# INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" TIMISOARA FAÇULTATEA DE ELECTROTEHNICA

ing. FLORIN BRANZAN

## CONTRIBUTII LA STUDIUL INTERACTIUNII UNDELOR ULTRASONORE SI LUMINII IN MEDII CRISTALINE CU APLICATII IN DOMENIUL PRELUCRARII INFORMATIEI

BIBLIOTECA CENTRALĂ Universitatea =politehnica= timișoara

Teză de doctorat

Conducător științific Prof.dr.ing. Marius Borneas

- 19º8 -

WSTITUTUL I	PULITEHNIC TIMIQGARA
3 9	A
h h	10 7 1 19
Velution	
Dulau	247 1_

## CUPRINS

CAP.1	DESCRIEREA CALITATIVA A FENOMENULUI	1
CAP.2	PROPAGAREA LUMINII SI A SUNETULUI IN MEDII CRISTALINE	9
	2.1 Propagarea luminii in medii cristaline	9
	2.1.1 Lumina ca ansamblu de fotoni	9
	2.1.2 Propagarea luminii in medii izotrope	10
	2.1.3 Propagarea luminii in medii cristaline	11
	2.1.4 Fenomene de intrare si iesire din cristal	13
	2.1.5 Straturi antireflex	14
	2.2 Propagarea sunetului in medii cristaline	18
CAP.3	INTERACTIUNEA UNDELOR IN CRISTALE	20
	3.1 Aspecte calitative	20
	3.1.1 Introducere	20
	3.1.2 Ecuatii parametrice pentru unde coliniare	23
	3.1.3 Interactiunea intr-un plan a doua unde	34
	3.1.4 Figura de difractie vizavi de rotatia	
	cristalului	42
	3.2 Calculul cantitativ al imprastierii luminii	
	intr-un modulator acustooptic	44
CAP.4	STUDIUL UTILIZARII PRACTICE	55
	4.1 Definirea modulatoarelor, comutatoarelor si	
	deflectoarelor optice	55
	4.1.1 Intensitatea relativa sau adincimea de	
	modulare	55
	4.1.2 Puterea de excitare pe unitatea de banda de	
	trecere	56
	4.1.3 Pierderi induse	57
	4.1.4 Masurarea factorilor de merit ai	
	comutatoarelor	<b>5</b> 8
	4.2 Privirea generala asupra deflexiei si modularii	
	acustooptice	59
	4.2.1 Deflectoare	60
	4.2.2 Modulatoare	62

4.3	Hodulatoare - deflectoare de volum	65
4.4	Comportarea deflectoarelor de impuls	68
4.5	Caracteristicile traductoarelor acustice ultraso-	
	nice pentru excitarea undelor de volum	84
	4.5.1 Impedanta, pierderi prin conversie si	
	banda de trecere	84
	4.5.1.1 Precizari	84
	4.5.1.2 Impedanta electrica de intrare a	
	traductorului	87
	4.5.1.3 Pierderi de neadaptare	88
	4.5.1.4 Pierderi la adaptare	91
	4.5.2 Proiectare pentru pierderi mici de conversie	
	si banda larga	91
	4.5.2.1 Adaptarea electrica	92
	4.5.2.2 Adaptarea acustica. Concluzii	93
REZ	JLTATE EXPERIMENTALE	
5.1	Niobatul de litiu - LiNb03	96
	5.1.1 Caracteristici si aplicatii	96
	5.1.2 Cresterea	97
	5.1.3 Polarizarea	98
	5.1.4 Prelucrarea	99
5.2	Determinarea constantelor electrice si piezoelec-	
	trice ale cristalelor de LiNb03 utilizate	102
	5.2.1 Nodul de vibratie volumetric	102
	5.2.2 Nodul de vibratie volumetric al LiNb03	105
	5.2.3 Masuratori experimentale	103
5.3	Cuartul	114
	5.3.1 Cuartul. Descriere	114
	5.3.2 Traductorul piezoelectric din cuart	117
5.4	Aplicatii in domeniul prelucrarii informatiei	127
	5.4.1 Deflexia acustooptica in analiza spectrala	127
	5.4.2 Convolutia in timp real	128
	5.4.3 Corelator cu celula LiNb03	129
	5.4.4 Deflector acustooptic	130
	5.4.4.1 Nontajul experimental	138

5.4.4.2	Raspunsul in frecventa al	
	tracuctorului	140
5.4.4.3	Determinarea frontului de deschidere	
	a celulei	144
5.4.4.4	Adincimea de modulatie	145
5.4.4.5	Determinarea unghiului de deflexie	143
5.4.4.6	Determinarea dependentei unghiulare	
	a modularii	143
5.4.4.7	Verificarea conditiilor de difractie	
	Bragg	149
5.4.4.8	Masurarea benzii de modulare	149

i

CAP.6 CONCLUZII BIELIOGRAFIE

#### INTRODUCERE

Interactiunea undelor ultrasonore si undelor electromagnetice la frecvente optice este cunoscutá sub denumirea "efect Brillouin". In 1921, Brillouin presupune ca un lichid traversat de o undá de compresie cu frecvență mare, iluminat cu lumină vizibilă generează fenomene de difracție asemanatoare cu cele date de o rețea plană de fază. Practic, fenomenul a fost evidențiat 10 ani mai tirziu, independent, de către Debye şi Sears, respectiv Lucas și Biquard [1, p.594]. De atunci mulți cercetatori au studiat manifestarea in diverse conditii experimentale modificind una din urmatoarele valori: unghiul de incidentă, lungimea de undă a luminii incidente, amplitudinea undei ultrasonore, látimea fasciculului sonor, etc.

Evident, poziția ordinelor de difracție pe ecran, numărul lor și intensitatea relativă depind de unul sau mai mulți dintre factorii citati.

Studiul trecerii prin lichide a fost urmat de cel al propagarii prin medii solide transparente, momentul fiind legat de dezvoltarea electronicii, care a permis generarea de unde ultrasonore de putere ridicatà.

In primii ani, fenomenul a fost utilizat pentru măsurarea constantelor elastice de material. Interesul a crescut o dată cu descoperirea laserului, al cărui fascicul poate fi deviat sau modificat in amplitudine sau frecvență prin această metodă.

Se pot distinge două cazuri limită: difracția la unghi Bragg și cea de tipul Raman - Nath, clasificare in principal, funcție de incidența sub unghi sau paralelă cu frontul undei sonore. Difracția Bragg este cea utilizată practic [2].

Sinteza pe scará industrialà a cristalelor, in paralel cu descoperirea de noi tipuri, cu proprietăți acustice sau acustooptice superioare, necesită aprofundarea teoretică a propagării luminii, sunetului și interacțiunii lor, căutari care au dus la realizarea multor dispozitive utilizate in electronica cuantică si in noul domeniu al opticii integrate.

hecentele progrese [3] realizate in sfera tehnologiilor tarii noastre au permis și la noi abordarea teoretică și practică a domeniilor amintite (construcția de lasere cu solid, electronica la frecvențe ridicate, creșterea de cristale, etc.).

Prezenta teză iși propune unele contribuții in aceste direcții, cu finalizări in construcția primului deflector acustooptic românesc, utilizabil in lasere cu undă continuă, la puteri mari cit și in transmisia și prelucrarea informației.

#### CAPITOLUL 1

#### DESCRIEREA CALITATIVA A FENOMENULUI

Trecerea unei unde plane de compresie printr-un mediu [1,p.594] creează stratificări periodice de materie de-a lungul directiei de propagare.

Considerám un material transparent aflat intre două planuri z = 0 și z = L și o unda plană de compresie de lungime de undă [4]  $\Lambda$  ce se propagă de-a lungul axei x in direcție pozitivă. Stratificările periodice de materie se fac cu distanța  $\Lambda$  intre două planuri succesive de densitate maximă.

Fie o undá luminoasă monocromatică, plană, de pulsație  $\omega$  și lungimea de undă  $\lambda$  in mediul studiat, cu normala de undă in planul xz și făcind unghiul  $\tilde{\Phi}$  cu axa z (Fig.1).



Fig.1. Undele ultrasonore privite ca o rețea de difracție de fază

Cu  $\varphi$  se notează unghiul pe care il face raza imprăștiată cu axa z. Deoarece viteza v a undei de compresie este mult mai mică decit cea a luminii, putem, în primă aproximație, considera staționară stratificarea materiei. Atunci direcția  $\varphi$ , în care se observă o intensitate apreciabilă, se poate determina din condiția ca diferența de drum optic între raze, din două planuri succesive la distanța  $\Lambda$  să fie un multiplu întreg de  $\lambda$ . Această condiție aetermină o relație între  $\lambda$ ,  $\bar{\Phi}$ și direcția de propagare  $\bar{\varphi}_{l}$ , a undelor de diverse ordine în spectrul difracției.

BC - AD = 
$$\Lambda$$
 (sin  $\bar{\Phi}_{1}$  - sin  $\bar{\Phi}_{2}$ ) =  $1 \cdot \lambda$ ; (1=0, ±1, ±2, ...) (1.1)

AB si CD fiind portiuni din fronturile de unda asociate cu razele

refractate și imprăștiate. Este convenabil a rescrie (1.1) in termeni  $\lambda_0, \varphi$  și  $\varphi$  din afara mediului. Conform (1.1) si legii refracției:

$$\frac{\sin\bar{\Phi}}{\sin\Phi} = \frac{\sin\bar{\Phi}}{\sin\Phi} = \frac{\lambda}{\lambda_0} \qquad \text{obtinem}:$$

$$\Lambda (\sin\phi_l - \sin\phi) = 4 \cdot \lambda_0 \qquad (1 = 0, \pm 1, \pm 2, ...) \qquad (1.2)$$

separarea unghiulară intre două ordine succesive:

$$\sin \phi_{l} - \sin \phi_{l-1} \cong \phi_{l} - \phi_{l-1} = \frac{\lambda_{0}}{\Lambda}$$

adică, pentru un  $\lambda_0$  dat, separarea unghiulară descrește cu creșterea lui  $\Lambda$ . Dacă  $\Lambda$  este suficient de mare, liniile principale vor fi așa de apropiate că nu pot fi separate de un instrument de măsură și din această cauză efectele de difracție nu se observă cind, unde sonore obișnuite sint iluminate cu lumina vizibilă. De alci necesitatea utilizării undelor ultrasonore, cu lungimea de undă  $\Lambda$  cit mai apropiată de cea a luminii folosite.

Efectul de rețea de fază este dat de apariția fenomenului de fotoelasticitate [5], care cuplează cimpul tensiunii acustice modulatoare al undei ultrasonice, cu indici optici de refracție. Efectul fotoelastic apare in toate stările materiei și in particular in medii cristaline indiferent de clasa de simetrie.

Din punct de vedere practic, o rețea optică de fază poate fi utilizată pentru o deflexie controlată sau pentru modularea unei unde luminoase incidente. Aceasta duce la o clasă de dispozitive ca: comutatoare de factor de calitate optic, modulatoare, corelatoare și scanere [6][7].

Geometria tipică a unui deflector practic de rază luminoasă este dată în Fig.2, unde, pentru generalizare, raza optică d-a luat de secțiune eliptică.

2



Fig.2 Deflector acustooptic

Dimensiunile traductorului placa dreptunghiulară, H și L sint dimensionile fasciculului sonor. In majoritatea cazurilor lungimea de undà acustică este mult mai mică decit H si L, astfel incit fasciculul sonor este bine colimat și se propagă dinspre traductor in mediul acustooptic unde interacționează cu raza de lumină. Dacă lumina este incidentă la unghi Brazg și rețeaua de fază stabilită ultrasonor este suficient de groasă se observa fenomenul de difracție Bragg [5] . Geometria difracției Bragg este aratată în Fig.3. Unghiul Bragg  $\Theta_{R}$ , se definește în termenii lungimii de undă a luminii incidente  $\lambda_0$  și pasul rețelei de fază \Lambda (lungimea de undă ultrasonoră) in conformitate cu legea lui Bragg. Pentru ordinul 1 de difracție putem scrie:

$$\lambda_0 = 2\Lambda \sin \Theta_B \tag{1.3}$$

In aplicațiile noastre, lungimea de undă ultrasonoră este cu mult mai mare decit lungimea de undă optică, astfel incit sin  $\Theta_{\rm R}\simeq \Theta_{\rm R}$ și cos  $\Theta_{\rm R}\simeq 1$ 

$$\Theta_{\rm B} \simeq \frac{\Lambda_{\rm o}}{2\,\Lambda} \tag{1.4}$$

Rețeaua se numește groasă dacă o rază proiectată in direcția luminii incidente intersectează mai mult de o linie a rețelei: (1.5)

$$L \Theta_B > \Lambda$$

Combinind (1.4) cu (1.5):

$$\frac{L\lambda_0}{2\Lambda^2} > 1 \tag{1.6}$$

care este definiția uzuală a difracției Drazg [8]



Fig.3 Difracția Bragg dată de o rețea de fază groasă de lungime L

Dacă lungimea L a rețelei nu este suficient de mare să satisfaci (1.5), raza incidentă va fi imprăștiată, dar descrierea fenomenului se complică mult, cu excepția limitei de grosime (adică zero).

Analiza efectului Dragg este mai abordabilă prin trecerea la liferențiere. In acest sens se imparte rețeaua intr-un șir de subrețele de lățime dL, fiecare producind o deplasare de fază de amplitudine care variază în direcția x ca  $\sin 2\pi X / \Lambda$  (Fig.3). Amplitudinea complexă c, a luminii incidente este modificată după trecerei prin rețeaua fină cu:

$$c \cdot e^{i \cdot d\Psi \cdot \sin(2\pi x/\Lambda)} \simeq c(1 + i \cdot d\Psi \cdot \sin 2\pi x/\Lambda) \simeq c + \frac{C}{2} \cdot d\Psi \cdot e^{-i \cdot 2\pi x/\Lambda} - \frac{C}{2} \cdot d\Psi \cdot e^{-i \cdot 2\pi x/\Lambda}$$
(1.7)

Ultimii doi termeni din partea dreaptă a ecuației sint benzile laterale superioare și inferioare, care diverg de la purtătoarea c datorită componentei frecvenței spațiale  $1/\Lambda$  în direcția X. Numai componenta superioară interferă constructiv cu cele enanate de subrețele adiacente [9]. Acesta este efectul Bragg. Componentele inferioare se elimină prin interferența destructivă. Din (1.7) mulitudinea componentei persistente este:

$$ds = \frac{c}{2} \cdot d\varphi$$
(1.8)

iar rata de creștere cu distanța, devine:

 $\frac{ds}{dL} = \frac{c}{2} \cdot \frac{d\Psi}{dL}$ (1.9)
(1.9)

Legea conservării energiei cere ca intensitatea razei incidente să fie egală cu cea a purtătoarei și a benzilor laterale:

$$C_0^2 = C^2 + S^2 \tag{1.10}$$

care prin diferentiere:

$$\frac{dC}{dL} = -\frac{1}{2} \cdot S \cdot \frac{d\Psi}{dL}$$
(1.11)

Ecuațiile (1.9) și (1.11) au soluția simplă:

$$s = C_0 \sin \frac{\Delta \Psi}{2}$$

$$C = C_0 \cos \frac{\Delta \Psi}{2}$$
(1.12)

unde  $\Delta \Psi$ este modificarea de faza pe intreaga grosime a rețelei.

 $[\Delta \Psi = (d\Psi/dL) \cdot L]$  De aici intensitatea relativă a luminii imprastiate in banda laterală:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{S^2}{C_0^2} = \sin^2 \frac{\Delta \Psi}{2}$$
(1.13)

Pasul final este de a lega  $\Delta \Psi$  de puterea acustica incidentă pe mediu și factori geometrici. Defazajul poate fi exprimat in termenii diferenței de indice de refracție  $\Delta$  n văzută de o rază care lovește linia rețelei față de cea care lovește intre linii:

$$\Delta \Psi = \frac{2 \overline{\mu} (\text{diferența de drum optic})}{\lambda} = \frac{2 \overline{\mu} (L \cdot \Delta n)}{\lambda}$$
(1.14)

Dacă presupunem că mediul este izotrop, pentru a evita notația tensorială,  $\Delta$  n este definită in termenii constantei fotoelastice p și a amplitudinii deformării s:

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right) = ps$$

sau:

$$\Delta n = \frac{1}{2} psn^3 \tag{1.15}$$

s poate fi legat de puterea acustică excitantă.

Densitatea de energie intr-un mediu tensionat este  $\frac{1}{2}S^2C$ , unde c este constanta elastică, care este egală cu  $\rho v^2$ . Puterea in unda ultrasonoră este produsul ariei frontului de unda HL, viteza sunetului V și densitatea de energie:

$$P_{ac} = (HL) \vee \left(\frac{1}{2} \cdot s^2 \cdot p \cdot v^2\right)$$
 (1.16)

de unde:

$$S = \sqrt{\frac{2 \cdot P ac}{H \cdot L \cdot \rho \cdot v^3}}$$
(1.17)

introdusa in (1.15):

$$\Delta \Psi = \operatorname{IL} \sqrt{\frac{2}{\lambda^2} \left(\frac{L}{H}\right) \left(\frac{n^6 \cdot p^2}{p \cdot \sqrt{3}}\right) \cdot P_{ac}}$$
(1.18)

grupările in (1.13) dau definiția factorului de merit acustic:

$$M_2 = \left(\frac{n^6 \cdot p^2}{p \cdot v^3}\right) \tag{1.19}$$

sau:

$$\Delta \Psi = \tilde{u} \sqrt{\frac{2}{\lambda^2} \left(\frac{L}{H}\right) \cdot M_2 \cdot P_{ac}}$$

Se observá ca dacă crește puterea aucustică Pac, crește  $\Delta \Psi$ și că, în principiu, orice fracțiune din lumina incidentă, pînă la 100% poate fi deflectată. De exemplu, pentru cazul practic de deflexie a unei raze He - He (0,63µ) cu 70%, puterea acustică necesară este:

$$P_{oc(wall)} = 54\left(\frac{H}{L}\right) \frac{1}{M_2(relativ la cuart)}$$
(1.21)

In această expresie, factorul de merit s-a raportat la cuarț, material de referință comun (există metode de aflare a lui lig relativ la cel al cuarțului [10] ).

(1.20)

Astfel, dacă cuarțul este luat drept mediu acustic și se alege H/L = 1, rezultă ca sint necesari 54 Watt de putere acustică pentru o deflexie a luminii cu 70%. Dacă ne referim la factorul de merit acustic (1.19):

$$M_2 = n^6 p^2 / p v^3$$

1

n este indicele de refracție, p - componenta fotoelastică, p - densitatea și v - viteza acustică. Trebuie remarcat că n, p și v sint legate de cantități tensoriale și că variază cu orientarea cristalului. Este recomandată pentru aplicații o tăiere adecvată a cristalului, care optimizează factorul de merit acustic.

In concluzie, efectul acustooptic este o schimbare a indicelui de refracție a unui material dat de deformări mecanice induse prin trecerea unei unde acustice. Deformarea și o dată cu ea, variația indicelui de difracție este periodică cu lungimea de undă egală cu cea a undei acustice.

Modificarea indicelui de refracție este dată de efectul fotoelastic. Marimea acestei modificări dată de deformări mecanice este descrisă de un tensor de rangul patru - tensorul deformare optic.

Pentru a calcula schimbarea indicelui de refracție asociat cu o unda acustică, se află deformarea produsă de unda acustică, iar apoi se utilizează tensorul deformare - optic pentru a găsi modificările de indice de refracție.

Proprietățile mecanice ale unui cristal, in general, sint descrise de un tensor de ordinul 2 care leagă tensiunile (T) (acustice, de ex.) de deformare (S). Matura propagării unei unde acustice este guvernată de proprietățile mecanice. In cel mai general caz, unda acustică se propagă ca o combinație de unde longitudinale și transversale in alte direcții decit în cea lansată. Așa cuman amintit, în materialele folosite în aplicații, există suficiente simetrii pentru a reduce numărul componentelor tensorului, astfel incit, printr-o selectare corespunzătoare a direcției undei acustice și alegerea unei unde longitudinale sau transversale, ša se obțină fronturi de undă simple [11], care să permită controlul din punct de vedere aplicativ al fenomenului.

Mai trebuie punctate și fenomenele de modulație in amplitudine ale luminii difractate (funcție de puterea acustică) cit și deplasarea acustică de frecvență [7] care indică din punct de vedere tehnic exploatarea lor atit ca deflectoare cit și ca modulatoare, diferența implicind mari deosebiri in acuratețea montajelor practice [12].

Consider însă, că, pentru subiectul tezei, deflectoarele trebuie studiate și ca modulatoare pentru a putea extrage banda de frecvențe și stabilitatea in amplitudine a montajului electronic folosit, avind in vedere dificultățile de realizare a electronicii aferente pentru frecvențe și puteri ridicate (in jur de 50 MHz, 50 W).

## CAPITOLUL 2 PROPAGARBA LUMINII SI A SUNETULUI IN MEDII CRISTALINE

# 2.1 Propagarea luminii in medii cristaline2.1.1 Lumina ca un ansamblu de fotoni

Studiul cel mai consecvent al fenomenelor optice se bazează pe teoria cuantică, după care lumina reprezintă un flux de fotoni [13].

Dacă  $N_{k\alpha}$  este numărul de fotoni in starea  $\overline{k}_{\alpha}$  in unitatea de volum a cimpului, energia unui cimp luminos devine suma energiilor fotonilor care populează cimpul:

$$p = \sum_{\alpha=1}^{2} \sum_{\overline{k}} \hbar \cdot \omega \cdot N_{\overline{k}\alpha}$$
(2.1.1)

O relație analoază poate fi scrisă pentru impulsul total P pe volumul unitar de cimp:

$$\overline{P} = \overline{S}/c^2 = \sum_{\alpha=1}^{2} \sum_{\overline{k}} \overline{h} \cdot \overline{k} \cdot N_{\overline{k\alpha}} \qquad (2.1.2)$$

Impulsul cimpului luminos este egal cu suma impulsurilor fotonilor. In relațiile (2.1.1) si (2.1.2) nu trebuie uitat că  $N_{\bar{k}\alpha}$  nu poate îi localizat în spațiu decit pe o distanța  $\lambda$ .

Descrierea cuantică a luminii cu ajutorul fotonilor inlocuiește imaginea clasică a undei luminoase, care devine un caz particular.

Pentru a trece de la descrierea corpuscularà la unde luminoase, trebuie satisfàcutà condiția de descriere clasicà:

$$N_{\bar{k}\alpha} \gg 1 \tag{2.1.3}$$

Cu alte cuvinte, dacă numărul fotonilor ce se găsesc in aceeași stare este suficient de mare, se poate neglija structura cuantică a cimpului luminos și se poate opera cu unde luminoase. Caracterul de "bosoni" al fotonilor permite realizarea condiției (2.1.3).

Observăm că reprezentarea razei sub formă de ansamblu de fotoni in starea  $\bar{k}_{\alpha}$  corespunde, in descrierea clasică, cu descompunerea undelor luminoase in unde plane. La fiecare undă plană, caracterizată printr-un vector de undă  $\bar{k}$  și printr-o polarizare, corespund  $N_{\bar{k}\alpha}$  fotoni cu impulsuri  $\bar{h}\bar{k}$  și o polarizare d

Dacă se consideră [13 pag.35] că numărul de oscilatori ai cimpului in unitatea de volum este  $(\omega / c)^3$  și energia, in același volum este de ordinul de mărime  $\mathbb{E}^2$ , rezultă energia pe un oscilator $[\mathbb{E}^2:(\omega/C)^3]$ 

Divizind in continuare cu  $\hbar \omega$ , resultă numărul de fotoni:  $N \approx E^2 (C/\omega)^3 / \hbar \omega$ 

Condiția  $N_{\bar{k}\alpha} \gg 1$  se poate scrie sub forma:  $E^2 \gg \hbar \omega (\omega/c)^3$ (2.1.4)

adică condiția de descriere clasică devine dificilă atunci cind intensitatea de cimp  $\overline{\Sigma}$  scade sau cind  $oldsymbol{\omega}$  crește.

In domeniul optic condiția se poate realiza greu sau de loc. De exemplu, la o rază laser He-Ne  $(\lambda = 0.63 \mu), \sqrt{\hbar \omega (\omega/c)^3} \approx 18 V/m$ 

Condiția de descriere clasică cere ca intensitatea de cimp luminos să fie mult superioară lui 18 V/m. Ori cimpurile realizate de laserele actuale sint mult superioare, ceea ce consolidează descrierea multor fenomene prin optica ondulatorie.

#### 2.1.2 Propagarea luminii in medii izotrope

Sticla amorfă care poate fi utilizată drept mediu de trecere a luminii pentru deflector acustooptic, se poate considera mediu izotrop [14] (moleculele de cuarț sint anizotrope dar au orientări haotice intr-un volum proporțional cu  $\lambda^3$ ).

In aceste medii  $\mathfrak{E}$  si  $\mu$  sint scalari. Dacă alegem direcția de propagare axa z, iar unda plană uniformă in planul x,y, ecuațiile lui Maxwell duc la [15] :

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}_x}{\partial z^2} = \mathcal{E}_y \frac{\partial^2 \mathcal{E}_x}{\partial t^2}$$
(2.1.5)

cu soluție de formă complexă

$$\xi_{x}^{\pm} = E_{x}^{\pm} e^{i(\omega t \mp kz)}$$
(2.1.6)

amplitudinea cimpului complex in z.

Aceeași amplitudine este obținuta la:

 $\omega t - kz = constant$ 

care, prin diferentiere:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} = c$$
 viteza de fazá a undei

cu (2.1.6) in (2.1.5) se obține:

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

in vid

$$c_o = \frac{1}{\sqrt{E_o \mu_o}} = 3 \cdot 10^8 \, \text{m/s}$$

iar in material:

 $C = \frac{C_0}{n}$  unde  $N = \sqrt{E/E_0}$  indicele de refracție. (2.1.6) se mai poate scrie:

$$\mathcal{E}_{x}(z,t) = E_{x}^{+} \cdot e^{i(\omega t - k \cdot z)} + E_{x}^{-} \cdot e^{i(\omega t + kz)}$$
 (2.1.7)

prin superpoziția celor două unde.

#### 2.1.3 Propagarea luminii in medii cristaline

In mediile izotrope polarizarea indusă este paralelă cu cimpul electric, dependența de cimpul electric fiind scalară ( ca factor).

Decarece cristalele [16] sint constituite din pachete periodice de electroni (sau ioni) polarizarea va depinde, in mărime și direcție, de direcția aplicării cimpului. Relația intre  $\overline{P}$ și  $\overline{B}$  devine:

$$P_{x} = \mathcal{E}_{0} (\chi_{11} E_{x} + \chi_{12} E_{y} + \chi_{13} E_{z})$$
11

$$P_{y} = \mathcal{E}_{0} \left( \chi_{21} E_{x} + \chi_{22} E_{y} + \chi_{23} E_{z} \right)$$

$$P_{z} = \mathcal{E}_{0} \left( \chi_{31} E_{x} + \chi_{32} E_{y} + \chi_{33} E_{z} \right)$$

(2.1.8)

unde literele mari denotă amplitudinile complexe ale cantităților armonice de timp. Tensorul 3 x 3 in  $\chi_{ij}$  este tensorul susceptivitate. Mărimile lui  $\chi_{ij}$  depind de alegerea axelor x,y,z relativ la structura cristalului. Se pot alege de așa manieră incit elementele nedispuse in diagonală să fie zero:

$$P_{x} = \mathcal{E}_{o} \chi_{11} E_{x}$$

$$P_{y} = \mathcal{E}_{o} \chi_{22} E_{y}$$

$$P_{z} = \mathcal{E}_{o} \chi_{33} E_{z}$$

(2.1.9)

Aceste direcții sint axele dielectrice principale ale cristalului. In locul lui (2.1.9) se poate descrie răspunsul dielectric al cristalului prin intermediul tensorului permeabilitate  $\mathcal{E}_{ij}$ , definit de:

$$D_{x} = \mathcal{E}_{11} E_{x}$$

$$D_{y} = \mathcal{E}_{22} E_{y}$$

$$D_{z} = \mathcal{E}_{33} E_{z}$$
(2.1.10)

din

D=E, E+P

avem

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{11} &= \mathcal{E}_{0} \left( 1 + \chi_{11} \right) \\ \mathcal{E}_{22} &= \mathcal{E}_{0} \left( 1 + \chi_{22} \right) \\ \mathcal{E}_{33} &= \mathcal{E}_{0} \left( 1 + \chi_{33} \right) \end{aligned} \tag{2.1.11}$$

O descriere completă a propagării după diverse direcții intr-un cristal este dată in [17] .

BUPT

.,

## 2.1.4 Fenomene la intrare și la ieșire din cristal

La suprafața de separație dintre aer și cristal au loc fenomene complexe, ca reflexia și refracția.

La incidența unei unde plane monocromatice, la suprafața cristalului apare o undă reflectată in aer și două unde refractate in cristal [18] .

Amplitudinile, direcțiile de vibrație și fazele undelor reflectate și refractate, funcție de unda incidentă, se determină din condițiile de continuitate ale componentelor tangențiale ale cimpurilor  $\overline{E}$  și  $\overline{H}$  și ale vectorilor de undă [1,p.36].

In aplicațiile care ne interesează, incidența este aproape normală (unghiul Bragg este de ordinul gradelor). Pentru a studia acest caz, se poate alege un sistem de coordonate  $\alpha$ ;  $\beta$ ;  $\gamma$  [17] cu una din axe  $\gamma$ , după vectorul de undă, iar cu celelalte două după direcțiile de vibrație ale lui  $\overline{D}$  in cristal.

Dacă se noteaza cu i, r, mărimile corespunzătoare undelor incidente și reflectate, iar cele două unde refractate le vom deosebi prin indicii ' și '', pentru o undă plană ( $\overline{H} = \frac{1}{\omega \mu_0} \bar{k} \times \bar{E}$ ) ce se propagă in aer, putem scrie:

$$k'_{\gamma} = -k'_{\gamma}$$

$$E' = -E'_{\alpha} \frac{k'_{\gamma} - k'_{\gamma}}{k'_{\gamma} + k'_{\gamma}}$$

$$E'_{\beta} = -E'_{\beta} \frac{k''_{\gamma} - k'_{\gamma}}{k''_{\gamma} + k'_{\gamma}}$$

$$E'_{\alpha} = E'_{\alpha} \frac{2k'_{\gamma}}{k'_{\gamma} + k'_{\gamma}}$$

$$E''_{\beta} = E'_{\beta} \frac{2k'_{\gamma}}{k'_{\gamma} + k'_{\gamma}}$$

$$tg \varphi_{c} = \frac{E''_{\beta}}{E'_{\alpha}} = tg \varphi_{i} \frac{k'_{\gamma} + k''_{\gamma}}{k'_{\gamma} + k'_{\gamma}}$$

(2.1.12)

unde  $\varphi_c$  - unghiul dintre axa  $\alpha$  și direcția cimpului electric in cristal, iar  $\varphi_i$  unghiul cimpului incident.

Relația (2.1.12) arată o rotire a planului de vibrație al luminii cu atit mai mare cu cit diferența dintre vectorii de undă ai celor două unde din cristal este mai mare.

La ieșirea din cristal, apar două unde reflectate și una refractată. Aplicind condițiile de continuitate, obținem in final:

$$E_{\alpha} = \frac{4k_{\gamma}^{i} \cdot k_{\gamma}}{(k_{\gamma}^{i} + k_{\gamma}^{i})^{2}} \cdot E_{\alpha}^{i} = \frac{4n_{0} \cdot n_{\alpha}}{(n_{0} + n_{\alpha})^{2}} E_{\alpha}^{i}$$

$$E_{\beta} = \frac{4k_{\gamma}^{i} \cdot k_{\gamma}}{(k_{\gamma}^{i} + k_{\gamma}^{i})^{2}} \cdot E_{\beta}^{i} = \frac{4n_{0} \cdot n_{\beta}}{(n_{0} + n_{\beta})^{2}} E_{\beta}^{i}$$
(2.1.13)

Cele două componente au fost calculate funcție de cimpul incident, mediul fiind considerat transparent, amplitudinile modificindu-se la trecerea prin cristal. Acestea au rezultat din propagarea prin cristal a două unde cu viteze diferite, deci prezintă o diferență de fază  $\delta = \omega$  (t' - t'') unde t' și t'' sint timpii in care cele două unde străbat cristalul.

Notind cu l lungimea cristalului, diferența de fază devine:

$$\delta = \omega (t' - t'') = \frac{\omega}{c} l (n' - n'') = \frac{2\pi}{\lambda_e} l (n_\alpha - n_\beta)$$
(2.1.14)

Ca urmare lumina, liniar polarizată la intrarea in cristal, devine eliptic polarizată la ieșirea din acesta.

#### 2.1.5 Straturi antireflex

Acestea se impun ori de cite ori este necesară obținerea unei divergențe minime a fasciculului sau pentru diminuarea pierderilor de energie.

Reflexiile la suprafață depind de diferența indicelui de refracție aer - cristal (de cuarț in cazul nostru). Pentru lumina vizibilă acesta sint aproximativ ca diferența intre 1,0 si 1,5 și sint de cca.4%. Prin selectarea unui material cu indice de refracție care se află intre cele două valori (aproape de media geometrică) și aplicind o depunere de aproximativ de 1/4  $\lambda$ , se poate reduce semnificativ reflexia. Florura de magneziu (MgF2), o substanță durabilă, cu un indice de refracție, pentru film subțire de 1,38 la 550 nm, este cel mai utilizat material pentru acoperiri antireflex, intr-un singur strat [19].

In loc de reflexie la suprafața aer - cuarț, apare o primă reflexie la interfața aer - MgF2 urmată de o a doua la interfața MgF2 - cristal. Aceste reflexii interferă distructiv rezultind o reflexie minimă in spectrul vizibil, la incidență normală, de 1,5% sau mai puțin. Din principiul conservarii energiei, confirmat experimental, trebuie să se obțină o creștere corespunzătoare in transmisia totală a suprafeței acoperite, incluzind ambele suprafețe.

Acoperiri de acest tip sint foarte utilizate pentru aplicații ce necesită spectru larg al luminii transmise [20], in ciuda faptului că idealul teoretic, de reflexie zero, este dat de un film de  $1/4\lambda$  și că indicele de refracție al materialului trebuie să fie exact media geometrică. Dependența reflexiei suprafeței acoperite de unghiul de incidență și lungimea de undă sint date experimental în Fig.4.



Fig.4 Pierderi prin reflexie de suprafață acoperită cu MgF2, funcție de unghiul de incidență și lungimea de undă

Stratul de florură de magneziu servește și la protejarea suprafeței prelucrate a cristalului față de poluanți chimici. Utilizind straturi suplimentare și combinind cu alte materiale, reflexiile pot fi reduse drastic.

Filmele antireflex sint amorfe deoarece procedura de depunere duce la răcirea bruscă a moleculelor dintr-o fază gazoasă la temperatura inaltă de depunere pe cristal (care este rece) in procesul de depunere in vid. Proceduri moderne de depunere, ca de exemplu in cimp de radiofrecvență (13,65 MHz) [21] duc la creșteri calitative insemnate ca: adeziune mai bună, durabilitate mare, controlul grosimii, posibilitatea de depuneri multiple, densitatea de impachetare mare, controlul structurii materialului, etc.

Pentru utilizări optice, filmul se consideră perfect omogen. Indicele de refracție al LgF2, indiferent că este amorf sau cristalin este legat de densitate prin formula Lorentz -Lorenz, care pentru starea amorfă devine media indicelui de refracție ordinar și extraordinar pentru cristale. Conform [22] :

$$n_{co} = 1,36957 + \frac{3,5821 \cdot 10^{-3}}{(\lambda - 0,14925)}$$

$$n_{CE} = 1,381 + \frac{3,7415 \cdot 10^{-3}}{(\lambda - 0,14947)}$$

Formula este larg utilizată in intervalul de lungimi de undă de la 0,2 la 1,0 microni.

Pentru starea amorfa

$$n_{f} = n_{f} (\lambda) = 1/2 (n_{c0} + n_{ce})$$

10

Formula Lorentz - Lorenz:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = 1$$

unde k este o constantă și  $\rho$  este densitatea. Din această formulă rezultă că indicele pentru starea amorfă, pentru MgT2 este:

527.479. 1

$$n_{f} = n_{f}(\lambda) = \sqrt{\frac{1+2a_{1}}{1-a_{1}}}$$

unde:

$$a_1 = a_0 b_1 / b_0$$
  
$$b_1 = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$$

 $b_0 = b_1$  evaluat la  $\lambda = 0,55$  microni

$$n = n_f$$

$$a_0 = \frac{(1.38)^2 - 1}{(1.38)^2 + 2}$$

valoarea 1,38 este recunoscută și acceptată pentru  $n_f$  la 0,55 microni. Să notăm că densitatea  $\rho$  nu apare explicit sau implicit in  $n_f$ . Raportul  $a_0/b_0$  este raportul intre densitatea filmului față de cristalul de %gF2, dar s-a determinat din măsurarea indicelui de refracție pentru cele două faze.

Coeficientul total de reflexie pentru o acoperire este:

$$R = \left(\frac{n_0 \cdot n_s - n_f^2}{n_0 \cdot n_s + n_f^2}\right)^2$$

 $n_0$  = indicele aerului

 $n_s$  = indicele substratului

indiferent de polarizarea razei incidente.

0 tratare matematică riguroasă a acoperirilor cu dielectric este dată in [1, p.51] .



Fig.4a Instalația folosită experimental

### 2.2 Propagarea sunetului in medii cristaline

Studiul proprietăților elastice ale cristalelor anizotrope utilizabile in modulația sau deflexia acustooptică urmărește determinarea direcțiilor de propagare pentru care se asociază moduri pure și cuasipure de oscilație.

In cristale se pot determina anumite direcții pentru care una din cele trei unde elastice are direcția de mișcare a particulei (ionii din rețeaua cristalină) paralelă sau perpendiculară pe direcția de propagare, numită in acest caz direcția pentru unda pură sau modul pur de oscilație [3,p.65].

Aceste direcții vor fi numite de prima speță cind modul de oscilație pur este longitudinal (mișcarea particulei paralelă cu direcția de propagare) sau de speța a doua cind modul pur este transversal.

Determinarea modurilor pure longitudinale (din prima speță) implică găsirea seturilor complete de cite trei unde, fiecare undă fiind un mod pur.

Spre deosebire de acest caz, stabilirea modurilor pure transversale (de speța a doua) implică pe lingă găsirea modurilor pure de speța intîi și deteminarea unor moduri pur transversale asociate cu perechi formate de cite un mod cvuasilongitudinal și unul cvasitransversal.

Deoarece undele elastice de acelasi tip, care se propagă după direcții echivalente in cristal au aceleași viteze, se va determina număi numărul minim de direcții pentru moduri pure, nelegate prin simetriile cristalului.

Formalismul cel mai general al excitàrii, propagàrii undelor elastice in solide se datorește lui Auld [23] și utilizează scrierea simbolică a ecuațiilor cimpului acustic, pe baza analogiei acestora cu ecuațiile lui Maxwell, in vederea extinderii conceptelor si rezultatelor din microunde la studiul dispozitivelor și fenomenelor acustooptice.

Pentru aplicația tezei, generatorul de ultrasunete este un cristal de cuarț, clasa 32, iar mediul de interacțiune este sau cristal de cuarț sau cuarț amorf. Trecerea de la relațiile generale pentru cristale anizotrope la materialele izotrope este

12

BUPT

i simpla.

Condițiile de unde plane, impuse soluțiilor ecuației de mișcare pentru un mediu elastic anizotrop, sint echivalente cu următorul set de ecuații [3,p.66].

> $pv^2 U_m = \lambda_{mn} U_n$  $\lambda_{mn} = c_{mrns} N_r N_s$

in care  $\rho$  este densitatea mediului, v - viteza undei,  $\overline{U}$  si  $\overline{N}$ sint vectorii unitari specificind direcția de polarizare a particulei și respectiv direcția de propagare, iar Cmrns = Cvµ sint coeficienții elastici ai materialului.

Modurile pure longitudinale vor fi specificate de ecuațiile:

Eijk NK Ne Nr Ns =0

unde  $\mathcal{E}_{ijk}$  ia valoarea +1 sau -1, după cum grupul de indici ijk conține o permutare pară sau impară a valorilor numerice pentru fiecare dintre ei (i, j, k = 1, 2, 3), fiind zero pentru doi indici din grup egali.

Soluțiile acestei ecuații, funcție de simetria cristalului studiat, au fost obținute prin modelarea pe calculator a ecuațiilor lui Green, care definesc direcția de polarizare a unei unde atunci cind se cunoaște direcția de propagare a acesteia [3, p.68].

Ce obține astfel un set de trei ecuații funcție de constantele elastice și cosinușii directori ai modurilor pure longitudinale. Hetoda se poate extinde și la studiul modurilor cuasipure de propagare cit și cele pure de speța a doua.

Există dezvoltat și conceptul de matrice de impedanță elastică [24] care duce la asemanărea propagării undei sonore cu cea a unui semnal electric pe o linie de transmisie, această analogie rezolvind problema reflexiei undei elastice de pereții cristalului.

#### CAPITOLUL 3

#### INTERACTIUNEA UNDELOR IN CRISTALE

#### 3.1 Aspecte calitative

#### 3.1.1 Introducere

In general, interacțiunile intre unde intr-un cristal au baza imprăștierea Bragg [25] . Primele explicatii ale la imprăștierii razelor X in cristale se bazau pe imprăștieri produse de atomi individuali, combinați apoi in lanțuri liniare, plane si apoi atomi tridimensionali. Se poate generaliza această teorie dacă se analizează distribuția de sarcini din cristal, prin serii Fourier, ca funcții sinusoidale de poziții sau de unde plane. Astfel, o reflexie individuală Bragg arată că este produsă de o singură undă plană sau componentă Fourier, metodă mult utilizată in practica studiului cristalelor. Puterea de analiza a metodei iese in evidentà mai ales in probleme care nu referă se la imprăștieri date de un cristal perfect, ca de exemplu cea data de vibrațiile termale ale cristalului.

Caracterul legii lui Bragg este dat de geometria undelor - esențială, cind se tratează interacțiunea unei unde cu o undă de alt tip, astfel incit una imprăștie pe cealaltă.

In toate cazurile se pornește cu o undă care trebuie imprăstiată, scrisă drept parte reală a expresiei  $e^{i(\omega_0 t - \bar{k}_0 \cdot \bar{r})}$ unde  $\omega_0$  - pulsația,  $\bar{k}_0$  - vectorul de propagare,  $\bar{r}$  este vectorul cu componente x, y, z. Unda imprăstietoare se poate scrie drept parte reală a expresiei  $e^{i(\Omega t - \bar{K} \cdot \bar{r})}$ . La interacțiuni slabe rezultă că unda imprăstiată va fi reprezentată de partea reală a  $e^{i[(\omega_0 \pm \Omega)t - (\bar{k}_0 \pm \bar{K}) \cdot \bar{r}]}$ iar amplitudinea va fi proporțională cu interacțiunea intre cele două und**e**.

In cazul in care  $\Omega$  nu este zero, astfel incit perturbarea sinusoidală, care produce imprăștierea, este o undă sonoră progresivă, frecvența undei imprăștiate diferă de unda incidentă. Aceasta se interpretează drept efect Doppler, deoarece reflexia este dată de un set de unde in mișcare și nu staționare (Fig.5).



Fig.5 Planul frontului de unda al undei imprastiate

Astfel, dacă undele imprăștiate se deplasează in sus, in Fig.5, unda imprăștiată poate fi considerată ca emisă de o imagine mișcătoare care se deplasează in sus de două ori mai rapid ca imprăștietoarea, incit frecvența emisă va apărea mai mare decit frecvența reală. Reamintim că in teoria efectului Doppler se arată că o sursă, care se mișcă cu viteza v, ce emite radiații ale căror frecvență - intr-un sistem de referință - in care sursa ar fi staționară, este  $f_0$  duc la o frecvență aparentă, dacă se observă intr-o direcție ce face unghiul  $\phi$  cu viteza v egală cu:

In cazul nostru direcția în care se face observația este  $k_0 + k$  în Fig.5, astfel încit cos  $\phi = \sin \theta$ . Viteza undei imprăștietoare este  $\Omega/K$ , îar viteza undei împrăștiate este dublul acestei viteze. Viteza luminii, c este  $\omega_0/|k_0|$ Introducerea, în relația de mai sus duce la frecvența  $\omega_0 + \Omega$  a undei împrăștiate.

Există și o altă interpretare care se poate da proceselor de imprăștiere date de o undă sonoră. Interpretarea cuantică a undei luminoase precizează că radiația constă din fotoni, de energie  $h \vartheta_0 = \hbar \omega_0$ , unde  $\hbar = h/2 \tilde{l}$  și impulsul  $h/\lambda = \hbar k_0$  unde  $\lambda$  este lungimea de undă. Intr-un proces de imprăștiere in care o undă de frecvență $\omega_0$  trece in  $\omega_0 + \Omega$ , iar  $k_0$  trece in

 $\bar{k_0} + \bar{k}$ , evident că energia crește cu  $\bar{\hbar}\Omega$  și impulsul cu  $\bar{\hbar}\bar{k}$ . In același timp undele sursă sint cuantificate. Una din cuante, fononul, are energia  $\bar{\hbar}\Omega$  și impulsul  $\bar{\hbar}\bar{k}$ . Interpretarea procesului de imprăștiere dată de mai sus, se poate realiza intrucit un foton de energie  $\bar{\hbar}\omega_0$  și impuls  $\bar{\hbar}\bar{k}_0$  este distrus și se crează un nou foton de energie  $\bar{\hbar}(\omega_0+\Omega)$ și impuls  $\bar{\hbar}(\bar{k}_0+\bar{k})$ , astfel conservarea energiei și a impulsului făcindu-se prin distrugerea unui fonon de energie  $\bar{\hbar}\Omega$  și moment  $\bar{\hbar}\bar{k}$ .

In gama de frecvențe joase, a undei sonore (sub 1 GHz) este necesar a se face distincție intre difracția dată de imprăștiere de tip Raman - Nath și cea obținută la unghiul Bragg. In cea de tip Raman - Nath lumina atacă mediul de interacțiune paralel cu fronturile de undă, iar lumina difractată apare in ambele părți ale direcției razei incidente sub forma de linii la spații egale [26,27]. O descriere bogată este dată de Born [1,p.594]. Dacă coloana acustică este suficient de largă (astfel incit produsul lungimii de undă optică  $\lambda$  și lătimea fasciculului acustic L este mai mare decit pătratul lungimii de undă acustică  $\lambda L > \Lambda^2$  lumina difractată apare incidentă la unghi Bragg.

Stratificarea mediului de interacțiune, dată de unda sonoră, poate fi staționară sau progresivă in spațiu.

Apreciem, că obținerea undei staționare corecte implică mari dificultăți tehnologice și de aceea în realizarea tezei se abordează undele progresive. Se va scoate în evidență interactiunea care poate apărea între unde sonore plane și unde electromagnetice plane. Cele două unde sint cuplate parametric. Pentru aceasta putem spune că îndicele de refracție se modifică proporțional cu deformarea produsă de unda acustică. Datorită acestui cuplaj propagarea undei, prin mediul perturbat va prezenta toate particularitățile undelor parametrice cuplate, discutate [28].

Interacțiunile pot fi coliniare (unde plane ce se propagă pe aceeași direcție), plane (unde plane ce se intersectează), sau cazul general, in spațiul tridimensional.

22

## 3.1.2 Ecuatii parametrice pentru undele coliniare

Undele plane pe care se face studiu, le definim ca unde electromagnetice cu direcție pozitivă sau negativă in prezența unei unde sonore, care se propagă in direcție pozitivă. Pentru simplificare le denumim pozitive și negative.

Dacă mediul este uniform și se neglijează cuplarea intre diversele unde, putem scrie pentru cimpul E al undei electromagnetice la frecvența unghiulară  $\omega_1$  și pozitivă in direcția z:

$$E_{+} = \frac{1}{2} E_{1} \cdot e^{i(\omega_{1}t - k_{1} \cdot z)} + \frac{1}{2} E_{1}^{*} \cdot e^{-i(\omega_{1}t - k_{1}z)}$$
(3.1.1)

Se alege axa y drept direcția polarizării acestei unde.  $\bar{k}_1$  este vectorul de undă al luminii, egal cu  $2\pi/\lambda_1 = 2\pi n/\lambda_0$ unde  $\lambda_0$  - lungimea de undă in aer și n - indicele de refracție al mediului. In cazul necuplat cu unde neamortizate, 7 este constant.

Puterea medie este dată de :

$$P_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_1 \cdot E_1^* \qquad (3.1.2)$$

Similar, pentru unda negativa, putem scrie:

$$E_{-}=\frac{1}{2}E_{2}\cdot e^{i(\omega_{2}t+k_{2}z)}+\frac{1}{2}E_{2}^{*}\cdot e^{-i(\omega_{2}t+k_{2}z)}$$
(3.1.3)

De asemenea o consideram polarizata după axa y. Puterea medie este:

$$P_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_2^*$$
(3.1.4)

Unda sonoră poate fi exprimată in termenii deformării:

$$S = \frac{1}{2} S_1 \cdot e^{i(\Omega \cdot t - k \cdot z)} + \frac{1}{2} S_1^* e^{-i(\Omega \cdot t - k \cdot z)}$$

(3.1.5)

care transportă o putere egală cu:

$$P_{s} = \frac{1}{2} C \cdot v \cdot S_{1}^{*} \cdot S_{1} \qquad (3.1.6)$$

unde se presupune că undele sonore sint longitudinale și S<sub>1</sub> este constant pentru cazul necuplat.

Aici  $V=\Omega/k$ , este viteza de fază a undei sonore si C este constanta elastică ce leagă tensiunea acustică de deformarea de-a lungul axei z (intr-un mediu izotrop). Nu considerăm undele sonore in direcție negativă, deoarece ele nu se cuplează cu cele in direcția pozitivă, in orice sistem considerat in studiul ce urmează.

Dacă mediul este perturbat periodic de către o undă sonoră cu amplitudine mare, cu frecvență și fază adecvată, vom afla că se cuplează la celelalte două unde. Considerăm cazul de cuplare unda optică pozitivă cu cea negativă. Aceasta poate să apară, dacă o undă sonoră de amplitudine mare este progresivă prin cristal. In acest caz E, și E<sub>2</sub> sint funcțiuni de coordonată z și problema se rezună la a găsi ecuația diferențială care guvernează această dependență de z. Nodelul este ilustrat in Fig.6.



Fig.6

Fie două unde optice la  $\omega_1$  și  $\omega_2$  propagindu-se in direcții opuse, printr-un mediu stratificat. Stratificarea este reprezentată printr-o schimbare periodică a indicelui de refracție de la  $n'_2 = n + \Delta n$  la  $n'_1 = n - \Delta n$ 

24

- 1

Schimbarea este arătată discontinuu, dar in mod normal este sinusoidală in practică. Periodicitatea indicelui rezultă din modificarea densității care se asociază cu unde sonore care se propagă in direcția pozitivă z cu pulsația  $\Omega$ .

Unda negativă este cu pulsația deplasată, datorită efectului Doppler, egală în mărime cu pulsația perturbatoare  $\omega_2 = \omega_1 - \Omega$ . La deplasarea în direcția opusă, unda negativă va avea frecvența mărită. Intr-un sistem cuplat parametric este necesar sa fie satisfacută condiția  $k_1 = -k_2 + K$ . Deoarece  $k_1 \approx k_2$ se poate scrie K = 2k, sau  $\Lambda = \lambda_1/2$ . Aici  $\Lambda$  este lungimea de undă acustică și  $\lambda$  lungimea de undă optică. Cu alte cuvinte, unda optică reflectată este maximă, cind perturbarea periodică este la junătate de lungime de undă.

Pentru demonstrarea cuplării undelor luminoase dată de perturbarea sonoră propun tratarea matematică cu ajutorul ecuațiilor de propagare a cimpului, date de Maxwell. Menționăm că rezultatele finale nu diferă esențial de cele găsite de alți autori [2] nici in cazul undelor coliniare, nici in cel de-al doilea caz al undelor plane.

Scriem variația undei pozitive de-a lungul lui z.

$$\frac{\delta E_{+}}{\delta z} = -\mu \frac{\partial H_{+}}{\delta t}$$

$$si$$
(3.1.7)

 $\frac{\delta H_{+}}{\delta z} = \frac{\delta \epsilon' \epsilon}{\delta t} = \epsilon \frac{\delta}{\delta t} \left( \frac{\epsilon'}{\epsilon} \epsilon_{+} + \frac{\epsilon'}{\epsilon} \epsilon_{-} \right)$ (3.1.3)

unde  $\mathcal{E}$  si  $\mu$  corespund mediului neperturbat, iar  $\mathcal{E}'$  corespunde mediului perturbat.  $\mathcal{E}'$  este o dependența liniară de deformare a cristalului in unda sonoră prin intermediul constantei fotoelastice. Se scoate in evidență că o funcție de timp. $\mathcal{E}'$ realizează cuplarea celor două unde luminoase (pozitivă si negativă). O scriere cantitativă duce la:

$$\mathcal{E}'/\mathcal{E} = 1 + \Delta \mathcal{E}/\mathcal{E}$$
 unde  $\Delta \mathcal{E}/\mathcal{E} \ll 1$ 

perturbația mică dată de unda acustică.

Pentru a utiliza valoric relația (3.1.8) se face o integrare in timp a relației (3.1.7) de unde va rezulta H+, care prin diferențiere, in raport cu z, duce la aflarea lui (3.1.8):

$$H_{+} = -\frac{1}{\mu} \int_{t} \frac{\partial E_{+}}{\partial z} \cdot dt = -\frac{1}{\mu} \int_{t} dt \left\{ \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial E_{1}}{\partial z} - \frac{i k_{1} E_{1}}{2} \right\} \cdot e^{i (\omega_{1} t - k \cdot z)} + cc$$

unde lui E+ i s-a dat valoarea din (3.1.1), iar c.c semnifică complex conjugata.

Integrarea in timp duce la:

$$H_{+} = -\frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{\omega_{1}} \left\{ \frac{1}{2} \cdot i \cdot \frac{\delta E_{1}}{\delta z} + \frac{k_{1} \cdot E_{1}}{2} \right\} \cdot e^{i(\omega_{1} \cdot t - k_{1} \cdot z)} + cc$$

Urmează diferențierea in raport cu z:

$$\frac{\delta}{\delta z} \left( \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_{+} \right) = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \frac{\delta}{\delta z} \left\{ -\frac{1}{\mu \omega_{1}} \left( \frac{1}{2} \cdot i \cdot \frac{\delta E_{1}}{\delta z} + \frac{k_{1} \cdot E_{1}}{2} \right) \right\} e^{i(\omega_{1} \cdot t - k_{1} \cdot z)} +$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \cdot \frac{-1}{\omega_{1}} \left\{ \frac{1}{2} \cdot i \frac{\delta^{2} E_{1}}{\delta^{2} z} + \frac{\kappa_{1}}{2} \cdot \frac{\delta E_{1}}{\delta z} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\kappa_{1} \delta E_{1}}{\delta z} - i \frac{\kappa_{1}^{2} E_{1}}{2} \right\} e^{i(\omega_{1} \cdot t - k_{1} \cdot z)} + c$$

$$= -\left( \frac{1}{2} \cdot i \cdot \frac{1}{k_{1}} \cdot \frac{\delta^{2} E_{1}}{\delta^{2} z} + \frac{\delta E_{1}}{\delta z} - \frac{1}{2} \cdot i \cdot k_{1} \cdot E_{1} \right) e^{i(\omega_{1} t - k_{1} z)} + cc$$

(3.1.9)

S-a utilizat și relatia  $\omega_i/k_i = (\xi_\mu)^{-1/2}$  care reprezintă viteza undei electromagnetice neperturbate.

Ipoteza unei cuplări slabe ( $\Delta \epsilon \ll \epsilon$ ) permite neglijarea termenului  $1/k_1 \cdot \delta^2 E_1/\delta z^2$  vizavi de  $\delta E_1/\delta z$ . Cu alte cuvinte variația în amplitude a lui E pe o distanță egală cu o lungime de undă este mică. Mai trebuie subliniată și ipoteza că D depinde doar de z, derivata parțială devine în acest mod cea totală. Avem:

~ ~

$$\left( \frac{dE_1}{dz} - \frac{1}{2} \cdot i \cdot k_1 \cdot E_1 \right) e^{i(\omega_1 \cdot t - k_1 z)} + cc =$$

$$= -\varepsilon \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon} E_+ + \frac{\varepsilon}{\varepsilon} E_- \right)$$

$$(3.1.10)$$

Urmind aceeași cale pentru unda negativă, obtinem:

$$\left( \frac{dE_2}{dz} + \frac{1}{2} i \cdot k_2 \cdot E_2 \right) e^{i (\omega_2 t + k_2 z)} + cc =$$

$$= \mathcal{E} \sqrt{\frac{\nu}{\mathcal{E}}} \cdot \frac{\delta}{\delta t} \left( \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}} E_+ + \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}} E_- \right)$$

$$(3.1.11)$$

In cele ce urmează se va determina modificarea relativă a constantei dielectrice  $\Delta \mathcal{E}/\mathcal{E}$ , produsă de unda de compresie aleasă in direcție pozitivă.

Constantele fotoelastice intr-un solid sint descrise de un tensor de rangul patru. Dacă se urmează raționamentul făcut in [16, p.243], atunci impermeabilitatea dielectrică relativă este dată de următoarea expresie:

$$B_{ii} = k_{o} \frac{\partial E_{i}}{\partial D_{i}}$$

modificările lui B fiind date de matricea piezooptică:

Pentru materialele izotrope, modificarea relativă a constantei dielectrice devine:

$$\frac{\Delta \mathcal{E}}{\mathcal{E}} = -\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0} p \cdot s$$

BUPT

dacă unda sonora este progresivă (3.1.5) avem:

$$\frac{\Delta \mathcal{E}}{\mathcal{E}} = -\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0} \mathbf{p} \cdot \left(\frac{S_1}{2} \mathbf{e}^{i(\Omega \cdot \mathbf{L} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{z})} + \mathbf{c} \mathbf{c}\right)$$
(3.1.12)

După cum am amintit mai sus, cuplarea optimă are loc la:

$$k_1 = -k_2 + k \, cu \, \omega_1 = \omega_2 + \Omega \, (3.1.13)$$

Inlocuind in partea dreaptă a relației (3.1.10), relațiile de definiție (3.1.1), (3.1.3) și (3.1.12), avem:

$$\frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{E}} \left( \mathbb{E}_{+} + \mathbb{E}_{-} \right) = \left( 1 + \frac{\Delta \mathcal{E}}{\mathcal{E}} \right) \left( \mathbb{E}_{+} + \mathbb{E}_{-} \right) =$$

$$= \mathbb{E}_{+} + \mathbb{E}_{-} + \frac{\Delta \mathcal{E}}{\mathcal{E}} \cdot \mathbb{E}_{+} + \frac{\Delta \mathcal{E}}{\mathcal{E}} \cdot \mathbb{E}_{-} =$$

$$= \left( \frac{1}{2} \mathbb{E}_{1} - \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{0}} \mathbb{P} \cdot \frac{S}{2} \cdot \frac{\mathbb{E}_{2}}{2} \right) \mathbb{e}^{\mathbb{I}(\omega_{1}t - k_{1}z)} + \mathbb{C}\mathbb{C}_{+} + \mathbb{C}\mathbb{I}$$

Cel Ce-al doilea termen din paranteză provine din aplicarea condiției (3.1.13) produsului:

$$\frac{\Delta \hat{E}}{\hat{E}} \cdot E_{-} = -\frac{\hat{E}}{\hat{E}_{0}} \cdot p \cdot \frac{\hat{S}_{1}}{2} \cdot e^{i(\Omega \cdot t - k \cdot z)} \cdot \frac{E_{2}}{2} \cdot e^{i(\omega_{2}t + k_{2}z)} + cc =$$

$$= -\frac{\hat{E}}{\hat{E}_{0}} \cdot p \cdot \frac{\hat{S}_{1}}{2} \cdot \frac{E_{2}}{2} \cdot e^{i[(\Omega + \omega_{2})t - (k - k_{2})z]} + cc$$

S-au explicitat doar termenii care variază ca  $e^{i(\omega_{i}t-k_{i}z)}$ Prin această relație am găsit că, similar cu interacțiunile parametrice, produsul intre variația relativă a constantei

- 1

dielectrice  $(\Delta \mathcal{E} / \mathcal{E} = f(t))$  și unda negativă duce la componente ale cimpului electric ce variaza ca  $e^{\pm i}(\omega_1 t - k_1 z)$ , acesta fiind termenul de cuplare.

aplică același tratament matematic undei Daca se negative, obtinem:

$$\frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{E}} \left( \mathbb{E}_{+} + \mathbb{E}_{-} \right) = \left( \frac{\mathbb{E}_{2}}{2} - \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{0}} \cdot \frac{S_{1}^{*}}{2} \cdot \frac{\mathbb{E}_{1}}{2} \right) e^{i\left(\omega_{2}t + k_{2} \cdot z\right)} + alți termeni$$

$$\stackrel{\text{Exprimarea funcție de e^{\pm i\left(\omega_{1}t - k_{1} \cdot z\right)}, respectiv e^{\pm i\left(\omega_{2}t + k_{2}z\right)}, arată singurii termeni care satisfac ecuațiile pentru toate valorile z si t. Dacă reținem doar acești termeni in (3.1.10) și (3.1.11), termenii exponențialelor din stinga trebuie să se anuleze. Adică trebuie să satisfacă:$$

$$\frac{dE_1}{dz} = ik_1 \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0} \cdot p \frac{S_1}{2} \cdot \frac{E_2}{2}$$

$$\frac{dE_2}{dz} = -ik_2 \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0} \cdot p \frac{S_1^*}{2} \cdot \frac{E_1}{2}$$
(3.1.14)
(3.1.15)

si complexele lor conjugate.

de

Ecuațiile (3.1.14) și (3.1.15) devin astfel ecuațiile de bază ce generează cuplarea a două unde optice intr-un mediu transparent, care este perturbat de o undà sonorà puternicà.

O primă verificare este dată de condiția de absență a perturbării sonore (S = O) cind E<sub>1</sub> cit și E<sub>2</sub> devin constante de z. In prezența undei acustice ambele variază cu z. Dacă considerăm că această variație are o formă exponențială ( $e^{\pm \Gamma \cdot z}$ ) se găsește pentru **F** valoarea dată de soluționarea sistemului de ecuații diferențiale (3.1.14) si (3.1.15).

Se incearca deci, cu soluții de forma:

$$\begin{cases} E_1 = A e^{\Gamma z} + B e^{-\Gamma z} \\ E_2 = k^* (A e^{\Gamma z} - B e^{-\Gamma z}) \end{cases}$$

Rezulta:

$$\frac{dE_1}{dz} = \frac{\Gamma}{K^*} \cdot E_2 ; \qquad \frac{dE_2}{dz} = \Gamma \cdot K^* \cdot E_1$$

Din (3.1.14) și (3.1.15) avem:

$$\frac{\Gamma}{k^*} \cdot E_2 = i k_1 \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0} p \frac{S_1}{2} \cdot \frac{E_2}{2}$$
$$\Gamma \cdot K^* \cdot E_1 = -i k_2 \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0} p \frac{S_1^*}{2} \cdot \frac{E_1}{2}$$

Produsul lor duce la:

$$\Gamma^{2} \cdot E_{1} \cdot E_{2} = k_{1} \cdot k_{2} \left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{o}}\right)^{2} \cdot p^{2} \cdot \frac{S_{1} \cdot S_{1}^{*}}{4} \cdot \frac{E_{1} E_{2}}{4}$$

De unde obtinem  $\Gamma$  :

$$\Gamma = \frac{1}{2} K_1 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^{1/2} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot \rho \cdot \left(\frac{P_s}{2cv}\right)^{1/2}$$
(3.1.16)

cu observația ca:

 $\frac{k_2}{\omega_2} = \frac{k_1}{\omega_1} = \sqrt{\epsilon_{\mu}} - \text{viteza luminii și că produsul } S_1 \cdot S_1^*$ este preluat din expresia puterii sonore (3.1.16).

lui  $\Gamma$  poate fi introdusă in (3.1.14) Valoarea și (3.1.15), utilizind și condițiile de margine E<sub>2</sub> (L) = 0;  $E_1(0) = E_1(0)$  (valoarea inițială a cimpului). Pentru  $E_1 = Ae^{\Gamma z} + Be^{-\Gamma z}$  din (3.1.14), avem:
$$E_{2} = \frac{\Gamma}{ik_{1}\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{p}}p\frac{\mathcal{S}_{1}}{4}} \left(Ae^{\Gamma z} - Be^{-\Gamma z}\right)$$

Pus sub alta forma:

$$E_2 = k^* A e^{\Gamma z} - k^* B e^{-\Gamma z}$$

Pentru condițiile inițiale arătate, avem:

$$E_{1}(0) = A + B$$

$$E_{2}(L) = k^{*} A \cdot e^{\Gamma L} - k^{*} B e^{-\Gamma L} = 0 \text{ adica } A e^{\Gamma L} - B e^{-\Gamma L} = 0$$

de unde:

•

$$A = \frac{E_{1}(0) \cdot e^{-\Gamma L}}{e^{-\Gamma L} + e^{\Gamma L}} \quad \text{si} \quad B = \frac{E_{1}(0) \cdot e^{\Gamma L}}{e^{-\Gamma L} + e^{\Gamma L}}$$

Rezulta:

$$E_{1} = E_{1}(0) \frac{\left(e^{\Gamma(z-L)} + e^{-\Gamma(z-L)}\right)}{e^{-\Gamma L} + e^{\Gamma L}} =$$

$$= E_{1}(0) \frac{\cosh \Gamma(z-L)}{\cosh \Gamma L}$$

$$E_{2} = \frac{\Gamma \cdot E_{1}(0)}{i \cdot k_{1} \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{0}} p \cdot \frac{S_{1}}{4}} \cdot \frac{e^{\Gamma(z-L)} - e^{-\Gamma(z-L)}}{e^{\Gamma L} + e^{-\Gamma L}} =$$

$$= i E_{1}(0) \left(\frac{\omega_{2}}{\omega_{1}}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{S_{1}^{*}}{S_{1}}\right)^{1/2} \cdot \frac{\sinh \Gamma(z-L)}{\cosh \Gamma L}$$

(3.1.17)

La intrare pentru z = 0 rezultă raportul cimpului electric a celor două unde - pozitivă si negativă:

$$\frac{E_2(0)}{E_1(0)} = i \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^{1/2} \cdot tgh\Gamma \cdot L$$
(3.1.18)

care, pentru valori Γ.L ≫ 1 satisfac relația [29] Manley -Rowe:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{|E_2|^2}{|E_1|^2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$
(3.1.19)

unde  $P_1$  și  $F_2$  sint densitățile de putere in unda pozitivă, respectiv negativă (3.1.2; 3.1.4).

Prin demonstrația făcută am găsit că o undă sonoră de frecvență aleasă  $\Omega = \omega_1 - \omega_2$ , intr-un mediu solid transparent, poate fi utilizată pentru conversia luminii care se propagă in direcție pozitivă in lumina care se propagă in direcție negativă ( $\omega_2$ ). Amplitudinile ambelor unde descresc exponențial cu distanța in mediu. Cantitatea maximă de putere care poate fi cuplată, este dată de relatia Manley - Rowe (3.1.19).

Rezultatele au fost obținute in două ipoteze simplificatoare. Prima ipoteză se referă la unda acustică care se consideră de amplitudine constantă, deci fară pierderi. La frecvența de lucru aleasă in teză (50 MHz) ipoteza este acoperitoare. Cea de-a doua ipoteză privește frecvența acustică. Intr-adevăr, relația (3.1.13) este valabilă pentru o singură valoare a frecvenței. Dacă se modifică  $\Omega$ , relația de frecvență (3.1.12) rămin valabile deoarece lumina reflectată va fi deviată in frecvență pentru a menține valoarea  $\omega_1 - \omega_2$ . Insă vectorii k nu se mai adună. La o variație a frecvenței acustice cu o cantitate  $\Delta\Omega/\Omega$ , vom găsi o deviere echivalentă în vectorul k dată de relația:  $\Delta k/k = \Delta \Omega/\Omega$ 

Relațiile se modifică astfel:

$$\omega_1 - \omega_2 = \Omega$$

$$k_1 + k_2 = k + \Delta k$$
 (3.1.20)

sau scrise altfel:

$$k_1 = \frac{\Delta k}{2} + k - \frac{\Delta k}{2} = k$$

Relațiile de cimp electric devin:

$$E_{+} = \frac{1}{2} E_{1} e^{i(\omega_{1}t - k_{1}z)} + cc$$

unde  $k'_1 = k_1 - \Delta K/2$ . O expresie similară se obține și pentru unda negativă E .

Forma generală, pentru relațiile (3.1.14) și (3.1.15), devine:

$$\frac{dE_{1}}{dz} + i \frac{\Delta k}{2} E_{1} = ik_{1} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{0}} p \frac{S_{1}}{2} \cdot \frac{E_{2}}{2}$$

$$\frac{dE_{2}}{dz} - i \frac{\Delta k}{2} E_{2} = -ik_{2} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{0}} p \frac{S_{1}^{*}}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{1}}{2} \qquad (3.1.21)$$

La o variație exponențială, ca și in cazul precedent, se găseste, in loc de (3.1.16) (care precizează  $\Gamma$  ):

$$\Gamma b = \left[ \Gamma^2 - \left( \frac{\Delta \kappa}{2} \right)^2 \right]^{1/2}$$
(3.1.22)

Ciștigul parametric descrește cu  $\Delta$  k. Puterea reflectată la z = 0 duce la valoarea:

$$\frac{P_2(0)}{P_1(0)} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \cdot \frac{\Gamma^2 \cdot \sin h^2 \Gamma b \cdot L}{\Gamma b^2 + \Gamma^2 \sin h^2 \Gamma b \cdot L}$$

și cu (3.1.22) avem:

$$\frac{P_{2}(0)}{P_{1}(0)} = \left(\frac{\omega_{2}}{\omega_{1}}\right) \cdot \frac{\sinh^{2}\left\{\Gamma \cdot L\left[1 - \left(\frac{\Delta K}{2\Gamma}\right)^{2}\right]^{1/2}\right\}}{1 - \left(\frac{\Delta K}{2\Gamma}\right)^{2} + \sinh^{2}\left\{\Gamma \cdot L\left[1 - \left(\frac{\Delta K}{2\Gamma}\right)^{2}\right]^{1/2}\right\}}$$

(3.1.23)

Pentru cuplări slabe, adică Γ mic, Δk/2Γ≫1 și (3.1.23) se poate exprima prin relația:

$$\frac{P_{2}(0)}{P_{1}(0)} \approx \frac{\omega_{2}}{\omega_{1}} \cdot \left(\Gamma \cdot L\right)^{2} \frac{\sin^{2} \frac{\Delta k}{2}L}{\left(\frac{\Delta k}{2}L\right)^{2}}$$
(3.1.24)

Cu alte cuvinte, lumina difractată are caracterul variației dat de o expresie de tip  $\sin^2 x/x^2$  vizavi de modificarea frecvenței acustice. Se mai poate adăuga, că dacă lensitatea undei sonore crește, valoarea  $\Delta K/\Gamma$  poate fi mică pentru valori mici ale lui  $\Delta K$  și intensitatea luminii difractate nu depinde critic de frecvența acustică. După experimentările făcute se găsește că valoarea lui  $\Gamma$  nu este mare și (3.1.24) se verifică.

# 3.1.3 Interacțiunea intr-un plan a două unde

In paragraful precedent s-a discutat problema convertirii luminii de la o pulsație  $\omega_1$  la  $\omega_2 = \omega_1 + \Omega$  prin intermediul unei coloane sonore. Undele erau coliniare și am găsit că la  $\Lambda = \lambda/2$  se obține cuplare maximă. Undele luminoase utilizabile sint în gama  $\lambda_0 < 10^{-4}$  cm. Frecvența acustică necesară ar fi în gama superioară a microundelor. De ex.pentru He-Ne în cuarț ar fi nevoie de o frecvență mai mare de 25 GHz.

Această frecvență este dificil de generat cu tehnicile prezente, iar la temperatura camerei atenuarea acustică este foarte mare. Se poate depăși această dificultate trecind de la interacțiunea coliniară la o incidență cu un unghi  $\Theta_0$ , care este aproape normal față de vectorul de undă acustică. Acesta este unghiul Bragg (Fig.7).



Here and the second sec

$$\omega_1 = \omega_2 + \Omega$$
  

$$\overline{k}_1 = \overline{k}_2 + \overline{k}$$
  
b)  $k_1 \cdot \cos \Theta_1 = k_2 \cdot \cos \Theta_2$   
 $k_4 \cdot \sin \Theta_1 + k_2 \cdot \sin \Theta_2 = k_2$ 

a)  $\frac{\partial_{1}}{\partial_{1}} \approx \frac{\partial_{2}}{\partial_{2}} \equiv \frac{\partial_{3}}{\partial_{4}}$ a)  $\frac{\partial_{1}}{\partial_{1}} \approx \frac{\partial_{2}}{\partial_{2}} \equiv \frac{\partial_{3}}{\partial_{4}}$ a)  $\frac{\partial_{1}}{\partial_{1}} \approx \frac{\partial_{1}}{\partial_{1}}$ b)  $\frac{\partial_{1}}{\partial_{2}} \approx \frac{\partial_{1}}{\partial_{1}}$ b)  $\frac{\partial_{1}}{\partial_{1}} \otimes \frac{\partial_{1}}{\partial_{1}}$ b)  $\frac{\partial_{1}}{\partial_{1}} \otimes \frac{\partial_{1}}{\partial_{1}}$ b)  $\frac{\partial_{1}}{\partial_{1}} \otimes \frac{\partial_{1}}{\partial_{1}}$ b)  $\frac{\partial_{1}}{\partial_{1}} \otimes \frac{\partial_{1}}{\partial_$ 

Fig.7

L - lungimea efectivă de interacțiune. Diferența de drum intre reflexia razei A si B este construită pe patrulaterul hașurat.

Unda cu  $\omega_1$  se propagă la unghiul  $\Theta_1$  față de axa z și raza optică cu  $\omega_2$  se propagă la unghiul  $\Theta_2$ , vizavi de axa z.

Putem scrie condiția Bragg cu ajutorul Fig.7, dacă presupunem că frontul sonor stă nemișcat (se poate aprecia avind in vedere marea diferență de viteze). Notăm cu A raza optică reflectată de cel de-al N-lea front acustic. Raza B este cea reflectată de frontul precedent. Se reglează unghiul de incidență de așa manieră, incit diferența de drum in reflexie să fie  $2\Lambda \sin \Theta_1 = \lambda$ 

Dacă această diferență este egală cu lungimea de undă optică  $\lambda$ , cele două raze sint în fază și se întăresc la o anumită distanță in detector. Relația  $2\Lambda\sin\Theta_1 = \lambda$  este condiția Bragg pentru reflexie pe planurile staționare; deoarece undele sonore sint progresive, va exista o deplasare Doppler în frecvență.

In sistemul de coordonate dat in Fig.7, undele se propaga in mediul neperturbat, in forma:

35

$$E_{+} = \frac{E_{1}(x)}{2} \cdot e^{i \cdot \omega_{1}t - i \cdot k_{1} \cdot x \cdot \sin \phi_{1} - i \cdot k_{1} \cdot z \cdot \cos \phi_{1}} + cc$$
(3.1.25)
$$E_{-} = \frac{E_{2}(x)}{2} \cdot e^{i \cdot \omega_{2}t + i \cdot k_{2} \cdot x \cdot \sin \phi_{2} - i \cdot k_{2} \cdot z \cdot \cos \phi_{2}} + cc$$
(3.1.26)

Mai trebuie satisfăcute urmatoarele două condiții:

$$\omega_1 = \omega_2 + \Omega$$

$$k_1 = k_2 + k$$
(3.1.27)

Componente vectoriale ale ultimei ecuații pot fi scrise:

$$k_1 \cdot \sin \varphi_1 + k_2 \cdot \sin \varphi_2 = k$$

$$k_1 \cdot \cos \varphi_1 = k_2 \cdot \cos \varphi_2 \qquad (3.1.23)$$

Decarece:

•

$$\frac{\cos \Theta_1}{\cos \Theta_2} = \frac{k_2}{k_1} \simeq 1$$

unghiul de incidență poate fi luat egal cu cel de reflexie și putem scrie:

$$(k_1 + k_2) \cdot \sin \theta = k$$
 (3.1.29)

In loc de (3.1.7) avem:

$$\frac{\delta E_{+}}{\delta x} = -\mu \frac{\delta H_{+z}}{\delta t}$$
(3.1.30a)

$$\frac{\delta E_{+}}{\delta z} = \mu \frac{\delta H_{+} x}{\delta t}$$
(3.1.30b)

si in locul lui (3.1.8)

$$\frac{\partial H_{+x}}{\partial z} - \frac{\partial H_{+z}}{\partial x} = \mathcal{E} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}} E_{+} + \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}} E_{-} \right)$$
(3.1.31)

Astfel incit (3.1.10) devine:

$$(\sin \Theta \cdot \frac{dE_1}{dx} - \frac{1}{2}ik_1 \cdot E_1) \cdot e^{i\omega_1 t + ik_1 x \cdot \sin \Theta - ik_1 z \cdot \cos \Theta} + cc =$$

$$= -E\sqrt{\frac{\mu}{E}} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{E'}{E}E_+ + \frac{E'}{E}E_-\right)$$

$$(3.1.32)$$

S-a presupus ca E, este o funcție numai de x și ca are loc o restricție de cuplare slabă  $\Delta \epsilon / \epsilon \ll 1$  . Partea dreaptă poate fi scrisă astfel:

$$\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}}(\mathbf{E}_{+}+\mathbf{E}_{-}) = \left(\frac{\mathbf{E}_{1}}{2} - \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{0}} \cdot \mathbf{p} \cdot \frac{\mathbf{S}_{1}}{2} \cdot \frac{\mathbf{E}_{2}}{2}\right) \cdot \mathbf{e}^{i\omega_{1}t - ik_{1}x \cdot \sin \Theta} - ik_{1}z \cdot \cos \Theta + cc + etc$$
(3.1.33)

Se vede că doar primul termen conține variații corecte in x și t și in loc de (3.1.14) avem:

$$\frac{dE_1}{dx} = i \frac{k_1}{\sin \Theta} \cdot \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0} \cdot p \cdot \frac{\mathcal{S}_1}{2} \cdot \frac{\mathcal{E}_2}{2}$$
(3.1.34)

similar, pentru  $E_{\chi}$  putem scrie:

$$\frac{dE_2}{dx} = -i \frac{k_2}{\sin \Theta} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon} \cdot p \cdot \frac{S_1^2}{2} \cdot \frac{E_1}{2}$$
(3.1.35)

Aceasta poate fi identică cu (3.1.14) și (3.1.15) dacă inlocuim k, cu k<sub>1</sub>/sin ↔ și k<sub>2</sub> cu k<sub>2</sub>/sin ↔ . Putem utiliza prin această identificare, soluțiile date de (3.1.2). Undele se construiesc ca  $e^{\pm \Gamma z}$  și in loc (3.1.16) avem:

**BUPT** 

$$V_{+} = k_{1} \left(\frac{\omega_{2}}{\omega_{1}}\right)^{1/2} \cdot \frac{\mathcal{E}}{2\mathcal{E}_{0}} \cdot \frac{p}{\sin \Theta} \cdot \left(\frac{P_{s}}{2 v c}\right)^{1/2}$$

(3.1.36)

și in loc de (3.1.18), avem:

$$\frac{E_2(0)}{E_1(0)} = i \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^{1/2} \cdot t_2 h (\Gamma \cdot L)$$
(3.1.37)

pentru valori mici  $\Gamma.L$  obtinem:

$$\frac{P_{2}(0)}{P_{1}(0)} = \frac{|E_{2}(0)|^{2}}{|E_{1}(0)|^{2}} \simeq (\Gamma \cdot L)^{2}$$
(3.1.38)

Aici s-au utilizat aproximațiile  $\omega_2 \approx \omega_1$  si  $\theta_1 \simeq \theta_2 \simeq \theta$ urmind a se arăta utilitatea ecuației in interpretarea rezultatelor.

Dacă modificăm frecvența acustică astfel incit K trece in  $k + \Delta k$  se poate urmări linia argumentelor dată de cazul coliniar și se determină că (3.1.24) este incă valabilă. Aceasta dă o minimă a variației in intensitate a luminii difractate față de  $\Omega$ . In particular lumina difractată devine zero la ( $\Delta k/2 = \Pi$ )

Putem face o apreciere calitativă a fenomenului, dacă ne indepărtăm puțin de la ipotezele de mai sus, menționînd că practic, lungimea interacțiunii luminii cu coloana ultrasonoră, in cadrul tezei, este mică. Putem, in acest caz, aprecia că unda incidentă prezintă la ieșire o atenuare neglijabilă.

In căutarea soluției ecuației de cimp mai amintim câ putem neglija variația lui  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \Delta(x,t) \mathcal{E}$  unde  $\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E} \cdot \cos[\mathfrak{n}t - (\overline{k} \cdot \Gamma)]$  funcție de timp, vizavi de perioada undei luminoase (se introduc erori de mărime  $\mathfrak{n}/\omega \ll 1$ ). [29].

Reamintim ecuația de cimp:

$$\begin{cases} \nabla^2 \overline{E} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \overline{E} \mu \overline{E}}{\partial t^2} = \operatorname{grad} \cdot \operatorname{div} \cdot \overline{E} \\ \operatorname{div} \overline{E} \cdot \overline{E} = 0 \end{cases}$$
 (3.1.39)

unde unda incidentă este  $E_0$  și cea difractată  $E_1$ . Introducind in (3.1.39)  $\mathbf{\tilde{E}} = \mathbf{\tilde{E}}_0 + \mathbf{\tilde{E}}_1$  si  $\mathbf{\tilde{E}} = \mathbf{\tilde{E}}_0 + \Delta \mathbf{\tilde{E}}$  obținem pentru  $E_1$  o ecuație de undă neomogenă a cărei soluție exactă poate fi pusă sub forma integrală de unde sferice intirziate.

Dacă considerăm grad  $\operatorname{div} E = 0$ , introducem  $E = E_0 + E_1$ și obtinem:

$$\nabla^{2} E_{1} - \frac{\varepsilon_{0}^{2}}{c^{2}} \cdot \frac{\delta^{2} E_{1}}{\delta t^{2}} = \frac{2\varepsilon_{0} \Delta \varepsilon}{c^{2}} \cdot \frac{\delta^{2} E_{0}}{\delta t^{2}}$$

cu soluția:

$$E_{1} = -\frac{\varepsilon_{0}}{2\pi c^{3}} \int_{V} \frac{dv \cdot \Delta \varepsilon}{r} \left[ \frac{\partial^{2} E_{0}}{\partial t^{2}} \right]_{t} - \frac{\varepsilon_{0} \cdot r}{c}$$
(3.1.40)

unde r este distanța intre elementul de volum dV și punctul de observație. Dacă unda ultrasonoră este progresivă, se obțin soluțiile introducind la o variație a lui  $E_0$  de tip  $e^{i[\omega t - (\bar{k} \cdot \bar{r})]}$ .

$$E_{1} = (E_{1})_{+} + (E_{1})_{-}$$

$$(E_{1})_{\pm} = \frac{\mathcal{E}_{1}}{\mathcal{E}_{0}} \cdot \frac{k^{2}}{4\pi} \cdot e^{i(\omega \pm r)t} \int_{V} \frac{dv}{r} \cdot e^{-i[(\bar{k} \cdot \bar{r}) + (\bar{k} \pm \bar{k})\bar{r}]} \qquad (3.1.41)$$

unde  $(E_1)_{\pm}$  corespunde la maximul de ordin +1, respectiv -1.

Dacă considerăm unda ultrasonoră in direcția axei x cu vectorul de undă k de proiecții:

$$\overline{k} = \left(\frac{2\pi}{\Lambda}, 0, 0\right)$$

și că volumul de interacțiune este un paralelipiped dreptunghic de dimensiuni D, H, L (Fig.8) și că planul de incidență a luminii este (x,z), obținem:

$$\bar{k} = \left(\frac{2\pi \cdot \sin \varphi_1}{\lambda}, 0, \frac{2\pi \cdot \cos \varphi_1}{\lambda}\right)$$



## Fig.S

Fenomenul de difracție este observat in lumina paralelă la distanță mare (Fraunhofer),  $\mathbb{R} \gg r$ , astfel incit in integrala (3.1.41) r se poate pune  $\mathbb{R}$  la numitor si  $\mathbb{R}$ - $(\frac{\mathbb{R}}{\mathbb{R}}, \overline{r})$  in expressia fazei. Remarcam că  $\mathbb{H} \gg \lambda$ , văzut din punctul de incidență  $\gamma = 0$ , avem:

$$(E_{1})_{\pm} = \frac{E_{1}}{E_{0}} \cdot \frac{k^{2}}{4\pi} \cdot \frac{DHL}{R} \cdot e^{\frac{i[(\omega \pm \Omega)t - k \cdot R]}{2}} \cdot \frac{\sin \frac{\pi \cdot L}{\lambda}(\cos \Theta - \cos \Theta_{1})}{\frac{\pi \cdot L}{\lambda}(\cos \Theta - \cos \Theta_{1})}$$
$$\cdot \frac{\sin \frac{\pi D}{\lambda}(\sin \Theta - \sin \Theta_{1} \pm \lambda/\Lambda)}{\frac{\pi D}{\lambda}(\sin \Theta - \sin \Theta_{1} \pm \lambda/\Lambda)} \cdot e^{\frac{i\pi L}{\lambda}(\cos \Theta - \cos \Theta_{1})}$$
(3.1.42)

unchiul e determinind direcția de observatie.

Soluția a fost obținută pornind de la patru ipoteze: 1) È este mic; 2) fenomenul este cvasistaționar; 3) incidența nu este prea oblică; 4) fenomenul de difracție este de tipul Fraunhofer. Prima ipoteză indică unde ultrasonore slabe, ultimile 3 sint aproximativ satisfăcute în practică.

La  $\Lambda$  mare, difracția este identică cu cea dată de o rețea periodică la o perioadă  $\Lambda$ . La incidență oblică, dacă  $\Lambda$  scade, se constată o azimetrie de intensități a celor două maxime  $\pm$  1. La scăderea în continuare, distribuția se apropie de cea selectivă Bragg. Propagarea luminii printr-o coloană ultrasonoră permite observarea tranziției intre difracția pe o rețea de două dimensiuni și reflexia selectivă dată de o structură stratificată de 3 dimensiuni.

1-

Formula (3.1.42) ne permite calcularea acestei tranziții cu ajutorul calculatorului. Pentru fenomenele interesate, avind loc in regiunea unde  $\Theta_i$  si  $\Theta$  sint foarte mici, se poate pune unghiul in loc de sinuși și cosinuși funcție de primii doi termeni ai dezvoltării. Obtinem:

$$\frac{\underline{\mathcal{E}}_{1}}{\underline{\mathcal{E}}_{0}} \cdot \frac{\underline{\mathcal{R}}^{2}}{4\pi} \cdot \frac{\underline{\mathcal{D}}HL}{R} \cdot \frac{\frac{\sin\frac{\pi L}{2\lambda}}{\Phi} (\Theta^{2} - \Theta_{1}^{2})}{\frac{\pi L}{2\lambda}} \cdot \frac{\frac{\sin\frac{\pi L}{2\lambda}}{\Phi} (\Theta - \Theta_{1} \pm \lambda/\Lambda)}{\frac{\pi L}{\lambda} (\Theta - \Theta_{1} \pm \lambda/\Lambda)}}{\underline{\mathcal{R}}} \cdot \frac{\frac{\sin\frac{\pi L}{2\lambda}}{\Phi} (\Theta - \Theta_{1} \pm \lambda/\Lambda)}{\underline{\mathcal{R}}}}{\underline{\mathcal{R}}}$$

Factorul A depinde de L, adică ține cont de volumul interacțiunii. Interacțiunea spectrelor de ordin  $\pm 1$  exprimată de factorul B  $\pm 1$  depinde esențial, ca la o rețea sinusoidală plană, de gradul de depărtare a maximelor principale ale lui B  $\pm 1$  și de  $\Lambda$ . Acestea sint reprezentate funcție de  $\Theta$  in Fig.12 (dată de calculator).

Haximurile  $B \pm 1$  se separa, daca  $\wedge$  scade, iar maximurile A se apropie daca  $\wedge$  crește. Se poate găsi cazul cind  $B \pm 1$  nu gasește maximul lui A in direcția luminii emergente. La un  $\Leftrightarrow$  convenabil, o superpoziție este posibilă cu maximul lui A, care corespunde cu direcția luminii refractate.  $\bigoplus_{i}$  este unghiul de incidență Bragg. Cele mai mari interactiuni se obțin pentru spectrele de ordin +1 sau -1, cind  $\bigoplus_{i} \pm \frac{\lambda}{\Lambda} = -\bigoplus_{i}$ , adică la:

$$\Theta_1 = \Theta_0 = \mp \lambda/2\Lambda$$

Cu cit  $\Lambda/L$  este mai mic, crește unghiul de incidență și reflexiile selective se accentuează.

Să investigăm fenomenul variației intensitătii luminii difractate funcție de unghiul intre lumina incidentă și coloana acustică. Acest unghi poate varia in două feluri. In primul caz modificăm unghiul de incidență a luminii față de cristal (detectorul raminind fix). Este evident, din Fig.5, că variația unghiului de incidență cu  $\Delta \Theta$  este echivalentă cu variația lui V

(3.1.43)



#### Fig.9

cu cantitatea  $\Delta k = k \cdot \Delta \Theta / \Theta_1$  și de aici analiza precedentă poate fi luată în considerație. Celălalt caz corespunde la rotația cristalului, detectorul răminind fix.

# 3.1.4 Figura de difracție vizavi de rotația cristalului

Considerăm intensitatea luminii difractate în funcție de unghiul de incidență  $\Theta_i$ , în timp ce unghiul între raza incidentă și ungiul de observație este menținut constant. Putem modifica  $\Theta_i$ rotind cristalul normal pe axa fasciculului acustic. Intr-un astfel de experiment  $\Theta_i$  devine  $\Theta_i + \Delta \Theta$  și unghiul de reflexie devine  $\Theta_2 - \Delta \Theta$ . Pentru astfel de cazuri relația Bragg devine:

$$k_{1}(\Theta_{1} + \Delta \Theta) + k_{2}(\Theta_{2} - \Delta \Theta) = k$$
$$k_{1} \cdot \Theta_{1} = k_{2} \cdot \Theta_{2} = k + (k_{2} - k_{1}) \cdot \Delta \Theta \simeq k$$

Experimentul poate incepe cu găsirea maximului difractat. In timp ce se menține unghiul constant intre raza incidentă și detector, dacă se rotește cristalul, nu vor fi modificări in intensitatea difractată, decarece condiția Bragg nu este sensibilă la rotații mici ale colcanei acustice; un ordin de mărime in  $\Delta \Theta$  duce la al doilea ordin in K. La coloana acustică de lățime finită și lumină foarte largă, putem măsura distribția fată de rotația cristalului.

Această distribuție este de un interes practic, deoarece furnizează informații despre secțiunea transversală a coloanei acustice. Intensitatea luminii, vizavi de unghiul cristalului, măsurată la detector, va fi transformata Fourier a intensității acustice a fasciculului. 3.2 Calculul cantitativ al imprăștierii luminii intr-un modulator acustooptic

Teorema Green este considerată din multe puncte de vedere ca o primă bază a teoriei scalare a difracției. Cu toate acestea numai o alegere prudentă a funcției Green și a suprafeței inchise S permite o aplicare directa a teoremei la problema difractiei [30].

Astfel, amplitudinea  $\Psi_i$  a luminii impraștiate se formulează ca o relație a funcției integrale de volum propuse [4] :

$$\Psi_{i, \mathcal{Q}}(r) = \iiint \rho \cdot G_{ki}(\overline{R}/\overline{r_{o}}) \cdot dv_{o} \qquad (3.2.1)$$

unde

$$G_{ki}(\bar{R}/\bar{r}_{0}) = \frac{e^{-ik_{i}(\bar{R}/\bar{r}_{0})}}{(\bar{R}-\bar{r}_{0})}$$
(3.2.2)

corespunde la soluția unei unde sferice, ca da propagă in exterior (Fig.8) și  $\rho$ , polarizarea de volum la pulsația  $\omega \pm \Omega$  indusă de unda acustică in prezența undei incidente. Coluția este valabilă prezența unei imprăștieri slabe, deoarece imprăștierile in secundare sint ignorate. Amplitudinea luminii imprăștiate este liniară față de amplitudinea acustică.

Dacă lumina incidentă are profil gaussian, distribuția este descrisă ca:

$$\Psi_{i}(x_{0}, y_{0}, z_{0}) \simeq \Psi_{0} e^{-\left\{\frac{2\ln 2}{D_{0}^{2}}\left[\left(-X_{0} \cdot \cos \varphi_{0} + z_{0} \cdot \sin \varphi_{0}\right)^{2} + y_{0}^{2}\right] + ik\left(z_{0} \cdot \cos \varphi_{0} + X_{0} \cdot \sin \varphi_{0}\right)\right\}}$$

$$(3.2.3)$$

corespunzătoare unei raze incidente sub unghiul 😌 relativ la axa  $z_0$  in planul  $x_0$ ,  $y_0$ . Diametrul la jumátate de putere este D<sub>0</sub>. Unda acustică are forma:

$$S = S_0 \cdot e^{-i \cdot k \cdot X_0}$$
(3.2.4)

pentru  $-\frac{1}{2}H \leq y_0 \leq \frac{1}{2}H$  și  $-\frac{1}{2}D \leq z_0 \leq \frac{1}{2}D$  date de dimensiunile de interacțiune in fasciculul sonor. Polarizarea este proporțională cu produsul celor două unde perturbatoare.

$$\rho \sim \Psi_{i} \cdot S \tag{3.2.5}$$

Alegind un punct de observație r, pe o sferă de rază mare R (Fig.10), integrala devine:



Fig.10 Geometria incidenței luminii

$$\Psi_{i,r}(R\cdot\sin\phi, R\cos\phi\cdot\sin\phi, R\cdot\cos\phi\cdot\cos\phi) \simeq$$

$$\simeq \iiint \Psi_{i}\cdot S \cdot \frac{e^{-iki|R-r_{0}|}}{|R-r_{0}|} dv_{0}$$
(3.2.6)

Pentru x<sub>0</sub> propunem limitele de integrare  $-\infty \leq X_0 \leq \infty$ pentru un fascicul sonor continuu si aproximația următoare:

$$r \simeq R - \frac{X x_0 + Y y_0 + Z z_0}{R}$$
 (3.2.7)

efectuată din:

$$\Gamma^{2} = \left[ \left( X - x_{0} \right)^{2} + \left( Y - y_{0} \right)^{2} + \left( Z - z_{0} \right)^{2} \right] = R^{2} + r^{2} - 2Xx_{0} - 2Yy_{0} - 2Zz_{0}$$

Observan  $R^2 \gg r_{\rm e}^2$ 

Cu aceasta (3.2.2) devine:

$$\frac{e^{-i \cdot k_{1}|R-r_{0}|}}{R-r_{0}} = \frac{e^{-ik_{1} \cdot R}}{R} \times e^{\frac{ik_{1}}{R}(X \times_{0} + Y \times_{0} + Z \times_{0})}$$

forma completă a integralei (3.2.6) rezultă:

$$\begin{split} \Psi_{\hat{i},r} &\simeq \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 \int_{-\infty}^{H/2} dy_0 \int_{0}^{D/2} dz_0 \cdot \Psi_0 \cdot e^{-\left\{\frac{2\ln 2}{D_0^2} \left[\left(-x_0 \cdot \cos \Theta_0 + z_0 \cdot \sin \Theta_0\right)^2 + y_0^2\right] + \right. \right.} \\ &\left. + ik(z_0 \cdot \cos \Theta_0 + x_0 \sin \Theta_0) \right\}_{\hat{i}} \cdot S_0 \cdot e^{-i \cdot k \cdot x_0} \cdot \frac{e^{-ik\hat{i} \cdot R}}{R} \cdot e^{-ik\hat{i} \cdot R} \cdot e^{-ik\hat{i} \cdot R} (3.2.8) \end{split}$$

Lai facem observația (Fig.6):

si o prima notatie:

$$a = \frac{2\ln 2}{D_c^2}$$

Propunem următoarea tratare matematică: incepem integrarea grupind termenii constantei și dezvoltind pătratul:

$$\begin{aligned} \Psi_{\tilde{l},\Gamma} &= \iiint dv_0 \cdot \Psi_{0} \cdot e^{-\left\{a\left(x_0^2 \cdot \cos^2 \Theta_0 + z_0^2 \cdot \sin^2 \Theta_0 - 2x_0 \cdot z_0 \cdot \sin \Theta_0 \cdot \cos \Theta_0 + y_0^2\right) + ik\left(x_0 \cdot \sin \Theta_0 + z_0 \cdot \cos \Theta_0\right)\right\}} \cdot S_0 \cdot e^{-ikx_0} \cdot \frac{e^{-iki \cdot R}}{R}} \\ &+ ik\left(x_0 \cdot \sin \Theta_0 + z_0 \cdot \cos \Theta_0\right)\right\} \cdot S_0 \cdot e^{-ikx_0} \cdot \frac{e^{-iki \cdot R}}{R}} \\ &+ ik\left(R \sin \Theta_0 \cdot x_0 + R \cos \Theta_0 \cdot \sin \Psi_0 \cdot y_0 + R \cdot \cos \Theta_0 \cdot \cos \Psi_0 \cdot z_0\right) = \\ &+ ik\left(R \sin \Theta_0 \cdot x_0 + R \cos \Theta_0 \cdot \sin \Psi_0 \cdot y_0 + R \cdot \cos \Theta_0 \cdot \cos \Psi_0 \cdot z_0\right) = \\ &+ ik\left(R \sin \Theta_0 \cdot x_0 + R \cos \Theta_0 \cdot \sin \Psi_0 \cdot y_0 + R \cdot \cos \Theta_0 \cdot \cos \Psi_0 \cdot z_0\right) = \\ &+ ik\left(R \sin \Theta_0 \cdot x_0 + R \cos \Theta_0 \cdot \sin \Psi_0 \cdot y_0 + R \cdot \cos \Theta_0 \cdot \cos \Psi_0 \cdot z_0\right) = \\ &+ ik\left(R \sin \Theta_0 \cdot x_0 + R \cos \Theta_0 \cdot \sin \Psi_0 \cdot y_0 + R \cdot \cos \Theta_0 \cdot \cos \Psi_0 \cdot z_0\right) = \\ &+ ik\left(R \sin \Theta_0 \cdot x_0 + R \cos \Theta_0 \cdot \sin \Psi_0 \cdot y_0 + R \cdot \cos \Theta_0 \cdot \cos \Psi_0 \cdot z_0\right) = \\ &+ ik\left(R \sin \Theta_0 \cdot x_0 + R \cos \Theta_0 \cdot \sin \Psi_0 \cdot y_0 + R \cdot \cos \Theta_0 \cdot \cos \Psi_0 \cdot z_0\right) = \\ &+ ik\left(R \sin \Theta_0 \cdot x_0 + R \cos \Theta_0 \cdot \sin \Psi_0 \cdot y_0 + R \cdot \cos \Theta_0 \cdot \cos \Psi_0 \cdot z_0\right) = \\ &+ ik\left(R \sin \Theta_0 \cdot x_0 + R \cos \Theta_0 \cdot \sin \Psi_0 \cdot y_0 + R \cdot \cos \Theta_0 \cdot \cos \Psi_0 \cdot z_0\right) = \\ &+ ik\left(R \sin \Theta_0 \cdot x_0 + R \cos \Theta_0 \cdot \sin \Psi_0 \cdot y_0 + R \cdot \cos \Theta_0 \cdot \cos \Psi_0 \cdot z_0\right) = \\ &+ ik\left(R \sin \Theta_0 \cdot x_0 + R \cos \Theta_0 \cdot \sin \Psi_0 \cdot y_0 + R \cdot \cos \Theta_0 \cdot \cos \Psi_0 \cdot z_0\right) = \\ &+ ik\left(R \sin \Theta_0 \cdot x_0 + R \cos \Theta_0 \cdot \sin \Psi_0 \cdot y_0 + R \cdot \cos \Theta_0 \cdot \cos \Psi_0 \cdot z_0\right) = \\ &+ ik\left(R \sin \Theta_0 \cdot x_0 + R \cos \Theta_0 \cdot \sin \Psi_0 \cdot y_0 + R \cdot \cos \Theta_0 \cdot \cos \Psi_0 \cdot z_0\right) = \\ &+ ik\left(R \sin \Theta_0 \cdot x_0 + R \cos \Theta_0 \cdot \sin \Psi_0 \cdot y_0 + R \cdot \cos \Theta_0 \cdot \cos \Psi_0 \cdot z_0\right) = \\ &+ ik\left(R \sin \Theta_0 \cdot x_0 + R \cos \Theta_0 \cdot \cos$$

$$= \frac{\Psi_0 \cdot S_0}{R} \cdot e^{(-ik_{\bar{l}}R)} \iiint e^{-\alpha (x_0^2 \cdot \cos^2 \Theta_0 - 2x_0 \cdot Z_0 \cdot \sin \Theta_0 \cdot \cos \Theta_0) - \alpha}$$

$$= \frac{ix_0 (k - k_{\bar{l}} \sin \Theta + k \sin \Theta_0) - \alpha \cdot Z_0^2 \cdot \sin^2 \Theta_0 - iZ_0 (k \cdot \cos \Theta_0 - k_{\bar{l}} \cdot \cos \Theta \cdot \cos \Theta) - \alpha}{C}$$

$$= \frac{\alpha \cdot y_0^2 + ik_{\bar{l}} \cdot \cos \Theta \cdot \sin \varphi \cdot y_0}{\delta} \cdot dv_0$$

$$= k - k_0 \cdot \sin \Theta + k \cdot \sin \Theta$$

Nota.:

1

$$b = k - k_{\overline{i}} \cdot \sin \varphi + k \cdot \sin \varphi_{\varphi}$$
$$c = k \cdot \cos \varphi_{\varphi} - k_{\overline{i}} \cdot \cos \varphi \cdot \cos \varphi$$

Se face o privi integrare [34] Lață de x $_0$ , prin termenii corespunzători:

$$\int_{x_0}^{\infty} e^{-\alpha \cdot \cos^2 \Theta_0 (x_0^2 - 2z_0 \cdot x_0 \cdot tg \Theta_0 + \frac{i \cdot b}{\alpha \cdot \cos^2 \Theta_0} \cdot x_0)} \cdot dx_0$$

fortind patratel:

.

$$J_{x_0} = \int_{-\infty}^{\infty} -a \cdot \cos^2 \Theta_0 \left( x_0 - z_0 \cdot tg \Theta_0 + \frac{1 \cdot b}{2a \cdot \cos^2 \Theta_0} \right)^2 + a \cdot \cos^2 \Theta_0 \left( \frac{i \cdot b}{2a \cdot \cos^2 \Theta_0} - 2_0 tg \Theta_0 \right)^2 \cdot dx_0$$

Se face schimberen de veriabila:

$$u = \sqrt{a} \cdot \cos \Theta_{0} \left( x_{0} - Z_{0} tg\Theta_{0} + \frac{i \cdot b}{2a \cdot \cos^{2}\Theta_{0}} \right)$$
  

$$du = \sqrt{a} \cdot \cos \Theta_{0} \cdot dx_{0}$$
  

$$\left( -\frac{b^{2}}{4a \cdot \cos^{2}\Theta_{0}} - \frac{a \cdot \cos^{2}\Theta_{0} \cdot 2 \cdot i \cdot b}{2a \cdot \cos^{2}\Theta_{0}} \cdot Z_{0} \cdot tg\Theta_{0} + Z_{0}^{2} \cdot a \cdot \sin^{2}\Theta_{0} \right) \int_{-\infty}^{\infty} -u^{2} \frac{du}{\sqrt{a} \cdot \cos\Theta_{0}}$$

astfel incit, integrala rămasă este funcția erorilor cu valoarea cunoscută [32] .

$$l_{x_0} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{\beta} \cdot \cos \varphi_0} \cdot e^{-\frac{b^2}{4\alpha \cdot \cos^2 \varphi_0} - i \cdot b \cdot t g \varphi_0 \cdot z_0 + z_0^2 \cdot \alpha \cdot \sin^2 \varphi_0}$$

Deci, după o primă integrare:

$$\Psi_{\overline{i},r} = \frac{\Psi_{o} S_{o}}{R} \left( e^{-ik_{\overline{i}} \cdot R} \right) \cdot \frac{\sqrt{\hbar}}{\sqrt{\alpha} \cdot \cos \varphi_{o}} \cdot \left( e^{-\frac{b^{2}}{4\alpha \cdot \cos^{2} \varphi_{o}}} \right) \cdot \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} e^{-iZ_{o}(b \cdot t \underline{q} \varphi_{o} + c)}$$
$$\cdot dz_{o} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} e^{(-\alpha y_{o}^{2} + ik_{\overline{i}} \cdot \cos \varphi \cdot \sin \psi \cdot y_{o})} \cdot dy_{\phi}$$

Integrarea după y<sub>0</sub> :

•

$$\begin{aligned} |y_0| &= \int_{-H/2}^{H/2} e^{\left(-\alpha y_0^2 + ik_1 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi \cdot y_e\right)} \cdot dy_0 = \\ &= \int_{-H/2}^{H/2} e^{-\alpha \left(y_0 - \frac{ik_1}{2\alpha} \cdot \cos \varphi \cdot \cos \varphi\right)^2} \cdot e^{-\frac{k_1^2}{4\alpha} \cdot \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi} \cdot e^{-H/2} \cdot dy_0 = \\ &= \int_{-H/2}^{-H/2} e^{-\frac{k_1^2}{4\alpha} \cdot \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi} \cdot \int_{-H/2}^{H/2} e^{-\alpha \left(y_0 \frac{ik_1}{2\alpha} \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi\right)^2} \cdot dz_0 \end{aligned}$$

cu schimbarea de variabilă:  $V = \sqrt{a} - \frac{iki}{2a} \cdot \cos \Theta \cdot \sin \varphi$ 

$$dv = \sqrt{\alpha} \cdot dy_0$$
 și limitele aproximative:

$$\frac{-\sqrt{a} \cdot H}{2} \leq V \leq \frac{\sqrt{a} \cdot H}{2}$$

$$J_{y_0} = e^{-\frac{k_1^2}{4a} \cdot \cos^2 \Theta \cdot \sin^2 \varphi} \cdot \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{a}} \cdot \operatorname{erf} \frac{\sqrt{a} \cdot H}{2}$$

$$\frac{43}{43} \quad ... \quad$$

.

unde s-a notat:

erf 
$$\frac{\sqrt{a} \cdot H}{2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\frac{\sqrt{a} \cdot H}{2}}^{\frac{\sqrt{a} \cdot H}{2}} e^{-\sqrt{2} \cdot dv}$$

Integrala a devenit:

$$\begin{aligned} \Psi_{\hat{\iota},\Gamma} &= \frac{\Psi_{0}.S_{0}}{R} \cdot \frac{\sqrt{\Pi} \cdot \sqrt{\Pi}}{\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\alpha} \cdot \cos \Theta_{0}} \left( e^{-ik_{\tilde{\iota}}R} \right) \cdot \left( e^{-\frac{b^{2}}{4\sigma \cdot \cos^{2}\Theta_{0}}} \right) \cdot \\ &\cdot \left( e^{-\frac{k_{\tilde{\iota}}^{2}}{4\sigma}} \cdot \cos^{2}\Theta \cdot \sin^{2}\Psi} \right) \cdot \left( erf \frac{\sqrt{\alpha} \cdot H}{2} \right) \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} e^{-iz_{0}(b \cdot tg\Theta_{0} + c)} \cdot d_{z_{0}} \end{aligned}$$

Integrarea pe  $z_0$  este inediată:

$$\begin{aligned} I_{z_0} &= \frac{e^{-iz_0(b \cdot tq \Theta_0 + c)}}{-i(b \cdot tq \Theta_0 + c)} \Big|_{-D/2}^{D/2} &= \frac{e^{\frac{iB}{2}(b \cdot tq \Theta_0 + c)} - e^{\frac{iB}{2}(b \cdot tq \Theta_0 + c)}}{i(b \cdot tq \Theta_0 + c)} &= \\ &= \frac{2}{b \cdot tq \Theta_0 + c} \cdot \sin \frac{B}{2}(b \cdot tq \Theta_0 + c) \end{aligned}$$

Deci, in final obtinem:

$$\Psi_{i,r} = \frac{\Psi_0 \cdot S_0}{R} \cdot \frac{\pi \cdot D}{a} \cdot e^{(-ik_i \cdot R)} \cdot \operatorname{erf} \frac{\sqrt{a} \cdot H}{2} \cdot e^{-\left[\frac{b^2}{4a} \cdot \cos^2 \Theta_0 + k_i^2\right]} \\ (\cos \Theta \cdot \sin \Psi)^2 / 4a} \cdot \sin \frac{D}{2} \left( blg \Theta_0 + c \right) / D/2 \left( b \cdot lg \Theta_0 + c \right)$$

$$(3.2.9)$$

valoare care corectează pe cea dată in [5], utilizată foarte des ca referință.

Puterea instantanee a razei imprăștiate este dată de integrala de suprafață:

$$P_{\tilde{i}} = R^{2} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi/2} \cos \theta \cdot d\theta |\Psi_{\tilde{i}\Omega} \cdot e^{i\Omega \cdot t}|^{2}$$
(3.2.10)

Dacă există modulație in frecvență, in cazul unei frecvențe acustice constante, modulul devine:

$$\left|\sum_{\Omega}\Psi_{\hat{i},\Omega}\cdot e^{i\Omega t}\right|^2$$

Prin integrarea lui (3.2.10) se obtine:

$$P_{\hat{i}} \simeq \left[ |S_0|^2 \cdot D_0 \cdot H \right] \left[ |\Psi_0|^2 / a \right] \left[ \left( erf \left[ \frac{1}{2} a^{1/2} \cdot H \right] \right)^2 / \frac{1}{2} a^{1/2} \cdot H \right] \cdot \frac{1}{\Pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \cdot e^{-x^2} (\sin dx)^2 / dx^2$$

unde s-a notat:

 $d = (2\alpha)^{1/2} \cdot D \cdot \sin \Theta_{0}$ 

Prima paranteză in (3.2.11) corespunde puterii acustice, indiferent de componență; cea de-a doua paranteză corespunde puterii optice, iar cea de-a treia paranteză arată că, pentru o putere acustică dată, există o inălțime optimă a fasciculului sonor, vizavi de cel optic.

Valoarea funcției fiind 1 [32], maximul se obține la:

$$\frac{1}{2} a^{1/2} \cdot H = \left(\frac{1}{2} \ln 2\right)^{1/2} \cdot H / D_0$$

sau o inălțime a fasciculului sonor cu cca.70% mai mare decit cel optic, măsurat la jumătatea din putere. Integrala din (3.2.11)este asociată imprăstierii componentei acustice de pulsatio  $\Omega_0$ 

Putem simplifica: intr-adevar:

$$\frac{1}{\Pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-x^2}\cdot\frac{(\sin dx)^2}{dx^2}=\frac{2}{\Pi d}\int_{0}^{\infty}e^{-x^2}\cdot\frac{(\sin dx)^2}{x^2}dx$$

fiind o functie para.

Derivată, ca integrală cu parametru:

$$\int_{0}^{\infty} \left( d \right) = \frac{2}{\Pi d} \int_{0}^{\infty} e^{-x^{2}} \cdot \frac{2 \sin \left( dx \right) \cdot \cos \left( dx \right) \cdot x}{x^{2}} \cdot dx = \frac{2}{\Pi d} \int_{0}^{\infty} e^{-x^{2}} \cdot \frac{\sin \left( 2 dx \right) \cdot x}{x} \cdot dx$$

încă o derivare:

$$I''(d) = \frac{2}{\Pi d} \cdot \int_{0}^{\infty} e^{-x^{2}} \cos(2 dx) dx$$
(3.2.12)

Pentru rezolvarea ultimei integrale, folosim artificiul generării funcției cosinus din exponențială, alegind limite complexe. Intr-adevăr, considerăm conturul (10a):



## Fig.10a

Pe acest contur se aplică formula lui Cauchy, pentru funcția olomorfă  $f(z) = e^{-z^2}$  [32 p.47].

$$\int_{(\mathbf{Y})} e^{-z^2} \cdot dz = 0$$

sau, pe porțiuni:

$$\int_{A}^{B} e^{-z^{2}} \cdot dz + \int_{B}^{C} e^{-z^{2}} \cdot dz + \int_{C}^{D} e^{-z^{2}} \cdot dz + \int_{D}^{A} e^{-z^{2}} \cdot dz = 0$$
(3.2.13)

Luate individual:

-

-

1. 
$$\int_{A}^{B} e^{-z^{2}} dz = \int_{R}^{R} e^{-x^{2}} dx$$

pe arcul BD:

2. 
$$|e^{-z^2}| = |e^{-(R+iy)^2}| = |e^{-R^2-2iRy+y^2}| = e^{-R^2+y^2} \le e^{-R^2} \cdot \frac{b^2}{4}$$

deci:

٠

$$\left|\int_{B}^{B} e^{-z^{2}} dz\right| \leq e^{-R^{2} \cdot \frac{b}{4}} \cdot \frac{b}{2} \xrightarrow{(R \to \infty)} 0$$

pe arcul PC avem 
$$y = i \frac{b}{2}$$
 deci  
3. 
$$\int_{D}^{C} e^{-z^{2}} dz = \int_{R}^{-R} e^{-(x+i\frac{b}{2})} dx =$$

$$= \int_{R}^{-R} e^{-x^{2}-ixb+\frac{b^{2}}{4}} dx =$$

$$= e^{\frac{b}{4}} \int_{-R}^{R} e^{-x} [\cos(xb)+i\cdot\sin(xb)] dx$$
pe arcul CA:  
4. 
$$|e^{-z^{2}}| = |e^{-(-R+iy)^{2}}| = |e^{-R^{2}+2\lambda Ry+y^{2}}| \le e^{-R^{2}\cdot\frac{b^{2}}{4}}$$
deci:  

$$|\int_{C}^{R} e^{-z^{2}} dz| \le e^{-R^{2}\cdot\frac{b^{2}}{4}} \cdot \frac{b}{2} \frac{1}{(R \to \infty)} 0$$
So informinate in (3.2.13) on regultately obtinute rentry

Se inlocuiește in (3.2.13) cu rezultatele obținute, pentru limita  $R \longrightarrow \infty$ 

1

;;

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \cdot dx - e^{b^2/4} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} [\cos(x \cdot b) + i \cdot \sin(x \cdot b)] \cdot dx = 0$$

(3.2.14)

unde:

$$\int_{0}^{\infty} e^{-x^{2}} dx = 2 \int_{0}^{\infty} e^{-x^{2}} dx = 2 \frac{\sqrt{11}}{2} = \sqrt{11}$$

$$\int_{0}^{\infty} e^{-x^{2}} \cos(x \cdot b) \cdot ds = 2 \int_{0}^{\infty} e^{-x^{2}} \cos(x \cdot b) \cdot dx$$

$$\int_{0}^{\infty} e^{-x^{2}} \cos(x \cdot b) \cdot ds = 2 \int_{0}^{\infty} e^{-x^{2}} \cos(x \cdot b) \cdot dx$$

asemānatoare cu (3.2.12) și fiind funcție pară, iar:  

$$\int_{0}^{\infty} e^{-x^{2}} \sin(x \cdot b) \cdot dx = 0$$
fiind o funcție impară.  
Reluind (3.2.14), cu rezultate arătate, obținem:

$$\sqrt{11} - 2 \cdot e^{b^{2/4}} \int_{0}^{\infty} e^{-x^{2}} \cos(x \cdot b) \cdot dx = 0$$

sau, pentru b = 2d:

$$2\int_{0}^{\infty} e^{-x^{2}} \cos(2dx \cdot dx = \sqrt{3i} \cdot e^{-d^{2}}$$

Cu aceasta valoare, (3.2.12) devine:

$$I''(d) = \frac{2}{\overline{11}d} \cdot \sqrt{\overline{11}} \cdot e^{-d^2} = \frac{2}{\sqrt{\overline{11}} \cdot d} \cdot e^{-d^2}$$

care, prin integrari:

$$\begin{bmatrix} 1 & d \\ d & d \\ d$$

care tinde monoton catre valoarea 1 la valori mari ale lui d.

Pentru:

$$\mathbf{d} = \left( \operatorname{In2} \right)^{1/2} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{D} / \mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_{o} \leq 1 \tag{3.2.15}$$

corespunzător unui unghi de divergență a luminii, mai mic ca cel al fasciculului sonor, intensitatea imprăștiatei crește substanțial cu mărirea dimensiunilor fasciculului sonor sau cu micșorarea unghiului de difracție acustic.

Reținem observația drept o concluzie practică deosebit de importantă.

## CAPITOLUL 4

...

## STUDIUL UTILIZARII PRACTICE

# 4.1. Definirea modulatoarelor, comutatoarelor si deflectoarelor optice

Hodulatorul optic este un dispozitiv care altereaza o proprietate detectabilă a undei luminoase in răspuns la un semnal electric aplicat. Aceasta poate fi intensitatea (amplitudinea), faza, polarizarea și lungimea de undă (frecvența).

Comutatorul optic schimbă poziția spațială a unei unde luminoase coerente in răspuns la un semnal electric. Intr-un comutator, o rază limitată intr-o suprafață circulară A<sub>1</sub>, centrată intr-un punct P<sub>1</sub>, aflată intr-un plan perpendicular pe direcția de propagare, este mutată, in răspuns la un semnal electric, intr-o a doua suprafață A<sub>2</sub>, centrată in P<sub>2</sub>, aflat intr-un plan care este paralel cu primul. Această definiție a comutației implică separație spațială sau unghiulară intre raza comutată și cea directă.

Deflexia este o extensie a comutației in care raza este mutată in două sau mai multe locații spațiale.

După cum se va arăta, modulatoarele acustooptice pot fi utilizate direct drept comutatoare spațiale.

Performanțele necesare depind de tipul utilizării. Din punct de vedere practic, performanțele se apreciază după cit de bine iși indeplinesc funcțiunea și la ce cost. Acestea se judecă după adincimea de modulare (sau intensitatea relativă), banda de trecere, puterea de excitație pe unitatea de bandă de trecere la o anumită adincime de modulare cit și pierderile induse.

#### 4.1.1 Intensitatea relativa sau adincimea de modulare

Presupunem că fară semnal aplicat modulațorului, lumina care pleacă din modulator și ajunge la detector este măsurată și are intensitatealo. Cind se aplică semnalul maxim, se măsoară intensitatea Im. Intensitatea relativă sau adincimea de modulare  $\eta_m$  se definește ca:

 $\int_{m} = ||_{m} - |_{0}| / |_{0} \quad \text{pentru} \quad |_{m} \ll |_{0} \quad \text{sau}$ 

 $\int_{m} = \left| I_{m} - I_{0} \right| / I_{m} \text{ pentru } I_{m} \gg I_{0}$  (4.1.1) pentru semnalele intermediare, mai mici decit maximul

$$\eta = |I - I_0| / I_0 \qquad I_m \ll I_0$$
  
$$\eta = |I - I_0| / I_0 \qquad I_m \gg I_0$$

unde I este intensitatea detectată la nivelul de semnal considerat.

Modulatoarele induc o modificare de fază  $\Delta$  direct legată de o modulare a intensității. Pentru modulatoare de interferență ca de exemplu Bragg, relația este :

$$\eta = \sin^2 \frac{\Delta \phi}{2}$$

Se consideră dispozitivul construit în așa fel incit să se obțină  $\Delta \phi = 1/2$  fără semnal. În acest caz, dacă un semnal alternativ, de exemplu, crește  $\Delta \phi$  cu un radian, la alternanța pozitivă și descrește cu un radian la alternanța negativă, va rezulta o schimbare în intensitate de 84 %. Pentru cazul general al modulatoarelor în impuls, o modificare a fazei cu doi radiani este deasemenea echivalentă cu 84 %. Ca rezultat, practic s-a convenit compararea modulatoarelor pe baza modulației de 84 % în intensitate sau doi radiani modulația fazei pentru modulatoare de impuls și un radian pentru modulatoare analogice.

Adincimea de modulare trebuie să depășească un anumit prag pentru a imbunătăți raportul semnal/zgomot.

# 4.1.2 Puterea de excitare pe unitate de banda de trecere la intensitatea relativa de 84 %. Bnergia specifica.

S-a indicat relația intre modificarea de fază și echivalentul in modificarea intensităților. Un alt factor de merit important este, pentru prescurtare denumit energia specifică  $P/\Delta i$ . Aceasta se definește drept puterea excitată pe unitate de

56

(4.1.2)

...

banda de trecere, pentru a obține o adincime de modulare de 84 %.

Se denumește convențional banda de trecere drept diferența intre două frecvențe, cele mai apropiate, la care modulația echivalentă scade cu 5 % față de valoarea maximă.  $P/\Delta f$  se exprimă, uzual, in mW/MHz.

Energia specifică este o expresie a costului puterii necesare plasării de informație in lumină.

Banda de trecere a modulatorului este un important factor de merit. In caz general o mare bandă de trecere este o necesitate, care realizată, permite o mare cantitate de informație să fie plasată in unda luminoasă. In sistemele de comutație convenționale se folosesc benzi de trecere de cca. 10 % față de purtătoare. 10 % din frecvența luminii ne duce la 10<sup>13</sup> Hz, care este arhisuficient.

Benzi de trecere de cca. 10<sup>10</sup> Hz sint necesare azi pentru operații de comutare rapidă, necesară tehnicii de calcul.

#### 4.1.3 Pierderi induse

Dacă lumina ce intră intr-un modulator are intensitatealin

 $L = 1 - I_m / I_m \quad \text{pentru} \quad I_m \gg I_0$   $L = 1 - I_0 / I_{in} \quad \text{pentru} \quad I_m \ll I_0 \quad (4.1.4)$ 

reprezintă pierderile induse. Exprimat in decibeli:

Importanța pierderilor nu este de discutat. Trebuie insă punctată utilizarea practică a conceptului. Laserele cu gaz He-Ne au eficientă mică, cca. 10<sup>-4</sup>, adică pentru 1 mW He-Ne se consumă 10 W energie. Dacă un modulator are o pierdere, de exemplu de 10 dB, atunci este nevoie de 100 W pentru a obține 1 mW de putere modulată la ieșire.

## 4.1.4 Măsurarea factorilor de merit a comutatoarelor

Cerințele comutatoarelor sint, cu o excepție, aceleași ca și ale modulatoarelor. Una din cele mai importante este aceea de a separa bine cele două locații ale luminii. Cea de-a doua este timpul de comutație care poate fi legat de banda de trecere.

$$T = 1/2 \pi \Delta_{f} \tag{4.1.5}$$

In multe aplicații ce implică comutatoare, energia specifică este mai puțin importantă decit puterea necesară pentru a menține comutatorul in poziție "conectat". Ultima, pierderile induse sint la fel de importante ca și pentru modulatoare.

# 4.2 Privire generală asupra deflexiei și modulării acustooptice

Perturbarea indicelui optic, dată de unda sonoră, ia naștere grație schimbării locale a densității de material și polarizabilității optice asociate cu deformarea modificării componentelor atomilor și a moleculelor mediului activ acustooptic [4] . Deoarece imprăștierea (difuzia [33] ) luminii este fară pierderi sau reactivă, se poate aplica principiul conservării momentului și al energiei. Frecvența undei acustice, in discuție, se asumă a fi suficient de mare, astfel incit lungimea ei de undă foarte mică in comparație cu dimensiunile secțiunii este fasciculului sonor. Drept rezultat, comportarea undei acustice este similară unui fascicul optic coerent și toate conceptiile familiare opticii ca: difracția, focalizarea, etc, sint aplicabile [23] .

Fie vectorul de undă  $k = \omega/c'$  al unei unde plane, monocromatice (Fig.11), unde  $\omega$  - pulsația luminii și c' - viteza luminii, neperturbată, în mediul de interacțiune.



Direcția luminii incidente ( de-a lungul luik) este perfect definită deoarece frontul de undă este planar și de lățime infinită. Dacă aceasta este imprăștiată de o undă sonoră plană, de intensitate nică, de pulsație  $\Omega$  cu vectorul de undă  $X = \Omega / v$  unde v - viteza acustică, putem scrie relațiile:

 $\omega_{\tilde{i}} = \omega \pm \Omega$  $\bar{k}_{\tilde{i}} = \bar{k} \pm \bar{k}$ 

(4.2.1)

cu "i" se marchează imprăștierea. Deoarece  $\Omega < 2 \omega v/c' \sim 10^{5} \omega$ rezultă că  $k_i = k (1 \pm \Omega/\omega)$  diferă puțin de k și locul geometric al interacțiunii de imprăștiere (difracția), sau al vectorului de undă, va fi un cerc cu raza k. Unghiul  $\Theta$ , arătat în Fig. 1 se numește unghi Bragg și satisface relația

$$\sin \Theta = \frac{1}{2} K/k$$

(4.2.2)

Unghiul imprăștierii este  $2 \Theta$  (față de direcția incidentei). Dacă unghiul incidenței luminii diferă de  $\Theta$ , atunci intensitatea luminii imprăștiate este zero.

In cazul imprăștierii cu unde acustice de lățime finită, ca rezultat al difracției, direcția lui K nu mai este definită perfect ca in cazul Fiz. 11 și se poate ilustra ca in Fig. 12.

> Pentru acest caz, cu fascicul luminos de lățime mare cu unghi de difracție zero și divergența energiei acustice mai mică decit unghiul Bragg, doar o componentă in direcția K poate contribui la imprăștierea luminii și intensitatea uminii imprăștiate es e proporțională cu componenta undei

Tij.12

plane ce se propagă in direcția corectă.

Dacă notăm cu  $\Theta_0$  unghiul de incidență a luminii, putem aprecia distribuția unghiulară, avind in vedere intensitatea luminii ca o funcție de unghiul  $\Theta_0 - \Theta$ . Pentru un  $\Theta_0$  constant și variind  $\Theta$  prin variația frecvenței acustice (4.2.2) intensitatea luminoasă urmărește direct distribuția unghiulară.

Focalizarea fasciculului acustic permite o mare flexibilitate in a modifica banda de trecere a imprăștierii Bragg. Acest lucru este important la frecvențe acustice ridicate pentru care unghiurile de difracție sint mici (ele sint de ordinul  $2\pi / k.d_c$  unde  $d_0$  - lățimea fasciculului acustic).

## 4.2.1 Deflectoare

Cazurile practice invocă fascicule luminoase de lățime finită. Vectorul de undă luminoasă  $\mathbf{k}$  are o divergentă  $\partial \phi$  (pozitivă sau negativă), iar cel acustic divergența  $\partial \phi$  (Fig.13).





Fig.13



Ge poate observa că la o frecvență acustică dată, la care  $\Phi = \Phi_0$  nu este prea mare și cu  $\delta \Phi \gg \delta \Phi$  divergența luminii imprăștiate este aceeași cu cea a luminii incidente.

punct de vedere geometric Din cazul este schitat in Fig.14:un fascicul luminos de lățime mare și fascicul sonor ascutit un (echivalent cu ð ↔ ≫ ð ø ) dau la ieșire o lățime a fasciculului imprăștiat de aceeași lățime cu cel incident, coerența spațială ca și cea temporală se conservă. Dacă se modifică frecvența acustică, se v.d... là unghiul \_aze\_ po\_t\_ imprăștiate poate varia intr-o  $\operatorname{gama}$  2 $\delta \Theta$  și de aici, lumina

Fig.14

imprăștiată poate fi focalizată in

$$N = 2 \cdot \delta \Theta / \delta \phi \qquad (4.2.3)$$

spoturi independente și cu rezoluție corespunzătoare (care este de fapt criteriul de performanță pentru deflectoare).

Din Fig. 13,  $\Delta K = 2$ . k  $\partial \Theta$ . cos  $\Theta_0 = \Delta \Omega / v$ . Notind  $\partial \phi = 2 \overline{h} / k$ . d unde d este lățimea fasciculului incident sau imprăștiat:

$$N = (\Delta \Omega / 2 \overline{l}) d_0 / v \cdot \cos \Theta_0 \qquad (4.2.4)$$

numărul total de spoturi pentru o bandă de trecere  $\Delta \Omega/2\pi$ . Dacă se notează cu d<sub>0</sub>/v. cos $\Theta_0$  timpul de tranzit al undei acustice prin fasciculul luminos T,  $N = (\Delta \Omega/2\pi)$ . T. De remarcat că  $T^{-1}$  este viteza de comutație maximă a dispozitivului, timpi mai scurți nefiind obtenabili.

Cu o putere acustică suficientă se poate imprăștia toată

lumina incidentă, dar numai N<sup>-1</sup> din puterea acustică este utilizată.

Dacă luăm in considerare celalalt caz limită  $\delta\phi \gg \delta \phi$  (Fig.15).



Fig. 15

Fig. 16

Notăm că doar o parte din lumina incidentă este imprăștiată și divergența luminii imprăștiate este egală cu cea acustică, adică fasciculul luminos imprăștiat este mult mai larg decit cel incident.

 $H = \frac{1}{2} (\Delta \Omega / 2 \pi) d_{\hat{i}} / v \cdot \cos \Theta_{o} \qquad (4.2.5)$ 

unde di - lățimea fasciculului imprăștiat. In cel mai bun caz numai o fracțiune  $M^{-1}$  din lumina incidentă poate fi imprăștiată si toata energia acustică este utilizată în procesul de imprăștiere.

Pentru dispozitive de baleiere, divergența permisă a fasciculului acustic este foarte mică în comparație cu unghiul necesar, dacă aceasta se face prin modificarea undei acustice. In particular, toată energia acustică poate fi utilizată în imprăștiere dacă unghiul de divergență al fasciculului sonor este aproximativ egal cu cel al fasciculului luminos.

## 4.2.2 Modulatoare

In Fig.17 este aratată configurația de bază in aodulatoare acustice de lumină. Convergența fasciculului luminos focalizat se la aproximativ egală cu cea a fasciculului acustic. Imprăștierea cu energie acustică modulată în amplitudine preia din energia luminii incidente și produce un fascicul imprăștiat modulat în amplitudine.

Pentru a ințeleze de ce unzhiurile de convergență trebuie

52

facute comparabile, se considera situatia in care unda acustica



Fig.17



Fig.18

 $k_2 = 2 \ln f_2 / V$  frecvență  $f_1$  si  $f_2$  la diferența  $f_2 - f_1 = \Delta f = \Delta \Omega / 2 \ln si o$ divergenta  $\delta \Theta$  aleasa de asa maniera incit fiecare componenta să imprăstie. Să presupunem că oo vergenta lumi ii i uuduuuu 80 uu pulsatia  $\omega$  este mică in comparație cu 👌 🕁 (Fig.18). Lumina imprăștiată, constă din • ----f...c.c.l., .....r. .u divergența Ô¢ dar îara

conțino doua o mponente

u٦

suprapuneri de pulsatie, una la pulsația  $\omega + 2 \ln f_1$  și alta la  $\omega + 2 \ln f_2$ .

Nu există bătăi la  $f_2 - f_3$  și nu există modulație de putere, d oarece fascicululu nu JINT coliniare.

De aici, frecventa acustica poate fi modificata numai intr-o plaja in care fasciculele imprăștiate se suprapun, corespunzător gamei  $\delta\phi$  , banda de modulare este determinată de  $\delta\phi$  și energia acustica in afara lui  $\delta \phi$  este pierduta.

In celálalt caz extrem,  $\delta\phi \gg \delta\Theta$  , se pierde multà energie optica. In acest caz unghiul divergentei luminii imprăștiate corespunde lui  $\delta \Theta$  și cele două modulări de frecventa dau suprapuneri. Banda de modulare este data de  $\delta \Theta$ și lumina in afara de  $\delta \Theta$  se pierde.

Rezultá cá configurația optimă corespunde la egalitatea  $\delta \phi$  cu  $\delta \phi$  (ca in Fig.17). In aceste circumstante banda de modulare este aproximativ jumătate din imprăștierea Bragg in gama  $\delta \Theta$ ; valoarea exacta depinzind de detaliile distribuției unghiulare.Din (4.2.2) avem:

 $\frac{\|\cdot \Delta^{\dagger}\|}{\|\cdot \nabla^{\dagger}\|} = \delta \Theta \cos \Theta \quad \text{luind} \quad \delta \Theta \simeq \delta \phi \simeq 2 \|\cdot\|/k \cdot d_0$ 

63

obtinem:

$$\frac{1}{2} \Delta f \simeq (V \cdot \cos \Theta) / d_0$$
(4.2.6)

adică banda de modulare este aproximativ egală cu reciproca timpului de tranzit.

# 4.3 Modulatoare - deflectoare acustooptice de volum

După cum s-a arătat in Capitolul 1 (1.6), dimensiunile minime de traversare a luminii prin modulator sint determinate de proprietătile de difracție a luminii și nu de proprietățile modulatorului (deflectorului).

Modificarea de fază (1.14) asociată unei unde acustice sinusoidale este:

$$\Delta \phi = \Delta n \cdot 2 [i \cdot 1 \cdot \sin(2 [i \cdot y / \Lambda) / \lambda_n]$$

#### (4.3.1)

Efectul mediu al undei progresive asupra indicilor este identic cu cel al unei rețele de fază staționare cu excepția modificării de frecvență. Pe această modificare de frecvență se bazează modulatoarele de frecvență. In difracția de tip Bragg există practic un singur ordin de difracție care este modificat in frecvență cu  $f_0$  - frecvența sunetului. Modificind frecvența acustică se poate modula in frecvență lumina.

Timpul minim necesar de a trece din starea in care unda acustică interacționează cu lumina și cea de neinteracțiune (stingere) - adică de inexistență a difracției, este timpul de tranzit al undei acustice prin fasciculul luminos (Cap.4.2).

Deci, lățimea fasciculului luminos D este limitată de banda de trecere a modulatorului (vz.Fig.2). Lățimea fasciculului sonor (H - Fig.2) este impusă de difracția luminii care implică o limită inferioară in separarea a două planuri paralele pentru un L dat. Mai există și alte complicații, deoarece unghiul Bragg depinde de lungimea de undă acustică folosită. Adică, intensitatea relativă (1.13) scade dacă ne depărtăm de frecvența acustică centrală [34].

Din aprecierile cantitative asupra luminii imprăștiate [3.2.11] rezultă că, pentru o putere acustică dată, există o inălțime optimă a fasciculului acustic, funcție de dimensiunile fasciculului optic. Aceasta corespunde la o inălțime cu cca.705 mai mare decit mărimea spotului optic.

Așa cum s-a arătat in Cap.4.2, luind in considerare cazul practic, cind atit lumina cit și sunetul nu sint fascicule perfect paralele (diverg), la o putere acustică dată, există o limită

65

superioară a benzii de trecere a modulatoarelor acustooptice. Această limită se atinge cind unghiurile de divergență (convergență) ale ambelor fascicule sint egale.

Aceasta impune valoarea:

$$\Lambda/L = \lambda_0/n \cdot d_0 \qquad (4.3.2)$$
  
insă  $\Delta f = v/d_0 \quad (4.2.6)$  și conform (1.20)  
$$\Delta f \cdot \Delta \phi^2 = 10^7 \cdot \overline{l}^2 \cdot n \cdot v^2 \cdot M_2 \cdot P_a/2 \cdot d_0 \cdot \lambda_0^3 \cdot f_0$$

(4.3.3)

(4.3.4)

(4.3.5)

Notăm că din convenția (4.3.2) nici L și nici D nu joacă vreun rol in puterea necesară pentru o anumită banda de trecere. Se mai poate defini un alt factor de merit:

$$M_1 = n \cdot v^2 \cdot M_2$$

de unde putem deduce o expresie pentru energia specifică a  
modulatoarelor acustooptice de volum, valabilă pentru 
$$\Lambda \phi = 2 T$$

$$(P_a/\Delta f)_2 = 45 \cdot f_a \cdot \lambda_0^3 \cdot H/M_1 (mW/MHz)$$

unde constantele sint ajustate pentru a obține  $P_a / \Delta$  f in mU/UHz, f<sub>a</sub> este in Hz,  $\lambda_0$  și H in cm și M<sub>f</sub> in unităti cgs. Trebuie reamintit că (4.3.5) reprezintă limita inferioară a energiei specifice.

Pe lingă aceasta, valoarea inălțimii D are o limită inferioară legată de alegerea lui L. Pentru un fascicul optic cilindric, de rază r, raza minimă a cilindrului de lungime L este dată de:

$$r = \sqrt{\lambda_0 \cdot L / \pi n}$$

(4.3.6)

Din practică, aceasta se acoperă cu un coeficient de siguranță de cca.5. Pentru a satisface (4.3.2) și (4.3.6), lungimea de interacțiune și diametrul fasciculului optic trebuie să fie:

$$L = 4 \pi \Lambda^{2} / \lambda_{0}$$

$$d_{0} = 2r = 2\Lambda / \sqrt{\pi} = 2v / \sqrt{\pi} \cdot f_{a}$$
(4.3.7)
introducind in (4.3.5) resulta:

$$(P_a / \Delta f)_2 = 50.8 \lambda_0^3 / M_3$$
  
 $M_3 = M_1 / v = n \cdot v \cdot M_2$ 

(4.3.3)

unde  $\lambda_0$  și M<sub>3</sub> sint în unități cgs. M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>, M<sub>3</sub> sint cantităti care depind întegral de proprietățile materialului, astfel încit (4.3.2) împune limita înferioară a energiei specifice pentru modulatoare de volum, funcție de constantele de material și de lungimea de undă a luminii. Ca resultat, o proiectare bine gindită a modulatorului de volum, poate asigura limita puterii excitante (4.3.3).

Creșterea puternică a energiei specifice cu lungimea de undă ( $\sim \lambda_0^3$ ) trebuie luată în considerare pentru regiunile infraroșii ( de exemplu, la utilizarea în laserul YAG, 1,06 µ m vizavi de cel cu HeNe 0,63 µm).

Pentru materialele care ne interesează ( sticlă optică și LiNb03 ) valorile lui ( P $g/\Delta$  f) – sint 1,29 respectiv 9,8 mW/MHz, cu utilizări practice la valorile 6,45 și 490 mM/MHz.

In considerarea necesarului de putere excitantă, trebuie avute in vedere pierderile in traductorul piezoelectric. La frecvențe mici acestea sint in gana de 3dB (la 50 MHz).

In concluzie, pentru a utiliza modulatoarele – deflectoarele de volum, este necesară dimensionarea lor in primul rind la o secțiune corespunzătoare fasciculului luminos care le traversează. Această cerință duce la o putere minimă de excitare care este independentă de dimensiuni, deoarece pentru a obține o anumită modulare, interactiunea trebuie să continue pe o lungime minimă; energia totală aplicată este proporțională cu volumul total.

# 4.4 Comportarea deflectoarelor la impuls

In studiul ce urmează facem precizarea de bază că amplitudinea luminii incidente nu este afectată de imprăștiere, valabilă pentru semnale acustice mici. Am făcut calculul pentru cazul practic al tezei: generator piezoelectric drepțunghiular, unde acustice de diferite durate și pentru diferite raporturi intre unghiurile de divergență ale fasciculului acustic și luminos.

In ceea ce urmează am calculat dependența intensității și a timpului de creștere a luminii imprăștiate pentru diverși parametri ai impulsului acustic și ai luminii. Modelul de calcul este cel empus în Cap.3.2.

Tie un traductor plat, care transmite impulsuri rectangulare acustice cu durate **l** și de amplitudine constantă

 $S_0$  pe inalținea N și lățimea L (Fig.19). Amplitudinea luminii imprăștiate  $\Psi_i(x,y,z)$  poate fi scrisă în forma unei integrale de difracție a volumului:

$$\Psi_{\tilde{i}}(xyz) = \begin{cases} (t+\tilde{i}/2)v \\ dx_{o} \\ (t-\tilde{i}/2)v \end{cases} + L/2 \\ dy_{o} \\ -L/2 \\ -H/2 \end{cases} + H/2 \\ dz_{o} \cdot p(x_{o};y_{o};z_{o};-\Theta_{o}) \cdot e \frac{(-ik_{\tilde{i}}\cdot\vartheta)}{r} \\ (4.4.1) \end{cases}$$

unde p este polarizarea volumului. (3.2.5)



Tig.13 Geometria imprăștierii pentru un traductor plat dreptunghiular

Daca:

$$R^{2} \gg x_{0}^{2} + y_{0}^{2} + z_{0}^{2} = r_{0}^{2}$$
atunci
$$r \approx R - \frac{Xx_{0} + Yy_{0} + Zz_{0}}{R}$$

Amplitudinea undei incidente, exprimată in coordonate carteziene:

$$\Psi_{i}(x_{o}, y_{o}, z_{o}, \Theta_{o}) = \Psi_{o}e^{-\left\{\frac{1}{D_{o}}\left[(x_{o}\cos\Theta_{o}+y_{o}\sin\Theta_{o})^{2}+z_{o}^{2}\right]+ik(y_{o}\cos\Theta_{o}+x_{o}\sin\Theta_{o})\right\}}$$

(4.4.3)

unde  $2D_{\vartheta}$  este grosimea fasciculului și  $\Theta_0$  este unghiul intre fasciculul luminos și  $y_0$  in planul  $x_0 y_0$ . Din (4.4.1) si (4.4.2) rezultă:

$$\begin{aligned} \Psi_{i} &= \frac{\Psi_{o} S_{o}}{R} \cdot e^{\left(-ik_{i} \cdot R\right)} \int_{\left(t-T/2\right)V}^{\left(t+T/2\right)V} \cdot dx_{o} \int_{-L/2}^{L/2} -\left\{\frac{1}{D_{o}^{2}}\left[\left(x_{o} \cos \Theta_{o} + y_{o} \sin \Theta_{o}\right)^{2} + dy_{o} \cdot e^{-L/2}\right] + ik\left(y_{o} \cos \Theta_{o} + x_{o} \sin \Theta_{o}\right)\right\} - \left[i\frac{k_{i}}{R}\left(\chi_{x_{o}} + \gamma_{y_{o}} + Z_{z_{o}}\right) - ik \cdot x_{o}\right] \\ &\quad \cdot e^{\left(t-T/2\right)V} - \left[i\frac{k_{i}}{R}\left(\chi_{x_{o}} + \gamma_{y_{o}} + Z_{z_{o}}\right) - ik \cdot x_{o}\right] \\ &\quad \cdot e^{\left(t-T/2\right)V} - ik \cdot x_{o}\right] \end{aligned}$$

In conformitate cu Fig.19, intensitatea totală a luminii imprăștiate este:

$$I = R^{2} \int_{-\pi L/2}^{\pi L/2} \cdot d\varphi \int_{-\pi L/2}^{\pi L/2} \cdot d\Theta \cdot \cos\Theta |\Psi_{t}|^{2}$$

$$X = R \cdot \sin\Theta$$

$$Y = R \cdot \cos\Theta \cdot \cos\Psi$$

$$Z = R \cdot \cos\Theta \cdot \sin\Psi$$

unde:

Pentru a rezolva integrala multiplă (4.4.4) se regrupează termenii exponențialei și după inlocuirea valorilor pentru X,Y,Z avem:

$$-\frac{1}{D_0^2} (x_0 \cdot \cos \Theta_0 + y_0 \sin \Theta_0)^2 - \frac{1}{D_0^2} \cdot z_0^2 - iky_0 \cos \Theta_0 + ikx_0 \sin \Theta_0 + ik_1 x_0 \sin \Theta_-$$
  
-ik X<sub>0</sub> + ik<sub>1</sub> cos \u03c6 cos \u03c6 y\_0 + ik<sub>1</sub> cos \u03c6 \cdot \sin \u03c6 z\_0 (4.4.6)

cu notațiile:

$$\eta = (k_1 \sin \varphi + k \sin \varphi - K)$$
$$\xi = (-k \cos \varphi + k_1 \cos \varphi \cdot \cos \varphi)$$

expresia (4.4.6) devine:

$$-\frac{1}{D_0^2} (X_0 \cos \Theta_0 + Y_0 \sin \Theta_0)^2 - i x_0 \eta_0 + i y_0 \xi - \frac{1}{D_0^2} \cdot z_0^2 + i k_1 \cos \Theta \cdot \sin \varphi z_0$$

Sub noua formă, (4.4.4) se poate scrie:

$$\begin{split} \Psi_{\hat{i}} &= \frac{\Psi_{o}S_{o}}{R} \cdot e^{-ik_{\hat{i}}R} \left\{ \int_{(t+T/2)v}^{(t+T/2)v} dx_{o} \int_{-L/2}^{L/2} dy_{o} \cdot e^{-\frac{1}{D_{o}^{2}}(x_{o}\cos\Theta_{o}+y_{o}\sin\Theta_{o})^{2} - dy_{o}} dy_{o} \cdot dy_{o} \cdot e^{-\frac{1}{D_{o}^{2}}(x_{o}\cos\Theta_{o}+y_{o}\sin\Theta_{o})^{2} - dy_{o}} dy_{o} \cdot dy$$

Se incepe integrarea cu:

$$\int_{(t-1/2)v}^{(t+1/2)v} \int_{-1/2}^{L/2} \frac{-\frac{1}{D_0^2} (x_0 \cos \Theta_0 + y_0 \sin \Theta_0)^2 - ix_0 \eta + iy_0 \xi}{\sqrt{t-1/2}v} - \frac{1}{L/2}$$
(4.4.8)

Ca și mai sus, forțăm regruparea de termeni in  $x_0$  și  $y_0$  in exponentul lui e:

$$-\left(\frac{X_{0}\cos\Theta_{0}+y_{0}\sin\Theta_{0}+\frac{c\eta D_{0}}{2\cos\Theta_{0}}}{D_{0}}\right)^{2}+i\eta y_{0}^{2}tq\Theta_{0}-\frac{\eta^{2}D_{0}^{2}}{4\cos^{2}\Theta_{0}}+iy_{0}^{2}\xi=$$

$$=-\left(\frac{X_{0}\cos\Theta_{0}+y_{0}\sin\Theta_{0}}{D_{0}}+i\frac{\eta D_{0}}{2\cos\Theta}\right)^{2}+iy_{0}\left(\eta tq\Theta_{0}+\xi\right)-\frac{\eta^{2}D_{0}^{2}}{4\cos^{2}\Theta_{0}}$$

Rescriem (4.4.8) prin introducerea acestui rezultat și in plus, mai notăm: nD.

$$\mathcal{E} = \frac{\eta v_0}{2\cos \Theta}$$

Avem:

$$e^{-\frac{\eta^{e} D_{o}^{e}}{4\cos^{2} \Theta_{o}}} \int_{(t-T/2)v}^{(t+T/2)v} \frac{L/2}{dx_{o}} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{-\left(\frac{x_{o}\cos\Theta_{o}+y_{o}}{D_{o}}\sin\Theta_{o}+i\varepsilon\right)^{2}+iy_{o}\left(\xi+\eta t g \Theta_{o}\right)}{(t-T/2)v} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{-\left(\frac{x_{o}\cos\Theta_{o}+y_{o}}{D_{o}}\sin\Theta_{o}+i\varepsilon\right)^{2}+iy_{o}\left(\xi+\eta t g \Theta_{o}\right)}{(t-U/2)}$$

expresie ce seamană cu funcția eroare de tipul:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{x} e^{-t^{2}} dt$$

Intr-adevár, scriem (4.4.9) sub forma:

$$e^{-\frac{\eta^{2} D_{o}^{2}}{4 \cos^{2} \Theta_{o}}} \int_{-L/2}^{L/2} \left\{ \int_{(t-\bar{t}/2)V}^{(t+\bar{t}/2)V} - \left(\frac{x_{o} \cos \Theta_{o} + y_{o} \sin \Theta_{o} + i\xi}{D_{o}}\right)^{2} dx_{o} \right\} e^{-\frac{1}{2} (t+\bar{t}/2)V} + \frac{1}{2} dx_{o} dx$$

Din (4.4.10) evaluam prima integrala:  $I_{1}(y_{0}) = \begin{cases} (t+T/2)v & -\left(\frac{X_{0} \cos \phi_{0} + \sin \phi_{0}}{D_{0}} + i\varepsilon\right)^{2} \\ \cdot \varepsilon & \cdot \delta \\ (t-T/2)v \end{cases} \quad dx_{0}$ 

Cu schimbarea de variabilă:

$$\frac{X_0 \cos \Theta + y_0 \sin \Theta_0}{D_0} + i \varepsilon = t$$

obtinem:

$$I_{1}(y_{0}) = \begin{cases} \frac{(t+\tau/2)v\cdot\cos\Theta_{0}+y_{0}\sin\Theta_{0}}{D_{0}} + i\varepsilon & -t\frac{D_{0}}{\cos\Theta_{0}} \cdot dt \\ \frac{(t-\tau/2)v\cdot\cos\Theta_{0}+y_{0}\sin\Theta_{0}}{D_{0}} + i\varepsilon & 0 \end{cases} =$$

$$=\frac{D_{o}}{\cos \phi_{o}} \cdot \frac{\sqrt{L}}{2} \cdot \left[ erf\left(\frac{(t+T/2)v \cdot \cos \phi_{e} + y_{o} \sin \phi_{o}}{D_{o}} + i\mathcal{E}\right) - erf\left(\frac{(t-T/2)v \cdot \cos \phi_{o} + y_{o} \sin \phi_{o}}{D_{o}} + i\mathcal{E}\right) \right]$$

Notăm termenul din paranteza dreaptă cu  $F(y_0)$ , astfel incit (4.4.10) devine:

$$e^{\frac{\eta \underline{D}_{o}}{4\cos^{2}\Theta_{o}}} \cdot \frac{\underline{D}_{o}}{\cos\Theta_{o}} \cdot \frac{\sqrt{\ln}}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \cdot F(y_{o}) \cdot e^{iy_{o}(\xi + \eta t_{g}\Theta_{o})} \cdot dy_{o}$$
(4.4.11)

Integrala obținută o calculăm prin părți, luind:

 $G'(y_0) = e^{i \cdot y_0 \left(\xi + \eta \log e_0\right)}$ 

deci:

,

$$G(y_{o}) = \frac{1}{i(\xi + \eta^{t}q e_{o})} \cdot e^{iy_{o}(\xi + \eta^{t}q e_{o})}$$

Introducid in (4.4.11) rezultă:

•

$$\begin{split} & = e^{-\frac{\eta^2 D_0^2}{4 \cos^2 \Theta_0}} \cdot \frac{D_0}{\cos \Theta_0} \cdot \frac{\sqrt{11}}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \cdot F(y_0) \cdot \hat{G}'(y_0) \cdot dy_0 = \\ & = e^{-\frac{\eta^2 D_0^2}{4 \cos^2 \Theta_0}} \cdot \frac{D_0}{\cos \Theta_0} \cdot \frac{\sqrt{11}}{2} \left[ F(y_0) \cdot \hat{G}(y_0) \int_{-L/2}^{L/2} F'(y_0) \cdot \hat{G}(y_0) \cdot dy_0 \right] = \\ & = e^{-\frac{\eta D_0^2}{4 \cos^2 \Theta_0}} \cdot \frac{D_0}{\cos \Theta_0} \cdot \frac{\sqrt{11}}{2} \left[ F(L/2) \cdot \hat{G}(L/2) - F(-L/2) \cdot \hat{G}(-L/2) \right]_{-L/2}^{L/2} \cdot \hat{F}'(y_0) \cdot \hat{G}(y_0) \cdot dy_0 \right] = \\ & = e^{-\frac{\eta D_0^2}{4 \cos^2 \Theta_0}} \cdot \frac{D_0}{\cos \Theta_0} \cdot \frac{\sqrt{11}}{2} \left[ \left[ F(L/2) \cdot \hat{G}(L/2) - F(-L/2) \cdot \hat{G}(-L/2) \right]_{-L/2}^{L/2} \cdot \hat{F}'(y_0) \cdot \hat{G}(y_0) \cdot dy_0 \right] = \\ & = e^{-\frac{\eta D_0^2}{4 \cos^2 \Theta_0}} \cdot \frac{D_0}{\cos \Theta_0} \cdot \frac{\sqrt{11}}{2} \left[ \left[ F(L/2) \cdot \hat{G}(L/2) - F(-L/2) \cdot \hat{G}(-L/2) \right]_{-L/2}^{L/2} \cdot \hat{F}'(y_0) \cdot \hat{G}(y_0) \cdot dy_0 \right] = \\ & = e^{-\frac{\eta D_0^2}{4 \cos^2 \Theta_0}} \cdot \frac{D_0}{\cos \Theta_0} \cdot \frac{\sqrt{11}}{2} \left[ \left[ F(L/2) \cdot \hat{G}(L/2) - F(-L/2) \cdot \hat{G}(-L/2) \right]_{-L/2}^{L/2} \cdot \hat{F}'(y_0) \cdot \hat{G}(y_0) \cdot dy_0 \right]$$

Explicitate, valorile devin:

$$F(L/2) \cdot G(L/2) = \left[ erf\left(\frac{(t+t/2)v \cdot \cos e_0 + (L/2)\sin e_0}{D_0} + iE\right) - \frac{1}{i(t+t/2)v \cdot \cos e_0 + (L/2)\sin e_0} + iE\right) \right] \cdot \frac{1}{i(t+t/2)v \cdot \cos e_0 + (L/2)\sin e_0} = \left[ erf\left(\alpha(+iE) - erf\left(\beta(+iE)\right) \right] \cdot \frac{1}{i(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE\right) \right] \cdot \frac{1}{i(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \left[ erf\left(\alpha(+iE) - erf\left(\beta(+iE)\right) \right] \cdot \frac{1}{i(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)(t+t/2)v \cdot \cos e_0} + iE = \frac{i(L/2)v \cdot \cos e_0}{i(L/2)v \cdot \cos e_0} +$$

unde s-a notat cu:

$$\alpha = \frac{(t+\tau/2) \vee cos \Theta_0 + (L/2) \sin \Theta_0}{D_0}$$

si cu:

$$\beta = \frac{(t - \tau/2) \vee cos \Theta_0 + (L/2) \sin \Theta_0}{D_0}$$

Analog avem:

$$F(-L/2) \cdot G(-L/2) = \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{(t+t/2) \cdot cos e_{0} - (L/2) \sin e_{0}}{D_{0}} + iE \right) - \frac{1}{D_{0}} - i(L/2)(t+\eta tq e_{0}) \right]$$

$$-\operatorname{erf} \left( \frac{(t-t/2) \cdot v \cdot cos e_{0} - (L/2) \sin e_{0}}{D_{0}} + iE \right) + iE \right) \cdot \frac{1}{i(t+\eta tq e_{0})} \cdot e^{-i(L/2)(t+\eta tq e_{0})} = -\left[ \operatorname{erf} \left( t+iE \right) - \operatorname{erf} \left( \delta + iE \right) \right] \frac{1}{i(t+\eta tq e_{0})} \cdot e^{-i(L/2)(t+\eta tq e_{0})} \cdot e^{-i(L/2)(t+\eta tq e_{0})} \right]$$

$$= -\left[ \operatorname{erf} \left( t+iE \right) - \operatorname{erf} \left( \delta + iE \right) \right] \frac{1}{i(t+\eta tq e_{0})} \cdot e^{-i(L/2)(t+\eta tq e_{0})} \cdot e^{-i(L/2)(t+\eta tq e_{0})} \right]$$

BURTER CENT

1-

unde s-a notat:

$$\gamma = \frac{(t-T/2) \cdot V \cdot \cos \varphi_0 - (L/2) \sin \varphi_0}{D_0}$$
 și cu

$$\delta = \frac{(t+1/2) \cdot v \cdot \cos \theta_0 - (L/2) \cdot \sin \theta_0}{D_0}$$

Introducem valorile găsite in (4.4.12) și avem:

$$e^{\frac{-\eta^2 D_0^2}{4\cos^2 \phi_0}} \cdot \frac{D_0}{\cos \phi_0} \cdot \frac{\sqrt{1L}}{2} \cdot \frac{1}{i(\xi + \eta t \varrho e_0)} \left\{ \left[ erf(\alpha + i\xi) - erf(\beta + i\xi) \right] \cdot e^{i(L/2)(\xi + \eta t \varrho e_0)} \right\}$$

+ 
$$\left[ \operatorname{erf}(\mathbf{i}+i\mathbf{E}) - \operatorname{erf}(\delta+i\mathbf{E}) \right] \cdot \operatorname{e}^{-i(L/2)(\mathbf{f}+\eta t_{Q} \cdot \mathbf{e}_{0})} - \int_{-L/2}^{L/2} F'(y_{0}) \cdot G_{1}(y_{0}) \cdot dy_{0} \right\}$$
  
is  $\left( (\mathbf{f}+\eta t_{Q} \cdot \mathbf{e}_{0}) \right)$ 

unde 
$$G_1(y_0) = e^{\int_0^{1} (y_0) = e^{\int_0^{1} (y_0) = e^{\int_0^{1} (y_0) = e^{\int_0^{1} (y_0) \cdot G_1(y_0) \cdot dy_0}}$$
  
Se evaluează separat ultima integrală:  
 $I_2 = \int_{-L/2}^{L/2} F'(y_0) \cdot G_1(y_0) \cdot dy_0$ 

Tinem seama de derivarea funcțiilor compuse:

$$F'(y_{o}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sin \Theta_{o}}{D_{o}} \left[ e^{-\left(\frac{(t+\tau/2) \vee \cdot \cos \Theta_{o} + y_{o} \cdot \sin \Theta_{o}}{D_{o}} + i \epsilon\right)^{2} - \left(\frac{(t-\tau/2) \vee \cdot \cos \Theta_{o} + y_{o} \cdot \sin \Theta_{o}}{D_{o}} + i \epsilon\right)^{2} - e^{-\left(\frac{(t-\tau/2) \vee \cdot \cos \Theta_{o} + y_{o} \cdot \sin \Theta_{o}}{D_{o}} + i \epsilon\right)^{2}} \right]$$

Deci:

•

$$\int_{2}^{2} \frac{2}{\sqrt{11}} \cdot \frac{\sin \Theta}{D_{0}} \int_{-L/2}^{L/2} - \left(\frac{(t+T/2)v \cdot \cos \Theta_{0} + y_{0} \cdot \sin \Theta_{0}}{D_{0}} + iE\right)^{2} + iy_{0}(F + \eta t q \Theta_{0})$$

$$-\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sin \Theta_0}{D_0} \int_{-L/2}^{L/2} \cdot e -\left(\frac{(t-\tau/2)v \cdot \cos \Theta_0 + y_0 \sin \Theta_0}{D_0} + i \mathcal{E}\right)^2 + i y_0 \left(\mathcal{E} + \eta t \mathfrak{g} \Theta_0\right) + i y_0 \left(\mathcal{E} + \eta t \mathfrak{g} \Theta_0\right)$$

Să evaluăn prima integrală:  

$$I_{3}(u) = \int_{-L/2}^{L/2} -\left(\frac{\mu \cdot v \cdot \cos \Theta_{0} + y_{0} \cdot \sin \Theta_{0}}{D_{0}} + iE\right)^{2} + iy_{0} \left(F + \eta t_{0} \Theta_{0}\right)$$

$$\cdot dy_{0} \qquad (4.4.15)$$
Excerpt observatio colorization denti integrală

Facen observația că cele două integrale din (4.4.14) se obțin din  $I_3(u)$  prin simpla inlocuire  $u = t + \frac{1}{2}$ , respectiv  $u = t - \frac{1}{2}$ .

Exponentul din I<sub>3</sub>( $\upsilon$ ) (4.4.15) se poate dezvolta după cum urmenă:

$$-\frac{y_{0}^{2}\sin^{2}\Theta}{D_{0}^{2}} - \frac{2y_{0}\cup\cdot\nu\cdot\cos\Theta_{0}\cdot\sin\Theta_{0}}{D_{0}^{2}} - \frac{U^{2}\cdotv^{2}\cdot\cos\Theta_{0}}{D_{0}^{2}} - 2\frac{y_{0}\sin\Theta_{0}}{D_{0}}i\varepsilon+\varepsilon^{2}+iy_{0}(\xi+\eta^{2}\varphi_{0})=$$

$$=-\frac{y_{0}^{2}\sin\Theta_{0}}{D_{0}^{2}} - \frac{2y_{0}\cdot\cup\cdot\nu\cdot\cos\Theta_{0}\cdot\sin\Theta_{0}}{D_{0}^{2}} - \frac{u^{2}\cdotv^{2}\cdot\cos^{2}\Theta_{0}}{D_{0}^{2}} - 2\frac{y_{0}\sin\Theta_{0}}{D_{0}}\cdoti\frac{\eta^{2}D_{0}}{2\cos\Theta_{0}} + iy_{0}\xi+iy_{0}$$

$$= -\left(\frac{y_{0}\sin\varphi_{0}\cdot\upsilon\cdot v\cdot \cos\varphi_{0}}{D_{0}}-i\mu\right)^{2}-i\frac{\upsilon\cdot v\cdot \cos\varphi_{0}}{\sin\varphi_{0}}-\frac{\mu^{2}D^{2}}{4\sin^{2}\varphi_{0}}$$

...

**BUPT** 

unde s-a notat:  $\mu = \frac{f \cdot D_o}{2 \sin \Theta_0}$ 

.

Cu această dezvoltare integrala I<sub>3</sub>(u) (4.4.15) devine:  $\frac{-f^2 \underline{D}_0^2}{4\sin^2 \Theta_0} - i \frac{\underline{U} \cdot \underline{V} \cdot \cos \Theta_0 \cdot f}{\sin \Theta_0} \int_{-L/2}^{L/2} - \left(\frac{\underline{Y}_0 \sin \Theta_0 + \underline{U} \cdot \underline{V} \cdot \cos \Theta_0}{D_0} - i\mu\right)^2 \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{D_0}{2}} \cdot e^{-\frac{1}{2}$ 

in care facem schimbarea de variabilă:

$$\frac{y_{o}\sin \phi_{o} + u \cdot v \cdot \cos \phi_{o}}{D_{o}} - i\mu = t$$

Integrala, prin schimbarea de variabilă, devine:

$$\begin{aligned} \frac{-\frac{r}{2}^{2} \cdot \frac{D_{0}^{2}}{4\sin^{2}\Theta_{0}} - i \frac{U \cdot V \cdot \cos \Theta_{0} \cdot f}{\sin \Theta_{0}}}{\frac{1}{2} (u) = e^{-\frac{r}{4}^{2} \cdot \frac{D_{0}^{2}}{4\sin^{2}\Theta_{0}}} - i \frac{U \cdot V \cdot \cos \Theta_{0} \cdot f}{\sin \Theta_{0}} \cdot \int \frac{U \cdot V \cdot \cos \Theta_{0} - (L/2) \sin \Theta_{0}}{\frac{U \cdot V \cdot \cos \Theta_{0} - (L/2) \sin \Theta_{0}} - i\mu} \\ \cdot e^{-t^{2}} \cdot \frac{D_{0}}{\sin \Theta_{0}} \cdot dt = e^{-\frac{r}{4}^{2} \cdot \frac{D_{0}^{2}}{4\sin^{2}\Theta_{0}}} - i \frac{U \cdot V \cdot \cos \Theta_{0} \cdot f}{\sin \Theta_{0}} \cdot \frac{D_{0}}{\sin \Theta_{0}} \cdot \frac{\sqrt{L}}{2} \cdot \\ \cdot \left[ erf\left(\frac{U \cdot V \cdot \cos \Theta_{0} + (L/2) \cdot \sin \Theta_{0}}{D_{0}} - erf\frac{U \cdot V \cdot \cos \Theta_{0} - (L/2) \sin \Theta_{0}}{D_{0}} \right) \right] \\ Obtinem in final: \\ I_{2} = e^{-\frac{r}{4}^{2} \cdot \frac{D_{0}^{2}}{4\sin^{2}\Theta_{0}}} \left\{ e^{-\frac{i(t - T/2)V \cdot f}{tQ\Theta_{0}}} \left[ erf(\alpha - i\mu) - erf(\delta - i\mu) \right] \\ + e^{-\frac{i(t - T/2)V \cdot f}{tQ\Theta_{0}}} \left[ -erf(\beta - i\mu) + erf(\beta - i\mu) \right] \right\} \end{aligned}$$

care, introdusă in (4.4.13) duce la soluționarea acesteia.

Revenind la (4.4.7) unde mai avem de calculat cea de-a doua integrală:

$$I_{3} = \begin{cases} H/2 & \frac{1}{D_{0}^{2}} \cdot z_{0}^{2} + ik_{i} \cos \Theta \cdot \sin \varphi \cdot z_{0} \\ \cdot e & \cdot dz_{0} \\ -H/2 \end{cases}$$

$$[_{3} = \begin{cases} H/2 - (\frac{z_{o}}{D_{o}} - \frac{1}{2} \cdot k_{1} \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi \cdot D_{o})^{2} - \frac{1}{4} \cdot k_{1}^{2} \cdot \cos^{2} \varphi \cdot \sin^{2} \varphi \cdot D_{o}^{2} \\ e & \cdot dz_{o} \end{cases}$$

notám:

$$t = \frac{z_{0}}{D_{0}} - \frac{\dot{L}}{2} \cdot k_{1} \cdot \cos \Theta \cdot \sin \varphi \cdot D_{0}$$

$$I_{3} = e^{-\frac{1}{4}k_{1}^{2} \cdot \cos^{2}\Theta \cdot \sin^{2}\varphi D_{0}^{2}} \cdot \int_{-\frac{H}{2D_{0}} - \frac{\dot{L}}{2}k_{1} \cdot \cos \Theta \cdot \sin \varphi D_{0}} \cdot e^{-t^{2}} \cdot D_{0} \cdot dt = e^{-t^{2}} \cdot D_{0} \cdot dt = e^{-t^{2}} \cdot D_{0} \cdot dt = e^{-t^{2}} \cdot C_{0} \cdot C_{0}$$

Deci, in final (4.4.7) devine:

$$\begin{split} \Psi_{t} &= -\frac{\Psi_{0}.S_{0}}{R} \cdot e^{\left(-ik_{t}R\right)} \cdot e^{\left(\frac{-\eta^{2}D_{0}^{2}}{4\cos^{2}\Theta_{0}}\right) \cdot \frac{D_{0}}{\cos\Theta_{0}}} \cdot \frac{\sqrt{\mu}}{2} \cdot \frac{1}{t\left(\frac{\mu}{\mu}+\eta t \frac{\mu}{2}\Theta_{0}\right)}}{\left(\frac{\mu}{\mu}+\eta t \frac{\mu}{2}\Theta_{0}\right)} \cdot \left[e^{\left(\frac{\mu}{\mu}+\eta t \frac{\mu}{2}\Theta_{0}\right)}\right] + \left[erf\left(\frac{\mu}{\mu}+i\epsilon\right) - e^{\left(\frac{\mu}{\mu}+i\epsilon\right)}\right] \cdot e^{\left[-i\frac{\mu}{2}\left(\frac{\mu}{\mu}+\eta t \frac{\mu}{2}\Theta_{0}\right)\right]} + \left[erf\left(\frac{\mu}{\mu}+i\epsilon\right) - e^{\frac{\mu}{\mu}+i\epsilon}\right] \cdot e^{\left(-i\frac{\mu}{2}\left(\frac{\mu}{\mu}+\eta t \frac{\mu}{2}\Theta_{0}\right)\right)} - e^{\frac{\mu}{\mu}} \cdot \left[erf\left(\frac{\mu}{\mu}+i\epsilon\right) - e^{\frac{\mu}{\mu}+i\epsilon}\right] \cdot e^{\frac{\mu}{\mu}+i\epsilon} \cdot e^{\frac{\mu}{\mu}$$

$$-\frac{i \Re(t+\tilde{t}/2)v}{tg \Theta_{o}} + \left[-erf(\beta-i\mu)+erf(\gamma-i\mu)\right] \cdot \frac{-i \Re(t-\tilde{t}/2)v}{tg \Theta_{o}} + \left[-erf(\beta-i\mu)+erf(\gamma-i\mu)+erf(\gamma-i\mu)\right] \cdot \frac{-i \Re(t-\tilde{t}/2)v}{tg \Theta_{o}} + \left[-erf(\beta-i\mu)+erf(\gamma-i\mu)+erf(\gamma-i\mu)+erf(\gamma-i\mu)\right] \cdot \frac{-i \Re(t-\tilde{t}/2)v}{tg \Theta_{o}} + \left[-erf(\beta-i\mu$$

(4.4.16)

Pentru cazul special cind  $T \rightarrow \infty$ ,  $\Psi_{\hat{l}}$  in (4.4.16) devine:

$$\Psi_{t} = \frac{\Psi_{0}S_{0}}{R} \cdot e^{\begin{pmatrix} -ik_{t}\cdot R \end{pmatrix}} \cdot \frac{\overline{u}D_{0}}{2} \cdot erf(\frac{H}{2D_{0}}) \cdot e^{-\begin{pmatrix} \frac{k_{t}D_{0}}{4} \cdot \cos^{2}\Theta \cdot \sin^{2}\Psi \end{pmatrix}} \\ - \begin{pmatrix} \frac{\eta D_{0}^{2}}{4\cos^{2}\Theta_{0}} \cdot \frac{sin[(\xi + \eta t g \Theta_{0})L/2]}{(\xi + \eta t g \Theta_{0}) \cdot \cos\Theta_{0}} \\ \cdot e \end{pmatrix}$$

(4.4.17)

Pentru cazurile in care:

$$\frac{\Upsilon \cdot v}{2 D_{o}} > \left(1 + \frac{L \cdot \sin \Theta_{o}}{2 D_{o}} \cdot \frac{1}{\cos \Theta_{o}}\right)$$

(4.4.18)

contribuția importanta la lumina imprăștiată provine de la primul termen al lui (4.4.16). Semnificația fizică a lui (4.4.18) este aceea că lumina incidentă este inclusă total in fasciculul sonor. Dazați pe (4.4.16) s-a calculat numeric intensitatea

luminii imprăștiate pentru durata de impuls acustic difractat și

timp de creștere (10 la 90%) pentru valori mari  $\exists V / 2D_0$ . In toate aceste calcule s-a luat in considerare incidența Bragg, care este unghiul cel mai eficient de imprăștiere.

Valorile intensității și timpului de creștere au fost reprezentate funcție de a, care este definit drept raportul intre unghiul de difracție al fasciculului optic și acustic.

$$a = \frac{\partial \phi}{\partial \phi} = \frac{2\lambda L}{\pi \cdot D_0 \Lambda}$$
(4.4.19)

unde:  $\partial \phi = \lambda / \pi D_0$ 

si  $2\delta \Theta = \Lambda/L$ 

unde  $\Lambda$  - este lungimea de undă acustică. Dependența timpului de creștere de a este aratată in Tig.20.



Fig.20 Timpul de creștere a luminii impraștiate funcție de raportul intre unghiul de divergență a fasciculului luminos și acustic

La valori mici ale lui a avem:

$$t_r = 1,3 D_o /v$$
 (4.4.20)

Pentru >1, păstrind D<sub>0</sub> constant, t<sub>r</sub> crește liniar cu lățimea traductorul i L. Această schimbare în timpul de creștere este dată de creșterea timpului de tranzit al undei acustice prin unda luminoasă, care este o funcție de L pentru un unghi de incidență diferit de zero. Timpul de creștere al impulsului luminii imprăștiate este aproximativ proporțional cu timpul cerut de fasciculul acustic pentru a devia fasciculul optic.

Pentru o undă optică incidentă de forma (4.4.3) și o undă acustică treaptă cu intensitate constantă pe secțiune, intensitatea imprăștiatei este:

$$I \sim \int_{-\infty}^{v.t} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{-\frac{2}{D_0^2} \left( x_0^2 \cos^2 \theta_0 - 2 x_0 y_0 \sin \theta_0 \cdot \cos \theta_0 + y_0^2 \cdot \sin^2 \theta_0 \right)}{(4.4.21)}$$

Prin integrare obtinem:

1

$$] \sim 1 \cdot 1 \alpha - \left(0.55 \alpha - \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \Theta_{o}}{D_{o}}\right) \cdot erf\left(0.55 \alpha - \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \Theta_{o}}{D_{o}}\right) +$$

$$+ \left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right) \cdot \operatorname{erf}\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right) + \left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right) + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2} - e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right)^{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right]}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right]}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right]}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right]}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right]}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right]}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right]}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right]}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t \cdot \cos \varphi_{o}}{D_{o}}\right]}\right] + \frac{1}{\sqrt{12}} \left[e^{-\left(0.55 \alpha + \frac{\sqrt{2} \cdot v \cdot t$$

Timpul de creștere figurat in comparație cu (4.4.22) coincide cu curba teoretică din Fig.20. Timpul de creștere a impulsului luminii imprăștiate a fost măsurat funcție de unghiurile de divergență a luminii și a fasciculului acustic. Ceilalți parametri sint ținuți constanți. Unghiul fasciculului optic a fost modificat cu ajutorul unei lentile.

Cunoscind lățimea traductorului L și ținind Do constant, intensitatea imprăștiatei va fi de genul celei din Fig.21.

In această figură intensitatea la virf normalizată este reprezentată funcție de a, la D<sub>0</sub> constant și puteri optice și acustice constante. Intensitatea imprăștiatei este reprezentată funcție de diverse valori  $[v/D_0]$ . Pentru valori mari ale lui  $[v/2D_0]$  intensitatea atinge maximul la a>2. De altfel, pentru valori mari ale lui a, fasciculul imprăștiat deviază de la forma gaussiană deoarece divergența sa unghiulară este redusă la cea a fasciculului sonor; astfel incit la semnale acustice mari nu se poate imprăștia toată lumina incidentă. Reducind valoarea lui

 $[v/2D_0$  curba intensității descrește pentru valori mari ale lui a. Aceasta este de așteptat, căci intensitatea imprăștiatei la virf scade pentru impulsuri mai mici de 2t, iar timpul de creștere, ca in Fig.5 crește cu L.





descrie In Fig.22 0 curbă teoretica dependenta la virf normalizată Iv/tc funcție de pentru intensității a, valori mari  $lv/2D_0$ . Pentru  $D_0$  = constant curba are un maxim la Proiectarea optimă pentru un modulator va rezulta = 1,5. cind 3 intre cele doua unghiuri de divergența ale fasciculului raportul optic și acustic este intre 1 și 2. Pentru acest caz:



Fig.22 Dependența  $I_V / t_C$  funcție de a Henținind constante puterea acustică  $(P_a \sim S_0^2 \cdot H \cdot L)$ 20

și puterea optică ( $P_{optic} \sim \Psi_0^2 \cdot D_0^2$ ) rezultă din (4.4.6) că intensitatea luminii imprăștiate este proporțională cu:

$$\mathbf{I} \sim \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{\mathsf{H}}{2\mathsf{D}_{\circ}}\right) \right]^{2} / \left(\frac{\mathsf{H}}{2\mathsf{D}_{\circ}}\right)$$

(4.4.24)

Pentru o modulație rapidă (timpul de creștere de ordinul nanosecundelor) grosimea fasciculului optic  $D_0$  in zona de interacțiune este de ordinul 10  $\mu$  m. Intensitatea maximă a imprăștiatei se va obține pentru  $H \approx D$ . Utilizind un traductor plat, este dificil de a obține o astfel de valoare mică pentru inălțimea fasciculului optic în zona de interacțiune. Hai mult, fasciculul imprăștiat derivă de la forma gaussiană cind dimensiunea fasciculului acustic se apropie de cel optic. Se sugerează că inălțimea fasciculului acustic să fie de citeva ori mai mare decit cel optic. In practică este necesar ca acesta să depăsească 50 $\mu$ m.

Pentru cazul general trebuie considerat ca  $H>2D_0$  și in aceste limite I ~ 2D\_0 /H.

Intensitatea imprăștiatei este, pentru a<1, figurată in Fig.21 cu linie intreruptă. Pentru proiectarea optimă (a  $\approx$  1,5) intensitatea se reduce cu un factor mai mic decit 2. Eficiența imprăștierii se definește ca:

$$\eta \simeq 5 (n^{6} \cdot p^{2} / p \cdot v^{3}) (\lambda_{0}^{2} \cdot H \cdot \cos^{2} \Theta_{0})^{-1} L \cdot P_{0}$$

$$(4.4.25)$$

 $\lambda_0$ -lungimea de undă optică in aer

 $\eta$  - indicele de refracție

- p constanta fotoelastică
- $\phi$  densitatea de material
- V viteza acustică
- H inaltimea traductorului acustic
- L latimea traductorului acustic
- $P_{a}$  puterea acustică

Raportul intre eficiența imprăștierii și timpul de creștere devine:

$$\eta / t_{c opt} \simeq 4 \frac{n^7 p^2}{p \nu} (\lambda_0^3 H \cos^2 \Theta_0)^{-1} P_a \cdot \frac{1}{t_0}$$

$$(4.4.26)$$

unde fo este frecvența centrală acustică.

Se notează cu:

Şi

$$n^7 p^2 / p \cdot v = M_1$$

meritul acustic.

Valoarea lui  $f_0$  este determinată de separarea necesară intre fasciculul incident și cel imprăștiat. Pentru o separare mai mare de dublul unghiului de difracție, trebuie ca [74] :

$$f_{0} \ge \frac{4}{1} \cdot \frac{1}{D/V}$$
combinat ou (4.4.23):  

$$f_{0} \ge 2/t_{c opt}$$
(4.4.27)

introducind in (4.4.26):  

$$\eta / t_{c opt}^2 \leq 2 M_1 (\lambda_0^3 H \cos^2 \theta_0)^{-1} P_d \qquad (4.4.28)$$
Eactor colorly half of the set of the set

Toate calculele au fost făcute pentru un fascicul acustic cu profil gaussian cu grosimea  $D_0$ , constantă pe lungimea interacțiunii. Mărimea grosimii în realitate, depinde de punctul de măsurare. La un fascicul c**e** se propagă în direcția z [35] :

$$\frac{D^{2}(z)}{D_{0}^{2}} - 1 = \left(\frac{\lambda z}{\ln D_{0}^{2}}\right)^{2}$$

unde D este grosimea minimă la z = 0. Definind lungimea fasciculului L ca distanța intre două puncte unde D(z)/D<sub>0</sub> = 2 rezultă:

$$L = 10.9 \frac{D_0^2}{\lambda}$$

(4.4.30) Combinind (4.4.19), (4.4.23), (4.4.27) și (4.4.30) raportul intre lungimea fasciculului și lățimea traductorului pentru modulatorul optim (a = 1,5) este:

$$\frac{l}{L} > 5,5$$

(4.4.31)

Conform cu condiția Bragg unghiul de incidență trebuie să fie egal cu:

$$\theta_0 = \arctan \frac{1}{2} \lambda / \Lambda$$

și raportul N intre unghiul Bragg și dublul unghiului de divergență al undei acustice

$$N = \frac{\lambda L}{2 \Lambda^2}$$
(4.4.32)

¥.

trebuie să fie mai mare decit 1 (4.4.1).

Combinind (4.4.19), (4.4.27) si (4.4.32) rezultatul este

$$N \ge \alpha \simeq 1.5$$

Astfel, prin proiectare optimă, mai mult de 98% din lumina difractată poate fi obținută pentru primul·ordin de difractie.

· · .

## 4.5 Caracteristicile traductoarelor acustice ultrasonice pentru excitarea undelor de volum

Proiectarea unui traductor este, in general, legată de o pierdere de conversie mică și necesitatea unei benzi largi de trecere. Funcționarea unui traductor este dependentă de parametri acustici și electrici care descriu configurația sa fizică și circuitul electric la care sint conectați.

## 4.5.1 Impedanța, pierderi prin conversie și banda de trecere

#### 4.5.1.1 Precizari



#### Fig.23

Considerăm configurația cu traductor aratată in Fig.23. Placa piezoelectrică poate vibra intr-unul sau mai multe moduri acustice prin aplicarea unui potențial sinusoidal pe electrozii intermediari și de capăt.

Pentru a simplifica analiza, se fac urmátoarele supozitii:

- dimensiunile laterale ale traductorului sint mari in comparație cu lungimea de unda acustică, iar simetria cristalului este corect aleasă, astfel incit placa traductorului poate fi excitată intr-un mod dimensional pur, cu propagarea undei acustice in direcția transversală, spre mediul acustic de interacțiune cu lumina;

- in placa piezoelectrică pierderile acustice se consideră mici și se pot neglija;

- mediul acustic, cu simetria necesara modulului acustic ales și electrozii, transmit puterea acustică fară conversie de mod;

- contactul electric la electrodul de capat lasa un mod liber de oscilație;

- energia acustică este radiată de placa piezoelectrică in substratul acustic, astfel incit dimensiunile inițiale ale fasciculului sint definite de dimensiunile electrodului de capăt.

Traductorii care satisfac astfel de condiții pot fi analizați după teoria monodimensională [36].

In conformitate cu această teorie, circuitul echivalent arată că in Fig.24, unde placa piezoelectrică este reprezentată prin circuitul Mason [37], electrozii sint modelați de linii de transmisie, electrodul de capăt se consideră scurtcircuit acustic, iar mediul acustic este reprezentat de o impedanță reală.



Se definesc [38], in unități electrice echivalente pentru forța dirijată transversal, către mediul acustic ( $F_i$ ) și viteza particulei  $U_i$  după cum urmează:

$$u_{i} = F_{i} / \phi$$
 (4.5.1)  
 $I_{i} = u_{i} \cdot \phi$  (4.5.2)

unde  $\[mathcal{e}=h\cdot C_0\]$  poate fi privită drept raportul de transformare al unui transformator din circuitul electric către cel acustic; h este constanta piezoelectrică corespunzătoare și  $C_0$  este capacitatea legată (la deformare constantă) a plăcii piezoelectrice. Definiția dată permite exprimarea impedanței acustice specifice a piezotraductorului ( $Z'_0$ ) in ohmi:

$$R_{0} = \frac{A \cdot Z_{0}^{\prime}}{\varphi^{2}} = \frac{i k}{\omega_{0} c_{0} k^{2}}$$

unde  $\int_{0} = \omega_{0}/2\tilde{h} = V_{0}/2t_{0}$  - frecvența proprie definită de viteza acustică în traductor  $v_{0}$ , grosimea  $t_{0}$  și K - constanta electromecanică de cuplare [38], iar A - suprafața activă a traductorului definită de dimensiunile electrodului de capăt. Grație importanței procesului de conversie acustoelectric, se definesc grosmi ale electrozilor normalizate [39], astfel:

 $d_1 = f_0 / f_1 = v_0 t_1 / v_1 \cdot t_0$  (4.5.4)

 $d_2 = f_0 / f_2 = v_0 t_2 / v_2 \cdot t_0$ 

(4.5.3)

unde f<sub>1</sub>, f<sub>2</sub> sint frecvențele proprii ale electrozilor. Mai definim impedanțe acustice normalizate:

$$\Gamma_{1} = Z'_{1} / Z'_{0} = R_{1} / R_{0}$$

$$\Gamma_{2} = Z'_{2} / Z'_{0} = R_{2} / R_{0}$$

$$\Gamma_{B} = Z'_{D} / Z'_{D} = R_{B} / R_{0}$$
(4.5.7)
(4.5.8)

unde  $R_1$ ,  $R_2$  și  $R_3$  sint echivalente in unități electrice ale

impedanțelor acustice electropilor si a mediului acustic. Pentru un traductor ideal parametrii K,  $c_0$ ,  $f_0$ ,  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $r_1$ ,  $r_2$  și r\_D sint suficienți pentru a descrie funcționarea traductorului. In general, pentru o alegere de pereche placă piezoelectrică substrat acustic, se găsesc un set diferit de parametri pentru operarea în unde longitudinale și transversale. Dacă constanta electromecanică are valori unuale între 0,1 < k < 0,7, impedanțele acustice ale electrozilor și substratului acustic sint0,1 < r < 5

# 4.5.1.2 Impedanța electrică de intrare a traductorului

Impedanța electrică pentru un traductor fară pierderi, conform [38], este:

### $Z_3 = 1/i\omega C_0 + Z_0$

(4.5.9)

unde  $2_{\mathbf{Q}} = \mathbf{R}_{\mathbf{Q}} + \mathbf{i} \mathbf{X}_{\mathbf{Q}}$  este impedanța radiată rezultată din excitația acustică. Puterea electrică din partea reală a acostei impedanțe,  $\mathbb{R}$ , reprezintă transferul de putere mecanică spre substratul acustic. Configurația placă - substrat ecustic, formează un resonator acustic monodimensional - care poate opere la rezonanță fundamentală sau în armonici. Rezonatorul nu poste fi excitat la multipli pari ai frecvenței proprii, dartoriță anulării fazei date de tensiunea indusă piezoelectric. Astfel incit, frecvența de răspans al lui  $\mathbb{R}_{\mathbf{Q}}$ , care oplindește răspunsul rezonatorului acustic, are fundamentalele și armonicile la O la  $2f_{\mathbf{0}}$ ;  $2f_{\mathbf{0}}$  lu  $4f_{\mathbf{0}}$  etc.

La dispositivul utilizat de autor se lucrează in modul fundamental intre frecvențele  $2f_0$  si  $4f_0$ . --

Decă electrozii sint subțiri din punct de vedere acustic, (d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub> < 0,1) răspunsul în frecvență al lui Z<sub>0</sub> are o formă simplă. Partea reală și imaginară a lui Z prezintă simetrie pară sau impară față de f<sub>0</sub>:

$$R_{a} = \hat{R}_{a} = (4k^{2}/\Pi_{r_{D}})(1/\omega_{o}C_{o})$$
(4.5.10)

 $X_0 = 0$  la  $f = f_0$ 

(4.5.11)

Réspunsul la fundamentale și apmonici este identic cu frecvența

centrala data de  $f_n = N impar \cdot f_o$ 

Pentru a construi adaptarea electrică a traductorului este necesară considerarea Q electric al impedanței de intrare a modulatorului. Deoarece răspunsul traductorului este legat de frecvența proprie a plăcii piezo, este convenabil a defini la f=fo radiația  $Q_r$ a traductorului:

$$Rr = 1/\omega_0 \cdot C_0 \cdot R_0$$

(4.5.12)

care, pentru electrozi subțiri se reduce la:

$$Qr = 1/\omega_0 C_0 \cdot \hat{R}_d = \pi_p / 4K^2 -$$

(4.5.13)

Cui traductorii pláci au valori tipice 0,1<K<0,7 și  $0,1<r_0<5$  radiația Q poate acoperi o mare gamă de valori depinzind de configurația traductorului. Pentru unde ultrasonore Qr=5÷50 impedanți rezultantă electrică, se comportă reactiv și prezintă dificultăți de proiectare.

In cele arătate mei sus nu s-au asunat pierderi electrice in troductorul piero. Suarțul este un dielectric de calitate foarte bună, astfel incit supoziția este fondată. La frecvențe inalte intervine insă efectul contactelor la electrozi și acestea nu sint neglijabile. Ele introduc o impedanță serie  $Z_{Se} = R_{Se} + i X_{SE}$ ustfol incit impedanța totală a traductorului devine:

$$Z_3 = Z_{se} + 1/i \omega C_0 + 2_0$$
 (4.5.14)

We low tipice:  $X_{se} = 0,1 \div \ln H$  si  $R_{se} = 0,1 \div 2 \Omega$ 

#### 4.5.1.3 Pierderi de neadaptare

Dacă traductorul este conectat la o sursă, cu impedanța reală 20, traductorul este neadaptat. Conversia neadaptată a puterii electromagnetice in acustică este dată de raportul de pierderi:

$$T(f) = P_{A} / P_{2}$$

unde P<sub>A</sub> - puterea absorbità de la sursa, iar P<sub>2</sub> - puterea

absorbită de partea reală a impedanței de radiație a traductorului.

$$T(f) = \frac{(Z_0 + R_{se} + R_a)^2 + (X_{se} + X_a - 1/\omega C_0)^2}{4Z_a R_a}$$
(4.5.16)

care mai poate fi scrisă drept produsul:

$$T(f) = [M_e(f)][M_a(f)]$$

(4.5.17)

a două funcții de pierderi prin conversie și care sint legate de răspunsul circuitului electric și cel al rezonatorului acustic, format de traductor și substrat. Ele se definesc cu:

$$M_{e}(f) = \frac{(Z_{0} + R_{se} + R_{a})^{2} + (X_{se} + X_{a} - 1/\omega C_{0})^{2}}{4Z_{0} \cdot \hat{R}_{a} (\omega_{o}/\omega)^{2}}$$

$$M_{a}(f) = \frac{\hat{R}_{a} (\omega_{o}/\omega)^{2}}{R_{a}}$$
(4.5.10)

(4.5.19)

Cum răspunsul electric și acustic nu sint independente pentru K>O, definițiile de mai sus permit compararea răspunsului rezonatorului acustic cu răspunsul unei funcții electrice, care este controlată în principal de circuitul electric de intrare. Se va arăta că banda de trecere electrică și acustică pot diferi, astfel incit banda globală va fi limitată de cea cu răspunsul cel mai ascuțit.

Pentru electrozi acustici subțiri funcția de bandă acustică devine:

$$M_{0}(i) = \frac{(\sin \phi_{0})^{2} + (\Gamma_{0} \cdot \cos \phi_{0})^{2}}{(\Gamma_{D}/2)^{2} (1 - \cos \phi_{0})^{2}}$$
(4.5.20)

la d<sub>1</sub> = d<sub>2</sub> = 0. Astfel, pentru electrozi subțiri  $\mathbb{M}_{0}(f) = 1$  la f/f<sub>0</sub> = 1 și simetric față de f<sub>0</sub>. Reprezentarea grafică a funcției  $\mathbb{M}_{0}(f)$  (4.5.20) - Fig.25, arată dependența puternică de r<sub>D</sub>. Substraturi cu impedanța acustică normalizată mai mare de r<sub>D</sub> =  $\sqrt{2}$  dau două minime.



#### Fig.25

Unde rezonanța plăcii piezoelectrice este puternic incărcată cu substratul acustic, banda de trecere dată de H  $\alpha$  (f) este relativ mare. Pentru configurații  $\Gamma_D = 0.5 \div 2$  banda de 3 dI este intre 0,23 la 1,1.

Cind electrozii nu sint acustici subțiri, banda de trecere acustică nu este in general simetrică față de f<sub>0</sub> și va fi distorsionată față de (4.5.20). Totuși, dacă necesități de fabricație impun un electrod intermediar relativ gros, grosimea traductorului poate fi aleasă, pentru un răspuns simetric și de bandă acustică largă.

Dacă grosimea electrodului de capăt este relativ mare, perturbarea benzii de trecere acustică este pronunțată, deoarece acesta introduce unul sau mai multi poli de pierdere în răspunsul acustic. Perturbarea dată de electrodul de capăt este o limitare serioasă la frecvențe ridicate, deoarece necesităti practice de pierdere electrică impun o grosime minimă.

#### 4.5.1.4 Pierderi la adaptare

Pentru a obtine functionarea cu pierderi de conversie impedanta reactivá a traductorului trebuie adaptată minime, la impedanta sursei Z .Efectul reactiv al traductorului se poate anula prin adăugarea unor impedanțe serie sau paralel la terminalele electrice. Pentru frecvente in jur de 50 MHz, ca in lucrarea de față, se recomandă adaptarea serie, inductanța se proiectează astfel incit să fie rezonanta cu reactanta traductorului,  $\chi_{se} + \chi_{0} - 1/\omega C_{0}$ . Partea reală a impedanței, Rse + Ro este tipic de ordinul ohmilor, astfel ca oricum apar pierderi de neadaptare de aprox. 10 dB cind  $Z_0 = 50$  ohm.

Mai trebuie punctat că, dacă traductorul este fară pierderi ( $R_{se}=0$ ) și dacă se face o adaptare perfectă conjugată (serie + paralel) la terminalele electrice, impedanța acustică vazută de semnalele aplicate traductorului, impedanța dată de substratul acustic, este și ea adaptată și astfel nu apar reflexii acustice. Adaptare simultană electrică și acustică nu este posibilă deoarece  $R_{se} > 0$ .

Pentru traductoare cu Q electric mai mare de 5, forma funcției acustice de bandă este aproximativă ca in cazurile neadaptate (4.5.19). La frecvența de rezonantă, pentru care se face adaptarea  $f = f_{R}$ , traductorul poate fi văzut ca doi rezonatori cuplați, unul electric și celălalt acustic. Daca Q al rezonatorului electric este mai mare, banda de trecere  $M_{e}(f)$  va fi mică (forma ascuțită). Dacă raspunsul acustic  $M_{0}(f)$  este de bandă largă la  $f = f_{R}$  in interiorul benzii, răspunsul in frecvență al traductorului este esential determinat de răspunsul circuitului electric.

## 4.5.2. Proiectarea pentru pierderi mici de conversie și bandă largă

Una din problemele de baza ale proiectarii consta in rețeaua de adaptarea impedanței pentru a permite funcționarea in bandă largă.

In capitolul precedent s-a văzut că răspunsul acustic al traductorilor plăci subțiri este de bandă largă; benzi de 3 dB/octavă se obțin usor. Oricum, factorii de cuplare electromecanici dați de cele mai multe materiale piezoelectrice duc la un Q electric mare.

In particular, cind se determină o rețea ideală de adaptare intre sarcina reactivă și sursa rezistivă, există relații definite intre coeficientul de reflexie al intrării și Q . Funcționarea in bandă largă se obtine prin proiectarea retelei pentru pierderi uniforme pe o bandă de trecere cerută și cu citQ este mai mare, cu atit sint necesare pierderi de reflexie mai mari.

In cele ce urmeazá consideram metode simple de adaptare electrica și acustica care permit funcționarea traductorilor de benzi de trecere moderate (max.20%), care coincid cu plaja datá de metodele de proiectare pentru partea electronica.

#### 4.5.2.1 Adaptarea electrica

Considerám o retea din douà elemente ca in Fig.26



care permite adaptarea de impedantă pentru o valoare fixă a capacității traductorului. Rețeaua constă din inductoare serie și paralele care se pot proiecta să se obțină adaptarea la o frecvență dată.

Dacă considerăm  $X_{se} = \omega L_{se}$  departe de rezonanța serie cu reactanța traductorului  $X_T = X_G - 1/\omega C_0$ , componentele admitanței sint date de:

$$B \approx Bpa - 1/(X_{se} + X_{T})$$

$$G_{d} = \frac{R_{se}/X_{T}^{2}}{(1 - |X_{se}/X_{T}|)^{2}}$$

$$G_{a} = \frac{R_{a}X_{T}^{2}}{(1 - |X_{se}/X_{T}|)^{2}}$$

Dacă rezistența traductorului  $R_{se} + R_{q}$  este mai mică decit impedanța sursei, se poate găsi o valoare a lui L astfel incit  $G_{d} + G_{q} = Y_{0}$  să se obțină la o frecvență dată. O adaptare conjugată și pierderi minime se obțin ajustind Lpo pentru rezonanța paralelă și pierderile prin conversie date de raporturi de pierderi.

$$T(f_R) = 1 + G_d / G_a \approx 1 + R_{se} / R_a$$

O analiză completă arată că banda de trecere a pierderilor prin conversie cind Xse este prezent, este redusă cu factorul aproximativ  $(1-|X_{se}/X_T|)^2$  comparat cu cazul adaptării paralele cu X<sub>se</sub> = Q. Astfel, cele două elemente de adaptare duc la pierderi mici de conversie la o bandă de trecere redusă.

In unele cazuri,mica valoare a lui  $L_{se}$ , obținută la posiționarea contactului pe traductor, poste li folosită prin alegerea corectă a lui C<sub>0</sub> pentru a obține adaptarea conjugată.

#### 4.5.2.2 Adaptarea acustică

O adaptare conjugată in condiția rezonanței electrice paralele poate fi folosită printr-o alegere convenabilă a grosimii electrodului intermediar și a impedanței acustice. Dacă considerăm, in cele ce urmează, un electrod de capăt acustic subțire,  $Z_{SE} = 0$  și o valoare moderată a constantei de cuplare piezoelectrică, raportul  $G_0 / Y_0 \approx R_0 / Z_0$  este tipic mult mai mic decit 1 prin alegerea convenabilă a dimensiunilor laterale ale traductorului. Astfel, parametrii electrodului intermediar se selectază ca să crească  $G_0$  la frecvența de rezonanță paralelă  $f_R$ . Aceasta este echivalentă cu descreșterea valorii lui Mo (f**r**).

Un caz particular il reprezintă coincidența rezonanței electrice cu frecvența proprie a plăcii piezoelectrice ( $f_R = f_0$ ) La proiectarea electrodului intermediar de  $\Lambda/4$  la  $f_0$  (grosime normalizată d<sub>21</sub> = d<sub>22</sub> = 0,5), conductanța de radiație este:

$$G_{C_{1}}(f_{0}) = (4K^{2}/1r_{D})(\omega_{0}C_{0})(r_{2})^{-2}$$

Un electrod intermediar cu o valoare suficientă pentru impedanța acustică normalizată se poate utiliza pentru a obține Gc (fo) = Yo

Electrozi intermediari, executați din mai multe straturi, aranjați in perechi, duc la valori mari pentru Go (fo), dar cu sacrificii mari in banda de trecere. Dacă se construiesc la  $\Lambda/4$  la fo (grosime nominalizată d<sub>21</sub> = d<sub>22</sub> = 0,5) conductanța de radiație este:

$$G_{G}(f_{0}) = (4K^{2}/ILr_{D})(\omega_{o}C_{o})(r_{22}/r_{21})^{2N}$$

Astfel, o depunere electrod (21) de impedanță mică, urmată de una (22) de impedanță mare duce la mărirea lui G  $(f_0)$ . Și in dispozitivul realizat s-a utilizat un electrod intermediar din două straturi.

In comparație cu adaptarea electrică, adaptarea acustică este mai puțin practică, deoarece se dispune de un număr limitat de materiale pentru electrozi intermediari care să imbine proprietățile acustice cu cele electrice și cele de tehnologia depunerilor. In practică, rar se utilizează mai mult de două straturi de adaptare acustică, deoarece raportul de transformare dat de două straturi este suficient să se obțină  $G_Q \simeq Y_0$  și problemele de fabricație cresc rapid, dacă se utilizeză mai multe straturi. Mai trebuie adăugat că, o dată cu creșterea numărului de straturi, astfel că banda acustică se ascute la citeva procente, cresc pierderile acustice date de prezența unor pierderi relativ mici in straturi.

Dacă ne referim la cuarț, acesta are constanța de cuplare mică, care duce la pierderi de conversie mari pe o bandă mare de frecvență.

Fumai probleme de fabricație a unor plăci piezoelectrice cu grosimi mai mici, de ordinulµm limitează utilizarea lor la frecventa sub 1 GHz.

Fabricația curentă duce la grosimi intre 0,1 - 0,5 mm cu fundamentale intre 50 - 100 MHz. Se poate lucra și pe armonici pentru frecvența de cca. 2 GHz, dar cu pierderi de pină la 20 dB. La cuarț, funcționarea pe armonici duce la pierderi sub 20 dB.

Traductoarele plăci au tensiune de străpungere mai mare decit a celor depuse ca film și se pot utiliza la generarea de puteri acustice ridicate (10 - 100 M). Hetode recent de lipire a plăcii piezoelectrice de un substrat acustic permit polizarea mecanică pina la grosimi foarte mici (5  $\mu$  m), ceea ce permite funcționarea pe o fundamentală ridicată (0,8 GHz).

Pentru operații cu pierderi mici, stratul de lipire trebuie să fie foarte subțire și uniform. Probabil cel mai ușor de utilizat material de lipire pentru unde longitudinale este phenilbenzoatul, care la topire (70°C) permite observarea franjelor de interferență de contact intre cristal si electrod (fiind transparent).

Aceasta permite controlul grosimii stratului de lipire pină la grosimi de  $\lambda/2$  a luminii utilizate.

#### CAPITOLUL 5

#### **REZULTATE EXPERIMENTALE**

Pentru a obține practic deflexia acustooptică a trebuit să se creeze condițiile aplicării riguroase a rezultatelor teoretice in capitolele precedente.

In primul rind, s-a urmărit alegerea adecvată a materialelor cit si indicarea tehnologiei de prelucrare si testare pentru cele două medii: cel de interacțiune acustooptică (cuarț + LiNb03) si traductorul piezoelectric cuarț).

In cel de-al doilea rind, s-au pus la punct tehnologiile de asamblare pentru dispozitive acustooptice, precum și adaptarea electrică vizavi de montajele electronice de excitare.

In cel de-al treilea rind, s-au proiectat și realizat dispozitive experimentale insoțite de dezvoltarea unor metode de măsură adecvate, astfel incit să se asigure stabilitatea si repetabilitatea obținerii deflexiei acustooptice.

#### 5.1 Niobatul de litiu

# 5.1.1 Caracteristici și aplicații

Niobatul de litiu pur și dopat este folosit ca element electrooptic, acustooptic si piezoelectric in tehnica laserelor. Poate fi utilizat in domeniul holografiei cu laser - holografie de fază - prin modificarea locală a indicelui de refracție și de amplitudine prin modificarea locală a coeficientului de absorbție. Mai putem adăuga că se poate face in plan sau in volum.

Niobatul de litiu prezintă transparență bună in domeniul 0,3 - 5 microni. Densitatea niobatului de litiu este de 4,612 g/cm<sup>3</sup> iar duritatea pe scară Hohs este de 4,5, fapt ce permite o prelucrare bună a cristalelor. Cristalele nu prezintă clivaj. Temperatura de topire a niobatului de litiu este de 1260°C, iar temperatura Curie este de 1210°C. Indicii de refracție pentru lungimea de undă de 0,6  $\mu$ m sint n = 2,2967 si n = 2,2082, adică o birefrigență de -0,0385. Cristalele prezintă stabilitate dimensională bună, coeficientul de dilatare fiind de 16,7.10° in lungul axei 0 si 2,0.10° in lungul axei C.

Structura cristalină a niobatului de litiu este

hexagonală și apartine 3m. Ionii de niobat și cei de litiu sint inconjurați de octaedri ușor deformați trigonal formați de ioni 02. In lungul axei C, acești octaedri sint ocupați în secvența Hb-Li-octaedru liber.

Cristalul de niobat de litiu poste socepta o gamă destul de mare de impurități.

Go dițiile esențiale pe care trebuie să le indeplinească elementul acustooptic sint: transparență la lungimea de undă laser, stabilitate la agenți externi, variații mici cu temperatura ale parametrilor funcționali, să poata fi crescute ușor cristale omogene și de dimensiuni mari.

Obtinerea elementului activ necesită patru procese esentiale:

- creșterea,
- polarizarea,
- prelucrarea,
- teste.

#### 5.1.2 Cresterea

Cristalele de niobat de litiu (compoziție congruentă) au fost crescute prin metoda Czochralski [40] in creuzet de platină, in Institutul de Fizică și Tehnica Aparatelor de Radiații, Magurele.

S-au folosit douà tipuri de instalații: ADL - cu control manual și MALVERN - cu control automat a procesului de creștere. Incălzirea s-a făcut prin inducție, creșterea in oxigen. Pentru obținerea de cristale de calitate bună au fost incercate diverse variante de montaje termice (izolație, incălzire după creștere, bobine de inducție, etc.).

Materia primă uilizată a fost LiNbO3 pur 99,999%, orientat după axa z și a fost aleasă din cristale de calitate bună pentru a evita propagarea dizlocațiilor in noul cristal.

Cristalele au fost crescute in viteza relativ mica 3-7mm/h (30 - 70 rotatii/minut), iar după crestere au fost răcite la temperatura camerei cu o rată de răcire de cca.100°C/h. Au fost obținute mai multe cristale de diverse dimensiuni (diametre ouprinse intre 1,5 - 3 cm și lungimi de 3 - 5 cm). S-a constatat că cele mai bune cristale au fost obținute cu instalația MALVERN cu control automat al procesului de creștere, evitindu-se astfel fluctuațiile termice.

#### 5.1.3 Polarizarea

Cristalele de LiNb03 sint feroelectrice (temperatura Curie 1150 - 1210°C funcție de compoziția cristalului), prezentind momente de dipol spontane, care conduc la structura polidomeniu in cristalele nepolarizate. Grupul de simetrie 3m cu directia principală C (Z) conduce la aparitia de domenii rotite cu 180 unul fată de altul. Din acest motiv, adică structură polidomeniu, apar birefrigente accidentale. La peretii intre domenii, apar variații puternice ale indicilor de refracție care influentează negativ procesele de propagare ale luminii. De aceea cristalele de LiNb03 sint supuse, după creștere, unui proces de polarizare. Se realizeaza o rotire a domeniilor intr-un cimp electric dat. Valoarea cimpului aplicat este mult diminuată dacă procesul are loc la o temperaturà apropiată de punctul Curie.

Procesul de polarizare poate fi efectuat in timpul creșterii, menținind temperatura inaltă in incalzitorul din zona de creștere și aplicind o tensiune intre topitură și amorsă intr-un cuptor special după procesul de creștere. Experienta noastră a indicat faptul că apar neuniformități in polarizare dacă acest proces are loc in timpul creșterii și din acest motiv a fost realizat un cuptor special destinat acestui proces de polarizare.

Cuptorul de polarizare prezintă un gradient la cristal de ordinul 2°C/cm. Ratele de incalzire și răcire s-au limitat la 100°C/h. Polarizarea se realizează mentinind un cimp de 1V/cm (curent tipic 20mA) in lungul axei optice, pentru aproximativ o oră in jurul temperaturii Curie. Tensiunea se aplică prin intermediul unor electrozi de platină asezati pe capetele cristalului (perpendicular pe axa C) tăiat și șlefuit.

In procesul de polarizare se realizează și tratamentul termic pentru reducerea tensiunilor reziduale din cristal.

In timpul creșterii și polarizării trebuie luate precauții speciale pentru evitarea tuturor surselor de impurificare și mentinerea cristalului intr-o atmosferă bogată in

oxigen. Lipsa de oxigen duce la o colorare maronie a cristalului. Impuritățile accidentale, in special fierul, determină o scădere substanțială a pragului de distrugere a cristalelor.

Verificarea polarizării cristalelor se face observind domeniile feroelectrice după un atac chimic, cu ajutorul unui microscop. Probele sint tăiate perpendicular pe axa C si introduse intr-o soluție de HF + 2HNO3 la 110°C timp de 10 minute. Domeniile negative sint vizualizate prin capetele de dislocații, cele pozitive sint practic neatacate după 10 minute.

#### 5.1.4 Prelucrarea

Procesul de prelucrare conține trei etape:

- orientare,
- tăiere,
- șlefuire.

Cristalele montate pe un goniometru ce se poate atașa mașinii de tăiat (un disc diamantat), sint orientate cu ajutorul razelor X (instalație TUR K 62) prin metoda Lane, cu precizie de orientare +0,5° față de axa cristalografică dorită.

Pentru obținerea de precizii mari la orientare, s-a pus la punct un dispozitiv de orientare in timpul șlefuirii. Metoda se bazează pe centrarea figurii conoscopice (crucea de Malta) la direcția de propagare a luminii unui laser He-Ne. Plasind capul de șlefuire pe un banc optic intre doi polarizori incrucișati, se reglează acesta, pina cind spotul laser coincide cu centrul crucii. Din cițiva pași succesivi (șlefuire, orientare) se realizează precizia cerută. Este suficientă orientarea unei fețe, cea de-a doua se realizează prin paralelism.

Prelucrarea mostrelor de niobat de litiu urmează, in principiu, aceeași tehnologie ca prelucrarea elementelor medii active laser de diferite durități. Tinind cont insă de particularitățile pe care le reprezintă aceste elemente, se impun in final unele mod ficări ale procesului tehnologic de prelucrare propriu-zis.

Deosebirea in prelucrarea acestor elemente iși are originea in caracteristicile fizico-mecanice ale niobatului de litiu.

Preponderente ar fi duritatea scărucă și casabilitatea ridicată.

Toate etapele impun orientări cu instalație corespunzătoare cu raze X, amintite, pentru a asigura incadrarea in abaterile admise de la axele cristalografice.

In cazul prelucrării fețelor frontale se impun condiții atit legate de paralelismul fețelor cit și de calitatea suprafețelor- planeitate.

In ceea ce privește calitatea suprafețelor frontale se impune realizarea unor suprafețe bine șlefuite, incit atit abrazivul folosit să fie corespunzător, cit si lubrifiantul folosit să nu ducă la conglomerări de abraziv, care ar duce la apariția unor zgirieturi.

Abrazivele folosite sint in ordine urmatoarele:

- pentru prelucrarea grosierá - carborund 600,

- pentru prelucrarea de finisare (pe etape):

- finisare I - diamant 3µ m

- finisare II - diamant 1µ m

- finisare III - diamant 1/4µ m

Ca lubrifiant, singurul care dă rezultate este de tipul "Hyprez OS fluid". Proporția abraziv/lubrifiant fiind 1:7.

Platanele folosite pentru a realiza suportul amestecului lubrifiant - abraziv sint următoarele:

- prelucrare grosieră: - fontă,

- prelucrare de finisare I si II: - staniu,

- prelucrare de finisare III: - indiu.

Menționăm că toate acestea au fost folosite in obținerea mostrelor. Presiunile specifice de lucru, care contribuie pregnant la apariția zgirieturilor, nu trebuie să depăsească pentru prelucrare de finisare I si II - 150 gr/cm<sup>2</sup>, iar pentru prelucrare de finisare III - 60 gr/cm<sup>2</sup>.

Se cere o curățenie mare a locului de muncă, densitatea prafului (SiO2) fiind de 7,5 (liohs), iar granulația o poate depăși pe cea a abrazivului și de obicei are muchiile ascuțite.

Tăierea se face cu mașina de tăiat "Microslice 2" și prelucrarea pe mașina de tăiat "Logitech", proba fiind prinsă intr-un dispozitiv atașat mașinii (tip PP5).

Platourile trebuie sa fie solide (grosimi mai mari de 1,5 - 2 cm) pentru a se putea obține o calitate de exceptie.



Fig.27a Hodulator cu LiNbO3 pe bancul de incercari antireflex

# 5.2 Determinarea constantelor elastice și piezoelectrice ale cristalelor de LiNbO3 utilizate

Determinarea constantelor elastice și piezoelectrice pentru cristalele de Li‼b03 este complicată din cauza unui mare număr de constante independente și multele posibilități de combinatie a acestora.

In clasele de cristal (3 m), există șase constante independente elastice, patru piezoelectrice și două dielectrice [37].

Există metode de determinare a constantelor amintite prin măsurători pe cristal, mici ca dimensiune, prelucrate după direcții determinate. Necesitățile de fabricație se reduc la suprafețe plane și paralele. În princ ipiu este posibilă determinarea constantelor de materiale ale LiNbO3 prin utilizarea modului volumetric așa cum a fost utilizată determinarea in cazul cuarțului [41], sau în general [42] pentru cristalele piezoelectrice.

# 5.2.1 Modul de vibrație volumetric

Un mod de vibrație volumetric intr-o placă poate fi interpretat ca o undă staționară formată de unde ce se propagă intr-o direcție perpendiculară pe suprafețele mari ale cristalului.

Viteza  $v_{\alpha}$  a unei unde plane intr-un mediu piezoelectric ce se propagă in direcția  $\bar{n}$  este dată de următoarele ecuații:

$$V_{\alpha} = \sqrt{\frac{\bar{c}_{\alpha}}{p}}$$
  $\alpha = 1, 2, 3$  (5.2.1)

unde **c**a este o constantă elastică efectivă, una din cele trei valori proprii ale următorului determinant [43,44] :

$$|C_{jk} - \partial_{jk} \cdot \bar{C}| = 0 \qquad (5.2.2)$$

unde C<sub>juk</sub> este constanta elastică legată piezoelectric, dată de:
$$C_{j}'k = [C_{ij}ke^{E} + (e_{pij} \cdot e_{qke} \cdot n_{p} \cdot n_{q})/(E_{rs}^{s} \cdot n_{r} \cdot n_{s}]n_{i}n_{e}$$
(5.2.3)

S-au utlizat notațiile standard IRE Standards on Piezoelectric Crystals:

- c constanta elastica (libera)
- c' constanta elastica legata piezoelectric
- c constanta elastică efectivă (soluția lui (5.2.2)
- e constanta tensiunii piezoelectrice
- f frecvența
- k factorul de cuplare electromecanica
- m ordinul armonicii
- n vectorul normal la o placă
- D grosimea placii
- v viteza de fază a undei elastice
- $\beta_{-}^{(\alpha)}$  vectorul unitar asociat cu c
  - E constanta dielectrică
  - p densitatea

Dacă o constantă dielectrică efectivă depinde de oricare din constantele piezoelectrice, ea se denumeste legata piezoelectric, dacă nu, se numeste liberă. Vectorii unitari  $\beta_k^{(\alpha)}$  asociați cu fiecare valoare proprie

dau direcția vectorilor elongațiilor celor trei unde. С

Undele elastice apar intr-o placă piezoelectrică, dacă se aplică la electrozi o tensiune electrică. Ecuația, sub forma de determinant pentru frecvențele de rezonanță, iar in cel mai general caz, pentru un rezonator de mod volumetric [44] este:

$$|\beta_{k}^{(\alpha)}[C_{jk}^{'}\cdot v_{\alpha}^{-1}\cdot \cos v_{\alpha}^{-1}-(e_{pij}\cdot e_{qke}\cdot n_{p}\cdot n_{q}\cdot n_{i}\cdot n_{e})(\varepsilon_{rs}n_{r}\cdot n_{s})^{-1}\cdot \sin v_{\alpha}^{-1}]|_{=0}$$
(5.2.4)

unde:  $\gamma = [1 \cdot f \cdot D]$ (5.2.5)

Introducerea unei radacini intr-unul din determinanții ai ecuației (5.2.4) duce la obținerea raportului de minori

amplitudine a undelor ce contribuie la rezonanță. Rezolvarea lui (5.2.4) este complicată. Pentru armonici superioare (5.2.4) se poate aproxima cu:

$$\cos \gamma \cdot v_{\alpha}^{-1} = 0$$
 (5.2.6)

Această simplificare rezultă, deoarece 1 este foarte mare și apare numai în coeficienții termenului în cosinus. Utilizarea deci a armonicilor superioare este preferabilă în procesul de determinare a constantelor. Trebuie notat că, în timp ce (5.2.6) este o aproximare pentru frecvențele de rezonanță în armonici superioare este același și pentru antirezonanță [37]. Pe de alta parte, primele frecvențe de rezonanță sint deplasate spre valori mai mici, decit cele date de ecuațiile de mai sus [44,45].

In practică insă, din cauza paraziților in măsurători, in domeniul armonicilor superioare diferența intre frecvența rezonanță și antirezonanță este mică, se utilizează doar măsurarea rezonanței.

Dacă se plasează electrozi pe suprafețele mari ale cristalului se pot excita doar moduri legate. In cele ce urmează vom denumi acest tip de excitație "in cimp perpendicular". Modurile libere nu pot fi excitate pentru acest caz. Pe de altă parte, modurile libere pot fi excitate printr-un cimp paralel la suprafețele mari. Un astfel de cimp se poate obține plasind electrozi pe fețele laterale (mici) ale plăcii. Se obține excitarea în cimp paralel [46]. Pentru acest tip de excitare, frecvențele de rezonanță sint date exact de (5.2.6). Nu apar deplasări de frecvență date de condițiile piezoelectrice de margine pe suprafețele mari chiar în rezonanțele de ordin inferior. Totuși efectele de contur la frecvențele de rezonanță, sint încă de notat la rezonanțele de ordin inferior. De aceea se preferă rezonanțele de ordin superior.

Combinind (5.2.1) cu (5.2.6) obtinem:

$$\bar{c}_{a} = 4p \left( f_{m}^{(\alpha)} \cdot t / m \right)^{2}$$
 (5.2.7)

(a) unde f<sub>m</sub> este frecvența armonicii de ordinul m. Pentru cazul cel mai general, se obțin trei constante elastice efective, experimental, pentru orice direcție dată, deoarece in general există trei direcții de unde, cu viteze de fază diferite. Măsurarea unor serii de rezonanțe in armonici superioare se recomandă pentru a face o medie.

. .

In principiu, utilizarea oricărui fel de orientare este posibilă, insă se preferă cele care duc la moduri libere, deoarece determinarea constantelor este simplă.

### 5.2.2 Modul de vibrație volumetric al LiNb03

Propun următoarea aplicație a Capitolului 5.2.1, pentru LiNb03.

Examinarea determinantului (5.2.2) pentru LiNtO3 (clasa 3m) arată că există diferite direcții care duc la cel puțin un mod liber de vibrație.

> Matricea constantelor elasto- piezo-dielectrice este [37] a) elastice:

	C <sub>11</sub>	C 12	C 13	C <sub>14</sub>	0	0	
	C12	Cn	C <sub>13</sub>	- C14	Û	0	
	C 13	C13 -	C <sub>33</sub>	0	0	0	
	C14	- C 14	0	C44	0	0	
	0	0	0	0	C44	C14	
	0	0	0	0 •	C <sub>14</sub>	C 66	
<b>b)</b> p:	iezoele	ctrice:			••	•	
	0	0	0	0	e 15	-625	
	-e22	e <sub>22</sub>	0	e15	0	0	
	esi	e <sub>31</sub>	<b>ც</b> ვვ	0	0	0	
c) d:	ielectr	ice:				1	
	E <sub>11</sub>	0	0				
	0	٤n	0				
	0	0	E33			(5.2	

(5.2.8)

O taiere după z (perpendiculară pe z), duce la două moduri de vibrație transversale libere pure, cu aceleași constante de frecvență și un mod pur longitudinal legat. Orice cimp electric paralel cu suprafețele mari poate excita modurile libere:

$$\begin{vmatrix} C_{44} - \overline{C} & 0 & 0 \\ 0 & C_{44} - \overline{C} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} + \beta_{33} \cdot C^2 - \overline{C} \\ 0 & 0 & C_{33} + \beta_{33} \cdot C^2 - \overline{C} \\ \beta = (m^2 \varepsilon_{11} + n^2 \cdot \varepsilon_{33})^{-1} \end{vmatrix}$$

unde:

Tăierea după x duce la un mod pur longitudinal liber și două moduri transversale legate. Orice cimp paralel cu suprafețele mari poate excita modul liber.

Tăierea după y duce la un mod liber și două moduri legate, care sint mixte de vibrații longitudinale și transversale. Un cimp de-a lungul axei x excită modul liber și un cimp de-a lungul axei z' excită celelalte două moduri legate.

$$\begin{array}{c|cccc} C_{66} - \overline{C} & 0 & 0 \\ 0 & C_{11} + \beta_{11} \cdot e_{22}^{2} - \overline{C} & - (C_{14} - \beta_{11} \cdot e_{15}) e_{22} \\ 0 & - (C_{14} - \beta_{11} \cdot e_{15}) e_{22} & C_{44} + \beta_{11} \cdot e_{15}^{2} - \overline{C} \end{array}$$
(5.2.11)

Configurația electrozilor pentru determinare in cimp perpendicular și paralel este aratată în Fig.27.



Fig.27 Configurația electrozilor pentru determinări din bucăți mici de cristale

Constantele dielectrice pot fi obținute din măsurători de capacitate ale plăcuțelor cu electrozi plini (cunoscind grosimea și sectiunea plăcuțelor). La frecvențe mult deasupra rezonanțelor puternice, constanta  $\mathbf{\hat{E}_{33}}$  se obține din mostra tăiată după z si  $\mathbf{\hat{E}_{11}^{S}}$  din cea tăiată după axa x sau y.

;;

La frecvențele foarte joase, sub rezonanțele puternice se deduc constantele  $\mathcal{E}_{33}^{\mathsf{T}}$  și  $\mathcal{E}_{11}^{\mathsf{T}}$ . In continuare, constantele  $\mathcal{E}_{33}^{\mathsf{S}}$  și  $\mathcal{E}_{11}^{\mathsf{S}}$  se vor utiliza la determinarea constantelor piezoelectrice tensionate.

Deoarece modul legat, in mostra taiată după y, este pur longitudinal, factorul de cuplare electromecanic  $k_t = (\mathcal{E}_{33}^2 / \mathcal{C}_{33} \cdot \mathcal{E}_{33}^s)^{1/2}$ poate fi obținut din raportul frecvențelor fundamentale și armonici [45]. Aceasta este singura măsurătoare la care se cere fundamentala la rezonanță, de aceea se preferă o mostră cit mai mare tăiată pe z, astfel incit să nu apară rezonanțe nedorite.



Fig.28 Semnificatia modurilor de vibratie

Constantele  $C_{33}$  si  $e_{33}$  se obțin din  $k_{t}$ , constanta elastică efectiv măsurată  $C_{3}$  rezultă din:

$$C_{33}^{E} - (1 - k_{t}^{2}) \cdot \overline{C}_{3}$$
(5.2.12)  
$$e_{33} = (E_{33}^{S} \cdot \overline{C}_{3} \cdot k_{t})^{1/2}$$
(5.2.13)

Semnul lui e 33 trebuie ales astfel incit constanta dielectrică de elongatie, d 33, să fie pozitivă.

Excitarea in cimp perpendicular a mostrei tàiate y duce la obținerea a două constante elastice efective  $\overline{C}_2$  si  $\overline{C}_3$  (care diferă de cel măsurat la tăierea z). Acestea sint rădăcini ale

BUPT

determinantului (5.2.1).

e 31 se mai poate obține și din factorul de cuplare a unei bare rectangulare cu lungime de-a lungul axei x și cu electrozi aplicați pe fața z. La valori mari, relative, lungime față de grosime, avem aproximativ:

$$k_{31} = (d_{31}^{2} / \varepsilon_{33}^{T} \cdot S_{11}^{E})^{1/2}$$
(5.2.14)

Semnul lui d 31 se poate determina printr-un test static și, deoarece s $_{11}$  se poate deduce din rezonanțele fundamentale ale barei, d 31 reiese din (5.2.14).

Ecuatia:

$$\dot{e}_{31} = d_{31} \left[ C_{11}^{E} + C_{12}^{E} - 2 \left( C_{13}^{E} \right)^{2} / C_{33}^{E} \right] + C_{13}^{E} \cdot e_{33} / C_{33}^{E}$$
(5.2.15)

permite o rotație intre ultimele două constante rămase necunoscute c 31 si c 13 .

l'àrimea lui  $c_{13}^{E}$  poate fi obtinuță din valoarea lui  $s_{13}$ din măsurători asupra barei, cu semn pentru  $c_{13}^{E}$  in concordanță cu măsuratorile asupra mostrei tăiate y. Și  $c_{13}^{E}$  se poate media funcție de diverse măsurători.

#### 5.2.3 Măsuratori experimentale

Partea teoretică prezentată în Cap.5.2.1 - 5.2.2 permite dezvoltarea unei verificări experimentale, propusă de autor, de a determina tăierea optimă a cristalului LiNbO3, tăiere care să permită obținerea unui cristal piezoelectric care să lanseze spre mediul de interacțiune o undă pură (longitudinală sau transversală). Totodată se face și verificarea dacă procedura de goniometrare prin raze x a fost corectă. Aceasta determinare face parte din procedura de testare a componentelor pe părți, ceea ce duce la scăderea drastică a prețului celulei acustooptice, eliminind prelucrări ulterioare, costisitoare și de lungă durată.

Procedura se bazează pe măsurarea frecvenței de rezonanță și antirezonanță, pentru frecvențe apropiate de cea de lucru și este o aplicație directă a celor arătate in Cap.5.2.2.

Cristalul de Lilbo3, tâiat după unghiul necesar, sub

BUPT

formă de paralelipiped, se acoperă cu AS prin evaporare in vid (10<sup>-4</sup> torr) pe cele două fețe, ce vor deveni electrozi. Reținem că una din fețe este in formă definitivă, cealaltă, după măsuratoare, dacă orientarea este corectă, va fi supusă prelucrării, sudată fiind de mediul de interacțiune, pina la grosimi ce dau fundamentala in zona de lucru.

Constantele niobatului de litiu [47] sint acceptate la următoarele valori (MMSA [49 - 50]).

densitatea  $p = 4,7 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$ constantele dielectrice relative:

Ε <sup>s</sup> <sub>11</sub> /ε <sub>0</sub>	44	$\varepsilon_{11}^{T}/\varepsilon_{0}$	<u>8</u> 4
E <sup>s</sup> <sub>33</sub> /Eo	29	ε <sup>τ</sup> <sub>11</sub> /ε <sub>0</sub>	30

constante elastice:

CI	2.03 × 10 <sup>11</sup> N/m <sup>2</sup>	C <sup>D</sup> <sub>11</sub>	2,19 × 10 <sup>11</sup> N/m <sup>2</sup>
C <sup>E</sup> 12	0.53	C <sup>D</sup> <sub>12</sub>	0,37
C <sup>E</sup> 13	0,75	C <sup>D</sup> <sub>13</sub>	0,76
C = 14	0,09	C <sup>D</sup> <sub>14</sub>	- 0,15
CESS	2,45	C <sup>D</sup> <sub>33</sub>	2,52
C 44	0.60	C <sup>D</sup> 44	0,95
C 66	0,75	C <sup>D</sup> 66	0,91

constantele piezoelectrice:

e <sub>15</sub>	3,7 c/m²	d <sub>15</sub>	6,8 + 10 <sup>-11</sup> C/N
e22	2,5	d <sub>22</sub>	2,1
e <sub>31</sub>	0,2	d <sub>31</sub>	0,1
e <sub>33</sub>	1,3	d <sub>33</sub>	0,6
₽ <mark>s</mark>	2,6 × 10 <sup>9</sup> m / F	βı	1,34 + 10 <sup>9</sup> m/F
β <b>3</b> 3	3,9	₽ <sub>33</sub>	3,8
S <sup>E</sup> 11	5,78 × 10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /H	S <sup>D</sup>	5,20
S <sup>E</sup> 12	-1,01	5 <sup>1</sup> 2	- 0, 44
S 13	- 1,47	513	-1,45
S <sup>E</sup> 14	- 1,02	S <sup>D</sup> 14	0,87
5 539	5,02	5 <b>8</b> 533	4,89

S <sup>E</sup> 44	17,0	5 <sup>D</sup> 44	10,8
5 <sup>E</sup> 66	13,6	5 <sup>8</sup> 66	11,3
g 15	9,1 × 10 <sup>-2</sup> m <sup>2</sup> /c	h <sub>15</sub>	9,5 × 10 <sup>9</sup> N/C
g 22	2,8	h <sub>22</sub>	ნ,4
g 31	- 0,4	h <sub>31</sub>	0,8
g <sub>33</sub>	2,3	h <sub>33</sub>	5,1

Revenind la măsurătoarea frecvențelor de rezonanță și antirezonanță, précizez că separarea intre cele două frecvențe, la modurile legate, este o măsură a manifestarii modului.

Se poate defini un "factor de cuplare efectiv" pentru un mod, in termenii separației intre rezonanța fundamentală si antirezonanță:

$$k_{ef} = \left[ \left( \frac{\tilde{l}}{2} \cdot \frac{f_R}{f_A} \right) / t_q \left( \frac{\tilde{l}}{2} \cdot \frac{f_R}{f_A} \right) \right]^{1/2}$$
(5.2.27)

Acesta diferă formal de cel definit [37, p.66] drept factor de cuplare electromecanic. Sub această exprimare a factorilor efectivi de cuplare a modurilor cvasilongitudinale și cvasitransversale, se ridică graficul pentru diverse orientări de cristale de LiNb03, cele mai bune apreciindu-se a fi cele rotite in jurul axei x.



Fig.29 Tactori de cuplare efectiva pentru un cristal de LiNb03 rotit in jurul axei x

Pentru aplicații de traductoare este avantajoasă obtinerea unui factor de cuplare efectivă cit mai mare, dar mai este necesară excitarea unui singur tip de undă: longitudinală sau transversală.

Mai citam și faptul că, unda sonoră se deplasează față de normala la suprafețele de excitare (cu electrozi) sub un anumit unghi.

Din (5.2.27) rezultă că simpla determinare a frecvenței de rezonantă (fundamentala) și antirezonanță permite aprecierea incadrării in  $k_{ef}$  cerut, iar de aici se poate stabili corectitudinea tăierii sub unghiul cerut al cristalului.

Cel mai citat unghi de tăiere pentru LiNbO3 este tăierea la 36° față de y. Din Fig.29 reiese un factor de cuplare efectiv de cca.0,5. Prin rezolvare se obtine un raport:

$$f_{R} / f_{A} = 1,12$$

I

Montajul practic constă in măsurarea frecvenței de rezonantă serie cu ajutorul unui generator sinusoidal, măsurindu-se curentul absorbit intr-o punte de masură cu ajutorul măsurarii tensiunii de radiofrecvență Fig.30.



Fig.30 Circuitul de másura

Capacitatea C1 se ajustează in afara frecvențelor de rezonanță, pentru tensiune maximă la voltmetru electronic. La frecvențe de rezonanță, impedanța cristalului devine zero, astfel incit și indicația voltmetrului devine minimă. Raportul intre prima frecvență (fundamentala) de rezonanță și alaturata de antirezonanță trebuie sa fie cel indicat pentru taierea cerută cristalului. Aparatura folosită a fost: generator de radiofrecvență de tip EMG - TRO614 și voltmetrul electronic de tip Meratronik 640.

Pentru utilizari in optica s-au efectuat numeroase studii asupra structurii cristaline, mai ales pentru utilizarea niobatului de litiu ca element neliniar.

Proprietățile de feroelectricitate au fost descoperite in 1949 [48,49] cu măsurători intensive asupra proprietăților [50,51]

Pe linga proprietățile amintite in 5.1.1, precizăm că structural, cristalul este constituit [50] din octaedri de oxigen ce formează o retea hexagonală compactă. O treime din intersecțiile octaedrice este ocupată cu atomi de Nb, o treime cu atomi de Li și o treime este vidă.

In faza normală, faza feroelectrică, atomii de Li si Nb nu mai sint echidistanți fată de planurile ocupate cu atomii de oxigen, ceea ce duce la:

- dispariția centrului de simetrie pentru cristal și

- apariția unei polarizări spontane legată de caracterul feroelectric al niobatului de litiu la temperatura normală.

In acesta fază deci, niobatul de litiu nu este cristal centrosimetric, rețeaua cristalină aparținind clasei 3m.

Compoziția cristalelor de LiNb03 poate varia de la un cristal la altul sau chiar in interiorul aceluiași cristal, in funcție de conditiile de creștere. Studii asupra dispersiei caracteristicilor [52] arată că, la echilibru termodinamic, compoziția variază in proporții neglijabile. Totusi, majoritatea cristalelor utilizate sint intr-o stare metastabilă la care raportul Li/Nb poate să se distanteze de valoarea de echilibru, ceea ce duce la variații importante ale constantelor caracteristice de cristal [53,54].

In primul rind, funcție de raportul Li/Nb variază indicele de refracție extraordinar, in mod liniar, vezi Fig.31 [55, 56, 57].

Variația raportului Li/Nb antrenează o deformare a rețelei cristaline ceea ce duce la modificarea simetriei cristaline. Aceasta duce la apariția de noi constante. Aceste ipoteze au fost emise prin studiul efectelor neliniare in LiNb03 [53].

112



Fig.31 Variația indicelui de refracție funcție de compoziția cristalului

Avind in vedere cele arătate, adică dificultăți de repetabilitate in creșterea cristalelor de LiNbO3, trebuie definită "calitatea optică" necesară utilizării in experimente optice.

Pentru optica liniară [55] se cere ca indicele de refracție care intervine să fie uniform in tot volumul. Metoda de apreciere utilizată, este observarea cristalului intre polarizori incrucișati [52], orientați la 45° fată de liniile neutre ale cristalului, ceea ce duce la o măsurare directă a variației birefrigenței (această metodă permite abateri de la planeitate și paralelismul fețelor cristalului).

In acest mod se pot detecta diferențe de drum optic de ordinul  $\lambda/4$ , ceea ce pentru un cristal de lungime de 5mm corespunde la o variație a birefrigentei de  $\delta B = 2,5 \times 10^{-5}$ . Se verifică dacă cristalele de calitate optimă sint cele polarizate după axa optică.

Cristalul de LiNbO3 fabricat la IFTAR - Magurele prezintă 3 franje/cm, perpendicular pe axa optică. Neomogenitățile apar in timpul creșterii, direcția franjelor indică axa de creștere a cristalului.

113



Fig.32 Dispozitiv experimental utilizat pentru măsurarea birefrigenței

#### 5.3 Cuartul

#### 5.3.1 Cuartul. Descriere

Cuarțul SiO2 cristalizează in clasa trigonală. Axa optică, axa z este și axa de simetrie triplă (rotații de 120°). Punctul de topire este de 1750°C, densitatea 2,65, duritatea 7 pe scară Hohs. La presiune normală, cuarțul se transformă in

. .

 $\beta$  pentru temperaturi mai mici de 573° C. Cuarțul  $\alpha$  este insolubil in acizi ordinari.

Optic, cuarțul poate roti planul de polarizare a luminii polarizate, care se propagă după axa optică (z), in sens trigonometric sau invers.

Pe lingă dualitatea optică, cuarțul poate prezenta și dualitatea electrică [37] . Aceasta rezultă din schimbarea cu 180° a direcțiilor aranjamentelor cristalelor.

Alte defecte ce pot să apară in cuarț sint:

- bule, "cavități" ce pot fi mai mari sau mai mici,

- siraguri de bule,

- nori de bule mici,
- umbre, date de creșteri neuniforme ale cuarțului și
- fracturi.

Metodele de inspecție și de calificare a calității cristalelor finisate sint standardizate.

Imperfecțiunile pot fi observate prin iluminarea puternică a cristalului și observarea sub un unghi de 90° față de raza incidentă. Cristalul este scufundat intr-un lichid in vasul de inspecție, care are același indice de refracție ca al cristalului. Nodurile de propagare și proprietățile lor depind de orientarea plăcilor de cuarț funcție de structura naturală.

Axa optică sau axa z a cristalului este paralelă cu direcția pe lungime a cristalului, axa x trece printr-o muchie a hexagonului și axa y este normală pe x, z in conformitate cu triedrul drept.

Constantele piezoelectrice, elastice și dielectrice ale cuarțului sint luate din relațiile de cristal.

 $S_{1} = S_{11}^{E} \cdot T_{1} + S_{12}^{E} \cdot T_{2} + S_{13} \cdot T_{3} + S_{14}^{E} \cdot T_{4} + d_{11} \cdot E_{x}$   $S_{2} = S_{12}^{E} \cdot T_{1} + S_{11}^{E} \cdot T_{2} + S_{13} \cdot T_{3} - S_{14}^{E} \cdot T_{4} - d_{11} \cdot E_{x}$   $S_{3} = S_{13} \cdot T_{1} + S_{13} \cdot T_{2} + S_{33} \cdot T_{3}$ 

$$S_{4} = S_{14}^{E} \cdot T_{1} - S_{14}^{E} \cdot T_{2} + S_{44}^{E} \cdot T_{4} - d_{14} \cdot E_{x}$$

$$S_{5} = S_{44}^{E} \cdot T_{5} + 2S_{14}^{E} \cdot T_{6} - d_{14} \cdot E_{y}$$

$$S_{6} = 2S_{14}^{E} \cdot T_{5} + 2(S_{11}^{E} - S_{12}^{E}) \cdot T_{6} - 2 \cdot d_{11} \cdot E_{y}$$

$$\delta_{x} = \frac{D_{x}}{4\pi} = d_{11} \cdot T_{1} - d_{11} \cdot T_{2} + d_{14} \cdot T_{4} + \frac{\mathcal{E}_{1}^{T}}{4\pi} \cdot E_{x}$$

$$\delta_{y} = \frac{D_{y}}{4\pi} = -d_{14} \cdot T_{5} - 2d_{11} \cdot T_{6} + \frac{\mathcal{E}_{1}^{T}}{4\pi} \cdot E_{y}$$

$$\delta_{z} = \frac{D_{z}}{4\pi} = \frac{\mathcal{E}_{3}}{4\pi} E_{z}$$

nde 31, 32, 33 sint deformarile longitudinale pe axa x, y, z și 34, 35, 36 deformările de forfecare, Ex, Ey, Ez cele trei cimpuri, Dx, Dy, Dz inducțiile electrice, care pe suprafețele exterioare sint egale cu sarcinile de suprafață  $4 \pi \delta_x$ ,  $4 \pi \delta_y$  și  $4 \pi \delta_z$ 

Valorile constantelor, conform [37] sint:

-

$$S_{11}^{E} = 127.9 \times 10^{-14} \text{ cm}^{2}/\text{dyn}$$

$$S_{44}^{E} = 197.8$$

$$S_{12}^{E} = -15.35$$

$$S_{66}^{E} = 2(S_{11}^{E} - S_{12}^{E})$$

$$S_{13}^{E} = -11.0$$

$$S_{13}^{E} = -11.0$$

$$S_{14}^{E} = -44.6$$

$$S_{33} = 95.6$$

$$C_{14}^{E} = 86.05 \times 10^{-8} \text{ dyn/cm}^{2}$$

$$C_{12}^{E} = 4.85 \times 10^{10} \text{ dyn/cm}^{2}$$

$$C_{44}^{E} = 58.65$$

$$C_{15}^{E} = 10.45$$

$$C_{16}^{E} = 10.45$$

$$C_{16}^{E} = 18.25$$

$$C_{14}^{E} = 18.25$$

$$C_{14}^{E} = 18.25$$

$$C_{14}^{E} = 18.25$$

$$C_{14}^{E} = 18.25$$

(5.3.2)

Calitatea optică se apreciază prin aceeași metodă ca in cazul LiNb03.

Cuarțul, atit sub formă de cristal cit si cel amorf este destul de cunoscut din utilizarea lui in tehnica radioelectronică și din dezvoltările recente ale opticii in domeniul fotografiei.



## 5.3.2 Traductorul piezoelectric din cuart

L'odurile de propagare ale undelor date de un traductor piezoelectric fabricat din cuart, se pot deduce din sistemul de ecuații ce dau relațiile din cristal (5.3.1).

Dacă se taie cristalul după orientări specifice, vizavi de axele cristalografice, se pot excita diverse moduri astfel incit să se obțină caracteristicile dorite, ca coeficienți mici de variație a frecvenței cu temperatura, moduri de oscilație cit mai pure sau factori de cuplare electromecanici mari.

Prima ecuație din (5.3.1) arată că o deformare S1, care se produce de-a lungul azei x, va fi generată de un cimp aplicat de-a lungul acestei aze. Cimpul aplicat va genera unde de forfecare volumetrice, deoarece mișcarea particulei se face in aceeași direcție ca a cimpului aplicat.

Dacă se prelucrează la grosimi mici, acest tip de cristal se poate utiliza la producerea de frecvențe foarte mari (ultrasonice).

Ca o deficiență remarcăm un coeficient prost de temperatură, ceea ce necesită, in cazul utilizării unui astfel de traductor, controlul temperaturii dispozitivului.

Eficiența utilizării ca traductor este dată de transformarea energiei electrice aplicate pe cit posibil in cit mai multă energie mecanică. Măsura acestei eficiențe este dată de factorul de cuplare electromecanică k, dat de formula:

$$k = d_{11} \sqrt{\frac{4\pi \cdot C_{11}^{\epsilon}}{E_{1}^{\dagger}}} = 0.96$$

(5.3.3)

unde  $C_{11}^{E}$  este constanta elastică efectivă pentru modul de propagare pe grosime (5.3.2). (5.3.3) indică pentru k o valoare de 9,6%.

Pentru cimpuri alternative, aproape de rezonanța cristalului, aproxinativ intreaga energie electrică poate fi convertită in energie mecanică (36, p.96]

Factorul de cuplare devine o mărime a benzii de frecvență, pentru care această conversie poate fi făcută eficientă.

Dacă se notează cu  $f_r$ , frecvența de rezonanță, și  $f_a$ frecvența la care pierderile nu sint mai mari de 50%, avem relația [36, p.96]

$$\frac{f_r}{f_a} = \sqrt{\frac{1+k}{1-k}}$$

Circuitul echivalent al cristalului liber are configurația arătată în Fig.33 unde se specifică și dependenta reactanței de frecvență:



Fig.33 Circuitul echivalent al unui cristal piezoelectric

Valorile inductanței și capacităților se specifică in literatură [de ex. 36, p.67] fiind funcții ale dimensiunilor geometrice ale cristalului. Valoarea rezistenței R este dată de rezistența montajului, disiparea de căldură in cristal, cit și de pierderi prin radiație, date de capetele cristalului.

Un cristal tăiat pe axa x este arătat in Fig.34. Suprafețele mari ale cristalului sint perpendiculare pe axa x. Dacă se aplică un cimp electric pe suprafețele mari ale cristalului prin suprafețe de contact depuse, cristalul va suferi alungiri de-a lungul axei y. Cel de-al doilea tip de deformație care are loc este o vibrație longitudinală pe grosimea cristalului. Dacă se execută o grosime suficient de mică, vizavi de celelalte dimensiuni, se pot obtine frecvențe de vibrație pină la 100MHz.



Fig.34 Cristalul natural de cuart și un traductor tăiat dupa axa x

In montaj una din fețele cu electrozi este lăsata liberă, cealaltă este fixată prin lipire pe mediul acustooptic.

Cristalul radiază numai cu suprafețele dinspre mediul acustooptic, aceasta putind fi luată drept suprafață efectivă a cristalului.

Grosimea ideală, pentru eficiență maximă este la  $\lambda/2$ Partea liberă a cristalului se află în aer, care are impedanța foarte mică și din această cauză se transferă puțină energie în acest mediu. Partea lipită de mediul acustooptic debitează pe o impedanță mare și practic toată energia electrică este convertită in energie mecanică către mediul acustooptic (vz. Cap.4.5.1). Pentru cazul cind cristalul este liber, circuitul echivalent (cf.Fig.23) este arătat in Fig.35.



Fig.35 Circuitul echivalent electric al unui traductor cu cuart

Valorile  $L_1$ ,  $C_1$ ,  $L_2$ ,  $C_1$  sint conform cu [36, P.209] :

$$C_{1} = \frac{2B}{\pi^{2} \cdot H \cdot L \cdot Y_{0} (1 - k^{2})}$$

unde D, H, L sint dimensinile cristalului (Fig.2) și Yo - modulul lui Young pe grosimea cristalului (Yo =  $2,43 \times 10^{11}$ ), k = 0,096[36, p.231]

 $L_{1} = \frac{1}{\omega_{R}^{2} \cdot C_{1}} = \frac{\rho \text{DHL}}{2} = M \qquad \text{masa cristalului necesarā}$ 

rezonanței.  $\beta$  = 2,65 reprezintă densitatea cuartului.

$$L_2 = \frac{16}{\pi^2} \cdot M \qquad C_2 = \frac{\pi^2}{16} \cdot C_4$$

Constanta de cuplare electromecanică k este legată de constantele de cristal prin relația:

$$k = D_e \sqrt{\frac{k}{4 \pi \gamma_o}}$$

unde De - variază cu tipul de cristal și direcția tăierii și  $k = 1 + 4\pi x$  constanta dielectrică a cristalului  $D_e = 143 \cdot 10^4$ ; K = 4,55 pentru cristal de cuarț tăiat pe axa x).

A mai rămas de precizat Co - capacitatea cristalului .legat:

$$C_0 = \frac{K \cdot H \cdot L}{4 \, \text{k} \cdot D}$$

Dacă dimensiunea laturilor suprafeței efective a cristalului depăsește cu mult lungimea de undă (cazul normal) impedanța peretelui mediului acustooptic este  $\rho v$  ohmi mecanici /cm<sup>2</sup> Aici v - viteza de propagare (v = 5,65 x 10<sup>5</sup> cm/s in cuart amorf). Rețeaua din Fig.35 se va incărca cu această impedanță devenind  $R_{\rm D} = L \cdot H (\rho \cdot v)$  in următoarea configurație (Fig.36).



Fig.36 Incărcarea cristalului cu perete lipit de mediul acustooptic

Impedanța acustică se reflectă in primar ca o rezistență electrică:

$$R_{s} = \frac{(P.v) \downarrow H}{(2 \phi)^{2}} = \frac{\frac{1.5 \cdot 10^{6} \cdot \bot H}{4 D_{E}^{2} K^{2} \bot^{2} H^{2}}}{\frac{16 \tilde{I} L^{2} D^{2}}{16 \tilde{I} L^{2} D^{2}}} = \frac{D^{2}}{H L} \left(\frac{5.91 \cdot 10^{7}}{D_{E}^{2} \cdot K^{2}}\right)$$

Pentru a obține rezistența în ohmi se multiplică rezultatul cu  $9 \times 10^{11}$ . Decarece este la indemină măzurarea frecvenței de rezonanță a cristalului vizavi de grosimea sa D, la  $\Lambda/2$  avem:

$$D = \frac{v}{2f_{r}} = \frac{2.82 \times 10^{5}}{f_{R}}$$

și de aici:

$$R_{s} = \frac{9,69 \cdot 10^{10}}{L H \cdot f_{R}^{2}}$$

Aceasta rezistență va fi in paralel cu reactanța condensatorului  $C_0$  care este cu mult mai mică decit  $R_s$ 

$$X_{c} = \frac{1}{2 \text{ ll} \cdot f_{R} \cdot C_{o}} = \frac{1.12 \cdot 10^{17}}{\text{ LH} \cdot f_{R}^{\circ}}$$

Deoarece rezistența reflectată in primar este cu mult mai mare decit reactanța cristalului, este imposibil ca intreaga energie electrică să fie transformată in energie acustică.

Randamentul maxim se obține la adaptare (vezi Cap.4.4.1), adică atunci cind impedanța de ieșire a amplificatorului de radiofrecvență este egală cu impedanța cristalului la rezonanță, care va fi in acest caz aproximativ egală cu reactanța cristalului.

Pentru a calcula randamentul conversiei trebuie comparată energia ce ajunge la rezistența de radiație cu cea care ar ajunge atunci cind amplificatorul ar fi conectat la ea prin intermediul unui transformator ideal.

Dacă  $R_A$  este rezistența de ieșire a amplificatorului, curentul prin transformatorul ideal este:

$$i_T = \frac{E}{2\sqrt{R_A \cdot R_S}}$$

Dacă se ia raportul valorilor absolute ale curenților prin rețeaua echivalentă,  $i_n$ , din Fig.37 și curentul  $i_T$ , avem:



Fig.37 Circuitul echivalent al cristalului la rezonantă

$$\frac{I_{N}}{I_{T}} = \frac{2\sqrt{R_{A} \cdot R_{s}}}{\sqrt{\left[R_{A} + R_{s} + \frac{R_{A} \cdot C_{0}}{C_{1}}\left(1 - \frac{\omega^{2}}{\omega^{2}_{R}}\right)\right]^{2} + \left[R_{A} \cdot R_{s}\omega C_{0} - \frac{1}{\omega C_{1}}\left(1 - \frac{\omega^{2}}{\omega^{2}_{R}}\right)\right]^{2}}}$$

Valoarea idealá a lui  $R_A = \frac{1}{\omega_X \cdot C_0}$  și  $\frac{C_0}{C_1} = r = 134$ raportul capacităților cristalului.  $\frac{R_A}{R_S} = \frac{1.12}{9.69 \cdot 10} = 0.0116$ Raportul rezistențelor:  $\frac{R_A}{R_S} = 0.0116$ 

Introducind aceste valori numerice, avem:

$$\frac{I_{N}}{I_{T}} = \frac{2\sqrt{0.0116}}{\sqrt{\left[1,1316+15,8\left(1-\frac{\omega^{2}}{\omega_{R}^{2}}\right)\right]^{2}+\left[\frac{\omega_{R}}{\omega}-15,8\left(1-\frac{\omega^{2}}{\omega_{R}^{2}}\right)\right]^{2}}}$$

Pusă pe calculator și reprezentată, duce la Fig.38:



Din curbă se pot vedea pierderile la rezonanță cit și randamentul conversiei din energie electrică in mecanică. Curba are o anumită asimetrie dată de anularea reactanței la frecvențe superioare funcție de rezonanță.

Lățimea benzii de transmisie este controlată, in principal, de factorul:  $\left(\frac{C_0}{C_1}\right)\left(\frac{R_A}{R_S}\right) = 1.58$ 

Pentru a largi această regiune este necesară micșorarea raportului capacităților Co/C1, sau de a mări cuplarea electromecanică.

Prin utilizarea unei inductante ce neutralizeaza

capacitatea statică a cristalului, regiunea randamentului maxim se poate extinde peste o gamă mare de frecvențe, iar randamentul poate crește considerabil. Aceasta poate fi făcută printr-o inductanță serie sau paralelă. O inductanță serie duce la o impedanță scăzută a circuitului și cea in paralel la o impedanță ridicată.

Dacă se utilizează o impedanță in paralel, circuitul echivalent devine cel din Fig.39.



Fig.39 Cuplarea unei inductanțe paralele pentru imbunătățirea răspunsului

Din tabelele cu filtre se pot scoate relațiile de proiectare:

$$L_{0} = 2L_{2} = \frac{(f_{B} - f_{A})Z_{i0}}{2\pi f_{A} f_{B}} \qquad C_{0} = \frac{C_{2}}{2} = \frac{1}{2\pi (f_{B} - f_{A})Z_{i0}}$$

$$4\epsilon^{2}C_{M} = 2C_{1} = \frac{f_{A} - f_{B}}{2\pi f_{A} f_{B}Z_{i0}} \qquad \frac{L_{M}}{4\Psi^{2}} = \frac{L_{1}}{2} = \frac{Z_{i0}}{2\pi (f_{B} - f_{A})}$$

Raportul (  $C_0:4\Psi^2C_M$  ) capacităților cristalului considerat ca rețea electrică se poate exprima funcție de constantele cristalului. Astfel obtinem:

$$\frac{C_0}{4\Psi^2 C_M} = \frac{\overline{\mu}^2}{8} \left(\frac{1-\kappa^2}{\kappa^2}\right) = \Gamma = \frac{f_A \cdot f_B}{(f_B - f_A)^2}$$

Banda de trecere este legată de cuplările existente in cristal. Impedanțele reflectate in primar și frecvența principală a benzii sint date de relațiile:

124

• •

$$L_{M} C_{M} = \frac{p^{D}}{\overline{1L^{2}y_{0}(1-k^{2})}} = \frac{D^{2}}{\overline{3L^{2}v^{2}}} = \frac{1}{4\overline{1L^{2}f_{A}f_{B}}}$$
$$f_{R} = \sqrt{f_{A} \cdot f_{B}} = \frac{v}{2D}$$

şi

$$2 I_{0} = \frac{\sqrt{\frac{\pi^{2}}{8} \left(\frac{1-k^{2}}{k^{2}}\right)}}{\omega_{R} C_{0}} = \frac{\sqrt{\Gamma}}{\omega_{R} C_{0}} = \frac{1}{2\pi \left(f_{B} - f_{A}\right) \cdot C_{0}}$$

Decarece, rezonanța cristalului cere grosime de jumătate lungime de undă la frecvență principală impedanța de ieșire  $Z_A$  a amplificatorului trebuie să fie egală cu $Z_{I_0}$ . La Co exprimat in faradi, impedanța rezultă în ohmi. Impedanța mecanică a suprafeței efective a cristalului (care radiază energie) este:

sau

$$Z_{I_{0}}(2\Psi)^{2} = \sqrt{2} \left(\frac{k}{\sqrt{1-k^{2}}}\right) \cdot \left(\rho v\right) HL = Z_{IM}$$

Pentru cuart rezultă o impedanță mecanică reflectată egală cu 2,05 x 10<sup>5</sup> obni mecanici/cm<sup>2</sup>. La o adaptare corectă en amplificatorlui, distorsiunile rezultate sint mici.

Randamentul resultant al transferului energiei electrice in mecanică se poate calcula resolvind rețeaua din Fig.39 utilizind o resistență  $R_A$  egală cu cea reflectată ( $Z_{I_0}$ ). Comparată cu cea ce dă un curent printr-un transformator perfect printr-o resistență:

$$R_{s} = \frac{9.69 \times 10^{17}}{H \cdot L \cdot f_{R}^{2}} \Omega$$

obtinem relatia:

$$\left|\frac{I_{N}}{I_{T}}\right| = \frac{2\sqrt{R_{A}R_{s}}}{\sqrt{\left[R_{A}+R_{s}-\frac{R_{A}}{\omega^{2}L_{c}C_{1}}\left(1-\frac{\omega^{2}}{\omega^{2}R}\right)\right]^{2}+\frac{1}{\omega^{2}}\left[\left(\frac{R_{A}R_{s}}{L_{0}}+\frac{1}{C_{1}}\right)\left(1-\frac{\omega^{2}}{\omega^{2}R}\right)\right]^{2}}$$

Exprimată in constantele cristalului, aven:

$$\left|\frac{I_{N}}{I_{T}}\right| = \frac{\frac{2\sqrt{Z_{I_{0}} \cdot R_{s}}}{(Z_{I_{0}} + R_{s})}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{Z_{I_{0}}}{Z_{I_{0}} + R_{s}}\right) \cdot \frac{\overline{1}L^{2}}{8} \cdot \left(\frac{1 - k^{2}}{k^{2}}\right) \left(\frac{\omega_{R}}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_{R}}\right)^{2}\right]^{2} + \frac{\overline{1}L^{2}}{8} \left(\frac{1 - k^{2}}{k^{2}}\right) \left(\frac{\omega_{R}}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_{R}}\right)^{2}}$$

Cu valorile numerice pentru acest caz:

$$R_{s} = \frac{1.5}{2.04} Z_{I_{0}} = 0.735 Z_{I_{0}} \qquad \text{si} \qquad \frac{1}{8} \left( \frac{1-k^{2}}{k^{2}} \right) = \Gamma = 134$$

obtinem:

$$\left|\frac{I_{N}}{I_{T}}\right| = \frac{0.99}{\sqrt{\left[1-77,1\left(\frac{\omega_{R}}{\omega}-\frac{\omega}{\omega_{R}}\right)^{2}\right]^{2}+134\left[\frac{\omega_{R}}{\omega}-\frac{\omega}{\omega_{R}}\right]^{2}}}$$

care, derivată pe un calculator, duce la curba intreruptă din Fig.93. Repultatul adăugirii unei impedanțe paralele duce la obținerez unui circuit filtru. Nontajul devine mult mai eficient transformind con.70% din energia electrică în mecanică pe o bandă de 10% centrată în jurul frecvenței de rezonanță.

In afara benzii de trecere, transferul cade rapid. Dacă este nevoie de marirea benzii de trecere, este necesară utilizarea de cristale cu un factor de cuplare mai ridicat.

# 5.4 Aplicații in domeniul prelucrării informației

... |

### 5.4.1 Deflexia acustooptică in analiza spectrală

Pentru valori mici ale unghiului de incidență  $\Theta_1$ , unghiul razei difractate este invers proporțional cu lungimea de undă a undei ultrasonore (1-4), deci direct proporțional cu frecvența sa. Acesta este fenomenul de bază utilizat in propunerea de analizor spectral acustooptic (Fig.40).



Lumina incidentă Fig.40 Analizor spectral acustooptic cu mediu cuarț amorf

Banda de trecere a analizorului este cea oferită de deflectorul acustooptic (4.2.4). Rezoluția in frecvență depinde de lungimea de interacțiune (timpul de tranzit - (4.2.6)), banda de frecvență a sursei de lumină și densitatea fotodetectorilor in suprafața cu detectori.

Marimea spotului (pata luminoasă) obținută in planul focal al lentilei este invers proporțional cu timpul de tranzit. Unghiul razei difractate depinde de lungimea de undă a luminii folosite. De aceea este necesară utilizarea unei surse apropiată de cele monocromatice. Utilizarea laserelor cu gaz permite realizarea acestui deziderat.

Se pot obține rezoluții de 1 MHz pentru o bandă de trecere de 1 GHz, iar pentru benzi de trecere mai mici, cu frecvențe centrale reduse, se poate obține o rezoluție mai bună, deoarece atenuarea undei acustice este mică la frecvențe mai coborite și se pot utiliza timpi de tranzit mai mari (distanțe de interacțiune mai mici).

Totusi, atit timpul de tranzit cit și viteza de reacție a detectorilor limitează viteza analizorului spectral acustooptic. Utilizarea fibrelor optice duce la mărirea considerabilă a punctelor ce se pot separa pe suprafata cu detectori. Timpul de tranzit poate fi redus numai utilizind lungimi de interacțiune mai mici, ceea ce duce la scăderea rezoluției.

### 5.4.2 Convoluția in timp real

Prelucrarea in timp real a semnalelor se poate realiza cu dispozitive acustooptice ce utilizează lumina coerentă sau incoerentă și mai multe intrări de unde acustice.

In această metodă, semnalele ce se supun convoluției se utilizează ca generatoare de unde acustice de sens contrar in mediul de interacțiune.

Pentru semnale de intrare cu amplitudine suficient de mică, amplitudinea luminii difractito sute proporțională cu amplitudinea semnalului de intrare (3.2.9).

Semnalul S1 difractă din lumina incidentă, iar semnalul S2 difractă din lumina difractată de S1. Această dublă difracție este aproximativ coliniară cu lumina incidentă.



Fig.41 Dispozitiv acustooptic de convoluție in timp real

....

La ieșire, cele două fascicule sint focalizate pe o diodă fotodetectoare. Detecția luminii incidente și a celei dublu difractate se face și cu o integrare spațială, astfel incit la ieșirea fotodetectorului se obține un curent care conține convoluția lui A(t) si B(t) intr-o frecvență de timp comprimată pe o purtatoare cos2**n**t.

Au fost construite astfel de dispozitive cu bandă de trecere pină la 250 MHz și timpi de interacțiune 40 µ sec (produsul timp x bandă de trecere (4.1.5) cca.10.000) [59] .

#### 5.4.3 Corelator cu celulă LiNb03

O arhitectură de corelator cu integrare in timp, acustooptic, este arătată în Fig.42 unde se utilizează o celulă cu traductor interdigitală de suprafață pe un cristal de niobat de litiu tăiat după y, cu propagare de-a lungul axei x. Anizotropia manifestată de acest material permite instalarea traductorului inclinat față de axa z, rezultind fronturi de undă inclinate. Unda acustică se propagă, insă, după axa z cu deviații neglijabile. Aceasta imparte raza laser în două raze care sint egale și poziționate la unghiuri egale, dar opuse față de o perpendiculară pe axa z.



Raze laser de la acetași sursă Fig.42 Corelator cu integrare in timp

Traductorii, instalați inclinat la unghiuri opuse, generează unde acustice de suprafață, care se propagă in opoziție una față de cealaltă. Interacțiunea Bragg apare intre raza din stinga și unda lansată de traductorul din stinga (A) și intre raza din dreapta și unda lansată de traductorul din dreapta (B).

Pentru semnalele acustice centrate pe frecvența de proiectare, undele difractate sint coliniare și perpendiculare pe axa z. Aceste raze sint proiectate pe o suprafață cu fotodiode și integrate in timp, rezultind o informație ca o distribuție spațială de-a lungul suprafeței. Curentul la ieșirea suprafeței cu fotodiode este proporțional cu suma fasciculelor luminoase, care la rindul lor conțin produsul intre semnale  $[A(t+T)\cdot B(t-T)]$ care poate fi interpretat ca o funcție de corelație intre semnalele de intrare A(t) și B(t) intr-o fereastră de timp comprimată. Suprafața cu fotodiode este baleiată prin citire secvențială, arătind o corelare pe o plajă egală cu de două ori

timpul de tranzit (l). Acest procesor coerent a permis o bandă de trecere de 60 MHz și un timp de integrare de 30 ms la un ciștig de cca.10 [50].

#### 5.4.4 Deflector acustooptic

Pe baza conclusiilor practice și de proiectare extrase din expunerile teoretice din prezenta teză, s-a costruit primul deflector acustooptic românesc [61] .

Deflectorul acustooptic este realizat in conformitate cu tema program de lucru privind contractul de cercetare stiintifică nr.1770/36 avind ca obiect:

Contract colaborare la contractul 21 - 86 - 31/CSEN: "Sisteme de prelucrare optică a fasciculului laserilor cu emisie continuă YAG; Nd pentru aplicatii tehnologice".

Celula acustooptică realizată este folosită drept deflector acustooptic. Realizarea este acoperită de două propuneri de brevete de invenție [85].

Deflectorul (Fig.43) se compune dintr-un mediu de interacțiune acustooptică executat din cuarț, pe care s-a lipit un traductor piezoelectric din cuarț, tăiat pe axa x. După lipire, cristalul de cuarț a fost polizat, cit s-a permis din punct de vedere mecanic (ca să nu se fisureze) pină la dimensiuni de zecimi de milimetru.

Fața lipită de cuart formează primul electrod (argint

130

evaporat in vid) la care s-a atașat primul terminal pentru tensiunea de excitare. După polizare s-a depus cel de-al doilea electrod.

Blocul de cuart s-a fixat pe un radiator de aluminiu prevăzut cu canale pentru circulația de apă de răcire.





Fig.43 Deflector acustooptic



Fig.43a Realizarea experimentală

Puterea de radiofrecvență (cca.15%) este eliminată cu ajutorul unei circulații de apă de răcire (de la rețeaua curentă de apă).

Pe structura realizată s-a fixat și rețeaua electrică de adaptare - impedanță de 50 A la 50 MHz (frecvența de lucru aleasă).

Elocul de cuart este prelucrat prin slefuire la capetele de intrare - ieșire lumină, cu maximum de paralelism posibil (cca.20").

Pe ferestrele intrare - ieșire a fost depus cite un strat antireflex de llgF2.

Partea opusă a feței, pe care este depus traductorul, s-a executat inclinat pentru devierea in jos a undei sonore. Aceasta permite stabilirea unei unde sonore progresive "pure", in mediu neobținindu-se bătăi cu unda reflectată de peretele opus traductorului.

Tot in acest scop s-a fixat un mediu absorbant (Cu), ceea ce atenuează cu cca.5 dB unda sonoră pe peretele inclinat.

Unda sonoră ce se propagă de la traductor in mediu este de tip cvasilongitudinal (Fig.23), fiind de tip progresiv; De la traductor spre peretele inclinat.

132

| - 1: Pentru studiu, lumina folosită a fost He-Ne cu  $\lambda = 0.63 \mu$ m TEMOO. Incidența se face sub unghi Braze (1 - 4).

$$\Theta_{B} \simeq \frac{\lambda}{2\Lambda}$$

Pentru cuart, indicele de refractie n = 1,46;  $V_s = 3,76 \cdot 10^3 m/s$  [62]

$$\lambda = n \cdot \lambda_0 = 0.63 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot 1.46 = 0.92 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\Lambda = \frac{v_s}{f_s} = \frac{3.76 \cdot 10^3 \text{ m/s}}{50 \cdot 10^6 \text{ 1/s}} = 0.075 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Phi_{\rm B} \simeq \frac{0.92 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0.075 \cdot 10^{-3}} \simeq 0.613 \cdot 10^{-2} \, \text{rad} = 2^{\circ} 6'$$

Unghiul Drazz se **détermină** practic prin rotirea feței de incidență pină la obținerea maximului in ordinul intii de difracție.

Banda de modulație este determinată în principal de doi factori: banda de trecere a traductorului și timpul de tranzit al undei ultrasonore prin fasciculul luminos. Hodul de fabricație pentru traductori cu bandă largă de trecere a fost pus la punct pe la inceputul anilor 1960, iar cu noile materiale piezoelectrice nu mai există limitări serioase.

Limitarea dată de timpul de tranzit devine cel mai important factor.

Adrianova [63] a investigat relația intre caracteristica de frecvență a celulei ultrasonore și timpul de tranzit prim fasciculul luminos al undei ultrasonore. Un studiu preliminar arată că la parametrii optici și ultrasonori aleși corespunzători, banda de modulare maximă este proporțională cu frecvența purtătoare ultrasonoră. Aceasta duce la concluzia măririi frecvenței purtătoarei și la utilizarea difracției Bragg.

Singura limitare este dată de procesul de polizare in obținerea traductorului piezoelectric. De aceea am ales frecvența de cca.50 MHz.

Cercetàrile noastre se bazează pe utilizarea exclusivă a

BUPT

efectului de difracție ultrasonoră pentru modularea intensității totale a unui fascicul luminos colimat.

Modulatoarele, in care timpul de tranzit ultrasonor se face intenționat mare, duc la o modulație spațială a luminii.

Pentru utilizarea practică, ca deflector, se pot defini două moduri principale de investigat: (1) efectul de difracție poate fi utilizat pentru a extrage putere din fasciculul de ordinul 0 (nedifractat) sau (2) puterea difractată in fasciculul de ordinul 1 poate fi utilizată ca ieșire.

Reluam Fig.3:



#### Fig.44

In mod normal, se utilizează primul mod, dar pentru anumite aplicații este preferabil cel de-al doilea mod, ca de exemplu, pentru modulatoare, unde se urmărește un grad cit mai mare de modulare și nu se poate obține in fasciculul de ordinul 0. O modulare 100% a fasciculului de ordinul 1 este posibilă (din moment ce fasciculul luminos poate fi difractat in acest ordin).

Un alt exemplu ar fi devierea de frecvență față de purtătoarea incidentei.

Se pot cita condiții experimentale, gasite inițial

teoretic de Extermann [64,65] și investigate prin calcule numerice, pe calculator. Aceste rezultate sint astăzi utilizate pentru a specifica condițiile experimentale ce duc la difracția de tip Bragg.

Prima condiție este incidența sub unghiul Bragg (1-4). Dacă aceasta condiție este indeplinită, fasciculul de ordinul 1 difractat pleacă sub unghiul  $\Theta_{\mathbf{B}}$  (ca reflexie pe frontul de undă ultrasonoră).

După Willard [66] se definește parametrul de intercepție N. Acesta reprezintă numărul de lungimi de undă ultrasonore traversate de lumină in trecerea ei prin fasciculul sonor de lățime L la unghi Brazz.

Pentru cazul nostru, practic,  $\lambda / \Lambda \ll 1$ , tg  $\bar{\Theta}_{B} \simeq \sin \bar{\Theta}_{B}$ din (1-4):

$$N \simeq \frac{1}{2} \left[ \left( \lambda \cdot f_s^2 \cdot L \right) / \left( n \cdot v^2 \right) \right]$$
 (5.4.2)

v - viteza ultrasonorei. Parametrul Raman-Nath v, se definește ca:

$$v = (2\pi \cdot n_1 \cdot L) / \lambda$$
 care este (5.4.3)

intirzierez de fază incrementată asociată cu n<sub>1</sub>[1] .

In alegerea unui criteriu pentru condiția Drazz este util a se considera, pentru inceput, cazul limită N = o , chiar dacă este irealizabil pmactic (Bathia și Noble [1] ).

Dacă se consideră această condiție, astfel ca v, (5.4.3) rămine finit, expresiile analitice pentru ordinul O si 1 se reduc la următoarele forme simple:

$$I_{1} \equiv \cos^{2}(v/2)$$
(5.4.4)  

$$I_{1} \equiv \sin^{2}(v/2)$$
(5.4.5)

I, fiind intensitățile relative față de intensitatea incidenței. Eineinteles, maximile sint 1 și prima maximă se atinge la v =  $\overline{I}$ 

Cum  $\mathbb{N} = \mathbf{e}$  este fizic de neatins, dependența de v in (5.4.5) va fi doar aproximată în oricare caz practic. Pentru  $\mathbb{N}=1$ , Hence [64] arată ca primul maxim apare foarte aproape de v =  $\mathbb{T}$ , dar valoarea este de 0,975 (nu 1,0).

De asemenea, pentru N = 3/4 și v =  $\tilde{l}$  se obține teoretic și experimental I<sub>1</sub> = 0,93.

Eazați pe aceste rezultate, condiția necesară pentru difracția de tip Eragg este N  $\geq$  1, dacă se dorește obținerea unei intensități de mai mult de 0,95 in primul ordin de difracție. Sau (5.4.2):

 $(\lambda \cdot f_{s}^{2} \cdot L) / (n \cdot v_{1}^{2}) \ge 2$  (5.4.6)

Pentru  $\lambda = 6,320 \times 10^{-5}$  cm (laser He-Ne), cu cuarț drept Instiu ultrasonic (n = 1,46 și v<sub>s</sub> = 3,76.10<sup>3</sup> m/s), f<sub>s</sub> exprimat in IIz, L in cm (5.4.6) devine:

$$6,328 \cdot 10^{-5} \cdot L \cdot f_{s}^{2} \ge 2 \cdot 1,46 \cdot 3,76^{2} \cdot 10^{10}$$

$$L \cdot f_{s}^{2} \ge 6,52 \cdot 10^{15} \cdot H_{2}^{2} \cdot Cm$$
(5.4.7)

Valoarea intensității este constantă in ordinele de difracție dacă unda ultrasonoră nu este modulată. Aceasta duce la o modulare uniformă a indicelui de refracție.

Dacă amplitudinea fasciculului ultrasonor este modulată (ca o funcție de intrare, de ex.), o modulație corespunzătoare apare in oricare din fasciculele difractate, dar in general, răspunsul nu este instantaneu datorită timpului de tranzit al undei ultrasonore. Dacă se aplică o modulare sinusoidală, diversele ordine sint modulate sinusoidal, dar cu faze diferite.

După cum se arată in [63] modularea rezultantă a unui ordin de difracție dat este proporțională cu media spațială a modulărilor diverselor părți din lumina incidentă; această medie depinde de raportul intre perioada modulării și timpul de tranzit. Tot din [53] se concluzionează că condiția de producere a unei modulații de 100% a fasciculului de ordin 0, la frecvențe joase de modulare, pentru un timp de tranzit nu prea mic este de a reduce factorul de modulare a luminii (in intensitate) cu cca.30% la o frecvență de modulare  $f_m$  de o valoare minimă dată de:

$$f_{mm} = k_1 (v_s / D_0)$$
 (5.4.8)

unde  $D_0$  - lățimea fasciculului luminos, f<sub>mm</sub> poate fi interpretatat ca o bandă de trecere utilizabilă sau fr**e**cvența de tăiere a modulației.

Valoarea  $k_1 = 1/2$  este valabilă doar pentru fascicule cu distribuție uniformă pe lățimea  $D_0$ . Pentru alte distribuții se calculează alți factori  $k_1$ . Se observă că f<sub>mm</sub> este chiar timpul de tranzit ultrasonor.

In conformitate cu (5.4.8) pentru un mediu ultrasonor dat (cu V<sub>S</sub> precizat), creștere**a** benzii de trecere se obține reducind lățimea fasciculului optic D<sub>0</sub>. Există totuși restricții în acest sens vizavi de lungimea de undă ultrasonoră  $\Lambda$ . Raportul D<sub>0</sub> / $\Lambda$  nu trebuie să devină prea mic, deoarece ordinele de difracție nu se separă [67]. Se arată că pentru D<sub>0</sub> / $\Lambda$  separarea ordinelor de difracție este mai mare decit de patru ori lățimea lor, judecind după fotografia difracției.

# 5.4.4.1 Montajul experimental

Raza laser (He-He) colimată atacă la unghi Bragg celula ultrasonoră.Fasciculul difractat de ordinul 1 sau 0 este selectat conform montajului din Fig.45 cu ajutorul unei diafragme și a unei oglinzi.



Fig.45 Montaj experimental pentru investigarea deflectorului acustooptic
4. 1



Fig.45a

Amplificatorul (Fig.47) este realizat dintr-un etaj de adaptare și un preamplificator, acordat pe o frecvență centrală de 50 IIIz, avind in final tranzistorul de radifrecvență 2N4933.



## Fig.46 Răspunsul în frecvență al traductorului ultrasonor

Pentru incercările in frecvență acesta a fost excitat de un generator de radiofrecvență de tip ENG-TR 0614. Pentru incercările in impuls s-a proiectat și s-a realizat un generator acordat pe 50 MHz modulat in impuls.

Masuratorile facute au ca rezultat:

a) răspunsul in frecvență al traductorului

b) determinarea frontului de deschidere a celulei

c) dețerminarea adincimii de modulare

d) determinarea unghiului de deflexie

e) determinarea dependenței unghiulare a modulării

f) verificarea condițiilor de difracție Bragg și

3) măsurarea benzii de modulare

S-a utilizat un fotomultiplicator de tip  $\phi \rightarrow y$ -35

Celula acustooptică are drept mediu interactiv cuarț, unda ultrasonoră fiind produsă de un traductor, acordat pe 50 MHz, executat din cuart.

Banda de trecere a traductorului s-a mărit la cca. 10 MHZ prin adaptare de impedanță în jurul frecvenței de rezonanță. Modularea indicelui s-a controlat cu ajutorul unui generator de semnal de radiofrecvență, utilizindu-se un osciloscop (Tektronix 45°), pentru a măsura și monitoriza nivelul de radiofrecvență la terminalele traductorului.

Asa cum am amintit, sursa de lumina este un laser He-Ne, TENoo cu  $\lambda$  = 5320 A° cu ieșirea colimată.

S-a măsurat și s-a găsit o distribuție gaussiană cu ajutorul unui orificiu de investigare de-a lungul diametrului fasciculului luminii transmise. Devierea s-a observat cu ochiul liber, aceasta afișindu-se pe un perete de cca.4,0 m de celula acustooptică, sau prin reflexie pe aceasta.

Fasciculul ultrasonor este **ab**sorbit intr-un terminal din cupru, aflat pe fața opusă a traductorului. Diametrul fasciculului laser a fost ales de 4 mm pentru majoritatea măsurătorilor.

# 5.4.4.2 Răspunsul in frecvență al traductorului

Răspunsul în frecvență al traductorului piezoelectric s-a determinat prin măsurarea intensității luminii în fasciculul de ordinul 1 ca o funcție de frecvență a purtătoarei la o tensiune constantă la intrarea cristalului. Rezultatele au dus la Fig.46.

Pentru excitația in radiofrecvență s-a proiectat și s-a realizat un amplificator de radiofrecvență acordat pe o frecvență - L -

centrală de 50 MHz, cu o putere de 15 M pe o impedanță de 50 m Tranzistoarele folosite sint de construcție deosebită pentru a asigura amplificarea necesară la frecvențe ridicate [68, 69, 70, 71].

Primul etaj al amplificatorului, care cuprinde tranzistorul T1, duce semnalul la o valoare ce permite atacul tranzistorului T2 (2N3375) dintr-un etaj prefinal. Semnalul amplificat de T2 se aplicá printr-un circuit la baza tranzistorului de putere T3 (2N4933) [72, 73].

Filtrul trece jos este necesar pentru a extrage din semnalele colectoarelor tranzistorilor T2 si T3 a fundamentalei [68, 74] (cele două tranzistoare lucrează in clasa c, ceea ce determină la ieșire un mare număr de armonici ale frecvenței purtătoare).

Filtrul trece jos, impreună cu celelalte elemente formează un circuit de adaptare intre impedanța de ieșire a tranzistorului final și cea a sarcinii de ieșire  $(50\Omega)$ .

Circuitul de adaptare la intrare, cit si la iesire, are două funcțiuni importante. Prima, transferă nivelele de impedantă cerute de elementele active și cele fixe (de ex. iesirea tranzistorului cu impedanța de iesire cerută  $(50 \Omega)$ ). Cea de-a doua, face discriminarea de frecvență prin intermediul factorului, Q, de calitate a circuitului rezonant, transformă energia armonicilor in frecvența energiei cerute la iesire și previne apariția componentelor nedorite la iesire.

Circuitele s-au proiectat pentru stabilitate mare in frecvență impiedicind apariția oscilațiilor. Componentele s-au selectat, pentru a nu avea componente parazite.

Polarizarea circuitelor s-a făcut cu grijă, sasiul este dintr-un material foarte bun conductor - din aluminiu. Lipiturile sint cit mai scurte posibil. Masa este de obicei comună la mai multe circuite.

Hodulatorul in impulsuri are ca generator un etaj clasic (Fig.48), care este modulat in impuls cu ajutorul unui multivibrator, realizat cu circuitul integrat E555 și a unui univibrator realizat cu circuitul CDB4121 [75,76,77].

Reteaua RC aferentà lui 555 se alege de asa maniera,

incit să se obțină o frecvență de repetiție de 0 - 5 KHz, iar cea aferentă lui CDE4121 să produca impulsuri de 10-1000 psec.

Redresorul are trei etaje [77]. Unul care produce 25 v, necesari etajului de putere in radiofrecvență; +12 v pentru generatorul modulat de 50 MHz și +5 v pentru CDB4121 [78].



Fig.47a Generatorul de radiofrecvență, de putere variabilă modulat in impuls



Fig.47 Amplificatorul de radiofrecvență acordat pe 50 MMz. Puterea de ieșire 15 % pe o sarcină de 50 **A**.



Fig.40 Ceneratorul de 50 MHz modulat in impuls Frecvența de repetiție 0-5 KHz Impulsuri 10-1000 µ sec

### 5.4.4.3 Determinarea frontului de deschidere a celulei

Cu acest montaj s-a obținut pentru amplificatorul de radiofrecvență un timp de urcare a puterii de radiofrecvență sub 0,1 µ sec și un timp de stingere (coborire) de cca.1 µ sec.

Schema din finalul etajului de radiofrecvență este specială pentru a se obține un timp de stingere cit mai scurt, acesta fiind puternic influențat de energia magnetică inmagazinată in inductantele montajului final.



Fig.49 Timpul de stingere 20mW/div., 1µsec/div. 1 KHz; 51 µ sec; 33W/50 n; S1/1000V. Reglaj pentru cuplaj maxim la trimer

Un timp de stingere sourt permite utilizarea deflectorului optic in cavitatea laser a unui laser in impuls (de exemplu de tip YAG).

Timpul de urcare a amplificatorului nu este critic, fasciculul laser este scos din axá o datá cu amplificarea tensiunii de radiofrecvență. In momentul stingerii se lansează puterea electromagnetică acumulată în cavitatea laser. Timpi de stingere de ordinul a  $1\mu$  sec permit lansarea a unui singur impuls "gigant". Timpi mai lungi (5-5 $\mu$  sec) duc la fragmentarea energiei electromagnetice acumulate intr-un tren de impulsuri de energie, evident mult mai mici, suma lor find aproximativ constantă.

O altà determinare ce s-a facut este alincimea de modulație.

5.4.4.4 Adincimea de modulație Se definește (4.1.1) drept:

$$\eta_m = \frac{I_m - I_0}{I_m}$$



Fig.50 Adincimea de modulare funcție de puterea de radiofrecvență absorbită de celula acustooptică

Se determină experimental rotind oglinda 03 de așa manieră incit fasciculul nedeviat să cadă in fanta fotomultiplicatorului (Fig.45). Se observă pe osciloscop. (Fig.52 reprezintă măsurarea pe montaj).



Fig.51 Adincimea de modulare funcție de rotirea celulei acustooptice



•\*

Fig.52 Adincimea de modulare (pata centrală) 50 mV/div., 0,2 µ sec/div., frep = 1 MMz, durata 51 µ sec; puterea ~ 33 M/50 A ;S1/100 V; cuplaj maxim S-a prezentat grafic adincimea de modulare funcție de puterea la amplificator (Fig.52). S-a considerat puterea etajului final funcție de curentul continuu absorbit de etajul final.

# 5.4.4.5 Determinarea unghiului de deflexie

Se scoate fotomultiplicatorul și se observă pe un ecran așezat la cca. 4 m. Se măsoara exact distanța intre fereastra de ieșire a deflectorului și ecran cit și distanța intre centrul petelor deviată si nedeviată. Se impart cele doua distanțe (s-au obținut 5,6 mrad).

# 5.4.4.6 Determinarea dependenței unghiulare

Se aranjează oglinda 03 (Fig.45) ca sā cada pe fotomultiplicator fasciculul nedeviat. Citirile pe fac funcție de rotirile fotomultiplicator se ce se aplica deflectorului. Drept unghi se ia unghiul razei reflectate de fereastra de intrare, pata luminoasă dată de aceasta, fiind observată pe un ecran in fața celulei acustooptice.

S-a obtinut graficul (Fig.51)



Fig.53 Intensitatea fasciculelor de ordinul O si 1 la incidenta Bragg funcție de parametrul Raman-Math

Rezultatul indică o valoare efectivă X de cca.3/4, judecind după maximul intensității relative in primul ordin obținut de 0,82, apropiat de cel obținut de Hence [64].

De altfel, valoarea lui " obținută este mai mică decit cea așteptată pe baza lățimii traductorului (1,0 cm) și frecvența ultrasonora utilizată (50 MHz); N = 0,1, efectul Bragg a fost incă pronunțat.Pentru condiția in care I<sub>1</sub> = 0,92 (un unghi Brazg și  $v = \pi$ ), intensitatea de ordinul I<sub>-1</sub> = 0,002; la rotirea celulei, pentru a maxima pe aceasta, intensitățile I<sub>+1</sub> și I<sub>-1</sub> s-au schimbat intre ele, după cum era de așteptat, pentru condițiile de difracție Bragg.

## 5.4.4.7 Verificarea condițiilor de difracție Bragg

In acest scop, intensitățile fasciculelor difractate au fost măsurate funcție de amplitudinea ultrasunetului, utilizind modulația rectangulară. Pentru masurătoare s-a utilizat Power-Meter de tip RDG cu o rezistență de sarcină de 150  $\Omega$  ceea ce ii permite un răspuns de cca. 10 p sec. Față de fotomultiplicator, acesta nu se saturează și nu prezintă efecte de oboseală. Amplitudinile impulsurilor s-au măsurat pe oscilosco. (Tektronia 453). Acesta oferă o precizie de măsurare de cca. 55.

Relațiile (5.4.4) și (5.4.5) ce dau curbele teoretice pentru fasciculul nedeviat și deviat s-au trecut intr-un grafic ca in Fig. 53. Datele experimentale s-au adaptat desenului cu o scara de conversie intre tensiunea de excitație măsurată și v, astfel incit maximele și minimele datelor experimentale să coincidă cu cele teoretice. Curba teoretică a fost trecută cu ajutorul unui calculator Hewlett-Packard 9045.

## 5.4.4.8 Măsurarea benzii de modulare

Pentru măsurarea benzii de modulare au fost utilizate condițiile Bragg (celula orientată să maximeze intensitatea intr-unul din ordinele 1). S-au efectuat măsurători pentru patru diametre de fascicule luminoase. Pentru fiecare din cele patru diametre de fascicule optice s-a măsurat tensiunea la ieșirea fotomultiplicatorului funcție de frecvența de modulare.

Cele patru diametre au fost: 0,05; 0,15; 0,20; 2,0 mm. Fantele au fost montate pe o turela care asigură o mișcare micrometrică pe doua direcții. S-a căutat poziția care asigură o transmisie maximă de lumină, măsurată cu Power - Meter.

S-a reprezentat pe o curbă puterea transmisă față de diametrul deschiderii și cel corespunzător la jumătatea de putere transmisă și s-a determinat din curbă. Pentru a asigura paralelismul s-au făcut măsurători și la 1 cm in față și in spatele celulei ultrasonore.

Pentru măsuratorile de bandă de trecere s-a modulat cu valori joase ale adincimii de modulatie (max. 0,25) pentru a minimaliza distorsiunile asociate neliniarității curbei de transfer a traductorului.





Pentru o adincime de modulare mai mare, continutul in la ieșirea fotocelulei devine important, conducind armonici la erori de masurare. Acestea se accentuează mai ales cind armonicile depasesc banda de frecventa nominala a voltmetrului de (Meratronik folosit radiofrecventa 640) in paralel cu osciloscopul. Punctul de functionare este aratat in Fig.53.

Datele măsurătorii, după ce s-a aplicat corecția de răspuns al traductorului (Fig.46), s-au figurat în Fig.55.



Fig.55 Banda de modulare față de diametrele fasciculelor luminoase

Precvența de răspuns a traductorului, arătata în Fig.46 este funcția de transfer între partea electrică de excitare și mediul ultrasonor. În acest set de măsurători, fiindeă s-a modificat frecvența de modulare, amplitudinea purtătoarei și adincimea de modulare au fost menținute constante la circuitul de ieșire, pentru a compensa orice efect de cuplare între celulă și etajul de ieșire a amplificatorului.

Constanta amplitudinii purtătoarei și a adincimii de modulare, linearitatea în amplitudine a etajului de ieșire, destul de bună nu au dus la necesitatea corectării datelor în răspunsul de frecvență modulată, dat de inconstanta răspunsului în frecvență a traductorului.

Pentru a indeplini ambele deziderate: modulația in amplitudine și în frecvență la iesirea amplificatorului este necesară utilizarea unui traductor de bandă de largă trecere, cel puțin dublă față de banda de modulație cerută.

#### CAPITOLUL 6

#### CONCLUZII

Deflexia acustooptică implică cunoașterea amănunțită a fenomenelor fizice concurente, cit și a proprietăților materialelor componente ale celulei.

Pentru a obține fenomenul de difracție in mediul de interacțiune acustooptic, este necesară obținerea unei rețele plane de fază. Aceasta poate fi rezultatul propagării unei unde sonore, cit mai cu putință sinusoidale, de tip progresiv.

In acest scop traductorul piezoelectric trebuie să lansene o undă sinusoidală longitudinală sau transversală pură inspre mediul de interacțiune, după o direcție bine precizată și propice acesteia. Față de acest plan al undei are loc incidența Brazz, care dă fenomenul de difracție.

Scopul acestei lucrări este acela, de a-și aduce contribuția, intr-o manieră originală, la definirea fenomenelor legate de deflexia și modularea acustooptică intr-o formă matematică pretabilă la utilizarea tehnicii de calcul cit și la extragerea, in toate fazele tratării teoretice, a concluzilor practice, accesibile unei tehnologii care a dus la fabricarea primului deflector acustooptic românesc [82].

Menționez că, fiind un domeniu de mare actualitate, literatura abundă în abordări teoretice, dar nu se dezvăluie în nici un mod realizările practice (cel puțin în literatura la care am avut acces).

Pornind de la scopul și obiectivul propus se poate scoate in evidență urmatoarele contribuții originale:

- alegerea materialelor pentru realizarea deflectorului acustooptic s-a dovedit a fi corectă, modelul realizindu-se experimental, cu performanțe bune in funcționare;

- alegerea formei și dimensiunilor mediului de interacțiune acustooptic și frecvenței de lucru, poziționarea ferestrelor de intrare și iesire, peretele de atac și de deviere (Fig.43) au fost confirmate experimental;

- am dovedit, experimental, cà depunerea de strat

4

antireflex nu este critică, practic ne putem depărta mult de stratul ideal ( $1/4 \cdot \lambda$ ), ceea ce ușurează mult tehnologia de fabricație (Fig.4);

- asemănarea propagării undelor ultrasonore [23/79-01] cu cele electromagnetice permit supoziția reflexiei pe un plan inclinat, astfel incit unda să nu se reflecte inspre peretele cuplat cu traductorul, ceea ce ar duce la batăi care ar deranja caracterul de sinusoidă pură al deformațiilor. Am dovedit experimental, ca inclinarea sub 45° duce la rezultatele scontate cu un amortizor de Cu;

- analiza pe calculator (Fig.9) scoate in evidență o intensitate maximă în franța de difracție de ordinul 1 pentru o incidentă Bragg - fapt confirmat experimental;

- rezolvarea matematică a intensității undei imprăștiate, alegerea limitelor de integrare (Cap.3.2) corectează rezultatele obținute de alți cercetatori;

- relația (3.2.1) definește drept sursă ultrasonoră un traductor plat, cit mai mare (E x L) ca suprafață. Acesta ne asigură divergența minimă a fasciculului sonor. Dimensiunea aleasă a fost de 31x4x1,9 mm;

- rezolvarea matematică a comportării deflectorului acustooptic in impuls permite precizarea de relații dimensionale ce duc la performanțele cerute;

- alegerea tipului de electrozi ce alimentează traductorul s-a făcut în primul rind pentru o adaptare acustică cit mai corespunzatoare (Cap.4.5.2.2. si Fig.24);

- definirea metodei de masurare a constantelor niobatului de litiu (LiN503) (Cap.5.2.2) se propune ca metoda standard pentru evaluarea cristalelor produse de IFTAR (Cap.5.2.3.);

- alegerea unghiurilor de tăiere pentru cristalul piezoelectric executat din cuarț (5.3.2), astfel incit să aibă loc o undă pură longitudinală, cit și metoda de proiectare folosită in Cap.5.3, s-a dovedit a fi corectă (experimental confirmindu-se fenomenul de deflexie);

- investigarea calitătii optice a niobatului de litiu (Fig.31,32) produs de IFTAR - se propune ca metodă standard; - propagarea prin mediul cristalin din LiNbO3 s-a dovedit a fi defectuoasă experimental, acuzindu-se multiplele tehnologii implicate: de creștere, de polarizare, de tăiere, rezistența scazută la raza laser intensă, etc.

Realizarea unui perete inclinat (cu 6') pentru o reflexie a undei ultrasonore, ceea ce ar favoriza treceri multiple și deci interacțiune mai viguroasă intre ultrăsunet și lumină, nu a dus la o imbunatățire spectaculoasă, astfel incit fenomenul să poată fi exploatat tehnic.

S-a renunțat in favoarea cuarțului amorf pentru. fabricarea deflectorului;

- definirea măsurătorilor necesare și realizarea montajului experimental (Fig.45) au creat posibilitatea investigațiilor necesare pentru asigurarea unei incadrări corecte in clasa de funcționare necesară a deflectorului;

- proiectarea și realizarea amplificatorului de radiofrecvență (50 IHz, 15 V/50 ohm), astfel incit să ofere stabilitatea in funcționare (amplitudine, frecvență) (Fig.47);

- proiectarea și realizarea unui montaj generator de impulsuri variabile în 50 MHz (Fig.43) 10-1000µsec și repetabile (0 - 5 KHz);

- realizarea rețelei de adaptare corecte a cristalului piezoelectric cu ieșirea amplificatorului (Cap.4.5.1.2).

Fabricația a citorva deflectoare acustooptice a confirmat experimental deducțiile din partea teoretică arătate in această teză. În felul realizat se pot utiliza pentru modularea liniară a luminii și bineinteles în cavitatea laserelor cu solid, pentru a realiza lasere în împuls cu aplicații îndustriale îmediate (țăiere cu laser).

Prin realizarea cu acuratețe nai mare a celulei acustooptice (pierderi optice minime, stabilitatea deosebită a montajului electronic și a traductorului piezoelectric, in timp și cu temperatura) se va trece și la construcția unui modulator acustooptic cu implicații în transmisia și procesarea luminii.

Mai trebuie amintită și eficiența economică a tezei, aceasta contribuind la realizarea unui contract de colaborare (21-86-31/CSEN).

# BIBLIOGRAFIE

1. Born,M. si E.Wolf	Principles of Optics, Pergamon Press, 1965
2. Quate,CF., etc.	Proceedings of the IEEE, vol 52, nr.10, p.1604, 1965
3. Sterian, P., etc.	Transmisia optică a informației, Ed.Tehnicá, vol 2, p.87, 1981
4. * * *	Recomandări ale Organizatiei Internațio- nale de Standardizare ISO, Ed.Tehnică, Bucuresti, vol 1, 1971
5. Gordon,I.	Proceedings of the IEEE, vol 54, nr.10, p.1932, 1966
6. Dixon,N. si I.Gordon	Bell Sys.Tech.Journal vol 46, p.367, 1967
7. Korpel,L., etc.	Proceedings of the IEEE, vol 54, p.1429, 1966
8. Klein,N. si F.Cook	IEEE Trans.Sonics and Ultrasonics, vol SU-14, p.123, 1967
9. Zernike,F.	Applied nonlinear optics, John Wiley, USA, p.2, 1973
10. Sapriel,L.	Contribution a l'etude de materiaux ferroelastiques ou fortement photoelastiques a l'aide de methodes acoustooptiques, Teza doctorat, Universitate Pierre et Marie Curie, Franța, 1975
11. Adrianova,V.	Optica i spectroscopia, XIV, 1, p.137, 1963
12. Ilin,N. si A.Kostiunina	Optica i spectroscopia, XXII, 2, p.303, 1967
13. Tarasov,I.	Fiz.osnovi cvantovii el. Sovetskoe radio, Koskva, p.14, 1976
14. Yariv,A.	Quantum Electronics, John Wiley, ed.3, New York, p.110, 1985
15. De Sabata,I.	Bazele electrotehnicii, IPT, vol II, p.229, 1974

16. Nye,I.F. Proprietes physiques des cristaux, DUNOD, Paris, p.71, 1961 17. Pop,E. Posibilități de utilizare a unor efecte electooptice in tehnica masurătorilor și a elementelor logice, Tezá de doctorat, IPT, 1970 13. Iancu, I. Elemente de optica aplicata, Ed.st., București, p.206, 1977 Orgics Guide 2, Amsterdam, p.71, 1986 19. Helles Griot, J. 20. Case, II. Photonics Spectra, USA, Hass, p.58, Feb.1984 21. Lunt, D. Photonics Spectra, USA, Mass, p.77, Mov. 1933 22. Duncanson, R. si Proceedings of the Physical Soc.of S.Stevenson London, vol 72, p.1001, 1981 23. Auld, B.A. IEEE Trans.on Microwave Th.and Techn.vol MIT 17, No.11, p.800, Nov.1969 24. Ingerbringsten,K. IEEE Trans.on Microwave theory and tehn, vol MIT 17, No.11, p.821, Nov.1969 25. Slater, I. Review of Modern Physics, vol 30, No.1, p.197, Ian.1958 26. Kaminov, P. IEEE Transactions on Microwave theory and tehniques, vol MTT-23, No.1, p.57, Ian.1975 27. Adrianova, V. Optica i spectroscopia, XXXV, 5, p.888, 1973 23. Tien, P.K. Journal of applied physics, vol 29, No.9, p.1347, 1958 29. Manley, J.K. si Proc.IRE, vol 44, p.904, Iulie 1956 H.E.Rowe 30. Vlad, V. Prelucrarea optică informatiei, а Ed.Ac.RSR, p.19, 1976 31. Rosculet,M. Analiză matematică, Ed.Did. si Ped., **Bucuresti**, p.481, 1979 32. Angot, A. Complemente de matematici pentru ingineri din electrotehnica și din telecomunicatii, Ed. Tehnica, p.408, 1966

atomica 33. Eorneas, H. Fizica si a radiatiei electromagnetice, IPT, p.116, 1980 34. Tamir, E. Integrated optics, Springer Verlag, Berlin, p.158, 1975 Laser beams and resonators, Proc. 35. Kogelnic, P. IEEE. vol 54, p.1312-1329, Oct.1966 36. Mason, W. Electromechanical Transducers and wave filters, Princentown, Von Nostand, p.201, 1978 37. Hason, W. Piezoelectric Crystals and their Application to Ultrasonics. Van Nostrand, London, p.42, 1983 38. Berlincourt, D., Physical acoustics, vol 1A, Mason, New etc. York, Academic Press, p.232, 1964 39. Berlincourt, D., IEEE Trans.Sonics and Ultrasonics, vol etc. SU-16, p.2, 1969 40. Iuleva, L.I. si Journal of Crystal Growth, Amsterdam, vol Yu.S.Kuzminov 82, p.162, 1987 41. Hoga, I. si Phys.Rev.109, p.1467, 1953 E.Aruga 42. Hason, P. si Proc.IRE 42, p.921, 1954 L.Iaffe Phys.Rev.62, p.71, 1942 43. Lawson, H. 44. Tiersten, H. J.Acoust.Soc.Am.35, p.53, 1963 45. Onoe,M. si J.Acoust.Soc.Am.35, p.36, 1963 H.Tiersten 46. Warner, A. Ūse of paralle field excitation in the design of quarts crystal units, Proc.17th Freg.Control Symp., p.248, 1963 47. Branzan, F. Unele rezultate experimentale privind dirijarea proprietatilor optice sub influenta modificarilor mecanice, Referat in cadrul catedrei de fizica, IPT, 1982 48. Hegaw, H. Acta Crystal, No.7, p.187, 1952 49. Shiozaki, T. Journal of Phys.Chem.Solids 24, p.1057, 1963

.

50.	Abrahams,M. si R.Reddy	Journal of Phys.Chem.Solids 27, p.997, 1966
51.	Abrahams, M. si	Journal of Phys.Chem.Solids 27, p.1019,
50	R. Reudy	
. عر	Lyer, R. Si I.F.Yomag	App1.Phys.41, p.2320, 1970
53.	Byer,R. si R. Herbst	Optics Communications 12, p.427, 1974
54.	Fukuda,T. si H.Hirono	Materials Research Bell.10, p.801, 1975
55.	Bergman,I.G. si A.Ashkin	Applied Phys.Lett. 12, p.82, 1968
56.	Nidwinter, I.I.	Applied Physics 39, p.3033, 1968
57.	Bayd,G. si W.Bond	J.Applied Physics 33, p.1941, 1974
58.	Penna,A. si A.Chaves	Physical Review B, 13, p.4907, 1976
59.	Berg,N., N.Lee si H. Casseday	Optical Engineering, 19-3, p.359, 1980
60.	Casseday,X. si R.Abramovitz	IEEE Trans.Sonics and Ultrasonics SU-28-3 p.483, 1981
61.	Brânzan,F.	Celulă de baleiere folosită in memorii optice binare, Colocviu de cibernetică, Timisoara,1981
62.	Yariv,A.	Introduction to optical electronics, Holt, New York, p.315, 1971
63.	Adrianova,V.	Optica i spectroscopia, 12, p.99-105, 1962
64.	Hance,V.	J.Acoust Soc.Am. 36, p.1034, 1964
65.	Hargrove, I.	J.Acoust.Soc.Am.34, p.1547, 1952
66.	Willard,W.	J.Acoust.Soc.Am.21, p.101, 1949
67.	Hargrove, I. si	J.Acoust.Soc.Am.31, p.1366, 1959
63.	* * *	RCA.Solid State Power Circuits, USA,
69.	* * *	SIEMENS, Schaltbeispiele, Ausgabe 1974/75

70. Jakubaschk,M. Das grosse Elektronikbastelbuch, RDG, 1976 71. \* \* \* Phylips, Semiconductor Pocket Book, 1987 72. Cátuneanu, V., Semiconductoarele in telecomunicatie, etc. Ed.tehnica, București, 1962 73. Gray, P. Bazele electronicii moderne, Ed.Tehnica, București, vol II, 1973 J.Acoust.Soc.Am.38, p.14-23, Iulie 1965 74. Hance, V. 75. \* \* \* IPRS Baneasa, Componente electronice, catalog condensat 76. \* \* \* IPRS Baneasa, Circuite integrate digitale, 1979 Circuite cu tranzistoare in industrie, 77. Felea, D. Ed.tehnica, București, 1964 78. Morris, R. Proiectarea cu circuite integrate TTL, Ed.Tehnica, 1974 79. Nadean,G. Introduction to Elasticity, Holt, New York, 1964 80. Chou, P. Elasticity- Tensor, Dyodic and Engineering Approaches, Van Nostrand, Princetown, 1965 Sonics and Ultrasonics, SU - 14, S1. Holland, R. IEEE p.18-20, 1967 82. Lupei, V., Conferinta nationala de realizari si I.Hánzatu,... progrese in domeniul laserelor, 20-21 F.Brânzan oct.1987, Bucuresti, Laseri YAG-Nd pompat continuu cu comutatie acustooptica 83. Earllisse, P. Variational Method for Electroelastic Vibration Analysis, IEEE Trans.Sonics and Ultrasonics, SU-14, p.153-160, 1967 84. Maidan, D. IEEE Jr.Q.E.-6, No.1, p.15, 1970 85. Lupei, V., Propunere brevet inventie (in pregatire) F. Domsa, F.Brânzan