MINISTERUL EDUCATIEI SI INVATAMINTULUI
INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" TIMISOARA
FACULTATEA DE ELECTROTEHNICA

ing. Mariana Tănase

FENOMENE TRANZITORII RAPIDE IN MASINILE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV CU APLICATII LA TESTAREA LOR IN PROCESUL TEHNOLOGIC DE FABRICATIE

TEZA DE DOCTORAT

Conducător ştiinţific
Prof.dr.ing. TOMA DORDEA

- 1986 -

CUPRINS

Pag.

INDEX ALFABETIC

$a(t)$ – valoarea momentană a potențialului magnetic vector.

$\bar{a}$ – vectorul potențialului magnetic vector.

$\tilde{A}$ – imaginea operațională a potențialului magnetic vector.

$A_n^{(1)}$, $A_n^{(2)}$, $A_n^{(3)}$, $B_n^{(1)}$, $B_n^{(2)}$, $B_n^{(3)}$ – constante de integrare ale potențialului magnetic vector.

b – diametrul exterior statoric.

b_1, b_5, b_6 – lățimi de crestătură.

b_c – lățimea conductorului din crestătură.

c – diametrul interior rotoric.

$c_{indexat}^{indexat}$ – capacitate tranzitorie

$C_{indexat}^{indexat}$ – capacitate electrostatică

d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6 – notație de simplificare (cap.1).

d_c – grosimea izolației de crestătură.

d_{sp} – grosimea izolației dintre spire.

d_s – grosimea izolației dintre straturi.

$\bar{e}$, $e(t)$ – vectorul, respectiv valoarea momentană a intensității cîmpului electric.

$\bar{E}$, $\tilde{E}$ – vectorul, respectiv imaginea operațională a intensității cîmpului electric.

f, ca indice – se referă la capătul frontal de bobină.

$G_{indexat}^{indexat}$ – imaginea operațională a conductanței.

$g_{indexat}^{indexat}$ – conductanță tranzitorie

$\bar{h}$, $h(t)$ – vectorul, respectiv valoarea momentană a intensității cîmpului magnetic.

$\bar{H}$, $\tilde{H}$ – vectorul, respectiv imaginea operațională a intensității cîmpului magnetic.

$h_1,\dots,h_6$ – înălțimile porțiunilor de crestătură.

h_c – înălțimea totală a crestăturii.

h – înălțimea conductorului spirei.

h_b – înălțimea barei.

i - valoarea momentană a curentului.

$\tilde{I}$ - imaginea operaţională a curentului.

I_{ef} - valoarea efectivă a curentului sinusoidal.

$I_n(\gamma\rho)$ - funcţia Bessel modificată de ordinul n, speţa I-a

$j = \sqrt{-1}$

$\bar{J}_f$, j_f - vectorul, respectiv valoarea momentană a densităţii curenţilor turbionari din miezul feromagnetic.

k - ordinul exponenţialelor procesului tranzitoriu.

k_{fe} - factor de umplere a miezului feromagnetic.

$K^{indexat}_{indexat}$ - capacitate între spirele bobinei.

k_{yn} - factorul de scurtare a înfăşurării.

k_{qn} - factorul de zonă a înfăşurării.

$K_n(\gamma\rho)$ - funcţia Bessel modificată de ordinul n, speţa II-a

l - lungimea înfăşurării transformatorului (cap.1).

l - lungimea totală axială a miezului feromagnetic statoric.

l_{int} - inductivitatea interioară proprie în c.c. a conductorului.

l_{fe} - lungimea echivalentă a materialului feromagnetic al miezului.

$l^{indexat}_{indexat}$ - inductivitatea tranzitorie a laturii de bobină.

$\tilde{L}^{indexat}_{indexat}$ - imaginea operaţională a inductivităţii laturii de bobină

q - numărul de crestături pe pol şi fază.

$q_{indexat}$ - sarcină electrică (paragraful 3.7.4).

p - operator (transformarea Laplace).

p_p - numărul perechilor de poli.

p_{fe} - pierderi în fier momentane.

$p_{indexat}$ - coeficient de potenţial din prima formă a relaţiilor lui Maxwell din electrostatică.

r - raza la care este aşezat conductorul în MSR.

r_0 - raza conductorului.

$r^{indexat}_{indexat}$ - rezistenţă tranzitorie

$\tilde{R}^{indexat}_{indexat}$ - imaginea operaţională a rezistenţei.

S_b - numărul de spire ale unei bobine.

t - timp

u - valoarea momentană a tensiunii

$\tilde{U}$ - imaginea operaţională a tensiunii.

V - potenţial

x,y,z - sistemul de coordonate carteziene (subcap.3.7)

$Z_{indexat}^{indexat}$ - impedanţă operaţională

x - variabilă independentă

y - deschiderea bobinei.

$Y_{indexat}$ - admitanţă operaţională

α - unghiul electric între axele a două bobine consecutive.

$\beta = \sqrt{\omega \mu \sigma}$

$\gamma = \sqrt{p \mu \sigma}$ - variabilă operaţională pentru miezul feromagnetic.

$\gamma_c = \sqrt{p \mu_c \sigma_c}$ - variabilă operaţională pentru materialul conductor

$\Gamma_{indexat}$ - coeficienţi de influenţă (paragraful 3.7.4).

ε_s - permitivitatea dielectrică a izolaţiei spirelor.

ε_c - permitivitatea dielectrică a izolaţiei de crestătură.

ε_o - permitivitatea dielectrică a aerului.

ξ, z - soluţiile ecuaţiilor (1.8) şi (1.9).

ρ, θ_g, z - sistem de axe de coordonate polare.

θ - unghi electric corespunzător coordonatei θ_g.

$\rho_{indexat}$ - distanţa între conductoarele din crestătură (paragraful 3.7.4).

ρ_v - densitatea de volum a sarcinii

μ_o - permeabilitatea magnetică a aerului

μ - permeabilitatea magnetică a miezului feromagnetic.

μ_c - permeabilitatea magnetică a materialului conductor.

σ - conductivitatea electrică a miezului feromagnetic.

σ_c - conductivitatea electrică a materialului conductor.

τ - pasul polar al înfășurării

τ_F - constanta de timp a miezului feromagnetic.

τ_S - constanta de timp a spirei.

$\tau_{exp.c}$ - constanta de timp a amortizării exponențialelor din expresiile parametrilor tranzitorii de crestătură.

$\tau_{exp.f}$ - constanta de timp a amortizării exponențialelor din expresiile parametrilor tranzitorii de magnetizare.

MER - mașina electrică rotativă.

1. INTRODUCERE

Mașina electrică rotativă ocupă și va continua să ocupe un loc de seamă în tehnică. Această afirmație poate fi motivată prin utilizarea ei în două domenii de vîrf:

- ea constituie elementul de bază în producerea energiei electrice fără de care nu este posibil progresul tehnic,
- mașina electrică stă la baza oricărei acționări electrice, oricît de modernă ar fi aceasta.

Tendința actuală de creștere neîncetată a puterii pe unitate a mașinilor electrice precum și folosirea lor în cele mai deosebite acționări electrice cu elemente statice, dirijate chiar de calculatoare electronice impune continuarea studierii MAA în noile coordonate de dezvoltare tehnică. Acest utilaj electrotehnic, la prima vedere simplu, este totuși un circuit electromagnetic greu de abordat, pentru studiul său făcîndu-se întotdeauna multiple ipoteze simplificatoare. Avînd în vedere cele de mai sus precum și perfecționarea neîncetată a metodelor utilizate în activitatea de cercetare și proiectare, studiul său se poate aprofunda sub diverse aspecte. Astfel, în ultima perioadă s-a extins tratarea regimurilor tranzitorii ale MAA [26, 52, 57, 87, 124] și calculul optimal al ei [82].

In studiul oricărui proces tranzitoriu al MAA nu mai pot fi luați în considerare parametrii electrici clasici cunoscuți în teoria regimului staționar ci trebuie să intervină așa zișii parametrii tranzitorii, care țin cont de efectul pelicular și de proximitate din mașina electrică și care la rîndul lor sînt variabili în timp. In lucrarea de față se determină acești parametrii tranzitorii, cunoscîndu-se geometria mașinii și datele înfășurării.

Un regim tranzitoriu important îl constituie propagarea undelor de tensiune de-a lungul înfășurării MAA. Necesitatea studierii acestui proces s-a impus în ultimul timp din următoarele considerente:

- Creșterea puterii pe unitatea instalată determină efecte negative remarcabile în cazul apariției unei unde de supratensiune atît pentru mașina respectivă cît și pentru rețea.

- In cadrul acționărilor moderne cu convertoare statice, respectiv a mașinii electrice cu comutație statică, mașina se găsește în acest regim, deoarece la bornele sale se aplică unde sau impulsuri de tensiune [51, 74].

- In vederea creșterii calității și eficienței muncii, a creșterii productivității și a economiei de materiale trebuie introduse în toate fabricile constructoare de mașini electrice utilaje și aparate pentru testat bobinajele fie într-o fază intermediară, fie în faza finală. Această testare constituie tot o solicitare a înfășurării mașinii electrice prin generarea de unde de tensiune [12, 13, 20, 25, 44, 45, 46, 53, 58, 59, 66, 104, 105].

Ținînd seama numai de aceste trei laturi importante de aplicare a studiului MER solicitate la unde de tensiune, se remarcă însemnătatea problemei abordate în lucrare.

Expresiile stabilite pentru calculul parametrilor tranzitorii ai MER sînt utile și proiectanților de mașini electrice, iar studiul efectuat permite abordarea mai profundă a modului de definire și de măsurare a reactanțelor supratranzitorii ale mașinilor sincrone.

In cadrul preocupărilor avute pentru studiul comportării MER la unde de tensiune, autoarea a realizat două prototipuri de aparate portabile pentru testarea bobinajelor MER cu denumirea "Izolatest" și "Bobinotest" precum și un model experimental "Simetest". Execuția acestora a dus și la două invenții [112, 113].

Conținutul lucrării este următorul:

Capitolul 1 analizează principalele modalități de studiere a comportării mașinii electrice supuse la unde de tensiune, prezintă sintetic unele considerații și observații din bibliografie de care se ține seama în capitolele următoare.

Capitolul 2 abordează studiul propagării undelor de tensiune de-a lungul înfășurării MER, stabilindu-se schemele electrice echivalente în T și Π ale acesteia. Se precizează parametrii electrici tranzitorii ce se iau în considerație. In cazul MER simetrice din punct de vedere electric, se tratează procesul de propagare a undelor de tensiune echivalînd faza acesteia cu un lanț de cuadripoli, căruia i se stabilește impedanţa caracteristică prin aplicarea calculului matricial. Problema este particularizată pentru studiul MER testată prin oscilaţii de relaxare cu ajutorul aparatelor realizate.

Capitolul 3, după ce face o prezentare sintetică a teoriei generale a parametrilor tranzitorii elaborată de acad. R. Răduleţ, prezintă determinarea originală a cîmpului electromagnetic şi a expresiilor parametrilor tranzitorii ai MER cu considerarea şi a pierderilor în fier pentru procesele tranzitorii rapide.

Capitolul 4 arată mai întîi necesitatea şi avantajele verificării bobinajelor maşinilor electrice în faze intermediare ale fluxului tehnologic de fabricaţie, iar apoi redă principiul aparatelor realizate de autoare şi performanţele acestora. Se dau rezultatele experimentale obţinute prin solicitarea MER la unde de tensiune în cadrul testării acesteia cu ajutorul aparatelor realizate fiind verificate şi concluziile teoretice la care s-a ajuns în capitolul 2.

Capitolul 5 cuprinde concluzii şi observaţii ce se desprind din lucrare. Totodată se prezintă posibilităţile şi perspectivele de dezvoltare a tematicii abordate în lucrare.

Contribuţiile originale aduse în lucrare sînt următoarele:

- Prezentarea sintetică şi sistematizată a bibliografiei în privinţa pătrunderii undelor de tensiune în maşinile electrice şi sublinierea unor concluzii de care s-a ţinut cont în studiul ulterior.

- Stabilirea schemelor echivalente de analiză a fenomenului de propagare a undelor de tensiune de-a lungul înfăşurărilor MER, cu respectarea situaţiei reale de variaţie a parametrilor în lungul înfăşurării de la crestătură la capetele frontale. A intrat în consideraţie cazul cel mai general cînd maşina este nesimetrică pe faze şi bobinele diferă chiar în cadrul aceleiaşi faze. Au fost analizate şi cazuri particulare, întîlnite în practică.

- Prezentarea ecuaţiilor de studiu a acestor scheme, introducîndu-se parametrii tranzitorii longitudinali şi transversali.

- Studiul matricial al MER simetrice, solicitată la unde de tensiune cu particularizare la testarea bobinajelor. In acest cadru s-a dedus capacitatea optimă a condensatorului de descărcare pentru producerea undelor de tensiune, capacitate a cărui valoarea a fost determinată şi experimental pentru o gamă largă de maşini.

- Studiul cîmpului electromagnetic din MER în procesele tranzitorii rapide, cînd se poate neglija influenţa rotorului datorită blindării acestuia de către cîmpul creat de curenţii turbionari induşi în acesta, studiu efectuat prin introducerea potenţialului magnetic vector. Acest studiu original a fost particularizat pentru regimul sinusoidal, obţinîndu-se rezultate cunoscute din teoria clasică, ceea ce subliniază veridicitatea sa.

- Determinarea pierderilor în fierul statoric în cazul particular de alimentare a maşinii cu un curent treaptă unitate şi stabilirea rezistenţei tranzitorii echivalente pierderilor în fier corespunzătoare curenţilor turbionari. Metodica prezentată poate fi aplicată în orice regim tranzitoriu rapid cu solicitarea înfăşurării la un curent de formă oarecare.

- Determinarea parametrilor tranzitorii proprii şi mutuali între bobine, respectiv fazele maşinii electrice în funcţie de dimensiunile maşinii şi caracteristicile de material.

- Studiul cîmpului electromagnetic din crestătură în cazul unui bobinaj în două straturi prin intermediul potenţialului magnetic vector.

- Deducerea parametrilor tranzitorii de crestătură referitor la rezistenţe, inductivităţi şi capacităţi. Expresiile obţinute le generalizează pe cele cunoscute din regimul sinusoidal.

- Prezentarea unei metodici de determinare a parametrilor tranzitorii ai capetelor frontale de bobină, parametrii necesari în studiul procesului de propagare a undelor de tensiune conform schemelor stabilite, precum şi în determinarea parametrilor tranzitorii ai unei faze.

- Studiul experimental al solicitării MER la unde de tensiune în cadrul testării bobinajului cu aparatele Izolatest, Bobinotest şi Simetest şi realizarea acestora.

- Două invenţii brevetate referitoare la subansamble din aparatele realizate şi o propunere de invenţie înaintată la OSIM în august 1985.

CAPITOLUL 1.

CONSIDERATII PRIVIND PROPAGAREA UNDELOR DE TENSIUNE IN INFASURARILE MASINILOR ELECTRICE

1.1. Necesitatea studierii propagării undelor de tensiune în MER

Problema pătrunderii undelor mobile a fost pe larg desbătută în literatura de specialitate în cazul transformatoarelor electrice, întrucît acestea sînt cuplate, în general, în stațiile de transformare direct la liniile electrice pe care se propagă ele. Undele în cauză au tensiuni de valori foarte mari, numite supratensiuni, cu caracter de impulsuri singulare, periodice sau aperiodice și pot fi:

- de natură atmosferică,
- de comutație (datorită proceselor de comutare, deconectare sau variații rapide ale sarcinii),
- de avarie.

Aceste supratensiuni, a căror valori pot depăși de mai multe ori tensiunea nominală a transformatorului, supun izolația acestuia la solicitări electrice mari și adesea duc la străpungerea ei, scoțînd transformatorul din funcție.

Pe de altă parte, fenomenul propagării șocului din înfășurarea de înaltă tensiune a unui transformator poate fi transmis și la înfășurarea de joasă tensiune prin inducție electrostatică și electromagnetică. Repartiția inițială a tensiunii de-a lungul înfășurării de înaltă tensiune e transmisă la înfășurarea de joasă tensiune prin cuplaj capacitiv (fig.1.3). Astfel la un șoc de tensiune U_{1o} aplicat intrării de înaltă tensiune, se obțin la borna de intrare a înfășurării de joasă tensiune U_{2o} cu următoarea expresie [3] :

$$U_{2o} = \frac{C}{C_{p2}+\left[\frac{K}{K_1}^{2}(C_1 C_{p2}+C_2 C)\right]^{1/2}} \cdot U_{1o} \qquad (1.1')$$

unde:

C - capacitatea între spirele înfăşurării de înaltă tensiune şi înfăşurării de joasă tensiune;

C_1- capacitatea între înfăşurarea de î.t. şi masă;

C_2- capacitatea între înfăşurarea de j.t. şi masă;

$C_{p1} = C+C_1$; $C_{p2} = C+C_2$;

K_1- capacitatea între spirele înfăşurării de î.t.;

K_2- capacitatea între spirele înfăşurării de j.t.;

În general $U_{2o}=(0,15-0,35)U_{1o}$

În afară de această componentă capacitivă iniţială, în înfăşurarea secundară a transformatorului se stabileşte şi o componentă cvasistaţionară prin inducţie electromagnetică, care depinde de raportul de transformare. Dacă raportul de transformare este apropiat de 1, valoarea acesteia poate fi apreciabilă.

Deducerea expresiei componentei inductive se poate face considerând schema în T a transformatorului (fig.1.1).

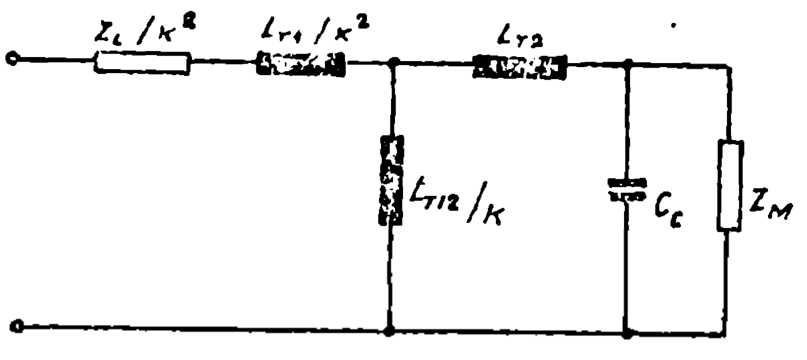


Fig.1.1.Schema echivalentă pentru determinarea componentei inductive a tensiunii de la bornele maşinii.

Z_L - impedanţa de undă a liniei de î.t.;

L_{T1}, L_{T2} - inductanţele de dispersie ale înfăşurării primare, respectiv secundare ale transformatorului,

$L_{T1,2}$ - inductanţa mutuală între primarul şi secundarul transformatorului (neglijînd pierderile în fier),

K - raportul de transformare,

C_c - capacitatea faţă de pămînt a cablului de legătură între transformator şi maşină,

Z_M - impedanţa de undă a maşinii.

Scriind ecuaţia acestui circuit electric, în ipoteza aplicării brusc a tensiunii u_1 la borne, rezultă în final componenta cvasistaţionară, care ia naştere prin inducţie electromagnetică a tensiunii de la bornele maşinii:

$$u_2 = \frac{L_{T12}}{L_{T1}} u_1 (1-e^{-\alpha t})$$

unde:

$$\alpha = \frac{Z_1}{L_{T2} - \frac{L_{T12}}{L_{T1}}}$$

Componenta inductivă este mult mai importantă, deoarece dispune de o energie mult mai mare decît cea capacitivă, aceasta amortizîndu-se rapid. Pe de altă parte, capacitatea C_c împreună cu inductanța de dispersie a transformatorului poate realiza un circuit oscilant. Astfel, dacă:

$$Z_1 < \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{L_{T1}}{K^2} + L_{T2}\right) \frac{1}{C_c}}$$

fenomenele tranzitorii sînt aperiodice, iar în caz contrar se produc oscilații cu amplificări ale tensiunii la bornele mașinii. De exemplu studiindu-se cazul unui generator de 11 KV, cuplat la un transformator de 110/11 KV cu schema de conexiuni Yy, nulul fiind pus la pămînt [42], dacă nivelul șocului aplicat la înfășurarea de înt. este de 400 KV, tensiunea obținută la bornele generatorului a fost de 55 KV. Această valoare este net superioară tensiunii nominale a generatorului și prezintă un real pericol pentru înfășurările sale.

In plus, odată cu creșterea puterii pe unitate a mașinilor electrice a crescut și tensiunea lor nominală. Astfel, ridicarea tensiunii unui generator poate fi considerată pînă la nivelul de transmitere a tensiunii (220 KV sau chiar mai mult) [69]. In situația unei asemenea mașini, legate direct la rețeaua de î.t., pericolul solicitării la supratensiuni tranzitorii este inevitabil. Totodată, presupunerea că lungimile mari ale cablurilor produc asupra șocurilor de tensiune distorsiuni sau elongații astfel încît undele cu front abrupt nu ajung la bornele mașinii, în urma ultimelor cercetări s-a dovedit a nu fi adevărată [2b].

Pe de altă parte, o simplă estimare a situației mașinilor deteriorate fabricate de Electromotor Timișoara, arată că ponderea valorică o constituie defectele electrice și anume străpungerile de izolație. Ori, se poate considera nivelul izolației sîrmei emailate folosite de EMT ca fiind $U_{niv.iz} \cong (2-3)KV$, tensiunea de străpungere a izolației crestăturii $U_{cr} \cong 6$ KV. Pentru maşinile obişnuite fabricate de IMT $U_n=380$ V, deci $U_{max}=\sqrt{2}\cdot 380\cong$ $\cong 536$ V, iar $U_{sp}\cong 10$ V. Comparînd U_{nov} cu U_{max} se apreciază că există un coeficient de siguranţă $k_{sig.m}\cong 900\%$, iar din compararea $U_{niv.iz}$ cu U_{sp} rezultă un coeficient de siguranţă $k_{sig.s}=$ $\cong 20000\%$. S-ar părea că din punct de vedere al străpungerii izolaţiei, maşinile au o durată de viaţă foarte mare, teoretic infinită. Realitatea este însă cu totul alta. Defectele electrice şi în special străpungerile la masă sînt numeroase nu numai în faza de exploatare, dar chiar la stand. Cauzele sînt multiple: tehnologice, de material, etc., cauze care nu întotdeauna şi în orice fabrică pot fi eliminate. O măsură eficientă însă în vederea micşorării costului defectelor de fabricaţie este introducerea controlului intermediar. In acest sens s-au conceput aparate de control a maşinilor electrice [10, 20, 25, 53, 58, 59, 60, 73, 77, 104, 105, 114, 115, 135] prin care acestea, sau părţi componente, să fie supuse în cadrul verificărilor unor condiţii apropiate de cele din exploatare. Pentru o dimensionare corectă a elementelor care intră în componenţa acestor aparate, pentru a putea interpreta cît mai corect măsurătorile precum şi pentru a putea ridica performanţele acestor aparate este necesară studierea fenomenului de pătrundere a undelor de tensiune în înfăşurările MAE.

In cadrul acţionărilor moderne, maşinile electrice sînt alimentate prin intermediul convertoarelor statice. In această situaţie, apare, în general, la bornele maşinii o tensiune de o variaţie în timp sub forma de trenuri de impulsuri, conform fig. 1.2. [51, 74].

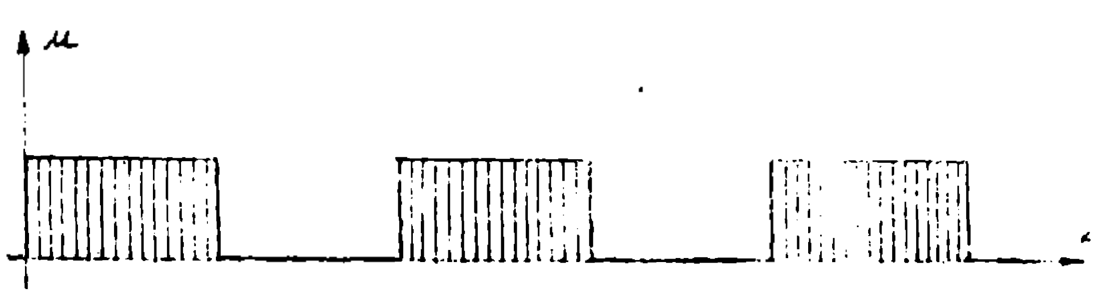


Fig.1.2. Forma tensiunii la ieşirea convertorului static.

In consecinţă şi acest caz trebuie studiat cu parametrii tranzitorii ai MAE, considerîndu-l ca un fenomen de propagare a undelor de-a lungul înfăşurării maşinii.

1.2. Fenomenul de şoc în transformatorul electric

Pentru studiul pătrunderii unei unde de tensiune într-un transformator electric, s-a considerat schema sa echivalentă în această situaţie (fig.1.3).

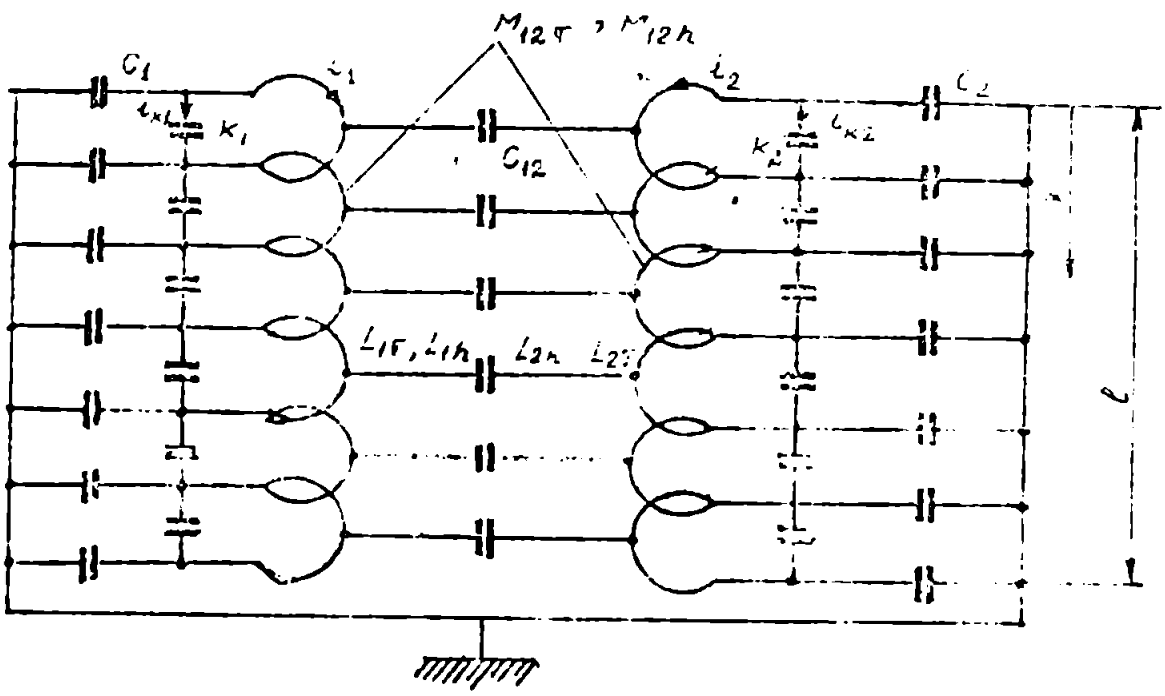


Fig.1.3. Schema echivalentă a transformatorului electric pentru studiul fenomenului de propagare a undelor de tensiune.

În această schemă parametrii sînt următorii:

$L_{1\sigma}$ - inductivitatea proprie de dispersie a unei spire din înfăşurarea primară,

$L_{2\sigma}$ - inductivitatea proprie de dispersie a unei spire din înfăşurarea secundară,

L_{1h} - inductivitatea proprie principală a spirei primarului,

L_{2h} - inductivitatea proprie principală a spirei secundare,

M_{12} - inductivitatea mutuală de dispersie între două spire una primară, cealaltă secundară,

M_{12h} - inductivitatea mutuală principală între două spire una din primar, cealaltă din secundar,

C_1 - capacitatea unei spire primare faţă de masă,

C_2 - capacitatea unei spire secundare faţă de masă,

K_1 - capacitatea între două spire primare

K_2 - capacitatea între două spire secundare.

Corespunzător acestei scheme relațiile între tensiuni și curenți, care sînt funcții de timp și de punct se scriu:

$$\frac{\partial(i_1+i_{K1})}{\partial x}=-C_1\frac{\partial u_1}{\partial t}-C_{12}\frac{\partial(u_1-u_2)}{\partial t}$$

$$i_{K1}=-K_1\frac{\partial^2 u_1}{\partial x\,\partial t}$$

$$\frac{\partial(i_2+i_{K2})}{\partial x}=-C_2\frac{\partial u_2}{\partial t}-C_{12}\frac{\partial(u_2-u_1)}{\partial t}$$

$$i_{K2}=-K_2\frac{\partial^2 u_2}{\partial x\,\partial t}$$

Din primele două relații prin substituție se poate deduce variația curentului de-a lungul înfășurării primare:

$$\frac{\partial i_1}{\partial x}=-C_1\frac{\partial u_1}{\partial t}-C_{12}\frac{\partial(u_1-u_2)}{\partial t}+K_1\frac{\partial^3 u_1}{\partial x^2\partial t} \tag{1.1}$$

Analog se scrie variația curentului în înfășurarea secundară:

$$\frac{\partial i_2}{\partial x}=-C_2\frac{\partial u_2}{\partial t}-C_{12}\frac{\partial(u_2-u_1)}{\partial t}+K_2\frac{\partial^3 u_2}{\partial x^2\partial t} \tag{1.2}$$

In aceste relații u_1, u_2 reprezintă tensiunea punctului de abscisă x, măsurată pe axa înfășurării primare, respectiv înfășurării secundare.

Saltul de tensiune de-a lungul celor două înfășurări va fi [42] :

$$\frac{\partial u_1}{\partial x}=-L_{1\sigma}\frac{\partial i_1}{\partial t}-M_{12\sigma}\frac{\partial i_2}{\partial t}-L_{1h}\frac{\partial}{\partial t}\int_0^l i_1dx-M_{12h}\frac{\partial}{\partial t}\int_0^l i_2dx \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x}=-L_{2\sigma}\frac{\partial i_2}{\partial t}-M_{12\sigma}\frac{\partial i_1}{\partial t}-L_{2h}\frac{\partial}{\partial t}\int_0^l i_2dx-M_{12h}\frac{\partial}{\partial t}\int_0^l i_1dx \tag{1.4}$$

Pentru calcul se disting două faze:

1.2.1) Faza inițială cînd fenomenele au o variație extrem de rapidă, în care caz se pot neglija inductivitățile proprii și mutuale din schema echivalentă (fig.1.3), deci $i_1=i_2=o$. Se obțin relațiile:

$$K_1\frac{d^2U_1}{dx^2}-(C_1+C_{12})U_1+C_{12}U_2=o \tag{1.5}$$

$$K_2 \frac{d^2U_2}{dx^2} - (C_2+C_{12})U_2 + C_{12}U_1 = 0 \qquad (1.6)$$

din care în final rezultă ecuația:

$$\frac{d^4U_2}{dx^4} - \left(\frac{C_1+C_{12}}{K_1} + \frac{C_2+C_{12}}{K_2}\right)\frac{d^2U_2}{dx^2} + \frac{C_1C_2+C_{12}(C_1+C_2)}{K_1K_2}U_2 = 0 \qquad (1.7)$$

Rezolvînd această ecuație diferențială se obține soluția [42] :

$$U_2 = A_2e^{-\alpha_1 x} + B_2e^{\alpha_1 x} + C_2e^{-\alpha_2 x} + D_2e^{\alpha_2 x}$$

unde:

$$\alpha_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{C_1+C_{12}}{K_1} + \frac{C_2+C_{12}}{K_2}\right) \pm \frac{1}{2}\left[\left(\frac{C_1+C_{12}}{K_1} + \frac{C_2+C_{12}}{K_2}\right)^2 - 4\,\frac{C_1C_2+C_{12}(C_1+C_2)}{K_1K_2}\right]^{1/2}}$$

Constantele de integrare se determină din condiții de limită, pentru care există două situații:

a) nulul pus la pămînt:

$U_1(0) = U_{10}$ - cunoscută

$\left(\frac{dU_2}{dx}\right)_{x=0} = 0$ - începutul secundarului este izolat

$U_1(l) = 0$ - sfîrșitul primarului este pus la pămînt

$U_2(l) = 0$ - sfîrșitul secundarului este pus la pămînt

b) nulul este izolat pentru ambele înfășurări:

$U_1(0) = U_{10}$ - cunoscută

$\left(\frac{dU_2}{dx}\right)_{x=0} = 0$

$\left(\frac{dU_1}{dx}\right)_{x=l} = 0$

$\left(\frac{dU_2}{dx}\right)_{x=l} = 0$

Se pot realiza și combinații între aceste cazuri. Unind și de ecuația (1.6) se determină constantele de integrare. În felul acesta se poate studia repartiția inițială a tensiunii datorită cuplajelor capacitive atît în primar, cît și în secundar.

Se constată că datorită cuplajului capacitiv dintre primar și secundar (C_{12}) există o distribuție inițială de tensiune și în secundar care nu trebuie deloc neglijată.

1.2.2) Faza oscilațiilor libere, cînd se neglijează capacitățile K_1, K_2 și C_{12} datorită valorilor lor foarte mici și a neglimului ceva mai lent decît în prima fază. In acest caz prin introducerea transformării Laplace şi a unei restructurări corespunzătoare din (1.1), (1.2), (1.3) şi (1.4) se obţin două ecuaţii:

$$\frac{d^4U_1}{dx^4} - p^2(L_{1r}C_1 + L_{2r}C_2)\frac{d^2U_1}{dx^2} - p^4C_1C_2(L^2_{12r} - L_{1r}L_{2r})U_1 = 0 \qquad (1.8)$$

$$\frac{d^4U_2}{dx^4} - p^2(L_{1r}C_1 + L_{2r}C_2)\frac{d^2U_2}{dx^2} - p^4C_1C_2(L^2_{12r} - L_{1r}L_{2r})U_2 = 0 \qquad (1.9)$$

unde U_1 şi U_2 sînt imaginile Laplace ale funcţiilor $u_1(t,x)$, respectiv $u_2(t,x)$.

Rezolvînd ecuaţiile diferenţiale (1.8) şi (1.9) se obţine conform [42] :

$$U_1 = T_1 \operatorname{ch}\gamma x + T_2 \operatorname{sh}\gamma x + T_3 \operatorname{ch}\varkappa x + T_4 \operatorname{sh}\varkappa x$$

$$U_2 = T_5 \operatorname{ch}\gamma x + T_6 \operatorname{sh}\gamma x + T_7 \operatorname{ch}\varkappa x + T_8 \operatorname{sh}\varkappa x$$

γ şi $\varkappa$ fiind soluţiile ecuaţiei caracteristice, avînd expresiile:

$$\gamma = p\sqrt{\frac{L_{1r}C_1 + L_{2r}C_2}{2} + \left[\frac{(L_{1r}C_1 + L_{2r}C_2)^2}{4} + C_1C_2(L^2_{12r} - L_{1r}L_{2r})\right]^{1/2}} \qquad (1.10)$$

$$\varkappa = p\sqrt{\frac{L_{1r}C_1 + L_{2r}C_2}{2} - \left[\frac{(L_{1r}C_1 + L_{2r}C_2)^2}{4} + C_1C_2(L^2_{12r} - L_{1r}L_{2r})\right]^{1/2}} \qquad (1.11)$$

Coeficienţii T_1 la T_8 sînt constante de integrare determinate din condiţii de limită, care depind de situaţia în care se găsesc nulurile primarului şi secundarului. Intre aceşti coeficienţi există relaţiile:

$$T_5 = d_1T_1; \quad T_6 = d_1T_2; \quad T_7 = d_2T_3; \quad T_8 = d_2T_4;$$

în care s-au făcut notaţiile:

$$d_1 = \frac{\gamma^2 - p^2L_{1r}C_1}{p^2L_{12r}C_2}; \qquad d_2 = \frac{\varkappa^2 - p^2L_{1r}C_1}{p^2L_{12r}C_2} \qquad (1.12)$$

Aceste relaţii fiind generale, ele se pot aplica pentru studiul repartiţiei tensiunii de-a lungul înfăşurărilor în fiecare caz concret în parte.

Pentru exemplificare se consideră la borna de intrare a primarului o tensiune treaptă U_{10}, borna de intrare a secundarului izolată, iar sfîrşiturile primarului şi secundarului sînt puse la pămînt. Din condiţiile de limită: $U_1(0)=U_{10}$, $U_1(l)=0$,

$U_2(l)=0$, $I_2(0)=0$ conduc la relațiile:

$$T_1 + T_3 = 0$$

$$T_1 \operatorname{ch} \gamma l + T_2 \operatorname{sh} \gamma l + T_3 \operatorname{ch} \varkappa l + T_4 \operatorname{sh} \varkappa l = 0$$

$$d_1(T_1 \operatorname{ch} \gamma l + T_2 \operatorname{sh} \gamma l) + d_2(T_3 \operatorname{ch} \varkappa l + T_4 \operatorname{sh} \varkappa l) = 0$$

$$\frac{d_1}{\gamma} T_2 + \frac{d_2}{\varkappa} T_4 + B = 0$$

unde B se determină din expresia (1.2).

Rezolvînd sistemul de ecuații se obțin:

$$A_1 = -U_{10} \frac{\frac{\beta}{\tau} d_3 + d_2 \coth \tau l}{\Delta}$$

$$A_2 = U_{10} \frac{\frac{\beta}{\tau} d_3 \coth \beta l + \beta d_2 \coth \beta l \coth \tau l}{\Delta}$$

$$A_3 = U_{10} \frac{\frac{\beta}{\tau} d_4 + \tau d_1 \coth \beta l}{\Delta}$$

$$A_4 = -U_0 \frac{\frac{\tau}{\beta} d_4 \coth \tau l + \tau d_1 \coth \beta l \coth \tau l}{\Delta}$$

notîndu-se:

$$d_3 = \frac{d_2 C_2 d_5 + C_1 d_6}{d_7} \quad \text{și} \quad d_4 = \frac{d_1 C_2 d_5 + C_1 d_6}{d_7}$$

unde:

$$d_5 = L_{1\sigma} L_{2h} + L_{1h} L_{2h} - M_{12\sigma} M_{12h} - M_{12h}^2 l$$

$$d_6 = L_{1\sigma} M_{12h} + L_{1h} M_{12h} l - L_{1h} M_{12\sigma} - L_{1h} M_{12h} l$$

$$d_7 = C_2(M_{12\sigma} + M_{12h} l)^2 - C_2(L_{1\sigma} + L_{1h} l)(L_{2\sigma} + L_{2h} l)$$

$$\Delta = d_4 \frac{\tau}{\beta} - d_3 \frac{\beta}{\tau} + \tau d_1 \coth \beta l - \beta d_2 \coth \tau l$$

Întrucît expresiile obținute sînt greoaie și nu se pot trage niște concluzii imediate, se recurge la unele aproximări. Se consideră într-o primă aproximație fluxul comun creat în fier de ambele înfășurări, neglijabil, cînd integralele din ecuațiile (1.3) și (1.4) se anulează și deci: $d_3 = d_4 = 0$ și se obține în final:

$$U_2 = U_{10} \frac{\frac{d_1}{\operatorname{sh} \beta l} \operatorname{sh} \beta(l-x) - \frac{d_2}{\operatorname{sh} \tau l} \eta \operatorname{sh} \tau(l-x)}{\operatorname{th} \beta l - \eta \operatorname{th} \tau l} \qquad (1.13)$$

în care:

$$\eta = \frac{\Gamma d_1}{\beta d_2}$$

Se observă că: $(U_2)_{p\to\infty}=0$, adică nu există repartiție inițială de tensiune datorită cuplajului inductiv. In momentul inițial șocul se transmite în secundar numai pe cale capacitivă.

Repartiția finală se obține conform transformării Laplace la $p\to 0$ ($t\to\infty$). Deci:

$$(U_2)_{p\to 0} = U_{1o}\,\frac{d_1\beta(l-x)-d_2\eta\Gamma(l-x)}{l(\beta-\eta\Gamma)}$$

sau făcînd înlocuirile se obține:

$$(U_2)_{p\to 0} = U_{1o}\left(1-\frac{x}{l}\right)\frac{L_{12\Gamma}}{L_{1\Gamma}} \qquad (1.14)$$

Deci repartiția finală, cvasistaționară de-a lungul înfășurării secundare este o funcție liniară de distanță față de borna de început.

Aceeași concluzie se poate trage și pentru primar unde se obține:

$$U_1 = U_0\,\frac{\dfrac{\operatorname{sh}\varphi(l-x)}{\operatorname{ch}\varphi l}-\eta\dfrac{\operatorname{sh}\varkappa(l-x)}{\operatorname{ch}\varkappa l}}{\operatorname{th}\varphi l-\eta\operatorname{th}\varkappa l} \qquad (1.15)$$

Pentru determinarea expresiilor oscilațiilor libere, deci pentru a găsi funcțiile originale ale imaginilor $U_1(p,x)$ și $U_2(p,x)$, se rezolvă mai întîi ecuația transcendentă:

$\operatorname{th}\varphi l-\eta\operatorname{th}\varkappa l = 0$, în raport cu operatorul.

Notînd $\frac{\varphi}{p}=\sigma$, $\frac{\varkappa}{p}=s$ și $p=j\omega$, ecuația respectivă devine:

$\operatorname{tg}\omega\sigma l-\eta\operatorname{tg}\omega s l = 0$, cu rădăcinile ω_K,

unde $K=1,2,3,\dots,\infty$.

Atunci, conform formulei desvoltării a lui Heaviside se obțin:

$$u_1(t,x)=U_{1o}\left(1-\frac{x}{l}\right)+2U_{1o}\sum_{K=1}^{\infty}\frac{\dfrac{\sin\omega_K\sigma(l-x)}{\cos\omega_K\sigma l}-\eta\dfrac{\sin\omega_K s(l-x)}{\cos\omega_K s l}}{\omega_K\left(\dfrac{\sigma l}{\cos^2\omega_K\sigma l}-\eta\dfrac{s l}{\cos^2\omega_K s l}\right)}\cos\omega_K t \qquad (1.16)$$

$$u_2(t,x)=U_{1o}\left(1-\frac{x}{l}\right)\frac{L_{12\Gamma}}{L_{1\Gamma}}+2U_{1o}\sum_{K=1}^{\infty}\frac{d_1\dfrac{\sin\omega_K\sigma(l-x)}{\cos\omega_K\sigma l}-d_2\eta\dfrac{\sin\omega_K s(l-x)}{\cos\omega_K s l}}{\omega_K\left(\dfrac{\sigma l}{\cos^2\omega_K\sigma l}-\eta\dfrac{s l}{\cos^2\omega_K s l}\right)}\cos\omega_K t \qquad (1.17)$$

Dacă se rețin numai armonicile fundamentale și se notează amplitudinile acestora cu F_1, respectiv F_2, rezultă:

$$u_1(t,x) = U_{10}\left(1-\frac{x}{l}\right) + F_1\cos\omega_1 t$$

$$u_2(t,x) = U_{10}\left(1-\frac{x}{l}\right)\frac{M_{12\sigma}}{L_{1\sigma}} + F_2\cos\omega_1 t$$

Raportul amplitudinilor oscilațiilor corespunzătoare celor două părți este:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\dfrac{\sin\omega_1 s(l-x)}{\cos\omega_1 s l} - \eta\dfrac{\sin\omega_1 s(l-x)}{\cos\omega_1 s l}}{d_1\dfrac{\sin\omega_1 s(l-x)}{\cos\omega_1 s l} - d_2\eta\dfrac{\sin\omega_1 s(l-x)}{\cos\omega_1 s l}} \qquad (1.1c)$$

Se observă că raportul amplitudinilor oscilațiilor din primar și secundar este o funcție de coordonata axială x și de parametrii inductivi și capacitivi ai transformatorului. El nu este egal în general cu raportul de transformare. Egalitatea există la transformatoarele pentru care $M^2_{12\sigma} \approx L_{1\sigma}L_{2\sigma}$.

In mod analog se procedează și în cadrul altor condiții de limită.

1.2.3. Concluzii

- Fenomenul de propagare a undei de tensiune de-a lungul înfășurărilor unui transformator, le solicită în mod complex, atît electric cît și magnetic.

- Pentru studiu trebuie luați în considerație toți parametrii capacitivi și inductivi.

- Procesul se studiază în două etape: faza inițială, cînd se neglijează inductivitățile înfășurărilor și faza oscilațiilor libere, cînd se neglijează capacitățile între spire.

- Repartiția inițială este dată în special de cuplajele capacitive, obținîndu-se o componentă importantă și în secundar.

- In etapa a doua, cuplajele inductive sînt preponderente și se obțin componente ale șocului de tensiune aplicat în primar, și în înfășurarea secundară.

- In ambele înfășurări ale transformatorului, pe lîngă componenta staționară, apar o serie de oscilații care solicită complex transformatorul, oscilații care pot ajunge și în circuitul de utilizare.

- Repartiția tensiunii în ambele părți ale transformatorului depind, în ambele etape, de condițiile de limită, adică de situaţia în care se găsesc capetele înfăşurărilor.

1.3. Fenomenul tranzitoriu de propagare a şocului de tensiune în MER

Un studiu complet a acestui fenomen implică considerarea tuturor componentelor sistemului format din sursă, linia electrică de alimentare şi maşină [65]. Totuşi pentru a vedea comportarea MER solicitată la un impuls de tensiune dat, este suficient să considerăm subsistemul "maşină" [131].

Fenomenul tranzitoriu de pătrundere a şocului de tensiune în MER prezintă caracterul de unde progresive, lucru demonstrat prin numeroase măsurători [2, 13, 22, 28, 54, 65].

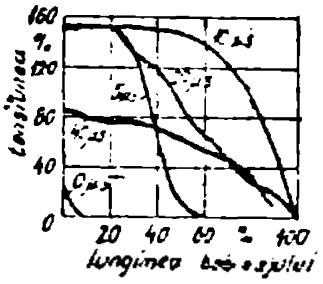


Fig.1.4. Repartiţia tensiunii de-a lungul înfăşurării unui motor asincron de 1400KW; 6,6KV.

Aceeaşi concluzie se trage şi din reprezentarea repartiţiei tensiunii de şoc în lungul înfăşurării unui motor asincron de 1400 KW şi 6,6 KV la diferite momente [42] (fig.1.4.)

Bobinajul unei MER este dispus, în general, în crestături. In această situaţie, se poate considera că nu există capacităţi mutuale între spirele aflate în crestături diferite. Există doar între spirele aflate în aceeaşi crestătură şi se apreciază că au valori extrem de mici. In acelaşi timp, lungimea totală a înfăşurării unei MER este mult mai mică decît la un transformator (de ex.în raportul 1:10). Rotorul maşinii are în general o influenţă foarte slabă asupra fenomenului de propagare a undelor. Fiind un fenomen tranzitoriu rapid, de frecvenţă foarte mare, în rotorul maşinii se induc curenţi turbionari superficiali considerabili, care au un efect de blindare a acestuia [65, 71]. Avînd în vedere aceste considerente, se poate echivala înfăşurarea MER cu o linie scurtă. Spre deosebire de o linie electrică simplă, în cazul MER, însă, pierderile prin curenţi Foucault în fierul electromagnetic au o mare influenţă asupra fenomenului de propagare a undelor. Din măsurătorile efectuate, se constată că impedanţele de undă ale transformatorului şi ale MER se deosebesc mult. Astfel impedanţa de undă a unui transformator este de cîteva mii de ohmi spre deosebire de cea a unui alternator care este de cîteva sute de ohmi. Ea variază în funcţie de puterea maşinii (de exemplu: de la 150 Ω pentru o maşină de 15 MVA la 1450 Ω pentru una de 35 KVA). În comparaţie cu situaţia unui transformator, la o MER trebuie subliniată lipsa repartiţiei capacitive a tensiunii în momentul pătrunderii undei de şoc [84, 130], apărînd efectul net de propagare a undei de-a lungul înfăşurării. Acest lucru se motivează prin aceea că în cazul MER cuplajele capacitive sînt mult mai slabe şi în special capacitatea între spire în multe situaţii se poate neglija.

Pentru studierea fenomenului, s-au considerat valorile medii ale parametrilor pe unitatea de lungime şi s-a echivalat fiecare fază a maşinii cu un lanţ de cuadripoli [54]. Fiecare cuadripol corespunde unei bobine a înfăşurării maşinii şi e compus din inductivitatea L, rezistenţa R echivalentă pierderilor în fier, capacitatea mutuală între spire K şi capacitatea C faţă de masă (fig. 1.5). Dacă numărul de cuadripoli este mai mare decît 5 (de obicei la o maşină numărul de bobini este superior lui 5), se poate studia fenomenul fără a comite o eroare prea mare, înlocuind ecuaţiile cu diferenţe finite prin ecuaţii diferenţiale. În această situaţie mărimile L, R, C, K se raportează la unitatea de lungime a înfăşurării. În aceste condiţii scriind relaţiile între tensiuni şi curenţi, care sînt funcţii de timp şi de distanţă faţă de începutul înfăşurării:

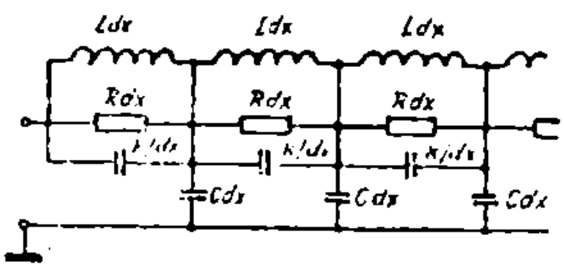


Fig.1.5. Schema echivalentă a unei faze a MER supusă unui şoc de tensiune.

$$\frac{\partial(i+i_K)}{\partial x} = -C\frac{\partial u}{\partial t}$$

$$i_K = -K\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial t}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -L\frac{\partial i}{\partial t}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = i_R \cdot R$$

504396
rot G

prin derivări şi înlocuiri succesive se obţine în final o ecuaţie diferenţială care descrie procesul tranzitoriu, de forma:

$$K \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + \frac{1}{L}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = C\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (1.19)$$

Cum capacitatea longitudinală între bobine K este neglijabilă, ecuaţia devine:

$$\frac{1}{R}\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + \frac{1}{L}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - C\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \qquad (1.20)$$

La un impuls unitar de tensiune dat începutului înfăşurării pentru determinarea oscilaţiilor libere în orice moment t are loc condiţia de limită $u(o,t)=o$. Se încearcă o soluţie de forma: $u=A_n \sin n x f(t)$, unde n - coeficient determinat din condiţii de limită.

De exemplu, pentru sfîrşitul înfăşurării izolat, rezultă:

$n = \frac{K\pi}{2l}$ $(K=1,3,5,\dots)$ iar:

$$u=1-\sum_n A_n \sin\frac{n\pi}{2}\frac{x}{l}\, e^{-\delta_n t}\left[\frac{\delta_n^2-\omega_n^2}{\omega_n}\,\frac{-\sin(\omega_n t+\psi_n)}{\sqrt{\delta_n^2+\omega_n^2}} + 2\delta_n \frac{\cos(\omega_n t+\psi_n)}{\sqrt{\delta_n^2+\omega_n^2}}\right] \qquad (1.21)$$

cu:

$$A_n=\frac{2\sin\frac{n\pi}{2}}{\frac{n\pi}{2}};\quad \delta_n=\frac{n^2\pi^2}{8RCl^2};\quad \omega_n=\frac{n^2\pi^2}{4CLl^2};\quad \psi_n=\operatorname{arctg}\frac{\omega_n}{\delta_n}$$

După cum se observă din expresia lui δ_n, armonicile de ordin mai mare se amortisează foarte repede ($\delta_n \sim n^2$). O expresie analoagă se obţine dacă sfîrşitul înfăşurării este pus la pămînt.

Faptul că fenomenul de propagare depinde de condiţiile de limită este pus în evidenţă şi prin măsurători experimentale efectuate asupra diverselor maşini [53, 71] în două situaţii:

- extremitatea înfăşurării este izolată,
- extremitatea înfăşurării este pusă la masă.

Dacă se măsoară tensiunea în diverse puncte ale înfăşurării în primul caz se constată că datorită reflexiilor se ridică la 2,65 ori tensiunea undei incidente. Dacă sfîrşitul înfăşurării este pus la masă, nu apar reflexii şi ca atare tensiunea rămîne la aproximativ 1,35 unda incidentă. Situaţia cea mai avantajoasă este de a pune sfîrşitul înfăşurării la masă prin intermediul unei rezistenţe de aceeaşi valoare cu a impedanţei de undă a bobinajului. Măsurătorile oscilografice efectuate [42], în diverse puncte ale înfăşurării unui generator de 6,6 KV aflat în această situaţie, arată că nu se obţin creşteri ale şocului de tensiune datorită unor eventuale reflexii (fig.1.6).

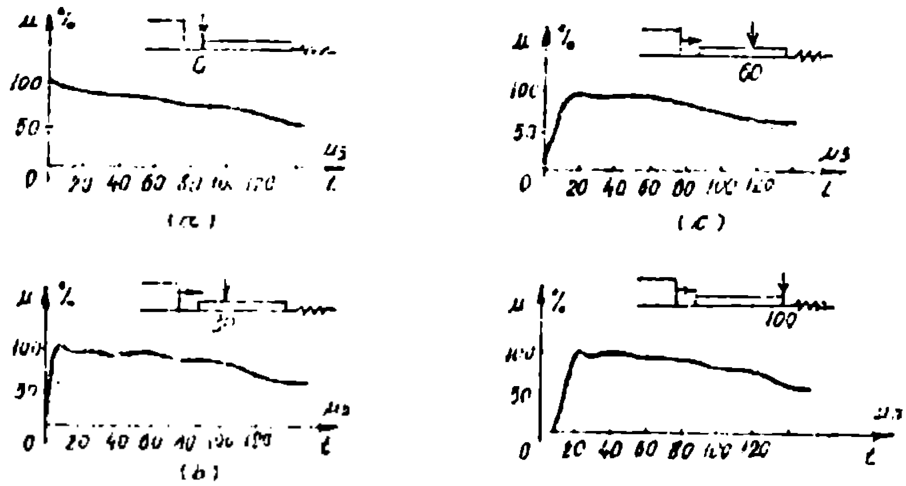


Fig.1.6. Variaţia tensiunii de şoc la un generator cu extremitatea înfăşurării pusă la masă prin intermediul unei rezistenţe de 600 Ω. a) la borna de intrare; b) la distanţa de 30%; c) la distanţa de 60%; d) la sfîrşitul înfăşurării.

În toate studiile teoretice întreprinse de propagare a undei de tensiune de-a lungul bobinajului unei MaR, s-au presupus atît parametrii longitudinali cît şi cei transversali uniform distribuiţi pe lungimea conductorului. Chiar şi cele mai recente cercetări în domeniu [65] consideră schema echivalentă a maşinii ca fiind un lanţ de cuadripoli cu parametrii egali.

Rotorul are o influenţă neglijabilă [65]. Ecuaţiile care descriu fenomenul sînt [65] :

$$\frac{d}{dt}\begin{Vmatrix} U \\ I \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 & C_s S_i \\ L^{-1}S_u & L^{-1}R \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} U \\ I \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 \\ L^{-1}W \end{Vmatrix} \qquad (1.22)$$

în care:

$$L = \begin{Vmatrix} L_S & M_{RS} \\ M_{SR} & L_R \end{Vmatrix}$$

L_S - reprezentînd matricea inductanţelor statorului,

L_R - matricea inductanţelor rotorului,

$M_{SR}=M_{RS}$ - matricea inductanţelor de cuplaj între bobinele statorice şi circuitul rotoric,

S_u - matricea de distribuţie a tensiunii pe bobine,

S_1 – matricea de distribuţie a curenţilor în punctele nodale,

I – matricea curenţilor,

U – matricea tensiunilor,

C_E – matricea capacităţilor,

R – matricea rezistenţelor,

E – vectorul tensiunii de excitaţie.

Acest sistem de ecuaţii diferenţiale se poate rezolva cu o precizie ridicată cu ajutorul integrării numerice pe calculator. Se constată că solicitarea cea mai mare a înfăşurării are loc la fronturi ale undei cu durată scurtă (0,4/170 us).

In toate studiile efectuate asupra propagării undei de tensiune în MER parametrii care intervin în ecuaţii s-au considerat constanţi. Cu toate acestea prin măsurătorile efectuate [2] se pune în evidenţă variaţia impedanţei de undă în timp. Intr-adevăr fenomenele respective se desfăşoară la frecvenţe înalte, ori este cunoscută variaţia rezistenţei, inductivităţii, pierderilor în fier cu frecvenţa [6, 23, 26, 41, 57, 95]. Măsurătorile concrete efectuate în cazul pătrunderii unui şoc de tensiune într-un alternator de 2 MVA şi 3,1 KV [55] au arătat modul de variaţie a rezistenţei şi inductanţei cu frecvenţa (fig.1.7 şi 1.8).

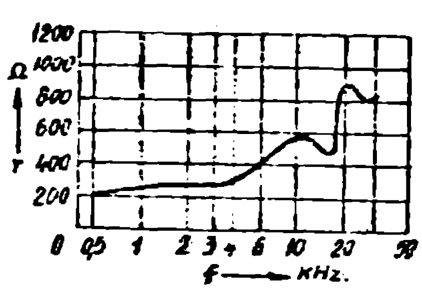


Fig.1.7. Variaţia rezistenţei r a unui alternator de 2 MVA şi 3,1 KV în funcţie de frecvenţă.

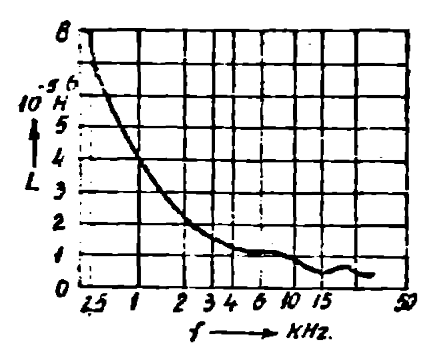


Fig.1.8. Variaţia inductanţei L a unui alternator de 2 MVA şi 3,1KV în funcţie de frecvenţă.

In studiile teoretice întreprinse s-a presupus că atît parametrii longitudinali cît şi cei transversali sînt uniform distribuiţi pe lungimea conductorului. In realitate, din teoria clasică a MER [30, 33, 34, 95] se ştie că inductivitatea este diferită în crestătură de cea a capetelor frontale a bobinelor.

De asemenea şi capacitatea faţă de masă în crestătură este mai mare decît a capetelor frontale. Ca urmare, viteza de propagare la capetele frontale, care se găsesc în aer se apreciază ca fiind aproximativ 200.000km/s, spre deosebire de cea în crestături care este de ordinul 15.000-20.000 km/s [43]. Viteza de propagare medie depinde evident de construcţia şi dimensiunile maşinii, obţinînd valori de 40.000-100.000 km/s. Ea se calculează ca fiind:

$$v_{med} = \frac{l_c v_c + l_f v_f}{l_c + l_f} = v_f \frac{1 + \frac{l_c v_c}{l_f v_f}}{1 + \frac{l_c}{l_f}} \cong v_f \frac{1}{1 + \frac{l_c}{l_f}} \qquad (1.23)$$

unde: l_c - lungimea crestăturii,

l_f - lungimea capătului frontal,

v_c - viteza de propagare în crestătură,

v_f - viteza de propagare în capetele frontale.

Formula (1.23) dă valori cu totul orientative a vitezei de propagare a undei. Pentru o determinare mai exactă, trebuie să se cunoască parametrii reali ai înfăşurării. Viteza de propagare variază în timp şi se micşorează cu creşterea puterii maşinii.

1.4. Procesul de deconectare a unei MAR

Un proces tranzitoriu asemănător cu cel obţinut în cazul transmiterii de pe linia de alimentare a unui şoc de tensiune la bornele MEH are loc şi în cazul deconectării acesteia de la reţea. Şi în această situaţie apar oscilaţii, care duc la creşterea tensiunii în înfăşurarea statorică a MEH.

Apariţia supratensiunilor la decuplarea unei MEH este legată de procesul tranzitoriu de anulare a valorii instantanee a curentului inductiv i_0 la întrerupere. Evident, energia magnetică cumulată, corespunzătoare acestui curent nu poate dispare instantaneu, ci ea se va consuma treptat în circuitul oscilant format între inductivitatea înfăşurării statorice şi capacitatea sa faţă de masă.

Spre exemplu, studiind deconectarea unei MEH cu sfîrşitul înfăşurării sale pus la masă şi cu inductivitatea şi capacitatea faţă de masă repartizate, considerate pentru unitatea de lungime, se poate scrie ecuaţia circuitului echivalent astfel format:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = LC\,\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (1.24)$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -C\,\frac{\partial u}{\partial t} \qquad (1.25)$$

Soluţia ecuaţiei (1.24) este de forma:

$$u(x,t) = \sum_n \left[F_n(x)\cos\omega_n t + G_n(x)\sin\omega_n t\right] \qquad (1.26)$$

Funcţiile $F_n(x)$ şi $G_n(x)$ se deduc din condiţiile iniţiale la t=o:

$$u(x,o) = u_o\left(1-\frac{x}{l}\right) \qquad (1.27)$$

$$i(x,o) = i_o\,\frac{x}{l} \qquad (1.28)$$

unde u_o şi i_o sînt tensiunea, respectiv curentul la borne în momentul întreruperii.

Dezvoltînd în serie Fourier expresia (1.26):

$$u(x,o) = \frac{8u_o}{\pi^2}\sum_n \frac{\cos\frac{n\pi x}{2}}{n^2} \qquad (n=1,3,5,\ldots)$$

se obţine:

$$F_n(x) = \frac{8u_o}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{2l}x \qquad (1.29)$$

Funcţia G_n trebuie să îndeplinească condiţia:

$$\frac{d^2G_n}{dx^2} = -\frac{n^2\pi^2}{4l^2}G_n, \quad \text{deci}$$

$$G_n = A_n\sin\frac{n\pi}{2l}x + B_n\cos\frac{n\pi}{2l}x \qquad (1.30)$$

Inlocuind expresia (1.26) în care s-a introdus (1.29), în (1.25) şi efectuînd integrarea, se obţine:

$$i(x,t) = \sum_n \frac{8u_o}{Zn^2\pi^2}\sin\frac{n\pi}{2l}x\,\sin\frac{n\pi}{2l\sqrt{LC}}t - \frac{n\pi}{2lZ}\cos\frac{n\pi}{2l\sqrt{LC}}t\int_0^x G_n(x)dx \qquad (1.31)$$

Introducînd (1.30) şi uzînd de condiţia (1.28) se găsesc constantele:

$$A_n = 0$$

$$B_n = -\frac{8Zi_o}{n^2\pi^2}(-1)^{\frac{n-1}{2}}$$

unde $Z = \sqrt{\frac{L}{C}}$

Făcînd substituţia: $\omega_n = \frac{n\gamma}{2l\sqrt{LC}}$ şi introducînd constantele în expresiile (1.26) şi (1.31) se obţin curentul şi tensiunea ca funcţii de timp şi de punct:

$$i(x,t)=\sum_n \frac{8}{n^2\gamma^2} \sin \frac{n\gamma}{2l} x\left[\frac{u_0}{Z} \sin \omega_n t+(-1)^{\frac{n-1}{2}} i_0 \cos \omega_n t\right]$$

$$u(x,t)=\sum_n \frac{8}{n^2\gamma^2} \cos \frac{n\gamma}{2l} x\left[u_0 \cos \omega_n t+(-1)^{\frac{n-1}{2}} Z i_0 \sin \omega_n t\right]$$

Se observă că cea mai mare supratensiune apare la intrarea în bobinaj (x=o). Amplitudinea diverselor armonici la intrarea în bobinaj este determinată de:

$$U_n = \frac{8u_0}{n^2\gamma^2} \sqrt{1+(\frac{Zi_0}{u_0})^2}$$

Prin urmare supratensiunile ce pot apare într-o maşină electrică la deconectarea sa depind de impedanţa de undă a maşinii. Cu cît maşina este de putere mai mică şi tensiunea mai mare, impedanţa de undă are valori mai ridicate, ajungînd la 1ooo-15oo Ω, deci pericolul supratensiunilor este iminent. Astfel la deconectarea unui motor asincron cu rotor în scurtcircuit de 24o KW şi 6,3 KV s-a obţinut o supratensiune de 29 KV.

1.5. Concluzii şi observaţii

- Fenomenele tranzitorii care au loc la apariţia sau dispariţie unei tensiuni la bornele MER se propagă progresiv de-a lungul înfăşurării acesteia.

- Datorită construcţiei MER la care înfăşurarea este dispusă în crestături, cuplajul mutual capacitiv şi inductiv este mai slab, în special capacitatea între spire practic se poate neglija.

- Influenţa rotorului este neglijabilă datorită blindării sale de către cîmpul magnetic de frecvenţă înaltă produs de curenţii turbionari.

- Parametrii care intră în consideraţie în procesul de propagare a undelor variază de-a lungul înfăşurării unei MER, astfel încît rezistenţa, inductivitatea şi capacitatea faţă de masă a porţiunii cuprinse în crestături sînt mai mari decît a capetelor frontale.

- Propagarea undelor de-a lungul înfășurării MER depinde de tipul conexiunii și de modul de aplicare a undei: pe o fază, pe două sau în mod simetric pe toate trei fazele. De asemenea, în cazul conexiunii stea, fenomenul depinde și de situația în care se găsește extremitatea înfășurării: cu nulul izolat sau pus la masă. Astfel, la un bobinaj în conexiune stea cu nulul izolat, dacă unda pătrunde pe o singură fază, ajungînd la nul, unda se împarte în două, trecînd în celelalte două faze cu amplitudine 2/3 din valoarea inițială. Dacă unda pătrunde pe două faze cu amplitudine egală, la neutru tensiunea va fi de 4/3 din cea incidentă, trecînd în faza a treia cu această valoare. Dacă unda pătrunde pe toate fazele, la nul unda se reflectă și se va produce o tensiune dublă. In cazul bobinajului în stea cu nulul pus la masă, nu se produc reflexii la extremitatea înfășurării. Dacă unda mobilă apare la o bornă a mașinii cu conexiune Δ, ea se împarte în două părți, propagîndu-se de-a lungul celorlalte două faze. Dacă pătrunde simultan pe două sau trei faze, undele mobile vin din ambele extremități ale fazelor cu amplitudini egale, se întîlnesc la mijloc și apoi tensiunea se dublează.

- Comportarea cea mai bună în fenomenul de propagare a undelor o are bobinajul în conexiune stea cu nulul pus la masă peste o rezistență egală cu însăși impedanța de undă a mașinii.

- Pierderile în fier au o influență deosebită asupra fenomenului tranzitoriu discutat, avînd în vedere frecvențele mari la care se desfășoară. Ca rezultat al acestei influențe, fenomenul se amortizează repede în timp.

- Practic, la MER nu are loc o repartiție inițială, capacitivă a tensiunii ci numai etapa inductivă în care au loc o serie de oscilații amortizate în timp.

- Parametrii MER variază în timpul procesului de propagare a tensiunii datorită curenților turbionari din fierul mașinii și a efectului pelicular din conductoare.

- Fenomenele care apar la dispariția instantanee a tensiunii sînt tot atît de importante ca și cele legate de apariția șocului de tensiune la bornele MER.

- Se poate conchide că din punct de vedere a comportării la unde de tensiune, MER se poate compara cu o linie electrică multifilară, însă avînd parametrii variabili atît în timp, cît și de-a lungul conductorului.

CAPITOLUL 2

SCHEMA ECHIVALENTĂ ŞI ECUAŢIILE FENOMENELOR TRANZITORII RAPIDE

Pentru studiul cît mai fidel al procesului de propagare a undei de tensiune în MER trebuie să se imagineze o schemă echivalentă care să cuprindă toţi parametrii maşinii, atît cei longitudinali cît şi cei transversali. Totodată, parametrii cuprinşi în schema respectivă sînt variabili în timp, fiind numiţi parametrii transitorii ai MER. Pentru generalizarea problemei, se consideră că bobinile cu care este realizată înfăşurarea maşinii nu sînt identice. De fapt, se poate întîmpla ca nici cele două laturi ale unei bobini să nu fie similare, putînd diferi fie parametrii longitudinali, fie cei transversali ai lor (de ex.: izolaţie diferită determină modificarea parametrilor transversali sau datorită poziţiei diferite în crestătură cum e cazul înfăşurării în două straturi, sînt modificaţi cei longitudinali). Pe de altă parte s-a arătat anterior că parametrii diferă şi de la partea bobinii cuprinse în crestătură la capetele frontale. Avînd în vedere aceste considerente se dă schema electrică echivalentă generalizată, care ~~conţine~~ seama de toate aceste observaţii.

2.1. Schema echivalentă generalizată

Schema echivalentă generalizată a MER pentru procese tranzitorii rapide cuprinde un lanţ de multipoli de număr egal cu 4N, unde N reprezintă numărul de bobini pe o fază. In fig.2.1 este redat un ansamblu de doi multipoli, de ordinul S şi S+1 (în schema echivalentă S=1,2,...,4N), semnificînd latura t de bobină din crestătură şi capătul frontal S+1. Fiecare multipol este alcătuit din cîte m cuadripoli de tip π, unde m este numărul de faze ale maşinii. S-a propus această schemă întrucît elementul de circuit - cuadripolul π - este un cuadripol simetric şi reciproc, prin urmare în anumite cazuri particulare prezintă avantaje în punerea şi studierea problemei. S-a considerat cazul unei MER m-fazate,

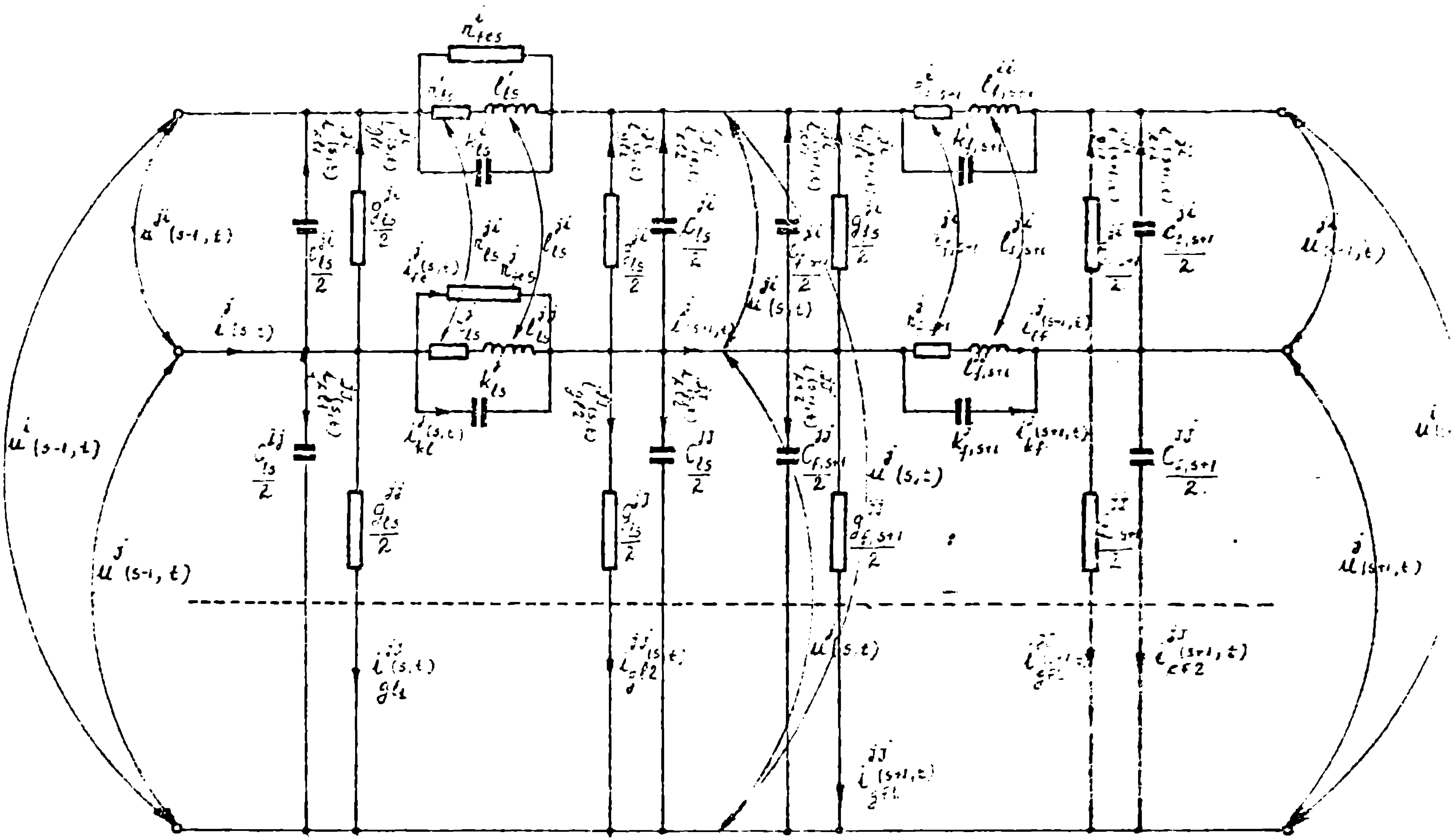


Fig.2.1. Doi multipoli din schema echivalentă în Π a MER.

cu conexiune Y la care nulul este pus la masă printr-o rezistență. Această situație se poate particulariza la situația nulului izolat prin întreruperea rezistenței respective. Parametrii sînt diferiți de la un multipol la multipol şi respectiv de la fază la fază. Semnificația parametrilor, care se referă la latura de bobină S a fazei j, din schemă este:

- r^{j}_{feS} - rezistența echivalentă pierderilor în fier corespunzătoare laturii de bobină respectivă,
- r^{j}_{lS} - rezistența laturii de bobină,
- l^{jj}_{lS} - inductivitatea laturii de bobină, incluzînd şi inductivitatea mutuală cu celelalte laturi de bobină aparținînd aceleiaşi faze,
- l^{ji}_{lS}, r^{ji}_{lS} - inductivitatea respectiv rezistența mutuală între laturile de bobină corespunzătoare,
- k^{j}_{lS} - capacitatea între laturile spirelor bobinei,
- c^{jj}_{lS} - capacitatea față de masă,
- g^{jj}_{lS} - conductanța față de masă
- c^{ji}_{lS} - capacitatea mutuală între laturile de bobină,
- g^{ji}_{lS} - conductanța mutuală între laturile de bobină.

Parametrii capătului frontal care corespunde circuitului j din multipolul S+1 au aceleaşi semnificații, cu singura deosebire că lipseşte rezistența echivalentă pierderilor în fier. In schemă alternează multipoli de forma S cu multipoli de forma S+1, însă parametrii diferind de la unul la altul. i,j=1,2,...,m unde m este numărul de faze ale maşinii. In fig.2.1 s-au reprezentat toți parametrii numai pentru circuitul j.

Avantajele subliniate mai sus ale cuadripolului Γ, le prezintă şi cuadripolul T. De aceea MăR se poate studia şi pe baza schemei echivalente avînd la bază acest cuadripol. In fig.2.~~1~~ 2 s-au reprezentat multipolii de ordinul S şi S+1 din schema echivalentă în T a unei MăR trifazate (m=3).

Ecuațiile de analiză a pătrunderii undei de tensiune în MăR se stabilesc considerînd că aceasta se propagă din aproape în aproape şi se scriu ecuațiile dintre curenții şi tensiunile comasate ale multipolilor 1,2,...,S-1,S+1,...,4N, rezultate prin aplicarea teoremelor lui Kirchoff I şi II.

Circuitele la care se referă lucrarea, sînt formate din elemente la care se manifestă efectul pelicular şi de proximita-

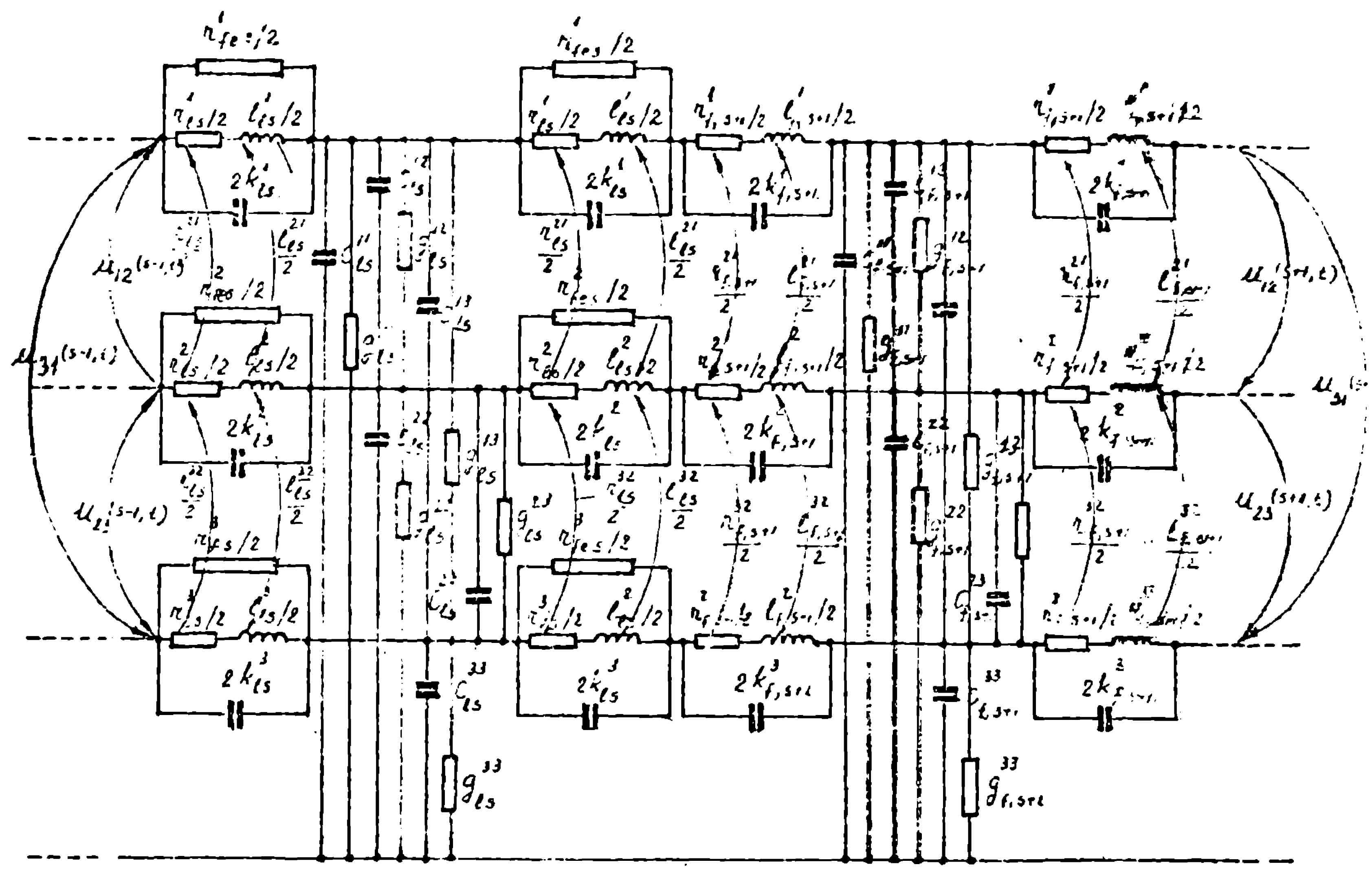


Fig.2.2.Schema echivalentă în T a MSR trifazate (multipolii de ordinul S şi S+1).

te, fiind vorba de conductoare plasate în crestături, chiar bare groase, de material feromagnetic cu pierderi apreciabile datorită curenţilor turbionari. In această situaţie fenomenul tranzitoriu de propagare a undelor nu mai poate fi studiat prin considerarea parametrilor constanţi. Se ştie că în regim armonic, studiul efectului pelicular, chiar din conductoare scurte, conduce la rezistenţe şi inductivităţi dependente de frecvenţă, cum este cazul MER [30, 33, 34, 52, 63, 80, 81, 87, 88, 95, 101]. Cu atît mai mult în regim tranzitoriu, cînd tensiunile şi curenţii, funcţii de timp, au un spectru larg de frecvenţe ale componentelor lor armonice, trebuie să se introducă parametrii variabili în timp. Problema a fost abordată în cazul liniilor electrice lungi prin elaborarea unei noi teorii [91, 92, 93] de către acad. R. Răduleţ, conform căreia s-au introdus aşa numiţii parametrii tranzitorii care definesc elementele de circuit respective.

Considerînd deci parametrii tranzitorii, ecuaţiile amintite pentru multipolul de ordinul S (fig.2.1) se scriu:

- pentru curentul din legătura la masă a nulului $i_0(t)$:

$$i^0(t) = \sum_{j=1}^{m} i^j(S,t)$$

- pentru curenţii longitudinali $i^j(S,t)$:

$$u^j(S-1,t)=u^j_{ll0}(S,t)+\sum_{S=1}^{4N}\sum_{i=1}^{m}\left[l^{ji}_{lS\,ext}\frac{di^i_{ll}(S,t)}{dt}+\frac{d}{dt}\int_0^t r^{ji}_{lS}(t-\xi)\cdot i^i_{ll}(S,\xi)d\xi\right]+u^j(S,t)$$

$$u^j(S-1,t)=u^j_{Le\,0}(S,t)+\frac{d}{dt}\int_0^t r^j_{Le\,S}(t-\xi)i^j_{Le}(S,\xi)d\xi+u^j(S,t)$$

$$u^j(S-1,t)=u^j_{K\,l0}(S,t)+\frac{1}{K^j_{lS}}\int i^j_{Kl}(S,t)dt+u^j(S,t)$$

- pentru curenţii capacitivi $i^{jj}_{\gamma l1}(S,t)$ şi $i^{jj}_{\gamma l2}(S,t)$:

$$i^{jj}_{\gamma l1}(S,t)=i^j(S,t)-i^j_{Le}(S,t)-i^j_{ll}(S,t)-i^j_{Kl}(S,t)-i^{jj}_{Gl1}(S,t)-\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{m}\cdot\left[i^{ji}_{\gamma l1}(S,t)+i^{ji}_{Gl1}(S,t)\right]$$

$$i_{C_{l2}}^{jj}(s,t)=i_{Fe}^{j}(s,t)+i_{ll}^{j}(s,t)+i_{Kl}^{j}(s,t)-i^{j}(s+1,t)-i_{g_{l2}}^{jj}(s,t)-\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{m}\cdot$$

$$\cdot\left[i_{C_{l2}}^{ji}(s,t)+i_{g_{l2}}^{ji}(s,t)\right]$$

- pentru tensiunile de fază $u^{j}(s-1,t)$ și $u^{j}(s,t)$:

$$\frac{du^{j}(s-1,t)}{dt}=2\,\frac{i_{C_{l1}}^{jj}(s,t)}{C_{ls}^{jj}}$$

$$\frac{du^{j}(s,t)}{dt}=2\,\frac{i_{C_{l2}}^{jj}(s,t)}{C_{ls}^{jj}}$$

- pentru tensiunile dintre faze $u^{ji}(s-1,t)$ și $u^{ji}(s,t)$:

$$u^{ji}(s-1,t)=u^{j}(s-1,t)-u^{i}(s-1,t)$$

$$u^{ji}(s,t)=u^{j}(s,t)-u^{i}(s,t)$$

- pentru curenții capacitivi $i_{C_{l1}}^{ji}(s,t)$ și $i_{C_{l2}}^{ji}(s,t)$:

$$i_{C_{l1}}^{ji}(s,t)=\frac{C_{ls}^{ji}}{2}\,\frac{du^{ji}(s-1,t)}{dt}$$

$$i_{C_{l2}}^{ji}(s,t)=\frac{C_{ls}^{ji}}{2}\,\frac{du^{ji}(s,t)}{dt} \qquad (2.1)$$

- pentru curenții prin conductanțe:

$$i_{g_{l1}}^{ji}(s,t)=\frac{g_{ls}^{ji}}{2}\,u^{ji}(s-1,t)$$

$$i_{g_{l2}}^{ji}(s,t)=\frac{g_{ls}^{ji}}{2}\,u^{ji}(s,t)$$

$$i_{g_{l1}}^{jj}(s,t)=\frac{g_{ls}^{jj}}{2}\,u^{j}(s-1,t)$$

$$i_{g_{l2}}^{jj}(s,t)=\frac{g_{ls}^{jj}}{2}\,u^{j}(s,t)$$

În aceste ecuații $j,i=1,2,\dots,m$, iar $s=1,3,5,\dots,4N-1$. Se completează cu ecuațiile pentru multipolii care reprezintă capetele de bobină. Aceste ecuații sînt:

$$i^{e}(t) = \sum_{j=1}^{m} i^{j}(S+1,t)$$

$$u^{j}(S,t) = u^{j}_{f_0}(S+1,t) + \sum_{S=1}^{4N} \sum_{i=1}^{m} \left[l^{ji}_{f,S+1}\,\mathrm{ext}\, \frac{di^{i}_{lf}(S+1,t)}{dt} + \right.$$

$$\left. + \frac{d}{dt} \int_0^t r^{ji}_{f,S+1}(t-\xi)\, i^{i}_{lf}(S+1,\xi)\, d\xi \right] + u^{j}(S+1,t)$$

$$u^{j}(S,t) = u^{j}_{kf_0}(S+1,t) + \frac{1}{k^{j}_{f,S+1}} \int i^{j}_{kf}(S+1,t)\, dt$$

$$i^{jj}_{Cf_1}(S+1,t) = i^{j}(S+1,t) - i^{j}_{lf}(S+1,t) - i^{jj}_{Gf_1}(S+1,t) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{m} \cdot$$

$$\cdot \left[i^{ji}_{Cf_1}(S+1,t) + i^{ji}_{Gf_1}(S+1,t) \right] - i^{j}_{kf}(S+1,t)$$

$$i^{jj}_{Cf_2}(S+1,t) = i^{j}_{lf}(S+1,t) + i^{j}_{kf}(S+1,t) - i^{j}(S+2,t) - i^{jj}_{Gf_2}(S+1,t) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{m} \cdot$$

$$\cdot \left[i^{ji}_{Cf_2}(S+1,t) + i^{ji}_{Gf_2}(S+1,t) \right]$$

$$\frac{du^{j}(S,t)}{dt} = 2\, \frac{i^{jj}_{Cf_1}(S+1,t)}{C^{jj}_{f,S+1}}$$

$$\frac{du^{j}(S+1,t)}{dt} = 2\, \frac{i^{jj}_{Cf_2}(S+1,t)}{C^{jj}_{f,S+1}}$$

$$u^{ji}(S,t) = u^{j}(S,t) - u^{i}(S,t)$$

$$u^{ji}(S+1,t) = u^{j}(S+1,t) - u^{i}(S+1,t)$$

$$i^{ji}_{Cf_1}(S+1,t) = \frac{C^{ji}_{f,S+1}}{2}\, \frac{du^{ji}(S,t)}{dt}$$

$$i^{ji}_{Cf_2}(S+1,t) = \frac{C^{ji}_{f,S+1}}{2}\, \frac{du^{ji}(S+1,t)}{dt}$$

$$i^{ji}_{Gf_1}(S+1,t) = \frac{G^{ji}_{f,S+1}}{2}\, u^{ji}(S,t)$$

$$i^{ji}_{Gf_2}(S+1,t) = \frac{G^{ji}_{f,S+1}}{2}\, u^{ji}(S+1,t)$$

$$i^{jj}_{\delta f_1}(\delta+1,t) = \frac{g^{jj}_{f,\delta+1}}{2}\, u^j(\delta,t)$$

$$i^{jj}_{\delta f_2}(\delta+1,t) = \frac{g^{jj}_{f,\delta+1}}{2}\, u^j(\delta+1,t)$$

In ultimele ecuații $j,i=1,2,\dots,m$, iar $\delta+1=2,4,\dots,4N$.

La ecuațiile (2.1) și (2.2) se mai adaugă:

$u^j(4N,t) = u^i(4N,t) = R^0 i^0(t)$

In aceste ecuații mai intervin mărimile:

- $u^j_{uo}(\delta,t)$, $u^j_{fe\,o}(\delta,t)$, $u^j_{kl\,o}(\delta,t)$, $u^j_{lfo}(\delta+1,t)$, $u^j_{kfo}(\delta+1,t)$ care țin seama de influența condițiilor inițiale de cîmp,

- $l^{ji}_{\delta,ext}$, $l^{ji}_{f,\delta+1,ext}$ - inductivitatea mutuală exterioară între circuitele j și i, respectiv cea proprie (cînd j=i).

Ecuațiile au fost scrise considerînd numai parametrii longitudinali variabili în timp. Intr-adevăr parametrii transversali (capacitățile și conductanțele) ai circuitelor magiali sînt constanți în timp, regimul presupunîndu-l cvasistaționar.

Schemele echivalente date corespund cazului celui mai general a MEE asimetrice pe faze, cu bobini inegale chiar în cadrul aceleiași faze și cu șocuri de tensiune inegale aplicate la borne.

2.2. Ecuațiile de analiză în operațional

Parametrii operaționali corespunzători schemelor echivalente ale MEE, conform fig.2.1 și fig.2.2 sînt:

$\tilde{R}^{ji}_{l\delta}(p)$, $\tilde{L}^{ji}_{l\delta}(p)$, $\tilde{R}^{j}_{fe\,\delta}(p)$, $\tilde{R}^{j}_{f,\delta+1}(p)$, $\tilde{L}^{ji}_{f,\delta+1}(p)$

In ecuații mai intervin parametrii:

$r^j_{l\delta o}=r^j_{l\delta}(\infty)$; $r^{ji}_{l\delta o}=0$; $r^j_{f,\delta+1,o}=r^j_{f,\delta+1}(\infty)$ și $r^j_{fe\,\delta o}=r^j_{fe\,\delta}(\infty)$ rezistențe în regim staționar (c.c.).

$l^{ji}_{\delta,ext}= l^{ji}_{l\delta}(o+)$, $\quad l^{ji}_{f,\delta+1,ext}= l^{ji}_{f,\delta+1}(o+)$

Capacitățile din schemă sînt cele electrostatice și deci capacitățile pentru t=o+, iar conductanțele sînt cele din c.c., adică pentru $t=\infty$.

Cu aceste precizări, forma operațională a ecuațiilor procesului de propagare a undei de tensiune de-a lungul înfășurării MEE este:

$$\tilde{I}^{0}(p) = \sum_{j=1}^{m} \tilde{I}^{j}(s,p)$$

$$\tilde{U}^{j}(s-1,p)=\tilde{U}^{j}_{ll\,0}(s,p)+p\sum_{s=1}^{4N}\sum_{i=1}^{m}\left[l^{ji}_{ls}(0+)\tilde{I}^{i}_{ll}(s,p)+\tilde{l}^{ji}_{ls}(p)\tilde{I}^{i}_{ll}(s,p)\right]+$$

$$+\tilde{U}^{j}(s,p) \tag{2.3}$$

$$\tilde{U}^{j}(s-1,p)=\tilde{U}^{j}_{fe\,0}(s,p)+p\tilde{R}^{j}_{fe\,s}(p)\tilde{I}^{j}_{fe}(s,p)+\tilde{U}^{j}(s,p) \tag{2.4}$$

$$\tilde{U}^{j}(s-1,p)=\tilde{U}^{j}_{kl0}(s,p)+\frac{1}{pk^{j}_{ls}(0+)}\tilde{I}^{j}_{kl}(s,t)+\tilde{U}^{j}(s,p) \tag{2.5}$$

$$\tilde{I}^{jj}_{c\,l1}(s,p)=\tilde{I}^{j}(s,p)-\tilde{I}^{j}_{fe}(s,p)-\tilde{I}^{j}_{ll}(s,p)-\tilde{I}^{j}_{kl}(s,p)-\tilde{I}^{jj}_{g\,l1}(s,p)-$$

$$-\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{m}\left[\tilde{I}^{ji}_{c\,l1}(s,p)+\tilde{I}^{ji}_{g\,l1}(s,p)\right] \tag{2.6}$$

$$\tilde{I}^{jj}_{c\,l2}(s,p)=\tilde{I}^{j}_{fe}(s,p)+\tilde{I}^{j}_{ll}(s,p)+\tilde{I}^{j}_{kl}(s,p)-\tilde{I}^{j}(s+1,p)-\tilde{I}^{jj}_{g\,l2}(s,p)-$$

$$-\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{m}\left[\tilde{I}^{ji}_{c\,l2}(s,p)+\tilde{I}^{ji}_{g\,l2}(s,p)\right] \tag{2.7}$$

$$\tilde{U}^{j}(s-1,p) = \frac{2}{pc^{jj}_{ls}(0+)}\tilde{I}^{jj}_{c\,l1}(s,p) \tag{2.8}$$

$$\tilde{U}^{j}(s,p) = \frac{2}{pc^{jj}_{ls}(0+)}\tilde{I}^{jj}_{c\,l2}(s,p) \tag{2.9}$$

$$\tilde{U}^{ji}(s-1,p) = \tilde{U}^{j}(s-1,p)-\tilde{U}^{i}(s-1,p) \tag{2.10}$$

$$\tilde{U}^{ji}(s,p) = \tilde{U}^{j}(s,p)-\tilde{U}^{i}(s,p) \tag{2.11}$$

$$\tilde{I}^{ji}_{c\,l1}(s,p) = \frac{pc^{ji}_{ls}(0+)}{2}\tilde{U}^{ji}(s-1,p) \tag{2.12}$$

$$\tilde{I}^{ji}_{c\,l2}(s,p) = \frac{pc^{ji}_{ls}(0+)}{2}\tilde{U}^{ji}(s,p) \tag{2.13}$$

$$\tilde{I}^{ji}_{g\,l1}(s,p) = \frac{g^{ji}_{ls}(\infty)}{2}\tilde{U}^{ji}(s-1,p) \tag{2.14}$$

$$\tilde{I}^{ji}_{g\,l2}(s,p) = \frac{g^{ji}_{ls}(\infty)}{2}\tilde{U}^{ji}(s,p) \tag{2.15}$$

Se completează cu ecuațiile operaționale pentru multipolul s+1 care se scriu la fel însă cu respectarea indicilor corespunzători acestui multipol, iar ecuaţia (2.4) nu există.

<u>Observaţie</u>: La toate maşinile, la care rezistenţa ohmică este apreciabilă (nu se neglijează), în cazul în care convine, în loc de ecuaţia (2.3) se poate scrie:

$$\tilde{U}^j(S-1,p)=\tilde{U}^j_{l\,o}(S,p)+r^j_{lS}(\infty)\tilde{I}^j_l(S,p)+p^2\sum_{S=1}^{4N}\sum_{i=1}^{m}\tilde{L}^{ji}_{lS}(p)\tilde{I}^i_l(S,p)+$$
$$+\tilde{U}^j(S,p) \qquad (2.16)$$

In cazul în care nu există cuplaje între bobini (se pot considera maşinile cu înfăşurări într-un strat), ecuaţiile (2.3) (2.4), (2.5) se pot înlocui printr-o singură ecuaţie de forma:

$$\tilde{U}^j(S-1,p)=\tilde{U}^j_{lo}(S,p)+\cfrac{p}{\cfrac{\tilde{R}^j_{Fe\,S}(p)+\tilde{R}^j_{lS}(p)+l^{jj}_{lS}(o+)}{\tilde{R}^j_{Fe\,S}(p)\left[\tilde{R}^j_{lS}(p)+l^{jj}_{lS}(o+)\right]}+p^2k^j_{lS}(o+)}+U^j(S,p) \qquad (2.17)$$

Dacă schema echivalentă a MER se consideră cu elemente lineare (liniarizarea caracteristicii de magnetizare) se poate proceda astfel: presupunînd că la t=o i se aplică primului multipol tensiuni treaptă de forma $u^j(o,t)=E^j\cdot 1(t)$, se găsesc răspunsurile $y^j(S,t)$ în acest caz pe baza ecuaţiilor date. Rezolvarea în operaţional este acum mai uşoară, deoarece aplicînd transformata Laplace unei funcţii treaptă se obţine: $\mathcal{L}\left[u^j(o,t)\right]=\frac{E^j}{p}$. La aplicarea unei tensiuni de formă oarecare în timp, pentru aflarea răspunsurilor tranzitorii se foloseşte integrala Duhamel:

$$u^j(S,t)=u^j(S-1,t)y^j(S,o+)+\int_0^t u^j(S-1,t-\tau)y^{j\prime}(S,\tau)d\tau \qquad (2.18)$$

2.3. <u>MER simetrică</u>

Cazul ideal de MER este cea simetrică pe cele m faze. Spre acest tip de maşină se tinde şi în exploatare, o MER bună fiind considerată simetrică. In această situaţie parametrii sînt egali pe fazele maşinii şi chiar sînt aceiaşi de la bobină la bobină. Presupunînd că şi tensiunea de intrare pe fiecare fază este aceeaşi, caz frecvent în practică (conectări, deconectări, şocuri pe reţeaua de alimentare), se poate studia o singură fază, fenomenul fiind acelaşi pentru toate fazele. Schema echivalentă pentru o fază conform fig.2.3 conţine un lanţ de cuadripoli simetrici şi reciproci de tip Π . Schema este re-

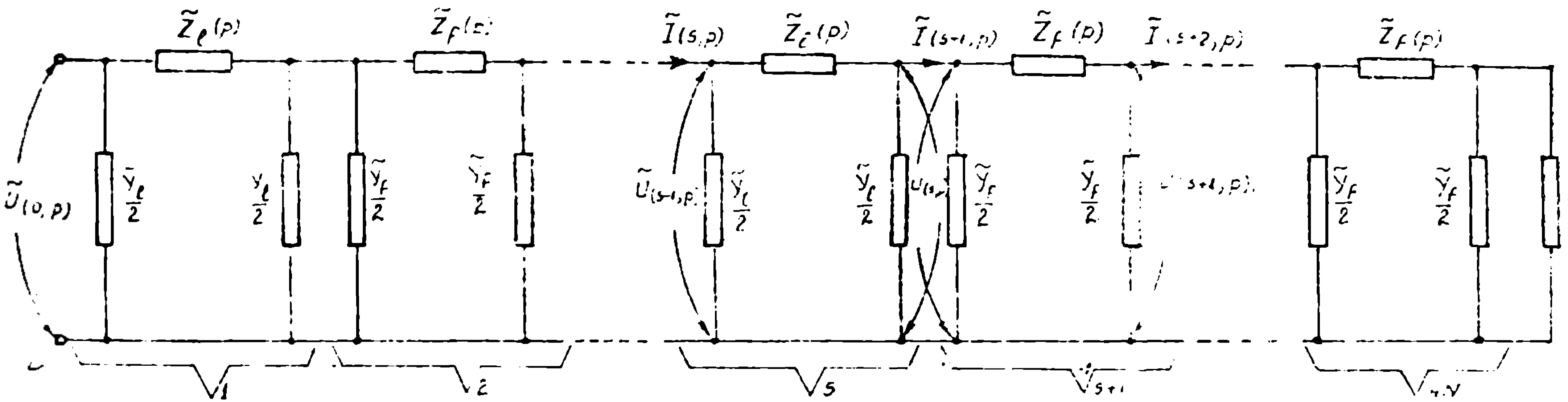


Fig.2.3. Schema echivalentă în Π a MLP simetrice.

prezentată cu parametrii operaționali:

$$\tilde{Z}_l(p) = \cfrac{p}{\cfrac{\tilde{R}_{fe}(p)+\tilde{R}_l(p)+l_l(o+)}{\tilde{R}_{fe}(p)\left[\tilde{R}_l(p)+l_l(o+)\right]}+p^2k_l(o+)} \tag{2.19}$$

$$\tilde{y}_l(p) = pc_l(o+)+g_l(o+)$$

$$\tilde{Z}_f(p) = \cfrac{p}{\cfrac{1}{\tilde{R}_f(p)+l_f(o+)}+p^2k_f(o+)} \tag{2.20}$$

$$\tilde{y}_f(p) = pc_f(o+)+g_f(o+)$$

Lanțul nu este omogen, alternînd cuadripolii cu parametrii diferiți. Relațiile între mărimile de ieșire și intrare a doi cuadripoli consecutivi S și S+1 scrise matricial, sînt:

$$\begin{Vmatrix} \tilde{U}(S,p) \\ \tilde{I}(S+1,p) \end{Vmatrix} = \left\| \tilde{M}_S \right\| \begin{Vmatrix} \tilde{U}(S-1,p) \\ \tilde{I}(S,p) \end{Vmatrix}$$

$$\begin{Vmatrix} \tilde{U}(S+1,p) \\ \tilde{I}(S+2,p) \end{Vmatrix} = \left\| \tilde{M}_{S+1} \right\| \begin{Vmatrix} \tilde{U}(S,p) \\ \tilde{I}(S+1,p) \end{Vmatrix} \tag{2.21}$$

în care matricile caracteristice sînt:

$$\left\| \tilde{M}_S \right\| = \begin{Vmatrix} \frac{1}{2}\tilde{Z}_l(p)\tilde{Y}_l(p)+1 & -\tilde{Z}_l(p) \\ -\frac{\tilde{Y}_l(p)}{2}\left[\frac{\tilde{Z}_l(p)\tilde{Y}_l(p)}{2}+2\right] & \frac{1}{2}\tilde{Z}_l(p)\tilde{Y}_l(p)+1 \end{Vmatrix}$$

$$\left\| \tilde{M}_{S+1} \right\| = \begin{Vmatrix} \frac{1}{2}\tilde{Z}_f(p)\tilde{Y}_f(p)+1 & -\tilde{Z}_f(p) \\ -\frac{\tilde{Y}_f(p)}{2}\left[\frac{\tilde{Z}_f(p)\tilde{Y}_f(p)}{2}+2\right] & \frac{1}{2}\tilde{Z}_f(p)\tilde{Y}_f(p)+1 \end{Vmatrix} \tag{2.22}$$

Cei doi cuadripoli fiind în conexiune lanț, matricea caracteristică a cuadripolului rezultant se obține:

$$\left\| \tilde{M}_{S+1,S} \right\| = \left\| \tilde{M}_{S+1} \right\| \cdot \left\| \tilde{M}_S \right\| \tag{2.23}$$

Efectuînd produsul se obține matricea de forma:

$$\left\| \tilde{M}_{S+1,S} \right\| = \begin{Vmatrix} \tilde{\gamma}_{11} & \tilde{\gamma}_{12} \\ \tilde{\gamma}_{21} & \tilde{\gamma}_{22} \end{Vmatrix} \tag{2.24}$$

In felul acesta s-a redus problema la un lanț omogen de cuadripoli și deci matricea sa caracteristică este:

$$\left\| \tilde{M} \right\| = \left\| \tilde{M}_{S+1,S} \right\|^{2N} \tag{2.25}$$

unde matricea $\left\| \tilde{m}_{S+1,S} \right\|$ corespunde unei jumătăţi de bobină, iar N reprezintă numărul de bobini ale MHR. Matricea caracteristică a lanţului rezultă de forma:

$$\left\| \tilde{M} \right\| = \left\| \begin{matrix} \tilde{m}_{11} & \tilde{m}_{12} \\ \tilde{m}_{21} & \tilde{m}_{22} \end{matrix} \right\| \tag{2.26}$$

Cunoscîndu-se elementele acestei matrici, se poate determina impedanţa caracteristică a lanţului ca fiind:

$$\tilde{Z}_u(p) = \frac{1}{2\tilde{m}_{21}}\left[\tilde{m}_{11} - \tilde{m}_{22} \pm \sqrt{(\tilde{m}_{11} - \tilde{m}_{22})^2 + 4\tilde{m}_{12}\tilde{m}_{21}}\right] \tag{2.27}$$

care este de fapt impedanţa caracteristică a înfăşurării unei faze a MHR simetrice.

Dacă raportăm matricea caracteristică (2.24) la direcţiile sale proprii, ea devine:

$$\left\| \tilde{m}_{S+1,S} \right\| = \left\| \begin{matrix} \tilde{\lambda}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{\lambda}_2 \end{matrix} \right\| \tag{2.28}$$

în care:

$$\tilde{\lambda}_{1,2} = \frac{1}{2}\left[\tilde{\gamma}_{11} + \tilde{\gamma}_{22} \pm \sqrt{(\tilde{\gamma}_{11} + \tilde{\gamma}_{22})^2 + 4\tilde{\gamma}_{12}\tilde{\gamma}_{21}}\right] \tag{2.29}$$

Ţinînd seama acum de proprietatea matricilor diagonale, matricea caracteristică lanţului va fi:

$$\left\| \tilde{M} \right\| = \left\| \begin{matrix} \tilde{\lambda}_1^{2N} & 0 \\ 0 & \tilde{\lambda}_2^{2N} \end{matrix} \right\|$$

Dacă maşina are nulul pus la masă prin impedanţa sa caracteristică determinată cu relaţia (2.27), caz ideal, întrucît nu apar reflexii pe nul, atunci:

$$\tilde{U}_N(p) = \tilde{\lambda}_1^{2N}\, \tilde{U}_0(p)$$

în care $\tilde{U}_N(p)$ s-a notat tensiunea nulului înfăşurării, iar $\tilde{U}_0(p)$ este tensiunea de intrare.

2.4. MHR testată prin oscilaţii de relaxare

La o maşină de curent alternativ executată bine, cele trei faze sînt simetrice, ceea ce înseamnă că parametrii sînt aceiaşi de-a lungul celor trei înfăşurări. În procesul de fabricaţie, însă, pot apare defecte electrice, datorită unor condiţii de ma-tehnic sau tehnologice, care au implicaţii economice mari sub aspect valoric. De asemenea, în exploatare sînt frecvente defectele electrice datorită schimbării caracteristicilor materialelor în timp prin îmbătrînire sau prin condiţii neprevăzute de mediu precum şi datorită unor suprasolicitări electrice de diverse naturi în cadrul funcţionării. Un astfel de defect apărut la o anumită bobină schimbă parametrii electrici ai acesteia. De exemplu bobinarea cu un număr diferit de spire modifică în special inductivitatea şi respectiv rezistenţa bobinei respective; scurtcircuit între spire modifică în plus şi capacitatea longitudinală K, iar scurtcircuit la masă sau între faze modifică parametrii transversali. Ca urmare şi impedanţa caracteristică a fazei unde se găseşte bobina în cauză, suferă modificări, care sînt influenţate de locul pe care-l ocupă bobina defectă în cadrul înfăşurării fazei respective: la început, mijloc sau sfîrşit.

Se notează cu $Z_u(p)$ impedanţa caracteristică a înfăşurării fazei sănătoase, obţinută cu relaţia (2.27). Matricea caracteristică a bobinei defecte se poate cunoaşte, fiind:

$$\left\| \tilde{M}_b \right\| = \left\| \tilde{M}_{S+1,S} \right\|^2 \qquad (2.30)$$

unde matricea $\left\| \tilde{M}_{S+1,S} \right\|$ se determină cu relaţia (2.23), dar termenii celor două matrici componente se calculează cu parametrii modificaţi în mod corespunzător tipului de defect. Matricea caracteristică a întregului lanţ, echivalent fazei cu bobină defectă, depinde de ordinul acestei bobine faţă de începutul înfăşurării. Astfel, dacă se consideră că a o-a bobină este în discuţie, atunci matricea caracteristică fazei este:

$$\left\| \tilde{M}_{do} \right\| = \left\| \tilde{M}_{S+1,S} \right\|^{2(N-o)} \left\| \tilde{M}_b \right\| \left\| \tilde{M}_{S+1,S} \right\|^{2(o-1)} \qquad (2.31)$$

Prin urmare matricea caracteristică a înfăşurării defecte depinde atît de felul defectului prin intermediul parametrilor cu care se determină matricea $\left\| \tilde{M}_b \right\|$ cît şi de locul defectului prin puterile celor două matrici care intervin în relaţia (2.31). Obţinîndu-se o matrice de forma:

$$\left\| \tilde{M}_{do} \right\| = \left\| \begin{matrix} \tilde{m}_{11do} & \tilde{m}_{12do} \\ \tilde{m}_{21do} & \tilde{m}_{22do} \end{matrix} \right\|$$

impedanţa caracteristică se determină cu:

$$\tilde{Z}_{udo}(p) = \frac{1}{2\tilde{a}_{21do}}\left[\tilde{a}_{11do} - \tilde{a}_{22do} \pm \pm\sqrt{(\tilde{a}_{11do} - \tilde{a}_{22do})^2 + 4\tilde{a}_{12do}\,\tilde{a}_{21do}}\right] \qquad (2.32)$$

Se constată, deci, că impedanțele caracteristice $\tilde{Z}_u(p)$ și $\tilde{Z}_{udo}(p)$ diferă atît datorită felului defectului electric cît și datorită locului unde este situat acesta în lungul înfășurării.

Pentru depistarea defectelor electrice de bobinaj ale unei MSR s-a căutat punerea în evidență a diferenței impedanțelor unei înfășurări sănătoase, etalon și a înfășurării defecte. Acest lucru se poate realiza prin crearea a două circuite oscilante:

- unul format dintr-o capacitate C și impedanța $\tilde{Z}_u$ a înfășurării sănătoase,
- celălalt format dintr-o capacitate C identică cu prima și impedanța $\tilde{Z}_{udo}$ a înfășurării presupuse defectă.

Schema de principiu este redată în fig.2.4. Cu întrerupătoarele K_1 și K_2 pe poziția deschis, prin închiderea întrerupătorului K, cele două capacități identice (perfect echilibrate) se

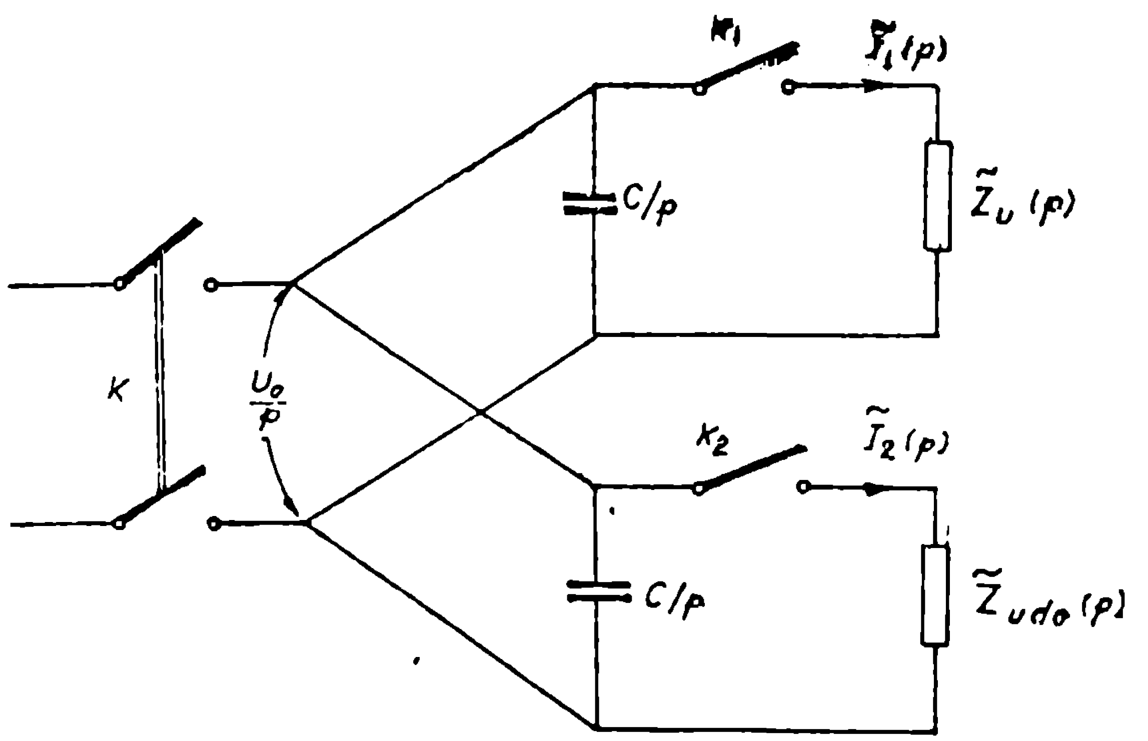


Fig.2.4.Schema de principiu operațională a testării bobinajului MSR prin oscilații de relaxare.

încarcă sub aceeași tensiune. In etapa următoare se deschide întrerupătorul K și se închide K_1 și K_2 simultan. Se formează cele două circuite oscilante de descărcare a capacităților C peste impedanțele $\tilde{Z}_u$ și respectiv $\tilde{Z}_{ude}$. Curenții prin cele două circuite sînt:

$$\tilde{I}_1(p) = \frac{U_0}{p\tilde{Z}_u(p) + \frac{1}{C}} ;$$
$$\tilde{I}_2(p) = \frac{U_0}{p\tilde{Z}_{ude}(p) + \frac{1}{C}} \tag{2.33}$$

și tensiunile la bornele impedanțelor se obțin:

$$\tilde{U}_{Z_u}(p) = \frac{U_0}{p + \frac{1}{C\tilde{Z}_u(p)}} ;$$
$$\tilde{U}_{Z_{ude}}(p) = \frac{U_0}{p + \frac{1}{C\tilde{Z}_{ude}(p)}} = \frac{U_0}{p + \frac{1}{C\left[\tilde{Z}_u(p) + \tilde{\delta}(p)\right]}} \tag{2.34}$$

unde $\tilde{\delta}(p)$ reprezintă diferența între cele două impedanțe datorită defectului.

Intre cele două circuite exista diferența de tensiune:

$$\tilde{U}_{12}(p) = \frac{U_0}{p}\left[\frac{1}{1 + \frac{1}{pC\tilde{Z}_u(p)}} - \frac{1}{1 + \frac{1}{C\,\tilde{Z}_u(p) + \tilde{\delta}(p)}}\right] \tag{2.35}$$

Această tensiune $\tilde{U}_{12}(p)$ trebuie sesizată chiar și pentru $\tilde{\delta}(p)$ foarte mic (de exemplu cînd una din bobine a fost realizată cu o spiră mai puțin). Deci trebuiesc mărite oscilațiile tensiunii la maxim, independent de mașină. S-a constatat și practic că diferențele de tensiune între cele două circuite depind de capacitatea C, existînd o valoare a sa pentru care oscilațiile sînt maxime. Pentru aflarea ei se recurge la procedeul cunoscut de determinare a derivatei întîi și egalarea ei cu zero:

$$\frac{\partial \tilde{U}_{12}(p)}{\partial C} = 0 \longrightarrow C_{opt} = \frac{1}{p\sqrt{\tilde{Z}_u(p)\left[\tilde{Z}_u(p) + \tilde{\delta}(p)\right]}} \qquad (2.36)$$

Deoarece această valoare depinde de defect, se ia o valoare apropiată:

$$C_{opt} = \frac{1}{p\tilde{Z}_u(p)} \qquad (2.37)$$

şi atunci tensiunea corespunzătoare este:

$$\tilde{U}_{12m}(p) = \frac{U_0}{p} \, \frac{\tilde{\delta}(p)}{2\left[2\tilde{Z}_u(p) + \tilde{\delta}(p)\right]} \qquad (2.38)$$

La aparatele construite pentru testarea bobinajelor MRE valoarea lui C_{opt} a fost dedusă prin tatonări, încercînd o gamă largă de condensatoare. Graficele obţinute se pot vedea în capitolul 4.

Din relaţia (2.37) se observă că C_{opt} variază de la maşină la maşină depinzînd atît de materialul feromagnetic prin intermediul rezistenţei echivalente pierderilor în fier, cît şi de caracteristicile înfăşurării maşinii respective.

Prin urmare, se vor realiza aparate proprii unei anumite game de maşini pentru care este îndeplinită aproximativ condiţia (2.37).

Au fost realizate trei aparate portabile [114, 115] pentru testarea bobinajelor MRE care se bazează pe principiul expus mai sus şi care sînt prezentate în capitolul 4.

CAPITOLUL 3

PARAMETRII TRANZITORII AI M.S.R.

In studiile efectuate asupra propagării impulsului de tensiune de-a lungul înfășurării unei MSR, chiar și cele mai recente [65] s-au considerat parametrii constanți. S-a recurs la această aproximare a parametrilor reali ai mașinii în procesele tranzitorii, pentru simplificare. Datorită, însă existenței ordinatoarelor electronice se poate recurge la așa numiții parametrii tranzitorii ai MSR, care sînt funcții de timp.

3.1. Teoria generală a parametrilor tranzitorii

Un grup de cercetători sub conducerea acad. R. Răduleț, a elaborat o teorie de determinare a parametrilor tranzitorii ai circuitelor electrice și a aplicat-o la studiul propagării undelor de tensiune de-a lungul liniilor electrice lungi cu pierderi [91, 92, 93] , care constă în următoarele:

In cazul considerării efectului pelicular, densitatea de curent și cîmpul magnetic asociat în conductoare au faze variabile de la punct la punct și diferite una de alta, astfel că fluxul magnetic total al unui circuit închis nu este în fază cu intensitatea curentului și nu mai e proporțională cu aceasta, pentru a se putea defini o inductivitate proprie, constantă a circuitului. Studiul complet și corect al propagării undelor electromagnetice se face prin rezolvarea ecuațiilor lui Maxwell [24, 40, 70, 110, 119, 126, 127] :

$$\begin{aligned}
&\mathrm{rot}\ \bar{h} = \bar{j} + \frac{\partial \bar{e}}{\partial t}\\
&\mathrm{rot}\ \bar{e} = -\mu \frac{\partial \bar{h}}{\partial t}\\
&\mathrm{div}(\varepsilon \bar{e}) = \rho_v\\
&\mathrm{div}(\mu \bar{h}) = 0\\
&\bar{j} = \sigma \bar{e}
\end{aligned} \qquad (3.1)$$

Conform teoriei relaxației, densitatea de volum a sarcinii tinde exponențial către zero în orice porțiune omogenă a unui material de conductibilitate mărginită:

$$\rho_v(x,y,z,t) = \rho_v(x,y,z,o)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

unde timpul de relaxație $\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}$.

Constantele de material au în general valorile [65]:

- pentru conductoare:

$\sigma = (1-5)10^7\ \Omega^{-1}\ m^{-1},\ \mu = (1-10^3)\mu_0,\quad \varepsilon \cong \varepsilon_0$

- pentru dielectric (aer):

$\sigma = 10^{-10}-10^{-15}\ \Omega^{-1}\ m^{-1},\ \mu \cong \mu_0,\quad \varepsilon = (1-80)\varepsilon_0$

- pentru material feromagnetic (tablă fe Armco):

$\sigma = 9,2.10^6\ \Omega^{-1}\ m^{-1},\ \mu \cong 4.10^{-3}\ \frac{H}{m},\quad \varepsilon \cong \varepsilon_0$

Se consideră regim cvasistaționar pentru studiul cîmpului electromagnetic, regimul în care $f \ll \frac{1}{2\pi\tau}$. Ori în conductoare și material feromagnetic se observă că $\frac{1}{2\pi\tau} \cong (10^{16}-5.10^{17})$Hz, deci densitatea curentului de deplasare este neglijabilă față de cea a curentului de conducție pentru toată gama de frecvențe utilizată azi în tehnică. In dielectric se poate considera această situație numai la frecvențe nu prea înalte, la care este satisfăcută inegalitatea:

$$\lambda_{min} = \frac{v}{f_{max}} \gg d_{max}$$

în care λ_{min} este cea mai mică lungime de undă, corespunzătoare celei mai înalte frecvențe f_{max}, care poate interveni în problema considerată, v = viteza de propagare a undei electromagnetice, iar d_{max} este grosimea maximă a dielectricului în direcția de propagare.

In consecință se poate presupune regim cvasistaționar, neglijind densitatea curentului de deplasare, adică efectul variației în timp a cîmpului electric asupra cîmpului magnetic, care rezultă astfel univoc determinat de repartiția instantanee a curenților de conducție numai în material conductor sau semiconductor. In dielectricul condensatoarelor, în general, trebuie să se țină seama de existența curentului de deplasare.

In condițiile regimului cvasistaționar, domeniul ce definește elementele de circuit ai căror parametri tranzitorii este necesar să fie determinați, se împarte în subdomenii pentru care se scriu ecuațiile ce definesc cîmpul electromagnetic, folosind calea operațională, care este cea mai potrivită în acest caz. Intensitatea cîmpului electric și magnetic sînt funcții atît de timp (de operatorul p în calculul operațional) cît și de punctul M. Deci ecuațiile cîmpului sînt:

$$\begin{aligned} \mathrm{rot}\ \bar{H}(M,p) - (p\varepsilon + \sigma)\ \bar{E}\ (M,p) &= 0 \\ \mathrm{rot}\ \bar{E}(M,p) + p\mu\ \bar{H}\ (M,p) &= 0 \end{aligned} \qquad (3.2)$$

Aceste ecuații scrise în condiții inițiale de repaus, se integrează ținînd cont de:

- condițiile de trecere la suprafețele de discontinuitate:

$$(\bar{E}_1)_t = (\bar{E}_2)_t; \quad (\bar{H}_1)_t = (\bar{H}_2)_t$$

- condiții de frontieră:

$\bar{n}\ \mathrm{rot}\ \bar{E}(M_1,p) = 0$ unde $M_1 \in$ suprafeței ce limitează domeniul,

$\bar{n}\ \mathrm{rot}\ \bar{E}(M_2,p) = 0$ $M_2 \in$ suprafeței ce limitează domeniul de material conductor,

$\bar{n} \times \bar{E}(M_3,p) = 0$ $M_3 \in$ secțiunii conductoarelor.

- condiții la borne adecvate identificării parametrilor.

Pentru determinarea impedanței operaționale a elementului de circuit, se consideră că la momentul t=0+, acesta este parcurs de un curent treaptă unitate, iar pentru determinarea admitanței operaționale - pus sub o tensiune treaptă unitate. Dacă în domeniul respectiv se găsesc mai multe circuite între care există cuplaje inductive și capacitive, condițiile la borne necesare determinării impedanței operaționale proprii și mutuale se exprimă prin:

$$\oint_{\Gamma_i} \bar{H}^K(M,p)d\bar{r} = \frac{1}{p}\,\delta_{iK} \quad \text{unde} \quad \delta_{iK} = \begin{cases} 1 \text{ pentru } i=K \\ 0 \text{ pentru } i\neq K \end{cases} \qquad (3.3)$$

iar pentru determinarea admitanței operaționale proprii și mutuale:

$$\int_{\Gamma_K} \bar{H}^j(M,p)dr = \frac{1}{p}\,\delta_{jK} \quad \text{unde} \quad \delta_{jK} = \begin{cases} 1 \text{ pentru } j=K \\ 0 \text{ pentru } j\neq K \end{cases} \tag{3.4}$$

În relația (3.3) Γ_i reprezintă conturul circuitului i la intrarea în domeniul considerat, iar $\bar{H}^K(M,p)$ este intensitatea cîmpului magnetic, corespunzătoare alimentării circuitului prin borna K cu un curent treaptă unitate, toate celelalte borne fiind lăsate în gol, în condiții inițiale de repaus.

Γ_K din relația (3.4) reprezintă curba după care se face integrarea între bornele circuitului K, iar $\bar{H}^j(M,p)$ este soluția ecuațiilor (3.2) corespunzătoare alimentării circuitului j cu o tensiune treaptă unitate, toate celelalte circuite fiind scurtcircuitate, în condiții inițiale de repaus.

Rezolvînd ecuațiile cîmpului electromagnetic (3.2) în condițiile (3.3), se determină impedanța operațională ca fiind definită sub forma:

$$\tilde{Z}_{iK}(p) = p \int_{\Gamma i} \bar{E}^K(M,p)dr \tag{3.5}$$

Dacă i=K se obține impedanța operațională de intrare (proprie) a circuitului i, iar dacă i≠K se obține impedanța operațională de transfer (mutuală) dintre circuitul i și K.

Pentru determinarea admitanței operaționale, după rezolvarea ecuațiilor (3.2) în condițiile (3.4), se aplică relația de definiție:

$$\tilde{Y}_{Kj}(p) = p \int_{\Gamma_K} \bar{H}^j(M,p)dr \tag{3.6}$$

în care pentru j=K se obține admitanța operaționala proprie (de intrare) a circuitului K, iar dacă j≠K se obține admitanța operațională de transfer (mutuală) dintre circuitul K și j.

Din modul de definire a acestor parametrii operaționali se observă că există relația:

$$\sum_{K=1}^{n} \tilde{Z}_{iK}(p)\tilde{Y}_{Kj}(p) = \delta_{ij} \quad \text{unde} \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ dacă } i=j \\ 0 \text{ dacă } i\neq j \end{cases}$$

adică matricele corespunzătoare sînt inverse.

<u>Observatie</u>: Presupunînd regimul cvasistaţionar, pentru determinarea parametrilor tranzitorii ai circuitelor inductive, se consideră în ecuaţiile (3.2) că $\varepsilon = 0$, iar pentru determinarea parametrilor tranzitorii ai circuitelor capacitive, se consideră, $\mu = 0$.

Dacă s-au determinat acești parametri operaţionali ai circuitelor, atunci în condiţii iniţiale oarecare, prin rezolvarea ecuaţiilor cîmpului sub formă operaţională, mărimile electrice necunoscute ale circuitelor se pot exprima în funcţie de cele cunoscute:

$$\begin{aligned} \tilde{U}_1(p) &= \sum_{K=1}^{n} \tilde{Z}_{1K}(p)\, \tilde{I}_K(p) + \tilde{U}_1^{o}(p) \\ \tilde{I}_K(p) &= \sum_{j=1}^{n} \tilde{Y}_{Kj}(p)\, \tilde{U}_j(p) + \tilde{I}_K^{o}(p) \end{aligned} \qquad (3.7)$$

unde:

$\tilde{U}_1^{o}(p)$ - imaginea tensiunii la bornele circuitului 1 determinată de condiţiile iniţiale de cîmp, cînd toate legăturile la borne sînt întrerupte pentru $t > 0$,

$\tilde{I}_K^{o}(p)$ - imaginea curentului de scurtcircuit din borna circuitului K determinată de condiţii iniţiale de cîmp cînd toate bornele sînt scurtcircuitate pentru $t > 0$.

Ca valori instantanee:

$$z_{1K}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\tilde{Z}_{1K}(p)}{p}\right]; \quad y_{Kj}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\tilde{Y}_{Kj}(p)}{p}\right]$$

şi reprezintă funcţiile de răspuns tranzitoriu în regim de mers în gol la alimentare cu curenţi treaptă unitate, respectiv în regim de scurtcircuit la alimentare cu tensiune unitate. Aceste funcţii depind numai de structura elementelor de circuit, oricare ar fi regimul de funcţionare. Ele însă, nu sînt adecvate folosirii practice pentru că includ singularităţi de tip $\delta(t)$ în origine şi totodată nu se reduc la cazul parametrilor obişnuiţi în cazul circuitelor filiforme. De aceea se introduc parametrii tranzitorii:

- rezistența tranzitorie:

$$r_{1K}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\tilde{R}_{1K}(p)\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\tilde{Z}_{1K}(p)}{p} - \lim_{p\to\infty} \frac{\tilde{Z}_{1K}(p)}{p}\right] \quad (3.8)$$

$$r_{1K}(\infty) = \delta_{1K}\, r_{1o} \quad \text{unde} \quad \delta_{1K} = \begin{cases} 1 \text{ pentru } K=1 \\ o \text{ pentru } K\neq 1 \end{cases}$$

în care $r_{1o} = \frac{1}{g_{1o}} = \lim_{p\to o} \tilde{Z}_{11}(p) \neq \infty$ și reprezintă rezistența în c.c.

- inductivitatea tranzitorie:

$$l_{1K}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\tilde{L}_{1K}(p)\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\tilde{Z}_{1K}(p) - r_{1o}\,\delta_{1K}}{p^2}\right] \quad (3.9)$$

$$l_{1K}(\infty) = l_{1Kext} + l_{1Kint}$$

$$l_{1K}(o+) = \lim_{p\to\infty} \frac{\tilde{Z}_{1K}(p)}{p} = l_{1Kext} \quad (3.10)$$

- conductanța tranzitorie:

$$g_{Kj}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\tilde{G}_{Kj}(p)\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\tilde{Y}_{Kj}(p)}{p} - \lim_{p\to\infty} \frac{\tilde{Y}_{Kj}(p)}{p}\right] \quad (3.11)$$

$$g_{Kj}(\infty) = \delta_{Kj}\, g_{Ko}, \qquad \delta_{Kj} = \begin{cases} 1 \text{ dacă } K=j \\ o \text{ dacă } K\neq j \end{cases}$$

$g_{Ko} = \frac{1}{r_{Ko}} = \lim_{p\to o} \tilde{Y}_{KK}(p) \neq o$ și reprezintă conductanța în c.c.

- capacitatea tranzitorie:

$$c_{Kj}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\tilde{C}_{Kj}(p)\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\tilde{Y}_{Kj}(p) - g_{Ko}\,\delta_{Kj}}{p^2}\right] \quad (3.12)$$

$$c_{Kj}(\infty) = C_{stat}.$$

$$c_{Kj}(o+) = \lim_{p\to\infty} \frac{\tilde{Y}_{Kj}(p)}{p} \quad (3.13)$$

Între impedanța operațională, admitanța operațională și imaginile parametrilor tranzitorii există relațiile:

$$\tilde{Z}_{1K}(p) = p\,l_{1K}(0+) + p\tilde{R}_{1K}(p) = \delta_{1K} r_{K0} + p^2 \tilde{L}_{1K}(p)$$
$$\tilde{Y}_{Kj}(p) = p\,\Gamma_{Kj}(0+) + p\tilde{G}_{Kj}(p) = \delta_{Kj} g_{K0} + p^2 \tilde{C}_{Kj}(p) \qquad (3.14)$$

În cazul unui element inductiv, în regim cvasistaționar inductivitatea inițială este egală cu inductivitatea exterioară, determinabilă în ipoteza unei conductivități infinite a conductorului, iar capacitatea inițială și conductanța inițială sînt nule.

În concluzie, dacă se determină parametrii tranzitorii ai elementelor de circuit, prin rezolvarea prealabilă a ecuațiilor cîmpului electromagnetic pentru cazul concret și în condițiile arătate, se poate apoi studia modul de variație a tensiunilor și curenților chiar în situația unor circuite electrice cu ramificații prin scrierea corespunzătoare a ecuațiilor lui Kirchhoff.

3.2. Determinarea mărimilor de stare ale cîmpului electromagnetic dintr-o MER într-un regim oarecare

3.2.1. Potențialul magnetic vector produs de un conductor

Se consideră o MER idealizată cu p_p perechi de poli, caracterizată prin următoarele:

- are circuitul magnetic nesaturat de permeabilitate magnetică μ,
- solenația de crestătură se consideră concentrată la mijlocul acesteia și respectiv la suprafața ei,
- se neglijează influența crestăturii asupra formei circuitului magnetic. Această ipoteză făcută este însă conformă cu realitatea pentru mașinile foarte mari la care înfășurarea statorică este o înfășurare "de întrefier" [69],
- se neglijează influența rotorului care în general este blindat de cîmpul produs de curenții turbionari puternici induși în procesele tranzitorii, lucru arătat anterior ca fiind și specificat în literatura de specialitate,
- cîmpul electromagnetic se consideră plan-paralel, neglijîndu-se efectele de capăt.

- regimul este cvasistaționar, deci se neglijează curenții de deplasare,
- condițiile inițiale sînt nule.

Presupunînd inițial o crestătură a cărei solenație este concentrată în punctul P, conform fig.3.1, se urmărește determinarea potențialului magnetic vector $\bar{A}$. Cu ajutorul acestuia se poate apoi defini cîmpul magnetic și electric în orice punct al domeniului considerat [39, 117].

Ținînd cont de configurația geometrică, se va face uz de sistemul de coordonate cilindrice (ρ, θ, z) cu axa oz coincizînd cu axa mașinii, iar originea unghiului electric θ corespunzînd cu poziția punctului P.

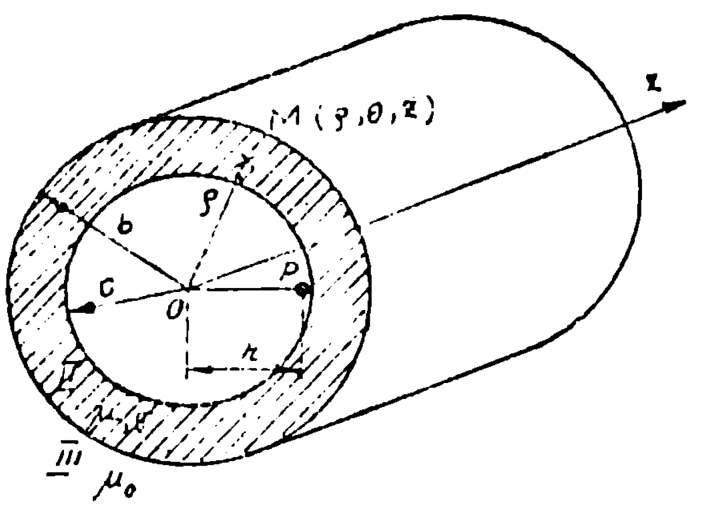


Fig.3.1. Schița MSR pentru calculul potențialului magnetic vector.

Prin particularitatea problemei și a ipotezelor făcute, potențialul magnetic vector $\bar{a}$, precum și intensitatea cîmpului electric $\bar{e}$ depind numai de coordonatele ρ, θ și de timp și sînt dirijate după axa oz. Liniile de cîmp magnetic, însă, se găsesc în planul ρ, θ și intensitatea acestuia depinde de coordonatele ρ, θ și de timp.

Ecuația care definește cîmpul electromagnetic este [117]:

$$\Delta a = -\mu j_r \qquad (3.15)$$

unde: Δ - laplacianul,

j_r - densitatea momentană a curentului de conducție.

Avînd în vedere că: $\bar{j}_r = \sigma \bar{e}$, iar $\bar{e} = -\frac{\partial \bar{a}}{\partial t}$, ecuația (3.15) devine:

$$\Delta a - \mu \sigma \frac{\partial a}{\partial t} = 0$$

Intrucît studiul se face pentru regim variabil oarecare se aplică calculul operațional. Ca atare, ecuația anterioară transpusă în operațional pe baza transformării Laplace, este:

$$\Delta \tilde{A}(p,\rho,\theta) - p\mu\sigma\tilde{A}(p,\rho,\theta) = 0 \qquad (3.16)$$

Notînd:

$$\gamma^2 = p\mu\sigma \qquad (3.17)$$

se obține:

$$\Delta \tilde{A} - \gamma^2 \tilde{A} = 0 \qquad (3.18)$$

Scriind laplacianul în coordonate cilindrice, ecuația (3.18) devine:

$$\frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tilde{A}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial \theta^2} - \gamma^2 \tilde{A} = 0 \qquad (3.19)$$

ecuație de tip Laplace, în care $\tilde{A}$ este imaginea operațională a potențialului magnetic vector.

Soluția ecuației (3.19) este reprezentată de produsul lui Laplace: $\tilde{A} = R(\rho)\,T(\theta)$, ale cărui componente sînt soluții ale ecuațiilor de o singură variabilă [7] :

$$\frac{d^2 R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{dR}{d\rho} - R\left(\gamma^2 + \frac{n^2}{\rho^2}\right) = 0 \qquad (3.20)$$

$$\frac{1}{T}\frac{d^2 T}{d\theta^2} = -n^2 \qquad (3.21)$$

Ecuația (3.20) admite soluții de forma:

$$R_n = R_{n1}\, I_n(\gamma\rho) + R_{n2}\, K_n(\gamma\rho) \qquad (3.22)$$

în care R_{n1} și R_{n2} sînt constante de integrare, iar $I_n(\gamma\rho)$ și $K_n(\gamma\rho)$ reprezintă funcțiile Bessel modificate de ordinul n.

Ecuația (3.21) admite soluții de forma:

$$\begin{aligned} T_0(\theta) &= T_{01} + T_{02}\theta \\ T_n(\theta) &= T_{n1}\cos n\theta + T_{n2}\sin n\theta \end{aligned} \qquad (3.23)$$

unde T_{01}, T_{02}, T_{n1} și T_{n2} sînt de asemenea constante de integrare.

Ecuația (3.20) și soluția (3.22) obțin forme particulare pentru domeniul I și III (fig.3.1). Modul de determinare a potențialului magnetic vector pe cele trei domenii (fig.3.1) este dat în Anexa 1. Potențialul magnetic vector în domeniul I este:

$$\tilde{A}_1(p,\rho,\theta) = \tilde{I}(p)\Big[A_0^{(1)} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(1)}\rho^{n}\cos n\theta - \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\rho +$$

$$+ \frac{\mu_0}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{\rho}{c}\right)^{n}\cos n\theta\Big] \qquad (3.24)$$

Potențialul magnetic vector în domeniul II, reprezentat de miezul feromagnetic statoric are expresia:

$$\tilde{A}_2(p,\rho,\theta) = \tilde{I}(p)\Big\{A_0^{(2)}\, I_0(\gamma\rho) + B_0^{(2)}\, K_0(\gamma\rho) +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty}\left[A_n^{(2)} I_n(\gamma\rho) + B_n^{(2)} K_n(\gamma\rho)\right]\cos n\theta\Big\} \qquad (3.25)$$

Potențialul magnetic vector în domeniul III, reprezentat de exteriorul mașinii este:

$$\tilde{A}_3(p,\rho,\theta) = \tilde{I}(p)\Big\{A_0^{(3)} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(3)}\rho^{-n}\cos n\theta - \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\rho +$$

$$+ \frac{\mu_0}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{c}{\rho}\right)^{n}\cos n\theta\Big\} \qquad (3.26)$$

În expresiile (3.24), (3.25) și (3.26) s-au făcut, conform Anexei 1, notațiile:

$$A_0^{(1)} = \frac{\mu}{2\pi\gamma cb}\cdot\frac{\left[cK_0'(\gamma c) - bK_0'(\gamma b)\right]I_0(\gamma c) - \left[cI_0'(\gamma c) - bI_0'(\gamma b)\right]K_0(\gamma c)}{I_0'(\gamma c)K_0'(\gamma b) - I_0'(\gamma b)K_0'(\gamma c)} +$$

$$+ \frac{\mu_0}{2\pi}\ln c$$

$$A_0^{(2)} = \frac{\mu}{2\pi\gamma cb}\cdot\frac{cK_0'(\gamma c) - bK_0'(\gamma b)}{I_0'(\gamma c)K_0'(\gamma b) - I_0'(\gamma b)K_0'(\gamma c)}$$

$$A_0^{(3)} = \frac{\mu}{2\pi\gamma cb}\cdot\frac{\left[cK_0'(\gamma c) - bK_0'(\gamma b)\right]I_0(\gamma b) - \left[cI_0'(\gamma c) - bI_0'(\gamma b)\right]K_0(\gamma b)}{I_0'(\gamma c)K_0'(\gamma b) - I_0'(\gamma b)K_0'(\gamma c)} +$$

$$+ \frac{\mu_0}{2\pi}\ln c$$

$$B_0^{(2)} = -\frac{\mu}{2\pi\gamma cb} \cdot \frac{cI'_0(\gamma c)-bI'_0(\gamma b)}{I'_0(\gamma c)K'_0(\gamma b)-I'_0(\gamma b)K'_0(\gamma c)}$$

$$A_n^{(1)} = \frac{\mu}{\pi\gamma c^{n+1}} \cdot \frac{I_n(\gamma c)\cdot S_{1n}(\gamma b)-K_n(\gamma c)P_{1n}(\gamma b)}{P_{1n}(\gamma b)\cdot S_{2n}(\gamma c)-P_{2n}(\gamma c)S_{1n}(\gamma b)} - \frac{\mu_0}{2\gamma n c^n}$$

$$A_n^{(2)} = \frac{\mu}{\pi\gamma c} \cdot \frac{S_{1n}(\gamma b)}{P_{1n}(\gamma b)S_{2n}(\gamma c)-P_{2n}(\gamma c)S_{1n}(\gamma b)} \qquad (3.27)$$

$$B_n^{(2)} = -\frac{\mu}{\pi\gamma c} \cdot \frac{P_{1n}(\gamma b)}{P_{1n}(\gamma b)S_{2n}(\gamma c)-P_{2n}(\gamma c)S_{1n}(\gamma b)}$$

$$A_n^{(3)} = \frac{\mu b^n}{\pi\gamma c} \cdot \frac{I_n(\gamma b)S_{1n}(\gamma b)-K_n(\gamma b)\cdot P_{1n}(\gamma b)}{P_{1n}(\gamma b)\cdot S_{2n}(\gamma c)-P_{2n}(\gamma c)S_{1n}(\gamma b)} - \frac{\mu_0 c^n}{2\gamma n}$$

în care P_{1n}, S_{1n}, P_{2n}, S_{2n} sînt notaţii conform (A1.7).

3.2.2. Potenţialul magnetic vector produs de înfăşurarea MER

Se consideră acum o înfăşurare monofazată repartizată pe circumferinţa interioară a statorului compusă din bobini cu deschidere egală şi formate din S_b spire, q bobini pe pol şi fază, p_p perechi de poli, iar α este unghiul electric între bobinele consecutive (fig.3.2).

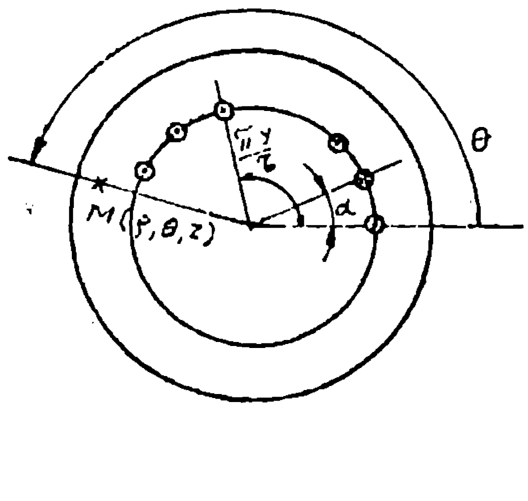


Fig.3.2. Reprezentarea bobinilor MER.

Potenţialul magnetic vector pe domenii produs de o spiră cu scurtarea $\tau - y$ este:

$$\tilde{A}_{1\varepsilon}=\tilde{I}(p)\sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(1)}\rho^n\left[\cos n\theta - \cos n\left(\theta-\frac{\pi y}{\tau}\right)\right]+\frac{\mu_0\tilde{I}(p)}{2\pi}\sum_{n=1}\cdot \frac{1}{n}\left(\frac{\rho}{r}\right)^n\left[\cos n\theta-\cos n\left(\theta-\frac{\pi y}{\tau}\right)\right]$$

Cu factorul de scurtare:

$$K_{yn} = \sin n \frac{\pi y}{2\tau} \tag{3.28}$$

se obţine:

$$\tilde{A}_{1S} = -\tilde{I}(p) \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn} \rho^{n} \left[2A_n^{(1)} + \frac{\mu_0}{\pi n c^n}\right] \sin n\left(\theta - \frac{\pi y}{2\tau}\right) \tag{3.29}$$

Procedînd analog pentru domeniul II şi III, se găsesc:

$$\tilde{A}_{2S} = -2\tilde{I}(p) \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn} \left[A_n^{(2)} I_n(\gamma\rho) + B_n^{(2)} K_n(\gamma\rho)\right] \sin n\left(\theta - \frac{\pi y}{2\tau}\right) \tag{3.30}$$

$$\tilde{A}_{3S} = -\tilde{I}(p) \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn} \rho^{-n} \left[2A_n^{(3)} + \frac{\mu_0 c^n}{\pi n}\right] \sin n\left(\theta - \frac{\pi y}{2\tau}\right) \tag{3.31}$$

Pentru o bobină:

$\tilde{A}_{1b} = S_b \tilde{A}_{1S}$; $\tilde{A}_{2b} = S_b \tilde{A}_{2S}$; $\tilde{A}_{3b} = S_b \tilde{A}_{3S}$.

Pentru q bobini decalate cu unghiul $\alpha = 2\pi p_p / N_c$, unde N_c este numărul de crestături ale maşinii:

$$\tilde{A}_{1q} = -S_b \tilde{I}(p) \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn} \rho^{n} \left[2A_n^{(1)} + \frac{\mu_0}{\pi n c^n}\right] \sum_{c=0}^{q-1} \sin n\left(\theta - \frac{\pi y}{2\tau} - c\alpha\right) =$$

$$= -qS_b \tilde{I}(p) \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn} K_{qn} \rho^{n} \left[2A_n^{(1)} + \frac{\mu_0}{\pi n c^n}\right] \sin n\left(\theta - \frac{\pi y}{2\tau} - \frac{q-1}{2}\alpha\right)$$

$$\tilde{A}_{2q} = -2qS_b \tilde{I}(p) \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn} K_{qn} \left[A_n^{(2)} I_n(\gamma\rho) + B_n^{(2)} K_n(\gamma\rho)\right] \sin n\left(\theta - \frac{\pi y}{2\tau} - \frac{q-1}{2}\alpha\right)$$

$$\tilde{A}_{3q} = -qS_b \tilde{I}(p) \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn} K_{qn} \rho^{-n} \left[2A_n^{(3)} + \frac{\mu_0 c^n}{\pi n}\right] \sin n\left(\theta - \frac{\pi y}{2\tau} - \frac{q-1}{2}\alpha\right)$$

unde:

$$K_{qn} = \frac{\sin nq \frac{\alpha}{2}}{q \sin n \frac{\alpha}{2}} \tag{3.32}$$

Dacă maşina are p_p perechi de poli, grupul de bobini de la al i-lea pol face un unghi electric de $2\pi i$ faţă de originea coordonatei θ. Atunci potenţialul magnetic produs de toată înfăşurarea fazei respective este:

$$\tilde{A}_{1f}=-qw_b\tilde{I}(p)\sum_{n=1}^{\infty}K_{yn}K_{qn}\rho^{n}\left[2A_n^{(1)}+\frac{\mu_0}{\gamma nc^{n}}\right]\sum_{i=0}^{p_p-1}\sin n\left(\theta-\frac{\gamma y}{2\tau}-\frac{q-1}{2}\alpha-2\gamma i\right)=$$

$$=-N\tilde{I}(p)\sum_{n=1}^{\infty}K_{yn}K_{qn}\rho^{n}\left[2A_n^{(1)}+\frac{\mu_0}{\gamma nc^{n}}\right]\sin n\left(\theta-\frac{\gamma y}{2\tau}-\frac{q-1}{2}\alpha\right) \qquad (3.33)$$

$$\tilde{A}_{2f}=-2N\tilde{I}(p)\sum_{n=1}^{\infty}K_{yn}K_{qn}\left[A_n^{(2)}I_n(\gamma\rho)+B_n^{(2)}K_n(\gamma\rho)\right]\sin n\left(\theta-\frac{\gamma y}{2\tau}-\frac{q-1}{2}\alpha\right) \qquad (3.34)$$

$$\tilde{A}_{3f}=-N\tilde{I}(p)\sum_{n=1}^{\infty}K_{yn}K_{qn}\rho^{-n}\left[2A_n^{(3)}+\frac{\mu_0 e^{n}}{\gamma n}\right]\sin n\left(\theta-\frac{\gamma y}{2\tau}-\frac{q-1}{2}\alpha\right) \qquad (3.35)$$

în care: N - numărul de spire pe faza MER.

In cazul unei mașini m-fazate, înfășurarea fazei de ordinul λ, cu N spire, parcursă de curentul $\tilde{I}_\lambda(p)$, produce într-un punct $M(\rho,\theta,z)$ potențialul magnetic vector:

- dacă punctul M este situat în domeniul I:

$$\tilde{A}_{1\lambda}(p,\rho,\theta)=-N\tilde{I}_\lambda(p)\sum_{n=1}^{\infty}K_{yn}K_{qn}\rho^{n}\left(2A_n^{(1)}+\frac{\mu_0}{\gamma nc^{n}}\right)\sin n\left[\theta-\frac{\gamma y}{2\tau}-\frac{q-1}{2}\alpha-(\lambda-1)\frac{2\gamma}{m}\right] \qquad (3.36)$$

- dacă punctul M este situat în domeniul II:

$$\tilde{A}_{2\lambda}(p,\rho,\theta)=-2N\tilde{I}_\lambda(p)\sum_{n=1}^{\infty}K_{yn}K_{qn}\left[A_n^{(2)}I_n(\gamma\rho)+B_n^{(2)}K_n(\gamma\rho)\right]\sin n\left[\theta-\frac{\gamma y}{2\tau}-\frac{q-1}{2}\alpha-(\lambda-1)\frac{2\gamma}{m}\right] \qquad (3.37)$$

- dacă punctul M este situat în domeniul III:

$$\tilde{A}_{3\lambda}(p,\rho,\theta)=-N\tilde{I}_\lambda(p)\sum_{n=1}^{\infty}K_{yn}K_{qn}\rho^{-n}\left(2A_n^{(3)}+\frac{\mu_0 c^{n}}{\gamma n}\right)\sin n\left[\theta-\frac{\gamma y}{2\tau}-\frac{q-1}{2}\alpha-(\lambda-1)\frac{2\gamma}{m}\right] \qquad (3.38)$$

Potențialul magnetic vector dat de înfășurarea polifazată simetrică a MER, fazele fiind parcurse de un sistem de m curenți oarecare este:

$$\tilde{A}_{1m}(p,\rho,\theta) = \sum_{\lambda=1}^{m} \tilde{A}_{1\lambda}(p,\rho,\theta)$$

$$\tilde{A}_{2m}(p,\rho,\theta) = \sum_{\lambda=1}^{m} \tilde{A}_{2\lambda}(p,\rho,\theta) \qquad (3.39)$$

$$\tilde{A}_{3m}(p,\rho,\theta) = \sum_{\lambda=1}^{m} \tilde{A}_{3\lambda}(p,\rho,\theta)$$

În expresiile de mai sus coeficienţii $A_n^{(1)}$, $A_n^{(2)}$, $B_n^{(2)}$, $A_n^{(3)}$ sînt daţi de relaţiile (3.27).

3.2.3. Intensitatea cîmpului electric şi magnetic produs de înfăşurarea [illegible]R

Ecuaţiile lui Maxwell în regim cvasistaţionar şi condiţii iniţiale de repaus în operaţional au forma (3.2). Avînd în vedere şi relaţia de definiţie a potenţialului magnetic vector: $\bar{B} = \mathrm{rot}\, \bar{A}$, iar $\bar{H} = \bar{B}/\mu$, rezultă că:

$$\tilde{E}(p,\rho,\theta) = -p\tilde{A}(p,\rho,\theta) \qquad (3.40)$$

$$\tilde{H}(p,\rho,\theta) = \frac{1}{\mu}\, \mathrm{rot}\, \tilde{A}(p,\rho,\theta) \qquad (3.40')$$

Intensitatea cîmpului electric este dirijată după axa oz (axa maşinii) şi cea produsă de faza λ pe cele trei domenii este:

$$\tilde{E}_{1\lambda} = pN\tilde{I}_\lambda(p) \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}K_{qn}\rho^{n}\left(2A_n^{(1)} + \frac{\mu_0}{\pi n c^{n}}\right) \sin n\left[\theta - \frac{\pi x}{2\tau} - \frac{n-1}{2}\alpha - (\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right] \qquad (3.41)$$

$$\tilde{E}_{2\lambda} = 2pN\tilde{I}_\lambda(p) \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}K_{qn}\left[A_n^{(2)}I_n(\gamma\rho) + B_n^{(2)}K_n(\gamma\rho)\right] \sin n\left[\theta - \frac{\pi x}{2\tau} - \frac{n-1}{2}\alpha - (\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right] \qquad (3.42)$$

$$\tilde{E}_{3\lambda} = pN\tilde{I}_\lambda(p) \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}K_{qn}\rho^{-n}\left(2A_n^{(3)} + \frac{\mu_0 c^{n}}{\pi n}\right) \sin n\left[\theta - \frac{\pi x}{2\tau} - \frac{n-1}{2}\alpha - (\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right] \qquad (3.43)$$

intensitatea cîmpului magnetic nu are componentă după axa mașinii, ci numai componentă radială și tangențială:

$$\tilde{H}_{1\lambda\rho} = -\frac{2N}{\mu_0}\tilde{I}_\lambda(p)\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}K_{qn}\rho^{n-1}\left(nA_n^{(1)} + \frac{\mu_0}{2\pi c^n}\right)\cos n\left[\theta - \frac{\pi x}{2\tau} - \frac{q-1}{2}\alpha - (\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right] \qquad (3.44)$$

$$\tilde{H}_{1\lambda\theta} = \frac{2N}{\mu_0}\tilde{I}_\lambda(p)\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}K_{qn}\rho^{n-1}\left(nA_n^{(1)} + \frac{\mu_0}{2\pi c^n}\right)\sin n\left[\theta - \frac{\pi x}{2\tau} - \frac{q-1}{2}\alpha - (\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right] \qquad (3.45)$$

$$\tilde{H}_{2\lambda\rho} = -\frac{2N}{\mu\rho}\tilde{I}_\lambda(p)\sum_{n=1}^{\infty} nK_{yn}K_{qn}\left[A_n^{(2)}I_n(\gamma\rho) + B_n^{(2)}K_n(\gamma\rho)\right]\cos n\left[\theta - \frac{\pi x}{2\tau} - \frac{q-1}{2}\alpha - (\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right] \qquad (3.46)$$

$$\tilde{H}_{2\lambda\theta} = \frac{2N\gamma}{\mu}\tilde{I}_\lambda(p)\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}K_{qn}\left[A_n^{(2)}I_n'(\gamma\rho) + B_n^{(2)}K_n'(\gamma\rho)\right]\sin n\left[\theta - \frac{\pi x}{2\tau} - \frac{q-1}{2}\alpha - (\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right] \qquad (3.47)$$

$$\tilde{H}_{3\lambda\rho} = -\frac{2N}{\mu_0}\tilde{I}_\lambda(p)\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}K_{qn}\rho^{-n-1}\left(nA_n^{(3)} + \frac{\mu_0 c^n}{2\pi}\right)\cos n\left[\theta - \frac{\pi x}{2\tau} - \frac{q-1}{2}\alpha - (\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right] \qquad (3.48)$$

$$\tilde{H}_{3\lambda\theta} = -\frac{2N}{\mu_0}\tilde{I}_\lambda(p)\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}K_{qn}\rho^{-n-1}\left(nA_n^{(3)} + \frac{\mu_0 c^n}{2\pi}\right)\sin n\left[\theta - \frac{\pi x}{2\tau} - \frac{q-1}{2}\alpha - (\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right] \qquad (3.49)$$

Analizînd aceste expresii se constată că în MăE există ambele componente ale cîmpului magnetic, deși în teoria clasică se consideră numai componenta radială. In realitate există și componenta tangențială deoarece aceasta contribuie la transferul de putere dintr-o parte în alta a mașinii.

3.2.4. Cazul particular al MAR în regim sinusoidal

Ca o verificare a corectitudinii expresiilor obținute, se încearcă particularizarea lor pentru regimul sinusoidal.

Presupunînd faza de ordinul λ, străbătută de curentul sinusoidal în timp:

$$i_\lambda = I_{ef}\sqrt{2}\,\sin\left[\omega t - (\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right],$$

în complex se obține:

$$\underline{I}_\lambda = I_{ef}\sqrt{2}\, e^{-j(\lambda-1)\frac{2\pi}{m}} .$$

Se vor urmări mărimile de stare ale cîmpului electromagnetic numai în domeniul 1, întrucît concluziile sînt aceleași și pentru celelalte domenii. Se trec deci expresiile (3.36), (3.41), (3.44) și (3.45) în complex prin înlocuirea $p=j\omega$. Se obține:

$$\underline{A}_{1\lambda} = -2NI_{ef}\sqrt{2}\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}K_{qn}\,\rho^{n}\left|A_n^{(1)} + \frac{\mu_0}{2\pi n c^{n}}\right| e^{j\left[\varphi_n-(\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right]} \cdot$$

$$\cdot \sin n\left[\theta - \frac{\pi y}{2\tau} - \frac{q-1}{2}\alpha - (\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right]$$

unde:

$$\varphi_n = \arcsin\frac{I_m\left(A_n^{(1)} + \frac{\mu_0}{\pi n c^{n}}\right)}{\left|A_n^{(1)} + \frac{\mu_0}{\pi n c^{n}}\right|}$$

Expresia momentană a potențialului magnetic vector este componenta imaginară a lui $\underline{A}_{1\lambda}e^{j\omega t}$:

$$a_{1\lambda}(t,\rho,\theta) = -NI_{ef}\sqrt{2}\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}K_{qn}\,\rho^{n}\left|2A_n^{(1)} + \frac{\mu_0}{\pi n c^{n}}\right|\cdot\sin\left[\omega t + \right.$$

$$\left. + \varphi_n-(\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right]\cdot\sin n\left[\theta - \frac{\pi y}{2\tau} - \frac{q-1}{2}\alpha-(\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right]$$

Transformînd produsul de sinusuri și notînd $K_{wn}=K_{yn}K_{qn}$, rezultă:

$$a_{1\lambda}(t,\rho,\theta)=-\sqrt{2}\,NI_{ef}\sum_{n=1}^{\infty}K_{wn}\rho^{n}\left|A_n^{(1)}+\frac{\mu_n}{2\gamma\, nc^{n}}\right|\left\{\cos\left[n\left(\theta-\frac{\gamma y}{2\tau}-\frac{q-1}{2}\alpha\right)-\omega t-\varphi_n-\frac{2\gamma}{m}(\lambda-1)(n-1)\right]-\cos\left[n\left(\theta-\frac{\gamma y}{2\tau}-\frac{q-1}{2}\alpha\right)+\omega t+\varphi_n-\frac{2\gamma}{m}(\lambda-1)(n+1)\right]\right\}$$

Dacă mașina este m-fazată:

$$a_{1m}(t,\rho,\theta)=-m\sqrt{2}\,NI_{ef}\sum_{n=1}K_{wn}\rho^{n}\left|A_n^{(1)}+\frac{\mu_n}{2\gamma\, nc^{n}}\right|\left\{K_{BI_n}\cos\left[n\left(\theta-\frac{\gamma y}{2\tau}-\frac{q-1}{2}\alpha\right)-\omega t-\varphi_n-(m-1)(n-1)\frac{\gamma}{m}\right]-K_{BII_n}\cos\left[n\left(\theta-\frac{\gamma y}{2\tau}-\frac{q-1}{2}\alpha\right)+\omega t+\varphi_n-(m-1)(n+1)\frac{\gamma}{m}\right]\right\} \qquad (3.50)$$

unde:

$$K_{BI_n}=\frac{\sin m(n-1)\frac{\gamma}{m}}{m\sin(n-1)\frac{\gamma}{m}}$$

$$K_{BII_n}=\frac{\sin m(n+1)\frac{\gamma}{m}}{m\sin(n+1)\frac{\gamma}{m}}$$

Intrucît m=număr întreg, numărătorii lui K_{BIn} și K_{BIIn} sînt întotdeauna nuli. Prin urmare acești factori sînt diferiți de zero numai dacă și numitorii sînt nuli, adică pentru:

$n = Km+1$ se obține $K_{BI_n}=1$ și $K_{BII_n}=0$

și $n = Km-1$ se obține $K_{BI_n}=0$ și $K_{BII_n}=1$.

Procedînd analog și cu expresiile (3.41), (3.44) și (3.45) rezultă în final expresiile momentane ale intensității cîmpului electric, componentei radiale şi respectiv tangențiale ale intensității cîmpului magnetic:

$$e_{1m}(t,\rho,\theta) = m\sqrt{2}\,\omega N I_{ef} \sum_{n=1}^{\infty} K_{wn}\,\rho^{n}\left|A_n^{(1)} + \frac{\mu_0}{2\gamma n c^{n}}\right| \cdot \Big\{K_{BI_n} \sin\Big[n\Big(\theta - \frac{\gamma y}{2\gamma} - \frac{m-1}{2}\alpha\Big) - \omega t - \varphi_n - (m-1)(n-1)\frac{\gamma}{m}\Big] + K_{BII_n} \sin\Big[n\Big(\theta - \frac{\gamma y}{2\gamma} - \frac{m-1}{2}\alpha\Big) + \omega t + \varphi_n - (m-1)(n+1)\frac{\gamma}{m}\Big]\Big\} \tag{3.51}$$

$$h_{1m\rho}(t,\rho,\theta) = \frac{m\sqrt{2}}{\mu_0} N I_{ef} \sum_{n=1}^{\infty} nK_{wn}\,\rho^{n-1}\left|A_n^{(1)} + \frac{\mu_0}{2\gamma n c^{n}}\right| \cdot \Big\{K_{BI_n} \sin\Big[n\Big(\theta - \frac{\gamma y}{2\gamma} - \frac{m-1}{2}\alpha\Big) - \omega t - \varphi_n - (m-1)(n-1)\frac{\gamma}{m}\Big] - K_{BII_n} \sin\Big[n\Big(\theta - \frac{\gamma y}{2\gamma} - \frac{m-1}{2}\alpha\Big) + \omega t + \varphi_n - (m-1)(n+1)\frac{\gamma}{m}\Big]\Big\} \tag{3.52}$$

$$h_{1m\theta}(t,\rho,\theta) = \frac{m\sqrt{2}}{\mu_0} N I_{ef} \sum_{n=1}^{\infty} nK_{wn}\,\rho^{n-1}\left|A_n^{(1)} + \frac{\mu_0}{2\gamma n c^{n}}\right| \cdot \Big\{K_{BI_n} \cos\Big[n\Big(\theta - \frac{\gamma y}{2\gamma} - \frac{m-1}{2}\alpha\Big) - \omega t - \varphi_n - (m-1)(n-1)\frac{\gamma}{m}\Big] - K_{BII_n} \cos\Big[n\Big(\theta - \frac{\gamma y}{2\gamma} - \frac{m-1}{2}\alpha\Big) + \omega t + \varphi_n - (m-1)(n+1)\frac{\gamma}{m}\Big]\Big\} \tag{3.53}$$

După cum se constată din analiza expresiilor obținute, toate trei mărimile prin care este definit cîmpul electromagnetic reprezintă în regim sinusoidal două sume infinite de unde rotitoare, unele în sens direct şi altele în sens contrar succesiunii fazelor. Aceste unde există numai pentru $n=Km\pm 1$.

Rezultatul obținut corespunde teoriei clasice care arată că solenația produsă de o înfășurare m-fazată este sumă de unde rotitoare în sens direct peste care se suprapune o sumă de unde rotitoare în sens invers [33]. Studiul făcut, însă, generalizează problema, arătînd clar că undele rotitoare ale cîmpului fie într-un sens, fie în celălalt sens au amplitudinile şi defazajele dependente de coordonata ρ, adică de raza pe care se desfăgeamă, cît şi de domeniul de existenţă la care se referă.

3.3. Determinarea valorii momentane a potenţialului magnetic vector produs de o bobină parcursă de un curent treaptă unitate

Potenţialul magnetic vector produs de o bobină în miezul MEN, exprimat în operaţional este:

$$\tilde{A}_{2b} = -\frac{2\mu\tilde{I}(p)S_b}{\pi\gamma c}\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}\,\frac{S_{1n}(\gamma b)I_n(\gamma\rho)-P_{1n}(\gamma b)K_n(\gamma\rho)}{P_{1n}(\gamma b)S_{2n}(\gamma c)-P_{2n}(\gamma c)S_{1n}(\gamma b)}\cdot$$

$$\cdot \sin n\left(\theta - \frac{\pi y}{2\tau}\right) \qquad (3.54)$$

unde notaţiile corespund cu (A1.7).

Notîndu-se numărătorul fracţiei cu F_{1n}, iar numitorul cu F_{2n} şi făcînd uz de formulele de recurenţă referitoare la funcţiile Bessel modificate de ordinul n [7] :

$$I_n'(z) = -\frac{n}{z}I_n(z) + I_{n-1}(z)$$

$$K_n'(z) = -\frac{n}{z}K_n(z) - K_{n-1}(z) \qquad (3.55)$$

se obţine:

$$F_{1n} = \left[-\frac{n}{\gamma b}K_n(\gamma b)-K_{n-1}(\gamma b)+\frac{\mu n}{\mu_0\gamma b}K_n(\gamma b)\right]I_n(\gamma\rho)-\left[-\frac{n}{\gamma b}I_n(\gamma b)+\right.$$

$$\left.+I_{n-1}(\gamma b)+\frac{\mu n}{\mu_0\gamma b}I_n(\gamma b)\right]K_n(\gamma\rho)$$

$$F_{2n} = \left[-\frac{n}{\gamma b}I_n(\gamma b)+I_{n-1}(\gamma b)+\frac{\mu n}{\mu_0\gamma b}I_n(\gamma b)\right]\left[-\frac{n}{\gamma c}K_n(\gamma c)-\right.$$

$$\left.-K_{n-1}(\gamma c)-\frac{\mu n}{\mu_0\gamma c}K_n(\gamma c)\right]-\left[-\frac{n}{\gamma c}I_n(\gamma c)+I_{n-1}(\gamma c)-\right.$$

$$\left.-\frac{\mu n}{\mu_0\gamma c}I_n(\gamma c)\right]\cdot\left[-\frac{n}{\gamma b}K_n(\gamma b)-K_{n-1}(\gamma b)+\frac{\mu n}{\mu_0\gamma b}K_n(\gamma b)\right]$$

Deoarece $\gamma = \sqrt{p\mu\sigma}$ şi μ respectiv σ referindu-se la material feromagnetic sînt mari, iar p este de asemenea mare întrucît studiază procese tranzitorii, se poate face uz de dezvoltarea asimtotică a funcţiilor Bessel modificate:

$$I_n(z) \approx \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \quad \text{şi} \quad K_n(z) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2z}}\, e^{-z} \tag{3.56}$$

Folosind totodată şi expresiile:

$$\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{şi} \quad \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

se obţine:

$$F_{1n} = \frac{n}{\gamma^2}\left(\frac{n}{b\sqrt{b\rho}} - \frac{\mu}{\mu_0 b\sqrt{b\rho}}\right)\operatorname{sh}\gamma(b-\rho) - \frac{1}{\gamma\sqrt{b\rho}}\operatorname{ch}\gamma(b-\rho)$$

$$F_{2n} = \frac{1}{\gamma\sqrt{cb}}\left(\frac{n^2}{\gamma^2 cb} - \frac{\mu^2 n^2}{\mu_0^2\gamma^2 cb} - 1\right)\operatorname{sh}\gamma(b-c) + \frac{n}{\gamma^2\sqrt{cb}} \cdot$$

$$\cdot\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} - \frac{\mu}{\mu_0 b} - \frac{\mu}{\mu_0 c}\right)\operatorname{ch}\gamma(b-c)$$

In aceste condiţii, potenţialul magnetic vector este:

$$\tilde{A}_{2b} = -\frac{2\mu S_b \tilde{I}(p)}{\gamma}\sqrt{\frac{c}{\rho}}\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}\sin n\left(\theta - \frac{\gamma_y}{2\tau}\right) \cdot$$

$$\cdot\frac{n\left(1-\frac{\mu}{\mu_0}\right)\operatorname{sh}\gamma(b-\rho) - b\gamma\operatorname{ch}\gamma(b-\rho)}{\left(n^2 - \frac{\mu^2 n^2}{\mu_0^2} - \gamma^2 bc\right)\operatorname{sh}\gamma(b-c) - n\gamma\left(\frac{\mu c}{\mu_0} + \frac{\mu b}{\mu_0} + b - c\right)\operatorname{ch}\gamma(b-c)} \tag{3.57}$$

Ştiind că:

$$\begin{aligned} \operatorname{sh} x &= -j\sin jx \\ \operatorname{ch} x &= \cos jx \end{aligned} \tag{3.58}$$

şi făcînd schimbarea de variabilă:

$$x = (b-c)\sqrt{-p\mu\sigma} \tag{3.59}$$

rezultă:

$$\tilde{A}_{2b} = -\frac{2\mu S_b \tilde{I}(p)}{\gamma}\sqrt{\frac{c}{\rho}}\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}\sin n\left(\theta - \frac{\gamma_y}{2\tau}\right)\frac{F_1(x)}{F_2(x)} \tag{3.60}$$

în care:

$$F_1(x) = \frac{a}{x}\left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right)\sin\left[\frac{b-\rho}{b-c}\,x\right] + \frac{b}{b-c}\cos\left[\frac{b-\rho}{b-c}\,x\right]$$

$$F_2(x) = \left[\frac{a^2}{x}\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2} - 1\right) - \frac{cb}{(b-c)^2}\,x\right]\sin x + a\left[\frac{\mu}{\mu_0}\cdot\frac{b+c}{b-c} + 1\right]\cos x \qquad (3.61)$$

Se poate afla originalul potențialului magnetic vector cînd bobina este parcursă de un curent treaptă unitate. Imaginea unei funcții treaptă unitate este:

$$\tilde{I}(p) = \frac{1}{p}$$

In această situație se poate scrie:

$$\tilde{A}_{2b} = -\frac{2\mu\,\delta_b}{\gamma}\sqrt{\frac{a}{\rho}}\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}\sin n\left(\theta - \frac{\tilde{\gamma}\,x}{2\gamma}\right)\cdot\frac{F_1(p)}{pF_2(p)}$$

unde $F_1(p)$ și $F_2(p)$ au expresiile de mai sus (3.59) și x este funcția de p (3.59). Se observă că $\tilde{A}_{2b}(p)$ este o sumă de cîturi a două funcții fără zerouri comune. In acest caz pentru aflarea originalului expresiei operaționale $\tilde{A}_{2b}(p)$ se aplică formula generalizată a desvoltării a lui Heaviside:

$$a_{2b}(t) = -\frac{2\mu\,\delta_b}{\gamma}\sqrt{\frac{a}{\rho}}\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}\sin n\left(\theta - \frac{\tilde{\gamma}\,x}{2\gamma}\right)\left[\frac{F_1(o)}{F_2(o)} + \sum_{K=1}^{\infty}\frac{F_1(p_K)}{p_K F_2'(p_K)}\,e^{p_K t}\right]$$

unde p_K reprezintă rădăcinile nenule ale ecuației:

$$F_2(p) = o$$

Această ecuație arată astfel:

$$\left[\frac{a^2}{x}\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2} - 1\right) - \frac{cb}{(b-c)^2}\,x\right]\sin x + a\left[\frac{\mu}{\mu_0}\cdot\frac{b+c}{b-c} + 1\right]\cos x = o \qquad (3.62)$$

care este o ecuație transcendentă. Rezolvarea ei se poate face numai numeric și este dată în anexa 2. Se aproximează valorile rădăcinilor cu: $x_K \cong K\tilde{\gamma}$.

Derivata $F_2'(p)$ este:

$$i_2^*(p) = \frac{x}{2p}\left\{\left[-\frac{n^2}{x^2}\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1\right)-\frac{bc}{(b-c)^2}-\frac{n\mu}{\mu_0}\cdot\frac{b+c}{b-c}-n\right]\sin x + \right.$$

$$\left.+\left[\frac{n^2}{x}\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1\right)-\frac{bc}{(b-c)^2}\,x\right]\cos x\right\}$$

$$\frac{F_1(c)}{F_2(c)} = \frac{n\left(\frac{\mu}{\mu_0}-1\right)\frac{b-\rho}{b-c}+\frac{b}{b-c}}{n^2\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1\right)+n\frac{\mu}{\mu_0}\cdot\frac{b+c}{b-c}+n}$$

Deci potenţialul magnetic vector produs în miezul feromagnetic al MEM de către o bobină parcursă de un curent treaptă unitate, ca mărime dependentă de timp, este:

$$a_{2b}(t,\rho,\theta) = -\frac{2\mu S_b}{\pi}\sqrt{\frac{a}{\rho}}\sum_{n=1}^{\infty}K_{yn}\left\{\frac{n\left(\frac{\mu}{\mu_0}-1\right)\frac{b-\rho}{b-c}+\frac{b}{b-c}}{n^2\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1\right)+n\frac{\mu(b+c)}{\mu_0(b-c)}+n}\right.$$

$$\left.-2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{x_k}\cdot\frac{f_1(x_k)}{f_2(x_k)}\,e^{-\frac{x_k^2}{\tau_f}t}\right\}\sin n\left(\theta-\frac{\pi y}{2\tau}\right) \qquad (3.63)$$

unde:

$$f_1(x_k) = \frac{n}{x_k}\left(\frac{\mu}{\mu_0}-1\right)\sin\left(\frac{b-\rho}{b-c}\,x_k\right)+\frac{b}{b-c}\cos\left(\frac{b-\rho}{b-c}\,x\right)$$

$$f_2(x_k) = \left[\frac{n^2}{x_k^2}\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1\right)+\frac{bc}{(b-c)^2}+\frac{n\mu}{\mu_0}\cdot\frac{b+c}{b-c}+n\right]\sin x_k - \qquad (3.64)$$

$$-\left[\frac{n^2}{x_k}\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1\right)-\frac{bc}{(b-c)^2}\,x_k\right]\cos x_k$$

$\tau_f = \mu\gamma(b-c)^2$ – numită constanta de timp a miezului feromagnetic. (3.65)

Analizînd expresia (3.63), pe baza rezultatelor obţinute în Anexa 2, se constată că în cazul parcurgerii bobinei MsB de un curent treaptă unitate, potenţialul magnetic vector are valoarea zero la t=0+ şi tinde spre valoarea de regim permanent la $t=\infty$. Din punct de vedere fizic rezultatul este explicabil, deoarece s-a impus un salt brusc de curent într-un element inductiv şi datorită inerţiei electromagnetice cîmpul din miezul feromagnetic este nul la t=0 în condiţii iniţiale nule, ca apoi să crească treptat spre valoarea de c.c.

3.4. Rezistenţa tranzitorie echivalentă pierderilor în fier în procese tranzitorii rapide

In valori momentane, relaţia de legătură între intensitatea cîmpului electric şi potenţialul magnetic vector este:

$$e = -\frac{\partial a}{\partial t}$$

Atunci intensitatea cîmpului electric în miezul feromagnetic creat de bobina parcursă de curentul treaptă unitate este:

$$e_{2b}(t,\rho,\theta) = \frac{4S_b}{\gamma r(b-c)^2}\sqrt{\frac{c}{\rho}}\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}\sum_{k=1}^{\infty} x_k \frac{f_1(x_k)}{f_2(x_k)} e^{-\frac{x_k^2}{\tau_f}t} \cdot$$

$$\cdot \sin n(\theta - \frac{\gamma_Y}{2\gamma}) \qquad (3.66)$$

La calcularea pierderilor în fier prin curenţi turbionari, se ţine seama că, în sens axial, miezul este format din tole izolate între ele. Deci lungimea totală axială l a fierului din care s-a scăzut eventualele canale de ventilaţie existente, se înmulţeşte cu factorul de umplere k_{fe}, obţinîndu-se: $l_{fe}=k_{fe}\cdot l$. Valoarea lui k_{fe} depinde de lăţimea tolelor şi de materialul de izolaţie a acestora. In aceste condiţii se pot determina pierderile în fier prin curenţi turbionari, ca fiind:

$$P_{feb} = p_p \sigma\, l_{fe} \int_0^b \int_0^{2\gamma} e_{2b}^2\, d\rho\, d\theta \qquad (3.67)$$

Avînd în vedere că $\int_0^{2\gamma} \sin n_i\varphi \sin n_j\varphi\, d\varphi = 0$ pentru $n_i \neq n_j$, pierderile în fier sînt egale cu suma pierderilor determinate de fiecare termen în parte cînd $n \in [1,\infty]$. Se ştie că:

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 n\gamma \, d\gamma = \pi$$

Prin urmare pierderile în fier determinate de termenul de ordinul n, sînt:

$$P_{feb(n)} = \frac{16\, p_p\, l_{fe} B_b^2 c}{\pi \Gamma (b-c)^2} K_{yn}^2 \int_c^b \left[\sum_{K=1}^{\infty} x_K \frac{f_1(x_K,\rho)}{\sqrt{\rho}\, f_2(x_K)} e^{-\frac{x_K^2}{\tau_f} t}\right]^2 d\rho \qquad (3.68)$$

unde $f_1(x_K,\rho)$ şi $f_2(x_K,\rho)$ au expresiile (3.64), respectiv (3.65).

Desvoltînd pătratul sumei, se obţine:

$$P_{feb(n)} = \frac{16\, p_p\, l_{fe} B_b^2 c}{\pi \Gamma (b-c)^2} K_{yn}^2 \int_c^b \sum_{K,i=1}^{\infty} x_K x_i \frac{f_1(x_K,\rho)\cdot f_1(x_i,\rho)}{\rho\cdot f_2(x_K)\cdot f_2(x_i)} \cdot$$

$$\cdot\, e^{-\frac{x_K^2+x_i^2}{\tau_f} t}\, d\rho \qquad (3.69)$$

unde:

$$\frac{f_1(x_K,\rho) f_1(x_i,\rho)}{\rho} = \left[\frac{n^2}{x_K x_i}\left(\frac{\mu}{\mu_b}-1\right)^2 + \frac{b^2}{(b-c)^2}\right]\left[\cos b\frac{x_K-x_i}{b-c}\,\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\,\frac{\cos\frac{x_K-x_i}{b-c}\rho}{\rho} + \sin b\frac{x_K-x_i}{b-c}\cdot\frac{\sin\frac{x_K-x_i}{b-c}\rho}{\rho}\right] - \left[\frac{n^2}{x_K x_i}\left(\frac{\mu}{\mu_b}-1\right)^2 -\right.$$

$$\left. - \frac{b^2}{(b-c)^2}\right]\left[\cos b\frac{x_K+x_i}{b-c}\cdot\frac{\cos\frac{x_K+x_i}{b-c}\rho}{\rho} + \sin b\frac{x_K+x_i}{b-c}\cdot\frac{\sin\frac{x_K+x_i}{b-c}\rho}{\rho}\right] +$$

$$+ \frac{nb}{b-c}\left(\frac{\mu}{\mu_b}-1\right)\left(\frac{1}{x_K}+\frac{1}{x_i}\right)\left[\sin b\frac{x_K+x_i}{b-c}\cdot\frac{\cos\frac{x_K+x_i}{b-c}\rho}{\rho} - \cos b\frac{x_K+x_i}{b-c}\,\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\,\frac{\sin\frac{x_K+x_i}{b-c}\rho}{\rho}\right] + \frac{nb}{b-c}\left(\frac{\mu}{\mu_b}-1\right)\left(\frac{1}{x_K}-\frac{1}{x_i}\right)\left[\sin b\frac{x_K-x_i}{b-c}\cdot\frac{\cos\frac{x_K-x_i}{b-c}\rho}{\rho} -\right.$$

$$\left. - \cos b\frac{x_K-x_i}{b-c}\cdot\frac{\sin\frac{x_K-x_i}{b-c}\rho}{\rho}\right] \qquad (3.70)$$

Inlocuind expresia (3.70) în (3.69), se observă că apar integrale transcendente de forma:

$$\int_c^b \frac{\sin \eta\varrho}{\varrho} d\varrho = \int_c^\infty \frac{\sin \eta\varrho}{\varrho} d\varrho - \int_b^\infty \frac{\sin \eta\varrho}{\varrho} d\varrho = si(b\eta) - si(c\eta) \tag{3.71}$$

sau

$$\int_c^b \frac{\cos \eta\varrho}{\varrho} d\varrho = \int_c^\infty \frac{\cos \eta\varrho}{\varrho} d\varrho - \int_b^\infty \frac{\cos \eta\varrho}{\varrho} d\varrho = ci(b\eta) - ci(c\eta) \tag{3.72}$$

în care si(x) şi ci(x) reprezintă funcţiile sinus şi cosinus integral, definite prin [98] :

$$si(x) = -\int_x^\infty \frac{\sin t}{t} dt = -\frac{\pi}{2} + \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt \tag{3.73}$$

$$ci(x) = -\int_x^\infty \frac{\cos t}{t} dt = C + \ln x + \int_0^x \frac{\cos t - 1}{t} dt \tag{3.74}$$

unde C este constanta lui Euler:

$C = 0,57721566490...$

Luînd în consideraţie aceste notaţii, pierderile în fier corespunzătoare unei bobine din maşină, se poate scrie:

$$P_{fob} = \frac{16\, p_D\, l_{fe}\, i_b^2 c}{\gamma\pi\,(b-c)^2} \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2 \sum_{K,i=1}^{\infty} x_K x_i \frac{f_3(x_K, x_i)}{f_2(x_K) \cdot f_2(x_i)} \cdot$$

$$\cdot\, e^{-\frac{x_K^2 + x_i^2}{\tau_f} t} \tag{3.75}$$

unde:

$$f_3(x_K, x_i) = \left[\frac{n^2}{x_K x_i}\left(\frac{\mu}{\mu_b} - 1\right)^2 + \frac{b^2}{(b-c)^2}\right]\left[\cos b\, \frac{x_K - x_i}{b-c}\left(ci\; b\, \frac{x_K - x_i}{b-c} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - ci\; c\, \frac{x_K - x_i}{b-c}\right) + \sin b\, \frac{x_K - x_i}{b-c}\left(si\; b\, \frac{x_K - x_i}{b-c} - si\; c\, \frac{x_K - x_i}{b-c}\right)\right] - \left[\frac{n^2}{x_K x_i} \cdot\right.$$

$$\cdot\left(\frac{\mu}{\mu_b}-1\right)^2-\frac{b^2}{(b-c)^2}\Bigg]\Bigg[\cos b\frac{x_K+x_i}{b-c}\left(\mathrm{ci}\,b\frac{x_K+x_i}{b-c}-\mathrm{ci}\,c\frac{x_K+x_i}{b-c}\right)+$$

$$+\sin b\frac{x_K+x_i}{b-c}\left(\mathrm{si}\,b\frac{x_K+x_i}{b-c}-\mathrm{si}\,c\frac{x_K+x_i}{b-c}\right)\Bigg]+\frac{mb}{b-c}\left(\frac{\mu}{\mu_b}-1\right)\left(\frac{1}{x_K}+\frac{1}{x_i}\right)\cdot$$

$$\cdot\Bigg[\sin b\frac{x_K+x_i}{b-c}\left(\mathrm{ci}\,b\frac{x_K+x_i}{b-c}-\mathrm{ci}\,c\frac{x_K+x_i}{b-c}\right)-\cos b\frac{x_K+x_i}{b-c}\Big(\mathrm{si}\,b\frac{x_K+x_i}{b-c}-$$

$$-\mathrm{si}\,c\frac{x_K+x_i}{b-c}\Big)\Bigg]+\frac{mb}{b-c}\left(\frac{\mu}{\mu_b}-1\right)\left(\frac{1}{x_K}+\frac{1}{x_i}\right)\Bigg[\sin b\frac{x_K-x_i}{b-c}\Big(\mathrm{ci}\,b\frac{x_K-x_i}{b-c}-$$

$$-\mathrm{ci}\,c\frac{x_K-x_i}{b-c}\Big)-\cos b\frac{x_K-x_i}{b-c}\left(\mathrm{si}\,b\frac{x_K-x_i}{b-c}-\mathrm{si}\,c\frac{x_K-x_i}{b-c}\right)\Bigg] \qquad (3.76)$$

Se constată că pierderile în fier depind atît de ordinul armonicii de spaţiu n cît şi de ordinul K, i. Cu creşterea lui n ele scad, iar cu creşterea lui K, respectiv i se măresc foarte mult, însă se amortisează extrem de repede. Se constată că la $t=0$, P_{fe} sînt infinite, ceea ce este perfect justificat prin aceea că ele sînt condiţionate de o variaţie instantanee (un salt) a curentului prin bobină. La $t=\infty$, P_{fe} sînt nule; într-adevăr în c.c. $P_{fe}=0$.

Avînd stabilită relaţia (3.75), se pot determina pierderile în fier produse de o înfăşurare monofazată parcursă de un curent treaptă unitate:

$$P_{fef}=\frac{16\,p_p l_{fe} N^2 c}{\pi\,\sigma\,(b-c)^2}\sum_{n=1}^{\infty}K_{yn}^2K_{qn}^2\sum_{K,i=1}^{\infty}x_K x_i\frac{f_3(x_K,x_i)}{f_2(x_K)f_2(x_i)}\cdot e^{-\frac{x_K^2+x_i^2}{\tau_f}t} \qquad (3.77)$$

unde $f_3(x_K,x_i)$ are expresia (3.76), iar f_2 expresia (3.64).

La cazul studiat, cînd bobina este parcursă de un curent treaptă unitate nu are loc un proces de magnetizare ciclic a miezului feromagnetic şi prin urmare pierderile prin histeresis sînt nule. In aceste condiţii, pentru stabilirea rezistenţei echivalente pierderilor în fier se iau în considerţie numai cele datorate curenţilor turbionari. Curentul total echivalent curenţilor turbionari din miez determinaţi de curentul treaptă unitate dintr-o bobină, este:

$$i_{feb} = p_p \sigma \int_c^b \int_0^{\gamma} e_{2b}\, d\rho\, d\theta$$

Folosind expresia (3.66) a lui e_{2b} şi ţinînd cont de faptul că:

$$\int_0^\infty \frac{\sin \eta\rho}{\sqrt{\rho}}\, d\rho = \int_0^\infty \frac{\cos \eta\rho}{\sqrt{\rho}}\, d\rho = \sqrt{\frac{\pi}{2\eta}},$$

se obţine în final:

$$i_{feb} = \frac{2\sqrt{2\sigma}\, p_p S_b}{(b-c)\sqrt{\gamma(b-c)}} \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}\sqrt{1-K_{yn}^2} \sum_{K=1}^{\infty} \frac{\sqrt{x_K}}{f_2(x_K)} \left[\frac{n}{x_K}\left(\frac{\mu}{\mu_0}-1\right)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot(\sin x_K - \cos x_K + 1) + \frac{b}{b-c}(\sin x_K + \cos x_K - 1)\right] e^{-\frac{x_K^2}{\tau_f}t} \qquad (3.78)$$

In cazul unei înfăşurări monofazate parcursă de un curent treaptă unitate rezultă:

$$i_{fef} = \frac{2\sqrt{2\sigma}\, p_p N}{(b-c)\sqrt{\gamma(b-c)}} \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn} K_{qn} \cos n\left(\frac{\pi y}{2\tau} + \frac{q-1}{2}\alpha\right) \sum_{K=1}^{\infty} \frac{\sqrt{x_K}}{f_2(x_K)}\,\cdot$$

$$\cdot\left[\frac{n}{x_K}\left(\frac{\mu}{\mu_0}-1\right)(\sin x_K - \cos x_K + 1) + \frac{b}{b-c}(\sin x_K + \cos x_K - 1)\right] e^{-\frac{x_K^2}{\tau_f}t} \qquad (3.79)$$

Cunoscînd pierderile în fier şi curentul echivalent care le determină, se poate stabili o rezistenţă echivalentă tranzitorie:

$$r_{fe}(t) = \frac{p_{fe}(t)}{i_{fe}^2(t)}$$

Astfel rezistenţa echivalentă pierderilor în fier corespunzătoare unei bobine din maşină este:

$$r_{feb}(t) = \frac{p_{feb}(t)}{i^2_{feb}(t)} \tag{3.80}$$

în care pierderile şi curentul echivalent sînt date de (3.75), respectiv (3.76). Rezistenţa echivalentă pierderilor în fier corespunzătoare unei înfăşurări monofazate este:

$$r_{fef}(t) = \frac{p_{fef}(t)}{i^2_{fef}(t)} \tag{3.81}$$

în care pierderile şi curentul echivalent sînt date de (3.77) şi (3.79). Această ultimă rezistenţă se poate folosi în cazul studierii unui proces tranzitoriu la o MER fără a se urmări fenomenul de propagare.

3.5. Pierderile în fier prin curenţi turbionari la regim sinusoidal al MER

În cazul în care înfăşurările MER sînt parcurse de un sistem de m curenţi sinusoidali simetrici de forma:

$$i_\lambda = I_{ef}\sqrt{2}\sin\left[\omega t-(\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right],$$

pe baza aceluiaşi raţionament ca şi în subcapitolul 3.2.4 se ajunge la expresia potenţialului magnetic vector în domeniul II ca mărime momentană, sub forma:

$$a_{2m}(t,\rho,\theta) = -2KI_{ef}\sqrt{2}\sum_{\lambda=1}^{m}\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}K_{qn}\left|A_n^{(2)}I_n(\gamma\rho)+B_n^{(2)}K_n(\gamma\rho)\right|\cdot$$

$$\cdot\sin\left[\omega t+\varphi_{rn}-(\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right]\sin n\left[\theta-\frac{\pi y}{2\tau}-\frac{q-1}{2}\alpha-(\lambda-1)\frac{2\pi}{m}\right] \tag{3.82}$$

Modulul din expresie se determină folosindu-se proprietăţile funcţiilor Bessel modificate, respectiv expresia (3.57) în care se pune $\gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma}$. Se face uz în calcul de identităţile cunoscute:

$$\sqrt{j} = \pm j, \quad \text{iar} \quad \mathrm{sh}\, jx = j\sin x, \quad \mathrm{ch}\, jx = \cos x$$

Se obţine în final modulul respectiv:

$$M = \frac{\mu \sqrt{c}}{\gamma \sqrt{\rho}} \cdot \frac{n(\frac{\mu}{\mu_0} -1)\sin \beta(b-\rho)+b\,\beta\cos \beta(b-\rho)}{\sqrt{f(n,\beta)}} \qquad (3.83)$$

în care:

$$f(n,\beta) = n^2\left[n(\frac{\mu^2}{\mu_0^2} -1)\sin \beta(b-c)+ \beta(\mu\frac{c+b}{\mu_0} -b-c)\cos \beta(b-c)\right]^2 +$$

$$+ \beta^4\, b^2\, c^2\, \sin^2\beta(b-c) \qquad (3.84)$$

unde s-a notat: $\beta = \sqrt{\omega\mu\sigma}$

Defazajul Ψ_{fn} corespunde mărimii complexe ce se găsește între bare în expresia (3.02), deci:

$$\Psi_{fn} = \mathrm{arctg}\,\frac{I_m\left[A_n^{(2)}I_n(\gamma\rho)+B_n^{(2)}K_n(\gamma\rho)\right]}{Re\left[A_n^{(2)}I_n(\gamma\rho)+B_n^{(2)}K_n(\gamma\rho)\right]}$$

sau

$$\Psi_{fn} = -\frac{\beta^2 bc\, \sin\beta(b-c)}{n^2(\frac{\mu^2}{\mu_0^2} -1)\sin\beta(b-c)+n\,\beta(\mu\,\frac{c+b}{\mu_0} +b-c)\cos\beta(b-c)} \qquad (3.85)$$

Atunci intensitatea cîmpului electric este:

$$e_{zm}(t,\rho,\theta) = 2\omega NI_{ef}\,\sqrt{2}\sum_{\lambda=1}^{m}\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}K_{qn}M\cos\left[\omega t+ \Psi_{fn}-(\lambda-1)\,\frac{2\pi}{m}\right]\cdot$$

$$\cdot \sin n\left[\theta-\frac{Y\tau}{2\tau}-\frac{q-1}{2}\alpha-(\lambda-1)\,\frac{2\pi}{m}\right] \qquad (3.86)$$

Cunoscînd intensitatea cîmpului electric în miezul feromagnetic, pe baza relației (3.67) se pot determina pierderile momentane în fier datorate curenților turbionari:

$$p_{few}(t) = \frac{4\mu^2}{\gamma}\, p_p\,\sigma\, l_{fe}\,\omega^2N^2I_{ef}^2\,c\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2K_{qn}^2\,\frac{V(n,\beta)}{f(n,\beta)}\sum_{\lambda=1}^{m}\cos^2\left[\omega t +\right.$$

$$\left. + \Psi_{fn}-(\lambda-1)\,\frac{2\pi}{m}\right] \qquad (3.87)$$

unde:

$$V(n,\beta) = \left[n^2(\frac{\mu}{\mu_0} -1)^2+b^2\beta^2\right]\ln\frac{b}{c} -\left[n^2(\frac{\mu}{\mu_0} -1)^2-b^2\beta^2\right].$$

$$\cdot\left[\cos 2\beta b(\mathrm{ci}\ 2\beta b-\mathrm{ci}\ 2\beta c)+\sin 2\beta b(\mathrm{si}\ 2\beta b-\mathrm{si}\ 2\beta c)\right]+$$

$$+\ 2mb\beta\left(\frac{\mu}{\mu_0}-1\right)\left[\sin 2\beta b(\mathrm{ci}\ 2\beta b-\mathrm{ci}\ 2\beta c)-\cos 2\beta b\ \cdot\right.$$

$$\left.\cdot(\mathrm{si}\ 2\beta b-\mathrm{si}\ 2\beta c)\right] \qquad (3.88)$$

iar $f(n,\beta)$ este conform expresiei (3.84).

Se ştie însă că prin putere activă, respectiv pierderi, care se pot evalua şi experimental se înţelege:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\ dt \qquad (3.89)$$

unde T reprezintă perioada procesului sinusoidal.

Aplicînd formula (3.89) expresiei (3.87) rezultă pierderile prin curenţi turbionari în miezul feromagnetic al MAR m-fazate în regim sinusoidal:

$$P_{few} = \frac{4m\mu^2}{\pi}\rho_p\sigma\, l_{Fe}\,\omega^2 N^2 I_{ef}^2\, c \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2 K_{qn}^2 \frac{V(n,\beta)}{f(n,\beta)} \qquad (3.90)$$

Analizînd expresia (3.90) a pierderilor prin curenţi turbionari în fierul statoric al unei MAR m-fazate, alimentată cu un sistem de curenţi m-fazaţi simetrici, se constată că acestea depind de numărul de faze, de caracteristicile materialului feromagnetic, dar şi de caracteristicile înfăşurării respective. Se observă că ele depind pătratic de frecvenţă, dar aceasta mai intervine şi în expresiile V şi f prin intermediul lui β. Practic, influenţa frecvenţei prin intermediul raportului V/f nu este sesizată, întrucît apare cam la aceleaşi puteri în numărătorul şi numitorul acestei fracţii.

Expresia (3.90) a fost calculată pentru cazul unui motor de fabricaţie Electromotor tip $1B_3$100L de 3 kW, cu ajutorul ordinatorului electronic (Anexa 2). Funcţiile si şi ci, care intervin, au fost integrate numeric, prin aplicarea metodei trapezelor [31]. Pentru o valoare efectivă a curentului 7A s-a obţinut $P_{fewcalcul}$=25,117793 W. Pe de altă parte, s-au efectuat şi măsurători experimentale pe acelaşi motor, cu rotorul scos, rezultînd pentru un curent de 7A, P_{feexp}=95 W. Aceste pierderi reprezintă suma dintre pierderile prin curenţi turbionari şi cele prin histerezis. Conform cu [95] pentru tolă obişnuită de grosine 0,35 mm, pierderile prin curenți turbionari sînt de aproximativ 3 ori mai mici decît cele prin histerezis. Prin urmare P_{feexp}=95/4=23,75 W. Prin compararea celor două valori obținute prin calcul și experimental, rezultă eroarea:

$$\varepsilon = \frac{P_{few\ calcul} - P_{few\ exp}}{P_{few\ calcul}} \cdot 100 = 5,41\ \%$$

valoare satisfăcător de mică, ceea ce certifică valabilitatea expresiei (3.90).

3.6. Parametrii tranzitorii proprii și mutuali ai înfășurării MAR

3.6.1. Intre bobine

In subcapitolele 3.2 și 3.3 s-a determinat potențialul magnetic vector dintr-o MAR pentru diverse situații. Cunoașterea expresiei sale este importantă și pentru că facilitează, conform teoriei generale a parametrilor tranzitorii determinarea acestora. Această teorie a fost expusă în subcapitolul 3.1 și conform ei se poate obține impedanța operațională proprie și mutuală între două bobine oarecare situate în statorul MAR. Fie aceste bobine de ordinul o și respectiv c. Considerînd bobina o parcursă de un curent treaptă unitate, avînd în vedere relația de definiție (3.5) în care curba de integrare se ia cu arcul de cerc de rază c cuprins între cele două laturi ale bobinei c, se poate scrie impedanța operațională mutuală între cele două bobine oc fiind:

$$\tilde{Z}_{oc}(p) = pS_{bo} \int_{\alpha(c-1)}^{\alpha(c-1)+\frac{\gamma l}{2\tau}} \tilde{A}(p,c,\theta)\, d\theta \qquad (3.91)$$

unde:

S_{bo} - numărul de spire al bobinei o
α - unghiul electric între două bobine consecutive
l - reprezintă lungimea laturii active a bobinelor.

Știind că imaginea operațională a curentului treaptă unitate este: $\tilde{I}(p)=1/p$, iar $\tilde{E}(p)=-p\tilde{A}(p)$ și înlocuind potențialul magnetic vector cu expresia sa (3.30) dar pentru o bobină de ordinul c, se obține:

$$\tilde{Z}_{cS}(p) = -2pl S_{bo} S_{bS} \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}\left[A_n^{(2)} I_n(\gamma c) + B_n^{(2)} K_n(\gamma c)\right] \sin n \cdot$$

$$\cdot\left[\alpha(c-S) - \frac{\gamma y}{2\gamma}\right] + 2pl S_{bo} S_{bS} \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}\left[A_n^{(2)} I_n(\gamma c) + B_n^{(2)} K_n(\gamma c)\right] \cdot$$

$$\cdot \sin n\left[\alpha(c-S) + \frac{\gamma y}{2\gamma}\right]$$

Prin transformarea sumei funcțiilor trigonometrice în produs, rezultă:

$$\tilde{Z}_{cS}(p) = 4pl S_{bo} S_{bS} \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2\left[A_n^{(2)} I_n(\gamma c) + B_n^{(2)} K_n(\gamma c)\right] \cdot$$

$$\cdot \cos n(c-S)\alpha \tag{3.92}$$

Dacă c=S se obține impedanța operațională proprie bobinei S:

$$\tilde{Z}_{SS}(p) = 4pl S_{bS}^2 \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2\left[A_n^{(2)} I_n(\gamma c) + B_n^{(2)} K_n(\gamma c)\right] \tag{3.93}$$

Dacă se explicitează constantele de integrare $A_n^{(2)}$ și $B_n^{(2)}$ conform (3.27), și se uzează de formulele de recurență ale funcțiilor Bessel modificate de ordinul n (3.55) și de dezvoltările lor asimptotice (3.56), se găsește o expresie mai accesibilă, în vederea folosirii impedanțelor respective în rezolvări de circuite în operațional și totodată pentru găsirea parametrilor tranzitorii. Se reamintește că se pot folosi dezvoltările asimptotice ale funcțiilor Bessel modificate întrucît argumentul lor este mare fiind vorba de valori ridicate în condițiile problemei studiate pentru μ, γ și p. In final se obține:

$$\tilde{Z}_{cS}(p) = \frac{4\mu}{\gamma}\, pl S_{bo} S_{bS} \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2 \frac{F_1(\gamma)}{F_2(\gamma)} \cos n(c-S)\alpha \tag{3.94}$$

în care:

$$F_1(\gamma) = n\left(\frac{\mu}{\mu_e} - 1\right) \mathrm{sh}\,\gamma(b-c) + b\gamma\,\mathrm{ch}\,\gamma(b-c)$$

$$F_2(\gamma) = \left(\frac{n^2\mu^2}{\mu_e^2} - n^2 + \gamma^2 bc\right)\mathrm{sh}\,\gamma(b-c) + n\gamma\left(\frac{\mu c}{\mu_e} + \frac{\mu b}{\mu_e} + b - c\right)\mathrm{ch}\,\gamma(b-c)$$

Ştiind că $\gamma = \sqrt{p\mu\sigma}$ şi $\mu\sigma(b-c)^2 = \tau_f$ care s-a denumit constanta de timp feromagnetică, expresiile lui F_1 şi F_2 devin:

$$F_1(p) = \frac{n}{\sqrt{p\tau_f}}\left(\frac{\mu}{\mu_0}-1\right)\mathrm{sh}\sqrt{p\tau_f} + \frac{b}{b-c}\,\mathrm{ch}\sqrt{p\tau_f}$$

$$F_2(p) = \left[\frac{n^2}{\sqrt{p\tau_f}}\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1\right) + \frac{bc}{(b-c)^2}\sqrt{p\tau_f}\right]\mathrm{sh}\sqrt{p\tau_f} + \frac{n}{b-c}\left(\frac{\mu c}{\mu_0} + \frac{\mu b}{\mu_0} + b - c\right)\cdot \mathrm{ch}\sqrt{p\tau_f} \tag{3.95}$$

Odată aflată expresia impedanţei operaţionale mutuale între bobine, se pot determina parametrii tranzitorii necesari studiului propagării tensiunii de-a lungul înfăşurării MEE:

Rezistenţa în c.c., pe baza relaţiei (3.8), este:

$$r_{eSo} = \lim_{p\to 0} Z_{eS}(p) = 0 \tag{3.96}$$

atît pentru $S \neq e$ cît şi pentru $S = e$.

Rezultatul este corect întrucît corespunde ipotezei iniţiale făcute de a presupune conductoarele înfăşurării filiforme în comparaţie cu dimensiunile radiale ale maşinii şi de conductivitate infinită. Inductivitatea operaţională mutuală şi proprie este:

$$\tilde{L}_{eS}(p) = \frac{\tilde{Z}_{eS}(p) - r_{eSo}}{p^2} = \frac{\tilde{Z}_{eS}(p)}{p^2}$$

Făcînd înlocuirile, se obţine:

$$\tilde{L}_{eS}(p) = \frac{4\mu}{\gamma}\, l\, S_{be}S_{bS}\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2 \frac{F_1(p)}{pF_2(p)}\cos n(e-S)\alpha \tag{3.97}$$

unde $F_1(p)$ şi $F_2(p)$ au expresiile (3.95).

Inductivitatea tranzitorie mutuală şi proprie se determină folosind formula generalizată a dezvoltării, a lui Heaviside, aplicabilă în acest caz, deoarece avem o seamă de fracţii cu gradul numitorului mai mare decît al numărătorului:

$$l_{eS}(t) = \frac{4\mu}{\gamma}\, l\, S_{be}S_{bS}\sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2\left\{\frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \sum_{K=1}^{\infty}\frac{F_1(p_K)}{p_K F_2'(p_K)}e^{p_K t}\right\}\cdot$$

$$\cdot \cos n(e-S)\alpha$$

$$\frac{F_1(o)}{F_2(o)} = \frac{n(\frac{\mu}{\mu_0}-1)+\frac{b}{b-c}}{n^2(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1)+n\frac{\mu}{\mu_0}\cdot\frac{b+c}{b-c}+n}$$

Derivata numitorului este:

$$F_2'(p) = \frac{\tau_f}{2\sqrt{p\,\tau_f}}\left\{\left[-\frac{n^2}{p\,\tau_f}(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1)+\frac{bc}{(b-c)^2}+\frac{n\mu}{\mu_0}\cdot\frac{b+c}{b-c}+n\right]\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\,\mathrm{sh}\sqrt{p\tau_f}+\left[\frac{n^2}{\sqrt{p\,\tau_f}}(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1)+\frac{bc}{(b-c)^2}\sqrt{p\,\tau_f}\right]\mathrm{ch}\sqrt{p\,\tau_f}\right.$$

p_K reprezintă rădăcinile ecuaţiei transcendente:

$$\left[\frac{n^2}{\sqrt{p\tau_f}}(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1)+\frac{bc}{(b-c)^2}\sqrt{p\tau_f}\right]\mathrm{sh}\sqrt{p\tau_f}+n(\frac{\mu}{\mu_0}\cdot\frac{b+c}{b-c})+1)\mathrm{ch}\sqrt{p\tau_f}=0 \quad (3.98)$$

Metoda de rezolvare a acestei ecuaţii transcendente cu ordinatorul este dată în Anexa 2.

Inductivitatea tranzitorie mutuală şi proprie devine:

$$l_{es}(t)=\frac{4\mu}{\pi}\delta_{bo}\delta_{bs}l\sum_{n=1}^{\infty}K_{yn}^2\left\{\frac{n(\frac{\mu}{\mu_0}-1)+\frac{b}{b-c}}{n^2(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1)+n\frac{\mu}{\mu_0}\cdot\frac{b+c}{b-c}+n}-\right.$$

$$\left.-2\sum_{K=1}^{\infty}\frac{F_1(p_K)}{F_3(p_K)}e^{p_K t}\right\}\cos n(e-S)\alpha \qquad (3.99)$$

unde:

$F_1(p_K)$ are expresia (3.95) pentru $p=p_K$

iar:

$$F_3(p_K)=\sqrt{p_K\tau_f}\left\{\left[\frac{n^2}{p_K\tau_f}(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1)-\frac{bc}{(b-c)^2}-\frac{n\mu}{\mu_0}\cdot\frac{b+c}{b-c}-n\right]\mathrm{sh}\sqrt{p_K\tau_f}-\right.$$

$$\left.-\left[\frac{n^2}{\sqrt{p_K\tau_f}}(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1)+\frac{bc}{(b-c)^2}\sqrt{p_K\tau_f}\right]\mathrm{ch}\sqrt{p_K\tau_f}\right\} \qquad (3.100$$

Avînd în vedere că rădăcinile p_K sînt negative (Anexa 2), se obţine:

$$l_{oSext} + l_{oSint} = l_{oS}(\infty) = \frac{4\mu}{\gamma} S_{bo} S_{bS} l \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2 \cdot$$

$$\cdot \frac{n(\frac{\mu}{\mu_0} - 1) + \frac{b}{b-c}}{n^2(\frac{\mu^2}{\mu_0^2} - 1) + n\frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{b+c}{b-c} + n} \cos n(o-S)\alpha \qquad (3.101)$$

Pe de altă parte inductivitatea exterioară mutuală şi proprie este:

$$l_{oSext} = l_{oS}(o+) = o \qquad (3.102)$$

Rezultatul este perfect justificat prin faptul că nu există linii de cîmp care să se închidă numai în aer, toate străbat şi miezul feromagnetic.

Rezistenţa operaţională mutuală între bobina S şi o este:

$$\tilde{R}_{oS}(p) = \frac{\tilde{Z}_{oS}(p)}{p} - \lim_{p\to\infty} \frac{\tilde{Z}_{oS}(p)}{p} = \frac{\tilde{Z}_{oS}(p)}{p} - l_{oS}(o+)$$

Dar $l_{oS}(o+) = o$, deci:

$$\tilde{R}_{oS}(p) = \frac{\tilde{Z}_{oS}(p)}{p}$$

Inlocuind, se obţine:

$$\tilde{R}_{oS}(p) = \frac{4\mu}{\gamma} l S_{bo} S_{bS} \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2 \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \cos n(o-S)\alpha \qquad (3.103)$$

unde $F_1(p)$ şi $F_2(p)$ au forma (3.95).

Rezistenţa tranzitorie este:

$$r_{oS}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\tilde{R}_{oS}(p)\right]$$

sau în condiţiile iniţiale puse şi la $r_{oSo}=o$ este:

$$r_{oS}(t) = \frac{d\, l_{oS}(t)}{dt}$$

Indiferent de relaţia aplicată, se obţine:

$$F_{oS}(t) = -\frac{8\mu}{\pi} l S_{bo} S_{bS} \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2 \sum_{K=1}^{\infty} p_K \frac{F_1(p_K)}{F_3(p_K)} e^{p_K t} \cos n(o-S)\alpha \tag{3.104}$$

unde $F_1(p_K)$ şi $F_2(p_K)$ au semnificaţiile (3.95) respectiv (3.100).

Parametrii proprii bobinei S se obţin dacă în expresiile (3.94), (3.96), (3.97), (3.99), (3.102), (3.103) şi (3.104) se face o=S.

3.6.2. Intre fazele MSH simetrice

Considerînd două faze ale maşinii λ şi ϑ, folosind expresia (3.37) a potenţialului magnetic produs într-un punct de faza λ şi urmărind acelaşi raţionament de la bobină la bobină a fazei ϑ, se ajunge la următoarea impedanţă operaţională mutuală între faza λ şi ϑ :

$$\tilde{Z}_{\vartheta\lambda}(p) = 4pl N^2 \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2 K_{qn}^2 \left[A_n^{(2)} I_n(\gamma c) + B_n^{(2)} K_n(\gamma c)\right] \cos n(\vartheta-\lambda) \frac{2\pi}{m} \tag{3.105}$$

sau expresia aproximativă:

$$\tilde{Z}_{\vartheta\lambda}(p) = \frac{4\mu}{\pi} p l N^2 \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2 K_{qn}^2 \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \cos n(\vartheta-\lambda) \frac{2\pi}{m} \tag{3.106}$$

Ceilalţi parametrii se deduc similar urmînd procedeul de la determinarea acestora pentru două bobine oarecare:

$$F_{\vartheta\lambda o} = 0 \tag{3.107}$$

$$\tilde{L}_{\vartheta\lambda}(p) = \frac{4\mu}{\pi} l N^2 \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2 K_{qn}^2 \frac{F_1(p)}{pF_2(p)} \cos n(\vartheta-\lambda) \frac{2\pi}{m} \tag{3.108}$$

$$l_{\vartheta\lambda}(t) = \frac{4\mu}{\pi} l N^2 \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2 K_{qn}^2 \left\{ \frac{n\left(\frac{\mu}{\mu_o}-1\right) + \frac{b}{b-c}}{n^2\left(\frac{\mu^2}{\mu_o^2}-1\right) + n\frac{\mu}{\mu_o}\cdot\frac{b+c}{b-c} + n} - 2\sum_{K=1}^{\infty} \frac{F_1(p_K)}{F_3(p_K)} e^{p_K t} \right\} \cos n(\vartheta-\lambda) \frac{2\pi}{m} \tag{3.109}$$

unde $F_3(p_K)$ este conform expresiei (3.100), iar p_K sînt rădăcinile ecuației transcendente (3.98) și au valori negative:

$$l_{\vartheta\lambda ext} = 0 \tag{3.110}$$

$$l_{\vartheta\lambda int} = \frac{4\mu}{\pi} N^2 \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2 K_{qn}^2 \frac{n\left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right) + \frac{b}{b-c}}{n^2\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2} - 1\right) + n\frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{b+c}{b-c} + n} \cdot$$

$$\cdot \cos n(\vartheta - \lambda)\frac{2\pi}{m} \tag{3.111}$$

$$\tilde{R}_{\vartheta\lambda}(p) = \frac{4\mu}{\pi} l N^2 \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2 K_{qn}^2 \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \cos n(\vartheta - \lambda)\frac{2\pi}{m} \tag{3.112}$$

$$r_{\vartheta\lambda}(t) = -\frac{4\mu}{\pi} l N^2 \sum_{n=1}^{\infty} K_{yn}^2 K_{qn}^2 \sum_{K=1}^{\infty} p_K \frac{F_1(p_K)}{F_3(p_K)} e^{p_K t} \cos n(\vartheta - \lambda)\frac{2\pi}{m} \tag{3.113}$$

Parametrii proprii unei faze se obțin din cei mutuali în expresiile cărora se face $\vartheta = \lambda$.

Inductivitatea exterioară atît cea proprie cît și cea mutuală a rezultat nulă, deoarece nu există linii de cîmp care să se închidă numai prin aer. Rezistența în c.c. proprie s-a obținut nulă datorită ipotezei inițiale făcute, că conductivitatea electrică a conductoarelor este infinită. Rezistența în c.c. mutuală este nulă deoarece în c.c. nu există cuplaje rezistive între circuite. In momentul inițial (t=o+) rezistențele tranzitorii atît cele proprii cît și cele mutuale sînt infinite, deoarece tensiunea inițială la borne rezultă infinită, impunîndu-se un salt brusc de curent unui element inductiv. Modul de variație în timp a parametrilor tranzitorii este prezentat în fig.3.3.

Analizînd expresiile parametrilor se constată că toți depind atît de caracteristicile înfășurării cît și de caracteristicile de material și geometrice ale miezului feromagnetic. Se observă că parametrii variază cu cosinusul defazajului dintre înfășurările la care se referă, după cum era și de așteptat. Acești parametri au fost determinați în ipoteza neglijării poziționării înfășurărilor în crestături și conductorul înfășurării filiform de rezistivitate zero.

In cazul proceselor mai lente cînd trebuie ținută seama de existența miezului rotoric în calculul cîmpului electromagne-

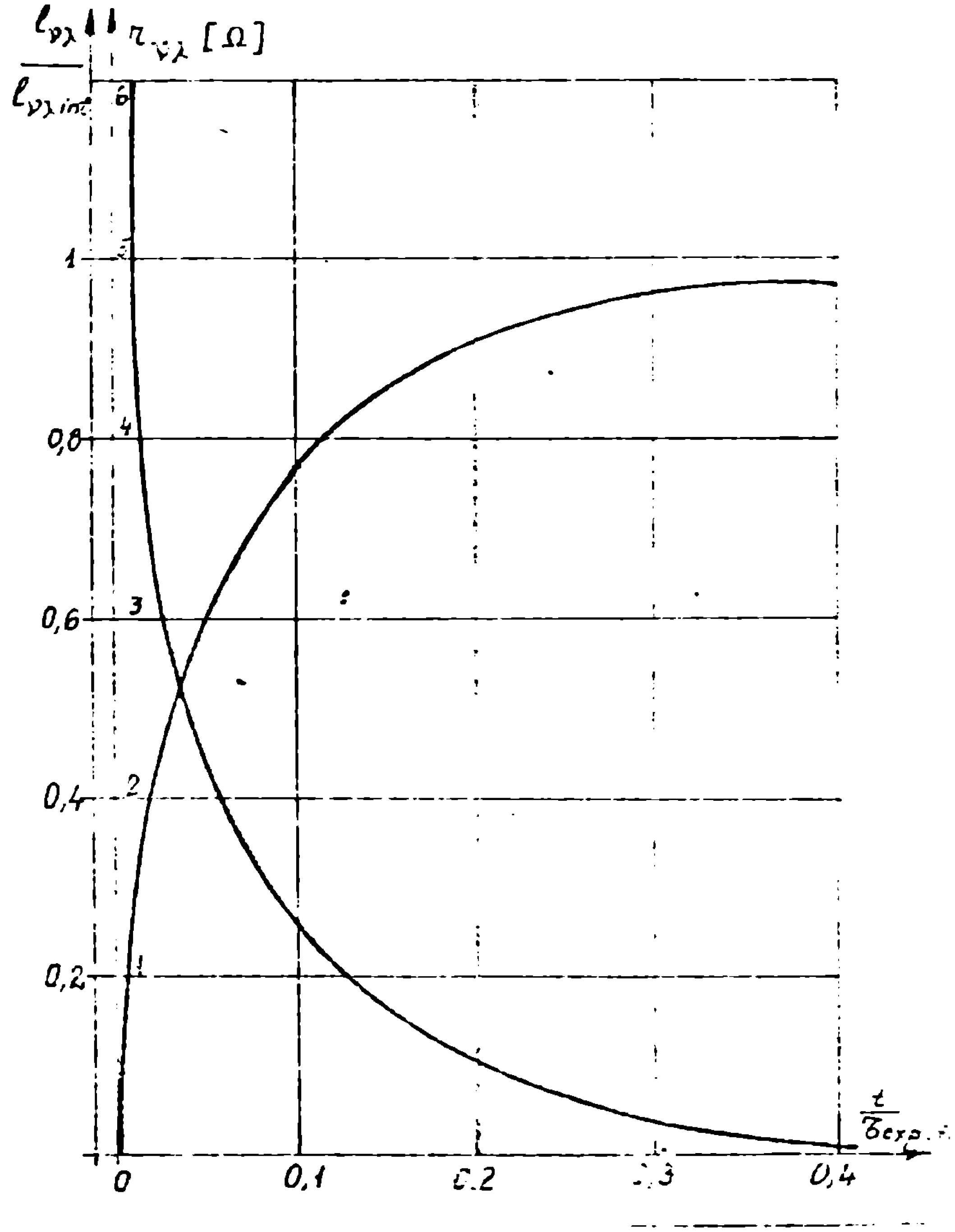


Fig.3.3. Variaţia parametrilor transitorii ai înfăşurărilor unei MSH trifazate simetrice.

tic, toţi aceşti parametrii există, însă cu expresii mult mai complicate decît cele de faţă datorită introducerii unui domeniu de existenţă în plus, conform fig.3.1, care impune caracteristici de material şi geometrice suplimentare. Se pot determina, însă, exact după metodica prezentată.

3.7. Parametrii transitorii de crestătură

In realitate, în maşinile electrice înfăşurările sînt plasate în crestături practicate în miezul feromagnetic. Acest lucru influenţează foarte mult comportarea înfăşurărilor maşinii în diverse procese. De asemenea conductoarele nu sînt filiforme, cu conductivitate infinită ci au o secţiune bine determinată, finită, manifestîndu-se şi efectul pelicular. Ca atare, aceste elemente suplimentare introduc noi parametrii înfăşurării MAA. Pentru determinarea acestora se procedează conform teoriei generale a parametrilor tranzitorii, însă aplicată la un microspaţiu - domeniul crestăturii.

3.7.1. Potenţialul magnetic vector în crestătură

Se presupune o crestătură echivalentă oricărei alte forme, cu pereţii paraleli, semiînchisă, fig.3.4. Se consideră cazul mai general că înfăşurarea este în două straturi.

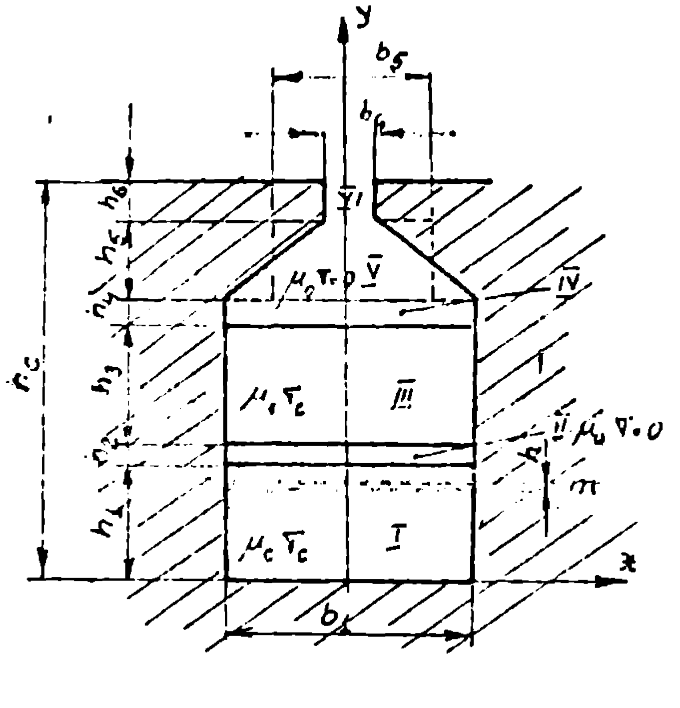


Fig.3.4.Crestătura de calcul.

Pentru rezolvarea problemei de cîmp, se fac următoarele ipoteze:

- Materialul conductor din crestătură are conductivitatea electrică σ_c şi permeabilitatea magnetică μ_c.
- Înfăşurarea se consideră izolată de pereţii crestăturii cu un strat izolant de grosime neglijabilă, deci $b_c=b_1$, b_c fiind lăţimea materialului conductor.
- Porţiunea de crestătură cu pereţii înclinaţi din zona penei (domeniul V) se presupune de lăţime constantă, echivalentă cu $b_5=(b_1+b_6)/2$.
- Miezul feromagnetic care înconjoară spaţiul crestătură se presupune format din tole, neşaturat şi de permeabilitate magnetică infinită ($\mu_{fe}=\infty$).
- Materialul electroizolant dintre straturi, precum şi materialul penei se consideră de permeabilitate magnetică μ_o şi conductivitate electrică $\sigma=0$.
- Lungimea maşinii se presupune mult mai mare decît dimensiunile transversale ale crestăturii; astfel încît se neglijea-

să efectele de capăt, iar cîmpul este plan paralel.

- Condițiile inițiale în problema rezolvării cîmpului se consideră nule.

- Bobinele se presupun formate din N_b spire cu secțiune dreptunghiulară de dimensiuni $b_c$xh.

- Se presupune că numai nivelul m, corespunzător celei de a m-a spire este parcurs de un curent i(t), a cărui imagine operațională este $\tilde{I}(p)$.

Deoarece natura materialului variază în microspațiul crestătură, acesta se împarte în domenii de material omogen (fig.3.4). Alegind un sistem de axe xyz, unde axa oz este paralelă cu axa mașinii, se caută rezolvarea în coordonate carteziene a ecuației potențialului magnetic vector. Calculul se face în operațional, avînd în vedere considerarea regimului tranzitoriu oarecare. Ecuația potențialului magnetic vector în condiții inițiale nule, scrisă în operațional pe domenii este:

$$\Delta \tilde{A} = p\mu_0 \sigma_e \tilde{A} \quad \text{pentru domeniul I și III} \tag{3.114}$$

$$\Delta \tilde{A} = 0 \quad \text{pentru domeniul II, IV, V și VI} \tag{3.115}$$

Avînd în vedere ipotezele făcute și anume cîmp plan paralel și $\mu_{Fe}=\infty$, în toate domeniile $\tilde{A}$ este orientat după axa oz și nu depinde decît de coordonata y. Același lucru se poate spune și despre intensitatea cîmpului electric. Se presupune crestătura suficient de îngustă încît liniile de cîmp magnetic sînt considerate paralele cu baza crestăturii și intensitatea $\tilde{H}$ depinde de asemenea numai de coordonata y.

Ecuațiile (3.113) și (3.114) transpuse în coordonate carteziene, devin:

$$\frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial y^2} - p\mu_0 \sigma_e \tilde{A} = 0 \tag{3.116}$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial y^2} = 0 \tag{3.117}$$

Rezolvînd ecuațiile (3.116) și (3.117), conform Anexei 3, se obțin expresiile potențialului magnetic vector pe domenii pentru trei situații:

3.7.1.1. Nivelul m parcurs de curentul $\tilde{I}(p)$ se află în stratul inferior

Potențialul magnetic vector în domeniul I, sub nivelul m este:

$$\tilde{A}_I(p,y) = \frac{\mu_c \tilde{I}(p)}{b_1 \gamma_c \,\mathrm{sh}\, \gamma_c h} \quad \text{pentru } y < mh \tag{3.118}$$

Potențialul magnetic vector în domeniul I, deasupra nivelului m, este:

$$\tilde{A}_I(p,y) = \frac{\mu_c I(p)}{b_1 \gamma_c \,\mathrm{sh}\, \gamma_c h} \,\mathrm{ch}\, \gamma_c \left[y-h(m-1)\right] \quad \text{pentru } y \geq mh$$

Potențialul magnetic vector în izolația dintre straturi se obține:

$$\tilde{A}_{II}(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1} \left\{ y-h_1+ \frac{\mu_c \,\mathrm{ch}\, \gamma_c \left[h_1-h(m-1)\right]}{\mu_0 \gamma_c \,\mathrm{sh}\, \gamma_c h} \right. \tag{3.119}$$

Potențialul magnetic vector în stratul superior este:

$$\tilde{A}_{III}(p,y) = \frac{\mu_c \tilde{I}(p)}{b_1} \left\{ \frac{1}{\gamma_c} \,\mathrm{sh}\, \gamma_c (y-h_1-h_2) + \frac{1}{\gamma_c \,\mathrm{sh}\, \gamma_c h} \,\mathrm{ch}\, \gamma_c \left[h_1-h(m-1)\right] \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \,\mathrm{ch}\, \gamma_c (y-h_1-h_2) + \frac{\mu_0 h_2}{\mu_c} \,\mathrm{ch}\, \gamma_c (y-h_1-h_2) \right\} \tag{3.120}$$

Potențialul magnetic vector în domeniul IV, se obține:

$$\tilde{A}_{IV}(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1} \left\{ y-h_1-h_2-h_3+ \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c} \,\mathrm{sh}\, \gamma_c h_3 + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c \,\mathrm{sh}\, \gamma_c h} \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \,\mathrm{ch}\, \gamma_c \left[h_1-h(m-1)\right] \,\mathrm{ch}\, \gamma_c h_3 + h_2 \,\mathrm{ch}\, \gamma_c h_3 \right\} \tag{3.121}$$

Potențialul magnetic vector în domeniul penei este:

$$\tilde{A}_V(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1} \left\{ \frac{b_1}{b_5} (y-h_1-h_2-h_3-h_4) + h_4 + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c} \,\mathrm{sh}\, \gamma_c h_3 + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c \,\mathrm{sh}\, \gamma_c h} \,\mathrm{ch}\, \gamma_c \left[h_1-h(m-1)\right] \,\mathrm{ch}\, \gamma_c h_3 + h_2 \,\mathrm{ch}\, \gamma_c h_3 \right\} \tag{3.122}$$

Potențialul magnetic vector în gîtul crestăturii se obține:

$$\tilde{A}_{VI}(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}\left\{\frac{b_1}{b_6}(y-h_1-h_2-h_3-h_4-h_5)+\frac{b_1}{b_5}h_5+h_4+\frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot sh\,\gamma_c h_3+\frac{\mu_c}{\mu_0\gamma_c sh\,\gamma_c h}ch\,\gamma_c\left[h_1-h(m-1)\right]ch\,\gamma_c h_3+h_2 ch\,\gamma_c h_3\right\} \tag{3.123}$$

3.7.1.2. <u>Nivelul m parcurs de curentul $\tilde{I}(p)$ se află în stratul superior</u>

In această situaţie potenţialul magnetic vector este constant sub nivelul m indiferent de domeniu (Anexa 3):

$$\tilde{A}_I(p,y) = \tilde{A}_{II}(p,y) = \tilde{A}_{III}(p,y)_{y<h_1+h_2+mh} = \frac{\mu_c \tilde{I}(p)}{b_1 \gamma_c sh\,\gamma_c h} \tag{3.124}$$

Potenţialul magnetic vector în stratul superior, deasupra nivelului m este:

$$\tilde{A}_{III}(p,y)_{y\geq h_1+h_2+mh} = \frac{\mu_c \tilde{I}(p)}{b_1 \gamma_c sh\,\gamma_c h}ch\,\gamma_c\left[y-h_1-h_2-h(m-1)\right] \tag{3.124}$$

Potenţialul magnetic în domeniul IV este:

$$\tilde{A}_{IV}(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}\left\{y-h_1-h_2-h_3+\frac{\mu_c}{\mu_0\gamma_c sh\,\gamma_c h}ch\,\gamma_c\left[h_3-h(m-1)\right]\right\} \tag{3.125}$$

Potenţialul magnetic vector în pană este:

$$\tilde{A}_V(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}\left\{\frac{b_1}{b_5}(y-h_1-h_2-h_3-h_4)+h_4+\frac{\mu_c}{\mu_0\gamma_c sh\,\gamma_c h}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot ch\,\gamma_c\left[h_3-h(m-1)\right]\right\} \tag{3.126}$$

Potenţialul magnetic în gîtul crestăturii este:

$$\tilde{A}_{VI}(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}\left\{\frac{b_1}{b_6}(y-h_1-h_2-h_3-h_4-h_5)+\frac{b_1}{b_5}h_5+h_4+\frac{\mu_c}{\mu_0\gamma_c sh\,\gamma_c h}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot ch\,\gamma_c\left[h_3-h(m-1)\right]\right\} \tag{3.127}$$

3.7.1.3. <u>Nivelul m parcurs de curentul $\tilde{I}(p)$ se află în gîtul crestăturii la înălțimea</u>

$$h_1+h_2+h_2+h_3+h_4+h_5+h_6$$

Potențialul magnetic vector este constant în tot spațiul crestăturii, fiind egal cu:

$$\tilde{A}_I(p,y)=\tilde{A}_{II}(p,y)=\tilde{A}_{III}(p,y)=\tilde{A}_{IV}(p,y)=\tilde{A}_V(p,y)=\tilde{A}_{VI}(p,y)=$$

$$=\frac{\mu_0\ \tilde{I}(p)}{b_1\ \gamma_c \mathrm{sh}\ \gamma_c h} \qquad (3.128)$$

Avînd determinate expresiile potențialului magnetic vector, se pot cunoaște toate mărimile de stare ale cîmpului electromagnetic în crestătură: intensitatea cîmpului electric și magnetic, precum și densitatea de curent din partea conductoare, adică acolo unde $\Gamma \neq 0$.

3.7.2. <u>Parametrii operaționali de crestătură ai MEE</u>

Conform teoriei generale a parametrilor tranzitorii, cunoscîndu-se mărimile de stare ale cîmpului electromagnetic, se pot afla parametrii operaționali proprii și mutuali între circuite.

Considerînd un nivel din unul din straturile crestăturii, reprezentînd o latură de spiră, se formează un circuit complet dacă se adaugă cealaltă latură a spirei respective, care la o mașină este situată în cu totul altă crestătură. Pentru determinarea însă a parametrilor de crestătură, condiționați numai de cîmpul din microspațiul - crestătură, pentru punerea în evidență a caracterului dipolar al spirei, se presupune că toate spirele care au o latura în unul din straturile crestăturii în discuție, au cealaltă latură în gîtul crestăturii la coordonata $y=h_1+h_2+h_3+h_4+h_5+h_6= h_c$. In aceste condiții se determină mai întîi impedanța operațională mutuală între spira i și m, aplicînd formula (3.5), în care se ține seama că $\tilde{E}=-p\tilde{A}$. Inălțimile straturilor se exprimă în funcție de numărul laturilor de spire cuprinse în ele:

$$h_1 = \delta_{bi}\ h \qquad (3.129)$$

$$h_2 = \delta_{bs}\ h$$

Se iau în considerație următoarele cazuri:

3.7.2.1. <u>Nivelul m aparține stratului inferior</u>

Impedanța operațională proprie acestui nivel este:

$$\tilde{Z}^{i}_{mm}(p) = pl\Big[\frac{\mu_c}{b_1\gamma_c}\,\mathrm{cth}\,\gamma_c h + \mu_o\frac{h_2}{b_1}\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h S_{bS} + \frac{\mu_c}{b_1\gamma_c}\,\mathrm{sh}\,\gamma_c h S_{bS} +$$

$$+ \frac{\mu_c}{b_1\gamma_c\,\mathrm{sh}\,\gamma_c h}\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h(S_{bi}-m+1)\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h S_{bS} + \mu_o\frac{h_4}{b_1} + \mu_o\frac{h_5}{b_5} +$$

$$+ \mu_o\frac{h_6}{b_6}\Big] \tag{3.130}$$

3.7.2.2. <u>Cele două nivele i și m aparțin stratului inferior</u>:

$$\tilde{Z}^{ii}_{im}(p) = pl\Big[\frac{\mu_c}{b_1\gamma_c\,\mathrm{sh}\,\gamma_c h} + \mu_o\frac{h_2}{b_1}\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h S_{bS} + \frac{\mu_c}{b_1\gamma_c}\,\mathrm{sh}\,\gamma_c h S_{bS} + \frac{\mu_c}{b_1\gamma_c\,\mathrm{sh}\,\gamma_c h}\,\cdot$$

$$\cdot\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h(S_{bi}-m+1)\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h S_{bS} + \mu_o\frac{h_4}{b_1} + \mu_o\frac{h_5}{b_5} + \mu_o\frac{h_6}{b_6}\Big] \tag{3.131}$$

3.7.2.3. <u>Nivelul m aparține stratului superior</u>

In acest caz impedanța operațională proprie este:

$$\tilde{Z}^{S}_{mm}(p) = pl\Big[\frac{\mu_c}{b_1\gamma_c}\,\mathrm{cth}\,\gamma_c h + \frac{\mu_c}{b_1\gamma_c\,\mathrm{sh}\,\gamma_c h}\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h(S_{bS}-m+1) + \mu_o\frac{h_4}{b_1} +$$

$$+ \mu_o\frac{h_5}{b_5} + \mu_o\frac{h_6}{b_6}\Big] \tag{3.132}$$

3.7.2.4. <u>Cele două nivele i și m aparțin stratului superior</u>

$$\tilde{Z}^{SS}_{im}(p) = pl\Big[\frac{\mu_c}{b_1\gamma_c\,\mathrm{sh}\,\gamma_c h} + \frac{\mu_c}{b_1\gamma_c\,\mathrm{sh}\,\gamma_c h}\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h(S_{bS}-m+1) + \mu_o\frac{h_4}{b_1} +$$

$$+\mu_o \frac{h_5}{b_5} + \mu_o \frac{h_6}{b_6}\Big] \qquad (3.133)$$

3.7.2.5. <u>Nivelul i se află în stratul inferior, iar nivelul m în stratul superior</u>:

$$\tilde{Z}_{im}^{iS}(p) = pl\Big[\frac{\mu_o}{b_1\gamma_c \operatorname{sh}\gamma_c h} + \frac{\mu_o}{b_1\gamma_c \operatorname{sh}\gamma_c h}\operatorname{ch}\gamma_c h(S_{bS}-m+1) + \mu_o \frac{h_4}{b_1} +$$

$$+\mu_o \frac{h_5}{b_5} + \mu_o \frac{h_6}{b_6}\Big] \qquad (3.134)$$

Se notează cu r_o rezistența în c.c. a unei laturi de spiră, care trebuie să fie aceeași, independent de poziția nivelului care reprezintă latura:

$$r_o = \frac{1}{\gamma}\,\frac{l}{b_1 h} = \frac{\mu_o p l}{b_1 h\,\gamma_c^2},\ \text{deoarece } b_c = b_1 \qquad (3.135)$$

Inductivitatea exterioară pentru nivelele din stratul inferior este:

$$l_{ext}^{i} = \mu_o l \frac{h_2}{b_1} + \mu_o l \frac{h_4}{b_1} + \mu_o l \frac{h_5}{b_5} + \mu_o l \frac{h_6}{b_6} \qquad (3.136)$$

iar pentru nivelele din stratul superior este:

$$l_{ext}^{S} = \mu_o l \frac{h_4}{b_1} + \mu_o l \frac{h_5}{b_5} + \mu_o l \frac{h_6}{b_6} \qquad (3.137)$$

Pe baza relațiilor (3.8), (3.9) și ținînd cont de expresia (3.130), respectiv (3.132), se obțin:

- rezistența tranzitorie proprie nivelului m din stratul inferior:

$$\tilde{R}_{mm}^{i}(p) = \frac{\mu_o l}{b_1\gamma_c}\operatorname{cth}\gamma_c h + \frac{\mu_o l}{b_1\gamma_c \operatorname{sh}\gamma_c h}\operatorname{ch}\gamma_c h(S_{bi}-m+1)\operatorname{ch}\gamma_c h S_{bS} \qquad (3.138)$$

- inductivitatea operațională proprie a nivelului m din stratul inferior:

$$\tilde{L}_{mm}^{i}(p) = \frac{r_o}{p^2}(\gamma_c h \operatorname{cth}\gamma_c h - 1) + \mu_o \frac{l h_2}{p b_1}\operatorname{ch}\gamma_c h S_{bS} + \frac{\mu_o l}{p b_1 \gamma_c}\operatorname{sh}\gamma_c h S_{bS} +$$

$$+\frac{\mu_o l}{pb_1\gamma_c sh\gamma_c h}ch\gamma_c h(S_{bi}-m+1)ch\gamma_c hS_{bS}+\mu_o\frac{lh_4}{pb_1}+\mu_o\frac{lh_5}{pb_5}+$$

$$+\mu_o\frac{lh_6}{pb_6} \qquad (3.139)$$

- rezistența tranzitorie proprie nivelului m aflat în stratul superior

$$\tilde{R}^{S}_{mm}(p)=\frac{\mu_o l}{b_1\gamma_c}cth\gamma_c h+\frac{\mu_o l}{b_1\gamma_c sh\gamma_c h}ch\gamma_c h(S_{bS}-m+1) \qquad (3.140)$$

- inductivitatea operațională proprie a nivelului m aflat în stratul superior:

$$\tilde{L}^{L}_{mm}(p)=\frac{r_o}{p^2}(\gamma_c h\ cth\ _c h-1)+\frac{\mu_o l}{pb_1\gamma_c sh\gamma_c h}ch\gamma_c h(S_{bS}-m+1)+$$

$$+\mu_o\frac{lh_4}{pb_1}+\mu_o\frac{lh_5}{pb_5}+\mu_o\frac{lh_6}{pb_6} \qquad (3.141)$$

Rezistența operațională mutuală între nivelul 1 și m, ambele aparținînd stratului inferior, aplicînd relația (3.o), se obține:

$$\tilde{R}^{ii}_{1m}(p)=\frac{\mu_o l}{b_1\gamma_c sh\gamma_c h}+\frac{\mu_o}{b_1\gamma_c sh\gamma_c h}ch\gamma_c h(S_{bi}-m+1)ch\gamma_c hS_{bS} \qquad (3.142)$$

Rezistența operațională mutuală între nivelul 1 și m, ambele aparținînd stratului superior este:

$$\tilde{R}^{SS}_{1m}(p)=\frac{\mu_o l}{b_1\gamma_c sh\gamma_c h}+\frac{\mu_o l}{b_1\gamma_c sh\gamma_c h}ch\gamma_c h(S_{bS}-m+1) \qquad (3.143)$$

Inductivitatea operațională mutuală între nivelul 1 și m, ambele fiind plasate în stratul inferior, este:

$$\tilde{L}^{ii}_{lm}(p)=\frac{l}{p}\Big[\frac{\mu_o}{b_1\gamma_c sh\gamma_c h}+\mu_o\frac{h_2}{b_1}ch\gamma_c hS_{bS}+\frac{\mu_o}{b_1\gamma_c sh\gamma_c h}ch\gamma_c h(S_{bi}-m+1)\cdot$$

$$\cdot ch\gamma_c hS_{bS}+\mu_o\frac{h_4}{b_1}+\mu_o\frac{h_5}{b_5}+\mu_o\frac{h_6}{b_6}\Big] \qquad (3.144)$$

Dacă cele două nivele aparţin stratului superior, inductivitatea operaţională mutuală se obţine:

$$\tilde{L}^{SS}_{im}(p) = \frac{l}{p}\Big[\frac{\mu_0}{b_1\gamma_c \mathrm{sh}\gamma_c h} + \frac{\mu_0}{b_1\gamma_c \mathrm{sh}\gamma_c h}\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h(S_{bS}-m+1) + \mu_0\frac{h_4}{b_1} +$$

$$+\mu_0\frac{h_5}{b_5} + \mu_0\frac{h_6}{b_6}\Big] \qquad (3.145)$$

Inductivitatea şi rezistenţa operaţională mutuală între nivelul i şi m, unul situat în stratul inferior, iar celălalt în stratul superior, sînt:

$$\tilde{L}^{iS}_{im}(p) = \frac{l}{p}\Big[\frac{\mu_0}{b_1\gamma_c \mathrm{sh}\gamma_c h} + \frac{\mu_0}{b_1\gamma_c \mathrm{sh}\gamma_c h}\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h(S_{bS}-m+1) + \mu_0\frac{h_4}{b_1} +$$

$$+\mu_0\frac{h_5}{b_5} + \mu_0\frac{h_6}{b_6}\Big] \qquad (3.146)$$

$$\tilde{R}^{iS}_{im}(p) = \mu_0\,\frac{l}{b_1\gamma_c \mathrm{sh}\gamma_c h}\Big[1+\mathrm{ch}\;\gamma_c h(S_{bS}-m+1)\Big] \qquad (3.147)$$

Intrucît în studiul proceselor rapide, respectiv al fenomenului de propagare a undelor de tensiune de-a lungul înfăşurării MSR, conform capitolului 2, vin în considerație parametrii laturilor de bobină, se determină expresiile acestora, cunoscîndu-se faptul că o latură de bobină dintr-un anume strat este formată din totalitatea nivelelor acelui strat, înseriate.

Rezistenţa laturii de bobină din stratul inferior, este:

$$\tilde{R}^{i}(p) = \sum_{m=1}^{S_{bi}}\Big[\tilde{R}^{i}_{mm}(p) + \sum_{i=1}^{S_{bi}-1}\tilde{R}^{ii}_{im}(p)\Big]$$

$$\tilde{L}^{i}(p) = \sum_{m=1}^{S_{bi}}\Big[\tilde{L}^{i}_{mm}(p) + \sum_{i=1}^{S_{bi}-1}\tilde{L}^{ii}_{im}(p)\Big] \qquad (3.148)$$

în care sumele se referă la indicele inferior i din notaţia parametrilor operaţionali mutuali ai nivelelor. Prin efectuarea sumelor se obţin expresiile:

$$\tilde{R}^{i}(p) = \frac{\mu_0 l S_{bi}}{b_1 \gamma_c \mathrm{sh}\,\gamma_c h}\left[\mathrm{ch}\,\gamma_c h + S_{bi} - 1 + \frac{\mathrm{sh}\,\gamma_c h\,\frac{S_{bi}+1}{2}}{\mathrm{sh}\,\frac{\gamma_c h}{2}}\cdot \mathrm{ch}\,\gamma_c h\left(\frac{S_{bi}}{2}+1\right)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h\, S_{bs} - \mathrm{ch}\,\gamma_c h(S_{bi}+1)\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h\, S_{bs}\right] \tag{3.149}$$

$$\tilde{L}^{i}(p) = \frac{\mu_0 l S_{bi}}{p b_1 \gamma_c \mathrm{sh}\,\gamma_c h}\left[\mathrm{ch}\,\gamma_c h + S_{bi} - 1 + \frac{\mathrm{sh}\,\gamma_c h\,\frac{S_{bi}+1}{2}}{\mathrm{sh}\,\frac{\gamma_c h}{2}}\cdot \mathrm{ch}\,\gamma_c h\left(\frac{S_{bi}}{2}+1\right)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h\, S_{bs} - \mathrm{ch}\,\gamma_c h(S_{bi}+1)\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h\, S_{bs}\right] + S_{bi}^2\,\frac{\mu_0 l}{p}\,\cdot$$

$$\cdot\left[\frac{h_2}{b_1}\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h\, S_{bs} + \frac{h_4}{b_1} + \frac{h_5}{b_5} + \frac{h_6}{b_6}\right] \tag{3.150}$$

Procedînd analog pentru latura de bobină din stratul superior se obține rezistența și inductivitatea operațională proprie acesteia:

$$\tilde{R}^{s}(p) = \frac{\mu_0 l S_{bs}}{b_1 \gamma_c \mathrm{sh}\gamma_c h}\left[\mathrm{ch}\,\gamma_c h + S_{bs} - 1 + \frac{\mathrm{sh}\,\gamma_c h\,\frac{S_{bs}+1}{2}}{\mathrm{sh}\,\frac{\gamma_c h}{2}}\cdot \mathrm{ch}\gamma_c h\left(\frac{S_{bs}}{2}+1\right) -\right.$$

$$\left. -\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h(S_{bs}+1)\right] \tag{3.151}$$

$$\tilde{L}^{s}(p) = \frac{\mu_0 l S_{bs}}{p b_1 \gamma_c \mathrm{sh}\,\gamma_c h}\left[\mathrm{ch}\gamma_c h + S_{bs} - 1 + \frac{\mathrm{sh}\gamma_c h\,\frac{S_{bs}+1}{2}}{\mathrm{sh}\,\frac{\gamma_c h}{2}}\cdot \mathrm{ch}\,\gamma_c h\left(\frac{S_{bs}}{2}+1\right) -\right.$$

$$\left. -\,\mathrm{ch}\,\gamma_c h(S_{bs}+1)\right] + S_{bs}^2\,\frac{\mu_0 l}{p}\left[\frac{h_4}{b_1} + \frac{h_5}{b_5} + \frac{h_6}{b_6}\right] \tag{3.152}$$

În cazul general, cînd curenții sînt diferiți în cele două straturi trebuie avuți în vedere și parametrii operaționali mutuali între cele două straturi din crestătură. Rezistența operațională mutuală între laturile de bobină din stratul inferior și superior este:

$$\tilde{R}^{is}(p) = \sum_{i=1}^{S_{bi}}\ \sum_{s=1}^{S_{bs}}\ \tilde{R}^{is}_{is}(p) \tag{3.153}$$

Prin efectuarea sumelor se obţine:

$$\tilde{R}^{1S}(p)=\frac{\mu_c l}{b_1\gamma_c \operatorname{sh}\gamma_c h}\left[S_{b1}S_{bS}+S_{b1}\frac{\operatorname{sh}\gamma_c h\frac{S_{bS}+1}{2}}{\operatorname{sh}\frac{\gamma_c h}{2}}\operatorname{ch}\gamma_c h\left(\frac{S_{bS}}{2}+1\right)-\right.$$

$$\left.-S_{b1}\operatorname{ch}\gamma_c h(S_{bS}+1)\right] \qquad (3.154)$$

$$\tilde{L}^{1S}(p)=\frac{l}{p}\frac{\mu_c}{b_1\gamma_c \operatorname{sh}\gamma_c h}\left[S_{b1}S_{bS}+S_{b1}\frac{\operatorname{sh}\gamma_c h\frac{S_{bS}+1}{2}}{\operatorname{sh}\frac{\gamma_c h}{2}}\operatorname{ch}\gamma_c h\left(\frac{S_{bS}}{2}+1\right)-\right.$$

$$\left.-S_{b1}\operatorname{ch}\gamma_c h(S_{bS}+1)\right]+S_{b1}S_{bS}\frac{\mu_0 l}{p}\left[\frac{h_4}{b_1}+\frac{h_5}{b_5}+\frac{h_6}{b_6}\right] \qquad (3.155)$$

Parametrii operaţionali ai laturilor de bobină având expresiile (3.149), (3.150), (3.151), (3.152), (3.154) şi (3.155) se folosesc pentru studiul procesului de propagare al impulsurilor de tensiune de-a lungul înfăşurării MAS cu ajutorul ecuaţiilor operaţionale (2.3) - (2.15) date în capitolul 2.

3.7.3. Parametrii tranzitorii de crestătură

Pentru a avea o imagine mai clară asupra modului de variaţie a parametrilor de crestătură în timp, precum şi pentru studiul proceselor tranzitorii în real, se stabilesc parametrii tranzitorii de crestătură prin aflarea originalelor expresiilor obţinute ale parametrilor operaţionali. Mai întâi se determină originalele expresiilor (3.136) - (3.143) ce reprezintă parametrii operaţionali ai laturilor spirelor şi apoi se fac însumările corespunzătoare pentru aflarea parametrilor tranzitorii ai laturilor de bobină.

Conform Anexei 4 se obţin parametrii tranzitorii ai laturii de spiră după cum urmează:

Rezistenţa tranzitorie proprie a nivelului (laturii) m aflat în stratul inferior:

$$r^1_{mm}(t)=r_0\left(1+2\sum_{K=1}^{\infty}e^{-\frac{K^2\pi^2}{\tau_S}t}\right)+2r_0\sum_{K=1}^{\infty}(-1)^{K(S_{b1}+S_{bS}-m)}e^{-\frac{K^2\pi^2}{\tau_S}t}$$

(3.156)

Se notează inductivitatea interioară de c.c. a laturii de spiră cu:

$$l_{int} = \mu_0 \frac{l h}{3 b_1} \tag{3.157}$$

Inductivitatea tranzitorie proprie aceluiaşi nivel este:

$$l_{mm}^{i}(t) = \frac{6 l_{int}}{\gamma^2} \sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{K^2} \left(1 - e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_S} t}\right) + \mu_0 \frac{l h_2}{b_1} + \frac{6 l_{int}}{\gamma^2}$$

$$\sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{K^2} (-1)^{K(\varepsilon_{bi}+\varepsilon_{bS}-m)} \left(1 - e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_S} t}\right) + \mu_0 l \left(\frac{h_4}{b_1} + \frac{h_5}{b_5} + \frac{h_6}{b_6}\right) \tag{3.158}$$

Rezistenţa tranzitorie proprie nivelului m situat în stratul superior este:

$$r_{mm}^{S}(t) = r_0 \left(1 + 2 \sum_{K=1}^{\infty} e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_S} t}\right) + 2 r_0 \sum_{K=1}^{\infty} (-1)^{K(\varepsilon_{bS}-m)} e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_S} t} \tag{3.159}$$

Inductivitatea tranzitorie proprie aceluiaşi nivel este:

$$l_{mm}^{S}(t) = \frac{6 l_{int}}{\gamma^2} \sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{K^2} \left(1 - e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_S} t}\right) + \frac{6 l_{int}}{\gamma^2} \sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{K^2} (-1)^{K(\varepsilon_{bS}-m)} \cdot$$

$$\cdot \left(1 - e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_S} t}\right) + \mu_0 l \left(\frac{h_3}{b_1} + \frac{h_5}{b_5} + \frac{h_6}{b_6}\right) \tag{3.160}$$

Rezistenţa şi inductivitatea tranzitorie mutuală între nivelele i şi m situate în stratul inferior sînt (i≠m):

$$r_{im}^{ii}(t) = 2 r_0 \sum_{K=1}^{\infty} \left[(-1)^{K} + (-1)^{K(\varepsilon_{bi}+\varepsilon_{bS}-m)}\right] e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_S} t} \tag{3.161}$$

$$l_{im}^{ii}(t) = \frac{6 l_{int}}{\gamma^2} \sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{K^2} \left[(-1)^{K} + (-1)^{K(\varepsilon_{bi}+\varepsilon_{bS}-m)}\right] \left(1 - e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_S} t}\right) +$$

$$+ \mu_0 l \left(\frac{h_2+h_3}{b_1} + \frac{h_5}{b_5} + \frac{h_6}{b_6}\right) \tag{3.162}$$

Rezistența și inductivitatea tranzitorie mutuală între nivelele i și m, ambele aparținînd stratului superior, au expresiile ($i \neq m$):

$$r_{im}^{SS}(t) = 2r_0 \sum_{K=1}^{\infty} \left[(-1)^K + (-1)^{K(S_{bS}-m)}\right] e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_S} t} \tag{3.163}$$

$$l_{im}^{SS}(t) = \frac{6 l_{int}}{\gamma^2} \sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{K^2}\left[(-1)^K + (-1)^{K(S_{bS}-m)}\right] \left(1 - e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_S} t}\right) +$$

$$+ \mu_0 l \left(\frac{h_4}{b_1} + \frac{h_5}{b_5} + \frac{h_6}{b_6}\right) \tag{3.164}$$

Rezistența și inductivitatea tranzitorie mutuală între nivelul i din stratul inferior și nivelul m situat în stratul superior este:

$$r_{im}^{iS}(t) = 2r_0 \sum_{K=1}^{\infty} \left[(-1)^K + (-1)^{K(S_{bS}-m)}\right] \left(1 - e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_S} t}\right) \tag{3.165}$$

$$l_{im}^{iS}(t) = \frac{6 l_{int}}{\gamma^2} \sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{K^2}\left[(-1)^K + (-1)^{K(S_{bS}-m)}\right] \left(1 - e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_S} t}\right) +$$

$$+ \mu_0 l \left(\frac{h_4}{b_1} + \frac{h_5}{b_5} + \frac{h_6}{b_6}\right) \tag{3.166}$$

În studierea fenomenului de propagare a undelor de tensiune de-a lungul înfășurării MIR cu ajutorul ecuațiilor în valori momentane, conform capitolului 2, este necesar cunoașterea parametrilor tranzitorii ai laturilor de bobină, parametri ai căror expresii depind de poziționarea laturilor în crestătură. Parametrii tranzitorii ai unei laturi de bobină se obțin prin însumarea parametrilor corespunzători ai nivelelor aparținînd stratului reprezentînd latura de bobină considerată.

Rezistența tranzitorie proprie stratului inferior este:

$$r^i(t) = S_{bi} r_0 + 2S_{bi} r_0 \sum_{K=1} \Big[1 + (S_{bi}-1)(-1)^K + \frac{1}{2}(-1)^{KS_{bS}} -$$

$$- \frac{1}{2}(-1)^{K(S_{bi}+S_{bS})}\Big] e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_S} t} \tag{3.167}$$

Inductivitatea tranzitorie proprie stratului inferior are expresia:

$$l^{i}(t) = \frac{6S_{bi}l_{int}}{\gamma^2}\sum_{K=1}^{\infty}\frac{1}{K^2}\left[1+(S_{bi}-1)(-1)^K+\frac{1}{2}(-1)^{KS_{bS}}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2}(-1)^{K(S_{bi}+S_{bS})}\right](1-e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_\varepsilon}t})+S_{bi}^2\mu_e l\left(\frac{h_2+h_4}{b_1}+\frac{h_5}{b_5}+\frac{h_6}{b_6}\right) \quad (3.168)$$

Rezistența tranzitorie proprie laturii de bobină reprezentată de stratul superior este:

$$r^{S}(t) = S_{bS}r_0+2S_{bS}r_e\sum_{K=1}^{\infty}\left[1+(S_{bS}-1)(-1)^K+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}(-1)^{KS_{bS}}\right]e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_\varepsilon}t} \quad (3.169)$$

Inductivitatea tranzitorie proprie stratului superior are expresia:

$$l^{S}(t) = \frac{6S_{bS}l_{int}}{\gamma^2}\sum_{K=1}^{\infty}\frac{1}{K^2}\left[1+(S_{bS}-1)(-1)^K+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}(-1)^{KS_{bS}}\right]\cdot$$

$$\cdot(1-e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_\varepsilon}t})+S_{bS}^2\mu_e l\left(\frac{h_4}{b_1}+\frac{h_5}{b_5}+\frac{h_6}{b_6}\right) \quad (3.170)$$

Rezistența tranzitorie mutuală între stratul inferior și superior este:

$$r^{iS}(t) = 2S_{bi}r_e\sum_{K=1}^{\infty}\left[S_{bS}(-1)^K+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}(-1)^{KS_{bS}}\right]e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_\varepsilon}t} \quad (3.171)$$

$$l^{iS}(t) = \frac{6S_{bi}l_{int}}{\gamma^2}\sum_{K=1}^{\infty}\frac{1}{K^2}\left[S_{bS}(-1)^K+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}(-1)^{KS_{bS}}\right](1-e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_\varepsilon}t})+$$

$$+S_{bi}S_{bS}\mu_e l\left(\frac{h_4}{b_1}+\frac{h_5}{b_5}+\frac{h_6}{b_6}\right) \quad (3.172)$$

Analizînd expresiile parametrilor tranzitorii de crestătură obținuți, se constată că rezistențele tranzitorii proprii sînt infinite în momentul inițial și scad monoton în timp către valorile lor în curent continuu. Rezistențele tranzitorii mutuale verială ajungînd apoi la t = ∞ . Acest mod de variație se explică prin faptul că în momentul inițial repartiția curentului este strict superficială, ceea ce implică o tensiune aplicată infinită la un salt de curent treaptă.

Inductivitățile tranzitorii sînt egale cu cele exterioare în momentul inițial, iar cu trecerea timpului cresc monoton spre valorile lor din curent continuu, care sînt egale cu suma celor exterioare și interioare. Valorile inițiale ale inductivităților tranzitorii sînt egale cu cele exterioare în momentul inițial, deoarece la injectarea unui curent-treaptă, în condiții inițiale de repaus, cîmpul magnetic nu pătrunde instantaneu în conductor.

Rezistența tranzitorie a stratului inferior reprezintă suma rezistențelor r_0 în c.c. a laturilor (nivelelor) de spiră din care e format la care se adaugă un termen variabil în timp. Acest termen este dat atît de cuplajele inductive dintre laturile de spiră din stratul inferior, cît și dintre acestea și laturile de spiră din stratul superior.

Rezistența tranzitorie a stratului superior este dată de suma rezistențelor r_0 în c.c. a laturilor (nivelelor) de spiră din care e format acest strat și un termen variabil în timp. Acest termen este compus dintr-o infinitate de exponențiale datorate cuplajelor inductive dintre laturile de spiră din stratul superior. Laturile de spiră din stratul inferior nu au aici o contribuție deoarece în cazul alimentării numai a stratului superior nu există cuplaj între cele două straturi.

Rezistența tranzitorie mutuală între cele două straturi nu are componentă continuă, fiind formată dintr-o sumă infinită de exponențiale care se amortizează în timp și care se datorează cuplajului inductiv dintre laturile de spiră din ambele straturi.

Analizînd expresiile (3.158) și (3.160) care dau inductivitatea tranzitorie proprie nivelului m din stratul inferior, respectiv superior, se constată că ambele conțin termenul:

$$\lambda(t) = \frac{6 l_{int}}{\pi^2} \sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{K^2} \left(1 - e^{-\frac{K^2 \pi^2}{\tau_S} t}\right) \qquad (3.173)$$

Această expresie corespunde inductivității tranzitorii proprii unui nivel dacă s-ar afla singur în crestătură și în absența laductivităţii exterioare. In adevăr, în momentul iniţial $\lambda(o+)=o$ şi $\lambda(\infty)=l_{int}$, avînd în vedere că [99] :

$$\sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{K^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

Prin urmare inductivitatea tranzitorie proprie unei laturi de spiră fie din stratul inferior, fie din cel superior este dată de această inductivitate $\lambda(t)$ corespunzătoare cîmpului magnetic propriu interior laturii de spiră, la care se adaugă influenţele cuplajelor inductive a tuturor laturilor de deasupra, indiferent de strat şi inductivitatea exterioară respectivă.

In cazul general studiat, cînd se ţine seama de efectul pelicular, inductivitatea tranzitorie proprie unei bobine nu mai depinde de pătratul numărului de spire (expresia (3.168) şi (3.170)), iar inductivitatea tranzitorie mutuală de produsul numerelor de spire a celor două bobine ce intră în consideraţie (expresia (3.172)). Acest lucru se explică prin faptul că fluxul nu mai este acelaşi prin spirele unei bobine datorită efectului amintit. Numai inductivităţile exterioare au dependenţa de numărul de spire cunoscută din teoria clasică.

Pentru înfăşurări într-un strat rezistenţa şi inductivitatea tranzitorie a laturii active de bobină se determină cu relaţiile (3.169) şi (3.170) în care $\varepsilon_{b\varepsilon}$ reprezintă numărul de spire din care e formată bobina considerată.

In cazul maşinilor mari, la care bobinele sînt realizate din bare groase, determinarea parametrilor tranzitorii de crestătură se face cu expresiile (3.156), (3.158), (3.159), (3.160), (3.165) şi (3.166) în care se consideră $\varepsilon_{b1}=\varepsilon_{b\varepsilon}=m=1$, iar prin h se înţelege înălţimea barei din care este realizată înfăşurarea.

Dacă maşina prezintă crestături deschise, situaţie întîlnită la o gamă largă de maşini fabricate de Fabrica de maşini electrice Reşiţa, parametrii tranzitorii de crestătură se determină cu expresiile prezentate în care se consideră $h_5/b_5+h_6/b_6=0$, iar h_a reprezintă înălţimea de la stratul superior pînă la extremitatea crestăturii.

Procesul tranzitoriu studiat depinde de constanta de timp a spirei $\tau_{\varepsilon}=\mu_0 \sigma_c h^2$. Presupunînd materialul conductor ca fiind cupru electrolitic, care are conductivitatea electrică $\gamma_{e20°}$ = $5{,}599 \cdot 10^{7}\ \Omega^{-1}\ m^{-1}$ şi permeabilitatea magnetică $\mu_c = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m se obţine: $\tau_s = 70{,}360366\ h^2$.

De fapt fiecare exponenţială din expresiile parametrilor tranzitorii se amortizează cu constanta de timp:

$$\tau_{exp.c} = \frac{\tau_s}{K^2 \pi^2} \qquad (3.174)$$

Pentru K=1: $\tau_{exp.c} = 7{,}036037\ h^2$.

Prin urmare constanta de timp depinde de înălţimea conductorului din care este executată înfăşurarea. La maşinile mari cu înfăşurare în bare $\tau_{exp.c}$ poate ajunge de ordinul de mărime a constantelor de timp supratranzitorii. Astfel pentru o înfăşurare din bară de înălţime $h = 45 \cdot 10^{-3}$ m se obţine o constantă de timp:

$$\tau_{exp.c} = 0{,}01424\ s$$

Deci τ_{expc} este de acelaşi ordin de mărime cu constanta de timp supratranzitorie care este de (0,01–0,1)s [33]. Prin urmare procesele tranzitorii rapide obţinute prin conectarea sau deconectarea maşinii electrice, scurtcircuitarea bruscă a unui generator, variaţii bruşte de sarcină, etc. trebuie studiate folosind expresiile parametrilor tranzitorii ai parametrilor de crestătură.

Aceşti parametri devin utili şi în proiectare pentru a lua măsurile necesare încă în această fază pentru realizarea unei maşini care să fie fiabilă, să prezinte siguranţă în funcţionare, în cadrul căreia apar procese tranzitorii care solicită maşina în mod deosebit.

Pentru o maşină simetrică din punct de vedere electric se pot determina parametrii tranzitorii de crestătură ai unei faze ştiind numărul de bobine, iar pentru o bobină se are în vedere că laturile sale se află în straturi diferite, în cazul unei înfăşurări în două straturi.

3.7.4. Capacitatea unei laturi de spiră față de masă și capacitatea mutuală între laturile de spiră aflate în aceeași crestătură

In tratarea problemei propuse, s-a presupus regim cvasistaționar. Undele electromagnetice se propagă de-a lungul înfășurării mașinii electrice care este considerată un element spațial unidimensional, preponderînd lungimea conductorului față de celelalte dimensiuni. Parametrii transversali în această situație sînt constanți și egali cu cei electrostatici.

Pentru determinarea capacității electrostatice a unei laturi de spiră din crestătura unei MEN față de masă și față de alte spire aflate în crestătura respectivă se au în vedere următoarele:

- se consideră o crestătură cu pereții paraleli, la care înălțimea se presupune mult mai mare decît lățimea sa b_1,
- în crestătură se găsesc $n_c = S_b^1 + S_b^2$ conductoare rotunde de rază r, paralele cu baza crestăturii și încărcate cu sarcină astfel încît $q_1 + q_2 + \dots + q_{nc} = 0$,
- materialul conductor se presupune de rezistivitate electrică nulă,
- se fixează un sistem de axe de coordonate carteziene bidimensional xoy, (cîmpul fiind plan-paralel) conform fig.3.5.

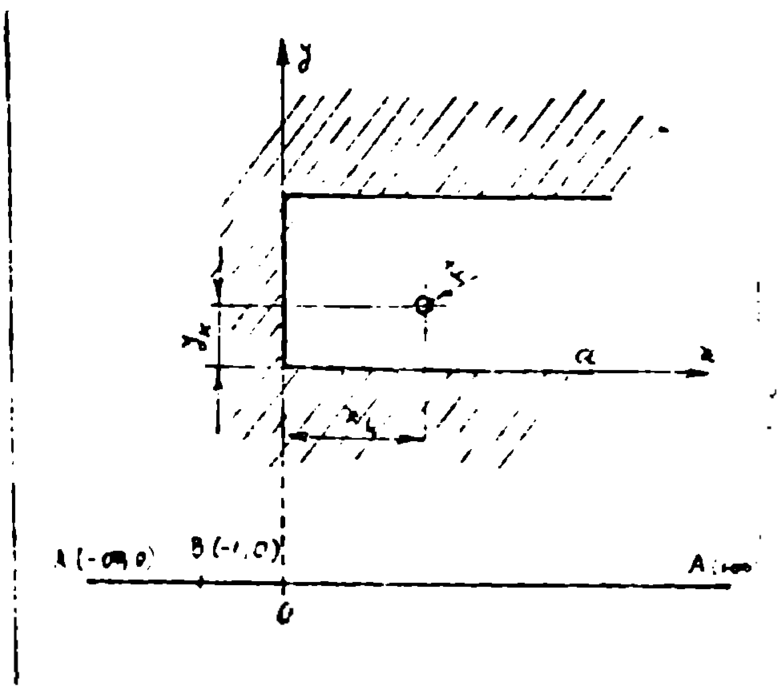


Fig.3.5. Transformarea conformă aplicată crestăturii.

Trebuie determinat mai întîi cîmpul electric, respectiv potențialele electrice ale conductoarelor electrice. Pentru aceasta se folosește metoda reprezentării conforme. Se aplică teorema lui Christoffel-Schwarz, transformînd planul (z) al crestăturii într-un plan (Z) astfel încît interiorul crestăturii să devină semiplanul superior în (Z), iar punctul $z_K = x_K + jy_K$ să se regăsească în punctul $Z_K = X_K + jY_K$. In vederea găsirii funcţiunii care realizează această transformare, se consideră poligonul format din cele două feţe laterale ale crestăturii presupuse extinse la infinit şi baza crestăturii ob_1. Convenim ca originea O a planului (z) să se transforme în originea planului (Z). Avînd în vedere că se pot alege arbitrar trei puncte, se presupune că punctul a de la infinit devine punctul A plasat tot la infinit, iar punctul b_1 devine punctul B(-1,o). Aceste considerente simplifică mult formula lui Schwarz, care realizează transformarea conformă dorită. Ea este:

$$\frac{dz}{dZ} = K_1 \frac{1}{Z^{1/2}(Z+1)^{1/2}} \qquad (3.175)$$

Determinîndu-se expresia z=f(Z) precum şi $X_K=f(x_K,y_K)$ respectiv $Y_K=f(x_K,y_K)$, transformarea conformă este terminată, semiplanul superior din (Z) corespunzînd întrutotul cu interiorul crestăturii.

În continuare problema se studiază în planul (Z), urmînd ca ulterior să se revină pe baza relaţiilor (A5.6) şi (A5.7) la planul iniţial z. Trebuie deci gasite potenţialele electrice pe suprafeţele celor $a_c=S_b^1+S_b^c$ conductoare aflate în apropierea unui plan semiconductor. Pentru a determina aceste potenţiale se folosesc ecuaţiile lui Maxwell:

$$\begin{aligned}
V_1 &= p_{11}q_1+p_{12}q_2+\dots+p_{1nc}q_{nc}\\
V_2 &= p_{21}q_1+p_{22}q_2+\dots+p_{2nc}q_{nc}\\
&- - - - - - - - - - - - - - - \\
V_{nc} &= p_{nc1}q_1+p_{nc2}q_2+\dots+p_{nc\,nc}q_{nc}
\end{aligned} \qquad (3.176)$$

unde, corespunzător configuraţiei din planul Z, coeficienţii de potenţial:

$$p_{ik} = p_{ki} = \frac{1}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{\rho_{ki}}{r_{ki}} \quad \text{în care } k,i=1,2,\dots,n_c \qquad (3.177)$$

ρ_{ki} reprezintă distanţa dintre conductorul k şi imaginea în raport cu suprafaţa masei (de ecuaţie Y=o) a conductorului i, r_{ki} reprezintă distanţa dintre conductoarele k şi i, ρ_{kk} este distanţa dintre conductorul k şi imaginea sa, iar $r_{kk}=r_c$ (raza conductorului).

Pentru determinarea capacităţilor parţiale se folosesc relaţiile lui Maxwell sub formă inversă:

$$
\begin{aligned}
q_1 &= \gamma_{11}V_1+\gamma_{12}V_2+\dots+\gamma_{1nc}V_{nc}\\
q_2 &= \gamma_{21}V_1+\gamma_{22}V_2+\dots+\gamma_{2nc}V_{nc}\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
q_{nc} &= \gamma_{nc1}V_1+\gamma_{nc2}V_2+\dots+\gamma_{ncnc}V_{nc}
\end{aligned}
\qquad (3.178)
$$

Atunci capacităţile parţiale vor fi:

$$C_{k0} = \gamma_{k1}+\gamma_{k2}+\dots+\gamma_{knc} \qquad (3.179)$$

$$C_{ki} = -\gamma_{ki} \qquad (3.180)$$

Coeficienţii de influenţă γ_{ki} care determină capacităţile parţiale se deduc din coeficienţii de potenţial astfel:

$$\gamma_{ki} = \frac{\Delta_{ki}}{\Delta} \qquad (3.181)$$

unde Δ reprezintă determinantul:

$$\Delta = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1nc}\\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2nc}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ p_{nc1} & p_{nc2} & \dots & p_{ncnc}\end{vmatrix} \qquad (3.182)$$

iar Δ_{ki} este minorul coeficientului p_{ki} din determinantul Δ cu semnul lui.

Dacă în relaţiile (3.177) distanţele ρ_{ki}, r_{ki}, ρ_{kk} se exprimă în funcţie de coordonatele (x,y) din planul z, atunci capacităţile care se determină cu relaţiile (3.179) şi (3.180) vor corespunde sistemului iniţial considerat. Ţinînd seama de transformarea conformă aleasă, din care au rezultat schimbările de coordonate (A5.6) şi (A5.7), expresiile distanţelor care se introduc în (3.177) devin:

$$\rho_{ki} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\mathrm{ch}\frac{\pi x_k}{b_1}\cos\frac{\pi y_k}{b_1}-\mathrm{ch}\frac{\pi x_i}{b_1}\cos\frac{\pi y_i}{b_1}\right)^2+\left(\mathrm{sh}\frac{\pi x_k}{b_1}\sin\frac{\pi y_k}{b_1}+\mathrm{sh}\frac{\pi x_i}{b_1}\sin\frac{\pi y_i}{b_1}\right)^2}$$

$$r_{ki} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\mathrm{ch}\frac{\pi x_k}{b_1}\cos\frac{\pi y_k}{b_1}-\mathrm{ch}\frac{\pi x_i}{b_1}\cos\frac{\pi y_i}{b_1}\right)^2+\left(\mathrm{sh}\frac{\pi x_k}{b_1}\sin\frac{\pi y_k}{b_1}-\mathrm{sh}\frac{\pi x_i}{b_1}\sin\frac{\pi y_i}{b_1}\right)^2} \qquad (3.183)$$

$$\rho_{kk} = sh \frac{\gamma x_k}{b_1} \sin \frac{\gamma y_k}{b_1}$$

$$r_{kk} = r_0$$

Fiind precizate aceste lucruri şi cunoscînd amplasarea conductoarelor în crestătură se pot determina, deci capacităţile conductoarelor faţă de masă şi între ele.

3.7.5. Capacitatea echivalentă între spire şi faţă de masă a laturii de bobină din crestătură

Cunoscîndu-se capacităţile parţiale între conductoare şi respectiv a acestora faţă de masă, se poate determina capacitatea K_l echivalentă între laturile active ale spirelor unei bobine şi capacitatea C_l a laturii de bobină faţă de masă. Pentru aceasta se stabileşte o schemă electrică echivalentă care să ţină seama de aşezarea conductoarelor în crestătură conform fig.3.6. Se consideră conductoarele plasate pe n rînduri paralele cu baza crestăturii şi cîte m conductoare pe fiecare rînd. Avînd în vedere acest mod de aşezare şi că părţile conductoare sînt despărţite doar de materialul izolant, se presupune că există influenţă electrostatică numai între conductoarele învecinate.

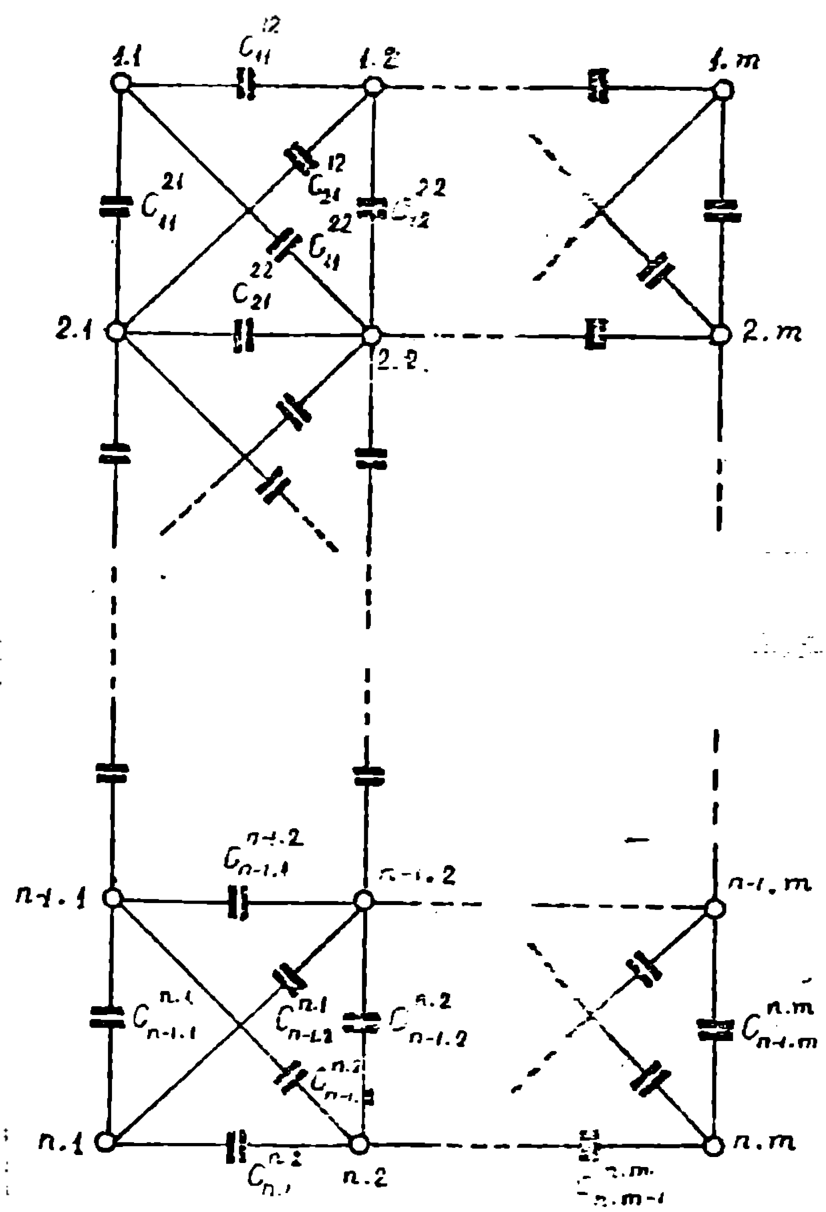


Fig.3.6. Schema echivalentă a capacităţilor între laturile de spiră din crestătură

Determinarea capacității echivalente între punctul 1.1 și m.m; considerate ca puncte de intrare și ieșire, se rezumă la identificarea din aproape în aproape a o serie de legături în triunghi a capacităților cu legări în stea. De exemplu pentru o latură de bobină formată din patru conductoare, se determină capacitatea echivalentă între 1.1 și 2.2 în modul următor:

Se transfigurează triunghiul format de capacitățile C_{11}^{12}, C_{11}^{21} și C_{21}^{12} în stea, obținîndu-se (fig.3.7) prin identificare:

$$C_S' = \frac{C_{11}^{12}\,C_{11}^{21} + C_{11}^{12}\,C_{12}^{21} + C_{11}^{21}\,C_{12}^{21}}{C_{12}^{21}}$$

$$C_S'' = \frac{C_{11}^{12}\,C_{11}^{21} + C_{11}^{12}\,C_{12}^{21} + C_{11}^{21}\,C_{12}^{21}}{C_{11}^{21}} \qquad (3.184)$$

$$C_S''' = \frac{C_{11}^{12}\,C_{11}^{21} + C_{11}^{12}\,C_{12}^{21} + C_{11}^{21}\,C_{12}^{21}}{C_{11}^{12}}$$

Conform fig.3.7, se poate acum obține capacitatea între laturile de spiră 11 și 2.2 ca fiind:

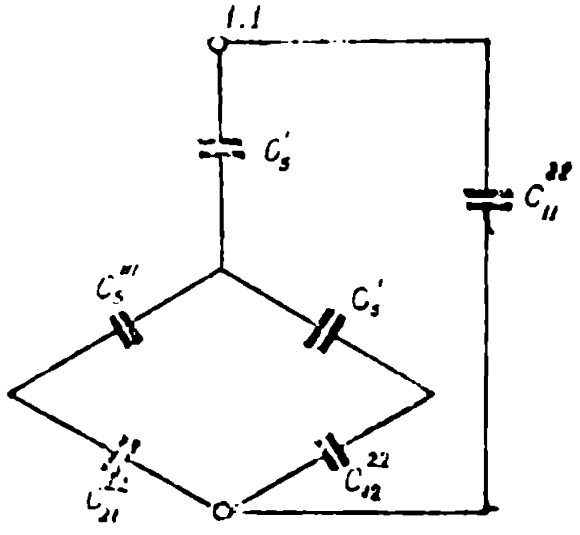


Fig.3.7.Transfigurarea triunghi stea.

$$K_l = \frac{C_S'\left[\dfrac{C_S'''\cdot C_{21}^{22}}{C_S'''+C_{21}^{22}} + \dfrac{C_S''\cdot C_{12}^{22}}{C_S''+C_{12}^{22}}\right]}{C_S' + \dfrac{C_S'''\cdot C_{21}^{22}}{C_S'''+C_{21}^{22}} + \dfrac{C_S''\cdot C_{12}^{22}}{C_S''+C_{12}^{22}}} + C_{11}^{22} \qquad (3.185)$$

Capacitatea laturii de bobină față de masă se determină considerînd paralelismul capacităților față de masă a conductorilor din care este formată. Deci se obține:

$$C_l = \sum_{k=1}^{S_b} C_{k0} \qquad (3.186)$$

In expresiile (3.185) și (3.186) capacitățile ce intervin se determică cu formulele (3.184), respectiv cu formulele (3.179) și (3.180) stabilite în subcapitolul 3.7.4.

3.7.6. Expresia simplificată a lui K_l și C_l

Se presupun laturile de spiră a ambelor straturi din crestătură ca fiind de secțiune dreptunghiulară $h \times b_c$, conform fig.3.8 și de lungime l. Dimensiunea h, fiind mai mică decît b_c, a cărui valoare este apropiată de cea a lățimii crestăturii b_1, se poate neglija cîmpul electric ce se închide pe fețele laterale $h \times l$ ale spirelor față de cel dintre suprafețele $b_c \times l$. Considerînd S_{bi} conductoare în stratul inferior și S_{bS} în stratul superior, capacitatea echivalentă dintre spire corespunzătoare laturii de bobină din stratul inferior este:

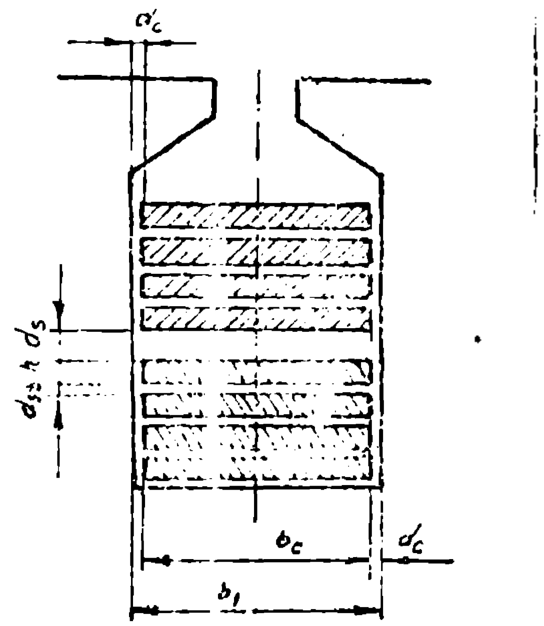


Fig.3.8. Reprezentarea crestăturii pentru determinarea capacității electrostatice a înfășurării MEB.

$$K_{l1} = \frac{\varepsilon_S \cdot b_c \cdot l}{(S_{bi}-1) d_{Sb}} \tag{3.187}$$

iar cea corespunzătoare laturii de bobină din stratul superior este:

$$K_{l2} = \frac{\varepsilon_S \cdot b_c \cdot l}{(S_{bS}-1) d_{Sb}} \tag{3.188}$$

în care ε_S reprezintă permitivitatea dielectrică a izolației spirelor, iar d_{Sb} este grosimea izolației dintre spire. In aceleași condiții, capacitatea mutuală între cele două straturi este:

$$K_{l12} = \frac{\varepsilon_S \cdot b_c \cdot l}{d_S} \tag{3.189}$$

în care d_S reprezintă grosimea izolației dintre straturi.

Capacitatea față de masă a celor două straturi este diferită datorită poziționării lor diferite în crestătură. Astfel capacitatea stratului inferior față de masă este:

$$C_{l1} = \frac{\varepsilon_c \cdot b_c \cdot l}{d_c} + 2\sum_{K=1}^{S_{b1}} \frac{\varepsilon_c h l}{d_c} \qquad (3.190)$$

iar în stratul superior este:

$$C_{l2} = 2\sum_{K=1}^{S_{b2}} \frac{\varepsilon_c h l}{d_c} \qquad (3.191)$$

unde ε_c este permitivitatea dielectrică a izolației de crestătură.

În mod obișnuit $S_{b1}=S_{b2}$ și deci capacitatea echivalentă K_{l1} dintre spire corespunzătoare laturii de bobină din stratul inferior este egală cu capacitatea K_{l2} dintre spirele laturii de bobină din stratul superior.

În expresiile (3.187) și (3.188) s-a considerat izolație dintre spire din același material și de aceeași grosime. În cazul existenței unui defect care modifică valoarea lui ε_s sau d_{sb}, se ține seama în înserierea celor $(S_{b1}-1)$ sau $(S_{b2}-1)$ condensatori echivalenți formați.

Pentru mașinile mari, la care spre exemplu, bobina este constituită din bară groasă, noțiunea de capacitate între spire își pierde sensul. Capacitatea barei față de masă va fi constituită din trei capacități în paralel:

- cele două capacități ale condensatorilor plani formați de fețele laterale ale barei cu masa,
- capacitatea condensatorului plan format de baza barei cu masa.

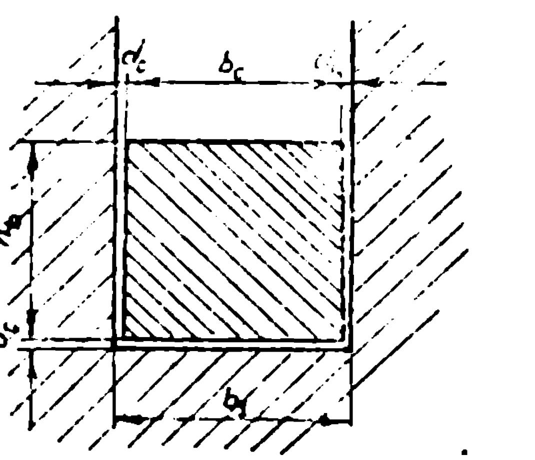


Fig.3.9.Crestătura unei mașini cu înfășurare în bare.

$$C_l = 2\frac{\varepsilon_c \cdot h_b \cdot l}{d_c} + \frac{\varepsilon_c \cdot b_c \cdot l}{d_c} = \frac{\varepsilon_c l}{d_c}(2h_b + b_c) \qquad (3.192)$$

3.8. Parametrii tranzitorii ai capetelor frontale de bobină

Determinarea parametrilor capetelor frontale de bobină constituie o problemă foarte dificilă și în teoria clasică a parametrilor constanți datorită configurației geometrice diversificate și destul de imprecisă a acestei zone de bobinaj. Cu atît mai mult în cazul tratării parametrilor tranzitorii, dificultatea cunoașterii geometriei exacte a zonei în cauză implică impedimente în rezolvarea ecuațiilor cîmpului electromagnetic. De aceea problema rezolvării ecuațiilor cîmpului este tratată corespunzător cazului concret de mașină. Totuși se va da modul de determinare a rezistenței și inductivității tranzitorii proprii unui capăt de bobină format din S_b conductoare de secțiune dreptunghiulară. Pentru aceasta se consideră că toate liniile de cîmp magnetic sînt paralele cu planul median M-M (fig.3.10), deci perpendiculare pe latura de înălțime h a conductoarelor din care este constituit capătul de bobină. In aceste condiții, jumătate din mănunchiul de conductoare are cîmpul similar cu acela al unei crestături cu jumătate din numărul de conductoare S_b, dar crestătura de lățime $b_1 \approx b_c + 1,2h_b$ unde b_c este lățimea conductoarelor iar h_b reprezintă înălțimea capătului de bobină (fig.3.11). Prin urmare $h_b = S_b \cdot h$.

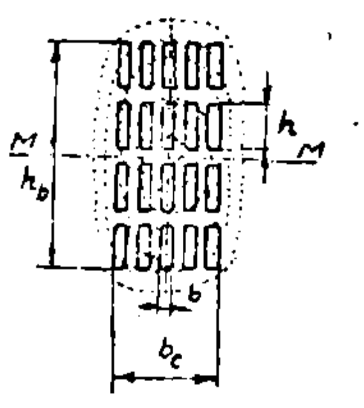


Fig.3.10.Capătul de bobină în aer.

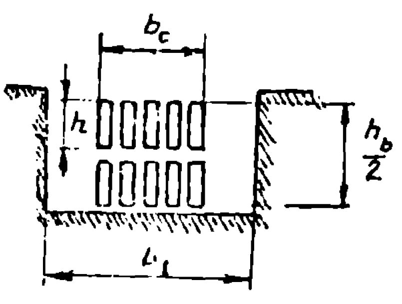


Fig.3.11.Crestătura de calcul echivalentă capătului frontal de bobină.

Aplicînd în mod corespunzător expresia (3.169) și (3.170) în cazul crestăturii de calcul din fig.3.11 și ținînd cont că numărul de conductoare ale capătului de bobină este dublu față de cel din crestătura de calcul se obține în final expresia rezistenței și inductivității tranzitorii proprii a capătului frontal de bobină:

$$r_f(t) = \frac{b_c S_b r_0}{b_c+1,2h_b}\left\{1+2\sum_{K=1}^{\infty}\left[1+\left(\frac{S_b}{2}-1\right)(-1)^K+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}(-1)^{K\frac{S_b}{2}}\right]e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_S}t}\right\} \tag{3.193}$$

$$l_f(t) = \frac{6b_c S_b\, l_{int}}{\gamma^2(b_c+1,2h_b)}\sum_{K=1}^{\infty}\frac{1}{K^2}\left[1+\left(\frac{S_b}{2}-1\right)(-1)^K+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}(-1)^{K\frac{S_b}{2}}\right]\cdot$$

$$\cdot\left(1-e^{-\frac{K^2\gamma^2}{\tau_S}t}\right)+\frac{S_b^2}{2}\mu_0 l\left(\frac{h_4}{b_1}+\frac{h_5}{b_5}+\frac{h_6}{b_6}\right) \tag{3.194}$$

Deoarece capătul frontal de bobină are o formă diversificată de la mașină la mașină, rezistența și inductivitatea tranzitorie se determină pentru fiecare caz concret în parte prin aceeași metodică și anume rezolvarea mai întîi a ecuației potențialului magnetic vector în zona respectivă și aplicarea teoriei generale a parametrilor tranzitorii redată pe scurt în paragraful 3.1.

Capacitatea între spire și față de masă a capătului frontal se deduce prin aplicarea relațiilor lui Maxwell (3.176) referitoare la potențialele electrice, după ce în prealabil s-a făcut reprezentarea conformă adecvată transformării capătului feromagnetic al mașinii într-un semiplan.

3.9. Concluzii și observații

Capitolul 3 tratează problema parametrilor tranzitorii ai MHR, care au fost determinați pe baza teoriei generale elaborată de acad.R.Răduleț, pentru circuite electrice și aplicată în special la liniile electrice.

Parametrii tranzitorii ale căror expresii au fost determinate, sînt utili în studiul corect al oricărui proces variabil în timp.

Metodica adoptată pentru studiul cîmpului electromagnetic din MHR în regim tranzitoriu este corectă, lucru confirmat de rezultatele obținute prin particularizare pentru regim sinusoidal, simetric. In acest caz au rezultat pentru mărimile de stare ale cîmpului electromagnetic o sumă infinită de unde rotitoare în sens direct peste care se suprapune o sumă infinită de unde rotitoare în sens invers succesiunii fazelor mașinii, ceea ce corespunde întrutotul teoriei clasice.

Cunoașterea mărimilor de stare ale cîmpului electromagnetic în funcție de curentul care parcurge înfășurarea MER, face posibilă determinarea pierderilor în fier prin curenți turbionari în orice regim al mașinii. Aceste pierderi depind atît de caracteristicile de material și geometrice ale miezului feromagnetic, cît și de caracteristicile înfășurării mașinii. Eroarea de 5,41% între valoarea măsurată și calculată a pierderilor în fier prin curenți turbionari în cazul regimului sinusoidal confirmă aplicarea metodicii propuse.

Rezistența tranzitorie echivalentă pierderilor în fier, a cărei expresie a fost stabilită, este utilă atît în studiul propagării undelor de tensiune de-a lungul înfășurării MER cît și a oricărui proces tranzitoriu.

Parametrii tranzitorii ai bobinelor se utilizează în studiul fenomenului de propagare a undelor de tensiune de-a lungul înfășurării mașinii cu ajutorul ecuațiilor stabilite în capitolul 2. Rezistența și inductivitatea tranzitorie proprie unei bobine, de exemplu bobinei de ordinul o sînt:

$$r_b^o(t) = r_{oo}(t) + r^1(t) + r^S(t) + 2r_f(t)$$

$$l_b^o(t) = l_{oo}(t) + l^1(t) + l^S(t) + 2l_f(t)$$

în care parametrii tranzitorii proprii parțiali ai bobinei din aceste relații sînt dați de expresiile (3.104), (3.167), (3.169), (3.193), (3.99), (3.168), (3.170) și (3.194).

Rezistențele și inductivitățile tranzitorii mutuale între bobine, faze și respectiv cele de crestătură, a căror expresii generale au fost determinate intră în considerație în studiul problemei în funcție de situația concretă a existenței de cuplaje inductive între părțile în cauză.

Exponențialele care intră în componența parametrilor tranzitorii de magnetizare determinați în paragraful 3.6 se amortizează cu constanta de timp:

$$\tau_{exp\ fe} = \frac{\tau_F}{K^2\gamma^2} = \frac{\mu_{fe}\,\sigma_{fe}(b-c)^2}{K^2\gamma^2}$$

unde b și c reprezintă diametrul exterior și interior statoric.

Această constantă obținem valori apreciabile. Astfel pentru motorul de fabricație EMT tip IB_3 100 L rezultă $\tau_{exp\,fe}$=2,75 s pentru K=1. Pe măsură ce ordinul K al exponențialei crește, valoarea lui τ_{expfe} scade mult. Aceste rezultate duc la concluzia că parametrii tranzitorii determinați în paragraful 3.6 se impune a fi folosiți în studiul oricărui proces tranzitoriu.

Deoarece constanta de timp $\tau_{exp\,c}$ având expresia (3.174) are în general valori mult mai mici, de ordinul de mărime a constantelor supratranzitorii, parametrii tranzitorii de crestătură este necesar să introduce numai în studiul proceselor ultrarapide, în rest se pot utiliza cei din c.c.

Expresiile parametrilor tranzitorii dau modul lor de variație de la t=0+ la t=∞. Complexitatea lor se reduce dacă interesează funcționarea mașinii pe anumite intervale de timp. In aceste condiții se obțin parametrii cunoscuți: tranzitorii, supratranzitorii.

Capacitățile între spire și față de masă se iau în considerație numai în procesele ultrarapide. Chiar și în fenomenele de propagare a șocurilor de tensiune intervin numai un timp foarte scurt, de ordinul μs.

Dificultatea determinării parametrilor tranzitorii și a capacităților transversale a capetelor frontale de bobină constă în stabilirea geometriei, a amplasării acestora, în vederea rezolvării ecuațiilor cimpului electromagnetic. Procedeul este același pentru orice caz particular, adică dacă se cunoaște geometria acestei zone, se rezolvă ecuația potențialului magnetic vector, iar apoi se determină impedanțele operaționale și în final parametrii tranzitorii.

CAPITOLUL 4

SOLICITAREA ÎNFĂŞURĂRILOR M.E.R. LA UNDE DE TENSIUNE ÎN CADRUL CONTROLULUI DE FABRICAŢIE SAU DEPANĂRII SALE

4.1. Necesitatea controlului de fabricaţie al MER

Urmărind ciclul de realizare a unei MER, de la concepţie şi pînă la utilizare, se poate face următoarea clasificare a costului calităţii sale:

a) Costul de fabricaţie.

b) Costul de prevedere a calităţii, care înseamnă cheltuielile legate de personalul care se ocupă de proiectarea şi aplicarea indicatorilor de calitate, cheltuieli legate de controlul procesului tehnologic.

c) Costul de evaluare în domeniul calităţii.

d) Costul defectelor de fabricaţie, care cuprinde pierderile cauzate de rebuturile de la standurile de probă nerecuperabile, cheltuieli legate de remedieri, remanieri.

e) Costul de exploatare, care cuprinde:

- e_1 - costul de constatare,
- e_2 - costul defectelor din exploatare
- e_3 - costul siguranţei în exploatare sau costul mentenabilităţii.

Toate aceste costuri concură la stabilirea costului global al produsului, care se tinde să fie cît mai mic. Unele categorii de costuri sînt evitabile. Astfel costul de fabricaţie, costul defectelor din exploatare, precum şi costul siguranţei în exploatare pot fi evitate, respectiv considerabil reduse prin aplicarea sistemului terotehnic şi adoptarea de măsuri legate de creşterea fiabilităţii produsului. In acest sens trebuie studiate următoarele probleme:

- analiza fenomenelor fizice, tehnologice şi de material care concură la ridicarea costului defectelor de fabricaţie, respectiv din exploatare,

- cauzele căderilor premature în exploatare,
- studiul terotehnic aprofundat în vederea stabilirii de soluţii pentru rezolvarea problemei încă în faza de concepţie.

In cadrul unei fabrici constructoare de maşini electrice prin controlul calităţii care se efectuează în standul final se pot depista următoarele defecte :

A. - defecte electrice, dintre care:
- corp-fază
- scurtcircuit între spire
- întrerupt
- legături inversate
- parametrii electrici necorespunzători
- scurtcircuit între faze

B. - defecte mecanice, care constau în:
- rulment necorespunzător
- freacă rotorul
- apariţia de vibraţii
- diverse defecte mecanice (frecări ventilator, aspect exterior etc.)

Nici unul din defecte nu trebuie neglijat, deoarece fiecare poate perturba desfăşurarea procesului tehnologic. Avînd însă în vedere că sub aspect valoric defectele au o pondere diferită, s-a făcut o statistică a defectelor de fabricaţie rezultate în urma încercărilor efectuate asupra maşinilor electrice la standul final din secţia 12 a Intreprinderii Electromotor Timişoara, în cursul anului 1977 şi primul trimestru al anului 1978. Această statistică urmăreşte atît ponderea diferitelor tipuri de defecte de fabricaţie asupra numărului de motoare fabricate, cît şi asupra costului de fabricaţie al produsului. S-a obţinut situaţia conform tabelului 4.1.

Analizînd rezultatele, se constată următoarele :
- Motoarele defecte reprezintă 15 - 2o % din motoarele încercate trimestrial,
- Luînd în considerare materialul rebutat şi costul operaţiilor pentru remedierea acestor defecte, se obţine o pierdere valorică substanţială de 1,2 - 2,2 mil./trim., ajungîndu-se la 6,57 mil. pe un an,
- Sub aspect procentual ponderea cea mai mare o au defectele mecanice şi dintre acestea defectele determinate de rulment necorespunzător,

TABELA 4.1. Statistica defectelor de fabricaţie la EMT.

		Trim.I 1977	Trim.II 1977	Trim.III 1977	Trim.IV 1977	TOTAL 1977	Trim.I. 1978
Total încercate		26369	27192	23093	25929	102583	23111
Total defecte	buc.	5093	4984	3824	5029	18396	4026
	%	19,31	18,53	16,56	19,4	18,45	17,42
	val.	1295123	1485504	1618199	2171304	6569966	2243621
Scurtcircuit corp - fază	buc.	430	524	671	834	2459	844
	%	1,63	1,927	2,9	3,2[illegible]6	2,39	3,65
	val.	826074	1006654	1298991	1602114	4723739	1621324
Scurtcircuit spire	buc.	105	137	94	199	535	242
		0,398	0,503	0,407	0,767	0,520	1,047
	val.	201705	263244	180574	382279	1027735	464862
Parametrii electrici	buc.	99	143	49	216	507	221
	%	0,370	0,525	0,210	0,83	0,49	0,95
	val.	5775	11011	5590	16632	38808	17017
Diverse electrice	buc.	207	591	412	817	2027	193
	%	0,785	2,17	1,70	3,15	1,97	0,83
	val.	2008	4521	3233	6334	16096	6302
Total defecte electrice	buc.	841	1395	1226	2066	5528	1500
	%	3,189	5,13	5,30	7,967	5,389	6,49
	val.	1035562	1286430	1478130	2077359	5306379	2109525
Rulment necores-punzător	buc.	3788	2819	1961	2807	10795	1872
	%	14,06	10,37	8,49	8,89	10,52	8,10
	val.	255294	194033	135014	158904	743245	128893
Diverse mecanice	buc.	256	487	333	363	1379	373
	%	0,97	1,57	1,44	1,5	1,344	1,61
	val.	2008	3351	2613	2745	10744	2926

Freacă interior	buc.	12	2	1	7	22	3
	%	0,045	0,007	0,004	0,0269	0,071	0,012
	val.	93	14	7	53	167	25
Defecte montaj, vibrații	buc.	276	341	303	286	1206	278
	%	1,046	1,25	1,31	1,10	1,17	1,24
	val.	2166	2676	2377	2243	9462	2252
Total defecte mecanice	buc.	4252	3589	2598	2963	13402	2526
	%	16,12	13,198	11,25	11,427	13,06	10,92
	val.	259561	200074	140011	163945	763500	134096

- Costul de fabricație al produsului este însă mult mărit de existența defectelor electrice (80 - 90 % din pierderea valorică) și în special de către defectul corp - fază care determină 65 - 80 % din întreaga pierdere valorică.

Aceleași constatări rezultă și din celelalte secții ale uzinei mai sus amintite, unde se execută mașini electrice de gabarite mai mici. Urmărind cauzele defectelor de fabricație ale mașinilor electrice, se precizează că există cauze comune tuturor defectelor și cauze specifice fiecărui defect în parte. Dintre cauzele comune se pot specifica:

- calificarea scăzută, respectiv neatenția în executarea unor operații a personalului,
- nerespectarea ritmului de producție care duce la depozitări interfazice sau strangulări ale fluxului tehnologic,
- nerespectarea materialelor prescrise în documentația tehnică,
- nerespectarea procesului tehnologic prescris și a planului de operații.

Dintre cauzele specifice, cele mai importante sînt:

a) Defectul "corp-fază", care poate fi întîlnit în crestă, la cablurile de legătură sau între coroană și carcasă, se pot datora:

- materialului izolației de crestătură necorespunzător,
- tăierii izolației la capătul pachetului statoric prin frecările din timpul bobinării,
- dezizolării sîrmei la introducerea ei în crestă datorită existenței unor tole mai ieșite,

- deplasării izolației de crestătură în timpul bobinării datorită neatenției executantului sau a unei izolații prost debitată,

- izolației necorespunzătoare a cablurilor de legătură, respectiv lesiuni anterioare ale acestei izolații.

b) Scurtcircuitul între faze - poate apare în ancoşă, între cablurile de legătură şi în carcasă. Se datorează:

- deplasării izolației dintre straturi în ancoşă sau a unei izolații necorespunzătoare între straturi,

- existenței unei izolații deficitare între capetele de bobină aparținînd la faze diferite sau a deplasării acestei izolații, care este de dimensiuni prea mici,

- izolației necorespunzătoare a cablurilor de legătură.

c) Scurtcircuitul între spire se poate datora:

- defectelor peliculare şi punctiforme ale izolației sîrmei,

- picăturilor de zgură rezultate în urma sudării capetelor de bobină,

- lezării bobinajului datorită unor manipulări necorespunzătoare,

- şpanului rezultat la curățirea maşinii electrice în urma impregnării.

d) Principalele cauze care determină defectul "Parametrii electrici necorespunzători" sînt:

- întrefier neuniform datorat deformării pachetului statoric fie prin lovire, fie printr-o presare necorespunzătoare,

- întrefier neuniform datorită unei curățiri excesive a lacului de impregnare,

- folosirea unei table silicioase cu proprietăți necorespunzătoare ceea ce duce în general la mărirea pierderilor în fier,

- mărirea rezistenței rotorice prin turnarea Al (în cazul maşinii asincrone cu rotor în colivie) cu sufluri sau chiar prin existența de bare întrerupte,

- bobinări defectuoase cu nerespectarea pasului de bobinaj sau folosirea unei sîrme cu diametru necorespunzător.

Analizînd cauzele defectelor electrice, care produc o creştere accentuată a costului de fabricație a maşinilor electrice, se constată că majoritatea sînt de natură tehnologică. Nu întotdeauna şi în orice fabrică se pot lua măsuri radicale în vederea reducerii acestor cauze, fiind condiţionate atît de factori interni cît şi externi. O măsură eficientă însă, în scopul micşorării costului defectelor de fabricaţie este introducerea controlului intermediar, pe fluxul tehnologic de realizare a MER. În felul acesta este posibilă remedierea defectelor constatate pe flux, fără pierderi considerabile (tăierea întregului bobinaj, demontarea şi montarea completă a maşinii etc.). În acest sens s-au conceput aparate de control a MER, prin care acestea sau părţi componente să fie supuse în cadrul verificărilor unor condiţii apropiate de cele din exploatare. Aceste aparate urmăresc depistarea în special a defectelor cu ponderea cea mai mare în pierderile valorice: defectul corp-fază, scurtcircuit între faze şi scurtcircuit între spire.

4.2. Metode de control a înfăşurărilor MER

STAS 1893-65 prevede încercarea izolaţiei prin aplicarea unei tensiuni de frecvenţă industrială şi menţinerea ei un timp (1 - 3 minute). Se prevede modul de aplicare a acestei tensiuni şi valoarea minimă a rezistenţei rezultată ca raportul tensiunii aplicate şi a curentului de fugă măsurat. Această metodă are o serie de neajunsuri:

- existînd o valoare minimă a rezistenţei care determină refuzarea maşinii, nu se primesc informaţii asupra stării izolaţiei în diverse puncte, unde datorită unor cauze mecanice sau constructive izolaţia este slăbită şi influenţează valoarea globală în mod nesemnificativ,
- nu se pot depista defecte cum ar fi scurtcircuitarea unei spire în cazul unui număr mai mare de spire pe fază,
- înfăşurarea nu este solicitată complex,
- nu se pot trage concluzii asupra locului defectului.

Pentru a putea formula un verdict asupra stării izolaţiei, această probă trebuie combinată cu măsurarea tg δ. Metoda este deci şi neproductivă.

Avînd în vedere că în timp producţia de maşini electrice a crescut considerabil, s-a impus necesitatea verificării înfăşurării sale printr-o metodă rapidă şi eficace pe fluxul tehnologic de fabricaţie, care să răspundă şi deziderentelor expuse la subcapitolul 4.1.

Este utilă o clasificare a metodelor pe care se bazează diferite aparate de testare a înfășurărilor MER în funcție de principiul care stă la baza acestora. Astfel se pot distinge:

4.2.1. Metode care se bazează pe variația parametrilor înfășurării la apariția scurtcircuitelor rezultate prin deteriorarea izolației.

4.2.1.1. Variația rezistenței în curent continuu, care constă în compararea rezistenței înfășurării cu aceea a uneia etalon sau cu o valoare calculată. Întrucît variația rezistenței în cadrul scurtcircuitării unei spire, de exemplu, este neglijabilă, metoda se dovedește neconcludentă [67, 76, 94, 136].

4.2.1.2. Variația inductivității.

4.2.1.2.1. Sesizarea scurtcircuitului între spire pentru bobine separate, neintroduse în ancoșe, prin dezamorsarea oscilațiilor unui circuit oscilant acordat pe o anumită frecvență. Această situație se întîlnește în special la verificarea bobinelor turbo și hidrogeneratoarelor electrice [23, 20, 45, 25, 105]. Metoda este eficace în sensul arătat, însă prezintă dezavantajul că nu se poate aplica bobinajului introdus în crestături, în special la mașini mici.

4.2.1.2.2. Sesizarea scurtcircuitului prin dezechilibrarea unei punți, care are într-un braț o înfășurare de referință. Această metodă prezintă unele dezavantaje:

- necesită o înfășurare de referință pentru fiecare tip și gabarit de mașină,
- nu se încearcă mașina la tensiunea nominală,
- variația inductivității la scurtcircuitarea unei spire se găsește în toleranțele de execuție și neuniformitate ale circuitului magnetic.

4.2.1.3. Modificarea impedanței înfășurării. Efectul constă în modificări ale curentului la o tensiune dată, atît în modul cît și ca fază [18, 61, 75]. Pe baza acestei metode s-au realizat o diversitate de aparate deoarece permite verificarea bobinajelor chiar dacă acestea prezintă accesibilitate doar la borne.

4.2.2. Metode inductive, care constau în sesizarea cîmpului magnetic produs de curenții care se închid datorită defectului. Aplicarea acestei metode a dus la o mare varietate de soluţii constructive, dovedindu-se mai eficace decît celelalte metode. Prezintă impedimentul necesităţii de a avea accesibilitate în interiorul maşinii, palpatoarele fiind greu de manevrat în multe situaţii [58].

4.2.3. Metoda testării prin studiul repartiţiei undei de tensiune aplicată înfăşurării. Folosirea acestei metode aduce un progres în verificarea înfăşurărilor maşinilor electrice, datorită avantajelor pe care le prezintă:

- înfăşurarea maşinii este solicitată în condiţii asemănătoare exploatării,
- defectele de izolaţie apar vizibil, chiar dacă nu sînt nete,
- verificarea înfăşurării este complexă, putîndu-se obţine informaţii în legătură cu toate defectele electrice,
- metoda în sine este simplă, uşor de aplicat, dînd rezultate bune, cu o sensibilitate suficientă, cînd există o anumită rutină.

Deşi dintre metodele analizate, aceasta este cea mai avantajoasă, nu s-a generalizat în toate fabricile constructoare de maşini electrice şi ateliere de reparat întrucît din punct de vedere teoretic nu s-au făcut progrese în privinţa studierii comportării maşinii la unde de tensiune. Ea se foloseşte în special la verificarea izolaţiei maşinilor electrice mari, de înaltă tensiune [59, 66, 100, 134] întrucît o defecţiune în exploatare a acestora are urmări foarte grave. In rest se foloseşte în general metoda clasică (a măsurării curentului de fugă şi tg δ) [116] sau combinată (între spire la undă de impuls, iar la masă cu tensiune sinusoidală la 50 Hz) [60].

4.3. Aparate de control al înfăşurărilor MES realizate la I.P.T.

Tehnica defectoscopiei cu impulsuri de tensiune a bobinajelor MES a cîştigat tot mai mare importanţă, datorită avantajelor expuse anterior. Soluţiile constructive diferă după:

4.3.1. Modul de producere a impulsurilor.

4.3.1.1. Pe cale electrostatică - metodă simplă, ieftină, dar măreşte mult gabaritul aparatului.

4.3.1.2. Pe cale mecanică – metodă simplă, ieftină, însă contactul eclatorului se uzează în timp.

4.3.1.3. Pe cale electronică – metodă sigură, robustă, dar costisitoare.

4.3.2. Modul de observare a răspunsurilor înfăşurărilor testate.

4.3.2.1. Observarea în timp pe osciloograf a răspunsului unei singure înfăşurări – metodă sigură, precisă, însă costisitoare şi necesită personal calificat.

4.3.2.2. Observarea simultană pe osciloograf a răspunsurilor suprapuse – are aceleaşi avantaje şi dezavantaje.

4.3.2.3. Observarea cu un instrument auxiliar, respectiv cu sesizoare luminoase – metodă simplă, ieftină, nu necesită personal calificat.

4.3.3. Modul de comutare succesivă a impulsurilor de tensiune pe înfăşurările testate.

4.3.3.1. Mecanic.

4.3.3.2. Electric.

Avînd în vedere posibilităţile constructive ale aparatelor de control al bobinajelor MEE, s-a realizat instalaţia complexă ACIB introdusă în producţia Intreprinderii Electrotimiş [137], la care a contribuit şi autoarea. Această instalaţie oferă pentru bobinajele trifazate simetrice următoarele posibilităţi de control:

- verificarea continuităţii şi corectitudinii marcării bornelor,
- măsurarea rezistenţei fiecărei faze,
- verificarea izolaţiei între înfăşurări şi faţă de miez prin unde de tensiune cu 10/60 μsec., iar amplitudinea undelor reglabilă între 500 – 5000 V,
- verificarea izolaţiei între spire,
- inversare de bobine pe o fază,
- inversarea începutului cu sfîrşitul.

Deşi instalaţia dă posibilitatea testării complexe a maşinii, ea este uşor de mînuit şi afişajul este simplu. Se poate folosi şi este de fapt necesar să se folosească în toate fabricile constructoare de maşini electrice de puteri pînă la 100 KW şi tensiuni sub 1000 V.

În scopul verificării bobinajelor MEH în orice atelier de reparat, s-au conceput aparate portabile, care să stea la dispoziția electricianului depanator. În acest sens au fost realizate de către autoarea acestei lucrări documentații de omologare a două prototipuri în cadrul Sectorului de prototipuri și microproducție a Institutului Politehnic "Traian Vuia", numite Izolatest și Bobinotest, iar în cadrul catedrei de electrotehnică și mașini electrice aparatul Limetest. Toate aceste aparate de control satisfac o serie de cerințe tehnico-economice, executînd un control complex și într-un timp scurt, cu o precizie ridicată, indică clar natura defectului, locul defectului, o bună manevrabilitate care nu cere un personal cu o calificare deosebită, sînt robuste și ieftine, fiind realizate numai cu piese indigene. Toate aparatele elaborate utilizează trenuri de unde amortizate la o frecvență medie de 2,5 - 15 KHz. Tensiunea este ridicată, dar curenții sînt limitați, astfel încît energia disipată este mică și deci controlul este nedistructiv.

Aparatul Izolatest

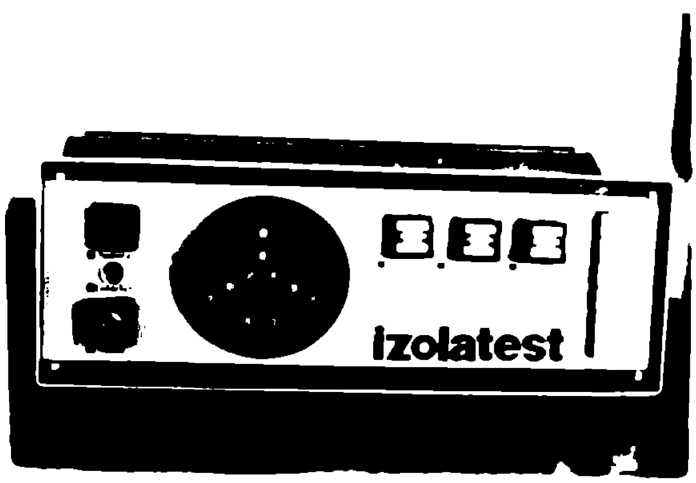


Fig.4.1. Aparatul Izolatest.

Se folosește la testarea bobinajelor MA trifazate cu nul accesibil. Principiul de funcționare este următorul: se formează trei circuite oscilante compuse din fazele mașinii și o baterie de condensatoare perfect echilibrate pe cele trei faze. Prin incărcarea bateriei la tensiuni înalte identice pe faze şi descărcarea ei pe înfăşurările maşinii, oscilaţiile de relaxare ce iau naştere în cele trei circuite sînt identice numai atunci cînd maşina prezintă aceiaşi parametri pe fiecare fază, adică în condiţiile unor înfăşurări fără defecte. Intre cele trei circuite oscilante sînt puse sesizoare care să vizualizeze diferenţele în funcţie de natura defectului. Schema electrică principială este dată în fig.4.2. Frecvenţa de repetiţie a oscilaţiilor de relaxare este de 1 Hz, cu tensiunea de încercare reglabilă între 500 şi 3000 V. Aparatul mai poate fi folosit şi ca sursă de I.T. alternativă la 50 Hz în vederea încercării rigidităţii dielectrice a materialelor electroizolante.

Subansamblele aparatului, sesizoarele de semnale şi eclatorul rotativ au constituit obiectul a două invenţii ale autoarei [112, 113]. Recent s-a întocmit documentaţia unui nou aparat bazat pe acelaşi principiu şi cu aceeaşi utilitate însă eclatorul rotativ a fost înlocuit cu un ventil electronic. Totodată a fost conceput un sesizor pentru absenţa punerii la pămînt a aparatelor de înaltă tensiune, care a fost înaintat ca propunere de invenţie la OSIM.

Aparatul Bobinatest

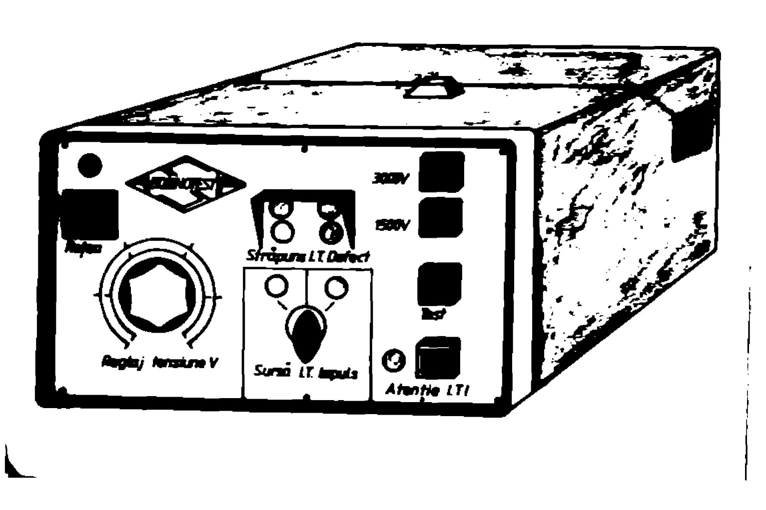


Fig.4.3. Aparatul Bobinatest.

Este destinat testărilor bobinelor mari, neintroduse în crestături. Tensiunea de încercare este reglabilă între 2500 -

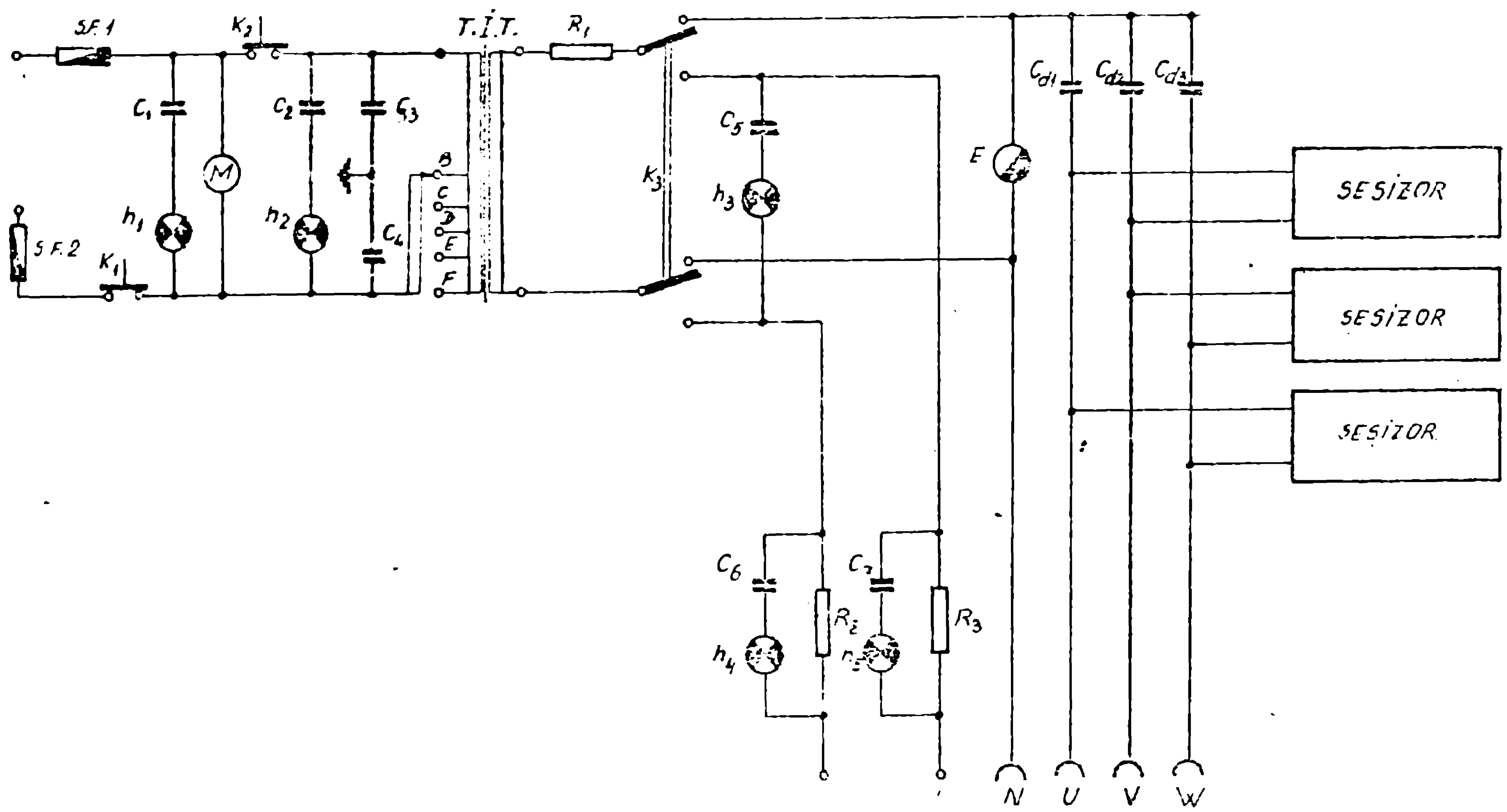


Fig. 5.2. Schema electrică de principiu a aparatului **IZOLATEST**

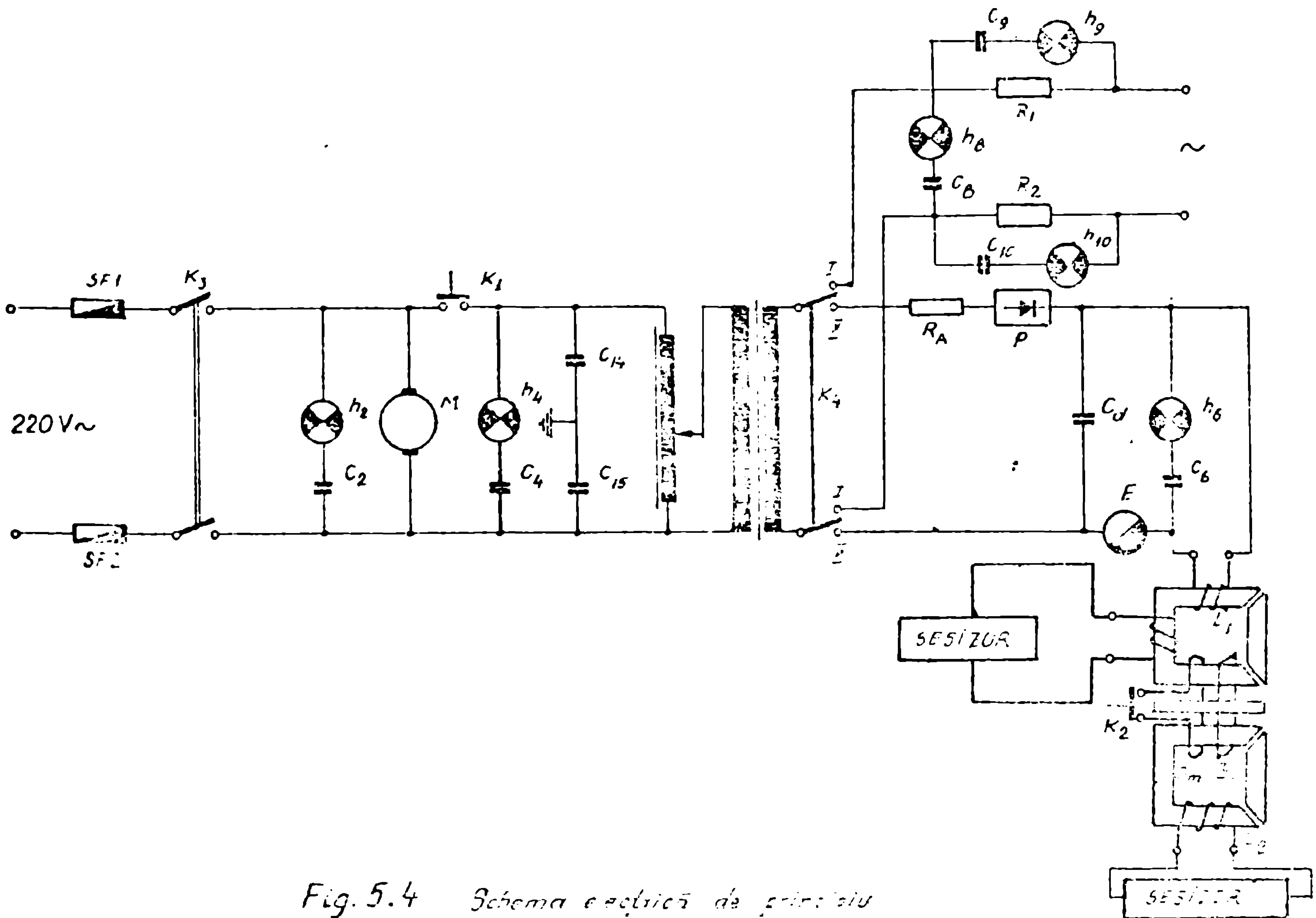


Fig. 5.4 Schema electrică de principiu a aparatului BOBINOTEST

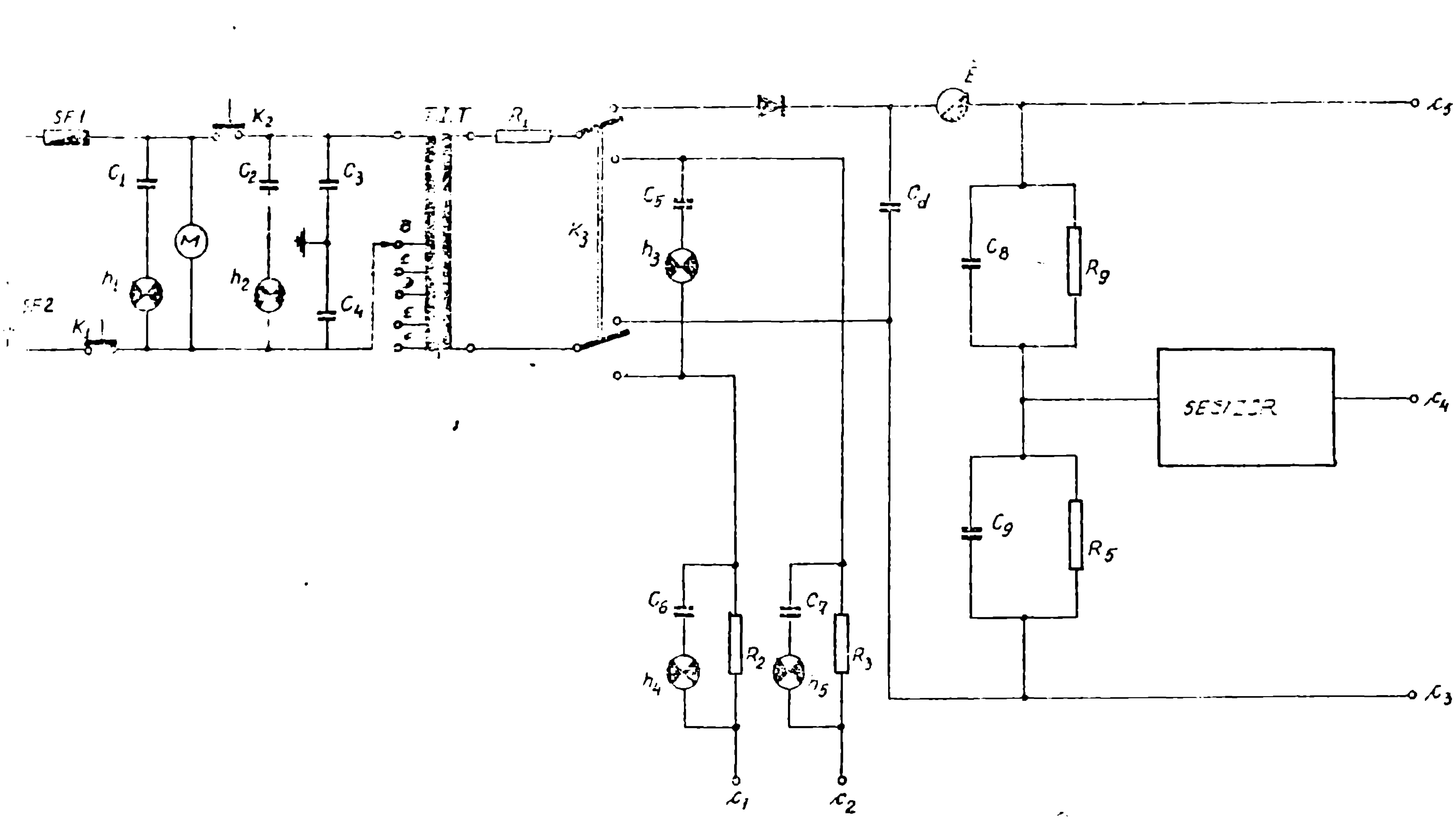


Fig. 5.6. Schema electrică de principiu
a aparatului SIMETEST

6000 V. Bobina testată B_t (fig.4.4) este supusă unei tensiuni oscilante cu frecvența de 5000 - 10000 Hz, indusă în ea de un circuit oscilant a cărui inductivitate L_1 este plasată pe același miez feromagnetic. Dacă bobina încercată are un defect de izolație, induce într-un al doilea miez un flux care este sesizat în mod corespunzător prin intermediul inductivității L_2. Bobina martor B_m care înlănțuie și ea ambele miezuri are rolul de a [illegible] închiderea circuitului magnetic a celui de al doilea miez. Și acest aparat se poate folosi ca sursă de c.a. la 50 Hz.

Aparatul Simetest

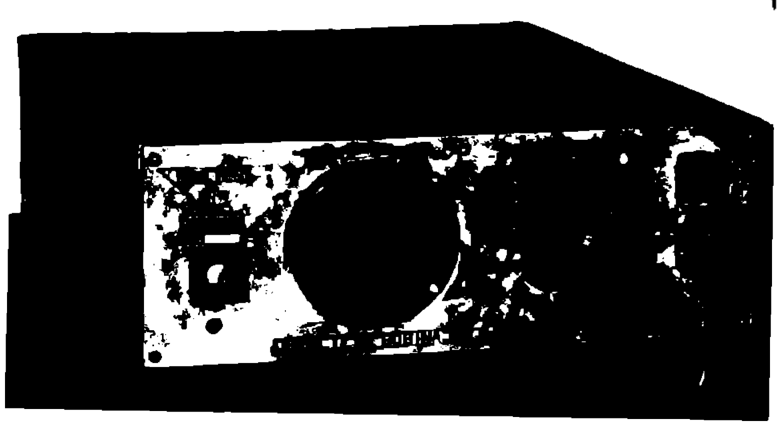


Fig.4.5. Aparatul Simetest.

Are aceeași schemă principială în prima parte ca și Izolatestul, însă prezintă o baterie de condensatoare monofazată, de descărcare (fig.4.6). Divizorul de tensiune de la bornele bateriei C_d face ca aparatul să aibă nevoie pentru testare doar de trei borne de referință și respectiv două puncte de simetrie. Astfel se poate folosi la verificarea bobinajelor m.e. cu conexiune triunghi sau stea fără nul accesibil. De asemenea se pretează la verificarea mașinilor asincrone monofazate și respectiv a rotoarelor de c.c.

4.4. Capacitatea optimă de descărcare

In capitolul 2 al lucrării s-a arătat că şi fenomenele ce au loc la controlul înfăşurărilor MEP se studiază în acelaşi mod ca şi procesul de propagare a undelor, în exploatare. De asemenea s-a stabilit că în aparatele de control concepute, capacitatea de descărcare pentru care oscilaţiile sînt maxime şi deci sînt mai uşor sesizabile este diferită de la maşină la maşină, depinzînd de impedanţa $Z_0(p)$ a acesteia, conform relaţiei (2.37).

Experimental s-a verificat acest lucru la o gamă largă de maşini de puteri între 0,37 KW şi 75 KW, avînd o spiră în scurtcircuit pe o fază; punîndu-le pe rînd capacităţi diferite de descărcare, s-a măsurat tensiunea minimă pentru care becul de la sesizor se aprinde. Astfel în cazul aparatului Izolatest s-au obţinut curbele tensiunii minime de sesizare funcţie de capacitatea totală C_e a bateriei (cele trei faze luate în paralel) pentru motoare mici la frecvenţa de descărcare de 1 Hz (fig.4.7) şi la frecvenţa de 0,5 Hz (fig.4.8). Cum era şi de aşteptat această tensiune minimă de aprindere U_a practic nu depinde de frecvenţa de repetiţie. Din interpretarea curbelor, rezultă că pentru motoare mici cu P=(0,37 - 7,5) KW, capacitatea optimă este:

$$C_{e\ opt} = 0{,}44\ \mu F$$

Pentru această valoare tensiunea minimă de aprindere este:

$$U_a = (200 - 400)\ V$$

In cazul motoarelor mari cu P=(30 - 75) KW s-a obţinut:

$$C_{e\ opt} = 2{,}145\ \mu F$$

pentru care U_a = (250 - 400) V.

Ţinînd seama că în mod obişnuit tensiunea de încercare este minimum 1000 V, rezultă un coeficient de siguranţă de 300% pentru ambele gabarite. In aceste condiţii s-ar putea acoperi întreaga gamă de motoare cu o singură baterie de capacităţi la un coeficient de siguranţă de 200%, dacă se ia:

$$C_e = 1{,}45\ \mu F$$

Pentru această valoare U_a = (300 - 600) V.

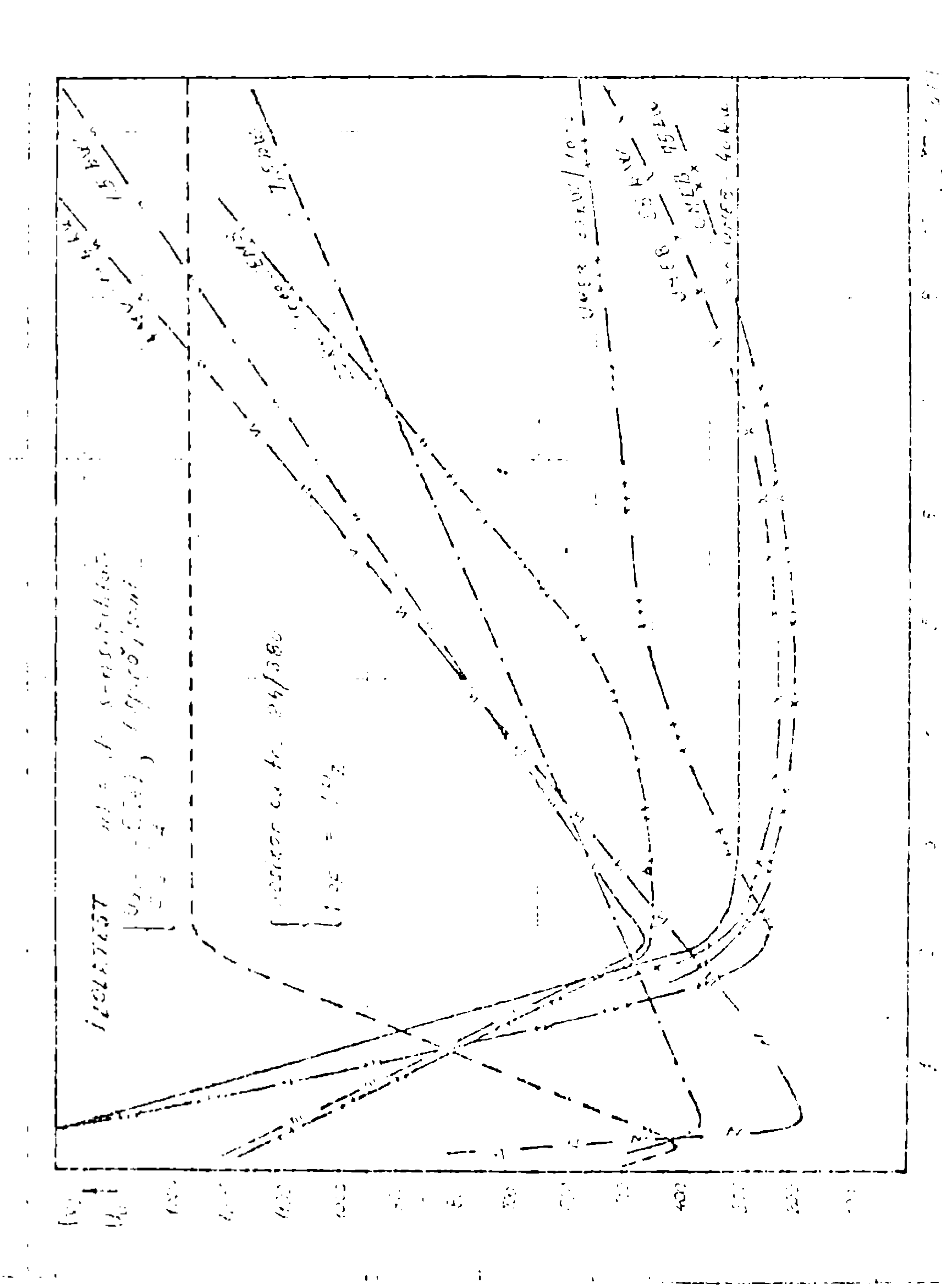


Fig. 4.7.

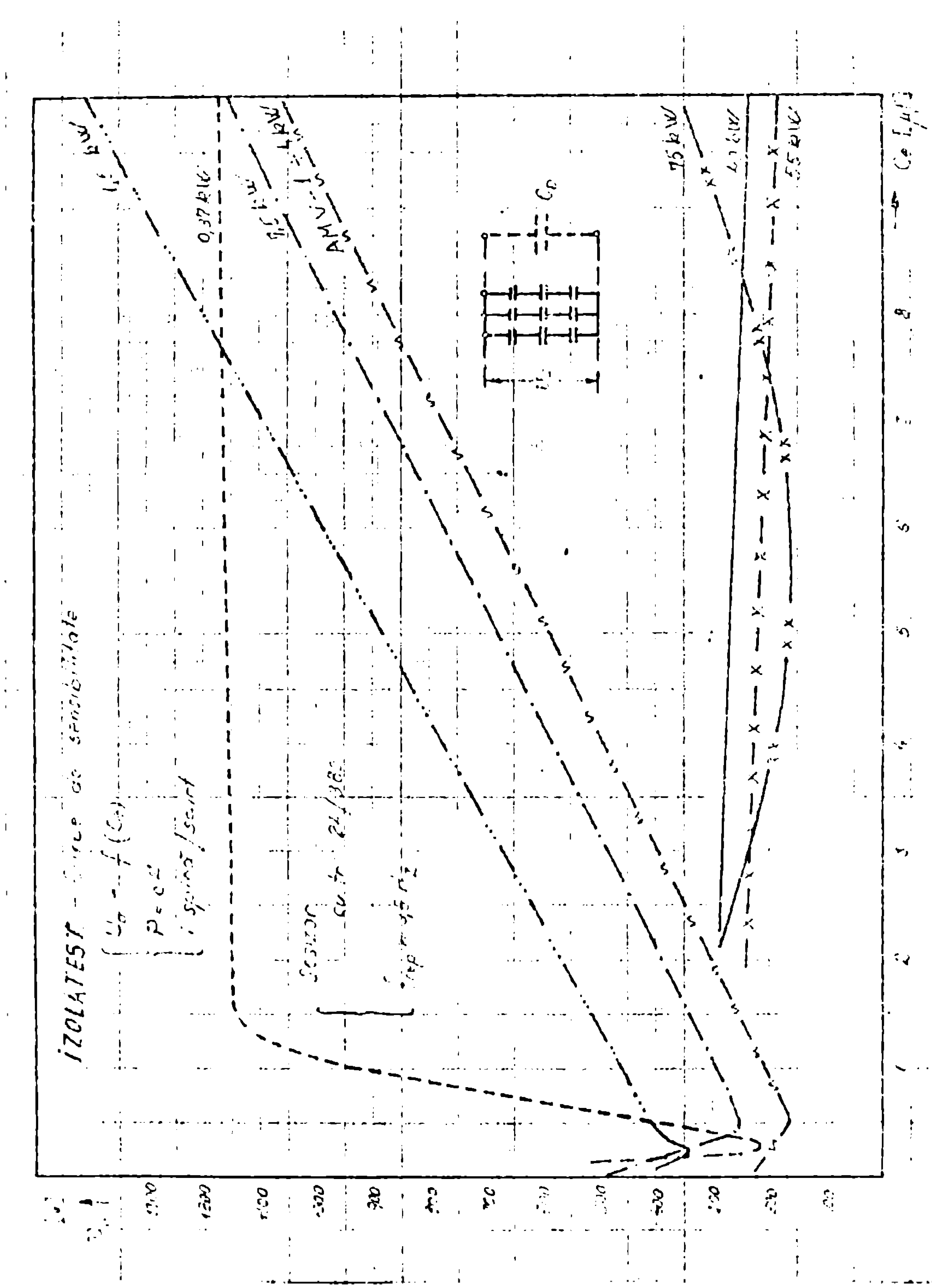


Fig. 4.8

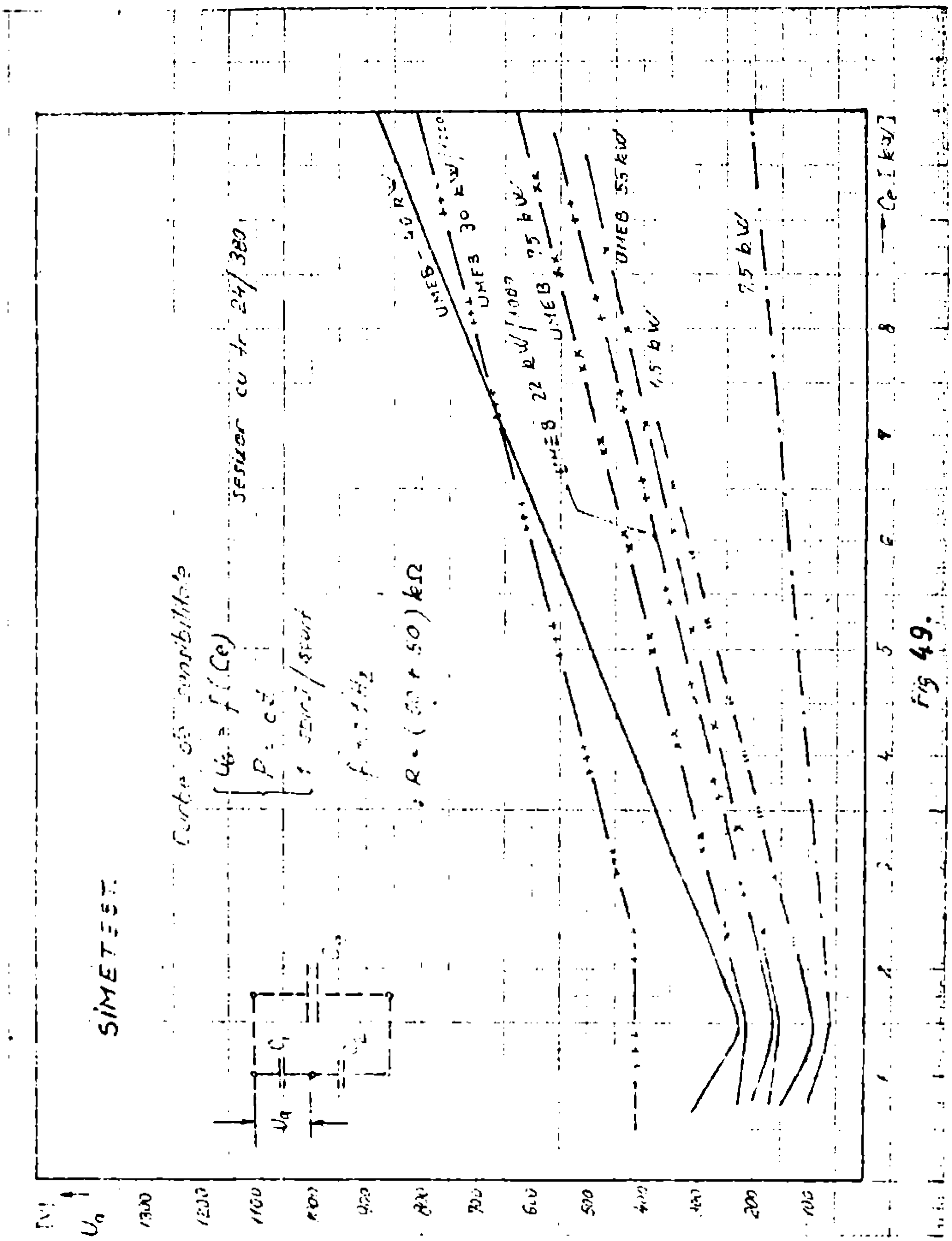

U_a
1300
1200
1100
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
sesizor cu tr. 24/380
UMEB 30 kW
UMEB 22 kW
UMEB 7,5 kW
UMEB 5,5 kW
7,5 kW
$R = (30 + 50)$ kΩ
Ce [kW]
1
2
3
4
5
6
7
8

fig 49.

S-au realizat încercări asemănătoare şi cu aparatul Simatest pentru maşini cu P_n=(1,5 - 75) KW, rezultînd curbele $U_a=f(C_e)$ conform figurii 4.9. Se constată că pentru toate motoarele încercate, acoperindu-se o plajă largă de puteri, C_{opt}=(1,45 - 1,5) μF. Prin urmare, la acest aparat cu o singură baterie de condensatoare avînd 1,5 μF se poate obţine o sensibilitate foarte bună pentru toată gama de motoare pînă la 100 KW.

4.5. Verificarea comportării AAR în procese tranzitorii rapide

S-au făcut cercetări experimentale asupra comportării AAR la oscilaţii de relaxare provocate prin descărcarea unui condensator pe înfăşurările sale cu aparatul Izoletest. S-au încercat statoarele a trei motoare asincrone: de 4 KW/3000 rpm, 0,37 KW/3000 rpm şi 1,5 KW/1500 rpm. Pentru primele două variaţia tensiunilor ce interesează a fost înregistrată cu un osciloscop de impuls. Pentru cel de-al treilea motor s-au făcut înregistrări şi cu un oscilograf mecanic cu buclă de 16 kHz.

În cazul motorului de 4 KW/3000 rpm s-a oscilografiat tensiunea pe fază (fig.4.10). Etalonarea scării timpului este 0,2 m sec/cm, iar pentru tensiune 2,5 V/cm, cu un factor de amplificare de 10^3. Aşa cum era şi de aşteptat s-au obţinut oscilaţii amortizate, a căror frecvenţă se micşorează pe măsura desfăşurării procesului.

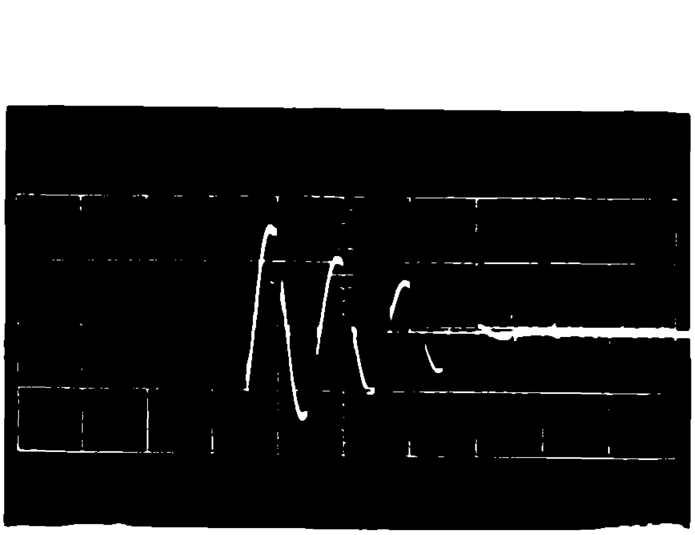


Fig.4.10. Fotograma tensiunii pe fază pentru motorul de 4 KW.

Pentru a verifica modul cum influențează un defect asupra tensiunii dintre faze, s-a oscilografiat mai întîi tensiunea U_{AB} la motorul fără defecte. Fotograma este reprezentată în fig. 4.11. Etalonarea scării timpului corespunde la 0,2 msec/cm, iar pe verticală 2 V/cm. Se observă o oscilație de frecvență mare, aproximativ 40 - 45 kHz modulată în amplitudine cu o frecvență în jur de 7 - 8 kHz.

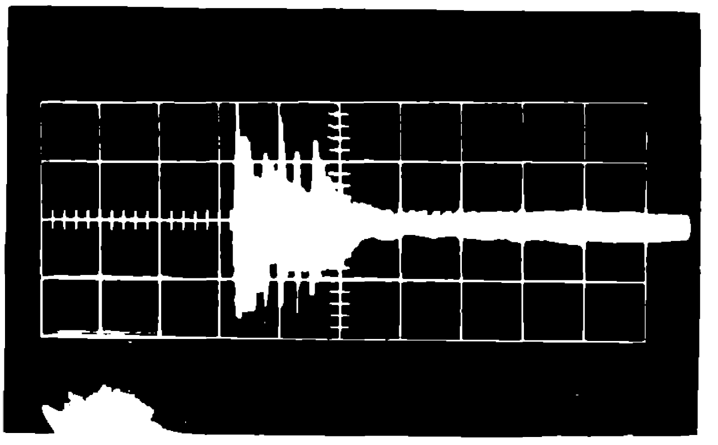


Fig.4.11. Fotograma tensiunii U_{AB} pentru motorul fără defecte de 4 kW.

Rezultatul concordă cu așteptările întrucît cele două circuite oscilante formate între bateria de descărcare și faza A, respectiv B nu sînt perfect egale. Ca atare se produc oscilații cu frecvențe puțin diferite ceea ce înseamnă că diferența $U_{AB}= U_A-U_B$ reprezintă oscilații cu frecvența egală cu semisuma frecvențelor celor două faze și modulate în amplitudine cu înfășurătoarea de frecvență egală cu semidiferența frecvențelor.

În continuare a fost simulat un defect pe faza A prin plasarea unei spire în scurtcircuit în crestăturile mașinii. Din nou s-a oscilografiat tensiunea U_{AB}. Pentru a putea încadra semnalul în scală, s-a redus amplificarea pe verticală de 10 ori. De această dată oscilația cu frecvența mare, avînd amplitudinea foarte mică este practic invizibilă, predominînd tensiunea de bătăi de aproximativ 5 kHz (fig.4.12). Făcînd raportul amplitudinilor oscilațiilor din figura 4.11 și figura 4.12 și ținînd cont de etalonarea pe verticală, rezultă un raport semnal/zgomot:

$$k_S = \frac{4,1 \text{ cm}}{3,1 \text{ cm}} \cdot 10 = 13,25$$

Prin această comparație a rezultat clar influența defectului pe o fază asupra tensiunii între fază defectă şi una sănătoasă care constituie deci posibilitatea testării maşinii.

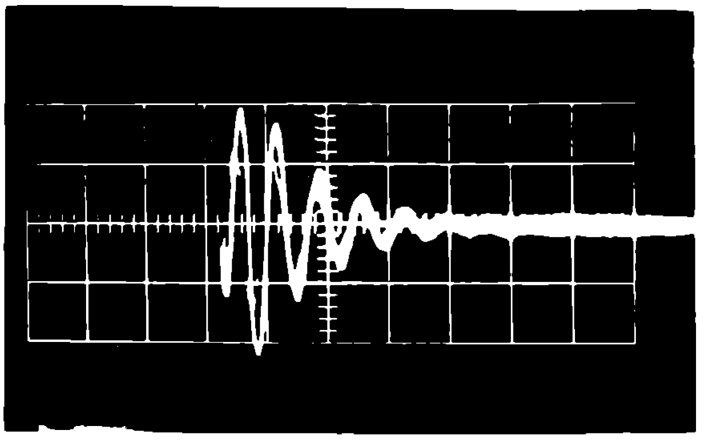


Fig.4.12.Fotograma tensiunii U_{AB} pentru motorul de 4 KW avînd o spiră în scurtcircuit pe faza A.

Tensiunea U_{BC} nu este afectată de defectul de pe faza A. Acest lucru este verificat prin oscilogramele din fig.4.13 şi fig.4.14 în care se vede că practic sînt identice.

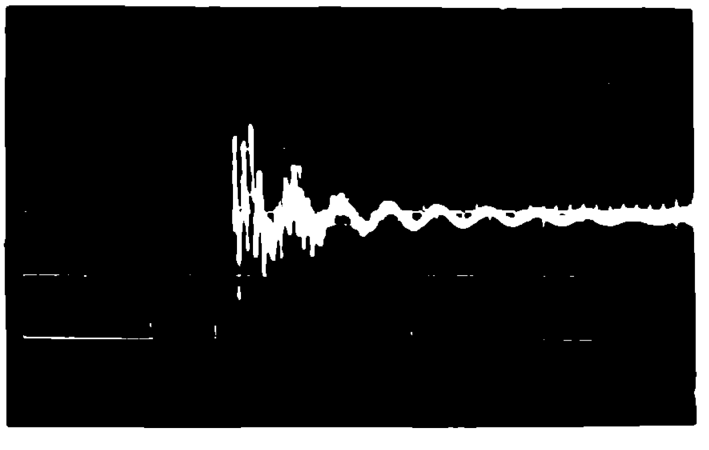


Fig.4.13.Fotograma tensiunii U_{BC} pentru motorul fără defecte de 4 kW.

Pentru motorul de 1,5 kW/1500 rpm au rezultat în urma măsurătorilor experimentale aceleaşi concluzii referitoare la influența defectului asupra oscilațiilor de bătăi ale tensiunii dintre faze în plus la acest motor s-a urmărit propagarea tensiu-

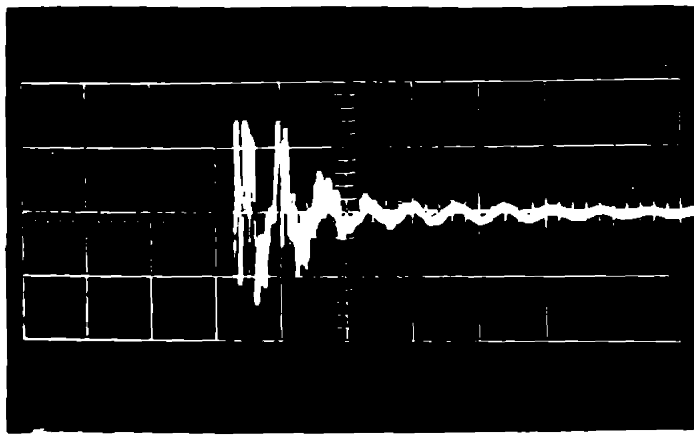


Fig.4.14.Fotograma tensiunii U_{BC} pentru motorul de 4KW avînd o spiră în scurtcircuit pe faza A.

nii de-a lungul înfășurării așa că s-a oscilografiat tensiunea la începutul, mijlocul și sfîrșitul unei faze, nulul fiind izolat. Au rezultat fotogramele din figurile 4.15, 4.16 și 4.17. Pentru toate etalonarea scării timpului este de o,2 msec/cm.

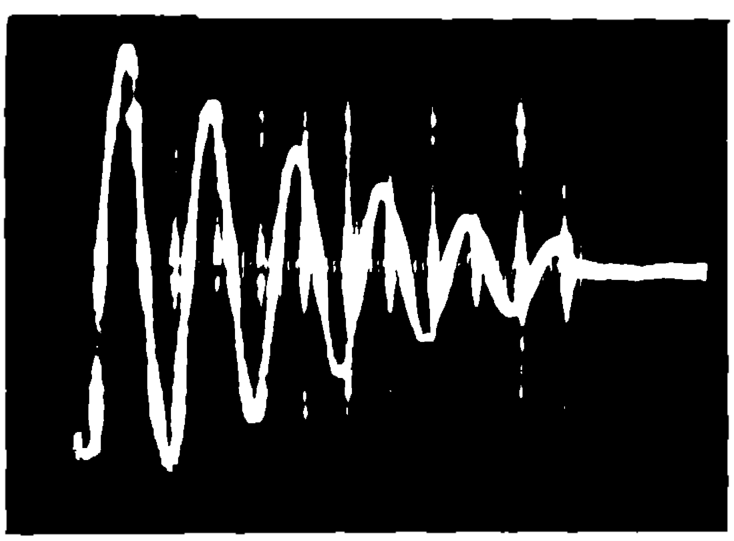


Fig.4.15.Fotograma tensiunii măsurată la începutul fazei pentru motorul de 1,5 KW.

Se constată că frecvența oscilațiilor este de aproximativ 4 kHz. Atenuarea oscilațiilor de-a lungul înfășurării este destul de slabă, în raportul 1:o,83:o,7. Din înregistrările făcute cu oscilograful mecanic se constată că oscilațiile se amortizează mult mai repede dacă nulul este la masă peste o rezistență de 2oo Ω și totodată și atenuarea de-a lungul înfășurării este mai

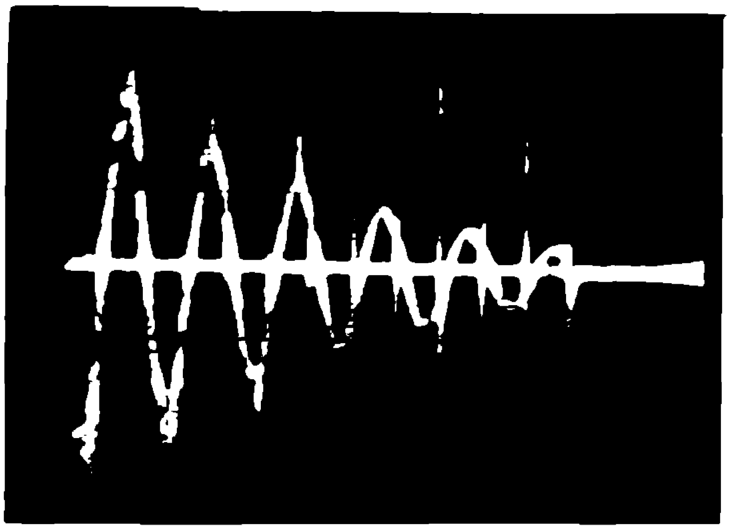


Fig.4.16.Fotograma tensiunii măsurată la mijlocul fazei pentru motorul de 1,5 kW.

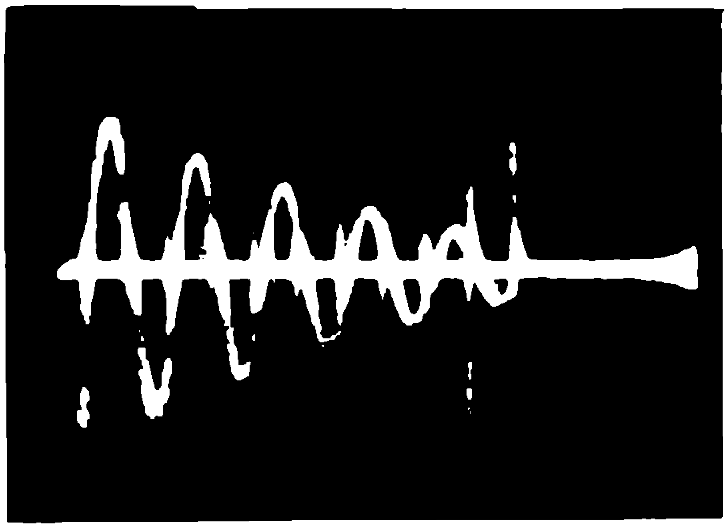


Fig.4.17.Fotograma tensiunii măsurată la nulul izolat al motorului de 1,5 KW.

accentuată.

In cazul motorului de 0,37 KW/3000 rpm fără defecte s-a înregistrat tensiunea U_{AB}. Scala timpului este 1 msec/cm (fig. 4.10). Se observă că frecvența oscilațiilor este mult mai mică de aproximativ 2,2 kHz. Acest lucru era de așteptat deoarece pe măsura scăderii puterii mașinii electrice inductivitatea înfășurării crește.

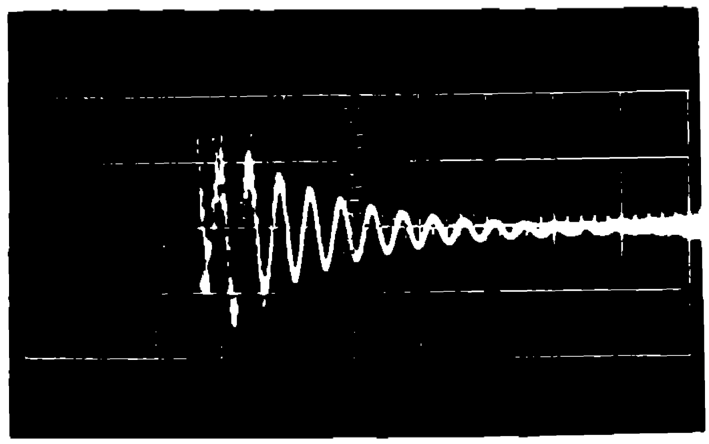


Fig.4.1g. Fotograma tensiunii U_{AB} a motorului de 0,37 KW fără defecte.

4.6. Concluzii şi observaţii

- Din studiul făcut a rezultat necesitatea testării MEE din punct de vedere electric pe fluxul tehnologic de fabricaţie întrucît defectele electrice au ponderea cea mai mare valorică în costul produsului. Controlul intermediar contribuie totodată la ridicarea productivităţii şi la micşorarea cantităţii materialelor rebutate în special cele de import.

- Controlul MEE atît în fabricaţie cît şi în caz de depanare trebuie să se execute în condiţii apropiate celor din exploatare. Pentru aceasta, cel mai potrivit este a se folosi aparatele care solicită maşina la unde de tensiune, cu care se realizează o încercare complexă a înfăşurărilor.

- Aparatele de control portabile a căror documentaţie de prototip a fost elaborată la Inst. Politehnic Timişoara, prezintă o serie de avantaje şi se recomandă a se folosi în orice atelier de reparat MEE cu puteri de pînă la 100 KW şi tensiuni sub 1000 V.

- Încercările experimentale verifică studiile teoretice. Într-adevăr există pentru MEE o capacitate optimă care descărcîndu-se determină o sensibilitate maximă de sesizare, lucru arătat şi în capitolul 2.

- Oscilogramele obţinute pe un număr de trei maşini confirmă modul de comportare a maşinii în procesele tranzitorii rapide. Oscilaţiile de relaxare studiate sînt fenomene de înaltă frecvență, care se mărește odată cu puterea mașinii și deci trebuie studiate ca atare.

- Tensiunea dintre faze înregistrată corespunde fenomenului de bătăi reprezentînd diferența oscilațiilor ce au loc în cele două înfășurări. Defectul influențează în special asupra amplitudinii și frecvenței înfășurătoarei tensiunii de bătăi pe care le majorează proporțional cu gravitatea defectului.

- Aparatele realizate pentru controlul bobinajelor MEP semnalează existența tensiunii de bătăi dintre faze în mod selectiv în funcție de gravitatea defectului.

- Controlul bobinajelor efectuat cu aparatele prezentate este nedistructiv, deși tensiunea de încercare este mare, deoarece energia disipată este mică.

- In exploatare circuitul exterior MEP împreună cu cablul de alimentare poate fi echivalat printr-o capacitate $C_{ext.}$ și deci fenomenele de soc pot fi studiate la fel ca în cazul testării bobinajelor mașinii. In această situație se pune problema ca oscilațiile ce apar să fie cît mai mici posibil, deci se vor lua măsuri pentru ca valoarea lui $C_{ext.}$ să fie îndepărtată de cea a lui $C_{opt.}$.

CAPITOLUL 5

CONCLUZII ŞI PERSPECTIVE

Lucrarea a fost elaborată în vederea aprofundării studiului regimurilor tranzitorii ale maşinilor de inducţie şi sincrone. Aceasta se poate face în mod corect numai prin cunoaşterea parametrilor tranzitorii ai maşinii. In scopul determinării acestor parametri, lucrarea prezentă aduce o importantă contribuţie.

Unul din regimurile tranzitorii pe larg tratate este procesul de propagare a undei de tensiune în înfăşurarea MER. Aceasta constituie o problemă de actualitate şi de viitor datorită pe de o parte, înmulţirii situaţiilor funcţionale de solicitare a maşinii la unde, impulsuri de tensiune, iar pe de altă parte, datorită creşterii puterii pe unitate, ceea ce implică complicaţii mai mari în acest proces şi deci necesitatea studiului său mai atent.

Lucrarea se încadrează în preocupările catedrei de Electrotehnică şi maşini electrice a Facultăţii de electrotehnică Timişoara, în domeniul testării înfăşurărilor MER la unde de tensiune, preocupări fructificate prin colaborări cu producţia.

Din studiul efectuat se desprind o seamă de concluzii referitoare la modul de abordare a unor procese tranzitorii ale MER.

Fenomenele tranzitorii care au loc la apariţia sau dispariţia unei tensiuni la bornele MER se propagă progresiv de-a lungul înfăşurării acesteia, proces care se studiază cu ajutorul ecuaţiilor (2.1), (2.2).

In general capacitatea între spire se poate neglija având în vedere cuplajul mutual capacitiv slab, datorită plasării înfăşurării în crestături.

Parametrii cu care se studiază procesul de propagare a undelor variază în timp ~~şi~~ de-a lungul înfăşurării MER, lucru pus în evidenţă în schemele echivalente prezentate.

Propagarea undelor de-a lungul înfăşurării MER depinde de tipul conexiunii şi de modul de aplicare a undei: pe o fază, pe două sau în mod simetric pe toate trei fazele.

În procesele tranzitorii rapide influența rotorului este neglijabilă datorită blindării sale ~~ca atare~~ de către cîmpul magnetic de frecvență înaltă produs de curenții turbionari și ca urmare parametrii tranzitorii ale căror expresii au fost stabilite se consideră ca neinfluențați de rotor.

Pierderile în fier au o influență deosebită asupra fenomenului tranzitoriu discutat, de aceea este absolut necesară introducerea în studiu a parametrului care ține seama de ele.

Metodica prezentată de determinare a pierderilor în fier prin curenți turbionari poate fi aplicată în orice regim tranzitoriu de funcționare a MSR. Calculele teoretice au fost verificate, rezultînd o bună concordanță cu rezultatele experimentale.

Modul de abordare a studiului cîmpului electromagnetic din MSR în regim tranzitoriu este corect, lucru confirmat de rezultatele obținute prin particularizare pentru regim sinusoidal, simetric.

Este necesar ca în studiul riguros al oricărui proces tranzitoriu rapid al MSR să se considere parametrii săi tranzitorii, care țin seama atît de curenții turbionari din miezul feromagnetic cît.și de efectul pelicular din conductoare. Prin utilizarea dezvoltărilor asimptotice ale funcțiilor Bessel modificate de spața întîia și a doua, a fost posibilă obținerea expresiilor parametrilor tranzitorii care pot fi cu ușurință programate și calculate cu ordinatorul electronic.

Fenomenul de difuzie a cîmpului electromagnetic în miezul feromagnetic este mult mai lent decît în conductoarele aşezate în crestături, ceea ce este ilustrat şi prin valoarea mult mai mare a constantei de timp τ_{expf} față de τ_{expc}. De aceea introducerea parametrilor tranzitorii care țin cont de configurația miezului și ale căror expresii sînt stabilite în paragraful 3.6 este absolut necesară chiar și în studiul proceselor tranzitorii mult mai lente.

Pentru simplificare, procesele tranzitorii mai lente se pot studia cu parametrii de crestătură și a capetelor frontale de bobină din curent continuu. La studiul însă a proceselor ultrarapide cum sînt regimurile supratranzitorii din cazul scurtcircuitului brusc, conectări, deconectări etc., este necesară utilizarea și a expresiilor parametrilor tranzitorii de crestătură și a capetelor frontale de bobină stabilite în paragraful 3.7 și 3.8.

Expresiile parametrilor tranzitorii dau variaţia în timp a acestora din momentul apariţiei procesului tranzitoriu, adică de la t=0 pînă la t=∞, reflectînd modul de desfăşurare a întregului fenomen. La t=∞ se obţin valorile din c.c. ale parametrilor maşinii.

MER în exploatare este solicitată complex în cadrul proceselor tranzitorii în care undele de tensiune se propagă de-a lungul înfăşurărilor ei. Şi controlul intermediar pe fluxul tehnologic de fabricaţie a MER trebuie să se realizeze în condiţii asemănătoare. In acest sens s-au conceput aparatele de control ale bobinajelor MER care se recomandă a fi introduse în toate fabricile şi atelierele de reparat maşini electrice.

Introducerea controlului intermediar pe fluxul tehnologic este necesară în vederea micşorării costului de fabricaţie prin reducerea substanţială a defectelor electrice, care au o pondere valorică mai mare. De asemenea prin introducerea controlului intermediar se măreşte productivitatea muncii şi se elimină rebuturile, făcîndu-se economie de materiale, în special cele de import (cuprul).

Aparatele de control al bobinajelor MER sînt realizate cu piese indigene, au o construcţie simplă, sînt uşor de manipulat şi nu necesită personal calificat.

Incercările experimentale verifică studiile teoretice privind modul de comportare a MER în procesele tranzitorii. Se constată că practic nu are loc o repartiţie iniţială, capacitivă a tensiunii datorită valorilor mici ale capacităţilor între spire şi faţă de masă, ci numai o etapă inductivă în care au loc o serie de oscilaţii amortizate în timp cauzate de capacitatea echivalentă circuitului exterior şi inductivitatea maşinii amortizate de către rezistenţa electrică a bobinajului şi cea echivalentă pierderilor în fier.

Studiile teoretice efectuate în capitolul 2 referitoare la capacitatea circuitului exterior maşinii, au fost verificate şi experimental, obţinîndu-se pentru o gamă largă de maşini valoarea capacităţii pentru care oscilaţiile sînt maxime. Această valoare este optimă în cazul realizării aparatelor de control al bobinajelor MER, dar este de evitat în condiţii de exploatare a maşinii pentru evitarea suprasolicitării acesteia.

Se pot stabili probleme de perspectivă, sugerate de realizările din cadrul lucrării, ca:

- calculul concret al parametrilor tranzitorii ai MER pe baza expresiilor stabilite şi introducerea lor în ecuaţiile fenomenului de propagare a undelor de tensiune date în lucrare precum şi rezolvarea lor cu ajutorul ordinatorului electronic. In felul acesta se vor putea face aprecieri calitative şi cantitative ale modului de evoluţie în timp şi spaţiu a fenomenului;

- aplicînd aceeaşi metodică de studiu prin intermediul potenţialului magnetic vector, se poate aborda problema cîmpului electromagnetic din MER în cazul proceselor tranzitorii mai lente, ţinîndu-se seama şi de influenţa existenţei miezului feromagnetic rotoric;

- în aceste condiţii se determină parametrii tranzitorii statorici şi rotorici, respectiv mutuali pentru procese tranzitorii mai lente;

- pe baza metodicii prezentate, determinarea parametrilor tranzitorii de crestătură pentru diverse geometrii ale acesteia;

- determinarea pe cale experimentală a parametrilor tranzitorii prin simulare de regimuri particulare ale maşinii, a cărei înfăşurare este parcursă de curentul treaptă;

- în cazul maşinii electrice alimentate cu convertor, studiul ansamblului celor două elemente în vederea stabilirii unei capacităţi potrivite a convertorului în vederea micşorării vîrfurilor de tensiune nedorite ce apar în mod obişnuit la comutaţie;

- studiul alegerii unei înfăşurări şi a unei geometrii de crestătură corespunzătoare obţinerii vîrfurilor de tensiune amintite minime.

Materialul prezentat, pe lîngă faptul că aduce o contribuţie la studiul fenomenelor tranzitorii a MER aflată în exploatare şi a controlului său pe fluxul tehnologic, prin stabilirea expresiilor analitice ale parametrilor tranzitorii este util şi în proiectare pentru luarea de măsuri încă în această fază în vederea comportării optime a maşinii în cadrul proceselor specificate.

A N E X A 1

DETERMINAREA EXPRESIEI POTENTIALULUI MAGNETIC VECTOR IN CELE TREI DOMENII DE DEFINIRE A SPATIULUI M.E.R. PRODUS DE UN CONDUCTOR

Potenţialul magnetic vector în domeniul I

Deoarece în domeniul I $\gamma=0$ ($\sigma=0$) şi potenţialul magnetic este finit la $\rho=0$, soluţia ecuaţiei (3.20) este de forma:

$$R_n(\rho) = R_{n1}\,\rho^n$$

iar soluţiile ecuaţiei (3.21) îşi păstrează forma (3.23) cu observaţia că $T_{n2}=0$ datorită simetriei configuraţiei faţă de axa de origine a coordonatei θ. Prin urmare soluţia ecuaţiei (3.19) în domeniul I este:

$$\tilde{A}_1 = C_o^{(1)}\theta + D_o^{(1)} + \sum_{n=1}^{\infty} D_n^{(1)}\rho^n \cos n\theta \quad \text{unde } D_n^{(1)} = R_{n1}\cdot T_{n1}$$

Această soluţie corespunde domeniului I făcînd abstracţie de solenaţia din punctul P. Echivalînd această solenaţie cu un conductor filiform parcurs de curentul $\tilde{I}(p)$, potenţialul magnetic vector dat de acesta este:

$$\tilde{A}_1'' = \frac{\mu_o \tilde{I}(p)}{2\pi}\ln\frac{1}{|\rho - r|}$$

unde:

$$\ln|\rho - r| = \ln\sqrt{\rho^2 + r^2 - 2\rho r\cos\theta} =$$

$$= \begin{cases} \ln\rho - \sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{r}{\rho}\right)^n\cos n\theta & \text{pentru } \rho > r \\ \ln r - \sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{\rho}{r}\right)^n\cos n\theta & \text{pentru } \rho < r \end{cases}$$

Aplicînd metoda suprapunerii efectelor, deoarece mediul este liniar, se obţine potenţialul magnetic în domeniul I:

$$\tilde{A}_1 = \tilde{A}_1' + \tilde{A}_1''$$

$$\tilde{A}_1(p,\rho,\theta) = G_0^{(1)}\theta + D_0^{(1)} + \sum_{n=1}^{\infty} D_n^{(1)}\rho^n \cos n\theta - \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\pi}\ln r +$$

$$+ \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{\rho}{r}\right)^n \cos n\theta \qquad \text{pentru} \quad \rho < r \qquad (A1.1)$$

$$\tilde{A}_1(p,\rho,\theta) = G_0^{(1)}\theta + D_0^{(1)} + \sum_{n=1}^{\infty} D_n^{(1)}\rho^n \cos n\theta - \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\pi}\ln \rho +$$

$$+ \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{r}{\rho}\right)^n \cos n\theta \qquad \text{pentru} \quad \rho > r \qquad (A1.2)$$

Potențialul magnetic vector în domeniul II

Având în vedere simetria mașinii, și în domeniul II $T_{n2}=0$. Pe de altă parte, axa os nefăcînd parte din domeniul de existență II, $R_{n2}\neq 0$. In aceste condiții soluția ecuației (3.19) în domeniul II este:

$$\tilde{A}_2(p,\rho,\theta) = D_0^{(2)} I_0(\gamma\rho) + G_0^{(2)} K_0(\gamma\rho) + \sum_{n=1}^{\infty}\Big[D_n^{(2)} I_n(\gamma\rho) +$$

$$+ G_n^{(2)} K_n(\gamma\rho)\Big]\cos n\theta \qquad (A1.3)$$

unde $D_0^{(2)}$, $G_0^{(2)}$, $D_n^{(2)}$, $G_n^{(2)}$ reprezintă produsul corespunzător al coeficienților de același ordin o, respectiv n din soluțiile (3.22) și (3.23).

Potențialul magnetic vector în domeniul III

In domeniul III $\gamma=0$ ($\sigma=0$), situație în care soluțiile (3.20) sînt de forma:

$$R_n(\rho) = R_{n1}\rho^n + R_{n2}\rho^{-n} \qquad \text{pentru } n\neq 0$$

$$R_0(\rho) = R_{01}\ln\rho + R_{02} \qquad \text{pentru } n=0$$

Dar domeniul III se întinde în exteriorul statorului până la infinit, unde potențialul magnetic este finit. Pentru îndeplinirea acestei condiţii trebuie ca:

$$R_{nl} = 0 \quad \text{şi} \quad B_{nl} = 0$$

In consecinţă soluţia ecuaţiei (3.19) în domeniul III este:

$$\tilde{A}_3' = G_0^{(3)}\theta + D_0^{(3)} + \sum_{n=1}^{\infty} D_n^{(3)} \rho^{-n} \cos n\theta$$

la care pentru aflarea potenţialului magnetic vector se adaugă din aceleaşi motive ca mai înainte potenţialul magnetic vector al conductorului filiform (p). Se obţine:

$$\tilde{A}_3(p,\rho,\theta) = G_0^{(3)}\theta + D_0^{(3)} + \sum_{n=1}^{\infty} D_n^{(3)} \rho^{-n} \cos n\theta - \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\pi} \ln\rho + \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{a}{\rho}\right)^n \cos n\theta \qquad (A1.4)$$

In expresiile (A1.1), (A1.2), (A1.3) şi (A1.4) notaţiile $D_0^{(1)}$, $G_0^{(1)}$, $D_n^{(1)}$, $D_0^{(2)}$, $G_0^{(2)}$, $D_n^{(2)}$, $G_n^{(2)}$, $D_0^{(3)}$, $G_0^{(3)}$ şi $D_n^{(3)}$ reprezintă constante de integrare şi se determină punînd condiţiile de trecere pentru cele două frontiere ce despart domeniile:

$$\begin{aligned}
&\tilde{A}_1(p,c,\theta) = \tilde{A}_2(p,c,\theta)\\
&\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_1}{\partial \rho}\right)_{\rho=c} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial A_2}{\partial \rho}\right)_{\rho=c}\\
&\tilde{A}_2(p,b,\theta) = \tilde{A}_3(p,b,\theta)\\
&\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial \tilde{A}_2}{\partial \rho}\right)_{\rho=b} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial A_3}{\partial \rho}\right)_{\rho=b}
\end{aligned} \qquad (A1.5)$$

Folosind expresiile (A1.2), (A1.3) şi (A1.4) aceste condiţii se scriu:

$$G_0^{(1)}\theta + D_0^{(1)} + \sum_{n=1}^{\infty} D_n^{(1)} c^n \cos n\theta - \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\pi} \ln c + \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\left(\frac{a}{c}\right)^n \cos n\theta =$$

$$= D_0^{(2)} I_0(\gamma c) + G_0^{(2)} K_0(\gamma c) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[D_n^{(2)} I_n(\gamma c) + G_n^{(2)} K_n(\gamma c)\right] \cos n\theta$$

$$\frac{1}{\mu_0}\left[\sum_{n=1}^{\infty} n\, c^{n-1} D_n^{(1)} \cos n\theta - \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\gamma c} - \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\gamma} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^n}{c^{n+1}} \cos n\theta\right] =$$

$$= \frac{1}{\mu}\left\{D_0^{(2)} I_0'(\gamma c) + G_0^{(2)} K_0'(\gamma c) + \gamma \sum_{n=1}^{\infty}\left[D_n^{(2)} I_n'(\gamma c) + G_n^{(2)} K_n'(\gamma c)\right] \cos n\theta\right\}$$

$$D_0^{(2)} I_0(\gamma b) + G_0^{(2)} K_0(\gamma b) + \sum_{n=1}^{\infty}\left[D_n^{(2)} I_n(\gamma b) + G_n^{(2)} K_n(\gamma b)\right] \cos n\theta = G_0^{(3)}\theta +$$

$$+ D_0^{(3)} + \sum_{n=1}^{\infty} D_n^{(3)} b^{-n} \cos n\theta - \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\gamma} \ln b + \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\gamma} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\left(\frac{r}{b}\right)^n \cos n\theta$$

$$\frac{1}{\mu}\left\{\gamma D_0^{(2)} I_0'(\gamma b) + G_0^{(2)} K_0'(\gamma b) + \gamma \sum_{n=1}^{\infty}\left[D_n^{(2)} I'(\gamma b) + G_n^{(2)} K'(\gamma b) \cos n\theta\right\} =$$

$$= \frac{1}{\mu_0}\left[-\frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\gamma b} - \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\gamma} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^n}{b^{n+1}} \cos n\theta - \sum_{n=1}^{\infty} n D_n^{(3)} b^{n-1} \cos n\theta\right]$$

Intrucît aceste relaţii trebuie să fie satisfăcute pentru orice valoare a lui θ, rezultă sistemul de ecuaţii:

$$G_0^{(1)} = 0$$

$$D_0^{(1)} - \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\gamma} \ln c = D_0^{(2)} I_0(\gamma c) + G_0^{(2)} K_0(\gamma c)$$

$$c^n D_n^{(1)} + \frac{\mu_0 \tilde{I}(p) r^n}{2\gamma\, n\, c^n} = D_n^{(2)} I_n(\gamma c) + G_n^{(2)} K_n(\gamma c)$$

$$-\frac{\mu \tilde{I}(p)}{2\gamma c} = \gamma D_0^{(2)} I_0'(\gamma c) + \gamma G_0^{(2)} K_0'(\gamma c)$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} n\, c^{n-1} D_n^{(1)} - \frac{\mu \tilde{I}(p)\, r^n}{2\gamma\, c^{n+1}} = \gamma D_n^{(2)} I_n'(\gamma c) + \gamma G_n^{(2)} K_n'(\gamma c)$$

$$G_0^{(3)} = 0$$

$$D_0^{(2)} I_0(\gamma b) + G_0^{(2)} K_0(\gamma b) = D_0^{(3)} - \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\gamma} \ln b$$

$$D_n^{(2)} I_n(\gamma b) + G_n^{(2)} K_n(\gamma b) = D_n^{(3)} b^{-n} + \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)\, r^n}{2\gamma n\, b^n}$$

$$\gamma D_0^{(2)} I_0'(\gamma b) + \gamma G_0^{(2)} K_0'(\gamma b) = -\frac{\mu \tilde{I}(p)}{2\gamma b}$$

$$\gamma D_n^{(2)} I_n'(\gamma b) + \gamma G_n^{(2)} K_n'(\gamma b) = -\frac{\mu}{\mu_0}\, n D_n^{(3)} b^{-n-1} - \frac{\mu \tilde{I}(p) r^n}{2\gamma\, b^{n+1}}$$

Rezolvînd sistemul în funcţie de constantele de integrare se găseşte:

$$G_0^{(1)} = 0$$

$$D_0^{(1)} = \frac{\mu \tilde{I}(p)}{2\gamma\Gamma cb} \frac{\left[cK_0'(\Gamma c) - bK_0'(\Gamma b)\right] I_0(\Gamma c) - \left[cI_0'(\Gamma c) - bI_0'(\Gamma b)\right] K_0(\Gamma c)}{I_0'(\Gamma c)K_0'(\Gamma b) - I_0'(\Gamma b)K_0'(\Gamma c)} +$$

$$+ \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\gamma} \ln c$$

$$G_0^{(2)} = -\frac{\mu \tilde{I}(p)}{2\gamma\Gamma\ cb} \cdot \frac{cI_0'(\Gamma c) - bI_0'(\Gamma b)}{I_0'(\Gamma c)K_0'(\Gamma b) - I_0'(\Gamma b)K_0'(\Gamma c)}$$

$$D_0^{(2)} = \frac{\mu \tilde{I}(p)}{2\gamma\Gamma\ cb} \cdot \frac{cK_0'(\Gamma c) - bK_0'(\Gamma b)}{I_0'(\Gamma c)K_0'(\Gamma b) - I_0'(\Gamma b)K_0'(\Gamma c)} \qquad A1.6$$

$$G_0^{(3)} = 0$$

$$D_0^{(3)} = \frac{\mu \tilde{I}(p)}{2\gamma\Gamma cb} \frac{\left[cK_0'(\Gamma c) - bK_0'(\Gamma b)\right] I_0(\Gamma b) - \left[cI_0'(\Gamma c) - bI_0'(\Gamma b)\right] K_0(\Gamma b)}{I_0'(\Gamma c)K_0'(\Gamma b) - I_0'(\Gamma b)K_0'(\Gamma c)} +$$

$$+ \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{2\gamma} \ln c$$

$$D_n^{(1)} = \frac{\mu \tilde{I}(p) r^n}{\gamma\Gamma c^{2n+1}} \frac{I_n(\Gamma c)S_{1n}(\Gamma b) - K_n(\Gamma c)P_{1n}(\Gamma b)}{P_{1n}(\Gamma b)S_{2n}(\Gamma c) - P_{2n}(\Gamma c)S_{1n}(\Gamma b)} - \frac{\mu_0 \tilde{I}(p) r^n}{2\gamma n\, c^{2n}}$$

$$D_n^{(2)} = \frac{\mu \tilde{I}(p) r^n}{\gamma\Gamma\ c^{n+1}} \cdot \frac{S_{1n}(\Gamma b)}{P_{1n}(\Gamma b)S_{2n}(\Gamma c) - P_{2n}(\Gamma c)S_{1n}(\Gamma b)}$$

$$G_n^{(2)} = -\frac{\mu \tilde{I}(p) r^n}{\gamma\Gamma\ c^{n+1}} \cdot \frac{P_{1n}(\Gamma b)}{P_{1n}(\Gamma b)S_{2n}(\Gamma c) - P_{2n}(\Gamma c)S_{1n}(\Gamma b)}$$

$$D_n^{(3)} = \frac{\mu \tilde{I}(p) r^n b^n}{\pi \gamma\ c^{n+1}} \cdot \frac{I_n(\gamma b) S_{1n}(\gamma b) - K_n(\gamma b) P_{1n}(\gamma b)}{P_{1n}(\gamma b) S_{2n}(\gamma c) - P_{2n}(\gamma c) S_{1n}(\gamma b)} - \frac{\mu_0 \tilde{I}(p) r^n}{2 \pi\ n}$$

în care s-a notat:

$$\begin{aligned} P_{1n}(\gamma x) &= I_n'(\gamma x) + \frac{\mu n}{\mu_0 \gamma x} I_n(\gamma x) \qquad \text{unde } x=c,b \\ P_{2n}(\gamma x) &= I_n'(\gamma x) - \frac{\mu n}{\mu_0 \gamma x} I_n(\gamma x) \\ S_{1n}(\gamma x) &= K_n'(\gamma x) + \frac{\mu n}{\mu_0 \gamma x} K_n(\gamma x) \\ S_{2n}(\gamma x) &= K_n'(\gamma x) - \frac{\mu n}{\mu_0 \gamma x} K_n(\gamma x) \end{aligned} \tag{A1.7}$$

Pentru a respecta condiţia pusă iniţial că punctul P se găseşte la mijlocul crestăturii, pe circumferinţa interioară a statorului, în expresiile stabilite se pune r=c. Pe de altă parte se face o schimbare de notaţie pentru a scoate în evidenţă curentul $\tilde{I}(p)$:

$$\begin{aligned} A_0^{(1)} &= \frac{1}{\tilde{I}(p)} D_0^{(1)} \\ A_0^{(2)} &= \frac{1}{\tilde{I}(p)} D_0^{(2)} ; \qquad B_0^{(2)} = \frac{1}{\tilde{I}(p)} C_0^{(2)} \\ A_0^{(3)} &= \frac{1}{\tilde{I}(p)} D_0^{(3)} \\ A_n^{(1)} &= \frac{1}{\tilde{I}(p)} D_n^{(1)} \\ A_n^{(2)} &= \frac{1}{\tilde{I}(p)} D_n^{(2)} ; \qquad B_n^{(2)} = \frac{1}{\tilde{I}(p)} C_n^{(2)} \\ A_n^{(3)} &= \frac{1}{\tilde{I}(p)} D_n^{(3)} \end{aligned} \tag{A1.8}$$

A N E X A 2

DETERMINAREA SOLUŢIILOR x_K ALE ECUAŢIEI (3.62)

Ecuaţia (3.62) de forma:

$$\frac{a^2}{x}\left(\frac{\;^2}{c^2}-1\right)-\frac{cb}{(b-c)^2}\,x\sin x+a\frac{\;}{c}\,\frac{b+c}{b-c}+1\cos x=0$$

este o ecuaţie transcendentă de variabilă independentă x. Ea se rezolvă numeric conform schemei logice şi programului dat.

Pentru verificarea corectitudinii expresiei (3.63) a potenţialului magnetic vector s-a elaborat schema logică şi programul de calcul a sumei:

$$SUM=2\sum_{K=1}\frac{1}{x_K}\cdot\frac{f_1(x_K)}{f_2(x_K)}$$

rezultînd egală cu valoarea expresiei:

$$w=\frac{a\left(\frac{\;}{c}-1\right)\frac{b}{b-c}+\frac{b}{b-c}}{a^2\left(\frac{\;^2}{c^2}-1\right)+a\,\frac{(b+c)}{c(b+c)}+a}$$

Acest rezultat era de aşteptat deoarece verifică faptul că potenţialul magnetic vector este nul la t=0+.

In schemele logice şi programele de calcul s-au folosit notaţiile din capitolul 3. S-au aplicat concret pentru datele motorului de fabricaţie EMT tip $IB_3$100L de 3 KW.

ECUAȚIE

INIȚIALIZARE VALORI
$C, B, \mu, \mu_0, \Gamma, \rho,$
$y/\tau, k$

CALL SOLXPK(N, K, XPK)

SUM = 0

I = 1

(1)

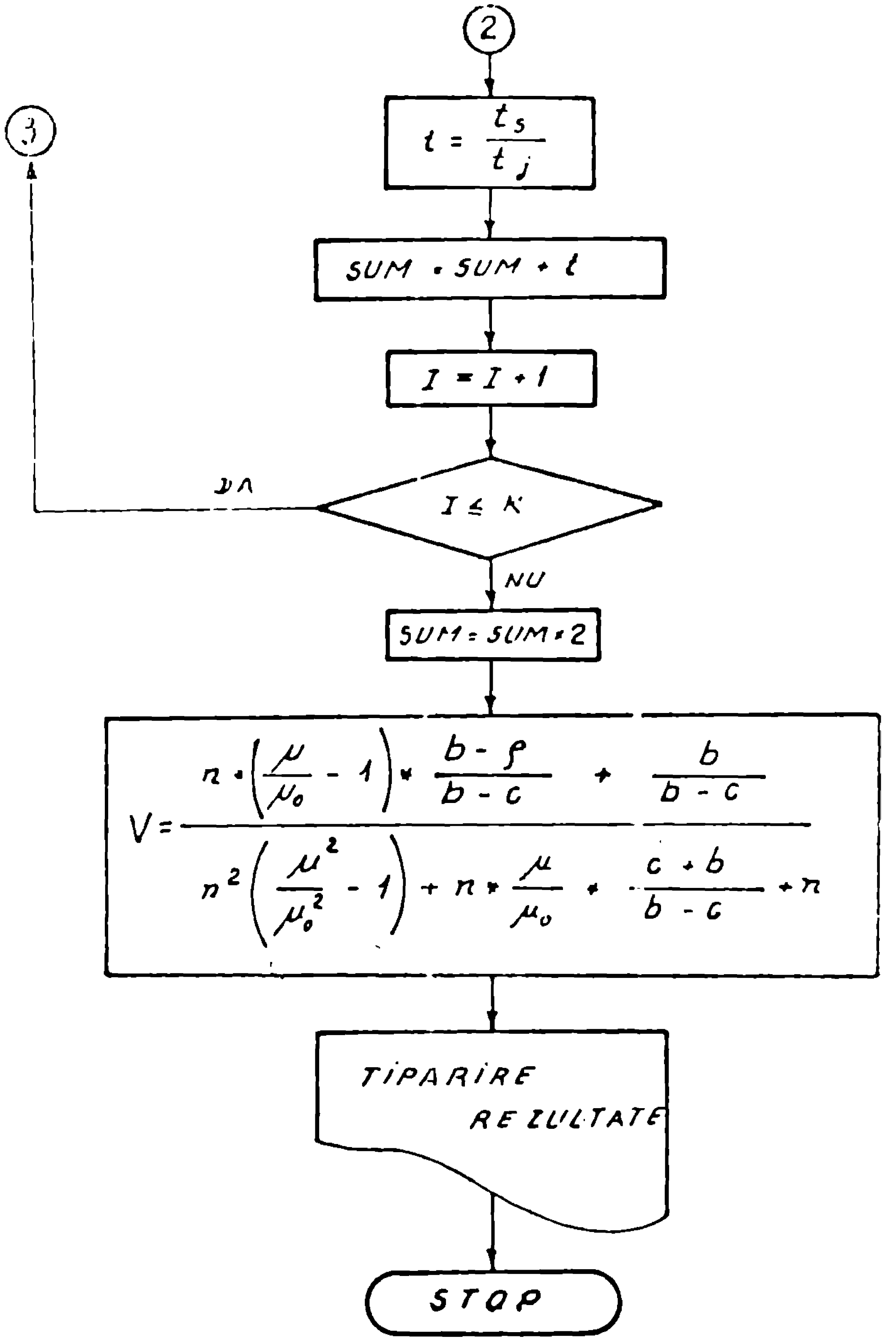
$$\alpha_s = mod\left(\frac{XPK(I) * (b-\rho)}{b-\alpha}, 2\pi\right)$$

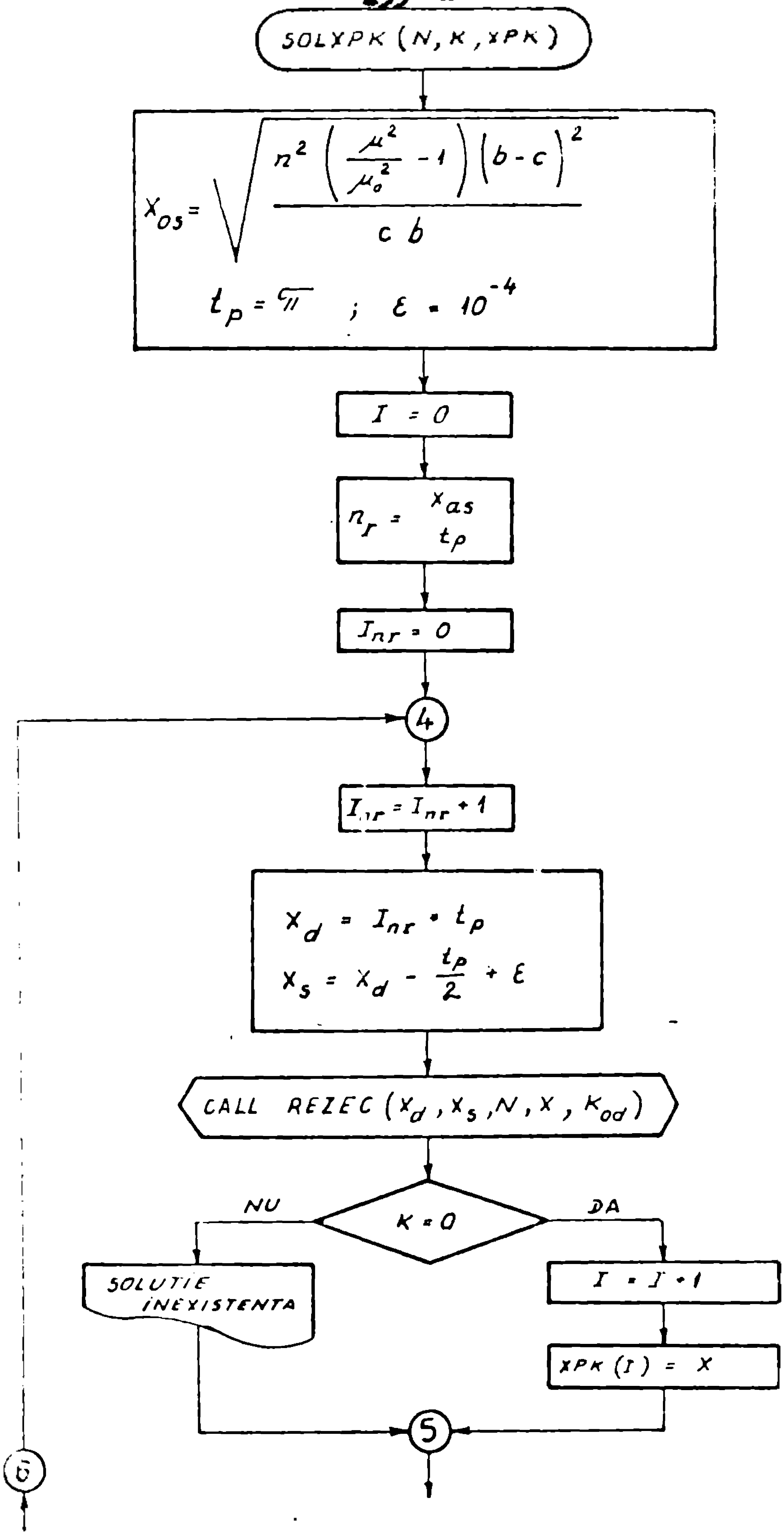
$$\alpha_i = mod\left(XPK(I), 2\pi\right)$$

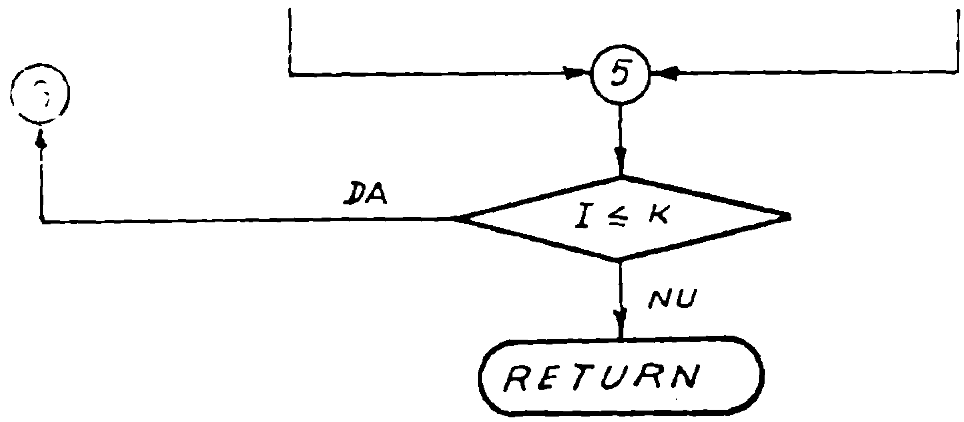
$$t_s = \frac{n\left(\frac{\mu}{\mu_0}-1\right)}{XPK(I)^2} * \sin\alpha_s + \frac{b}{XPK(I) * (b-c)} * \cos\alpha_s$$

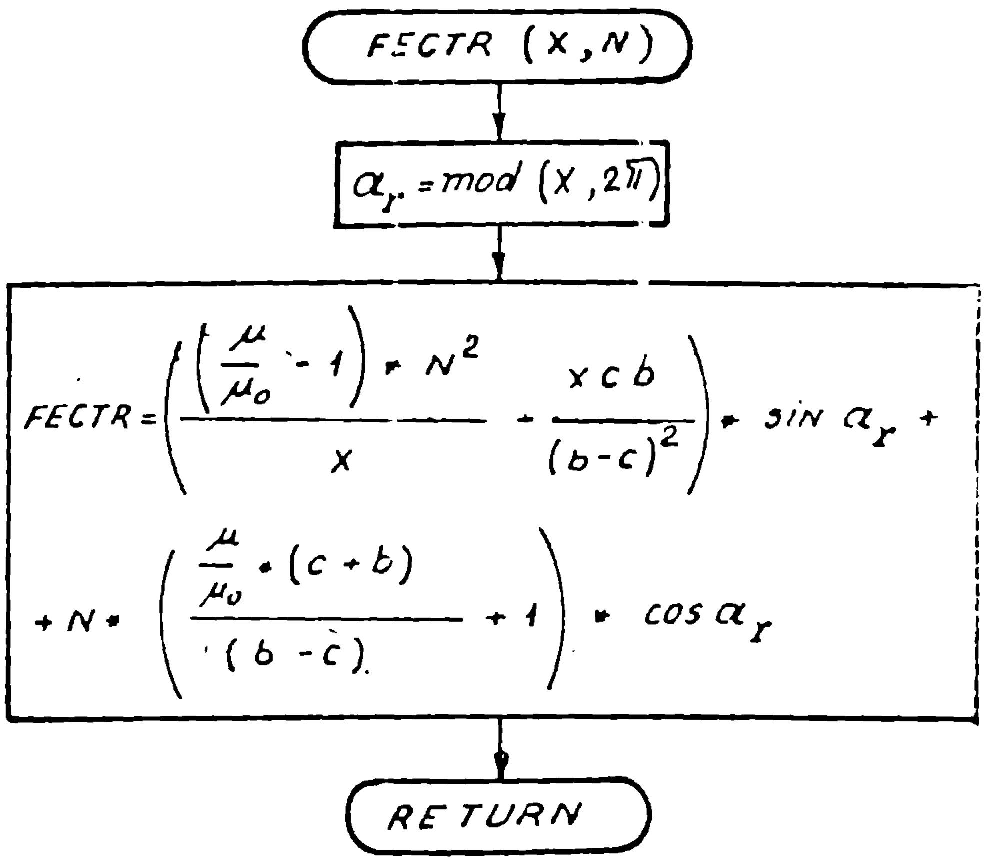
$$\left(\frac{n^2\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1\right)^2}{XPK(I)^2} + \frac{cb}{(b-c)^2} + \frac{n\mu}{\mu_0} * \frac{c+b}{b-c} + n\right) * \sin\alpha_i - \left(\frac{n^2\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}-1\right)}{XPK(I)^2} - \frac{cb}{(b-c)^2} * XPK(I)\right) * \cos\alpha_i$$

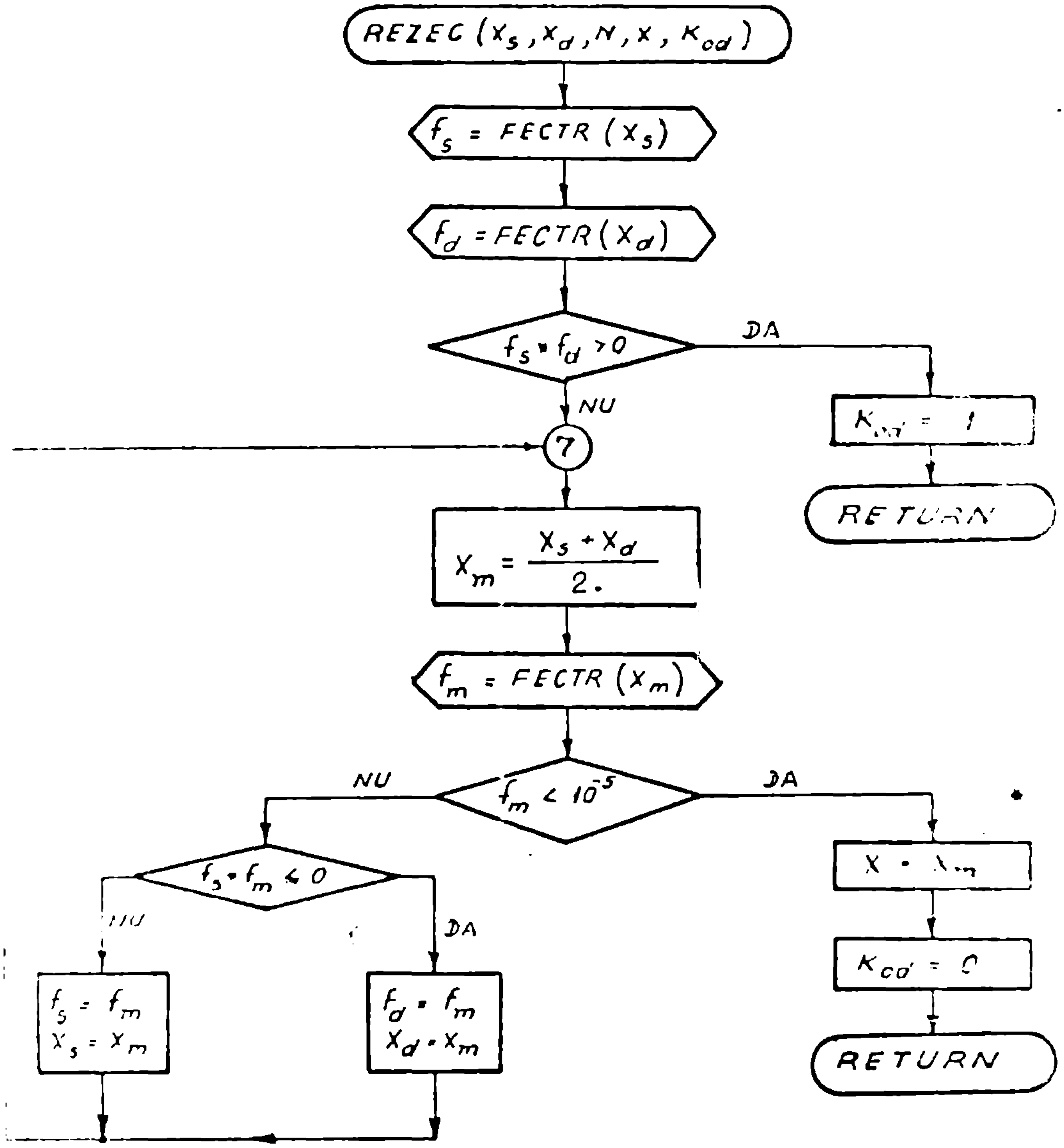
(2)


2
3
$t = \frac{t_s}{t_j}$
SUM = SUM + t
I = I + 1
DA
$I \leq K$
NU
SUM = SUM * 2
$V = \dfrac{n \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right) \cdot \frac{b - \rho}{b - c} + \frac{b}{b - c}}{n^2 \left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2} - 1\right) + n \cdot \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{c + b}{b - c} + n}$
TIPARIRE
REZULTATE
STOP


SOLXPK (N, K, XPK)
$X_{os} = \sqrt{\frac{n^2\left(\frac{\mu^2}{\mu_o^2} - 1\right)(b-c)^2}{c\,b}}$
$t_p = \pi$; $\varepsilon = 10^{-4}$
I = 0
$n_r = \frac{x_{as}}{t_p}$
$I_{nr} = 0$
4
$I_{nr} = I_{nr} + 1$
$X_d = I_{nr} \cdot t_p$
$X_s = X_d - \frac{t_p}{2} + \varepsilon$
CALL REZEC (X_d, X_s, N, X, K_{od})
K = 0
NU
DA
SOLUTIE INEXISTENTA
I = I + 1
XPK (I) = X
5
6


5
DA
$I \le K$
NU
RETURN


FECTR (X,N)
$\alpha_r = mod(X, 2\pi)$
$FECTR = \left(\frac{\left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right) * N^2}{X} + \frac{xcb}{(b-c)^2} \right) * \sin \alpha_r + N * \left(\frac{\frac{\mu}{\mu_0} * (c+b)}{(b-c)} + 1 \right) * \cos \alpha_r$
RETURN


REZEC (Xs, Xd, N, X, Kod)
fs = FECTR (Xs)
fd = FECTR (Xd)
fs • fd > 0
DA
NU
Kod = 1
RETURN
7
Xm = (Xs + Xd) / 2.
fm = FECTR (Xm)
fm < 10^-5
NU
DA
fs • fm < 0
NU
DA
fs = fm
Xs = Xm
fd = fm
Xd = Xm
X = Xm
Kod = 0
RETURN

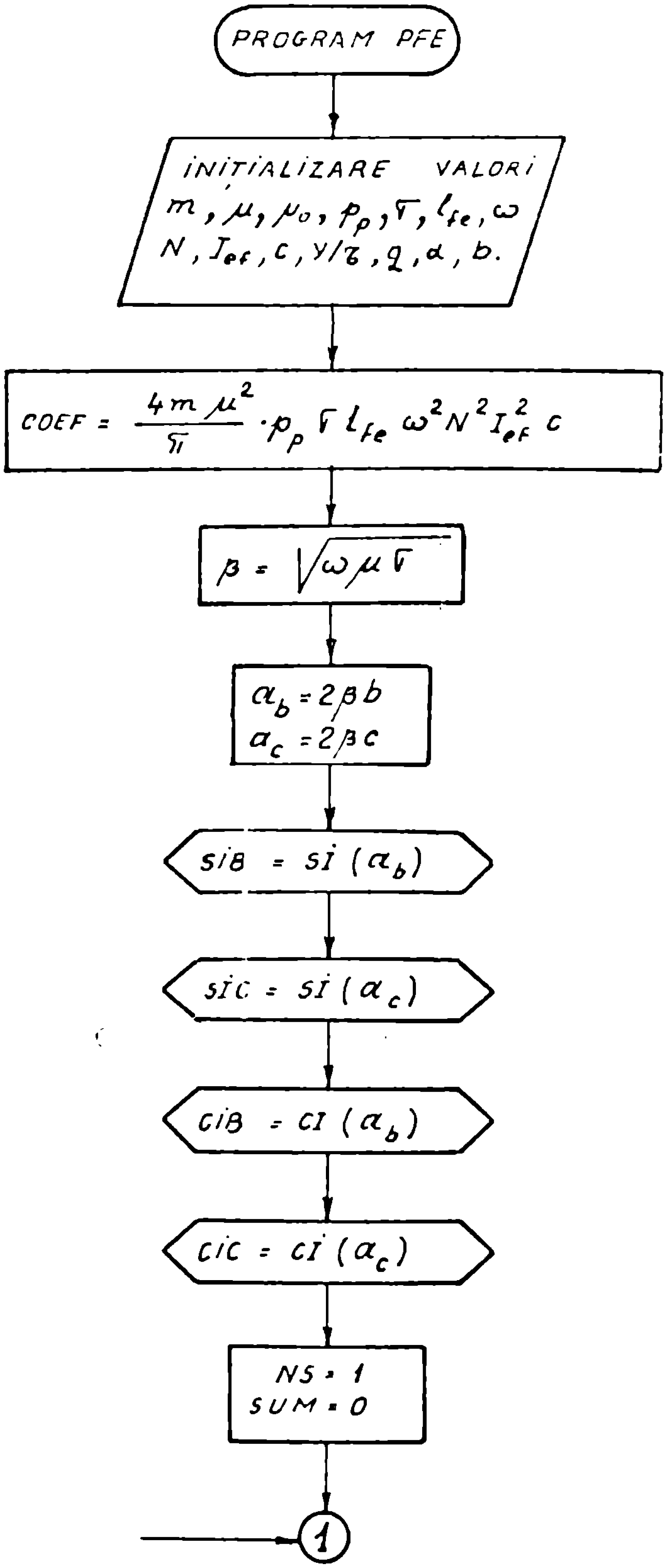
A N E X A 2'

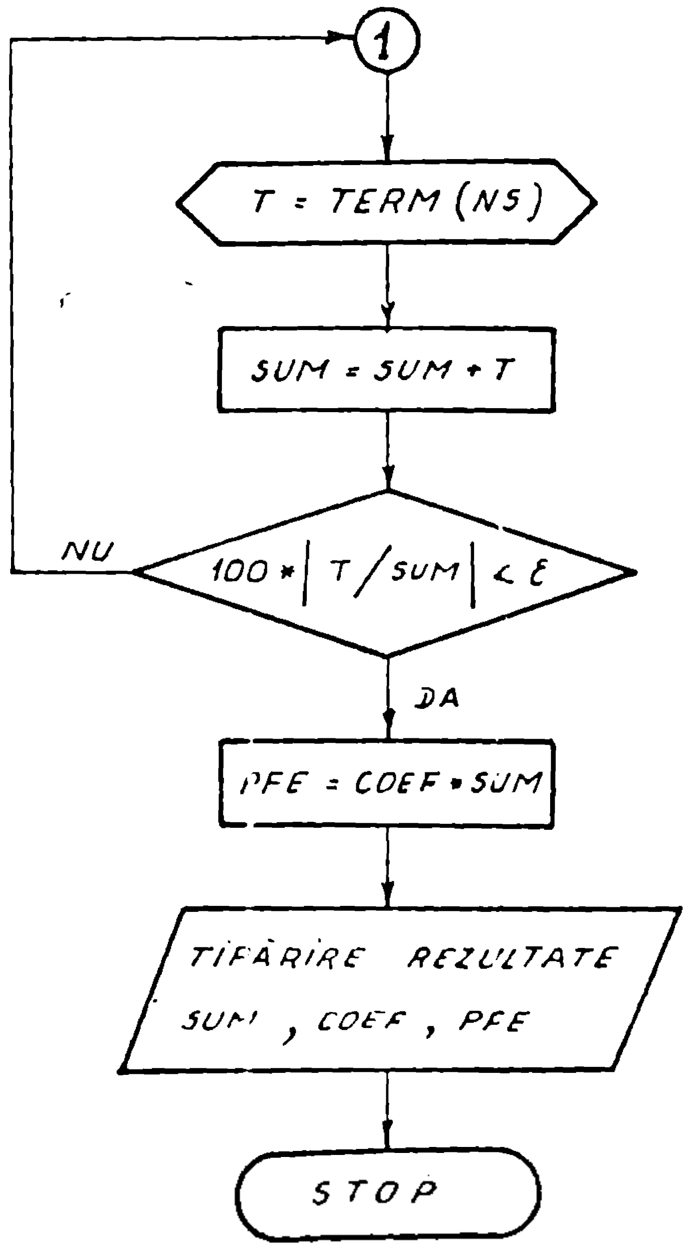
DETERMINAREA PIERDERILOR PRIN CURENTI TURBIONARI

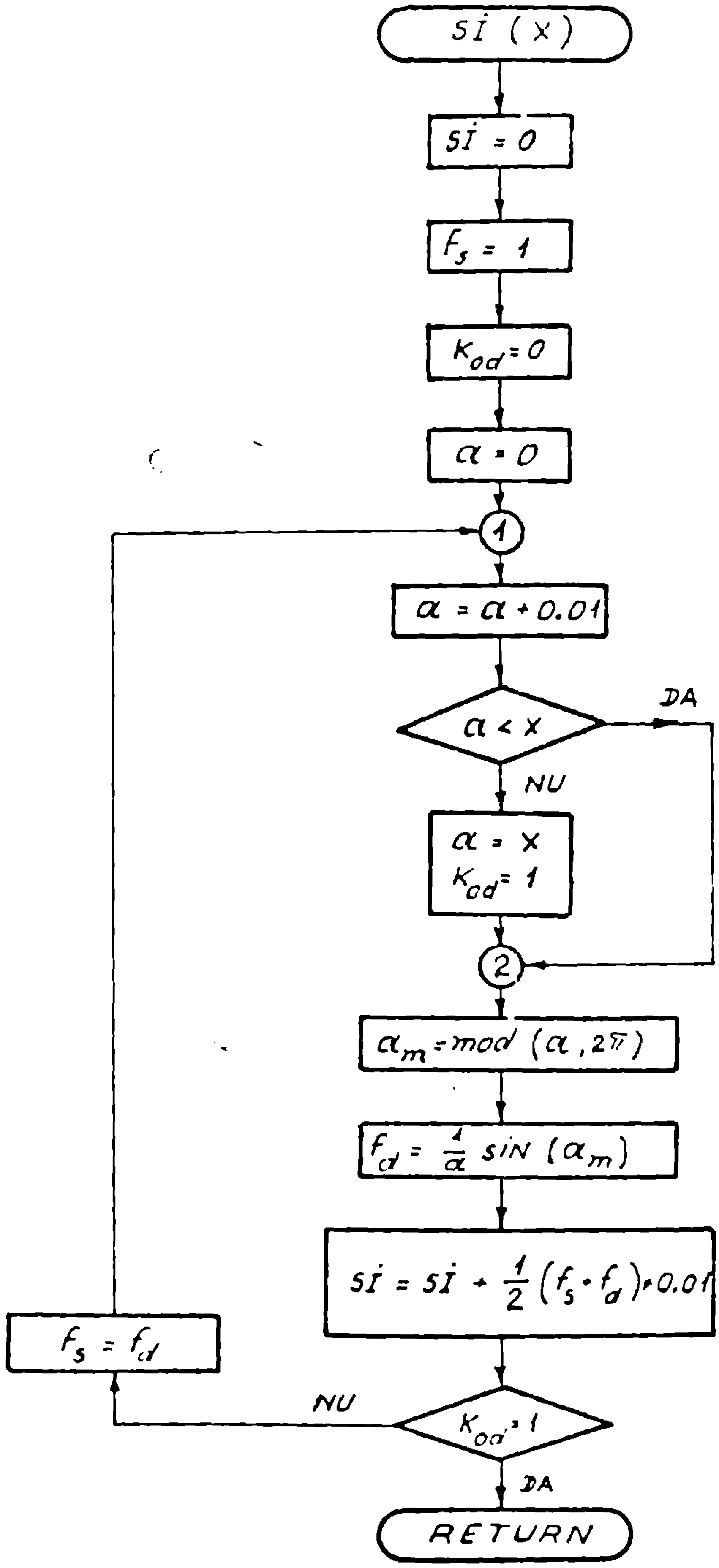
In cazul regimului sinusoidal al M.E.R.

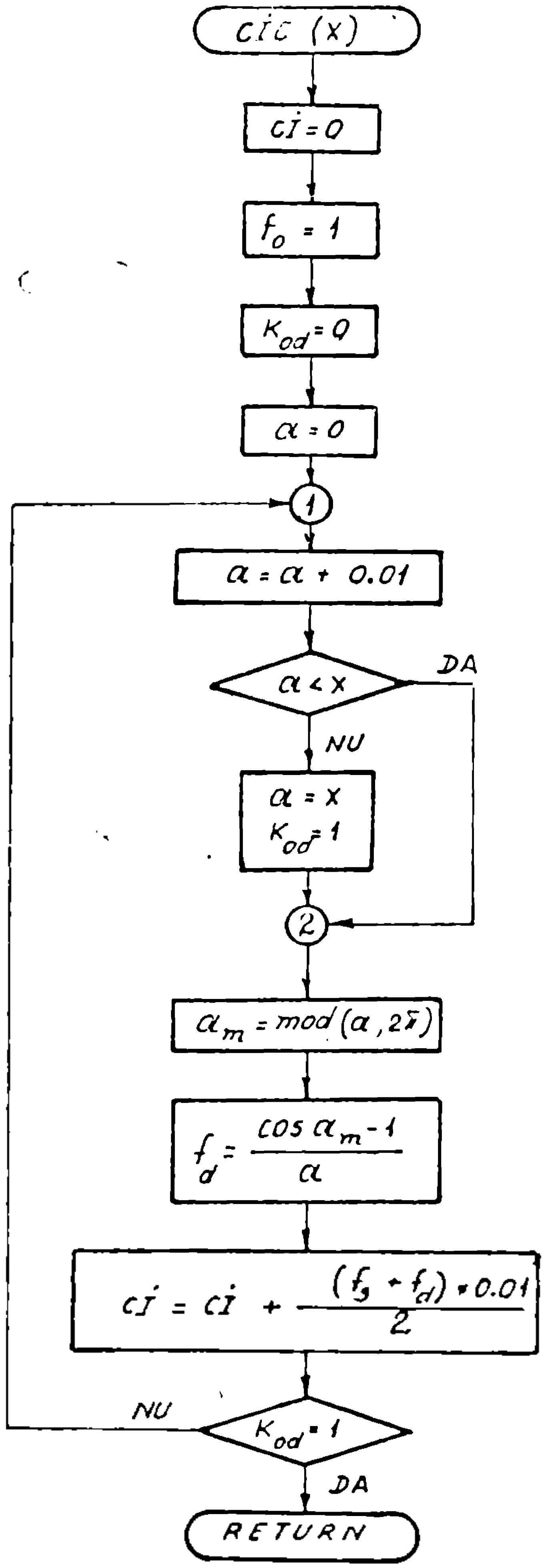
S-a elaborat schema logică şi programul de calcul a pierderilor prin curenţi turbionari în miezul feromagnetic al unei MER în cazul regimului sinusoidal. Funcţiile sinus şi cosinus integral care intervin în expresia pierderilor în fier sînt programate prin aplicarea metodei trapezelor [31].

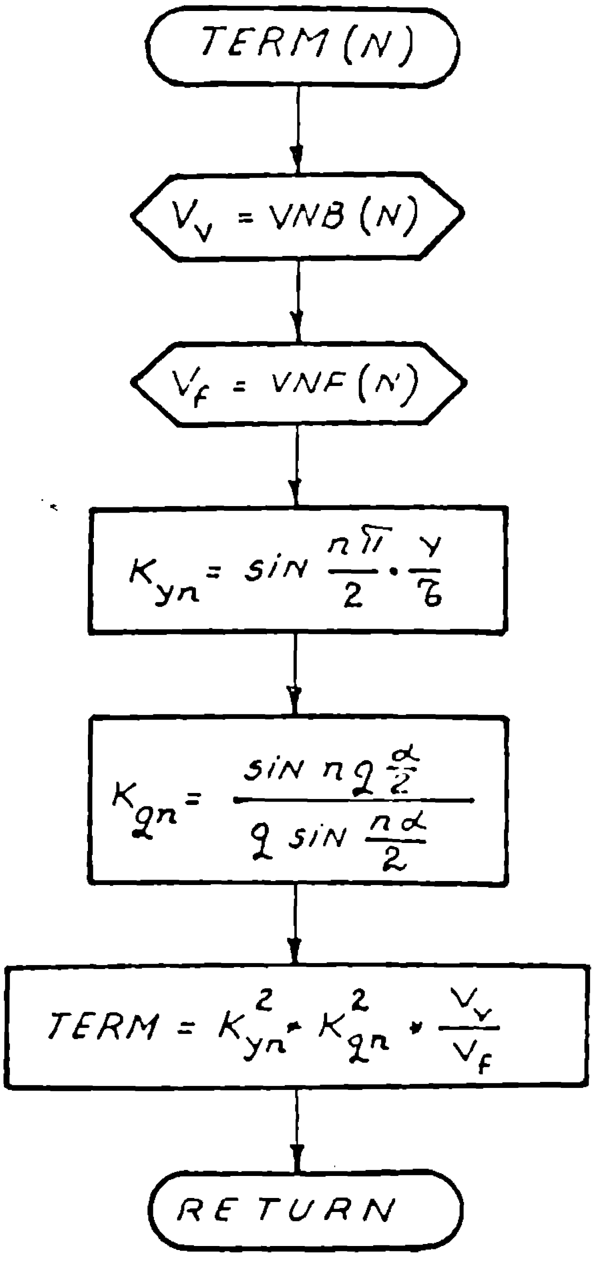
Programul elaborat poate fi utilizat pentru orice maşină sincronă sau de inducţie funcţionînd în regim sinusoidal. A fost aplicat concret pentru un motor de fabricaţie "Electromotor" Timişoara, tip $IB_3$100L de 3 KW şi 1500 rpm.

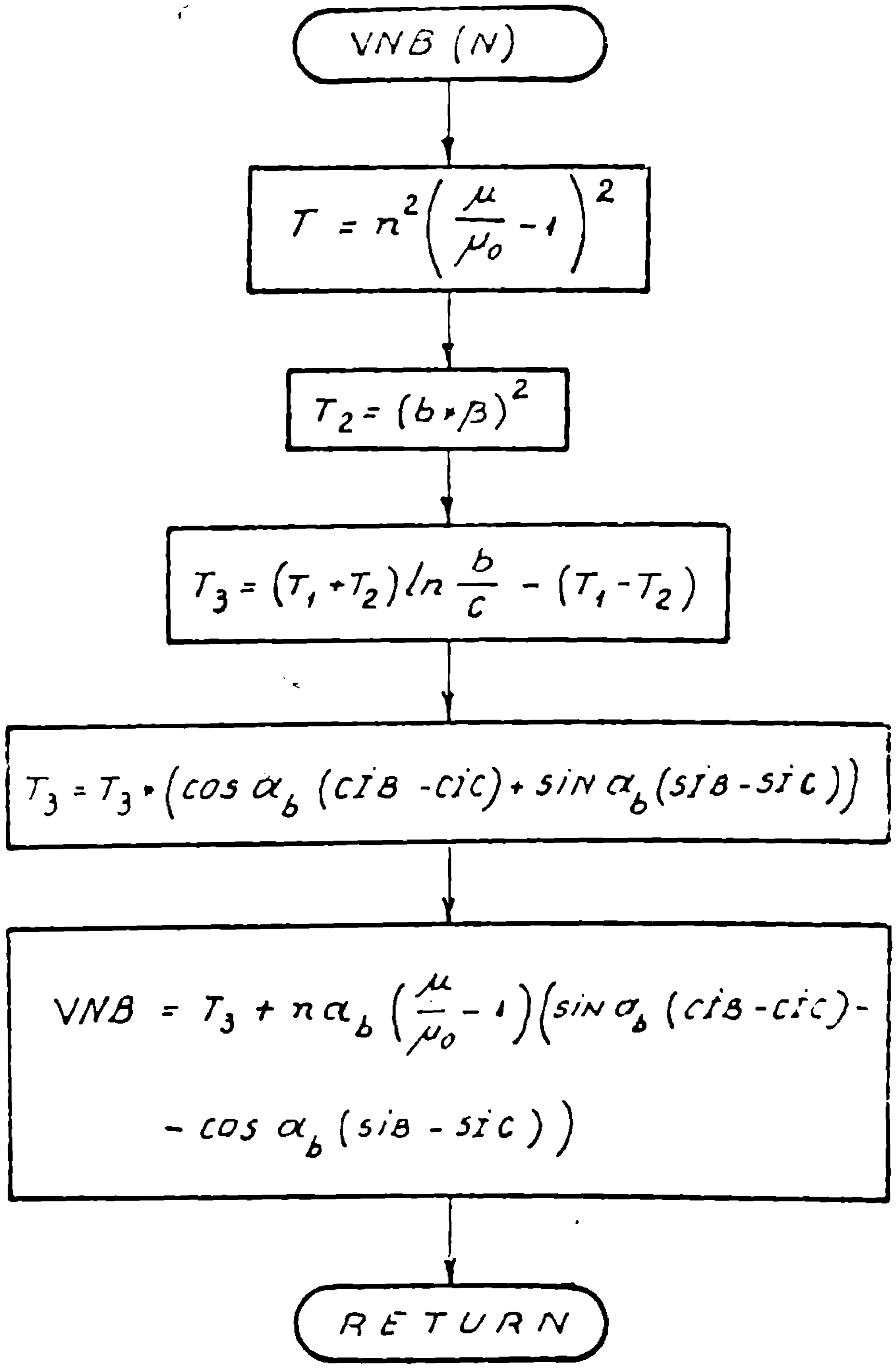

PROGRAM PFE
INITIALIZARE VALORI
$m, \mu, \mu_0, p_p, \sigma, l_{fe}, \omega$
$N, I_{ef}, c, y/\tau, q, \alpha, b.$
$COEF = \frac{4m\mu^2}{\pi} \cdot p_p \sigma l_{fe} \omega^2 N^2 I_{ef}^2 c$
$\beta = \sqrt{\omega \mu \sigma}$
$\alpha_b = 2\beta b$
$\alpha_c = 2\beta c$
$SIB = SI(\alpha_b)$
$SIC = SI(\alpha_c)$
$CIB = CI(\alpha_b)$
$CIC = CI(\alpha_c)$
NS = 1
SUM = 0
1

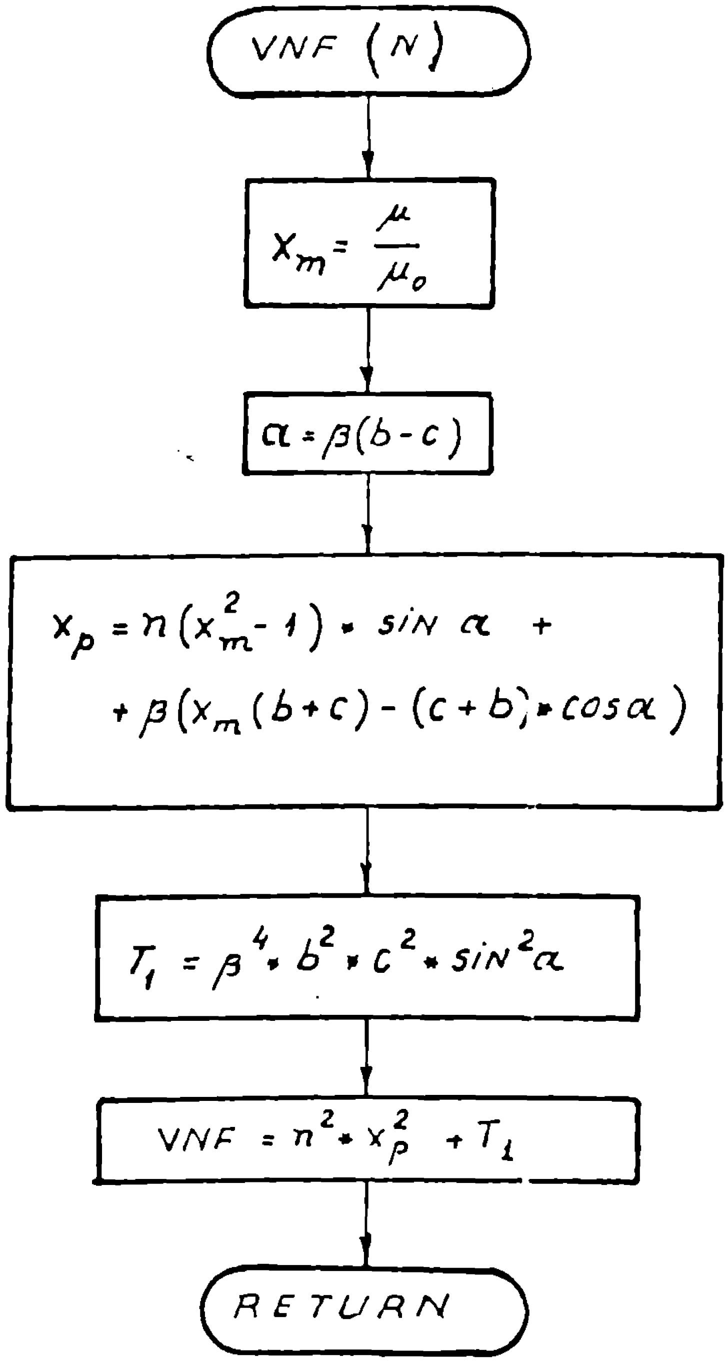

1
T = TERM (NS)
SUM = SUM + T
100 * | T / SUM | < ε
NU
DA
PFE = COEF * SUM
TIPĂRIRE REZULTATE
SUM , COEF , PFE
STOP


SI (X)
SI = 0
f_s = 1
K_{od} = 0
α = 0
1
α = α + 0.01
α < X
DA
NU
α = X
K_{od} = 1
2
$α_m$ = mod (α, 2π)
$f_d = \frac{1}{α} \sin(α_m)$
$SI = SI + \frac{1}{2}(f_s + f_d) \cdot 0.01$
$f_s = f_d$
NU
K_{od} = 1
DA
RETURN


CIC (X)
CI = 0
f_o = 1
K_od = 0
α = 0
1
α = α + 0.01
α < X
DA
NU
α = X
K_od = 1
2
α_m = mod(α, 2π)
f_d = (cos α_m - 1) / α
CI = CI + (f_s + f_d) * 0.01 / 2
NU
K_od = 1
DA
RETURN


TERM (N)
V_v = VNB (N)
V_f = VNF (N)
$K_{yn} = \sin \frac{n\pi}{2} \cdot \frac{y}{\tau}$
$K_{qn} = \frac{\sin nq\frac{\alpha}{2}}{q \sin \frac{n\alpha}{2}}$
$TERM = K_{yn}^2 \cdot K_{qn}^2 \cdot \frac{V_v}{V_f}$
RETURN


VNB (N)
$T = n^2\left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right)^2$
$T_2 = (b \cdot \beta)^2$
$T_3 = (T_1 + T_2)\ln\frac{b}{c} - (T_1 - T_2)$
$T_3 = T_3 \cdot (\cos\alpha_b\,(CIB - CIC) + \sin\alpha_b\,(SIB - SIC))$
$VNB = T_3 + n\alpha_b\left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right)(\sin\alpha_b\,(CIB - CIC) - \cos\alpha_b\,(SIB - SIC))$
RETURN


VNF (N)
$X_m = \frac{\mu}{\mu_0}$
$\alpha = \beta(b-c)$
$x_p = n(x_m^2 - 1) * \sin\alpha + \beta(x_m(b+c) - (c+b) * \cos\alpha)$
$T_1 = \beta^4 * b^2 * c^2 * \sin^2\alpha$
$VNF = n^2 * x_p^2 + T_1$
RETURN

ANEXA 3

DETERMINAREA POTENȚIALULUI MAGNETIC ÎN CRESTĂTURĂ

Soluția ecuației (3.116) este de forma:

$$\tilde{A}_{I,III} = K_{1I,III}\,\mathrm{sh}\,\gamma_c y + K_{2I,III}\,\mathrm{ch}\,\gamma_c y \qquad (A3.1)$$

în care:

$$\gamma_c = \sqrt{p\mu_c\sigma_c} \qquad (A3.2)$$

Soluția ecuației (3.117) este:

$$\tilde{A}_i = C_{1i}y + C_{2i}, \text{ unde } i = II, IV, V, VI \qquad (A3.3)$$

Constantele de integrare $K_{1I,III}$, $K_{2I,III}$, C_{1i} și C_{2i} se determină din condițiile de frontieră între domenii, unde potențialul magnetic vector A și componenta tangențială a lui H se conservă. Se completează cu legea circuitului magnetic aplicată pe la baza nivelului m și deasupra acestuia. Se studiază trei cazuri:

A3.1. Nivelul m parcurs de curentul $\tilde{I}(p)$ se găsește în stratul inferior. Atunci condițiile specificate mai sus se exprimă astfel:

$$\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_I}{\partial y}\right)_{y=(m-1)h} = 0$$

$$\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_I}{\partial y}\right)_{y=mh} = \frac{\tilde{I}(p)}{b_1}$$

$$\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_I}{\partial y}\right)_{y=h_1} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{II}}{\partial y}\right)_{y=h_1} = \frac{\tilde{I}(p)}{b_1}$$

$$(\tilde{A}_I)_{y=h_1} = (\tilde{A}_{II})_{y=h_1}$$

$$\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{II}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{III}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2} = \frac{\tilde{I}(p)}{b_1}$$

$$(\tilde{A}_{II})_{y=h_1+h_2} = (\tilde{A}_{III})_{y=h_1+h_2}$$

$$\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{III}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2+h_3} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{IV}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2+h_3} = \frac{\tilde{I}(p)}{b_1}$$

$$(\tilde{A}_{III})_{y=h_1+h_2+h_3} = (\tilde{A}_{IV})_{y=h_1+h_2+h_3}$$

$$\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial A_{IV}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2+h_3+h_4} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial A_V}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2+h_3+h_4} = \frac{\tilde{I}(p)}{b_5}$$

$$(\tilde{A}_{IV})_{y=h_1+h_2+h_3+h_4} = (\tilde{A}_V)_{y=h_1+h_2+h_3+h_4}$$

$$\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial A_V}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2+h_3+h_4+h_5} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial A_{VI}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2+h_3+h_4+h_5} =$$

$$= \frac{\tilde{I}(p)}{b_6}$$

$$(\tilde{A}_V)_{y=h_1+h_2+h_3+h_4+h_5} = (\tilde{A}_{VI})_{y=h_1+h_2+h_3+h_4+h_5}$$

unde: $\tilde{I}(p) = \mathscr{L}\left[i(t)\right]$

Făcînd înlocuirile în primele două condiţii, rezultă:

$$K_{1I} = -\frac{\mu_c \tilde{I}(p)}{b_1\ \gamma_c} \cdot \frac{\text{sh}\ \gamma_c h(m-1)}{\text{sh}\ \gamma_c h}$$

$$K_{2I} = \frac{\mu_c \tilde{I}(p)}{b_1\ \gamma_c} \cdot \frac{\text{ch}\ \gamma_c h(m-1)}{\text{sh}\ \gamma_c h}$$

Rezultă potenţialul magnetic vector în stratul inferior, de la baza crestăturii ca fiind:

$$\tilde{A}_I(p,y) = \frac{\mu_c \tilde{I}(p)}{b_1\ \gamma_c \text{sh}\ \gamma_c h} \qquad \text{pentru } y < mh \tag{A3.4}$$

$$\tilde{A}_I(p,y) = \frac{\mu_c \tilde{I}(p)}{b_1\ \gamma_c \text{sh}\ \gamma_c h}\ \text{ch}\ \gamma_c\left[y-h(m-1)\right] \tag{A3.5}$$

Determinarea constantelor C_{1II} şi C_{2II} se realizează din condiţia a treia şi a patra, obţinîndu-se:

$$C_{1II} = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}$$

$$C_{2II} = \frac{\mu_c \tilde{I}(p)}{b_1\ \gamma_c \text{sh}\ \gamma_c h}\ \text{ch}\ \gamma_c\left[h_1-h(m-1)\right] - \frac{\mu_0 \tilde{I}(p) h_1}{b_1}$$

Făcînd înlocuirile, se obţine potenţialul magnetic vector în izolaţia dintre straturi:

$$\tilde{A}_{II}(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}\left\{y-h_1+\frac{\mu_c\, ch\, \gamma_c[h_1-h(m-1)]}{\mu_0\, \gamma_c\, sh\, \gamma_c\, h}\right\} \qquad (A3.6)$$

Din condiţiile a 5-a şi a 6-a se obţin constantele K_{1III} şi K_{2III}:

$$K_{1III} = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}\left\{\frac{1}{\gamma_c}\, ch\, \gamma_c(h_1+h_2) - \frac{1}{\gamma_c\, sh\, \gamma_c h}\, sh\, \gamma_c(h_1+h_2)\, ch\, \gamma_c[h_1-h(m-1)] - \frac{\mu_0 h_2}{\mu_c}\, sh\, \gamma_c(h_1+h_2)\right\}$$

$$K_{2III} = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}\left\{\frac{1}{\gamma_c\, sh\, \gamma_c h}\, ch\, \gamma_c(h_1+h_2)\, ch\, \gamma_c[h_1-h(m-1)] - \frac{1}{\gamma_c}\, sh\, \gamma_c \cdot (h_1+h_2) + \frac{\mu_0 h_2}{\mu_c}\, ch\, \gamma_c(h_1+h_2)\right\}.$$

Rezultă astfel potenţialul magnetic vector în stratul superior:

$$\tilde{A}_{III}(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}\left\{\frac{1}{\gamma_c}\, sh\, \gamma_c(y-h_1-h_2) + \frac{1}{\gamma_c\, sh\, \gamma_c h}\, ch\, \gamma_c[h_1-h(m-1)] \cdot ch\, \gamma_c(y-h_1-h_2) + \frac{\mu_0 h_2}{\mu_c}\, ch\, \gamma_c(y-h_1-h_2)\right\} \qquad (A3.7)$$

Constantele de integrare C_{1IV} şi C_{2IV} se obţin din condiţiile a şaptea şi a opta, fiind cunoscut $\tilde{A}_{III}(p,y)$:

$$C_{1IV} = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}$$

$$C_{2IV} = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}\left\{\frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c}\, sh\, \gamma_c h_3 + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c\, sh\, \gamma_c h}\, ch\, \gamma_c[h_1-h(m-1)]\, ch\, \gamma_c h + h_2\, ch\, \gamma_c h_3 - h_1 - h_2 - h_3\right\}$$

Atunci potenţialul magnetic vector în domeniul IV rezultă:

$$\tilde{A}_{IV}(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}\left\{y-h_1-h_2-h_3 + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c}\, sh\, \gamma_c h_3 + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c\, sh\, \gamma_c h} \cdot ch\, \gamma_c[h_1-h(m-1)]\, ch\, \gamma_c h_3 + h_2\, ch\, \gamma_c h_3\right\} \qquad (A3.8)$$

Folosind a noua şi a zecea condiţie se determină constantele C_{1V} şi C_{2V}:

$$C_{1V} = \mu_0 \frac{\tilde{I}(p)}{b_5}$$

$$C_{2V} = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1} \left\{ \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c} \operatorname{sh} \gamma_c h_3 + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \operatorname{ch} \gamma_c \left[h_1 - h(m-1)\right] \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \operatorname{ch} \gamma_c h_3 + h_2 \operatorname{ch} \gamma_c h_3 - \frac{b_1}{b_5} (h_1 + h_2 + h_3 + h_4) + h_4 \right\}$$

Prin înlocuirile corespunzătoare, se obţine potenţialul magnetic vector în domeniul V:

$$\tilde{A}_V(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1} \left\{ \frac{b_1}{b_5} (y - h_1 - h_2 - h_3 - h_4) + h_4 + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c} \operatorname{sh} \gamma_c h_3 + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \operatorname{ch} \gamma_c \left[h_1 - h(m-1)\right] \operatorname{ch} \gamma_c h_3 + h_2 \operatorname{ch} \gamma_c h_3 \right\} \quad (A3.9)$$

Din condiţia a 11-a şi a 12-a se calculează constantele C_{1VI} şi C_{2VI}:

$$C_{1VI} = \mu_0 \frac{\tilde{I}(p)}{b_6}$$

$$C_{2VI} = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1} \left\{ \frac{b_1}{b_5} h_5 + h_4 + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c} \operatorname{sh} \gamma_c h_3 + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \operatorname{ch} \gamma_c \left[h_1 - h(m-1)\right] \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \operatorname{ch} \gamma_c h_3 + h_2 \operatorname{ch} \gamma_c h_3 - \frac{b_1}{b_6} (h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5) \right\}$$

In final se obţine şi potenţialul magnetic vector în gîtul crestăturii:

$$\tilde{A}_{VI}(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1} \left\{ \frac{b_1}{b_6} (y - h_1 - h_2 - h_3 - h_4 - h_5) + \frac{b_1}{b_5} h_5 + h_4 + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c} \operatorname{sh} \gamma_c h_3 + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \operatorname{ch} \gamma_c \left[h_1 - h(m-1)\right] \operatorname{ch} \gamma_c h_3 + h_2 \operatorname{ch} \gamma_c h_3 \right\} \quad (A3.10)$$

A3.2. Nivelul m, parcurs de curentul $\tilde{I}(p)$ se găseşte în stratul superior.

In această situaţie condiţiile de determinare a constantelor de integrare se scriu:

$$\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_I}{\partial y}\right)_{y=h_1} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{II}}{\partial y}\right)_{y=h_1} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{II}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2} =$$

$$= \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{III}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{III}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2+(m-1)h} = 0$$

$$(\tilde{A}_I)_{y=h_1} = (\tilde{A}_{II})_{y=h_1}$$

$$(\tilde{A}_{II})_{y=h_1+h_2} = (\tilde{A}_{III})_{y=h_1+h_2}$$

$$\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{III}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2+hm} = \frac{\tilde{I}(p)}{b_1}$$

$$\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{III}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2+h_3} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{IV}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2+h_3} = \frac{\tilde{I}(p)}{b_1}$$

$$(\tilde{A}_{III})_{y=h_1+h_2+h_3} = (\tilde{A}_{IV})_{y=h_1+h_2+h_3}$$

$$\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{IV}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2+h_3+h_4} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{V}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2+h_3+h_4} = \frac{\tilde{I}(p)}{b_5}$$

$$(\tilde{A}_{IV})_{y=h_1+h_2+h_3+h_4} = (\tilde{A}_{V})_{y=h_1+h_2+h_3+h_4}$$

$$\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{V}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2+h_3+h_4+h_5} = \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial \tilde{A}_{VI}}{\partial y}\right)_{y=h_1+h_2+h_3+h_4+h_5} = \frac{\tilde{I}(p)}{b_6}$$

$$(\tilde{A}_{V})_{y=h_1+h_2+h_3+h_4+h_5} = (\tilde{A}_{VI})_{y=h_1+h_2+h_3+h_4+h_5}$$

Pe baza primei condiţii care reprezintă legea circuitului magnetic se trage concluzia că potenţialul magnetic vector rămîne constant şi egal cu cel corespunzător coordonatei $y=h_1+$

$+h_2+h(m-1)$ pînă la această coordonată. Prin urmare din valorile intensităţii cîmpului magnetic la $y=h_1+h_2+h(m-1)$ şi $y=h_1+h_2+hm$ se deduc constantele K_{1III} şi K_{2III}:

$$K_{1III} = -\frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \operatorname{sh} \gamma_c \left[h_1+h_2+h(m-1)\right]$$

$$K_{2III} = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \operatorname{ch} \gamma_c \left[h_1+h_2+h(m-1)\right]$$

Deci potenţialul magnetic în stratul superior este:

$$\tilde{A}_{III}(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \operatorname{ch} \gamma_c \left[y-h_1-h_2-h(m-1)\right] \tag{A3.11}$$

pentru $y \geqslant h_1+h_2+mh$

Atunci potenţialul magnetic în stratul inferior şi izolaţia dintre straturi este:

$$\tilde{A}_I(p,y) = \tilde{A}_{II}(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \tag{A3.12}$$

Aceeaşi expresie o are potenţialul magnetic vector în stratul superior dar sub nivelul m:

$$\tilde{A}_{III}(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \quad \text{pentru } y < h_1+h_2+mh \tag{A3.13}$$

Din condiţiile de frontieră între domeniul III şi IV se deduc:

$$C_{1IV} = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}$$

$$C_{2IV} = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \operatorname{ch} \gamma_c \left[h_3-h(m-1)\right] - \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1} (h_1+h_2+h_3)$$

Rezultă potenţialul magnetic vector în domeniul IV:

$$\tilde{A}_{IV} = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1} \left\{ y-h_1-h_2-h_3+\frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \operatorname{ch} \gamma_c \left[h_3-h(m-1)\right] \right\} \tag{A3.14}$$

Determinarea constantelor de integrare C_{1V} şi C_{2V} se face din condiţiile de frontieră între domeniul IV şi V:

$$C_{1V} = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_5}$$

$$C_{2V} = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}\left\{h_4 + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \operatorname{ch} \gamma_c\left[h_3 - h(m-1)\right] - \frac{b_1}{b_5} \cdot \right.$$

$$\left. \cdot (h_1 + h_2 + h_3 + h_4)\right\}$$

Atunci, potențialul magnetic vector în domeniul V are expresia:

$$\tilde{A}_V(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}\left\{\frac{b_1}{b_5}(y - h_1 - h_2 - h_3 - h_4) + h_4 + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \operatorname{ch} \gamma_c\left[h_3 - h(m-1)\right]\right\} \qquad (A3.15)$$

Constantele C_{1VI} și C_{2VI} ce urmează a fi determinate din ultimele două condiții, rezultă:

$$C_{1VI} = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_6}$$

$$C_{2VI} = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}\left\{\frac{b_1}{b_5} h_5 + h_4 + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \operatorname{ch} \gamma_c\left[h_3 - h(m-1)\right] - \right.$$

$$\left. - \frac{b_1}{b_6}(h_1 + h_2 + h_3 + h_4)\right\}$$

Se poate scrie și potențialul magnetic în domeniul VI ca fiind:

$$\tilde{A}_{VI}(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1}\left\{\frac{b_1}{b_6}(y - h_1 - h_2 - h_3 - h_4 - h_5) + \frac{b_1}{b_5} h_5 + h_4 + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu_c}{\mu_0 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \operatorname{ch} \gamma_c\left[h_3 - h(m-1)\right]\right\} \qquad (A3.16)$$

A3.3. Nivelul m parcurs de curentul $I(p)$ se află în gîtul crestăturii la înălțimea $h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6$

Avînd în vedere că s-a presupus $\mu_{fe} = \infty$, din legea circuitului magnetic rezultă că intensitatea cîmpului magnetic este nulă sub nivelul m, deci potențialul magnetic vector este constant în tot spațiul crestăturii indiferent de domeniu:

$$\tilde{A}_I(p,y) = \tilde{A}_{II}(p,y) = \tilde{A}_{III}(p,y) = \tilde{A}_{IV}(p,y) = \tilde{A}_V(p,y) =$$

$$= \tilde{A}_{VI}(p,y) = \frac{\mu_0 \tilde{I}(p)}{b_1 \gamma_c \operatorname{sh} \gamma_c h} \qquad (A3.17)$$

ANEXA 4

DETERMINAREA PARAMETRILOR TRANZITORII AI LATURILOR DE SPIRA

Problema constă în aflarea originalelor expresiilor operaţionale (3.136) - (3.143). Pentru aceasta, termenilor componenţi li se aplică fie formula de inversiune Mellin-Fourier, fie formula dezvoltării generalizate a lui Heaviside. Acest lucru se poate realiza având în vedere următoarele:

- funcţia $\frac{\operatorname{sh} \Upsilon_c h}{\Upsilon_c} = \frac{\operatorname{sh} \sqrt{p \mu_c \sigma_c} h}{\sqrt{p \mu_c \sigma_c}}$ este o funcţie întreagă

având având $\lim_{p \to 0} \frac{\operatorname{sh} \sqrt{p \mu_c \sigma_c} h}{\sqrt{p \mu_c \sigma_c}} = h$ şi deci punctul singular exenţial din origine al ei este aparent;

- ecuaţia $\operatorname{sh} \Upsilon_c h = \operatorname{sh} \sqrt{p \mu_c \sigma_c} h = 0$, necunoscută fiind operatorul p, are rădăcini simple, inclusiv zero. Rezolvarea ecuaţiei se face echivalând funcţia hiperbolica cu cea corespunzătoare trigonometrică:

$$\operatorname{sh} \sqrt{p \mu_c \sigma_c} h = \frac{1}{j} \sin j \sqrt{p \mu_c \sigma_c} h = 0$$

a cărei rădăcini sint:

$$p_K = - \frac{K^2 \pi^2}{\mu_c \sigma_c h^2} \tag{A4.1}$$

Se face notaţia:

$$\tau_s = \mu_c \sigma_c h^2 \tag{A4.2}$$

care este denumită constanta de timp a spirei. Se obţine:

$$p_K = - \frac{K^2 \pi^2}{\tau_s} \quad \text{unde } K = 0, 1, 2, 3, \ldots \tag{A4.3}$$

In expresiile operaţionale a căror originale trebuiesc aflate, pe lîngă imaginile unor funcţii treaptă, apar în general termeni componenţi de forma:

$$F(p) = \frac{F_1(p)}{p\,F_2(p)} \tag{A4.4}$$

căreia i se poate aplica formula de inversiune a lui Heaviside, conform căreia funcţia original este:

$$\mathcal{L}^{-1}[F(p)] = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \sum_{K=1}^{\infty} \frac{F_1(p_K)}{p_K F_2'(p_K)}\, e^{p_K t} \tag{A4.5}$$

sau de forma:

$$F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \tag{A4.6}$$

a cărei funcţie original este:

$$\mathcal{L}^{-1}[F(p)] = \sum_{K=1}^{\infty} \frac{F_1(p_K)}{F_2'(p_K)}\, e^{p_K t} \tag{A4.7}$$

In ambele expresii (A4.5) şi (A4.7) p_K este dat de (A4.3).

A N E X A 5

DETERMINAREA COORDONATELOR PUNCTULUI z_K OBȚINUT PRIN APLICAREA TRANSFORMĂRII CONFORME PUNCTULUI Z_K

Integrînd expresia (3.175), se obține:

$$z = K_1 \int \frac{dZ}{\sqrt{Z(Z+1)}} + K_2$$

de unde rezultă:

$$z = K_1 \ln\left(2\sqrt{Z(Z+1)}+2Z+1\right)+K_2$$

sau

$$z = K_1 \,\mathrm{argch}\,(1+2Z)+K_2 \qquad (A5.1)$$

Se determină constantele K_1 și K_2:

- pentru $z=o$, $Z=o$ și deci $K_2=o$

- pentru $z=jb_1$, $Z=-1$ și rezultă $K_1=\frac{b_1}{\gamma}$

Observație: S-a avut în vedere că $\ln j = j\gamma$ iar $j=\sqrt{-1}$

Prin urmare se obține:

$$z = \frac{b_1}{\gamma}\,\mathrm{argch}(1+2Z) \qquad (A5.2)$$

Se determină funcția inversă: $Z=f(z)$

Se obține:

$$Z = \frac{1}{2}\left(\mathrm{ch}\,\frac{\gamma z}{b_1} - 1\right) \qquad (A5.3)$$

Se pune acum condiția ca punctul $z_K(x_K, jy_K)$ în care se găsește al K-lea conductor, să se regăsească în punctul $Z_K(X_K, jY_K)$

$$X_K+jY_K = \frac{1}{2}\;\mathrm{ch}\,\frac{\gamma(x_K+jy_K)}{b_1} - 1$$

de unde rezultă:

$$X_K = \frac{1}{2}\,\mathrm{ch}\,\frac{\gamma x_K}{b_1}\cos\frac{\gamma y_K}{b_1} - \frac{1}{2} \qquad (A5.6)$$

$$Y_K = \frac{1}{2} \operatorname{sh} \frac{\gamma x_K}{b_1} \sin \frac{\gamma y_K}{b_1} \qquad (A5.7)$$

BIBLIOGRAFIA

1. Abetti A., Adams G.E., Maginniss F.J. - Oscillation of coupled windings AIEE-Power Apparatur and Systems, 1955.
2. Abetti A., Johnson J.B., Schultz A.J. - Surge phenomena in large unit-connected steam turbine generators. AIEE Trans., 1952.
3. Abetti P.A. - Electrostatic voltage distribution and transfer in 3-winding transformers. Trans.AIEE/III,1954.
4. Adămuţ I. - Contribuţii la rezolvarea ecuaţiilor de propagare pe linii electrice lungi multifilare cu pierderi, nesimetrii şi influenţe mutuale. St.cerc.electroenerg. şi electrotehn. nr.4, 1967.
5. Adămuţ I. - Contribuţii privind propagarea undelor pe lanţuri de cuadripoli. Electrotehnica nr.5, 1970.
6. Abramovici B.N. - Metod opredelenia parametrov sinhronih maşin na TVM. Izvestija vîsşih ucebnih zavedenii. Energetika, nr.5, 1979.
7. Angot A. - Complemente de matematici pentru inginerii din electrotehnică şi telecomunicaţii. Ed.tehn. Bucureşti, 1966.
8. Antoniu I.S. - Regimuri tranzitorii. Manualul inginerului electrician. Vol.I, Ed. tehn., Bucureşti, 1955.
9. Antoniu I.S., Adămuţ I.A. - Contributions a la definition de la vitesse de propagation d'un signal sur les chaines de quadripoles. Rev.roum.sci.techn.electrotech. et energ., nr.3, 1966.
10. Apetrei C. - Verificarea izolaţiei maşinilor electrice cu tensiune redresată

continuă. Electrotehnica, nr.6, 1960.

11. Arună T. - Tensotehnica. Ed.tehn., Bucuresti, 1976.

12. Avakian V.A. - K voprosi vibrodiagnostiki tehnologiceskih defectoo electriceskih masin. Nauka, 1977.

13. Batanov V.S., Vihrev V.I., Suvarov N.I. - K voprosu o verojatnostnoi funcţii raspredelenia mejvitkovih napriajenii v obmotke asinhronovo dvigatelia s ucetom volnovih parametrov. Rukopusi dep.v. Informelektro nr.27, 1976.

14. Baltensperger P., Mayer H. - Überspannungen beim Abschalten von Hochspannungsmotoren.BBC Mitteilungen, 1953.

15. Bălă C.V., Ţugulea A. - Efectul pelicular tranzitoriu şi parametrii tranzitorii ai barelor conductoare masive de secţiune dreptunghiulară aşezate în crestăturile maşinilor electrice. Stud.şi cercet.de energ.şi electroteh. Tom 17, nr.3, 1967.

16. Battersby G.A., Mansel A.D. - Some notes on winding analysis and the measurement of machine parameters. Int.J.Elec.Eng.E. Ekspress informaţia.Elektriceskie maşini i aparati, nr.2, 1977.

17. Bins C., Lawerson P. - Analiz i rascet elektriceskih i magnitnih polei. Energia.Moskva, 1970.

18. Bluminski A.B. - Aparat pentru încercarea izolaţiei între spirele maşinilor electrice. Vestn.Promişlennosti, nr.6, 1961.

19. Baron E. - Calitatea şi fiabilitatea produselor. Ed.did.şi ped., Bucuresti, 1976.

20. Bobekov J.A., Rudjak V.M. - Instalaţie pentru controlul nedistructiv al înfăşurărilor statorului la turbo şi hidrogeneratoare. Elektrotechnika, URSS, nr.7, 1977.

21. Brinkii E.A., Danilevici I., Iakovlev V. - Elektromagnitnie polia v elektriceskih maşinah. Energia. Leningrad, 1979.

22. Böning W. - Vereinfachte Theorie des Spannungsstosses auf die Standerwicklung von Turbogeneratoren. Arch. Electr., 1961.

23. Burkov L.P. - Cercetarea înfăşurărilor statorului turbogeneratorului de 200 MW. Elektriceskie stanţii, URSS, nr.12, 1978.

24. Beitman G. - Matematiceskaia teoria rasprostranenia elektromagnetnih volni. Trad.lb.engleză. Moskva, 1958.

25. Cleja V., Vascan T. - Generator de impulsuri repetate pentru studiul comportării la impuls şi defectoscopia maşinilor electrice, Electrotehnica, nr.5, 1963.

26. Cioban I. - K rascetu perehodnih proţesov v dempfernih konturah elektriceskih maşin. Elektricestvo, nr.6, 1978.

27. Câmpeanu A. - Maşini electrice. Scrisul românesc, Craiova, 1977.

28. Cornick K.J., Thompson T.R. - Steep-fronted switching voltage transients and their distribution in motor windings. Proc.IEE, vol. 129, Pt.B, nr.2, 1982.

29. Deci G. - Rukovodstvo k prakticeskomu primeneniu preobrazovania Lapace i Z - preobrazovania. Moskva, 1971.

30. Danilevici I., Dobrovski V., Kasovski E. - Parametri elektriceskih maşini peremenovo toka. Nauka - Moskva - Leningrad, 1965.

31. Demidovitch B., Maron I. - Elements de calcul numerique. Editions mir., Moskou, 1979.

32. Doljak S. - Die Isolationen von Statorwicklungen in Hochspannungs Maschinen. Brown-Boveri. Mitt., nr.5, 1964.

33. Dordea T. - Maşini electrice. Ed.did.şi ped., Bucureşti, 1977.

34. Dordea T. - Proiectarea şi construcţia maşinilor electrice. Timişoara, 1979.

35. Ermolin N.P. - Otenka constructionoi nadejnosti malîh elektriceskih maşin. Elektromehanika, nr.4, 1970.

36. Frohn H. - Moglichkeiten den experimentallen Analyse des Luftspaltfeldes elektrischer Maschinen. ETZ.A-9e, nr.4, 1969.

37. Feynmann R.P., Leighton R.B., Sands M. - Fizica modernă. vol.2, Trad.lb. engleză, Ed.tehn., Bucureşti, 1970.

38. Galan N. - Cîmpul electromagnetic al unei înfăşurări parcurse de curent alternativ monofazat dispuse în întrefierul unei maşini electrice idealizate. St.şi cercet. energ.şi electrotehn., tom 17, nr.3, 1967.

39. Goldberg O.D., Gornicer V. - O nadejnosti asincronih dvigatelei, Vestnik el.-prom., nr.9, 1962.

40. Govorkov V.A. - Elektriceskie i magnitnie polia. Energia, Moskva, 1968.

41. Hannakam L., Holle L. - Berechnung von Kurzschlusstromen beim Teilkurzschlus in der Statorwichlungeiner leerlaufenden Synchron maschine. Arch. Electrotehn., nr.1, 1979.

42. Heller B., Veverka A. - Impulsnie protessî v elektriceskih maşinah. Moskva Energia, 1973.

43. Heller B., Veverka A. - Les phenomènes de choc dans les machines electriques. Dunod, Paris, 1963.

44. Hedley H.K. - Typ Testing Set of the Asincron Motors-Electrical Review, nr.10, 1963.

45. Hemstov B.I. - Descoperirea scurt circuitelor între spire la rotoarele turbogeneratoarelor. Elektriceskie stanţii, URSS, nr.6, 1953.

46. Hortopan Gh. - Contribuţia inst.de cercetări electrotehnice la rezolvarea problemelor de încercare la impuls. Electrotehnica, nr.6, 1962.

47. Jehmke E. - Tafeln hoherer Funktionen, 1960.

48. Jerve G.K. - Promişlenie ispitania elektriceskih maşin. Leningrad, 1956.

49. Juran J.M., Gryna F.M. - Calitatea produselor, tratat practic de planificare, proiectare şi control. Trad.lb.engleză, SUA, Ed.tehn., Bucureşti, 1973.

50. Kaoru Ishikawa, Kusaba Ikaru - Controlul de calitate. Ed.tehn., Bucureşti, 1973.

51. Kalman A. - Acţionări electrice. Ed.did.şi ped., Bucureşti, 1979.

52. Kasovski E. - Perehodnîe protessî elektriceskih maşin peremennogo toka. AN Moskva - Leningrad, 1962.

53. Karady G. - Die Prüfung der Isolierung von Induktions motoren mit Stosspannung. Electric, nr.17, 1963.

54. Kaganov Z.G. - Priblijenie metodi rasceta volnovogo napriajenia v neravnomernoi obmotke elektriceskoi maşini. Elektricestvo, nr.11, 1970.

55. Kazanov V.A., Kaganov J.G. - Rasprostranenie voln v obmotkach elektriceskich maşin. Elektricestvo, nr.4, 1949.

56. Karasev V.A., Skljanin A.V. - K raschetu perenaprjajenii v transformatorih ehmotkah. Elektricestvo, nr.11, 1952.

57. Kenensuke S.V., Sapilev G.A., Mericov K.A. - Elektriceskie masini. Spetialnii kurs. Visseia skola. Moskva 1975

58. Klaus H., Linsel W.A. - Optimierung eines Wicklungpruf-verfahrens zur Selektion von Windungsschussen und Fehlern in Kurzschlussleufen. Elektrie, nr. 9, 1976.

59. Kränkel D., Schuler R. - Kontrolle der Windungsfestigkeit bei Spulenwicklungen rotierender Hochspannungsmaschinen. Brown - Boveri Mitt., nr.4, 1970.

60. Krivoenko A.E. - Ispitanie elektriceskih masin posle capitalnovo i srednevo remontov. Prom.energetika, nr.7, 1977.

61. Kulakovski V.B. - Profilaktiteskie ispitania izolatii krupnih elektriceskih masin. Gosenergoizdat, Moskva-Leningrad 1961.

62. Kuznetov V.I., Artenov S.G. - Osnovie factori, opredeliaiuscie nadejnosti elektriceskie masin. Westnik elektro-prom., nr.9,1962.

63. Kuhlmann K. - Theoretische Elektrotechnik, vol. III: Grundzuge der Theorie elektrischen Maschinen, Basel, Verlag, 1949.

64. Kereny D., Rossa P. - Uber die Berechnung des Stosspannungsverteilung Maschinenwicklungen. Arch.Elektrotechn., 1969.

65. Lorenzen H.W., Quante M., Meyer A. - The electric Stress imposed upon a high-voltage winding of an asynchroneous maschine by impulse voltage. ICEM-Conf.Proceedings, Lausanne,Switzerland, sept.1984.

66. Lavdas F.D. - O metodă de diagnosticare funcţională a izolaţiei maşinilor electrice de înaltă tensiune, Puti povişenia nadejnosti electr. maşini, Kiev, 1977.

67. Lafosse M. - Manual practique de mesures elektriques et d'essais machines Ed.Dunod, Paris, 1959.

68. Makarov B. - Magnitnoe pole v subtovoi zone elektriceskoi maşini. Elektrotehnika, nr.7, 1970.

69. Manswarde M. - On surge voltage distribution in a spiral pancake winding, IEEE, Conf.Proceedings, Lausanne, Switzerland, sept.1984.

70. Mocanu C.I. - Aproximaţii ale efectului pelicular într-un diedru conductor. Studii şi cercet.energ.şi electrotehn.tom 17, nr.3, 1967.

71. Monnet M.M. - La repartition des tensions de choc sur les enroulements statoriques des machines tournantes. Revue Gen.de l'Electr.nr.9,1958.

72. Murano M., Fujei T., Nishikawa H. - Voltage escalation in interrupting inductive current by vacuum switches. IEEE Trans.Power Apparatus and Systems. Vol.PAS-93, 1974.

73. Murano M., Fujei T., Nishikawa H. - Three phase simultaneous interruption in interrupting inductive current using vacuum switches. IEEE Trans.Power Apparatus and Systems. Vol.PAS-93, 1974

74. Maeno T., Kabata M. - A.C. Commutatorless and Brushless Motor. IEE Trans.Power Apparatus and Systems, July-August 1972.

75. Mierlich M. - Aparat pentru încercarea izolaţiei dintre spirele bobinelor de înaltă tensiune. Deutsche Elektrotehnik, nr.11, 1955.

76. Mason J.H. - The resistance of sheet insulation to surface discharge. Proc. IEE, nr.36, 1968.

77. Nemenova O.N., Miulkov V.A. - Generator impulsov dlia issledovanie perenapriajenii v rotornih obmotok. Elektromehanika, nr.10, 1979.

78. Myskis A.D. - Advanced Mathematics for Engineers special courses. Mir Publishers Moskva, 1975.

79. Nedelcu V. - Regimurile de funcționare ale mașinilor de c.a. Ed.tehn., Bucureşti, 1963.

80. Nicolaide A., - Mașini electrice. Craiova,1975.

81. Nitu V.I. - Fiabilitatea instalațiilor energetice, Ed.Acad. 1973.

82. Novac I. - Studiul tehnic şi experimental privind îmbunătățirea performanțelor motoarelor asincrone. Contract ICPE 79/1983.

83. Nurnberg W. - Die Prüfungelektrischer Maschinen und die Untersuchung ihrer magnetischen Feldern. Berlin, Verlag, 1959.

84. Parteni C.I., Antoniu I.S. - Comportarea mașinilor electrice la unde de șoc. Ed.Acad., 1957.

85. Popescu C. - Curs de materiale electrotehnice. Ed.did.și ped., București, 1961.

86. Pirenne J. - Theorie generale des phenomenes oscillatoires dans les enroulements des transformateurs. Rev. gen.electr., 1940.

87. Posthikov I.M. - Obobșceannie teoria i perehodnie proțessi elektriceskih mașin. Tehnika, Kiev, 1966.

88. Postnikov I.M., Maergois I.D., Postnikov V.I. - Magnitnoe pole i parametri zamșcenia masivno rotornoi mașini pri malih skolijeniah. Elektricestvo, nr.9, 1977.

89. Rădulet R. - Bazele teoretice ale electrotehnicii. Bucureşti, 1956.

90. Rădulet R. - Bazele electrotehnicii, Probleme. Ed.did.şi ped., Bucureşti, 1961.

91. Rădulet R., Timotin Al., Ţugulea A. - Introducerea parametrilor tranzitorii în studiul circuitelor liniare avînd elemente nefiliforme şi pierderi suplimentare. St.cercet.energ.electr., nr.4, 1966.

92. Rădulet R., Timotin Al., Ţugulea A. - O teorie generală a parametrilor liniei tranzitorii ai liniilor electrice lungi în prezenţa solului. St.cercet.energ.electr., nr.3, 1966.

93. Rădulet R., Timotin Al., Ţugulea A. - The Propagation Equations with Transient Parameters for Long Lines with losses. Rev.roum.sien.techn. Serie electrotechn. et energ., nr.4, 1970.

94. Richter R. - Infăşurările maşinilor electrice Ed.tehn., Bucureşti, 1960.

95. Richter R. - Maşini electrice. Ed.tehn., Bucureşti, 1960.

96. Ribakov V.L. - Analiz pricin otkazov elektriceskih maşin malşi moşcinosti pri ispitania na dolgovecinosti i nadejnosti. Elektrotehniceskaia prom., nr.6, 1971.

97. Rodstein L.S. - Puti povişenia nadejnosti elektriceskih maşin. Energetika, nr. 11, 1965.

98. Rüdenberg R. - Fenomene tranzitorii în sisteme electromagnetice. Trad.lb.engleză, Ed.tehn., Bucureşti, 1959.

99. Ryshik I.M., Gradstein I.S. - Summen, Produktund Integral Tafeln. Berlin, 1963.

100. Say M.G. - Elektrical engineer's reference book. London, 1976.

101. Sivokobilenko V. - O predelenie parametrov i harakteristik megin peremennogotoka. Energetika nr.5, 1978.

102. Sivokobilenko V.F., Kostenko V.I. - Prognozirovanie sroka slujbi izolaţii elektrodvigateli. Elektr.stanţii, nr.1, 1977.

103. Schwarz K.K. - Performance requirements and test methods for high voltage a.c.-motor insulation. Proc. IEE Anglia, vol.116, nr.10, 1969.

104. Schuler R. - Fertigungskontrollen bei Hochspannungsmaschinen mit Wicklungen. Brown-Boveri Mitt., nr.8, 1976.

105. Skliarov A.E. - Determinarea locului unui defect în izolaţia secţiilor de bobinaj ale maşinilor electrice. Vestn.Elektroprom.nr.2,1963.

106. Smolenski A.V. - Elektromagnitnie polia i proţesi v elektriceskih maşinah i ih fiziceskoe modelirovanie. Energia, 1969.

107. Stephanides H.W., Eichenberger E. - Überspannungen an Generatoren in Blockschaltung und Massnahmen zu ihrer Begrenzung. Bull.ASE, nr. 61, 1970.

108. Sugiyama T., Nishiwaki T., Takeda S. - Measurements of Synchronous Machine parameters under operating condition. IEE Trans. Vol.PAS 101, nr.4, 1982.

109. Şora C. - Cuadripolul electric. Ed.Tehn. Bucureşti, 1964.

110. Tănase M. - Determinarea mărimilor de stare ale cîmpului electromagnetic dintr-o MEN în regim tranzitoriu. Vol.1 Ses.com.şt.IMT, 1984.

111. Tănase M. – Contribuţii la studiul propagării undelor de-a lungul maşinii electrice. CNEE sept.1984, Craiova.

112. Tănase M. – Sesizor autoprotejat de semnale. Brevet OSIM nr.84019/1983.

113. Tănase M. – Releu rotativ. Invenţie, brevet OSIM nr.297/20.VI.1983.

114. Tănase M. – Izolatest – prototip IPTVT-ICPMSE.

115. Tănase M. – Bobinotest – prototip IPTVT-ICPMSE.

116. Taran V.P., Evlantiev V.A. – Prognozirovanie rabotosposobnosti izolaţii obmotok pogrujnih elektrodvigatelei v proţessi expluataţii. Prom.energetika, nr.2, 1970.

117. Timotin Al., Hortopan V., Ifrim A., Preda M. – Lecţii de bazele electrotehnicii. Ed.did.şi ped., Bucureşti, 1970

118. Timotin Al., Ţugulea A. – Parametrii tranzitorii longitudinali ai liniei coaxiale. St.cerc. energ.electr., tom.17, nr.3, 1967.

119. Timotin Al. – Sur l'intégration des equations a paramètres transitoires du type exponentiel. Rev.roum.scien.tech. Serie electr.etenergetique, nr.4, 1969.

120. Timotin Al. – Wave propagation on unifilar line with ground return. Rev.roum.scien.tech.Serie electr.et energ., nr.2, 1970.

121. Tisenco A. – Siguranţa în exploatare a motoarelor electrice. Electricestvo, nr.11, 1964.

122. Tihonov A.N., Samarski A.A. – Ecuaţiile fizicii matematice. Ed.tehn., Bucureşti, 1956.

123. Titko A.I., Sciastlivii G.G. – Matematiceskoe i fiziceskoe modelirovanie elektromagnitnih polei v elektriceskih maşinah peremenogo toka. Nauk – Kiev, 1976.

124. Vajnov A.I. – Perehodnîe proţessi v maşinah peremenogo toka. Energia-Leningrad,1980.

125. Wittich J. - Die Schwingungsgleichungen eines idealisierten Hochspannungs Transformators. Arch. Elektr. 1956.

126. Wagner K.W. - Elektromagnetische Wellen Verlag Birkhauser-Basel/Stuttgart, 1953.

127. Wagner K.W. - Das Eindringen einer elektromagnetischen Welle in eine Spule mit Windungskapazitat. Electrotechn. u Masch.-Bau., 1915

128. Wagner K.W. - Operatorenrechnung und Laplacesche Transformation nebst Anwendungen in Physik und Technik, Leipzig, 1962.

129. Watson W., Manchur G. - Synchronous machine operational impedances from low voltage measurements at the Stator terminals. IEE Trans. vol. PAS 93, nr. 3, 1974.

130. Wright M.T., Yang S.J. Mc. Leay K. - General theory of fast-fronted interturn voltage distribution in electrical machine windings. IEE Proc. B. Electr. Power Appl., vol. 130, nr. 4, 1983.

131. Wenger S. - Storenspannungsbeanspruchung der Wicklungen rotierender elektrischer Hochspannungs maschinen. ELIN-Zeitschrift, 32, 1982.

132. Yang S.J., Dhariwal R.S. - Characteristics of large machine stator coils when subjected to a sharp-fronted impulse voltage. ICEM Conf. Proc., Lausanne, Switzerland, sept. 1984.

133. * * * - Manualul inginerului, vol. I, Ed. tehn., Bucuresti, 1965.

134. * * * - Wicklungs Isolationsprufgerate High voltage test Systems - ASEA Haefley, editia D.190.2, 1979.

135. * * * - STAS 1893-65

136. * * * - Non-destructive techniques evaluate machine winding life. Electrical Times, Anglia, nr. 9, 1971.

137. * * * - Contract cercetare stiintifică nr. 6655/5.05.1975 IPT-Electrotimiş.