MINISTERUL EDUCATIEI SI INVATAMINTULUI
INSTITUTUL POLITEHNIC „TRAIAN VUIA" TIMIŞOARA
FACULTATEA DE MECANICA

GIROSCOPUL MAGNETOHIDRODINAMIC

TEZA DE DOCTORAT

Inginer AVRAM EMIL

CONDUCĂTOR STIINŢIFIC
Academician doctor docent inginer
IOAN ANTON

TIMIŞOARA
1989

C U P R I N S

Pag.

CAP.I - INTRODUCERE

Utilizarea tot mai largă a vehiculelor aeriene şi maritime în strînsă legătură cu multiple domenii de activitate, introducerea şi perfecţionarea sistemelor de dirijare a rachetelor, extinderea investigaţiilor spaţiale, au sporit exigenţele privind determinarea elementelor de navigaţie.

S-a fundamentat astfel necesitatea elaborării unei tehnici de navigaţie avînd performanţe superioare, precisă şi sigură în funcţionare, cu autonomie faţă de sursele de informaţii din exteriorul vehiculului, pentru a fi utilizabilă în orice condiţii şi în orice punct al spaţiului - la sol, în aer, pe mare, în spaţiul cosmic sau în adîncul oceanului planetar.

Toate aceste condiţii sînt satisfăcute de tehnica inerţială de navigaţie, care echipează astăzi rachete dirijate, nave cosmice cu diverse destinaţii, avioane de mare viteză, nave maritime de suprafaţă şi submarine, unele vehicule terestre speciale. Astfel se explică interesul şi preocupările tot mai intense a cercetătorilor din multe ţări pentru aprofundarea multiplelor aspecte ale acestei metode de determinare automată a poziţiei, a vitezei şi a orientării vehiculului pentru perfecţionarea soluţiilor constructive şi a tehnologiilor de fabricaţie.

Dezvoltarea economiei naţionale, a cercetării ştiinţifice şi a învăţămîntului superior precum şi necesitatea de a întări capacitatea de apărare a ţării, au dus la abordarea unor studii şi cercetări necesare elaborării de aparatură de navigaţie inerţială în ţară. Astfel, a fost reluată la dimensiunile actualităţii tradiţia bogată a construcţiilor aeronautice, tradiţie în care numele lui Traian Vuia, Aurel Vlaicu, Henri Coandă, reprezintă puncte de referinţă în istoria aviaţiei mondiale şi fac cinste poporului român. In contextul activităţii de edificare a industriei aeronautice naţionale precum şi din cerinţele industriei proprii de apărare, a apărut necesitatea asigurării aparaturii de navigaţie produsă în ţară şi ca urmare au fost create institute de cercetări şi întreprinderi destinate acestui scop. O contribuţie importantă în această direcţie şi-a adus-o Academia Militară, care prin specificul său a dat ţării generaţii de ingineri militari cu cunoştinţe solide în domeniile de vîrf legate de tehnica de specialitate, lucrări ştiinţifice de referinţă, inclusiv în domeniul navigaţiei inerţiale datorate unor profesori de valoare ca M.M.Niţă, I. Aron ş.a. Una din multiplele direcţii de cercetare abordate pe plan mondial care are contingenţe cu tehnica de navigaţie inerţială precum şi cu alte domenii de vîrf ale tehnicii este magnetohidrodinamica. Apărută în secolul trecut prin abordările datorate lui Faraday şi Ritchie, în scădere de interes pînă la sfîrşitul secolului trecut, revenită apoi în atenţia cercetătorilor din domeniul astrofizicii, cunoaşte începînd cu anii 1920 - 1940 o dezvoltare de sine stătătoare, o dată cu lucrările lui Cowling, Ferraro, Hartmann şi Alfven, căruia îi datorează şi numele. In perioada imediat următoare celui de-al doilea război mondial, mai ales ca urmare a dezvoltării tehnologiilor nucleare, magnetohidrodinamica cunoaşte o dezvoltare explozivă. In ţara noastră primele lucrări de magnetohidrodinamică sînt datorate prof. Dragoş Lazăr de la Universitatea din Bucureşti (1969) şi prof. Ion Stefan de la Academia Militară (1969). Tot în aceiaşi perioadă, la Institutul Politehnic "Traian Vuia" din Timişoara, sub conducerea acad.dr.doc.ing. Ioan Anton sînt întreprinse primele cercetări cu caracter aplicativ de magnetohidrodinamică, la care a participat şi autorul, pe atunci student al Facultăţii de mecanică, secţia maşini hidraulice. Ulterior, aici a luat fiinţă un colectiv puternic de cercetători în domeniul magnetohidrodinamicii (printre care amintim pe I.De Sabata, L.Vékás. I. Potencz, E. Suciu ş.a.) colectiv cu realizări remarcabile în domeniul teoretic cît şi aplicativ, cunoscute şi apreciate în ţară şi în străinătate. In anii următori apar şi alte colective de cercetare în domeniul magnetohidrodinamicii la Institutul Politehnic din Iaşi (E. Luca, Gh. Călugăru, C. Cotae ş.a.), Institutul de Construcţii Bucureşti (A. Anton), precum şi în unele institute de cercetare din capitală şi din provincie. Majoritatea cercetărilor întreprinse în ultimul timp, atît în ţară cît şi în străinătate au ca obiect ferofluidele şi aplicaţiile lor.

In contextul enunţat se înscrie şi lucrarea de faţă care concretizează strădaniile autorului în domeniul magnetohidrodinamicii începute cu 18 ani în urmă sub îndrumarea actualului conducător ştiinţific acad. Ioan Anton şi continuată apoi în cadrul Catedrei de mecanică din Academia Militară condusă de prof. Ion Stefan iar în ultimii ani de prof.dr.ing. Dan Ionescu. Lucrarea, organizată în patru capitole îşi propune să lămurească principalele aspecte teoretice şi practice legate de construcţia giroscopului MHD. In acest sens au fost stabilite şi integrate ecuaţiile care guvernează mişcarea fluidului electroconductor obţinîndu-se o imagine de ansamblu asupra distribuţiilor de viteze şi de presiuni atît pentru giroscopul de curent continuu cît şi pentru cel de curent alternativ, a fost demonstrată posibilitatea funcţionării ca giroscop a masei de fluid în mişcare de rotaţie precum şi influenţa parametrilor cinematici ai mişcării suportului asupra mărimii de ieşire, a fost definită şi studiată noţiunea de sensibilitate a giroscopului MHD şi schiţată o metodologie de proiectare-

In cadrul părţii experimentale a fost stabilită o metodă proprie de măsurare a distribuţiei de viteze şi a fost conceput si realizat un instrument adecvat pentru măsurarea distribuţiei cîmpului magnetic în întrefier.

Bibliografia prezentată este selectivă, cuprinzînd numai lucrările principale consultate de autor.

Contribuţiile originale cuprinse în lucrare sînt următoarele:

- stabilirea şi integrarea ecuaţiilor de mişcare ale fluidului electroconductor în giroscopul de curent continuu cu inducţie radială şi în cel cu inducţie axială (paragraful 3.4.1, mai puţin primul caz discutat);

- stabilirea și integrarea ecuațiilor de mișcare în giroscopul MHD de curent alternativ cu inducție radială (paragraful 3.4.2, mai puțin primul caz discutat);

- studiul mișcării fluidului electroconductor în proximitatea capacelor (paragraful 3.4.3 - parțial);

- stabilirea ecuațiilor diferențiale ale mișcării în cazul funcționării ca girometru (paragraful 3.5. integral);

- stabilirea influenței parametrilor de mișcare ai suportului asupra mărimii de ieșire (paragraful 3.5.1 - integral);

- calculul sensibilității girometrului MHD (paragraful 3.7 - parțial);

- stabilirea metodologiei de proiectare a giroscopului MHD (paragrafele 3.7.1, 3.7.2 - integral);

- stabilirea metodei de măsurare a distribuției de viteze (paragraful 3.8.1 - integral);

- conceperea și realizarea teslametrului pentru măsurări punctuale ale inducției în întrefier.

In procesul de elaborare au fost utilizate mijloacele de calcul electronic (calculatoarele Felix C 256, M 118, M 119), alcătuindu-se programele necesare în limbajele FORTRAN, BASIC și PMSD. Pentru trasarea distribuției de viteze la giroscopul de curent continuu cu inducție axială s-a folosit un program bazat pe metoda elementului finit.

La sfîrșit, îmi îndeplinesc o plăcută obligație, aducînd cele mai calde mulțumiri conducătorului științific Acad.dr.doc.ing. Ioan Anton, care mi-a fost și dascăl și al cărui exemplu de probitate științifică și morală, de grijă părintească pentru creșterea tinerilor cercetători l-am avut mereu în suflet și fără a cărui îndrumare competentă nu aș fi putut ajunge la capăt. Mulțumesc de asemenea conducerii facultăţii şi catedrei de mecanică din Academia Militară, colegilor din catedră, pentru condiţiile create şi pentru sprijinul acordat pe parcursul elaborării tezei. Nu în ultimul rînd mulţumesc familiei şi mai ales soţiei mele pentru sprijinul şi înţelegerea arătată. Si deoarece numărul celor cărora le sînt îndatorat este mare, mă voi limita să aduc mulţumiri speciale colegilor mei conf.ing. Mircea Ionescu şi prof.col.ing. Lixandru Paul ale căror observaţii şi sfaturi competente mi-au fost de mare folos.

Cap.2. STADIUL ACTUAL AL APARATURII DESTINATE NAVIGATIEI INERTIALE

2.1. Elemente de teoria giroscopului

Sistemele automate de navigaţie inerţială sînt caracterizate printr-un înalt grad de complexitate, în structura lor intrînd alături de componentele de mecanică fină de mare precizie cele mai noi componente electronice şi electrotehnice.

Elementul esenţial al oricărui astfel de sistem îl reprezintă giroscopul, care este utilizat în diverse ipostaze pentru a putea furniza sistemului automat informaţiile necesare.

In esenţă giroscopul este un rigid de revoluţie care are un punct fix, O, situat pe axa sa de simetrie în jurul căreia i se imprimă o mişcare de rotaţie rapidă cu viteza unghiulară $\overline{\Omega}$.

Este evident că din punct de vedere dinamic el reprezintă un rigid cu punct fix. Pentru abordarea studiului unui giroscop se utilizează cunoştinţe de cinematica şi dinamica solidului cu punct fix, iar pentru studiul comportării acestuia în sistem cunoştinţe de automatică (teoria stabilităţii). Pentru studierea unor tipuri neconvenţionale de giroscoape se utilizează cunoştinţe diverse de Mecanica fluidelor Magnetohidrodinamică, Optică, Fizică nucleară etc.

2.1.1. Cinematica solidului cu punct fix

Mişcarea unui solid cu punct fix poate fi considerată ca o rotaţie cu viteza unghiulară $\overline{\omega}$, în jurul unei axe instantanee (Δ) ce trece prin punctul fix.

Distribuţia de viteze este dată de:

$$\overline{v}_1 = \overline{\omega} \times \overline{r}_1 \tag{2.1}$$

în care $\overline{r}_1$ reprezintă vectorul de poziţie al unui punct la momentul considerat iar $\overline{\omega}$ viteza unghiulară corespunzătoare aceluiaşi moment.

Traiectoriile punctelor solidului sînt curbe strîmbe pe suprafaţa unor sfere de rază R_1, unde R_1 reprezintă distanţa de la punctul fix O la punctul considerat.

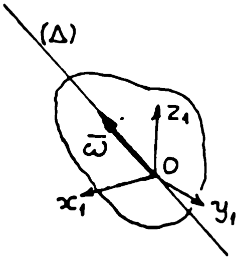


Figura nr. 2.1

Distribuţia de acceleraţii este cea corespunzătoare unei mişcări de rotaţie în jurul axei instantanee (Δ).

$$\bar{a} = \dot{\bar{v}} = \bar{\varepsilon} x \bar{r} + \bar{\omega} x (\bar{\omega} x \bar{r}) \qquad (2.2)$$

Vectorul acceleraţie unghiulară $\bar{\varepsilon} = \dot{\bar{\omega}}$ are în general o direcţie diferită de cea a lui $\bar{\omega}$.

Se observă că punctele de pe axa instantanee au viteză nulă. Un singur punct al solidului are acceleraţie nulă - acesta fiind punctul fix O.

Locul geometric al axei (Δ) faţă de un triedru fix este o suprafaţă conică cu vîrful în O denumită axoidă fixă sau con hiperpolodic.

Locul geometric al dreptei (Δ) faţă de un triedru mobil (legat de corp) este de asemenea o suprafaţă conică cu vîrful în O numită axoidă mobilă sau con polodic.

Sînt cunoscute şi sub numele de "Conurile lui Poinsot", conul polodic rostogolindu-se fără alunecare pe conul herpolodic, cele două conuri fiind în permanenţă tangente.

In studiul mişcării solidului cu punct fix se utilizează atît triedrul fix ($T_1(O_1, x_1, y_1, z_1)$ cît şi un triedru mobil $T(x, y, z)$ legat de solid. Exprimarea poziţiei triedrului mobil în raport cu cel fix se poate face în diverse feluri. Relaţia generală de transformare este:

$$\begin{aligned} x_i^* &= a_{ji} x_j \\ x_i &= a_{ij} x_j^* \end{aligned} \qquad (2.3)$$

Intre cosinuşii directori ai matricei de transformare există corelaţia:

$$a_{ij} \cdot a_{ik} = \delta_{jk} \qquad (2.4)$$

Acest mod de lucru este riguros dar incomod.

In mecanica clasică studiul se realizează cu ajutorul unghiurilor lui Euler, reprezentate în figura nr. .

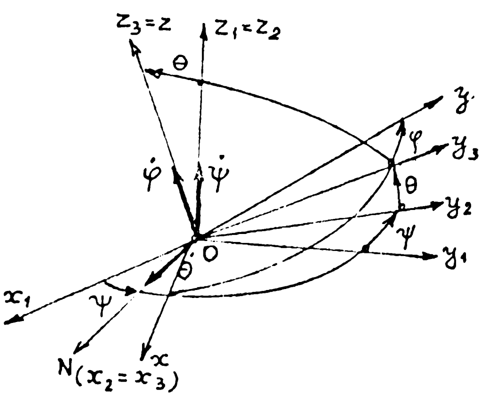


Figura nr. 2.2

Unghiul φ este numit unghi de rotaţie proprie, θ - unghi de nutaţie şi ψ - unghi de precesie. Imprimînd triedrului mobil trei rotaţii cu unghiurile φ, ψ, θ acesta poate fi suprapus peste triedrul mobil.

Este evident că viteza unghiulară instantanee $\bar\omega$ a solidului va fi dată de:

$$\bar\omega = \bar{\dot\varphi} + \bar{\dot\psi} + \bar{\dot\theta} \qquad (2.5)$$

Se obişnuieşte ca vectorul să fie exprimat prin componentele sale pe triedrul mobil.

$$\bar\omega = \omega_x \cdot \bar{i} + \omega_y \cdot \bar{j} + \omega_z \cdot \bar{k} \qquad (2.6)$$

Legătura între componentele ω_x, ω_y, ω_z şi vitezele unghiulare $\dot\varphi$, $\dot\psi$, $\dot\theta$ se face proiectînd relaţia (2.5) pe axele sistemului mobil $O_{x,y,z}$. Rezultă:

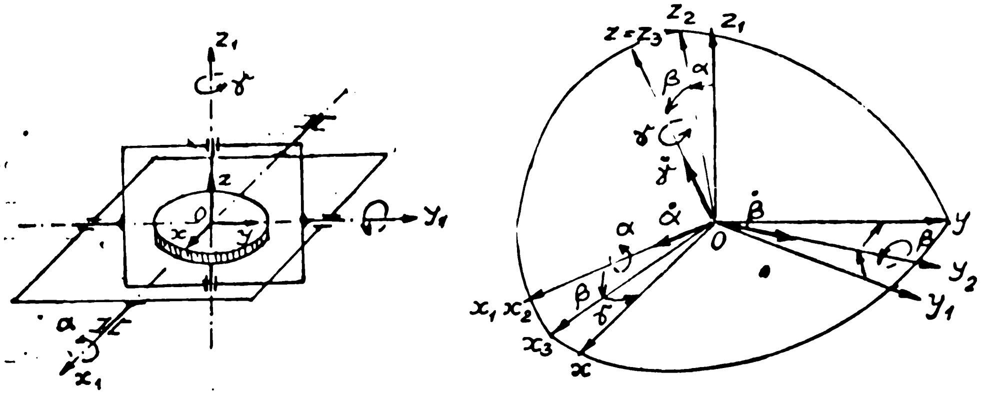
$$\begin{aligned}
\omega_x &= \dot\theta\cos\varphi + \dot\psi\sin\theta\sin\varphi \\
\omega_y &= -\dot\theta\sin\varphi + \dot\psi\sin\theta\cos\varphi \\
\omega_z &= \dot\varphi + \dot\psi\cos\theta
\end{aligned} \qquad (2.7)$$

Utilizarea unghiurilor lui Euler prezintă următorul neajuns: cînd $\theta = 0$ unghiurile φ şi ψ devin nedeterminate căci nu se mai poate preciza poziţia liniei nodurilor în raport cu care sînt definite. Din acest motiv unghiurile lui Euler sînt neindicate în cazul în care unghiul θ se anulează, aşa cum este cazul unor aparate giroscopice.

Din această cauză se utilizează uneori unghiurile cardanice, legate de struntura fizică a suspensiei giroscoapelor compusă din două inele cu axe perpendiculare (figura nr. 2.3).

Proiectînd ecuaţia:

$$\bar{\omega} = \bar{\dot{\alpha}} + \bar{\dot{\beta}} + \bar{\dot{\gamma}} \tag{2.8}$$



a) b)

Figura nr.2.3

pe axele sistemului mobil se obţine:

$$\omega_x = \dot{\alpha}\cos\beta\cos\gamma + \dot{\beta}\sin\gamma$$
$$\omega_y = -\dot{\alpha}\cos\beta\sin\gamma + \dot{\beta}\cos\gamma \tag{2.9}$$
$$\omega_z = \dot{\gamma} + \dot{\alpha}\sin\beta$$

2.1.2. Dinamica solidului cu punct fix
Ecuaţiile lui Euler

Fie solidul rigid reprezentat în figura nr. 2.4 reperat cu inerţialul $O\,x_1, y_1, z_1$ şi triedrul mobil Oxyz. Necunoscutele problemei sînt: $\varphi(t)$, $\psi(t)$, $\theta(t)$ precum şi $\bar{R}$. Teorema mişcării centrului maselor ne oferă ecuaţia:

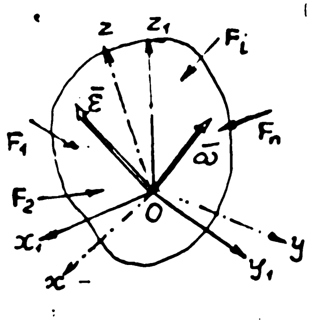


Figura nr. 2.4

$$M\ddot{\bar{\rho}} = \Sigma \bar{F}_i + \bar{R} \tag{2.10}$$

unde $\bar{\rho}$ este vectorul de poziţie al centrului maselor.

Avînd în vedere ecuaţia (2.2) putem scrie:

$$\ddot{\bar{\rho}} = \bar{\varepsilon} \times \bar{\rho} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{\rho}) \tag{2.11}$$

Inlocuind (2.11) în (2.10) rezultă:

$$\bar{R} = \bar{M}[\bar{\varepsilon} \times \bar{\rho} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{\rho}) \quad - \Sigma \bar{F}_i \tag{2.12}$$

Teorema momentului cinetic în raport cu punctul fix O se scrie:

$$\frac{d\bar{K}_o}{dt} = \bar{M}_o \ . \tag{2.13}$$

Alegînd triedrul O_{xyz} astfel ca axele sale să fie axe principale de inerție, momentul de inerție în raport cu axele sistemului mobil este:

$$\bar{K} = I_x \omega_x \bar{i} + I_y \omega_y \bar{j} + I_z \omega_z \bar{k} \tag{2.14}$$

Expresiile lui $\bar{\omega}$ și $\bar{M}_o$ fiind:

$$\bar{\omega} = \omega_x \bar{i} + \omega_y \bar{j} + \omega_z \bar{k} \tag{2.15}$$

$$\bar{M}_o = M_x \bar{i} + M_y \bar{j} + M_z \bar{k} \tag{2.16}$$

Ecuația (2.13) se poate scrie sub forma scalară:

$$\begin{aligned} J_x \dot{\omega}_x + (J_z - J_y)\,\omega_y\,\omega_y &= M_x \\ J_y \dot{\omega}_y + (J_x - J_z)\,\omega_z \quad {}_x &= M_y \\ J_z \dot{\omega}_z + (J_y - J_x)\,\omega_x \omega_y &= M_z \end{aligned} \tag{2.17}$$

Ecuațiile poartă numele de ecuațiile lui Euler și împreună cu ecuațiile (2.7) formează un sistem de 6 ecuații diferențiale de ordinul întîi cu necunoscutele ω_x, ω_y, ω_z, φ, ψ, θ.

Integrarea acestui sistem în termeni finiți a fost efectuată pentru cîteva cazuri particulare dintre care menționăm:

a) Cazul Euler - Poinsot

Consideră $\bar{M} = 0$, solidul avînd drept axă de rotație o axă principală de inerție și fiind un corp de revoluție.

b) Cazul Lagrange - Poisson

Studiază mișcarea sub acțiunea greutății proprii considerînd că elipsoidul relativ la punctul fix O este o suprafață de rotație în jurul unei axe ce trece prin centrul de greutate ($J_x = J_y$).

c) Cazul Sofia Kovalevskaia

Studiază mişcarea solidului de la cazul precedent dar centrul de greutate nu se mai află pe axa O_z ci undeva în planul xOy.

Studiul mişcării în cazul Euler - Poinsot

Pentru $\overline{M} = 0$ ecuaţiile Euler devin:

$$J_x \varepsilon_x + (J_z - J_y)\omega_y \omega_z = 0$$
$$J_y \varepsilon_y + (J_x - J_z)\omega_z \omega_x = 0 \qquad (2.18)$$
$$J_z \varepsilon_z + (J_y - J_z)\omega_x \omega_y = 0$$

Dacă la t = 0 avem $\overline{\omega}_o = \omega_o \overline{k}$, sistemul (2.18) admite soluţiile particulare $\omega_x = \omega_y = 0$; $\omega_z = \omega_{zo} = ct$. Aceasta înseamnă că în raport cu triedrul mobil vectorul $\overline{\omega}$ este constant, adică:

$$\frac{d\overline{\omega}}{dt} = \frac{\partial \overline{\omega}}{\partial t} + \overline{\omega} \times \overline{\omega} = 0$$

Adică:

$$\frac{\partial \overline{\omega}}{\partial t} = 0$$

ceea ce înseamnă că $\overline{\omega}$ este constant şi faţă de triedrul fix.

In felul acesta s-a pus în evidenţă o proprietate remarcabilă a solidului cu punct fix: invariabilitatea axei de rotaţie.

In cazul cînd $J_x = J_y = J$ ultima ecuaţie din (2.18) devine:

$$J_z \dot{\omega}_z = 0 \qquad (2.19)$$

adică:

$$\omega_z = \omega_{zo} = ct \qquad (2.20)$$

Intrucît $\overline{M} = 0$ înseamnă că avem $\dot{\overline{K}} = 0$, de unde concluzia că vectorul $\overline{K}$ este constant şi orientat invariabil.

In cazul cînd $\overline{K}_o$ este orientat după axa O proiecţiile lui $\overline{K}_o$ pe axele triedrului mobil sînt:

$$
\begin{aligned}
K_x &= J\omega_x = K_o \sin\Theta \sin \\
K_y &= J\omega_y = K_o \sin\Theta \cos \\
K_z &= J_z \cdot \omega_z = K_o \cos\Theta
\end{aligned}
\qquad (2.21)
$$

Notă: $\begin{cases} \dot{\Theta} = 0 \\ \dot{\varphi} = 0 \end{cases}$; $\dot{\psi} = \omega_{oz}$

Introducînd în ultima relație din (2.21) ecuația (2.20) se obține:

$$\cos\Theta = \frac{J_z\,\omega_{zo}}{K_o} = \text{constant} \qquad (2.22)$$

adică:

$$\Theta = \Theta_o = \text{constant}$$

ceea ce înseamnă că unghiul de nutație este constant.
Cu aceasta, componentele lui $\bar{\omega}$ devin:

$$
\begin{cases}
\omega_x = \dot{\psi}\sin\Theta_o \sin\varphi \\
\omega_y = \dot{\psi}\sin\Theta_o \cos\varphi \\
\omega_z = \dot{\varphi} + \dot{\psi}\cos\Theta_o
\end{cases}
\qquad (2.23)
$$

Comparînd ecuațiile (2.23) cu (2.21)

$$
\begin{aligned}
\frac{K_o}{J}\sin\Theta_o \sin\varphi &= \dot{\psi}\sin\Theta_o \sin\varphi \\
\frac{K_o}{J}\sin\Theta_o \cos\varphi &= \dot{\psi}\sin\Theta_o \cos\varphi \\
\frac{K_o}{J_z}\cos\Theta_o &= \dot{\varphi} + \dot{\psi}\cos\Theta_o
\end{aligned}
\qquad (2.24)
$$

Din prima relație:

$$\dot{\psi} = \frac{K_o}{J} = \text{constant} \qquad (2.25)$$

Adică, viteza unghiulară de precesie este constantă.

In continuare această viteză se va nota cu ω_1.

Ecuația mișcării de precesie poate fi acum scrisă:

$$\psi(t) = \psi_o + \omega_1 t \qquad (2.26)$$

Tinînd seama de (2.22), din relația (2.24) mai rezultă:

$$\dot{\varphi} + \omega_1 \cos\theta_0 = \frac{K_o}{J_z} \cos\theta_0 \qquad (2.27)$$

De unde se vede că

$$\dot{\varphi} = \Omega = \text{constant} \qquad (2.28)$$

ceea ce înseamnă că viteza unghiulară de rotație proprie este constantă.

Ecuația mișcării de rotație proprie va fi:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \Omega t \qquad (2.29)$$

In concluzie, în cazul Euler ($J_x = J_y = J$) solidul execută o mișcare de rotație proprie uniformă și o mișcare de precesie uniformă (unghiul de nutație θ fiind constant). O astfel de mișcare se numește mișcare de precesie regulată.

Dacă $\bar{M} \neq 0$, mișcarea se numește precesie regulată constrînsă.

Problema inversă

Mișcarea fiind caracterizată prin: $\theta = \theta_0$ = constant; $\dot{\varphi} = \Omega$ = constant; $\dot{\psi} = \omega_1 \neq$ constant, se cere cuplul $\bar{M}_o$ sub a cărui acțiune solidul execută mișcarea dată (considerînd $J_x = J_y = J$).

Fie triedrul $Ox_3y_3z_3$, (triedrul Resal), legat parțial de solid, în sensul că participă la toate mișcările afară de mișcarea de rotație proprie. Triedrul O_{xyz} se rotește față de $Ox_1y_1z_1$ cu viteza unghiulară

$$\bar{\omega} = \bar{\Omega}_0 + \bar{\omega}_1 \qquad (2.30)$$

Triedrul Resal $O X_3Y_3Z_3$ se rotește față de triedrul fix cu viteza unghiulară

$$\bar{\omega}_1 = \bar{\omega} - \bar{\Omega} \qquad (2.31)$$

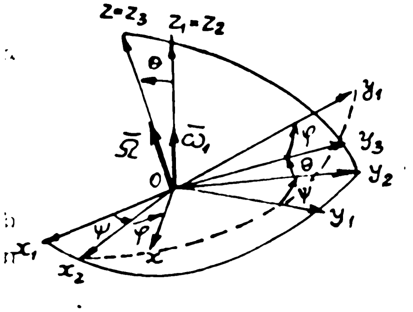


Figura nr. 24

Cum elipsoidul de inerție este o suprafață de revoluție în jurul axei ($OZ_1 = OZ_3$) rezultă că: $J_{x_3} = J_{y_3} = J$ iar axele triedrului Resal sînt și ele axe principale de inerție.

Vectorul $\overline{K}_o$ va avea expresia:

$$\overline{K}_o = J_{x_3}\omega_{x_3}\overline{i}_3 + J_{y_3}\omega_{y_3}\overline{j}_3 + J_{z_3}\omega_{z_3}\overline{k}_3 \quad (2.32)$$

sau ţinînd cont că axele O_z şi O_{z_3} coincid:

$$\overline{K}_o = J_{x_3}\omega_{x_3}\overline{i}_3 + J_{j_3}\omega_{y_3}\overline{j}_3 + J_z\omega_{z_3}\overline{k}_3$$

Proiectînd relaţia (2.33) pe axele triedrului Resal rezultă:

$$\omega_{x_3}=0; \quad \omega_{y_3}=\omega_1\sin\theta_o; \quad \omega_{z_3} = \Omega+\omega_1\cos\theta_o \quad (2.34)$$

Expresia lui K_o devine:

$$\overline{K}_o = J\omega_1\sin\theta_o\overline{j}_3 + J_z(\Omega + \omega_1\cos\theta_o)\overline{k}_3 \quad (2.35)$$

Intrucît axele triedrului Resal se învîrtesc faţă de triedrul fix cu viteza unghiulară ω_1 derivata lui $\overline{K}_o$ se scrie:

$$\frac{d\overline{K}_o}{dt} = \frac{\partial K_o}{\partial t} + \overline{\omega}_1 x \overline{K}_o \quad (2.36)$$

Tinînd cont că $\theta = \theta_o$ = constant; $\dot{\varphi} = \Omega$ = constant; $\dot{\psi} = \omega_1$ = constant rezultă:

$$\frac{\partial K_o}{\partial t} = 0 \quad (2.37)$$

Dar din teorema momentului cinetic:

$$\overline{M}_o = \overline{\omega}_1 x\overline{K}_o \quad (2.38)$$

Introducînd expresia lui $\overline{K}_o$ şi $\overline{\omega}_1$:

$$\omega_1 = \omega_1\sin\theta_o\overline{j}_3 + \omega_1\cos\theta_o\overline{k}_3 \quad (2.39)$$

rezultă:

$$\overline{M}_o = \left[J_z(\Omega+\omega_1\cos\theta_o)\omega_1\sin\theta_o - J\omega_1^2\sin\theta_o\cos\theta_o\right]\overline{i}_3 \quad (2.40)$$

Deci pentru a avea precesie regulată, trebuie să se aplice cuplul M_o după linia nodurilor.

Momentul acestui cuplu este:

$$M_o = J_z \Omega \omega_1 \sin\theta_o \left(1 + \frac{J_z - J}{J} \frac{\omega_1}{\Omega} \cos\theta_o\right) \qquad (2.41)$$

Vectorial momentul se mai poate scrie:

$$\bar{M}_o = J_z \bar{\omega}_1 x \bar{\Omega} \left(1 + \frac{J_z - J}{J_z} x \frac{\omega_1}{\Omega} \cos\theta_o\right) \qquad (2.42)$$

Dacă $\left(1 + \frac{J_z - J}{J_2} \frac{\omega_1}{\Omega} \cos\theta_o\right) = 0$, deci $\bar{M}_o = 0$ (2.43)

Regăsindu-se în acest fel rezultatul obținut de Euler cînd $J_x = J_y = J$.

In aplicații, unde de regulă $\Omega \gg \omega_1$, relația (2.42) se poate scrie:

$$\bar{M}_o \cong J_x \bar{\omega}_1 x \bar{\Omega} = \bar{\omega}_1 x \bar{K}_o \qquad (2.44)$$

Invariabilitatea axei de rotație proprie

Fie un giroscop cu axa O_g orientată oricum în spațiu, cu viteza unghiulară de rotație proprie .

Pentru a-și menține poziția e necesar ca $\bar{M}_g = 0$ adică $\bar{\omega}_1 = 0$. Presupunem că $\bar{\omega} = \bar{\Omega} + \bar{\omega}_1$ este deplasat puțin față de axa O_z și deci are componentele ω_{xo} și ω_{yo} după O_x și O_y. Intrucît $\bar{M}_o = 0$; $J_x = J_y = J$, ecuația Euler se scrie:

$$\begin{cases} J_x \dot{\omega}_x + (J_z - J)\omega_y \omega_z = 0 \\ J_y \dot{\omega}_y + (-J_z + J)\omega_z \omega_x = 0 \\ J_z \dot{\omega}_z = 0 \end{cases} \qquad (2.45)$$

Din ultima ecuația rezultă $\omega_z = \omega_{z_o}$ = constant, astfel că primele ecuații devin:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x + a\omega_y = 0 \\ \dot{\omega}_y - a\omega_x = 0 \end{cases} \qquad (2.46)$$

unde:

$$a = \frac{J_z - J}{J}$$

Derivînd prima ecuație din (2.46) și ținînd cont de a doua rezultă:

$$\ddot{\omega}_y - a^2\omega_y = 0$$

$$\ddot{\omega}_x + a^2\omega_x = 0$$

şi analog

$$\ddot{\omega}_y + a^2\omega_y = 0 \qquad (2.47)$$

Soluţiile acestor ecuaţii sînt:

$$\begin{cases} \omega_x = A\cos at - B\sin at \\ \omega_y = A\sin at + B\cos at \end{cases} \qquad (2.48)$$

Din condiţiile iniţiale:

$$\text{la } t = 0;\quad \omega_x = \omega_{x_o} \text{ şi } \quad \omega_y = \omega_{y_o} \qquad (2.49)$$

găsim valoarea constantelor şi soluţiile devin:

$$\begin{cases} \omega_x = \omega_{x_o}\cos at - \omega_{yo}\sin at \\ \omega_y = \omega_{y_o}\cos at + \omega_{xo}\sin at \end{cases} \qquad (2.50)$$

Adică, vitezele unghiulare ω_x şi ω_y rămîn în limitele valorilor iniţiale (mici).

Astfel a fost demonstrată stabilitatea axei de rotaţie proprie a giroscopului.

Mărimea a este o pulsaţie, perioada oscilaţiilor fiind:

$$T = \frac{2\pi}{a} = 2\pi\frac{J}{(J_z - J)\omega_{zo}} \qquad (2.51)$$

Ecuaţiile lui Euler modificate

Ecuaţiile giroscopului în raport cu triedrul Resal se numesc ecuaţiile lui Euler modificate.

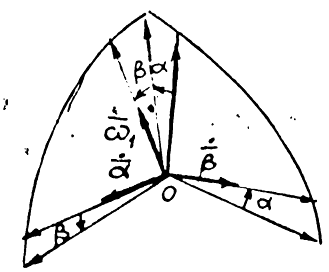


Figura nr. 2.5

Rotaţia triedrului Resal faţă de triedrul fix este:

$$\omega_1 = \dot{\alpha}\cos\beta\,\bar{i}_3 + \dot{\beta}\,\bar{j}_3 + \dot{\alpha}\sin\beta\,\bar{k}_3 \qquad (2.52)$$

Momentul cinetic $\bar{K}_o$, se exprimă:

$$\bar{K}_o = J\dot{\alpha}\cos\beta\,\bar{i}_3 + J\dot{\beta}\,\bar{j}_3 + J_z(\Omega + \dot{\alpha}\sin\beta)\bar{k}_3 \qquad (2.53)$$

Exprimînd cuplul $\bar{M}_o$ prin componentele sale pe axele triedrului Resal se obţine:

$$\bar{M}_o = Mx_3\bar{i}_3 + My_3\bar{j}_3 + Mz_3\bar{k}_3 \qquad (2.54)$$

Aplicînd teorema momentului cinetic, obţin ecuaţiile:

$$\begin{cases} J\ddot{\alpha}\cos\beta - 2J\dot{\alpha}\dot{\beta}\sin\beta + J_z(\Omega + \dot{\alpha}\sin\beta)\dot{\beta} = M_{x_3} \\ J\ddot{\beta} + J\dot{\alpha}^2\sin\beta\cos\beta - J_z(\Omega + \dot{\alpha}\sin\beta)\dot{\alpha}\cos\beta = M_{y_3} \\ J_z(\dot{\Omega} + \dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\beta + \ddot{\alpha}\sin\beta) = M_{z_3} \end{cases} \quad (2.55)$$

care se numesc ecuaţiile lui Euler modificate.

In cazurile inginereşti unde α şi β sînt mici, se poate lua:

$\sin\alpha \cong \alpha$, $\sin\beta \cong \beta$, $\cos\alpha = \cos\beta \cong 1$

La fel $\dot{\alpha}$ şi $\dot{\beta} \ll \Omega$, iar produsul $\dot{\alpha}\dot{\beta}$ se neglijează ca infinit mic de ordin superior.

Cu aceste observaţii ecuaţiile (2.55) devin:

$$\begin{cases} J\ddot{\alpha} + J_z\Omega\dot{\beta} = M_{x_3} \\ J\ddot{\beta} - J_z\Omega\dot{\alpha} = M_{y_3} \end{cases} \quad (2.56)$$

Cea de a treia ecuaţie descrie mişcarea după axa de rotaţie proprie Oz_3($M_{z_3} = 0$) şi conduce la $\dot{\Omega} = 0$ sau Ω = = constant. In cazul $M_{y_3} = M_y$ = constant; $M_{x_3} = 0$, şi (giroscopul suspendat în centrul de greutate), sistemul (2.56) devine:

$$\begin{cases} J\ddot{\alpha} + J_z\Omega\dot{\beta} = 0 \\ J\ddot{\beta} - J_z\Omega\dot{\alpha} = M_y \end{cases} \quad (2.57)$$

Derivînd a doua ecuaţie şi substituind-o în prima, se obţine:

$$\dddot{\beta} + a^2\dot{\beta} = 0 \quad (2.58)$$

[illegible] $a = \frac{J_z\Omega}{J}$ este pulsaţia oscilaţiilor.

Ecuaţia caracteristică $r^3 + a^2 r = 0$ admite rădăcinile $r_1 = 0$; $r_2 = i\,a$; $r_3 = -i\,a$.

Soluţia ecuaţiei (2.58) va fi de [illegible]:

$$\beta = C_1\cos at + C_2 \text{ [illegible] } + C_3 \quad (2.59)$$

derivînd de două ori (2.60) şi substituind în (2.57) se obţine:

$$\dot{\alpha} = \frac{M_y}{J_z\Omega} - \frac{J}{J_z\Omega}C_1 a^2\cos at - \frac{J}{J_z\Omega}C_2 a^2\sin at \qquad (2.61)$$

sau integrînd:

$$\alpha = -\frac{M_y}{J_z\Omega}t - C_1\sin at - C_2\cos at + C_4 \qquad (2.62)$$

Punînd condiţiile iniţiale

$$\alpha(0) = \beta(0) = \dot{\alpha}(0) = \dot{\beta}(0) = 0 \qquad (2.63)$$

ceea ce înseamnă că la momentul iniţial axa O_{z_3} coincide cu axa fixă O_{z_1}).

Rezultă pentru constantele de integrare valorile:

$$\begin{cases} C_2 = C_4 = 0 \\ C_3 = -C_1 = \dfrac{M_y}{aJ_z\Omega} \end{cases} \qquad (2.64)$$

Soluţiile devin:

$$\begin{cases} \alpha = -\dfrac{M_y}{J_z\Omega}t + \dfrac{JM_y}{(J_z\Omega)^2}\sin at \\ \beta = \dfrac{JM_y}{(J_z\Omega)^2}(1 - \cos at) \end{cases} \qquad (2.65)$$

Analizînd mişcarea se observă două componente: o mişcare de precesie cu viteza unghiulară $\dot{\alpha} = -M_y/J_z$ = constant şi o mişcare oscilatorie, reprezentată prin termenii cu funcţii trigonometrice, reprezentînd mişcarea de nutaţie (în jurul axei momentului cinetic).

Amplitudinea mişcării oscilatorii de precesie este:

$$\beta_{max} = \frac{2JM_y}{(J_z\Omega)^2} \qquad (2.66)$$

Traiectoriile reprezintă cicliode pe o sferă. Mişcarea de nutaţie reprezintă oscilaţii de înaltă frecvenţă şi mică amplitudine, de aceea în calculele inginereşti se poate fi neglijată. In acest caz (denumit precesie pseudoregulată) ecuaţiile de mişcare devin:

$$\begin{cases} J_z \Omega \dot{\beta} = M_{x_3} \\ -J_z \Omega \dot{\alpha} = M_{y_3} \end{cases} \tag{2.67}$$

Aceste ecuații se numesc ecuațiile de precesie ale giroscopului sau ecuațiile tehnice ale giroscopului și constituie un instrument pentru studiul funcționării giroscoapelor clasice cu purtător de moment cinetic solid.

2.2. CONSIDERATII ASUPRA UTILIZARII APARARELOR GIROSCOPICE

2.2.1. Clasificarea aparatelor giroscopice

Clasificarea aparatelor giroscopice se poate face după diverse criterii.

a) Din punct de vedere constructiv, giroscoapele se pot clasifica în:

- giroscoape clasice (convenționale);
- giroscoape neconvenționale.

Din familia giroscoapelor clasice, fac parte aparatele care au un purtător de moment cinetic solid (rotor). Cu mici excepții această familie de giroscoape echipează în momentul de față întreaga aparatură de navigație inerțială.

Cercetările din ultimele decenii dublate de noi posibilități tehnologice au condus la îmbunătățirea suspensiei astfel ca frecările să fie reduse la valori minime.

In acest sens au fost elaborate diverse soluții cum sînt: suspensia prin flotație, suspensia pe lagăre cu aer, suspensia cu ajutorul forțelor produse de cîmpul electrostatic sau cel magnetic etc.

Din familia giroscoapelor neconvenționale fac parte:

- giroscoapele hidrodinamice;
- giroscoapele vibratoare (girotroane);
- giroscoape M.H.D.;
- giroscoape cu laser;
- giroscoape criogenice (cu rezonanță magnetică).

Exceptînd giroscoapele hidrodinamice și M.H.D. care au un purtător de moment cinetic (lichid), celelalte tipuri de giroscoape neconvenționale își bazează f[illegible] cu totul alte principii fizice.

Din această categorie de giroscoape au depăşit faza testărilor de laborator doar giroscopul vibrator şi giroscopul cu laser.

b) Din punct de vedere funcţional deosebim:

- Aparate giroscopice poziţionale - sau de memorare a unei direcţii date. Ele utilizează proprietatea giroscopului liber de a-şi menţine neschimbată orientarea în spaţiu a momentului cinetic.

Cum însă de regulă direcţiile de memorat sînt meridianul geografic şi verticala locului care nu sînt fixe, ci se rotesc ca urmare a rotaţiei pămîntului şi a deplasării vehiculului, rezultă că giroscopul liber nu este suficient, el trebuind să fie corectat (un corector pendular pentru giroscoapele de verticală sau un traductor de cîmp magnetic pentru cele de direcţie).

- Compasuri giroscopice

Sînt aparate la care axa de rotaţie are proprietatea de a se orienta în azimut ca urmare a deplasării centrului de masă faţă de punctul de suspensie. Aceste aparate nu au sistem de corecţie.

- Stabilizatoare giroscopice

Sînt de două tipuri: directe şi indirecte.

La primele giroscopul serveşte ca element de forţă care asigură stabilitatea unui dispozitiv de la bord.

La stabilizatoarele indirecte giroscopul serveşte numai ca traductor, semnalul oferit de acesta, amplificat, asigură prin servomotoare stabilizarea efectivă.

- Girometre - servesc pentru măsurarea vitezei unghiulare. Acestea sînt larg utilizate în sistemele de comandă automată. Există girometre de tip P (girotahometre), giroscoape de derivare (D), giroscoape de integrare simplă şi dublă (I, I^2) şi cu funcţiuni combinate: PD, PI, P.P.D. etc.

- Giroscoape integratoare de acceleraţie liniară

Servesc la măsurarea vitezei liniare de mişcare a centrului de masă al suportului. Un asemenea aparat constă dintr-un giroscop cu două grade de libertate care are inelul de suspensie interior cu centrul de masă deplasat.

-Relee giroscopice

Semnalul de ieşire oferit de giroscopul propriu-zis şi utilizat de sistemul automat este un semnal logic cu două sau trei valori distincte.

- Giroscoape de comandă, giroaccelerometre etc.

2.2.2. Parametrii giroscoapelor actuale

Direcţii de cercetare în vederea perfecţionării aparaturii giroscopice

Semnalul de ieşire oferit de aparatura giroscopică ar trebui ca în cazul ideal să reprezinte fidel, fără distorsiuni de amplitudine şi fază semnalul măsurat.

Existenţa frecărilor în lagărele suspensiilor, dezechilibrările existente totuşi şi în cele mai perfecţionate construcţii, influenţa factorilor de natură dinamică - de neînlăturat - prin însăşi principiul de funcţionare al giroscopului, condiţiile grele de funcţionare (vibraţiile în spectru întins de frecvenţă, cu amplitudini ale acceleraţiei mergînd pînă la 20 g, cîmpuri de temperaturi greu de controlat etc.), rigiditatea limitată a elementelor constructive, fac posibilă apariţia unor erori în indicaţia aparaturii giroscopice.

Pentru a face posibilă utilizarea aparaturii în condiţiile actuale se impun restricţii severe asupra preciziei indicaţiilor. Astfel în familia aparatelor de clasă inerţială după [17] măsurarea vitezelor trebuie să se facă cu o precizie de ordinul 10^{-4}, ceea ce implică o precizie de ordinul 10^{-5} pentru multe componente ale aparatului.

După acelaşi autor, girometrele trebuie să satisfacă următoarele cerinţe de precizie:

- deriva datorată cuplurilor aleatorii $< 0{,}3^{\circ}/h$;
- deriva datorată dezechilibrărilor $< 0{,}1^{\circ}/h/g$;
- deriva de anizoelasticitate $< 0{,}01^{\circ}/h/g^2$.

Pentru accelerometre se impun următoarele cerinţe:

- incertitudine de zero $< 10^{-4}$ g;
- neliniaritate de scală $< 10^{-4}$ g.

Desigur, aceste condiţii sînt mai puţin severe în cazul aparaturii de la bordul avioanelor, torpilelor, vehiculelor blindate etc.

Astfel, după [17] giroorizonturile perfecţionate de tip AGD-1 oferă următoarele performanţe:

1) Precizia de stabilizare a axei giroscopului:

- pentru unghiurile de ruliu ... $0{,}25^{o}$;
- pentru unghiurile de tangaj ... $0{,}2^{o}$.

2) Eroarea de indicare a unghiului de ruliu - max. 3^{o} (după executarea unui viraj de 360^{o}).

3) Eroarea de transmitere la indicator a unghiurilor de ruliu şi tangaj:

- la 0^{o} .... 1^{o};
- pînă la 30^{o} .... $1{,}5^{o}$
- peste 30^{o} .... $2{,}5^{o}$

4) Pragul de sensibilitate ...$< 0{,}3^{o}$.

Giroverticalul "Spery" indică verticala locului cu o eroare de max. 15' [34].

Parametrii asemănători au şi giroorizonturile AGB-1, AGB-2, AGB-3, AGI-1 etc.

După [17] parametrii unor girometre (fabricaţie în jurul anului 1970) sînt daţi în tabelul următor:

Tabel nr.2.1

Tipul girometrelor	Domeniul de măsurare (o/s)	Pragul de sensibilitate (o/s)	Frecvența proprie f_0 (Hz)	Coeficientul de amortizare	Greutatea (gr)
---(susp.hidro.)	±30	0,06	25	0,7±0,2	566
FT.8 (hidrostatic)	1 rad/s	-	65	1,0	690
CN - 40 H	400	0,01	76	0,6	-
CN - 60 H	600	0,01	76	0,6	110
KEARFOTT					
T 2008-1A-10	10		12-23	0,4-0,8	730-770
T 2008-1A-29	29	0,023	17-20	0,4-1	730-770
T 2008-1A-90	90	0,09	33-38	0,4-1,2	730-770
T 2008-1A-111	114	-	37-41	0,8-1,2	730-770

Caracteristicile unor accelerometre [17] sînt date în tabelul nr. 2.2

Tabelul nr. 2.2

Tipul accelerometrului	Pragul de sensibilitate (g)	Precizia (%)	Domeniul de măsurare (g)	Frecvența proprie (Hz)	Greutate (gr)
F-2401(pendular)	5.10^{-5}	0,01	±20	180	113
LA-800 (liniar)	1.10^{-4}	-	1-80	-	90
GG 56C (pendular)	1.10^{-4}	0,05	∓10	90	180
A-141-02 (pendular)	5.10^{-5}	0,01	∓15	-	200
A-200, A-300 (pendular)	5.10^{-5}	0,01	±20	-	74

Tabclul nr. 2.3

Tipul	Moment cinetic (gr.cm.s.)	Giromotor	Greutate (gr.)	Deriva (grad/h)			Puterea electrică (W)
				a	g	g^2	
	102	-	220	-	0,5	-	2,5
GG 37	1.020	-	2.043	-	0,05	-	-
G1 - H5	30	Rulmenţi	2.335	3	3,0	0,18	3
G1 - T1-B	1.800	Lagăre cu gaze	1.587	-	-	-	6

Se remarcă informaţiile puţine publicate de firmele constructoare. Faptul este explicabil avînd în vedere faptul că aparatura respectivă este utilizată preponderent în domeniul militar.

2.3. DIRECTII DE CERCETARE IN VEDEREA PERFECTIONARII APARATURII GIROSCOPICE

Deşi au dat rezultate bune, giroscoapele clasice prezintă totuşi unele dezavantaje. Printre acestea enumerăm: siguranţa mică de funcţionare, condiţii restrictive de funcţionare, existenţa unor elemente mobile, persistenţa unor deviaţii etc. De aceea cercetările efectuate în scopul perfecţionării giroscoapelor s-au orientat în două direcţii principale.

In primul rînd s-a urmărit perfecţionarea giroscoapelor clasice la care purtătorul de moment cinetic este un corp solid. In această privinţă s-a urmărit îmbunătăţirea suspensiei astfel ca frecările să fie reduse la valori minime. Au fost elaborate diverse soluţii cum sînt: suspensia prin flotaţie, suspensia cu ajutorul forţelor produse de cîmpul electrostatic sau cel magnetic, suspensia pe lagăre, cu aer etc. Pe această cale deviaţia giroscoapelor a putut fi micşorată pînă la cîteva mimi sau chiar pînă la zecimi de mimi de grad pe oră.

In al doilea rînd, cercetările au urmărit realizarea de giroscoape bazate pe principii noi la care purtătorul de moment cinetic nu mai este un solid în mişcare de rotaţie. Eliminîndu-se piesele în mişcare, există toate premisele de a se obţine giroscoape cu performanţe superioare care să poată fi întrebuinţate în sistemele de navigaţie destinate misiunilor de lungă durată.

Din direcţiile de perfecţionare a giroscoapelor clasice enumerate anterior, vom examina pe rînd cîteva din cele mai importante, precum şi realizările obţinute.

Micşorarea frecărilor din lagăre

Frecarea reprezintă un fenomen nedorit în funcţionarea giroscoapelor. Astfel, la giroscoapele integratoare de pe platformele de stabilizare (cu două grade de libertate) frecările din lagăre au ca urmare apariţia unor momente reziduale, ceea ce înseamnă nesatisfacerea condiţiei M=O necesară pentru invariabilitatea axei de rotaţie în spaţiu.La girometre frecările din lagăre determină acţiunea unui cuplu de frecare după axa de ieşire, fapt care influenţează negativ funcţionarea aparatului.

O primă soluţie a fost folosirea rulmenţilor activi de diferite tipuri.

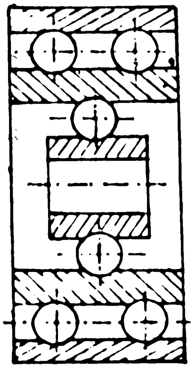


Figura nr. 2.7

Valoarea momentului rezidual de frecare a putut fi redusă de 5-10 ori, obţinîndu-se momente de 0,002 - 0,005 gr.cm/kg sarcină şi deviaţii de ordinul cîtorva miimi de grad pe oră. Prezintă dezavantajul principal al unei durabilităţi reduse (cîteva sute de ore).

O altă soluţie a fost găsită în utilizarea lubrificaţiei cu gaze. Eforturi în această direcţie au fost întreprinse încă acum 40 de ani, printre primele cercetări menţionate fiind în Germania în anul 1935 în legătură cu producerea rachetelor V_2 [78].

Astăzi numeroase firme sau întreprinderi din SUA, URSS, Anglia, Franţa, Germania etc. produc în mod curent aparatură giroscopică pe lagăre lubrificate cu gaze pentru diferite scopuri: nave cosmice, sateliţi, rachete intercontinentale, avioane, vapoare, submarine etc. Cercetările şi realizările în domeniul lubrificaţiei cu gaze au fost conduse în trei direcţii: o primă direcţie a fost cea a realizării articulaţiilor cardanice pe lagăre cu gaze; a doua a fost cea a realizării rotorului pe lagăre cu gaze, iar a treia este cea de a realiza în întregime giroscopul pe lagăre cu gaze. Detalii tehnologice, precum şi unele informaţii asupra performanţelor acestor giroscoape sînt cuprinse în [17].

O soluţie de perspectivă în domeniu se anunţă cea a lagărelor magneto-aerodinamice.

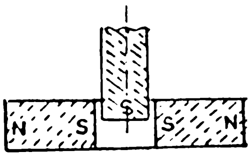
Pentru a realiza ionizarea gazelor, se preconizează introducerea unor atomi de Cs, Na, K etc. în gazul lubrifiant (N_2, Ar, He, H_2) putîndu-se obţine conductibilităţi electrice de ordinul $0,1\,\Omega^{-1}m^{-1}$. De asemenea, se poate realiza una din suprafeţe radioactivă pentru a mări gradul de ionizare şi conductibilitatea gazului. Existînd în momentul de faţă magneţi permanenţi puternici astfel încît în final să se poată obţine numere Hartmann

$$H_a = B_0 h \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} \qquad (2.38)$$

de ordinul de mărime al unităţii. (h = jocul de lagăr, B_0 = inducţia magnetică).

In acest fel capacitatea portantă a lagărului creşte de cîteva ori putîndu-se înlocui alimentarea sub presiune a lagărului.

De asemenea, se încearcă realizarea unor lagăre cu forţă de sustenţie pur magnetică reprezentate în figura nr. 2.8.



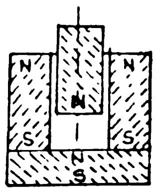


Figura nr. 2.8

In figura nr. 2.9 sînt reprezentate cîteva tipuri constructive de lagăre cu aer.

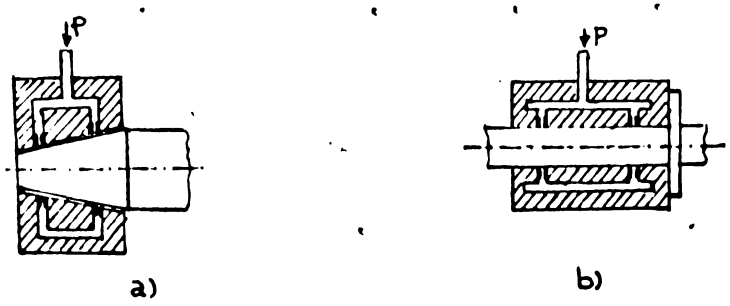


Figura nr. 2.8

In aceiaşi direcţie se încearcă realizarea unor giroscoape cu sustenţie electrostatică.

Cealaltă direcţie de cercetare, care urmăreşte realizarea de giroscoape principal noi, a dus la realizarea de giroscoape cu sustentaţie electrostatică, criogenice, hidrodinamice, vibratoare, cu rezonanţă magnetică, laser, MHD.

2.3.1. Giroscopul cu sustenţie electrostatică

Cercetările din ultimii ani au condus la elaborarea mai multor soluţii constructive pentru realizarea sustenţiei rotorului cu ajutorul forţelor electrostatice. In una dintre aceste variante giroscopul este compus dintr-un rotor sferic, confecţionat din beriliu, plasat într-o cameră sferică avînd pereţii din material ceramic special. Pe suprafaţa interioară a camerei sferice se găseşte un sistem de electrozi care, fiind sub tensiune, produc un cîmp electrostatic. Din interacţiunea acestui cîmp cu sfera metalică rezultă forţe electrostatice ce menţin rotorul perfect centrat în camera sferică. La deplasarea rotorului în interiorul camerei se modifică capacitatea dintre electrozi şi sferă. Un sistem de reglaj automat comandă variaţia tensiunilor aplicate electrozilor, ceea ce are ca rezultat schimbarea forţelor electrostatice şi deci restabilirea centrajului.

Punerea în funcţiune a rotorului se face cu ajutorul unui cîmp magnetic învîrtitor produs de o înfăşurare bifazată sau trifazată, alimentată cu un sistem de curenţi de frecvenţă ridicată. In camera rotorului se stabileşte un vid foarte înaintat, de ordinul 10^{-8} mm Hg, din care cauză, practic, frecările lipsesc iar rotorul, o dată pus în mişcare, se roteşte în virtutea inerţiei timp de cîteva săptămîni, asigurînd o precizie foarte bună.

Cu toate că acest tip de giroscop are deviaţii foarte mici şi nu necesită temperaturi criogenice, el este totuşi dificil de fabricat şi de pus în funcţiune. Astfel, toleranţele de sfericitate ale rotorului şi ale centrajului sînt extrem de strînse. Totodată, pentru realizarea sustenţiei este necesar să se aplice tensiuni foarte mari între electrozi şi rotor. De obicei, se lucrează cu tensiuni în jur de 5.000 V, iar distanţa dintre electrozi şi rotor este de numai 0,1 mm. Rezultă aşadar un cîmp electric cu o intensitate de 50 kV/mm, din care cauză apar fenomene de ionizare şi descărcări electrice greu de evitat.

Indicaţiile giroscopului se citesc cu ajutorul unor aparate optice, prin observarea poziţiei rotorului sferic.

Aparatele realizate pînă în prezent sînt caracterizate prin deviaţii de ordinul unei miimi de grad pe oră. Există perspectiva de a se asigura deviaţii de numai o zecime de miime de grad pe oră, ceea ce ar satisface cele mai exigente cerinţe privind întrebuinţarea lor la automatele de navigaţie inerţială.

2.3.2. Giroscopul cu sustenţie magnetică

Spre deosebire de giroscopul cu levitaţie electrostatică în acest caz sustenţia se realizează cu ajutorul cîmpului magnetic. Fiind menţinut la temperaturi foarte joase, rotorul devine supraconductor. In această stare el nu mai este străbătut de cîmpul magnetic, iar ca urmare a interacţiunii dintre cîmp şi masa metalică rezultă forţe de sustentaţie care echilibrează greutatea proprie. Fenomentul se prezintă ca şi cum ar pluti rotorul în cîmpul magnetic.

Intrucît funcţionează la temperaturi foarte joase (sub 18°K) acest aparat este cunoscut şi sub denumirea de giroscop criogenic.

Giroscopul cu sustentaţie magnetică este compus dintr-o sferă masivă din titan, avînd la suprafaţă un strat subțire de niobiu, introdusă într-o cameră sferică ermetică, care se videază pînă la $10^{-6} - 10^{-7}$ mm Hg. Pe stator (camera sferică) se găsesc trei perechi de bobine orientate după trei axe reciproc perpendiculare, care realizează levitația magnetică. Pe lîngă aceste bobine, giroscopul mai are încă o înfășurare ce funcționează numai la pornire și care produce cîmpul învîrtitor necesar lansării sferei în mișcare de rotație.

Giroscopul astfel constituit se introduce într-un criostat răcit cu heliu la temperatura de aproximativ 4^{o}K, la care toate bobinele, precum și stratul de niobiu de pe rotor sînt aduse în stare de supraconductivitate.

Realizarea practică a acestui tip de giroscop implică o serie de dificultăți. Dintre acestea menționăm faptul că abaterea de sfericitate și descentrarea rotorului trebuie să aibă valori foarte mici. Pe de altă parte, necesitatea unei instalații criogeneice în apropierea giroscopului complică mult construcția acestuia. O altă dificultate constă în aceea că, pentru a nu fi necesare cîmpuri magnetice intense, greutatea rotorului este limitată la valori mici. Această condiție este impusă de faptul că starea de supraconductibilitate dispare dacă intensitatea cîmpului magnetic depășește așa-numita valoare critică.

2.3.3. Giroscopul hidrodinamic

Caracteristic tuturor tipurilor de giroscoape descrise pînă aici este faptul că în compunerea lor intră un corp solid cu mișcare de rotație (rotorul). In ultimul timp au fost realizate giroscoape la care purtătorul de moment cinetic este un fluid.

In figura 2.10 este prezentat schematic un giroscop hidrodinamic. Cilindrul 1 are în interiorul său o cavitate sferică, 2, umplută cu un lichid de mare densitate. Acest ansamblu este antrenat într-o mișcare de rotație în jurul axei cilindrului, cu viteza unghiulară Ω . Lichidul comunică cu un traductor de presiune diferențial 4, prin două conducte, 3, situate într-un plan, ce conține axa rotorului, pe care o intersectează sub unghiuri de 45^{o}. Cînd viteza instantanee de rotație este orientată după axa cilindrului presiunile culese la cele două orificii ale conductelor 3 sînt egale, iar traductorul 4, nu emite nici un semnal. Să presupunem că viteza instantanee de rotaţie are o componentă ω_1 după o direcţie perpendiculară pe axa cilindrului.

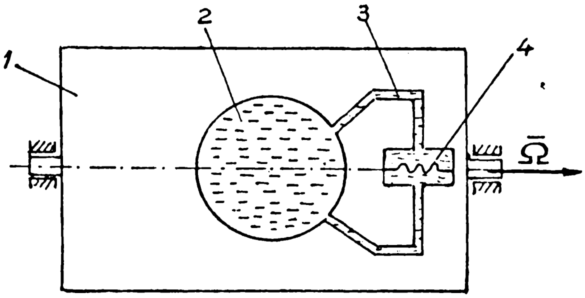


Figura nr. 2.10

In baza celor arătate anterior axa de rotaţie a lichidului se menţine orientată invariabil în spaţiu şi, ca urmare, va forma un unghi anumit cu axa cilindrului. Din punctul acesta de vedere orificiile 3 captează presiuni diferite, ce variază periodic în timp. Traductorul 4 măsoară o diferenţă de presiune variabilă, a cărui amplitudine şi fază depind de rotaţia ω_1. Dispozitivul poate fi utilizat aşadar ca girometru. Se apreciază că deviaţiile giroscopului hidrodinamic vor putea fi micşorate pînă la o,ol grade pe oră.

2.3.4. Giroscopul vibrator

In afară de giroscopul clasic cu un grad de libertate se pot utiliza ca girometre şi alte dispozitive, la care rolul rotorului revine unui corp ce are o mişcare oscilatorie. Deşi acest tip de aparat nu reprezintă efectiv un giroscop, el este întîlnit în literatura ştiinţifică sub denumirea de giroscop vibrator sau girotron. Lipsa inelului de suspensie şi a lagărelor conferă giroscopului vibrator o serie de calităţi constructive şi funcţionale.

Intr-o formă simplificată, giroscopul vibrator este compus dintr-un diapazon fixat pe o platformă rigidă, 1, cu ajutorul unei bare elastice, 2. Braţele diapazonului, 3, sînt antrenate fiecare într-o mişcare oscilatorie în antifază, cu pulsaţia ω , aşa cum se arată în figură. La apariţia unei rotaţii Ω_o, în jurul axei Ox a diapazonului, asupra fiecărui punct al brațelor acestuia vor acționa forțe de inerție Cariolis. Se înțelege că, întrucît mișcarea unui braț se execută în sens opus mișcării celuilalt, forțele Cariolis ce acționează asupra punctelor simetrice de pe cele două brațe sînt egale și opuse ca sens. Cuplul forțelor de inerție Cariolis, corespunzător tuturor punctelor celor două brațe, tinde să răsucească diapazonul în jurul axei Ox, torsionînd bara de legătură cu platforma. Această răsucire este cu atît mai intensă, cu cît viteza unghiulară este mai mare. Așadar viteza unghiulară poate fi determinată prin analiza răsucirii barei elastice a diapazonului.

In schemă brațele diapazonului sînt înlocuite cu două puncte materiale de masă $M_o/2$ legate de suport prin două tije elastice de masă neglijabilă. Notăm cu R distanța instantanee a unui din puncte față de axa Ox. Datorită vibrației diapazonului se poate scrie că:

$$R = R_o + \Delta R \sin \omega_o t, \qquad (2.69)$$

în care R_o este distanța corespunzătoare poziției de repaos a tijelor, ΔR - amplitudinea, iar ω_o - pulsația oscilațiilor brațelor diapazonului în planul xOy.

Notăm cu Ω viteza unghiulară a răsucirii diapazonului în jurul axei Ox; viteza relativă a acestuia față de platforma pe care este montat va fi:

$$\omega_r = \Omega - \Omega_o \qquad (2.70)$$

Corespunzător acestei mișcări relative, diapazonul este răsucit la un moment dat cu unghiul γ astfel că:

$$\dot{\gamma} = \omega_r = \Omega - \Omega_o \qquad (2.71)$$

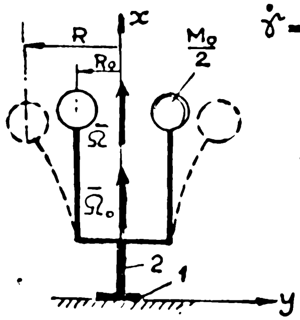


Figura nr. 2.11

In studiul mișcării de răsucire avem în vedere că asupra diapazonului acționează cuplul forțelor elastice, al cărui moment este proporțional cu unghiul γ adică:

$$\mathcal{M}_e = k_1 \dot{\gamma} \qquad (2.72)$$

precum și un cuplu de amortizare, al cărui moment poate fi exprimat prin:

$$\mathcal{M}_a = -k_2 \dot{\gamma} \qquad (2.73)$$

Aplicînd teorema momentului cinetic, se obţine:

$$\frac{d}{dt}(M_o R^2 \Omega) = \mathcal{M}e + \mathcal{M}a \qquad (2.74)$$

sau ţinînd seama de expresiile (2.73) şi (2.74)

$$M_o R^2 \dot{\Omega} + 2 M_o R \dot{R} \Omega + k_2 \dot{\gamma} + k_1 \gamma = 0 \qquad (2.75)$$

Se observă că:

$$\dot{\Omega} = \ddot{\gamma} \qquad (2.76)$$

avem:

$$\dot{R} = \omega_o \cdot \Delta R \cos \omega_o t \qquad (2.77)$$

Cu aceste rezultate ecuaţia devine:

$$M_o(R_o \Omega + \Delta R \sin \omega_o t)^2 \ddot{\gamma} + (k_2 + 2M_o R_o \omega_o \Delta R \cos \omega_o t +$$

$$+ 2M_o \omega_o \Delta R^2 \sin \omega_o t \cos \omega_o t) \dot{\gamma} + k_1 \gamma =$$

$$= -2M_o(R_o + \Delta R \sin \omega_o t) \omega_o \Omega_o \Delta R \cos \omega_o t \qquad (2.78)$$

Se are în vedere că $\Delta R \ll R_o$ şi $\omega_r \ll \Omega_o$ astfel că, neglijînd termenii mici din (2.78) se obţine:

$$M_o R_o^2 \ddot{\gamma} + k_2 \dot{\gamma} + k_1 \gamma = -2M_o R_o \omega_o \Omega_o \Delta R \cos \omega_o t$$

sau

$$\ddot{\gamma} + 2\xi \omega_1 + \omega_1^2 \gamma = -2 \frac{\Delta R}{R_o} \Omega_o \omega_o \cos \omega_o t \quad (2.79)$$

în care s-au introdus notaţiile:

$$\begin{cases} \dfrac{k_1}{M_o R_o^2} = \omega_1^2 \\ \dfrac{1}{2} \dfrac{k_2}{R_o \sqrt{M_o k_1}} = \xi \end{cases} \qquad (2.80)$$

De regulă, parametrii constructivi M_o, R_o şi $_1$ se aleg astfel încît pulsaţia oscilaţiilor de torsiune, ω_1 să fie egală cu pulsaţia ω_o a oscilaţiilor diapazonului adică:

$$\omega_1 = \omega_o = \sqrt{\frac{k_1}{M_o R_o^2}} \qquad (2.81)$$

relaţie care reprezintă condiţia de rezonanţă.

Soluţia ecuaţiei diferenţiale în cazul cînd $\omega_1 = \omega_0$ este:

$$\gamma = e^{-\omega_0 \xi \cdot t}(A\cos\omega_2 t + B\sin\omega_2 t) - \frac{\Delta R}{R}\frac{\Omega_0}{\omega_0 \xi}\sin\omega_0 t \quad (2.82)$$

în care

$$\omega_2 = \omega_0\sqrt{1-\xi^2} \quad (2.83)$$

iar A şi B sînt constante de integrare; s-a considerat că $\xi < 1$.

Intrucît ω_0 are o valoare mare, termenul exp $(-\omega_0 \xi t)$ tinde foarte repede către zero, astfel că în analiza oscilaţiilor de torsiune se poate considera doar expresia:

$$\gamma \approx -\frac{\Delta R}{R}\frac{\Omega_0}{\omega_0 \xi}\sin\omega_0 t \quad (2.84)$$

După cum se observă din (2.84) amplitudinea oscilaţiilor este proporţională cu viteza unghiulară Ω_0 în jurul axei de intrare Ox. Prin urmare, pentru a obţine informaţii asupra rotaţiei platformei, Ω_0 în jurul axei Ox este suficient să se măsoare amplitudinea oscilaţiilor ΔR . In acest scop se utilizează diferite tipuri de traductoare electrice montate pe diapazon şi instrumente indicatoare pentru afişarea valorii măsurate a vitezei de rotaţie Ω_0.

Giroscoapele vibratoare se întîlnesc în tehnică sub diferite variante constructive[ ]. Utilizarea acestora la unele sisteme de navigaţie a fost determinată de o serie de calităţi, printre care menţionăm: simplitatea constructivă, rezistenţa mare la suprasarcini, gabaritul şi greutatea extrem de reduse, înalta siguranţă în funcţionare, timpul foarte scurt de pornire şi consumul redus de energie electrică.

2.3.5. Giroscoape cu rezonanţă magnetică

Proprietăţile giromagnetice ale particulelor elementare sînt aplicate în funcţionarea unor aparate cu destinaţii diverse, printre care se numără şi cele cu caracteristici similare giroscoapelor. Se are în vedere faptul că rotindu-se în jurul nucleului pe orbite închise, aceste particule sînt echivalente, din punct de vedere mecanic, cu un giroscop elementar de moment cinetic Δ K, iar din punct de vedere magnetic, cu o buclă de curent, de moment magnetic, $\Delta \bar{m}$. Intre aceste două mărimi există relaţia:

$$\Delta \bar{m} = \gamma \Delta \bar{K}, \qquad (2.85)$$

unde γ este aşa numitul raport giromagnetic care, în funcţie de natura substanţelor, poate fi pozitiv, negativ sau nul.

Aplicarea în giroscopie a proprietăţilor giromagnetice ale substanţelor prezintă două aspecte. Astfel se poate pune problema realizării unui giroscop care să "memoreze" o direcţie fixă în spaţiu, întocmai ca giroscopul liber. In acest scop se foloseşte un eşantion de volum determinat, cuprinzînd un număr de 10^{12} - 10^{22} atomi dintr-un lichid sau gaz avînd proprietăţi paramagnetice; substanţa se magnetizează cu ajutorul unui cîmp exterior, al cărui vector $\bar{B}$ (inducţia magnetică) serveşte ca direcţie de referinţă, vectorul magnetizaţiei $\bar{M}$, precum şi vectorii $\bar{K}$ fiind orientaţi după direcţia lui $\bar{B}$. Dacă se suprimă apoi orice cîmp magnetic exterior care ar putea perturba orientarea dată particulelor, vectorul magnetizaţiei îşi conservă orientarea iniţială, indiferent de rotaţiile pe care le execută eşantionul. Variaţia modulului acestui vector în raport cu timpul este dată de relaţia:

$$M = M_o \exp(-t/\tau) \qquad (2.86)$$

în care τ reprezintă timpul de relaxaţie. Cu cît acest timp este mai lung cu atît magnetizaţia durează mai mult. Timpul de relaxaţie depinde atît de natura materialului paramagnetic folosit, cît şi de agitaţia moleculară, adică de temperatură. Cu scăderea temperaturii τ creşte, astfel că la temperatura heliului lichid (aproximativ 4^oK) timpul de relaxare poate fi, pentru unele materiale de cîteva ore.

Aşadar, pentru a realiza un giroscop cu rezonanţă magnetică este necesar să fie rezolvate următoarele probleme fundamentale:

- obţinerea unei magnetizaţii M într-o substanţă dată, avînd o orientare de referinţă cunoscută;

- suprimarea totală a oricărui cîmp magnetic exterior, folosindu-se în acest scop ecrane supraconductoare;

- obţinerea unui timp de relaxaţie cît mai lung;

- detectarea direcţiei memorate de către vectorul M.

Condiţiile menţionate ridică o serie de dificultăţi în realizarea practică a acestui tip de giroscop.

Proprietăţile particulelor elementare pot fi utilizate şi pentru realizarea unor giroscoape de viteză. In acest sens au fost experimentate două tipuri de girometre: cu variaţie de frecvenţă Larmor sau cu inducţie nucleară [61]

Giroscoapele cu rezonanţă magnetică prezintă avantajul eliminării oricărei piese în mişcare şi deci a cauzelor care produc deviaţii. Datorită acestui fapt ele constituie obiectul a numeroase cercetări teoretice şi experimentale.

2.3.6. Girometrul cu laser

Emisiunea de lumină coerentă se situiază printre fenomele fizice aplicate cel mai recent la realizarea de giroscoape lipsite de piese mecanice în mişcare. Cercetările experimentale au început în anul 1962, iar primele aparate destinate exploatării au fost realizate în anul 1966.

Să considerăm un contur plan, de arie A şi lungime l_1, antrenat în mişcare de rotaţie cu viteza unghiulară Ω după o axă perpendiculară pe planul său. Presupunem că acest contur este parcurs de o rază de lumină coerentă în sensul mişcării lui de rotaţie. Se demonstrează că distanţa l_1' parcursă efectiv de lumină poate fi calculată cu formula:

$$l_1' = l_1 + 2A\frac{\Omega}{c} \qquad (2.87)$$

în care c este viteza luminii.

Dacă raza de lumină se propagă în sens contrar rotaţiei, distanţa efectiv parcursă de lumină este:

$$l_2' = l_2 - 2A\frac{\Omega}{c}$$

Lungimea l_1' este parcursă în timpul t_1, iar lungimea l_2' în timpul t_2, adică:

$$\begin{cases} t_1 = \dfrac{l_1'}{c} \\ t_2 = \dfrac{l_2'}{c} \end{cases} \qquad (2.89)$$

Dacă cele două raze de lumină se propagă simultan, diferența duratelor de parcurs este dată de:

$$\Delta t = t_1 - t_2' = \frac{4A\Omega}{c^2} \qquad (2.90)$$

Intrucît frecvența celor două surse de lumină este aceiași diferența Δt traduce printr-o diferență, Δf, a frecvențelor cu care se recepționează cele două raze de lumină, exprimată prin relația:

$$f = \frac{4A\Omega}{l\lambda} \qquad (2.91)$$

în care λ este lungimea de undă a luminii emise.

Din relația de mai sus se observă că viteza unghiulară poate fi obținută prin măsurarea diferenței de frecvență Δf.

Pentru a realiza practic un contur parcurs în ambele sensuri de cîte o rază de lumină se poate folosi dispozitivul reprezentat mai jos, constituit din trei oglinzi - ce formează între ele unghiuri de 60° și dintr-un laser cu gaze, ale cărui capete de emisie formează două surse luminoase sincrone.

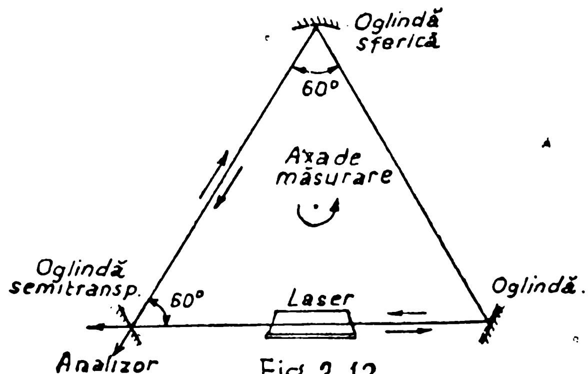


Fig 2.12.

In cavitatea rezonantă astfel formată undele progresive se propagă în ambele sensuri. Dacă dispozitivul este rotit cu viteza unghiulară Ω se detectează un semnal Δf a cărui valoare depinde şi de lungimea de undă .

Măsurarea diferenţei de frecvenţă Δf se poate efectua captînd cele două fascicule de laser pe un tub fotomultiplicator, acesta furnizează un curent electric modulat cu frecvenţa Δf.

Girometrul cu laser, fiind lipsit de piese mecanice în mişcare, prezintă o serie de avantaje importante.

Astfel, întrucît momentele cuplurilor perturbatoare (de frecare şi de descentrare) sînt nule, girometrele cu laser nu au deviaţii şi ca urmare precizia lor este superioară celei oferite de girometrele clasice. Pe de altă parte punerea în funcţiune a girometrului cu laser se poate face practic instantaneu în timp ce dispozitivele clasice reclamă un timp oarecare pentru obţinerea turaţiei nominale a rotorului. In plus, acest nou tip de giroscop are o construcţie compactă, foarte rigidă iar funcţionarea sa nu este influenţată de acceleraţii.

Gama de măsurare a girometrului cu laser este foarte largă; unele aparate realizate recent măsoară viteze de rotaţie cuprinse între o,1 grade pe oră pînă la 12oo grade pe oră, fără a-şi pierde liniaritatea. Sensibilitatea acestor giroscoape este comparabilă cu a celor mai perfecţionate aparate clasice (10^{-3} grade pe oră).

Este de remarcat că girometrul cu laser poate furniza mărimea măsurată sub formă numerică, astfel încît poate fi cuplat direct la calculatoarele numerice ale sistemului de navigaţie.

Dintre neajunsurile giroscopului cu laser menţionăm că el nu poate detecta nici valoarea unghiului de rotaţie şi nici sensul mişcării; primul neajuns este eliminat dacă se cuplează ieşirea girometrului la un circuit de integrare. Pentru valori ale vitezei unghiulare sub un prag, de ordinul a 1oo grade pe oră, în funcţionarea girometrului cu laser apare un blocaj, care constă în dispariţia frecvenţei Δf;

fenomenul se datorează retrodifuziei celor două fascicule laser ce se propagă în sensuri opuse. Pentru a coborî nivelul pragului de blocaj s-au propus mai multe soluții, cum sînt: limitarea retrodifuziunii prin diminuarea influenței reciproce dintre cele două fascicule, reducerea cuplajului, prin mărirea suprafeței conturului și a diametrului fasciculului ș.a.

Sfera cercetărilor întreprinse pentru realizarea unor noi tipuri de giroscoape cuprinde și alte fenomene fizice.

Trebuie să menționăm că giroscoapele neclasice, deși se găsesc încă în faza cercetărilor de laborator, deschid perspective noi în domeniul construcției aparatelor de măsură.

Cap.3 GIROSCOPUL M.H.D.

3.1. CONSIDERATII GENERALE

Pentru înlăturarea unor neajunsuri ale giroscoapelor convenționale au fost întreprinse cercetări (17,71,76) care urmăresc înlocuirea purtătorului de moment cinetic solid cu un purtător constituit dintr-un lichid greu electroconductor. Pentru a justifica aceasta este suficient să amintim cîteva din neajunsurile giroscoapelor clasice.

Neechilibrările elementelor constitutive (rotor, inele) ale giroscopului convențional reprezintă una din sursele principale de erori. Ori cît de precise ar fi tehnologiile de fabricație - nestabilitatea materialelor, uzura rulmenților, modificarea grosimii stratului de lubrifiant, gradienții de temperatură, propagarea neuniformă a căldurii etc. - conduc la apariția unor dezechilibrări. Inlăturarea acestor cauze este greu de făcut, necesită cercetări îndelungate, experimentări, prelucrări mecanice de înaltă precizie.

Prin utilizarea unui lichid greu, electroconductor (Hg) care umple un volum dat, masa rotitoare constituită de fluid este prin definiție echilibrată.

De asemenea, avînd în vedere densitatea mare a mercurului la aceleași gabarit se poate reduce turația, păstrînd constantă valoarea momentului cinetic K. Nu se impun condiții de precizie deosebită a recipientului, iar modificarea formei în timp nu influențează asupra echilibrării.

De importanță majoră este omogenitatea lichidului și legat de aceasta - modul de transmitere al căldurii, mai ales în direcția axială [51.].

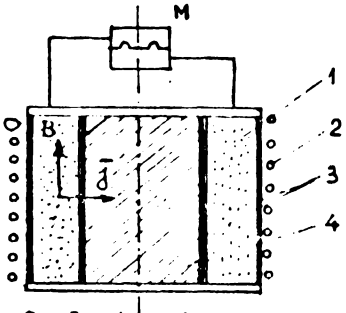
Antrenarea mercurului în mișcare de rotație se face prin acțiunea cîmpului magnetic și electric asupra sa. Distribuția spațială a cîmpului nu trebuie să permită apariția unor circulații locale ce ar conduce la distribuții neuniforme de temperatură și deci la dezechilibrări.

3.1.1. Construcţia giroscopului MHD

Principial, construcţia giroscopului MHD este posibilă într-o multitudine de forme avînd în vedere modul de realizare al antrenării.

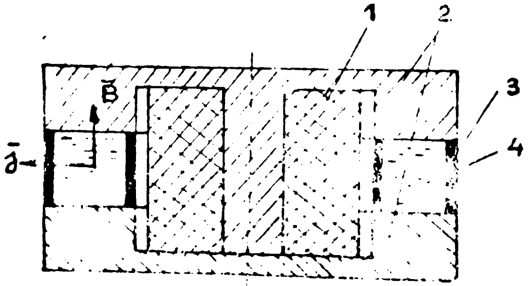
Astfel se pot deosebi giroscoape MHD cu alimentare în curent continuu şi în curent alternativ.

Mai jos sînt date cîteva tipuri posibile de giroscoape MHD cu antrenare în cc [72].



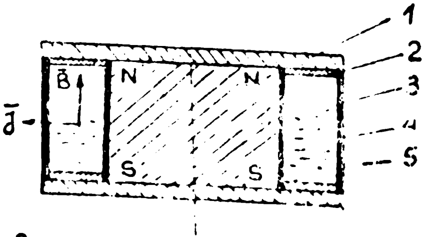
1-mercur; 2 -inductor; 3-electrozi; 4-miez magnetic

Figura nr.3.1



1-bobinaj; 2-piese polare; 3-electrozi; 4-mercur

Figura nr.3.2



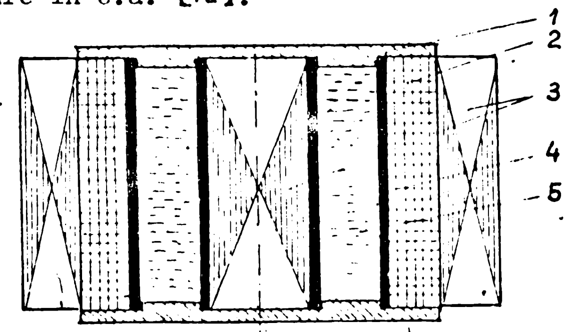
1-piesă polară; 2-capac izolator; 3-magnet; 4-merc

Figura nr.3.3

Apariţia în ultima perioadă de timp a unor magneţi permanenţi puternici (3 - 5000 Gs.) care se fabrică şi în ţară face posibilă realizarea unei soluţii asemănătoare cu cea de la [92] cu rezultate promiţătoare.

Antrenarea în c.a. a purtătorului de moment cinetic este atrăgătoare din punct de vedere al turaţiilor ce se pot obţine, dar necesită un generator trifazic cu frecvenţă ridicată. De asemenea apariţia efectului pelicular conduce la necesitatea micşorării lăţimii canalului. Aceasta are ca efect pozitiv scăderea amortizării cîmpului dar, şi scăderea numărului Re deci o situare a scurgerii în zona laminară, ceea ce conduce la o disipare mai mare de energie ca urmare a creşterii coeficientului de pierderi liniare. O soluţie de perspectivă ar consta în obţinerea unor amalgame ale metalelor cu proprietăţi fero magnetice, care ar putea avea şi proprietăţi magnetice corespunzătoare.

Mai jos sînt date cîteva variante de giroscoape MHL cu antrenare în c.a. [72].



1 - capac; 2 - inductor; 3 - armături; 4 - canal; 5-mercur

Figura nr. 3.4

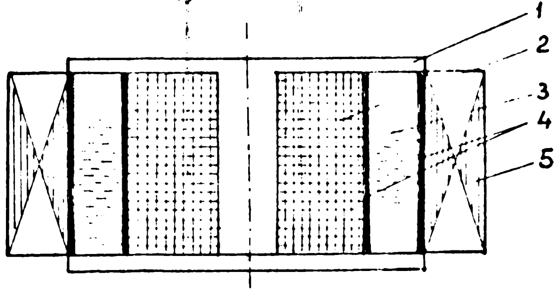
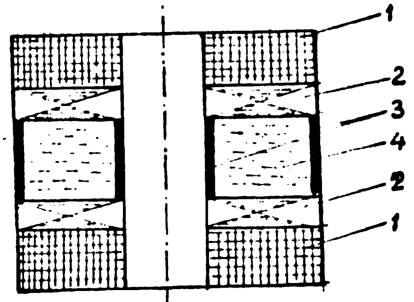


Figura nr. 3.5

1 - capac; 2 - inductor; 3-mercur; 4 -canal; 5-armătură



1 - inductori; 2 - armături; 3 - canal; 4 - mercur

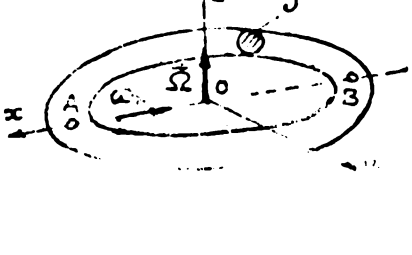
Figura nr. 3.6

Particularitățile de construcție și de funcționare ale giroscopului MHD, impun utilizarea unor materiale cu proprietăți adecvate. Astfel, pentru realizarea pieselor polare sînt necesare materiale magnetice speciale (mumetall, permaloy etc.) pentru confecționarea magneților permanenți puternici se utilizează ferite speciale cu conținut de oxizi de bariu și stronțiu, pentru confecționarea electrozilor sînt necesare metale cu conductivitate electrică și termică bună și cu proprietăți magnetice (oțeluri aliate speciale). Nici unul dintre aceste materiale nu pune încă probleme speciale, ele producîndu-se în țară. De asemenea materiale electrotehnice și componentele electronice necesare convertizorului se produc în țară.

3.1.2. PRINCIPIUL DE FUNCȚIONARE AL GIROSCOPULUI MHD

Principial, giroscopul MHD constă dintr-o masă de fluid electroconductor de formă toroidală sau inelară, antrenat într-o mișcare de rotație proprie cu viteza unghiulară Ω (figura nr. 3.7). Antrenarea se face prin intermediul unei forțe ponderomotoare de natură electrică:

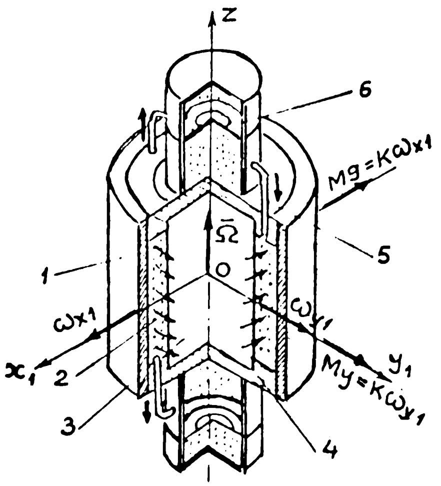
$$\bar{f}_e = \bar{J} \times \bar{B} \tag{3.1}$$



La apariţia unei viteze unghiulare a suportului(vasul care conţine fluidul electroconductor) după o axă de sensibilitate (ω_x) va apare un moment giroscopic:

$$\overline{M}_g = J_z . \overline{\Omega} \times \overline{\omega}_x \tag{3.2}$$

prezent fizic, printr-o distribuţie de presiuni corespunzătoare ce acţionează asupra pereţilor vasului şi avînd punctele de extrem dispuse pe un diametru paralel cu axa de sensibilitate, adică punctele A, B de pe axa Ox. Mărimea de ieşire ΔP_{AB} se prelevează şi se transformă în semnal electric prelucrat apoi în calculatorul de bord. Schematic, situaţia se prezintă ca în figura nr.(3.8).



1-corp
2-mercur
3-miez
4-capac
5-racord
6-membrană

Figura nr. 3.8

Se observă că datorită simetriei şi axa Oy poate deveni axă de sensibilitate, mărimea de ieşire prelevîndu-se din punctele A'B'.

Dacă diferenţa de presiune Δp este aplicată pe feţele unei membrane, deformaţia acesteia

$$\Delta h = K\, M_g \tag{3.3}$$

unde K este un coeficient de proporţionalitate depinzînd de construcţia membranei.

Dar cum $M_g = (J_z\Omega)\omega_x$ rezultă că:

$$\Delta h = A.U_e = K(J_z\Omega)\,\omega_x$$

sau

$$U_e = B\omega_x \tag{3.4}$$

Este evidant că aparatul îndeplinește oficiul de girometru cu două axe de sensibilitate.

Dacă în locul membranei la cele două puncte de măsură A, B se conectează un cilindru cu piston (figura nr.39) atunci pistonul se va deplasa cu viteza $\Delta\dot{h} = a\,\omega_x$. Spațiul

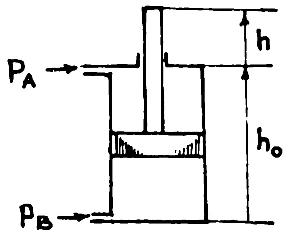


Figura nr. 3.9

parcurs de tija pistonului va fi:

$$h = h_o + a\int_0^t \omega_x dt \tag{3.5}$$

Deci aparatul funcționează ca giroscop integrator, mărimea de ieșire electrică fiind:

$$U_e = C\int_0^t \omega_x dt \tag{3.6}$$

3.2. MATERIALE UTILIZATE IN CONSTRUCTIA GIROSCOPULUI MHD

3.2.1. FLUIDE DE LUCRU

Tinînd cont de expresia termenului care exprimă forța de natură electrică ce antrenează fluidul în mișcare de rotație

$$\bar{f} = \bar{J} \times \bar{B} \tag{3.7}$$

precum și de faptul că este de dorit un giroscop cu moment cinetic mare

$$\bar{K} = J_z\bar{\Omega} \tag{3.8}$$

condiţiile care se impun fluidului de lucru sînt următoarele:

- Deoarece

$$K = J_z \Omega = 2\pi R_m^3 \delta L.\gamma.\Omega \qquad (3.9)$$

pentru un giroscop cu rotor inelar (figura nr. 3.8) şi întrucît mărimile geometrice sînt limitate de considerente pe care le vom analiza ulterior, este necesar ca fluidul să aibă greutatea specifică γ cît mai mare şi să permită imprimarea unei viteze de rotaţie proprie cît mai mari.

Lucrul mecanic mare, necesar antrenării va putea fi produs asupra unui fluid care acceptă forţe de natură electrică mari

$$\bar{f} = \bar{j} \times \bar{B} = max$$

Deoarece valorile inducţiei practic realizabile sînt limitate, fluidul va trebui să permită trecerea unor curenţi importanţi.

Din legea lui Ohm sub formă locală

$$\bar{j} = \sigma(\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B}) \qquad (3.10)$$

rezultă necesitatea unui fluid cu conductivitate σ mare.

De asemenea, este nevoie ca încălzirea produsă prin frecarea fluidului de pereţi să fie minimă. De aici necesitatea unui fluid cu vîscozitate dinamică η mică.

In ultima vreme şi-a făcut apariţia o clasă nouă de fluide înzestrate cu proprietăţi magnetice-ferofluidele.

Ferofluidele sînt dispersii coloidale ale unor particule magnetice subdomenice, avînd dimensiunile sub 150 Å, care îşi păstrează proprietăţile de lichid la aplicarea unor cîmpuri magnetice exterioare şi permit inducerea pe această cale a unui cîmp de forţe masice.

In afara fluidului anterior, în ultimul timp se fac cercetări intense în vederea realizării unui ferofluid pe bază de mercur. Astfel, [60,44] prezintă caracteristicile şi modul de preparare a unui ferofluid cu particule de fier subdomenice acoperite cu antimoniu. Proprietăţile sînt atrăgătoare dar din păcate stabilitatea în timp este limitată la maximum cîteva ore.

Rotaţia ferofluidelor produsă pe cale magnetică a fost pusă în evidenţă în 1967 de către Moskowitz şi Rosenswig.

In cadrul M.C.M.H. - Timişoara, au fost iniţiate o serie de cercetări experimentale cu privire la acest efect. Rezultatele publicate[9]au adus o serie de lămuriri asupra fenomenului. S-a observat astfel că o rotaţie macroscopică se obţine pentru un inductor cu două perechi de poli şi pentru valori relativ ridicate ale inducţiei. Efectul maxim produs asupra unei probe de ferofluid cu particule relativ mari, a semnalat viteze de ordinul o,5 m/s.

Avînd în vedere cele arătate anterior se poate concluziona că utilizarea ferofluidelor clasice ca fluid de lucru în giroscopul MHD - datorită greutăţii specifice reduse şi a vitezelor de rotaţie modeste - nu este indicată. De asemenea, din motive legate de necesitatea unor instalaţii de încălzire anexe, utilizarea metalelor topite este exclusă. Singurul fluid corespunzător scopului rămîne mercurul, fluid care este utilizat în toate giroscoapele MHD studiate. Dacă se va reuşi să se realizeze un ferofluid stabil pe bază de mercur, proprietăţile giroscopului MHD se vor putea îmbunătăţi.

3.2.2. MATERIALE MAGNETICE

Din punctul de vedere al comportării lor în cîmpul magnetic, materialele se împart în trei categorii:

a) Substanţe diamagnetice (Ag, Cu, Pb, Hg)

La aplicarea unui cîmp magnetic exterior ele produc o componentă îndreptată în sens contrar cîmpului fiind respinse spre regiunile de cîmp minim. Repulsia este proporţională cu intensitatea cîmpului aplicat. Magnetizarea este negativă şi foarte slabă.

b) Substanţe paramagnetice

La aplicarea unui cîmp exterior, aceste substanţe se magnetizează slab proporţional cu intensitatea cîmpului aplicat. Din această categorie fac parte Pt, Al, Cr, Mn.

c) Substanţe feromagnetice

La aplicarea unui cîmp magnetic aceste substanţe se magnetizează puternic şi păstrează în oarecare măsură magnetismul la încetarea cîmpului exterior. Magnetizarea lor variază neliniar cu intensitatea cîmpului. Din această categorie fac parte Fe, Ni, Co.

Din punctul de vedere al utilizării la giroscopul MHD sînt interesante materialele pentru obţinerea de magneţi permanenţi, puternici cu inducţie remanentă mare.

Se pare că valoarea maximă obţinută pînă acum (22.000 Gs) o are Remendur-ul - un aliaj de tip Vicalloy cu compoziţia 3,5% V, 52% Co, 0,5% Mn - rest Fe [37].

In R.S.România, aliajele magnetice dure pentru realizarea de magneţi permanenţi care conferă calităţi maxime sînt de tipul ALNICO.

- Alnico 24 S.C./4,5 cu Br = 13.500 Gs, comparabile cu aliajele similare produse în R.F.G., Anglia, U.R.S.S.

Magneţii produşi prin sintetizare din pulberi de aliaje Alni şi Alnico, Bi-Mn, oferă inducţii remanente de ordinul 4000 - 7000 Gs.

Magneţii din ferite de Ba şi Sr (produşi şi în R.S.R.), oferă inducţii remanente de 2000 - 4300 Gs.

In R.S.R., la I.C.E., s-au produs magneţi din ferite de stronţiu cu Br = 3500 Gs.

(In S.U.A. la Tehn.Inst.of Massachussets) s-a realizat un magnet cu B = 100.000 Gs prin supraconductibilitate).

De asemenea, interesează materialele magnetice moi, caracterizate prin ciclu histerezis îngust, permeabilitate magnetică mare, cîmp coercitiv mic. Ele se magnetizează puternic în cîmpuri magnetice de intensitate mică şi îşi pierd magnetismul la încetarea acţiunii cîmpului exterior. Sînt utilizate în domeniul curenţilor slabi şi tari, în c.c. şi c.a. de la frecvenţe industriale pînă la frecvenţe înalte şi foarte înalte.

Pierderi magnetice

In cîmpuri alternative, materialele magnetice moi trebuie să asigure pierderi minime de energie. Aceste pierderi se compun din:

- pierderi prin histerezis;
- pierderi prin curenţi turbionari;
- pierderi reziduale.

Ele pot fi prezentate ca o sumă de rezistenţe conectate în serie:

$$R_{Fe} = R_h + R_t + R_r \qquad (3.11)$$

Pierderi prin histerezis.

Ele pot fi exprimate prin relaţia:

$$P_h = \frac{1000\ E.f.10^{-10}}{\gamma} \quad [W/daN] \qquad (3.12)$$

E - pierderile la remagnetizare J/cm^3/ciclu ;
f - frecvenţa Hz ;
γ - greutatea specifică daN/dm^3

Sînt datorate deformărilor reţelei cristaline cauzate de incluziunile nemagnetice.

Pierderi prin curenţi turbionari.

Pot fi deduse din legea inducţiei şi se calculează cu relaţia:

$$P_t = \frac{1,643}{\gamma} \frac{1}{\rho} d^2 f^2 \left(\frac{B_{max}}{1000}\right)^2 .10^{-7} \quad [W/daN] \qquad (3.13)$$

γ = daN/dm^3 - greutatea specifică;
ρ = [Ω cm] - rezistivitatea;
f = [Hz] - frecvenţa
d = grosimea tablei [cm]
B_{max} = amplitudinea inducţiei în miez (Gs).

Reducerea pierderilor prin curenţi turbionari se obţine prin micşorarea grosimii tablelor sau prin mărirea rezistivităţii prin aliere.

Pierderile reziduale apar la variaţia temporară a inducţiei şi sînt proporţionale cu frecvenţa şi intensitatea curentului.

Au drept cauză deformările reţelei cristaline.

In figura nr. 3.10 este reprezentată variaţia pierderiler în funcţie de grosimea tablelor.

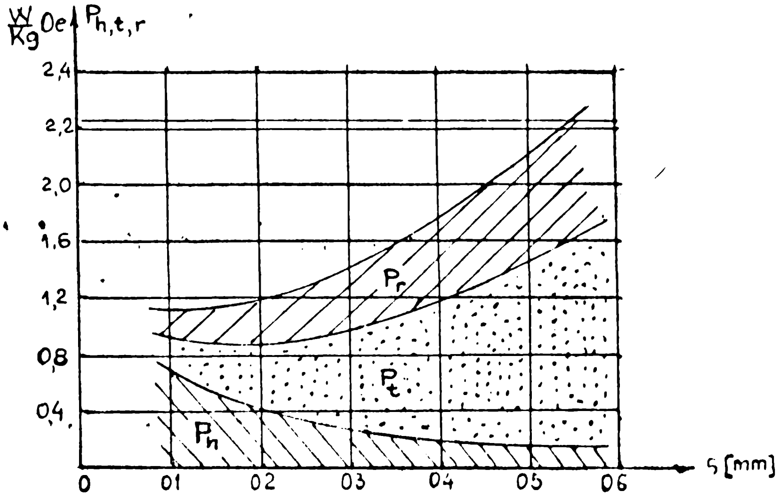


Figura nr. 3.10

Din categoria materialelor magnetice moi susceptibile de utilizări în construcţia miezurilor magnetice ale giroscopului MHD, interesează în special fierul ARMOC, fierul sărac în carbon, tabla silicioasă dublu orientată cu textură cubică, alfenolul.

Cîteva din caracteristicile acestor materiale magnetice moi [41] sînt date în tabelele de mai jos.

Tabelul nr.3.1

Materiale	Permeabilitatea Iniţială i (Gs/ol)	Permeabilitatea Maximă m (Gs/ol)	Cîmpul coercitiv Hc (ol)	Intensitatea de magnetizare la saturaţie 4 Is (Gs)
Fier Armco	5oo-1ooo	7ooo-2oooo	o,1	22ooo
Fier sărac în C (tehnic pur)	4ooo	18oooo	o,o25	-
Alfenol	4ooo	1ooooo	o,o24	8ooo

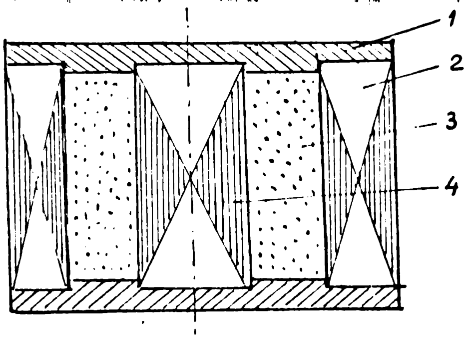
Tabelul nr.3.2.

Material	Pierderi la magn.W/kg max		Inducţie mag.Wb/m^2 min		
	P_{1o}	P_{15}	B_5	B_{5o}	B_{3oo}
Tablă silicioasă laminată la cald	3,6-1	8,6-2,4	1,2-1,3	1,55-1,63	1,89-1,98
Tablă texturată	3,2-o,5	7,5-1	13 - 17	17,5-18,5	19,8-2o
Tablă silicioasă dublu texturată			15-17,5	18,2-19,3	2o-23

3.2.3. SOLUTII CONSTRUCTIVE UTILIZATE IN CONSTRUCTIA GIROSCOPULUI MHD

Literatura de specialitate oferă puţine informaţii cu privire la soluţiile constructive adoptate pentru construcţia giroscopului MHD. In evidenţa OSIM există două brevete de giroscop MHD aparţinînd Firmei SPEIDEL CORP-U.S.A. (brevetat la 24.o5.196o în S.U.A., Franţa, R.F.G.,Anglia) şi Institutului "Energosetiproect" - U.R.S.S. - autor ing. A.A.Nefedov (brevetat la 2o.1o.1972 cu nr.UKD 63.752.4).

Giroscopul firmei SPEIDEL-CORP, este un giroscop cu inducţie a cărui schemă este arătată în figura nr.3.11.



1 - flanşă Cu; 2 - inductor; 3 - mercur; 4 - miez
Figura nr.3.11.

Inductorul are 4 perechi de poli şi este alimentat de la reţeaua de c.a. cu f = 60 Hz. Diametrul interior este de 2" iar diametrul exterior al canalului este de 2 1/2". Se remarcă grosimea δ a canalului destul de mare (aprox.6 mm).

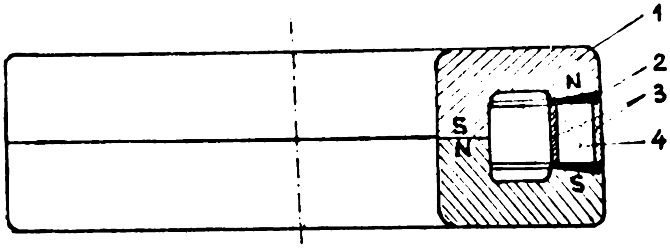
Giroscopul sovietic este un giroscop cu conducţie (de curent continuu).

Cîmpul magnetic acţionează axial şi este produs de doi magneţi permanenţi toroidali. S-a ales această formă pentru a dispune de o inducţie suficientă la gabarit mic. Cîmpul electric este radial, sursa de tensiune conectîndu-se la cele două inele - exterior şi interior. Pentru a compensa reacţia de indus, intrefierul s-a realizat cu grosime variabilă. Nu se dau informaţii cu privire la gabarite sau calitatea magneţilor permanenţi utilizaţi.

O schiţă a acestui giroscop este prezentată în figura nr.3.12

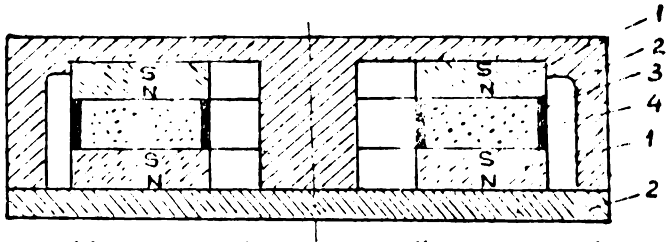
Pe baza informaţiilor de mai sus şi avînd în vedere posibilităţile concrete, am optat pentru realizarea şi încercarea a trei tipuri de giroscop MHD.

Primul tip este un giroscop cu conducţie reprezentat în figura nr.3.13



1-magneţi permanenţi toroidali;2-întrefier variabil;
3-electrozi inelari; 4 - mercur.

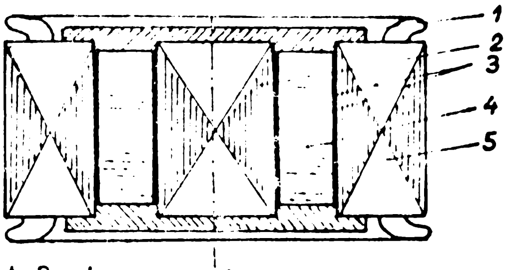
Figura nr. 3.12



1-magneti permanent din ferită cu bariu Ø115xØ52x15 cu B=3500 Gs; 2-piese polare-fier Armco; 3-electrozi inelari, cu cromat; 4-mercur.

Figura nr. 3.13

Variantele 2 şi 3 sînt giroscoape cu inducţie a căror schemă este prezentată în figura nr.3.14



1-flanşe cu cromat;2-miez magnetic;3-c[illegible]; 4-mercur
5-inductor trifazic.

Figura nr. 3.14

Inductorul în ambele cazuri [illegible] de la a[illegible]tul frigiderului "Arctic" şi are Ø 1[illegible]x Ø [illegible] x 45 mm.

In cele 24 ancoşe ale miezului a fost realizat în primul caz un bobinaj cu o singură pereche de poli, iar în al doilea caz cu 2 perechi de poli. Alimentarea se face prin autotransformator de la reţeaua de curent trifazat 380 V/50 Hz.

3.3 ECUATIILE FUNDAMENTALE ALE MAGNETOHIDRODINAMICII

3.3.1. ECUATIILE GENERALE ALE MISCARII MEDIULUI CONTINUU ELECTROCONDUCTOR

Setul de ecuaţii ce descriu mişcarea generală a mediului continuu electroconductor este alcătuit din ecuaţia de continuitate, ecuaţiile de mişcare şi de conservare a energiei, la care se adaugă ecuaţiile cîmpului electromagnetic (Maxwell) şi expresia legii lui Ohm.

Ecuaţiile de mişcare şi de conservare a energiei se deosebesc de ecuaţiile corespunzătoare cunoscute din mecanica fluidelor datorită apariţiei unui cîmp suplimentar de forţe masice, de natură electromagnetică, precum şi aportului energetic suplimentar datorat fenomenelor electrice. In afara acestor ecuaţii care descriu mişcarea lichidelor electroconductoare şi a gazelor ionizate disciplina cunoscută sub denumirea de "Magnetohidrodinamică" - denumire oarecum improprie după părerea noastră, termenul de "Mecanica fluidelor electromagnetice" reprezentînd mai exact domeniul disciplinei - studiază şi mişcarea fluidelor cu proprietăţi magnetice, ferofluidele, pentru care setul ecuaţiilor amintite anterior are alte expresii.

O dată cu apariţia fluidelor dotate atît cu proprietăţi electroconductoare cît şi cu proprietăţi magnetice au fost stabilite şi ecuaţiile generale care guvernează mecanica acestora, evident, mai complexe decît toate celelalte [86] şi care cuprind sub formă particulară, ecuaţiile mişcării continuu-ului electroconductor.

a) Ecuaţia de continuitate

Este evident identică cu cea din mecanica fluidelor,

sau
$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \bar{v}) = 0 \\[2ex] \dfrac{1}{\rho}\dfrac{d\rho}{dt} + \nabla \bar{v} = 0 \end{cases} \qquad (3.14)$$

Ecuaţiile sînt valabile pentru toate mişcările şi fluidele.

Diferite forme particulare se obţin cînd se fac ipoteze asupra naturii fluidului sau mişcării, astfel:

- pentru fluide incompresibile (ρ = ct)

$$\nabla \bar{v} = 0$$

- pentru fluide compresibile în mişcare permanentă

$$\nabla(\rho \bar{v}) = 0$$

In cazul în care cîmpul vitezelor sau densităţilor prezintă discontinuităţi se foloseşte forma integrală:

$$\int_{v} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho \bar{v})\right] d v = 0 \qquad (3.15)$$

b) Ecuaţiile de mişcare

Au forma clasică Navier-Stokes, cu un termen suplimentar datorat forţelor masice de natură electromagnetică. De regulă cîmpul forţelor de greutate se neglijează, astfel încît:

$$\rho\left[\frac{\partial v}{\partial t} + (\nabla \bar{v})\bar{v}\right] = -\nabla p + \rho \bar{f}_e + \eta \nabla^2 \bar{v} + \left(\eta_1 + \frac{\eta}{3}\right) \nabla(\nabla \bar{v})$$

Expresia forţelor electromagnetice ce acţionează asupra unităţii de masă este:

$$\bar{f}_e = \frac{1}{\rho} (\bar{j} \times \bar{B}) \qquad (3.16)$$

care mai poate fi scrisă:

$$f_e = \frac{1}{\mu \rho} (\nabla \times \bar{B}) \times \bar{B} \qquad (3.17)$$

sau

$$f_e = \frac{1}{\rho} \sigma(\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B}) \times \bar{B} \qquad (3.18)$$

In cazul ferofluidelor electroconductoare, cu rotaţie internă ecuaţiile de mişcare au forma :

$$\rho \frac{d\bar{v}}{dt} = -\nabla p + (\eta + \eta_2)\nabla(\nabla \cdot \bar{v}) + \eta \nabla^2 \bar{v} + \nabla \times [2\eta_1(\bar{\Omega} - \bar{\omega}) + \rho_0 \bar{E} +$$

$$\bar{j} \times \bar{B} + (\bar{P} \cdot \nabla)\bar{E} + (\bar{M} \cdot \nabla)\bar{H} + \bar{P} \times (\nabla \times \bar{E}) + \bar{M} \times (\nabla \times \bar{H}) + \rho \bar{b} \qquad (3.19)$$

în care semnificaţia notaţiilor este următoarea:

$\bar{B}$ – inducţia magnetică;

$\bar{H}$ – intensitatea cîmpului magnetic aplicat;

$\bar{E}$ – intensitatea cîmpului electric;

$\bar{M}$ – magnetizaţia;

$\bar{P}$ – polarizaţia electrică;

[illegible] de [illegible] care [illegible]

$\bar{\omega} = \frac{1}{2}$ rot $\bar{v}$

Ω - viteza unghiulară de rotaţie a particulelor în suspensie.

c) Ecuaţia de conservare a energiei

Pentru fluide electroconductoare expresia ecuaţiei de conservare are forma:

$$\rho \frac{d}{dt}\left(i + \frac{v^2}{2}\right) = Q_c + \frac{\nu_m}{\eta}(\nabla x \bar{B})^2 + \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla\left(\frac{\varkappa}{C_p}\nabla i\right) + \Phi^* \qquad (3.20)$$

unde:

i - entalpia unităţii de masă;

C_p - capacitatea specifică la presiune constantă;

$\varkappa$ - conductivitatea termică a fluidului;

$\nu_m = \frac{1}{\sigma\mu_o}$ - vîscozitatea magnetică;

Φ^* - funcţia de disipaţie.

d) Ecuaţiile cîmpului electromagnetic (Maxwell)

Ecuaţiile generale ale electromagnetismului sînt:

- legea inducţiei electromagnetice: $\oint_r \bar{E}.d\bar{s} = -\frac{d\Phi}{dt}$ (3.21)
- legea fluxului electric: $\iint_\Sigma \bar{D}.d\bar{A} = q_e$ (3.22)
- legea inducţiei electrice: $\bar{D} = \varepsilon\bar{E}$ valabilă pentru dielectrici liniari şi fără polarizaţie permanentă ($\bar{P}=o$).

(In cazul general $\bar{D} = \varepsilon_o\bar{E}+\bar{P}$; $\bar{P}_t = \varepsilon_o \chi_e \bar{E}$); (3.23)

- legea circuitului magnetic: $\oint \bar{H}.d\bar{s} = \Theta + \frac{d\Psi}{dt}$ (3.24)
- legea fluxului magnetic: $\iint_\Sigma \bar{B}.d\bar{A} = o$ (3.25)
  ($\bar{B} = \mu_o\bar{H} + \mu_o\bar{M}$, $\bar{M}$ fiind vectorul magnetizaţiei)
  (In mediile liniare şi fără magnetizaţie permanentă $\bar{B}=\mu\bar{H}$);
- legea conducţiei electrice (Ohm) $\bar{J} = \sigma(\bar{E} + \bar{v}x\bar{B}) + \rho_e\bar{V}$ (3.26)
- legea Joule-Lenz $\bar{p}_J = \bar{E}.\bar{J}$ (3.27)

Formele locale a legilor generale ale cîmpului în medii cu proprietăţi fizice locale netede şi imobile, poartă numele de ecuaţiile Maxwell, sînt des utilizate în magnetohidrodinamică şi au următoarele expresii:

$$\begin{cases} \nabla x \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial\bar{D}}{\partial t} \\ \nabla x \bar{E} = -\frac{\partial\bar{B}}{\partial t} \\ \nabla\bar{D} = \rho_e \\ \nabla\bar{B} = 0 \end{cases} \qquad (3.28)$$

BUPT

pentru medii în mişcare formele (3.21 - 3.25) se completează astfel:

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \rho_e \bar{v} + \nabla(\bar{D} \times \bar{v})$$ – legea circuitului magnetic (3.29)

$$\nabla \times \bar{E} = \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} - \nabla \times (\bar{B} \times \bar{v})$$ – legea inducţiei electromagnetice (3.30)

Legea inducţiei scrisă simplificat, prin neglijarea termenilor de convecţie, de deplasare şi Röentgen sub forma:

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \times (\bar{v} \times \bar{B}) - \nabla (\nu_m \nabla \times \bar{B}) \qquad (3.31)$$

împreună cu legea lui Ohm $\bar{J} = \sigma(\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B})$, ecuaţia de conservare a masei, ecuaţia de mişcare şi ecuaţia de conservare a energiei constituie setul de ecuaţii fundamentale ale magnetohidrodinamicii.

3.4. STUDIUL MISCARII FLUIDULUI ELECTROCONDUCTOR IN GIROSCOPUL M.H.D.

3.41 STUDIUL MISCARII FLUIDULUI ELECTROCONDUCTOR IN G.M.H.D. DE CURENT CONTINUU

Problema este abordată în literatura de specialitate în mai multe lucrări [92,72]. Se consideră incinta cuprinsă între 2 cilindrii coaxiali, conductori ideali, de lungime finită. Inducţia $\bar{B}$ este orientată de-a lungul axei girometrului ($\bar{B} = \bar{B}_o \bar{i}_z$) ca în figura nr.3.15.

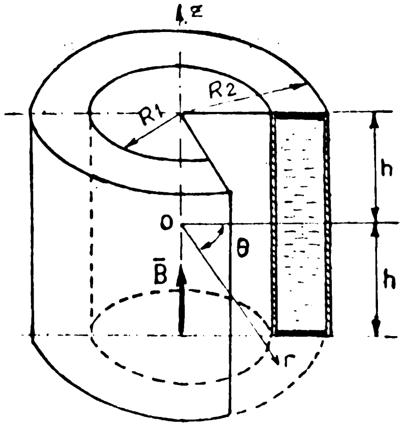


Figura nr,3.15

Pereţii aşezaţi la z = ± h sînt izolatori ideali. Mişcarea se consideră permanentă ($\frac{\partial}{\partial t} = o$) şi axial simetrică ($\frac{\partial}{\partial \theta} = o$). Fluidul se consideră omogen şi incompresibil. Se neglijează efectul Hall şi transferul de căldură.

Ecuaţiile M.H.D. devin:

$$(\bar{v}\nabla)v_r - \frac{V_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P_*}{\partial r} + \frac{1}{\mu\rho}\left[(\bar{B}\Delta)B_r - \frac{B_\theta^2}{r}\right] + \frac{\eta}{\rho}\left(\Delta V_r - \frac{V_r}{r^2}\right) \quad (3.32)$$

$$(\bar{v}\nabla)v_\theta + \frac{V_\theta V_r}{r} = \frac{1}{\mu\rho}\left[(\bar{B}\nabla)B_\theta + \frac{B_\theta B_r}{r}\right] + \frac{\eta}{\rho}\left(\Delta V_\theta - \frac{V_\theta}{r^2}\right) \quad (3.33)$$

$$(\bar{v}\nabla)v_z = -\frac{1}{\rho\mu}\frac{\partial P_*}{\partial z} + \frac{1}{\mu\rho}(\bar{B}\nabla)B_z + \frac{\eta}{\rho}\Delta V_z \quad (3.34)$$

$$(\bar{v}\nabla)B_r - (\bar{B}\nabla)V_r = \nu_m\left(\Delta B_r - \frac{B_r}{r^2}\right) \quad (3.35)$$

$$(\bar{v}\nabla)B_\theta - (\bar{B}\nabla)V_\theta + \frac{1}{r}(V_\theta B_r - V_r B_\theta) = \nu_m\left(\Delta B_\theta - \frac{B_\theta}{r^2}\right) \quad (3.36)$$

$$(\bar{v}\nabla)B_z - (\bar{B}\nabla)V_z = \nu_m \Delta B_z \qquad (3.$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \qquad (3.$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{B_r}{r} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \qquad (3.$$

unde: $p_m = p + \frac{B^2}{2\mu}$

$$(\bar{v}\nabla) = V_r \frac{\partial}{\partial r} + V_z \frac{\partial}{\partial z}$$

$$(\bar{B}\nabla) = B_r \frac{\partial}{\partial r} + B_z \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Sistemul este greoi şi nu poate fi soluţionat decît aproximativ. Dacă se admite:

$$V_r = V_z = 0$$

$$B_r = 0$$

$$B_z = B_o = ct.$$

Sistemul de ecuaţii (3.32 - 3.39)se poate scrie:

$$-\frac{V_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{B_\theta}{\mu\rho}\frac{1}{r}\frac{\partial (rB_\theta)}{\partial r} \qquad (3.40$$

$$0 = \frac{B_o}{\mu\rho}\frac{\partial B_\theta}{\partial z} + \frac{\eta}{\rho}\left(\Delta V_\theta - \frac{V_\theta}{r^2}\right) \qquad (3.41$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial z}\left(p + \frac{B_\theta^2}{2\mu}\right) \qquad (3.4$$

$$-B_o \frac{\partial V_\theta}{\partial z} = \nu_m\left(\Delta B_\theta - \frac{B_\theta}{r^2}\right) \qquad (3.4$$

Din (3.41) şi (3.43)dezvoltînd ΔV_θ şi ΔB_θ se obţine:

$$\frac{\eta}{\rho}\left(\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{V_\theta}{r} + \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial z^2} - \frac{V_\theta}{r^2}\right) + \frac{B_o}{\mu\rho}\frac{\partial B_\theta}{\partial z} = 0 \qquad (3.$$

$$\nu_m\left(\frac{\partial^2 B_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 B_\theta}{\partial z^2} - \frac{B_\theta}{r^2}\right) + B_o \frac{\partial V_\theta}{\partial z} = 0 \qquad (3.$$

Din legea lui OHM:

$$E_r = -\nu_m \frac{\partial B_\Theta}{\partial z} - B_o V_\Theta$$

$$E_\Theta = o \qquad (3.56)$$

$$E_z = \nu_m \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\Theta)$$

Din $E_\Theta = o$ rezultă $\bar{J}_\Theta = o$ deoarece $(\bar{v}x\bar{B})_\Theta = o$. Din ultima relaţie din (3.56) rezultă că:

$\frac{\partial}{\partial r}(rB_\Theta) = o$ la $r = R_1$ şi $r = R_2$, şi ca urmare a continuităţii cîmpului, deoarece nu sînt curenţi de suprafaţă, pe pereţii transversali $(z = \pm h)$ se poate admite B_o o funcţie continuă.

Dacă adoptăm:

$$B_\Theta = 0 \text{ la } z = +h \qquad (3.57)$$

$$B_\Theta = -\frac{\mu I}{2\pi r} \text{ la } z = -h$$

(I - intensitatea curentului aplicat)

vom putea scrie sistemul anterior sub formă adimensională, cu notaţiile:

$$r^* = \frac{r}{h};\ z^* = \frac{z}{h};\ v^* = \frac{V_\Theta}{V_c};\ B_\Theta^* = \frac{B_\Theta}{B_c};\ E_r^* = \frac{E_r}{E_c}$$

unde: $V_c = \frac{E_c H_a}{B_o}$; $B_c = \frac{E_c \cdot h}{\nu_m}$; E_c - constantă arbitrară; astfel:

$$\frac{\partial^2 V_\Theta^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*}\frac{\partial V_\Theta^*}{\partial r^*} - \frac{V_\Theta^*}{r^{*2}} + \frac{\partial^2 V_\Theta^*}{\partial z^{*2}} + H_a \frac{\partial B_\Theta^*}{\partial z^*} = o \quad (3.58)$$

$$\frac{\partial^2 B_\Theta^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*}\frac{\partial B_\Theta^*}{\partial r^*} - \frac{B_\Theta}{r^{*2}} + \frac{\partial^2 B_\Theta^*}{\partial z^{*2}} + H_a \frac{\partial V_\Theta^*}{\partial z^*} = o \quad (3.59)$$

$$E_r = -\frac{\partial B_\Theta^*}{\partial z^*} - H_a V_\Theta^* \qquad (3.60)$$

în care: $H_a = B_o h \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}$

Condiţiile la limită sînt:

$$V_\Theta^* = o \text{ la } z^* = \pm 1; (r^* = r_1^*; r^* = r_2^*) \qquad (3.61)$$

$$B_\Theta^* = o \text{ la } z^* = 1;\ B_\Theta = -\frac{I^*}{r^*} \text{ la } z^* = -1$$

unde:
$$I^* = \frac{I}{2\pi\sigma h^2 E_c}$$

Se poate trage concluzia că $B_0^* \sim \frac{1}{r}$

Forţa Lorentz se poate scrie"

$\bar{f} = \bar{J}_r x \bar{B}_0$, adică $\bar{f} \sim r^{*-1}$

iar

$$V_0^* = \frac{I}{r^*} v(z^*) \quad (3.62)$$

$$B_0^* = \frac{1}{r^*} \quad (3.63)$$

$$B_r^* = -\frac{1}{r^*} e(z^*) \quad (3.64)$$

Observaţie. Admiţînd condiţiile anterioare, condiţia $V_0^* = o$ la $r^* = r_1^*$ şi $r^* = r_2^*$ nu va fi satisfăcută. In schimb, condiţiile pe pereţii cilindrici vor fi identic satisfăcute pentru B_0^*, deoarece $E_z = o$.

Inlocuind (3.62, 3.63, 3.64) în (3.58, 3.59, 3.60) găsim:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 v}{\partial z^{*2}} + H_a \dfrac{\partial b}{\partial z^*} = o \\ \dfrac{\partial^2 b}{\partial z^{*2}} + H_a \dfrac{\partial v}{\partial z^*} = o \\ e = \dfrac{\partial b}{\partial z^*} + H_a r = o \end{cases} \quad (3.65)$$

cu condiţiile la limită:

$$\begin{cases} V = o \text{ la } z^* = \pm 1 \\ b = o \text{ la } z^* = 1 \\ b = -I^* \text{ la } z^* = -1 \end{cases} \quad (3.66)$$

Dacă tensiunea la electrozi U este constantă sistemul se poate integra uşor.

Inlocuind b cu $b + \frac{I^*}{2}$, ecuaţiile nu se schimbă, schimbîndu-se doar condiţiile la limită:

$$b = \pm \frac{I^*}{2} \text{ la } z^* = \pm 1$$

Funcţia v va fi pară de z^* iar b impară din (3.65) rezultă că $\frac{\partial e}{\partial z} = o$ sau $e = ct.$

Integrînd (3.65) se găsește:

$$\frac{\partial v}{\partial z^{*}} + H_a b = o \qquad (3.67)$$

$$\frac{\partial b}{\partial z^{*}} + H_a v = o \qquad (3.68)$$

Eliminînd $\frac{\partial b}{\partial z^{*}}$ din (3.68) obținem:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^{*2}} - H_a^2 v = H_a e \qquad (3.69)$$

Alegînd E_C arbitrar se poate pune $e = 1$.

Integrînd (3.62) între r_1^{*} și r_2^{*} și egalînd cu U se obține:

$$E_C = \frac{U}{h \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

Soluția ecuației (3.69) este:

$$v(z^{*}) = \frac{1}{H_a} \frac{ch\, H_a - ch\, H_a . z^{*}}{ch\, H_a} \qquad (3.70)$$

Inlocuind în (3.67) rezultă:

$$b(z^{*}) = \frac{1}{H_a} \frac{shH_a z^{*}}{chH_a} \qquad (3.71)$$

Dar din condițiile la limită:

$$I^{*} = \frac{2}{H_a} thH_a \qquad (3.72)$$

Inlocuind în (3.62 - 3.64) și ținînd cont de expresia lui E_C rezultă:

$$V_\Theta = \frac{U}{B_o \ln \frac{r_2}{r_1}} \frac{1}{r} \left(1 - \frac{ch\, H_a \frac{z}{h}}{chH_a}\right) \qquad (3.73)$$

$$B_\Theta = \frac{U}{\gamma_m \ln \frac{r_2}{r_1}} \frac{h}{r} \frac{shH_a \frac{z}{h}}{H_a . ch\, H_a} \qquad (3.74)$$

$$I = \frac{4\pi \sigma h^2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \frac{h}{r} \frac{sh.H_a \frac{z}{h}}{H_a chH_a} \qquad (3.75)$$

Din (3.42) rezultă imediat că $p + \frac{B_\theta^2}{2} \neq f(z)$ iar din (3.58 se poate scrie că:

$$p = \frac{-B_\theta^2}{2\mu} + f(r)$$

unde $f(r)$ satisface $\frac{\partial f(r)}{\partial r} = \frac{\varrho V_\theta^2 - B_\theta^2/\mu}{r}$ (3.76)

Inlocuind expresiile lui B_θ şi V_θ găsim expresia presiunii:

$$p = p_o - \frac{U^2}{2(\ln \frac{r_2}{r_1})^2}\left[\frac{h^2}{2\mu\nu_m^2}\left(\frac{\operatorname{sh} H_a(\frac{z}{a})}{H_a \operatorname{ch} H_a}\right)^2\left(1 - \frac{1}{r^2}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\varrho}{B_\theta^2}\frac{1}{r^2}\left(1 - \frac{\operatorname{ch} H_a(\frac{z}{a})}{\operatorname{ch} H_a}\right)^2 \right. \qquad (3.77)$$

In lucrare [92] se atrage atenţia asupra faptului că soluţia este aproximativă şi că nu satisface ipoteza aderenţei.

Se observă faptul important că soluţia constructivă nu este cea mai avantajoasă, deoarece pentru a obţine o sensibilitate acceptabilă este necesară o lungime 2h mare a incintei. Cum însă mărirea lungimii reprezintă mărirea întrefierului circuitului magnetic şi deci o scădere importantă a inducţiei, este logic să se abordeze o construcţie la care direcţia cîmpului magnetic să fie radială, iar electrozii dispuşi pe capace.

Vom aborda această variantă în cele ce urmează.

Fie incinta din figura nr. 3.15 cu pereţii cilindrici izolatori ideali şi capacele electroconductoare, constituind electrozii la care se aplică o tensiune continuă U. Fluidul se consideră cu proprietăţi constante iar mişcarea staţionară $(\frac{\partial}{\partial t} = 0)$ şi axial simetrică $(\frac{\partial}{\partial \theta} = 0)$.

Cîmpul magnetic aplicat are direcţie radială şi este omogen $\bar{B} = B\bar{i}_r$; Tensiunea aplicată la electrozi produce un cîmp electric axial $\bar{E} = E\bar{i}_z$.

Neglijînd termenii de convecţie, Röentgen şi de deplasare, expresia legii lui Ohm devine:

$$\bar{J} = \sigma(\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B})$$

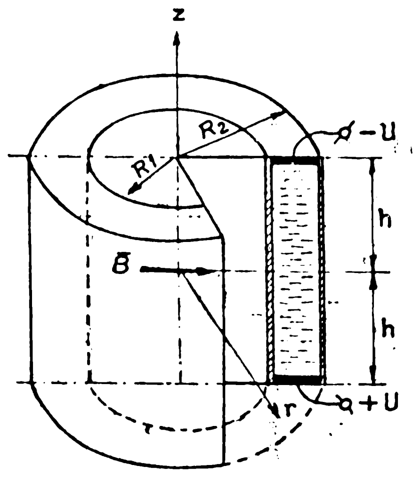


Figura nr. 3.15

Ecuaţiile cîmpului (Maxwell) $\bar{D} = \varepsilon \bar{E}$; $\nabla \bar{D} = 0$ şi $\nabla \bar{B} = 0$ trebuie să fie satisfăcute şi prin urmare:

$$\nabla \bar{B} = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rB_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(rB_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(rB_z)\right] = 0 \quad (3.78)$$

Dar cum $\bar{B} = B\bar{i}_r$ $(B_\theta = B_z = 0)$ rămîne:

$$\frac{d}{dr}(rB) = 0 \text{ sau } \frac{B}{r} + \frac{dB}{dr} = 0 \quad (3.79)$$

care se integrează imediat, astfel că $\ln B = -\ln r + \ln C$. Cum la $r = R_1$ avem $B = B_1$, rezultă $C = B_1 R_1$, iar:

$$\bar{B} = B_1 \frac{R_1}{r} \bar{i}_r \quad (3.80)$$

Similar: $\nabla \bar{D} = \varepsilon \nabla(\bar{E}) = 0$, sau:

$$\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(r\varepsilon E_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(\varepsilon E_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(r\varepsilon E_z)\right] = 0 \quad (3.81)$$

Dar pereţii cilindrici fiind izolatori ($E_r = 0$) şi alimentarea electrică axial-simetrică rămîne:

$$\varepsilon \frac{d E_z}{dz} = o \tag{3.82}$$

adică

$$\bar{E} = E_o \bar{i}_z \tag{3.83}$$

Din expresia legii lui Ohm:

$$\bar{J} = \sigma(\bar{E} + \bar{v}x\bar{B})$$

ţinînd cont că $\bar{J} = j\,\bar{i}_z$, găsim:

$$\bar{J} = j_z\bar{i}_z = \sigma[E_o\bar{i}_z + V_z B_r \bar{i}_\theta - B_r V_\theta \bar{i}_z] \tag{3.84}$$

ceea ce implică $V_z = o$, rămînînd :

$$\bar{J} = j_K\bar{i}_K = \sigma[E_o - B_r V_\theta]\bar{i}_K \tag{3.85}$$

Ecuaţia de continuitate este satisfăcută identic:

$$\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rV_r) + \frac{\partial}{\partial z}(rV_z)\right] = o, \text{ deoarece } V_r = V_z = o$$

Cîmpul forţelor ponderomotoare Lorentz este:

$$\bar{f} = \bar{J}x\bar{B} = \sigma[E_o B_r - B_r^2 V_\theta]\,\bar{i}_\theta \tag{3.86}$$

Cu aceste observaţii prealabile ecuaţiile de mişcare devin:

$$\begin{cases} -\dfrac{V_\theta^2}{r} = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial r} & (3.87) \\ o = \dfrac{\sigma}{\rho}[E_o B_r - B_r^2 V_\theta] + \nu\left[\dfrac{\partial^2 V_\theta}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{V_\theta}{r} - \dfrac{V_\theta}{r^2} + \dfrac{\partial^2 V_\theta}{\partial z^2}\right] & (3.88) \\ o = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} & (3.89) \end{cases}$$

Relaţiile (3.87, 3.88, 3.89) sînt valabile în tot domeniul mişcării cu excepţia unor zone din proximitatea capacelor. Relaţia (3.89) ne permite să scriem $\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{dp}{dr}$, sau $p = p(r)$, iar (3.87) implică ca şi $V_\theta = V_\theta(r)$, deci $\frac{\partial V_\theta}{\partial z} = o$, iar (3.88) se poate scrie:

$$\frac{d^2 V_\theta}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dV_\theta}{dr} - \frac{V_\theta}{r^2} - \frac{\sigma}{\rho\nu}B_r^2 V_\theta = -\frac{\sigma}{\rho\nu}B_r E_o \tag{3.90}$$

Ţinînd cont de (3.80) şi înmulţind cu r^2, putem scrie:

$$r^2 \frac{d^2V_\varphi}{dr^2} + r\frac{dV_\varphi}{dr} - V_\varphi(1 + \frac{B_1^2R_1^2}{\eta}) = - \frac{\sigma B_1 E_o R_1}{\eta} r \quad (3.91)$$

Ecuaţia omogenă asociată $r^2V_\varphi'' + rV_\varphi' - p^2V_\varphi = 0$ admite soluţii de forma $V_\varphi = r^n$ unde $n = \pm p$; $p = \pm\sqrt{1 + \frac{\sigma B_1^2R_1^2}{\eta}}$ iar soluţia generală va fi:

$$V_\varphi = A.r^n + \frac{B}{r^n} \quad (3.92)$$

Ecuaţia omogenă admite o soluţie particulară de forma: $V_\varphi = C.r$, unde $C = \frac{E_o}{B_1R_1}$ şi prin urmare: soluţia generală a ecuaţiei neomogene va fi:

$$V_\varphi = \frac{E_o}{B_1R_1} r + A.r^n + B.r^n \quad (3.93)$$

Determinarea constantelor A şi B se face obligînd soluţia (3.93) să satisfacă condiţiile la limită: $V_\varphi(R_1)=V_\varphi(R_2)$.

$$V_\varphi \frac{E_o}{B_o R_1}\left[r - \frac{R_2^{n+1} - R_1^{n+1}}{R_2^{2n} - R_1^{2n}} r^p - \frac{(R_1R_2)^n \; R_2R_1 - R_1R_2^n}{R_2^{2n} - R_1^{2n}} r^{-n}\right] \quad (3.94)$$

Valoarea cîmpului electric E_a se determină imediat. Fie U tensiunea aplicată la electrozi. Rezistenţa electrică a canalului (în ipoteza rezistenţei de contact mercur-electrozi nulă) este $R_e = \frac{2h}{\pi\sigma(R_2^2 - R_1^2)}$. Curentul global I va fi $I = \frac{U}{R_e} = \frac{\pi\sigma U(R_2^2 - R_1^2)}{2h}$, iar densitatea de curent $j = \frac{I}{-\pi(R_1^2 - R_2^2)}$ şi deci $j = \frac{\sigma U}{h}$. Cum $E_o = \frac{j}{\sigma}$ găsim:

$$E = \frac{U}{h}$$

Cum $n = \sqrt{1 + \frac{B_1^2R_1^2}{\eta}}$, expresia finală a profilului vitezei tangenţiale va fi:

$$v_\theta = \frac{U}{zB_0R_1}\left\{r - \frac{R_2^{1+\sqrt{1+\frac{\sigma B_1^2R_1^2}{\eta}}} - R_1^{1+\sqrt{1+\frac{\sigma B_1^2R_1^2}{\eta}}}}{R_2^{(1+\frac{\sigma B_1^2R_1^2}{\eta})} - R_1^{(1+\frac{\sigma B_1^2R_1^2}{\eta})}}\, r^{\sqrt{1+\frac{\sigma B_1^2R_1^2}{\eta}}}\right.$$

$$- \frac{(R_1R_2)^{\sqrt{1+\frac{\sigma B_1^2R_1^2}{\eta}}}\left(R_2R_1^{\sqrt{1+\frac{\sigma B_1^2R_1^2}{\eta}}} - R_1R_2^{\sqrt{1+\frac{\sigma B_1^2R_1^2}{\eta}}}\right)}{R_2^{(1+\frac{\sigma B_1^2R_1^2}{\eta})} - R_1^{(1+\frac{\sigma B_1^2R_1^2}{\eta})}} \cdot$$

$$\left. \cdot \frac{1}{r^{\sqrt{1+\frac{\sigma B_1^2R_1^2}{\eta}}}}\right] \qquad (3.95a)$$

Pentru profilul dat de (3.95) s-a întocmit un program la calculatorul Felix C 256 şi s-au trasat profilele teoretice pentru diverse valori ale tensiunii de alimentare U şi ale inducţiei B, prezentate în cele ce urmează.

Distribuţia de presiuni se determină imediat din (3.87) $\frac{dp}{dr} = \frac{v_\theta^2}{2}$, care prin integrare de la R_2 la r, ne'oferă legea de variaţie a presiunii cu raza:

$$p = p_2 + \frac{\rho}{2}\frac{U^2}{(zB_1R_1)^2}\int_{R_2}^{r}\left[r - \frac{R_2^{n+1}-R_1^{n+1}}{(n+1)(R_2^{2n}-R_1^{2n})}\, r^n -\right.$$

$$\left. - \frac{(R_1R_2)^n(R_1R_2^n - R_2R_1^n)}{(1-n)(R_2^{2n} - R_1^{2n})}\cdot\frac{1}{r^n}\right]^2 dr \qquad (3.95b)$$

Pentru cazul giroscopului de curent continuu cu inducţie axială setul de ecuaţii care descriu mişcarea se poate scrie:

$$\begin{cases} \rho\frac{d\bar{v}}{dt} = -\nabla p + \bar{j}\times\bar{B} + \nu\nabla^2\bar{v} \\ \nabla\bar{v} = 0 \\ \nabla\bar{D} = 0 \\ \nabla\bar{B} = 0 \\ \bar{j} = \sigma(\bar{E} + \bar{v}\times\bar{B}) \end{cases} \qquad (3.96)$$

care, în sistemul de coordonate cilindrice alese anterior şi în ipoteza inducţiei axiale $\bar{B} = B_o\bar{i}_z$ şi a electrozilor radiali ($\bar{j} = j\bar{i}_r$) se reduce în ultimă instanţă la integrarea ecuaţiei diferenţiale:

$$\frac{d^2V_\theta}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dV_\theta}{dr} - \left(\frac{1}{r^2} + a\right)V_\theta = -b\frac{1}{r} \qquad (3.97)$$

în care:

$$a = \frac{\sigma B_o^2}{\eta}\ ;\ b = -\frac{6\ BE_1R_1}{\eta}\ \ldots$$

Cu condiţiile la limită $V_\theta = 0$ la $r = R_1$ şi $r = R_2$ (3.98)

Partea omogenă a ecuaţiei (3.97) este o ecuaţie diferenţială reductibilă la ecuaţia de tip Bessel modificată prin două schimbări de variabilă : $x = ir$, respectiv $\xi = \sqrt{a}.x$:

$$v''\xi^2 + v'\xi + (\xi^2 - 1)v = 0 \qquad (3.99)$$

Ecuaţia caracteristică este $p^2 - \nu^2 = p^2 - 1$ avînd soluţia $p = 1$, ecuaţia neomogenă (3.97) admite o soluţie particulară de forma:

$$V_\theta = -\frac{b}{a}\frac{1}{r} \qquad (3.100)$$

Soluţia generală a ecuaţiei (3.97) fiind deci:

$$V_\theta = A.I_n(\xi) + B.K_n(\xi) - \frac{b}{a}\frac{1}{r} \qquad (3.101)$$

unde I_n şi K_n sînt funcţiile lui Bessel modificate de prima respectiv a doua speţă şi ordin 1, avînd expresiile generale:

$$I_n(\xi) = i^n J(i\xi) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{\Pi(s)\Pi(n+s)} \left(\frac{\xi}{2}\right)^{n+s} \qquad (3.102)$$

$$K_n(\xi) = (-1)^{n+1} I_n(\xi) \ln\left(\frac{\xi}{2}\right) + \frac{1}{2} \sum_{s=0} \frac{(-1)^s \Pi(n-s-1)}{\Pi s} \left(\frac{\xi}{2}\right)^{-n+2s} +$$

$$+ (1-)^n \cdot \frac{1}{2} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{\Pi(n+s)} \left(\frac{\xi}{2}\right)^{n+2s} \cdot \left\{ \varphi(s) + \varphi(n+s) \right\} \qquad (3.103)$$

și care, pentru n=1 devin:

$$I_1 = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s!\,(1+s)!} \cdot \left(\frac{\xi}{2}\right)^{s+1} \qquad (3.104)$$

respectiv

$$K_1 = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s!(1+s)!} \left(\frac{\xi}{2}\right)^{s+1} \cdot \ln\frac{\xi}{2} + \frac{1}{2} \sum_{s=0}^{\infty} \left(\frac{\xi}{2}\right)^{2s-1} -$$

$$- \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{(1+s)!} \left(\frac{\xi}{2}\right)^{2s+1} \cdot \left\{ \varphi(s) + \varphi(s+1) \right\} \qquad (3.105)$$

unde $\varphi(s) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{s}$; $[\varphi(0)=0]$ respectiv

$$\varphi' \quad [illegible] \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{s+1}$$

[illegible] cont de schimbările de variabilă efectuate se poate reveni la vechea variabilă r. Se observă în plus că $[illegible] = \frac{E_1 R_1}{B_0}$ iar $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{\sigma B^2}{\eta}} = \frac{1}{R_1^2} \sqrt{\frac{\sigma B_o^2 R_1^2}{\eta}} = \frac{H_a}{R_1^2}$; H_a fiind numărul lui Hartman. După calcule, se obține expresia vitezei:

$$v_\theta = - \frac{E_1 R_1}{B_0} \frac{1}{r} + \left[A + B \ln \frac{H_a}{2R_1^2} \cdot r \right] \sum_{s=0}^{\infty} \left(\frac{H_a}{2R_1^2} \cdot r \right)^{2s+1} \cdot \frac{1}{s!(s+1)!} +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{s=0}^{\infty} \left(\frac{H_a}{2R_1^2} \cdot r \right)^{2s-1} - \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{(1+s)!} \left(\frac{H_a}{2R_1^2} r \right)^{2s-1} \left\{ \varphi(s) + \varphi(s+1) \right\} \qquad (3.106)$$

Constantele A și B determinîndu-se din condițiile la limită (3.98). Cu toate acestea, după o analiză [illegible] a cazului de giroscop concret, construit (B_0 = 0,35 T, R_1 [illegible] 4 mm, [illegible] = 30 mm) și pentru tensiuni aplicate de ordinul [illegible] - [illegible] mV, ceea ce corespunde unei puteri electrice [illegible] [illegible] + 50 W, făcînd o comparație între ordinele de [illegible] [illegible] diverșilor termeni ai ecuației (3.97) [illegible].

$a \approx 8.10^7 m^{-2}$; $r \in (26 \div 30)\, 10^{-3}$

$\frac{1}{r^2} \leq \frac{1}{R_1^2} = 1470\ m^{-2} \ll a$

Această observaţie ne permite neglijarea termenului $\frac{1}{r^2}$ în comparaţie cu a, ecuaţia omogenă asociată putîndu-se scrie:

$$\frac{d^2 v_\theta}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dv_\theta}{dr} - a v_\theta = 0 \qquad (3.107)$$

De asemenea, în primă aproximaţie se poate considera $r = r_m = \frac{R_1 + R_2}{2}$ pe intervalul dat, ecuaţia (3.107) devenind o ecuaţie cu coeficienţi constanţi:

$$\frac{d^2 v_\theta}{dr^2} + \frac{1}{r_m}\frac{dv_\theta}{dr} - a v_\theta = 0 \qquad (3.108)$$

Ecuaţia caracteristică

$$\alpha^2 + \frac{1}{r_m}\alpha - a = 0 \qquad (3.109)$$

are rădăcinile

$$\alpha_{1,2} = -\frac{1}{2r_m} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2r_m}\right)^2 + a} = \frac{1}{2r_m} \pm \sqrt{a}\left(1 + \frac{1}{8ar_m^2}\right)$$

Termenul $\frac{1}{8ar_m^2} \cong 2.10^{-6} \ll 1$ poate fi, evident neglijat.

Pentru valorile concrete considerate s-ar putea neglija şi termenul $\frac{1}{2r_m} \approx 18$, faţă de termenul $\sqrt{a} \cong 9000$. In acest caz soluţia generală ar fi mai simplă:

$$v_\theta = \frac{b}{a}\left[\frac{1}{r} + A.e^{\sqrt{a}r} + Be^{-\sqrt{a}r}\right] \qquad (3.110)$$

sau, după determinarea constantelor A şi B pentru condiţiile la limită date

$$v_\theta = \frac{b}{a}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1}e^{-\sqrt{a}x} - \frac{e}{R_2}^{\sqrt{a}(\delta - x)}\right] \qquad (3.111)$$

unde s-a notat $x = r - R_1$ şi $\delta = R_2 - R_1$.

Distribuţia vitezelor este dată de legea hiperbolică, cu excepţia zonelor din proximitatea pereţilor unde legea este distorsionată de condițiile la limită.

Pentru un calcul mai exact, în eventualitatea că a are valori mult mai mici, se poate lua:

$$\alpha_1 = \alpha - \frac{1}{2r_m} ; \qquad \alpha_2 = -\alpha - \frac{1}{2r_m}$$

In această situație

$$v_\theta = \frac{b}{a}\left[\frac{1}{r} + A_1 e^{\alpha_1 r} + B_1 e^{\alpha_2 r}\right] \qquad (3.112)$$

condițiile la limită (3.98) permit determinarea constantelor de integrare A_1 și B_1:

$$A_1 = -\frac{b}{aR_2}\,\frac{e^{\left(-\alpha R_1 - \frac{R_1}{2r_m}\right)}}{e^{(\alpha\delta - 1)}} \qquad (3.113)$$

$$B_1 = -\frac{b}{aR_1}\,\frac{e^{\left(\alpha R_2 - \frac{R_2}{2r_m}\right)}}{e^{(\alpha\delta - 1)}} \qquad (3.114)$$

După unele calcule elementare, soluția generală capătă forma:

$$v_\theta = \frac{b}{a}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} e^{-\left(\sqrt{a} + \frac{1}{2r_m}\right)x} - \frac{1}{R_2} e^{-\left(\sqrt{a} - \frac{1}{2r_m}\right)(\delta - x)}\right] \qquad (3.115)$$

unde x și δ au semnificațiile arătate anterior ($x = r - R_1$; $\delta = R_2 - R_1$).
Pentru forma (3.115) a soluției generale, profilul vitezelor are alura prezentată în figura nr. 3.16

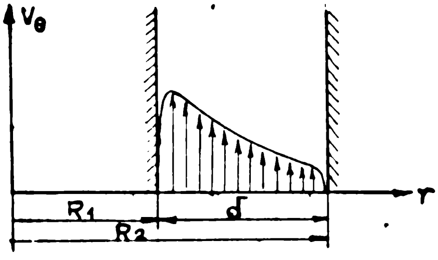


Figura nr. 3.16

Forma (3.115) este preferabilă în special în cazul cînd se dorește determinarea efortului tangențial la perete. Pentru cazul giroscopului construit, diferențele între profilul vitezei dat de (3.111) și de (3.115) sînt complet neglijabile. Se observă un aspect foarte important și anume, scăderea vitezei cu raza, fapt imputabil în cazul construcției unor giroscoape cu sensibilitate ridicată.

3.42 STUDIUL MISCARII FLUIDULUI ELECTROCONDUCTOR IN CAZUL G.M.H.D. DE CURENT ALTERNATIV

Problema G.M.H.D. de curent anternativ în care fluidul este antrenat în mişcare de rotaţie de către un cîmp magnetic învîrtitor a fost abordată de un număr relativ mare de autori. In exclusivitate, forma vasului care conţine fluidul electroconductor este un cilindru de lungime infinită sau un cilindru de lungime finită prevăzut cu capace electroconductoare.

Autorii lucrării [55] analizează rezultatele obţinute pe baza modelelor propuse de diverşi autori [50,49,54,58,59] comparîndu-le cu rezultatele experimentale. Rezultatul acestei analize este prezentat în figura nr.3.17

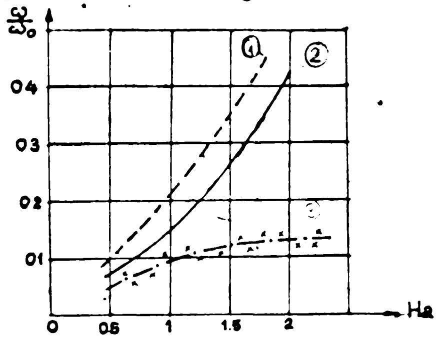


Figura nr.3.17

Curba (1) construită pe baza modelelor liniare propuse în [50] depăşeşte de aproape 4 ori valorile experimentale (notate cu xx) pentru valori ale numărului $H_a = B.R\sqrt{\frac{6}{2\eta}} \geqslant 2$. Pentru valori şi mai mari ale numărului H_a diferenţele cresc şi mai mult.

Autorii lucrării [55] explică deosebirile prin neîndeplinirea în practică a condiţiei cu privire la absenţa unei curgeri secundare cauzată de influenţa puternică a prezenţei capacelor mai ales la valori mari ale numărului R_e.

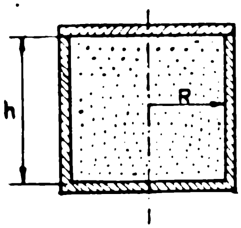
Autorii lucrării [54] construiesc o schemă neliniară la baza căreia stă faptul că la valori mari ale numărului R_e vîscozitatea se manifestă numai în vecinătatea pereţilor.

Rezultatele acestei teorii se apropie mai bine de rezultatele experimentale, dar diferenţele rămîn totuşi mari.

In lucrarea [55] se dezvoltă şi se generalizează modelul [54], considerînd că în proximitatea capacelor se dezvoltă un strat limită turbulent.

Rezultatele obţinute concordă bine cu rezultatele experimentale.

Modelul a avut forma unui pahar cu două capace avînd dimensiunile următoare:



$R = 30\,mm$
$h = 60\,mm$
$\omega_0 = 314\,rad/s$

Figura nr. 3.18

Fluidul de lucru a fost mercurul. ($\sigma = 10^6 \frac{1}{\Omega m}$, $\rho = 1{,}35.10^4\ kg/m^3$; $\nu = 1{,}17.10^{-7}\ m^2/s$).

Totuşi, la valori ale numărului $H_a > 10$ curba teoretică (3 - figura nr.3.17) cade deasupra valorilor experimentale.

Pentru motivele arătate mai sus vom analiza mai în detaliu ipotezele făcute de autori.

Cîmpul magnetic învîrtitor este considerat de forma:

$$\bar{B} = B_r \bar{i}_r + B_\theta \bar{i}_\theta$$

unde: $B_r = B_0 \sin(\varphi - \omega_0 t)$

$$B_\theta = B_0 \cos(\varphi - \omega_0 t) \qquad (3.115\,b)$$

Sistemul de coordonate este cel cilindric; se consideră mişcarea axial simetrică $(\frac{\partial}{\partial \theta} = 0)$ şi staţionară $\frac{\partial}{\partial t} = 0$. Proprietăţile fluidului (ρ, σ, ν) se consideră constante.

Se admite pentru $\bar{V}$ forma:

$$\bar{V} = V_r \bar{i}_r + V_\theta \bar{i}_\theta + V_z \bar{i}_z$$

Sistemul de ecuaţii diferenţiale care guvernează mişcarea este:

$$\begin{cases} V_r \dfrac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \dfrac{\partial V_r}{\partial z} - \dfrac{V_\theta^2}{r} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial r} + f_r + \dfrac{1}{\rho}(\mathrm{Div}\, 2\mu D_{ij})_r \\ V_r \dfrac{\partial V_\theta}{\partial r} + V_z \dfrac{\partial V_\theta}{\partial z} + \dfrac{V_r V_\theta}{r} = f_\theta + \dfrac{1}{\rho}(\mathrm{Div}\, 2\mu D_{ij})_\theta \\ V_r \dfrac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \dfrac{\partial V_z}{\partial z} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} + f_z + \dfrac{1}{\rho}(\mathrm{Div}\, 2\mu D_{ij})_z \\ \dfrac{1}{r}\left[\dfrac{\partial}{\partial r}(rV_r) + \dfrac{\partial}{\partial z}(rV_z)\right] = 0 \\ \nabla \bar{B} = 0 \end{cases} \qquad (3.116)$$

unde: f_r; f_θ; f_z reprezintă componentele forței Lorentz pe axele sistemului de coordonate cilindrice.

Sistemul (3.116) este greoi și în această formă nu poate fi integrat direct.

Soluțiile sistemului pot fi puse sub forma:

$$\begin{cases} V_r = AF_1(r).f_1(z) \\ V_\theta = BF_2(r).f_2(z) \\ V_z = CF_3(r).f_3(z) \end{cases} \qquad (3.117)$$

Pentru presiuni rezultă din analiza (3.116), (3.117) o expresie de forma:

$$\frac{p}{\rho} = P_1 \frac{r^2}{2} + P_2(z) \qquad (3.118)$$

Autorii fac apoi ipoteza că la numere R_e mari, (caz frecvent întîlnit în aplicațiile practice) efectul vîscozității se face simțit numai în vecinătatea capacelor, în restul volumului mișcarea avînd loc ca între două discuri de rază infinită.

Deci, exceptînd zona capacelor, în restul volumului efectul forțelor de vîscozitate este neglijabil și se admite $\mathrm{Div}\, 2\mu D_{ij} = 0$, sistemul (3.116) simplificîndu-se în consecință. De asemenea, în expresiile V_r, V_θ (3.117) funcțiile $f_1(z)$, $f_2(z)$ devin constante, rămînînd:

$$\begin{aligned} V_r &= A'F_1(r) \\ V_\theta &= B'F_2(r) \end{aligned} \qquad (3.119)$$

Se face apoi ipoteza că distribuția vitezei tangențiale este de tipul celei întîlnite la solidul rigid:

$$V_\theta = \omega . r \quad (B'=1,\ F_2(r) = \omega\, r \qquad (3.120)$$

unde ω este viteza unghiulară a zonei centrale, considerată fără vîscozitate.

Soluțiile (3.117) ale sistemului capătă forma:

$$\begin{cases} V_r = C_r.r \\ V_\theta = \omega.r \\ V_z = C_z.z \\ p = P_1 \frac{r^2}{2} + P_2(z) \end{cases} \tag{3.121}$$

Inlocuind (3.121) în (3.116) se găsește după calcule:

$$\begin{cases} V_r = \frac{1}{4} \frac{\sigma B_o^2}{\rho}\left(\frac{\omega_o - \omega}{\omega}\right) r \\ V_\theta = \omega.r \\ V_z = \frac{\sigma B_o^2}{2\rho} h \left[\frac{\omega_o - \omega}{\omega}\right]\left[1 - \frac{z}{h}\right] \\ \frac{p}{\rho} = \frac{(\omega h)^2}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\omega_o - \omega}{\omega}\right)^2 - \frac{\omega_o - \omega}{\omega}\right]\left[\left(\frac{r}{h}\right)^2 - \right. \\ \left. -\left(\frac{\sigma B_o^2}{\omega \rho}\right)\left[\frac{1}{8} + \left(\frac{z}{h}\right)^2 - \left(\frac{z}{h}\right)\right]\right\} \end{cases} \tag{3.122}$$

unde ω_o este viteza unghiulară a cîmpului învîrtitor, ω, viteza unghiulară a zonei centrale fără vîscozitate și care este necunoscută. Pentru determinarea lui ω se consideră că în proximitatea capacelor se dezvoltă un strat limită turbulent cu un profil de viteze dat de legea "1/7", valabil pentru intervalul $3.10^3 \ll R_e < 10^5$:

$$\frac{\tilde{V}}{V_d} = 8{,}74\left(\frac{V_d.z}{\nu}\right)^{1/7} \tag{3.123}$$

Prin $\tilde{V}$ s-a notat valoarea mediată în timp a vitezei în interiorul stratului limită iar V_d este viteza dinamică (de frecare) dată de:

$$V_d = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} \tag{3.124}$$

τ_p fiind efortul tangențial la perete. Totodată:

$$\tilde{V} = V_f\left(\frac{z}{\delta}\right)^{1/7} \tag{3.125}$$

unde cu V_f s-a notat viteza la frontiera stratului limită de grosime δ.

Combinînd (3.123 - 3.125) găsim expresia efortului tangenţial la perete:

$$\frac{1}{\rho}\tau p_{r,\theta}=\left(\frac{Vf_{r,\theta}}{8,74}\right)^{7/4}\left(\frac{\nu}{\delta}\right)^{1/4}=0,0225Vf^2_{r,\theta}\left(\frac{\nu}{Vf_{r,\theta}\delta}\right)^{1/4} \quad (3.126)$$

Notă. Sistemul de coordonate a fost modificat astfel încît capacele se află la z=o.

In vecinătatea pereţilor subzistă doar V_r şi V_θ, V_z devenind nulă,

Inmulţind primele 2 ecuaţii din (3.116) cu r şi integrînd pe grosimea stratului limită găsim:

$$\begin{cases} r\int_0^\delta \tilde{V}_r\frac{\partial \tilde{V}_r}{\partial r}dz-\int_0^\delta V_\theta dz=-\frac{r}{\rho}\int_0^\delta\frac{\partial p}{\partial r}dz+r\int_0^\delta f_r dz+\frac{\tau p_r}{\rho}\Big|_0^\delta & (3.127)\\ r\int_0^\delta V_r\frac{\partial V_\theta}{\partial r}dz-\int_0^\delta V_r dz=r\int_0^\delta f_\theta dz+\frac{1}{\rho}\tau_{p_\theta}\Big|_0^\delta & (3.128)\end{cases}$$

In ecuaţiile (3.127-3.128) $\tau p_{r,\theta}$ reprezintă efortul tangenţial la perete datorat componentelor de viteză V_r, V_θ.

Ţinînd cont de (3.122), (3.125), (3.126) găsim:

$$\begin{cases}\frac{\tau}{\rho}p_r=0,225\left[\frac{1}{4}\sigma B_0^2\frac{\omega_0-\omega}{\omega}.r\right]^{7/4}\cdot\left(\frac{\nu}{\delta}\right)^{1/4}\\ \frac{\tau p_\theta}{\rho}=0,0285\left[\omega\, r\right]^{7/4}\left(\frac{\nu}{\delta}\right)^{1/4}\end{cases} \quad (3.129)$$

iar apoi din (3.127-3.128)

$$\begin{cases}\dfrac{A^2\Omega(7\Omega+18)-\left(\frac{\omega_0}{1+\Omega}\right)^2(72\Omega^2-144\Omega-112)}{3,14\left(\frac{A}{4}\Omega r\right)^{7/4}\cdot\nu^{1/4}}r^2\delta^{5/4}=1\\ \dfrac{-A\omega_0\Omega(1+\Omega)^{3/4}}{0,045(\omega_0 r)^{7/4}\cdot\nu^{1/4}}\cdot r^2\delta^{5/4}=1\end{cases} \quad (3.130)$$

Combinînd cele 2 relaţii (3.130) găsim:

$$\frac{A\omega_0\Omega(1+\Omega)^{3/4}}{0{,}045\omega_0^{7/4}} = \frac{\left(\frac{\omega_0}{1+\Omega}\right)^2(72\Omega^2 - 144\Omega - 112) - A^2\Omega(7\Omega+18)}{3{,}14\left(\frac{A\Omega}{4}\right)^{7/4}}$$

In relațiile (3.130), (3.131) s-au făcut notațiile:

$$\sigma B_0^2 = A;\ \frac{\omega_0 - \omega}{\omega} = \frac{\omega_0}{\omega} - 1 = \Omega$$

Ecuația (3.131) permite determinarea lui Ω (respectiv ω) pentru diverse valori a lui ω_0 respectiv B_0. Modul acesta de procedură este diferit de cel folosit în [56], unde; datorită considerării vitezelor pe frontiera stratului limită ca fiind cunoscute, cu excepția unei constante, este nevoie de o relație în plus.

In acest scop se utilizează ecuația de conservare a momentului cinetic:

$$\int_0^R 2\pi r^2 |\tau_0| dr = \int_0^R \int_0^{h/2} |f_0| \cdot 2\pi r^2 dr dz \qquad (3.132)$$

Problema curgerii turbulente în conducte de dimensiuni finite sub acțiunea forțelor electromagnetice produse de un inductor circular a fost studiată și în [50] dar cu utilizarea unui număr mai mare de ipoteze simplificatoare. Parametrii hidrodinamici au fost calculați cu ajutorul calculatorului electronic, folosind metoda creșterilor finite.

Analizînd modelul propus în [54] se pot face cîteva observații critice.

Astfel, forma componentelor vitezei (3.121) este neverosimilă din punct de vedere al lui V_r și V_z. Existența unei componente radiale crescătoare liniar cu raza și independentă de (z) nu poate fi explicată fizic, la fel cum nici componenta v_z dependentă numai de z nu poate explica pe unde se întoarce fluidul în zona centrală.

Analizînd forma cîmpului învîrtitor 3.115.b raportată la structura concretă a inductorului trifazic cu o singură pereche de poli (figura nr. 3.19) la un moment "t_0" dat, la care intensitatea maximă a cîmpului o are perechea de poli 1.1-1.2, iar perechile 2.1 - 2.2, respectiv 3.1 - 3.2 au valorile indicate în diagrama din figura nr. 3.20.

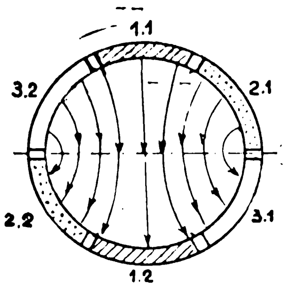


Figura nr. 3.19

Distribuţia liniilor de cîmp arată clar apariţia componentei B_θ "vinovată" de apariţia componentelor V_r şi V_z ale mişcării parazite suprapusă mişcării de rotaţie.

Se observă însă că distribuţia $B_o(\theta)$ este discontinuă şi că sub această formă componenta B_θ se roteşte cu viteza unghiulară ω_o a cîmpului. Componentele forţei Lorentz f_r şi f_z au sensuri diferite în cele două zone ale cilindrului alăturate perechii de poli 1.1 - 1.2, ca în figura nr. 3.21 fapt ce a fost omis prin acceptarea uniformităţii cîmpului.

Componentele forţei - Lorentz se pot calcula astfel:

$\bar{f} = \bar{J} x \bar{B}$ (Forţa Lorentz) (3.133)

$\bar{J} = \sigma(\bar{E} + \bar{v} x \bar{B})$ (Ohm*) (3.134)

$\bar{V} = V_r \bar{i}_r + V_\theta \bar{i}_\theta + V_z \bar{k}_k$

Cîmpul electric aplicat $\bar{E} = 0$.

$\bar{B} = B_r \bar{i}_r + B_\theta \bar{i}_\theta$

$B_r = B_o \sin(\theta - \omega_o t)$

$B_\theta = B_o \cos(\theta - \omega_o t)$

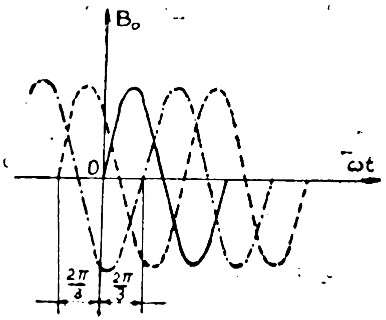


Figura nr. 3.20

Rezultă imediat:

$$\bar{f} = \sigma(\bar{v} x \bar{B}) x \bar{B} \quad (3.135)$$

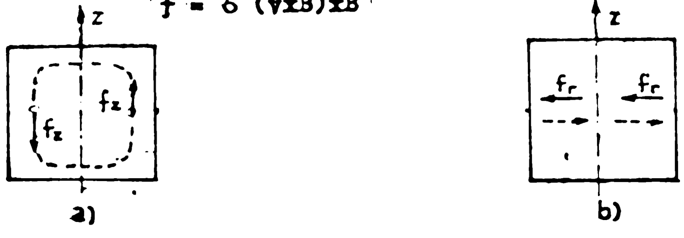


Figura nr. 3.21

Efectuînd produsele vectoriale şi proiectînd pe axele sistemului de coordonate găsim:

$$\begin{cases} f_r = V_\theta B_o^2 \cos(\theta - \omega_o t)\sin(\theta - \omega_o t) - \sigma V_r B_o^2 \cos^2(\theta - \omega_o t) & (3.136) \\ f_\theta = V_r B_o^2 \sin(\theta - \omega_o t)\cos(\theta - \omega_o t) - \sigma V_\theta B_o^2 \sin^2(\theta - \omega_o t) & (3.137) \\ f_z = V_z B_o \left[\sin^2(\theta - \omega_o t) + \cos^2(\theta - \omega_o t)\right] & (3.138) \end{cases}$$

Pentru un "θ" dat (pentru simplitate se admite θ=o) vor media în timp f_r, f_θ, f_z.

Astfel:

$$f_r = \sigma V_\theta B_o^2 \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}\sin 2(-\omega_o t)dt - \sigma V_r B_o^2 \frac{1}{T}\int_0^T \cos^2(-\omega_o t)dt \, ;$$

cum $T = \frac{2\pi}{\omega_o}$, prima integrală se anulează şi din cea de a 2-a rămîne:

$$f_r = -\frac{\sigma B_o^2 V_r}{T}\left[\frac{1}{4}\sin(-2\omega_o T) + \frac{1}{2}\omega_o T\right] = -\frac{1}{2}\sigma B_o^2 V_r \qquad (3.139)$$

Procedînd similar se găseşte:

$$f_\theta = \frac{\sigma B_o^2}{2}(\omega_o r)\left[1 - \frac{V_\theta}{\omega_o r}\right] \qquad (3.140)$$

$$f_z = -\sigma B_o^2 V_z \qquad (3.141)$$

__Notă__: Componenta tangenţială a vitezei care produce forţă trebuie considerată viteza relativă dintre cîmp şi fluid adică: $(\omega_o r - V_\theta.)$

Medierea făcută poate fi acceptată datorită vitezei mari de variaţie a cîmpului care nu poate fi urmărită fidel de fluid, acesta avînd rolul unui "volant" care "netezeşte" mişcarea.

Cu toate avantajele enumerate, acest model nu poate satisface în întregime, mai ales pentru cazul concret al giroscopului construit unde pentru motivele arătate anterior s-a optat pentru o formă a vasului cuprinsă între doi cilindrii coaxiali, cu extensie radială mică - 6 mm (R_1 = 24 mm; R_2 = 3o mm) şi înălţime h = 4o mm.

Distribuţia cîmpului va fi diferită (figura nr.3.22) faţă de modelul[55].

După cum se observă, componenta tangenţială a cîmpului va fi minimă, dată practic de cîmpul de scăpări, şi neglijabilă în comparaţie cu B_r. Acest fapt este avantajos, căci componentele V_r şi V_z care perturbă funcţionarea giroscopului devin neglijabile ($\bar{f}_r = \bar{f}_z = o$)

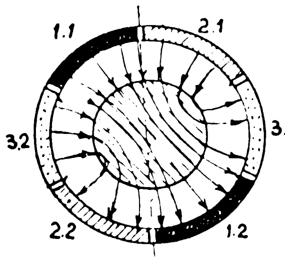


Figura nr. 3.22

Pe de altă parte, valoarea inducţiei B_r va fi variabilă [redacted] cu raza. Deoarece $\bar{B} = B_r \bar{1}_r$, din $\nabla \bar{B} = o$ găsim:

$$\frac{B_r}{r} + \frac{dB_r}{dr} = o \text{ sau } \ln B_r = -\ln r + \ln C = \ln \frac{C}{r}$$

Cum la $r = R_1$ $B = B_1$ avem: $B_1 = \frac{C}{R_1}$ şi deci $C = B_1 R_1$ iar

$$B_r = B_1 \frac{R_1}{r} \tag{3.142}$$

Cu aceste observaţii şi considerînd mişcarea staţionară şi axial simetrică ($\frac{\partial}{\partial t} = o$; $\frac{\partial}{\partial \theta} = o$), proprietăţile fluidului (ρ, σ, ν) constante, iar forţele masice neglijabile, ecuaţiile de continuitate şi de mişcare pentru giroscopul reprezentat în figura nr. 3.23, se scriu:

$$\begin{cases} (\bar{V}.\nabla)\bar{v} = \bar{f} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu \Delta \bar{v} \\ \nabla \bar{V} = o \\ \nabla \bar{B} = o \end{cases} \tag{3.143}$$

Efectuînd proiecţiile pe sistemul de coordonate ales şi ţinînd cont că $f_r = f_z \cong o$, $V_r, V_z \cong o$, găsim:

$$-\frac{V_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}$$

$$o = f_\theta + \nu\left[\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r^2} + \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial z}\right] \tag{3.144}$$

$$o = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$$

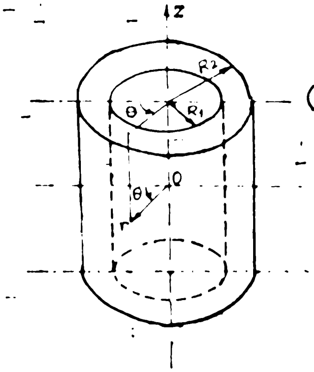


Figura nr. 3.23

Ecuaţia de continuitate este satisfăcută identic.

Ultima relaţie din (3.144) ne conduce la:

$p \neq p(z)$ şi deci $\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{dp}{dr} = F(r)$

Examinînd şi prima relaţie:

$$\frac{V_\theta^2}{r} = \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr} = F(r) \Longleftrightarrow V_\theta^2 \approx r.F(r)$$

adică $V_\theta = V_\theta(r)$. (3.145)

Această ipoteză poate fi acceptată pentru toată masa fluidului, mai puţin zonele din proximitatea capacelor.

Înlocuind în ecuaţia a doua din (3.144) $f_\theta = \frac{1}{2}\frac{\sigma B_r^2}{\rho}(\omega_o r - V_\theta)$

$B_{(r)} = \frac{B_1 R_1}{r}$ şi ţinînd cont că $\frac{\partial V_\theta}{\partial z} = 0$ găsim:

$$\nu\left(\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r^2}\right) = -\frac{\sigma B_1^2 R_1^2}{2\rho r^2}(\omega_o r - V_\theta)$$

sau încă:

$$r^2\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial r^2} + r\frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \left(1 + \frac{B_1^2 R_1^2}{2\nu\rho}\right)V_\theta = -\frac{B_1^2 R_1^2}{2}\cdot\omega_o r \quad (3.146)$$

Notînd $\left(1 + \frac{\sigma B_1^2 R_1^2}{2\nu\rho}\right) = q^2 = (1 + N)$;

$$\frac{R_1^2 \sigma B_1^2}{2\rho\nu} = N = \frac{H_a^2}{2}$$

ecuaţia (3.146) se scrie:

$$r^2 V_\theta'' + rV_\theta' - q^2 V_\theta = -N\omega_o r \quad (3.147)$$

Ecuaţia omogenă asociată admite soluţii de forma:

$$V_\theta = r^n \quad (3.148)$$

de unde: $V_\theta' = n.r^{n-1}$; $V_\theta'' = n(n-1)r^{n-2}$ şi $n(n-1)r^{n-2}.r^2 + nr^{n-1}.r - q^2 r^n = 0$

sau $n(n-1)+n=q^2$ şi deci:

$$n = \pm q = \pm\sqrt{1+N} \quad (3.149)$$

Găsim astfel:

$$V_\theta = Ar^n + \frac{B}{r^n} \quad (3.150)$$

Ecuaţia (3.147) admite o soluţie particulară de forma:

$$V_\theta = Cr \quad (3.151)$$

Intr-adevăr:

$$C.r - Cn^2r = -N\omega_o r, \text{ sau încă}$$

$$C(1 - n^2) = -N\omega_o$$

$$C = \frac{N\omega_o}{n^2 - 1} = \frac{N\omega_o}{1 + N - 1} = \omega_o$$

$$C = \omega_o \quad (3.152)$$

Soluţia generală a ecuaţiei (3.147) va fi:

$$V_\theta = A.r^n + \frac{B}{r.^n} \pm \omega_o r \quad (3.153)$$

Punînd condiţiile la limită:

$$V_\theta = o \text{ pentru } r = R_1 \text{ şi } r = R_2$$

obţinem:

$$\begin{cases} o = AR_1^n + \dfrac{B}{R_1^n} + \omega_o R_1 \\ o = AR_2^n + \dfrac{B}{R_2^n} + \omega_o R_2 \end{cases}$$

şi în final:

$$\begin{cases} A = -\omega_o \dfrac{R_2^{n+1} - R_1^{n+1}}{R_2^{2n} - R_1^{2n}} \\ B = -\omega_o \left(\dfrac{R_1R_2^n - R_2R_1^n}{R_2^{2n} - R_1^{2n}}\right)(R_1R_2)^n \end{cases} \quad (3.154)$$

Ţinînd cont de faptul că $B\,\ell\sqrt{\dfrac{\sigma}{\rho\nu}} = H_a$ (în cazul nostru $\ell = R_1$) exponentul n se poate scrie:

$$n = \sqrt{1 + \frac{\sigma B_1^2 R_1^2}{2\rho\nu}} = \sqrt{1 + \frac{H_a^2}{2}} \quad (3.155)$$

Expresia distribuţiei de viteze $V_\theta(r)$ devine:

$$V_\theta = \omega_o \left[r - \frac{R_2^{\sqrt{1+\frac{H_a^2}{2}}+1} - R_1^{\sqrt{1+\frac{H_a^2}{2}}+1}}{R_2^{2\sqrt{1+\frac{H_a^2}{2}}} - R_1^{2\sqrt{1+\frac{H_a^2}{2}}}} \cdot r^{\sqrt{1+\frac{H_a^2}{2}}} - \right.$$

$$\left. - \frac{(R_1R_2)^{\sqrt{1+\frac{H_a^2}{2}}} \cdot \left(R_1R_2^{\sqrt{1+\frac{H_a^2}{2}}} - R_2R_1^{\sqrt{1+\frac{H_a^2}{2}}}\right)}{R_2^{2\sqrt{1+\frac{H_a^2}{2}}} - R_1^{2\sqrt{1+\frac{H_a^2}{2}}}} \cdot \frac{1}{r^{\sqrt{1+\frac{H_a^2}{2}}}} \right] \qquad (3.156)$$

Pentru trasarea grafică a profilului vitezei tangenţiale s-a întocmit un program de calcul (anexa nr. 16). Curbele obţinute sînt date în figurile nr. 3.60 ÷ 3.65

Se observă uşor că pentru $n \to \infty$, $V_\theta \to \omega_o r$. De asemenea, analizînd alura curbelor obţinute se pot trage concluzii interesante sub aspect practic.

Astfel, pentru valori ale lui n ce depăşesc 80–100 (H_a = 110 – 140) creşterea vitezei maxime este nesemnificativă, fapt explicat prin creşterea importantă a disipaţiei vîscoase şi a pierderilor prin efectul Joule-Lentz. De asemenea, în acest domeniu, al numărului Hartman, se observă o liniarizare a profilului vitezei tangenţiale, zona de disipaţie vîscoasă de la pereţi fiind din ce în ce mai mică pe măsura creşterii numărului H_a, iar gradientul vitezei din ce în ce mai mare, fapt ce susţine afirmaţia anterioară cu privire la creşterea disipaţiei vîscoase.

Programul pentru calculul vitezei este dat în anexă.

3.43 Mişcarea fluidului electroconductor în proximitatea capacelor G.M.H.D.

Problema mişcării de rotaţie a fluidelor electroconducătoare în vecinătatea pereţilor frontali ai incintelor ce le conţin este abordată în numeroase lucrări din literatură [55], [53, 54, 51, 49], în diverse ipoteze. Astfel, în [55] se admite existenţa unui strat limită de tip turbulent cu un profil de viteze de forma:

$$\frac{\tilde{V}}{V^x} = C\left(\frac{V^x z}{\nu}\right)^{1/n} \qquad (3.157)$$

şi se presupune că întreaga disipaţie vîscoasă se produce numai în proximitatea capacelor, fapt ce permite determinarea unor mărimi ce stabilesc distribuţia de viteze în întregul volum de lucru al G.M.H.D. Modul acesta de abordare cap.(3.42) prezintă cel puţin două inconveniente. Pe de o parte, aşa cum s-a arătat anterior(3.42) în vecinătatea pereţilor cilindrici ai incintei are loc o disipaţie puternică de natură vîscoasă, iar pe de altă parte, problema existenţei unei mişcări turbulente este discutabilă. Problema stabilităţii mişcării este destul de mult abordată în lucrările de specialitate, în totalitatea cazurilor prin metoda perturbaţiilor [51, 58, 73, 92] care constituie singura posibilitate de analiză teoretică, cel puţin pînă în momentul de faţă. In comparaţie cu hidrodinamica clasică, studiul stabilităţii mişcării fluidelor electroconductoare este mai dificil, deoarece trebuie să se ţină seama şi de perturbaţiile cîmpului electromagnetic. Criteriile teoretice de trecere la mişcarea turbulentă propuse depăşesc de regulă cu mult valorile stabilite pe bază experimentală, faptul datorîndu-se, după cîte se pare, existenţei unor perturbaţii finite, în timp ce tratarea teoretică foloseşte perturbaţii infinit mici. Totuşi, ca o regulă generală, se poate afirma că prezenţa cîmpului are un efect stabilizator asupra mişcării, fapt confirmat şi de cercetările experimentale. Astfel, Murgatroyd [92], analizînd rezultatele experimentale obţinute de Hartmann-Lazarus, Lock ş.a., a propus următorul criteriu privitor la trecerea de la mişcarea laminară la mişcarea turbulentă, în interiorul stratului limită:

$$\mathcal{R}e_{cr} = 250\,\frac{\mathcal{H}_a^2 \cdot \mathrm{th}(\mathcal{H}_a)}{\mathcal{H}_a - \mathrm{th}(\mathcal{H}_a)} \qquad (3.158)$$

Cercetările ulterioare ale lui Branover şi Lielausis, au confirmat justeţea criteriului propus. Astfel, studiind curgerea în canale M.H.D. şi acceptînd legile semiempirice de tip Prandtl propuse de Harris, aceştia au obţinut o relaţie de calcul pentru coeficientul pierderilor hidraulice,

$$\lambda = \lambda_o(1 + 2 \mathcal{S}) \tag{3.159}$$

unde: λ_o este coeficientul pierderilor hidraulice fără cîmp $(\bar{B}, \bar{E} = o)$, iar $\mathcal{S}$ este numărul Stuart $\left(\mathcal{S} = \frac{\mathcal{H}_a^2}{\mathcal{R}_e}\right)$. (3.160)

Drept criteriu al stabilităţii a fost folosit (3.158)
In figura nr. 3.24 se arată corespondenţa valorilor date de relaţia (3.159) cu rezultatele experimentale,

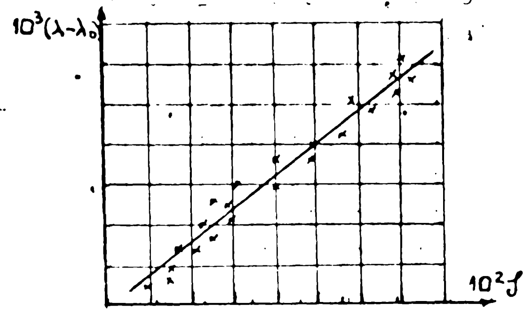


Fig 3.24.

Relaţia (3.158) conduce la $R_{e_{cr}}$ = 90.000 pentru $\mathcal{H}_a$ = 100, ceea ce, pentru cazul real de giroscop cercetat arată că sîntem încă departe de apariţia turbulenţei (R_e=30-40.000), deci există motive ca modelul propus [55] să nu fie acceptabil. Dintre modelele propuse, cel mai apropiat de cazul nostru este cel propus de [53] în care se admite existenţa unui strat de frecare de tip "disc în mişcare de rotaţie". Incinta se consideră formată din doi cilindrii coaxiali, fluidul cu proprietăţi constante, cîmpul omogen şi paralel cu axa cilindrilor. De asemenea, pentru restul domeniului, se admite existenţa unei singure componente a vitezei, cea tangenţială şi care variază cu raza după o lege de tipul:

$$V_\theta = r^n$$

Mişcarea se consideră staţionară şi axial simetrică

$$\frac{\partial}{\partial t} = o; \frac{\partial}{\partial \theta} = o$$

Se neglijează de asemenea cîmpul magnetic indus în comparaţie cu cel iniţial. Problema este rezolvată printr-o metodă integrală cu doi parametrii, analoagă metodei din teoria stratului limită din hidrodinamica clasică .

Alegînd sistemul de coordonate cilindrice (r, θ, z) cu axa z trecînd prin centrul discului şi paralelă cu inducţia $\bar{B}$, şi considerînd densitatea ρ, vîscozitatea cinematică ν şi conductivitatea σ constante, se pot introduce mărimile adimensionale:

$$\xi = \frac{\sigma B_o^2 r}{\rho v_\theta};\quad \eta = \frac{z}{\delta_M};\quad \delta_M = \sqrt{\frac{\rho\nu}{\sigma B_o^2}};\quad F_r = \frac{v_r}{v_\theta};\quad F_\theta = \frac{v_\theta}{v_\theta};\quad F_z = \frac{\delta_M v_z}{\nu};$$

$$g_1 = \frac{j_r}{\sigma v_\theta B_o};\quad g_2 = \frac{j_\theta}{\sigma v_\theta B_o};\quad g_3 = \frac{\delta_M \cdot j_z}{\nu \sigma B_o} \qquad (3.161)$$

unde v_r, v_θ şi v_z sînt componentele vitezei în stratul limită iar j_r, j_θ, j_z, densităţile de curent după cele 3 axe. Notaţiile ( ) au fost adoptate din considerente de analiză dimensională şi parţial din condiţiile la limită.

Cu aceasta, ecuaţiile stratului limită se pot scrie sub formă adimensională astfel:

$$\begin{cases} (1-n)\, F_r \dfrac{\partial F_r}{\partial \xi} + \dfrac{\eta}{\xi} F_r^2 + F_z \dfrac{\partial F_r}{\partial \eta} + \dfrac{1}{\xi}(1 - F_\theta^2) = \dfrac{\partial^2 F_r}{\partial \eta^2} - F_r \\ (1-n)\, F_r \dfrac{\partial F_\theta}{\partial \xi} + \dfrac{1+n}{\xi} F_r F_\theta + F_z \dfrac{\partial F_\theta}{\partial \eta} = \dfrac{\partial^2 F_\theta}{\partial \eta^2} + (1 - F_\theta) \\ (1-n)\, \dfrac{\partial F_r}{\partial \xi} + \dfrac{1+n}{\xi} F_r + \dfrac{\partial F_z}{\partial \eta} = 0 \\ g_1 = (1 - F_\theta);\ g_2 = -F_r;\ (1-n)\dfrac{\partial F_\theta}{\partial \xi} - \dfrac{1+n}{\xi}(1 - F_\theta) + \dfrac{\partial g_2}{\partial \eta} = 0 \end{cases} \qquad (3.162)$$

Cu condiţiile la limită:

$$F_r = 0;\ F_\theta = 0;\ F_z = 0,\ g_3 = 0 \text{ la } \eta = 0 \qquad (3.163)$$
$$F_r = 1;\ F_\theta = 1 \qquad\qquad \text{la } \eta \to \infty$$

Eliminînd F_z din primele 3 ecuaţii şi integrînd de la 0 la ∞ , cu respectarea (3.163) se obţin ecuaţiile:

$$(1-n)\frac{\partial}{\partial \xi}\int_0^\infty F_r^2 d + \frac{2n+1}{\xi}\int_0^\infty F_r^2 d + \frac{1}{\xi}\int_0^\infty (1-F_\theta^2)\, d\eta = -\left(\frac{\partial F_r}{\partial \eta}\right)_0 - \int_0^\infty F_r\, d\eta$$

$$(1-n)\frac{\partial}{\partial \xi}\int_0^\infty F_r(1-F_\theta)\, d\eta + \frac{1+n}{\xi}\int_0^\infty F_z(1-2F_\theta)\, d\eta = \left(\frac{\partial F_\theta}{\partial \eta}\right)_0 - \int_0^\infty (1-F_\theta)\, d\eta \qquad (3.164)$$

Soluţia sistemului (3.164) se caută pentru $\xi \gg 1$

sub forma unei serii de puteri cu exponent negativ al lui ξ . Reţinînd numai primii termeni ai dezvoltărilor se poate scrie:

$$\begin{cases} F_r = \frac{-1}{\xi}\left[\left(\eta - \frac{1}{3}\right)e^{-\eta} + \frac{1}{3}e^{-2\eta}\right] & (3.165) \\ F_\theta = 1 - e^{-\eta} & (3.166) \end{cases}$$

F_θ, fiind o funcţie cu variaţie monotonă între o şi 1, cu ajutorul ei putîndu-se determina mărimea adimensională

$$\delta = \int_0^\infty (1 - f_\theta)\, d\eta \qquad (3.167)$$

ce caracterizează stratul de deplasare. Se observă că aceasta are valoarea 1, dacă folosim variabilele adimensionale alese. Graficele celor două funcţii au alura din figura nr. 3.25 - 3.26

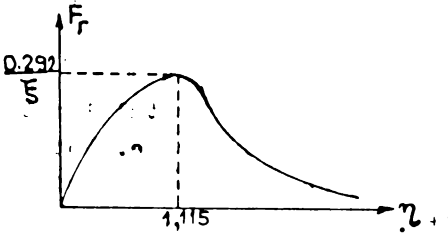


Figura nr. 3.25

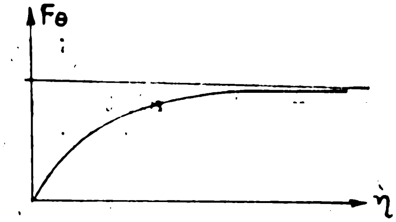


Figura nr. 3.26

Avînd în vedere cele arătate, se admit ca parametrii: grosimea stratului de deplasare $\delta = \delta^*/\delta_M$ şi α , care caracterizează maximumul funcţiei F_r, astfel încît soluţiile (3.165) şi (3.166) pot fi puse sub forma:

$$\begin{cases} F_r = \frac{\alpha}{\xi}\left[\left(\frac{\eta}{\delta} - \frac{1}{3}\right)e^{-\eta/\delta} + \frac{1}{3}e^{-2\eta/\delta}\right] & (3.168) \\ F_\theta = 1 - e^{-\eta/\delta} & (3.169) \end{cases}$$

Parametrii α şi δ vor fi funcţii de ξ şi vor trebui să verifice condiţiile la limită.

Inlocuind soluţiile (3.1 8) şi (3.139) în (3,1 2) şi integrînd, se obţin ecuaţiile:

$$\begin{cases} (1-n)\frac{\alpha\delta^2}{\xi}\frac{d\alpha}{d\xi} + \left(\frac{37}{7}n + \frac{16}{7}\right)\frac{\alpha^2\delta^2}{\xi^2} + \frac{\alpha\delta}{7} - \frac{64}{7}\alpha + 9\delta^2 = 0 & (3.170) \\ \frac{1-n}{2}\frac{\alpha^2}{\xi}\frac{d}{d\xi}(\delta^2) - \left(\frac{46}{7}n + \frac{39}{7}\right)\frac{\alpha^2\delta^2}{\xi^2} - \frac{37}{7}\alpha\delta^2 + \frac{109}{7}\alpha - 9\delta^2 = 0 & (3.171) \end{cases}$$

Pentru n=1 sistemul devine un sistem algebric cu soluţiile:

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{(8,1\delta^2)^2 + 2(8,1\delta^2)} - (8,1\delta^2) & (3.172) \\ \delta = \dfrac{1}{1 + \frac{8}{9}\frac{\alpha}{\delta^2}} & (3.173) \end{cases}$$

unde S este numărul Stuart local (3.160).

Pentru $n \neq 1$ ecuaţiile pentru calculul lui α şi δ constituie un sistem de două ecuaţii diferenţiale neliniare de ordinul I, pentru care e dificil de găsit o soluţie analitică.

Utilizînd o dezvoltare în serie pentru α şi δ de forma

$$\begin{cases} \alpha = 1 + \dfrac{A_1}{\xi} + \dfrac{A_2}{\xi^2} + \dfrac{A_3}{\xi^3} + \ldots \\ \delta = 1 + \dfrac{B_1}{\xi} + \dfrac{B_2}{\xi^2} + \dfrac{B_3}{\xi^3} + \ldots \end{cases} \qquad (3.174)$$

şi înlocuind expresiile (3.1 4,) în (3.170), (3.171) se obţine un sistem algebric pentru calculul coeficienţilor A_i, B_i, cu soluţia următoare:

$$\begin{cases} A_1 = B_1 = 0 \\ A_2 = -\dfrac{32}{81} + \dfrac{n}{3};\ B_2 = -\dfrac{23}{36} - \dfrac{n}{4} \\ A_3 = 0;\ B_3 = 0 \\ A_4 = \dfrac{4}{9}B_4 - \dfrac{5}{9}A_2B_2 + \dfrac{12n+6}{9}A_2 + \dfrac{5n-2}{9}B_2 \\ B_4 = \dfrac{5n-37}{36}A_2 - \dfrac{2n+30}{36}B_2 \end{cases} \qquad (3.176)$$

Pentru valori mici ale lui ξ sistemul poate fi integrat numeric. Rezultatele integrării pentru valori ale lui $n = 1, \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1$, sînt date în graficele din figura nr. .

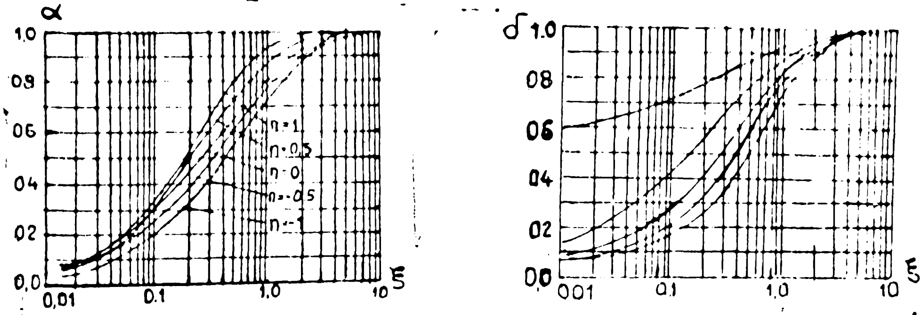


Figura nr. 3.27 corecte

Valorile pot fi acceptate ca fiind doar pînă la $\xi \approx 0,5$ iar pentru $\xi = 0$, profilul vitezelor admis, va diferi mult de cel real [59] şi rezultatele nu vor fi satisfăcătoare.

Pentru modele de giroscop construite, profilul vitezelor tangenţiale este de forma :

$$V_0 = \omega_0(r - Ar^n - Br^{-n}) \qquad (3.177)$$

Urmărind însă graficele trasate, confirmate şi de măsurători, se observă (figura nr. 3.28) că, exceptînd zonele I şi

II din vecinătatea pereţilor cilindrici unde influenţa termenilor Ar^n şi Br^{-n} se face simţită, în zona centrală III, ce ocupă ma-

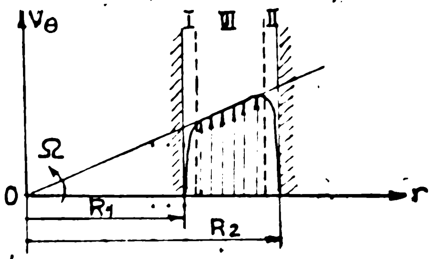


Figura nr. 3.28

joritatea volumului la numere $\mathcal{H}_a \geqslant 80 - 100$, distribuţia vitezelor este liniară: $V_\theta = \Omega r$
ceea ce ne permite să admitem n=1 în dezvoltarea anterioară. In acest mod, în stratul de frecare vom avea două componente ale vitezei, date de relaţiile (3.163,9) în care valorile lui α şi δ, pentru n=1 se scot din graficele din figura nr. 3.27 . Se observă totodată că pentru n=1 putem scrie:

$$V_\theta = V_{\theta_0} \frac{r}{r_0} \quad \text{şi} \quad \xi = \frac{6B_0^2}{\rho\Omega} = ct = \delta$$

adică ξ este constant şi are valoarea numărului Stuart local.
Cu această observaţie componentele vitezei V_r şi V_θ vor avea expresiile:

$$V_r = \Omega^2 \cdot r \frac{\alpha_0 \rho}{6 B_0^2} \left[\left(\frac{\sqrt{\frac{6B_0^2}{\rho\nu}}}{\delta_0} z - \xi \right) e^{-\frac{\sqrt{\frac{6B_0^2}{\rho\nu}}}{\delta_0} \cdot z} + \xi\, e^{-\frac{2\sqrt{\frac{6B_0^2}{\rho\nu}}}{\delta_0} z} \right] \quad (3.178)$$

$$V_\theta = \Omega \cdot r \left(1 - e^{-\frac{\sqrt{\frac{6B_0^2}{\rho\nu}}}{\delta_0} \cdot z}\right) \quad (3.179)$$

în care α_0 şi δ_0 sînt valori corespunzătoare ale lui α şi δ calculate cu (3.172) (3.173) sau scoase din graficelemdin figura nr. 3.27

Pentru relaţiile (3.178) (3.179) s-a întocmit un program de calcul pentru diverse valori ale numărului Stuart (B_0 variabil) şi s-au trasat curbele de variaţie din figura nr. 3.31 a,b,c

Observaţie: Relaţiile (3.178) şi (3.179) nu pot fi admise pentru zonele inelare de "colţurile" incintei, unde, probabil se va dezvolta un sistem de vîrtejuri, creînd o zonă de turbulenţă.

Neglijînd acest aspect, este uşor de calculat valoarea momentului de frecare pe cele două capace:

$$\tau_{\theta z_p} = 2\eta D_{\theta z}|_o \qquad (3.180)$$

unde $D_{\theta z}$ este componenta tensorului tensiunilor, iar $\tau_{\theta z}$ efortul tangenţial pe capace. Cum:

$$D_{\theta z} = \frac{1}{2r}\frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{1}{2}\frac{\partial V_\theta}{\partial z} \qquad (3.181)$$

Vom putea scrie:

$$\tau_{\theta z_p} = \eta \frac{\partial V_\theta}{\partial z}\Big|_{z=o}$$

$$\tau_{\theta z} = \eta\Omega r\left(1 + e^{-\frac{\sqrt{\frac{\sigma B_o^2}{\rho\nu}}}{\delta o}\cdot z}\right)_{z=o} = 2\eta\Omega r \qquad (3.182)$$

$$M_{f_o} = \int_{R_1}^{R_2} 2\eta\Omega r.2\pi r dr = 4\pi\eta\Omega\frac{(R_2^3-R_1^3)}{3} \qquad (3.183)$$

Pentru determinarea momentului de frecare pe pereţii laterali, cilindrici, ai incintei, se utilizează profilul vitezei tangenţiale determinat anterior, astfel încît:

$$\tau_p = \eta\frac{\partial V_\theta}{\partial r}\Big|_{r=R_1,R_2}$$

$$M_{f_1} = 2\pi\eta R_1 h\omega_o\left(1-nAr^{n-1}+\frac{nB}{r^{n+1}}\right)_{R=R_1} \qquad (3.184)$$

$$M_{f_2} = 2\pi\eta R_2 h\omega_o\left(1-nAr^{n-1}+\frac{nB}{r^{n+1}}\right)_{R=R_2} \qquad (3.185)$$

De valoarea momentului total de frecare

$$M_f = M_{f_1} + M_{f_2} + 2M_{f_c} \qquad (3.186)$$

trebuie ţinut cont la analiza echilibrului termic.

3.5 Ecuațiile diferențiale ale mișcării în cazul funcționării ca girometru

Incinta cilindrică a giroscopului M.H.D. se află montată pe un suport (navă, rachetă, avion etc.), fiind legată rigid de acesta. Atît timp cît suportul este în repaus, sau în mișcare de translație uniformă față de pămînt ecuațiile (3.144) descriu mișcarea mercurului în incintă precum și distribuția de presiuni. Dacă însă acesta execută o mișcare generală față de un reper presupus inerțial (legat de pămînt), distribuțiile de viteze și de presiuni se schimbă.

Ecuațiile de mișcare au la bază legea fundamentală a dinamicii ($\bar{F} = m\bar{a}$) care este valabilă numai pentru sisteme de referință inerțiale. In cazul unui sistem neinerțial apar forțe de inerție suplimentare de care trebuie să se țină seama. Fie sistemul inerțial OXYZ și sistemul mobil oxyz care are o mișcare arbitrară față de primul (figura nr.3.29).

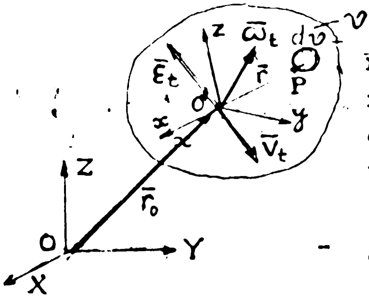


Figura nr.3.29

Fie $\bar{r}_0$ vectorul de poziție al originii sistemului mobil o' față de sistemul fix OXYZ și $\bar{r}$ vectorul de poziție față de sistemul mobil al unui volum elementar dv, de masă $dm = \rho\, dv$.

Accelerația absolută a particulei de masă dm va fi:

$$\bar{a}_a = \bar{a}_r + \bar{a}_t + \bar{a}_c \qquad (3.187)$$

$$\bar{a}_r = \dot{\bar{V}}_r = \frac{d\bar{V}_r}{dt} \qquad (3.188)$$

$$\bar{a}_t = \dot{\bar{V}}_t + \bar{\omega}_t x(\bar{\omega}_t x\bar{r}) + \bar{\varepsilon}_t x\bar{r} \qquad (3.189)$$

$$\bar{a}_c = 2\bar{\omega}_t x\bar{V}_r \qquad (3.190)$$

unde, $\bar{\omega}_t$, $\bar{\varepsilon}_t$ sînt viteza unghiulară, respectiv accelerația unghiulară a rotației pure a sistemului mobil față de cel fix.

Sau:

$$\bar{a}_a = \dot{\bar{V}}_t + \bar{\omega}_t x(\bar{\omega}_t x\bar{r}) + (\bar{\varepsilon}_t x\bar{r}) + 2\bar{\omega}_t x\bar{V}_r + \dot{\bar{V}}_r \qquad (3.191)$$

Ecuația fundamentală a dinamicii se scrie:

$$d\bar{F} = \bar{a}_a \cdot dm \text{ sau} \qquad (3.192)$$

$$d\bar{F} = \left[\dot{\bar{V}}_t - \omega_t^2 \cdot \bar{r} + \bar{\varepsilon}_t x\bar{r} + 2\bar{\omega}_t x\bar{V}_r + \dot{\bar{V}}_r\right] dm \qquad (3.193)$$

care poate fi scrisă și astfel:

$$\frac{d\bar{V}_r}{dt}dm - d\bar{F} = -\left[\frac{d\bar{V}_t}{dt} - \omega_t^2 \cdot \bar{r} + \bar{\varepsilon}_t x\bar{r} + 2\bar{\omega}_t x\bar{V}_r\right] dm \qquad (3.194)$$

Ecuaţia (3.194) arată că este posibilă secrierea ecuaţiilor de mişcare faţă de sistemul mobil cu condiţia introducerii forţelor de inerţie de transport şi Coriolis elementare.

Ţinînd cont de acestea, ecuaţia de mişcare a mercurului faţă de incinta legată de sistemul mobil se poate scrie:

$$\frac{d\bar{V}_r}{dt} = \bar{f}_m + \bar{f}_e - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\bar{v} - \frac{d\bar{V}_t}{dt} - \bar{\omega}_t x \bar{\omega}_t x \bar{r} - 2\bar{\omega}_t x \bar{V}_r \qquad (3.195)$$

unde: $\bar{f}_m$; $\bar{f}_e$ sînt forţele masice elementare, respectiv forţele de natură electrică, elementare (Lorentz).

Ţinînd cont de forma specifică a incintei se admite un sistem de coordonate mobile cilindrice. Pentru a nu apărea confuzii de notare viteza faţă de sistemul mobil se va nota în continuare simplu $\bar{V}$. Deoarece: $\bar{V} = V_r\bar{i}_r + V_\theta\bar{i}_\theta + V_z\bar{i}_z$; $\bar{r} = r\bar{i}_r$;
$\bar{V}_t = V_{t_r}\bar{i}_r + V_{t_\theta}\bar{i}_\theta + V_{t_z}\bar{i}_z$; $\bar{\omega}_t = (\omega_t)_r\bar{i}_r + (\omega_t)_\theta\bar{i}_\theta + (\omega_t)_z\bar{i}_z$;
$\bar{\varepsilon}_t = (\varepsilon_t)_r\bar{i}_r + (\varepsilon_\theta)\bar{i}_\theta + (\varepsilon_t)_z\bar{i}_z$; $\bar{f}_m = 0$;

$$\bar{f}_e = -\frac{1}{2}\sigma B_o^2 V_r\bar{i}_r + \frac{\sigma B_o^2}{2}\omega_o r\left(1 - \frac{V_\theta}{\omega_o r}\right)\bar{i}_\theta - \sigma B_o^2 V_z\bar{i}_z$$

şi întrucît mişcarea nu mai poate fi considerată staţionară, nici axial simetrică, ecuaţia (3.195) se va proiecta pe sistemul de coordonate astfel:

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \theta} + V_z\frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\theta^2}{r} = -\frac{1}{2}\sigma B_o^2 V_r - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{r} +$$
$$+ \nu\left(\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_r}{r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta}\right) +$$
$$+ \omega_t^2 r \sin^2\theta - 2\left[V_z\omega_{t_\theta} - V_\theta\omega_{t_z}\right] - \left(\frac{d\bar{V}_t}{dt}\right)_r \qquad (3.196)$$

$$\frac{\partial V_\theta}{\partial t} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_z\frac{\partial V_\theta}{\partial z} + V_r\frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_r V_\theta}{r} = \frac{\sigma B_o^2}{2}\omega_o r\left(1 - \frac{V_\theta}{\omega_o r}\right) -$$
$$- \frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu\left[\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial V_r}{\partial \theta}\right) -$$
$$- r\varepsilon_z - 2(V_r\omega_{t_z} - V_z\omega_{t_r}) - \left(\frac{d\bar{V}_t}{dt}\right)_\theta + \omega_t^2 r \sin\theta\cos\theta \qquad (3.197)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_z\frac{\partial V_z}{\partial z} + V_r\frac{\partial V_z}{\partial t} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_z}{\partial \theta} = -\sigma B_o^2 V_z + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial r}\right.$$
$$\left. + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2}\right) - 2(V_\theta\omega_{t_r} - V_r\omega_t) + \varepsilon_\theta r - \left(\frac{d\bar{V}_t}{dt}\right)_z \qquad (3.198)$$

BUPT

Adăugînd ecuaţia de conservare a masei:

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \qquad (3.199)$$

se obţine un set de patru ecuaţii diferenţiale care descriu cîmpul de viteze şi cîmpul de presiuni.

Se observă complexitatea sistemului şi se întrevăd dificultăţi majore în soluţionarea sa sub această formă.

Dacă însă se admite că suportul se deplasează cu viteză constantă ($\bar{V}_t$=ct, $\frac{d\bar{V}_t}{dt}$=o) şi că rotaţia pură este uniformă ($\bar{\omega}_t$=ct, $\bar{\omega}_t = \omega_r \cdot \bar{I}_r + \omega_\theta \cdot \bar{I}_\theta$, $\bar{\varepsilon}_t$=o) adică suportul execută o mişcare de rotaţie uniformă în jurul axei de translaţie, mişcarea devine staţionară şi pentru sistemul de coordonate din figura nr. ... ecuaţiile (3.196 - 3.198) se scriu:

$$\begin{cases} V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\theta^2}{r} = -\frac{1}{2}\sigma B_0^2 V_r - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \\ + \nu\left(\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_r}{r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_r}{\partial \theta^2}\right) + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta}) + \\ + \omega_t^2 r \sin^2\theta + 2V_z\omega_t \sin\theta \qquad (3.200) \\ \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_\theta}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_r V_\theta}{r} = \frac{\sigma B_0^2 \omega_0 r}{2}\left(1 - \frac{V_\theta}{\omega_0 r}\right) - \\ - \frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu\left[\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial V_r}{\partial \theta}\right] + \\ + 2V_z\omega_t \cos\theta - \omega_t^2 r \sin\theta\cos\theta \qquad (3.201) \\ V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_z}{\partial \theta} = -\sigma B_0^2 V_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \\ + \nu\left[\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2}\right] - 2\left[V_\theta \omega_{tr} - V_r \omega_{t\theta}\right] + \\ + \omega_t^2 z \cos^2\theta \qquad (3.202) \end{cases}$$

De asemenea în sistemul de coordonate ales putem scrie:

$$\begin{cases} \bar{\omega}_t = \omega_t \cos\theta \bar{I}_r - \omega_t \sin\theta \bar{I}_\theta \\ V_r = V_t = V_z = 0 \text{ la } r = R_1;\ r = R_2; \qquad (3.203) \\ V_r = V_\theta = V_z = 0 \text{ la } z = \pm h \end{cases}$$

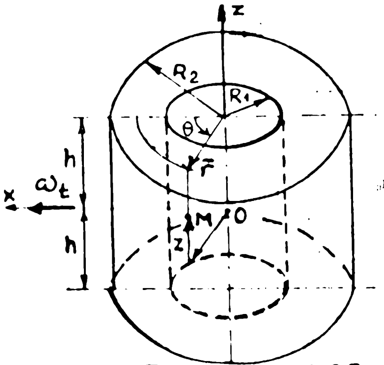


Figura nr. 3.30

Adăugînd ecuaţia (3.199) se obţine un sistem de patru ecuaţii cu patru necunoscute:

$$\begin{cases} V_r = V_r(r,\theta,z,\omega_t); \\ V_\theta = V_\theta(r,\theta,z,\omega_t); \\ V_z = V_z(r,\theta,z,\omega_t); \text{şi} \\ p = p(r,\theta,z,\omega_t) \end{cases}$$

Din acestea interesează în mod special distribuţia de presiuni $p=p(r,\theta,z,\omega_t)$.

Deşi simplificat faţă de forma anterioară sistemul este dificil, nu permite o integrare directă şi de aceea se face o analiză a mărimii termenilor ce intră în compunerea ecuaţiilor (3.201 - 3.203). O primă observaţie importantă este legată de faptul că viteza unghiulară de transport este mică ($\omega_t < 2\pi$ rad/s), ea avînd rol de perturbaţie a mişcării suportului, (avion, rachetă, navă etc.) , perturbaţie pe care girometrul o sesizează iar organul de execuţie al sistemului automat de navigaţie o anulează.

In comparaţie cu cazul mişcării neperturbate apar în plus termenii datoraţi acceleraţiei de transport şi acceleraţiei Coriolis:

$$\begin{cases} \bar{a}_t^n = \bar{\omega}_t x(\bar{\omega}_t x\bar{r}) = -\omega_t^2 r\sin^2\theta \bar{i}_r + \omega_t^2 r\sin\theta\cos\theta \bar{i}_\theta - \omega_t^2 z\cos^2\theta \bar{i}_z & (3.204) \\ a_c = 2\bar{\omega}_t x\bar{V}_r = \omega_t V_z\sin\theta i_r - \omega_t V_z\cos\theta i_\theta + \omega_t(V_\theta\cos\theta - V_r\sin\theta) i_z & (3.205) \end{cases}$$

Componentele vitezei V_r şi V_z sînt neglijabile în comparaţie cu V_θ (diferenţă de aproximativ 3 ordine de mărime). Maximizînd valorile acestora şi comparîndu-le cu valorile celorlalţi termeni, acestea sînt de cel puţin $3-4.10^2$ ori mai mici şi deci termenii respectivi pot fi neglijaţi. Excepţie face componenta acceleraţiei Coriolis: $V_\theta\cos\theta \bar{i}_z$ care are o valoare semnificativă.

Cu aceste observaţii sistemul se poate scrie:

$$\begin{cases} -\dfrac{V_\theta^2}{r} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial r} & (3.206) \\ 0 = \dfrac{6B^2\omega_0}{2} r\left(1 - \dfrac{V_\theta}{\omega_0 r}\right) - \dfrac{1}{\rho r}\dfrac{\partial p}{\partial \theta} + \nu\left(\dfrac{\partial^2 V_\theta}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V_\theta}{\partial r} - \dfrac{V_\theta}{r^2}\right) & (3.207) \\ 0 = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} - 2V_\theta\omega\cos\theta & (3.208) \end{cases}$$

Ecuaţia de continuitate

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \qquad (3.209)$$

este satisfăcută identic dacă admitem ipotezele anterioare: $V_r = V_z = 0$; $V_\theta = V_\theta(r)$.

Chiar şi în această formă integrarea este dificilă datorită prezenţei termenului $-\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \theta}$. Dacă însă din spaţiul mişcării ne vom alege un plan (θ = ct) studiul problemei în acest plan este posibil, studiul fiind pe deplin satisfăcător, deoarece prin construcţia giroscopului prizele de presiune se află într-un plan ce conţine axa de sensibilitate. In acest caz θ poate fi privit ca un parametru, termenul $\frac{\partial p}{\partial \theta}$ pierzîndu-şi semnificaţia. Ecuaţia (3.207) identică cu cea de la cazul neperturbat oferă profilul de viteze $V_\theta = V_\theta(r)$ cunoscut:

$$V_\theta = A.r^n + B.r^{-n} + \omega_o r$$

Faţă de cazul neperturbat se observă apariţia în ultima ecuaţie a perturbaţiei presiunii datorate forţei de inerţie Coriolis. Considerînd, în conformitate cu cele arătate anterior că viteza V_θ nu este perturbată, se poate admite că peste distribuţia iniţială de presiuni datorată forţelor centrifuge $(\rho\frac{V_\theta^2}{r})$ se suprapune perturbaţia $2\rho V_\theta \omega_t$. cos θ dz. Intrucît în planul θ = ct ales, prizele de presiune sînt situate la raza R_o şi la θ = o, respectiv $\theta = \pi$, vom putea determina diferenţa de presiune $\Delta p = p_1 - p_2 =$

$$= \int_0^h 2\rho V_\theta \omega_t \cos\theta . dz \Big|_{\theta=0}^{\theta=\pi}, \text{ sau încă}$$

$$\Delta p = 4\rho H V_\theta \omega_t = \mathcal{E}.\omega_t$$

$$p_1 - p_2 = \Delta p_{max} = 2\rho\omega_t h V_\theta(R) = \mathcal{E}.\omega_t \qquad (3.208)$$

Această relaţie arată de fapt posibilitatea ca aparatul să fie folosit ca girometru, mărimea de ieşire - diferenţa de presiune, fiind o funcţie liniară de ω_t - viteză unghiulară a suportului. Constanta $\mathcal{E}$ este o reprezentare sintetică a sensibilităţii girometrului şi ea este direct proporțională cu înălțimea vasului ce conține mercurul și cu viteza de rotație a fluidului electroconductor.

In literatură (34, 71, 80, 92) acest aspect nu este lămurit, admițînd că pe baza ecuației de conservare a momentului cinetic, la apariția rotației ω_t a suportului va fi necesară apariția unui moment giroscopic al forțelor de presiune. Astfel dacă admitem construcția din figura nr.3.31 în care prizele de presiune P_1 și P_2 dispuse la raza R sînt racordate la traductorul cu membrană T astfel încît presiunile p_1 și p_2 acționează pe cele două fețe ale membranei "m", putem scrie expresia momentului cinetic:

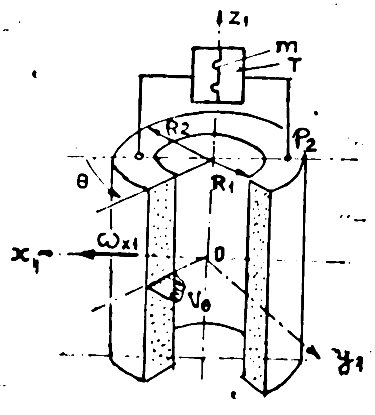


Figura nr. 3.31

$$\bar{K} = \int_v d\bar{K} = \rho \int_v \bar{r} \times \bar{V}_\theta \cdot dv = K\bar{i}_{z1} \quad (3.209)$$

Prin rotația suportului cu viteza unghiulară ω_{x1} a suprafluidului va acționa momentul giroscopic

$$\bar{M}_g = \bar{\omega}_{x_1} \times \bar{K} = -K\omega_{x_1} \cdot \bar{I}_{y_1}$$

sau $M_g = K \frac{\Delta p}{\ell}$. (3.210)

Drept urmare asupra membranei va acționa o diferență de presiune care va împinge mercurul prin conducte conform săgeților din figură producînd deplasarea membranei cu:

$$\Delta\ell = \Delta pA/c = a_1 \cdot M_g ; \; (F = c \cdot \Delta\ell) \; \left(a = \frac{A \cdot \ell}{C \cdot K}\right) \quad (3.211)$$

Această deplasare se transmite la cursorul unui potențiometru ca în figura nr. 3.32 provocînd dezechilibrul punții și apariția unei tensiuni de ieșire $U_{e_1} = K_2 \cdot \Delta\ell$

(3.212)

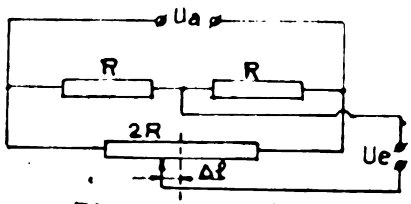


Figura nr. 3.32

Ținînd cont de(211)obținem:

$$U_{e_1} = k_2 a M_g = k_2 a K \cdot \omega_{x_1}$$

sau

$$U_{e_1} = k \cdot \omega_{x_1} \quad (3.213)$$

Dacă se vor practica prize de presiune şi în partea inferioară, dispuse pe axa oy_1, vom putea culege un semnal $U_{e_2} = k\omega y_1$, deci aparatul poate funcţiona ca un girometru cu două axe de sensibilitate, Ox_1 şi Oy_1. In cazul în care cele două prize se conectează la capetele unui cilindru prevăzut cu piston (figura nr. 3.33) acesta se va deplasa cu mărimea:

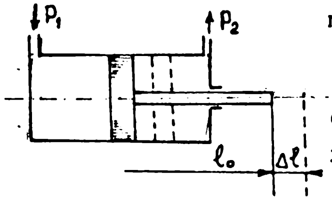


Figura nr. 3.33

$$d\ell = b.\omega_{x_1}$$

de unde deplasarea pistonului va fi:

$$\ell = \ell_0 + b\int_0^t \omega_{x_1}.dt \qquad (3.214)$$

Deci aparatul poate lucra şi ca giroscop integrator.

3.51 INFLUENTA PARAMETRILOR DE MISCARE AI SUPORTULUI ASUPRA MARIMII DE IESIRE A GIROMETRULUI M.H.D.

In capitolul 3.5 în care s-a demonstrat posibilitatea funcţionării aparatului ca girometru s-a presupus că suportul (navă, avion, rachetă etc.) pe care se află ambarcat execută o mişcare rectilinie uniformă de-a lungul axei OX (numită axă de sensibilitate) în raport cu un reper inerţial. S-a arătat de asemenea că o rotaţie uniformă cu viteza unghiulară ω_x în jurul acestei axe, conduce la apariţia unei diferenţe de presiune la cele două prize, dependentă liniar de ω_x.

$$\Delta p = C.\omega_x \qquad (3.25)$$

Este posibil însă, ca suportul să nu respecte aceste condiţii şi în acest caz este necesară cunoaşterea influenţei diverşilor parametrii cinematici ai mişcării suportului asupra mărimii de ieşire, în vederea aplicării corecţiilor necesare de către calculatorul de bord.

In cele ce urmează se va analiza succesiv influenţa unor acceleraţii ale mişcării suportului asupra mărimii de ieşire a girometrului.

a) Influenţa acceleraţiei a_x de-a lungul axei de sensibilitate

Fie girometrul din figură; o, x, y, z sistemul de coordonate mobil legat de suport şi OXYZ un sistem de coordonate inerţial:

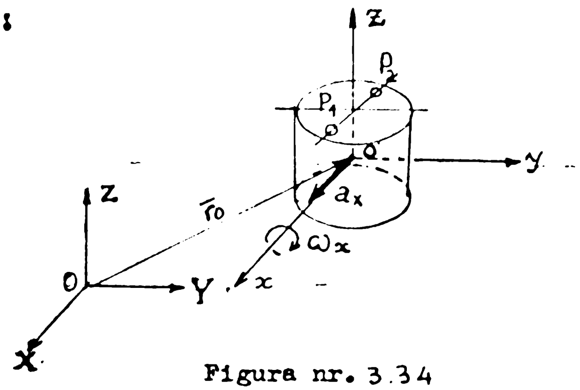


Figura nr. 3.34

p_1 şi p_2 reprezintă presiunea la cele două prize; ω_x viteza unghiulară de măsurat şi a_x acceleraţia absolută a suportului orientată de-a lungul axei ox.

Componentele accelerației a_x față de sistemul de coordonate cilindrice r, Θ, z legat de girometru sînt:

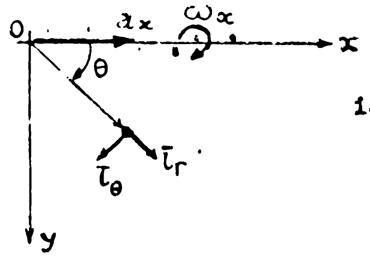


Figura nr. 3.35

$$\begin{cases} a_r = a_x \cos\Theta \\ a_\Theta = -a_x \sin\Theta \end{cases} \qquad (3.216)$$

iar cele ale vitezei unghiulare ω_x

$$\begin{cases} \omega_r = \omega_x \cos\Theta \\ \omega_\Theta = \omega_x \sin\Theta \end{cases} \qquad (3.217)$$

Accelerația de transport ce acționează asupra fluidului este dată de: $\bar a_t = \bar a_x + \bar\omega_x \times (\bar\omega_x \times \bar r)$, accelerația relativă $\bar a_r = -\frac{V_\Theta^2}{r}\bar i_r$, iar accelerația Coriolis $\bar a_c = -2V_\Theta \cos\Theta\, \omega_x \bar i_z$.

Neglijînd forțele masice și admițînd că forțele de natură vîscoasă sînt echilibrate de forțele Lorentz, precum și faptul că viteza unghiulară de rotație a mercurului $\Omega \gg \omega$, se poate admite cu aproximație satisfăcătoare că:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial r} = \rho\left(a_x \cos\Theta - \omega_x^2 r \sin^2\Theta - \frac{V_\Theta^2}{r}\right) \\ \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \Theta} = \left(-a_x \sin\Theta - \omega_x^2 r \sin\Theta \cos\Theta\right) \\ \frac{\partial p}{\partial z} = \left(\omega_x^2 z - 2V_\Theta \omega_x \cos\Theta\right) \end{cases} \qquad (3.218)$$

Astfel se poate scrie imediat:

$$\frac{dp}{\rho} = \left[\left(\frac{\partial p}{\partial r}dr + \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \Theta}d\Theta + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right)\right] \qquad (3.219)$$

sau, avînd în vedere (3.216-3.217)

$$\frac{dp}{\rho} = \left[\left(a_x \cos\Theta - \omega_x^2 r \sin^2\Theta - \frac{V_\Theta^2}{r}\right)dr + \frac{1}{r}\left(-a_x \sin\Theta - \omega_x^2 r \sin\Theta\cos\Theta\right)d\Theta + \left(\omega_x^2 z - 2V_\Theta \omega_x \cos\Theta\right)dz\right] \qquad (3.220)$$

Intr-un plan Θ = ct (Θ = 0) ce conține axa de sensibilitate putem scrie:

$$\frac{dp}{\rho} = \left(-a_x - \frac{V_\theta^2}{r}\right)dr + (\omega_x^2 z - 2\omega_x V_\theta)dz \qquad (3.221)$$

La cele două prize dispuse pe capacul superior în planul amintit, la $\theta = o$ şi $\theta = \pi$, vom avea presiunile:

$$\begin{cases} p_1 = \rho\int\left[\left(a_x - \frac{V_\theta^2}{r}\right)dr + (\ {}_x^2 z - 2 \ {}_x V_\theta)dz\right] + C_1 \\ p_2 = \rho\int\left[\left(-a_x - \frac{V_\theta^2}{r}\right)dr + (\omega_x^2 z + 2\omega_x V_\theta)dz\right] + C_2 \end{cases} \qquad (3.222)$$

Mărimile de sub integrală nu sînt diferenţiale totale exacte $\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right) \neq \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)\right]$, dar există un factor integrant $\mu(r)$ astfel încît să poată fi efectuată integrala.

Se observă imediat apariţia suplimentară a unui termen de mărime $a_x.r$, respectiv $- a_x.r$ la cele două prize, astfel încît diferenţa de presiune Δp va fi afectată cu mărimea $2\rho a_x.r$, iar

$$\Delta p_{max} = \rho(\pm 2a_x R_o + 2\omega_x h V_\theta) \qquad (3.223)$$

unde R_o este raza la care sînt practicate prizele de presiune şi unde V_θ are valoare maximă.

Inconvenientul poate fi corectat cu ajutorul informaţiei oferită de un accelerometru dispus de-a lungul axei de sensibilitate.

b) <u>Influenţa acceleraţiilor de tip a_y, de-a lungul unei axe perpendiculare pe axa de sensibilitate</u>

Situaţia este oarecum similară celei din cazul anterior, deosebindu-se numai expresiile componentelor acceleraţiei a_x (figura nr.3.36)

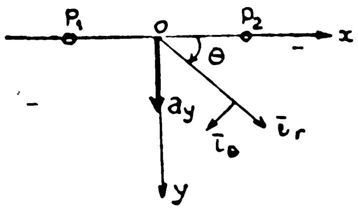


Figura nr. 3.36

Se observă că:

$a_{x_r} = a_x \sin\theta$; $a_{x_\theta} = a_x \cos\theta$

Relaţiile (3.218) se vor scrie acum:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial r} = \rho\left(a_x \sin\theta - \omega_x^2 r \sin^2\theta - \frac{V_\theta^2}{r}\right) \\ \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta} = \rho(a_x \cos\theta - \omega_x^2 r \sin\theta\cos\theta) \\ \frac{\partial p}{\partial z} = \rho(\omega^2 z - 2V_\theta\omega_x \cos\theta) \end{cases} \qquad (3.224)$$

In planul axei de sensibilitate ($\Theta_1=0$; $\Theta_2=\pi$), vom avea:

$$\begin{cases} p_1 = \rho \int\left[\left(-\frac{V_\Theta^2}{r}\right)dr + \left(\omega_x^2 z - 2\omega_x V_\Theta\right)dz\right] + C_1 \\ p_2 = \rho \int\left[\left(-\frac{V_\Theta^2}{r}\right)dr + \left(\omega_x^2 z + 2\omega_x V_\Theta\right)dz\right] + C_2 \end{cases} \tag{3.225}$$

Printr-un raţionament similar celui anterior se observă imediat că mărimea de ieşire nu este influenţată de acceleraţii ale suportului pe direcţii perpendiculare pe axa de sensibilitate.

c) <u>Influenţa acceleraţiilor suportului orientate de-a lungul axei de rotaţie proprie a girometrului, oz</u>

Acceleraţia suportului are forma $\bar{a}_z = a_z.\bar{K}$. Relaţiile (3.218) se scriu în acest caz:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial r} = \rho\left(-\omega_x^2 r\sin^2\Theta - \frac{V_\Theta^2}{r}\right) \\ \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \Theta} = \rho\left(-\omega_x^2 r\sin\Theta\cos\Theta\right) \\ \frac{\partial p}{\partial z} = \rho\left(a_z + \omega_x^2 z - 2V_\Theta\omega_x\cos\Theta\right) \end{cases} \tag{3.226}$$

Presiunile măsurate la prizele de pe axa de sensibilitate vor fi:

$$\begin{cases} p_1 = \rho\int\left[\left(-\frac{V_\Theta^2}{r}dr\right) + \left(a_z + {}_x^2 z - 2\;{}_x V_\Theta\right)dz\right] + C_1 \\ p_2 = \rho\int\left[\left(-\frac{V_\Theta^2}{r}dr + \left(a_z + {}_x^2 z + 2\;{}_x V_\Theta\right)dz\right] + C_2 \end{cases} \tag{3.227}$$

Se observă imediat că termenul a_z nu influenţează mărimea de ieşire $\Delta p = p_2 - p_1$.

d) <u>Influenţa acceleraţiilor unghiulare de tipul ε_x</u>

Componentele acceleraţiei unghiulare ε_x pe axele sistemului mobil θ, r, Θ, z sînt:

$$\bar{\varepsilon}_x = \bar{\varepsilon}_x\left(\cos\Theta\bar{i}_r - \sin\Theta\bar{i}_\Theta\right) \tag{3.228}$$

iar accelerația de transport corespunzătoare $\bar{a}_t = \bar{\varepsilon}\times\bar{r} = \varepsilon_x r\sin\theta\bar{I}_z$.

Relațiile (3.218) se scriu în acest caz:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial r} = \rho\left(-\omega_x^2 r\sin^2\theta - \dfrac{V_\theta^2}{r}\right) \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial p}{\partial \theta} = \rho\left(-\omega_x^2 r\sin\theta\cos\theta\right) \\ \dfrac{\partial p}{\partial z} = \rho\left(\varepsilon_x r\sin\theta + \omega_x^2 z - 2V_\theta\omega_x dz\right) \end{cases} \tag{3.229}$$

iar presiunile măsurate la prizele de pe axa de sensibilitate ($\theta = o$ și $\theta = \pi$) vor fi:

$$\begin{cases} p_1 = \rho\int\left[-\dfrac{V_\theta^2}{r}dr + (\omega_x^2 z - 2V_\theta\omega_x)dz\right] + C_1 \\ p_2 = \rho\int\left[-\dfrac{V_\theta^2}{r}dr + (\omega_x^2 z + 2V_\theta\omega_x)dz\right] + C_2 \end{cases} \tag{3.330}$$

deoarece termenul $\varepsilon r\sin\theta$ se anulează atît pentru $\theta = o$ cît și pentru $\theta = \pi$. Deci accelerația unghiulară a suportului în jurul axei de sensibilitate nu afectează indicația momentană a girometrului. Observînd însă faptul că $\omega_x = \omega_{ox} + \varepsilon_x t$, în timp, diferența de presiune măsurată va avea o variație similară, reflectînd modificarea vitezei unghiulare de rotație a suportului.

e) <u>Influența accelerațiilor unghiulare de tip ε_y</u>

Componentele vectorului ε_y pe axele sistemului mobil sînt: $\bar{\varepsilon}_y = \varepsilon_y(\sin\theta\bar{I}_r + \cos\theta\bar{I}_\theta)$, iar accelerația de transport imprimată $\bar{a}_t = \bar{\varepsilon}\times\bar{r} = \varepsilon r\cos\theta\bar{I}_z$.

Din ecuațiile de mișcare scrise față de sistemul mobil în acceptul ipotezelor anterior formulate rezultă:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial r} = \rho\left(-\dfrac{V_\theta^2}{r}\right) \\ \dfrac{\partial p}{\partial \theta} = \rho\left(-\omega_x^2 r\sin\theta\cos\theta\right) \\ \dfrac{\partial p}{\partial z} = \rho\left(\varepsilon_y r\cos\theta + \omega_x^2 z - 2V_\theta\omega_x dz\right) \end{cases} \tag{3.331}$$

Procedînd analog cazurilor anterior abordate putem scrie expresiile presiunilor măsurate la cele două prise ($\Theta=0$ respectiv $\Theta=\pi$):

$$\begin{cases} p_1 = \rho\int\left[\left(-\frac{V_\Theta^2}{r}\right)dr + \left(\varepsilon_y r + \omega_x^2 z - 2V_\Theta\omega_x\right)dz\right] + C_1 \\ p_2 = \rho\int\left[\left(-\frac{V_\Theta^2}{z}\right)dr + \left(-\varepsilon_y r + \omega_x^2 z + 2V_\Theta\omega_x\right)dz\right] + C_2 \end{cases} \quad (3.332)$$

Se observă imediat că mărimea de ieşire Δp este afectată de acceleraţia unghilară a rotaţiei în jurul unei axe perpendiculară pe axa de sensibilitate deoarece:

$$\Delta p' = \Delta p + 2\varepsilon_y r. \quad (3.333)$$

Pentru a nu altera caracterul informaţiei este necesar ca în procesul de prelucrare în calculatorul de bord să se ţină cont de aceste aspecte.

f) <u>Influenţa acceleraţiilor unghiulare ale suportului în jurul axei de rotaţie proprie a girometrului, z</u>

Corpul girometrului (vasul ce conţine fluidul electroconductor) fiind solidar cu suportul (navă, avion, torpilă, rachetă etc.) se roteşte împreună cu acesta cu o viteză unghiulară $\omega_z = \omega_z(t)$, adică $\frac{\partial\omega_z}{\partial t} = \varepsilon_z \neq 0$. Faptul echivalează cu o variaţie a momentului cinetic al fluidului în raport cu incinta care îl conţine. Deoarece anterior s-a arătat că $M_g = K.\omega_x = K\mathcal{B}^{-1}.\Delta p$ (3.208), se observă că mărimea de ieşire va fi variabilă în timp, legea de variaţie fiind aceiaşi ca şi cea a momentului cinetic:

$$\bar{K} = \rho\int_{\mathcal{V}}(\bar{r}\times\bar{V}_0)\,d\mathcal{V} = \rho\int_{\mathcal{V}}\bar{r}\times[\bar{V}_0 \pm \bar{\omega}_z(t)\times\bar{r}]\,d\mathcal{V} \quad (3.334)$$

sau încă:

$$\bar{K} = \bar{K}_0 \pm \frac{\rho}{2}\mathcal{V}.r^2\omega_z(t) \quad (3.335)$$

Evident, va trebui să se ţină seama şi de acest aspect în evaluarea mărimii de ieşire a girometrului. In afara influenţelor arătate, asupra fluidului purtător de moment cinetic mai pot acţiona şi alţi factori ca: vibraţii ale suportului, cîmpuri termice etc.

Nu se face o abordare a acestor aspecte, deoarece depăşesc cadrul propus al lucrării.

3.6 SENSIBILITATEA GIROMETRULUI M.H.D.

Sensibilitatea girometrului s definită ca raport al mărimii de ieşire faţă de mărimea de intrare

$$s = \frac{\Delta p}{\omega_{x1}} \qquad (3.336)$$

este o caracteristică importantă a aparatului, ea permiţînd o apreciere a calităţii acestuia precum şi o comparaţie cu construcţiile existente. Avînd în vedere aceste argumente se va aborda problema sensibilităţii sub aspectul ei general iar apoi pentru cazurile construcţiilor concrete realizate.

Pe baza expresiei momentului giroscopic $M_g = K.\omega_{x1}$ sensibilitatea s se poate scrie:

$$s = \frac{K.\Delta p}{\pm M_g} \qquad (3.337)$$

Momentul cinetic K, se poate scrie (figura nr.3.37):

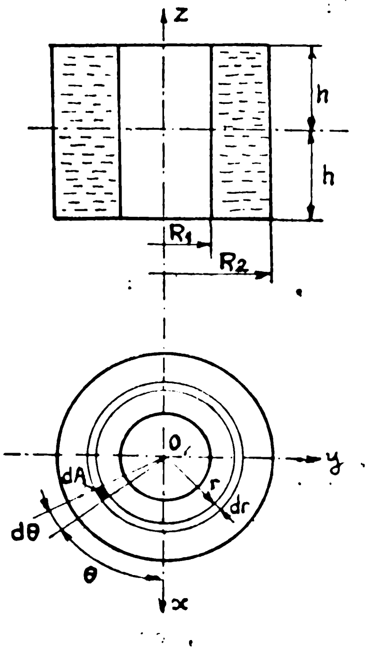


Figura nr. 3.37

$$\bar{K} = \int_v \bar{r} \times d\bar{H} = \int_v (\bar{r} \times \bar{v})\, \rho\, dv =$$
$$= \rho \int_v r.v.dv.\bar{I}_z \qquad (3.338)$$

Cum $dv = 2h.d\theta.r.dr$ şi notînd $v = \Omega r$ unde Ω este o funcţie legată de distribuţia radială a vitezei tangenţiale, se poate scrie:

$$K = 2h\rho \int_0^{2\pi} d\theta \int_{R_1}^{R_2} \Omega\, r^3 dr =$$

$$= 4\pi\rho \cdot \int_{R_1}^{R_2} \Omega\, r^3 dr \qquad (3.339)$$

Presiunea într-un punct al flanşei reperat la unghiul θ este

$$p = \frac{\Delta p_{max}}{2} \cos\theta \qquad (3.340)$$

iar forţa de presiune elementară:

$$dF = p.dA = \frac{\Delta p_{max}}{2} r.dr.d\theta\cos\theta \qquad (3.341)$$

Momentul acestei forţe $dM_y = r\cos\theta dF$ integrat pe suprafaţa flanşei dă momentul giroscopic:

$$Mg_y = \frac{\Delta p_{max}}{2}\int_0^{2\pi}\cos^2\theta d\theta\int_{R_1}^{R_2} r^2 dr$$

sau încă:

$$Mg_y = \frac{\pi}{2}\,\Delta p_{max}\,\frac{R_2^3 - R_1^3}{3} \qquad (3.342)$$

Inlocuind expresia momentului cinetic şi a momentului giroscopic în (3.337) găsim:

$$s = \frac{24gh}{R_2^3 - R_1^3}\int_{R_1}^{R_2}\Omega\, r^3 dr \qquad (3.343)$$

Pentru calculul integralei este necesară cunoaşterea funcţiei Ω (r). Se vor examina în continuare cîteva cazuri de integrare bazate pe anumite distribuţii Ω(r).

<u>Calculul aproximativ al sensibilităţii</u>

a) Cazul Ω = ct

Din (3.343) rezultă imediat:

$$s = 6ghR_2\,\frac{1-\lambda^4}{1-\lambda^3} \qquad (3.344)$$

în care $\lambda = \frac{R_1}{R_2}$

introducînd coeficientul adimensional

$$C_s = \frac{s}{2\rho h v_o} \qquad (3.345)$$

unde v_o este viteza tangenţială medie, se obţine:

$$C_s = 6\,\frac{1}{1+\frac{\lambda}{1+\lambda^2}} \qquad (3.346)$$

Pentru o $< \lambda <$ 1 avem 6$< C_s <$ 4.

Funcţia $C_s = f(\lambda)$ are un minim pentru λ =1, deci sensibilitatea creşte cu mişcarea micşorarea raportului razelor şi creşterea înălţimii.

b) Cazul v = ct. Poate fi admis pentru numere Hartmann mari cu regim turbulent avansat, cînd viteza, cu excepţia unor zone înguste din apropierea pereţilor ar putea fi admisă constantă.

Fie r_h raza hidraulică a canalului, R_e şi H_a numerele Reynolds şi Hartman, definite prin relaţiile:

$$r_h = \frac{(R_2-R_1)L}{2L+2(R_2+R_1)} = \frac{R_2}{2(\frac{1}{1-\lambda} + \frac{R_2}{L})} \tag{3.347}$$

unde $L = 2h$,

$$R_e = \frac{\rho V.r_h}{\eta}; \quad H_a = B.r_h\sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} \tag{3.348}$$

Inlocuind în [3.343] $\Omega = \frac{v_0}{r}$ se obţine:

$s = 8\rho L v_0$; $C_s = 8$

In [92] se dă un exemplu de girometru M.H.D. avînd L=5 cm, r_2 = 3 cm şi r_1 = 2,5 cm, Ω = 100 rot/min; σ = 138.300 N/m³.

Calculul sensibilităţii cu ipoteza Ω = ct şi cu V_0=ct dă valori apropiate: $1{,}73.10^3$ N.s/m², respectiv $1{,}7.10^3$ N.s/m².

Calculul sensibilităţii girometrului M.H.D. cu conducţie

Fie un girometru M.H.D. de curent continuu, cu cîmp magnetic axial constant şi curent radial. Deoarece $v=v(r,z)$ momentul cinetic se va scrie:

$$K = \int_v \rho r^2 \Omega \, dv \tag{3.349}$$

în care $dv = r dr dz d\theta$

Astfel:

$$K = \rho\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^L dz \int_{R_1}^{R_2} \Omega r^3 dr = 2\pi\rho \int_0^L dz \int_{R_1}^{R_2} v.r^2 dr \tag{3.350}$$

In cazul mişcării laminare [92] avem:

$$v(r,z) = v_m\left[\left(\frac{r}{R_2} - \frac{R_2}{r}\right)\frac{\lambda^2 \ln\lambda}{1-\lambda^2} + \frac{r}{R_2}\ln\frac{r}{R_1}\right] + V_m\sum_{n=1}^{\infty} A_n Y_1(\alpha_n r).ch(Y_n z) \tag{3.351}$$

unde v_m este o viteză caracteristică iar Y_1 o funcţie Bessel de ordinul 1, de forma:

$$Y_1 = J_1(\alpha_n . r) - \frac{J_1(\alpha_n)}{N_1(\alpha_n)} . N_1(\alpha_n , r) \tag{3.352}$$

J_1 şi N_1 fiind funcţii Bessel de speţa întîi şi a doua, iar n rădăcina ecuaţiei:

$$J_1(\lambda\alpha_n)N_1(\alpha_n)-J_1(\alpha_n)\cdot N_1(\lambda\alpha_n)=0 \qquad (3.353)$$

$$A_n=\frac{-4}{\alpha_n\cdot ch\,\alpha_n}b_n;\quad b_n=\frac{1}{\alpha_n^2}\frac{Y_o(\alpha_n)-Y_o(\lambda\cdot\alpha_n)}{[Y_o^2(\alpha_n)+Y_o(\alpha_n)]^2-[\lambda Y_o(\lambda\alpha_n)]^2}$$

$$Y_n=\frac{\alpha_n L}{2R_2}$$

Ultimul termen reprezintă influența capetelor canalului şi pentru $L\gg R_2$ se poate neglija, iar viteza v capătă forma:

$$V(r)=v_m\left[\left(\frac{r}{R_2}-\frac{R_2}{r}\right)\frac{\lambda^2\ln\lambda}{1-\lambda^2}+\frac{r}{R_2}\ln\frac{r}{R_2}\right] \qquad (3.354)$$

Inlocuind în (3.350) se obține:

$$K=2\pi\varrho v_m L R_2^3\left(\lambda^2\ln\frac{1}{\lambda}-\frac{1-\lambda^4}{4}\right)+2\pi\varrho v_m\int_0^L dz\int_{R_1}^{R_2}C(r,z)dz\ ;\ C\to 0;$$

iar sensibilitatea

$$s=\varrho L v_m\frac{6}{1-\lambda^3}\left(\lambda^2\ln\frac{1}{\lambda}-\frac{1-\lambda^4}{4}\right)+\frac{24\varrho v_m}{R_2^3(1-\lambda^3)}\int_0^L dz\int_{R_1}^{R_2}C.dr \qquad (3.355)$$

Dacă este îndeplinită condiția:

$$\frac{R_2-R_1}{R_1}=\frac{1-\lambda}{\lambda}\ll 1, \qquad (3.356)$$

viteza v_m poate fi determinată cu relația:

$$v_m=\frac{B_o I_o}{2L\eta}R_2\left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right)^2 \qquad (3.357)$$

în care B_o este inducția magnetică; I_o, intensitatea curentului. Termenul ultim al formulei (3.351) cînd $L\approx R_2$ (cazul girometrului real) devine important, neputînd fi neglijat.

se consideră pentru profilul vitezelor relația .

$$v(r,z)=\frac{U}{B_o\ln\frac{1}{\lambda}}\left[1-\frac{ch\,H_a\frac{2z}{L}}{ch\,H_a}\right]\frac{1}{r} \qquad (3.358)$$

unde U este tensiunea aplicată la electrozi, B_o inducția, iar $H_a=B_o\frac{L}{2}\sqrt{\frac{6}{\eta}}$

Viteza medie va fi dată de relația:

$$v_o = \frac{1}{(R_2-R_1)L}\int_{R}^{R_2}\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} v.dr.dz = \frac{1}{R_2(1-\lambda)}\frac{U}{B_o}\left(1-\frac{thH_a}{H_2}\right) \qquad (3.359)$$

iar momentul cinetic:

$$K = \pi\rho L\frac{U}{B_o}\frac{R_2^2(1-\lambda)^2}{\ln(\frac{1}{\lambda})}\left(1-\frac{th\,H_a}{H_a}\right) \qquad (3.360)$$

In acest caz sensibilitatea s devine:

$$s = 12\rho\frac{L}{R_2}\frac{U}{B_o}\frac{1-\lambda^2}{(1-\lambda^3)\ln\frac{1}{\lambda}}\left(1-\frac{thH_a}{H_a}\right) \qquad (3.361)$$

iar coeficientul de sensibilitate:

$$C_s = \frac{s}{\rho LV_o} = 12\frac{1-\lambda^2}{(1+\lambda+\lambda^2)\ln\frac{1}{\lambda}} \qquad (3.362)$$

Pentru $o < \lambda < 1$ avem $o < C_s < 8$, valoarea maximă $C_s = 8$ fiind egală cu cea obținută în cazul turbulenței:

Scriind $s = \beta\frac{H_a - thH_a}{H_a^2}$ unde $\beta = \frac{6L^2U}{R_2}\frac{1-\lambda^2}{(1-\lambda^3)\ln\frac{1}{\lambda}}\sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}$

putem reprezenta curba $s = s(H_a)$, (figura nr.3.38), care are un maxim la $H_{a_m} = 1,6$. Valoarea optimă a inducției se determină din:

$$B_{o_{opt}} = \frac{2H_{am}}{L}\sqrt{\frac{\eta}{\sigma}} \qquad (3.363)$$

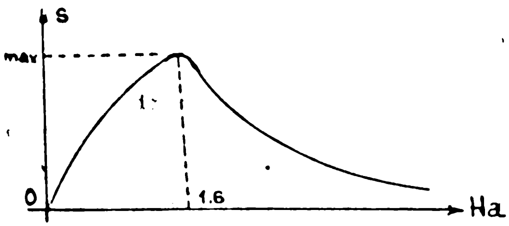


Figura nr. 3.38

Concluziile sînt corecte numai pentru cazul laminar. Pentru cazul mișcării turbulente în [92] se dă o formulă pentru calculul sensibilității care nu poate fi utilizată decît pentru canale plane și pe baza unor date experimentale.

Dacă însă se admit, pentru profilul vitezei tangențiale și pentru distribuția de presiuni, expresiile (3.95a) și (3.95.b), care pot fi puse sub forma:

$$V_o = Er - Ar^n - Br^{-n}$$

$$p = p_o + E\left(\frac{r^2}{2} - \frac{A}{p+1}r^{n+1} - \frac{B}{1-p}r^{-n+1}\right)$$

expresia momentului cinetic poate fi scrisă imediat:

$$K = \int_A 2\rho h V_\Theta \cdot r \cdot dA = 4\rho\pi h \int_{R_1}^{R_2} V_\Theta(r) \cdot r^2 \cdot dr \qquad (3.364)$$

Tinînd cont însă de faptul că profilul vitezei, cu excepţia unor zone înguste din vecinătatea capacelor este liniar putem adopta exprimarea:

$$V_\Theta = \Omega \cdot r \qquad (3.365)$$

iar expresia anterioară a momentului cinetic K, devine:

$$K = 4\pi\rho h\Omega \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr \qquad (3.366)$$

Pentru momentul giroscopic putem scrie:

$$M_g = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \cos\Theta \, d\Theta \int_{R_1}^{R_2} \Delta p \, r^2 \, dr. \qquad (3.367)$$

unde Δp, conform (3.208) este:

$$\Delta p = 2\rho\omega h \, V_\Theta \cdot \cos\Theta$$

Acum expresia (3.367), devine:

$$M_g = \pi\rho\omega h \frac{R_2^4 - R_1^4}{4} \Omega \qquad (3.368)$$

iar sensibilitatea s, este dată de:

$$s_{max} = \frac{K \cdot \Delta p_{max}}{M_g} = 8\rho h R_o \Omega$$

unde R_o este raza corespunzătoare vitezei maxime.

<u>Calculul sensibilităţii girometrului cu inducţie</u>

In girometrul cu inducţie se cunoaşte profilul vitezei tangenţiale $V_\Theta = Ar^n + Br^{-n} + \omega_o r$, precum şi distribuţia presiunii pe capace:

$$p = V_\Theta \frac{Ar^n - Br^{-n} + \omega_o r + 2n\omega z\cos\Theta}{n} \qquad (3.369)$$

Momentul cinetic K poate fi calculat imediat:

$$K = \int_A 2\rho h V_\Theta \cdot r \cdot dA = 4\rho\pi h \int_{R_1}^{R_2} V_\Theta(r) r^2 dr \qquad (3.370)$$

Adoptînd exprimarea anterioară $V_\Theta = \Omega \cdot r$ putem scrie:

$$K = 4\rho\pi h \frac{r^4}{4} \Big|_{R_1}^{R_2} \int_{R_1}^{R_2} \Omega \, dr = \pi\rho h (R_2^4 - R_1^4) \int_{R_1}^{R_2} \Omega \, dr \qquad (3.371)$$

Momentul giroscopic M_g este dat de:

$$M_g = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\cos^2\Theta d\Theta \int_{R_1}^{R_2}\Delta p . r^2 dr \qquad (3.372)$$

unde Δp, conform (3.208) este:

$$\Delta p = \Delta p_{max} . \cos\Theta = 2\rho\omega h V_{\Theta}\cos\Theta \qquad (3.373)$$

Acum

$$M_g = \pi\rho\omega h\frac{R_2^4 - R_1^4}{4}\int_{R_1}^{R_2}\Omega(r)dr \qquad (3.374)$$

Sensibilitatea s_{max} devine:

$$s_{max} = \frac{K . \Delta p_{max}}{M_g} = 6\rho h V_{\Theta_{max}} \qquad (3.375)$$

sau cum $L = 2h$:

$$s_{max} = 3\rho L V_{\Theta_{max}} \qquad (3.376)$$

Se observă imediat că sensibilitatea depinde de densitatea lichidului, de lungimea L, de raportul razelor, precum şi de poziţia prizelor de presiune. Pentru o construcţie dată ea va fi maximă dacă prizele de presiune se practică la raza la care viteza este maximă. Din expresia vitezei scrisă sub forma:

$$V_{\Theta(r)} = \omega_o\left(r - \frac{1-\lambda^{n+1}}{R_2^{n-1}(1-\lambda^{2n})}r^n - R_2^{n+1}\frac{\lambda^{n+1}(1-\lambda^{n-1})}{1-\lambda^{2n}}\frac{1}{r^n}\right) \qquad (3.377)$$

se vede influenţa raportului razelor $R_2/R_1 = \lambda$. Pentru studiul funcţiei s-a întocmit un program la calculatorul electronic, curba rezultată exprimînd variaţia vitezei $V_{\Theta_{max}}(\lambda)$ pentru $r = R(V_{\Theta_{max}})$. Valoarea razei R se obţine din ecuaţia

$$\omega_o - A.n.R^{n-1} + nB\frac{1}{R^{n+1}} = o \qquad (3.378)$$

sau încă:

$$1 - n\frac{R_2^{n+1} - R_1^{n+1}}{R_2^{2n} - R_1^{2n}}R^{n-1} + n\frac{R_1R_2^n - R_2R_1^n}{R_2^{2n} - R_1^{2n}}(R_1R_2)^n\frac{1}{R^{n+1}} = o \qquad (3.379)$$

care se mai poate scrie:

$$1-n\,\frac{1-\lambda^{n+1}}{R_2^{n-1}(1-\lambda^{2n})}\,R^{n-1}+n\cdot\frac{R_2^{n+1}\,\lambda^{n+1}(1-\lambda^{n-1})}{1-\lambda^{2n}}\,\frac{1}{R^{n+1}}=0 \quad (3.380)$$

în care n, conform (3.155) este:

$$n=\sqrt{1+\frac{H_a^2}{2}}$$

3.7. ELEMENTE DE PROIECTARE A GIROSCOPULUI MHD

3.7.1. Soluţii constructive. Geometria canalului

Alegerea variantei convenabile din numărul relativ mare de soluţii posibile (3.11) se face în funcţie de disponibilităţile energetice la locul de funcţionare, de mijloacele pentru asigurarea răcirii, precum şi de limitările de greutate şi gabarit. Astfel, dacă se dispune la locul funcţionării de un sistem trifazat cu frecvenţă ridicată (200÷400 Hz) şi cu rezervă de putere suficientă se va opta pentru giroscopul cu inducţie. Varianta optimă este cea cu inducţie radială, avînd mărimea întrefierului δ aleasă conform indicaţiilor din figura nr. 3.70 în care se arată legătura dintre solenaţia (NI) disponibilă mărimea întrefierului δ [mm] şi valoarea inducţiei realizabilă în întrefier.

Analizînd de asemenea alura curbelor care arată distribuţia vitezei tangenţiale pe lăţimea canalului (figurile 3.60.-3.66) în funcţie de exponentul n ($n = \sqrt{1 + H_a^2/2}$; $H_a = R_1 \sqrt{\frac{6 B_o^2}{\eta}}$) se observă o creştere semnificativă a acesteia pînă la valori ale exponentului de aproximativ 80 (B_o = 0,1 T). Mergînd în figura nr. 3.70 pe verticala B=ct= = 0,105 T pînă la intersecţia cu hiperbola NI=ct se găseşte valoarea necesară a întrefierului δ. In cazul în care se impune întrefierul δ, la intersecţia dreptelor δ=ct şi B_o = ct = 0,1 T se găseşte hiperbola NI=ct adică se determină valoarea necesară a solenaţiei.

Din motive legate de asigurarea corectă a transferului de căldură la fluidul de răcire, raportul h/R_m va trebui să nu depăşească valoarea (1,5 ÷ 3). Dimensionarea sistemului de răcire trebuie făcută astfel încît să poată fi preluată întreaga cantitate de căldură produsă:

$$Q = Q_f + Q_{je} + Q_{j_{Cu}} + Q_t$$

unde: Q_f – căldura produsă prin frecare (disipaţie vîscoasă);

Q_{je} – căldură produsă prin efec Joule-Lenz în lichidul de lucru;

$Q_{j_{Cu}}$ – căldura produsă prin efectul Joule-Lenz în cupru;

Q_t – căldura produsă prin curenţi turbionari şi pierderi prin histerezis în fier.

Un calcul separat al acestor termeni este mai dificil de făcut şi în faza iniţială nici nu este necesar, avînd în vedere faptul că întreaga energie introdusă în sistem se transformă în căldură.

Din datele iniţiale de proiectare poate fi impusă sensibilitatea s sau mărimea momentului cinetic K. In ipoteza cunoaşterii valorii necesare K_{min}, din (3.371) se poate scrie:

$$K_{min} = \pi \rho h(R_2^4 - R_1^4) \cdot \Omega \cdot (R_2 - R_1) \qquad (3.381)$$

In primă aproximaţie se poate admite $\Omega = \omega_o(1-a)$; a fiind al neceare specifică; a = o,1÷o,4 (valorile mai mari se vor lua în cazul unor puteri electrice disponibile mai mici şi a unui întrefier δ mai mare).

Cunoscînd $\delta = R_2 - R_1$; $2h = \frac{R_2 + R_1}{2}$ (1,5 ... 3), se pot determina mărimile R_1, R_2, h cu alte cuvinte geometria canalului.

In cazul în care la bordul vehicolului pe care este montat giroscopul se dispune de o baterie de acumulatori este posibilă adoptarea variantei de giroscop cu conducţie. Soluţia optimă este cea cu inducţie radială şi curent axial (3.41). Folosirea sau nefolosirea magneţilor permanenţi este legată de posibilitatea construirii unor magneţi adecvaţi, preferabil din aliaje magnetice dure, care permit o mai bună evacuare a căldurii şi asigură o valoare mai mare inducţiei în întrefier. Pentru compensarea reacţiei de indus poate fi folosit un întrefier cu mărime variabilă cu raza [79]. Stabilirea geometriei canalului se face conform § 3.13, determinîndu-se mărimea optimă a întrefierului δ_o în funcţie de magneţii permanenţi disponibili. Se calculează apoi rezistenţa electrică a canalului şi se stabileşte valoarea tensiunii de alimentare.

Vasul care conţine fluidul de lucru poate fi construit din oţel inoxidabil nemagnetic, cu grosimea pereţilor cît mai mică (b ≤ o,2 ÷ o,4 mm) sau, preferabil din masă plastică injectată (teflon), cu perete foarte subţire pentru a uşura transferul de căldură. El trebuie să fie rezemat pe întreaga circumferinţă pentru a-i asigura rezistenţa mecanică necesară, presiunile din interior putînd atinge valori ridicate (3.41).

Se va avea de asemenea în vedere posibilitatea realizării etanșării precum și circulația fluidului de răcire prin zona centrală a miezului.

Acesta va fi confecționat de preferință din tolo sau din fier electrotehnic, va avea o prelucrare mecanică corespunzătoare și poate fi acoperit la exterior cu un strat subțire de teflon. Prizele de presiune se vor practica la raza optimă determinată conform §. 3.6 cu ajutorul graficului din figura nr.

Diametrul minim al orificiilor va fi de 1,5÷2 mm, iar racordurile cu membrana elastică vor avea asigurată posibilitatea de aerisire.

Atît conductele racordului cît și membrana și montura ei vor trebui să fie executate din materiale care nu amalgamează cu mercurul (oțel inoxidabil) sau să fie protejate prin acoperire galvanică cu un strat de nichel sau crom.

3.7.2. ELEMENTE DE PROIECTARE A PARTII ELECTRICE DE ANTRENARE

Calculul electric al elementelor giroscopului MHD se bazează pe cunoştinţele clasice de electrotehnică şi este diferenţiat după tipul giroscopului ce urmează a fi realizat. Este necesară sublinierea că cele prezentate reprezintă un calcul sumar, suficient din punct de vedere al realizării unui model funcţional.

a) Calculul inductorului giroscopului de curent alternativ

Inductorul se realizează pe baza jugului statoric preluat de la motorul unui agregat de frigider„Arctic" care are următoarele dimensiuni:

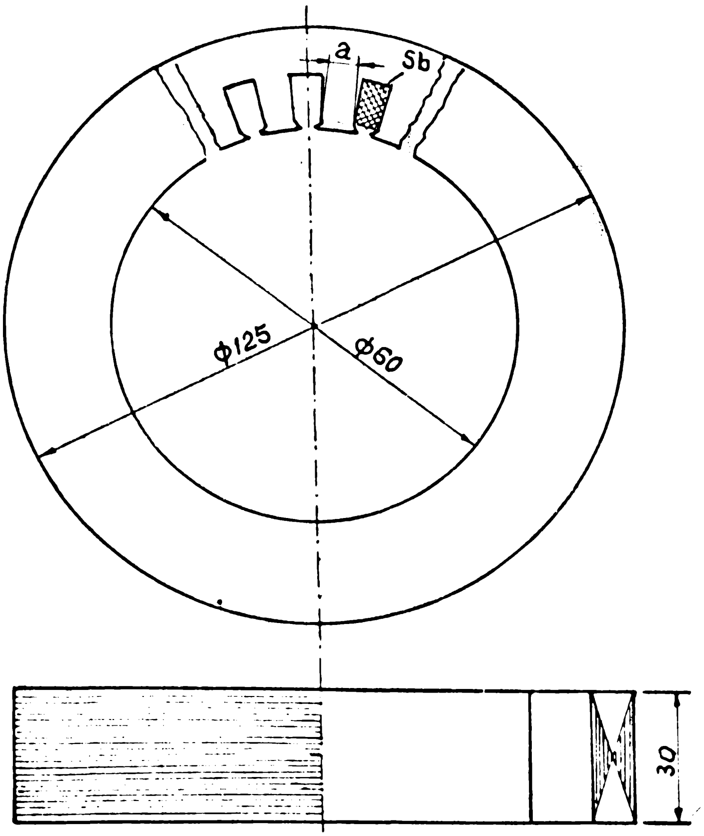


Figura nr. 3.39

Numărul crestăturilor z = 24; Suprafața disponibilă pentru bobinaj este Sb = 1oo mm^2; h = 3o mm; a = 6 mm.

Bobinajul trifazic necesar a fi realizat trebuie să realizeze un cîmp magnetic radial cu repartiție spațială învîrtitoare.

Schema bobinajului pentru inductorul cu o singură pereche de poli este prezentată în figura nr.3.40

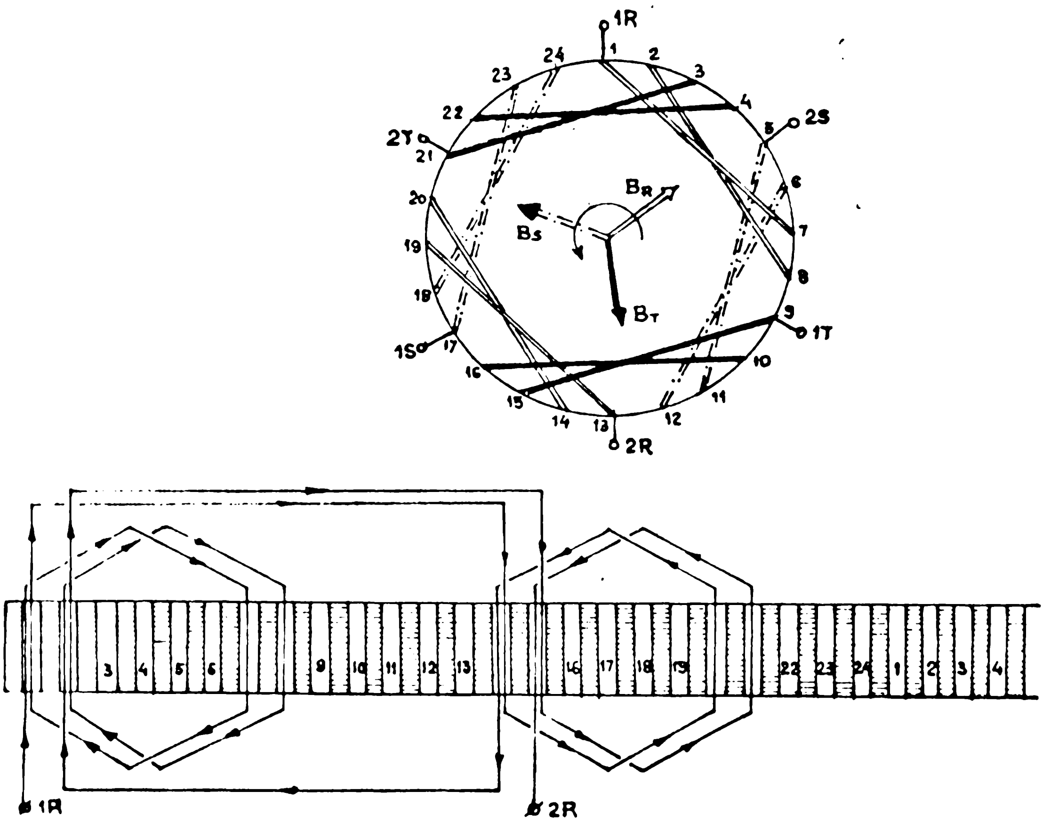


Figura nr. 3.40

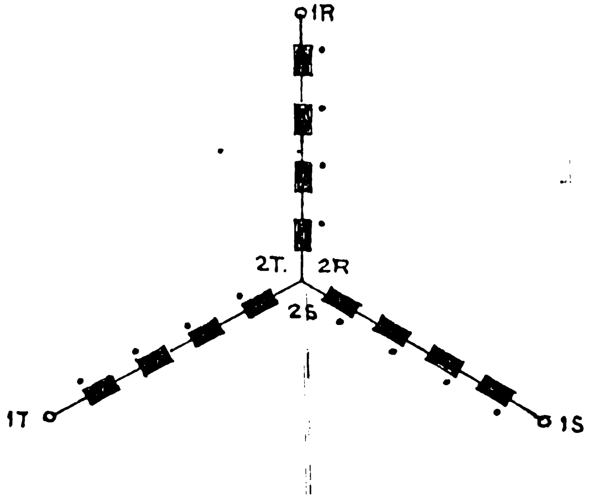


Figura nr. 3.41

Numărul total de bobine pe o fază este $N_f=4$, iar numărul total $N_B = 3.N_f = 12$. Pasul de bobinare de 7 crestături.

- Calculul solenaţiei:

Schematic, circuitul magnetic al inductorului se poate reprezenta ca în figura nr. 3.42 unde N_1 = numărul de spire al unei bobine; ℓf_1, ℓf_2 - lungimea drumului parcurs de flux în armătura exterioară, respectiv interioară ($\ell f_2 \approx 2R_1 = 0{,}05$ m; $\ell f_1 \cong 0{,}05$ m); δ - mărimea întrefierului; $\delta = 4$ mm; S_f - secţiunea fierului; $S_f = 2.ah$ (figura nr. 3.39); Φ_f - fluxul prin fier.

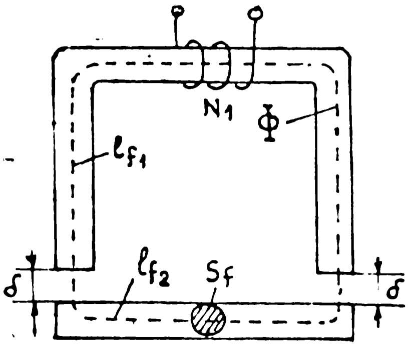


Figura nr. 3.42

Scriind formula lui Kirchhoff pentru circuitul dat se obţine:

$$\Theta = N_1 I = \Sigma U_m = U_{mf_1} + U_{mf_2} + 2R_{m_1}\Phi_f$$

sau încă

$$N_1 I = U_{mf} + 2\frac{\delta}{\mu_0 \cdot S_f}\Phi_f \qquad (3.382)$$

Rezolvarea rapidă a ecuaţiei (3.382) se poate face pe cale grafică, pornind de la caracteristica materialului circuitului magnetic .

După [41], pentru tole de tablă silicioasă avem caracteristica din figura nr.3.43 .

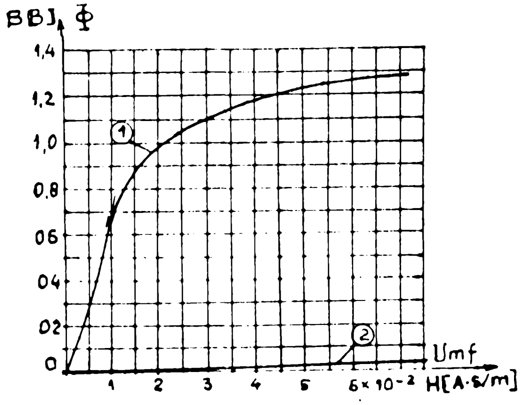


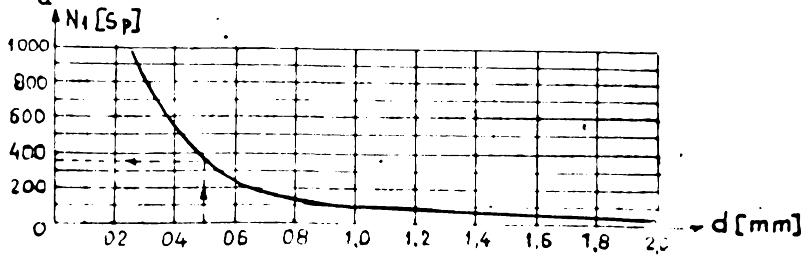
Figura nr. 3.43

Peste aceasta, se suprapune dreapta $U_{mi} = 2R_{mi}\Phi i$
Panta dreptei este:

$$tg\,\alpha = \frac{\Phi}{U_{mi}} = \frac{1}{2R_{mi}} = \frac{\mu_o S_f}{2\delta} \qquad (3.383)$$

Cu valorile concrete $\mu_o = 4 \quad .10^{-7}\frac{H}{m}$; $\delta = 4.10^{-3}m$; S_f =
= 2ah = 2.6.30 = 360 mm^2, se găsește tg α = 0,36 $.10^{-10}$.
La scara figurii (3.43) dreapta corespunzătoare pierderilor de tensiune magnetică în întrefier (2), este aproape orizontală, fapt ce indică că toate pierderile au loc în întrefier, iar posibilitatea saturării miezului este foarte îndepărtată.

In această situație, pentru suprafața disponibilă a bobinajului Sb, admițînd un grad de umplere ν = 0,7, se obține suprafața utilă a cuprului $S_{Cu} = \nu.S_b$ = 0,7.100=70 mm^2.
In acest spațiu se vor putea bobina N_1 spire cu conductor de diametru d: $\frac{\pi d^2}{4}.N_1 = S_{Cu}$ = ct. Reprezentînd grafic ecuația $N_1 = 4\frac{S_{Cu}}{\pi}\frac{1}{d^2}$ găsim curba din figura nr.3.44.



Fi...

S-a ales varianta de bobinare avînd d = o,5 mm; N_1 = 36o spire. Densitatea de curent uzual admisă este $j = 2\div3\ A/mm^2$. Pentru experimentări, pe timp scurt şi cu răcire forţată se pot admite densităţi $j = 5\div8\ A/mm^2$. Solenaţia maximă disponibilă este:

$$N_1 I_{max} = N_1 \cdot j_{mas} \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{360 \cdot 8 \cdot \pi \cdot 0,5^2}{4} = 565\ A.Sp.$$

Inducţia maximă disponibilă în întrefier se calculează imediat:

$$B = \mu_o H = \mu_o \frac{N.I}{2\delta} \qquad (3.384)$$

Cu valorile calculate anterior se obţine B_{max} = o,1T, respectiv valoarea maximă a numărului Ha ⩽ loo. Se observă uşor, căci şi în aceste condiţii forţate, inducţiile obţinute ating abea lo-15% din valorile uzuale întîlnite la maşinile electrice obişnuite.

Situaţia poate fi depăşită prin utilizarea unor armături proiectate special; cu spaţii disponibile pentru bobinaj mult majorate, eventual cu bobinaj dublu, dispus atît pe armătura exterioară cît şi pe cea interioară, pentru a putea obţine solenaţii de 4÷5 ori mai mari.

b) Calculul electric al giroscopului de curent continuu

Constă în determinarea valorii inducţiei în întrefier pentru un circuit magnetic dat precum şi pentru magneţii permanenţi disponibili şi de asemenea în determinarea valorii cîmpului electric E pentru o anumită valoare a tensiunii de alimentare.

Fie circuitul magnetic cu magnet permanent reprezentat în figura nr.

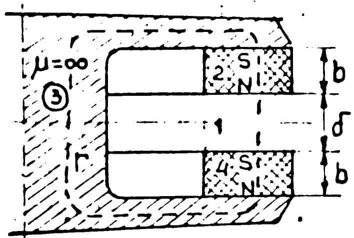


Figura nr.3.45

Aplicînd legea circuitului magnetic de-a lungul curbei, Γ, se obţine:

$$\oint_{\Gamma} \bar{H}.d\bar{s} = H.2b + H_o\delta = o$$

în care H este intensitatea cîmpului în magnet, H_o intensitatea cîmpului în întrefier. (Porţiunile de armătură s-au neglijat, deoarece $\mu \to \infty$, deci $H \to o$, pentru ca $B = \mu H$ să fie finit).

Datorită dispersiei fluxului în întrefier putem scrie:

$$B_o A_o = K.B.A_f \qquad (3.385)$$

în care B_o este inducţia în întrefier, B inducţia în magnet, K – coeficient de dispersie a fluxului în întrefier, $(o<K<1)$

Din combinarea relaţiilor (3.384) şi (3.385) rezultă:

$$H=Hd=-K \frac{\delta}{2b} \frac{A_f}{A_o} \frac{B}{\mu_o} \qquad (3.386)$$

Această relaţie reprezintă pe diagrama curbei de magnetizare B(H) o dreaptă (figura nr.3.46)

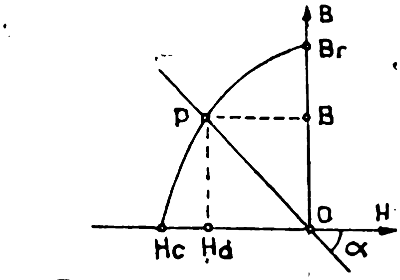


Figura nr. 3.46

Panta dreptei este:

$$tg\alpha = \frac{B}{H} = -\frac{\mu_o}{K} \frac{2b}{\delta} \frac{A_o}{A_f} \qquad (3.387)$$

şi este determinată de configuraţia circuitului. Punctul de funcţionare P, este dat de intersecţia curbei de magnetizare a materialului magnetului permanent şi dreapta de pantă α .

Inducţia din întrefier se calculează imediat:

$$B_o = K \frac{A_f}{A_o} B \qquad (3.388)$$

Scriind expresia energiei cîmpului magnetic din întrefier, pentru un magnet de volum V_m dat se obţine:

$$\frac{B_o^2}{2\mu_o} \delta A_o = \frac{B_o H_o}{2} V_o \qquad (3.389)$$

unde $V_o = A_o \delta$ – este volumul întrefierului.

Ţinînd cont şi de (3.388) putem scrie:

$$\frac{B_o H_o}{2} V_o = K \frac{B(H)}{2} V_f \qquad (3.380)$$

Ultima relaţie arată că pentru un magnet dat, întrefierul trebuie să fie astfel dimensionat încît punctul p să corespundă unor coordonate a căror produs B.H să fie maxim. Cu aproximaţie, acest punct se găseşte pe diagonala dreptunghiului Br, Hc.

Pentru magneţii disponibili, de dimensiuni D = 164mm d = 130 ; b = 20mm şi avînd curba caracteristică din figura nr. 3.47, se obţine:

$$V_o = \frac{\pi}{4}(D'^2 - d^2)\,\delta = 25\cdot\pi\cdot 10^1\,\delta\ [mm^3]$$

(s-a admis K = o,8).

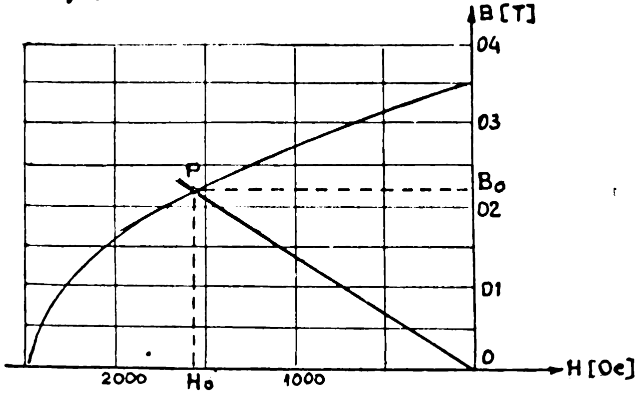


Figura nr. 3.47

sau, valoarea optimă a întrefierului $\delta_o = \dfrac{4V_o}{\pi(D_o'^2 - d'^2)} = 17,5$ mm

- Calculul rezistenţei electrice a canalului.

Canalul are forma din figura nr. 3.48 (pentru giroscopul cu inducţie axială)

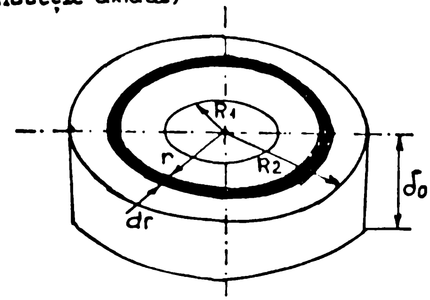


Figura nr. 3.48

Pentru porţiunea elementară cuprinsă între razele r şi r + dr, rezistenţa electrică este:

$$dR_e = \frac{1}{\sigma}\,\frac{dr}{2\pi r\,\delta_o}$$

iar pentru întregul volum:

$$R_e = \frac{1}{2\pi\sigma\delta_o}\ln\frac{R_2}{R_1} \qquad (3.391)$$

Neglijînd rezistenţa de contact la electrozi, putem calcula valoarea curentului absorbit din sursa de tensiune U:

$$I = \frac{U}{R_e + r_i} = \frac{2\pi\cdot\sigma\cdot\delta_o U}{\ln\frac{R_2}{R_1} + 2\pi\sigma\,\delta_o r_i} \qquad (3.392)$$

unde r_i este rezistența internă a sursei. Drept sursă s-a folosit o baterie de acumulatori cu Pb, avînd 8 elemenți cuplați în paralel. Schema instalației de alimentare este prezentată în figura nr. 3.49

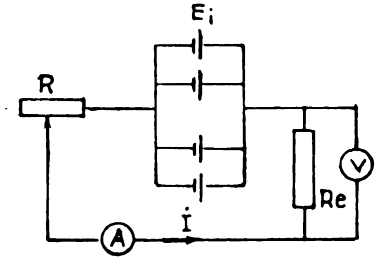


Figura nr. 3.49

3.8. REZULTATE EXPERIMENTALE

3.8.1. MASURAREA DISTRIBUTIEI DE VITEZE

In hidrodinamica clasică există o mare diversitate de mijloace şi metode pentru măsurarea vitezei fluidelor bazate pe unul din următoarele principii:

a. metode cinematice;
b. metode bazate pe transformarea energiei;
c. metode bazate pe interferenţa undelor de presiune;
d. metode termoelectrice (firul cald);
e. metoda MHD.

Analizînd pe rînd aceste metode, din punctul de vedere al cazului concret al giroscopului MHD, ele se ovedesc neadecvate.

Avînd în vedere forma şi dimensiunile mici ale canalului MHD (figura nr. 3.50) apare evidentă obligativitatea

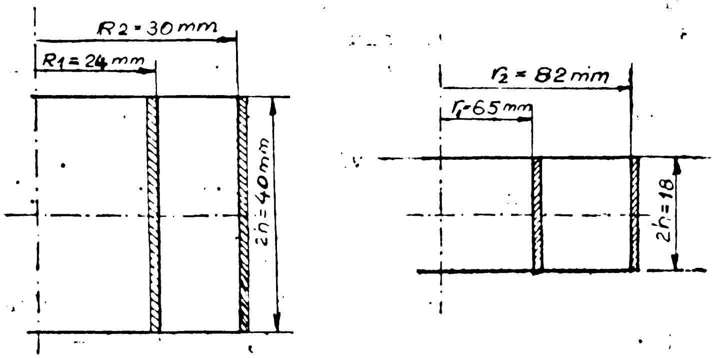


Figura nr. 3.50

utilizării unui instrument cu dimensiuni minime pentru ca perturbarea curgerii să fie minimă. O sondă de tipul tubului Pitot de dimensiuni acceptabile nu poate fi utilizată datorită fenomenelor legate de efectul tensiunii superficiale a mercurului şi de variaţiile de temperatură.

Pe de altă parte, incinta MHD fiind închisă, iar fluidul de lucru fiind opac, este exclusă folosirea metodelor bazate pe interferenţa undelor de presiune sau luminoase.

Din punct de vedere al fineţei instrumentului de măsură apare tentantă la prima vedere metoda firului cald.

Dar experienţa arată că în cazul lichidelor aplicarea metodei este mult mai dificilă decît în cazul gazelor, iar în condiţiile existenţei unui fluid electroconductor, sonda va fi practic scurtcircuitată. Adăugînd la acestea şi existenţa unor cîmpuri electromagnetice variabile, tensiunile electromotoare induse în fir îl fac şi mai greu utilizabil.

Există totuşi, în literatură, referiri cu privire la utilizarea unei sonde de tip termoanemometric[56]realizată sub forma unui tub eliptic de cuarţ avînd a/b=o,2/o,15 mm, l= 3 mm, pe suprafaţa căruia este depus un strat (film) subţire de platină. Pentru a împiedica contactul galvanic cu fluidul electroconductor, întreg firul este izolat cu o peliculă exterioară de cuarţ. In cazul folosirii într-o zonă cu cîmp magnetic variabil este necesar un dispozitiv exterior de filtrare a tensiunii alternative induse. Totuşi, avînd în vedere dimensiunile mici ale spaţiului de manevră, chiar şi acest aparat ar fi dificil de utilizat.

In literatura de specialitate informaţiile cu privire la metodele de măsurare a vitezei sînt puţine. Sînt cunoscute metodele bazate pe măsurarea vitezei unor corpuri imerse în fluidul electroconductor. Astfel în[59] se arată că măsurarea unor viteze medii se poate face cu ajutorul unei sfere din aur scufundată în mercur făcîndu-se şi o tratare teoretică a metodei, obţinîndu-se condiţiile ce stabilesc dimensiunea sferei şi corelaţia dintre viteza sa şi viteza medie a fluidului;

Deoarece, în cazul giroscoapelor MHD este necesară cunoaşterea cît mai exactă a distribuţiei de viteze pentru calculul momentului cinetic precum şi pentru verificarea experimentală a modelului teoretic propus, nici una din metodele trecute în revistă nu oferă satisfacţie.

Ţinînd cont de toate observaţiile anterioare, a fost imaginată o metodă de măsurare a vitezei bazată pe măsurarea rezistenţei la înaintare a unui obstacol cilindric plasat în cîmpul mişcării. Pentru ca perturbarea să fie minimă s-a acceptat un fir cilindric confecţionat din sticlă avînd diametrul d = o,o8 mm (măsurat cu ajutorul unui microscop de atelier Carl Zeiss-Jena). S-a ales ca material sticla, întrucît este obligatoriu ca materialul să nu fie electroconductor, în caz contrar asupra sa s-ar dezvolta forțe Lorentz care ar denatura rezultatele măsurătorilor. Pe de altă parte variațiile de temperatură ale fluidului de lucru nu trebuie să producă dilatări importante ale firului care ar afecta negativ rezultatele măsurătorilor. Schema instalației de măsurare este prezentată în figura nr.3.51 Ulterior, deoarece fragilitatea sticlei s-a dovedit stînjenitoare în timpul măsurătorilor, a fost înlocuit firul de sticlă cu un fir de teflon de grosime d = o,1 mm.

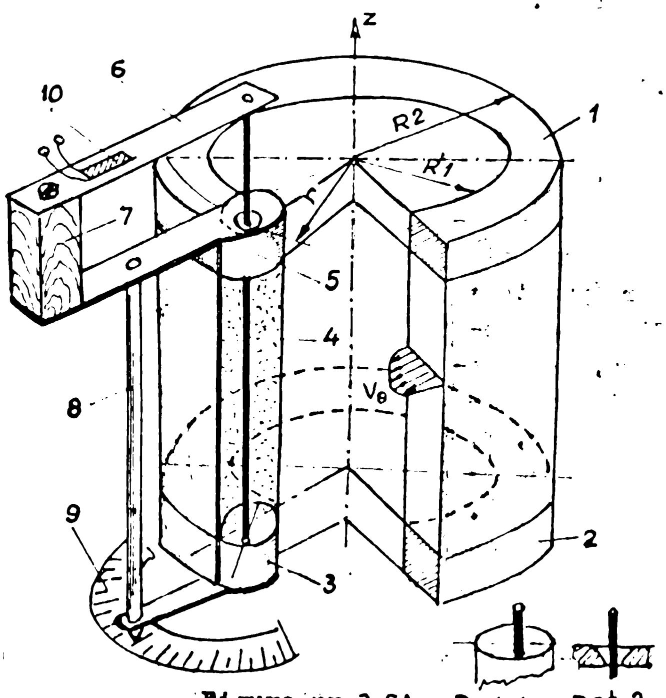


Figura nr.3.51 Det.1. Det 2

Firul (1) este încastrat la capătul inferior în dopul de teflon (3) astfel încît generatoarea sa să fie în prelungirea generatoarei dopului (detaliul 1) și pătrunde prin orificiul conic al dopului superior (detaliul 2). Capătul său superior este articulat la capătul lamelei elastice 6 care este suportul mărcilor tensometrice 10. Prin rotirea simultană a dopurilor de teflon în orificiile capacelor 1 și 2, firul poate baleia întreg intervalul $R_2 - R_1$ așa cum se arată în figura nr.3.52.

$$r = R_1 + \frac{d_1}{2}(1 - \cos\varphi) \qquad \varphi \in (0 - \pi)$$

(s-a ales $d_1 = R_2 - R_1$)

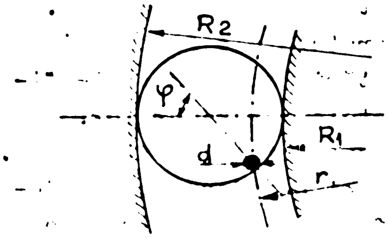


Figura nr. 3.52

Suportul reglabil al lamelei elastice, (7), permite orientarea permanentă a acesteia după direcţia tangentei (figura nr.3.51). Poziţia firului se determină prin citirea unghiului la cadranul gradat 9.

Metoda de măsurare

Firul întins, fixat în O, trece peste „scripetele mic" din B şi este legat la capătul A al lamei elastice pe care sînt montate mărcile tensometrice. Asupra părţii imerse de lungime 2a acţionează sarcina distribuită

$$q = dF_r = \varrho \frac{V_\infty^2}{2} \cdot C_x \cdot d \cdot dz$$

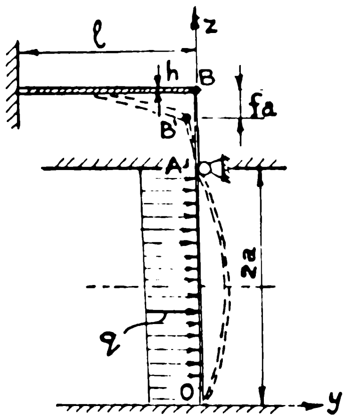


Figura nr. 3.53

unde ϱ este densitatea mercului, V_Θ - valoarea vitezei tangenţiale la raza r (constantă cu z cu excepţia stratului de frecare din vecinătatea capacelor (punctele A, O), C_x este coeficientul rezistenţei la înaintare, d-diametrul firului. Sub acţiunea sarcinii uniform distribuite q, firul se va deforma şi va produce săgeata "f_a" la lamela elastică. Intr-un sistem de coordonate oyz (în ipoteza firului bine întins) ecuaţia firului încărcat este:

$$y = -\frac{q}{2H} z^2 + C_1 z + C_2 \qquad (3.393)$$

unde H este proiecţia pe axa z a tensiunii din fir (constantă pe toată lungimea firului).

Condiţiile la limită:

$$y = 0 \text{ pentru } z = 0;\ z = 2a$$
$$y = 0 \text{ pentru } z = a \qquad (3.394)$$

conduc la:

$$y = \frac{-q}{2H} \cdot z^2 + \frac{q}{H} \cdot az \qquad (3.395)$$

Lungimea firului încărcat între punctele O şi A este:

$$s = \int_0^{2a} ds = \int_0^{2a} (1 + \frac{1}{2} y^2 + \ldots +) \, dz \qquad (3.396)$$

După efectuarea calculelor găsim:

$$s = 2a + (\frac{q}{H})^2 \cdot \frac{a^3}{3}$$

Observînd însă faptul că lungimea firului între O şi A creşte de la 2a la s cu mărimea săgeţii f_a a lamelei elastice, putem scrie:

$$s - 2a = (\frac{q}{H})^2 \frac{a^3}{3} = f_a = \frac{T_A \ell^3}{3EI} \qquad (3.397)$$

unde T_a este valoarea tensiunii din fir în A, iar $I = \frac{bh^3}{12}$ - momentul de inerţie al secţiunii transversale a lamelei supusă la încovoiere.

Intre T şi H există relaţia:

$$T = \frac{H}{\cos\alpha} = H\frac{dz}{ds} = \frac{H}{2}(2 + \frac{q^2}{H^2}z^2 - 2\frac{q^2}{H^2}az + \frac{q^2}{H^2}a^2) \qquad (3.398)$$

Valoarea maximă pentru z = o; z = 2a fiind:

$$T_{max} = H + \frac{q^2 a^2}{2H}$$

Inlocuind (3.398) în (3.397) obţinem:

$$H^3 + q^2 \frac{a^2}{2} H - \frac{q^2 a^3 EI}{\ell^3} = 0 \qquad (3.399)$$

relaţie ce reprezintă legătura dintre H şi q sub forma unei ecuaţii de gradul trei de formă particulară, în necunoscuta H, care admite o singură soluţie reală:

$$H = P + Q \qquad (3.400)$$

unde:

$$P, Q = \sqrt[3]{\frac{q^2 a^3}{2\ell^3} EI \pm \sqrt{(\frac{q^2 a^2}{6})^3 + (\frac{q^2 a^3 EI}{2\ell^3})^2}} \qquad (3.401)$$

Forţa T_A va produce în lamela elastică un moment încovoietor

$M_1 = H.x$, care produce o deformaţie ε citită la puntea tensometrică.

Pentru utilizarea metodei este necesară o tarare prealabilă făcută în condiţiil de similitudine, în scopul determinării valorii coeficientului rezistenţei la înaintare C_x.

In acest scop, a fost construit un dispozitiv asemănător celui reprezentat în figura nr.3.51, aşezat în zona de lucru a unui tunel aerodinamic. In scopul limitării influenţei fileurilor de aer numai asupra firului, acesta a fost carenat corespunzător. Mărcile tensometrice au fost conectate în semipunte iar măsurarea s-a făcut cu o punte tensometrică IEMI, tip N2302.

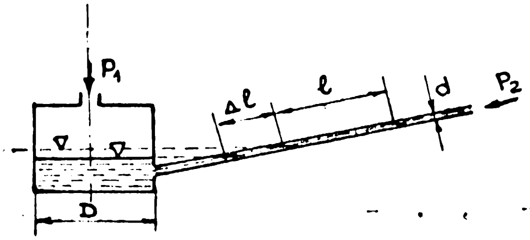
Viteza aerului a fost măsurată cu ajutorul unui tub Pitot conectat la un manometru cu alcool cu tub înclinat ($\alpha = 15^{\circ}$). (Figura nr. 3.55).

Rezultatele măsurătorilor sînt date în tabelul următor:

Tabel de măsurători nr.3.3

Nr. crt.	2a mm	l [mm]	V [m/s]	2ε [o/oo]	q [N/m]	C_x	Obs.
1	250	3,0	2,9	$1,77.10^{-5}$	$0,507.10^{-3}$	1,09	
2		5,0	4,2	$2,4.10^{-5}$	$1,19.10^{-3}$	1,11	$C_{x_m} =$
3		10	5,7	$4,67.10^{-5}$	$2,174.10^{-3}$	1,1	$= \frac{\sum C_{xi}}{i}$
4		20	8,25	$7,66.10^{-5}$	$4,55.10^{-3}$	1,1	
5		31	10,15	$10,05.10^{-5}$	$6,83.10^{-3}$	1,09	$C_x = 1,08$
6		43	12,0	$12,5.10^{-5}$	$9,46.10^{-3}$	1,08	
7		50	13,7	$14,8.10^{-5}$	$12,22.10^{-3}$	1,07	
8		69	15,2	$17,2.10^{-5}$	$15,32.10^{-3}$	1,09	
9		100	18,3	22.10^{-5}	22.10^{-3}	1,08	
10		119	20,12	$25,4.10^{-5}$	$27,1.10^{-3}$	1,1	
11		144	21,8	28.10^{-5}	$31,52.10^{-3}$	1,09	
12		171	24,3	$32,1.10^{-5}$	$39,17.10^{-3}$	1,09	

Relaţiile utilizate precum şi mărimile specifice dispozitivului de măsură sînt date în cele ce urmează:



$$p_1 - p_2 = \gamma_{alc}\,\ell\,[\sin\alpha + (\frac{d}{D})^2]$$

$\alpha = 15^\circ$

$d = 4$ mm

$D = 90$ mm

$\gamma_{alcool} = 7750\ N/m^3$

Figura nr. 3.54

Manometrul cu tub înclinat

$$V_\infty = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_\infty)}{\rho_{aer}}}$$

$\rho_{aer/20^\circ C} = 1{,}2017\ kg/m^3$

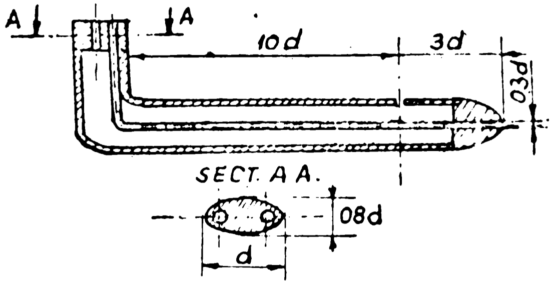
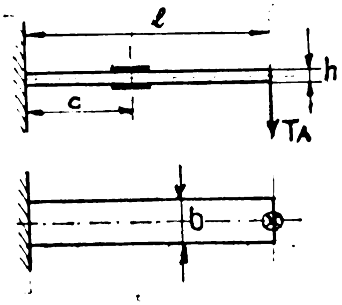


Figura nr. 3.55

Tubul Pitot



$\ell = 50$ mm

$c = 10$ mm

$b = 5$ mm

$h = 0,3$ mm

$E = 10^5\ N/mm^2$

$M_1 = T_A(\ell - c)$

$W = \frac{bh^2}{6}$

$\sigma_c = \frac{M_1}{W}$

$E = 1$

Figura nr. 3.56
Lamela elastică

$$2\varepsilon = 2\,\frac{M_1}{W \cdot E} = \frac{12T_A(\ell - c)}{Ebh^2}$$

Mărcile utilizate sînt de proveniență cehoslovacă avînd $R = 200\ \Omega$ și $K = 1{,}93$.

NOTA: Pentru montajul în semipunte cu ambele mărci active valoarea lui ε citită va fi de fapt 2ε.

Deoarece este dificil de utilizat sub forma (3.399) legătura dintre valoarea citită a deformației 2ε și viteză, printr-un program simplu, dat în cele ce urmează, s-a trasat prin puncte curba de etalonare $V_0 = V_0(\varepsilon)$, reprezentată în figura nr. 3.57, pentru mai multe valori ale diametrului firului d.

PROGRAMUL PENTRU TRASAREA CURBEI DE ETALONARE

```
5   L PRINT TAB(10)
6   L PRINT TAB(10), VITEZA, FORTA, DEFORM.
7   L PRINT TAB(10)
1o  READ V1, V2, A, B, C
2o  DATA o,1, 1o, 9.5E-7*, 9E-13*, 4.6E-12* (variabile cu dia-
    metrul firului d)
3o  FOR V=V1 TO V2 STEP.1
4o  D=SQR(B*V*8 + C*V*12)
5o  H1 =(A*V*4 + D)*.33
6o  H2 =ABS((A*V*4-D))*.33
7o  H = H1 - H2
8o  E = .o1*(H+3.5*(-4)*V*4/H)
9o  L PRINT TAB(10), V, H, E
1oo NEXT V
11o END
```

Valoarea determinată pentru coeficientul rezistenței la înaintare C_x se încadrează în domeniul indicat în literatură[36]. Rezultatele măsurătorilor efectuate sînt date în tabelele următoare.(3.4 - 3.8)

Graficele care arată distribuția vitezelor măsurate precum și a celor calculate pe baza modelului teoretic propus sînt prezentate în figurile nr. 3.60 - 3.66.

Diferențele observate pot fi explicate prin faptul că modelul propus consideră giroscopul infinit lung, neglijînd frecările pe capace. Dacă în modelul sistemului de măsurare s-ar admite distribuția de viteze din stratul de frecare determinată în paragraful 3.4.3, diferențele s-ar micșora în mod vădit. Totuși, datorită complicațiilor ce intervin în aprecierea corelației dintre mărimea deformației citite (2ε) și viteza $V_{0_{max}}$ din zona centrală precum și buna coincidență a alurei curbelor teoretice și experimentale care confirmă validitatea modelului teoretic construit, nu s-a mai revenit asupra metodei de măsurare.

Din tabelele și graficele prezentate se observă că măsurătorile au fost efectuate numai pentru giroscopul de curent alternativ.

ETALONAREA FIRULUI

(la tunelul aerodinamic)

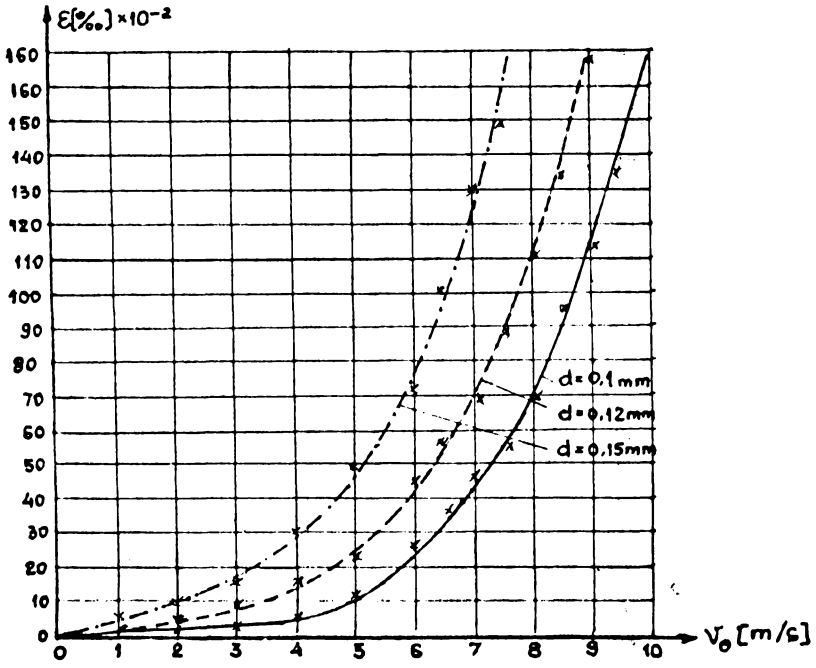


Figura nr. 3.57

Pentru giroscopul de curent continuu, datorită în principal imposibilităţii practicării unor alezaje corespunzătoare în magneţii permanenţi ceramici disponibili nu s-au executat măsurători.

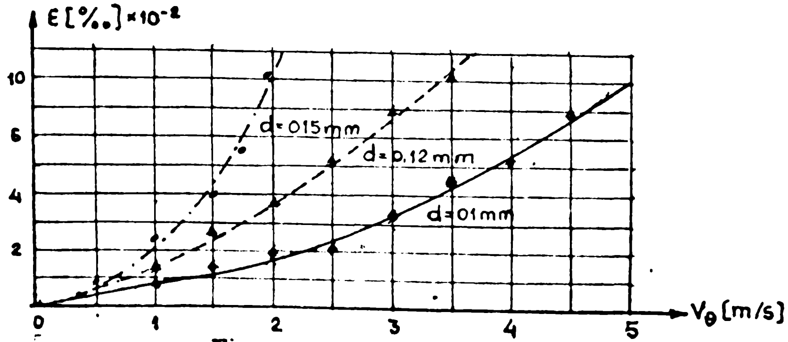


Figura nr 3.58.
Detaliu pentru viteze mici.

Curba de etalonare a firului din incinta giroscopului se trasează pe baza rezultatelor unui program similar (anexa nr. 3) şi este reprezentată în figura nr.3.59-a şi 3.59-b

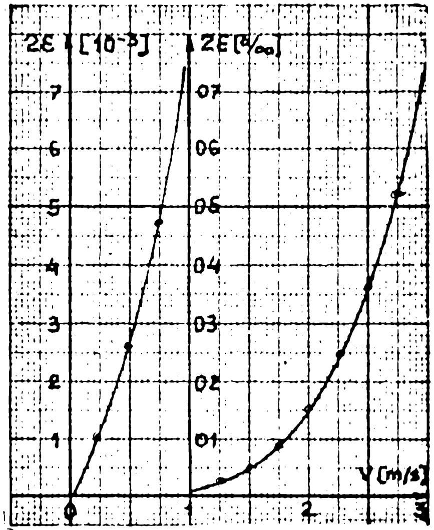


Figura nr.3.59.a

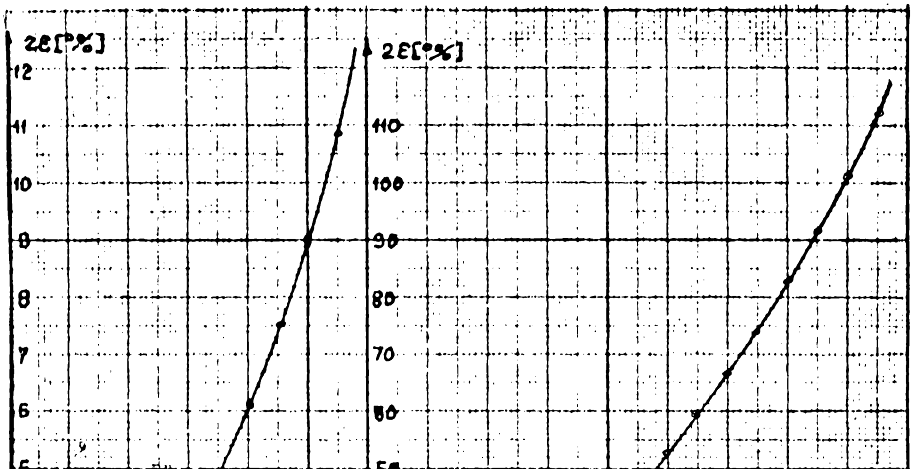


Figura nr. 3.59 – b

Rezultate experimentale

Tabelul de măsuratori nr 3.4

Nr. crt.	φ°	r [mm]	$2\,\varepsilon$ [‰]	V_0 [m/s]	Obs.
1.	0	30	0	0,00	$2\,\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2\,\varepsilon_i}{n}$ n = 4 p = 10 ; B = 0,0277 T $\mathcal{H}a$ = 14
2.	15°	29,89	$5,5.10^{-3}$	0,45	
3.	30°	29,59	11.10^{-3}	1,05	
4.	45°	29,12	$1,0.10^{-2}$	1,8	
5.	60°	28,5	3.10^{-2}	2,35	
6.	75°	27,77	$6,5.10^{-2}$	2,85	
7.	90°	27	$9,5.10^{-2}$	3,10	
8.	105°	26,22	$7,5.10^{-2}$	2,95	
9.	120°	25,5	$3,2.10^{-2}$	2,40	
10.	135°	24,88	9.10^{-3}	1,75	
11.	150°	24,40	15.10^{-3}	1,15	
12.	165°	24,10	5.10^{-3}	0,4	
13.	180°	24	0,0	0	

Tabelul de măsuratori nr 3.5

Nr. crt.	φ°	r [mm]	$2\,\varepsilon$ [‰]	V_0 (m/s)	Obs.
1.	0	30	0	0,00	$2\,\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2\,\varepsilon_i}{n}$ n = 4 p = 20 ; B = 0,044 T. $\mathcal{H}a$ = 28
2.	15°	29,89	$7,2.10^{-3}$	[illegible]	
3.	30°	29,59	[illegible]	[illegible]	
4.	45°	29,12	1,6	3,55	
5.	60°	28,5	5,45	4,85	
6.	75°	27,77	9,6	5,55	
7.	90°	27	11,0	5,75	
8.	105°	26,22	9,25	5,5	
9.	120°	25,5	5,1	4,75	
10.	135°	24,88	1,5	3,5	
11.	150°	24,40	9	2,15	
12.	165°	24,10	13.10^{-3}	1,1	
13.	180°	24	0,00	0,00	

Tabelul de măsurători nr 3.6

Nr. crt.	φ°	r [mm]	2ε [%o]	V_θ [m/s]	Obs.
1.	0	30	0,00	0,00	
2.	15°	29,89	10^{-2}	1,0	$2\,\varepsilon = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} 2\varepsilon_i}{n}$
3.	30°	29,59	1,1	3,2	
4.	45°	29,12	6,5	5,05	
5.	60°	28,5	16,2	6,35	$n = 4$
6.	75°	27,77	20,5	6,7	
7.	90°	27	23	6,9	p = 30, B = 0,066 T
8.	105°	26,22	17,5	6,45	$\mathcal{H}a = 42$
9.	120°	25,5	7,7	5,55	
10.	135°	24,88	5,1	4,75	
11.	150°	24,40	$4,8 \cdot 10^{-2}$	2,65	
12.	165°	24,10	$21 \cdot 10^{-3}$	1,25	
13.	180°	24	0,00	0,00	

Tabelul de măsurători nr 3.7

Nr. crt.	φ°	r [mm]	2ε [%o]	V_θ [m/s]	Obs.
1.	0	30	0,00	0,00	
2.	15°	29,89	$11 \cdot 10^{-3}$	1,05	
3.	30°	29,59	2,65	4,05	$2\,\varepsilon = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} 2\varepsilon_i}{n}$
4.	45°	29,12	14,5	6,10	
5.	60°	28,5	22,5	6,35	$n = 4$
6.	75°	27,77	30,0	7,35	p = 40; B = 0,088 T
7.	90°	27	29,0	7,3	$\mathcal{H}a = 56$
8.	105°	26,22	24,0	6,95	
9.	120°	25,5	16,2	6,35	
10.	135°	24,88	9,25	5,50	
11.	150°	24,40	4,1	4,50	
12.	165°	24,50	$32 \cdot 10^{-3}$	1,35	
13.	180°	24	0,00	0,00	

Tabelul de măsurători nr 3.8

Nr. crt.		r mm	2 ‰	V_0 m/s	Obs.
1.	0	30	0,00	0,00	$2\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2\varepsilon_i}{n}$
2.	15°	29,89	11,5	2,00	$n = 4$
3.	30°	29,59	20,5	6,7	p=80; B=0.16T.
4.	45°	29,12	30	7,35	Ha=113
5.	60°	28,5	34	7,60	
6.	75°	27,77	35	7,65	
7.	90°	27	31,5	7,45	
8.	105°	26,22	26,5	7,15	
9.	120°	25,5	22,5	6,85	
10.	135°	24,88	19,0	6,55	
11.	150°	24,40	14,0	6,00	
12.	165°	24,10	45.10^{-3}	1,50	
13.	180°	24	0,00	0,00	

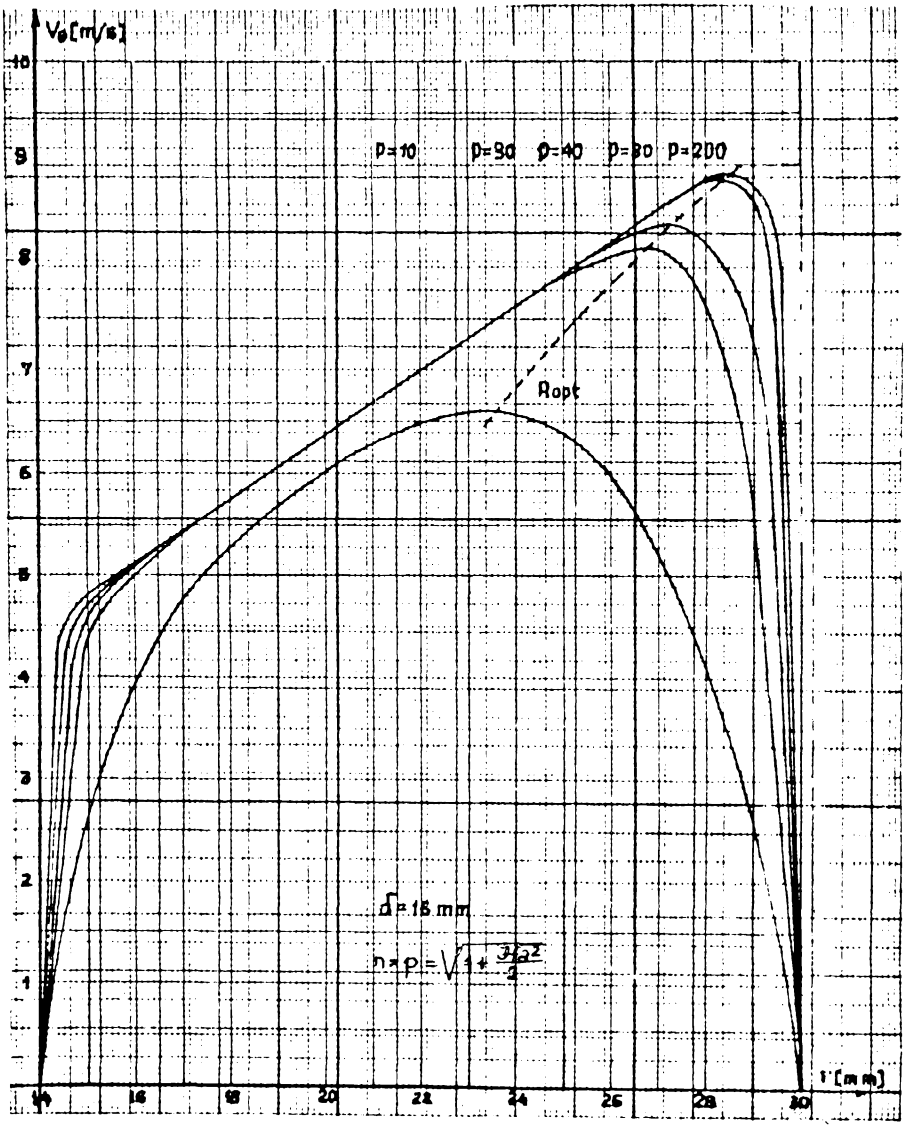


Figura nr.3.60

Distribuţia teoretică a vitezei tangenţiale în giroscopul MHD cu inducţie radială pentru mărimea întrefierului $\delta = 16$ mm

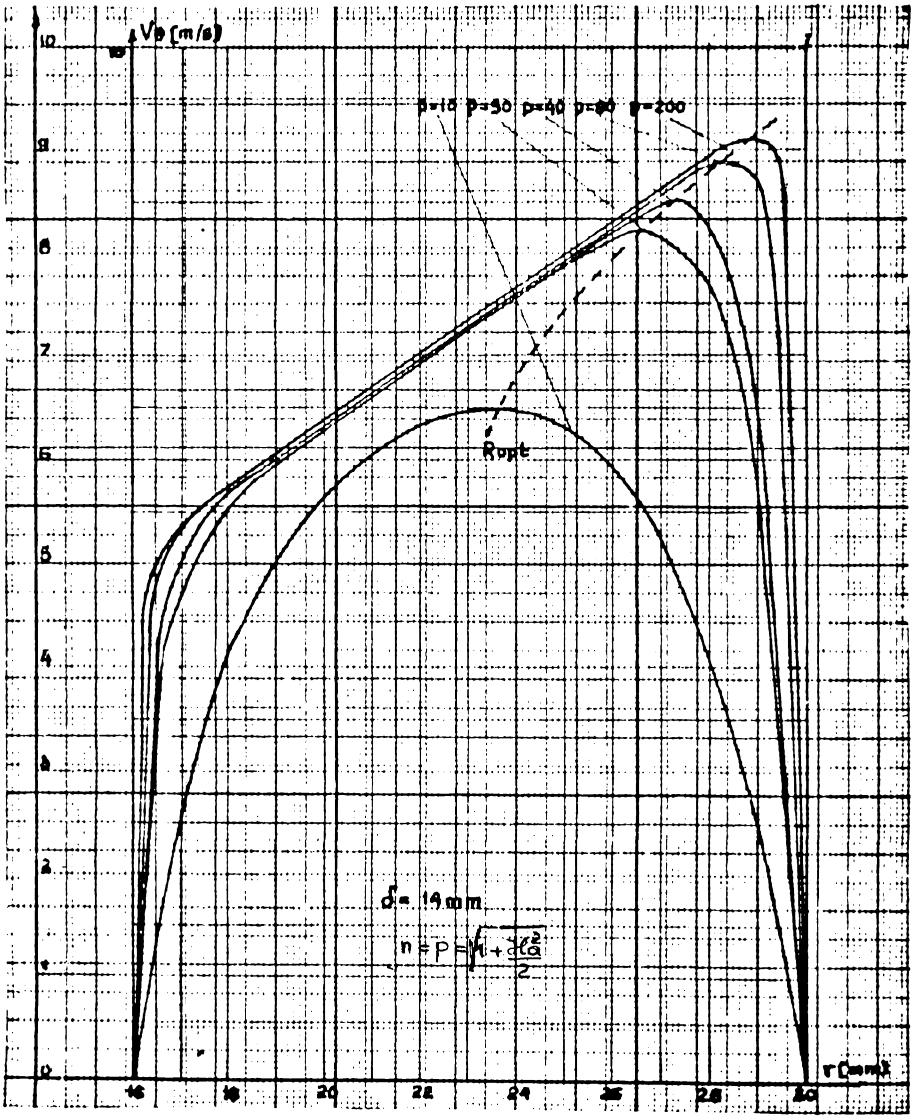


Figura nr. 3.6.1

Distribuţia teoretică a vitezei tangenţiale în giroscopul MHD cu inducţie radială pentru mărimea întrefierului δ = 14 mm

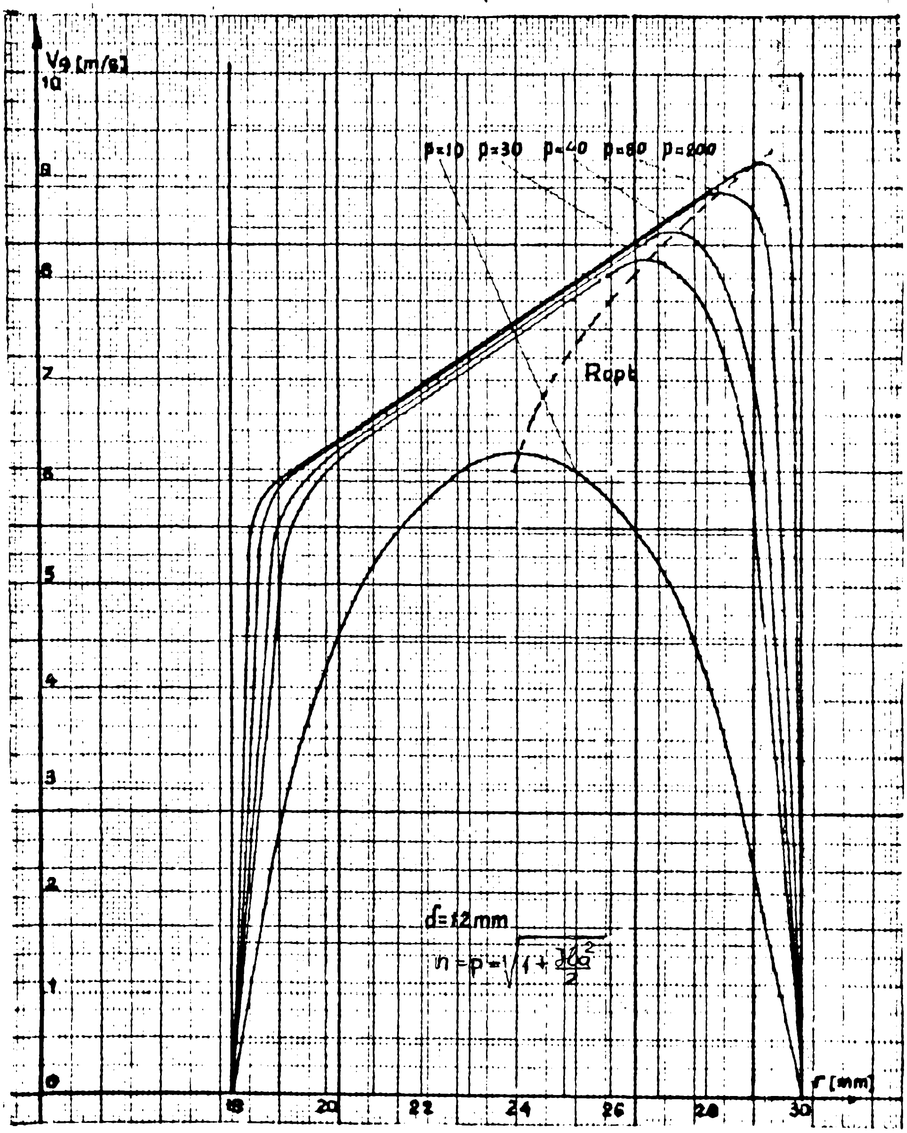


Figura nr. 3.62

Distribuţia teoretică a vitezei tangenţiale în giroscopul MHD cu inducţie radială pentru mărimea întrefierului δ = 12 mm

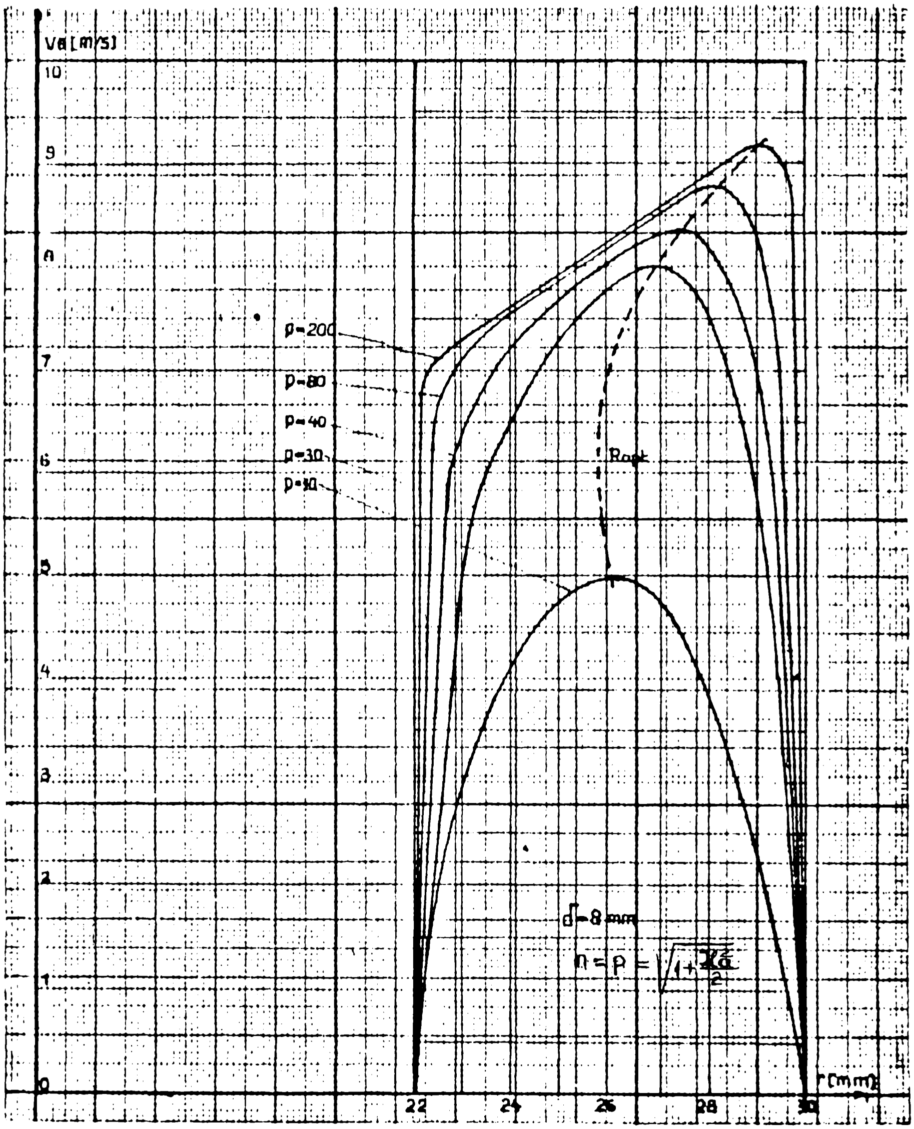
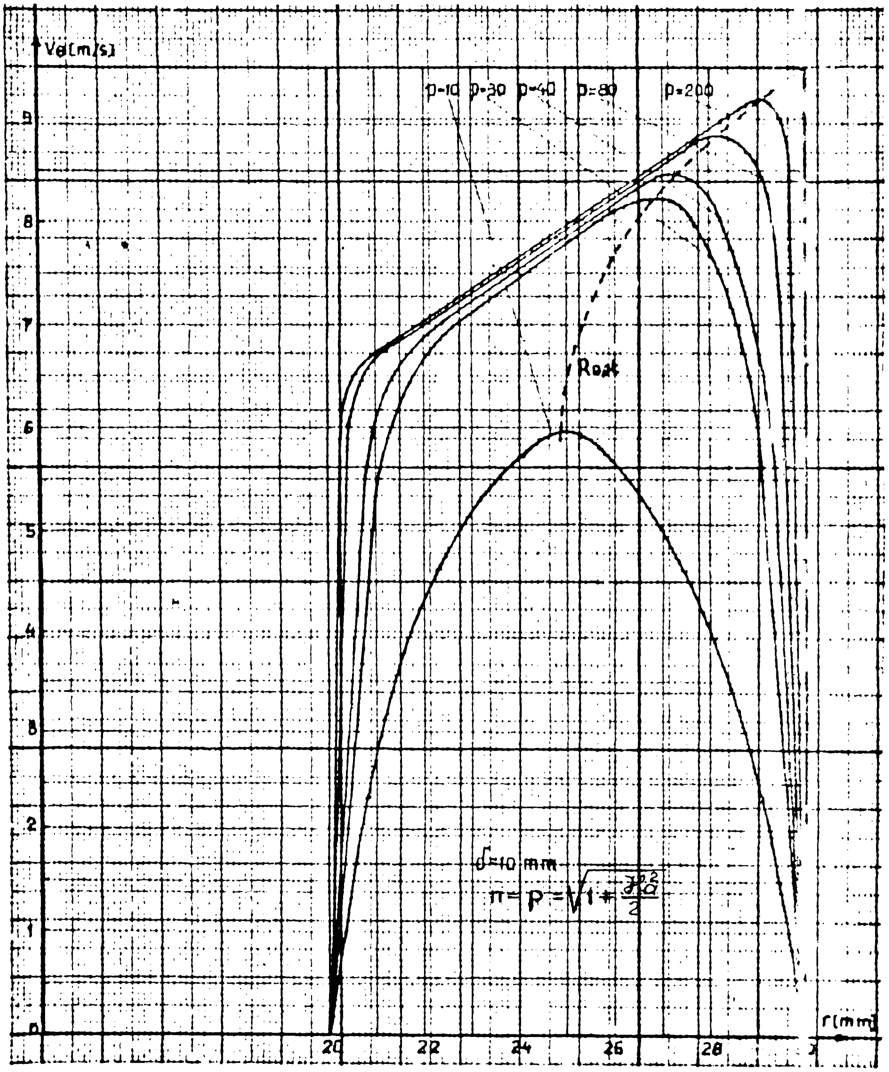


Figura nr.3.63

Distribuţia teoretică a vitezei tangenţiale în giroscopul MHD cu inducţie radială pentru mărimea întrefierului δ = 8 mm



$$\pi = p = \sqrt{1+\frac{Ha^2}{2}}$$

Figura nr. 3.64

Distribuţia teoretică a vitezei tangenţiale în giroscopul MHD cu inducţie radială pentru mărimea întrefierului δ = 10 mm

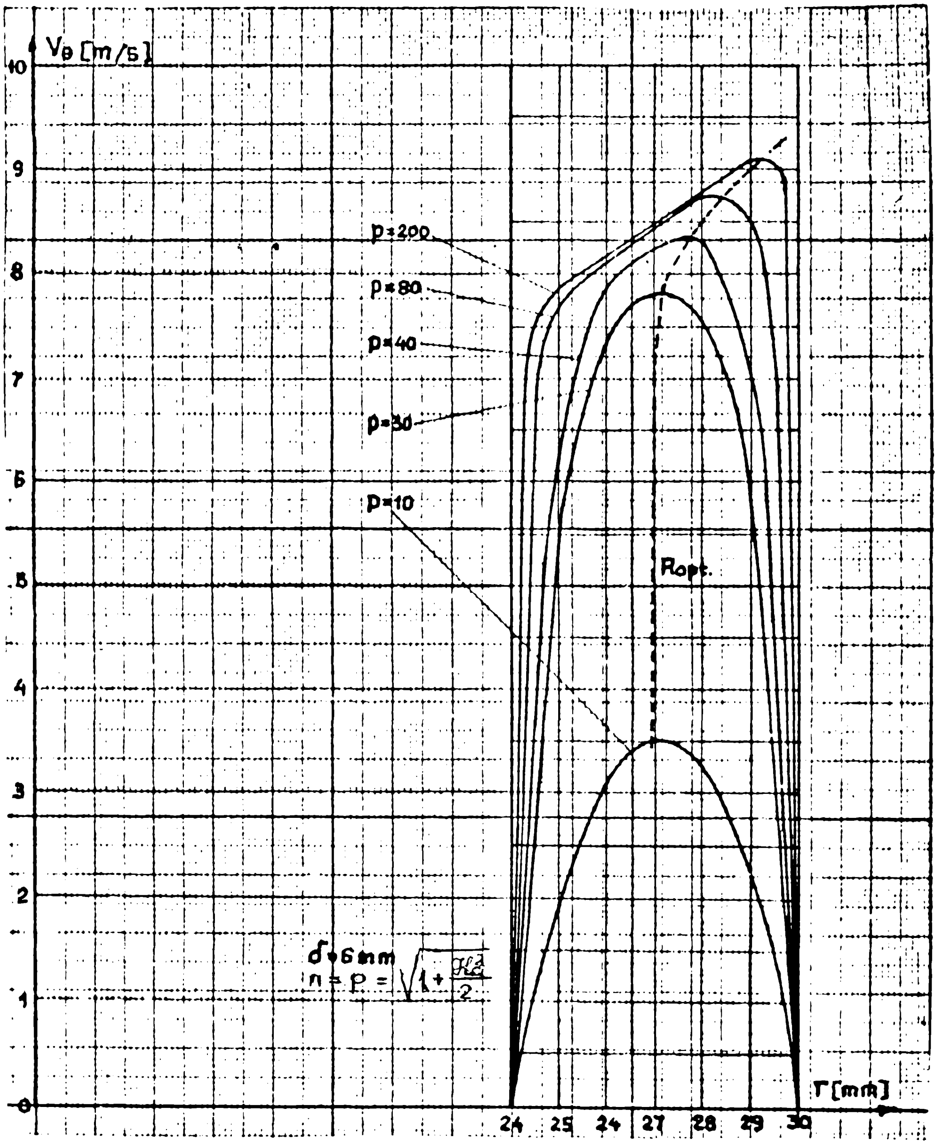


Figura nr. 3.65

Distribuţia teoretică a vitezei tangenţiale în giroscopul MHD cu inducţie radială pentru mărimea întrefierului δ = 6 mm

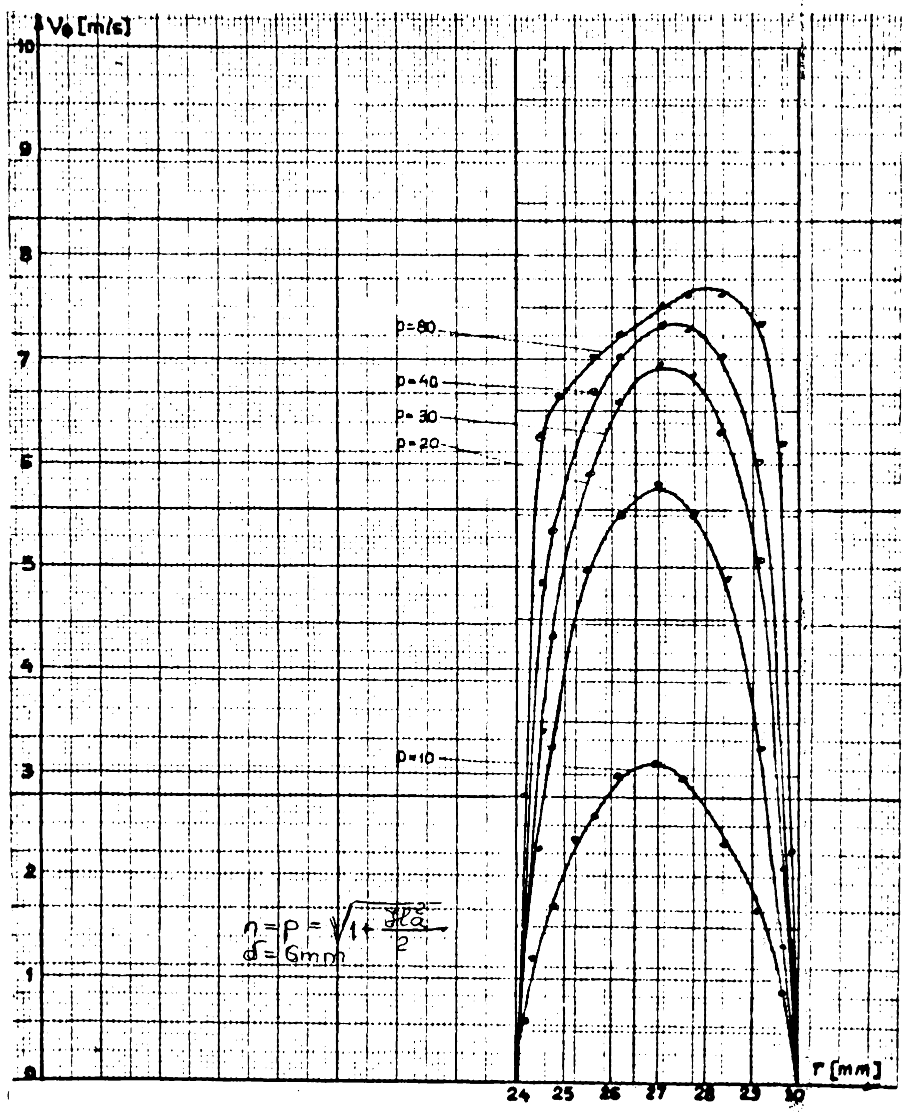


Figura nr. 3.66

Distribuţia vitezei tangenţiale în giroscopul MHD cu inducţie radială. Valori măsurate. $\delta = 6$ mm

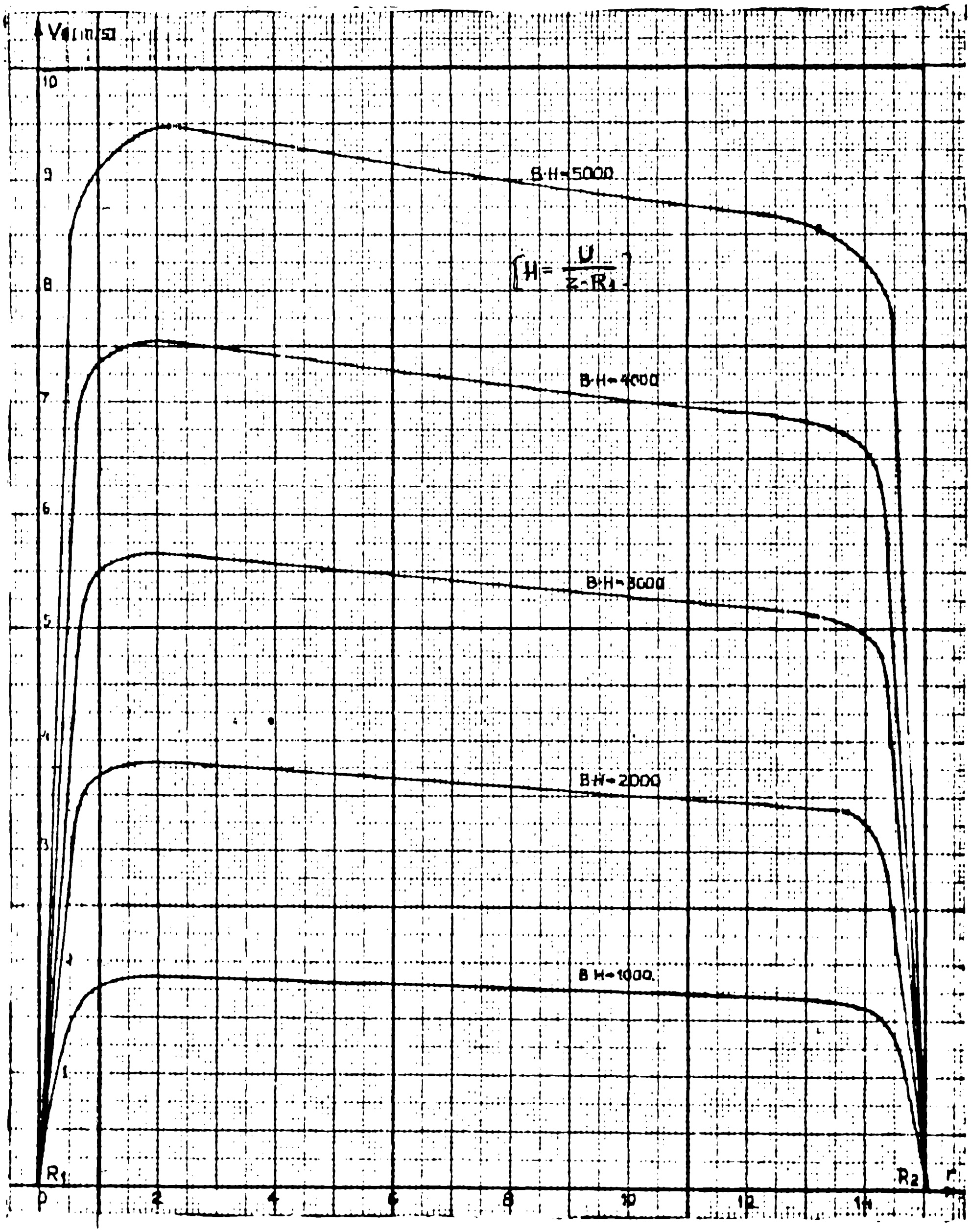


Figura nr. 3.67.

Distribuţia teoretică a vitezei tangenţiale în giroscopul MHD de curent continuu.

BUPT

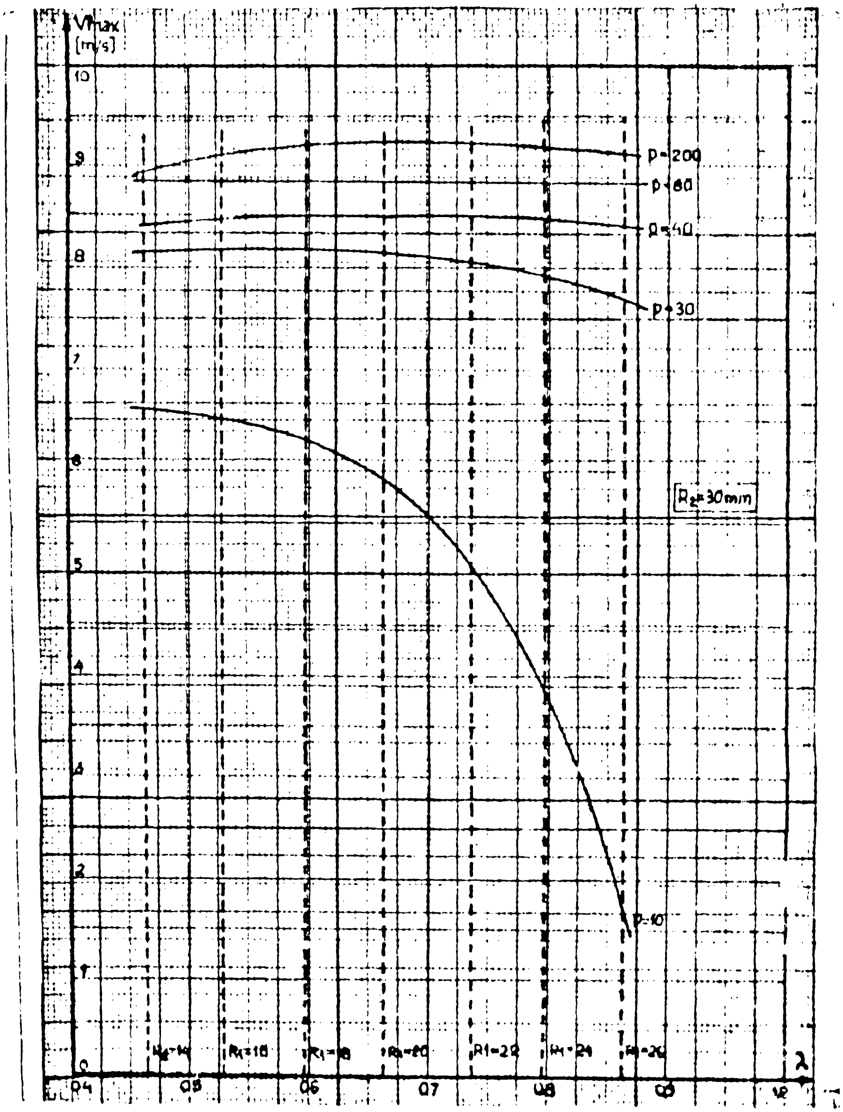


Figura 3.68

Variaţia vitezei maxime în funcţie de lăţimea relativă a canalului λ pentru diferite valori ale numărului H_a

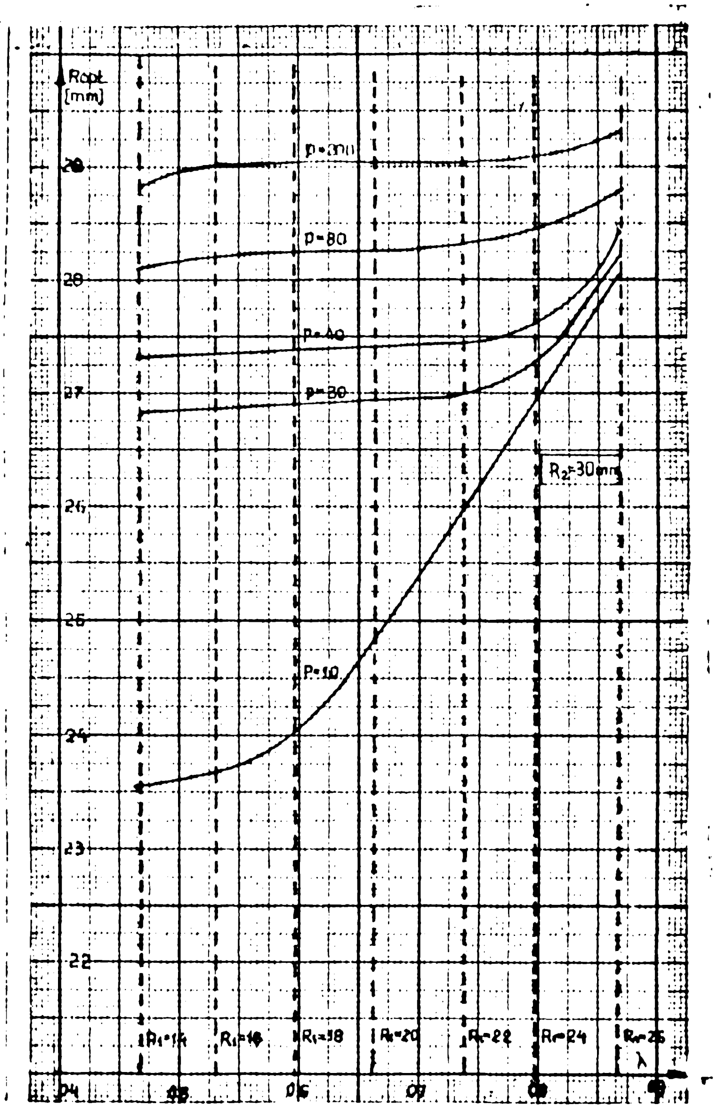


Figura nr.3.69

Valorile razei optime pentru priza de presiune în funcţie de lăţimea relativă a canalului şi pentru diferite valori ale numărului Ha pentru giroscopul M.H.D. cu inducţie (R_2 = 3o mm)

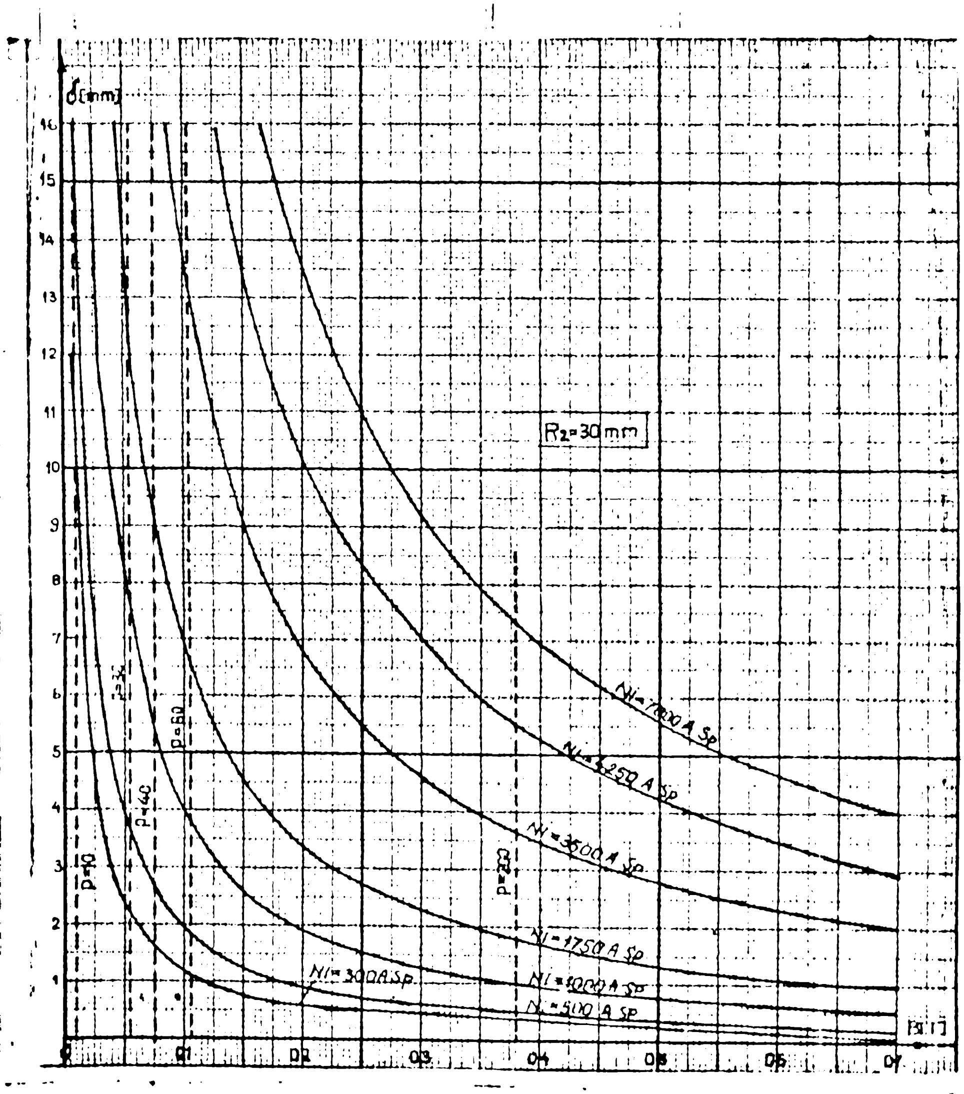


Figura nr.3.7o

Nomogramă pentru calculul inductorului giroscopului M.H.D. cu inducție, având R_2 = 3o mm.

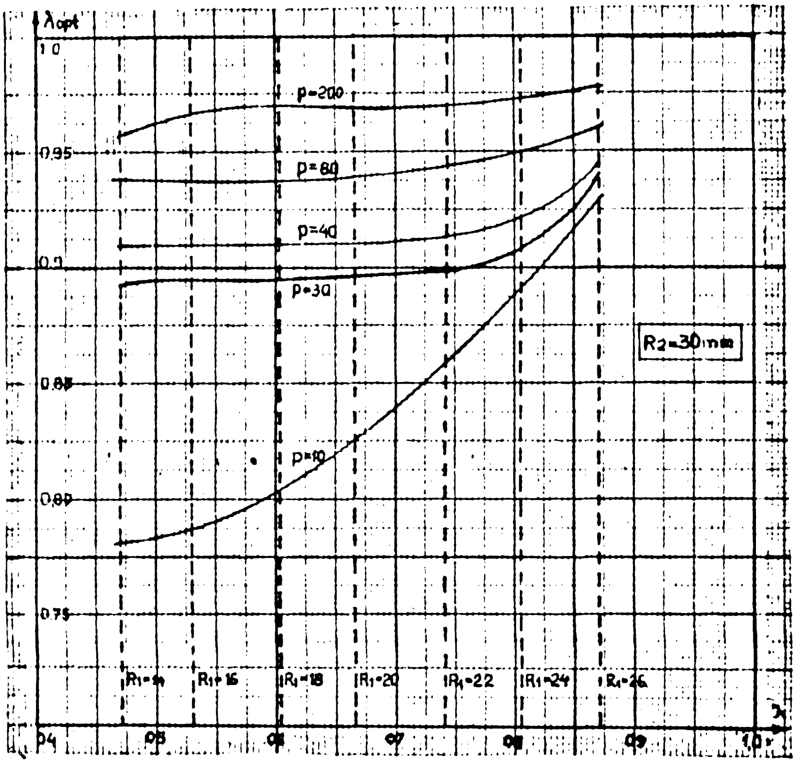


Fig.3.71 a

Poziţia relativă a prizei optime de presiune pentru giroscopul M.H.D. cu inducţie.

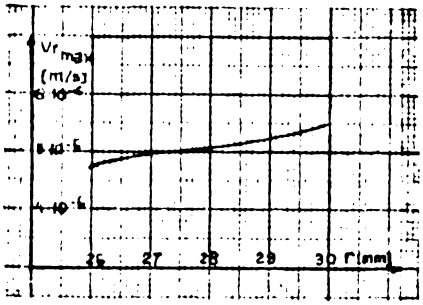


Figura nr.3.71 b

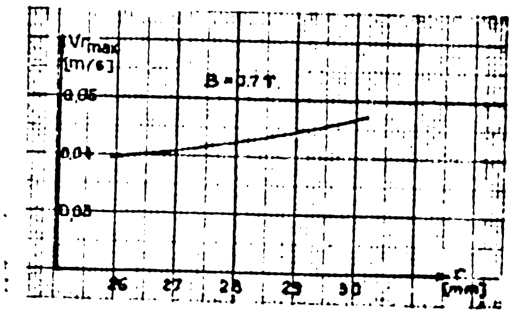


Figura nr.3.71 c

Valoarea vitezei radiale maxime în stratul de frecare

3.3.2. MĂSURAREA DISTRIBUȚIEI CÎMPULUI MAGNETIC.

Prezintă de asemenea interes cunoaşterea distribuţiei inducţiei radiale în zona de lucru a giroscopului MHD.

In acest scop a fost conceput un instrument de măsură adecvat, capabil să realizeze măsurări punctuale în interiorul canalului. Elementul de bază îl constituie un traductor Hall de tip 3 PQH-225 de provenienţă japoneză cu dimensiuni miniaturale:

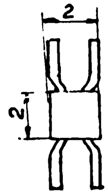


Figura nr. 3.72

Schema de principiu a aparatului (inovaţie M.Ap.N. 12.07.1986) este arătată în figura nr. 3.73

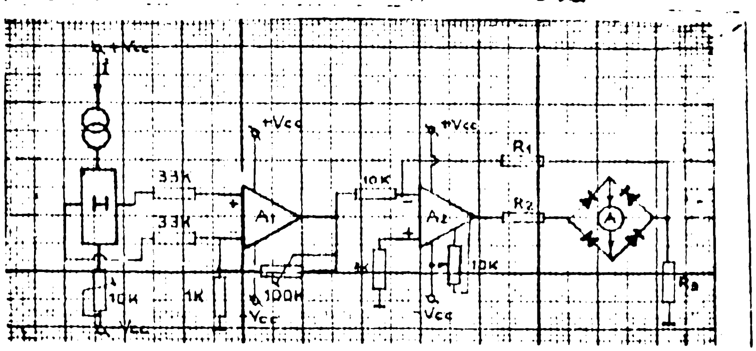


Figura nr. 3.73

Măsurătorile au fost efectuate în imediata vecinătate a peretelui cilindric exterior al canalului ($r=R_2=30$ mm). Valorile medii pentru un număr de 6 determinări sînt prezentate grafic în figurile 3.74.

Determinările au fost făcute prin modificarea tensiunii de alimentare a inductorului, în aşa fel încît să se obţină valorile dorite ale exponentului $n = 1 + \frac{H_a^2}{2}$ din ecuaţia (3.156) care descrie distribuţia de viteze. Pe grafice sînt indicate şi valorile tensiunii de alimentare pentru fiecare valoare a inducţiei B. Măsurătoare s-a efectuat cu paharul (figura nr. 3.79) introdus şi cu un miez de dimensiuni similare celui real, dar fără flanşă pentru a putea avea acces în zona canalului.

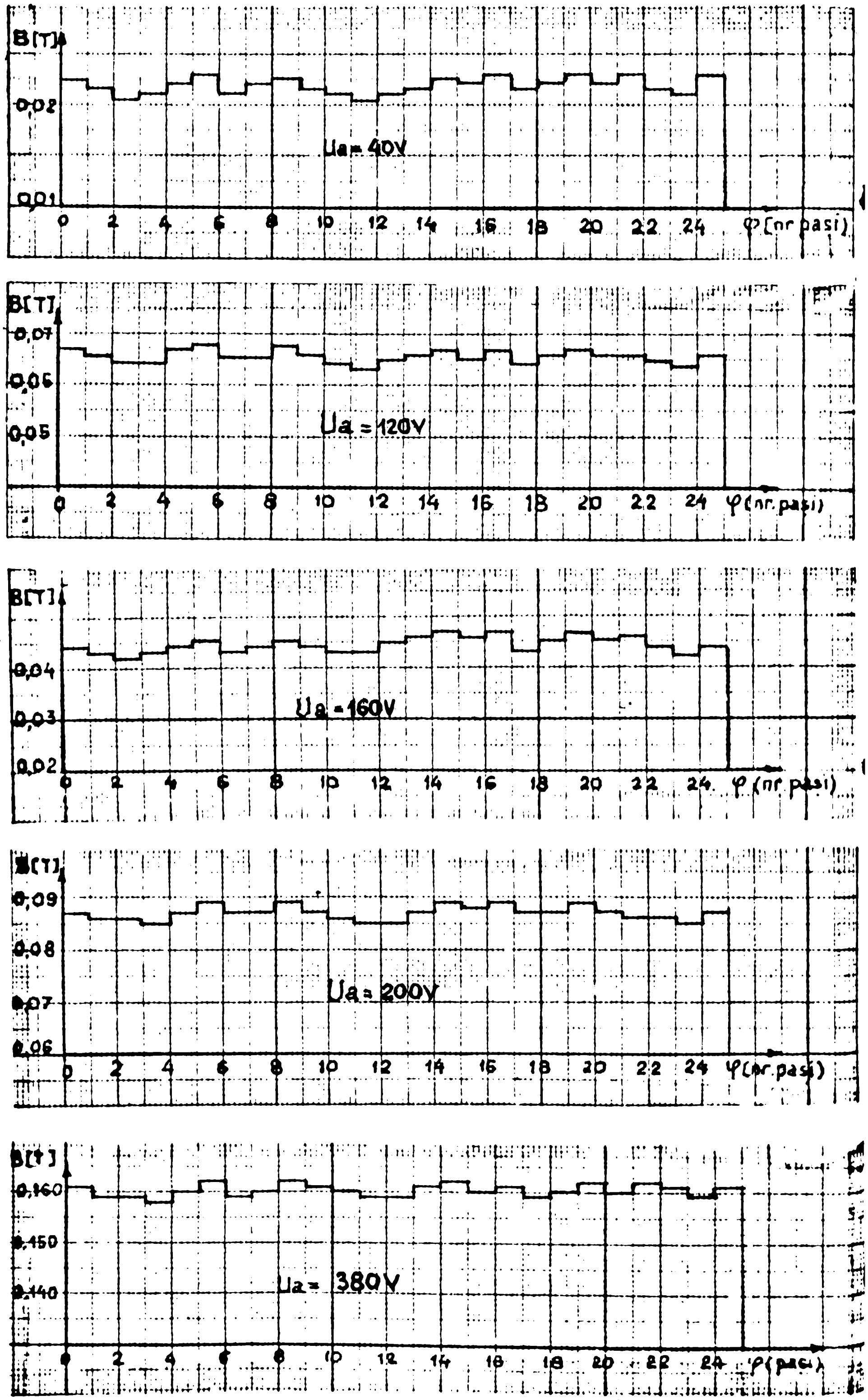

B[T]
0,02
0,01
Ua= 40V
φ [nr pasi]
B[T]
0,07
0,06
0,05
Ua = 120V
φ (nr. pasi)
B[T]
0,04
0,03
0,02
Ua =160V
φ (nr. pasi)
B[T]
0,09
0,08
0,07
0,06
Ua= 200V
φ (nr. pasi)
B[T]
0,160
0,150
0,140
Ua= 380V
φ (pasi)

Fig.3.74.

CAP.4. CONCLUZII

Scopul propus la abordarea temei a fost acela de a lămuri principalele aspecte teoretice şi practice legate de construcţia giroscopului magnetohidrodinamic. In literatura de specialitate, în majoritatea cazurilor, giroscopul MHD este amintit în enumerarea tipurilor neconvenţionale, atribuindui-se de aproximativ trei decenii performanţe promiţătoare, fără însă să apară informaţii cu privire la eventualele progrese realizate. Documentaţia existentă la OSIM semnalizează existenţa a două brevete aparţinînd U.R.S.S. şi S.U.A., dar şi în aceste cazuri, în afara unor scheme de principiu, nu sînt date nici un fel de informaţii asupra performanţelor, avantajelor sau dezavantajelor acestui tip de giroscop şi nici asupra utilizării sale efective într-o instalaţie de navigaţie inerţială.

Există totuşi, în literatură, un număr relativ mare de informaţii legate de diverse aspecte ale studiului mişcării fluidelor electroconductoare în incinte cilindrice, asemănătoare celei de la giroscopul MHD. Cu toate acestea, ipotezele adoptate de diverşii autori, se îndepărtează în majoritatea cazurilor de necesităţile constructive ale unui giroscop MHD.

In această situaţia a apărut necesară o informare de detaliu asupra performanţelor aparaturii giroscopice existente, a limitelor şi dificultăţilor constructive şi funcţionale ale acestora, pentru a avea la îndemînă termenul de comparaţie necesar. Rezultatele investigaţiilor sînt concretizate în Cap.2 al lucrării, în care sînt cuprinse şi informaţii asupra unor tipuri de giroscoape neconvenţionale, dintre care, unele, au depăşit faza cercetărilor de laborator (giroscopul vibrator şi giroscopul cu laser).

Cap.3 este destinat studiului efectiv al giroscopului magnetohidridinamic. Sîntntrecute în revistă principalele tipuri constructive de giroscop MHD realizabile, cerinţele impuse materialelor utilizate şi fluidului electroconductor. Se trece apoi la studiul mişcării fluidului electroconductor în incinta de lucru a giroscopului. Se stabilesc modelele adecvate pentru giroscopul de curent continuu cu inducţie axială şi cu inducţie radială şi pentru giroscopul de curent alternativ cu inducţie radială. Se stabilesc şi se integrează sistemele de ecuaţii diferenţiale care guvernează mişcarea obţinîndu-se distribuţiile de viteze şi de presiuni.

Se abordează apoi problema mişcării în vecinătatea capacelor stabilindu-se distribuţiile de viteze în interiorul stratului de frecare, dobîndind în acest fel o imagine completă asupra mişcării fluidului în incinta giroscopului.

Deoarece în literatură se afirmă doar, pe baza unei extrapolări a cunoştinţelor legate de dinamica solidului cu punct fix, că masa de fluid aflat în mişcare de rotaţie are proprietăţile unui giroscop, a fost necesară demonstrarea acestei afirmaţii. Prin urmare a apărut necesară scrierea sistemului de ecuaţii de mişcare în raport cu un sistem de referinţă care execută o mişcare generală faţă de un reper inerţial. Aducînd apoi mişcarea generală la cazul particular de funcţionare a unui girometru, printr-o analiză de fond s-a putut simplifica şi apoi integra sistemul, demonstrîndu-se apariţia unei distribuţii de presiuni legată de forţa de inerţie Coriolis şi deci posibilitatea funcţionării ca giroscop a masei de fluid aflată în mişcare de rotaţie. Avînd în vedere faptul că în timpul funcţionării, nava-suport poate efectua şi alte tipuri de mişcări, diferite de cea presupusă anterior, a fost studiată influenţa anumitor parametrii cinematici ai mişcării suportului asupra mărimii de ieşire a girometrului MHD, relevîndu-se necesitatea unor corecţii.

Pentru a putea efectua o comparaţie a performanţelor a fost definită noţiunea de sensibilitate a giroscopului MHD, au fost calculate valorile coeficientului de sensibilitate pentru mai multe tipuri de distribuţii de viteze şi pe această bază au putut fi trase concluzii privind optimizarea geometriei canalului MHD.

Avînd la dispoziţie aceste informaţii a fost posibilă schiţarea unei metode de proiectare a giroscoapelor MHD de curent continuu şi alternativ cu referire la calculul cicuitului magnetic, geometria optimă a canalului, poziția optimă a prizelor de presiune precum și alte indicații constructive.

Pentru a putea valida modelul teoretic propus a fost necesară efectuarea unor măsurători asupra giroscoapelor construite. In acest scop a fost imaginată o metodă de investigare a distribuției de viteze, pentru care s-a stabilit modelul teoretic și după o tarare prealabilă, pe baza unui program la calculatorul electronic s-a trasat curba de etalonare a dispozitivului. Graficele teoretice ale distribuției de viteze au fost trasate pe baza rezultatelor unor programe speciale de calcul pentru mai multe valori ale inducției și pentru diferite mărimi ale lățimii canalului . Pentru giroscopul de curent continuu, pe baza unui program bazat pe metoda elementului finit s-au trasat graficele teoretice ale distribuției de viteze pentru o valoare a inducției corespunzătoare magneților permanenți disponibili și pentru mai multe valori ale curentului de alimentare.

S-a efectuat de asemenea rularea unui program destinat investigării distribuției de viteze în stratul de frecare din proximitatea capacelor pentru modelul teoretic admis, pe baza căruia s-a putut trage concluzia că, practic, subzistă doar componenta tangențială a vitezei care are însă o variație de racordare rapidă și deci implică existența unei disipații vîscoase puternice în stratul de frecare.

Graficele distribuției de viteză obținute pe baza măsurătorilor efectuate asupra giroscopului de curent alternativ au aceiași alură cu cele obținute pe cale teoretică, ceea ce confirmă justețea modelului teoretic propus. Valorile măsurate ale vitezei sînt mai mici cu apox.10% decît cele teoretice. Acest fapt se datorează evident faptului că modelul teoretic face abstracție de prezența capacelor, care, așa cum s-a arătat anterior constituie sediul unor disipații de natură vîscoasă puternice.

Pentru a avea o imagine sugestivă, graficele distribuției de viteză păstrează aceleași scări.

In vederea investigării distribuției cîmpului magnetic în zona de lucru a giroscopului a fost imaginat și construit un instrument adecvat, capabil să execute măsurători punctuale în spaţiul disponibil redus. Teslametrul construit constituie inovaţie a autorului împreună cu un colectiv din Academia Militară.

Rezultatele măsurătorilor arată o distribuţie radială suficient de uniformă a cîmpului, în conformitate cu ipotezele făcute la stabilirea modelului teoretic. De asemenea, cunoaşterea valorii efective a inducţiei a fost necesară pentru efectuarea măsurătorilor legate de distribuţia de viteze.

Deoarece inductorul construit a avut la bază un pachet de tole provenit de la un produs industrial, destinat funcţionării în cu totul alte condiţii, a fost necesară utilizarea unui sistem de răcire forţată cu apă a incintei de lucru şi cu ajutorul unui ventilator a bobinajului inductorului, astfel încît să poată fi obţinute inducţii suficiente în zona de lucru. Cu toate măsurile luate, inducţia nu a putut depăşi valori de aprox.0,1 T. Aceste dificultăţi pot fi însă depăşite prin proiectarea specială a unui pachet de tole corespunzător, cu ferestre majorate pentru bobinaj şi eventual prin folosirea unui inductor dublu, cu bobinaj dispus atît în exteriorul cît şi în interiorul giroscopului.

În urma analizării tuturor aspectelor arătate anterior, pot fi trase următoarele concluzii:

1. construirea unor giroscoape MHD cu performanţe comparabile cu cele ale giroscoapelor clasice este întrutotul posibilă. Experienţa a arătat că, în cazul giroscopul cu inducţie, vitezele unghiulare de rotaţie a fluidului sînt comparabile cu cele ale girometrelor cu rotor solid clasice. Dar densitatea superioară a rotorului lichid oferă un moment cinetic cu valoare mai mare, deci şi posibilitatea unor sensibilităţi sporite;

2. dificultăţile tehnologice şi preţul de cost al unui giroscop MHD sînt mai mici.

Practic, aspectele legate de precizia de execuţie, de condiţiile de control, montaj şi reglare, atît de sensibile în cazul giroscopului clasic, lipsesc. Toate componentele mecanice ale unui giroscop MHD pot fi realizate într-o întreprindere cu tehnicitate medie;

3. construcția giroscopului MHD nu necesită materiale speciale, care nu se produc în țară. Cantitățile de mercur necesare sînt relativ reduse și nu constituie un impediment major;

4. puterile specifice de antrenare sînt cu aproximativ două ordine de mărime mai mari în cazul giroscopului MHD. Acest aspect constituie din păcate o condiție limitativă pentru multe domenii de aplicare;

5. necesitatea unui sistem eficient de răcire este cea de a doua condiție care limitează domeniul de aplicabilitate al giroscoapelor MHD.

Se poate observa deci că cel puțin în anumite domenii de utilizare (nave, torpile, instalații terestre stabilizate giroscopic, etc.) giroscopul MHD poate deveni competitiv atît prin prisma performanțelor cît mai ales prin cea a prețului de cost.

Evident, pentru fazele de proiectare, fabricație și instalare a unor giroscoape MHD sînt necesare cercetări suplimentare, lucrarea de față putînd constitui un îndrumar util pentru lămurirea aspectelor teoretice și a unor particularități constructive ale giroscoapelor MHD. In acest context, autorul își propune continuarea cercetărilor, în cadrul unui colectiv din Academia Militară, pe baza unui contract existent, pentru studierea posibilităților de folosire a unui giroscop MHD la o instalație interesînd Ministerul Apărării Naționale.

B I B L I O G R A F I E

1. Abramov O.V. ş.a., Parametricescaia corecţia sistemî upravlenia, Energoizdat, Moskva, 1982.
2. Akim, E.L., Eneev,T.M., Opredelenie parametrov dvijenia cosmicescop letatelnogo aparata po danim traectornîh izmerenii, Cosmiceskie isledovania, 1963, vol.I, Ed.I Moskva.
3. Aizerman M.A., Teoria avtomaticesogo regulirovania, Izd. Nauka, Moskva, 1966.
4. Alexeev,K.B., Bebenin,G.G., Upravlenie cosmicescin letatelnîm aparatov, Maşinostroenie, ed.II, 1974.
5. Arnold,V.I., Matematiceskie metodî clasicescoi mehaniki, Ed.Mir. Moskva, 1974.
6. Aliev I.I.,ş.a., Sisteme giroscopice şi de navigaţie, Priborostroenie nr.1/1989 4o, 5o.
7. Anton,I., Turbine hidraulice, Editura Facla, Timişoara, 1973.
8. Anton,I., Cavitaţia vol.I, II, Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1985.
9. Anton,I.,Vékás,L.,Potencz,I.,Suciu,E., Ferofluid flow under the influence of rotating magnetic fields. IEEE.Trans.of.Magnetics,vol.MAG 16, No.2, pag.283-287, 198o.
1o. Anton,I.,Vékás,L.,Potencz,I.,Suciu,E.,Experimental researches in ferrohydrodynamics - Proc.of the VIth Conf.on Fluid Machinery,Budapest,sept.
11. Anton,I.,ş.a., Cercetări asupra turbo transmisiilor MHD. Lucrări tehnico-ştiinţifice I.P. "Traian Vuia", Timişoara, 1977.
12. Anton,I., Vékás,L., Potencz,I.,Suciu,E.,Tămaş,M., Turbotransformatorul MHD şi alte aplicaţii ale fluidelor magnetice. Memoriile secţ.ştiinţifice ale Academiei R.S.R., Tom III, 198o.
13. Anton,I.,Vékás,L., Aplicaţiile ferofluidelor în tehnica modernă, Seminar Aplicaţiile ferofluidelor, Timişoara, oct., 198o,

14. Anton, I., Tămaş, M., Suciu, E., Turbotransmisii MHD-Seminar Aplicaţiile ferofluidelor, Timişoara, oct.1980.
15. Anton, I., Anton, A., Avram, E., Pompă magnetohidrodinamică-Brevet R.S.R. nr.57573/17.08.1971
16. Anton, A., Măsurarea intensităţii turbulenţei la mişcarea lichidelor magnetice în conducte, Seminar "Lichide magnetice, baza unor tehnologii de vîrf", Timişoara, oct.1988.
17. Aron, I., Curs de aparate giroscopice pentru aeronave, Editura A.M., 1978.
18. Avram, E., Particularităţi de calcul a turbomaşinilor MHD - Ses.de com.ştiinţifice - Inst.de Marină Constanţa, 1975.
19. Avram, E., Influenţa suprapunerii efectelor în pompa axială MHD - Bul.A.M. Nr.3/1976.
20. Avram, E., Probleme privind construcţia giroscopului MHD - Ses.de com.ştiinţifice A.M., 1983.
21. Avram, E., Stefan, S., Integrarea ecuaţiilor de mişcare ale fluidelor electroconductoare în giroscopul MHD cu inducţie - Conf.Maşini hidraulice şi hidrodinamică - Timişoara, 1985.
22. Avram, E., ş.a. - Consideraţii asupra mişcării peliculare pe un plan vertical, Conf.Maşini hidraulice şi hidrodinamică, Timişoara, 1985.
23. Avram, E., Girometrul MHD de curent continuu. Teorie, construcţie, performanţe. A XXII-a Ses.de com. a A.M., nov., 1988.
24. Avram, E., Asupra sensibilităţii girometrului MHD. Ses. Comunic. A.M., nov., 1988.
25. Avram, E., Teslametru pentru cîmp variabil în timp, Certif. inov. M.Ap.N., 12.07.1986.
26. Avram, E., Manometru diferenţial de precizie cu citire electronică, Certif.inov.M.Ap.N., 24.01.1974.
27. Avram, E., Stefan, I., Stefan, S., Mecanica fluidelor - Indrumar laborator, Editura A.M., 1985.
28. Balaşova, A.A., Nikitin, E.A., Proiectirovanie diferenţiruiuşcih i integriruiuşchih giroscopov i accelerometrov, Maşinostroenie, 1969, Moskva.
29. Bărbat, N., Ciocoiu, N., Giroscopul în tehnica blindatelor, Editura Tehnică, Bucureşti, 1961.

3o. Béghin H., Teoria compaselor giroscopice, Anschütz si Spery (lb.rusă) Izd.Nauka, Moskva, 1967.

31. Bicicov S.I. - Lazernîi giroskop. Izd. Sovetskoe radio, Moskva, 1975.

32. Bogdanovici M.M., Primenenie giroscopiceschih priborov i sistemah na morskih sudah, Izd. Transp.,Moskva, 1977.

33. Bogdanovici M.M., Giroscopiceskie priborî i ustroistva-osnovî teorii. Izd. Sudostroehie, Leningrad, 1961.

34. Belea C., Lungu R., Cismaru C., Sisteme giroscopice şi aplicaţiile lor, Editura Minerva, Craiova, 1987

35. Bărglăzan A., Anton I., Anton V., Preda I., Incercările maşinilor hidraulice şi pneumatice, Editura Tehnică, Bucureşti, 1959.

36. Brun E., Martinot-Lagarde A., Mecanique des fluides, 3 vol., Dunod Paris, 197o.

37. Cedighian S., Materiale magnetice, Editura Tehnică, Bucureşti, 1967.

38. Carpentier J., Navigation par inerţie, Dunod Paris,1962.

39. Constantinescu V.N., Aplicaţii industriale ale lagărelor cu aer, Editura Academiei R.S.R., 1968.

4o. Crammel R., Der kreisel, seihe theorie undo seing anwendungen, Berlin, Götingen, Heidelberg, Springer Verlag, 195o.

41. Cedighian S., Materiale magnetice, Indreptar, Editura Tehnică, 1974.

42. Cemiac O.V., Ribcinscaia G.B., Basic hidraulics and heat engineering, Ed.Mir, Publ.Moscow, 1984.

43. Cismaru C., Lungu R., Efectul giroscopic datorat mişcării de spin a particulelor elementare, Al III-lea Simpozion Naţ. de Teoria sistemelor, vol.II, pag. 165-168, Craiova, 1984.

44. Charles W., Popplewell , The magnetic properties of ferromagnetic liquids containing iron particles in mercury. I.E.E.E. Trans.on Magnetics, Vol.MAG-16, nr.2, 198o.

45. Călugăru G.,ş.a., A new aspect of the mouvement of ferofluids in a rotating magnetic field. Rev.Roum.Phys. 21, nr.4/1976, pag.439.

46. Carafolie E., Oroveanu T., Mecanica fluidelor, 2, vol., Editura Academiei R.P.R., 1952, 1955.

47. Danilin V.P., Giroscopiceskie priborî, Izd.Vîsşaia Scola, Moskva, 1965.

48. De Sabata I., Forţa exercitată de cîmpul magnetic asupra unui corp cu magnetizaţia permanentă şi tempoerară imersat în lichid magnetic. Seminar "Lichidele magnetice, baza unor tehnologii de vîrf", Timişoara, oct. 1988.

49. Dremov V.N., Kapusta A.B., MGD vraşcenie electroprovodiascei jidcosti v ţilindriceschin conecihih sosudah, MGD Nr.1/1971.

5o. Doronin V.I., Dremov V.V., Kapusta A.B., Măsurarea caracteristicilor de curgere ale mercurului în incinte cilindrice închise - MGD Nr.3/1973.

51. Dorfman L.A., Rezistenţa hidraulică şi transmisia de căldură la corpurile rotitoare, M.F.M.L., 196o.

52. Dragoş L., Magnetohidrodinamica, Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1964.

53. Glazov A.O., Mişcarea de rotaţie a unui fluid electroconductor deasupra unui disc fix sub acţiunea cîmpului magnetic, MGD Nr.2/67 pag.75-8o.

54. Gordeev G.V., Vlianie torţevîh granіţ na vrascenie ritutia v maghitnompole, Jurn. Teh. FIZ., vol.29, nr.6, Riga, 1959.

55. Gorbacev B.P., Nikitin V.N., Ustinov A.L., Despre mişcarea MHD a fluidelor electroconductoare în incinte cilindrice închise, MGD Nr.4 1974.

56. Glazov O.A., Profile de viteze în mişcarea de rotaţie MHD a ferofluidelor, MHD, Nr.1, 1982.

57. Glazov O.A., Transferul de căldură la mişcarea de rotaţie, MGD, Nr.3, 1982.

58. Golfgat I.M., Gordunov L.A., Despre calculul curgerilor axial simetrice turbulente cu structură de viteze neuniformă. MGD, Nr.6, 197o.

59. Glazov O.A., Izvestia AN Latvinskoi SSR ser.Fiz. i. Tehn.nauk Nr.2/1966.

6o. Gropşianu Z., Preda T., Asupra procedeelor de obţinere a lichidelor magnetice cu particole de Fe şi Co, Seminar "Lich.magnetice, baza unor tehnologii de vîrf", Timişoara, oct.,1988.

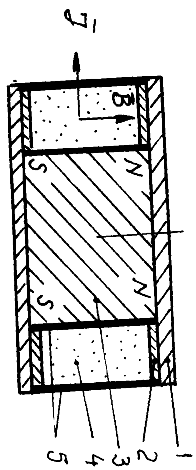
61. Hanuise Guy, Etude theoretic et experimentale du giromotro a induction nucleaire - Chantillon-Onora, 1967.
62. Haidu E., Popescu A.V., Navigaţia aeriană, Editura Junimea, Iaşi, 1977.
63. Iacob Caius, Introduction mathematique a la mecanique des fluides - Gauthier - Villars - Paris, 1959.
64. Jarghin U.S., O laminarnomtecenii provodeaşcei jidcosti v gomopleanike - Vopr. MGD Tom.II, Riga, 1962.
65. Loiţianschi, Laminarnîi pograniciniî sloi-Moşkva, 1962.
66. Ladjenskaia O.A., Lucr.Congr.Internaţional de matematică, Moscova, 1968.
67. Luca E., ş.a. - Ferofluidele şi aplicaţiile lor în industrie, Editura Tehnică, Bucureşti, 1978.
68. Landau L., Lifchitz E., Mecanique des fluides, Editura Mir, Moscov, 1971.
69. Luca E., Călugăru G., ş.a., Ferofluidele şi aplicaţiile lor în industrie, Editura Tehnică, Bucureşti, 1978.
7o. Magnus Kurt, Giroscop-teoria i primenenie (trad.din lb. germană), Izd. Mir., Moskva, 1974.
71. Maleev P.I., Novîie tipî giroscopov, Izd.Sudostrienie, Leningrad, 1971.
72. Monopoli R.V., The magnetohidrodinamic giroscope, (Procedings of the national electronics conference, New York, 196o.
73. Michelson A., Iacovici A.T., Pavlov S.I., Cercetarea numerică a curgerii MHD în incinte cilindrice închise cu considerarea ipotezei tensiunilor turbulente, MGD Nr.8/196o.
74. Măgureanu R., Maşini electrice speciale pentru sisteme automate, Editura Tehnică, Bucureşti, 198o.
75. Milne-Thomson L.M., Theoretical Hydrodynamics, ed. 5-a Macmillan & Co Ltd.London, 1968.
76. Niţă M., Aron I., Navigaţia inerţială, Editura Militară, Bucureşti, 1971.
77. Niţă M., Curs de mecanică teoretică, vol.1, 2, Ed.Academiei Militare, Bucureşti, 1971.
78. Nikitin E.A., Balaşova A.A., Proiectirovanie diferenţiruiuşcih i integriruiuşcih giroscipov i asceleromotrov - Izd. Maşinostroienie, Moskva, 1969.
79. Nefedov A.A., Ghidrodinamicescoi mahovic, Brevet U.R.S.S., UDK 62, 752.4-2o.1o.1972.

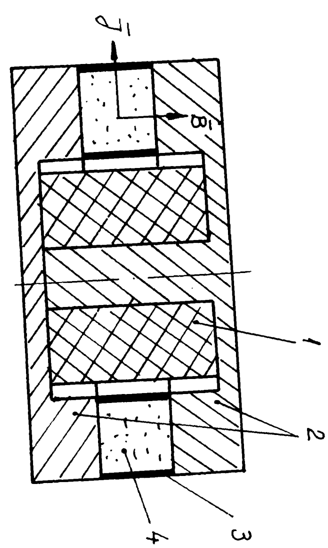
8o. Niţă M., Aron I., Pilotul automat, Editura Militară, Bucureşti, 1961.
81. Polevicov V.K., Curgerea unui lichid magnetic care acoperă un conductor cilindric în faza de desprindere, MGD Nr.1/1989 (41, 47).
82. Popa O., Mişcări potenţiale şi teoria hidrodinamicii reţelelor de profile. Litograf. I.P.Timişoara,198o.
83. Poplewell I., Charles S.W., Hoon S.R., Agregate formation in metalic feromagnetic liquids. The Trans.on magnetics. Vol.MAG 16, no.2, 198o.
84. Potencz I., Suciu E., Vékás L., Etanşări cu fluide magnetice, Seminar Aplicaţiile ferofluidelor, Timişoara. oct., 198o.
85. Radix J.C., Le giroscope ét ses aplication, Paris Press universitaires de France, 1969.
86. Shizawa K., Tanahashi T., A new complete set of basic equations for magnetic fluids with internal rotation. Bul. ISME vol.28 No.243, No.255, sept.1986.
87. Savet P.H., Gyroscopes-Theory and design - MC Graw Hill-New York, 1961.
88. Scarbourgh J.V., The giroscope - theory and aplications (Lb.rusă) Izd.Inostr.Lit.Moskva, 1961.
89. Slomienski G.A. ş.a., Poplavkovîie giroscopî i ih primenenie, Oboronghiz Moskva, 1958.
9o. Stoenescu A., Titeica G., Teoria giroscopului şi aplicaţiile sale tehnice, Editura Tehnică, Bucureşti, 1961.
91. Shercliff J.A., A text Book of magnetohidrodinamics Pergamon Press, 1965, N.Y.
92. Ştefan I., Introducerea în magnetohidrodinamică, Editura Tehnică, Bucureşti, 1969.
93. Sabac I., Matematici speciale, vol.I, II, E.D.P.Bucureşti, 1981, 1982.
94. Tarapov I.E., MGD Nr.1/1972, pag.3.
95. Timotin A., Hortopan V.,ş.a., Lecţii de bazele electrotehnicii, E.D.P. Bucureşti, 197o.
96. Vîlcovici V., Bălan St., Voinea R., Mecanică teoretică, Ed.a 3-a, Editura Tehnică, Bucureşti, 1968.
97. Wigreley W., Holister, Denhard W., Giroscopic theory design and instrumentation. Mit. Press Cambridge, Massachusetts, London, 197o.

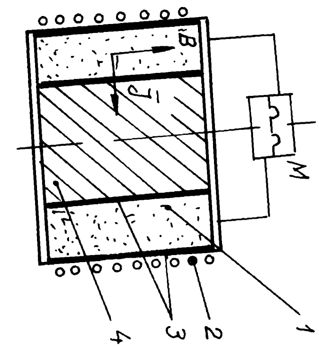
98. Wigotsky W., Liquid rotor simplifies gyroconstructions Desig New, No.11, 1961.

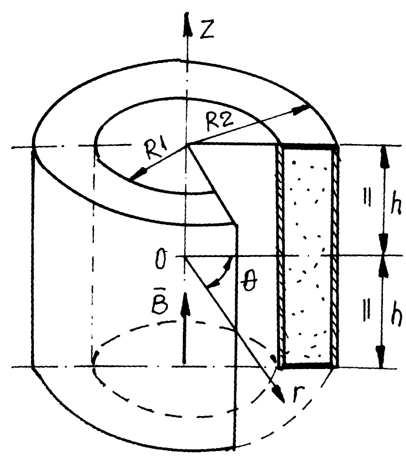
99. x x x - Priborostroienie Nr.2/1989 - Sisteme giroscopice şi de navigaţie (2, 6, 37).

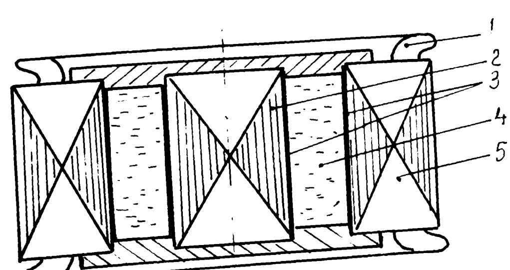
100. x x x - Aplicaţiile ferofluidelor - seminar tehnico-ştiinţific, Timişoara, oct.1980.

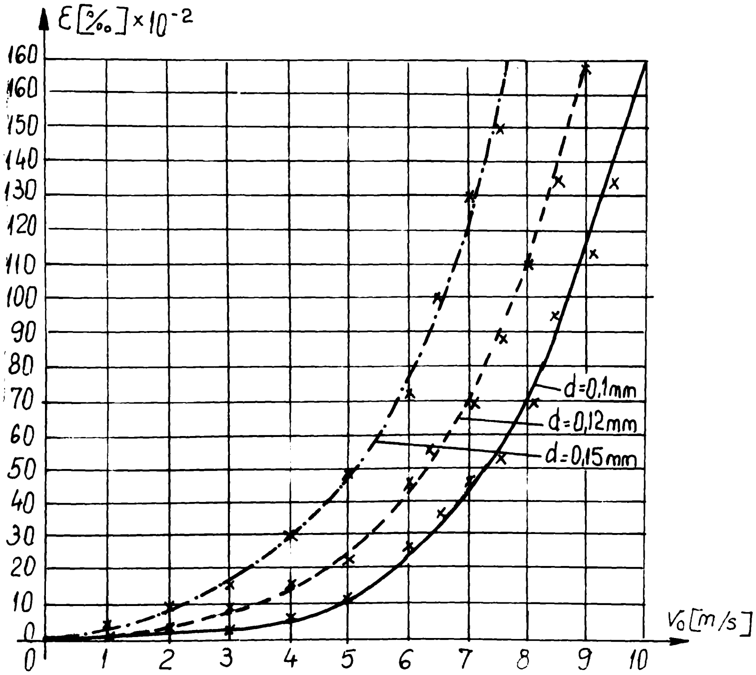






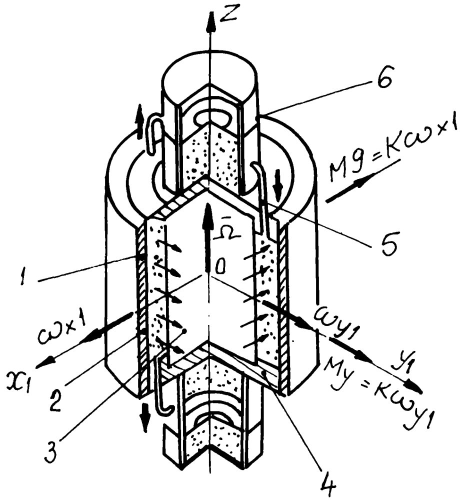

Z
R1
R2
h
h
0
θ
B̄
r

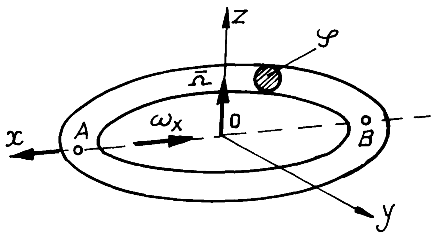

1
2
3
4
5

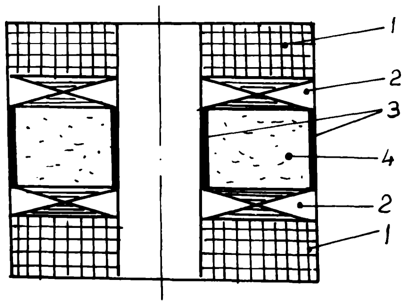


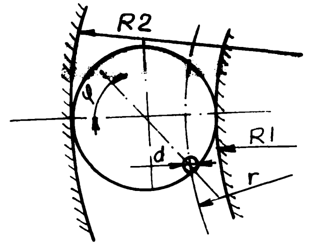
ε [‰] × 10⁻²
160
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
V₀ [m/s]
d = 0,1mm
d = 0,12mm
d = 0,15mm

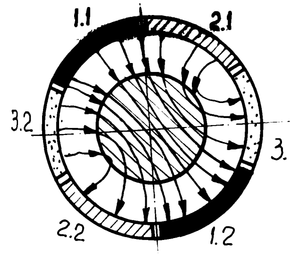
BUPT

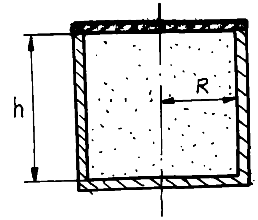

Z
6
$M_g = K\omega_{x1}$
5
$\bar{\Omega}$
0
1
ω_{x1}
ω_{y1}
x_1
2
y_1
$M_y = K\omega_{y1}$
3
4

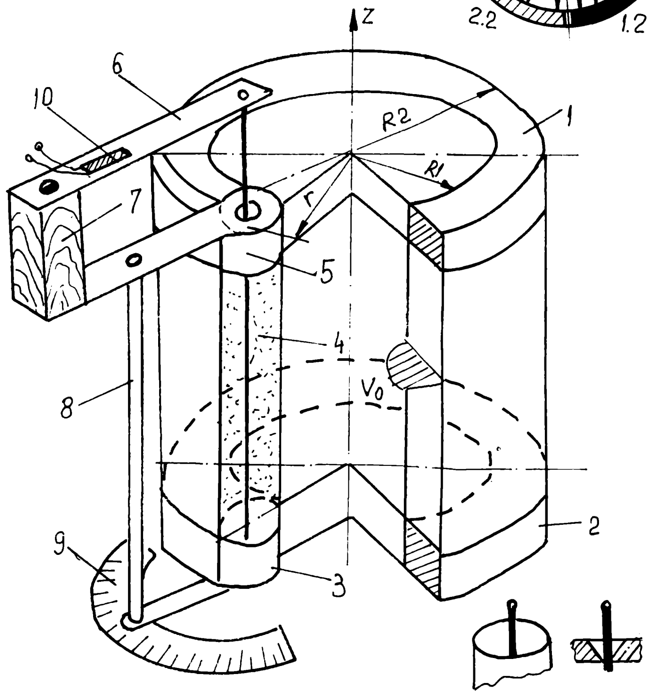

Z
φ
$\bar{\Omega}$
x
A
ω_x
0
B
y

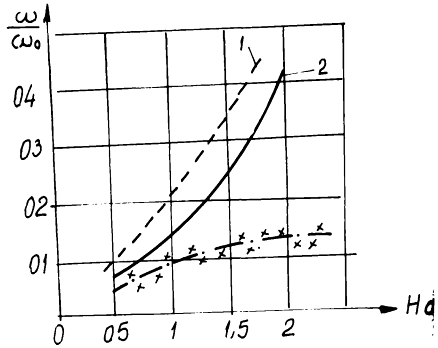

1
2
3
4
2
1

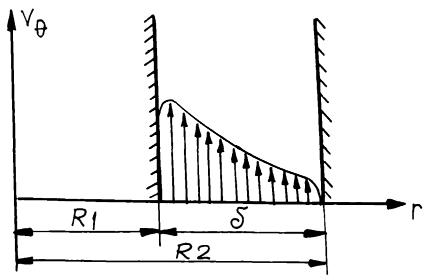

R2
φ
d
R1
r

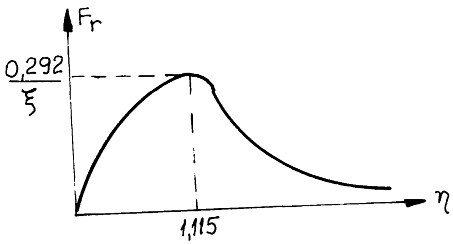

1.1
2.1
3.2
3.1
2.2
1.2


h
R


z
6
10
R2
1
R1
7
r
5
4
V0
8
2
9
3


ω/ω0
04
03
02
01
0
05
1
1,5
2
Ha
1
2


Vθ
r
R1
δ
R2


Fr
0,292/ξ
1,115
η


Fe
η