INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA"

FACULTATEA DE CONSTRUCȚII

TIMIȘOARA

ING. ADNAN ISMAIL

CONTRIBUȚII LA STUDIUL INFLUENȚEI CURGERII LENTE ȘI CONTRACȚIEI ASUPRA STĂRII DE EFORTURI LA CADRE DE BETON ARMAT

Teză de doctorat

Coordonator științific

PROF.DR.DOC.ING. IOAN FILIMON

1990

MULTUMIRI

Prezentarea tezei de doctorat pentru susţinerea ei în faţa comisiei reprezintă pentru orice inginer un moment de profunde reflexii semntimentale. Ele sînt mult mai adînci pentru cei care şi-au făcut studiile profesionale în altă ţară decît cea de origine.

Recunoştinţă deosebită ţării mele de origine, Siria, care mi-a dat posibilitatea să-mi efectuez studiile universitare în România, care a devenit astfel cea de a doua mea ţară.

Mulţumiri tuturor cadrelor didactice de la Facultatea de construcţii din Timişoara care, cu competenţă şi dăruire profesională, mi-au dat posibilitatea să mă iniţiez în frumoasa meserie de inginer constructor. Existenţa în cadrul facultăţii a unor personalităţi de prestigiu internaţional ne dă dreptul, nouă celor din alte ţări, să ne mîndrim că sîntem absolvenţi ai Facultăţii din Timişoara.

Recunoştinţă domnului prof.dr.doc.ing.Ioan Filimon, care a acceptat să-mi fie conducător de teză de doctorat şi mulţumiri pentru sprijinul competent şi de înaltă ţinută ştiinţifică acordat pe parcursul elaborării tezei. De asemenea, mulţumiri întregului colectiv al Catedrei CCIA pentru sprijinul acordat pe parcursul elaborării lucrării. Mulţumiri speciale domnului dr.ing. Victor Gioncu de la INCERC- Filiala Timişoara.

Acum la sfîrşitul unei perioade lungi din activitatea mea, cînd se încheie formarea mea de specialitate, un gînd de profundă recunoştinţă părinţilor mei şi familiei mele, de care am fost despărţit o perioadă îndelungată.

Adnan Ismail

Timişoara, iulie 199o

CUPRINS

pag.

BUPT

Capitolul 1

STADIUL ACTUAL AL PROBLEMEI

1.1. Introducere

Tendinţa actuală în construcţii este de a realiza structuri cu înălţimi şi deschideri din ce în ce mai mari, utilizînd materiale cu caracteristici mecanice superioare, executate cu ajutorul unor noi tehnologii, dintre care prefabricarea este cea mai semnificativă. La toate acestea se adaugă şi pretenţia de a realiza construcţii cît mai uşoare, cu consumuri de materiale reduse şi la preţuri cît mai scăzute.

Pentru a răspunde la aceste cerinţe, calculul structurilor trebuie să ţină seamă de toţi factorii care influenţează comportarea lor, atît pentru a exploata toate posibilităţile de a obţine soluţii eficiente, cît şi de a asigura o comportare satisfăcătoare pe toată durata construcţiilor.

Utilizarea în ultimul timp a calculatorului electronic a uşurat mult munca proiectanţilor şi cercetătorilor, permiţînd abordarea unor probleme complexe, care înainte, cu metodele tradiţionare, erau nerezolvabile. Astfel, determinarea acţiunilor pe considerente probabiliste, utilizarea unor legi constitutive a materialelor cît mai apropiate de comportarea reală, schematizarea structurii folosind cît mai puţine ipoteze simplificatoare, considerarea conlucrării diferitelor componente ale structurilor, a caracterului spaţial al structurii, optimizarea soluţiilor etc., au fost posibile numai graţie ajutorului dat de calculatorul electronic. Totuşi, acesta efectuează numai calculele care i se impun să fie făcute şi de aceea, atenţia cercetărilor în ultimul timp s-a îndreptat spre a analiza care sînt factorii care nu sînt în încă suficient stăpîniţi de calculele efectuate.

Unul din aceşti factori importanţi, de cele mai multe ori neglijat la calculul structurilor, este timpul. In mod tradiţional, cu toate marile posibilităţi de calcul de care se dispune, determinarea stării de eforturi şi deformaţii se face în stadiul elastic, independent de factorul timp. Studiile efectuate, destul de reduse la număr în comparaţie cu alte probleme, au arătat că neglijarea factorului timp în calculul structurilor de beton armat schimbă într-o măsură mai mare sau mai mică imaginea reală asupra comportării acestora, funcţie de tipul structurii, modul de execuţie etc. Factorul timp la elementele de beton armat intervine pri cele două proprietăţi esenţiale ale betonului, curgerea lentă şi contracţia, ambele desfăşurîndu-se în timp.

Cauzele principale ale acestei rămîneri în urmă a cercetărilor, faţă de alte aspecte ale calculului, sînt în mare măsură legate de dificultăţile experimentale. Studiile pentru determinarea caracteristicilor de curgere lentă şi contracţie ale betonului simplu, şi a factorilor care influenţează fenomenul, necesită un timp îndelungat de 5...8 ani. Pentru elementele de beton armat, grinzi şi stîlpi, studiile necesită şi aparatură de laborator, blocată şi ea împreună cu un spaţiu corespunzător, o durată îndelungată. De studii şi cercetări experimentale pe structuri complexe la scara naturală nici nu poate fi vorba, pentru că nu poate fi concepută o cercetare în care 5...6 ani, la o structură dată în folosinţă, se fac măsurători periodice de deformaţii, eforturi etc. Modelarea structurilor la scări reduse, metodă foarte utilă pentru calculul obişnuit, este foarte discutabilă pentru cazul contracţiei şi curgerii lente, pentru că betoanele cu agregate fine, utilizate la realizarea modelelor, au alte caracteristici ale curgerii lente şi contracţiei decît betonul obişnuit.

Curgerea lentă a betonului este proprietatea acestuia de a-şi modifica dimensiunile în timp sub acţiunile exterioare /12, 13/. Printre factorii care influenţează mărimea deformaţiilor de curgere lentă se menţionează mărimea tensiunilor, vîrsta la încărcare, timpul de încărcare, mediul înconjurător, procentele de armare etc./44, 45, 76/. Se ştie că dacă toate elementele unei structuri au aceleaşi caracteristici de curgere lentă, starea de eforturi nu se schimbă în timp, ci vor creşte numai deformaţiile /53, 54/.

Caracteristicile de curgere lentă variază însă în mod inevitabil de la element la element. Astfel, la grinzile continue, diferitele deschideri pot fi decofrate sau realizate la timpi diferiţi; unele deschideri au elemente prefabricate, altele sînt turnate monolit; asamblarea elementelor prefabricate se face printr-o zonă turnată monolit etc. La cadre, stîlpii pot fi turnaţi monolit iar grinzile prefabricate; cadrele etajate se execută în etape, nivelurile inferioare fiind mai vechi decît cele superioare etc. De asemenea, atît la grinzile continue cît şi la cadre, din cauza tehnologiei de execuţie, schemele statice se pot schimba. Astfel, în cazul grinzilor prefabricate, lucrează la montaj ca şi simplu rezemate şi fiind structuri static determinate, efectul curgerii lente este numai de creştere a deformaţiilor. După monolitizarea nodurilor, structura devine static nedeterminată şi din efectul curgerii lente apar momente de încovoiere şi în monolitizări, chiar şi din încărcările din faza iniţială. Ele nu vor putea atinge însă valorile corespunzătoare grinzilor continue elastice. Aceste constatări duc la concluzia că curgerea lentă va influenţa şi starea de eforturi din structură;

problema de studiat este măsura în care această schimbare este importantă sau nu.

Contracţia betonului este proprietatea acestuia de a-şi reduce dimensiunile în timp datorită modificării conţinutului de apă din structura pietrii de ciment /12, 13/. Dacă contracţia este liberă, reducerea dimensiunilor se produce fără a se modifica starea de eforturi. Dacă însă contracţia este împiedicată parţial sau total, se produc eforturi ce se suprapun peste cele din acţiuni şi starea de eforturi determinată din calculul elastic se modifică. Astfel de contracţii împiedicate se produc cînd elementele de beton vin în contact cu elemente fără contracţie (pămînt, metal etc.) sau cu elemente de beton de alte vîrste, cu contracţii mai mari sau mai mici (elemente prefabricate legate de elemente monolite).

Aparent cele două aspecte sînt separate pentru că în cazul curgerii lente trebuie să intervină încărcările exterioare, pe cînd contracţia se produce independent de acţiuni. Totuşi între ele există o interacţiune care modifică starea de eforturi în structurile de beton. Aşa cum s-a arătat mai sus, contracţia împiedicată introduce eforturi în structură şi acestea, la rîndul lor produc o curgere lentă, funcţie de mărimea acestor eforturi. Rezultă astfel o interacţiune între cele două fenomene, care în cele mai multe cazuri duce la o reducere a eforturilor din contracţie, curgerea lentă avînd un efect favorabil. De aceea, asimilarea contracţiei cu o scădere de temperatură, aşa cum se procedează obişnuit în proiectare, nu este corectă. Cuplarea contracţiei cu curgerea lentă este un fenomen complex ce nu poate fi abordat cu metode simple.

. / .

In practica proiectării structurilor de beton armat analiza influenţei curgerii lente şi contracţiei este insuficient tratată. Intr-un singur domeniu, cel al betonului precomprimat, situaţia este mult mai bună, din cauza că pierderile de tensiune sînt aşa de mari încît pot anula efectul precomprimării. De altfel, descoperirea fenomenului de curgere lentă şi contracţia betonului este legată de introducerea în construcţii a betonului precomprimat /4o, 87/. La primele încercări s-a constatat că forţa de precomprimare se reduce foarte mult, ajungîndu-se chiar la anularea ei, datorită acestor deformaţii ce se produc în timp. Si progresele făcute în cunoaşterea mai corectă a fenomenelor sînt legate de necesitatea perfecţionării metodelor de calcul şi execuţie a elementelor de beton precomprimat.

Un al doilea domeniu în care se ţine seamă în proiectare de efectul curgerii lente este cel al deformaţiilor din încărcările de exploatare. Se ştie că deformaţiile pot creşte de 2...4 ori faţă de cele iniţiale, fără ca starea de eforturi să se modifice, din cauza curgerii lente. Acest efect nu poate fi neglijat pentru că este un efect foarte important pentru verificarea stării limită de deformaţii /44,45/. Toate normele de calcul moderne au prevăzută şi verificarea deplasărilor în timp.

Un al treilea domeniu în care efectele curgerii lente nu pot fi neglijate este cel al stabilităţii structurilor zvelte de beton armat. Prăbuşirea unor acoperişuri din plăci curbe din cauza curgerii lente /53, 54, 55/, precum şi creşterea, peste limita admisibilă, a deformaţiilor unor stîlpi zvelţi /3, 25/, au dus la introducerea acestui efect în normele de calcul.

In schimb practica proiectării nu ţine seamă de efectul curgerii lente asupra stării de eforturi din structurile complexe.

Se ştie că eforturile pot fi modificate în timp cu 20...40%, efect mult mai mic decît în cazul precomprimării, al calculului deformaţiilor sau al stabilităţii şi nu poate fi sesizat în exploatarea structurilor, fiind acoperit de coeficienţii de siguranţă sau de cei de supraîncărcare şi omogenitate ai materialelor.

Cu toate acestea, acest efect nu poate fi neglijat din cauza că o creştere a eforturilor, chiar mai redusă, duce la micşorarea siguranţei structurii şi acţiunile accidentale, singurele care pot duce la colaps o structură bine concepută, o găsesc mai slab pregătită pentru evenimente majore.

In cele ce urmează se face o trecere în revistă a principalelor direcţii de cercetare în acest domeniu.

1.2. Direcţii generale de cercetare

Din figura 1.1., reprodusă după /32/, numărul lucrărilor care se ocupă cu problema curgerii lente şi contracţiei betonului şi betonului armat a crescut foarte mult în ultimul timp.

Din analizare lucrărilor publicate în literatura de specialitate pot fi desprinse următoarele direcţii de cercetare:

a) Determinarea mărimilor caracteristice ale curgerii lente şi contracţiei şi a factorilor care influenţează fenomenul, în care se determină, pe baze experimentale, mărimile iniţiale, finale şi evoluţia în timp a acestor caracteristici pentru betunul simplu /12, 13/. Este activitatea cea mai bogată din acest domeniu şi, drept rezultat, au fost redactate norme de proiectare, în permanentă îmbunătăţire.

b) Modelarea matematică şi mecanică a comportării în timp a betonului simplu, în care se stabilesc legile constitutive

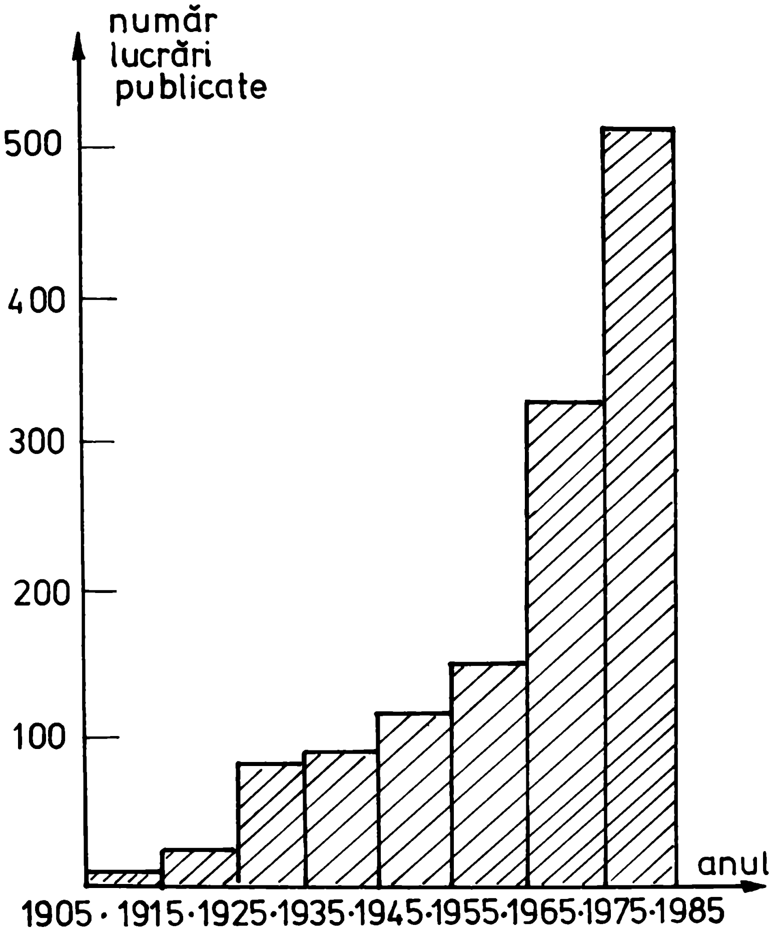


Fig.1.1.

între tensiuni şi deformaţii /12, 13, 25, 34, 84, 92/. Deoarece fenomenul este deosebit de complex, există o mare varietate de propuneri, fiecare cu avantajele şi dezavantajele sale.

c) Metode matematice de rezolvare, în care, ţinînd seamă de complexitatea ecuaţiilor matematice la care se ajunge, ecuaţii integrale sau diferenţiale, sînt studiate metode analitice exacte sau aproximative, precum şi metode numerice, apte de a fi scrise pentru calculatoare electronice /34, 82/.

d) Efectele curgerii lente şi contracţiei la elemente de beton armat şi beton precomprimat, în care sînt studiate, la grinzi, stîlpi şi plăci, redistribuirea eforturilor între beton şi armătură, pierderile de tensiune, influenţa fisurării, creşterea deformaţiilor etc. /14, 22, 44, 45, 67, 79, 8o, 86/.

e) Efectul curgerii lente şi contracţiei la structurile de beton şi beton armat, în care se analizează modificările stării de eforturi şi deformaţii pe structuri complexe şi descreşterea încărcărilor critice de pierdere a stabilităţii /3,5-9, 15, 16, 21, 23, 25, 3o, 33, 37, 38, 53, 54, 56, 65, 66, 7o, 82, 86, 89, 91/.

Deoarece obiectul tezei de doctorat se referă la influenţa curgerii lente şi contracţiei betonului la structuri, în continuare analiza direcţiilor de cercetare se va limita numai la aceste aspecte.

Cercetările privind efectele curgerii lente şi contracţiei la structurile de beton armat pot fi clasificate în următoarele direcţii, în funcţie de tipul de structură:

a) Structuri din bare, în care se analizează efectele tasării reazemelor, a variaţiei armării, a turnării succesive, a legării unor părţi prfabricate cu unele monolite etc. /5-9, 15, 16, 21, 23, 25, 3o, 65, 7o, 82, 86/.

b) Structuri din plăci, în care cercetările cele mai semnificative sînt efectuate pentru diafragme /91/. S-au studiat efectele turnării în etape a diafragmelor: blocul de fundaţie, legat de terenul fără contracţie şi porţiuni din diafragme, egale cu înălţimea unui nivel, turnate succesiv.

c) Structuri de plăci curbe, în care se analizează redistribuţia eforturilor între diferitele elemente ale structurii, placa curbă, elementele de margine, stîlpii de susţinere etc. /54, 55/.

Din analiza bibliografiei existente, rezultă că cercetările pentru structuri din bare nu sînt încă la nivelul cerut pentru o utilizare curentă în proiectare.

1.3. Principalele efecte ale curgerii lente și contracției relevate în literatura de specialitate

Efectele curgerii lente sînt în primul rînd de reducere în timp a rigidității elementelor structurii; contracția betonului este o deformație impusă. Principalele efecte ale deformațiilor vîscoase sînt /3/:

a) relaxarea eforturilor, caracteristică cazului deformațiilor impuse, cînd are loc o variație în timp a eforturilor inițiale. Dacă deplasarea este instantanee, se produce o scădere a eforturilor; dacă deplasarea se produce în timp, eforturile cresc sau scad în funcție de raportul dintre vitezele deformațiilor de curgere lentă a betonului sau de producere a tasărilor;

b) redistribuția eforturilor, caracteristică structurilor compuse din materiale cu deformații vîscoase diferite. Din cauză că rigiditățile elementelor nu se modifică în timp după aceeași lege se produce o redistribuire a eforturilor între diferitele elemente ale structurii, în unele părți ale ei eforturile scad, iar în altele cresc. Legarea elementelor cu proprietăți realogice diferite, poate fi făcută în paralel (de exemplu grinzi cu inima prefabricată și talpa monolită) sau în serie (cadre la care stîlpii sînt monoliți iar grinzile prefabricate);

c) amplificarea eforturilor, ca urmare a creșterii deformațiilor, caracteristică structurilor zvelte (stîlpi comprimați, arce, plăci curbe etc.). Prin creșterea acestor deformații, crește importanța efectelor de ordinul doi și scade siguranța la stabilitate.

Dintre aceste efecte, în literatura de specialitate sînt bine studiate efectele de relaxare, de redistribuire a eforturilor elementelor legate în paralel și de amplificare a efectelor de ordinul doi. Analiza bibliografică arată că cercetările referitoare la redistribuția eforturilor structurilor realizate din elemente cu caracteristici vîscoase diferite /7o,82/ sînt mult mai reduse în comparație cu studiul celorlalte efecte.

1.4. Importanța efectelor de curgere lentă și contracție

Studiul stării de eforturi într-o structură este abordat în literatura de specialitate în două moduri:

a) se analizează "biografic" variația în timp a stării de eforturi din structură sub acțiunile permanente sau temporare cu durată lungă de acțiune, care servește în special studiului stării de exploatare;

b) se determină numai valorile inițiale și cele finale, necesare considerării celor două stadii caracteristice, starea de exploatare și cea limită.

Deoarece încărcările permanente și temporare de lungă durată nu reprezintă decît o parte din încărcările de calcul ale structurii (vor interveni și cele de scurtă durată și cele accidentale), deformațiile din curgere lentă și contracție nu pot duce la cedarea structurii. In timp pot însă să nu fie satisfăcute condițiile de exploatare (deformații mari, fisurare puternică); din cauza reducerii rigidității și a redistribuirii necontrolate a eforturilor, se poate ajunge la situația în care structura nu este pregătită pentru preluatrea încărcărilor accidentale. Astfel, la unele cadre, din cauza redistribuției eforturilor şi a efectului contracţiei, momentele din grinzi din acţiunile permanente pot creşte cu 2o-4o% faţă de calculul elastic obişnuit. Astfel, la o încărcare din zăpadă, la valoarea de calcul, pot fi depăşite momentele capabile producîndu-se o cedare sub acţiunea zăpezii. Cauza principală a acestui colaps rămîne însă creşterea eforturilor din încărcările permanente datorate deformaţiilor din curgere lentă şi contracţia betonului.

1.5. Concluzii privind situaţia cercetărilor

Din analiza cercetărilor efectuate pe plan mondial şi al aspectelor prezentate în paragrafele precedente rezultă următoarele concluzii principale:

a) curgerea lentă şi contracţia betonului afectează starea de eforturi şi deformaţii a structurilor de beton armat şi nu pot fi neglijate atunci cînd se doreşte cunoaşterea comportării reale;

b) pentru determinarea caracteristicilor deformaţiilor vîscoase există în literatura de specialitate articole, cărţi şi norme care oferă date suficiente pentru o evaluare corectă a acestor mărimi;

c) efectele curgerii lente şi contracţiei betonului sînt bine cunoscute pentru elementele de beton armat, stîlpi şi grinzi, şi metodele de calcul existente permit rezolvarea corectă a acestora;

d) la structurile din bare, singurul efect bine studiat în literatura de specialitate este cel al curgerii lente la deformaţii impuse din tasare. Efectele neomogenităţii elementelor rezultate din calităţi diferite de betoane, turnări în etape succesive, structuri compuse din elemente prefabricate şi monolite, precum şi efectul schimbării schemei statice în timpul montajului, prin monolitizări succesive, sînt puţin studiate;

e) în prezent nu există elaborate metode generale de calcul static al structurilor realizate din materiale vîscoelastice, similare cu cele pentru materiale elastice;

f) teoria vîscoelasticităţii, particularizată pentru cazul betonului armat, pune la dispoziţie formulări teoretice şi metode de rezolvare care pot fi utilizate la elaborarea unor metode de calcul capabile să abordeze problemele prezentate la punctul d.

1.6. Conţinutul tezei de doctorat

Ţinînd seamă de aspectele prezentate în capitolul 1 "Stadiul actual al problemei", teza de doctorat este structurată astfel:

In capitolul 2 "Curgerea lentă şi contracţia betonului" se expun în primul rînd aspectele teoriei vîscoelasticităţii şi metodele de rezolvare a ecuaţiilor constitutive. In continuare sînt prezentate principalele coduri pentru determinarea mărimilor caracteristice ale curgerii lente şi contracţiei betonului: CEB-FIP7o, CEB-FIP76, ACI435, ACI 2o9, DIN 4227, BPEL83, STAS 8ooo/67, STAS 1olo7/76, STAS 1olo7/9o (proiect). De asemenea sînt prezentate şi principalele formulări pentru variaţia în timp a acestor caracteristici.

In capitolul 3 "Efectele curgerii lente şi contracţiei la structuri din beton armat" se prezintă în primul paragraf efectul curgerii lente şi contracţiei la elementele de beton armat, grinzi şi stîlpi. Pe baza exemplelor relatate în literatura de specialitate, se relevă principalele efecte ale curgerii lente şi contracţiei legate de modul de alcătuire şi realizare a structurilor de beton armat:

- neomogenităţi din armare diferită a elementelor, din turnare succesivă şi din utilizarea unor elemente monolite legate de elemente prefabricate;

- schimbarea schemei statice în timpul execuţiei la structurile prefabricate, asamblate prin monolitizări ale nodurilor;

- împiedicarea deformaţiilor din contracţie.

Capitolul 4, cel mai dezvoltat al tezei, "Statica structurilor vîscoelastice din bare cu caracteristici diferite ale curgerii lente", generalizează, pentru structurile de beton armat cu proprietăţi reologice, metoda eforturilor cunoscută pentru calculul structurilor elastice din bare. După analiza principalelor formulări pentru legea constitutivă $\sigma-\varepsilon$, se alege pentru rezolvarea problemei, metoda Trost-Bazant a modulului redus modificat. Pentru structuri vîscoelastice se generalizează principiul lucrului mecanic virtual, cunoscut la calculul structurilor elastice. Se prezintă o formulare matriceală a metodei eforturilor pentru structurile vîscoelastice şi se obţine o formulare uşor de utilizat în practica proiectării. Sînt examinate două tipuri de structuri:

- structuri cu schemă statică nemodificată în timp, la care efectul curgerii lente se datorează neomogenităţii elementelor structurii din cauza turnării în diferite etape;

- structuri cu schemă statică ce se modifică în timpul execuţiei, la structurile monolite, prin realizarea eşalonată a structurii, la structurile prefabricate, prin monolitizările nodurilor în diferite etape de execuţie.

Capitolul 5 "Aplicaţii. Influenţa tehnologiilor de execuţie asupra stării de eforturi din structurile de beton armat" cuprinde aplicarea metodei elaborate în capitolul 4 la două tipuri de structuri: cadru parter cu o deschidere şi cadru parter cu două deschideri. Se au în vedere următoarele tehnologii de execuţie:

- structură executată monolit în etape succesive;
- structură cu stîlpi monoliţi şi grinzi prefabricate;
- structură cu stîlpi şi grinzi prefabricate;
- extinderi la o structură existentă.

Se studiază modificarea stării de eforturi din încărcările permanente sub influenţa curgerii lente şi contracţiei betonului în funcţie de aceste tehnologii de execuţie.

Capitolul 6 "Concluzii" relevă principalele aspecte obţinute din studiul efectuat, care au implicaţii pentru practica proiectării. Se prezintă principalele contribuţii ale autorului.

Capitolul 2

CURGEREA LENTA SI CONTRACTIA BETONULUI

2.1. Evoluţia cercetărilor şi a elaborării normelor de calcul

Curgerea lentă şi contracţia betonului au fost puse în evidenţă pentru prima dată prin cercetările experimentale efectuate la începutul secolului nostru de către Woolson (19o5), Hatt (19o7) şi Mc Millan (1915). Studii sistematice au fost efectuate însă numai după anul 193o, legate de utilizarea betonului precomprimat, de către Freyssinet, Glanville, Davis, Ross, Stoliarov, Seikin. După aceste studii de început interesul creşte rapid şi în 1946, comitetul ACI 2o9 (American Concrete Institute) publică prima recenzie a cunoştinţelor acumulate pînă la aceea dată. Cîţiva ani mai tîrziu, Wagner (1958) sintetizează rezultatele teoretice şi experimentale acumulate între timp. Urmează o perioadă de bogate acumulări, fiind rîndul lui Neville (197o) să sistematizeze cunoştinţele etapei respective /74/. Apare aproape concomitent şi lucrarea autorilor români Avram, Făcăoaru, Filimon, Mîrşu, Tertea "Rezistenţele şi deformaţiile betonului" (1971) /12/ în care, în capitolele 9, lo şi 11, sînt prezentate rezultatele la zi ale cercetărilor. Ediţia în engleză a acestei cărţi "Concrete Strength and Strains" (1981) /13/ aduce la zi bibliografia din acest domeniu. Doi ani mai tîrziu apare cartea autorilor Rüsch, Jungwirth, Hilsdorf "Curgerea lentă şi contracţia: Efectele ei asupra comportării structurilor" (1983) /82/.

Aceste cărţi sintetizează lucrările cele mai importante apărute în literatura de specialitate.

O altă activitate deosebit de importantă în această direcţie este cea de elaborare de coduri, în care sînt valorificate cele mai importante rezultate practice ale studiilor experimentale. Se remarcă în mod deosebit permanenta perfecţionare a acestor coduri, la intervale de 5...lo ani.

Astfel Comitetul European pentru beton (CEB) şi Federaţia internaţională a precomprimării (FIP) publică "Recomandările internaţionale pentru proiectarea şi execuţia structurilor de beton" (197o) /98/ în care sînt prezentate prevederi pentru determinarea caracteristicilor curgerii lente şi contracţiei. Peste numai 6 ani, Comitetul CEB-FIP publică "Codul model pentru structurile de beton" (1976) /99/ în care toate prevederile privind calculul acestor caracteristici sînt schimbate, ca rezultat al importantelor cercetări experimentale obţinute între timp.

In SUA, primul cod elaborat de Comitetul ACI 435 "Deformaţiile elementelor de beton precomprimat" (1963) /95/, care conţine numai date sumare, este îmbunătăţit substanţial de către redactarea efectuată de Comitetul 2o9, subcomitetul II "Determinarea efectelor curgerii lente, contracţiei şi temperaturii" (1978), /96/, care este un cod complet.

In RFG, DIN 1o45 "Beton şi beton armat. Calcul şi execuţie" (1972) /1oo/, cu prevederi destul de reduse pentru deformaţiile reologice ale betonului, este modernizat prin redactarea DIN 4227 "Prescripţii pentru calculul şi execuţia betonului precomprimat" (1979) /1o1/, care conţine date mult mai complete privind determinarea caracteristicilor curgerii lente şi contracţiei betonului.

Unul dintre normativele cele mai complete este cel francez, publicat în 1983, BPEL83 "Reguli tehnice privind concepţia şi calculul elementelor şi construcţiilor din beton precomprimat, după metoda stărilor limită" /97/ care pentru curgerea lentă şi contracţia betonului are cele mai complete prevederi.

Perfecţionarea continuă a metodelor de calcul poate fi observată şi după numărul parametrilor care sînt luaţi în considerare la definirea mărimilor caracteristice. Creşterea acestui număr de parametri este dată în /1/.

Codul	CEB-FIP.7o	ACI2o9	CEB-FIP78	BPEL83
Anul apariţiei	197o	1978	1978	1983
Număr parametri	8	9	15	31

In România, trecerea de la STAS 8ooo-67 "Calculul elementelor de beton, beton armat şi beton precomprimat" (1967) /1o2/ la STAS 1o1o7/o-76 "Calculul şi alcătuirea elementelor din beton, beton armat şi beton precomprimat" (1976) /1o3/ a reprezentat o îmbogăţire a prevederilor privind calculul caracteristicilor respective.

Proiectul de STAS 1o1o7/o-9o a preluat, cu unele completări, prevederile codului CEB-FIP 76, pentru elemente şi structuri la care efectul curgerii lente şi contracţiei este important. La celelalte, se păstrează metoda simplă din vechiul standard.

In paragraful următor se va face o prezentare a elementelor de bază din teoria vîscoelasticităţii, necesare pentru studierea variaţiei în timp a deformaţiilor betonului.

2.2. Concepţii de bază în teoria vîscoelasticităţii

2.2.1. Materiale cu şi fără memorie

Aşa cum se ştie din mecanica teoretică, ecuaţiile de echilibru, în tensiuni, şi ecuaţiile de compatibilitate, în deformaţii, sînt valabile pentru toate materialele. In schimb, legătura între tensiunile σ şi deformaţiile ε depinde de materialul din care este alcătuită structura şi este dată de ecuaţiile constitutive,

./.

sau curbele caracteristice ale materialului. Acestea sînt stabilite experimental, prin încercări directe pe epruvete, şi pe baza valorilor obţinute se stabileşte o relaţie matematică de legătură $\sigma-\varepsilon$.

Dacă acţiunea asupra epruvetei are o istorie de tipul celei din figura 2.1a, în care începutul este dat de timpul $t=\tau_1$, răspunsul materialului poate fi:

a) deformaţia $\varepsilon(t)$ depinde numai de valoarea tensiunii $\sigma(t)$ (fig.2.1b)

$$\varepsilon(t) = D[\sigma(t)] \tag{2.1}$$

unde: $D : R \rightarrow R$ este o funcţie constantă în timp. Materialele care ascultă de legea (2.1), la care deformaţiile depind numai de acţiunea corespunzătoare momentului considerat, se numesc materiale "fără memorie". Un exemplu de astfel de material este cel cu proprietăţi elastice şi de aceea, de aceste materiale se ocupă "teoria elasticităţii". De asemenea, întreaga statică a construcţiilor, folosită la proiectarea structurilor, este bazată pe proprietăţile materialelor fără memorie;

b) deformaţia $\varepsilon(t)$ depinde de tot setul de valori ale tensiunilor între momentul încărcării τ_1 şi cel de referinţă t, $\sigma(\tau)$ $(\tau_1 < \tau < t)$

$$\varepsilon(t) = \mathcal{D}[\sigma(\tau)] \tag{2.2}$$

unde $\mathcal{D} : C(\tau_1, t) \rightarrow R$, C reprezentînd un set de funcţii continue definite pe intervalul (τ_1, t). Materialele care ascultă de legea (2.2), la care deformaţia la timpul t depinde de întreaga istorie a stării de tensiune, se numesc materiale "cu memorie". Deoarece aceste materiale au şi proprietăţi vîscoase, disciplina care se ocupă de legătura tensiuni-deformaţii este teoria vîscoelasticităţii /34, 48, 78/, Deoarece betonul este un material cu proprietăţi

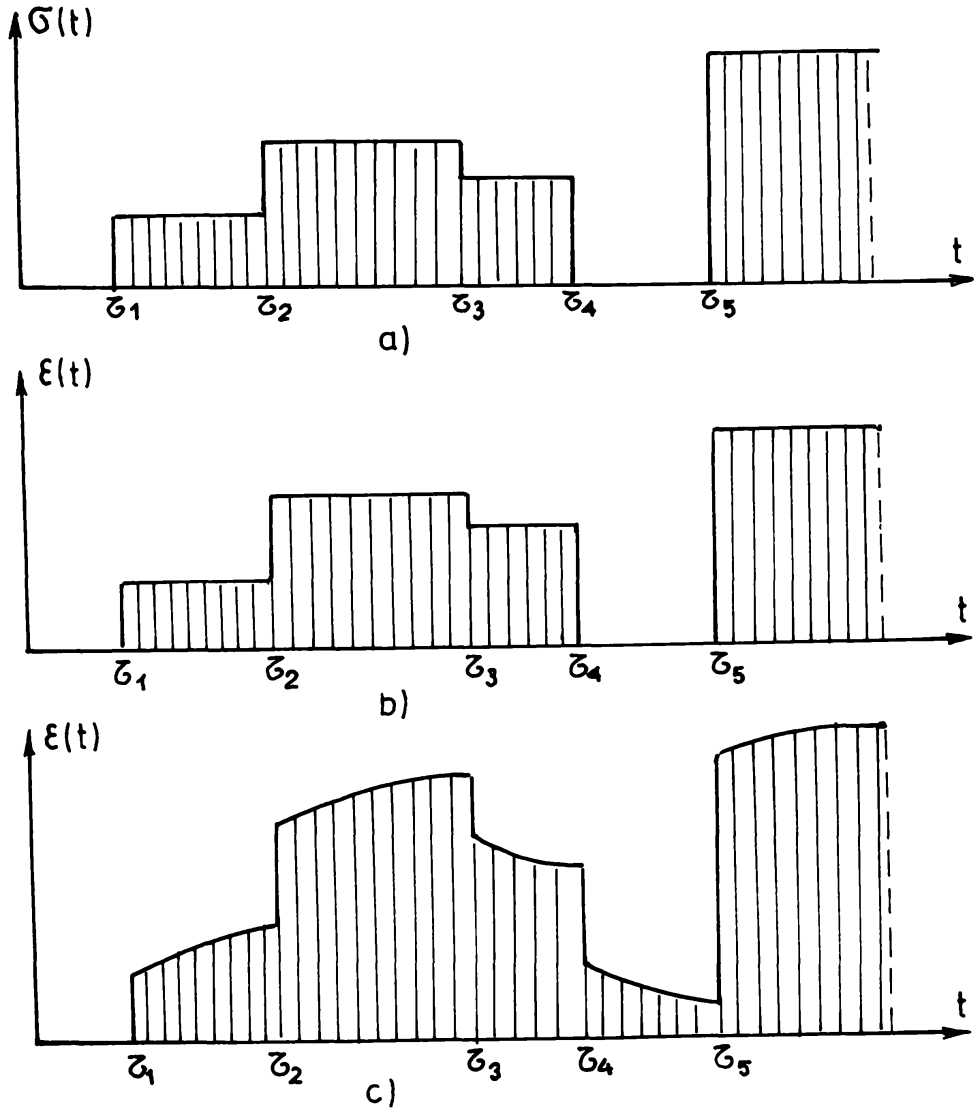


Fig. 2.1.

vîscoase pronunţate, utilizarea calculului elastic la proiectarea structurilor poate duce la denaturarea cunoaşterii comportării reale şi trebuie folosită teoria vîscoelasticităţii.

2.2.2. Curgerea lentă şi relaxarea

Caracteristica principală a comportării vîscoelastice a materialelor este dependenţa stării de deformaţii sau de tensiune de factorul timp . Materialele vîscoelastice au deformaţii care cresc în timp pentru tensiuni constante, sau tensiunile scad în timp, dacă deformaţia este constantă.

Istoria aplicării unei acţiuni este caracterizată de variaţia tensiunii (fig.2.2a):

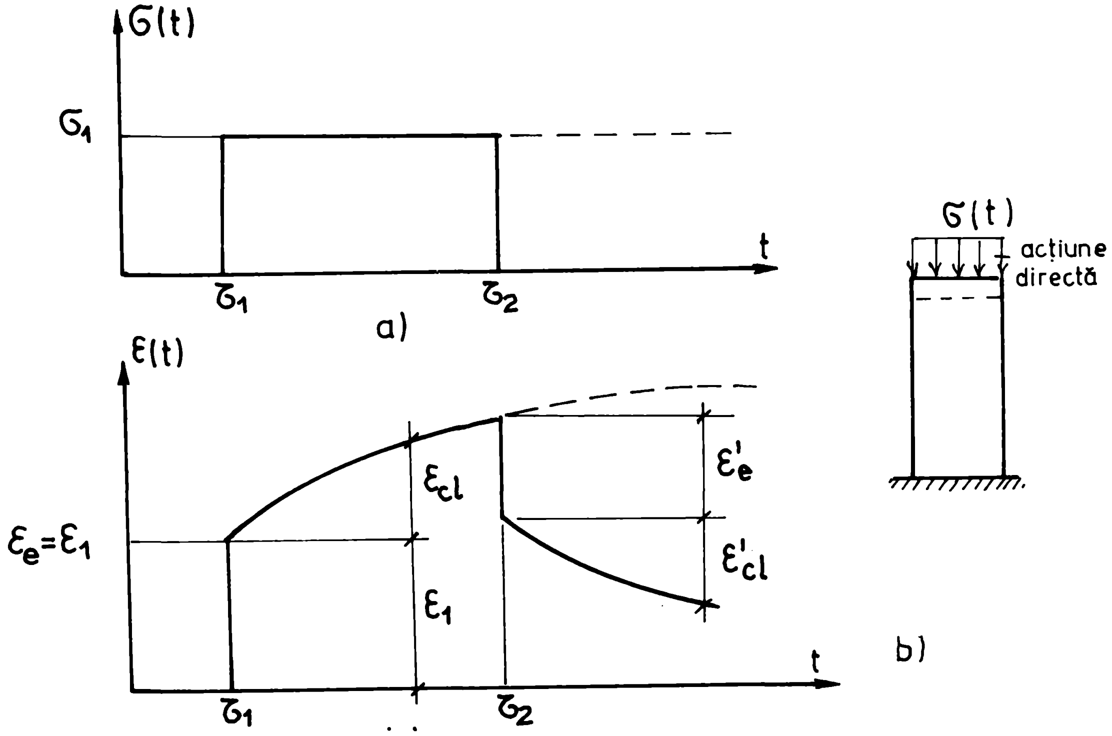


Fig.2.2.

$$\sigma(t) = \sigma_1 [H(t-\tau_1) - H(t-\tau_2)] \qquad (2.3a)$$

unde H este funcţia unitară definită prin

$$H(t-\tau_i) = \begin{cases} 0 & t<\tau_i \\ \frac{1}{2} & t=\tau_i \\ 1 & t>\tau_i \end{cases} \qquad (2.3b)$$

Astfel, tensiunea are valoarea σ_1 pentru $\tau_1 < t < \tau_2$ şi devine nulă pentru $t > \tau_2$, indicînd încetarea acţiunii.

Istoria deformaţiilor este prezentată în figura 2.2b. In momentul aplicării acţiunii, $t = \tau_1$, se produce o deformaţie elastică $\varepsilon_e = \varepsilon_1$, peste care în timp se suprapune o deformaţie ce creşte şi care caracterizează comportarea vîscoasă a materialului, numită deformaţia de curgere lentă, ε_{cl}. Dacă acţiunea încetează la timpul τ_2, se produce o deformaţie instantanee de tip elastic, ε'_e, de semn contrar celei iniţiale, şi o reducere a deformaţiilor în timp de tip curgere lentă, ε'_{cl}.

. / .

Dacă o epruvetă este supusă unei deformaţii caracterizată de relaţia (fig.2.3a):

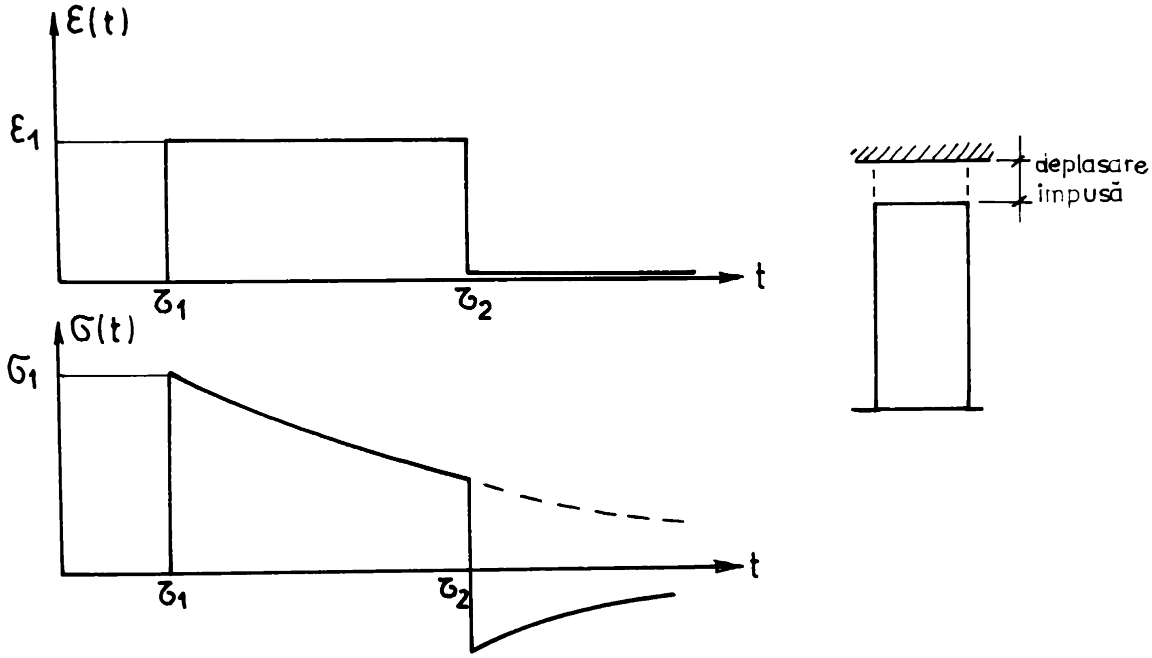


Fig.2.3.

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_1 \left[H(t-\tau_1) - H(t-\tau_2) \right] \qquad (2.4)$$

care arată că este aplicată la timpul $t=\tau_1$, este apoi constantă şi îşi încetează acţiunea la $t=\tau_2$. In momentul aplicării deformaţiei $t=\tau_1$, tensiunea este σ_1. Din figura 2.3b se constată că ea scade în timp, scădere ce se numeşte relaxarea tensiunilor. Dacă deformaţia impusă dispare la timpul $t=\tau_2$, se produce o modificare bruscă a tensiunii, care poate să-şi schimbe şi semnul, constatare deosebit de importantă pentru materiale cu proprietăţi diferite de rezistenţă la întindere şi compresiune, cumeste betonul. Astfel, la o descărcare bruscă a unei bare de beton, supusă la o deformată impusă de scurtare, se poate produce ruperea ei prin depăşirea rezistenţelor la întindere.

Legile de variaţie ale acţiunilor şi deformaţiilor din figurile 2.2. şi 2.3. sînt simple. In realitate, structurile sînt supuse unor acţiuni şi deformaţii impuse cu o variaţie foarte complexă, de tipul celei din figura 2.1, care este caracterizată de relaţii de forma:

- pentru deformaţiile de curgere lentă:

$$\varepsilon(t) = \mathcal{D}(\sigma_i, \tau_i, t) \tag{2.5a}$$

- pentru relaxare:

$$\sigma(t) = \mathcal{E}(\varepsilon_i, \tau_i, t) \tag{2.5b}$$

unde σ_i, ε_i sînt tensiunile şi deformaţiile aplicate la timpul τ_i, iar t este timpul corespunzător analizei structurii.

Determinarea funcţiilor de variaţie $\mathcal{D}$ şi $\mathcal{E}$ este foarte complicată şi de aceea sînt necesare unele ipoteze de bază, simplificări, care vor fi prezentate în paragrafele următoare.

2.2.3. Liniaritate deformaţiilor şi principiul suprapunerii efectelor

Cele mai multe materiale utilizate în construcţii prezintă, pentru încărcările de scurtă durată, deformaţii elastice liniare pentru nivele de încărcare mici şi deformaţii neliniare, pentru nivele înalte. Separarea domeniului de comportare liniară de cel de comportare neliniară este situat la aproximativ jumătate din valoarea tensiunii limită (fig.2.4a).

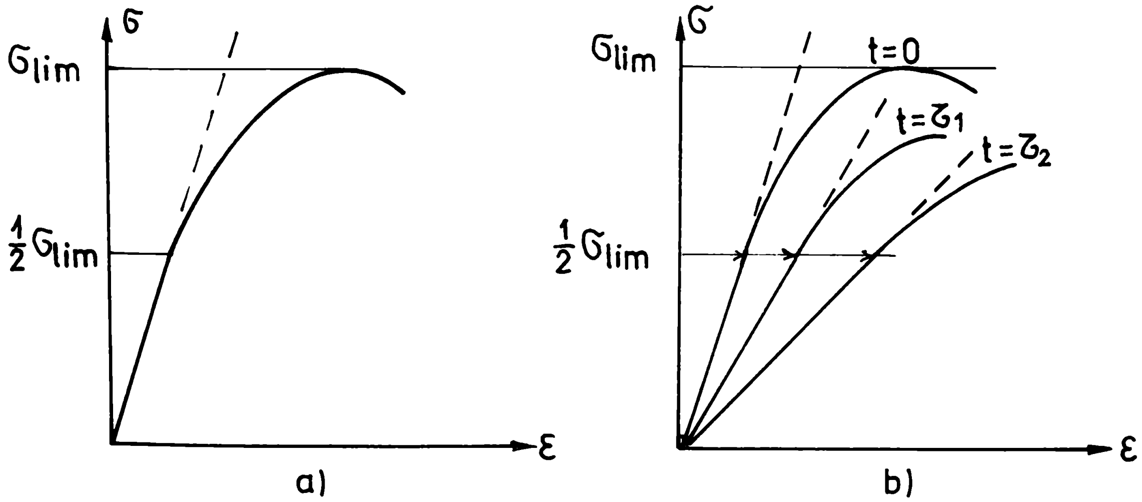


Fig.2.4.

Aceeaşi proprietate estě valabilă şi pentru deformaţiile de curgere lentă. Astfel, pentru tensiunile sub limita de proporţionalitate, toate deformaţiile măsurate la un timp dat τ_i se află pe o dreaptă (fig.2.4b). Această constatare a permis dezvoltarea unei teorii a curgerii lente liniare, care a dus la abordarea unor importante probleme din mecanica structurilor. Pentru structurile din beton armat, sub încărcările de exploatare, care sînt cele ce dau deformaţiile de curgere lentă, nivelul de încărcare este sub o,5 σlim şi deci se poate folosi teoria curgerii lente liniare.

Conceptul de bază care rezultă din liniaritatea deformaţiilor este principiul suprapunerii efectelor. Astfel, dacă tensiunile sînt (fig.2.5a):

$$\sigma(t) = \sigma_1(t,\tau_1) + \sigma_2(t,\tau_2) + \sigma_3(t,\tau_3) + \ldots\ldots \qquad (2.6a)$$

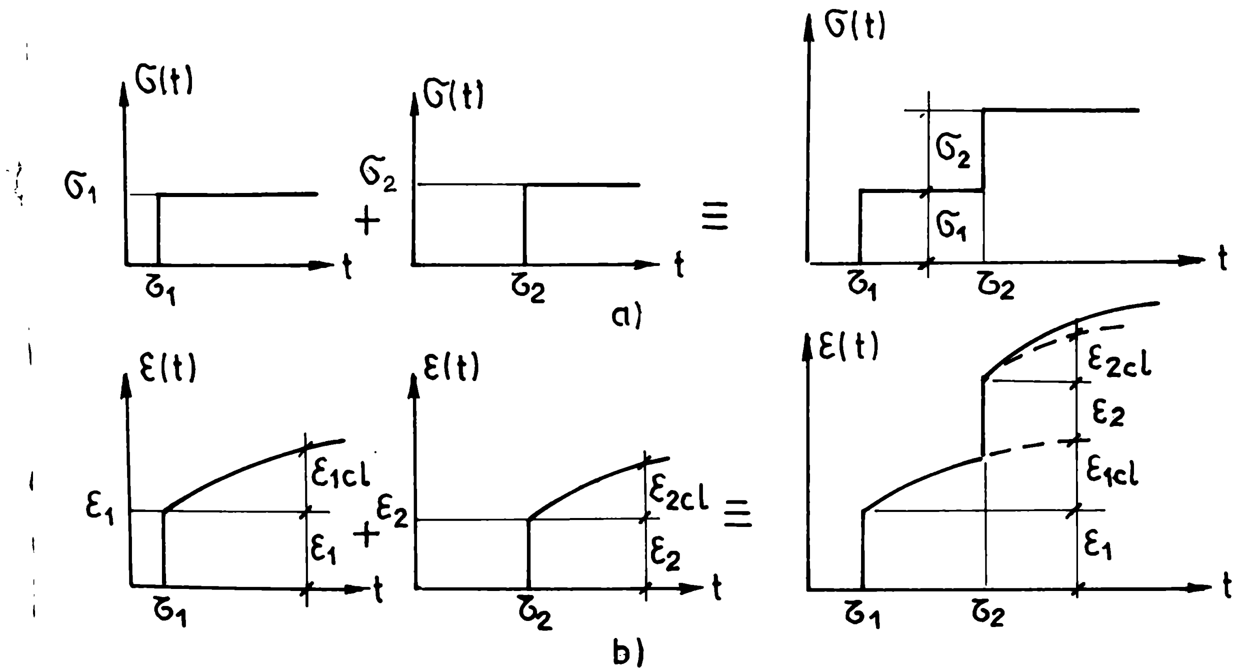


Fig.2.5.

atunci şi deformaţiile vor fi:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t,\tau_1) + \varepsilon_2(t,\tau_2) + \varepsilon_3(t,\tau_3) + \ldots \qquad (2.6b)$$

Aplicarea acestui principiu în cadrul teoriei vîscoelasticităţii permite utilizarea multor rezultate din cadrul teoriei elasticităţii linire.

2.1.4. Vîrsta materialului şi paralelismul curbelor de curgere lentă

Materialele cu deformaţii vîscoelastice au proprietatea că rezistenţele cresc în timp şi scade deformabilitatea lor. Din figura 2.6 se constată că deformaţiile instantanee scad dacă materialul este încărcat la vîrste din ce în ce mai mari. In schimb, cercetările experimentale au arătat că curbele de curgere lentă sînt practic paralele între ele, indiferent de vîrsta la care a fost încărcată epruveta. Aceasta este o observaţie deosebit de importantă, care va permite o serie de simplificări în dezvoltarea teoriei vîscoelasticităţii liniare.

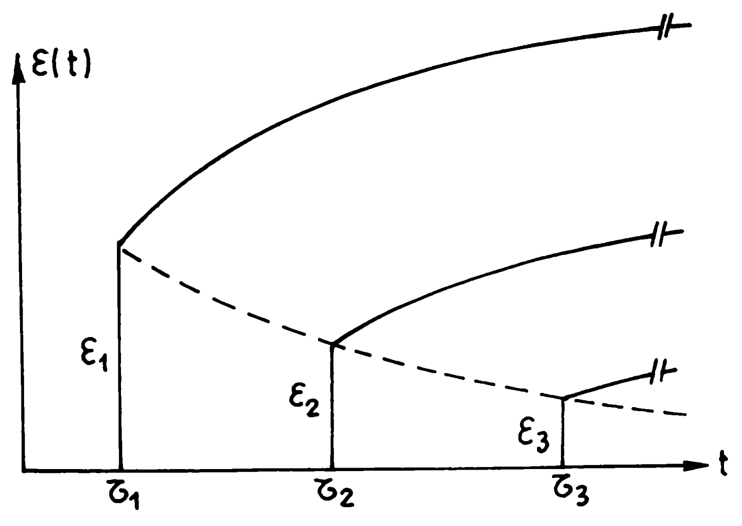


Fig.2.6.

2.1.5. Ecuaţiile constitutive

Aşa cum s-a arătat la începutul paragrafului, relaţiile dintre tensiuni şi deformaţii, funcţie de caracteristicile mecanice ale materialului şi de timp, reprezintă ecuaţiile constitutive.

Pentru o istorie a tensiunilor dată de relaţia (fig.2.7a):

$$\sigma(t) = \sum_{i=o}^{n} \Delta\sigma_i(\tau_i)\, H(t-\tau_i) \tag{2.7a}$$

deformaţia va fi de forma:

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=o}^{n} \Delta\sigma_i(\tau_i)\, D(t,\tau_i) \tag{2.7b}$$

unde $D(t,\tau_i)$ este funcţie numai de momentul aplicării acţiunii. Relaţia (2.7b) a putut fi scrisă sub această formă ca urmare a aplicării principiului suprapunerii efectelor şi a paralelismului curbelor de curgere lentă.

Dacă variaţia tensiunilor este continuă (fig.2.7b) relaţiile (2.7) devin:

$$\sigma(t) = \int_{\tau_1}^{t} H(t-\tau)\, d\sigma(\tau) \tag{2.8a}$$

$$\varepsilon(t) = \int_{\tau_1}^{t} D(t-\tau)\, d\sigma(\tau) \tag{2.8b}$$

Similar se obţin şi relaţii pentru cazul deformaţiilor impuse

$$\varepsilon(t) = \int_{\tau_1}^{t} H(t-\tau)\, d\varepsilon(\tau) \tag{2.9a}$$

$$\sigma(t) = \int_{\tau_1}^{t} E(t,\tau)\, d\varepsilon(\tau) \tag{2.9b}$$

unde $E(t,\tau)$ este funcţie numai de timpul corespunzător aplicării încărcării.

Integrînd prin părţi relaţiile (2.8b) şi (2.9b) rezultă:

$$\varepsilon(t) = D(t,\tau)\sigma(t) + \int_{\tau_1}^{t} d(t,\tau)\sigma(\tau)d\tau \qquad (2.10a)$$

$$\sigma(t) = E(t,\tau)\varepsilon(t) + \int_{\tau_1}^{t} e(t,\tau)\varepsilon(\tau)\, d\tau \qquad (2.10b)$$

unde:

$$d(t,\tau) = - \frac{dD(t,\tau)}{d\tau} \qquad (2.11a)$$

$$e(t,\tau) = - \frac{dE(t,\tau)}{d\tau} \qquad (2.11b)$$

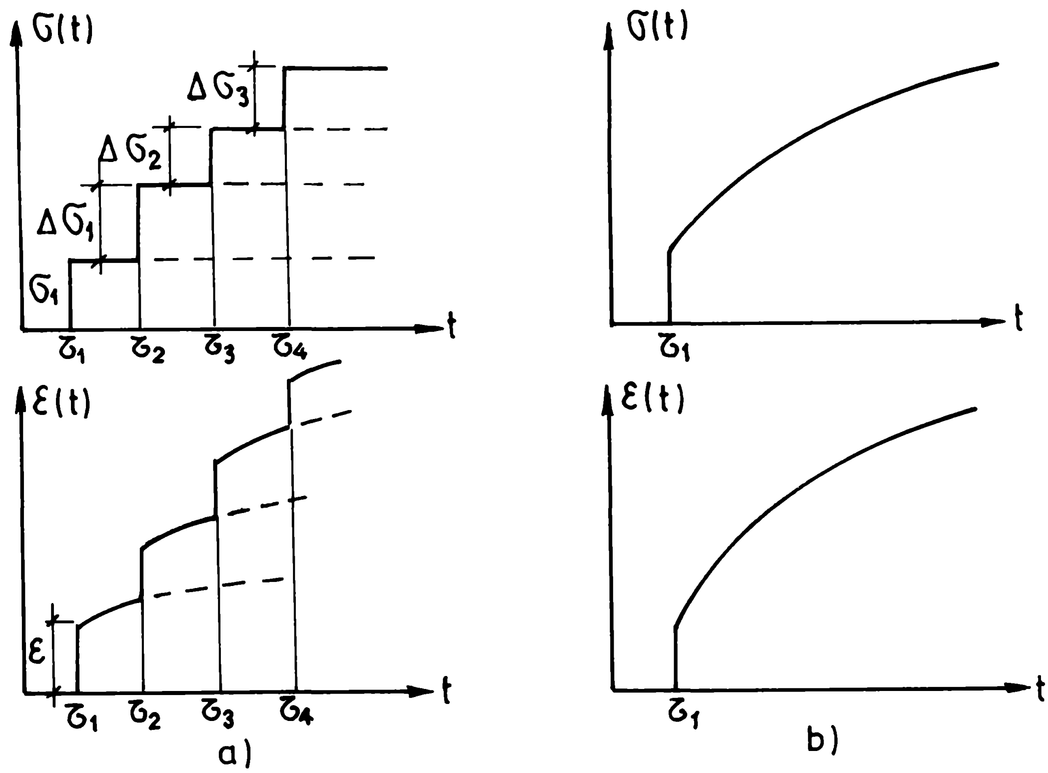


Fig.2.7.

Relaţiile (2.8b, 2.9b) şi (2.10a,b) reprezintă variante de exprimare ale relaţiilor constitutive care descriu legăturile dintre tensiuni şi deformaţii, funcţie şi de timp. Ele sînt de formă integrală şi rezolvarea lor este foarte dificilă. De aceea, în paragrafele următoare, se vor prezenta metode simplificate de abordare, specifice betonului.

2.3. Deformaţiile reologice ale betonului

2.3.1. Cauzele deformaţiilor reologice

Deformaţiile reologice ale betonului se datoresc pastei de ciment, un material foarte complex, compus din fazele solidă, lichidă şi gazoasă. Aceste faze sînt într-o stare de echilibru dinamic, determinat de condiţiile exterioare (forţe aplicate, umiditate, temperatură) şi procese fizico-chimice interne (grad de hidratare). Aceste procese şi condiţii sînt deosebit de importante în primele zile şi primii ani de "viaţă" ai betonului.

Există numeroase teorii care explică deformaţiile reologice ale betonului. Ele sînt prezentate pe larg în lucrările /12,13/. De asemenea în aceste lucrări sînt discutaţi şi factorii care influenţează deformaţiile de curgere lentă şi contracţie. Deoarece scopul lucrării de faţă este legat de comportarea structurilor de beton armat sub diferite acţiuni, în cele ce urmează se prezintă numai aspectele legate direct de acest scop.

2.3.2. Deformaţiile de curgere lentă

Deformaţiile unei epruvete de beton comprimată cu efort constant sînt prezentate în figura 2.8. In momentul aplicării

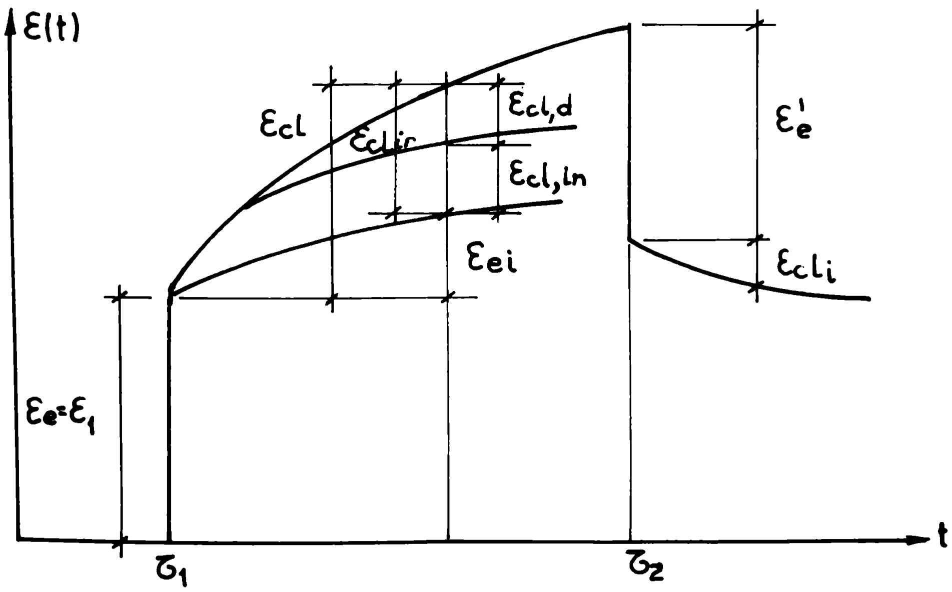


Fig.2.8.

acţiunii, la $t=\tau_1$, se produce o <u>deformaţie elastică instantanee</u>, $\varepsilon_e=\varepsilon_1$. Dacă compresiunea este constantă în timp, deformaţiile cresc din cauza că peste cele elastice se <u>suprapun deformaţiile de curgere lentă</u>, ε_{cl}

Dacă la timpul $t=\tau_1$ se produce descărcarea epruvetei, o parte din deformaţia elastică iniţială îşi revine, $\varepsilon_e^? \neq \varepsilon_e$. Diferenţa dintre deformaţia elastică iniţială de la $t=\tau_1$ şi cea de revenire de la $t=\tau_2$ se datorează îmbătrînirii betonului în intervalul (τ_1, τ_2). In timp, se constată că deformaţiile scad în continuare, producîndu-se o curgere lentă în sens invers, ε_{cli}.

Ţinînd seamă de ceea ce se întîmplă după descărcarea epruvetei, în /82/ se evidenţiază următoarele componente ale deformaţiei de curgere limită:

- <u>componenta elastică întîrziată</u>, ε_{ei}, observată pentru prima dată de Hummel în 1935, care este partea reversibilă a deformaţiei de curgere lentă, după descărcare. Pentru beton ea poate atinge 40% din deformaţia elastică instantanee;

- <u>componenta de curgere lentă ireversibilă</u>, $\varepsilon_{cl,ir}$, care este partea de deformaţie ce nu-şi revine în timp, după descărcare.

Rezultă astfel:

$$\varepsilon_{cl}=\varepsilon_{ei}+\varepsilon_{cl,ir} \tag{2.12a}$$

Componenta $\varepsilon_{cl,ir}$ este la rîndul ei compusă din două părţi:

- <u>componenta de curgere lentă iniţială</u>, $\varepsilon_{cl\,in}$ care se produce în primele zile după încărcare şi are valori mari dacă încărcarea se produce la un beton insuficient întărit;

- <u>componenta de curgere lentă de durată</u>, $\varepsilon_{cl,d}$ care apare după un timp de la încărcare:

$$\varepsilon_{cl,ir}=\varepsilon_{cl,in}+\varepsilon_{cl,d} \tag{2.12b}$$

Factorii care influenţează aceste componente sînt discutaţi pe larg în /12, 13, 82/.

2.3.3. Deformaţiile de contracţie

La o epruvetă de beton neîncărcată volumul se modifică în funcţie de umiditatea mediului. In cazul epruvetei păstrate în aer, volumul se micşorează, fenomenul fiind numit contracţia betonului. Dacă epruveta se păstrează în apă, volumul creşte, producîndu-se umflarea betonului. Deoarece structurile avute în vedere în lucrare se întăresc în aer liber în cele ce urmează se prezintă numai aspectele legate de contracţia betonului. In figura 2.9

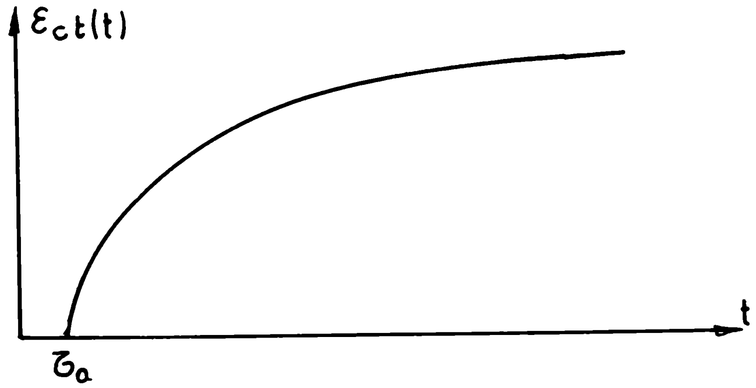


Fig.2.9.

se prezintă deformaţiile de contracţie, numite şi deformaţii iniţiale, pentru că ele se produc indiferent dacă epruveta este încărcată sau nu. Viteza de producere a contracţiei este maximă în primele zile după ce încetează protejarea betonului(la timpul τ_o) prin udare şi deformaţiile se stabilizează după circa un an.

2.4. Curgerea lentă a betonului simplu

2.4.1. Mărimi caracteristice

Pentru evaluarea deformaţiilor de curgere lentă ale betonului se definesc următoarele mărimi caracteristice /44,45/:

- <u>măsura curgerii lente</u>, $C(t,\tau)$ este deformaţia de curgere lentă la timpul t a unei epruvete de lungime unitară, la care la timpul τ a fost aplicată tensiunea $\sigma(\tau)$:

$$C(t,\tau) = \frac{\varepsilon_{cl}(t,\tau)}{\sigma(\tau)} \qquad (2.13)$$

Măsura finală a curgerii lente, $\bar{C}$, corespunde timpului de amortizare $t=\infty$;

- <u>caracteristica curgerii lente</u>, $\varphi(t,\tau)$, reprezintă raportul dintre deformaţia de curgere lentă la timpul t şi deformaţia elastică instantanee $\varepsilon(\tau)$, corespunzătoare momentului încărcării, $t=\tau$:

$$\varphi(t,\tau) = \frac{\varepsilon_{cl}(t,\tau)}{\varepsilon(\tau)} \qquad (2.14)$$

şi arată de cîte ori este mai mare deformaţia de curgere lentă faţă de cea elastică intantanee. Caracteristica finală a curgerii lente, $\bar{\varphi}$, corespunde timpului de amortizare $t=\infty$.

Ţinînd seamă că în momentul încărcării (relaţia Hooke):

$$\sigma(\tau) = E(\tau) \cdot \varepsilon(\tau) \qquad (2.15)$$

rezultă din relaţiile (2.13) şi (2.14), legătura dintre cele două mărimi caracteristice a curgerii lente:

$$\varphi(t,\tau) = E(\tau) \cdot C(t,\tau) \qquad (2.16)$$

Determinarea caracteristicii curgerii lente este foarte dificilă. De aceea toate metodele au adoptat formularea:

$$\varphi(t,\tau) = F(\tau)\ f(t-\tau) \qquad (2.17)$$

în care:

- $F(\tau)$ este o funcţie de depinde numai de proprietăţile betonului în momentul încărcării $t=\tau$;

- $f(t-\tau)$, o funcţie ce depinde de timpul $t-\tau$ care reprezintă perioada în care epruveta este sub sarcină.

Determinarea acestor funcţii se poate baza numai pe interpretarea unor rezultate experimentale. De aceea există în literatura de specialitate foarte multe propuneri, care pot fi grupate în următoarele:

a) pentru funcţia $F(\tau)$

- variaţie hiperbolică:

$$F(\tau) = a + \frac{b}{c+\tau} \qquad (2.18a)$$

- variaţie exponenţială

$$F(\tau) = a + be^{-c\tau} \qquad (2.18b)$$

- variaţie funcţie de putere

$$F(\tau) = a+b\tau^{-c} \qquad (2.18c)$$

b) pentru funcţia $f(t-\tau)$

- variaţia hiperbolică

$$f(t-\tau) = \frac{a(t-\tau)}{b+t-\tau} \qquad (2.19a)$$

- variaţie logaritmică

$$f(t-\tau) = a+b\log(c+t-\tau) \qquad (2.19b)$$

- variaţie exponenţială

$$f(t-\tau) = a\left[1- e^{-b(t-\tau)}\right] \qquad (2.19c)$$

- variaţie funcţie de putere

$$f(t-\tau) = a(t-\tau)^{b} \qquad (2.19d)$$

unde a, b, c sînt coeficienţi numerici, determinaţi astfel ca valorile teoretice să corespundă cu cele experimentale.

In cele ce urmează se analizează modul cu se determină aceste mărimi constante şi funcţii în diferite norme, precum şi de către diferiţi autori.

2.4.2. Calculul caracteristicii curgerii lente după diferite norme

Toate normele de calcul al structurilor de beton armat au prevederi privind determinarea deformaţiilor de curgere lentă şi contracţie. In cele ce urmează se vor analiza cele mai semnificative norme şi se va face o comparaţie cu normele româneşti.

Doarece între prevederile din diferite norme există diferenţe în /82/ se propune o clasificare a acestora după nivelul de precizie pretins de calcule:

- metode de nivel 1, care reprezintă precedee simple ce permit o evaluare grosieră a deformaţiilor finale, în funcţie de puţini parametri ce influenţează deformaţiile reologice;

- metode de nivel 2, bazate pe procedee mai complexe, care permit determinarea deformaţiilor în timp şi finale în funcţie de parametrii principali;

- metode de nivel 3, care sînt procedee de mare precizie, cerute de problema la care estimarea corectă a deformaţiilor de curgere lentă este de mare importanţă şi la care numărul parametrilor luaţi în considerare este mare.

In afară de nivelul de precizie, metodele pot fi diferite ca formulare. Astfel, unele norme determină deformaţia de curgere lentă dintr-o formulă obţinută ca produsul unor coeficienţi, ce ţin seamă de diferiţi factori:

$$\varepsilon_{cl}=\varepsilon_1\beta_1\beta_2\beta_3 \;\ldots\ldots \qquad (2.20a)$$

Alte norme pun curgerea lentă sub forma unei sume de diferiţi coeficienţi:

$$\varepsilon_{cl}=\varepsilon_{c1}+\varepsilon_{c2}+\varepsilon_{c3}+\;\ldots\ldots \qquad (2.20b)$$

In tabelul 2.1 se prezintă normele cele mai cunoscute, precizîndu-se nivelul de precizie, precum şi forma relaţiei de calcul. Deoarece s-au prezentat atît formulările vechi cît şi cele noi, ale unor coduri, din tabel rezultă foarte clar modul cum s-au perfecţionat aceste prescripţii.

Tabelul 2.1

Norme pentru calculul caracteristicii curgerii lente

Nr. crt.	Norma	Anul	Nivelul	Forma
1	CEB+FIP 70	1970	2	produs
2	CEB+FIP 76	1976	3	sumă
3	ACI 435	1963	1	produs
4	ACI 2o9	1978	3	produs
5.	DIN 1o45	1972	1	produs
6	DIN 4227	1979	3	sumă
7	BPEL 83	1983	2	sumă
8	STAS 8ooo/67	1967	2	produs
9	STAS 1o1o7/o-76	1976	2	produs
1o	STAS 1o1o7/o-9o (proiect)	1990	3	sumă

In cele ce urmează se prezintă pe scurt principalele prevederi ale acestor norme.

a) CEB+FIP 7o /98/ prevede determinarea caracteristicii curgerii lente din relaţia

$$\varphi(t,\tau) = \varphi_1 \alpha_f \beta_f \xi \rho \qquad (2.21)$$

unde:

- φ_1 este caracteristica de bază a curgerii lente şi rezultă din figura 2.1oa, în funcţie de umiditatea mediului ambiant;

- α_f, un coeficient ce se determină din figura 2.1ob, în funcţie de grosimea echivalentă (raportul dintre aria secţiunii şi semiperimetrul ei);

- β_f, coeficient în figura 2.1oc, ce ţine seamă de raportul apă/ciment şi cantitatea de ciment;

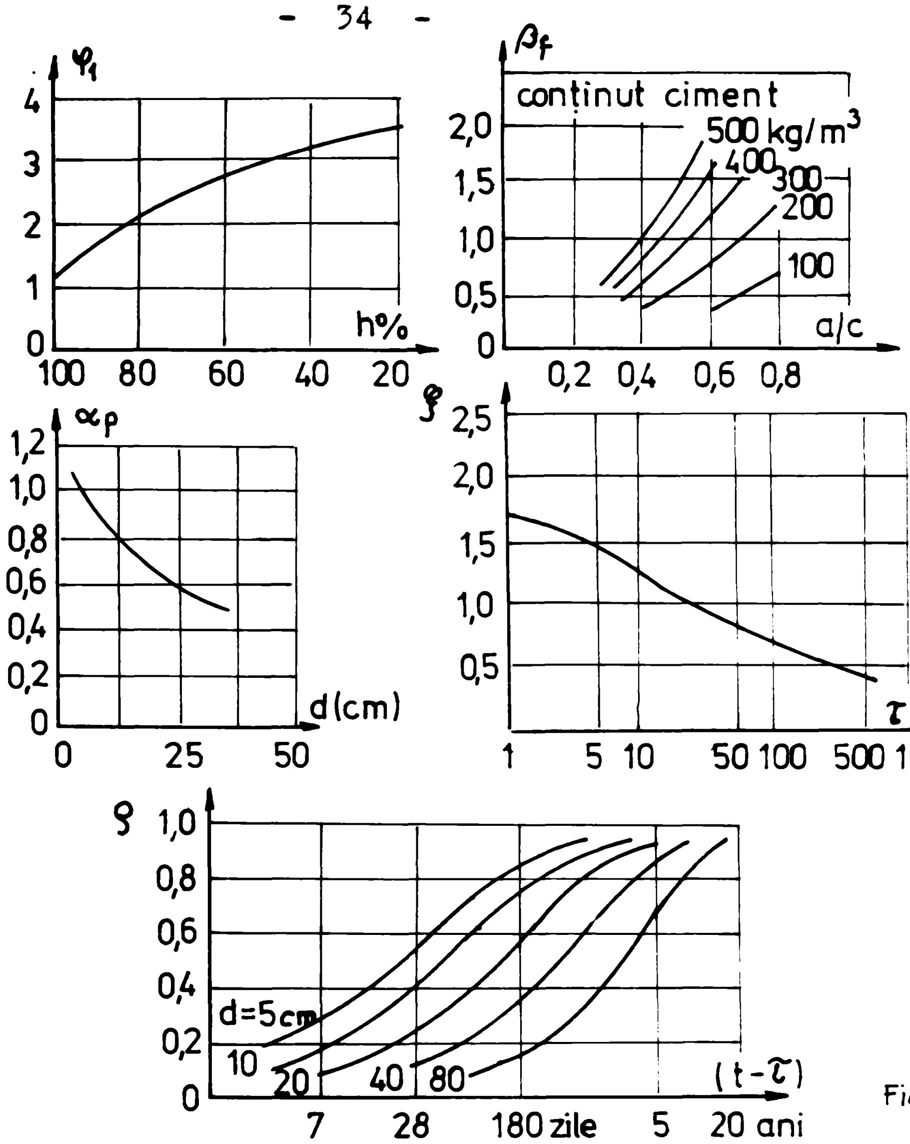


Fig. 2.10

- ϑ, figura 2.1od, introduce vîrsta betonului în momentul aplicării încărcării;

- ρ, coeficient pentru variaţia caracteristicii în timp, figura 2.1oe, în funcţie şi de grosimea echivalentă.

Această relaţie este stabilită pentru o temperatură a mediului de 20°C. Dacă betonul se află într-un mediu ambiant cu o altă temperatură, se termină o vîrstă echivalentă a betonului

$$t_{ech} = \frac{\Sigma \Delta t (T+10)}{30}$$

unde Δt este timpul în care temperatura T a fost diferită de 20°C.

b) CEB şi FIP-76 /99/ reprezintă o modificare a normei din 7o, prin trecerea la un nivel superior de precizie şi de la produs, la sumă:

$$\varphi(t,\tau) = \varphi_d \beta_d (t-\tau) + \varphi_p [\beta_p(t) - \beta_p(\tau)] \qquad (2.22)$$

unde:

- φ_d = o,4 este un coeficient de postelasticitate;

- $\beta_d(t-\tau)$ descrie variaţia în timp a deformaţiei post-elastice şi rezultă din figura 22.11a;

- $\varphi_p = \varphi_{p1} \varphi_{p2}$ este un coeficient ce depinde prin φ_{p1} de umiditatea mediului;

umiditate	4o%	7o%	9o%
φ_{p1}	3,o	2,o	1,3

şi de grosimea echivalentă, conform figurii 2.11b; grosime echivalentă se determină în funcţie de aria şi perimetrul prin care se face pierderea de apă şi de umiditatea mediului;

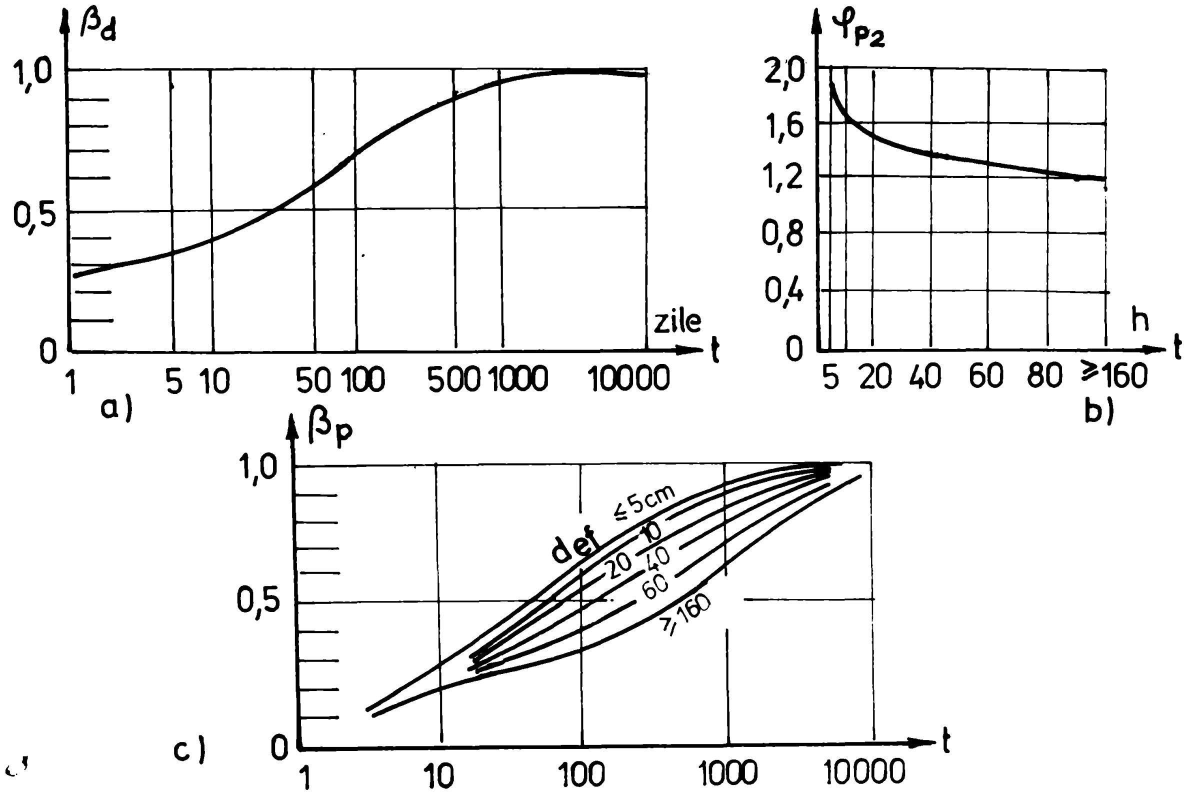


Fig.2.11

$$d_{ef} = \lambda \frac{2A}{\mu}$$

unde λ este un coeficient ce ţine seamă de umiditatea mediului: λ=3o în apă, λ=5 pentru umiditate 9o%, λ=1,5 pentru umiditate 70% şi λ=1 pentru umiditate 4o%. A este aria secţiunii (în cm^2) iar μ este perimetrul secţiunii în contact direct cu atmosfera.

- $\beta_p(t)$ ţine seamă de variaţia în timp şi de grosimea efectivă a elementului (fig.2.11c); timpul se determină în funcţie de temperatura mediului ambiant şi de tipul cimentului (cu întărire înceată, normală şi rapidă).

c) ACI 435/95/ elaborat în 1963, determină numai valorile limită ale caracteristicii curgerii lente în funcţie de marca betonului şi umiditatea relativă:

umiditate	1oo%	7o%	5o%
marcă normală	1,2÷2,o	1,5-3,o	2,o-4,o
marcă mare	o,7-1,5	1,o-2,5	1,5-3,5

d) ACI 2o9 /96/, elaborat în 1978, reprezintă o evoluţie foarte importantă faţă de codul precedent. Se foloseşte o expresie sub formă de produs :

$$\varphi(t,\tau) = \overline{\varphi} f(t-\tau) \tag{2.23}$$

unde $\overline{\varphi}$ este caracteristica finală a curgerii lente:

$$\overline{\varphi} = 2{,}35\, \beta_{\tau 1} \beta_h \beta_d \beta_s \beta_f \beta_{ac} \tag{2.24}$$

coeficienţii din această relaţie fiind:

- $\beta_{\tau 1}$ care ţine seamă de vîrsta betonului în momentul aplicării încărcării şi este dat de relaţia

$$\beta_{\tau 1} = 1{,}25\, \tau_1^{-0{,}118} \quad (\tau_1 \geq 7 \text{ zile}) \tag{2.25a}$$

- β_h ia în considerare umiditatea relativă a mediului şi se calculează cu relaţia

$$\beta_h = 1{,}27 - 0{,}0067\, h \quad (h \geq 40\%) \tag{2.25b}$$

- d ţine seamă de grosimea medie a elementului şi se determină astfel:

a) $5 \leq d \leq 15$ cm

d(cm)	5	7,5	1o	12,5	15
β_d	1,3	1,17	1,11	1,o4	1,oo

b) $15 < d \leq 38$ cm

$$\beta_d = 1,14-0,0091\, d \quad (t - \tau_1 \leq 365 \text{ zile})$$

$$\beta_d = 1,11 - 0,0067\, d \quad (t - \tau_1 > 365 \text{ zile}) \qquad (2.25c)$$

c) $d > 38$ cm

$$\beta_d = \frac{2}{3}(1 + 1,13e^{-0,0212v/s}) \qquad (2.25d)$$

unde v/s este raportul dintre volumul şi suprafaţa elementului;

- β_s ţine seamă de consistenţa betonului proaspăt şi se calculează cu relaţia:

$$\beta_s = 0,82 + 0,00264\, s \qquad (2.25e)$$

unde s este tasarea betonului proaspăt, în mm;

- β_f ia în considerare conţinutul de agregate fine şi se calculează cu relaţia

$$\beta_f = 0,88 + 0,0024\, f \qquad (2.25f)$$

unde f este conţinutul de particole fine ($<$ 4,8 mm) ca procent din conţinutul total de agregate;

- β_{ac} ţine seamă de conţinutul de aer al betonului şi se calculează cu relaţia:

$$\beta_{ac} = 0,46 + 0,09\, ac \geqslant 1 \qquad (2.25g)$$

unde ac este conţinutul de aer în betonul proaspăt în %.

Variaţia în timp a caracteristicii curgerii lente este de formă hiperbolică:

$$f(t - \tau) = \frac{(t-\tau)^{0,6}}{10+(t-\tau)^{0,6}} \qquad (2.26)$$

e) DIN 1o45 /1oo/(elaborat în 1972) calculează caracteristica curgerii lente cu relaţia:

$$\bar{\varphi} = \varphi_o K_1 K_2 \tag{2.27}$$

unde: φ_o este valoarea finală dată de valorile

umiditate	Consistenţă tare, plastică	Consistenţă fluidă
9o%	1,5	2,2
7o%	2,o	3,o
4o%	3,o	4,5

- K_1, coeficient cu ţine seamă de vîrsta betonului la încărcare (fig.2.12a);

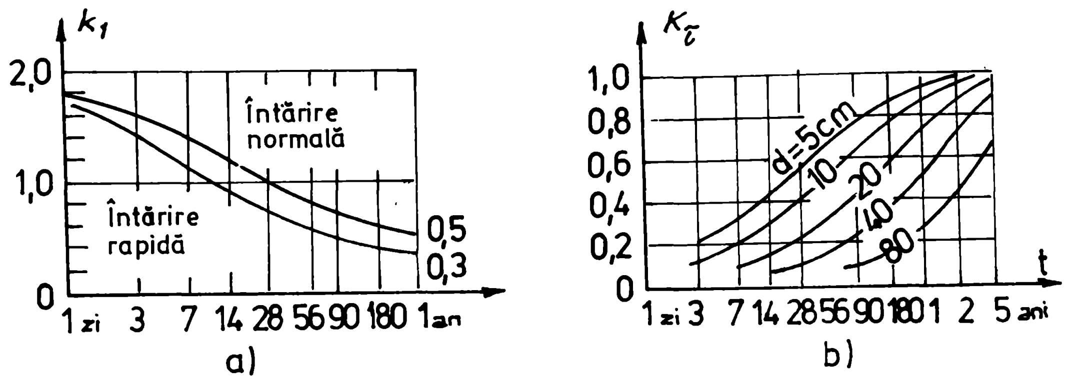


Fig.2.12.

- K_2, ţine seamă de schimbarea în timp a deformaţiilor de curgere (fig.2.12b).

f) DIN 4227 /1o1/, elaborat în 1979, pe baza propunerilor lui Rüsch şi Jungwirth, reprezintă un progres real faţă de DIN 1o45. El se bazează pe acelaşi principiu ca şi noul cod CEB-FIP-76, punîndu-se formula sub formă de sumă:

$$\varphi(t,\tau) = \varphi_{do}\beta_d(t-\tau) + \varphi_p[\beta_p(t)-\beta_p(\tau)] -$$

$$-\varphi_{do}\beta_d(\tau_d-\tau)\beta d(\tau-\tau_d) \tag{2.28}$$

care este similară cu relaţia (2.22) dar ia în considerare prin termenul al treilea şi eventualitatea descărcării la timpul τd.

Pentru calculul coeficienţilor din relaţia (2.28) se precizează următoarele:

$-\varphi_{do}$ este valoarea finală a deformaţiei elastice întîrziate şi se ia egală cu o,4;

$-\beta_d$, coeficientul pentru variaţia în timp a elasticităţii întîrziate, ce rezultă din figura 2.13a şi tabelul 2.2;

$-\varphi_p$ este valoarea de bază a curgerii lente ce rezultă din tabelul 2.3;

$-\beta_p$ indică variaţia în timp a curgerii lente şi rezultă din figura 2.13b şi din tabelul 2.4. Pentru calculul diferenţei $\beta_p(t) - \beta_p(\tau)$ se poate utiliza figura 2.13c.

In relaţiile şi figurile de mai sus vîrsta efectivă a betonului se calculează în relaţia:

$$t_{ef} = \beta_{ce} \beta_T t \tag{2.19}$$

unde:

$-\beta_{ce}$ este un coeficient ce ţine seamă de rata hidratării cimentului şi are val rile 1 pentru cimentul cu întărire înceată, 2 pentru cimentul cu întărire normală şi 3 pentru cimentul cu întărire rapidă;

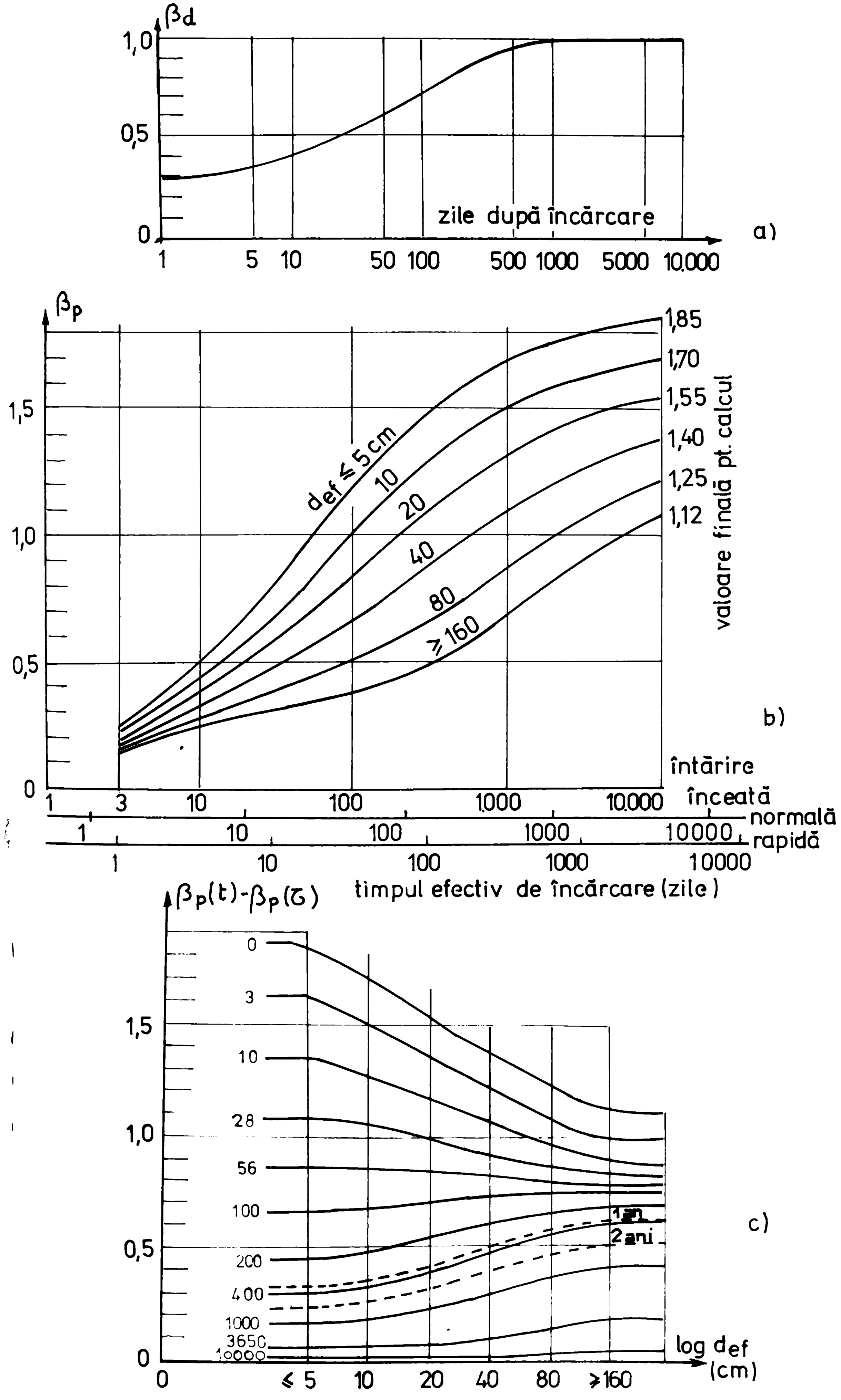
$-\beta_T$, ţine seamă de influenţa temperaturii asupra întăririi betonului:

$$\beta_T = \sum_i \frac{T_i + 1o}{3o} \frac{\Delta t_i}{t} \tag{2.3o}$$

unde T este temperatura mediului în grade C (pentru T= 20°C = = const, rezultă $\beta_T = 1$) şi Δt_i numărul de zile cu temperatură constantă T_i.

Grosimea efectivă a elementelor se determină cu relaţia

$$d_{ef} = \beta_{ef} \cdot \frac{2A}{\mu} \tag{2.31}$$



β_d
1,0
0,5
0
zile după încărcare
1
5
10
50
100
500
1000
5000
10.000
a)
β_p
1,85
1,70
1,55
1,40
1,25
1,12
valoare finală pt. calcul
1,5
1,0
0,5
0
$d_{ef} \leqslant 5$ cm
10
20
40
80
$\geqslant 160$
b)
întărire
înceată
normală
rapidă
1
3
10
100
1000
10.000
1
10
100
1000
10000
1
10
100
1000
10000
timpul efectiv de încărcare (zile)
$\beta_p(t)-\beta_p(\tau)$
1,5
1,0
0,5
0
0
3
10
28
56
100
200
400
1000
3650
10000
1an
2ani
c)
0
$\leqslant 5$
10
20
40
80
$\geqslant 160$
log d_{ef} (cm)

unde:

- β_{ef} rezultă din tabelul 2.3;
- A, aria secţiunii de beton;
- μ, perimetrul secţiunii care se uscă.

Pentru aprecierea umidităţii mediului se consideră următoarele valori:

- în apă 100%
- aer foarte umed 90%
- în exterior 70-80%
- în încăperi normale 60%
- în încăperi foarte uscate 50%
- în încăperi cu temperaturi ridicate 40%

Coeficientul β_d Tabelul 2.2

Timpul în zile după încărcare	d
1	0,280
2	0,300
5	0,350
10	0,400
20	0,465
50	0,580
100	0,700
200	0,830
500	0,945
1000	0,985
2000	1,000
	1,000

Coeficienţii φ_p şi β_{ef} Tabelul 2.3

Umidităţi %	φ_p	β_{ef}
100	0,8	30
95	1,1	10
90	1,3	5
80	1,7	2,4
70	2,0	1,5
60	2,4	1,2
50	2,7	1,0
40	3,0	1,0

Valorile sînt calculate pentru o tasare medie a betonului. Pentru tasări mari sau mici valorile din tabel trebuie mărite sau micşorate cu 25%.

Coeficienţii β_p pentru grosimi efective (cm)

Tabelul 2.4

Zile	$d_{ef} \leq 5$	10	20	40	80	≥ 160
3	0.240	0.210	0.190	0.170	0.155	0.140
5	0.345	0.310	0.270	0.235	0.210	0.185
10	0.505	0.440	0.380	0.328	0.280	0.235
20	0.685	0.575	0.500	0.420	0.350	0.280
50	0.964	0.810	0.690	0.562	0.443	0.330
100	1.195	1.025	0.850	0.680	0.520	0.375
200	1.395	1.215	1.020	0.800	0.603	0.435
500	1.600	1.413	1.208	0.980	0.750	0.566
1000	1.698	1.514	1.320	1.107	0.884	0.703
2000	1.762	1.589	1.416	1.217	1.010	0.842
5000	1.820	1.660	1.510	1.370	1.148	1.000
10000	1.846	1.695	1.545	1.383	1.225	1.085
20000	1.850	1.700	1.550	1.400	1.250	1.120
∞	1.850	1.700	1.550	1.400	1.250	1.120

g) BPEL 83 /97/: caracteristica curgerii lente se determină cu relaţia:

$$\varphi(t,\tau) = \frac{E_b(\tau)}{E_b(28)} K_{fl}(\tau)\, f(t-\tau) \qquad (2.32)$$

unde

- $\frac{E_b(\tau)}{E_b(28)}$ este raportul modulelor de elasticitate la momentul încărcării epruvetei şi cel corespunzător încărcării la 28 zile şi se calculează cu relaţia:

$$\frac{E_b(\tau)}{E_b(28)} = \begin{cases} \sqrt[3]{0{,}685 \log(1+\tau)} & \tau \leq 28 \text{ zile} \\ 1 & \tau > 28 \text{ zile} \end{cases} \qquad (2.33)$$

- coeficientul $K_{fl}(\tau)$ se calculează din relaţia:

$$K_{fl}(\tau) = k_e + k_c k(\tau) \qquad (2.34a)$$

k_e fiind o constantă egală cu 0,4, k_c depinzînd de umiditatea relativă h şi de raza medie r_m

$$k_c = \frac{120-h}{30} + \frac{2}{3}\;\frac{100-h}{20+r_m} \qquad (2.34b)$$

iar $k(\tau)$ depinde de vîrsta betonului la încărcare

$$k(\tau) = \frac{100}{100+\tau} \qquad (2.34c)$$

- evoluția în timp este dată de relația

$$f(t-\tau) = \frac{\sqrt{t-\tau}}{\sqrt{t-\tau}+5\sqrt{r_m}} \qquad (2.35)$$

Descărcarea la $t=\tau_d$, se calculează ca o curgere lentă de sens contrar cu caracteristica curgerii lente:

$$\varphi_d(t,\tau,\tau_d) = \frac{E_b(\tau_d)}{E_b(28)} K_{fl}(\tau_d) \; \frac{f(\tau_d-\tau)}{k_r(\tau_d-\tau)} \; g(t-\tau_d) \qquad (2.36)$$

unde:

- $\frac{E_b(\tau_d)}{E_b(28)}$ se calculează cu relația (2.33) pentru $\tau=\tau_d$
- $Kfl(\tau d)$, se determină din (2.34a...c) pentru $\tau=\tau_d$
- $f(\tau_d-\tau)$ este dat de (2.35) pentru $t=\tau_d$
- k_r este funcție de timpul total al acțiunii

$$k_r(\tau_d-\tau) = 4\sqrt{\log(\tau d-\tau)} \qquad (2.37a)$$

- $g(t-\tau_d)$ este funcție de variație a curgerii lente la descărcare și este dată de relația:

$$g(t-\tau_d) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1+t-\tau_d}} \qquad (2.37b)$$

h) STAS 8000/67 /102/ care calculul valorii maxime a caracteristicii curgerii lente cu relația:

$$\bar{\varphi} = \varphi_0 K_1 K_2 K_3 \qquad (2.38a)$$

în care:

- φ_0 este valoarea de bază a caracteristicii deformației în timp a betonului și se calculează cu relația:

$$\varphi_0 = 0{,}3 + 2c + 4\frac{a}{c} \qquad (2.38b)$$

unde c este dozajul de ciment la metrul cub de beton, în tone, iar a/c este raportul apă/ciment;

- K_1 ține seamă de rezistența betonului în momentul încărcării:

- K_2, ţine seamă de nivelul de încărcare;
- K_3, are în vedere umiditatea mediului ambiant.

Coeficienţii K_1, K_2, K_3 sînt daţi în tabelul 2.5.

Tabelul 2.5.

Coeficienţii K_1, K_2, K_3 STAS 8ooo-67

Variabile		Coef. K	
$\frac{R}{R_{28}}$ =	o,6 1,o 1,2	K_1 =	1,3 1,o o,75
$\frac{\sigma_b}{R}$	$\leq$o,5 >o,5	K_2 =	1,o 2,o $\frac{\sigma_b}{R}$
U =	4o% 6o% 1oo%	K_3 =	1,3 1,o o,5

Variaţia în timp a caracteristicii curgerii lente $f(t-\tau_1)$ este dată în tabelul 2.6.

Funcţia $f(t-\tau_1)$

Tabelul 2.6

Durata în zile de la încărcare	2	1o	2o	3o	45	6o	9o	18o	36o 1 an	1o8o 3 ani
$f(t-\tau_1)$	o,oo	o,33	o,37	o,4o	o,43	o,46	o,5o	o,6o	o,8o	1,oo

i) STAS 1o107/o-76 /1o3/ elaborat în 1976 a păstrat structura relaţiei (2.38) dar a precizat suplimentar unii din coeficienţi. Astfel φ_o se determină în funcţie de marca betonului, conform tabelului 2.7.

Coeficienţii φ_o

Tabelul 2.7

Marca betonului	15o	2oo	25o	3oo	4oo	5oo	6oo
φ_o	3,7	3,3	3,o	2,8	2,7	2,6	2,5

Coeficienţii K_1 se determină în funcţie de vîrsta betonului, conform tabelului 2.8.

Coeficienţii K_1 Tabelul 2.8

Incărcarea aplicată la timpul	K_1
τ_1 = 28 zile	1,o
6o zile	o,7
9o zile	o,6
12o zile	o,55
18o zile	o,5

Coeficienţii K_2 şi K_3 nu au fost modificaţi faţă de vechiul standard şi sînt daţi în tabelul 2.5.

j. STAS 1olo7/o-9o /1o4/ elaborat sub formă de proiect de standard în 1989-9o, prevede calculul deformaţiilor de curgere lentă în două variante.

Prima variantă, care reprezintă un calcul simplificat al deformaţiilor de curgere lentă, păstrează întocmai procedeele vechiului STAS 1olo7/o-76.

A doua variantă, care se foloseşte în cazul cînd acţiunile se aplică în etape, reprezintă preluarea prevederilor din codul CEB-FIP 76.

Caracteristica deformaţiei curgerii lente $\varphi(t,\tau_1)$ se calculează cu relaţia:

$$\varphi(t,\tau_1) = \beta_a(\tau_1) + \varphi_d \beta_d(t-\tau_1) + \varphi_p \left[\beta_p(t) - \beta_p(\tau_1)\right] \qquad (2.39a)$$

în care

- $\beta_a(\tau_1)$ este deformaţia de curgere lentă iniţială şi se calculează cu relaţia

$$\beta_a(\tau_1) = 0{,}8 \left[1 - \frac{R_b(\tau_1)}{R_b(\infty)}\right] \qquad (2.39b)$$

. $R_b(\tau_1)$ este rezistenţa betonului la compresiune pe cuburi la data încărcării

. $R_b(\infty)$, rezistenţa finală a betonului pe cuburi.

Raportul $\frac{R_b(\tau_1)}{R_b(\infty)}$ se determină din figura 2.14.

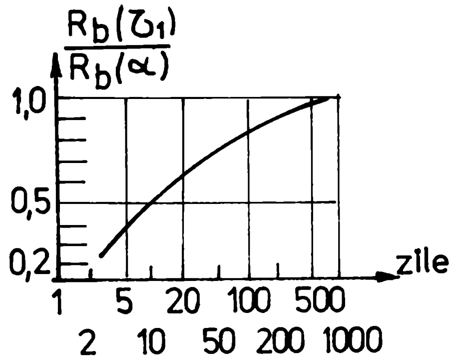


Fig.2.14.

Restul coeficienţilor sînt identici cu cei daţi de codul CEB-FIP 76.

O comparaţie a valorilor obţinute după diferite coduri este deosebit de interesantă.

In tabelul 2.9 se prezintă comparativ modul cum ţin seamă prescripţiile analizate mai sus de diferiţi factori care intervin.

a) Calitatea betonului intervine fie direct, prin tipul cimentului, calitatea cimentului, cantitatea de agregate fine, aerul oclus, raportul apă/ciment, fie prin măriri implicite, clasa betonului, tasarea betonului proaspăt, modulul de elasticitate. Se constată că nici o normă nu ţine seamă de toţi factorii, ci îi selectează după cum îi consideră a fi mai importanţi. Nu există unanimitate în ceea ce priveşte selectarea factorilor principali.

b) Cu excepţia prescripţiilor ACI 435 şi STAS 8000/65 şi STAS 10107/76, toate celelalte norme iau în considerare şi factorii legaţi de secţiunea transversală;

c) Toate prescripţiile ţin seamă de umiditatea mediului, dar de variaţia temperaturii în timpul întăririi betonului nu ţin seamă decît prescripţiile CEB-FIP-70, CEB-FIP-76, DIN 4227 şi STA 10107/0-90 (proiect);

d) efectul vîrstei la încărcare este luat în considerare de toate prescripţiile, dar de întreruperea încărcării ţin seamă numai DIN 4226 şi BPEL83.

Tabelul 2.9

Considerarea diferiţilor factori în prescripţii

Nr. crt.	Norma	Calitatea betonului								Secţiunea transversală	Mediu ambiant		Vîrsta la încărcare	
		Mărimi explicite					Mărimi implicite							
		Tip ciment	Cantitate ciment	Agregate fine	Aer oclus	Apă/ciment	Clasă beton	Tasare	Modul elastic		Umiditate	Temperatură	Încărcare continuă	Încărcare întreruptă
1.	CEB7o		x			x				x	x	x	x	
2.	CEB76	x								x	x	x	x	
3.	ACI 435						x				x		x	
4.	ACI 2o9			x	x			x		x	x		x	
5.	DIN 1o45	x						x		x	x		x	
6.	DIN 4227	x								x	x	x	x	x
7.	BPEL 83								x	x	x		x	x
8.	STAS 8ooo/87		x			x					x		x	
9.	STAS 1o1o7/76						x				x		x	
1o.	STAS 1o1o7/o 9o (proiect)	x					x			x	x	x	x	

f) Prescripţiile cele mai complete sînt CEB76, ACI2o9, DIN 4227 şi STAS 1o1o7/o-9o (proiect).

In figura 2.15 este prezentată o comparaţie între valorile caracteristicii curgerii lente în funcţie de vîrsta la încărcare pentru un beton cu următoarele caracteristici:

. tip ciment Pa35

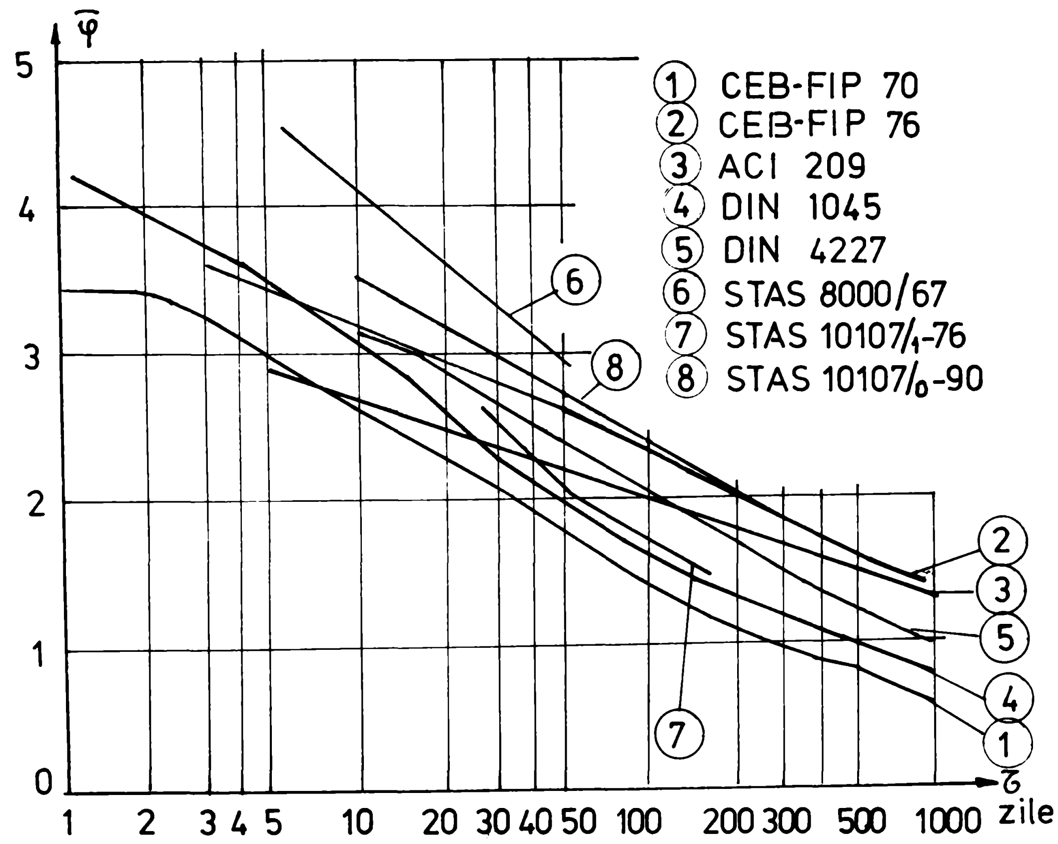


Fig.215.

- cantitate ciment 35o kg/m^3
- agregate fine (< 5 mm) din total agregate 5o%
- aer oclus în betonul proaspăt 2%.
- raport apă/ciment o,53
- clasă beton BC 22,5
- tasarea betonului proaspăt 15o mm
- dimensiuni grindă 5ox3o
- umiditate 6o%
- temperatură constantă 20^{o}C.

Se constată că există o foarte mare variaţie a valorilor lui $\bar{\varphi}$ după diferite prescripţii, ceea ce înseamnă că nu sînt încă stăpîniţi toţi factorii care influenţează fenomenul.

Ultima variantă a normelor româneşti se incadrează între valorile prescripţiilor străine.

2.4.3. Variaţia în timp a caracteristicii curgerii lente

La calculul structurilor de beton armat mărimea finală a caracteristicii lente stabileşte valorile finale ale eforturilor. Ea poate fi determinată din valorile date de una din normele prezentate mai înainte. Dar în acelaşi timp, esenţială pentru calculul structurilor este şi variaţia în timp a acestei caracteristici. In paragraful 2.4.1 s-au dat diferite variante propuse în literatură pentru această variaţie. In teoria structurilor vîscoelastice se ajunge la ecuaţii integrale pentru rezolvarea cărora nu există soluţii decît pentru unele forme analitice particulare ale caracteristicii curgerii lente. De aceea, există în literatura de specialitate mai multe abordări, din care cele mai semnificative sînt modelarea mecanică şi cea matematică.

2.3.4.1. Modelarea mecanică

Modelarea mecanică utilizează două tipuri de elemente simple, resortul elastic de tip Hooke şi amortizorul vîscos de tip Newton (fig.2.16), legate în serie sau în paralel, formate dintr-un singur element sau din mai multe etc.

In modelarea mecanică se disting două tipuri de modele şi anume modele elementare şi modele specifice betonului .

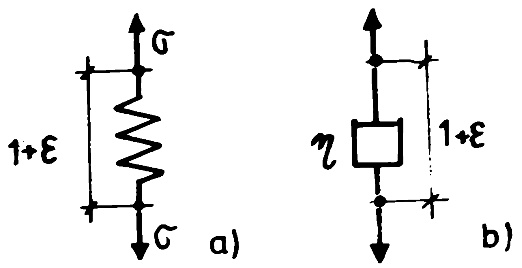
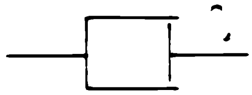
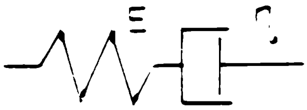
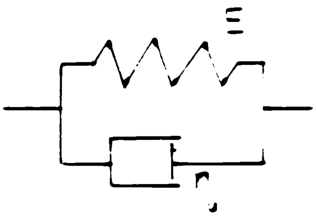
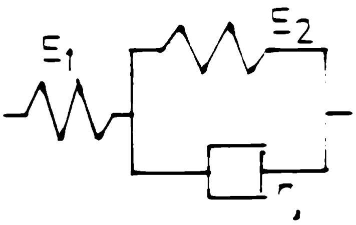
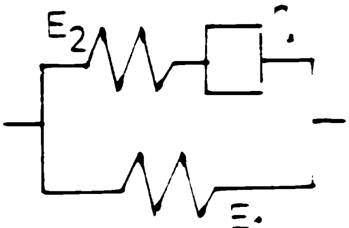
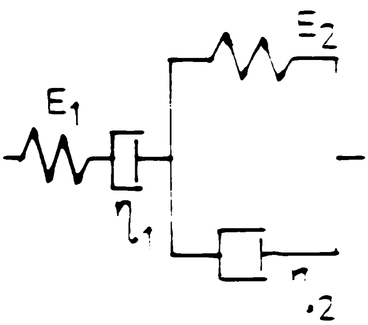


Fig.2.16

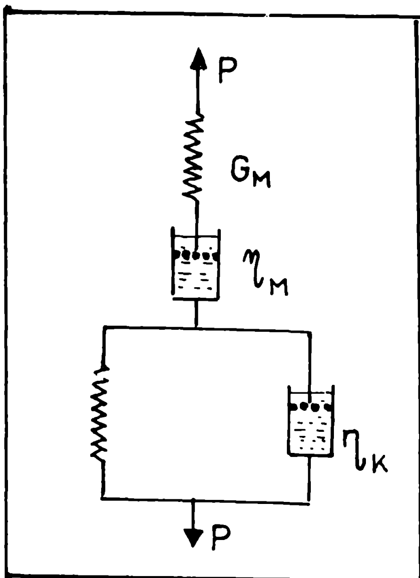
In tabelul 2.1o sînt prezentate principalele modele elementare şi relaţiile $\varepsilon - \sigma$ pentru cazurile de încărcare constantă,

MODELE MECANICE   Tabel 2.1

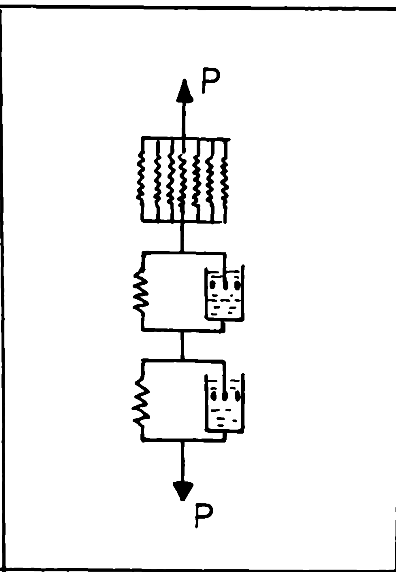
Schema	Nume	Ecuatia diferentiala
	HOOKE	$\sigma = E\varepsilon$
	NEWTON	$\sigma = \eta\dot{\varepsilon}$
	MAXWELL	$\frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} = \dot{\varepsilon}$
	KELVIN	$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon}$
	STANDARD	[illegible]
	ZENER	[illegible]
	MAXWELL KELVIN	[illegible]

MODELE MECANICE PENTRU BETON

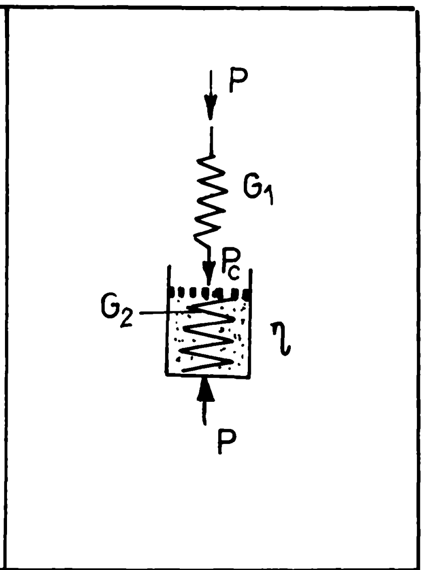
Tab. 2.11



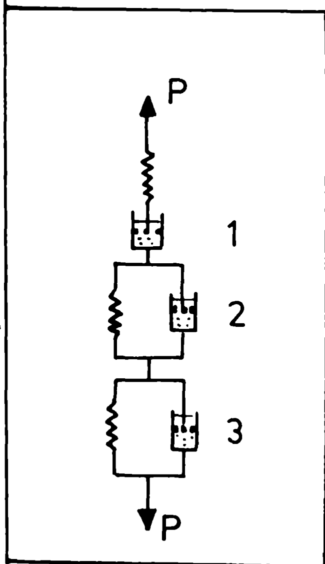
BURGER



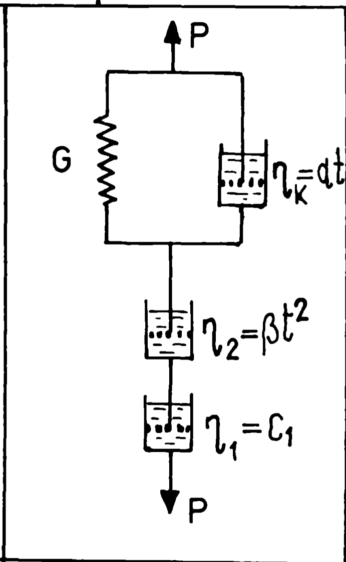
COWAN



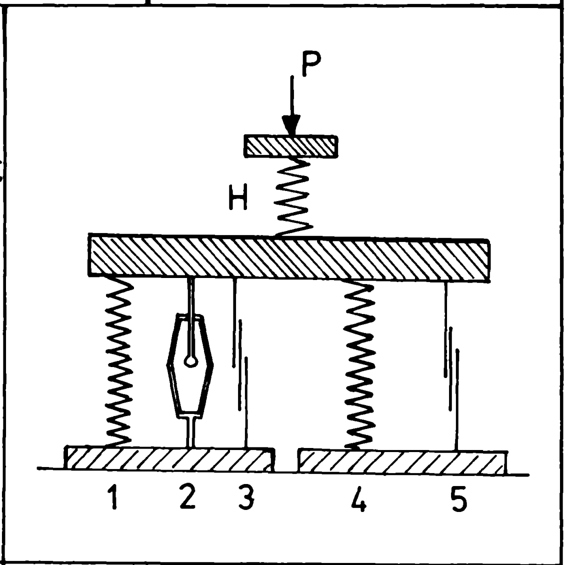
ROSS



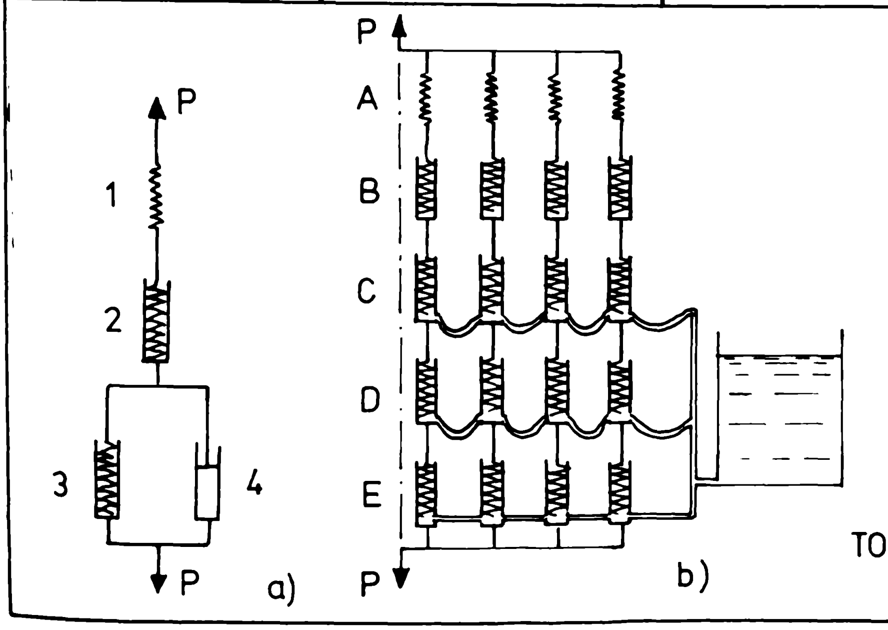
FREUDENTAHL



FLÜGGE



ULITZKYI



TORROJA - PAEZ

respectiv pentru deplasare constantă. Studiul complet al acestor modele este prezentat în /12, 13, 14, 84, 92/.

In tabelul 2.11 sînt prezentate principalele modele utilizate pentru deformaţiile betonului. O descriere detaliată a acestor modele este făcută în /12, 13/.

Aceste modele servesc numai la înţelegerea fenomenelor ce se produc şi nu pot sta la baza unor relaţii pentru proiectarea curentă.

2.4.3.2. Modelarea matematică

Dacă modelarea mecanică a avut drept scop conceperea unor modele fizice care să fie capabile să descrie mai mult intuitiv comportarea materialului vîscoelastic, relaţiile matematice legate de aceste modele au mai mult un caracter teoretic, neputînd sta la baza unei teorii matematice coerente pentru cazul betonului.

De aceea s-au dezvoltat şi o serie de modele matematice, care vor fi descrise mai pe larg în cele ce urmează.

a) Formularea Dischinger, sau teoria eredităţii, a fost elaborată în 1937 şi se bazează pe observaţia experimentală că rata de creştere a deformaţiei de curgere lentă este constantă pentru un timp t, nedepinzînd de momentul încărcării τ. Astfel, curbele deformaţiilor de curgere lentă sînt paralele (fig.2.17). Astfel, caracteristica curgerii lente este dată de relaţia:

$$\varphi(t,\tau) = \overline{\varphi}\left[1-e^{-\alpha(t-\tau)}\right] \tag{2.40a}$$

unde $\overline{\varphi}$ este măsura finală a curgerii lente, independentă de momentul încărcării:

$$\varphi(\infty,\tau) = \overline{\varphi} \tag{2.40b}$$

iar coeficientul α se determină astfel ca rezultatele experimentale să corespundă cu cele teoretice. Pe baza acestei formulări s-au obţinut multe rezultate valoroase în teoria structurilor vîscoelastice.

Criticile aduse acestei formulări se leagă de faptul că experimentări mai noi au arătat că totuşi caracteristica curgerii lente depinde şi de vîrsta betonului la încărcare.

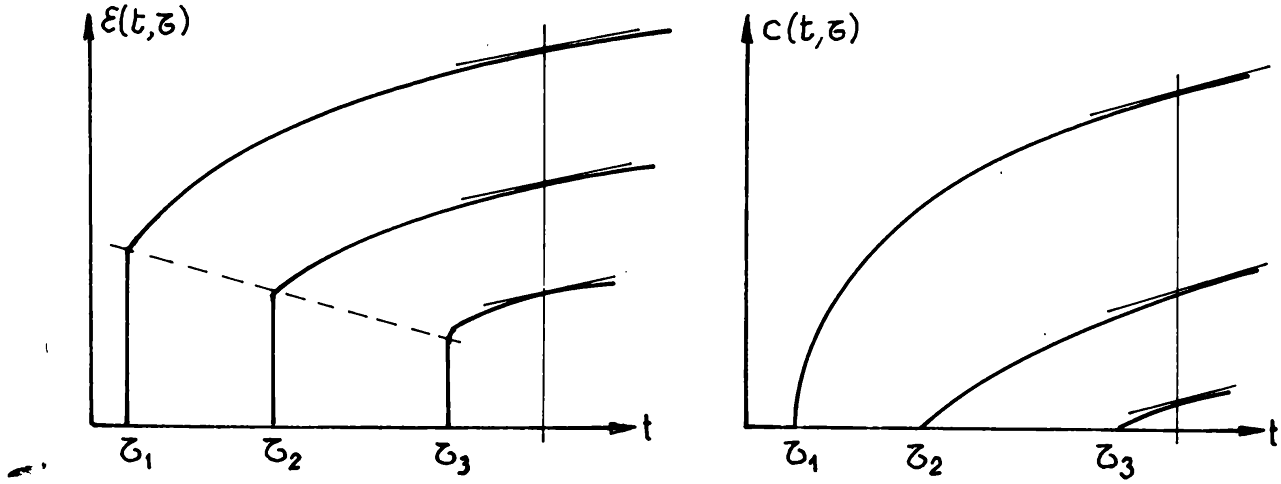


Fig. 2.17.

b) <u>Formularea Glainville - Dischinger</u> sau <u>teoria îmbătrînirii</u>, elaborată în 1939, ţine seamă şi de momentul încărcării probei, caracteristica curgerii lente fiind dată de relaţia:

$$\varphi(t,\ ) = \bar{\varphi}.e^{-\alpha\tau}\left[1-e^{-\alpha(t-\tau)}\right] \qquad (2.41a)$$

şi astfel valoarea finală a caracteristicii curgerii lente

$$\varphi(\infty,\tau) = \bar{\varphi}\ e^{-\alpha\tau} \qquad (2.41b)$$

depinde şi de vîrsta betonului la încărcare. Metoda este criticată în literatura de specialitate pentru că deformaţia de curgere a betonului este complet inversibilă la descărcare, ceea ce este în contradicţie cu realitatea.

c) <u>Formularea Arutunian /9/</u> ţine seamă de asemenea de vîrsta betonului în momentul încărcării, printr-o relaţie de forma

$$\varphi(t,\tau) = \left(\varphi_0 + \frac{\varphi_1}{\tau}\right)\left[1-e^{-\alpha(t-\tau)}\right] \qquad (2.42a)$$

φ_1, φ_2 fiind coeficienţi numerici. Valoarea finală a caracteristicii curgerii lente este:

$$\varphi(\infty,\tau) = \varphi_0 + \frac{\varphi_1}{\tau} \qquad (2.42b)$$

şi depinde de vîrsta betonului la încărcare. Formularea (2.42a) este similară cu (2.41a), diferențele rezultînd numai ca expresie matematică pentru influența vîrstei de încărcare.

d) Formularea Illston-Jordaan /25/ caută să înlăture inconvenientul formulării Gainville- Dischinger în ceea ce privește descărcarea epruvetei. Astfel caracteristica curgerii lente este pusă sub forma:

$$\varphi(t,\tau) = \varphi_i(t,\tau) + \varphi_r(t,\tau) \qquad (2.43a)$$

φ_i și φ_r fiind componentele inversibile, respectiv reversibile ale caracteristicii curgerii lente, ele fiind date de relațiile:

$$\varphi_i(t,\tau) = \bar{\varphi}_i e^{-\alpha_1 \tau}\left[1- e^{-\alpha_1(t-\tau)}\right] \qquad (2.43b)$$

$$\varphi_r(t,) = \bar{\varphi}_r e^{-\alpha_2 \tau}\left[1- e^{-\alpha_2(t-\tau)}\right] \qquad (2.43c)$$

în care $\bar{\varphi}_i$ și $\bar{\varphi}_r$ sînt valorile finale ale componentelor caracteristicii curgerii lente inversibile, respectiv reversibile, iar α_1 și α_2 sînt coeficienți numerici, determinați astfel ca valorile teoretice să corespundă cu cele experimentale. Această formulare se încadrează în noua tendință de a scrie caracteristica curgerii lente sub forma unei sume și este în concordanță cu formulările noi ale normelor CEB și DIN, cele mai moderne la ora actuală.

e) Formularea Rüsch, Jungwirth și Hilsdorf /82/ sau teoria îmbunătățită a îmbătrînirii folosește aceeași relație (2.43a), dar propune ca valoarea componentei φ_r să fie constantă, simplificare justificată experimental:

$$\varphi_r(t,\tau) \simeq 0{,}4 \qquad (2.44)$$

și astfel:

$$\varphi(t,\tau) = \bar{\varphi}_1 e^{-\alpha\tau}\left[1-e^{-\alpha(t-\tau)}\right] + 0{,}4$$

Se constată că relația (2.44) poate fi privită ca o îmbunătățire a relației (2.41a) pentru a descrie mai bine procesul de descărcare. De aceea această formulare este cunoscută şi sub numele de teoria îmbunătăţită a îmbătrînirii.

2.5. Contracţia betonului

2.5.1. Calculul contracţiei după diferite coduri

Principalele coduri analizate sînt cele prezentate în tabelul 2.1 pentru curgerea lentă a betonului.

a) Codul CEB-FIP-7o /98/ propune o relaţie de forma

$$\mathcal{E}_{ct} = \mathcal{E}_c f(t) \tag{2.45}$$

$\mathcal{E}_c$ este contracţia finală iar $f(t)$ variaţia în timp a contracţiei. Ele se determină astfel:

$$\mathcal{E}_c = \mathcal{E}_{co} \alpha_c \beta_c \tag{2.46}$$

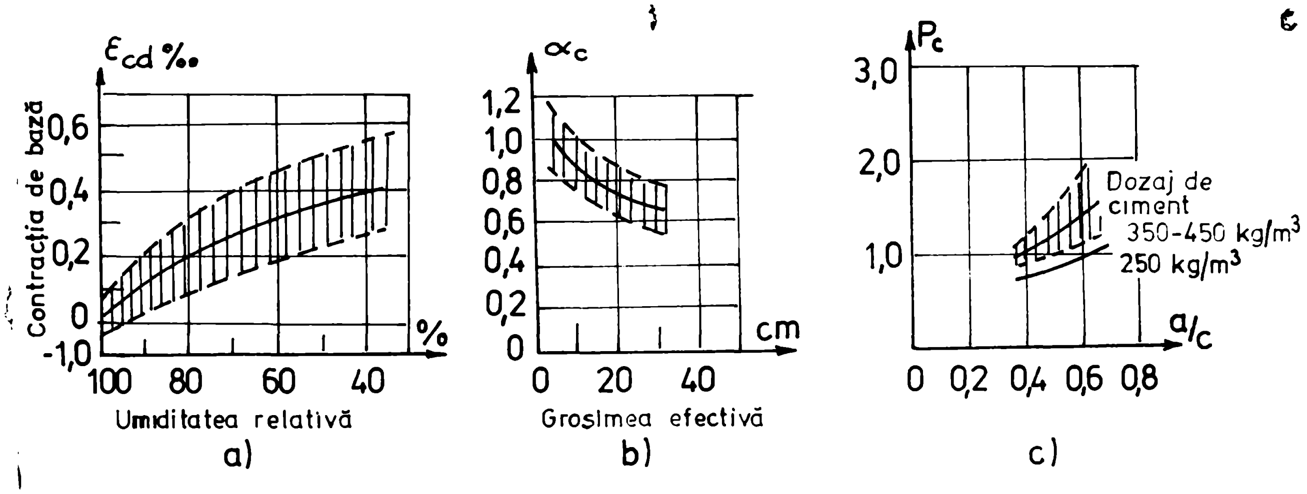


Fig.2.18

unde:

- $\mathcal{E}_{co}$ este contracţia de bază, dată, în funcţie de umiditatea relativă a aerului, în figura 2.18a;

- α_c, coeficient dat în figura 2.18b, care ţine seamă de grosimea d_{ef};

- β_c, coeficient dat în figura 2.18c, ce ţine seamă de raportul apă/ciment şi de dozajul de ciment la m³ de beton.

b) Codul CEB-FIP -76 /99/ propune o relaţie de forma:

$$\varepsilon_{ct} = \varepsilon_c\left[\beta_c(t) - \beta_c(\tau_o)\right] \qquad (2.47)$$

unde

-ε_c este coeficientul de bază al contracţiei şi se calculează din produsul $\varepsilon_c = \varepsilon_{c1} \cdot \varepsilon_{c2}$, unde ε_{c1} depinde de umiditatea mediului ambiant (+o,lo mm/, în apă, -o,lo mm/m în atmosferă cu umiditate 9o%, -o,25 mm/m în exterior, -o,4o mm/m în spaţii cu umiditate redusă 4o%); ε_{c2} se calculează în funcţie de grosimea efectivă d_{ef} din figura 2.19a;

-β_c indică variaţia în timp a contracţiei şi depinde de grosimea efectivă a elementului şi este dat în figura 2.19b;

Şi pentru contracţie se aplică aceleaşi corecţii ca la curgerea lentă, privind variaţia temperaturii mediului.

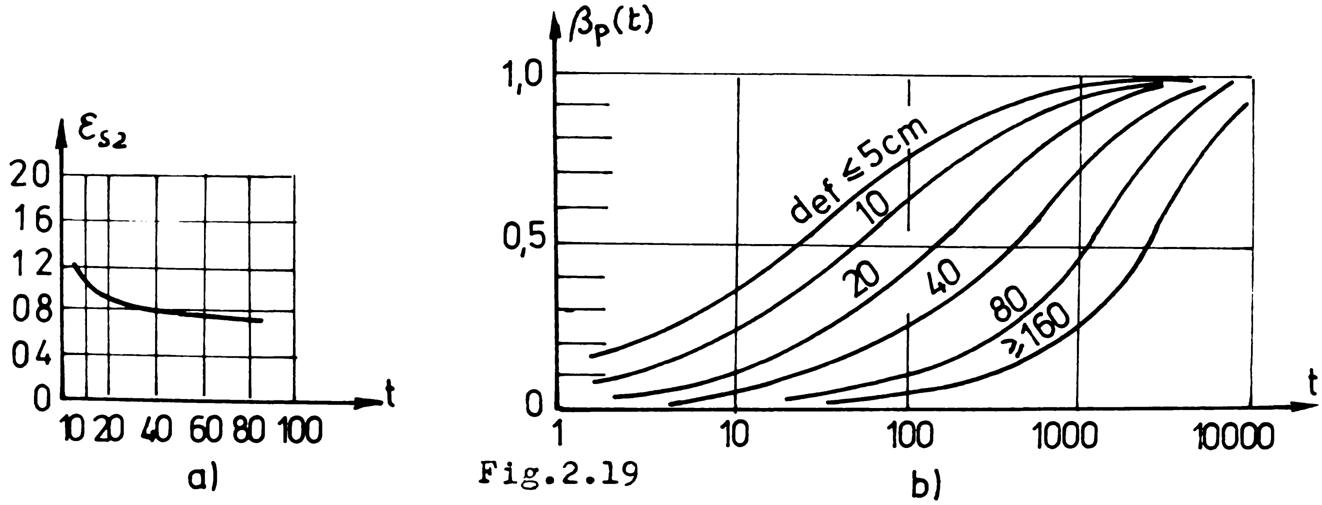


Fig.2.19

c) Codul ACI-2o9 /96/ prevede calculul cu relaţia:

$$\varepsilon_{ct} = \varepsilon_c \beta_{cp} \beta_h \beta_d \beta_s \beta_f \beta_{ce} \beta_{ac} \qquad (2.48)$$

unde:

- ε_c este contracţia de bază şi are valoarea $78o \times lo^{-6}$;

-β_{cp}, un coeficient ce ţine seamă de perioada de întreţinere după turnare, diferită de cea prescrisă de 7 zile:

tratament în zile	1	3	7	14	28	9o
β_{cp}	1,2	1,1	1,o	o,93	o,86	o,75

-β_h coeficient ce ţine seamă de efectul umidităţii mediului

$\beta_h = 1,4o - o,ol\ h \qquad 4o \leq h \leq 8o\%$ (2.49a)

$\beta_h = 3,oo - o,o3\ h \qquad 8o \leq h \leq 1oo\%$ (2.49b)

- β_d, coeficient ce ţine seamă de grosimea medie a elementului şi se calculează astfel:

- $5 \leq d \leq 15$ cm

d	5	7,5	1o	12,5	15
β_d	1,35	1,25	1,17	1,o8	1,oo

- $15 < d \leq 38$ cm

$\beta_d = 1,23 - o,o15\ d \qquad t - \tau_o \leq 365$ zile (2.5oa)

$\beta_d = 1,17 - o,o11\ d \qquad t - \tau_o > 365$ zile (2.5ob)

- $d > 38$ cm

$\beta_d = 1,2\ e^{-o,o47\ v/s}$ (2.5oc)

unde v/s este raportul dintre volumul şi suprafaţa de uscare a elementului;

- β_s, coeficient ce ţine seamă de consistenţa betonului

$\beta_s = o,89 + o,oo162s$ (2.51)

unde s este tasarea betonului proaspăt în mm;

- β_f, coeficient ce ţine seamă de fineţea agregatelor:

$\beta_f = o,3o + o,oo14f \qquad f \leq 5o\%$ (2.52a)

$\beta_f = o,9o + o,oo2\ f \qquad f > 5o\%$ (2.52b)

unde f este conţinutul de agregate fine ($<$ 4,8mm), în procente;

- β_{ce}, coeficient ce indică efectul conţinutului de ciment:

$\beta_{ce} = o,75 + o,ooo61\ c$ (2.53)

unde c este cantitatea de ciment în kg/m^3;

- β_{ca}, coeficient care estimează efectul aerului conţinut în beton:

$\beta_{ca} = o,95 + o,oo8\ ac \geq 1$ (2.54)

unde ac este conţinutul de aer în betonul proaspăt, în procente.

Variaţia în timp a contracţiei este dată de relaţia

$$f(t) = \frac{t}{35+t} \qquad (2.55)$$

unde t este timpul de uscare în aer.

d) Codul DIN 1o45 /1oo/ determină contracţia cu relaţia:

$$\varepsilon_{ct} = k\varepsilon_c \qquad (2.56)$$

unde ε_c rezultă din tabelul 2.12.

Tabelul 2.12

Coeficienţii ε_c după DIN 1o45

Umiditate %	ε_c
9o	o,1o
7o	o,25
4o	o,4o

Coeficientul k rezultă din figura 2.12b, în funcţie de grosimea efectivă a elementului, calculat ca în cazul curgerii lente.

e) Codul DIN 4227 /1o1/ determină contracţia din relaţia:

$$\varepsilon_{ct} = \varepsilon_c \left[\beta_c(t) - \beta_c(\tau_o) \right] \qquad (2.57)$$

unde:

ε_c este contracţia de bază şi rezultă din tabelul 2.13:

Contracţia ε_c după DIN 4223 Tabelul 2.13

Umiditate %	ε_c
1oo	+1o
95	C
9o	-1o
8o	-2o
7o	-25
6o	-3o
5o	-35
4o	-4o

Valorile sînt calculate pentru o tasare medie. Pentru tasări mari sau mici, valorile din tabel trebuie mărite sau micşorate cu 25%.

-β_c arată variaţia de timp a contracţiei şi este dat în figura 2.2oa, iar diferenţa $\beta_c(t) - \beta_c(\tau_o)$ în 2.2ob; de asemenea, el este dat în tabelul 2.14.

Tabelul 2.14

Coeficienţii β_c după DIN 4227

Timpul în zile	grosimea efectivă ≤ 5	1o	2o	4o	8o	≥ 16o
1	o,11o	o.o4o	o.o1o	o.o	o.o	o.o
2	o.17o	o.o8o	o.o2o	o.o	o.o	o.o
5	o.29o	o.16o	o.o55	o.oo5	o.oo5	o.o
1o	o.42o	o.24o	o.1oo	o.o3o	o.o2o	o.oo
2o	o.56o	o.34o	o.16o	o.o6o	o.o3o	o.o
5o	o.76o	o.51o	o.27o	o.12o	o.o55	o.o1o
1oo	o.9oo	o.65o	o.375	o.185	o.o85	o.o2o
2oo	1.o2o	o.78o	o.49o	o.26o	o.12o	o.o45
5oo	1.11o	o.91o	o.66o	o.41o	o.21o	o.o9o
1ooo	1.16o	o.98o	o.77o	o.55o	o.34o	o.175
2ooo	1.19o	1.o4o	o.84o	o.66o	o.5oo	o.31o
5ooo	1.2oo	1.o5o	o.885	o.75o	o.66o	o.51o
1oooo	1.2oo	1.o5o	o.895	o.79o	o.725	o.64o
2oooo	1.2oo	1.o5o	o.9oo	o.8oo	o.75o	o.7oo
	1.2oo	1.o5o	o.9oo	o.8oo	o.75o	o.7oo

Influenţa variaţiei temperaturii este dată de relaţia

$$t_s = \beta_T t \qquad (2.58)$$

unde

- t_s este vîrsta echivalentă;

- β_T ţine seamă de variaţia temperaturii şi se calculează relaţia (2.3o).

f) STAS 8ooo-67 /1o2/ prevede calculul cu relaţia

$$\varepsilon_{ct} = K_3 K_4 \varepsilon_c \qquad (2.59)$$

unde:

- ε_c este contracţia de bază şi are valoarea o,25 mm/m pentru o umiditate de 6o% şi dimensiunea minimă mai mare de 1o cm.

- K_3 rezultă din tabelul 2.5

- K_4 $\begin{cases} 1,3 - o,o1b \text{ pentru } b < 3o \text{ cm} \\ 1,o \text{ pentru } b > 3o \text{ cm.} \end{cases}$

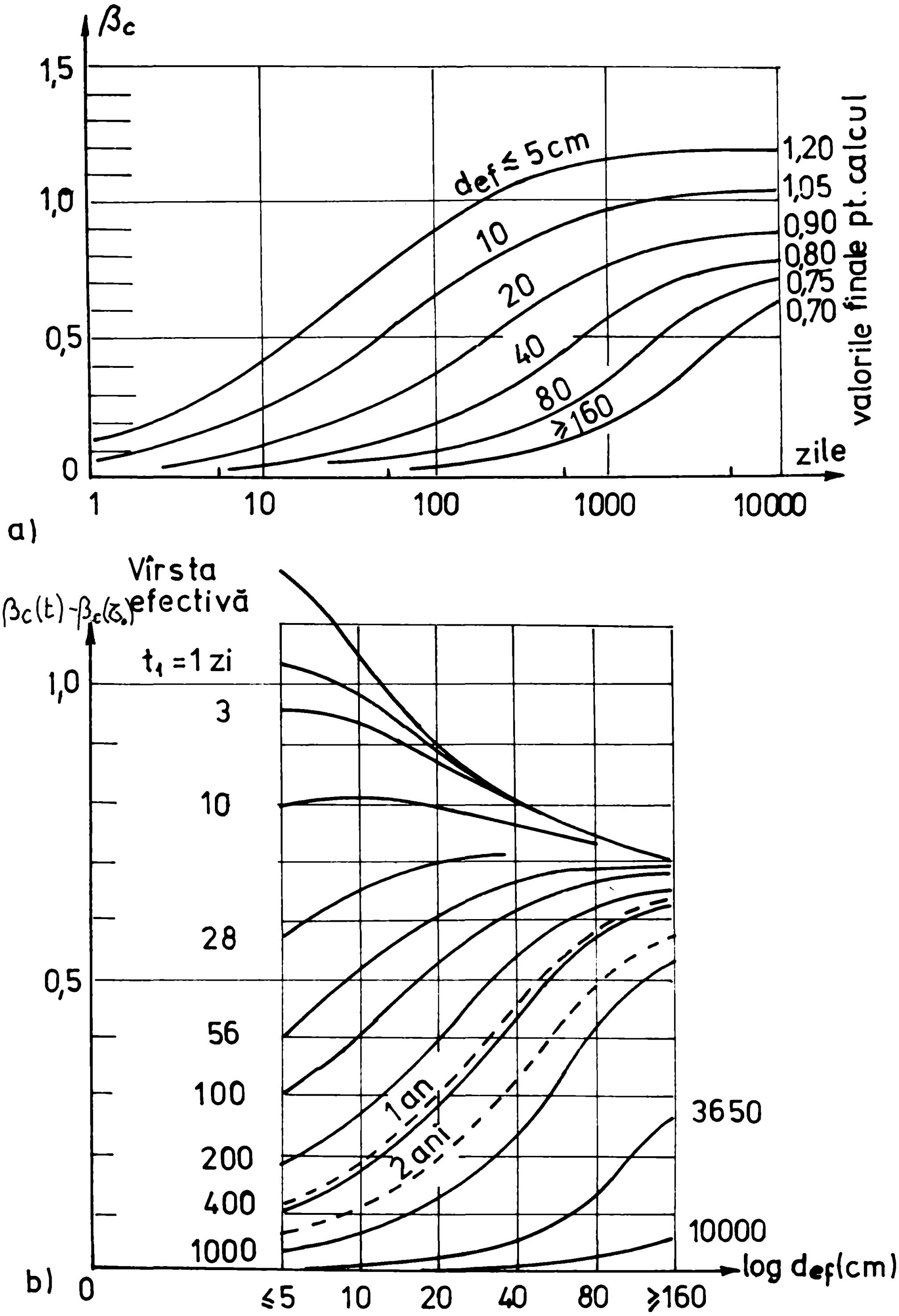


Fig.2.2o

g) STAS 1o1o7/o-76 /1o3/ păstrează nemodificate valorile propuse de vechiul standard.

h) STAS 1o1o7/o-9o (proiect) /1o4/ preia în întregime prevederile din cadrul CEB-FIP-76.

In tabelul 2.15 se prezintă principalii factori luaţi în considerare de prescripţiile analizate. Se constată astfel că:

Tabelul 2.15

Considerarea diferiţilor factori în prescripţii

Nr. crt.	Norma	Calitatea betonului						Secţiunea transversală	Mediu ambiant		
		Cantitate ciment	Calitate ciment	Agregate fine	Aer oclus	Apă/ciment	Tasare		Tratament	Umiditate	Temperatura
1.	CEB-FIP-70					x		x		x	
2.	CEB-FIP-76	x	x					x		x	x
3.	ACI 209		x	x	x		x	x	x	x	
4.	DIN 1045							x		x	
5.	DIN 4227						x	x		x	x
6.	STAS 10107						x	x		x	
7.	STAS 10107/0-90 (proiect)	x	x			x		x		x	x

a) diferitele norme iau în considerare diferiţi factori presupuşi a fi cei mai importanţi; numai dimensiunile secţiunii transversale şi umiditatea mediului sînt luate în considerare de toate normele;

b) cele mai complete prescripţii sînt CEB76, ACI209 şi DIN 4227 şi STAS 10107/0-90.

Pentru betonul analizat la calculul caracteristicii lente s-au calculat, după diferite coduri, valorile finale ale contracţiei, trecute în tabelul 2.16.

Din analiza acestor valori se constată că există diferenţe mari a valorilor lui ε_c calculate după diferite prescripţii.

Tabelul 2.16

Comparaţie între valorile $\mathcal{E}_c$ date de diferite norme

Nr. crt.	Norma	$\mathcal{E}_c$%
1.	CEB-FIP-7o	o,229
2.	CEB-FIP-7o	o,22o
3.	ACI 2o9	o,227
4.	DIN 1o45	o,285
5.	DIN 4227	o,26o
6.	STAS 1o1o7/o-76	o,25o
7.	STAS 1o1o7/o-9o (proiect)	o,22o

2.5.2. Expresii analitice pentru variaţia în timp a deformaţiilor din contracţie

Pentru variaţia în timp a contracţiei betonului s-au propus relaţii similare cu cele pentru curgerea lentă date de relaţiile (2.19). Pentru a simplifica calculele, atît studiile teoretice, cît şi prescripţiile de calcul, admit că deformaţiile în timp ale contracţiei variază după aceeaşi lege ca cea admisă pentru caracteristica curgerii lente.

Similtudinea acestor curbe rezultă din figura 2.21 reprodusă după /9/.

De aceea variaţia în timp a contracţiei poate fi scrisă sub forma:

$$\varepsilon_{ct}(t,\tau_o) = \frac{\varepsilon_c}{\bar{\varphi}}\varphi(t,\tau_o) \tag{2.6o}$$

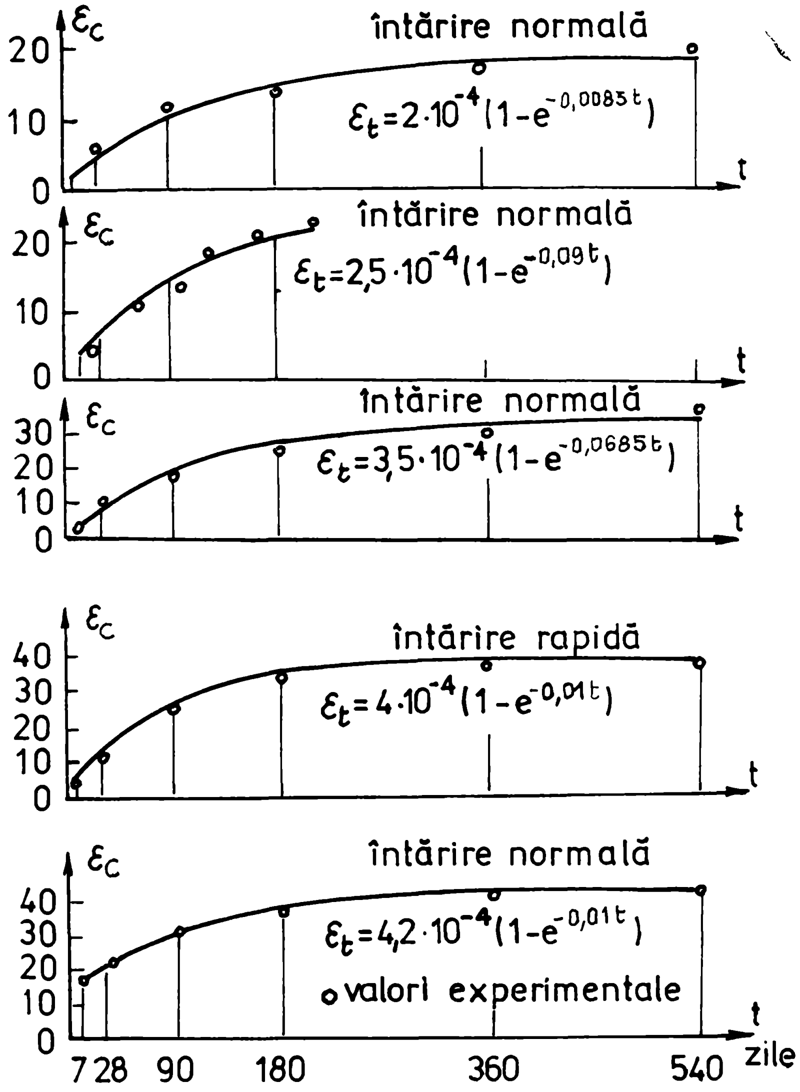


Fig.2.21.

2.6. Modulul de elasticitate longitudinal

2.6.1. Definiție

Modulul de elasticitate longitudinal este o caracteristică fizico-mecanică care va interveni în calculele următoare prin două aspecte şi anume valoarea lui în momentul primei încărcări şi variaţia lui în timp pentru încărcările ulterioare.

Definirea modulului de elasticitate este dificilă, pentru că relaţia $\sigma-\varepsilon$ este neliniară (fig. 2.22). Se pot defini următoarele valori:

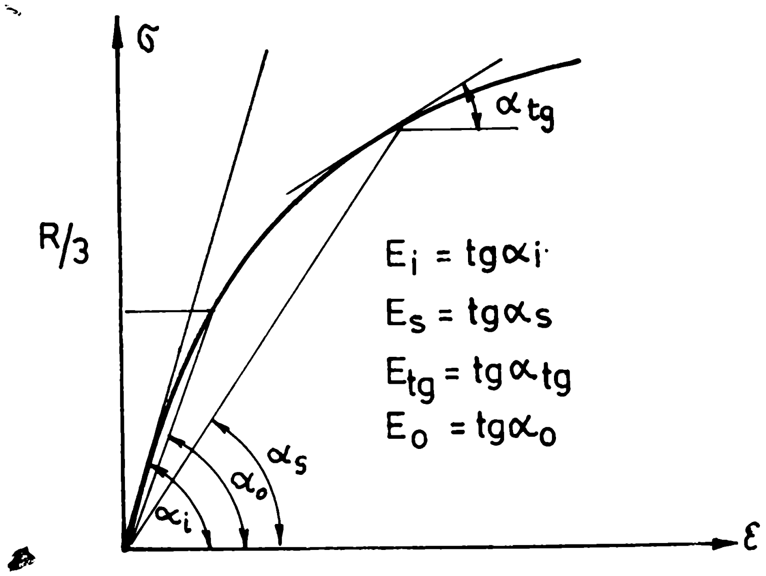


Fig.2.22

- modulul de elasticitate inițial, E_i, care se calculează din tangenta la origine a curbei;

- modulul de elasticitate secant, E_s, determinat de tangenta unghiului secant;

- modul de elasticitate tangent, E_{tg} determinat de tangenta la curba σ-ε într-un punct dat.

In /82/ se consideră că modulul de elasticitate de bază E_o trebuie determinat ca modul secant pentru valoarea $R_c/3$, R_c fiind rezistența la compresiune a betonului.

2.6.2. <u>Influența vîrstei betonului la încărcare</u>

Modulul de elasticitate E_o, determinat la 28 de zile de la turnare, este dat în tabelul 2.15, după STAS 10107/0-76 în funcție de clasa betonului:

Modulul de elasticitate E_o Tabel 2.17

Clasa betonului	B_{c10}	B_{c15}	B_{c20}	B_{c25}	B_{c30}
$E_o(28)$ daN/cm^2	170000	210000	240000	270000	290000

Dacă betonul este încărcat la altă vîrstă decît cea de

28 zile codurile CEB-FIP-76 /99/ şi ACI 2o9 /96/ permit determinarea modulului de elasticitate dintr-o relaţie de forma:

$$E_c(t) = \beta_e E_o(28) \qquad (2.61a)$$

unde

$$\beta_e = \sqrt{\frac{R(t)}{R(28)}} \qquad (2.61b)$$

în care R(t) şi R(28) sînt rezistenţele betonului la timpul t, respectiv la 28 zile. Coeficientul β_c poate fi determinat din curbele figurii 2.23, în funcţie de vîrsta betonului în momentul încărcării şi tipul cimentului folosit.

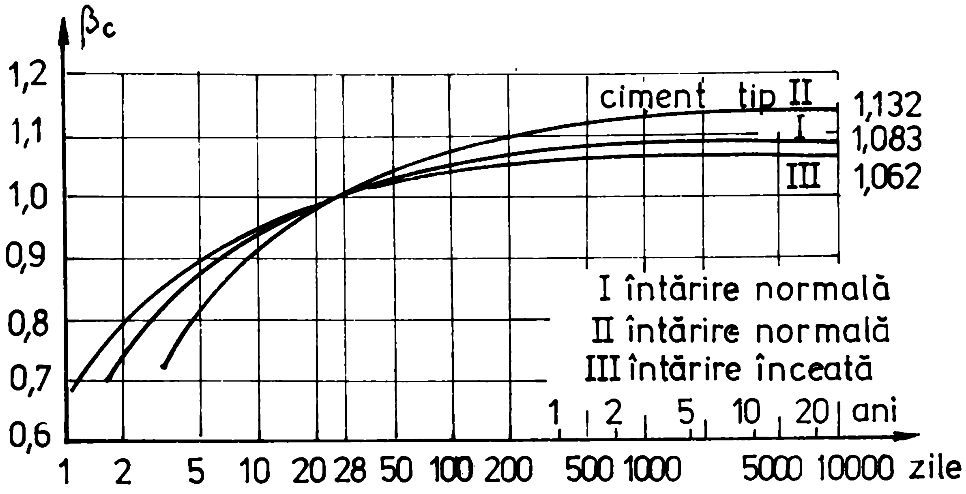


Fig. 2.23

Pentru variaţia în timp a modulului de elasticitate există şi alte propuneri (citate după /12/). Astfel, Graf propune relaţia:

$$E_o(t) = \frac{1000}{0{,}17 + \frac{36}{R_c(t)}} \quad (N/mm^2) \qquad (2.61)$$

unde R_c este rezistenţa determinată pe cuburi; Ros utilizează relaţia:

$$E_c(t) = \frac{5500}{15 + R_p(t)} \quad (N/mm^2) \qquad (2.62)$$

în care R_p este rezistenţa determinată pe prisme. Cum rezistenţele variază în timp, se schimbă şi valoarea lui E. Calculul rezistenţelor betonului în funcţie de timp poate fi făcut cu ajutorul curbelor din figura 2.24.

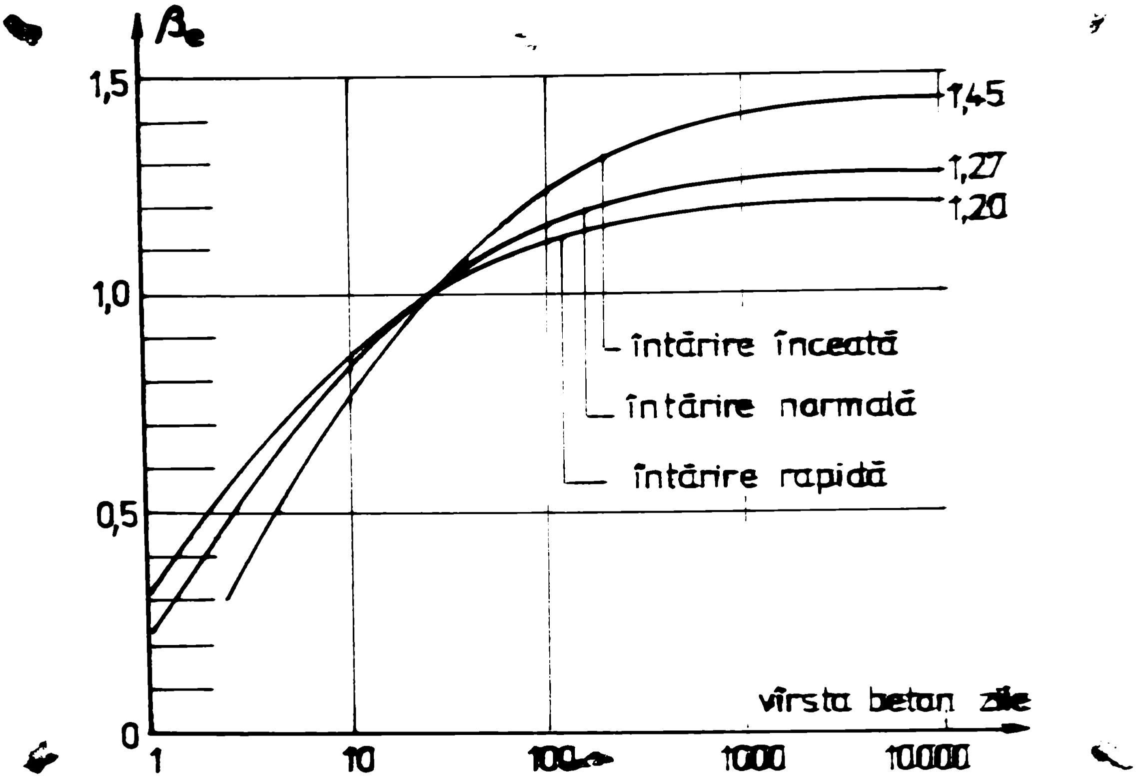


Fig.2.24.

Recomandările CEB-FIP-76 /39/ și DIN 1045 /100/ prescriu valoarea

$$E_o(t) = 210000\sqrt{R_{ci}(t)} \quad (daN/cm^2) \qquad (2.63)$$

unde R_{ci} este rezistența determinată pe cilindrii.

In /9/ se propune o variație de forma

$$E_o(t) = E(\infty)\left[1-\alpha e^{-\beta t}\right] \qquad (2.64)$$

In care $E(\infty)$ este modulul de elasticitate final, α și β fiind determinați experimental. In figura 2.25 sînt prezentate, după /9/, cîteva curbe de variație în timp, care folosesc relația (2.64).

In /65/ se propune o variație a modulului de elasticitate de forma

$$E_o(t) = \frac{E_o(28)}{1-k\varphi(t)} \qquad (2.65)$$

Coeficientul k poate fi determinat experimental; pentru

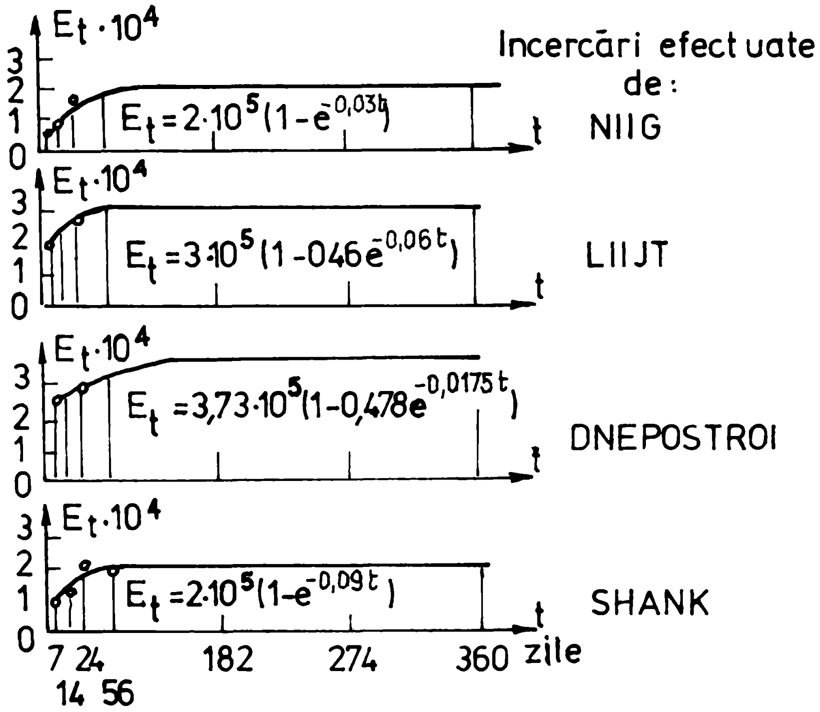


Fig.2.25.

calculele practice el poate fi luat k = 0,085...0,095. Tot în /65/ se propune și calculul lui $E_0(t)$ din relația lui Skramtaev:

$$E_0(t) = \frac{10^6}{1,7 + \frac{360}{R(t)}} \qquad (2.66)$$

unde

$$R(t) = \frac{1}{5} \frac{1000 - t}{1 + \frac{100}{R(28)}} \log \frac{28}{t} \qquad (2.67)$$

Capitolul 3

EFECTUL CURGERII LENTE ŞI CONTRACŢIEI BETONULUI LA STRUCTURI DE BETON ARMAT

3.1 Cercetări teoretice şi experimentale prezentate în literatură

Spre deosebire de cercetările sistematice efectuate pentru betonul simplu, prezentate în capitolul precedent, cercetările referitoare la structurile de beton armat sînt mult mai reduse.

Prima relatare referitoare la efectul curgerii lente la structuri de beton armat este cea privind podul Veurdre din Franţa. Podul cu o deschidere de 72,5 m, realizat din arce cu trei articalaţii a fost turnat monolit în 1910. Imediat a început să prezinte deformaţii mari la mijlocul deschiderii, care peste un an au devenit aşa de mari încît indicau posibilitatea pierderii stabilităţii. Freyssinet a decis că este nevoie de o intervenţie rapidă pentru a împiedica prăbuşirea podului. Astfel au fost blocate cele trei articulaţii, transformînd arcele din arce cu trei articulaţii în arce încastrate, salvînd structura.

Acest accident a dus la efectuarea unui intens program de cercetări teoretice privind efectele curgerii lente la structurile de beton armat, dar fără rezultate semnificative. Primele soluţii analitice sînt obţinute în 1937 de către Dischinger, care a studiat starea de eforturi şi deformaţii a arcelor cu tiranţi metalici. De la Dischinger începe propriu-zis cercetarea efectelor curgerii lente şi contracţiei la structurile de beton armat.

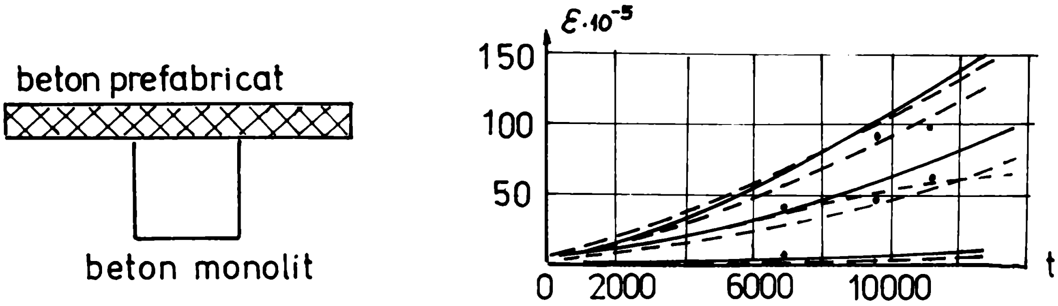


Fig. 3.1

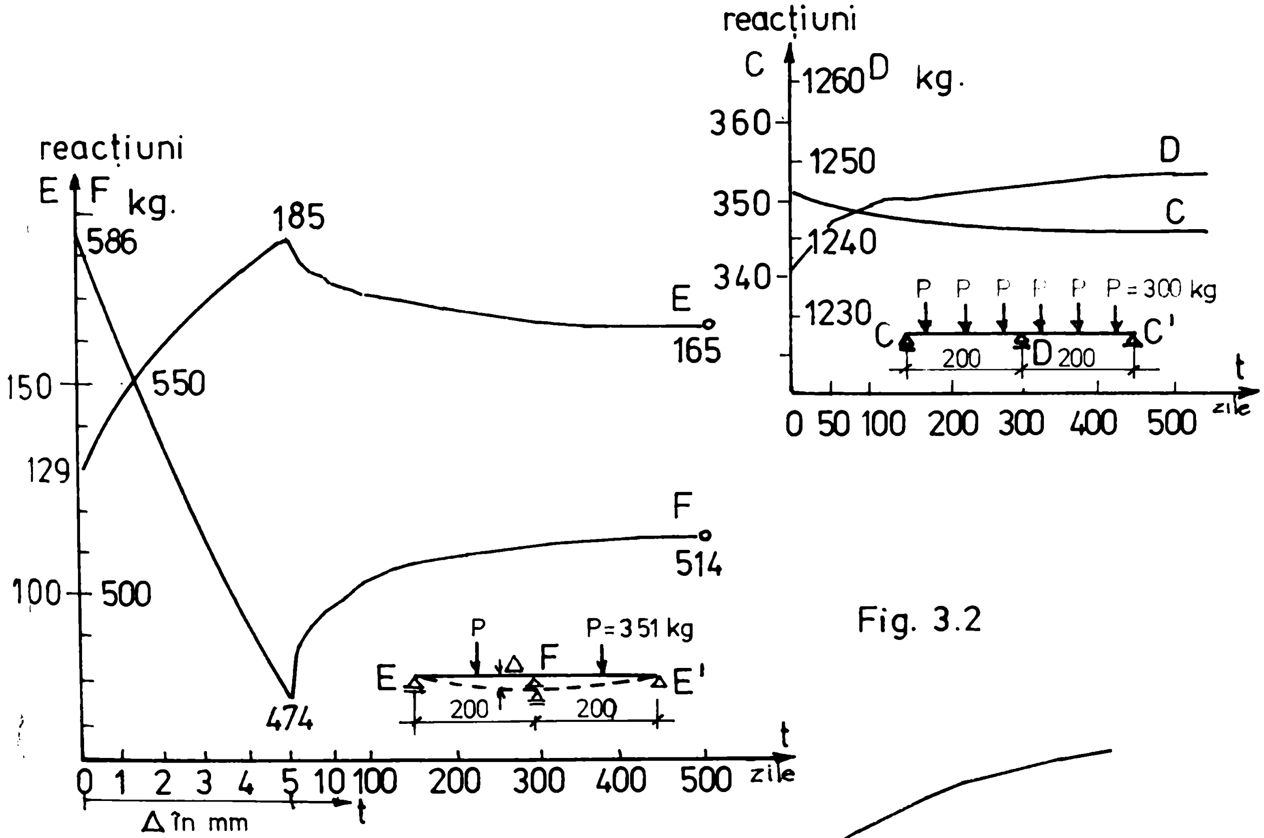


Fig. 3.2

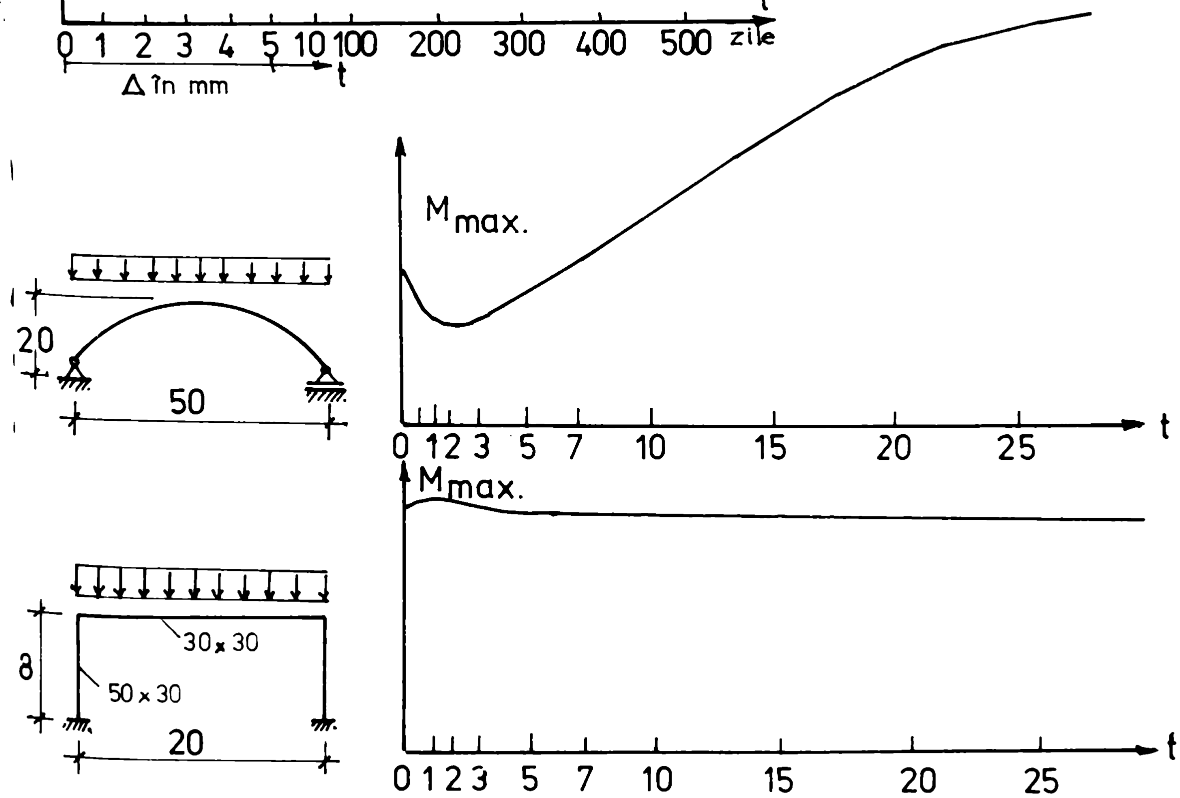


Fig. 3.3

Perioada recentă este bogată în rezultate, dar nu acoperă toate cazurile care se întîlnesc în practică. In cele ce urmează se descriu pe scurt unele din principalele cercetări relatate în literatură.

In 1957, Rühle /79, 8o/ studiază comportarea grinzilor prefabricate la care tălpile sînt turnate monolit, grinzile fiind compuse astfel din două betoane cu vîrste diferite. Este primul studiu privind efectul neomogenității betoanelor. In figura 3.1 sînt prezentate cîteva rezultate experimentale. Se observă că din cauza neomogenității betonului, distribuția tensiunilor este diferită de cea cunoscută.

La grinzi continue, cercetări sistematice au fost efectuate în 1961 de către Tertea /86/. Pentru o grindă cu două deschideri, încărcată uniform distribuit, în figura 3.2a se prezintă variația reacțiunilor în timp. In figura 3.2b, la aceeași grindă dar cu o tasare a reazemului central, se prezintă variația în timp a reacțiunii. Se constată, în ambele cazuri, modificări importante ale reacțiunii.

Cadrele din beton armat rezemate pe terenuri de fundație deformabile în zimp sînt studiate în 1973 de Bota /21/. In figura 3.3 sînt prezentate variațiile efortului în timp la un arc dublu încastrat și la un cadru cu o singură deschidere, pentru diferite viteze de producere a deformațiilor de curgere lentă și tasare a fundațiilor. Studii similare sînt efectuate în 1972 de către Anastasescu /6,7,8/ și publicate pe larg în /15,16/.

Sistematizarea cercetărilor efectuate la structuri de beton armat este făcută în /82/.

Cercetările experimentale la structuri sînt reduse la număr, din cauza dificultăţilor prezentate în primul capitol. Singurele structuri la care sînt posibile măsurători de lungă durată sînt podurile de beton armat. In figura 3.4. este prezentat

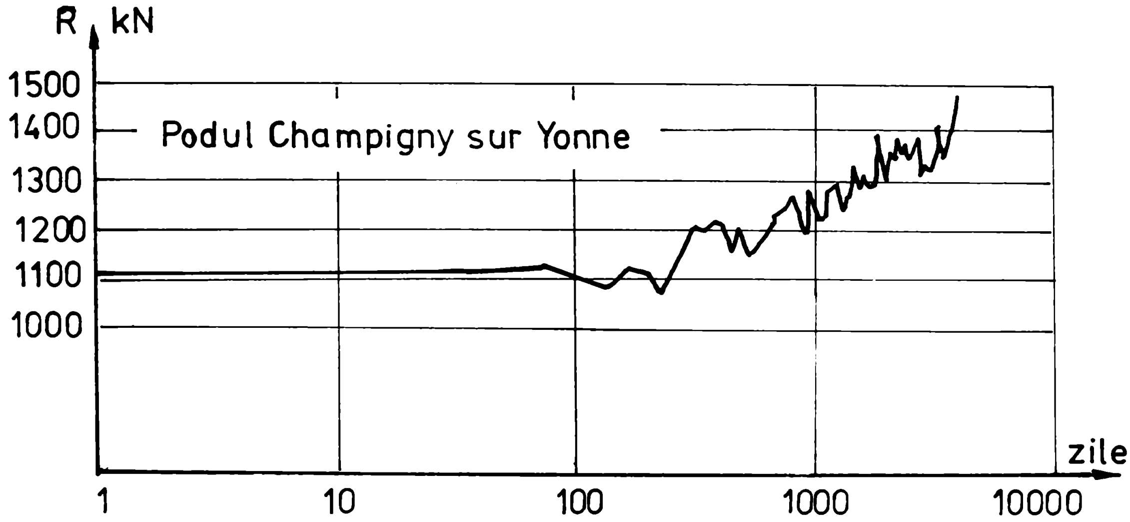


Fig.3.4.

cazul podului Champigny - sur - Yonne, iar în figura 3.5, cel al podului Chateau - Thierry, ambele din Franţa la care au fost

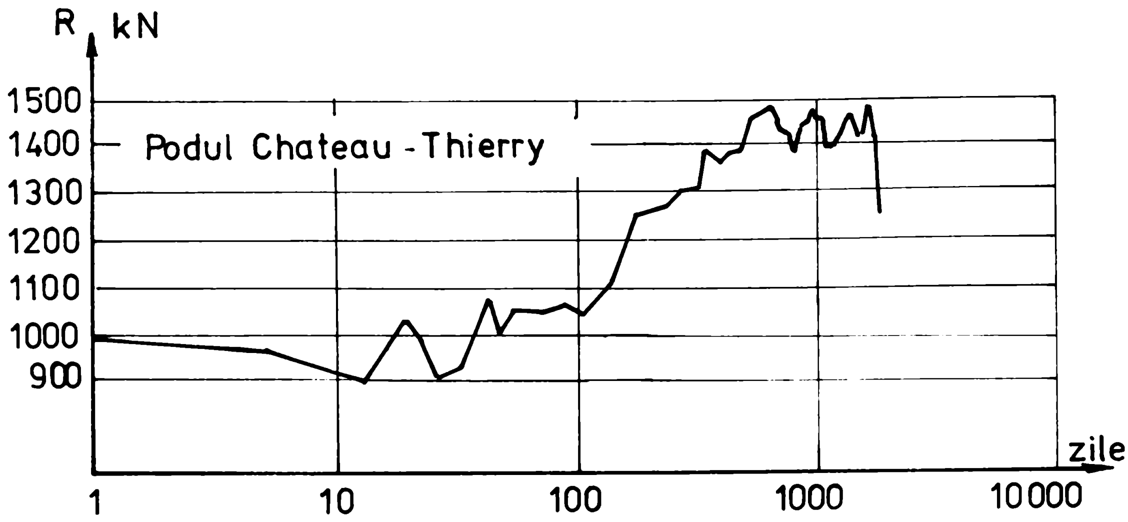


Fig.3.5.

măsurate reacţiunile pe durate de 11, respectiv 6 ani. Se constată o variaţie importantă a acestor reacţiuni, ceea ce indică importanţa mare pe care o are efectul curgerii lente.

In cele ce urmează, după prezentarea rezultatelor obţinute la aplicarea teoriei vîscoelasticităţii la structuri, se trec în revistă pe scurt, rezultatele cercetărilor efectuate la elementele de beton armat (grinzi şi stîlpi) şi se face o sistematizare a efectelor curgerii lente şi contracţiei la structurile din bare de beton armat.

3.2. Elemente ale teoriei vîscoelasticităţii aplicate la structuri

3.2.1. Structuri omogene, structuri neomogene

Din punctul de vedere al deformaţiilor vîscoase în teoria vîscoelasticităţii, structurile pot fi clasificate în:

a) <u>structuri vîscoelastice omogene,</u> la care toate elementele componente au aceleaşi caracteristici ale curgerii lente şi contracţiei;

b) <u>structuri vîscoelastice neomogene</u>, la care există diferenţe între caracteristicile vîscoase ale elementelor componente.

Structurile de beton armat se încadrează în categoria doua, cea cu deformaţii vîscoelastice neomogene, din următoarele motive:

- secţiunile de beton armat sînt compuse din beton şi armătură, primul material avînd proprietăţi vîscoase, al doilea numai elastice şi astfel, există o primă neomogenitate pe secţiune;

- diferitele elemente ale unei structuri monolite sînt realizate în etape diferite. Astfel, între timpul turnării parterului şi cel al ultimului etaj al unei clădiri etajate, pot să fie diferenţe de 5 -6 luni şi astfel elementele structurii vor avea caracteristici de vîscozitate diferite;

- structurile mixte formate din elemente monolite şi prefabricate (de exemplu stîlpi monoliţi, grinzi prefabricate) au, în mod evident, caracteristici ale curgerii lente diferite;

- structurile prefabricate pot avea în componenţă elemente realizate la timpi diferiţi (de exemplu grinzile turnate în ateliere de prefabricate, stîlpi prefabricaţi turnaţi pe şantier);

Toate aceste aspecte fac ca să existe diferenţe ale caracteristicilor de curgere lentă între diferitele elemente ale unei structuri.

3.2.2. <u>Principiile corespondenţei</u>

Pentru structurile vîscoelastice <u>omogene</u>, Alfrey şi Henry (citaţi după /53, 54/) au enunţat următoarele principii cunoscute sub numele de <u>principiile corespondenţei, analogia vîscoelastică</u> sau <u>metoda corespondenţei</u>.

<u>Primul principiu</u> se enunţă astfel:

- dacă unei structuri omogene cu deformaţii vîscoelastice liniare i se aplică o încărcare simplă, la care toate forţele exterioare variază în timp după aceeaşi lege (fig.3.6a), eforturile din toate punctele structurii şi reacţiunile static nedeterminate se modifică în timp, după aceeaşi lege (fig. 3.6.b) şi

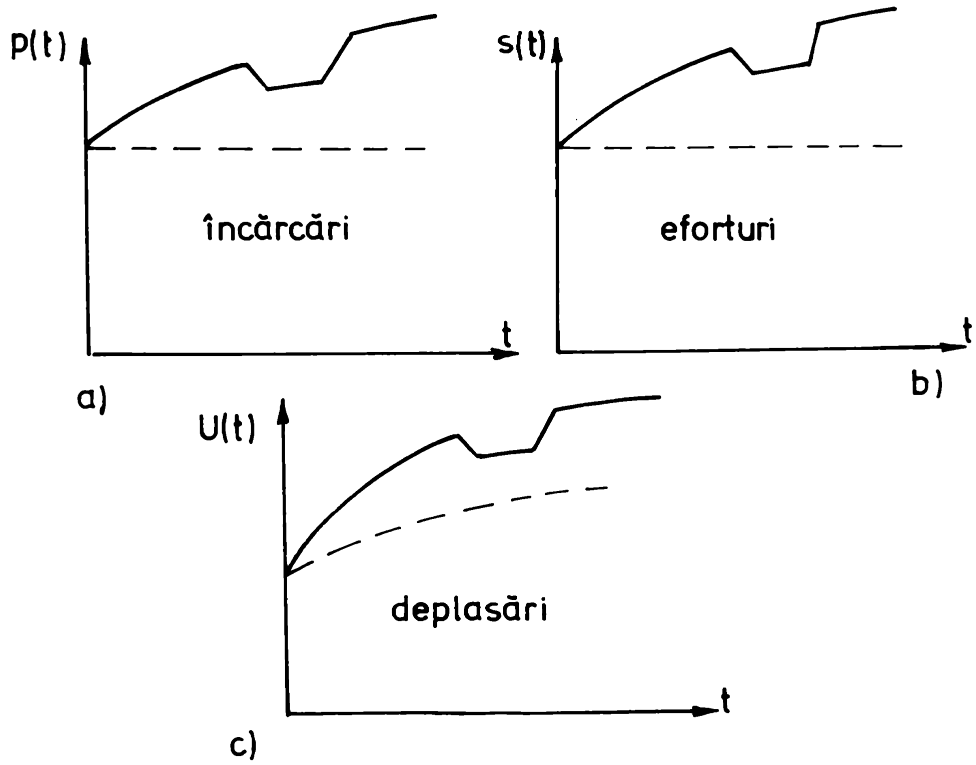


Fig. 3.6.

sînt egale în orice moment cu cele ce se produc în structura perfect elastică, sub acţiunea aceloraşi forţe. Deplasările şi deformaţiile se modifică după aceeaşi lege cu cea a unei prisme cu aceleaşi caracteristici de vîscozitate şi aceiaşi variaţie a încărcărilor (fig.3.6c). Pentru cazul încărcărilor constante în timp, eforturile din structură rămîn nemodificate în timp, crescînd deformaţiile.

Enunţul celui de al doilea principiu este:

- dacă unei structuri omogene cu deformaţii vîscoelastice liniare i se dă o deplasare impusă care variază în timp după o lege cunoscută (fig.3.7a), toate deplasările şi deformaţiile din orice punct al structurii se modifică în timp după aceeaşi lege (fig. 3.7b) şi sînt egale cu cele ce se produc în structura perfect elastică, căreia i se imprimă deformaţia impusă corespunzătoare timpului respectiv. Eforturile şi reacţiunile static nedeterminate sînt proporţionale cu cele ale structurii perfect elastice (fig.3.7c), iar coeficientul de proporţionalitate este identic

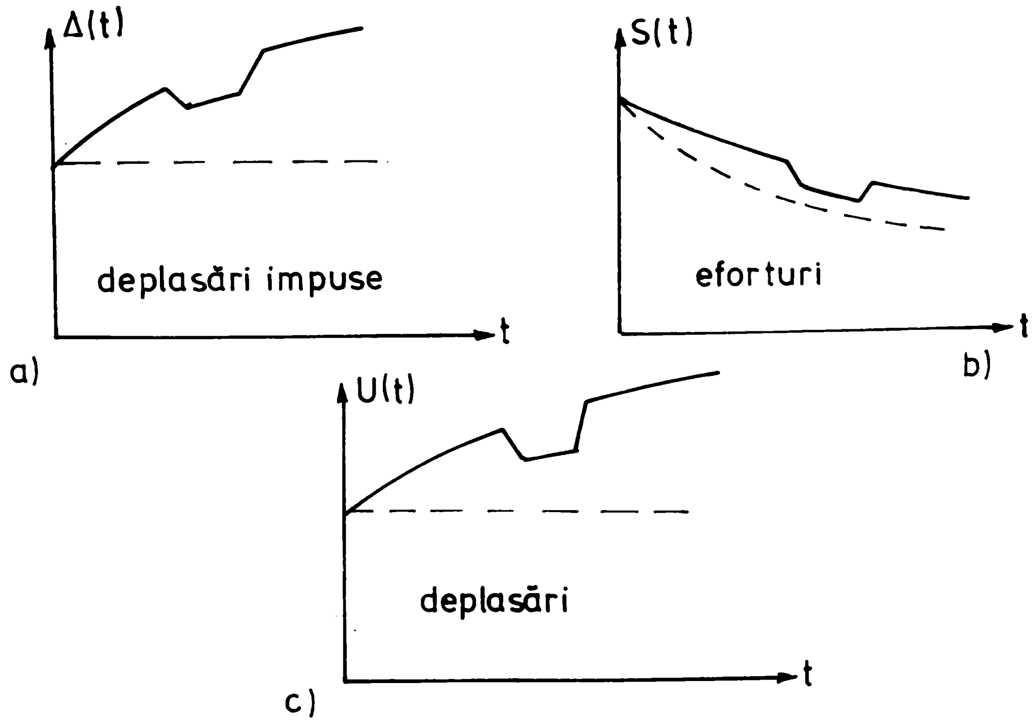


Fig.3.7

cu cel al unei prisme cu aceleaşi caracteristici de vîscozitate şi cu aceeaşi deformaţie impusă.

Astfel din punctul de vedere al unei structuri de beton armat, se disting două situaţii:

a) dacă acţiunile sînt încărcări simple, efectul curgerii lente este introdus numai de către variaţia caracteristicilor vîscoase pe structură;

b) dacă acţiunile sînt deplasări impuse, de exemplu din contracţie sau tasarea reazemelor, eforturile se modifică în timp, indiferent de variaţia caracteristicilor vîscoase.

3.3. Influenţa curgerii lente şi contracţiei la elemente de beton armat

3.3.1. Nedeterminarea interioară

Din cauză că betonul armat este alcătuit din două materiale cu caracteristici mecanice diferite, o secţiune de beton armat este static nedeterminată interior, pentru că nu se poate calcula direct distribuţia tensiunilor în beton şi armătură, fără a se apela la o condiţie suplimentară. Tinînd seamă de aderenţa dintre beton şi armătură se poate scrie condiţia că deformaţiile celor două materiale sînt egale şi astfel se introduce relaţia suplimentară necesară. Deoarece betonul are proprietăţi reologice, pe cînd armătura nu, se va produce o redistribuire în timp a tensiunilor între cele două materiale.

3.3.2. Stîlpi de beton armat comprimaţi centric

Influenţa curgerii lente şi contracţiei betonului la stîlpi este bine studiată în literatura de specialitate /44, 45/.

Se ştie că într-un stîlp de beton armat se produce o redistribuire în timp a eforturilor între armătură şi beton, din cauza că armăturile se opun deformaţiilor vîscoase ale betonului.

Acelaşi efect îl are şi contracţia betonului, care măreşte tensiunile din armături şi le scade în timp pe cele ale betonului.

Variaţia tensiunilor în timp din armături şi beton sînt dat de relaţiile /86/:

$$\sigma_a(t) = \sigma_a(\tau_1)\left[1+\varphi_a(t,\tau_1)\right] - \frac{\varepsilon_{ct} E_a}{\bar{\varphi}}\varphi_a(t,\tau_1) \quad (3.1a)$$

$$\sigma_b(t) - \sigma_b(\tau_1)\left[-1+n_o\mu\,\varphi_a(t,\tau_1)\right] - \frac{\varepsilon_{ct} E_a}{\bar{\varphi}}\varphi_a(t,\tau_1) \quad (3.1b)$$

în care s-au introdus notaţiile:

- $\sigma_a(t)$, $\sigma_b(t)$, tensiunea în armătură, respectiv în beton la timpul t;
- $\sigma_a(\tau_1)$, $\sigma_b(\tau_1)$, idem, la timpul τ_1;
- $\varphi_a(t,\tau_1)$, caracteristica curgerii lente a betonului armat, dată de relaţia:

$$\varphi_a(t,\tau_1) = \frac{1-e^{-\gamma\varphi t}}{n_o \Delta} \quad (3.2)$$

- ε_{ct}, valoarea finală a contracţiei;
- $\bar{\varphi}$, valoarea finală a caracteristicii curgerii lente;
- E_a, E_b, modulul de elasticitate al armăturii, respectiv betonului:

$$n_o = \frac{E_a}{E_b} \quad (3.3)$$

- μ, coeficientul de armare:

$$\mu = \frac{A_a}{A_b} \quad (3.4)$$

γ şi Δ sînt date în relaţiile:

$$\gamma = \frac{n_o \Delta}{1+n_o\Delta} \quad (3.5)$$

$$\Delta = \mu + \frac{I_a}{I_b} \quad (3.6)$$

- I_a, I_b, momentele de inerţie ale secţiunilor de armătură, respectiv beton.

In figura 3.8 se prezintă, după /34/ variaţia în timp a acestor eforturi în funcţie de procentul de armare. Se constată că tensiunile din armături pot crește mai mult de două ori față

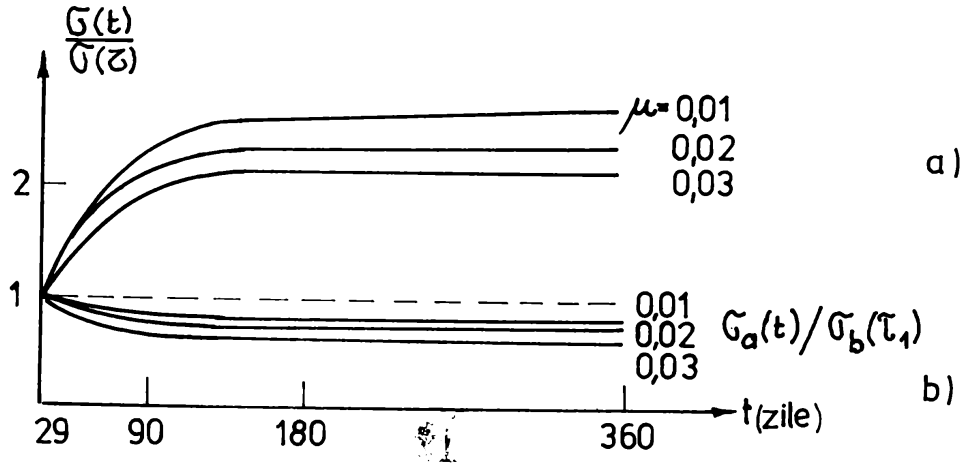


Fig.3.8

de valorile inițiale, datorită redistribuției tensiunilor.

3.3.3. Grinzi de beton armat

Studiul modificărilor în timp a tensiunilor la grinzile de beton armat a fost efectuat de Hobel (1957), Fluck (1958), Pieper (1958), Leonhardt (1959), Mehner (1959), Franz (1960), Tertea (1961) Szalai (1962), Gesund (1962), Trostel (1960), Wippel (1963), Mayer (1967) /67/.

Si în cazul grinzilor de beton armat are loc o redistribuție a tensiunilor între beton și armătură datorită curgerii lente și contracției. Această redistribuție este foarte importantă în cazul secțiunilor nefisurate și mai redusă, dacă se ține seamă de această fisurare.

Variația în timp a tensiunilor într-o grindă de beton armat nefisurată este dată de relațiile /86/:

$$\sigma_a(t)=\sigma_a(\tau_1)\left[1+\varphi_a(t,\tau_1)\right]-\frac{\varepsilon_{ct}E_a}{\bar{\varphi}}\varphi_a(t,\tau_1) \qquad (3.7a)$$

- în fibra extremă a betonului comprimat

$$\sigma_b(t)=\sigma_b(\tau_1)\left[1+\frac{h_0-x_0}{x_0}n_0\left(\mu-\frac{S_a u}{I_b}\right)\varphi_a(t,\tau_1)\right]-\frac{\varepsilon_{ct}E_a}{\bar{\varphi}}\left(\mu-\frac{S_a u}{I_b}\right)\varphi_a(t,\tau_1) \qquad (3.7b)$$

- în fibra extremă a betonului întins:

$$\sigma_b'(t)=\sigma_b'(\tau_1)\left[1-\frac{h_0-x_0}{x_0}n_0\left(\mu+\frac{S_a v}{I_b}\right)\varphi_a(t,\tau_1)\right]+\frac{\varepsilon_{ct}E_a}{\bar{\varphi}}\left(\mu+\frac{S_a v}{I_b}\right)\varphi_a(t,\tau_1) \qquad (3.7c)$$

în care:

- h_o este înălţimea utilă a secţiunii;

- x_o, distanţa de la fibra comprimată la axa neutră;

- S_a, momentul static al secţiunii de armătură;

- u, v, distanţele de la axa neutră la fibra comprimată, respectiv întinsă a secţiunii.

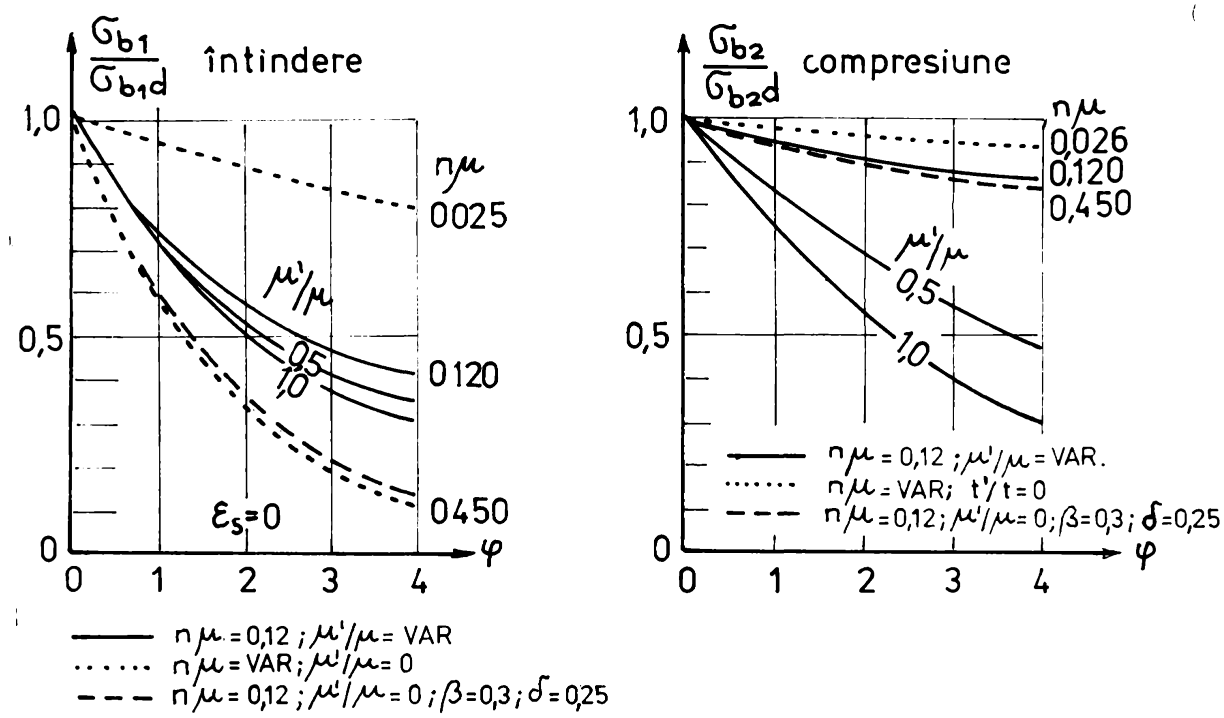


Fig.3.9.

In cazul secţiunilr fisurate (stadiul II), variaţia eforturilor în armătură şi beton este dată de relaţiile /86/;

$$\sigma_a(t)=\frac{3-\xi(\tau_1)}{3-\xi(t)}\sigma_a(\tau_1) \tag{3.8a}$$

$$\sigma_b(t)=\frac{\xi(\tau_1)}{\xi(t)}\;\frac{3-\xi(\tau_1)}{3-\xi(t)}\sigma_b(\tau_1) \tag{3.8b}$$

în care $\xi(\tau_1)$ şi $\xi(t)$ precizează poziţia axei neutre la timpul τ_1, respectiv t:

$$\xi(\tau_1)=n_o\mu\left(-1+\sqrt{1+\frac{2}{n_o\mu}}\right) \tag{3.9}$$

iar ξ (t) rezultă din ecuaţia

$$C\xi^3(t)-(4C+1)\xi^2(t)+(3C-D)\xi(t)+D=0 \tag{3.1o}$$

în care

$$C = n_o\mu\left[1+\varphi(t,\tau_1) - \frac{1}{1+\delta\varphi(t,\tau_1)}\right]\frac{1}{\xi(\tau_1)[3-\xi(\tau_1)]} \tag{3.11a}$$

$$D = n_o\mu\left[1+\varphi(t,\tau_1) + \frac{1}{1+\delta\varphi(t,\tau_1)}\right] \tag{3.11b}$$

δ fiind un coeficient ce ţine seamă de variaţia în timp a modulului de elasticitate.

In figura 3.9 se prezintă, după /67/, variaţia tensiunilor în beton, pentru o secţiune de beton nefisurată (stadiul I).

In figura 3.1o se prezintă, după /82/, variaţia tensiunilor pentru cazul secţiunii fisurate (stadiul II). Se constată că creşterea tensiunilor în armătură este mai mică în cazul secţiunii fisurate decît în cel al secţiunii nefisurate.

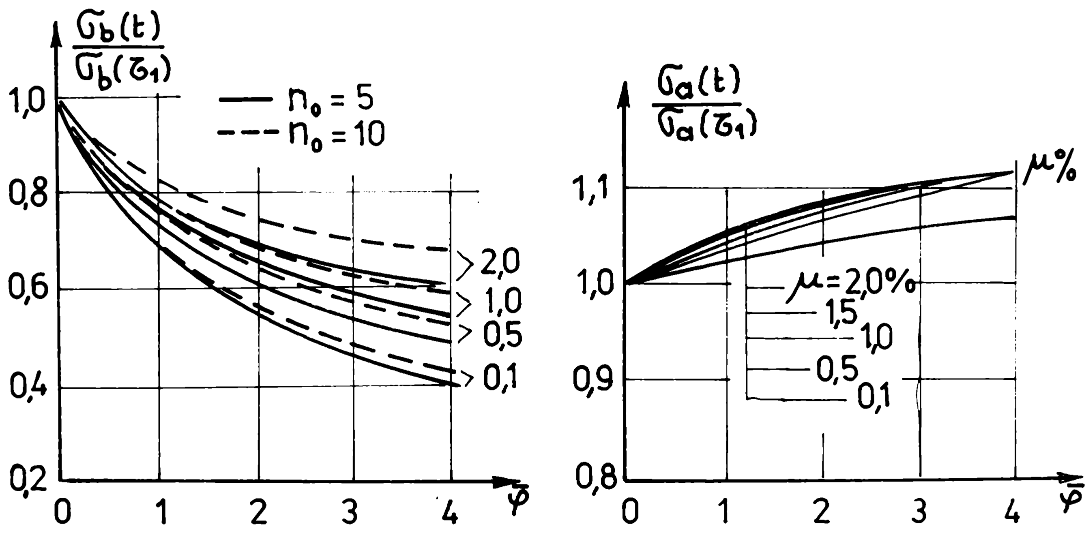


Fig.3.1o.

3.4. Influenţa curgerii lente şi contracţiei la structuri din bare de beton armat

3.4.1. Factorii care influenţează comportarea în timp

Din literatura de specialitate, privind influenţa curgerii lente şi contracţiei betonului la structurile din beton armat, se evidenţiază următorii factori principali:

a) efectul neomogenităţii, în care diferite părţi ale structurii au caracteristici de curgere lentă şi contracţie diferite, din cauza armării diferite, turnării la timpi diferiţi, betoane de calităţi diferite, şi ca urmare se produc redistribuiri de eforturi;

b) <u>Efectul schimbării schemei statice</u>, care se manifestă în special la structurile prefabricate, cînd în prima fază a montajului elementele nu sînt legate şi lucrează ca simplu rezemate, la o parte din încărcări. Abia după realizarea monolitizărilor, structura lucrează în conformitate cu schema statică la care se dimensionează în mod curent. Se vor produce astfel redistribuiri de eforturi după scheme greu de anticipat;

c) <u>efectul contracţiei împiedicate</u>, în care unele părţi ale structurilor de beton armat sînt legate de elemente fără contracţie, sau cu contracţii diferite;

d) <u>efectul tasării diferenţiale</u>, cînd unele reazeme ale structurii au tasări mai mari decît celelalte, în structură producîndu-se eforturi ce scad sau cresc în timp.

Dintre aceşti factori, singurul care este bine studiat în literatura de specialitate, pentru care există numeroase rezultate teoretice şi experimentale, este efectul tasării diferenţiale.

Pentru ceilalţi factori, exemplele sînt puţine si nesistematice.

In cele ce urmează se prezintă, pentru primii trei factori menţionaţi mai înainte, cîteva exemple relatate în literatura de specialitate, pentru a se putea trage concluzii privind orientarea cercetărilor.

3.4.2. <u>Efectele neomogenităţii</u>

a) <u>Neomogenitate din cauza armării diferite</u>

a1) <u>Grinda continuă</u> este analizată în /87/. Astfel în figura 3.11a este prezentată o grindă continuă cu două deschideri egale, acţionată cu o încărcare uniform distribuită. Grinda se calculează cu o rigiditate variabilă ţinîndu-se seamă de fisurarea zonei întinse. Rigiditatea la t= o şi t = ∞, este prezentată în figura 3.11b; rigiditatea mai mare pe reazeme este cauzată de procentul de armare mai mare. Momentele determinate dintr-un calcul elastic, considerînd grinda nefisurată, sînt trasate în figura 3.11c,

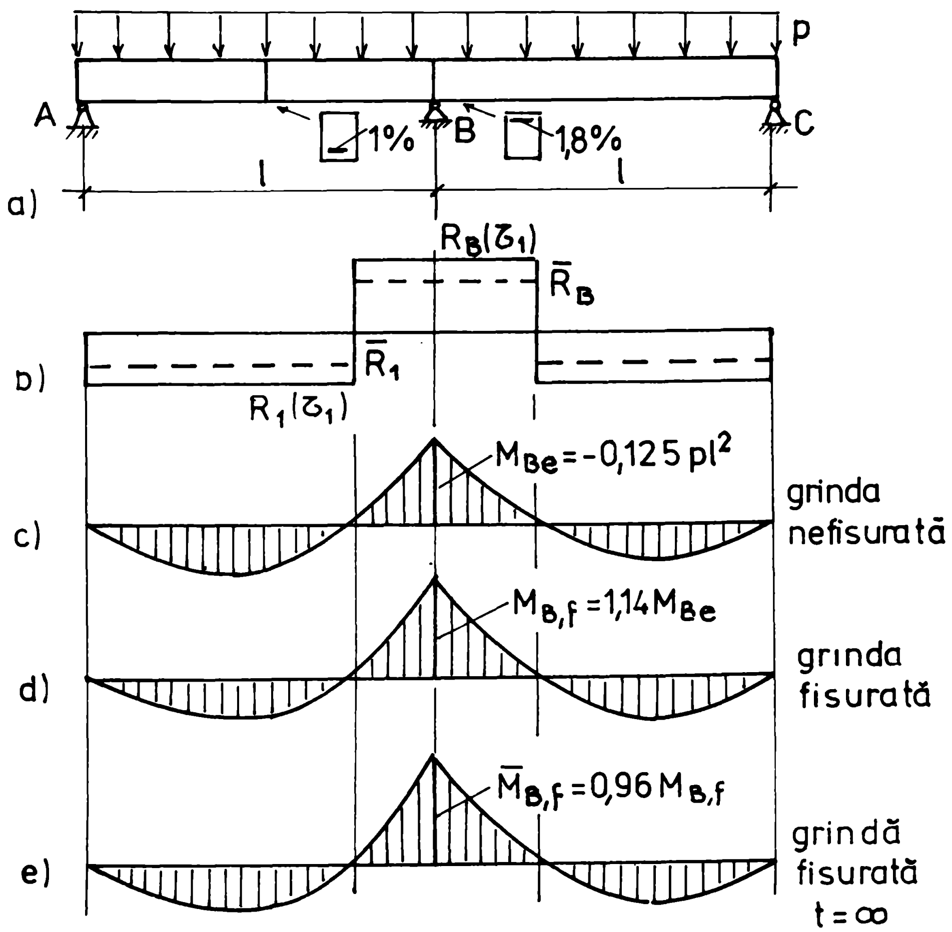


Fig.3.11.

iar dacă se ţine seamă de fisurare, în figura 3.11d. Se constată că momentul de pe reazemul central a crescut cu 14% faţă de calculul grinzii nefisurate. Diagrama de momente, ţinînd seamă de variaţia în timp a rigidităţii, este prezentată în figura 3.11e. Se constată că momentul de pe reazem scade în timp cu 4%. Prin urmare în acest caz efectul curgerii lente este redus.

a2) Cadrul cotit, din figura 3.12a, este analizat în /65/. Reazemul A este încastrat, iar reazemul C articulat; încărcarea este uniform distribuită; caracteristica curgerii lente, $\bar{\varphi}=2$, $E(\tau_1)=3,5x10^5$ daN/cm^2; $E_a=2,1x10^6$ daN/cm^2. Variaţia rigidităţii

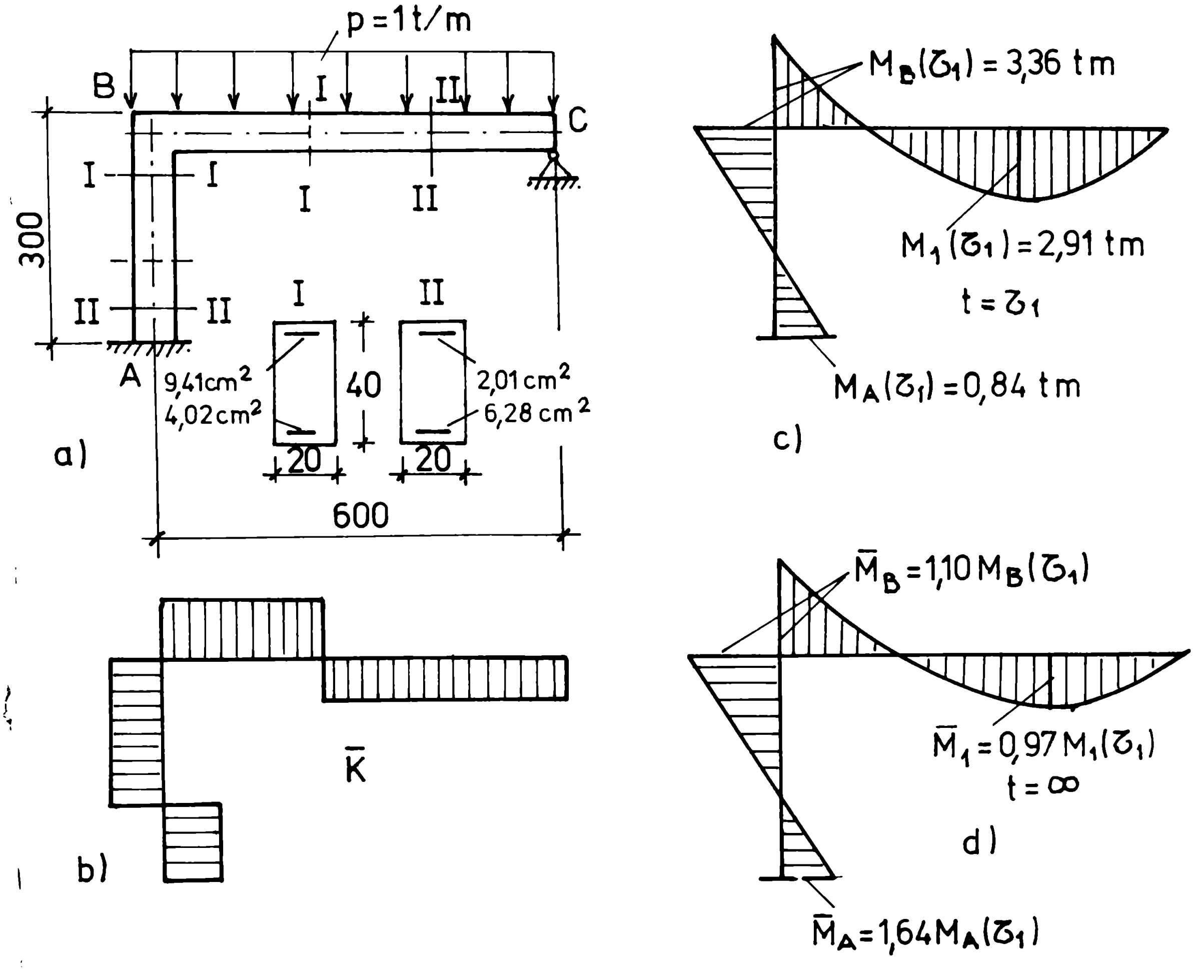


Fig.3.12.

cadrului este dată în figura 3.12b şi depinde de procentul de armare: la calculul rigidităţii s-a ţinut seamă de fisurarea betonului întins. Diagrama de momente la timpul t=o este prezentată în figura 3.12c, iar la timpul t=∞ în 3.12d. Se constată o creştere a momentului de pe reazemul B cu 10%, ca efect al curgerii lente şi o scădere mică a momentului din cîmp, nesemnificativă. Efectul mare apare la momentul în reazemul A, care creşte cu 64%.

a3) <u>Cadrul cu trei deschideri</u> este analizat în /65/ şi este prezentat în figura 3.13a. Caracteristicile curgerii lente pentru stîlpi $\bar{\varphi}$=1,8, iar pentru rigle $\bar{\varphi}$=1,9.

Armarea cadrului este prezentată în figura 3.13b, iar diagramele de momente, pentru t=o şi t=∞, în figura 3.13c. Se constată o variaţie relativ redusă a momentelor de încovoiere datorită curgerii lente.

Din exemplele prezentate mai sus rezultă că efectul variaţiei armării în diferitele secţiuni ale structurii poate să nu

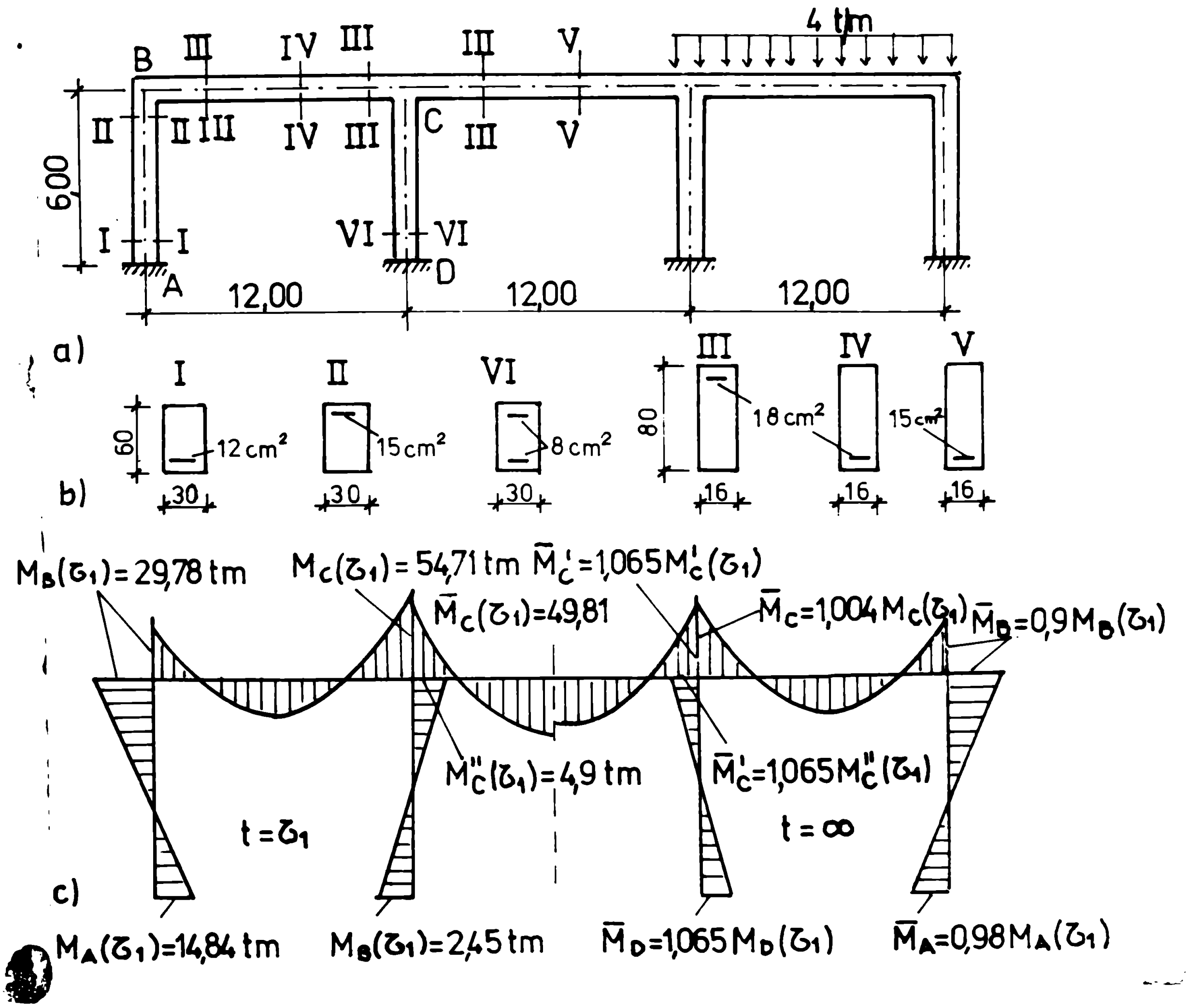


Fig.3.13.

influenţeze prea mult starea de eforturi la unele structuri, iar la altele să aibe efecte importante.

b) Neomogenitate din cauza turnării succesive

In /82/ se prezintă cazul unei grinzi continue cu două deschideri (fig. 3.14a), la care se execută cele două deschideri la timpi diferiţi. Astfel, (fig.3.14b) deschiderea 1 se toarnă la $\tau_0=0$, considerat timpul iniţial şi se decofrează la $\tau_1 = 15$ zile. Turnarea deschiderii 2 se face la $\tau_2=30$ zile iar decofrarea ei la $\tau_3=45$ zile de la turnarea primei deschideri. Astfel, cele două deschideri se execută la un interval de 30 zile, din care cauză va exista, pentru un timp t > 45 zile, diferenţe între caracteristi-

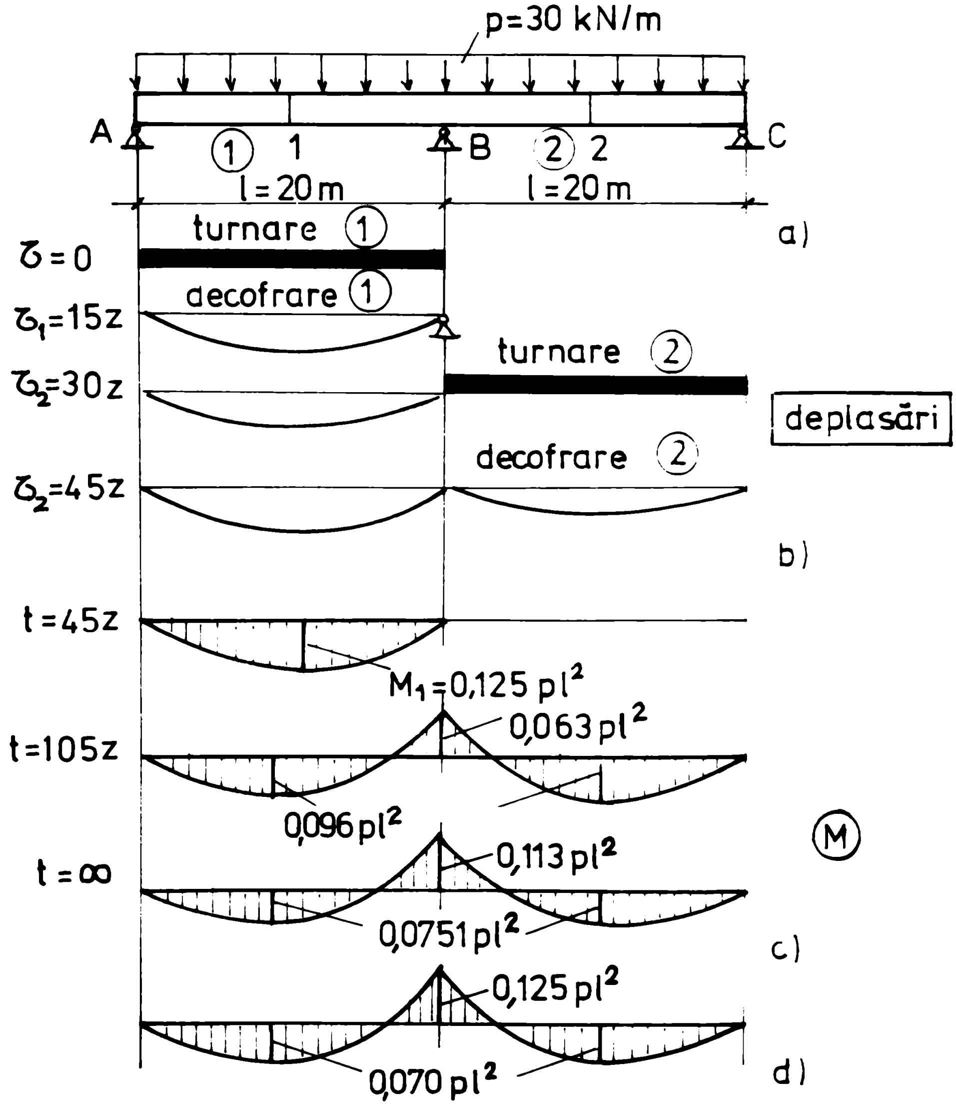


Fig.3.14.

cile curgerii lente ale celor două deschideri.

Momentele vor varia în modul următor (fig.3.14c):

a) pe intervalul 1,(τ_1,τ_3)= 15...45 zile deschidere 1 este simplu rezemată şi momentul din mijlocul deschiderii este:

$$M_1(15,45) = \frac{pl^2}{8} = 0{,}125\,pl^2$$

b) la sfîrşitul intervalului la τ_3= 45 zile, la decofrarea deschiderii 2, prima deschidere nu influenţează comportarea structurii şi de aceea grinda continuă lucrează ca şi cum ar fi încărcată numai deschiderea 2, Momentul de pe reazemul B este:

$$M_B(45) = -\frac{pl^2}{16} = -0{,}063\,pl^2$$

iar momentele din deschiderile 1 şi 2 vor fi:

$$M_1(45) = M_2(45) = \frac{49}{512}pl^2 = 0{,}096\,pl^2$$

c) după decofrarea deschiderii 2, din cauza deformaţiilor de curgere lentă, cresc deplasările deschiderii 1 şi ea lucrează acum ca o grindă continuă, crescînd astfel momentul de pe reazem, în măsura în care cresc şi deformaţiile grinzii;

d) la timpul t =∞ cînd s-au consumat deformaţiile de curgere lentă, rezultă /din /82/:

$$\overline{M}_B = 0{,}90\,\frac{pl^2}{8} \simeq 0{,}113\,pl^2$$

iar

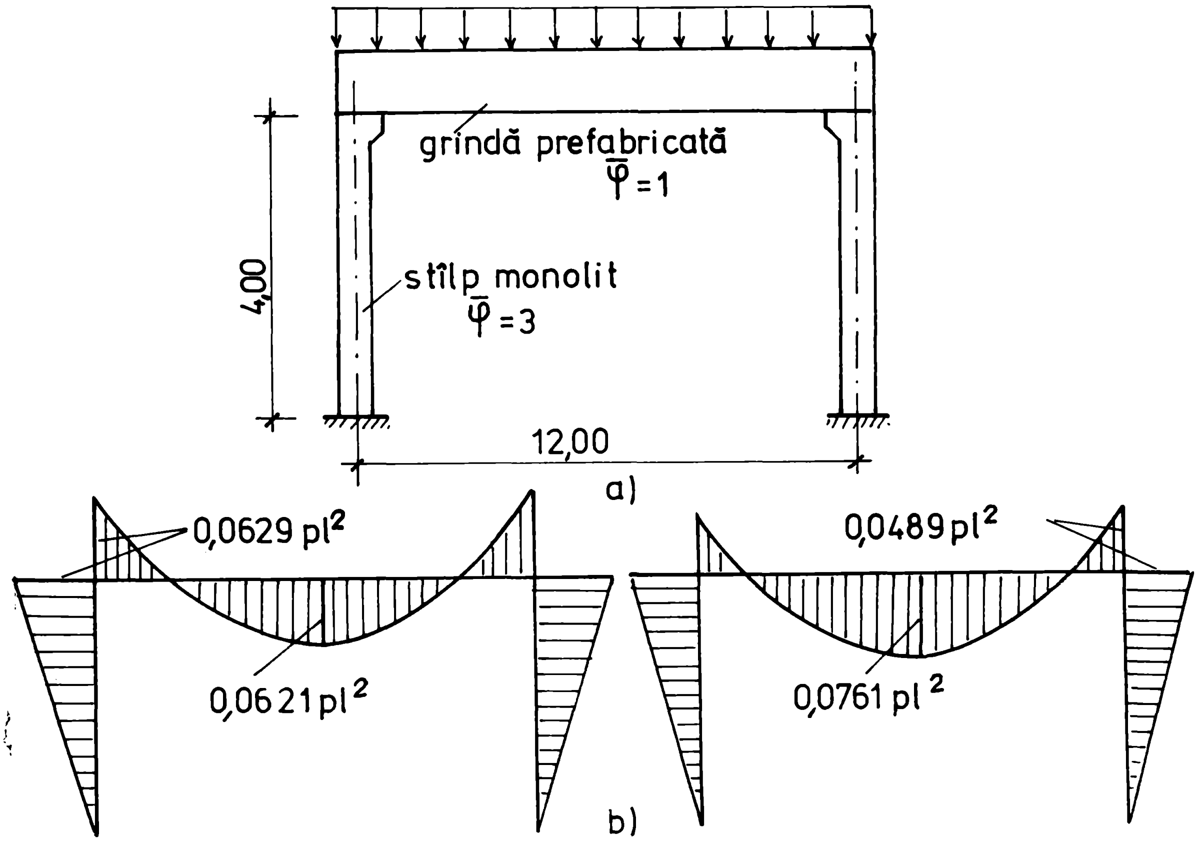
$$\overline{M}_1 = \overline{M}_2 = \frac{9{,}61}{128}pl^2 = 0{,}0751\,pl^2$$

Dacă calculele nu ar ţine seamă de modul de realizare, ar rezulta momentele trecute în figura 3.14d. Astfel în cazul că se ţine seamă de efectul turnării succesive, momentul pe reazem este cu 10% mai mic, iar momentele din cîmp cresc cu 7%.

Rezultă astfel că efectul turnării succesive poate duce la modificări importante în starea de eforturi la o structură de beton armat.

c) Neomogenitate la structuri compuse beton monolit + + beton prefabricat

Cazul unui cadru portal realizat din stîlpi monoliţi şi grindă prefabricată este studiat în /82/ şi este prezentat în figura 3.15a. Din cauza că stîlpii sînt monoliţi, $\bar{\varphi}=3$, iar grinda fiind încărcată la o perioadă mare de la turnare, $\bar{\varphi}=1$.



- Fig.3.15.

In stadiul iniţial momentele de cîmp şi reazeme sînt (fig.3.15b):

$$M_1(\bar{t}_1)=0{,}0621\,pl^2;\quad M_B(\bar{t}_1)=-0{,}0620\,pl^2$$

iar în faza finală, după ce s-a redus rigiditatea stîlpilor, mai mult ca cea a grinzii (fig.3.15c):

$$\overline{M_1}(\infty)=0{,}0761\,pl^2;\ \overline{M_B}=-0{,}0489\,pl^2$$

Se constată că momentele din colţurile cadrului scad în timp cu 23%, pe cînd cele din cîmp cresc tot cu 23%.

Rezultă că neomogenitatea structurii, cauzată de legarea unor elemente monolite cu altele prefabricate, duce la schimbări importante ale stării de eforturi.

3.4.3. Efectele schimbării schemei statice

a) Grinda continuă prefabricată. Cazul unei grinzi continue cu două deschideri egale realizate din două grinzi prefabricate asamblate prin monolitizare (fig.3.16a) pe reazemul central este studiat în /82/.

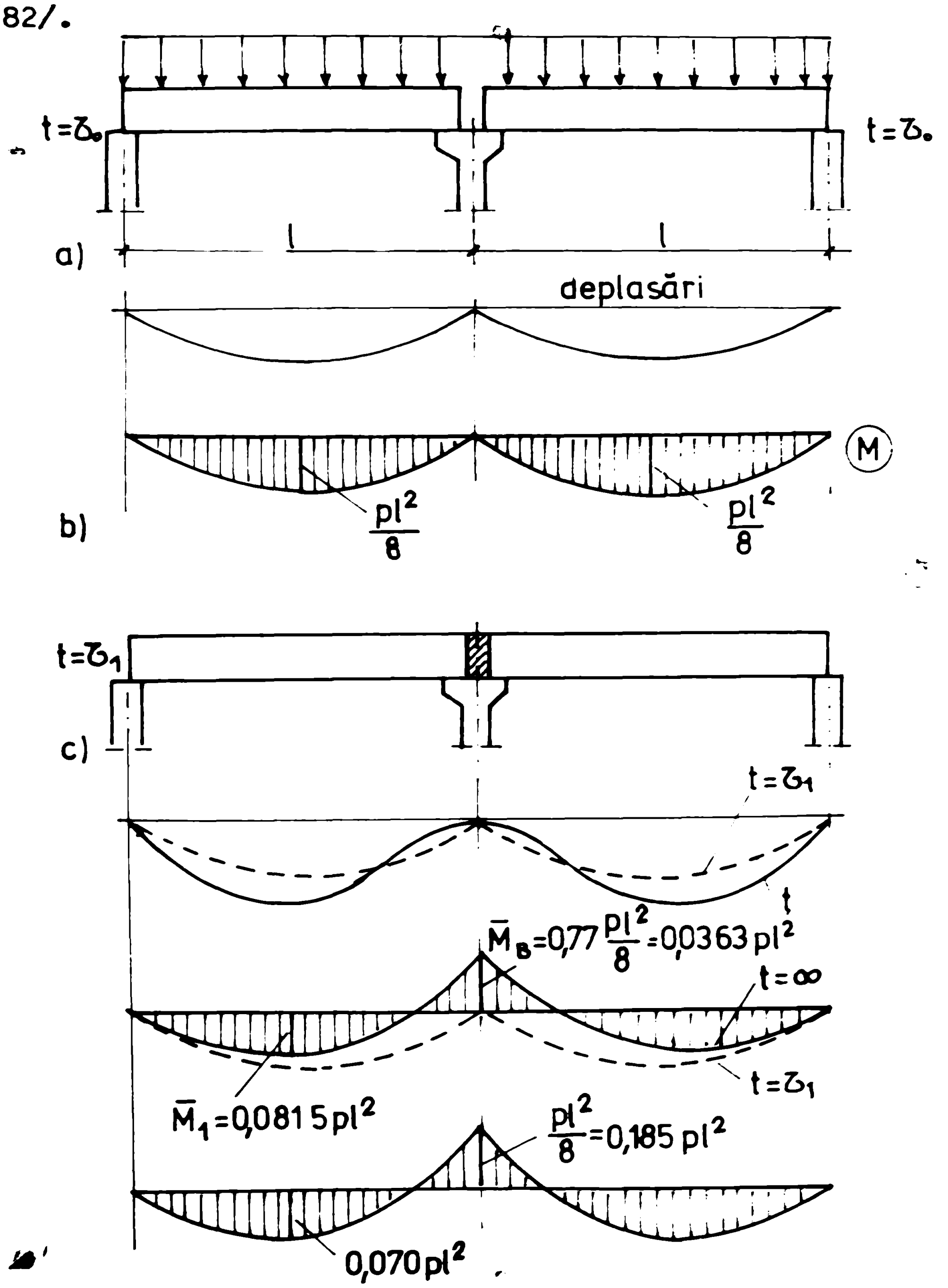


Fig.3.16.

Se disting următoarele etape:

- la timpul τ_0 grinzile prefabricate se montează pe reazeme şi, nefiind legate, lucrează sub greutatea proprie ca şi două grinzi simplu rezemate. Din cauza efectelor curgerii lente deformaţiile cresc (fig.3.16b);

- la timpul τ_1 se realizează monolitizarea grinzilor (fig.3.16c), momentul de reazemul central fiind nul. In timp însă deformaţiile cresc din cauza curgerii lente, dar la timpul t, structura lucrează ca o grindă continuă şi momentul de pe reazem începe să crească. Valoarea finală a momentului de pe reazem, determinată în /82/, pentru $\bar{\varphi}$ =2, este:

$$\bar{M}_B = -0{,}77\frac{pl^2}{8} = -0{,}0963pl^2$$

iar momentele în cîmp:

$$\bar{M}_1 = 0{,}0815pl^2$$

Dacă se calculează structura ca o grindă continuă, rezultă pe reazem:

$$M_B = -0{,}125\,pl^2$$

iar în cîmp:

$$M_1 = 0{,}070\,pl^2$$

Se constată că sub acţiunea greutăţii proprii şi a deformaţiilor de curgere lentă momentele de pe reazeme cresc, dar nu pot atinge valoarea calculată elastic, fiind cu 23% mai mici. Drept urmare momentele în cîmp cînt mai mari cu 16% decît cele calculate pe schema finală de grindă continuă.

b) <u>Cadrul portal cu stîlpi monoliţi şi grindă prefabricată</u>

Cadrul portal din figura 3.15a a fost studiat în /82/ ţinîndu-se seamă şi de etapele de realizare. Se disting astfel următoarele secvenţe (fig.3.17):

- la timpul τ_0 se toarnă stîlpii în poziţie verticală (fig.3.17a)

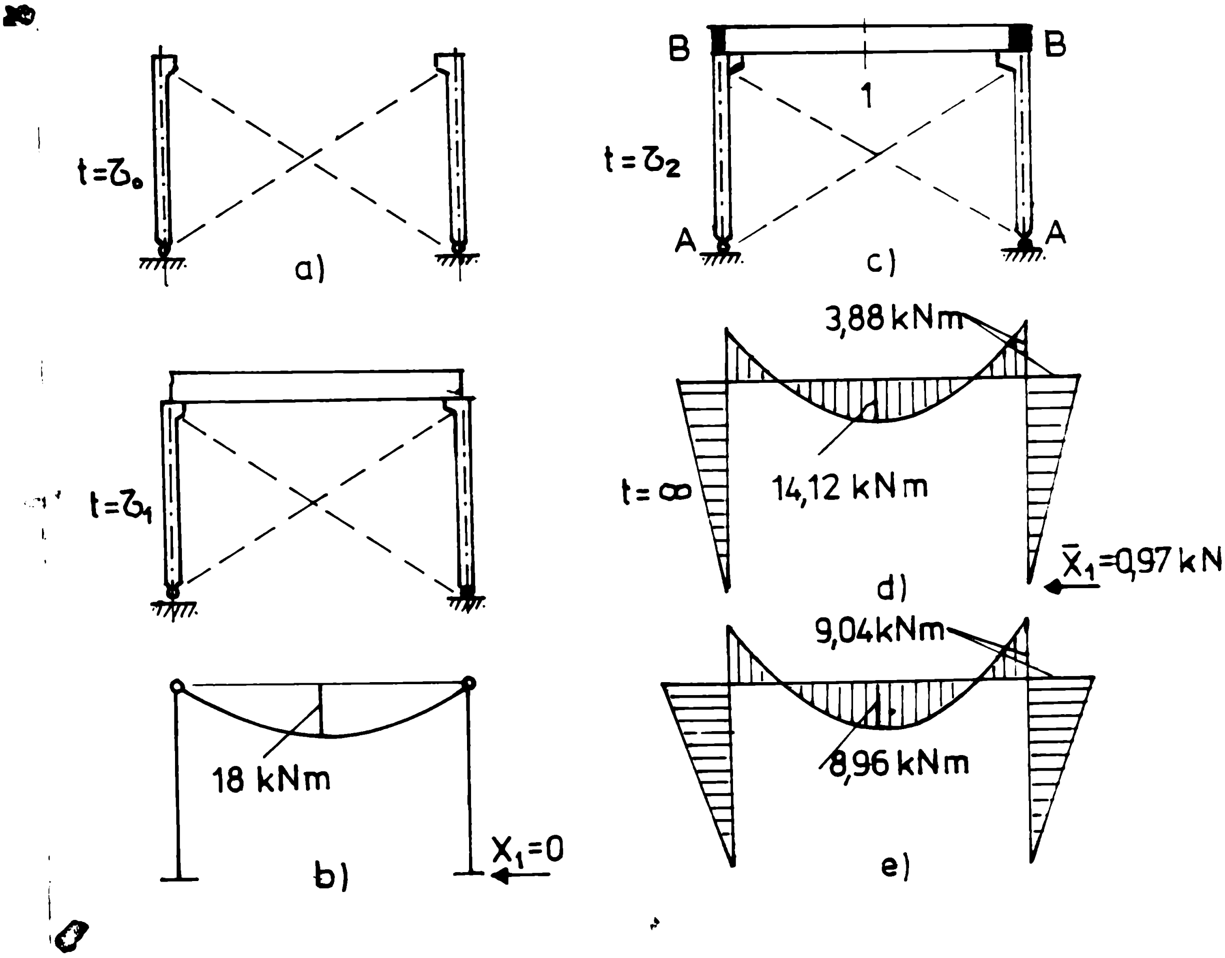


Fig.3.17.

- la timpul τ_1 se montează grinda prefabricată, care lucrează ca o grindă simplu rezemată, la un moment corespunzător în mijlocul deschiderii (fig.3.17b);

- la timpul τ_2 se realizează monolitizarea (fig.3.17c); din cauza că deformaţiile cresc în continuare ca urmare a curgerii lente, structura lucrează ca un cadru. In /82/ se determină împingerea orizontală finală la valoarea:

$$X = 0{,}97 \text{ kN}$$

din care rezultă momentele încovoietoare (fig.3.17d):

$$\bar{M}_b = -3{,}88 \text{ kNm} \quad \text{şi} \quad \bar{M}_1 = 14{,}12 \text{ kNm}$$

Diagrama de momente rezultă dintr-un calcul de cadru, fără a se ţine seamă de secvenţele de construcţie, este prezentată în figura 3.17e. Se constată că momentele de pe reazeme sînt mai mici cu 57%, pe cînd momentul din cîmp este mai mare cu 58%, faţă de calculul care ţine seamă de modul de execuţie.

Din cele două exemple prezentate rezultă că efectul schimbării schemei statice, din cauza tehnologiei de execuţie, este deosebit de important şi nu poate fi neglijat în calculele de rezistenţă.

3.4.4. <u>Efectele contracţiei împiedicate</u>

Efectele contracţiei împiedicate sînt bine studiate pentru structurile din plăci. La structurile din bare există numai unele rezolvări pentru cazuri particulare.

a) <u>Cadrul cotit</u> din figura 3.18a este studiat în /65/ pentru o valoare finală a contracţiei de $\varepsilon_{ct} = 30 \times 10^{-5}$. Diagrama de momente rezultată din contracţie, este dată în fig. 3.18b; valoarea maximă din reazemul A este de acelaşi ordin de mărimea cu cea din încărcări (fig.3.18c) şi astfel efectul contracţiei nu poate fi neglijat.

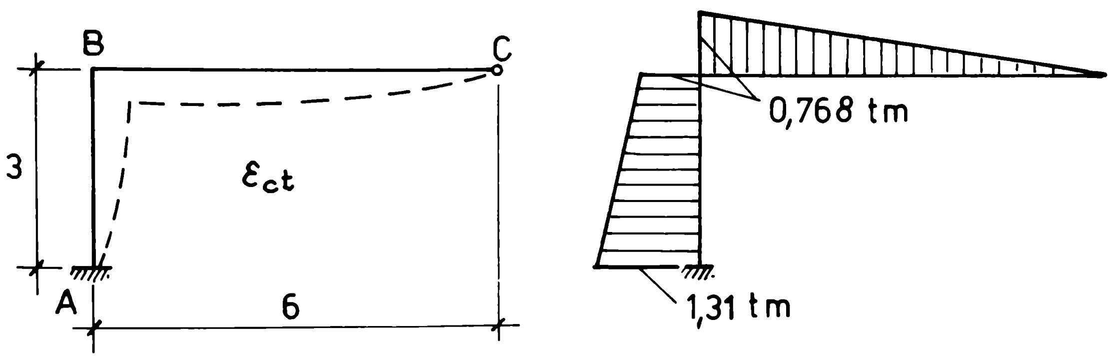


Fig.3.18.

b) <u>Cadrul portal</u> din figura 3.19a este studiat în /82/ pentru o contracţie a grinzii de ε_{ct} = $1x10^{-5}$.

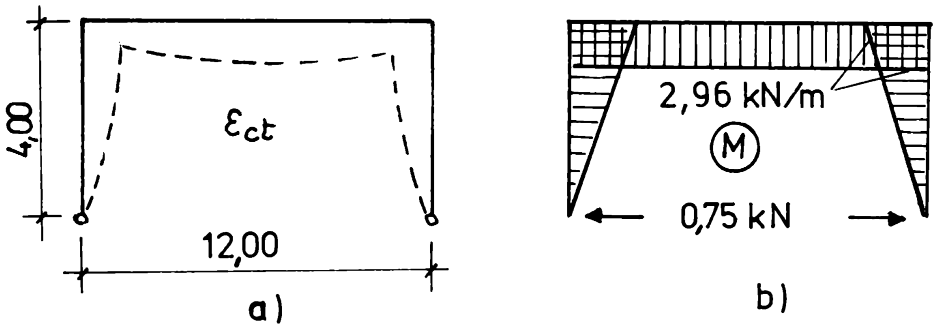


Fig.3.19.

Rezultă o împingere de 0,75 kN şi diagrama de momente din figura 3.19b. Contracţia reduce momentele din colţurile cadrului şi măreşte momentul din cîmp de la 14,12 kNm (fig.3.19c) la 17,08 kNm, ceea ce reprezintă o creştere de 21%.

Capitolul 4

STATICA STRUCTURILOR VISCOELASTICE DIN BARE CU CARACTERISTICI DIFERITE ALE CURGERII LENTE

4.1. Introducere

Statica structurilor se ocupă cu determinarea stării de eforturi şi deplasări din forţele exterioare, variaţii de temperatură, cedări de reazeme etc. Pentru calculul acestor structuri se folosesc ipoteze simplificatoare ca cele ale deformaţiilor mici, suprapunerea efectelor, considerarea materialului ca omogen, continuu, izotrop şi avînd proprietăţi elastice etc. La o examinare însă atentă a acestor ipoteze, majoritatea lor nu mai rămîn valabile pentru structurile din beton armat: deformaţiile cresc de 3-4 ori faţă de cele elastice şi datorită efectului curgerii lente, apar deformaţii neliniare, în care suprpunerea efectelor nu mai este valabilă; din cauza fisurării unor porţiuni din elemente, materialul nu mai este continuu; din cauza modului de lucru şi al executării la timpi diferiţi, caracteristicile mecanice sînt diferite pentru fiecare element; peste deformaţiile elastice se suprapun cele vîscoase de curgere lentă etc. De aceea, în cele ce urmează se va face o analiză atentă a acestor ipoteze şi vor fi reţinute numai cele care corespund comportării reale.

4.2. Ipoteze de bază

4.2.1. Acţiuni de lungă durată

Asupra unei structuri acţionează un ansamblu de forţe verticale, precum şi deformaţii impuse. Forţele verticale provin din greutatea proprie a structurii, a finisajelor şi din încărcările utile cu durată scurtă sau lungă de acţiune. Cele orizontale provin din încărcările corespunzătoare vîntului şi seismului.

Deplasările impuse rezultă din tasări de reazeme, variații și temperatură, sau contracția betonului.

Deoarece în cele ce urmează se va analiza numai efectul deformațiilor vîscoelastice ce sînt de lungă durată, dintre acțiunile asupra structurii vor fi reținute numai acțiunile permanente și cele temporare de lungă durată. Acțiunile orizontale din vînt și seism sînt de scurtă durată și nu sînt influențate de deformațiile vîscoase. De asemenea variațiile de temperatură la valorile maxime și minime prescrise în normele au o perioadă scurtă de acțiune și eforturile nu pot fi influențate de curgerea lentă. In lucrare nu se iau în considerare deformații impuse din tasarea neuniformă a reazemelor, deoarece această problemă este bine rezolvată în literatura de specialitate și nu face obiectul studiului de față. Rezultă astfel că structurile analizate vor fi acționate din:

- greutatea proprie și încărcări utile de lungă durată, la nivelul valorilor normate, ca acțiuni verticale $\{P\}$ (fig.4.1a):

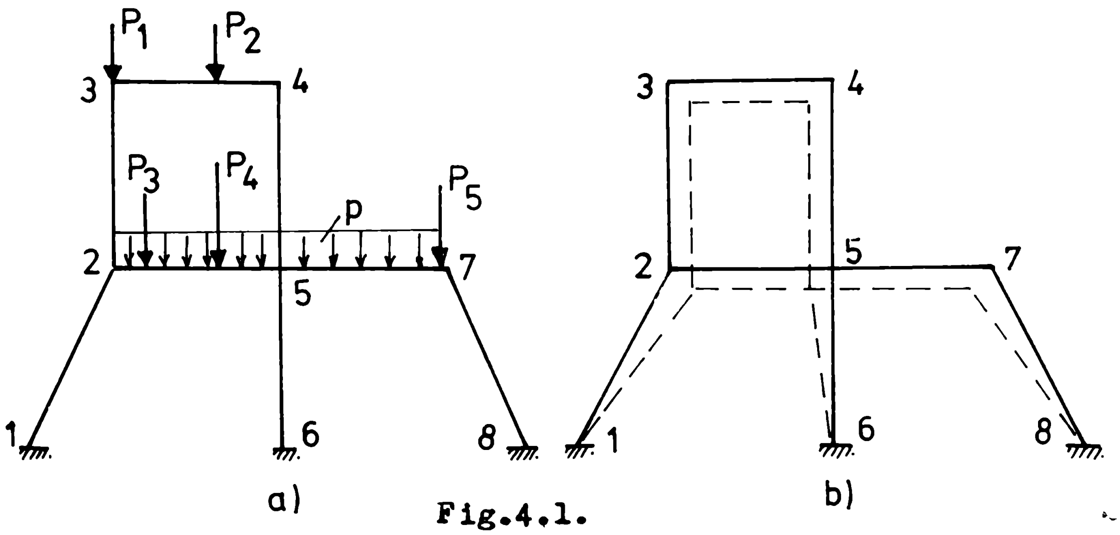


Fig.4.1.

$$\{P\} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ P_m \end{Bmatrix} \qquad (4.1a)$$

- deplasările impuse (atît deplasări cît şi rotiri) ce provin din scurtarea barelor $\{U_c\}$ ca urmare a contracţiei betonului (fig.4.1b):

$$\{U_c\}=\begin{Bmatrix} U_{c1} \\ U_{c2} \\ \vdots \\ U_{Kc} \end{Bmatrix} \qquad (4.1b)$$

unde k este numărul deplasărilor libere ale nodurilor structurii.

4.2.2. Mărimea deformaţiilor

In calculul static obişnuit se consideră că deplasările ce se produc din acţiuni sînt mici şi de aceea ecuaţiile de echilibru pot fi scrise pe structura nedeplasată. Din cauza curgerii lente deplasările iniţiale cresc de 3...4 ori. Totuşi ele rămîn mici şi ecuaţiile de echilibru vor fi scrise tot pentru situaţia iniţială, nedeplasată.

4.2.3. Suprapunerea efectelor

In statica structurilor elastice se foloseşte principiul suprapunerii efectelor, care presupune că fiecare acţiune aplicată pe structură produce efecte proporţionale cu mărimea sa, indiferent de celelalte acţiuni aplicate. Acest principiu este valabil în ipoteza micilor deformaţii ale structurii.

Aşa cum s-a arătat la punctul 2.2.3, acest principiu este valabil şi în cazul curgerii lente liniare, pentru solicitări ce nu depăşesc jumătate din valoarea lor limită. Deoarece determinarea influenţei curgerii lente se face pentru încărcările normate şi numai pentru o parte din ele (cele de scurtă durată nu sînt luate în considerare), eforturile care sînt afectate de curgerea lentă sînt relativ mici şi poate fi aplicat, şi în acest caz, principiul suprapunerii efectelor.

4.2.4. Proprietăţile fizico-mecanice ale elementelor

Pentru calculul elastic al structurilor se foloseşte ipoteza că materialul este omogen, continuu şi izotrop. Această ipoteză nu mai poate fi păstrată pentru calculul structurilor vîscoelastice şi trebuie considerată o variaţie a acestor proprietăţi pentru fiecare element. Această variaţie provine din următoarele motive:

- la structurile monolite, tehnologia de execuţie, prin turnarea şi decofrarea diferenţiată în timp a elementelor de structură;

- la structurile prefabricate, elementele sînt executate la timpi diferiţi, iar asamblarea lor introduce zone monolite realizate mult mai tîrziu decît elementele prefabricate;

- la structurile compuse din elemente prefabricate şi monolite, vîrstele betoanelor utilizate sînt de asemenea diferite.

O altă problemă importantă pentru calculul structurilor este cea a reducerii rigidităţii, ca urmare a fisurării elementelor în zonele întinse. O structură calculată exact ar trebui să ţină seamă de această situaţie şi fiecare bară din structură ar trebui să fie introdusă cu rigiditatea ei reală, variabilă în lungul axei. Pentru a face acest lucru ar trebui cunoscute eforturile exacte şi cum acestea nu se cunosc, calculul este iterativ. Un asemenea calcul este foarte dificil de efectuat în proiectare, chiar şi astăzi cînd dispunem de calculatoare electronice foarte puternice. Se admit şi calcule simplificate, considerîndu-se o rigiditate redusă globală pentru fiecare element. Calculele curente însă se fac pentru o structură neafectată de fisurare.

Şi în cazul elementelor vîscoelastice, fisurarea zonei întinse va afecta deformaţiile de curgere lentă, reducîndu-le, şi va contribui la diferenţierea caracteristicilor de curgere lentă a diferitelor elemente. Totuşi folosirea în calculele curente pentru considerarea influenţei curgerii lente şi contracţiei a unor rigidităţi reduse în urma fisurării duce la complicaţii de calcul insurmontabile deocamdată. De aceea, în cele ce urmează se consideră că elementele structurii nu sînt fisurate. Această ipoteză simplificatoare se bazează şi pe constatarea că încărcările de lungă durată la care se manifestă efectul curgerii lente reprezintă numai o parte din încărcările totale. De aceea nu toate elementele structurii lucrează la aceste acţiuni în stare fisurată.

Prin urmare pentru calculul structurilor vîscoelastice trebuie dezvoltată o metodă care să ţină seamă de proprietăţile fizico-mecanice (modulul de elasticitate, caracteristica curgerii lente, coeficient de îmbătrînire) $\{M_{ij}\}$ diferite pentru fiecare element (fig.4.2):

$$\{M_{ij}\} = \begin{Bmatrix} E_{ij} \\ \varphi_{ij} \\ \varkappa_{ij} \end{Bmatrix} \tag{4.2}$$

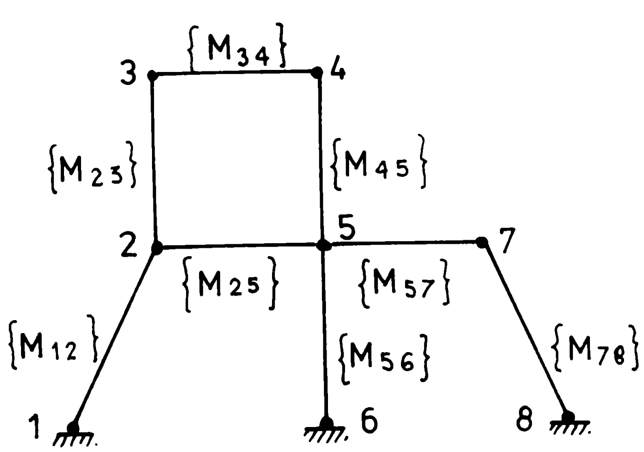


Fig.4.2.

4.3. Relaţiile dintre tensiuni şi deformaţii

4.3.1. Ipoteze de bază

Aşa cum s-a arătat la punctul 2.2.5, relaţiile dintre tensiuni şi deformaţii reprezintă ecuaţiile constitututive. Ele se vor trata în primul rînd pentru betonului simplu, trecîndu-se apoi la betonul armat.

Se admit următoarele ipoteze:

- pentru acţiunile iniţiale, este valabilă proporţionalitatea dintre tensiuni şi deformaţii (legea lui Hooke);

- pentru acţiunile de durată, există o proporţionalitate între deformaţiile elastice şi cele de curgere lentă, solicitarea fiind în domeniul curgerii lente liniare;

- relaţiile dintre tensiuni şi deformaţii sînt valabile atît la întindere, cît şi la compresiune;

- timpul origine τ_0 este considerat momentul cînd încetează tratamentul de protecţie al betonului şi începe efectul de contracţie;

- timpul τ_1 este cel corespunzător aplicării primei acţiuni iar τ_i, cel al aplicării acţiunii i.

Formulările prezentate în continuare vor introduce ipoteza suplimentare, necesare rezolvării problemei, care vor fi precizate în paragrafele respective.

4.3.2. Formulări analitice

4.3.2.1. Teoria generală a corpurilor vîscoelastice

Acţiunile se aplică succesiv la timpii τ_1, τ_2, τ_3,..,τ_k şi produc tensiunile elastice (fig.4.3a):

- la timpul τ_1; $\sigma_1=\sigma_1$
- la timpul τ_2; $\sigma_2=\sigma_1+\Delta\sigma_1$ (4.3)
- la timpul τ_3; $\sigma_3=\sigma_2+\Delta\sigma_2=\sigma_1+\Delta\sigma_1+\Delta\sigma_2$
- la timpul τ_k; $\sigma_k=\sigma_{k-1}+\Delta\sigma_{k-1}=\sigma_1+\Delta\sigma_1+\Delta\sigma_2+\ldots+\Delta\sigma_{k-1}$

La timpul t, deformaţiile produse de aceste acţiuni sînt (fig.4.3b)

- din σ_1: $\varepsilon_1(t)=\frac{\sigma_1(\tau_1)}{E(\tau_1)}+\sigma_1(\tau_1)C(t,\tau_1)$

- din $\Delta\sigma_1$: $\Delta\varepsilon_1(t)=\frac{\Delta\sigma_1(\tau_2)}{E(\tau_2)}+\Delta\sigma_1(\tau_2)C(t,\tau_2)$

- din $\Delta\sigma_2$: $\Delta\varepsilon_2(t)=\frac{\Delta\sigma_2(\tau_3)}{E(\tau_3)}+\Delta\sigma_2(\tau_3)C(t,\tau_3)$ (4.4)

- din $\Delta\sigma_{k-1}$: $\Delta\varepsilon_{k-1}(t)=\frac{\Delta\sigma_{k-1}(\tau_k)}{E(\tau_k)}+\Delta\sigma_{k-1}(\tau_k)C(t,\tau_k)$

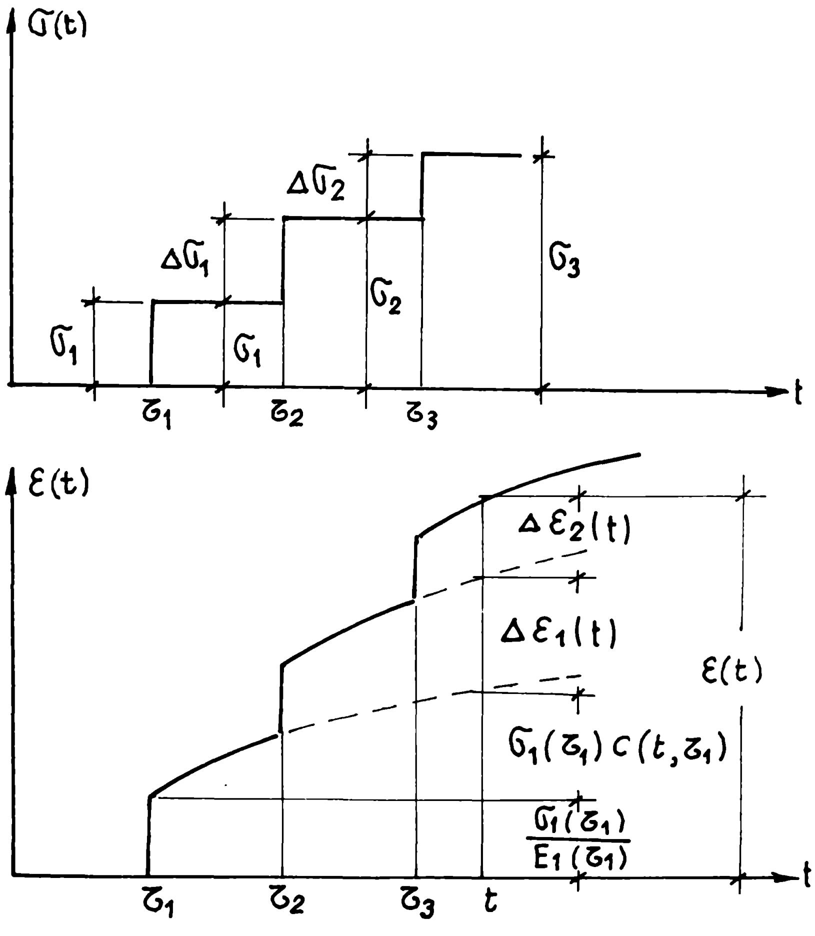


Fig.4.3.

In relaţiile (4.4) primul termen reprezintă deformaţia elastică instantanee iar al doilea, cea de curgere lentă. $C(t,\tau_k)$ este măsura curgerii lente, definită la pct.2.4.1.

Aplicînd principiul suprapunerii efectelor, rezultă

$$\varepsilon(t)=\sigma_1(\tau_1)\left[\frac{1}{E(\tau_1)}+C(t,\tau_1)\right]+\Delta\sigma_1(\tau_2)\left[\frac{1}{E(\tau_2)}+C(t,\tau_2)\right]+ \tag{4.5}$$
$$+\Delta\sigma_2\left[\frac{1}{E(\tau_3)}+C(t,\tau_3)\right]+\ldots\ldots+\Delta\sigma_{k-1}\left[\frac{1}{E(\tau_k)}+C(t,\tau_k)\right]$$

Dacă în locul unor creşteri discontinue ale acţiunilor de introduce o creştere continuă:

$$\Delta\sigma(\tau)=\frac{d\sigma(\tau)}{d\sigma}d\tau \tag{4.6}$$

suma din relaţia (4.5) se transformă într-o integrală :

$$\varepsilon(t)=\sigma_1(\tau_1)\left[\frac{1}{E(\tau_1)}+C(t,\tau_1)\right]+\int_{\tau_1}^{t}\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}\left[\frac{1}{E(\tau)}+C(t,\tau)\right]d\tau \tag{4.7}$$

Dacă în această relaţie se înlocuieşte măsura curgerii lente prin caracteristica curgerii lente, rezultă folosind relaţia (2.16):

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(\tau_1)}{E(\tau_1)}\left[1+\varphi(t,\tau_1)\right]+\int_{\tau_1}^{t}\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}\;\frac{1+\varphi(t,\tau)}{E(\tau)}d\tau \tag{4.8}$$

Ecuaţiile (4.7) şi (4.8) sînt ecuaţii integrale de tip Volterra şi reprezintă forma cea mai generală pentru studiul structurilor vîscoelastice. Dar dificultăţile de rezolvare sînt extrem de mari, existînd puţine soluţii. De aceea s-au introdus ipoteze simplificatoare suplimentare, care au condus la unele formulări mai simple, ce vor fi prezentate în paragrafele următoare.

4.3.2.2. <u>Formularea Dischinger (teoria ereditătii)</u>

A fost formulată de Dischinger în 1937 /37/ pe baza observaţiilor experimentale ale lui Whitney din (1932). Este cea mai cunoscută şi utilizată teorie pentru calculul structurilor.

Pe lîngă ipotezele prezentate mai înainte, se admite şi ipoteza paralelismului curbelor de curgere lentă. Astfel, în fig. 4.4. sînt trasate curbele măsurii curgerii lente. Se observă că viteza de dezvoltare a deformaţiilor de curgere lentă (tangenta la curbă) este independentă de vîrsta betonului în momentul încărcării (suprafețele hașurate sînt congruente).

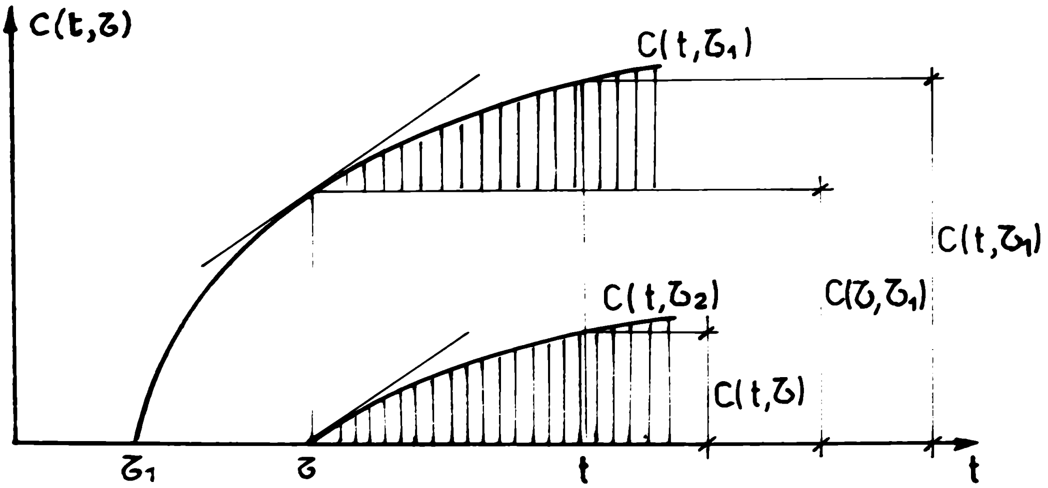


Fig.4.4.

Considerînd timpul τ_1 drept origine pentru încărcare, rezultă:

$$C(t,\tau)=C(t,\tau_1)-C(\tau,\tau_1) \qquad (4.9)$$

unde

- $C(t,\tau_1)$ este măsura curgerii lente la timpul t, pentru o încărcare aplicată la timpul τ_1;

- $C(\tau,\tau_1)$ este măsura curgerii lente la timpul τ pentru o încărcare aplicată la timpul τ_1.

Ținînd seamă de relația (2.16) rezultă:

$$\frac{\varphi(t,\tau)}{E(\tau)}=\frac{\varphi(t,\tau_1)-\varphi(\tau,\tau_1)}{E(\tau_1)} \qquad (4.10)$$

Introducînd (4.10) în (4.8), rezultă:

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(\tau_1)}{E(\tau_1)}\left[1+\varphi(t,\tau_1)\right]+\frac{1}{E(\tau_1)}\int_{\tau_1}^{t}\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}\left[\frac{E(\tau_1)}{E(\tau)}+\varphi(t,\tau_1)-\varphi(\tau,\tau_1)\right] \qquad (4.11)$$

Dacă se admite că modulul de elasticitate variază în timp după relația (vezi capitolul 2, relația (2.65)):

$$E(\tau)=\frac{E(\tau_1)}{1-k\,\varphi(\tau,\tau_1)} \qquad (4.12)$$

unde k este un coeficient numeric, determinat experimental, rezultă din (4.11):

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(\tau_1)}{E(\tau_1)}\left[1+\varphi(t,\tau_1)\right] + \frac{\sigma(t)-\sigma(\tau_1)}{E(\tau_1)}\left[1+\varphi(t,\tau_1)\right] - \frac{1+k}{E(\tau_1)}\int_{\tau_1}^{t}\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}\varphi(\tau,\tau_1) \qquad (4.13)$$

Se obţine astfel relaţia simplificată /5/

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(\tau_1)}\left[1+\varphi(t,\tau_1)\right] - \frac{1+k}{E(\tau_1)}\int_{\tau_1}^{t}\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}\varphi(\tau,\tau_1)d\tau \qquad (4.14)$$

Ecuaţiile (4.11) şi (4.14) reprezintă două variante ale ecuaţiei constitutive pentru betonul simplu, scrise sub formă integrală (ecuaţii de tip Volterra), în formularea teoriei eredităţii.

In teoria structurilor elasto-vîscoase se utilizează şi forme diferenţiale. Astfel, pentru o integrală de forma:

$$I = \int_{\tau_1}^{t} F(t,\tau)d\tau$$

se ştie că

$$\frac{dI}{dt} = F(t,\tau) + \int_{\tau_1}^{t}\frac{dF(t,\tau)}{dt}dt$$

Aplicînd această operaţie ecuaţiei (4.11) rezultă:

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \frac{1}{E(t)}\frac{d\sigma(t)}{dt} + \frac{\sigma(t)}{E(\tau_1)}\frac{d\varphi(t,\tau_1)}{dt} \qquad (4.15)$$

Dacă aceeaşi operaţie se aplică relaţiei (4.14) se obţine

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \frac{1-k\varphi(t,\tau_1)}{E(\tau_1)}\frac{d\sigma(t)}{dt} + \frac{\sigma(t)}{E(\tau_1)}\frac{d\varphi(t,\tau_1)}{dt} \qquad (4.16)$$

Ecuaţiile (4.15) şi (4.16) reprezintă variantele diferenţiale ale ecuaţiilor constitutive, utilizate în unele cazuri pentru calculul structurilor vîscoelastice.

4.3.2.3. Formularea Alexandrovski (teoria eledităţii modificate /5/

Deoarece în formularea mai corectă a variaţiei curbelor de curgere lentă, dată de Arutiunian (paragraful 2.4.3) nu se mai păstrează paralelismul curbelor, Alexandrovski (prezentată după /65/) a propus o variantă modificată a metodei Dischinger. Astfel, în figura 4.5, construită în ipoteza neparalelismului curbelor de curgere lentă, se duce din punctul t de pe curba $C(t,\tau)$ o curbă paralelă

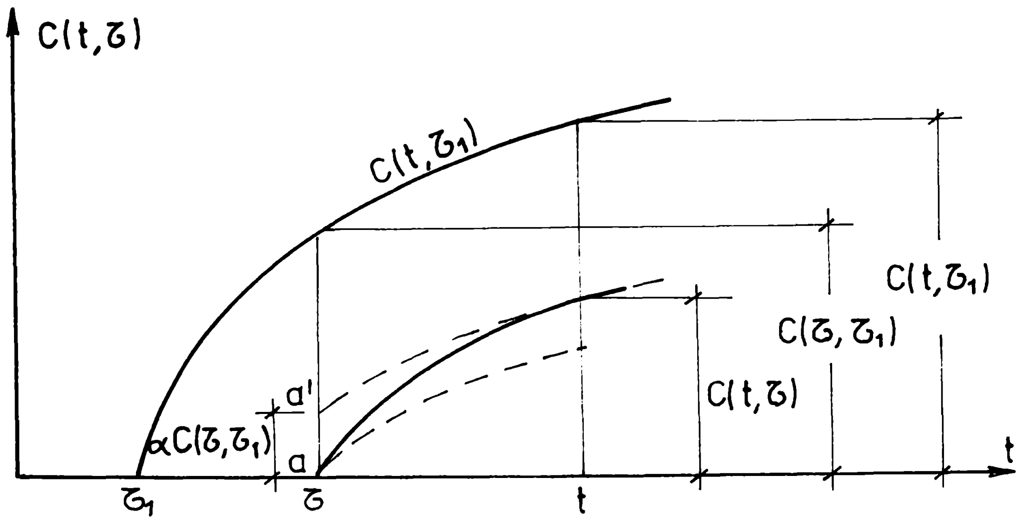


Fig.4.5.

cu $C(t,\tau_1)$ care intersectează dreapta $t=\tau$ în punctul a'. Notînd distanța aa' $=\alpha C(\tau,\tau_1)$ unde α este un coeficient ce se determină din valorile experimentale, rezultă în locul relației (4.9), bazate pe paralelismul curbelor, relația:

$$C(t,\tau)=C(t,\tau_1)-C(\tau,\tau_1)+\alpha C(\tau,\tau_1)=C(t,\tau_1)-(1-\alpha)C(\tau,\tau_1) \quad (4.17)$$

Cu ajutorul acestei valori modificate, relațiile deduse în formularea Dischinger devin:

- în formularea integrală, relația (4.11) devine:

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(\tau_1)}{E(\tau_1)}\left[1+\varphi(t,\tau_1)\right]+\frac{1}{E(\tau_1)}\int_{\tau_1}^{t}\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}\left[\frac{E(\tau_1)}{E(\tau)}+\varphi(t,\tau_1)-(1-\alpha)\varphi(\tau,\tau_1)\right]d\tau \quad (4.18a)$$

iar relația (4.14) se transformă în:

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{E(\tau_1)}\left[1+\varphi(t,\tau_1)\right]-\frac{1-\alpha+k}{E(\tau_1)}\int_{\tau_1}^{t}\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}\varphi(\tau,\tau_1)d\tau \quad (4.18b)$$

- în formularea diferențială, relația (4.15) devine:

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt}=\left[\frac{1}{E(t)}+\alpha\varphi(t,\tau_1)\right]\frac{d\sigma(t)}{dt}+\frac{\sigma(t)}{E(\tau_1)}\frac{d\varphi(t,\tau_1)}{dt} \quad (4.19a)$$

iar relația (4.16) se transformă în:

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt}=\frac{1-(k-\alpha)\varphi(t,\tau_1)}{E(\tau_1)}\frac{d\sigma(t)}{dt}+\frac{\sigma(t)}{E(\tau_1)} \quad (4.19b)$$

Teoria eredităţii modificate este elegantă cu expunere, dar aşa cum afirmă Livşit /65/ lipsesc date experimentale suficiente pentru calculul coeficientului α . Pentru calculele practice Livşit propune α =o,45...o,5.

4.3.3. Formulări analitice aproximative

4.3.3.1. Metoda modulului redus

Deoarece rezolvarea ecuaţiilor diferenţiale sau integrale prezentate mai înainte este foarte dificilă, s-au propus şi metode analitice aproximative. Una din acestea (cea mai simplă) este metoda modulului redus.

Dacă betonul este solicitat de o încărcare constantă în timp $d\sigma/d\tau=0$, din relaţia (4.11) rezultă:

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(\tau_1)}{E(\tau_1)}\left[1+\varphi(t,\tau_1)\right] \tag{4.2o}$$

care poate fi scrisă sub forma:

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(\tau_1)}{E_r(t,\tau_1)} \tag{4.21}$$

unde:

$$E_r(t,\tau_1)=\frac{E(\tau_1)}{1+\varphi(t,\tau_1)} \tag{4.22}$$

este modulul de elasticitate redus. Utilizarea acestui modul redus în calculul structurilor este corectă dacă starea de eforturi rămîne constantă în timp. Cum însă eforturile se schimbă în timp, chiar din cauza curgerii lente, metoda nu dă rezultate destul de exacte. De aceea au fost dezvoltate alte metode care corectează acest neajuns.

4.3.3.2. Formularea Trost-Bazant (teoria modulului redus modificat) /17, 19, 82, 88, 9o/.

Dacă elementul de beton este încărcat la timpul τ_1, producîndu-se tensiunea $\sigma(\tau_1)$, modulul de elasticitate redus, corespunzător timpului τ , este $E_r(\tau_1)$. Dacă se produce variaţia în timp a stării de eforturi, deformaţiile nu mai pot fi calculate cu modulul redus $E_r(\tau_1)$, pentru că modulul instantaneu s-a modificat, betonul îmbătrînind. De aceea, pentru încărcările ulterioare timpului τ_1 se introduce un modul de elasticitate redus modificat E_{rm}, ce ţine seamă de îmbătrînirea betonului.

Deformaţia specifică va fi:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(\tau_1)}{E_r(\tau_1)} + \frac{\sigma(t) - \sigma(\tau_1)}{E_{rm}(t,\tau_1)} \qquad (4.33)$$

unde:

$$E_{rm} = \frac{E(\tau_1)}{1 + \varkappa(t,\tau_1)\varphi(t,\tau_1)} \qquad (4.34a)$$

cu notaţia

$$\varkappa(t,\tau_1) = \frac{E(\tau_1)}{E(\tau_1) - E(t,\tau_1)} - \frac{1}{\varphi(t,\tau_1)} \qquad (4.34b)$$

care este un <u>coeficient de relaxare sau de îmbătrînire</u>. In figura 4.6 este prezentat după /47/ acest coeficient. Se constată că după o perioadă relativ scurtă rămîne constant în timp. In tabelul 4.1. sînt date, /82/, valorile calculate de Bazant. Se observă că pentru cazuri curente (coeficienţi de curgere lentă, încărcare şi durată de acţiune normale), variaţia lui $\varkappa$ este mică, cuprinsă între o,8 şi 1,o.

Astfel, în locul ecuaţiilor integrale de tip Volterra se utilizează ecuaţia mult mai simplă:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(\tau_1)}{E(\tau_1)}\left[1 + \varphi(t,\tau_1)\right] + \frac{\sigma(t) - \sigma(\tau_1)}{E(\tau_1)}\left[1 + \varkappa(t,\tau_1)\varphi(t,\tau_1)\right] \qquad (4.35)$$

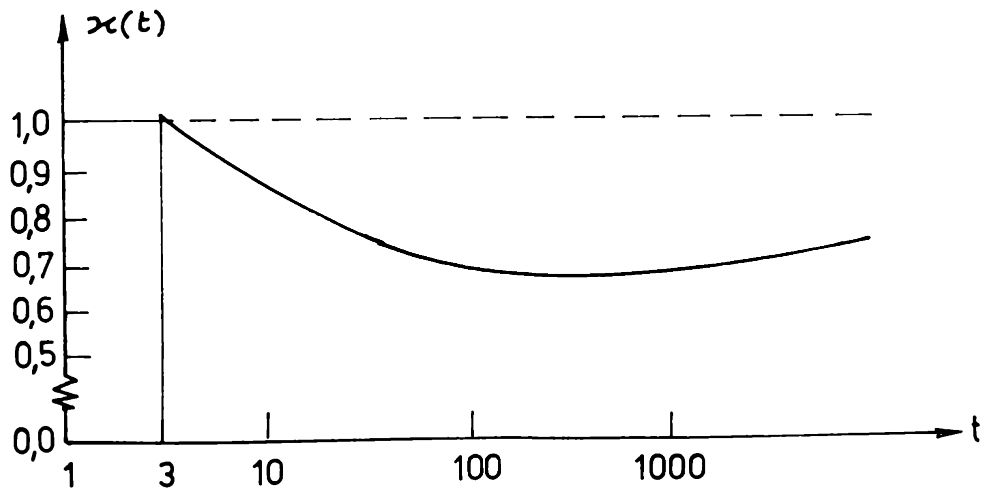


Fig.4.6.

Dacă se compară relaţia (4.35) cu ecuaţiile (4.11), (4.14) se constată că simplificarea introdusă de Trost şi Bazant constă în aproximarea integralei care ţine seamă de variaţia în timp a deformaţiei specifice, cu o expresie algebrică, care face mult mai uşor de aplicat această metodă în calculele statice.

Valorile coeficientului $\varkappa$ Tabelul 4.1.

$t-\tau_1$ zile	$\bar{\varphi}$	$\varkappa$			
		1o	$1o^2$	$1o^3$	$1o^4$
$1o^1$	o,5	o,525	o.8o4	o.811	o.8o9
	1.5	o.72o	o.826	o.825	o.82o
	2.5	o.774	o.842	o.837	o.83o
	3.5	o.8o6	o.856	o.848	o.839
$1o^2$	o,5	o.5o5	o.888	o.916	o.915
	1.5	o.739	o.919	o.932	o.928
	2.5	o.8o4	o.935	o.943	o.938
	3.5	o.839	o.946	o.951	o.946
$1o^3$	o.5	o.511	o.912	o.973	o.981
	1.5	o.732	o.943	o.981	o.985
	2.5	o.795	o.956	o.985	o.988
	3.5	o.83o	o.964	o.987	o.99o
$1o^4$	o.5	o.5o1	o.899	o.976	o.994
	1.5	o.717	o.934	o.983	o.995
	2.5	o.781	o.949	o.986	o.996
	3.5	o.818	o.958	o.989	o.997

4.3.3.3. Metoda tensiunilor de curgere lentă medii

Metoda este utilizată curent la calculul elementelor de beton precomprimat şi stă la baza calculului deformaţiilor de durată ale betonului în proiectul de standard 1o1o7/o-9o /1o4/. Ea a fost aplicată în /82/ cu rezultate bune şi la calculul structurilor.

Simplificările admise de această metodă constau din utilizarea unor valori medii pentru tensiunile şi modulul de elasticitate (fig.4.7). Astfel, coarda se înlocuieşte cu secanta.

Relaţia deformaţie- tensiune devine:

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(\tau_1)}{E(\tau_1)}+\frac{\sigma(t)-\sigma(\tau_1)}{Em(t,\tau_1)}+\frac{\sigma(t)+\sigma(\tau_1)}{2Em(t,\tau_1)}\varphi(t,\tau_1) \qquad (4.36a)$$

unde

$$E_m(t,\tau_1)=\frac{E(t,\tau_1)+E(\tau_1)}{2} \qquad 4.36b)$$

Metoda dă rezultate bune dacă variaţia în timp a tensiunilor nu este prea mare.

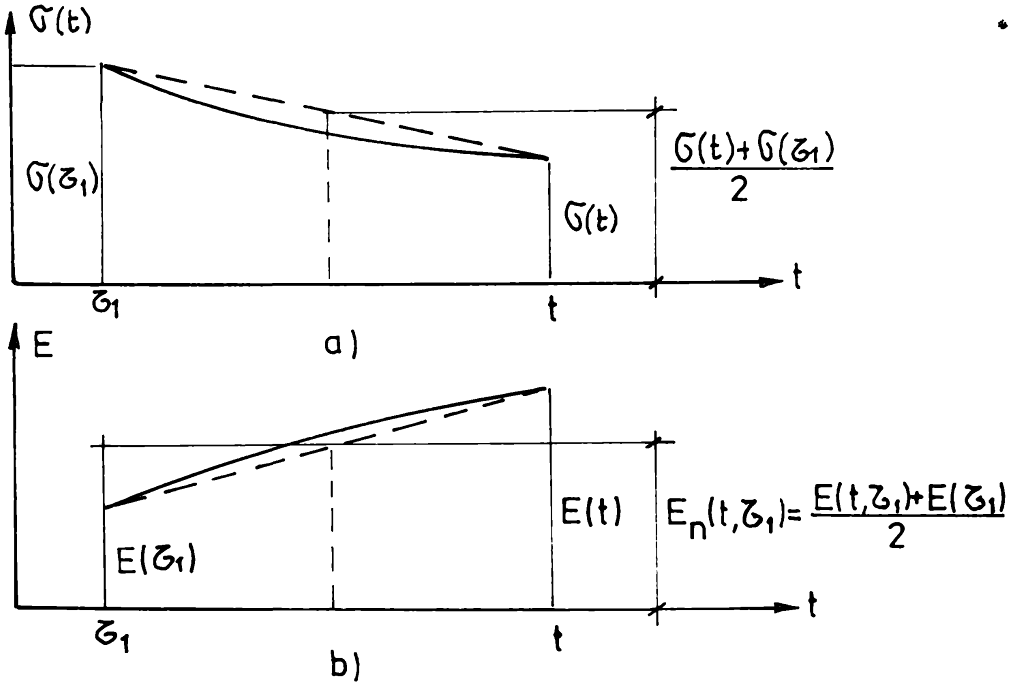


Fig.4.7.

4.3.4. Formulări numerice

4.3.4.1. Soluţii numerice pentru ecuaţii Volterra /34/

Fie ecuaţia de tip Volterra (4.8) care poate fi scrisă şi sub forma:

$$\mathcal{E}(t)=\mathcal{E}(\tau_1)[1+\varphi(t,\tau_1)]+\int_{\tau_1}^{t}\mathcal{E}(\tau)[1+\varphi(t,\tau)]d\tau \qquad (4.37)$$

Dacă se notează

$$h(t)=\mathcal{E}(\tau_1)[1+\varphi(t,\tau_1)] \qquad (4.38a)$$

$$K(t,\tau)=1+\varphi(t,\tau) \qquad (4.38b)$$

Ecuaţia (4.37) devine:

$$\mathcal{E}(t)=h(t)+\int_{\tau_1}^{t}K(t,\tau)\mathcal{E}(\tau)d\tau \qquad (4.39)$$

Dacă se împarte intervalul de timp (τ_1,t) în n-1 părţi egale $\Delta\tau$ (fig.4.8) rezultă $\tau_1 = \tau_1$ şi $\tau_n = t$ şi astfel (4.39) devine

$$\varepsilon(\tau_n) = h(\tau_n) + \int_{\tau_1}^{\tau_n} K(\tau_n,\tau)\varepsilon(\tau)d\tau \tag{4.4o}$$

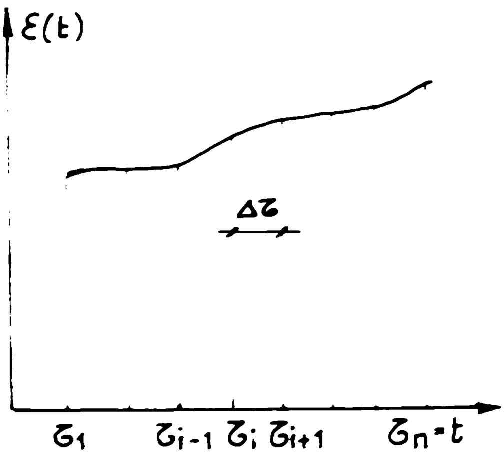


Fig.4.8.

Dacă pentru integrare se foloseşte metoda trapezului, rezultă:

$$\varepsilon(\tau_n) = h(\tau_n) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n-2}\left[K(\tau_n,\tau_i)\varepsilon(\tau_i) + K(\tau_n,\tau_{i+1})\varepsilon(\tau_{i+1})\right]\Delta\tau + \frac{1}{2}\left[K(\tau_n,\tau_{n-1})\varepsilon(\tau_{n-1}) + K(\tau_n,\tau_n)\varepsilon(\tau_n)\right]\Delta\tau \tag{4.41}$$

Ţinînd seamă că $\varepsilon(\tau_n)$ este cuprins în ambii termeni, rezultă:

$$\varepsilon(\tau_n) = \frac{2h(\tau_n) + K(\tau_n,\tau_{n-1})\varepsilon(\tau_{n-1})\Delta\tau + S}{2 - K(\tau_n,\tau_n)\Delta\tau} \tag{4.42}$$

unde s-a introdus notaţia

$$S = \sum_{i=1}^{n-2}\left[K(\tau_n,\tau_i)\varepsilon(\tau_i) + K(\tau_n,\tau_{i+1})\varepsilon(\tau_{i+1})\right] \tag{4.43}$$

Relaţia (4.12) este o ecuaţie de recurenţă, pentru că $\varepsilon(\tau_n)$ se determină în funcţie de $\varepsilon(\tau_{n-1})$ şi astfel integrarea ecuaţiei (4.39) se face prin metoda "pas cu pas"

4.3.4.2. Soluţii numerice pentru ecuaţia Dischinger /65/

Folosind aceeaşi împărţire a intervalului (τ ,t) în n-1 intervale (fig.4.9) ecuaţia (4.14) poate fi scrisă sub forma

$$\mathcal{E}(\tau_n)=\frac{\sigma(\tau_n)}{E(\tau_n)}\left[1+\varphi(\tau_n,\tau_1)\right]-\frac{1+k}{E(\tau_1)}\sum_{i=2}^{n}\int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i}\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}\varphi(\tau,\tau_1)d\tau \qquad (4.44)$$

Tinînd seamă că pe intervalul scurt (τ_{i-1},τ_i) atît σ cît şi φ pot fi considerate ca variind liniar rezultă:

$$\int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i}\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}\varphi(\tau,\tau_1)d\tau=\left[\sigma(\tau_i)-\sigma(\tau_{i-1})\right]\frac{\varphi(\tau_i,\tau_1)+\varphi(\tau_{i-1},\tau_1)}{2} \qquad (4.45)$$

şi astfel:

$$\mathcal{E}(\tau_n)=\frac{1}{E(\tau_1)}\left\{\sigma(\tau_n)\left[1+\varphi(\tau_n,\tau_1)-(1+k)\sum_{i=2}^{n}\left[\sigma(\tau_i)-\sigma(\tau_{i-1})\right]\frac{\varphi(\tau_i,\tau_1)+\varphi(\tau_{i-1},\tau_1)}{2}\right\}\right. \qquad (4.46)$$

Efectuînd toate calculele, rezultă:

$$\mathcal{E}(\tau_n)=\frac{1}{E(\tau_1)}\left\{\frac{1+k}{2}\sum_{i=2}^{n-1}\left[\sigma(\tau_{i-1})-\sigma(\tau_{i+1})\right]\varphi(\tau_i)+\sigma(\tau_n)\left[1+\frac{1-k}{2}\varphi(\tau_n)+\frac{1+k}{2}\varphi(\tau_{n-1})\right]\right\} \qquad (4.47)$$

relaţie care permite determinarea deformaţiei la un timp $t=\tau_n$, ţinîndu-se seama de variaţia în timp a încărcării şi a modulului de elasticitate a betonului.

4.3.4.3. Soluţii numerice în metoda Trost-Bazant /82/

Soluţiile precedente, pentru a fi cît mai exacte, cer o împărţire a intervalului (τ_1, t) în cît mai multe diviziuni, ceea ce constituie un mare dezavantaj.

Metoda Trost-Bazant prezentată în paragraful 4.3.3.2, are dezavantajul că înlocuieşte modul de elasticitate cu unul redus, calculat pe un interval mare şi ca urmare, există diferenţe faţă de soluţia exactă, dacă valorile iniţiale şi cele finale sînt mult diferite.

Tinînd seamă de aceste observaţii, în /82/ s-a popus o metodă numerică şi pentru formularea Trost-Bazant, dar utilizînd un număr mic de intervale (2 sau maximum 3, figura 4.9b).

Rezultă astfel relaţia (4.35) modificată:

$$\varepsilon(\tau_4)=\frac{\sigma(\tau_1)}{E(\tau_1)}\left[1+\varphi(\tau_4,\tau_1)\right]+\frac{\sigma(\tau_2)-\sigma(\tau_1)}{E(\tau_1)}\left[1+\chi(\tau_2,\tau_1)\,\varphi(\tau_2,\tau_1)\right]+$$
$$+\frac{\sigma(\tau_3)-\sigma(\tau_2)}{E(\tau_2)}\left[1+\chi(\tau_3,\tau_2)\,\varphi(\tau_3,\tau_2)\right]+\frac{\sigma(\tau_4)-\sigma(\tau_3)}{E(\tau_3)}\left[1+\chi(\tau_4,\tau_3)\,\varphi(\tau_4,\tau_3)\right] \quad (4.48)$$

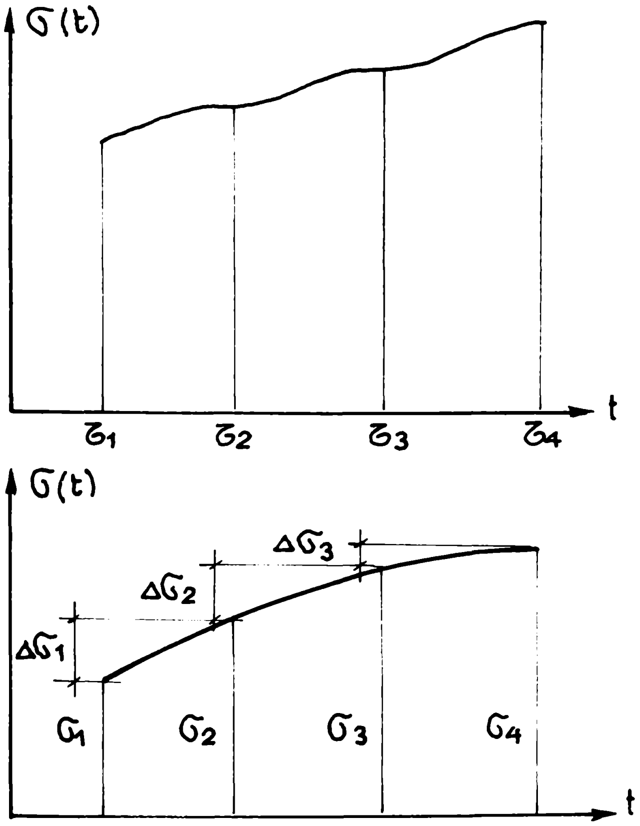


Fig.4.9.

Metoda are avantajul că corecţia făcută prin intermediul coeficientului de relaxare χ se face pe intervale mai scurte decît în formularea originală şi deci rezultatul final este mai exact.

4.3.4.4. Soluţii numerice în metoda tensiunilor de curgere lentă medie /82/

Precizia metodei tensiunilor de curgere lentă medie poate fi îmbunătăţită dacă se aleg intervale de variaţie mai scurte. Impărţind intervalul total în 2-3 diviziuni şi aplicînd relaţia (4.36a) pe aceste intervale, erorile făcute de înlocuirea coardei cu secanta sînt mult mai reduse şi precizia de calcul mult mai bună.

4.3.4.5. Comparaţie între diferitele metode de calcul

Pentru cazul unei bare căreia i s-a imprimat o deformaţie constantă în timp, în figura 4.10 se prezintă, după /82/, variaţia în timp a tensiunilor, calculate după mai multe metode. Se consideră drept cea mai corectă valoare curba 2, determinată analitic, ţinîndu-se seamă şi de componentele reversibile şi ireversibile ale curgerii lente (vezi cap.2).

1. - Soluţia Dischinger
2. Soluţia Dischinger modificată
3. Soluţia Trost Bazant cu modul redus modificat
4. Soluţia integrare pas cu pas
5. Soluţia modulului redus.

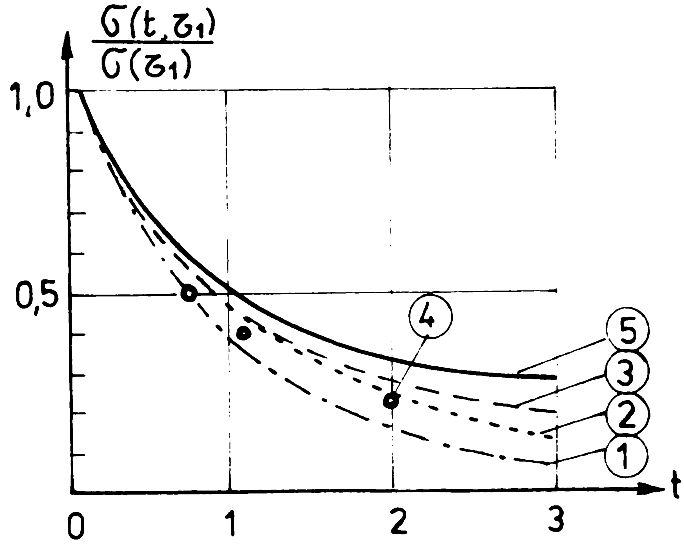


Fig.4.10.

Se constată că metoda analitică clasică a lui Dischinger dă valoarea cea mai mică, pe cînd utilizarea modulului redus, valoarea cea mai mare. Metoda modulului redus modificat, metoda curgerii lente medii precum şi metoda pas cu pas dau valori apropiate de calculul exact.

4.4. Relaţii dintre eforturi şi deplasări

4.4.1. Relaţii pentru betonul simplu

Fiecare metodă de calcul se bazează pe un tip de relaţie între eforturi şi deplasări, care rezultă din relaţiile constitutive între tensiuni şi deformaţii. Trecerea de la relaţia tensiune-deformaţie la cea de efort-deplasare se face pe baza unor ipoteze suplimentare (ipoteza lui Bernoulli şi a aderenţei între armătură şi beton).

Astfel relaţia tensiune-deformaţie este o opţiune de bază în cadrul fiecărei metode. Metodele de calcul elastice se bazează pe cunoscuta relaţie a lui Hooke:

$$\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma \tag{4.49}$$

care în fond este un operator algebric care leagă tensiunea de deformaţie . In acest sens trebuie să fie scrise şi relaţiile constitutive din teoria vîscoelasticităţii, dar cu operatori mai complicaţi. In paragrafele precedente s-au analizat mai multe formulări existente în literatură. Ele leagă tensiunile de deformaţii prin operatori analitici în metodele analitice sau operatori algebrici în metodele analitice aproximative sau cele numerice. De aceea este necesară o generalizare a cunoscutei relaţii a lui Hooke sub forma:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E(\tau)} \mathcal{J}[\sigma(t)] \tag{4.50}$$

Operatorul J [...] din această relaţie a fost introdus în mecanica structurilor pentru prima dată în lucrările /53,54/.

Pe baza formulărilor prezentate anterior a fost întocmit tabelul 4.2., cuprinzînd principalele opţiuni posibile.

In tabelul 4.2. s-au introdus operatorii:

Operatorii | Tabelul 4.2.

Nr. crt	Formularea	$J[...]$
1.	Dischinger (4.11)	$(...)_1[1+\varphi(t,\tau_1)]+\int_{\tau_1}^{t}\frac{d(...)}{d\tau}\left[\frac{E(\tau_1)}{E(\tau)}+\varphi(t,\tau_1)-\varphi(\tau,\tau_1)\right]d\tau$
2.	Dischinger (4.14)	$(...)_1[1+\varphi(t,\tau_1)]-(1+k)\int_{\tau_1}^{t}\frac{d(...)}{d\tau}\varphi(\tau,\tau_1)d\tau$
3.	Alexandrovski (4.18a)	$(...)_1[1+\varphi(t,\tau_1)]+\int_{\tau_1}^{\tau}\frac{d(...)}{d\tau}\left[\frac{E(\tau_1)}{E(\tau)}+\varphi(t,\tau_1)-(1-\alpha)\varphi(\tau,\tau_1)\right]d\tau$
4.	Modul redus (4.22)	$(...)_1[1+\varphi(t,\tau_1)]$
5.	Trost-Bazant (4.33)	$(...)_1[1+\varphi(t,\tau_1)]+[(...)-(...)_1][1+\varkappa_1(t,\tau_1)\varphi(t,\tau_1)]$
6.	Tensiuni de curgere lentă medie (4.36a)	$(...)_1+\frac{E(\tau_1)}{E_m(t,\tau_1)}\left[(...)-(...)_1+\frac{(...)+(...)_1}{2}\varphi(t,\tau_1)\right]$

- $(...)_1$ se introduce $\sigma(\tau_1)$ adică tensiunea de la începutul încărcării τ_1 ;

- $(...)$, se introduce $\sigma(\tau)$, adică tensiunea la un timp intermediar τ ;

In mod similar se poate scrie şi relaţia:

$$\sigma(t)=E(\tau_1)L[\varepsilon(t)] \tag{4.51}$$

unde L(...) este operatorul invers al lui J(...) /53,54/:

$$L[...]=J^{-1}[...] \tag{4.52}$$

De exemplu, dacă încărcarea este constantă în timp $\frac{d\sigma}{d\tau}=0$

$$J[...]=(...)[1+\varphi(t,\tau_1)] \tag{4.53a}$$

$$L[...]=\frac{(...)}{1+\varphi(t,\tau_1)} \tag{4.53b}$$

Pentru încărcări variabile, relaţiile sînt mai complicate, dar nu este necesar să fie deduse, nefiind utilizate în continuare explicit.

Pentru cazul unei <u>bare comprimate</u>, (fig.4.11) deformata elastică este:

$$du = \frac{N}{EA} ds \qquad ; \qquad N = EA \frac{du}{ds} \tag{4.54a,b}$$

Folosind relaţiile (4.49) şi (4.51), pentru materiale vîscoelastice

$$du(t) = \frac{\mathcal{F}[N(t)]}{E(\tau_1)A} ds \tag{4.55a}$$

$$N(t) = E(\tau_1)A \frac{d}{ds}\left\{L[du(t)]\right\} \tag{4.55b}$$

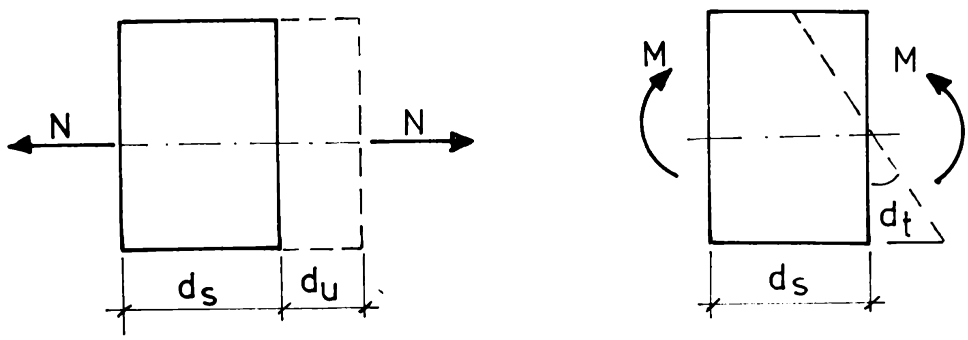


Fig. 4.11.

Pentru cazul unor acţiuni constante în timp, din (4.53) rezultă:

$$du(t) = \frac{N}{E(\tau_1)A}\left[1+\varphi(t,\tau_1)\right] ds \tag{4.56a}$$

iar în cazul unor deplasări constante în timp:

$$N(t) = \frac{E(\tau_1)A}{1+\varphi(t,\tau_1)} \frac{du}{ds} \tag{4.56b}$$

Pentru cazul unei <u>bare încovoiate</u> rotirea elastică (fig. 4.11b) este):

$$d\theta = \frac{M}{EI} ds \; ; \qquad M = EI \frac{d\theta}{ds} \tag{4.57a,b}$$

iar pentru materiale vîscoelastice rezultă:

$$d\theta(t) = \frac{\mathcal{F}[M(t)]}{E(\tau_1)I} ds \tag{4.58a}$$

$$M(t) = E(\tau_1) I \frac{d}{ds}\left\{L[d\theta(t)]\right\} \tag{4.58b}$$

Dacă acţiunile sînt constante în timp, din (4.53) rezultă:

$$d\theta(t)=\frac{M(t)}{E(\tau_1)I}\left[1+\varphi(t,\tau_1)\right]ds \tag{4.59a}$$

iar dacă deplasările sînt constante în timp:

$$M(t)=\frac{E(\tau_1)I}{1+\varphi(t,\tau_1)}\;\frac{d\theta}{ds} \tag{4.49b}$$

Dacă se compară relaţiile pentru materialele elastice şi cele vîscoelastice rezultă aceeaşi structură, cu diferenţe în ceea ce priveşte factorul timp.

Sub forma generală rezultă relaţiile:

$$dU(t)=\frac{\mathcal{J}[S(t)]}{R(\tau_1)}ds \tag{4.6oa}$$

sau

$$S(t)=R(\tau_1)\frac{d}{ds}\left\{L\left[dU(t)\right]\right\} \tag{4.6ob}$$

unde:

- U(t) este deplasarea generalizată (deplasare, rotire);
- S(t), solicitarea barei (forţă axială sau moment);
- R(τ_1), rigiditatea barei (produsul dintre modulul de elasticitate şi caracteristica geometrică a secţiunii).

4.4.2. Relaţii pentru betonul armat

In paragraful 4.3 s-au prezentat diferite formulări pentru relaţiile tensiune-deformaţie ale betonului simplu şi s-au indicat şi moduri de rezolvare. Dacă se compară relaţiile (4.55) şi (4.58) cu (4.49) se constată că structura lor a rămas practic aceeaşi cînd s-a trecut de la tensiuni-deformaţii la eforturi-deplasări, intervenind numai caracteristicile geometrice. De aceea toate metodele de abordare analitice, exacte sau aproximative, precum şi cele numerice, rămîn valabile şi cînd se trece de la tensiuni la eforturi.

Influenţa curgerii lente asupra stării de tensiune şi deformaţie este studiată în multe lucrări /12, 13/. Rezultatele sînt puse sub diferite forme analitice. Pentru a putea utiliza metodele prezentate în paragrafele precedente la calculul structurilor de beton armat, forma cea mai convenabilă este de a introduce un coeficient de corectie a caracteristicii curgerii lente, de forma celui utilizat în formularea Trost-Bazant (vezi paragraful 4.3.3.2) pentru îmbătrînirea betonului.

Dintre metodele prezentate mai sus, formularea lui Mayer /67/ este cea mai apropiată de cea necesară la calculul structurilor. Astfel, caracteristica curgerii lente a betonului armat $\varphi_a(t,\tau_1)$ este pusă sub forma

$$\varphi_a(t,\tau_1) = \zeta\,\varphi(t,\tau_1) \tag{4.61}$$

unde $\varphi(t,\tau)$ este caracteristica curgerii lente a betonului simplu, iar ζ ţine seamă de efectul armăturii.

Pentru elementele de beton armat ce lucrează în <u>stadiul I</u> (fără fisuri, figura 4.12a)

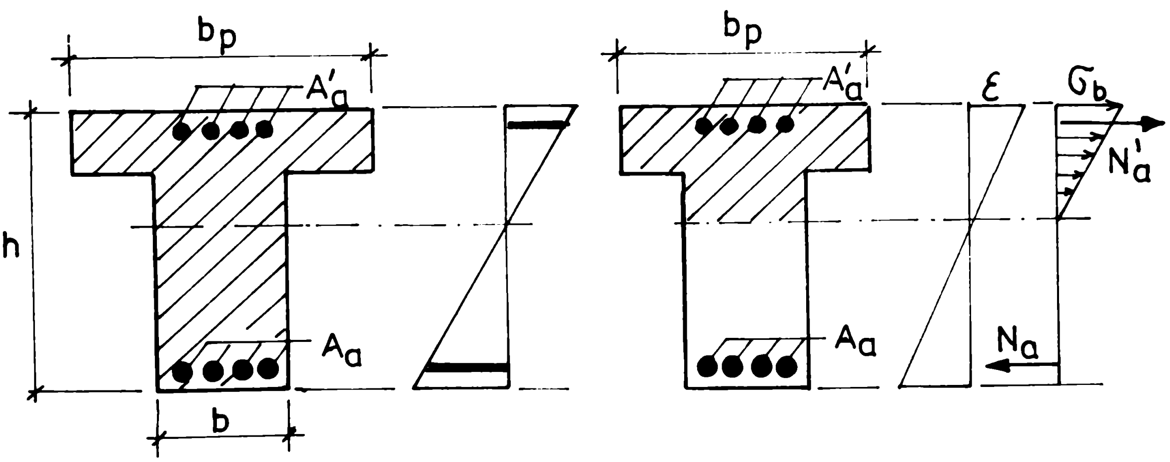


Fig.4.12

$$\zeta_I = \zeta_I^{(4)} d + \frac{4-\varphi}{40d} \tag{4.63}$$

în care

- ζ_I este coeficientul de corecţie a curgerii lente a betonului simplu ţinînd seamă de influenţa armăturii;
- $\zeta_I^{(4)}$ acelaşi coeficient, determinat pentru armarea simplă şi o curgere lentă $\overline{\varphi}=4$, obţinut din figura 4.13a;
- d, coeficient de corecţie pentru armarea zonei comprimate obţinut din figura 4.13b;
- $\frac{4-\varphi}{4\alpha d}$, coeficient care corectează valoarea lui ζ_I pentru alte valori ale caracteristicii curgerii lente.

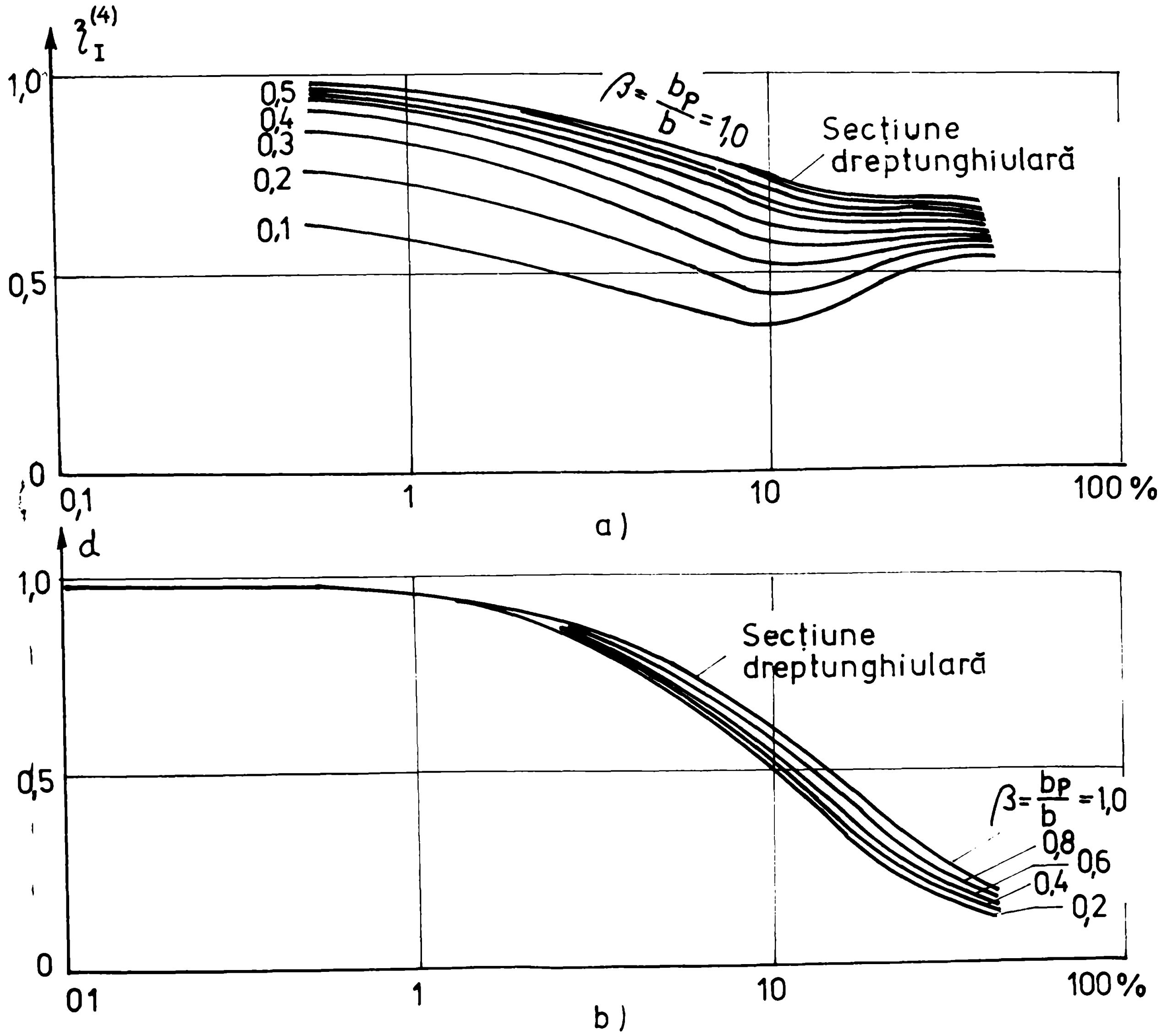


Fig.4.13.

Pentru elementele de beton armat ce lucrează în stadiul II cu fisuri (fig.4.12b), coeficientul ζ_{II} poate fi calculat din relaţia aproximativă:

$$\zeta_{II}=\frac{1}{12}\sqrt{100\,n\mu}\;\frac{1}{1+\frac{\mu'}{\mu}} \qquad (4.64a)$$

unde:

$$n=\frac{E_a}{E_b} \qquad (4.64b)$$

Astfel, pentru elementele de beton armat în operatorii $\mathcal{J}[\ldots]$ prezentaţi în tabelul 4.2 se înlocuieşte caracteristica curgerii lente a betonului simplu $\varphi(t,\tau_1)$ cu cea a betonului armat $\varphi_a(t,\tau_1)$.

4.5. Calculul deplasărilor vîscoelastice

4.5.1. Principiul lucrului mecanic virtual

Fie elementul de structură din figura 4.14a acţionat de sistemul de forţe $\{P(t)\}$

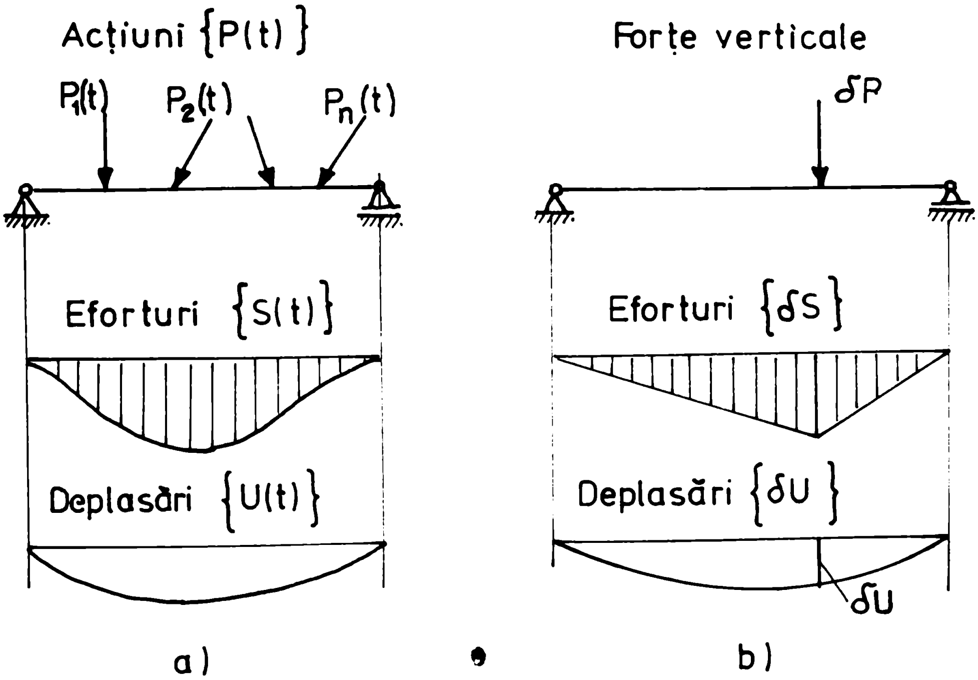


Fig.4.14.

$$\{P(t)\}=\begin{Bmatrix} P_1(t)\\ P_2(t)\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ P_n(t)\end{Bmatrix} \qquad (4.65)$$

care își schimbă valorile în timp. Din aceste acțiuni rezultă eforturile $\{S(t)\}$

$$\{S(t)\} = \begin{Bmatrix} N(t) \\ M(t) \end{Bmatrix} \tag{4.66}$$

și ele variabile în timp, atît datorită încărcărilor, cît și a deformațiilor vîscoase. Se menționează că din cele trei eforturi, moment, forță axială și forță tăietoare, s-au reținut numai primele două, pentru că la structurile din bare obișnute, efectul forței tăietoare este redus. De asemenea, din acțiuni rezultă și deplasările

$$\{U(t)\} = \begin{Bmatrix} u(t) \\ w(t) \\ \theta(t) \end{Bmatrix} \tag{4.67}$$

Dacă la timpul t se aplică o forță virtuală P (fig.4.14b), rezultă eforturile virtuale:

$$\{\delta S\} = \begin{Bmatrix} \delta N \\ \delta M \end{Bmatrix} \tag{4.68}$$

și deplasările virtuale:

$$\{\delta U\} = \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta w \\ \delta \theta \end{Bmatrix} \tag{4.69}$$

Principiul lucrului mecanic virtual pentru sisteme conservative se enunță astfel /6o, 61, 62/ :

O structură se află în echilibru, sub acțiunea unui sistem de forțe, dacă pentru orice forțe virtuale $\{\delta P\}$ lucrul mecanic complementar este egal cu energia potențială complementară virtuală. Rezultă astfel:

forțe și eforturi virtuale în echilibru

$$\{U(t)\}^T\{\delta P\} = \int_l \{dU(t)\}^T\{\delta S\}\,dl \tag{4.7o}$$

deplasări reale compatibile.

Ținînd seamă de relația (4.6oa) rezultă:

$$\{U(t)\}^T\{\delta P\} = \frac{1}{R(t_1)}\int_l \partial[\{S(t)\}^T]\{\delta S\}\,dl \tag{4.71}$$

iar dacă se explicitează $\{S\}$ şi $\{\delta S\}$ din relaţiile (4.66), (4.68) rezultă:

$$\{U(t)\}^T\{\delta P\}=\frac{1}{E(\tau_1)A}\int_\ell \mathcal{J}[N(t)]\{\delta N\}d\ell+\frac{1}{E(\tau_1)I}\int_\ell \mathcal{J}[M(t)]\{\delta M\}d\ell \quad (4.72)$$

4.5.2. <u>Expresia deplasărilor vîscoelastice</u>

Pentru calculul deplasărilor dintr-o structură vîscoelastică se foloseşte principiul lucrului mecanic virtual prezentat în paragraful precedent. Astfel, în punctul şi pe direcţia deplasării căutate se aplică o forţă virtuală unitară $\delta P=1$, din care rezultă eforturile:

$$\{\tilde{S}\}=\begin{Bmatrix}\tilde{N}\\ \tilde{M}\end{Bmatrix} \quad (4.73)$$

Din (4.71) se obţine

$$\{U(t)\}^T=\frac{1}{R(\tau_1)}\int_\ell \mathcal{J}[S(t)]\,\tilde{S}\,d\ell \quad (4.74)$$

care este expresia deplasării căutate. Dacă se explicită $\{S\}$ rezultă:

$$\{U(t)\}^T=\frac{1}{E(\tau_1)A}\int_\ell \mathcal{J}[N(t)]\tilde{N}d\ell+\frac{1}{E(\tau_1)I}\int_\ell \mathcal{J}[M(t)]\tilde{M}d\ell \quad (4.75)$$

Din relaţia (4.75) se pot obţine expresiile cunoscute. Astfel, dacă structura este elastică, $E(\tau_1)=E$, iar $\mathcal{J}[\{S(t)\}^T]=\{S\}^T$ se obţin deplasările elastice:

$$\{U\}_\ell^T=\frac{1}{EA}\int_\ell N\tilde{N}d\ell+\frac{1}{EI}\int_\ell M\tilde{M}d\ell \quad (4.76)$$

Dacă eforturile interioare sînt constante în timp (cazul structurilor static determinate), operatorul $\mathcal{J}(\ldots)$ rezultă din relaţia (4.53a) şi (4.75) devine

$$\{U(t)\}^T=\frac{1}{E(\tau_1)A}\int_\ell N(\tau_1)\tilde{N}[1+\varphi(t,\tau_1)]d\ell+\frac{1}{E(\tau_1)I}\int_\ell M(\tau_1)\tilde{M}[1+\varphi(t,\tau_1)]d\ell \quad (4.77)$$

şi astfel se obţine relaţia cunoscută

$$\{U(t)\}^T=\{U\}_\ell^T[1+\varphi(t,\tau_1)] \quad (4.78)$$

Relaţia (4.75) va permite calculul deplasărilor vîscoelastice necesare pentru rezolvarea structurilor static nedeterminate. Ea reprezintă generalizarea, pentru deformaţii vîscoelastice, a cunoscutei relaţii Maxwell-Mohr pentru calculul deformaţiilor elastice, /6o, 61,62/.

4.6. Metode de calcul al structurilor vîscoelastice

4.6.1. Elemente generale

Pentru structurile static nedeterminate trebuie să fie satisfăcute simultan:

- ecuaţiile de echilibru static;
- ecuaţiile de compatibilitate a deplasărilor;
- ecuaţiile constitutive (relaţii deplasări-eforturi).

Intre calculul structurilor elastice şi cel al structurilor vîscoelastice nu există deosebiri esenţiale, intervenind în plus numai factorul timp. Astfel, în calculul elastic ecuaţiile de echilibru, de compatibilitate se scriu pentru faza iniţială a încărcării. Cum ecuaţiile constitutive nu se schimbă în timp, soluţiile rămîn valabile pentru orice moment al existenţei structurii. In cazul structurilor vîscoelastice, ecuaţiile constitutive conţin şi factorul timp şi prin urmare eforturile determinate iniţial se schimbă în timp.

Deoarece ecuaţiile de echilibru şi de compatibilitate a deplasărilor sînt, în principiu, aceleaşi la structurile elastice şi vîscoelastice, principiile metodelor de calcul cunoscute în statica construcţiilor nu se schimbă. Structurile statice nedeterminate vor fi rezolvate introducînd necunoscute eforturiX(t) sau deplasări U(t) care însă se vor determina folosind metoda separării variabilelor:

$$\begin{Bmatrix} x(t) \\ U(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ U \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} F_x(t) \\ F_u(t) \end{Bmatrix} \qquad (4.79)$$

în care:

- necunoscutele $\{X\}$, $\{U\}$ se determină fie pentru faza inițială, t=o, fie pentru cea finală, $t=\infty$, fără a se ține seamă de efectele vîscoase, folosind metodele staticii structurilor elastice;

- funcția $\{F(t)\}$ ține seamă de variația în timp a necunoscutelor statice și astfel cu ajutorul ei, poate fi determinată starea de eforturi și deformații în structură în orice moment al existenței ei. Ea va fi determinată cu ajutorul relațiilor stabilite în paragrafele precedente și calculul ei este scopul principal al lucrării de față.

In cele ce urmează se vor analiza cele două metode cunoscute din statica construcțiilor, metoda eforturilor și metoda deplasărilor, pentru a stabili care dintre ele este cea mai indicată a fi dezvoltată.

4.6.2. <u>Principiile metodelor de calcul</u>

4.6.2.1. <u>Metoda eforturilor</u>

Deoarece structura este static nedeterminată, se eliberează un număr suficient de legături interioare sau exterioare pînă ce structura devine <u>static determinată.</u> Necunoscutele problemei sînt forțele de legătură, care sînt în echilibru cu forțele exterioare. Din aceste forțe necunoscute și exterioare se calculează deplasările structurii în punctele caracteristice, unde au fost eliberate legăturile, folosind ecuațiile constitutive $\{U\}=f[\{S\}]$. Deoarece pe structura static determinată deplasările nu sînt continue, necunoscutele se vor determina din condițiile de compatibilitate care refac continuitatea deplasărilor. Astfel, dacă în situația inițială erau satisfăcute două tipuri de ecuații, ecuațiile de echilibru și cele constitutive, prin stabilirea unui set de valori $\{X(t)\}$ se satisface şi al treilea set de ecuaţii, cele de compatibilitate.

4.6.2.2. Metoda deplasărilor

In metoda deplasărilor se aleg drept necunoscute deplasările nodurilor (rotiri şi translaţii) astfel ca să fie satisfăcute ecuaţiile de compatibilitate, precum şi ecuaţiile constitutive, scrise sub forma $\{S\} = f[\{U\}]$. Punînd condiţia iniţială că toate aceste deplasări sînt nule, se obţine o structură de bază care este geometric determinată. Această structură satisface două dintre cele trei tipuri de ecuaţii şi anume ecuaţiile de compatibilitate şi ecuaţiile constitutive. Necunoscutele problemei se determină din ecuaţiile de echilibru static, obţinîndu-se un set de valori care satisfac toate cele trei condiţii.

4.6.3. Opţiunea pentru metoda eforturilor

Deoarece nu există deosebiri esenţiale între metodele staticii structurilor elastice şi structurilor vîscoelastice, pot fi dezvoltate ambele metode. Totuşi, în teza de doctorat s-a optat pentru metoda eforturilor din următoarele motive:

- în formularea relaţiilor constitutive dintre eforturi şi deplasări cele mai elaborate şi mai puse la punct sînt, aşa cum rezultă din paragraful 4.3, cele care determină variaţia deplasărilor în funcţie de variaţia eforturilor $\{U(t)\} = f[\{S(t)\}]$.

Pentru aceste relaţii sînt stabilite şi metode aproximative (Trost-Bazant, Alexandrovski, curgere lentă medie etc.), care au dat rezultate foarte bune în exemplele studiate în literatură. Trecerea de la aceste relaţii la cele inverse, efort-deplasare, este posibilă din punct de vedere teoretic, dar implică complicaţii de calcul destul de mari (de exemplu, în metoda Trost-Bazant, recalcularea tuturor coeficienţilor de îmbătrînire χ). Forma directă deplasare-efort este utilizată numai în metoda eforturilor;

- Cele mai multe exemple de calcul existente în literatură sînt rezolvate în metoda eforturilor. Acest criteriu este important pentru că s-a considerat necesar ca teoria generală elaborată în lucrare să fie verificată cu ajutorul unor exemple simple, tratate în literatură;

- calculul structurilor prefabricate, la care schema statică se schimbă în timpul execuţiei, ne conduce în mod natural spre metoda eforturilor, pentru că schemele premergătoare executării monolitizărilor din noduri corespunde foarte bine cu cele ale structurilor de bază din această metodă, necunoscutele fiind chiar eforturile din monolitizări.

4.7. Structuri cu schemă statică nemodificată în timp

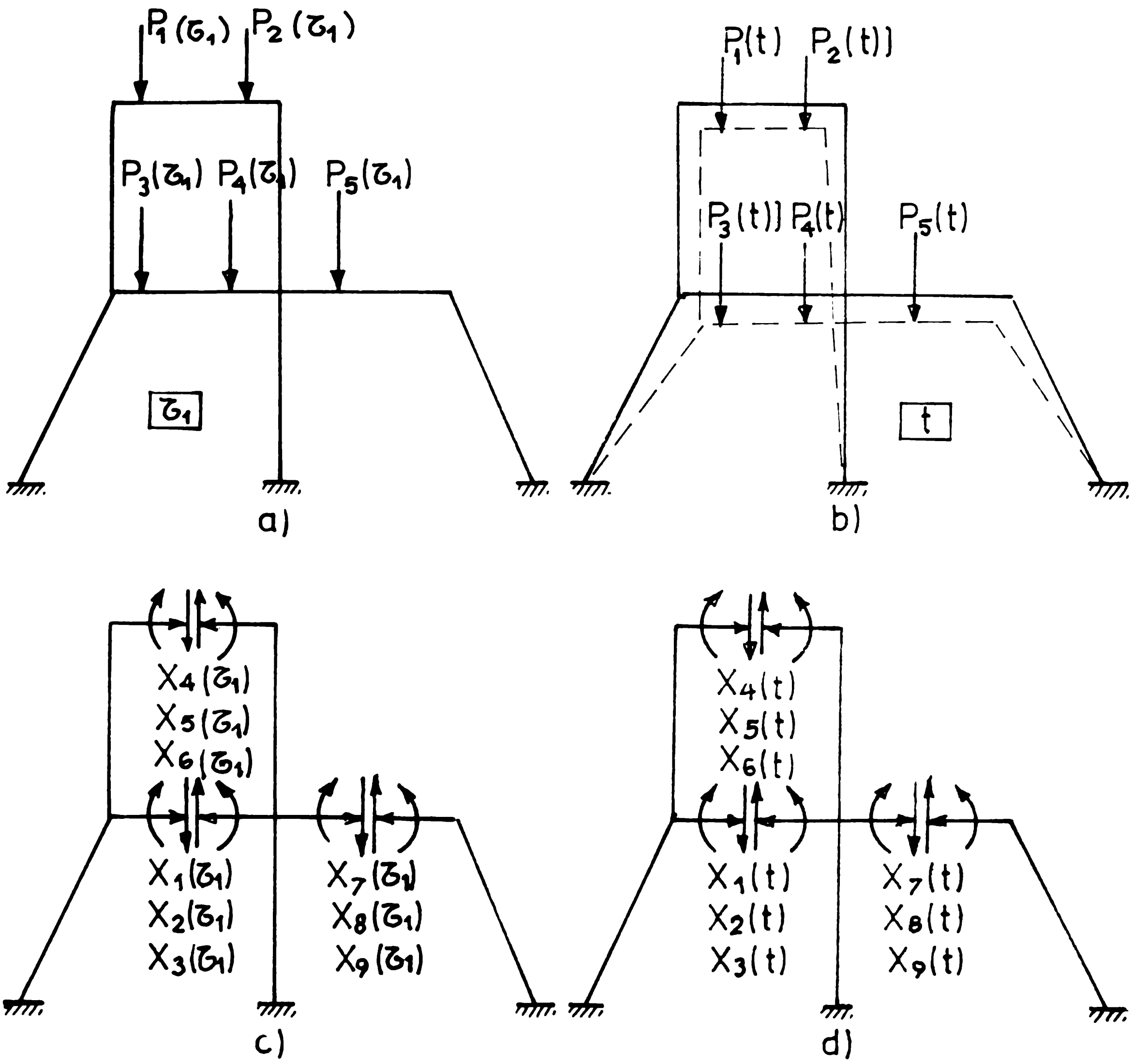
4.7.1. Structura de bază

In acest capitol se discută structuri la care toate elementele sînt încărcate la acelaşi timp iniţial τ_1, iar schema statică rămîne nemodificată pe toată perioada de existenţă a structurii.

Aşa cum se ştie din statica construcţiilor /61,62/ în cazul structurilor static nedeterminate ecuaţiile de echilibru nu sînt suficiente pentru calculul structurii, pentru că numărul de necunoscute este mai mare decît numărul ecuaţiilor. De aceea trebuie utilizate condiţii suplimentare, care să completeze numărul de ecuaţii lipsă. Cum în metoda eforturilor necunoscute sînt eforturile eliberate astfel ca structura să fie static determinată, condiţiile suplimentare sînt cele de compatibilitate a deformaţiei structurii.

Fie structura din figura 4.15a executată la timpul τ_0 şi încărcată la timpul τ_1 cu sistemul de forţe $\{P(\tau_1)\}$:

$$\{P(\tau_1)\} = \begin{Bmatrix} P_1(\tau_1) \\ P_2(\tau_1) \\ \vdots \\ \vdots \\ P_m(\tau_1) \end{Bmatrix} \qquad (4.80)$$



- Fig.4.15.

toate fiind acţiuni de lungă durată (m este numărul forţelor aplicate pe structură).

Pentru calculul eforturilor din structură la timpul τ_1 se utilizează unul din procedeele cunoscute /62/, care transformă structura static nedeterminată într-una static determinată, evidenţiindu-se eforturile necunoscute $\{X(\tau_1)\}$ (fig.4.15b)

$$\{X(\tau_1)\} = \begin{Bmatrix} X_1(\tau_1) \\ X_2(\tau_1) \\ \vdots \\ X_m(\tau_1) \end{Bmatrix} \tag{4.81}$$

unde n este gradul de nedeterminare statică. Din condiţiile de compatibilitate a deformaţiilor la timpul τ_1, se obţin valorile necunoscutelor $\{X(\tau_1)\}$ şi se pot calcula eforturile $\{S(\tau_1)\}$ din structură.

Dacă se examinează structura la timpul t, cînd acţiunile s-au modificat, intervenind curgerea lentă şi contracţia betonului (fig.4.15c):

$$\{P(t)\} = \begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ \vdots \\ P_m(t) \end{Bmatrix} \tag{4.82}$$

şi se procedează la aceeaşi transformare a structurii ca în cazul încărcării la $t=\tau_1$, rezultă eforturile necunoscute (fig.4.15d):

$$\{X(t)\} = \begin{Bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ \vdots \\ X_n(t) \end{Bmatrix} \tag{4.83}$$

Cu ajutorul acestor eforturi necunoscute pot fi calculate eforturile din structură la timpul t, $\{S(t)\}$. Diferenţa

$$\{\Delta S(t)\} = \{S(t)\} - \{S(\tau_1)\}$$

este datorată creşterii în timp a încărcărilor, efectului contracţiei şi curgerii lente a betonului. Problema tratată în teza de doctorat este cea de determinare a acestor variaţii în timp ale eforturilor, problemă nerezolvată de statica corpurilor elastice.

4.7.2. Ecuaţiile generale de compatibilitate

Secţiunile efectuate în structura static nedeterminată, care au transformat-o într-una static determinată, au permis evidenţierea eforturilor necunoscute (fig.4.15). Ca urmare a acestor secţionări, se produc deplasări după direcţia fiecărui efort necunoscut. Aceste necunoscute se vor determina din condiţia ca deformata structurii static determinate să fie identică cu cea a structurii static nedeterminată. Deplasarea relativă pe structura static determinată pentru fiecare necunoscută trebuie să fie nulă, pentru că deformata structurii static nedeterminate este continuă. Astfel, pentru necunoscuta $X_i(t)$, deplasarea va fi:

$$U_i(t)=a_{i1}(t)X_1(t)+a_{i2}(t)X_2(t)+\ldots\ldots+a_{ij}(t)X_j(t)+\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots+a_{in}(t)X_n(t)+U_{ip}(t)+U_{ic}(t)=0 \qquad (4.84)$$

în care:

- $a_{ij}(t)$ este deplasarea la timpul t din punctul de aplicație și după direcția necunoscutei $X_i=1$ produsă de aplicarea pe structura de bază a necunoscutei $X_j=1$;
- $U_{ip}(t)$, deplasarea la timpul t, în punctul de aplicație și după direcția necunoscutei $X_i=1$, produsă de aplicarea pe structura de bază a forțelor exterioare;
- $U_{ic}(t)$, deplasarea la timpul t, în punctul de aplicație și după direcția necunoscutei $X_i=1$, produsă pe structura de bază de contracția betonului.

Relația (4.84) este <u>ecuația de compatibilitate</u> din metoda eforturilor.

Dacă se scrie această ecuație după direcția fiecărei necunoscute, se obține un sistem de n ecuații cu n necunoscute din care se determină valorile acestor necunoscute.

Sub formă matriceală acest sistem de ecuații poate fi scris astfel:

$$\{U_x(t)\}=[A_{xx}(t)]\{X(t)\}+\{U_{xp}(t)\}+\{U_{xc}(t)\}=0 \qquad (4.85)$$

în care

- $\{U_x(t)\}$ este vectorul deplasărilor după direcțiile necunoscutelor la timpul t:

$$\{U_x(t)\}=\begin{Bmatrix} U_1(t) \\ U_2(t) \\ \vdots \\ U_i(t) \\ \vdots \\ U_n(t) \end{Bmatrix} \qquad (4.86)$$

- $[A_{xx}(t)]$ este **matricea de flexibilitate**, care este o materice pătrată n x n:

$$\begin{array}{cccccc} & x_1=1 & x_2=1 & x_j=1 & x_n=1 \\ [A_{xx}(t)] = & \left|\begin{matrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \cdots & a_{1j}(t) & \cdots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \cdots & a_{2j}(t) & \cdots & a_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1}(t) & a_{i2}(t) & \cdots & a_{ij}(t) & \cdots & a_{in}(t) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \cdots & a_{nj}(t) & \cdots & a_{nn}(t) \end{matrix}\right| \end{array} \qquad (4.87)$$

care conţine deplasările relative după direcţiile necunoscutelor produse de aplicarea succesivă pe structură a necunoscutelor unitare:

- $\{X(t)\}$ este vectorul eforturilor necunoscute, dat de relaţia (4.83);
- $\{U_{xp}(t)\}$ este vectorul deplasărilor relative după direcţia necunoscutelor produse de aplicarea pe structura de bază a forţelor exterioare:

$$\{U_{xp}(t)\} = \begin{Bmatrix} U_{1p}(t) \\ U_{2p}(t) \\ \vdots \\ U_{ip}(t) \\ \vdots \\ U_{np}(t) \end{Bmatrix} \qquad (4.88)$$

şi se calculează din relaţia:

$$\{U_{xp}(t)\} = [B_{xp}(t)]\{P(t)\} \qquad (4.89a)$$

în care

$$\begin{array}{cccccc} & P_1=1 & P_2=1 & P_j=1 & P_m=1 \\ |B_{xp}(t)| = & \left|\begin{matrix} b_{11}(t) & b_{12}(t) & \cdots & b_{1j}(t) & \cdots & b_{1m}(t) \\ b_{21}(t) & b_{22}(t) & \cdots & b_{2j}(t) & \cdots & b_{2m}(t) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{i1}(t) & b_{i2}(t) & \cdots & b_{ij}(t) & \cdots & b_{im}(t) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{n1}(t) & b_{n2}(t) & \cdots & b_{nj}(t) & \cdots & b_{nm}(t) \end{matrix}\right| \end{array} \qquad (4.89b)$$

este o matrice dreptunghiulară n x m în care elementul b_{ij} reprezintă deplasarea relativă după direcţia necunoscutei X_i produsă de încărcarea $P_j = 1$; vectorul $\{P(t)\}$ conţine toate forţele aplicate pe structură şi este dat de relaţia (4.82);

- $\{U_{xc}(t)\}$ este vectorul deplasărilor după direcţia necunoscutelor produse de contracţia betonului:

$$\{U_{xc}(t)\} = \begin{Bmatrix} u_{1c}(t) \\ u_{2c}(t) \\ \vdots \\ u_{ic}(t) \\ \vdots \\ u_{nc}(t) \end{Bmatrix} \tag{4.90}$$

4.7.3. Acţiuni directe

4.7.3.1. Ecuaţiile de compatibilitate

In cazul acţiunilor directe (încărcări pe structură), ecuaţia (4.85) devine:

$$[A_{xx}(t)]\{X(t)\} + \{U_{xp}(t)\} = 0 \tag{4.91}$$

Pentru calculul coeficienţilor matricei (4.87) se foloseşte relaţia (4.74). Dacă solicitările determinate pentru x =1, pe structura de bază sînt:

$$\{S\}_{j=1} = \{\mathcal{S}_j\} \tag{4.92a}$$

coeficienţii $a_{ij}(t)$ pot fi determinaţi, ţinîndu-se seamă că $a_{ij}(t)X_j(t)$ reprezintă deplasarea după direcţia forţei X_i=1, considerată forţă virtuală, la timpul t, produsă de efortul necunoscut $X_j(t)$ care dă în structură eforturile:

$$\{S_{kj}(t)\} = \{\mathcal{S}_{kj}(\tau_1)\}X_j(t) \tag{4.92b}$$

Rezultă astfel din (4.74):

$$a_{ij}(t)X_j(t) = \sum_k \frac{1}{R_k(\tau_1)} \int_l \{\mathcal{S}_{ki}(\tau_1)\}^T \mathcal{J}_k[\{\mathcal{S}_{kj}(\tau_1)X_j(t)\}]dl \tag{4.93}$$

unde:

- k este numărul de bare din structură;
- $R_k(\tau_1)$, rigiditatea la timpul τ_1 a barei k;
- $J_k[\ldots]$, operatorul integrală din tabelul 4.2, diferit pentru fiecare bară, din cauza modulelor de elasticitate şi a caracteristicilor curgerii lente diferite;
- $\{\Delta_{ki}(\tau_1)\}$, vectorul eforturilor din bara k, rezultat din $X_i = 1$;
- $\{\Delta_{kj}(\tau_1)\}$ vectorul eforturilor din bara k, rezultat din $X_j=1$.

Deoarece eforturile Δ_{ki} şi Δ_{kj} se determină pe structura de bază, care este static determinată, valorile lor nu se schimbă în timp şi cele determinate la timpul t sînt egale cu cele calculate pentru τ_1.

Ţinînd seamă că $\Delta_{kj}(\tau_1)$ este constant în timp, relaţia (4.93) poate fi scrisă sub forma:

$$a_{ij}(t)X_j(t)=\sum_k a_{ij,k}\, J_k[X_j(t)] \tag{4.94}$$

în care

$$a_{ij,k}=\frac{1}{R_k}\int_{l_k}\{\Delta_{ki}(\tau_1)\}^T\{\Delta_{kj}(\tau_1)\}dl_k \tag{4.95}$$

care este contribuţia barei k la calculul coeficientului elastic a_{ij}

$$a_{ij}=\sum_k a_{ij,k} \tag{4.96}$$

relaţie care ţine seamă că pentru

Dacă variaţia în timp a necunoscutei $X_j(t)$ este evidenţiată prin funcţia $F_j(t)$:

$$X_j(t) = X_j\, F_j(t) \tag{4.97}$$

rezultă din (4.94)

$$a_{ij}(t)X_j(t)=\Big[\sum_k a_{ij,k}\, J_k[F_j(t)]\Big]X_j \tag{4.98}$$

Pentru calculul coeficienţilor $b_{ij}(t)$ din matricea (4.89b) se foloseşte tot relaţia (4.74), ţinîndu-se seamă că aceştia reprezintă deplasarea structurii de bază după direcţia efortului $X_i=1$ (considerată forţă virtuală), produsă de încărcarea P_j, din care se obţin eforturile:

$$\{S_{kj}(t)\} = \{\mathscr{S}^{p}_{kj}(\tau_1)\} P_j(t) \qquad (4.99)$$

în care $\{\mathscr{S}^{p}_{kj}(\tau_1)\}$ este vectorul eforturilor din bara k, rezultat din încărcarea $P_j=1$. Rezultă similar ca la relaţia (4.93):

$$b_{ij}(t) P_j(t) = \sum_k \frac{1}{R_k(\tau_1)} \int_{l_k} \{\mathscr{S}_{ki}(\tau_1)\}^T \mathcal{J}_k[\{\mathscr{S}^{p}_{kj}(\tau_1)\} P_j(t)] dl_k \qquad (4.100)$$

Ţinînd seamă că efortul $\mathscr{S}^{p}_{kj}(\tau_1)$ este constant în timp, rezultă:

$$b_{ij}(t) P_j(t) = \sum_k b_{ij,k} \mathcal{J}_k[P_j(t)] \qquad (4.101)$$

unde s-a introdus notaţia:

$$b_{ij,k} = \frac{1}{R_k(\tau_1)} \int_{l_k} \{\mathscr{S}_{ki}(\tau_1)\}^T \{\mathscr{S}^{p}_{kj}(\tau_1)\} dl_k \qquad (4.102)$$

corespunzătoare calculului elastic:

$$b_{ij} = \sum_k b_{ij,k} \qquad (4.103)$$

Dacă variaţia în timp a încărcărilor este dată de funcţia $p_j(t)$:

$$P_j(t) = P_j\, p_j(t) \qquad (4.104)$$

rezultă din (4.101)

$$b_{ij}(t) P_j(t) = \left[\sum_k b_{ij,k} \mathcal{J}_k[p_j(t)]\right] P_j \qquad (4.105)$$

relaţia asemănătoare cu (4.98). Deosebirea constă în faptul că în (4.98) funcţia $F_j(t)$ este necunoscută, pe cînd în (4.104), este cunoscută, indicînd variaţia în timp a încărcărilor. Dacă acestea sînt constante în timp rezultă din tabelul 4.2:

$$\mathcal{J}_k[p_j(t)] = 1 + \varphi_k(t,\tau_1) \tag{4.106}$$

şi astfel:

$$b_{ij}(t) = \sum_k b_{ij,k}[1+\varphi_k(t,\tau_1)] \tag{4.107}$$

Ţinînd seamă de (4.98) şi (4.105) deplasarea $U_i(t)$ dată de relaţia (4.84) devine:

$$\begin{aligned} U_1(t) = {} & \Big[\sum_k a_{11,k}\mathcal{J}_k[F_1(t)]\Big]X_1 + \Big[\sum_k a_{12,k}\mathcal{J}_k[F_2(t)]\Big]X_2 + \dots \\ & \dots + \Big[\sum_k a_{ij,k}\mathcal{J}_k[F_j(t)]\Big]X_j + \dots + \Big[\sum_k a_{in,k}\mathcal{J}_k[F_n(t)]\Big]X_n + \\ & + \Big[\sum_k b_{i1,k}\mathcal{J}_k[p_1(t)]\Big]P_1 + \dots + \Big[\sum_k b_{ij,k}\mathcal{J}_k[p_j(t)]\Big]P_j + \dots \\ & + \dots \qquad + \Big[\sum_k b_{im,k}\mathcal{J}_k[p_m(t)]\Big]P_m = 0 \end{aligned} \tag{4.108}$$

Deoarece valorile lui X_j sînt cunoscute din calculul elastic, efectuat la timpul τ_1, prin rezolvarea sistemului de ecuaţii (4.85):

$$[\,A_{xx}\,]\{X\} + \{U_{xp}\} = 0 \tag{4.109}$$

rezultă că în (4.108) necunoscute devin funcţiile $F_j(t)$. Astfel prin calculul coeficienţilor (4.98) şi (4.105) sistemul de ecuaţii (4.85) se transformă în:

$$\{U_x(t)\} = [C_{xx}(.)]\{F(t)\} + [D_{xp}(.)]\{p(t)\} = 0 \tag{4.110}$$

în care:

- $[C_{xx}(.)]$ este un operator sub formă de matrice pătrată nxn

$$|C_{xx}(.)| = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} F_1(t) & F_2(t) & & F_j(t) & & F_n(t) \end{array} \\ \left|\begin{array}{cccccccc} C_{11}(.) & C_{12}(.) & \dots & C_{1j}(.) & \dots & C_{1n}(.) \\ C_{21}(.) & C_{22}(.) & \dots & C_{2j}(.) & \dots & C_{2n}(.) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ C_{i1}(.) & C_{i2}(.) & \dots & C_{ij}(.) & \dots & C_{in}(.) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ C_{n1}(.) & C_{n2}(.) & \dots & C_{nj}(.) & \dots & C_{nn}(.) \end{array}\right| \end{array} \tag{4.111}$$

cu operatorii $c_{ij}(.)$ rezultaţi din (4.98):

$$c_{ij}(.)=\left[\sum_k a_{ij,k}\, j_k[.]\right]X_j \tag{4.112}$$

- $[D_{xp}(\,.\,)]$ este un operator sub formă de matrice dreptunghiulară m x m

$$[D_{px}(.)]=\begin{array}{ccccc} P_1(t) & P_2(t) & \cdots & P_j(t) & \cdots \; P_m(t) \\ \end{array}$$
$$\begin{vmatrix} d_{11}(.) & d_{12}(.) & \cdots & d_{1j}(.) & \cdots & d_{1m}(.) \\ d_{21}(.) & d_{22}(.) & \cdots & d_{2j}(.) & \cdots & d_{2m}(.) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ d_{i1}(.) & d_{i2}(.) & \cdots & d_{ij}(.) & \cdots & d_{im}(.) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ d_{n1}(.) & d_{n2}(.) & \cdots & d_{nj}(.) & \cdots & d_{nm}(.) \end{vmatrix} \tag{4.113}$$

cu coeficienţii:

$$d_{ij}(.)=\left[\sum b_{ij,k}\, j_k[.]\right]P_j \tag{4.114}$$

- vectorul funcţiilor de timp ale necunoscutelor:

$$\{F(t)\}=\begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ \vdots \\ F_j(t) \\ \vdots \\ F_n(t) \end{Bmatrix} \tag{4.115}$$

- vectorul funcţiilor de timp ale încărcărilor:

$$\{p(t)\}=\begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_j(t) \\ \vdots \\ p_m(t) \end{Bmatrix} \tag{4.116}$$

Operatorii $c_{ij}(.)$ şi $d_{ij}(.)$ din relaţiile (4.112) şi (4.114) pot fi de formă analitică sau numerică în funcţie de metoda de rezolvare adoptată, adică după modul de scriere a operatorului dat în tabelul 4.2. Dacă se adoptă formularea Dischinger sau Alexandrovski, ei sînt operatorii analitici şi sistemul (4.11o) este de tip integral. Dacă se utilizează formularea Trost-Bazant, sistemul (4.11o) devine un sistem de ecuaţii numerice.

Prin urmare metoda elaborată constă din rezolvarea succesivă a două sisteme de ecuaţii:

- sistemul de ecuaţii (4.1o9) care determină necunoscutele $\{X\}$ corespunzătoare primei încărcări la timpul τ_1, care nu ţine seamă de efectul curgerii lente;

- sistemul de ecuaţii (4.11o) care determină funcţiile $\{F(t)\}$ care indică variaţia în timp a necunoscutelor detorită efectului curgerii lente.

Cunoscînd valorile iniţiale ale necunoscutelor şi variaţia în timp a acestora, starea de eforturi din structură poate fi determinată la orice timp dorit.

4.7.3.2. Starea de eforturi în structuri omogene

Pentru structurile omogene din punctul de vedere al deformaţiilor vîscoase, operatorii $J_k[\ldots]$ sînt aceeaşi pentru toate barele

$$J_1[\ldots] = J_2[\ldots] = \ldots J_k[\ldots] = J[\ldots] \tag{4.117}$$

iar încărcările variază după aceeaşi lege:

$$J[p_1(t)] = J[p_2(t)] = [\ldots] = J[p_m(t)] = J[p(t)] \tag{4.118}$$

Din ecuaţia (4.1o8) rezultă, pentru timpul t:

$$\begin{aligned} U_i(t) = {} & a_{i1} X_1 J[F_1(t)] + a_{i2} X_2 J[F_2(t)] + \ldots \ldots + a_{ij} X_j J[F_j(t)] + \\ & + \ldots \ldots a_{in} X_n J[F_n(t)] + \{ b_{i1} P_1 + b_{i2} P_2 + \ldots \\ & \ldots + b_{ij} P_j + \ldots + b_{im} P_m \} J[p(t)] = 0 \end{aligned} \tag{4.119}$$

în care s-au utilizat relaţiile (4.96) şi (4.1o3).

Din sistemul elastic, pentru τ_1, avem

$$\begin{aligned} U_1(\tau_1) = {} & a_{i1} X_1 + a_{i2} X_2 + \ldots \ldots + a_{ij} X_j + \ldots \\ & a_{in} X_n + b_{i1} P_1 + b_{i2} P_2 + \ldots \\ & + b_{ij} P_j + \ldots b_{im} P_m = 0 \end{aligned} \tag{4.12o}$$

Scriind aceste ecuaţii pentru i=1...n, rezultă sistemele de ecuaţii:

- la timpul t: $[A_{xx}]\{X\}^T \mathcal{J}[\{F(t)\}] + [B_{xp}]\{P\}^T \mathcal{J}[\{p(t)\}] = 0$ (4.121a)

- la timpul τ_1: $[A_{xx}]\{X\} + [B_{xp}]\{P\} = 0$ (4.121b)

în care $[A_{xx}]$ şi $[B_{xp}]$ sînt cunoscute matrici ale calculului elastic. Deoarece cele două ecuaţii trebuie să fie satisfăcute simultan, rezultă necesară condiţia :

$$\mathcal{J}[\{F(t)\}] = \mathcal{J}[p(t)] \quad (4.122)$$

şi prin urmare

$$F_1(t) = F_2(t) = \ldots = F_j(t) = \ldots = F_n(t) = p(t) \quad (4.123)$$

Astfel, toate necunoscutele variază după aceeaşi lege ca cea a încărcărilor. Dacă acestea sînt constante, şi eforturile sînt constante în structură.

Rezultă astfel o observaţie foarte importantă şi anume că variaţia în timp a eforturilor din structurile static nedeterminate din cauza curgerii lente se produce numai la structurile neomogene, adică la cele la care caracteristicile curgerii lente ale barelor sînt diferite din diverse motive (execuţie la timpi diferiţi, calităţi diferite ale betonului etc.).

4.7.4. <u>Contracţia betonului</u>

4.7.4.1. <u>Deformaţiile din contracţie</u>

Pentru elementele liniare de beton simplu, contracţia betonului produce scurtări axiale ce sînt nule la timpul τ. şi cresc pînă la valoarea finală, la t= ∞. Pentru betonul armat, scurtările sînt mai mici, deoarece armătura are un efect de frînare a deformaţiilor de contracţie. Dacă armarea este nesimetrică, în afara scurtării axiale apar şi rotiri din contracţie, pentru că efectul de frînare este diferit la cele două feţe ale secţiunii de beton armat.

Mărimea finală a contracţiei depinde de foarte mulţi factori şi determinarea ei, prezentată în paragraful 2.5, se face cu o aproximaţie destul de mare. In acelaşi timp efectul armării nu este foarte important. In aceste condiţii, în cele ce urmează, calculul deformaţiilor de contracţie se face ca pentru betonului simplu.

4.7.4.2. Ecuaţiile de compatibilitate

In cazul contracţiei betonului, ecuaţia (4.85) devine:

$$\left[A_{xx}(t)\right]\{X(t)\}+\{U_{xc}(t)\}=0 \qquad (4.124)$$

Pentru calculul coeficienţilor matricei $[A_{xx}(t)]$ se folosesc relaţiile (4.94), (4.95). Cum însă în cadrul contracţiei valoarea iniţială a eforturilor este nulă, necunoscutele $X_j(t)$ trebuie să fie scrise în funcţie de valoarea finală, pentru $t=\infty$:

$$X_j(t)=X_j(\infty)F_j^c(t)=\bar{X}_{jo}F_j^c(t) \qquad (4.25)$$

unde $\bar{X}_{jo}$ este valoarea finală a necunoscutei X_j din contracţie dacă nu se ţine seamă de efectul favorabil al curgerii lente, care reduce eforturile din contracţie;

- $F_j^c(t)$ indică variaţia în timp a necunoscutei X_j, cauzată de interacţiunea contracţiei cu curgerea lentă (este nulă la timpul τ_o). Astfel din relaţia (4.94) rezultă:

$$a_{ij}(t)X_j(t)=\Big[\sum_k a_{ij,k}\Big]_k\Big[F_j^c(t)\Big]\bar{X}_{jo} \qquad (4.126)$$

Pentru calculul coeficienţilor $\{U_{xc}(t)\}$ se aplică relaţiile (4.70), (4.73) din care rezultă

$$\{U_{xc}(t)\}=\int_l\{dU_c(t)\}^T\{\tilde{N}\}\,dl \qquad (4.127)$$

în care:

- $\{dU_c(t)\}$ este factorul deplasărilor pe structura de bază din contracţia betonului;

- $\{\tilde{N}\}$, vectorul forţelor axiale produse de necunoscutele $\{X\}=1$.

In (4.127) s-au neglijat rotirile barelor din contracţie, conform ipotezei de la pct.4.7.4.1.

Deoarece deplasările din contracţie pot fi scrise sub forma dată de relaţia (2.60) (deformaţiile de contracţie sînt afine cu cele de curgere lentă):

$$dU_c(t) = d\bar{U}_c \frac{\varphi(t,\tau_0)}{\bar{\varphi}} \tag{4.128}$$

unde:

- $d\bar{U}_c$ este scurtarea barei calculată pentru mărime finală a contracţiei;
- $\frac{\varphi(t,\tau_0)}{\bar{\varphi}}$ indică variaţia în timp a deformaţiei de contracţie, considerată a fi afină cu cea de curgere lentă.

Rezultă astfel că deplasarea dată de (4.127) poate fi calculată de relaţia:

$$\{U_{xc}(t)\} = \{\bar{U}_{xc} \frac{\varphi(t,\tau_0)}{\bar{\varphi}}\} \tag{4.129}$$

unde

$$\{\bar{U}_{xc}\} = \int_l \{d\bar{U}_c\}^T \{\tilde{N}\} dl \tag{4.130}$$

reprezintă deplasările finale pe structura de bază din contracţie.

Rezultă astfel că ecuaţia de compatibilitate (4.84) poate fi scrisă sub forma

$$\begin{aligned} U_i(t) = {} & [\sum_k a_{i1,k}]_k [F_1^c(t)] \bar{X}_{10} + [\sum_k a_{i2,k}]_k [F_2^c(t)] \bar{X}_{20} + \dots \\ & + \dots + [\sum_k a_{ij,k}]_k [F_j^c(t)] \bar{X}_{j0} + \dots + \\ & + [\sum_k a_{in,k}]_k [F_n^c(t)] \bar{X}_{n0} + \sum_k \bar{U}_{ic,k} \frac{\varphi(t,\tau_0)}{\bar{\varphi}} \end{aligned} \tag{4.131}$$

Deoarece valorile $\bar{X}_{jo}$ sînt cunoscute din calculul elastic efectuat la timpul $t = \infty$, pentru valoarea finală a contracţiei:

$$[A_{xx}]\{\bar{X}_0\} + \{\bar{U}_{xc}\} = 0 \tag{4.132}$$

rezultă că în ecuaţia (4.131) necunoscutele devin $F_j^c(t)$.

Astfel ecuaţia (4.131) devine:

$$\left[C_{xx}^c(.)\right]\left\{F^c(t)\right\}+\left\{\bar{U}_{xc}\ \frac{\varphi(t,\tau_0)}{\bar{\varphi}}\right\}=0 \qquad (4.133)$$

unde $\left[C_{xx}^c(.)\right]$ este o matrice operator de tipul (4.111), în care

$$c_{ij}(.)=\left[\sum_k a_{ij,k}\,J_k[.]\right]\bar{X}_{j0} \qquad (4.134)$$

Prin urmare metoda de calcul determină eforturile în două etape:

- se calculează din sistemul de ecuaţii (4.132) necunoscutele $\{\bar{X}_0\}$ corespunzătoare valorilor contracţiei finale, fără să se ţină seamă de efectul curgerii lente;

- se determină din sistemul de ecuaţii (4.133) funcţiile $\{F^c(t)\}$ care indică variaţia în timp a necunoscutelor datorită efectului curgerii lente.

Se ştie că efectul curgerii lente se manifestă prin reducerea eforturilor produse din contracţie, astfel că $\{F^c(t)\}<1$.

4.8. <u>Structuri de schemă statică ce se modifică în timpul execuţiei</u>

4.8.1. <u>Structuri monolite</u>

4.8.1.1. <u>Schimbarea schemei statice în timpul execuţiei</u>

Structurile monolite pot fi executate astfel ca schema statică să fie de la început cea definitivă. Dar există multe situaţii în care diferite părţi ale structurii se realizează în etape diferite şi astfel schema statică a structurii se schimbă în timpul execuţiei. Se discută astfel două tipuri de structuri:

a) <u>Hala parter</u> cu anexă din figura 4.16a care se execută în două etape. Astfel, la timpul $t=\tau_0$ se toarnă cadrul corespunzător etapei I, care este un cadru portal încastrat. El este decofrat şi încărcat la timpul $t=\tau_1$, cînd se produc deplasările

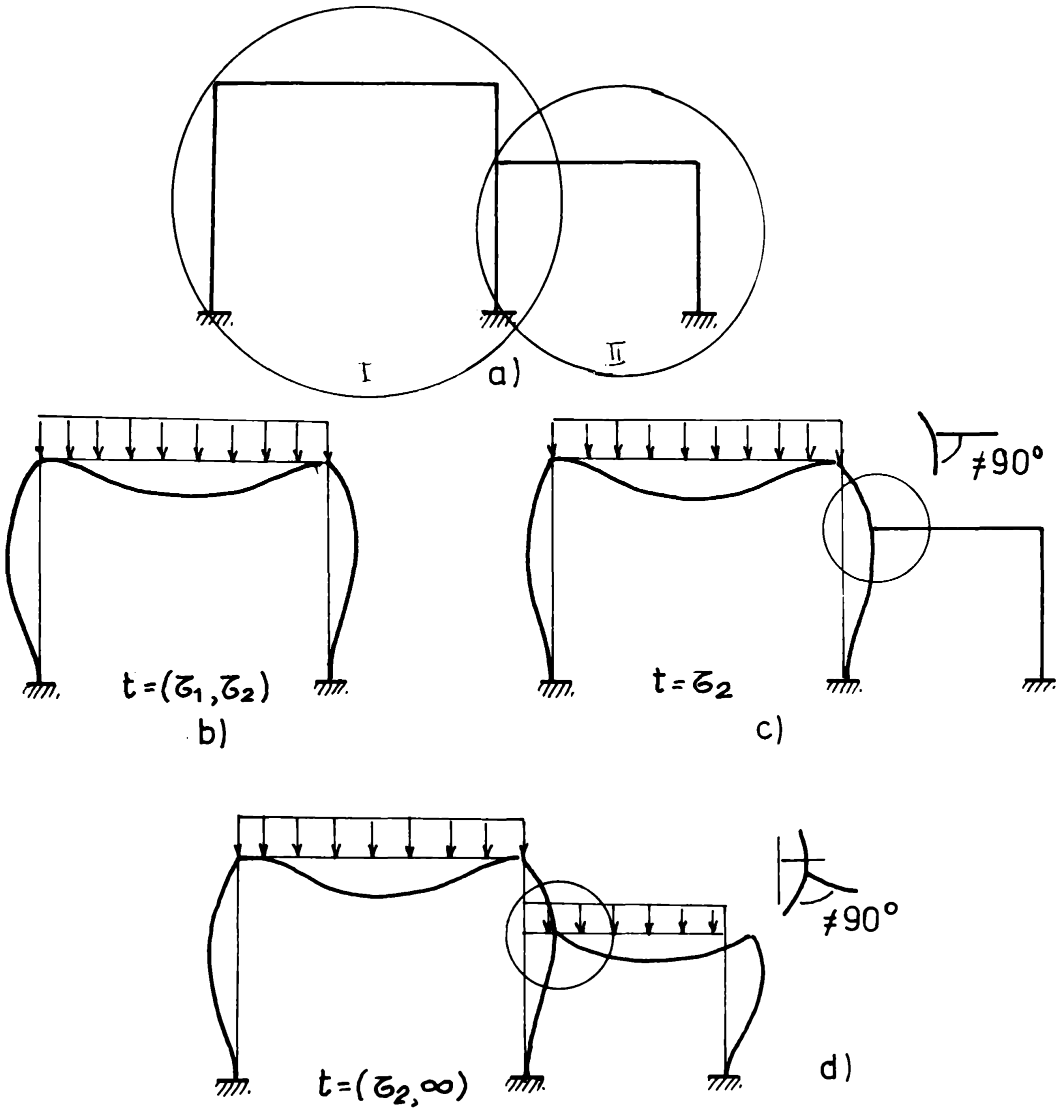


Fig. 4.16.

instantanee, peste care în timp se suprapun deformaţiile din curgerea lentă (fig.4.16b). După o perioadă, se realizează anexa prevăzută în etapa II-a de execuţie (fig.4.16c), care este decofrată la timpul $t=\tau_2$, cînd se produc deplasările instantanee, peste care se suprapun în timp cele corespunzătoare curgerii lente (fig. 4.16d). Dacă structura se calculează pe baza schemei finale, aşa cum se procedează în mod obişnuit, nu se ţine seamă de două aspecte foarte importante:

- în intervalul $[\tau_1, \tau_2)$ structura lucrează ca un cadru portal, cu eforturi mai mari decît cele corespunzătoare cadrului cu anexă;

- în momentul intrării în lucru a anexei, rigiditatea aparentă a stîlpului CE este mai mică decît cea inițială, din cauza deformațiilor de curgere lentă.

b) <u>Cadrul etajat</u> din figura 4.17a, care se realizează de asemenea în două etape. La timpul τ_0 se toarnă primul cadru,

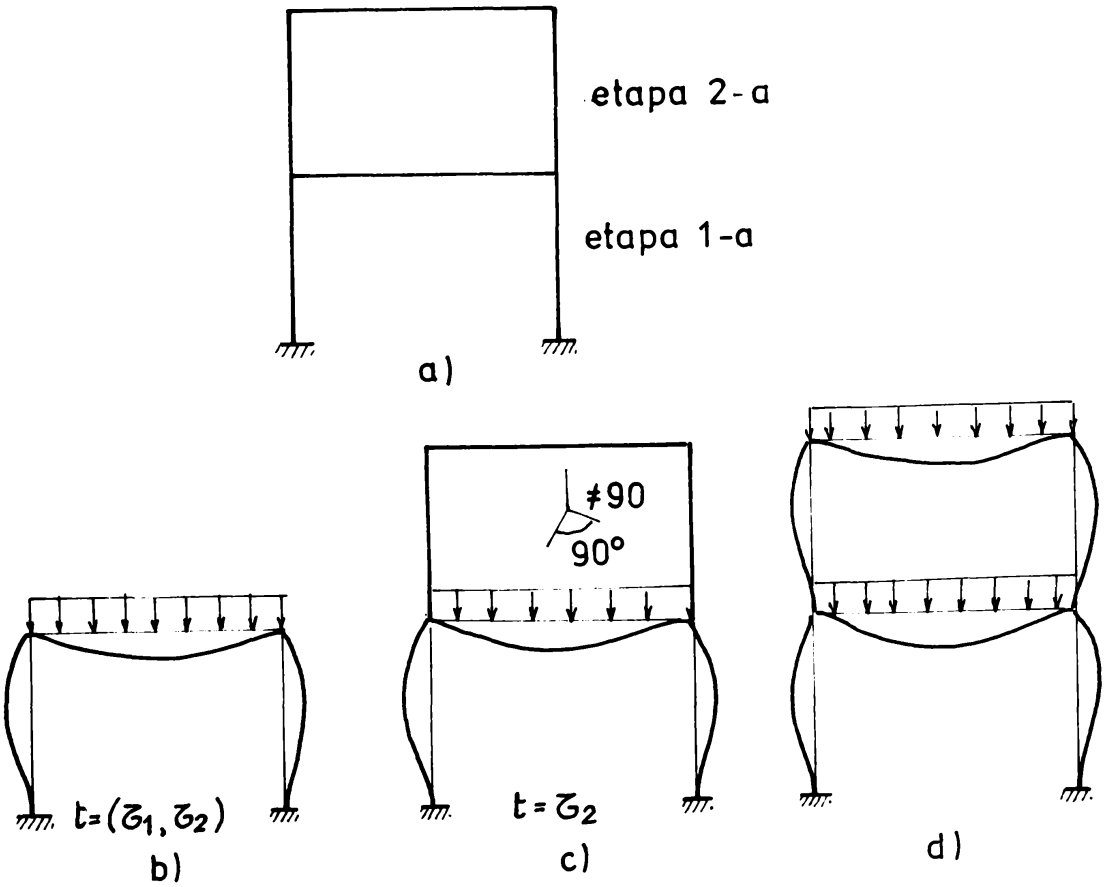


Fig.4.17.

care se decofrează şi încarcă la timpul $t=\tau_1$ (fig.4.17b). In perioada $[\tau_1,\tau_2)$, peste deplasările elastice instantanee se suprapun deplasările din curgerea lentă. In toată această perioadă structura lucrează ca un cadru portal parter. La sfîrşitul perioadei se toarnă cadrul de la etajul întîi, care se decofrează la timpul τ_2 (fig.4.17c). In perioada $[\tau_2, \infty)$ structura lucrează ca un cadru etajat. Diferenţele de calcul între cel care se face pe schema finală şi cel care ţine seamă de modul de execuţie sînt aceleaşi ca la cadrul precedent.

4.8.1.2. Impărţirea structurilor în substructuri în funcţie de etapele de execuţie

Executarea structurii în etape introduce în mod natural ideea de a lucra pe substructuri. Astfel, la structura din figura 4.18, în prima etapă la $t=\tau_1$ se execută primul nivel. In etapa a doua, la $t=\tau_2$, cînd se realizează nivelul 2, cadrul 1 poate fi tratat ca o substructură formată dintr-un cadru portal, iar nivelul

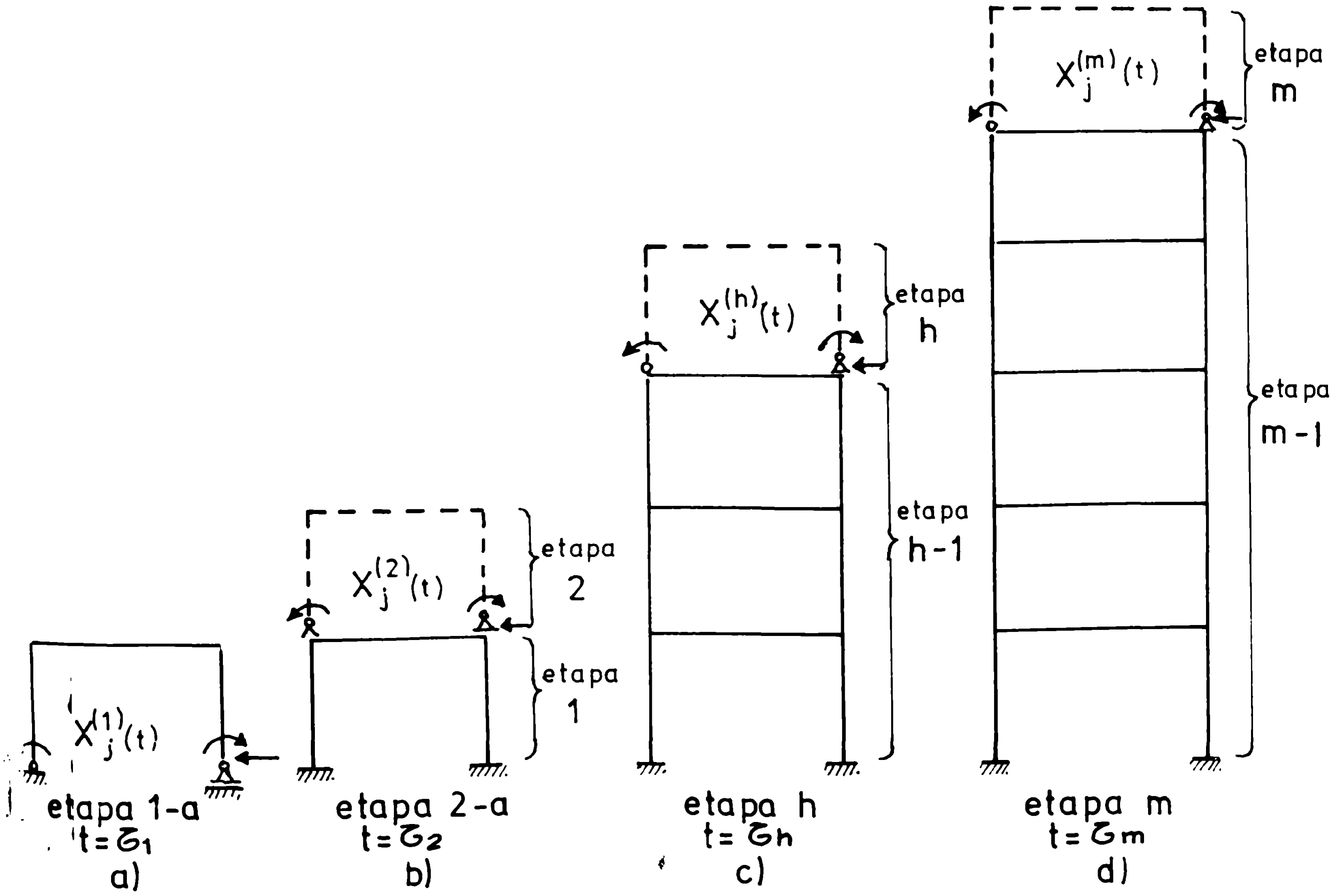


Fig.4.18.

2 ca o altă substructură. Astfel la timpul intermediar $t=\tau_h$,cadrul au h-1 niveluri poate fi considerat ca o substructură complexă, legată de substructura ultimului nivel. In fine, în ultima etapă,

la $t=\tau_m$, sînt legate două substructuri, cea cu m-1 niveluri şi ultimul nivel.

4.8.1.3. Ecuaţiile de compatibilitate

Pentru calculul structurii în diferite etape se utilizează structura de bază a etapei h, care constă din substructura corespunzătoare etapei h-1 şi nivelul turnat în etapa h. Se recomandă ca necunoscutele să fie alese astfel ca să reprezinte legătura dintre cele două subsisteme:

$$\left\{X_j^{(h)}(\tau_h)\right\} = \begin{Bmatrix} x_1^{(h)}(b_h) \\ x_2^{(h)}(b_h) \\ \vdots \\ x_s^{(h)}(b_h) \end{Bmatrix} \tag{4.135}$$

în care s este gradul de nedeterminare a substructurii realizate în etapa h.

Ecuaţiile de compatibilitate se determină pentru fiecare etapă de execuţie. Astfel, în prima etapă se evidenţiază necunoscutele etapei 1 $\{X^{(1)}(\tau_1)\}$ (fig.4.18a), care se determină din condiţiile de compatibilitate:

$$\left[A_{XX}^{(1)}(\tau_1)\right]\left\{X^{(1)}(\tau_1)\right\} + \left[B_{Xp}^{(1)}(\tau_1)\right]\left\{p^{(1)}(\tau_1)\right\} = 0 \tag{4.136}$$

în care matricele $[A_{XX}^{(1)}(\tau_1)]$ şi $[B_{Xp}^{(1)}(\tau_1)]$ se determină din relaţiile (4.87) şi (4.89b) pentru structura 1. Variaţia în timp a eforturilor rezultă din ecuaţia:

$$\left[C_{XX}^{(1)}(.)\right]\left\{F^{(1)}(t)\right\} + \left[D_{Xp}^{(1)}(.)\right]\left\{p^{(1)}(t)\right\} = 0 \tag{4.137}$$

unde matricele $[C^{(1)}_{XX}(.)]$ şi $[D^{(1)}_{Xp}(.)]$ rezultă din (4.111) şi (4.113).

In etapa h de ecuaţie, la timpul $t=\tau_h$, necunoscutele etapei h sînt $\{X^{(h)}(\tau_h)\}$ (fig.4.18c), care se determină din condiţia

$$\left[A_{XX}^{(h)}(\tau_h)\right]\left\{X^{(h)}(\tau_h)\right\} + \left[B_{Xp}^{(h)}(\tau_h)\right]\left\{p^{(h)}(\tau_h)\right\} = 0 \tag{4.138}$$

unde

$$\left| A^{(h)}_{xx}(\tau_h) \right| = \begin{array}{cccc} x_1^{(h)} & x_2^{(h)} & x_j^{(h)} & x_s^{(h)} \\ \left| \begin{matrix} a_{11}^{(h)}(\tau_h) & a_{12}^{(h)}(\tau_h) \dots & a_{1j}^{(h)}(\tau_h) \dots & a_{1s}^{(h)}(\tau_h) \\ a_{21}^{(h)}(\tau_h) & a_{22}^{(h)}(\tau_h) \dots & a_{2j}^{(h)}(\tau_h) \dots & a_{2s}^{(h)}(\tau_h) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1}^{(h)}(\tau_h) & a_{i2}^{(h)}(\tau_h) \dots & a_{ij}^{(h)}(\tau_h) \dots & a_{is}^{(h)}(\tau_h) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{s1}^{(h)}(\tau_h) & a_{s2}^{(h)}(\tau_h) \dots & a_{sj}^{(h)}(\tau_h) \dots & a_{ss}^{(h)}(\tau_h) \end{matrix} \right| \end{array} \quad (4.139a)$$

$$\left| B^{(h)}_{xp}(\tau_h) \right| = \begin{array}{cccc} P_1 & P_2 & P_j & P_k \\ \left| \begin{matrix} b_{11}^{(h)}(\tau_h) & b_{12}^{(h)}(\tau_h) \dots & b_{1j}^{(h)}(\tau_h) \dots & b_{1k}^{(h)}(\tau_h) \\ b_{21}^{(h)}(\tau_h) & b_{22}^{(h)}(\tau_h) \dots & b_{2j}^{(h)}(\tau_h) \dots & b_{2k}^{(h)}(\tau_h) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{i1}^{(h)}(\tau_h) & b_{i2}^{(h)}(\tau_h) \dots & b_{ij}^{(h)}(\tau_h) \dots & b_{ik}^{(h)}(\tau_h) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{s1}^{(h)}(\tau_h) & b_{s2}^{(h)}(\tau_h) \dots & b_{sj}^{(h)}(\tau_h) \dots & b_{sk}^{(h)}(\tau_h) \end{matrix} \right| \end{array} \quad (4.139b)$$

In relaţia (4.138) $\{P^{(h)}(\tau_h)\}$ sînt forţele aplicate numai pe nivelul h (forţele pe structura h-1 nu acţionează asupra ultimului nivel).

In relaţiile (4.139):

- coeficienţii $a_{ij}^{(h)}(\tau_h)$ reprezintă deplasările relative la timpul $t=\tau_h$ după direţia $X_i^{(h)}$ produse de necunoscuta $X_j^{(h)}=1$;

- coeficienţii $b_{ij}^{(h)}(\tau_h)$ reprezintă deplasările relative la timpul $t=\tau_h$ după direcţia necunoscutei $X_i^{(h)}$, produse d› încărcarea $P_j^{(h)}=1$.

Deplasările relative se referă la diferenţele de deplasare ale suprastructurii h-1 faţă de nivelul executat la $t=\tau_h$.

La calculul deplasării substructurii h-1 se ţine seamă, prin variaţia caracteristicilor curgerii lente, că nivelurile au fost executate la timpi diferiţi. Deplasările absolute ale substructurilor static nedeterminate se determină după regulile staticii construcţiilor /6o, 61, 62/.

Variaţia în timp a necunoscutelor rezultă din condiţia:

$$\left[C_{xx}^{(h)}(.)\right]\left\{F^{(h)}(t)\right\}+\left[D_{xp}^{(h)}(.)\right]\left\{p^{(h)}(t)\right\}=0 \qquad (4.140)$$

unde

$$\left[C_{xx}^{(h)}(.)\right]=\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} F_1^{(h)} & F_2^{(h)} & F_j^{(h)} & F_s^{(h)} \end{array} \\ \left|\begin{array}{cccc} c_{11}^{(h)}(.) & c_{12}^{(h)}(.) \ldots & c_{1j}^{(h)}(.) \ldots & c_{1s}^{(h)}(.) \\ c_{21}^{(h)}(.) & c_{22}^{(h)}(.) \ldots & c_{2j}^{(h)}(.) \ldots & c_{2s}^{(h)}(.) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{i1}^{(h)}(.) & c_{i2}^{(h)}(.) \ldots & c_{ij}^{(h)}(.) \ldots & c_{is}^{(h)}(.) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{s1}^{(h)}(.) & c_{s2}^{(h)}(.) \ldots & c_{sj}^{(h)}(.) \ldots & c_{ss}^{(h)}(.) \end{array}\right| \end{array} \qquad (4.141a)$$

$$\left[D_{xp}^{(h)}(.)\right]=\left|\begin{array}{cccc} d_{11}^{(h)}(.) & d_{12}^{(h)}(.) \ldots & d_{1j}^{(h)}(.) \ldots & d_{1r}^{(h)} \\ d_{21}^{(h)}(.) & d_{22}^{(h)}(.) \ldots & d_{2j}^{(h)}(.) \ldots & d_{2r}^{(h)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{i1}^{(h)}(.) & d_{i2}^{(h)}(.) \ldots & d_{ij}^{(h)}(.) \ldots & d_{ir}^{(h)}(.) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{s1}^{(h)}(.) & d_{s2}^{(h)}(.) \ldots & d_{sj}^{(h)}(.) \ldots & d_{sr}^{(h)}(.) \end{array}\right| \qquad (4.141b)$$

în care s-au introdus operatorii

$$c_{ij}^{(h)}(.)=\left[\sum_k a_{ij,k}^{(h)}(\tau_h)J_k^{(h)}(.)\right]X_j^{(h)}(\tau_h) \qquad (4.142a)$$

$$d_{ij}^{(h)}(.)=\left[\sum_k b_{ij,k}^{(h)}(\tau_h)J_k^{(h)}(.)\right]P_j^{(h)}(\tau_h) \qquad (4.142b)$$

Procedînd astfel, etapă cu etapă, se ajunge la faza finală pentru $t=\tau_m$.

4.8.2. Structuri prefabricate

4.8.2.1. Schimbarea schemei statice în timpul execuţiei

In cazul structurilor prefabricate, în timpul montajului, intervin situaţii în care grinzile sînt aşezate pe reazem şi lucrează ca şi grinzi simplu rezemate, pînă la realizarea şi întărirea monolitizării. Se prezintă cîteva cazuri semnificative.

a) Grinda continuă prefabricată din figura 4.19a este realizată din două grinzi prefabricate, monolitizate pe reazemul B.

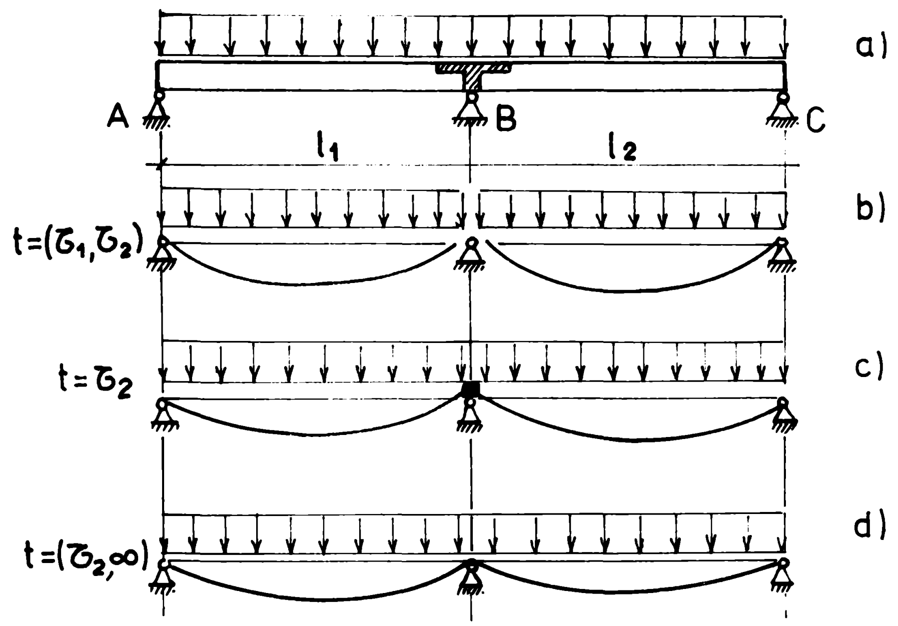


Fig.4.19.

La timpul τ_1 se montează cele două grinzi prefabricate, care lucrează ca două grinzi simplu rezemate şi sub acţiunea încărcărilor corespunzătoare acestei perioade, se produc deplasările elastice instantanee precum şi cele din curgerea lentă (fig.4.19b), unghiul dintre cele două grinzi micşorîndu-se în timp. La $t=\tau_2$ se realizează monolitizarea şi pentru perioada $t=[\tau_2,\infty)$ grinda lucrează ca una continuă, unghiul dintre cele două grinzi rămînînd constant, dar rotindu-se în ansamblu. Diferenţa dintre calculul obişnuit de grindă continuă, care nu ţine seamă de schimbarea schemei statice în timpul execuţiei structurii, constă în neglijarea perioadei cînd cele două grinzi lucrează ca simplu rezemate, deformatele elastice şi o parte din cele de curgere lentă fiind consumate în momentul monolitizării.

b) Cadrul portal prefabricat din figura 4.20a este realizat în mai multe etape. La timpul τ_0 se montează stîlpii cadrului, care lucrează ca două console independente (fig.4.20b). La timpul

τ_1 se montează grinda prefabricată, care lucrează ca o grindă simplu rezemată, producîndu-se deplasările verticale instantanee şi cele de curgere lentă (fig.4.2oc). La timpul τ_2 se realizează

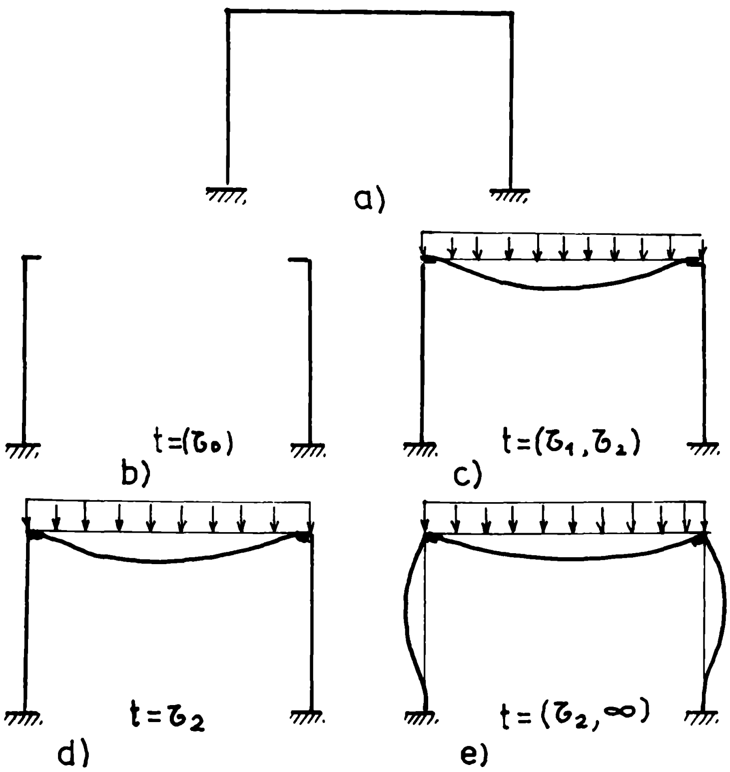


Fig.4.2o

monolitizarea nodurilor (fig.4.2od), după care structura lucrează ca un cadru portal (fig.4.2oe). Diferenţele dintre calculul obişnuit de cadru portal şi cel care ţine seamă de echimbări la produse în schema statică sînt cele prezentate la grinda continuă prefaricată.

4.8.2.2. <u>Impărţirea structurii în substructuri</u>

Si în cazul structurilor prefabricate, execuţia în etape introduce în mod natural ideea de a se lucra pe substructuri, similar ca în cazul structurilor monolite. In schimb însă, în cadrul fiecărei etape există mai multe operaţii care se fac la timpi diferiţi, care influenţează comportarea structurii.

Astfel, în etapa 1a (fig.4.21) se montează stîlpii verticali care lucrează ca şi console. Urmează aşezarea grinzilor prefabricate în etapa 1b, cînd încărcările din greutate proprie (a grinzii şi eventual a planşeelor prefabricate) produc deformaţiile elastice instantanee şi încep să se producă şi deformaţiile de

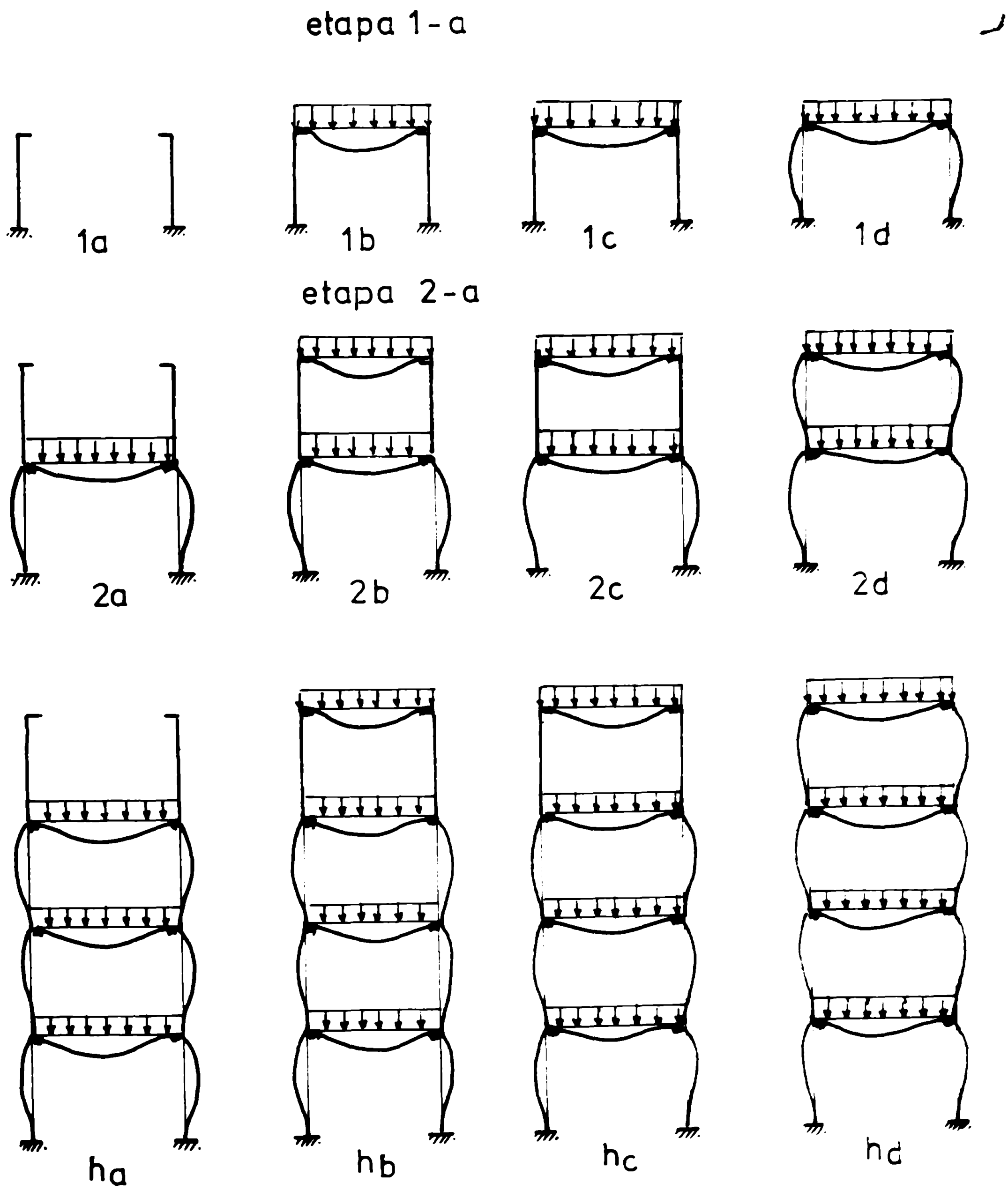


Fig.4.21

curgere lentă. In această perioadă grinzile prefabricate lucrează ca şi grinzi simplu rezemate. La timpul $t=\tau_{1c}$ se realizează monolitizarea nodurilor după care structura lucrează, pentru restul deformaţiilor de curgere lentă, ca un cadru portal.

Etapa 2-a începe cu montarea stîlpilor de la nivelul doi ($t=\tau_{2a}$), montarea grinzilor prefabricate ($t=\tau_{2b}$), monolitizarea nodurilor ($t=\tau_{2c}$), după care structura lucrează ca un cadru cu două niveluri.

Trecînd din etapă în etapă, se ajunge la nivelul h, la care se disting aceleaşi etape: montarea stîlpilor ($t=\tau_{ha}$), montarea grinzilor prefabricate, care lucrează ca simplu rezemate ($t=\tau_{hb}$), monolitizarea nodurilor ($t=\tau_{hc}$) şi astfel numai pentru $t>\tau_{hc}$ structura lucrează ca un cadru cu h niveluri.

Astfel, modul de execuţie a structurii indică o înşiruire de substructuri. In etapa h, se leagă două substructuri, prima executată în cele h-1 etape anterioare, care este un cadru static nedeterminat cu h-1 niveluri, şi a doua, cea corespunzătoare ultimului nivel.

4.8.2.3. Ecuaţiile de compatibilitate

In mod natural necunoscutele structurii de bază în etapa h se aleg eforturile de legătură dintre elementele prefabricate, în dreptul monolitizărilor. Astfel, în etapa h, necunoscutele de la nivelul h vor fi (fig.4.22):

$$\left\{X_j^{(h)}(t)\right\}=\begin{Bmatrix} x_1^{(h)}(t) \\ x_2^{(h)}(t) \\ \vdots \\ x_s^{(h)}(t) \end{Bmatrix} \qquad (4.143)$$

unde s este gradul de nedeterminare statică a substructurii nivelului h. Ecuaţiile de compatibilitate sînt:

$$\left[A_{xx}^{(h)}(t)\right]\left\{X^{(h)}(t)\right\}+\left\{U_{xp}^{(h)}(t)\right\}=0 \qquad (4.144)$$

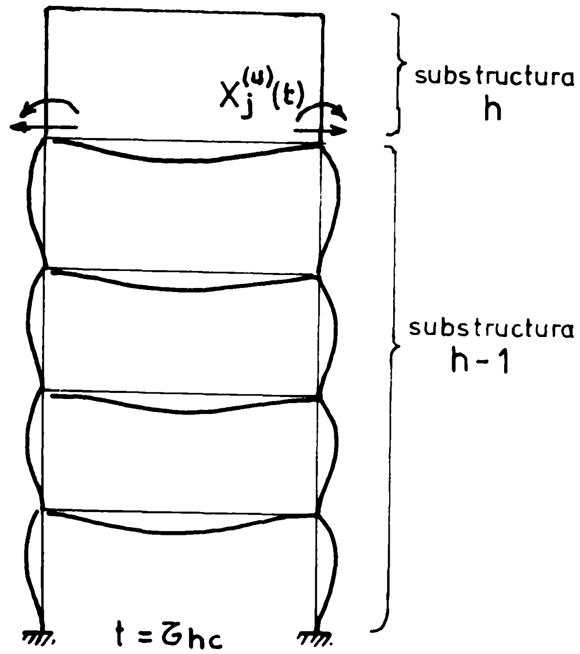


Fig.4.22.

Deoarece valorile inițiale ale necunoscutelor $\{X_j^{(h)}\}$ sînt nule, trebuie să se lucreze cu valorile finale. Rezultă astfel

$$\{X_j^{(h)}(t)\} = \{\bar{X}_{jo}^{(h)}\}^T \{F_j^{(h)}(t)\} \tag{4.145}$$

unde:

- $\bar{X}_{jo}^{(h)}$ este valoarea necunoscutei calculată fără să se țină seamă de etapele de execuție;

- $F_j^{(h)}(t)$ ține seamă de schimbarea schemei statice și modul diferit de acțiune a curgerii lente în diferitele etape de execuție. Necunoscutele $\{\bar{X}_o^{(h)}\}$ vor rezulta din rezolvarea ecuațiilor:

$$[\bar{A}_{xx}^{(h)}]\{\bar{X}_o^{(h)}\} + \{\bar{U}_{xp}^{(h)}\} = 0 \tag{4.146}$$

Așa cum s-a procedat în exemplele precedente, după ce $\bar{X}_o^{(h)}$ sînt determinate, se calculează funcțiile $\{F_j^{(h)}(t)\}$ din ecuația (4.110)

$$[C_{xx}^{(h)}(.)]\{F^{(h)}(t)\} + [D_{xp}^{(h)}(.)]\{p(t)\} = 0 \tag{4.147}$$

în care matricele $[C_{xx}^{(n)}(.)]$ și $[D_{xp}^{(h)}(.)]$ sînt date de (4.141), dar în care operatorii $c_{ij}^{(h)}(.)$ și $d_{ij}^{(h)}(.)$ sînt:

$$c_{ij}^{(h)}(.) = \left[\sum_k \bar{a}_{ij,k}^{(h)} J_k^{(h)}(.)\right] \bar{X}_{jo}^{(h)} \tag{4.148a}$$

$$d_{ij}^{(h)}(.) = \left[\sum_k \bar{b}_{ij,k}^{(h)} J_k^{(h)}(.)\right] \bar{P}_j^{(h)} \tag{4.148b}$$

4.9. Metode practice de rezolvare

4.9.1. Utilizarea formulării Trost-Bazant pentru operatorul $\mathcal{J}[\ldots]$.

In paragrafele precedente s-a elaborat o metodă analitică generală care permite să fie stabilită starea de eforturi şi deformaţii la orice tip t, măsurat de la un timp τ_1, considerat timp reper. Analizînd această stare la diferite perioade, se poate stabili o "biografie" a structurii, din momentul realizării ei, pînă cînd efectele curgerii lente şi contracţiei se amortizează.

Totuşi pentru proiectarea curentă este mai puţin importantă cunoaşterea stării de eforturi în fiecare moment, deoarece aceste valori cresc sau scad continuu. De aceea este suficient că fie cunoscută starea de eforturi şi deformaţie iniţială şi finală, pentru a avea o imagine clară asupra modificărilor petrecute în structură.

In această situaţie trebuie analizată care dintre metodele de calcul prezentate în capitolul precedent este cea mai adecvată.

Astfel, folosirea metodelor analitice Dischinger sau Alexandrovski introduce complicaţii inutile, pentru că ele se referă la cunoaşterea stării de eforturi şi deformaţii în orice moment, starea finală, ce ne interesează, fiind numai un caz limită.

Dintre metodele numerice aproximative, formularea Trost-Bazant pentru operatorul $\mathcal{J}[\ldots]$ este cea mai simplă şi metodele practice ce se vor dezvolta în continuare vor utiliza această formulare.

Astfel operatorii $J_k[\ldots]$ din ecuaţiile de compatibilitate pot fi scrişi sub forma:

$$\mathcal{J}_k[F_j(t)] = F_j[1+\varphi_k(t,\tau_1)] + [F_j(t)-F_j][1+\chi_k(t,\tau_1)\,\varphi_k(t,\tau_1)] \quad (4.149)$$

Dacă se iau în considerare valorile finale:

$$F_j(\infty)=\bar{F}_j\ ;\ \varphi_k(\infty,\tau_1)=\bar{\varphi}_k\ ;\ \varkappa_k(\infty,\tau_1)=\bar{\varkappa}_k \tag{4.150a}$$

şi cele iniţiale:

$$F_j=1 \tag{4.150b}$$

relaţia (4.149) devine:

$$\mathcal{J}_k[\bar{F}_j]=1+\bar{\varphi}_k+(\bar{F}_j-1)(1+\bar{\varkappa}_k\bar{\varphi}_k)=(1+\bar{\varkappa}_k\bar{\varphi}_k)\bar{F}_j+(1-\bar{\varkappa}_k)\bar{\varphi}_k \tag{4.151}$$

relaţie ce va fi utilizată în continuare în ecuaţiile de compatibilitate.

4.9.2. Metodă practică pentru structuri cu schemă statică nemodificată în timp

Dacă se introduce relaţia (4.149) în (4.112) rezultă:

$$\begin{aligned} c_{ij}(\bar{F}_j) &= \Big[\sum_k a_{ij,k}\mathcal{J}_k(\bar{F}_j)\Big]X_j=\Big[\sum_k a_{ij,k}\big[(1+\bar{\varkappa}_k\bar{\varphi}_k)\bar{F}_j+(1-\bar{\varkappa}_k)\bar{\varphi}_k\big]\Big]X_j \\ &= \bar{f}_{ij}\bar{F}_j+\bar{g}_{ij}X_j \end{aligned} \tag{4.152}$$

în care s-au folosit notaţiile:

$$\bar{f}_{ij}=\Big[\sum_k a_{ij,k}(1+\bar{\varkappa}_k\bar{\varphi}_k)\Big]X_j \tag{4.153a}$$

$$\bar{g}_{ij}=\sum_k a_{ij,k}(1-\bar{\varkappa}_k)\bar{\varphi}_k \tag{4.153b}$$

Ţinînd seamă că acţiunile nu se modifică în timp, rezultă din (4.114):

$$d_{ij}(\infty)=\bar{d}_{ij}=\sum_k b_{ij,k}(1+\bar{\varphi}_k) \tag{4.154}$$

Astfel relaţia (4.110) se modifică în:

$$[\bar{F}_{xx}]\{\bar{F}\}+[\bar{G}_{xx}]\{X\}+[\bar{D}_{xp}]\{P\}=0 \tag{4.155}$$

în care:

$[\bar{F}_{xx}]$ este matricea de flexibilitate asociată:

$$[\bar{F}_{xx}]=\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \bar{F}_1 & \bar{F}_2 & \bar{F}_j & \bar{F}_n \end{array} \\ \begin{vmatrix} \bar{f}_{11} & \bar{f}_{12} & \cdots & \bar{f}_{1j} & \cdots & \bar{f}_{1n} \\ \bar{f}_{21} & \bar{f}_{22} & \cdots & \bar{f}_{2j} & \cdots & \bar{f}_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{f}_{i1} & \bar{f}_{i2} & \cdots & \bar{f}_{ij} & \cdots & \bar{f}_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{f}_{n1} & \bar{f}_{n2} & \cdots & \bar{f}_{nj} & \cdots & \bar{f}_{nn} \end{vmatrix} \end{array} \tag{4.156}$$

$[\bar{G}_{XX}]$ - matricea asociată necunoscutelor inițiale X_n

$$[\bar{G}_{xx}] = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_j & x_n \end{array} \\ \left|\begin{array}{cccccc} \bar{g}_{11} & \bar{g}_{12} & \cdots & \bar{g}_{1j} & \cdots & \bar{g}_{1n} \\ \bar{g}_{21} & \bar{g}_{22} & \cdots & \bar{g}_{2j} & \cdots & \bar{g}_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{g}_{i1} & \bar{g}_{i2} & \cdots & \bar{g}_{ij} & \cdots & \bar{g}_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{g}_{n1} & \bar{g}_{n2} & \cdots & \bar{g}_{nj} & \cdots & \bar{g}_{nn} \end{array}\right| \end{array} \qquad (4.157)$$

$[\bar{D}_{xp}]$ - matricea acțiunilor exterioare

$$[\bar{D}_{xp}] = \left|\begin{array}{cccccc} \bar{d}_{11} & \bar{d}_{12} & \cdots & \bar{d}_{1j} & \cdots & \bar{d}_{1m} \\ \bar{d}_{21} & \bar{d}_{22} & \cdots & \bar{d}_{2j} & \cdots & \bar{d}_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{d}_{i1} & \bar{d}_{i2} & \cdots & \bar{d}_{ij} & \cdots & \bar{d}_{im} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{d}_{n1} & \bar{d}_{n2} & \cdots & \bar{d}_{nj} & \cdots & \bar{d}_{nm} \end{array}\right| \qquad (4.158)$$

De asemenea, în (4.156) s-au introdus vectorii:

- $\{F\}$ a valorilor finale ale funcțiilor de variație în timp:

$$\{\bar{F}\} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2 \\ \vdots \\ \bar{F}_i \\ \vdots \\ \bar{F}_n \end{Bmatrix} \qquad (4.159)$$

- $\{P\}$, a încărcărilor inițiale pe structură, dat de relația (4.80);
- $\{X\}$, a eforturilor necunoscute inițiale, dat de relația (4.81).

Prin urmare problema s-a redus la rezolvarea sistemului de ecuații:

$$[A_{xx}]\{X\}+[B_{xp}]\{P\}=0 \qquad (4.160a)$$

$$[\bar{F}_{xx}]\{\bar{F}\}+[\bar{G}_{xx}]\{X\}+[\bar{D}_{xp}]\{P\}=0 \qquad (4.160b)$$

Sistemul de ecuații (4.160) cuprinde două grupuri de necunoscute:

- $\{X\}$, necunoscutele în faza inițială ce se obțin din rezolvarea sistemului (4.160a):

$$\{X\}=-[A_{xx}]^{-1}[B_{xp}]\{P\} \qquad (4.161a)$$

- $\{\bar{F}\}$, funcţia de timp din faza finală ce arată creşterea sau descreşterea în timp a necunoscutelor iniţiale:

$$\{\bar{F}\} = -[\bar{F}xx]^{-1}\left\{[\bar{G}xx][Axx]^{-1}[Bxp]+[\bar{D}xp]\right\}\{P\} \qquad (4.161b)$$

Prin rezolvarea sistemului de ecuaţii (4.160) se obţin valorile $\{X\}$ şi $\{\bar{F}\}$ şi astfel se pot calcula din relaţia (4.96) valorile finale ale necunoscutelor:

$$\{\bar{X}\} = \{X\}^T\{\bar{F}\} \qquad (4.162)$$

şi cu aceste valori pot fi trasate diagramele de eforturi finale, după consumarea curgerii lente.

In cele ce urmează se va aplica metoda elaborată la două cadre pentru care există rezultate folosind ale metode.

a) <u>Cadru dublu articulat</u> din figura 4.23 este calculat în /82/ (pagina 173) cu următoarele caracteristici

bara 1 : ℓ = 4,00m ; E_1 = 3×10^6 N/cm^2; I_1 = 72×10^{-4}m^4; $\bar{\varphi}_1$=3

bara 2 : ℓ =12,00m ; E_2 = 3×10^6N/cm^2 ; I_2=105×10^{-4}m^4; $\bar{\varphi}_2$=1

Cadrul este odată static nedeterminat şi se alege drept necunoscută împingerea simplă X_1.

Calculul coeficienţilor a_{ij} rezultă din figura 4.23c,d:

$$a_{11,1} = \frac{1}{3}\,\frac{h^3}{E_1 I_1} \quad ; \quad b_{1p,1} = 0$$

$$a_{11,2} = \frac{\ell h^2}{E_2 I_2} \quad ; \quad b_{1p,2} = -\frac{h\ell^3}{12 E_2 I_2}$$

Rezultă astfel pentru faza iniţială la timpul :

$$[A_{11}] = a_{11} = 2a_{11,1} + a_{11,2} = \frac{\ell h^2}{E_2 I_2}\left(1+\frac{2}{3}\rho\right)$$

$$[B_{1p}] = b_{1p} = 2b_{11,1} + b_{11,2} = -\frac{h\ell^3}{12 E_2 I_2}$$

iar necunoscuta X se obţine din sistemul (4.109):

$$a_{11}X_1 + b_{1p}P = 0$$

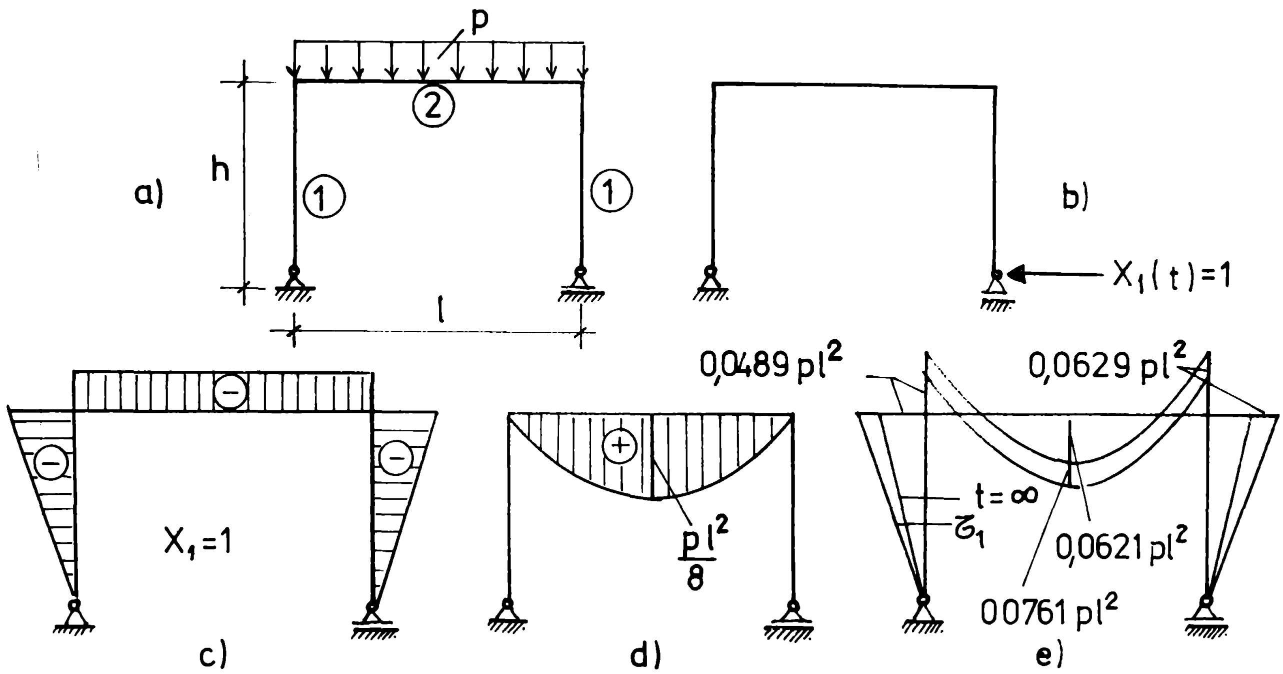


Fig.4.23

de unde:

$$\left(\frac{2}{3}\frac{h^3}{E_1 I_1}+\frac{\ell h^2}{E_2 I_2}\right)X_1-\frac{p h \ell^3}{12 E_2 I_2}=0$$

Se obține astfel

$$X_1=\frac{p\ell^2}{12}\;\frac{1}{1+\frac{2}{3}\rho}$$

unde

$$\rho=\frac{E_2 I_2}{E_1 I_1}\;\frac{h}{l}=\frac{3\times 10^6\times 105\times 10^{-4}}{3\times 10^6\times 72\times 10^{-4}}\;\frac{4}{12}=0,486$$

Rezultă astfel necunoscuta inițială X_1

$$X_1=0,755\;\frac{p\ell^2}{12h}$$

Pentru determinarea valorii finale a acestei necunoscute se calculează coeficienții $\bar{f}_{ij}$ și $\bar{g}_{ij}$ din relațiile (4.153). Valorile coeficienților $\bar{\varkappa}_1$ și $\bar{\varkappa}_2$ rezultă din tabelul 4.1. Considerînd că încărcarea grinzii se face la 100 zile de la turnare, iar pentru stîlpi la 3o de zile de la turnare, rezultă $\bar{\varkappa}_1 = 0{,}808$ şi $\bar{\varkappa}_2 = 0{,}815$.

Se obţine astfel:

$$[\bar{F}_{11}] = \bar{f}_{11} = [2a_{11,1}(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1) + a_{11,2}(1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2)]X_1 = \frac{\ell h^2}{E_2 I_2}[1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2 + \frac{2}{3}\rho(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)]X_1 = 2{,}924\,\frac{\ell h^2}{E_2 I_2}X_1$$

$$[\bar{G}_{11}] = \bar{g}_{11} = 2a_{11,1}(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1 + a_{12}(1-\bar{\varkappa}_2)\bar{\varphi}_2 = \frac{\ell h^2}{E_2 I_2}[(1-\bar{\varkappa}_2)\bar{\varphi}_2 + \frac{2}{3}\rho(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1] = 0{,}371\,\frac{\ell h^2}{E_2 I_2}$$

$$[\bar{D}_{1p}] = \bar{d}_{11} = 2b_{11,1}(1+\bar{\varphi}_1) + b_{11,2}(1+\bar{\varphi}_2) = -2\,\frac{h\ell^3}{12E_2I_2}$$

Pentru cazul studiat ecuaţia (4.155) devine:

$$\bar{f}_{11}\bar{F}_1 + \bar{d}_{11}\cdot p + \bar{g}_{11}X_1 = 0$$

şi introducînd valorile de mai sus:

$$2{,}924\,\frac{\ell h^2}{E_2 I_2}\cdot 0{,}755\,\frac{p\ell^2}{12h}\bar{F}_1 - 2\,\frac{ph\ell^3}{12E_2I_2} + 0{,}371\,\frac{\ell h^2}{E_2I_2}\cdot 0{,}755\,\frac{p\ell^2}{12h} = 0$$

Se obţine astfel, după simplificările necesare

$$2{,}2076\bar{F}_1 - 2 + 0{,}2801 = 0$$

$$\bar{F}_1 = \frac{1{,}7199}{2{,}2076} = 0{,}779$$

Valoarea finală a lui X_1 ca urmare a efectului curgerii lente diferite a celor două elemente este

$$\bar{X}_1 = X_1(\infty) = X_1\bar{F}_1 = 0{,}779 \times 0{,}755\,\frac{p\ell^2}{12h} = 0{,}587\,\frac{p\ell^2}{12h}$$

împingerea reducîndu-se cu cca 22,2%.

Un calcul mai exact este efectuat, rezultînd în /82/:

$$\bar{X}_1 = 0{,}575\,\frac{pl^2}{12h}$$

faţă de care diferenţa este numai de 2%. Astfel, se verifică corectitudinea metodei de calcul elaborată în lucrare.

Diagramele de momente în faza iniţială şi cea finală sînt reprezentate în figura 4.23e. Se constată că momentele din colţurile cadrului scad, pe cînd cele din cîmp cresc. Astfel rezultă pe reazeme

$$M_B(\tau_1) = 0,0629\,pl^2$$
$$\bar{M}_B = 0,0489\,pl^2$$

iar în cîmp

$$M_{max}(\tau_1) = 0,0621\,pl^2$$
$$\bar{M}_{max} = 0,0761\,pl^2$$

Prin urmare momentele în cîmp au crescut cu 22% ca urmare a faptului că rigiditatea stîlpilor, avînd caracteristica curgerii lente mai mare decît cea a grinzii, se reduce în timp mult mai mult şi efectul de încastrare scade.

b) Cadru simplu din figura (4.24a) este de asemenea studiat în /82/ (pag.271) cu următoarele caracteristice.

$$\frac{E_1 A_1 l^2}{E_2 I_2} = 49;\ h = l = 7m$$

pentru două cazuri: $\bar{\varphi}_1 = 0;\ \bar{\varphi}_2 = 2$ şi $\bar{\varphi}_1 = 2;\ \bar{\varphi}_2 = 0$

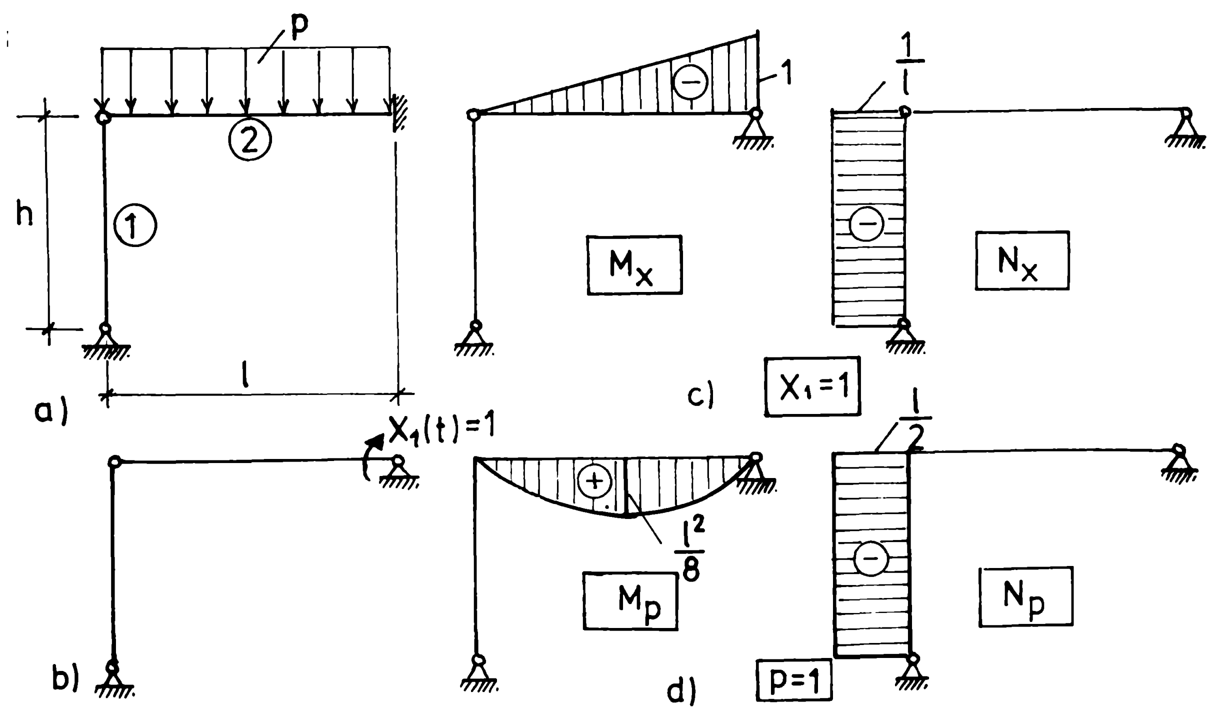


Fig.4.24.

Cadrul este odată static nedeterminat. Alegînd drept necunoscută momentul de pe reazemul C (fig.4.24b) rezultă următorii coeficienţi:

$$a_{11,1} = \frac{h}{E_1A_1\ell^2} \quad ; \quad b_{11,1} = -\frac{h}{2E_1A_1}$$

$$a_{11,2} = \frac{\ell}{3E_2I_2} \quad ; \quad b_{11,2} = -\frac{\ell^3}{24E_2I_2}$$

$$[A_{11}] = a_{11} = a_{11,1} + a_{11,2} = \frac{h}{E_1A_1\ell^2} + \frac{\ell}{3E_2I_2}$$

$$[B_{1p}] = b_{11} = b_{11,1} + b_{11,2} = -\left(\frac{h}{2E_1A_1} + \frac{\ell^3}{24E_2I_2}\right)$$

Din ecuaţia (4.16oa) rezultă:

$$a_{11}X_1 + b_{11}p = o$$

de unde

$$X_1 = \frac{p\ell^2}{8}\,\frac{12+\rho}{3+\rho} = 1{,}17\,\frac{p\ell^2}{8}$$

unde

$$\rho = \frac{E_1A_1\ell^2}{E_2I_2}\,\frac{\ell}{h} = 49$$

Pentru primul caz în care $\bar{\varphi}_1 = o$ şi $\bar{\varphi}_2 = 2$, se consideră $\bar{\varkappa} = o{,}8$:

$$[\bar{F}_{11}] = \bar{f}_{11} = [a_{11,1}(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1) + a_{11,2}(1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2)]X_1 = \left[\frac{h}{E_1A_1\ell^2} + \frac{\ell}{3E_2I_2}(1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2)\right]X_1 =$$

$$= 43{,}467\,\frac{h}{E_1A_1\ell^2}X_1$$

$$[\bar{G}_{11}] = \bar{g}_{11} = a_{11,1}(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1 + a_{11,2}(1-\bar{\varkappa}_2)\bar{\varphi}_2 = \frac{\ell}{3E_2I_2}\,0{,}2\cdot 2 = 0{,}1333\,\frac{\ell}{E_2I_2}$$

$$[\bar{D}_{1p}] = \bar{d}_{11} = b_{11,1}(1+\bar{\varphi}_1) + b_{11,2}(1+\bar{\varphi}_2) = -\left(\frac{h}{2E_1A_1} + 3\frac{\ell^3}{24E_2I_2}\right) =$$

$$= -6{,}625\,\frac{h}{E_1A_1}$$

Din (4.16ob) se obţine ecuaţia:

$$\bar{f}_{11}\bar{F}_1 + \bar{g}_{11}X_1 + \bar{d}_{11}p = 0$$

şi introducînd valorile de mai sus:

$$43,467\frac{h}{E_1A_1\ell^2}\,1,17\frac{p\ell^2}{8}\bar{F}+0,1333\times 1,17\frac{p\ell^2}{8}-6,625\frac{ph}{E_1A_1}=0$$

$$6,357\bar{F}+0,0195\frac{E_1A_1\ell^2}{E_2I_2}\,\frac{\ell}{h}-6,625=0;\; 6,357\bar{F}+0,955-6,625=0$$

$$\bar{F}=\frac{5,67}{6,357}=0,892$$

Valoarea finală a necunoscutei este

$$X_1=0,892\times 1,17\frac{p\ell^2}{8}=1,04\frac{p\ell^2}{8}$$

Pentru cazul $\bar{\varphi}_1=2$, $\bar{\varphi}_2=0$ şi $\bar{\pi}=0,8$ se obţine:

$$\bar{f}_{11}=18,933\frac{h}{E_1A_1\ell^2}X_1$$

$$\bar{g}_{11}=0,4\frac{h}{E_1A_1\ell^2}$$

$$\bar{d}_{11}=-3,542\frac{h}{E_1A_1}$$

Similar rezultă ecuaţia:

$$18,933\frac{h}{E_1A_1\ell^2}\,1,17\frac{p\ell^2}{8}\bar{F}+0,4\frac{h}{E_1A_1\ell^2}\,1,17\frac{p\ell^2}{8}-3,542\frac{ph}{E_1A_1}=0$$

$$2,769\bar{F}+0,0585-3,542=0$$

$$\bar{F}=\frac{3,4835}{2,769}=1,258$$

şi valoarea finală a necunoscutei este:

$$\bar{X}_1=1,258\times 1,17\frac{p\ell^2}{8}=1,47\frac{p\ell^2}{8}$$

Compararea rezultatelor obţinute cu valorile determinate în /82/ cu alte metode ne arată următoarele:

Metoda	$\bar{\varphi}_1=0;\bar{\varphi}_2=2$	$\bar{\varphi}_1=2;\ \bar{\varphi}_2=0$
Trost-Bazant	1,03	1,46
Curgere medie	1,01	1,48
Dischinger	1,02	1,47
Metoda propusă în lucrare	1,04	1,47

Rezultă o foarte bună concordanţă cu valorile stabilite în /82/. Se menţionează că metoda Trost-Bazant utilizată şi în prezenta lucrare are în /82/ o altă formulare decît cea de faţă). Rezultă că metoda elaborată este corectă.

In figura 4.24e este trasată diagrama de momente pe cadrul Se constată că, în funcţie de caracteristicile curgerii lente, valorile momentelor pe reazem pot să scadă sau să crească.

Astfel dacă:

$$\bar{\varphi}_1 = 0;\ \bar{\varphi}_2 = 2;\ M_C = 1{,}17\frac{pl^2}{8};\ \bar{M}_C = 1{,}04\frac{pl^2}{8}$$

momentul scăzînd cu 12,5%, iar dacă

$$\bar{\varphi}_1 = 2;\ \bar{\varphi}_2 = 0;\ M_C = 1{,}17\frac{pl^2}{8};\ \bar{M}_C = 1{,}47\frac{pl^2}{8}$$

momentul creşte cu 25,6%.

In concluzie, cele două exemple de calcul, pentru care există valori stabilite după alte metode, au arătat că metoda elaborată în lucrare este corectă şi astfel poate fi folosită la analizarea unor structuri mai complexe.

4.9.3. Metodă practică pentru efectul contracţiei betonului

La fel ca şi în cazul curgerii lente, pentru calculul practic interesează valorile finale ale eforturilor din contracţie. In acest sens, introducînd relaţia (4.151) în (4.134) rezultă similar cu (4.152):

$$c_{ij}(\bar{F}_j) = \bar{f}_{ij}\bar{F}_j + \bar{g}_{ij}\bar{X}_{jo} \tag{4.163}$$

în care $\bar{f}_{ij}$ şi $\bar{g}_{ij}$ sînt date de (4.153). Rezultă astfel că efectul contracţiei betonului poate fi determinat rezolvînd sistemul de ecuaţii dat de (4.132)

$$[A_{xx}]\{\bar{X}_o\} + \{\bar{U}_{xc}\} = 0 \tag{4.164a}$$

$$[\bar{F}_{xx}]\{\bar{F}\} + [\bar{G}_{xx}]\{\bar{X}_o\} + \{\bar{U}_{xc}\} = 0 \tag{4.164b}$$

Din prima ecuaţie rezultă

$$\{\bar{X}_o\} = [A_{xx}]^{-1}\{\bar{U}_{xc}\} \tag{4.165}$$

care reprezintă necunoscutele determinate din contracţie, fără să se ţină seamă de efectul curgerii lente. Introducînd (4.165) în (4.164b) rezultă:

$$\{\bar{F}\} = -[F_{xx}]^{-1}([A_{xx}]^{-1}+1)\{\bar{U}_{xc}\} \qquad (4.166)$$

din care se obţine scăderea eforturilor din contracţie datorită efectului curgerii lente şi prin urmare $\{\bar{F}\} < 1$.

Efortul final rezultă din relaţia:

$$\{\bar{X}\} = \{\bar{X}_o\}^t\{\bar{F}\} \qquad (4.167)$$

Pentru testarea exactităţii metodei se consideră cadrul din fig.4.25a, calculat în /82/, care are din contracţie deformaţiile prezentate în fig. 4.25.

Structura de bază este prezentată în figura 4.25b, iar deformaţiile din contracţie a structurii de bază, în figura 4.25d. Calculul împingerii orizontale din contracţie, fără să se ţină seamă de efectul curgerii lente rezultă din ecuaţia (4.164a):

$$a_{11}\bar{X}_{10} + \bar{u}_{1c} = 0$$

în care a_{11} este determinat în exemplul precedent, iar:

$$\bar{u}_{1c} = -\bar{\mathcal{E}}_{ct}\,\ell$$

Rezultă astfel:

$$\bar{X}_{10} = \frac{\bar{\mathcal{E}}_{ct}\,\ell}{\frac{2h^3}{3E_1I_1} + \frac{\ell h^2}{E_2I_2}} = \bar{\mathcal{E}}_{ct}\ \frac{E_2I_2}{h^2}\ \frac{1}{1+\frac{2}{3}\rho} = 0{,}755\,\bar{\mathcal{E}}_{ct}\ \frac{E_2I_2}{h^2}$$

ρ fiind dat în exemplul din paragraful precedent.

Ecuaţia (4.160b) devine:

$$\bar{f}_{11}\bar{F} + \bar{g}_{11}\bar{X}_{10} + \bar{\mu}_{1c} = 0$$

Folosind calculele din exemplul precedent, se obţine:

$$2{,}924\,\frac{\ell h^2}{E_2I_2}\,0{,}755\,\bar{\mathcal{E}}_{ct}\ \frac{E_2I_2}{h^2}\,\bar{F} + 0{,}371\,\frac{\ell h^2}{E_2I_2}\,0{,}755\,\bar{\mathcal{E}}_{ct}\,\frac{E_2I_2}{h^2} - \bar{\mathcal{E}}_{ct} = 0$$

$$2{,}2076\,\bar{F} + 0{,}28 - 1{,}0$$

$$\bar{F} = \frac{0{,}72}{2{,}2076} = 0{,}326$$

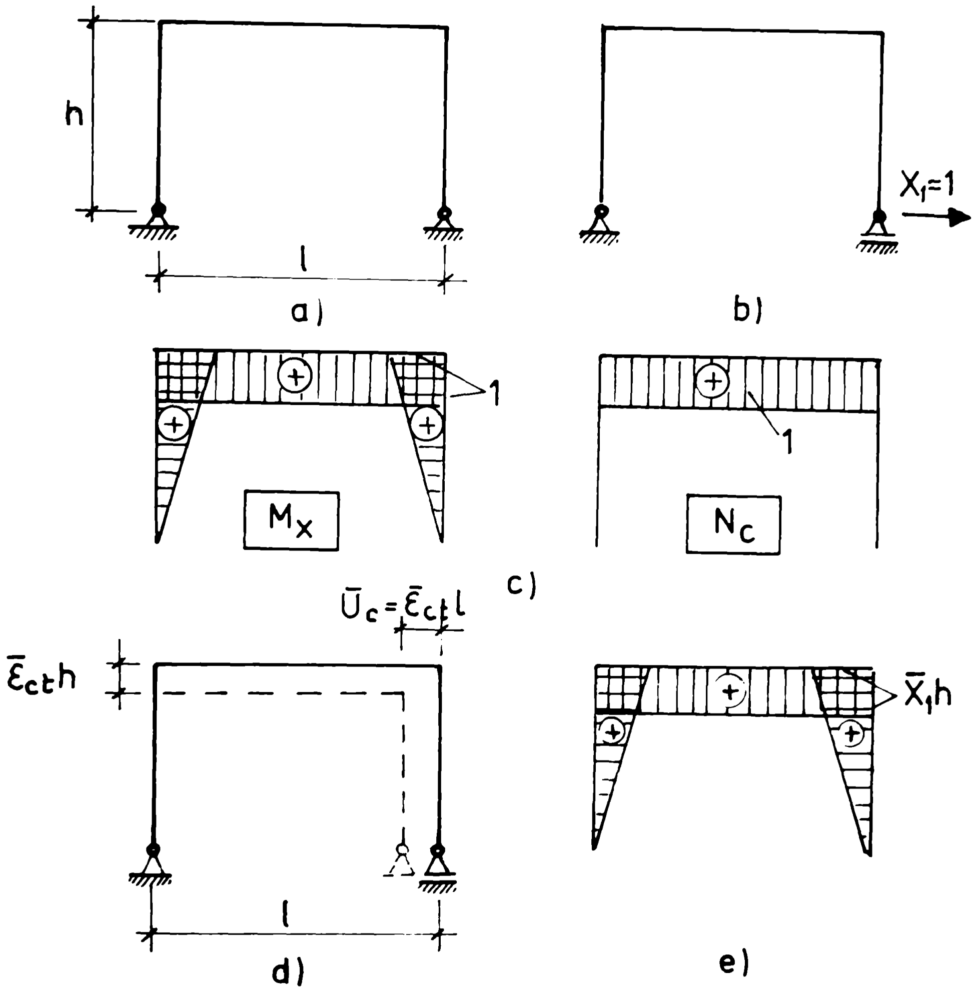


Fig. 4.25.

Calculul mai exact efectuat în /82/ a dat $\bar{F}$ = 0,33, de unde rezultă o diferenţă 1,2%.

Impingerea orizontală finală, ţinînd seamă de contracţie şi curgere lentă este:

$$\bar{X}_1 = 0{,}326 \cdot 0{,}755\, \bar{\varepsilon}_{ct} \frac{E_2 I_2}{h^2} = 0{,}246\, \bar{\varepsilon}_{ct} \frac{E_2 I_2}{h^2}$$

Prin urmare curgerea lentă a redus eforturile din contracţie cu 67%.

4.9.4. Metodă practică pentru structuri cu schemă statică ce se modifică în timpul execuției

4.9.4.1. Structuri monolite

Similar cu în cazurile precedente, pentru etapa 4 de execuție la timpul $t=\tau_h$ necunoscutele acestei etape și variația în timp a acestor eforturi va fi determinată din relațiile:

$$[A_{xx}^{(h)}(\tau_h)]\{X^{(h)}(\tau_h)\}+[B_{xp}^{(h)}(\tau_h)]\{P^{(h)}(\tau_h)\}=0 \tag{4.168a}$$

$$[F_{xx}^{(h)}(\tau_h)]\{F^{(h)}(t)\}+[G_{xx}^{(h)}(\tau_h)]\{X^{(h)}(\tau_h)\}+[D_{xp}^{(h)}]\{P^{(h)}(\tau_h)\}=0 \tag{4.168b}$$

S-a ajuns la aceste relații utilizînd pentru funcția $J_k[\ldots]$ expresia simplificată a lui Trost-Bazant:

$$J_k[F_j^{(h)}(t)]=1+\varphi_k(\tau_h,\tau_1)+[F_j^{(h)}(\tau_h)-1][1+\chi_k(\tau_h,\tau_1)\varphi_k(\tau_h,\tau_1)] \tag{4.169}$$

care introdusă în relația (4.140), dă relația (4.168b), cu notațiile

$$f_{ij}^{(h)}(\tau_h)=[\sum_k a_{ij,k}[1+\chi_k(\tau_h,\tau_1)\varphi_k(\tau_h,\tau_1)]]X_j^{(h)}(\tau_h) \tag{4.170a}$$

$$g_{ij}^{(h)}(\tau_h)=\sum_k a_{ij,k}[1-\chi_k(\tau_h,\tau_1)]\varphi_k(\tau_h,\tau_1) \tag{4.170b}$$

$$d_{ij}^{(h)}(\tau_h)=\sum_k b_{ij,k}[1+\varphi_k(\tau_h,\tau_1)] \tag{4.170c}$$

Matricele din (4.168a) sînt date de (4.139), iar cele din (4.168b) sînt:

$$[F_{xx}^{(h)}(\tau_h)]=\begin{array}{cccc} F_1(\tau_h) & F_2(\tau_h) & F_j(\tau_h) & F_n(\tau_h) \\ \left|\begin{array}{c} f_{11}^{(h)}(\tau_h) \\ \vdots \\ f_{i1}^{(h)}(\tau_h) \\ \vdots \\ f_{n1}^{(h)}(\tau_h) \end{array}\right. & \begin{array}{c} f_{12}^{(h)}(\tau_h) \\ \vdots \\ f_{i2}^{(h)}(\tau_h) \\ \vdots \\ f_{n2}^{(h)}(\tau_h) \end{array} & \begin{array}{c} f_{1j}^{(h)}(\tau_h) \\ \vdots \\ f_{ij}^{(h)}(\tau_h) \\ \vdots \\ f_{nj}^{(h)}(\tau_h) \end{array} & \left.\begin{array}{c} f_{1n}^{(h)}(\tau_h) \\ \vdots \\ f_{in}^{(h)}(\tau_h) \\ \vdots \\ f_{nn}^{(h)}(\tau_h) \end{array}\right| \end{array} \tag{4.171a}$$

$$
\left[G_{xx}^{(h)}(\tau_h)\right] = \begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} X_1^{(h)}(\tau_h) & X_2^{(h)}(\tau_h) & & X_j^{(h)}(\tau_h) & & X_n^{(h)}(\tau_h) \end{array} \\
\left|\begin{array}{cccccc}
g_{11}^{(h)}(\tau_h) & g_{12}^{(h)}(\tau_h) & \cdots & g_{1j}^{(h)}(\tau_h) & \cdots & g_{1n}^{(h)}(\tau_h) \\
\vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
g_{i1}^{(h)}(\tau_h) & g_{i2}^{(h)}(\tau_h) & \cdots & g_{ij}^{(h)}(\tau_h) & \cdots & g_{in}^{(h)}(\tau_h) \\
\vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
g_{n1}^{(h)}(\tau_h) & g_{n2}^{(h)}(\tau_h) & \cdots & g_{nj}^{(h)}(\tau_h) & \cdots & g_{nn}^{(h)}(\tau_h)
\end{array}\right|
\end{array} \qquad (4.171b)
$$

$$
\left[\bar{D}_{xp}(\tau_h)\right] = \begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} p_1 & p_2 & & p_j & & p_m \end{array} \\
\left|\begin{array}{cccccc}
d_{11}^{(h)}(\tau_h) & d_{12}^{(h)}(\tau_h) & \cdots & d_{1j}^{(h)}(\tau_h) & \cdots & d_{1m}^{(h)}(\tau_h) \\
\vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
d_{i1}^{(h)}(\tau_h) & d_{i2}^{(h)}(\tau_h) & \cdots & d_{ij}^{(h)}(\tau_h) & \cdots & d_{im}^{(h)}(\tau_h) \\
\vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
d_{m}^{(h)}(\tau_h) & d_{n2}^{(h)}(\tau_h) & \cdots & d_{nj}^{(h)}(\tau_h) & \cdots & d_{nm}^{(h)}(\tau_h)
\end{array}\right|
\end{array} \qquad (4.171c)
$$

Ecuaţiile (4.168) pot fi scrise şi pentru faza finală, la timpul $t = \infty$.

Exemplul test de calcul se referă la o grindă continuă turnată în două etape, studiat în /82/ şi prezentat în fig.4.26.

Turnarea grinzii 1 se face la timpul τ_0 iar decofrarea la timpul τ_1^1. Turnarea grinzii 2 se face la timpul τ_1^2, iar decofrarea ei la timpul τ_2^2.

In intervalul (τ_1^1, τ_2^2) grinda lucrează ca simplu rezemată, iar în intervalul (τ_2^2, ∞) ca o grindă continuă.

La timpul $t = \tau_2^2$, care reprezintă etapa 2-a a realizării grinzii, se determină necunoscute de pe reazemul 2 din condiţia (4.168a):

Dacă se ţine seamă că activă este numai încărcarea de pe

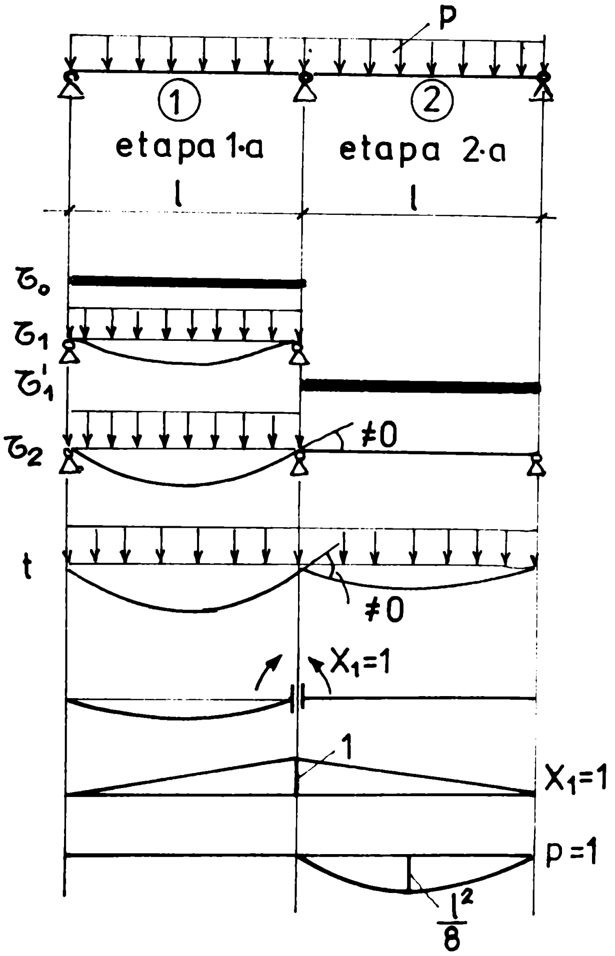


Fig.4.26.

grinda 2, cea de pe grinda 1 fiind preluată în etapa precedentă, rezultă

$$\frac{2\ell}{3EI} X_1^{(2)}(\tau_2^2) = \frac{p\ell^3}{24EI} \ ; \ X_1^{(2)}(\tau_2^2) = \frac{p\ell^2}{16}$$

După legarea celor două grinzi, variaţia în timp va fi dată de relaţia (4.168). Pentru că ne interesează valoarea finală, în aceste ecuaţii t= .

$$\bar{f}_{11} = \frac{\ell}{3EI}(2 + \varkappa_1\bar{\varphi}_1 + \varkappa_2\bar{\varphi}_2) X_1^{(2)}(\tau_2^2)$$

$$\bar{g}_{11} = \frac{\ell}{3EI}(\bar{\varphi}_1 + \bar{\varphi}_2 - \varkappa_1\bar{\varphi}_1 - \varkappa_2\bar{\varphi}_2)$$

$$\bar{d}_{ij} = -\frac{\ell^3}{24EI}(1 + \bar{\varphi}_1 + \bar{\varphi}_2)$$

în care s-a ţinut seamă că pentru grinda 1 deplasarea elastică a fost consumată înainte de legarea grinzilor. Rezultă astfel ecuaţia:

$$\bar{f}_{11}\bar{F}_1^{(2)}+\bar{g}_{11}\bar{X}_1^{(2)}+\bar{d}_{11}p=0$$

$$\frac{l}{3EI}\left(2+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2\right)\frac{pl^2}{16}F_1^{(2)}+\frac{l}{3EI}\left(\bar{\varphi}_1+\bar{\varphi}_2+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2\right)\frac{pl^2}{16}-\frac{pl^3}{24EI}\left(1+\bar{\varphi}_1+\bar{\varphi}_2\right)=0$$

de unde se obţine:

$$\bar{F}_1^{(2)}=1+\frac{\bar{\varphi}_1+\bar{\varphi}_2}{2+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2}$$

Pentru exemplul de calcul studiat în /82/ s-a considerat $\bar{\varphi}_1=2,12$, $\bar{\varphi}_2=2,62$ iar din tabelul 3.1, rezultă $X_1=0,82$ şi $X_2=0,80$. Se obţine astfel:

$$\bar{F}_1^{(2)}=1+\frac{2,12+2,62}{2+0,82\times 2,12+0,80\times 2,62}=1,811$$

Valoarea finală a necunoscutei $\bar{X}_1^{(2)}$ rezultă astfel:

$$\bar{X}_1^{(2)}=1,811\frac{pl^2}{16}=0,905\frac{pl^2}{8}$$

În exemplul de calcul efectuat în /82/, folosind o integrare pas cu pas în 4 etape, s-a obţinut $\bar{X}_1^{(2)}=0,91\frac{pl^2}{8}$. Prin urmare valoarea determinată mai sus corespunde foarte bine cu cea determinată cu o metodă mai exactă.

4.9.4.2. Structuri prefabricate

Si în cazul structurilor prefabricate se procedează la fel, introducînd operatorul $J[\ldots]$ dat de Trost-Bazant. Astfel, pentru etapa (h) de execuţie se pot folosi ecuaţiile (4.168) iar pentru faza finală, se pune $t=\infty$ şi se folosesc ecuaţiile (4.160).

Rezultă astfel

$$\left[A_{xx}\right]\{\bar{X}\}+\left[B_{xp}\right]\{p\}=0 \qquad (4.172)$$

$$\left[F_{xx}\right]\{\bar{F}\}+\left[\bar{G}_{xx}\right]\{\bar{X}\}+\left[\bar{D}_{xp}\right]\{p\}=0$$

(4.172b)

în care $\left[\bar{A}_{xx}\right] \ldots \left[\bar{D}_{xp}\right]$ au semnificaţiile din paragrafele precedente.

La cadrul portal din fig.4.27 analizat şi în exemplul din 4.9.2, dar considerînd că a fost turnat monolit în /82/ se studiază şi cazul realizării prefabricate.

Toate dimensiunile lui sînt cele din exemplul precedent.

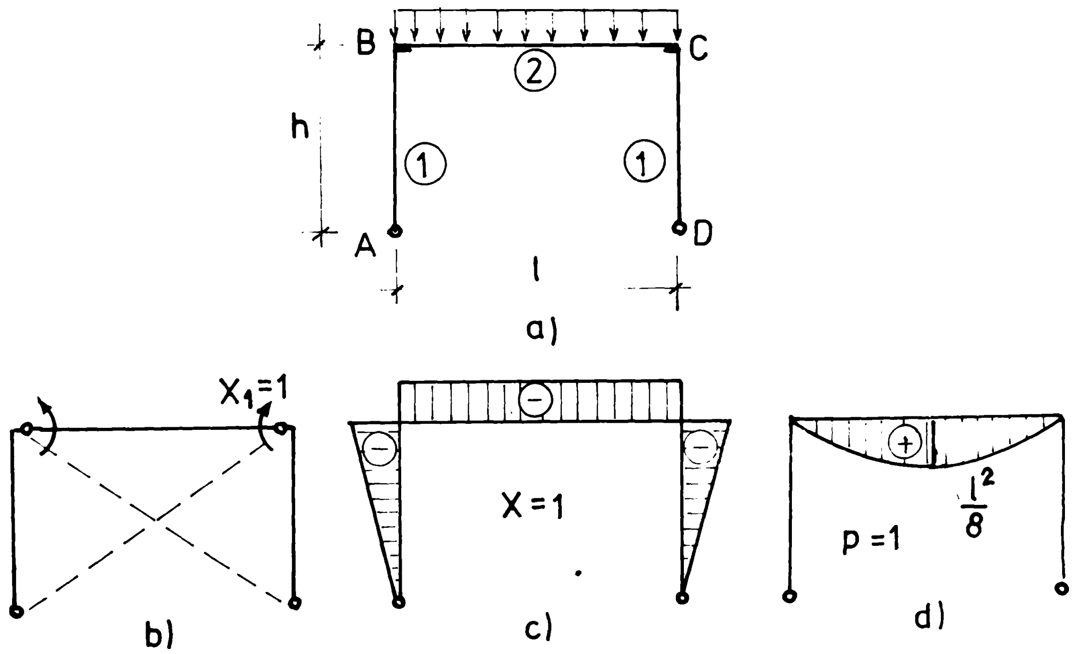


Fig. 4.27.

Stîlpii sînt montaţi la $t=\tau_0$, grinda prefabricată la $t=\tau_1$, iar monolitizarea se realizează la $t=\tau_2$. Drept necunoscute se aleg momentele de încovoiere de pe reazemele B şi C. Pentru că sistemul devine mecanism, se introduce o contravîntuire ce nu modifică starea de eforturi din încărcări verticale. Diagramele din X=1 şi p=1 sînt trecute în figura 4.27c, d. Se determină astfel

$$a_{11,1}^{(1)} = \frac{1}{3}\frac{h}{E_1I_1} \; ; \; b_{11,1}^{(1)} = 0 \qquad a_{11,2}^{(1)} = \frac{\ell}{E_2I_2} \; ; \; b_{11,2}^{(1)} = -\frac{\ell^3}{12E_2I_2}$$

Din condiţia (4.172a) rezultă:

$$\left(\frac{2}{3}\frac{h}{E_1I_1} + \frac{\ell}{E_2I_2}\right)\bar{X}_{10}^{(1)} = \frac{p\ell^3}{12E_2I_2}$$

de unde

$$\bar{X}_{1c}^{(1)} = \frac{p\ell^2}{12}\,\frac{1}{1+\frac{2}{3}\rho} = 0{,}755\,\frac{p\ell^2}{12}$$

unde

$$\rho = \frac{E_2I_2}{E_1I_1}\,\frac{h}{\ell} = 0{,}486$$

Coeficienţii din (4.172b) sînt cu valorile din exemplul paragrafului 4.9.2:

$$[\bar{F}_{11}] = \bar{f}_{11} = \frac{\ell}{E_2I_2}\left[1+\bar{x}_2\bar{y}_2 + \frac{2}{3}\rho(1+\bar{x}_1\bar{y}_1)\right]\bar{X}_{1c}^{(1)} = 2{,}924\,\frac{\ell}{E_2I_2}\,\bar{X}_{1c}^{(1)}$$

$$[\bar{G}_{11}] = \bar{g}_{11} = \frac{\ell}{E_2I_2}\left[(1-\bar{x}_2)\bar{y}_2 + \frac{2}{3}\rho(1-\bar{x}_1)\bar{y}_1\right] = 0{,}371\,\frac{\ell}{E_2I_2}$$

$$[\bar{D}_{11}] = \bar{d}_{11} = -\frac{\ell^3}{12E_2I_2}\,\bar{y}_2$$

La calculul coeficientului $\bar{d}_{11}$ s-a ţinut seamă că deformata elastică din încărcare se produce înainte de realizarea monolitizării.

Ecuaţia (4.172b) devine:

$$\bar{f}_{11}\bar{X}_{1c}^{(1)} - \bar{g}_{11}\bar{X}_{1c}^{(1)} - \bar{d}_{11} = 0$$

şi introducînd valorile de mai sus se obţine:

$$2{,}924\,\frac{\ell}{E_2I_2}\,0{,}755\,\frac{p\ell^2}{12}\bar{X}_{1c}^{(1)} - 0{,}371\,\frac{\ell}{E_2I_2}\,0{,}755\,\frac{p\ell^2}{12} - \frac{p\ell^3}{12E_2I_2} = 0$$

In urma simplificărilor necesare rezultă:

$$2{,}2076\ \bar{F}_1^{(1)} + 0{,}2801 - 1 = 0$$

$$\bar{F}_1^{(1)} = \frac{0{,}7199}{2{,}2076} = 0{,}326$$

In exemplul din /82/, calculat cu o metodă mai exactă, s-a obținut $\bar{F}_1^{(1)} = 0{,}33$, ceea ce corespunde unei diferențe de 1,2%.

Capitolul 5

APLICATII. INFLUENTA TEHNOLOGIEI DE EXECUTIE ASUPRA STARII DE EFORTURI LA STRUCTURILE DE BETON ARMAT

5.1. Introducere

Calculul structurilor de beton armat se face în mod obişnuit în stadiul elastic, în care nu se ţine seamă de modul de execuţie al structurii. Astfel, acest calcul nu are în vedere faptul că elementele structurii au fost executate la timpi diferiţi, avînd module de elasticitate şi caracteristici ale curgerii lente diferite. Ca urmare, rapoartele rigidităţilor dintre elementele structurii sînt altele decît cele determinate printr-un calcul elastic şi starea de eforturi va fi diferită. De asemenea, în cazul structurilor prefabricate, în calcule nu se ţine seamă că la montarea prefabricatelor o parte din greutatea proprie se aplică pe structură în situaţia că monolitizările nu sînt executate şi schema statică din timpul execuţiei diferă de cea finală. Un calcul elastic poate să ţină seamă de această schemă statică intermediară, dar nu poate să determine eforturile suplimentare din efectul curgerii lente ce apar pentru încărcarea din faza iniţială.

Pentru exemplificarea celor prezentate mai sus şi ca aplicaţii a metodei de calcul simplificate dezvoltată în capitolul precedent, se vor studia cadrul parter cu o deschidere şi cadrul parter cu două deschideri egale. La aceste cadre vor fi luate în considerare următoarele tehnologii de execuţie:- cadre turnate monolit, dar la care stîlpii şi grinzile sînt realizate la timpi diferiţi; - cadre cu stîlpi monoliţi şi grinzi prefabricate uzinate, la care timpii de execuţie sînt diferiţi, grinda avînd, de obicei, o vechime mai mare decît stîlpii; - cadre cu stîlpi şi grinzi prefabricate, la care elementele sînt realizate la timpi diferiţi; - cadre care se execută în două etape diferite; de exemplu deschiderea a doua a unui cadru cu două deschideri se realizează într-o etapă ulterioară.

La fiecare aplicaţie se vor urmări influenţele diferiţilor factori pentru a putea trage concluzii practice pentru practica proiectării.

5.2. Cadrul parter cu o deschidere

5.2.1. Stîlpi şi grinzi turnate monolit

5.2.1.1. Descrierea tehnologiei de execuţie

Pentru cadrul parter cu o singură deschidere (fig.5.1a) se are în vedere următoarea tehnologie de execuţie:

- se toarnă monolit stîlpii pînă la nivelul de sub grindă (fig.5.1b);
- se execută cofrarea grinzii şi se toarnă grinda (fig.5.1c);
- se montează plăcile prefabricate (fig.5.1d);
- se decofrează grinda (fig.5.1e);
- se execută învelitoarea (fig.5.1f).

Prin urmare, greutatea proprie se aplică cadrului în două etape:

- în momentul decofrării grinzii;
- la tensiunea execuţiei învelitorii.

Se poate observa din acest exemplu că în ambele situaţii, vîrsta betonului în momentul încărcării, prin urmare şi caracteristicile fizico-mecanice, este diferită la stîlpi faţă de cea a grinzii. Astfel, trebuie să se ia în considerare efectul neomogenităţii mecanice a structurii, care va duce la modificarea stării de eforturi faţă de cea a unei structuri omogene.

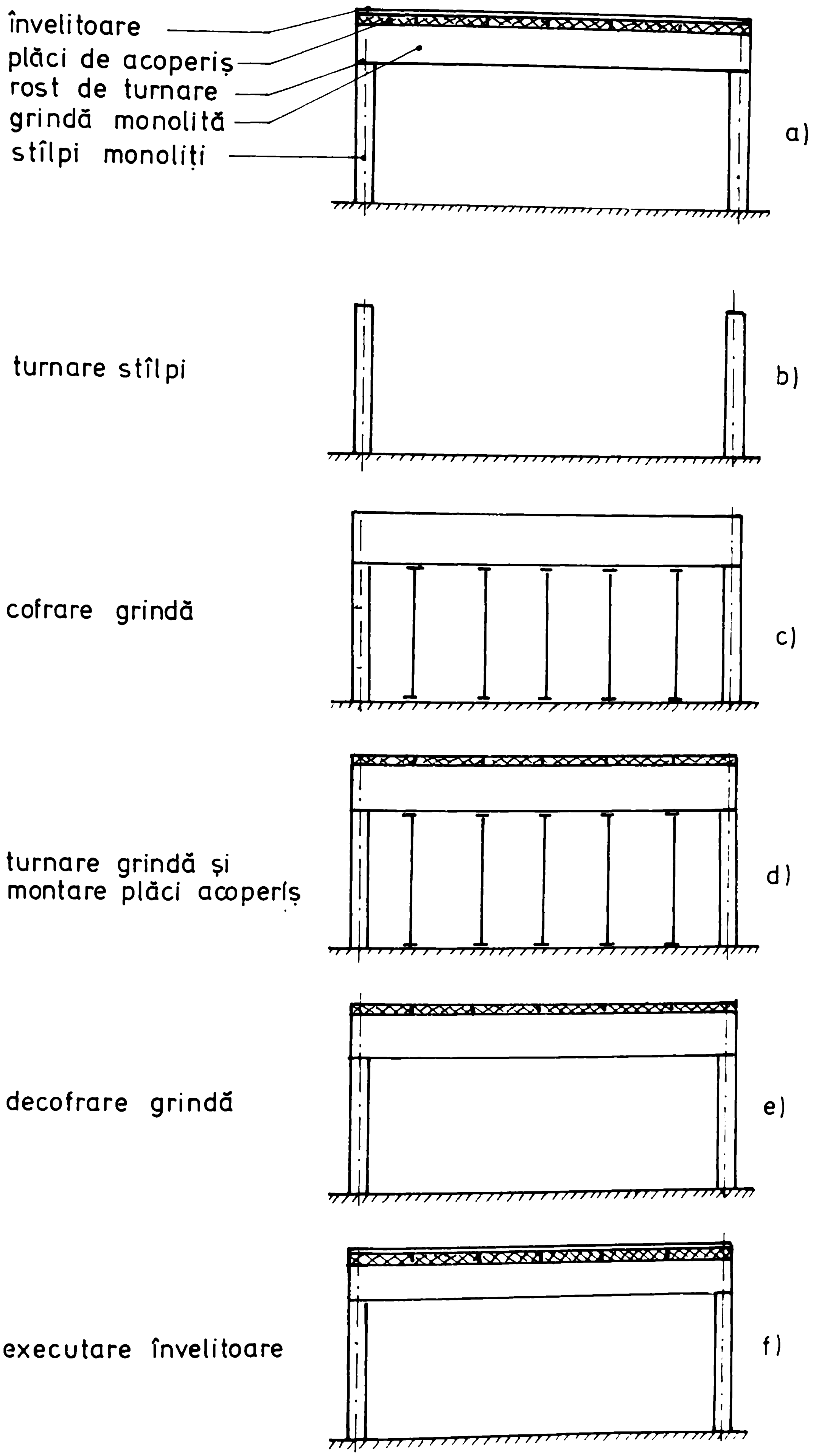

învelitoare
plăci de acoperiș
rost de turnare
grindă monolită
stîlpi monoliți
a)
turnare stîlpi
b)
cofrare grindă
c)
turnare grindă și
montare plăci acoperiș
d)
decofrare grindă
e)
executare învelitoare
f)

Fig. 5.1

5.2.1.2. Calculul structurii în faza inițială (t=o)

In faza inițială, la t=o, curgerea lentă și contracția betonului nu are nici un efect și prin urmare calculul se face în stadiul elastic. In figura 5.2.b se prezintă structura de bază, în care secționările au fost făcute în dreptul separării betoanelor de calități diferite.

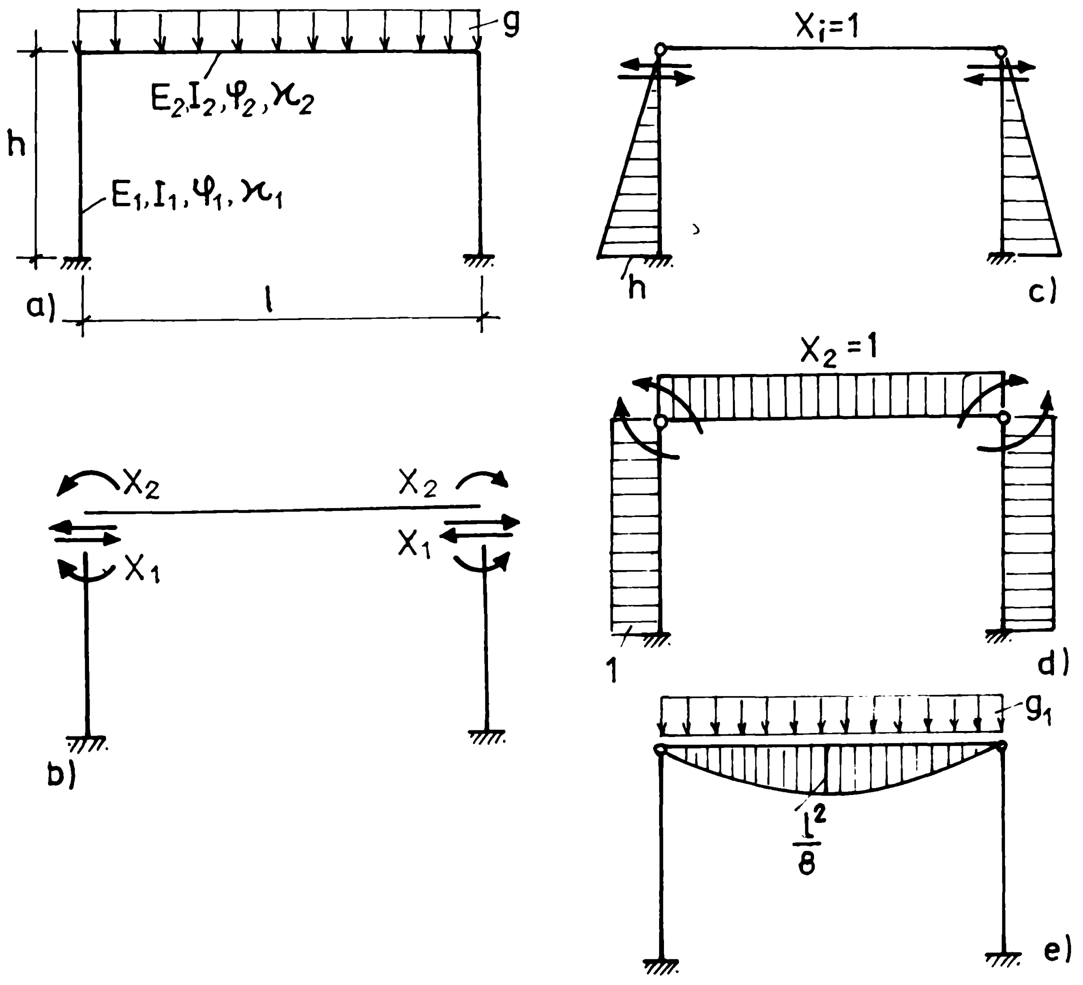


Fig.5.2.

Pentru determinarea necunoscutelor X_1, X_2 din faza inițială se folosește sistemul de ecuații (4.16oa) în care:

$$\left[A_{xx}\right] = \begin{vmatrix} a_{11} a_{12} \\ a_{21} a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{2h^3}{3E_1I_1} & \frac{h^2}{E_1I_1} \\ \frac{h^2}{E_1I_1} & \frac{l}{E_2I_2}(2\rho+1 \end{vmatrix} \qquad (51a)$$

$$\left[B_{xg}\right] = \begin{vmatrix} b_{11g} \\ b_{21g} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c \\ -\frac{\ell^3}{12E_2I_2} \end{vmatrix} \qquad (5.1b)$$

şi în care s-a introdus notaţia:

$$\rho = \frac{E_2I_2}{E_1I_1}\frac{h}{\ell} \qquad (5.2)$$

care reprezintă <u>rigiditatea relativă</u> a cadrului.

Se ajunge astfel la sistemul de ecuaţie:

$$\frac{2h^3}{3E_1I_1}X_1 + \frac{h^2}{E_1I_1}X_2 = 0 \qquad (5.3a)$$

$$\frac{h^2}{E_1I_1}X_1 + \frac{\ell}{E_2I_2}(2\rho+1)X_2 - \frac{g\ell^3}{12E_2I_2} = 0 \qquad (5.3b)$$

din care se obţin valorile necunoscutelor

$$X_1 = -\frac{g\ell^2}{4h(\rho+2)}; \quad X_2 = \frac{g\ell^2}{6(\rho+2)} \qquad (5.4.a,b)$$

Diagrama de eforturi finale este prevăzută în figura 5.3. cu următoarele valori:

$$M_A = \frac{g\ell^2}{12(\rho+2)}; \quad M_{max} = \frac{g\ell^2}{24}\,\frac{3\rho+2}{\rho+2}; \quad M_B = \frac{g\ell^2}{6(\rho+2)} \qquad (55a,b,c)$$

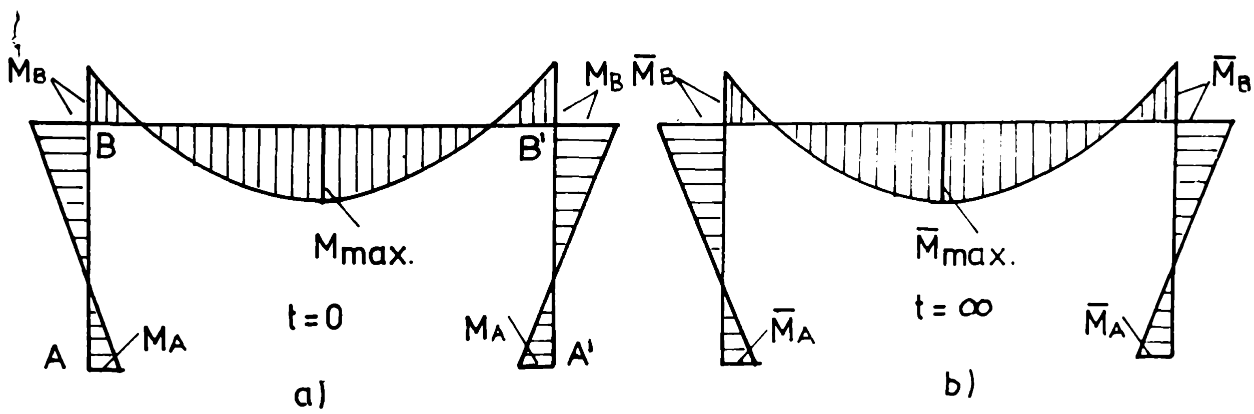


Fig.5.3.

5.2.1.3. <u>Calculul structurii în faza finală ($t=\infty$)</u>

Pentru calculul cadrului în faza finală, după consumarea deformaţiilor de curgere lentă, se folosesc ecuaţiile (4.160b), în care:

$$\left|F_{xx}\right| = \begin{vmatrix} \frac{2h^3}{3E_1I_1}(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)X_1 & \frac{h^2}{E_1I_1}(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)X_2 \\ \frac{h^2}{E_1I_1}(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)X_1 & \frac{\ell}{E_2I_2}\left[2\rho(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)+(1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2)\right]X_2 \end{vmatrix} \tag{5.6a}$$

$$\left|G_{xx}\right| = \begin{vmatrix} \frac{2h^3}{3E_1I_1}(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1 & \frac{h^2}{E_1I_1}(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1 \\ \frac{h^2}{E_1I_1}(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1 & \frac{\ell}{E_2I_2}\left[2\rho(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1+(1-\bar{\varkappa}_2)\bar{\varphi}_2\right. \end{vmatrix} \tag{5.6.b}$$

$$\left|D_{xg}\right| = \begin{vmatrix} 0 \\ -\frac{\ell^3}{12E_2I_2}(1+\bar{\varphi}_2) \end{vmatrix} \tag{5.6c}$$

Rezultă astfel sistemul de ecuaţii:

$$\frac{2h^3}{3E_1I_1}(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)X_1\bar{F}_1+\frac{h^2}{E_1I_1}(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)X_2\bar{F}_2+\frac{2h^3}{3E_1I_1}(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1+\frac{h^2}{E_1I_1}(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1=0 \tag{5.7a}$$

$$\frac{h^2}{E_1I_1}(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)X_1\bar{F}_1+\frac{\ell}{E_2I_2}\left[2\rho(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)+(1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2)\right]X_2\bar{F}_2+\frac{h^2}{E_1I_1}(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1X_1+$$
$$+\frac{\ell}{E_2I_2}\left[2\rho(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1+(1-\bar{\varkappa}_2)\bar{\varphi}_2\right]X_2-\frac{g\ell^3}{12E_2I_2}(1+\bar{\varphi}_2)=0 \tag{5.7b}$$

Din rezolvarea sistemului rezultă:

$$\bar{F}=\bar{F}_1=\bar{F}_2=\frac{(\rho+2)(1+\bar{\varphi}_2)-\left[\rho(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1+2(1-\bar{\varkappa}_2)\bar{\varphi}_2\right]}{\rho(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)+2(1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2)} \tag{5.8}$$

Se constată că dacă structura este omogenă, adică $\bar{\varphi}_1=\bar{\varphi}_2=\bar{\varphi}$ şi $\bar{\varkappa}_1=\bar{\varkappa}_2=\varkappa$, rezultă din (5.8) $\bar{F}$ = 1, ceea ce confirmă cele arătate în paragraful 3.2.2 şi anume că la structurile omogene starea de eforturi nu se modifică în urma efectului curgerii lente. Coeficientul $\bar{F}$ are valori diferite de 1 numai dacă caracteristicile curgerii lente sînt diferite la barele structurii.

In figura 5.3b este trasată diagrama de momente finale, după consumarea deformaţiilor de curgere lentă, în care:

$$\bar{M}_A = \bar{F}M_A \;; \qquad \bar{M}_B = \bar{F}M_B \;; \qquad \bar{M}_{max} = \frac{g\ell^2}{8} - \bar{M}_B \tag{5.9a,b,c}$$

Dacă încărcarea totală g se aplică pe structură în două etape, g_1 la timpul τ_1 şi g_2 la timpul τ_2, pentru care se obţin valorile $\bar{F}(\tau_1) \neq \bar{F}(\tau_2)$, momentele finale vor rezulta din relaţiile:

$$\bar{M}_A = \bar{F}(\tau_1) M_A(\tau_1) + \bar{F}(\tau_2) M_A(\tau_2) \quad (5.10a)$$

$$\bar{M}_B = \bar{F}(\tau_1) M_B(\tau_1) + \bar{F}(\tau_2) M_B(\tau_2) \quad (5.10b)$$

$$\bar{M}_{max} = \frac{g\ell^2}{8} - \bar{M}_B \quad (5.10c)$$

5.2.1.4. Determinarea stării de eforturi

a) Etapele de execuţie ale cadrului

Cadrul din figura 5.4a se execută conform desfăşurării lucrărilor indicate în figura 5.4b:

- se toarnă stîlpii pînă la nivelul de sub grindă;
- se execută cofrajul grinzii;
- se toarnă grinda la 40 zile de la turnarea stîlpilor;
- se montează plăcile prefabricate;
- se decofrează grinda la 60 zile de la turnarea stîlpilor şi la 20 zile de la turnarea grinzii;
- se execută invelitoarea (izolaţii termice şi hidrofuge);
- se termină execuţia invelitorii la 100 zile de la turnarea stîlpilor şi la 60 zile de la turnarea grinzii.

Prin urmare la încărcarea cadrului se disting două momente semnificative:

- greutatea proprie a grinzii şi a plăcilor de acoperiş se transmite structurii cînd stîlpii au o vechime de 60 zile, iar grinda, de 20 zile;

- greutatea invelitorii, ce se transmite structurii continuu de la începerea execuţiei pînă la terminarea ei, adică de la 60 de zile pînă la 100 zile de la turnarea stîlpilor. Deoarece este foarte dificil ca în calcule să se considere continuitatea acestei încărcări, se admite ipoteza simplificatoare

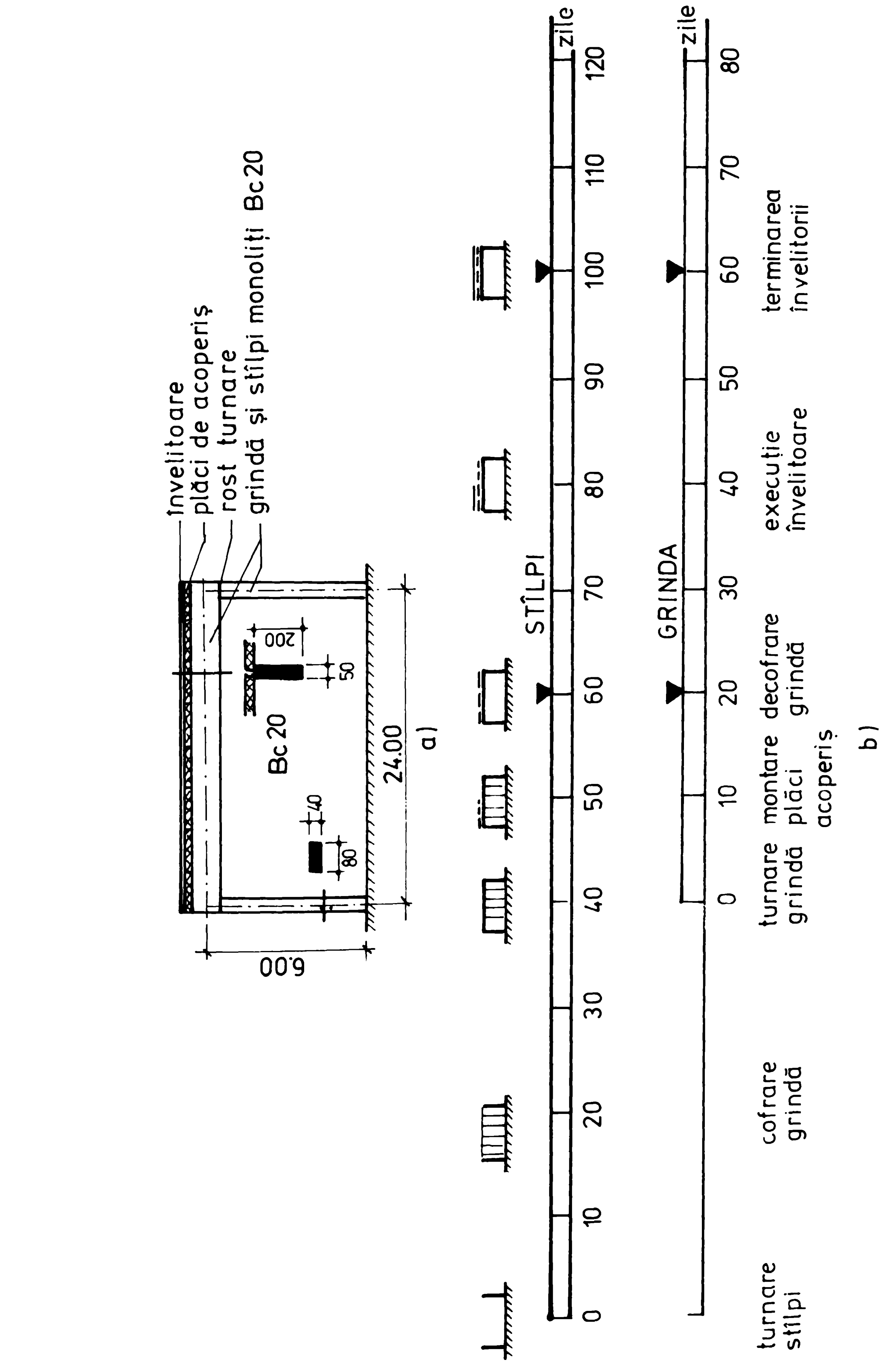

învelitoare
plăci de acoperiș
rost turnare
grindă și stîlpi monoliți Bc 20
200
50
Bc 20
40
80
24.00
6.00
a)
STÎLPI
zile
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
GRINDA
zile
0
10
20
30
40
50
60
70
80
turnare stîlpi
cofrare grindă
turnare grindă
montare plăci acoperiș
decofrare grindă
execuție învelitoare
terminarea învelitorii
b)

Fig. 5.4

că încărcarea din invelitoare se transmite cadrului în momentul terminării ei.

Pentru exemplul de calcul ce urmează, se consideră că încărcarea din greutatea proprie a grinzii și a plăcilor de acoperiș, reprezintă 75% din încărcarea totală:

$$g = g_1 + g_2 \qquad g_1 = 0{,}75\ g\ ;\ g_2 = 0{,}25\ g$$

unde g_1 este încărcarea din greutatea proprie a grinzii și a plăcilor de acoperiș, iar g_2, încărcarea din învelitoare.

b) Determinarea rigidității relative ρ

Pentru calculul rigidității relative ρ , dată de relația (5.2.), se calculează următoarele caracteristici mecanice și geometrice:

- modulii de elasticitate longitudinali se determină din relația (2.61a), în care β_e se obține din figura 2.23, pentru un ciment cu întărire normală:

la stîlpi: $E_1(60) = \beta_e(60) . E_0(28) = 1{,}04 . 240000 = 249000$ daN/cm^2;

la grindă: $E_2(20) = \beta_e(20) . E_0(28) = 0{,}98 . 240000 = 235200$ daN/cm^2;

- momentele de inerție ale stîlpilor și grinzii:

$$I_1 = \frac{50 \times 80^3}{12}\quad 2133333\ \text{cm}^4;\ I_2 = \frac{50 \times 200^3}{12}\quad 33333333\ \text{cm}^4$$

Rezultă astfel din (5.2)

$$\rho(60,20) = \frac{235200}{249000} \cdot \frac{33333333}{2133333} \cdot \frac{600}{2400} = 3{,}690$$

Similar se determină rigiditatea relativă pentru cazul încărcării stîlpilor la 100 zile, respectiv a grinzii la 60 zile

$\rho(100,60) = 3{,}870$.

c) Calculul eforturilor în stadiul inițial

Pentru cadrul analizat, stadiul inițial se compune din două încărcări, una din greutatea proprie a grinzii și a plăcilor de acoperiș, a doua din învelitoare, cu toate că există o diferență de 4o zile între timpii de execuție.

Folosind relațiile (5.5) se determină următoarele momente de încovoiere (fig.5.3a):

$M_a = 1,465x10^{-2}g\ell^2$ $M_b = 2,929x10^{-2}g\ell^2$ $M_{max} = 9.571x10^{-2}g\ell^2$

d) Calaculul caracteristicilor curgerii lente și a coeficienților de îmbătrînire a betonului, după STAS 10107/0-90

Calculul caracteristicii curgerii lente a betonului se face cu ajutorul metodei date în STAS 10107/0-90, prezentată în paragraful 2.4.2, relația (2.39a). Pentru valoarea finală a caracteristicii curgerii lente, la $t=\infty$ rezultă:

$$\bar{\varphi}(\tau_1) = \beta_a(\tau_1) + 0,4 + \varphi_p[1-\beta_p(\tau_1)]$$

în care s-a ținut seamă că $_d = 0,4$;

Calculul coeficienților de îmbătrînire se face cu ajutorul tabelului 4.1.

Stîlpii sînt încărcați în două etape, la 6o zile respectiv la 1oo zile., de la turnare. Rezultă din figura 2.14

$\frac{R(60)}{R(\infty)} = 0,79$ și prin urmare $\beta_a = 0,8(1-0,79) = 0,168$

Valoarea lui φ_p rezultă din relația $\varphi_p = \varphi_{p1} \cdot \varphi_{p2}$, în care, pentru umiditatea de 60%

$$\varphi_{p1} = 3 - \frac{60-40}{70-40}(3-2) = 2,33$$

φ_{p2} rezultă din figura 2.11b, pentru grosimea efectivă a stîlpului:

$$\lambda = 1,5 - \frac{70-60}{70-40}(1,5-1) = 1,33;\quad d_{ef} = 1,33\,\frac{2x80x50}{2x80+2x50} = 41 \text{ cm}$$

Se obține astfel:

$$\varphi_{p2} = 1,40 - \frac{41-40}{60-40}(1,40-1,33) \simeq 1,40$$

Valoarea lui φ_p este:

$$\varphi_p = 2,33 \times 1,40 = 3,26$$

Din figura 2.11c, pentru d_{ef}= 41 cm rezultă $\beta_p(60)=0,4$.

Se obține astfel:

$\bar{\varphi}_1(60) = 0,168+0,4P3,26(1-04) \simeq 2,524$

Din tabelul 4.1 se determină, prin interpolare $\bar{\varkappa}_1(60)=0,874$

Procedînd similar pentru încărcarea la 100 zile de la turnare se obține $\bar{\varphi}_1(100) = 2,240$ și $\bar{\varkappa}_1(100) = 0,945$

<u>Grinda</u> este încărcată de asemenea în două etape, la 20 zile, respectiv 60 zile. Se obține, procedînd similar ca la stîlpi:

$\bar{\varphi}_2(20) = 2,903$ $\qquad$ $\bar{\varphi}_2(60) = 2,475$

$\bar{\varkappa}_2(20) = 0,812$ $\qquad$ $\bar{\varkappa}_2(60) = 0,873$

e) <u>Calculul valorilor $\bar{F}$</u>

Funcția $\bar{F}$ care ține seamă de modificările eforturilor din structură, ca urmare a efectului curgerii lente, se determină din relația (5.8) pentru cele două etape de încărcare:

$\bar{F}(60,20) = 1,075$ și $\bar{F}(100,60) = 1,049$.

f) <u>Valorile finale ale eforturilor din cadru</u>

Ținînd seamă că încărcarea s-a aplicat structurii în două etape, la 60 zile, respectiv la 100 zile de la turnarea stîlpului, pentru care s-au obținut valori $\bar{F}$ diferite, rezultă că momentele finale vor fi calculate cu relațiile (5.10) și (5.5):

$$\bar{M}_A = 1,075 \; \frac{0,75\, g\ell^2}{12(3,69+2)} + 1,049 \; \frac{0,25 \cdot g\ell^2}{12(3,87+2)} = 1,553 \times 10^{-2} g\ell^2$$

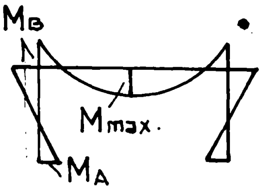
$$\bar{M}_b = 2\bar{M}_A = 3,105 \times 10^{-2} g\ell^2 \qquad \bar{M}_{max} = 9,395 \times 10^{-2} g\ell^2$$

Diagrama de momente finale este trasată în figura 5.3b.

O comparație a valorilor momentelor de încărcare din faza inițială și cea finală este dată în tabelul 5.1

Tabelul 5.1

Comparaţie dintre faza iniţială şi cea finală

Diagrama de momente	Momente de încovoiere	Faza iniţială	Faza finală	Diferenţe %
	$M_A/gl^2 x10^{-2}$	1,465	1,533	4,6
	$M_B/gl^2 \times 10^{-2}$	2,929	3,105	4,6
	$M_{max}/gl^2 x10^{-2}$	9,571	9,395	1,8

Se constată că în faza finală, din cauza neomogenităţii mecanice a cadrului, momentele de încovoiere pe stîlpi au crescut cu 4,6% şi în cîmp au scăzut ca 1,8%. Astfel, dimensionarea cadrului trebuie făcută pentru faza finală la stîlpi şi capetele grinzii şi pentru faza iniţială, la mijlocul grinzii.

g) <u>Comparaţie cu calculul elastic al cadrului</u>

Dacă cadrul se calculează în stadiul elastic, fără să se ţină seamă de tehnologia de execuţie şi de influenţa curgerii lente, rezultă, considerînd $E_1 = E_2$

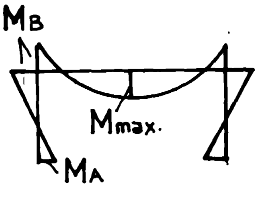
$$\rho = \frac{I_2 h}{I_1 l} = \frac{33333333}{2133333} \cdot \frac{600}{2400} = 3{,}906$$

Momentele de încovoiere rezultă din relaţiile (5.5).

Comparaţia momentelor de încovoiere pentru calculul elastic, elaborat în lucrarea de faţă, este trecută în tabelul 5.2.

Comparaţie faţă de calculul elastic

Tabelul 5.2

Diagrama de momente	Momente de încovoiere	Calculul elastic	Calculul vîscoelastic	diferenţa %
	$\bar{M}_A/gl^2 x10^{-2}$	1,411	1,533	8,6
	$\bar{M}_B/gl^2 x10^{-2}$	2,822	3,105	8,6
	$\bar{M}_{max}/gl^2 10^{-2}$	9,678	9,395	-2,9

Se constată că momentele pe reazeme sînt mai mari cu 8,6% şi cele din cîmp mai mici cu 2,9% faţă de calculul elastic, ca urmare a efectului vîrstei de încărcare a betonului şi a curgerii lente neuniforme pe structură.

5.2.1.5. Comparaţie cu diferite norme de calcul

In paragraful precedent determinarea eforturilor s-a făcut cu o caracteristică a curgerii lente $\bar{\varphi}$ calculată pe baza prevederilor din STAS 10107/0-90. In cele ce urmează se vor determina aceleaşi eforturi şi pe baza caracteristicii curgerii lente după normele CEB-FIP 76, ACI209 şi DIN 4227.

a) CEB-FIP76 determină caracteristicile curgerii lente a betonului cu relaţia (2,22) care este similară cu cea din STAS 10107/0-90, lipsind însă primul termen $\beta_a(\tau_1)$. Prin urmare calculul se face similar ca la pct. 5.2.14.d.

Rezultă:

-la stîlpi $\bar{\varphi}_1(60) = 2,356$ — la grindă $\bar{\varphi}_2(20) = 2,615$

$\bar{\varkappa}_1(60) = 0,890$ — $\bar{\varkappa}_2(20) = 0,803$

$\bar{\varphi}_1(100) = 2,128$ — $\bar{\varphi}_2(60) = 2,307$

$\bar{\varkappa}_1(100) = 0,943$ — $\bar{\varkappa}_2(60) = 0,867$

Rezultă din relaţia (5.8)

$\bar{F}(60,20) = 1,054$; $\bar{F}(100,60) = 1,039$.

Momentele rezultate sînt trecute în tabelul 5.3.

b) ACI 209 determină caracteristica curgerii lente cu relaţia (2.24): $\bar{\varphi}(\tau_1) = 2,35\,\beta_{\tau_1}\beta_h\beta_d\beta_s\beta_F\beta_{ac}$

unde coeficienţii $\beta_{\tau_1} \ldots \beta_{ac}$ sînt daţi de relaţiile (2.25).

Pentru încărcarea stîlpului la 60 zile rezultă:

$\beta_{\tau_1} = 1,25 \cdot 60^{-0,118} = 0,771$

Pentru o umiditate de 60% se obţine:

$\beta_h = 1,27 - 0,0007 \cdot 60 = 1,228$

La dimensiunile stîlpului d > 38 cm şi cu raportul

$$\frac{V}{\Delta} = \frac{4000}{260} = 15,38$$

$$\beta_d = \frac{2}{3}(1+1,13e^{-0,212x15,38}) = 1,21$$

Pentru o consistenţă a betonului proaspăt, măsurată prin tasare, de 10 mm, se obţine:

$$\beta_\Delta = 0,82 + 0,00264x10 = 0,846$$

Cu un conţinut de 30% de agregate fine se calculează:

$$\beta_f = 0,88+0,0024x30 = 0,952$$

La un conţinut de aer în beton de 2% se obţine:

$$\beta_{ac} = 0,46+0,09.2 = 0,64 < 1 \rightarrow \beta_{ac} = 1$$

Se determină astfel:

$$\bar{\varphi}_1(60) = 2,35x0,771x1,228x1,21x0,846x0,952x1 = 2,168$$

Pentru această valoare se obţine: $\bar{\varkappa}_1(60) = 0,847$

Procedînd similar se determină: $\bar{\varphi}_1(100) = 2,042$; $\bar{\varkappa}_1(100) = 0,942$

Pentru grindă, folosind aceleaşi relaţii, se obţin valorile:

$\bar{\varphi}_2(20) = 2,320$ $\qquad$ $\bar{\varphi}_2(60) = 2,037$

$\bar{\varkappa}_2(20) = 0,827$ $\qquad$ $\bar{\varkappa}_2(60) = 0,857$

Cu ajutorul relaţiei (5.8) se calculează

$\bar{F}(60,20) = 1,034$; $\qquad$ $\bar{F}(100,60) = 0,999$

Valorile momentelor finale sînt trecute în tabelul 5.3.

DIN 4227, determină caracteristica curgerii lente din relaţia (2.28), care pentru t= ∞ şi ţinînd seamă că nu avem descărcări, poate fi scrisă sub forma:

$$\bar{\varphi}(\tau_1) = 0,4 + \varphi_p[\bar{\beta}_p - \beta_p(\tau_1)]$$

în care

φ_p= 2,4, din tabelul 2.3, pentru umiditatea de 60%. Pentru o grosime efectivă, cu β_{ef} = 1,2 determinat din tabelul 2.3 rezultă:

$d_{ef} = 1,2 \times \frac{2.4ooo}{26o} = 36,9$ cm

Din figura 2.13b, pentru un ciment cu întărire normală, rezultă: $\bar{\beta}_p = 1,42$; $\beta_p(6o) = o,74$

Se obţine astfel:

$\bar{\varphi}_1(6o) = o,4 + 2,4(1,42 - o,74) = 2,o32$

Cu ajutorul tabelului 4.1 se determină $\bar{\varkappa}_1 = o,846$

Procedînd similar se obţine pentru stîlpi $\bar{\varphi}_1(1oo) = 1,648$ $\bar{\varkappa}_2(1oo) = o,936$

şi pentru grindă

$\bar{\varphi}_2(2o) = 2,536$ $\bar{\varphi}_2(6o) = 2,o56$

$\bar{\varkappa}_2(2o) = o,8oo$ $\bar{\varkappa}_2(6o) = o,846$

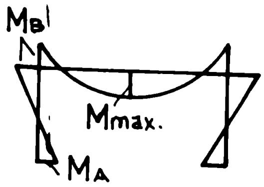
Se obţin astfel din relaţia (5.8):

$\bar{F}(6o,2o) = 1,115$; $\bar{F}(1oo,4o) = 1,1o3$

Eforturile obţinute sînt trecute în tabelul 5.3

Tabelul 5.3.

Momente de încovoiere cu $\bar{\varphi}$ determinate după diferite norme

Diagrama de momente	Momente de încovoiere	STAS 1o1o7/o-9o	CEB-FIP 76	ACI 2o9	DIN4227
	$\bar{M}_A/g\ell^2 \times 1o^{-2}$	1,465	1,34o	1,461	1,621
	$\bar{M}_B/g\ell^2 \times 1o^{-2}$	2,929	2,68o	2,922	3,242
	$\bar{M}_{max}/g\ell^2 \times 1o^{-2}$	9,571	9,82o	9,578	9,258

Din examinarea valorilor din tabel rezultă că la momentele de pe stîlpi cele mai mici valori se obţin pentru $\bar{\varphi}$ calculate după normele CEB-FIP 76, şi cele mai mari, după DIN 4227. Valorile calculate după STAS 1o1o7/o-9o se încadrează între valorile determinate cu ajutorul celorlalte norme.

5.2.1.6. Comparaţie cu metoda modulului redus

In paragraful 4.3.3.1 s-a arătat că un calcul simplu se poate face considerînd un modul redus dat de relaţia (4.22). Pentru $t=\infty$, aceasta devine:

$$\bar{E}_r(\sigma_1)=\frac{E_o(\sigma_1)}{1+\bar{\varphi}(\sigma_1)}$$

Introducînd această relaţie în expresia rigidităţii relative (5.2) se determină:

$$\rho_r=\frac{\dfrac{E_{2o}}{1+\bar{\varphi}_2}}{\dfrac{E_{1o}}{1+\bar{\varphi}_1}}\,\frac{I_2}{I_1}\,\frac{h}{\ell}=\frac{1+\bar{\varphi}_1}{1+\bar{\varphi}_2}\,\rho$$

Se obţine astfel:

$$\rho_r(60,20)=\frac{1+2,524}{1+2,903}\cdot 3,690=3,332$$

$$\rho_r(100,60)=\frac{1+2,240}{1+2,475}\cdot 3,870=3,608$$

Se obţin astfel momentele:

$$\bar{M}_A=\frac{0,75g\ell^2}{12(3,332+2)}+\frac{0,25\,g\ell^2}{12(3,608+2)}=1,543.10^{-2}g\ell^2$$

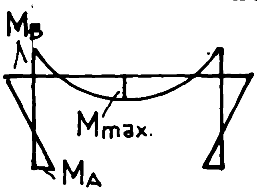
$$\bar{M}_B=2\bar{M}_A=3,086.10^{-2}.g\ell^2$$

$$M_{max}=9,414\times 10^{-2}g\ell^2$$

O comparaţie a momentelor obţinute cu modulul redus şi a valorilor mai exacte determinate în lucrare este cea din tabelul 5.4.

Tabelul 5.4.

Comparaţie cu metoda modului redus

Diagrama de momente	Momente de încovoiere	Metoda din lucrare	Metoda modul redus	diferenţa %
	$\bar{M}_A/g\ell^2.10^{-2}$	1,465	1,543	-5,3
	$\bar{M}_B/g\ell^2.10^{-2}$	2,929	3,086	-5,3
	$\bar{M}_{max}g\ell^2.10^{-2}$	9,571	9,414	+1,6

Se constată că metoda modulului redus, care nu ţine seamă de îmbătrînirea betonului, nu dă diferenţe mari faţă de calculul mai exact efectuat în lucrare. Astfel, în cazul structurilor monolite, la care turnarea elementelor componente se face în diferite etape, poate fi luată în considerare şi metoda simplă a modului redus.

5.2.1.7 Influenţa vîrstei betonului din stîlpi şi grinzi asupra stării de eforturi.

In exemplul din paragraful 5.2.1.4 s-a considerat că între vîrstele betonului din stîlpi şi grindă există o diferenţă de 4o zile. Procedînd similar şi pentru alte diferenţe, au rezultat valorile din tabelul 5.5 şi figura 5.5.

Tabelul 5.5.

Momente de încovoiere în funcţie de vîrsta betonului din stîlpi şi grinzi

Diferenţa de vîrstă	$\frac{\bar{M}_A}{g\ell^2 1o^{-2}}$	$\frac{\bar{M}_B}{g\ell^2 x1o^{-2}}$	$\frac{\bar{M}_{max}}{g\ell^2 x1o^{-2}}$
0	1,387	2,774	9,726
2o	1,5o3	3,oo6	9,494
4o	1,558	3,116	9,384
6o	1,6o8	3,216	9,284
8o	1,638	3,276	9,224
18o	1,869	3,738	8,762
48o	1,949	3,898	8,6o2

Se constată că cu cît diferenţa dintre vîrsta betonului din stîlpi şi grinda creşte, cresc momentele de reazem şi scad momentele din cîmp. Diferenţele faţă de un calcul elastic care

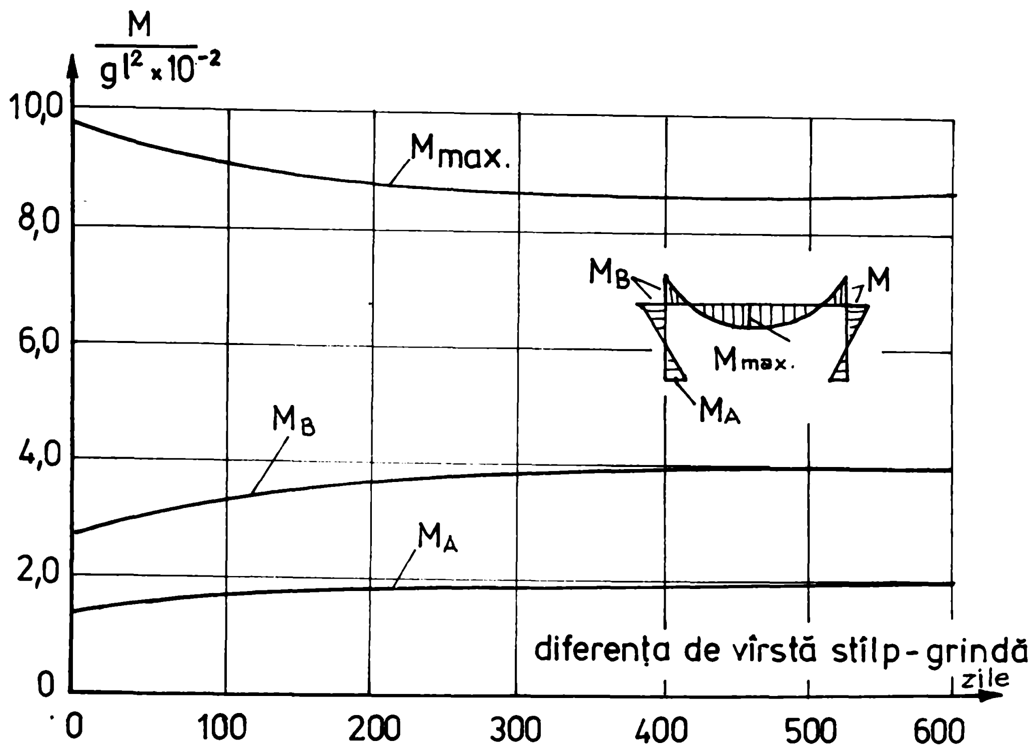


Fig. 5.5.

nu ține asemă de acest aspect pot ajunge pînă la 38,1%. Astfel, colțurile cadrelor la care există posibilitatea ca să fie diferențe între timpii de turnare ai stîlpilor și grinzilor, trebuie să fie armați suplimentar pentru a putea prelua creșterile momentelor de încovoiere.

5.2.2. Stîlpi monoliți, grindă prefabricată

5.2.2.1. Descrierea tehnologiei de execuție:

Pentru același cadru (fig.5.6a) ca cel din paragraful precedent, dar cu grinda executată prefabricat în atelier de prefabricate, se are în vedere următoarea tehnologie de execuție:

- se execută grinda prefabricată într-un atelier de prefabricate (fig.5.6b);
- se toarnă stîlpii (fig.5.6c);
- se montează grinda prefabricată (fig.5.6d);

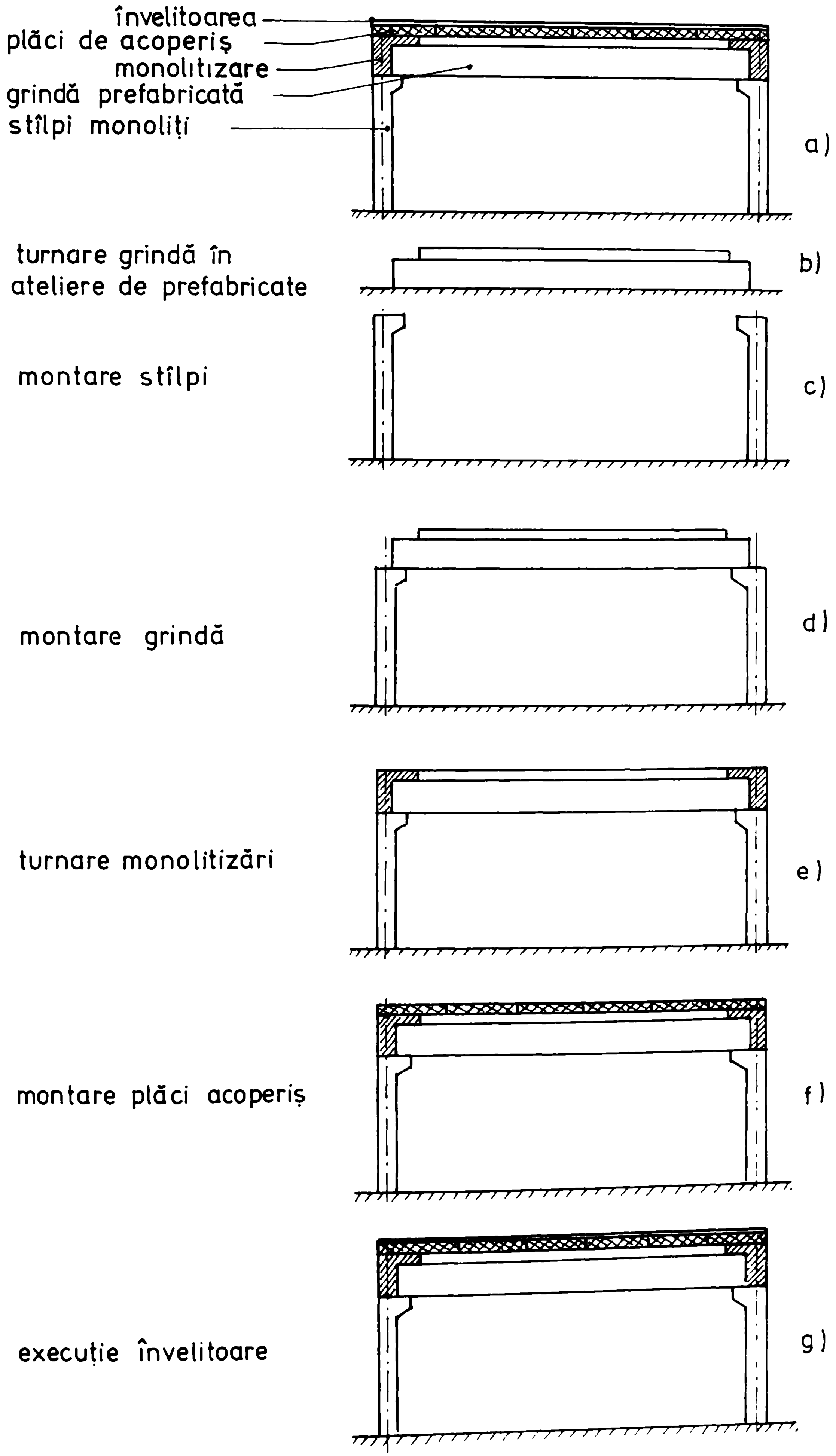

învelitoarea
plăci de acoperiş
monolitizare
grindă prefabricată
stîlpi monoliţi
a)
turnare grindă în ateliere de prefabricate
b)
montare stîlpi
c)
montare grindă
d)
turnare monolitizări
e)
montare plăci acoperiş
f)
execuţie învelitoare
g)

Fig. 5.6

- se toarnă monolitizarea dintre stîlpi şi grindă (fig. 5.6e);
- se montează plăcile de acoperiş (fig.5.6f);
- se execută invelitoarea (izolaţie termică şi hidrofugă (fig.5.6g).

Din cauza că grinda şi stîlpii se realizează la timpi diferiţi, va exista o neomogenitate mecanică a barelor cadrului.

In plus, din cauza că grinda este prefabricată, schema statică a cadrului se schimbă în timpul execuţiei. Astfel, pentru încărcarea din greutate proprie, grinda este simplu rezemată pe stîlpi. In cazul încărcării din plăcile de acoperiş, există două situaţii distincte:

- dacă plăcile se montează imediat după turnarea monolitizării, structura nu este încă un cadru din cauza că betonul din noduri nu este întărit, grinda lucrînd tot ca una simplu rezemată;
- dacă plăcile se montează după întărirea betonului din monolitizări, grinda va fi încastrată parţial în stîlpi şi greutatea plăcilor de acoperiş va fi preluată printr-un efect de cadru.

Greutatea învelitorii se preia de structură atunci cînd ea este deja un cadru, prin întărirea monolitizării.

5.2.2.2. Calculul structurii în faza iniţială (t=o)

In faza iniţială, pentru încărcările g_1 , grinda este simplu rezemată (fig.5.7a) şi diagrama de moment este cea din figura 5.7b. Pentru încărcările g_2, care se aplică structurii după o perioadă relativ scurtă, aşa încît poate fi considerată tot în faza iniţială, momentele pot fi calculate cu relaţiile

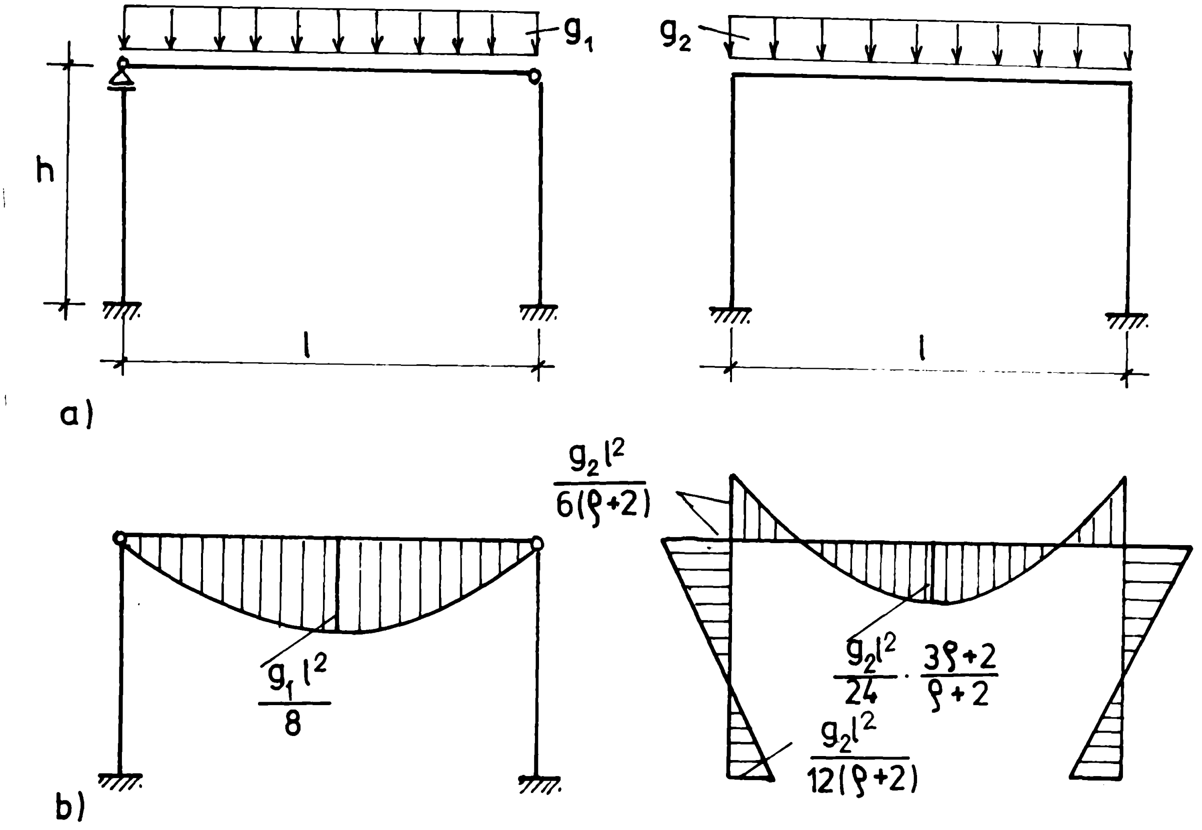


Fig.5.7.

(5.5), pentru că monolitizarea s-a întărit și structura lucrează ca un cadru.

Rezultă astfel momentele de încovoiere în faza inițială:

$$M_A = o + \frac{g_2 \ell^2}{12(\rho+2)} \qquad M_B = 2M_A \qquad (5.11a,b)$$

$$M_{max} = \frac{g_1 \ell^2}{8} + \frac{g_2 \ell^2}{24} \cdot \frac{3\rho+2}{\rho+2} \qquad (5.11c)$$

5.2.2.3. <u>Calculul structurii în faza finală (t=∞)</u>

Pentru faza finală, după consumarea deformațiilor de curgere lentă, se utilizează procedeul descris în paragrafele 4.8.2 și 4.9.4.2. Schema statică de bază este cea din figura 5.8.

Spre deosebire de exemplul precedent cu stîlpi și grindă monolită, la care nu există schimbare de schemă statică în timpul execuției, în acest caz structura va lucra după două scheme statice diferite:

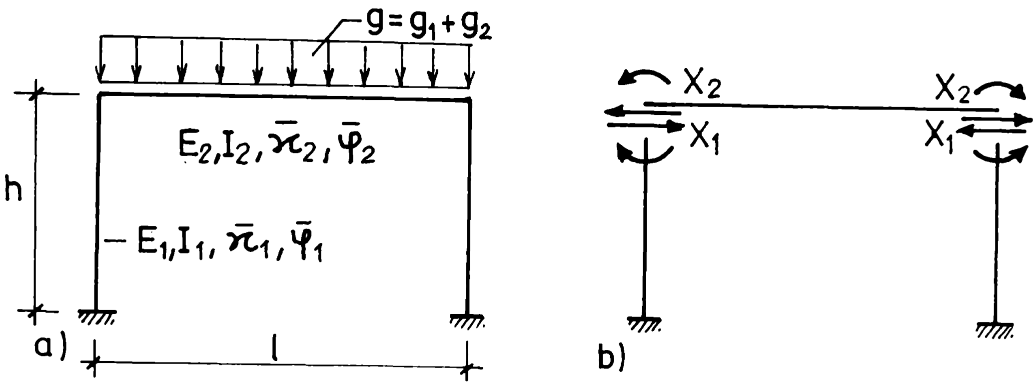


Fig.5.8.

- pentru încărcarea g_1, pînă la întărirea monolitizării, ca o structură static determinată, iar după întărirea monolitizării, ca una static nedeterminată;

- pentru încărcarea g_2, ca structură static nedeterminată.

Astfel, rezultatele obținute în paragraful precedent 5.2.1.3 sînt valabile numai pentru încărcarea g_2.

Pentru încărcarea g_1 trebuie să se țină seamă de modificarea schemei statice în timpul execuției. Diferența față de exemplul precedent constă în faptul că necunoscutele X_1 și X_2 din figura 5.8.b sînt nule la începutul încărcării, din cauza că grinda este simplu rezemată. După întărirea monolitizării, din cauza deformațiilor de curgere lentă din grindă, se produc forțele de legătură dintre grindă și stîlpi și astfel X_1 și X_2 au valori semnificative. Ele nu pot însă atinge valorile calculate ca la structura static nedeterminată, pentru că o parte din deformații, în special cele elastice, au fost consumate înainte de întărirea monolitizării. Astfel, funcțiile $\bar{F}_1$ și $\bar{F}_2$ care arată modificările în timp ale eforturilor din structură, vor determina și variația acestor eforturi în urma schimbării schemei statice în timpul execuției.

$$\frac{2h^3}{3E_1I_1}(1+\varkappa_1\bar{\varphi}_1)X_1\bar{F}_1+\frac{h^2}{E_1I_1}(1+\varkappa_1\bar{\varphi}_1)X_2\bar{F}_2+\frac{2}{3}\frac{h^3}{E_1I_1}(1-\varkappa_1)\bar{\varphi}_1X_1+\frac{h^2}{E_1I_1}(1-\varkappa_1)\bar{\varphi}_1X_2=0 \tag{5.12a}$$

$$\frac{h^2}{E_1I_1}(1+\varkappa_1\bar{\varphi}_1)X_1\bar{F}_1+\frac{\ell}{E_2I_2}\left[2\rho(1+\varkappa_1\bar{\varphi}_1)+(1+\varkappa_2\bar{\varphi}_2)\right]X_2\bar{F}_2+\frac{h^2}{E_1I_1}(1-\varkappa_1)\bar{\varphi}_1X_1+$$

$$+\frac{\ell}{E_2I_2}\left[2\rho(1-\varkappa_1)\bar{\varphi}_1+(1-\varkappa_2)\bar{\varphi}_2\right]X_2-\frac{g_1\ell^3}{12E_2I_2}\bar{\varphi}_2=0 \tag{5.12b}$$

Rezolvînd acest sistem, se obţine:

$$\bar{F}=\bar{F}_1=\bar{F}_2=\frac{(\rho+2)\bar{\varphi}_2-[\rho(1-\varkappa_1)\bar{\varphi}_1+2(1-\varkappa_2)\bar{\varphi}_2}{\rho(1+\varkappa_1\bar{\varphi}_1)+2(1+\varkappa_2\bar{\varphi}_2)} \tag{5.13}$$

Se constată că $\bar{F}$ din relaţia (5.13) este similară cu cea dată de relaţia (5.8), diferenţa constînd numai în înlocuirea termenului $(1+\bar{\varphi}_2)$ cu $\bar{\varphi}_2$. Această diferenţă se datoreşte faptului că deformaţiile elastice s-au consumat în faza cînd structura era static determinată.

Momentele de încovoiere rezultă din relaţiile (5.1o) şi diagrama de momente este redată în figura 5.9 .

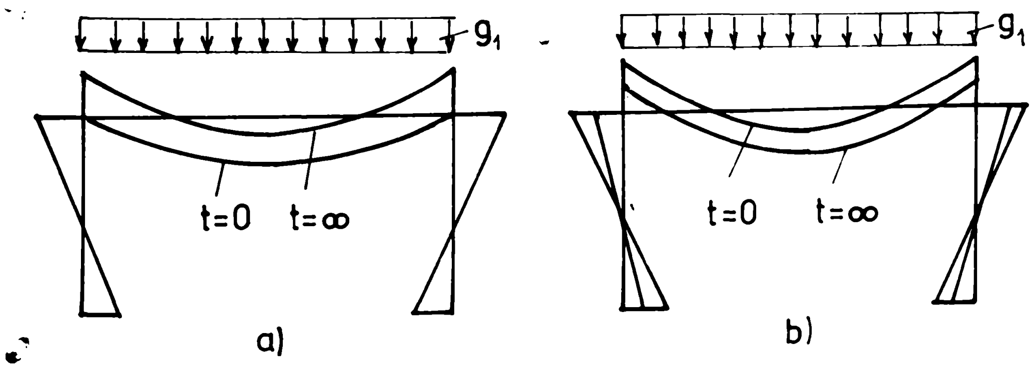


Fig.5.9.

5.2.2.4. <u>Determinarea stării de eforturi</u>.

a) <u>Etapele de execuţie ale cadrului</u>

Cadrul din figura 5.1oa se execută conform desfăşurării prezentate în figura 5.1ob:

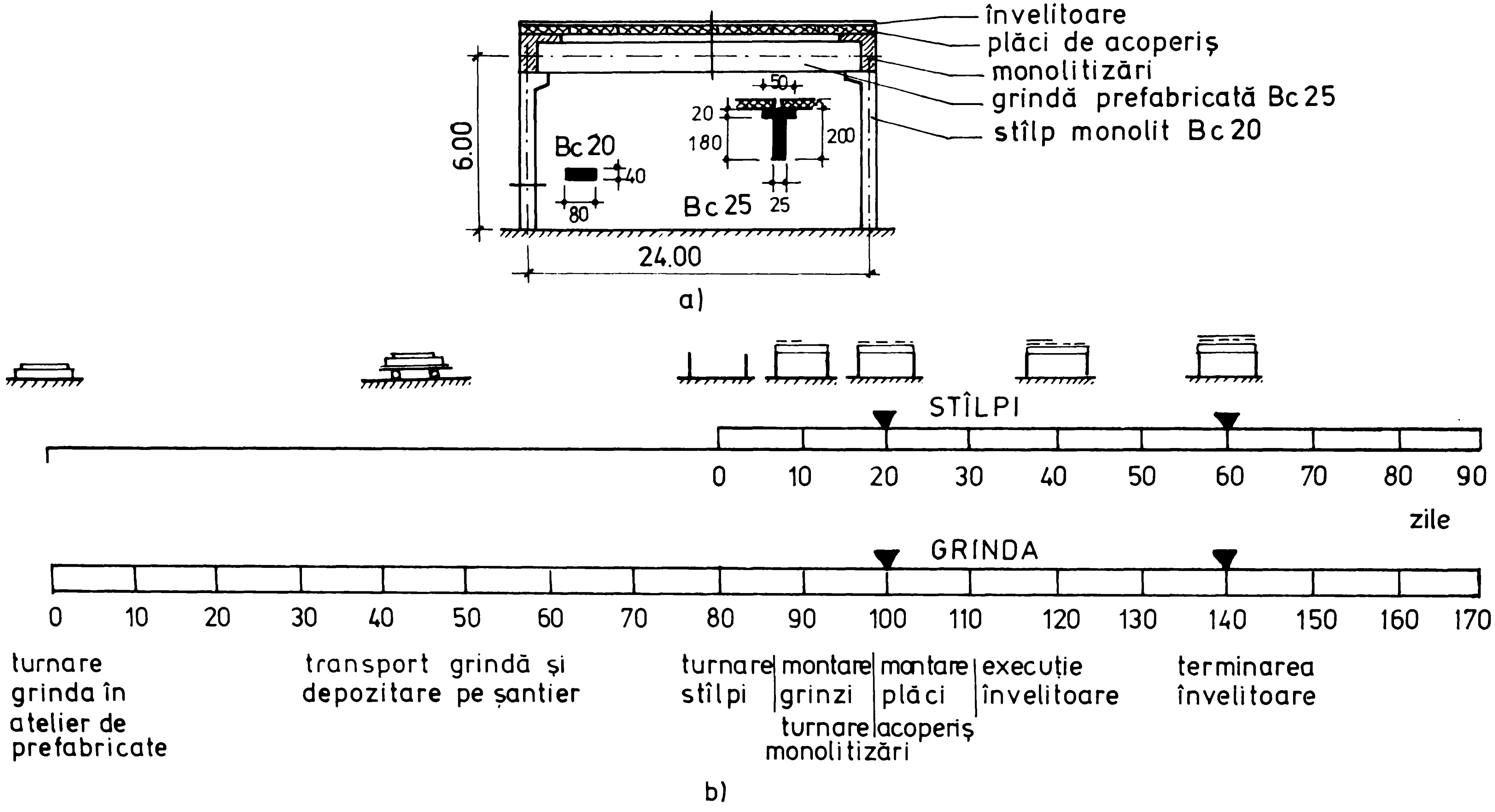

învelitoare
plăci de acoperiș
monolitizări
grindă prefabricată Bc 25
stîlp monolit Bc 20
50
20
180
200
25
Bc 20
40
80
Bc 25
6.00
24.00
a)
STÎLPI
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90
zile
GRINDA
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 170
turnare grinda în atelier de prefabricate
transport grindă și depozitare pe șantier
turnare stîlpi
montare grinzi
turnare monolitizări
montare plăci acoperiș
execuție învelitoare
terminarea învelitoare
b)

Fig. 5.10

- se toarnă grinda într-un atelier de prefabricate şi se transportă, după întărire în depozitul de prefabricate al şantierului;

- se toarnă stîlpul după 8o zile de la turnarea grinzii;

- în timp de 2o zile de la turnarea stîlpului, se montează grinda prefabricată, se toarnă monolitizarea şi se montează plăcile de acoperiş; se consideră că structura este încărcată în momentul terminării montării a acoperişului cînd monolitizarea nu este încă întărită.

Rezultă astfel că stîlpii sînt încărcaţi la 2o de la turnare şi grinda la loo zile de la realizarea ei în atelierul de prefabricate;

- în perioada următoare se execută învelitoarea, operaţie care durează 4o zile; rezultă că a doua fază a încărcării structurii, se produce la 6o zile de la turnarea stîlpilor şi la 14o zile de la realizarea grinzii.

Similar ca şi în exemplul precedent, se consideră că greutatea proprie a grinzii şi a plăcilor de acoperiş reprezintă 75% din încărcarea totală, iar cea din învelitoare, 25%.

b) <u>Determinarea rigidităţii relative</u>

Rigiditatea relativă a cadrului se determină cu relaţia (5.2). Procedînd similar ca în paragraful 5.2.1.4, se obţin:

- la stîlpi $E_1(2o) = 235.2oo$ daN/cm^2 ($B_c 2o$)
$E_1(6o) = 249.6oo$ daN/cm^2

- la grinda $E_2(1oo) = 2835oo$ daN/cm^2 ($B_c 25$)
$E_2(14o) = 2862oo$ daN/cm^2

Momentele de inerţie rezultă:

$I_1 = 2133333$ cm^4; $I_2 = 16666667$ cm^4

Rezultă rigidităţile relative din relaţia (5.2):

$\rho(2o,1oo) = 2,35$; $\rho(6o,14o) = 2,24$

c) Calculul momentelor în fază inițială (t=o)

Calculul momentelor în faza inițială se face cu relațiile (5.11). Rezultă astfel:

M_A = o,491 x $1o^{-2}$ $g\ell^2$

M_B = o,982 x $1o^{-2}$ $g\ell^2$

M_{max} = 11,518x$1o^{-2}$ $g\ell^2$

d) Calculul caracteristicilor curgerii lente și a coeficienților de îmbătrînire după STAS 1o1o7/o-9o

Procedînd similar ca în exemplul precedent rezultă:

- stîlpi $\bar{\varphi}_1(2o)$ = 3,ooo grindă $\bar{\varphi}_2(1oo)$ = 2,28o

$\bar{\varkappa}_1(2o)$ = o,817 $\bar{\varkappa}_2(1oo)$ = o,946

$\bar{\varphi}_1(6o)$ = 2,524 $\bar{\varphi}_2(14o)$ = 1,98o

$\bar{\varkappa}_1(6o)$ = o,874 $\bar{\varkappa}_2(14o)$ = 1,98o

e) Calculul valorilor $\bar{F}$

Calculul funcției $\bar{F}(\tau_1)$ corespunzătoare încărcării g_1' se face cu relația (5.13), iar determinarea funcției $\bar{\ddot{F}}(\tau_2)$ corespunzătoare încărcării g_2, cu relația (5.8). Se obțin astfel:

$\bar{F}$ (2o,1oo)= o,58o ; $\bar{F}$ (6o,14o)= o,9o6

f) Valorile finale ale eforturilor din cadru

Valorile finale ale eforturilor se determină cu relațiile (5.1o), ținînd seamă și de schimbarea schemei statice în timpul execuției. Se determină astfel:

$$\bar{M}_A = \left[o,75\ \frac{1}{12(2,35+2)}\ .o,58o+o,25\ \frac{1}{12(2,24+2)}.o,9o6\right]g\ell^2 = 1,279x1o^{-2}\ g\ell^2$$

$\bar{M}_B$ = $2\bar{M}_A$= 2,557 x $1o^{-2}$ $g\ell^2$ M_{max}= 9,943x$1o^{-2}$ $g\ell^2$

Diagrama de momente finale este cea din figura 5.3b.

O comparație a momentelor din faza inițială și cea finală este făcută în tabelul 5.6 și figura 5.11.

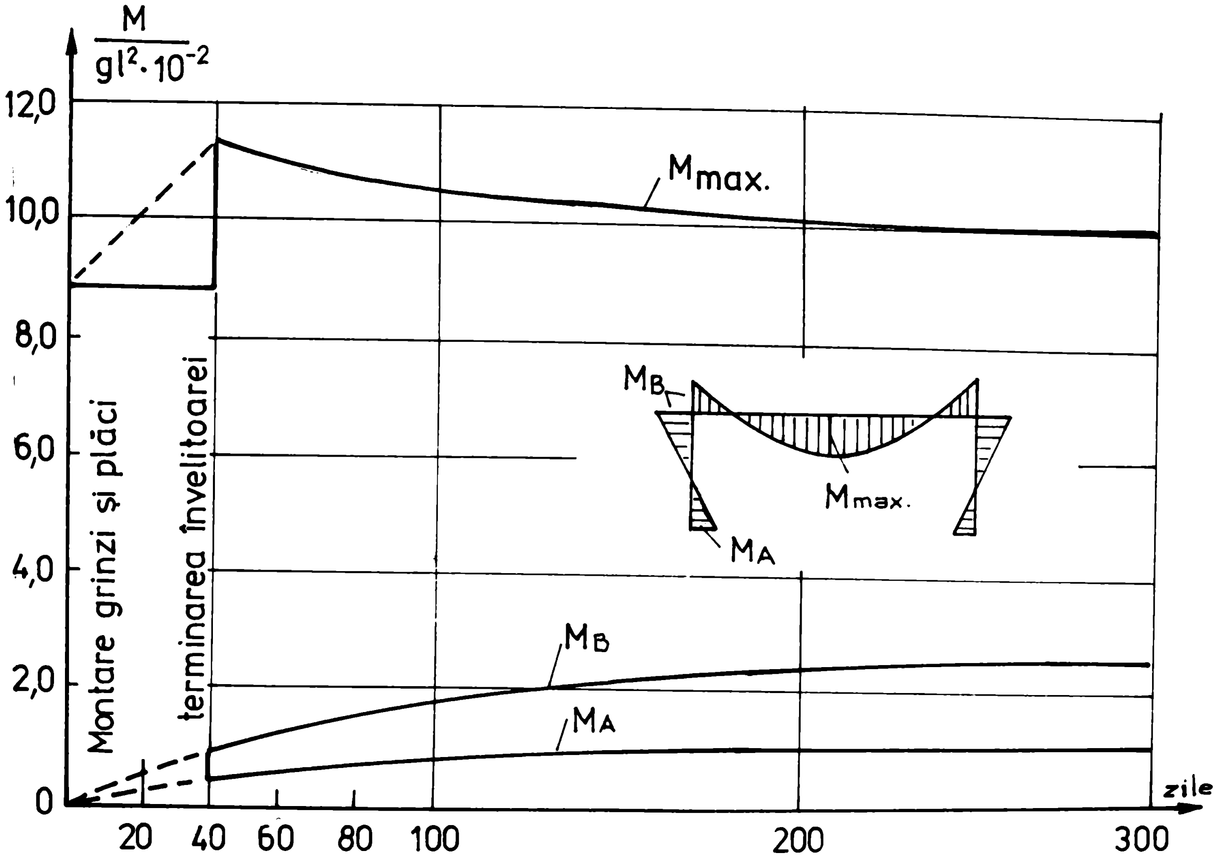
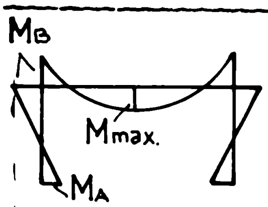


Fig. 5.11.

Tabelul 5.6

Comparaţie între momentele din faza iniţială şi faza finală

Diagrama de momente	Momente de încovoiere	Faza iniţială	Faza finală	Diferenţe %
	$M_A/g\ell^2 x10^{-2}$	0,491	1,279	160
	$M_B/g\ell^2 x10^{-2}$	0,982	2,557	160
	$M_{max}/g\ell^2 x10^{-2}$	11,518	9,943	-13,7

Din compararea valorilor din tabel rezultă că momentele din stîlpi şi capetele grinzii cresc în timp cu 160%, iar momentul maxim din cîmp scade cu 13,7%, Rezultă astfel că stîlpii şi capetele grinzii trebuie dimensionate în faza finală, iar mijlocul grinzii în faza iniţială.

g) Comparaţie cu calculul elastic al cadrului

Calculul static elastic al structurii se poate face în două ipoteze:

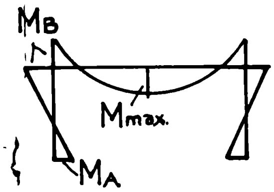
- nu se ţine seamă că structura a fost executată în etape şi se consideră că întreaga încărcare este preluată prin efect de cadru (ipoteze I);

- se ţine seamă că g_1 este preluată de grindă ca fiind simplu rezemată şi g_2, ca efect de cadru (ipoteza II).

Rezultă valorile din tabelul 5.7 (calculate pentru un = 2,197 care corespunde calculului elastic).

Tabelul 5.7

Comparaţie faţă de calculul elastic

Diagramă	Momente	Calculul elastic ipoteza I	Calculul elastic ipoteza II	Calcul vîsco-elastic	Diferenţe % ip. I	Diferenţe % ip. II
	$M_A/g\ell^2 x 10^{-2}$	1,965	0,497	1,279	34,6	-163
	$M_B/g\ell^2 x 10^{-2}$	3,971	0,993	2,557	34,6	-163
	$M_{max}/g\ell^2 x 10^{-2}$	8,529	11,507	9,943	-16,6	13,6

Se constată diferenţe mari faţă de calculul elastic. Astfel, dacă se efectuează un calcul de cadru, fără să se ţină seamă de modul de execuţie momentele reale din cîmp sînt mai mari cu 16,6%. Dacă se ţine seamă de etapele de execuţie, momentele reale din stîlpi sînt cu 163% mai mari.

5.2.2.5. Influenţa vîrstei betonului în stîlpi şi grinzi

In exemplul precedent s-a considerat că între vîrstele betonului din grindă şi stîlpi există o diferenţă de 100 zile. Pentru alte diferenţe, valorile momentelor de încovoiere pe cadru sînt prezentate în tabelul 5.8 şi figura 5.12.

Tabelul 5.8.

Diferenţe dintre vîrsta betonului din grindă şi stîlp.

Diferenţe vîrstă beton grindă-stîlp	$\frac{\bar{M}_A}{gl^2 x 10^{-2}}$	$\frac{\bar{M}_B}{gl^2 x 10^{-2}}$	$\frac{M_{max}}{gl^2 x 10^{-2}}$
40	1,341	2,681	9,819
60	1,293	2,585	9,915
80	1,237	2,475	10,025
100	1,187	2,373	10,127
120	1,163	2,327	10,173
180	1,079	2,159	10,341
480	0,831	1,661	10,839

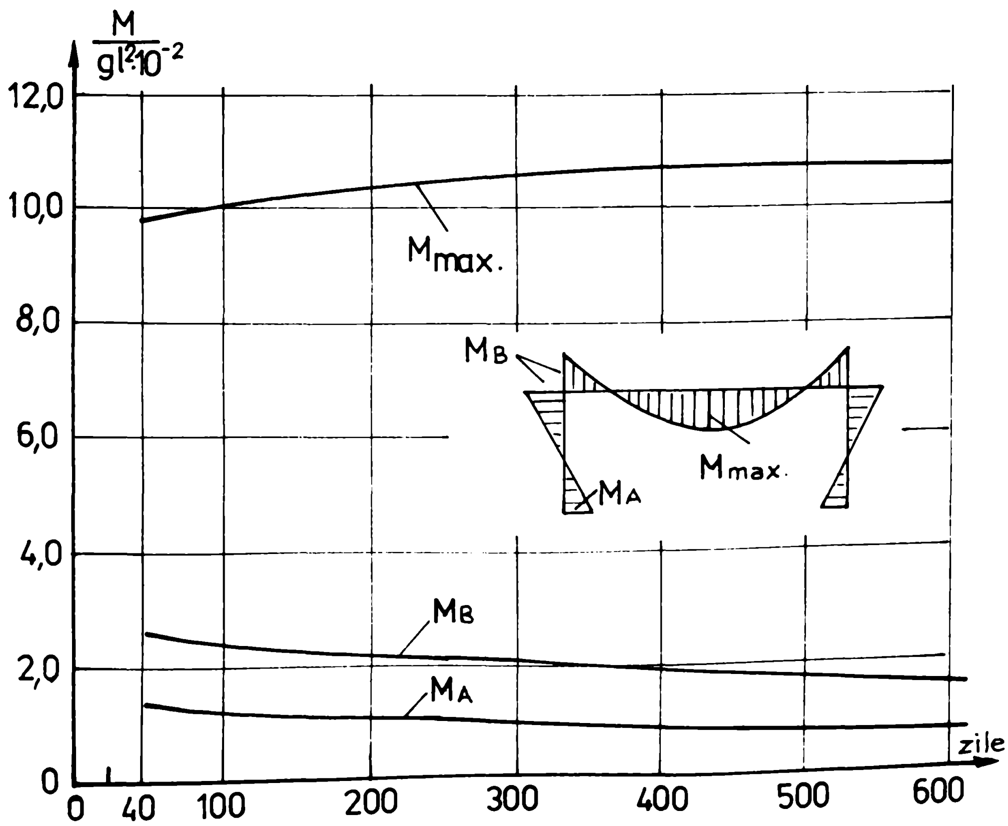


Fig.5.12

Se constată că pe măsură ce diferenţa de vîrstă a betonului din grindă şi stîlpi creşte, rigiditatea stîlpului în raport cu cea a grinzii scade şi prin urmare momentele din stîlpi scad. In acelaşi timp, momentele din grindă cresc.

5.2.3 Stîlpi şi grindă prefabricată

5.2.3.1. Descrierea tehnologiei de execuţie

Pentru acelaşi cadru (fig.5.13a) ca cel din exemplele precedente, se consideră că stîlpii şi grinzile sînt prefabricate, realizate în ateliere de prefabricate. Tehnologia de execuţie este următoarea:

- executarea grinzilor şi stîlpilor în ateliere de prefabricate (fig.5.13b);
- montarea stîlpilor (fig.5.13c);
- montarea grinzii (fig.5.13d);
- turnare monolitizare (fig.5.13e);
- montare plăci acoperiş (fig.5.13f);
- execuţie învelitoare (fig.5.13g).

Se constată că între exemplul precedent, cel al stîlpilor monoliţi şi grindă prefabricată nu există diferenţe esenţiale, în comportarea structurii în timpul montajului şi în exploatare. Diferenţe există numai în ceea ce priveşte raportul dintre vîrsta betonului din stîlpi sau grindă. In funcţie de modul de execuţie, stîlpii pot fi mai vechi decît grinda, sau invers, grinda poate avea o vechime mai mare decît stîlpii. In cele ce urmează, păstrînd date din exemplele precedente, se studiază influenţa vîrstei betonului din grindă şi stîlpi asupra stării de eforturi.

5.2.3.2. Influenţa vîrstei betonului în stîlpi şi grinzi

Pentru a analiza influenţa diferenţelor de vîrstă ale betonului din stîlpi şi grindă s-au considerat cazurile din tabelul 5.7; păstrîndu-se constamtă odată vîrsta la încărcare a stîlpului

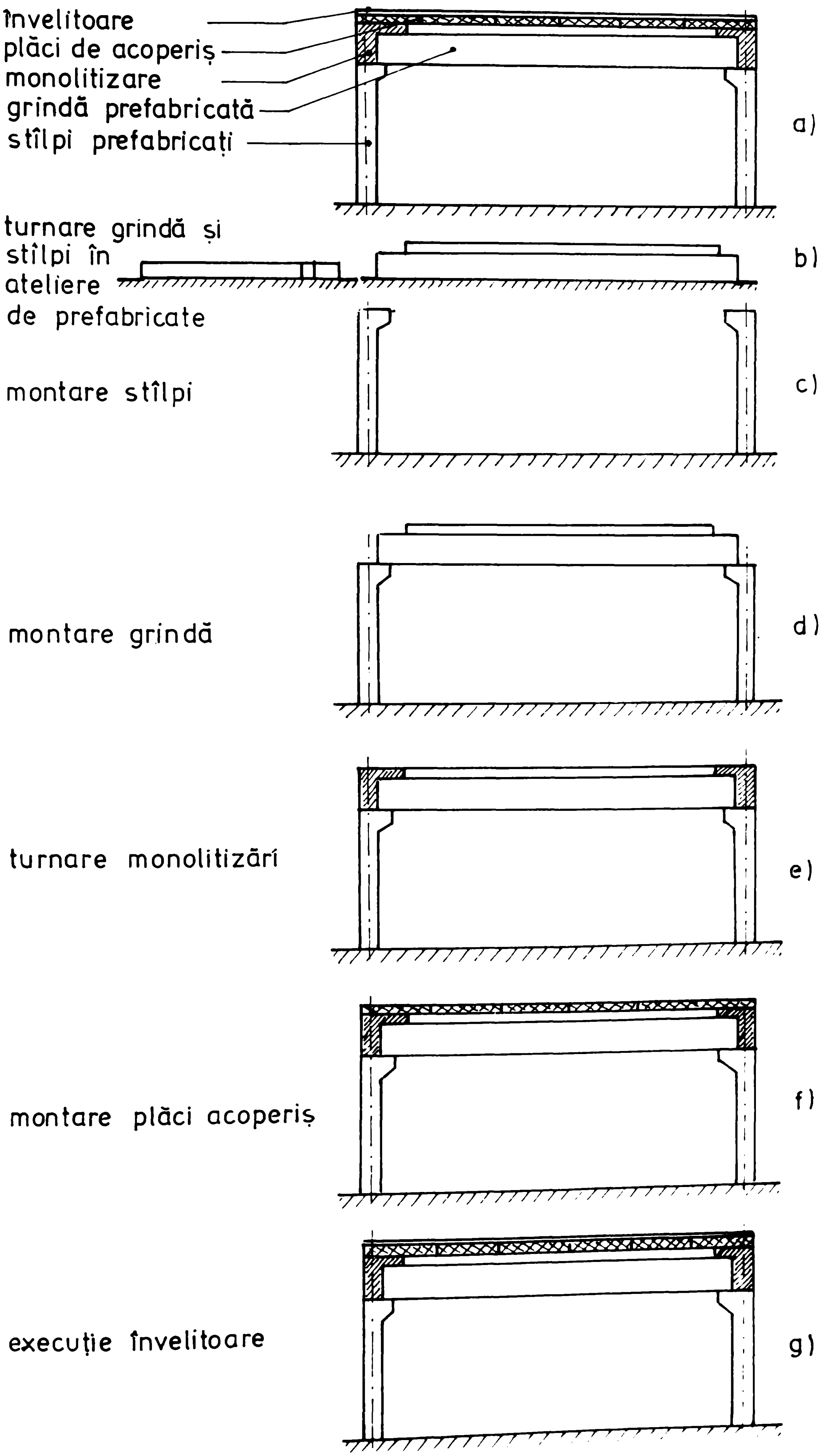

învelitoare
plăci de acoperiș
monolitizare
grindă prefabricată
stîlpi prefabricați
a)
turnare grindă și stîlpi în ateliere de prefabricate
b)
montare stîlpi
c)
montare grindă
d)
turnare monolitizări
e)
montare plăci acoperiș
f)
execuție învelitoare
g)

Fig. 5.13

şi variabilă cea a grinzii (cazul I) şi apoi constantă vîrsta grinzii şi variabilă cea a stîlpului (cazul II). Variaţiile eforturilor în funcţie de diferenţa de vîrstă sînt prezentate în figura 5.14.

Tabelul.5.7'

Cazul	Vîrsta la prima încărcare		$\frac{M_A}{g\ell^2 x 10^{-2}}$	$\frac{M_B}{g\ell^2 x 10^{-2}}$	$\frac{M_{max}}{g\ell^2 x 10^{-2}}$
	stîlp	grindă			
I	60	40	1,385	2,770	9,730
	60	60	1,264	2,528	9,972
	60	80	1,217	2,433	10,067
	60	100	1,171	2,341	10,159
	60	200	1,013	2,027	10,473
	60	500	0,791	1,581	10,919
II	40	60	1,230	2,460	10,040
	60	60	1,264	2,528	9,972
	80	60	1,334	2,668	9,832
	100	60	1,361	2,723	9,777
	200	60	1,472	2,944	9,556
	500	60	1,641	3,281	9,219

Se constată că în primul caz, cînd betonul din grindă are o vîrstă mai mare decît cea din stîlpi, momentele de pe stîlp scad şi creşte momentul maxim de pe grindă. Tendinţa este contrară în cazul doi, cînd stîlpii au vîrste mai mari decît cele ale grinzii.

Explicaţia acestor variaţii rezultă din modificările în timp a rigidităţii relative între stîlpi şi grindă.

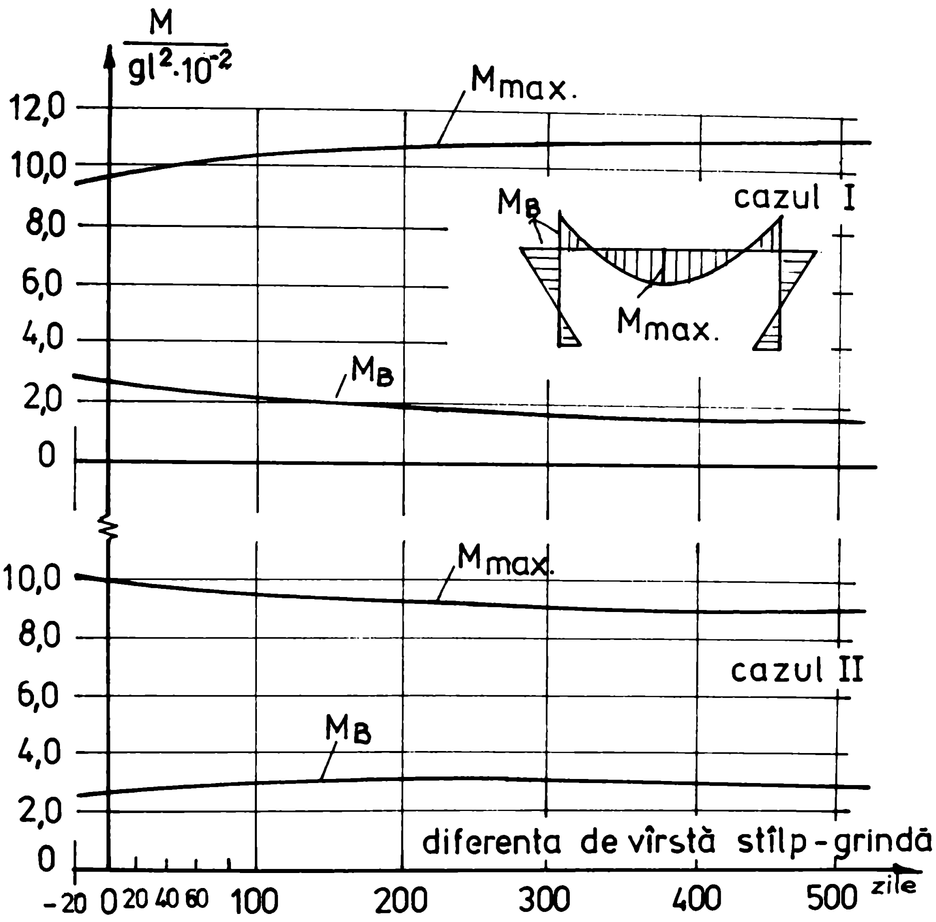


Fig.5.14.

5.2.4. <u>Stîlpi de beton și grindă metalică</u>

In ultimul timp la hale cu deschideri mari se utilizează din ce în ce mai mult soluții în care stîlpii, avînd solicitări principale de compresiune, sînt realizați din beton armat, iar grinzile, fiind încovoiate, se realizează din oțel. Astfel structura este neomogenă, stîlpii avînd deformații de curgere lentă, pe cînd grinda nu. Tehnologia de execuție este similară cu cea prezentată în paragraful 5.2.3. Deosebirea față de grinda prefabricată de beton constă în faptul că sudura care leagă stîlpii de grindă este activă imediat după terminarea ei și structura lucrează ca un cadru și pentru încărcarea din greutatea plăcilor de acoperiș. Pentru studiul stării de eforturi din cadru se poate folosi relația (5.8) dar în care se consideră $\overline{\varphi}_2 = \overline{\varkappa}_2 = 0$, pentru că grinda metalică nu are curgere lentă. Rezultă astfel:

$$\bar{F} = \bar{F}_1 = \bar{F}_2 = \frac{\rho + 2 - \rho(1 - \bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1}{\rho(1 + \bar{\varkappa}_1 \bar{\varphi}_1)} \qquad (5.8)'$$

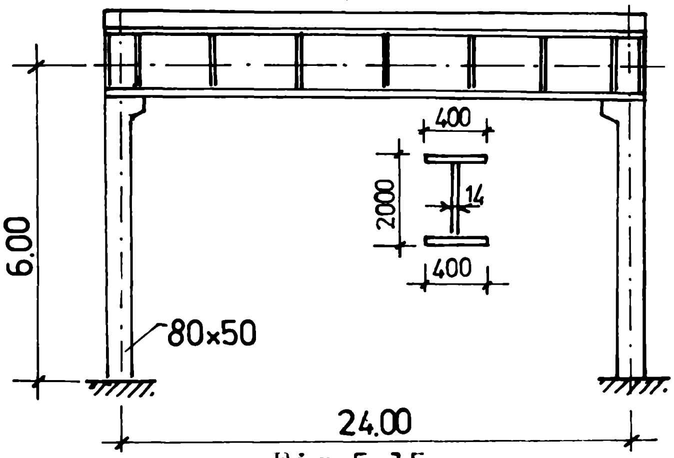


Fig.5.15.

Pentru exemplul de hală din figura 5.15, la care stîlpii sînt încărcaţi la 2o zile de la turnare, iar învelitoarea se execută la 4o zile de la terminarea montării plăcilor de acoperiş se obţin următoarele valori, determinate ca în exemplele precedente

- la stîlpi: $E_1(2o) = 264600$ daN/cm^2 $(B_c 25)$

  $E_1(6o) = 278100$ daN/cm^2; $I_1 = 2133333$ cm^4
- La grindă $E_2 = 2100000$ daN/cm^2 ; $I_2 = 2.446.606$ cm^4

Rezultă

$\rho(2o) = 2,275$; $\rho(6o) = 2,165$

Caracteristicile curgerii lente pentru stîlpi sînt:

$\bar{\varphi}_1(2o) = 3,00$ $\bar{\varphi}_1(6o) = 2,524$

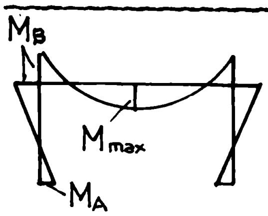
$\bar{\varkappa}_1(2o) = 0,817$ $\bar{\varkappa}_1(6o) = 0,874$

Rezultă astfel $\bar{F}(2o) = 0,385$, $\bar{F}(6o) = 0,365$

Se obţin eforturile din tabelul 5.8' şi figura 5.16

Tabelul 5.8.

Comparaţia momentelor de încovoiere

Diagrama	Momente de încov.	Calculul elastic	Calculul vîscoelastic faza inițială	Calculul vîscoelastic faza finală	Diferența %
	M_A/gl^2x10^{-2}	1,949	1,949	1,27o	-34,8
	M_B/gl^2x10^{-2}	3,899	3,899	2,539	-34,8
	M_{max}/gl^2x10^{-2}	8,6o1	8,6o1	9,961	+15,8

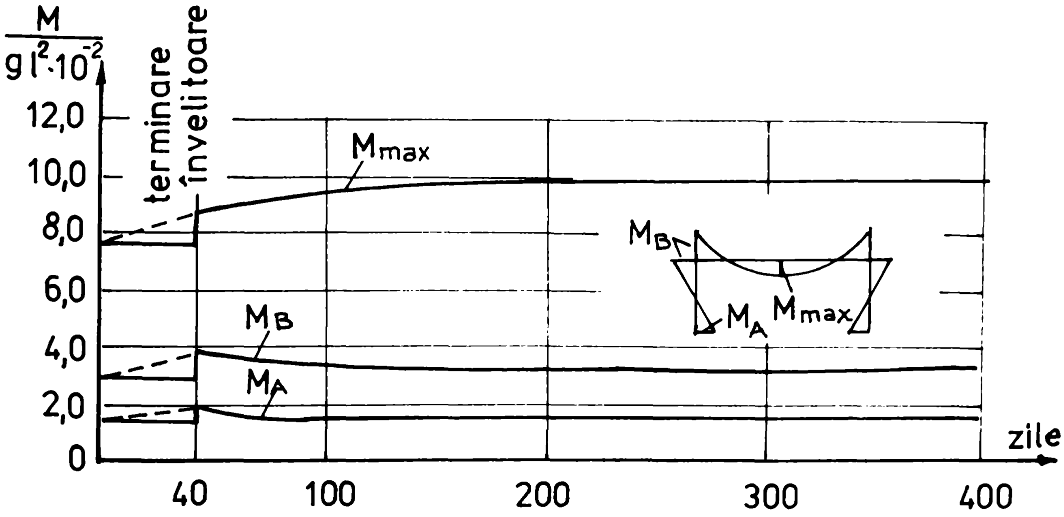


Fig.5.16.

Se constată că momentele de pe stîlp scad în timp, ce urmare a efectului curgerii lente, ce reduce rigiditatea aparentă a stîlpilor. In schimb, crește momentul de încovoiere în grindă.

Se observă că modificările eforturilor sînt mai mari decît cele pentru grinzile de beton armat, pentru că grinda metalică nu are curgere lentă. Se știe din paragraful 3.2.1 că la structurile omogene la care toate barele au aceeași caracteristică a curgerii lente, starea de eforturi nu a fost modificată. Cea mai mare modificare se produce la structurile la care neomogenitatea este maximă, ceea ce explică rezultatele obținute pentru cazul stîlpilor de beton armat și grinzilor metalice.

5.2.5. Influența contracției

5.2.5.1. Contracția împiedicată a grinzii

La cadrul analizat, efectul contracției este de scurtare a stîlpilor şi a grinzii (fig.5.17). Pentru că deplasările pe verticală ale stîlpilor sînt libere, acestea nu vor produce eforturi

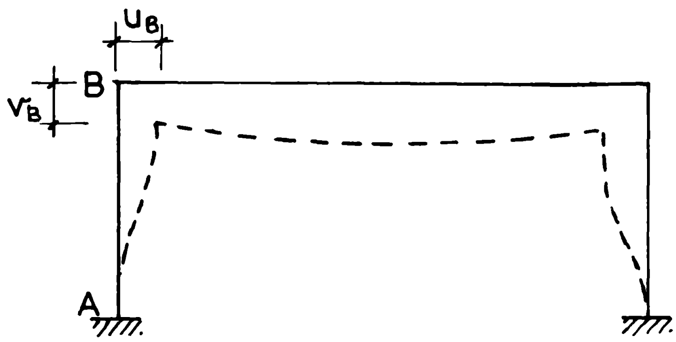


Fig.5.17.

în structură. In schimb scurtarea grinzii este împiedecată de rigiditatea la încovoiere a stîlpilor. Rezultă astfel, din cauza încastrării elastice a grinzii în stîlpi, o deformată de forma celei din figura 5.17; apar momente de încovoiere atît în grindă cît şi în stîlpi.

5.2.5.2. Determinarea stării de eforturi

Pentru rezolvarea problemei contracției se folosesc ecuațiile (4.164).

Necunoscutele $\{\bar{X}_0\}$, care se calculează din efectul contracției făr să se ține seamă de curgerea lent a betonului, rezultă din sistemul de ecuații (4.164a). Folosind valorile determinate în paragraful 5.2.1.2 se obține:

$$\frac{2h^3}{3E_1I_1}\bar{X}_{10} + \frac{h^2}{E_1I_1}\bar{X}_{20} - \bar{\varepsilon}_{ct}\frac{l}{2} = 0 \qquad (5.15a)$$

$$\frac{h^2}{E_1I_1}\bar{X}_{10} + \frac{l}{E_2I_2}(2\rho+1)\bar{X}_{20} = 0 \qquad (5.15.b)$$

Rezolvînd sistemul de ecuații rezultă:

$$\bar{X}_{1o} = \frac{3E_1I_1\ell}{2h^3}\bar{\varepsilon}_{ct}\frac{2\rho+1}{\rho+2} \quad ; \quad \bar{X}_{2o} = -\frac{E_1I_1\ell}{2h^2}\bar{\varepsilon}_{ct}\frac{3\rho}{\rho+2} \qquad (5.16a,b)$$

Dacă se ţine seamă de efectul curgerii lente a betonului, funcţiile $\bar{F}$ se obţin din sistemul de ecuaţii (4.164b). Folosind valorile determinate în 5.2.1.2, se obţine:

$$\frac{2h^3}{3E_1I_1}(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)\bar{X}_{10}\bar{F}_1^c+\frac{h^2}{E_1I_1}(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)\bar{X}_{20}\bar{F}_2^c+\frac{2h^3}{3E_1I_1}(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1\bar{X}_{10}+$$
$$+\frac{h^2}{E_1I_1}(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1\bar{X}_{20}-\bar{\varepsilon}_{ct}\frac{\ell}{2}=0 \qquad (5.17a)$$

$$\frac{h^2}{E_1I_1}(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)\bar{X}_{10}\bar{F}_1^c+\frac{\ell}{E_2I_2}\left[2\rho(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)+(1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2)\right]\bar{X}_{20}\bar{F}_2^c+$$
$$+\frac{h^2}{E_1I_1}(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1\bar{X}_{10}+\frac{1}{E_2I_2}\left[2\rho(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1+(1-\bar{\varkappa}_2)\bar{\varphi}_2\right]\bar{X}_{20}=0 \qquad (5.17b)$$

Rezolvînd sistemul de ecuaţii rezultă:

$$\bar{F}_1^c=\frac{\rho+2}{2(2\rho+1)}\left[\frac{1-(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1}{1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1}+\frac{3\rho}{\rho+2}\bar{F}_2\right] \qquad (5.18a)$$

$$\bar{F}_2^c=\frac{[1-(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1](1+\rho)+2[(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1-(1-\bar{\varkappa}_2)\bar{\varphi}_2]}{\rho(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)+2(1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2)} \qquad (5.18b)$$

Aceste funcţii reperzintă reducerea necunoscutelor $\bar{X}_{1o}$ şi $\bar{X}_{2o}$ ca urmare a efectului curgerii lente a betonului. Rezultă astfel necunoscutele, determinate pentru $t=\infty$

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_{1o}\cdot\bar{F}_1^c \ ; \qquad \bar{X}_2 = \bar{X}_{2o}\bar{F}_2^c \qquad (5.19a,b)$$

Cu ajutorul acestor necunoscute se vor putea calcula eforturile din structură.

5.2.5.3. Comparaţie între efectele contracţiei la o structură monolită şi la una cu grindă prefabricată.

Efectele contracţiei betonului vor fi determinate pentru cazurile studiate în paragrafele 5.2.1.4 (fig.5.4a) şi 5.2.2.3 (fig.5.1oa).

a) Calculul deformaţiilor din contracţie

Calculul deformaţiilor din contracţie se face după STAS 1o1o7/o-9o, care este identic cu cel din CEB-FIP-76, prezentat în paragraful 2.5.1b. Deformaţia specifică se determină cu relaţia (2.47), care pentru $t=\infty$ devine, ţinînd seamă că $\beta_c(\infty)=1$:

$$\bar{\varepsilon}_{ct}=\varepsilon_c[1-\beta_c(\tau_o)]$$

In această relaţie, timpul τ_o corespunde momentului în care grinda este legată în structură, după ce a încetat însă întreţinerea prin udare a grinzii.

Grindă monolită

Deformaţia specifică este $\varepsilon_c=\varepsilon_{c1}\varepsilon_{c2}$, unde ε_{c1}, se determină pentru exterior şi este: ε_{c1}=o,25mm/m = o,25xlo^{-3}. ε_{c2} se determină din diagrama din figura 2.19a pentru grosimea efectivă d_{ef}= 59,1 cm, determină la punctul 5.2.1.4 şi este ε_{c2}= o,78. Considerînd că încetarea intreţinerii prin udare a grinzii, corespunde cu decofrarea grinzii, τ_o =o, se obţine β_c(o) =o. Rezultă astfel deformaţia specifică de contracţie.

$$\bar{\varepsilon}_{ct} = 0,25\times 0,78\times 10^{-3}= 1,95 \times 10^{-4}$$

Grindă prefabricată

Calculul similar ca în cazul grinzii monolite, dar cu o grosime efectivă de 32,5 cm şi ţinînd seamă că timp de 1oo zile grinda s-a deformat liber din contracţie, pentru că n-a fost legată în structură, rezultă din figura 2.19b, β_c(1oo)= o,33. Se obţine astfel: ε_c= o,25xlo^{-3}xo,84 = 2,1xlo^{-4}

$$\bar{\varepsilon}_{ct}= 2,1\times 10^{-4}(1-0,33)= 1,407\times 10^{-4}$$

b) Determinarea funcţiilor $\bar{F}_1^c$ şi $\bar{F}_2^c$

Pentru cazul grinzii monolite, pentru care din paragraful 5.2.1.4 d rezultă $\bar{\varphi}_1$ = 2,524; $\bar{\varkappa}_1$=o,874; $\bar{\varphi}_2$=2,9o3; $\bar{\varkappa}_2$=o,812

Din figura 2.23, pentru $t=\infty$, rezultă β_e=1,o83 şi astfel

$$\bar{E}_1 = \bar{E}_2= E(\infty)= 1,083 \times 240.000 = 259.920 \text{ daN/cm}^2$$

$$\bar{\rho} = \frac{\bar{E}_2 \cdot I_2}{\bar{E}_1 I_1}\ \frac{h}{\ell} = 3,906$$

Se obţine din relaţiile (5.18): $\bar{F}_1^c$=o,195; $\bar{F}_2^c$= o,186

Necunoscutele $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$ rezultă din relaţiile (5.16) şi (5.19).

$\bar{X}_1$= 269 caN; $\bar{X}_2$ = 133o daNm

Diagrama de momente este cea din figura 5.18a

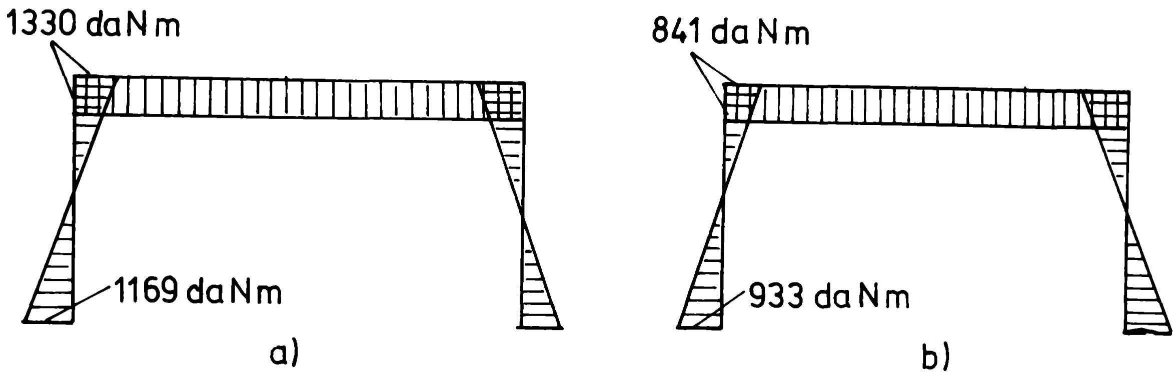


Fig.5.18

In cazul grinzii prefabricate, pentru care din paragraful 5.2.2.3.c rezultă: $\bar{\varphi}_1$=3,oo; $\bar{\varkappa}_1$=o,817; $\bar{\varphi}_2$=2,28o; $\bar{\varkappa}_2$=o,946.

Din figura 2.23, pentru t=∞ se obţine β_e =1,o83 şi astfel: E_1= 25992o daN/cm^2 şi E_2= 29241o daN/cm^2

Rezultă ρ= 2,197 şi din relaţiile 5.18, $\bar{F}_1^c$=o,177 şi $\bar{F}_2^c$= o,2o6 .

Necunoscutele $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$, rezultă din relaţiile (5.16) şi (5.19): $\bar{X}_1$ = 296 daN $\bar{X}_2$ = 841 daN/m.

Diagrama de momente este prezentată în figura 5.18b. Comparînd momentele de încovoiere obţinute în cele două variante de realizare, grindă monolită sau prefabricată, se constată că momentele sînt mult mai mici în cazul ultim, din cauza că o parte din dei deformaţia de contracţie s-e consumat liber, cînd grinda nu era legată în structură.

Se observă de asemenea că efectul curgerii lente asupra stării de eforturi este foarte mare, pentru că, prin funcţiile $\bar{F}^c$, reducerea rezultată este de cca 8o%.

Pentru a avea o imagine asupra importanţei momentelor de încovoiere din contracţie, se compară momentele obţinute cu cele determinate din greutatea proprie, considerînd g=3ooo daN/m se obţine M_{Bg} = 5366o daNm.

Comparînd această valoare cu cea obţinută din contracţie de 133o daNm, se constată că la cadrul cu o deschidere efectul contracţiei este redus.

5.3. Cadru parter cu două deschideri

5.3.1. Stîlpi şi grinzi turnate monolit

5.3.1.1. Tehnologia de execuţie

Presupunînd că decofrarea celor două deschideri (fig. 5.19) se face în acelaş timp, sau la timpi ce nu diferă foarte mult, tehnologia de execuţie este similară cu cea descrisă în

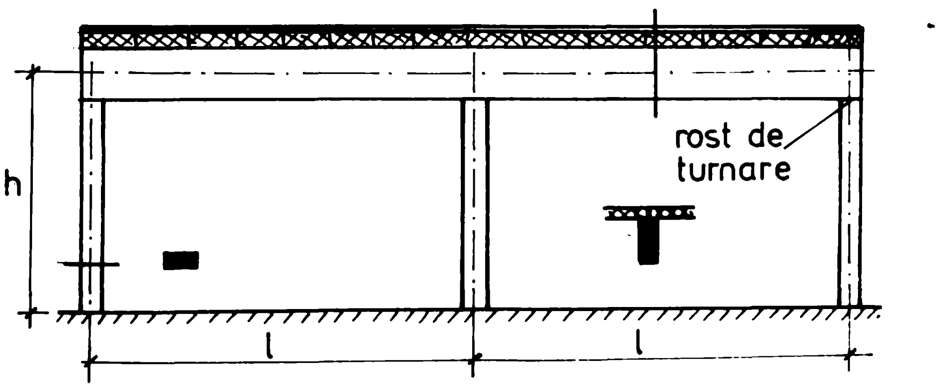


Fig.5.19

paragraful 5.2.1.1 pentru cadrul cu o deschidere.

5.3.1.2, Calculul structurii în faza iniţială (t=o)

In faza iniţială, calculul statistic se face în stadiul elastic. Schema statică de bază este cea din figura 5.2ob .Se constată că secţiunile pentru evidenţierea necunoscutelor au fost alese în dreptul separării betoanelor cu calităţi diferite. Cadrul este static nedeterminat de 6 ori, dar ţinînd seamă de simetrie, sînt semnificative numai trei necunoscute, X_1, X_2 şi X_3.

Procedînd similar ca în cazul cadrului cu o deschidere, se obţin matricele:

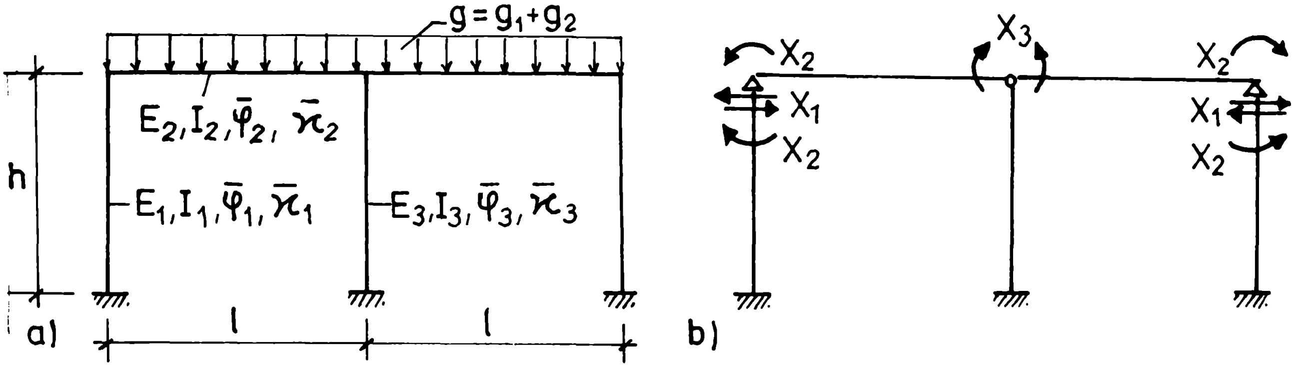


Fig.5.2o

$$[A_{xx}] = \begin{vmatrix} \frac{2h^3}{3E_1I_1} & \frac{h^2}{E_1I_1} & 0 \\ \frac{h^2}{E_1I_1} & \frac{2\ell}{3E_2I_2}(3\rho+1) & \frac{\ell}{3E_2I_2} \\ 0 & \frac{\ell}{3E_2I_2} & \frac{2\ell}{3E_2I_2} \end{vmatrix} \qquad (5.2oa)$$

$$[B_{xp}] = \begin{vmatrix} 0 \\ -\frac{\ell^3}{12E_2I_2} \\ -\frac{\ell^3}{12E_2I_2} \end{vmatrix} \qquad (5.2ob)$$

şi rezolvînd sistemul de ecuaţii (4.16oa) rezultă

$$X_1 = -\frac{g\ell^2}{8h(\rho+1)}; \quad X_2 = \frac{g\ell^2}{12(\rho+1)}; \quad X_3 = \frac{g\ell^2(3\rho+2)}{24(\rho+1)} \qquad (5.21.a.b.c)$$

unde ρ este dat de relaţia (5.2).

Determinarea momentelor de încovoiere se face cu relaţiile:

$$M_A = \frac{g\ell^2}{24(\rho+1)} \qquad M_B = X_2 = \frac{g\ell^2}{12(\rho+1)} \qquad (5.22.a.b)$$

$$M_C = X_3 = \frac{g\ell^2(3\rho+2)}{24(\rho+1)} \qquad M_{max} = \frac{g\ell^2}{128}\left(\frac{3\rho+4}{\rho+1}\right)^2 - M_B \qquad (5.22c,d)$$

Diagramele de momente sînt cele din figura 5.21a.

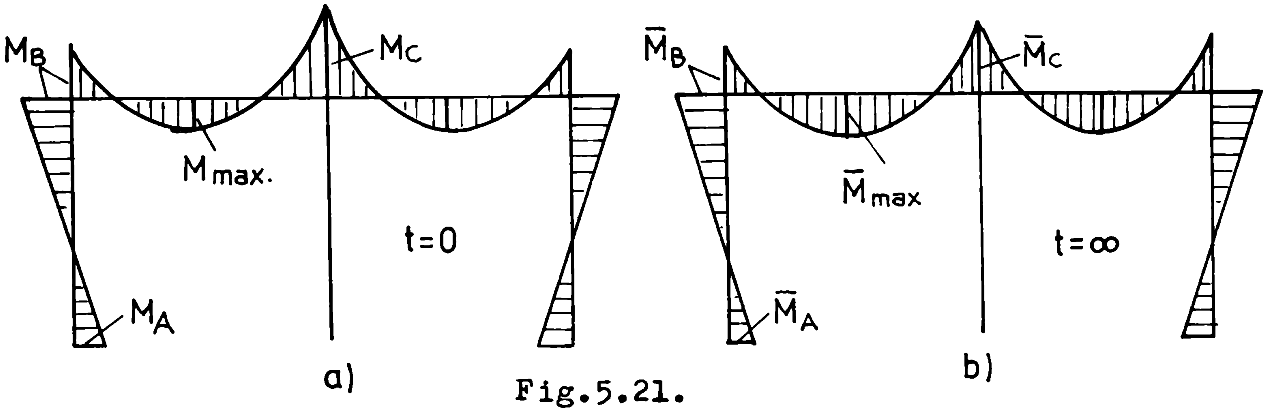


Fig.5.21.

5.3.1.3. Calculul structurii în faza finală ($t=\infty$)

Determinarea eforturilor se face cu ajutorul necunoscutelor $\bar{X} = X.\ \bar{F}$, în care funcţia $\bar{F}$ se determină din sistemul de ecuaţii (4.160b), unde:

$$[\bar{F}_{xx}] = \begin{vmatrix} \frac{2h^3}{3E_1I_1}(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)X_1 & \frac{h^2}{E_1I_1}(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)X_2 & 0 \\ \frac{h^2}{E_1I_1}(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)X_1 & \frac{2\ell}{3E_2I_2}[3\rho(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)+(1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2)]X_2 & \frac{\ell}{3E_2I_2}(1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2)X_3 \\ 0 & \frac{\ell}{3E_2I_2}(1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2)X_2 & \frac{2\ell}{3E_2I_2}(1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2)X_3 \end{vmatrix} \quad (5.23a)$$

$$[\bar{G}_{xx}] = \begin{vmatrix} \frac{2h^3}{3E_1I_1}(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi} & \frac{h^2}{E_1I_1}(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1 & 0 \\ \frac{h^2}{E_1I_1}(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi} & \frac{2\ell}{3E_2I_2}[3\rho(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1+(1-\bar{\varkappa}_2)\bar{\varphi}_2 & \frac{\ell}{3E_2I_2}(1-\bar{\varkappa}_2)\bar{\varphi}_2 \\ 0 & \frac{\ell}{3E_2I_2}(1-\bar{\varkappa}_2)\bar{\varphi}_2 & \frac{2\ell}{3E_2I_2}(1-\bar{\varkappa}_2)\bar{\varphi}_2 \end{vmatrix} \quad (5.23b)$$

$$[\bar{D}_{xp}] = \begin{vmatrix} 0 \\ -\frac{\ell^3}{12E_2I_2}(1+\bar{\varphi}_2) \\ -\frac{\ell^3}{12E_2I_2}(1+\bar{\varphi}_2) \end{vmatrix} \quad (5.23c)$$

BUPT

Rezolvînd sistemul de ecuaţii,se obţine:

$$\bar{F}_1=\bar{F}_2=\frac{(\rho+1)(1+\bar{\varphi}_2)-[\rho(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1+(1-\bar{\varkappa}_2)\bar{\varphi}_2]}{\rho(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1)+(1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2)} \quad (5.24a.b)$$

$$\bar{F}_3=\frac{3(\rho+1)-\bar{F}_2}{3\rho+2} \quad (5.24c).$$

Corectitudinea relaţiilor (5.24) se verifică pentru cazul structurii omogene $\bar{\varphi}_1=\bar{\varphi}_2=\bar{\varphi}$ $,\bar{\varkappa}_1=\bar{\varkappa}_2=\bar{\varkappa}$, pentru care se obţine $\bar{F}_1=\bar{F}_2=\bar{F}_3=1$, şi deci, conform principiului corespondenţei, enunţat în paragraful 3.2.2, starea de eforturi din structură nu se modifică în timp.

Calculul momentelor din cadrul se face ce relaţiile:

$$\bar{M}_A = X_1\bar{F}_1.h + X_2\bar{F}_2 = \frac{g\ell^2}{24(\rho+1)}.\bar{F}_2 \quad (5.25a)$$

$$\bar{M}_B = X_2\bar{F}_2 = \frac{g\ell^2}{12(\rho+1)}.\bar{F}_2 \quad (5.25b)$$

$$\bar{M}_C = X_3\bar{F}_3 = \frac{g\ell^2(3\rho+2)}{24(\rho+1)}\bar{F}_3 \quad (5.25c)$$

$$\bar{M}_{max} = \frac{g\ell^2}{128}\left[\frac{\rho(4-\bar{F}_3)+4-\frac{2}{3}(\bar{F}_3-\bar{F}_2)}{\rho+1}\right]^2-\bar{M}_B \quad (5.25d)$$

în care s-au folosit relaţiile (5.22).

Diagrama de eforturi este prezentată în figura 5.21b.

Dacă încărcarea se aplică în două etape diferite, g_1 la timpul τ_1 şi g_2 la timpul τ_2, momentele finale pot fi calculate de relaţiile:

$$\bar{M}_A=\bar{F}_2(\tau_1)M_A(\tau_1)+\bar{F}_2(\tau_2)M_A(\tau_2) \quad (5.26a)$$

$$\bar{M}_B=\bar{F}_2(\tau_1)M_B(\tau_1)+\bar{F}_2(\tau_2)M_B(\tau_2) \quad (5.26b)$$

$$\bar{M}_C=\bar{F}_3(\tau_1)M_C(\tau_1)+\bar{F}_3(\tau_2)M_C(\tau_2) \quad (5.26c)$$

5.3.1.4. Determinarea stării de eforturi

a) Etapele de execuţie

Cadrul cu două deschideri din figura 5.22a se execută conform desfăşurării lucrărilor indicate în figura 5.22b.

Se constată că pentru preluarea greutăţii proprie de către structură sînt semnificative două momente:

- decofrarea grinzii, cînd structura preia greutatea proprie a grinzii şi a plăcilor ; vîrsta betonului în acel moment este de 6o zile în stîlpi şi 2o zile în grinzi;

- terminarea execuţiei invelitorii, cînd vîrsta betonului în stîlpi este de loo zile, iar în grinzi de 6o zile.

Si în acest caz se consideră că prima încărcare reprezintă 75% din încărcarea totală.

b) <u>Determinarea rigidităţii relative ρ</u>

Procedînd similar ca în paragraful 5.2.1.4b se obţine:

$\rho(6o,2o) = 2{,}513$; $\rho(1oo,6o) = 2{,}641$

c) <u>Calculul eforturilor în faza iniţială</u>

Folosind relaţiile (5.26) se obţin momentele de încovoiere:

$M_A = 1{,}175 \times 1o^{-2}\, g\ell^2$ $\quad M_C = 11{,}324 \times 1o^{-2}\, g\ell^2$

$M_B = 2{,}35o \times 1o^{-2}\, g\ell^2$ $\quad M_{max} = 8{,}368 \times 1o^{-2} g\ell^2$

d) <u>Calculul caracteristicilor curgerii lente şi a coeficienţilor de îmbătrînire, după STAS 1o1o7/o-9o</u>

Procedînd ca pentru cadrul cu o singură deschidere, se obţin valorile:

- la stîlpi: $\bar{\varphi}_1(6o) = 2{,}48o$ la grindă: $\bar{\varphi}_2(2o) = 3{,}2o1$

$\bar{\varkappa}_1(6o) = o{,}873$ $\quad \bar{\varkappa}_2(2o) = o{,}817$

$\bar{\varphi}_1(1oo) = 2{,}19o$ $\quad \bar{\varphi}_2(6o) = 2{,}512$

$\bar{\varkappa}_1(1oo) = o{,}944$ $\quad \bar{\varkappa}_2(6o) = o{,}837$

e) <u>Calculul valorilor $\bar{F}$</u>

Cu ajutorul relaţiilor (5.24) se determină valorile $\bar{F}$:

$\bar{F}_1(6o,2o) = \bar{F}_2(6o,2o) = 1{,}12o$; $\bar{F}_3(6o,2o) = o{,}987$

$\bar{F}_1(1oo,6o) = \bar{F}_2(1oo,6o) = 1{,}o76$; $\bar{F}_3(1oo,6o) = o{,}992$

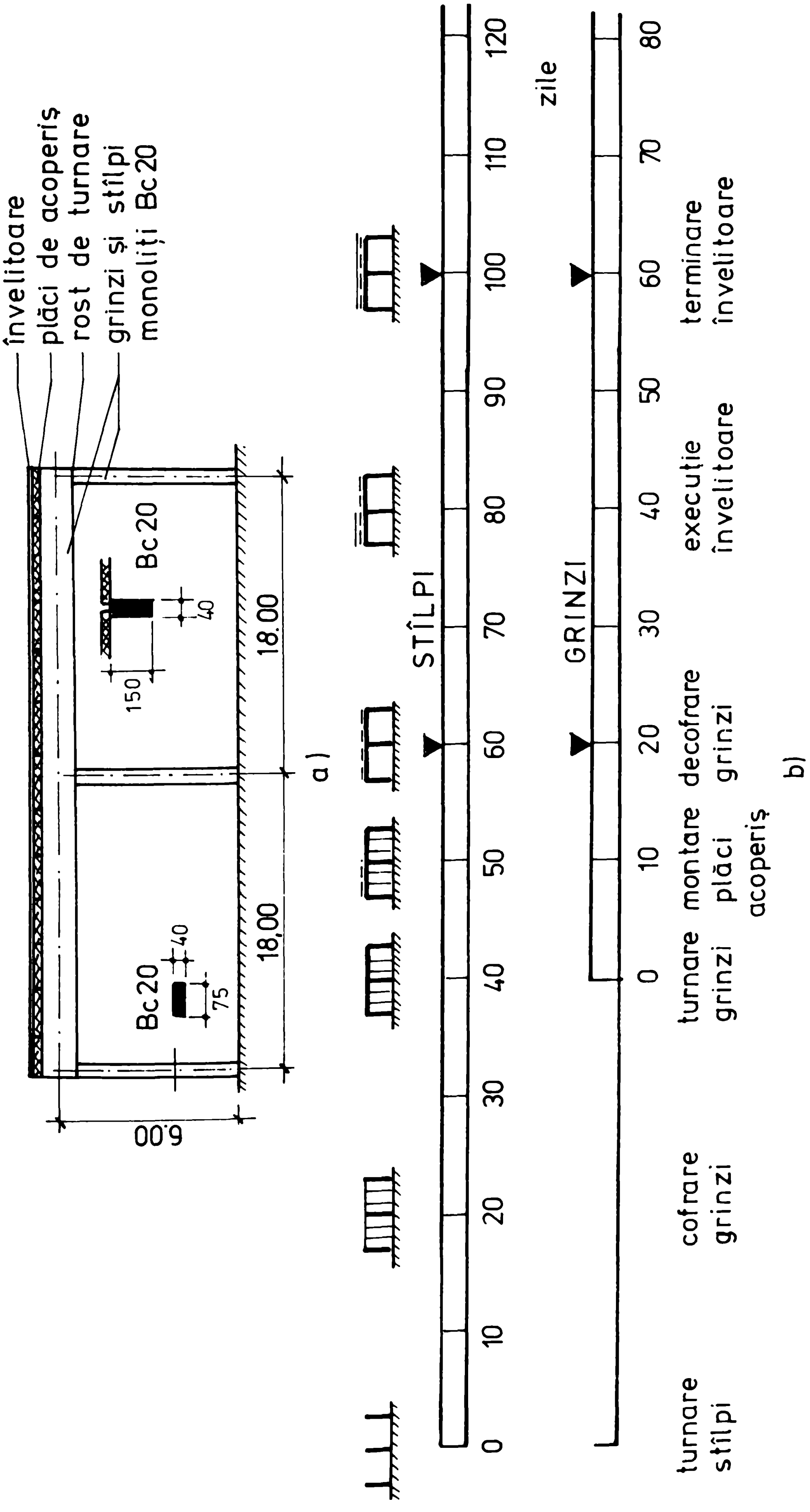

învelitoare
plăci de acoperiș
rost de turnare
grinzi și stîlpi
monoliți Bc 20
Bc 20
150
40
Bc 20
40
75
18.00
18,00
6.00
a)
STÎLPI
GRINZI
zile
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
0
10
20
30
40
50
60
70
80
turnare stîlpi
cofrare grinzi
turnare grinzi
montare plăci acoperiș
decofrare grinzi
execuție învelitoare
terminare învelitoare
b)

Fig. 5.22

f) Valorile finale ale eforturilor din cadru

Dacă se ține seamă că încărcarea a fost realizată în două etape (greutatea proprie a grinzilor și a plăcilor de acoperiș, respectiv învelitoarea), rezultă următoarele momente de încovoiere, determinate cu relațiile (5.26):

$M_A = 1,304x10^{-2}g\ell^2$ $\quad$ $M_C = 11,191\ x10^{-2}g\ell^2$

$M_B = 2,608x10^{-2}g\ell^2$ $\quad$ $M_{max} = 5,969x10^{-2}g\ell^2$

Diagrama de momente este cea din figura 5.21b.

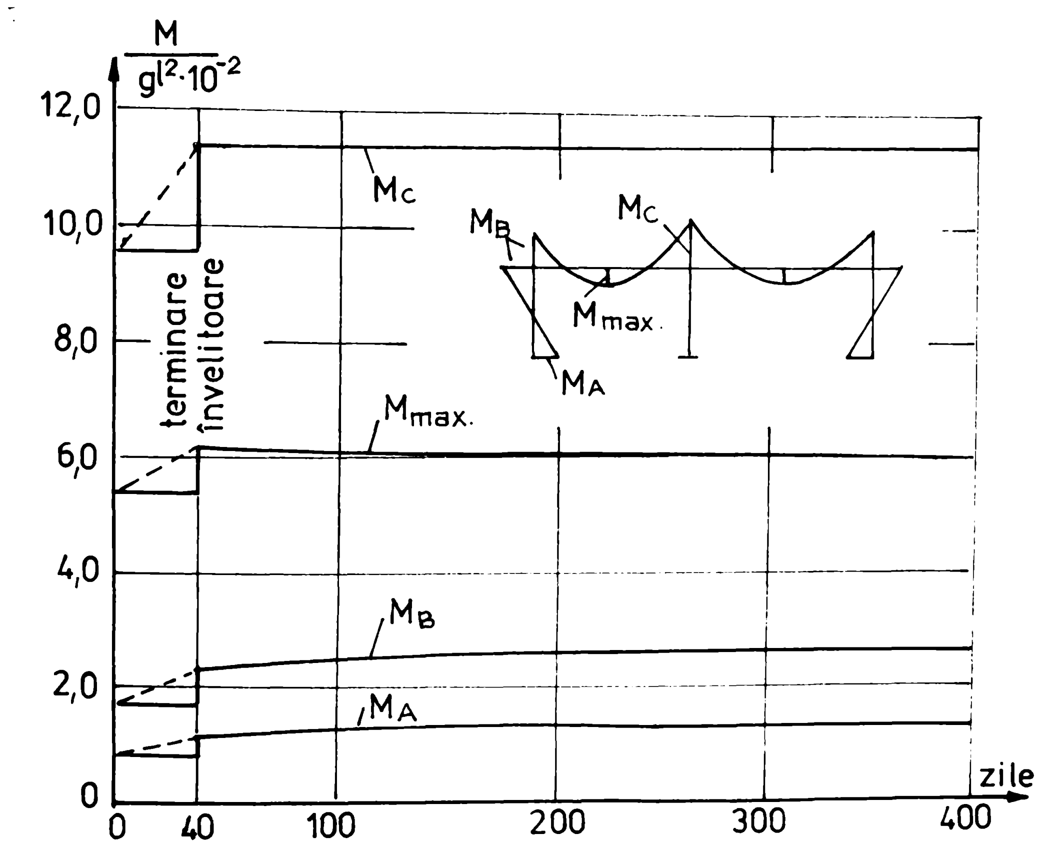


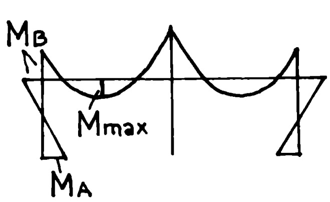
Fig.5.23.

O comparație a valorilor determinate în faza inițială și cea finală este cea din tabelul 5.9 și figura 5.23.

Se constată că variația în timp a momentelor de încovoiere este mai mică decît în cazul cadrului cu o singură deschidere, din cauza că pe reazemul C nu se produce o redistribuire a eforturilor, structura fiind simetrică. Singura redistribuire se produce în colțul B și reazemul A, unde momentele cresc cu 11%. Modificarea momentului maxim din cîmp este nesemnificativă.

Tabelul 5.9

Variația eforturilor

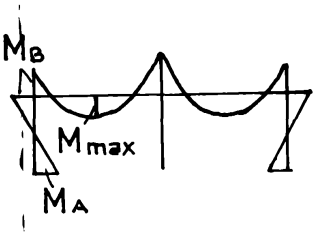
Diagrama	Momente	Faza inițială t=[illegible]	Faza finală t=	Diferența %
	$M_A/g\ell^2 10^{-2}$	1,175	1,304	11
	$M_B/g\ell^2 x10^{-2}$	2,350	2,608	11
	$M_C/g\ell^2 x10^{-2}$	11,324	11,191	-1,2
	$M_{max}/g\ell^2 x10^{-2}$	6,066	5,969	-1,6

g) <u>Comparație cu calculul elastic al cadrului</u>

Dacă se calculează eforturile din relațiile (5.22) cu ϱ = 2,667, fără să se țină seamă de vîrsta betonului la încărcare și de efectul curgerii lente a betonului rezultă valorile din tabelul 5.10.

Tabelul 5.10

Comparație față de momentele elastice

Diagrama	Momente	Calculul vîscoelastic: fază iniț.	Calculul vîscoelastic: Fază finală	Calcul elastic	Diferențe față de: faza iniț.	Diferențe față de: faza finală
	$M_A/g\ell^2.10^{-2}$	1,175	1,304	1,136	+3,4	14,8
	$M_B/g\ell^2.10^{-2}$	2,350	2,608	2,272	+3,4	14,8
	$M_C/g\ell^2.10^{-2}$	11,324	11,191	11,364	-0,3	-1,5
	$M_{max}/g\ell^2.10^{-2}$	6,066	5,969	6,096	-0,5	2,1

Se constată diferențele calculului elastic față de faza inițială sînt mici. In schimb, momentele din faza finală în colțurile B ale cadrului cresc cu 14,8% față de momentele determinate în stadiul elastic, creștere ce nu poate fi neglijată. Momentele de pe reazemul C și din cîmp nu se modifică semnificativ.

5.3.2. Stîlpi monoliţi, grinzi prefabricate

5.3.2.1. Descrierea tehnologiei de execuţie

Tehnologia de execuţie este similară cu cea descrisă în paragraful 5.2.2.1 pentru cadrul cu o singură deschidere. In exemplul ce urmează se consideră că plăcile prefabricate ale acoperişului se montează înainte de întărirea betonului din monolitizări.

5.3.2.2. Calculul structurii în faza iniţială (t=o)

In faza iniţială, pentru încărcările din greutatea proprie a grinzii şi a plăcilor de acoperiş g_1, grinzile lucrează ca şi simplu rezemate (fig.5.24). Pentru încărcarea din învelitoare

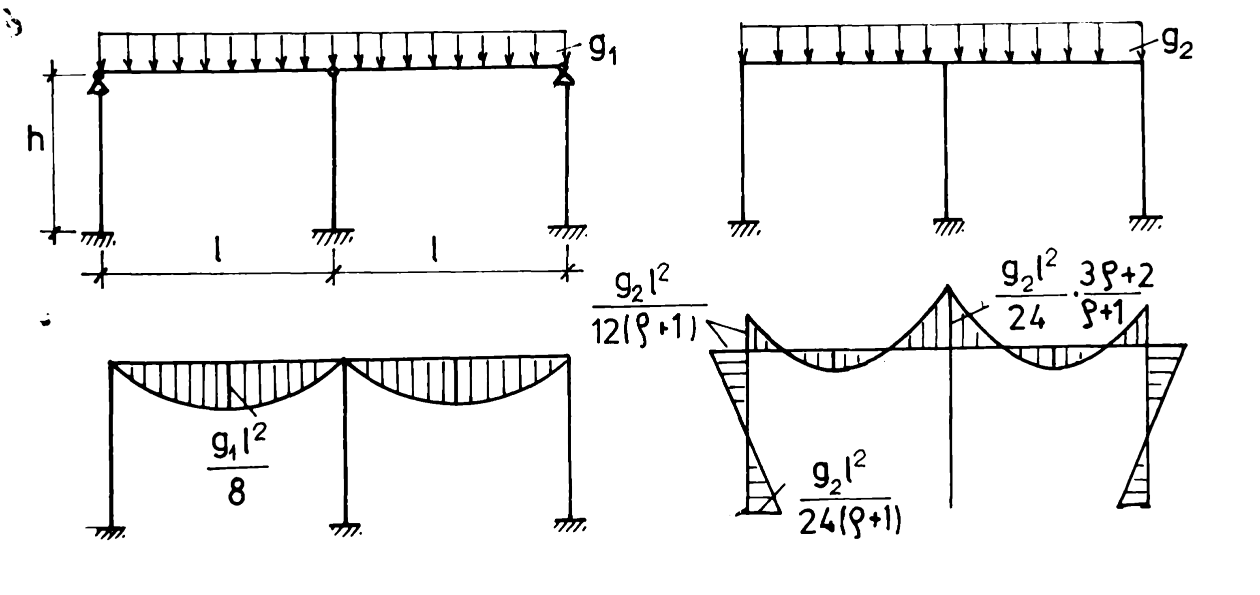


Fig.24.

g_2 care se aplică după ce monolitizarea s-a întărit, structura lucrează ca un cadru. Deoarece intervalul de timp între aplicarea celor două încărcări g_1 şi g_2 nu este mare, ambele faze fac parte din faza iniţială.

Momentele de încovoiere din faza iniţială sînt:

$$M_A = 0 + \frac{g_2 l^2}{24(\rho+1)} \; ; \quad M_B = 2M_A \qquad (5.27a,b)$$

$$M_C = 0 + \frac{g_2 l^2}{24} \cdot \frac{3\rho + 2}{\rho + 1} \qquad (5.27c)$$

5.3.2.3. Calculul structurii în faza finală ($t=\infty$)

Pentru rezolvarea acestui caz se face apel la ecuaţiile (4.172), în care $[F_{xx}]$ şi $[G_{xx}]$ sînt date de relaţiile (5.23a,b), iar

$$[\bar{D}_{xp}] = \begin{vmatrix} 0 \\ -\dfrac{\ell^3}{12E_2I_2}\varphi_2 \\ -\dfrac{\ell^3}{12E_2I_2}\varphi_2 \end{vmatrix} \qquad (5.28)$$

In relaţia (5.28) în comparaţie cu (5.23c), s-a înlocuit $1+\bar{\varphi}_2$ cu $\bar{\varphi}_2$, ţinîndu-se seamă că deformaţiile elastice din încărcarea g_1 se produc în situaţia în care grinzile sînt simplu rezemate.

Rezolvînd sistemul de ecuaţii rezultă:

$$\bar{F}_1 = \bar{F}_2 = \frac{(\rho+1)\left(1+\dfrac{1-\bar{\varkappa}_2}{1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2}\right) - [\rho(1-\bar{\varkappa}_1)\bar{\varphi}_1 + (1-\bar{\varkappa}_2)\bar{\varphi}_2]}{\rho(1+\bar{\varkappa}_1\bar{\varphi}_1) + (1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2)} \qquad (5.29a,b)$$

$$\bar{F}_3 = \frac{3(\rho+1)\dfrac{\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2}{1+\bar{\varkappa}_2\bar{\varphi}_2} - \bar{F}_2}{3\rho+2} \qquad (5.29c)$$

Diagrama momentelor de încovoiere din încărcarea g_1 este dată în figura 5.25. Se constată că după ce monolitizarea s-a

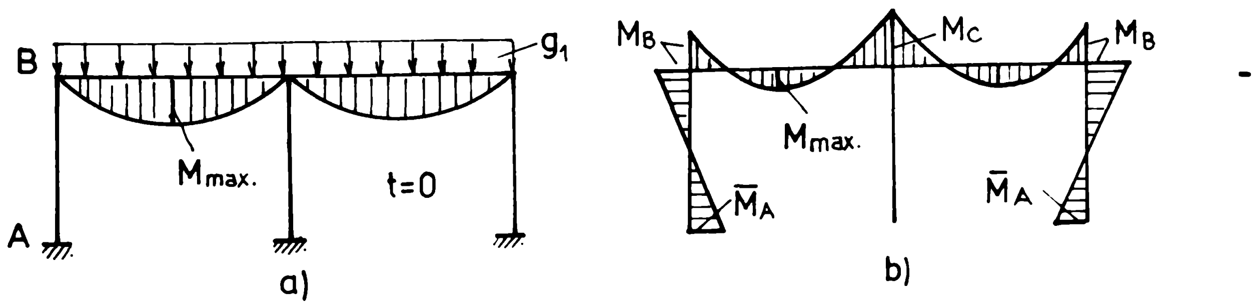


Fig.5.25.

întărit, deformaţiile de curgere lentă va duce la producerea unor momente de încovoiere pe reazeme şi în stîlpi. Valorile acestor momente vor fi mai mici decît cele determinate dintr-un calcul elastic.

Pentru încărcarea g_2, care se aplică după ce monolitizarea s-a întărit, structura lucrează ca un cadru cu neomogenitate mecanică şi pot fi folosite relaţiile (5.24) pentru determinarea valorilor $\bar{F}$.

Rezultă astfel momentele din faza finală pot fi calculate cu relaţiile (5.26).

5.3.2.4. Determinarea stării de eforturi

a) Etapele de execuţie

Cadrul din figura 5.26a se execută după desfăşurarea lucrărilor indicată în figura 5.26b.

Se constată că în faza cînd se montează plăcile de acoperiş betonul din monolitizări nu este încă întărit şi structura lucrează cu cele două grinzi de acoperiş ca şi grinzi simplu rezemate. Prin urmare încărcarea din g_1 se produce cînd vîrstele betonului din stîlpi şi grinzi sînt de 2o zile, respectiv 1oo zile.

La terminarea executării învelutorii betonul din monolitizări este întărit şi structura lucrează ca un cadru. Vîrstele betonului la încărcarea g_2 sînt de 6o zile la stîlpi şi 14o zile la grinzi.

b) Determinarea rigidităţii relative ρ

Cu ajutorul relaţiei (5.2) se obţine similar ca în exemplele precedente:

$$\rho(2o,1oo) = 5,21; \qquad \rho(6o,14o) = 5,oo3$$

c) Calculul eforturilor în faza iniţială

Folosind relaţiile (5.27) se obţine:

$$M_A = o,173\ g\ell^2 x1o^{-2} \qquad M_C = 2,951\ g\ell^2 x1o^{-2}$$

$$M_B = o,346\ g\ell^2 x1o^{-2} \qquad M_{max} = 11,5o3\ g\ell^2 x1o^{-2}$$

d) Calculul caracteristicilor curgerii lente şi a coeficienţilor de îmbătrînire

Procedînd ca în exemplele precedente, rezultă:

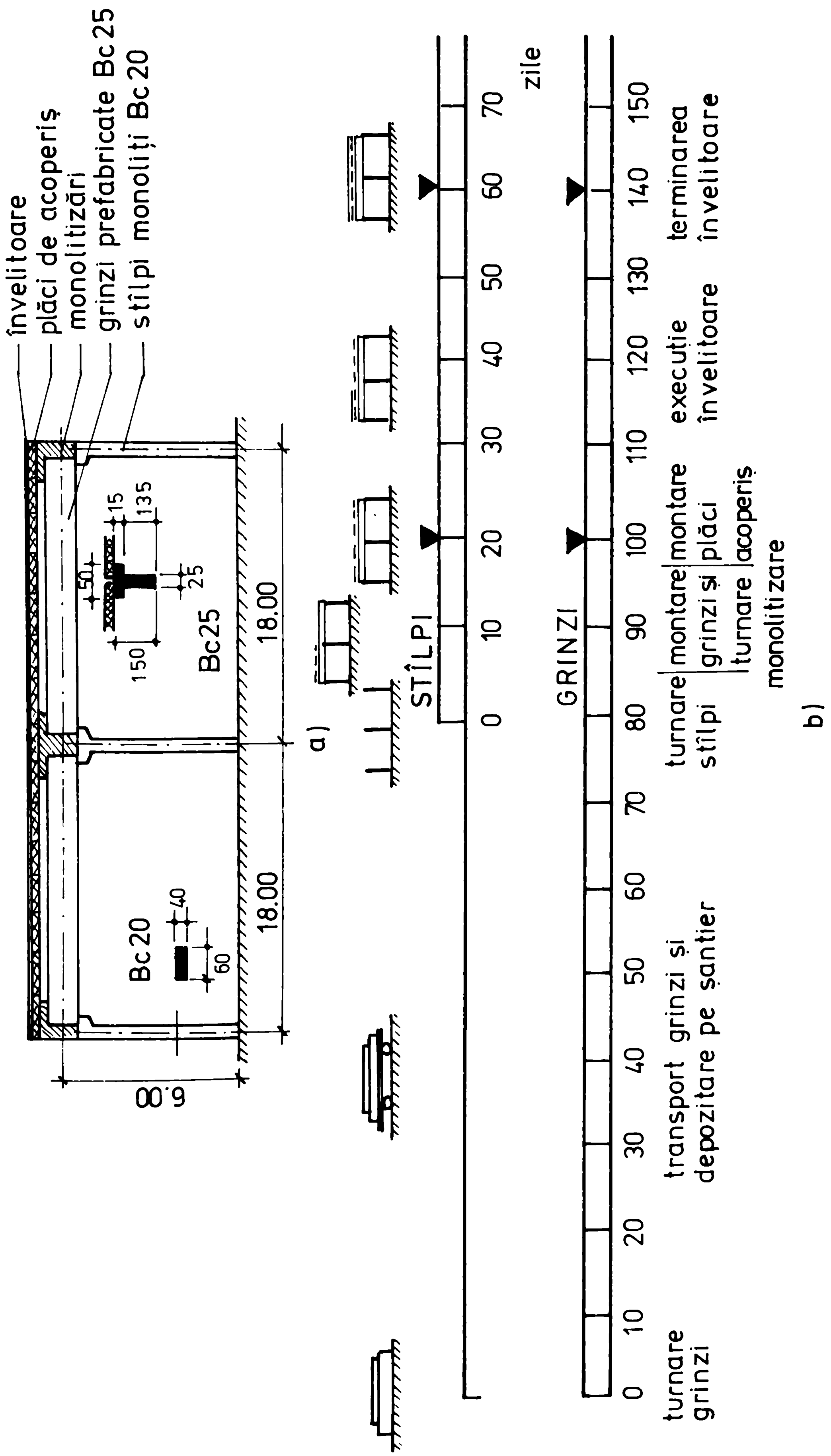

învelitoare
plăci de acoperiș
monolitizări
grinzi prefabricate Bc 25
stîlpi monoliți Bc 20
Bc 20
40
60
Bc25
150
50
25
15
135
18.00
18.00
6.00
a)
STÎLPI
0
10
20
30
40
50
60
70
zile
GRINZI
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
turnare grinzi
transport grinzi și depozitare pe șantier
turnare stîlpi
montare grinzi și turnare monolitizare
montare plăci acoperiș
execuție învelitoare
terminarea învelitoare
b)

Fig. 5.26

- stîlpi $\bar{\varphi}_1(20) = 3,080$ -grinzi: $\bar{\varphi}_2(100) = 2,250$

$\bar{\varkappa}_1(20) = 0,820$ $\bar{\varkappa}_2(100) = 0,945$

$\bar{\varphi}_1(60) = 2,506$ $\bar{\varphi}_2(140) = 2,120$

$\bar{\varkappa}_1(60) = 0,837$ $\bar{\varkappa}_2(140) = 0,946$

e) Calculul valorilor $\bar{F}$

Pentru încărcarea g_1, la care structura în faza inițială lucrează cu grinda simplu rezemată, funcțiile $\bar{F}$ se determină din relațiile (5.29):

$\bar{F}_1(20,100) = \bar{F}_2(20,100) = 0,527$; $\bar{F}_3(20,100) = 0,689$

Pentru încărcarea g_2, la care structura lucrează ca un cadru cu două deschideri, funcțiile $\bar{F}$ se determină cu relațiile (5.24):

$\bar{F}_1(60,140) = \bar{F}_2(60,140) = 0,896$; $\bar{F}_3(60,140) = 1,006$

f) Valorile finale ale eforturilor din cadru

Folosind relațiile (5.26) rezultă momentele finale pe cadru:

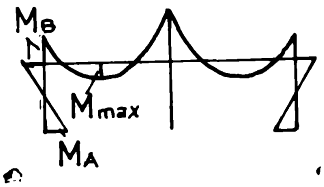
$M_A = 0,421 x 10^{-2} g l^2$ $M_C = 9,082 x 10^{-2} g l^2$

$M_B = 0,841 x 10^{-2} g l^2$ $M_{max} = 7,888 x 10^{-2} g l^2$

O comparație a valorilor finale cu cele inițiale este făcută în tabelul 5.11. Variația acestor eforturi rezultă din figura 5.27.

Tabelul 5.11

Valori inițiale și finale ale momentelor

Diagrama	Momente	Faza inițială	Faza finală	Diferențe %
	$M_A / g l^2 x 10^{-2}$	0,173	0,421	143
	$M_B / g l^2 x 10^{-2}$	0,346	0,841	143
	$M_C / g l^2 x 10^{-2}$	2,951	9,082	208
	$M_{max} / g l^2 x 10^{-2}$	11,503	7,888	-31,4

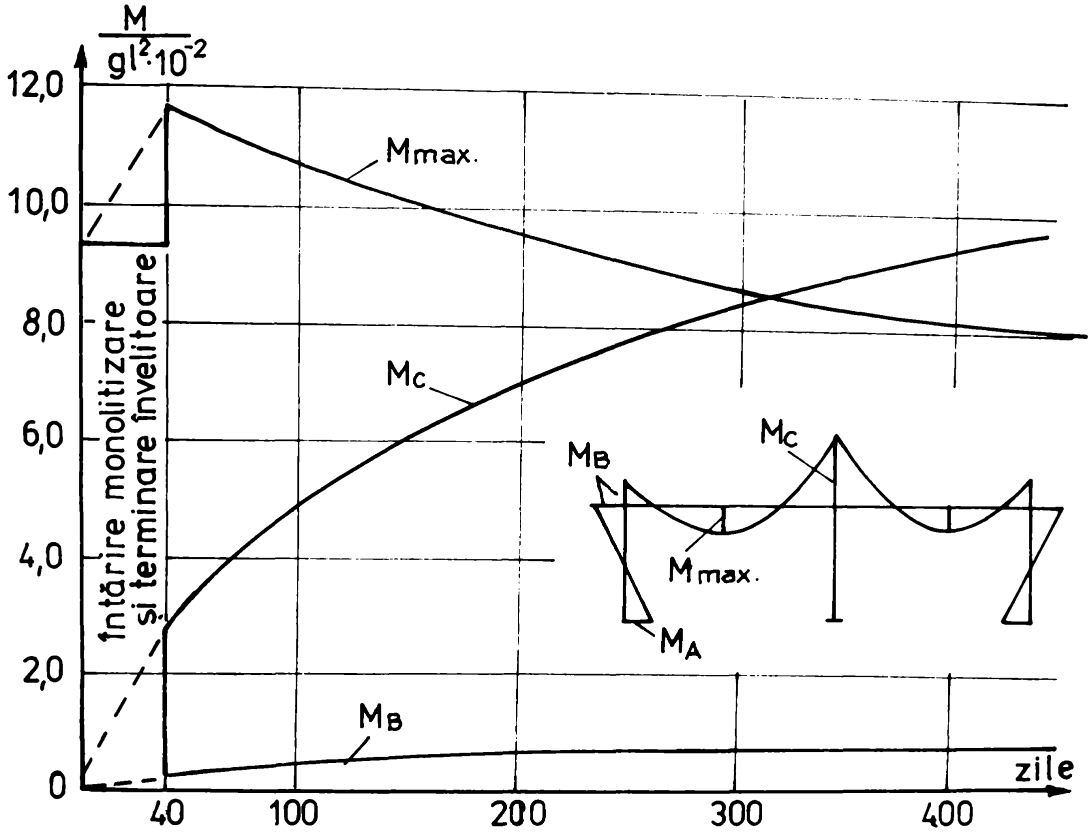


Fig.5.27.

Se constată că momentele pe reazeme și colțuri cresc în timp, pe cînd momentele din cîmp scad. Astfel, dimensionarea cîmpului trebuie făcută la faza inițială, iar dimensionarea stîlpilor și reazemelor grinzii,la faza finală.

g) Comparație cu calculul elastic al structurii

Dacă nu se ține seamă de vîrsta betonului în momentul încărcării ($E_1=E_2$), rigiditatea relativă va fi ρ =4,862 .

Dacă nu se ține seamă de modul de execuție al structurii, momentele de încovoiere pot fi calculate cu relațiile (5.22).Rezultă:

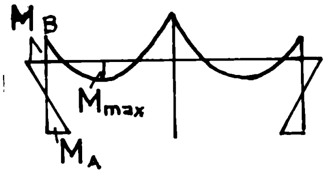
M_A = $0,711 \times 10^{-2} g\ell^2$ $\qquad$ M_C= $11,789 \times 10^{-2} g\ell^2$

M_B = $1,422 \times 10^{-2} g\ell^2$ $\qquad$ M_{max}= $6,431 \times 10^{-2} g\ell^2$

O comparație a valorilor obținute în calculul vîscoelastic și elastic rezultă din tabelul 5.12.

Tabelul 5.12

Comparaţie cu calculul elastic

Diagrama	Momentul	Calculul elastic Faza iniţială	Calculul elastic Faza finală	Calculul elastic	Diferenţe %
	$M_A/g\ell^2 x 10^{-2}$	0,173	0,421	0,711	69
	$M_B/g\ell^2 x 10^{-2}$	0,346	0,841	1,422	69
	$M_C/g\ell^2 x 10^{-2}$	2,951	9,082	11,789	30
	$M_{max}/g\ell^2 x 10^{-2}$	11,503	7,888	6,431	-44

Se constată că folosirea calculului elastic a dus la obţinerea unor momente acoperitoare pe stîlpi şi pe reazemele grinzii, dar momente mult mai mici decît cele reale în cîmpurile grinzii.

5.4. Cadrul parter cu două deschideri, executat monolit în două etape

5.4.1. Tehnologia de execuţie

Cadrul cu două deschideri din figura 5.28 se execută

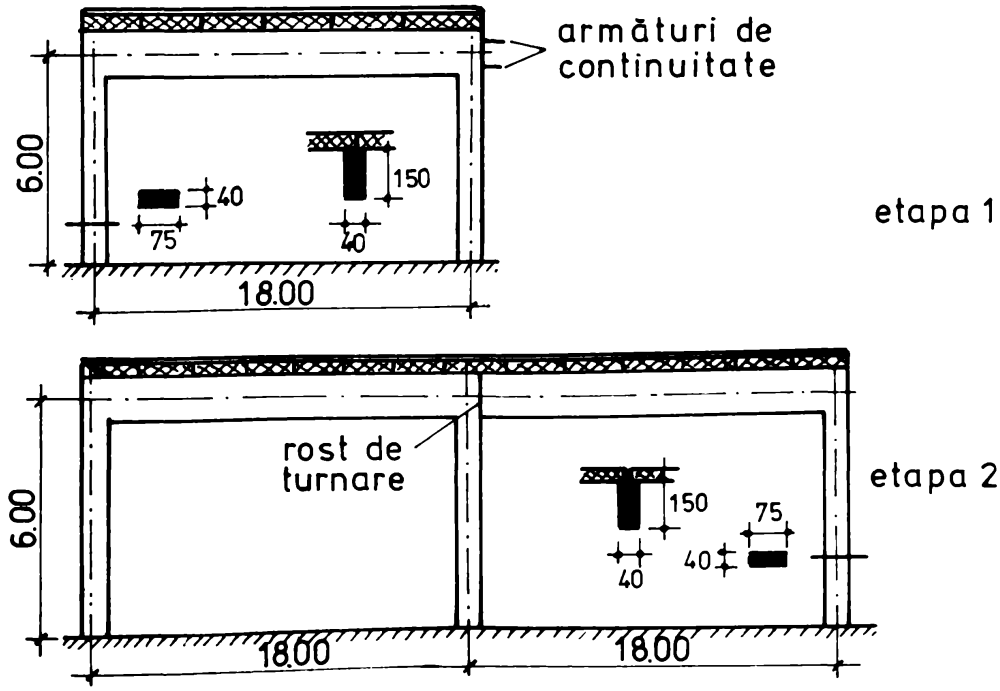


Fig.5.28

monolit în două etape:

- în prima etapă se execută numai prima deschidere; turnarea se face monolit, realizîndu-se la același timp și stîlpii și grinda;

- în etapa două, după o perioadă mai îndelungată (în aplicația ce urmează la 1ooo zile de la prima etapă), se extinde construcția prin realizarea celei de a doua deschidere, prin turnare monolită, la același timp și stîlpul și grinda.

In cele ce urmează se va studia influența curgerii lente asupra stării de eforturi din execuția în două etape a cadrului. De aceea nu se mai ține seamă de execuția la timpi diferiți a planșeului de acoperiș și a invelitorii (așa cum s-a făcut în exemplele precedente), ci se va considera că încărcarea se aplică după terminarea invelitorii. Deoarece aplicarea încărcării la cadrul din prima etapă se face la un timp îndelungat de la realizarea lui, această simplificare în calcule nu poate duce la diferențe semnificative față de valorile reale.

O altă simplificare admisă în calcule se referă la modulii de elasticitate. Din figura 2.23 se observă că pentru betoane ce depășesc vîrsta de 28 zile, variația modulelor de elasticitate în funcție de timpul de încărcare este mică. De aceea se admite că modulii de elasticitate sînt aceeași pentru întreaga structură.

5.4.2. Calculul structurii în faza inițială ($t=\tau_1=0$)

In faza inițială, la t=o, structura lucrează cu un cadru cu o singură deschidere, pentru care sînt valabile relațiile stabilite în paragraful 5.2.1. Pentru că stîlpii și grinda au fost executate la acelaș timp, $E_1=E_2$, și astfel $\rho=2,667$. Pentru această valoare din relațiile (5.5) rezultă momentele (fig.5.29a) din tabelul 5.13.

Tabelul 5.13

Comparaţia momentelor

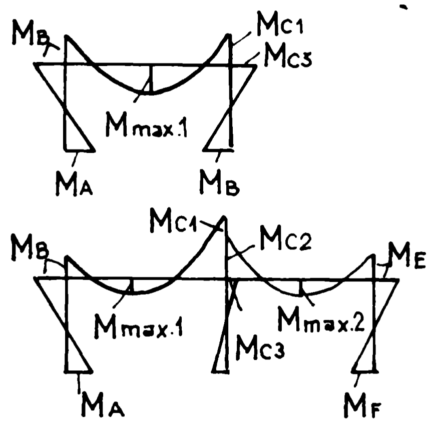


Diagrama de momente	$M/g\ell^2 x 1o^{-2}$	Faza inițială $t=\tau_1=o$	Etapa doua $t=\tau_2$	Faza finală
	M_A	1,785	1,9o1	1,622
	M_B	3,563	3,252	2,871
	MC_1	3,563	7,6o3	9,173
	M_{C2}	-	6,525	8,6o6
	M_{C3}	3,563	1,o78	o,567
	M_D	1,785	o,271	o,1o4
	M_E	-	2,718	2,611
	M_F	-	1,o86	1,212
	M_{max1}	8,937	7,168	6,677
	M_{max2}	-	7,954	7,o69

5.4.3. Calculul structurii în etapa doua de execuţie ($t=\tau_2$)

Aşa cum s-a arătat în paragraful 4.8.1.2, pentru structurile monolite executate în mai multe etape se foloseşte împărţirea structurii în substructuri, evidenţiindu-se, prin secţiuni, necunoscutele care separă părţile structurii ce se execută în etape diferite. Pentru aplicaţia din acest paragraf cele două substructuri şi necunoscutele aferente sînt prezentate în figura 5.3o.

Calculul necunoscutelor X_1 şi X_2 se face cu ajutorul ecuaţiilor (4.168a). Ţinînd seamă de principiul corespondenţei enunţat în paragraful 3.2.2, eforturile din cadrul 1 nu se schimbă în intervalul de timp ($0..\tau_2$), pentru că structura este omogenă

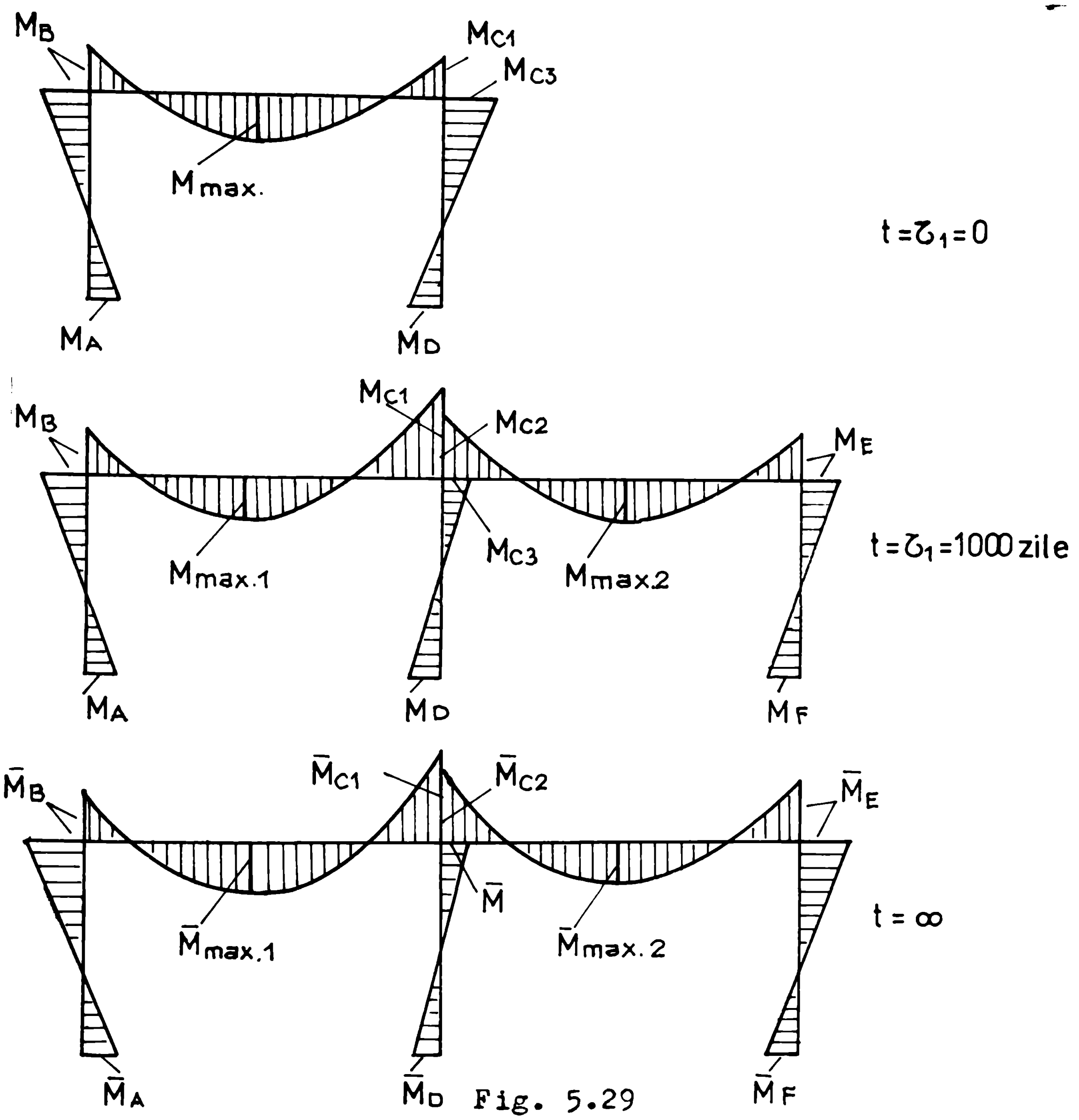


Fig. 5.29

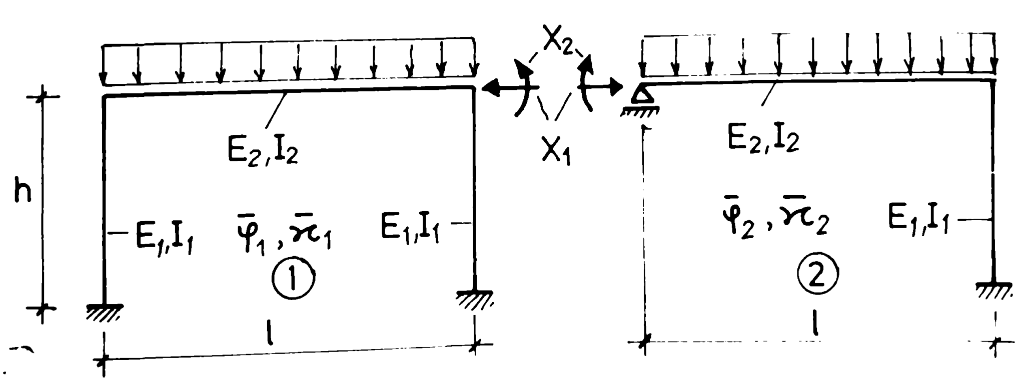


Fig.5.30

(stîlpii şi grinda au fost turnate la acelaş timp). Folosind diagramele de momente pentru cadrele simple 1 şi 2, date în /1o5/, se determină matricele:

$$\left[A_{xx}(\tau_2)\right] = \begin{vmatrix} 42{,}706\text{x}10^{-2}\ \dfrac{h^2\ell}{E_2I_2} & -3{,}486\text{x}10^{-2}\ \dfrac{h\ell}{E_2I_2} \\ -3{,}486\text{x}10^{-2}\ \dfrac{h\ell}{E_2I_2} & 54{,}537\text{x}10^{-2}\ \dfrac{\ell}{E_2I_2} \end{vmatrix}$$

$$\left[B_{xp}(\tau_2)\right] = \begin{vmatrix} -1{,}852\ \dfrac{g\ell^3 h}{E_2I_2} \\ 3{,}691\ \dfrac{g\ell^3}{E_2I_2} \end{vmatrix}$$

In calculul lui $B_{xp}(\ _2)$ s-a ţinut seamă că deformaţiile din încărcare pe cadrul 1 sînt consumate de etapa 1-a de execuţie.

Rezolvînd sistemul de ecuaţii, rezultă necunoscutele:

$$X_1 = 3{,}8037\text{x}10^{-2}\ \frac{g\ell^2}{h}\ ,\quad X_2 = -6{,}5247\text{x}10^{-2} g\ell^2$$

Suprapunînd eforturile din fiecare substructură cu cele din necunoscute, rezultă diagrama de momente din figura 5.29b şi tabelul 5.13.

5.4.4. Calculul structurii în etapa finală ($t=\infty$)

Pentru calculul caracteristicilor curgerii lente şi a coeficientului de îmbătrînire se consideră că încărcarea celor două substructuri se face la 1ooo zile de la realizarea primei şi la 6o de zile pentru a doua. Rezultă, folosind valorile date în STAS 1o1o7/o-8o /1o4/:

Substructura 1	Substructura 2
$\bar{\varphi}_1(1000) = 1{,}064$	$\bar{\varphi}_2(60) = 2{,}504$
$\bar{\varkappa}_1(1000) = 0{,}979$	$\bar{\varkappa}_2(60) = 0{,}874$

Se observă că stîlpii şi grinzile fiind turnate la acelaşi timp, aceste valori sînt valabile pentru întreaga substructură 1, respectiv 2.

Pentru determinarea valorilor finale $\bar{F}$ se utilizează sistemul de ecuaţii (4.168b).

Se obţine astfel matricele:

$$\left[\bar{F}_{xx}\right] = \begin{vmatrix} 4,6088\times10^{-2}\,\frac{g\ell^3 h}{E_2 I_2} & 1,0184\times10^{-2}\,\frac{g\ell^3 h}{E_2 I_2} \\ -0,5936\times10^{-2}\,\frac{g\ell^3}{E_2 I_2} & -9,6896\times10^{-2}\,\frac{g\ell^3}{E_2 I_2} \end{vmatrix}$$

$$\left[\bar{G}_{xx}\right] = \begin{vmatrix} 9,6368\times10^{-2}\,\frac{h^2\ell}{E_2 I_2} & -2,251\times10^{-2}\,\frac{h\,\ell}{E_2 I_2} \\ -2,251\times10^{-2}\,\frac{h\,\ell}{E_2 I_2} & 10,712\times10^{-2}\,\frac{\ell}{E_2 I_2} \end{vmatrix}$$

$$\left[\bar{D}_{xp}\right] = \begin{vmatrix} -6,489\times10^{-2}\,\frac{g\ell^3 h}{E_2 I_2} \\ 14,1648\times10^{-2}\,\frac{g\ell^3}{E_2 I_2} \end{vmatrix}$$

In determinarea valorii lui $\left[\bar{D}_{xp}\right]$ s-a ţinut seamă că deformata elastică a cadrului 1 s-a consumat în etapa 1-a, prin înlocuirea factorului $(1+\bar{\varphi}_1)$ din relaţia (4.170c) cu factorul φ_1

Rezultă valorile $\bar{F}_1 = 1,005$ şi $\bar{F}_2 = 1,319$, din care se calculează valorile finale ale necunoscutelor

$$\bar{X}_1 = 3,8227\times10^{-2}\,\frac{g\ell^2}{h} \quad ; \quad \bar{X}_2 = -8,6061\times10^{-2}\,g\ell^2$$

Se constată că necunoscuta $\bar{X}_1$ se modifică puţin în timp. In schimb $\bar{X}_2$, care reprezintă momentul de legătură între cele două substructuri, creşte cu 31,9% ca urmare a efectului curgerii lente.

Valorile finale sînt trecute în tabelul 5.13 şi în figura 5.29c. Variaţia în timp a celor mai importante momente este prezentată în figura 5.31. Se constată modificări importante a stării de eforturi în cadru, de care trebuie să se țină seamă la dimensionare. Creșterile cele mai semnificative sînt

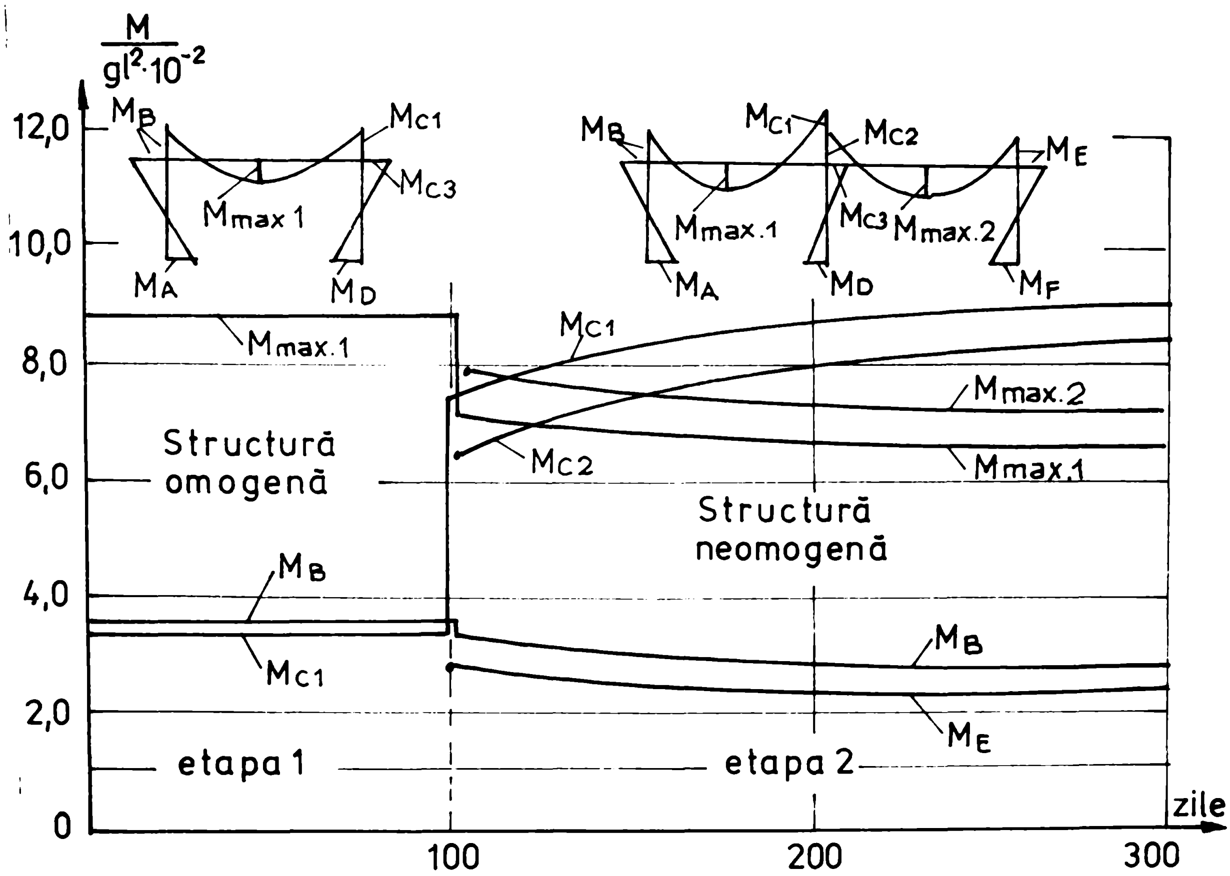


Fig.5.31.

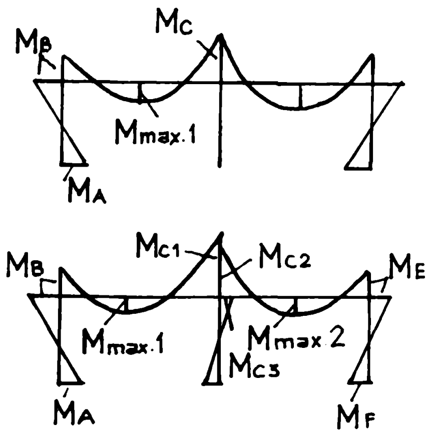
cele ale momentelor de pe reazemul C, care cresc cu 27,8%, respectiv 31,9% față de cele corespunzătoare etapei a doua de execuție. Din figura 5.31 rezultă de asemenea un aspect important: atît timp cît structura are omogenă, eforturile au rămas constante în timp. Prin realizarea celei de a doua deschideri, structura devine neomogenă și din cauza curgerii lente se produce o redistribuire a eforturilor, care variază în timp.

5.4.5. Comparație cu structura executată într-o singură etapă

In cazul că structura s-ar fi executat într-o singură etapă, momentele nu s-ar fi schimbat în timp, structura fiind omogenă. In această situaţia calculul structurii se poate face cu metodele clasice ale calculului elastic .

Dacă se calculează cadrul fără să se ţină seamă de etapele de execuţie, se pot folosi relaţiile (5.25) din care rezultă momentele din tabelul 5.14.

Tabelul 5.14



$M/gl^2 x 10^{-2}$	Cadru executat într-o singură etapă	Cadru executat în două etape	
		σ_2=1000	t=∞
M_A	1,136	1,901	1,622
M_B	2,272	3,252	2,871
M_{C1}	11,364	7,603	9,173
M_{C2}	11,364	6,525	8,606
M_{C3}	-	1,078	0,567
M_D	-	0,271	0,104
M_E	2,272	2,718	2,611
M_F	1,136	1,086	1,212
M_{max1}	6,096	7,168	6,677
M_{max2}	6,096	7,954	7,069

Dacă se compară valorile momentelor pentru cadrul executat într-o singură etapă cu cele obţinute folosind metoda dezvoltată în lucrare ce permite să se ţină seamă de execuţia în două etape a structurii,se constată diferenţe mari, în special la momentele de pe reazemele centrale. Astfel, dacă structura s-ar fi executat într-o singură etapă, momentele ar fi cu 23,9%, respectiv 32% mai mari decît cele corespunzătoare execuţiei în două etape. In schimb cresc momentele în cîmp cu 23,4%, respectiv 13,8% faţă de execuţia într-o singură etapă.

Capitolul 6

CONCLUZII

6.1. Aspecte principale urmărite în lucrare

Din examinarea literaturii de specialitate şi a rezultatelor obţinute în lucrare, pentru structurile din bare de beton armat sînt semnificative următoarele aspecte:

- cunoaşterea calitativă a efectelor curgerii lente şi contracţiei la aceste structuri şi a principalilor factori care influenţează aceste efecte;
- determinarea cît mai exactă a deformaţiilor de curgere lentă şi contracţie în funcţie de parametrii care guvernează fenomenul;
- dezvoltarea unor metode analitice sau numerice capabile să descrie evoluţia în timp a stării de eforturi şi deformaţii;
- analiza cantitativă a efectelor curgerii lente şi contracţiei pe aplicaţii concrete, care să poată furniza date practice privind importanţa acestor efecte.

Lucrarea de faţă a urmărit cu consecvenţă aceste aspecte. Concluziile studiilor efectuate sînt prezentate în cele ce urmează.

6.2. Principalele efecte ale curgerii lente şi contracţiei betonului

Cea mai mare problemă a studiului efectelor curgerii lente şi contracţiei la structuri din bare este legată, aşa cum s-a arătat în capitolul 1, de dificultatea urmăririi şi verificării experimentale. De aceea intuiţia inginerească este deosebit de importantă şi în lucrare s-a insistat mult asupra înţelegerii acestor efecte şi a precizării factorilor care pot influenţa calitativ şi cantitativ fenomenul.

- S-a pornit în primul rînd de la enunţarea cunoscutului principiu al corespondenţei (vezi capitolul 3) care arată că la structurile omogene (cu aceleaşi caracteristici fizico-mecanice pentru toate elementele) starea de eforturi nu se modifică în timp în cazul unor acţiuni directe (cum sînt cele gravitaţionale). Prin urmare, modificările se pot produce numai la elementele şi structurile neomogene şi în lucrare s-au arătat care sînt principalele cauze care introduc neomogenităţi: armarea elementelor cu bare metalice ce nu au deformaţii vîscoase, turnarea diferitelor părţi ale structurii în mai multe etape, realizarea structurilor din elemente monolite şi prefabricate, utilizarea unor betoane de vîrste diferite, structuri mixte stîlpi de beton armat şi grinzi metalice etc. Ca urmare a acestor neomogenităţi, elementele structurii îşi modifică rigidităţile relative (raportul rigidităţii elementelor alăturate) şi se produce o redistribuire a eforturilor pe structură .

Al doilea aspect important avut în vedere este cel al modificării schemei statice în timpul execuţiei. Astfel, structurile monolite sînt executate în etape diferite şi există situaţii intermediare în care schema statică diferă mult de cea finală. La structurile prefabricate, la montarea elementelor, grinzile lucrează la o parte din încărcarea verticală ca şi grinzi simplu rezemate. Transformarea în cadre propriu-zise se face numai după întărirea monolitizării. Deformaţiile de curgere lentă, care se produc în principal în faza cînd structura lucrează ca un cadru, tind să modifice starea de eforturi, apropiind-o de cea corespunzătoare schemei statice finale. Dar, din cauza că o parte din deformaţii s-au produs într-o altă schemă statică, valorile finale nu le pot ajunge pe cele ale schemei statice finale, producîndu-se astfel o redistribuţie a eforturilor pe structură.

Alt aspect avut în vedere este cel legat de efectul contracţiei împiedicate a betonului. La structurile din bare se introduc eforturi numai din contracţia împiedicată a grinzilor, pentru că la stîlpi contracţia este liberă. Problema acestor contracţii împiedicate este legată de efectul curgerii lente, care reduce substanţial mărimea eforturilor şi prin urmare are un efect de relaxare.

Toate aceste aspecte prezentate mai sus au un caracter calitativ. Problema pusă în lucrare este cea de a putea stăpîni şi cantitativ aceste efecte. Pentru aceasta trebuie precizate celelalte aspecte arătate în paragraful 6.1 şi care vor fi detaliate în cele ce urmează.

6.3. Calculul deformaţiilor de curgere lentă şi contracţie

Deoarece determinarea deformaţiilor de curgere lentă şi contracţie se face în laborator pe epruvete de dimensiuni mici, există un mare număr de lucrări publicate şi se poate spune că la ora actuală se stăpîneşte destul de bine determinarea mărimilor caracteristice pentru curgerea lentă şi contracţia betonului. Datorită atingerii acestui stadiu în cercetare, există şi un număr mare de coduri, în continuă perfecţionare. In lucrare se analizează conţinutul principalelor coduri existente pe plan mondial. Prin prezentarea, pentru fiecare, atît a normelor mai vechi cît şi a celor noi, s-a urmărit şi evoluţia perfecţionării normelor în urma cercetărilor efectuate. Codurile analizate în lucrare sînt: CEB-FIP7o şi CEB-FIP-76; ACI 435 şi ACI 2o9; DIN 1o45 şi DIN 4227; BPEL 83; STAS 8ooo/67, STAS 1o1o7/o-76 şi STAS 1o1o7/o-9o.

In lucrare se analizează amănunţit factorii care sînt luaţi în considerare de fiecare normă şi se compară valorile caracteristicii curgerii lente în funcţie de vîrsta betonului la încărcare după diferitele norme. A fost ales pentru comparaţie acest parametru, fiind cel mai important pentru analiza efectelor structurale ale curgerii lente.

Diferenţele destul de mari între prevederile diferitelor norme arată că încă nu există o unanimitate de vederi în această problemă. Prescripţiile româneşti se incadrează bine între celelalte coduri.

O altă problemă căreia i s-a dat importanţă este cea a variaţiei în timp a deformaţiilor din curgere lentă şi contracţie. S-au analizat principalele propuneri existente în literatură.

De asemenea s-au studiat şi prevederile existente în literatură privind determinarea modulului de elasticitate longitudinal şi în special, variaţia lui în timp.

Toate aceste analize au avut drept scop precizarea unor valori de calcul cu care să fie analizate structurile din aplicaţiile practice. Avînd în vedere poziţia bună a normelor româneşti în contextul celorlalte norme, s-a decis utilizarea acestora.

6.4. Dezvoltarea unei metode de calcul pentru estimarea efectelor curgerii lente şi contracţiei betonului

Din examinarea literaturii de specialitate a rezultat că pentru structurile din bare de beton armat nu există metode cu caracter general capabile să estimeze efectele curgerii lente şi contracţiei betonului asupra stării de eforturi. Puţinele rezultate obţinute se referă la cazuri particulare, la care s-au aplicat metode specifice structurii analizate. De aceea în lucrarea de faţă s-a dezvoltat o metodă generală de calcul, capabilă să rezolve orice tip de structură din bare.

Deoarece pentru dezvoltarea acestei metode generale a fost necesară utilizarea unor relaţii tensiuni-deformaţii şi eforturi-deplasări, s-au analizat principalele formulări existente în literatură, atît cele analitice cît şi cele numerice.

Pentru calculul deformaţiilor, a fost generalizat principiul lucrului mecanic virtual, cunoscut în calculul structurilor elastice, la cazul structurilor cu proprietăţi vîscoelastice.

Deoarece există posibilitatea generalizării, pentru materiale vîscoelastice, atît a metodei eforturilor, cît şi a metodei deplasărilor, s-a făcut o analiză a opţiunii optime. A rezultat că în prezent generalizarea metodei eforturilor este cea mai indicată.

Pentru o scriere cît mai concisă, s-a utilizat formularea matricească, stabilindu-se ecuaţiile de compatibilitate. Acestea, pentru cazul materialelor vîscoelastice, sînt ecuaţii integrale sau diferenţiale. Pentru o formulare practică a acestor ecuaţii, s-a introdus operatorul $J[\ldots]$, folosit pînă în prezent numai la calculul plăcilor curbe subţiri.

Ecuaţiile de compatibilitate au fost determinate pentru două tipuri de structuri:

- cu schemă statică ce nu se modifică: structuri monolite la care efectul curgerii lente se manifestă prin diferenţele proprietăţilor fizico-mecanice ale elementelor structurii;

- cu schemă statică ce se modifică în timpul execuţiei: la structuri monolite prin execuţie în etape, la structuri prefabricate, prin montări de grinzi simplu rezemate şi monolitizări ulterioare ale nodurilor, la structuri mixte beton-oţel, prin proprietăţi fizico-mecanice diferite.

Prin utilizarea procedeului de separare a variabilelor, ecuaţiile de compatibilitate au fost exprimate în raport cu funcţii $F_j(t)$, care depind numai de timpul t, care descriu variaţia în timp a necunoscutelor de bază şi cu ajutorul cărora pot să fie determinate variaţiile în timp ale eforturilor din structură.

Pentru rezolvarea acestor ecuaţii de compatibilitate pot fi utilizate metode analitice exacte, aproximative sau metode numerice. Din analiza efectuată în lucrare a rezultat că pentru structurile din bare de beton armat cea mai indicată formulare este cea dată de metoda modulului redus modificat elaborată de Trost-Bazant.

Folosind această metodă, s-au rescris ecuaţiile de compatibilitate pentru toate cazurile analizate, ajungîndu-se la o formulare practică pentru proiectare, prin înlocuirea ecuaţiilor de compatibilitate analitice cu ecuaţii algebrice ce pot fi rezolvate cu metodele cunoscute. Astfel problema studiului stării de eforturi la structurile din bare de beton armat s-a redus la rezolvarea a două sisteme de ecuaţii algebrice, unul pentru faza iniţială şi al doilea, pentru faza finală.

Exactitatea metodei dezvoltată în lucrare a fost verificată cu ajutorul unor cazuri particulare, prezentate în literatura de specialitate, care au fost rezolvate cu alte metode, considerate mai exacte. Diferenţele rezultate au fost foarte mici, ceea ce dă încredere în corectitudinea ipotezelor folosite şi a dezvoltării matematice utilizate.

6.5. Aspecte practice pentru proiectare

Metoda elaborată în lucrare a fost aplicată la două tipuri simple de structuri, un cadru cu o singură deschidere şi un cadru cu două deschideri. Au fost luate în considerare mai multe variante de tehnologii de execuţie, precum şi execuţia structurii cu două deschideri în două etape diferite. Rezultatele obţinute pot fi rezumate în felul următor:

a) La structurile monolite, la care diferitele elemente se execută la timpi diferiţi , caracteristicile curgerii lente sînt diferite; din cauza neomogenităţii există o redistribuire în timp a eforturilor, care poate să ajungă pînă la 40%. Cele mai afectate zone ale structurii sînt colţurile cadrului, unde modificarea în timp a rigidităţilor este cea mai semnificativă. Aceste modificări au repreeursiuni asupra momentelor din cîmp mai mari la cadrul cu o singură deschidere şi mai mici la cel cu două deschideri. Calculele comparative au arătat că la aceste structuri metoda modulului redus poate da rezultate bune, pentru că modificările stării de eforturi nu sînt foarte mari. De asemenea, aplicaţiile studiate au arătat că,cu cît diferenţele dintre vîrstele betoanelor sînt mai mari, efectul de redistribuire a eforturilor este mai important. De aceea, dacă în proiectare se prevede prosibilitatea întreruperii execuţiei pentru o perioadă mai îndelungată, trebuie luate măsuri de armare suplimentară a zonelor în care eforturile pot creşte în timp.

b) <u>La structurile cu elemente prefabricate</u>, la care schema statică se modifică în timpul execuţiei, diferenţele faţă de calculul elastic obişnuit în proiectare sînt foarte mari. Aplicarea metodei elaborate în lucrare a arătat că nici un procedeu de calcul elastic, care prin schimbarea schemei statice ţine seamă de tehnologia de execuţie, nu ne poate da o imagine corectă a stării de eforturi din structură, pentru că nu ţin seamă de deformaţiile de curgere lentă. Se constată că momentele ce se produc în monolitizări din cauza deformaţiilor de curgere lentă, şi care cresc în timp,nu pot atinge valorile obţinute pentru calculul structurii ca un cadru, deoarece deformaţiile elastice şi o parte din cele de curgere lentă s-au consumat în situaţia în care grinda lucra ca una simplu rezemată. De aceea momentele din cîmp sînt mai mari decît cele determinate dintr-un calcul de cadru. In plus, dacă stîlpii sînt turnaţi monolit iar grinda este prefabricată şi realizată într-un atelier de prefabricare, diferenţa între vîrstele betoanelor din cele două tipuri de elemente este mare şi astfel neomogenitatea fizico-mecanică a structurii este importantă. Cea mai mare redistribuţie a eforturilor se obţine la structurile mixte cu stîlpi de beton armat şi grinzi metalice, din cauza neomogenităţii maxime posibile: elemente cu proprietăţi vîscoelastice importante (stîlpii) legate de elemente fără deformaţii vîscoase (grinzile metalice).

c) La structurile ce se execută în mai multe etape, de exemplu prin extinderi, se produc concomitent două efecte care duc la schimbări importante ale stării de eforturi: schimbarea schemei statice şi introducerea unei neomogenităţi fizico-mecanice importante. Calculul elastic ne poate oferi două variante pentru starea de eforturi. In prima, se ţine seamă că structura s-a executat în două etape, suprapunîndu-se peste eforturile existente în structura veche cele rezultate din structura nouă. In a doua, se calculează structura după schema finală, fără să se ţină seamă de etapele de execuţie. Folosirea metodei elaborate în lucrare la cadrul cu două deschideri care se execută în două etape diferite a arătat că nici una din variantele oferite de calcul elastic nu corespunde situaţiei reale a stării de eforturi din structură.

x

x x

In încheiere, trebuie să arătăm că metoda dezvoltată în lucrare permite elaborarea unui program de calcul cu care pot fi analizate structuri mai complexe decît cele examinate în prezenta lucrare. De asemenea este utilă şi dezvoltarea metodei deplasărilor pentru structurile vîscoelastice, ţinîndu-se seamă că majoritatea programelor pentru calculul structurilor elastice folosesc această metodă. Aceasta ar necesita reformularea metodei Trost-Bazant pentru a o putea utiliza în metoda deplasărilor. Intr-o etapă viitoare ar fi necesar să se ţină seamă şi de efectul fisurării diferitelor părţi ale elementelor, care în mod cert influenţează efectul curgerii lente şi contracţiei betonului.

BIBLIOGRAFIE

A) ARTICOLE SI CARTI

1. Acker P.: Le point de connaisances sur le fluage du béton. Interpétation des mesures, modelisation pour le calcul, debouchés sur la Réglementation. Annales de l'ITBTP, nr.455, p.89-97.

2. Adey R.A.; Brebbia C.A.; Efficient method for solution of viscoelastic problems. J.of Eng.Mech.Div., vol 99, EM6, 1973, p.1119-1127.

3. Agent R.:Consideraţii de sinteză privind influenţa curgerii lente a betonului asupra solicitărilor în structurile de beton armat. Construcţii nr.5, 1977 p.3...9.

4. Agent R.: Sisteme reticulate nedeterminate. Editura tehnică 197o.

5. Alexandrovski S.V.: Rascet betonîh i jelezobetonnîh konstrukţii na temperaturnîi i vlajnostonîe vozdeistvia, s ucetom polzucesti. Stroizdat, Moskova, 1966.

6. Anastasescu D.: Efectul deformaţiilor de durată în calculul cadrelor spaţiale de beton armat pe reazeme elastice. A III-a conferinţă de betoane Cluj, 197o.

7. Anastasescu D.: Calculul cadrelor spaţiale de beton armat pe reazeme deplasabile. Teză de doctorat, Inst.politehnic Timişoara, 1972.

8. Anastasescu D.: Consideraţii asupra efectului deformaţiilor de lungă durată în calculul spaţial de conclucrare dintre suprastructură, fundaţie şi terenul de fundare. A IV-a Conferinţă de fundaţii, Timişoara, 1975.

9. Arutiunian N.H.: Nekotorîe voprosî teorii polzucesti. GITL, Moskova 1952.

1o. Avram C.: Grinzi continue. Editura tehnică, 1965.

11. Avram C.: Curs de beton armat, p.1. Litografia Timişoara 1957.

12. Avram C., Făcăoaru I., Filimon I., Mîrşu C., Tertea I.: Rezistenţele şi deformaţiile betonului. Editura tehnică 1971.

13. Avram C., Făcăoaru I., Filimon I., Mîrşu O., Tertea I.: Concrete Strength and Strains. Elvesier, Amsterdam, 1981.

14. Avram C., Bota V.: Structuri compuse oţel-beton şi beton precomprimat - beton armat. Editura Tehnică, 1975.

15. Avram C., Anastasescu D.: Structuri spaţiale. Editura Academiei RSR, 1978.

16. Avram C., Anastasescu D.: Space structures. Elvesier, Amsterdam, 1984.

17. Bazant Z.P.: Prediction of concrete creep effects using age-adjusted effective modulus methods. Journal ACI, aprilie 1972, p.212-216.

18. Bazant Z.P., Najjar L.J.: Comparasion of approximate linear methods for concrete creep. Journal of Structural Division, ST9, 1973, p.1951...1873.

19. Bazant Z.P., Thonguthai W.: Optimization chek of certain recent practical formulations for concrete creep. Materials and Structures. RILEM, nr.5o, 1976, p.91-98.

2o. Bazant Z.P., Asghari A.A.: Constitutive law for nonlinear creep of concrete. J. of Eng.Mech.Div.,vol.1o3, EM1, 1977, p.113-124.

21. Bota O.: Conlucrarea arcelor şi cadrelor din beton armat cu terenul de fundaţie considerînd dezvoltarea simultană a deformaţiilor elastice şi vîscos-plastice. Teză de doctorat, Inst.pol.Cluj,1973.

22. Busemann R.: Spannungsumlagerungen infolge von Kriechen und Schwinden in Verbundkonstruktionen ausforgespannten Fertigteilen und Ortbeton. Beton und Stahlbetonbau, vol.58, nr.6, 1963.

23. Chamecki S.: Calcul des tassements progressifs des fundations en tenant compte de l'interaction des structures et du sol. Annales de l'ITBTP, nr.261, 1969.

24. Chaussin R.: Le fluage du béton: géneralités. Annales de l'ITBTP, nr.455, 1987.

25. Constantinescu D.: Efectele structurale ale curgerii lente a betonului. Editura Academiei RSR, 1985.

26. Constantinescu D.: Curgerea lentă a betonului. Institutul de Construcţii Bucureşti, 1972.

27. Constantinescu D.: Asupra legii fizice a betonului în domeniul curgerii lente liniare. Studii şi cercetări de mecanică aplicată. Nr.1, 1974, p.191-217.

28. Constantinescu D., Illston J.M.: Direct methods of analysis the structural effects of linear creep of ageing concrete. Materials and Structures. RILEM, nr.42, 1974, p.295-4o1.

29. Constantinescu D., Illston J.M.: Direct solutions to problems of time-dependent induced stresses in restrained concrete. Materiales and structures. RILEM, no.43, 1975 p.11-17.

3o. Constantinescu D.: Efectele structurale ale curgerii lente a betonului. Construcţii, nr. 6, 1978, p.44-49.

31. Constantinescu D., Illston J.M., Efectul Flexibilităţii asupra capacităţii portante a stîlpilor de beton armat. Construcţii nr.12, 1979, p.14-22.

32. Coquillant G.: Le point des connaisances sur le fluage du beton. Mesures fundamentales sur éprouvettes. Annales de l'ITBTP, nr. 455, 1987.

33. Courbon J.: L'influence du fluage linéaire sur l'equilibre des systèms hyperstatiques en béton precontraint. Annales de ITBTP nr.242, 1968 p.327-353.

34. Creus G.J.: Viscoelasticity- Basic Theory and Applications to Concrete Structures. Springer-Verlag, Berlin,1986.

35. Dimel E.: Der Einfluss des Betonkriechens auf Setzungswändungen. Beton und Stahlbetonbau, vol.6o, nr.6, 1965.

36. Dimy M.: Fluage des structures en beton précompraint. Le point sur les experimentations faites par L.C.P.C.depuis 15 ans. Annales de l'ITBTP, nr.455, 1987,p.119-136.

37. Dischinger F.: Untersuchungen über die Knicksicherkeit die elastische Verfornung und des Kriechen des Betons bei Bögenbrücken, Bauingineur 1937 nr,33/34,p.487-52o, nr,35/36, p.539-552, 38/4o p. 595-621.

38. Dischinger F.: Elastische und plastische Verfornungen der Eisenbetontragwerke und insbesondere der Bögenbrücken. Bauingineur, 1939, nr.5/6, p.53-63. nr.21/22, p. 286-294, nr.31/32, p.426-437, nr.47/48, p.563-572.

39. Dreux G., Gorisse F.: Contribution à l'etude du fluage et du retour de fluage. Annales de l'ITBTP, nr.377, 1979.

4o. Dumitrescu D., Popăescu A.: Beton precomprimat. Ed.Acad. Bucureşti, 1987.

41. England G.L., Illston J.M.: Methods of computing stress in concrete from a history o measured strain. Civil Eng. and Public Works Revieus, 1965, p.2-8.

42. England G.L.: Numerical creep analysis applied to concrete structures. Journal ACI, iunie 1967, p.311.

43. Ferraro Maia A.C., Grelat A., Fouré S.: Analyse non-linéaire des ossatures en béton armé ou précontraint compte tenu du retrait, du fluage et de la relaxation. Annales de l'ITBTP, febr.1983.

44. Filimon I.: Curs de beton armat, vol.I, II. Institutul politehnic Timişoara, 1971.

45. Filimon I., Deutsch I.: Curs de beton armat şi beton precomprimat, vol.1,2, Inst.pol.Timişoara. 1984.

46. Fintel M., Khan F.: Effecte of column creep and shrinkage in tall structures. Journal ACI, dec.1969, p.957-967.

47. Fouré B., Nung Z.T.: Redistribution des efforts du au fluage du béton dans une poutre preécontrainte à deux travées. Étude experimentale. Annales de l'ITBTP. nr.461, 1988.

48. Flügge W.: Viscoelasticity, Springer Verlag, 1975.

49. Gamble B.R., Jordaan I.J.: A direct method of viscoelastic analysis for ageing concrete. Materials and structures, RILEM, nr. 43, 1974, p.37-43.

5o. Ghali A., Dilger W., Neville A.M.: Time-dependent forces induced by settlement of supports in continuous reinforced beams. Journal ACI.nov.1969, p.9o7-915.

51. Gheorghiu A.; Statica construcţiilor, vol.I. II. III. Editura tehnică. 196o, 1965, 198o.

52. Gheorghiu A.: Concepţii moderne în calculul structurilor. Editura tehnică, 1975

53. Gioncu V.: Plăci curbe subţiri de beton armat. Probleme speciale de calcul. Editura Academiei RSR, 1978.

54. Gioncu V.: Thin Reinforced Concrete Shells. Special Analysis Problems. John Wiley, Chicester, 1979.

55. Gioncu V., Ivan M. : Instabilitatea structurilor din plăci curbe subţiri. Editura Academiei RSR, 1978.

56. Habel A.: Zwängungsspannungen nicht vorgespannter statisch unbestimmter Beton und Stahlbetontragwerke. Die Bautechnik, nr.6, 1961, p.186-190.

57. Hannat D.I.: Creep and creep recovery of concrete subjected to multiaxial compressive stress. Journal ACI, mai,1969, p.391-394.

58. Illston J.M.: Components of creep in mature concrete. Journal ACI, martie 1968, p.219-227.

59. Illston J.M., England G.L.: Creep and shrinkage of concrete and their influence on structural behaviour. A review of methods of analysis. The structural Engineer, iulie, 1970, p.283-292.

60. Ivan M. : Statica construcţiilor. Structuri static determinate. Institutul politehnic Timişoara, 1973.

61. Ivan M.: Statica construcţiilor. Structuri static nedeterminate. Institutul politehnic Timişoara, 1976.

62. Ivan M.,Vulpe A., Bănuţ V.: Statica, stabilitatea şi dinamica construcţiilor. Editura didactică şi pedagogică, 1982.

63. Jaeger O.C., Newstrad G.N.: Introducerea în teoria transformării Laplace. Editura tehnică, 1971.

64. Kordina K., Warner R.F.: Einfluss des Kriechens auf die Ausbiegung schlanker Stahlbetonstützen. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 250, 1975.

65. Livşiţ I.D.: Rascet jelezobetonnîh Konstrukţii s ucetom vliania usadki i polzucesti beton. Izd.Vişcia Scola, Kiev, 1976.

66. Lau M.: Le point des connaisances sur le fluage du béton. Calcul des effects structuraux. Annales de l'ITBTP, nr.455, 1987, p.98-117.

67. Mayer H.: Der Berechnung du Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, nr.194, 1967.

68. Mîrşu O., Friedrich R.: Construcţii industriale speciale de beton armat. Editura didactică şi pedagogică, 1975.
69. Mîrşu O., Friedrich R.: Construcţii din beton armat. Editura didactică şi pedagogică, 1980.
70. Mola F.: Analisi in fase viscoelastice lineare di strutture non omogence lungo il proprio asse. Studi e ricerche nr.9, 1987, p.9-33.
71. Munteanu I.: Calculul static al structurilor. Editura Facla, 1976.
72. Munteanu I.: Structuri pentru construcţii vol.I, 1983, vol.II 1984. Editura Academiei.
73. Munteanu I.: Calculul structurilor spaţiale în formulare matriceală. Editura Facla, 1973.
74. Neville A.M.: Proprietăţile betonului (traducere din l.engleză) Editura tehnică, 1979.
75. Neville A.M.: Creep of concrete-facts and problems in design. Buletinul şt.al Inst.Constr.Bucureşti, nr.2, 1973.
76. Nicula I., Oneţ T.: Beton armat. Editura Didactică şi Pedagogică, 1982.
77. Nilsen F.N.: Kriechen und Relaxation des Betons. Beton und Stahlbetonbau vol.65, nr.11, 1970.
78. Nowacki W.: Théorie du fluage. Eyrolles, Paris, 1965.
79. Rühle H.: Zur Theorie statische unbestimmter Verbundsysteme aus Stahlbetonfertigteilen und Ortbeton bei Berücksichtigung der Eigenspannungen aus Kriechen und Schwinden. Beton und Stahlbetonbau, nr.7, 1955.
80. Rühle H.: Über den Einfluss des Kriechens auf die Schubspannungen im Betonverbundkonstruktionen. Bauplannung und Bautechnik, nr.2, p.94-102. Nr.5, p.199-204, nr.6 p.249-251.
81. Rüsch H., Jungwirth D., Hilsdorf H.: Kritische Sichtung der Verfahren zur Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden des Betons auf das Verhalten der Tragwerke. Beton und Stahlbetonbau, 1973, H.3. p.49-60, H.4, p.76-86, H.6, p.152-158.
82. Rüsch H., Jungwirth D., Hilsdorf H.: Creep and Shrinkage. Their Effect the Behaviour of Concrete Structures. Springer Verlag, New York, 1983.

83. Rüsch H., Mayer H.: Die zeitliche Entwicklung der Durchbiegung von ausgeführten Stahlbeton - Traggliedern. Beton und Stahlbetonbau, vol.59 nr.16, 1964.

84. Rusu O., Gall T.: Probleme moderne ale rezistenţei materialelor. Editura tehnică, 1970.

85. Schade D.: Alterungsbeiwerte für Kriechen von Beton nach den Spannbetonrichtlinien. Beton und Stahlbetonbau, vol. 72, nr.5, 1977.

86. Tertea I.: Contribuţii la studiul rigidităţii de durată a elementelor încovoiate de beton armat. Teză de dizertaţie, 1961, Institutul politehnic Timişoara.

87. Tertea I.: Betonul precomprimat. Inst.politehnic Cluj-Napoca, 1979.

88. Trost H.: Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech und Relaxations Probleme bei Beton und Spannbeton. Beton und Stahlbetonbau. H.10, p.230-238, H.11, p. 261-268, 1967.

89. Trost H., Mainz B.: Zur Auswirkung von zwängungen in Spannbetontragwerke. Beton und Stahlbetonbau, vol.65, nr.8, 1970.

90. Trost H.: Spannungs- Dehnungs- Gesetz eines viscoelastischen Festkörpers wie Beton und Folverungen für Stabtragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton, vol.16, nr.6, 1966. Beton

91. Tudor F.D.: Contribuţii la studiul comportării diafragmelor din beton sub efectul deformaţiilor împiedecate. Teză de doctorat, Institutul politehnic Timişoara, 1981.

92. Vaicum A.: Studiul reologic al corpurilor solide. Editura Academiei, 1978.

93. Wagner O.: Das Kriechnen unbewehrten Betons. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, H.131, 1958.

94. Zerna W., Trost H.: Rheologische Beschreibungen des Werkstoffes Beton. Beton und Stahlbetonbau vol.62, nr.7, 1967.

B. NORME, MANUALE

95. ACI 435 : Deflections of presteessed concrete members, 1963.

96. ACI Committee 209 : Prediction of creep, shrinkage and temperature effects in concrete structure. ACI SP27, 1978.

97. BPEL 83 : Régles techniques de conception et de calcul des ouvrages en béton precontraint, suivant la méthode des états limités, 1983.

98. CEB-FIP 7o: Recomendations Internationale pour le calcul et l'execution des ouvrages du béton, 197o.

99. CEB-FIP 76: Code modèl CEB-FIP pour les structures en Beton, 1976.

1oo. DIN 1o45: Beton und Stahlbeton-Bemessung und Ausführung, 1972.

1o1. DIN 4227: Spannbeton, Richtlinien für Bemessung und Ausführung, 1979.

1o2. STAS 8ooo/67: Calculul elementelor de beton, beton armat şi beton precomprimat.

1o3. STAS 1o1o7/o-76: Calculul şi alcătuirea elementelor din beton, beton armat şi beton precomprimat.

1o4. STAS 1o1o7/o-9o (proiect) : Construcţii civile şi industriale. Calculul şi alcătuirea elementelor din beton, beton armat şi beton precomprimat.

1o5. x x x : Manual pentru calculul construcţiilor. Editura tehnică,