si inlocuind in (8.33), rezulta ecuatia de gradul doi in "SIN"

$$(D^2 + E^2) \cdot \sin^2\gamma - 2 \cdot E \cdot F \cdot \sin\gamma + F^2 - D^2 = 0 \tag{8.34}$$

care are solutiile

$$\sin\gamma = \frac{E \cdot F \pm D \cdot \sqrt{D^2 + E^2 - F^2}}{D^2 + E^2} \tag{8.35}$$

Tinind cont de semnificatia coeficientilor "D,E,F" pentru unghiul motor nul, se va atribui semnul "+" in fata radicalului din (8.35), pentru mecanisme de tipul "direct" ("AoABBo") si semnul "-" pentru cele de tipul "incrucisat" ("AoAB´Bo") din fig.2.20.

Solutiile (8.35) pentru "SIN", se inlocuiesc in amintita "explicitare" a lui "COS"

$$\cos\gamma = \frac{F - E \cdot \sin\gamma}{D} \tag{8.36}$$

Cu valorile date de relatiile (8.35) si (8.36) se poate face o "discutie" prin care calculatorul va alege corect valoarea argumentului, indiferent de cadranul in care aceasta se situeaza. Astfel, daca

$$\sin\gamma > 0 \text{ si } \cos\gamma > 0 \;\Rightarrow\; \gamma \in (0,\ \pi/2) \tag{8.37}$$

argumentul este dat de

$$\gamma = \arcsin\frac{E\cdot F + D\cdot\sqrt{D^2+E^2-F^2}}{D^2+E^2} \tag{8.38}$$

daca

$$\sin\gamma > 0 \text{ si } \cos\gamma < 0 \;\Rightarrow\; \gamma \in (\pi/2,\ \pi) \tag{8.39}$$

argumentul rezulta din

$$\gamma = \arccos\frac{F - E\cdot\sin\gamma}{D} \tag{8.40}$$

daca

$$\sin\gamma < 0 \text{ si } \cos\gamma < 0 \;\Rightarrow\; \gamma \in (\pi,\ 3\cdot\pi/2) \tag{8.41}$$

argumentul se obtine din

$$\gamma = 2\cdot\pi - \arccos\frac{F - E\cdot\sin\gamma}{D} \tag{8.42}$$

si daca

$$\sin\gamma < 0 \text{ si } \cos\gamma > 0 \;\Rightarrow\; \gamma \in (3\cdot\pi/2,\ 2\cdot\pi) \tag{8.43}$$

argumentul se calculeaza cu

$$\gamma = 2\cdot\pi + \arcsin\frac{E\cdot F - D\cdot\sqrt{D^2+E^2-F^2}}{D^2+E^2} \tag{8.44}$$

Valorile "la limita" ale aceluiasi argument se vor obtine conform cu

$$\cos\gamma = 1 \;\Rightarrow\; \gamma = 0 \tag{8.45}$$

$$\sin\gamma = 1 \;\Rightarrow\; \gamma = \pi/2 \tag{8.46}$$

```
  10 REM ***********************
  PROGRAM PENTRU CALCULUL ERORII
             ABSOLUTE DE CENTRARE
*******************************
  20 LPRINT "Introduceti dimensi
unile mec.   conform fig.2.3"
  30 INPUT "Unghiul prismei=";a
  40 LPRINT "Unghiul prismei=";a
  50 INPUT "xM1=";xM1
  60 LPRINT "xM1=";xM1
  70 INPUT "yM1=";yM1
  80 LPRINT "yM1=";yM1
  90 INPUT "xA1=";xA1
 100 LPRINT "xA1=";xA1
 110 INPUT "yA1=";yA1
 120 LPRINT "yA1=";yA1
 130 INPUT "xB1=";xB1
 140 LPRINT "xB1=";xB1
 150 INPUT "yB1=";yB1
 160 LPRINT "yB1=";yB1
 170 INPUT "t1=";t1
 180 LPRINT "t1=";t1
 190 LET xN1=xM1+100*COS (t1*PI/
180)
 200 LET yN1=yM1+100*SIN (t1*PI/
180)
 210 LET mi=ACS (((xA1-xM1)*(xA1
-xM1)+(yA1-yM1)*(yA1-yM1)+(xA1-x
B1)*(xA1-xB1)+(yA1-yB1)*(yA1-yB1
)-(xM1-xB1)*(xM1-xB1)-(yM1-yB1)*
(yM1-yB1))/2/SQR ((xA1-xM1)*(xA1
-xM1)+(yA1-yM1)*(yA1-yM1))/SQR (
(xA1-xB1)*(xA1-xB1)+(yA1-yB1)*(y
A1-yB1)))
 220 LET ni=ACS (((xA1-xN1)*(xA1
-xN1)+(yA1-yN1)*(yA1-yN1)+(xA1-x
B1)*(xA1-xB1)+(yA1-yB1)*(yA1-yB1
)-(xN1-xB1)*(xN1-xB1)-(yN1-yB1)*
(yN1-yB1))/2/SQR ((xA1-xN1)*(xA1
-xN1)+(yA1-yN1)*(yA1-yN1))/SQR (
(xA1-xB1)*(xA1-xB1)+(yA1-yB1)*(y
A1-yB1)))
 230 INPUT "xAo=";xAo
 240 LPRINT "xAo=";xAo
 250 INPUT "yAo=";yAo
 260 LPRINT "yAo=";yAo
 270 INPUT "AoA=";AoA
 280 LPRINT "AoA=";AoA
 290 INPUT "AB=";AB
 300 LPRINT "AB=";AB
 310 INPUT "BoB=";BoB
 320 LPRINT "BoB=";BoB
 330 INPUT "AoBo=";AoBo
 340 LPRINT "AoBo=";AoBo
 350 INPUT "fmin=";fmin
 360 LPRINT "fmin=";fmin
 370 INPUT "fmax=";fmax
 380 LPRINT "fmax=";fmax
 390 LET fimin=fmin*PI/180
 400 LET fimax=fmax*PI/180
 410 LET AM=SQR ((xA1-xM1)*(xA1-
xM1)+(yA1-yM1)*(yA1-yM1))
 420 LET AN=SQR ((xA1-xN1)*(xA1-
xN1)+(yA1-yN1)*(yA1-yN1))
 430 FOR f=fimin TO fimax STEP P
I/180
 440 LET D=2*AB*(AoA*COS f-AoBo)
 450 LET E=2*AoA*AB*SIN f
 460 LET G=BoB*BoB+2*AoA*AoBo*CO
S f-AoA*AoA-AB*AB-AoBo*AoBo
 470 IF f>=PI THEN LET s=1
 480 IF f<PI THEN LET s=-1
 490 LET sga=(E*G+s*D*SQR (D*D+E
*E-G*G))/(D*D+E*E)
 500 LET cga=(G-E*sga)/D
 510 IF sga>0 AND cga>0 THEN LET
 ga=ASN sga
 520 IF sga>0 AND cga<0 THEN LET
 ga=ACS cga
 530 IF sga<0 AND cga<0 THEN LET
 ga=2*PI-ACS cga
 540 IF sga<0 AND cga>0 THEN LET
 ga=2*PI+ASN sga
 550 IF cga=1 THEN LET ga=0
 560 IF sga=1 THEN LET ga=PI/2
 570 IF cga=-1 THEN LET ga=PI
 580 IF sga=-1 THEN LET ga=3*PI/
2
 590 LET xM=xAo+AoA*COS f+AM*COS
 (ga+mi)
 600 LET yM=AoA*SIN f+AM*SIN (ga
+mi)
 610 LET xN=xAo+AoA*COS f+AN*COS
 (ga+ni)
 620 LET yN=AoA*SIN f+AN*SIN (ga
+ni)
 630 LET x=xM-yM*(xN-xM)/(yN-yM)
 640 LET OM=SQR ((xM-x)*(xM-x)+y
M*yM)
 650 LET diam=2*OM*SIN (a*PI/360
)
 660 LPRINT "fi=";f*180/PI
 670 LPRINT "diam.=";diam
 680 LPRINT "err.abs.=";x
 690 LPRINT
 700 NEXT f
```

$$\cos\gamma = -1 \Rightarrow \gamma = \pi \tag{8.47}$$

$$\sin\gamma = -1 \Rightarrow \gamma = 3\cdot\pi/2 \tag{8.48}$$

completind astfel algoritmul propus.

Conform notatiilor din fig.2.3 si inglobind algoritmul mai sus prezentat, s-a intocmit un program de calcul a pozitiilor punctului "M" (virful unghiului prismei-bac) cu relatii de tipul (2.122) si (2.123), precum si a pozitiilor unui punct ajutator "N" (situat la o distanta constanta de "M" pe bisectoarea prismei). Scriind, in continuare, ecuatia dreptei ce trece prin "M" si "N", se obtine apoi intersectia cu axa absciselor a acestei drepte. Eroarea absoluta de centrare este distanta de la aceasta intersectie la origine. Ca variabila s-a ales unghiul de pozitie al balansierului "AoA". Diametrul piesei cu care s-a pus in corespondenta eroarea absoluta, s-a calculat explicitindu-l din relatia (8.29).

Programul amintit este scris la modul "conversational", solicitind ca date de intrare, pozitii ale punctelor "M1,A1,B1, Ao,Bo" ca acelea din tab.8.6/8.7, lungimi ale elementelor "AoA,AB,BoB,AoBo" ca acelea din tab.8.14 si unghiurile limita ale miscarii balansierului "AoA". Rezultatul ciclarilor este "dubletul" diametru-eroare. Programul poate fi usor adaptat sa "lucreze" ca acela prezentat in subcap. 3.1, fiind superior acestuia prin algoritmul determinarii unghiului bielei (utilizabil si pentru unghiul balansierului sau al manivelei conduse). Una din variantele acestui program (lungime 2251 bytes) este listata pe versoul paginii 238.

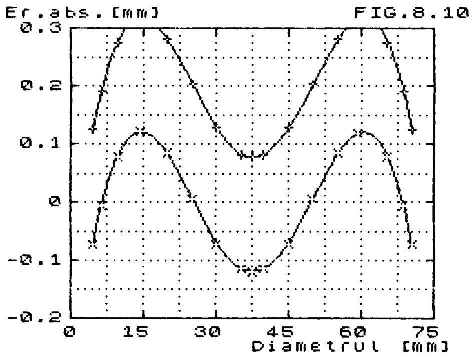
Programul a fost rulat pentru mecanismul "fara spatiere" cu dimensiunile "finale" din tab.8.14, obtinindu-se rezultatele din tab.8.15. La fel s-a procedat si pentru mecanismul "cu spatiere" rezultind tab.8.16. In aceste tabele s-au retinut diametrele aprbpiate de valorile divizibile cu cinci (in a doua coloana a tabelului) si erorile absolute de centrare corespunzatoare rezultate conform programului (in a treia coloana a tabelului). In plus, s-au introdus si erorile absolute extreme cu diametrele corespunzatoare atunci cind acestea nu se inscriau intre valorile amintite. In coloana a treia a tab.8.15, se observa eroarea maxima in linia cu numarul "3" iar cea minima in linia "8". Similar, in tab.8.16, eroarea maxima se situeaza in linia

"13" iar cea minima, in linia "8". Eroarea medie, in aceste cazuri "cu date putine" conform [R2], este media erorilor extreme.

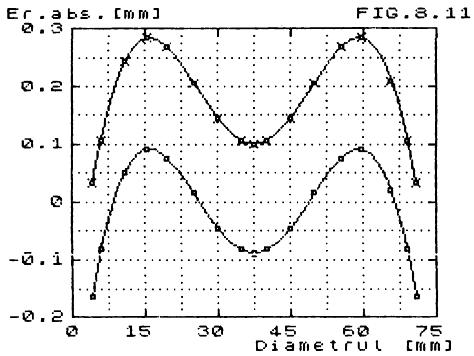
Tab.8.15

Nr.	Diametrul [mm]	Er.abs.prg.[mm]	Er.abs.med.[mm]
1	6.2896214	0.19094472	-0.0061646591
2	9.5702042	0.27514709	0.0780377109
3	14.170919	0.31762445	0.1205150709
4	19.842529	0.28131419	0.0842048109
5	25.134239	0.20229922	0.0051898409
6	30.175437	0.12674632	-0.0703630491
7	35.073935	0.082432491	-0.1146768889
8	37.496062	0.076594309	-0.1205150701
9	39.926078	0.082432298	-0.1146770811
10	44.824575	0.12674564	-0.0703637391
11	49.865774	0.20229815	0.0051887709
12	55.157484	0.28131268	0.0842033009
13	59.367315	0.31593144	0.1188220609
14	65.429809	0.27514447	0.0780350909
15	68.710393	0.19094170	-0.0061676791

Eroarea absoluta medie de centrare, are, pentru coloana a treia din tab.8.15, valoarea "0.1971093791" (cazul mecanismului "fara spatiere"), iar pentru coloana a treia din tab.8.16, valoarea "0.19237496" (cazul mecanismului "cu spatiere"). Semnificatia fizica a acestor erori absolute medii de centrare, este o "corectura" ce trebuie adusa mecanismelor la realizarea practica a dispozitivelor de prehensiune sau in "soft"-ul robotului (in sensul ca articulatiile "Ao" si "Bo" din fig.2.3 trebuie "apropiate" de origine-locul centrarii, cu aceste valori). Acest aspect se datoreaza faptului ca dimensiunile mecanismelor patrulatere din tab.8.14 nu corespund exact pozitiilor de precizie impuse, intrucit cele corespunzatoare, din tab.8.13, au trebuit sa fie "usor ajustate" in scopul creerii posibilitatii ca mecanismele sa poata trece prin pozitia de aliniere a articulatiilor.



Er.abs.[mm]
FIG.8.10
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
0 15 30 45 60 75
Diametrul [mm]



Er.abs.[mm]
FIG.8.11
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
0 15 30 45 60 75
Diametrul [mm]

BUPT

Tab.8.16

Nr.	Diametrul [mm]	Er.abs.prg.[mm]	Er.abs.med.[mm]
1	5.8685846	0.10656647	-0.08580849
2	10.786283	0.24271515	0.05034019
3	15.336132	0.28335518	0.09098022
4	19.602552	0.26774190	0.07536694
5	24.965808	0.20779219	0.01541723
6	30.075522	0.14465791	-0.04771705
7	35.040816	0.10647038	-0.08590458
8	37.500002	0.10139424	-0.09098072
9	39.959188	0.10647037	-0.08590459
10	44.924482	0.14465808	-0.04771688
11	50.034195	0.20779239	0.01541743
12	55.397450	0.26774224	0.07539428
13	59.663870	0.28335568	0.09098072
14	65.807305	0.21025626	0.01788130
15	69.131417	0.10656748	-0.08580748

In ultima coloana a tab.8.15/8.16, s-au inscris valorile erorilor absolute de centrare translatate cu eroarea medie absoluta. Examinarea acestei coloane conduce la concluzia ca intr-adevar, pentru mecanismul "cu spatiere" (tab.8.16), erorile extreme sint mai mici cu cca. o treime si "egalizate" in valoare absoluta fata de erorile extreme pentru mecanismul "fara spatiere" (tab.8.16). Acest fapt pledeaza pentru utilizarea si la mecanismele de pozitionare, a "spatierii Cebisev" (conform subcap.8.3.2).

Pentru o mai buna apreciere a rezultatelor comentate mai sus, s-a procedat la "trasarea" graficelor corespunzatoare. Astfel, in fig.8.10 s-au reprezentat, pentru "mecanismul fara spatiere", curbele erorii absolute (marcata cu "+") si a erorii absolute mediate (marcata cu "x"), iar in fig.8.11, la aceleasi scari, s-au reprezentat, pentru "mecanismul cu spatiere", aceleasi curbe (cea a erorii absolute marcata cu "patratele" si cea a erorii absolute mediate marcata cu "patratele si x-uri"). Intre punctele "marcate" ale tuturor acestor grafice, curbele au ... prin "metoda polinomului alunecator de gradul trei" din programul utilitar "Grafice-TM". Graficele din fig.8.10 si fig.8.11, permit o mai buna intelegere a concluziilor anterior exprimate pe baza rezultatelor tabelare (tab.8.15/8.16).

Calculele privitoare la precizia teoretica a mecanismelor dispozitivelor de prehensiune, ca in acest subcapitol, pot sa nu fie efectuate, avind in vedere ca erorile relative de centrare (raportarea se face la diametrul corespunzator) sint in general sub "1%" (in cazul de fata, eroarea relativa maxima este "0.8%" si corespunde liniei a treia din tab.8.15). Totusi, aceste calcule au importanta lor, pentru concluziile ce s-au putut releva cu ocazia efectuarii lor.

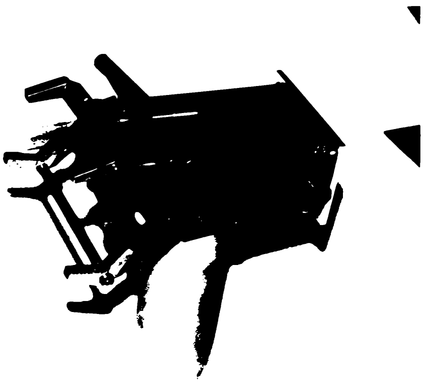
Un aspect asupra caruia autorul isi propune sa revina, in alte lucrari, este acela al aplicarii preciziei relative impuse ca punct de plecare in sinteza pozitionala.

8.3.5. Realizarea unor dispozitive de prehensiune pe baza sintezei patrupozitionale simplificate

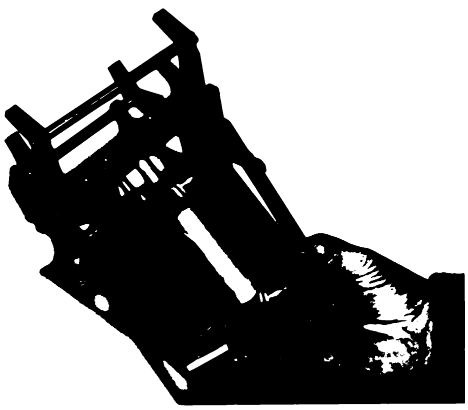
Pentru a putea verifica experimental calculele de tipul celor din subcap.8.3 si a contribui la perfectionarea dispozitivelor de prehensiune ale robotilor industriali, s-a procedat la proiectarea unei familii de astfel de dispozitive, pornind de la gamele de diametre ale piesei manipulate si diametrul corespunzator "estimat" (prin ratiuni de proiectare constructiva) al cilindrului pneumatic de actionare, inscrise in tab.8.17.

Tab.8.17

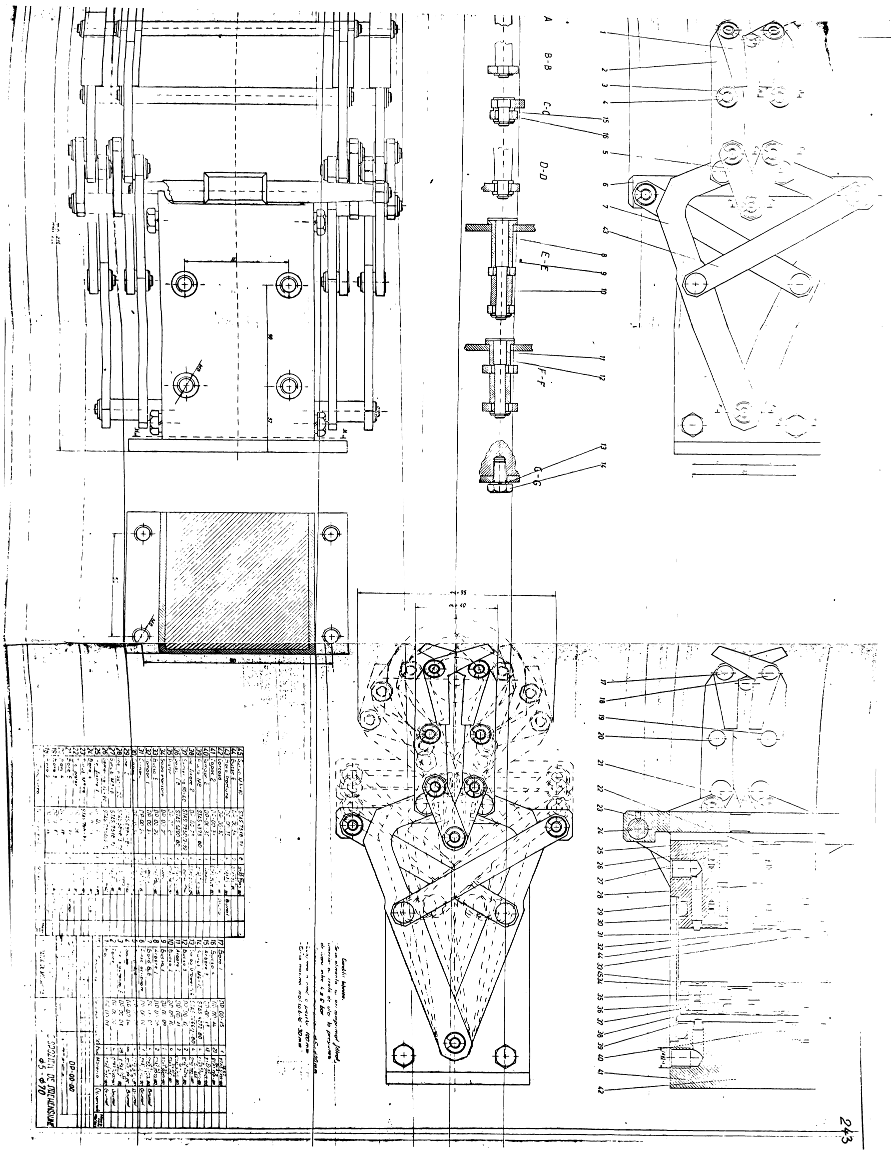
Nr. crt.	Gama de diametre pt. piesa manip. [mm]	Diametrul cil. de actionare [mm]
1	5....70	60
2	10...100	80
3	25...125	100
4	45...160	125



FOTOGRAFIA 8.4



FOTOGRAFIA 8.5



B-B
C-C
D-D
E-E
F-F
G-G
243

Aspectul proiectarii din punctul de vedere al cinetostaticii a fost lasat pe seama "experientei in proiectare", dar autorul isi propune a reveni, in lucrari viitoare, la aplicarea ratiunilor de cinetostatica in sinteza pozitionala.

Dintre prototipurile realizate conform tab.8.17, cele mai reusite sint primele doua. Alaturat se expune o copie la scara "0.35" dupa desenul de ansamblu al prototipului cu numarul "1". Acest dispozitiv de prehensiune se bazeaza pe un mecanism patrulater ca in fig.2.3 si avind dimensiunile din tab.8.14 (varianta "cu spatierea" pozitiilor de precizie impuse, ca in subcap.8.3.2). Referitor la acest dispozitiv, se expun, in fotografiile 8.4 si 8.5, imagini ale acestuia.

Atit in desen cit si in fotografii, se observa ca dispozitivul de prehensiune a fost proiectat pentru manipularea pieselor de tip "arbore". In acest scop, schema din fig.2.3 a fost "simetrizata" (ca in fig.1.43 dar cu "Ao=Ao′/Bo′=Bo") si intregul ansamblu de bare astfel obtinut, a fost "dublat" de ambele parti ale cilindrului pneumatic de actionare. In planele de miscare ale barelor se tine seama de anvergura miscarilor balansierelor/bielelor. Conform desenului se disting, diferit trasate, patru pozitii succesive (cele de precizie impuse) ale tuturor elementelor mobile. Balansierele "BoB′/BoB" au fost realizate "cu cot" pentru a permite "trecerea" articulatiilor "B′/B" pe linga articulatia "Ao" cu elementul fix . Se remarca faptul ca la "iesirea" tijei din cilindrul pneumatic, se produce "deschiderea" falcilor-prisma-bac, iar la retractarea tijei are loc "inchiderea" lor (producindu-se stringerea cu centrare a pieselor cilindrice manipulate). Toate articulatiile au fost realizate pe baza unor bucse si saibe autolubrefiante din bronz sinterizat. Cele cite doua mecanisme (de o parte si cealalta a cilindrului pneumatic) care se misca la fel, au fost "jumelate" cu ajutorul unor tije.

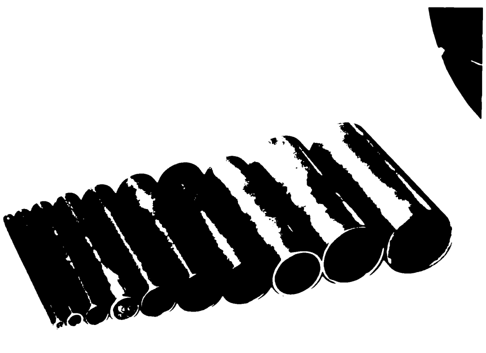
Conform celor de mai sus, a luat nastere o constructie mecanica cu gabarit axial mai mic si mai simpla constructiv (probabil si mai usoara, avind cca.3 kg) decit cea descrisa in [Q1]/[Q2]. Conform calculelor de precizie teoretica (subcap.8.3.2), mecanismul realizat ofera o eroare de centrare (tab.8.16) pe jumatate fata de cea reprodusa in subcap.1.4.4 dupa [Q1] pentru aceeasi gama a diametrelor pieselor manipulate.

Se stie ca o functie este cu atit mai bine aproximata de o alta, cu cit numarul lor de puncte comune este mai mare. Asa poate fi interpretata si reproducerea centrarii unei piese cilindrice: cu cit numarul de pozitii impuse falcilor-prisme-bac pentru a centra piese cilindrice, este mai mare, cu atit erorile de centrare sint mai mici (nule doar pentru pozitiile impuse). S-a demonstrat (subcap.8.3.1) ca sinteza cincipozitionala nu poate fi aplicata in acest caz si ca articulatiile cu elementul fix ("Ao"/"Bo" conform subcap.8.3.2/8.3.3) in sinteza patrupozitionala trebuie sa se situeze "pe axa de simetrie". Dispozitivele de prehensiune descrise in [B3]/[V7], neavind axele amintite astfel asezate, au fost deci create prin sinteza tri sau bipozitionala, fiind teoretic mai imprecise ca prototipul creat care mai are avantajul celui mai mic gabarit axial si transversal. Desi nu s-a urmarit, in mod special acest lucru, la dispozitivul realizat este prezenta autoblocarea impotriva desfacerii accidentale a falcilor-prisma-bac (la "caderea" retelei de aer comprimat) conform celor expuse in subcap.8.1.

In proiectele amintite exista, iar prototipurile realizate materializeaza, doua idei avind caracter de noutate tehnica. Ele au fost apreciate ca atare de catre "OFICIUL DE STAT PENTRU INVENTII SI MARCI" in [M24] si [M25].

Prima dintre ele se refera la dispozitivul de prehensiune propriuzis descris pe larg mai sus si consta in modul de realizare a centrarii celei mai precise pe baza mecanismelor patrulater special concepute, precum si in amplasarea relativa a acestor mecanisme fata de cilindrul de actionare.

A doua dintre ele se refera la cilindrul pneumatic de actionare si consta in constructia speciala a acestuia. La cilindrii pneumatici "clasici", cele doua capace ce inchid axial cilindrul, sint fixate prin patru tiranti care se tensioneaza comprimind tubul cilindrului sau sint insurubate chiar pe tub. In ambele ipostaze, tubul are pereti "grosi" (4...8 mm) el preluind nu numai tensiunile datorate presiunii aerului comprimat, ci (alaturi de tiranti) si pe cele datorate incovoierii/torsiunii dintre capace sau datorate loviturilor mecanice. Calculul tubului doar la presiunea aerului comprimat cere pereti din otel "grosi" doar de ordinul zecimilor de mm (1 mm la cilindrul cu diametrul 200 mm). In desen si in unele



FOTOGRAFIA 8.6

fotografii, se observa ca cele doua capace au fost rigidizate printr-o piesa avind o sectiune transversala in forma de "U", confectionata din tabla relativ subtire, indoita. In aceasta piesa se pot practica decupari pentru usurare sau ea poate fi subtiata prin nervurari/gofrari pentru sporirea rigiditatii proprii. Fetele exterioare ale piesei in forma de "U" pot servi la amplasarea articulatiilor fixe ale mecanismelor actionate (cum este cazul de fata), respectiv la fixarea subansamblului pe utilajul deservit. Tubul "subtiat" (protejat de piesa "U") preia doar presiunea aerului comprimat, iar piesa in forma de "U" preia toate celelalte solicitari. In ansamblu, o astfel de constructie a cilindrului pneumatic, duce la greutati mai mici decit in cazul cilindrilor "clasici" comparabili ca diametre. De asemenea, tehnologia tubului poate fi radical schimbata in mod favorabil (ambutisare, extrudare, roluire din tabla si sudare de finete pe generatoare, etc).

Dupa cum se va vedea (in subcap.8.3.6), masuratorile pentru determinarea preciziei practice de centrare cu ajutorul primului prototip descris mai sus, confirma aprecierile asupra preciziei teoretice (din subcap.8.3.4).

8.3.6. Precizia practica a unor dispozitive de prehensiune

Dispozitivul de prehensiune realizat si asupra caruia s-a insistat in tot subcap.8.3, a fost supus unor probe pentru determinarea practica a erorilor de centrare. S-a incercat in acest fel, sa se aprecieze influenta tehnologiei de realizare (in cazul de fata, corespunzatoare clasei 10...11 de precizie) a prototipului, asupra preciziei teoretice.

S-a creat, conform fig.8.12, o schema de masurare, pe masa rabatabila a unei masini de gaurit in coordonate, profitind de precizia deplasarilor acesteia si a "capului de centraj" din dotare. Precizia masinii (0.001 mm) fiind superioara preciziei tehnologiei de realizare a prototipului si erorilor teoretice care se cer a fi confirmate (tab.8.16), s-au considerat indeplinite cerintele necesare efectuarii masuratorilor conform scopurilor propuse. In fotografia 8.6, se prezinta piesele "etalon" de tip "tub cilindric" ale caror

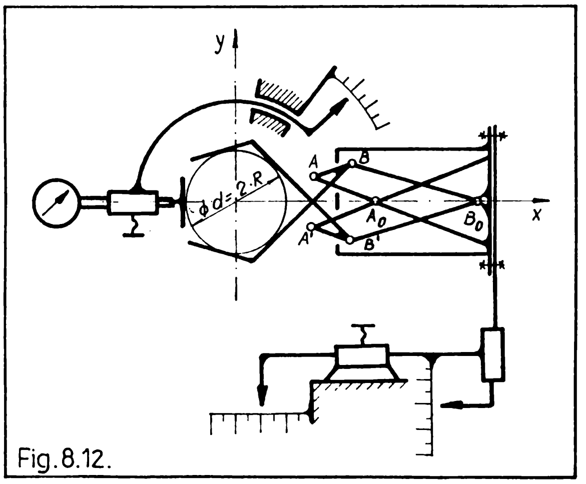


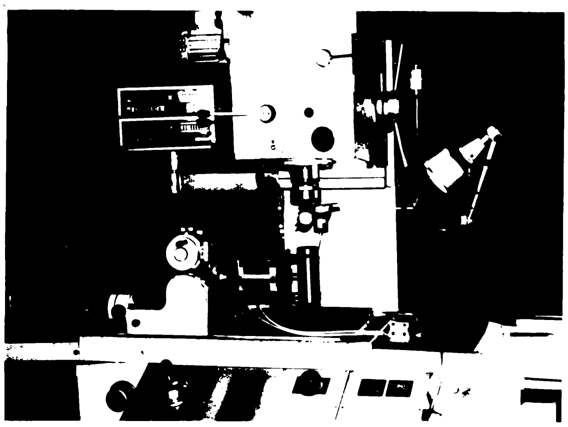
Fig. 8.12.

suprafete exterioare palpabile la masuratori, au fost realizate prin strunjire ingrijita la diametrele din coloana intii a tab.8.18.

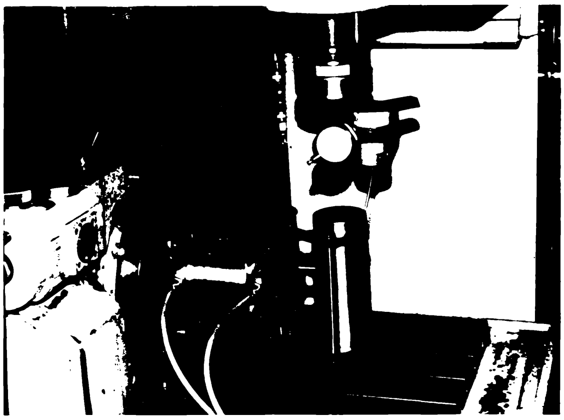
Tab.8.18

Diam. etal. [mm]	Er.abs."x" [mm]		Er.abs.med. "x"		Er.abs."y" [mm]	
	min.	max.	min.	max.	min.	max.
26.24	-1.780	-1.648	-0.517	-0.293	0.367	0.668
31.94	-2.060	-1.900	-0.605	-0.545	-0.170	0.357
40	-2.154	-2.058	-0.799	-0.703	-0.699	-0.285
44.92	-1.435	-1.371	-0.080	-0.016	-1.054	-0.526
46.42	-1.967	-1.875	-0.612	-0.520	-1.348	-1.024
59.58	-0.907	-0.836	0.448	0.519	-1.702	-1.391
64.5	-0.290	-0.211	1.065	1.144	-2.120	-1.570

Conform fig.8.12, experimentarile au constat in prinderea pieselor etalon intre falcile-prisma-bac ale dispozitivului de prehensiune fixat pe masa unei masini de gaurit in coordonate. Aceasta "fixare" s-a facut "palpind" cu "capul de centraj" peretele dispozitivului (pentru a "aduce" axa piesei etalon in plan vertical) si boltul ce materializeaza articulatia "Ao" a dispozitivului de prehensiune (pentru a putea "aduce" axa acesteia pe axa "x" a masinii). S-a procedat apoi, la deplasarea mesei masinii cu cota "xAo=80 mm", dinspre "Bo" spre "Ao" si la initializarea cotei afisate de masina. In acest fel, teoretic, sistemul de coordonate al masinii are originea suprapusa cu cea a sistemului de definire a pozitiilor impuse falcilor-prisma-bac ale dispozitivului de prehensiune ca in fig. 1.43 si fig.2.3. Dupa cum se observa din fotografia 8.7 (ansamblu) si din fotografia 8.8 (detaliu), executate in timpul masuratorilor, comparativ cu fig.1.43/2.3/8.12, directiile axelor la masuratori sint invers orientate ca in figuri, fapt fara importanta asupra preciziei. In continuare, s-au prins piese etalon intre falcile-prisma-bac ale dispozitivului de prehensiune, procedind de fiecare data la centrarea pieselor astfel prinse cu ajutorul "capului de centraj" si al deplasarilor (efectuate manual) in



FOTOGRAFIA 8.7



FOTOGRAFIA 8.8

coordonatele "x"/"y" ale masinii. Aceste deplasari, citite pe afisajul masinii de gaurit in coordonate, constituie erorile absolute de centrare determinate practic. Fiecare piesa etalon a fost prinsa de mai multe zeci de ori, in diverse succesiuni ale dimensiunilor acestora.

In legatura cu experimentarile efectuate, se aminteste faptul ca actionarea dispozitivului de prehensiune este realizata printr-un cilindru pneumatic (cu tija unilatera) care a fost alimentat cu aer comprimat de la reteaua uzinala printr-un "grup de filtrare-reglare-ungere" si a fost comandat printr-un distribuitor manual cu doua cai avind trei pozitii. S-a lucrat in tot timpul experimentarilor, la presiunea de 4 bar.

In conditiile descrise, s-au obtinut erorile experimentale de centrare absolute (dupa axele "x" si "y") intre limitele indicate corespunzator in coloanele a doua, a treia, a sasea si a saptea din tab.8.18. Observind ca erorile dupa axa "x" sint variabile in jurul unei valori medii ("-1.355 mm", in cazul de fata), s-au calculat erorile experimentale de centrare absolute translatate cu eroarea medie absoluta (raportate la eroarea medie prin scaderea acesteia din erorile de centrare absolute) care au fost transcrise (limitele lor) in coloanele a patra si a cincea din tab.8.18.

Valorile din tab.8.18, conduc la remarca generala ca jocurile din ajustaje si precizia de executie a cotelor importante (corespunzatoare clasei de precizie 10...11) au condus la erori absolute de centrare acceptabile din punct de vedere tehnic (erorile relative, raportate corespunzator la diametre, sint sub "+/-2%"). Diferentele mici intre limitele erorilor absolute de centrare, corespunzatoare fiecarui diametru, duc la concluzia ca prototipul asupra caruia s-a efectuat experimentul, ofera rezultate "foarte" repetitive Cu valorile erorilor din tab.8.18, au fost "trasate" (prin "metoda polinomului alunecator de gradul trei" din programul utilitar "Grafice-TM"), in fig.8.13, graficele limitelor erorilor experimentale absolute de centrare si ale celor mediate (acestea din urma, in jurul lui zero) dupa axa "x", iar in fig.8.14, graficele limitelor erorilor experimentale absolute de centrare dupa axa "y".

Forma graficelor erorilor experimentale absolute de

FIG.8.13

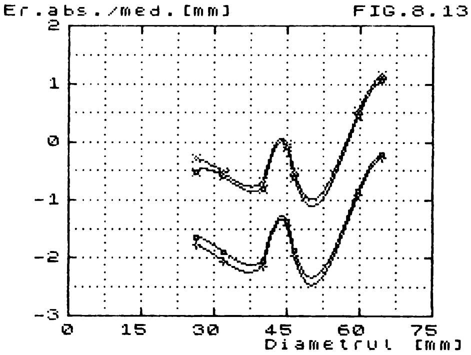
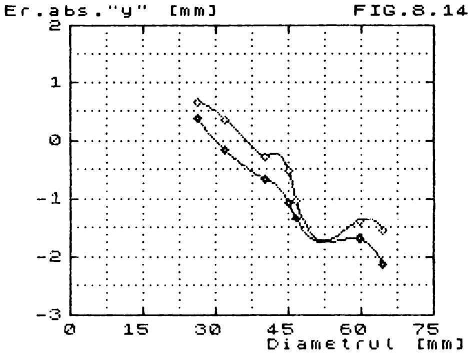


FIG.8.14



centrare dupa axa "x" din fig.8.13, confirma (in limitele clasei 10...11 de precizie la executia dispozitivului de prehensiune) rezultatele teoretice reprezentate in fig.8.11 (tinind cont si de "inversiunea" sensului axelor, anterior amintita).

Semnificatia fizica a erorii experimentale medii absolute de centrare dupa axa "x", este similara acelora teoretice semnalate in subcap.8.3.4, dar de data aceasta valoarea ei poate fi "poansonata" pe dispozitivul supus experimentarilor (acestea devenind operatiuni de etalonare metrologica) si poate fi considerata ca un "indice calitativ al tehnologiei utilizate in fabricatie". "Evolutia" acestui indice fata de "clasa de precizie" in care a fost realizat dispozitivul de prehensiune, in raport cu valoarea teoretica, este un aspect asupra caruia autorul isi propune sa revina cu viitoare lucrari.

Forma graficelor erorilor experimentale absolute de centrare dupa axa "y" din fig.8.14 (mereu "scazatoare"), sugereaza o "asezare gresita" a dispozitivului de prehensiune pe masa masinii de gaurit in coordonate, sau (ceea ce este cel mai probabil) o "executie gresita" (prezenta unei "inclinari nedorite") la "talpa" de fixare pe masa. Rezulta ca aceste erori vor dispare (sau se vor diminua substantial) daca se "corecteaza" corespunzator (inclinare determinabila ca sens si valoare), piesa de fixare pe masa (se poate proceda si la adaosuri corespunzatoare sub "talpa" de fixare).

Metoda de masurare a erorilor practice de centrare pentru piese cilindrice, precum si modalitatea de a interpreta rezultatele obtinute asa cum s-a procedat in acest subcapitol, pot fi generalizate pentru toate dispozitivele de prehensiune destinate manipularii acestui tip de piese.

9. CONSIDERATII SI CONCLUZII FINALE. CONTRIBUTII ORIGINALE

Pe parcursul acestei lucrari, au fost pe larg evidentiate (in subcapitolele/capitolele unde era cazul) principalele concluzii teoretice si practice considerate de autor ca prezentind elemente de originalitate. In cele ce urmeaza, se va rezuma continutul lucrarii, numerotind (pentru a le evidentia) expunerile esentializate ale acestor elemente de originalitate.

Capitolul "1", constituie o selectare din bibliografia adecvata, a realizarilor de interes pentru aceasta lucrare, in domeniul dispozitivelor de prehensiune. Delimitarea partii componente a dispozitivului de prehensiune, care a intrat in preocuparea autorului, s-a putut face prin

1) Evidentierea in cadrul mecanismului de prehensiune, a mecanismului de actionare si a mecanismului purtator al degetului (aceste mecanisme fiind supuse unor ratiuni diferite de sinteza).

De asemenea, delimitarea functiunii dispozitivului de prehensiune, prezentind interes pentru lucrare (centrarea), s-a putut face prin

2) Elaborarea unui graf arborescent al tuturor functiunilor in general atribuite dispozitivelor de prehensiune.

Dupa trecerea in revista a mecanismelor dispozitivelor de prehensiune, capabile sa asigure centrarea, se procedeaza la

3) Reducerea problemei centrarii la o problema de sinteza pozitionala.

In continuare, se prezinta prototipurile cunoscute ale unor dispozitive de prehensiune ce au fost sintetizate din conditia asigurarii centrarii, evidentiindu-se avantajele si mai ales dezavantajele acestora, pentru a se putea proceda prin logica inginereasca la

4) Propunerea unei scheme originale pentru mecanismul de prehensiune, bazata pe mecanismul patrulater ca mecanism purtator al degetului si pe mecanismul piston-manivela ca mecanism de actionare.

In capitolul "2", intrucit s-a relevat importanta sintezei pozitionale pentru mecanismul patrulater amintit, se procedeaza la parcurgerea teoriei cunoscute din bibliografie, referitoare la aceasta sinteza. La expunerea metodelor analitice de sinteza, se arata ca in cadrul procedeelor pentru determinarea centrelor/ /punctelor de pe curbele de sinteza se poate proceda la

5) Utilizarea relatilor lui Cardano in rezolvarea unor ecuatii de gradul trei.

6) Utilizarea unei proprietati a polului rotatiei finite fata de conexiunea "KB(-1)".

Capitolul "3", constituie o transpunere in programe de calcul automatizat (limbajul "BASIC") a metodelor analitice de sinteza cunoscute si prezentate in capitolul "2". Intrucit s-a aratat ca au fost publicate doar variante in limbaj "FORTRAN" ale metodelor amintite, fara a folosi facilitatea data de "5)", se pot considera ca elemente de progres tehnic.

7) Intocmirea unui "program pentru generarea unor pozitii de control la verificarea calculelor de sinteza".

8) Intocmirea unui "program bazat pe ecuatia dedusa de Lichtenheldt pentru curbele de sinteza patrupozitionala si pe metoda dreptei paralele cu asimptota".

9) Intocmirea unui "program bazat pe ecuatia dedusa de Lichtenheldt pentru curbele de sinteza patrupozitionala si pe metoda dreptei perpendiculare pe asimptota".

10) Intocmirea unui "program bazat pe ecuatia dedusa de Perju pentru curbele de sinteza patrupozitionala si pe metoda dreptei paralele cu abscisa".

Aceste programe, dupa ce au fost analizate din punctele de vedere ale avantajelor si dezavantajelor prezentate, au fost rulate iar rezultatele au fost comparate cu cele publicate in "FORTRAN", constatindu-se corectitudinea algoritmilor si metodelor folosite. Astfel, programele din capitolul "3" au putut servi la primele calcule de sinteza patrupozitionala in problemele puse de autor si la verificarea prin comparatie a programelor ulterior intocmite pe baza unor noi ecuatii ale curbelor de sinteza si a unor noi metode de calcul.

In capitolul "4" se procedeaza la deducerea unor noi forme pentru ecuatiile curbelor de sinteza descoperite de Burmester. Translatind ecuatia Lichtenheldt s-a reusit

11) Deducerea ecuatiei in coordonate carteziene intrinseci cu originea in focar pentru curbele de sinteza patrupozitionala.

Pornind de la aceasta ecuatie s-a ajuns la

12) Deducerea ecuatiei in coordonate polare intrinseci cu originea in focar pentru curbele de sinteza patrupozitionala.

Utilizind teorema izovizibilitatii s-a procedat la

13) Deducerea ecuatiei in coordonate polare cu originea intr-unul din polii rotatiilor finite pentru curbele de sinteza patrupozitionala.

Pornind de la ecuatia generala a cubicelor, prin proprietatea ca sapte puncte oarecare (aici, sapte poli) determina curba de sinteza, s-a reusit

14) Deducerea in coordonate carteziene oarecare a ecuatiei cu sapte coeficienti pentru curbele de sinteza patrupozitionala.

Capitolul "5" constituie o analiza amanuntita a geometriei curbelor de sinteza pe baza ecuatilor cunoscute ale acestora sau pe baza ecuatiilor deduse in capitolul "4".

In primul rind s-a procedat la completarea diferitelor ecuatii cu elementele geometrice cunoscute dar cu parametrii inca nedeterminati. Astfel s-a ajuns la

15) Explicitarea coordonatelor focarului curbei de sinteza exprimata prin ecuatia Perju si prin ecuatia cu 7 coeficienti.

Pe baza celor observate la "15)" si la coordonatele focarului corespunzator ecuatiei Lichtenheldt, s-a reusit

16) Enuntarea unor formule generice pentru coordonatele focarului, indiferent de forma ecuatiei curbei de sinteza.

De asemenea, s-a ajuns la

17) Determinarea ecuatiei asimptotei curbei de sinteza exprimata prin ecuatia cu 7 coeficienti, prin ecuatia polara cu originea in focar si prin ecuatia polara cu originea intr-unul din polii rotatiilor finite.

Pe baza celor observate la "17)" si la ecuatiile asimptotelor corespunzatoare ecuatiilor Lichtenheldt si Perju, s-a reusit

18) Enuntarea unor formule generice pentru ecuatiile asimptotelor, indiferent de forma ecuatiei curbei de sinteza.

In continuare, s-a ajuns la

19) Determinarea ecuatiei axei medii (axa Newton-Gauss) a curbei de sinteza exprimata prin ecuatia Perju si prin ecuatia cu 7 coeficienti.

Pe baza celor observate la "19)" si la ecuatiile axelor medii corespunzatoare ecuatiei Lichtenheldt, respectiv ecuatiei carteziene cu originea in focar, s-a reusit

20) Enuntarea unor formule generice pentru ecuatiile axelor medii, indiferent de forma ecuatiei curbei de sinteza.

In al doilea rind s-a procedat la determinarea parametrilor unor elemente geometrice noi referitoare la curbele de sinteza, exprimate prin diferite ecuatii. Astfel, referitor la punctul principal (central) al curbei de sinteza (intersectia acesteia cu asimptota proprie), s-a ajuns la

21) Explicitarea coordonatelor punctului principal al curbei de sinteza exprimata prin ecuatia Lichtenheldt, prin ecuatia carteziana cu originea in focar, prin ecuatia Perju, prin ecuatia cu 7 coeficienti si prin ecuatia polara cu originea in focar.

O concluzie importanta, relevata observind "21)", este

22) Stabilirea existentei perpetue a punctului principal (curba de sinteza isi traverseaza intotdeauna si o singura data asimptota proprie).

In continuare, referitor la punctele curbei de sinteza (denumite de autor) Newton si Gauss (intersectia acesteia cu axa medie proprie), s-a ajuns la

23) Explicitarea coordonatelor punctelor Newton/Gauss ale curbei de sinteza exprimata prin ecuatia Lichtenheldt, prin ecuatia carteziana cu originea in focar, prin ecuatia Perju si prin ecuatia cu 7 coeficienti.

O concluzie importanta, relevata observind "23)", este

24) Posibilitatea decelarii tipurilor curbelor de sinteza dupa existenta/inexistenta/suprapunerea punctelor Newton/Gauss (datorata expresiei pozitive/negative/nule de sub radicalul existent in explicitarea coordonatelor acestor puncte).

Dupa punerea in evidenta a punctelor de intersectie mai sus amintite, s-au analizat curbele de sinteza din punctul de vedere al tangentelor cu directii speciale (paralele/perpendiculare la asimptota). In acest sens, rezultatele cercetarii au constat in

25) Determinarea cite unei cuartice, corespunzatoare respectiv, ecuatiei Lichtenheldt, ecuatiei carteziene cu originea in focar, ecuatiei Perju, ecuatiei cu 7 coeficienti, ecuatiei polare cu originea in focar, ale curbelor de sinteza, din care sa rezulte cei patru/doi parametri ce definesc cele patru/doua tangente paralele cu asimptota.

Observind 25), s-a relevat

26) Concluzionarea ca tangentele paralele cu asimptota sint una/doua cite una/doua simetrice fata de axa medie.

27) Concluzionarea ca tipurile curbelor de sinteza pot fi

decelate dupa numarul tangentelor paralele cu asimptota.

28) Concluzionarea ca in cazul existentei a patru tangente paralele cu asimptota, curba are doua ramuri (una inchisa, alta deschisa) situate in benzi de latime egala, simetric amplasate fata de axa medie care trece printr-o zona unde nu exista puncte ale curbei de sinteza.

In acelasi context al tangentelor s-a ajuns la

29) Determinarea cite unei sextice, corespunzatoare respectiv, ecuatiei Lichtenheldt, ecuatiei carteziene cu originea in focar, ecuatiei Perju, ecuatiei cu 7 coeficienti, ale curbelor de sinteza, din care sa rezulte cei doi parametri ce definesc cele doua tangente perpendiculare pe asimptota.

Examinind "29)", (prin rezolvari in mai multe zeci de cazuri, se poate spune ca s-a reusit

30) Demonstrarea faptului (prin generalizare), ca sextica amintita are doar doua solutii reale, existind doar doua tangente perpendiculare pe asimptota, in cazul curbelor de sinteza.

Studiind "26)", "27)", "28)", "30)", in mai multe zeci de cazuri concrete, s-a putut generaliza

31) Constatarea ca cele doua tangente perpendiculare pe asimptota si cele doua tangente paralele cu asimptota (mai departate, daca exista patru), inchid in dreptunghiul ce-l formeaza, zona nemonotona a curbei de sinteza, avind astfel implicatii in aprecierea posibilitatii/imposibilitatii efectuarii sintezei cincipozitionale (prin intersectarea/ /neintersectarea dreptunghiurilor amintite, corespunzatoare la oricare doua din cele cinci curbe de sinteza rezultate pentru combinatiile de cite patru din cele cinci pozitii impuse sintezei).

O continuare fireasca dupa cunoasterea ecuatiilor tangentelor paralele/perpendiculare la asimtota, a constituit-o gasirea punctelor de tangenta ale curbei de sinteza cu tangentele amintite. Intrucit cele doua tangente perpendiculare pe asimptota intersecteaza curba de sinteza in cite un punct, s-a gasit si locul acestora. In acest sens s-a obtinut

32) Determinarea coordonatelor punctelor de tangenta ale curbei de sinteza cu tangentele paralele/perpendiculare la asimptota si a coordonatelor punctelor de intersectie ale aceleiasi curbe cu tangentele perpendiculare pe asimptota, curba

fiind exprimata sub forma ecuatiei Lichtenheldt, sub forma ecuatiei carteziene cu originea in focar, sub forma ecuatiei Perju si sub forma ecuatiei cu 7 coeficienti.

Alaturi de punctele remarcate pina acum (polii rotatiilor finite "Pij", polii "Qij", focarul, punctul principal, punctele Newton/Gauss, punctele de tangenta cu tangentele paralele/ /perpendiculare la asimptota, punctele de intersectie cu tangentele perpendiculare cu asimptota) pe curbele de sinteza, se propune includerea si a punctelor de inflexiune ale acestora. Punctele de inflexiune se gasesc printre intersectiile curbei de sinteza cu "hessiana" corespunzatoare. Astfel s-a ajuns la

33) Deducerea ecuatiilor hessianei, respectiv corespunzatoare, ecuatiei Lichtenheldt, ecuatiei carteziene cu originea in focar, ecuatiei Perju a curbelor de sinteza si ecuatiei cu 7 coeficienti, ale curbelor de sinteza.

Examinind "33)", s-a obtinut

34) Demonstrarea faptului ca hessiana oricarei forme carteziene a ecuatiilor curbelor de sinteza, este o cubica completa.

Alura curbelor de sinteza din literatura de specialitate si a celor studiate de autor (citeva zeci) a dus prin generalizare la

35) Demonstrarea faptului ca o curba de sinteza neparticulara, are trei puncte de inflexiune aliniate pe o dreapta a inflexiunilor.

Cautind si alte directii decit ale dreptelor remarcate pina aici (asimptota, axa medie, tangentele paralele cu asimptota, tangentele perpendiculare pe asimptota, dreapta inflexiunilor) s-a aplicat rotatia de axe asupra ecuatiilor curbelor de sinteza. S-a ajuns astfel la

36) Deducerea, corespunzatoare respectiv, din ecuatiile Lichtenheldt / carteziana cu originea in focar / Perju / cu 7 coeficienti, pentru curbele de sinteza, a cite unei ecuatii "rotite" si determinarea unor directii remarcabile de orientare a axelor de coordonate, in asa fel incit unii termeni din ecuatiile rotite sa se anuleze.

Simplificarea ecuatiilor curbelor de sinteza prin anularea unor termeni daca se rotesc axele de coordonate (un parametru), este mai putin eficienta decit simplificarea acestora daca se translateaza axele de coordonate (doi parametri). Procedind in consecinta, s-a obtinut

37) Deducerea, corespunzatoare respectiv, din ecuatiile Lichtenheldt / carteziana cu originea in focar / Perju / cu 7 coeficienti, pentru curbele de sinteza, a cite unei ecuatii "translatate" si determinarea unor puncte remarcabile ca origini ale axelor de coordonate, in asa fel incit unii termeni din ecuatiile translatata sa se anuleze.

Anularea unor termeni prin rotatia axelor sau prin translatia acestora, a condus, respectiv, la rezolvarea cel mai adesea in expresii analitice a unor ecuatii trigonometrice cu o necunoscuta sau a unor sisteme de doua ecuatii algebrice cu doua necunoscute. Efectul conjugat al translatiei axelor de coordonate concomitent cu rotatia lor (trei parametri) este mai eficient asupra anularii unor termeni in ecuatiile "rotite si translatate", decit rotatia sau translatia, luate separat, dar conduce cel mai adesea la rezolvarea unor sisteme de trei ecuatii transcendente (cu solutii inexprimabile analitic si determinabile doar prin procedee numerice). Pe aceasta cale s-a ajuns la

38) Deducerea, corespunzatoare respectiv, din ecuatiile Lichtenheldt / carteziana cu originea in focar / Perju / cu 7 coeficienti, pentru curbele de sinteza, a cite unei ecuatii "rotite si translatate", precum si scrierea unor sisteme de ecuatii transcendente prin rezolvarea carora sa rezulte parametrii rotatiei si translatiei prin adoptarea carora unii termeni din ecuatia rotita si translatata sa se anuleze.

Examinind "36)", "37)", "38)", s-a ajuns, in sensul anularii a cit mai multi termeni in ecuatiile curbelor de sinteza, la

39) Stabilirea celei mai remarcabile directii (cea data de axa medie/asimptota).

40) Stabilirea celei mai favorabile origini pentru axele de coordonate (in focarul curbei).

41) Stabilirea celei mai simple ecuatii carteziene pentru curbele de sinteza, intr-un sistem particular/intrinsec de axe (ecuatia carteziana cu originea in focar si axa ordonatelor paralela cu asimptota, in care se identifica doar sase termeni).

42) Stabilirea celei mai simple ecuatii carteziene pentru curbele de sinteza, intr-un sistem general de axe (ecuatia cu sapte coeficienti in care se identifica zece termeni cu cei mai

simpli coeficienti posibili).

43) Stabilirea celei mai simple ecuatii polare pentru curbele de sinteza (ecuatia cu originea in focar in care se identifica trei termeni cu cei mai simpli coeficienti posibili).

De asemenea, cu ocazia rotatiei/translatiei de axe, s-a reusit

44) Identificarea in ecuatiile curbelor de sinteza (cubice ciclice cu o asimptota), a patru invarianti (similari cu cei de la studiul conicelor) in raport cu translatia/rotatia de axe.

In contextul dat de "42)" si "43)" in tot acest al "5"-lea capitol si in cel urmator, s-a procedat la

45) Deducerea expresiilor algebrice cele mai simple posibil pentru parametrii (coordonate/ecuatii) elementelor geometrice (puncte/drepte/curbe) remarcabile, evidentiate intr-un sistem particular de axe (corespunzatoare deci curbelor de sinteza definite prin ecuatia carteziana cu originea in focar si axa ordonatelor paralela cu asimptota).

46) Deducerea expresiilor algebrice cele mai simple posibil pentru parametrii (coordonate/ecuatii) elementelor geometrice (puncte/drepte/curbe) remarcabile, evidentiate intr-un sistem general de axe (corespunzatoare deci curbelor de sinteza definite prin ecuatia cu sapte coeficienti).

Capitolul "6" justifica utilitatea elementelor geometrice determinate anterior. In primul rind, bazat pe "23)", "24)", "25)", "27)", s-a ajuns la

47) Enuntarea a doua criterii de decelare a tipurilor curbelor de sinteza (curba are o ramura deschisa daca punctele Newton si Gauss sint reale distincte sau daca tangentele paralele cu axa medie sint in numar de doua, are o ramura deschisa si una inchisa daca punctele Newton si Gauss sint imaginare sau daca tangentele paralele cu axa medie sint in numar de patru, are forme particulare in toate celelalte cazuri).

In continuare, tinind cont de "31)", s-a procedat la

48) Enuntarea unui criteriu de apreciere a posibilitatii/ /imposibilitatii efectuarii sintezei cincipozitionale (daca doua din cele cinci curbe de sinteza corespunzatoare, au dreptunghiurile delimitatoare ale zonelor nemonotone, in suprapunere, atunci sinteza cincipozitionala este posibila in caz contrar fiind sigur imposibila).

In al doilea rind, bazat pe "38)", s-a procedat la elaborarea unor noi forme pentru ecuatiile curbelor de sinteza. In acest sens s-a ajuns la

49) Scrierea ecuatiilor carteziene cu originea in focar si axa ordonatelor paralele cu axa medie (au sase termeni), pornind de la ecuatia Perju, respectiv de la ecuatia cu 7 coeficienti.

50) Scrierea ecuatiilor polare cu originea in focar pornind de la ecuatia Perju, respectiv de la ecuatia cu 7 coeficienti.

51) Scrierea ecuatiilor carteziene cu originea in punctul principal si axa ordonatelor paralela cu axa medie (are sase termeni), pornind respectiv de la ecuatia Lichtenheldt, de la ecuatia Perju si de la ecuatia cu 7 coeficienti.

52) Scrierea ecuatiilor carteziene cu originea in punctul Newton/Gauss si axa ordonatelor paralela cu axa medie (are sapte termeni), pornind respectiv de la ecuatia Lichtenheldt, de la ecuatia Perju si de la ecuatia cu 7 coeficienti.

Examinind "11)", "12)", "49)", "50)", "51)", s-a ajuns la

53) Evidentierea punctului principal ca origine de aceeasi importanta ca si focarul pentru a scrie cele mai simple ecuatii ale curbelor de sinteza.

Examinind "52)", s-a procedat la

54) Evidentierea ecuatiilor cu originea in punctul Newton/ /Gauss, ca forme generale daca originea sistemului de axe este un punct de pe curba de sinteza (pol "Pij"/"Qij", punct de inflexiune sau de tangenta).

In al treilea rind, prin echivalarea polilor rotatiilor finite "Pij" cu polii "Qij", s-a obtinut

55) Evidentierea a doua familii de mecanisme, polar conjugate, prin echivalarea amintita.

In al patrulea rind, prin prelucrarea superioara a unor metode cunoscute de determinare a centrelor/punctelor de pe curbele de sinteza, s-a procedat, in scopul trasarii curbelor, la

56) Expunerea metodei combinate a dreptelor paralele cu axa medie si a dreptelor perpendiculare pe axa medie (bazata pe ecuatia Lichtenheldt).

57) Expunerea metodei combinate a dreptelor paralele cu abscisa si a dreptelor paralele cu ordonata (bazata pe ecuatia cu sapte coeficienti).

58) Expunerea metodei bazate pe o proprietate a polilor

rotatiilor finite (luindu-se ca parametru variabil, lungimea manivelelor/balansierelor).

In acelasi context, bazat pe faptul ca daca exista doua intersectii reale intre o dreapta si o cubica, atunci sigur si a treia intersectie este de asemenea reala, s-a ajuns la

59) Expunerea metodei dreptei ce trece prin doua puncte cunoscute ale curbei de sinteza (se poate incepe cu polii rotatiilor finite).

Bazat pe alte ecuatii ale curbelor de sinteza decit cele carteziene, s-a procedat la

60) Expunerea metodei ce utilizeaza ecuatiile polare.

Capitolul "7" constituie reflectarea in programe de calcul automatizat a preocuparilor teoretice ale autorului, in domeniul sintezei pozitionale pe baza cercurilor suport. Insotind cu numeroase exemple de rulare, s-a procedat la

61) Intocmirea, in limbajul "BETA BASIC", a unui "program pentru determinarea coeficientilor ecuatiei cu sapte coeficienti a curbei de sinteza".

62) Intocmirea, in limbajul "BASIC", a unui "program pentru reprezentarea grafica a doua cubice".

63) Intocmirea, in limbaj "DE ASAMBLARE"/"COD MASINA", a unui "program utilitar, bazat pe o metoda originala de extindere a interpretorului "BASIC", menit sa dubleze rezolutia microsistemului avut la dispozitie.

64) Intocmirea, in limbajul "BASIC", a unui "program pentru rezolvarea sistemelor de doua ecuatii neliniare prin metoda Newton".

65) Intocmirea, in limbajul "BASIC", a unui "program pentru reprezentarea curbelor de sinteza prin metoda ce utilizeaza ecuatiile polare".

66) Intocmirea, in limbajul "BASIC", a doua "programe pentru rezolvarea ecuatiilor cu o necunoscuta" (unul cauta solutiile intr-un interval dat, iar celalalt cauta sulutiile in jurul unei valori date).

67) Intocmirea, in limbajul "BASIC", a unui "program pentru reprezentarea curbelor de sinteza prin metoda dreptei ce trece prin doua puncte cunoscute".

68) Intocmirea, in limbajul "PASCAL", a unui "program pentru trasarea rapida a curbelor de sinteza".

Cu "61)" s-au dedus coeficientii ecuatiilor curbelor de sinteza corespunzatoare la un set de patru pozitii de sinteza impuse. Cu "62)" bazat pe "57)", s-au reprezentat grafic doua curbe ale centrelor, respectiv una si hessiana corespunzatoare, utilizind rezolutia obisnuita, iar impreuna cu "63)", utilizind rezolutia dublata. Cu "64)" s-au determinat exact coordonatele centrelor Burmester, respectiv ale centrelor de inflexiune, utilizind ca solutii initiale masuratorile efectuate pe reprezentarile grafice in obisnuita/dubla rezolutie. S-a putut astfel proceda la

69) Scrierea ecuatiilor curbelor de sinteza in coordonate carteziene si apoi in coordonate polare cu originea in centrul intermediar de inflexiune.

Cu ajutorul dat de "65)" si "66", s-a reusit

70) Parcurgerea (trasarea) curbei centrelor de la un capat la celalalt, pe principiul vecinatatii.

71) Punerea in evidenta pe curbele de sinteza, a unor zone utile si a altora inutile, aferente problemei de sinteza a carei rezolvare se urmareste.

Cu "66)" s-a procedat la determinarea din cuarticele, respectiv din sexticele mai inainte amintite, a parametrilor ce definesc tangentele paralele/perpendiculare la axa medie. Cu "67)" s-au trasat curbe ale centrelor printr-o metoda noua. Studiul rapid al formei curbelor de sinteza functie de pozitiile impuse, s-a efectuat prin "68)".

In capitolul "8", se prezinta principalele realizari ale autorului in domeniul dispozitivelor de prehensiune ale robotilor industriali. Astfel s-a ajuns la

72) Efectuarea calculelor, elaborarea proiectului tehnic, acordarea asistentei tehnice la realizarea si experimentarea unui dispozitiv de prehensiune care utilizeaza fenomenul de autoblocare pentru asigurarea impotriva desfacerii accidentale a degetelor.

73) Efectuarea calculelor, elaborarea proiectului de executie, acordarea asistentei tehnice la realizarea si experimentarea unui dispozitiv de prehensiune care utilizeaza o caracteristica mecanica avantajoasa (de tipul I) la stringerea pieselor manipulate.

In cadrul aplicarii teoriilor de sinteza a mecanismelor de pozitionare pentru un dispozitiv de prehensiune structurat la "4)", au fost efectuate studii specifice acestui caz care s-au concretizat prin

74) Demonstrarea atingerii limitelor (imposibilitatea) de aplicare a sintezei cincipozitionale.

75) Elaborarea unei metode de sinteza patrupozitionala simplificata (sustinuta printr-un program de calcul corespunzator, in limbaj BASIC), cunoscind forma particulara a zonei utile a curbei centrelor.

76) Introducerea "spatierii Cebisev" si in acest tip de sinteza pozitionala, cu efect benefic asupra cresterii preciziei teoretice de centrare.

77) Efectuarea calculelor, elaborarea proiectului de executie, acordarea asistentei tehnice la realizarea si experimentarea unui dispozitiv de prehensiune pentru care s-a folosit "75)".

78) Intocmirea, in limbajul "BASIC", a unui "program pentru determinarea erorii teoretice de centrare" realizabila de mecanismul sintetizat, asigurindu-se in acest program o solutie superioara celei din "7)", la rezolvarea problemei pozitiilor.

79) Elaborarea unei metode generale de masurare a preciziei de centrare practic realizata de prototipul dispozitivului de prehensiune amintit la "77)", care a permis extragerea de concluzii cu implicatii tehnologice.

Este usor de inteles ca aceasta lucrare nu s-a putut crea, fara marcarea anumitor etape de valorificare a stadiului respectiv al **cercetarilor autorului.** In acest sens, sint de amintit articolele pe tema lucrarii ([K3], [K15], [K16], [M6], [M10],[M11], [M12], [M14], [M15], [M16], [M18], [M19], [M20], [M21], [M22], [M23], [M26], [P14]), la care autorul a colaborat. De asemenea se cer mentionate contractele de cercetare proiectare ([K1], [*29], [*30], [*31], [*32], [*33]), la care autorul a depus o cantitate considerabila de munca. In plus, sub conducerea autorului, s-au elaborat o serie de proiecte de diploma ([B7], [C4], [G2], [M13], [P12], [S6]), cu teme apropiate de diferite capitole ale acestei lucrari. Se reaminteste aici, ca lucrarea de fata include realizari ale unor colective din care autorul a facut parte, apreciate cu un premiu pentru tehnica al Academiei Romaniei (1983), cu o medalie de aur a Tirgului international din Bucuresti (1987), cu doua brevete ([M24], [M25]), acordate de catre Oficiul de stat pentru inventii si marci din Romania.

* * *

Aceasta lucrare ar fi lipsita de finalul ei firesc, fara a include cuvintele de recunostinta (niciodata indeajuns exprimata) ale autorului, indreptate spre aceia care sub cele mai diverse forme i-au dat posibilitatea sa atinga aceasta faza:

D-lui prof. dr. ing. Francisc Kovacs, seful Catedrei "Organe de masini si mecanisme" si al "Colectivului de robotica industriala" de la " Universitatea tehnica din Timisoara", conducatorul de doctorat al autorului, pentru indrumarile, sugestiile si recomandarile acordate cu rabdare, tact si deosebita competenta, in intreaga perioada a doctoraturii,

D-lui prof. dr. ing. Dan Perju, prorector al Universitatii tehnice din Timisoara, pentru rigurozitatea, rapiditatea si logica rationamentelor de care, autorul a beneficiat in numeroase situatii aparent fara iesire,

D-nei lector dr. mat. Emilia-Viorica Petrisor si D-lui prof. dr. mat. Dan Papuc, pentru solicitudinea si ajutorul acordat in abordarea aspectului matematic al lucrarii,

D-nei as. univ. ing. Arjana Davidescu, D-lui prof. dr. ing. Mihai Crudu, D-lor conf. George Savii, Alfred Pommersheim, Marcu Balekics, Lucian Madaras, Francisc Ioanovici, Ioan Nicoara, Ioan Vacarescu, Corneliu Radulescu, D-lor sefi de lucrari Stefan Varga, Inocentiu Maniu, Mihai Iarosevits si tuturor colegilor din Catedra "Organe de masini si mecanisme", pentru sprijinul moral si adesea material pe care autorul l-a simtit acordat zilnic si direct, din suflet de prieteni,

D-lor fosti studenti, actualmente ingineri si chiar colegi, Stefania Muresan, Miodrag Puterity, Adrian Mares, Zoltan Czika, Soos Jarmil, Doru Gligor, Erwin Lovasz, Ovidiu Barbulescu, de a caror rodnica si atenta colaborare, autorul a beneficiat cronologic in aceasta ordine, proportional si pe tema titlurilor corespunzatoare din bibliografie,

D-lui conf.dr.ing. Florin Grosu, D-lui sef de lucrari ing. Nicolae Deheleanu, pentru realizarea materialului fotografic, precum si D-lor arh. Paraschiva Ivan, Irina Olariu-Kovacs, Daniela Silaghe, Iuliana Andreiciuc, Dan Sardanescu, pentru executia partii grafice a lucrarii.

Tuturor celor care, pe parcursul acestor ani, au fost alaturi de autor fie si numai cu gindul, acesta le adreseaza multumirile si recunostinta sa.

BIBLIOGRAFIE

[A1] Auer, H., B., Beitrag zum Steigerung der Flexibilitat von Handhabeeinrichtungen im Bereich der Einzel-und Kleinserienferitigung, Dr.-Ing-Dissertation TU, Berlin, 1978.

[A2] Artobolevski, I., Theorie des mechanismes et des machines, Editions M.I.R., Moscova, 1977.

[A3] Alexandru, P., Visa, I., Bobancu, S., Mecanisme-sinteza, vol.2, Litografia Universitatii, Brasov, 1984.

[A4] Artobolevski, I., I., Teoria mehanismov i masin, ed.IV, glavnaia redactia fizico-matematiceskoi literaturi "Nauka", Moskva, 1988.

[B1] Belianina, P., A., Avtomaticeskie manipuliator u roboto mehaniceskie sistem, Masinostroenie, Moscova, 1988, (pag.250, 253 si 257).

[B2] Braga, I., Salmon, M., A new robotic assembly system for batch assembly, Proceedings of the 8-th International Conference on Assembly Automation, 31 march-02 april, Copenhagen, 1987, (pag.399-408).

[B3] Brinzei, D., Onofras, E., Anita, S., Isvoranu, G., Bazele rationamentului geometric, Editura Academiei R.S.R., Bucuresti, 1983.

[B4] Burmester, L., Lehrbuch der Kinematik, Felix-Verlag, Leipzig, 1888.

[B5] Brocard, H., Lemoyne, T., Courbes geometriques remarquables - courbes speciales planes et gauches, TOME III, Librairie scientifique et technique Albert Blanchard, Paris, 1970.

[B6] Brieskorn, E., Knorrer, H., Plane Algebraic Curves, Birkhauser Verlag, Basel - Boston - Stuttgart, 1986.

[B7] Barbulescu, O., Lovasz, E., Malcoci, D., Simionov, M., Tolbariu, R., Tiritean-Apro, V., Zvinca, M., Contributii la sinteza mecanismelor de pozitionare, cu aplicatie la dispozitivele de prehensiune ale robotilor industriali, Proiect de diploma condus de Mesaros-Anghel, V., I.P.T.V., Timisoara, 1990.

[B8] Brukher, E., Maschinell betatigte Zange zum Greifen von Rundkorpen, Bundesrepublik Deutschland, Patent 3717091, 21.05.1987

[B9] Bogdan, R., C., Larionescu, D., Cononovici, S., Sinteza mecanismelor plane articulate, Editura Academiei Romane, Bucuresti, 1977.

[C1] Ciontu, G., Miini Fanuc utilizate pentru echiparea robotilor, Lucrarile celui de al VII-lea Simpozion national de roboti industriali si mecanisme spatiale, MERO'87, 29-31 octombrie, Bucuresti, 1987, (pag.150-162).

[C2] Camera, A., Lupana, G., Robotic assembly systems in the electrical industry, Proceedings of the 7-th International Conference on assembly automation, 04-06 february, Zurich, 1986, (pag.51-62).

[C3] Chelpanov, I., B., Kolpashnikov, S., N., Mecanical features of gripper in industrial robots, 13-th International symposium on industrial robots and robots 7, vol.2, 17-21 april, Chicago Illinois, 1983, (pag.18.77-18.90).

[C4] Czika, Z., Mares, A., Hard si soft intr-un microsistem pentru studiul mecanismelor-Proiect de diploma condus de Mesaros-Anghel, V., I.P.T.V., 1989.

[D1] Durbacov, S., F., Diacenco, V., A., Proectirovanie manipuliatorov, Visceaia scola, Moscova, 1986, (pag.22-24).

[D2] Dolga, V., Asupra preciziei de centrare a dispozitivului de prehensiune, Lucrarile celui de al 3-lea Simpozion national de robati industriali, vol.1, 27-29 octombrie, Bucuresti, 1983, (pag.108-117).

[D3] Drimer, D., s.a., Roboti industriali si manipulatoare, Editura Tehnica, Bucuresti, 1985, (pag.228, 231 si 233).

[D4] Davigora, V., N., Haischeli, P., Zaberei, A., M., Brevet U.R.S.S. 1024274 A-1982, dosar O.S.I.M. 56, nr. 812571, 1983.

[D5] Dudita, F., Sinteza si sistematizarea structurala a mecanismelor plane monomobile de prehensiune cu trei bacuri, Lucrarile celui de al VII-lea Simpozion national de roboti industriali si mecanisme spatiale, MERO'87, vol.1, Bucuresti, 29-31.10.1987, (pag.192-198).

[D6] Dudita, F., Diaconescu, D., Curs de mecanisme, vol.3, Litografia Universitatii, Brasov, 1984.

[D7] Dudita, F., Diaconescu, D., Gogu, G., Curs de mecanisme, vol.4, Litografia Universitatii, Brasov, 1987.

[D8] Dijksman, E., A., Het ontverpen van stangenmechanismen - Monografien - reeks, Uitgegeven door, Technische Uitgeverij H. Stam N.V., Culemborg - Keulen in samenwerking met het Nederlands Instituut van Register - Ingenieurs en Afgestudeerden van Hagere

Technische Scholen, 1968.

[D9] Dijksman, E., A., Calculation and Construction of the Burmester Points for Five Positions of a Moving Plane, presented at the Mechanisms Conference, Atlanta, 06-09.10.1968, Manuscript received by The American Society of Mechanical Engineers Headquarters, 01.07.1968 (Paper No.68-Mech-B).

[D10] Dijksman, E., A., Coordination of Cupler-Point Positions and Crank Rotations in Connection With Roberts' Configuration, presented at the Mechanisms Conference, Atlanta, 06-09.10.1968, Manuscript received by The American Society of Mechanical Engineers Headquarters, 18.06 1968 (Paper No.68-Mech-10).

[D11] Dijksman, E., A., Kinematic Design of a Shuttle Mechanism using the (PP-PP)-method, III Jugoslovenski simpozijum kinematike i dinamike masina i mehanizma, Ljubljana, 25-27.09.1981.

[D12] Dijksman, E., A., Smals, A., T., J., M., Symetrical Cupler Curves Approximating a Straight Line (Degenerate Case), Procedings of The First International Applied Mechanical Systems Design Conference, (IAMSDC-1), No.1, Vol.1, Nashville, Tennessee, U.S.A., 11-14.06.1989.

[D13] Dumitrascu, L., Invatam BASIC - totul despre ... BASIC in 14 conversatii si 7 sinteze, vol.1, Editura tehnica, Bucuresti, 1989.

[D14] Dumitrascu, L., Invatam BASIC - totul despre ... BASIC in 14 conversatii si 7 sinteze, vol.2, Editura tehnica, Bucuresti, 1989.

[D15] Dorn, W., S., McCracken, D., D., Metode numerice cu programe in FORTRAN IV, Editura tehnica, Bucuresti, 1976.

[D16] Demidovitch, B., Maron, I., Elements de calcul numerique, Edition Mir, Moscou, 1973.

[E1] Espinau, B., Kakikura, M., Model-based planning of visual sensors using a hand eye action simulator system, Towards Third Generation Robotics, 13-15 october, Versailles, 1987, (pag.163-174).

[E2] Engelberger, F., J., Les robots industriels, applications, gestion et pratique, vol.1, Paris, 1980, (pag.55-57).

[F1] Frolov, K., V., Vorobliev, E., I., Mechanica promislennih robotov - Rascet i proektirovanie mehanizmov, vol.2, "Visceaia scola", Moscova, 1988.

[G1] Giurovici, G., M., Mecanisme de executie. Tipuri de miini de roboti, Simpozion national de roboti industriali, vol.1, 29-31 octombrie, Bucuresti, 1981, (pag.104-109).

[G2] Gligor, D., Dispozitivele de prehensiune si orientare ale manipulatorului sincron MS-1000, Proiect de diploma condus de Mesaros-Anghel, V., I.P.T.V., 1989.

[G3] Gheorghiu, N., Mesaros-Anghel, V., Varga, s., Kovacs, F., Dispozitivele de prehensiune ale robotului industrial REMT-2, Lucrarile celui de-al II-lea "Simpozion national de roboti industriali", Bucuresti, 28-30.10.1982.

[H1] Horvath, L., S., Application of fexible automation in assembly, Proceedings of the 7-th International Conference on assembly automation, 04-06 february, Zurich, 1986, (pag.219-226).

[H2] Hirai, S., Sato, T., Matsushita, T., Hand eye task execution based on hand-eye cooperation knowledge base, Towards Third Generation Robotics, 13-15 october, Versailles, 1987, (pag.175-186).

[H3] Handra-Luca, V., Mecanisme, Litografia I. P., Cluj-Napoca, 1980.

[H4] Handra-Luca, V., Stoica, A., Introducere in teoria mecanismelor, vol.1, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1982.

[H5] Hartenberg, R., S., Denavit, J., Kinematic Synthesis of Linkages, McGraw-Hill Book Company, New York-San Francisco-Toronto-London, 1964.

[I1] Iampolskogo, L., S., Promislenaia robotehnika, <Tehnica>, Kiev, 1984, (pag.123).

[I2] Ionita, N., Elemente de mecanica automatelor si dinamica automatizarii proceselor industriale, Editura tehnica, Bucuresti, 1985, (pag.44).

[I3] Ionescu, G., D., Teoria diferentiala a curbelor si suprafetelor cu aplicatii tehnice, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1984.

[K1] Kovacs, F., Perju, D., Grosanu, I., Madaras, L., Radulescu, C., Mesaros-Anghel, V., Varga, S., Dolga, V., Maniu, I., Vaduva, G., Elaborarea proiectelor tehnice ale modelelor experimentale ale miinilor mecanice, Contract nr. 163/1980, Faza 1.1.2., Beneficiar I.C.S.I.T. Titan Bucuresti, 30.11.1981.

[K2] Kovacs, F., Cojocaru, G., Manipulatoare si aplicatiile lor industriale, Editura Facla, Timisoara, 1982, (pag.84 si 90).

[K3] Kovacs, F., Mesaros-Anghel, V., Contributii la analiza preciziei de centrare a dispozitivelor de prehensiune ale robotilor industriali, Lucrarile I-ului Simpozion national de roboti industriali, 29-31 octombrie, Bucuresti, 1981.

[K4] Konstantinov, M., S., Galabov, W., B., Kriterien zum Entwurf von Greifmechanismen fur Manipulatoren und Industrieroboter, Maschinenbautechnick, 1978, (pag.534 si 535).

[K5] Kovacs, F., Cojocaru, G., Robotii in actiune, vol.2, Editura Facla, Timisoara, 1986, (pag.19, 20 si 22).

[K6] Kusiak, A., Artificial intelligence implications for CIM, IFS (Publication) Ltd, UK, Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York - London - Paris - Tokio, 1988.

[K7] Kovacs, F., Perju, D., Mecanisme, vol.2, Litografia I.P.T.V., Timisoara, 1977.

[K8] Kovacs, F., Perju, D., Crudu, M., Mecanisme, vol.1, Litografia I.P.T.V., Timisoara, 1978.

[K9] Kovacs, F., Perju, D., Savii, G., Metode noi in sinteza mecanismelor, Editura Facla, Timisoara, 1976.

[K10] Kovacs, F., Oprea, I., Perju, D., Curs de teoria mecanismelor si dinamica masinilor, vol.1, Litografia I.P.T.V., Timisoara, 1969.

[K11] Kovacs, F., Oprea, I., Perju, D., Curs de teoria mecanismelor si dinamica masinilor, vol.2, Litografia I.P.T.V., Timisoara, 1969.

[K12] Kovacs, F., Oprea, I., Perju, D., Curs de teoria mecanismelor si dinamica masinilor, vol.3, Litografia I.P.T.V., Timisoara, 1969.

[K13] Kovacs, F., Contributii la elaborarea unei metode unitare de sinteza a mecanismelor - teza de doctorat, I.P.T.V., Timisoara, 1969.

[K14] Kristen, M., Greifkonstruction mit Hilfe der Computergestutzen Lagensynthese, Maschinenbautechnik, nr.7/1990, pag.303-308.

[K15] Kovacs, F., Perju, D., Varga, S., Mesaros-Anghel, V., Maniu, I., Davidescu, A., Iarosevits, M., Diaconu, A., Ciugudean, M., Tanase, C., Dumitrescu, C., Manipulatorul sincron MS-200, Lucrarile celui de-al VIII-lea "Simpozion national de roboti industriali, Cluj-Napoca, 20-22.10.1988.

[K16] Kovacs, F., Perju, D., Muresan, T., Varga, S., Mesaros-Anghel, V., Maniu, I., Dumitrescu, C., Davidescu, A., Iarosevits, M., Diaconu, A., Ciugudean, M., Tanase, C., Manipulatorul sincron MS-1000, Lucrarile celui de-al IX-lea "Simpozion national de roboti industriali", Baia Mare, 26-28.10. 1989.

[K17] Kozirev, I., G., Pramislenie roboti - sprovocinik, Masinostroenie, Moskva, 1983.

[K18] Kovacs, F., Radulescu, C., Bogdanov, I., Pau, V., Roboti industriali, manuscris in curs de aparitie la Editura didactica si pedagogica, Bucuresti, 1991.

[L1] Lascu, V., G., Module de prehensiune pentru roboti industriali utilizati in ateliere de matritare, Lucrarile celui de al 3-lea Simpozion national de roboti industriali, vol.2, 27-29 octombrie, Bucuresti, 1983.

[L2] Lichtenheldt, W., Konstruktions-lehre der Getribe, Akademie-Verlag, Berlin, 1965.

[L3] Logan, I., O'Hara, F., The complete SPECTRUM ROM disassambly, Melbourne Hause Publishers, Melbourne - Hong Kong, 1983.

[L4] Logan, I., SPECTRUM MICRODRIVE book whith details of the ZX Interface, the Microdrive, the Local Area Network and the RS232 Link, Melbourne House Publishers, Melbourne - Nashville - Hertfortshire - Hong Kong, 1983.

[M1] Matsushita, T., Sato, T., A robot vision language applicable to three-dimensional mechanical part assembly, Proceedings of the 4-th International on Assembly Automation, 11-13 october, Tokyo, 1983, (pag.67-78).

[M2] Mortimer, J., Roocs, B., Robot Industry Report, IFS (Publication) Ltd, UK, Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York - London - Paris - Tokyo, 1987, (pag.78 si 108).

[M3] Maros, D., Orlandea, N., Tapalaga, I., Curs de teoria mecanismelor si a masinilor, Litografia I.P., Cluj-Napoca, 1966.

[M4] Manolescu, N., Kovacs, F., Oranescu, A., Teoria mecanismelor si a masinilor, Editura didactica si pedagogica, Bucuresti, 1972.

[M5] Maros, D., Mecanisme, Litografia I.P., Cluj-Napoca, 1980.

[M6] Mesaros-Anghel, V., Perju, D., Puterity, M., Consideratii asupra utilizarii calculului automatizat pentru determinarea curbelor de biela folosite in sinteza mecanismelor cu bare, Lucrarile celui de al III-lea simpozion national "PRASIC", 11-13 decembrie, Brasov, 1986.

[M7] Mihu, C., Ianbor, I., P., Curbe plane, Editura tehnica, Bucuresti, 1989.

[M8] Murgulescu, E., Flexi, S., Kreindler, O., Sacter, O., Tirnoveanu, M., Geometrie analitica si diferentiala, Editura didactica si pedagogica, Bucuresti, 1965.

[M9] Mesaros-Anghel, V., Puterity, M., Consideratii asupra utilizarii calculului automatizat pentru determinarea curbelor Burmester folosite in sinteza pozitionala a mecanismelor cu bare, Lucrarile celui de-al VI-lea "Simpozion national de roboti industriali", Brasov, 11-13.12.1986.

[M10] Mesaros-Anghel, V., Mesaros-Anghel, T., O noua forma a ecuatiei curbelor de sinteza dimensionala ale lui Burmester, Lucrarile celui de-al IV-lea "Simpozion internatinal de teoria si practica mecanismelor -SYROM'89", Bucuresti, 02-07.07.1985.

[M11] Mesaros-Anghel, V., Puterity, M., Mares, A., Drepte remarcabile si utilitatea lor la sinteza dimensionala prin curbele lui Burmester, Lucrarile celui de-al V-lea "Simpozion international de teoria si practica mecanismelor-SYROM'89", Bucuresti, 06-11.07.1989.

[M12] Mesaros-Anghel, V., Puterity, M., Czika, Z., Puncte remarcabile si utilitatea la sinteza mecanismelor prin curbele lui Burmester, Lucrarile celui de-al V-lea "Simpozion international de teoria si practica mecanismelor-SYROM'89", Bucuresti, 06-11.07.1989.

[M13] Muresan, S., Mecanisme de prehensiune cu doua bacuri si centrare completa - Proiect de diploma condus de Mesaros-Anghel, V., I.P.T.V.T., 1984.

[M14] Mesaros-Anghel, V., Kovacs, F., Muresan, S., Asupra utilizarii metodei Burmester de sinteza pozitionala la proiectarea mecanismelor de prehensiune care asigura centrarea, Lucrarile celui de-al III-lea "Simpozion national de roboti industriali", Bucuresti, 27-29.10.1983.

[M15] Mesaros-Anghel, V., Kovacs, F., Puterity, M., Consideratii asupra extinderii metodei de sinteza patrupozitionala prin patru noi pozitii de precizie, Lucrarile celui de-al VI-lea "Simpozion national - Proiectarea asistata de calculator in domeniul mecanismelor si organelor de masini - PRASIC'86", Brasov, 11-13.12.1986.

[M16] Mesaros-Anghel, V., Lovasz, E., O noua metoda de determinare a punctelor pe curbele de sinteza dimensionala ale lui Burmester, Lucrarile celui de-al IX-lea "Simpozion national de roboti industriali - ROBOT'89", Baia Mare, 26-28.10.1989.

[M17] Maros, D., Calcule numerice la mecanismele plane, Editura "Dacia", Cluj-Napoca, 1987.

[M18] Mesaros-Anghel, V., Davidescu, A., Davidescu, C., Despre doua familii de mecanisme conjugate pe baza echivalarii polilor "Qij" cu polii rotatiilor finite "Pij", Lucrarile celui de-al VII-lea "Simpozion national - proiectarea asistata de calculator in domeniul mecanismelor si organelor de masini - PRASIC'90", Brasov, 13-14.12.1990.

[M19] Mesaros-Anghel, V., Puterity, M., Extinderea interpretorului BASIC la computerele compatibile SPECTRUM - - exemplu de extindere a posibilitatilor grafice prin dublarea rezolutiei, Buletinul INF nr.2, Casa universitarilor, Timisoara, 1988.

[M20] Mesaros-Anghel, V., Puterity, M., Program in limbaj PASCAL pentru rezolvarea sistemelor de ecuatii liniare, Buletinul INF nr.1, Casa universitarilor, Timisoara, 1989.

[M21] Mesaros-Anghel, V., Asupra fenomenului de autoblocare la un mecanism de prehensiune pentru roboti industriali, Lucrarile celui de-al III-lea "Simpozion de mecanisme si transmisii mecanice", Timisoara, octombrie,1980.

[M22] Mesaros-Anghel, V., Varga, S., Maniu, I., Perju, D., Kovacs, F., Davidescu, A., Iarosevits, M., Diaconu, A., Despre dispozitivele de prehensiune si orientare ale unui manipulator sincron pentru sectoare calde, Lucrarile simpozionului "Realizari de virf ale stiintei si tehnicii romanesti", Baia Mare, 15-16.04.1988.

[M23] Mesaros-Anghel, V., Varga, S., Maniu, I., Davidescu, A., Iarosevits, M., Dispozitivele de orientare si prehensiune ale manipulatorului sincron MS-1000, Lucrarile celui de-al IX-lea "Simpozion national de roboti industriali - ROBOT'89", Baia Mare, 26-28.10.1989.

[M24] Mesaros-Anghel, V., Mesaros-Anghel, T., Groza, I.-R., Cioaba, V., Mares, A., Czika, Z., Dispozitiv de prehensiune cu centrare, Brevet nr.102291/26.06.1989, Romania.

[M25] Mesaros-Anghel, V., Mesaros-Anghel, T., Groza, I.-R., Cioaba, V., Mares, A., Czika, Z., Cilindru pneumatic, Brevet nr.102980/26.06.1989, Romania.

[M26] Mesaros-Anghel, V., Varga, S., Maniu, I., Segmente din curba centrelor, utilizabile la sinteza mecanismelor patrulater cu pozitii extreme impuse, Lucrarile celui de-al IV-lea "Simpozion de mecanisme, transmisii mecanice si robotizarea in industrie", Timisoara, 29.11-02.12.1984.

[P1] Pankin, E., P., Universalnoe zahvatnoe ustroino, Mehanizatiea i avtomatizatiea proizvotsva, nr.11, Moscova, 1989, (pag.10).

[P2] Piroska, G., Szep, E., Robotmegfogot adaptivitasa, tanulmanyok, nr.103, M.T.A., Budapest, 1980.

[P3] Perju, D., Mecanisme de mecanica fina, vol.1, Litografia I.P.T.V., Timisoara, 1986.

[P4] Perju, D., Mecanisme de mecanica fina, vol.2, Litografia I.P.T.V., Timisoara, 1986.

[P5] Pelecudi, C., Maros, D., Merticaru, V., Pandrea, N., Simionescu, I., Mecanisme, Editura didactica si pedagogica, Bucuresti, 1985.

[P6] Perju, D., Contributii la sinteza mecanismelor plane pentru conducerea unui punct pe o curba data - teza de doctorat, I.P., Bucuresti, 1971.

[P7] Pelecudi, C., Draganoiu, G., Simionescu, I., Algoritmi si programe pentru analiza mecanismelor, Editura tehnica, Bucuresti, 1982.

[P8] Pelecudi, C., Simionescu, I., MERIG - Mecanica asistata de calculator, vol.1 - Statica, Editura tehnica, Bucuresti, 1986.

[P9] Popescu, I., Proiectarea mecanismelor plane, Editura "Scrisul romanesc", Craiova, 1977.

[P10] Petrescu, A., Tapus, N., Moisa, T., Rizescu, G., Harabor, V., Marsanu, M., Mihu, T., ABC de calculatoare personale si ... nu doar atit ..., vol.1, Editura tehnica, Bucuresti, 1990.

[P11] Petrescu, A., Rizescu, G., Tapus, N., Moisa, T., Zamfirescu, P., Cososchi, V., Marsanu, M., Dobrovie, E., Badea, N., Harabor, V., ABC de calculatoare personale si ... nu doar atit ..., vol.2, Editura tehnica, Bucuresti, 1990.

[P12] Puterity, M., Hard si soft intr-un microsistem pentru studiul mecanismelor, Proiect de diploma condus de Mesaros-Anghel, V., I.P.T.V.T., 1987.

[P13] Puterity, M., Rezolvarea sistemelor de ecuatii liniare, Buletinul INF nr.1-2, Casa universitarilor, Timisoara, 1987.

[P14] Perju, D., Gheorghiu, N., Kovacs, F., Varga, S., Mesaros-Anghel, V., Maniu, I., Davidescu, A., Madaras, L., Manipulatorul sincron MS-500, Lucrarile celui de-al VI-lea "Simpozion national de roboti industriali ROBOT'86", Brasov, 11-13.12.1986.

[Q1] Qingsen, H., A linkage mechanism for concentric gripping cylindrical components, Lucrarile celui de-al 12-lea "Simpozion de roboti industriali" si a celei de-a 6-a "Conferinte internationale de tehnologii robotizate", Paris, 09-11.06.1982, (pag.408).

[Q2] Qingsen, H., "Concentric Gripper", UK Patent, file nr. 8127255, 1981.

[R1] Ranky, P., H., Ho, Y., G. , Robot Modelling control and application with software, IFS (Publications) Ltd, UK, Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York - Tokyo, 1985, (pag.37 si 249).

[R2] Rumsiski, L., Z., Prelucrarea matematica a datelor experimentale - indrumar, Editura tehnica, Bucuresti, 1974.

[S1] Simionescu, I., Moise, V., Mecanisme de prehensiune autocentrante, Lucrarile celui de al VII-lea Simpozion national de roboti industriali si mecanisme spatiale, MERO'87, vol1, Bucuresti, 1987, (pag.284-287).

[S2] Szekely, I., Mecanisme, Litografia I.P., Cluj-Napoca, 1974.

[S3] Sandor, G., N., Erdman, A., G., Mechanism Design - Analysis and Synthesis, vol.1, PRENTICE - HALL INC., Englewood, New Jersey, 1986.

[S4] Sandor, G., N., Erdman, A., G., Advanced Mechanism Design - Analysis and Synthesis, vol.2, PRENTICE - HALL INC., Englewood, New Jersey, 1986.

[S5] Smogorjevski, A., S., Stolova, E., S., Spravocinik pa teorii ploskih krivih tretievo poriadka, Gasudarstvenoie isdatelisvo fizico-matematiceskoi literaturi, Moscova, 1961.

[S6] Soos, J., Calculul si proiectarea unor dispozitive de prehensiune si prindere a capetelor de forta pentru manipulatorul sincron MS-200, Proiect de diploma condus de Mesaros-Anghel, V., I.P.T.V.T., 1988.

[T1] Teodorescu, I., D., Geometrie analitica si elemente de algebra liniara, Editura tehnica si pedagogica, Bucuresti, 1972.

[U1] Udrea, C., Panaitopol, H., Mina mecanica plana cu mecanism cu cama de translatie cu trei puncte de contact cu obiectul de lucru, Lucrarile celui de al II-lea "Simpozion national de roboti industriali", Bucuresti, 28-30.10.1982.

[V1] Volmer, J., Industieroboter, Karl - Marx - Stadt, VEB Verlag Technic, Berlin, 1980, (pag.69, 82 si 87).

[V2] Volmer, J., Industrieroboter - Aufbau, Wirkungswerse und Anrwendung, Maschinenbautechnik, nr.24, Berlin, 1975.

[V3] Verhaeghen, J., PCB assembly with aid of an IR and diffrent sensors, Proceedings of the 7-th International Conferance on Assembly Automation, 04-06 February, Zurich, 1986, (pag.323-334).

[V4] Vranceanu, G., Geometrie analitica si proiectiva, Editura tehnica, Bucuresti, 1954.

[V5] Vickers, S., BASIC programing, Sinclair Research Ltd., Cambrige, 1982.

[V6] Vygodski, M., Aide-memoire de mathematiques superieures, Editions Mir, Moscou, 1984.

[V7] Vlad, L., Dumitriu, A., Sinteza asistata de calculator si simularea functionarii unui mecanism patrulater destinat unui prehensor cu centrare precisa, Lucrarile celui de-al IV-lea "Simpozion national - proiectarea asistata de calculator in domeniul mecanismelor si organelor de masini - PRASIC'90", Brasov, 13-14.12.1990.

[W1] Warnecke, H., J., Schraft, R., D., Industrieroboter, Krausskopf-Verlag, GmbH, Mainz, 1979, (pag.15, 44, 51, 53 si 62).

[W2] Wright, P., K., Bourne, D., A., Manufacturing Intelligence, Addison - Wesley Publishing Company Inc., Reading - Massachusetts, Menlo Park - California, New York, Don Mills - Ontario, Wokingham - England, Amsterdam, Bonn, Sydney, Singapore, Tokyo, Madrid, Bogota, Santiago, San Juan, 1988.

[W3] Webb, D., Advanced Spectrum machine language, Melbourne House Publishers, Melbourne - Hong Kong, 1984.

[*1] * * * The Industrial Robot, vol.13, nr.1, march, 1986, (pag.26).

[*2] * * * Prospect al firmei Siemens, Sirobot 0, West Germany.

[*3] * * * Prospect al firmei Siemens, Sirobot 1, West Germany.

[*4] * * * Prospect al firmei Siemens, Sirobot 2, West

Germany.

[*5] * * * Prospect al firmei Rohm, West Germany.

[*6] * * * Prospect al firmei A.S.E.A., Broschure YB 11-109T, Industrierobotersystem.

[*7] * * * The Industrial Robot, vol.10, nr.1, march, 1983, (pag.61).

[*8] * * * The Industrial Robot, vol.12, nr.3, september, 1985, (pag.173)

[*9] * * * Robotic AGE, 1983, (pag.32).

[*10] * * * Flexible Manufacturing Systems, Mannesmann GEMAG, West Germany, 1987, (pag.5 si 11).

[*11] * * * Liefer Verzeichnis Product. Directory. Repertoire des Produits, MHI im VDMA, Frankfurt, 1987.

[*12] * * * Prospect Fibro-Manta-Moduln, Handhabungstechnik, Information, Fibro.

[*13] * * * Prospect Carobot das FTS system von pbs.

[*14] * * * Prospect Mitsubishi Electric Europe, GMBH, Ratingen, (robot MELFA RM 501).

[*15] * * * Prospect AFMA, Saint-Avertin, France.

[*16] * * * Prospect Mantec m0.

[*17] * * * Prospect ATW, Rastatt, (Portal roboter).

[*18] * * * Prospect Fibromanta 1, Hapmersheim.

[*19] * * * Prospect Fibromanta 2, Hapmersheim.

[*20] * * * Industrie Roboter, RB 112, nr.6, Machinoexport.

[*21] * * * Criterii de proiectare a mecanismelor de prindere pentru manipulatoare si roboti industriali, I.N.I.D., 1983.

[*22] * * * Prospect Industrial Robots an production control equipment.

[*23] * * * Mica enciclopedie matematica, Editura tehnica, Bucuresti, 1980.

[*24] * * * Indrumator matematic si tehnic, Editura tehnica, Bucuresti, 1964.

[*25] * * * COLT ZX BASIC Compiler Manual, Hisoft, Dunstable, 1985.

[*26] * * * BETA BASIC - Version 3.0 Manual, Betasoft, 1985.

[*27] * * * BLAST COMPILER Manual.

[*28] * * * General Utility Routines, Hewlett - Packard Desktop Computer Division, Copyright Hewlett - Packard Company, 1979.

[*29] * * * Contract nr.1/03.0101980 - "Conceptia, cercetarea si proiectarea unui robot industrial de livrare automata a pieselor de tip arbore de rotoare" - beneficiar: Intreprinderea "Electromotor" Timisoara, executant: Institutul politehnic "Traian Vuia" Timisoara.

[*30] * * * Contract nr.224/09.0101981 - "Studii, cercetari, proiectari, experimentari si asistenta tehnica privind realizarea unor familii de roboti industriali precum si a unor tehnologii robotizate" - beneficiar: Intreprinderea "Electromotor" Timisoara, executant: Institutul politehnic "Traian Vuia" Timisoara.

[*31] * * * Contract nr.88/21.03.1986 - "Studii, cercetari, si proiectarea manipulatorului sincron de 200 daN, pentru sectoare calde" - beneficiar: "Centrala industriala de utilaj minier si masini de ridicat" Timisoara, executant: "Colectivul multidisciplinar de cercetare si proiectare pentru roboti industriali" din Facultatea de mecanica a Institutului politehnic "Traian Vuia" Timisoata.

[*32] * * * Contract nr.117/25.04.1987 - "Studii, cercetari, proiectari, asistenta tehnica si experimentari pentru realizarea manipulatorului sincron MS-500" - beneficiar: "Intreprinderea mecanica de masini si utilaj minier" Baia Mare, executant: "Colectivul de robotica industriala" din Institutul politehnic "Traian Vuia" Timisoara.

[*33] * * * Contract nr.26/10.02.1988 - "Studii, cercetari si proiectarea manipulatorului sincron MS-1000 daN" - beneficiar: "Intreprinderea mecanica de masini si utilaj minier" Baia Mare, executant: "Colectivul de robotica industriala" din Institutul politehnic "Traian Vuia" Timisoara.