

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI ÎNVĂȚĂMÎNTULUI
INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" TIMIȘOARA
FACULTATEA DE ELECTROTEHNICĂ

ING. ȘTEFAN PREITL

CONTRIBUTII
LA STUDIUL INFLUENȚEI PERTURBAȚIILOR
MĂSURĂRILOR ASUPRA ESTIMĂRII FUNCȚIILOR
STATISTICE, CU APLICĂȚII LA
IDENTIFICAREA SISTEMELOR

TEZĂ DE DOCTORAT

CONDUCĂTOR ȘTIINȚIFIC
PROF. DR. ING. EUGEN POP

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICĂ"
TIMIȘOARA

INSTITUTUL POLITEHNIC TIMIȘOARA	
BIBLIOTECA	UNIVERSITATEA
CUM 672/280	
Volumul Nr.	
Du'ar	34512.9

- 1 9 8 3 -

C U P R I N S

LISTA PRINCIPALELOR PRESCURTARI SI NOTATII UTILIZATE	7
PREPATA	9
CAP.1.: INTRODUCERE	11
CAP.2.: ASPECTE REFERITOARE LA DETERMINAREA MM. RELATII- LE DE BAZA UTILIZATE IN CADRUL LUCRARI	15
2.1. Aspecte de bază ale determinării MM	15
2.2. Relațiile de bază ale analizei statistice a sistemelor liniare	21
2.2.1. Relații statistice de bază	21
2.2.2. Funcții de corelație (f.cor.)	25
2.2.3. Funcții densitate spectrală de putere (f.d.s.)	26
2.2.4. Relații efective pentru calculul f.cor. și f.d.s.	28
2.2.5. Relații pentru calculul numeric al f.cor. și f.d.s.	28
2.2.6. Cîteva aspecte privind alegerea parametri- lor de calcul ai f.cor. și f.d.s.	30
2.3. Transferul semnalelor aleatoare prin sistemele liniare	31
CAP.3.: ANALIZA ERORILOR STATISTICE SI SISTEMATICE CARE APAR LA ESTIMAREA F.COR. SI F.D.S., DATO- RATE ECHIPAMENTULUI DE MASURA SI PERTURBARI MASURARILOR	34
3.1. Clasificarea erorilor care apar la o IE efectuată prin metode statistice	35
3.2. Erori datorate limitelor tehnice de execuție și de funcționare a echipamentelor de măsură	36
3.3. Erori datorate utilizării diferitelor tipuri de filtre plasate pe canalele de măsură	41
3.4. Analiza perturbațiilor care acționează asupra SF și/sau asupra căilor și echipamentelor de măsură	44
3.4.1. Perturbații care acționează asupra SF	45
3.4.2. Perturbații care acționează asupra căilor și echipamentelor de măsură	47

3.5. Determinarea erorilor care apar la estimarea f.cor. și f.d.s. din măsurări perturbate	51
3.5.1. Determinarea erorilor care apar la estimarea f.cor. datorate perturbațiilor și timpului de mediere finit	53
3.5.2. Determinarea erorilor care apar la estimarea f.d.s. datorate perturbațiilor și timpului de mediere finit	62
3.6. Concluzii	67.
CAP.4.: IDENTIFICAREA EXPERIMENTALA A SISTEMELOR PRIN METODE STATISTICE DIN MASURARI PERTURBATE	69
4.1. Cîteva aspecte referitoare la IE prin metode statistice; problema IE din măsurări perturbate	70
4.2. Modalități de apreciere a erorilor în cazul IE prin metode statistice din măsurări perturbate	72
4.3. Determinarea erorilor cu caracter sistematic care apar la IE din măsurări perturbate	75
4.3.1. Cazul procesului condus în circuit deschis	
4.3.2. Cazul procesului condus în circuit închis, prin SAR	78
4.3.3. Măsuri de reducere și/sau de anulare a erorilor cu caracter sistematic, datorate perturbării măsurărilor	80
4.4. Determinarea erorilor statistice care apar la IE din măsurări perturbate	84
4.4.1. Determinarea erorilor statistice pentru cazul în care în IE se utilizează o relație de forma (4.41)	86
4.4.2. Determinarea erorilor statistice pentru cazul în care în IE se utilizează o relație de forma (4.42)	90
4.4.3. Determinarea erorilor statistice pentru cazul în care în IE se utilizează o relație de forma (4.26)	94
4.5. Recapitulare asupra erorilor care apar în cazul IE din măsurări perturbate și concluzii	100
4.5.1. Recapitulare asupra erorilor care apar în cazul IE din măsurări perturbate	100

4.5.2. Concluzii	112
CAP.5.: VERIFICARI EXPERIMENTALE SI APLICATII	113
5.1. Schema montajului experimental și metodologia de verificare	113
5.1.1. Schema de principiu a montajului experimental și aparatura utilizată	113
5.1.2. Metodologia de verificare a valabilității relațiilor stabilite	114
5.2. Verificarea influenței filtrelor "trece sus" de pe intrările corelatorului și a reducerii dispersiei semnalului de ieșire în raport cu dispersia semnalului de intrare	116
5.2.1. Verificarea influenței filtrelor "trece sus" de pe intrările corelatorului	116
5.2.2. Verificarea reducerii dispersiei semnalului de ieșire în raport cu dispersia semnalului de intrare	117
5.3. Verificarea influenței perturbării măsurărilor asupra estimării f.a.c.	118
5.3.1. Verificarea relației de estimare a f.a.c. din măsurări perturbate	119
5.3.2. Verificarea relației varianței estimării f.a.c. din măsurări perturbate	120
5.3.3. Verificarea relației varianței estimării f.a.c. calculat prin intercorelație	127
5.4. Verificarea influenței perturbării măsurărilor asupra estimării f.i.c.	130
5.4.1. Verificarea relației de estimare a f.i.c. din măsurări perturbate	130
5.4.2. Verificarea relației varianței estimării f.i.c. din măsurări perturbate, cazul $p_u = p_y = p$	132
5.4.3. Verificarea relației varianței estimării f.i.c. din măsurări perturbate, cazul p_u, p_y statistic independente	135
5.5. Identificarea experimentală pe cale corelativă a regulatorului de viteză electrohidraulic destinat hidrogenatoarelor	139
5.6. Observații finale și concluzii	141

CAP.6.: CONCLUZII	143
ANEXA NR.1: UNELE PROPRIETATI ALE ZGOMOTULUI ALB DE BANDA LIMITATA SI ALE ZGOMOTULUI ALEATOR REAL	147
ANEXA NR.2: CALCULUL FUNCTIILOR DE CORELATIE SI AL VARIANTELOR ESTIMARII ACESTORA PENTRU MODELUL DE SISTEM UTILIZAT IN VERIFICARILE EXPERIMENTALE	149
ANEXA NR.3: DETERMINAREA ERORILOR STATISTICE CARE APAR LA ESTIMAREA F.COR. DIN MASURARI PERTURBATE	155
ANEXA NR.4: DETERMINAREA ERORILOR STATISTICE CARE APAR LA ESTIMAREA F.D.S. DIN MASURARI PERTURBATE	158
ANEXA NR.5: ASUPRA CONDITIILOR IN CARE ESTE POSIBILA IE A BLOCURILOR SAR CONVENTIONALE PE BAZA MASURARILOR EFECTUATE ASUPRA MARIMILOR INTERNE ALE SAR	163
ANEXA NR.6: DETERMINAREA VALORII ASTEPTATE PENTRU PRODUSUL ERORILOR STATISTICE DE ESTIMARE A F.D.S.	169
ANEXA NR.7: FOTOGRAFII ALE OSCILOGRAMELOR F.COR DETERMINATE IN DIFERITE CONDITII EXPERIMENTALE	172
BIBLIOGRAFIE	183

LISTA PRINCIPALELOR PRESCURTARI SI
NOTATII UTILIZATE +)

a. Prescurtări generale (în ordine alfabetică)

- CN - calculator numeric;
EP - estimarea parametrilor,
IA - identificare analitică (identificare teoretică),
IE - identificare experimentală (în general),
IE-ms - identificare experimentală prin metode statistice;
MM - model matematic (în general),
MM-L - model matematic liniar,
MM-N - model matematic neliniar,
MN - model (matematic) neparametric;
P - proces (tehnic),
RG - regulator,
RGVEV - regulator de viteză electrohidraulic,
SAR - sistem automat de reglare;
SF - sistem fizic (în general),
SL - sistem liniar;
SPAB - semnal pseudo-aleator binar.

b. Funcții caracteristice (cu notațiile aferente)

- f.cor. - funcție de corelație (în general) :
- expresia adevărată, $\Phi_{..}(\tau)$,
- expresia estimată, $\hat{\Phi}_{..}(\tau)$;
f.a.c. - funcția de autocorelație, $\Phi_{uu}(\tau)$,
f.i.c. - funcția de intercorelație , $\Phi_{uy}(\tau)$;
f.d.s. - funcția densitate spectrală de putere (în general):
- expresia adevărată, $S_{..}(\omega)$ sau $S_{o..}$,
- expresia estimată, $\hat{S}_{..}(\omega)$ sau $\hat{S}_{..}$;
f.d.s.p.-funcția densitate spectrală de putere (proprie),
 $S_{uu}(\omega)$,
f.d.i.p.-funcția densitate interspectrală de putere (mutuală),
 $S_{uy}(\omega)$;
f.d.t. -funcția de transfer , $H(s)$,
f.p. -funcția pondere, $h(t)$,
f.r.f. -funcția răspuns la frecvență, $H(j\omega)$,
c.d.f. -caracteristicile de frecvență;
c.m.f. -caracteristica modul-frecvență, $|H(j\omega)|_{dB} = f_1(\lg\omega)$
c.f.f. -caracteristica fază-frecvență, $\angle H(j\omega) = f_2(\lg\omega)$

+) la prima apariție în text, termenul prescurtat este subliniat.

$\text{EMP} \{ \}$ - eroarea medie patratice (a estimării)
 $\text{var} \{ \}$ - varianța (estimării)

c. Principalele notații utilizate

$u(t)$ - mărime (variabilă) de intrare ,
 $y(t)$ - mărime (variabilă) de ieșire ,
 $z(t)$ - mărime (variabilă) de perturbație a sistemului ,
 $p(t)$ - mărime de perturbație a măsurărilor ;
 K - coeficient de transfer ,
 T_i - constantă de timp ($i = 1, 2, \dots$) ;
 $\phi(\tau)$ - funcție de corelație (în general) ,
 $\dot{S}_{\dots}(\omega)$ - funcție densitate spectrală de putere (în general) ,
 $P_{\dots}(\omega)$ - componenta reală a funcției densitate interspectrală de putere ,
 $Q_{\dots}(\omega)$ - componenta imaginară a funcției densitate interspectrală de putere ;
 $\overline{[\dots]}$ - mediere temporală ,
 $\underline{[\dots]}$ - mediere statistică pe ansamblul realizărilor ,
 $E \{ \}$ - valoare medie ,
 $\text{EMP} \{ \}$ - eroare medie patratice ,
 $\text{var} \{ \}$ - varianța estimării ,
 σ - dispersia ,
 $b \{ \}$ - marcarea (bias-ul) estimării ,
 $\eta_p = \sigma_p / \sigma$ - nivel de perturbare (a măsurării) ;
 $h(t)$ - funcție pondere ,
 $H(s)$ - funcție de transfer ,
 $H(j\omega)$ - funcția răspuns la frecvență ,
 $|H(j\omega)|$ - modulul funcției răspuns la frecvență ,
 $\angle H(j\omega)$ - argumentul funcției răspuns la frecvență ;
 $\Delta \tau$ - întârzierea elementară din calculul funcției de corelație ,
 τ - întârzierea din calculul funcției de corelație ,
 τ_m - timpul de întârziere maxim utilizat în calculul f.cor. ,
 T - timpul de mediere utilizat în calculul f.cor. ;
 ω - pulsația , $\omega = 2\pi f$;
 $X(\)|_A$ - valoarea expresiei $X(\)$ calculată în punctul A ,
 $X^*(j\omega)$ - conjugata complexă a expresiei $X(j\omega)$.
 $h_+ \{ \}$ - hodoqraful funcției $\{ \}$.

P R E F A T A

"...Știința constituie factorul primordial al progresului contemporan..."

(Programul P.C.R. de făurire a societății socialiste multilateral dezvoltate și de înaintare a României spre comunism)

Izvorâte din necesitățile reale din domeniul conducerii proceselor și stimulate de costurile din ce în ce mai reduse ale echipamentelor de prelucrare (numerică) a informației, cercetările din domeniul măsurărilor și a estimării statistice -și pe baza acestora - a celor din domeniul identificării experimentale a proceselor cunosc o dezvoltare rapidă și permanentă. În acest context, lucrarea de față se înscrie pe linia aprofundării științifice a teoriei și practicii măsurărilor statistice - analiză de corelație și analiza spectrală - prin abordarea problemei estimării funcțiilor statistice din măsurări perturbate și pe baza ei, a problemei identificării experimentale prin metode statistice, din măsurări perturbate. Problemele abordate în lucrare au avut la bază cerințe ridicate de practică, rezultatele obținute fiind valorificate în mare parte prin contracte de cercetare științifică, conduse și realizate în cea mai mare măsură, de către autor.

Teza a fost elaborată în intervalul 1979-1982 la facultatea de Electrotehnică a I.P.T.V. Timișoara.

Pe întreaga perioadă de elaborare a lucrării, autorul a beneficiat de îndrumarea competentă, multilaterală și plină de înțelegere primită din partea conducătorului său, prof.dr. ing.Eugen Pop; pentru toate acestea, autorul îi aduce un ales omagiu, rămânându-i profund îndatorat.

Pentru încurajările și sfaturile primite pe parcursul redactării lucrării, autorul dorește să aducă cele mai sincere mulțumiri tov.prof.dr.ing.Nicolae Budișan, cărui îi datorează și orientarea profesională.

Pentru climatul și atmosfera de lucru asigurată de colectivul de automatică al I.P.T.V.T., autorul aduce mulțumirile sale tuturor colegilor; totodată dorește să mulțumească

colegului B.Luzan pentru ajutorul dat în executarea fotografiilor aferente verificărilor experimentale.

Valorificarea prin contracte a cercetărilor întreprinse a fost înlesnită de colaborarea științifică fructoasă, de lungă durată dintre I.P.T.V. Timișoara și C.C.S.I.T.B.H.Reșița; în acest sens, autorul aduce calde mulțumiri colegilor de la C.C.S.I.T.B.H.R., dr.ing.I.Voia, ing.D.Onea și ing.I. Granado.

În final, autorul dorește să mulțumească din suflet familiei și în primul rând soției simpățiților, pentru înțelegerea completă și sprijinul moral acordat în întreaga această perioadă.

Teza conține 6 capitole și 7 anexe cu un total de 196 de pagini, 51 figuri, 26 tabele și 173 fotografii ale oscilogramelor aferente determinărilor experimentale. Principalele lucrări bibliografice care au stat în atenția autorului la elaborarea tezei sînt sintetizate prin cele 201 titluri de lucrări din care 12 aparțin autorului. Conținutul tezei este prezentat succint în cap.1 al lucrării.

CAPITOLUL 1. INTRODUCERE

„It is advisable to admit that there are always plant disturbances, that we never can measure exactly, that the plant dynamics and the parameter values are never known exactly ...”

(V. STREJC: „Identification and System Parameter Estimation” - Opening Adress of the 3-rd IFAC Symposium „Identification and System Parameter Estimation”, the Hague, 12-15 June 1973.

În procesul de cunoaștere a realității înconjurătoare, cercetătorul este adeseori confruntat cu problema găsirii (construirii) unui model, care să constituie o reprezentare - mai mult sau mai puțin exactă - a aspectelor esențiale ale realității ; în rezolvarea acestei probleme un loc important revine experimentelor și măsurărilor, care oferă, pe de o parte, informațiile necesare construirii modelului, iar pe de altă parte, constituie și o cale de verificare a corectitudinii lui.

Dintre diferitele tipuri de modele, în tehnică un rol deosebit îl au modelele matematice (MM) ([E2],[K1]...), destinate caracterizării analitice - calitative și cantitative -, cât mai exacte, a realității. Valabilitatea unui MM poate fi apreciată numai pe baza diferenței de comportare dintre model și sistemul fizic (SF) pe care îl caracterizează. Această diferență are în principal două cauze :

- modelele sînt cu bună știință simplificate, pentru a ține la nivel acceptabil volumul de calcule necesare ulterior (de ex. în proiectare);
- un model inexact pentru un SF se obține adeseori atunci cînd el este stabilit pe baza prelucrării unor măsurări de regim dinamic efectuate asupra mărimilor sale caracteristice, fig.1.1 (de intrare $u(t)$ și de ieșire $y(t)$).

În acest caz o primă sursă de incertitudine în determinarea MM o constituie perturbațiile datorate mediului înconjurător, care acționează asupra SF, $z(t)$, și asupra măsurărilor, $p_u(t)$ și $p_y(t)$ precum și erorile de măsurare și de prelucrare a semnalelor măsurate; o a doua sursă de incertitudine în determinarea MM o constituie apoi prelucrarea măsurărilor în vederea obținerii MM dorit.

În cadrul acestei lucrări se analizează problema erorilor care apar datorită perturbării măsurărilor la estimarea funcțiilor de corelație (f.cor.) și a funcțiilor densitate spectrală de putere (f.d.s.) utilizate în identificarea experimentală (IE) a sistemelor prin metode statistice (analiză de corelație și analiză

spectrală) și implicațiile acestor erori asupra rezultatului de-

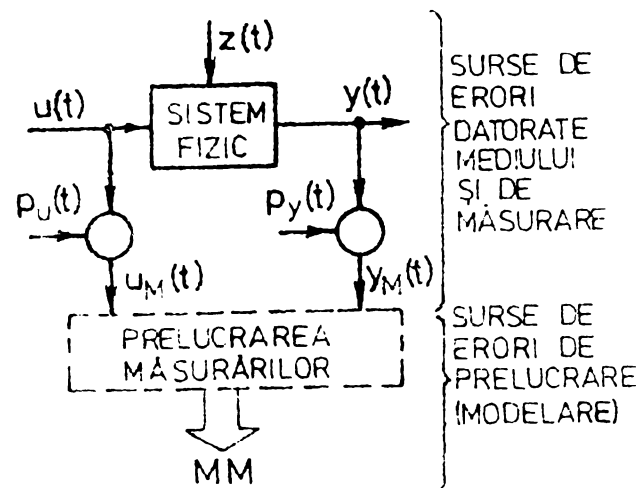


Fig.1.1. Determinarea modelului matematic aferent unui sistem fizic prin identificare experimentală și surse de erori.

terminării MM aferent SF identificat.

Deși literatura de specialitate referitoare la estimarea f.cor. și f.d.s. și la

identificarea experimentală prin metode statistice (IE-ms)

este vastă, aspectele teoretice și practice legate de influența perturbațiilor măsurărilor sînt relativ puțin și sumar tratate. În general se poate preciza că nici una din

lucrările care au fost accesibile autorului nu prezintă o abordare sistematică și detaliată a problemei - cu justificări analitice calitative și cantitative și rezultate experimentale detaliate.

În acest context, după cunoștințele autorului, lucrarea de față constituie o primă abordare detaliată și unitară a problemei; prin conținutul ei, prin rezultatele obținute, lucrarea poate constitui un îndreptar prețios pentru teoria și practica măsurărilor statice și legat de aceasta, a IE-ms.

Lucrarea are șase capitole și șapte anexe; privind conținutul principalelor capitole ale tezei se pot face următoarele precizări:

- în Cap.2 se abordează - în prima parte - aspectele specifice ale construirii MM aferente SF cu detalieri privind IE.ms; în partea a doua se prezintă relațiile de bază utilizate iar în finalul capitolului se delimitază problemele tratate în teză.
- în Cap.3 se analizează succesiv: (1) - sursele de erori care acționează la o IE-ms; (2) - erorile care apar în procesul de măsurare și de prelucrare a semnalelor și (3) - erorile care apar în procesul de estimare f.cor. și f.d.s. datorate perturbațiilor măsurărilor și timpului de mediere finit.
- în Cap.4 se tratează implicațiile erorilor de estimare (analizate în cap.3), asupra rezultatelor IE-ms a SF; datorită avantajelor pe care le prezintă, analiza este dezvoltată în domeniul frecvență. Cazurile luate în considerare acoperă practic toate situațiile din practică, concluziile obținute fiind importante atât din punct de vedere teoretic cât și practic.
- în Cap.5 se prezintă sinteza verificărilor experimentale efectuate (și calculele analitice aferente); suportul fizic al experi-

mentărilor l-au constituit: - un model analogic de sistem de ordin redus și - modelul regulatorului de viteză electrohidraulic destinat echipării sistemelor automate de reglare (SAR) a turăției hidrogenatoarelor fabricate în țară. Rezultatele acestor verificări - de ordin calitativ și cantitativ - au confirmat valabilitatea analizelor dezvoltate în cap.3 și 4 referitoare la estimarea f.cor. și f.d.s. din măsurări perturbate.

- în Cap.6 sînt sintetizate principalele contribuții aduse de autor prin intermediul tezei, la teoria și practica estimării f. cor. și f.d.s. din măsurări perturbate precum și al IE-ms din măsurări perturbate.

Din dorința unei prezentări mai cursive, demonstrațiile diferitelor relații precum și unele aspecte de detaliu au fost cuprinse în cele șapte anexe ale tezei.

Legătura organică dintre capitolele și anexele tezei este sintetizată prin fig.1.2, în care s-au marcat distinct-conform legendei- capitolele și anexele în întregime sau parțial originale, contribuțiile cuprinse în părțile de sinteză precum și valorificarea

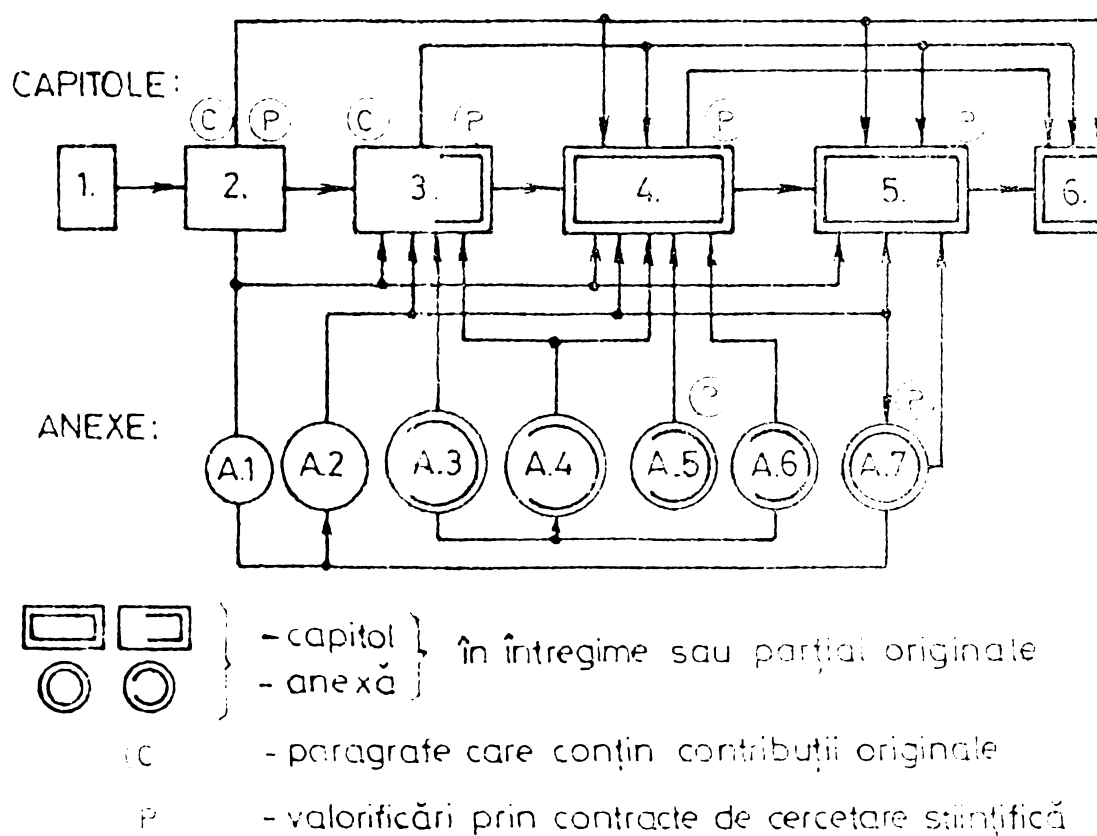


Fig.1.2. Legăturile dintre capitolele și anexele tezei.
cercetărilor prin contracte de cercetare științifică. Legat de acest ultim aspect, trebuie specificat faptul că în mare parte cercetările au fost finalizate spre a răspunde unor cerințe ridicate de practică [I],[II] și au fost valorificate prin contracte de

cercetare științifică [III],[IV]; protocoalele acestor contracte
conțin sub o formă, parțial mai restrânsă parțial mai detaliată,
rezultatele cercetărilor din teză.

CAPITOLUL 2. ASPECTE REFERITOARE LA DETERMINAREA MM. RELATIILE DE BAZA UTILIZATE IN CADRUL LUCRĂRII

Determinarea unui MM cât mai exact pentru un SF constituie în foarte multe situații punctul de plecare atât în analiza cât și în sinteza sistemelor de conducere; din ansamblul de posibilități care stau la îndemâna cercetătorului pentru determinarea unui MM în cadrul lucrării se analizează numai aspecte referitoare la IE-ms a SF. În cadrul acestui capitol se prezintă:

- în par.2.1 aspectele de bază referitoare la determinarea MM și se analizează principalele surse de erori care o afectează; în finalul paragrafului se prezintă două succinte clasificări ale metodelor de IE prin care se delimitează și aria cercetării abordate;
- în par.2.2, aspectele și relațiile de bază ale analizei statistice a semnalelor aleatoare;
- în par.2.3 aspectele și relațiile de bază ale analizei transferului semnalelor aleatoare prin sistemele liniare; se subliniază influența modului de definiție și de calcul al f.cor. și f.d.s. asupra relațiilor care trebuie utilizate în IE; această problemă este deosebit de importantă la IE a blocurilor SAR când relațiile de identificare nu mai sînt evidente.

Prin conținutul său, acest capitol asigură o prezentare unitară a tuturor problemelor de bază legate de conținutul prezentei teze.

2.1. Aspecte de bază referitoare la determinarea MM

Pentru caracterizarea comportării dinamice a SF, în tehnica reglării automate se utilizează următoarele două categorii de MM:

- modelele matematice intrare-stare-ieșire (MM-ISI), care pentru categorii largi de sisteme pot fi redacte prin relațiile de forma (2.1) :

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}(t) &= f_1\{\underline{x}(t), \underline{u}(t); t\} && - \text{ec. de stare} \quad , \\ \underline{y}(t) &= f_2\{\underline{x}(t), \underline{u}(t); t\} && - \text{ec. de ieșire} \quad ; \end{aligned} \quad (2.1)$$

- modelele matematice intrare-ieșire (MM-II), cu forma generală dată de un sistem de ecuații neliniare cu derivate parțiale cu coeficienți variabili în timp, în care, de regulă, în membrul stîng se explicitiază variabila de ieșire și derivatele ei iar în membrul drept variabila de intrare și derivatele ei.

O tratare foarte amplă a diferitelor MM utilizabile în caracterizarea comportării SF se găsește în lucrarea [S 23].

Pentru a fi utilizabil, MM aferent unui SF trebuie să satisfacă două cerințe, de cele mai multe ori însă, contradictorii :

- să fie cât mai simplu,

- să redea toate proprietățile esențiale ale SF .

Principial MM aferent unui SF poate fi determinat pe două căi:

- calea analizei teoretice - identificare analitică (IA) (identificare teoretică)[I10] sau cunoașterea structurală „a priori” a

MM, [E2], [F3]- care are la bază legile fizico-chimice care guvernează fenomenele din SF analizat (ecuații de bilanț de masă și energie , ecuații de mișcare [B13], [C10], [F6], [I10], [I15] ș.a.)

și ordonarea ecuațiilor la una din formele MM-ISI sau MM-II;

- calea experimental-analitică - identificarea experimentală (IE) sau cunoașterea „a posteriori” pe bază de măsurări a MM [E2], [Z1].

Principalele etape ale determinării MM aferent unui SF pe calea analizei teoretice sau/și pe calea IE sînt sintetizate în fig.2.1. Din analiza fig.2.1 se pot preciza următoarele :

- (1) pentru obținerea unui MM cât mai corect, cele două căi-aparent independente - trebuie strîns corelate;
- (2) identificarea se necesită a fi - de cele mai multe ori - un proces iterativ;
- (3) în procesul de stabilire a MM final prin IE o etapă intermediară de caracterizare a comportării dinamice a unui SF o constituie modelele neparametrice (MN) date sub forma diferitelor funcții caracteristice ale SF (funcția pondere, funcția indicială - în domeniul timp -sau funcția răspuns la frecvență și componentele ei, caracteristicile de frecvență - în domeniul frecvență - ; d.p.d.v. al utilizării nemijlocite a lor în etapele următoare ale analizei/sintezei sistemelor, mai importante se dovedesc MN din domeniul frecvență [F2].
- (4) liniarizarea modelelor și utilizarea în continuare a unui MM-liniar (MM-L) se apelează și-se justifică în tehnica reglării prin următoarele: - (i) multe sisteme - în particular și cele din domeniul hidroenergetic - pot fi descrise prin dependente liniare sau liniarizabile în jurul unui punct de funcționare (cel puțin); - (ii) simplificarea calculelor de analiză și de sinteză pentru cazul liniar în raport cu cazul neliniar.
- (5) corectitudinea MM determinat este afectată de un număr mare de „surse de erori”, al căror efect trebuie estimat și pe cât posibil eliminat (în fig.2.1 sînt menționate doar câteva dintre acestea) ;
- (6) indiferent de calea urmată, identificarea unui SF comportă în ultimă instanță rezolvarea următoarelor două probleme [A3],[A4]: - (i) determinarea MM (stabilirea structurii și determinarea valorilor parametrilor aferenți) ; - (ii) verificarea corectitudinii MM în concordanță cu scopul utilizării lui.
- (7) specificarea unei metode de IE presupune precizări relative la:

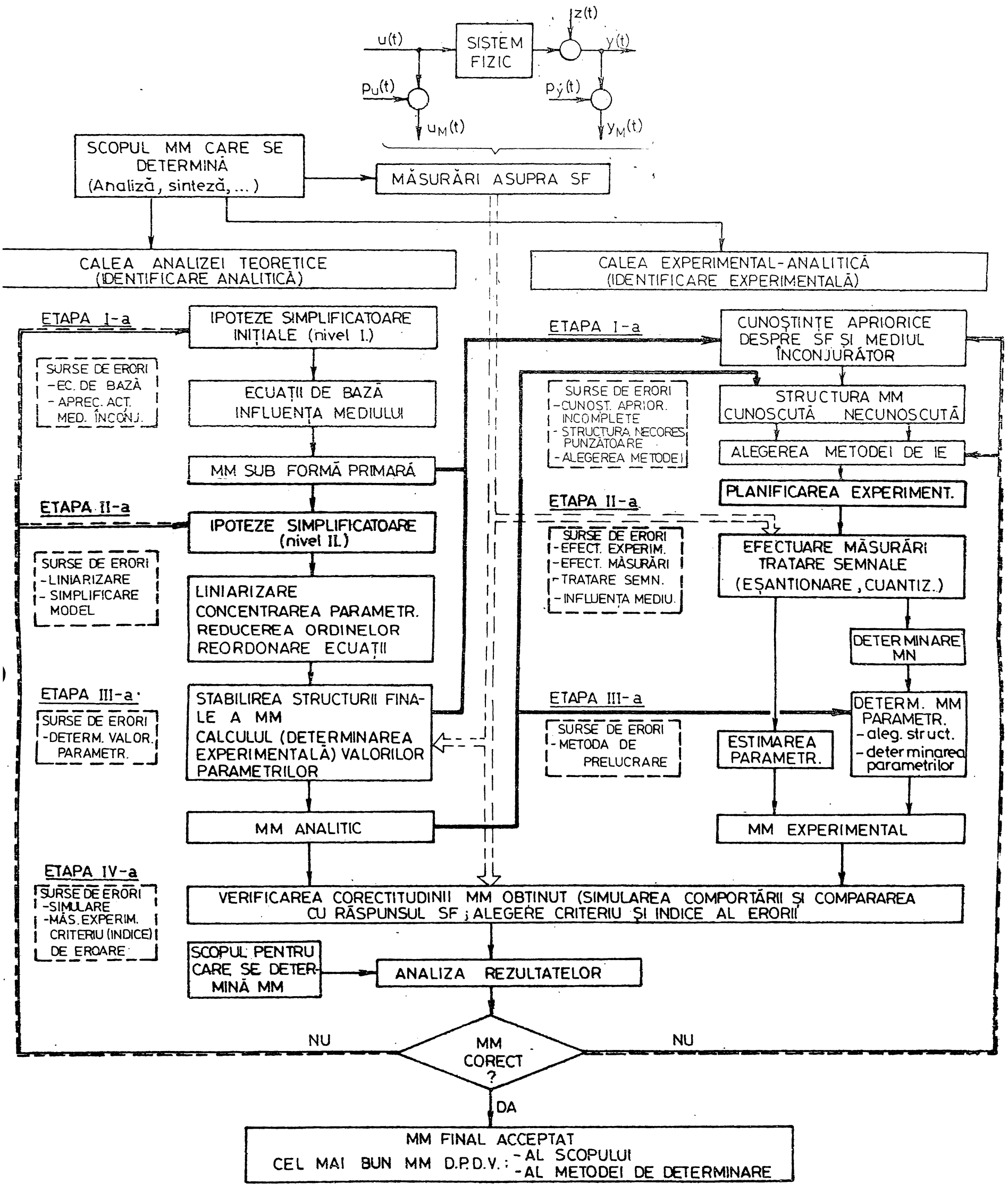


Fig. 2.1. Diagrama principalelor etape de determinare a MM aferent unui SF pe calea analizei teoretice și/sau pe calea identificării experimentale.

(i) mărimile de intrare/ieșire măsurate; (ii) clasa de MM utilizată în caracterizarea SF; (iii) criteriul de echivalare MM-SF.

IA se utilizează cu succes în cazul proceselor relativ simple - în special din domeniul mecanic și electric - sau pentru determinarea structurii de ansamblu a unui sistem complex; în general însă IA poate deveni o problemă dificilă, greu de soluționat [C10].

Ca urmare IE devine strict necesară în cazul proceselor complexe [I4] fie pentru identificarea „în ansamblu” a SF sub forma unui model de ordin redus [A1], [S15], fie pentru determinarea parametrilor aferenți unor subsisteme fizice părți componente ale SF [D1], menținându-se actuală probabil încă mulți ani [B16]. Ținând cont de multitudinea de aspecte concrete ridicate de efectuarea unei IE, reducerea ei numai la un set de tehnici matematice nu este reală [F4]; ținând cont de multitudinea „surselor de erori” care pot acționa, rezultatul oricărei IE trebuie privit ca o estimare a unui MM exact, ipotetic [S19].

Referitor la scopul pentru care se determină MM și corelat cu acesta și verificarea corectitudinii lui, literatura de specialitate este extrem de bogată fiind utilă menționarea următoarelor lucrări : [A4], [E2], [T7], [S20], [S21], [U4], [W7]; pentru verificarea corectitudinii MM (echivalarea MM-SF), după [A4], se pot utiliza următoarele erori (globale) :

- eroarea din semnalul de ieșire $e_y(t)$, fig.2.2.a :

$$e_y(t) = y(t) - y_m(t) = y(t) - f_m\{u(t)\} , \quad (2.2)$$

utilizată preponderent la determinarea MN ;

- eroarea din semnalul de intrare $e_u(t)$, fig.2.2.b :

$$e_u(t) = u(t) - u_m(t) = u(t) - f_m^{-1}\{y(t)\} , \quad (2.3)$$

(în practică această eroare nu se utilizează) ;

- eroarea generalizată, $e(t)$, fig.2.2.c. :

$$e(t) = y_m(t) - u_m(t) = f_{m,B}\{y(t)\} - f_{m,A}\{u(t)\} , \quad (2.4)$$

care constituie punctul de plecare pentru metodele de estimare a parametrilor (EP).

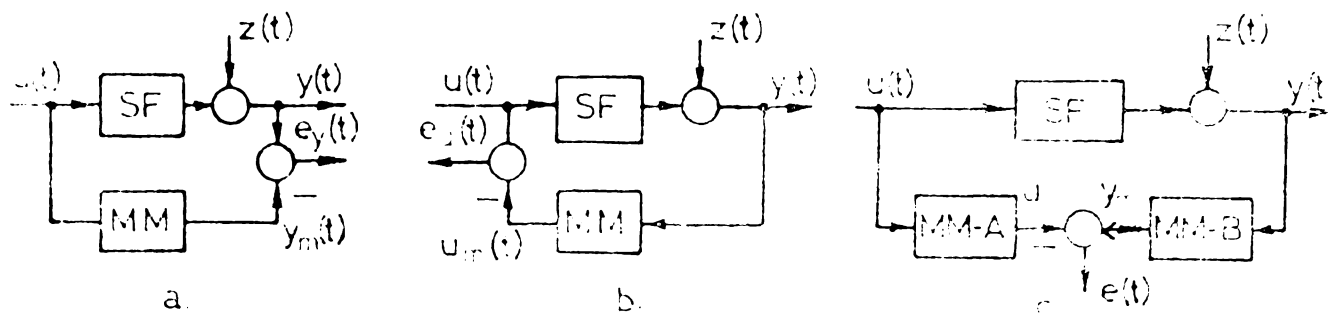


Fig.2.2. Definierea diferitelor categorii de erori (după [A4])

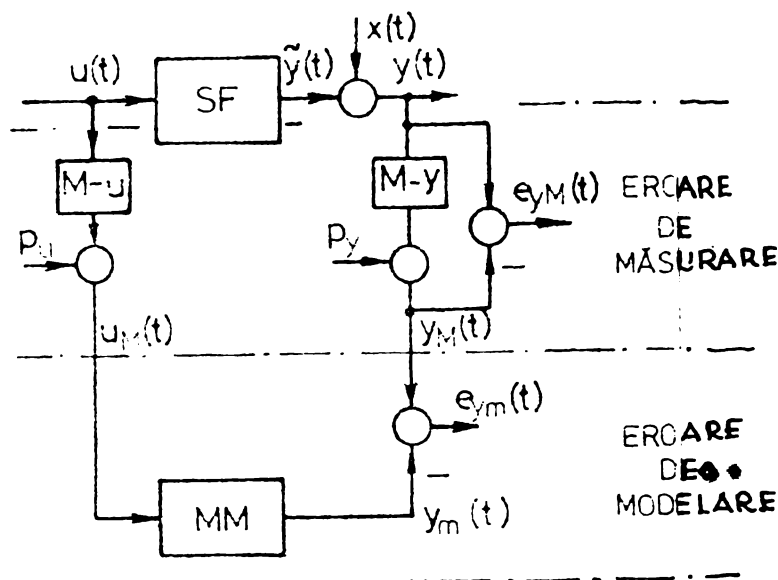
Tinând cont de modul și locul de manifestare, în cadrul erorii globale $e_y(t)$ - utilizată în cadrul lucrării - se pot evidenția următoarele două componente :

- eroarea care apare în procesul de măsurare, $e_{y_M}(t)$:

$$e_{y_M}(t) = y(t) - y_M(t) \quad ; \quad (2.5)$$

- eroarea care apare în procesul de modelare $e_{y_m}(t)$:

$$e_{y_m}(t) = y_M(t) - y_m(t) \quad (2.6)$$



Menținerea erorii globale $e_y(t)$ la valori cât mai reduse necesită menținerea celor două componente $e_{y_M}(t)$ și $e_{y_m}(t)$ la valori cât mai reduse; acest lucru presupune cunoașterea detaliată a mecanismului lor de manifestare și găsirea unor mijloace eficiente de anihilare sau de reducere a lor la valori minime.

Fig.2.3.Definirea erorilor de măsurare $e_{y_M}(t)$ și de modelare $e_{y_m}(t)$.

- Observații:** 1. În practică prezența perturbației $p_u(t)$ complică situația; influența ei trebuie analizată separat. Pentru cazul metodelor statistice de IE o astfel de analiză este prezentată în detaliu în cap.3 și 4 ale tezei.
2. O eroare globală de formă $e_y(t)$ poate fi definită în oricare din funcțiile caracteristice ale SF (funcția pondere, răspunsul indicial [S21], funcția de răspuns la frecvență ș.a.).
3. În [S14] se demonstrează că între cele două componente trebuie să existe un echilibru, în sensul că nu are sens o modelare deosebit de exactă bazată pe măsurări puțin exacte. Dacă în plus se ține cont de faptul că verificarea MM se face de multe ori tot prin efectuarea unor măsurări asupra SF, rezultă ca o cerință esențială reducerea erorilor de măsurare.

Intrucât în practica industrială, efectul surselor de erori datorate mediului și a celor de măsurare nu este întotdeauna neglijabil [W4],[W8], prezintă interes teoretic și practic cunoașterea influenței acestor surse de erori asupra preciziei de determinare a MM aferent unui SF ; abordarea acestei probleme pentru cazul IE-ms (corelație și analiză spectrală) constituie obiectul prezentei teze de doctorat; ținând cont de aceasta, rezultatele obținute și concluziile aferente se vor referi în primul rând la MN obținut în urma prelucrării estimărilor f.cor. sau f.d.s. Determinarea în continuare a unui model parametric se poate face prin metode prezentate în

literatură [H1],[I4],[I5],[P4],[S12],[S16],[S17],[T2],[T3],[T4] ș.a.

În finalul acestui paragraf se mai prezintă sub formă tabelată:

- în Tabelul 2.1 o succintă clasificare a metodelor de identificare experimentală,
- în Tabelul 2.2 o succintă clasificare a metodelor statistice de IE; particularitățile fiecărei metode pot fi găsite în bibliografia selectivă indicată.

În ambele tabele aria cercetărilor este demarcată cu linie întreruptă; ea cuprinde în principal metodele care utilizează semnale de probă exterioare de tip aleator sau pseudoaleator sau variațiile de funcționare normală a mărimilor SF identificate. Ținând însă cont de faptul că unele tehnici de EP au la bază f.cor. estimate [B4],[I13],[I14],[U5], se poate afirma că sub o formă sau alta aria de aplicare a rezultatelor cercetărilor poate fi considerabil extinsă.

2.2. Relațiile de bază ale analizei statistice a sistemelor liniare.

Problematika analizei semnalelor aleatoare este prezentată pe larg în literatură [B6],[C5],[C11],[G5],[I6],[I1],[N5],[S11],ș.a.; în continuare se prezintă succint principalele aspecte ale problemei

2.2.1. Relații statistice de bază. Pentru caracterizarea analitică (statistică) a semnalelor aleatoare se utilizează medierea pe ansamblul de realizări (marcată prin „~”, după [C11],[S11], ș.a.) și diferiți descriptori statistici :

a. Funcția de repartiție de ordinul 1, $F_1(x_1; t_1)$

$$F_1(x_1; t_1) = P\{x(t_1) \leq x_1\} \quad (2.7)$$

și funcția de densitate de probabilitate de ord.1, $p_1(x_1; t_1)$

$$p_1(x_1; t_1) = \partial F_1(x_1; t_1) / \partial x_1 \quad ; \quad (2.8)$$

cu ajutorul acestora se definesc momentele inițiale și momentele centrate de diferite ordine, n :

$$\overset{\sim}{\overset{\sim}{\overset{\sim}{\overset{\sim}{\sim}}}}{m}_n(x(t_1)) = \int_{-\infty}^{\infty} x^n(t_1) p_1(x_1; t_1) dx_1 \quad , \quad (2.9)$$

$$\overset{\sim}{\overset{\sim}{\overset{\sim}{\overset{\sim}{\sim}}}}{\sigma}_n^2[x(t_1) - \overset{\sim}{\overset{\sim}{\overset{\sim}{\sim}}}{x}(t_1)] = \int_{-\infty}^{\infty} [x_1(t_1) - \overset{\sim}{\overset{\sim}{\overset{\sim}{\sim}}}{x}(t_1)]^n \cdot p_1(x_1; t_1) dx_1 \quad . \quad (2.10)$$

Din cadrul acestora prezintă importanță deosebită :

- valoarea medie : $\overset{\sim}{\overset{\sim}{\overset{\sim}{\sim}}}{x}(t_1) = \overset{\sim}{\overset{\sim}{\overset{\sim}{\sim}}}{x}(t_1)$,
- valoarea medie patrată : $\overset{\sim}{\overset{\sim}{\overset{\sim}{\sim}}}{\sigma}_x^2(t_1)$,

- abaterea medie patrată (varianța):

$$\sigma_{x(t_1)}^2 = \overset{\sim}{\overset{\sim}{\overset{\sim}{\sim}}}{\sigma}^2[x(t_1) - \overset{\sim}{\overset{\sim}{\overset{\sim}{\sim}}}{x}(t_1)] \quad ,$$

- dispersia semnalului aleator :

$$G_{x(t_1)} \quad .$$

b. Funcția de repartiție de ord.2, $F_2(x_1, x_2; t_1, t_2)$ și funcția densitate de probabilitate de ord.2 $p_2(x_1, x_2; t_1, t_2)$, cu ajutorul cărora se definesc :

- funcția de autocorelație, $R_{xx}(t_1, t_2)$ (relativă la un semnal aleator $x(t)$):

$$R_{xx}(t_1, t_2) = \overline{x(t_1)x(t_2)} \quad ; \quad (2.12)$$

- funcția de intercorelație, $R_{xy}(t_1, t_2)$ (relativă la două semnale aleatoare $x(t)$ și $y(t)$):

$$R_{xy}(t_1, t_2) = \overline{x(t_1)y(t_2)} \quad . \quad (2.13)$$

Pentru caracterizarea transferului semnalelor aleatoare prin SF utilizarea medierilor statistice nu este adecvată; din acest motiv pentru caracterizarea proprietăților semnalelor se utilizează medierea temporală a realizării particulare $X^{(k)}(t)$, $k = 1, 2, \dots$ numărul de ordine a realizării, notată prin $E\{ \}$ (și marcată prin "—"):

$$E\{[X^{(k)}(t+t_1)]^n\} = \overline{[X^{(k)}(t+t_1)]^n} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} [X^{(k)}(t+t_1)]^n dt \quad (2.14)$$

Pentru categoria, relativ largă în practică, a semnalelor aleatoare staționare ergodice, valorile medii statistice sînt egale cu valorile medii temporale :

$$\overline{[X^{(k)}(t+t_1)]^n} = \overline{[X^{(k)}(t+t_1)]^n} \quad , \quad n = 1, 2, \dots, (N), \dots \quad (2.15)$$

Acceptarea ipotezei ergodicității atrage după sine simplificarea calculului diferiților descriptori statistici prin determinarea lor conform rel.(2.15) - prin mediere temporală.

Intreaga analiză efectuată în cadrul tezei presupune că semnalele aleatoare care acționează asupra SF sînt ergodice.

În analiza SF prezintă importanță deosebită variabilele aleatoare cu distribuție normală (Gauss) (acțiunea lor în cadrul SF se explică pe baza "teoremei limită centrală" [S11]; funcția densitate de probabilitate de ord.1 aferentă unei variabile aleatoare normal distribuite este :

$$p_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}} \quad (2.16)$$

În plus în practică, în vederea asigurării unor calcule cît mai exacte, analiza statistică se efectuează cu semnalele aleatoare centrate în raport cu valoarea lor medie $\overline{x(t)}$:

$$\Delta x(t) = x(t) - \overline{x(t)} \quad , \quad \overline{\Delta x(t)} = 0 \quad (2.17)$$

TABLEUL 2.1.0 CLASIFICARE A METODELOR DE IDENTIFICARE EXPERIMENTALĂ

METODA DE IDENTIFICARE		SEMNAL DE INTRARE	MM OBTINUT (ETAPE I-a)	SCHEMA DE PRINCIPIU A METODEI DE IDENTIFICARE	MM ETAPA II-a	OBSERVAȚII PRIVIND APLICAREA METODEI
NEPARAMETRICALĂ	DETERMINISTE	TIMP	<ul style="list-style-type: none"> • NEPERIODIC • PERIODIC 		ECUAȚIE DIFERENȚIALĂ	<ul style="list-style-type: none"> • volum de calcule redus în etapa I-a, ceva mai ridicat în etapa II-a • nivel de perturbare acceptat - redus (sensibil la perturbații) • liniaritate
		FREC-VENȚA	<ul style="list-style-type: none"> • F.R.F. (componente) (C) 			
PARAMETRICALĂ	STATISTICE	CORELAȚIE	<ul style="list-style-type: none"> • PSEUDOALEATOR 		ECUAȚIE CU DIFERENȚE, FUNCȚIE DE TRANSFER DISCRETĂ	<ul style="list-style-type: none"> • liniaritate • structura MM cunoscută • spectrul semnal $u(t)$ suficient de larg • sensibil la perturbații
		ANALIZĂ SPECTR.	<ul style="list-style-type: none"> • ALEATOR 			
PARAMETRICALĂ	ESTIMAREA PARAMETRILOR	MODELE AJUSTABILE (ADAPTIVE)	<ul style="list-style-type: none"> • DETERMINIST PERIODIC • PSEUDO-ALEATOR • ALEATOR 		ECUAȚIE CU DIFERENȚE, FUNCȚIE DE TRANSFER DISCRETĂ	<ul style="list-style-type: none"> • liniaritate • structura MM cunoscută • spectrul semnal $u(t)$ suficient de larg • (condiții de pornire) • acceptă perturbațiile
		ACTIVE PASIVE	<ul style="list-style-type: none"> • DETERMINIST PERIODIC • PSEUDO-ALEATOR • ALEATOR 			
ACTIVE PASIVE	<ul style="list-style-type: none"> • DETERMINIST PERIODIC • PSEUDO-ALEATOR • ALEATOR 	<p>ET-I-a: MM - PARAMETRIC</p> <p>ET-II-a: MM - PARAMETRIC</p>	<ul style="list-style-type: none"> • liniaritate • structura MM cunoscută • spectrul semnal $u(t)$ suficient de larg • (condiții de pornire) • acceptă perturbațiile 			
DIRECT	<ul style="list-style-type: none"> • DETERMINIST PERIODIC • PSEUDO-ALEATOR • ALEATOR 			<p>ET-I-a: MM - PARAMETRIC</p> <p>ET-II-a: MM - PARAMETRIC</p>	<ul style="list-style-type: none"> • liniaritate • structura MM cunoscută • spectrul semnal $u(t)$ suficient de larg • (condiții de pornire) • acceptă perturbațiile 	
ITERATIV	<ul style="list-style-type: none"> • DETERMINIST PERIODIC • PSEUDO-ALEATOR • ALEATOR 	<p>ET-I-a: MM - PARAMETRIC</p> <p>ET-II-a: MM - PARAMETRIC</p>	<ul style="list-style-type: none"> • liniaritate • structura MM cunoscută • spectrul semnal $u(t)$ suficient de larg • (condiții de pornire) • acceptă perturbațiile 			

TABELUL 2.2.0. CATEGORISIRE A METODELOR STATISTICE DE IDENTIFICARE

		ARTIFICIALE (EXTERNE)		NATURALE (FUNCI. NORM.)		
		DETERMINISTE		ALEATOARE		
CARACTER. SEMNAL UTILIZAT ÎN IE	PERIODICE	PSEUDOALEATOARE BINARE (SPAB)	TERNARE (SPAT)	SECVENȚĂ BINARĂ	CU BANDĂ LARGĂ	' CU BANDĂ LIMITATĂ
A. METODE	NEPARAMETRICE	(IDENTIFICARE EXPERIMENTALĂ)				
REZULTATUL MĂSURĂRII SI RELATIE DE IE	(1) CORELAȚIE CU SEMNAL PERIODIC $\phi_{uy}(\tau) = H(j\omega_i) \phi_{uu}(\tau - \frac{\tau H}{\omega_i})$ (2) CORELAȚIE ORTOGONALĂ $\phi_{uy}(0) = \frac{U_m}{2} \text{Re}\{G(j\omega_i)\}$ $\phi_{uy}(\frac{\tau}{2\omega_i}) = \frac{U_m}{2} \text{Im}\{G(j\omega_i)\}$	$\phi_{uu}(\tau) \xrightarrow{\text{(calcul)}} \hat{S}_{uu}(\omega)$ $\phi_{uy}(\tau) \xrightarrow{\text{(estimare)}} \hat{S}_{uy}(\omega)$ $\hat{\phi}_{uy} = \hat{h} * \phi_{uu} ; \hat{S}_{uy} = \hat{H} \cdot S_{uu}$	$\phi_{uu}(\tau) \xrightarrow{\text{(estimare)}} \hat{S}_{uu}(\omega)$ $\phi_{uy}(\tau) \xrightarrow{\text{(estimare)}} \hat{S}_{uy}(\omega)$ $\hat{\phi}_{uy} = \hat{h} * \hat{\phi}_{uu} ; \hat{S}_{uy} = \hat{H} \cdot \hat{S}_{uu}$	(4) CORELAȚIE CU SEMNAL ALEATOR		
REZULT. IE	$ H(j\omega) , \angle H(j\omega)$	$\hat{h}(t)$	$\hat{H}(j\omega)$	$\hat{h}(t)$	$\hat{H}(j\omega)$	
IE	FUNCȚIA DE TRANSFER	$\hat{H}(j\omega)$, EC. DIFER.; F.D.T.	$\hat{H}(j\omega)$	$(H(j\omega))$, EC. DIFERENT. F.D.T.		
LUCRĂRI DE BAZĂ	[S7], [S9], [W1], [W6] [19], [W5] ș.a.	[B6], [D3], [D4], [F8], [G6], [G8], [11], [12], [113], [114], [P4], [R1] ...		[B2], [B14], [G11], [E1], [11], [M4], [P4] ...	[G9], [H4], [L3], [S9] ...	
B. METODE	PARAMETRICE (ESTIMAREA PARAMETRILOR)	(5) CORELAȚIE ȘI METODA CELOR MAI MICI PATRATE				
REZULTATUL MĂSURĂRII	---	$\phi_{uu}(i\Delta), \hat{\phi}_{uy}(i\Delta) \Rightarrow E^*$	$\hat{\phi}_{uu}(i\Delta), \hat{\phi}_{uy}(i\Delta) \Rightarrow E$			
RELAȚIA DE ESTIMARE		$\hat{p} = [E^* \cdot E^{*-1}] E^* \hat{\phi}_{uy}$	$\hat{p} = [E \cdot E^{-1}] E^T \phi_{uy}$			
REZULT. IE			$\hat{p} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_m ; b_0 \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m]^T$			
LUCR. BAZĂ		[B4], [B10], [12], [114]				

Observație: Asigurarea valorii medii nule prezintă importanță în calculul f.cor. din mai multe puncte de vedere: (1) - dacă valorile f.cor. calculate constituie elementele unei matrici inversabile, atunci prezența componentei continue poate conduce la matrici „rău condiționate” a căror inversare constituie o problemă [A2], [R5], [Y1]; (2) - dacă pe baza valorilor f.cor. calculate se determină f.d.s., este necesar ca valoarea finală a f.cor. să tindă către zero, ceea ce revine la respectarea condiției „valoare medie nulă a semnalelor”; (3) - în cazul utilizării corelației polare sau de tip rețu, orice abatere a semnalului de la valoarea medie adevărată conduce la erori suplimentare în calculul f.cor. [V1]; asigurarea valorii medii nule devine astfel avantajoasă.

2.2.2. Funcții de corelație (f.cor.) a. Funcția de autocorelație (f.a.c.), notată $\phi_{uu}(\tau)$, se definește adesea ([C8],[P5],[S7]) conform relației :

$$\phi_{uu}(\tau) = E\{u(t)u(t+\tau)\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u(t)u(t+\tau)dt, \quad (2.18)$$

$t \in T \subset \mathbb{R}$, $\tau \in T$, τ reprezintă timpul de întârziere din calculul f.cor.; f.a.c. are următoarele proprietăți :

$$(1): \phi_{uu}(\tau) = \phi_{uu}(-\tau), \quad (2): \max\{\phi_{uu}(\tau)\} = \phi_{uu}(0) = \overline{u^2(t)}; \quad (2.19)$$

$$(3): \lim_{\tau \rightarrow \infty} \sqrt{\phi_{uu}(\tau)} = \overline{u(t)}, \quad (4): \phi_{uu}(\tau) = \frac{d}{d\tau} [\phi_{uu}(\tau)].$$

b. Funcția de intercorelație (f.i.c.) - notată $\phi_{uy}(\tau)$, se definește adesea prin relația :

$$\phi_{uy}(\tau) = E\{u(t)y(t+\tau)\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u(t)y(t+\tau)dt, \quad (2.20)$$

și are următoarele proprietăți :

$$(1): \phi_{uy}(\tau) = \phi_{yu}(-\tau), \quad (2): \phi_{uy}(0) = \overline{u(t)y(t)}, \quad (2.21)$$

$$(3): \lim_{\tau \rightarrow \infty} \sqrt{\phi_{uy}(\tau)} = \overline{u(t)y(t)}, \quad (4): \phi_{uy}(\tau) \leq \sqrt{\phi_{uu}(0)\phi_{yy}(0)} = \sqrt{\overline{u^2(t)}\overline{y^2(t)}}.$$

Observații: 1. În cazul în care $u(t) = a(t)+b(t)$ și $y(t) = c(t)+d(t)$ sînt semnale cu distribuție normală, atunci:

$$\phi_{uu}(\tau) = \phi_{aa}(\tau) + \phi_{ab}(\tau) + \phi_{ba}(\tau) + \phi_{bb}(\tau), \quad (2.22)$$

$$\phi_{uy}(\tau) = \phi_{ac}(\tau) + \phi_{ad}(\tau) + \phi_{bc}(\tau) + \phi_{bd}(\tau).$$

2. O aceeași f.a.c. respectiv f.i.c. poate aparține unui număr infinit de semnale (perechi de semnale) aleatoare; caracterizarea statistică a unui semnal aleator numai pe baza f.cor. este incompletă.

3. Privind definiția f.cor. se mai precizează că în alte lucrări (de ex. [C1],[G9],[P4]...) f.cor. se definesc conform rel.(2.23.a și b.) :

$$\phi_{uu}^-(\tau) = E\{u(t)u(t-\tau)\}; \quad \phi_{uy}^-(\tau) = E\{u(t)y(t-\tau)\}; \quad (2.23.a, b)$$

pentru a le distinge de f.cor. definite prin rel.(2.18) și (2.20), ele au fost marcate cu indicele superior "-". Cele două moduri de definire și - pe baza lor - de calcul al f.cor. influențează asupra relațiilor care caracterizează transferul semnalului aleator printr-un sistem (problema este tratată pe larg la punctul 2.3.b).

2.2.3. Funcții densitate spectrală de putere (f.d.s.) F.d.s. servesc pentru caracterizarea semnalelor aleatoare în domeniul frecvență; definirea lor are la bază conceptul de semnal aleator trunchiat, $u_T(t)$, $y_T(t)$, respectiv, transformata Fourier a acestuia [S11]:

$$U_T(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_T(t)e^{-j\omega t} dt = \int_{-T}^T u(t)e^{-j\omega t} dt \quad (2.24)$$

a. Funcția densitate spectrală de putere (f.d.s.p.), $S_{uu}(\omega)$;

$$S_{uu}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} [U_T(-j\omega)U_T(j\omega)] \quad (2.25)$$

f.d.s.p. este o funcție reală, pozitivă și pară pentru toate valorile $\omega \in \Omega \subset \mathbb{R}$, avînd următoarele proprietăți :

$$(1): S_{uu}(\omega) > 0 \quad ; \quad (2) S_{uu}(-\omega) = S_{uu}(\omega) \quad (2.26)$$

b. Funcția densitate interspectrală de putere (f.d.i.p.), $S_{uy}(\omega)$)

$$S_{uy}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} [U_T(-j\omega)Y_T(j\omega)] \quad (2.27)$$

f.d.i.p. este o funcție complexă de ω

$$S_{uy}(\omega) = P_{uy}(\omega) + jQ_{uy}(\omega) = S_{uy}(\omega) e^{j\angle S_{uy}(\omega)} \quad (2.28)$$

cu următoarea proprietate :

$$S_{uy}(-\omega) = S_{uy}^*(\omega) = S_{yu}(\omega) \quad (2.29)$$

(* - semnifică conjugata complexă a funcției); relațiile de legătură dintre componentele f.d.i.p.:

$$P_{uy}(\omega) = \frac{1}{2} [S_{uy}(\omega) + S_{yu}(\omega)], \quad Q_{uy}(\omega) = \frac{1}{2j} [S_{uy}(\omega) - S_{yu}(\omega)] \quad (2.30)$$

$$|S_{uy}(\omega)| = [P_{uy}^2(\omega) + Q_{uy}^2(\omega)]^{1/2}, \quad \angle S_{uy}(\omega) = \text{arctg}\{Q_{uy}(\omega)/P_{uy}(\omega)\}$$

În cazul în care f.cor. $\phi_{uu}(\tau)$ și $\phi_{uy}(\tau)$ sînt absolut integrabile, atunci f.d.s. $S_{uu}(\omega)$ și $S_{uy}(\omega)$ reprezintă transformatele

Fourier ale f.c.or. (relațiile WIENER-HINCIN):

$$S_{uu}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{uu}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad \phi_{uu}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{uu}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega, \quad (2.30.a)$$

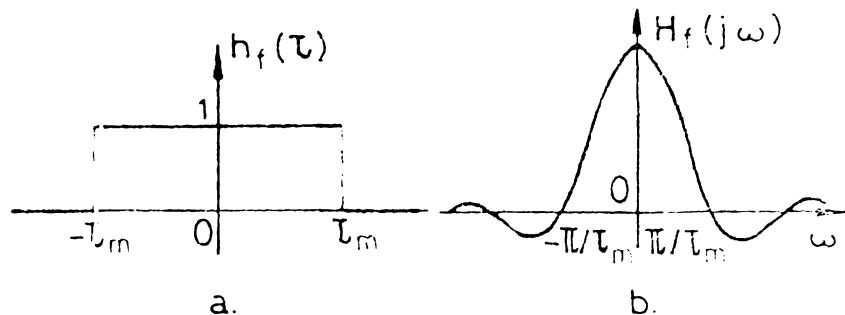
$$S_{uy}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{uy}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad \phi_{uy}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{uy}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega. \quad (2.30.b)$$

În continuare, ținând cont de proprietățile funcțiilor de sub integrală, voi rezultă:

$$S_{uu}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{uu}(\tau) \cos \omega\tau d\tau \quad \text{și} \quad \phi_{uu}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{uu}(\omega) \cos \omega\tau d\omega, \quad (2.31)$$

$$S_{uy}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{uy}(\tau) \cos \omega\tau d\tau \quad \text{și} \quad \phi_{uy}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{uy}(\tau) \sin \omega\tau d\tau. \quad (2.32)$$

Observație: Relațiile (2.30) sînt valabile numai dacă pentru $t \rightarrow \infty$ f.c.or. tind către zero; această cerință este satisfăcută dacă: (i) $u(t)=0$, $y(t)=0$; (ii) semnalele analizate nu conțin componente periodice; în caz contrar condiția se asigură (după caz) prin eliminarea componentei continue și/sau prin înmulțirea f.c.or. calculate cu „funcția fereastră” [S2], definită conform rel.(2.33), fig.2.4.a:



$$h_f(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{ptr. } |\tau| \leq \tau_m \\ 0 & \text{ptr. } |\tau| > \tau_m \end{cases} \quad (2.33)$$

Transformata Fourier a funcției fereastră este dată de relația (2.34), fig.2.4.b.:

Fig.2.4. Funcția fereastră $h_f(\tau)$ și transformata Fourier $H_f(j\omega)$.

$$\mathcal{F}\{h_f(\tau)\} = H_f(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h_f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\tau_m}^{\tau_m} \cos \omega\tau d\tau = 2 \frac{\sin \omega\tau_m}{\omega} \quad (2.34)$$

În aceste condiții, relațiile Wiener-Hincin obțin forus:

$$S_{uu}^0(\omega) = \int_{-\tau_m}^{\tau_m} \phi_{uu}(\tau) h_f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad S_{uy}^0(\omega) = \int_{-\tau_m}^{\tau_m} \phi_{uy}(\tau) h_f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (2.35)$$

F.d.s. astfel calculate sînt însă falsificate de $H_f(j\omega)$; acest efect poate fi diminuat în calculele practice dacă, în locul funcției fereastră definită prin rel.(2.33) se utilizează o funcție fereastră de tip "hanning" (de tip Hann) definită prin rel.(2.36):

$$h_H(\tau) = \begin{cases} 0,5(1 + \cos \pi \tau / \tau_m) & \text{ptr. } |\tau| \leq \tau_m \\ 0 & \text{ptr. } |\tau| > \tau_m \end{cases} \quad (2.36)$$

Filtrarea după Hann (în terminologia engleză „hanning”) prezintă și avantajul unei foarte ușoare corecții a f.d.s. calculate pentru wa.

lori discrete ale pulsației - rel.(2.43) și (2.44).

2.2.4. Relații efective pentru calculul f.cor. și f.d.s. În cazul determinării experimentale, pe baza de măsurări a f.cor., timpii de mediere $T \rightarrow \infty$ din rel.(2.18) și (2.20) se restring la valori finite, f.cor. calculate devenind "estimați" ale f.cor. ideale, afectate de erori statistice :

$$\hat{\phi}_{uu}(\tau) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u(t)u(t+\tau)dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)u(t+\tau) dt \quad , \quad (2.37)$$

$$\hat{\phi}_{uy}(\tau) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u(t)y(t+\tau)dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)y(t+\tau)dt \quad , \quad (2.38)$$

(^ - marchează caracterul de „estimație” a funcției). Ținând cont de rel.(2.25), (2.27) și (2.30) rezultă că f.d.s. se pot calcula pe două căi:

(1) calea directă, cu utilizarea rel.(2.25) și (2.27), cu T finit

$$\hat{S}_{uu}(\omega) = \frac{1}{2T} [U_T(-j\omega)U_T(j\omega)] \quad , \quad \hat{S}_{uy}(\omega) = \frac{1}{2T} [U_T(-j\omega)Y_T(j\omega)] ; \quad (2.39)$$

(2) calea indirectă, cu utilizarea rel.(2.30) :

$$\hat{S}_{uu}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\phi}_{uu}(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau \quad , \quad \hat{S}_{uy}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\phi}_{uy}(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.40)$$

D.p.d.v. al curateții rezultatului este recomandat calculul f.d.s. pe calea indirectă întrucît transformata Fourier este foarte sensibilă la neregularitățile din funcțiile temporale [E1]; din acest punct de vedere, calculul prealabil al f.cor. asigură - prin medierea pe care o realizează - eliminarea, cel puțin parțială a neregularităților din semnalul aleator de bază.

2.2.5. Relații pentru calculul numeric al f.cor. și f.d.s.

a. Calculul f.cor. sub forma discretă se poate asigura în două variante :

(1) cu relațiile de calcul discrete aferente relațiilor sub forma continuă (2.37) și (2.38), relații care presupun înmagazinarea prealabilă a întregului set de eșantionare ($N+m+1$ sau $2N+m+1$) necesare în calculul f.cor.:

$$\hat{\phi}_{uu}(k\Delta) = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N u(i\Delta)u(i\Delta+k\Delta) \quad , \quad \hat{\phi}_{uy}(k\Delta) = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N u(i\Delta)y(i\Delta+k\Delta) \quad (2.41)$$

în care: $k = 0, 1, 2, \dots, m < N$ reprezintă ordinul întârzierii, $\Delta = \Delta\tau = T/N$ reprezintă intervalul de întârziere elementar utilizat în calculul f.cor., iar $N+1$ numărul de puncte care caracterizează inter-

valul de mediere.

(2) cu relații de calcul prin recurență, în diferite variante [P4], adecvate în calculul "on-line" al f.cor.; una din aceste variante este dată de rel.(2.42)⁺:

$$\begin{aligned}\hat{\phi}_{uu,i}(k\Delta) &= \hat{\phi}_{uu,i-1}(k\Delta) + \frac{1}{i+1} [u((i-k)\Delta)u(i\Delta) - \hat{\phi}_{uu,i-1}(k\Delta)] \\ \hat{\phi}_{uy,i}(k\Delta) &= \hat{\phi}_{uy,i-1}(k\Delta) + \frac{1}{i+1} [u((i-k)\Delta)y(i\Delta) - \hat{\phi}_{uy,i-1}(k\Delta)]\end{aligned}\quad (2.42)$$

în care: $k=0,1,2,\dots,m$ reprezintă ordinul întârzierii, i -numărul de eșantioane utilizate ($i > m$); $\hat{\phi}_{uu,i-1}(k\Delta)$ și $\hat{\phi}_{uy,i-1}(k\Delta)$ - reprezintă estimările f.cor. din pasul anterior.

Observație: Sinteze privind echipamentele de corelație numerice se găsesc în lucrările [B1], [G10], [M6], [P6]; realizări autohtone de echipamente de corelație sînt prezentate în [D2], [I5], [P1] și [P7].

b. Calculul f.d.s. sub forma discretă pe baza f.cor. estimate anterior se poate realiza:

(1) cu relațiile de calcul discrete (transformata Fourier-discretă, TFD), într-una din variantele ei [P4]:

$$\begin{aligned}\hat{S}_{uu}(i\omega_0) &= \left[\hat{\phi}_{uu}(0) + 2 \sum_{k=1}^{m-1} \hat{\phi}_{uu}(k\Delta) \cos \frac{ik\tilde{\omega}}{m} + \hat{\phi}_{uu}(m\Delta) \cos i\tilde{\omega} \right] \Delta, \\ \hat{S}_{uy}(i\omega_0) &= \hat{P}_{uy}(i\omega_0) + j\hat{Q}_{uy}(i\omega_0) \quad \text{cu} \\ \hat{P}_{uy}(i\omega_0) &= \left[\hat{A}(0) + 2 \sum_{k=1}^{m-1} \hat{A}(k\Delta) \cos \frac{ik\tilde{\omega}}{m} + \hat{A}(m\Delta) \cos i\tilde{\omega} \right] \Delta \\ \hat{Q}_{uy}(i\omega_0) &= \left[2 \sum_{k=1}^{m-1} \hat{B}(k\Delta) \sin \frac{ik\tilde{\omega}}{m} + \hat{B}(m\Delta) \sin i\tilde{\omega} \right] \Delta ;\end{aligned}\quad (2.43)$$

în rel.(2.43) $\hat{A}(k\Delta)$ și $\hat{B}(k\Delta)$ reprezintă :

$$\hat{A}(k\Delta) = \frac{1}{2} [\hat{\phi}_{uy}(k\Delta) + \hat{\phi}_{yu}(k\Delta)], \quad \hat{B}(k\Delta) = \frac{1}{2} [\hat{\phi}_{uy}(k\Delta) - \hat{\phi}_{yu}(k\Delta)], \quad (2.44)$$

$k = 0,1,2,\dots,m$; f.d.s. se calculează pentru pulsațiile $i\omega_0$, $i = 0,1,2, \dots m$ iar $\omega_0 = 2\tilde{\omega}/m\Delta$.

(2) cu utilizarea transformatei Fourier rapidă (TFR), care asigură o viteză de lucru mult sporită [C4], [G4], [T6].

⁺ rel.(2.42) au fost utilizate în cadrul I.P.T.V.T. pentru studiile de NP în două trepte "corelație și metoda celor mai mici patrate", cu utilizarea subprogramelor SIPAC [S6], [BB].

Corecțiile de tip „hanning” ale f.d.s. astfel calculate sînt prezentate de ex. în [D10] sau [P4].

2.2.6. Cîteva aspecte privind alegerea parametrilor de calcul ai f.cor. și f.d.s. Ținînd cont de faptul că echipamentul de corelație utilizat în verificările experimentale a fost numeric, sinteza recomandărilor privind alegerea parametrilor de calcul a f.cor. se va referi în principal la $\Delta\tau$ -întîrzierea elementară și $\tau_m = m\Delta\tau$ -întîrzierea maximă. Trebuie însă precizat de la început faptul că recomandările date în diferitele lucrări sînt destul de eterogene. (1) Timpul de întîrziere elementar $\Delta\tau$ trebuie în orice caz să respecte cerințele teoremei eșantionării [N6]; [P9]:

$$\Delta\tau \leq 1/2 f_{ms} = \tilde{\pi} / \omega_{ms} = 3.1415 / \omega_{ms} \quad (2.45)$$

f_{ms} - reprezintă frecvența maximă semnificativă din semnalul supus eșantionării, $\omega_{ms} = 2\tilde{\pi}f_{ms}$. Ținînd însă cont de incertitudinile practice de apreciere a lui f_{ms} , în [S8] recomandarea pentru alegerea lui $\Delta\tau$ este mult mai restrictivă :

$$\Delta\tau \approx 1/20 f_{ms} = \tilde{\pi} / 10 \omega_{ms} \approx 0.3142 / \omega_{ms} \quad (2.46.a)$$

În [B11] pe baza unui număr mare de experimentări, autorii, recomandă pentru $\Delta\tau$ o valoare intermediară :

$$\Delta\tau \approx 1/13 f_{ms} \approx \tilde{\pi} / 6 \omega_{ms} \approx 0,5236 / \omega_{ms} \quad (2.46.b)$$

Pentru prevenirea erorilor în [B2] se recomandă și prefiltrarea semnalului care urmează a fi prelucrat prin utilizarea unui filtru „trece jos” cu frecvența de tăiere corespunzător aleasă.

(2) Timpul de întîrziere maxim $\tau_m = m\Delta\tau$ trebuie astfel ales încît pentru $|\tau| > \tau_m$

$$\phi_{uu}(\tau) \approx 0 \quad \text{și} \quad \phi_{uy}'(\tau) \approx 0 \quad ; \quad (2.47)$$

această valoare trebuie să respecte cerința (semiempirică [S8]):

$$\tau_m \geq 1/f_{min.s} = 2\tilde{\pi} / \omega_{min.s} \quad (2.48)$$

unde $f_{min.s}$ reprezintă frecvența minimă, care prezintă interes, din spectrul semnalului prelucrat; și în acest caz în lucrarea [B2] se recomandă prefiltrarea semnalului prelucrat cu un filtru „trece sus” cu frecvența de tăiere corespunzător aleasă.

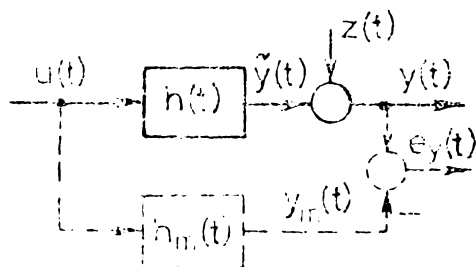
Nerespectarea acestor condiții în calculul f.cor. conduce la falsificări esențiale ale f.d.s. calculate pe baza f.cor., falsificare denumită „alias” [B6], [T8]. Recunoașterea ei este foarte dificilă iar evitarea ei se obține prin alegerea lui $\Delta\tau$ suficient de mic și creșterea corespunzătoare a lui m ; această soluție se

poate însă lovi de următoarele impedimente: - creșterea volumului de calcule solicitat; - la echipamentele specializate valoarea maximă a lui n este limitată la 100, 128, 256, 512 sau 1024 (pentru correlatorul numeric CNTR 1024 [C6]); - apariția unor complicații în calculul f.d.s. din f.cor. estimată datorată redundanței eşanționanelor [K4], [K2] (această problemă apare și la metodele de EP bazate pe f.cor. prin apariția unor matrici de inversat rău condiționate [K3]).

2.3. Transferul semnalelor aleatoare prin sistemele liniare

a. Teoria Wiener-Hopf : Pentru cazul sistemelor liniare (SL)

fig.2.5, legătura intrare-ieșire se poate exprima -prin intermediul funcției pondere (fep.) $h(t)$ - cu ajutorul integralei de convoluție (2.49) :



$$\tilde{y}(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)u(t-\tau)d\tau ; \quad (2.49)$$

pentru cazul SL perturbat, datorită liniarității :

$$y(t) = \tilde{y}(t) + z(t) \quad (2.50)$$

Fig.2.5. Schema bloc a unui sistem linear (invariant).

Legătura dintre descriptorii statistici f.a.c. intrare - f.i.c. intrare-ieșire, prin intermediul funcției pondere, se poate obține pe una din următoarele căi :

- (1) calculul f.i.c. intrare-ieșire cu rel.(2.18), (2.20) sau (2.23) - după caz;
- (2) minimizarea erorii medii pătratice din semnalul de ieșire, rel.(2.2) [K2];

Ea obține în final forma generală (2.51) :

$$\phi_{uy}(\tau) = \int_0^{\infty} h(\theta)\phi_{uu}(\tau-\theta)d\theta + \phi_{uz}(\tau) \quad (2.51)$$

Dacă $z(t)$ și $u(t)$ sînt necorelate, atunci $\phi_{uz}(\tau) = \overline{u(t) \cdot z(t)} = \text{const.}$; dacă în continuare $\overline{u(t)} = 0$ sau/și $\overline{z(t)} = 0$, atunci [K4]:

$$(2.51) \quad \phi_{uy}(\tau) = \int_0^{\infty} h(\theta)\phi_{uu}(\tau-\theta)d\theta = h(\tau)\phi_{uu}(\tau) \quad (2.52)$$

Ecuația (2.52) - cunoscută sub denumirea de ecuație „TANAK-HCPP” - constituie ecuația de bază a TE prin metode statistice a unui SF izolat.

Cu satisfacerea cerințelor transformatei Fourier, rel.(2.52) îi corespunde în domeniul frecvență rel.(2.53) :

$$S_{yy}(\omega) = H(j\omega)S_{uu}(j\omega) \quad (2.53)$$

$H(j\omega)$ - reprezintă funcția răspuns la frecvență (f.r.f.) a S.L. P.a.e. a ieșirii $\phi_{yy}(\tau)$ se calculează în continuare cu relația:

$$\phi_{yy}(\tau) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h(\tau_1)h(\tau_2)\phi_{uu}(\tau+\tau_1-\tau_2)d\tau_1d\tau_2 \quad ; \quad (2.54)$$

se poate defini f.a.e. a sistemului $\phi_{hh}(\alpha)$, prin relația [C11]:

$$\phi_{hh}(\alpha) = \int_0^{\infty} h(\tau_1)h(\tau_1+\alpha)d\tau_1 \quad (\tau_2=\tau_1+\alpha, d\tau_2=d\alpha) \quad (2.55)$$

cu ajutorul căreia $\phi_{yy}(\tau)$ se exprimă sub forma :

$$\phi_{yy}(\tau) = \int_0^{\infty} \phi_{hh}(\alpha)\phi_{uu}(\tau+\alpha)d\alpha \quad (2.56)$$

Acestei relații îi corespunde în domeniul frecvență relația:

$$S_{yy}(\omega) = |H(j\omega)|^2 S_{uu}(\omega) \quad (2.57)$$

Utilizarea în IE a rel(2.57) - teoretic posibilă nu este recomandată, întrucît în cazul general al sistemului perturbat, fig.2.1, ea obține forma :

$$S_{yy}(\omega) = |H(j\omega)|^2 S_{uu}(\omega) + S_{zz}(\omega) \quad (2.58)$$

și perturbațiile aditive de la ieșirea SF nu mai sînt filtrate.

b. Influența modului de definire a f.cor. și f.d.s. asupra relațiilor de calcul utilizate în IE (problema a fost analizată detaliat de autor în lucrarea [Pl6]). În cazul în care calculul f.cor. se face pe baza rel.(2.23) ecuația WIENER-HOPF și corespondența ei în domeniul frecvență rezultă sub forma :

$$\phi_{yu}^-(\tau) = \int_0^{\infty} h(\theta)\phi_{uu}^-(\tau-\theta)d\theta, \quad S_{yu}^-(\omega) = H(j\omega)S_{uu}^-(\omega) \quad (2.59)$$

În rel.(2.53) și (2.59), f.p. $h(t)$ este definită conform rel. (2.60), astfel încît să corespundă unui model fizic realizabil :

$$h(t) = \begin{cases} 0 & \text{ptr. } t \leq 0 \\ h(t) & \text{ptr. } t > 0 \end{cases} \quad (2.60)$$

În unele analize teoretice se operează cu funcția compusă $\tilde{h}(t)$, denumită funcție pondere extinsă, definită prin relația:

$$h(t) = \begin{cases} h^*(t) = h(-t') & \text{ptr. } t \leq 0 \quad (t' > 0) \\ h(t) & \text{ptr. } t > 0 \end{cases} \quad (2.61)$$

în care $h^*(t)$ reprezintă funcția pondere inversă, fără corespondent fizic real [C11]. Determinarea lui $h^*(t)$ se face cu ajutorul rel.(2.62), obținute în același mod ca și rel.(2.52) sau (2.54) dar cu indicii inversați:

$$\phi_{yu}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \phi_{uu}(\tau+t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} h(-t') \phi_{uu}(\tau-t') dt' = \int_{-\infty}^{\infty} h^*(t) \phi_{uu}(\tau-t) dt, \quad (2.62)$$

$$\phi_{uy}^-(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \phi_{uu}^-(\tau+t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} h(-t') \phi_{uu}^-(\tau-t') dt' = \int_{-\infty}^{\infty} h^*(t) \phi_{uu}^-(\tau-t) dt.$$

Prin utilizarea relației WIENER-HINCHIN, rel.(2.62) le corespund:

$$S_{yu}(\omega) = H^*(j\omega) S_{uu}(\omega) \quad \text{și} \quad S_{uy}^-(\omega) = H^*(j\omega) S_{uu}^-(\omega), \quad (2.63)$$

în care $H^*(j\omega) = H(-j\omega)$.

Ca urmare în IE a unui SL, în funcție de modul de definiție și de calcul al f.cor. și corespunzător al f.d.s. se vor obține rezultate corecte numai prin utilizarea rel.(2.52) (2.53) sau (2.59); în ambele domenii, relațiile de IE coincid în conținut diferența formală fiind evidențiată de ordinea indicilor f.i.c. respectiv ai f.d.i.p. Problema devine deosebit de importantă în cazul identificării blocurilor SAR din variațiile de funcționare normală a mărimilor SAR, când, relațiile de IE nu mai sînt evidente (par.4.3.2).

Observații: 1. Utilizarea uneia sau a alteia din modurile de definiție și de calcul al f.cor. (f.d.s.) este la latitudinea experimentatorului; ceea ce se impune ulterior este consecvență în utilizarea relațiilor.

2. Calculul f.cor. pe baza rel.(2.18) și (2.20) prezintă avantajul eliminării mai ușoare a drifturilor polinomiale la IE cu semnal pseudoaleator [D4].

CAPITOLUL 3. ANALIZA ERORILOR STATISTICE SI SISTEMATICE CARE APAR LA ESTIMAREA F.COR. SI F.D.S. DATORATE ECHIPAMENTULUI DE MĂSURA ȘI PERTURBĂRII MĂSURĂRIILOR

IE prin metode statistice este situată la intersecția dintre tehnica de măsurare, tehnica de calcul și tehnica de prelucrare a rezultatelor măsurărilor (calculului) în vederea determinării unui MM; ca urmare, rezultatele unei IE efectuate prin metode statistice vor fi afectate de erorile specifice tuturor celor trei tehnici; fig.3.1. În plus, trebuie făcută precizarea că orice eroare survenită pe lanțul IE se repercutează asupra rezultatului final.

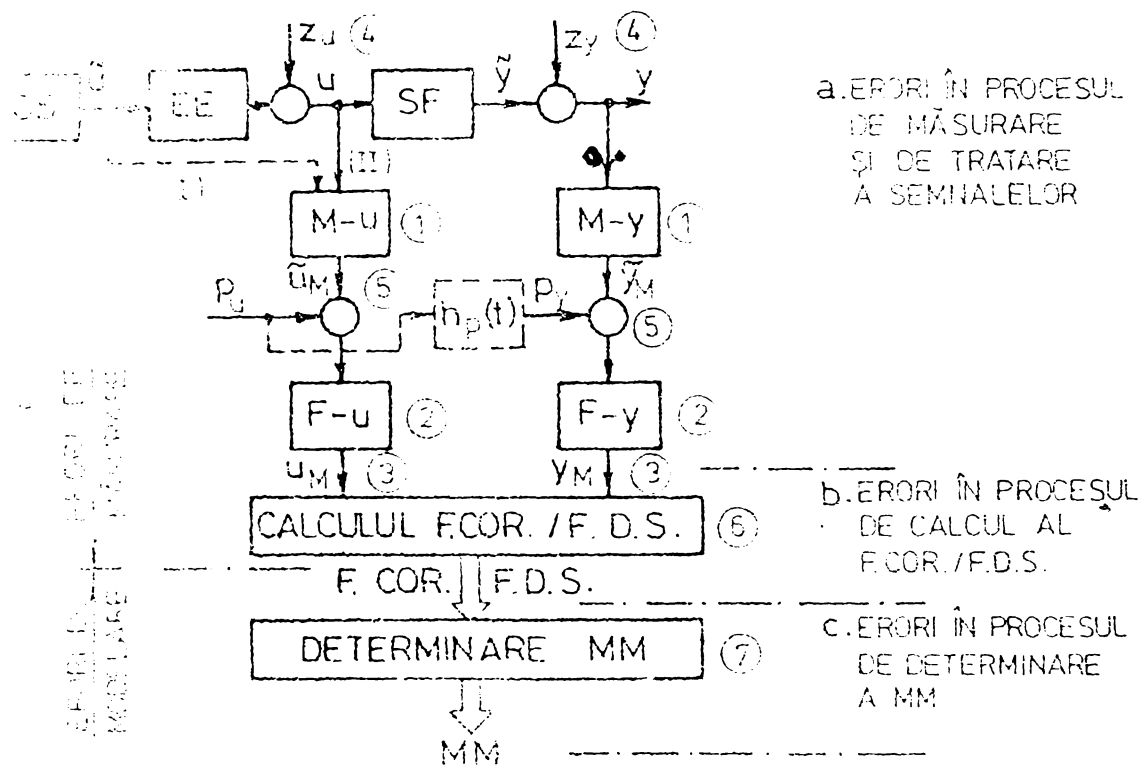


Fig.3.1. Schema de principiu referitoare la identificarea experimentală prin metode statistice a unui sistem fizic cu precizarea erorilor care apar; - \tilde{u}, \tilde{y} - mărimi caracteristice ale sistemului fizic (neperturbate); - u, y - idem, perturbate; - z_u, z_y - mărimi perturbatoare ale mărimilor caracteristice; - \tilde{u}_M, \tilde{y}_M - mărimi măsurate, neperturbate; - u_M, y_M - idem, perturbate, filtrate; - p_u, p_y - mărimi perturbatoare ale mărimilor măsurate - SF sistem fizic; - GS generator de semnal; M-u, y - echipament de măsurare; F-u, y - echipament de filtrare; - EE - element de execuție; (cifrele arabe încercuite sînt în corespondență cu categorisirea de la punctul 3.1).

Analiza lucrărilor care au stat la dispoziția autorului au evidențiat faptul că multe aspecte legate de erorile care apar în procesul de măsurare și de calcul al f.cor. și f.d.s. sînt tratate incomplet sau foarte sumar; din cadrul acestora din urmă se

remarcă erorile care apar la estimarea f.cor. și f.d.s. datorate perturbării măsurărilor.

În cadrul acestui capitol se abordează în principal numai acele aspecte ale erorilor din procesul de măsurare și de determinare a f.cor. și f.d.s. care în literatură sînt incomplet sau foarte dispersat prezentate. În acest context :

- în par.3.1 se prezintă o clasificare detaliată a erorilor care apar în cazul unei IĖ prin metode statistice; clasificarea are la bază cauzele care generează erorile și locul lor de apariție;
- în par.3.2 și 3.3 se prezintă o analiză a erorilor datorate limitelor tehnice a echipamentelor de măsurat și cele datorate diferitelor tipuri de filtrare plasate pe canalele de măsurare;
- în par.3.4 se analizează perturbațiile care acționează asupra căilor de măsură - cauzele și implicațiile asupra estimării f.cor. și/sau f.d.s.; un loc aparte este acordat problemei cuantizării semnalelor prelucrate, concluziile obținute fiind importante pentru practica calculului f.cor. din date cuantizate.
- în par.3.5 se analizează în detaliu erorile care apar la estimarea f.cor. și f.d.s. din măsurări perturbate; pentru a nu da o extindere excesivă acestui paragraf, demonstrațiile aferente sînt prezentate în anexele nr.3 și nr.4.

Verificările experimentale aferente cercetărilor din acest capitol sînt sintetizate în cap.5.

Problemele prezentate în par.3.1 ... 3.4 completează prin conținut informațiile dispersate și incomplete din literatură iar cele din par.3.5 constituie -după cunoștințele autorului- contribuții originale.

3.1. Clasificarea erorilor care apar la o IĖ efectuată prin metode statistice

Analizele și clasificările erorilor care apar la o IĖ efectuată prin metode statistice prezentate în literatura de specialitate -[B2],[B3],[B11],[B19],[P3],[M2],[P4],[T9] - grupează aceste erori în primul rînd după caracterul lor în :

- erori de aparatură (erori de calibrare) sau erori sistematice,
- erori de estimare sau erori statistice,
- erori personale sau erori subiective

și în al 2-lea rînd după cauza și locul lor de apariție; o astfel de clasificare face însă abstracție de faptul că în ansamblul erorilor o aceeași cauză poate determina , în condiții diferite, erori cu caracter diferit. Din acest punct de vedere un loc aparte trebuie să-l ocupe erorile care apar datorită perturba-

țiilor care pot acționa fie asupra SF identificată, fie asupra măsurărilor (fig.3.1); de exemplu, o acțiune perturbatoare aleatoare staționară asupra măsurărilor (p_u , p_y) determină în cazul unei măsurări corelative următoarele două categorii de erori: - erori statistice suplimentare; - erori cu caracter sistematic („bias”-ul estimării sau conform traducerii din [E2], marcarea estimării).

Ca urmare se apreciază că în cazul IE prin metode statistice este mai utilă clasificarea erorilor prezentată în tabelul 3.1, prin care se precizează (în ordine):

- etapa IE în care apare eroarea (se marchează cu litere mici, în corespondență cu fig.3.1) ;
- cauza erorii (sursa de eroare) și locul ei de acționare (se marchează printr-o cifră arabă, încercuită, aflată în corespondență cu cifrele arabe încercuite din fig.3.1);
- caracterul erorii generate: SIST - sistematice, STAT - statistice, SUB - subiective;
- principalele lucrări bibliografice referitoare la eroarea analizată.

3.2. Erori datorate limitelor tehnice de execuție și de funcționare a echipamentelor de măsură și de cuplare

Echipamentele de măsură și de cuplare introduc următoarele două categorii de erori cu caracter sistematic, permanent prezente în procesul de măsurare:

a. Erorile statice cu repercursiuni asupra corectitudinii întregului SX; ele se datoresc în principal construcției echipamentului (zone de insensibilitate, zone de limitare, neliniarități cu caracter aleator ș.a.) avînd în parte, caracter determinist, în parte, caracter aleator; în [W9] se apreciază că pentru majoritatea cazurilor eroarea statică a echipamentelor de măsură se încadrează în domeniul (0,2)0,5... 2%.

Problema neliniarităților cu caracter aleator - datorate toleranțelor de execuție - este analizată în lucrarea [M3]; autorul lucrării ajunge la concluzia că în multe situații (valabile și pentru echipamentele de măsură și de execuție cu elemente mecanice) o neliniaritate aleatoare staționară din cadrul unui SF poate fi echivalată cu un semnal aleator staționar cu caracter perturbator, care acționează la ieșirea SF considerat (de ex. pentru elementele de măsură M-u,y din fig.3.1 semnalele $p_u(t)$ și $p_y(t)$).

b. Erorile dinamice, datorate lărgimii finite a benzii de trecere a echipamentelor de măsură, cu efecte asupra determinării constan-

TABELUL 3.1. O CLASIFICAREA ERORILOR CARE APAR LA O IB PRIN METODE DE STATISTICE

CATEGORIA ERORII	CAUZA ERORII	STADIUL IN CADE APARE	CARACT. ERORII	BIBLIOGRAFIE DE BAZA
1	2	3	4	5
a. ERORI CARE APAR IN PROCESUL DE MASURARE A MARTELOR SI DE PRELUCRARE A LOR	<ul style="list-style-type: none"> • limitări tehnice de execuție și de funcționare a echipamentelor de măsură (par.3.2) • utilizarea diferitelor tipuri de filtre plasate pe canalele de măsură (par.3.3) • prelucrarea semnelor măsurate în vederea calculului f.cor. sau f.d.s.: esanționare, cuantizare, modulară... (par.3.4) • mărimile perturbatoare care acționează : <ul style="list-style-type: none"> - asupra procesului z_u, z_y - asupra măsurărilor P_u, P_y (a se vedea și punctul b).(par.3.5) 	<p>3</p> <p>4</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p> <p>5</p>	<p>SIST.</p> <p>SIST</p> <p>SIST STAT</p> <p>SIST STAT</p> <p>SIST STAT</p> <p>SIST STAT</p>	<p>[W2], [W9], [W10]</p> <p>[B2], [K4], [K5], [W2], [W8]</p> <p>[B1], [B19], [G4], [M2]</p> <p>[I9], [B3], [E15], [P20], [K8]</p> <p>[B3], [K20]</p>

Tabel 3.1 (continuare)

1	2	3	4	5
<p>b. ERORI CARE APAR IN PROCESUL DE CALCUL AL F.COR. SI/SAU F.D.S.</p>	<p>2</p> <ul style="list-style-type: none"> • caracteristicile semnalelor, diferite de cele teoretic scontate: <ul style="list-style-type: none"> - negausiene, valoare medie nenulă, - deformări introduse de elem. de execuție, - dependența statistică între semnalul util și mărimile de perturbație ș.a. • alegerea (necorespunzătoare) a parametrilor prelucrării statistice: <ul style="list-style-type: none"> - timp de mediere finit T - timp de întârziere elementar - timp de întârziere maxim m • prezența perturbațiilor în semnalele prelucrate (a se vedea și punctul a) • modul în care se realizează prelucrarea statistică <ul style="list-style-type: none"> - analogică (zgomote ale suportului de înregistr., imperfecțiuni de realizare a echipam. ș.a. - numerică (practic, în calculul numeric (corect) al f.cor. nu apar erori) - prelucrare specială (polară, de tip releu, ...; în acest caz corecțiile sînt posibile numai pentru cazul gaussian): imperfecț. de echipament, timp de răspuns propriu, histerezis ș.a. • transformarea Fourier a f.cor. în f.d.s.: - determinate de echipamentul util- 	<p>0, 4 5 6 6 6 6 6</p>	<p>SIST STAT STAT SIST SUB SIST STAT SIST SIST STAT</p>	<p>[B6],[G5],[S7],[S9],[S10] [D4],[G6],[G7],[G8],[B16] [B2],[R7] [G4],[M2],[P4],[S11] [B19],[A27] [B1],[B6],[G5] [B1],[B6],[G5],[M2] [B7],[L2],[V1],[V2] [W3],[M4]</p>

Tabel 3.1 (continuare)

1	2	3	4	5
	<p>zati - analogie - numeric</p> <p>- nerespectarea condițiilor teoretice de valabilitate a transformării: - valoare medie nemă - neregularit. în f.cor.estimată</p>	3	<p>STST -</p> <p>SUB STAT</p>	<p>[B6],[G5],[S11] [B6],[M2],[G5]</p> <p>[B6] [B6],[G5],[R2]</p>
<p>C. BLOCUL CARE APAR ÎN PROCESUL DE DETERMINARE A ME: (ERORI ÎN MODELARE)</p>	<p>• utilizarea unor relații simplificate în IE, fără aplicarea corecțiilor adecvate (dacă sînt posibile)</p> <p>$\phi_{uy}(\tau) \approx g(\tau)$ adică $\phi_{uy}(\tau) \approx \delta(\tau)$;</p> <p>• algoritmi utilizați în determinarea MM parametric</p>	7	<p>SUB STST</p>	<p>[B14],[D4],[D5],[R2] [G9],[J3],[I4],[M4] [P4],[R1],[S12],[S17] [S22],[T2],[T3],[U1] [W5],[W6] ș.a.</p>

telor de timp τ_{SP} ; în fig.3.2 se prezintă lărgimea de bandă pentru diferite tipuri de echipamente de măsură frecvent utilizate în automatizări (după [78]);

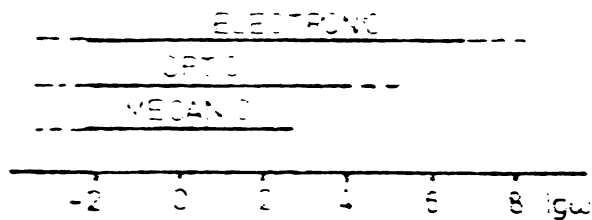


Fig.3.2. Lărgimea benzii de trecere pentru diferite tipuri de echipamente de măsură.

ginea benzii de trecere adecvată.

Influența erorilor dinamice introduse de echipamentele de măsură asupra estimării f.sor. și f.d.s. poate fi urmărită analitic mai ușor în domeniul frecvență; pentru simplificare se vor considera: - $p_u(t) = p_y(t) = 0$; - echipamentele de măsură sînt de tip proporțional cu temporizare de ord.1 (PT-1) cu funcția de transfer (f.d.t.):

$$H_{Mu,y}(s) = \frac{K_{Mu,y}}{1+sT_{Mu,y}} \quad \text{cu} \quad \begin{matrix} K_{Mu,y_0} = 1 \\ \omega_{0Mu,y} = 1/T_{Mu,y} \end{matrix} \quad (3.1)$$

- căile de măsură nu conțin filtre (P-u, P-y, fig.3.1).

(1) La calculul f.d.s.p. $S_{uMu}(\omega)$ sau $S_{yMy}(\omega)$, în baza rel. (2.58), se obțin :

$$S_{uMu}(\omega) = |H_{Mu}(j\omega)|^2 S_{uu}(\omega) , \quad S_{yMy}(\omega) = |H_{My}(j\omega)|^2 S_{yy}(\omega) \quad (3.2)$$

adică deformările din f.d.s.p. apar în principal în domeniul frecvențelor înalte, fiind cu atît mai importante cu cît $\omega_{0Mu,y}$ sînt mai mici, fig.3.3.

(2) La calculul f.d.i.p., $S_{uMy}(\omega)$, în baza rel.(2.27), se obține:

$$S_{uMy}(\omega) = S_{uy}(\omega) H_{Mu}^*(j\omega) H_{My}(j\omega)$$

și ținînd cont de rel.(2.53) rezultă :

$$S_{uMy}(\omega) = S_{uu}(\omega) H(j\omega) H_{Mu}^*(j\omega) H_{My}(j\omega) \quad (3.3)$$

Factorul care determină falsificarea rezultatului, $\alpha_f(j\omega)$

$$\alpha_f(j\omega) = H_{Mu}^*(j\omega) \cdot H_{My}(j\omega) \quad (3.4)$$

trebuie analizat în strînsă legătură cu f.d.t. a sistemului suspus IB:

- pentru cazul în care în domeniul frecvențelor considerat util, mărginit superior de frecvența de eșantionare ω_T se respectă relațiile :

$$|H_{Mu}(j\omega)|_{\omega < \omega_T} \approx 1 \quad \text{și} \quad |H_{My}(j\omega)|_{\omega < \omega_T} \approx 1 \quad ; \quad (3.5)$$

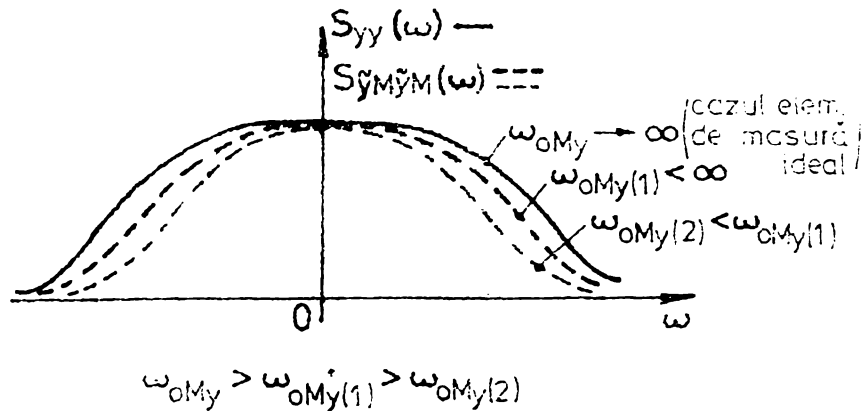


Fig.3.3. Reducerea lărgimii funcției densitate spectrală de putere a semnalului de bază $S_{yy}(\omega)$, datorită lărgimii de bandă finite a elementului de măsură; $S_{yMyM}(\omega)$ - funcția densitate spectrală de putere a semnalului de la ieșirea elementului de măsură; $\omega_{0My(1,2)} = 1/T_{My}$ pulsația de frîngere a elementului de măsură.

falsificarea rezultatului IE este nesemnificativă și în IE se poate lucra cu relația :

$$S_{\tilde{u}M\tilde{y}M}(\omega) = H(j\omega)S_{\tilde{u}M\tilde{u}M}(\omega); \quad (3.6)$$

- pentru cazul în care domeniul frecvențelor considerat util:

$$|H_{Mu}(j\omega)|_{\omega < \omega_T} \ll 1$$

și

$$|H_{My}(j\omega)|_{\omega < \omega_T} \ll 1, \quad (3.7)$$

utilizarea în IE a rel.(3.7) conduce la falsificarea rezultatului. Această falsificare este cu atât mai semnificativă cu cât pulsațiile de frîngere $\omega_{0Mu,y}$ sînt mai apropiate de pulsațiile de frîngere ale SF identificat; în aceste condiții cunoașterea dinamicii elementelor de măsură devine strict necesară.

Ținînd cont de ordinul de mărime al celorlalte erori care pot apare în estimarea f.d.s. și/sau f.cor., un calcul relativ simplu conduce la concluzia că pentru cazurile în care $\omega_{Mu,y} > 10\omega_{ms}$, ω_{ms} - pulsația maximă din semnalul analizat, erorile datorate elementului de măsură sînt neglijabile.

3.3. Erori datorate utilizării diferitelor tipuri de filtre plasate pe canalele de măsură

Obişnuit pe canalele de măsură se plasează următoarele tipuri de filtre:

- filtre „trece jos”, utilizate pentru prefiltrare semnalelor aleatoare de componentele de înaltă frecvență nedorite [B2], [B3],[B4] ș.a. ;
- filtre „trece sus”, utilizate pentru prefiltrarea semnalelor aleatoare de componentele de foarte joasă frecvență (drifturi

polinomiale) nedorite [B2],[B4];

- filtre "de corecție" a proprietăților echipamentelor de măsură (de cele mai multe ori cu caracter proporțional-derivativ- cu temporizare de ord.1 (PDT1), [D7],[W8].

Prezența acestor filtre poate determina apariția unor erori sistematice; influența lor poate fi analizată atât experimental cât și analitic.

O analiză experimentală a influenței filtrelor trece jos și trece sus asupra determinării f.cor. este prezentată în [B2] fără însă a se aborda și aspectele teoretice ale problemei. În lucrarea [B3] se precizează influența filtrării „trece jos” respectiv „trece sus” în calculul f.cor. utilizate în IE prin metode parametrice. În lucrarea [C9] se apreciază că, cel puțin d.p.d.v. teoretic, erorile introduse de astfel de filtre (inclusiv de elementele de măsură) pot fi compensate; practic efectuarea unor astfel de corecții se dovedește însă dificilă (în special în domeniul timp) și puțin eficientă. Influența filtrelor de corecție asupra rezultatelor unei măsurări (în general, nu de corelație) este prezentată în [W15].

Pe cale analitică, influența acestor filtre asupra estimării f.cor. și f.d.s. și implicațiile asupra rezultatelor IE, se urmărește mai ușor în domeniul frecvență, concluziile obținute fiind valabile și interpretabile și în domeniul timp:

În lipsa perturbațiilor, relațiile de calcul a f.d.s. sînt similare cu rel.(3.2) și (3.3) adăugîndu-se în plus doar f.r.f. ale filtrelor $H_{Fu}(j\omega)$, $H_{Fy}(j\omega)$. Prezența perturbațiilor determină însă modificări, care, pe baza rel.(2.58) și (2.53)- pot fi descrise de rel.(3.8.a) ... (3.8-c) :

- pentru calculul f.d.s.p. $S_{uMuM}(\omega)$ (similar și pentru $S_{yMyM}(\omega)$):

$$S_{uMuM}(\omega) = |H_{Mu}(j\omega)|^2 |H_{Fu}(j\omega)|^2 S_{uu}(\omega) + |H_{Fu}(j\omega)|^2 S_{pupu}(\omega); \quad (3.8.a)$$

- pentru calculul f.d.i.p. $S_{uMyM}(\omega)$:

$$S_{uMyM}(\omega) = S_{uMyM} H_{Fu}^{*2}(j\omega) H_{Fy}(j\omega) + S_{pupy}(\omega) H_{Fu}^{*2}(j\omega) H_{Fy}(j\omega); \quad (3.8.b)$$

termenul al 2-lea al membrului drept este nul în cazul în care $p_u(t)$ și $p_y(t)$ sînt statistic independente;

Tinînd cont de rel(3.3) rel.(3.8.b) se mai poate scrie :

$$S_{uMyM}(\omega) = S_{uu}(\omega) H_{Mu}^{*2}(j\omega) H_{Fu}^{*2}(j\omega) H_{My}(j\omega) H_{Fy}(j\omega) + S_{pupy}(\omega) H_{Fu}^{*2}(j\omega) H_{Fy}(j\omega) \quad (3.8.c)$$

Cunoscînd caracteristicile de frecvență (c.d.f.) ale elementelor (filtre, elemente de măsură) plasate pe intrările corelatorului, valoarea erorilor poate fi apreciată imediat. In fig.3.4 se prezintă f.d.t. și alurile de principiu ale c.d.f.- caracteristica modul-frecvență (c.m.f.) $|H|_{dB} = f_1(\lg \omega)$ și caracteristica fază-frecvență (c.f.f.), $\angle H = f_2(\lg \omega)$ - pentru cele trei tipuri de filtre mai frecvent utilizate în practică: (a) filtrul „trece jos”, (b) filtrul „trece sus”; (c) filtrul de corecție.

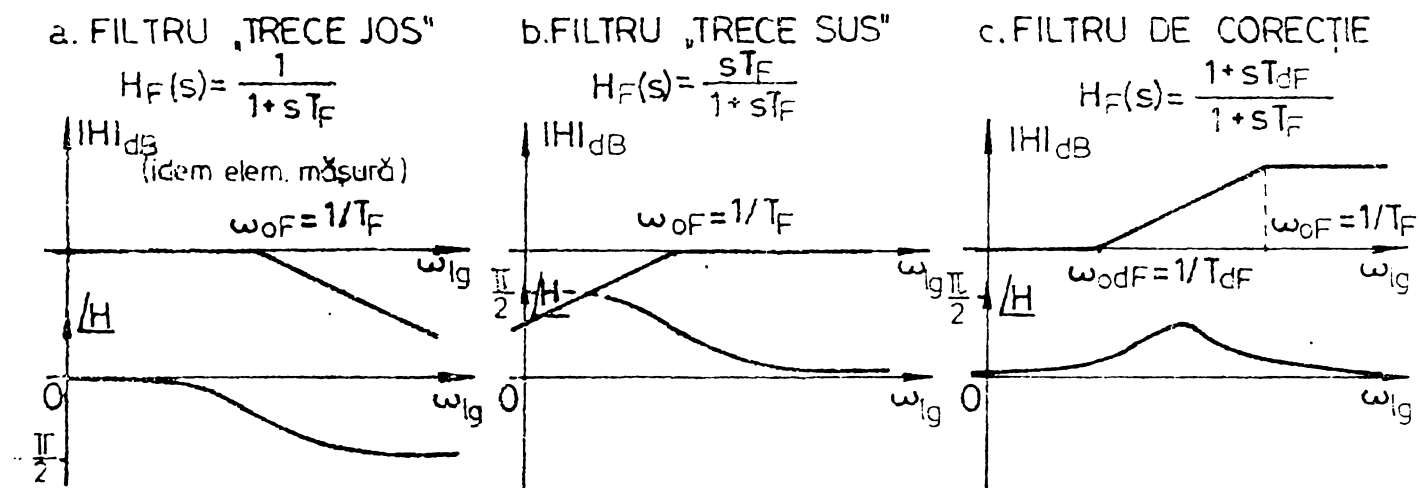


Fig.3.4. Funcțiile de transfer și caracteristicile de frecvență ale celor trei tipuri de filtre mai frecvent utilizate în practică.

Din analiza c.d.f. se constată că filtrele (a) și (b) nu trebuie să afecteze parametri prelucrării statistice, determinați de $\omega_{min.s}$ -pulsăția minimă care prezintă interes (determină pe τ_m , rel.(2.48))- pentru filtrul „trece sus”, și ω_{ms} -pulsăția maximă din semnalul analizat (care determină alegerea lui $\Delta\tau$, rel.(2.45) și (2.46.a,b)-(par.2.2.5))-pentru filtrul „trece jos”. Un calcul relativ simplu efectuat pentru sisteme de ordin $n \leq 3$, conduce la concluzia că pentru :

$$\left. \begin{aligned} \omega_{0F} &\geq (5) \quad 10 \cdot \omega_{ms} \quad \text{ptr. filtrul „trece jos”} \\ \omega_{0F} &\leq (0,2) \quad 0,1 \omega_{min.s} \quad \text{ptr. filtrul „trece sus”} \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

erorile sistematice devin (în raport cu alte erori care apar) neglijabile. In [W2] se menționează că rezultate relativ bune în eliminarea unor drifturi de joasă frecvență au fost obținute și cu ω_{0F} mult mai mare ($\omega_{0F} \approx 0,52 \omega_{min.s}$, lucru neconfirmat de verificările experimentale efectuate de autor cu corelatorul CNTR-1024 [C12]).

Observație: Corelatoarele moderne sînt prevăzute constructiv cu astfel de filtre „trece sus”; de multe ori însă pulsăția lor de tăiere este relativ mare, fapt pentru care, utilizarea filtrelor fără o prealabilă verificare a condițiilor (3.9) conduce la re-

sultate mult eronate. In acest context în anexa nr.7 la punctul 7.2, sînt prezentate oscilogramele cu influența filtrelor de măsură ale corelatorului CNTR-1024 asupra estimării f.i.c., de la verificările experimentale efectuate de autor și prezentate în cap.5.

La utilizarea filtrelor de corecție trebuie avut în vedere faptul că ω_{odF} se alege astfel încît să asigure o extindere artificială a lărgimii benzii de trecere a elementului de măsură; în acest scop ω_{odF} se alege pe cît posibil egal cu ω_{oM} , $\omega_{odF} \approx \omega_{oM}$, iar ω_{oF} se alege cît mai îndepărtat. (de ex. $\omega_{oF} \geq 10 \omega_{odF}$); utilizarea acestor filtre determină însă o amplificare a efectului perturbațiilor de tip $p_u(t)$, $p_y(t)$ în domeniul $[\omega_{odF}, \omega_{oF}]$, cu efecte negative asupra estimării f.cor. și f.d.s. (par.3.5).

3.4. Analiza perturbațiilor care acționează asupra SF și/sau asupra căilor și echipamentelor de măsură

Datorită aspectelor specifice pe care le prezintă, perturbațiile care acționează asupra SF, $z_u(t)$ și $z_y(t)$, fig.3.1 se analizează de obicei separat de perturbațiile care acționează asupra căilor și echipamentelor de măsură, $p_u(t)$ și $p_y(t)$. Printre lucrările de bază care analizează originea și influența perturbațiilor asupra fenomenului de bază se menționează următoarele:

- în domeniul măsurării electrice și neelectrice și al transmisiei informației: [F7],[K4],[M5],[P10],[S11],[W8],[W9];
- în domeniul conducerii proceselor industriale: [E2],[I8],[P4],[S2],[S22],[T3],[W4],[W6].

In majoritatea lucrărilor, clasificarea acestor perturbații se face din următoarele puncte de vedere :

- (1) - după originea lor: - interne sau externe sistemului; pentru cazul SL efectul este același și poate fi echivalat (transpus) pe ieșirea sistemului considerat (fig.3.1);
- (2) - după forma lor de variație în timp: - perturbații sub formă de impuls, notate în continuare cu $i_z(t)$, al căror moment de apariție este aleator (relativ la echipamentele de măsură, în [P10] se precizează că în cazul în care acestea conțin filtre de bandă, aceste perturbații pot fi considerate într-o primă aproximație -gaussiene); - perturbații permanente cu caracter determinist, periodice notate în continuare cu $a_z(t)$ - de regulă cu frecvența industrială și/sau armonici superioare; - perturbații permanente cu caracter determinist aperiodice sub forma drifturilor polinomiale $d_z(t)$ (inclusiv componenta continuă d_0); - perturbații cu caracter aleator cu

distribuția normală sau cvasinormală, $z(t)$, [B3], [W4].

Ca urmare, în cel mai general caz, sistemul poate fi perturbat de semnalul echivalent :

$$z_{\Sigma}(t) = i_z(t) + a_z(t) + d_z(t) + z(t) \quad (3.10)$$

În problemele de IE esențiale se consideră de regulă numai perturbațiile cu caracter aleator $z(t)$ și cele aperiodice sub forma drifturilor polinomiale [D4], [I4], [I10], astfel că:

$$z_{\Sigma}(t) = d_z(t) + z(t), \text{ în care} \quad (3.11)$$

$$d_z(t) = d_0 + d_1 t + d_2 t^2 + \dots \quad (3.12)$$

(3) - după modul de acțiune asupra semnalului util: - aditive (cazul mai frecvent, liniar); - multiplicative; - neliniare;

3.4.1. Perturbațiile care acționează asupra SF. Prezența în practică a perturbațiilor care acționează asupra SF este o certitudine, care, nu arareori conduce la complicații mari în IE; totuși analiza teoretică a acestor semnale și în special al celor cu caracter aleator este foarte puțin abordată în literatură din următoarele motive [W4]:

- evaluarea caracteristicilor statistice a semnalelor necesită aparatură de înaltă tehnicitate sau calculator;
- timpul de observare (experimentare) necesar este foarte lung;
- aparatura matematică solicitată este relativ complexă.

Observație: Semnalul perturbator care acționează pe intrarea SF, fig.3.1 $z_u(t)$, poate apare principial în următoarele două situații (marcate pe figură prin cifrele romane I și II): (I.) - acționează după punctul de măsurare, caz în care, printr-un calcul simplu el poate fi transpus pe ieșirea procesului (de ex. [P7]); (II) - acționează înaintea punctului de măsurare, caz în care poate fi considerat fie drept mărime de intrare de funcționare normală cu efect util în IE fie ea și perturbație.

Pentru cazul liniar, descompunerea dată de rel.(3.11) permite studiul separat al celor două componente.

a. Drifturi polinomiale. În funcție de scopul analizei, nestaționaritățile sub forma drifturilor polinomiale foarte lent variabile se pot considera adeseori ca inexistente; ținând însă cont de durata relativ mare a analizelor de corelație, (cvasi) staționaritatea unui regim de funcționare este definită în două moduri [H3]:

- staționaritatea statică, relativă la valoarea medie a semnalului și utilizat pentru cazurile în care timpul de mediere necesar este foarte mare;
- staționaritatea dinamică, relativă la funcția de autocorelație a perturbației; în acest caz timpul de mediere, pe durata cărnă

se acceptă staționaritatea, este de regulă mult mai mic și interesează în primul rând.

Unele verificări experimentale efectuate [H3] au indicat faptul că în centralele electrice, procesele legate de reglajul de frecvență (turație) sînt staționare dinamic pînă la 5 ore; ținînd cont de ordinul de mărime al constantelor de timp al blocurilor SAR a turației hidrogenatoarelor (pentru regulator, analizate detaliat de autor în lucrările [P17] și [P21])- al căror IE constituie unul din domeniile aplicării cercetărilor dezvoltate în această lucrare, [IV]- acest interval de timp este suficient chiar și în cazul în care măsurările sînt puternic perturbate.

Eliminarea componentei continue d_0 se realizează din necesitățile indicate în cap.2 și se poate obține simplu, prin prefiltrare, par.3.3 (prefiltrarea elimină și componentele foarte lent variabile, menționate anterior).

Eliminarea componentelor funcție de timp este substanțial mai dificilă și poate fi asigurată - teoretic- pe trei căi:

- pe calea calculelor recomandată, numai atunci cînd semnalul de probă este SPAB. Unele posibilități de eliminare ale acestor componente sînt prezentate în [D3], [D4] și [I4]; întrucît volumul de calcule solicitat este mare se utilizează calculatorul numeric (CN) (situația este mai avantajoasă numai în cazul în care $d_z(t)$ are forma:
$$d_z(t) = d_0 + d_1 t$$
).
- prin filtrarea C-R (filtru "trece sus") a semnalelor măsurate, par.3.3.
- prin utilizarea în calculul f.cor. a medierii exponențiale în locul medierii prin integrare; f.cor. astfel obținută este de regulă mult mai puțin precisă, fiind utilizabilă numai ca o primă estimare [B6],[G5].

b. Perturbațiile aleatoare $z(t)$. Pentru majoritatea proceselor tehnice, este acceptată [E1],[C2],[C3],[C7],[O1] și verificată [B3],[H2],[H4],[U7],[W6] ipoteza caracterului normal al perturbațiilor $z_u(t)$ și/sau $z_y(t)$.

Influența semnalului perturbator de tip $z_y(t)$ asupra estimării f.cor. este prezentată în lucrările [E2] și [P12] sub forma relației erorii statistice a estimării; perturbația de tip $z_y(t)$ conduce la creșterea varianței estimării prin introducerea unui termen suplimentar (situația va fi analizată în par.3.5 ca și caz particular al cazului general); alte lucrări [I8],[P4],[R8], prezintă influența acestei perturbații în cazul IE prin metode statistice, în diferite condiții de identi-

ficare (analiza lor este cuprinsă în cap.4).

Toate analizele prezentate în literatură se dovedesc a fi însă numai situații particulare ale cazului general - dezvoltat în par.3.5 - în care, pe lângă perturbațiile $z_u(t)$ și $z_y(t)$ - respectiv echivalentul $z(t)$ -, acționează perturbații și asupra căilor (echipamentului) de măsură; prezența acestora este evidențiată în fig.3.1 sub forma perturbațiilor $p_u(t)$ și $p_y(t)$. Rezultatele obținute în par.3.5 sînt apoi aplicate în cap.4 la analiza influenței perturbării măsurărilor asupra unei IE efectuate prin metode statistice.

3.4.2. Perturbații care acționează asupra căilor și echipamentelor de măsură. În condițiile în care informația măsurată este prelucrată numeric - caz aproape exclusiv la ora actuală - aceste perturbații pot fi încadrate în două grupe:

- perturbații care apar în procesul de prelucrare a semnalelor măsurate (tratarea semnalului, după [M2]);
- perturbații datorate mediului înconjurător și funcționării echipamentului de măsură.

a. Perturbații care apar în procesul de prelucrare a semnalelor măsurate. Prelucrarea semnalului analogic în forma numerică utilizată la calculul f.cor. presupune două operații de bază:

- eșantionarea și -cuantizarea [N6]. Studii referitoare la influența reunită a eșantionării și cuantizării semnalelor aleatoare, asupra calculului f.cor. sînt prezentate în lucrările [G5],[K2],[M2],[Pl0] și [V1]; ținînd cont de caracterul aproape exhaustiv al studiilor menționate cele prezentate în continuare aduc doar precizări de ordin cantitativ utile în practica utilizării corelatoarelor numerice.

(1) Eșantionarea este o operație liniară, care nu introduce deformări ale funcțiilor caracteristice ale semnalelor prelucrate: întrucît modul de efectuare a eșantionării este ales de experimentator, erorile care pot apare sînt (teoretic) permanent controlabile [N6],[T8]. (par.2.2.6).

(2) Cuantizarea - este o operație neliniară care determină deformări ale funcțiilor caracteristice ale semnalelor prelucrate [L2]; principalul efect suplimentar constă în zgomotul de cuantizare aditiv, notat $z_q(t)$, uniform distribuit și de valoare medie nulă; numai în cazul în care cuantizarea este suficient de fină, zgomotul de cuantizare este necorelat cu semnalul cuantizat și f.cor. calculate pe baza semnalelor cuantizate $u_q(t)$ și $y_q(t)$, fig.3.5 sînt practic egale cu f.cor. calculate pe baza sem-

nalelor necuantizate, $u(t)$ și $y(t)$. Aceste zgomete determină apariția unor erori cu caracter sistematic de următoarea formă:

- la calculul f.a.c. [P10]:

$$\varepsilon_{q, f.a.c.}^{\max} = \left| \frac{\Delta\phi_{uu,q}^{\max}}{\phi_{uu}(0)} \right| \leq \frac{1}{12} \cdot \frac{q_u^2}{\sigma_u^2}; \quad (3.16)$$

- la calculul f.i.c. [B11]:

$$\varepsilon_{q, f.i.c.}^{\max} = \left| \frac{\Delta\phi_{uy,q}^{\max}}{[\phi_{uu}(0)\phi_{yy}(0)]^{1/2}} \right| \leq \frac{1}{12} \frac{q_u}{\sigma_u} \cdot \frac{q_y}{\sigma_y}. \quad (3.17)$$

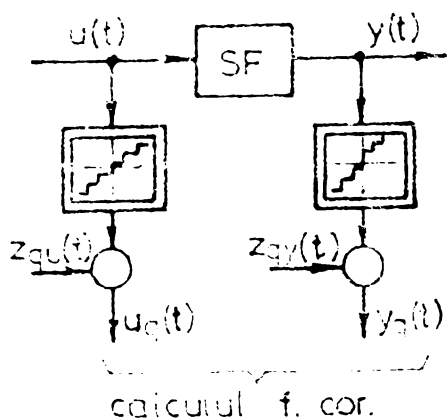


Fig.3.5. Relativă la efectul cuantizării asupra calculului funcțiilor de corelație.

Rapoartele σ_u/q_u și σ_y/q_y sînt măsuri ale fineții cu care se realizează cuantizarea fiecărui semnal.

Ca urmare calculul f.i.c. cu o anumită eroare maxim impusă depinde de valoarea coeficientului K_q , denumit în continuare produs de cuantizare:

$$K_q = \sqrt{\frac{\sigma_u}{q_u} \cdot \frac{\sigma_y}{q_y}}. \quad (3.18)$$

Cu ajutorul lui K_q , expresia (3.17) devine :

$$\varepsilon_{q, f.i.c.}^{\max} \leq \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{K_q^2}; \quad (3.19)$$

variația erorii maxime $\varepsilon_{q, f.i.c.}^{\max} = f(K_q)$ este redată în fig.3.6.

Problema practică care se pune se referă la alegerea numărului de trepte de cuantizare a semnalelor aleatoare $n_{q,u(y)} = \text{întreg} \{3\sigma_{u,y}/q_{u,y}\}$ în vederea calculării f.i.c. (fig.3.1). În această problemă trebuie să se țină cont de faptul că, datorită caracterului de filtru "trece jos" al SF, în raport cu dispersia semnalului de intrare σ_u , dispersia semnalului de ieșire σ_y se reduce. În acest context, într-o primă aproximație [P5],[P4],[D7], comportarea SF poate fi echivalată cu comportarea unui element proporțional cu întârziere la ord.1 (PT1) cu f.d.t. $H(s)$ și f.p. $h(t)$ de forma:

$$H(s) = \frac{K}{1+sT}, \quad h(t) = \frac{K}{T} \cdot e^{-t/T};$$

dacă se consideră că semnalul de intrare $u(t)$ este aleator real

cu f.a.c. (anexa nr.1):

$$\Phi_{uu}(\tau) = \Phi_{uu}(0) \cdot e^{-|\tau|/T_u}, \text{ cu } \Phi_{uu}(0) = \sigma_u^2. \quad (3.20)$$

atunci, pe baza unui calcul relativ simplu prezentat în anexa nr.2-

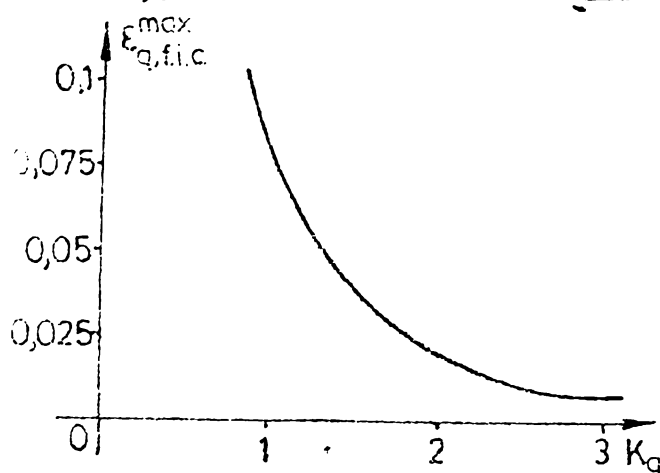


Fig.3.6. Variația erorii maxime care apare la calculul funcției de corelație, în funcție de valoarea produsului de cuantizare K_q .

expresia dispersiei semnalului de ieșire obține forma:

$$\sigma_y = \Phi_{yy}(0) = K \sqrt{\frac{T_u}{T_u + T}}. \quad (3.21)$$

În fig.3.7 este prezentată dependența $\sigma_y/\sigma_u = f(T/T_u)$ pentru cazul $K=1$. Această dependență a fost verificată de autor și pe cale experimentală; rezultatele obținute (sintetizate în cap.5.2.2. și anexa nr.7) sînt marcate și în fig.3.7.

Reducerea dispersiei semnalului de ieșire în raport cu dispersia

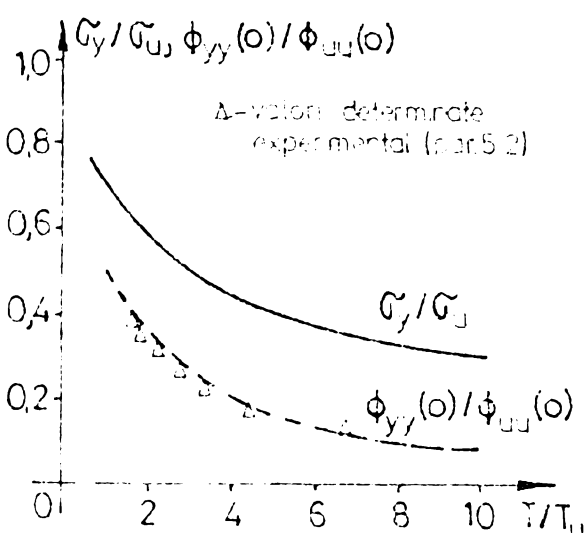


Fig.3.7. Dependența $\sigma_y/\sigma_u = f(T/T_u)$ pentru cazul unui sistem de ord.1.

semnalului de intrare-relativ pronunțată pentru valori $T/T_u > 5$ (uzuale în practică) - are implicații asupra calculului f.cor. din valori cuantizate: pentru obținerea f.i.c. cu erori cît mai reduse, cuantizarea semnalelor se va efectua într-unul din următoarele moduri:

- (i) - prin modificarea intervalului de clasă q_y - dacă corelatorul dispune de această posibilitate - și cuantizarea cu un același număr de trepte de cuantizare la intrare și al ieșire, $n_{q,u} \approx n_{q,y}$;
- (i') - prin menținerea $q_y = q_u$ și cuantizarea cu număr diferit de trepte $n_{q,u} \neq n_{q,y}$; de exemplu pentru valori $T/T_u > 5$ se obține $n_{qu} \approx (2 \dots 3)n_{qy}$.

În calculul f.a.c. se demonstrează, [Plo], că efectul cuantizării devine neglijabil pentru rapoarte $\sigma/q > 2,2$; verificările experimentale efectuate de autorul tezei au confirmat valabilitatea extinderii acestei concluzii și pentru calculul f.i.c., cu observația că locul raportului σ/q este luat de produsul de cuantizare K_q (rel.3.18).

În consecință, ținînd cont de cele două moduri posibile de

cuantizare, se poate construi diagrama de determinare a numărului de trepte de cuantizare necesar pentru calculul f.i.c. cu o anumită eroare impusă, fig.3.8, graficul este limitat la valorile $n_{qu}, n_{qy} \leq 8$, valori uzuale pentru echipamentele de corelație existente. Din analiza diagramelor din fig.3.8 se constată următoarele :

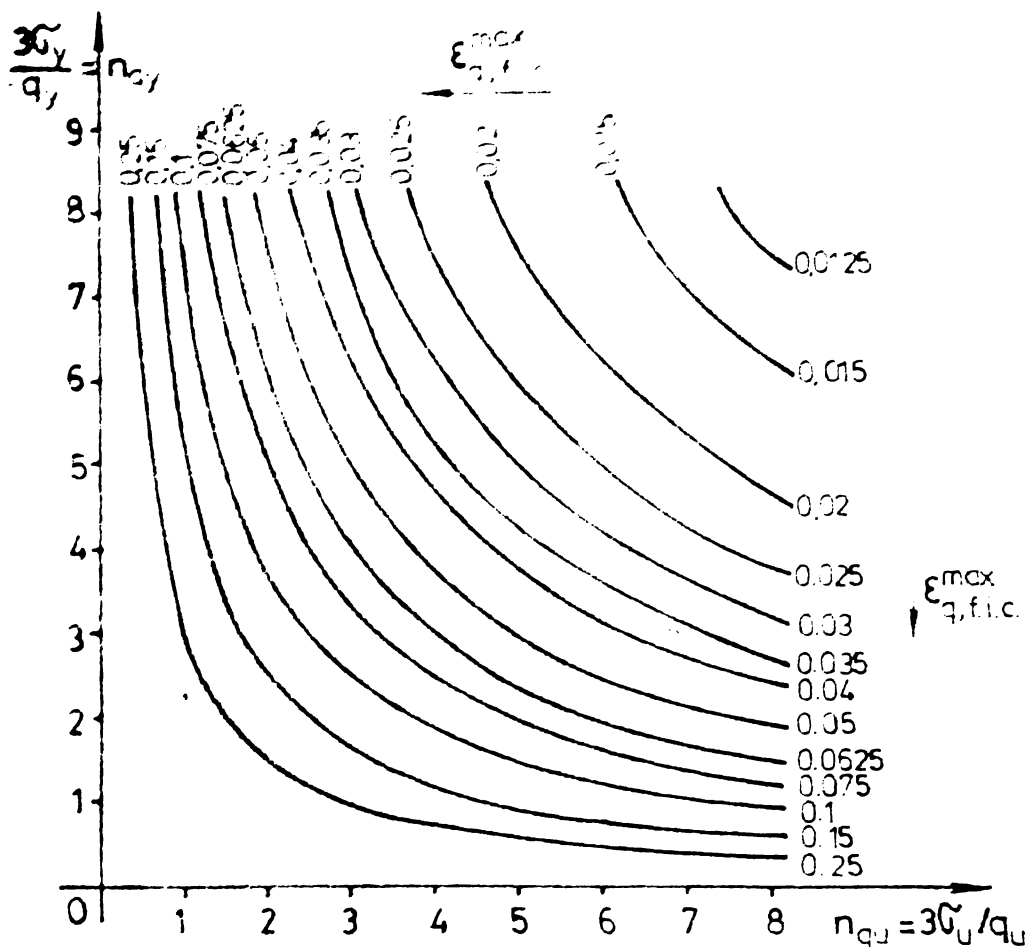


Fig.3.8. Diagramă pentru determinarea numărului de trepte de cuantizare necesar pentru calculul f.i.c. cu o anumită eroare maxim impusă, $\epsilon_{q.f.i.c.}^{max}$.

dăspersia semnalului de intrare, eroarea maximă la calculul f.i.c. poate fi mai mare, de cca 3... 4%.

Erorile mai sus precizate apar numai pentru valori τ relativ reduse. Datorită finetății timpului de mediere finit utilizat la calculul f.cor., cuantizarea cu număr redus de trepte atrage după sine și o creștere suplimentară a erorilor statistice; această creștere este cu atât mai semnificativă cu cât :

- numărul de trepte de cuantizare n_{qu} și n_{qy} este mai redus ;

- în cazul cuantizării cu intervale de clasă diferite, $q_u \neq q_y$, pentru $n_{qu}, n_{qy} = 7 \dots 8$ eroarea maximă la calculul f.i.c. va fi sub 1,5 %;
- în cazul cuantizării cu intervale de clasă egale, $q_y = q_u$, ținând cont de reducerea dispersiei semnalului de ieșire în raport cu

- timpul de mediere utilizat în calculul f.cor. este mai redus (această ultimă cauză este de fapt comună tuturor estimărilor statistice).

Datorită faptului că un calcul analitic exact al creșterii dispersiei cu reducerea numărului treptelor de cuantizare este foarte complicat [V1],[V2], în literatură se dau doar estimări grosiere ale valorilor ei [K8],[V1]. Pe de altă parte depășirea sistematică a numărului maxim de trepte de cuantizare a echipamentului conduce la apariția unor erori suplimentare manifestate prin creșterea pronunțată a varianței estimării.

3.5. Determinarea erorilor care apar la estimarea f.cor. și f.d.s. din măsurări perturbate

Numărul lucrărilor din literatură care se ocupă cu influența perturbațiilor aleatoare asupra calculului f.cor. și f.d.s. sînt relativ reduse; datorită aspectelor comune, majoritatea lucrărilor sînt legate de problema IE-ms și se referă în special la perturbația SF, condus în circuit deschis, fig.3.1, perturbația $z_y(t)$, în care într-o primă aproximație se poate include și perturbația $p_y(t)$ (această situație nu mai este valabilă în cazul IE a blocurilor SAR, par.4.1).

Tinînd cont de faptul că problema influenței perturbațiilor este comună în bună parte atât estimării f.cor. și f.d.s. cît și IE-ms din măsurări perturbate, principalele lucrări legate de această problemă sînt analizate în acest paragraf. Aceste lucrări se pot grupa în două categorii:

- cele care acceptă ideea perturbării măsurărilor, cu indicarea nivelelor uzuale ale perturbării prin raportul G_p/G și care recomandă apoi luarea tuturor măsurilor pentru reducerea la minim a efectului lor (în categoria acestora se vor încadra aici și cele în care prelucrarea ulterioară a măsurărilor nu se face prin calculul f.cor. sau f.d.s.) ;
- cele care prezintă analize-mai mult sau mai puțin detaliate-referitoare la influența perturbării asupra calculului f.cor., f.d.s. respectiv asupra rezultatelor IE.

Din cadrul primei grupe de lucrări se remarcă următoarele:- în lucrarea [B5] sînt precizate informații cantitative pentru nivelul perturbațiilor $p_u(t)$ și $p_y(t)$, specificînd ca uzuale valori $G_p/G \approx 0,05 \dots 0,20$; totodată se menționează că în practică sînt posibile și valori substanțial mai mari (aceeași mențiune este cuprinsă și în lucrările [W8] și [W9]. În lucrarea [F1], după ce autorii specifică prezența în IE a perturbațiilor

$p_u(t)$ și $p_y(t)$, acceptă că nivelul de perturbare trebuie redus la valori ne semnificative, complicarea procesului de estimare a f.cor. și/sau f.d.s. respectiv a IE, datorită zgomotelor din aparatură de măsurare este subliniată și în lucrările [B16], [B15] și [P3] fără însă a se prezenta justificări cantitative sau calitative asupra ei; problema este abordată în manieră asemănătoare și în lucrările [C9],[E1],[H3].

Din cadrul celei de a doua grupe, trebuie remarcate următoarele lucrări : - În lucrarea [A4] se analizează problema zgomotelor $p_u(t)$ și $p_y(t)$ într-un cadru general; se specifică faptul că pentru determinarea dinamicii unui SF supus IE este necesar a se face anumite presupuneri asupra acestor zgomote, ca de exemplu independența statistică a lor (nu sînt prezentate relații detaliate privind estimarea f.cor., a f.d.s. sau de IE. În lucrarea [B3] se analizează influența perturbațiilor aleatoare de pe ieșirea elementelor de măsură asupra estimării f.d.s.p.; principalul rezultat al lucrării este rel.(2.58) cu concluziile aferente. Influența perturbației de tip $z_y(t)$ asupra estimării f.i.c. intrare-ieșire este analizată în [E2] cu indicarea expresiei erorii statice a estimării (caz particular al cazului general analizat în acest paragraf). Lucrările [I4],[I9],[I11],[P4] analizează efectul perturbației $z_y(t)$ la IE a unui proces condus în circuit deschis și prezintă relații pentru expresia erorii statistice a estimării modulului f.r.f. (cazul se dovedește a fi unul din cazurile particulare ale analizei dezvoltată în cap.4); relațiile prezentate se referă fie la cazul general $u(t)$ și $z_y(t)$ aleatoare, fie la cazul particular $u(t)$ -SPAB, $z_y(t)$ -aleator. După [G12], întruna din lucrările sale ⁺) (care însă nu au fost accesibile autorului), AKAIKE precizează "necesitatea ca semnalul de intrare în SF de identificat să fie măsurat ne-perturbat"; cerința este însă particulară fiind legată de o anumită relație (și tehnologie) de IE (probabil relație de forma (4.41), par.4.4). O analiză mai detaliată a problemei influenței perturbațiilor măsurărilor asupra rezultatelor IE efectuată prin diferite metode este prezentată în [S10] (după[S18]); concluziile prezentate referitoare la erorile care apar la IE-ms sînt

⁺) AKAIKE, H.: "Some problems in the application of the cross-spectral methods", Spectral analysis of Time Series, (ed.B. Harris), John Willey, New York, 1967, p.81-107.

AKAIKE, H.: "On the use of a linear model for the identification of feedback systems", Ann.of the Inst.of Statistic. Math. 20(1968) p.425-439.

însă relativ generale (se acceptă consistența estimării și faptul că erorile statistice care apar sînt substanțial mărite, precizia estimărilor fiind destul de slabă).

În ansamblu, se poate afirma că deși lucrările din literatură precizează prezența perturbațiilor măsurărilor și subliniază efectul lor deranjant, o analiză detaliată a influenței lor asupra estimării f.cor. și f.d.s. respectiv asupra rezultatelor unei IE-ms efectuată pe baza unor măsurări perturbate nu a fost întîlnită. În scopul suplinirii acestui gol, problema este abordată în această lucrare, în două etape:

- în cadrul acestui paragraf, se analizează procesul de estimare a f.cor. și f.d.s. din măsurări perturbate;
- în cadrul cap.4, se analizează problema IE-ms pe baza unor măsurări perturbate.

*
* * *

Analiza estimării f.cor. și f.d.s. din măsurări perturbate este abordată în următoarele condiții:

- schema de bază considerată în calculul f.cor. este cea din fig.3.1 cu elementele de măsură considerate ideale și în lipsa filtrelor de pe intrările corelatorului;
- SF se află în regim staționar constant d.p.d.v. al semnalelor deterministe care acționează asupra lui;
- perturbația $z_u(t)$ se consideră transpusă pe ieșirea SF și inclusă în $z_y(t)$; ca urmare $z_y(t) = z(t)$;
- $u(t)$ și $z(t)$ sînt semnale aleatoare staționare statistic independente cu distribuția normală și valoare medie nulă;
- $p_u(t)$ și $p_y(t)$ sînt semnale aleatoare staționare cu distribuția normală și valoare medie nulă, independente statistic de semnalele $u(t)$, $y(t)$ și $z(t)$; în cazul cel mai defavorabil ele se consideră statistic dependente (dependența este redată de blocul cu f.p. $h_p(t)$, cunoscută, fig.3.1);

Observație: Separarea componentei $p_y(t)$ de $z(t)$ este necesară din următoarele două motive: - $p_u(t)$ și $p_y(t)$ pot fi statistic dependente, dar $p_u(t)$ este independent de $z(t)$; - în cazul IE a blocurilor SAR, perturbațiile măsurărilor nu intră în zgomotul de circulație al SAR [G12].

3.5.1. Determinarea erorilor care apar la estimarea f.cor. datorită perturbațiilor și timpului de mediere finit (problema a fost prezentată de autor în lucrările [P14],[P20] și [IV]). În analiza prezentată se presupune că prelucrarea statistică a sem-

nalelor măsurate se realizează cu valori corespunzătoare ale parametrilor $\Delta\tau, \tau_m$ și T^*), indiferent însă de valoarea lui, timpul de mediere finit T determină apariția unor erori suplimentare, pentru a căror caracterizare se utilizează următorii descriptori:

- marcarea estimării ("biasul") [E2], definită prin relația :

$$b\{\hat{\phi}\} = E\{\hat{\phi}\} - \phi \quad ; \quad (3.22)$$

- eroarea medie patratică a estimării, $EMP\{\hat{\phi}\}$, definită prin relația :

$$EMP\{\hat{\phi}\} = E\{[\hat{\phi} - \phi]^2\} = var\{\hat{\phi}\} + b^2\{\hat{\phi}\} \quad . \quad (3.23)$$

Observație : utilizarea celor doi descriptori este suficientă numai în cazul prelucrării semnalelor normal distribuite.

Dacă în cazul măsurărilor neperturbate, estimarea f.cor. este nemarcată [B4] și ca urmare:

$$EMP\{\hat{\phi}\} = var\{\hat{\phi}\} \quad , \quad (3.24)$$

prezența suplimentară a perturbațiilor $z(t)$, $p_u(t)$ și $p_y(t)$ poate determina apariția - în anumite condiții - a unor erori suplimentare - cu caracter sistematic, marcat - însoțită și de creșterea erorilor statistice. Analiza detaliată a acestor erori este prezentată în continuare.

a. Erori cu caracter sistematic care apar la estimarea f.cor. din măsurări perturbate . Conform fig.3.1 mărimile utilizate în calculul f.cor. sînt :

$$u_M(t) = u(t) + p_u(t) \quad , \quad y_M(t) = y(t) + p_y(t) \quad . \quad (3.25)$$

Ca urmare, în baza rel.(2.37) și (2.38) se poate scrie :

- pentru cazul f.a.c. :

$$\hat{\phi}_{u_M u_M}(\tau) = \overline{u_M(t)u_M(t+\tau)} = \hat{\phi}_{uu}(\tau) + \hat{\phi}_{p_u p_u}(\tau) \neq \hat{\phi}_{uu}(\tau) \quad ; \quad (3.26)$$

- pentru cazul f.i.c. :

$$\hat{\phi}_{u_M y_M}(\tau) = \overline{u_M(t)y_M(t+\tau)} = \hat{\phi}_{uy}(\tau) + \underbrace{\int_0^{\infty} h_p(\theta) \hat{\phi}_{p_u p_u}(\tau - \theta) d\theta}_{= \hat{\phi}_{p_u p_y}(\tau)} \neq \hat{\phi}_{uy}(\tau) \quad . \quad (3.27)$$

Relațiile (3.26) și (3.27) scot în evidență prezența erorilor cu caracter sistematic în f.cor. estimate, datorate perturbării măsurărilor; estimarea f.cor. devine marcată - în sensul +) aceasta este o condiție generală oricărei prelucrări statistice [B4],[G5],[M2].

rel.(3.23) - prin funcțiile $\phi_{pupu}(\tau)$ și $\phi_{pupy}(\tau)$.

Observație: în cazul mai general, al semnalelor perturbatoare dependente statistic, rel.(3.27) obține următoarea formă:

$$\hat{\phi}_{uMyM}(\tau) = \hat{\phi}_{u\tilde{y}}(\tau) + \hat{\phi}_{uz}(\tau) + \hat{\phi}_{upy}(\tau) + \hat{\phi}_{puy}(\tau) + \hat{\phi}_{puz}(\tau) + \hat{\phi}_{pys}(\tau) + \phi_{pupy}(\tau); \quad (3.28)$$

relativ la termenii din membrul al doilea se fac următoarele precizări :

- $\hat{\phi}_{u\tilde{y}}(\tau)$ - reprezintă f.i.c. în lipsa oricărei perturbări;
- $\hat{\phi}_{uz}(\tau)$ - reprezintă f.i.c. dintre semnalul util și perturbația sistemului (unele detalieri în [B4]) ;
- $\hat{\phi}_{upy}(\tau)$ - reprezintă f.i.c. dintre semnalul util și perturbația măsurării ieșirii; acest cuplet este în general necorelat, practic $\hat{\phi}_{upy}(\tau) = 0$; teoretic o foarte slabă corelare a celor două semnale poate apare în cazul unei cuantizări grosiere a semnalului de ieșire, caz în care $p_y(t)$ reprezintă zgomotul de cuantizare $z_{qy}(t)$ (a se vedea și punctul 3.4.2.b) ;
- $\hat{\phi}_{pu\tilde{y}}(\tau)$ - reprezintă f.i.c. dintre ieșirea neperturbată și perturbația intrării; sînt valabile observațiile de la $\hat{\phi}_{upy}(\tau)$;
- $\hat{\phi}_{puz}(\tau)$ - reprezintă f.i.c. dintre perturbările măsurărilor și perturbarea SF; cele două f.i.c. pot fi considerate nule numai dacă originea celor trei perturbații este aceeași;
- $\hat{\phi}_{pupy}(\tau) = \int_0^{\infty} h_p(\theta) \phi_{pupu}(\tau - \theta) d\theta$ - cele două perturbații pot fi considerate dependente într-una din următoarele situații:
 - cuantizare foarte grosieră a semnalelor (punctul 3.4.2.b) ;
 - o aceeași perturbație $p(t)$ acționează pe ambele canale de măsură.

b. Erori statistice care apar la estimarea f.cor. din măsurări perturbate, datorate timpului de mediere finit. Pentru aprecierea erorilor statistice se utilizează $E\{MP\}$ a estimării f.cor. :

- pentru cazul f.a.c. :

$$E\{MP\{\hat{\phi}_{uMuM}(\tau)\}\} = E\{[\hat{\phi}_{uMuM}(\tau) - \phi_{uu}(\tau)]^2\} \quad ; \quad (3.29)$$

- pentru cazul f.i.c. :

$$E\{MP\{\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)\}\} = E\{[\hat{\phi}_{uMyM}(\tau) - \phi_{uy}(\tau)]^2\} \quad . \quad (3.30)$$

Dezvoltarea acestor relații în condițiile precizate conduce la următoarele expresii :

$$E\{MP\{\hat{\phi}_{uMuM}(\tau)\}\} = E\{[\hat{\phi}_{uMuM}(\tau)]^2\} - \phi_{uu}^2(\tau) - 2\phi_{uu}(\tau)\phi_{pupu}(\tau), \quad (3.31)$$

$$= \text{var}\{\hat{\phi}_{uMuM}(\tau)\}$$

$$E\{MP\{\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)\}\} = E\{[\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)]^2\} - \phi_{uy}^2(\tau) - 2\phi_{uy}(\tau)\phi_{pupy}(\tau) \quad . \quad (3.32)$$

$$= \text{var}\{\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)\}$$

Evaluarea, relativ complicată, a expresiilor de mediat. este prezentată în anexa nr.3 ; expresiile finale ale erorilor statistice aferente estimării f.cor. din măsurări perturbate sînt următoarele : - pentru EMP{ } a estimării f.s.c. $\hat{\Phi}_{uMuM}(\tau)$, rel.(A.3.9):

$$EMP\{\hat{\Phi}_{uMuM}(\tau)\} = \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) [\Phi_{uu}^2(\theta) + \Phi_{uu}(\theta-\tau)\Phi_{uu}(\theta+\tau)] d\theta +$$

(1) : = var{ $\hat{\Phi}_{uu}(\tau)$ } (cazul neperturbat), [B4]

$$+ \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) [\Phi_{pupu}^2(\theta) + \Phi_{pupu}(\theta-\tau)\Phi_{pupu}(\theta+\tau) +$$

$$+ 2\Phi_{uu}(\theta)\Phi_{pupu}(\theta) + \Phi_{uu}(\theta-\tau)\Phi_{pupu}(\theta+\tau) + \Phi_{uu}(\theta+\tau)\Phi_{pupu}(\theta-\tau)] d\theta +$$

(3): termen suplimentar datorat perturbării măsurărilor,

(3.33)

$$+ \Phi_{pupu}^2(\tau) \quad (4) : \text{termen care caract. marcarea}$$

Observație: în acest caz termen notat cu (2) nu apare.

- pentru EMP{ } a estimării f.i.c. $\hat{\Phi}_{uMyM}(\tau)$, rel.(A3.14) :

$$EMP\{\hat{\Phi}_{uMyM}(\tau)\} = \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) [\Phi_{uu}(\theta)\Phi_{\tilde{y}\tilde{y}}(\theta) + \Phi_{u\tilde{y}}(\theta+\tau)\Phi_{\tilde{y}u}(\theta-\tau)] \cdot d\theta +$$

(1): = var{ $\Phi_{u\tilde{y}}(\tau)$ } - (cazul neperturbat), [B4]

$$+ \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) \Phi_{uu}(\theta)\Phi_{zz}(\theta) d\theta +$$

(2): - termen suplimentar datorat perturbării procesului, [B2],

$$+ \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) \left\{ \Phi_{pupu}(\theta) [\Phi_{\tilde{y}\tilde{y}}(\theta) + \Phi_{pypu}(\theta)] + \Phi_{uu}(\theta)\Phi_{pypu}(\theta) +$$

$$+ \Phi_{pupu}(\theta+\tau)\Phi_{pypu}(\theta-\tau) + \Phi_{pupu}(\theta+\tau)\Phi_{\tilde{y}u}(\theta-\tau) + \Phi_{pypu}(\theta-\tau)\Phi_{u\tilde{y}}(\theta+\tau) \right\} d\theta +$$

(3): - termen suplimentar datorat perturbării măsurărilor,

(3.34)

$$+ \Phi_{pupu}^2(\tau) \quad (4) : \text{termen care caracterizează marcarea.}$$

c. Precizări referitoare la erorile care apar la estimarea f.cor. din măsurări perturbate, rel.(3.26), (3.27), (3.33) și (3.34):

(1) Precizare cu caracter general: perturbarea măsurărilor are în

general următoarele efecte: - marcarea estimării; - creșterea varianței estimării.

(2) Precizări relative la estimarea f.a.c., rel.(3.26) și (3.33):

(i) Termenul $\hat{\phi}_{pupu}(\tau)$ - respectiv $\phi_{pupu}^2(\tau)$ - indică prezența unei erori cu caracter sistematic adusă tocmai de perturbația $p_u(t)$; ca efect estimarea f.a.c. nu mai este consistentă în valoare medie patrativă.

(ii) Pentru cazul neperturbat $p_u(t) = 0$ se regăsește relația din literatură [B4]:

$$(3.26) \rightarrow \hat{\phi}_{uMuM}(\tau) = \hat{\phi}_{uu}(\tau) ,$$

$$(3.33) \rightarrow \text{EMP}\{\hat{\phi}_{uMuM}(\tau)\} = \text{var}\{\hat{\phi}_{uu}(\tau)\} . \quad (3.35)$$

(iii) Pentru valori T suficient de mari (de ex. $T > 10\tau_m$, [M2]) rel.(3.33) se poate simplifica la forma:

$$\text{EMP}\{\hat{\phi}_{uMuM}(\tau)\} \approx \frac{1}{T} \int_{-T}^T [\phi_{uu}^2(\theta) + \dots] d\theta + \frac{1}{T} \int_{-T}^T [\phi_{pupu}^2(\theta) + \dots] d\theta + \phi_{pupu}^2(\tau) . \quad (3.36)$$

Forma (3.36) a EMP{ } este utilizată în aprecierea mărimii erorii statistice; în acest sens prezintă interes următoarele două situații particulare; - pentru $\tau=0$, când:

$$(3.36) \rightarrow \text{EMP}\{\hat{\phi}_{uMuM}(0)\} \approx \frac{2}{T} \int_{-T}^T [\phi_{uu}(\theta) + \phi_{pupu}(\theta)]^2 d\theta + \phi_{pupu}^2(\tau) ; \quad (3.36.a)$$

- pentru τ - foarte mare, când $\phi(\theta \pm \tau) \ll \phi(\theta)$ și devine practic neglijabil *) și ca urmare:

$$(3.36) \text{ EMP}\{\hat{\phi}_{uMuM}(\tau)\} \approx \frac{1}{T} \int_{-T}^T [\phi_{uu}(\theta) + \phi_{pupu}(\theta)]^2 d\theta + \phi_{pupu}^2(\tau) . \quad (3.36.b)$$

Observatii; 1. Simplificarea acceptată în rel.(3.36.b) este în întregime valabilă numai pentru cazul în care pentru τ mare și $\phi_{pupu}(\tau) \rightarrow 0$; acest lucru presupune ca spectrul semnalului perturbator să fie mai larg (cel puțin egal) decât spectrul semnalului util; în caz contrar se poate stabili o relație relativ simplă de apreciere a erorii pentru valori τ mari observînd că $\phi_{uu}(\tau) \ll \phi_{pupu}(\tau)$ și (3.36.b) se pune sub forma:

$$\text{EMP}\{\hat{\phi}_{uMuM}(\tau)\} \approx \text{var}\{\hat{\phi}_{uu}(\tau)\} + \frac{2}{T} \int_{-T}^T \phi_{pupu}^2(\theta) d\theta + \frac{4}{T} \int_{-T}^T \phi_{uu}(\theta) \phi_{pupu}(\theta) d\theta + \phi_{pupu}^2(\tau) . \quad (3.36.c)$$

*) aceste premise sînt acceptate unanim în toate lucrările de bază ([B4],[G5],[M2],[P4] ș.a.)

2. In anexa nr.1 se prezintă o echivalare -d.p.d.v. al varianței estimării- între semnalul aleator real și zgomotul alb de bandă limitată; această echivalare poate prezenta interes în aprecierea practică a valorii erorii statistice.

(3) Precizări relative la estimarea f.i.c., rel.(3.27) și (3.34) :

(i) Termenul $\hat{\phi}_{pupy}(\tau)$ - respectiv $\phi_{pupy}^2(\tau)$ - indică prezența unei erori cu caracter sistematic, adusă tocmai de perturbațiile $p_u(t)$ și $p_y(t)$; blocul cu f.p. $h_p(\tau)$ caracterizează dependența statistică a semnalelor $p_u(t)$ și $p_y(t)$. In practică vor prezenta importanță următoarele trei situații:

- $p_u(t) = 0$ și $p_y(t) = 0$, cazul măsurărilor neperturbate;
- $p_u(t) \neq 0$ și $p_y(t) \neq 0$ statistic independente (este cazul practic în care punctele de măsură sînt relativ îndepărtate);
- $p_u(t) = p_y(t) = p(t)$ - acționează o aceeași perturbație (este cazul practic în care punctele de măsură sînt relativ apropiate).

(ii) Pentru cazul particular $p_u(t) = 0$ și $p_y(t) = 0$, rel.(3.27) și (3.34) obține forma particulară dată în [B2]:

$$(3.27) \rightarrow \hat{\phi}_{uMyM}(\tau) = \hat{\phi}_{uy}(\tau) \quad (3.37)$$

$$(3.34) \rightarrow \text{EMP}\{\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)\} = \text{var}\{\hat{\phi}_{uy}(\tau)\} + \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) \phi_{uu}(\theta) \phi_{zz}(\theta) d\theta; \quad (3.38)$$

în absența oricărei perturbații, $z(t) = 0$, (3.38) se reduce la forma [B4]:

$$\text{EMP}\{\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)\} = \text{var}\{\hat{\phi}_{uy}(\tau)\} \quad (3.39)$$

(iii) Pentru cazul particular $p_u(t) \neq 0$ și $p_y(t) \neq 0$ statistic independente, $\hat{\phi}_{pupy}(\tau) = 0$ și ca urmare rel.(3.27) și (3.34) devin:

$$(3.27) \rightarrow \hat{\phi}_{uMyM}(\tau) = \hat{\phi}_{uy}(\tau) \quad (3.37)$$

$$(3.34) \rightarrow \text{EMP}\{\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)\} = \text{var}\{\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)\} = \text{var}\{\hat{\phi}_{uy}(\tau)\} + \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) \phi_{uu}(\theta) \phi_{zz}(\theta) d\theta + \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) [\phi_{uu}(\theta) \phi_{pypy}(\theta) + \phi_{\tilde{y}\tilde{y}}(\theta) \phi_{pupu}(\theta) + \phi_{pupu}(\theta) \phi_{pypy}(\theta)] d\theta \quad (3.40)$$

Aceste două relații indică faptul (favorabil) că estimarea f.i.c. din măsurări perturbate de semnale aleatoare statistic independente nu este afectată de erori sistematice ci doar de erori statistice suplimentare.

(iv) Pentru cazul particular $p_u(t) = p_y(t) = p(t)$ rel.(3.27) și (3.34) devin :

$$(3.27) \rightarrow \hat{\phi}_{uMyM(p)}(\tau) = \hat{\phi}_{uy}(\tau) + \hat{\phi}_{pp}(\tau) \quad ; \quad (3.41)$$

$$(3.34) \rightarrow \text{EMP}\{\hat{\phi}_{uMyM(p)}(\tau)\} = \text{var}\{\hat{\phi}_{uy}(\tau)\} + \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) \phi_{uu}(\theta) \phi_{zz}(\theta) d\theta +$$

$$+ \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) \left\{ \phi_{pp}(\theta) [\phi_{uu}(\theta) + \phi_{yy}(\theta)] + \phi_{pp}(\theta + \tau) \phi_{pp}(\theta - \tau) + \right.$$

$$\left. + \phi_{pp}(\theta - \tau) \phi_{uy}(\theta + \tau) + \phi_{pp}(\theta + \tau) \phi_{yu}(\theta - \tau) \right\} d\theta + \phi_{pp}^2(\tau) . \quad (3.42)$$

Aceste două relații reliefează menținerea mărcării estimării, însoțită și de creșterea erorii statistice.

Observație : ținând cont de efectul de reducere a dispersiei semnalului de ieșire în raport cu dispersia semnalului de intrare, datorită caracterului de filtru trece jos a majorității SF, rel. (3.21), rezultă că raportul σ_p/σ_y este modificat față de raportul σ_p/σ_u conform relației (anexa nr.2) :

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_y} = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{T + T_u}{T_u}} \cdot \frac{\sigma_p}{\sigma_u} \quad , \quad (3.43)$$

(o aceeași perturbație $p(t)$ determină nivele diferite de perturbare a celor două măsurări).

(v) În practică prezintă interes și estimarea f.a.c. din măsurare perturbată, prin calculul f.i.c., fig.3.9 ; în acest caz rel.(3.27)

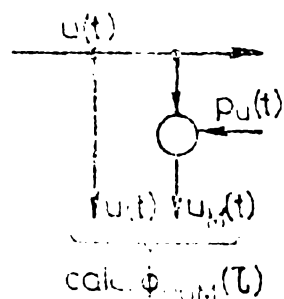


Fig.3.9. Calculul funcției de autocorelație prin intercorelația $\{u(t), u_M(t)\}$.

și (3.34) se particularizează la forma :

$$(3.27) \rightarrow \hat{\phi}_{uuM}(\tau) = \hat{\phi}_{uu}(\tau) \quad (3.44)$$

$$(3.34) \rightarrow \text{EMP}\{\hat{\phi}_{uuM}(\tau)\} = \text{var}\{\hat{\phi}_{uuM}(\tau)\} =$$

$$= \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) \left[\phi_{uu}^2(\theta) + \phi_{uu}(\theta + \tau) \phi_{uu}(\theta - \tau) + \right.$$

$$\left. + \phi_{pupu}(\theta) \phi_{uu}(\theta) \right] d\theta , \quad (3.45)$$

ceea ce indică doar o creștere a erorii statistice a estimării.

(vi) și în acest caz, pentru valori T mari, relațiile de calcul a EMP{ } se pot simplifica [B4], [G5], [M2]:

$$EMP\{\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)\} \approx \frac{1}{T} \int_{-T}^T [\dots] d\theta \quad (3.46)$$

În plus, ținând cont de proprietatea a (4)-a a f.i.c., rel.(2.21), se pot stabili majoranți ai varianței estimării f.i.c.; de ex. în cazul rel.(3.39) acesta devine :

$$\text{var}\{\hat{\phi}_{u\tilde{y}}(\tau)\} \leq \frac{1}{T} \phi_{uu}(0)\phi_{yy}(0) \int_{-T}^T \left[1 + \frac{\phi_{uu}(\theta)\phi_{yy}(\theta)}{\phi_{uu}(0)\phi_{yy}(0)} \right] d\theta \quad (3.47)$$

Astfel de majoranți servesc pentru aprecierea valorilor maxime ale EMP{ } a estimării f.i.c. în cazul diferitelor tipuri de semnale.

Efectele perturbațiilor măsurărilor asupra estimării f.cor. sînt exemplificate prin graficele f.cor. din fig.3.10 :

(a) - reprezintă f.a.c. ale mărimilor de perturbație $p_u(t)$, $p_y(t)$ și $p(t)$; (b) - reprezintă f.a.c. $\phi_{uu}(\tau)$ (estimare din măsurări neperturbate); (c) - reprezintă f.a.c. $\phi_{uMuM}(\tau)$ conform rel.(3.26); (d) reprezintă f.a.c. $\phi_{uUM}(\tau)$ conform rel.(3.44); (e) - reprezintă f.i.c. $\phi_{uy}(\tau)$ (estimare din măsurări neperturbate); (g) - reprezintă f.i.c. $\phi_{uMyM}(\tau)$ din măsurări perturbate $p_u(t)$, $p_y(t)$ statistic independente; (h) - reprezintă f.i.c. $\phi_{uMyM(p)}(\tau)$ - acționează o aceeași perturbație $p(t)$. Pentru a sublinia și efectul de creștere a erorilor statistice, în aceste figuri s-a marcat punctat și zona de "trei dispersii a estimării, $3\hat{\sigma}_{\hat{\phi}}$ (în care $\hat{\sigma}_{\hat{\phi}} = [\text{var}\{\hat{\phi}\}]^{1/2}$); totodată se specifică și numărul re-

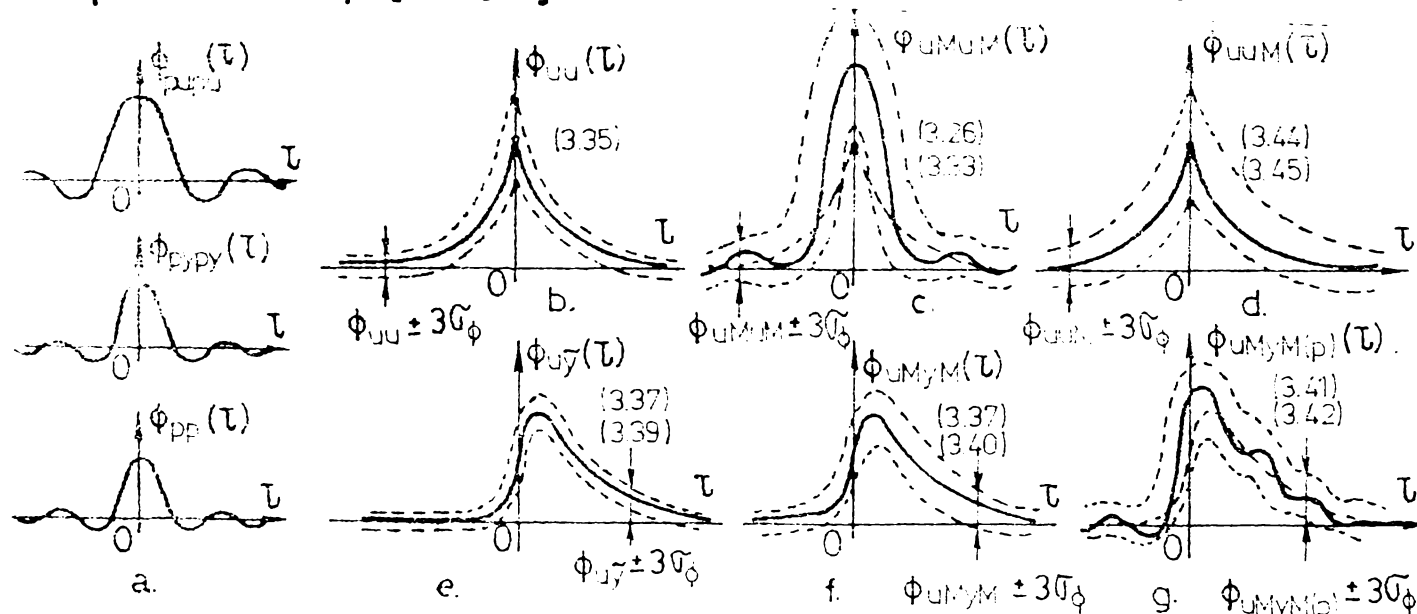


Fig.3.10. Grafice principale pentru f.a.c. și f.i.c. estimate din măsurări perturbate, în diferitele condiții indicate la punctul c.

lației de estimare a f.cor. și al relației EMP { } aferente.

Aprecieri de ordin cantitativ asupra erorilor sînt prezentate în cap.5 prin calcule și verificări experimentale aferente; aceste verificări sînt apoi ilustrate în anexa nr.7 prin fotografiile oscilogramelor f.cor. estimate.

d. Un aspect particular al problemei estimării f.cor. din măsurări perturbate îl constituie cel al IE simultane a mai multor căi (tuturor căilor) de transfer ale unui SF multi-variabil, fig.3.11.a.^{*)} În funcție de situațiile concrete, ea se poate efectua fie cu utilizarea unor semnale de probă aleatoare (pseudoaleatoare) suprapuse peste variațiile de funcționare normală a mărimilor sistemului [I4], fie cu utilizarea chiar a variațiilor de funcționare a mărimilor SF [P4]; în orice caz, semnalele care se utilizează pe diferitele căi de transfer trebuie să fie statistic independent. În aceste condiții în IE se poate utiliza rel(2.52) referitoare la fiecare cale de transfer. Efectuarea simultană a IE atrage însă după sine creșterea (semnificativă) a varianței estimării fiecărei f.i.c.; problema este analizată de autor în detaliu în lucrarea [P17]. Pentru oricare cale de transfer "v", perturbația echivalență a ieșirii $y_v(t)$ devine (fig.3.11.b)^{*)}:

$$z_v(t) = z(t) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq v}}^r \tilde{y}_i(t) \quad ; \quad (3.48)$$

ca urmare expresia varianței estimării f.u.c. $\phi_{u,v}(\tau)$ obține forma:

$$\begin{aligned} \text{var} \{ \phi_{u,v}(\tau) \} = & \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T} \right) \left[\phi_{u,v,u,v}(\theta) \phi_{\tilde{y}_v,\tilde{y}_v}(\theta) + \phi_{u,\tilde{y}_v}(\theta+\tau) \phi_{\tilde{y}_v,u}(\theta-\tau) \right] d\theta + \\ & + \frac{1}{T} \left(1 - \frac{|\theta|}{T} \right) \phi_{u,v,u}(\theta) \left[\phi_{zz}(\theta) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq v}}^r \phi_{\tilde{y}_i,\tilde{y}_i}(\theta) \right] d\theta . \end{aligned} \quad (3.49)$$

în care, conform rel.(2.56) :

$$\phi_{\tilde{y}_i,\tilde{y}_i}(\theta) = \int_0^{\infty} \phi_{u_i,u_i}(\theta+\beta) \phi_{h_i,h_i}(\beta) d\beta \quad (3.50)$$

O sumară analiză cantitativă scoate în evidență faptul că pentru r-mare, creșterea varianței estimării f.i.c. (a se vedea și punctul 5.4.3 observația finală) devine semnificativă.

e. Observații finale: (1) Evaluarea expresiilor EMP { } a estimării este relativ complicată întrucît, de regulă, expresiile $\phi_{uu}(\tau)$,

^{*)} Fig. 3.11 se găsește la sfîrșitul capitolului, la pag. 68 .

$\phi_{pupu}(\tau), \dots, \phi_{uy}(\tau)$ nu sînt cunoscute în prealabil; ca urmare, în practică se vor adopta diferite situații de compromis: - utilizarea unor expresii orientative pentru f.cor. menționate (în acest sens informațiile din anexa nr.1 pot fi de un real folos); - utilizarea valorilor estimate ale f.cor..

(2) Eliminarea efectului erorilor sistematice este posibilă teoretic în două moduri :

- prin reducerea nivelului perturbațiilor σ_{pu}/σ_u și σ_{py}/σ_y sub 0,1, cînd erorile statistice din f.cor. de bază sînt sub 1% (a se vedea rezultatele din cap.5); aceasta presupune luarea unor măsuri adecvate de protecție a echipamentului de măsură [M5].
- prin determinarea f.a.c. a perturbației și efectuarea corecțiilor în f.cor. estimată; metoda este posibilă practic numai pentru rapoarte $\sigma_{pu}/\sigma_u, \sigma_{py}/\sigma_y > 0,5$ și timpuri de mediere mari (a se vedea rezultatele din cap.5).

(3) Erorile statistice pot fi reduse eficient prin creșterea timpului de mediere; după cum rezultă din datele numerice din cap.5, pentru rapoarte $\sigma_{pu}/\sigma_u, \sigma_{py}/\sigma_y > 1$ obținerea unor erori statistice de același ordin de mărime ca și în cazul neperturbat, implică însă creșteri esențiale ale timpului de mediere T (diagramele din fig.5.12 și 5.14).

3.5.2. Determinarea erorilor care apar la estimarea f.d.s. datorate perturbațiilor și timpului de mediere finit. Prezența perturbațiilor și timpul de mediere finit utilizat la estimarea f.cor. - în cazul calculului indirect a f.d.s.-respectiv durata finită a eșantioanelor - în cazul calculului direct a f.d.s.-determină apariția în f.d.s. calculată a celor două categorii de erori observate și la calculul f.cor.: - eroarea cu caracter sistematic și eroarea statistică suplimentară. Analiza detaliată a acestor erori este prezentată în continuare; sub forme mai restrînse, această analiză a fost prezentată de autor și în lucrările [P16], [P20] și [IV].

a. Erori cu caracter sistematic care apar la estimarea f.d.s. din măsurări perturbate. Indiferent de modul de calcul a f.d.s. rezultate obținute sînt aceleași ; ca urmare, aplicînd relațiile WTBNER-HINCIN (2.30) asupra rel.(3.26) și (3.27) se obține:

$$\hat{S}_{uMuM}(\omega) = \hat{S}_{uu}(\omega) + \hat{S}_{pupu}(\omega) \neq \hat{S}_{uu}(\omega) \quad (3.51)$$

$$\hat{S}_{uMyM}(\omega) = \hat{S}_{uy}(\omega) + \underbrace{H_p(j\omega)\hat{S}_{pupu}(\omega)}_{=\hat{S}_{pupy}(\omega)} \neq \hat{S}_{uy}(\omega) \quad (3.52)$$

F.d.i.p. (3.52) poate fi pusă și sub forma :

$$\hat{S}_{uMyM}(\omega) = \hat{P}_{uMyM}(\omega) + j\hat{Q}_{uMyM} = \hat{P}_{uy} + \hat{P}_{pupu} + j(\hat{Q}_{uy} + \hat{Q}_{pupu}) \quad (3.53)$$

Aceste relații scot în evidență prezența erorilor cu caracter sistematic în f.d.s. estimată, datorate perturbării măsurărilor. Observație: asemănător se poate analiza și corespondentul din domeniul frecvență a rel.(3.28).

b. Erori statistice care apar la estimarea f.d.s. din măsurări perturbate, datorate timpului de mediere finit. Pentru aprecierea acestor erori se pleacă de la relația $E\{ \hat{S}(\omega) \}$ a estimării f.d.s. [B4]:

$$E\{ \hat{S}(\omega) \} = E\{ [\hat{S}(\omega) - S(\omega)]^2 \} \quad (3.54)$$

În general în literatura de specialitate [B4], [G5], [M2] la determinarea $E\{ \hat{S}(\omega) \}$ a estimării f.d.s. se apelează calea indirectă, bazată pe expresiile - uneori simplificate - ale $E\{ \hat{S}(\omega) \}$ a estimării f.cor., cu utilizarea relațiilor WIENER-HINCIN (2.30). Determinările prezentate în continuare se bazează pe expresiile detaliate ale varianței estimării f.cor. și apelează relativ puține simplificări.

Pentru $E\{ \hat{S}_{uMuM}(\omega) \}$ a estimării f.d.s.p., $\hat{S}_{uMuM}(\omega)$ se pleacă de la rel.(3.54) și se ține cont de particularitățile de exprimare ale f.a.c. și f.i.c. date de relațiile (2.31), (2.32) și (2.36):

$$E\{ \hat{S}_{uMuM}(\omega) \} = E\left\{ \left[\int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{uMuM}(\tau_1) - \phi_{uu}(\tau_1)] h_f(\tau_1) \cos \omega \tau_1 d\tau_1 \right. \right. \\ \left. \left. + \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{uMuM}(\tau_2) - \phi_{uu}(\tau_2)] h_f(\tau_2) \cos \omega \tau_2 d\tau_2 \right]^2 \right\}; \quad (3.55)$$

În baza teoremei lui Fubini, rel.(3.55) se poate pune sub forma:

$$E\{ \hat{S}_{uMuM}(\omega) \} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E\{ [\hat{\phi}_{uMuM}(\tau_1) - \phi_{uu}(\tau_1)] [\hat{\phi}_{uMuM}(\tau_2) - \phi_{uu}(\tau_2)] \} \cdot \\ \cdot h_f(\tau_1) \cos \omega \tau_1 h_f(\tau_2) \cos \omega \tau_2 d\tau_1 d\tau_2 \quad (3.56)$$

Evaluarea, relativ complicată a acestei expresii este prezentată detaliat în anexa nr.4. Expresia finală a $E\{ \hat{S}_{uMuM}(\omega) \}$ este dată de rel.(A4.29) :

$$E\{ \hat{S}_{uMuM}(\omega) \} = \underbrace{S_{pupu}^2(\omega)}_{\text{contrib.marării}} + \frac{2\tau_M}{T} \underbrace{[S_{uu}(\omega) + S_{pupu}(\omega)]^2}_{= \text{var}\{\hat{S}_{uMuM}(\omega)\}} \quad (3.57)$$

În cazul f.d.i.p. $\hat{S}_{uMyM}(\omega)$, se determină separat cele două

componente ale erorii $\text{EMP}\{\hat{P}_{uMyM}(\omega)\}$ și $\text{EMP}\{\hat{Q}_{uMyM}(\omega)\}$. În acest scop se pleacă de la relațiile :

$$\text{EMP}\{\hat{P}_{uMyM}(\omega)\} = E\left\{\int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{uMyM}(\tau_1) - \phi_{u\tilde{y}}(\tau_1)] h_f(\tau_1) \cos \omega \tau_1 d\tau_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{uMyM}(\tau_2) - \phi_{u\tilde{y}}(\tau_2)] h_f(\tau_2) \cos \omega \tau_2 d\tau_2\right\}, \quad (3.58)$$

$$\text{EMP}\{\hat{Q}_{uMyM}(\omega)\} = E\left\{\int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{uMyM}(\tau_1) - \phi_{u\tilde{y}}(\tau_1)] h_f(\tau_1) \sin \omega \tau_1 d\tau_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{uMyM}(\tau_2) - \phi_{u\tilde{y}}(\tau_2)] h_f(\tau_2) \sin \omega \tau_2 d\tau_2\right\}. \quad (3.59)$$

Evaluarea acestor expresii este prezentată detaliat în anexa nr.4; expresiile finale ale celor două erori sînt date de rel. (A4.24) și (A4.25) :

$$\begin{aligned} \text{EMP}\{\hat{P}_{uMyM}(\omega)\} &= P_{pupy}^2(\omega) + \text{--- contrib. marcării} \\ &+ \frac{\tau_m}{T} \left\{ [S_{uu}(\omega) + S_{pupu}(\omega)] [S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) + S_{zz}(\omega) + S_{pupy}(\omega)] + \right. \\ &\left. + [P_{u\tilde{y}}(\omega) + P_{pupy}(\omega)]^2 - [Q_{u\tilde{y}}(\omega) + Q_{pupy}(\omega)]^2 \right\} ; \quad (3.60) \\ &= \text{var}\{\hat{P}_{uMyM}(\omega)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{EMP}\{\hat{Q}_{uMyM}(\omega)\} &= Q_{pupy}^2(\omega) + \text{--- contrib. marcării} \\ &+ \frac{\tau_m}{T} \left\{ [S_{uu}(\omega) + S_{pupu}(\omega)] [S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) + S_{zz}(\omega) + S_{pupy}(\omega)] - \right. \\ &\left. - [P_{u\tilde{y}}(\omega) + P_{pupy}(\omega)]^2 + [Q_{u\tilde{y}}(\omega) + Q_{pupy}(\omega)]^2 \right\} \quad (3.61) \\ &= \text{var}\{\hat{Q}_{uMyM}(\omega)\} \end{aligned}$$

e. Precizări referitoare la erorile care apar la estimarea f.d.s. din măsurări perturbate, rel.(3.51), (3.52), (3.57), (3.60) și (3.61)

- (1) Precizări cu caracter general : (i) Ca și în cazul estimării f.cor., perturbarea măsurărilor are următoarele efecte :
 - marcarea estimării; - creșterea varianței estimării;
 (ii) Relațiile obținute sînt mai generale decît cele obișnuit date în literatură [B4], [M2], ... întrucît includ și efectele perturbării măsurărilor și/sau ale perturbării sistemului;
 (iii) Simplificările adoptate pe parcursul demonstrațiilor din anexa nr.4 sînt cele usuale din literatură [B4], [G5], [M2].

(2) Precizări relative la estimarea f.d.s.p., rel.(3.51) și (3.57):

(i) Termenul $\hat{S}_{pupu}(\omega)$ respectiv $S_{pupu}^2(\omega)$ indică existența erorii cu caracter sistematic, adusă de perturbarea măsurării.

(ii) Pentru cazul neperturbat $p_u(t) = 0$ se regăsesse relațiile caracteristice acestui caz [B4],[M2]:

$$(3.51) \rightarrow \hat{S}_{uMuM}(\omega) = \hat{S}_{uu}(\omega) \quad (3.62)$$

$$(3.57) \rightarrow \text{EMP}\{\hat{S}_{uMuM}(\omega)\} = \text{var}\{\hat{S}_{uMuM}(\omega)\} = \frac{2\tau_m}{T} S_{uu}^2(\omega) \quad (3.63)$$

Observație: în lucrările menționate, rel.(3.63) se dă sub forma ușor modificată :

$$\text{var}\{\hat{S}_{uu}(\omega)\} = \frac{1}{\Delta f T} S_{uu}^2(\omega) \quad , \quad \text{cu} \quad \Delta f = \frac{1}{2\tau_m} \quad (3.64)$$

sau chiar în forma raportată :

$$\frac{\text{var}\{\hat{S}_{uu}(\omega)\}}{S_{uu}^2(\omega)} = \frac{1}{\Delta f T} \quad (3.65)$$

(3) Precizări relative la estimarea componentelor f.d.i.p., rel.

3.52), (3.53), (3.50) și (3.61): (i) Termenii suplimentari \hat{P}_{pupy} și \hat{Q}_{pupy} respectiv P_{pupy}^2 și Q_{pupy}^2 indică prezența erorii cu caracter sistematic în estimarea f.d.i.p., datorate perturbării măsurărilor. Prezintă interes și rezultatele aferente situațiilor particulare menționate în par.3.5.1, punctul c.(3) :

(ii) Pentru cazul particular $p_u(t) = 0$ și $p_y(t) = 0$, rel.(3.52), (3.60) și (3.61) devin :

$$(3.52) \rightarrow \hat{S}_{uMyM}(\omega) = \hat{S}_{uy}(\omega) \quad (3.66)$$

$$(3.60) \rightarrow \text{EMP}\{\hat{P}_{uMyM}(\omega)\} = \text{var}\{\hat{P}_{uMyM}(\omega)\} = \frac{\tau_m}{T} [S_{uu}(\omega) \cdot S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) + P_{u\tilde{y}}^2(\omega) - Q_{u\tilde{y}}^2(\omega)] + \frac{\tau_m}{T} S_{uu}(\omega) S_{zz}(\omega) ; \quad (3.67)$$

$$(3.61) \quad \text{EMP}\{\hat{Q}_{uMyM}\} = \text{var}\{\hat{Q}_{uMyM}(\omega)\} = \frac{\tau_m}{T} [S_{uu}(\omega) S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) - P_{u\tilde{y}}^2(\omega) + Q_{u\tilde{y}}^2(\omega)] + \frac{\tau_m}{T} S_{uu}(\omega) \cdot S_{zz}(\omega) ; \quad (3.68)$$

in ambele cazuri termenul $\frac{\tau_m}{T} S_{uu}(\omega) \cdot S_{zz}(\omega)$ indică creșterea varianței estimării componentelor f.d.i.p. datorită perturbării SF.

In absența oricărei perturbații, $z(t) = 0$, relațiile menționate devin :

$$(3.67) \rightarrow \text{var}\{\hat{P}_{u\tilde{y}}(\omega)\} = \frac{\tau_m}{T} [S_{uu}(\omega)S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) + P_{u\tilde{y}}^2(\omega) - Q_{u\tilde{y}}^2(\omega)] \quad (3.69)$$

$$(3.68) \quad \text{var}\{\hat{Q}_{u\tilde{y}}(\omega)\} = \frac{\tau_m}{T} [S_{uu}(\omega)S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) - P_{u\tilde{y}}^2(\omega) + Q_{u\tilde{y}}^2(\omega)] \quad (3.70)$$

Observatie: in literatură, [B4], [M2], pentru aceste variante se indică expresii simplificate, cu caracter majorant, de forma :

$$\text{var}\{\hat{P}_{u\tilde{y}}(\omega)\} \leq \frac{2\tau_m}{T} S_{uu}(\omega) \cdot S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) = \frac{1}{\Delta f T} S_{uu}(\omega) S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) \quad , \quad (3.71)$$

$$\text{var}\{\hat{Q}_{u\tilde{y}}(\omega)\} \leq \frac{2\tau_m}{T} S_{uu}(\omega) S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) = \frac{1}{\Delta f T} S_{uu}(\omega) \cdot S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) \quad . \quad (3.72)$$

(iii) Pentru cazul particular $p_u(t) \neq 0$ și $p_y(t) \neq 0$ statistic independente, $\hat{S}_{p_u p_y}(\omega) = 0$ și ca urmare :

$$(3.52) \rightarrow \hat{S}_{uMyM}(\omega) = \hat{S}_{u\tilde{y}}(\omega) \quad ; \quad \text{idem} \quad (3.67)$$

$$(3.60) \rightarrow \text{EMP}\{\hat{P}_{uMyM}(\omega)\} = \frac{\tau_m}{T} \left\{ [S_{uu}(\omega) + S_{p_u p_u}(\omega)] [S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) + S_{p_y p_y}(\omega) + S_{zz}(\omega)] + P_{u\tilde{y}}^2(\omega) - Q_{u\tilde{y}}^2(\omega) \right\} \quad ; \quad (3.73)$$

$$(3.61) \rightarrow \text{EMP}\{\hat{Q}_{uMyM}(\omega)\} = \frac{\tau_m}{T} \left\{ [S_{uu}(\omega) + S_{p_u p_u}(\omega)] [S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) + S_{p_y p_y}(\omega) + S_{zz}(\omega)] - P_{u\tilde{y}}^2(\omega) + Q_{u\tilde{y}}^2(\omega) \right\} \quad ; \quad (3.74)$$

rezultă că în aceste condiții estimările nu mai sînt afectate de erori sistematice dar se mențin creșterile -substanțiale, în anumite condiții - a erorilor statistice.

(iv) Pentru cazul particular $p_u(t) = p_y(t) = p(t)$, $\hat{S}_{p_u p_y}(\omega) = \hat{S}_{pp}(\omega)$ și ca urmare :

$$(3.52) \rightarrow \hat{S}_{uMyM}(\omega) = \hat{S}_{u\tilde{y}}(\omega) + \hat{S}_{pp}(\omega) \quad , \quad (3.75)$$

$$(3.60) \rightarrow \text{EMP}\{\hat{P}_{uMyM}(\omega)\} = S_{pp}^2(\omega) + \frac{\tau_m}{T} \left\{ [S_{uu}(\omega) + S_{pp}(\omega)] [S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) + S_{zz}(\omega) + S_{pp}(\omega)] + [P_{u\tilde{y}}(\omega) + S_{pp}(\omega)]^2 - Q_{u\tilde{y}}^2(\omega) \right\} \quad , \quad (3.76)$$

$$(3.61) \quad \text{EMP}\{\hat{Q}_{uMyM}(\omega)\} = \frac{\tau_m}{T} \left\{ [S_{uu}(\omega) + S_{pp}(\omega)] [S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) + S_{zz}(\omega) + S_{pp}(\omega)] - [P_{u\tilde{y}}(\omega) + S_{pp}(\omega)]^2 + Q_{u\tilde{y}}^2(\omega) \right\} \quad . \quad (3.77)$$

Marcarea estimării de către perturbația $p(t)$ este menținută sub formă particulară.

(v) Și în acest caz prezintă interes estimarea f.d.s.p. din măsurare perturbată prin calculul f.d.i.p., fig.3.10, când rel.(3.52) și (3.60) devin :

$$(3.52) \rightarrow \hat{S}_{uuM}(\omega) = \hat{S}_{uu}(\omega) \quad , \quad (3.78)$$

$$(3.60) \rightarrow \text{BMP}\{\hat{P}_{uuM}(\omega)\} = \text{var}\{\hat{S}_{uuM}(\omega)\} = \frac{\tau_m}{T} \left[S_{uu}^2(\omega) + S_{uu}(\omega) \cdot S_{pupu}(\omega) \right] ; \quad (3.79)$$

rel.(3.79) indică creșterea erorii statistice a estimării. d. Aspectele legate de IE simultană a tuturor căilor de transfer a unui SF multivariabil, respectiv^{de} calculul f.d.i.p. în aceste condiții, se pun și în acest caz; relațiile varianțelor estimării componentelor f.d.i.p. aferente căii de transfer " ν " se obțin pe baza rel.(3.49), (3.60) și (3.61) :

$$\text{var}\{\hat{P}_{u,\nu}(\omega)\} = \frac{\tau_m}{T} \left\{ S_{u,\nu}(\omega) \left[S_{\tilde{y},\tilde{y}}(\omega) + S_{zz}(\omega) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq \nu}}^r S_{\tilde{y}_i\tilde{y}_i}(\omega) + P_{u,\tilde{y}}^2(\omega) - Q_{u,\tilde{y}}^2(\omega) \right] \right\} \quad , \quad (3.80)$$

$$\text{var}\{\hat{Q}_{u,\nu}(\omega)\} = \frac{\tau_m}{T} \left\{ S_{u,\nu}(\omega) \left[S_{\tilde{y},\tilde{y}}(\omega) + S_{zz}(\omega) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq \nu}}^r S_{\tilde{y}_i\tilde{y}_i}(\omega) - P_{u,\tilde{y}}^2(\omega) + Q_{u,\tilde{y}}^2(\omega) \right] \right\} \quad . \quad (3.81)$$

Se observă că și în acest caz creșterea varianței estimării componentelor f.d.i.p. poate deveni semnificativă.

e. Observații finale. Observațiile finale referitoare la estimarea f.cor. din măsurări perturbate, prezentate la pct.3.5.1.e își mențin valabilitatea și pentru estimarea f.d.s. ; de asemenea rămân valabile și modalitățile de eliminare sau de reducere a erorilor care apar la estimarea f.d.s. din măsurări perturbate.

3.6. Concluzii

Din cele prezentate în cadrul acestui capitol se desprind următoarele aspecte deosebite :

- rezultatele estimării f.cor. și/sau f.d.s. sînt afectate de erori sistematice, statistice și subiective specifice fiecă-

rui pas al estimării și au influență asupra rezultatului final al IĖ-me bazată pe funcțiile estimate.

- erorile care apar în procesul de măsurare se datorează în principal caracteristicilor statice și dinamice a echipamentului de măsurare și de tratare a semnalelor prelucrate precum și prezenței perturbațiilor pe canalele de măsură.
- în procesul de estimare a f.cor. și/sau f.d.s. problema perturbării măsurărilor obține valențe deosebite: în conformitate cu cele demonstrate de autor, perturbarea măsurărilor are în cel mai general caz două urmări nefavorabile: (1) -marcarea estimării; (2) - creșterea (uneori substanțială) a varianței estimării; ambele urmări au repercursiuni asupra rezultatelor unei IĖ-me bazată pe f.cor. sau f.d.s. estimate. Analiza detaliată a acestei probleme este prezentată în cap.4. a tezei.
- reducerea sau chiar eliminarea erorilor cu caracter sistematic poate fi obținută fie prin reducerea nivelului perturbațiilor (cu valoare absolută sau raportat la semnalul util) fie prin efectuarea corecțiilor adecvate în f.cor. estimată;
- reducerea eficientă a erorilor statistice se obține prin creșterea timpului de mediere utilizat în calculul f.cor.

Rezultatele teoretice prezentate în acest capitol au fost verificate experimental; calculele analitice și verificările experimentale sînt prezentate în cap.5 și ilustrate în anexa nr.7 prin fotografiile ale oscilogramelor f.cor. estimate în diferite condiții.

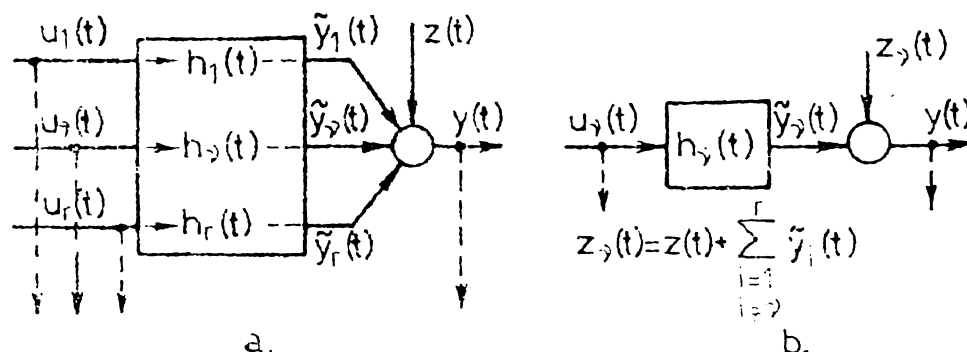


Fig.3.11. Identificarea experimentală simultană a mai multor căi de transfer ale unui sistem fizic.

CAPITOLUL 4 : IDENTIFICAREA EXPERIMENTALA A SISTEMELOR PRIN METODE STATISTICE DIN MASURARI PERTURBATE

Avantajele metodelor statistice de IE - [G9], [I9], [P4], [T3] ș.a. - le-au consacrat atât pentru identificarea SF conduse în circuit deschis, cât și pentru cele conduse în circuit închis (SAR), [H3], [G10], cu aplicații în cele mai variate domenii ale tehnicii: - chimie [E1], [G11], [H4]; - energetică [B4], [B9], [C3], [D1], [N1], [N2], [N3]; - metalurgie [R2]; - tehnica nucleară [B3]; - aviație [N4], [P8]; - acustică [S13]; - studiul comportamentului ^{uman} [S5], [S24], [T1] ș.a.

Ținând cont de cele demonstrate în par.3.5 referitor la influența negativă a perturbațiilor măsurărilor asupra estimării f. cor. și f.d.s., se poate pune întrebarea dacă este posibilă sau nu IE-me din măsurări perturbate? Această problemă a influenței perturbațiilor măsurărilor asupra rezultatelor IE și plecând de la aceasta, elaborarea unor recomandări privind alegerea tehnologiei de IE-me avantajoasă din acest punct de vedere, este-după cunoștințele autorului - puțin abordată în literatură; de multe ori se face presupunerea că experimentatorul a luat toate măsurile ca aceste perturbații să fie nule. Această presupunere nu este însă întotdeauna valabilă, prezența-sub o formă sau alta- și efectul (negativ) al acestor perturbații fiind uneori pregnantă. Acest fapt, menționat în literatură - [I9], [P4], [P3], [S10], [S18], [S19], [S21] [W4] ș.a., a determinat aprofundarea cercetărilor în această direcție. Rezultatele obținute în acest capitol sînt sintetizate de autori și în lucrările [P13], [P14], [P20], [P23] respectiv valorificate prin contractele de cercetare științifică [III] și [IV].

Principalele aspecte abordate în cadrul capitolului se referă la următoarele :

- în par.4.1, se analizează aspectele de fond ale problemei perturbării măsurărilor la o IE-me;
- în par.4.2., se prezintă modalitățile de apreciere cantitativă a erorilor sistematice și statistice care apar și se grupează diferitele cazuri de IE-me care pot apare în practică;
- în par. 4.3 se determină erorile cu caracter sistematic iar în par.4.4 erorile cu caracter statistic care apar în IE-me datorită perturbării măsurărilor. Ambele analize se referă la o varietate foarte mare de situații din practică -de la SF condus în circuit deschis pînă la SF conduse prin SAR.
- datorită volumului mare de rezultate obținute, în par.4.5 se pre-

sintă o sinteză a acestora, însoțită de informații de ordin cantitativ asupra mărimii erorilor; ele au la bază calculele efectuate pentru un SF considerat IE în condițiile verificărilor experimentale din cap.5. În finalul paragrafului se prezintă principalele concluzii ale analizei.

Cele prezentate în acest capitol constituie-după cunoștințele autorului - o abordare originală, de ansamblu a problemei.

4.1. Cîteva aspecte referitoare la IE prin metode statistice; problema IE din măsurări perturbate.

Problemele de bază ale IE-ns ale SF conduse în circuit deschis sînt analizate detaliat în multe lucrări ([B7],[D1],[D8],[G1],[H3],[I6],[I11],[P2],[T8],[T9] ș.a.); principalele lucrări și rezultate legate de analiza influenței perturbării SF- $z_y(t)$ în fig. 3.1 - asupra estimării componentelor f.r.f. au fost analizate în par.3.5; rezultatele vor fi încă odată subliniate în par.4.3 și 4.4 ca și situații particulare ale cazurilor generale analizate.

IE a blocurilor SAR(în general) a fost abordată practic în ultimii 10-15 ani, determinat de următoarele două motive :

- siguranța în funcționare a SF supus IE, nu permite funcționarea lui în circuit deschis [U2];
- efectul reacției este inerent (de ex. cazul sistemelor biologice sau economice [B15],[K7],[S35] ș.a.).

În general analizele din literatură - și corespunzător și analiza din acest capitol - se referă la schema bloc din fig.4.1,[G12], fapt explicabil prin aceea că majoritatea schemelor sînt reductibile în ultimă instanță la aceasta.

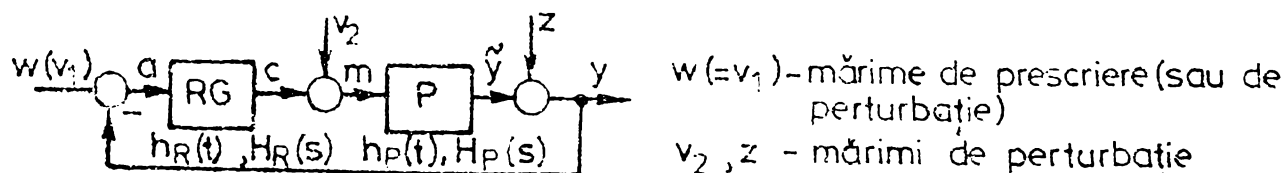


Fig.4.1. Schema bloc de bază pentru analiza identificării experimentale a blocurilor sistemelor automate de reglare: -RG -regulator ; - P - proces (condus).

În [G12] se prezintă o amplă sinteză asupra IE a blocurilor SAR - în general - și prin metode statistice- în particular. La utilizarea metodelor statistice respectarea condiției de identificabilitate a blocurilor implică cerințe în raport cu semnalele perturbatoare care acționează asupra SAR precum și/sau cunoștințe apriorice relative la dinamica unor blocuri ale SAR (altele decît cei identificat); din acest punct de vedere metodele statistice

de IE sînt aservite schemelor concrete de funcționare.

Diferite variante și relații de IE sînt prezentate în lucrările [B7],[I4],[I9],[P4],[P13](apartine autorului)[R2],[R3],[R7],[R8],[S4]; situațiile analizate diferă de regulă prin următoarele:

- combinația de semnale utilizate în IE;
- există sau nu există informații referitoare la dinamica celorlaltor blocuri ale SAR și/sau la unele semnale exterioare (v_1, v_2, z).

Sintetizînd cele prezentate în lucrările menționate se apreciază că pentru practica IE a blocurilor SAR sînt importante următoarele situații concrete :

- (1) IE a blocurilor pe baza a două măsurări reunite: {semnal de intrare în SAR-semnal de intrare în blocul supus IE} și {semnal de intrare în SAR-semnal de ieșire din blocul supus IE}; în această categorie se încadrează și IE a blocurilor sistemelor complexe, cînd practic structura nu mai prezintă importanță. Detalii în această direcție se găsesc în lucrările [D1],[I4],[I9],[P4],[S7],[S9].
- (2) IE a blocurilor SAR din măsurări indirecte: se identifică global SAR și, pe baza cunoștințelor relative la dinamica celorlalte blocuri, se determină MM al blocului de identificat. Detalii în această direcție se găsesc în lucrările [I4],[I9],[P4],[R2].
- (3) IE a blocurilor SAR din variațiile de funcționare normală a mărimilor sistemului cu/fără cunoașterea dinamicii unor blocuri ai SAR; aspecte referitoare la această problemă sînt prezentate în lucrările [D4],[H4],[P13],[R8],[R9],[S16],[S32].

În acest sens în anexa nr.5, se prezintă o sinteză asupra condițiilor în care pot fi IE blocurile unui SAR pe baza măsurărilor efectuate asupra mărimilor interioare SAR; această sinteză a fost prezentată de autor și în lucrarea [P23].

Față de cazul IE procesului condus în circuit deschis IE a blocurilor SAR prezintă specificul că perturbațiile măsurărilor nu pot fi înglobate în perturbațiile din SAR (v_1, v_2 sau z ; fig.4.1) și nu participă în zgomotul de circulație din cadrul SAR.

Indiferent de structura conducerii SF și de situația concretă de IE, problema identificării din măsurări perturbate este o problemă deschisă și delicată [H2],[I8],[S10],[S18],[S19], relativ sumar abordată în literatură. Pe baza rezultatelor din par.3.5, în cadrul acestui capitol se prezintă o analiză detaliată a problemei IE-ms din măsurări perturbate.

Datorită faptului că metodele de IE bazate pe analiza spectrală pun la îndemîna utilizatorului MM neparametric direct utilizabil în sinteză - sub forma f.r.f. respectiv a c.d.f. - în foarte multe cazuri ele sînt preferate metodelor de corelație [A4],[I9] în special în cazurile în care se dispune de aparatura adecvată unei astfel de analize. Asupra căilor de urmat în IE, fig.4.2, părerile

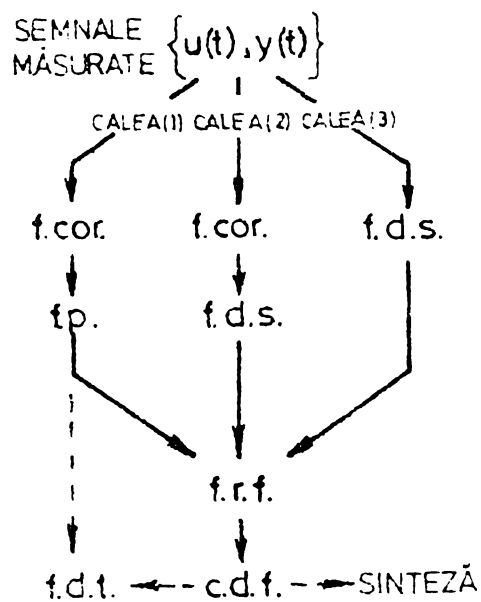


Fig.4.2. Posibilități de determinare a funcției răspuns la frecvență (f.r.f.) sau a caracteristicilor de frecvență la o identificare prin metode statistice.

boratoare din țară echipamente specializate pentru IE în domeniul frecvență - după algoritmul căii nr.(2) -analizele teoretice prezentate în continuare sînt dezvoltate în domeniul frecvență; concluziile privind influența perturbațiilor măsurărilor asupra rezultatelor IE rămîn valabile și pentru analizele dezvoltate în domeniul timp.

4.2. Modalități de apreciere a erorilor în cazul IE prin metode statistice din măsurări perturbate

În vederea aprecierii erorilor care apar la o IE-ms din măsurări perturbate se fac următoarele presupuneri (în majoritatea lor comune cu cele din par.3.5) :

- d.p.d.v. al semnalelor deterministe, sistemul se află în regim staționar constant;
- semnalul considerat util în IE este aleator, staționar, cu distribuție normală; aceeași presupunere se face și relativ la semnalele perturbatoare care acționează asupra SF și/sau asupra măsurărilor;
- elementele de măsură se consideră ideale;
- pentru $\{\tau\} > \tau_m$, f.cor. calculate satisfac cerința f.cor. $\rightarrow 0$;

din literatură sînt relativ împărțite. În orice caz, după cum s-a mai precizat în par.2.2.4, calea a (2)-a este preferată căii nr.(3). După unii autori calea a (2)-a este preferabilă și căii nr.(4) întrucît în acest caz în rezultatul obținut, (f.r.f.) se vor reflecta numai erorile datorate metodelor statistice pe cînd în cazul (1) se cumulează și erorile de determinare a f.p. [C12], [M5] și de determinare, din aceasta, a f.r.f.; mai mult, conform [P4], volumul de calcule solicitat în ambele cazuri este sensibil egal.

În plus ținînd cont de faptul că în prezent există în dotarea unor la-

- timpul de mediere T , este suficient de mare; în aceste condiții în eroarea de ansamblu esențiale vor fi numai erorile statistice și cele datorate perturbării măsurărilor.

În conformitate cu cele prezentate în cap.3 perturbațiile măsurărilor determină în general: (1)-marcarea estimării f.cor. sau f.d.s. și (2) creșterea varianței estimării. Ținând cont de faptul că determinarea f.r.f. se face de regulă din raportul a două estimări de f.d.s., marcate sau nu, ;

$$\hat{H}(j\omega) = \frac{\text{f.d.s.}(2)}{\text{f.d.s.}(1)} = |\hat{H}(j\omega)| e^{j\angle\hat{H}(j\omega)} \quad (4.2)$$

rezultă că f.r.f. astfel obținută va fi la rândul ei o estimare falsificată, afectată de erori cu caracter sistematic și de erori statistice suplimentare. Pentru caracterizarea erorii de estimare se utilizează $\text{EMP}\{\}$ a modulului și fazei estimării [B4].

$$\text{EMP}\{|\hat{H}(j\omega)|\} = E\{[|\hat{H}(j\omega)| - |H(j\omega)|]^2\} \quad (4.3)$$

$$\text{EMP}\{\angle\hat{H}(j\omega)\} = E\{[\angle\hat{H}(j\omega) - \angle H(j\omega)]^2\}$$

Structura erorilor la o IB din măsurări perturbate poate fi urmărită cu ajutorul diagramei polare din fig.4.3, în care - pentru simplificarea scrierii - s-a omis specificarea variabilei "j ω "; în fig.4.3 diferitele mărimi semnifică :

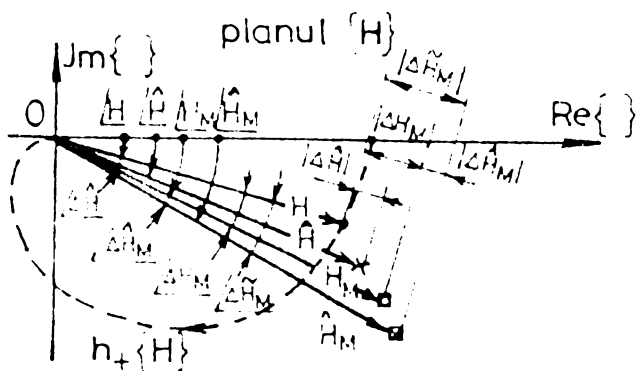


Fig.4.3.Definirea și evidențierea erorilor care apar la o identificare experimentală prin metode statistice dezvoltate în domeniul frecvență din măsurări perturbate, (semnificația mărimilor este dată în text).

$H = |H| e^{j\angle H}$ - f.r.f. adevărată, cu hodograful $h_+\{H\}$;

$\hat{H} = |\hat{H}| e^{j\angle\hat{H}}$ - estimarea f.r.f. adevărate, în lipsa erorilor

sistematice datorate perturbării măsurărilor ;

$|\Delta\hat{H}|, \angle\Delta\hat{H}$ - erorile statistice din estimarea modulului și fazei f.r.f. ;

$H_M = |H_M| e^{j\angle H_M}$ - f.r.f. falsificată de perturbațiile măsurărilor, în cazul ideal $T \rightarrow \infty$ (în absența erorilor statistice);

- $\hat{H}_M = |\hat{H}_M| e^{j\angle\hat{H}_M}$ - estimarea f.r.f. din măsurări perturbate;
- $|\Delta H_M|, \angle\Delta H_M$ - erorile sistematice ale modulului și fazei estimării, datorate perturbării măsurărilor
- $|\Delta\hat{H}_M|, \angle\Delta\hat{H}_M$ - erorile statistice ale modulului și fazei estimării, în raport cu valorile falsificate
- $|\Delta\tilde{H}_M|, \angle\Delta\tilde{H}_M$ - erorile totale ale modulului și fazei estimării, din măsurări perturbate, în raport cu valorile adevărate.

Mărimea celor două categorii de erori care apar sistematice și statistice - se vor aprecia astfel :

- erorile sistematice, fie direct în forma complexă:

$$H_M(j\omega) = H(j\omega)K(j\omega) \quad (4.4)$$

$K(j\omega)$ - funcție complexă care caracterizează eroarea, fie prin intermediul modulului și fazei erorii :

$$|\Delta H_M| = |H_M| - |H| \quad (4.5)$$

$$\angle\Delta H_M = \angle H_M - \angle H \quad (4.6)$$

- erorile statistice se apreciază prin intermediul erorii medii patratice a componentelor f.r.f. estimate din măsurări perturbate în raport cu componentele f.r.f., valori falsificate de perturbații (pentru $T \rightarrow \infty$), conform relațiilor :

$$EMP\{|\hat{H}_M|\} = \text{var}\{|\hat{H}_M|\} = E\{[|\hat{H}_M| - |H_M|]^2} = E\{|\Delta\hat{H}_M|^2\} \quad (4.7)$$

$$EMP\{\angle\hat{H}_M\} = \text{var}\{\angle\hat{H}_M\} = E\{[\angle\hat{H}_M - \angle H_M]^2} = E\{[\angle\Delta\hat{H}_M]^2\} \quad (4.8)$$

Acest mod de apreciere a erorilor este avantajos din următoarele puncte de vedere :

- posibilitatea scoaterii în evidență a erorilor statistice suplimentare datorate perturbării măsurărilor ;
- posibilitatea comparării mai ușoare a rezultatelor obținute cu cele referitoare la cazul neperturbat;
- simplificarea calculelor +).

Aprecierea varianțelor (4.7) și (4.8) presupune :

(1) explicitarea erorilor $|\Delta\hat{H}_M|$ și $\angle\Delta\hat{H}_M$ în raport cu factorii care le

+) Autorul a efectuat și calculele de determinare a $EMP\{ \}$ a componentelor f.r.f. estimate din măsurări perturbate în raport cu valorile adevărate ale f.r.f.; ele s-au dovedit însă mult mai complexe și în același timp mai puțin explicite.

determină; acești factori sînt tocmai erorile care apar în estimările f.d.s. (1) și (2) din rel.(4.2)

$$\hat{S}_{uMuM} = S_{uMuM} + \Delta \hat{S}_{uMuM} \quad \text{— pentru f.d.s.p.} \quad (4.9)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{P}_{uMyM} &= P_{uMyM} + \Delta \hat{P}_{uMyM} \\ \hat{Q}_{uMyM} &= Q_{uMyM} + \Delta \hat{Q}_{uMyM} \end{aligned} \right\} \text{— pentru componen-} \quad (4.10)$$

tele f.d.i.p..

(2) explicitarea varianțelor (4.7) și (4.8) cu ajutorul varianțelor estimărilor f.d.s.

Intrucît relațiile de IE de forma (4.2) sînt neliniare în raport cu erorile de estimare a f.d.s., pentru rezolvarea punctului (1) se utilizează "metoda liniarizării (după tangentă)" a estimării componentelor f.r.f. în jurul valorilor falsificate, în raport cu fiecare din erorile de estimare a f.d.s. (erori de forma $\Delta \hat{S}_{uMuM}$, $\Delta \hat{P}_{uMyM}$, $\Delta \hat{Q}_{uMyM}$). Această cale este urmată în majoritatea lucrărilor care se ocupă - sub o formă sau alta - de aprecierea erorilor statistice ale estimării f.r.f. [G5],[I9],[S4],[R8] ș.a. Calculele detaliate vor fi prezentate separat pentru fiecare caz analizat (par.4.4).

Situațiile concrete de IE care prezintă interes practic, analizate în continuare, vor fi grupate după modul în care este condus SF, denumit în continuare proces tehnic, P,: (1) P este condus în circuit deschis ; (2) -P este condus în circuit închis prin SAR.

În ambele cazuri se vor analiza mai multe situații concrete; pentru fiecare situație se vor determina cele două categorii de erori care apar: - erorile cu caracter sistematic - în par.4.3.- și erorile cu caracter statistic - în par.4.4.

4.3. Determinarea erorilor cu caracter sistematic care apar

la IE din măsurări perturbate

4.3.1. Cazul procesului P condus în circuit deschis. Se analizează următoarele situații particulare:

a). La IE a procesului condus P se utilizează un semnal de probă exterior $s(t)$, considerat aleator staționar normal distribuit (cazul mai general), măsurabil neperturbat. Semnalul $s(t)$ poate fi aplicat în două variante, fig.4.4 a și b:

- la intrarea blocului de comandă BC, care are MM- f.d.t. $H_{BC}(s)$ - cunoscută sau necunoscută, fig.4.4.a;
- la intrarea procesului P, fig.4.4.b..

b) La IE a procesului se utilizează variațiile de funcționare normală a mărimilor, considerate aleatoare staționare normal distribuite; perturbația care excită sistemul și face posibilă IE,

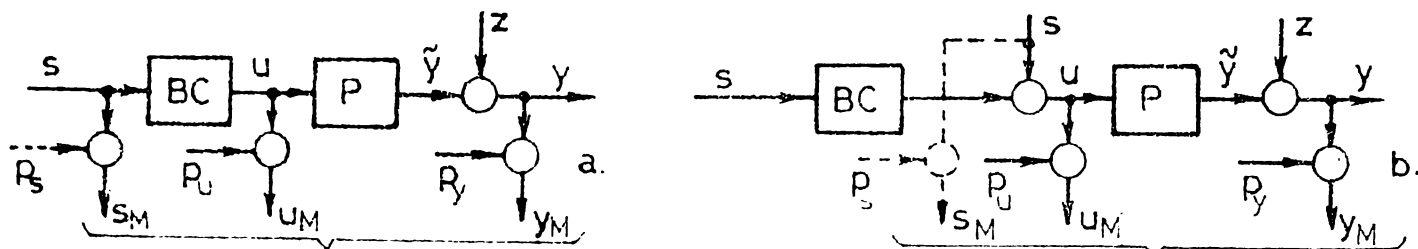


Fig.4.4. Identificarea experimentală a unui proces condus în circuit deschis, cu utilizarea unui semnal de probă exterior $s(t)$. Observație: completarea punctată se referă la cazul c).

$z_u(t)$, poate acționa :

- la intrarea procesului, fig.4.5.a,

• într-un punct intern procesului, fig.4.5.b;

în general $z_u(t)$ se consideră nemăsurabil.

c) Idem ca și în cazul a), dar semnalul $s(t)$ nu este măsurabil neperturbat, fig.4.4 cu completarea punctată $p_s(t)$; ca urmare $s(t)$ măsurat devine $s_M(t) = s(t) + p_s(t)$ (acest caz corespunde situației în care $s(t)$ ar fi o perturbație exterioară măsurabilă, al cărui efect este utilizat în IE).

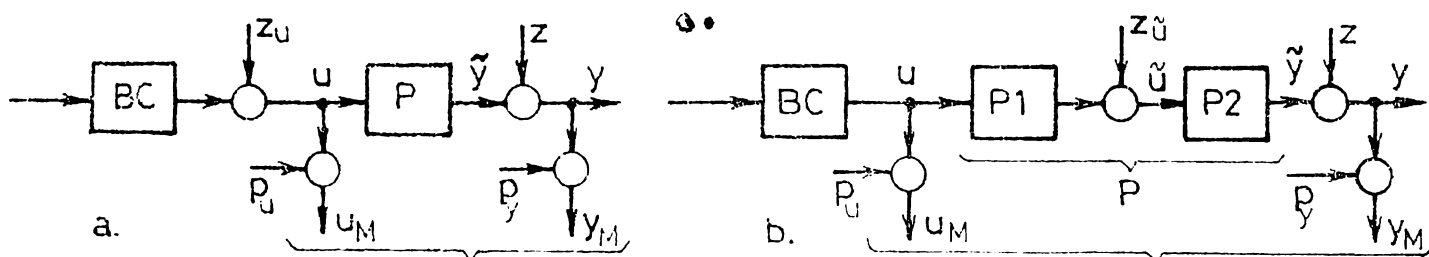


Fig.4.5. Identificarea experimentală a unui proces condus în circuit deschis din variațiile de funcționare normală a mărimilor.

Observație: Alte variante posibile în practică se pot reduce în final la cele 3 cazuri de bază prezentate.

Relațiile de calcul a f.r.f. pentru aceste cazuri sînt sintetizate în tabelul 4.1. Din analiza rel.(4.11) ... (4.15) se desprind următoarele concluzii :

(i) În cazul în care semnalul de probă $s(t)$ este măsurabil neperturbat, în IE a procesului se vor utiliza, după caz, rel. (4.11) sau (4.13), care asigură determinarea f.r.f. fără eroare sistematică. La utilizarea rel.(4.12) f.r.f. determinat este afectată de erori sistematice, care pot fi redată sub forma :

$$\hat{H}_{PM}(j\omega) = \frac{\hat{S}_{uy}}{\hat{S}_{uu}} \cdot \frac{1 + \hat{S}_{pupy} / \hat{S}_{uy}}{1 + \hat{S}_{pupu} / \hat{S}_{uu}} = \hat{H}_p(j\omega) \hat{K}_1(j\omega) , \quad (4.16)$$

$$\text{cu } \hat{K}_1(j\omega) = [1 + \hat{S}_{pupy} / \hat{S}_{uy}] / [1 + \hat{S}_{pupu} / \hat{S}_{uu}] . \quad (4.17)$$

Relația (4.17) prezintă următoarele două situații particulare:

- $p_u(t) = p_y(t) = p(t)$ acțiune și o aceeași perturbare:

$$\hat{K}_1^{(1)}(j\omega) = [1 + \hat{S}_{pp} / \hat{S}_{uy}] / [1 + \hat{S}_{pp} / \hat{S}_{uu}] ; \quad (4.17.a)$$

- $p_u(t) \neq 0$ și $p_y(t) \neq 0$, statistic independente:

$$\hat{K}_1^{(2)}(j\omega) = 1 / (1 + \hat{S}_{pp} / \hat{S}_{uu}) . \quad (4.17.b)$$

TABELUL 4.1. Relații pentru identificarea experimentală a unui proces condus în circuit deschis

VARIANTA CONSIDERATĂ		RELAȚIA DE IDENTIFICARE	OBSERVAȚII
a.	(1)	$\hat{H}_{OM} = \frac{\hat{S}_{syM}}{\hat{S}_{ss}} = \hat{H}_O = \frac{\hat{S}_{sy}}{\hat{S}_{ss}} \rightarrow \hat{H}_P = \hat{H}_{CM} H_{BC}^{-1}$ (4.11)	H_{BC} - cunoscut fig. 4.4.a
	(2)	$\hat{H}_{PM} = \frac{\hat{S}_{uMyM}}{\hat{S}_{uMuM}} = \frac{\hat{S}_{uy} + \hat{S}_{pupy}}{\hat{S}_{uu} + \hat{S}_{pupu}} \neq \hat{H}_P = \frac{\hat{S}_{uy}}{\hat{S}_{uu}}$ (4.12)	fig. 4.4 a, b
	(3)	$\hat{H}_{PM} = \frac{\hat{S}_{syM}}{\hat{S}_{suM}} = \hat{H}_P = \frac{\hat{S}_{sy}}{\hat{S}_{su}}$ (4.13)	fig. 4.4 a, b
b.	(4)	$\hat{H}_{PM} = \frac{\hat{S}_{uMyM}}{\hat{S}_{uMuM}} = \frac{\hat{S}_{uy} + \hat{S}_{pupy}}{\hat{S}_{uu} + \hat{S}_{pupu}} = \hat{H}_P = \frac{\hat{S}_{uy}}{\hat{S}_{uu}}$ (4.12)	z_u - nemăsurabil fig. 4.5.a
	(5)	H_P - nu este identificabil, semnalul de intrare $u(t)$ nu este excitat	fig. 4.5. b
c.	(7)	$\hat{H}_{OM} = \frac{\hat{S}_{sMyM}}{\hat{S}_{sMsM}} = \frac{\hat{S}_{sy} + \hat{S}_{popy}}{\hat{S}_{ss} + \hat{S}_{psps}} \neq \hat{H}_O$ $\hat{H}_{PM} = \hat{H}_{OM} \hat{H}_{BC}^{-1} \neq \hat{H}_P$ (4.14)	H_{BC} - cunoscut fig. 4.4.a completată
	(9)	$\hat{H} = \frac{\hat{S}_{sMyM}}{\hat{S}_{sMuM}} = \frac{\hat{S}_{sy} + \hat{S}_{popy}}{\hat{S}_{ss} + \hat{S}_{psps}} \neq \hat{H}_P$ (4.15)	fig. 4.4 a, b completată

(11) În cazul în care și $s(t)$ este măsurat perturbat, teoretic, chiar utilizarea rel.(4.15) conduce la rezultate eronate:

$$\hat{i}_{PM}(j\omega) = \frac{\hat{S}_{sy}}{\hat{S}_{su}} \frac{1 + \hat{S}_{pspy}/\hat{S}_{sy}}{1 + \hat{S}_{pspu}/\hat{S}_{su}} = \hat{H}_p(j\omega) \cdot \hat{K}_2(j\omega) \quad (4.18)$$

$$\text{cu } \hat{K}_2(j\omega) = [1 + \hat{S}_{pspy}/\hat{S}_{sy}] / [1 + \hat{S}_{pspu}/\hat{S}_{su}] \quad (4.19)$$

Totuși, utilizarea rel.(4.15) este preferabilă în locul rel.(4.14), întrucît este relativ mai puțin probabil ca semnalele perturbatoare $p_s(t)$, $p_u(t)$ și $p_y(t)$ să fie corelate; cazul favorabil este acela cînd ele sînt statistic independente cînd $\hat{S}_{pspy} = 0$, $\hat{S}_{pspu} = 0$ și $\hat{K}_2(j\omega) = 1$.

Cazul nefavorabil $p_s(t) = p_u(t) = p_y(t) = p(t)$ conduce la :

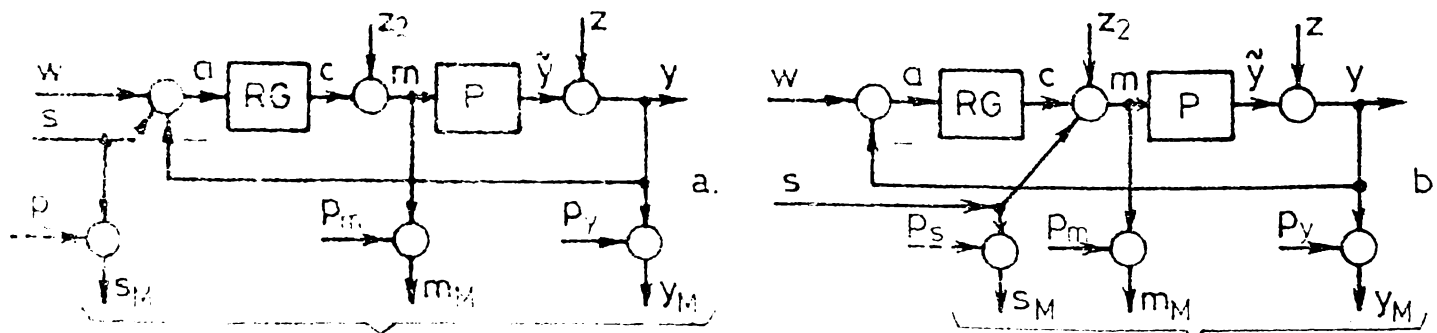
$$\hat{K}_2(j\omega) = [1 + \hat{S}_{pp}/\hat{S}_{sy}] / [1 + \hat{S}_{pp}/\hat{S}_{su}] \quad (4.20)$$

4.3.2. Cazul procesului K condus în circuit închis, prin SAR. Se analizează principal aceleași situații ca la punctul 4.3.1. Întrucît în unele din acestea se necesită cunoașterea dinamicii regulatorului RG (la puneri în funcțiune, după revizii și reparații, după o inactivitate mai îndelungată [VII]) concomitent se vor sublinia și aspectele legate de IB a RG.

a) La IB a procesului K (sau a regulatorului RG) se utilizează un semnal de probă exterior $s(t)$, considerat aleator staționar normal distribuit, măsurabil neperturbat. Semnalul $s(t)$ poate fi aplicat în două variante, fig.4.6.a și b:

- la intrarea de conducere a SAR, fig.4.6.a;
- la intrarea procesului K , suprapus peste mărimea de comandă $c(t)$, fig.4.6.b.

Observație: pentru IB a RG situația este similară mărimea de măsurat fiind $s(t)$ și $m(t)$.



11.4.6. Identificarea experimentală a unui proces condus în circuit închis (SAR), cu utilizarea unui semnal de probă exterior $s(t)$. **Observație:** completarea punctată se referă la cazul c).

b) La IB a procesului K sau (a regulatorului RG) se utilizează variațiile de funcționare normală a mărimilor SAR, considerate

aleatoare, staționare cu distribuție normală. Perturbațiile care pot excita sistemul sînt $z_1(t)$, $z_2(t)$ și/sau $z(t)$, iar ca mărimi măsurabile utilizate în IE se consideră $a(t)$, $m(t)$ și $y(t)$, fig.4.7.

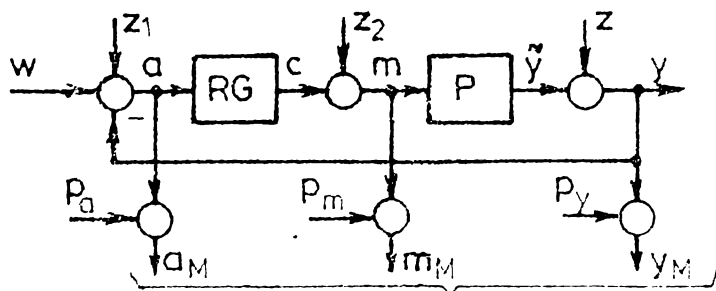


Fig.4.7. Identificarea experimentală a procesului P și regulatorului RG condus prin SAR, din variațiile de funcționare normală a mărimilor SAR-ului.

c) Idem ca și în cazul a) dar semnalul $s(t)$ nu este

măsurabil neperturbat, fig.4.6 cu completarea punctată, $p_s(t)$; ca urmare $s(t)$ măsurat devine $s_M(t) = s(t) + p_s(t)$.

Observație. Alte variante posibile privesc în special cazul b) și se referă la alte combinații de semnale măsurabile.

Relațiile de IE valabile pentru cazurile a), b) și c) au fost stabilite pe baza principiilor generale de determinare a M și sînt sintetizate în tabelele 4.2-pentru IE a procesului P respectiv în tabelul 4.3-pentru IE a regulatorului RG. În cazul IE din variațiile de funcționare normală a mărimilor SAR-cazurile b) din tabelele 4.2 și 4.3 - relațiile care trebuie utilizate sînt funcție de numărul și locul de acționare a perturbațiilor z_1, z_2 și/sau z și de mărimile măsurate; analiza detaliată a condițiilor în care este posibilă IE a RG respectiv P, efectuată de autor este prezentată în anexa nr.5 (ea este cuprinsă și în lucrarea autorului, [P23]). Informațiile din tabelele 4.2 și 4.3. sînt preluate din tabelele A5.1 și A.5:2 cu observația (generală, pentru tabelele 4.2 și 4.3) că indicele M din relațiile de IE indică utilizarea unor estimări din „măsurări perturbate”.

Observație: În anexa nr.5 relațiile de IE sînt prezentate în varianta măsurărilor neperturbate; ținînd cont de apreciere a erorilor care apar, ele își mențin valabilitatea și în cazul măsurărilor perturbate, cu observația că f.d.s. care apar vor fi (în general) estimări marcate.

Analiza relațiilor prezentate în tabelele 4.2. și 4.3 conduc la următoarele concluzii privind IE-ms a blocurilor SAR din măsurări perturbate:

- (1) IE a blocurilor SAR din variațiile de funcționare normală a mărimilor interne SAR este însoțită de apariția unor erori cu caracter sistematic datorate perturbării măsurărilor. Situația este ceva mai favorabilă atunci cînd aceste perturbații sînt necorelate, cînd în rel.(4.24)...(4.26) respectiv (4.33)...(4.35) doar f.d.s.p. rămîn falsificate; cazurile

cele mai favorabile-neafectate de erori sistematice-se dovedesc acelea în care mărimile care intervin în relațiile de IE prin f.d.s.p. se măsoară neperturbat sau raportul perturbație/signal util este sub 10% iar perturbațiile celorlalte mărimi sînt statistic independente

(ii) La IE cu semnal exterior măsurabil este de dorit ca acesta să fie măsurat neperturbat, ceea ce asigură erori sistematice nule (cazurile a.1);

(iii) Erorile sistematice se mențin nule chiar dacă semnalul exterior utilizat în IE este măsurat perturbat, cu observația că în acest caz trebuie asigurat (dacă este posibil) ca perturbațiile diferitelor măsurări să fie statistic independente; în aceste condiții în IE se vor utiliza rel.(4.29) și (4.38), care devin:

$$(4.29) \rightarrow \hat{H}_{PM} = \frac{\hat{S}_{skvM}}{\hat{S}_{sMnM}} = \frac{\hat{S}_{sv} + 0}{\hat{S}_{sm} + 0} = \hat{H}_P \quad (4.39)$$

$$(4.38) \rightarrow \hat{H}_{RM} = \frac{\hat{S}_{sMnM}}{\hat{S}_{saM}} = \frac{\hat{S}_{sm} + 0}{\hat{S}_{sa} + 0} = \hat{H}_R \quad (4.40)$$

(iv) Ca și în cazul procesului condus în circuit deschis și în aceste cazuri este posibilă exprimarea falsificării prin intermediul unor coeficienți $\hat{K}(j\omega)$ definiți conform rel.(4.4). Pentru relațiile de IE din tabelele 4.2 și 4.3, acești coeficienți sînt prezentați în tabelele 4.4 și 4.5; tot aici sînt prezentați și coeficienții $\hat{K}(j\omega)$ pentru unele dintre situațiile particulare posibile (col.3 și 4)

4.3.3. Măsuri de reducere și/sau de anulare a erorilor cu caracter sistematic, datorate perturbării măsurărilor. Ca și la estimarea f.eer. și f.d.s. din măsurări perturbate și în acest caz este posibilă-cel puțin teoretic-luarea unor măsuri de reducere sau chiar de anulare a erorilor cu caracter sistematic care apar în estimarea componentelor f.r.f.; în principal aceste măsuri sînt următoarele :

- reducerea nivelului perturbațiilor-a raportului agot/signal util măsurat - sub 10%, prin :
- protejarea suplimentară a căilor de măsură impo-

TABELUL 4.2. Relații pentru identificarea experimentală a procesului unui SAR

VARIANTA CONSIDERATĂ	RELAȚIA DE IE	OBSERVAȚII
a.	(1) $\hat{H}_M = \frac{\hat{S}_{syM}}{\hat{S}_{ss}} = \hat{H} \rightarrow \hat{H}_p = \frac{1}{H_R} \frac{\hat{H}}{1 - \hat{H}} \quad (4.21)$ \hat{H}_M, \hat{H} - estimările f.r.f. ale SAR în raport cu intrarea de conducere a SAR	<ul style="list-style-type: none"> • s(t) - conf. fig. 4.6.a • H_R - cunoscut • se IE global SAR și se calculează f.r.f. \hat{H}_p [14], [19], [P4]
	(2) $\hat{H}_{M(2)} = \frac{\hat{S}_{syM}}{\hat{S}_{ss}} = \hat{H}_{(2)} \rightarrow \hat{H} = \frac{\hat{H}_{(2)}}{1 - \hat{H}_{(2)} H_R} \quad (4.22)$ $H_{M(2)}, H_{(2)}$ - estimările f.r.f. ale SAR în raport cu intrarea procesului	<ul style="list-style-type: none"> • s(t) - conf. fig. 4.6.b • H_R - cunoscut • se IE global SAR și se calc. f.r.f. \hat{H}_p [14], [15] ș.a.
	(3) $\hat{H}_{pM} = \frac{\hat{S}_{syM}}{\hat{S}_{smM}} = \hat{H}_p \quad (4.23)$	<ul style="list-style-type: none"> • s(t) - conf. fig. 4.6 a sau b [57], [58], [59]
b.	(4) $\hat{H}_{pM} = \frac{\hat{S}_{mMyM}}{\hat{S}_{mMmM}} \neq \hat{H}_p \quad (4.24)$	<ul style="list-style-type: none"> • cazurile a2, a3 și a5 din tabelul A5.1, anexa nr.5
	(5) $\hat{H}_{pM} = \frac{\hat{S}_{aMyM} + \hat{S}_{aMmM} \cdot H_R^*}{\hat{S}_{mMmM} + \hat{S}_{yMmM} \cdot H_R^*} \neq \hat{H}_p \quad (4.25)$	<ul style="list-style-type: none"> • cazurile a4 și a6 din tabelul A5.1
	(6) $\hat{H}_{pM} = \frac{\hat{S}_{aMyM} + \hat{S}_{yMyM}}{\hat{S}_{yMmM} + \hat{S}_{aMmM}} \neq \hat{H}_p \quad (4.26)$	<ul style="list-style-type: none"> • cazul a8 din tabelul A5.1
c.	(7) $\hat{H}_M = \frac{\hat{S}_{sMyM}}{\hat{S}_{sMsM}} \neq \hat{H} \rightarrow \hat{H}_{pM} = \frac{1}{H_R} \frac{\hat{H}_M}{1 - \hat{H}_M} \neq \hat{H}_p \quad (4.27)$	<ul style="list-style-type: none"> • s(t) se măsoară perturbat, $s_M(t)$ fig. 4.6.a
	(8) $\hat{H}_{M(2)} = \frac{\hat{S}_{sMyM}}{\hat{S}_{sMsM}} \neq \hat{H}_{(2)} \rightarrow \hat{H}_{pM} = \frac{\hat{H}_{M(2)}}{1 - \hat{H}_{M(2)} H_R} \neq \hat{H}_p \quad (4.28)$	<ul style="list-style-type: none"> • s(t) se măsoară perturbat fig. 4.6.b
	(9) $\hat{H}_{pM} = \frac{\hat{S}_{stlyM}}{\hat{S}_{sMmM}} \neq \hat{H}_p \quad (4.29)$	<ul style="list-style-type: none"> • s(t) se măsoară perturbat

TABELUL 4.3 Relații pentru identificarea experimentală a regulatorului unui SAR

VARIANTA CONSIDERATĂ	RELAȚIA DE IE	OBSERVAȚII
a.	(1) $\hat{H}_{rM} = \frac{\hat{S}_{smM}}{\hat{S}_{ss}} = \hat{H}_r \longrightarrow \hat{H}_r = \frac{\hat{H}_r}{1 - \hat{H}_r H_p} \quad (4.30)$ \hat{H}_{rM}, \hat{H}_r - estimările f.r.f. ale SAR cu mărimea de intrare $s(t)$ și mărimea de ieșire $m(t)$	<ul style="list-style-type: none"> • $s(t)$ conform fig. 4.6a • H_p - cunoscut • se IE global SAR și se calc. f.r.f. $\hat{H}_R(j\omega)$
	(2) $\hat{H}_{rM(2)} = \frac{\hat{S}_{smM}}{\hat{S}_{ss}} = \hat{H}_{r(2)} \longrightarrow \hat{H}_R = \frac{1}{H_p} \frac{\hat{H}_{r(2)}}{1 - \hat{H}_{r(2)}} \quad (4.31)$ $\hat{H}_{rM(2)}, \hat{H}_{r(2)}$ - estimările f.r.f. ale SAR cu mărimea de intrare $s(t)$ și mărimea de ieșire $m(t)$	<ul style="list-style-type: none"> • $s(t)$ conform fig. 4.6.b • H_p - cunoscut • se IE global SAR și se calc. f.r.f. \hat{H}_R
	(3) $\hat{H}_{RM} = \frac{\hat{S}_{smM}}{\hat{S}_{sdM}} = \hat{H}_R \quad (4.32)$	<ul style="list-style-type: none"> • $s(t)$ conform fig. 4.6. a sau b
b.	(4) $\hat{H}_{RM} = \frac{\hat{S}_{aMmM}}{\hat{S}_{aMaM}} \neq \hat{H}_R \quad (4.33)$	<ul style="list-style-type: none"> • cazurile b2, b4 și b7 din tabelul A5.2
	(5) $\hat{H}_{RM} = \frac{\hat{S}_{aMmM} + H^* \hat{S}_{mMmM}}{\hat{S}_{aMaM} + H_p^* \hat{S}_{mMaM}} \neq \hat{H}_R \quad (4.34)$	<ul style="list-style-type: none"> • cazurile b3 și b6 din tabelul A.5.2
	(6) $\hat{H}_{RM} = \frac{\hat{S}_{yMmM} + \hat{S}_{aMmM}}{\hat{S}_{aMaM} + \hat{S}_{cMyM}} \neq H_R \quad (4.35)$	<ul style="list-style-type: none"> • cazul b7 din tabelul A5.2
c.	(7) $\hat{H}_{rM} = \frac{\hat{S}_{sMmM}}{\hat{S}_{sMsM}} \neq \hat{H}_r \longrightarrow \hat{H}_{RM} = \frac{\hat{H}_{rM}}{1 - \hat{H}_{rM} H_p} \neq \hat{H}_R \quad (4.36)$	<ul style="list-style-type: none"> • $s(t)$ se măsoară perturbat, $s_M(t)$ fig. 4.6.a
	(8) $\hat{H}_{rM(2)} = \frac{\hat{S}_{sMsM}}{\hat{S}_{sMsM}} \neq \hat{H}_{r(2)} \longrightarrow \hat{H}_{RM} = \frac{1}{H_p} \frac{\hat{H}_{rM(2)}}{1 - \hat{H}_{rM(2)}} \neq \hat{H}_R \quad (4.37)$	<ul style="list-style-type: none"> • $s(t)$ se măsoară perturbat, $s(t)$ fig. 4.6.b
	(9) $\hat{H}_{RM} = \frac{\hat{S}_{sMmM}}{\hat{S}_{sMcM}} \neq \hat{H}_R \quad (4.38)$	<ul style="list-style-type: none"> • $s(t)$ se măsoară perturbat

TABELUL 4.4. Erori sistematice care apar la identificarea experimentală din măsurări perturbate a procesului P condus prin SAR

VARIANTA CONSID.		$\hat{K}(j\omega)$	SITUAȚII PARTICULARE	
			PERT. STAT. INDEP.	ACEEAȘI PERTURB.
0	1	2	3	4
a.	(1) (2) (3)	1 estimarea este fără eroare sistematică	1	1
	(4)	$\hat{K}_3 = \frac{1 + \hat{S}_{pmpy}/\hat{S}_{my}}{1 + \hat{S}_{pmpm}/\hat{S}_{mm}}$	$\frac{1}{1 + \hat{S}_{pmpm}/\hat{S}_{mm}}$	$\frac{1 + \hat{S}_{pp}/\hat{S}_{my}}{1 + \hat{S}_{pp}/\hat{S}_{mm}}$
b.	(5)	$\hat{K}_4 = \frac{1 + \frac{\hat{S}_{pmpy} + \hat{S}_{papa} H_R^*}{\hat{S}_{my} + \hat{S}_{aa} H_R^*}}{1 + \frac{\hat{S}_{pmpm} + \hat{S}_{pypm} H_R^*}{\hat{S}_{mm} + \hat{S}_{ym} H_R^*}}$	$1 + \frac{\hat{S}_{papa} H_R^*}{\hat{S}_{my} + \hat{S}_{aa} H_R^*}$ $1 + \frac{\hat{S}_{pmpm}}{\hat{S}_{mm} + \hat{S}_{ym} H_R^*}$	$1 + \frac{\hat{S}_{pp}(1 + H_R^*)}{\hat{S}_{my} + \hat{S}_{aa} H_R^*}$ $1 + \frac{\hat{S}_{pp}(1 + H_R^*)}{\hat{S}_{mm} + \hat{S}_{ym} H_R^*}$
	(6)	$\hat{K}_5 = \frac{1 + \frac{\hat{S}_{papy} + \hat{S}_{pypy}}{\hat{S}_{ay} + \hat{S}_{yy}}}{1 + \frac{\hat{S}_{pypm} + \hat{S}_{papm}}{\hat{S}_{ym} + \hat{S}_{am}}}$	$1 + \frac{\hat{S}_{pypy}}{\hat{S}_{ay} + \hat{S}_{yy}}$	$1 + \frac{2\hat{S}_{pp}}{\hat{S}_{ay} + \hat{S}_{yy}}$ $1 + \frac{2\hat{S}_{pp}}{\hat{S}_{ym} + \hat{S}_{am}}$
c.	(7) (8)	$\hat{K}_6 = \frac{1 + \hat{S}_{pspy}/\hat{S}_{sy}}{1 + \hat{S}_{psps}/\hat{S}_{ss}}$ (pentru estimarea H_M și $H_{M(2)}$)	$\frac{1}{1 + \hat{S}_{psps}/\hat{S}_{ss}}$	$\frac{1 + \hat{S}_{pp}/\hat{S}_{sy}}{1 + \hat{S}_{pp}/\hat{S}_{ss}}$
	(9)	$\hat{K}_7 = \frac{1 + \hat{S}_{pspy}/\hat{S}_{sy}}{1 + \hat{S}_{pspm}/\hat{S}_{sm}}$	1 estimarea este fără eroare	$\frac{1 + \hat{S}_{pp}/\hat{S}_{sy}}{1 + \hat{S}_{pp}/\hat{S}_{sm}}$

triva perturbațiilor [M5];

• creșterea nivelului (amplitudinea, dispersia) semnalelor utile în IE ;

- determinarea f.d.s. aferente perturbațiilor și corectarea estimărilor f.d.s. din măsurări perturbate. Aceste corecții se realizează simplu numai în cazul relațiilor de IE simple; în cazul IE unui proces condus prin SAR din variațiile de funcționare normală ale mărimilor, efectuarea unei astfel de corecții devine dificilă.

TABELUL 4.5. Erori sistematice care apar la identificarea experimentală a regulatorului RG unui SAR

VARIANTA CONSIDER.		$\hat{K}(j\omega)$	SITUAȚII PARTICULARE	
			PERT. STAT. INDER.	ACEEAȘI PERT.
0	1	2	3	4
a	(1)	1	estimarea este fără eroare sistematică	1
	(2)			
	(3)			
b	(4)	$\hat{K}_R = \frac{1 + \hat{S}_{papm} / \hat{S}_{sm}}{1 + \hat{S}_{papa} / \hat{S}_{aa}}$	$\frac{1}{1 + \hat{S}_{papa} / \hat{S}_{aa}}$	$\frac{1 + \hat{S}_{pp} / \hat{S}_{sm}}{1 + \hat{S}_{pp} / \hat{S}_{aa}}$
	(5)	$\hat{K}_G = \frac{1 + \frac{\hat{S}_{papm} + \hat{S}_{pmpm} H_P^*}{\hat{S}_{am} + \hat{S}_{mm} H_P^*}}{1 + \frac{\hat{S}_{papa} + \hat{S}_{pmpa} H_R^*}{S_{ca} \cdot S_{ma} H_R^*}}$	$1 + \frac{\hat{S}_{pmpm} H_P^*}{\hat{S}_{am} + \hat{S}_{mm} H_P^*}$ $1 + \frac{\hat{S}_{papa}}{\hat{S}_{aa} + \hat{S}_{ma} H_P^*}$	$1 + \frac{\hat{S}_{pp} (1 + H_P^*)}{\hat{S}_{am} + \hat{S}_{mm} H_P^*}$ $1 + \frac{\hat{S}_{pp} (1 + H_P^*)}{\hat{S}_{aa} + \hat{S}_{ma} H_P^*}$
	(6)	$\hat{K}_{10} = \frac{1 + \frac{\hat{S}_{pypm} + \hat{S}_{papm}}{\hat{S}_{ym} + \hat{S}_{am}}}{1 + \frac{\hat{S}_{papa} + \hat{S}_{pcpy}}{\hat{S}_{aa} + \hat{S}_{ay}}}$	$\frac{1}{1 + \frac{\hat{S}_{papa}}{\hat{S}_{aa} + \hat{S}_{ay}}}$	$1 + \frac{2 \hat{S}_{pp}}{\hat{S}_{ym} + \hat{S}_{am}}$ $1 + \frac{2 \hat{S}_{pp}}{\hat{S}_{aa} + \hat{S}_{ay}}$
c	(7)	$\hat{K}_{11} = \frac{1 + \hat{S}_{pspm} / \hat{S}_{sm}}{1 + \hat{S}_{psps} / \hat{S}_{ss}}$ (pentru estim. \hat{H}_{rM} și $\hat{H}_{rM(2)}$)	$\frac{1}{1 + \hat{S}_{psps} / \hat{S}_{ss}}$	$\frac{1 + \hat{S}_{pp} / \hat{S}_{sm}}{1 + \hat{S}_{pp} / \hat{S}_{ss}}$
	(8)			
	(9)			

- alegerea tehnologiilor de IE care asigură rezultate neafectate de erori cu caracter sistematic.

În finalul acestui paragraf mai trebuie subliniat încă o dată faptul că toate relațiile de IE prezentate dau-în lipsa perturbării măsurărilor-estimări consistente ale f.r.f.

4.4. Determinarea erorilor statistice care apar la IE din măsurări perturbate

Din cele prezentate în par.4.3 tabelele 4.2 ... 4.6, rezultă

că, principial există trei categorii de relații utilizate în IE:

a) Relații de forma (4.41) :

$$\hat{H}_M(j\omega) = \frac{\hat{S}_{uMyM}}{\hat{S}_{uMuM}} = \frac{\hat{S}_{uy} + \hat{S}_{pupy}}{\hat{S}_{uu} + \hat{S}_{pupu}}, \quad (4.41)$$

care utilizează informații relative la două mărimi măsurate, sub forma f.d.s.p. și f.d.i.p. (cazurile a.1, a.2, b.4 și c.7 la IE a procesului condus în circuit deschis respectiv cazurile a.1, a.2, b.4, c.7 și c.8 la IE a regulatorului sau a procesului condus prin SAR).

b) Relații de forma (4.42) :

$$\hat{H}_M(j\omega) = \frac{\hat{S}_{sMyM}}{\hat{S}_{sMuM}} = \frac{\hat{S}_{sy} + \hat{S}_{pspy}}{\hat{S}_{su} + \hat{S}_{pspu}}, \quad (4.42)$$

care utilizează informații relative la trei mărimi măsurate, sub forma f.d.i.p. (cazurile a.3, și c.9).

c). Relații de formă mai complexă, care apar la IEablocurilor SAR din variațiile de funcționare normală a mărimilor SAR; ca exemplu se consideră IE a procesului unui SAR cu utilizarea rel. (4.26) :

$$\hat{H}_{PM}(j\omega) = \frac{\hat{S}_{aMyM} + \hat{S}_{yMyM}}{\hat{S}_{yMmM} + \hat{S}_{aMmM}} = \frac{\hat{S}_{ay} + \hat{S}_{yy} + \hat{S}_{papy} + \hat{S}_{pypY}}{\hat{S}_{ym} + \hat{S}_{am} + \hat{S}_{pypm} + \hat{S}_{papm}}, \quad (4.26)$$

se utilizează informații relative tot la trei mărimi măsurate sub forma f.d.s. (cazurile b.6) (pentru cazurile b.5 în afară de informațiile relative la trei mărimi ale SAR se mai cunoaște și dinamica unui bloc al SAR).

Ținând cont de caracterul comun al relațiilor din aceeași categorie, calculul erorilor statistice va fi efectuat relativ la formele (4.41), (4.42) și (4.26); particularizarea rezultatelor pentru una sau alta dintre relațiile din tabelele (4.2) sau (4.3) devine apoi o simplă formalitate.

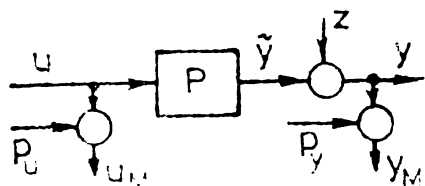
În toate cazurile, expresiile erorilor statistice ale estimării componentelor f.r.f. $|\hat{H}_M|$ și $\angle\hat{H}_M$ au fost determinate prin parcurgerea următoarelor etape:

- determinarea expresiilor $|\hat{H}_M|$ și $\angle\hat{H}_M$ ca funcții de erorile statistice de estimare a f.d.s. din măsurări perturbate, $\Delta\hat{S}_{.M.M.}$, $\Delta\hat{P}_{.M.M.}$, $\Delta\hat{Q}_{.M.M.}$, rel.(4.9) și (4.10) ;
- liniarizarea acestor expresii în raport cu erorile statistice de estimare a f.d.s.;

- calculul varianței modului și fazei estimării f.r.f.
 $\text{var}\{|\hat{H}_M|\}, \text{var}\{\angle\hat{H}_M\}$, rel.(4.6), (4.7) ;
- ordonarea și reducerea relațiilor finale pentru cazurile particulare considerate tipice.

Noutatea analizei prezentate constă în primul rând în aceea că ea este dezvoltată pentru cazul măsurărilor perturbate de semnale aleatoare; ea conduce la relații clare, prin care se evidențiază efectul cantitativ al perturbațiilor măsurărilor asupra estimării componentelor f.r.f.

4.4.1. Determinarea erorilor statistice pentru cazul în care IE se utilizează o relație de forma (4.41). Se consideră schema bloc din fig.4.8. Conform rel(4.7) și (4.8) pentru determinarea erorilor



statistice ale componentelor f.r.f. se vor utiliza varianțele estimărilor :

$$\text{var}\{|\hat{H}_M|\} = E\{|\Delta\hat{H}_M|^2\} \quad (4.7)$$

Fig.4.8. Relativă la identificarea unui sistem fizic cu o relație de forma (4.41).

$$\text{var}\{\angle\hat{H}_M\} = E\{[\Delta\angle\hat{H}_M]^2\} \quad (4.8)$$

cu exprimarea f.d.s. sub forma (4.9) și (4.10), rel.(4.41) devine:

$$\hat{H}_M(j\omega) = \frac{\hat{S}_{uMyM}}{\hat{S}_{uMuM}} = \frac{\hat{S}_{uMyM} + \Delta\hat{S}_{uMyM}}{\hat{S}_{uMuM} + \Delta\hat{S}_{uMuM}} = |\hat{H}_M| e^{j\angle\hat{H}_M} \quad (4.43)$$

Estimările componentelor f.r.f. se pot exprima, în continuare, sub forma :

$$|\hat{H}_M| = \frac{1}{\hat{S}_{uMuM} + \Delta\hat{S}_{uMuM}} \left[(P_{uMyM} + \Delta\hat{P}_{uMyM})^2 + (Q_{uMyM} + \Delta\hat{Q}_{uMyM})^2 \right]^{-1/2} \quad (4.44)$$

$$\angle\hat{H}_M = \text{arctg} \frac{Q_{uMyM} + \Delta\hat{Q}_{uMyM}}{P_{uMyM} + \Delta\hat{P}_{uMyM}} \quad (4.45)$$

Variabilele care apar în aceste relații sînt erorile de estimare a f.d.s. $\Delta\hat{S}_{uMuM}$, $\Delta\hat{P}_{uMyM}$ și $\Delta\hat{Q}_{uMyM}$; liniarizarea rel.(4.44) și (4.45) în jurul valorii adevărate, neafectată de erori statistice $|\hat{H}_M|$ și $\angle\hat{H}_M$, se face prin dezvoltare în serie Taylor, conform relațiilor :

$$|\hat{H}_M| = |H_M| + |\Delta \hat{H}_M| \approx |H_M| + \frac{\partial |\hat{H}_M|}{\partial \hat{S}_{uMuM}} \Big|_{|H_M|} \cdot \Delta \hat{S}_{uMuM} +$$

$$+ \frac{\partial |\hat{H}_M|}{\partial \hat{P}_{uMyM}} \Big|_{|H_M|} \cdot \Delta \hat{P}_{uMyM} + \frac{\partial |\hat{H}_M|}{\partial \hat{Q}_{uMyM}} \Big|_{|H_M|} \cdot \Delta \hat{Q}_{uMyM} \quad (4.46)$$

$$\angle \hat{H}_M = \angle H_M + \Delta \angle \hat{H}_M \approx \angle H_M + \frac{\partial \angle \hat{H}_M}{\partial \hat{S}_{uMuM}} \Big|_{\angle H_M} \cdot \Delta \hat{S}_{uMuM} +$$

$$+ \frac{\partial \angle \hat{H}_M}{\partial \hat{P}_{uMuM}} \Big|_{\angle H_M} \cdot \Delta \hat{P}_{uMyM} + \frac{\partial \angle \hat{H}_M}{\partial \hat{Q}_{uMyM}} \Big|_{\angle H_M} \cdot \Delta \hat{Q}_{uMyM} \quad (4.47)$$

Efectuând derivatele parțiale din rel.(4.46) și (4.47) se obțin următoarele expresii ale erorilor statistice ale modulului și fazei estimării f.r.f. :

$$|\Delta \hat{H}_M| \approx - \frac{1}{S_{uMuM}^2} \left[P_{uMyM}^2 + Q_{uMyM}^2 \right]^{1/2} \cdot \Delta \hat{S}_{uMuM} +$$

$$+ \frac{1}{S_{uMuM} \left[P_{uMyM}^2 + Q_{uMyM}^2 \right]^{1/2}} \left[P_{uMyM} \Delta \hat{P}_{uMyM} + Q_{uMyM} \Delta \hat{Q}_{uMyM} \right] \quad (4.48)$$

$$\Delta \angle \hat{H}_M \approx \frac{1}{1 + (Q_{uMyM}/P_{uMyM})^2} \left[- \frac{Q_{uMyM}}{P_{uMyM}^2} \Delta \hat{P}_{uMyM} + \frac{1}{P_{uMyM}} \Delta \hat{Q}_{uMyM} \right] \quad (4.49)$$

Cu ajutorul rel.(4.48) și (4.49) se pot concretiza expresiile varianțelor (4.7) și (4.8) :

$$\text{var} \{ |\hat{H}_M| \} = \text{var} \{ |\Delta \hat{H}_M| \} = \frac{1}{S_{uMuM}^2} \left[\frac{1}{S_{uMuM}^2} (P_{uMyM}^2 + Q_{uMyM}^2) E \{ \Delta \hat{S}_{uMuM}^2 \} + \right.$$

$$+ \frac{1}{P_{uMyM}^2 + Q_{uMyM}^2} (P_{uMyM}^2 E \{ \Delta \hat{P}_{uMyM}^2 \} + Q_{uMyM}^2 E \{ \Delta \hat{Q}_{uMyM}^2 \} +$$

$$\left. + 2P_{uMyM} Q_{uMyM} E \{ \Delta \hat{P}_{uMyM} \Delta \hat{Q}_{uMyM} \}) - \right.$$

$$\left. - \frac{2P_{uMyM}}{S_{uMuM}} E \{ \Delta \hat{P}_{uMyM} \Delta \hat{S}_{uMuM} \} - \frac{2Q_{uMyM}}{S_{uMuM}} E \{ \Delta \hat{Q}_{uMyM} \Delta \hat{S}_{uMuM} \} \right] \quad (4.50)$$

$$\begin{aligned} \text{var}\{\hat{H}_M\} = \text{var}\{\Delta\hat{H}_M\} = & \frac{P_{uMyM}^2}{P_{uMyM}^2 + Q_{uMyM}^2} \left[\frac{Q_{uMyM}^2}{P_{uMyM}^2} E\{\Delta\hat{P}_{uMyM}^2\} + \right. \\ & \left. + E\{\Delta\hat{Q}_{uMyM}^2\} - \frac{2Q_{uMyM}}{P_{uMyM}} E\{\Delta\hat{P}_{uMyM}\Delta\hat{Q}_{uMyM}\} \right]. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Și în acest caz se pune problema evaluării unor valori medii: $E\{\Delta\hat{S}_{uMuM}^2\}$, $E\{\Delta\hat{P}_{uMyM}^2\}$, $E\{\Delta\hat{Q}_{uMyM}^2\}$, $E\{\Delta\hat{S}_{uMuM}\Delta\hat{P}_{uMyM}\}$, $E\{\Delta\hat{S}_{uMuM}\Delta\hat{Q}_{uMyM}\}$ și $E\{\Delta\hat{P}_{uMyM}\Delta\hat{Q}_{uMyM}\}$; aspectele referitoare la estimarea f.d.s.p. și a componentelor f.d.i.p. au fost prezentate în cap.3 și anexa nr.4. Celelalte expresii se evaluează similar; acest calcul de evaluare este prezentat sintetic în anexa nr.6. Prin particularizarea corespunzătoare a relațiilor din anexele nr.4 și nr.6, după o serie de calcule intermediare, se obțin următoarele relații generale:

$$\begin{aligned} \text{var}\{|\hat{H}_M|\} \approx & \frac{\tau_M}{T} \cdot \frac{1}{(S_{uu} + S_{pupu})^2} \left[(S_{uu} + S_{pupu})(S_{\tilde{y}\tilde{y}} + S_{zz} + S_{pypy}) - \right. \\ & \left. - (P_{uy} + P_{pupy})^2 - (Q_{uy} + Q_{pupy})^2 \right], \end{aligned} \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned} \text{var}\{\hat{H}_M\} \approx & \frac{\tau_M}{T} \cdot \frac{1}{(P_{uy} + P_{pupy})^2 + (Q_{uy} + Q_{pupy})^2} \left[(S_{uu} + S_{pupu}) \cdot \right. \\ & \left. \cdot (S_{\tilde{y}\tilde{y}} + S_{zz} + S_{pypy}) - (P_{uy} + P_{pupy})^2 - (Q_{uy} + Q_{pupy})^2 \right]. \end{aligned}$$

Din punct de vedere practic, prezintă interes următoarele situații particulare :

(1) $p_u(t) = 0$, $p_y(t) = 0$ - cazul măsurărilor neperturbate, pentru care :

$$\text{var}\{|\hat{H}_M|\} = \frac{\tau_M}{T} \cdot \frac{1}{S_{uu}^2} \left[S_{uu}(S_{\tilde{y}\tilde{y}} + S_{zz}) - (P_{uy}^2 + Q_{uy}^2) \right]; \quad (4.54)$$

ținând cont de legăturile date de rel.(2.30), (2.53) și (2.57) conform cărora :

$$P_{uy}^2 + Q_{uy}^2 = S_{uy}^2 = |H|^2 S_{uu}^2 \quad \text{și} \quad S_{\tilde{y}\tilde{y}} = |H|^2 S_{uu} \quad (4.55)$$

se obține :

$$\text{var}\{|\hat{H}_M|\} = \text{var}\{|\hat{H}|\} = \frac{\tau_M}{T} \cdot \frac{S_{zz}}{S_{uu}}; \quad (4.56)$$

relația (4.56) este menționată și în literatură (de ex. [I4], [I9], [I11], ref./4/ ș.a.). Operînd în rel.(4.53) particularizările menționate, varianța fazei obține forma finală :

$$\text{var}\{\hat{H}_M\} = \text{var}\{\hat{H}\} = \frac{\tau_m}{T} \cdot \frac{S_{zz}}{S_{uu}} \frac{1}{|H|^2} = \frac{1}{|H|^2} \text{var}\{|\hat{H}|\} \quad (4.57)$$

(ii) $p_u(t) \neq 0$, $p_y(t) \neq 0$ dar statistic independente :

$$\text{var}\{|\hat{H}_M|\} \approx \frac{\tau_m}{T} \frac{1}{(S_{uu} + S_{pupu})^2} \left[(S_{uu} + S_{pupu})(S_{\tilde{y}\tilde{y}} + S_{zz} + S_{pypy}) - (P_{uy}^2 + Q_{uy}^2) \right] \quad (4.58)$$

Ținînd cont de rel.(4.55) se obține în final :

$$\text{var}\{|\hat{H}_M|\} \approx \frac{\tau_m}{T} \left[\frac{S_{zz} + S_{pypy}}{S_{uu} + S_{pupu}} + |H|^2 \frac{S_{uu} S_{pupu}}{(S_{uu} + S_{pupu})^2} \right] ; \quad (4.59)$$

pentru varianța fazei estimării se obține :

$$\text{var}\{\hat{H}_M\} \approx \frac{\tau_m}{T} \left[\frac{S_{pupu}}{S_{uu}} + \frac{S_{zz} + S_{pypy}}{S_{yy}} \left(1 + \frac{S_{pupu}}{S_{uu}} \right) \right] \quad (4.60)$$

(iii) $p_u(t) = p_y(t) = p(t)$ - acționează o aceeași perturbație :

$$\text{var}\{|\hat{H}_M|\} \approx \frac{\tau_m}{T} \left\{ \frac{S_{zz}}{S_{uu} + S_{pp}} + \frac{S_{pp}}{(S_{uu} + S_{pp})} \left[\left(1 + \frac{|H|^2 S_{uu}}{S_{uu} + S_{pp}} \right) - \frac{2(S_{pp} + P_{uy})}{(S_{uu} + S_{pp})} \right] \right\} \quad (4.61)$$

sau, într-o formă majorantă

$$\text{var}\{|\hat{H}_M|\} < \frac{\tau_m}{T} \left[\frac{S_{zz}}{S_{uu} + S_{pp}} + \frac{S_{pp}}{S_{uu} + S_{pp}} \left(1 + \frac{|H|^2 S_{uu}}{S_{uu} + S_{pp}} \right) \right] \quad (4.61.a)$$

Considerînd aproximările :

$$(P_{uy} + S_{pp})^2 + Q_{uy}^2 \approx P_{uy}^2 + Q_{uy}^2 \text{ și } (S_{uu} + S_{pp}) S_{zz} \approx S_{uu} S_{zz} \quad ,$$

pentru varianța fazei estimării se obține direct expresia majorantă :

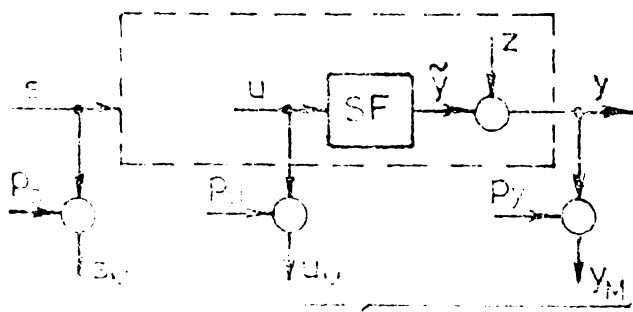
$$\text{var}\{\hat{H}_M\} < \frac{\tau_m}{T} \left[\frac{S_{zz} + S_{pp}}{S_{yy}} + \frac{S_{pp}}{S_{uu}} \right] \quad (4.62)$$

Observație: fără aproximațiile menționate expresia varianței fazei estimării are o formă puțin mai complicată.

Relațiile (4.52),(4.53) și (4.57)...(4.62) precizează clar creșterile cantitative ale varianței estimării componentelor f.r.f. la o IE din măsurări perturbate față de cazul estimării componentelor f.r.f. la IE-ms din măsurări neperturbate; pe baza acestor relații se poate determina, simplu, ordinul de mărime al acestor erori pentru orice situație concretă considerată (par. 4.5). Relațiile prezentate arată și căile posibile pentru reducerea acestor erori; ele coincid cu cele precizate la estimarea f.d.s. din măsurări perturbate (par.3.5) :

- reducerea nivelului perturbațiilor în valoare absolută sau în raport cu nivelul semnalului util;
 - creșterea timpului de mediere T utilizat la calculul f.cor.
- Prima cale este comună cu una din căile de reducere a erorii cu caracter sistematic, cea de a doua este proprie numai erorilor statistice.

4.4.2. Determinarea erorilor statistice pentru cazul în care IE se utilizează o relație de forma (4.42). Se consideră schema bloc



din fig.4.9. Cu exprimarea f.d.s. sub forma (4.9) și (4.10), rel.(4.42) devine

Fig.4.9. Relativă la identificarea unui sistem fizic cu o relație de forma (4.42)

$$\hat{H}_M(j\omega) = \frac{\hat{S}_{sMyM}}{\hat{S}_{sMuM}} = \frac{S_{sMyM} + \Delta \hat{S}_{sMyM}}{S_{sMuM} + \Delta \hat{S}_{sMuM}} = |\hat{H}_M| e^{j\angle \hat{H}_M} \quad (4.63)$$

Estimările componentelor f.r.f. se pot exprima, în funcție de estimările f.d.s. sub forma:

$$|\hat{H}_M| = \frac{1}{(P_{sMuM} + \Delta \hat{P}_{sMuM})^2 + (Q_{sMuM} + \Delta \hat{Q}_{sMuM})^2} \cdot \left\{ \left[(P_{sMuM} + \Delta \hat{P}_{sMuM})(P_{sMyM} + \Delta \hat{P}_{sMyM}) + (Q_{sMyM} + \Delta \hat{Q}_{sMyM})(Q_{sMuM} + \Delta \hat{Q}_{sMuM}) \right]^2 + \left[(P_{sMuM} + \Delta \hat{P}_{sMuM})(Q_{sMyM} + \Delta \hat{Q}_{sMyM}) - (P_{sMyM} + \Delta \hat{P}_{sMyM})(Q_{sMuM} + \Delta \hat{Q}_{sMuM}) \right]^2 \right\} \quad (4.64)$$

$$\angle \hat{H}_M = \arctg \frac{(Q_{sMyM} + \Delta \hat{Q}_{sMyM})(P_{sMuM} + \Delta \hat{P}_{sMuM}) - (Q_{sMuM} + \Delta \hat{Q}_{sMuM})(P_{sMyM} + \Delta \hat{P}_{sMyM})}{(P_{sMyM} + \Delta \hat{P}_{sMyM})(P_{sMuM} + \Delta \hat{P}_{sMuM}) + (Q_{sMyM} + \Delta \hat{Q}_{sMyM})(Q_{sMuM} + \Delta \hat{Q}_{sMuM})} \quad (4.65)$$

Variabilele care apar în aceste relații, sînt erorile de estimare a f.d.s.: $\Delta \hat{P}_{sMuM}, \dots, \Delta \hat{Q}_{sMyM}$; liniarizarea rel. (4.64) și (4.65) în jurul valorii adevărate, neafectată de erori statistice, $|H_M|$ și $\angle H_M$ conduce la următoarele expresii ale erorilor statistice:

$$|\Delta \hat{H}_M| \approx |H_M| \left[\frac{-1}{P_{sMuM}^2 + Q_{sMuM}^2} (P_{sMuM} \Delta \hat{P}_{sMuM} + Q_{sMuM} \Delta \hat{Q}_{sMuM}) + \frac{1}{P_{sMyM}^2 + Q_{sMyM}^2} (P_{sMyM} \Delta \hat{P}_{sMyM} + Q_{sMyM} \Delta \hat{Q}_{sMyM}) \right] \quad (4.66)$$

$$\begin{aligned} \Delta \hat{H}_M & \approx \frac{1}{P_{sMuM}^2 + Q_{sMuM}^2} (Q_{sMuM} \Delta \hat{P}_{sMuM} - P_{sMuM} \Delta \hat{Q}_{sMuM}) - \\ & - \frac{1}{P_{sMyM}^2 + Q_{sMyM}^2} (Q_{sMyM} \Delta \hat{P}_{sMyM} - P_{sMyM} \Delta \hat{Q}_{sMyM}) \quad (4.67) \end{aligned}$$

Cu rel. (4.66) și (4.67) se pot concretiza expresiile varianțelor (4.7) și (4.8):

$$\begin{aligned} \text{var} \{ |\hat{H}_M| \} = \text{var} \{ |\Delta \hat{H}_M| \} & \approx |H_M|^2 \left[\frac{1}{(P_{sMuM}^2 + Q_{sMuM}^2)^2} \cdot (P_{sMuM}^2 E\{\Delta \hat{P}_{sMuM} \Delta \hat{P}_{sMuM}\} + \right. \\ & + Q_{sMuM}^2 E\{\Delta \hat{Q}_{sMuM} \Delta \hat{Q}_{sMuM}\} + 2P_{sMuM} Q_{sMuM} E\{\Delta \hat{P}_{sMuM} \Delta \hat{Q}_{sMuM}\}) + \\ & + \frac{1}{(P_{sMyM}^2 + Q_{sMyM}^2)^2} (P_{sMyM}^2 E\{\Delta \hat{P}_{sMyM} \Delta \hat{P}_{sMyM}\} + \\ & + Q_{sMyM}^2 E\{\Delta \hat{Q}_{sMyM} \Delta \hat{Q}_{sMyM}\} + 2P_{sMyM} Q_{sMyM} E\{\Delta \hat{P}_{sMyM} \Delta \hat{Q}_{sMyM}\}) - \\ & - \frac{2}{(P_{sMuM}^2 + Q_{sMuM}^2)(P_{sMyM}^2 + Q_{sMyM}^2)^2} (P_{sMuM} P_{sMyM} E\{\Delta \hat{P}_{sMuM} \Delta \hat{P}_{sMyM}\} + \\ & + 2P_{sMuM} Q_{sMyM} E\{\Delta \hat{P}_{sMuM} \Delta \hat{Q}_{sMyM}\} + Q_{sMuM} P_{sMyM} E\{\Delta \hat{Q}_{sMuM} \Delta \hat{P}_{sMyM}\} + \\ & \left. + Q_{sMuM} Q_{sMyM} E\{\Delta \hat{Q}_{sMuM} \Delta \hat{Q}_{sMyM}\}) \right] \quad (4.68) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{var} \{ \angle \hat{H}_M \} &= \text{var} \{ \Delta \hat{H}_M \} \approx \frac{1}{(P_{sMuM}^2 + Q_{sMuM}^2)^2} (Q_{sMuM}^2 E \{ \Delta \hat{P}_{sMuM} \Delta \hat{P}_{sMuM} \} + \\
 &+ P_{sMuM}^2 E \{ \Delta \hat{Q}_{sMuM} \Delta \hat{Q}_{sMuM} \} - 2 P_{sMuM} Q_{sMuM} E \{ \Delta \hat{P}_{sMuM} \Delta \hat{Q}_{sMuM} \}) + \\
 &+ \frac{1}{(P_{sMyM}^2 + Q_{sMyM}^2)^2} (Q_{sMyM}^2 E \{ \Delta \hat{P}_{sMyM} \Delta \hat{P}_{sMyM} \} + \\
 &+ P_{sMyM}^2 E \{ \Delta \hat{Q}_{sMyM} \Delta \hat{Q}_{sMyM} \} - 2 \cdot P_{sMyM} Q_{sMyM} E \{ \Delta \hat{P}_{sMyM} \Delta \hat{Q}_{sMyM} \}) - \\
 &- \frac{2}{(P_{sMuM}^2 + Q_{sMuM}^2)(P_{sMyM}^2 + Q_{sMyM}^2)} (Q_{sMuM} Q_{sMyM} E \{ \Delta \hat{P}_{sMuM} \Delta \hat{P}_{sMyM} \} - \\
 &- Q_{sMuM} P_{sMyM} E \{ \Delta \hat{P}_{sMuM} \Delta \hat{Q}_{sMyM} \} - P_{sMuM} Q_{sMyM} E \{ \Delta \hat{Q}_{sMuM} \Delta \hat{P}_{sMyM} \} \\
 &+ P_{sMuM} P_{sMyM} E \{ \Delta \hat{Q}_{sMuM} \Delta \hat{Q}_{sMyM} \}) \quad (4.69)
 \end{aligned}$$

Expresiile celor zece valori medii se obțin prin particularizarea corespunzătoare a relațiilor generale din anexele nr.4 și nr.6; apoi, după o serie de calcule intermediare se obțin următoarele relații generale :

$$\begin{aligned}
 \text{var} \{ |\hat{H}_M| \} &\approx \frac{\tau_m}{T} |H_M|^2 \left[\frac{S_{sMsM} S_{uMuM}}{P_{sMuM}^2 + Q_{sMuM}^2} + \frac{S_{sMsM} S_{yMyM}}{P_{sMyM}^2 + Q_{sMyM}^2} - \right. \\
 &\left. - \frac{2 S_{sMsM} [P_{sMuM} (P_{sMyM} P_{uMyM} + Q_{sMyM} Q_{uMyM}) - (P_{sMyM} Q_{uMyM} - P_{uMyM} Q_{sMuM}) Q_{sMuM}]}{(P_{sMuM}^2 + Q_{sMuM}^2) \cdot (P_{sMyM}^2 + Q_{sMyM}^2)} \right] \quad (4.70)
 \end{aligned}$$

$$\text{var} \{ \angle \hat{H}_M \} = \frac{1}{|H_M|^2} \text{var} \{ |\hat{H}_M| \} \quad (4.71)$$

Termenul al 3-lea al rel.(4.70) poate fi exprimat sub forma mai restrînsă:

$$\begin{aligned}
 \text{var} \{ |\hat{H}_M| \} &\approx \frac{\tau_m}{T} |H_M|^2 \left[\frac{S_{sMsM} S_{uMuM}}{P_{sMuM}^2 + Q_{sMuM}^2} + \frac{S_{sMsM} S_{yMyM}}{P_{sMyM}^2 + Q_{sMyM}^2} - \right. \\
 &\left. - \frac{2 S_{sMsM} \text{Re} \{ S_{sMyM} (S_{sMuM} S_{uMyM})^* \}}{(P_{sMuM}^2 + Q_{sMuM}^2)(P_{sMyM}^2 + Q_{sMyM}^2)} \right] \quad (4.72)
 \end{aligned}$$

Expresiile (4.71) și (4.72) exprimă cantitativ eroarea statistică din estimarea componentelor f.r.f. din măsurări perturbate.

cazul general. Prezintă interes practic, situațiile particulare, frecvente în practică :

(1) $p_B(t) = 0$ iar $p_u(t) \neq 0$ și $p_y(t) \neq 0$. Cazul este foarte probabil în practică; modificările din rel. (4.71) și (4.72) vor fi funcție de situația concretă de IE considerată. Pentru exemplificare, se consideră cazul IE a procesului din fig. 4.4.a, în care BC este tocmai elementul de execuție cu f.d.t $H_E(s)$; ținând cont de faptul că :

$$\left. \begin{aligned} S_{SMsM} &= S_{SS} - \text{semnal măsurat neperturbat} \\ P_{SMuM}^2 + Q_{SMuM}^2 &= |S_{SMuM}|^2 = |H_E|^2 \cdot S_{SS} \\ P_{SMyM}^2 + Q_{SMyM}^2 &= |S_{SMyM}|^2 = |H_E|^2 |H_p|^2 S_{SS} \\ S_{uMyM} &= S_{uy} + S_{pupy} = H_p S_{uu} + S_{pupy} \\ S_{uMuM} &= S_{uu} + S_{pupu}, \quad S_{yMyM} = S_{\tilde{y}\tilde{y}} + S_{pypy} + S_{zz} \\ S_{uu} &= |H_E|^2 \cdot S_{SS}, \quad S_{\tilde{y}\tilde{y}} = |H_E|^2 |H_p|^2 S_{SS} \end{aligned} \right\} \quad (4.73)$$

prin înlocuire și ordonare, se obține :

$$\text{var} \{ |\hat{H}_{PM}| \} \approx \frac{\tau_m}{T} \left[\frac{|H_p|^2 \cdot S_{pupu}}{|H_E|^2 \cdot S_{SS}} + \frac{1}{|H_E|^2} \cdot \frac{S_{zz} + S_{pypy}}{S_{SS}} - \frac{2 \text{Re} \{ H_p \cdot S_{pupy}^* \}}{|H_E|^2 \cdot S_{SS}} \right] \quad (4.74)$$

sau sub o altă formă, care scoate în evidență creșterea varianței estimării datorită perturbării măsurărilor :

$$\text{var} \{ |\hat{H}_{PM}| \} \approx \frac{\tau_m}{T} \cdot \frac{S_{zz}}{S_{uu}} + \frac{\tau_m}{T} \cdot \frac{|H_p|^2 \cdot S_{pupu} + S_{pypy} - 2 \text{Re} \{ H_p \cdot S_{pupy}^* \}}{S_{uu}} \quad (4.75)$$

componența dator. perturb. măsurărilor,

În continuare apar următoarele situații particulare posibile.

(1) - $p_u(t) \neq 0$, $p_y(t) \neq 0$ dar statistic independente când $S_{pupy} = 0$ și (4.75) devine :

$$\text{var} \{ |\hat{H}_{PM}| \} = \frac{\tau_m}{T} \cdot \frac{S_{zz}}{S_{uu}} + \frac{\tau_m}{T} \cdot \frac{|H_p|^2 \cdot S_{pupu} + S_{pypy}}{S_{uu}} \quad (4.76)$$

(2) $p_u(t) = p_y(t) = p(t)$ - acționează o aceeași perturbație, când $S_{pupy} = S_{pp}$ și (4.75) devine :

$$\text{var} \{ |\hat{H}_{PM}| \} \approx \frac{\tau_m}{T} \cdot \frac{S_{zz}}{S_{uu}} + \frac{\tau_m}{T} \cdot \frac{S_{pp}}{S_{uu}} (1 - 2\text{Re} \{ H_p \} + |H_p|^2) ; \quad (4.77)$$

ținând cont de faptul că : $|H_p|^2 = \text{Re} \{ H_p \}^2 + \text{Im} \{ H_p \}^2$,
rel. (4.77) se mai poate pune sub forma :

$$\text{var} \{ |\hat{H}_{PM}| \} \approx \frac{\tau_m}{T} \cdot \frac{S_{zz}}{S_{uu}} + \frac{\tau_m}{T} \cdot \frac{S_{pp}}{S_{uu}} \left[(1 - \text{Re} \{ H_p \})^2 + \text{Im} \{ H_p \}^2 \right] , \quad (4.77-a)$$

(valoarea varianței crește pe măsură ce ω crește) .

Observație : în locul rel. (4.77) sau (4.77.a) se poate utiliza și relația mai simplă, majorantă

$$\text{var} \{ |\hat{H}_{PM}| \} < \frac{\tau_m}{T} \left[\frac{S_{zz}}{S_{uu}} + \frac{S_{pp}}{S_{uu}} (1 + |H_p|^2) \right] . \quad (4.78)$$

(3) $p_u(t) = p_y(t) = 0$ - cazul măsurărilor neperturbate, caz în care se regăsește relația (4.56) :

$$\text{var} \{ |\hat{H}_{PM}| \} = \text{var} \{ |\hat{H}_p| \} \approx \frac{\tau_m}{T} \cdot \frac{S_{zz}}{S_{uu}} . \quad (4.56)$$

Această concordanță a varianțelor în cele două cazuri distincte de IE din măsurări neperturbate, rel. (4.41) și (4.42) arată că d.p.d.v. al erorilor statistice care apar, este indiferentă relația de IE utilizată.

(11) $p_g(t) \neq 0$, $p_u(t) \neq 0$ și $p_y(t) \neq 0$ statistic independente ; estimarea este nemarcată, rel. (4.23). Pentru exemplul considerat, varianța estimării modulului se particularizează în forma :

$$\text{var} \{ |\hat{H}_{PM}| \} \approx \frac{\tau_m}{T} \left(1 + \frac{S_{psps}}{S_{ss}} \right) \left[\frac{|H_p|^2 S_{pupu}}{S_{uu}} + \frac{S_{pypy}}{S_{uu}} + \frac{S_{zz}}{S_{uu}} \right] . \quad (4.79)$$

Observații: 1. În toate cazurile varianța fazei se calculează conform rel. (4.71);

2. Relațiile (4.72), (4.75), (4.76), (4.73) și (4.79) comparate cu rel. (4.56) indică clar, creșterea - în anumite condiții esențială - a varianței estimării componentelor f.r.f. în cazul în care măsurările sînt perturbate.

3. Pentru cazul IE a procesului unui SAR, analiza prezentată își păstrează valabilitatea, ținând cont de posibila transformare a schemei bloc a SAR (prin scoaterea blocului proces P în exteriorul buclei, [D7] fig.4.10) la forma schemei bloc din fig.4.4.a.

4. Căile de reducere a erorilor statistice menționate la punctul 4.4.1 își păstrează valabilitatea și în acest caz.

4.4.3. Determinarea erorilor statistice pentru cazul în care în IE se utilizează o relație de forma (4.26), fig.4.6.a și în acest caz relația de IE se pune sub o formă adecvată prin utilizarea rel. (4.9) și (4.10) :

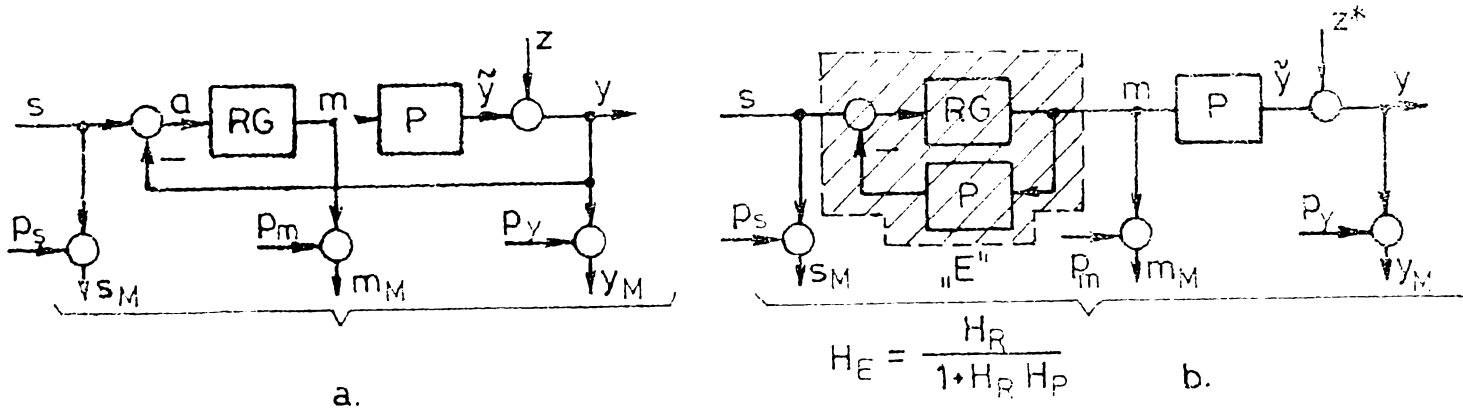


Fig.4.10. Transformarea schemei bloc a unui SAR.

$$\hat{H}_{PM}(j\omega) = \frac{S_{aMyM} + S_{yMyM} + \Delta\hat{S}_{aMyM} + \Delta\hat{S}_{yMyM}}{S_{yMmM} + S_{aMmM} + \Delta\hat{S}_{yMmM} + \Delta\hat{S}_{aMmM}} = |\hat{H}_{PM}| e^{j\angle\hat{H}_{PM}}; \quad (4.80)$$

estimările componentelor f.r.f. se pot exprima sub forma:

$$|\hat{H}_{PM}| = \frac{1}{(P_{yMmM} + \Delta\hat{P}_{yMmM} + P_{aMmM} + \Delta\hat{P}_{aMmM})^2 + (Q_{yMmM} + \Delta\hat{Q}_{yMmM} + Q_{aMmM} + \Delta\hat{Q}_{aMmM})^2} \cdot \left\{ [(P_{aMyM} + \Delta\hat{P}_{aMyM} + S_{yMyM} + \Delta\hat{S}_{yMyM})(P_{yMmM} + \Delta\hat{P}_{yMmM} + P_{aMmM} + \Delta\hat{P}_{aMmM}) + (Q_{aMyM} + \Delta\hat{Q}_{aMyM})(Q_{yMmM} + \Delta\hat{Q}_{yMmM} + Q_{aMmM} + \Delta\hat{Q}_{aMmM})]^2 + [(Q_{aMyM} + \Delta\hat{Q}_{aMyM})(P_{yMmM} + \Delta\hat{P}_{yMmM} + P_{aMmM} + \Delta\hat{P}_{aMmM}) - (Q_{yMmM} + \Delta\hat{Q}_{yMmM} + Q_{aMmM} + \Delta\hat{Q}_{aMmM})(P_{aMyM} + \Delta\hat{P}_{aMyM} + S_{yMyM} + \Delta\hat{S}_{yMyM})]^2 \right\}^{1/2} \quad (4.81)$$

$$\angle\hat{H}_{PM} = \arctg \left\{ \frac{(Q_{aMyM} + \Delta\hat{Q}_{aMyM})(P_{yMmM} + \Delta\hat{P}_{yMmM} + P_{aMmM} + \Delta\hat{P}_{aMmM}) - (Q_{yMmM} + \Delta\hat{Q}_{yMmM} + Q_{aMmM} + \Delta\hat{Q}_{aMmM})(P_{aMyM} + \Delta\hat{P}_{aMyM} + S_{yMyM} + \Delta\hat{S}_{yMyM})}{(P_{aMyM} + \Delta\hat{P}_{aMyM} + S_{yMyM} + \Delta\hat{S}_{yMyM})(P_{yMmM} + \Delta\hat{P}_{yMmM} + P_{aMmM} + \Delta\hat{P}_{aMmM}) + (Q_{aMyM} + \Delta\hat{Q}_{aMyM})(Q_{yMmM} + \Delta\hat{Q}_{yMmM} + Q_{aMmM} + \Delta\hat{Q}_{aMmM})} \right\} \quad (4.82)$$

Linearizarea rel(4.81) și (4.82) în jurul valorii adevărate $|H_{PM}|$ și $\angle H_{PM}$ conduce la următoarele expresii ale erorilor statistice:

$$\text{var} \{|\hat{H}_{PM}|\} = \text{var} \{|\Delta\hat{H}_{PM}|\} \approx |H_{PM}| \left\{ \frac{(P_{aMyM} + S_{yMyM})^2}{[(P_{aMyM} + S_{yMyM})^2 + Q_{aMyM}^2]^2} \cdot [E\{\Delta\hat{S}_{yMyM}\Delta\hat{S}_{yMyM}\} + E\{\Delta\hat{P}_{aMyM}\Delta\hat{P}_{aMyM}\} + 2E\{\Delta\hat{S}_{yMyM}\Delta\hat{P}_{aMyM}\}] + \dots + \frac{(Q_{yMmM} + Q_{aMmM})^2}{[(P_{yMmM} + P_{aMmM})^2 + (Q_{yMmM} + Q_{aMmM})^2]^2} \cdot [E\{\Delta\hat{Q}_{yMmM}\Delta\hat{Q}_{yMmM}\} + E\{\Delta\hat{Q}_{aMmM}\Delta\hat{Q}_{aMmM}\} + 2E\{\Delta\hat{Q}_{yMmM}\Delta\hat{Q}_{aMmM}\}] \right\}; \quad (4.83)$$

$$\text{var} \{\angle\hat{H}_{PM}\} = \text{var} \{\Delta\hat{\angle H}_{PM}\} \approx \left\{ \frac{Q_{aMyM}^2}{(P_{aMyM} + S_{yMyM})^2 + Q_{aMyM}^2} \cdot [E\{\Delta\hat{S}_{yMyM}\Delta\hat{S}_{yMyM}\} + E\{\Delta\hat{P}_{aMyM}\Delta\hat{P}_{aMyM}\} + 2E\{\Delta\hat{Q}_{aMyM}\Delta\hat{Q}_{aMyM}\}] + \dots \right\}; \quad (4.84)$$

$$+ \dots + \frac{(P_{yMmM} + P_{aMmM})^2}{(P_{yMmM} + P_{aMmM})^2 + (Q_{yMmM} + Q_{aMmM})^2} \cdot \left[E\{\Delta \hat{Q}_{yMmM} \Delta \hat{Q}_{yMmM}\} + E\{\Delta \hat{Q}_{aMmM} \Delta \hat{Q}_{aMmM}\} + 2E\{\Delta \hat{Q}_{yMmM} \Delta \hat{Q}_{aMmM}\} \right] .$$

In rel.(4.83) și (4.84) apar următoarele 28 de valori medii :

$E\{\Delta \hat{S}_{yMyM} \Delta \hat{S}_{yMyM}\}$, $E\{\Delta \hat{P}_{aMyM} \Delta \hat{P}_{aMyM}\}$, $E\{\Delta \hat{P}_{yMmM} \Delta \hat{P}_{yMmM}\}$, $E\{\Delta \hat{P}_{aMmM} \Delta \hat{P}_{aMmM}\}$,
 $E\{\Delta \hat{Q}_{aMyM} \Delta \hat{Q}_{aMyM}\}$, $E\{\Delta \hat{Q}_{yMmM} \Delta \hat{Q}_{yMmM}\}$, $E\{\Delta \hat{Q}_{aMmM} \Delta \hat{Q}_{aMmM}\}$, $E\{\Delta \hat{S}_{yMyM} \Delta \hat{P}_{aMyM}\}$,
 $E\{\Delta \hat{S}_{yMyM} \Delta \hat{P}_{yMmM}\}$, $E\{\Delta \hat{S}_{yMyM} \Delta \hat{P}_{aMmM}\}$, $E\{\Delta \hat{S}_{yMyM} \Delta \hat{Q}_{aMyM}\}$, $E\{\Delta \hat{S}_{yMyM} \Delta \hat{Q}_{yMmM}\}$,
 $E\{\Delta \hat{S}_{yMyM} \Delta \hat{Q}_{aMmM}\}$, $E\{\Delta \hat{P}_{aMyM} \Delta \hat{P}_{yMmM}\}$, $E\{\Delta \hat{P}_{aMyM} \Delta \hat{P}_{aMmM}\}$, $E\{\Delta \hat{P}_{aMyM} \Delta \hat{Q}_{aMyM}\}$,
 $E\{\Delta \hat{P}_{aMyM} \Delta \hat{Q}_{yMmM}\}$, $E\{\Delta \hat{P}_{aMyM} \Delta \hat{Q}_{aMmM}\}$, $E\{\Delta \hat{P}_{yMmM} \Delta \hat{P}_{aMmM}\}$, $E\{\Delta \hat{P}_{yMmM} \Delta \hat{Q}_{yMmM}\}$,
 $E\{\Delta \hat{P}_{yMmM} \Delta \hat{Q}_{aMmM}\}$, $E\{\Delta \hat{P}_{yMmM} \Delta \hat{Q}_{aMyM}\}$, $E\{\Delta \hat{P}_{aMmM} \Delta \hat{Q}_{aMyM}\}$, $E\{\Delta \hat{P}_{aMmM} \Delta \hat{Q}_{yMmM}\}$,
 $E\{\Delta \hat{P}_{aMmM} \Delta \hat{Q}_{aMmM}\}$, $E\{\Delta \hat{Q}_{aMyM} \Delta \hat{Q}_{yMmM}\}$, $E\{\Delta \hat{Q}_{aMyM} \Delta \hat{Q}_{aMmM}\}$, $E\{\Delta \hat{Q}_{yMmM} \Delta \hat{Q}_{aMmM}\}$.

Expresiile acestora se determină pe baza relațiilor generale din anexele nr.4 și nr.6. Înlocuirea acestor expresii în rel.(4.83) și (4.84) conduc la relații complexe a căror reducere la forme simple nu mai este posibilă.

În analiza prezentată în continuare, referirile vor fi făcute numai la varianța modulului estimării f.r.f. (pentru varianța fazei estimării f.r.f., calculul este similar). Înlocuirea valorilor medii specificate în rel.(4.83) și efectuarea unor reduceri și transformări conduce la următorul rezultat intermediar:

$$\begin{aligned}
 \text{var}\{|\hat{H}_{PM}|\} &\approx \frac{\tau_m}{T} \cdot \frac{\left[(P_{aMmM} + P_{yMmM})^2 + (Q_{aMmM} + Q_{yMmM})^2 \right] \cdot S_{yMyM}^{-1}}{\left[(P_{aMmM} + P_{yMmM})^2 + (Q_{aMmM} + Q_{yMmM})^2 \right]} \dots \\
 &\dots \frac{- \left[(S_{yMyM} + P_{aMyM})^2 + Q_{aMyM}^2 \right] \cdot S_{aMmM} \left\{ \left[(S_{aMmM} + S_{yMyM} + 2P_{aMyM}) \cdot \dots \right. \right. \\
 &\quad \cdot \left. \left. \left[(S_{aMmM} + P_{aMyM})^2 + Q_{aMyM}^2 \right] (S_{aMmM} - S_{yMyM}) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \cdot \left[(S_{aMmM} + P_{aMyM}) + 2 Q_{aMyM}^2 \right]^2 + Q_{aMyM}^2 (S_{aMmM} - S_{yMyM})^2 \right\}}{\dots} ; \quad (4.85)
 \end{aligned}$$

în această relație :

$$P_{aMmM} = P_{am} + P_{papm} , \quad P_{yMmM} = P_{ym} + P_{pypm} , \quad (4.86)$$

$$Q_{aMmM} = Q_{am} + Q_{papm} , \quad Q_{yMmM} = Q_{ym} + Q_{pypm} ,$$

$$S_{mMmM} = S_{mm} + S_{pmpm} ,$$

$$P_{aMyM} = P_{ay} + P_{amym} , \quad Q_{aMyM} = Q_{ay} + Q_{papy} ,$$

$$S_{aMAM} = S_{aa} + S_{papa} \quad , \quad S_{yMyM} = S_{yy} + S_{pypy} \quad ;$$

complexitatea rel.(4.85) face ca, in continuare, analiza să fie efectuată separat pentru cîteva cazuri particulare, considerate semnificative;

(i) $p_a(t) \neq 0$, $p_y(t) \neq 0$, $p_m(t) \neq 0$ statistic independente ;
in aceste condiții expresiile f.d.s. devin, pentru :

- f.d.s.p.: $S_{aMAM} = S_{aa} + S_{papa}$ ș.a.m.d. (4.87)

- comp. f.d.i.p.: $P_{aMyM} = P_{ay}$ ș.a.m.d.

Estimarea f.r.f. rămîne marcată,

$$\hat{H}_{PM} = \frac{\hat{S}_{ay} + \hat{S}_{yy} + \hat{S}_{pypy}}{\hat{S}_{ym} + \hat{S}_{am}} = \hat{H}_P \cdot \hat{K}_5 \quad (4.88)$$

\hat{K}_5 - conform tabelului 4.4 punctul b.6. col.3.

Inlocuind rel.(4.87) in rel.(4.85) și grupînd termenii,

varianța estimării modulului f.r.f. se poate pun sub forma:

$$\text{var}\{|\hat{H}_{PM}|\} = \frac{\tau_m}{T} \frac{(S_{yy} + S_{pypy}) - \frac{(S_{yy} + P_{ay} + S_{pypy})^2 + Q_{ay}^2}{(P_{am} + P_{ym})^2 + (Q_{am} + Q_{ym})^2} (S_{mm} + S_{pmpm})}{S_{aa} - S_{yy} + S_{papa} - S_{pypy}} \cdot |1 + H_P H_R|^2 \cdot C_0 \quad (4.89)$$

in care C_i $i=0,1,\dots,4$ sînt coeficienți de forma:

$$C_0 = \frac{C_2^2 + C_4^2 - C_1}{Q_{ay}^2 (1 - C_3)^2} \quad , \quad C_2 = 1 + \frac{S_{papa} - S_{pypy}}{S_{aa} - S_{yy}} \quad ,$$

$$C_3 = \frac{Q_{ay}^2 (S_{aa} - S_{yy})^2}{(S_{aa} + P_{ay})^2}$$

$$C_1 = \frac{Q_{ay}^2 (S_{aa} - S_{yy})^2 C_4^2 + [(S_{aa} + S_{yy} + 2P_{ay})(S_{aa} + P_{ay}) + 2Q_{ay}^2]^2 C_2^2}{(S_{aa} + S_{yy} + 2P_{ay})(S_{aa} + P_{ay}) + 2Q_{ay}^2 + C_{ay}^2 (S_{aa} - S_{yy})^2} \quad , \quad (4.90)$$

$$C_3 = 1 + \frac{S_{papa}}{S_{aa} + S_{ay}} \quad , \quad C_4 = 1 + \frac{S_{papa} + S_{pypy}}{S_{aa} + S_{yy} + 2P_{ay}}$$

Acest rezultat se poate aduce la o formă ceva mai simplă dacă se acceptă simplificarea $S_{pypy} \approx 0$; ca urmare :

$$\frac{(S_{yy} + P_{ay} + S_{pypy})^2 + Q_{ay}^2}{(P_{am} + P_{ym})^2 + (Q_{am} + Q_{ym})^2} \approx \frac{(S_{yy} + P_{ay})^2 + Q_{ay}^2}{(P_{am} + P_{ym})^2 + (Q_{am} + Q_{ym})^2} = |H_P|^2 \quad (4.91)$$

Ca urmare :

$$\text{var} \{ |\hat{H}_{PM}| \} = \frac{\tau_m}{T} \cdot \frac{S_{yy} - S_{mm} |H_P|^2}{S_{aa} - S_{yy}} \cdot \frac{1 + \frac{S_{pyp} - |H_P|^2 S_{pmpm}}{S_{yy} - S_{mm} |H_P|^2}}{1 + \frac{S_{papa} - S_{pypy}}{S_{aa} - S_{yy}}} |1 + H_P H_R|^2 C_0 \quad (4.92)$$

Dacă se ține cont și de rel.(A.5.4), atunci (4.92) poate fi pus sub forma :

$$\text{var} \{ |\hat{H}_{PM}| \} = \frac{\tau_m}{T} \cdot \frac{S_{zz}}{S_{z2z2}} |1 + H_P H_R|^2 C_{v1} \quad (4.93)$$

în care C_{v1} - reprezintă factorul de modificare a varianței modulului estimării f.r.f. pentru cazul măsurărilor perturbate de semnale aleatoare statistic independente, în raport cu varianța modulului estimării f.r.f. din măsurări neperturbate, (cazul particular (iv), rel.(4.102)); C_{v1} are expresia :

$$C_{v1} = \frac{1 + \frac{S_{pypy} - |H_P|^2 S_{pmpm}}{S_{yy} - S_{mm} |H_P|^2}}{1 + \frac{S_{papa} - S_{pypy}}{S_{aa} - S_{yy}}} \cdot C_0 \quad (4.94)$$

(ii) $p_a(t) = p_y(t) = p_m(t) = p(t)$ - acționează una și aceeași perturbație ; în aceste condiții expresiile f.d.s. devin, pentru:

$$\begin{aligned} - \text{f.d.s.p.} : S_{papa} &= S_{pmpm} = S_{pypy} = S_{pp} , \\ - \text{compon. f.d.i.p.} : P_{papy} &= P_{papm} = P_{pypm} = S_{pp} , \\ Q_{papy} &= Q_{papm} = Q_{pypm} = 0 \end{aligned} \quad (4.95)$$

Estimarea f.r.f. rămîne marcată, cu \hat{K}_5 conform tabelului 4.4. punctul b.6 col.4, iar relația varianței estimării modulului f.r.f. obține în final forma :

$$\text{var} \{ |\hat{H}_{PM}| \} = \frac{\tau_m}{T} \frac{(S_{yy} + S_{pp}) C_5 - |H_P|^2 (S_{mm} + S_{pp}) C_6}{(S_{aa} - S_{yy}) C_5 C_6} |1 + H_R H_P|^2 \cdot C_7 \quad (4.96)$$

în care C_i , $i = 5, 6, \dots, 10$ sînt coeficienți de forma :

$$\begin{aligned}
 C_5 &= 1 + \frac{4S_{pp}(P_{am} + P_{ym} + S_{pp})}{(P_{am} + P_{ym})^2 + (Q_{am} + C_{ym})^2}, \\
 C_6 &= 1 + \frac{4S_{pp}(S_{yy} + P_{ay} + S_{pp})}{(S_{yy} + P_{ay})^2 + Q_{ay}^2}, \\
 C_7 &= C_8 + \frac{Q_{ay}^2 (S_{aa} - S_{yy})^2 (1 - C_9)}{[(S_{aa} + S_{yy} + 2P_{ay})(S_{aa} + P_{ay}) + 2Q_{ay}^2]^2 + Q_{ay}^2 (S_{aa} - S_{yy})^2}, \\
 C_8 &= C_{10} + \frac{2Q_{ay}(1 - C_9)}{(S_{aa} + S_{yy} + 2P_{ay})(S_{aa} + P_{ay})}, \quad (4.97) \\
 C_9 &= 1 + \frac{4S_{pp}}{S_{aa} + S_{yy} + 2P_{ay}}, \\
 C_{10} &= C_9 \left(1 + \frac{2S_{pp}}{S_{aa} + P_{ay}} \right)
 \end{aligned}$$

Și în acest caz, prin introducerea factorului de modificare a varianței estimării modulului f.r.f., C_{v2} , egal cu :

$$C_{v2} = \frac{C_5 + C_6 - \frac{S_{yy}C_6 - |H_P|^2 S_{mm}C_5 + S_{pp}(C_5 - |H_P|^2 C_6)}{S_{yy} - |H_P|^2 S_{mm}}}{C_5 C_6} \cdot C_7 \quad (4.98)$$

se poate scrie :

$$\text{var} \{ |\hat{H}_{Pz}| \} = \frac{\zeta_m}{T} \cdot \frac{S_{zz}}{S_{z2z2}} |1 + |H_{PR}|^2 \cdot C_{v2}| \quad (4.99)$$

(iii) Un caz particular interesant este acela în care $p_y(t) = 0$ iar $p_g(t) \neq 0$ și $p_m(t) \neq 0$ dar statistic independente. În aceste condiții $S_{pyp_y} = 0$ și estimarea f.r.f. este fără eroare sistematică,

$$\hat{H}_{Pz} = \frac{\hat{S}_{yy} + \hat{S}_{ay}}{\hat{S}_{ym} + \hat{S}_{am}} = \hat{H}_2 \quad ; \quad (4.100)$$

expresia erorii statistice a estimării modulului f.r.f. se obține prin particularizarea rel.(4.98) :

$$\text{var}\{|\hat{H}_{PM}|\} = \frac{T_m}{T} \cdot \frac{S_{zz}}{S_{z2z2}} |1 + H_P H_R|^2 \cdot C_{v3} \quad (4.101)$$

in care C_{v3} se obține din C_{v1} prin particularizarea $S_{pypy} = 0$.

(iv) $p_m(t) = 0$, $p_n(t) = 0$, $p_y(t) = 0$ - cazul măsurărilor neperturbate cînd estimarea f.r.f. este fără eroare sistematică (a se vedea rel.(4.100)). Expresia erorii statistice a estimării modulului f.r.f. se obține prin particularizarea relațiilor (4.90) și (4.93); în ordine: $C_2=1$, $C_3=1$, $C_4=1$, $C_5=1$, $C_1=1$ și ca urmare $C_{v1}=1$. In consecință:

$$\text{var}\{|\hat{H}_p|\} = \frac{T_m}{T} \cdot \frac{S_{zz}}{S_{z2z2}} |1 + H_P H_R|^2 \quad (4.102)$$

Acest rezultat particular este indicat și în lucrarea [R8].

Observații: 1. și în acest caz este valabilă legătura dintre varianța estimării fazei și a modulului, sub forma rel.(4.57):

$$\text{var}\{\angle \hat{H}_p\} = \frac{1}{|H_p|^2} \cdot \text{var}\{|\hat{H}_p|\} \quad (4.103)$$

2. Relațiile (4.93), (4.96), (4.99) și (4.101) indică clar modificările varianței estimării modulului f.r.f. în cazul în care măsurările sînt perturbate în raport cu cazul măsurărilor neperturbate. Ținînd cont de faptul că, exceptînd cazul (iii) în care $p_y(t)=0$, estimările f.r.f. sînt afectate de erori sistematice, relativ greu de corectat, rezultă că IE a blocurilor SAR din măsurări perturbate efectuate asupra mărimilor interne SAR nu este precomandată.

3. Concluzia de la punctul 2 este subliniată și de faptul că această IE necesită prezența simultană (în cazul cel mai general), a ansamblului de perturbații z_1, z_2 și z (a se vedea și anexa nr.5). Chiar și relațiile (4.92) și (4.96) subliniază, de fapt, acest lucru; într-adevăr, pentru cazul considerat $z_1(t) = 0$ conduce la $a(t) = y(t)$ și corespunzător $S_{aa} = S_{yy}$, varianța estimării devenind infinită.

4. Cerințele multiple privind reușita IE a blocurilor SAR din variațiile de funcționare normală a mărimilor fac ca utilizarea acestui procedeu să fie apreciată uneori ca necompetitiv în raport metodele de EP [K6], [T5].

4.5. Recapitulare asupra erorilor care apar în cazul IE din măsurări perturbate și concluzii

4.5.1. Recapitulare asupra erorilor care apar în cazul IE din măsurări perturbate. Pentru o mai ușoară urmărire, principalele rezultate obținute în par.4.3 și 4.4 sînt sintetizate în tabelul 4.6. Întrucît, în general, eliminarea erorilor cu caracter sistematic se dovedește mai anevoioasă - ținînd cont și de suprapunerea peste acestea a erorilor statistice, mărite față de cazul măsurărilor neper-

TABELUL 4.6. Recapitulativ asupra erorilor care apar în cazul identificării experimentale din măsurări perturbate

CAZ	CAZUL ANALIZAT	SITUAȚIA PERTURBATILOR			EXPRESIA ERORII SISTEMATICE	EXPRESIA ERORII STATISTICE A ESTIMĂRII MODULULUI F.R.F.
		P	P	P		
0	1	2	3	4	5	6
A.	IE cu o relație de forma (4.41) $\frac{\hat{S}_{uMyM}}{\hat{S}_{uMuM}}$ (fig. 4.8)	P_u	P_y	-	fără eroare sistemat.	$\frac{U_m}{T} \frac{S_{zz}}{S_{uu}}$
1.		0	0	-		
2.		0	P_y	-		
3.		P_u	P_y	-		
4.	IE cu o relație de forma (4.42) $\frac{\hat{S}_{sMyM}}{\hat{S}_{sMuM}}$ (fig. 4.9)	$P_u = P_y = P$		-	fără eroare sistemat.	$\frac{U_m}{T} \left[\frac{S_{zz}}{S_{uu} + S_{pp}} + \frac{S_{uu} S_{pp}}{(S_{uu} + S_{pp})^2} (1 + H_p ^2) - \frac{2(S_{pp} \cdot P_{uy})}{(S_{uu} + S_{pp})^2} \right] <$ $< \frac{U_m}{T} \left[\frac{S_{zz}}{S_{uu} + S_{pp}} + \frac{S_{uu} S_{pp}}{(S_{uu} + S_{pp})^2} (1 + H_p ^2) \right]$
1.		0	0	0		
2.	0	0	P_y	-	fără eroare sistemat.	$\frac{U_m}{T} \left(\frac{S_{zz}}{S_{uu}} + \frac{S_{pypy}}{S_{uu}} \right)$

TABELUL 4.6. continuare

0	1	2	3	4	5	6
3.		0	P_u stat. indep.	P_y	fără eroare sistemat.	$\frac{U_m}{T} \left[\frac{S_{zz}}{S_{uu}} + \frac{S_{pyp_y}}{S_{uu}} \cdot H_p ^2 \frac{S_{pupu}}{S_{uu}} \right]$
4.		0	$P_u = P_y = P$		fără eroare sistemat.	$\frac{U_m}{T} \left[\frac{S_{zz}}{S_{uu}} + \frac{S_{pp}}{S_{uu}} (1 + H_p ^2 - 2 \operatorname{Re}\{H_p\}) \right] <$ $< \frac{U_m}{T} \left[\frac{S_{zz}}{S_{uu}} + \frac{S_{pp}}{S_{uu}} (1 + H_p ^2) \right]$
5.		P_s statist. indep.	P_u	P_y	fără eroare sistemat.	$\frac{U_m}{T} (1 + \frac{S_{psps}}{S_{uu}}) \left[\frac{S_{zz}}{S_{uu}} + \frac{S_{pyp_y}}{S_{uu}} + H_p ^2 \frac{S_{pupu}}{S_{uu}} \right]$
C.	IE cu o relație de forma (4.26)	P_n	P_u	P_y		
1	$\hat{S}_{ymM} + \hat{S}_{ymM}$	0	0	0	fără eroare sistemat.	$\frac{U_m}{T} 1 + H_p H_R ^2 \frac{S_{zz}}{S_{zzzz}}$
2.	$\hat{S}_{ymM} + \hat{S}_{ymM}$ (fig.4.7)	P_n statist. indep.	P_u	P_y	$1 + \frac{\hat{S}_{pyp_y}}{\hat{S}_{ay} + \hat{S}_{yy}}$	$\frac{U_m}{T} 1 + H_p H_R ^2 \frac{S_{zz}}{S_{zzzz}} \cdot C_{V1}$
3.	C_{y1}, C_{y2}, C_{y3} conform paragr. 4.4.3	$P_n = P_m = P_y = P$ aceeași perturb.			$1 + \frac{2\hat{S}_{pp}}{\hat{S}_{ay} + \hat{S}_{yy}}$ $1 + \frac{2\hat{S}_{pp}}{\hat{S}_{ym} + \hat{S}_{am}}$	$\frac{U_m}{T} 1 + H_p H_R ^2 \frac{S_{zz}}{S_{zzzz}} \cdot C_{V2}$
4.		P_n	P_m	0	fără eroare sistemat.	$\frac{U_m}{T} 1 + H_p H_R ^2 \frac{S_{zz}}{S_{zzzz}} \cdot C_{V3}$

turbate ν este indicat ca în fiecare caz concret să se aleagă acea tehnologie care să asigure eliminarea erorilor sistematice; din analiza prezentată rezultă că - exceptând unele situații de IE-ms din variațiile de funcționare normală a mărimilor - acest lucru este aproape întotdeauna posibil.

Trebuie reținute în primul rând cazurile care asigură estimarea componentelor f.r.f. fără eroare sistematică. La aceste cazuri, odată cu creșterea nivelului și numărului perturbațiilor varianța estimării componentelor f.r.f. crește; în acest context prezintă interes determinarea timpului de mediere necesar în calculul f.cor. (f.d.s.) la o IE-ms din măsurări perturbate, notată T_p , care asigură o aceeași eroare statistică în estimarea f.r.f. ca și cea obținută în absența perturbațiilor măsurătorilor, la un nivel perturbație proces/semnal util și timp de mediere T date (în ambele cazuri τ_m din calculul f.cor. se consideră același). Se poate scrie următoarea relație:

$$T_p = T \cdot \frac{\text{var}\{|\hat{H}_{PM}|\}}{\text{var}\{|\hat{H}_P|\}} = T \cdot \alpha_T, \quad \alpha_T = f(\omega) \quad (4.104)$$

α_T - este coeficientul care marchează creșterea necesară a timpului de mediere. Expresiile lui α_T pentru diferitele cazuri de IE fără eroare sistematică, menționate în tabelul 4.6, sînt sintetizate în tabelul 4.7.

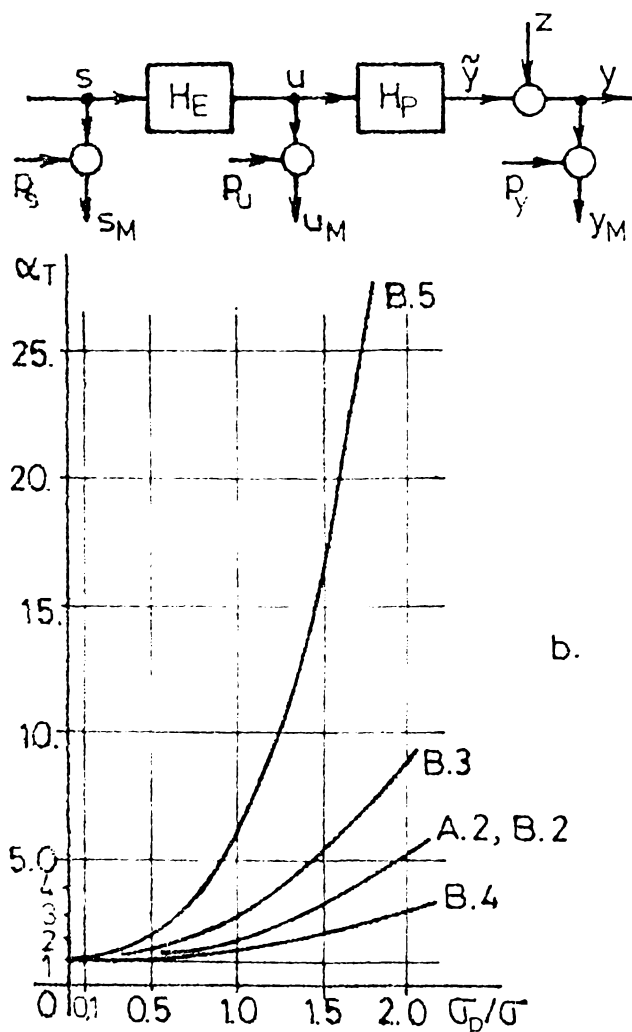
Din informațiile cuprinse în col.5 a tabelului 4.7 se constată că timpul de mediere necesar a fi utilizat în calculul f.cor. în condițiile măsurărilor perturbate poate crește substanțial; la un raport S_{zz}/S_{uu} existent (perturbația procesului) creșterea va fi cu atît mai semnificativă cu cît numărul perturbațiilor măsurărilor și nivelul lor este mai mare. Partea a 2-a a relațiilor din col.5 evidențiază tocmai creșterea timpului de mediere necesar T_p prin introducerea rapoartelor f.d.s. "perturbate măsurare"/f.d.s. - perturbare proces; o astfel de explicitare prezintă interes în evaluarea cantitativă a influenței perturbațiilor măsurărilor .

Coeficientul α_T fiind o funcție de ω și chiar și de $|H_p|$, rezultă că determinarea valorilor concrete pentru α_T , la diferite frecvențe, devine laborioasă și necesită în plus și cunoașterea lui $H_p(j\omega)$; din acest motiv este avantajoasă determinarea unor valori orientative pentru α_T pentru valori ω bine precizate (de ex. frecvența centrală pentru SF supus IE). Trebuie însă remarcat faptul că spectrul perturbațiilor poate fi mai larg decît al semnalelor utile, fapt pentru care, la valori ω mai mari, α_T poate

lua valori mai mari.

Exceptînd cazul C.4 la care determinarea coeficientului C_{V3} este foarte laborioasă, în celelalte cazuri determinarea lui α_T presupune un calcul relativ simplu. Pentru a da o imagine asupra ordinului de mărime a lui α_T în diferitele situații de IE cuprinse în tabelul 4.7, în fig.4.11.b se prezintă sintetic rezultatele aferente exemplului prezentat în fig.4.11.a. Tehnologia și relațiile de IE sînt aferente cazurilor A.1...B.5. Precizări:

- în calculul efectuat, s-au utilizat rezultatele din anexele nr.1 și nr.2;
- f.d.t. ale blocurilor din schemă sînt precizate în fig.4.11;
- α_T a fost calculat pentru frecvența centrală a procesului, $\omega_0 = 1/1 \text{ sec}^{-1}$;
- s-a considerat că semnalele perturbatoare ca și semnalul de probă $s(t)$ sînt semnale aleatoare reale cu f.d.s. de forma din



$$H_E(s) = \frac{K_E}{1+sT_E} \quad K_E = 1.0, T_E = 0.3 \text{ sec.}$$

$$a. \quad H_P(s) = \frac{K_P}{1+sT_P} \quad K_P = 1.0, T_P = 1.0 \text{ sec.}$$

$$S_{SS}(\omega) = \frac{0.006 G_s^2}{1+0.0009\omega^2}$$

TABELUL 4.8. Valorile coeficientului α_T pentru diferite rapoarte G_p/G

$\frac{G_p}{G}$	Valorile coeficient. α_T					
	A.1	A.2	B.2	B.3	B.4	B.5
0.0	1	1	1	1	1	1
0.1	-	1.01	1.01	1.019	1.005	1.034
0.25	-	1.0625	1.0625	1.12	1.031	1.216
0.5	-	1.25	1.25	1.48	1.125	1.931
0.75	-	1.5625	1.5625	2.08	1.281	3.351
1.0	-	2.0	2.0	2.92	1.50	5.816
1.5	-	3.25	3.25	5.31	2.126	15.928
2.0	-	5.0	5.0	8.67	3.001	37.722

Fig.4.11. Valori orientative ale coeficientului α_T pentru unele cazuri de IE fără eroare sistematică.

TABELUL 4.7. Expresia coeficientului α_T pentru cazurile de IE fără eroare sistematică

CAZ	RELATIA DE IE	SITUAȚIA PERTURBATILOR			EXPRESIA COEFICIENTULUI α_T
		P_1	P_2	P_3	
A.1	$\frac{\sum_{i,j} M_{ij} M_{ji}}{\sum_{i,j} M_{ij}^2}$	0	0	-	1
A.2		0	P_y	-	$\frac{S_{zz}/S_{uu} + \frac{S_{pypy}/S_{uu}}{S_{zz}/S_{uu}}}{S_{zz}/S_{uu}} = 1 + \frac{S_{pypy}}{S_{zz}}$
B1	$\frac{\sum_{i,j} M_{ij} M_{ji}}{\sum_{i,j} M_{ij}^2}$	0	0	0	1
B.2		0	0	P_y	$\frac{S_{zz}/S_{uu} + \frac{S_{pypy}/S_{uu}}{S_{zz}/S_{uu}}}{S_{zz}/S_{uu}} = 1 + \frac{S_{pypy}}{S_{zz}}$
B.3		0	P	P	$\frac{S_{zz}}{S_{uu}} + \frac{S_{pypy}}{S_{uu}} + \frac{ H_p ^2 S_{pupu}}{S_{uu}} = 1 + \frac{S_{pypy}}{S_{zz}} + H_p \frac{S_{pupu}}{S_{zz}}$
B.4		0	$P_u = P_y$	P_y	$\frac{S_{zz}}{S_{uu}} + \frac{S_{pp}}{S_{uu}} \frac{[1 + H_p ^2 - 2\text{Re}(H_p)]}{S_{zz}/S_{uu}} = 1 + \frac{S_{pp}}{S_{zz}} (1 + H_p ^2 - 2\text{Re}(H_p)) < 1 + \frac{S_{pp}}{S_{zz}} (1 + H_p ^2)$
B.5		P_s	P	P_y	$\frac{(1 + \frac{S_{psps}}{S_{ss}}) \left[\frac{S_{zz}}{S_{uu}} + \frac{S_{pypy}}{S_{uu}} + \frac{ H_p ^2 S_{pupu}}{S_{uu}} \right]}{S_{zz}/S_{uu}} = (1 + \frac{S_{psps}}{S_{ss}}) \left(1 + \frac{S_{pypy}}{S_{zz}} + \frac{ H_p ^2 S_{pupu}}{S_{zz}} \right)$
C.4		$\frac{\sum_{i,j} M_{ij} \cdot S_{yy}}{\sum_{i,j} M_{ij}^2 + \sum_{i,j} M_{ij} M_{ji}}$	P_c	P_m	0

anexa nr.1, rel.(A1.6);

- pentru fiecare situație de IE s-a considerat $G_z/G_y=1$ iar rapoartele G_{ps}/G_s , G_{pu}/G_u , G_{py}/G_y sînt numeric egale, valoarea comună fiind notată cu $G_p/G = \eta_p$.
- spectrul semnalelor perturbatoare $p_s(t)$, $p_u(t)$, $p_y(t)$ și $z(t)$ este apropiat de cel al semnalului pe care-l perturbă, $s(t)$, $u(t)$ și $y(t)$.

Din analiza datelor cuprinse în tabelul 4.8, respectiv ^{în}diagrama din fig.4.11.b, se confirmă clar efectul negativ al perturbării măsurărilor asupra rezultatului IE; eroarea statistică va fi cu atît mai pronunțată cu cît :

- nivelul perturbație/semnal măsurat este mai mare;
- numărul semnalelor măsurate perturbate este mai mare.

Totodată se observă însă și faptul că perturbațiile de nivel relativ redus $G_p/G \leq 0,1$ afectează practic nesemnificativ valoarea erorilor statistice (creșteri de ord.%) ; chiar nivele $G_p/G \approx 0,25$ influențează relativ redus valoarea erorilor statistice din estimarea componentelor f.r.f. Creșterile erorilor de estimare (și corespunzător creșterea coeficientului α_T) încep să devină semnificative pentru $G_p/G > 0,5 \dots 0,75$.

Observații: 1. În cazul unor nivele diferite de perturbare a măsurărilor, $\eta_p = G_p/G$ se poate considera aproximativ egal cu media aritmetică a perturbațiilor măsurărilor.

2. Deși datele din tabelul 4.8 și fig.4.11.b se referă la un caz particular, ținînd cont de caracterul de "filtru trece jos" al majorității proceselor tehnice reale, informațiile prezentate pot fi considerate valabile orientativ pentru multe cazuri din practică; acest lucru se justifică prin aceea că într-o foarte primă aproximație comportarea SF se poate aproxima cu cea a unui element de tip proporțional cu întârziere de ord.1 (PT1), [F5].

Pentru cazurile cu eroare sistematică - tabelul 4.6, col.5- prezintă interes nivelul maxim al perturbării măsurărilor care nu afectează sensibil (1...2% eroare, de exemplu [S1],[S22]) estimările componentelor f.r.f.. În primul rînd trebuie subliniat faptul că valoarea erorilor depind de mai mulți factori: - nivelul perturbării măsurărilor (caracterizat prin rapoartele G_p/G); - spectrul semnalelor perturbatoare; - situația concretă de IE. Datorită acestui fapt, concluzii cantitative cu caracter general, relative la valoarea erorilor cu caracter sistematic, nu se pot formula.

O imagine cantitativă și calitativă asupra mărimii acestor erori se poate obține însă pe baza exemplului din fig.4.11.a, în următoarele condiții:

$$- S_{uu}(\omega) = \frac{0,6G_u^2}{1+0,09\omega^2} ;$$

- semnalele perturbatoare sînt aleatoare reale avînd aproximativ același spectru ca și semnalele pe care le perturbă;
- nivelul perturbațiilor pe fiecare canal de măsuri este egal, valoarea comună fiind notată cu $\eta_p = \xi_p/6$.

În analiză au fost luate în considerare numai cazurile A.3 și A.4 ; rezultatele calculelor pentru gama de frecvență semnificativă ($\omega \in [\omega_1, \omega_2] \text{sec}^{-1}$) și diferite rapoarte η_p sînt sintetizate pentru cazul A.3 - în tabelul 4.9, iar pentru cazul A.4, în tabelul 4.10; aceste rezultate sînt sintetizate și în fig.4.12 și 4.13 prin hodografele $h_+ \{ \}$ ale f.r.f. $H_p(j\omega)$ și $H_{PM}(j\omega)$.

Analiza rezultatelor obținute scoate în evidență următoarele:

- a. Aspecte comune: - practic nivele de perturbare a măsurărilor $\eta_p < 0,1$ afectează neesențial rezultatul IE, erorile sistematice ale componentelor f.r.f. pentru zona frecvențelor joase și centrală situîndu-se sub nivelul de 1...1,5% (raportat la valoarea maximă a componentei); erorile sînt ceva mai mari doar la frecvențe ridicate (cazul A.4); ținînd cont de faptul că nivelul erorilor statistice de estimare a f.cor. - care stau la baza f.d.s. calculate - pentru timpi de mediere rezonabili, $T = (10 \dots 20) \tau_m$, este și așa mai mare (a se vedea rezultatele din cap.5), rezultă că erorile sistematice din aceste cazuri pot fi considerate neesențiale și IE posibilă chiar din măsurări perturbate.
- nivele de perturbare $\eta_p = 0,1 \dots 0,15$ atrag după sine erori sistematice de ordinul cîtorva procente și prin aceasta, în anumite condiții pot deveni supărătoare; ținînd însă cont de faptul că prelucrarea ulterioară a modelului neparametric obținut poate introduce uneori erori chiar mai mari (de exemplu prin estimarea unui MM parametric cu fază minimă pentru un SF cu fază minimă [V], [P21], pentru o IE grosieră, rezultatele se pot considera acceptabile.
 - nivele de perturbare $\eta_p \gg 0,2$ atrag după sine deformări esențiale ale componentelor f.r.f. rezultatul IE fiind de cele mai multe ori nesatisfăcător.

Cele prezentate sînt elocvent ilustrate de hodografele f.r.f., $h_+ \{ \}$, redată în fig.4.12 și 4.13.

- b. Aspecte specifice pentru cazul A.3 :- datorită particularității identității conținutului de frecvențe a semnalelor $p_u(t)$ și $u(t)$, efectul perturbării se manifestă printr-o virtuală reducere a coeficientului de amplificare a SF supus IE, fig.4.12; într-adevăr :

TABELUL 4.2. Valorile componentelor $Re\{ \}$ și $Im\{ \}$ ale f.r.f. obținute din măsurări neperturbate, H_p , respectiv din măsurări perturbate, H_{PM} , pentru cazul A.3; $\eta_p = \sigma_p/\sigma$ este parametru.

$H(j\omega)$	$H_p(j\omega)$		$H_{PM}(j\omega)$											
	Re	Im	0,05		0,1		0,15		0,2		0,5		1,0	
η_p :	caz neperturb.													
0	1	0	0,997	0	0,99	0	0,978	0	0,961	0	0,8	0	0,5	0
0,1	0,99	-0,099	0,987	-0,099	0,98	-0,098	0,968	-0,097	0,951	-0,095	0,792	-0,079	0,495	-0,046
0,2	0,962	-0,192	0,959	-0,192	0,952	-0,19	0,941	-0,188	0,925	-0,185	0,77	-0,154	0,481	-0,096
0,5	0,8	-0,4	0,798	-0,399	0,792	-0,396	0,782	-0,391	0,769	-0,384	0,64	-0,32	0,4	-0,2
0,707	0,667	-0,471	0,665	-0,47	0,661	-0,467	0,653	-0,461	0,641	-0,453	0,534	-0,377	0,334	-0,235
1,0	0,5	-0,5	0,499	-0,499	0,495	-0,495	0,489	-0,489	0,481	-0,481	0,4	-0,4	0,25	-0,25
1,5	0,308	-0,462	0,307	-0,460	0,305	-0,457	0,301	-0,451	0,296	-0,446	0,246	-0,369	0,154	-0,231
2,0	0,2	-0,4	0,199	-0,399	0,198	-0,396	0,196	-0,391	0,192	-0,384	0,16	-0,32	0,1	-0,2
3,0	0,1	-0,3	0,099	-0,299	0,099	-0,297	0,098	-0,293	0,096	-0,288	0,08	-0,24	0,05	-0,15
5,0	0,01	-0,099	0,01	-0,192	0,038	-0,190	0,038	-0,188	0,037	-0,185	0,031	-0,154	0,019	-0,096
10,0	0,01	-0,099	0,01	-0,099	0,01	-0,098	0,01	-0,097	0,009	-0,095	0,008	-0,079	0,005	-0,046

TABELUL 4.10. Valorile componentelor $Re\{ \}$ și $Im\{ \}$ ale f.r.f. obținute din măsurări neperturbate, H_p , respectiv din măsurări perturbate, H_{pk} , pentru cazul de IE A.4; $\eta_p = \epsilon_p / \sigma$ este parametru.

η_p	$H_p(j\omega)$		$H_{pk}(j\omega)$											
	Re	Im	0,05		0,1		0,15		0,2		0,5		1,0	
0	1,0	0,0	1,0	0,0	1,0	0,0	1,0	0,0	1,0	0,0	1,0	0,0	1,0	0,0
0,1	0,99	-0,099	0,99	-0,098	0,99	-0,097	0,989	-0,095	0,988	-0,095	0,985	-0,095	0,985	-0,095
0,2	0,962	-0,192	0,962	-0,190	0,961	-0,188	0,960	-0,185	0,954	-0,185	0,943	-0,185	0,943	-0,185
0,5	0,8	-0,4	0,799	-0,396	0,796	-0,391	0,792	-0,385	0,76	-0,385	0,70	-0,385	0,70	-0,385
0,707	0,667	-0,471	0,666	-0,470	0,664	-0,461	0,655	-0,453	0,601	-0,453	0,501	-0,453	0,501	-0,453
1,0	0,5	-0,5	0,499	-0,495	0,495	-0,489	0,481	-0,481	0,4	-0,481	0,25	-0,481	0,25	-0,481
1,5	0,308	-0,462	0,306	-0,461	0,301	-0,451	0,281	-0,444	0,169	-0,444	0,038	-0,444	0,038	-0,444
2,0	0,2	-0,4	0,198	-0,398	0,183	-0,391	0,169	-0,385	0,04	-0,385	-0,2	-0,385	-0,2	-0,385
3,0	0,1	-0,5	0,098	-0,299	0,091	-0,293	0,065	-0,288	-0,08	-0,288	-0,35	-0,288	-0,35	-0,288
5,0	0,039	-0,192	0,036	-0,192	0,029	-0,188	0,002	-0,185	-0,154	-0,185	-0,442	-0,185	-0,442	-0,185
10,0	0,01	-0,099	0,007	-0,099	0,0	-0,097	-0,028	-0,095	-0,188	-0,095	-0,485	-0,095	-0,485	-0,095

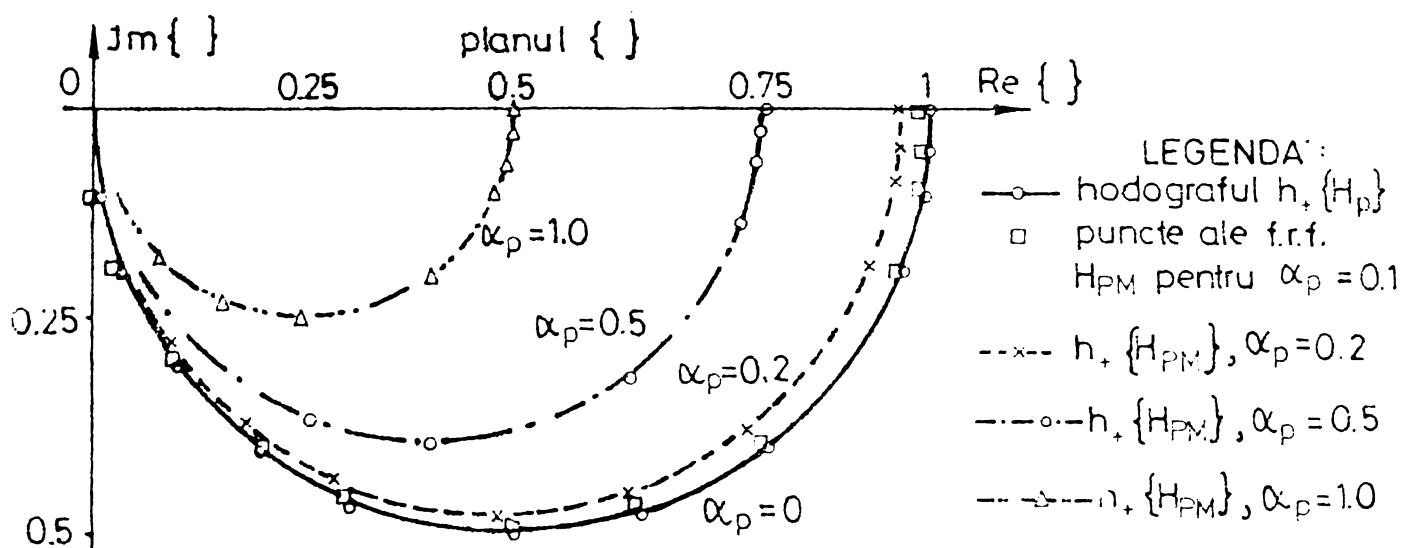


Fig.4.12. Hodografele $h_+ \{ \}$ ale funcțiilor răspuns la frecvență $H_p(j\omega)$ și $H_{PM}(j\omega)$ pentru cazul A.3.

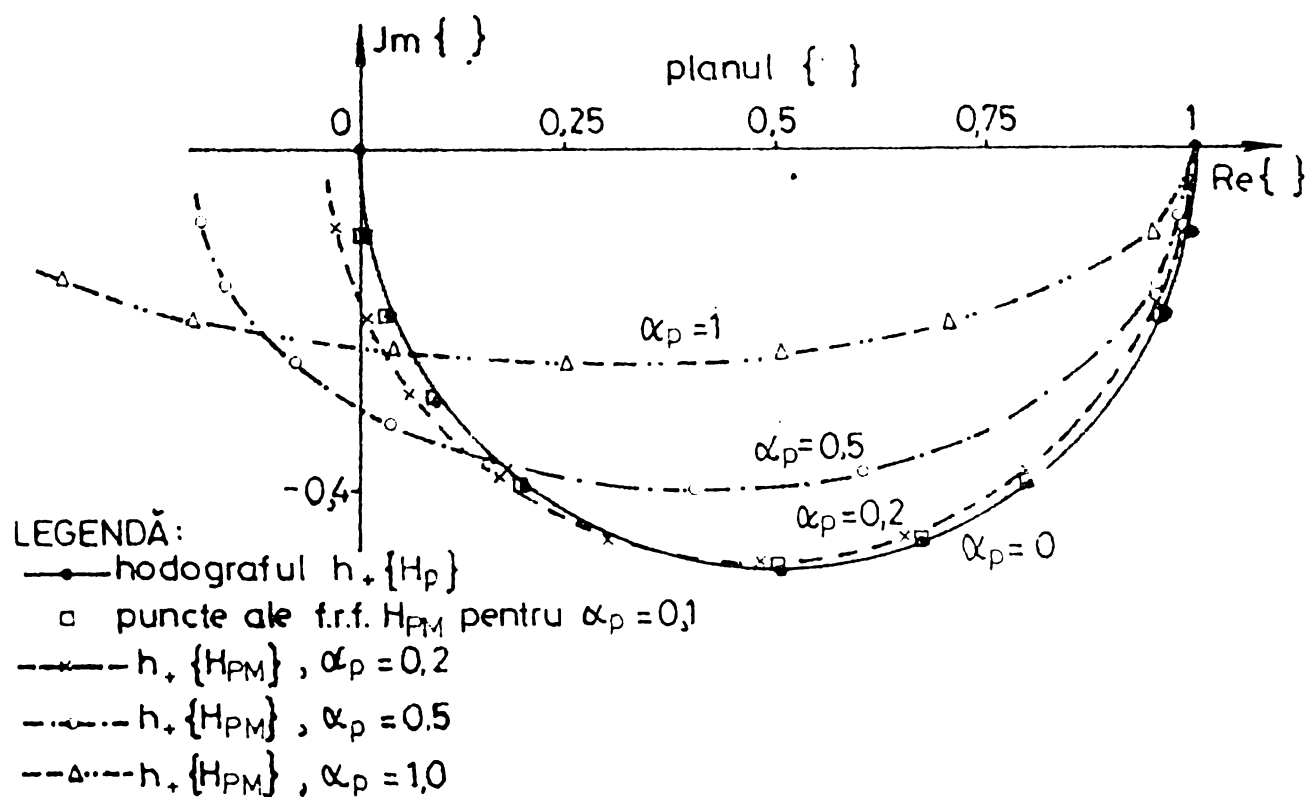


Fig.4.13. Hodografele $h_+ \{ \}$ ale funcțiilor răspuns la frecvență $H_p(j\omega)$ și $H_{PM}(j\omega)$ pentru cazul A.4.

$$\hat{K}(j\omega) = \frac{1}{1 + \hat{S}_{pupu}(\omega) / \hat{S}_{uu}(\omega)} = \frac{1}{1 + \gamma_{pu}^2}$$

devine în acest caz independent de frecvență. În cazul general, al conținutului de frecvențe a semnalelor $p_u(t)$ și $u(t)$ diferit, $\hat{K}(j\omega) = f(\omega)$, dar, va afecta doar componenta reală a f.r.f.

e. Aspecte specifice pentru cazul A.4: - analiza datelor din tabelul 4.10 indică faptul că deformările din f.r.f. apar la frecvențe joase și medii, datorită deformărilor din componenta imaginară, $\text{Im}\{H_{p,m}\}$, iar la frecvențe medii și înalte, datorită deformărilor din componenta reală, $\text{Re}\{H_{p,m}\}$.

Calculul efectuat de autor și pentru alte exemple de SP de ord.2 au confirmat în bună parte aspectele prezentate.

În final, se mai subliniază încă odată faptul că, efectuarea corecțiilor asupra f.d.s. și/sau componentelor f.r.f. estimate este anevoioasă; ca urmare, ori de câte ori va fi posibil se va alege tehnologiile de IE care dau estimări consistente; nivelul erorilor statistice se poate apoi reduce eficient prin creșterea timpului de mediere.

4.5.2. Concluzii. Din cele prezentate în cadrul acestui capitol se pot desprinde următoarele aspecte deosebite:

- perturbațiile măsurărilor influențează în sens negativ rezultatul unei IE efectuată prin metode statistice prin următoarele: - apariția, în anumite condiții, a erorilor cu caracter sistematic și creșterea erorilor cu caracter statistic. Analiza detaliată a erorilor pentru diferitele situații de IE din măsurări perturbate constituie partea centrală - cu caracter original - a capitolului;
- eliminarea erorilor cu caracter sistematic se poate obține de regulă prin alegerea unei tehnologii de IE convenabile; sinteza din tabelele 4.6 și 4.7 constituie din acest punct de vedere un ajutor prețios. Acest lucru presupune însă cunoștințe prealabile asupra perturbațiilor măsurărilor. Efectuarea corecțiilor în f.d.s. sau/și f.r.f. estimate, ținând cont de perturbațiile măsurărilor, este anevoioasă, dovădindu-se practic nerecomandată;
- reducerea erorilor statistice se obține eficient prin creșterea uneori substanțială însă - a timpului de mediere utilizat în calculul f.r.f.;
- indiferent de tehnologia de IE se poate aprecia că nivele de perturbare a măsurărilor $\eta_p < 0,1$ pot fi considerate nesemnificative pentru rezultatul IE, întrucât conduc de regulă la erori sistematice sub 1...1,5%, respectiv la creșteri nesemnificative ale erorilor statistice.

Relațiile obținute-referitoare la IE prin metode statistice pe baza unor măsurări perturbate-se consideră de un real folos pentru teoria și practica identificării experimentale.

CAPITOLUL 5. VERIFICARI EXPERIMENTALE SI APLICATII

Valabilitatea relațiilor stabilite în cap.3 și 4 a fost verificată pe un model analogic pentru care calculul analitic al f.cor. și al diferitelor expresii care apar în relațiile erorilor statistice nu devine excesiv de laborios; în acest fel-fără a leza generalitatea, relațiilor-verificarea devine convingătoare. Ținând cont de aparatura care a stat la dispoziție, au fost verificate numai relații din domeniul timp; în cadrul acestui capitol pe parcursul celor șase paragrafe sînt prezentate următoarele:

- în par.5.1 schema de principiu a montajului experimental și metodologia de verificare a relațiilor determinate;
- în par.5.2 verificările legate de influența filtrelor "trece sus" de pe intrările echipamentului de corelație și verificările legate de reducerea dispersiei semnalului de ieșire în raport cu dispersia semnalului de intrare;
- în par.5.3 verificarea influenței perturbării măsurărilor asupra estimării f.a.c.;
- în par.5.4 verificarea influenței perturbării măsurărilor asupra estimării f.i.c.;
- în par.5.5 rezultatele experimentale referitoare la IB a modelului de regulator de viteză electrohidraulic destinat hidrogenatoarelor (RGVEH), fabricat în țară;
- în par.5.6 principalele concluzii asupra verificărilor efectuate.

La fiecare verificare experimentală se prezintă și calculele analitice aferente (expresiile f.cor. - valori adevărate, expresiile varianțelor estimării ș.a.); ținînd cont de faptul că verificările experimentale au confirmat valabilitatea relațiilor teoretice din cap.3, în acest capitol se prezintă și o serie de diagrame (care au la bază relațiile teoretice verificate) cu utilitate deosebită în practica estimării f.cor. din măsurări perturbate. Aceste diagrame au fost determinate pentru cazul SF de ord.1, dar informațiile aduse sînt valabile orientativ pentru multe aplicații practice. Rezultatele experimentale sînt ilustrate prin fotografiile oscilogramelor f.cor. estimate, prelucrate corespunzător.

5.1. Schema montajului experimental și metodologia de verificare

5.1.1. Schema de principiu a montajului experimental și aparatura utilizată în verificările experimentale este prezentată în fig.5.1.

O vedere de ansamblu asupra montajului experimental este pre-

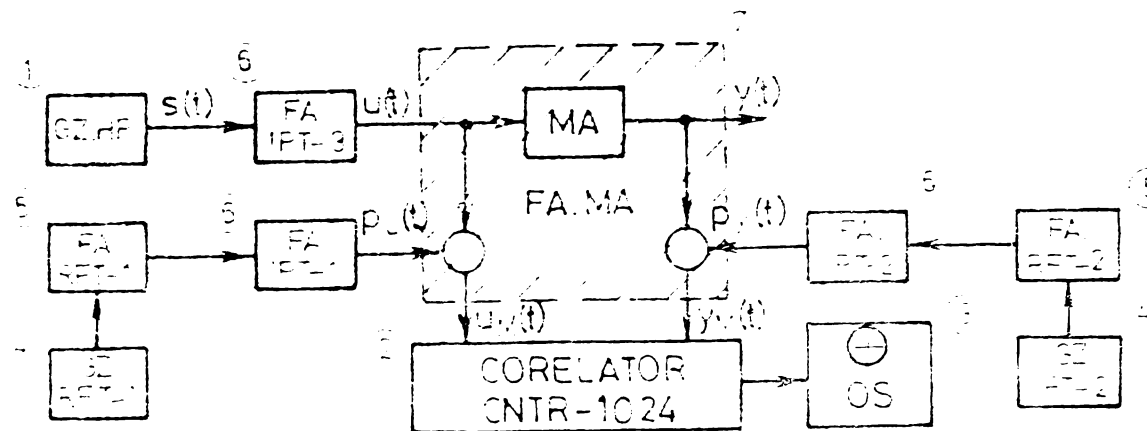
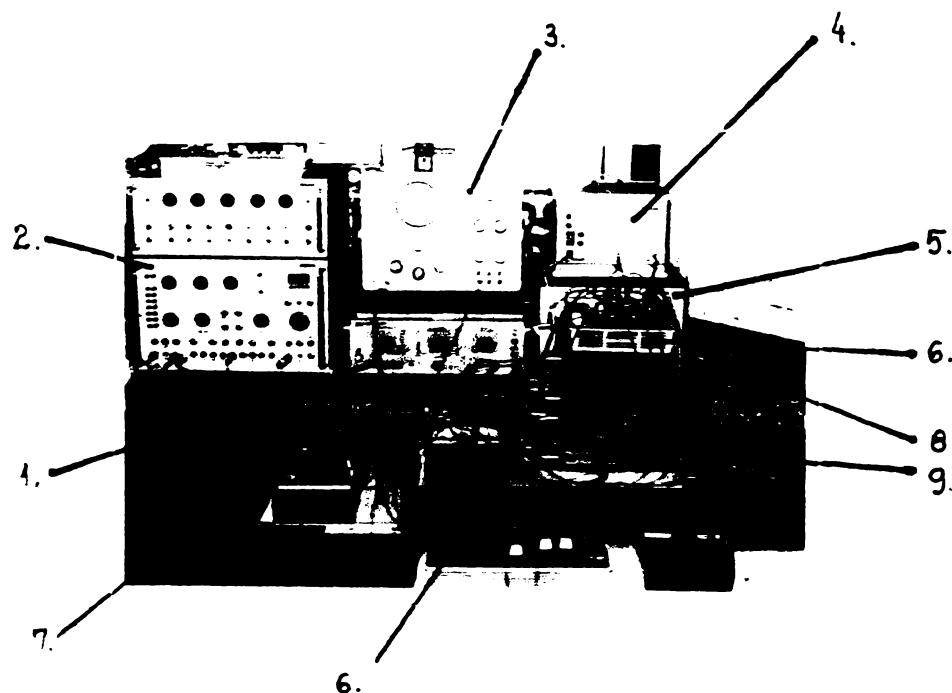


Fig.5.1. Schema din principiu a montajului experimental și aparatura utilizată: 1 - generator de zgomot Hewlett-Packard, model 3772-A (GZ.HP); 2 - corelator numeric CNTR-1024; 3 - osciloscop Tesla BM-463 (OS); 4 - generatoare de zgomot RPT-03-004 (GZ.RPT-1, 2); 5 - filtru activ RPT-11020 și 11021 (FA.RPT-1, 2); 6 - filtru activ IPT model 1 (FA.IPT-1, 2, 3) utilizat în unele situații numai ca amplificator de c.c.; 7 - filtru activ model analogic (MA) (FA.MA). Observație: la IE a RGVEH, FA.MA a fost înlocuit prin modelul analogic al RGVEH constând din filtrul activ-model SAR și modelul RGVEH-redus (pozițiile 8 și 9 pe fotografia F.5.1)

zentată în fotografia F.5.1., în care se disting elementele



fizice aferente blocurilor 1...9 din fig.5.1.

F.5.1. Vedere de ansamblu a montajului experimental utilizat

5.1.2. Metodologia de verificare a valabilității relațiilor stabilite în cap.3, a fost adoptată ținând cont de faptul că f.cor. estimate

vor fi ilustrate sub forma oscilogramelor fotografiate.

a. Valabilitatea relațiilor de estimare a f.cor. din măsurări perturbate, rel.(3.26) și (3.27), a fost verificată prin utilizarea unor timpi de mediere foarte mari (raport $T/\tau_m \approx 400$), ceea ce reduce practic la zero erorile cu caracter statistic.

b. Valabilitatea relațiilor EMP{ } stabilite în cap.3 a fost verificată pe baza următorului raționament: acceptând -cu bună

aproximație - o distribuție normală pentru estimările f.cor. [B4] (situația este similară și pentru estimarea f.d.s), atunci estimările f.cor. $\hat{\phi}_{M.M}(\tau)$ se vor încadra (teoretic) - cu probabilitatea indicată mai jos - în următoarele zone:

- în zona $\phi_{M.M}(\tau) \pm G_{\phi}$, pentru 68,25% din valorile estimate,
 - în zona $\phi_{M.M}(\tau) \pm 2G_{\phi}$, pentru 95,44% din valorile estimate,
 - în zona $\phi_{M.M}(\tau) \pm 3G_{\phi}$, pentru 99,72% din valorile estimate;
- în aceste relații $G_{\phi} = [\text{var}\{\hat{\phi}_{M.M}(\tau)\}]^{1/2}$, reprezintă dispersia estimării.

Cum în general expresia $\text{var}\{\hat{\phi}_{M.M}(\tau)\}$ este o funcție de τ , ea a fost calculată pentru două categorii de valori: - pentru valori τ -reduse (în particular $\tau=0$); - pentru valori τ -mari (în particular $\tau=\tau_m$).

Încadrarea rezultatelor experimentale în zonele de eroare calculate analitic probează valabilitatea relațiilor determinate; în fig.5.2 se ilustrează acest mod de apreciere a erorii pentru cazul estimării f.i.c..

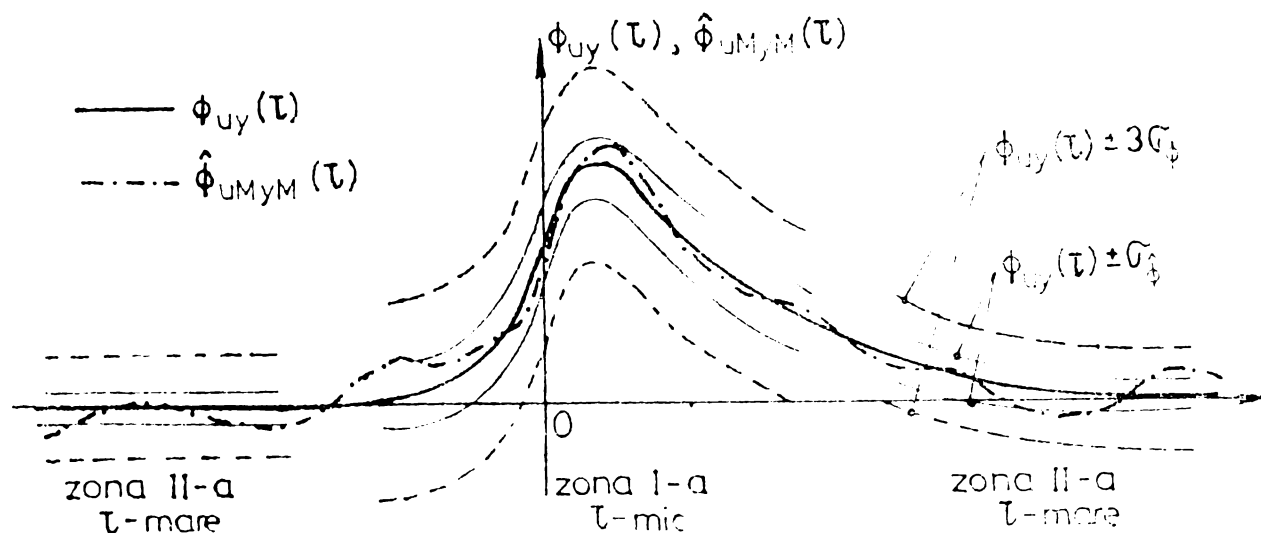


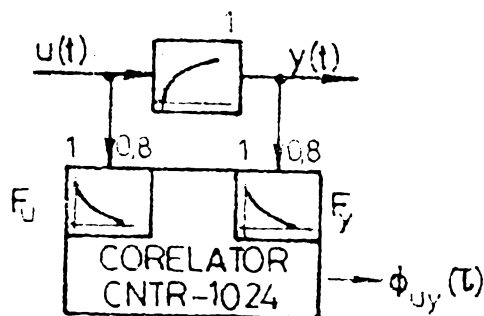
Fig.5.2. Aprecierea experimentală a erorilor statistice la estimarea f.cor. din măsurări perturbate (exemplificare pentru cazul estimării funcției de intercorelație).

Rezultatele experimentale sînt exemplificate în anexa nr.7 prin fotografii prelucrate ca în fig.5.2. Trebuie menționat și faptul că acest mod de interpretare a rezultatelor este mult mai greu în cazul estimărilor marcate; aceasta, pe de o parte, datorită marcării, iar pe de altă parte, datorită faptului că erorile statistice devin substanțial mai mari.

5.2. Verificarea influenței filtrelor "trece sus" de pe intrările corelatorului și a reducerii dispersiei semnalului de ieșire în raport cu dispersia semnalului de intrare

5.2.1. Verificarea influenței filtrelor "trece sus" de pe intrările corelatorului. Schema bloc a montajului experimental este prezentată în fig.5.3. Filtrele "trece sus" înglobate constructiv pe intrările CNTR-1024 au f.d.t. de forma :

$$H_P(s) = \frac{sT_P}{1+sT_P} \quad \text{cu} \quad \omega_{oP} = \frac{1}{T_P} \approx 1,25 \text{ sec}^{-1} \quad (5.1)$$



Pentru experimentările care urmează a fi efectuate în acest capitol, semnalul de intrare $u(t)$ se asigură cu f.a.c. de forma:

$$\phi_{uu}(\tau) = \phi_{uu}(0) e^{-|\tau|/0,3} \quad (5.2)$$

Fig.5.3. Schema bloc pentru verificarea influenței filtrelor "trece sus" de pe intrările corelatorului.

În aceste condiții, f.i.c. $\phi_{uy}(\tau)$ obține forma (a se vedea anexa nr.2, rel.(A2.12-a))

$$\phi_{uy}(\tau) = \begin{cases} \phi_{uu}(0) \cdot 0,230 \cdot e^{3,33\tau} & \text{ptr. } \tau < 0 \\ \phi_{uu}(0) [0,659 e^{-\tau} - 0,429 e^{-3,33\tau}] & \text{ptr. } \tau \geq 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

Cele două f.cor. au fost determinate experimental , fiind redată în anexa nr.7. Intrucît la aceste verificări interesează în primul rînd f.i.c. $\phi_{uy}(\tau)$, oscilograma aferentă este redată prin fotografia PA 7.1-1; pentru a nu repeta oscilograma f.a.c. $\phi_{uu}(\tau)$ este redată în paragraful A 7.5 prin fotografiile PA 7.5-1,(2). Utilizarea în aceste condiții a filtrelor "trece sus" de pe una sau ambele intrări ale CNTR-1024 este în flagrantă contradicție cu cerințele redată de rel.(3.9):

- pentru semnalul de intrare, $\omega_{ou} \approx 3,33$ și $0,02 \omega_{ou} \approx 0,066 < \omega_{oP} \approx 1,25 \text{ sec}^{-1}$;
- pentru semnalul de ieșire, $\omega_{oy} \approx 1$ și $0,02 \omega_{oy} \approx 0,02 < \omega_{oP} \approx 1,25 \text{ sec}^{-1}$.

F.i.c. estimate cu unul sau ambele filtre conectate sînt redată în

anexa nr.7, par.7.1 prin oscilogramele: FA 7.1-2 - pentru cazul $u(t)$ filtrat; FA 7.1-3 - pentru cazul $y(t)$ filtrat; FA 7.1-4 - pentru cazul $u(t)$ și $y(t)$ filtrate. Deformările f.cor. estimate sînt evidente, fiind - conform rel.(3.8)-funcție și de semnalul filtrat.

In consecință utilizarea filtrelor "trece sus" de pe intrările CNTR-1024 trebuie obligatoriu precedată de verificarea respectării rel.(3.9).

5.2.2. Verificarea reducerii dispersiei semnalului de ieșire în raport cu dispersia semnalului de intrare. Schema bloc a montajului experimental este prezentată în fig.5.4a. Se urmărește verificarea pe cale experimentală a rel.(3.21):

$$\frac{\xi_y}{\xi_u} = \left[\frac{\phi_{yy}(0)}{\phi_{uu}(0)} \right]^{1/2} = K \sqrt{\frac{T_u}{T_u + T}} \quad , \text{ pentru } K = 1 \quad , \quad (3.21)$$

prin determinarea f.a.c. $\phi_{uu}(\tau)$ și $\phi_{yy}(\tau)$, pentru diferite valori ale constantei de timp T a procesului; valoarea dorită pentru T , a fost asigurată prin modificarea corespunzătoare a valorilor elementelor R_{21} și C_{21} iar coeficientul de amplificare unitar, $K=1$, a fost menținut prin modificarea corespunzătoare a valorii rezistenței R_{31} , fig.5.4.b.

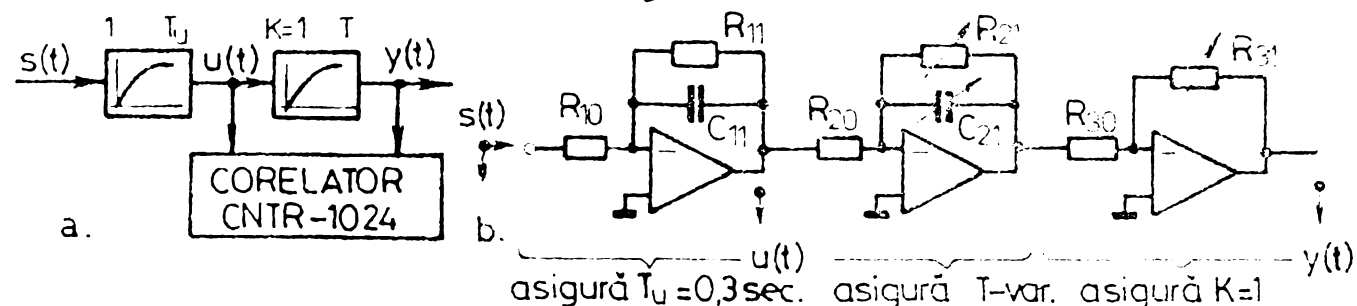


Fig.5.4. Schema bloc (a) și schema electrică (b) a modelului utilizat în verificarea reducerii dispersiei semnalului de ieșire în raport cu dispersia semnalului de intrare.

Expresia analitică a f.a.c. a ieșirii, $\phi_{yy}(\tau)$, în cazul unui semnal de intrare aleator real, cu f.a.c. $\phi_{uu}(\tau) = \phi_{uu}(0) e^{-|\tau|/T_u}$ este calculată în anexa nr.2, rel.(A2.7). In cazul experimentărilor $T_u = 0,3 \text{ sec.}$, f.a.c. $\phi_{uu}(\tau)$ estimată fiind redată în anexa nr.7 prin fotografia FA 7.1-5 - la scara 1:2; în consecință $\phi_{uu}(0) \approx 2.12 \text{ div.} = 24 \text{ div.}$; f.a.c. a ieșirii $\phi_{yy}(\tau)$ a fost determinată pentru diferite valori ale constantei de timp T a procesului (acest T nu se va confunda cu timpul de mediere utilizat în calculul f.cor., notat în întreaga lucrare cu T). Pa-

parametrii de calcul ai f.c.or.: $\Delta t = 0,04 \cdot 512 / 1024 = 0,02$ sec.
 $\tau_m = M \cdot \Delta t = 256 \cdot 0,02 = 5,12$ sec; $T / \tau_m \approx 200$ (număr de eşantionare
 $N = 50000$), mod de calcul 256/512.

Rezultatele calculului analitic și al verificărilor experimentale sînt sintetizate în tabelul 5.1 și fotografiile FA7.1-6... FA7.1-12 din anexa nr.7. Concordanța bună a rezultatelor poate fi urmărită și în fig.3.7, unde valorile obținute experimental sînt marcate cu "Δ".

TABELUL 5.1. Rezultate privind verificarea reducerii dispersiei semnalului de ieșire în raport cu dispersiei semnalului de intrare ($T_U = 0,3$ sec. și $\phi_{UU}(0) \approx 2 \cdot 12 \text{ div.} = 24 \text{ div.}$)

T [sec]		0,5	0,57	0,66	0,8	1	1,33	2
R ₂₁ [MΩ]		0,5	0,570	0,66	0,8	0,5	0,66	1
C ₂₁ [μF]		1	1	1	1	2	2	2
T / T _U		1,66	1,9	2,2	2,66	3,33	4,33	6,66
ANALITIC	$\phi_{yy}(0) / \phi_{UU}(0)$	0,375	0,345	0,3125	0,272	0,2308	0,184	0,130
	σ_y / σ_U	0,6123	0,587	0,559	0,522	0,480	0,429	0,361
EXPERIMENTAL	$\phi_{yy}(0)_e / \phi_{UU}(\phi)_e$	0,368	0,336	0,308	0,268	0,228	0,180	0,140
	$\sigma_{ye} / \sigma_{Ue}$	0,607	0,580	0,555	0,518	0,477	0,424	0,370
	FILM POZ.	$\frac{41}{40}$	$\frac{41}{36}$	$\frac{41}{34}$	$\frac{41}{32}$	$\frac{40}{22-A}$	$\frac{40}{24-A}$	$\frac{41}{30}$
	FOTOGRAFIE FA 7.	.1-6	.1-7	.1-8	.1-9	.1-10	.1-11	.1-12

5.3. Verificarea influenței perturbării măsurărilor asupra estimării f.a.c.

Schema bloc a montajului experimental este prezentată în fig.5.5. A fost verificată valabilitatea relațiilor referitoare la estimarea f.a.c. din măsurări perturbate:

- relația (3.26), a estimării f.a.c. din măsurări perturbate ;
- relația EMP{ } respectiv varianța estimării f.a.c. din măsurări perturbate, rel.(3.33), în diferite variante;
- relația EMP{ } a estimării f.a.c. calculat prin intercorelația $\{u(t), u_M(t)\}$, rel.(3.45), fig.3.9.

Primele două situații prezintă interes atunci când se dorește cunoașterea sau/și separarea pe componente a unui semnal aleator compus (perturbat); cea de a 3-a situație poate prezenta importanță în unele situații de IE.

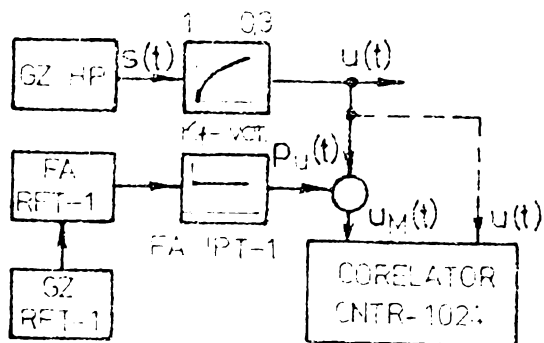


Fig.5.5. Schema bloc pentru verificarea influenței perturbațiilor asupra estimării funcției de autocorelație.

- $u(t)$ - semnal aleator real, cu $\phi_{uu}(\tau) = \phi_{uu}(0) \cdot e^{-|\tau|/0.03}$;
- $p_u(t)$ - zgomot alb de bandă limitată, cu f.a.c.:

$$\phi_{pupu}(\tau) = \phi_{pupu}(0) \cdot \frac{\sin \omega_{pu} \tau}{\omega_{pu} \tau}$$

Raportul zgomot/semnal util, $\eta_{pu} = \sigma_{pu} / \sigma_u = [\phi_{pupu}(0) / \phi_{uu}(0)]^{1/2}$ ca și ω_{pu} au fost alese într-o gamă largă de valori.

Calculul analitic al f.a.c. $\phi_{uMuM}(\tau)$ pentru diferite valori τ a fost efectuat pe CM. Întrucît în acest caz prezintă evidențierea componentei sistematice a erorii, verificările experimentale au fost efectuate pentru $N = 100.000$ ($T / \tau_M \approx 400$).

Valoarea componentei sistematice a erorii, $\phi_{uMuM}(\tau) - \phi_{uu}(\tau)$, poate fi apreciată prin :

- raportare la valoarea maximă (teoretică) a f.a.c. (ptr. $\tau = 0$):

$$\varepsilon_1(\tau) = \left| \frac{\phi_{uMuM}(\tau) - \phi_{uu}(\tau)}{\phi_{uu}(0)} \right| \cdot 100 \% \quad ; \quad (5.4)$$

- raportare la valoarea teoretică a f.a.c. pentru τ considerat:

$$\varepsilon_2(\tau) = \left| \frac{\phi_{uMuM}(\tau) - \phi_{uu}(\tau)}{\phi_{uu}(\tau)} \right| \cdot 100 \% \quad . \quad (5.5)$$

5.3.1. Verificarea relației de estimare a f.a.c. din măsurări perturbate, (3.26):

$$\phi_{uMuM}(\tau) = \phi_{uu}(\tau) + \phi_{pupu}(\tau) \quad (3.26)$$

Calcululele analitice și verificările experimentale au fost efectuate pentru următoarea situație:

Intrucît, pentru valori τ mari, $\phi_{uu}(\tau) \rightarrow 0$, $\varepsilon_2(Z)$ devine extrem de mare, nejustificat fizic, în M2 ⁺) se apreciază ca mai corecte erorile raportate calculate în raport cu $\phi_{uu}(0)$. Dacă se consideră $\phi_{uu}(0)=1$ u. atunci rel.(5.4) se poate scrie și sub forma :

$$\varepsilon_1(\tau) = \left| \frac{\phi_{pupu}(0)}{\phi_{uu}(0)} \cdot \frac{\sin \omega_{pu} \tau}{\omega_{pu} \tau} \right| \cdot 100\% = \eta_{pu}^2 \left| \frac{\sin \omega_{pu} \tau}{\omega_{pu} \tau} \right| \cdot 100\% \quad (5.6)$$

În tabelul 5.2 sînt sintetizate, pentru diferite valori ale lui τ , valorile f.a.c. $\hat{\phi}_{uMuM}(\tau)$ și ale erorii $\varepsilon_1(\tau)$, calculate pe baza rel.(3.26) și (5.4), respectiv (5.6), pentru diferite rapoarte $\eta_{pu} = \sigma_{pu}/\sigma_u$ și diferite valori ω_{pu}/ω_u , cu $\omega_{pu} = 2\pi f_{pu}$ și $\omega_u = 1/T_u$. Pentru cazurile înregistrate pe peliculă, se indică numărul filmului. Din ansamblul de experimentări efectuate, în fig.5.6 și fotografiile FA7.2-1...FA7.2-7, anexa nr.7 sînt prezentate rezultate referitoare la două cazuri ($\omega_{pu} = 8,796 \text{ sec.}^{-1}$):

- nivel de perturbație redus, $\eta_{pu} \approx 0,125$,
- nivel de perturbație ridicat, $\eta_{pu} = 1,0$.

Analiza rezultatelor experimentale indică o foarte bună concordanță a rezultatelor calculului analitic cu cel al verificărilor experimentale.

Observație: Ținînd cont de faptul că pentru $\eta_{pu} < 0,1$ diferențele dintre $\hat{\phi}_{uMuM}(\tau)$ și $\hat{\phi}_{uu}(\tau)$ sînt nesemnificabile - intrînd practic în zona erorilor statistice chiar pentru N foarte mare (a se vedea și rezultatele din tabelele 5.3 și 5.4) - rezultatele experimentale nu au fost înregistrate pe peliculă.

5.3.2. Verificarea relației varianței estimării f.a.c. din măsurări perturbate. Estimarea f.a.c. din măsurări perturbate este însoțită, conform rel.(3.33) și de creșterea varianței estimării:

$$\text{var}\{\hat{\phi}_{uMuM}(\tau)\} = \text{EMP}\{\hat{\phi}_{uMuM}(\tau)\} - \phi_{pupu}^2(\tau) \quad ; \quad (5.7)$$

valoarea maximă a varianței se obține pentru $\tau=0$.

Calcululele analitice și verificările experimentale au fost efectuate pentru situația de la punctul 5.3.1, pentru diferite valori η_{pu} și două valori ω_{pu} : $8,796 \text{ sec}^{-1}$ și $35,186 \text{ sec}^{-1}$.

⁺) aprecierile din M2 se referă la varianța estimării f.a.c.; problema de fond este însă comună.

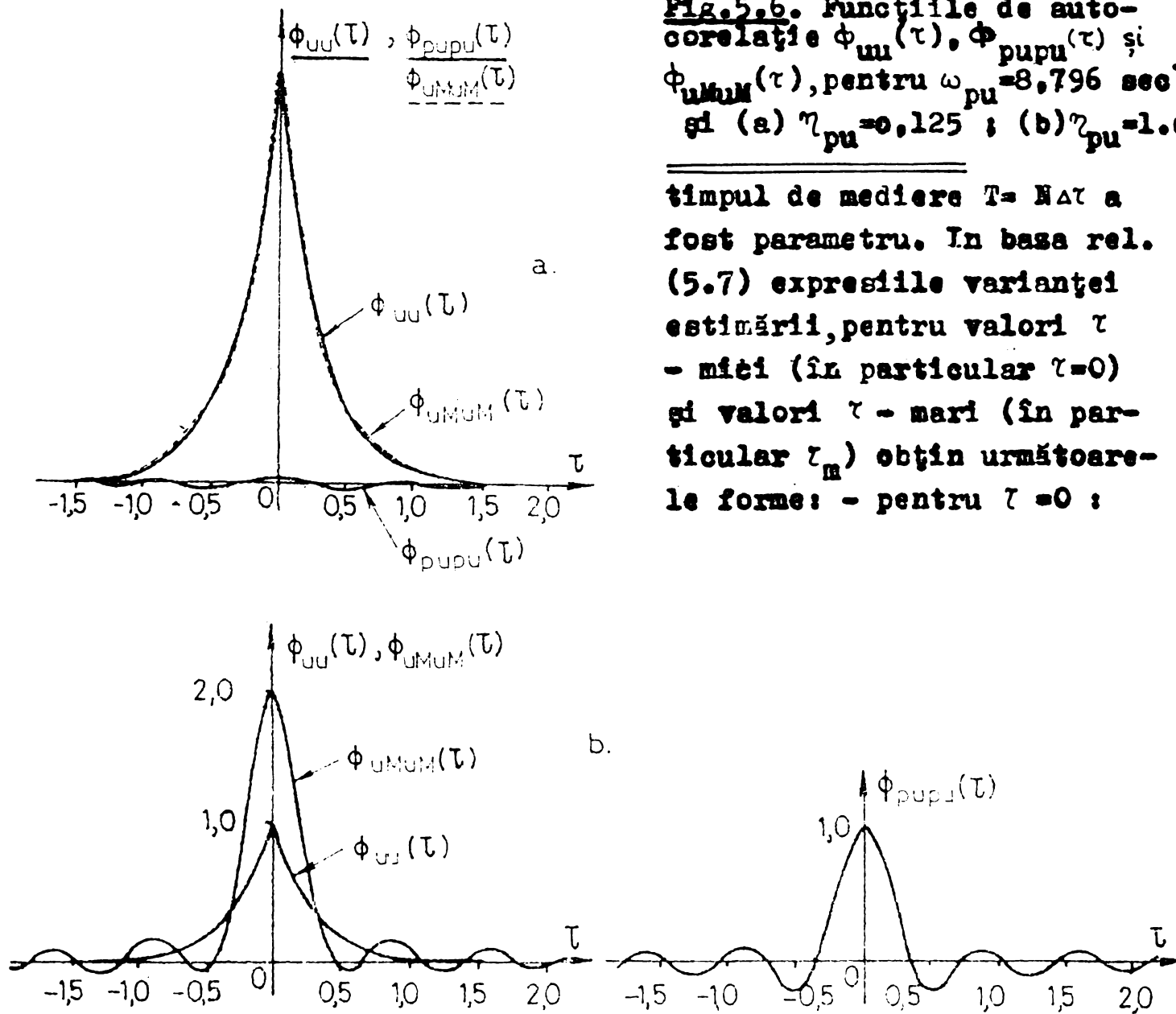


Fig. 5.6. Funcțiile de auto-corelație $\phi_{uu}(\tau)$, $\phi_{pupu}(\tau)$ și $\phi_{uuuu}(\tau)$, pentru $\omega_{pu} = 8,796 \text{ sec}^{-1}$ și (a) $\eta_{pu} = 0,125$; (b) $\eta_{pu} = 1,0$.

timpul de mediere $T = N\Delta\tau$ a fost parametru. În baza rel. (5.7) expresiile varianței estimării, pentru valori τ - mici (în particular $\tau=0$) și valori τ - mari (în particular τ_m) obțin următoarele forme: - pentru $\tau = 0$:

$$\begin{aligned} \text{var}\{\hat{\phi}_{uuuu}(0)\} \approx & \frac{2}{T} \int_{-T}^T \phi_{uu}^2(\theta) e^{-2|\theta|/0,3} d\theta + \frac{2}{T} \int_{-T}^T \phi_{pupu}^2(\theta) \frac{\sin^2 \omega_{pu} \theta}{\omega_{pu}^2 \theta^2} d\theta + \\ & + \frac{4}{T} \int_{-T}^T \phi_{uu}(\theta) \phi_{pupu}(\theta) e^{-|\theta|/0,3} \frac{\sin \omega_{pu} \theta}{\omega_{pu} \theta} d\theta ; \quad (5.8) \end{aligned}$$

- pentru τ - mare, ținând cont de rel. (3.38) și (3.39) se obține:

$$\begin{aligned} \text{var}\{\hat{\phi}_{uuuu}(\tau)\} < & \frac{1}{T} \int_{-T}^T \phi_{uu}^2(\theta) d\theta + \frac{2}{T} \int_{-T}^T \phi_{pupu}^2(\theta) \cdot \frac{\sin^2 \omega_{pu} \theta}{\omega_{pu}^2 \theta^2} d\theta + \\ & + \frac{4}{T} \int_{-T}^T \phi_{uu}(\theta) \phi_{pupu}(\theta) e^{-|\theta|/0,3} \frac{\sin \omega_{pu} \theta}{\omega_{pu} \theta} d\theta . \quad (5.9) \end{aligned}$$

TABELUL 5.2 Valorile funcției de autocorelație $\phi_{uMuM}(\tau)$ și ale erorii $\epsilon_1(\tau)$; τ_{pu}, ω_{pu} și/sunt parametrii:

τ_{pu}	f_{pu}	ω_{pu}	f.a.o. ϵ_1	Valorile întârzierii elementare, τ											FIGURA FOTO- GRAFIE FILM
				0	0,150	0,30	0,5	0,75	1,0	1,45	1,90	2,5			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
0	CAZUL MS- PERTUR- BAT														
			$\phi_{uMuM}(\tau)$	1	0,606	0,368	0,189	0,082	0,036	0,008	0,002	0,000			
			$\epsilon_1(\tau)\%$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
0,0312	0,35	2,199	$\phi_{uMuM}(\tau)$	1,001	0,607	0,369	0,190	0,083	0,036	0,008	0,002	0,000			
			$\epsilon_1(\tau)\%$	0,097	0,096	0,09	0,08	0,06	0,036	0,001	0,02	0,013			
	1,4	8,796	$\phi_{uMuM}(\tau)$	1,001	0,607	0,368	0,189	0,083	0,036	0,008	0,002	0,000			
			$\epsilon_1\%$	0,097	0,07	0,018	0,021	0,005	0,007	0,001	0,005	0			
	5,6	35,166	$\phi_{uMuM}(\tau)$	1,001	0,606	0,368	0,189	0,083	0,036	0,008	0,002	0,000			
			$\epsilon_1\%$	0,097	0,015	0,008	0,005	0,004	0,002	0,001	0,001	0			
	0,35	2,199	ϕ_{uMuM}	1,004	0,6104	0,376	0,192	0,084	0,037	0,008	0,001	0,008			
			$\epsilon_1\%$	0,39	0,38	0,37	0,31	0,236	0,144	0,006	0,08	0,05			
	1,4	8,796	ϕ_{uMuM}	1,004	0,609	0,368	0,188	0,082	0,036	0,008	0,002	0,000			
			$\epsilon_1\%$	0,39	0,28	0,17	0,084	0,018	0,026	0,006	0,019	0			
	5,6	35,166	ϕ_{uMuM}	1,004	0,606	0,367	0,189	0,082	0,036	0,008	0,002	0,000			
			$\epsilon_1\%$	0,39	0,063	0,033	0,021	0,014	0,006	0,005	0,004	0			
0,125	0,35	2,199	ϕ_{uMuM}	1,016	0,622	0,382	0,202	0,092	0,041	0,077	-0,001	-0,018			
			$\epsilon_1\%$	1,56	1,53	1,45	1,20	0,872	0,575	0,023	0,322	0,2			

TABELUL 5.2. (continua)

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0.125	1.4	8.796	Φ_{max}	1.016	0.618	0.307	0.125	0.083	0.037	0.000	0.001	0.000	FTLM:9 PTG.5.6-a ZAT.2-1...2-4
			$\epsilon_1\%$	1.56	1.24	0.2	0.34	0.073	0.104	0.023	0.079	0	
	5.6	35.186	Φ_{max}	1.016	0.504	0.366	0.183	0.083	0.025	0.004	0.001	0.000	FTLM:14
			$\epsilon_1\%$	1.56	0.25	0.134	0.08	0.036	0.02	0.02	0.003	0	
0.250	0.35	2.199	Φ_{max}	1.063	0.663	0.456	0.24	0.12	0.059	0.007	0.011	0.000	FTLM:10
			$\epsilon_1\%$	6.25	6.13	5.07	5.05	3.73	2.5	0.09	1.29	0.11	
	1.4	8.796	Φ_{max}	1.063	0.652	0.279	0.175	0.04	0.009	0.006	0.001	0.000	FTLM:13
			$\epsilon_1\%$	6.25	4.39	1.14	1.35	0.413	0.09	0.09	0.315	0.000	
0.5	5.6	35.186	Φ_{max}	1.063	0.596	0.362	0.135	0.084	0.035	0.009	0.001	0.000	FTLM:17
			$\epsilon_1\%$	6.25	1.0	0.5	0.33	0.22	0.2	0.08	0.072	0.000	
	0.35	2.199	Φ_{max}	1.25	0.852	0.600	0.391	0.23	0.123	0.004	0.05	0.032	FTLM:13
			$\epsilon_1\%$	25.0	24.55	23.23	20.26	15.11	9.29	0.36	5.15	3.21	
0.5	1.4	8.796	Φ_{max}	1.25	0.79	0.413	0.135	0.094	0.052	0.013	0.011	0.00	FTLM:17
			$\epsilon_1\%$	25	18.35	4.56	5.0	1.17	1.67	0.306	1.26	0.001	
	5.6	35.186	Φ_{max}	1.25	0.565	0.246	0.175	0.091	0.03	0.013	0.001	0.000	FTLM: 13
			$\epsilon_1\%$	25	4.0	2.14	1.35	0.9	0.41	0.33	0.29	0.001	

TABELUL 5.2. (continuare)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0.707	1.4	8.796	ϕ_{max}	1.5	1.097	0.832	0.594	0.304	0.219	0.000	-0.101	-0.064	FILM:30
			$\epsilon_{1\%}$	50	49.1	46.45	40.5	30.2	18.37	0.755	20.6	6.38	
1.0	1.4	8.796	ϕ_{max}	1.5	0.973	0.459	0.081	0.106	0.069	0.015	-0.023	0	FILM:4 FIG.5.3.b T-16-2.5 ... 2.7
			$\epsilon_{1\%}$	50	36.7	9.1	10.31	2.36	3.32	0.69	0.69	2.53	
0.35	5.6	35.186	ϕ_{max}	1.5	0.527	0.326	0.162	0.096	0.029	0.015	-0.004	0.000	FILM:11
			$\epsilon_{1\%}$	50	7.9	4.25	2.7	1.6	0.72	0.066	0.055	0.02	
0.35	1.4	8.796	ϕ_{max}	2.0	1.588	1.297	0.959	0.686	0.407	-0.007	-0.204	-0.128	FILM:11
			$\epsilon_{1\%}$	100	98.2	92.9	81.03	60.4	36.79	1.47	20.6	12.86	
1.0	1.4	8.796	ϕ_{max}	2.0	1.34	0.55	-0.027	0.129	0.103	0.023	-0.049	0.000	FILM:11
			$\epsilon_{1\%}$	100	73.41	18.26	21.62	4.68	6.68	1.47	5.05	0.003	
0.35	5.6	35.186	ϕ_{max}	2.0	1.34	0.55	-0.027	0.129	0.103	0.023	-0.049	0.000	FILM:11
			$\epsilon_{1\%}$	100	160	8.57	5.4	3.6	1.66	1.34	1.15	0.003	

Trebuie precizat faptul că, în acest caz, interpretarea rezultatelor experimentale a fost mult îngreunată de marcarea estimării.

Din ansamblul de calcule și experimentări efectuate se sintetizează numai cele referitoare la cazul $\omega_{pu} = 8,796 \text{ sec}^{-1}$. Ținând cont de faptul că pentru T mare, integralele din (5.8) și (5.9) se pot aproxima sub forma:

$$\frac{1}{T} \int_{-T}^T (\dots) d\theta \approx \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} (\dots) d\theta, \quad (5.10)$$

evaluarea integralelor astfel obținute-conform celor prezentate în anexa nr.2- conduce la următoarele expresii ale varianțelor estimării (raportate la $\phi_{uu}^2(0) = 1$):

- pentru $\tau = 0$:

$$\frac{\text{var}\{\hat{\phi}_{uu}(0)\}}{\phi_{uu}^2(0)} \approx \frac{2}{T} \cdot 0,3 + \frac{2}{T} \cdot 0,3572 \frac{\phi_{pu}^2(0)}{\phi_{uu}^2(0)} + \frac{4}{T} \cdot 0,2748 \frac{\phi_{pu}(0)}{\phi_{uu}(0)}; \quad (5.11)$$

- pentru T mare

$$\frac{\text{var}\{\hat{\phi}_{uu}(\tau)\}}{\phi_{uu}^2(0)} \approx \frac{1}{T} \cdot 0,3 + \frac{2}{T} \cdot 0,3572 \frac{\phi_{pu}^2(0)}{\phi_{uu}^2(0)} + \frac{4}{T} \cdot 0,2748 \frac{\phi_{pu}(0)}{\phi_{uu}(0)}. \quad (5.12)$$

În tabelul 5.3 se prezintă sintetic informațiile necesare pentru calculul varianței estimării, $\text{var}\{\hat{\phi}\}$, a dispersiei estimării $G_{\hat{\phi}} = (\text{var}\{\hat{\phi}\})^{1/2}$ și a zonei $3G_{\hat{\phi}}$ pentru diferite rapoarte τ_{pu} ; timpul de mediere T este parametru. Tot în tabel se menționează și numărul filmului cu verificările experimentale aferente.

Verificările experimentale sînt exemplificate în par. A7.2.2 prin fotografiile FA7.2-8...FA7.2-11, referitoare la estimarea f.a.o. perturbate, pentru raportul $\tau_{pu} = 1$ și următorii parametri ai prelucrării statistice:

$T/\tau_m = 4$	(N = 1.000)	FA7.2-8
$T/\tau_m = 8$	(N = 2.000)	FA7.2-9
$T/\tau_m = 20$	(N = 5.000)	FA7.2-10
$T/\tau_m = 40$	(N = 10.000)	FA7.2-11

Analiza rezultatelor prezentate, confirmă reducerea varianței estimării odată cu creșterea lui T și ilustrează valabilitatea relațiilor determinate.

TABELUL 5.3. Date pentru calculul varianței estimării, a dispersiei $\hat{\sigma}_{\hat{\phi}}$ și a zonei $3\hat{\sigma}_{\hat{\phi}}$ pentru diferite rapoarte η_{pu} (cazul $\hat{\phi}_{u_{\text{max}}}(\tau)$).

Nr. caz	η_{pu}	$\frac{\hat{\phi}_{pu}(0)}{\hat{\phi}_{uu}(0)}$	T.var{ }		$\sqrt{T} \cdot \hat{\sigma}_{\hat{\phi}}$		$3\sqrt{T} \hat{\sigma}_{\hat{\phi}}$		FILM (ex-perim)
			$\hat{\phi}(0)$	$\hat{\phi}(\tau)$	$\hat{\phi}(0)$	$\hat{\phi}(\tau)$	$\hat{\phi}(0)$	$\hat{\phi}(\tau)$	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	0,6	0,3	0,775	0,547	2,324	1,643	-
2	0,0312	0,001	0,601	0,301	0,775	0,543	2,326	1,646	-
3	0,0625	0,004	0,604	0,304	0,777	0,552	2,332	1,655	-
4	0,125	0,016	0,618	0,318	0,786	0,564	2,358	1,691	9
5	0,177	0,0812	0,635	0,335	0,797	0,579	2,391	1,736	-
6	0,25	0,0625	0,672	0,372	0,820	0,610	2,458	1,829	7,8
7	0,35	0,125	0,749	0,449	0,865	0,670	2,596	2,01	31,32 33,34
8	0,5	0,25	0,920	0,620	0,959	0,787	2,877	2,361	6,7 28,29
9	0,707	0,5	1,328	1,028	1,152	1,014	3,457	3,042	-
10	0,9	0,8	1,937	1,637	1,392	1,279	4,175	3,838	27,28
11	1,0	1,0	2,414	2,114	1,554	1,454	4,66	4,361	4,5 24,25

Pe baza datelor din tabelul 5.3 se pot construi și diagramele din fig.5.7 care servesc la aprecierea timpului mediere T necesar pentru estimarea f.a.c. cu o anumită eroare maxim acceptată- caracterizată fie prin dispersia $\hat{\sigma}_{\hat{\phi}(0,\tau)}$, fie prin zona $3\hat{\sigma}_{\hat{\phi}(0,\tau)}$ - la un nivel η_{pu} cunoscut și un anumit τ_{max} utilizat în calculul f.a.c.; aceste diagrame pot fi de un real ajutor la pregătirea experimentărilor.

Observație: Rezultatele experimentale pentru cazul $\omega_{pu} = 35,186 \text{ sec}^{-1}$ sînt ilustrate pentru exemplificare pentru $\eta_{pu} \approx 1,0$ și două rapoarte, T/τ_m , în fotografiile PA7.2-12...PA7.2-14:

PA7.2-12	$\hat{\phi}_{uu}(\tau)$	$T/\tau_m = 192$	$N = 48.000$
PA7.2-13	$\hat{\phi}_{pu}(0,\tau)$	$T/\tau_m = 192$	$N = 48.000$
PA7.2-14	$\hat{\phi}_{u_{\text{max}}}(\tau)$	$T/\tau_m = 48$	$N = 12.000$
PA7.2-15	$\hat{\phi}_{u_{\text{max}}}(\tau)$	$T/\tau_m = 96$	$N = 24.000$

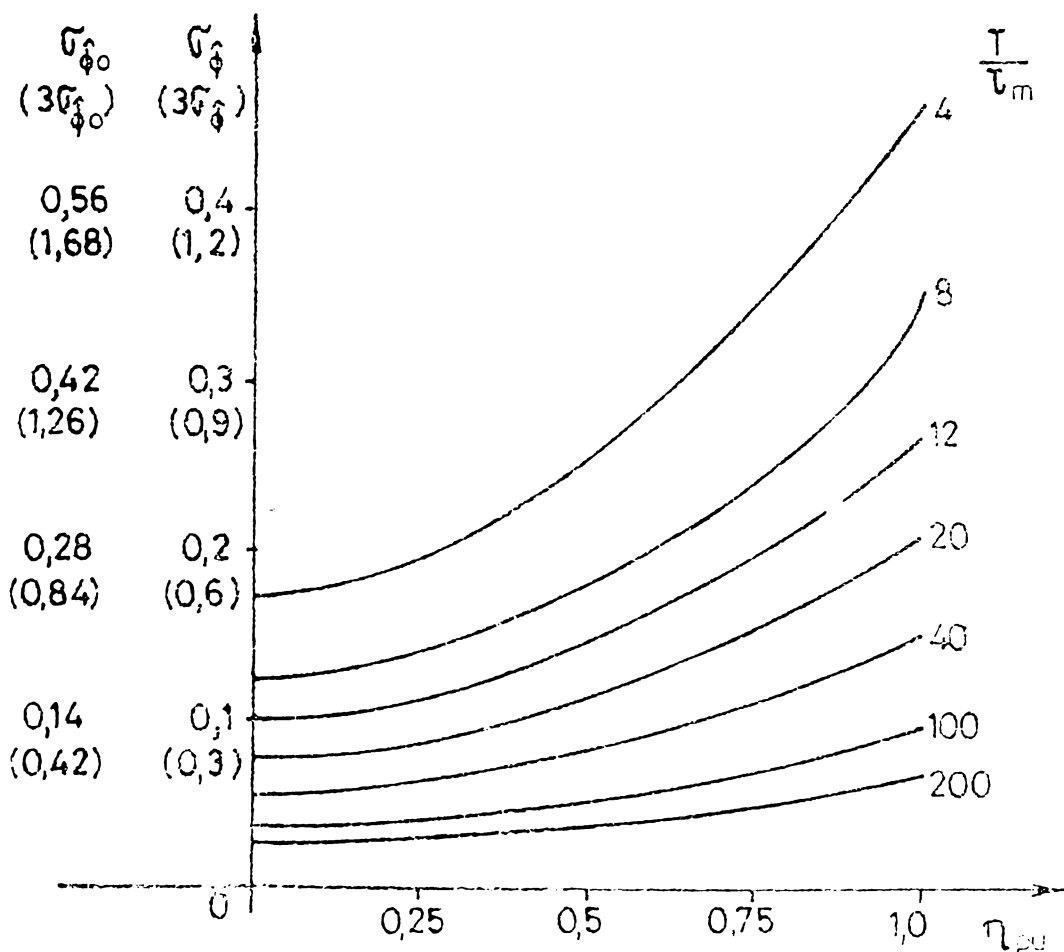


Fig. 5.7. Diagrame pentru determinarea timpului de mediere necesar T pentru estimarea f.a.c. din măsurări perturbate cu o anumită eroare maxim acceptată.

5.3.3. Verificarea relației varianței estimării f.a.c. calculat prin intercorelație $\{u(t), u_M(t)\}$, rel.(3.45). Calcule analitice și verificări experimentale au fost efectuate pentru o varietate mare de situații (filmele 4...14 cu f.a.c. calculat cu $\Delta\tau=0,01$ sec., filmele 24...36 cu f.a.c. calculat cu $\Delta\tau=0,02$ sec.); din cadrul acestora, în tabelul 5.4 se sintetizează numai cele referitoare la $\omega_{pu}=8,796$ sec⁻¹. $\omega_u=3,33$ sec⁻¹ și $\eta_{pu}=0,03125...2,5$. În aceste condiții, particularizarea rel.(3.45) și evaluarea integralelor care apar (anexa nr.2) conduc la următoarele rezultate: - pentru $\tau=0$:

$$\frac{\text{var}\{\phi_{uM}(0)\}}{\phi_{uu}^2(0)} \approx \frac{2}{T} \cdot 0,3 + \frac{1}{T} \cdot 0,2748 \cdot \frac{\phi_{pu}(0)}{\phi_{uu}(0)} ; \quad (5.13)$$

- pentru $\tau = \text{mare}$

$$\frac{\text{var}\{\phi_{uM}(\tau)\}}{\phi_{uu}^2(0)} \approx \frac{1}{T} \cdot 0,3 + \frac{1}{T} \cdot 0,2748 \cdot \frac{\phi_{pu}(0)}{\phi_{uu}(0)} . \quad (5.14)$$

În tabelul 5.4. se prezintă sintetic informațiile necesare pentru calculul varianței estimării $\text{var}\{\hat{\phi}\}$, a dispersiei estimării $G_{\hat{\phi}}$ și a zonei $3G_{\hat{\phi}}$ pentru diferite rapoarte η_{pu} ; timpul de mediere T este parametru. Tot în tabel se menționează și numărul filmului cu verificările experimentale aferente.

TABELUL 5.4. Date pentru calculul varianței estimării a dispersiei $G_{\hat{\phi}}$ și a zonei $3G_{\hat{\phi}}$ pentru diferite rapoarte η_{pu}^2 (cazul $\phi_{uuM}(\tau)$).

Nr. caz.	η_{pu}	$\frac{\phi_{pupu}(0)}{\phi_{uu}(0)}$	T.var{.}		$\sqrt{T} \cdot G_{\hat{\phi}}(\cdot)$		$3 \cdot \sqrt{T} G_{\hat{\phi}}(\cdot)$		FILM (ex-perim)
			$\hat{\phi}(0)$	$\hat{\phi}(\tau)$	$\hat{\phi}(0)$	$\hat{\phi}(\tau)$	$\hat{\phi}(0)$	$\hat{\phi}(\tau)$	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	0,6	0,3	0,775	0,547	2,324	1,643	
2	0,0312	0,001	0,600	0,300	0,775	0,547	2,325	1,644	
3	0,0625	0,004	0,601	0,301	0,775	0,549	2,326	1,646	
4	0,125	0,016	0,604	0,304	0,777	0,552	2,332	1,655	9
5	0,177	0,0312	0,609	0,309	0,780	0,556	2,340	1,657	
6	0,25	0,0625	0,617	0,317	0,786	0,563	2,357	1,689	7,8
7	0,35	0,125	0,634	0,334	0,796	0,578	2,389	1,735	31,32
8	0,5	0,25	0,669	0,369	0,818	0,607	2,453	1,821	6,7 28,28
9	0,707	0,5	0,735	0,435	0,859	0,661	2,576	1,985	
10	0,9	0,8	0,820	0,520	0,905	0,721	2,716	2,163	27,28
11	1,0	1,0	0,875	0,579	0,935	0,758	2,806	2,275	4,5 24,25
12	1,5	2,25	1,218	0,918	1,104	0,958	3,311	2,875	11,25 26
13	2,5	6,25	2,318	2,018	1,522	1,420	4,567	4,261	11

Pe baza datelor din tabelul 5.4. se pot construi diagramele din fig.5.8, cu ajutorul cărora, se poate aprecia timpul de mediere T necesar pentru estimarea f.a.c. cu o anumită eroare maxim acceptată, la un nivel η_{pu} cunoscut și un anumit γ_{max} utilizat în calculul f.a.c. Pe baza diagramelor din fig.5.8 se poate determina o curbă medie a raportului "timp de mediere necesar la un anumit nivel al perturbației/timp de mediere necesar la perturbație nulă", T_{η}/T , pentru obținerea unor estimări cu aceeași eroare statistică. Această dependentă este redată în fig.5.9.

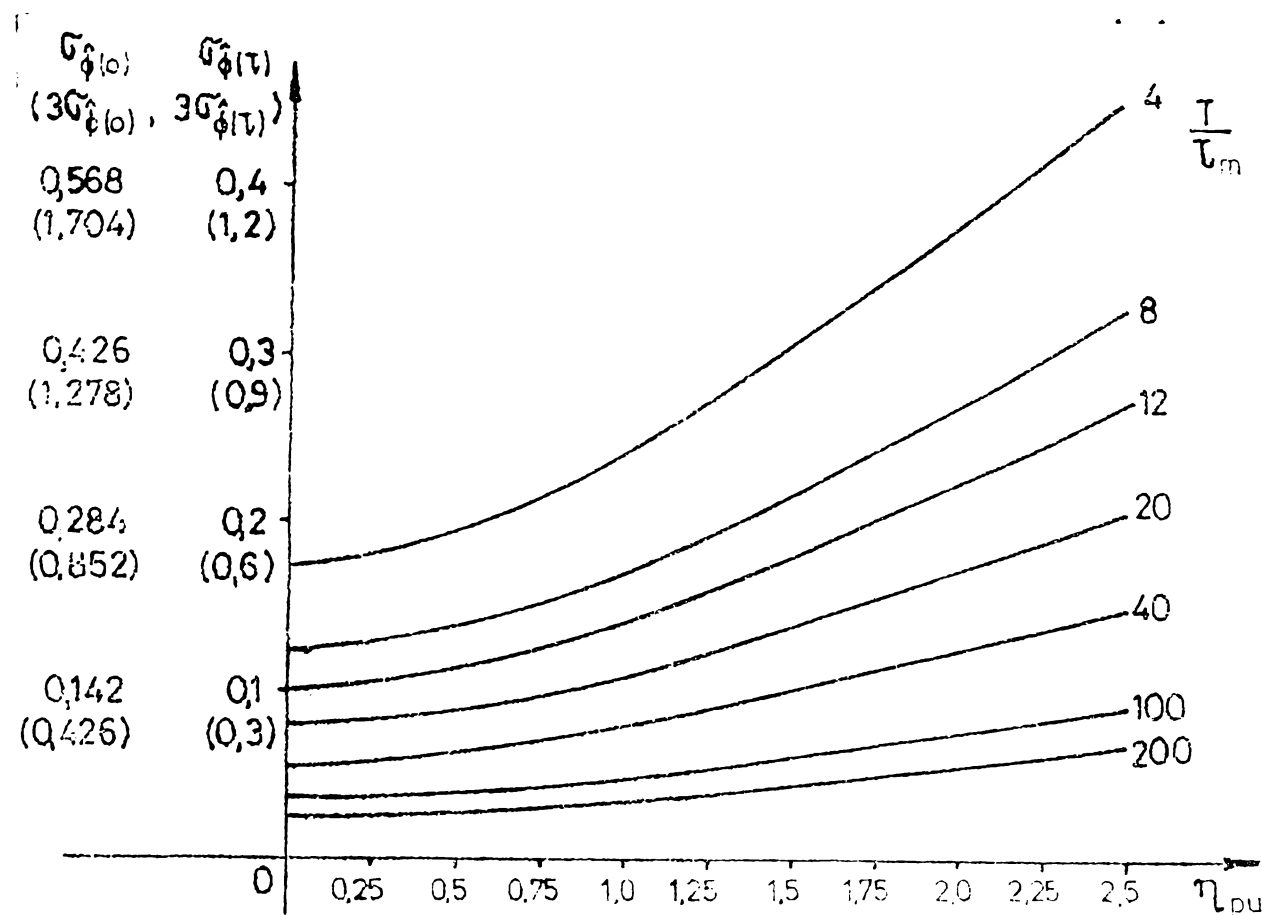


Fig. 5.8. Diagramme pentru determinarea timpului de mediere necesar T , pentru estimarea f.a.c. din măsurări perturbate, prin intercorelație, cu o anumită eroare maxim acceptată.

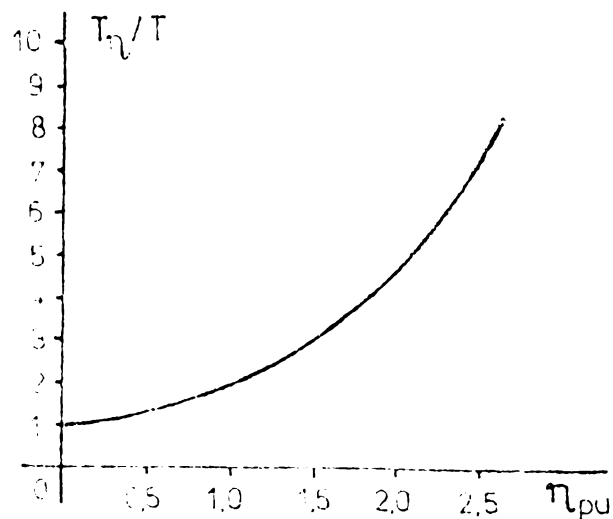


Fig. 5.9. Graficul dependenței $T_{\eta}/T = f(\eta_{pu})$ pentru cazul estimării f.a.c. $\hat{\phi}_{uuM}(\tau)$, prin intercorelație.

Verificările experimentale au confirmat valabilitatea relației (3.45). In tabelul 5.5 și fotografiile FA7.2-16 ... FA7.2-25 sînt sintetizate, pentru exemplificare, rezultatele analitice respectiv estimările f.a.c. $\hat{\phi}_{uuM}(\tau)$, pentru cazul $\eta_{pu} \approx 0,707$ și diferiți timpi de mediere T ; FA7.2-26 redă f.a.c. a perturbației (scara 1:2).

Observație: F.a.c. prezentate în fotografii au fost obținute la o aceeași estimare și ilustrează semnificativ reducerea erorilor statistice pe măsura creșterii timpului de mediere T .

TABELUL 5.5. Lărgimea zonelor $\hat{\sigma}_\phi$ și $3\hat{\sigma}_\phi$ la estimarea f.a.c. din măsurări perturbate, $\hat{\phi}_{uuyM}(\tau)$ pentru cazul $\eta_{pu} \approx 0,707$.

Nr. crt.	N (T, sec.)	$\frac{T}{\tau_m}$	Calculule analitice				Verificări experim.	
			τ - mici		τ - mari		FILM	FA7.2-
			$\hat{\sigma}_\phi(0)$	$3\hat{\sigma}_\phi(0)$	$\hat{\sigma}_\phi(\tau)$	$3\hat{\sigma}_\phi(\tau)$		
0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1000 (20)	4	0,192	0,575	0,147	0,442	31	-16
2	2000 (40)	8	0,136	0,407	0,104	0,313	31	-17
3	4000 (80)	16	0,095	0,287	0,074	0,221	31	-18
4	8000 (160)	32	0,068	0,203	0,052	0,156	31	-19
5	12000 (240)	48	0,055	0,166	0,043	0,128	31	-20
6	16000 (320)	64	0,048	0,144	0,037	0,111	31	-21
7	24000 (480)	100	0,039	0,117	0,03	0,09	31	-22
8	36000 (720)	150	0,032	0,096	0,025	0,074	31	-23
9	48000 (960)	200	0,028	0,083	0,021	0,064	31	-24
10	96000 (1920)	400	0,02	0,059	0,015	0,045	31	-25

5.4. Verificarea influenței perturbării măsurărilor asupra estimării f.i.c..

Schema bloc a montajului experimental este cea din fig.5.1. S-a verificat valabilitatea relațiilor referitoare la estimarea f.i.c. din măsurări perturbate:

- rel.(3.27), a estimării f.i.c. din măsurări perturbate;
- rel.FMP{ } respectiv varianța estimării f.i.c. din măsurări perturbate, rel.(3.34), în diferitele variante, precizate în par.3.5.1.

5.4.1. Verificarea relației de estimare a f.i.c. din măsurări perturbate, rel.(3.27):

$$\hat{\phi}_{uuyM}(\tau) = \hat{\phi}_{uy}(\tau) + \hat{\phi}_{pupy}(\tau) \quad (3.27)$$

Verificările experimentale au fost axate pe cazul particular $p_u(t) = p_y(t) = p(t)$, rel.(3.41). Calculele analitice și verificările experimentale au fost efectuate pentru situația indicată la punctul 5.3.1; corespunzător lui $u(t)$ considerat $\phi_{yy}(\tau)$ și $\phi_{uy}(\tau)$ au expresiile (A2.10) și (A2.9). Raportul zgomot/signal de intrare, $\eta_{pu} = \sigma_p/\sigma_u$ ca și ω_p au fost alese într-o gamă largă de valori.

Calculul analitic al f.i.c. $\phi_{uMyM}(\tau)$ pentru diferite valori τ , a fost efectuat pe CN. Pentru buna evidențiere a componentei sistematice a erorii, numărul de eșantionare utilizat în estimare a fost ales mare, $N = 50.000$ ($T = 50.000 \times 0,02 = 1000$ sec., $T/\tau_m \approx 200$). Componenta sistematică a erorii s-a apreciat cu relația :

$$\varepsilon_3(\tau) = \left| \frac{\phi_{uMyM}(\tau) - \phi_{uy}(\tau)}{[\phi_{uu}(0) \cdot \phi_{yy}(0)]^{1/2}} \right| \cdot 100\% \quad , \quad (5.15)$$

iar raportul zgomot comun/signal util cu relația :

$$\eta_p^2 = \frac{\phi_{pp}(0)}{[\phi_{uu}(0) \phi_{yy}(0)]^{1/2}} = \eta_{pu}^2 \sqrt{\frac{\phi_{uu}(0)}{\phi_{yy}(0)}} \quad . \quad (5.16)$$

În tabelul 5.6 sînt sintetizate valorile f.i.c. $\phi_{uMyM}(\tau)$ și ale erorii $\varepsilon_3(\tau)$ calculate pentru diferiți τ și diferite rapoarte η_p (η_{pu}), $\omega_{pu} = 8,796 \text{ sec}^{-1}$; în ultimul rînd, (V3), se menționează numărul filmului cu verificările experimentale

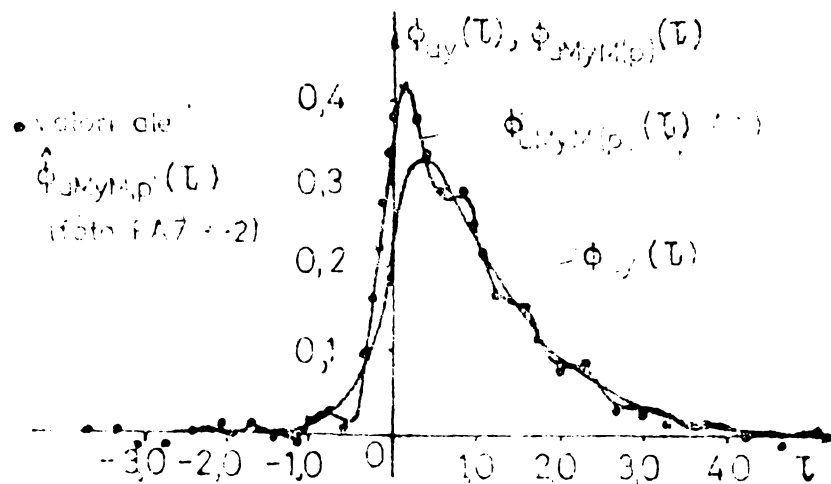


Fig.5.10. Funcțiile de intercorelație $\phi_{uy}(\tau)$ și $\phi_{uMyM(p)}(\tau)$ calculate și valori experimentale ale funcției estimate $\hat{\phi}_{uMyM(p)}(\tau)$, pentru cazul $\eta_{pu} = 0,525$.

aferente. Concordanța bună a rezultatelor cu calculul analitic este ilustrată pentru cazul $\eta_p = 0,525$, ($\eta_{pu} = 0,36$), prin fig.5.10 și osilogramele FA7.3-1 și FA7.3-2.

5.4.2. Verificarea relației varianței estimării f.i.e. din măsurări perturbate, cazul $p_u(t) = p_y(t) = p(t)$, rel.(3.42).

Situația prezintă interes atunci cînd se caută prezența unei perturbații comune a căilor de măsură; ținînd cont de faptul că erorile cu caracter sistematic pot fi puse în evidență (teoretic, cel puțin) pentru rapoarte $\eta_p > 0,15^+$ se pune problema care este timpul de mediere necesar pentru aducerea erorilor statistice sub nivelul erorilor sistematice. Calculurile analitice și verificările experimentale au fost efectuate în condițiile specificate la punctul 5.4.1; înlocuind în (3.42) expresiile f.cor., prin evaluarea integralelor care apar, se obține: - pentru valori τ - mici:

$$\text{var}\{\hat{\phi}_{uMyM(p)}(\tau)\} \approx \frac{1}{T} \cdot 0,1975 \phi_{uu}^2(0) + \frac{1}{T} \cdot 0,4318 \cdot \phi_{uu}(0) \cdot \phi_{pp}(0) + \frac{1}{T} \cdot 0,3572 \phi_{pp}^2(0) \quad (5.17)$$

- pentru valori τ - mari :

$$\text{var}\{\hat{\phi}_{uMyM(p)}(\tau)\} \approx \frac{1}{T} \cdot 0,1225 \phi_{uu}^2(0) + \frac{1}{T} \cdot 0,3568 \phi_{uu}(0) \cdot \phi_{pp}(0) \quad (5.18)$$

În tabelul 5.7 sînt sintetizate informațiile necesare la calculul varianței estimării, a dispersiei $\sigma_{\hat{\phi}}$ și a zonei $3\sigma_{\hat{\phi}}$ pentru diferite rapoarte η_p . Timpul de mediere T este parametru iar $\phi_{uu}(0)$ se consideră egal cu 1.

Pe baza datelor din tabelul 5.7 se pot construi diagramele din fig.5.11 cu ajutorul cărora se poate aprecia timpul de mediere T necesar pentru estimarea f.i.e. $\phi_{uMuM(p)}(\tau)$, cu o anumită eroare maxim acceptată, la un nivel η_p (sau η_{pu}) și τ_m cunoscute.

Rezultatele experimentale sînt exemplificate în par.A7.3.2. prin fotografiile FA7.3-3...FA7.3-6, aferente cazului $\eta_p \approx 0,72$ ($\eta_{pu} \approx 0,50$) pentru diferite rapoarte T/τ_m ($\Delta\tau = 0,02$ sec., $m=256$, $\tau_m = 5,12$ sec.):

$T/\tau_m = 12$	$N = 3000$	FA7.3-3
$T/\tau_m = 24$	$N = 6000$	FA7.3-4
$T/\tau_m = 48$	$N = 12000$	FA7.3-5
$T/\tau_m = 96$	$N = 24000$	FA7.3-6 ;

și în acest caz, interpretarea rezultatelor este mai dificilă; oscilogramele prezentate ilustrează însă concludent valabilitatea

⁺ în special dacă $p(t)$ - zgomot alb de bandă limitată.

TABLEUL 5.6. Valorile $\phi_{uMyM}(\tau)$ și $\epsilon_3(\tau)$ pentru diferite rapoarte semnal/semașal util γ_p (respectiv γ_{pu}), $\omega_{pu} = 8,796 \text{ sec}^{-1}$.

τ sec	0		0,046 (0,3125)		0,09 (0,0625)		0,130 (0,125)	
	ϕ_{uMyM}	$\epsilon_3\%$	ϕ_{uMyM}	$\epsilon_3\%$	ϕ_{uMyM}	$\epsilon_3\%$	ϕ_{uMyM}	$\epsilon_3\%$
-4	0,0	-	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,000	0,13
-3	0,0	-	0,0	0,0	0,0	0,0	0,001	0,25
-2	0,000	-	0,000	0,043	0,000	0,086	-0,001	0,35
-1	0,008	-	0,008	0,043	0,008	0,130	0,009	0,43
-0,5	0,044	-	0,043	0,386	0,043	0,086	0,04	1,473
0	0,231	-	0,232	0,433	0,235	1,690	0,246	6,76
0,15	0,308	-	0,310	0,303	0,311	1,256	0,319	4,98
0,25	0,327	-	0,328	0,173	0,329	0,607	0,333	2,47
0,35	0,331	-	0,331	0,0	0,331	0,043	0,332	0,13
0,5	0,319	-	0,319	0,086	0,318	0,086	0,316	1,473
1,0	0,227	-	0,227	0,043	0,228	0,130	0,228	0,43
2,0	0,089	-	0,089	0,043	0,073	0,086	0,089	0,35
3,0	0,033	-	0,033	0,0	0,033	0,43	0,033	0,25
4	0,012	-	0,012	0,0	0,012	0,043	0,019	0,13
VB	-	-	-	-	-	-	FTLM : 14	-
τ sec	0,361 (0,250)		0,526 (0,365)		0,72 (0,500)		1,44 (1,00)	
	ϕ_{uMyM}	$\epsilon_3\%$	ϕ_{uMyM}	$\epsilon_3\%$	ϕ_{uMyM}	$\epsilon_3\%$	ϕ_{uMyM}	$\epsilon_3\%$
-4	-0,001	0,43	0,002	0,95	-0,004	1,82	-0,017	7,24
-3	0,002	1,0	0,005	2,08	0,009	3,90	0,036	15,60
-2	-0,003	1,473	-0,007	3,12	-0,013	5,89	-0,054	23,44
-1	0,012	1,82	0,017	3,86	0,025	7,24	0,075	28,94
-0,5	0,03	5,85	-0,015	12,48	-0,016	23,44	-0,173	93,67
0	0,293	27,08	0,364	57,71	0,431	108,3	1,231	433,3
0,125	0,353	19,88	0,405	42,37	0,491	79,51	1,042	318,1
0,25	0,350	9,96	0,357	21,23	0,419	39,86	0,695	159,4
0,35	0,32	0,56	0,334	1,18	0,336	2,21	0,352	8,84
0,5	0,305	5,85	0,283	12,48	0,265	23,44	0,103	93,67
1,0	0,231	1,82	0,236	3,86	0,244	7,24	0,294	28,94
2,0	0,0853	1,473	0,082	3,12	0,075	5,89	0,035	23,44
3,0	0,035	1,0	0,038	2,08	0,042	3,90	0,009	15,60
4	0,011	0,43	0,010	0,95	0,009	1,82	-0,046	7,24
VB FTLM	16,33	-	16,32	-	28	-	15,17	-

TABELUL 5.7. Date pentru calculul varianței estimării, a dispersiei $\hat{\sigma}_{\hat{\phi}}$ și a zonei $3\hat{\sigma}_{\hat{\phi}}$ pentru diferite rapoarte τ_p (cazul $\phi_{uNyM(p)}$).

Nr. crt.	τ_p (τ_{pu})	$\frac{\phi_{DR}}{\phi_{uu}}$	$T \cdot \text{var}\{\hat{\phi}(\cdot)\}$		$\sqrt{T} \cdot \hat{\sigma}_{\hat{\phi}(\cdot)}$		$3\sqrt{T} \hat{\sigma}_{\hat{\phi}(\cdot)}$		FILM (exp)
			$\hat{\phi}(0)$	$\hat{\phi}(\tau)$	$\hat{\phi}(0)$	$\hat{\phi}(\tau)$	$\hat{\phi}(0)$	$\hat{\phi}(\tau)$	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	0,196	0,126	0,444	0,35	1,333	1,05	-
2	0,046 (0,0312)	0,001	0,198	0,123	0,445	0,351	1,335	1,052	-
3	0,09 (0,0625)	0,004	0,199	0,124	0,446	0,352	1,339	1,056	-
4	0,18 (0,125)	0,0156	0,204	0,128	0,452	0,358	1,356	1,077	14
5	0,361 (0,25)	0,0625	0,226	0,145	0,475	0,381	1,426	1,142	29
6	0,526 (0,365)	0,125	0,257	0,167	0,507	0,409	1,521	1,226	16,32
7	0,72 (0,5)	0,25	0,328	0,212	0,573	0,460	1,717	1,380	16,36
8	1,02 (0,707)	0,5	0,503	0,301	0,709	0,549	2,127	1,646	-
9	1,211 (0,841)	0,707	0,681	0,375	0,825	0,612	2,476	1,836	-
10	1,44 1,0	1,0	0,987	0,479	0,993	0,692	2,979	2,077	15,17

Observație: valorile din tabelul 5.8 se referă la varianța raportată, $\text{var}\{\hat{\phi}_{uNyM(p)}(\tau)\} / \phi_{uu}^2(0)$.

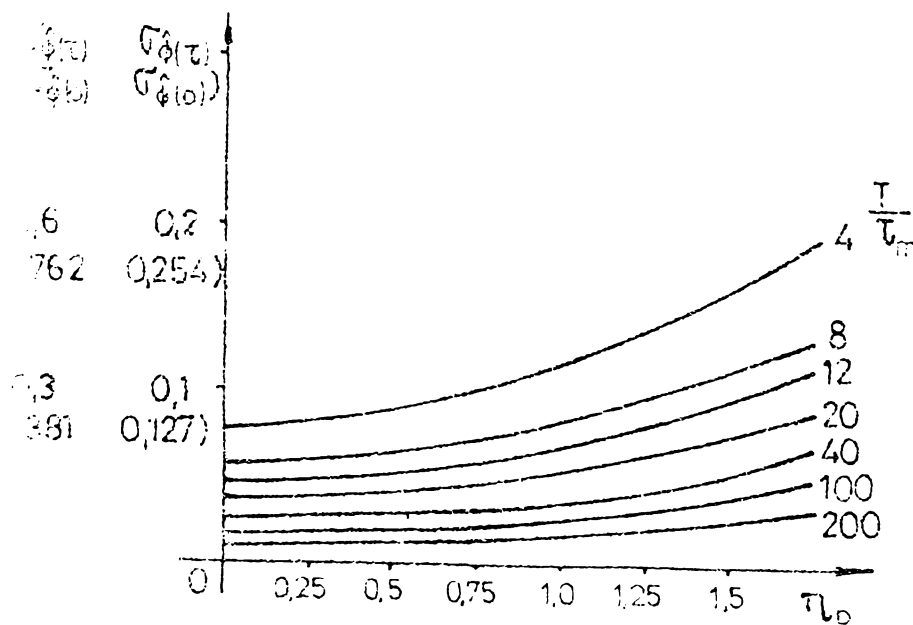
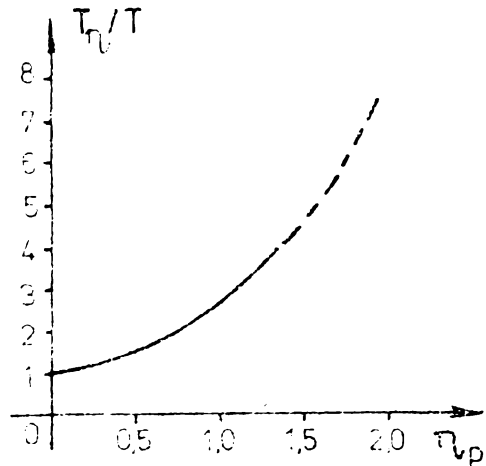


Fig. 5.11. Diagrame pentru determinarea timpului de mediere necesar T pentru estimarea funcției de intercorelație din măsurări perturbate, $\phi_{uNyM(p)}(\tau)$, cu o anumită eroare maxim acceptată.

tea relațiilor analitice.

Pe baza diagramelor din fig.5.11 se poate construi graficul dependenței $T_\eta/T = f(\eta_p)$, pentru determinarea timpului de medie-re necesar în cazul măsurărilor perturbate, T_η , pentru estimarea



f.i.c. cu aceeași eroare ca și în cazul neperturbat; această dependență este redată în fig.5.12.

Fig.5.12. Graficul dependenței $T_\eta/T = f(\eta_p)$ pentru cazul estimării funcției de intercorelație $\phi_{uMyM}(p)^{(\tau)}$.

5.4.3. Verificarea relației varianței estimării f.i.c. din măsurări perturbate, cazul $p_u(t), p_y(t)$ statistic independente, rel.(3.40). Calculele analitice și verificările experimentale au fost efectuate pentru schema din fig.5.1(fig.A2.1), pentru următoarele situații:

$$\phi_{uu}(\tau) = \phi_{uu}(0) \cdot e^{-|\tau|/0,3}, \quad \phi_{pupu}(\tau) = \phi_{pupu}(0) \frac{\sin \omega_{pu} \tau}{\omega_{pu} \tau}$$

($\omega_{pu} = 8,796$) ;

$$\phi_{pypy}(\tau) = \phi_{pypy}(0) \frac{\sin \omega_{py} \tau}{\omega_{py} \tau}, \quad \omega_{py} = \omega_{pu}, \quad (1)$$

(5.19)

$$\phi_{pypy}(\tau) = \phi_{pypy}(0) \cdot e^{-|\tau|/0,33}, \quad (11)$$

Observație: ținând cont de faptul că diferențele dintre valorile integralelor în care apare f.a.c. $\hat{\phi}_{pypy}(\tau)$. în cele două variante sînt reduse, în calcule s-a luat o valoare medie, comună, $(0,295 \phi_{uu}(0) \cdot \phi_{pypy}(0)/T)$.

Înlocuind în (3.40) expresiile f.cor., prin evaluarea integralelor care apar, se obține: - pentru valori τ - mici:

$$\begin{aligned} \text{var}\{\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)\} \approx & \frac{1}{T} \cdot 0,1975 \phi_{uu}^2(0) + \frac{1}{T} \cdot 0,082 \phi_{uu}(0) \phi_{pupu}(0) + \\ & (5.20) \\ & + \frac{1}{T} \cdot 0,295 \phi_{uu}(0) \phi_{pypy}(0) + \frac{1}{T} \cdot 0,32 \phi_{pupu}(0) \phi_{pypy}(0); \end{aligned}$$

- pentru valori τ - mari :

$$\begin{aligned} \text{var}\{\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)\} \approx & \frac{1}{T} 0,1225 \phi_{uu}^2(0) + \frac{1}{T} 0,082 \phi_{uu}(0) \phi_{pupu}(0) + \\ & (5.21) \\ & + \frac{1}{T} 0,295 \phi_{uu}(0) \phi_{pypy}(0) + \frac{1}{T} 0,32 \phi_{pupu}(0) \phi_{pypy}(0) . \end{aligned}$$

In tabelul 5.8 sînt sintetizate informațiile necesare la calculul varianței estimării $\text{var}\{\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)\}$ pentru valori τ reduse ($\tau=0$) și valori τ - mari, pentru diferite rapoarte

$$\eta_{pu} = [\phi_{pupu}(0)/\phi_{uu}(0)]^{1/2} \text{ și } \eta_{py} = [\phi_{pypy}(0)/\phi_{yy}(0)]^{1/2}, \text{ sau}$$

$\eta_{py} = 2,1 [\phi_{pypy}(0)/\phi_{uu}(0)]^{1/2}$; timpul de mediere T este parametru iar $\phi_{uu}(0)$ se consideră egal cu 1. In baza acestor informații, se pot determina apoi $G_{\hat{\phi}}$ și $3G_{\hat{\phi}}$; informațiile din tabelul 5.8 permit construirea diagramelor din fig.5.13 cu ajutorul cărora, se poate aprecia timpul de mediere necesar pentru estimarea f.i.c. $\phi_{uMyM}(\tau)$ cu o anunitățeroare maxim acceptată, la nivele de perturbare a măsurărilor η_{pu} și η_{py} cunoscute.

Observație: Dispersiile din fig.5.13 sînt obținute din valorile varianțelor, raportate la $\phi_{uu}^2(0)$:

$$G_{\hat{\phi}} = [\text{var}\{\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)\} / \phi_{uu}^2(0)]^{1/2} \quad (5.22)$$

in cazul varianțelor raportate la produsul $\phi_{uu}(0)\phi_{yy}(0)$, aceste valori se măresc de 4,33 ori (1:0,231).

Rezultatele experimentale sînt exemplificate in anexa nr.7 par.A7.3.3 prin trei grupe de oscilogramme:

- oscilogrammele din foto PA7.3-7 ... PA7.3-12, referitoare la procesul de estimare a f.i.c. din măsurări neperturbate, $\phi_{uy}(\tau)$, pentru rapoarte $T/\tau_m = 6., 12., 24., 36., 48.$ și 96 ;
- oscilogrammele din foto PA7.3-13 PA7.3-21 referitoare la procesul de estimare a f.i.c. din măsurări perturbate $\phi_{uMyM}(\tau)$ pentru $\eta_{pu} \approx 0,6$, $\eta_{py} \approx 0,707$ și rapoarte $T/\tau_m = 6., 12., 24., 36., 48., 72., 96., 144.$ și 192 ;
- oscilogrammele PA7.3-22...3.25 referitoare la estimări ale f.i.c. din măsurări perturbate $\phi_{uMyM}(\tau)$, pentru nivele de perturbație mari $\eta_{pu} \approx 1,5$, $\eta_{py} \approx 1,5$ și rapoarte $T/\tau_m = 12, 48, 96$ și 192.

Oscilogrammele prezentate, ca și alte oscilogramme înregistrate pe peliculă (filmele 16... 20 și 24...38), constituie o bună confirmare a valabilității relațiilor teoretice determinate.

TABELUL 5.3. Date pentru calculul variantei estimării funcției de intercorelație din măsurări perturbate, pentru diferite rapoarte τ_{pu} și τ_{py} (cazul $\Phi_{uuyM}(\tau)$).

$\text{Var}\{\hat{\phi}(\tau)\}$	τ_{pu}	$\tau_{py} \approx 2,1 \tau_{pu}$									
		0	0,0625	0,125	0,25	0,35	0,5	0,707	1,0	1,5	2,0
$\Phi(0)$	0	0,197	0,198	0,199	0,202	0,206	0,215	0,221	0,265	0,350	0,469
$\Phi(\tau)$		0,123	0,123	0,124	0,127	0,131	0,139	0,156	0,190	0,275	0,394
$\Phi(0)$	0,0625 (0,004)	0,198	0,198	0,199	0,202	0,206	0,215	0,232	0,266	0,352	0,470
$\Phi(\tau)$		0,123	0,123	0,124	0,127	0,131	0,140	0,157	0,191	0,276	0,395
$\Phi(0)$	0,25 (0,016)	0,199	0,199	0,200	0,203	0,207	0,216	0,233	0,268	0,354	0,474
$\Phi(\tau)$		0,124	0,124	0,125	0,128	0,132	0,141	0,158	0,193	0,279	0,399
$\Phi(0)$	0,5 (0,0625)	0,203	0,203	0,204	0,207	0,212	0,221	0,239	0,275	0,367	0,492
$\Phi(\tau)$		0,128	0,128	0,129	0,132	0,137	0,146	0,164	0,200	0,291	0,417
$\Phi(0)$	0,707 (0,125)	0,208	0,208	0,209	0,213	0,217	0,227	0,246	0,285	0,381	0,516
$\Phi(\tau)$		0,133	0,133	0,134	0,138	0,142	0,152	0,171	0,210	0,306	0,441
$\Phi(0)$	1,0 (0,25)	0,218	0,218	0,219	0,223	0,229	0,240	0,261	0,304	0,412	0,563
$\Phi(\tau)$		0,143	0,143	0,144	0,148	0,154	0,165	0,186	0,229	0,337	0,488
$\Phi(0)$	1,5 (0,5)	0,239	0,240	0,240	0,245	0,251	0,265	0,291	0,343	0,434	0,657
$\Phi(\tau)$		0,164	0,164	0,165	0,170	0,176	0,190	0,216	0,268	0,399	0,582
$\Phi(0)$	2,0 (1)	0,279	0,280	0,282	0,288	0,297	0,315	0,350	0,421	0,598	0,845
$\Phi(\tau)$		0,204	0,205	0,207	0,213	0,222	0,240	0,275	0,346	0,523	0,770
$\Phi(0)$	2,5 (2,25)	0,362	0,383	0,386	0,397	0,411	0,44	0,499	0,616	0,907	1,316
$\Phi(\tau)$		0,307	0,308	0,311	0,313	0,336	0,365	0,424	0,541	0,832	1,241
$\Phi(0)$	2,0	0,526	0,527	0,531	0,548	0,57	0,616	0,707	0,888	1,341	1,975
$\Phi(\tau)$	(4)	0,451	0,452	0,456	0,473	0,495	0,54	0,632	0,813	1,266	1,9

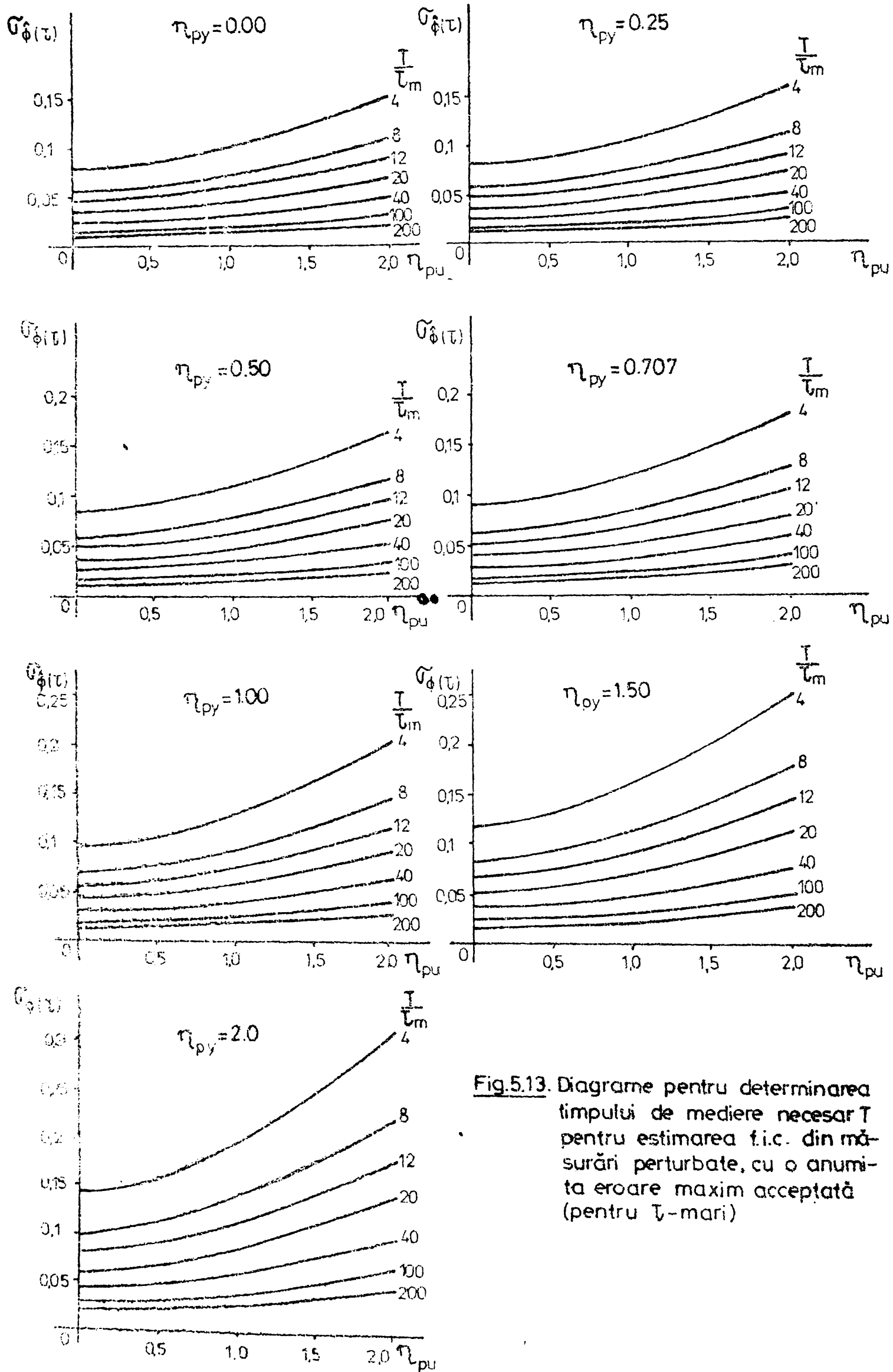
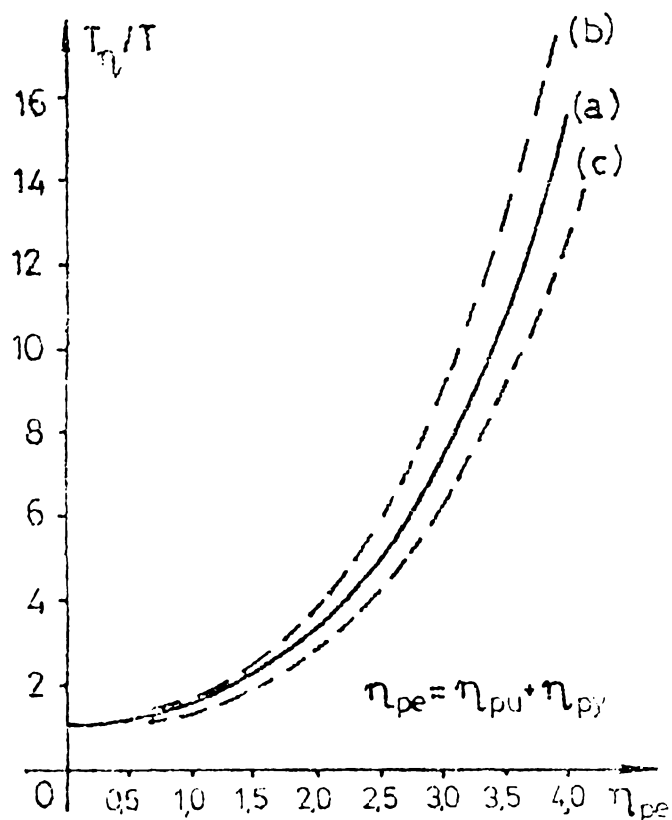


Fig.5.13. Diagrame pentru determinarea timpului de mediere necesar T pentru estimarea f.i.c. din măsurări perturbate, cu o anumită eroare maxim acceptată (pentru T -mari)

Din analiza diagramelor din fig.5.13 se constată că la un același nivel al perturbării măsurărilor $\eta_{pu} = \eta_{py}$, efectul perturbației $p_u(t)$ în valoarea finală a erorii statistice, este puțin mai mare decât al perturbației $p_y(t)$; întrucît diferențele nu sînt mari (< 20%) este avantajoasă definirea nivelului de perturbație echivalent η_{pe} sub forma :

$$\eta_{pe} = \eta_{pu} + \eta_{py} \quad (5.23)$$

Utilizînd η_{pe} , pe baza diagramelor din fig.5.13 se poate determina o dependență $T_\tau/T = f(\eta_{pe})$ (T_τ și T cu semnificația cunoscută); ea este redată în fig.5.14 prin curba medie (a) respectiv curba valorilor maxime (b) - pentru η_{pu} mari și η_{py} mici și curba valorilor minime (c) - pentru η_{pu} mici și η_{py} mari.



Observație: Într-o primă aproximație, diagrama din fig.5.14 poate servi și pentru aprecierea timpului de mediere necesar în cazul estimării f.i.c. pentru un proces perturbat (fig.2.1 perturbația $z(t)$); în acest scop η_{pe} se echivalează cu $\eta_z = \sigma_z / \bar{y}$. În cazul IE proceselor multivariabile, par.3.5.1 punctul d, η_z poate deveni substanțial, ceea ce va necesita și o creștere substanțială a timpului de mediere.

Fig.5.14. Graficul dependenței $T_\tau/T = f(\eta_{pe})$ pentru cazul estimării funcției de intercorelație $\phi_{uMyM}(\tau)$.

5.5. Identificarea experimentală pe cale corelativă a regulatorului de viteză electrohidraulic (RGVEH) destinat hidrogenatoarelor.

RGVEH fabricat în țară [R3] (prin colaborarea I.P.A. București - C.C.S.I.T.E.H. Reșița) este destinat echipării hidrogenatoarelor. Analiza detaliată a structurii RGVEH și a MM utilizabile în vederea caracterizării comportării lui în diferite regimuri de funcționare a fost prezentată de autor detaliat în [III],[P18],[P19]; în aceste lucrări sînt prezentate și rezultate

experimentale legate de IE a RGVEH pe standul de încercări de la C.C.S.I.T.E.H.R și pe modelul analogic al RGVEH.

In acest paragraf se prezintă doar unele rezultate ale IE prin metodă de corelație a modelului analogic al RGVEH; experimentările au fost efectuate în laboratoarele I.P.T.V.T.([P22],[IV]). Schema bloc a montajului experimental și aparatura utilizată sînt cele din fig.5.1, fotografia P5.1; modelul analogic al RGVEH a fost realizat sub forma unui filtru activ cu f.d.t.(aproximativ):

$$H_R(s) = \frac{(1+2,2s)}{(1+10s)(1+0,125s+0,146s^2)} \quad (5.24)$$

corespunzătoare MM simplificat liniarizat al RGVEH [P19][†])
Semnalul de probă utilizat în IE a fost un SPAB cu $\Delta t=0,1$ sec...
Filtrul activ FA.IPT-3 a jucat doar rol de amplificator.

Posibilitatea determinării unui MM de forma (5.24) depinde de numărul de întârzieri maxime disponibile la echipamentul de corelație, m (acesta diferă mult pentru diferitele echipamente realizate [B12],[C6],[M4],[P7],[P9] ș.a.) și corespunzător de $\Delta \tau$ ales în calcul (în vederea respectării condiției (2.47). Pentru corelatorul CNTR-1024, $m = 128, 256, 512, 1024$, fiind posibilă și evidențierea efectelor constantelor de timp mici.

Experimentările au fost efectuate pentru mai multe valori ale lui $\Delta \tau$ respectiv m , cu nivele diferite de perturbare a măsurărilor și diferite rapoarte T/τ_m , rezultatele obținute fiind bune [IV]. Din cadrul acestora, la punctul A7.4 al anexei nr.7, se exemplifică prin fotografii, oscilogrammele unor f.cor. determinate în următoarele condiții: $m=512, \Delta t=0,1$ sec., $(2 \times 10^{-1} \times 512/1024), \tau_m = 512 \times 0,1 = 51,2$ sec., mod de lucru 0/512, $N=20000$ ($T/\tau_m \approx 40$), $\eta_{pu,py} = 0, \eta_z \approx 0,0625$.

- FA7.4-1 și FA7.4-2 - redau f.a.c. a semnalului de intrare (SPAB), $\phi_{uu}(\tau)$, care poate fi aproximată cu o funcție impuls de amplitudine s^2 (fotografia FA7.4-2 a fost obținută cu o extindere a bazei de timp a osciloscopului de 5 ori); ca urmare f.i.c. determinată va reprezenta, cu foarte bună aproximație, însăși funcția pondere a RGVEH, $h_R(t)$.
 - FA7.4-3 și FA7.4-4 - redau f.i.c. $\phi_{uy}(\tau)$ cu baza de timp a osciloscopului la valoarea normală respectiv extinsă de 5 ori;
 - FA7.4-5 și FA7.4-6 - redau f.i.c. $\phi_{uy}(\tau)$ determinată în aceleași condiții ca și în fotografiile FA7.4-3,-4 redată însă
- [†]) au fost efectuate determinări ale f.cor. și pentru alte valori ale parametrilor modelului RGVEH.

cu mărirea sensibilității osciloscopului în raportul 2:1.

În fig.5.1 sînt redată, cu linie continuă funcția pondere calculată $h_R(t)$ (corespunzătoare rel.(5.24) iar prin punctele „o” valorile f.i.c. estimate $\hat{\phi}_{uy}(\tau)$ (valorile f.p. estimate, $\hat{h}_R(t)$); f.i.c. estimată este cea corespunzătoare oscilogramei din fotografia FA7.4-4. Se constată o bună concordanță a rezultatelor experimentale cu cele teoretice, timpul de mediere relativ mare, asigurînd reducerea corespunzătoare a erorilor statistice. Varianța estimării f.p. $\hat{h}_R(t)$ poate fi apreciată cu ajutorul rel.(3.34), particularizată corespunzător.

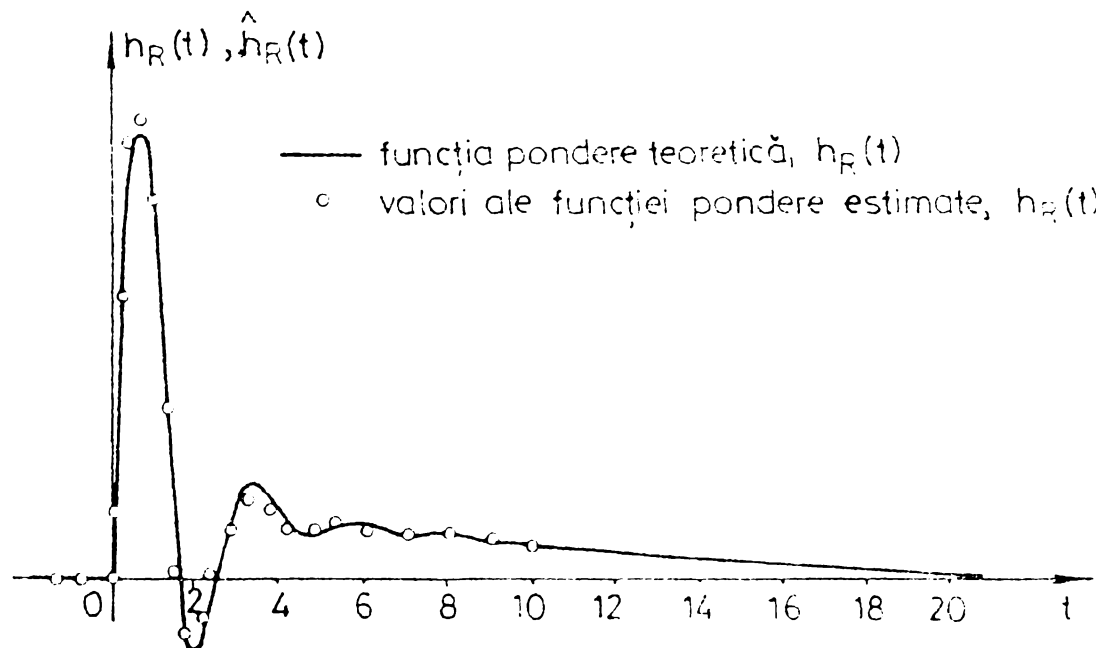


Fig.5.15. Funcția pondere teoretică $h_R(t)$ și valorile funcției pondere estimate $\hat{h}_R(t)$.

5.6. Observații finale și concluzii

Calcululele analitice și verificările experimentale efectuate au confirmat valabilitatea aspectelor teoretice dezvoltate în cap.3 referitoare la influența filtrelor de pe canalele de măsură, reducerea dispersiei semnalului de ieșire în raport cu dispersia semnalului de intrare și întreaga teorie privind estimarea f.cor. din măsurări perturbate. Deși aceste calcule și verificări s-au referit la exemplul-particular al sistemului de ord.1 și semnal de probă-semnal aleator real- rezultatele obținute oferă o imagine sugestivă asupra ordinilor de mărime ale diferitelor categorii de erori care pot apare în practică la estimarea f.cor. din măsurări perturbate. Ținînd cont de faptul că de obicei se pune problema

estimării f.cor. cu o anumită eroare statistică acceptată, diagramele din fig.5.7...5.14 constituie un îndreptar prețios pentru practică.

Referitor la IE a RGVEH pe standul de încercări se precizează că acestea vor fi reluate și la omologarea noului regulator, aflat în fază de verificare [R4].

CAPITOLUL 6 CONCLUZII

Teza elaborată se înscrie pe linia aprofundării științifice a teoriei și practicii măsurărilor statistice-analiză de corelație și analiză spectrală - prin abordarea problemei estimării f.cor. și f.d.s. din măsurări perturbate și a IE-ms, prin studiul implicațiilor acestor perturbații asupra rezultatelor IE efectuate prin metode statistice. Ca urmare a situării problematice tezei la intersecția dintre tehnica de măsurare și tehnicile de IE-ms și contribuțiile originale aduse pot fi grupate atât în domeniul măsurărilor cât și al IE; aceste contribuții - cu caracter teoretic și cu utilitate practică nemijlocită, sînt grupate în principal în cap.3,4 și 5 și anexele aferente, dar aspecte de sinteză și unele detalieri proprii autorului sînt cuprinse și în cap.2.

Principalele contribuții conținute în lucrare sînt următoarele :

A. În domeniul îmbogățirii teoriei și practicii estimării funcțiilor statistice - f.cor. și f.d.s. - contribuțiile se referă la următoarele :

1. Analiza unitară a diferitelor categorii de erori care apar la estimarea f.cor. și f.d.s. și a diferitelor categorii de erori care apar la o IE prin metode statistice; la baza categorisirii erorilor stau în ordine următoarele puncte de vedere: - cauza care le generează, locul de acțiune și efectul final.
2. Analiza erorilor introduse de echipamentele de măsură și de diferitele tipuri de filtre plasate pe canalele de măsură.
3. Analiza influenței cuantizării asupra erorilor de estimare a f.cor. și stabilirea diagramelor de determinare a numărului de nivele de cuantizare necesare pentru calculul f.cor. cu o anumită eroare maxim impusă.
4. Analiza procesului de estimare a f.cor. și f.d.s. din măsurări perturbate de semnale aleatoare staționare (cazul general) și stabilirea relațiilor analitice care caracterizează acest proces:
 - relațiile de estimare a f.cor. și f.d.s.;
 - relațiile de calcul ale $\Delta MP\{\}$ respectiv ale varianței estimării, $var\{\} = EMP\{\} - b^2\{\}$, pentru fiecare caz în parte.

Relațiile obținute evidențiază prezența erorilor cu carac-

ter sistematic respectiv creșterea (uneori însemnată) a varianței estimării. Pe baza relațiilor generale, se analizează apoi și cazurile particulare mai frecvente din practică.

5. Analiza procesului de estimare a f.cor. și f.d.s. la IE simultană a căilor de transfer a sistemelor multivariabile (problema poate fi redusă la estimarea f.cor. și/sau f.d.s. din măsurări perturbate).
6. Precizarea și fundamentarea principalelor căi de reducere a erorilor cu caracter sistematic și a celor cu caracter statistic.

Relațiile analitice dezvoltate au fost verificate experimental pe un model analogic, cu utilizarea echipamentelor de corelație specializate (generatoare de zgomot, corelator numeric); rezultatele obținute, oferă informații referitoare la ordinul de mărime a erorilor, în funcție de nivelul semnalelor perturbatoare și permit stabilirea :

- nivelelor de perturbație, de la care începând erorile cu caracter sistematic depășesc valorile neglijabile $(1...2\%)L$;
- diagramelor pentru determinarea timpului de mediere necesar în condițiile perturbării măsurărilor T_{γ} la nivele γ_{pu} , γ_{py} cunoscute, în vederea obținerii unor estimări a f.cor. (sau f.d.s.) cu aceeași eroare statistică ca și în cazul neperturbat, la un timp de mediere T ales. (astfel de diagrame au fost stabilite pentru cazurile frecvente din practică). Utilitatea practică a diagramelor este deosebită, în special pentru planificarea experimentărilor.

B. În domeniul teoriei și practicii IE-ms dezvoltate în domeniul frecvență, din măsurări perturbate (în principal, concluziile fiind valabile însă și pentru IE-ms în domeniul timp):

1. Analiza influenței modului de definire și de calcul a f.cor. și f.d.s. asupra relațiilor utilizate în IE; problema devine deosebit de importantă pentru IE a blocurilor SAR, când relațiile utilizate în identificare nu mai sînt evidente.
2. Sistematizarea condițiilor de identificabilitate a blocurilor SAR din măsurări efectuate asupra mărimilor interioare sistemului (de exemplu la utilizarea variațiilor de funcționare normală a mărimilor SAR).
3. Stabilirea unei modalități avantajoase de apreciere a erorilor-cu caracter sistematic și cu caracter statistic -în cazul

IE-ms din măsurări perturbate.

4. Determinarea erorilor cu caracter sistematic care apar la IE-ms din măsurări perturbate, pentru toate situațiile semnificative din practică :
 - IE a unui proces condus în circuit deschis (IE a blocurilor unui sistem complex);
 - IE a blocurilor unui SAR (analiza ia în considerare semnalele disponibile măsurărilor precum și modul de excitare a sistemului).
5. Stabilirea principalelor căi și măsuri de reducere și/sau de anulare a erorilor cu caracter sistematic, de alegere a schemelor de IE adecvate diferitelor situații concrete.
6. Determinarea expresiilor analitice a erorilor statistice care apar la IE din măsurări perturbate (pentru aceleași situații semnificative din practică); relațiile obținute se dovedesc deosebit de utile pentru planificarea experimentărilor de IE. Pe baza lor se pot construi diagrame de determinare a timpului de mediere necesar în condițiile perturbării măsurărilor T_p la nivele η_p cunoscute, în vederea obținerii estimatelor $|\hat{H}|$ și $\angle \hat{H}$ cu aceeași eroare statistică ca și în cazul neperturbat, la un timp de mediere T ales.

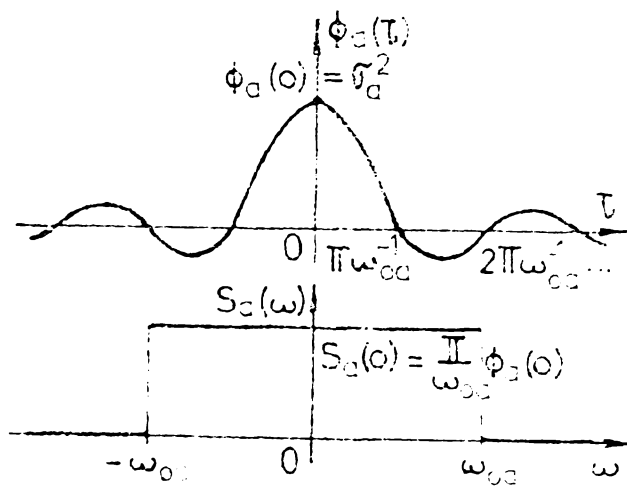
Rezultatele obținute pe cale analitică au fost verificate experimental, pe modele de laborator aferente unor sisteme mai simple sau mai complexe (se exemplifică pentru modelul RGVEH destinat hidrogenatoarelor fabricate în țară). Sub forme parțial mai restrânse, parțial mai detaliate, rezultatele cercetărilor au constituit părți ale contractelor de cercetare științifică conduse de autor în perioada anilor 1979-1982 [III],[IV]. Totodată cercetările întreprinse și rezultatele obținute pot constitui și puncte de plecare pentru cercetări ulterioare, conexe problemelor prezentate; din cadrul acestora se menționează, de exemplu, utilizarea suporturilor magnetice de înregistrare parțial uzate pentru înregistrarea semnalelor ce urmează a fi prelucrate prin corelație sau/și analiză spectrală.

ANEXA NR.1 UNELE PROPRIETATI ALE ZGOMOTULUI ALB DE BANDA LIMITATA SI ALE ZGOMOTULUI ALEATOR REAL

In analizele teoretice și practice prezintă interes următoarele două categorii de zgomote ([P4],[S11] ș.a.):
 - zgomotul alb de bandă limitată și - zgomotul aleator real.
 In această anexă se prezintă unele proprietăți ale acestor zgomote, cu referire în special la varianța estimării f.a.c..

a. Unele proprietăți ale zgomotului alb de bandă limitată :

(i) F.a.c. $\phi_a(\tau)$, fig.A1.1-a:



$$\phi_a(\tau) = \phi_a(0) \cdot \frac{\sin \omega_{0a} \tau}{\omega_{0a} \tau} ;$$

$$\omega_{0a} = 2\tilde{M}f_{0a} . \quad (A1.1)$$

(ii) F.d.s.p. $S_a(\omega)$, fig.A1.1-b:

$$S_a(\omega) = \begin{cases} S_a(0) & \text{ptr. } \omega < \omega_{0a} \\ 0 & \text{ptr. } \omega > \omega_{0a} \end{cases}$$

$$(A1.2)$$

(iii) Expresii integrale:

Fig.A1.1. Funcția de autocorelație și funcția densitate spectrală de putere ale zgomotului alb de bandă limitată.

$$I_{1a} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_a(\tau) d\tau = \underbrace{\phi_a(0)}_{=\phi_{0a}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \omega_{0a} \tau}{\omega_{0a} \tau} d\tau$$

$$I_{1a} = \frac{\phi_{0a} \tilde{\pi}}{\omega_{0a}} = S_a(0) ; \quad (A1.3)$$

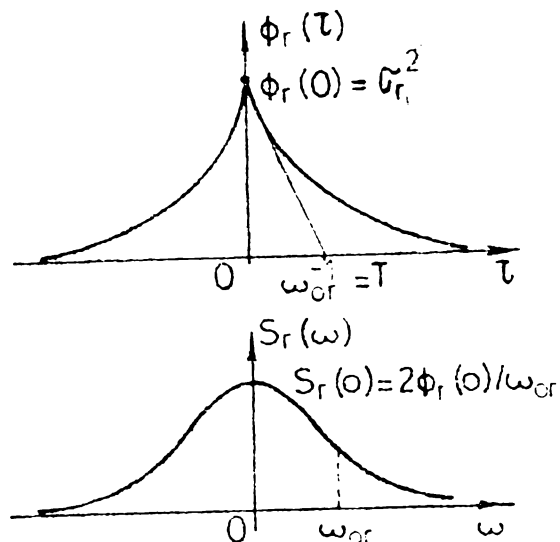
$$I_{2a} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_a^2(\tau) d\tau = \phi_{0a}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \omega_{0a} \tau}{(\omega_{0a} \tau)^2} d\tau = \frac{\phi_{0a}^2 \tilde{\pi}}{\omega_{0a}} . \quad (A1.4)$$

b. Unele proprietăți ale zgomotului aleator real: (i) F.a.c. $\phi_r(\tau)$, fig.A1.2-a:

$$\phi_r(\tau) = \phi_r(0) \cdot e^{-|\tau| \omega_{or}} . \quad (A1.5)$$

(ii) F.d.s.p. $S_r(\omega)$, fig.A1.2-b:

$$S_r(\omega) = \frac{S_r(0)}{1 + \omega^2 / \omega_{or}^2} = \frac{\omega_{or}^2 S_r(0)}{\omega_{or}^2 + \omega^2} , \quad (A1.6)$$



cu expresia

$$\begin{aligned} \phi_r(0) = \sigma_r^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_r(\omega)}{1 + \omega^2/\omega_{or}^2} d\omega = \\ &= \frac{1}{2} \cdot S_r(0) \omega_{or} \end{aligned}$$

(iii) Expresii integrale :

$$I_{1r} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_r(\tau) d\tau = \phi_r(0) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|\tau| \omega_{or}} d\tau$$

Fig.A.1-2. Funcția de autocorelație și funcția densitate spectrală de putere ale zgomotului aleator real.

$$I_{1r} = \frac{2\phi_r(0)}{\omega_{or}} = S_r(0) ; \quad (A1.7)$$

$$I_{2r} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_r^2(\tau) d\tau = \phi_r^2(0) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2|\tau| \omega_{or}} d\tau = \frac{\phi_r^2(0)}{\omega_{or}} \quad (A1.8)$$

c. Echivalări ale zgomotelor alb cu bandă limitată și aleator real d.p.d.v. al varianței estimării f.a.c.: Expresia varianței estimării semnal aleator se poate calcula cu rel.(3.36) - pentru orice valoare τ - respectiv cu rel.(3.37) pentru $\tau=0$ și cu rel.(3.38) pentru valori τ mari.

• Pentru $\tau = 0$, se obține:

- pentru zgomotul alb de bandă limitată:

$$\text{var}\{\hat{\phi}_a(0)\} = \frac{2\phi_a^2(0)}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \omega_{oa} \theta}{(\omega_{oa} \theta)^2} d\theta = \frac{2}{T} \phi_a^2(0) \frac{\pi}{\omega_{oa}} ; \quad (A1.9)$$

- pentru zgomotul aleator real:

$$\text{var}\{\hat{\phi}_r(0)\} = \frac{2}{T} \phi_r^2(0) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2|\theta| \omega_{or}} d\theta = \frac{2}{T} \phi_r^2(0) \frac{1}{\omega_{or}} \quad (A1.10)$$

• Pentru valori τ mari, se obține :

$$\text{var}\{\hat{\phi}_{a,r}(\tau)\} \approx \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{a,r}^2(\theta) d\theta = \frac{1}{2} \cdot \text{var}\{\hat{\phi}_{a,r}(0)\} \quad (A1.11)$$

Ca urmare, d.p.d.v. al varianței estimării f.a.c. în cazul celor două categorii de semnale considerate se pot utiliza următoarele relații de echivalare :

(1) Pentru aceeași lărgime de bandă, $\omega_{oa} = \omega_{or}$ și aceeași dispersie a celor două semnale $G_a = G_r$, estimarea f.a.c. a zgomotului alb de bandă limitată se face cu o varianță de $\tilde{\pi}$ ori mai mare:

$$\text{var}\{\phi_a(o)\} \approx \tilde{\pi} \text{var}\{\phi_r(o)\} \quad (\text{A1.12})$$

(2) Estimarea f.a.c. a celor două semnale cu aceeași varianță se asigură :

- la o aceeași lărgime de bandă a celor două semnale $\omega_{oa} = \omega_{or}$, raportul dispersiilor celor două semnale G_a/G_r este în următoarea relație:

$$\frac{G_a^2}{G_r^2} = \frac{\phi_a(o)}{\phi_r(o)} = \frac{1}{\sqrt{\tilde{\pi}}} \rightarrow \begin{aligned} G_r &\approx 1,33 G_a \\ G_a &\approx 0,75 G_r \end{aligned} ; \quad (\text{A1.13})$$

(ii) la o aceeași valoare a dispersiilor, $G_a = G_r$ și corespunzător $\phi_a(o) = \phi_r(o)$, lărgimile de bandă ale celor două semnale se află în următoarea relație:

$$\frac{\tilde{\pi}}{\omega_{oa}} = \frac{1}{\omega_{or}} \rightarrow \omega_{or} = \tilde{\pi}^{-1} \omega_{oa} \approx 0,318 \omega_{oa} \quad (\text{A1.14})$$

respectiv:

$$\omega_{oa} = \tilde{\pi} \cdot \omega_{or}$$

Cele prezentate sînt utile în calculele de apreciere a varianței estimării f.cor. și/sau f.d.s. din măsurări perturbate (de ex. în cap.5).

ANEXA NR.2 CALCULUL FUNCȚIILOR DE CORELAȚIE ȘI AL VARIANTELOR ESTIMĂRII ACESTORA PENTRU MODELUL DE SISTEM UTILIZAT ÎN VERIFICĂRILE EXPERIMENTALE

Valabilitatea relațiilor teoretice dezvoltate în cap.3 a fost verificată experimental pe un model de laborator cu schema bloc dată în fig.A2.1.

a. Calculul f.cor. $\phi_{uy}(\tau)$, $\phi_{yu}(\tau)$ și $\phi_{yy}(\tau)$. Semnalul de intrare $u(t)$ se consideră aleator gaussian cu f.a.c. de forma :

$$\phi_{uu}(\tau) = \phi_{uu}(o) \cdot e^{-|\tau|/T_u} \quad (\text{A.2-1})$$

f.i.c. $\phi_{uy}(\tau)$ se calculează cu relația (2,52), cu f.p. a modelului analogic (MA) de forma :

$$h(t) = \frac{K}{T} \cdot e^{-|t|/T} \quad (\text{A.2.2})$$

Înlocuind (A.2.1) și (A.2.2) în rel.(2.52), evaluarea integralei conduce la următoarea expresie a f.i.c.:

$$\phi_{uy}(\tau) = \begin{cases} \frac{K\phi_{uu}(0)}{T/T_u+1} e^{-\tau/T_u} & \text{ptr. } \tau < 0 \\ K\phi_{uu}(0) \left[\frac{2T/T_u}{T^2/T_u^2-1} e^{-\tau/T} - \frac{1}{T/T_u-1} e^{-\tau/T_u} \right] & \text{ptr. } \tau \geq 0 \end{cases} \quad (\text{A.2.3})$$

Similar, cu ajutorul rel.(2.62) s-a calculat f.i.c. $\phi_{yu}(\tau)$:

$$\phi_{yu}(\tau) = \begin{cases} K\phi_{uu}(0) \left[\frac{2T/T_u}{T^2/T_u^2-1} e^{\tau/T} - \frac{1}{T/T_u-1} e^{\tau/T_u} \right] & \text{ptr. } \tau < 0 \\ \frac{K\phi_{uu}(0)}{T/T_u+1} e^{-\tau/T_u} & \text{ptr. } \tau \geq 0 \end{cases} \quad (\text{A.2.4})$$

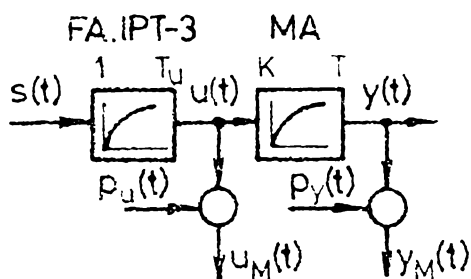


Fig.A2.1. Schema bloc pentru modelul de laborator.

În calculul f.a.c. a ieșirii $\phi_{yy}(\tau)$ se utilizează rel.(2.54) scrisă sub forma :

$$\phi_{yy}(\tau) = h(\tau) * \phi_{yu}(\tau + \tau_1) ; \quad (\text{A2.5})$$

înlocuind expresiile lui $h(\tau)$ și $\phi_{yu}(\tau)$, evaluarea integralei conduce la :

$$\phi_{yy}(\tau) = K^2 \phi_{uu}(0) \left[\frac{T/T_u}{T^2/T_u^2-1} e^{-|\tau|/T} - \frac{1}{T^2/T_u^2-1} e^{-|\tau|/T_u} \right] \quad (\text{A2.6})$$

Pentru $\tau=0$, se obține :

$$\phi_{yy}(0) = K^2 \frac{T_u}{T_u+T} \phi_{uu}(0) \quad \text{sau} \quad \frac{\phi_{yy}(0)}{\phi_{uu}(0)} = K^2 \frac{T_u}{T_u+T} \quad (\text{A2.7})$$

și ca urmare legătura dintre dispersia semnalului de ieșire și dispersia semnalului de intrare obține forma :

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_u} = K \sqrt{\frac{T_u}{T_u+T}} \quad (\text{A.2.8})$$

Inlocuind valorile numerice pentru modelul considerat, $K=1$, $T=1$ sec. pentru $u(t)$ semnal aleator real cu $T_u=0,3$ sec. se obțin:

$$\phi_{uy}(\tau) = \begin{cases} \phi_{uu}(0) \cdot 0,23 \cdot e^{3,33\tau} & \text{ptr. } \tau < 0 \\ \phi_{uu}(0) \cdot (0,659 \cdot e^{-\tau} - 0,429 e^{-3,33\tau}) & \text{ptr. } \tau \geq 0 \end{cases} \quad (A2.9)$$

$$\phi_{yy}(\tau) = \phi_{uu}(0) \cdot 0,099 (3,33 e^{-|\tau|} - e^{-3,33|\tau|}) \quad (A2.10)$$

Graficele f.cor. calculate, $\phi_{uu}(\tau)$, $\phi_{yy}(\tau)$ și $\phi_{uy}(\tau)$ sînt redat în fig.A2.2. Estimările acestor f.cor. (obținute pentru un timp de mediere foarte mare, $T/\tau_m \approx 400$) sînt ilustrate în anexa nr.7

prin fotografiile FA7.5-1...

FA7.5-2; concordanța foarte bună

a estimărilor cu calculul analitic a făcut ca valorile estimate să nu mai fie marcate pe grafic, distinct.

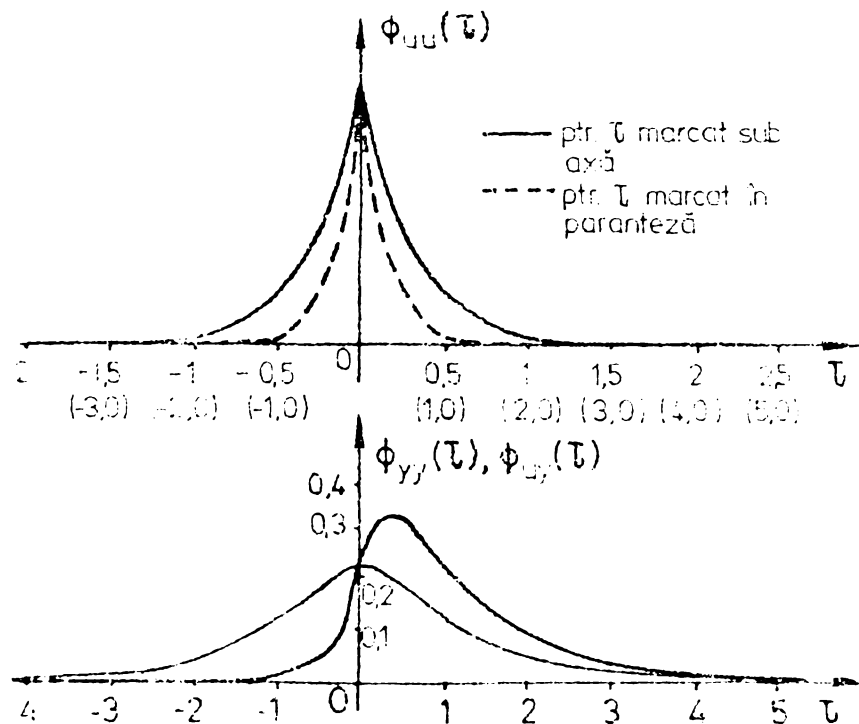


Fig.A2.2. Graficele funcțiilor de corelație ale modelului experimental: a) f.a.c.

$\phi_{uu}(\tau)$; b) f.a.c. $\phi_{yy}(\tau)$ și f.i.c. $\phi_{uy}(\tau)$.

b. Evaluarea integralelor care apar în calculul varianței estimării f.cor. pentru modelul de sistem considerat. În relațiile varianțelor estimării f.cor. din măsurări perturbate, apar următoarele tipuri de integrale (cap.5) :

$$I_{v1} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|\theta| \cdot a} \cdot e^{-|\theta| \cdot b} d\theta, \quad a, b > 0 \quad ; \quad (A2.11)$$

$$I_{v2} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|\theta| a} \frac{\sin \omega_0 \theta}{\omega_0 \theta} d\theta, \quad a, \omega_0 > 0 \quad ; \quad (A2.12)$$

$$I_{v3} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \omega_0 \theta}{\omega_0^2 \theta^2} d\theta, \quad \omega_0 > 0 \quad ; \quad (A2.13)$$

$$I_{v4}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{uy}(\theta+\tau) \phi_{yu}(\theta-\tau) d\theta \quad ; \quad (A2.14)$$

$$I_{v5}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \omega_0(\theta+\tau)}{\omega_0(\theta+\tau)} \cdot \frac{\sin \omega_0(\theta-\tau)}{\omega_0(\theta-\tau)} d\theta, \quad \omega_0 > 0 \quad ; \quad (A2.15)$$

$$I_{v6}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \omega_0(\theta+\tau)}{\omega_0(\theta+\tau)} \cdot \phi_{yu}(\theta-\tau) d\theta, \quad \omega_0 > 0 \quad ; \quad (A2.16)$$

$$I_{v7}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \omega_0(\theta-\tau)}{\omega_0(\theta-\tau)} \cdot \phi_{uy}(\theta+\tau) d\theta, \quad \omega_0 > 0 \quad ; \quad (A2.17)$$

cu $\phi_{uy}(\tau)$ și $\phi_{yu}(\tau)$ conform rel. (A2.3) și (A2.4).

a. Evaluarea integralelor de forma I_{v1} :

$$I_{v1} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|\theta|(a+b)} d\theta = 2 \int_0^{\infty} e^{-\theta(a+b)} d\theta = \frac{2}{a+b} \quad . \quad (A2.18)$$

b. Evaluarea integralelor de forma I_{va} :

$$I_{v2} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|\theta| a} \frac{\sin \omega_0 \theta}{\omega_0 \theta} d\theta = 2 \int_0^{\infty} e^{-\theta a} \frac{\sin \omega_0 \theta}{\omega_0 \theta} d\theta \quad ;$$

ținând cont de proprietățile transformatei Laplace [A2][D6],

[M1] :

$$\int_0^{\infty} \frac{f(\theta)}{\theta} d\theta = \int_0^{\infty} F(s) ds, \quad \text{unde } F(s) = \mathcal{L}\{f(\theta)\},$$

pentru $f(\theta) = e^{-\theta a} \sin \omega_0 \theta$, se obține :

$$\mathcal{L}\{f(\theta)\} = \frac{1}{2j} \left[\frac{1}{s+\alpha-j} - \frac{1}{s+\alpha+j} \right] \quad \text{cu } \alpha = \frac{a}{\omega_0}$$

și ca urmare, integralele obținute în final valoarea :

$$I_{v2} = \frac{2}{\omega_0} \left(\frac{\tilde{\pi}}{2} - \operatorname{arctg} \frac{a}{\omega_0} \right) \quad (A2.19)$$

c. Evaluarea integralelor de forma I_{v3} (a se vedea [M2]):

$$I_{v3} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \omega_0 \theta}{\omega_0^2 \theta^2} d\theta = \frac{\tilde{\pi}}{\omega_0} \quad (A2.20)$$

d. Evaluarea integralei de forma $I_{v4}(\tau)$, cu valorile numerice pentru modelul experimental considerat; se consideră schimbarea de variabilă $\theta \rightarrow \tau = x$, cu care se obține :

$$\phi_{uy}(x) = \begin{cases} \phi_{uu}(0) \cdot 0,230 e^{+3,33x} & \text{ptr. } x < 0 \\ \phi_{uu}(0) [0,659 e^{-x} - 0,429 e^{-3,33x}] & \text{ptr. } x \geq 0 \end{cases} \quad (A2.21)$$

$$\phi_{yu}(x-2\tau) = \begin{cases} \phi_{uu}(0) [0,659 \cdot e^{x-2\tau} - 0,429 \cdot e^{3,33(x-2\tau)}] & \text{ptr. } x < 2\tau \\ \phi_{uu}(0) \cdot 0,230 \cdot e^{-3,33(x-2\tau)} & \text{ptr. } x \geq 2\tau; \end{cases} \quad (A2.22)$$

înlocuind în (A2.14) expresiile (A2.21) și (A2.22) se obține:

$$I_{v4}(\tau) = \begin{cases} \phi_{uu}^2(0) \cdot [0,04 e^{6,66\tau} - 0,1058 \cdot \tau \cdot e^{6,66\tau}] & \text{ptr. } \tau < 0. \\ \phi_{uu}^2(0) [-0,172 e^{-2\tau} + 0,2124 e^{-6,66\tau} + 0,868 \tau e^{-2\tau} + 0,368 \tau e^{-6,66\tau}] & \text{ptr. } \tau > 0. \end{cases} \quad (A2.23)$$

Calculul valorilor numerice ale integralei I_{v4} , pentru diferiți $\tau \in [-5,12, +5,12]$, s-a făcut cu ajutorul CM; aceste valori sînt redată prin graficul din fig.A2.3. Pentru reducerea volumului de calcule din cap.5, în calculul erorilor statistice se vor lua următoarele valori medii pentru valori :

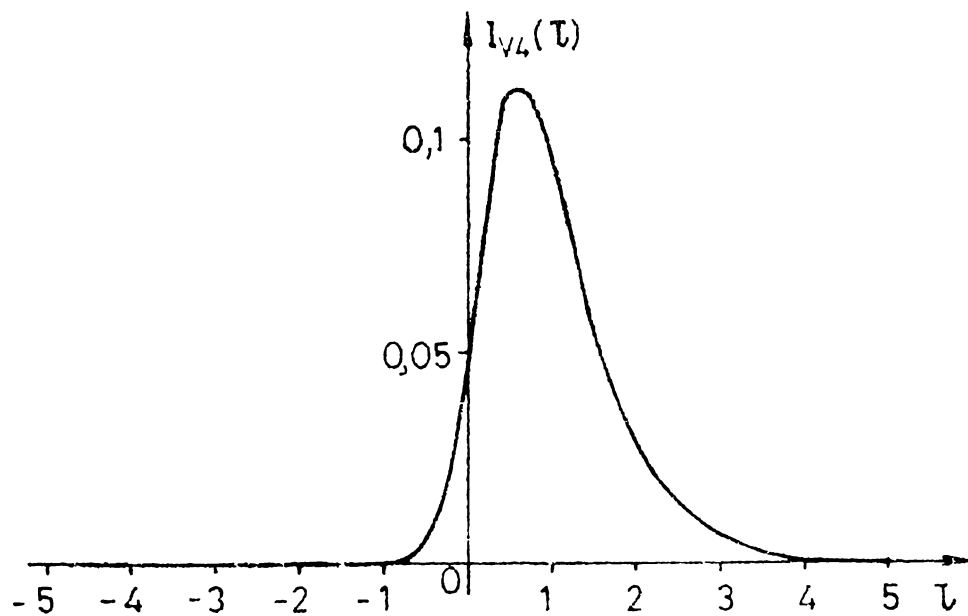
$$\begin{aligned} - \tau - \text{mici } I_{v4} &\approx 0,075 \\ - \tau - \text{mari } I_{v4} &\approx 0,0 \end{aligned} \quad (A2.24)$$

e. Evaluarea integralei de forma $I_{v5}(\tau)$ (a se vedea și [M2]):

$$I_{v5}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \omega_0(\theta-\tau)}{\omega_0(\theta-\tau)} \cdot \frac{\sin \omega_0(\theta+\tau)}{\omega_0(\theta+\tau)} \cdot d\theta = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \omega_0(\theta-\tau)}{\omega_0(\theta-\tau)} \cdot \frac{\sin \omega_0(-\theta-\tau)}{\omega_0(-\theta-\tau)} d\theta$$

cu schimbarea de variabilă $\theta-\tau = u$ $\theta = u+\tau$:

$$I_{v5}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \omega_0 u}{\omega_0 u} \cdot \frac{\sin \omega_0 (-u-2\tau)}{\omega_0 (-u-2\tau)} du = \frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{\sin \omega_0 2\tau}{\omega_0 2\tau} \quad (A2.25)$$



Pentru simplificare, în calculul erorii statistice, se vor considera următoarele valori medii : pentru valori

- τ - mici

$$I_{v5} \approx \frac{1}{\omega_0} \quad ;$$

- τ - mari

$$I_{v5} \approx 0 \quad (A2.26)$$

Fig.A2.3. Graficul funcției $I_{v4}(\tau)$.

f. Evaluarea integralelor de forma $I_{v6}(\tau)$ și $I_{v7}(\tau)$.

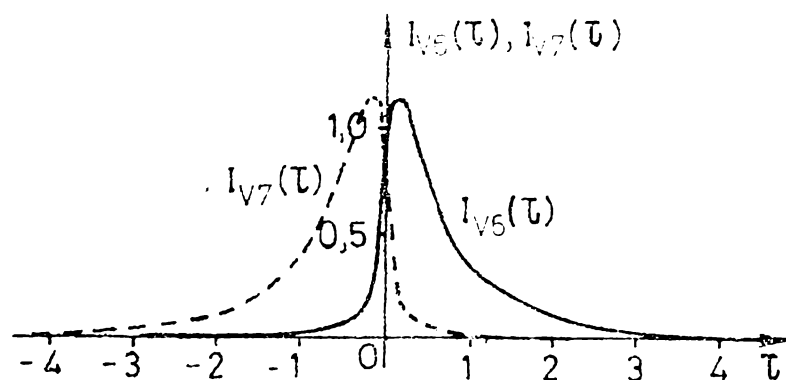
$$I_{v6}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \omega_0 (\theta+\tau)}{\omega_0 (\theta+\tau)} \phi_{yu}(\theta-\tau) d\theta .$$

în care $\omega_0 = 8,796$ iar $\phi_{yu}(\theta-\tau)$ este particularizat pentru modelul considerat și $\phi_{uu}(0) = 1$; efectuând schimbarea de variabilă $\theta+\tau = x$ se obține

$$I_{v6}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 8,796x}{8,796x} \cdot \phi_{yu}(x-2\tau) dx \quad , \text{ în care :} \quad (A2.27)$$

$$\phi_{yu}(x-2\tau) = \begin{cases} 0,659 \cdot e^{-(x+2\tau)} - 0,429 e^{-3,33(x+2\tau)} & \text{ptr. } x < 2\tau \\ 0,230 \cdot e^{-3,33(x-2\tau)} & \text{ptr. } x \geq 2\tau . \end{cases} \quad (A2.28)$$

Calculul valorilor numerice ale integralei $I_{v6}(\tau)$ pentru diferiți $\tau \in (-5,12, +5,12)$ s-a efectuat cu ajutorul CN; aceste valori sînt redată prin graficul din fig.A2.4.



Calculul
funcției $I_{v7}(\tau)$
 se face abso-
 lut similar,
 valorile nume-
 rice ale inte-
 gralei fiind
 redate prin
 graficul din
 fig.A2.4
 (curba punc-
 tată). Pen-
 tr

Fig.A2.4. Graficul funcțiilor $I_{v6}(\tau)$ și $I_{v7}(\tau)$.
 tru simplificare, în calculul erorii statistice se vor con-
 sidera următoarele valori medii ? pentru valori
 τ - mici : $I_{v6}=I_{v7}=0,075$; τ - mari : $I_{v6}=I_{v7}=0,0$. (A2.30)

**ANEXA NR.3. DETERMINAREA ERORILOR STATISTICE CARE APAR LA
 ESTIMAREA F.COR. DIN MASURARI PERTURBATE**

Determinarea erorilor statistice care apar la estimarea
 f.cor. din măsurări perturbate se face în condițiile specifi-
 cate în par.3.5; în acest scop se pleacă de la relația de de-
 finiție a erorii medii patratice a estimării f.cor.:

$$EMP \{ \hat{\phi}_{uMuM}(\tau) \} = E \{ [\hat{\phi}_{uMuM}(\tau) - \phi_{uu}(\tau)]^2 \} , \quad (A3.1)$$

$$EMP \{ \hat{\phi}_{uMyM}(\tau) \} = E \{ [\hat{\phi}_{uMyM}(\tau) - \phi_{u\tilde{y}}(\tau)]^2 \} . \quad (A3.2)$$

a. Calculul $EMP \{ \hat{\phi}_{uMuM}(\tau) \}$. Prin dezvoltarea patratului de me-
 diat din rel.(A3.1) și cu utilizarea rel.(2.18) se obține :

$$EMP \{ \hat{\phi}_{uMuM}(\tau) \} = E \left\{ \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T u_M(x)u_M(x+\tau)dx - \frac{1}{T} \int_0^T u_M(v)u_M(v+\tau)dv}_{= T_1} \right\} - \phi_{uu}^2(\tau) - 2\phi_{pupu}(\tau)\phi_{uu}(\tau) . \quad (A3.3)$$

La evaluarea termenului notat cu T_1 , în baza teoremei lui
 Pubini [G1],[K3] se poate inversa operația de mediere cu cea
 de integrare; ținând cont de rel.(3.25), în baza proprietății
 exprimate de rel.(2.22), T_1 obține forma :

$$\begin{aligned}
 T_1 = & \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T [\phi_{uu}^2(\tau) + \phi_{uu}(v-x) + \phi_{uu}(v-x+\tau)\phi_{uu}(v-x-\tau)] dx dv + \\
 & + \frac{2}{T^2} \int_0^T \int_0^T [\phi_{uu}(\tau)\phi_{pupu}(\tau) dx dv + \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T [2\phi_{uu}(v-x)\phi_{pupu}(v-x) + \\
 & + \phi_{uu}(v-x+\tau)\phi_{pupu}(v-x-\tau) + \phi_{uu}(v-x-\tau)\phi_{pupu}(v-x+\tau)] dx dv + \\
 & + \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T [\phi_{pupu}^2(\tau) + \phi_{pupu}^2(v-x) + \phi_{pupu}(v-x+\tau)\phi_{pupu}(v-x-\tau)] dx dv.
 \end{aligned}
 \tag{A3.4}$$

Termenii care nu sînt funcție de v sau x se pot scoate de sub integrală și ca urmare:

$$T_1 = \phi_{uu}^2(\tau) + \phi_{pupu}^2(\tau) + 2\phi_{uu}(\tau)\phi_{pupu}(\tau) + I_1 \tag{A3.5}$$

Pentru rezolvarea integralei rămase, I_1 , se face substituția:

$$\begin{aligned}
 v-x = \theta \quad dv = d\theta \quad v = 0 \quad \theta = -x \\
 v = T \quad \theta = T - x,
 \end{aligned}
 \tag{A3.6}$$

cu care I_1 devine :

$$\begin{aligned}
 I_1 = & \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_{-x}^{T-x} [\phi_{uu}^2(\theta) + \phi_{pupu}^2(\theta) + \phi_{uu}(\theta+\tau)\phi_{uu}(\theta-\tau) + \phi_{pupu}(\theta+\tau)\phi_{pupu}(\theta-\tau) + \\
 & + 2\phi_{uu}(\theta)\phi_{pupu}(\theta) + \phi_{uu}(\theta+\tau)\phi_{pupu}(\theta-\tau) + \phi_{uu}(\theta-\tau)\phi_{pupu}(\theta+\tau)] d\theta dx.
 \end{aligned}
 \tag{A3.7}$$

Integrala I_1 este un caz particular al integralei

$$I = \int_a^b dy \int_{c-y}^{d-y} f(x) dx = \int_a^b [F(d-y) - F(c-y)] dy, \tag{A3.a}$$

a cărei soluție generală, determinată în [P12], are forma :

$$I = b \int_{c-b}^{d-b} f(x) dx - a \int_{c-a}^{d-a} f(x) dx - \int_a^b y dy [-f(d-y) + f(c-y)]. \tag{A3.b}$$

Prin particularizarea soluției (A3.b), pentru integrala (A3.7) se obține în final:

$$\begin{aligned}
 I_1 = & \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) [\phi_{uu}^2(\theta) + \phi_{uu}(\theta+\tau)\phi_{uu}(\theta-\tau)] d\theta + \\
 & + \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) [\phi_{pupu}^2(\theta) + \phi_{pupu}(\theta+\tau)\phi_{pupu}(\theta-\tau)] d\theta + \\
 & + \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) [2\phi_{uu}(\theta)\phi_{pupu}(\theta) + \phi_{uu}(\theta+\tau)\phi_{pupu}(\theta-\tau) + \\
 & + \phi_{uu}(\theta-\tau)\phi_{pupu}(\theta+\tau)] d\theta . \quad (A3.8)
 \end{aligned}$$

Inlocuind acest rezultat în expresia lui T_1 și aceasta la rîndul ei în rel.(A3.3) se obține expresia finală a $EMP\{\}$:

$$\begin{aligned}
 EMP\{\hat{\phi}_{uMuM}(\tau)\} = & \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) [\phi_{uu}^2(\theta) + \phi_{uu}(\theta-\tau)\phi_{uu}(\theta+\tau)] d\theta + \\
 & + \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) [\phi_{pupu}^2(\theta) + \phi_{pupu}(\theta-\tau)\phi_{pupu}(\theta+\tau)] d\theta + \\
 & + \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) [2\phi_{uu}(\theta)\phi_{pupu}(\theta) + \phi_{uu}(\theta+\tau)\phi_{pupu}(\theta-\tau) + \\
 & + \phi_{uu}(\theta-\tau)\phi_{pupu}(\theta+\tau)] d\theta + \phi_{pupu}^2(\tau) . \quad (A3.9)
 \end{aligned}$$

b. Calculul $EMP\{\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)\}$. Prin dezvoltarea patratului de mediat din rel.(A3.2) și cu utilizarea rel.(2.20) se obține:

$$\begin{aligned}
 EMP\{\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)\} = & E \left\{ \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T u_M(x)y_M(x+\tau)dx \cdot \frac{1}{T} \int_0^T u_M(v)y_M(v+\tau)dv}_{= T_2} \right\} - \\
 & - \phi_{u\tilde{y}}^2(\tau) - 2\phi_{pupy}(\tau)\phi_{u\tilde{y}}(\tau) . \quad (A3.10)
 \end{aligned}$$

Evaluarea termenului T_2 se desfășoară similar cu cel al termenului T_1 (punctul a) :

$$T_2 = \phi_{u\tilde{y}}^2(\tau) + \phi_{pupy}^2(\tau) + 2\phi_{pupy}(\tau)\phi_{u\tilde{y}}(\tau) + I_2 ; \quad (A3.11)$$

I_2 este o expresie integrală de forma (după efectuarea substituției (A3.6)) :

$$\begin{aligned}
 I_2 = \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_{-x}^{T-x} [& \phi_{uu}(\theta)\phi_{\tilde{y}\tilde{y}}(\theta) + \phi_{u\tilde{y}}(\theta+\tau)\phi_{\tilde{y}u}(-\theta+\tau) + \phi_{uu}(\theta)\phi_{zz}(\theta) + \\
 & + \phi_{uu}(\theta)\phi_{pyp\tilde{y}}(\theta) + \phi_{u\tilde{y}}(-\theta+\tau)\phi_{pyp\tilde{y}}(\theta+\tau) + \phi_{u\tilde{y}}(\theta+\tau)\phi_{pyp\tilde{y}}(-\theta+\tau) + \\
 & + \phi_{pupu}(\theta)\phi_{pyp\tilde{y}}(\theta) + \phi_{pupu}(\theta)\phi_{\tilde{y}\tilde{y}}(\theta) + \phi_{pupu}(\theta)\phi_{zz}(\theta) + \\
 & + \phi_{pyp\tilde{y}}(\theta+\tau)\phi_{pyp\tilde{y}}(-\theta+\tau)] d\theta dx \quad . \quad (A3.12)
 \end{aligned}$$

Ținând cont de proprietatea (2.21)-(1), efectuarea integralei, prin utilizarea soluției generale (A3.b), conduce la :

$$\begin{aligned}
 I_2 = \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) \{ & [\phi_{uu}(\theta) + \phi_{pupu}(\theta)] [\phi_{\tilde{y}\tilde{y}}(\theta) + \phi_{zz}(\theta) + \phi_{pyp\tilde{y}}(\theta)] + \\
 & + [\phi_{u\tilde{y}}(\theta+\tau) + \phi_{pyp\tilde{y}}(\theta+\tau)] [\phi_{\tilde{y}u}(\theta-\tau) + \phi_{pyp\tilde{y}}(\theta-\tau)] \} d\theta \quad . \quad (A3.13)
 \end{aligned}$$

Înlocuind acest rezultat în expresia lui T_2 și aceasta, la rândul ei, în (A3.10), se obține expresia finală a $EMP\{\}$:

$$\begin{aligned}
 EMP\{\hat{\phi}_{uM\tilde{y}M}(\tau)\} = \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) \{ & [\phi_{uu}(\theta) + \phi_{pupu}(\theta)] [\phi_{\tilde{y}\tilde{y}}(\theta) + \phi_{zz}(\theta) + \phi_{pyp\tilde{y}}(\theta)] + \\
 & + [\phi_{u\tilde{y}}(\theta+\tau) + \phi_{pyp\tilde{y}}(\theta+\tau)] [\phi_{\tilde{y}u}(\theta-\tau) + \phi_{pyp\tilde{y}}(\theta-\tau)] \} d\theta + \phi_{pyp\tilde{y}}^2(\tau) \quad . \quad (A3.14)
 \end{aligned}$$

ANEXA NR.4 DETERMINAREA ERORILOR STATISTICE CARE APAR LA ESTIMAREA F.D.S. DIN MĂSURARI PERTURBATE

Determinarea acestor erori se face în condițiile specificate în par.3.5; în acest scop se pleacă de la rel.(3.54):

$$EMP\{\hat{S}(\omega)\} = E\{[\hat{S}(\omega) - S(\omega)]^2\} \quad . \quad (A4.1)$$

Dependențele dintre f.cor. și f.d.s. sînt redate de rel.(2.35); includerea funcției fereastră $h_p(\tau)$ este necesară în acest caz, ținînd cont de faptul că spectrul perturbațiilor poate fi diferit de cel al semnalelor utile, astfel că pentru $\tau = \tau_m$, $\phi_{..}(\tau_m) \approx 0$ dar $\phi_{p.p.}(\tau_m) \neq 0$.

În aceste condiții, rel.(A4.1) se particularizează astfel:
 - pentru f.d.s.p. $\hat{S}_{uMuM}(\omega)$:

$$\begin{aligned} \text{EMP}\{\hat{S}_{uMuM}(\omega)\} = & E\left\{\int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{uMuM}(\tau_1) - \phi_{uu}(\tau_1)] h_f(\tau_1) \cos \omega \tau_1 d\tau_1 \cdot \right. \\ & \left. \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{uMuM}(\tau_2) - \phi_{uu}(\tau_2)] h_f(\tau_2) \cos \omega \tau_2 d\tau_2 \right\}; \quad (\text{A4.2}) \end{aligned}$$

- pentru componentele f.d.i.p., $\hat{P}_{uMyM}(\omega)$ și $\hat{Q}_{uMyM}(\omega)$:

$$\begin{aligned} \text{EMP}\{\hat{P}_{uMyM}(\omega)\} = & E\left\{\int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{uMyM}(\tau_1) - \phi_{u\tilde{y}}(\tau_1)] h_f(\tau_1) \cos \omega \tau_1 d\tau_1 \cdot \right. \\ & \left. \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{uMyM}(\tau_2) - \phi_{u\tilde{y}}(\tau_2)] h_f(\tau_2) \cos \omega \tau_2 d\tau_2 \right\}; \quad (\text{A4.3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{EMP}\{\hat{Q}_{uMyM}(\omega)\} = & E\left\{\int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{uMyM}(\tau_1) - \phi_{u\tilde{y}}(\tau_1)] h_f(\tau_1) \sin \omega \tau_1 d\tau_1 \cdot \right. \\ & \left. \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{uMyM}(\tau_2) - \phi_{u\tilde{y}}(\tau_2)] h_f(\tau_2) \sin \omega \tau_2 d\tau_2 \right\}. \quad (\text{A4.4}) \end{aligned}$$

În expresiile (A4.2)...(A4.4), în baza teoremei lui Fubini se vor inversa operațiile de mediere și de integrare.

a. Calculul $\text{EMP}\{\hat{S}_{uMuM}(\omega)\}$. Se pleacă de la expresia de mediat, rezultată în (A4.2), în urma inversării menționate:

$$\mathcal{E}_1 = E\left\{[\hat{\phi}_{uMuM}(\tau_1) - \phi_{uu}(\tau_1)][\hat{\phi}_{uMuM}(\tau_2) - \phi_{uu}(\tau_2)]\right\}; \quad (\text{A4.5})$$

În urma unui calcul similar cu cel din anexa nr.3, \mathcal{E}_1 se poate aduce la următoarea formă :

$$\mathcal{E}_1 = I_3 + \phi_{pupu}(\tau_1)\phi_{pupu}(\tau_2), \quad (\text{A4.6})$$

în care, I_3 are expresia :

$$\begin{aligned} I_3 = & \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) [\phi_{uu}(\theta)\phi_{uu}(\theta + \tau_2 - \tau_1) + \phi_{pupu}(\theta)\phi_{pupu}(\theta + \tau_2 - \tau_1) + \\ & + \phi_{uu}(\theta)\phi_{pupu}(\theta + \tau_2 - \tau_1) + \phi_{pupu}(\theta)\phi_{uu}(\theta + \tau_2 - \tau_1) + \\ & + \phi_{uu}(\theta + \tau_2)\phi_{uu}(\theta - \tau_1) + \phi_{pupu}(\theta + \tau_2)\phi_{pupu}(\theta - \tau_1) + \\ & + \phi_{uu}(\theta + \tau_2)\phi_{pupu}(\theta - \tau_1) + \phi_{pupu}(\theta + \tau_2)\phi_{uu}(\theta - \tau_1)] d\theta \quad (\text{A4.7}) \end{aligned}$$

Intrucît operarea în continuare cu această expresie este foarte greoale se acceptă că pentru T mare ($T \rightarrow \infty$) este valabilă simplificarea [M2],[P4]:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} T \cdot I_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) [\dots] d\theta \approx \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} [\dots] d\theta}_{= I_3^\pi} \quad (A4.8)$$

Inlocuind în I_3^π f.a.c. prin f.d.s.p. corespondente-rel.(2.30)-se obține :

$$I_3^\pi = \frac{1}{4\pi^2} \iiint_{-\infty}^{\infty} \left\{ [S_{uu}(\omega_1) S_{uu}(\omega_2) + \dots] \cdot e^{j\omega_1\theta} \cdot e^{j\omega_2(\theta+\tau_2-\tau_1)} + [S_{uu}(\omega_1) S_{uu}(\omega_2) + \dots] \cdot e^{j\omega_1(\theta-\tau_1)} \cdot e^{j\omega_2(\theta+\tau_2)} \right\} d\omega_1 d\omega_2 d\theta.$$

Separind termenii exponențiali în , efectuarea unei prime integrări în raport cu θ conduce la :

$$I_3^\pi = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ [S_{uu}(\omega_1) S_{uu}(\omega_2) + \dots] \cdot e^{j\omega_2(\tau_2-\tau_1)} + [S_{uu}(\omega_1) S_{uu}(\omega_2) + \dots] \cdot e^{j\omega_2\tau_2 - j\omega_1\tau_1} \right\} \delta(\omega_2 + \omega_1) d\omega_1 d\omega_2. \quad (A4.9)$$

Observație: în integrare s-a ținut cont de, faptul că :

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{j\theta(\omega_2 + \omega_1)} d\theta = 2\pi \delta(\omega_2 + \omega_1) \quad (A4.10)$$

Cu utilizarea substituției :

$$\omega_1 + \omega_2 = \nu \quad \omega_2 = \nu - \omega_1 \quad d\omega_2 = d\nu \quad (A4.11)$$

și ținind cont de proprietatea de filtrare a funcției $\delta(\nu)$ în cadrul produsului de convoluție [S11], I_3^π se poate aduce la forma :

$$I_3^\pi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [S_{uu}(\omega_1) + S_{pupu}(\omega_1)]^2 \left[e^{-j\omega_1(\tau_2-\tau_1)} + e^{-j\omega_1(\tau_1+\tau_2)} \right] d\omega_1. \quad (A4.12)$$

Pentru T mare , pe baza rel.(A4.8) se poate scrie $I_3 \approx \frac{1}{T} I_3^\pi$, iar prin înlocuirea în \hat{E}_1 , expresia EMP{ } obține următoarea formă :

$$E\{\hat{S}_{uMuM}(\omega)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{pupu}(\tau_1) h_f(\tau_1) \cos \omega \tau_1 d\tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{pupu}(\tau_2) h_f(\tau_2) \cos \omega \tau_2 d\tau_2 + \frac{1}{2\pi T} \iiint_{-\infty}^{\infty} [S_{uu}(\omega_1) + S_{pupu}(\omega_1)]^2 \left[e^{-j\omega_1(\tau_2-\tau_1)} + e^{-j\omega_1(\tau_1+\tau_2)} \right] \cdot h_f(\tau_1) h_f(\tau_2) \cos \omega \tau_1 \cos \omega \tau_2 d\omega d\tau_1 d\tau_2. \quad (A4.13)$$

Primul termen al membrului drept reprezintă tocmai $S_{pupu}^2(\omega)$, contribuția marcării estimării.

În vederea efectuării integralelor în raport cu τ_1 și τ_2 exponențialele din (A4.13) se exprimă cu ajutorul relațiilor lui Euler [A2]; ținând cont de ortogonalitatea funcțiilor „sin” și „cos” și de paritatea funcției $h_f(\tau)$ rel.(A4.13) se poate pune sub forma :

$$\begin{aligned} \text{EMP}\{\hat{S}_{uMuM}(\omega)\} &= S_{pupu}^2(\omega) + \frac{1}{4\tilde{T}T} \int_{-\infty}^{\infty} [S_{uu}(\omega_1) + S_{pupu}(\omega_1)]^2 \cdot \\ &\cdot \int_{-\infty}^{\infty} h_f(\tau_1) [\cos(\omega + \omega_1)\tau_1 + \cos(\omega - \omega_1)\tau_1] d\tau_1 \cdot \\ &= H_f(j(\omega + \omega_1)) + H_f(j(\omega - \omega_1)) \\ &\cdot \int_{-\infty}^{\infty} h_f(\tau_2) [\cos(\omega + \omega_1)\tau_2 + \cos(\omega - \omega_1)\tau_2] d\tau_2 d\omega_1 \quad (\text{A4.14}) \\ &= H_f(j(\omega + \omega_1)) + H_f(j(\omega - \omega_1)) \end{aligned}$$

sau

$$\begin{aligned} \text{EMP}\{\hat{S}_{uMuM}(\omega)\} &= S_{pupu}^2(\omega) + \frac{1}{4\tilde{T}T} \int_{-\infty}^{\infty} [S_{uu}(\omega_1) + S_{pupu}(\omega_1)]^2 \cdot \\ &\cdot [H_f(j(\omega + \omega_1)) + H_f(j(\omega - \omega_1))]^2 d\omega_1 \quad (\text{A4.15}) \end{aligned}$$

Expresia $[H_f(j(\omega + \omega_1)) + H_f(j(\omega - \omega_1))]^2$ poate fi simplificată, ținând cont de faptul că lățimea de bandă a funcției fereastră este mult mai redusă decât a f.d.s. aferente semnalelor analizate, fig.A4.1, [M2]:

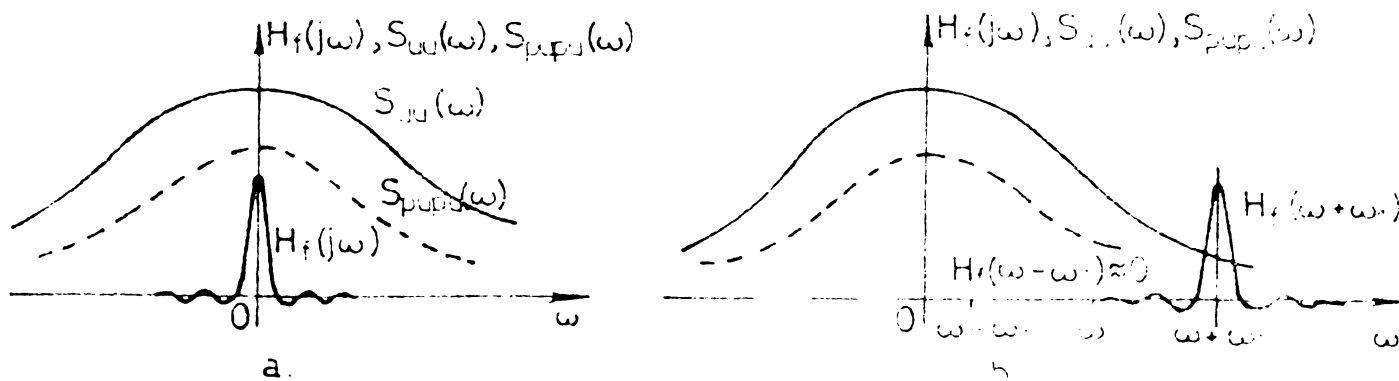


Fig.A4.1. Relativă la simplificarea expresiei (A2.16).

$$[H_f(j(\omega + \omega_1)) + H_f(j(\omega - \omega_1))]^2 \approx H_f^2(j(\omega + \omega_1)) + H_f^2(j(\omega - \omega_1)) \quad (\text{A4.16})$$

Ca urmare rel.(A4.15) se poate scrie sub forma :

$$\begin{aligned} \text{EMP}\{\hat{S}_{uMuM}(\omega)\} &= S_{pupu}^2(\omega) + \frac{1}{4\tilde{\pi}T} \int_{-\infty}^{\infty} [S_{uu}(\omega_1) + S_{pupu}(\omega_1)]^2 H_f^2(j(\omega + \omega_1)) d\omega_1 \\ &+ \frac{1}{4\tilde{\pi}T} \int_{-\infty}^{\infty} [S_{uu}(\omega_1) + S_{pupu}(\omega_1)]^2 H_f^2(j(\omega - \omega_1)) d\omega_1 ; \end{aligned} \quad (\text{A4.17})$$

cu schimbările de variabile:

$$\omega + \omega_1 = a/\tau_m \quad \text{și} \quad \omega - \omega_1 = b/\tau_m \quad (\text{A4.18})$$

și ținînd cont de faptul că

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_f^2(ja/\tau_m) da = 4\tilde{\pi}^2_m \quad [K3], \quad (\text{A4.19})$$

expresia finală a $\text{EMP}\{\}$ devine :

$$\text{EMP}\{\hat{S}_{uMuM}(\omega)\} = S_{pupu}^2(\omega) + \frac{2\tau_m}{T} [S_{uu}(\omega) + S_{pupu}(\omega)]^2 . \quad (\text{A4.20})$$

b. Calculul $\text{EMP}\{\hat{P}_{uMyM}(\omega)\}$ și $\text{EMP}\{\hat{Q}_{uMyM}(\omega)\}$. Și în acest caz se pleacă de la expresia de mediat, rezultată în (A4.3) și (A4.4) în urma inversării menționate :

$$\xi_2 = E\{[\hat{\Phi}_{uMyM}(\tau_1) - \Phi_{u\tilde{y}}(\tau_1)][\hat{\Phi}_{uMyM}(\tau_2) - \Phi_{u\tilde{y}}(\tau_2)]\} . \quad (\text{A4.21})$$

Pe baza unui calcul similar cu cel de la punctul a., ξ_2 se obține în final sub forma :

$$\begin{aligned} \xi_2 \approx & \Phi_{pupy}(\tau_1)\Phi_{pupy}(\tau_2) + \frac{1}{2\tilde{\pi}T} \int_{-\infty}^{\infty} \{ [S_{uu}(\omega_1) + S_{pupu}(\omega_1)] [S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega_1) + \\ & + S_{zz}(\omega_1) + S_{pupy}(\omega_1)] \cdot e^{-j\omega_1(\tau_2 - \tau_1)} + \\ & + [S_{\tilde{y}u}(\omega_1) + S_{pypu}(\omega_1)]^2 \cdot e^{-j\omega_1(\tau_2 + \tau_1)} \} d\omega_1 . \end{aligned}$$

Expresia lui ξ_2 se înlocuiește în rel. (A4.3) respectiv (A4.4) și se obțin:

$$\begin{aligned} \text{EMP}\{\hat{P}_{uMyM}(\omega)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{pupy}(\tau_1) h_f(\tau_1) \cos \omega \tau_1 d\tau_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{pupy}(\tau_2) h_f(\tau_2) \cos \omega \tau_2 d\tau_2 + \\ & \cdot \cos 2d_2 + \frac{1}{2\tilde{\pi}T} \int_{-\infty}^{\infty} \{ [S_{uu}(\omega_1) + S_{pupu}(\omega_1)] [S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega_1) + S_{zz}(\omega_1) + S_{pypu}(\omega_1)] \cdot \\ & \cdot e^{-j\omega_1(\tau_2 - \tau_1)} h_f(\tau_1) h_f(\tau_2) \cos \omega \tau_1 \cos \omega \tau_2 + \end{aligned}$$

$$+ [S_{\tilde{y}u}(\omega_1) + S_{pypu}(\omega_1)]^2 \cdot e^{-j\omega_1(\tau_2 + \tau_1)} h_f(\tau_1) h_f(\tau_2) \cdot \cdot$$

$$\cdot \cos\omega\tau_1 \cos\omega\tau_2 \} d\tau_1 d\tau_2 d\omega_1 \quad (A4.22)$$

$$EMP\{\hat{Q}_{uMyM}(\omega)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{pupy}(\tau_1) h_f(\tau_1) \sin\omega\tau_1 d\tau_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{pupy}(\tau_2) h_f(\tau_2) \sin\omega\tau_2 d\tau_2 +$$

$$+ \frac{1}{2\pi T} \int_{-\infty}^{\infty} \{ [S_{uu}(\omega_1) + S_{pupu}(\omega_1)] [S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega_1) + S_{zz}(\omega_1) + S_{pypy}(\omega_1)] \cdot$$

$$\cdot e^{-j\omega_1(\tau_2 - \tau_1)} \cdot h_f(\tau_1) h_f(\tau_2) \sin\omega\tau_1 \sin\omega\tau_2 +$$

$$+ [S_{\tilde{y}u}(\omega_1) + S_{pypu}(\omega_1)]^2 \cdot e^{-j\omega_1(\tau_2 + \tau_1)} h_f(\tau_1) h_f(\tau_2) \sin\omega\tau_1 \sin\omega\tau_2 \} \cdot$$

$$\cdot d\tau_1 d\tau_2 d\omega_1 \quad (A4.23)$$

Evaluarea acestor expresii se face ca și la punctul a, obținându-se următoarele expresii finale ale EMP :

$$EMP\{\hat{P}_{uMyM}(\omega)\} = P_{pupy}^2(\omega) +$$

$$+ \frac{\tau_M}{T} \{ [S_{uu}(\omega) + S_{pupu}(\omega)] [S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) + S_{zz}(\omega) + S_{pypy}(\omega)] +$$

$$+ [P_{u\tilde{y}}(\omega) + P_{pupy}(\omega)]^2 - [Q_{u\tilde{y}}(\omega) + Q_{pupy}(\omega)]^2 \} \quad (A4.24)$$

$$EMP\{\hat{Q}_{uMyM}(\omega)\} = Q_{pupy}^2(\omega) +$$

$$+ \frac{\tau_M}{T} \{ [S_{uu}(\omega) + S_{pupu}(\omega)] [S_{\tilde{y}\tilde{y}}(\omega) + S_{zz}(\omega) + S_{pypy}(\omega)] -$$

$$- [P_{u\tilde{y}}(\omega) + P_{pupy}(\omega)]^2 + [Q_{u\tilde{y}}(\omega) + Q_{pupy}(\omega)]^2 \} \quad (A4.25)$$

ANEXA NR.5 ASUPRA CONDIȚIILOR IN CARE ESTE POSIBILA IE A BLOCURILOR SAR CONVENTIONALE PE BAZA MASURARILOR EFECTUATE ASUPRA MARIMILOR INTERNE ALE SAR (anexa are la bază lucrările [P13] și [P23] ale autorului)

1. Punerea problemei. Dacă în IE-ms a blocurilor SAR convenționale se folosesc numai mărimi interne ale SAR, atunci corectitudinea rezultatului depinde de relațiile utilizate în IE; (aservirea metodelor statistice de IE schemelor concrete de funcționare [G12]; relațiile utilizate depind, pentru fiecare bloc al SAR, de numărul și locul de acționare a perturbațiilor. Intrucît în literatura aflată la dispoziția nu s-a

într-un mod unitar și completă a problemei, în cadrul acestei anexe se prezintă o sinteză asupra condițiilor în care este posibilă IE-ms a blocurilor SAR pe baza măsurărilor efectuate asupra mărimilor interioare SAR și relațiile corecte care trebuie utilizate în fiecare dintre cazuri.

În acest scop se consideră schema bloc al SAR convențional din fig.A5.1. (identică prin conținut cu fig.4.1), considerat aflat în regim staționar constant d.p.d.v. al semnalelor ~~deter-~~ **determinate** care acționează asupra lui. În cel mai general caz MM

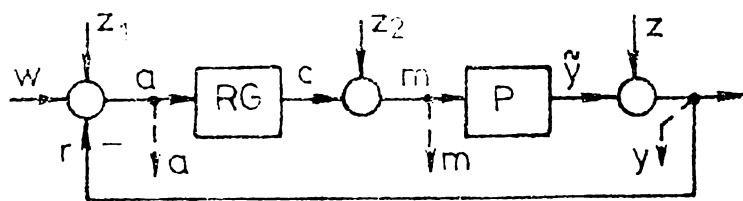


Fig.A5.1. Schema bloc a unui SAR convențional (semnificația diferitelor mărimi și blocuri este dată în text); - - - - - marchează mărimile considerate măsurabile.

ale celor două blocuri, regulatorul RG și procesul P, $H_R(s)$ și $H_P(s)$, se consideră necunoscute.

Perturbațiile $z_1(t)$, $z_2(t)$ și $z(t)$ se consideră aleatoare, staționare, normal distribuite și statistic independente (ele corespund de ex.: $z_1(t)$ - perturbație provenind din sistemul de prescriere; $z_2(t)$ - perturbație din ansamblul ^{regulator} RG; $z(t)$ - perturbație asupra ^{procesului} P). Ca mărimi (direct sau indirect) măsurabile, interioare SAR, se consideră $a(t)$, $m(t)$ și $y(t)$. Ținând cont de complexitatea relațiilor de identificare care rezultă, analiza este utilă să fie dezvoltată numai în domeniul frecvență; concluziile rezultate își păstrează însă valabilitatea și pentru IE în domeniul timp. Pentru simplificarea scrierii, în continuare, parțial se va omite specificarea variabilelor „j ω ” sau „ ω ”.

2. Determinarea relațiilor care trebuie utilizate în IE a blocurilor SAR [B7][S4][S9], [R6], [P13][P23]. Datorită faptului că perturbațiile $z_1(t)$, $z_2(t)$ și $z(t)$ conduc la apariția așa numitului „zgomot de circulație” [E2], utilizarea în IE a relațiilor considerate „clasice” - valabile pentru blocurile considerate funcționând în circuit deschis - :

$H_P(j\omega) = \frac{S_{my}(\omega)}{S_{mm}(\omega)}$, (A5.1) și $H_R(j\omega) = \frac{S_{am}(\omega)}{S_{aa}(\omega)}$, (A5.2)

dă numai arareori satisfacție [R6]. Pentru determinarea relațiilor de IE corecte, se pleacă de la expresiile operaționale ale mărimilor măsurabile a , m și y scrise sub forma :

$$\left. \begin{aligned} A &= Z_1 - Z - H_P Z_2 - H_0 A \\ M &= Z_2 + H_R Z_1 - H_R Z - H_0 M \\ Y &= Z + H_P Z_2 + H_0 Z_1 - H_0 \end{aligned} \right\} \quad (A5.3)$$

cu $H_0 = H_P H_R$

Diferitele f.d.s. se determină pe baza rel.(2.39) și (2.40);
ținând cont de independența statistică a perturbațiilor,
f.d.s.p. și f.d.i.p. determinabile sînt :

$$\begin{aligned} \hat{S}_{aa} &= \frac{1}{|1+H_0|^2} \left[\hat{S}_{z_1 z_1} + \hat{S}_{zz} + |H_P|^2 \hat{S}_{z_2 z_2} \right] \\ \hat{S}_{mm} &= \frac{1}{|1+H_0|^2} \left[\hat{S}_{z_2 z_2} + |H_R|^2 \hat{S}_{z_1 z_1} + |H_R|^2 \hat{S}_{zz} \right] \\ \hat{S}_{yy} &= \frac{1}{|1+H_0|^2} \left[\hat{S}_{zz} + |H_P|^2 \hat{S}_{z_2 z_2} + |H_R|^2 |H_P|^2 \hat{S}_{z_1 z_1} \right] \\ \hat{S}_{am} &= \frac{1}{|1+H_0|^2} \left[H_R \hat{S}_{z_1 z_1} + H_R \hat{S}_{zz} - H_P^* \hat{S}_{z_2 z_2} \right] \\ \hat{S}_{ay} &= \frac{1}{|1+H_0|^2} \left[H_P H_R \hat{S}_{z_1 z_1} - \hat{S}_{zz} - |H_P|^2 \hat{S}_{z_2 z_2} \right] \\ \hat{S}_{my} &= \frac{1}{|1+H_0|^2} \left[H_P \hat{S}_{z_2 z_2} + H_P |H_R|^2 \hat{S}_{z_1 z_1} - H_R^* \hat{S}_{zz} \right] . \end{aligned} \quad (A5.4)$$

Grupul de relații (A5.4), completat cu expresiile complex conjugate $\hat{S}_{ma} = \hat{S}_{am}^*$, $\hat{S}_{ya} = \hat{S}_{ay}^*$ și $\hat{S}_{ym} = \hat{S}_{my}^*$, constituie un sistem neliniar de șase ecuații în cinci necunoscute :

- necunoscutele principale $H_P(j\omega)$ și $H_R(j\omega)$,
 - necunoscutele secundare $S_{zz}(\omega)$, $S_{z_1 z_1}(\omega)$ și $S_{z_2 z_2}(\omega)$;
- dintre care, în cazul de față interesează în principal necunoscutele principale $H_P(j\omega)$ și $H_R(j\omega)$.

Printr-o grupare adecvată a ecuațiilor, se obțin expresiile estimărilor f.r.f. căutate:

$$\hat{H}_P(j\omega) = \frac{\hat{S}_{ay}(\omega) + \hat{S}_{yy}(\omega)}{\hat{S}_{ym}(\omega) + \hat{S}_{am}(\omega)} , \quad (A5.5)$$

$$\hat{H}_R(j\omega) = \frac{\hat{S}_{ya}(\omega) + \hat{S}_{am}(\omega)}{\hat{S}_{aa}(\omega) + \hat{S}_{ay}(\omega)} . \quad (A5.6)$$

Din analiza rel.(A5.5) și (A5.6) se poate observa că în cazul general, IE cu rel.(A5.1) conduce la estimări eronate, $\hat{H}_{Pf}(j\omega)$ respectiv $\hat{H}_{Rf}(j\omega)$:

$$\hat{H}_{Pf}(j\omega) = \frac{\hat{S}_{my}(\omega)}{\hat{S}_{mm}(\omega)} = H_P \frac{\hat{S}_{z_2 z_2} + |H_R|^2 \hat{S}_{z_1 z_1} - H_R^* H_P^{-1} \hat{S}_{zz}}{\hat{S}_{z_2 z_2} + |H_R|^2 \hat{S}_{z_1 z_1} + |H_R|^2 \hat{S}_{zz}} \neq \hat{H}_P(j\omega), \quad (A5.7)$$

respectiv :

$$\hat{H}_{Rf}(j\omega) = \frac{\hat{S}_{am}(\omega)}{\hat{S}_{aa}(\omega)} = H_R \frac{\hat{S}_{z_1 z_1} + \hat{S}_{zz} - H_P^* H_R^{-1} \hat{S}_{z_2 z_2}}{\hat{S}_{z_1 z_1} + \hat{S}_{zz} + |H_P|^2 \hat{S}_{z_2 z_2}} \neq H_R(j\omega) \quad (A5.8)$$

Observație: 1. Expresiile necunoscutele secundare se obțin similar, printr-o grupare adecvată a termenilor din rel.(A5.4):

$$\hat{S}_{z_1 z_1} = \hat{S}_{aa} + \hat{S}_{yy} + 2\text{Re}\{\hat{S}_{ay}\}$$

$$\hat{S}_{z_2 z_2} = \hat{S}_{mm} + |H_R|^2 \hat{S}_{aa} - 2\text{Re}\{H_R \hat{S}_{ma}\} \quad (A5.a)$$

$$\hat{S}_{zz} = \hat{S}_{yy} + |H_P|^2 \hat{S}_{mm} - 2\text{Re}\{H_P \hat{S}_{ym}\}$$

Cazuri particulare ale cazului general îl constituie situațiile în care acționează concomitent numai o parte din perturbațiile $z_1(t)$, $z_2(t)$ și $z(t)$. Analiza acestor situații poate fi dezvoltată prin particularizări corespunzătoare, efectuate în rel.(A5.4); rezultatele obținute sînt prezentate sub formă sintetică în tabelele A5.1 - relativ la IE a procesului și A5.2 - relativ la IE a regulatorului. Referitor la aceste rezultate se fac următoarele precizări.

a. Referitor la IE a procesului cu f.r.f. $H_P(j\omega)$:

(1) IE pe baza rel.(A5.1) este posibilă numai atunci cînd procesul nu este perturbat, $z(t)=0$, indiferent de acțiunea celorlalte perturbații (cazurile a.2, a.3 și a.5); justificarea rezultă din analiza rel.(A5.7), în care $\hat{S}_{zz}=0$ și ca urmare $\hat{H}_{Pf}(j\omega) = \hat{H}_P(j\omega)$.

(ii) Pentru cazurile $z(t) \neq 0$ există mai multe situații :

- $z_1(t)=0$ și $z_2(t) = 0$, cazul a.7, în care IE a procesului devine imposibilă [A4]; justificarea este simplă, ținînd cont de faptul că în acest caz rel.(A5.4) degenerază în forme din care f.r.f. $H_P(j\omega)$ nu mai poate fi explicitată.

- $z_1(t) \neq 0$ și $z_2(t)=0$ sau $z_1(t) = 0$ și $z_2(t) \neq 0$, cazurile a.4 și a.6; în aceste situații reducerea numărului de ecuații

TABELUL A5.1. Relații referitoare la IE a procesului unui SAR convențional

Caz	Perturbații care acționează			Utiliz. rel. (A5.1)		Relația corectă pentru IE
	z ₁	z ₂	z ₃	rezultat IE	caract. rezult.	
a.1	0	0	0	identificare imposibilă		
a.2	z ₁	0	0	\hat{H}_p	corect	(A5.1)
a.3	z ₁	z ₂	0	\hat{H}_p	corect	(A5.1)
a.4	z ₁	0	z	$-\frac{1}{H_R}$	fals	$\frac{\hat{S}_{my} + \hat{S}_{oa} H_R^*}{\hat{S}_{mm} + \hat{S}_{ym} H_R^*}$ (A5.9)
a.5	0	z ₂	0	\hat{H}_p	corect	(A5.1)
a.6	0	z ₂	z	$-\frac{1}{H_R}$	fals	$\frac{\hat{S}_{my} + \hat{S}_{oa} H_R^*}{\hat{S}_{mm} + \hat{S}_{ym} H_R^*}$ (A5.9)
a.7	0	0	z	$-\frac{1}{H_R}$	fals	identificare imposibilă (a se vedea de exemplu [A4])
a.8	z ₁	z ₂	z	rel (A5.7)	fals	rel. (A5.5)

independente ale sistemului (A5.4) face ca determinarea soluției, $H_p(j\omega)$, să necesite o informație suplimentară; această informație o poate reprezenta numai f.r.f. a RG, $H_R(j\omega)$, când relația corectă pentru IE este rel.(A5.9).

(iii) Pentru cazul general, a.8, pentru identificarea procesului din măsurări efectuate numai asupra mărimilor interioare SAR, se va utiliza rel.(A5.5).

Observație: 2. Dacă informația suplimentară solicitată în cazurile a.4 sau a.6 este una din mărimile de perturbație $z_1(t)$ respectiv $z_2(t)$ - devenită accesibilă măsurărilor - în IE în locul rel.(A5.9) se va utiliza una din relațiile :

- cazul a.4 :
$$\hat{H}_p(j\omega) = \frac{\hat{S}_{ly}(\omega)}{\hat{S}_{zm}(\omega)}, \quad (A5.10)$$

- cazul a.6 : $\hat{H}_P(j\omega) = \frac{\hat{S}_{z_2y}(\omega)}{\hat{S}_{z_2z}(\omega)}$ (A5.11)

Cele două cazuri corespund situațiilor în care, în IE, se utilizează informație relativă la un semnal exterior măsurabil.

b. Referitor la IE a regulatorului cu f.r.f. $H_R(j\omega)$:

(i) IE pe baza rel.(A5.2) este posibilă numai în cazul în care RG nu este perturbat, $z_2(t) = 0$ și indiferent de acțiunea celorlalte perturbații (cazurile b.2, b.4 și b.7) ; justificarea rezultă din analiza rel.(A5.8) în care $\hat{S}_{z_2z_2} = 0$ și ca urmare $H_{Rf}(j\omega) = H_R(j\omega)$.

TABELUL A5.2. Relații referitoare la IE a regulatorului unui SAR convențional

Caz	Perturbații care acționează			Utiliz. rel.(A5.2)		Relația corectă pentru IE
	z_1	z_2	z_3	rezultat IE	corect. rezult.	
b.1	0	0	0	identificare imposibilă		
b.2	z_1	0	0	\hat{H}_R	corect	rel.(A5.2)
b.3	z_1	z_2	0	$-\frac{1}{H_P}$	fals	$\frac{\hat{S}_{am} + H_P^* \hat{S}_{mm}}{\hat{S}_{ca} + H_P^* \hat{S}_{ma}}$ (A5.12)
b.4	z_1	0	z	\hat{H}_R	corect	rel.(A5.2)
b.5	0	z_2	0	$-\frac{1}{H_P}$	fals	identificare imposibilă
b.6	0	z_2	z	$-\frac{1}{H_P}$	fals	$\frac{S_{am} + H_P^* S_{mm}}{S_{ca} + H_P^* S_{mc}}$ (A5.12)
b.7	0	0	z	\hat{H}_R	corect	rel.(A5.2)
b.8	z_1	z_2	z	rel.(A5.8)	fals	rel.(A5.6)

(ii) Pentru cazurile $z_2(t) \neq 0$, există următoarele situații:
 - $z_1(t) = 0$ și $z(t) = 0$, cazul b.5, când IE a RG devine imposi-

bilă; justificarea rezultă din faptul că, în acest caz, rel. (A5.4) degenerază în forme din care f.r.f. $H_R(j\omega)$ nu mai poate fi explicitată.

- $z_1(t) \neq 0$ și $z(t) = 0$ sau $z_1(t) = 0$ și $z(t) \neq 0$, cazurile b.3 și b.6; reducerea numărului de ecuații independente ale sistemului (A5.4) face ca determinarea soluției $H_R(j\omega)$ să necesite o informație suplimentară; această informație o reprezintă în acest caz f.r.f. a procesului $H_p(j\omega)$, cu care relația corectă pentru IE obține forma (A5.12).

(iii) Pentru cazul general, b.8, pentru identificarea regulatorului din măsurări efectuate numai asupra mărimilor interioare SAR se va utiliza rel. (A5.6).

Observație: 3. Dacă informația suplimentară solicitată pentru soluționarea cazurilor b.3 și b.6 este una din perturbațiile $z_1(t)$ sau $z_2(t)$ - considerate acum accesibile măsurărilor în IE în locul rel. (A5.12) se va utiliza una din relațiile :

$$\text{- caz b.3 : } \hat{H}_R(j\omega) = \frac{\hat{S}_{z1m}(\omega)}{\hat{S}_{z1a}(\omega)} \quad , \quad (A5.13)$$

$$\text{- caz b.6 : } \hat{H}_R(j\omega) = \frac{\hat{S}_{zm}(\omega)}{\hat{S}_{za}(\omega)} \quad . \quad (A5.14)$$

(acest ultim caz este însă foarte puțin frecvent în practică, $z(t)$ fiind prezent ca perturbație - în general nemăsurabilă - a procesului).

3. Concluzii. Rezultatele cuprinse în anexa nr.5 au la bază lucrările autorului [P13] și [P23], constituind o sinteză asupra condițiilor în care este posibilă IE-me a blocurilor SAR convenționale; alte lucrări bibliografice legate de problema analizată au fost menționate pe parcurs. Această sinteză a fost cuprinsă și în contractul de cercetare științifică [IV], la solicitarea beneficiarului; ea este utilă pentru practica IE întrucât precizează clar condițiile în care este posibilă IE și care sînt relațiile care trebuie utilizate în aceste situații.

ANEXA NR.6. DETERMINAREA VALORII AȘTEPTATE PENTRU PRODUSUL ERORILOR STATISTICE DE ESTIMARE A P.D.S.

Expresiile care urmează a fi evaluate au următoarele forme generale:

$$E \{ \Delta \hat{P}_{ambm} \Delta \hat{P}_{cmcm} \} \quad , \quad (A6.1)$$

$$E \{ \Delta \hat{Q}_{aMbM} \Delta \hat{Q}_{cMdM} \} , \quad (A6.2)$$

$$E \{ \Delta \hat{P}_{aMbM} \Delta \hat{Q}_{cMdM} \} . \quad (A6.3)$$

Intrucît în principiu calea urmată în evaluarea acestor expresii este cea prezentată în anexele nr.3 și nr.4, etapele evaluării vor fi doar punctate; ținînd însă cont de faptul că $\Delta \hat{P}_{aMbM}, \dots, \Delta \hat{Q}_{cMdM}$ sînt definite - conform rel.(4.9) și (4.10) - în raport cu valoarea măsurată marcată, $E\{P\}$ a estimărilor va fi numeric egală cu varianța estimărilor.

a. Evaluarea expresiei de forma (A6.1). Se pleacă de la relația :

$$E \{ \Delta \hat{P}_{aMbM} \Delta \hat{P}_{cMdM} \} = E \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{aMbM}(\tau_1) - \phi_{aMbM}(\tau_1)] h_f(\tau_1) \cos \omega \tau_1 d\tau_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{cMdM}(\tau_2) - \phi_{cMdM}(\tau_2)] h_f(\tau_2) \cos \omega \tau_2 d\tau_2 \right\} ; \quad (A6.4)$$

inversînd ordinea de integrare, prin efectuarea calculului de mediere se obține în final:

$$E \{ \Delta \hat{P}_{aMbM} \Delta \hat{P}_{cMdM} \} = \frac{\tau_M}{T} \left[(P_{ac} + P_{papc})(P_{bd} + P_{pbpd}) + (Q_{ac} + Q_{pape}) \cdot (Q_{bd} + Q_{pbpd}) + (P_{ad} + P_{papd})(P_{bc} + P_{pbpc}) + (Q_{ad} + Q_{papd})(Q_{bc} + Q_{pbpc}) \right] . \quad (A6.5)$$

b. Evaluarea expresiei de forma (A6.2). Se pleacă de la relația:

$$E \{ \Delta \hat{Q}_{aMbM} \Delta \hat{Q}_{cMdM} \} = E \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{aMbM}(\tau_1) - \phi_{aMbM}(\tau_1)] h_f(\tau_1) \sin \omega \tau_1 d\tau_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{cMdM}(\tau_2) - \phi_{cMdM}(\tau_2)] h_f(\tau_2) \sin \omega \tau_2 d\tau_2 \right\} ; \quad (A6.6)$$

rezultatul final al evaluării este :

$$E \{ \Delta \hat{Q}_{aMbM} \Delta \hat{Q}_{cMdM} \} = \frac{\tau_M}{T} \left[(P_{ac} + P_{papc})(P_{bd} + P_{pbpd}) + (Q_{ac} + Q_{pape})(Q_{bd} + Q_{pbpd}) - (P_{ad} + P_{papd})(P_{bc} + P_{pbpc}) - (Q_{ad} + Q_{papd})(Q_{bc} + Q_{pbpc}) \right] . \quad (A6.7)$$

c. Evaluarea expresiei de forma (A6.3). Se pleacă de la relația:

$$\begin{aligned} E \{ \Delta \hat{P}_{aMbM} \Delta \hat{Q}_{cMdM} \} = E \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{aMbM}(\tau_1) - \phi_{aMbM}(\tau_1)] h_f(\tau_1) \cos \omega \tau_1 d\tau_1 \cdot \right. \\ \left. \cdot \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\phi}_{cMdM}(\tau_2) - \phi_{cMdM}(\tau_2)] h_f(\tau_2) \sin \omega \tau_2 d\tau_2 \right\} ; \quad (A6.8) \end{aligned}$$

rezultatul final al evaluării este :

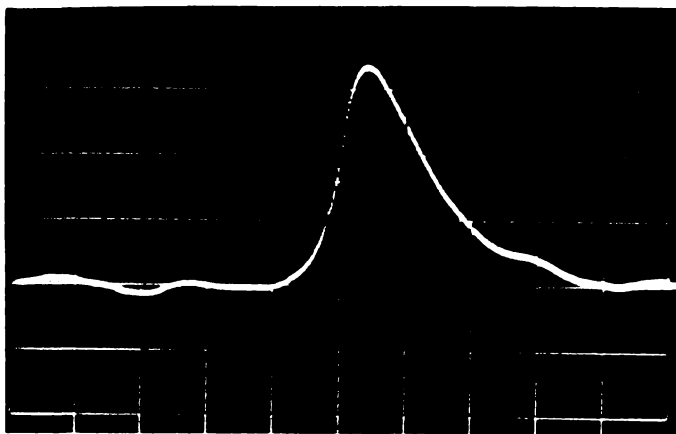
$$\begin{aligned} E \{ \Delta \hat{P}_{aMbM} \Delta \hat{Q}_{cMdM} \} = \frac{\tau_M}{T} \left[- (Q_{ac} + Q_{pape})(P_{bd} + P_{pbpd}) + \right. \\ \left. + (P_{ac} + P_{pape})(Q_{bd} + Q_{pbpd}) - (P_{ad} + P_{papd})(Q_{bc} + Q_{pbpc}) + \right. \\ \left. + (Q_{ad} + Q_{papd})(P_{bc} + P_{pbpc}) \right] . \quad (A6.9) \end{aligned}$$

Prin particularizarea corespunzătoare a rel.(A6.5),(A6.7) și (A6.9) se obțin valorile așteptate solicitate în par.4.4.

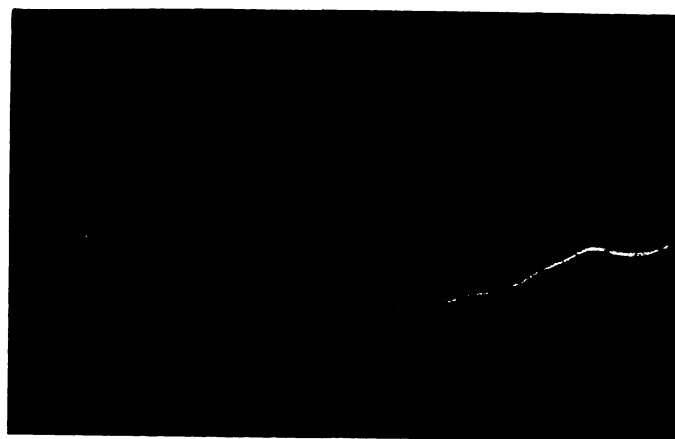
ANEXA NR.7:FOTOGRAFII ALE OSCILOGRAMELOR FUNCTIILOR DE CORELATIE
DETERMINATE IN DIFERITE CONDITII EXPERIMENTALE

A7.1. Oscilogrammele aferente verificării influenței filtrelor "trece sus" de pe intrările corelatorului și a reducerii dispersiei semnalului de ieșire în raport cu dispersia semnalului de intrare.

A7.1.1. Oscilogrammele aferente verificării influenței filtrelor "trece sus" de pe intrările corelatorului asupra estimării funcției de intercorelație $\phi_{uy}(\tau)$.



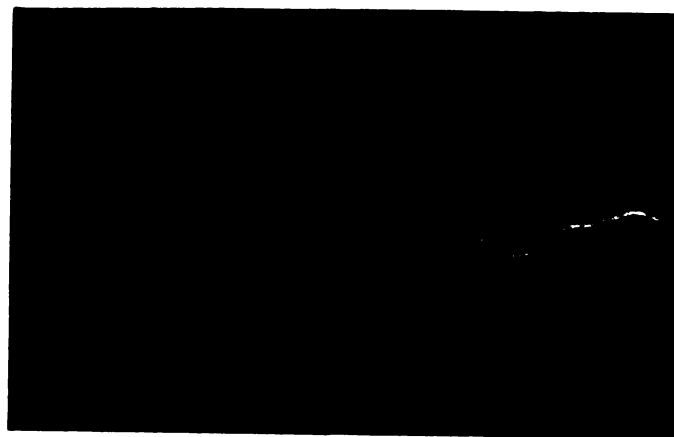
FA7.1-1



FA7.1-2

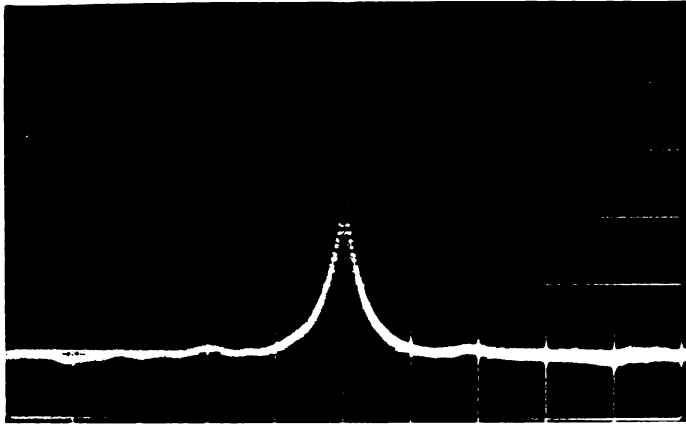


FA7.1-3

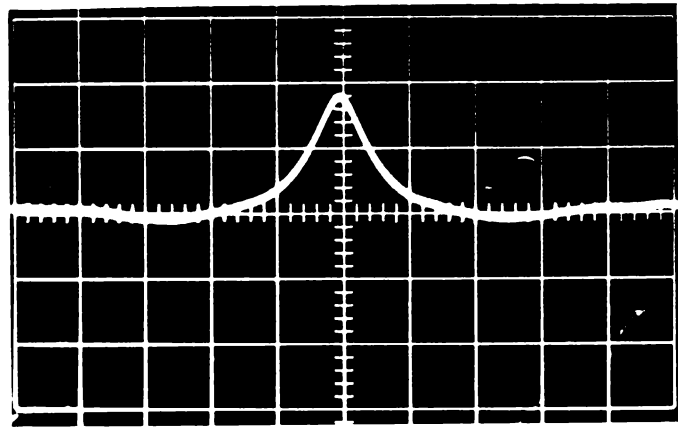


FA7.1-4

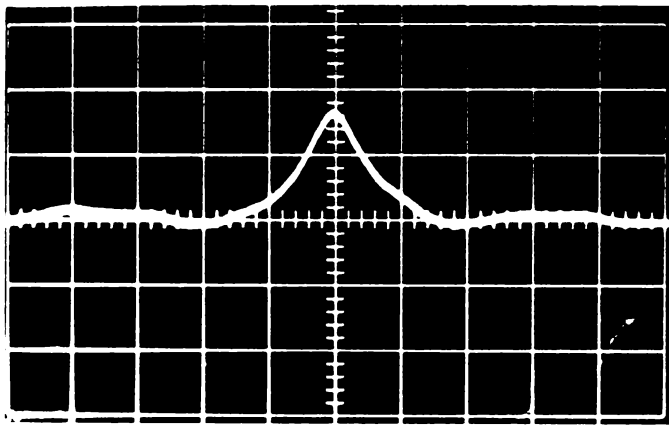
A7.1.2 Oscilogrammele aferente verificării reducerii dispersiei
semnalului de ieşire fa raport cu dispersia semnalului de intrare.



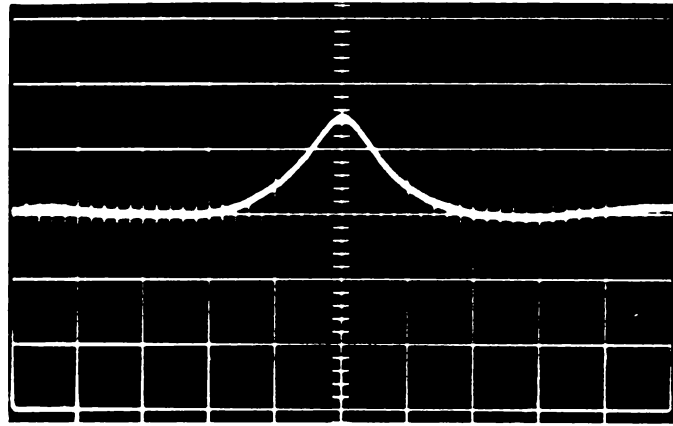
FA7.1-5 (scara 1:2)



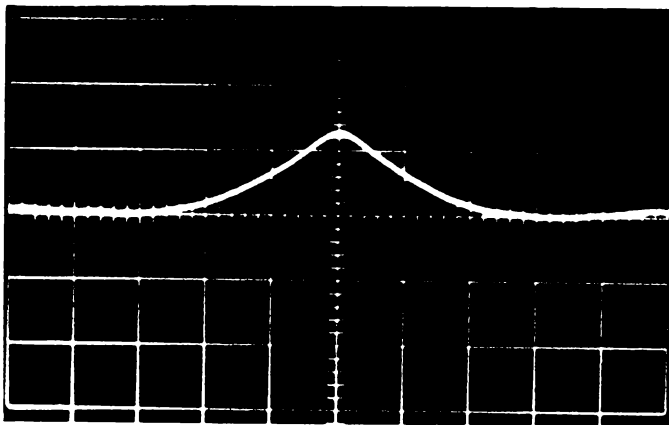
FA7.1-6



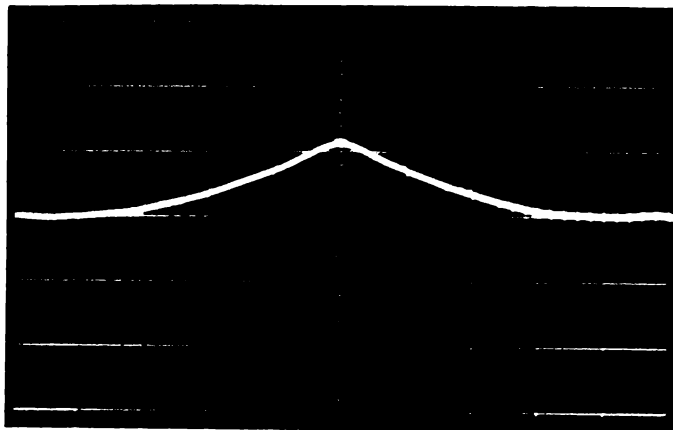
FA7.1-7



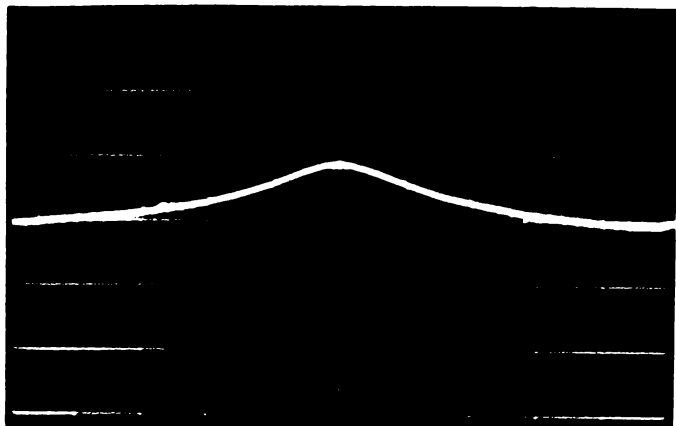
FA7.1-8



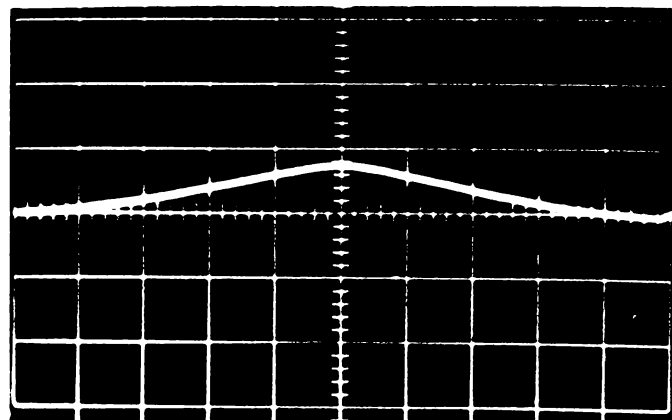
FA7.1-9



FA7.1-10



FA7.1-11

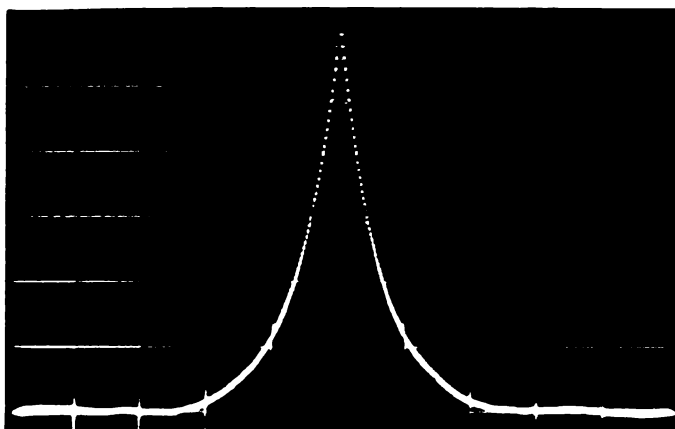


FA7.1-12

INSTITUTUL PRITEHA G

A7.2. Oscilogrammele aferente verificării influenței perturbațiilor asupra estimării funcției de autocorelație.

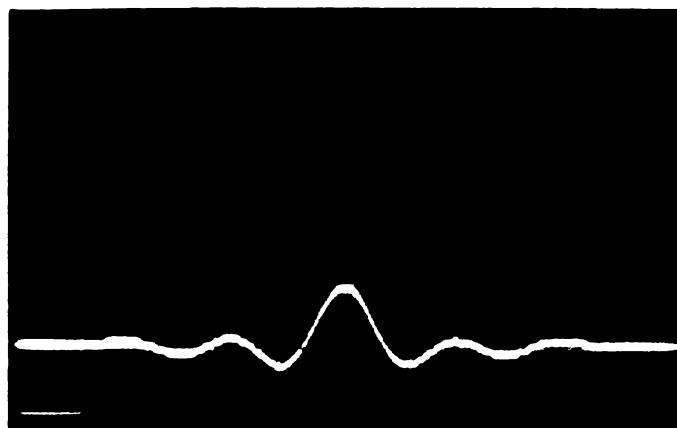
A7.2.1. Verificarea relației de estimare a funcției de autocorelație din măsurări perturbate.



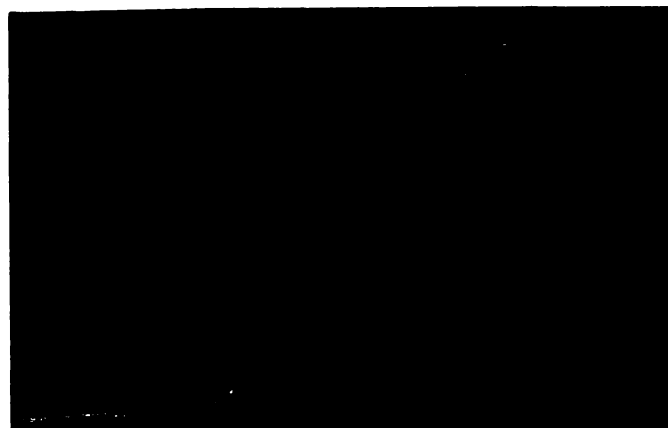
PA7.2-1



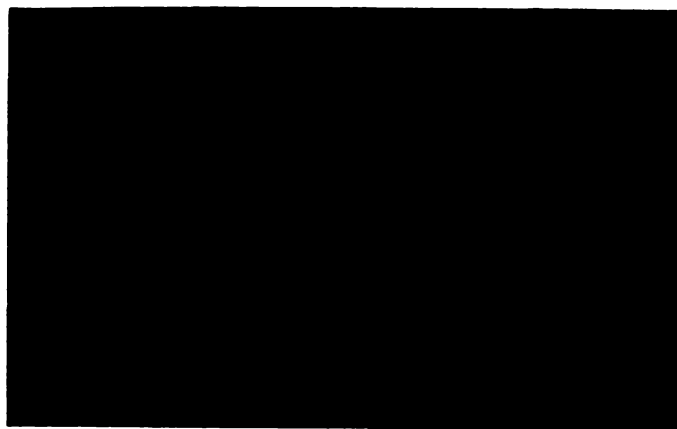
PA7.2-2 (scara 1:1)



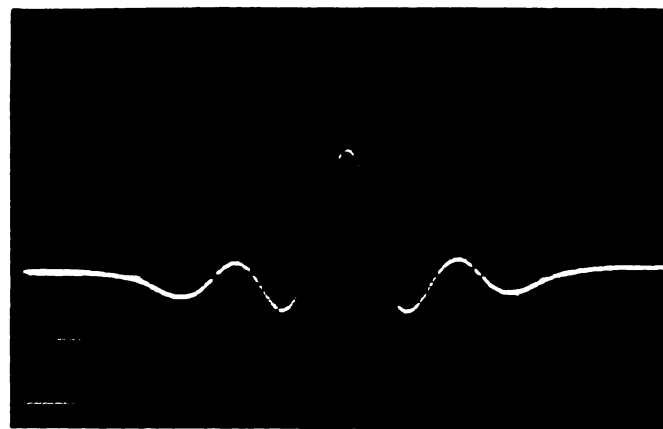
PA7.2-3 (scara 10:1)



PA7.2-4



PA7.2-5

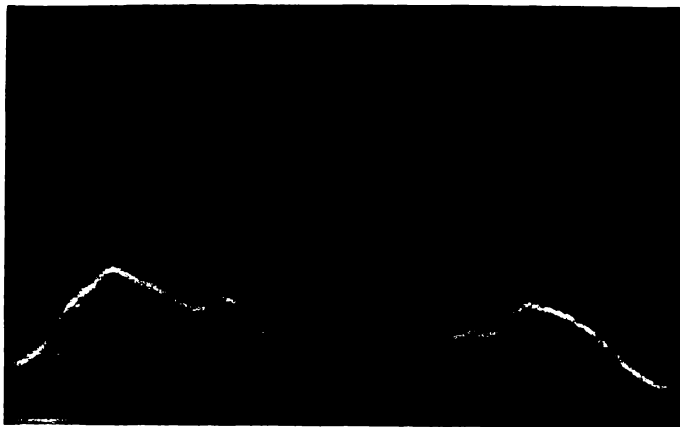


PA7.2-6

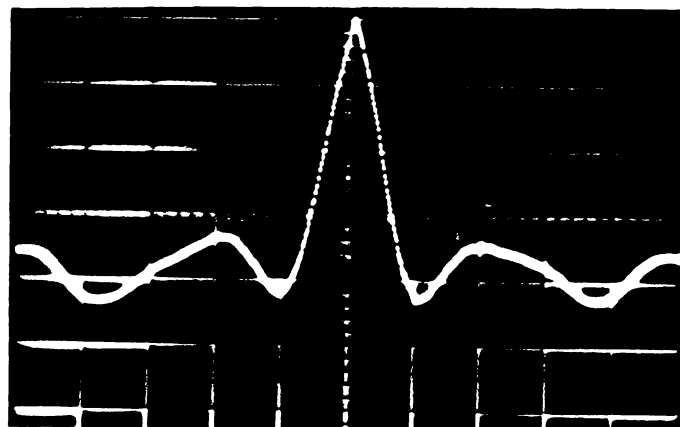


PA7.2-7

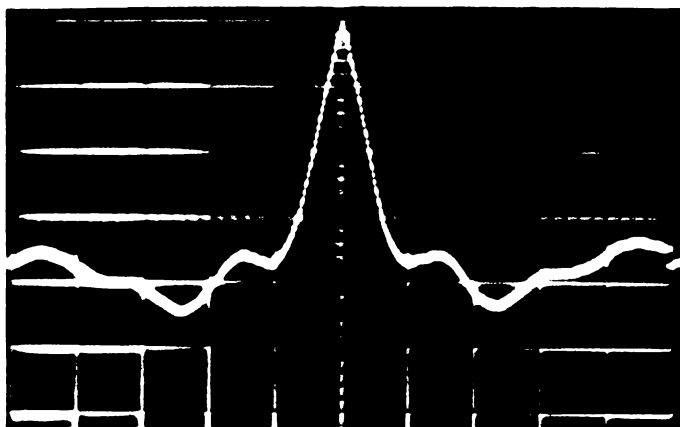
A7.2.2. Verificarea relației varianței estimării funcției de auto-corelație din măsurări perturbate.



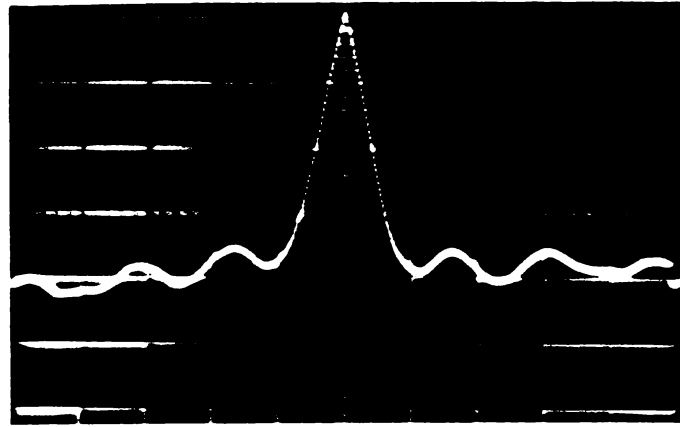
FA7.2-8



FA7.2-9



FA7.2-10

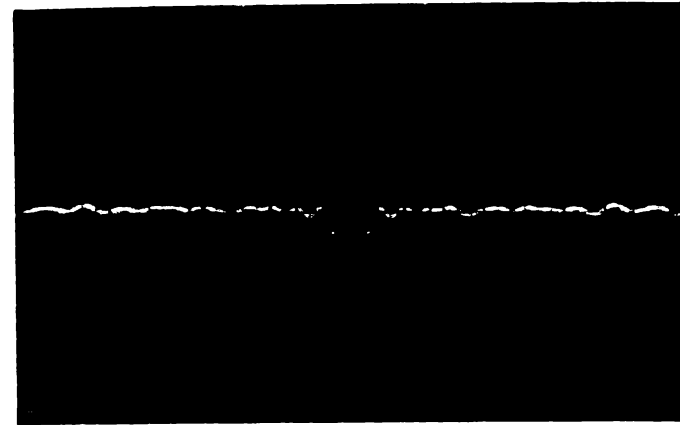


FA7.2-11

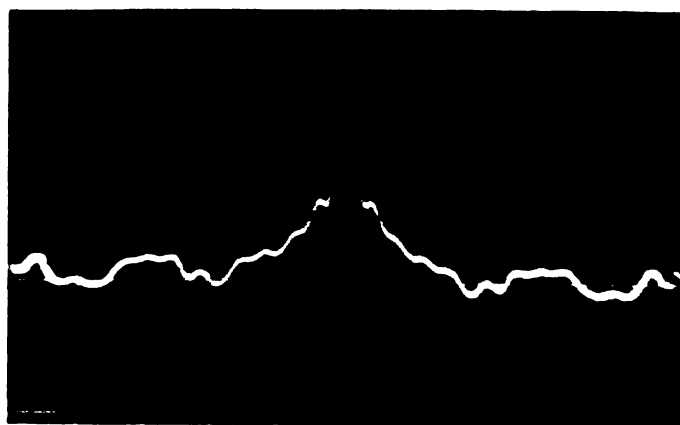
A7.2.3. Verificări experimentale pentru cazul $\omega_{pu} = 35,186 \text{ sec}^{-1}$.



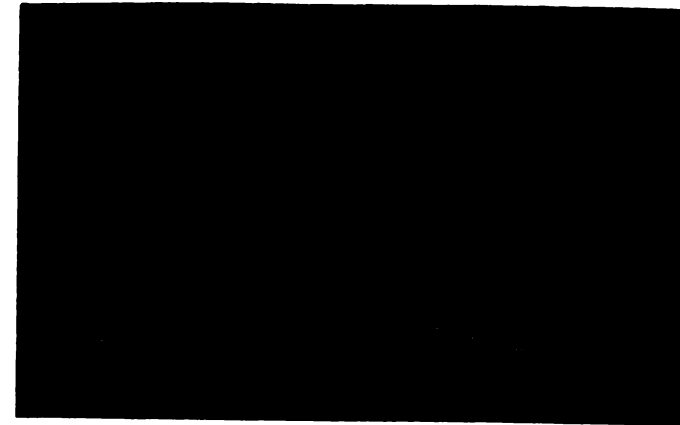
FA7.2-12



FA7.2-13

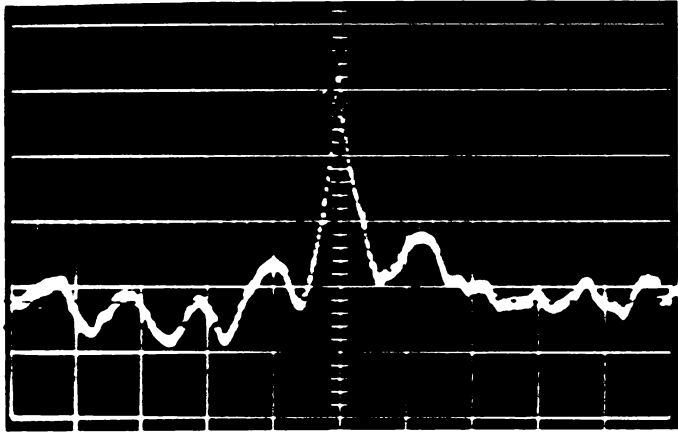


FA7.2-14

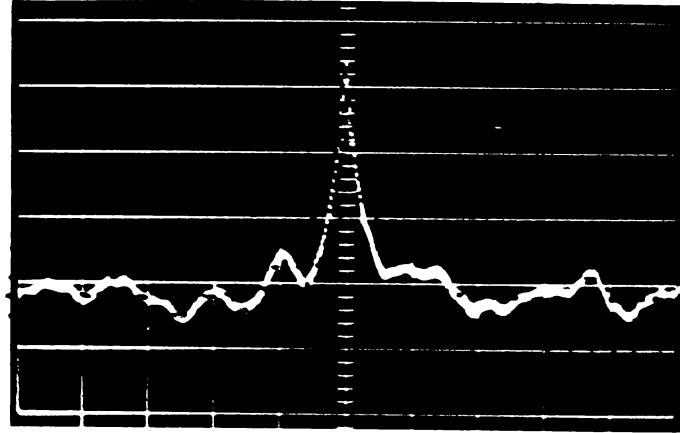


FA7.2-15

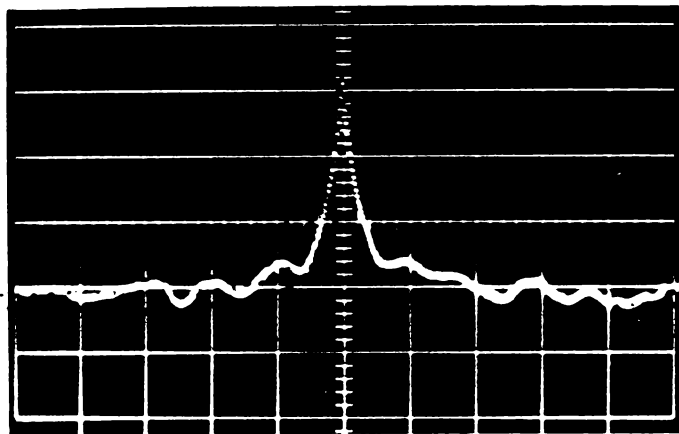
A7.2.3. Oscilogrammele aferente verificării influenței perturbațiilor asupra estimării funcției de autocorelație calculată prin intercorelația $\{u(t), u_M(t)\}$.



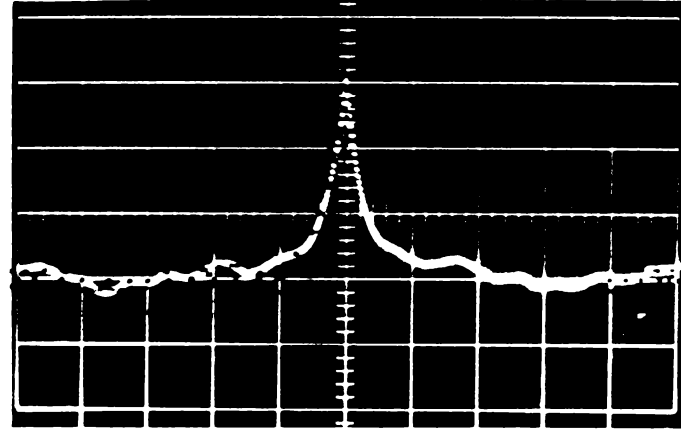
PA7.2-16



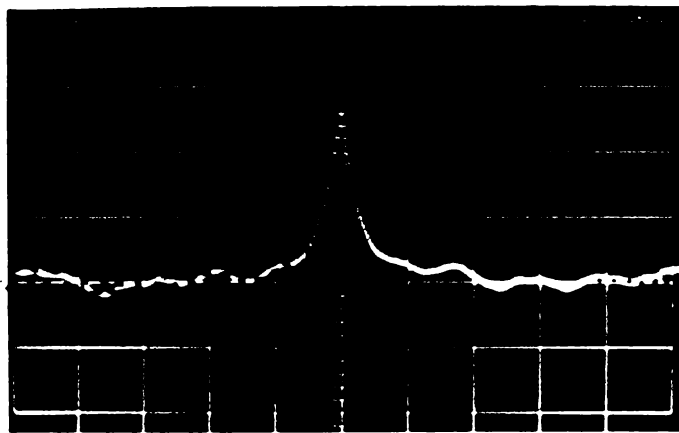
PA7.2-17



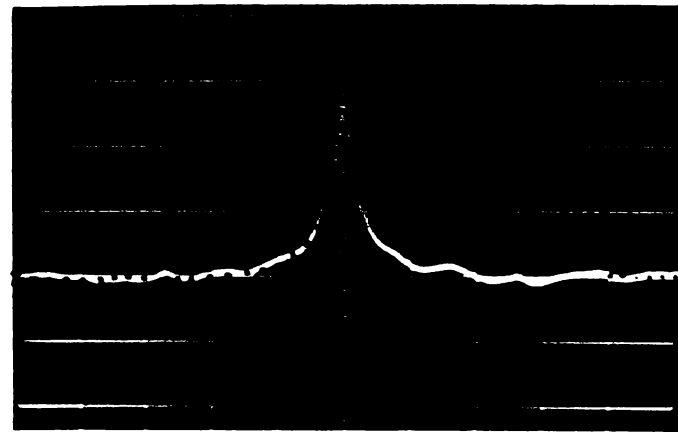
PA7.2-18



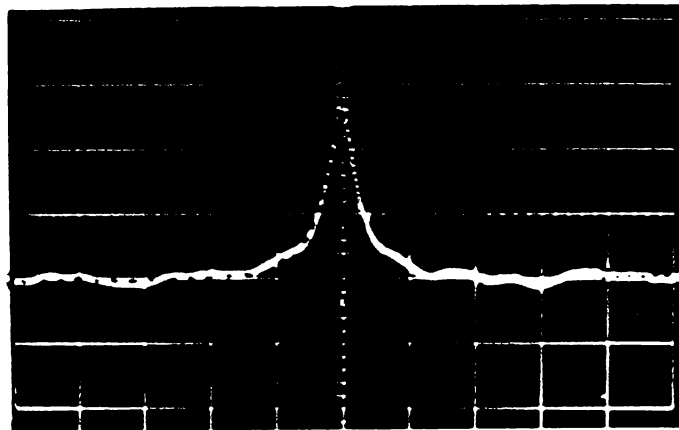
PA7.2-19



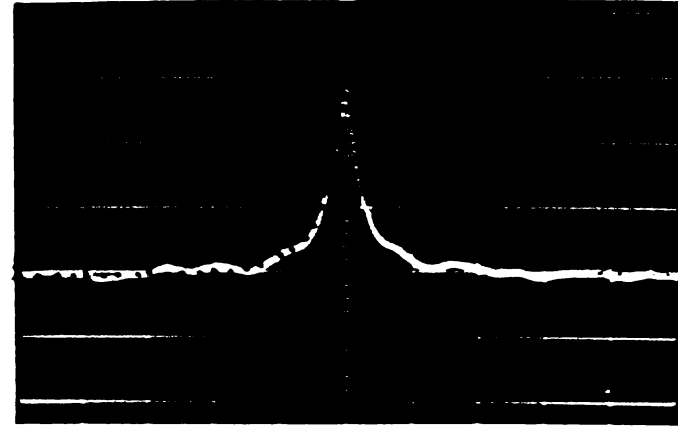
PA7.2-20



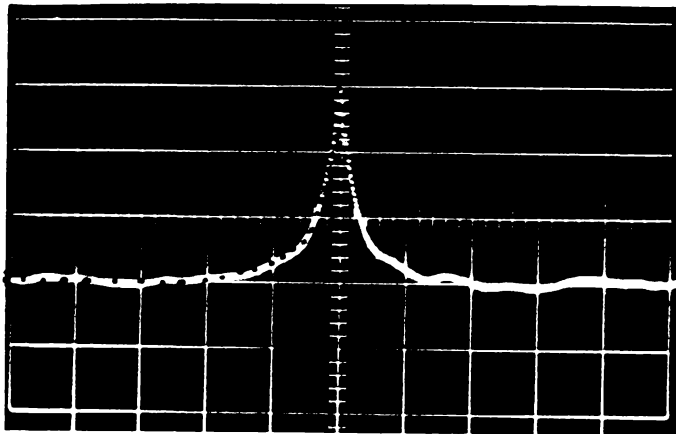
PA7.2-21



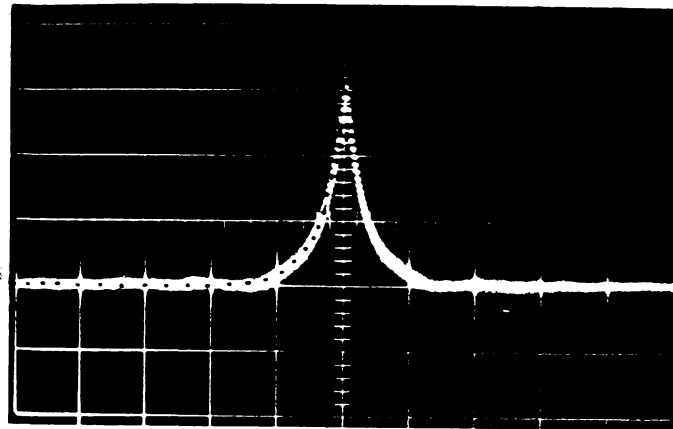
PA7.2-22



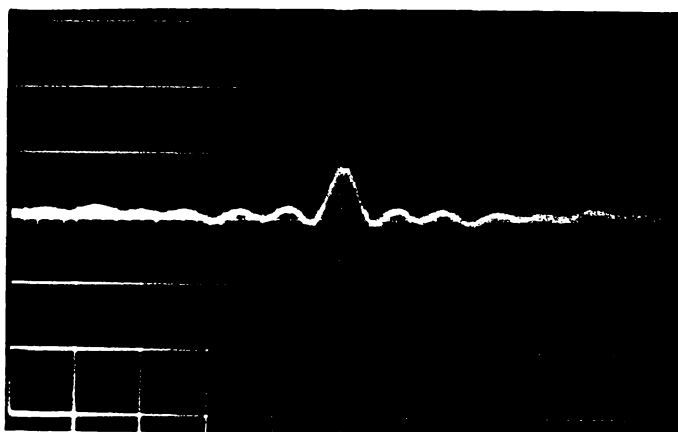
PA7.2-23



FA7.2-24



FA7.2-25

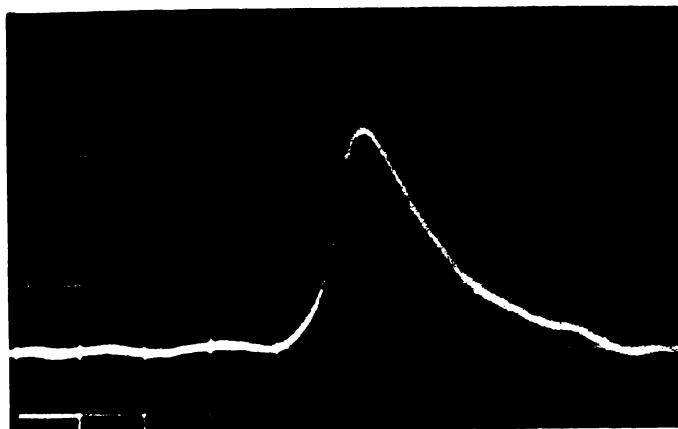


FA7.2-26

Observație: Intru cât pentru valori G_{ϕ} reduse (1 u.) trasarea zonelor $\phi \pm 3G_{\phi}$ ($\pm 3G_{\phi}$) este dificilă, acestea sînt evidențiate doar în punctele $\tau = |\tau_m|$ respectiv $\tau = 0$. Pentru valori T foarte mari, cînd valorile G_{ϕ} sînt foarte reduse, chiar și acest mod de evidențiere a erorilor devine doar intuitiv.

A7.3. Oscilogrammele aferente verificării influenței perturbațiilor asupra estimării funcției de intercorelație.

A7.3.1. Verificarea relației estimării funcției de intercorelație din măsurări perturbate.



FA7.3-1



FA7.3-2

7.3.2 Verificarea relației variantei estimării funcției de inter-corelație din măsurări perturbate, cazul $\hat{\phi}_{u_M y_M}(\tau)$.



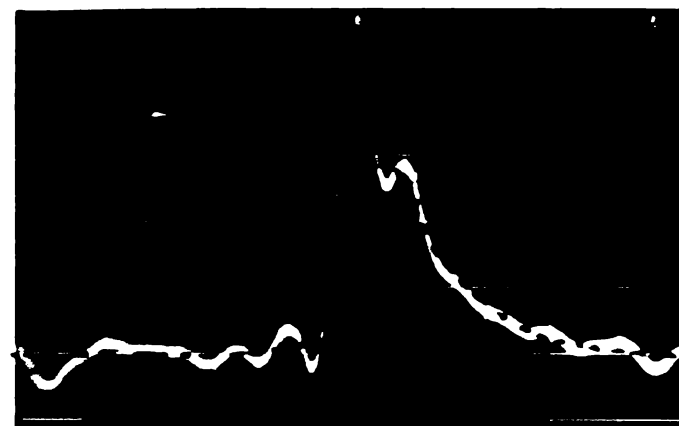
PA7.3-3



PA7.3-4



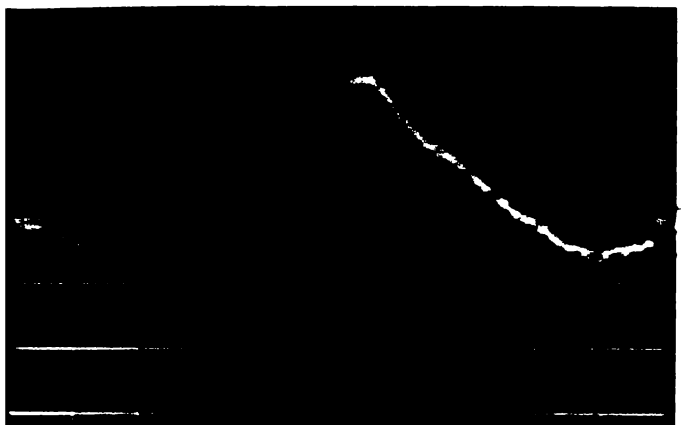
PA7.3-5



PA7.3-6

7.3.3. Verificarea relației variantei estimării funcției de inter-corelație din măsurări perturbate, cazul $\hat{\phi}_{u_M y_M}(\tau)$.

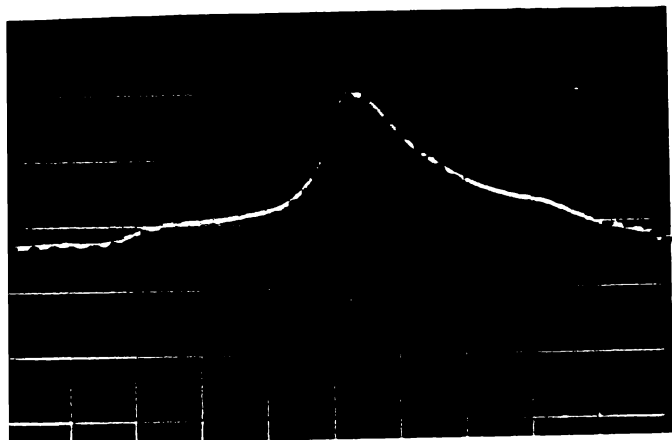
a) Cazul neperturbat, $\hat{\phi}_{uy}(\tau)$, (procesul de estimare).



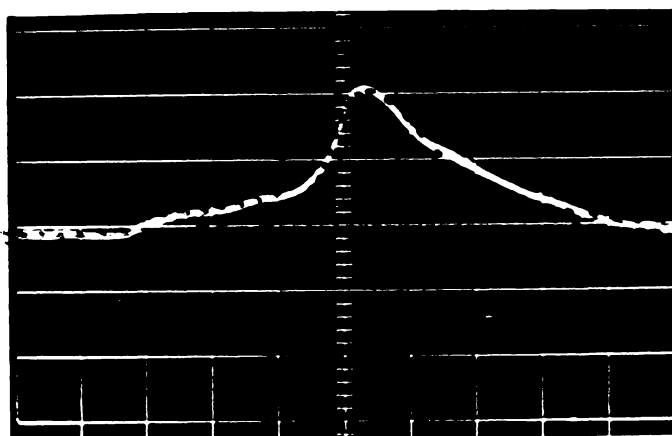
PA7.3-7



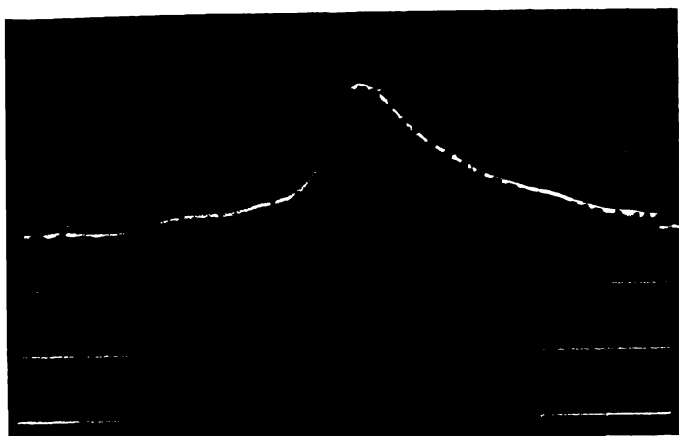
PA7.3-8



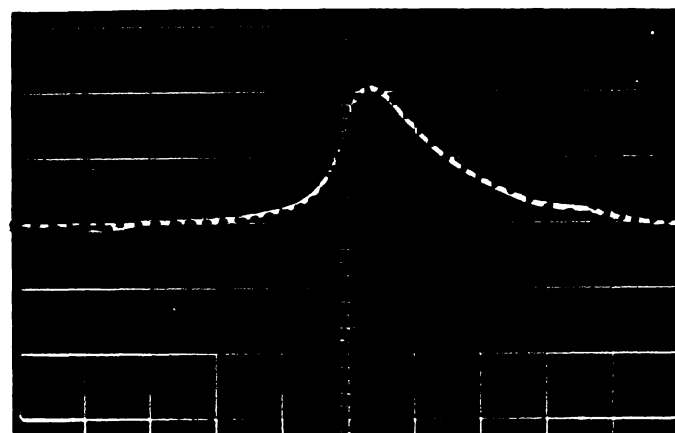
FA7.3-9



FA7.3-10

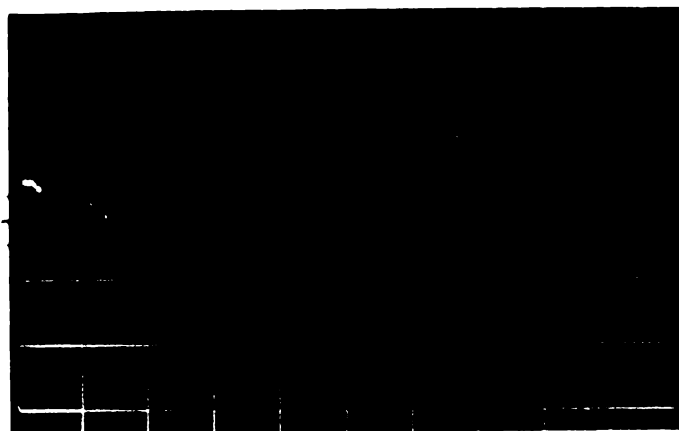


FA7.3-11

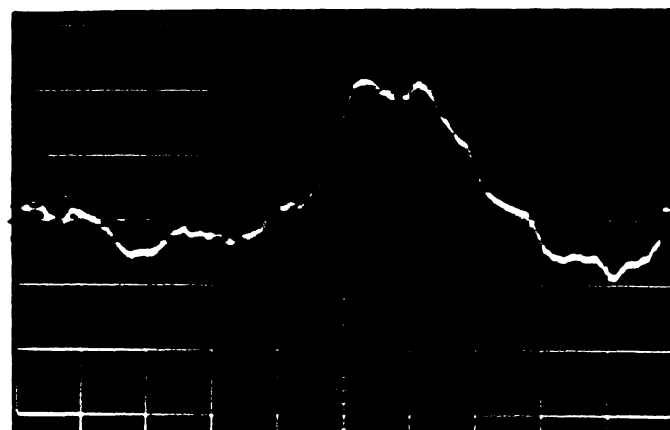


FA7.3-12

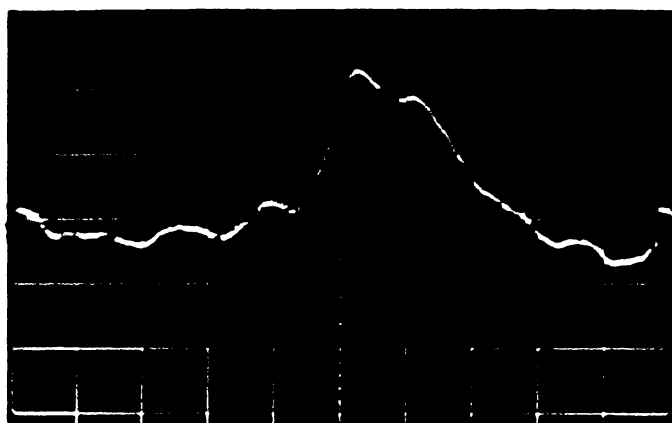
b) Cazul perturbat, $\hat{\phi}_{uMyM}(\tau)$, $\eta_{pu} \approx 0,6$, $\eta_{py} \approx 0,707$ (proc. de estim).



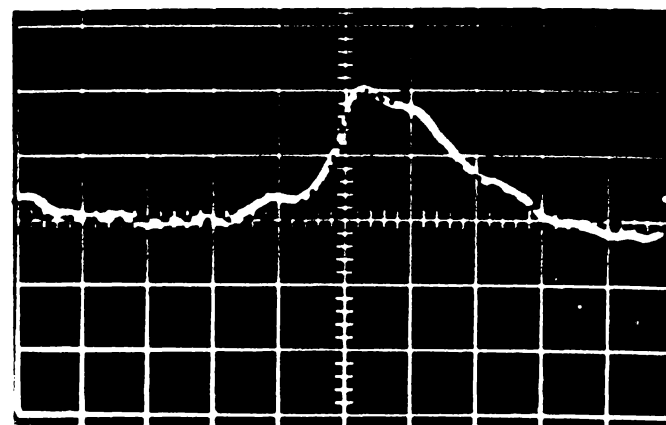
FA7.3-13



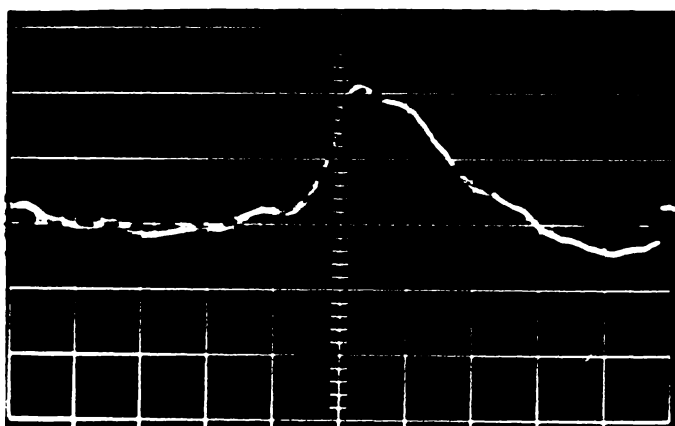
FA7.1-14



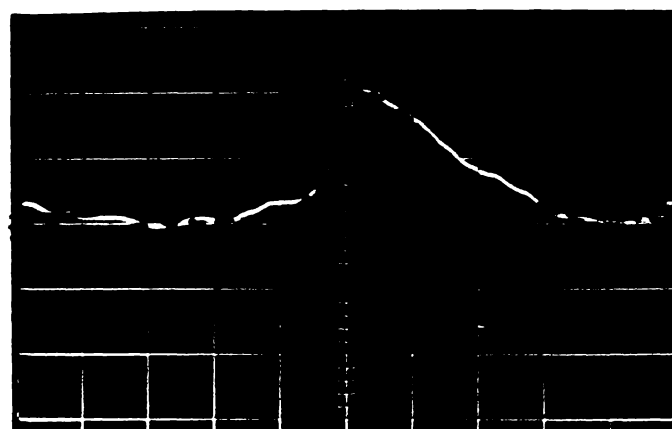
FA7.3-15



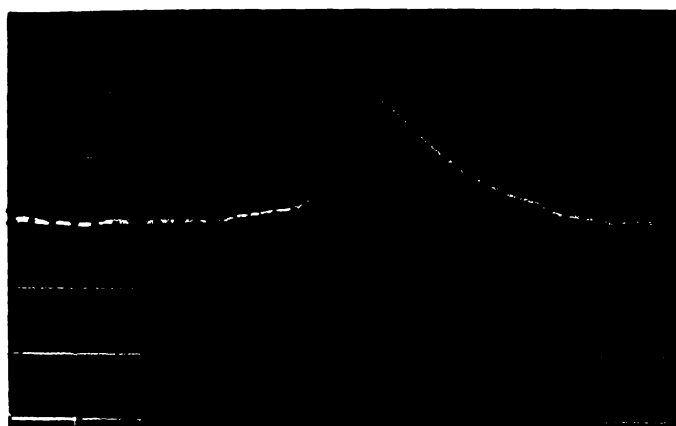
FA7.3-16



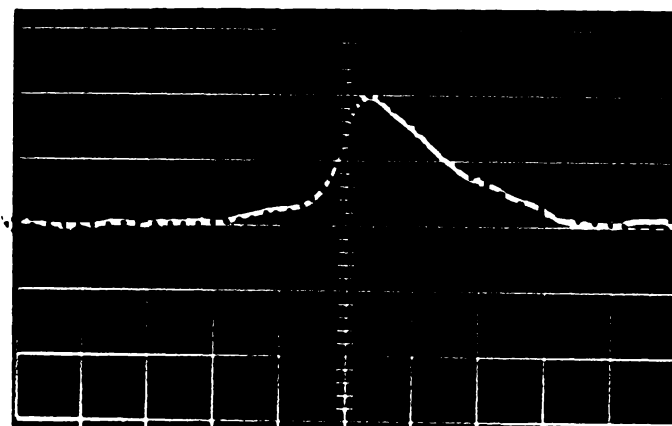
FA7.3-17



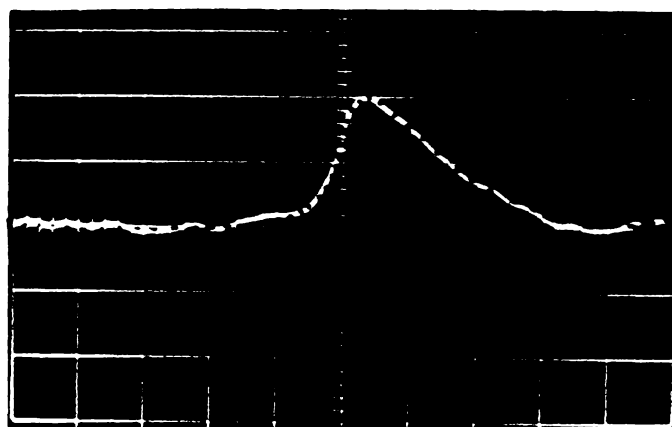
FA7.3-18



FA7.3-19



FA7.3-20

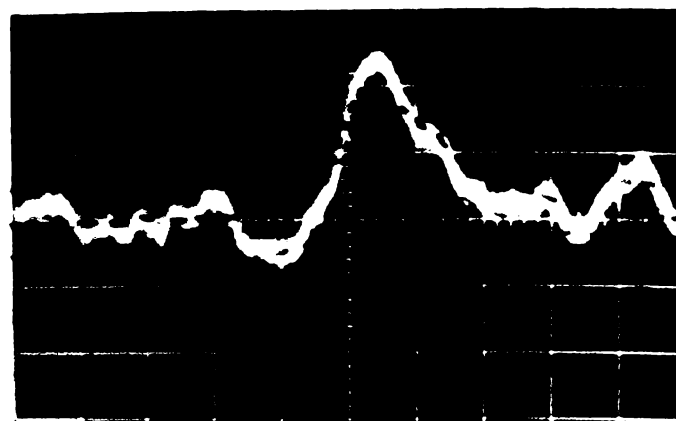


FA7.3-21

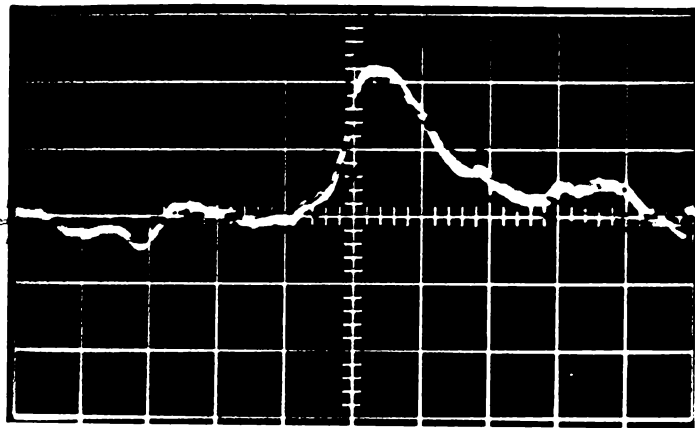
c) Estimarea funcției de intercorelație $\hat{\phi}_{u_{xy}}(\tau)$ din măsurări pu-
ternic perturbate, $\eta_{pu} \approx 1,5$, $\eta_{py} \approx 1,5$.



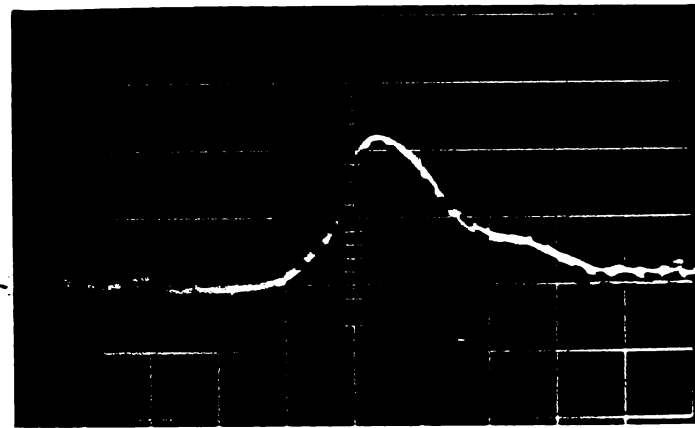
FA7.3-22



FA7.3-23

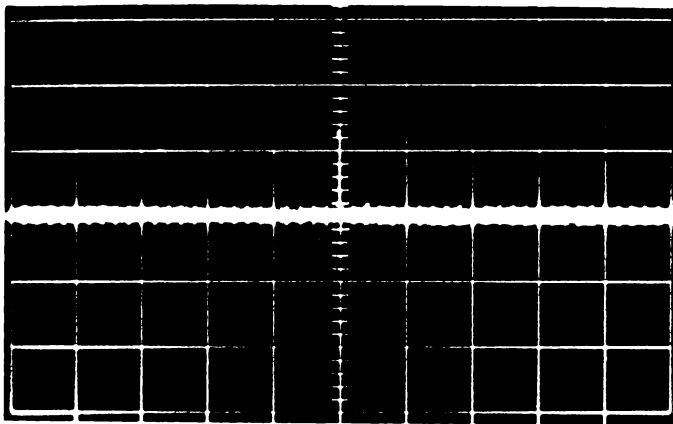


FA7.3-24

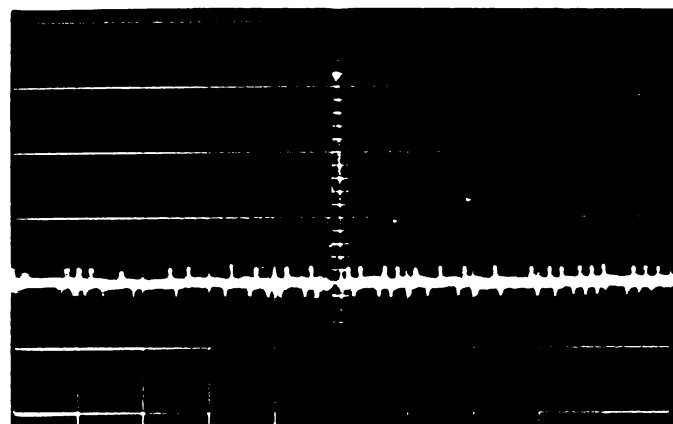


FA7.3-25

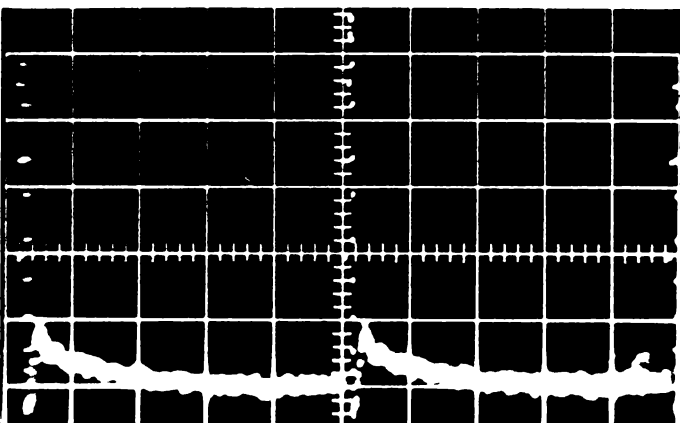
A7.4. Rezultate privind identificarea experimentală a modelului de regulator de viteză electrohidraulic (RGVEH).



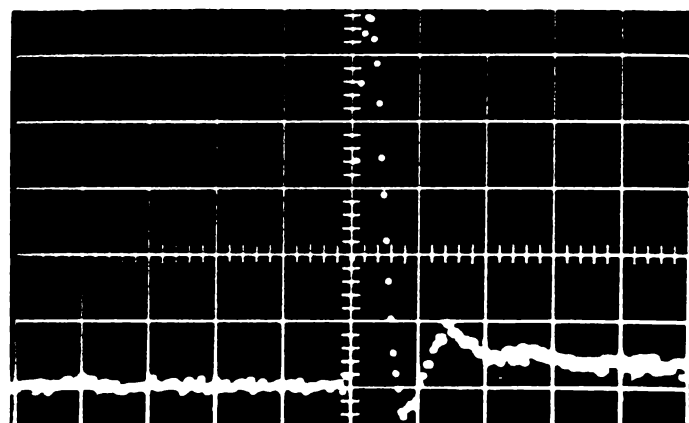
FA7.4-1



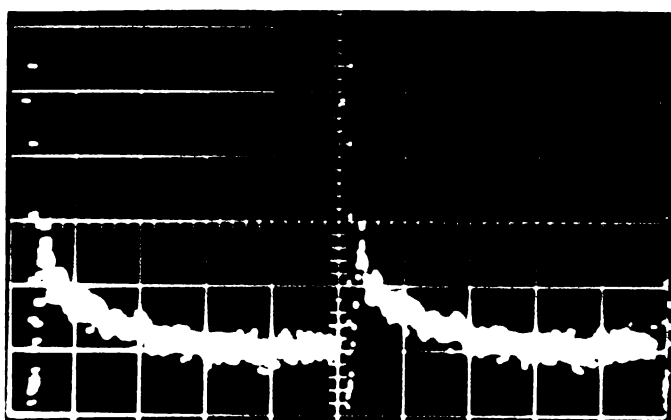
FA7.4-2



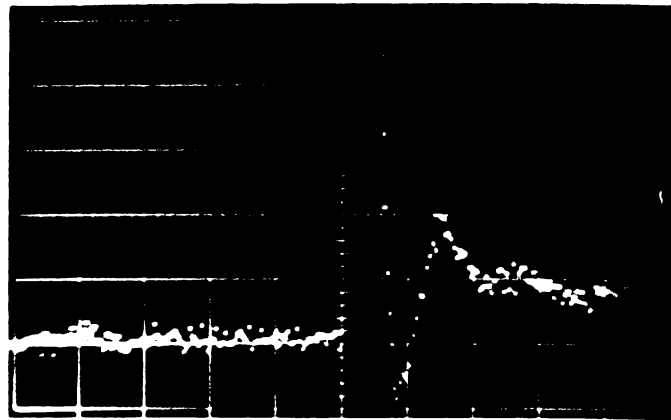
FA7.4-3



FA7.4-4

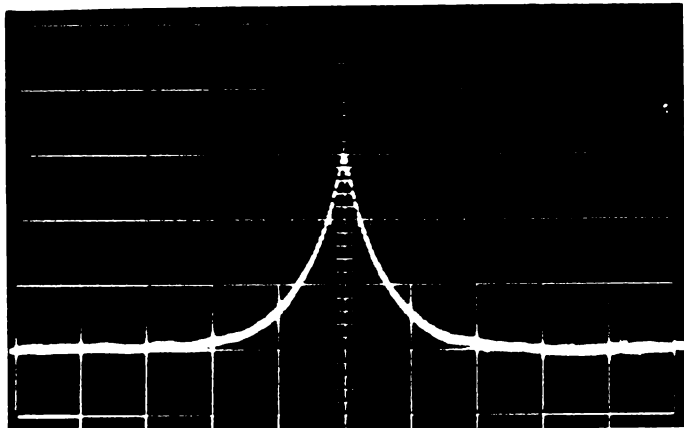


FA7.4-5

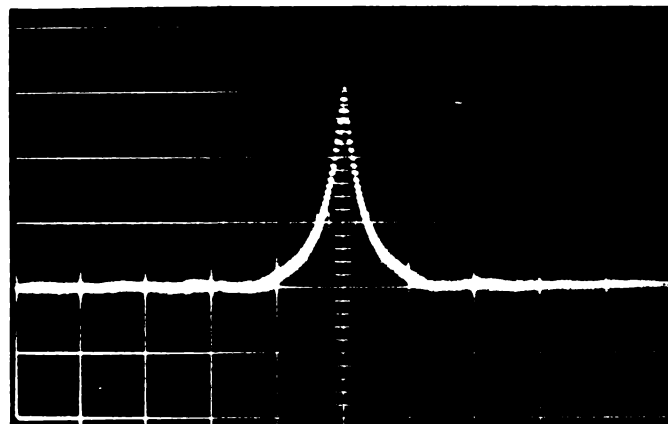


FA7.4-6

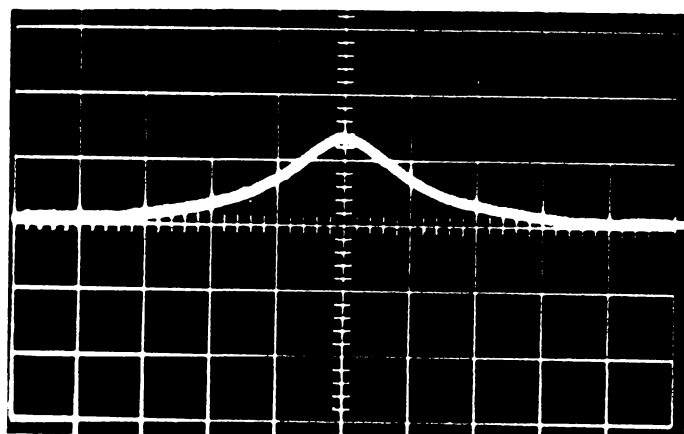
A7.5. Oscillogramele funcțiilor de corelație pentru modelul de sistem
utilizat în verificările experimentale.



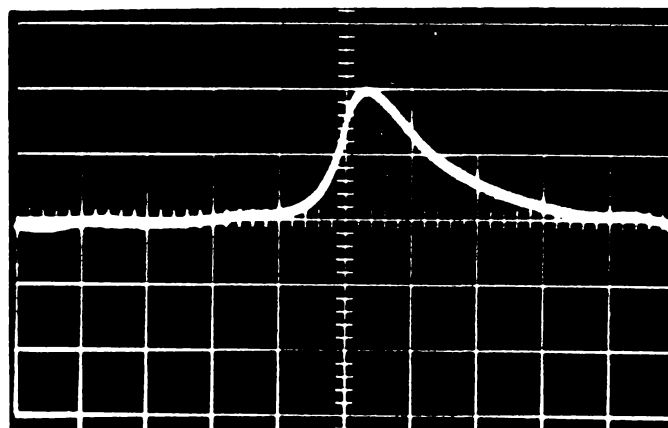
FA7.5-1 ($\Delta\tau = 0,01$ sec.)



FA7.5-2 ($\Delta\tau = 0,02$ sec.)



FA7.5-3 ($\Delta\tau = 0,02$ sec.)



FA7.5-4 ($\Delta\tau = 0,02$ sec.)

B I B L I O G R A F I E

- A1 AMMON, W.: „Der Einfluss unvermeidbarer Fehler auf die Berechnung des Frequenzganges aus der Sprungantwort“ Rt, 15(1967), H10, p.456-460.
- A2 ANGOT, A.: „Compléments de mathématiques pour ingénieurs“, E.T. București, 1966.
- A3 ASTROM, K.J.: „On the Achievable Accuracy in identification problems“, IFAC-Symp. „Ident. in Aut. Contr. Syst.“, Prague, 1967, lucr.1.8.
- A4 ATROM, K.J., EYKHOFF, P.: „System Identification-A survey“ Automatica, vol.7 (1971) p.123-162.
- B1 BALL, G.A.: „Korrelationsmessgeräte“, VEB Verlag Technik, Berlin, 1972.
- B2 BARTELS, E.: „Praktische Systemanalyse mit Korrelationsverfahren“, Rt.14(1966), H1, p.49-55.
- B3 BASTL, W.: „Korrelationsverfahren in der Kernreaktormesstechnik“, Rt.14 (1966), H2, p.56-63.
- B4 BAUR U., ISERMANN R.: „On-line identification of a steam heated heat exchanger with a Process Computer- A Case Study“, 4 th. IFAC Symp. „Ident. and Syst. Param. Estim.“, Tbilisi, 1976, lucr.CS-2.
- B5 BEGHELLI, S., GUIDORZI, R.: „Experimental results in the identification of linear System: A test Case“, 4 th. IFAC Symp. „Ident. and Syst. Param., Estim“ Tbilisi, 1976, lucr.CM-3.
- B6 BENDAT, J.S., PIERSON, A.G.: „Measurement and Analysis of Random Data“, John Wiley & Sons, New-York-London-Sydney, 1966.
- B7 BENES, J.: „Dynamique Statistique“, Dunod Ed., Paris, 1964.
- B8 DISCONTINI, Z.: „Identificarea experimentală și estimarea parametrilor, prin metode de corelație, a proceselor, cu aplicație la un proces lent“, Proiect de diplomă IPTV Timișoara, 1982.
- B9 ELIČHA, K.: „Rozbor a experimentální výsledy identifikace lineárních regulačních soustav statistickými metodami“, Automatizace, 13(1970) nr.4, p.99-105.
- B10 BLESSING P., BAUR, U., ISERMANN R.: „Identification of multivariable Systems with recursive correlation, least squares parameter estimation and use of compensation

- technique", 4 th. IFAC Symp. "Ident. and Syst.Param. Estim", Tibilisi 1976, lucr.CS-3.
- B11 BODENSCHATZ,E., RECK,H.:"Einfluss der Analog-Digital wandlung bei der Bildung der Korrelationsfunktion mit digitalen Rechenanlagen",m.s.r. 19 (1976), H1,p.12-13.
- B12 BOW,B.L.:"Correlation entering-new fields with real time signal analysis", Electronics, 39(1966) nr.22, oct.1966.
- B13 BRACK,G.:"Dynamische Modelle verfahrenstechnischer Prozesse", VEB V.T. Berlin, 1972.
- B14 BRAUNSCHWEIG,K., KAHNIS,G.,MALCHER,R.:"Ergebnisse der Anwendung statistischer Methoden zur Identifizierung der Regelstreckendynamik", m.s.r., 17 (1974),H4, p.137-140.
- B15 BREDDERMANN, R. s.a.:"On the identifiability of the human controller in a closed loop System", 4 th.IFAC Symp."Ident. and Syst.Param. Estim", Tibilisi, 1976 lucr.2.2.
- B16 BRIGGS,P.A.N.,GOBFREY ,K.R., HAMMOND,P.H.:"Estimation of process dynamic characteristics by correlation methods using pseudorandom signals", IFAC Symp."Ident. in contr.Syst.",Prague, 1967 lucr.3.10.
- B17 BROCH,J.T.:"Uber die anwendbarkeit und grenzen der Krenzkorrelation und der Krenzleistungsdichte Technik", Technical Review Brüel & Kjaer, 1970, no.4.
- B18 BUCHTA H.:"Probleme der Kennwertermittlung zufälliger Signale",Rt.17(1969)H1,p.18-22.
- B19 BURGER,I:"A numerical method of Process Identification", IFAC-Symp."Ident. in aut.Contr.Syst."Prague 1967, lucr.3.6.
- C1 CARTIANU,GH.:"Analiza și sinteza circuitelor electrice" E.D.P. București, 1972.
- C2 CATALIOTTI,V., CECCONI,V.:"Regolazione statistica della tensione nelle reti di distribuzione", L'Elättrotechnica, 1966,nr.8,p.534-538.
- C3 CAUTIȘ,D.,MOGA,S. : "Un procedeu de identificare statistică a proceselor dinamice din energetică", Energetica, 19(1971) nr.1, p.37-41.
- C4 COCHRAN,W.T. s.a. : "What is Fast Fourier Transform?" Proc. of IEEE, 55(1967) p.1664-1674.

- C5 COOPER, G.R., Mc GILLEM, C.D.: "Probabilistic Methods of Signal and System Analysis", Holt, Rinehart and Winston Inc., New York, 1971.
- C6 CORELATOR-numeric CNTR-1024, Carte tehnică, Schlumberger I.&S. (Franța)
- C7 CRISAN, O.: "Sisteme electroenergetice", E.D.P. București, 1978
- C8 CSÁKI, F.: "Some Remarks concerning the Statistical Analysis and Synthesis of Control Systems", Periodica Polytechnica, Budapest, 6(1962), nr.3, p.187-204.
- C9 CSÁKI, F., GYÖRKI, J.: "Some Questions of the System Identification by Stochastic signals", IFAC Symp. "Ident. in Contr.Syst.", Prague 1967 lucr.3.21.
- C10 CSÁKI, F.: "Fejezetek a szabályozástechnikából-Állapot egyenletek", M.K.Budapest, 1973.
- C11 CSÁKI, F.: "Szabályozások dinamikája", A.K.Budapest, 1974.
- C12 CUENOD, M., SAGE, A.P.: "Comparasion of some methods used for process identification", IFAC Symp. "Ident. in aut. Contr.Syst.", Prague 1967, lucr.1-sinteză.
- D1 DACK, D.: "System Identification by on-line correlation", Control Engineering, 1970, march, p.64-70.
- D2 DANCEA, I., SZÖCS, A.: "Dispozitiv pentru identificarea sistemelor cu ajutorul semnalelor pseudoaleatoare", IP Cluj-Napoca, 1974.
- D3 DAVIES, W.D.T., DOUCE, J.L.: "On-line System Identification in the presence of Drift", IFAC Symp. "Ident. in Aut. Contr.Syst.", Prague 1967, lucr.3.12.
- D4 DAVIES, W.D.T.: "System Identification for Self-Adaptive control", Wiley-Interscience, London, 1970.
- D5 DEUTSCH, R.: "System Analysis Techniques", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New York, 1969.
- D6 DEUTSCH, G.: "Handbuch der Laplace Transformation", Bd.1, Verlag Birkhauser, Basel, 1950,
- D7 DRAGOMIR, F.L., PRELITL, ȘT.: "Elemente de teoria sistemelor și reglaj automat", vol.I și II, I.P.T.V. Timișoara, 1979.
- E1 EHKENBERG, L., WAGNER, E.: "Erprobung der Methode der Korrelationsfunktionen für die Bestimmung der Dynamik industrieller Anlagen", m.s.r., 9 (1966), H2, p.41-45.
- E2 EYKHOPF, P.: "Identificarea sistemelor", E.T. București, 1977.

- F1 FANTAUZZI, G.: "The relation between the sampling time and stochastic error for the impulsive response of linear time independent systems", IEEE Trans. on AC, vol. AC-13 (1968), aug., p. 426-428 +)
- G1 GASPAR, D.: "Analiză funcțională", Ed. Facla, Timișoara, 1981.
- G2 GÂRLAȘU, ST.: "Estimarea funcțiilor densitate spectrală prin metoda indirectă", lucr. Conferinței de Teoria Sistemelor, Brașov, 2-3 dec. 1977, lucr. 35-39.
- G3 GÂRLAȘU, ST.: "Prelucrarea în timp real a semnalelor fizice", Ed. Scrisul Românesc, Craiova, 1978.
- G4 GÂRLAȘU, ST., POPP, C., IONEL, S.: "Introducere în analiza spectrală și de corelație", Ed. Facla Timișoara, 1982.
- G5 GILOI, W.: "Simulation und Analyse stochastischer Vorgänge", R. Oldenbourg-V., München, Wien, 1967.
- G6 GODFREY, K.R., MORGANTHOYD, M.: "Input - Transducer errors in binary cross-correlation experiments-part 1", Proc. IEE 112 (1965) p. 565-573.
- G7 GODFREY, K.R., EVERETT, B., BRYANT, P., R.: "Input-transducer errors in binary cross-correlation experiments-part 2", Proc. IEE 113 (1966) p. 185-189.
- G8 GODFREY, K.R.: "Input-Transducer errors in binary cross-correlation experiments-part 3", Proc. IEE 113 (1966) p. 1095-1102.
- G9 GRAUPE, D.: "Identification of Systems", Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1972.
- G10 GRIGANOV, Iu., I., VESELOVA, G.P., ANDREEV, V.N.: "Avtomaticeskie tîfrovie korreliatori", Izd. Energia, Moskva, 1971.
- G11 GUSTAVSSON, I.: "Survey of Applications of identification in chemical and physical processes", 3. rd IFAC Symp. "Ident. and Syst. Param. Estim.", Hague, 1973
- G12 GUSTAVSSON, I., L. JUNG, L., SÖDERSTRÖM, T.: "Identification of Processes in closed loop-Identifiability and accuracy aspects", 4 th IFAC Symp. "Ident. and Syst. Param. Estim.", Tibilisi 1976, lucr. S3
- H1 HAASE, D.: "Zu einer Besonderkeit bei der Interpolation gemessener frequenzgänge", m.s.r. 9(1966)H3, p. 81-86
- H2 HAVEL, J., BARVIR, M.: "Random process simulation and its application in identification problems", 4 th IFAC Symp. "Ident. and Syst. Param. Estim.", Tibilisi, 1976, lucr. S6
- H3 HERTEL, U.: "Beitrag zur Analyse stochastischer Störsignale von Kraftwerken", m.s.r. 11(1968) H6, p. 221-224.

+) Lucrările F2...F8 sînt prezentate la pag. 196.

- H4 HIMMELBLAU ,D.M.: "Process analysis by statistical methods", John Willey & Sons, Inc. New York, 1970.
- I1 IONESCU, G.: "Metode statistice pentru identificarea proceselor automatizate", Automatica și Electronica, 16(1970), nr.1, p.1-9.
- I2 IONESCU, G.: "O metodă de identificare a unor clase de procese neliniare", Automatica și Electronica, 16(1972), nr.3 p.89-93.
- I3 IONESCU, G., STOICA, P.: "O abordare nouă a determinării funcției pondere folosind semnale pseudoaleatoare binare, SPAB", REA-Automatica și Electronica, 19(1975) nr.4, p.166-169.
- I4 IONESCU, G., STOICA, P.: "Utilizarea calculatoarelor pentru identificarea proceselor automatizate", A.M.C. vol.20 A, E.T. București, 1975.
- I5 IONESCU, G., SGIRCIU, V.: "Tehnici de corelație în timp real", AMC vol.24A și B, E.T. București, 1976.
- I6 IOSIPESCU, A., MIHOC, GH., TEODORĂSCU, R.: "Teoria probabilităților și statistica matematică", E.T. București, 1966.
- I7 ISERMANN, R.: "Über die erforderliche Genauigkeit der Frequenzgänge von Regelstrecken", Rt. 17(1969), Hlo, p.454-462.
- I8 ISERMANN, R.: "New results on the identification of Processes", Automatica 7(1971), p.191-197.
- I9 ISERMANN, R.: "Experimentelle Analyse der Dynamik von Regelsystemen", B.I.-A.G. Mannheim, 1971.
- I10 ISERMANN, R.: "Theoretische Analyse der Dynamik industrieller Prozesse", B.I.-A.G. Mannheim, 1971.
- I11 ISERMANN, R.: "Vergleich der Genauigkeiten und Mindestmesszeiten einiger Identifikationsverfahren", Rt. u. Pdv. 19 (1971), H8, p.339-344.
- I12 ISERMANN, R.: "Identification der Statischen Verhaltens stark gestörter dynamischer Prozesse", Rt. u. Pdv. 21(1973), H4, p.118-125.
- I13 ISERMANN, R., BAUER, U., KURZ, H.: "Identification linearer Prozesse mittels Korrelation und Parameterschätzung" Rt. u. Pdv. 22(1974), H8, p.339-344.
- I14 ISERMANN, R. ș.a.: "Comparison of six on-line identification and parameter estimation methods with three simulated processes", Automatica-IFAC, 10 (1974), nr.1, 81-103.

- I15 IVANESCU, M.: "Asupra unor posibilități de extindere a ecuațiilor Lagrange la sistemele de dimensiuni mari", al II-lea Simp. Naț. de Teoria Sist., Craiova, 1982, vol. 3, p. 118-121.
- K1 KALMAN, R. E., PALB, P. L., ARBIB, M. A.: "Teoria sistemelor dinamice", E. T. București, 1976.
- K2 KATZENELSON, J.: "On errors introduced by combined Sampling and Quantization", IRE Trans. on AC, 7(1962) April, nr. 3, p. 58-68.
- K3 KORN, G. A., KORN, T. M.: "Matematikai kézikönyv műszakiaknak", M. K., Budapest 1975.
- K4 KRAUSS, M., WOSCHNI, E. G.: "Messinformationssysteme", VEB V. T. Berlin, 1972.
- K5 KRAUSS, M.: "Zur Erforderlichen Messgenauigkeit bei gestörten Übertragungssystemen", m. s. r. 17(1974), H4 p. 240-242.
- K6 KREBS, V., THOM, H.: "Parameter- Identifizierung nach der Methode der kleinsten Quadrate-ein Überblick", Rt. u. Pdv., 22(1974) H1, p. 1-10.
- K7 KRELL, W.: "Das dynamische Verhalten eines Hubschrauber-Piloten im Simulatorversuch", Rt. 14 (1966) H12, p. 396-401.
- K8 KREPLER, K., WERNER, G. W.: "Korrelatoren mit Amplitudenquantisierung", m. s. r. 7(1964) H5, p. 172-175.
- K9 KRTOLICA, R.: "Some Applications of pseudorandom maximum length binary sequences in the statistical identification", IFAC Symp. "Ident. in Aut. Contr. Syst.", Prague 1967, lucr. 3.11.
- L1 LEONHARD, W.: "Statistische Analyse linearer Regelsysteme", Teubner, Stuttgart, 1973.
- L2 LEVINE, B.: "Fondaments theoretiques de la radiotechnique statistique", tome 1, Ed. Mir., Moscow, 1973.
- L3 LIEWERS, P., BUTTLER, E.: "Measurement of correlation functions of reactor noise by means of the polarity correlation method", IFAC Symp. "Ident. in Aut. Contr. Syst." Prague, 1967, lucr. 3.7.
- L4 LORENTZ, G., HANNEMANN, G.: "Fehler bei der digitalen Berechnung der Spectraldichte", m. s. r. 15 (1972), H4 p. 145-148.
- L5 LORENTZ, G., WITTICH, H.: "Einflußgrößenwichtung durch Streunungserlegung", m. s. r. 19(1976), H1, p. 13-15.

- M1 **MANUALUL inginerului**", vol.I, E.T. București, 1966.
- M2 **MAX, J.:** "Methodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques", Masson Ed., Paris-New York-Barcelone-Milan, 1977.
- M3 **Mc GHEE, R.B.** "Spectral characterization of control System nonlinearities", IRE Trans. on AC, vol.AC-4 (1959), nr.3, dec., p.199-211.
- M4 **MESCH, R.:** "Vergleich von Frequenzgangmessverfahren bei regellosen Störungen", m.s.r., 7(1964), H4, p.162-166.
- M5 **MIHAILOV, B.V.:** "Információs mérőrendszerek zavarvédelme", M.K. Budapest, 1980.
- M6 **MIRSKII, G.Ia.:** "Apparaturnoe opredelenie haracteristic sluchanih professov", Izd. Energia, Moskva, 1972.
- M7 **MARCHAND, M.:** "The identification of linear multivariable systems from frequency response data", 3-rd IFAC Symp. "Ident. and Syst. Param. Estim.", Hague, 1973, part.2, lucr.TC-1
- M8 **MÜLLER, J.A.:** "Vergleich statistischer Methoden zur Regelstreckenanalyse mittels Digitalrechner unter Berücksichtigung des Interpolationsverfahren nach Kulik", m.s.r., 10(1967), H1, p.34-40.
- M1 **NETSCH, H.:** "Parameterbestimmung an Wasserturbinenreglern mit Hilfe stochastischer Störsignale kleiner amplitude", Rt.23(1975), H8, p.262-270.
- M2 **NETSCH, H.:** "Bestimmung der Impulsantwort und des Frequenzgangs von Regелеlementen mittels stochastischer Störsignale kleiner Amplitude-Anwendung an Wasserturbinenreglern", Rt. 24 (1976), H6, p.197-205.
- M3 **NETSCH, H., GIACOMETTI, A.:** "Axial flow-induced vibrations in large high-head machines - Water Power and Dam Constructions, August, 1982.
- M4 **NIA-200 - Stochastic Analyser (Prospect MetrimpeX, RPU), 1976.**
- M5 **NICOLAU, EDM., POPOVICI, AL.:** "Introducere în cibernetica sistemelor continue", E.T. București, 1972
- M6 **NICOLAU, EDM., POPOVICI, AL.:** "Introducere în cibernetica sistemelor hibride", E.T. București, 1975.
- O1 **OPREA, I.:** "Unele aspecte ale reglării tensiunii într-un sistem energetic", Prod.transp. și distrib. energ.el. și term., ODE 1970, nr.2, p.68-70.

- 198-
- P1 PALCU, I., HURDUC, D., ANUSCA, M.: "Dispozitiv automat de realizare a funcțiilor de corelație", Automatica și electronica, 15(1971) nr.4, p.165-171.
- P2 PAPOULIS, A.: "The Fourier integral and its application", Mc Graw-Hill, New York, 1962.
- P3 PELLIONISZ, P., PETER, A.: "Instrument for the measurement of stochastic signals" - Hungarien Heavy Industrie, 24 (1974), nr.2 .
- P4 PENESCU, C., ș.a.: "Identificarea experimentală a proceselor automatizate", E.T. București, 1970.
- P5 PENESCU, C.: "Sisteme-concepte, caracterizări, Sisteme liniare", E.T. București, 1975.
- P6 PETRIU, E.: "Stadiul actual al dispozitivelor corelative", referat I.P.T.V. Timișoara, Fac. Electrotehnică, 1976
- P7 PETRIU, E.: "Contribuții la îmbunătățirea mijloacelor de măsurare corelativă", Teză de doctorat, I.P.T.V. Timișoara, 1978.
- P8 PITTERMANN, F., SCHWEIZER, G.: "Erzeugung und Verwendung von binärem Rauchen bei Flugversuchen", Rt.14(1966)H2, p.63-70.
- P9 PLURIMAT, S.- Analyseur du signal en temps réel, (prospect INTERTEHNIQUE, 1972).
- P10 POP, E., STOICA, V.: "Principii și metode de măsurare numerică", Ed. Facla, Timișoara, 1977.
- P11 POP, E., PETRIU, E.: "Asupra unor criterii de clasificare a dispozitivelor de măsurare corelative", Bul. St. și Tehn. al I.P.T.V. Timișoara, seria Electrotehnică 24 (38), 1979, fasc.2, p.51-56.
- P12 PREITL, ST. : (1) "Metode statistice de măsurare a mărimilor aleatoare în vederea conducerii unor procese"; (2) "Metode statistice de prelucrare a rezultatelor experimentale", referate I.P.T.V. Timișoara, fac. Electrotehnică 1977.
- P13 PREITL, ST.: "Asupra identificării proceselor funcționând în sistem automat de reglare", Ses., comunic. E.M. Timișoara, 1973/Bul. St. și Tehn. al I.P.T.V. Timișoara, Seria Electrotehnică 22(36) 1977, fasc.1, p.213-214.
- P14 PREITL, ST.: "Identificarea experimentală prin metode statistice în cazul în care semnalele măsurate sînt perturbate", lucr. ses. com. tehn. științ. I.P.T.V. Timișoara, oct. 1979, secț. XII-Automatică, lucr.27.
- P15 PREITL, ST.: "Aprecierea erorilor la identificarea experimentală prin metode statistice", al VI-lea Simp. de "Informatică pen-

- tru conducere", Cluj-Napoca, 1980, p.59
- P16 PREITL, ST.: "Influența modului de definire a funcțiilor de corelație și a funcțiilor densitate spectrală de putere asupra relațiilor de calcul utilizate în identificarea experimentală prin metode statistice", Bul.St. și Tehn. al I.P.T.V. Timișoara, seria Electrotehnică, 25(39), 1980, fasc.1, p.215-220.
- P17 PREITL, ST.: "Cîteva aspecte referitoare la identificarea reguletoarelor de viteză electrohidraulice destinate echipării hidrogenatoarelor", 4-th Int.Conf.on Contr.Syst. and Comp. Science, Bucharest, June 1981, vol.I, p.229-233.
- P18 PREITL, ST., ONEA, D.: "Identificarea analitică și experimentală a reguletoarelor de viteză electrohidraulice destinate hidrogenatoarelor", Bul.St.și Tehn. al I.P.T.V. Timișoara, Serie Electrotehnică, 26(40), 1981 fasc.2, p.83-93.
- P20 PREITL, ST.: "Estimarea funcțiilor de corelație și densitate spectrală de putere în cazul unor măsurări perturbate și unele implicații asupra rezultatelor identificării experimentale", al II-lea Simp.Naț. de Teoria Sistemelor, Craiova, iunie 1982, vol.IV, p.45-53.
- P21 PREITL, ST., GRANDO, I., GĂRLAȘU, M.: "Posibilități de utilizare a modelelor matematice aferente unui reglator de viteză electrohidraulic destinat echipării hidrogenatoarelor", Conf.Naț. de Electrot. și Electroenerg., Timișoara, sept. 1982, vol.12, p.201-203.
- P22 PREITL, ST., LUZAN, E.: "Aspecte referitoare la identificarea experimentală prin metode de corelație a reguletoarelor de viteză electrohidraulice destinate echipării hidrogenatoarelor", Simp.modelarea, identific. și optimizarea proceselor industriale, Galați, oct.1982.
- P23 PREITL, ST.: "Unele aspecte legate de identificarea experimentală prin metode corelative a blocurilor sistemelor automate de reglare din măsurări efectuate asupra mărimilor interioare sistemului", lucrările CNETAC-82, Sect.9.2., lucr.9.2.9, p.242-247, București, 1982.
- R1 RAJEMAN, N.S.: "The application of identification methods in the U.S.S.R. - a survey", Automatica IFAC, 12(1976), p.73-99.
- R2 RAKE, H.: "Korrelationsanalyse von Betriebsmessdaten eines Hochofens", Rt.u.Pdv. 20(1972)H1, p.9-12.
- R3 REGULATOR de turatie electrohidraulic - Memoriu de prezen-

- tare, C.C.S.I.F.E.H.R., 1975.
- R4 REGULATOR de turatie pentru hidroagregate, REH-76 modernizat, 1980.
- R5 REZA, P.: "Spatii liniare", E.D.P., Bucuresti, 1973.
- R6 RÖDDER, P.: "Nichtbeachtung der Rückkopplung bei der Systemanalyse mit stochastischen Signalen", Rt.22(1974)H5, p.154-156.
- R7 RÖDDER, P.: "Statistischer Fehler bei der Systemidentifizierung im geschlossenen Regelkreis", Rt.22 (1974)H9, p.282-283.
- R8 RÖDDER, P.: "Systemanalyse in geschlossenen Regelkreiss mit regellosen Signalen", m.s.r. 18(1975)H4, p.138-142.
- S1 SAVESCU, M., PETRESCU, T., CIOCHINA, S.: "Sennale circuite si sisteme - probleme", E.D.P. Bucuresti, 1981.
- S2 SCHLITT, H.: "Systemtheorie für regellose Vorgänge", Springer Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1960.
- S3 SCHULZE, G.: "Anwendung von Schätzverfahren für die Kenngrößen von Regelstrichen auf grund von Messungen im geschlossenen Regelkreiss", Rt.u.Pdv.19(1971)H3, p.113-119.
- S4 SCHWALA, D.: "Bestimmung des Frequenzganges eines linearen rückgekoppelten Systems mit Zwei unabhängigen stochastischen Eingangssignalen", Rt.18(1970)H10, p.453-455.
- S5 SCHWEIZER, G.: "Ein model für das Verhalten der Menschen als mehrgrossenregler", Kybernetik, R. Oldenbourg Verlag, München 1968 (p.503-529).
- S6 SÎPACI : Bibliotecă de programe pentru identificarea asistată de calculator a proceselor, I.C.I. Bucuresti.
- S7 SOLODOVNIKOV, V.V.: "Statičeskaja dinamika lineinih sistem avtomatičeskovo upravlenia", Fizmatgiz, Moskva, 1960.
- S8 SOLODOVNIKOV, W.W., USKOW, A.S.: "Statistische Analyse von Regelstrecken", VEB V.T. Berlin, 1961.
- S9 SOLODOVNIKOV, W.W.: "Einführung in die statistische Dynamik linearer Regelungssysteme", VEB V.T., Berlin, 1963.
- S10 SÖDERSTRÖM, T.: "Identification of stochastic linear systems in presence of input noise", Automatica, 17(1981) p.713-725.
- S11 SPATARU, AL.: "Teoria transiterii informației", vol.I, E.T. Bucuresti, 1965.
- S12 STADDUN, H.K., SPAFFIN, R.: "Approximation transfer functions from frequency response data", Instruments and Control Systems, 38(1965), nr.1, p.137-144.
- S13 STAN, A., LAGHETTI, I.: "Aplicațiile corelatoarelor în acustică", Simpoz. "Acustica și metode de corelare", Academia R.S.R. 1971

- S14 STEPAN, J.: "The identification of Controlled systems and the limit of stability", IFAC Symp. "Ident. in Aut. Contr. Syst.", Prague, 1967, lucr.1.11.
- S15 STEPAN, J.: "Limit identifiability of Control Systems", 3-rd. IFAC Symp. "Ident. and syst. param. estim.", Hague, 1973, lucr.T0-1.
- S16 STOICA, A., STOICA, P.: "O metodă de inversare a matricilor, utilizată la rezolvarea esuației Wiener-Hopf", Automatica și Electronica, 18(1974)nr.1, p.34-38.
- S17 STOICA, A., STOICA, P.: "Identificarea sistemelor liniare folosind calculul numeric al transformatei Laplace", EEA-Automatică și Electronică, 20 (1976) nr.1, p.7-12.
- S18 STOICA, P.: "Identificarea sistemelor din măsurări perturbate", lucrările CNETAC-82, Sect.9.2., lucr.9.2.8, p.232-241, București, 1982.
- S19 STREJK, V.: "Identification and System parameter estimation 3-rd IFAC Symp. "Ident. and syst. param. estim.", Hague 1973, (Opening adess).
- S20 STROBEL, H.: "On the limits imposed by random noise and measurement errors upon sistem identification in the time domaine", IFAC Symp. "Ident. in Aut. Contr. Syst.", Prague, 1967, lucr.4.4.
- S21 STRÖBEL, H.: "Über die durch strochastische Störsignale und Messfehler bedington Grenzen den Kennwertermittlung im Zeitbereich", m.s.r. 11(1968), H2, p.54-56.
- S22 STROBEL, H.: "Systemanalyse mit determinierten Testsignalen", VEB V.T. Berlin, 1968.
- S23 STRÖBEL H.: "Experimentelle Systemanalyse", Akademie-Verlag, Berlin, 1975.
- S24 SZÜCS, B., MONDS, E., CSÁKI, F.: "On a method for identification of the cardiovascular system" the 2-rd IFAC Symp. on Ident. and Process Param. Estim.", Prague, 1970, lucr.11.5.
- T1 TAYLOR, L.W., BALAKRISHNAN, A.V.: "Identification of human response model in manual control systems", IFAC Symp. "Ident. in Aut. Contr. Syst.", Prague, 1967, lucr.1.7.
- T2 TERTISCO, M., STOICA, P.: "Determinarea funcției de transfer din caracteristica de frecvență", EEA-Automatica și electronica, 20(1976) nr.3, p.133-137.
- T3 TERTISCO, M. ș. a.: "Identificarea proceselor", partea-I-a (note de curs), I.P. București, 1978.

- T4 TERTIȘCO, M., STOICA, P.: "Identificarea și estimarea parametrilor sistemelor", E.A. București, 1980.
- T5 THÖM, H., KREBS, V.: "Identifizierung im geschlossenen Regelkreis-Korrelationsanalyse oder Parameterschätzung", Rt.23 (1975)H1, p.17-19.
- T6 THRANE, N.: "The discrete Fourier transform and FFT-Analysers", B&K Technical Review, 1979, nr.1, p.3-26.
- T7 THRANKLE, T.L.: "Practical aspects of system Identification", Trans. on ASME, 1980, sept.
- T8 TIPONUȚ, V.: "Cercetări privind aplicarea eșantionării la aparatele de măsurat", teză de doctorat, I.P.T.V. Timișoara, 1981.
- T9 TIRON, M.: "Analiza preciziei de estimare a funcțiilor aleatoare", E.T. București, 1982.
- U1 UNBEHAUEN, H.: "Ermittlung rationaler Frequenzgänge aus Messwerten", Rt.14 (1966)H5, p.268-273.
- U2 UNBEHAUEN, H., SCHLEGEL, G.: "Estimation of the accuracy in the identification of control Systems using deterministic test signals", IFAC Symp. "Ident. in Aut. Contr. Syst.", Prague 1967, lucr.1.12.
- U3 UNBEHAUEN, H., FUNK, W.: "Ein neuer Korrelationsverfahren zur Identification industrieller Prozesse mit Hilfe binärer und ternärer Pseudo-Rauschsignale", Rt.22(1974)H9, p.269-276.
- U4 UNBEHAUEN, H.: "Übersicht über Methoden zur Identifikation (Erkennung) dynamischer Systeme", Rt.u.Pdv.21(1973)H1, p.2-8.
- U5 UNBEHAUEN, H., GOHRING, P.: "Modellstrukturen und numerische Verfahren für statistische Parameterschätzverfahren zur Identifikation von Regelsystemen", Rt.u.Pdv.21(1973)H11, p.343-353.
- U6 UNBEHAUEN, H., FUNK, W.: "Identification von Regelsystemen mit integralen Verhalten durch Korrelationsverfahren", Rt.24(1976)H1, p.2-11.
- V1 VELTMAN, B.P.TH.: "Quantisierung, Abtastfrequenz und statistische Streuung bei Korrelationsmessungen", Rt.14(1966)H4, p.151-158.
- V2 VELTMAN, B.P.TH., KWAKERNAAK, H.: "Theorie und Technik der Polaritätskorrelation für die dynamische Analyse", Rt.9 (1971)H9, p.357-364.

- W1 WELFONDER, E.: "Correlation method for identification of disturbed control systems by periodical test signals", IFAC Symp. "Ident. in Aut. Contr. Syst.", Prague, 1967, lucr. 3.8.
- W2 WELFONDER, E. ș.a.: "Vergleich verschiedenen deterministischen und statistischen Systemanalyse Verfahren an einer gestörten industriellen Regelstrecke", Brennstoff-Wärme-Kraft, 22(1970)H6, p.288-297.
- W3 WILFERT, H.H., BECKER, D., POTTHOFF, H.: "Über die Genauigkeit bei Korrelationsfunktionsmessungen mittels orthogonaler Filter", m.s.r. 11(1968)H1, p.22-28.
- W4 WILFERT, H.H.: "Untersuchungen stochastischer Störsignale", m.s.r. 11(1968)H4, p.143-146.
- W5 WILFERT, H.H.: "Untersuchung der durch stochastische Störungen bewirkten Messfehler bei Frequenzgangmessungen an Regelungssystemen mittels Kreuzkorrelation und sinusförmigem Testsignal", m.s.r. 11(1968)H9, p.350-354.
- W6 WILFERT, H.H.: "Signal und Frequenzganganalyse an stark gestörten Systemen", VEB V.T. Berlin, 1969
- W7 WILFERT, H.H., GAMALEJA, T.: "Permissible errors of nonparametric models of linear multivariable plants for ensuring the stability and quality of closed loop control systems", 4-th IFAC Symp. "Identif. and Syst. Param. Estim." Tbilisi, 1976.
- W8 WOSCHNI, E.G.: "Messfehler bei dynamischen Messungen und Auswertung von Messergebnissen", VEB V.T. Berlin, 1972.
- W9 WOSCHNI, E.G.: "Messdynamik", S. Hirzel Verlag, Leipzig, 1972.
- W10 WUNSCH, G.: "Systemanalyse -B2: Statistische Systemanalyse, VEB V.T. Berlin, 1970.
- Z1 ZADEH, L.A., POLAK, E.: "Teoria sistemelor", E.T. București 1975.
- Y1 YOUNG, D.M.: "Nagy lineáris rendszerek iterációs megoldása", M.K. Budapest, 1979.
- I π π π C.C.S.I.T.E.H.R. - Propunere de contract (adresa nr.5824/270 din 29.V.1979) către I.P.T.V. Timișoara, fac. Electrotehnică.
- II π π π C.C.S.I.T.E.H.R. - Propunere de contract (adresa nr.10270/270 din 10.X.1981) către I.P.T.V. Timișoara fac. Electrotehnică
- III π π π „Cercetări și măsurări experimentale la diferite regulatoare și grupe din cadrul reguletoarelor în centrale și pe stand”, contract cercetare științifică I.P.T.V.

- Timișoara - C.C.S.I.T.E.R., 1980.
- IV × × × „Analiza sistemelor automate de reglare prin identificare, utilizând metode corelative”, contract cercetare științifică I.P.T.V.T. - C.C.S.I.T.E.H.R., 1981-1982.
- V × × × „Criterii îmbunătățite privind reglajul tensiunii și puterii reactive în sistemul electroenergetic”, contract cercetare științifică I.P.T.V.T. - MEE, 1978-1980.

COMPLETARE

- P3 FISCHER, P., VAMOS, T.: "A generalization of the controllability and observability concept from the point of view of System Identification? IFAC Symp. Ident. in Aut. Contr. Syst.", Prague, 1967, lucr.10.
- F4 FOULARD, C., BORNARD, G.: "Identification and System parameter estimation of a distillation process" 3 rd. IFAC Symp. "Ident. and Syst. Param., Estim.", Haque, 1973, lucr. C-6.
- P5 FOLLINGER, O.: "Regelungstechnik", Elitera Verlag, Berlin, 1972 și 1978.
- P6 FRITZSCH, W.: "Dynamische Modelle fertigungstechnische Prozesse", VEB V.T. Berlin, 1975.
- F7 FRITZSCHE, G.: "Informations-Übertragung", VEB V.T. Berlin, 1977.
- P8 FUGE, R.: "Korrelationsmessung mittels binären pseudozufälligen signalen", m.s.r. 17(1974), H7 p.250-252 și H12 p.429-432.
- F2 FASOL, K.H.: "Der Frequenzkurvenlinien", Springer Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 1968.