

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREȘTI  
FACULTATEA UTILAJE ȘI INGINERIA PROCESELOR CHIMICE  
CATEDRA INGINERIE CHIMICA

TEZA DE DOCTORAT

BIBLIOTECA CENTRALĂ  
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"  
TIMIȘOARA

ing. VASILESCU PAUL

INSTITUTUL POLITEHNIC TIMIȘOARA	
b	A
CENTRALA	
Volume Nr.	496.887
Data	356 E

H I D R O D I N A M I C A  
S I  
T R A N S F E R U L D E M A S A  
I N  
F I L M E L I C H I D E

INSTITUTUL POLITEHNIC TIMIȘOARA	
BIB.	76.887
Volume	356
Data	3.5.6



## C U P R I N S

Introducere . . . . .	1 - 2
Partea I-a : Procese de transfer în filme lichide. . . . .	3 - 69
1. Transferul de impuls în filme lichide . . . . .	4 - 38
1.1. Descrierea curgerii în film . . . . .	4 - 6
1.2. Aspecte teoretice ale curgerii în film . . . . .	6 - 25
1.2.1. Curgerea laminară fără valuri, netedă . . . . .	7
1.2.2. Apariția valurilor. Considerații asupra stabilității . . . . .	14
1.2.3. Curgerea laminară cu valuri, ondulată. . . . .	17
1.2.4. Curgerea turbulentă . . . . .	20
1.2.5. Curgerea în film în prezența mișcării fluidului adiacent . . . . .	21
1.3. Analiza rezultatelor teoretice și experimentale . . . . .	25 - 38
1.3.1. Grosimea filmului . . . . .	25
1.3.2. Apariția turbulenței în film. . . . .	28
1.3.3. Suprafața ondulată a filmelor . . . . .	30
1.3.4. Efectul rugozității peretelui asupra curgerii în film. . . . .	34
1.3.5. Viteza filmului și profilele de viteze în film. . . . .	36
1.3.6. Efortul tangențial la perete în filme lichide . . . . .	37
1.4. Concluzii . . . . .	38
2. Transferul de masă în filme lichide . . . . .	39 - 69
2.1. Teoriile transferului de masă . . . . .	39 - 40
2.1.1. Teoria filmului dublu . . . . .	39
2.1.2. Teoria penetrației. . . . .	41

2.1.3.	Teoria rennoirii suprafeței. . . . .	44
2.1.4.	Teoria film - penetrație. . . . .	45
2.1.5.	Alte teorii . . . . .	46
2.1.6.	Concluzii . . . . .	47
2.2.	Transferul de masă gaz-film lichid. . . . .	48 - 60
2.2.1.	Transferul de masă în regim laminar fără valuri . . . . .	48
2.2.2.	Transferul de masă în regim laminar cu valuri. . . . .	50
2.2.3.	Transferul de masă în regim turbulent . . . . .	53
2.2.4.	Influența diversilor factori. . . . .	55
2.3.	Intensificarea transferului de masă în filme lichide . . . . .	60 - 68
2.3.1.	Pulsarea fazei adiacente filmului lichid . . . . .	61
2.3.2.	Vibrarea filmului lichid. . . . .	62
2.3.3.	Alte procedee . . . . .	65
2.4.	Concluzii . . . . .	68 - 69
Partea a II-a : Cercetări experimentale ale proceselor de transfer în filme lichide continue. . . . .		70 - 156
3.	Instalația experimentală. . . . .	71 - 85
3.1.	Descrierea instalației. . . . .	72
3.2.	Condiții de lucru. . . . .	81
4.	Hidrodinamica filmelor lichide continue . . . . .	86 - 129
4.1.	Curcubrea filmului în zona de intrare . . . . .	89-104
4.1.1.	Analiză teoretică . . . . .	90
4.1.2.	Date experimentale. . . . .	98
4.2.	Curcubrea în filme lichide cu valuri, cu suprafețe liberă ondulate. . . . .	104 - 129

4.2.2.	Date experimentale . . . . .	114 .
5.	Transfer de masă în filme	
	lichide . . . . .	129 - 153
5.1.	Analiza teoretică . . . . .	131
5.2.	Date experimentale. . . . .	136
6.	Concluzii generale. . . . .	154 - 156
	Notații . . . . .	157 - 161
	Bibliografie . . . . .	162 - 169

## I N T R O D U C E R E

Dezvoltarea continuă a industriei chimice implică o diversificare a cercetării, fundamentale cât și aplicative, în domeniul chimiei, tehnologiei cât, mai ales în ultimile decenii, al ingineriei chimice.

Apariția unor noi direcții de dezvoltare ale industriei chimice a determinat reconsiderarea unor procese existente și dezvoltarea teoretică și experimentală a unor fenomene de transfer în vederea realizării unor utilaje de înaltă eficiență.

Studiile efectuate asupra proceselor de transfer în filme lichide au permis aplicarea acestora în numeroase domenii ale ingineriei și tehnologiei chimice, realizarea unor operații unitare și reacții chimice specifice, de înaltă eficiență.

Fenomenele de transfer în filme lichide prezintă interes atât din punct de vedere al tratării teoretice cât și al cercetării experimentale, numeroasele studii elaborate au permis reliefarea complexității fenomenelor, a factorilor ce determină intensitatea lor, dar, în același timp și diversitatea soluțiilor și modalităților de rezolvare practică, ceea ce limitează domeniul de valabilitate a rezultatelor obținute.

În prezenta lucrare s-au studiat, teoretic și experimental, unele aspecte privind hidrodinamica și transferul de masă în filme lichide gravitaționale, verticale, în curgere cu valuri, domeniu de curgere des utilizat industrial, în scopul determinării unor relații calitative și cantitative care să caracterizeze fenomenele studiate și totodată să permită crearea unei baze de calcul pentru proiectarea, dimensionarea tehnologică, a utilajelor (aparaturii)

specifice.

Modelul experimental, conceput și realizat în prezenta lucrare, caracterizat prin flexibilitate în operare, construcție simplă și aplicabilitate pentru orice sistem de fluide, permite multiplicarea la scară industrială în vederea obținerii de utilaje de înaltă eficiență, de mare compactitate și care se pretează standardizării.

Lucrarea este structurată în două părți, cuprinzând șase capitole, lista de notații și bibliografie.

Prima parte, capitolele 1 și 2, redă aspectele teoretice și compararea soluțiilor obținute cu datele experimentale existente în literatura de specialitate, privind hidrodinamica și transferul de masă în filme lichide, pentru diverse tipuri și modalități de curgere.

Partea a doua, capitolele 3, 4 și 5, cuprinde elementele originale, proprii, ale lucrării, descrierea instalației experimentale, datele experimentale și prelucrate privind unele aspecte ale hidrodinamicii și transferului de masă în filme lichide verticale, în curgere netedă și cu valuri pe suprafețe cilindrice exterioare, analiza teoretică proprie sau adaptată condițiilor experimentale și compararea soluțiilor obținute cu datele experimentale.

În ultimul capitol al lucrării, al șaselea, sînt formulate principalele concluzii și rezultate ale lucrării.



## PARTEA a I-a

### PROCESE DE TRANSFER IN FILME LICHIDE

Procesele de transfer în filme lichide, aplicate în numeroase instalații chimice industriale cât și în sfera domeniului industriei chimice, prezintă avantajul realizării unor operații unitare de eficiență ridicată.

Transferul de impuls (hidrodinamica) în filmele lichide prezintă atât interes teoretic cât și aplicativ, caracterizarea parametrilor curgerii în filme lichide permite determinarea metodelor și alegerea modalităților de intensificare a proceselor de transfer de masă și de căldură.

Transferul de masă în filme lichide presupune existența unei faze adiacente, schimbul de substanță interfizic având proprietăți caracteristice funcție de natura acestuia. Cele mai răspândite sisteme bifazice ce utilizează filmele lichide sînt: gaz - lichid (absorbție, umezire), vapori - lichid (distilare-rectificare, condensare parțială), lichid - lichid (extracție în filme suprapuse), solid - lichid (faza solidă fiind suprafața pe care curge filmul - extracție, dizolvare).

În această parte a lucrării se prezintă unele aspecte ale hidrodinamicii filmului de lichid, pentru diferite forme și stări ale suprafeței de curgere, mecanismele transferului de masă, transferul de masă gaz - film lichid precum și procedee de intensificare a acestora.

## 1. TRANSFERUL DE IMPULS IN FILME LICHIDE

### 1.1. Descrierea curgerii in film.

Se pot distinge variate tipuri de curgeri in film, cele mai importante dintre acestea sînt curgerca staționară și curgerca uniformă, in care proprietățile curgerii sînt constante in raport cu timpul și cu distanța pe direcția de curgere.

Astfel, curgerca in film fără valuri, in coloane cu pereți udați, in zona de intrare este staționară dar neuniformă, in timp ce in zona de ieșire este staționară și uniformă. Unele curgeri in filmele cu valuri sînt atît nestaționare cît și neuniforme.

Analiza dimensională a curgerii in film a arătat că in general proprietățile curgerii pot să depindă de criteriile de similitudine Reynolds, Weber și Froude, de efortul tangențial la suprafața liberă a filmului, exprimat adimensional. Pentru curgerile in film cu valuri (ondulat) apare și criteriul Strouhal, caracterizat de frecvența suprafeței ondulate și rapoartele geometrice dintre amplitudinea și lungimea valului și grosimea medie a filmului.

Cel mai des utilizată este dependența de numerele Re, Fr, We, acestea fiind scrise sub forma :

$$Re = \bar{u} \bar{b} \rho / \eta \quad (1)$$

$$We = \bar{u} / (\sigma / \rho \bar{b})^{1/2} \quad (2)$$

$$Fr = \bar{u} / (g \bar{b})^{1/2} \quad (3)$$

(Notațiile sînt prezentate la pag. 157).

Este bine cunoscut din studiile curgerii lichidelor, că sub o anumită valoare critică a numărului Reynolds, curgerca va

fi în principal numai laminară, în timp ce în jurul acestei valori, turbulența joacă un rol determinant, din ce în ce mai mare.

Același fenomen este valabil și pentru curgerea în film, dar trebuie reamintit faptul că în filmele subțiri o mare parte din grosimea totală a filmului continuă să fie ocupată de „substratul laminar” chiar și la curgeri cu viteze destul de mari,  $Re \gg Re_{crit}$ , ceea ce determină ca trecerea de la curgerea laminară la cea turbulentă să nu poată fi brusc marcată, ca în cazul curgerii prin conducte. Datorită prezenței suprafeței libere în curgerea în film, spre deosebire de curgerea prin conducte, regimul de curgere a filmului nu poate fi definit numai ca laminar sau turbulent.

Funcție de valorile numerelor Froude și Weber, suprafața liberă a filmului poate fi netedă, fără valuri, sau acoperită cu diverse tipuri de valuri: gravitaționale, capilare sau mixte. Este bine a se preciza că prezența valurilor nu este o indicație că curgerea este în totalitate turbulentă. Caracterizarea regimului de curgere numai funcție de numărul Reynolds a condus la un număr destul de mare de regimuri, descrise de numeroase valori ale numărului Reynolds critic,  $Re_{crit}$ , pentru apariția valurilor, turbulenței etc.

Rezultă că descrierea diferitelor regimuri de curgere în film este posibilă numai în funcție de toate cele trei numere  $Re$ ,  $We$ , și  $Fr$ .

Cele mai importante regimuri de curgere în film sînt: laminar fără valuri (neted), laminar cu valuri (ondulat) și turbulent.

De exemplu, în cazul filmelor de apă curgînd pe pereți verticali sau înclinați, curgerea laminară fără valuri (netedă)

este numai la debite de lichid foarte mici,  $Re$  mic, valurile de tip gravitațional ale suprafeței filmului predomină la valori moderate ale lui  $Re$ , în timp ce efectele de capilaritate încep să devină importante, în principal, la viteze mari de curgere, adică la  $Re$  mare. Pentru filmele de apă, numărul  $Fr$  este mai mare decât numărul  $We$  la o viteză de curgere dată, excepție făcând curgerea pe pereți înclinați cu pantă mică. Este clar că regimul de curgere în film este o funcție complicată, depinzând de proprietățile fizice ale lichidului, de viteza de curgere și de panta planului pe care curge filmul.

Fulford [1] a găsit pentru filmele de apă că valurile gravitaționale apar în regiunea  $Fr = 1 \dots 2$ , iar efectele capilare de suprafață încep să devină importante în vecinătatea valorii lui  $We = 1$ .

Trecerea de la curgerea laminară la cea turbulentă se produce la un număr  $Re$  cuprins între 250 și 500.

## 1.2. Aspecte teoretice ale curgerii în film.

Curgerea lichidelor sub formă de filme subțiri este în general însoțită de diferite fenomene, ca de exemplu valuri la suprafața liberă. Aceste valuri complică cu mult încercarea de a da o tratare teoretică unitară, generală, a problemei curgerii în film.

Keulegan [2] consideră că unele tipuri de mișcare ondulatorie (curgere cu valuri) sînt mult mai complexe decât curgerea fluidelor.

Cu toate acestea, prin acceptarea unor ipoteze simplificatoare este posibilă obținerea unor relații care au o mare utilitate, întrucît ele descriu limitele la care comportarea curgerii va tinde astfel încît ipotezele făcute să fie accesibile în practică.

### 1.2.1. Curgerea laminară fără valuri, netedă.

Cele mai generale ecuații pentru curgerea laminară a fluidelor normal viscoase incompresibile, cu proprietăți fizice constante, sînt ecuațiile Navier - Stokes, care în coordonate rectangulare  $x, y, z$  se pot scrie astfel :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{\partial \Omega}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = - \frac{\partial \Omega}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v \quad (5)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{\partial \Omega}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w \quad (6)$$

unde  $u, v$  și  $w$  sînt vitezele pe direcțiile  $x, y$  și  $z$ ,  $t$  este timpul,  $\rho$  și  $\nu$  proprietățile fizice ale fluidului,  $p$  este presiunea,  $\Omega$  reprezintă forța motoare a cîmpului în care are loc curgerea,  $\nabla^2$  este operatorul Laplace.

În plus, ecuația de continuitate

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

trebuie să fie satisfăcută.

Intrucît se va considera numai cîmpul gravitațional, derivatele negative de  $\Omega$  vor fi egale cu componentele lui  $g$  în direcțiile respective.

#### 1.2.1.1. Curgerea în film bidimensional.

Dacă curgerea este staționară, uniformă și bidimensională, ecuațiile (4) - (6) se reduc la cazul cel mai simplificat obținut de Nusselt [3] :

$$\frac{d^2 u}{dy^2} + \frac{g}{\nu} \sin \theta = 0 \quad (8)$$

$$\frac{dp}{dx} = \rho g \cos \theta \quad (9)$$

$$\frac{dp}{dz} = 0 \quad (10)$$

unde  $\theta$  este panta peretelui pe care curge filmul.

Ecuatia de continuitate este satisfăcută automat.

Cu condițiile limită :

$$u = 0 \quad \text{la } y = 0 \quad (\text{fără alunecare la perete})$$

$$\frac{du}{dy} = 0 \quad \text{la } y = b \quad (\text{fără frecare la interfață})$$

distribuția vitezei este dată de ecuația unei semiparabole :

$$u = \frac{g}{\nu} (\sin \theta) \left( by - \frac{y^2}{2} \right) \quad (11)$$

Viteza superficială, la  $y = b$ , este prin urmare :

$$u_s = \frac{gb^2}{2\nu} \sin \theta \quad (12)$$

Viteza medie, obținută prin integrarea ec. (8) pe grosimea filmului, este :

$$\bar{u} = \frac{gb^2}{3\nu} \sin \theta \quad (13)$$

de unde :

$$\frac{u_s}{\bar{u}} = 1,5 \quad (14)$$

Debitul volumetric pe perimetrul udat este :

$$\Gamma_v = b\bar{u} = \frac{gb^3}{3\nu} \sin \theta \quad (15)$$

In absența frecării la suprafața liberă, efortul tangențial la perete trebuie să suporte întreaga forță de greutate a filmului, astfel că :

$$\tau_w = b \cdot \rho \cdot g \sin \theta = (3 \rho^2 g^2 \nu \Gamma_v \sin \theta)^{1/3} \quad (16)$$

Utilizînd numărul Reynolds pentru film definit ca :

$$Re = b\bar{u} / \nu = \Gamma_v / \nu \quad (17)$$

rezultatele obținute se pot scrie sub forma :

$$\bar{u} = \left[ \frac{\nu g \sin \theta}{3} \right]^{1/3} Re^{2/3} \quad (18)$$

$$b = \left[ \frac{3 \nu^2}{g \sin \theta} \right]^{1/3} Re^{1/3} \quad (19)$$

$$\tau_w = \rho (3 \nu^2 g^2 \sin^2 \theta)^{1/3} \cdot Re^{1/3} \quad (20)$$

Dacă factorul de frecare pentru curgerea în film este definit, în mod curent, astfel ca  $\tau_w = \frac{f_0 \rho \bar{u}^2}{2}$ , atunci prin substituirea lui  $\tau_w$  și  $\bar{u}$  din ecuațiile (20) și (19) se obține:

$$f_0 = 6 / Re \quad (21)$$

care poate fi comparată cu valoarea analoagă pentru curgerea laminară în conducte :  $f_0 = 8/Re$ .

### 1.2.1.2. Curgerea în film axial simetric.

Cînd filmul curge pe o suprafață cilindrică verticală, de rază R, ec. (8) devine :

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} = - \frac{g}{\nu} \quad (22)$$

în care r este coordonata radială, iar condițiile limită sînt :

$$u = 0 \quad \text{la } r = R$$

$$\frac{du}{dr} = 0 \quad \text{la } r = R + b$$

Profilul de viteză va fi dat de expresia :

$$u = \frac{g}{4\nu} (R^2 - r^2) + \frac{g}{2} (R + b)^2 \ln \left( \frac{r}{R} \right) \quad (23)$$

iar debitul volumetric de lichid pe perimetrul udat este dat de ecuația lui Fcînd [4] :

$$Q_v = \frac{g}{16\nu} \left[ \frac{4(R+b)^4}{R} \ln \left( \frac{R+b}{R} \right) - \frac{3(R+b)^4}{R} + 4R(R+b)^2 - R^3 \right] \quad (24)$$

Acastă ecuație, dificilă pentru utilizarea frecventă, se poate scrie, prin dezvoltarea termenilor de puteri a lui

(b/R), sub forma :

$$\Gamma_v = \frac{\rho b^3}{3\gamma} \left[ 1 + \frac{b}{R} + \frac{3}{20} \left(\frac{b}{R}\right)^2 - \frac{1}{40} \left(\frac{b}{R}\right)^3 + \frac{1}{140} \left(\frac{b}{R}\right)^4 \dots \right] \quad (25)$$

Dacă raza cilindrului tinde spre infinit ( $R \gg b$ ), se poate observa că ec. (25) devine ec. (15) pentru pereți de lungime infinită.

### 1.2.1.3. Curgerea în film tridimensional.

Cînd filmul curge într-un canal de lățime finită, cu pereți laterali, curgerea nu este în întregime bidimensională, deoarece au loc efecte de margine, ce trebuie luate în considerare.

Frecvent pot apărea următoarele două tipuri de efecte de margine :

- efecte de margine de vîscozitate, datorită frecării lichidului pe pereții laterali ;

- efecte de margine de capilaritate, datorită ridicării suprafețelor capilarilor de la pereții laterali.

Efectul de margine al vîscozității va fi calculat presupînd că lichidul nu posedă tensiune superficială, astfel că suprafața lichidului este plană, orizontală, de la un perete al canalului la celălalt.

În acest caz ec. (4) se reduce la :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = - \frac{\rho g}{\eta} \sin \theta \quad (26)$$

Soluțiile acestei ecuații au fost date de Fulford [ 1 ] :

- distribuția vitezei

$$u = \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n \frac{16w^2 \rho \sin \theta}{(2n+1)^3 \bar{\lambda}^3 \gamma} \left\{ \frac{\cos \left[ (2n+1) \frac{\bar{\lambda}}{2} \frac{y-b}{w} \right]}{\cos \left[ (2n+1) \frac{\bar{\lambda}}{2} \frac{b}{w} \right]} \right\} \cos \left[ (2n+1) \frac{\bar{\lambda}}{2} \frac{z}{w} \right]$$

- debitul de lichid pe perimetrul udat



$$2 w \Pi_v = \frac{4 w^4 \rho \sin \theta}{\nu} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[ \frac{2}{(2n+1)\pi} \right]^5 \tan \frac{(2n+1)\pi b}{2w} \right\} - \frac{b}{w} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{(2n+1)\pi} \right]^4 \right\} \quad (28)$$

În cazurile uzuale, cînd lăţimea canalului este considerabil mai mare decît grosimea filmului, Hopf a arătat că ec. (28) poate fi mult simplificată, obţinîndu-se debitul de lichid pe perimetrul udat sub forma :

$$\Pi_v = \frac{\rho b^3 \sin \theta}{3 \nu} \left( 1 - 0,63 \frac{b}{w} \right) \quad (29)$$

După cum  $w \rightarrow \infty$ , ec. (29) tinde către ecuaţia soluţie pentru curgerea pe o placă cu lungime infinită, adică ec. (15), prin comparare cu care se vede că termenul  $(0,63 b/w)$  reprezintă corecţia pentru efectul marginal de viscozitate. Deoarece în mod normal  $w \gg b$  rezultă că această corecţie este în general mică.

Ecuatia distribuţiei vitezei (27) arată că în absenţa efectelor tensiunii superficiale viteza maximă în filmul curgînd printr-un canal de lăţime finită se va afla la suprafaţa liberă a filmului, în centrul canalului. Viteza superficială, maximă în centrul canalului, va fi apoi micşorată (prăbuşită) aproape de zero la pereţii laterali.

Cu toate acestea, observaţiile experimentale efectuate de Binnie [5] şi Fulford [1] au arătat că viteza superficială nu urmează acest model; întrucît se constată o valoare ridicată (marcantă) a vitezei în apropierea peretelui, aceasta scăzînd la zero numai într-o zonă foarte îngustă, imediat alăturată peretelui. Explicaţia acestui fapt : din cauza tensiunilor superficiale lichidul formează un menisc lângă pereţii laterali ; ec. (12) arată că viteza superficială creşte cu pătratul grosimii locale a lichidului, astfel viteza va creşte brusc în regiunea meniscului (deoarece  $b$  creşte) pînă ce peretele lateral este atît de apropiat încît

efectul marginal al viscozității, compensator, să devină predominant.

Ecuatiile (5) și (6) se reduc la :

$$\frac{dp}{dy} = \rho g \cos \theta \quad (30)$$

care arată că există o distribuție a presiunii hidrostatice pe grosimea filmului, și

$$\frac{dp}{dz} = 0 \quad (31)$$

care este automat satisfăcută dacă filmul este orizontal fără valuri.

Calcululele și observațiile experimentale arată că vitezele locale de curgere din vecinătatea pereților laterali sînt mult mai mari decît vitezele locale din jurul părții centrale a canalului. Rezultă că acest efect marginal de capilaritate nu trebuie neglijat în cazul curgerii în filtru prin canale rectangulare de lățime finită, exceptînd canalul extrem de larg.

Efectul de capilaritate va fi cu atît mai important la curgerea în filme peste umpluturi, deoarece meniscurile pot fi ușor formate în unghiurile dintre corpurile de umplură, astfel că o parte relativ mare de lichid va curge în acest regim, atunci, datorită creșterii grosimii filmului cît și a vitezei de curgere, distribuția timpului de contact a elementelor suprafeței filmului va fi mult deformată.

#### 1.2.1.4. Efectele de inerție în curgerea laminară fără valuri.

Kasimov și Zigmund [6] s-au ocupat de curgerea filmului pe o suprafață verticală nelimitată lateral, în regim staționar, dar nu obligatoriu neuniformă. În acest caz, ecuațiile (4) și (7) devin:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \quad (32)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (33)$$

Notînd grosimea inițială a filmului, la  $x = 0$ , cu  $b_i$  și presupunînd o distribuție semiparabolică a vitezei, s-a obținut următoarea ecuație pentru grosimea locală a filmului  $b_x$ , la  $x = x$ ,

$$\frac{5 \cdot g \cdot x}{6 \nu^2} = \frac{1}{6 b_N^2} \ln \left[ \frac{(b_x^2 + b_N b_x + b_N^2) \cdot (b_i - b_N)}{(b_x - b_N)^2 \cdot (b_i^2 + b_i b_N + b_N^2)} \right] + \frac{1}{b_N^2 \sqrt{3}} \arctan \frac{b_N \sqrt{3} (b_x - b_i)}{b_x (b_i - b_N) + b_N b_i + 2 b_N^2} \quad (34)$$

unde  $b_N$  este grosimea filmului dată de ecuația lui Nusselt, neglijînd inerția [ec. (15) și (19)].

Curgerea poate fi împărțită în trei zone :

- i - zona stabilizatoare, unde  $b_x < b_N$  ;
- ii - zona curgerii stabilizate, unde  $b_x = b_N$  ;
- iii - zona în care forțele de inerție sînt importante, unde  $b_x > b_N$  .

Ecuațiile uzuale ale lui Nusselt sînt valabile numai în zona a doua (ii).

O altă soluție aproximativă pentru definirea grosimii locale a filmului a fost obținută fără presupunerea formei profilului de viteză, care pentru componenta  $x$  a vitezei este :

$$u = \frac{g}{\nu} \left( b_x v - \frac{y^2}{2} \right) + \frac{\nu}{6} \left( \frac{g}{4 \nu^2} \right)^2 \frac{b_x^2}{x} \left( y^4 - \frac{13}{210} \frac{z}{4 \nu^2} \frac{b_x y^7}{x} \right) \quad (35)$$

pentru regiunea  $x > 2,02 \text{ cm}$ .

Se poate observa că soluția lui Nusselt, ec. (11), este un caz special al acestei expresii generale. Principala ipoteză făcută în obținerea acestor soluții a fost considerarea creșterii gradate, în direcția de curgere, a grosimii filmului, datorită

te efectelor de inerție. Înlocuind cu valorile proprietăților fizice în aceste ecuații se constată că efectele de inerție sînt în general mici pentru lichidele newtoniene, ca de exemplu apa.

### 1.2.2. Apariția valurilor. Considerații asupra stabilității.

În ultimul timp au fost elaborate numeroase teorii privind stabilitatea curgerii în film, în care sînt determinate condițiile de curgere sub care pot apărea valurile.

Metoda generală de a trata problema stabilității este de a găsi ecuațiile generale ale curgerii (uzual ecuațiile Navier-Stokes sau ecuațiile simplificate Nusselt) în care sînt impuse mici perturbații, în principal o ecuație de tip Orr-Sommerfeld, care este apoi rezolvată pentru diverse medii aproximative, în scopul determinării condițiilor de stabilitate ce trebuie să existe.

Chien [7] arată că apariția valurilor este un fenomen natural care necesită cea adaptare a însăși filmului în așa fel ca energia de formare a valurilor să fie prevăzută fără deosebire de alți factori.

Numeroși cercetători și-au propus să determine momentul apariției valurilor și care sînt cauzele apariției lor [8, 9, 10, 11, 12]. Rezultatele obținute, atât cele teoretice cît și cele experimentale, diferă uneori destul de mult de la autor la autor.

Variația mare a rezultatelor obținute se datorește și faptului că unii cercetători au luat în considerație, iar alții nu, efectul tensiunii superficiale de la suprafața liberă a filmului, influența prezenței sau absenței fazei adiacente în mișcare, a impurităților, stării și naturii suprafeței pe care

are loc curgerea.

Benjamin [ 13 ] , în urma unei analize teoretice complete, trage concluzia că nu există un număr Reynolds critic de apariție a instabilității ( $Re_1$ ), că, în absența unor gradienti de tensiune superficială, un film de lichid ce curge pe un perete vertical este instabil la toate valorile lui  $Re$ , deci  $Re_1 = 0$ . În cazul curgerii la pante  $< 90^\circ$  există o zonă de curgere stabilă.

Conform teoriei lui Benjamin, numai la suprafețe la care acționează tensiunea superficială pot să apară fenomene de instabilitate. Benjamin a dedus că tensiunea superficială are un efect stabilizator, în special asupra lungimilor de undă mici, și că instabilitatea poate fi convertită în stabilitate numai prin creșterea tensiunii superficiale.

Whitaker [ 8 ] prezintă argumente convingătoare asupra faptului că adesea curgerile experimentale pot fi stabilizate în prezența agenților activi de suprafață nevolatili.

Pe parcursul cercetărilor s-a introdus noțiunea de stabilitate neutrală. O curbă de stabilitate neutrală este aceea pentru care valurile infinitezimale, produse de perturbații, nu sînt nici amortizate, nici amplificate [ 9 ] . Benjamin a dedus un factor de amplificare,  $A$ , definit ca amplificarea suferită de unda de instabilitate maximă în parcurgerea unei distanțe de 10 cm, obținînd următoarele expresii :

- pentru pereți verticali

$$A = \exp (1,74 \sqrt{2/3} \epsilon^{2/3} Re^{7/3}) \quad (36)$$

- pentru pereți înclinați

$$A = \exp \left[ 0,0437 \left( \frac{\sigma}{\rho} - \frac{4}{3} \frac{\sigma \cos \theta}{Re} \right) \cdot (\sin^{2/3} \theta) Re^{7/3} \right] \quad (37)$$

Condiția de stabilitate neutrală în cazul curgerii pe un perete înclinat,  $A = 1$ , conduce la un număr Reynolds critic dat de expresia :

$$Re_i = \frac{5}{6} \operatorname{ctg} \theta \quad (38)$$

Henratty și Herschman [12] obțin rezultate în bună concordanță cu cele obținute de Benjamin și Lau pentru condiția de stabilitate neutrală-relația :

$$\frac{\cos \theta}{Fr^2} = 3 - n^2 We^2 \quad (39)$$

în care  $n$  este numărul de undă, definit ca :

$$n = 2 \pi b / \lambda \quad (40)$$

Shibuya [14], pentru curgerea exterioară pe un tub vertical, obține  $Re_i = 7$ , în timp ce Yih [15] obține prin calcul  $Re_i = 1,5$ .

Kapitza [16], în urma analizei teoretice a curgerii cu valuri, propune pentru stabilirea momentului de apariție a valurilor relația :

$$Re_i = 0,61 (K_F \cdot \sin \theta)^{-1/11} \quad (41)$$

în care  $K_F$  este grupul de proprietăți fizice egal cu  $\frac{\eta^4 g}{\rho \delta^3}$ .

Pentru apă în curgere în filtru pe un perete vertical s-a obținut  $Re_i \approx 5,8$ .

La curgerea prin canale deschise, cu pantă foarte mică, s-au găsit pentru  $Re_i$  valori cuprinse între 0,58 și 2,2.

În cazul stabilității filmelor în care are loc și un proces de transfer de masă, Brian [17] susține apariția a două instabilități, una de tip Benjamin, cauzată de tensiunea superficială și una de tip Marangoni, cauzată de gradientul de concentrație care rezultă din procesul de transfer de masă, interacțiunea celor două tipuri de instabilitate fiind inevitabilă. Deoarece instabi-

litatea Marangoni necesită un timp de apariție de 1 - 20 s, ea nu poate să apară într-un film de lichid în curgere verticală cu timp de contact foarte mic ( $\overline{t} < 1 \text{ s}$ ). Deci, la coloanele cu pereți udați foarte scurte, intervine numai efectul tensiunii superficiale, în timp ce la coloanele lungi intervin ambele efecte.

Pe baza celor prezentate rezultă că instabilitatea filmelor de lichid este condiționată de un complex de factori, predominând unul sau altul dintre ei. De asemenea, există un domeniu de apariție a instabilității ( $0 < Re_1 < 5$ ) și nu o frontieră unică, bine delimitată.

Literatura de sinteză admite pentru criteriul Reynolds de apariție a instabilității valoarea  $Re_1 = 5$ .

### 1.2.3. Curgerea laminară cu valuri, ondulată.

Pentru cazul curgerii în film cu valuri (ondulat) bidimensional, Levich [13] a arătat că ecuațiile (4) și (5) se reduc la forma familiară a condițiilor stratului limită :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \sin \theta \quad (42)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (43)$$

cu următoarele condiții limită :

- la suprafața liberă a filmului,  $y = b$ ,

unde  $b = f(x, t)$  :

$$p = p_0 \approx - \frac{\gamma}{R} \frac{d^2 b}{dx^2} \quad (\text{presiunea capilară}) \quad (44)$$

$$\eta \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (\text{tensiunea superficială zero}) \quad (45)$$

- la suprafața peretelui solid,  $y = 0$  :

$$u = v = 0 \quad (\text{nealunecarea filmului}) \quad (46)$$

Condiția de continuitate poate fi exprimată ca :

$$\frac{\partial b}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \left( \int u \bar{y} dy \right) \quad (47)$$

Se presupune că distribuția vitezei în film poate fi redată de expresia uzuală a semiparabolei, [ ec. (11) și (13) ] și înlocuind această valoare a vitezei în ec. (42), presiunea cu valoarea din ec. (44) și apoi mediind pe grosimea filmului prin integrarea în raport cu  $y$  și împărțind prin  $b$ , se obține :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{9}{10} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \frac{\delta}{\rho} \frac{d^3 b}{dx^3} - \frac{3 \nu \bar{u}}{b^2} + g \sin \theta \quad (48)$$

în timp ce ec. (47) devine :

$$\frac{\partial b}{\partial t} = - \frac{\partial (\bar{u} b)}{\partial x} \quad (49)$$

unde  $\bar{u}$  este viteza medie pe grosimea filmului.

Grosimea filmului poate fi redată ca :

$$b = \bar{b} (1 + \phi) \quad (50)$$

unde  $\bar{b}$  este grosimea medie a filmului și  $\phi$  este deviația locală de la valoarea medie.

Dacă viteza și grosimea medie sunt raportate la o variabilă de forma  $(x - u_v t)$ , în care  $u_v$  este viteza valului, se obține în final, după numeroase rearanjări, soluția în primă aproximare :

$$\frac{\delta \bar{b}}{\rho} \frac{d^3 \phi}{dx^3} - (u_v - \bar{u}) \left( \frac{9}{10} \bar{u} - u_v \right) \frac{d \phi}{d \bar{x}} - \frac{3 \nu}{(\bar{b})^2} (u_v - 3 \bar{u}) \phi + \rho \sin \theta - \frac{3 \nu \bar{u}}{(\bar{b})^2} = 0 \quad (51)$$

unde  $\bar{u}$  este dat de  $\bar{u} = \bar{b} \bar{u}$ .

Pentru a exista o soluție periodică neamortizată este necesar ca termenul constant al acestei ecuații și coeficientul lui  $\phi$  să fie egal cu zero, astfel că, în primă aproximare :



$$\bar{u} = \frac{(\bar{b})^2 g \sin \bar{\sigma}}{3} \quad (52)$$

$$u_v = 3 \bar{u} \quad (53)$$

Utilizând ec. (52) și (53), ec. (51) devine :

$$\frac{\bar{\pi} \bar{b}}{\rho} \frac{d^3 \phi}{dx^3} + 4,2 \bar{u}^2 \frac{d\phi}{dx} = 0 \quad (54)$$

în care funcția  $\phi$ , care definește forma suprafeței, ec. (50), este :

$$\phi = a \sin \left[ u (4,2 \rho / \bar{\sigma} \bar{b})^{1/2} \cdot (x - u_v t) \right] \quad (55)$$

unde  $a$  este amplitudinea undei.

În această primă aproximare se vede că perturbațiile suprafeței filmului sînt sinusoidale.

Tailby și Portaleki [19] au obținut o expresie pentru creșterea ariei suprafeței filmului, datorită valurilor de la interfață, sub forma :

$$\Delta S' = \left( \frac{\bar{b} \bar{h} \bar{\pi}}{\lambda} \right)^2 \left[ 1 + \left( \frac{g a \rho \lambda^3}{2^4 \pi^3 \bar{\sigma} \bar{b}} \right)^2 \right] \quad (56)$$

valabilă pentru  $Re = 300$ .

Kasimov și Zigmund [20] au arătat că extinzînd studiul asupra curgerii laminare fără valuri (neted) în cazul curgerii laminare cu valuri, prin ipoteze adecvate, proprii, au obținut o soluție Nusselt ca pentru filmele netede sau un rezultat similar cu o soluție Kapitza corectată. Din această teorie cele mai interesante concluzii sînt :

- grosimea medie a filmului și amplitudinea undei vor crește în direcția de curgere ;
- amplitudinea undei va descrește cu creșterea viscozității lichidului ;
- lungimea de undă este proporțională cu produsul  $Re^{1/3} \cdot \bar{\sigma}^{1/3} \cdot \nu^{2/9}$  ;

- amplitudinea undei pe o suprafață înclinată va fi mai mică decât pe o suprafață verticală pentru același debit și proprietăți fizice ale lichidului, în timp ce lungimea de undă va fi mai mare pe suprafața înclinată.

#### 1.2.4. Curgerea turbulentă.

- Curgerea turbulentă la un film de lichid a fost studiată teoretic ceva mai puțin decât curgerea laminară, cauza rezidă în complexitatea pe care o implică această curgere din punct de vedere hidrodinamic. Metoda uzuală de studiu neglijează valurile superficiale și obține soluții pentru cazul curgerii turbulente netede.

Una din cele mai complete, dar și mai deosebite, tratări a acestei curgeri este cea a lui Levich [18]. El admite că pulsațiile fazei lichide pot pătrunde, după viteza pe care o au, mai mult sau mai puțin în profunzimea filmului, dar nici o pulsație nu poate atinge peretele solid oricât de puternică ar fi ea. În toate cazurile rămâne adiacent la peretele solid un strat de lichid neperturbat, numit „substrat laminar”.

Grosimea substratului laminar,  $b'$ , este dată de relația:

$$b' = \frac{b}{Re^{3/4}} \quad (57)$$

și ea condiționează intensitatea tuturor proceselor de transfer la curgerea în filme subțiri.

În aceste condiții, viteza medie a filmului este dată de:

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{g b \sin \theta}{K}} \ln \left[ \frac{b}{\nu} \sqrt{\frac{g b \sin \theta}{K}} \right] \quad (58)$$

în care  $K$  este o constantă, a cărei valoare pentru un film de apă la  $Re = 10.000$  și  $b = 0,76$  mm este aproximativ  $1/9$ .

Belkin [21] a obținut o ecuație generală de calcul a grosimii filmului în funcție de numerele Reynolds și Froude, valabilă pe tot domeniul de variație a lui Reynolds :

$$b = \frac{0,397}{g^{1/3} \sqrt{2/3}} \left( \frac{Re}{Fr} \right)^{2/3} \quad (59)$$

Dukler și Bergelin [22] consideră grosimea filmului în curgere turbulentă în trei zone : substratul laminar, stratul intermediar (tampon) și zona turbulentă, și utilizează ecuațiile profilului vitezei universale ale lui Nikuradze :

- substratul laminar

$$0 \leq y^+ \leq 5 \quad u^+ = y^+ \quad (60)$$

- stratul tampon

$$5 < y^+ \leq 30 \quad u^+ = -3,05 + 5 \ln y^+ \quad (61)$$

- zona turbulentă

$$30 < y^+ \leq b^+ \quad u^+ = 5,5 + 2,5 \ln y^+ \quad (62)$$

unde :

$$u^+ = u/u^* \quad (\text{viteza adimensională}) \quad (63)$$

$$y^+ = yu^*/\nu \quad (\text{distanța adimensională de la perete}) \quad (64)$$

$$b^+ = bu^*/\nu \quad (\text{grosimea adimensională a filmului}) \quad (65)$$

$$u^* = (\tau_w/\rho)^{1/2} \quad (\text{viteza de frecare}) \quad (66)$$

Integrând vitezele adimensionale pentru grosimea filmului se obține pentru curgerea turbulentă ( $b^+ \geq 30$ ) :

$$Re = b^+ (3 + 2,5 \ln b^+) - 64 \quad (67)$$

În cazul efortului tangențial la interfață egal cu zero, efortul tangențial la perete este dat de ec. (16), astfel că din ec. (65) și (66) se obține :

$$b^+ = (g^{1/2} \int \sin^{1/2} \sigma) b^{3/2} / \eta \quad (68)$$

1.2.5. Curgerea în film în prezența mișcării fluidului adiacent.

s-a considerat că faza adiacentă suprafeței libere a filmului este staționară.

In cazul unei faze gazoase adiacente staționară efectul de rezistență va fi mic și practic neglijabil, și, datorită viscozității gazului mult mai mică în comparație cu cea a lichidului din film, este normal a se presupune că frecarea produsă de gazul staționar este mică.

Aceasta a fost confirmată experimental de Grimley [23], care a arătat că rezultate similare au fost obținute cu diferite grade de evacuare a volumului de gaz din coloana cu pereți udați. Pe de altă parte, deoarece este posibil să aibă loc o nealunecare relativă la interfața gaz-lichid, urmează ca un strat subțire de fază gazoasă „stagnant” trebuie să fie antrenat de suprafața filmului. Acest efect de „pompare gaz” a suprafeței filmului a fost tratat teoretic și experimental de Mazyukewich [24] pentru curgerea în film în interiorul unei conducte.

In cazul curgerii în film laminar neted, cu efort tangențial interfacial diferit de zero, ecuațiile mișcării rămân ca cele din cap. 1.2.1 dar condiția limită  $du/dy = 0$  la  $y = b$  este înlocuită cu

$$(du/dy)_{y=b} = -\tau_i / \eta \quad (69)$$

în care  $\tau_i$  este efortul unitar tangențial la interfață.

Ecuația mișcării va avea forma :

$$u = \frac{\rho g}{\eta} \left( b y - \frac{y^2}{2} \right) \sin \theta - \frac{\tau_i \cdot y}{\eta} \quad (70)$$

sau prin  $u = u_s$  la  $y = b$ , unde  $u_s = 1,5 \bar{u}$ , ceea ce conduce la :

$$u = \frac{\rho g}{2 \eta} \left( b y - y^2 \right) \sin \theta + \frac{y u_s}{b} \quad (71)$$

Semenov [25], considerând și pierderea de presiune în faza gazoasă, obține pentru debitul volumetric de lichid pe peri-

metrul udat următoarea expresie :

$$\Gamma_v = \frac{(\rho_g \sin \theta - \psi)}{3 \eta} b^3 - \frac{\tau_i b^2}{2 \eta} \quad (72)$$

Muntean și Derbente [26] tratînd curgerea bidimensională a unui film de lichid pe o suprafață plană înclinată, în condițiile în care la interfață există un efort tangențial diferit de zero, evidențiază faptul că efortul tangențial diferit de zero care se opune mișcării este un factor de stabilizare a curgerii în film.

Brauer [27] a prezentat o analiză detaliată a curgerii în filme netede în prezența unei faze gazoase adiacente în mișcare în interiorul țevilor verticale, substanțial dezvoltată de Feind [4], în care toate curgerile gaz-film posibile au fost tratate într-o manieră proprie, prin reprezentarea rezultatelor calculate în forma  $|f_0| = f(Re)$ , în care  $|f_0|$  este valoarea absolută a căderii de presiune, exprimată adimensional, în faza gazoasă.

$$|f_0| = \frac{2 \tau_i}{\rho_g (\bar{u}_g)^2} = \frac{2 (\Delta p) (R - b)}{\rho_g (\bar{u}_g)^2 L} \quad (73)$$

unde  $\Delta p/L$  este căderea de presiune pe unitatea de lungime a țevii udate, iar numărul Reynolds definit ca :

$$Re_g = (\bar{u}_g)^2 (R - b) / \nu_g \quad (74)$$

Fiind arătat că efectul forfecării interfaciale datorită unei faze gazoase adiacente în contracurent este de a crește grosimea filmului în raportul :

$$\frac{b}{b_0} = \frac{1}{\left(1 - \frac{3 \tau_i}{2 b \rho_g}\right)^{1/3}} \quad (75)$$

în care  $b_0$  reprezintă valoarea în absența fazei gazoase adiacente. Ruperea filmului începe cînd :

$$\frac{\tau_i}{b \rho g} = \frac{2}{3} \quad (76)$$

Viteza superficială este :

$$u_s = \frac{g}{\nu} b^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{\tau_i}{b \rho g} \right) \quad (77)$$

și se poate deduce că raportul dintre viteza superficială și cea medie a filmului este dat de:

$$\frac{u_s}{\bar{u}} = 3 \left( 1 - \frac{2 \tau_i}{b \rho g \sin \theta} \right) / \left( 2 - \frac{3 \tau_i}{b \rho g \sin \theta} \right) \quad (78)$$

care se reduce la valoarea dată de ec. (14) dacă  $\tau_i = 0$ .

Toate aceste studii presupun că pierderea de presiune pe unitatea de lungime a țevii udate este constantă și că filmul este în curgere laminară netedă, fără valuri, ceea ce este valabil numai la debite mici, reprezentînd cazuri limitate.

Kapitza [16] studiînd curgerea în film laminar cu valuri (ondulat) în prezența unei faze gazoase adiacente în mișcare, pentru un caz simplu, în care faza gazoasă nu afectează serios lungimea de undă, a obținut pentru grosimea medie a filmului următoarea relație :

$$(\bar{b})^3 \pm 0,27 \frac{\rho_g}{\rho_l g \sin \theta} (\bar{u}_g - c)^2 \left[ \frac{2}{\nu} \bar{b} - \frac{2,4 \nu \Gamma_v}{\rho_l \sin \theta} \right] = 0 \quad (79)$$

în care semnul  $\pm$  se referă la curgerea în contracurent respectiv în echicurent.

Konobeev [23] a generalizat rezultatele lui Kapitza obținînd pentru lungimea de undă expresia :

$$\lambda = \frac{2 \pi}{\bar{u}} \left[ \frac{\bar{b} \delta}{(u_v/\bar{u} - 1) (u_v/\bar{u} - T)} \right]^{1/2} \quad (80)$$

În absența mișcării fazei gazoase adiacente, profilul de viteză este semiparabolic și  $T = 0,9$ , astfel că ec. (80) se reduce la :

$$\lambda = \frac{2\pi}{\bar{u}} \left[ \frac{\bar{b} \delta}{(u_v/\bar{u} - 1)(u_v/\bar{u} - 0,9)} \right]^{1/2} \quad (81)$$

in care :

$$\bar{b} = 1,34 \quad (\sqrt{\rho_v / g})^{1/3} \quad (82)$$

și

$$u_v = 2,4 \bar{u} \quad (83)$$

ecuație stabilită și de Levich [29].

### 1.3. Analiza rezultatelor teoretice și experimentale.

#### 1.3.1. Grosimea filmului.

Cunoașterea grosimii filmului de lichid în curgere este importantă pentru dimensionarea aparatelor de transfer de masă și de căldură.

Multe metode de corelare a datelor asupra grosimii filmului au fost publicate în literatură, în cele ce urmează se vor prezenta cele mai semnificative :

- corelarea grosimii filmului cu numărul Reynolds.

În acest caz se obțin diferite curbe, pentru fiecare lichid, ceea ce constituie un inconvenient.

- corelarea viscozității aparente cu numărul Reynolds.

Acest tip de prezentare dă posibilitatea de a se vedea clar valoarea lui Re la care începe turbulența, deoarece în acest punct viscozitatea aparentă începe să difere de viscozitatea reală.

- corelarea factorului de frecare în film cu numărul Reynolds.

Din ecuațiile (15), (17) și (21) se poate arăta că:

$$f_0 = \frac{2 b^3 \rho \sin \theta}{\sqrt{v}} \quad (84)$$

ceea ce indică că factorul de frecare definit în acest mod poate fi privit ca o formă adimensională a grosimii filmului. O diagramă  $f_0 = f(Re)$  va corela prin urmare toate datele asupra grosimii filmului. De reținut faptul că ec. (84) dă o valoare reală a factorului de frecare numai pentru curgerea în film laminar, staționar, uniform.

- corelarea parametrului adimensional Nusselt al grosimii filmului cu numărul Reynolds.

Prin rearanjarea ec. (19) se poate obține :

$$b (g \sin \theta / \nu^2)^{1/3} \left( \frac{\rho - \rho_g}{\rho} \right)^{1/3} = 3 (Re)^{1/3} \quad (85)$$

Grupul din membrul stîng al acestei ecuații este o formă adimensională a grosimii filmului și este numit parametrul adimensional Nusselt al grosimii filmului  $N_T$  [30]. Ec. (85) indică că o reprezentare în coordonate logaritmice a lui  $N_T$  și  $Re$  va da o linie dreaptă de pantă  $1/3$  pentru regimul curgerii laminare fără valuri. Pentru alte tipuri de regimuri de curgere liniile vor avea o pantă diferită de  $1/3$ , iar cînd faza fluidă adiacentă suprafeței libere a filmului este un gaz, termenul de corecție a densității din ec. (85) poate fi omis, deoarece  $\rho \gg \rho_g$ .

În fig. 1 s-au reprezentat variațiile lui  $N_T$  funcție de  $Re$  pentru diferite teorii și tipuri de regimuri de curgere.

Se constată că în regimul laminar valorile sînt foarte apropiate de linia dată de ec. (85). În jurul valorii lui  $Re = 400$ , valorile experimentale sînt deviate întotdeauna de la linia (1).

Linia (2) conform teoriei lui Kapitza corespunde ecuației :

$$N_T = (2,4 Re)^{1/3} \quad (86)$$

Pentru regimul de curgere turbulent în film ( $Re > 400$ ) au fost stabilite relațiile empirice după cum urmează :



$$\text{Brauer [31]} : N_T = 3^{1/3} \text{Re}^{8/15} (400)^{1/5} \quad (87)$$

$$\text{Brötz [32]} : N_T = (3 \text{Re}^{2/590})^{1/3} \quad (88)$$

Īirnikin și

$$\text{Volgin [33]} : N_T = 0,141 (4 \text{Re})^{7/12} \quad (89)$$

Deci se poate constata cã toate relațiile empirice indicã o variație a lui  $N_T$  cu  $\text{Re}$  la o putere oarecare, cuprinsã între  $\frac{1}{2}$  și  $\frac{1}{3}$ .

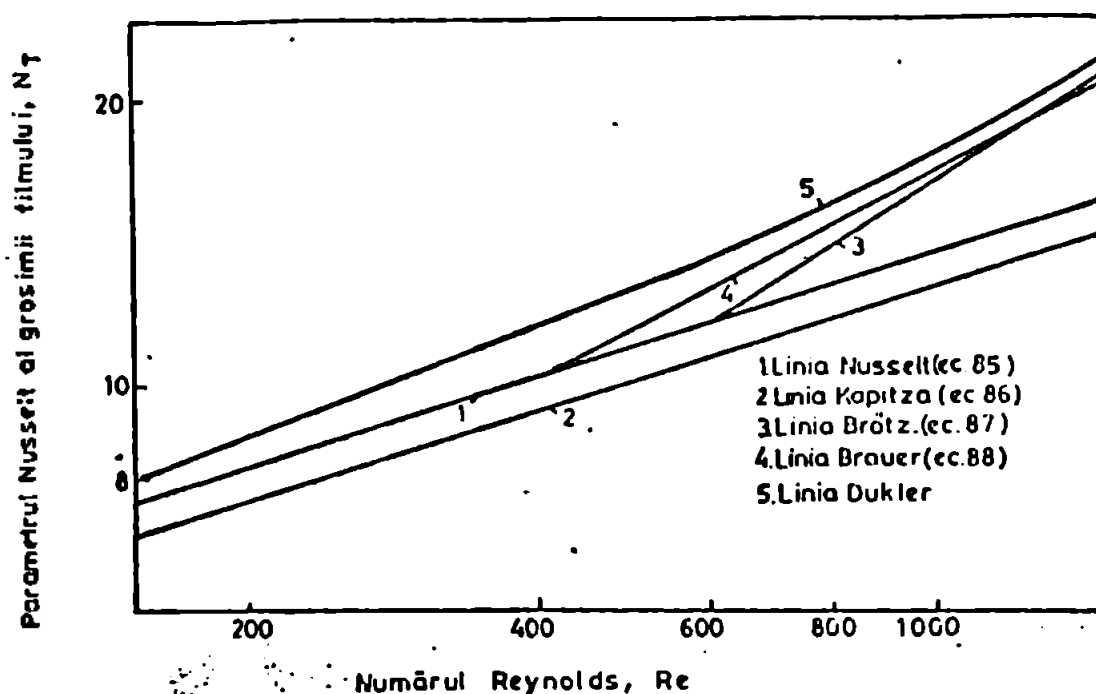


Fig. 1. Variația parametrului adimensional Nusselt al grosimii filmului cu numărul Reynolds.

Portalski [34], pentru numeroase lichide curgînd în film pe o placã verticalã, aratã cã grosimile de film mãsurate sînt mai mici decît cele calculate prin teoria lui Nusselt pentru curgerea laminarã fãrã valuri, excepție fãcînd cele efectuate în prezența substanțelor tensioactive de suprafață.

Feind [4] a arãtat cã, în curgerea în contracurent a filmului și fazei gazoase adiacente, existã un domeniu de viteze mici ale gazului în care grosimea filmului este greu influențatã de curentul de gaz. Pentru viteze ale gazului

cuprinse între 4 m/s și viteza la care începe formarea picăturilor, grosimea filmului este dată de ecuația :

$$N_T = \left[ 1 - 0,22 (v_g - 4) \right] (3 Re)^{1/3} \quad (90)$$

### 1.3.2. Apariția turbulenței în film.

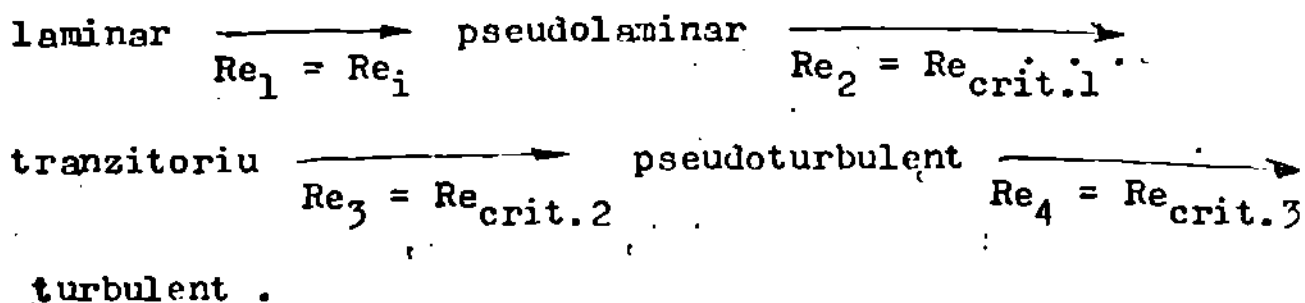
Tratarea teoretică ce obține numărul Reynolds,  $Re_i$ , la apariția valurilor mici ca o funcție de panta suprafeței de curgere, utilizând teoria simplificată a lui Benjamin, ec. (38), teoria lui Kapitza, ec. (41), și teoria lui Ishibara [35], care se reduce la o formă similară ec. (38), și impunând condiția că valurile pot fi stabile numai dacă  $Fr = 1$ , a condus la următoarea relație :

$$Re_i = 3 \operatorname{cosec} \theta \quad (91)$$

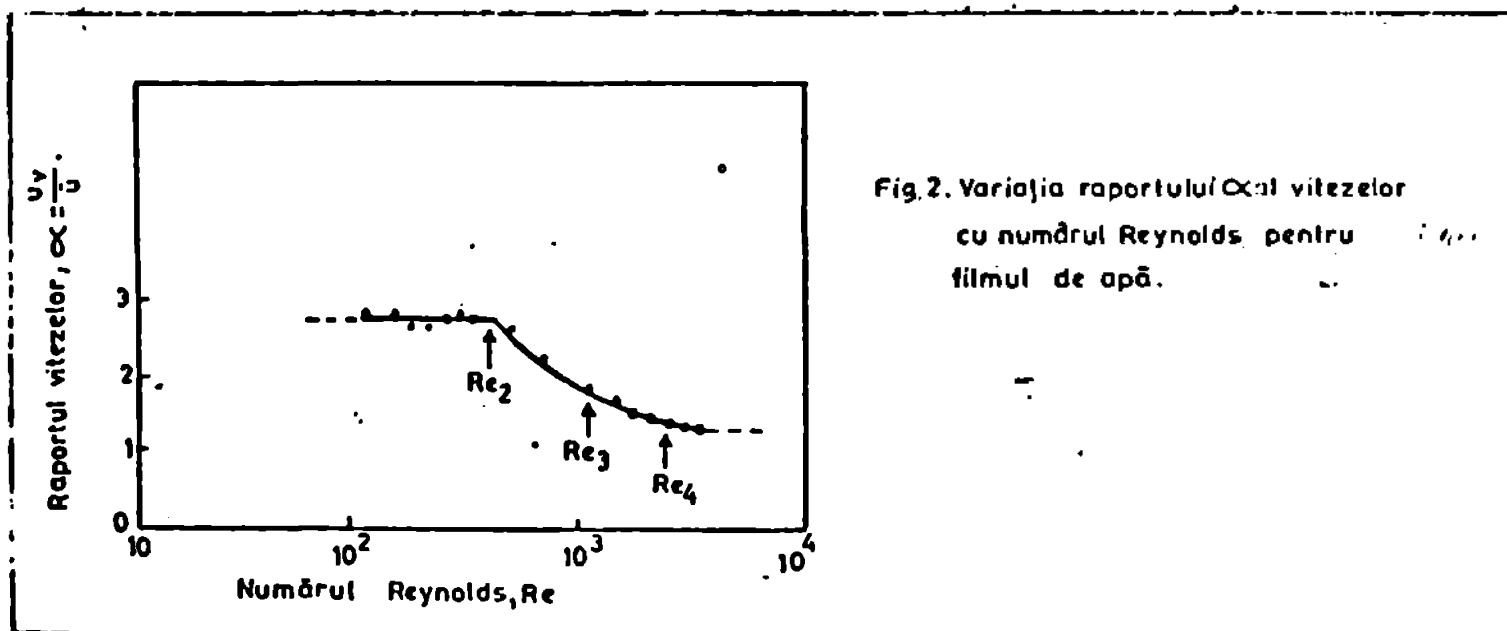
Diferite analize de stabilitate hidrodinamică au determinat că  $Fr \geq n$ , unde  $n = 0,58...2$ , ceea ce face ca ec. (91) să fie valabilă, doar că termenul constant 3 va fi altul.

Există numeroase studii în literatură asupra numărului Reynolds critic la care începe curgerea turbulentă. Aceste valori ale lui  $Re_{crit}$  sînt determinante în mod uzual din întreruperile (rupiturile) ce apar în curbele grosimii filmului ( $N_T$ ), vitezei superficiale a filmului, coeficienților de transfer de masă sau de căldură în film, funcție de  $Re$ . Cele mai multe din lucrări au indicat o valoare critică superioară și una inferioară, introducînd o regiune de tranziție, iar Dukler [30] a arătat că trecerea la turbulență în filme subțiri este de dorit a fi un proces gradat, astfel că nu este rezonabil să fie un singur  $Re_{crit}$ .

Portalski [36] studiind apariția turbulenței la curgerea lichidelor în film determină existența mai multor regiuri de curgere după cum urmează :



Rezultatele obținute pentru filmul de apă și reprezentate într-o diagramă  $\alpha = f(Re)$ , în care  $\alpha$  este raportul dintre viteza valului,  $u_v$ , și viteza medie a filmului,  $\bar{u}$ , sînt redată în fig. 2.



Din studiul lui Portalski rezultă că începînd de la o valoare  $Re_2 = Re_{crit,1}$ , care pentru filmele de apă este egal cu 400, are loc trecerea de la curgerea laminară ondulantă la curgerea turbulentă, atingîndu-se o curgere turbulentă complet dezvoltată, unde  $\alpha = 1,5$ , la  $Re > 10^3$ .

Brauer [31], Kamei și Oshi [37] au obținut valori experimentale ale lui  $Re$  în filme conținînd cantități mici de agent tensioactiv, în acest caz valoarea lui  $Re_{crit}$  apare ca depinzînd de tensiunea superficială a soluției. În concluzie se poate spune că în cazul curgerii în filme subțiri există un  $Re_{crit}$  specific fiecărui fel de lichid, ci nu unul singur ca în curgerea prin conducte.

### 1.3.3. Suprafața ondulată a filmelor.

În general, modelul valului poate fi descris calitativ după cum urmează: La debite mici,  $Re < Re_i$ , suprafața filmului este complet netedă, perturbată numai ocazional de mici striațiuni întâmplătoare, care sînt cu rapiditate amortizate pe direcția de curgere a filmului. La  $Re$  puțin mai mare decît  $Re_i$  apar valurile mici, simetrice și regulate, fețele valurilor fiind aproape rectilinii și perpendiculare pe direcția de curgere. La debite mai mari,  $Re > Re_i$ , valurile simetrice regulate tind să devină mai puțin regulate, iar secțiunea transversală a valului devine de o formă asimetrică. Astfel de valuri poartă uzual denumirea de valuri rostogolite, de tip „rului” cu fața abruptă și coada mare, de pantă blîndă [ 38 ] , ca în fig.3.

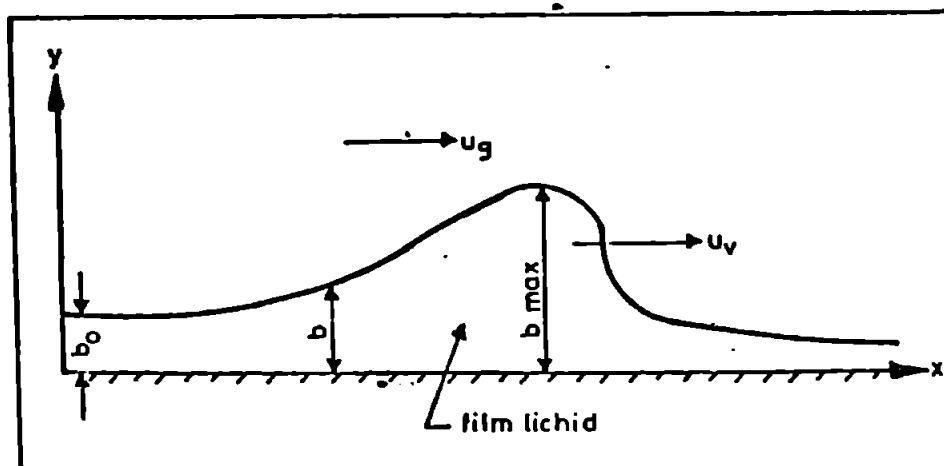


Fig. 3. Modelul valului rostogolit tip „rului”

Frecvent, fiecare val tip „rului” este precedat de un număr de valuri mici, de rostogolire, care se mișcă împreună cu valul principal. În această zonă a curgerii, fețele valurilor nu mai sînt rectilinii tot timpul, existînd tendința formării de pretuberanțe. Dacă debitul de lichid este în continuare mărit se ajunge la un stadiu cînd valurile principale, rostogolite, și valurile rostogolitoare ce le însoțesc încep să se amestece

astfel încît fețele fiecărui val, individual, abia pot fi distinse și suprafața filmului pare a fi acoperită cu o masă de mici valuri „turbulente” rupte.

Prezența fazei gazoase adiacente în mișcare determină o creștere a dimensiunii și probabilității valurilor pe suprafața filmului, curgerea în contracurent duce la o micșorare a vitezei valurilor, în timp ce în echicurent apare efectul opus.

În cele mai multe lucrări experimentale de curgere în film ondulat s-a observat că există o zonă (regiune) inițială de intrare, netedă, înainte ca valurile să apară în filmul de lichid. În această zonă începe să se dezvolte profilul de viteză al filmului de lichid, fapt ce determină importanța ei.

În studiul efectuat de Ault și Sandell [39] se constată o descreștere marcantă a grosimii filmului în direcția de curgere, pînă se atinge grosimea propriu-zisă a filmului. Cu creșterea lui  $Re$  se mărește și grosimea filmului în zona de intrare, păstrîndu-se însă aceeași formă descrescătoare cu lungimea zonei de intrare. Accelerarea suprafeței este în întregime desăvîrșită la o lungime a zonei de aproximativ 30-40 de ori grosimea inițială a filmului. Dacă lungimea zonei de intrare este definită ca distanța necesară pentru ca viteza superficială să crească pînă la 95% din valoarea corespunzătoare curgerii complete, atunci calculele arată că, pentru filmele de apă, lungimea de intrare crește de la un  $b/b'' = 8$  la  $b/b'' = 31$ , în timp ce  $Re$  crește de la 10 la 250 ( $b''$  fiind grosimea fantei de formare a filmului).

Lucrările multor cercetători au demonstrat că adăugarea de substanțe tensioactive reduce mult sau elimină complet ondulara suprafeței filmelor descendente gravitaționale verticale sau înclinate, avînd ca efect modificarea hidrodinamică a curgerii suprafeței filmului, apariția unei zone stagnante la

-suprafața filmului numită strat stagnant sau înveliș stagnant.

Lynn [40] a arătat că substanțele tensioactive pot conduce la formarea unui înveliș stagnant peste o mică parte din suprafața filmului și aceasta poate deveni important la măsurarea vitezei de transfer de masă în coloane cu pereți udați, scurte. El arată că grosimea filmului la care apare învelișul stagnant este independentă de lungimea totală a filmului.

O investigație teoretică și experimentală a fenomenului învelișului stagnant a fost efectuată de Roberts [41], care a elaborat un model fizic pentru curgerea în film între două plăci paralele, și a obținut o ecuație de calcul a grosimii filmului la care apare învelișul stagnant,  $b''$ , funcție de proprietățile fizice ale sistemului. Corelând rezultatele obținute ca o funcție  $(b'' \cdot \Gamma_v^{-1/3})$  de  $(\Gamma_v^{5/3})$  a constatat că se obține o dreaptă.

Stewart [42], măsurând grosimea filmului în zona învelișului stagnant, ajunge la concluzia că la un  $Re > 25$  în această zonă se află un profil complet parabolic al vitezei.

Burnett [43], utilizând același model, introduce în ecuația grosimii filmului cu înveliș stagnant și efectul unghiului de inclinare :

$$b'' = \frac{\Delta \delta}{6} \left( \frac{g \sin \theta}{12} \right)^{-1/2} (\Gamma \eta \rho)^{-2/3} \quad (91)$$

în care  $\Gamma = \rho \Gamma_v$  este debitul masic pe perimetrul ud.

Lungimea stratului stagnant este dată de ecuația :

$$L_s = \left( \frac{A \Gamma^{5/3}}{\eta^{2/3} g^2 \sin^2 \theta} \right)^{1/3} \frac{\Delta \delta}{\Gamma} \quad (92)$$

în care A este o constantă experimentală.

Cook și Clark [44] îmbunătățesc modelul fizic simplificat al lui Roberts, arătând că filmul în partea sa superioară are suprafața netedă și imediat în apropierea zonei de suprafață stagnantă apar o serie de valuri drepte. Rezultatele obținute, atât teoretice cât și experimentale, arată că la debite mici de lichid rapor-

tul dintre grosimea medie a filmului cu înveliș stagnant și grosimea filmului cu suprafață liberă este aproximativ 1,6, în timp ce dacă debitul crește, raportul descrește pînă ce atinge o valoare de 1,2, ceea ce dovedește că la debite mari distribuția vitezei nu mai are un profil complet parabolic, astfel încît  $b''$  se apropie de valoarea grosimii medii a curgerii cu valuri. Se poate afirma că învelișul stagnant nu este un strat rigid de formă cunoscută și constantă, ci un înveliș flexibil care se poate deforma la orice formă pentru a prelua eforturile și presiunile locale.

Tailby și Portalski [45] au prezentat măsurători ale lungimii valului, lîngă punctul de apariție a acestuia, în filme verticale de diferite lichide. S-a constatat că după o zonă caracterizată de  $Re$  mic în care lungimea valului descrește cu creșterea lui  $Re$  există o creștere marcantă a lungimii medii în zona valului de tip ralu [1].

Rezultatele experimentale ale lui Mayer [46] indică o proporționalitate a vitezei valului cu  $Re^{1/3}$ .

În scopul comparării rezultatelor teoretice cu cele experimentale s-a reprezentat grafic raportul  $(u_v/\bar{u})$  funcție de  $Re$ , constatîndu-se că la debite foarte mici, pentru  $Re$  cuprins între 15-20, valorile experimentale ale lui  $(u_v/\bar{u})$  ating valoarea 3, conform teoriei lui Benjamin și Hanratty. La un  $Re = 30$  valorile experimentale cad în jurul valorii lui Kapitza de 2,4, iar la valori mai mari ale debitului, în jurul valorii  $Re = 220$ , se observă o întrerupere a dreptei, aceasta datorită apariției turbulenței în film, care modifică modul în care  $\bar{u}$  variază cu  $Re$ .

Este de interes practic determinarea faptului că valurile interfaciale conduc la o creștere apreciabilă a suprafeței de contact a filmului, ceea ce va introduce modificări

în metodele de determinare a coeficienților de transfer de masă.

Portalski [19] a obținut rezultate experimentale pentru creșterea suprafeței interfaciale pe filme de soluții de 82% glicerol pe perete vertical în bună concordanță cu valorile prezise de ec. (56) la un  $Re = 12$ . Experimental creșterea a fost de 3% în timp ce calculată după ec. (56) de 3,3%.

Levich [29] a arătat că pentru valurile capilare creșterea relativă a suprafeței interfaciale este dată de expresia:

$$\frac{\Delta S'}{S'} = \left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 \quad (93)$$

unde  $a$  și  $\lambda$  sînt amplitudinea și respectiv lungimea valului.

Intrucît în mod frecvent  $\lambda \gg a$ , rezultă că  $\Delta S'$  va fi mică.

În general, se observă că, deși există o creștere măsurabilă a suprafeței interfaciale a filmului cu valuri, aceasta nu poate fi acceptată a fi importantă în practică.

Apariția valurilor la suprafețele filmelor în curgere conduce la creșteri ale vitezelor de transfer de masă și căldură în astfel de filme.

În scopul de a explica această creștere la filmele ondulate, Jackson [47] a postulat că valurile într-o coloană cu pereți udați se comportă ca niște surse cu acțiune locală de amestecare ce se deplasează la suprafața filmului.

Mayer [46], reușind să fotografieze valurile rostogolite laminare, a arătat că acestea sînt caracterizate de creste de intensă turbionare și de zone liniștite între valuri.

În concluzie, se poate spune că acțiunea de amestecare, uzual atribuită discontinuităților, poate fi, de fapt, rezultatul acțiunii valurilor mici prezente la suprafața filmului.

#### 1.3.4. Efectul rugozității peretelui asupra curgerii în film.

Hopf [48] utilizînd canale de sticlă și de alamă rugină



găsește că  $Re_{crit}$  apare independent rugozitatea peretelui în curgerea în film:

Clasén [49] găsește că grosimile filmului în curgere variază puțin pentru tuburi verticale de diferite rugozități, deși cantitatea de lichid rămasă pe perete după drenare crește cu rugozitatea.

Dawson [50], printr-o metodă electrochimică, a studiat factorul de frecare pentru curgerea prin conducte netede și rugoase. Rezultatele experimentale obținute arată că factorul de frecare pentru rugozități mici este apropiat de cel pentru suprafețe netede la  $Re$  mic și că odată cu creșterea lui  $Re$  are loc și o creștere a factorului de frecare, mai semnificativă față de cel pentru suprafețele netede. Factorul de frecare pentru rugozități ridicate este mult mai mare decât cel pentru suprafețele netede, indiferent de valoarea lui  $Re$ , dar variația acestuia cu  $Re$  este mai mică.

Săveanu și colab. [51] au arătat că prin aranjarea asperităților artificiale la distanțe egale cu lungimea de undă a lichidului are loc o intensificare maximă a proceselor de transfer de masă și căldură, fapt explicat de regularizarea sinusoidelor și deci, o dezvoltare maximă a turbulenței lichidului între două asperități consecutive prin fenomenul de interferență a turbioanelor interne. Când distanța dintre două asperități consecutive este mai mare decât lungimea de undă a lichidului nu are loc fenomenul de interferență, iar când este mai mică, dezvoltarea liberă a turbioanelor este frînată tocmai de faptul că asperitățile nu lasă să se dezvolte unda pe toată lungimea ei, avînd loc o stocare a lichidului între asperități.

La concluzii similare au ajuns și Davies și Warner [52], numai că ei nu au exprimat distanța între asperități în lungimi de undă ci au lucrat cu raportul dintre distanța și înăl-

țimea asperităților.

In concluzie se poate spune că asperitățile suprafețelor pe care curg filmele au un rol atât pozitiv cât și negativ asupra transferului de masă, funcție de raportul în care se găsește față de lungimea valului produs.

### 1.3.5. Viteza filmului și profilele de viteze în film.

Cunoașterea profilului de viteze în filmele în curgere descendentă, sub diferite condiții de curgere, are o mare însemnătate, făcând posibilă calcularea vitezelor proceselor de transfer de masă și căldură convectiv.

Analizele efectuate de Hatta [53] și Vyazovov [54] indică clar diferențele între vitezele transferului de masă datorate presupunerii profilului de viteze liniar sau semiparabolic pentru filmele laminare fără valuri.

Măsurarea experimentală a profilelor de viteză este foarte dificilă, deoarece practic este imposibil a introduce o probă uzuală pentru viteza lichidului în filme subțire, de grosime  $< 1\text{ mm}$ , fără o gravă distorsionare a tipului de curgere.

Grimley [23] utilizând tehnica ultramicroscopică pentru filme de apă ascendente a obținut rezultate care indică că viteza nu urmează modelul semiparabolic prezis de ec. (11), în schimb viteza maximă apare la o distanță mică sub suprafața liberă a filmului, în timp ce în apropierea peretelui rezultatele experimentale sînt mai mici decît cele calculate cu ec. (11).

Un rezultat asemănător a fost obținut și de Floarea și Vasilescu [55] pentru filme de apă descendente curgînd pe un plan înclinat la unghiuri mici, în care profilul de viteză în film este semiparabolic dar cu viteza maximă nu la suprafața liberă a filmului ci la o distanță sub aceasta de 3-5% din grosimea filmului.

Clayton [56], Wilkes și Neddermann [57] au arătat că în curgera în regim laminar fără valuri profilele de viteze în film sînt în foarte strînsă concordanță cu ec. (11), raportul  $u_s/\bar{u}$  la  $Re_1$  este egal cu valoarea teoretică 1,5 dată de ec.(14). La un  $Re > Re_1$ , toți cercetătorii au arătat o creștere a raportului vitezelor la o valoare cuprinsă între 1,9 și 2,25 urmată de o descreștere mai gradată pînă la valoarea 1,5, în jurul atingerii lui  $Re_{crit}$ . Este interesant de arătat că valorile maxime ale raportului  $u_s/\bar{u}$  au fost găsite în zona în care lungimile valurilor par a trece printr-un maxim, lîngă  $We = 1$ , și vitezele superficiale efective tind către valoarea teoretică a vitezei în apropierea de  $Re_{crit}$ , unde vitezele valului tind către valoarea vitezei superficiale și unde Kirkbride [58] a găsit o descreștere a înălțimii valului. Viteza  $u_s$  descrește în prezența unei faze gazoase adiacente în curgere în contracurent, raportul  $u_s/\bar{u}$  rămînd practic constant la debite moderate de gaz,  $Re_g < 24.000$ .

### 1.3.6. Efortul tangențial la perete în filmele lichide.

Rezultatele experimentale pentru curgera laminară fără valuri sînt în concordanță cu ec.(11-21), iar factorul de frecare calculat din efortul tangențial la perete este dat prin urmare de ec.(21).

În regiul laminar cu valuri, valorile experimentale sînt apreciabile mai mari decît cele prezise de condițiile teoretice menționate în cap.1.2.

Creșterea efortului tangențial la perete se datorează în mare parte descreșterii grosimii medii a filmului, ceea ce conduce la un gradient de viteză la perete și la o viteză medie mai mari. La filmele în curgere verticală turbulentă, Drauer [31]

a arătat că efortul tangențial la perete este dat de ecuația :

$$\tau_w = 0,0465 Re^{2/5} \quad (94)$$

ceea ce corespunde la un factor de frecare de :

$$f_o = 0,408/Re^{8/15} \quad (95)$$

#### 1.4. Concluzii.

O parte importantă din studiile efectuate asupra curgerii în film s-a referit la apariția și natura valurilor, la interacțiunea dintre filmele de lichid și faza gazoasă adiacentă.

În ultimii ani a existat o considerabilă creștere a cantității de informații folosite asupra aspectelor macroscopice ale curgerii în film sub diferite condiții, ca de exemplu : grosimea filmului, modelul general al valurilor, viteza superficială, debitele la care apar modificări în comportarea filmului în curgere, ceea ce a dus la posibilitatea studierii și din punct de vedere cantitativ a transferului de masă.

Curgerea în film fără valuri este riguros tratată teoretic și cu exactitate, teoria lui Kapitza pentru curgerea în film cu valuri apare aplicabilă numai într-un domeniu destul de limitat din regimul total al curgerii cu valuri.

Lipsa unei teorii generale determină aplicarea în continuare a relațiilor empirice, bazate pe rezultatele experimentale obținute în condiții diferite și limitate.

Totuși, apariția și dezvoltarea în ultimul timp a unor noi tehnici experimentale pentru studiul curgerii în film va permite obținerea unor rezultate mai exacte și mai numeroase.

## 2. TRANSFERUL DE MASA IN FILME LICHIDE

### 2.1. Teoriile transferului de masă.

Numeroase operații unitare larg răspândite în ingineria chimică, ca de exemplu distilarea-rectificarea, absorbția-desorbția, extracția etc., sînt caracterizate de transferul unei substanțe printr-o interfață, acesta depinzînd de proprietățile fizice ale celor două faze, de diferența de concentrație, aria interfacială și gradul de turbulență.

Echipamentul industrial destinat acestui scop este astfel realizat încît să asigure o suprafață mare de contact între cele 2 faze și să producă o turbulență dezvoltată în fiecare fluid. Ca atare, fenomenele de curgere cu influență directă asupra transferului de masă sînt atît de complexe încît nu este încă posibilă o reprezentare matematică corespunzătoare, iar aria interfacială nu este cunoscută (determinată) precis. În legătură cu aceasta au fost imaginate o serie de mecanisme privitoare la transferul de masă, ce vor fi prezentate succint în acest capitol.

#### 2.1.1. Teoria filmului dublu.

Teoria filmului dublu, elaborată de Whitman [59], a fost prima tratare teoretică a procesului de transfer de masă printr-o interfață. Cu toate că ea nu reproduce condițiile reale în care are loc procesul, relațiile obținute au aplicabilitate practică, motiv pentru care este totuși mult utilizată.

Modelul fizic de la care s-a plecat în dezvoltarea acestei teorii este următorul :

- se presupune existența de o parte și de alta a interfaței a câte unui strat limită laminar, formarea a două filme ipotetice de grosime variabilă ;

- întreaga rezistență la transferul de masă este localizată în fiecare din cele două filme laminare, în afara acestora concentrația rămâne constantă, iar rezistența la transfer scade de la interfață către interiorul filmului ;

- se consideră viteza de deplasare a interfaței nulă ;

- transferul de masă între cele două filme este în exclusivitate de tip difuzional, iar la interfață se consideră atins echilibrul ;

- procesul se consideră staționar, filmele ne jucînd rolul acumulării de substanță la interfață.

Pentru un proces de absorbție se poate scrie viteza de transfer pe unitatea de suprafață ca :

$$N_A = - \frac{D}{b} (C_A - C_A^*) = k (C_A - C_A^*) \quad (96)$$

și aplicată pentru cele două filme (faze) :

$$N_A = - \frac{D}{b_1} (C_{A,1} - C_{A,1}^*) = k_1 (C_{A,1} - C_{A,1}^*) \quad (97)$$

$$N_A = - \frac{D}{b_2} (C_{A,2}^* - C_{A,2}) = k_2 (C_{A,2}^* - C_{A,2}) \quad (98)$$

Rezultă că :

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{C_{A,2}^* - C_{A,2}}{C_{A,1} - C_{A,1}^*} = \frac{b_2}{b_1} \quad (99)$$

Dacă se consideră transferul de masă raportat numai la faza lichidă se obține pentru coeficientul parțial de transfer de masă:

$$k_2 = k_L = \frac{D}{b_2} \quad (100)$$

Această ecuație nu dă informații în legătură cu procesul de transfer din cauza faptului că întotdeauna grosimea filmului  $b_2$  va fi necunoscută. S-a presupus totuși că valoarea lui  $b_2$  depinde de

condițiile hidrodinamice ale sistemului 2. Pe această bază ec. (100) prezice că la condiții hidrodinamice egale coeficienții parțiali de transfer de masă sînt proporționali cu coeficientul de difuziune,  $D$ . Deci :

$$k_L \sim D \quad (101)$$

Ecuația empirică stabilită pentru coeficientul parțial de transfer de masă în fază lichidă [60] :

$$\frac{k_L}{u_L} = a_1 \left( \frac{u_1 \cdot l}{\nu_L} \right)^{a_2} \left( \frac{\nu_L}{D} \right)^{a_3} \quad (102)$$

sau scrisă sub formă criterială :

$$St = a_1 Re^{a_2} Sc^{a_3} \quad (103)$$

în care  $a_1$ ,  $a_2$  și  $a_3$  sînt coeficienți constanți, dă o bună concordanță cu rezultatele experimentale pentru  $a_3 = 0,5$ , ceea ce indică o proporționalitate de forma  $k_L \sim \sqrt{D}$ , fiind în contradicție cu ecuația definitorie pentru teoria filmului dublu, ec. (101). Cu toate acestea, modelul lui Whitman se aplică datorită simplității sale.

### 2.1.2.. Teoria penetrației.

În anul 1935 Higbie [61] propune un model cu ajutorul căruia explică fenomenele de transfer de masă în baza următoarelor ipoteze : interfața gaz-lichid este realizată din o mulțime de elemente mici de lichid care sînt într-o continuă deplasare de la interfață în restul lichidului și invers. Fiecare element al fluidului adus la interfață poate fi considerat a fi staționar și concentrația gazului pătruns în element poate fi considerată a fi pretutindeni egală cu concentrația masei de lichid cînd elementul este adus la interfață. Se presupune

că în durata acestei perioade scurte, care variază între 0,01 și 0,1 s, absorbția are loc ca rezultat al difuziei moleculare nestaționare a gazului în masa de lichid.

În fig.4 se urmărește modul cum variază gradientul de concentrație ca rezultat al expunerii lichidului, inițial pur, la acțiunea gazului.

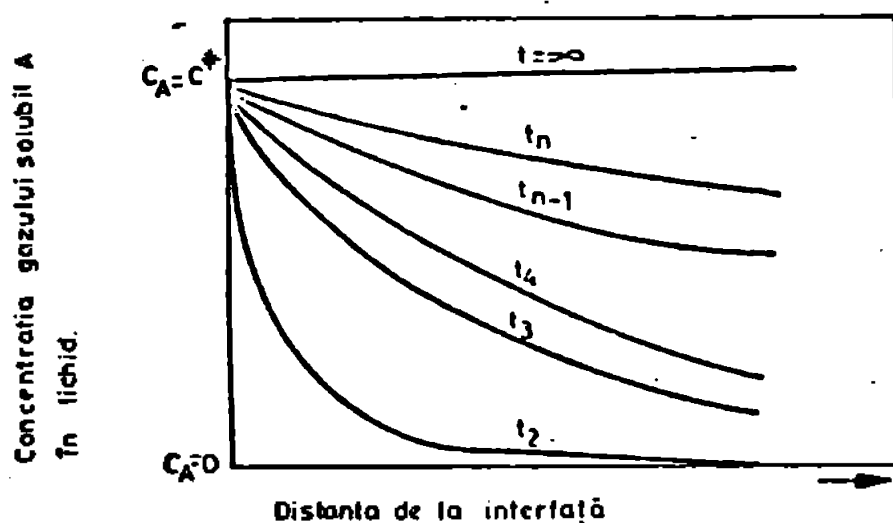


Fig. 4. Variația concentrației gazului în lichid cu distanța de la interfață la diverși timpi de expunere.

Configurația profilelor este de așa natură încît în fiecare moment adîncimea reală a lichidului care conține o cantitate apreciabilă de gaz dizolvat să poată fi specificată și de aici derivă și numele de teorie penetrației. Prin aducerea elementelor de fluid la interfață și expunerea lor la faza gazoasă, echilibrul se atinge imediat în stratul de la suprafața lichidului și începe un proces nestaționar de difuzie, iar după un anumit timp elementul respectiv este amestecat în masa fluidului.

Plecînd de la ecuația difuziunii în regim nestaționar, unidirecțional

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \quad (104)$$



aplicând condițiile la limită și utilizând transformatele Laplace se obține expresia gradientului de concentrație, cu ajutorul căruia se determină viteza de transfer de masă instantanee raportată la unitatea de suprafață :

$$N_A = - D \left( \frac{\partial C_A}{\partial y} \right)_{y=0} = (C_A^* - C_A) \sqrt{\frac{D}{\pi t}} \quad (105)$$

adică cînd elementul de suprafață este considerat a avea vîrstă  $t$ .

Pentru un timp de expunere  $t_e$  la suprafață se obține :

$$N_A = (C_A^* - C_A) \sqrt{\frac{D}{\pi}} \cdot \frac{1}{t_e} \int_0^{t_e} \frac{dt}{\sqrt{t}} = 2 (C_A^* - C_A) \sqrt{\frac{D}{\pi t_e}} \quad (106)$$

Din această relație reiese că scurtarea timpului de expunere mărește viteza de transfer și se obține ecuația de definiție a coeficientului parțial de transfer de masă pentru teoria penetrației :

$$k_L = 2 \sqrt{\frac{D}{\pi t_e}} \quad (107)$$

Dacă avem în vedere expresia coeficientului de transfer de masă dedusă ținînd seama de condițiile hidrodinamice și anume :

$$St = 1,13 Re^{0,5} Sc^{-0,5} \quad (108)$$

și făcînd o comparație cu ec. (107) se observă o concordanță, în sensul că ambele ecuații dau o proporționalitate cu puterea 1/2 a coeficientului de difuziune. Deci, în cazul teoriei penetrației se obține :

$$k_L \sim D^{1/2} \quad (109)$$

spre deosebire de teoria filmului dublu, care dă o proporționalitate cu puterea 1 a lui  $D$ .

Inconvenientul acestei teorii a penetrației este că nu se poate determina valoarea timpului de contact, fapt ce face să aibe o utilizare redusă.

### 2.1.3. Teoria reînnoirii suprafeței.

Teoria reînnoirii întâmplătoare a suprafeței lichidului sau teoria penetrației bazată pe modelul lui Danckwerts [62] sugerează că fiecare element de suprafață nu va fi expus pentru același timp și că există o distribuție întâmplătoare. El presupune că probabilitatea oricărui element de suprafață de a fi distrus și amestecat cu restul fluidului este independentă de vîrsta elementului de suprafață. Pe această bază calculează distribuția de vîrstă a elementelor de suprafață :

$$f(t) = s e^{-st} \quad (110)$$

ea avînd o formă exponențială.

Acum cînd suprafața se reînnoiește probabilistic, viteza de transfer de masă raportată la unitatea de arie a suprafeței de vîrstă  $t_e$  este dată de :

$$N_A = (C_A^* - C_A) \sqrt{D \cdot s} = k_L (C_A^* - C_A) \quad (111)$$

și se obține :

$$k_L = \sqrt{D \cdot s} \quad (112)$$

deci :

$$k_L \sim D^{1/2} \quad (113)$$

Se obține aceeași proporționalitate ca și-n cazul teoriei lui Higbie, dar variația vitezei de transfer de masă este funcție de viteza de reînnoire a suprafeței,  $s$ , mărime dificil de estimat, ceea ce face ca această teorie să se aplice rar.

2.1.4. Teoria film - penetrație.

Această teorie, prezentată de Torr și Marchello [63], reprezintă tratarea generală a transferului de masă în cadrul căreia teoria filmului dublu și teoria penetrației (atât modelul Higbie cât și Danckwerts) sînt cazuri limită.

Rezolvarea ecuației diferențiale a difuziunii cu condițiile la limită specifice generează următoarele soluții :

- pentru timpi scurți de expunere :

$$N_A = (C_A^* - C_A) \sqrt{\frac{D}{\lambda t}} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{n^2 t^2}{Dt}} \right] \quad (114)$$

- pentru timpi lungi de expunere :

$$N_A = (C_A^* - C_A) \frac{D}{b} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 \frac{D t}{b^2}} \right] \quad (115)$$

Se observă că pentru timpi scurți soluția se reduce la ecuația corespunzătoare teoriei penetrației, ec. (106), iar pentru durate mari de expunere la interfață se ajunge la rezultatul teoriei filmului dublu, dat de ec. (98).

Comparația între teoriile amintite precum și domeniile lor de aplicabilitate sînt redată sugestiv în fig.5.

Teoretic, modelul film penetrație înlătură contradicțiile dintre modelele de transfer de masă amintite, redînd cu ușurință dependența lui  $k_L$  de  $D$  la o putere  $n$ , cuprinsă între 0,5 și 1.

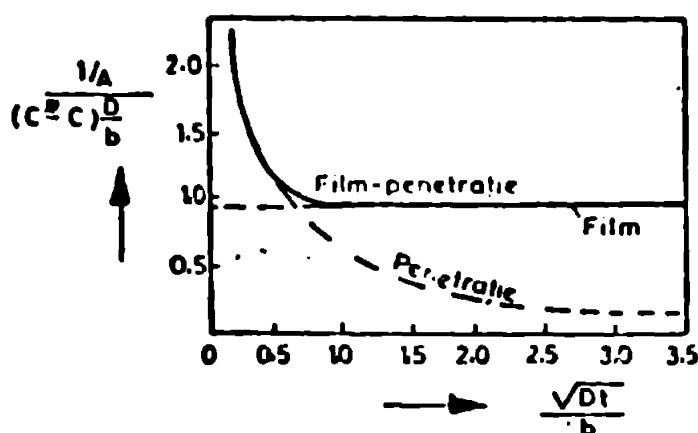


Fig.5. Domeniile de aplicabilitate ale teoriilor transferului de masă.

Cu toate acestea, nu a existat succes în aplicarea acestui model general pentru determinarea lui  $k_L$ , deoarece implică două mărimi, grosimea filmului și timpul de expunere, care nu pot fi evaluate din condițiile de curgere.

Brusset și colab. [64] reușesc să obțină relațiile hidrodinamice pentru calculele lui  $b$  și  $s$ :

$$b = B' d Re^{-0,7} \quad (116)$$

$$s = A' \frac{\mu}{\rho d^2} Re^{1,8} \quad (117)$$

în care  $A'$  și  $B'$  sînt coeficienți adimensionali, a căror estimare variază mult de la cercetător la cercetător (Brusset obține  $A' = 8 \times 10^{-5}$  și  $B' = .24$ ).

#### 2.1.5. Alte teorii.

Inădvertențele teoriei filmului dublu pentru transferul de masă gaz-lichid au determinat apariția unui număr mare de teorii îmbunătățite, fiecare dintre ele prezentînd unele avantaje.

Dintre acestea se remarcă teoria curgerii potențiale, care este echivalentă teoriei penetrației, echivalență ce există numai sub condiții restrictive.

Leonard și Houghton [65] și Sideman [66] au arătat că deși această teorie ia în considerare și accelerația interfacială, modelul fizic este identic cu cel al penetrației.

Sideman [67] obține următoarea expresie pentru calculul lui  $k_L$ :

$$k_L = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{u D}{b}} \quad (118)$$

O altă variantă a teoriei penetrației a fost sugerată de Ruckenstein [68], care diferă de modelul lui Higbie prin aceea

- că ține seama de efectul componentelor vitezei. Ecuația obținută în acest caz se prezintă sub forma :

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} + u(x, t) \frac{\partial c_A}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} y \frac{\partial c_A}{\partial y} = \dots$$

$$= D \frac{\partial^2 c_A}{\partial y^2} \quad (119)$$

fiind convertită prin intermediul variabilei  $\eta = y/b(x, t)$  într-o ecuație ordinară a concentrației și într-o ecuație diferențială de ordinul întâi pentru grosimea stratului limită de difuziune.

Kishinewski [69] a imaginat un model în care presupune că difuzia moleculară nu ia parte la transferul de masă. Consideră că fluidul proaspăt este adus la interfață ca rezultat al turbulenței din interiorul lichidului. Rezultatele experimentale obținute nu sînt în bună concordanță cu cele teoretice.

Harriot [70] propune un model în care turbioanele se apropie la distanțe variabile către interior de la o limită fixată la timpi variabili.

#### 2.1.6. Concluzii.

Așa cum rezultă din modelele prezentate, valorile coeficienților parțiali de transfer de masă sînt determinate de un complex de factori, cum sînt :

- condițiile hidrodinamice ale sistemului, exprimate calitativ prin turbulența mediilor fluide, în special structura stratului limită [71], prin rennoirea suprafeței de contact și cantitativ prin regiul de curgere, exprimat de numărul  $Re$  ;

- proprietățile mediului fluid, exprimate prin constanta de defuzivitate a cantității transportate ;

- caracteristicile geometrice ale suprafeței de transfer.

## 2.2. Transferul de masă gaz - film lichid. — — —

Intensitatea transferului de masă în sistemul gaz-lichid, la temperatură constantă, exprimată prin coeficienții de transfer de masă, depinde, în special, de natura fazelor contractante, de hidrodinamica sistemului, care intervine prin aportul adus de defuziunea convectivă și de starea suprafeței.

Pentru un sistem dat, intensitatea transferului de masă depinde numai de hidrodinamica fazelor puse în contact.

Cercetările pentru transferul de masă gaz-lichid se face, în general, pe coloane cu pereți udați în interior.

### 2.2.1. Transferul de masă în regim laminar fără valuri.

Tratarea teoretică a acestui transfer este simplă și rezultatele au corespuns întotdeauna cu experiența.

În cazul curgerii laminare fără valuri, cu o distribuție semiparabolică a vitezei în film, distribuția de concentrație este dată de :

$$3 \bar{v} \left( \frac{y}{b} - \frac{y^2}{2b^2} \right) \frac{\partial C}{\partial x} = D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (120)$$

cu condițiile limită :

$$C = C^* \quad \text{la } y = b$$

$$C = 0 \quad \text{la } y = 0$$

Intrucât variația concentrației în lungul filmului este mult mai mică decât pe direcția perpendiculară pe film, ec.(120)

devine :

$$3 \bar{v} \left( \frac{y}{b} - \frac{y^2}{2b^2} \right) \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad (121)$$

In rezolvarea ecuației, se utilizează faptul că grosimea stratului difuzional este mai mică în comparație cu grosimea filmului, dacă această condiție este satisfăcută, difuziunea are loc într-o mică adâncime de lângă suprafața filmului.

In acest caz soluția ec. (121) este :

$$c = \frac{2 c^*}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{y \sqrt{\bar{v}}}{2 \sqrt{\frac{2}{3}} D x}} e^{-z^2} dz \quad (122)$$

Pentru fluxul de difuziune de suprafață se obține :

$$j = D \left( \frac{\partial c}{\partial y} \right)_{y=0} = \sqrt{\frac{3 D \bar{v}}{2 \pi x}} c^* \quad (123)$$

Grosimea efectivă a stratului de difuziune :

$$h = \frac{D c^*}{j} = \sqrt{\frac{2 \pi D x}{3 \bar{v}}} \quad (124)$$

Transferul de masă poate fi redat de ecuația criterială:

$$Sh = \sqrt{\frac{6}{\pi}} Re^{1/2} Sc^{1/2} \quad (125)$$

care este valabilă dacă următoarele presupuneri făcute sînt îndeplinite :  $Re < 50 - 100$ ,  $h \ll b$  și existența în film a curgerii complete, cu profil semiparabolic a vitezei.

Ec. (125) dă o bună concordanță cu datele experimentale obținute de Kuznetov [72] pentru un  $Re$  ce a variat în domeniu (27...100).

Ec. (124) arată că grosimea stratului de difuziune poate deveni comparabilă cu grosimea totală a filmului,  $b$ , la o distanță  $x$  din lungimea filmului dată de ecuația :

$$x \approx 50 b Re \quad (126)$$

In prezent, regimul laminar fără valuri este folosit numai pentru verificarea unor teorii sau ipoteze noi în domeniul curgerii sau pentru studiul unor noi sisteme.

2.2.2. Transferul de masă în regim laminar cu valuri.

Prin ondularea suprafeței filmului de lichid crește suprafața de contact între cele două faze, majoritatea studiilor arată că nu se pot obține creșteri ale interfeței mai mari de cca 10 %.

Intr-o analiză făcută pentru curgerea bidimensională, Levich [13] deduce teoretic fluxul de masă transferat prin film în cazul curgerii laminare cu valuri.

Ecuația distribuției concentrației este de forma :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{3}{2} v_0 \left[ 1 + 0,6 \sin(kx - \omega t) - 0,3 \sin^2(kx - \omega t) \right] \frac{\partial c}{\partial x} - 1,8 v_0 k \cos(kx - \omega t) \left[ 1 - \sin(kx - \omega t) \right] \frac{b}{3} \frac{\partial c}{\partial y} = D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \quad (127)$$

Această ecuație s-a rezolvat printr-o metodă de aproximații succesive, soluția fiind dată ca o funcție de variabila :

$$\eta' = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{v_0}{D}} \cdot \frac{y}{\sqrt{x}} \quad (128)$$

obținându-se :

$$c = - \frac{0,3 c^*}{2 \sqrt{\pi}} \eta' + c^* \int_0^{\eta'} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (129)$$

Pentru  $y \rightarrow 0$  se obține :

$$c = \frac{c^*}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{y}{x} \cdot \frac{\sqrt{v_0}}{\sqrt{\frac{2}{3} D}} + \frac{0,15}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{3 v_0}{2 D}} \cdot \frac{y}{x} c^* \quad (130)$$

Corespunzător, fluxul defuzional la suprafață este dat de :

$$j_{vel} = j (1 + 0,15) \quad (131)$$



unde  $j$  este definit de ec. (123).

Se constată că valurile în film crește fluxul difuzional cu circa 15 %, în timp ce distribuția rămâne aceeași.

Kapitza [73] a obținut aceleași rezultate utilizând o metodă complet diferită.

Muntean și Bratu [74] constată o bună concordanță între rezultatele experimentale obținute pentru un film lichid ondulat curgând pe o suprafață plană înclinată cu unghiuri până la  $1,5^\circ$  și modelul lui Rice [75] propus pentru reprezentarea transferului de masă la o interfață ondulată. Presupunerea existenței la interfață a undelor capilare este confirmată de rezultatele experimentale, obținându-se creșteri de până la 80 % ale transferului de masă în prezența undulațiilor față de cazul curgerii laminare fără valuri în film.

De cele mai multe ori, creșterea vitezei de absorbție gaz-lichid atinge valori experimentale mult mai mari decât cele corespunzătoare calculelor teoretice, ajungând chiar la valori de 100 - 200 %.

S-au încercat diverse metode fizice și teoretice pentru a se explica această neconcordanță. Cei mai mulți cercetători admit că valurile (undele) superficiale produc un mare grad de amestecare prin crearea de turbioane interne de tip „rulou”, a căror acțiune se reflectă în datele experimentale ale transferului de masă [76], [77], [78]. Totodată, are loc o rennoire continuă a suprafeței.

Experimental, s-a constatat că și valurile mici, striatiuni pe suprafața filmului, creează o oarecare amestecare ce intensifică transferul de masă [79].

Jepsen și colaboratorii [80], pentru a explica creșterea intensității transferului de masă din curgerea cu valuri, a emis un model fizic deosebit, considerând că lângă așele

foțe ale filmului de lichid se formează turbioane (virtejuri) care se întind în regiunea centrală a filmului și produc maximum de turbulență.

S-a observat că intensitatea difuziunii, în cazul sistemului  $\text{CO}_2$  - film de apă, este minimă la interfețe și maximă spre centrul filmului pentru  $Re > 700$ . Maximul este cu atât mai accentuat cu cât regimul de curgere se apropie de limita turbulenței complet dezvoltate.

Valurile manifestă un efect de comprimare și de dilatare, similar cu un proces de agitare. Comprimarea și expansiunea se fac între cei doi „pereți” formați din suprafața liberă a filmului, care acționează ca o membrană elastică, și suprafața frontierei solide. Se poate considera că se formează un film turbulent mărginit de două subfilme (straturi) laminare. Pentru acest model fizic amplitudinea și frecvența valurilor nu par a fi necesare în corelarea difuzivității turbulente.

Modelul lui Jepsen este în opoziție cu cel prezentat de Stirba și Hurt [81] care admit în modelul lor că intensitatea procesului de difuziune este constantă pe toată grosimea filmului.

Ruckenstein [82], printr-o tratare neliniară a curgerii în film cu valuri, a sugerat o soluție pentru transferul de masă în filme de lichid verticale la  $Re$  mici, arătând că factorul de creștere a intensității transferului de masă este o funcție numai de o cantitate adimensională  $\psi$ , ce reprezintă media temporară a raportului dintre fluxul de masă în curgerea cu valuri și în curgerea laminară fără valuri :

$$\psi = g^{1/6} \Gamma_v^{11/6} / \nu^{7/6} (\delta/\rho)^{1/2} \quad (132)$$

Conform teoriei lui Banerjee și colab. [83], coeficientul de transfer de masă poate fi calculat pe baza lungimii

de undă, a frecvenței valurilor și vitezei de curgere a filmului. În această teorie nu este necesară cunoașterea profilului vitezei în film. Fiecare val se consideră asociat cu un turbion (virtej) ce apare la o anumită distanță de suprafața (interfața) liberă a filmului, pe care o reînnoiește parțial. Cele menționate au permis obținerea următoarei relații de calcul a coeficientului de transfer de masă :

$$k_L = D^{5/8} \frac{0,7}{H^{1/7} \bar{t}^{1/8}} \quad (133)$$

în care :

$\bar{H}$  - distanța medie de apropiere a turbioanelor de suprafața liberă a filmului ;

$\bar{t}$  - timpul mediu al perioadei între două turbioane consecutive.

Atât  $y_1$  cât și  $\bar{t}$  sînt în funcție de  $Re$  și de proprietățile lichidului. Concordanța între rezultatele experimentale și teorie este bună.

### 2.2.3. Transferul de masă în regim turbulent.

În curgerea turbulentă viteza de transfer de masă la suprafața liberă a filmului poate fi redată de viteza de disipare viscoasă, care controlează intensitatea procesului.

Fluxul difuzional poate fi determinat prin considerarea naturii mișcării turbulente lângă suprafața filmului, în cazul  $Sc \gg 1$  se poate presupune că rezistența difuzională majoră este oferită de substratul de difuziune care este mai subțire decît substratul viscos.

Atunci fluxul de masă în substratul viscos este :

$$j = D_t \frac{\partial c}{\partial y} \quad (134)$$

în care  $D_t$  este coeficientul de difuziune turbulentă în sub-

stratul viscos.

Coefficientul de difuziune turbulentă este redat de ecuația:

$$D_t = v_s \frac{y^2}{\lambda} \quad (135)$$

și se observă că descrește la apropierea de suprafața filmului și la  $y = h$ , cu grosimea substratului difuzional, este egal cu coeficientul de difuziune moleculară  $D$ .

Grosimea substratului difuzional este redată de ecuația:

$$h \approx \left( \frac{D \lambda}{v_0} \right)^{1/2} \approx \left( \frac{D \delta}{\rho v_0^3} \right)^{1/2} \quad (136)$$

Fluxul total de difuziune este:

$$j = \frac{DC^*}{h} = \frac{D^{1/2} \rho^{1/2} v_0^{3/2}}{\delta^{1/2}} C^* \quad (137)$$

Exprimând viteza superficială în termeni de viteză curgerii filmului se obține în final:

$$j = \left( \frac{D \rho}{\delta} \right)^{1/2} \frac{u^{3/2} C^*}{\left[ \ln \left( \frac{b}{y} \sqrt{gb} \right) \right]^5} \quad (138)$$

ecuație ce poate fi scrisă sub formă adimensională ca:

$$Sh = Sc^{1/2} Re^{3/2} \left( \frac{\rho \nu}{2b \delta} \right)^{1/2} \frac{1}{\left[ \ln \left( \frac{b}{y} \sqrt{gb} \right) \right]^{5/2}} \quad (139)$$

Se poate constata că în curgerea turbulentă la interfața gaz-lichid se realizează o creștere substanțială a vitezei convective de transfer de masă, proporțională cu puterea 3/2 a vitezei filmului în lichid. Aceste concluzii teoretice sînt în bună concordanță cu datele experimentale.

Banerjee și colab. [83] utilizînd teoria lui Phillips [84] au calculat energia de disipare viscoasă, după care, efectuînd înlocuirile și transformările necesare, obțin coeficientul mediu parțial de transfer de masă sub forma:

$$k_L = (D a^2 n^3 u_v)^{1/2} \quad (140)$$

Pentru filmele de apă se cunosc următoarele informații :

- pentru amplitudinea valului

Brauer obține ecuația :

$$a = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Re}^{2/5} \quad (140)$$

- pentru viteza valului

Fulford obține ecuația :

$$u_v = 9,4 \cdot 10^{-2} \text{ Re}^{16/15} \quad (141)$$

Înlocuind valorile lui  $a$  și  $u_v$  obținute în ec.(140) și ec. (141),  $\nu = 0,01$  și  $\lambda = 1$ , în ec.(139) se obține pentru  $\bar{k}_L$  expresia :

$$\bar{k}_L = 2,93 \cdot 10^{-3} \sqrt{D} \text{ Re}^{0,933} \quad (142)$$

care conferă o bună concordanță cu datele experimentale pentru  $\text{Re}$  cuprins între 1500 și 8000, abaterea maximă fiind  $\pm 30\%$ . Abaterile pot apărea din determinările diferitelor valori ale proprietăților medii ale valului (unde).

#### 2.2.4. Influența diverșilor factori.

Principalii factori care influențează transferul de masă gaz-lichid se pot clasifica în :

- factori referitori la aparatul în care are loc curgerea : unghiul de inclinare și rugozitatea suprafeței de curgere, geometria aparatului ;
- factori referitori la hidrodinamica și proprietățile filmului lichid : debitul de lichid, temperatura și vîscozitatea lichidului ;
- factori referitori la faza gazoasă adiacentă : concentrația gazului ce se transferă și prezența agenților tensioactivi.

### Unghiul de inclinare a suprafeței de curgere.

Coefficientul de transfer de masă în filmul de lichid crește odată cu mărirea unghiului de inclinare a suprafeței de curgere, dar nu în mod constant. Cele mai accentuate creșteri, după Cliver [76], au loc între  $0 - 25^\circ$  și  $50 - 90^\circ$ .

Floarea și Vasilescu [55] studiind hidrodinamica și transferul de masă în filmul de lichid în curgere pe un plan inclinat au constatat o bună concordanță a rezultatelor experimentale cu teoria filmului neted pentru unghiuri de inclinare mici ale suprafeței de curgere, cuprins între  $0$  și  $1^\circ$ .

Cu cât unghiul de inclinare este mai mare cu atât abaterca de la teoria filmului neted este mai accentuată, respectiv valorile coeficienților de transfer de masă sînt mai mari, putînd atinge majorări de 25 %. Pe măsură ce unghiul de inclinare crește, lungimea de apariție a valurilor și lungimea de undă descresc, iar viteza valului crește; variația acestor mărimi justifică creșterile referitoare la coeficienții parțiali de transfer de masă.

### Geometria aparatului.

Influența dimensiunilor geometrice asupra transferului de masă s-a studiat prin variația atât a lățimii cât și a lungimii aparatului de transfer [35], [86], [87].

Transferul de masă este îmbunătățit cu creșterea lungimii sau a diametrului la coloanele cu pereți udați pentru viteze obișnuite de curgere a gazului și scade cu creșterea lungimii și cu raportul „diametru/lungime” la viteze mari ale gazului, peste 20 m/s.

### Rugozitatea suprafeței de curgere.

Toate suprafețele solide prezintă asperități care pot influența procesele de transfer de impuls și de masă.

Intrucît, una dintre fețele filmului este liberă, asperitățile care formează rugozitatea modifică cu ușurință hidrodinamica filmului, și prin urmare, transferul de masă.

Gradul de intensificare a transferului de masă nu este același în toate cazurile, depinzînd de numărul elementelor rugoase pe unitatea de suprafață, de forma și de dimensiunile lor și de modul în care sînt distribuite pe suprafața de curgere.

Pentru o rugozitate dată, intensificarea este maximă la un număr anumit de elemente rugoase pe suprafață, care ar putea fi numit „număr optim”, în afara acestuia intensificarea descrește în valoare absolută dar rămînînd întotdeauna superioară suprafețelor netede. Aranjarea optimă este aceea care poate rezolva o curgere cu interferențe de valuri [52].

Săvesnu și colab. [38] constată că această interferență este maximă cînd distanța dintre asperități este egală cu lungimea de undă a filmului de lichid.

Levich explică variația transferului de masă, după o curbă ce prezintă un maxim, prin schimbarea grosimii substratului laminar. În jurul vîrfurilor asperităților, cînd acestea depășesc grosimea substratului laminar, apare un strat de lichid de turbulență „potolită”, suprapus peste substratul laminar. Astfel, grosimea stratului de difuziune moleculară, care formează rezistența de bază la transferul de masă, crește, iar viteza de transfer începe să scadă.

Nu există o relație generală de calcul a coeficientului de transfer de masă, ci numai relații valabile pentru fiecare tip experimental de rugozitate.

Dawson și Frass [50] au prezentat datele experimentale obținute pentru domeniile  $3000 < Re < 12.000$  și  $390 < Sc < 4500$  sub formă unei ecuații criteriale :

$$Sh = 0,0153 Re^{0,88} Sc^{0,32} \quad (142)$$

Rezultatele obținute sînt în bună concordanță cu cele obținute de Lin și colab. [89] și abateri de 11% față de rezultatele obținute de Hubbard [90] și Hanratty [91] și de 25% față de cele ale lui Harriot și Hamilton [92].

#### Debitul de lichid.

Mulți cercetători au obținut o creștere a coeficientului de transfer de masă o dată cu mărirea debitului de lichid, respectiv numărul  $Re$  [55], [76], [86], [87], [93], [94].

Creșterea este mai accentuată la valori mici ale debitului și tinde spre o valoare constantă la debite mari. Efectul redus la debite mari rezultă dintr-o creștere a lungimii de stabilizare a filmului cu valuri.

Tuđose [85] obține o scădere a coeficientului de transfer de masă pînă la  $Re = 500$ , după care se menține aproximativ constant pînă la  $Re = 2000$  și apoi începe să crească.

Săveanu și Ibănescu [95] obțin variații similare prin variația debitului de lichid și de gaz. Aceste rezultate sînt în concordanță și cu ecuația dată de Kamei și Oishi [96].

În toate cazurile menționate, variațiile coeficientului de transfer de masă nu sînt deosebit de mari, sub acest aspect, debitul de lichid nu poate fi element hotărîtor în ceea ce privește creșterea coeficientului de transfer de masă în filmele lichide.

#### Temperatura și viscozitatea lichidului.

Temperatura are un efect negativ asupra transferului de masă, micșorînd coeficientul de transfer, deoarece o dată cu creșterea temperaturii are loc scăderea solubilității gazului și crește procesul de difuzie inversă, din faza lichidă în cea gazoasă. Scăderea devine mai accentuată la temperaturi



mari [93].

Norman și Sammak [97] au studiat influența viscozității asupra transferului de masă într-o coloană cu pereți udați absorbind  $\text{CO}_2$  și  $\text{SO}_2$  în diverse lichide organice ce au prezentat variații de viscozitate de la 0,4 la 60 cP. Concluzia a fost că, creșterea viscozității micșorează sensibil coeficientul de transfer de masă.

#### Concentrația gazului ce se transferă.

Literatura dispune de puține date privind variația coeficientului de transfer de masă în funcție de concentrația gazului ce se absoarbe. Datele existente nu sînt concludente.

Ramm și colab. [93] obțin o ușoară scădere a coeficientului de transfer de masă în cazul absorbției  $\text{SO}_2$  în  $\text{H}_2\text{SO}_4$  monohidrat, variațiile fiind așa de mici, încît, practic, coeficientul de transfer de masă se poate considera independent de concentrația gazului, fapt ce determină că rezistența principală la transferul de masă gaz-lichid rămîne în faza lichidă indiferent de solubilitatea gazului în lichidul respectiv.

#### Efectul agenților activi de suprafață.

Rolul agenților activi de suprafață asupra proprietăților interfeței, cum ar fi de exemplu, tensiunea superficială, este cunoscut, dar influența lor asupra vitezei de transfer de masă nu este pe deplin lămurită. Aceasta se datorește faptului că experiențele pentru transferul de masă se fac cu sisteme peliculare în mișcare și adăugarea agenților activi de suprafață alterează hidrodinamica filmului de lichid. Efectul agenților activi de suprafață este greu de separat de rezistența superficială specifică lichidului considerat.

Emmert și Pigford [98] afirmă, pe baza datelor experimentale, că singurul efect al agenților tensioactivi constă în eliminarea ondulații suprafeței. Există o discrepanță între rezultatele teoretice și cele experimentale.

Cullen și Davidson [99] ajung la concluzia că discrepanța se datorește rezistenței interfaciale suplimentare cauzată de prezența agenților activi de suprafață.

Substanțele tensioactive au proprietatea de a atenua ondulara suprafeței, micșorând amplitudinea valurilor și mărirind lungimea de undă, acestea fiind cu atât mai accentuate cu cât concentrația substanței tensioactive este mai mare. Prin micșorarea amplitudinii scade viteza de circulație a lichidului în turbioanele ce se formează în cazul filmelor subțiri, iar prin creșterea lungimii de undă scade numărul lor pe unitatea de lungime a filmului. Ambele efecte acționează în sensul scăderii intensității transferului de masă.

Cele prezentate explică variația transferului de masă pentru ramura descendentă a curbei de variație redată în fig. 6, iar pentru ramura ascendentă explicația se poate face numai dacă se ia în considerare teoria lui Massot [100], care arată că variația lungimii de undă în funcție de criteriul Weber trece printr-un minim. Atunci, într-adevăr, și variația intensității transferului de masă se putea să se facă tot după o curbă cu un minim în funcție de concentrația agentului tensioactiv.

Problema influenței agenților activi este încă o problemă neelucidată complet pînă în prezent.

### 2.3. Intensificarea transferului de masă în filme lichide.

Metodele de intensificare a proceselor de transfer de

masă în filme subțiri de lichid [101] se pot clasifica în :

- metode pasive, în care turbulența filmului este realizată fără consum suplimentar de energie în timpul funcționării aparatului, de exemplu configurația suprafeței (rugozitatea artificială) ;

- metode active, în care turbulența filmului implică consum de energie suplimentar, de exemplu prin suprapunerea unui câmp de forțe centrifugale, pulsarea unei faze (gazoasă sau lichidă), vibrarea suportului filmului.

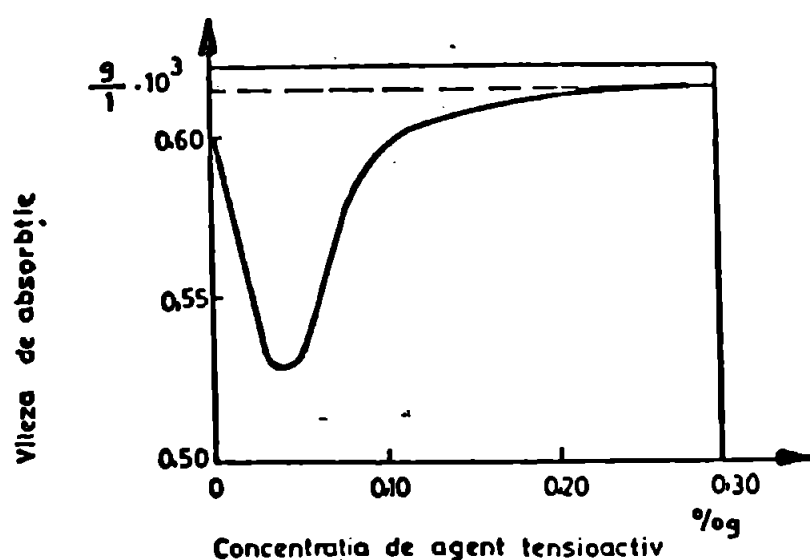


Fig.6. Variația vitezei de absorbție în funcție de concentrația de agent tensioactiv impurificat.

În aparatele industriale se folosesc ambele metode, metodele active fiind mult mai eficiente. Se vor prezenta câteva procedee de intensificare mai des utilizate industrial.

### 2.3.1. Pulsarea fazei adiacente filmului lichid.

Studiul intensificării transferului de masă în film descendent de lichid prin pulsarea fazei gazoase a fost inițiat de Bratu și Tudose [85], [102], obținându-se în cazul absorbției  $NH_3$  în apă intensificări maxime în condiții de rezonanță

de 210 %, în comparație cu sistemul nepulsat.

Valoarea coeficientului total de absorbție,  $K_p$ , în condiții pulsate crește continuu cu amplitudinea și prezintă un maxim în funcție de frecvența pulsațiilor. Maximul de intensificare, explicat prin apariția rezonanței, este independent de amplitudinea pulsațiilor și de regimul de curgere a fazei lichide.

Pentru domeniile de frecvență delimitate de frecvența de rezonanță  $F = 9,3 \text{ Hz}$ , se obțin următoarele relații empirice pentru calculul lui  $K_p$  [85] :

$$K_p = 2,93 a^{0,385} F^{0,538} \text{ pentru } 1 < F < 9,3 \text{ Hz} \quad (143)$$

$$K_p = 73,2 a^{0,358} F^{-0,902} \text{ pentru } 9,3 < F < 15 \text{ Hz} \quad (144)$$

### 2.3.2. Vibrarea filmului lichid.

Floarea, Jinescu și Bădica [103] au obținut efecte similare asupra transferului de masă de la un gaz la un film descendent de lichid în cazul vibrației suportului filmului.

Dependența coeficienților parțiali de transfer de masă experimentali,  $k_L$ ,  $v$ , de amplitudinea ( $0 < a \leq 5 \text{ mm}$ ) și frecvența ( $0 < F \leq 31 \text{ Hz}$ ) vibrațiilor, la diferite valori ale lui  $Re_L$ , prezintă, în toate cazurile, curbe cu maxim, care indică intensificări pînă la 300 % în raport cu condițiile ne-vibrate. Frecvența la care se realizează valoarea maximă pentru  $k_L$ ,  $v$ , este funcție de amplitudinea vibrației și de regimul de curgere a filmului. Cu creșterea valorii lui  $Re_L$  și a amplitudinii se micșorează frecvența corespunzătoare maximului. În cazul frecvențelor mici se observă efectul mai accentuat al amplitudinii, obținîndu-se maxime mai pronunțate, cu creșterea lui  $Re_L$  se obțin intensificări maxime pentru aceeași amplitudine

dar la frecvențe mici.

Aceste observații indică acțiunea simultană a celor doi parametri ai vibrației, a și F, asupra transferului de masă.

Efectul pozitiv al vibrațiilor scade liniar cu creșterea valorii lui  $Re_L$ , acest fapt explicându-se prin modul de acționare al vibrațiilor, și anume prin mărirea turbulenței și vitezei relative a filmului de lichid comparativ cu cel de gaz.

Viteza suplimentară,  $[a \omega \sin(\omega t)]$ , imprimată de vibrații este funcție de amplitudină și frecvență, fiecare ciclu de vibrare inducând o accelerare și o întârziere a curgerii. Gradientii mari de viteză, care iau naștere în stratul de lichid adiacent suprafeței vibrante, conduc la o modificare a regimului hidrodinamic al stratului limită comparativ cu condițiile nevibrate.

Distrugerea acestor straturi limită precum și viteza oscilatorie a filmului creează o turbulență intensă, care explică intensificările sensibile obținute.

Efectul turbulenței create de prezența viscozității este sensibil când cei doi termeni ai ecuației ce reprezintă oscilațiile sinusoidale :

$$w = \bar{w} + a \omega \sin \omega t \quad (145)$$

au valori comparabile.

Dacă viteza inițială a filmului de lichid este mare, turbulența inițială este mare, și efectul turbulenței suplimentare creată de vibrații scade. Aceasta explică micșorarea raportului  $k_L, v / k_L$  cu creșterea lui  $Re_L$ .

Comparând rapoartele de intensificare și absorbției  $CO_2$  în filme descendente de apă în cazul vibrației suportului filmului și în cazul pulsării gazului se observă o intensifi-

care mai mare în primul caz. Aceasta este explicabilă datorită modului în care sînt introduse oscilațiile în sistem. În curentul de gaz pulsant, oscilația își pierde din intensitate datorită compresibilității gazului, în timp ce la oscilarea unui lichid, prin intermediul vibrării suportului, oscilația este preluată de către masa de lichid ca un corp rigid.

Tratarea matematică a problemei transferului de masă în film între două fluide în prezența pulsării unei faze este dificilă și nerezolvată.

Rice [75] dezvoltă o teorie dinamică a transferului de masă prin interfețe ondulate pornind de la un model simplificat al curgerii fluidului, în care undele sînt oscilații staționare de lungime de undă  $\lambda_u$ ; amplitudine și frecvență cunoscute, neglijînd distribuția neuniformă a acestor mărimi pe suprafața interfeței.

Pentru oscilații de frecvență mai înalte;  $Re \gg 1$  și pentru  $Sc$  mare, s-a obținut o relație de forma :

$$\frac{N_p}{N} \approx \frac{1}{4\sqrt{2}} \cdot Re^{1/2} \left( \frac{a}{\frac{\lambda_u}{2}} \right)^2 \quad (146)$$

în care :

- $N_p$  - fluxul masic mediu la o interfață oscilatorie;
- $N_s$  - fluxul masic mediu la o interfață stagnantă.

Gregory și Scott [104] au obținut experimental că coeficientul de transfer de masă în condițiile curgerii puternic turbulente este independent de frecvența oscilațiilor.

Molinier și Angelino [105] studiînd condițiile de transfer de masă într-un extractor în curgere pulsatorie au obținut pentru coeficientul de transfer de masă relația :

$$\frac{k \cdot A' L_t}{u} = \exp(-7,87) \cdot F^{1,7} \quad (147)$$

în care  $L_t$  este înălțimea totală a coloanei.

Coeficienții numerici sînt dependenți de proprietățile fizico-chimice și de debitele celor două faze.

Ross și Azim [106] în studiul efectuat asupra transferului de masă a ionilor prin interfața de contact, în domeniul  $0,13 < a < 0,73$  mm și  $25 < F < 90$  Hz, au obținut o creștere a coeficientului de transfer de masă de 8-9 ori, calculat cu relația:

$$k = 1,6 a F Re^{-0,21} \left(\frac{\nu}{D}\right)^{0,66} \quad (148)$$

Oliver [76] a suprapus mișcării lichidului pe un plan înclinat vibrații perpendiculare și a obținut un sistem de ondulații complexe, care provoacă o reducere a coeficientului de transfer de masă, deoarece ondulațiile provocate de vibrații domolesc valurile naturale de tip „rulou” și diminuează intensitatea transferului de masă.

Incercări pentru intensificarea procesului de transfer de masă, cu rezultate pozitive, s-au făcut și prin agitarea filmului de lichid cu ajutorul a două inele mișcate în sus și în jos prin masa filmului [107].

### 2.3.3. Alte procedee.

În cazul transferului de masă gaz-lichid într-un film lichid care curge peste o suprafață discontinuă, cum ar fi umplutura, sfere sau discuri dispuse distanțat pe un ax vertical, plăci plane intrerupte din loc în loc și plăci plane așezate în zig-zag sau alte forme, s-au obținut, în general, valori mai ridicate ale coeficientului de transfer de masă.

Explicatia unanim admisă se bazează pe apariția unei anastecări intense în intervalul de discontinuitate.

Hughmark [108] a comparat rezultatele obținute de Davidson și colab. [109] la absorbția  $\text{CO}_2$  în film de apă curgând pe sfere înșirate distanțat pe un ax vertical și cele obținute de Danckwerts și Sharma [110] pe diferite tipuri de umpluturi cu datele experimentale obținute de Emmert și Pigford [98] pentru curgera pe un perete udat și constată că valoarea coeficientului de transfer de masă în cazul curgerii peste sfere este mai mare decât în cazul coloanelor cu pereți udați și crește cu creșterea lui  $Re$ .

Hughmark propune următoarea relație de calcul a lui  $k_L$  pentru filme de apă și regim de curgere  $100 < Re < 1.000$  :

$$k_L = 1,34 \left( \frac{4 \Gamma}{\eta} \right)^{1/18} \frac{\nu^{1/3}}{g^{1/6} z_c^{1/2}} Sc^{-1/2} \quad (148)$$

în care  $z_c$  este distanța de contact.

Atkinson și Taylor [72] ajung la concluzia că valurile, în cazul suprafețelor în zig-zag, sînt acelea care produc amestecarea în intervalul discontinuităților ; în lipsa valurilor amestecarea este absentă.

La aceeași concluzie ajung și Ratcliff și Reid [111] în cazul curgerii pe sfere. Ronco și colab. [112] lucrînd cu un număr de sfere diferit, la diverse numere  $Re$ , trag concluzia că, pentru 10 sfere și  $Re < 30$ , amestecarea nu are loc. Pentru valori mai mari ale lui  $Re$  amestecarea este parțială și devine totală la  $Re > 1.000$ .

Dacă se ia în considerare și faptul că la un film în curgere peste o serie de discontinuități distanța pînă la punctul de începerea ondulării lichidului descrește cu debitul de lichid, atunci se explică de ce la coloanele cu umplutură și chiar la cele cu pereți udați există o atât de mare varietate de constante și exponenți în ecuațiile criteriale de calcul.



Brož și Endršt [113], [114] studiind transferul de masă și efectul viscozității lichidului asupra acestuia în cazul filmului lichid vertical curgând pe plăci metalice expandate au arătat posibilitatea determinării coeficientului de transfer de masă pe baza datelor experimentale de hidrodinamică și a modelului penetrației a lui Higbie.

Prin introducerea tangențială a lichidului într-o coloană cu pereți udați transferul de masă se poate amplifica cu un factor cuprins între 3-5 [115].

Uzual, pentru filmele verticale gravitaționale (descendente) se consideră aria de transfer de masă aria suprafeții pe care curge filmul. În cazul filmelor spirale, în care lichidul se introduce tangențial, aria de transfer de masă poate fi mărită de 1,5 - 2 ori, la viteze de intrare de 2-5 m/s, și până la de 5 ori pentru viteze de intrare de 10-13 m/s.

Aceste arii de transfer (de contact) raportate la unitatea de volum sînt echivalente umpluturilor cu  $\delta = 400 \text{ m}^2/\text{m}^3$ .

Comparînd cu filmele gravitaționale, introducerea tangențială a lichidului nu suprimă regimurile de curgere, doar le decalează în scara debitelor, astfel că regimul turbulent este mai repede atins, adică la valori mai mici ale debitului.

Jinescu și Vasilescu [116] studiind hidrodinamica și transferul de masă în filme lichide libere continue (fără suport) au constatat o creștere semnificativă a coeficientului de transfer de masă în comparație cu cel obținut în coloanele cu pereți udați.

Coeficientul de transfer de masă, determinat experimental pentru absorbția  $\text{CO}_2$  în apă, crește sensibil cu numărul Reynolds, intensificarea procesului avînd loc în principal datorită turbulenței locale ce apare în filmul lichid liber,

întrucît suprafața de transfer scade cu creșterea lui  $Re$ .

Pentru calculul coeficientului de transfer de masă, în filmul de lichid,  $k_L$ , se propune relația :

$$Sh = \frac{k_L d_e}{D} = (2,5 + 0,015 Re^{0,8}) Sh_k \quad (149)$$

în care  $d_e$  este diametrul echivalent iar  $Sh_k$  este numărul Sherwood calculat cu ecuația lui Kaşarov [117] pentru coloane cu pereți udați :

$$Sh_k = 0,0286 Re^{2/3} Sc^{0,5} \quad (150)$$

Experimentele au arătat că performanțele utilajelor ce utilizează filme libere continue depind în mare măsură de tipul dispozitivului de formare a filmului liber.

#### 2.4. Concluzii.

Mecanismul transferului de masă poate fi redat printr-o teorie generală, aceasta fiind teoria film-petrație, cu cazurile sale limită : teoria filmului și teoria penetrației, modelul Regbie sau Danckwerts, cu atât mai mult cu cît în ultimul timp dificultatea calculării grosimii filmului și a vitezei de reînnoire a suprafeții scade.

În cazul curgerii laminare cu valuri, pentru o interfață gaz-lichid, se constată o creștere cu cca 15 % a vitezei de transfer de masă, în timp ce pentru curgerea în regim turbulent se constată o creștere a acesteia cu viteza filmului la o putere  $3/2$  față de  $1/2$  cît este în cazul curgerii laminare cu valuri.

Relațiile de calcul ale coeficienților de transfer de masă sînt numeroase, ele fiind însă valabile în domeniile determinate experimental.

Dintre principalii factori care influențează transfe-

rul de masă în filmele lichide un rol important în ceea ce  
privește intensificarea transferului de masă și rugozita-  
tea suprafeței pe care curge filmul, unghiul de înclinare a  
suprafeței de curgere, precum și modul de formare a filmului .

Un efect negativ asupra transferului de masă îl au  
substanțele tensioactive, temperatura și viscozitatea lichidu-  
lui, în timp ce debitul de lichid și concentrația gazului nu  
au un rol hotărâtor.

O importanță mereu crescândă are transferul de masă  
în filme pe suprafețe cu discontinuități, în filme libere sau  
spirale, precum și utilizarea vibrației fazei lichide sau a  
pulsării fazei gazoase.

PARTEA a II-a  
CERCETARI EXPERIMENTALE  
ALE PROCESELOR DE TRANSFER IN FILME LICHIDE CONTINUE.

Literatura de specialitate, prezentată în partea a I-a a lucrării, privind hidrodinamica și transferul de masă în filme lichide precum și factorii ce influențează aceste procese, se referă la curgerea în filme pe suprafețe plane orizontale, înclinate și verticale sau la curgerea în coloane cu pereți udați (filmul curgând pe perețele interior al tubului).

Aceste modalități de curgere a filmului prezintă unele avantaje în tratarea teoretică a fenomenelor de transfer în filme lichide, precum și în tehnicile experimentale elaborate. Cu toate acestea, rezultatele obținute sînt de multe ori diferite, uneori chiar contradictorii, de la un autor la altul, funcție de condițiile de lucru, de sistemul utilizat.

Aceste studii sînt utile pentru elucidarea mecanismelor ce guvernează fenomenele de transfer în filmele lichide, pentru determinarea de relații cantitative necesare dimensionării utilajelor; aplicarea industrială însă a acestor modalități de curgere în film este redusă sau chiar accidentală.

Prezenta lucrare își propune studiul experimental și tratarea teoretică a unor aspecte privind fenomenele de transfer în filme lichide curgând pe suprafețe cilindrice, în exteriorul tubului, modalitate de curgere în film cu aplicare industrială, pentru domenii foarte variate de condiții de operare, permițînd realizarea de utilaje compacte.

În conceperea și realizarea instalației experimentale s-a avut în vedere eliminarea influenței tipului de distribu-

tor a filmului asupra curgerii acestuia, în acest caz filmul formându-se liber.

Această modalitate simplă și eficientă de formare a filmului a fost rezultatul a numeroase experimentări de diferite tipuri de distribuitoare, de la cele mai simple la cele mai complicate, adaptate curgerii în film pe suprafețe cilindrice exterioare.

### 3. INSTALATIA EXPERIMENTALA.

În conceperea, proiectarea și realizarea instalației experimentale la scară laborator pentru studiul hidrodinamicii și transferului de masă în filme lichide continue s-au avut în vedere următoarele aspecte :

- alegerea unui proces de transfer de masă și a unei suprafețe pe care să curgă filmul de lichid care să prezinte interes industrial ;
- dimensiunile geometrice ale aparatului să permită operarea într-un domeniu relativ mare de valori ale principalelor parametri hidrodinamici ;
- posibilitatea menținerii riguros constante a parametrilor de intrare a fluidelor în aparatul de transfer de masă, precum și a măsurării cu precizie a parametrilor de intrare și ieșire a fluidelor ;
- posibilitatea efectuării de măsurători precise a unor parametri în aparatul de transfer de masă fără perturbarea filmului lichid ;
- posibilitatea varierii lăgimii filmului de lichid ;
- posibilitatea de îndepărtare a impurităților depuse în timp pe suprafața suport a filmului ;
- alegerea materialelor de construcție a aparatului

de transfer de masă astfel încât să se vizualizeze curgerea în film a lichidului și să confere proprietăți electrice sensibile.

Indeplinirea acestor deziderate a necesitat numeroase încercări de soluționare, atât de natură constructivă cât și din punct de vedere conceptual.

### 3.1. Descrierea instalației experimentale.

Instalația experimentală de laborator pentru studiul hidrodinamicii și transferului de masă în filme lichide continue, redată în fig. 7, se compune din următoarele trei părți principale :

- aparatul propriu-zis de transfer de masă în film lichid (1) ;

- sistemul de alimentare și evacuare a celor două fluide, în și din aparatul propriu-zis de transfer de masă, prevăzut cu elemente de reglare (menținere constantă) și măsurare a principalilor parametrii. (2) - (10) ;

- dispozitivul de măsurare a parametrilor din aparatul propriu-zis de transfer de masă. (11) .

Aparatul propriu-zis de transfer de masă (1), o coloană de absorbție în film gravitațional vertical de lichid în curgere continuă, este alimentat cu lichid, a cărui temperatură și debit sînt măsurate cu termometrul (3) și respectiv rotametrul (9), din vasul de nivel constant (6). Lichidul este evacuat din coloana de absorbție cu ajutorul închiderii hidraulice (10), ce realizează și menținerea unui nivel constant de lichid în partea inferioară a coloanei de absorbție.

Gazul, depozitat în butelia (7), este stocat în gazometrul cu centrare axială (5), pentru a se evita variațiile continue de debit în timpul operării. Alimentarea cu gaz la debit

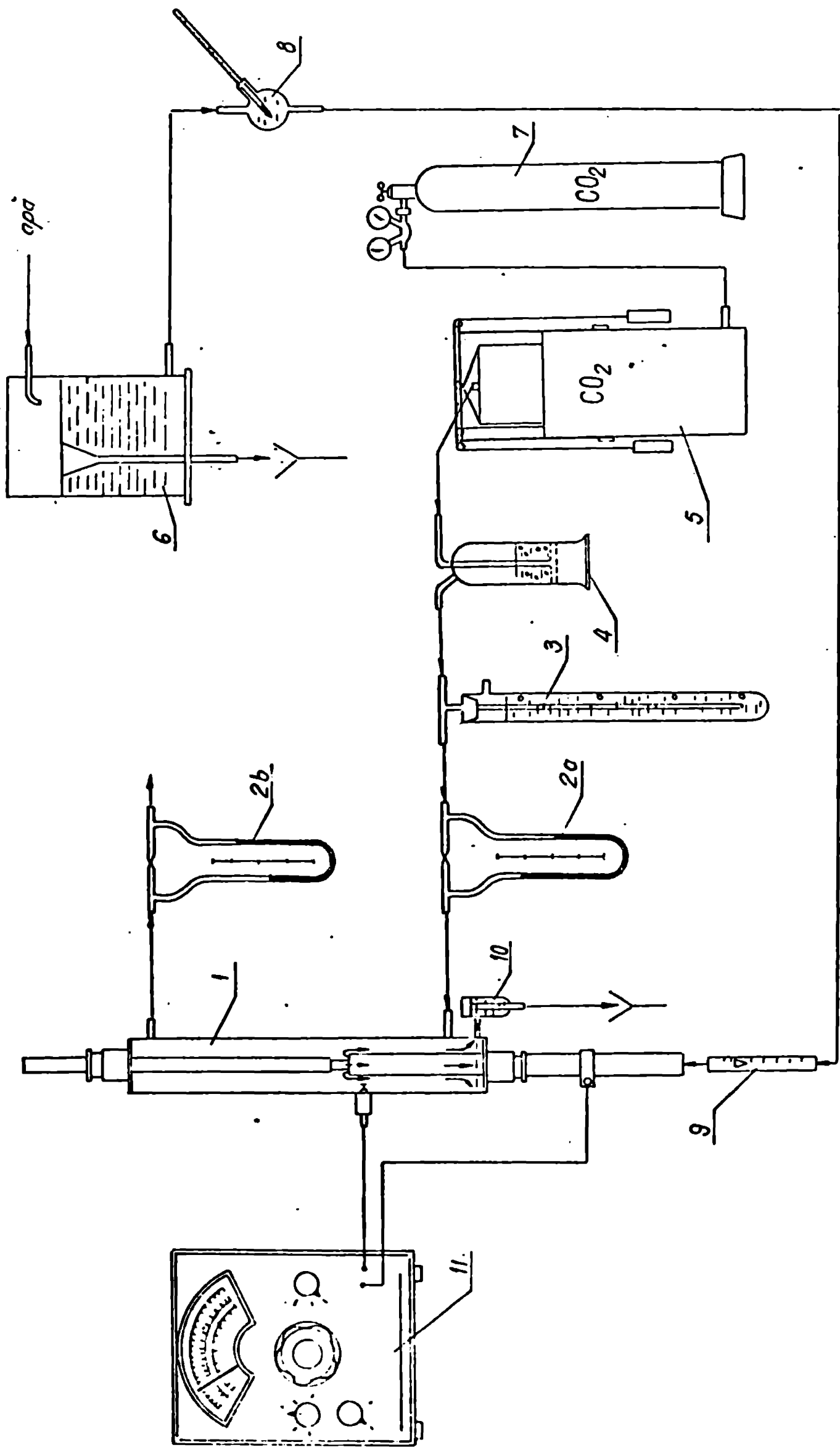


Fig. 7. Instalația experimentală de laborator

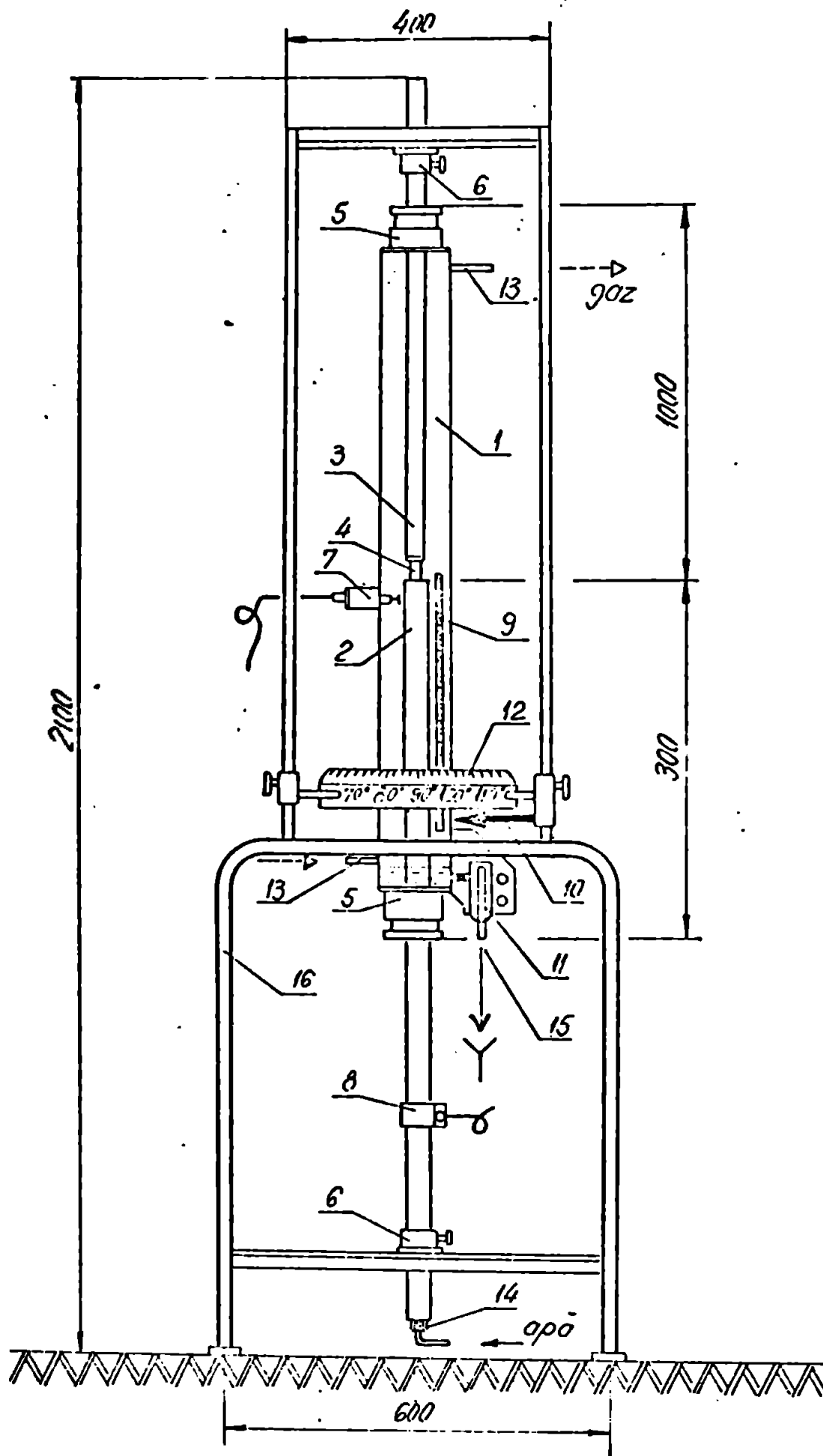


Fig. 8. Aparatul propriuzis de transfer de masa in film lichid.



constant din gazometru se realizează cu manostatul (3). Astfel, gazul, de debit constant și măsurat la reometrul (2 a), în prealabil saturat cu lichid în vasul barbotor (4), este alimentat în coloana de absorbție (1), în echicurent sau contracurent cu filmul de lichid. Gazul neabsorbit rezultat din coloana de absorbție este evacuat în atmosferă, debitul fiind măsurat la reometrul (2 b).

Cu ajutorul dispozitivului de măsurare (11) s-au determinat valorile locale ale grosimii filmului pe circumferința și lungimea suprafeței suport de curgere a filmului.

Coloana de absorbție în film lichid (1), redată în detaliu în fig. 8, este formată dintr-un tub exterior (1.1), confecționat din plexiglas, ce reprezintă camera de absorbție, și o țevă centrală metalică (1.2), confecționată din cupru, pe exteriorul căreia curge filmul de lichid. Lichidul, prin racordul (1.14), este alimentat pe la partea inferioară, în interiorul țevii centrale (1.2), filmul formându-se liber la partea superioară, prin deversarea lichidului din interiorul țevii, și curgând gravitațional pe exteriorul țevii centrale. Lichidul este evacuat din camera de absorbție (1.1), cu ajutorul vasului de nivel constant (1.11), rigidizat de coloană, și apoi trimis la canal prin racordul (1.15).

Pentru a verticaliza țeava centrală pe care se formează filmul de lichid și a da posibilitatea glisării pe verticală și în sens giratoriu a camerei de absorbție (1.1), s-a prevăzut țeava (1.3), confecționată din oțel inoxidabil, la capătul superior rigidizată cu inelul (1.6) de suportul metalic (1.16) al instalației, iar la partea inferioară având fretată bara de legătură - rigidizare (1.4), confecționată din alamă. Bara (1.4) este de asemenea fretată și în interiorul țevii centrale (1.2.), prevăzându-se orificii de admisie a lichidului și o zonă de

calmare a acestuia înainte de formarea filmului, așa cum este redată în detaliu în fig. 9.

Teava centrală (1.2.) este rigidizată la partea inferioară cu ajutorul inelului (1.6) de suportul (1.16) și este prevăzută cu borna (1.18) a condensatorului electric.

Camera de absorbție (1.1) pentru a glisa pe verticală și-n ajutorul țevii centrale (1.2) a fost prevăzută la capete cu incinte presetupice de glisare (1.5), confecționate din PVC și reprezentate în detaliu, cu elementele componente, în fig.10.

Camera de absorbție (1.1) s-a prevăzut cu un dispozitiv port condensator (1.7) și racordurile (1.13) de alimentare și evacuare gaz. Poziția condensatorului poate fi localizată pe înălțimea filmului la indicatorul milimetric (1.9) și transversal pe discul (1.12) cu ajutorul reperului indicator (1.10).

Dispozitivul port condensator (1.7), redat în detaliu în fig.11, este format dintr-un racord de PVC rigid pe tubul de plexiglas (1.1), un sistem de etanșare tip presetupă care permite glisarea unei tije metalice, în interiorul căreia se află rigidizat condensatorul. Plăcuța condensatorului, confecționată din cupru, de dimensiuni 2 x 2 mm, este sudată de firul conductor ce străbate tija metalică ; firul conductor este izolat de tija metalică.

Dispozitivul de măsurare (11) a grosimii locale a filmului se bazează pe metoda capacitivă de măsurare a mărimilor neelectrice, scheța bloc fiind redată în fig. 12. Tensiunea obținută de la oscilatorul cu frecvență variabilă (O) este transformată în pulsuri dreptunghiulare cu ajutorul limitatorului - formator (L) și astfel se aplică punții redresoare (P), legată în serie cu condensatorul ( $C_x$ ), format din plăcuța condensatorului (fig.11) și teava interioară (1.2.) a coloanei de absorbție (fig.2).

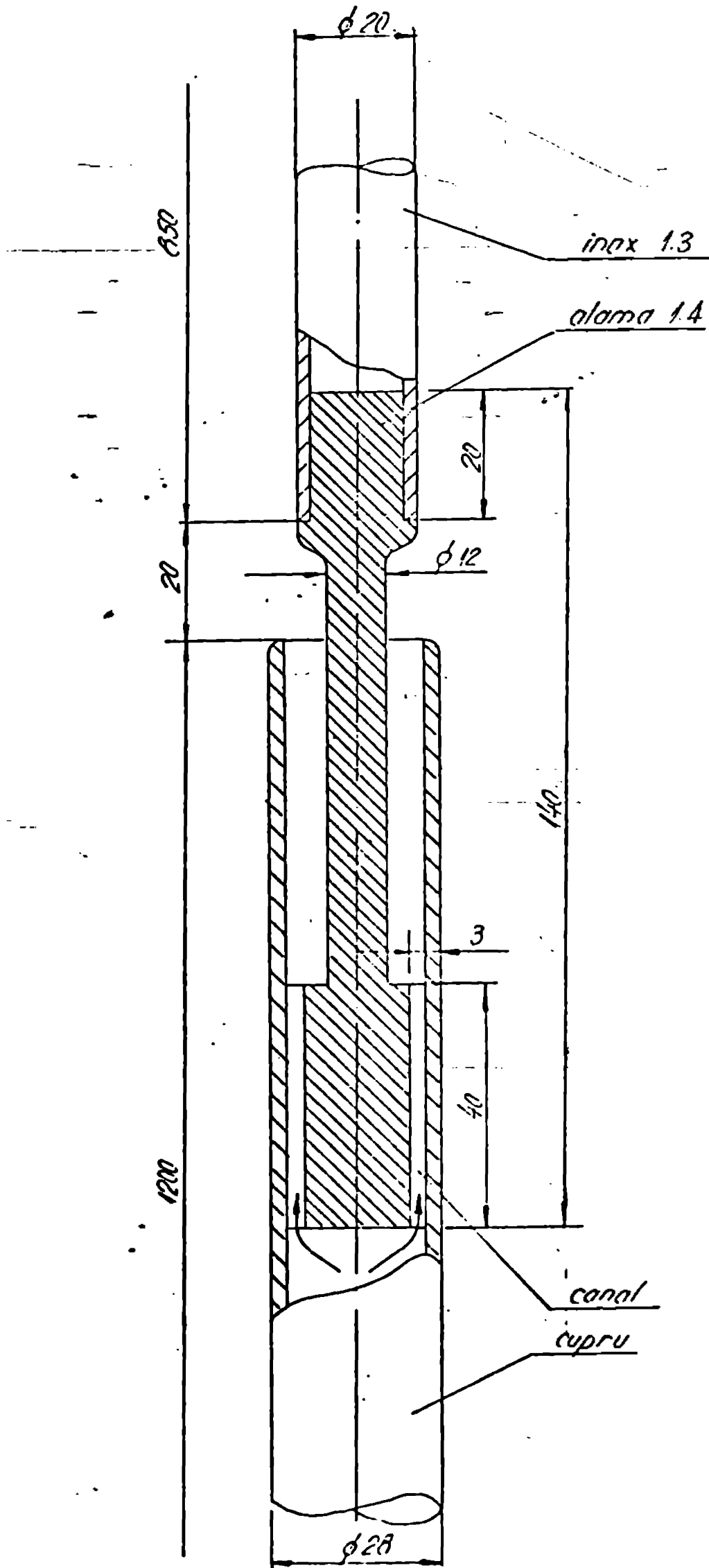


Fig. 9. Ansamblul rigidizare teava interioară, repere 1.3 și 1.4, fig. 8.

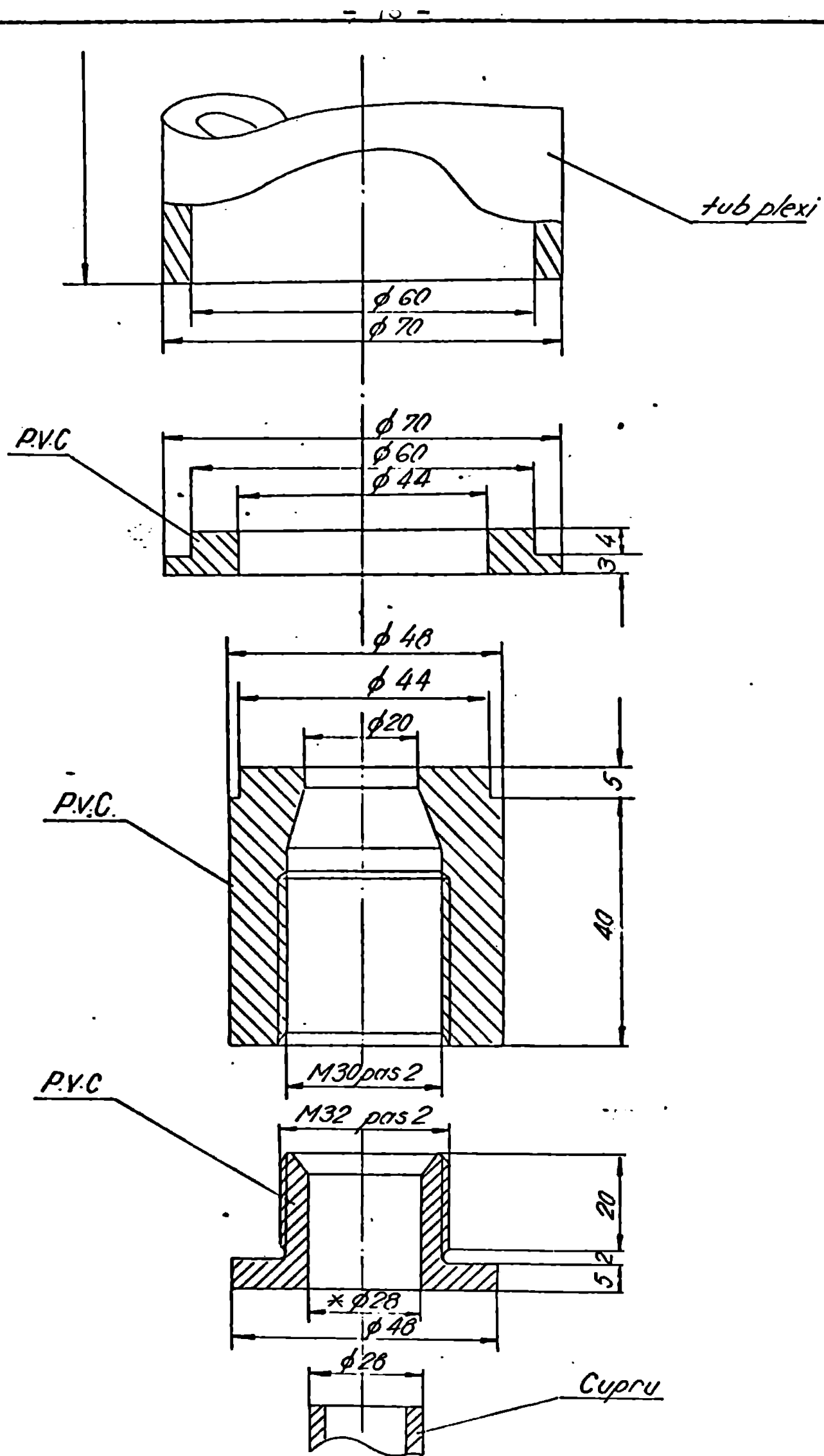


Fig. 10. Ansamblul incintă presetupică glisare, reper 1.5 fig. 8

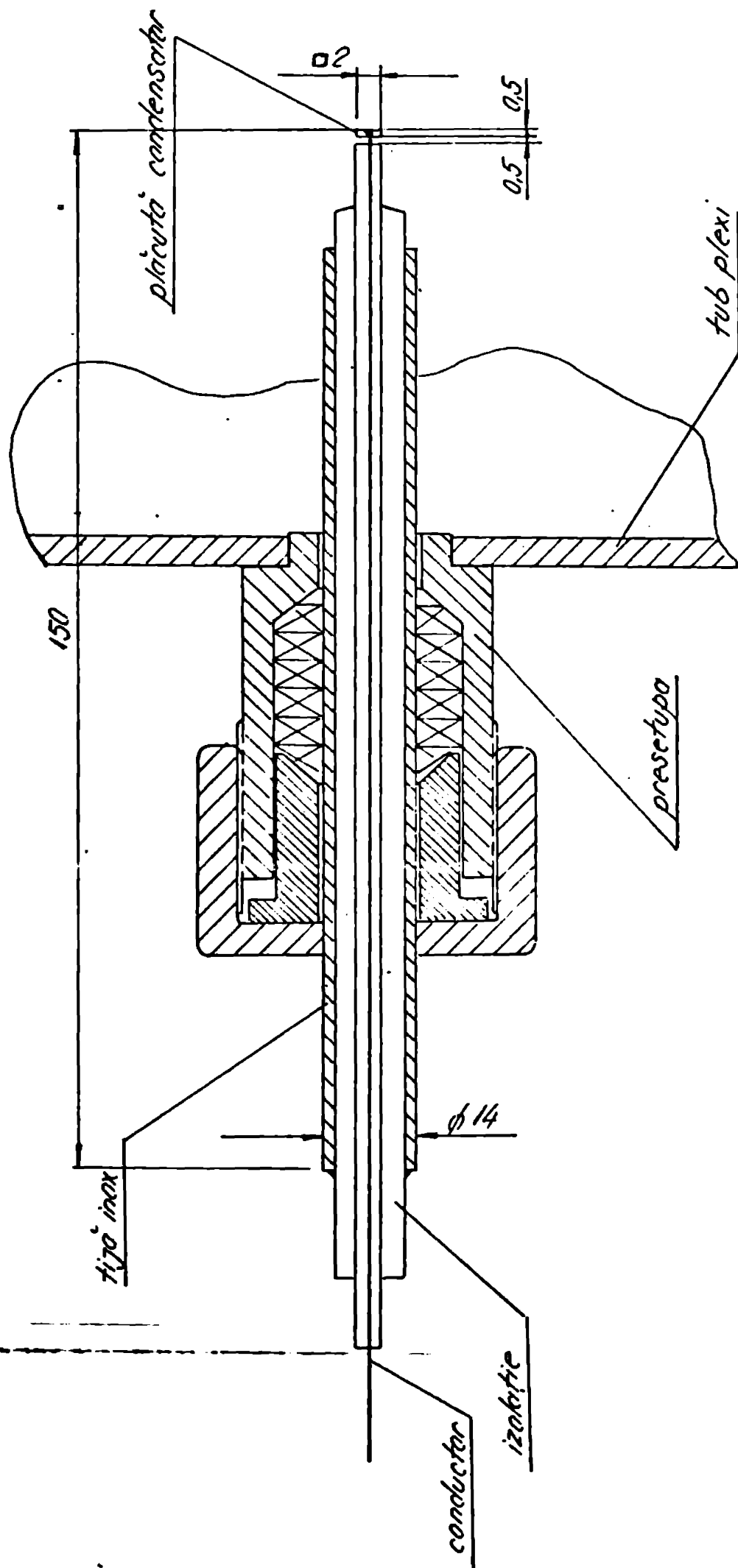


Fig. 11. Ansamblul part condensator, reper 1.7. fig. 8.

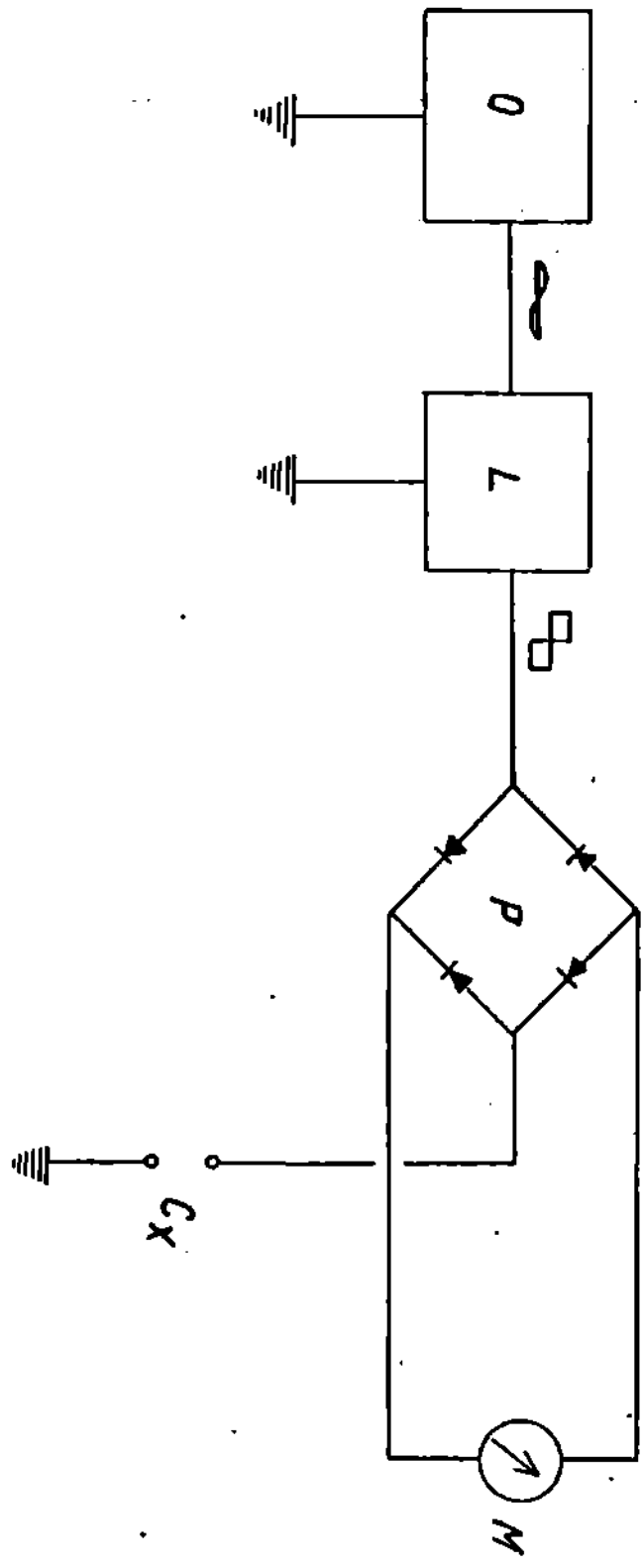


Fig. 12. Schema bloc a dispozitivului de măsurare, reper II fig. 7.

Sarcina cu care se încarcă condensatorul ( $C_x$ ) la fiecare semiperioadă este  $U C_x$ , în care  $U$  este amplitudinea impulsurilor dreptunghiulare ale tensiunii aplicate punții redresoare (P). Alegînd o frecvență de lucru a generatorului (G)  $F \gg \frac{1}{t}$ , în care  $t$  este constanta de timp a circuitului de încărcare a condensatorului de măsură ( $C_x$ ), s-a putut obține o indicație de curent la instrumentul de măsură (M), montat în diagonala punții (F). Menținînd constante în timpul determinărilor experimentale valorile parametrilor  $F$  și  $U$  a rezultat o scară lineară a aparatului pentru măsurarea valorii capacității electrice.

Domeniul convenabil de măsură a fost determinat prin varierea frecvenței de lucru sau/și a amplitudinii tensiunii, astfel încît sensibilitatea aparatului de măsură (M) folosit să fie cît mai bună.

Schema de măsurare utilizată, cea a unui faradmetru cu citire directă a valorii măsurate, este caracterizată de o foarte mare precizie, dată doar de sensibilitatea aparatului de măsură (M) folosit și de acurtețea citirii indicației.

Datorită valorilor mici ale parametrului măsurat, de ordinul pF-ilor, precum și a domeniului restrîns de variație a acestuia cu grosimea filmului, punerea la punct a dispozitivului de măsurare (11) a necesitat încercarea a numeroase scheme de măsurare precum și a diferitelor elemente din schemă.

### 3.2. Condiții de lucru.

Alegerea procesului de transfer de masă și a sistemului fizic s-a făcut astfel încît să se poată evidenția riguros influența hidrodinamicii filmului și să permită stabilirea unor relații de dimensionare pe baza cineticii transferului de masă a utilajelor în film cu aplicabilitate industrială.

S-a studiat procesul de absorbție în sistemul  $\text{CO}_2 - \text{H}_2\text{O}$ .

Alegerea sistemului, operând cu gaz pur și greu solubil în lichid, a permis localizarea rezistenței la transferul de masă în filmul de lichid și deci determinarea experimentală directă a coeficientului de transfer de masă în filmul lichid, precum și influența, asupra valorii acestuia, a condițiilor hidrodinamice ale filmului de lichid.

Studiul hidrodinamic și de transfer de masă s-a efectuat pentru un domeniu al debitului de lichid cuprins între valorile 3 - 100 l/h, ceea ce corespunde unui regim de curgere caracterizat de domeniu valoric al numărului Reynolds,  $Re$ , cuprins între 5 - 350, domeniu des întâlnit în utilajele industriale.

Debitul de gaz,  $\text{CO}_2$ , a fost asigurat în domeniul 100 - 250 l/h, pentru ca prezența fazei adiacente în mișcare să nu influențeze sensibil curgerea superficială a filmului lichid.

Temperatura lichidului a fost de  $18^\circ \text{C} \pm 2^\circ \text{C}$ .

Reometrele utilizate, debitmetre cu capilarii, pentru măsurarea debitelor de gaz la intrarea și ieșirea din coloana de absorbție, au fost etalonate pentru  $\text{CO}_2$ , diagrama de etalonare fiind prezentată în figura 13.

Coloana de absorbție realizată a permis obținerea unui film de lungime variabilă, cuprinsă între 0,2 și 1,2 m, de grosime mai mică de 1 mm.

Traductorul capacitiv ( $C_x$ ) se bazează pe varierea constantei dielectrice a mediului cuprins între armături, datorită schimbării raportului dintre grosimea celor două straturi, de aer și respectiv de apă, a mediului. Distanța dintre armături a fost menținută constantă și anume la valoarea de 2,5 mm.

Din necesitatea măsurării unor valori mici ale capaci-



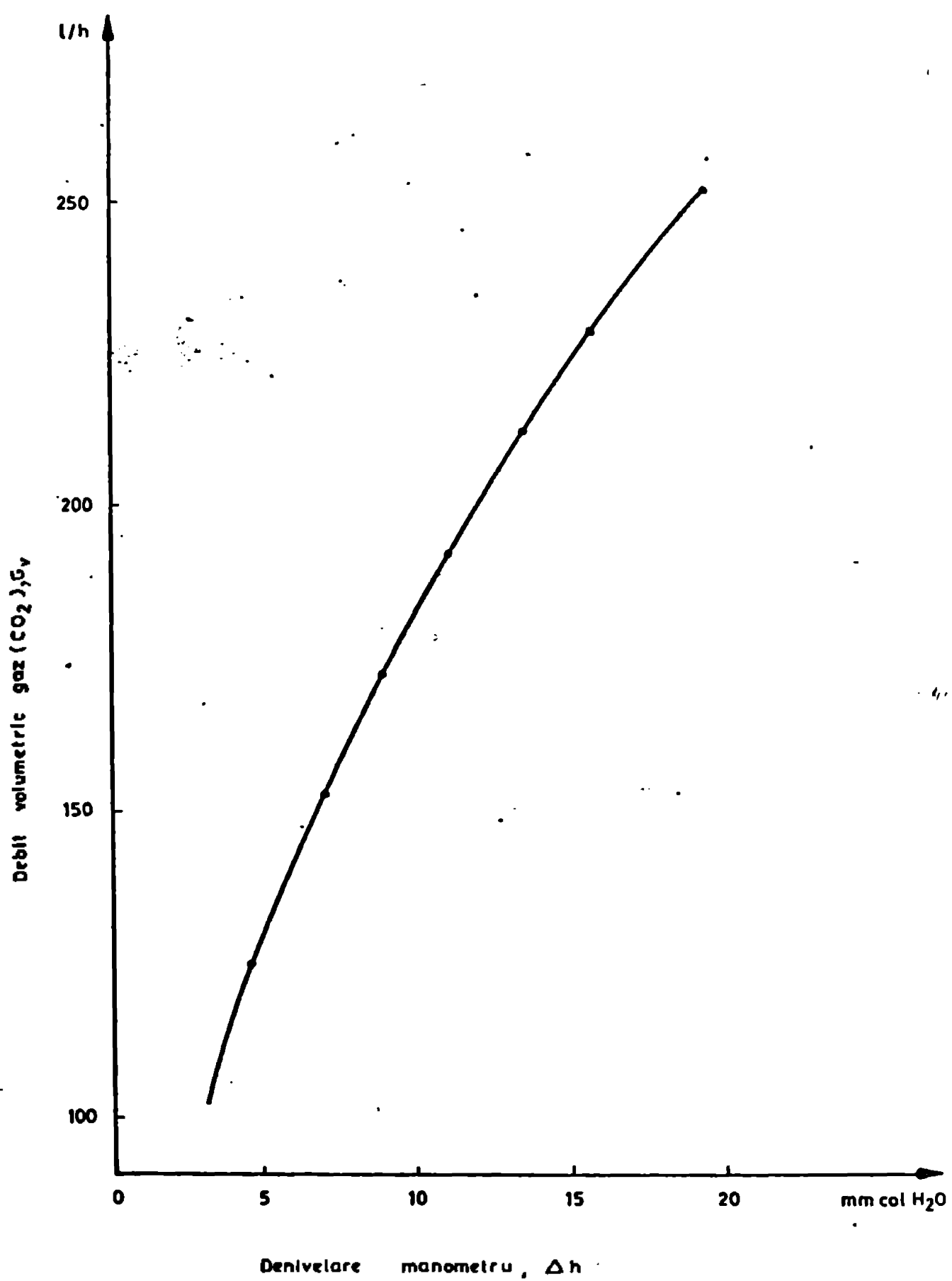


Fig.13. Diagrama de etalonare a reometrelor de CO<sub>2</sub>.

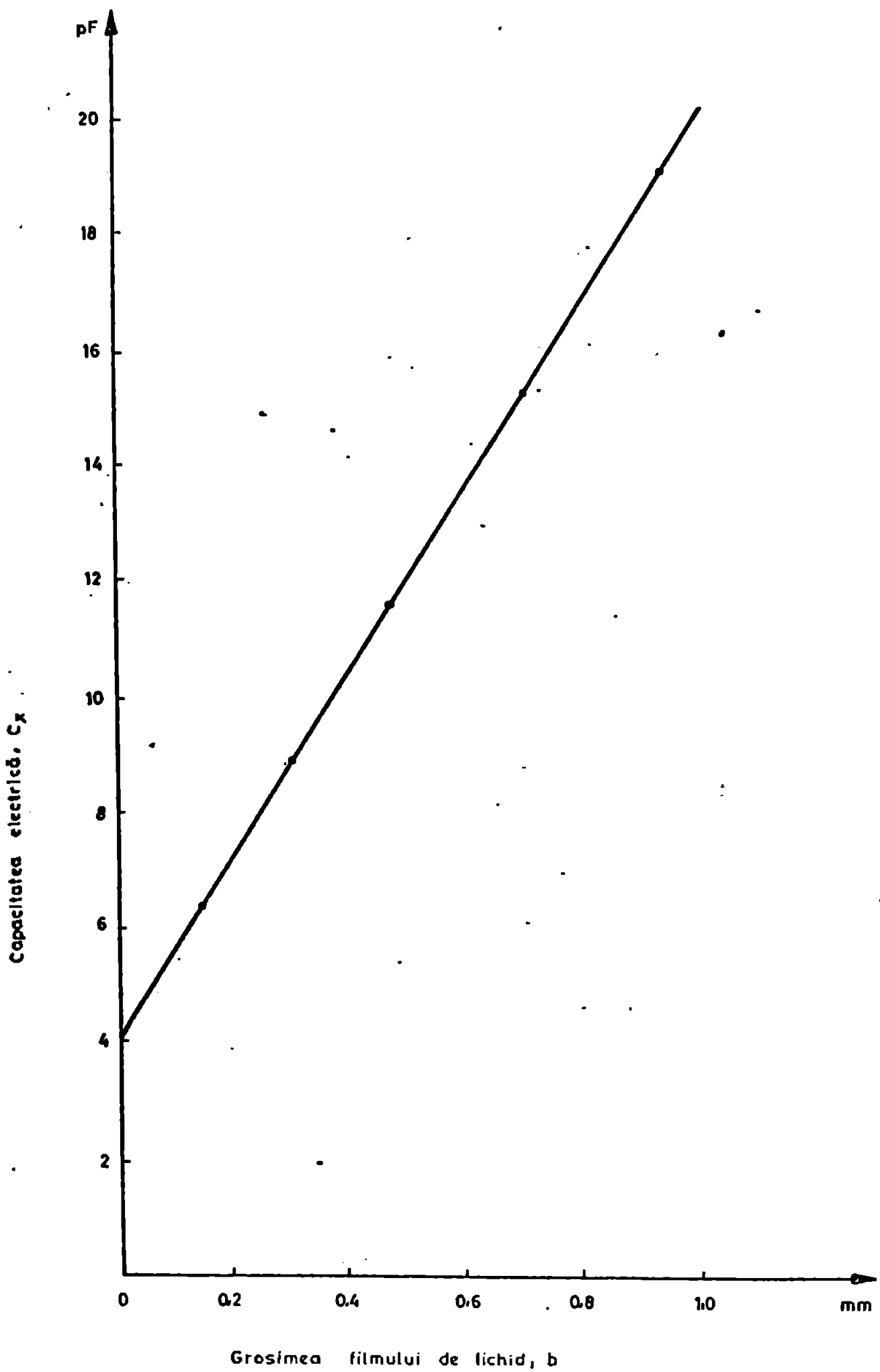


Fig. 14. Diagrama de etalonare a traductorului capacitiv.

tății electrice, de ordinul pF, precum și variațiile relativ mici ale acesteia, datorate variației de ordinul zecimilor de mm ale grosimii filmului, alegerea elementelor de lucru a necesitat numeroase încercări, condițiile de lucru obținute au permis obținerea de indicații de instrument înregistrabile cu ușurință. Condițiile de lucru stabilite au fost: frecvența  $F = 5 \text{ MHz}$  și tensiunea  $U = 10 \text{ V}$ , iar domeniul de măsurare al instrumentului de măsură (I) : 0 - 2,5 mA.

Capacitatea electrică a fost calculată cu relația :

$$C_x = \frac{I}{2 F U} = \text{const. } I = 10^{-3} \text{ I} \quad (151)$$

în care  $[C_x] = \text{F}$  și  $[I] = \text{A}$ .

Relația, adaptată pentru unitățile de măsură a intensității în mA și a capacității în pF, a fost :

$$[\text{pF}] = 0,1^{-1} [\text{mA}] \quad (152)$$

Etalonarea intensității măsurate a curentului, respectiv a capacității electrice calculate cu relația (152), în funcție de grosimea filmului de lichid a fost realizată prin deplasarea sondei capacitive (plăcuța condensatorului) pînă la atingerea suprafeței filmului, fiind circuitul electric se închide și aparatul de măsură automat se bloca, ieșind din domeniul scalei de măsură, distanța parcursă de sondă fiind citită la un șurub micrometric, special montat în instalație pe durata etalonării. Diagrama de etalonare, capacitate (pF) - grosimea filmului de lichid (mm), este reprezentată în fig.14.

Dimensiunile caracteristice ale aparatului propriu-zis de transfer de masă și a elementelor componente sînt redată în schemele din fig. 8-11.

#### 4. HIDRODINAMICA FILMELOR LICHIDE CONTINUE.

Filmele lichide în curgere gravitațională au o importanță fundamentală în practica ingineriei chimice. Studiul hidrodinamicii acestor filme a constituit subiectul a numeroase lucrări de investigație, caracterizate în același timp și de o mare diversitate.

Transportul mediu de impuls a fost abordat de mulți autori plecând de la ecuația Navier - Stokes pentru fluide normal viscoase în curgere laminară.

Teoriile elaborate arată că filmul vertical în curgere gravitațională este inerent instabil, valurile la suprafața liberă de curgere a filmului apărând chiar de la valori scăzute ale numărului Reynolds,  $Re \leq 10$ . Aceste aspecte teoretice sînt în bună concordanță cu numeroasele date experimentale pentru curgerea lichidului în film în absența agenților tensioactivi de suprafață.

Curgerea filmului în regim laminar neted, fără valuri, deși sub aspect teoretic riguros tratată și în bună concordanță cu rezultatele experimentale, este practic inexistentă în procesele industriale și chiar de cercetare.

Curgerea laminară cu valuri a filmului este prezentă pentru valori scăzute și medii ale numărului  $Re$ , după unii autori  $Re < 400$  iar după alții  $Re < 700-1000$ , generînd o turbulență mecanică datorită valurilor de la suprafața liberă a filmului. Pentru determinarea parametrilor de transport ai filmelor cu valuri este esențială distingerea între transportul prin întreaga grosime a filmului, transport dominat de rezistența substratului limită de la peretele solid (suportul filmului), și transportul în zona turbulentă de lângă suprafața liberă a filmului.

La valori mari ale numărului  $Re$ ,  $Re > 400-1000$ , curgerea are loc în regim turbulent, tranzitoriu și apoi complet dezvoltat, apropiindu-se de curgerea în jet.

În cazul curgerii unui film vertical în regim laminar neted, fără valuri, pe suprafață plană și cu efort tangențial la suprafață neglijabil, redată în fig. 15 a, Nusselt a obținut următoarele ecuații pentru principalii parametri hidrodinamici :

- distribuția vitezei

$$u_x = \frac{g \rho b}{2 \eta} y \left( 2 - \frac{y}{b} \right) \quad (153)$$

- viteza maximă, la suprafața filmului

$$u_s = \frac{g \rho b^2}{2 \eta} \quad (154)$$

- viteza medie

$$\bar{u} = \frac{g \rho b^2}{3 \eta} \quad (155)$$

- grosimea filmului

$$b = \left( \frac{3 \Gamma \eta}{g \rho^2} \right)^{1/3} \quad (156)$$

Pentru un film lichid curgând în aceleași condiții, dar pe o suprafață cilindrică, redată în fig. 15 b, se obțin următoarele expresii ale parametrilor hidrodinamici :

$$u_{x,r} = \frac{g \rho Ri^2}{4 \eta} \left[ 1 - \left( \frac{r}{Ri} \right)^2 + 2A^2 \ln \left( \frac{r}{Ri} \right) \right] \quad (157)$$

în care :

$$A = \frac{Re}{Ri} = \left( 1 + \frac{b}{Ri} \right) \quad (158)$$

$$u_{s,r} = \frac{g \rho Ri^2}{4 \eta} \left[ 1 - A^2 (1 + 2 \ln A) \right] \quad (159)$$

$$\bar{u}_r = \frac{E \rho R i^2}{4 \eta} \left[ A^4 (\ln A - 0,75) + (A^2 - 0,25) \right] \quad (160)$$

$$b = R i (A - 1) \quad (161)$$

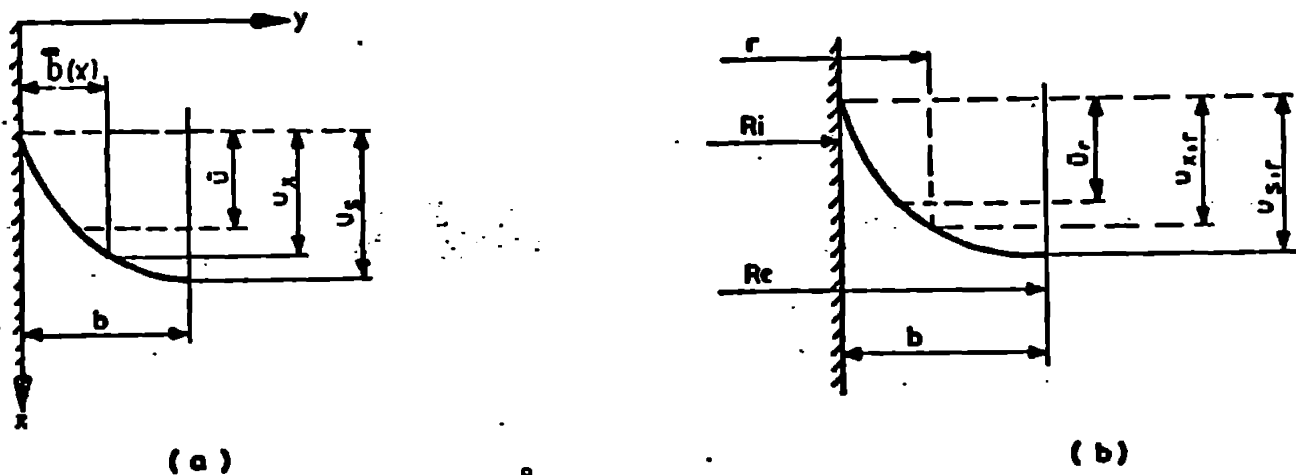


Fig.15. Curgerea laminară fără valuri a filmelor lichide verticale  
 (a) - pe suprafață plană; (b) - pe suprafață cilindrică.

In condițiile instalației experimentale și a domeniului de operare utilizat, s-a constatat că între valorile calculate pentru parametrii hidrodinamici caracteristici filmului ( $u_{s,r}$ ,  $\bar{u}_r$ ) în cazul curgerii pe suprafață plană și în cazul curgerii pe suprafață cilindrică ( $u_{s,r}$ ,  $\bar{u}_r$ ) este o abatere de cca. 1%. Această abatere nesemnificativă, datorată faptului că valoarea parametrului  $A$  este apropiată de 1 ( $b \ll Ri$ ), justifică utilizarea ulterioară în tratările teoretice a ecuațiilor pentru curgerea bidimensională în coordonate plane.

In urma experimentărilor efectuate, s-a constatat calitativ existența, în lungul filmelor, a mai multor zone cu variație distinctă a parametrilor hidrodinamici, și anume:

- zona de intrare, inițială, a filmului, în curgere laminară netedă, fără valuri, de grosime uniform descrescătoare ;
- zona de formare a valurilor, în curgere tranzitorie, de grosime uniform ușor crescătoare ;
- zona de curgere laminară cu valuri, zona propriu-zisă de lucru ;
- zona de evacuare, în care valurile se amortizează, și grosimea devine uniform crescătoare.

În prezenta lucrare s-au tratat unele aspecte hidrodinamice referitoare la primele trei zone.

#### 4.1. Curgerea filmului în zona de intrare.

Numeroși cercetători [11], [47], [57] au arătat că la curgerea în filme cu valuri există o zonă inițială, înainte de apariția valurilor, numită zonă de intrare, în care curgerea este laminară netedă. În această zonă începe dezvoltarea profilului de viteză, de la forma sa inițială, corespunzătoare tipului de distribuitor a filmului utilizat, până la cea corespunzătoare curgerii cu suprafață liberă.

Importanța acestei zone, de variație a grosimii filmului și deci a vitezei în film, este că în multe aplicații de transfer de masă și de căldură a curgerii în film, lungimea filmului este așa de mică încât valurile nu pot apărea în film și profilul de viteză nu devine complet dezvoltat.

Wilkes și Neudermann [57] au măsurat profilul de viteză în zona de intrare a unei coloane cu pereți udați, constatând că profilul de viteză devine semiparabolic, caracteristic curgerii cu suprafață liberă, la o distanță de 0,7 ca de la formarea filmului.

Cerro și Whitaker [118] au arătat că în cazul filmelor lichide gravitaționale curgerea este dezvoltată la o scurtă distanță de la distribuitorul filmului, format din plăci paralele. Rezultatele lor teoretice și experimentale au arătat că la o distanță, exprimată adimensional, de aproximativ  $\frac{x}{b_{\infty} Re} = 0,1$ , curgerea este complet dezvoltată, numărul Reynolds fiind calculat cu viteza medie a filmului de lichid.

Ault și Sandall [39] au studiat curgerea în zona de intrare a filmului de lichid gravitațional, format cu ajutorul unei fante plate, utilizând metoda diferențelor finite. Rezultatele obținute au relevat că distanța necesară pentru ca viteza de la suprafața filmului să atingă 95 % din valoarea finală este de aproximativ 20 de ori grosimea filmului și crește cu valoarea lui  $Re$ .

Se constată că rezultatele obținute nu sînt unitare, aceasta datorîndu-se în principal tipului de distribuitor a filmului utilizat. Distribuitorii utilizați au fost astfel aleși, funcție și de modul de curgere a filmului, pe placă sau pereți cilindrici, încît să furnizeze un profil de viteză bine determinat și să fie cunoscută și constantă valoarea  $b_0$  inițială a grosimii filmului.

În prezenta lucrare, filmul curge pe perețele exterior al unei țevi verticale și este lipsit de distribuitor, filmul formîndu-se liber, grosimea inițială a filmului,  $b_0$ , fiind variabilă, funcție de debitul de lichid utilizat, respectiv de valoarea lui  $Re$ .

#### 4.1.1. Analiză teoretică.

Modelul fizic considerat pentru un film lichid gravi-



tațional format liber, fără distribuitor, și curgând în lungul unui cilindru vertical este ilustrat în fig.16.

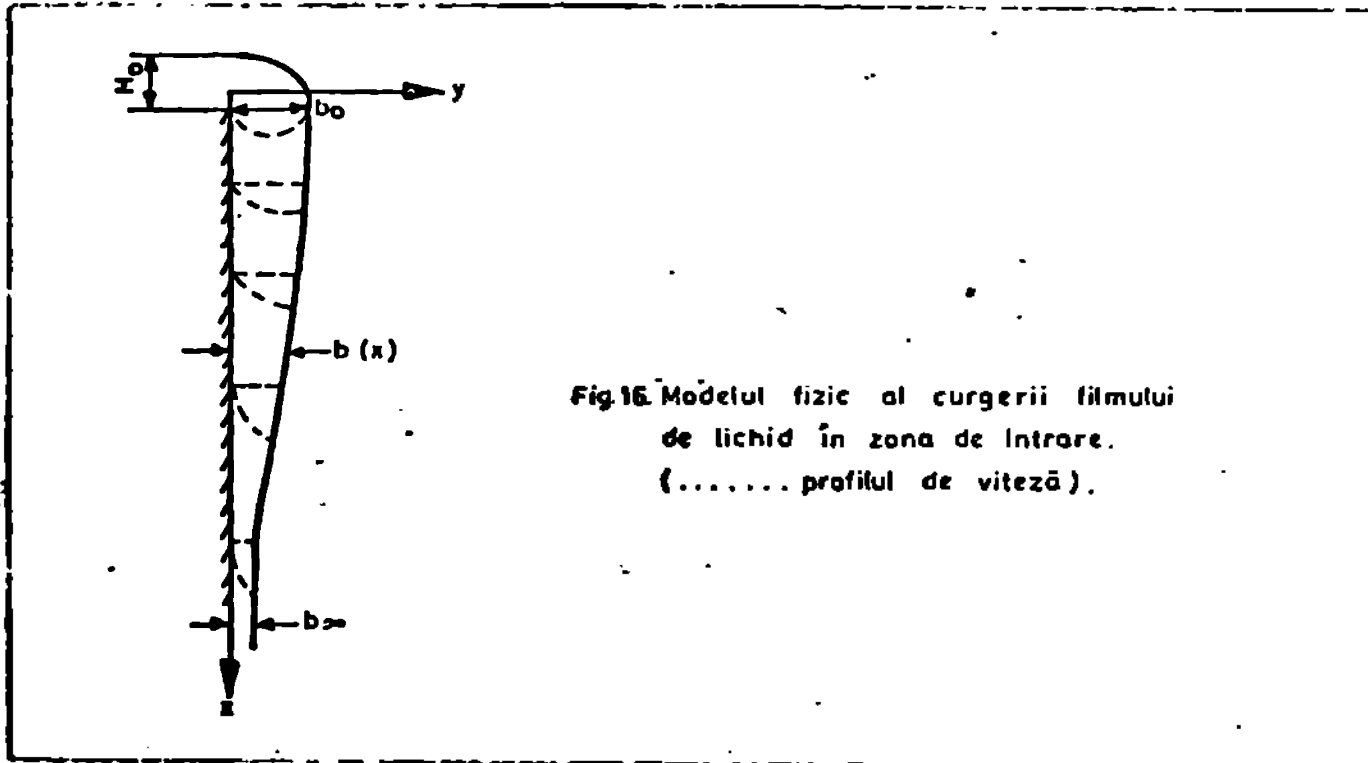


Fig.16 Modelul fizic al curgerii filmului de lichid în zona de intrare. (.....profilul de viteză).

Se presupune curgerea laminară, suprafața filmului este lipsită de valuri și efortul unitar tangențial la interfața gaz stagnant - lichid este neglijabil.

Ecuatia de curgere, având condițiile limită ce guvernează acest tip de curgere, și cea de continuitate se pot scrie :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + g \quad (162)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (163)$$

Ec. (162) este integrată în raport cu y pe grosimea filmului  $b(x)$ , componenta vitezei  $v(x, y)$  fiind nulă, datorită constantei debitului de lichid și ecuației de continuitate.

$$\int_0^{b(x)} u(x, y) dx = \Gamma_v = \text{const.} \quad (164)$$

Atunci ecuația integrală de impuls se obține sub forma :

$$\frac{d}{dx} \left[ \int_0^{b(x)} u^2(x, y) dy \right] = \frac{\tau_w}{\rho} + g b(x) \quad (165)$$

unde  $\tau_w$  este efortul unitar tangențial la perete ( $y = 0$ ).

Pentru a rezolva ec. (165) pentru grosimea filmului  $b(x)$  în zona de intrare este necesar să presupunem profilul de viteză în filmul de lichid. În cazul modelului fizic considerat, atât pentru filmul de lichid accelerat sau frînat, se poate considera profilul de viteză semiparabolic dedus de Nusselt. Se anticipează că profilul parabolic inițial al vitezei la ieșirea din interiorii țevii și deci la intrarea în zona de intrare, este redispus foarte repede la un profil de viteză semiparabolic și rămîne astfel în tot domeniul curgerii [119].

Cu aceste considerații s-a utilizat un profil de viteză de forma :

$$u(x, y) = u_0(x) \sin \left[ \frac{y}{2b(x)} \right] \quad (166)$$

Atunci, integrala și efortul unitar tangențial la perete din ec. (165) devin :

$$\int_0^{b(x)} u^2(x, y) dy = \frac{\pi^2 \Gamma v^2}{8} \frac{1}{b(x)} \quad (167 a)$$

$$\tau_w = -\eta \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\eta \frac{\pi^2 \Gamma v}{4 b^2(x)} \quad (167 b)$$

Înlocuind ecuațiile (167) în ec. (165) și notînd  $b(x) = \bar{b}$  se obține :

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{\pi^2 \Gamma v^2}{8} \frac{1}{\bar{b}} \right] = -\frac{\pi^2 \Gamma v^2}{4 \bar{b}^2} + g \bar{b}$$

$$\frac{\pi^2 \Gamma v^2}{8} \frac{d}{dx} \left[ \frac{1}{\bar{b}} \right] = -\frac{\pi^2 \Gamma v^2}{4 \bar{b}^2} + g \bar{b}$$

$$b^2 \frac{d}{dx} \left[ \frac{1}{b} \right] = - \frac{8}{\lambda^2 \sqrt{v}} + \frac{\pi^2 \sqrt{v}}{4} + \frac{8}{\lambda^2 \sqrt{v}} \varepsilon b^3$$

$$\frac{db}{dx} = \frac{\lambda^2 \sqrt{v}}{4 \varepsilon} \cdot \frac{8 \varepsilon}{\lambda^2 \sqrt{v}} - \frac{8 \varepsilon}{\lambda^2 \sqrt{v}} b^3 \quad (168)$$

și notându-se :

$$\frac{8}{\lambda^2 \sqrt{v}} = a \quad \text{și} \quad \frac{\lambda^2 \sqrt{v}}{4 \varepsilon} = c^3 \quad (169)$$

ec. (168) devine :

$$\frac{db}{dx} = a (c^3 - b^3) \quad (170)$$

sau scrisă sub forma :

$$a dx = \frac{db}{c^3 - b^3} \quad (171)$$

reprezintă ecuația diferențială pentru determinarea grosimii filmului în lungul direcției de curgere în zona de intrare. Integrarea ec. (171) se efectuează în următoarele limite :

$$a \int_0^x dx = \int_{b_0}^b \frac{db}{c^3 - b^3} \quad (172)$$

Membrul stâng al ec. (172) :

$$a \int_0^x dx = a x$$

Membrul drept al ec. (172), de sub integrală, se descompune în fracții simple :

$$\frac{1}{c^3 - b^3} = \frac{1}{(c-b)(c^2+bc+b^2)} = \frac{L}{c-b} + \frac{Mb+N}{c^2+bc+b^2}$$

Aducându-se la același numitor, numărătorul obținut trebuie să fie egal cu unitatea :

$$Lc^2 + Lbc + lb^2 + Mbc + Nc - Mb^2 - Nb = 1$$

$$b^2 (L - M) + b (Lc + Mc - N) + Lc^2 + Nc = 1$$

Deci :

$$\begin{cases} L - M = 0 & \rightarrow M = L \\ Lc + Mc - N = 0 \\ Lc^2 + Nc = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2Lc - N = 0 & \rightarrow N = 2Lc \\ Lc^2 + Nc = 0 \end{cases}$$

$$Lc^2 + 2Lc^2 = 1 ; \quad 3Lc^2 = 1 \rightarrow L = \frac{1}{3c^2} \quad \text{și}$$

$$N = 2Lc = \frac{2c}{3c^2} = \frac{2}{3c} ; \quad M = \frac{1}{3c^2}$$

Atunci termenul de sub integrala din membrul drept al ec. (172) devine :

$$\frac{1}{c^3 - b^3} = \frac{1}{3c^2(c-b)} + \frac{\frac{b}{3c^2} + \frac{2}{3c}}{c^2 + bc + b^2} \quad \text{sau}$$

Rezultatul este :

$$\frac{1}{c^3 - b^3} = \frac{1}{3c^2(c-b)} + \frac{b+2c}{3c^2(c^2 + bc + b^2)}$$

Se rezolvă integrala din membrul drept al ec. (172) :

$$\begin{aligned} \int_{b_0}^b \frac{db}{c^3 - b^3} &= \frac{1}{3c^2} \int_{b_0}^b \frac{db}{c-b} + \frac{1}{3c^2} \int_{b_0}^b \frac{b+2c}{c^2+bc+b^2} db = \\ &= -\frac{1}{3c^2} \ln(c-b) \Big|_{b_0}^b + \frac{1}{6c^2} \int_{b_0}^b \frac{2b+4c}{c^2+bc+b^2} db = \\ &= -\frac{1}{3c^2} \ln(c-b) \Big|_{b_0}^b + \frac{1}{6c^2} \left[ \int_{b_0}^b \frac{2b+c}{c^2+bc+b^2} db + \right. \\ &\quad \left. + \int_{b_0}^b \frac{3c}{c^2+bc+b^2} db \right] = \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{3c^2} \ln(c-b) \Big|_{b_0}^b + \frac{1}{6c^2} \left[ \ln(c^2 + bc + c^2) \Big|_{b_0}^b \right]$$

$$+ \int_{b_0}^b \frac{3c}{(b + \frac{1}{2}c)^2 + \frac{3}{4}c^2} db =$$

$$= -\frac{1}{3c^2} \ln(c-b) \Big|_{b_0}^b + \frac{1}{6c^2} \left[ -\ln(c^2 + bc + b^2) \Big|_{b_0}^b + \right.$$

$$\left. + \int_{b_0}^b \frac{3c}{\frac{3}{4}c \left[ \left( \frac{b + \frac{1}{2}c}{\frac{\sqrt{3}}{2}c} \right)^2 + 1 \right]} db \right] =$$

$$= -\frac{1}{3c^2} \ln(c-b) \Big|_{b_0}^b + \frac{1}{6c^2} \left[ \ln(c^2 + bc + b^2) \Big|_{b_0}^b + \right.$$

$$\left. + 2\sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{b + \frac{1}{2}c}{\frac{\sqrt{3}}{2}c} \right) \Big|_{b_0}^b \right] =$$

$$= -\frac{1}{3c^2} \ln(c-b) \Big|_{b_0}^b + \frac{1}{6c^2} \left[ \ln(c^2 + bc + b^2) \Big|_{b_0}^b + \right.$$

$$\left. + 2\sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{2b + c}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}c} \right) \Big|_{b_0}^b \right] =$$

$$= -\frac{1}{3c^2} \ln(c-b) \Big|_{b_0}^b + \frac{1}{6c^2} \left[ \ln(c^2 + bc + b^2) \Big|_{b_0}^b + \right.$$

$$\left. + 2\sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{2b + c}{\sqrt{3}c} \right) \Big|_{b_0}^b \right] =$$

$$= \frac{1}{6c^2} \left[ \ln(c^2 + bc + b^2) \Big|_{b_0}^b - 2 \ln(c-b) \Big|_{b_0}^b + \right.$$

$$\left. + 2\sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{2b + c}{\sqrt{3}c} \right) \Big|_{b_0}^b \right] =$$

$$= \frac{1}{6 c^2} \left[ \ln (c^2 + bc + b^2) - \ln (c^2 + b_0 c + b_0^2) - 2 \ln (c-b) + \right. \\ \left. + 2 \ln (c - b_0) + 2 \sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{2b+c}{\sqrt{3}c} \right) - 2 \sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{2b_0+c}{\sqrt{3}c} \right) \right]$$

Deci prin integrarea ec. (172) rezultă :

$$a x = \frac{1}{6 c^2} \left[ \ln \frac{(c^2 + bc + b^2)}{(c-b)^2} + 2 \sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{2b+c}{\sqrt{3}c} \right) - \right. \\ \left. - \ln \frac{(c^2 + b_0 c + b_0^2)}{(c-b_0)^2} - 2 \sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{2b_0+c}{\sqrt{3}c} \right) \right] \quad (173)$$

ecuație ce permite calculul lungimii zonei de intrare pentru un debit de lichid dat :

$$x = \frac{1}{6 a c^2} \left[ \ln \frac{(c^2 + bc + b^2)}{(c-b)^2} + 2 \sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{2b+c}{\sqrt{3}c} \right) - \right. \\ \left. - \ln \frac{(c^2 + b_0 c + b_0^2)}{(c-b_0)^2} - 2 \sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{2b_0+c}{\sqrt{3}c} \right) \right] \quad (174)$$

Grosimea minimă,  $b_\infty$ , ce caracterizează ieșirea din zona de intrare se obține cu ușurință din ec. (172) știind că :

$$\frac{db}{dx} \rightarrow 0 \quad \text{la } x \rightarrow \infty \quad (\text{la intrarea în zona de lucru când profilul de viteză este complet dezvoltat})$$

și atunci :

$$a (c^3 - b^3) = \frac{db}{dx} ; \quad a (c^3 - b^3) = 0 ; \quad c^3 = b_\infty^3 = 0 ;$$

$$c^3 = b^3$$

obținându-se :

$$b_\infty = c = (c^3)^{1/3} = \left[ \frac{\lambda^2 \nu}{4 g} \right]^{1/3} \quad (175)$$

ecuație care față de cea obținută de Nusselt [120] :

$$b_{\infty}, N = \left[ \frac{3 \nu \Gamma_v}{g} \right]^{1/3} \quad (176)$$

prezintă o abatere :

$$b_{\infty} = \left[ \frac{3 \kappa^2 \nu \Gamma_v}{3 \cdot 4 g} \right]^{1/3} = \left( \frac{\kappa^2}{3 \cdot 4} \right)^{1/3} b_{\infty, N} = 0,937 b_{\infty, N}$$

de aproximativ 6 %, ceea ce conferă o confirmare a profilului de viteză.

În această analiză s-a urmărit să se determine lungimea hidrodinamică a zonei de intrare,  $x_j$ , cu ajutorul valorii raportului dintre grosimea locală a filmului și valoarea sa limită :

$$B = \frac{b(x)}{b_{\infty}} \quad (177)$$

Prin reprezentarea adimensională a grosimii locale a filmului în zona de intrare, influența abaterii grosimii de la valoarea sa exactă va fi diminuată în calculul lungimii zonei de intrare.

În acest scop este comod ca ec. (174) să se scrie în formă adimensională astfel :

$$X_{Re} = \frac{1}{12} \left[ f(B) - f(B_0) \right] \quad (178)$$

în care s-au definit :

$$f(B) = \ln \frac{(1 + B + B^2)}{(1 - B)^2} + 2 \sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{1 + 2B}{\sqrt{3}} \right) \quad (179 a)$$

$$f(B_0) = \ln \frac{(1 + B_0 + B_0^2)}{(1 - B_0)^2} + 2 \sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{1 + 2B_0}{\sqrt{3}} \right) \quad (179 b)$$

$$B_0 = \frac{b_0}{b_{\infty}} \quad (179 c)$$

$$X_{Re} = \frac{1}{Re} \frac{x_j}{b_{\infty}} \quad (179 d)$$

$$Re = \frac{\rho v}{\nu} \quad (179 e)$$

și  $X_{Re}$  reprezintă coordonata axială adimensională.

Lungimea hidrodinamică a zonei de intrare,  $x = x_i$ , a fost definită ca distanța la care valoarea locală a grosimii filmului,  $b(x)$  sau  $b$ , este diferită cu 1-2 % de valoarea limită, minimă, a filmului,  $b_\infty$ . Cu această considerația, lungimea zonei de intrare este fixată la devierea cu 1 % sau 2 % de la valoarea limită  $B = 1$ , care este atinsă la  $x \rightarrow \infty$  și care poate fi calculată cu ușurință cu ec. (178) pentru o valoare dată a lui  $b_0$ , deci implicit a debitului de lichid sau  $Re$ . Raportul  $B_0$  este singurul parametru independent ce afectează mărirea zonei hidrodinamice de intrare pentru o valoare dată a lui  $B$ .

Un film lichid accelerat trebuie să satisfacă condiția  $B_0 > B > 1$ , deoarece  $b_0 > b(x) > b_\infty$ , în timp ce în cazul unui film lichid frinat  $B < 1$ . Pentru cazul limită  $B_0 \rightarrow 1$  avem  $B \rightarrow 1$  și ec. (178) confirmă că  $X_{Re} = 0$ .

#### 4.1.2. Date experimentale.

Rezultatele experimentale privind determinarea lungimii zonei de intrare, în care grosimea filmului variază continuu, curgerea filmului fiind laminară fără valuri (netedă), prelucrarea lor precum și calculul coordonatei axiale adimensionale, conform ec. (178), sînt prezentate în tabelul 1.

Mărimile calculate și cuprinse în tabelul 1 au fost determinate astfel :

numărul Reynolds  $Re$  cu ec. (179 e), grosimea minimă a filmului  $b_\infty$  cu ec. (175), grosimea adimensională a filmului  $B$  cu ec. (177), grosimea inițială adimensională a filmului  $B_0$  cu ec. (179 c), funcțiile adimensionale  $f(B)$



și  $f(B_0)$  cu ec. (179 a) și respectiv (179 b), coordonată axială adimensională  $X_{Re}$ , exp. cu ec. (179 d) și debitul volumetric de lichid pe perimetrul udat de film cu relația:

$$\Gamma_v = \frac{L_v}{\lambda d} = 3,16 \cdot 10^{-6} L_v \quad (180)$$

în care :

$L_v$  este exprimat în l/h iar  $\Gamma_v$  rezultă în  $m^3/m s.$

Se constată o bună concordanță între rezultatele experimentale și cele calculate cu relația dedusă teoretic, reliefată și de reprezentarea grafică din fig.17. Așa cum rezultă din datele prezentate în tabelul 2, eroarea dintre valorile lungimii hidrodinamice a zonei de intrare determinate experimental și teoretic cu ec. (178) este  $< 2 \%$ , excepție făcând valorile pentru debitele de lichid de 3 l/h și 5 l/h, datorate dificultăților experimentale în cazul lungimilor mici (măsurătorile experimentale s-au efectuat din 2 în 2 mm).

TABELUL 1. Variația grosimii filmului în zona de intrare.-

Nr. crt.	Debit lichid $L_v$	Dist. axială $x$	Capacitatea electrică $C_x$	Grosimea locală a filmului $b$	Debit lichid pe perimetrul udat $\Gamma_v \cdot 10^6$	Parametrii adimensionali				
						Numărul Reynolds $Re$	Dist. axială $X_{Re}$	Grosimea locală a filmului $B$	Funcția $f(B)$	Dist. axială $X_{Re}$
	l/h	mm	pF	mm	$m^3/ms$					
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	0	10,4	0,4	9,48	9,48	0	3,00	264,8	0
2		2	8,1	0,26			1,586	1,955	246,5	1,528
3		4	6,2	0,14			3,172	1,053	217,8	3,915
-		$\infty$	-	0,133			-	1	-	-

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	15	0	10,45	0,405	15,8	15,8	0	2,563	258,5	0	
2		2	9,1	0,32				0,801	2,025	248,1	0,866
3		4	8,3	0,27				1,602	1,709	240,0	1,540
4		6	7,5	0,22				2,403	1,392	229,9	2,833
5		8	6,5	0,16				3,205	1,013	213,8	3,727
-		∞	-	0,158				-	1	-	-
1	10	0	10,5	0,41	31,6	31,6	0	2,071	249,1	0	
2		2	10,0	0,38				0,320	1,919	246,9	0,190
3		4	9,5	0,35				0,640	1,763	241,7	0,623
4		6	9,1	0,32				0,959	1,616	237,3	0,988
5		8	8,8	0,30				1,279	1,515	234,1	1,254
6		10	8,5	0,28				1,598	1,414	230,7	1,538
7		12	8,1	0,26				1,918	1,313	227,0	1,842
8		14	7,8	0,24				2,238	1,212	223,2	2,16
9		16	7,2	0,20				2,557	1,010	218,7	2,534
-		∞	-	0,198				-	1	-	-
1	30	0	10,9	0,43	94,8	94,8	0	1,510	236,7	0	
2		8	10,7	0,42				0,296	1,474	232,7	0,331
3		12	10,5	0,41				0,444	1,438	231,4	0,445
4		14	10,4	0,40				0,513	1,404	230,3	0,532
5		16	10,2	0,39				0,592	1,368	229,0	0,639
6		18	10,0	0,38				0,666	1,333	227,8	0,745
7		22	9,9	0,37				0,814	1,293	226,5	0,853
8		26	9,7	0,36				0,962	1,263	225,2	0,963
9		28	9,5	0,35				1,036	1,228	223,8	1,076
10		32	9,4	0,34				1,134	1,193	222,5	1,185
11		34	9,3	0,33				1,258	1,158	221,2	1,295
12		38	9,1	0,32				1,406	1,123	219,9	1,510
13		40	8,9	0,31				1,430	1,088	218,7	1,607

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
14		42	8,5	0,29			1,555	1,018	218,0	1,666
-		∞	-	0,43			-	1	-	-
1	50	0	11,3	0,45	158	158	0	1,365	228,9	0
2		4	11,2	0,45			0,075	1,335	227,9	0,091
3		8	11,0	0,44			0,150	1,306	226,8	0,180
4		12	10,9	0,43			0,225	1,276	225,7	0,274
5		16	10,7	0,42			0,300	1,246	224,5	0,369
6		24	10,5	0,41			0,451	1,217	223,4	0,461
7		30	10,4	0,40			0,563	1,187	222,3	0,556
8		34	10,2	0,39			0,639	1,157	221,1	0,651
9		40	10,0	0,38			0,751	1,128	220,1	0,656
10		42	9,9	0,37			0,789	1,098	219,0	0,825
11		46	9,7	0,36			0,864	1,068	218,2	0,899
12		48	9,5	0,35			0,902	1,039	217,7	0,94
-		∞	-	0,337			-	1	-	-
1	70	0	11,7	0,48	221,2	221,2	0	1,273	225,5	0
2		4	11,5	0,47			0,048	1,247	224,6	0,082
3		10	11,3	0,46			0,12	1,220	223,5	0,163
4		20	11,2	0,45			0,24	1,194	222,5	0,251
5		26	11,0	0,44			0,312	1,167	221,7	0,324
6		32	10,9	0,43			0,334	1,141	220,5	0,417
7		38	10,7	0,42			0,456	1,114	219,6	0,497
8		42	10,5	0,41			0,504	1,088	218,7	0,558
9		46	10,4	0,40			0,552	1,062	217,0	0,629
10		52	10,2	0,39			0,624	1,034	217,7	0,657
-		∞	-	0,377			-	1	-	-
1	90	0	12,1	0,505	234,4	234,4	0	1,235	224,1	0
2		6	12,0	0,50			0,052	1,22	223,5	0,048
3		14	11,8	0,49			0,120	1,198	222,7	0,118

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4		20	11,7	0,48			0,172	1,174	221,8	0,194
5		28	11,5	0,47			0,241	1,149	220,8	0,272
6		36	11,3	0,46			0,309	1,125	219,0	0,345
7		46	11,2	0,45			0,395	1,100	219,1	0,416
8		52	11,0	0,44			0,447	1,076	218,4	0,448
9		54	10,9	0,43			0,464	1,051	217,8	0,525
10		60	10,7	0,42			0,515	1,027	217,7	0,532
		∞	-	0,409			-	1	-	-
1	100	0	12,4	0,52	316	316	0	1,226	223,8	0
2		6	12,2	0,51			0,045	1,203	222,9	0,073
3		14	12,0	0,50			0,105	1,179	221,0	0,149
4		26	11,8	0,49			0,194	1,156	221,1	0,222
5		36	11,7	0,48			0,269	1,132	220,2	0,295
6		48	11,5	0,47			0,358	1,108	219,4	0,366
7		54	11,3	0,46			0,403	1,085	218,6	0,427
8		58	11,2	0,45			0,433	1,061	217,0	0,481
9		64	11,0	0,44			0,493	1,038	217,7	0,508
		∞	-	0,424			-	1	-	-

TABELUL 2. Variația lungimii zonei de intrare,  $x_I$ , cu  $Re$ .

Nr. crt.	$L_V$ [1/h]	$Re$	$B_0$	$f(B_0)$	$f(B)$ ( $B=1,02$ )	$x_{Re}$	Lungimea zonei de intrare		Eroare %
							$x_I$ [mm]		
							CALC.	EXP.	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3	9,48	3,000	264,804	217,923	3,907	4,93	4	18,9
2	5	15,8	2,563	258,503		3,382	8,44	8	5,2
3	10	31,6	2,071	249,143		2,602	16,28	16	1,7
4	30	94,8	1,510	236,716		1,566	42,3	42	0,7
5	50	158	1,365	228,943		0,918	48,38	48	1,8
6	70	221,2	1,273	225,543		0,635	52,95	52	1,8
7	90	284,4	1,235	224,101		0,515	59,86	60	0,2
8	100	316	1,226	223,758		0,486	65,11	64	1,7

In fig. 13 s-a reprezentat variația lungimii zonei de intrare cu numărul Reynolds, deci implicit funcție de debitul de lichid și geometria suprafeței pe care curge filmul, observându-se o tendință de aplatizare a curbei pentru domeniu  $Re \geq 400$ .

Din prelucrarea datelor prezentate în tabelul 2 s-a obținut o expresie de corelare a grosimii inițiale a filmului,  $b_0$ , funcție de debitul de lichid și geometria suprafeței pe care curge filmul, exprimată prin numărul Reynolds calculat cu ec. (179 d), de forma adimensională :

$$B_0 = 5 Re^{-1/4} \quad (181)$$

sau

$$b_0 = 5 b_{\infty} Re^{-1/4} \quad (182)$$

în care  $b_{\infty}$  este calculat cu ec. (175), abaterea medie față de grosimea măsurată experimental fiind de 3 %.

În concluzie, se poate afirma că utilizând ec. (178) se poate calcula lungimea hidrodinamică a zonei de intrare pentru diverse valori ale debitului de lichid, determinând în prealabil grosimea inițială a filmului,  $b_0$ , cu ajutorul ec. (182). Valorile obținute cu ec. (178) pentru lungimea zonei de intrare, confirmate experimental, sînt în bună concordanță cu datele obținute de alți autori [39], [57], [118], chiar dacă acestea au fost obținute pentru alte modalități de formare a filmului și suprafețe suport.

Calculul analitic a lungimii zonei de intrare permite aprecierea începerii zonei de curgere laminară cu valuri a filmului, deci a lungimii zonei de lucru, în care valurile sînt dezvoltate, pentru o lungime de film dorită.

#### 4.2. Curgerea în filme lichide cu valuri, cu suprafață liberă ondulată.

Regimul ondulatoriu (cu valuri) a curgerii laminare a filmelor lichide subțiri gravitaționale, descendente, în lungul suprafețelor solide înclinate a constituit subiectul unui mare număr de investigații teoretice și experimentale, întrucît, acest regim de curgere este prezent în numeroase tipuri de utilaje ale ingineriei chimice.

Prin eficacitatea mișcării laterale suplimentare a lichidului produsă în film și creșterea ariei de contact, formarea valurilor stimulează creșterea transferului de masă dintre filmul lichid și o fază gazoasă adiacentă.

În concordanță cu rezultatele experimentale obținute de Javoronkov și Maliusov [121], creșterea coeficientului de

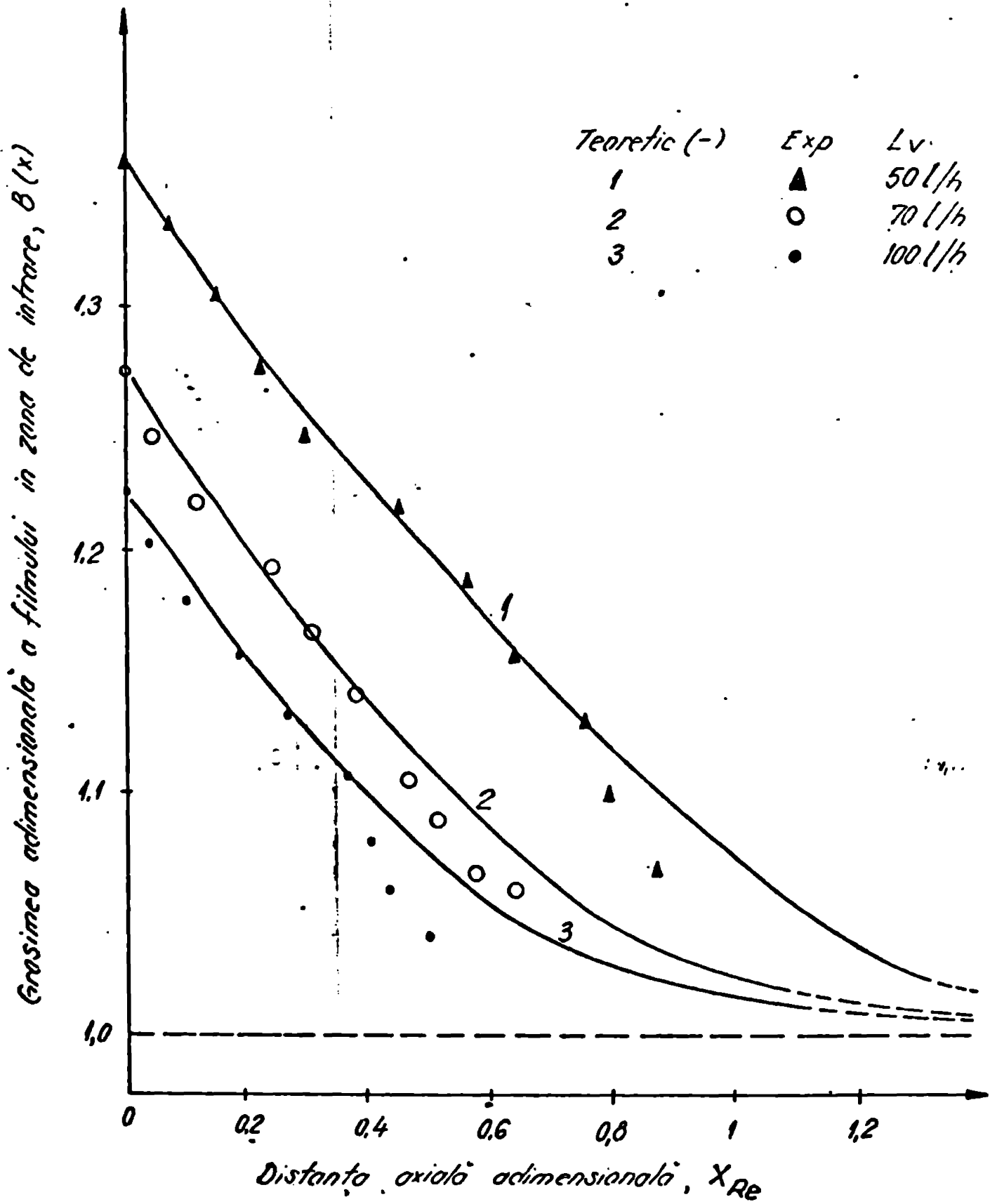


Fig. 17. Variația grosimii adimensionale a filmului cu distanța axială adimensională în zona de intrare.

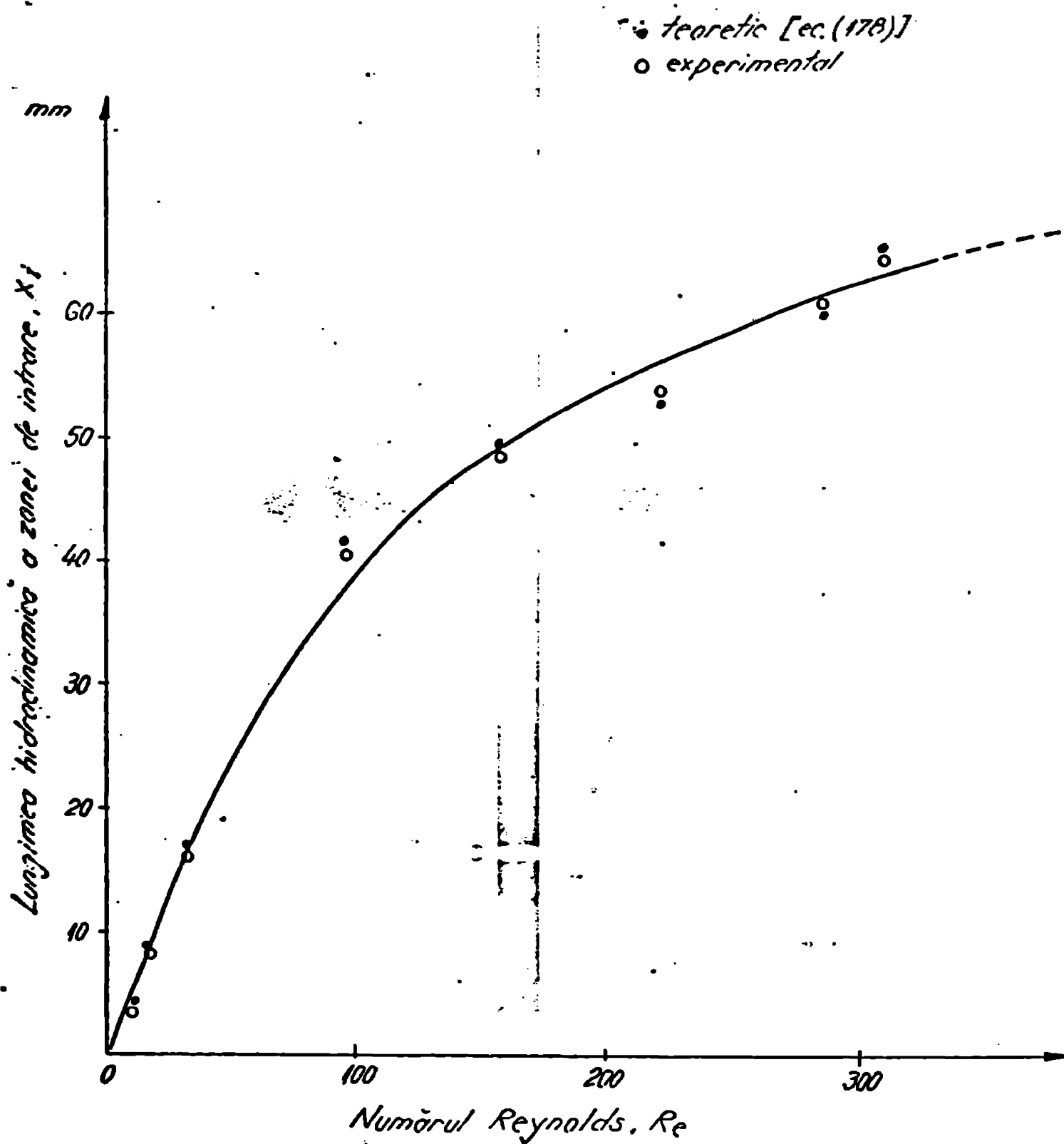


Fig. 18. Variația lungimii hidrodinamice a zonei de intrare cu numărul Reynolds.



transfer de masă, cauzată de formarea valurilor, în procesele de rectificare și absorbție în film poate fi de 50 % și chiar mai mare.

Prima încercare de a dezvolta o teorie cantitativă a curgerii cu valuri a filmelor lichide a fost făcută de Kapitza [122], care și-a bazat considerațiile sale pe ipoteza că raportul dintre grosimea filmului principal și lungimea valului este foarte mică în raport cu unitatea. Având în vedere această ipoteză, s-a putut utiliza sistemul ecuațiilor stratului limită pentru descrierea distribuției de viteză în film și o soluție periodică netemporală a fost obținută în forma profilului semiparabolic de viteză, viteza medie depinzând de coordonata direcției de curgere. Rezultatele teoretice obținute de Kapitza sînt într-o bună concordanță cu datele experimentale corespunzătoare debitelor mici de lichid [123]. Odată cu creșterea debitului de lichid încep să se observe abateri importante de la teorie. Și anume, lungimea de undă (valului) descrește monoton cu creșterea debitului de lichid, trece printr-un minim și începe apoi să crească [124].

Printre lucrările elaborate privind teoria curgerii cu valuri a filmului cele mai interesante sînt cele care analizează stabilitatea diferitelor tipuri de curgeri laminare cu considerarea de mici perturbații a suprafeței libere a filmului [12], [13], [125 - 129]. Principala concluzie desprinsă din aceste lucrări este că toate perturbațiile cu lungime de undă suficient de mare (comparativ cu grosimea medie a filmului) cresc pe direcția de curgere a filmului, viteza de creștere a acestor perturbații devine mare cu creșterea lui  $Re$ .

O contribuție remarcabilă la teoria curgerii cu valuri a filmului a fost adusă de Šukadov [130], care a propus analiza hidrodinamică a filmului pe baza metodei transformate-

lor Fourier. Metoda dezvoltată este totuși limitată datorită utilizării ecuațiilor stratului limită pentru descrierea distribuției de viteză în film, ea fiind justificată pentru un domeniu relativ îngust al lui  $Re$ .

Principala ecuație care derivă din sistemul de ecuații ale stratului limită și utilizată pentru descrierea curgerii cu valuri (ondulate) a filmului [122, 130] este :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \left( \int \frac{\partial u}{\partial x} dy \right) \frac{du}{dy} = \frac{\sigma}{\rho} \frac{\partial^3 b}{\partial x^3} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \quad (183)$$

Analiza dimensională arată că, condițiile de valabilitate a acestei ecuații sînt :

$$(g \nu^4)^{1/3} (\rho/\sigma) Re^{5/3} \ll 1 \quad (184 a)$$

$$(g \nu^4) (\rho/\sigma)^{1/4} Re^{5/3} \ll 1 \quad (184 b)$$

Acste condiții trebuie să fie îndeplinite simultan.

Prima condiție semnifică că aportul termenului inerțial  $u(\partial u/\partial x)$  la bilanțul total al curgerii este comparabil cu aportul termenului tensiunii superficiale  $(\sigma/\rho) \partial^3 b/\partial x^3$ , ambele contribuții fiind excesiv de mari în comparație cu contribuția omisă a transportului de moment molecular longitudinal în ecuația generală.

A doua condiție semnifică că termenii de inerție  $u(\partial u/\partial x)$  și de transport molecular lateral  $\nu(\partial^2 u/\partial y^2)$  sînt de același ordin de mărime și ambele sînt excesiv de mari în comparație cu termenul neglijat  $\nu(\partial^2 u/\partial x^2)$ .

Cele două condiții limitează domeniul de valori ale lui  $Re$  de valabilitate a ec. (183), în cazul filmelor de apă fiind  $1 \leq Re \leq 20$ .

Numeroase lucrări au tratat curgerea în valuri a filmelor în diferite ipoteze ca : regim staționar de curgere, variabil doar pentru  $We \gg [35]$ , considerarea distribuției în film a vitezei în formă neparabolică  $[6, 20]$ , liniarizarea sistemului de ecuații Navier - Stokes (în raport cu amplitudinea valurilor)  $[100]$ , și reliefarea existenței unui model celular de circulație instantanee a liniilor de curgere într-un film ondulat.

Din cele prezentate se constată că nu este elaborată o teorie unitară, generală, a curgerii filmului cu valuri, soluțiile existente fiind limitate ca domeniu de aplicabilitate (caracterizat de  $Re$ ) sau în neconcordanță cu datele experimentale.

În prezenta lucrare, domeniul de curgere a filmului utilizat, caracterizat de valorile lui  $Re$  10 - 350, este practic descris de curgerea laminară cu valuri a filmului. La valori  $Re > 400$  s-a constatat că filmul de lichid curge în regim turbulent dezvoltat avînd forma unui jet de lichid.

#### 4.2.1. Analiza teoretică.

S-a încercat să se soluționeze analitic problema curgerii ondulate (cu valuri) a filmului de lichid printr-o metodă analoagă metodei momentelor aplicată în teoria stratului limită  $[131]$ , expresia distribuției vitezei în film fiind obținută din ecuația Navier - Stokes, principalii parametri ai curgerii fiind determinați printr-o metodă analitică de aproximare lineară.

În fig.19 este redat modelul fizic al curgerii cu valuri a filmului de lichid.

Se consideră că filmul de lichid este în contact cu o fază adiacentă gazoasă stagnantă și că tensiunea super-

ficială,  $\delta$ , este constantă în lungul suprafeței libere a filmului.

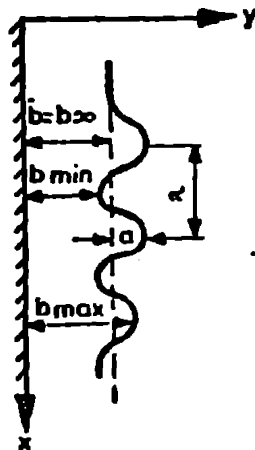


Fig. 19. Modelul fizic al curgerii cu valuri a filmului de lichid.

Distribuția vitezei în film va satisface următorul sistem de ecuații :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + g \quad (185)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (186)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (187)$$

cu condițiile limită :

- la suprafața liberă a filmului,  $y = b(x, t)$  :

$$p + \frac{\rho}{(1+b'^2)^{3/2}} - \frac{\partial b'}{\partial x} + \frac{2\rho\nu(1+b'^2)}{1-b'^2} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (188)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{4b'}{1-b'^2} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (189)$$

- la suprafața solidului,  $y = 0$  :

$$u = v = 0 \quad (190)$$

unde  $b' = \partial b / \partial x$ .

Condițiile limită (188) și (189) sînt condițiile de echilibru ale forțelor tangențiale și normale ce acționează asupra interfeței gaz stagnant - lichid.

Prin aproximarea lineară în raport cu amplitudinea adimensională a valului :

$$A = (b_{\max} - \bar{b}) / \bar{b} \quad (191)$$

condițiile limită pentru eforturile normale și tangențiale la suprafața liberă a filmului pot fi scrise în forma :

$$p + \sigma \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} - 2\sigma \nu \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (192)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (193)$$

Profilul vitezei locale  $u_N(x, y, t)$  este aproximat printr-o expresie polinomială în funcție de coordonata laterală  $y$  :

$$u_N(x, y, t) = \bar{u} \sum_{k=1}^N a_k(\xi) (y / \bar{b})^k \quad (N=1, 2, \dots, n) \quad (194)$$

unde :  $\xi = (x - \alpha \bar{u} t) / \bar{b}$ ,  $\alpha = u_v / \bar{u}$  - viteza adimensională a valului și  $\bar{u}$  este viteza medie în film definite de expresia

$$\bar{u} = \frac{1}{\lambda \bar{b}} \int_0^x \int_0^b u(\xi, y) d\xi dy \quad (195)$$

Funcțiile necunoscute  $a_k(\xi)$  pot fi determinate prin următorul procedeu. Mai întîi se determină funcția  $v_N(x, y, t)$  din ecuația de continuitate (187) :

$$v_N(x, y, t) = -\bar{u} \sum_{k=1}^N a'_k(\xi) (y / \bar{b})^{k+1} / (k+1) \quad (196)$$

unde  $a'_k(\xi) = da_k / d\xi$ . În acest mod funcțiile  $u_N$  și  $v_N$  satisfac automat condiția limită (190). Apoi se

introduc expresiile (194) și (196) în ec. (185) și se integrează pentru întreg intervalul cuprins între o valoare arbitrară a lui  $y$  și  $y = b$ . Astfel, prin integrare și cu ajutorul condiției limită (189), se obține distribuția presiunii  $p(x, y, t)$ .

După introducerea expresiilor explicitate ale funcțiilor  $p(x, y, t)$ ,  $u_N(x, y, t)$  și  $v_N(x, y, t)$  în ec. (185) se obține o ecuație conținând  $(N + 1)$  funcții necunoscute:

$$a_1(\xi), a_2(\xi), \dots, a_n(\xi) \text{ și } b(\xi).$$

Sistemul compatibil de  $(N + 1)$  ecuații pentru determinarea acestor funcții poate fi obținut prin amplificarea succesivă a ec. (185) cu  $1, y, y^2, \dots, y^{N-2}$  și prin integrarea acestora în raport cu  $y$  între limitele  $y = 0$  și  $y = b$ . Prin acest procedeu de integrare rezultă  $(N - 1)$  ecuații diferențiale ordinare. La acestea, se adaugă două ecuații, condiția limită redată de ec. (189) și condiția de conservare a masei în film:

$$\frac{db}{dt} + \frac{\partial}{\partial x} \int u dy = 0 \quad (197)$$

Sistemul de  $(N + 1)$  ecuații diferențiale ordinare rezultat se poate rezolva pentru o valoare dată a lui  $N$ .

În prezenta lucrare s-a încercat să se investigheze problema printr-o metodă analitică aproximativă în scopul elucidării calitative a rolului, influenței principalilor parametri controlabili ai sistemului și anume numerele  $Re$  și  $We$ . Investigația analitică s-a efectuat pentru cazul amplitudinilor de undă mici ( $A \ll 1$ ), când soluția problemei poate fi obținută prin metoda perturbațiilor.

Considerând profilul de viteză aproximativ parabolic în raport cu  $y$ ,  $N = 2$ , soluția rezolvării problemei poate fi exprimată printr-o singură funcție necunoscută  $\varphi(\xi)$ :

$$u(\xi, y) = \bar{u} \left[ a_1(\xi) \left( \frac{y}{b} \right) + a_2(\xi) \left( \frac{y}{b} \right)^2 \right] \quad (198)$$

$$v(\varepsilon, y) = -\bar{u} \left[ a_1'(\varepsilon) \left( \frac{y^2}{2\bar{b}^2} \right) + a_2'(\varepsilon) \left( \frac{y^3}{3\bar{b}^3} \right) \right] \quad (199)$$

$$b(\varepsilon) = \bar{b} [1 + A \varphi(\varepsilon)] \quad (200)$$

$$a_1'(\varepsilon) = \bar{3} + 3(\alpha - 2) A \varphi(\varepsilon) + \frac{1}{4} (3 - 2\alpha) A \varphi''(\varepsilon) \quad (201)$$

$$a_2'(\varepsilon) = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2} (3 - \alpha) A \varphi(\varepsilon) - \frac{3}{8} (3 - 2\alpha) A \varphi''(\varepsilon) \quad (202)$$

Introducând expresiile (198) - (202) în ec. (185), (186) și (188) și adoptând integrări corespunzătoare se poate obține următoarea ecuație diferențială ordinară pentru funcția  $\varphi(\varepsilon)$ :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{A} \left( \frac{3}{\text{Re}} - \frac{\varepsilon \bar{b}}{\bar{u}^2} \right) + 3(\alpha - 3) \frac{\varphi}{\text{Re}} - \left( \alpha^2 - \frac{12}{5}\alpha + \frac{6}{5} \right) \varphi' \\ & - \left( 5\alpha - \frac{27}{4} \right) \frac{\varphi''}{\text{Re}} + \left( \frac{11}{40}\alpha^2 - \frac{219}{280}\alpha + \frac{153}{280} - \frac{1}{\text{We}} \right) \varphi''' \\ & + (\alpha - 3) \frac{\varphi^{IV}}{40 \text{Re}} - \left( \alpha^2 - \frac{39}{14}\alpha + \frac{27}{14} \right) \frac{\varphi^V}{80} + \\ & + (30 - 2\alpha) \frac{\varphi^{VI}}{160 \text{Re}} = 0 \end{aligned} \quad (203)$$

Condiția necesară pentru existența unei soluții periodice a ec. (203) care să satisfacă și condiția

$\overline{\varphi(\varepsilon)} = 0$ , medierea lungimii de undă, este:

$$\bar{b}^3 = \bar{b}_\infty^3 = \frac{3 \sqrt{2} \text{Re}}{5} \quad (204)$$

condiție ce determină grosimea filmului pentru o valoare dată a lui Re.

Dacă condiția (204) este satisfăcută se poate căuta soluția ec. (203) în forma:

$$\varphi(\varepsilon) = \sin(n\varepsilon) \quad (205)$$

în care  $n = 2\pi \bar{b}_\infty / \lambda$ , este numărul adimensional de undă.

Introducând expresia (205) în ec. (203) și egalând cu zero coeficienții obținuți pentru  $\sin(n\varepsilon)$  și  $\cos(n\varepsilon)$ , se obține următorul sistem de ecuații algebrice pentru  $n$  și  $\alpha$ :

$$n^4 \left( \alpha^2 - \frac{39}{14} \alpha + \frac{27}{14} \right) + 2 n^2 \left( 11 \alpha^2 - \frac{219}{7} \alpha - \frac{153}{7} - \frac{40}{We} \right) + 80 \left( \alpha^2 - \frac{12}{5} \alpha + \frac{6}{5} \right) = 0 \quad (206)$$

$$n^6 (2\alpha - 3) + 4 n^4 (\alpha - 3) + 160 n^2 \left( 5\alpha - \frac{27}{4} \right) + 480 (\alpha - 3) = 0 \quad (207)$$

Se constată că mărimile adimensionale  $n$  și  $\alpha$  sînt funcții monotone a numărului Weber, concluzie confirmată de datele experimentale prezentate în literatură.

Pentru cazul limită,  $We \rightarrow \infty$ , se obțin din ec. (206) și (207) valorile  $n = 1,25$  și respectiv  $\alpha = 1,81$ .

#### 4.2.2. Date experimentale.

Studiul experimental asupra curgerii cu valuri a filmului lichid vertical gravitațional a scos în evidență următoarele aspecte privind modelul fizic al curgerii filmului, redat în fig. 20, aspecte calitative și confirmate cantitativ.

Filmul de lichid, de grosime inițială  $b_0$ , parcurge zona de intrare, în curgere laminară netedă, grosimea  $b(x)$  scăzînd continuu pînă la  $b_\infty$ . Imediat ce se depășește  $x_I$ , grosimea filmului începe să crească, pe suprafața filmului apar vâlurile (striațiuni) de dimensiuni neglijabile față de grosimea medie  $\bar{b}$  a filmului. Apariția valurilor de dimensiuni sensibile, care se succed la lungimi de undă și amplitudini crescătoare, determină o ușoară creștere a grosimii medii a filmului. Pe măsură ce se formează, valurile încep să fie caracterizate de parametri relativ constanți, iar în apropiere



de zona de ieşire, grosimea maximă a filmului începe uşor să descrească şi lungimea de undă a valului să se micşoreze.

Avînd în vedere aceste aspecte se poate afirma că zona curgerii cu valuri a filmelor verticale gravitaţionale se împarte în două subzone : prima, de formare a valurilor, de tranziţie,  $x_{v,i}$ , în care grosimea medie a filmului  $\bar{b}$  creşte uşor, amplitudinea şi lungimea valului nefiind constante, şi a doua, de curgere cu valuri complet dezvoltate, zona de lucru,  $x_v$ , în care grosimea şi lungimea valului se menţin relativ constante, fiind uşor crescătoare, iar grosimea medie a filmului scade uşor. Această a doua porţiune poate fi caracterizată, cu o bună concordanţă, de valori medii ale amplitudinii şi lungimii valurilor.

În tabelul 3 sînt prezentate datele experimentale determinate în zona de formare a valurilor,  $x_{v,i}$ , pentru un domeniu de operare 9,48 - 316 a valorilor numărului Reynolds. Zona de formare a valurilor,  $x_{v,i}$ , caracterizată de creşterea grosimii medii a filmului, este definită funcţia de valoarea debitului de lichid, respectiv de valoarea lui Re.

Se constată că distanţa la care încep să apară valurile de dimensiuni măsurabile creşte o dată cu creşterea valorii lui Re, în timp ce, după apariţia valurilor sesizabile, grosimea medie a filmului continuă să crească, foarte puţin, pe o distanţă cu atât mai mică cu cît creşte Re. Rezultă că, o dată ce valurile se formează, cu cît debitul de lichid este mai mare cu atât distanţa, la care curgerea cu valuri este complet dezvoltată, este mai mică.

Reprezentînd grafic, în fig.21, variaţia lungimii de formare a valurilor,  $x_{v,i}$ , funcţie de debitul de lichid, se constată apariţia unui minim, după care lungimea creşte în continuare, ceea ce înseamnă că regimul devine de tranziţie

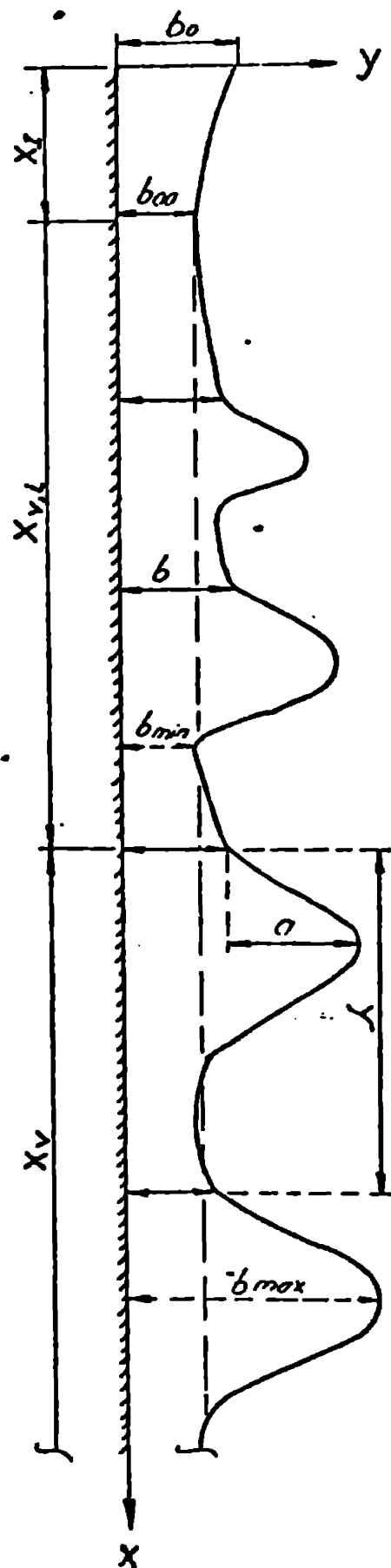


Fig. 20.  
Modelul fizic  
experimental al  
curgerii în film  
cu valuri.

TABELUL 3. Variația grosimii filmului în zona de formare a valurilor,  $x_{v,i}$ .

Nr. crt.	Debit lichid $L_v$	Numărul Reynolds $Re$	Lungimea zonei de formare $x_{v,i}$	Grosimea filmului						
				medie $\bar{b}$	maximă $b_{max}$	minimă $b_{min}$				
	$l/\lambda$		cm	pF	mm	pF	mm	pF	mm	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3	9,48	1	6,5	0,16	-	-	-	-	-
2	-	-	2	7,2	0,20	-	-	-	-	-
3	-	-	6	8,3	0,27	8,5	0,28	8,1	0,26	
4	-	-	10	8,5	0,28	8,8	0,30	8,1	0,26	
5	-	-	15	8,6	0,29	9,5	0,35	8,0	0,25	
1	5	15,8	2	7,0	0,19	-	-	-	-	-
2	-	-	5	8,1	0,26	-	-	-	-	-
3	-	-	8	8,5	0,28	8,6	0,29	8,3	0,27	
4	-	-	10	8,6	0,29	8,8	0,30	8,3	0,27	
5	-	-	15	8,8	0,30	9,1	0,32	8,1	0,26	
6	-	-	20	8,9	0,31	9,4	0,34	8,0	0,25	
1	10	31,6	3	7,8	0,24	-	-	-	-	-
2	-	-	6	8,3	0,27	-	-	-	-	-
3	-	-	10	8,8	0,30	8,9	0,31	8,5	0,28	
4	-	-	15	8,9	0,31	9,2	0,33	8,3	0,27	
5	-	-	20	9,1	0,32	9,5	0,35	8,1	0,26	
6	-	-	25	9,2	0,33	9,9	0,37	7,8	0,24	
1	30	94,8	5	8,8	0,3	-	-	-	-	-
2	-	-	10	8,9	0,31	-	-	-	-	-
3	-	-	12	9,1	0,32	9,5	0,35	8,9	0,31	
4	-	-	20	9,2	0,33	9,9	0,37	8,8	0,30	

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	50	158	7	9,5	0,35	-	-	-	-
2	-	-	10	9,7	0,36	-	-	-	-
3	-	-	15	9,9	0,37	10,0	0,38	9,7	0,36
4	-	-	20	10,0	0,38	10,5	0,41	9,4	0,34
1	70	221,2	8	10,4	0,40	-	-	-	-
2	-	-	10	10,5	0,41	-	-	-	-
3	-	-	15	10,7	0,42	11,2	0,45	10,0	0,38
4	-	-	18	10,9	0,43	11,3	0,46	9,9	0,37
1	90	284,4	8	10,7	0,42	-	-	-	-
2	-	-	10	11,0	0,44	-	-	-	-
3	-	-	20	11,2	0,45	-	-	-	-
4	-	-	22	11,3	0,46	12,0	0,50	10,4	0,4
5	-	-	25	11,3	0,46	12,3	0,52	10,0	0,38
1	100	316	10	11,2	0,45	-	-	-	-
2	-	-	15	11,3	0,45	-	-	-	-
3	-	-	22	11,5	0,47	-	-	-	-
4	-	-	25	11,7	0,48	12,0	0,50	11,5	0,47
5	-	-	30	11,7	0,48	12,2	0,51	11,3	0,46
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

- spre cel turbulent ; în același timp, distanța la care apar
- valurile măsurabile crește întotdeauna cu  $Re$ .

În fig. 22 s-a reprezentat variația distanței, notată cu  $x_{v,0}$ , de la apariția valurilor măsurabile, la care creșterea ușoară a grosimii medii a filmului încă se menține, rezultând o scădere a acesteia pe măsură ce  $Re$  crește.

În tabelul 4 se prezintă datele experimentale obținute în zona de curgere cu valuri complet dezvoltate,  $x_v$ , pentru diverse valori ale debitului de lichid. Prelucrarea datelor experimentale, prezentate în tabelul 4, au permis calculul următoarelor mărimi :

- amplitudinea adimensională a valului,  $A$ , cu ec. (191);
- viteza medie a filmului cu relația :

$$\bar{u} = \frac{L_v}{t} = \frac{L_v}{\frac{\pi}{4} [(d+2\bar{b})^2 - d^2]} = \frac{L_v}{3,6 \pi \bar{b} (2,3+\bar{b})} \quad [\text{cm/s}] \quad (208)$$

în care  $[L_v] = 1/h$  și  $[\bar{b}] = \text{cm}$ ;

- numărul adimensional de undă cu relația :

$$n = \frac{2 \pi \bar{b}}{\lambda} \quad (209)$$

- numărul Weber cu relația :

$$We = \frac{\rho \bar{b} \bar{u}^2}{\sigma} = 0,139 \bar{b} \bar{u}^2 \quad (210)$$

În fig. 23 s-a reprezentat variația numărului adimensional de undă,  $n$ , funcție de numărul Weber, determinate din date experimentale. Curba trasată cu linie continuă reprezintă valorile calculate cu ec. (206) și (207) fiind valori lui  $We$  cuprinse în domeniul  $10^{-3} - 10^2$ , iar punctele reprezintă variația lui  $n$  calculat în tabelul 4, din date experimentale, pentru două lungimi ale filmului.

Se constată că valorile determinate experimental pentru lungimea filmului de 40 cm sînt în mai bună concordanță cu

valorile calculate cu relațiile teoretice decît cele pentru lungimea filmului de 100 cm. Aceasta se explică prin faptul că ecuațiile teoretice au fost deduse pentru cazul  $A < 1$ , valoarea experimentală a lui  $A$  pentru lungimea de 40 cm corespunzînd ipotezei, în timp ce valoarea lui  $A$  experimental pentru lungimea de 100 cm este aproximativ egală cu 1.

Rezolvarea ecuațiilor analitice (206) și (207) pentru diverse valori ale lui  $We$  implică determinarea atît a lui  $n$  cît și a lui  $\alpha$ ; faptul că pentru lungimi mai mici ale filmului în zona de curgere cu valuri este confirmată variația lui  $n$  cu  $We$ , rezultă că se poate utiliza și diagrama de variație

$\alpha = f(We)$ , redată în fig. 24, pentru calculul vitezei valului.

Utilizarea ecuațiilor algebrice (206) și (207) pentru determinarea parametrilor curgerii cu valuri a filmelor pentru un debit de lichid dat este laborioasă.

Prelucrarea rezultatelor experimentale a permis obținerea de relații cantitative pentru caracterizarea principalilor parametri ai curgerii cu valuri a filmelor lichide pe suprafața exterioară a țevilor.

Pentru curgerea cu valuri a filmelor de lichid gravitaționale pe suprafețe cilindrice verticale, de lungime  $L \geq 60$  cm; s-au obținut următoarele relații de calcul a parametrilor curgerii :

- grosimea medie a filmului de lichid

$$\bar{b} = 0,017 Re^{0,12} \quad [cm] \quad (211)$$

cu o eroare medie de 8 % ;

- viteză medie în filmul de lichid

$$\bar{u} = 0,5 Re^{0,9} \quad [cm s^{-1}] \quad (212)$$

cu o eroare medie de 11,3 % ;

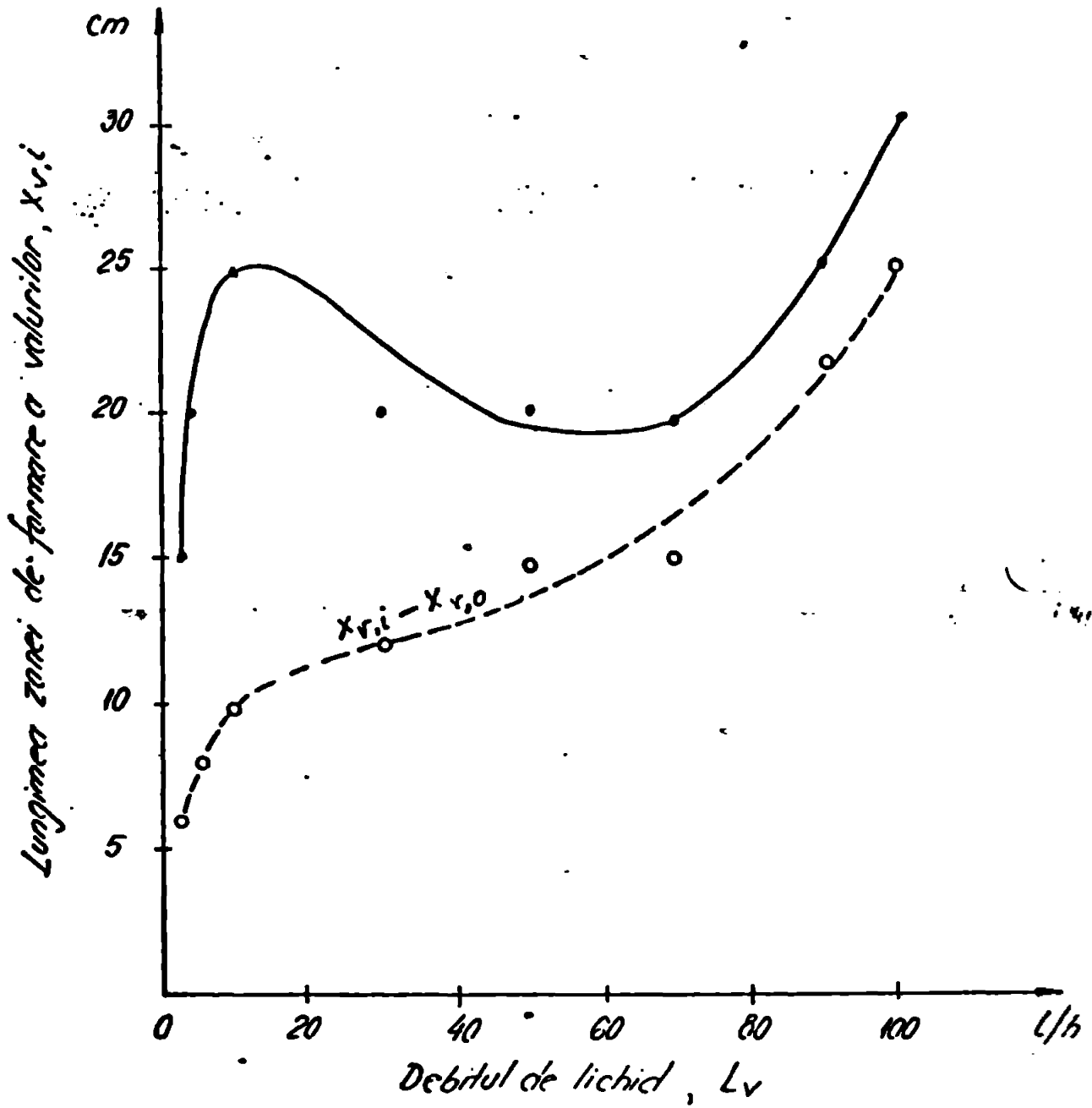


Fig. 21. Variatia lungimii zonei de formare a valorilor cu debitul de lichid.

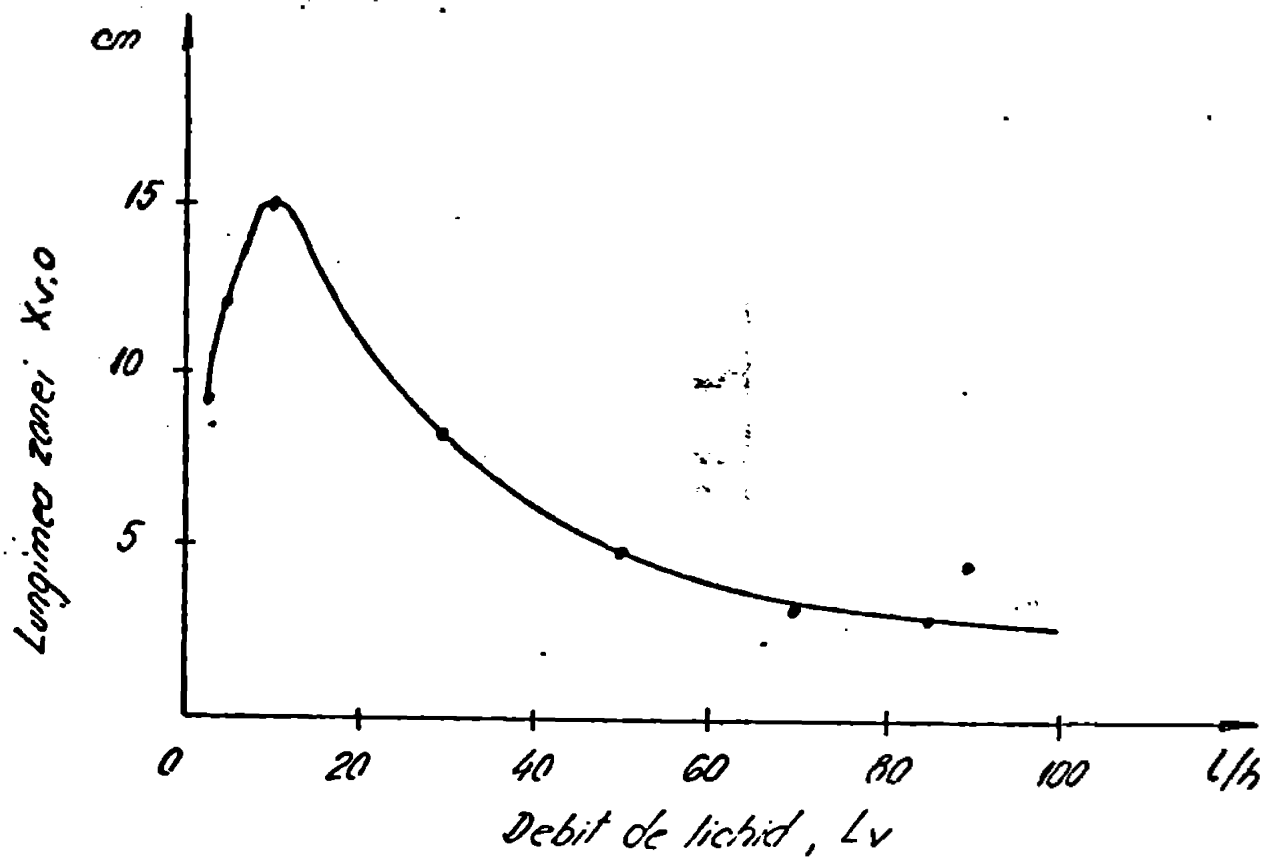


Fig. 22 Variatia lungimii zonei  $x_{v,0}$  cu debitul de lichid.



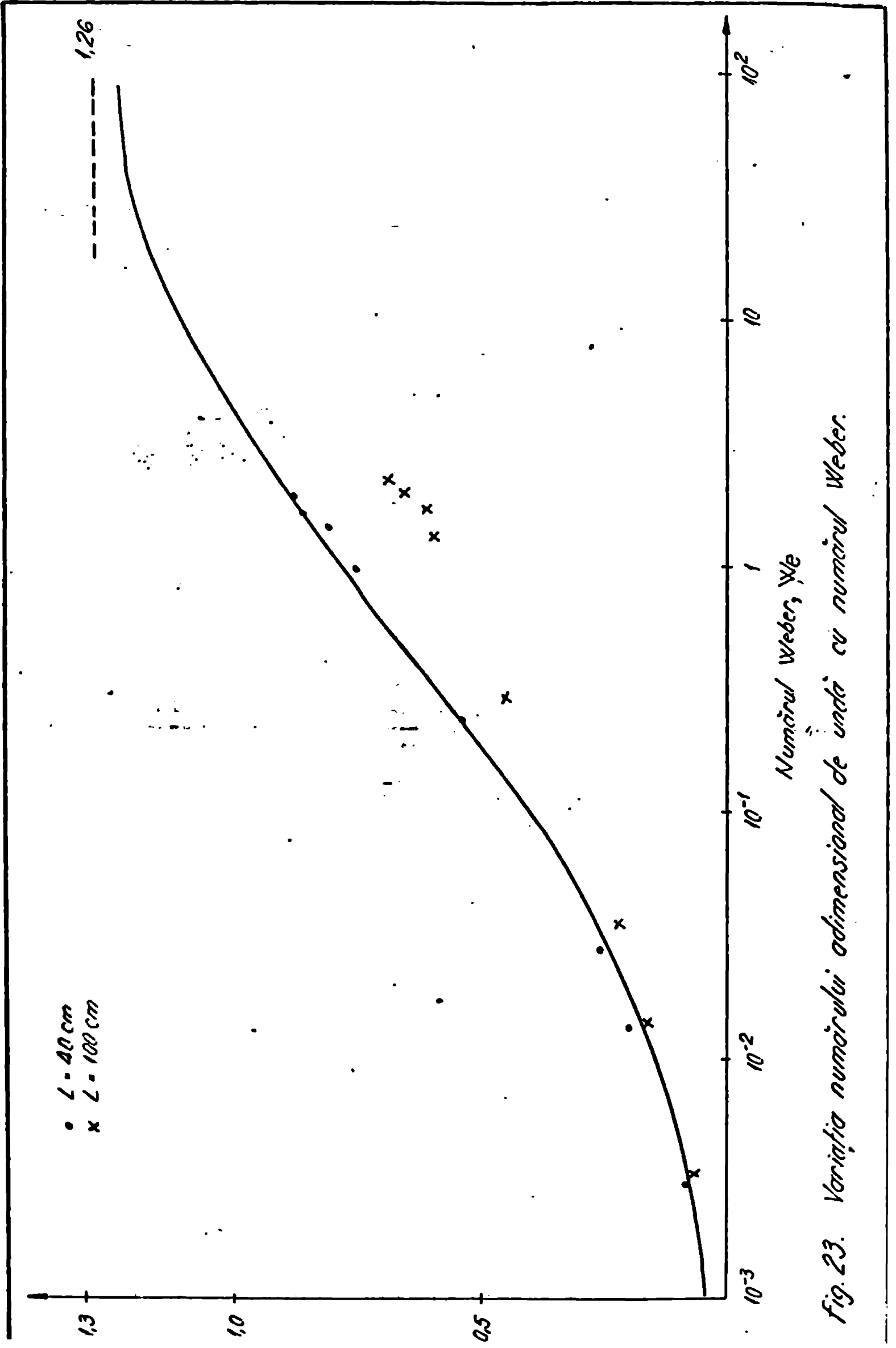


Fig. 23. Variația numărului adimensional de undă cu numărul Weber.

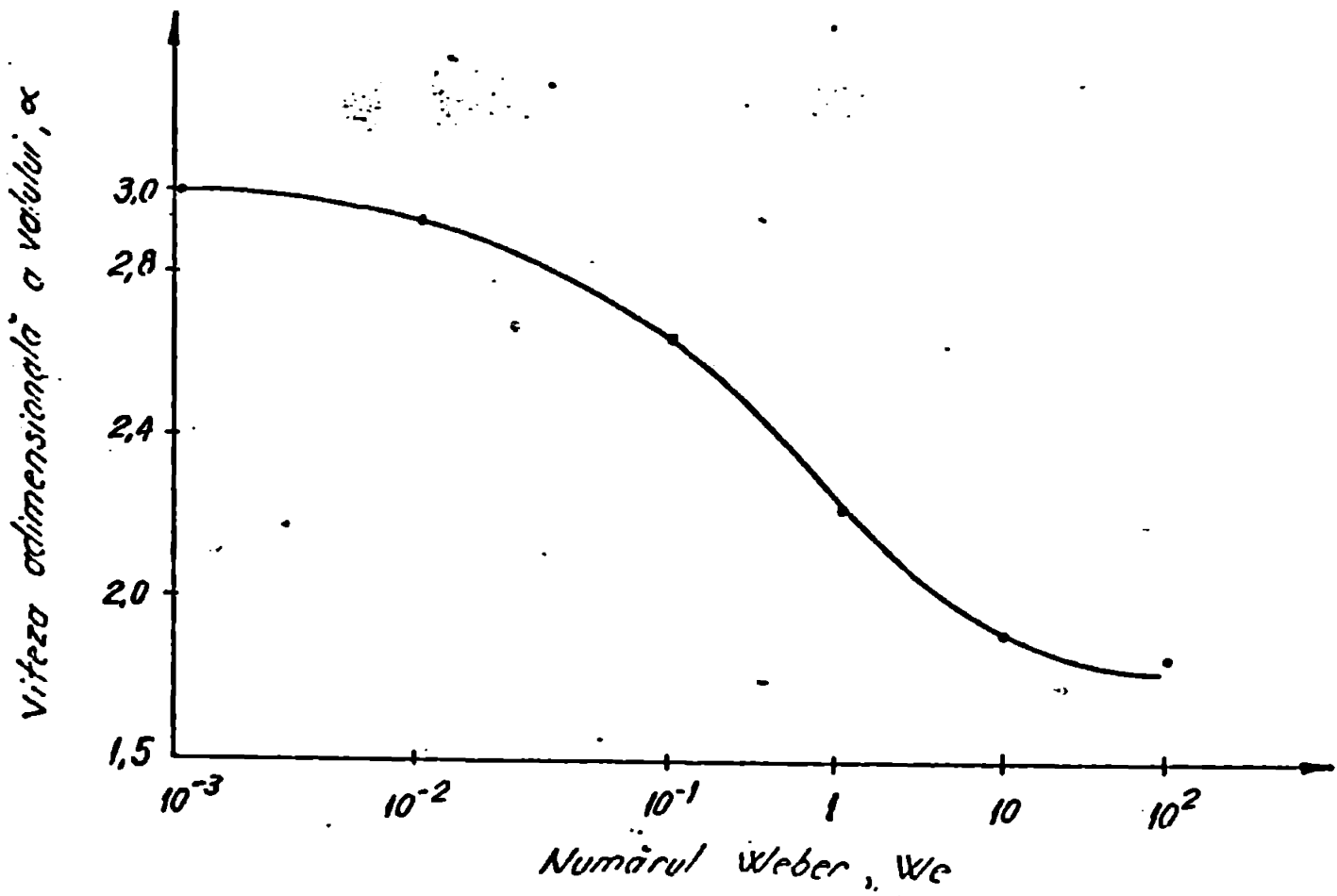


Fig. 24. Variația vitezei adimensionale a valului cu numărul Weber.

Tabelul 4. Parametrii zonei de curgere cu valuri complet dezvoltate

Nr. crt.	Debit lichid $L_v$	Dis-tanta $X_v$	Grosimea filmului:				Lungimea de unda $\lambda$	Ampl. oscil. $A$	Viteza medie $u$	Numărul Weber $We$	Nr. de unda oscil. $n$
			medie $b$		minimo $b_{min}$						
	$1/h$	cm	pf	mm	pf	mm		cm/s			
0	1	2	3	4	5	6	7	8	12	13	
1	3	40	8.1	0.26	10.7	0.42	7.2	0.20	4.71 · 10 <sup>-3</sup>	0.08	
2		50	8.1	0.26	11.0	0.44	7.0	0.19	4.71 · 10 <sup>-3</sup>	0.08	
3		60	8.0	0.25	11.3	0.46	6.8	0.18	4.9 · 10 <sup>-3</sup>	0.077	
4		70	8.0	0.25	11.7	0.48	6.8	0.18	4.9 · 10 <sup>-3</sup>	0.077	
5		80	7.8	0.24	12.0	0.50	6.7	0.17	5.11 · 10 <sup>-3</sup>	0.074	
6		90	7.8	0.24	11.8	0.49	6.7	0.17	5.11 · 10 <sup>-3</sup>	0.074	
7		100	7.8	0.24	11.7	0.48	6.7	0.17	5.11 · 10 <sup>-3</sup>	0.074	
1	5	40	8.6	0.29	10.7	0.42	7.3	0.21	1.17 · 10 <sup>-2</sup>	0.189	
2		50	8.3	0.27	11.2	0.45	7.2	0.20	1.26 · 10 <sup>-2</sup>	0.177	
3		60	8.1	0.26	11.5	0.47	7.0	0.19	1.31 · 10 <sup>-2</sup>	0.170	
4		70	8.1	0.26	11.7	0.48	6.8	0.18	1.31 · 10 <sup>-2</sup>	0.170	
5		80	8.0	0.25	12.0	0.50	6.7	0.17	1.36 · 10 <sup>-2</sup>	0.164	
6		90	8.0	0.25	12.2	0.51	6.5	0.16	1.36 · 10 <sup>-2</sup>	0.164	
7		100	8.0	0.25	11.8	0.49	6.4	0.15	1.36 · 10 <sup>-2</sup>	0.164	

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	10	40	8.9	0.31	10.9	0.43	7.7	0.23	0.78	0.387	10.08	$4.37 \cdot 10^{-2}$	0.250
2		50	8.8	0.30	11.2	0.45	7.5	0.22		0.500	10.42	$4.52 \cdot 10^{-2}$	0.241
3		60	8.5	0.28	11.5	0.47	7.2	0.20		0.689	11.172	$4.85 \cdot 10^{-2}$	0.225
4		70	8.3	0.27	11.8	0.49	6.8	0.18		0.815	11.59	$5.04 \cdot 10^{-2}$	0.217
5		80	8.1	0.26	12.0	0.50	6.7	0.17		0.923	12.04	$5.29 \cdot 10^{-2}$	0.209
6		90	8.1	0.26	12.2	0.51	6.5	0.16		0.962	12.04	$5.23 \cdot 10^{-2}$	0.209
7		100	8.0	0.25	12.0	0.50	6.4	0.15		1.000	12.526	$5.45 \cdot 10^{-2}$	0.201
1	30	40	9.1	0.32	11.2	0.45	8.1	0.26	0.38	0.406	29.285	0.381	0.529
2		50	8.9	0.31	11.5	0.47	8.0	0.25		0.516	30.241	0.394	0.512
3		60	8.8	0.30	11.8	0.49	7.8	0.24		0.633	31.260	0.407	0.496
4		70	8.5	0.28	12.2	0.51	7.3	0.21		0.821	33.520	0.437	0.463
5		80	8.3	0.27	12.5	0.53	7.0	0.19		0.963	34.77	0.453	0.446
6		90	8.1	0.26	12.7	0.54	6.7	0.17		1.077	36.77	0.471	0.430
7		100	8.1	0.26	12.8	0.55	6.5	0.16		1.115	36.77	0.471	0.430

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	50	40	34	0,34	12,0	0,50	8,6	0,29	0,29	0,471	45,91	0,995	0,736
2		50	31	0,32	12,5	0,53	8,3	0,27		0,656	48,81	1,06	0,693
3		60	28	0,30	12,8	0,55	7,8	0,24		0,833	52,10	1,131	0,650
4		70	26	0,29	13,0	0,56	7,5	0,22		0,931	53,92	1,171	0,628
5		80	25	0,28	13,1	0,57	7,2	0,20		1,036	55,86	1,213	0,606
6		90	25	0,28	13,3	0,58	6,8	0,18		1,071	55,86	1,213	0,606
7		100	23	0,27	13,6	0,60	6,5	0,16		1,222	57,95	1,26	0,585
1	70	40	10,4	0,40	12,7	0,54	8,9	0,31	0,32	0,350	54,51	1,651	0,785
2		50	10,0	0,38	13,1	0,57	8,6	0,29		0,500	57,42	1,74	0,746
3		60	9,7	0,36	13,4	0,59	8,3	0,27		0,639	60,65	1,84	0,706
4		70	9,5	0,35	13,6	0,60	7,8	0,24		0,714	62,41	1,89	0,687
5		80	9,4	0,34	13,8	0,61	7,5	0,22		0,794	64,27	1,95	0,667
6		90	9,1	0,32	13,9	0,62	7,2	0,20		0,937	68,33	2,075	0,628
7		100	8,8	0,30	13,9	0,62	6,8	0,18		1,067	72,94	2,217	0,589

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	90	40	11.2	0.45	13.0	0.56	9.1	0.32	9.33	0.244	62.19	2.417	0.820	
2	50	50	10.9	0.43	13.6	0.60	8.8	0.30		0.395	65.13	2.533	0.818	
3	60	60	10.5	0.41	13.9	0.62	8.5	0.28		0.512	68.35	2.660	0.780	
4	70	70	10.2	0.39	14.2	0.64	8.1	0.26		0.641	71.91	2.801	0.742	
5	80	80	9.9	0.37	14.4	0.65	7.8	0.24		0.757	75.85	2.956	0.704	
6	90	90	9.5	0.35	14.6	0.66	7.5	0.22		0.886	80.24	3.130	0.666	
7	100	100	9.4	0.34	14.9	0.68	7.3	0.21		1.000	82.63	3.224	0.647	
1	100	40	11.3	0.46	13.1	0.57	9.7	0.36	0.34	0.239	67.57	2.917	0.850	
2	50	50	11.2	0.45	13.3	0.58	9.4	0.34		0.229	69.10	2.984	0.831	
3	60	60	10.9	0.43	13.8	0.61	8.9	0.31		0.419	72.36	3.127	0.794	
4	70	70	10.5	0.41	14.2	0.64	8.5	0.28		0.561	75.95	3.285	0.757	
5	80	80	10.2	0.39	14.9	0.68	8.1	0.26		0.744	79.90	3.458	0.720	
6	90	90	10.0	0.38	15.8	0.73	7.8	0.24		0.921	82.03	3.551	0.702	
7	100	100	9.9	0.37	16.0	0.75	7.7	0.23		1.027	84.23	3.646	0.683	

- amplitudinea medie a valului.

$$\bar{a} = 0,02 \text{ Re}^{0,1} \quad [\text{cm}] \quad (213)$$

cu o eroare medie de 14,8 % ;

- lungimea medie de undă (a valului)

$$\bar{\lambda} = 0,4 \text{ We}^{-0,2} \quad [\text{cm}] \quad (214)$$

cu o eroare medie de 18 % ;

- viteza medie a valului

$$\bar{u}_v = 1,2 \text{ Re}^{0,9} \cdot \text{We}^{-0,061} \quad [\text{cm s}^{-1}] \quad (215)$$

cu o eroare medie de 3 %.

Determinarea parametrilor curgerii în filmul lichid cu valuri funcție de numerele Reynolds sau / și Weber prezintă avantajul utilizării pentru calculul acestora a datelor (mărimilor) în general, impuse, ca: debit de lichid, natura fluidelor ( $\rho, \eta, \delta$ ) și a dimensiunii caracteristice geometriei suprafeței pe care curge filmul de lichid (diametrul exterior al țevii).

## 5. TRANSFER DE MASA ÎN FILME LICHIDE.

Intensitatea transferului de masă gaz-lichid, la temperatură constantă, exprimată prin coeficienții de transfer de masă, depinde, în special, de natura fazelor contractante, de hidrodinamica sistemului, care intervine prin aportul adus de difuziunea convectivă, și de starea suprafeței.

Pentru un sistem dat, intensitatea transferului de masă depinde numai de hidrodinamica fazelor puse în contact. Oricare ar fi metoda folosită în modificarea hidrodinamicii, scopul final este creșterea turbulenței fazelor, deci o omogenizare cât mai rapidă a concentrației, fapt ce face ca inten-

sificarea transferului de masă să se mențină la o valoare ridicată.

În prezenta lucrare s-a studiat procesul de absorbție în film de lichid în curgere cu valuri (ondulată), în scopul determinării, pentru un sistem dat, a valorii coeficientului de transfer de masă în filmul lichid funcție de parametrii hidrodinamici ai filmului.

În cazul curgerii cu valuri a filmului de lichid crește interfața gaz-lichid, majoritatea studiilor arată că nu se pot obține ale suprafeței de contact gaz-film lichid mai mari de cca 10 %.

Brauer [31] a obținut creșteri ale suprafeței interfeței de 0,5 - 3 %, afirmând că influența suprafeței ondulate asupra transferului de masă este fără importanță.

În prezenta lucrare, prin asimilarea valurilor cu trunchiuri de con, s-a determinat suprafața de transfer de masă pentru valoarea maximă a numărului Reynolds utilizat,  $Re = 316$ , obținându-se o creștere de cca 5 % față de cea obținută pentru o grosime a filmului calculată cu relația lui Nusselt, pentru regim laminar fără valuri (neted).

În literatură există numeroase analize teoretice privind transferul de masă în filme lichide cu valuri, obținându-se valori ale vitezei de absorbție gaz-lichid mai mari decât în cazul curgerii laminare fără valuri (netedă), creșterea fiind, însă, mult mai mică decât valorile obținute experimental.

S-au elaborat modele fizice și teoretice pentru explicarea acestei neconcordanțe, majoritatea cercetărilor admit că valurile de la suprafața filmului produc un mare grad de amestecare prin crearea de turbioane interne, circulare, a căror acțiune se reflectă în datele experimentale ale transferului de masă [76] [77] [78] [100] [132], având loc, totodată, și o reînnoire a suprafeței de contact. Experimental, s-a constatat că



și micile încrețituri de pe suprafața filmului creează o oarecare amestecare ce intensifică transferul de masă [47, 79].

### 5.1. Analiză teoretică.

În cele ce urmează se vor prezenta unele modele fizice și teoretice pentru transferul de masă în filme lichide în curgere laminară cu valuri, precum și soluțiile obținute pentru calculul valorii coeficientului de transfer de masă în scopul comparării lor cu datele experimentale obținute în prezenta lucrare.

Lamont [133] postulează că transferul de masă este datorat în principal amestecării turbioanelor mici cu valurile de la suprafața filmului, care, apoi, sînt deflectate în lungul suprafeței filmului și se reintorc în masa de lichid a filmului. Rezultă că transferul depinde numai de energia de disipare și de viscozitatea lichidului în vecinătatea interfeței, precum și de difuziune, și nu depinde de tensiunea superficială, coeficientul mediu de transfer de masă în filmul de lichid fiind redat sub forma :

$$k_L \sim \left(\frac{\nu}{D}\right)^{-1/2} (E \nu)^{1/4} \quad (216)$$

în care  $E$  este debitul energiei de disipare pe unitatea de masă de lichid.

Levich [18] determină constantă de proporționalitate ca fiind aproximativ 0,4 și ec. (216) devine

$$k_L \simeq 0,14 \left(\frac{\nu}{D}\right)^{-1/2} (E \nu)^{1/4} \quad (217)$$

Modelul lui Levich, modificat de Davies [134], se bazează pe ipoteza că transportul are loc printr-un film laminar situat în vecinătatea interfeței, care este deformat, dar

nu străpuns, de turbioanele provenite din masa filmului de lichid. Fluctuațiile de presiune generate de turbioane,

$\rho u_*^2$ ,  $u_*$  - viteza de frecare, produc deformarea interfeței pentru o valoare a presiunii egală cu  $2 \sqrt{\rho} / R$ , în care  $R$  este raza locală a curburii. Egalând aceste presiuni și introducând numeroase simplificări, Davies obține o expresie pentru coeficientul de transfer de masă de forma :

$$k_L = 0,32 D^{1/2} u_*^{3/2} \rho^{1/2} \nu^{-1/2} \quad (218)$$

sugerînd determinarea vitezei „caracteristice” a turbulenței,  $u_*$  (viteza de frecare), dintr-un bilanț de forțe în filmul de lichid, între forțele de frecare și gravitaționale [135].

Prasher [136] elaborează un model în termeni de difuzivitate a turbioanelor, hidrodinamica filmului fiind redată în relații criteriale, pentru absorbția în filme lichide subțiri verticale curgînd în coloană cu perți udați, diametrul acestora fiind mult mai mare decît grosimea filmului. Variația mărimii difuzivității turbioanelor cu grosimea filmului, în curgere verticală, este parabolică, avînd o valoare maximă în centrul grosimii filmului și descrește pînă la valoarea difuzivității moleculare, în apropierea suprafeței solide și a interfeței gaz-lichid, conform teoriei elaborate de Jepsen [80].

În acest fel, difuzivitatea turbioanelor poate fi exprimată ca:

$$D_E = a y^n + b \quad (219)$$

avînd în vedere că grosimea zonei de rezistență la transfer în film este mult mai mică decît grosimea filmului. Deoarece se consideră că prezența turbioanelor la interfață este factorul principal în transferul de masă,  $b$  este egal cu zero și difuziunea totală poate fi exprimată ca sumă a difuziunii moleculare și a difuziunii datorată turbioanelor :

$$D_T = D + a y^n \quad (220)$$

In acest caz ecuația defuziunii în regim staționar pentru gazul solubil este dată de :

$$\frac{d}{dy} \left[ (D + a y^n) \frac{dC}{dy} \right] = 0 \quad (221)$$

cu următoarele condiții limită :

$$C = C_s \quad \text{la } y = 0 \quad (222 \text{ a})$$

$$C = C_A \quad \text{la } y \rightarrow \infty \quad (222 \text{ b})$$

Soluția ec. (221) cu condițiile limită (222) permite obținerea coeficientului de transfer de masă în filmul lichid sub forma:

$$k_L = \frac{n}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) f_1 \frac{1}{D^{1/n}} \quad (223)$$

în care  $f_1$  este o constantă de proporționalitate avînd dimensiunile  $\text{cm}^{2-n} \text{s}^{-1}$ .

Exponentul  $n$  poate lua valori de la 2 la 4, datele experimentale indicînd o bună concordanță pentru  $n = 2$  [98], [137], [138], și în acest caz ec. (223) devine :

$$k_L = \frac{2}{\pi} f_2 \frac{1}{D^{1/2}} \quad (224)$$

în care  $f_2$  are dimensiunea de  $\text{s}^{-1}$ .

Din analiza dimensională a modelului biparametric pentru absorbția gazului în lichid, elaborată de King [139], s-a adoptat următoarea relație pentru constanta de proporționalitate :

$$f_2 = f_3 \frac{\rho}{\delta} \left( \frac{b^3 \epsilon^3}{g \nu} \right)^{1/2} \quad (225)$$

în care constanta  $f_3$  se determină din date experimentale și  $\epsilon$  este energia de disipare pe unitatea de masă de lichid ( $\text{L}^2 \text{T}^{-3}$ ), putînd fi evaluată din relația :

$$\epsilon = g \cdot \bar{u} \quad (226)$$

Ruckenstein și Berbente [140] au rezolvat ecuațiile defuziunii utilizînd profilul de viteză Kapitza și au obținut

pentru valori scăzute ale criteriului Reynolds,  $Re < 200$

( $Re = \frac{4 \Gamma v}{\gamma}$ ), următoarea expresie pentru coeficientul de transfer de masă :

$$k_L = \psi (k_L)_{lam} \quad (227)$$

în care  $\psi = 1,3$  și coeficientul de transfer de masă în curgere laminară fără valuri (netedă) este dat de expresia :

$$(k_L)_{lam} = (\bar{u}_s \frac{D}{L})^{1/2} \quad (228)$$

în care viteza medie la suprafața filmului este :

$$\bar{u}_s = 1,5 \bar{u} \quad (229)$$

relație ce exprimă ipoteza distribuției parabolice a vitezelor în film, ipoteză acceptată pentru un domeniu larg de valori ale lui  $Re$  pentru curgerea cu valuri.

Banarjee și colab. [132] propun o teorie care permite calculul coeficienților de transfer de masă în filmul lichid funcție de parametrii caracteristici curgerii cu valuri, lungimea și frecvența valului și debitul de lichid.

Această teorie nu necesită cunoașterea profilului de viteze în filmul de lichid.

Se consideră că transportul de substanță este realizat prin difuziunea moleculară în regim nestaționar, lichidul fiind cu intermitență amestecat prin turbioane (vîrtejuri), care sînt asociate cu structura valului filmului de lichid.

Baza teoriei este că mișcarea ondulatorie produce turbioane circulare relativ mari în film, modelul fizic fiind redat în fig. 25.

Această mișcare în turbioane a fost teoretic demonstrată de Fortalyski [77] pentru profilul de viteză Kapitza. Planul turbioanelor este în direcția de curgere și există o mică amestecare perpendiculară la acest plan, pusă în evidență în numeroase cercetări experimentale.

Se consideră că un element de arie în vecinătatea interfeței se deplasează cu o viteză medie apropiată de viteza medie a suprafeței filmului,  $\bar{u}_s$ , numărul valurilor trecute în unitatea de timp va fi :

$$\eta = \frac{\bar{u}_v - \bar{u}_s}{\bar{\lambda}} \quad (230)$$

Astfel, dacă fiecare val se presupune asociat cu un turbion circular principal, perioada de timp medie dintre turbioane este :

$$\bar{t} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{u}_v - \bar{u}_s} \quad (231)$$

Datorită tensiunii superficiale, un turbion nu reînnoiește complet suprafața, reînnoirea avînd loc la o distanță  $H$

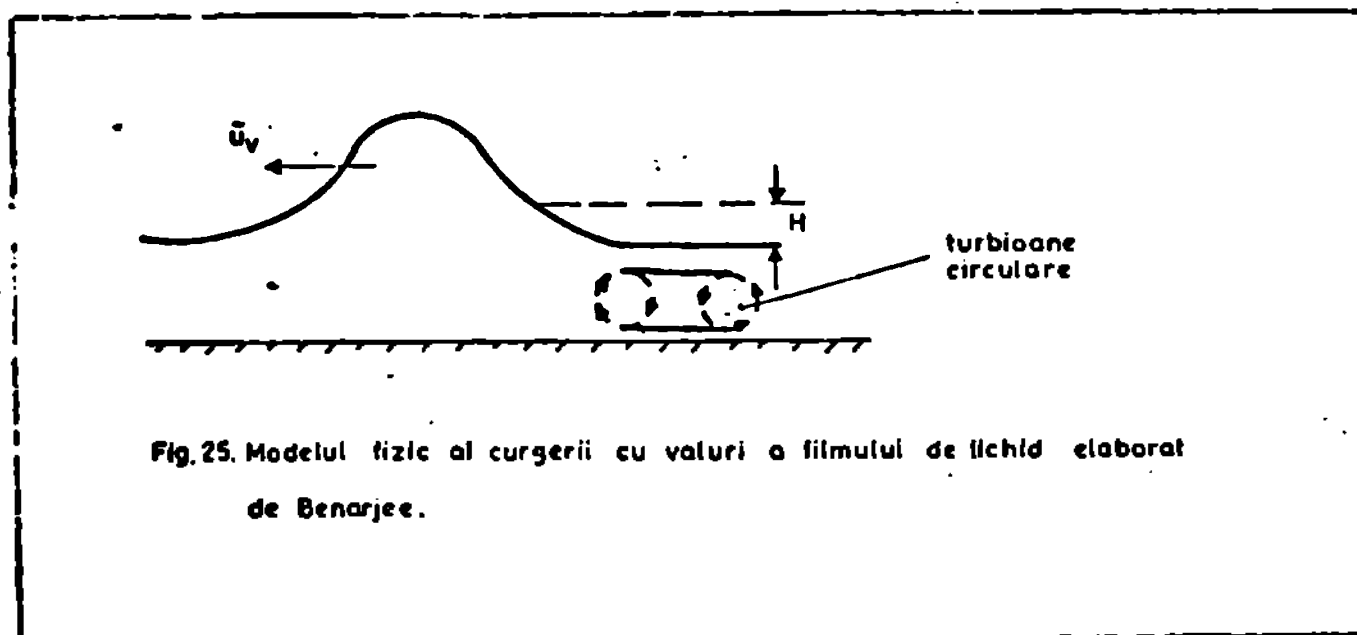


Fig.25. Modelul fizic al curgerii cu valuri a filmului de lichid elaborat de Benarjee.

de la suprafață, care depinde de proprietățile lichidului și de viteza valului. Turbionul cauzat de un val poate fi destul de bine asemuit cu un turbion turbulent singular, ipotetic, viteza zonei turbionare închisă de lângă suprafață poate fi presupusă ca fiind egală cu cea a valului.

De aceea, turbioanele au loc la o distanță medie de suprafață,  $\bar{H}$ , dată de expresia :

$$\bar{H} = \left( \frac{6 \nu}{\rho \omega^2} \right)^{1/2} \quad (232)$$

Se obține, corelând datele experimentale, pentru calculul coeficientului de transfer de masă expresia :

$$\frac{\bar{k}_L \bar{H}}{D} = 0,7 \left( \frac{\bar{H}}{\sqrt{D \bar{E}}} \right)^{3/4} \quad (233)$$

sau

$$\bar{k}_L = 0,7 \frac{D^{5/8}}{\bar{H}^{1/4} \cdot \bar{t}^{3/8}} \quad (234)$$

Au fost prezentate aceste modele și soluții teoretice, calitative semnalate, care sînt în concordanță cu cercetările experimentale, cu observațiile în scopul valorificării relațiilor obținute în studiul hidrodinamicii, cap. 4.

## 5.2. Date experimentale.

Rezultatele experimentale obținute pentru transferul de masă în cazul absorbției  $CO_2$  în filmul de apă, în curgere cu valuri, la valori ale numărului Reynolds 10 - 316, pentru care s-a studiat și hidrodinamica, pentru un debit de gaz  $G_{v,i} = 200$  l/h, astfel ales încît curgerea fazei gazoase adiacente să nu deformeze suprafața filmului ondulat, sînt prezentate în tabelul 5.

Calculul valorii coeficientului de transfer de masă în filmul de lichid,  $k_L$ , determinat din datele experimentale, s-a efectuat cu relația :

$$\Delta G_v = k_L \cdot S \cdot (\Delta C)_m \quad (235)$$

în care :

$$\Delta G_v = G_{v,i} - G_{v,e} \quad (236)$$

$$S = \pi d L \quad (237)$$

$$(\Delta C)_m = \frac{(C^* - C_i) - (C^* - C_e)}{\ln \frac{C^* - C_i}{C^* - C_e}} \quad (238)$$

concentrația la echilibru, în condițiile de lucru, fiind

$$c^* = 0,74 \text{ cm}^3 \text{ CO}_2 / \text{cm}^3 \text{ H}_2\text{O}.$$

Variația coeficientului de transfer de masă în filmul de lichid,  $k_L$ , pentru o lungime a filmului  $L = 100 \text{ cm}$ , cu debitul de lichid, prezentată în tabelul 6 și redată în fig. 26, arată o creștere sensibilă a acestuia cu mărirea debitului de lichid.

Variația coeficientului de transfer de masă în filmul de lichid,  $k_L$ , pentru diferite valori ale debitului de lichid, funcție de lungimea filmului,  $L$ , este prezentată în tabelul 7 și redată în fig. 27.

Curbele de variație, pentru diverse debite de lichid, au formă asemănătoare, constatându-se o creștere a coeficientului de transfer de masă în filmul lichid cu creșterea lungimii filmului, creșterea fiind mai accentuată la debite mai mari de lichid.

La debitul de  $10 \text{ l/h}$ ,  $Re = 94,8$ , creșterea este mai uniformă și mai lentă, același fenomen se observă și la debitul de  $70 \text{ l/h}$ , corespunzător lui  $Re = 221,2$ , și o tendință de creștere mai accentuată la debitul de  $100 \text{ l/h}$ , corespunzător lui  $Re = 316$ , domeniu ce marchează trecerea la curgerea turbulentă în film. Se observă că pentru debite mari de lichid,  $L_v > 70 \text{ l/h}$ , ce corespunde la  $Re > 221,2$ , și pentru lungimi reduse ale filmului,  $L < 60 \text{ cm}$ , variația coeficientului de transfer de masă este mai puțin sensibilă, acesta putând fi considerat relativ constant.

Pentru a evidenția variația coeficientului de transfer de masă în filmul de lichid,  $k_L$ , la diferite debite de lichid, deci implicit la valori diferite ale numărului Reynolds, funcție de zonele de curgere, redete în cap. 4, și pentru a explica modul de dependență a lui  $k_L$  cu lungimea filmului, s-au prelucrat datele experimentale, astfel, încât s-a determinat valoarea lui  $k_L$  pentru diverse porțiuni (zone) din film, cuprinzând diversele

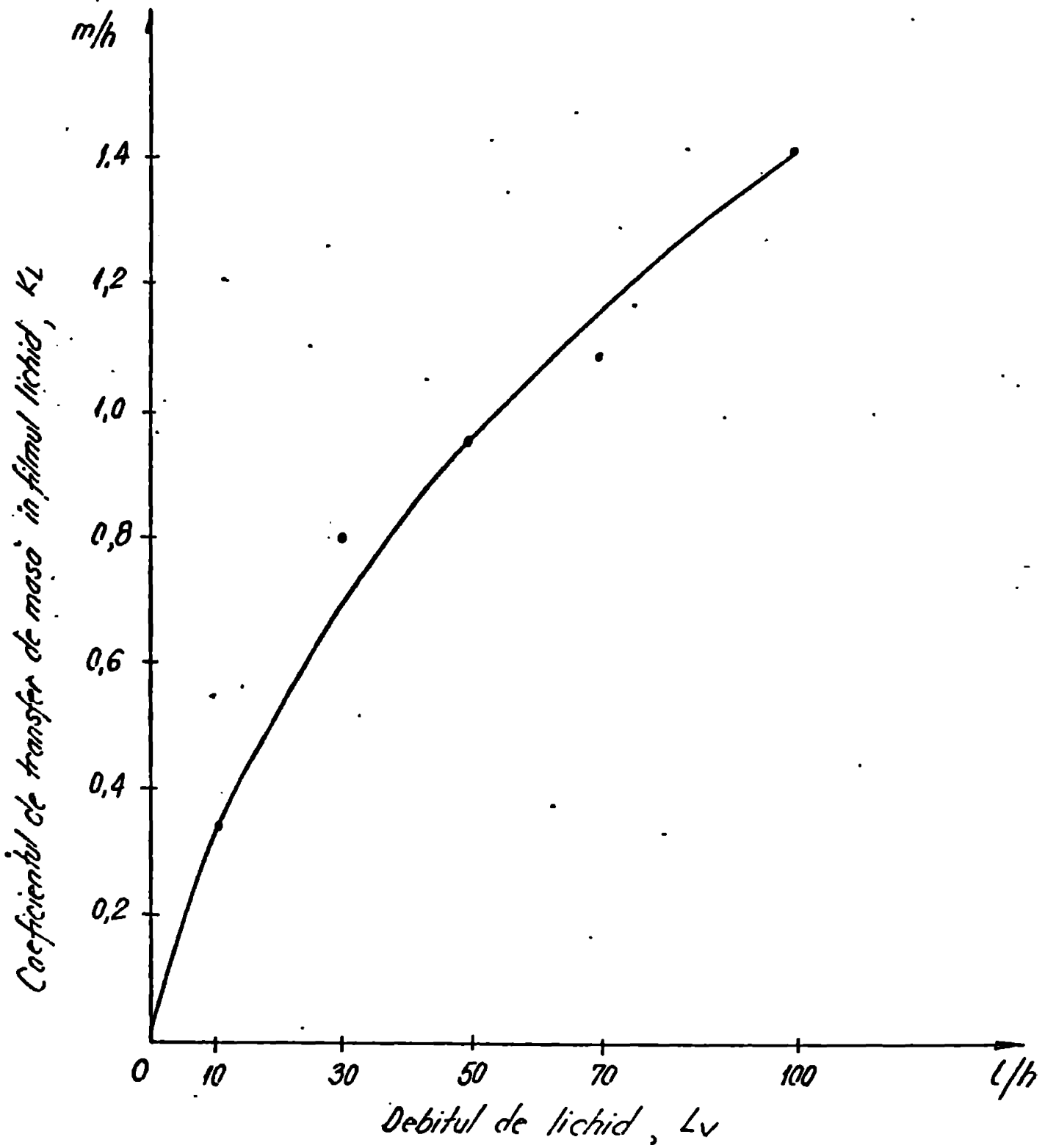


Fig. 26. Variația coeficientului de transfer de masă cu debitul de lichid pentru un film de lungime  $L = 100$  cm



Tabela 5. Date experimentale pentru absorbția CO<sub>2</sub> în filmul de apă; G<sub>v,i</sub> = 200 l/h

Nr.	Debit lichid L <sub>v</sub> [l/h]	Lungimea filmului L [cm]	10			30			50			70			100							
			Δh mm H <sub>2</sub> O	G <sub>v,e</sub> l/h	ΔG <sub>v</sub> l/h	Δ l/h	Δh mm H <sub>2</sub> O	G <sub>v,e</sub> l/h	ΔG <sub>v</sub> l/h	Δ l/h	Δh mm H <sub>2</sub> O	G <sub>v,e</sub> l/h	ΔG <sub>v</sub> l/h	Δ l/h	Δh mm H <sub>2</sub> O	G <sub>v,e</sub> l/h	ΔG <sub>v</sub> l/h	Δ l/h				
1	20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
2	30	1	131	198,5	1,5	-	127	196	4	-	126	195	5	-	117	189,5	10,5	-	116	189	11	-
3	40	1	129	198	2,0	0,5	124	194	6	2,0	122	193	7	2	110	185	15	4,5	109	184	16	5
4	50	1	128	197	3,0	1,0	120	192	8	2,0	118	190	10	3	106	181	19	4,0	104	179	21	5
5	60	1	127	196	4,0	1,0	118	190	10	2,0	112	186	14	4	100	177	23	4,0	97	174	26	5
6	70	1	126	195	5,0	1,0	114	187,5	12,5	2,5	107	182	18	4	96	173,5	26,5	3,5	92	170	30	4
7	80	1	125	194,5	5,5	0,5	111	185,5	14,5	2,0	104	179	21	3	92	170	30	3,5	86	165	35	5
8	90	1	124	194	6,0	0,5	109	184	16	1,5	99	176	24	3	88	167	33	3,0	80	160	40	5
9	100	1	123	193,5	6,5	0,5	107	182	18	2,0	95	173	27	3	84	164	36	3,0	75	155	45	5
10	100	1	122	193	7,0	1,0	105	180	20	2,0	92	170	30	3	82	161,5	38,5	2,5	70	150	50	5

Tablul 6. Variația coeficientului de transfer de masă în filmul lichid,  $K_L$ , cu debitul de lichid la  $L = 100 \text{ cm}$

Nr. crt.	Debit lichid $L_v$	Debit $\text{CO}_2$ absorbit $\Delta G_v$	Suprafața de transfer de masă $S$	Conc. $\text{CO}_2$ la ieșirea din film $C_e$	Forța motoare $(\Delta C)m$	Coef. de transfer de masă $K_L$	$K_L \cdot 10^3$	Numărul Reynolds $Re$	Numărul Weber $We$
0	$l/h$	$l/h$	$m^2$	$m^3/m^3$	$m^3/m^3$	$m/h$	$cm/s$	-	-
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	10	7	0,0879	0,7	0,240	0,332	9,22	31,6	0,0545
2	30	20	0,0879	0,67	0,248	0,801	22,25	98,4	0,471
3	50	30	0,0879	0,60	0,360	0,948	26,33	158	1,200
4	70	38,5	0,0879	0,55	0,405	1,082	30,04	221,2	2,217
5	100	50	0,0879	0,50	0,404	1,406	39,06	316	3,646

TABELUL 7. Variația coeficientului de transfer de masă în filmul lichid,  $k_L$ , cu lungimea filmului.

Nr. crt.	Debit lichid $L_v$	Lungimea filmului $L$	Debit $CO_2$ absorbit $\Delta G_v$	Suprafața de transfer de masă $S$	Conc. $CO_2$ la ieșirea din film $C_e$	Forța motoare $(\Delta C)_m$	Coef. de transfer de masă $k_L$
	$l/h$	cm	$l/h$	$m^2$	$m^3/m^3$	$m^3/m^3$	$m/h$
	1	2	3	4	5	6	7
1	10	20	1,5	0,0176	0,150	0,662	0,128
2		30	2,0	0,0264	0,200	0,635	0,119
3		40	3,0	0,0352	0,300	0,577	0,148
4		50	4,0	0,0440	0,400	0,514	0,177
5		60	5,0	0,0527	0,500	0,444	0,214
6		70	5,5	0,0615	0,550	0,405	0,221
7		80	6,0	0,0703	0,600	0,350	0,237
8		90	6,5	0,0791	0,650	0,309	0,266
9		100	7,0	0,0879	0,700	0,240	0,332
1	30	20	4,0	0,0176	0,133	0,671	0,339
2		30	6,0	0,0264	0,200	0,635	0,358
3		40	8,0	0,0352	0,267	0,598	0,380
4		50	10,0	0,0440	0,333	0,557	0,408
5		60	12,5	0,0527	0,417	0,504	0,471
6		70	14,5	0,0615	0,483	0,456	0,517
7		80	16,0	0,0703	0,533	0,418	0,545
8		90	18,0	0,0791	0,600	0,360	0,632
9		100	20,0	0,0879	0,670	0,284	0,801
1	50	20	5,0	0,0176	0,100	0,680	0,412
2		30	7,5	0,0264	0,141	0,660	0,425
3		40	10,0	0,0352	0,200	0,635	0,447
4		50	14,0	0,044	0,290	0,589	0,503

	0	1	2	3	4	5	6	7
5			60	18,0	0,0527	0,360	0,540	0,632
6			70	21,0	0,0615	0,420	0,501	0,632
7			80	24,0	0,0703	0,480	0,459	0,744
8			90	27,0	0,0791	0,540	0,413	0,827
9			100	30,0	0,0879	0,600	0,360	0,948
1	70	20	10,5	0,0176	0,150	0,562	0,901	
2		30	15,0	0,0264	0,214	0,627	0,906	
3		40	19,0	0,0352	0,271	0,594	0,909	
4		50	23,0	0,0440	0,329	0,559	0,935	
5		60	26,5	0,0527	0,379	0,528	0,952	
6		70	30,0	0,0615	0,429	0,495	0,935	
7		80	33,0	0,0703	0,471	0,465	1,010	
8		90	36,0	0,0791	0,514	0,433	1,051	
9		100	38,5	0,0879	0,550	0,405	1,031	
1	100	20	11,0	0,0176	0,110	0,684	0,914	
2		30	16,0	0,0264	0,160	0,657	0,922	
3		40	21,0	0,0352	0,210	0,629	0,948	
4		50	26,0	0,0440	0,260	0,601	0,983	
5		60	30,0	0,0527	0,300	0,577	0,987	
6		70	35,0	0,0615	0,350	0,536	1,077	
7		80	40,0	0,0703	0,400	0,514	1,107	
8		90	45,0	0,0791	0,450	0,486	1,171	
9		100	50,0	0,0879	0,500	0,404	1,406	

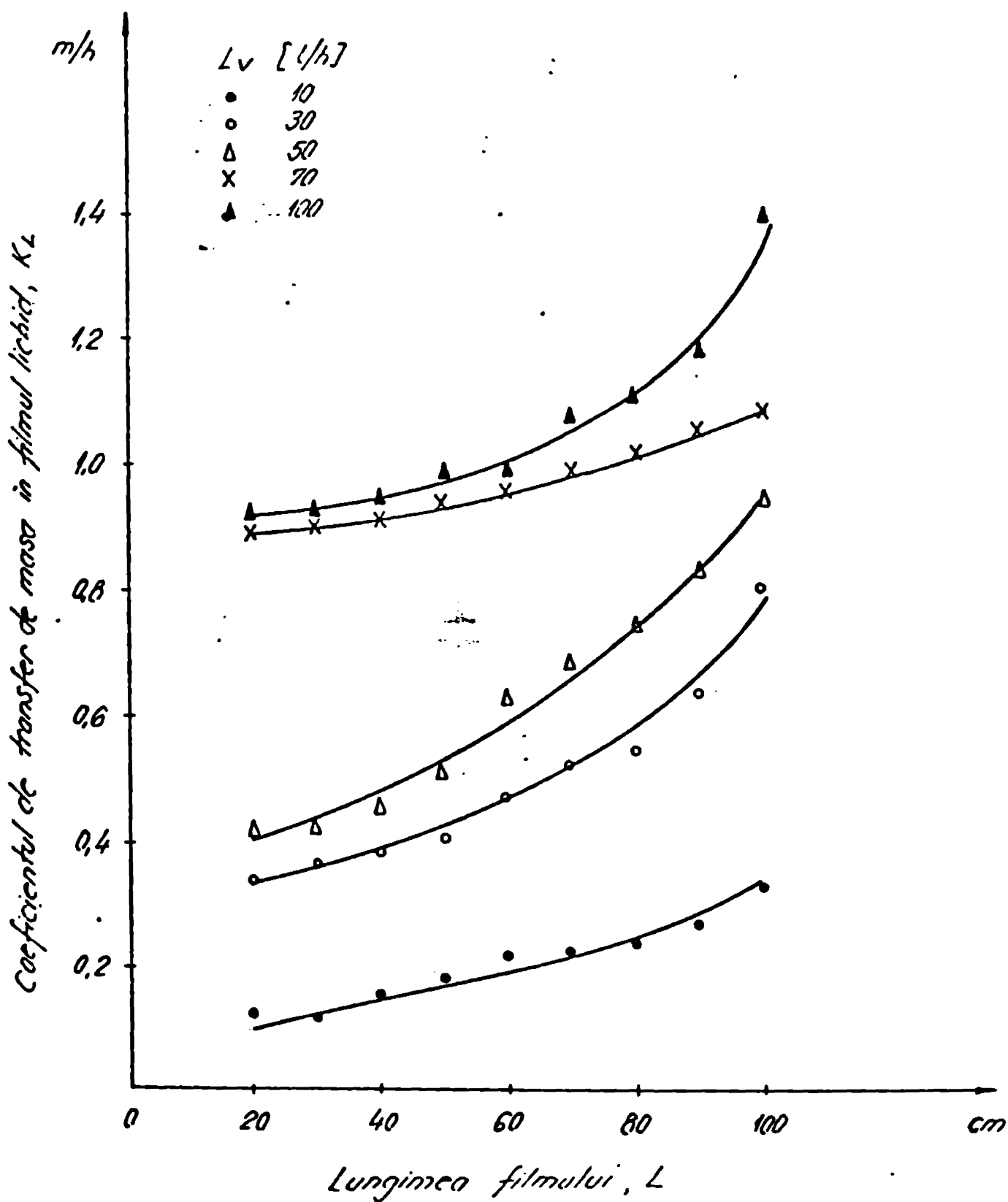


Fig. 27. Variația coeficientului de transfer de masă în filmul lichid cu lungimea filmului

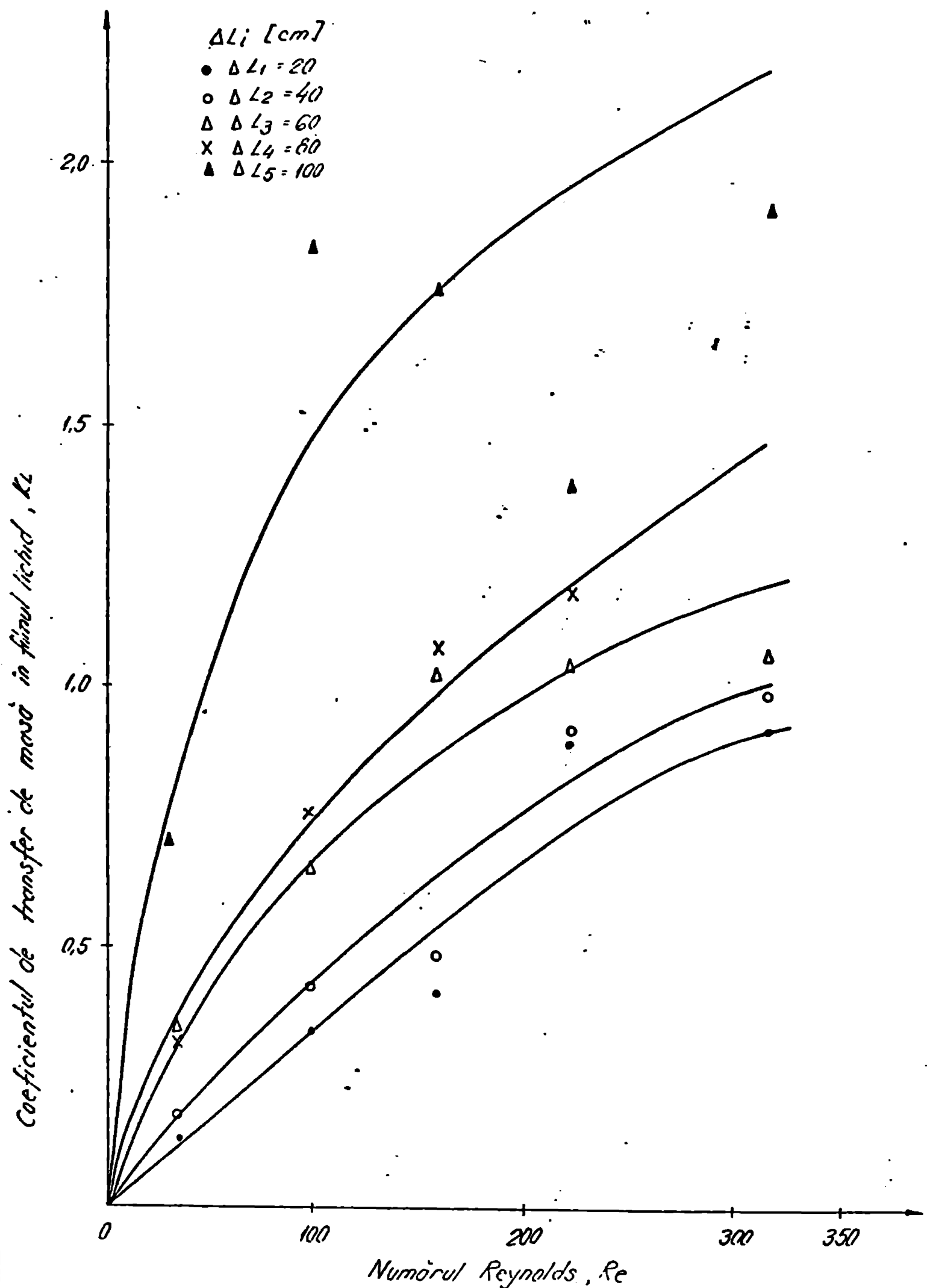


Fig. 28. Variația coeficientului de transfer de masă în diverse zone de curgere,  $\Delta L_i$ , cu numărul Reynolds.

zone ale curgerii, atât cea de intrare cât și cele de formare a valurilor și de curgere cu valuri complet dezvoltate.

Lungimea filmului,  $L = 100$  cm, a fost împărțită în cinci porțiuni de lungimi egale,  $\Delta L = 20$  cm, pentru a evidenția valoarea lui  $k_L$  în diferite zone ale curgerii ( $\Delta L_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 5$ ).

Rezultatele experimentale prelucrate sînt prezentate în tabelul 3 și redate în fig. 28.

Se constată, că pentru porțiunea  $\Delta L_1$  a filmului de lichid, care acoperă zona de intrare  $x_I$  și de formare a valurilor  $x_{v,i}$ , indiferent de valoarea numărului Reynolds, în domeniul de operare utilizat, coeficientul de transfer de masă crește o dată cu valoarea lui  $Re$ , existînd tendința de stabilizare la valori mari ale lui  $Re$ , unde lungimea zonei de intrare,  $x_I$ , este mai mare și deci lungimea zonei de formare a valurilor,  $x_{v,i}$ , mai mică. Deci, pentru regimuri de curgere  $Re > 300$ , valoarea coeficientului de transfer de masă este relativ constantă.

Pentru porțiunea  $\Delta L_2$  a filmului de lichid, care cuprinde zona de intrare,  $x_I$ , și zona de formare a valurilor pentru toate valorile lui  $Re$ , se observă o formă asemănătoare a variației lui  $k_L$ , constatîndu-se variații mai sensibile pentru valori mai mici, ale lui  $Re$ , unde prezența zonei de curgere cu valuri complet dezvoltate,  $x_v$ , este deja prezentă în totalitate, în timp ce la valori mai mari ale lui  $Re$ , este prezentă doar zona de formare a valurilor,  $x_{v,i}$ .

Pentru porțiunile  $\Delta L_3 - \Delta L_5$  ale filmului de lichid, care cuprind în totalitate zona de curgere cu valuri complet dezvoltate, indiferent de valoarea debitului de lichid, deci a lui  $Re$ , coeficientul de transfer de masă în filmul de lichid crește sensibil cu valoarea lui  $Re$  și lungimea filmului.

TABELUL 8. Variația  $k_L$ , în zonele de curgere, funcție de Re.

Nr. crt.	Debit de lichid $L_v$ 1/h	Suprafața de transf. de masă $S$ $m^2$	Debit $CO_2$ absorbit $\Delta$ 1/h	Conc. $CO_2$ la intrare $C_i$ $m^3/m^3$	Conc. $CO_2$ la ieșire $C_e$ $m^3/m^3$	Forța motoare $(\Delta C)_m$ $m^3/m^3$	Coef. de transf. de masă $k_L$ m/h	Re
1	10	0,0176	1,5	0,000	0,150	0,668	0,128	31,6
2			1,5	0,150	0,300	0,511	0,168	
3			2,0	0,300	0,500	0,330	0,344	
4			1,0	0,500	0,600	0,185	0,307	
5			1,0	0,600	0,700	0,085	0,710	
1	30	0,0176	4,0	0,000	0,133	0,671	0,339	98,4
2			4,0	0,133	0,267	0,535	0,425	
3			4,5	0,267	0,417	0,393	0,651	
4			3,5	0,417	0,533	0,262	0,759	
5			4,0	0,533	0,670	0,123	1,848	
1	50	0,0176	5,0	0,000	0,100	0,689	0,412	158
2			5,0	0,100	0,200	0,589	0,482	
3			8,0	0,200	0,360	0,455	1,022	
4			6,0	0,360	0,480	0,316	1,079	
5			6,0	0,480	0,600	0,194	1,757	
1	70	0,0176	10,5	0,000	0,150	0,662	0,901	221,2
2			8,5	0,150	0,271	0,529	0,913	
3			7,5	0,271	0,379	0,409	1,042	
4			6,5	0,379	0,471	0,316	1,169	
5			6,5	0,471	0,550	0,267	1,383	



0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	100	0,0176	11,0	0,000	0,110	0,684	0,914	316
2			10,0	0,110	0,210	0,579	0,981	
3			9,0	0,210	0,300	0,484	1,057	
4			10,0	0,300	0,400	0,388	1,464	
5			10,0	0,400	0,500	0,297	1,913	

In concluzie se poate afirma că pentru curgerea în film în coloane scurte, coeficientul de transfer de masă în filmul de lichid,  $k_L$ , are valori relativ mici, variația cu  $Re$  fiind mai puțin accentuată, datorită faptului că valurile nu sînt în curgere complet dezvoltată. Deci, a opera în filme lichide de lungimi mici,  $L < 40$  cm, cu debite mari de lichid,  $Re > 300$ , nu se realizează o intensificare semnificativă a transferului de masă (de exemplu curgerea în film peste corpuri de umplere). În cazul coloanelor lungi, indiferent de valoarea lui  $Re$ , valorile lui  $k_L$  sînt mult mai mari, ele crescînd cu cît debitul de lichid este mai mare, cu cît se atinge un regim de curgere turbulentă complet dezvoltat.

Totodată, cercetările experimentale au scos în evidență complexitatea variației coeficientului de transfer de masă în filme lichide cu valuri, atît cu regimul de curgere, caracterizat de valoarea lui  $Re$ , cît și cu lungimea filmului,  $L$ . Pentru a caracteriza intensitatea transferului de masă în cazul curgerii filmului cu valuri, este necesară caracterizarea curgerii, prin parametrii specifici curgerii cu valuri, și atunci modelul lui Benardice privind intensificarea transferului de masă datorită turbulențelor cauzate de prezența valurilor la suprafața filmului, a rennoirii parțiale a interfeței, este cel mai plauzibil.

Datele experimentale obținute, conform modelului și soluției obținută de Banarjee - Rhodes - Scott, permit stabilirea unor relații cantitative pentru calculul coeficientului de transfer de masă în filmul de lichid în curgere cu valuri, necesar dimensionării utilajelor (aparaturilor) cu curgere în film a lichidului.

Având în vedere relațiile (231), (232) și (234) se poate reda coeficientul parțial de transfer de masă în filmul de lichid ca o funcție de următorii parametri hidrodinamicii și proprietăți de transfer a sistemului :

$$k_L = \varphi (D, \nu, \delta, \bar{u}_s, \bar{u}_v, \lambda) \quad (239)$$

Ținând seama de relațiile de corelare ale parametrilor curgerii cu valuri, funcție de numerele Reynolds și Weber, ec. (211) - (215), determinate în cap.4.2, se poate explicita valoarea medie a coeficientului parțial de transfer de masă,  $\bar{k}_L$ , în următoarea formă :

$$\bar{k}_L = c \cdot D^{5/8} Re^{m_1} We^{m_2} \quad (240)$$

în care constanta  $c$  și exponenții  $m_1$  și  $m_2$  sunt determinați din datele experimentale pentru sistemul utilizat.

Din prelucrarea datelor experimentale obținute pentru transferul de masă, tabelul 6 (poz.7-9), și utilizând pentru calculul lui  $We$  datele experimentale obținute și redată în cap. 4.2, se obține pentru valoarea medie a coeficientului parțial de transfer de masă în filmul de lichid următoarea relație:

$$\bar{k}_L = 2,064 D^{5/8} Re^{4/8} We^{1/8} \quad [cm/s] \quad (241)$$

în care coeficientul de defuziune  $D$  se exprimă în  $cm^2/s$  și abaterea medie este de 11 %.

Dacă pentru calculul numărului Weber se utilizează relațiile deduse în cap.4.2, ec. (211) - (214), se obține pentru

pentru coeficientul mediu parțial de transfer de masă în filmul de lichid, pentru lungimi ale filmului  $L \geq 60$  cm, următoarea relație :

$$\bar{k}_L = 3,1 D^{5/8} Re^{4/8} We^{1/8} \quad (242)$$

- cu o abatere medie de cca 6 %.

Exprimând criteriul Sherwood în forma :

$$Sh = \frac{\bar{k}_L \cdot b}{D} \quad (243)$$

ecuația (242) scrisă sub formă criterială, devine :

$$Sh = 0,16 Re^{4/8} We^{1/8} Sc^{3/8} \quad (244)$$

- în care abaterea medie este de 6 %.

Ecuațiile (242) și (244) obținute din prelucrarea datelor experimentale au avantajul că permit calculul coeficientului mediu parțial de transfer de masă în filmul de lichid,  $\bar{k}_L$ , funcție de debitul de lichid, de geometria suprafeței pe care curge filmul de lichid (prin modul de exprimare a numărului  $Re$  și prin echivalarea ariei suprafeței de transfer de masă cu aria suprafeței pe care curge filmul) precum și de proprietățile fizice caracteristice sistemului ca : vâscozitate și tensiune superficială, mărimi ce constituie, în cele mai multe cazuri, și date de proiectare a utilajelor specifice.

Studiul teoretic și experimental al unor aspecte privind hidrodinamica și transferul de masă în filme lichide, verticale, curgând cu valuri în exteriorul țevilor, în cazul procesului de absorbție gaz-lichid, elaborat în prezenta lucrare, a permis realizarea și unui alt deziderat al lucrării, și anume, furnizarea unui utilaj de transfer de masă în film lichid continuu și a elementelor de calcul necesare proiectării, utilaj ce se poate realiza industrial cu cheltuieli reduse de investiție.

Transpunerea la scară industrială a aparatului în film elaborat în care formarea filmului este liberă pe suprafața exterioară a tubului (suprafața solidă pe care curge filmul de lichid), permite realizarea unui absorber multi-film, tip schimbător de căldură tubular, cu următoarele avantaje față de coloanele cu talere, umplutură sau cu pereți udați : compactitate mare, flexibilitate în operare, lipsa dispozitivelor de contact interfazic și de formare a filmului, posibilitatea standardizării, construcție relativ simplă și cost redus.

În fig. 29 este redat absorberul multifilm de capacitate medie, având următoarele părți componente : mantaua (1), fascicolul tubular (2), placa tubulară (3), cameră de distribuție a lichidului (4), racordul de alimentare (5) și respectiv evacuare gaz (6), cameră colectare gaz (7), racordul de alimentare (8) și respectiv evacuare (9) a lichidului și placa distribuție gaz (10).

În fig. 30 este redat absorberul multifilm de mare capacitate, având aceleași părți componente ca absorberul prezentat în fig. 29, în plus, datorită lungimii mai mari a țevilor, următoarele elemente : racord alimentare centrală a gazului (11), redistribuitor film pe perețele interior al mantalei (12), suporti (13) și sistem redistribuție film și ghidare fascicol tubular (14).

Pentru a reliefa compactitatea deosebită a acestui tip de absorber, în tabelul 9, este comparată, pentru câteva tipuri de absorbere, raportul dintre debitul de gaz absorbit în lichid și volumul util al utilajului, rezultat în urma dimensionării tehnologice a utilajelor pentru următoarele date de proiectare [141] : absorbția în apă a  $\text{CO}_2$  dintr-un amestec de gaze, presiunea medie 15,5 at, temperatura medie  $25^\circ \text{C}$ , debitul de intrare a amestecului gazos  $4430 \text{ Nm}^3/\text{h}$ , conținutul de  $\text{CO}_2$  în gaze

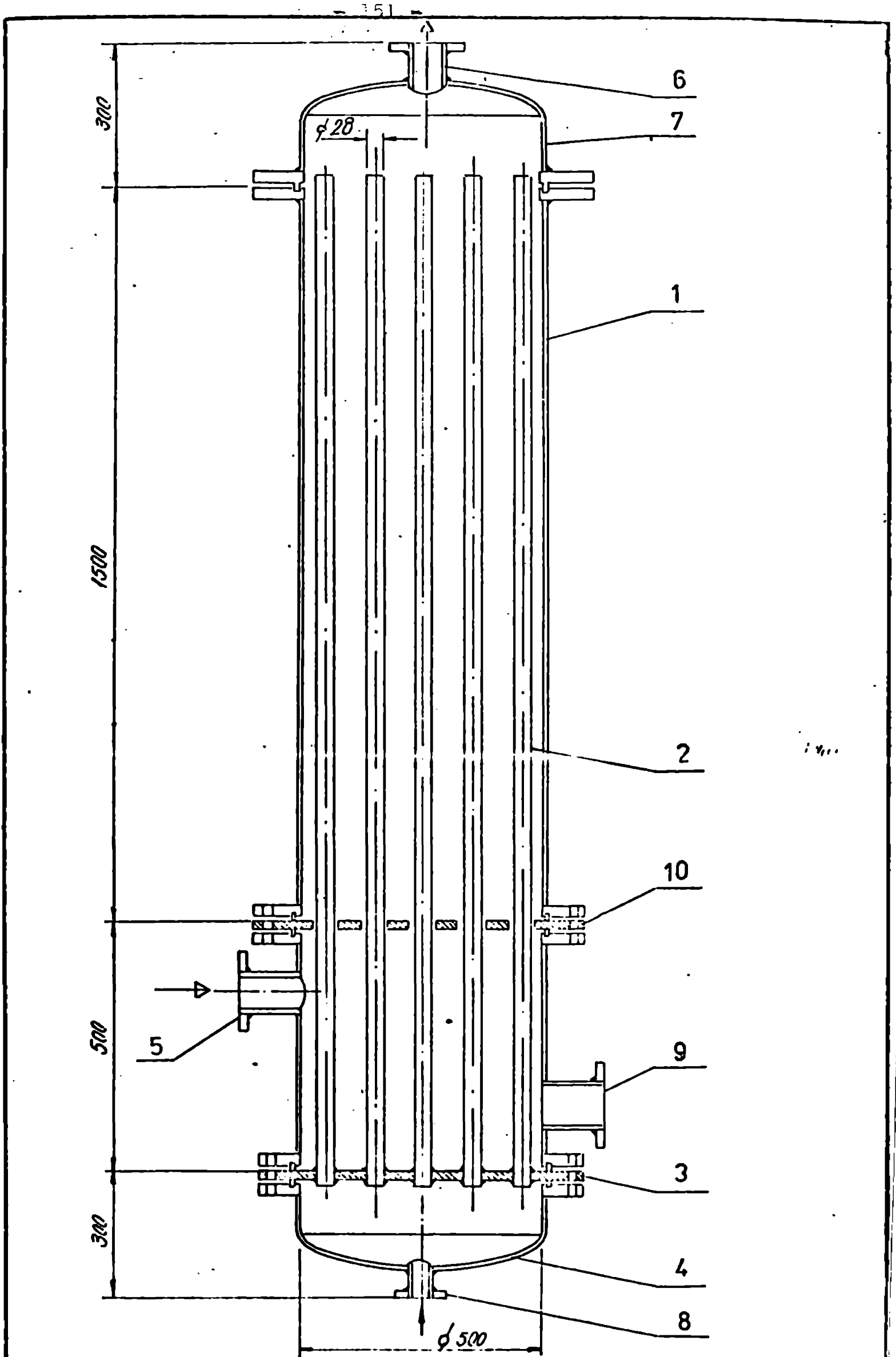


Fig 29. Absorber multifilm de capacitate medie.

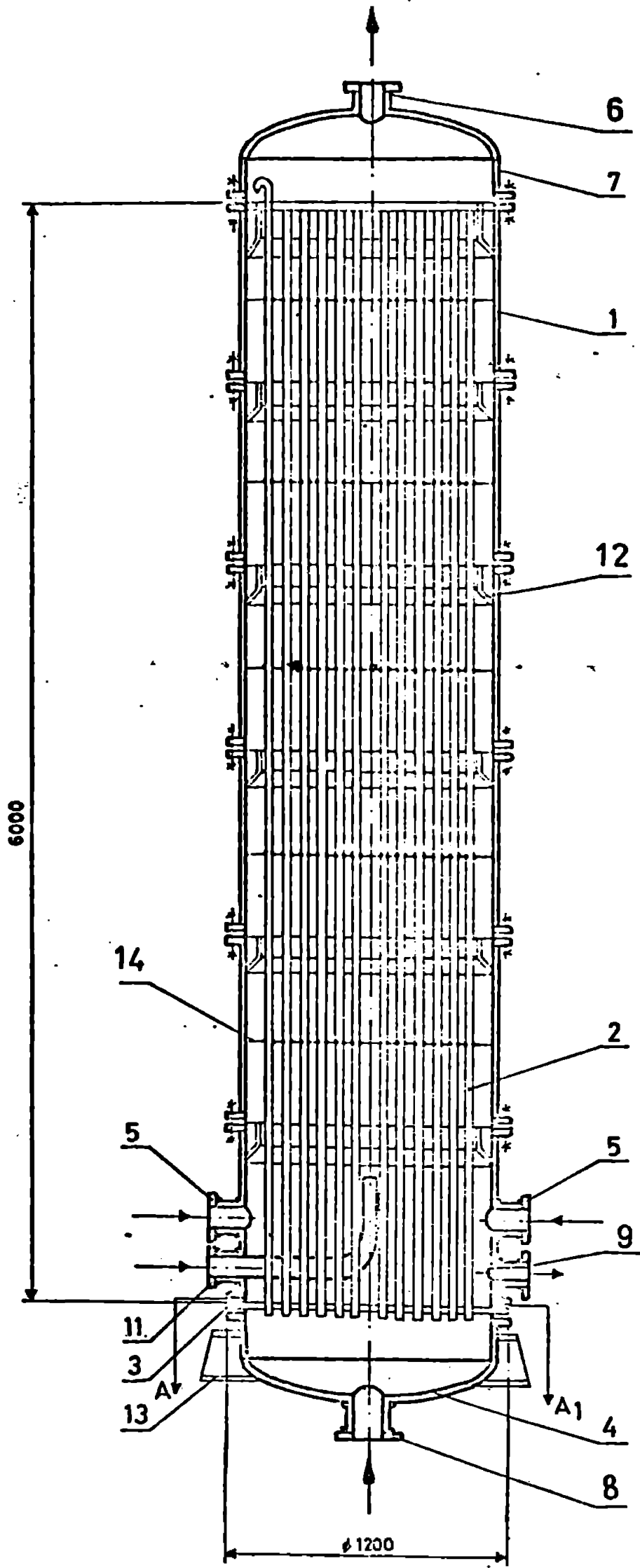


Fig. 30. Absorber multifilm de mare capacitate.

la intrare 29,7 % vol. și respectiv la ieșire 0,9 % vol., concentrația  $\text{CO}_2$  în apa de absorbție la intrare  $0,025 \text{ kg/m}^3$  și respectiv la ieșire  $4,250 \text{ kg/m}^3$ .

TABELUL 9. Rezultatele exemplului de calcul.

Nr. crt.	Tipul utilajului de absorbție	Caracteristici	Dimensiunile utilajului	Debitul de $\text{CO}_2$ absorbit pe unitatea de volum util a utilajului $\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3 \cdot \text{h}}$
0	1	2	3	4
1	Coloană cu umplură	Inele Raschig: 75x75x10 mm	Diametrul coloanei : 2150 mm Înălțimea umplurii 16,5 m Înălțimea coloanei 20 m	0,80
2	Coloană cu pereți udați	Film pe suprafața interioară	Diametrul coloanei: 2000 mm Înălțimea coloanei: 10 m	1,83
3	Coloană cu talere	Talere tip sită. Eficiența talerului 50 % Înălțimea între talere 600 mm	Numărul de talere teoretice : 5 Diametrul coloanei: 1200 mm Înălțimea coloanei: 8 m	6,36
4	Absorber multifilm	Diametrul țevilor: 28 mm	Număr țevi: 600 Diametrul mantalei: 1200 mm Lungimea țevilor: 1,2 m	42,39

## 6. CONCLUZII GENERALE

Cercetările efectuate în prezenta lucrare au avut ca scop principal stabilirea influenței asupra transferului de masă gaz lichid a principalelor parametri ce caracterizează curgerea cu valuri a filmului lichid gravitațional vertical precum și stabilirea unor relații de calcul a intensității transferului de masă în filme lichide, în vederea dimensionării tehnologice a utilajelor industriale.

Determinările experimentale au fost efectuate într-o instalație de laborator, concepută și realizată de autorul acestei teze astfel încât să permită transpunerea la scară industrială a aparatului cu curgere în film pentru procesul de absorbție gaz - lichid.

În scopul confirmării rezultatelor obținute în condițiile de operare au fost elaborate modele fizice, tratări teoretice originale sau s-au utilizat modele fizice, teorii și soluții din literatură.

Pe baza determinărilor experimentale, precum și a considerentelor de aspect teoretic elaborate sau adoptate, s-a ajuns la următoarele concluzii principale ale studiului hidrodinamicii și transferului de masă în filme lichide exterioare unei suprafețe cilindrice :

1. S-a rezolvat ecuația curgerii în film pentru zona de intrare, considerată în regim laminar fără valuri (neted) și verificată experimental, pentru curgerea în filme verticale pe suprafețe exterioare cilindrice, cu formarea liberă a filmului (fără dispozitiv de formare, utilizarea acestuia ar fi implicat anumite ipoteze simplificatoare, dar, în același timp și restricții pentru domeniul de valabilitate),



obținându-se o soluție analitică de calcul, în formă adimensională, a lungimii zonei de intrare funcție de debitul de lichid (respectiv numărul  $Re$ ), ec. (173); grosimea inițială a filmului, determinată experimental, poate fi calculată funcție de debitul de lichid cu ec. (182).

2. A fost pusă în evidență calitativ și cantitativ existența zonei de formare a valurilor, lungimea acesteia funcție de debitul de lichid, în scopul determinării apariției zonei de curgere cu valuri complet dezvoltate, considerată zonă de lucru de eficiență ridicată a proceselor de transfer de masă și de căldură.

3. Se rezolvă, prin metoda momentelor, ecuația de curgere a unui film lichid cu valuri, când la interfața gaz-lichid există un efort tangențial egal cu zero, obținându-se o soluție algebrică, în formă adimensională, pentru determinarea principalilor parametri ce caracterizează valurile funcție de numerele Reynolds și Weber, ec. (206) (207); pentru a ușura calculul parametrilor ce caracterizează curgerea cu valuri a filmului de lichid, s-au stabilit, din date experimentale, relațiile (211), (212), (213), (214), (215) pentru calculul valorilor medii ale grosimii, vitezei, amplitudinii filmului și a lungimii de undă și vitezei valului.

4. S-a verificat experimental modelul Banarjee - Rhodes - Scott pentru transferul de masă în filme lichide în curgere cu valuri, model de rennoire parțială a interfeței datorată turbulențelor produse în lichid de valurile de la suprafața filmului.

5. S-a evidențiat influența debitului de lichid și a lungimii filmului, deci a zonelor de intrare, de formare a valurilor și de curgere cu valuri complet dezvoltate, asupra intensității transferului de masă, rezultând necesitatea

realizării de filme de lungime  $L > (40 - 60 \text{ cm})$ .

6. Valoarea medie a coeficientului de transfer de masă în filmul de lichid în curgere cu valuri poate fi calculată, cu o eroare de cca 6%, cu ecuațiile (242) sau (244).

Creșterea coeficientului de transfer de masă în filmul lichid, în curgerea cu valuri, este de 20 % pentru zona de formare a valurilor și de 60-120 % pentru zona de curgere cu valuri complet dezvoltate, valori cuprinse în domeniul confirmat și de alte lucrări.

7. Rezultatele obținute în urma studiului hidrodinamic și transferului de masă gaz-lichid în filme lichide, în curgere cu valuri, prelucrate sub formă de relații criteriale, ce includ dimensiunile geometrice ale suprafeței pe care curge filmul, proprietățile fizice ale lichidului ( $\rho, \eta, \sigma, D$ ) și parametrii hidrodinamici, permit dimensionarea tehnologică a aparatelor industriale; aparatul de transfer de masă în film lichid, conceput și realizat pentru cercetarea experimentală, prin transpunerea la scară industrială permite realizarea unui utilaj eficient, de mare compactitate, redat în fig. 29 și 30.

N O T A T I I

- a - amplitudinea valului, L
- A - amplitudinea adimensională a valului, L ;
- A' - aria suprafeței de transfer de masă pe unitatea de volum,  $L^{-1}$  ;
- b, b(x) - grosimea locală a filmului de lichid, L ;
- $\bar{b}$  - grosimea medie a filmului de lichid, L ;
- b<sub>0</sub> - grosimea inițială a filmului de lichid, L ;
- b<sub>min</sub> - grosimea minimă locală a filmului de lichid, L ;
- b<sub>max</sub> - grosimea maximă locală a filmului de lichid, L ;
- b<sub>∞</sub> - grosimea minimă a filmului de lichid, ec.(175), L ;
- b<sub>∞, N</sub> - grosimea minimă a filmului de lichid, calculată cu e c. lui Nusselt, ec. (176), L ;
- b' - grosimea substratului laminar, L ;
- b'' - grosimea fantei de formare a filmului, L ;
- b''' - grosimea învelișului stagnant, L ;
- B - grosimea locală adimensională a filmului de lichid ;
- B<sub>0</sub> - grosimea inițială adimensională a filmului de lichid ;
- C - concentrația gazului absorbit în filmul de lichid,  $L^3 L^{-3}$  ;
- C<sub>i</sub> - concentrația gazului absorbit în filmul de lichid la intrare,  $L^3 L^{-3}$  ;
- C<sub>e</sub> - concentrația gazului absorbit în filmul de lichid la ieșire,  $L^3 L^{-3}$  ;
- C\* - concentrația la echilibru a gazului absorbit în lichid,  $L^3 L^{-3}$  ;
- (ΔC)<sub>m</sub> - forța motoare, concentrația medie logaritmică,  $L^3 L^{-3}$  ;

- $C_x$  - capacitatea condensatorului, F ;  
 $d$  - diametrul exterior al levii pe care curge filmul de lichid, L ;  
 $D$  - coeficientul de difuziune moleculară,  $L^2 T^{-1}$  ;  
 $D_E$  - coeficientul de difuziune turbionară,  $L^2 T^{-1}$  ;  
 $D_T$  - coeficientul de difuziune totală,  $L^2 T^{-1}$  ;  
 $E$  - debitul energiei de disipare pe unitatea de masă de lichid, ;  
 $f_0$  - coeficient de frecare ;  
 $f(\beta), f(\beta_0)$  - funcții adimensionale, ec. (179 a, b) ;  
 $F$  - frecvența curentului electric,  $H_z$  ;  
 $g$  - accelerația gravitațională,  $L T^{-2}$  ;  
 $G_V$  - debitul volumetric de gaz,  $L^3 T^{-1}$  ;  
 $G_{V,i}$  - debitul volumetric de gaz la intrare,  $L^3 T^{-1}$  ;  
 $\Delta G_V$  - debitul volumetric de gaz absorbit,  $L^3 T^{-1}$  ;  
 $h$  - grosimea efectivă a stratului de difuziune, L ;  
 $\bar{H}$  - distanța medie de la suprafața filmului, ec. (232), L ;  
 $j$  - fluxul difuzional la suprafață,  $mol L^{-2} T^{-1}$  ;  
 $I$  - intensitatea curentului electric, A ;  
 $k_L$  - coeficientul parțial de transfer de masă în filmul de lichid,  $L T^{-1}$  ;  
 $\bar{k}_L$  - coeficientul mediu parțial de transfer de masă în filmul de lichid,  $L T^{-1}$  ;  
 $(k_L)_{lam}$  - coeficientul parțial de transfer de masă în filmul de lichid curgând în regim laminar, fără valuri, ec. (223),  $L T^{-1}$  ;  
 $k_L, v$  - coeficientul parțial de transfer de masă în filmul de lichid în condițiile vibrării suportului,  $L T^{-1}$  ;  
 $K_p$  - coeficientul total de transfer de masă în condițiile pulsării fazei gazoase,  $L T^{-1}$  ;  
 $L$  - lungimea filmului de lichid, L ;

- $\Delta L$  - lungimea unei porțiuni de film lichid, L ;
- $L_s$  - lungimea stratului stagnant, L ;
- $L_v$  - debitul volumetric de lichid,  $L^3 T^{-1}$  ;
- $m_1, m_2$  - exponenți ai ec. (240) ;
- $n$  - numărul de undă adimensional ;
- $N_A$  - fluxul molar de component A difuzat,  $\text{mol } M^{-2} T^{-1}$  ;
- $p$  - presiunea, at ;
- $\Delta p$  - căderea de presiune,  $M L^{-1} T^{-2}$  ;
- $r$  - coordonata radială ;
- $R_i$  - raza interioară a țevii, L ;
- $R_e$  - raza exterioară a țevii, L ;
- $Re = \frac{\bar{v} D}{\nu}$  - numărul Reynolds pentru faza lichidă ;
- $Re_g$  - numărul Reynolds pentru faza gazoasă ;
- $s$  - viteza de rennoire a suprafeței,  $L T^{-1}$  ;
- $S$  - aria suprafeței de transfer de masă,  $L^2$  ;
- $\Delta S'$  - creșterea ariei suprafeței filmului datorată valurilor,  $L^2$  ;
- $Sc = \frac{\nu}{D}$  - numărul Schmidt pentru faza lichidă ;
- $Sh = \frac{\bar{k}_L b}{D}$  - numărul Sherwood pentru faza lichidă ;
- $St$  - numărul Stanton ;
- $t$  - timpul, T ;
- $\bar{t}$  - perioada de timp medie dintre turbioane, ec. (231), T
- $u$  - viteza de curgere a lichidului pe direcția x,  $L T^{-1}$  ;
- $\bar{u}$  - viteza medie a filmului de lichid,  $L T^{-1}$  ;
- $u_N$  - viteza locală în filmul de lichid,  $L T^{-1}$  ;
- $\bar{u}_s$  - viteza medie la suprafața filmului de lichid,  $L T^{-1}$  ;
- $u'_v$  - viteza valului,  $L T^{-1}$  ;
- $\bar{u}_v$  - viteza medie a valului,  $L T^{-1}$  ;
- $u_g$  - viteza gazului,  $L T^{-1}$  ;

- $u_*$  - viteza de frecare, caracteristică turbulenței,  
 $L T^{-1}$  ;
- $U$  - tensiunea electrică, V ;
- $v$  - viteza de curgere a lichidului pe direcția  $y$ ,  
 $L T^{-1}$  ;
- $v_N$  - viteza locală în film pe direcția  $y$ ,  $L T^{-1}$  ;
- $v_g$  - viteza gazului,  $L T^{-1}$  ;
- $x$  - coordonata longitudinală, axială, de curgere  
a filmului de lichid ;
- $x_i$  - lungimea zonei de intrare, L ;
- $x_v$  - lungimea zonei de curgere cu valuri complet dezvoltate, L ;
- $x_{v,i}$  - lungimea zonei de formare a valurilor, L ;
- $X_{Re}$  - coordonata axială adimensională, ec. (179 d) ;
- $y$  - coordonata laterală, perpendiculară pe suprafața filmului  
de lichid ;
- $We = \frac{\bar{b} \bar{u}^2}{\sigma}$  - numărul Weber ;
- $\alpha$  - viteza adimensională a valului ;
- $\Gamma$  - debitul masic de lichid pe perimetrul udat de film,  
 $M L^{-1} T^{-1}$  ;
- $\Gamma_v$  - debitul volumetric de lichid pe perimetrul udat de  
film,  $L^2 T^{-1}$  ;
- $\Delta$  - debitul volumetric de gaz absorbit într-o porți-  
une a filmului de lichid,  $L^3 T^{-1}$  ;
- $\epsilon$  - energia de disipare pe unitatea de masă de  
lichid,  $L^2 T^{-3}$  ;
- $\epsilon$  - eroare, abatere, % ;
- $\phi$  - deviația locală de la grosimea medie a filmului, L ;
- $\varphi$  - funcție ;
- $\psi$  - constanta de proporționalitate, ec. (227) ;

- $\eta$  - numărul de valuri trecute în unitatea de timp, calculat cu ec. (230) ;
- $\bar{\lambda}$  - lungimea medie de undă a valului, L ;
- $\eta$  - vâscozitatea dinamică a lichidului,  $M L^{-1} T^{-1}$  ;
- $\nu$  - vâscozitatea cinematică a lichidului,  $M L^{-1} T^{-1}$  ;
- $\Omega$  - forța motoare a câmpului în care are loc curgerea,  $L T^{-2}$  ;
- $\rho$  - densitatea lichidului,  $M L^{-3}$  ;
- $\rho_g$  - densitatea gazului,  $M L^{-3}$  ;
- $\sigma$  - tensiunea superficială a lichidului,  $M T^{-2}$  ;
- $\tau$  - efort unitar tangențial,  $M L^{-1} T^{-2}$  ;
- $\tau_i$  - efort unitar tangențial la interfață,  $M L^{-1} T^{-2}$  ;
- $\tau_w$  - efort unitar tangențial la perete,  $M L^{-1} T^{-2}$  ;
- $\theta$  - panta suprafeței pe care curge filmul.

BIBLIOGRAFIE

1. Fulford, C.D., in : „Gas-Liquid flow in an inclined channel”, Ph.D. Thesis, Univ. Birmingham, England, 1962.
2. Keulegan, C.H., in : „Engineering Hydraulics, pg. 711-63, Wiley, New York, 1950.
3. Nusselt, W., in : V.D.I., Z 60, 549, 569, 1916.
4. Feind, K., in : V.D.I. - Forschungsh, 481, 1960.
5. Binnie, A.M., in : J. Fluid Mech., 5, 561, 1959.
6. Kasimov, B.S. și Zigmund, F.F., in : Inzh. Fiz. Zh. Akad. Nauk Belorussk, 5 (4), 71, 1962.
7. Chien, J.N., in : Liquids in free fall on a solid surface. Ph.D. Thesis, Univ. Texas, Austin, USA, 1953.
8. Whitaker, S. și Jones, C.L., in : A. I. Ch. E. J., 12, 421, 1966.
9. Anshus, E.B. și Goren, L.S., in : A. I. Ch. E. J., 12, 1004, 1966.
10. Ludviksson, V. și Lightfort, N.E., in : N. E. A. I. Ch. E. J., 14, 620, 1968.
11. Tailby, R.S. și Portalski, S., in : C. E. S., 17, 283, 1962.
12. Hanratty, T.J. și Herschman, A., in : A. I. Ch. E. J., 7, 488-97, 1961.
13. Benjamin, T.B., in : J. Fluid Mech., 2, 554-61, 1957.
14. Shibuya, I., in : Rept. Inst. High Speed Mech., Thoku Univ., 1, 17, 1951.
15. Yih, C.S., in : Congr. Appl. Mech., 1954.
16. Kapitza, P.L., in : J. E. T. F., 13, 319, 1948.
17. Brian, T.L.P., in : J. E. T. F., 19, 513, 1963.
18. Levich, G.V., in : „Hidrodinamica fizico-chimică”, ed. II, Moscova, 1969.



19. Tailby, R.S. și Portalski, S., în : Trans. Inst. Chem. Engrs (London), 38, 324, 1960.
20. Kasimov, B.S. și Eigmund, F.F., în : Inzh. Fiz. Zh. Akad. Nauk Belorus'sk., 6 (11), 70, 1963.
21. Belkin, H.M., MacLeod, A.A., Hodrod, C.C. și Rothrus, R.H., în : A.I.Ch.E.J., 5, 145, 1959.
22. Dukler, A.E. și Bergelin, O.P., în : C.E.P., 40, 557, 1952.
23. Grimley, S.S., în : „Effects of liquid flow conditions on the performance of packed towers”, Ph.D. Thesis, Univ. London, England, 1947.
24. Mazyukevich, I.V., în : Kholodil'n Tekhn., Tr. Leningr. Tekhnol. Inst. Kholodil'n Prom., 11, 115, 1956.
25. Semenov, F.A., în : Zh. Tekhn. Fiz., 14, 427, 1944.
26. Muntean, O. și Berbente, C., în : Bul. Inst. Politehnic „Gh. Gh. Dej”, seria chimie-metalurgie, XLIII, 4, 113 - 118, 1981.
27. Brauer, H., în : Chem. Ing. Tech., 32, 719, 1960.
28. Konobeev, B.I., Malyusov, V.A. și Javoronkov, N.M., în : Khim. Prom., 7, 475, 1961.
29. Levich, G.V., în : Zh. Fiz. Khim., 22, 721, 1948.
30. Dukler, A.E., în : C.E.P., 55 (10), 62, 1959.
31. Brauer, H., în : V.D.I. - Forschungsheft, 457, 1956.
32. Brötz, W., în : Chem. Ing. Tech., 26, 470, 1954.
33. Jiraikin, L.Ya. și Volgin, P.V., în : Zh. Prikl. Khim., 34, 1235, 1961.
34. Portalski, S., în : C.E.P., 10, 707, 1963; 19, 575, 1964.
35. Ishibara, T., Iwagaki, Y. și Iwasa, Y., în : Trans. Am. Soc. Civil. Engrs, 126, 540-76, 1961.
36. Portalski, S., în : A.I.Ch.E.J., 19, 6, 1244-6, 1973.
37. Kamei, S. și Oishi, J., în : Ann. Fac. Eng. Kyoto, Univ., 18, 1, 1956.

38. Zanelli, S. și Hanratty, T.J., în : C.E.S., 28, 2, 643-4, 1973.
39. Ault, W.J. și Sandall, C.O., în : The Canad. J. of. Chem. Engng, 50, 3, 312-322, 1972.
40. Lynn, S, Stratencier, J.R. și Kramers, H., în : C.E.S., 4, 49, 59, 64, 1955.
41. Roberts, D., în : Ph. D. Thesis, Imperial College of Science and Technology, Univ. London, England, 1961.
42. Stewart, G., în : Ph.D.Thesis, Univ. Edinburgh, Scotland, 1962.
43. Burnett, T.C., în : Ph.D.Thesis, Queen's Univ. of. Kingston, Ont., Canada, 1965.
44. Cook, A.R. și Clark, H.R., în : Ind. - Eng. Chem. Fundam., 12, 1, 106-114, 1973.
45. Tailby, R.S., și Portalski, S., în : Trans. Inst. Chem. Engro (London), 40, 114, 1962.
46. Mayer, P.G., în : J. Hydraulics Div. Am. Soc. Civil Engrs, 85, 99, 1959.
47. Jackson, M.L., în : Ari. Ch.E.J., 1, 231, 1955.
48. Hopf, L., în : Ann. Physik, 4, 32, 777, 1910.
49. Claesen, H., în : Centr. Zuckerind, 26, 497, 1918.
50. Dawson, A.D. și Trass, O., în : Int. J. Heat Mass Transfer, 15, 1317 - 36, 1972.
51. Săveanu, T., Ibănescu, I și Vasiliu, M., în : St. și cerc. st., Acad. R.P.R., Fil. Ingi, Chimie, XI, 1, 149, 1960.
52. Davies, J.F. și Warner, K.V., în : C.E.S., 24, 231, 1969.
53. Hatta, S., în : J. Soc. Chem. Ind. Japan, 37, 275, 1934.
54. Vyazovov, V.V., în : Zh. Tekn. Fiz., 18, 1519, 1940.
55. Floorea, O., și Vasilescu, P., în : Revista de Chimie, 22, 6, 363-7, 1971.
56. Clayton, C.G.A., în : Ph. D. Thesis, Gonville College, Cambridge, Engl, 1958.

57. Wilkes, J.O., și Neddermann, R.M., în : C.E.S., 17, 177, 1962.
58. Kirkbride, C.G., în : Trans. Am. Inst. Chem. Engrs., 30, 170, 1934.
59. Whitman, W.G., în : Chem. Met., Engng, 29, 147, 1923.
60. Coulson, J., și Richardson, J.F., în : „Chemical Engineering”, Vol.1, Pergamon Press, London, 1954.
61. Higbie, R., în : Trans. Am. Inst. Chem. Engrs., 31, 365, 1935.
62. Danckwerts, P.V., în : Ind. Engng. Chem., 43, 1460, 1953.
63. Toft, L.H., și Marchello, M.J., în : A.I.Ch.E.J., 4, 1, 97-101, 1958.
64. Brusset, H., Depéyre, D. și Lê Quang, T., în : C.E.S., 28, 1, 31-39, 1973.
65. Leonard, J.A. și Houghton, G., în : C.E.S., 18, 133, 1963.
66. Sideman, S. și Shabtai, H., în : Can. J. of Chem. Eng., 42 (6), 107, 1964.
67. Sideman, S., în : Ind. Eng. Chemistry, 58, 2, 54-58, 1962.
68. Ruckenstein, E., în : C.E.S., 23, 363-71, 1968.
69. Kishinewski, M.K., în : J. Priklad. Him., 28, 381, 1955.
70. Harriot, P., în : C.E.S., 17, 149, 1962.
71. Schlichting, H., în : „Boundary Layer Theory”, Mc.Graw Hill, New York, 1960.
72. Kuznetov, M., în : Zh. Prikl. Fiz., 21, 40, 1948.
73. Kapitza, P.L., în : Zh. Eksp. Teoret. Fiz., 211, 965, 1951.
74. Huntean, O. și Bratu, E.A., în : Rev. chimie, 35, 9, 317-32, 1984.
75. Rice, R.G., în : Can. J. Chem. Eng., 49, 2, 241, 1971.
76. Oliver, R.D., și Atherinos, E.P., în : C.E.S., 23, 525, 1968.
77. Portalski, S., în : I.E.C. Fundam, 3, 49, 1964.
78. Wragg, A.A. și Einarsson, A., în : C.E.S., 25, 67, 1970.

79. Brauer, H., în : Chem. Ing. Techn., 30, 75, 1958.
80. Jepsen, R.N., Crosser, O.K. și Perry, R.H., în :  
A.I.Ch.E.J., 12, 185, 1966.
81. Stirba, C. și Hurt, D.M., în : A.I.Ch.E.J., 1, 178, 1955.
82. Ruckenstein, E. și Berbente, C., în : Int. J. Heat Mass  
Transfer, 11, 743-53, 1968.
83. Banerjee, S., Scott, D. și Rhodes, E., în : I.E.C. Fundam.,  
7, 1, 24, 1968.
84. Phillips, O.M., în : J.Chem. Phys. Res., 66, 2809, 1961.
85. Tudose, Z.R., Teză doctorat, București, 1964.
86. Nikolaev, N.A. și Javoronkov, H.N., în : Him. Prom., 4, 290,  
1965.
87. Malevschi, W., în : Chem. Ing. Techn., 37, 815, 1965.
88. Săveanu, T., Ibănescu, I. și Vasiliu, M., în : Genie Chimique,  
104, 1295, 1971.
89. Lin, C.S., Moulton, W.R. și Putman, L.G., în : Ind. Eng.  
Chem, 45, 636-646, 1953.
90. Hubbard, W.D. și Lightfoot, N.E., în : I.E.C. Fundam., 5,  
370-379, 1966.
91. Harratty, J.T. și Son, S.J., în : A.I.Ch.E.J., 13, 689-96,  
1967.
92. Harriot, P. și Hamilton, M.R., în : C.E.S., 20, 1073-8, 1965.
93. Ramm, M.V., Certkov, A.B. și Dobromislova, S.I., în : J.P.H.,  
9, 1967.
94. Bird, H.J. și Davidson, F.J., în : C.E.S., 17, 473, 1962.
95. Săveanu, T., Ibănescu, I. și Cristian, Ch., în : Bul. Inst.  
Polit. Iași, serie nouă, XI, 3-4, 145, 1965.
96. Kamei, S. și Oishi, J., în : Mem. Fac. Eng. Kyoto, Univ.,  
26, 166, 1959.
97. Norman, S.W. și Smak, Y.Y.F., în : Trans. Inst. Chem. Eng.,  
41, 109, 1963.

98. Emmert, R.E. și Figford, R.L., în : C.E.P., 30, 37, 1954.
99. Cullen, J.E. și Davidson, F.J., în : C.E.S., 6, 49, 1956.
100. Massot, C., Irani, F. și Lightfoot, E.N., în : A.I.Ch.E.J.,  
12, 445, 1966.
101. Floarea, O. și Jineșcu, G., în : Procedee intensificate în  
operațiile unitare de transfer, Ed. Tehnică,  
București, 1975.
102. Bratu, E.A. și Tudose, R.Z., în : Rev. Roumaine Chimie, 11,  
607, 1966.
103. Floarea, O., Jineșcu, G. și Eșdică, D., în : Rev. de Chimie,  
24, 10, 807-12, 1973.
104. Gregory, C.A. și Scott, D.S., în : Chem. Eng. J., 24, 237,  
1971.
105. Molinier, J. și Angelino, H., în : Genie Chimique, 104, 3,  
992-1001, 1971.
106. Ross, T.K. și Azim, M.P., în : C.E.S., 26, 10, 1771, 1971.
107. Culot, M.N. și Malinșov, V.A., în : Teor. Him. Technol.,  
1, 213, 1967.
108. Hughmark, A.G., în : A.I.Ch.E.J., 19, 4, 856-7, 1973.
109. Davidson, F.J., și colab., în : Trans. Inst. Chem. Engrs.,  
37, 122, 1959.
110. Danckwerts, P.V. și Sharma, M.M., în : Trans. Inst. Chem.  
Engrs., 44, 244, 1966.
111. Ratcliff, G.A. și Reid, K.J., în : Trans. Inst. Chem.  
Engrs., 40, 69, 1962.
112. Ronco, J.J. și colab., în : Genie Chimique, 4, 1963.
113. Prož, Z. și Endrět, K., în : Collect. of Czechosl. Chem.  
Commun., 45, 1009-1100, 1980.
114. Prož, Z. și Endrět, K., în : Collect. of Czechosl. Chem.,  
Commun., 48, 361-76, 1983.

115. Carre, B. și Bugarel, R., în : C.E.S., 24, 921-36, 1969.
116. Jinescu, G., Jinescu, V.V. și Vasilescu, P., Mass transfer in free flowing liquid films, 8<sup>th</sup> Congress CHISA, Praga, 1984.
117. Kafarov, V., Fundamentals of mass transfer, Mir Publishers, Moscow, 1975.
118. Cerro, R.L. și Whitaker, S., în : C.E.S., 26, 785-98, 1971.
119. Atkinson, E. și McKee, R.L., în : C.E.S., 19, 457-70, 1964.
120. Bird, R.B., Stewart, W.E și Lightfoot, E.N., în : Transport Phenomena, Wiley, New York, 1960.
121. Javoronkov, N.N. și Malusov, V.A., în : Teor. Osn. Kim. Tekhnol., 1, 562-77, 1967.
122. Kapitza, P.L., în : J.E.T.F., 18, 3-18, 1948.
123. Kapitza, P.L. și Kapitza, S.P., în : J.E.T.F., 19, 105-120, 1949.
124. Fulford, G.D., în : Advances Chem. Engng., vol.15, Academic Press, New York, 151-236, 1964.
125. Maurin, L.N. și Sorokin, V.S., în : Prikl. Mekhan, Tekhn. Fiz., 4, 60-7, 1962.
126. Andreev, A.F., în : J.E.T.F., 45, 755-60, 1963.
127. Yih, C.S., în : Physics Fluids, 6, 321-34, 1963.
128. Yih, C.S., în : J.Fluid Mech., 28, 493-500, 1967.
129. Yih, C.S., în : Physics Fluids, 11, 477-80, 1968.
130. Shkadov, V.Ya., în : Izv. Akad. Nauk USSR Ser.Mekh. Zhidk. Gaza, no. 2, 20-25, 1966.
131. Loitsianskii, L.G., în : Laminare Grenzschichten, Akad, Verl., Berlin, 1967.
132. Banerjee, S., Rhodes, E. și Scott, D., în : C.E.S., 22, 1, 43-8, 1967.
133. Lamont, J.C., în : Ph. D. Thesis, University of British Columbia, 1966.

134. Davies, J.T., în : Proc. Roy. Soc., Ser. A, 290, 515, 1966.
135. Davies, J.T., în : Turbulence Phenomena, Academic Press, New York, 193-194, 1972.
136. Prasher, B.D. și Fricke, A. L., în : I.E.C. Process Des. Develop., 13, 4, 336-340, 1974.
137. Kamei, S. și Cishi, J., în : Mem. Fac. Eng. , Kyoto Univ., 17, 277, 1955.
138. Lamourelle, A.P., și Sandall, C.C., în : C.E.S., 27, 1035, 1972.
139. King, J.C., în : I.E.C. Fundam, 5, 1, 1966.
140. Ruckenstein, E. și Berbente, C., în : C.E.S., 20, 795, 1965.
141. Floorea, O. și Smigelschi, O., în : Calcule de operații și utilaje din ind.chimică, Ed.Tehnică, București, 1966.