

P R E F A Ț Ă

Există **evenimente rarissime**, capabile să influențeze semnificativ istoria, la originea cărora a stat, de cele mai multe ori, o inspirație, o decizie sau o acțiune de moment.

Apariția SUPERMATEMATICII este unul dintre ele.

La apariția supermatematicii, după relatările autorului, au stat vibrațiile apărute pe ecranul aparatelor **Bruel & Kjaer** din Laboratorul de Vibrații la Mașini-Unelte al Universității din Stuttgart, în care a activat cu o bursa DAAD timp de 14 luni. Imaginile, care erau considerate funcții sinusoidale, deși maximele și minimele acestora erau aproape invizibil deplasate, dar vizibil deplasate pentru un expert în grafică, precum autorul, s-au dovedit ulterior a fi funcții numite apoi supermatematice sinusoidale excentrice și notate acum cu $\text{sex}\theta$, cele de variabilă excentrică și cu $\text{Sex}\alpha$ cele de variabilă centrică. Acesta a fost începutul ...începutului.

Fără a forța nota și fără a exagera, considerăm **SUPERMATEMATICA (SM)** ca o descoperire românească de prestigiu, ca un corolar al acordării unei atente dezvoltări științelor matematice în România în ultima perioadă.

La randul ei, **SM** va putea cu siguranță contribui la o nouă și accentuată dezvoltare a matematicii și a multor altor științe tehnice. Deoarece așa cum consideră unii profesori de prestigiu din domeniul matematicii din USA și nu numai, i-am numit pe Prof. Dr. Math. **Malvina Baica** de la **Universitatea Wisconsin**, membră a Academiei de Științe din New-York și pe Prof. Dr. Math. **Florentin Smarandache**, șeful Departamentului de Știință și Matematica a **Univerității Gallup din New Mexico**, **SM** este "**Matematica Viitorului**", respectiv, este "**Matematica Mileniului III**".

SM s-a conturat într-o perioadă de peste 5 decenii, iar autorul ei, Prof. Ing. Mircea Eugen Șelariu, încă trudește la evidențierea a noi valențe, căci resursele temei se dovedesc a fi inepuizabile.

De altfel, majoritatea comunicărilor autorului, la diferite sesiuni științifice din țară sau străinătate, precum și articolele postate pe rețele Internet, au fost reunite în mai multe volume, care evocă munca asiduă depusă de autor în acest domeniu, precum:

- "**SUPERMATEMATICA. Fundamente**", vol.I (486 pagini) și vol.II (427 pag.) (EDITURA POLITEHNICA TIMIȘOARA – 2007 ediția 1-a color și ediția a 2-a din 2012 alb / negru distinsă cu "**Diploma AGIR**" în domeniul "**Tehnologia Informației-IT**";
- **MATEMATICA ATOMICĂ** (211 pag. format A4), Editura de Vest din Timișoara;
- **MĂREȚIA ȘI NEMĂRGINIREA SUPERMATEMATICII**, din **SM** Vol. III ;
- **FUNCȚII SM SUPERNOVE**, din **SM** Vol. IV, volum căruia îi este dedicată prezenta **PREFAȚĂ**.

Așadar, după monumentalele scrieri ale **Fundamentelor SUPERMATEMATICII, care justifică multiplicarea de la unu la infinit a tuturor entităților cu care operează matematica tradițională**, după **MATEMATICA ATOMICĂ**, potrivit căreia numerele sunt atomii MATEMATICII, iar cifrele – particule elementare, după aspectele inedite și de netăgăduit, relevate în **MĂREȚIA ȘI NEMĂRGINIREA SUPERMATEMATICII**, iată că apariția **FUNCȚIILOR SM SUPERNOVE** ne oferă din nou prilejul de a admira alte „roade” spectaculoase ale **SUPERMATEMATICII**.

Conștient că „**novele**”și, evident, „**supernovele**” nu sunt cuvinte uzuale, întrate în vorbirea curentă, autorul găsește de cuviință să prezinte, într-un amplu expozeu, semnificația lor. Astfel, redă textual din *Wikipedia* : “*Nova este o explozie a unei stele care face ca steaua respectivă să devină mai strălucitoare, apoi să revină la forma inițială.*”

Novele fac parte din sisteme binare, sau duble, care se numesc variabile cataclismice. Mai demult astronomii foloseau termenul de nova (în latină nova, plural novae = nouă, noi - s.n.) pentru a descrie toate corpurile cerești care deveneau brusc vizibile cu ochiul liber.

O denumire mai bună pentru **noile funcții supermatematice** (FSM), rezultate prin combinarea simultană a **două** curbe generatoare (**sisteme binare**), autorul, după propria-i mărturisire, „*n-a fost în stare să găsească*”.

Fiind vorba despre niște funcții / reprezentări absolut originale, insolite, tot autorul consideră că e de datoria sa să precizeze, și citez .. ”**funcțiile supernove**, sunt funcții complet **noi** introduse în matematică, **binare**, definite pe două curbe matematice sau supermatematice simultan, **apărând brusc** și având o “**strălucire**” ieșită din comun, având similitudini evidente cu **stelele supernove** !”

În chiar capitolele introductive sunt evidențiate variante de **FUNȚII SUPERMATEMATICE SUPERNOVE: circularoeliptice și elipticocirculare, circularohiperbolice și hiperbolicocirculare, hiperbolicoeliptice și elipticohiperbolice** etc. și enumerarea este departe de a fi completă.

Nu sunt ignorate nici **FUNȚIILE SUPERNOVE EXCENTRICE MODIFICATE**, categorie care include **funcții supernove cosorex, sinorex, cosodex și sinodex**, după cum nici **FUNȚIILE SUPERNOVE TRILOBICE** nu sunt trecute cu vederea.

Un capitol distinct este dedicat **FUNȚIILOR SUPERNOVE CU COSINUSURI ȘI SINUSURI SUPERMATEMATICE**, care include, în secțiunea finală, **FUNȚIILE SUPERNOVE CU FUNȚII ELIPTICE**.

Este tratată *in extenso* și problematica **FUNȚIILOR SUPERNOVE OBȚINUTE PRIN METODE DE APROXIMARE**, cu accent pe **UTILIZAREA SERIEI FUNCȚIEI JACOBI LA GENERAREA UNOR FUNȚII SUPERNOVE**.

30 de pagini sunt dedicate **FUNȚIILOR SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE SUPERNOVE INVERSE**, după cum **CURBELOR SUPERNOVE STRÂMBE** li se acordă o atenție specială, respectiv se reamintește semnificația **CURBELOR SPECIALE UNICE**, a **CURBELOR 3D VECHI** și **NOI**, a **CURBELOR STRÂMBE în 3D**.

Trebuie remarcat în mod special faptul că lucrarea prefațată multiplică enorm de mult, ca număr, semnificație și complexitate, „categoria” **STRÂMBELOR**, ”sortiment” tratat oarecum superficial și extrem de sumar în matematica tradițională.

Nu sunt ignorate nici **curbele**, denumite și **figuri** sau franjuri **Lissajous**, după numele matematicianului francez **Jules Antoine Lissajous**.

Formația de bază, inginerescă, a autorului, respectiv anii de activitate efectivă „în câmpul muncii”, îl îndreptățesc să facă afirmații de genul „Din punct de vedere mecanic și, mai precis, al dinamicii unui punct material, figurile **Lissajous centrice** reprezintă traiectoria în plan a unui punct forțat să participe simultan la două oscilații armonice, după cele două direcții perpendiculare din plan”, iar consecință a unor varii și nenumărate „interconexiuni”, explicitate prin reprezentări grafice de excepție, se concluzionează, în deplină concordanță cu tematica acestui nou volum, faptul că **funcțiile circulare centrice**, evident în **3D**, precum și **funcțiile circulare excentrice în 3D plane și strâmbे**, constituie **funcții supernove**.

Consecvent cu cele afirmate într-un alineat anterior, în penultimul capitol se reia „problema strâmbelor”, de astă dată provenite prin „strâmbare”..! Astfel, prin strâmbarea dreptelor rezultă **NOVE ȘI SUPERNOVE LINIARE**, prin strâmbarea funcțiilor trigonometrice –**SUPERNOVE TRIGONOMETRICE**, prin strâmbarea tangentelor – **SUPERNOVE TANGENTE**, prin strâmbarea cercului –**SUPERNOVE CIRCULARE**, prin strâmbarea pătratului – **SUPERNOVE PĂTRATE**, prin strâmbarea triunghiului – **SUPERNOVE TRIUNGHILARE**, și –în general- prin strâmbarea obiectelor 3D – **SUPERNOVE ale OBIECTELOR 3D** .

Interesantă este și mențiunea potrivit căreia prin modificarea ecuațiilor parametrice ale unui cub se pot obține **SUPERNOVE** originale, care, potrivit autorului, vor fi denumite, în onoarea renumitului matematician american de origine română, **Florentin Smarandache**, șeful Departamentului de Știință și Matematică al Universității din New Mexico, „**NOVE și SUPERNOVE SMARANDACHE**” !

Fără îndoială, sunt multe de menționat, dar, oricum, într-o Prefață de 2-3 pagini, nu pot „încăpea” decât unele referințe sumare.

Cunoscând, de-acum, conținutul volumelor publicate anterior și, bineînțeles, al celui de față, pot afirma, fără a avea vreun interes să-l flatez, că Dl. Prof. Ing. Mircea Eugen Șelariu este un INTELECTUAL DE TOP, care continuă să descopere noi valențe ale **SUPERMATEMATICII**, cunoștințe extrem de utile pentru prezent și viitor. Nu o face pentru bani, nici pentru glorie efemeră, ci pentru a se valorifica, cel puțin în viitorul apropiat, „tainele” ascunse ale matematicii tradiționale.

Trebuie menționat faptul că articole de Supermatematica ale autorului au fost susținute și publicate la Congresul Mondial de Matematică din China, cu sprijinul profesorului Smarandache și publicate în mai multe reviste internaționale de specialitate. Două albume, bazate pe funcții supermatematice, intitulate „**Techno-Art of Selariu Supermathematics Functions**” au apărut în USA, în Editura “American Research Press”, vol I în anul 2007 și vol. II în anul 2015. Volumul III “techno_art of Selariu Supermathematics Functions” poate fi accesat pe <http://fs.unm.edu/SelariuTechnoArt3.pdf>.

Un profesor de matematică român stabilit în Grecia (v.grigoras67@gmail.com) a declarat că va traduce aceste lucrări în limba greacă modernă pe care o posedă.

Sunt convins că personalități deosebite din mediul universitar, somități consacrate „slujirii” **MATEMATICII** din țară și de pe mapamond au apreciat superlativ apariția **SUPERMATEMATICII** și-i urmăresc cu interes „evoluția”, evoluție de care se face „vinovat” M.E.S. (Mircea Eugen Șelariu).

Prof.Ing. Ioan Ghiocel

P R E F A Ț Ă

Există **evenimente rarissime**, capabile să influențeze semnificativ istoria, la originea cărora a stat, de cele mai multe ori, o inspirație / decizie / acțiune de moment.

Cucerirea Bizanțului (29 mai 1453), **Descoperirea Oceanului Pacific** (25 sept.1513), **Waterloo** (18 iunie 1815) etc.etc. sunt numai câteva dintre acestea.

Stefan Zweig le definește prin fericita sintagmă: **ORELE ASTRALE ALE OMENIRII** (vezi opul omonim, E.M.,Buc.1976).

Fară a forța nota și fără a exagera excesiv, consider că, dac-ar mai trăi S.Z. și s-ar pune problema reeditării susmenționatei cărți, operațiunea va comporta necesarmente cel puțin o adăugire (la cele **10 ORE ASTRALE** evocate în ed.1976) : **Apariția SUPERMATEMATICII**. Iar dacă cele 10 ore astrale menționate anterior au o **dată** calendaristică de început, **SUPERMATEMATICA** s-a conturat într-o **perioadă** de peste 4 decenii, iar autorul ei, Prof. Ing. Mircea Eugen Șelariu, încă trudește la evidențierea a noi valențe, căci resursele temei se dovedesc a fi inepuizabile.

De altfel, majoritatea comunicărilor autorului, la diferite sesiuni științifice din țară sau străinătate, precum și articolele postate pe rețele Internet, au fost reunite în mai multe volume : **"SUPERMATEMATICA. Fundamente"**, vol.I (486 pagini) și vol.II (427 pag.) (EDITURA POLITEHNICA TIMIȘOARA - 2012), **MATEMATICA ATOMICĂ** (211 pag. format A4 – EDITURA DE VEST TIMIȘOARA -2017), în curs de apariție fiind **MĂREȚIA ȘI NEMĂRGINIREA SUPERMATEMATICII**, respectiv **FUNȚII SUPERNOVE**, volum căruia îi este dedicată prezenta PREFAȚĂ.

Așadar, după monumentalele scrieri ale **Fundamentelor SUPERMATEMATICII, care justifică multiplicarea de la unu la infinit a tuturor entităților cu care operează matematica tradițională / conservatoare**, după **MATEMATICA ATOMICĂ**, potrivit căreia numerele sunt atomii MATEMATICII, iar cifrele – particule elementare, după aspectele inedite și de netăgăduit, relévate în **MĂREȚIA ȘI NEMĂRGINIREA SUPERMATEMATICII**, iată că apariția **FUNȚIILOR SUPERNOVE** ne oferă din nou prilejul de a admira alte „roade” spectaculoase ale **SUPERMATEMATICII**.

Conștient că „**novele**”și, evident, „**supernovele**” nu sunt cuvinte uzuale. Intrate în vorbirea curentă, autorul găsește de cuviință să prezinte ,într-un amplu expozeu, semnificația lor. Astfel, redă textual din *Wikipedia* : *“Nova este o explozie a unei stele care face ca steaua respectivă să devină mai strălucitoare, apoi să revină la forma inițială.*

Novele fac parte din sisteme binare, sau duble, care se numesc variabile cataclismice. Mai demult astronomii foloseau termenul de nova (în latină nova, plural novae = nouă, noi - s.n.) pentru a descrie toate corpurile cerești care deveneau brusc vizibile cu ochiul liber. Astăzi, astronomii pot să deosebească novele de supernove (asemenea novelor dar care își schimbă forma inițială) cu o tehnologie numită spectroscopie.”

O denumire mai bună pentru **noile funcții supermatematice (FSM)**, rezultate prin combinarea simultană a **două** curbe generatoare (**sisteme binare**), autorul, după propria-i mărturisire, „n-a fost în stare să găsească”.

Fiind vorba despre niște funcții / reprezentări absolut originale, insolite, tot autorul consideră că e de datoria sa să precizeze, și citez .. ”**funcțiile supernove**, sunt funcții complet **noi** introduse în matematică, **binare**, definite pe două curbe matematice sau supermatematice simultan, **apărând brusc** și având o “**strălucire**” ieșită din comun, având similitudini evidente cu **stelele supernove** !”

În chiar capitolele introductive sunt evidențiate variante de **FUNȚII SUPERMATEMATICE SUPERNOVE: circularoeliptice și eliptico-circulare, circularohiperbolice și hiperbolicocirculare, hiperbolicoceliptice și elipticohiperbolice** etc. și enumerarea este departe de a fi completă.

Nu sunt ignorate nici **FUNȚIILE SUPERNOVE EXCENTRICE MODIFICATE**, categorie care include *funcții supernove cosorex, sinorex, cosodex și sinodex*, după cum nici **FUNȚIILE SUPERNOVE TRILOBICE** nu sunt trecute cu vederea.

Un capitol distinct este dedicat **FUNȚIILOR SUPERNOVE CU COSINUSURI ȘI SINUSURI SUPERMATEMATICE**, care include, în secțiunea finală, **FUNȚIILE SUPERNOVE CU FUNȚII ELIPTICE**.

Este tratată *in extenso* și problematica **FUNȚIILOR SUPERNOVE OBTINUTE PRIN METODE DE APROXIMARE**, cu accent pe **UTILIZAREA SERIEI FUNȚIEI JACOBI LA GENERAREA UNOR FUNȚII SUPERNOVE**.

30 de pagini sunt dedicate **FUNȚIILOR SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE SUPERNOVE**, după cum **CURBELOR SUPERNOVE STRÂMBE** li se acordă o atenție specială, respectiv se reamintește semnificația **CURBELOR SPECIALE UNICE**, a **CURBELOR 3D VECHI ȘI NOI**, a **STRÂMBELOR PLANE** și a **CURBELOR STRÂMBE în 3D**.

Trebuie remarcat în mod special faptul că lucrarea prefațată multiplică enorm de mult, ca număr, semnificație și complexitate, „categoria” **STRÂMBELOR**, „sortiment” tratat oarecum superficial și extrem de sumar în matematica tradițională.

Nu sunt ignorate nici **curbele**, denumite și **figuri** sau franjuri **Lissajous**, după numele matematicianului francez **Jules Antoine Lissajous**.

Formația de bază, inginerască, a autorului, respectiv anii de activitate efectivă „în câmpul muncii”, îl îndreptățesc să facă afirmații de genul „Din punct de vedere mecanic și, mai precis, al dinamicii unui punct material, figurile **Lissajous centrice** reprezintă traiectoria în plan a unui punct forțat să participe simultan la două oscilații armonice, după cele două direcții perpendiculare din plan”, iar consecință a unor varii și nenumărate „interconexiuni”, explicitate prin reprezentări grafice de excepție, se concluzionează, în deplină concordanță cu tematica acestui nou volum, faptul că **funcțiile circulare centrice**, evident în **3D**, precum și **funcțiile circulare excentrice în 3D plane și strâmbे**, constituie **funcții supernove**.

Consecvent cu cele afirmate într-un alineat anterior, în penultimul capitol se reia „problema strâmbelor”, de astă dată provenite prin „strâmbare”..! Astfel, prin strâmbarea dreptelor rezultă **NOVE ȘI SUPERNOVE LINIARE**, prin strâmbarea funcțiilor trigonometrice –**SUPERNOVE TRIGONOMETRICE**, prin strâmbarea tangentelor – **SUPERNOVE TANGENTE**, prin strâmbarea cercului –**SUPERNOVE CIRCULARE**, prin strâmbarea pătratului – **SUPERNOVE PĂTRATE**, prin strâmbarea triunghiului – **SUPERNOVE TRIUNGHULARE**, și –în general- prin strâmbarea obiectelor 3D – **SUPERNOVE ale OBIECTELOR 3D**.

Interesantissim este și mențiunea potrivit căreia prin modificarea ecuațiilor parametrice ale unui cub se pot obține **SUPERNOVE** originale, care, potrivit autorului, vor fi denumite, în onoarea renumitului matematician american de origine română, **Florentin Smarandache**, șeful Departamentului de Știință și Matematică al Universității din New Mexico, „**NOVE ȘI SUPERNOVE SMARANDACHE**” !

Distinsul Ing.**Șerban Șelariu**, fiul autorului, fiind atât de familiarizat cu preocupările tatălui său, nu putea să nu se „contamineze”, astfel că ne oferă multiple planșe, excelent realizate din punct de vedere grafic, artistic chiar, cu **TORURI SUPERNOVE**, „semnate”, cum e și firesc, **Șerban Șelariu**.

Fără îndoială, sunt multe de menționat, dar, oricum, într-o Prefață de 2-3 pagini, nu pot „încăpea” decât unele referințe sumare.

Cunoscând, de-acum, conținutul volumelor publicate anterior și, bineînțeles, al celui de față, pot afirma, fără a avea vreun interes să-l flatez, că Dl. Prof. Ing. Mircea Eugen Șelariu este un **INTELECTUAL DE TOP**, care continuă să descopere noi valențe ale **SUPERMATEMATICII**, cunoștințe extrem de utile pentru prezent și viitor. Nu o face pentru bani, nici pentru glorie efemeră, ci pentru a se valorifica, cel puțin în viitorul apropiat, „tainele” ascunse ale matematicii tradiționale.

În acest context, nu mă pot abține să nu-l citez pe **Salvador de Madariaga** (diplomat, născut în Spania, decedat în Elveția): „Graficul acțiunii omului de gândire este o linie frântă compusă din tot atâtea drepte logice tangente la curba sinuoasă a realului”. „Dreptele logice”, ale autorului prefațat sunt, într-

adevăr, tangente la „curba realului”, „realul” matematicii conservatoare / tradiționale dovedindu-se a fi dormic de înnoire !

Sunt convins că personalități deosebite din mediul universitar, somități consacrate „slujirii” **MATEMATICII** din țară și de pe mapamond au apreciat superlativ apariția **SUPERMATEMATICII** și-i urmăresc cu interes „evoluția”, evoluție de care se face „vinovat” M.E.S. (Mircea Eugen Șelariu).

Ca de fiecare dată, vor fi și cititori certați cu bunul gust, nemolipsiți cultural, lipsiți până și de complexul de inferioritate, care vor ignora valoarea unei asemenea cărți.

Îl voi cita în încheiere pe marele poet **Nichita Stănescu** : „O obrăznicătură de june neinstruit, acum câteva zile mi-a azvârlit această stupiditate, spunându-mi că lui „**LUCEAFĂRUL**” (poezia eminesciană, n.n.) nu-i spune nimic. I-am spus: să fii sănătos, îți repet fraza goetheană: *când o carte se izbește de un cap și sună a gol, nu tot timpul este de vină cartea!*”

Prof.Ing. Ioan Ghiocel

P R E F A Ț Ă

Există **evenimente rarissime**, capabile să influențeze semnificativ istoria, la originea cărora a stat, de cele mai multe ori, o inspirație / decizie / acțiune de moment.

Cucerirea Bizanțului(29 mai 1453), **Descoperirea Oceanului Pacific**(25 sept.1513), **Waterloo**(18 iunie 1815) etc.etc. sunt numai câteva dintre acestea.

Stefan Zweig le definește prin fericita sintagmă: **ORELE ASTRALE ALE OMENIRII** (vezi opul omonim, E.M.,Buc.1976).

Fără a forța nota și fără a exagera excesiv, consider că, dac-ar mai trăi S.Z. și s-ar pune problema reeditării susmenționatei cărți, operațiunea va comporta necesarmente cel puțin o adăugire (la cele **10 ORE ASTRALE** evocate in ed.1976) : **Apariția SUPERMATEMATICII** ; Iar dacă cele 10 ore astrale menționate anterior au o **dată** calendaristică de început, **SUPERMATEMATICA** s-a conturat într-o **perioadă** de peste 4 decenii, iar autorul ei, Prof.Ing.Mircea Eugen Șelariu, încă trudește la evidențierea a noi valențe, căci resursele temei se dovedesc a fi inepuizabile.

De altfel, majoritatea comunicărilor autorului, la diferite sesiuni științifice din țară sau străinătate, precum și articolele postate pe rețele Internet, au fost reunite în mai multe volume : **SUPERMATEMATICA –Fundamente**, vol.I (486 pagini) și vol.II (427 pag.) (EDITURA POLITEHNICA TIMIȘOARA - 2012), **MATEMATICA ATOMICĂ** (211 pag. format A4 –EDITURA DE VEST TIMIȘOARA -2017), în curs de apariție fiind **MĂREȚIA ȘI NEMĂRGINIREA SUPERMATEMATICII**, respectiv **FUNCȚII SUPERNOVE**, volum căruia îi este dedicată prezenta PREFAȚĂ.

Așadar, după monumentalele scrieri ale **Fundamentelor SUPER-MATEMATICII**, **care justifică multiplicarea de la unu la infinit a tuturor entităților cu care operează matematica tradițională / conservatoare**, după **MATEMATICA ATOMICĂ**, potrivit căreia numerele sunt atomii MATEMATICII, iar cifrele – particule elementare, după aspectele inedite și de netăgăduit, relévate în **MĂREȚIA ȘI NEMĂRGINIREA SUPER-MATEMATICII**, iată că apariția **FUNCȚIILOR SUPERNOVE** ne oferă din nou prilejul de a admira alte „roade” spectaculoase ale **SUPERMATEMATICII**.

Conștient că „**novele**”și , evident, „**supernovele**” nu sunt cuvinte uzuale. Intrate în vorbirea curentă, autorul găsește de cuviință să prezinte ,într-un amplu expozeu, semnificația lor. Astfel, redă textual din *Wikipedia* :

“Nova este o explozie a unei stele care face ca steaua respectivă să devină mai strălucitoare, apoi să revină la forma inițială.

Novele fac parte din sisteme binare, sau duble, care se numesc variabile cataclismice. Mai demult astronomii foloseau termenul de nova (în latină nova, plural novae = nouă, noi - s.n.) pentru a descrie toate corpurile cerești care deveneau brusc vizibile cu ochiul liber. Astăzi, astronomii pot să deosebească novele de supernove (asemenea novelor dar care își schimbă forma inițială) cu o tehnologie numită spectroscopie.”

O denumire mai bună pentru **noile funcții supermatematice (FSM)**, rezultate prin combinarea simultană a **două** curbe generatoare (**sisteme binare**), autorul, după propria-i mărturisire, „n-a fost în stare să găsească”.

Fiind vorba despre niște funcții / reprezentări absolut originale, insolite, tot autorul consideră că e de datoria sa să precizeze, și citez .. **funcțiile supernove**, sunt funcții complet **noi** introduse în matematică,

binare, definite pe două curbe matematice sau supermatematice simultan, *apărând brusc* și având o „*strălucire*” ieșită din comun, având similitudini evidente cu *stelele supernove* !”

În chiar capitolele introductive sunt evidențiate variante de **FUNCTII SUPER-MATEMATICE SUPERNOVE**: *circularoeliptice* și *eliptico-circulare*, *circularohiperbolice* și *hiperbolicocirculare*, *hiperbolicoeliptice* și *elipticohiperbolice* etc. și enumerarea este departe de a fi completă.

Nu sunt ignorate nici **FUNCTIILE SUPERNOVE EXCENTRICE MODI-FICATE**, categorie care include *funcții supernove cosorex, sinorex, cosodex* și *sinodex*, după cum nici **FUNCTIILE SUPERNOVE TRILOBICE** nu sunt trecute cu vederea.

Un capitol distinct este dedicat **FUNCTIILOR SUPERNOVE CU COSINUSURI ȘI SINUSURI SUPERMATEMATICE**, care include, în secțiunea finală, **FUNCTIILE SUPERNOVE CU FUNCTII ELIPTICE**.

Este tratată *in extenso* și problematica **FUNCTIILOR SUPERNOVE OBTINUTE PRIN METODE DE APROXIMARE**, cu accent pe **UTILIZAREA SERIEI FUNCȚIEI JACOBI LA GENERAREA UNOR FUNCTII SUPERNOVE**.

30 de pagini sunt dedicate **FUNCTIILOR SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE SUPERNOVE**, după cum **CURBELOR SUPERNOVE STRÂMBE** li se acordă o atenție specială, respectiv se reamintește semnificația **CURBELOR SPECIALE UNICE**, a **CURBELOR 3D VECHI ȘI NOI**, a **STRÂMBELOR PLANE** și a **CURBELOR STRÂMBE în 3D**.

Trebuie remarcat în mod special faptul că lucrarea prefațată multiplică enorm de mult, ca număr, semnificație și complexitate, „categoria” **STRÂMBELOR**, „sortiment” tratat oarecum superficial și extrem de sumar în matematica tradițională.

Nu sunt ignorate nici **curbele**, denumite și **figuri** sau franjuri **Lissajous**, după numele matematicianului francez **Jules Antoine Lissajous**.

Formația de bază, inginerescă, a autorului, respectiv anii de activitate efectivă „în câmpul muncii”, îl îndreptățesc să facă afirmații de genul „Din punct de vedere mecanic și, mai precis, al dinamicii unui punct material, figurile **Lissajous centrice** reprezintă traiectoria în plan a unui punct forțat să participe simultan la două oscilații armonice, după cele două direcții perpendiculare din plan”, iar consecință a unor varii și nenumărate „interconexiuni”, explicitate prin reprezentări grafice de excepție, se concluzionează, în deplină concordanță cu tematica acestui nou volum, faptul că **funcțiile circulare centrice**, evident în **3D**, precum și **funcțiile circulare excentrice în 3D plane și strâmbे**, constituie **funcții supernove**.

Consecvent cu cele afirmate într-un alineat anterior, în penultimul capitol se reia „problema strâmbelor”, de astă dată provenite prin „strâmbare”..! Astfel, prin strâmbarea dreptelor rezultă **NOVE ȘI SUPERNOVE LINIARE**, prin strâmbarea funcțiilor trigonometrice –**SUPERNOVE TRIGONOMETRICE**, prin strâmbarea tangențelor – **SUPERNOVE TANGENTE**, prin strâmbarea cercului –**SUPERNOVE CIRCULARE**, prin strâmbarea pătratului – **SUPERNOVE PĂTRATE**, prin strâmbarea triunghiului – **SUPERNOVE TRIUNGHIULARE**, și –în general- prin strâmbarea obiectelor **3D – SUPERNOVE ale OBIECTELOR 3D**.

Interesantissim este și mențiunea potrivit căreia prin modificarea ecuațiilor parametrice ale unui cub se pot obține **SUPERNOVE** originale, care, potrivit autorului, vor fi denumite, în onoarea renumitului matematician american de origine română, **Florentin Smarandache**, șeful Departamentului de Știință și Matematică al Universității din New Mexico, „**NOVE ȘI SUPERNOVE SMARANDACHE**” !

Distinsul Ing.Șerban Șelariu, fiul autorului, fiind atât de familiarizat cu preocupările tatălui său, nu putea să nu se „contamineze”, astfel că ne oferă multiple planșe, excelent realizate din punct de vedere grafic, artistic chiar, cu **TORURI SUPERNOVE**, „semnate”, cum e și firesc, Șerban Șelariu.

Fără îndoială, sunt multe de menționat, dar, oricum, într-o Prefață de 2-3 pagini, nu pot „încăpea” decât unele referințe sumare.

Cunoscând, de-acum, conținutul volumelor publicate anterior și, bineînțeles, al celui de față, pot afirma, fără a avea vreun interes să-l fletez, că Dl. Prof. Ing. Mircea Eugen Șelariu este un **INTELECTUAL DE TOP**, care continuă să descopere noi valențe ale **SUPERMATEMATICII**, cunoștințe extrem de utile

pentru prezent și viitor. Nu o face pentru bani, nici pentru glorie efemeră, ci pentru a se valorifica, cel puțin în viitorul apropiat, „tainele” ascunse ale matematicii tradiționale.

În acest context, nu mă pot abține să nu-l citez pe Salvador de Madariaga (diplomat, născut în Spania, decedat în Elveția): „Graficul acțiunii omului de gândire este o linie frântă compusă din tot atâtea drepte logice tangente la curba sinuoasă a realului”. „Dreptele logice”, ale autorului prefațat sunt, într-adevăr, tangente la „curba realului”, „realul” matematicii conservatoare / tradiționale dovedindu-se a fi dormic de înnoire !

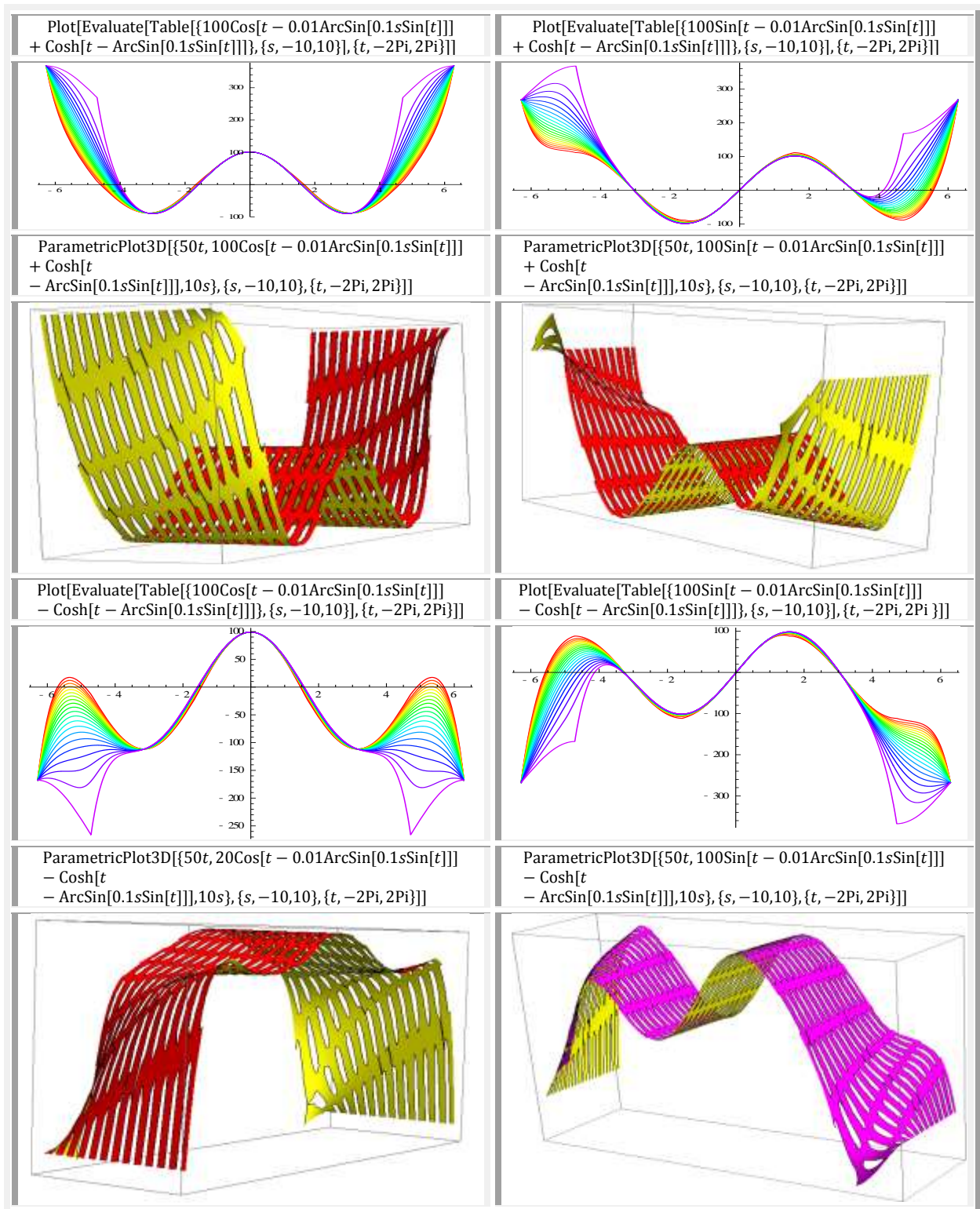
Sunt convins că personalități deosebite din mediul universitar, somități consacrate „slujirii” MATEMATICII din țară și de pe mapamond au apreciat superlativ apariția SUPERMATEMATICII și-i urmăresc cu interes „evoluția”, evoluție de care se face „vinovat” M.E.S. (Mircea Eugen Șelariu).

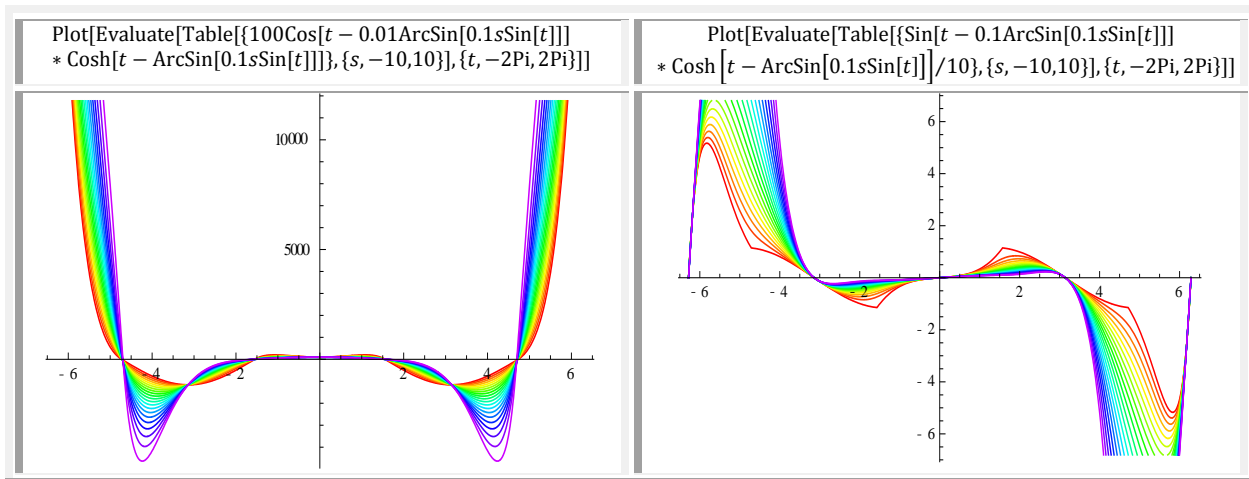
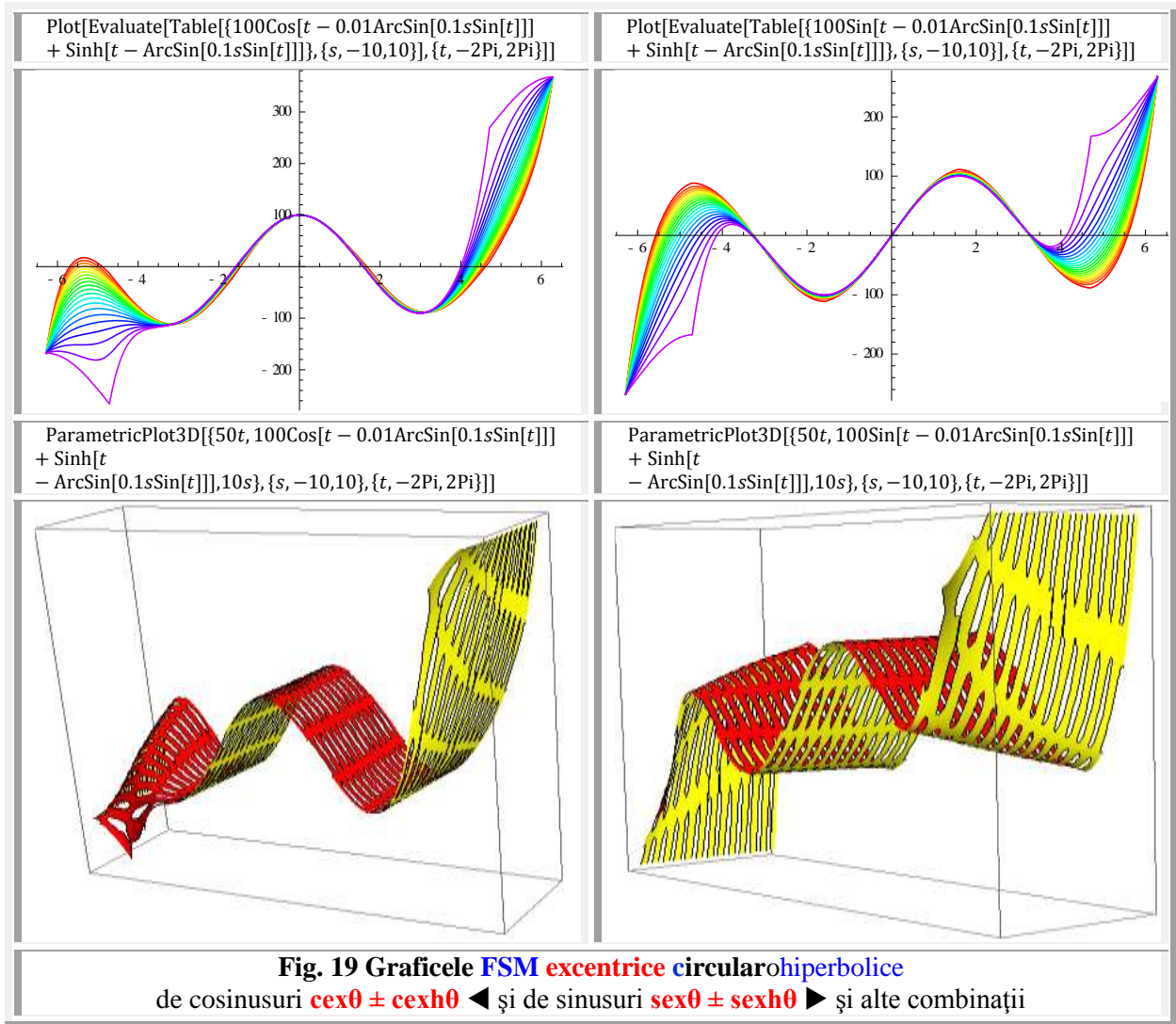
Ca de fiecare dată, vor fi și cititori certați cu bunul gust, nemolipsiți cultural, lipsiți până și de complexul de inferioritate, care vor ignora valoarea unei asemenea cărți.

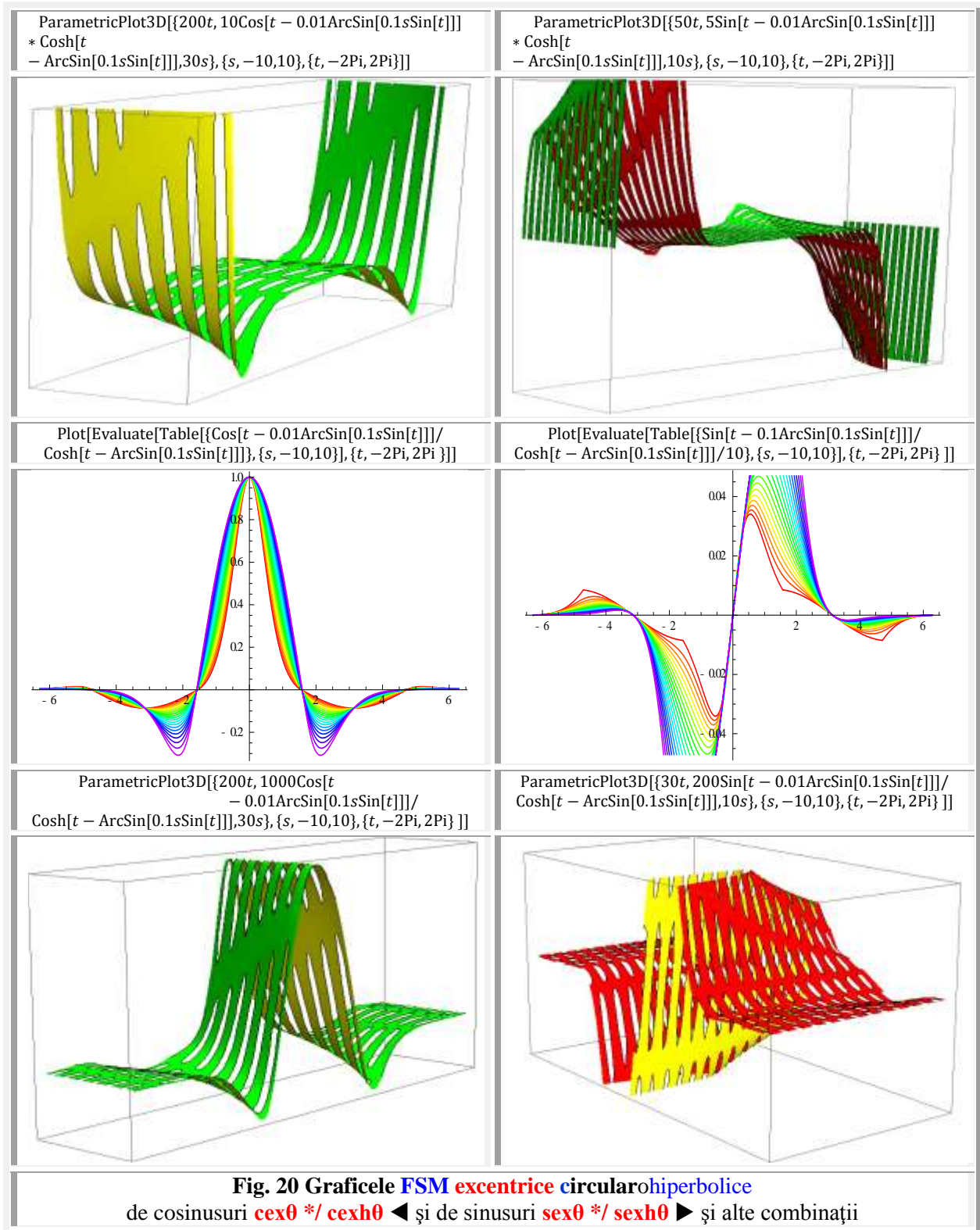
Îl voi cita în încheiere pe marele poet Nichita Stănescu : „O obrăznicătură de june neinstruit, acum câteva zile mi-a azvârlit această stupiditate, spunându-mi că lui „LUCEAFĂRUL” (poezia eminesciană, n.n.) nu-i spune nimic. I-am spus: să fii sănătos, îți repet fraza goetheană: *când o carte se izbește de un cap și sună a gol, nu tot timpul este de vină cartea!*”

Prof.Ing. Ioan Ghiocel

6. FSM CIRCULAROHIPERBOLICE EXCENTRICE







7. FSM CIRCULAROHIPERBOLICE

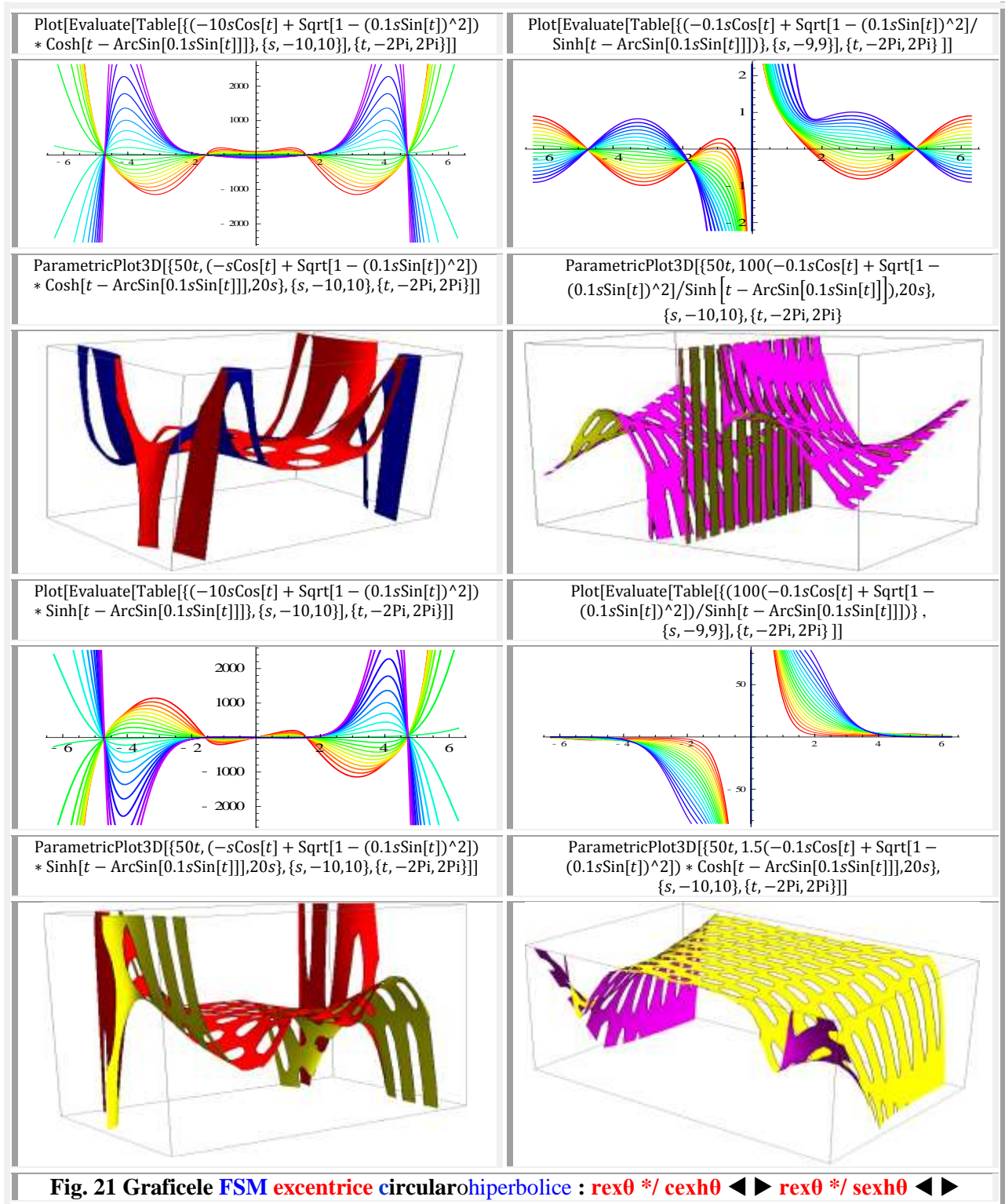
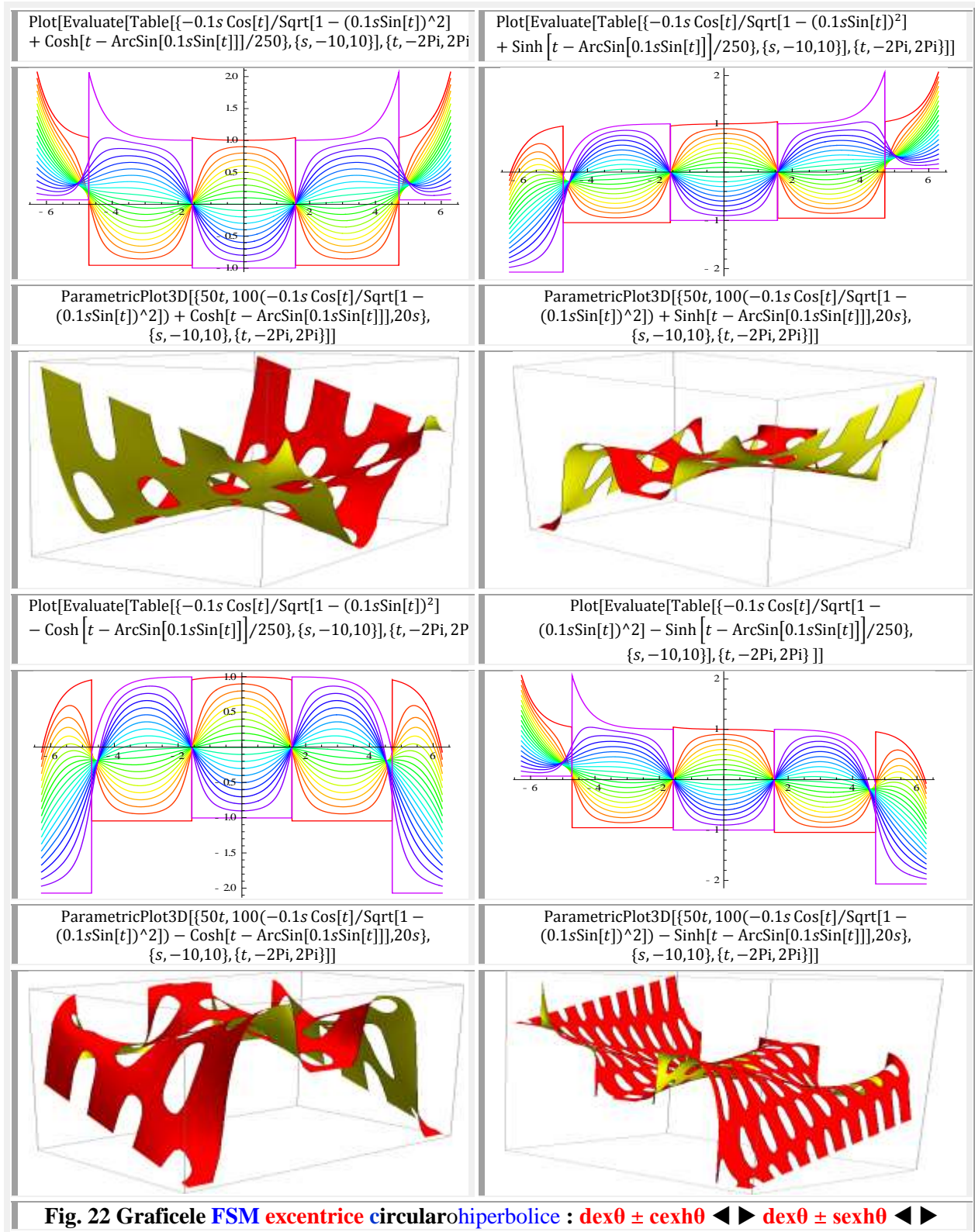
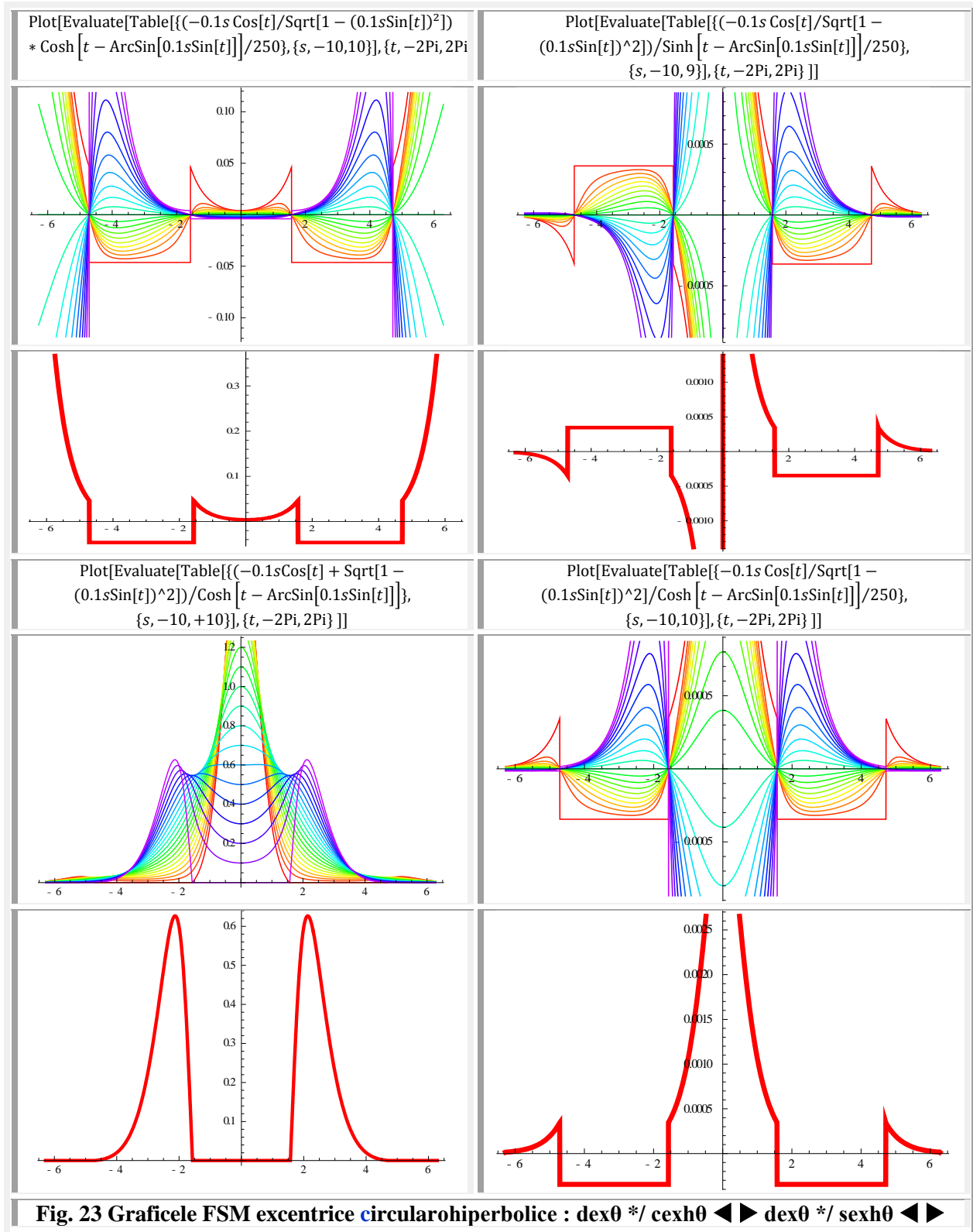
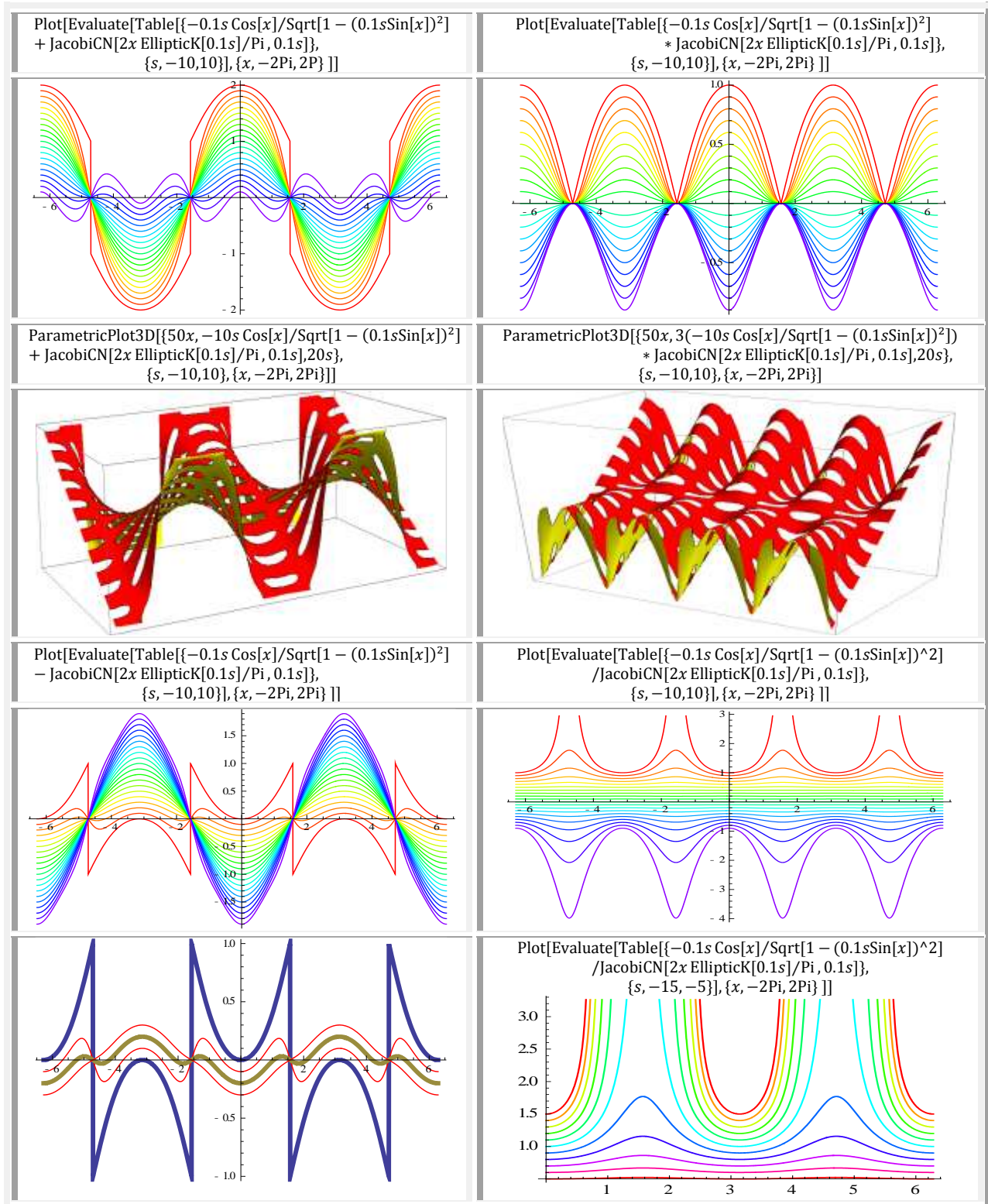


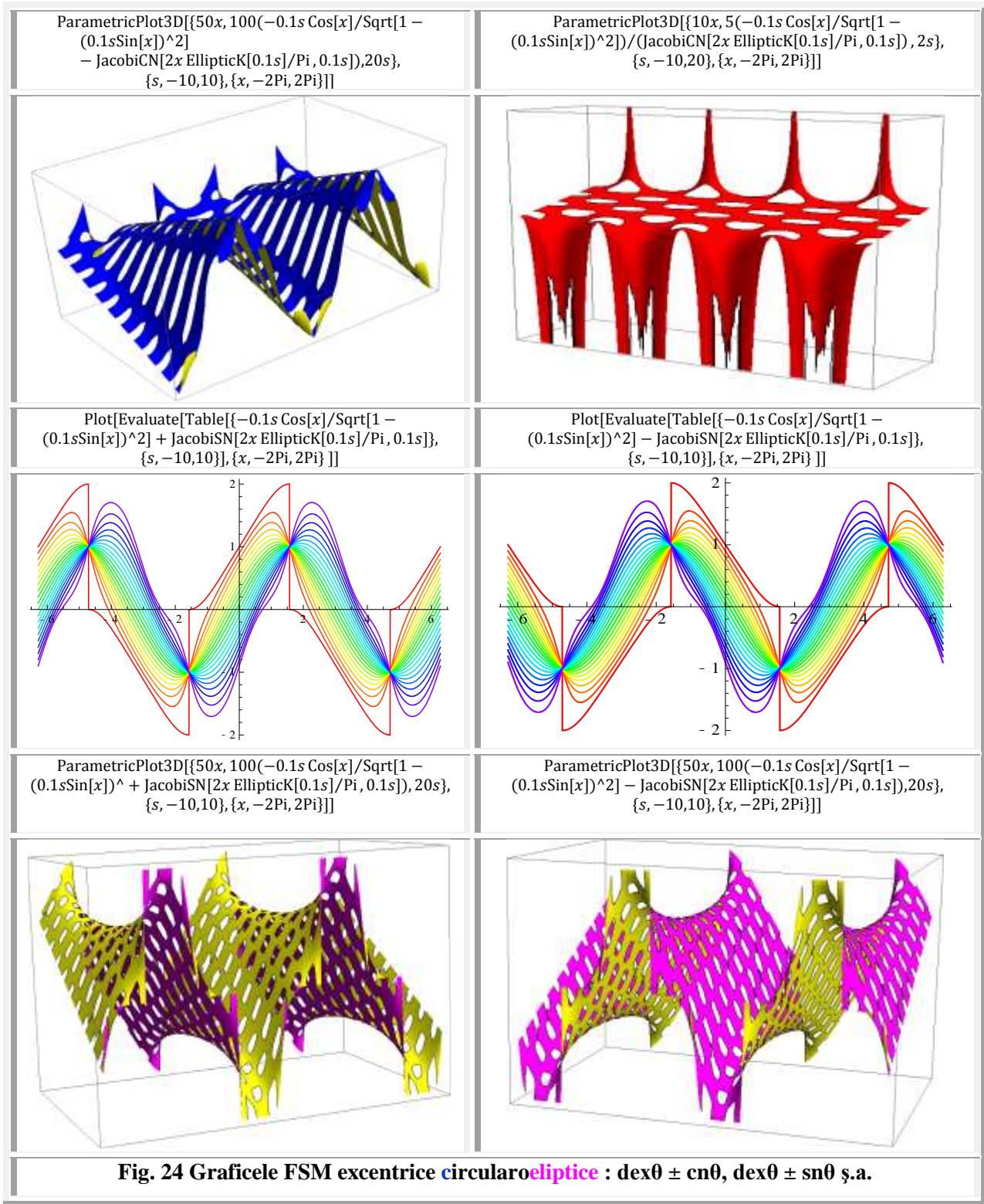
Fig. 21 Graficele FSM excentrice circularohiperbolice : $\text{rex0} */ \text{cexh0} \blacktriangleleft \blacktriangleright \text{rex0} */ \text{sexh0} \blacktriangleleft \blacktriangleright$



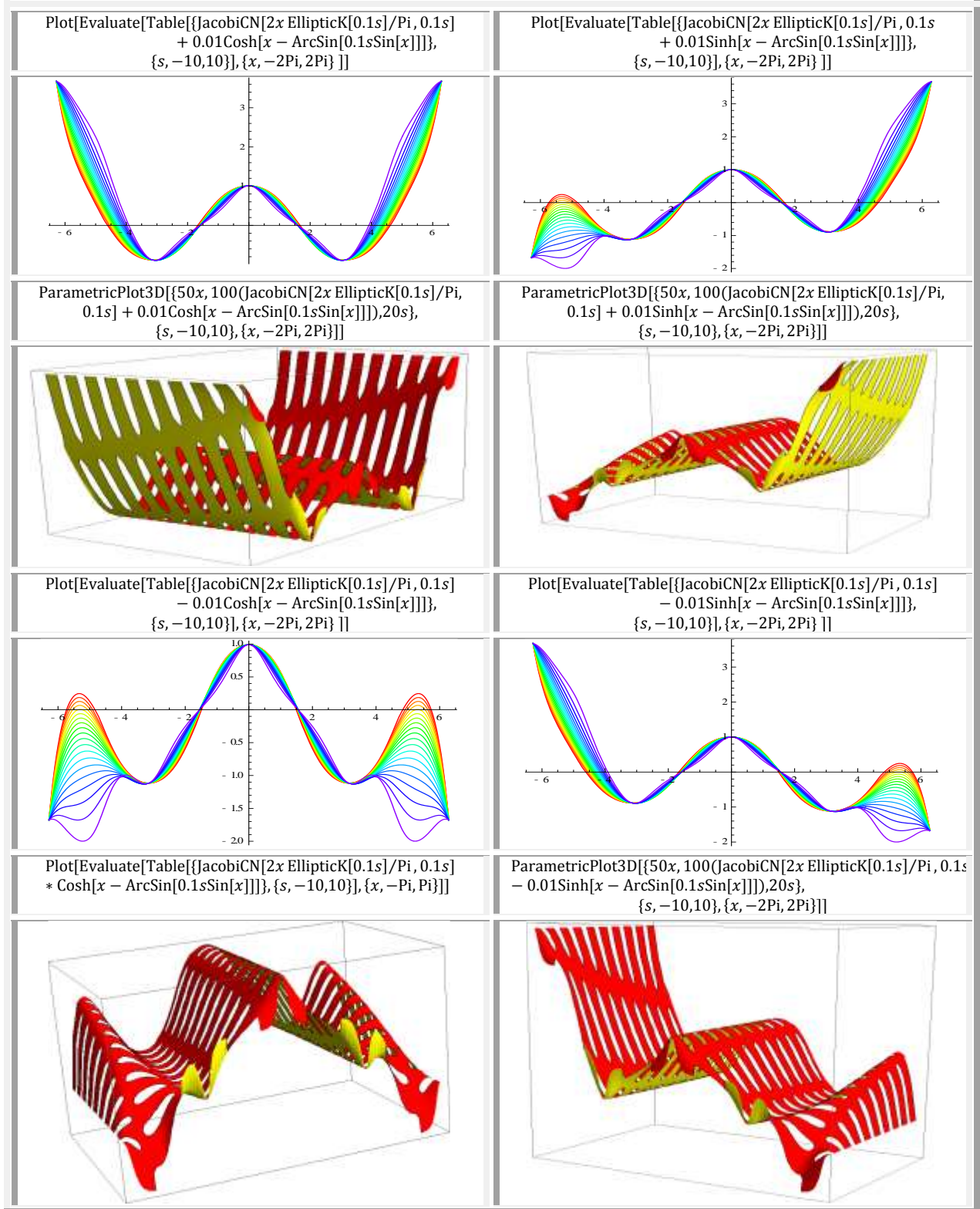


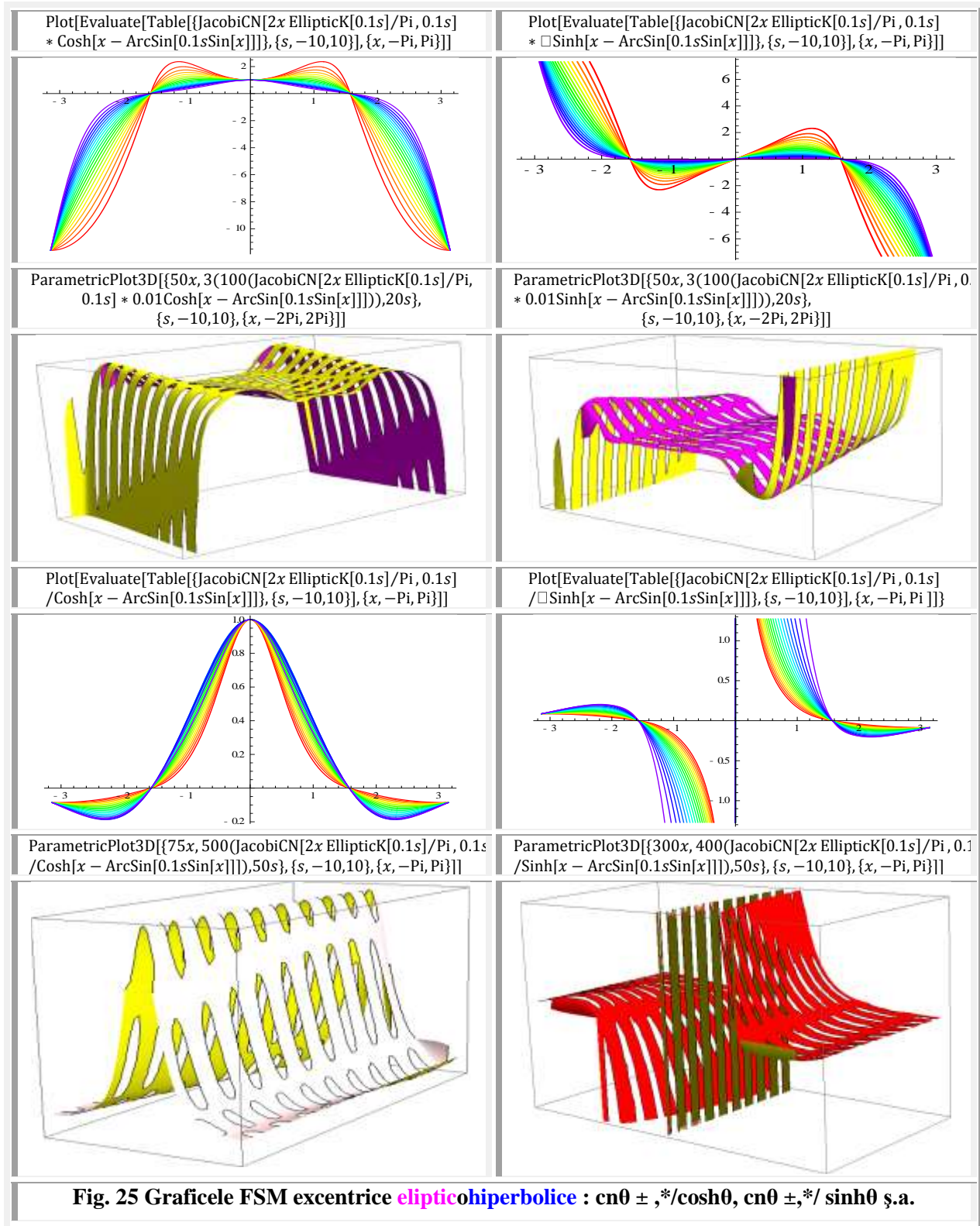
8. FSM CIRCULAROELIPTICE



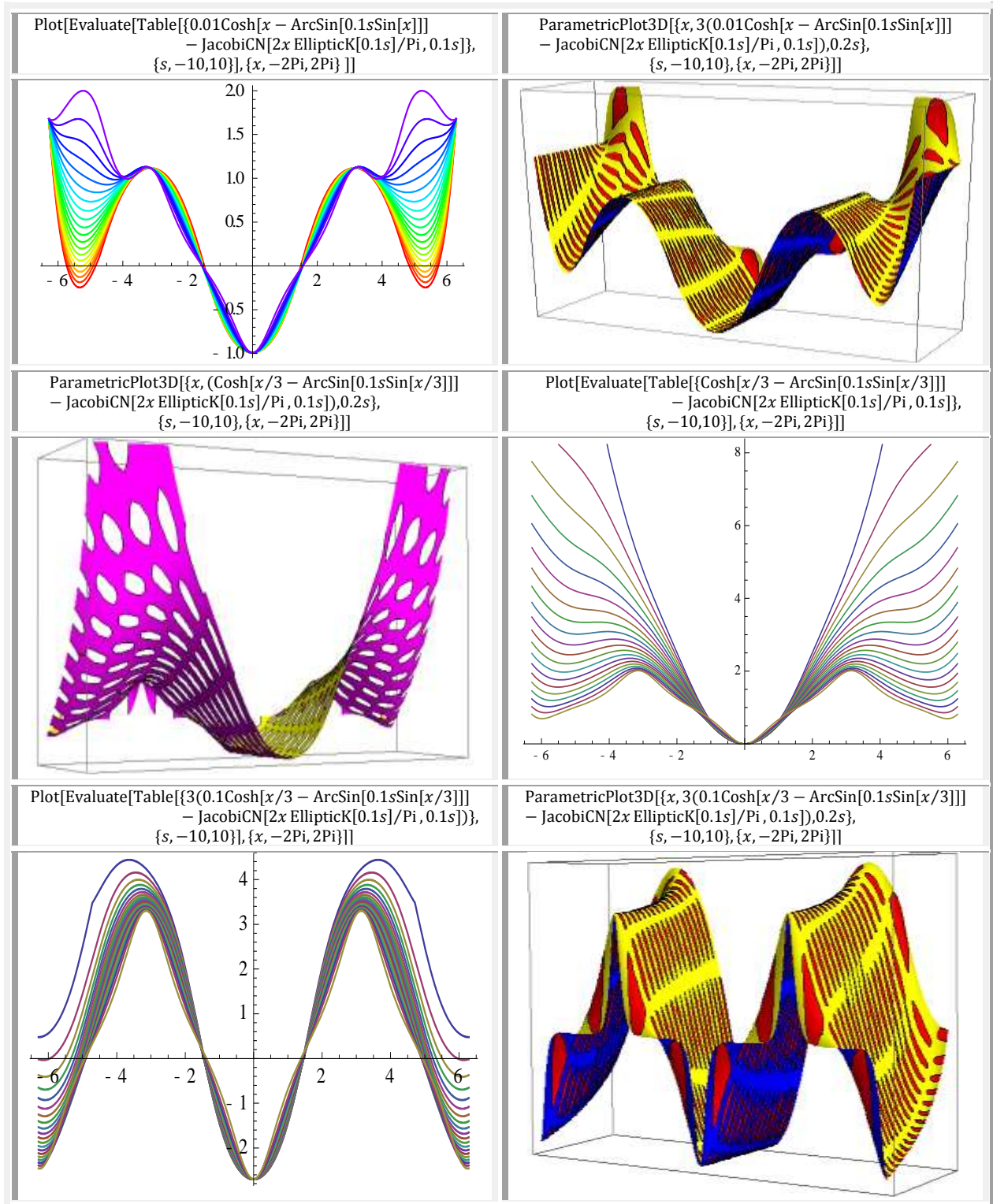


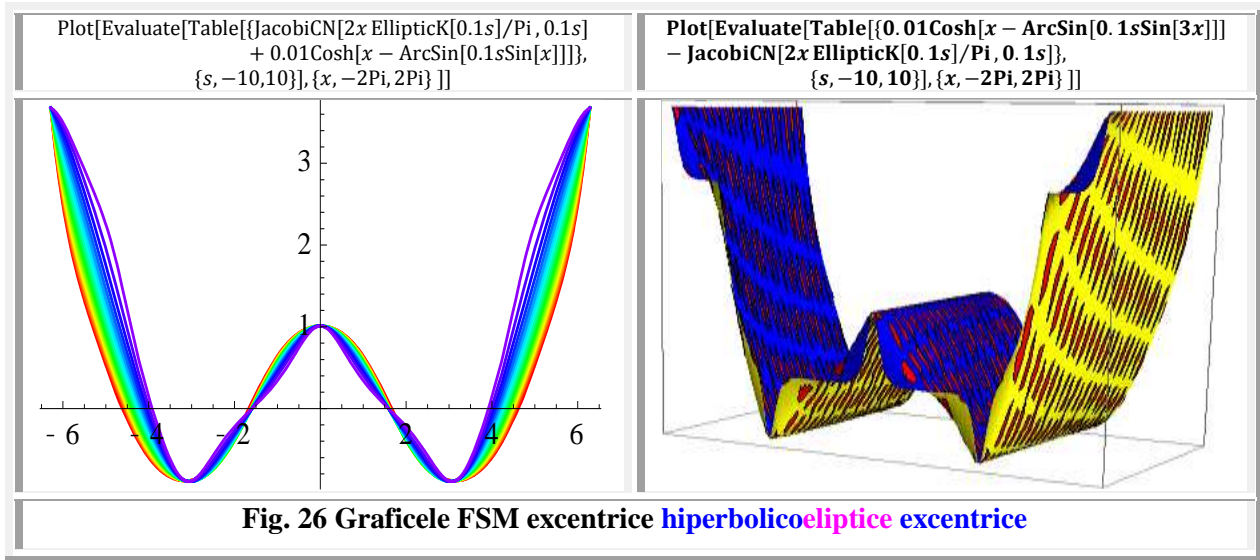
9. FSM ELLIPTICOHIPERBOLICE



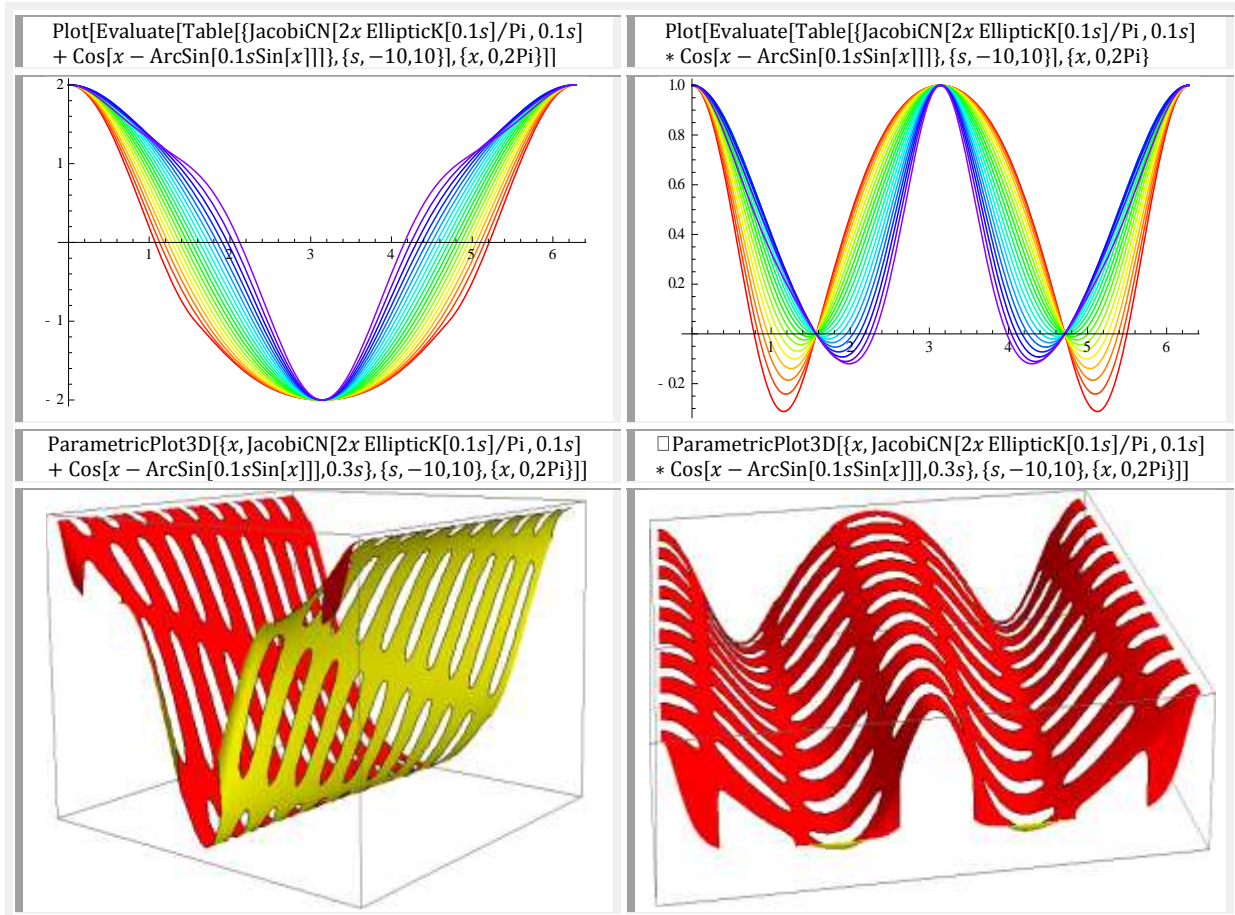


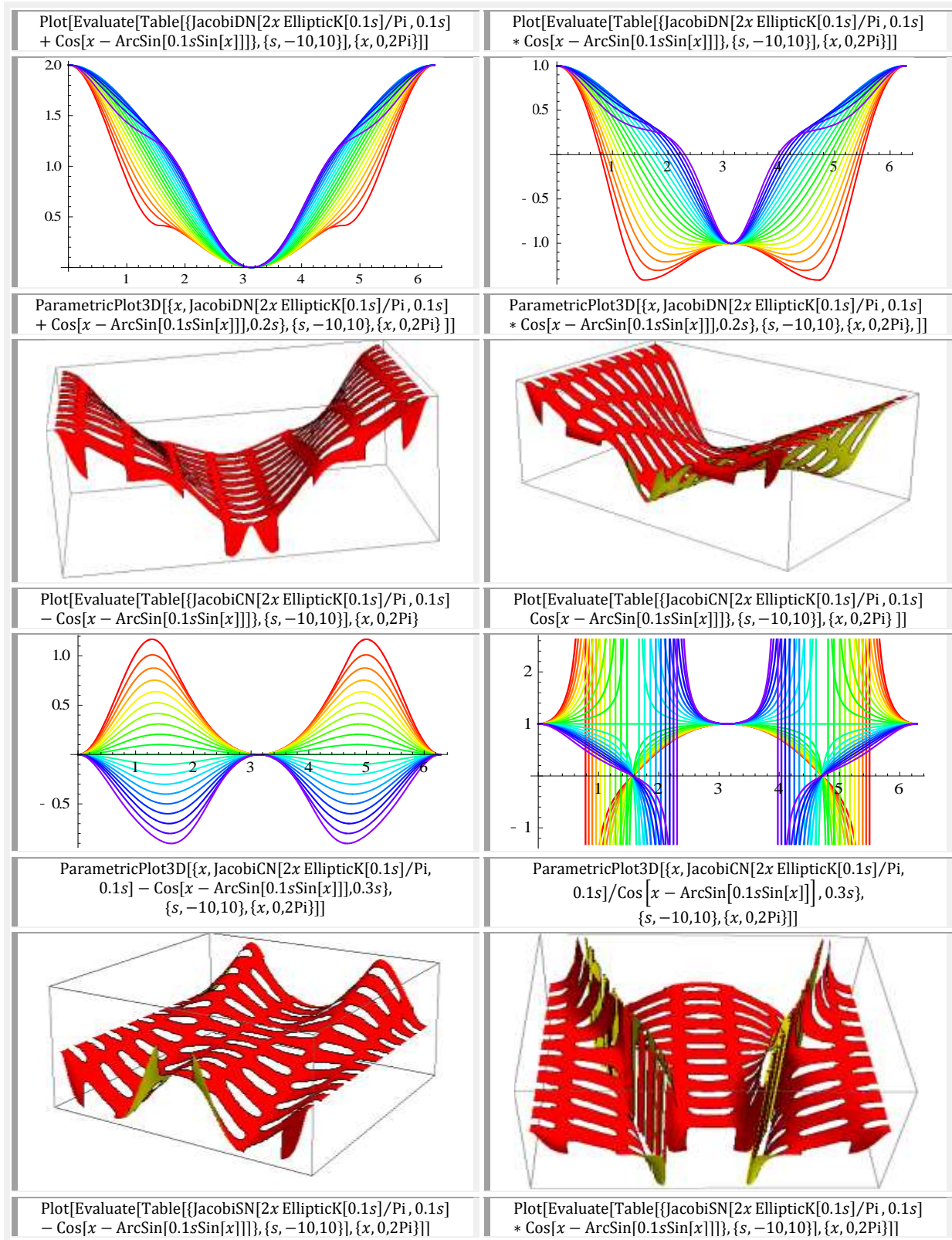
10. FSM HIPERBOLICOELIPTICE

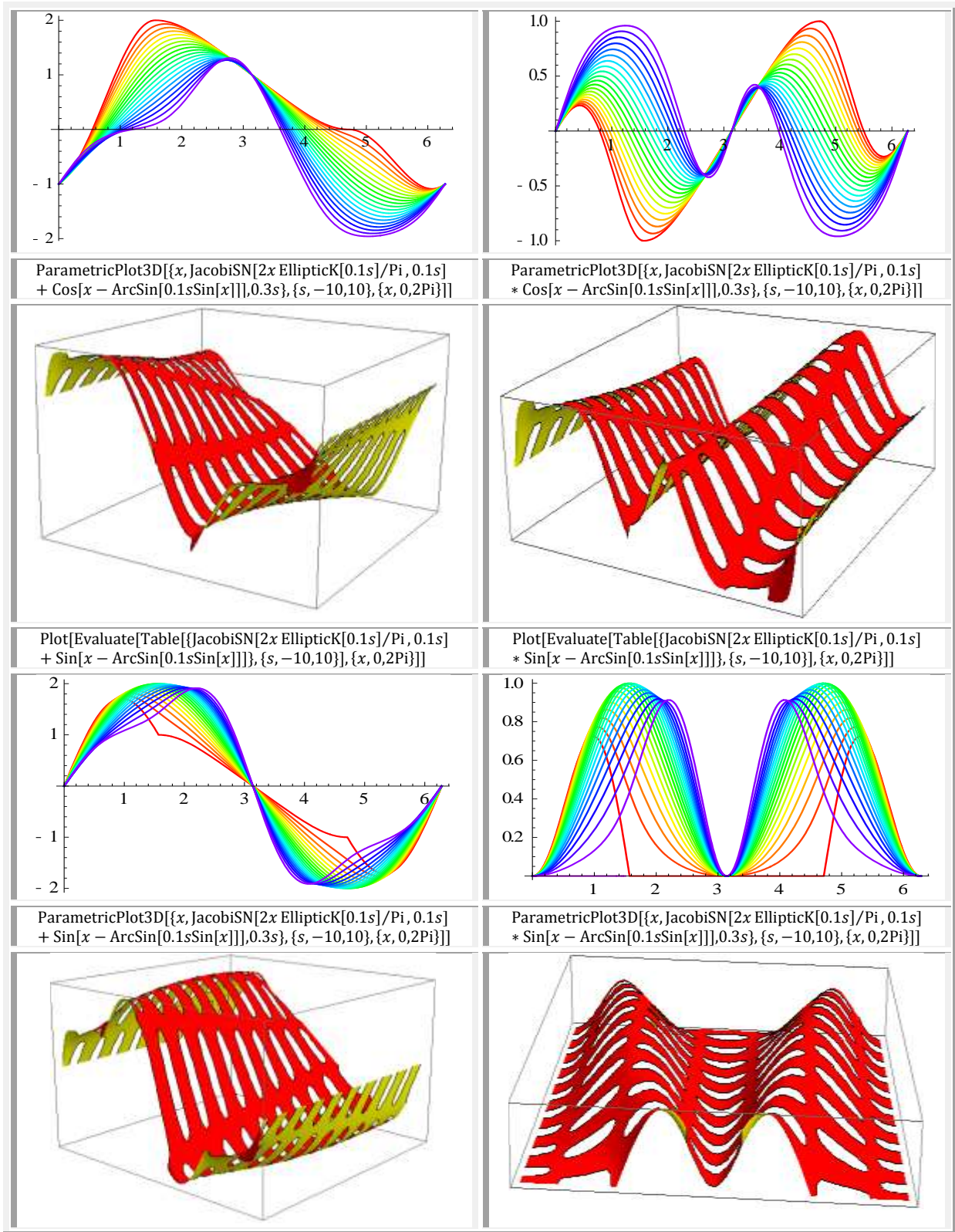




11. FSM ELIPTICOCIRCULARE EXCENTRICE







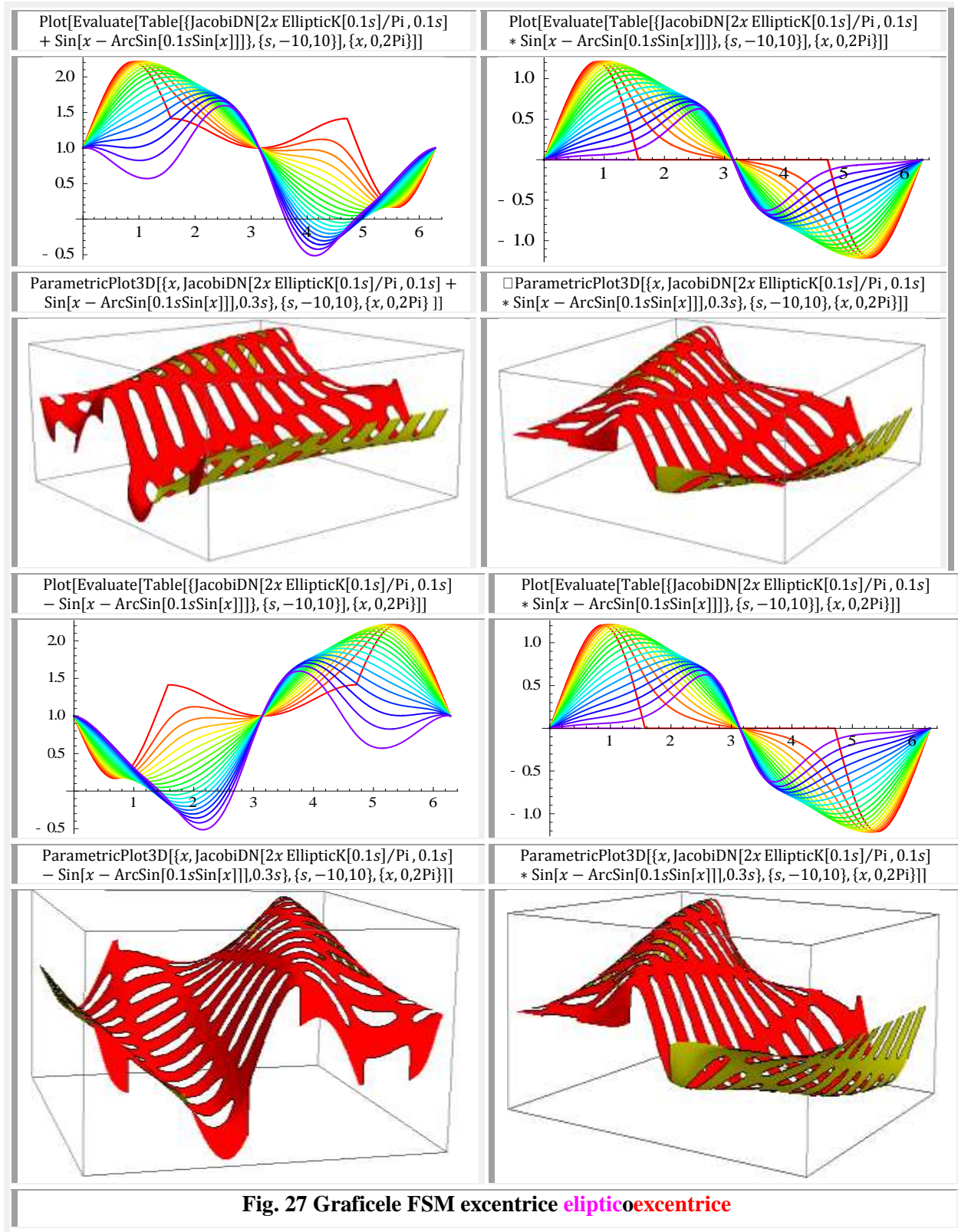
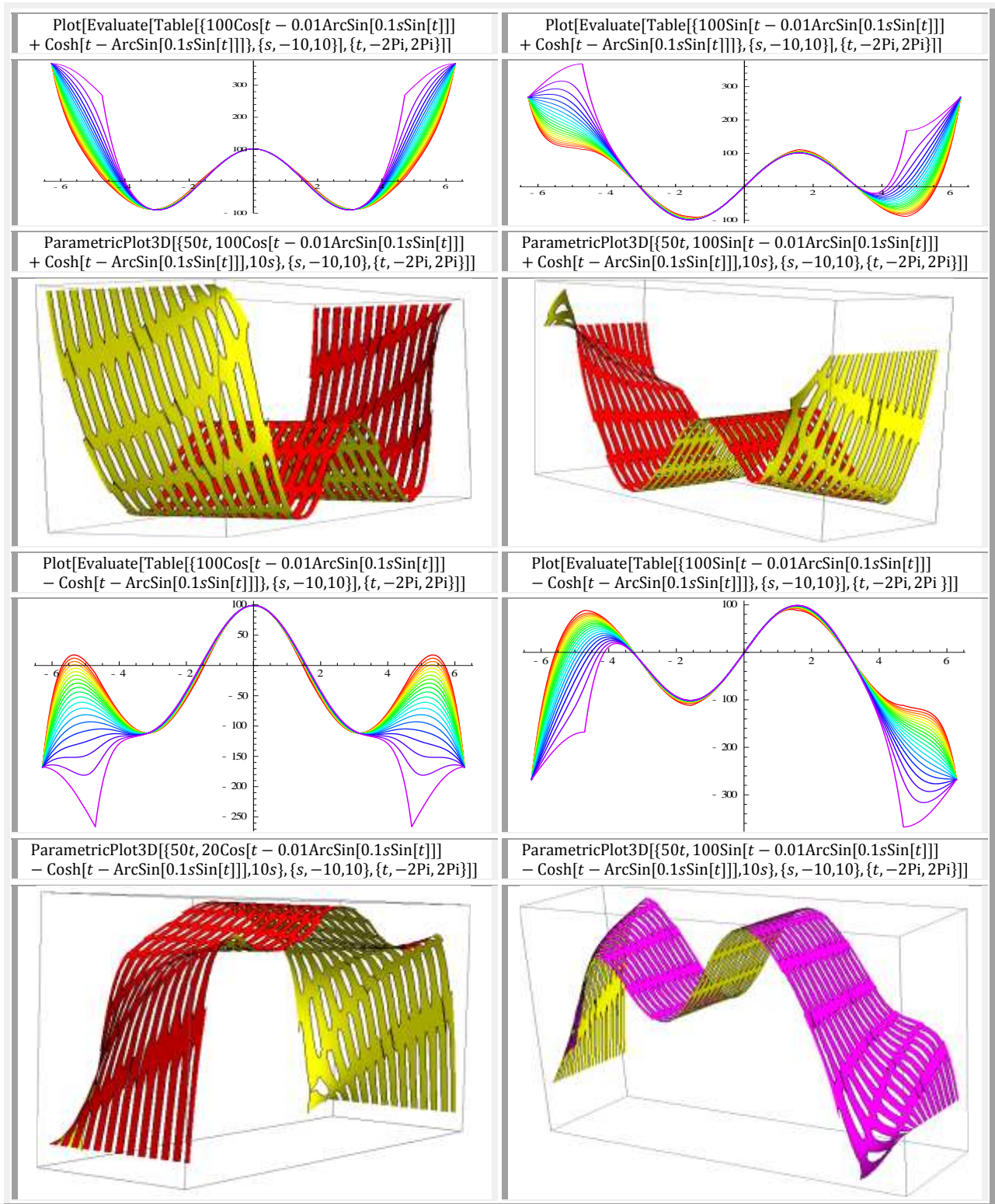


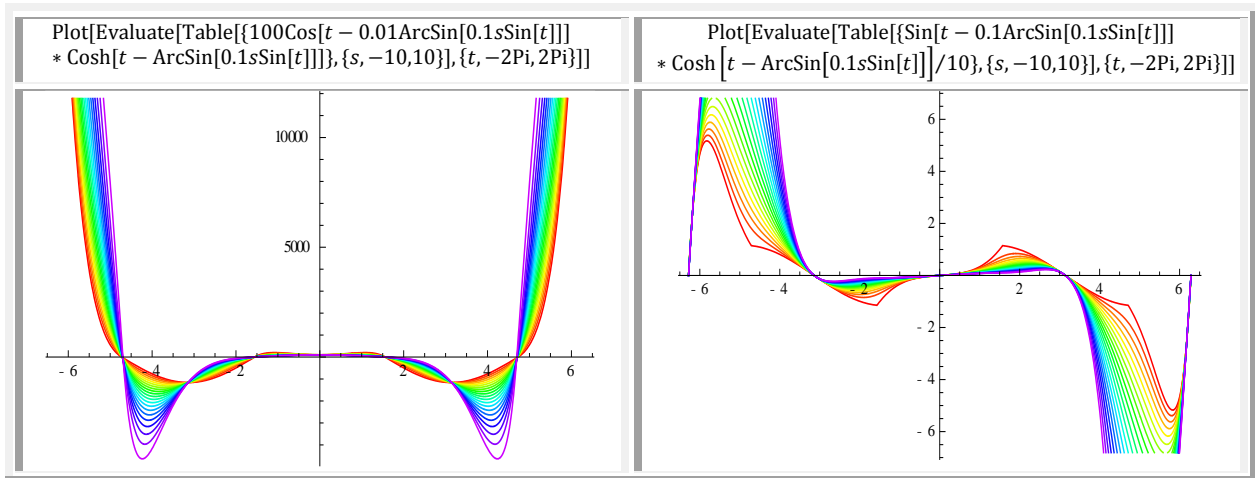
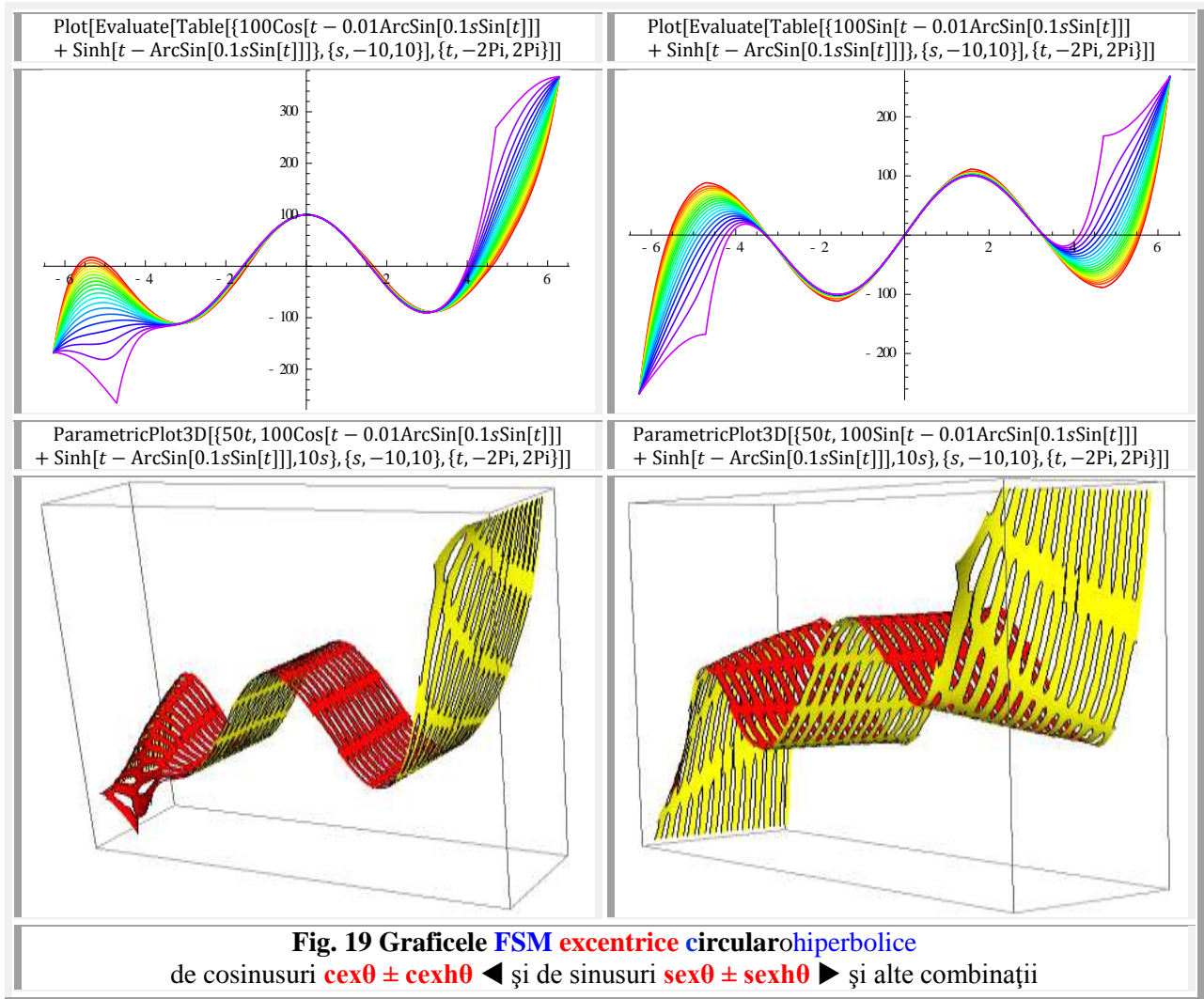
Fig. 27 Graficele FSM excentrice **elipticoexcentrice**

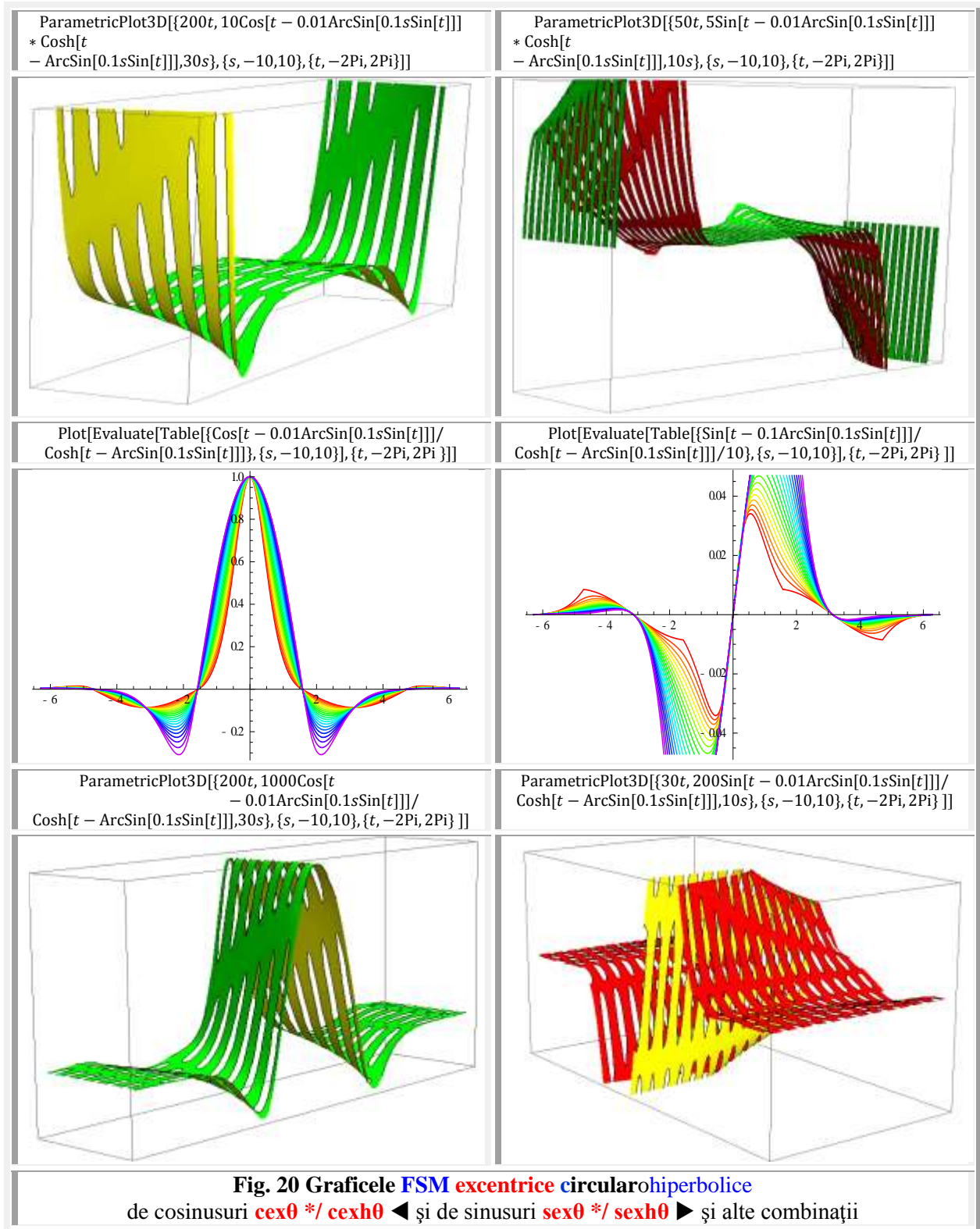
În fiecare dintre capitolele următoare ale lucrării vor fi reluate diversele asociații de curbe și pentru fiecare asociere vor fi ilustrate sumele, diferențele, produsul și câtul acestora, fie ele centrice sau excentrice, elevate și exotice.

În plus vor fi tratate și asocierile cu funcțiile induse și autoinduse (funcții de funcție), centrice și excentrice.

6. FSM CIRCULAROHIPERBOLICE EXCENTRICE







7. FSM CIRCULAROHIPERBOLICE

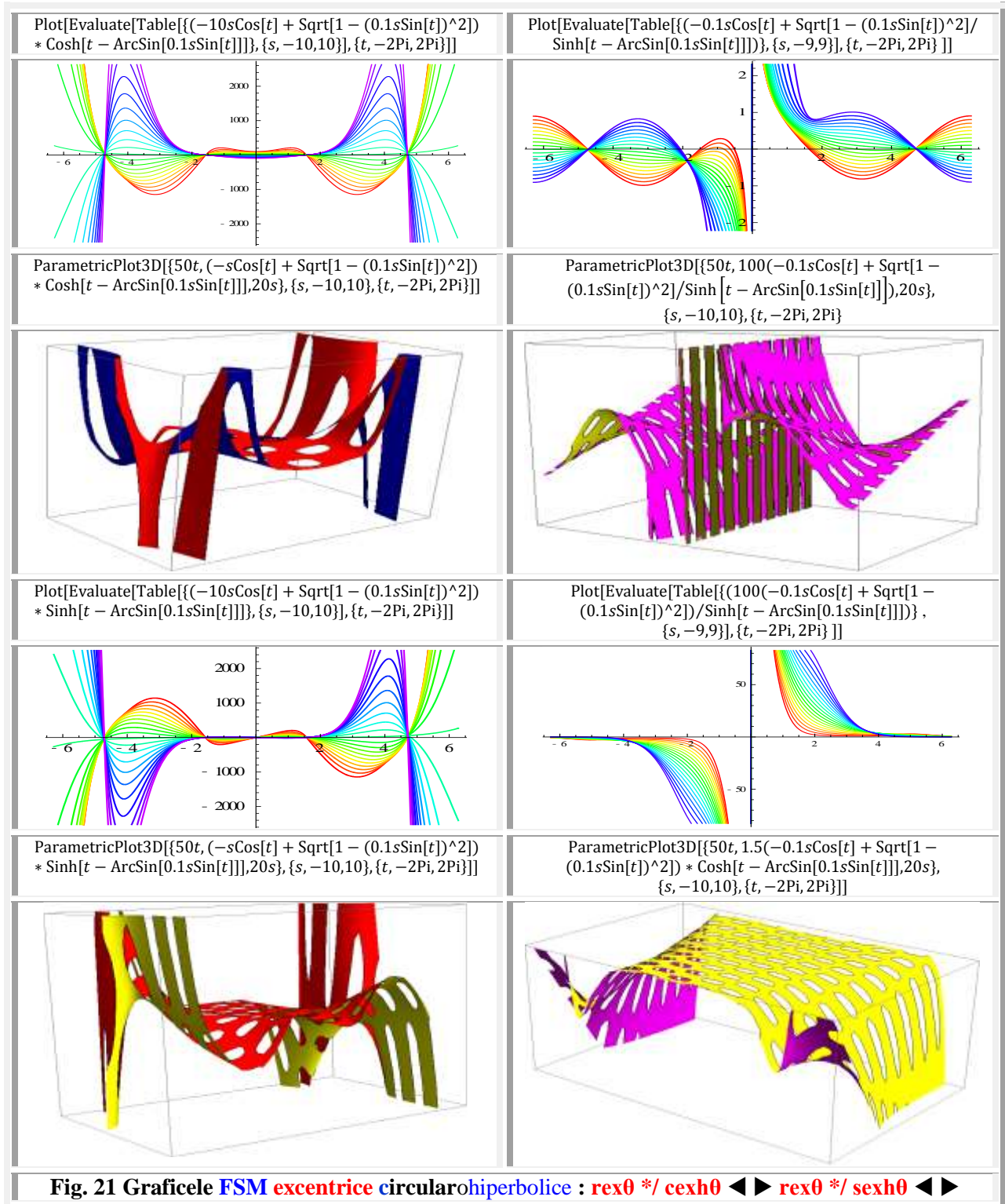


Fig. 21 Graficele FSM excentrice circularohiperbolice : $\text{rex0} */ \text{cexh0} \blacktriangleleft \blacktriangleright \text{rex0} */ \text{sexh0} \blacktriangleleft \blacktriangleright$

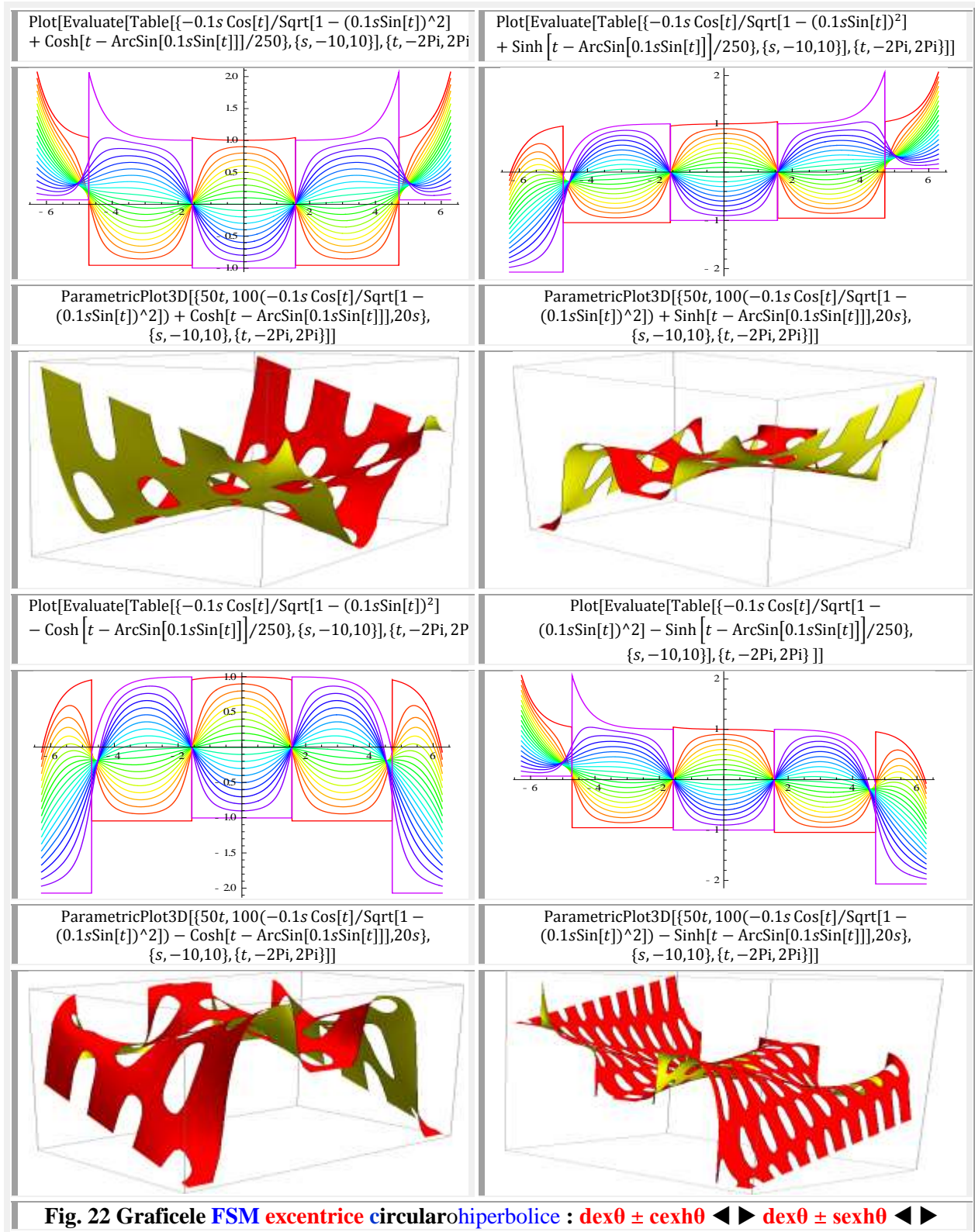
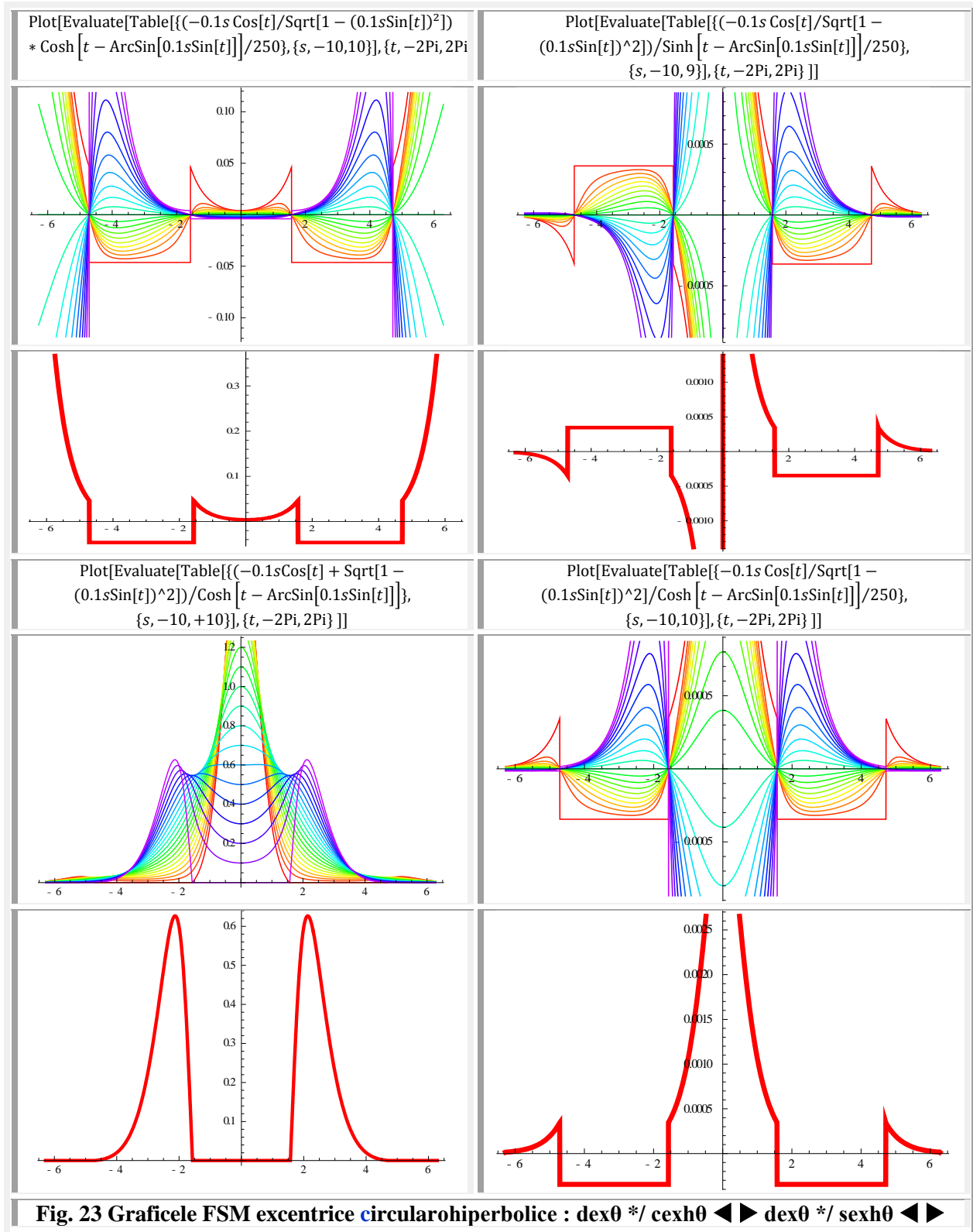
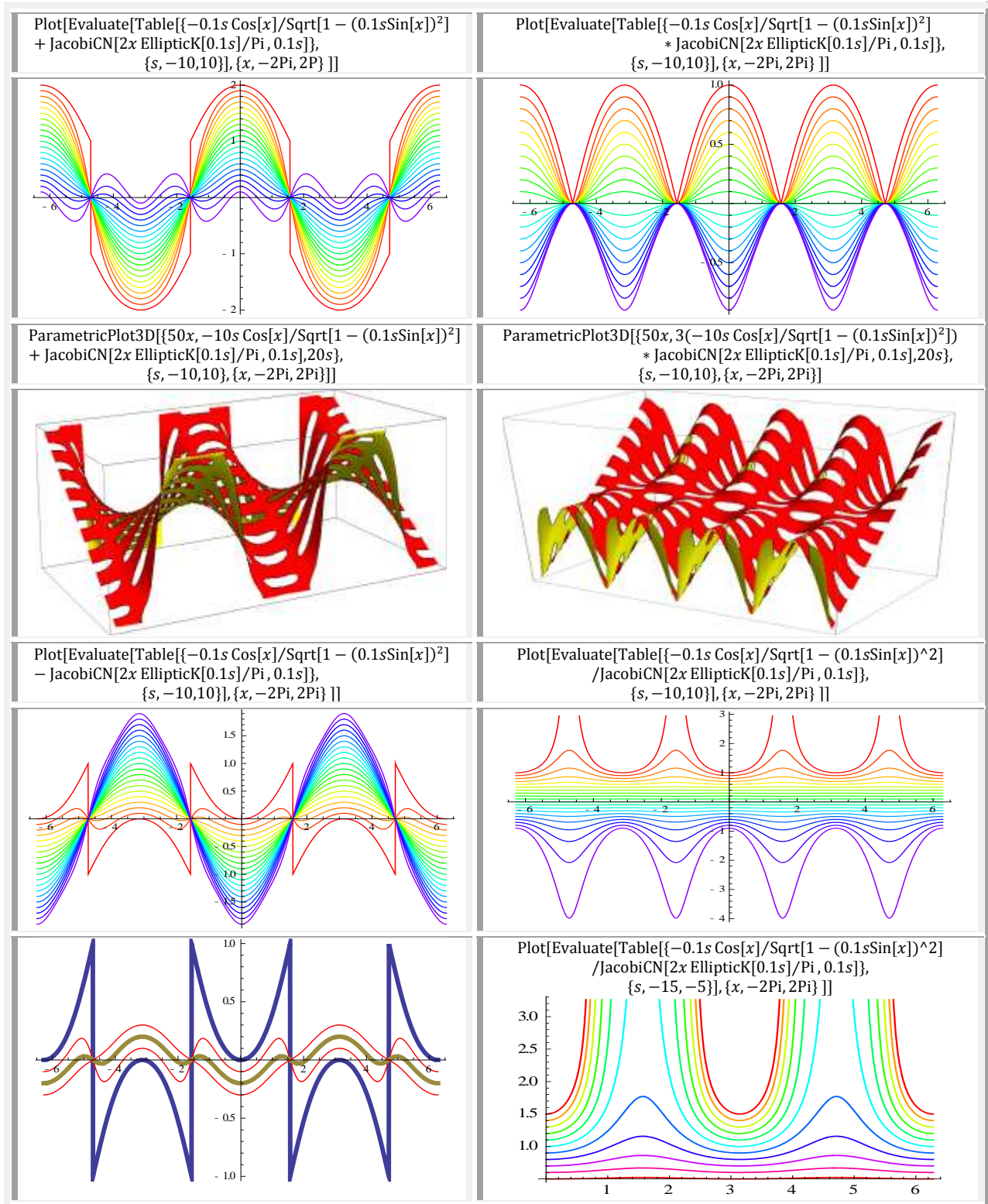
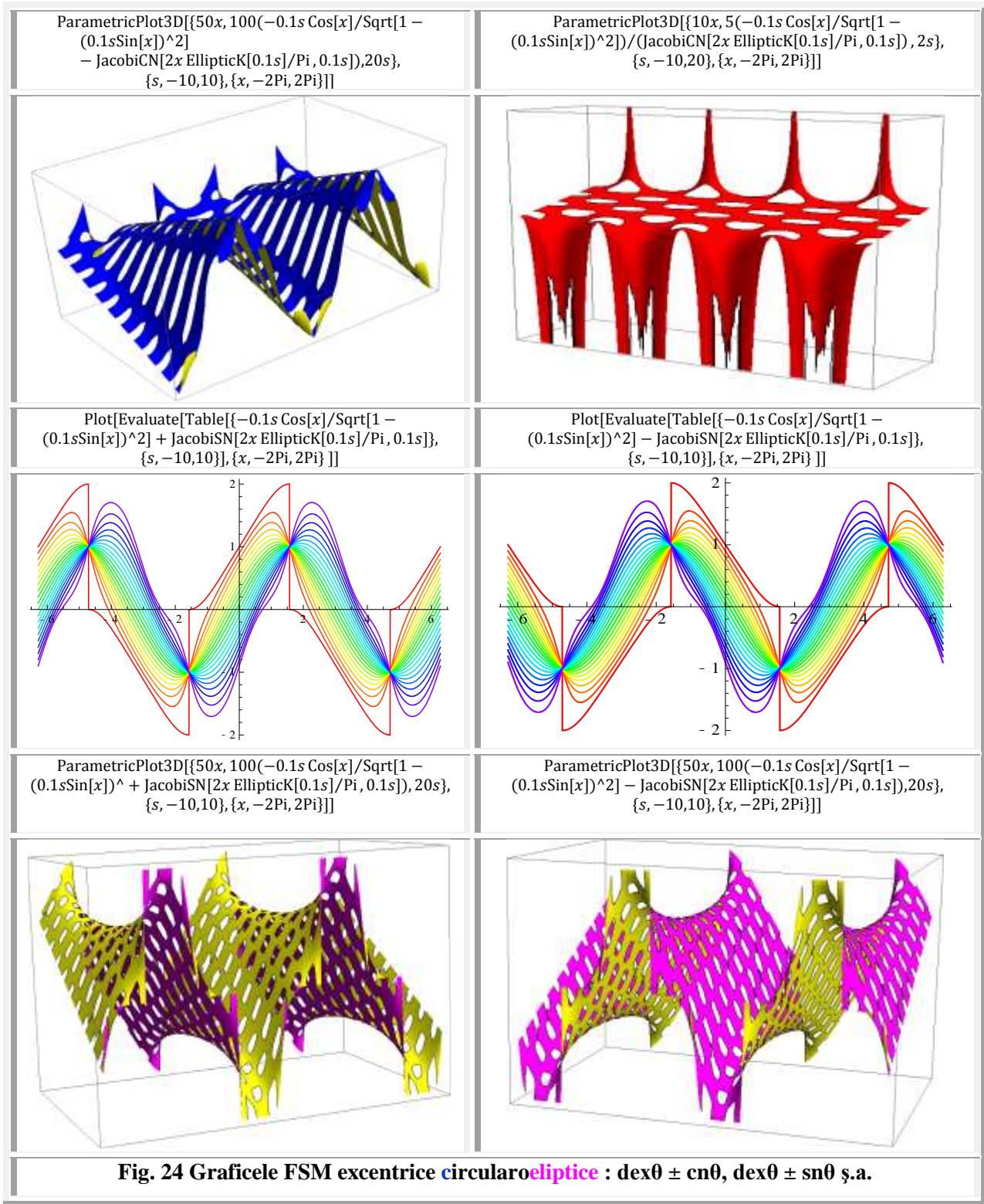


Fig. 22 Graficele FSM excentrice circularohiperbolice : $dex\theta \pm cexh\theta$ ◀▶ $dex\theta \pm sexh\theta$ ◀▶

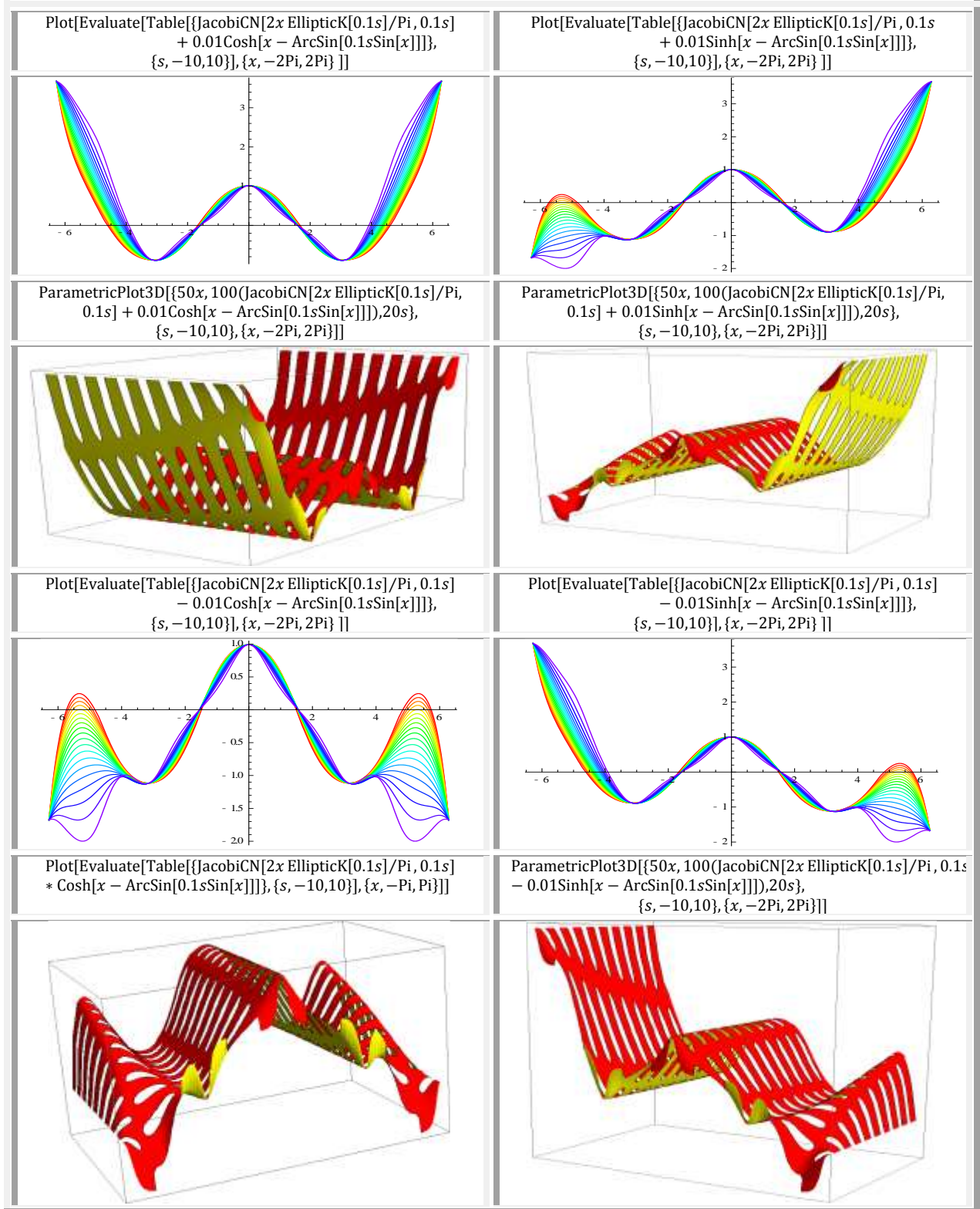


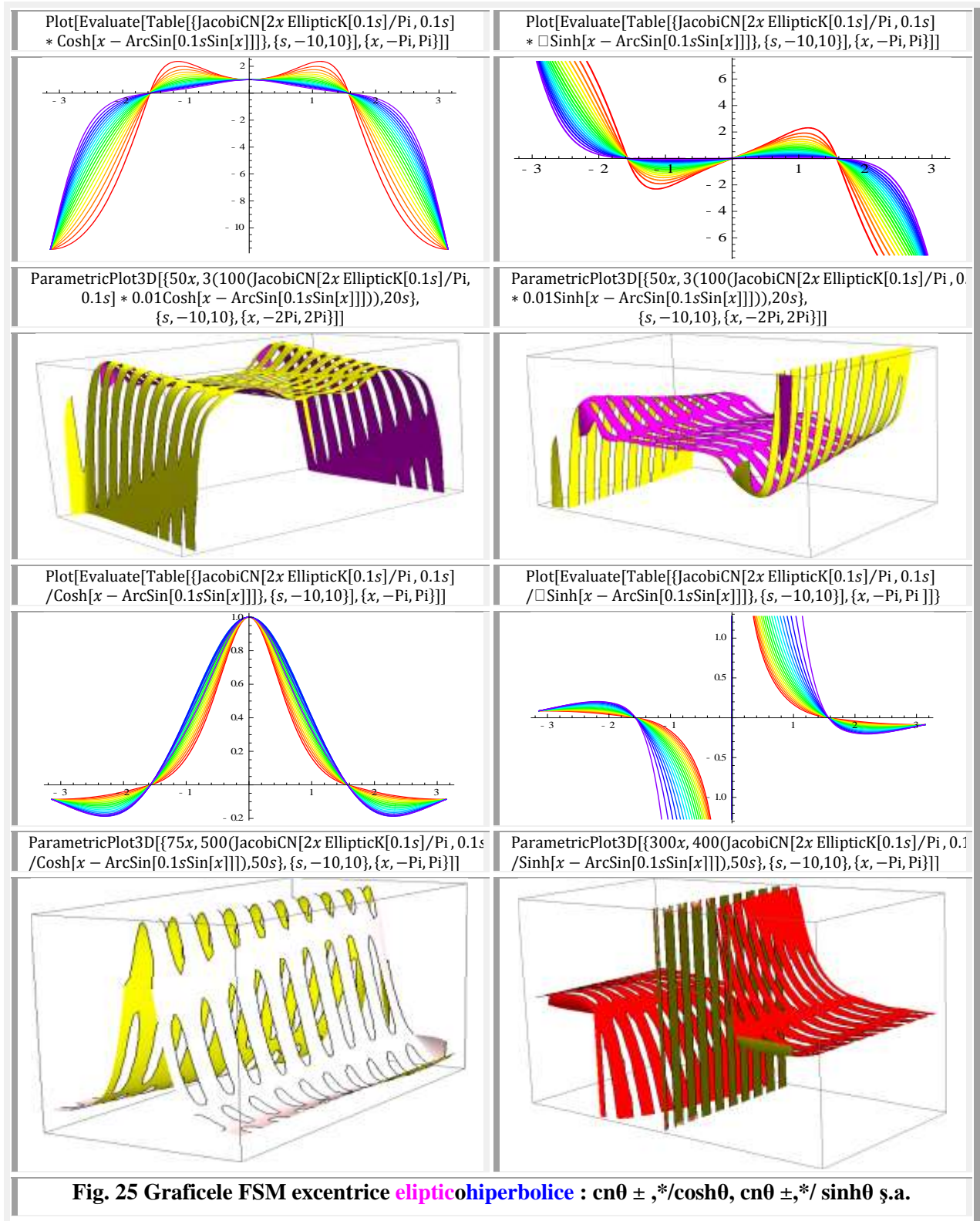
8. FSM CIRCULAROELIPTICE



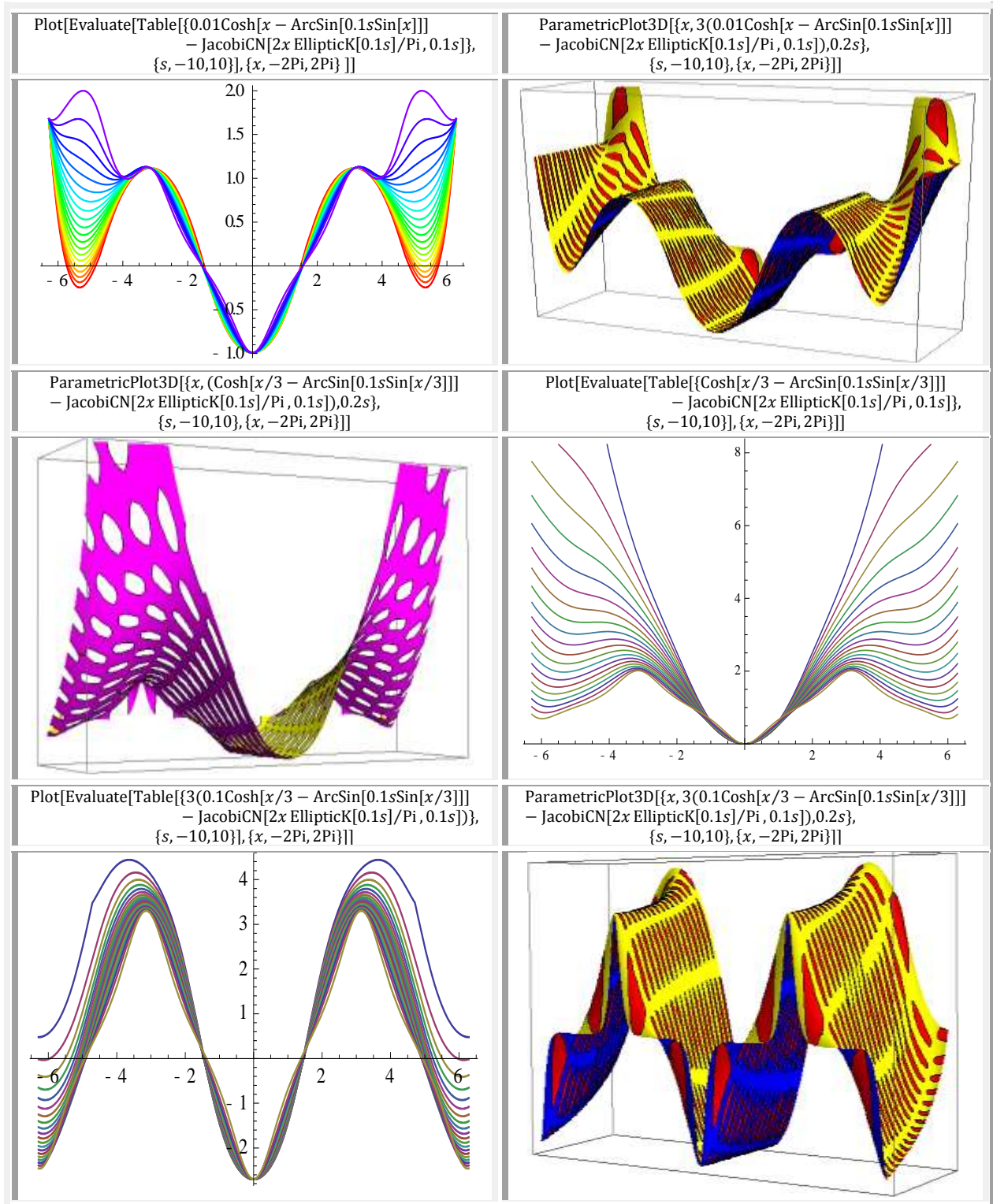


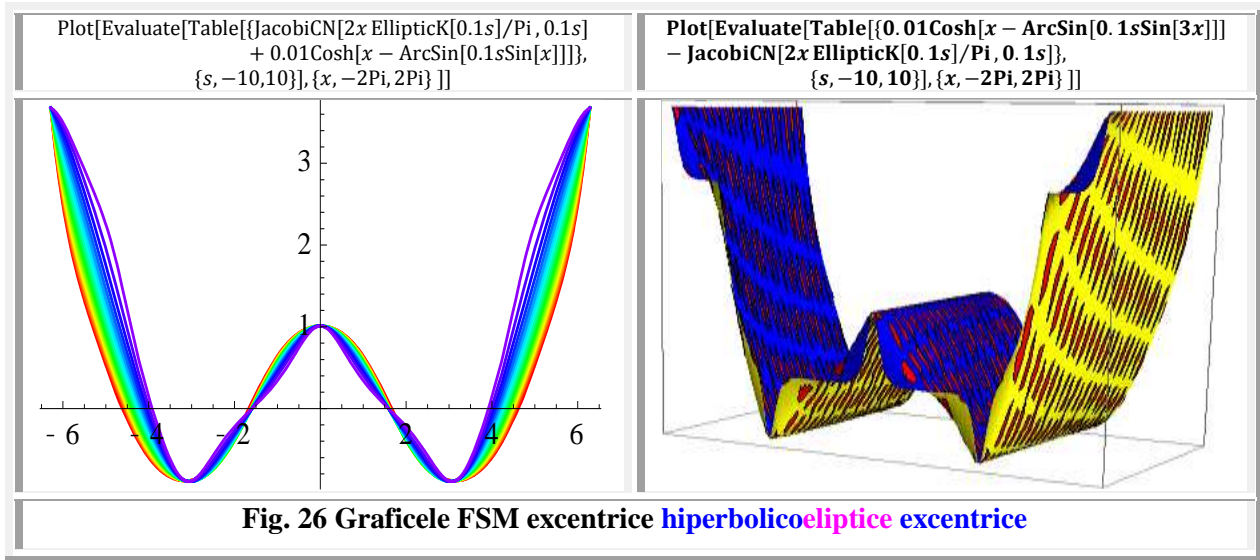
9. FSM ELLIPTICOHIPERBOLICE



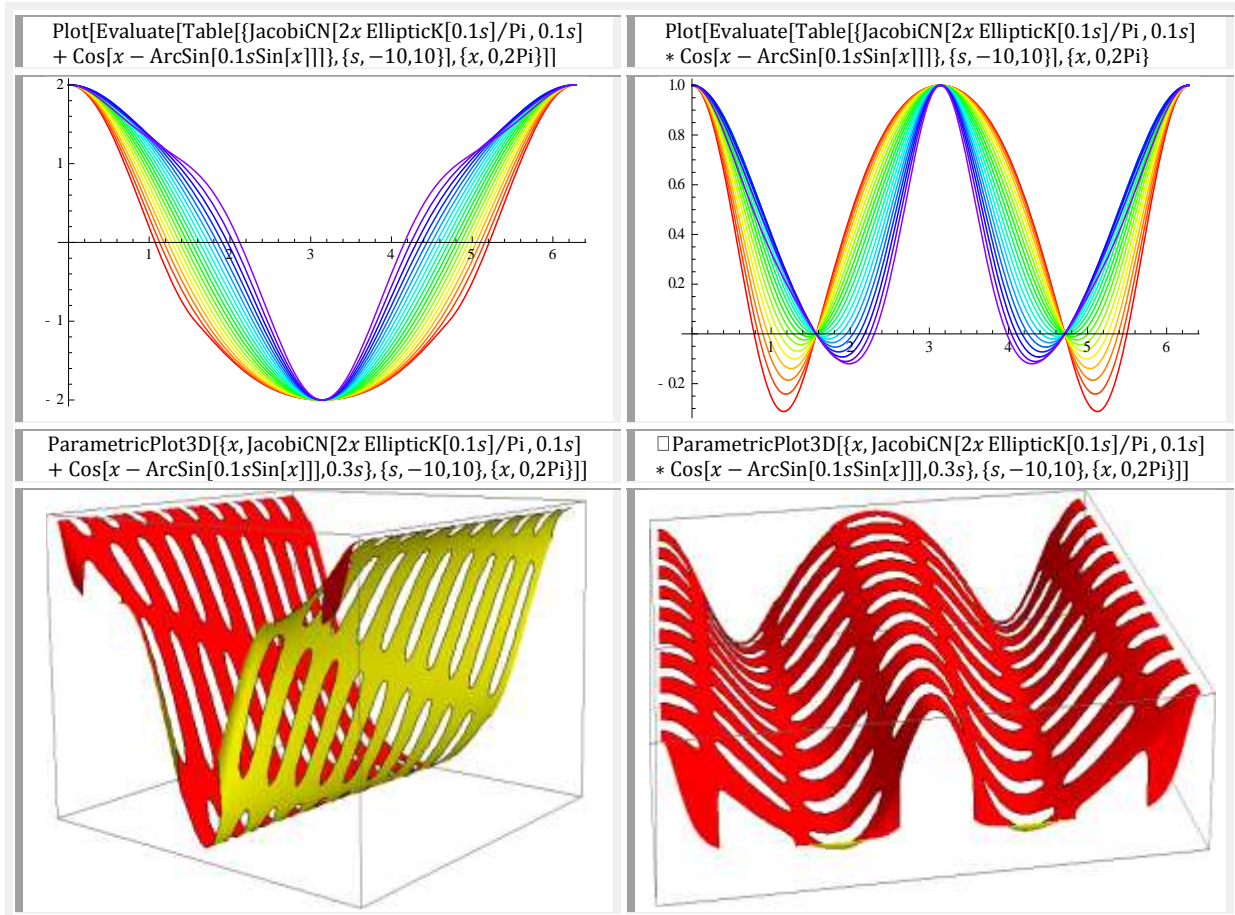


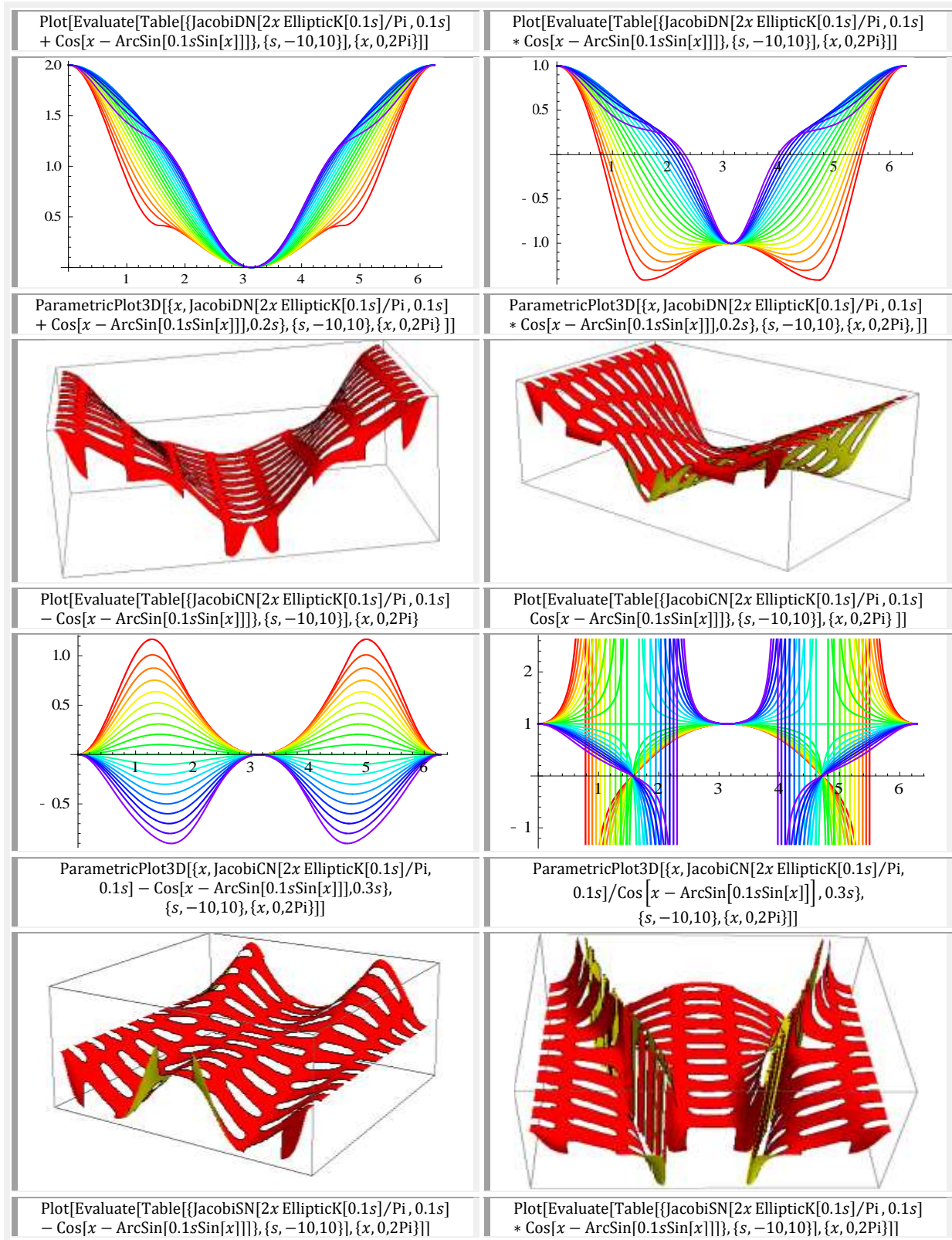
10. FSM HIPERBOLICOELIPTICE

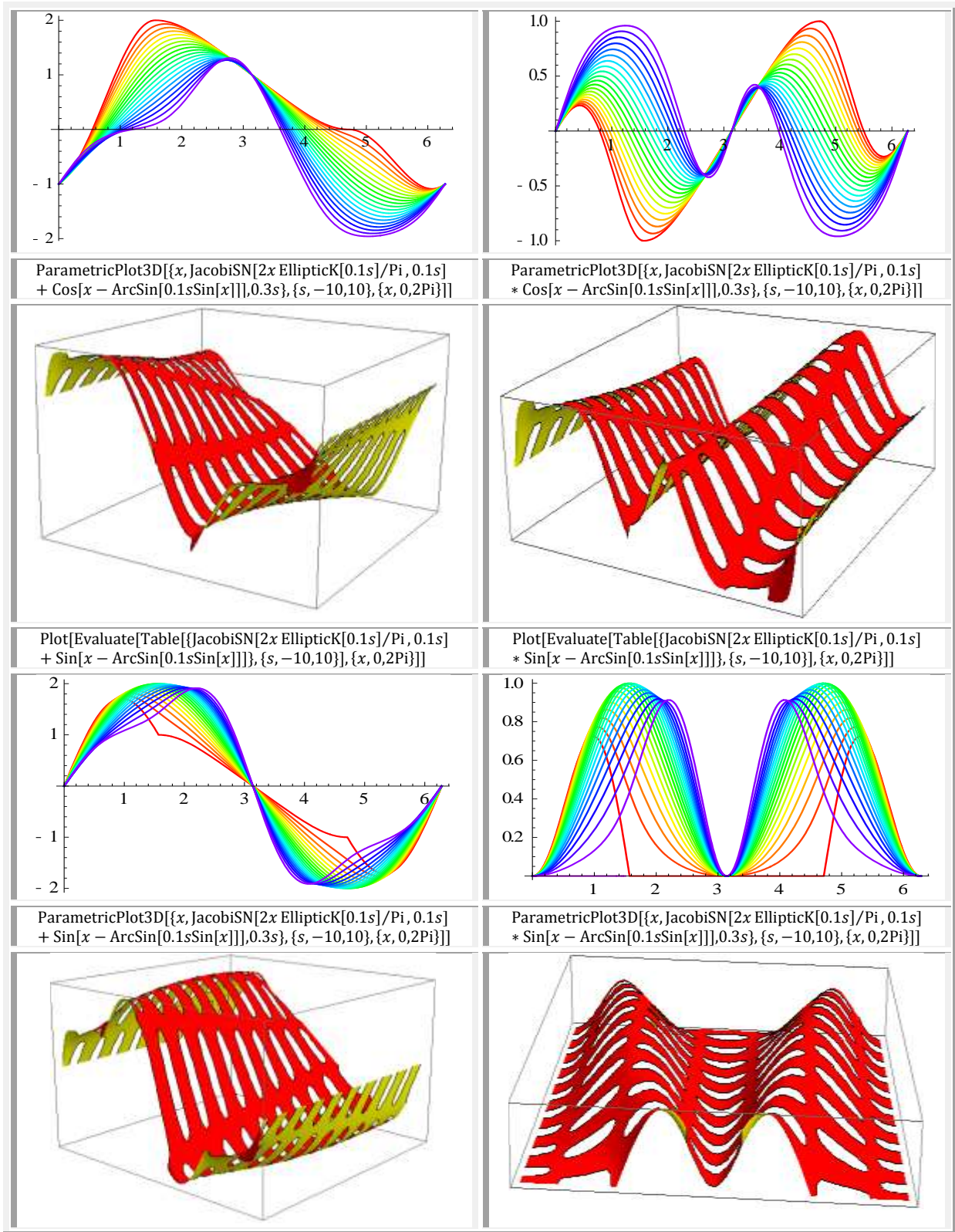




11. FSM ELIPTICOCIRCULARE EXCENTRICE







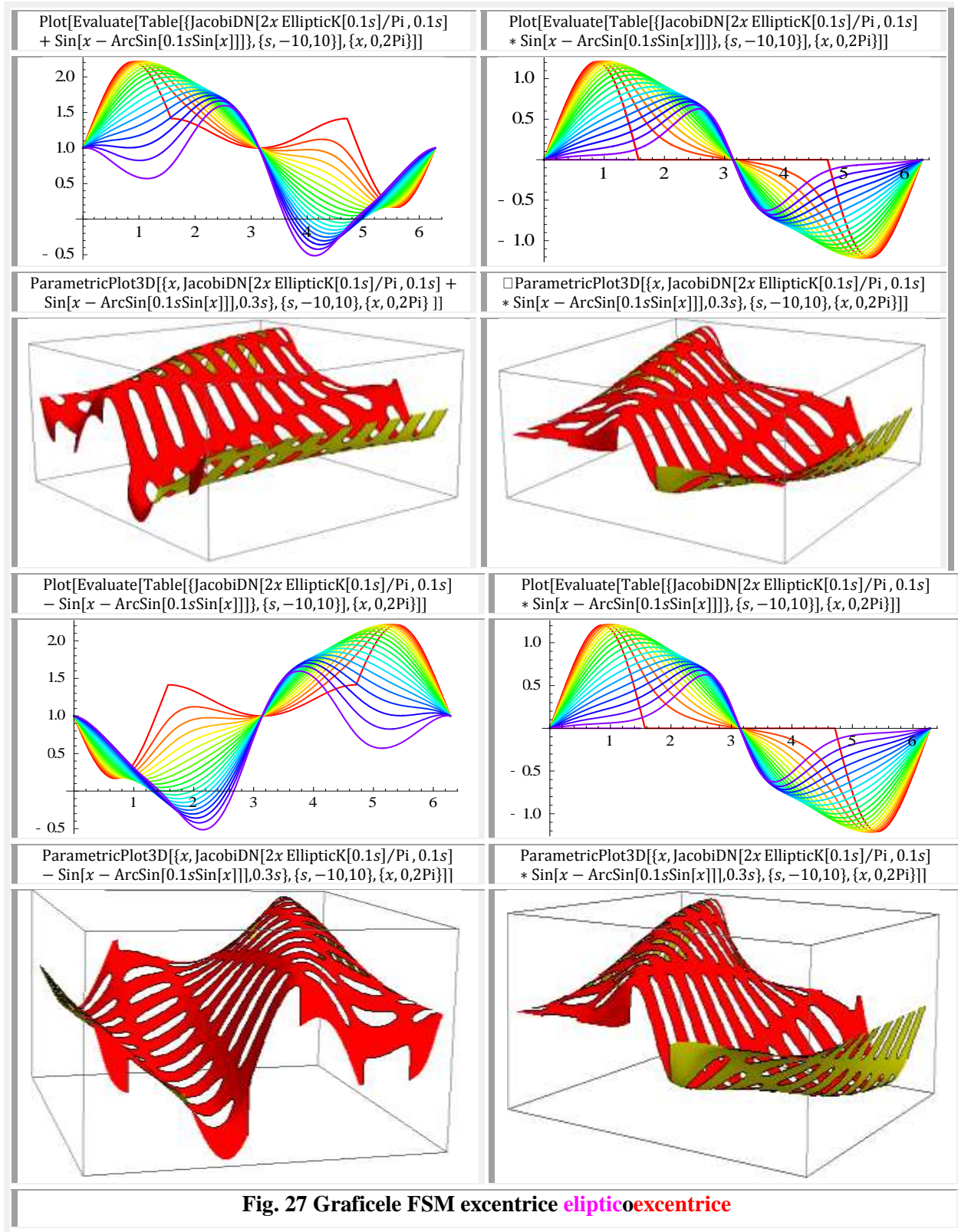


Fig. 27 Graficele FSM excentrice **elipticoexcentrice**

În fiecare dintre capitolele următoare ale lucrării vor fi reluate diversele asociații de curbe și pentru fiecare asociere vor fi ilustrate sumele, diferențele, produsul și câtul acestora, fie ele centrice sau excentrice, elevate și exotice.

În plus vor fi tratate și asocierile cu funcțiile induse și autoinduse (funcții de funcție), centrice și excentrice.

Motto:” *Matematica e o știință interminabilă (și neterminată n.n),
ea evoluează permanent cu un pas înaintea altor științe*”

David Boia

*O dovedește și supermatematica care este ea însăși nemărginită,
din mai multe puncte de vedere, unul prezentată în continuare*

Autorul SM

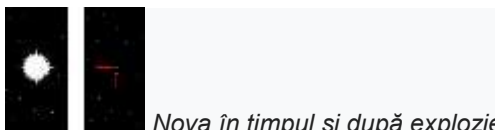
CAPITOLUL I DESPRE FUNCȚII SUPERNOVE

1 INTRODUCERE

Ce este o **novă** găsim explicit pe enciclopedia **Wikipedia**, din care redăm:

“**Nova** este o explozie a unei stele care face ca steaua respectivă să devină mai strălucitoare apoi să revină la forma inițială.

Novele fac parte din sisteme binare, sau duble, care se numesc variabile cataclismice. Mai demult astronomii foloseau termenul de **nova** (în latină **nova**, plural **novae – nouă, noi - s.n.**) pentru a descrie toate corpurile cerești care deveneau brusc vizibile cu ochiul liber. Astăzi, astronomii pot să deosebească *noveau* de supernove (asemenea *noveau* dar care își schimbă forma inițială) cu o tehnologie numită spectroscopie.



Nova în timpul și după explozie

O explozie nova este produsă în interacțiunea a două stele care sunt foarte apropiate una de cealaltă. Forța gravitațională a unei stele atrage atmosfera altei stele în propria atmosferă. Când atmosfera devine destul de densă, explodează, strălucirea fiind vizibilă cu ochiul liber. Apoi, stelele revin la forma lor inițială, relativ neschimbată. Timpul necesar unei nove pentru a ajunge la maximul de strălucire iar apoi pentru a revini la forma inițială este variabil. Există nove rapide care ajung la maximul de strălucire în câteva zile păstrându-și strălucirea de la câteva ore la o săptămână și nove lente (de obicei cele mai strălucitoare) care strălucesc luni de zile sau chiar ani.”

O denumire mai bună pentru **noile** funcții **supermatematice (FSM)**, rezultate prin combinarea simultană a **două** curbe generatoare (**sisteme binare**), autorul n-a fost în stare să găsească.

Ele, **funcțiile supernove**, sunt funcții complet **noi** introduse în matematică, **binare**, definite pe două curbe matematice sau supermatematice simultan, **apărând brusc** și având o “**strălucire**” ieșită din comun, având similitudini evidente cu **stelele supernove** !

Perechile de **funcțiile supermatematice (FSM)** utilizate și prezentate în volumele anterioare erau definite / reprezentate pe **cercul** trigonometric sau unitate, deci pot fi denumite **funcții circulare centrice (FCC)**, respectiv **funcții circulare: excentrice, elevate sau exotice**. Ele au fost denumite funcții **centricoexcentrice, centricoelevate, centricoexotice, excentricoelevate, elevatoexotice** ș.a.m.d.(Vol. III).

În prezentul volum se vor studia succint **combinații de funcții** definite pe **diverse curbe** precum **cerc, hiperbolă, elipsă, parabolă, trilobă, quadrilobă** / cvadrilobă ș.m.a.

Problemele greu de surmontat consistă în **denumirea** noilor funcții obținute prin astfel de combinații. De exemplu, dacă împărțim sinusul circular centric (**sinα**) cu sinusul centric eliptic **sn(u,k)**, modificat la perioada de 2π [$\text{sn}(u,k) \rightarrow K(k) \cdot \text{sn}(u,k) \frac{\pi}{2}$], se obțin funcțiile supermatematice (**FSM**) “**raport de sinusuri circularoeliptice**” [**sinx/sn(u,k)**]cu graficele din **figura 8**, sau “**raportul amplitudinilor elipticoexcentric**” [**am(u,k) / aex(s,θ)**] cu graficele din **figura 9**.

2 REMEMBER

Fiind convingși că “*repetiția este mama învățaturii*”, mai ales când o serie de noțiuni sunt complet noi și extrem de importante, cum sunt cele *supermatematice* (SM), prezentăm o parte dintre tipurile de funcții supermatematice cu care se va opera în continuare.

În **figura 1** sunt prezentate în paralel funcțiile trigonometrice și cele circulare centrice (Euler) cunoscute cu indicarea modului în care funcțiile cosinus ($\cos\alpha$) și sinus ($\sin\alpha$) centrice de variabilă centrică $\pm \alpha$, $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$, $\pi \pm \alpha$ ș.m.a. pot fi determinate simplu fără necesitatea memorării relațiilor lor. Un singur exemplu este prezentat pentru $x = \cos(\pi/2 + \alpha) = -\sin\alpha$ și $y = \sin(\pi/2 + \alpha) = \cos\alpha$ pentru a nu “încărca” figura, restul fiind doar sugerate.

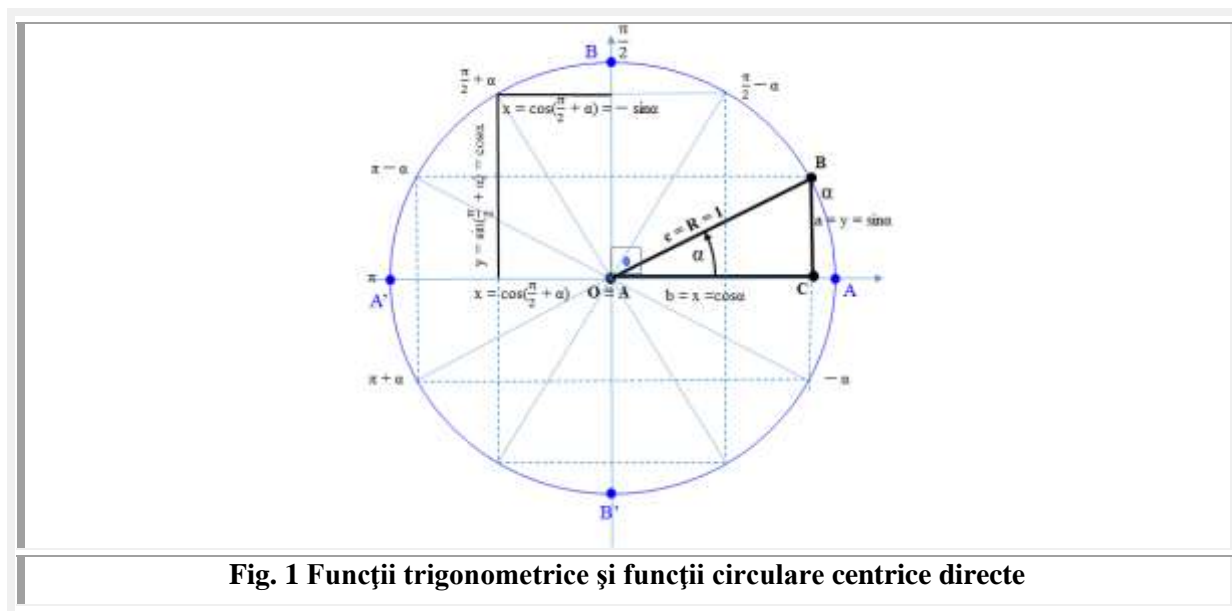


Fig. 1 Funcții trigonometrice și funcții circulare centrice directe

Se observă, fără dificultate că, în *Matematica Centrică* (MC), vârful **A** al triunghiului și totodată polul $P(0,0) \equiv O$ al unei semidrepte centrice **AB**, centrul cercului trigonometric $C(0,0)$, azi cerc unitate și originea $O(0,0)$ a sistemului de axe rectangular drept **xOy** sunt **3 puncte esențiale confundate** ale Matematicii. Trei puncte confundate, dispuse astfel de marele **Euler**, care au sărăcit matematica reducând-o la câte o singură funcție cosinus ($\cos\alpha$), o singură funcție sinus ($\sin\alpha$), o singură funcție tangentă ($\operatorname{tg}\alpha$ sau $\tan\alpha$) ș.a.m.d. și, mai deosebit, se considera până de curând că două forme geometrice centrice esențiale **cercul și pătratul** ca fiind **ireconciliabile**.

Descoperirea *supermatematicii* (SM), sau mai precis inventarea ei, *a spulberat granițele* dintre liniar și neliniar, dintre ideal și real, dintre perfecțiune și imperfecțiune, dintre cerc și pătrat, dintre cerc și triunghi, dintre sferă și cub, dintre piramidă și con, dintre cilindru și prisma ș.m.a. S-a demonstrat că cercul și pătratul, cercul și triunghiul ca și sfera și cubul, cilindrul și prisma ș.m.a. obiecte geometrice, au aceleași ecuații parametrice și, prin modificarea excentricității, ele se pot transforma continuu și exact unele în altele. Formele geometrice intermediare ale transformării continue a cercului ($s = 0$) în pătrat ($s = \pm 1$) și invers sunt denumite **quadrilobe** / **cvadrilobe**, deoarece dispun de patru lobi; pentru $s = 0,98$ se obțin pătrate cu colțurile ușor rotunjite / teșite.

Funcțiile supermatematice circulare excentrice (FSM—CE) sunt prezentate în **figura 2**. În stânga ◀ cele de excentricitate liniară numerică $s \leq 1$ și în dreapta ▶ cele de $s > 1$. În *supermatematică* (SM) intersecțiile nu se fac cu semidreapta pozitivă, ci cu dreapta, de aceea apar câte două determinări: una

principală, de *indice 1*, din intersecția cercului unitate CU(O,1) cu semidreapta pozitivă și una secundară, de *indice 2*, pentru $s < 1$, iar în cazul $s > 1$ apar patru determinari, câte două pentru fiecare semidreaptă.

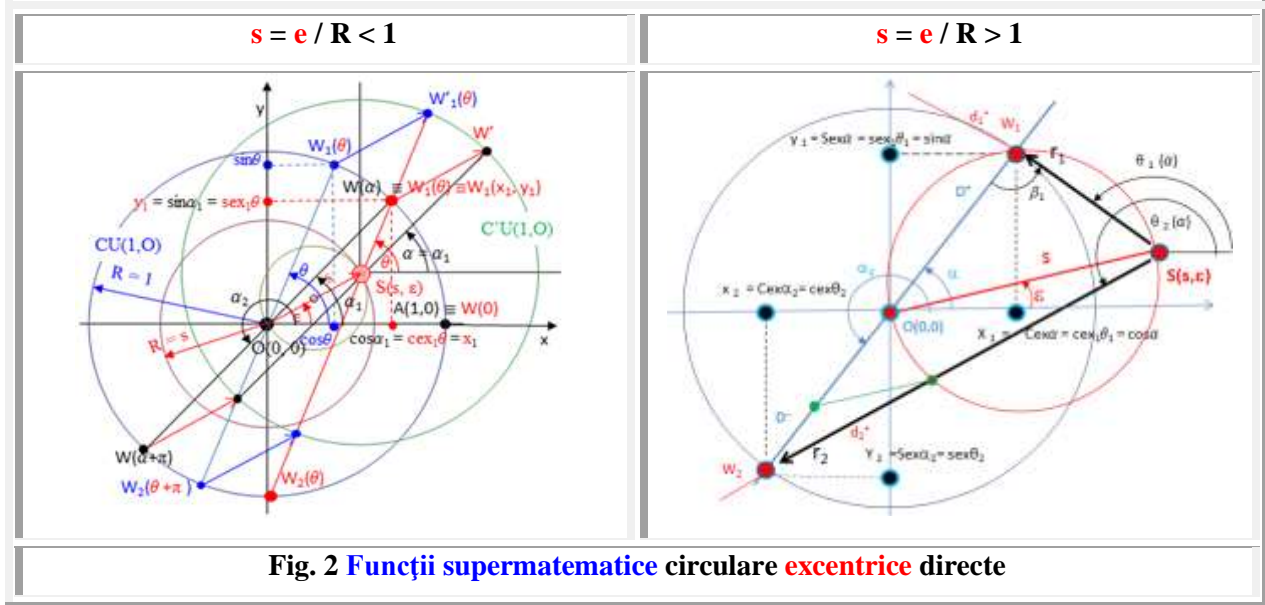


Fig. 2 Funcții supermatematice circulare excentrice directe

În domeniul **SM excentric** prin deplasarea pe direcția ε a originii $S(s, \varepsilon)$ (în MC-pol) a dreptei excentrice $d = d^+ \cup d^-$ s-au obținut **funcțiile SM circulare excentrice** propriu-zise (**FSM-CE**).

Prin deplasarea simultană a polului P (sau originea $S(s, \varepsilon)$ dreptei d) și a originii $O(s, \varepsilon)$ a reperului se obțin **funcțiile supermatematice (excentrice) elevate (FSM-EL)**, deoarece graficele funcțiilor se deplasează pe verticală (elevează) odată cu modificarea excentricității liniare s .

În fine, prin anularea / evitarea coincidenței punctelor esențiale ($O, S \equiv P$ și C) se obțin **funcțiile supermatematice (excentrice) exotice (FSM-Exo)**.

Numai după apariția acestor noi funcții (**FSM**) s-a constatat că nu cosinusul și sinusul sunt funcții matematice elementare, așa cum s-a crezut până atunci, ci **noile FSM-CE amplitudine excentrică $aex_{1,2}\theta$** și **$Aex_{\alpha,1,2}$** , precum și **beta excentrice $bex_{1,2}\theta$** și **$Bex_{\alpha,1,2}$** deoarece cu ajutorul lor pot fi definite și exprimate toate celelalte funcții **SM**.

Pe lângă aceste funcții noi au mai apărut **FSM-CE** denumite **derivate excentrice ($dex_{1,2}\theta$ și $Dex_{\alpha,1,2}$)**, **radial excentrice ($rex_{1,2}\theta$ și $Rex_{\alpha,1,2}$)** ș.a. funcții care în mecanică exprimă funcții de transmitere de diverse ordine a tuturor mecanismelor plane, așa cum s-a arătat în vol. I și în vol. II al acestei lucrări, în care sunt prezentate și multe alte detalii ale noilor funcții **SM**.

Deoarece funcțiile circulare centrice **Euler** și cele pătratice **Valeriu Alaci** sunt deja cunoscute, s-a trecut la definirea **FSM trilobice excentrice (FSM-TE)** și **quadrilobice / cvadrilobice excentrice (FSM-QE)**, definite pe formele geometrice (curbe închise cu trei și, respectiv, cu patru lobi) intermediare obținute la transformarea continua a cerc în triunghi perfect și, respectiv, a cercului în pătrat perfect.

Schema generării și definirii unor funcții trilobice pe o trilobă de excentricitate liniară numerică $s = 0,4$ este rdată în **figura 3**, iar a funcțiilor **quadrilobice** în **figura 4**.

Prin intersectarea unei semidrepte cu polul în centrul $C(0, 0)$ și de direcție centrică α se obțin coordonatele x și y ale punctelor de intersecție cu triloba sau cu quadriloba care sunt **funcțiile trilobice** și, respectiv, **quadrilobice centrice (FTC)**, iar prin intersectarea trilobei sau a quadrilobei cu o dreaptă dusă prin **excentrul $S(s, \varepsilon)$** se obțin coordonatele x și y ale funcțiilor trilobice și, respectiv quadrilobice,

excentrice. Trilobele pot fi de cosinus (cu indicele **C**) sau de sinus (cu indicele **S**) așa cum este ilustrat în **figura 3**, în care sunt indicate și ecuațiile parametrice ale acestor trilobe.

În **figura 4** sunt indicate construcția unei quadrilobe de excentricitate $s = 0,8$ precum și funcțiile quadrilobice centrice **cosinus cvadrilobic** $coq\theta$ și **sinus quadrilobic** $siq\theta$.

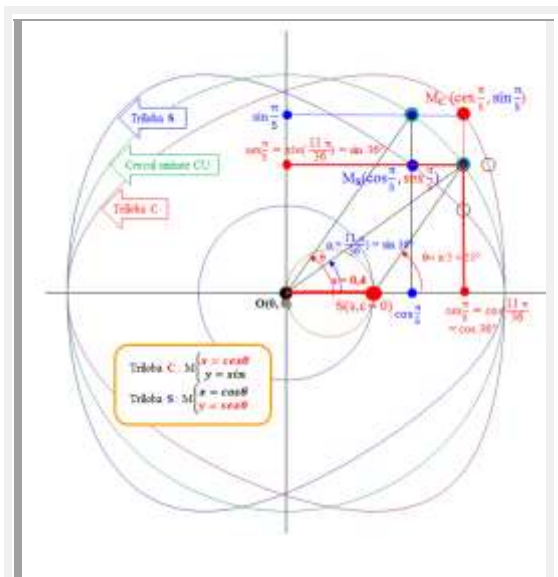


Fig. 3 Funcții supermatematice trilobice

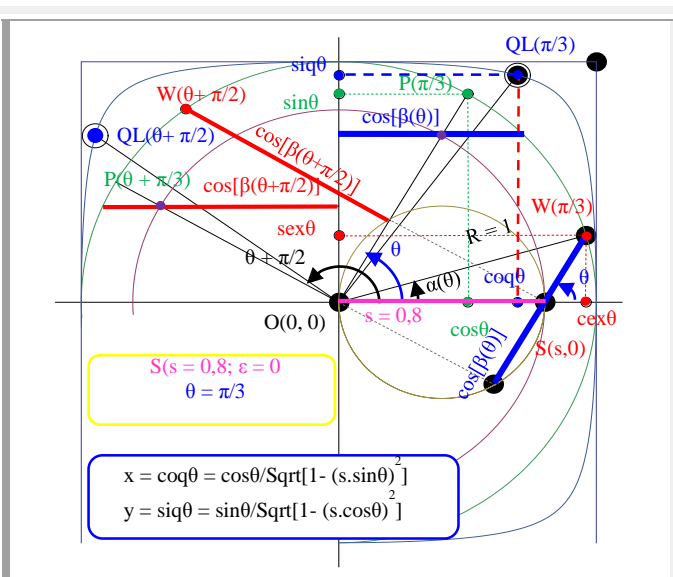
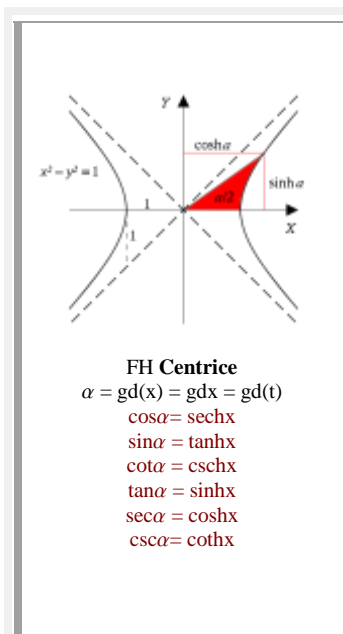
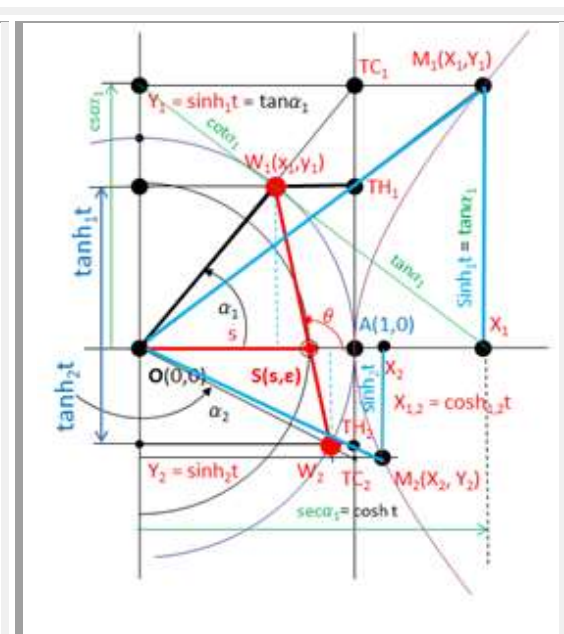


Fig. 4 Funcții supermatematice quadrilobice / cvadrilobice directe



FH Centrice
 $\alpha = gd(x) = gdx = gd(t)$
 $\cosh \alpha = \text{sech}x$
 $\sinh \alpha = \tanh x$
 $\cosh \alpha = \text{csch}x$
 $\tanh \alpha = \sinh x$
 $\sec \alpha = \cosh x$
 $\csc \alpha = \coth x$

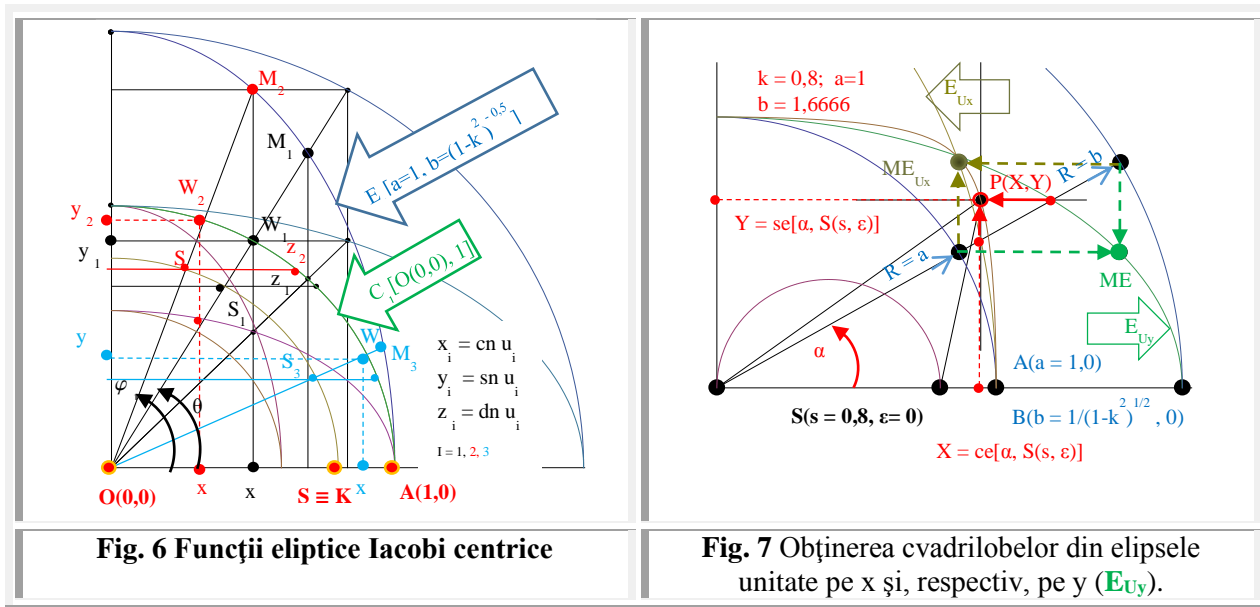


FSM-HE de θ
 $\alpha(x) = gdex\alpha = 2\arctan e^{\alpha\theta} - \pi/2 = \text{aexh}[\theta, S(s, \varepsilon)]$
 $X_{1,2} = \cosh t_{1,2} = \text{cht}_{1,2} = \sec \alpha_{1,2}$
 $Y_{1,2} = \sinh t_{1,2} = \text{sht}_{1,2} = \tan \alpha_{1,2}$
 $\frac{X_{1,2}}{Y_{1,2}} = \text{coth} t_{1,2} = \text{ccht}_{1,2} = \csc \alpha_{1,2} = \text{cscexh}_{1,2}\theta$
 $A TH_{1,2} = \frac{Y_{1,2}}{X_{1,2}} = \tanh \alpha_{1,2} = \text{tht}_{1,2} = \sin \alpha_{1,2} = \text{tanexh}_{1,2}\theta$
 $\frac{1}{X_{1,2}} = \text{sech} t_{1,2} = \cos \alpha_{1,2} = \text{secexh}_{1,2}\theta$
 $\frac{1}{Y_{1,2}} = \text{csch} t_{1,2} = \cot \alpha_{1,2} = \text{cscexh}_{1,2}\theta$

Fig. 5 Funcții hiperbolice centrice ◀ și FSM- hiperbolice excentrice ▶

Funcțiile hiperbolice centrice sunt reprezentate schematic în stânga **figurii 5**, iar cele excentrice în centrul și în dreapta figurii.

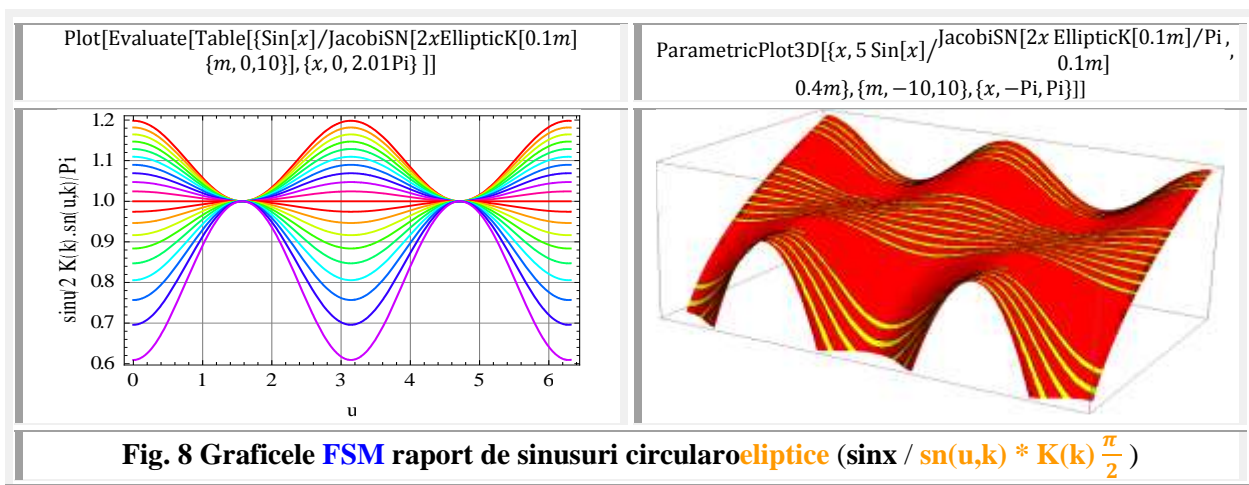
În **figura 6** sunt prezentate funcțiile eliptice centrice pe elipsa unitate pe – direcția - x (E_{Ux}).

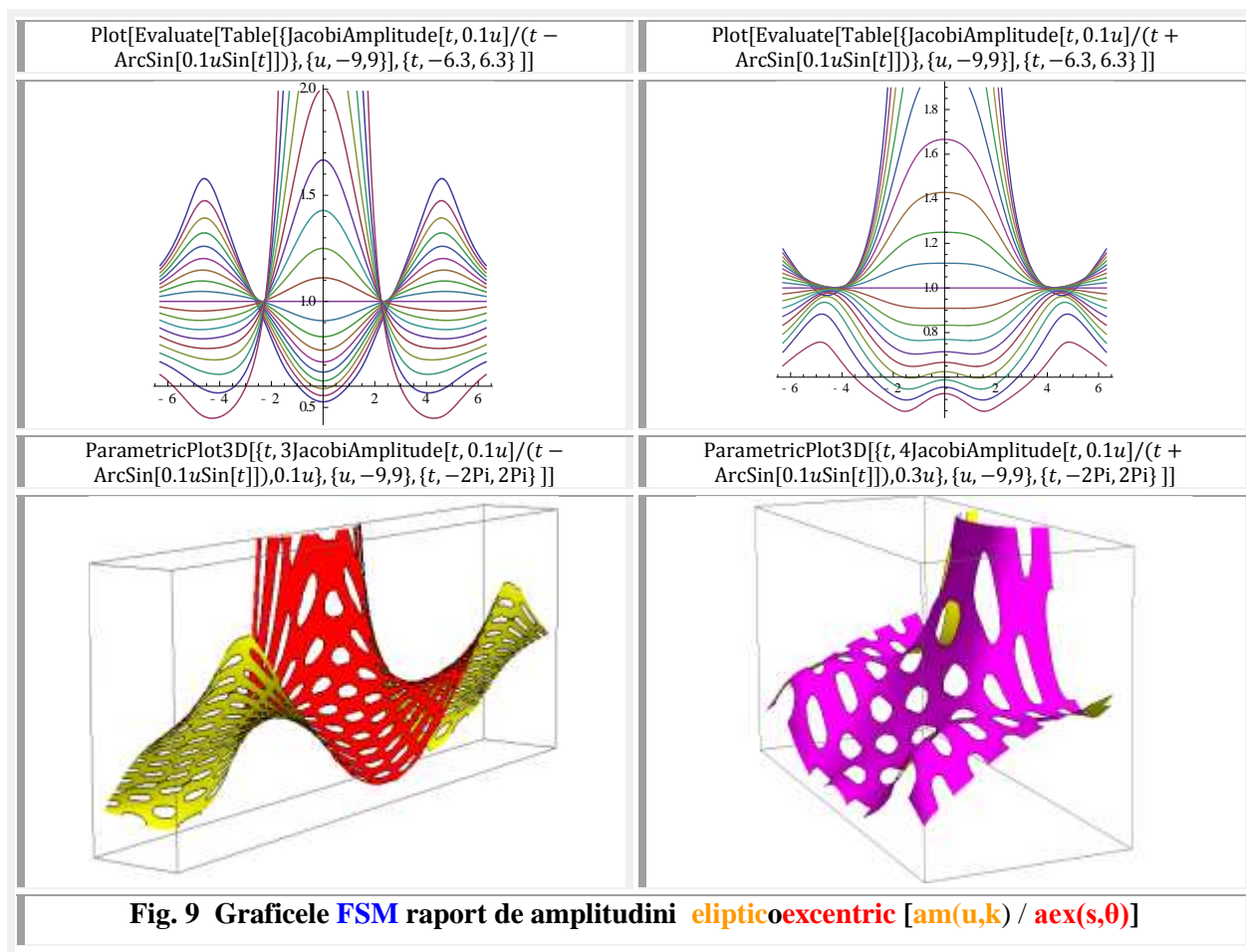


Funcțiile eliptice centrice **Jacobi** sunt funcții de perioada $4K$ și pot fi aduse la perioada de $T = 2\pi$ prin multiplicarea variabilei cu $2K(k)/\pi$, așa cum s-a procedat la ridicarea graficelor **funcțiilor supernove (FSN)** circularoeliptice și elipticocirculare din paragraful următor. În acest fel ambele **tipuri** de funcții devin de aceeași perioada 2π . Prezentăm în continuare doar câteva exemple de funcții supernove.

3 FSM CIRCULAROELIPTICE ȘI ELIPTICOCIRCULARE

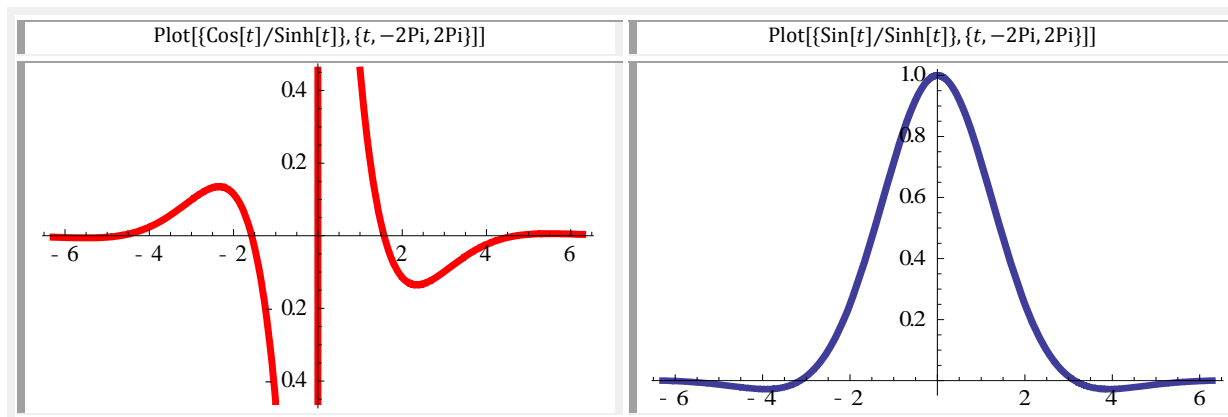
În **figura 8** sunt prezentate în 2D◀ și în 3D▶ primele funcții supernove ale cătului sinusurilor circular centric și eliptic centric modificat, adică: $\sin x / \operatorname{sn}(u, k) * K(k) \frac{\pi}{2}$.

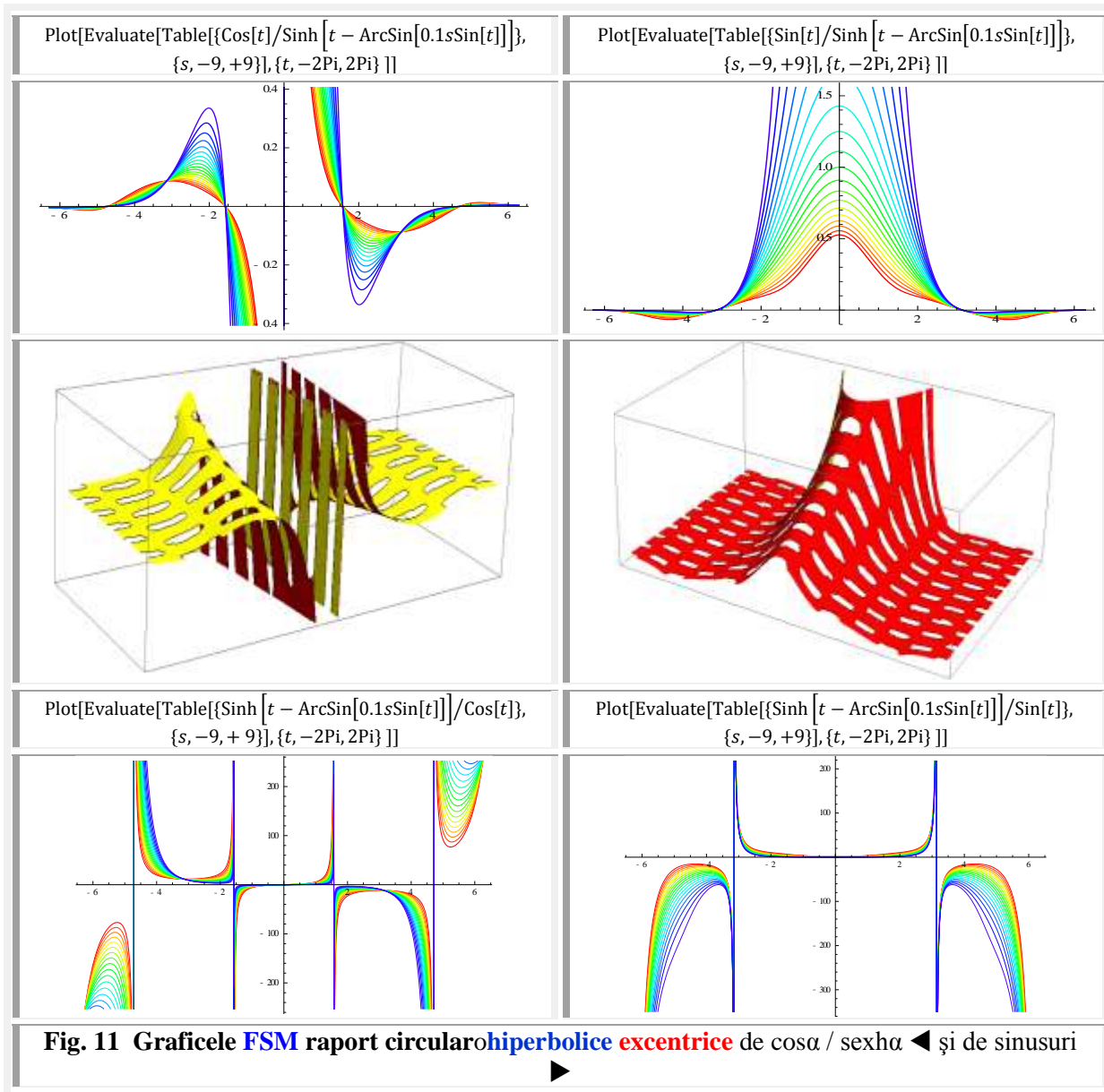
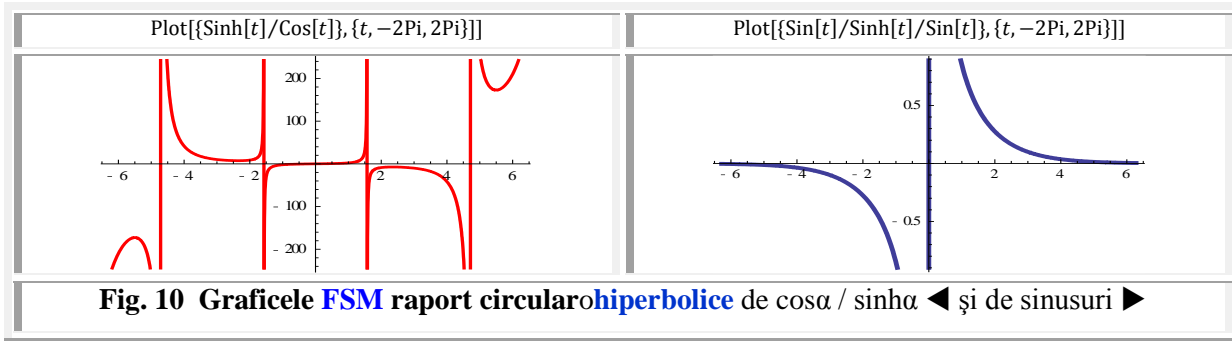




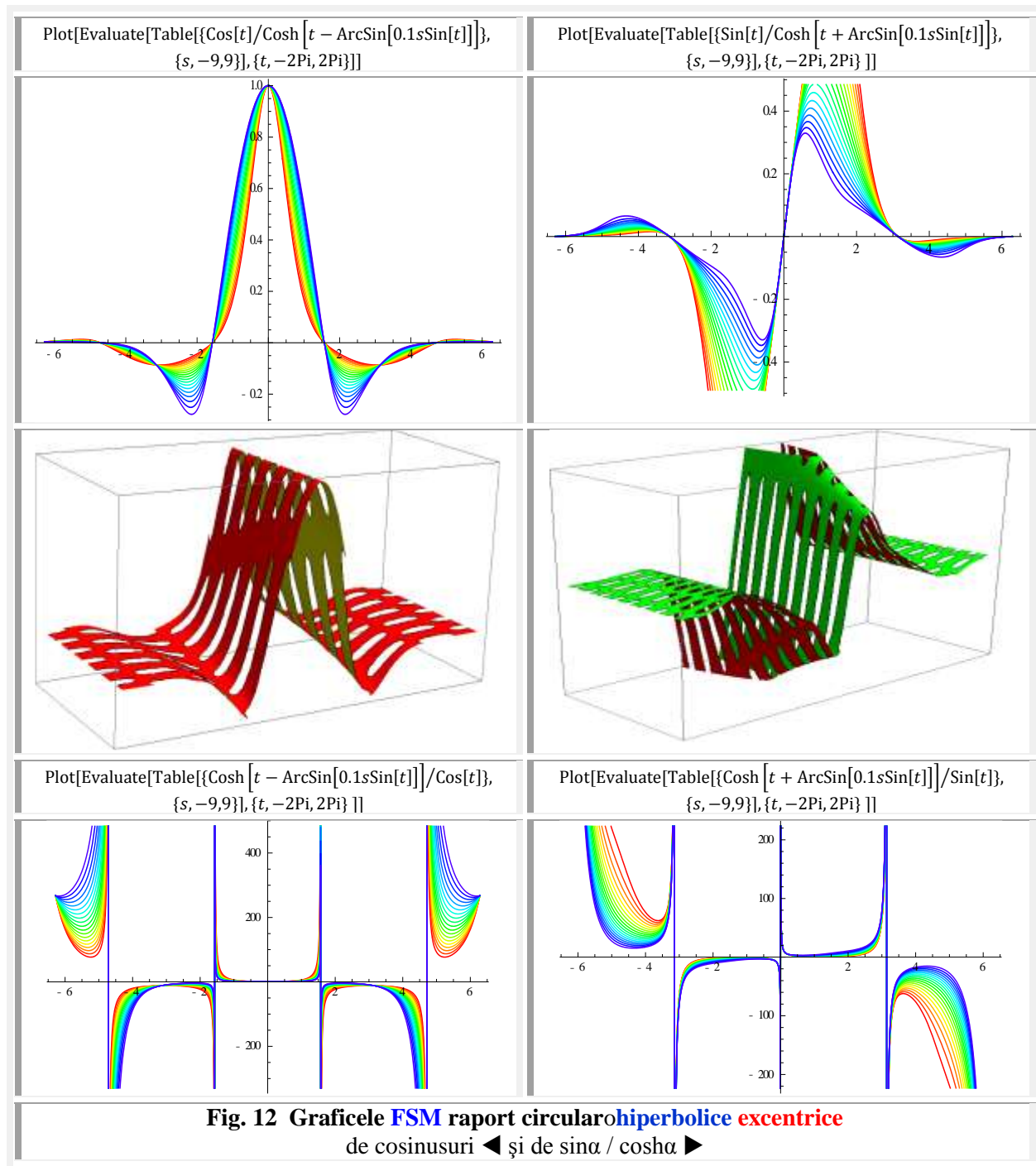
4 FSM CIRCULAROHIPERBOLICE ŞI HIPERBOLICOCIRCULARE

FSM definite pe cercul unitate și, respectiv, pe hiperbola echilaterală [hiperbolicocirculare] (Fig. 10) sau pe cercul unitate și hiperbola excentrică [circularohiperbolice] sunt unice / unicate (Fig. 11), așa cum rezultă și din figurile anterior prezentate, dacă hiperbolele sunt *centrice*.



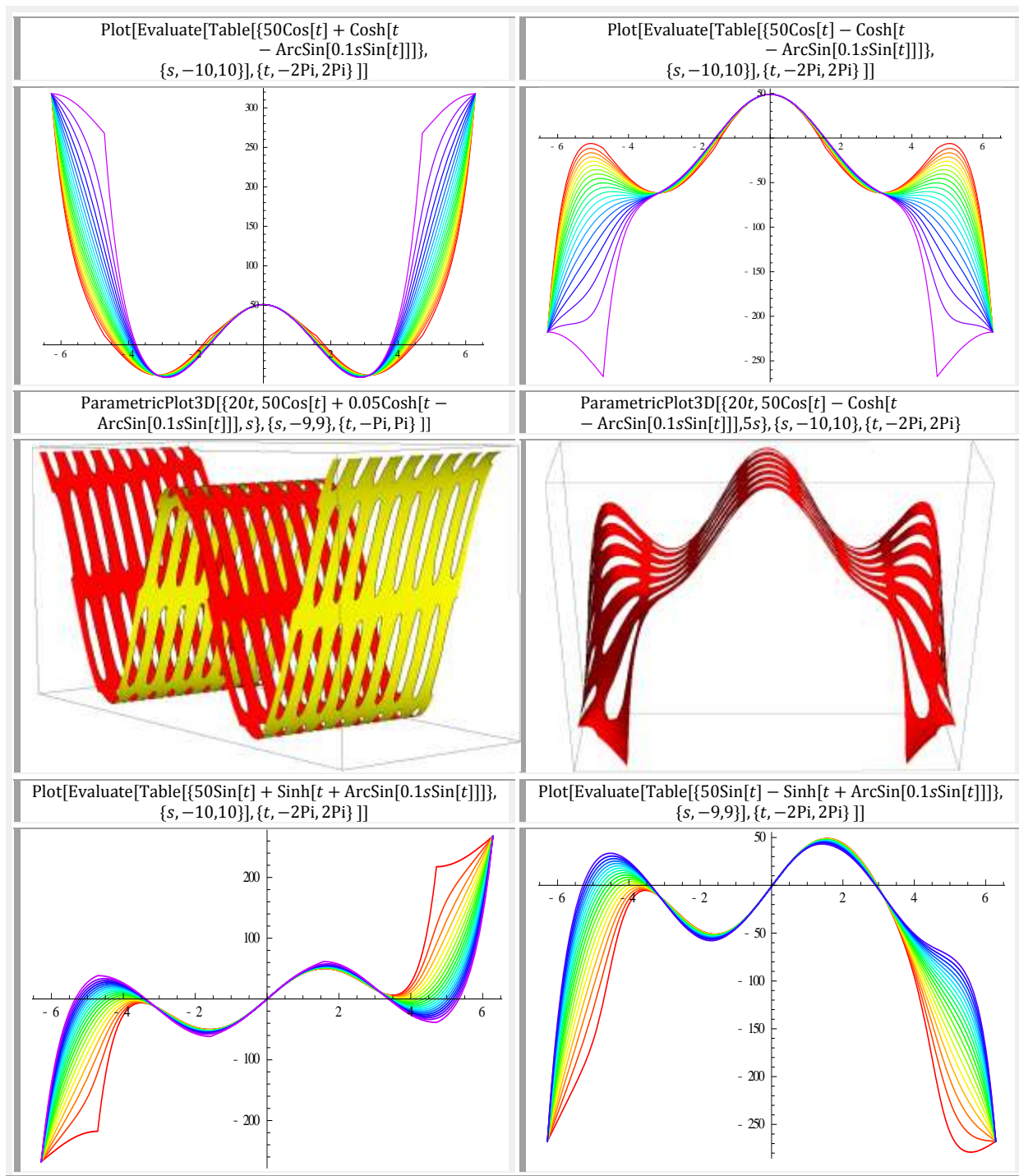


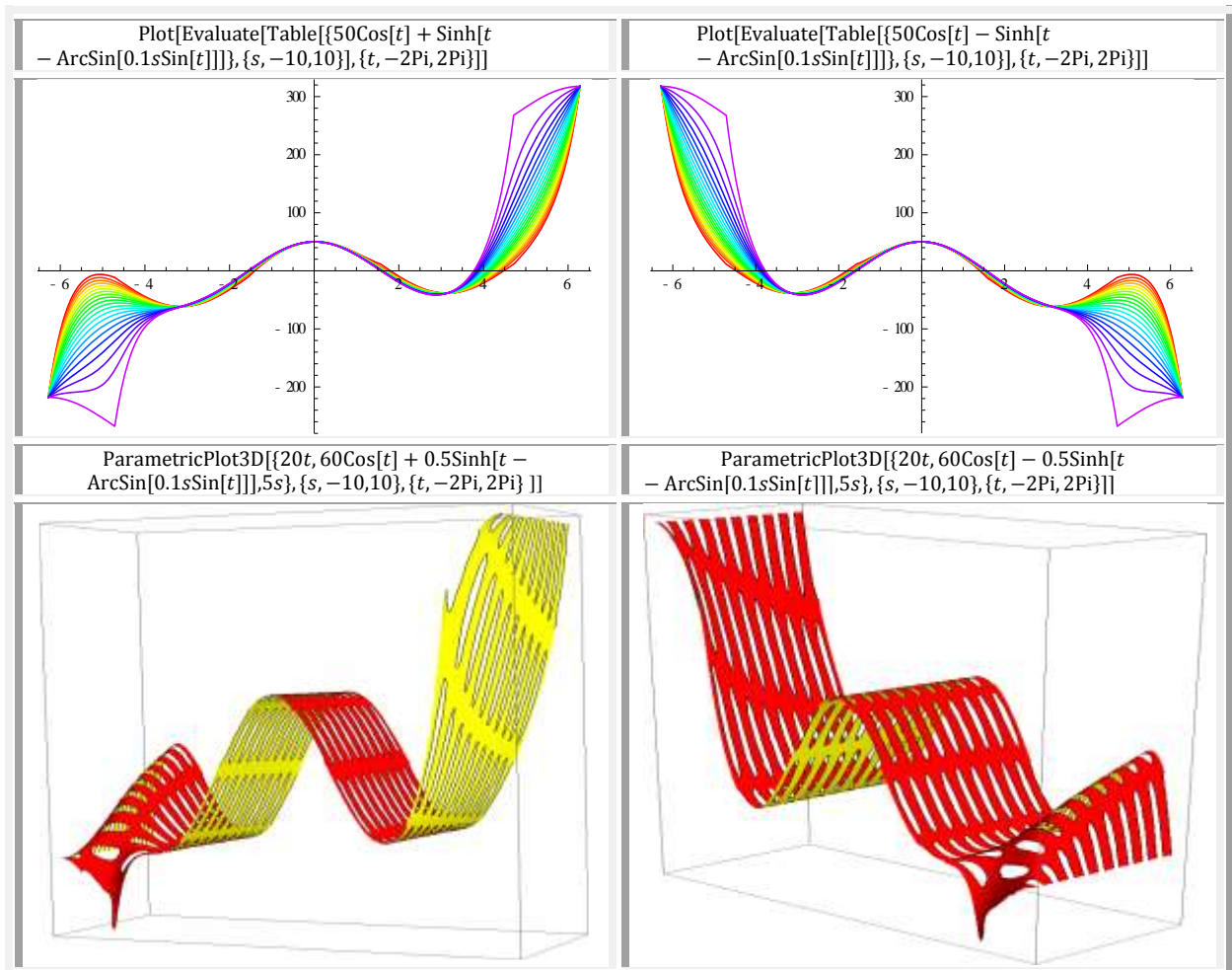
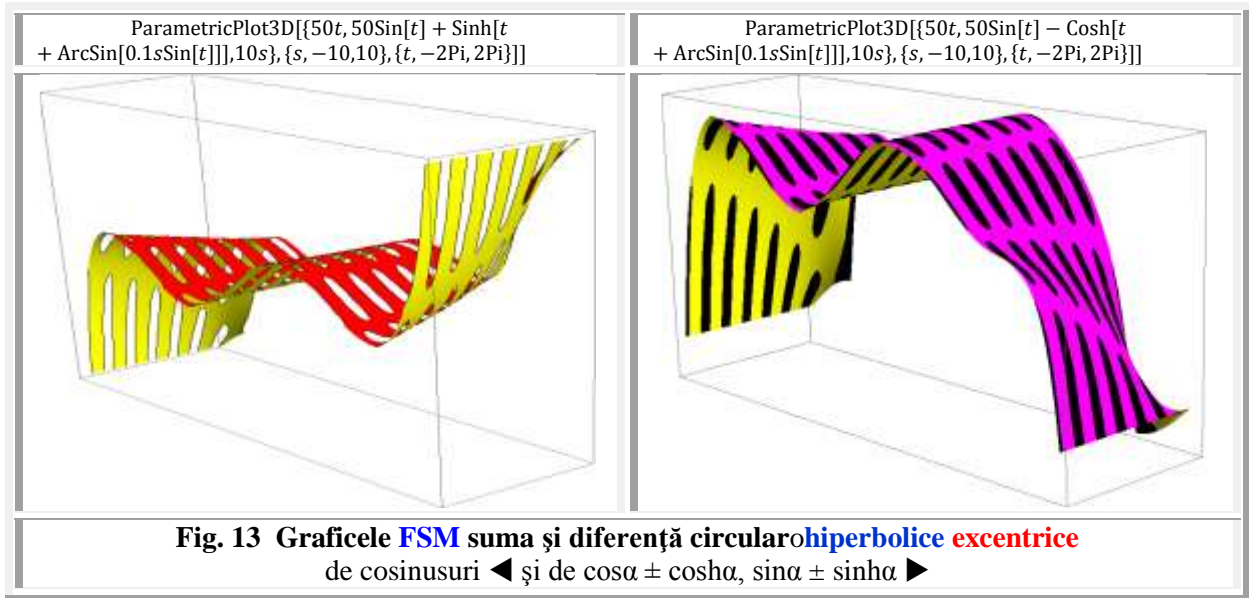
În figura 10 graficele sunt unice, deoarece atât funcțiile circulare *centrice* (FCC) cât și cele hiperbolice *centrice* (FHC) sunt unice. Funcțiile hiperbolice *excentrice* (FHE) fiind multiple, în funcție de excentricitatea numerică $s \in [-0,9; +0,9]$ sau $s \in [-\infty, +\infty]$ și graficele acestora sunt multiplicat de la unu la infinit (Fig. 11 și Fig. 12), precum și la toate celelalte FSM *excentrice*, *elevate* și *exotice*.

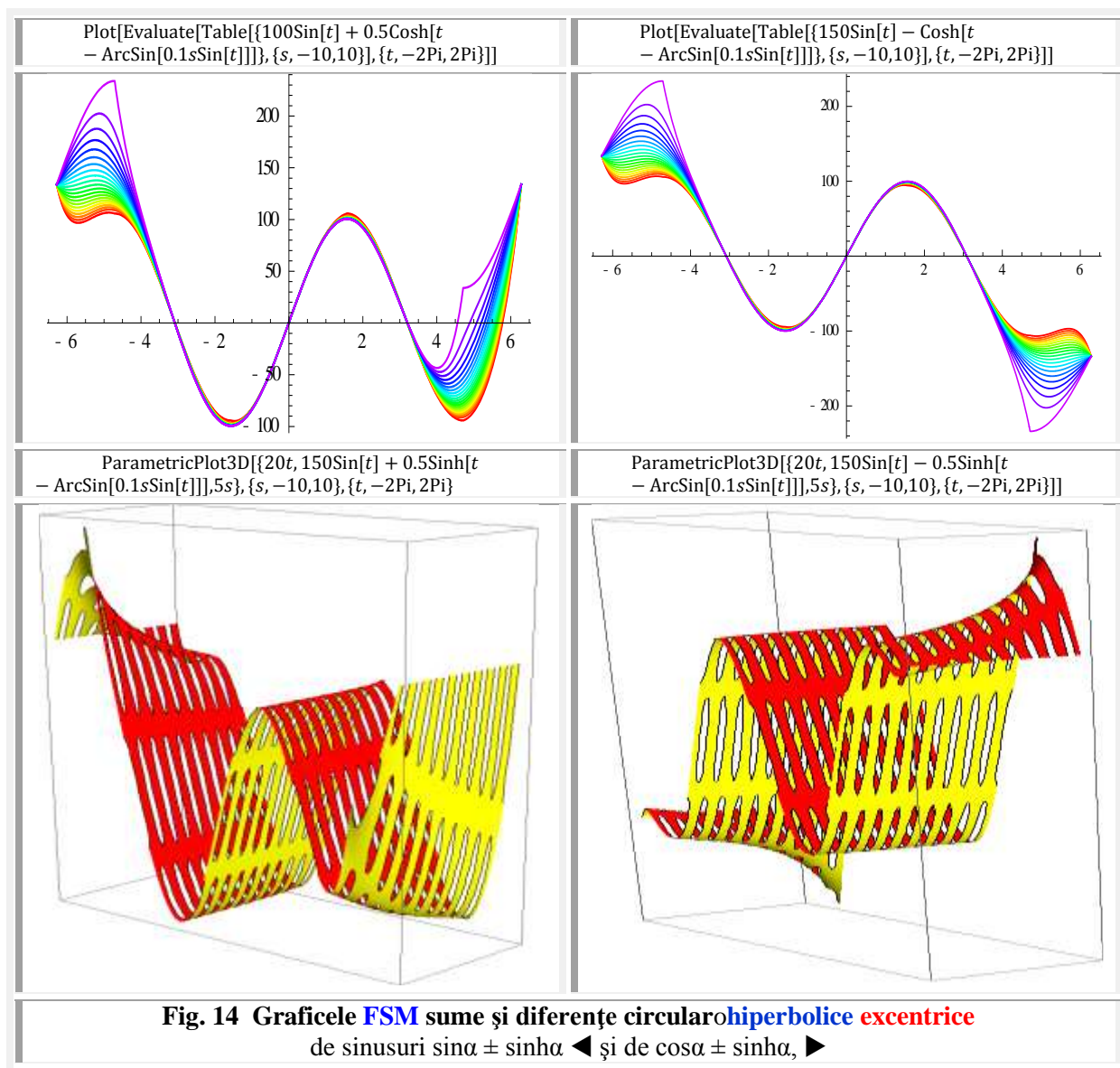


Până aici au fost prezentate doar produse și rapoarte ale acestor funcții. În continuare se vor prezenta și sume și diferențe ale acestora.

Deoarece funcțiile hiperbolice iau valori foarte mari, în domeniul $\alpha \in [-2\pi, 2\pi]$, iar cele circulare pe cercul unitate au maximele pozitive și negative de ± 1 , acestea din urmă au fost multiplicare pentru ca influența lor în plou să fie mai evidentă.







Dintre funcțiile *centrice* numai cele *eliptice* [cn, sn, dn] sunt multiple, în funcție de *modulul k* care este aceeași adică tocmai *excentricitatea numerică s* a *funcțiilor supermatematice excentrice (FSM-E)*.

Se vor prezenta în continuare FSM ca o combinație dintre funcțiile hiperbolice *centrice* și cele *eliptice centrice*.

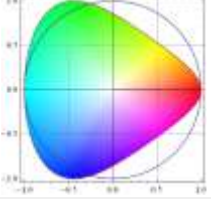

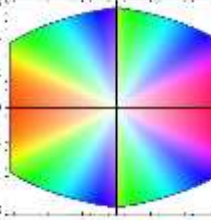
5 FSM HIPERBOLICOELIPTICE ȘI ELIPTICOHIPERBOLICE

În acest paragraf sunt prezentate la început *funcțiile hiperbolice centrice* (cosh / ch, sinh / sh) în combinație (de sume, diferențe, produse și rapoarte) cu *funcțiile eliptice centrice Jacobi* (cn, sn, dn), iar în paragraful următor vor fi prezentate aceleași funcții dar *excentrice*. Cele două tipuri de funcții sunt prezentate comparativ în **figurile 8 și 9**.

Tabelul 1		ISTORIA UNOR CURBE
CURBE GRECEȘTI		
CERCUL LUI APOLLONIUS		<p>Se consideră segmentul AB și un <u>număr real</u> pozitiv $k = \frac{d_1}{d_2} \neq 1$</p> <p>Atunci mulțimea punctelor: $C_A = \{P \mid \overline{AP} : \overline{PB} = k\}$ este cercul lui Apollonius.</p>
ELIPSA LUI APOLLONIUS		<p>Se dau: <u>cercul</u> $C(M, r)$ și punctul G în interiorul cercului.</p> <p>Atunci, <u>locul geometric</u> al punctelor aflate la aceeași distanță de cercul $C(M, r)$ și de punctul fix G este o elipsă.</p>
PARABOLA LUI APOLLONIUS		<p>Parabola este <u>locul geometric</u> al punctelor, din <u>planul euclidian</u>, egal depărtate de un <u>punct fix</u> F (<i>focar</i>) și o <u>dreaptă</u> fixă D (<i>directoare</i>).</p>
HIPERBOLA LUI APOLLONIUS VĂZUTA DE UN ROMÂN		<p>Se dau: <u>cercul unitate</u> $C(O, r = 1)$ și punctul A(1,0) pe cercul unitate și tangenta τ în acest punct.</p> <p>Atunci, <u>locul geometric</u> al punctelor P(x, y) pentru care</p> $\frac{x}{a} = \frac{\tan \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha} = \sec \alpha \rightarrow x = \frac{a}{\cos \alpha}$ <p>și $y = b \cdot \tan \alpha = \sinh t$, adică</p> $P(x, y) \begin{cases} x = \frac{a}{\cos \alpha} \\ y = b \cdot \tan \alpha \end{cases} \text{ este o } \mathbf{hiperbolă}.$

În prealabil se va prezenta succint istoricul unor curbe vechi denumite grecești și a unora noi întitulate românești, în Tabelul 1 și în Tabelul 2.

Tabelul 2		ISTORIA UNOR CURBE
CURBE ROMÂNEȘTI		
BILOBA ROMÂNILOR		$\begin{cases} x = R \cdot \cos\{\theta - \arcsin[s_x \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]\} \\ y = R \cdot \sin\{\theta - \arcsin[s_y \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]\} \end{cases}$

TRILOBA ROMÂNILOR		$\begin{cases} x = R \cdot \cos\{\theta - \arcsin[s_x \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]\} \\ y = R \cdot \sin\{\theta - \arcsin[s_y \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]\} \end{cases}$
QUADRILOBA ROMÂNILOR		$\begin{cases} x = \frac{R \cdot \cos(\theta - \varepsilon)}{\sqrt{1 - s_x^2 \cdot \sin^2(\theta - \varepsilon)}} \\ y = \frac{R \cdot \sin(\theta - \varepsilon)}{\sqrt{1 - s_y^2 \cdot \cos^2(\theta - \varepsilon)}} \end{cases}$
POLILOBA ROMÂNILOR		<pre>ParametricPlot[Evaluate[Table[{ v(x - ArcSin[0.2sSin[x]]), vSqrt[36 - x^2]}, {v(x - ArcSin[0.2sSin[x]]), -vSqrt[36 - x^2]}], {s, 5,5}], {x, -6,6}, {v, 0,1}</pre>
www.SuperMathematica.org	www.SuperMathematica.com	www.SuperMathematica.Ro

Studiul conicelor nu a mai evoluat timp de un mileniu și jumătate, până la [Renastere](#), când s-a reluat studiul acestora. La grecii antici, **ceroul** era **simbolul perfecțiunii**. De aceea l-au hulit pe **Apollonius**, când din cerc a “făcut” conicele, pentru că a distrus imaginea perfecțiunii cu aceste noi curbe urâte și l-au lovit cu pietre, confirmă istoria.

Ce va păți românul care le-a multiplicat pe fiecare dintre ele la infinit și a mai introdus în matematică o înfinitate de alte entități matematice noi? E greu de închipuit! Deocamdată este liniște ... mormântală.

Ca să-l parafrazez pe **Mahatma Gandhi**: “Mai întâi **te ignoră**, apoi **râd de tine**, apoi **se luptă cu tine** și apoi **tu învingi**”. Prima etapă pare că s-a epuizat, urmează a doua, cea cu ... râsul...

Din cerc, **Apollonius** a inventat / descoperit o înfinitate de alte curbe, iar din acestea, din fiecare în parte, un român a descoperit o altă înfinitate de curbe! Și procesul ar putea continua.

Cum? Înlocuind, în ecuația oricărei centrice, abscisa sau variabila (**x**, **t**, **α**, **u**, etc) cu o funcție denumită, prin similitudine cu funcția eliptică, amplitudine (amplitudinus) **am(u,k)**, **amplitudine excentrică aexθ** și /sau **Aexα**, deoarece $\cos[\text{am}(u,k)] = \text{cn}(u,k)$ iar $\sin[\text{am}(u,k)] = \text{sn}(u,k)$.

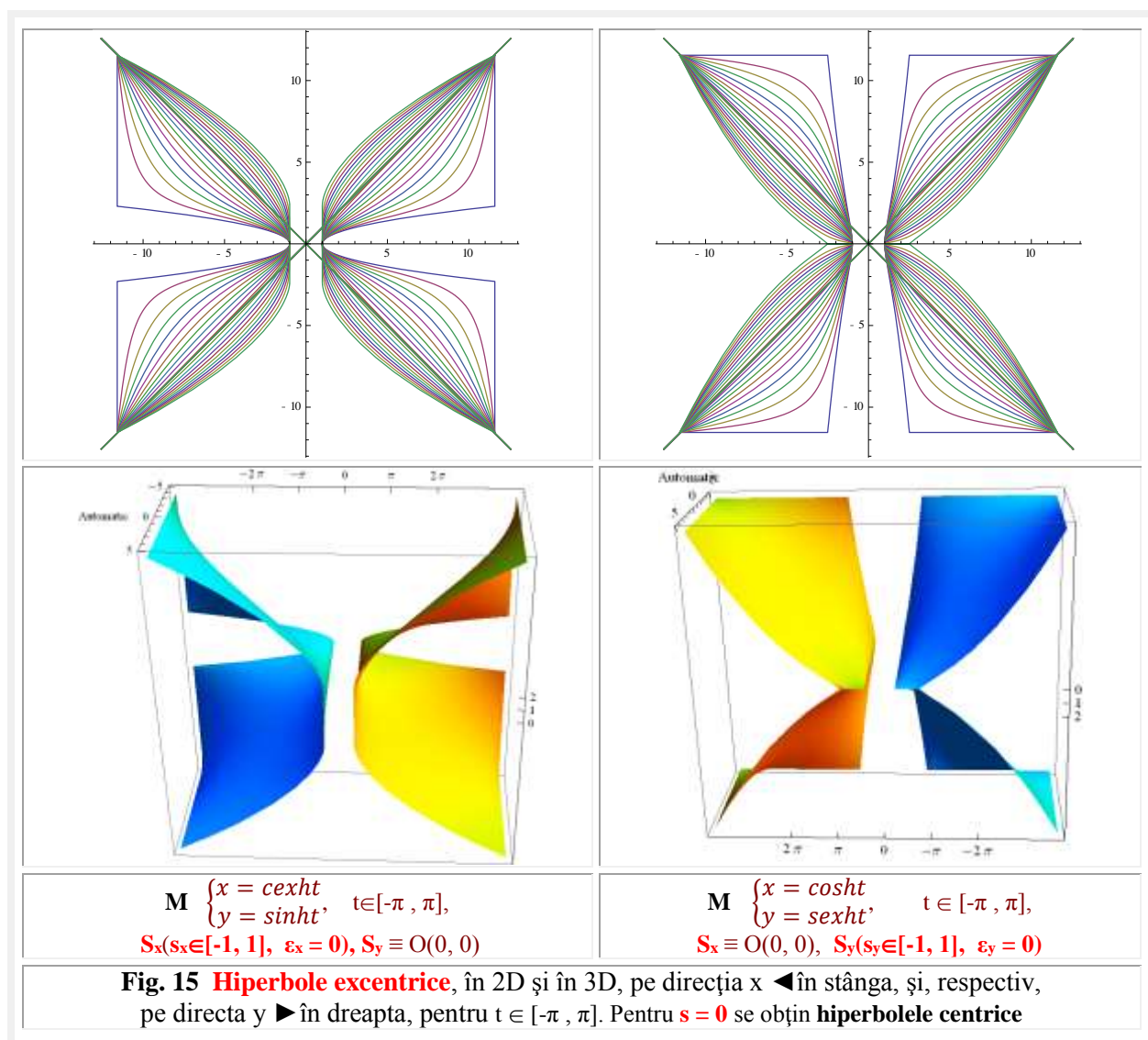
Astfel, **funcția supermatematică circulară excentrică (FSM-CE) amplitudine excentrică aexθ** de variabilă **excentrică θ** și **Aexα**, de variabilă **centrică α**, devin cele mai importante **funcții supermatematice**, deoarece ele fac trecerea din domeniul **MC** în cel al domeniului mult mai vast, chiar infinit, al **ME**.

În **astronomie**, **Apollonius** a introdus și dezvoltat teoria **mișcării circulare** uniforme a corpurilor cerești în jurul **Pământului** considerat imobil.

Un **român** a generalizat această mișcare și a introdus, a studiat și a dezvoltat **mișcarea circulară excentrică (MCE)** de **excentru E(e, ε)** punct fix, apoi și pe cea de **excentru** punct mobil, adică **e** și **ε** sunt funcții și nu constante, ca în **MCE** de **E** fix [Mircea Eugen Șelariu, **MIȘCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ DE EXCENTRU PUNCT MOBIL**, [www.cartiaz.ro](#)].

De asemenea, **Apollonius** a introdus noțiunile de **excentric** și **epiciclu** pentru a explica mersul **planetelor**.

A lăsat pentru posteritate, adică pentru **român și români**, introducerea noțiunilor de **excentru E(e, ε)** și/sau **S(s, ε)**, **excentricitate (liniară reală e și liniară numerică s, unghiulară ε**, excentricități constante sau variabile / funcții), “**excentricizare**” (v. în continuare), **excentrice** (curbe provenite din curbele centrice, ordinare, cunoscute), permițându-i **românului** să afirme și să demonstreze [**Mircea Eugen Șelariu, MULTIPLICAREA DIMENSIONALĂ A SPAȚILOR, www.cartiaz.ro, pag.5**] că excentricitatea este o nouă dimensiune a spațiului, **dimensiunea de formare și de deformare a acestuia** (a spațiului) și, totodată, a obiectelor cuprinse / circumscrise în acesta. Am spus-o și am scris-o de nenumărate ori și ..? Silentium !



FSM excentrice, elevate și exotice pot fi de simplă, dublă sau multiplă excentricitate, iar excentricitatea poate fi o constantă sau o funcție care descrie traiectoria excentrului **S(s, ε)** în planul cercului unitate.

Funcțiile supermatematice hiperbolice excentrice (**FSM-HE**) se exprimă prin cele hiperbolice centrice (**HC**) în care variabila **t** se înlocuiește cu funcția **aext**, adică

$$(1) \quad \begin{cases} \cosht = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \\ \sinht = \frac{e^t - e^{-t}}{2} \\ \tanht = \frac{e^t - e^{-t}}{e^t + e^{-t}} \\ \text{\textit{ş. a. m. d}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{cexht} = \cosh[\text{aext}] = \frac{e^{\text{aext}} + e^{-\text{aext}}}{2} \\ \text{sexht} = \sinh[\text{aext}] = \frac{e^{\text{aext}} - e^{-\text{aext}}}{2} \\ \text{texht} = \tanh[\text{aext}] = \frac{e^{\text{aext}} - e^{-\text{aext}}}{e^{\text{aext}} + e^{-\text{aext}}} \\ \text{\textit{ş. a. m. d}} \end{cases}$$

Ecuatii parametrice ale hiperborelor **excentrice (HE)** sunt

$$(2) \quad \begin{cases} x = \text{cexht} = \text{cexh}[t = \theta, \mathbf{S}_x(s_x, \varepsilon_x)] \\ y = \text{sexht} = \text{sexh}[t = \theta, \mathbf{S}_y(s_y, \varepsilon_y)] \end{cases}, \text{ cu unele grafice prezentate în figura 8.}$$

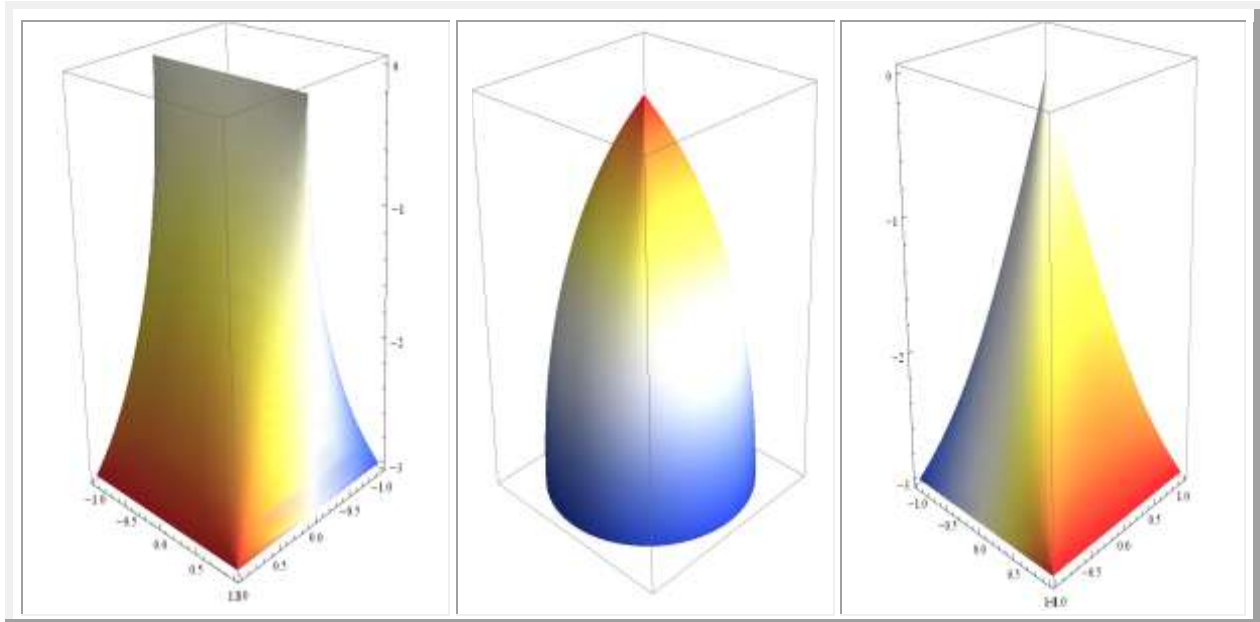
O altă posibilitate de reprezentare a hiperborelor centrice și, respectiv, excentrice, constă în utilizarea ecuațiilor parametrice (3)

$$(3) \quad \begin{cases} x = a \frac{1+t^2}{1-t^2} \\ y = b \frac{2t}{1-t^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = a \frac{1+t^2}{1-t^2} \\ y = b \frac{2t}{1-t^2} \end{cases} \rightarrow t = \text{aext} = t - \arcsin[s.\text{ sint}] \rightarrow \begin{cases} x = a \frac{1+(t-\arcsin[s.\text{ sint}])^2}{(1-(t-\arcsin[s.\text{ sint}])^2)} \\ y = b \frac{2(t-\arcsin[s.\text{ sint}])}{1-(t-\arcsin[s.\text{ sint}])^2} \end{cases}$$

În **figura 8** sunt prezentate graficele unor hiperbole excentrice pe direcția **x (HE_x)**, denumite astfel, deoarece, în ecuațiile parametrice ale unei hiperbole centrice (**HC**), doar în parametrul / variabila / coordonata **x** s-a făcut trecerea din centric în excentric, în sensul că, funcția hiperbolică **centrică (FHC) cosht** a fost înlocuită cu funcția hiperbolică **excentrică (FHE)**, adică **cosht** → **cexht**. Altfel spus, excentrul **S_x ≠ O(0,0)**, iar **S_y ≡ O(0, 0)** în ecuațiile parametrice (2) (**Fig. 8** ◀).

În cazul în care **S_y ≠ O(0,0)** și **S_y ≡ O(0, 0) → s_y = 0** se obțin hiperbole excentrice doar pe direcția **y (HE_y)**, ca cele prezentate în **figura 8** ▶ dreapta.

Câteva exemple de obiecte geometrice noi, hibride, datorate variației excentricității în limitele **s ∈ [0, 1]**, sunt prezenate în **figura 9**. Ele au fost denumite **conopiramidă**, **piramidocon**, **sferocub**, **sferoprisma** ș.m.a. pentru care autorul lor, un **român**, a fost admis ca MEMBRU DE ONOARE cu diplomă de PARADOXIST al clubului exclusivist **INTERNATIONAL ASSOCIATION OF PARADOXISM**.



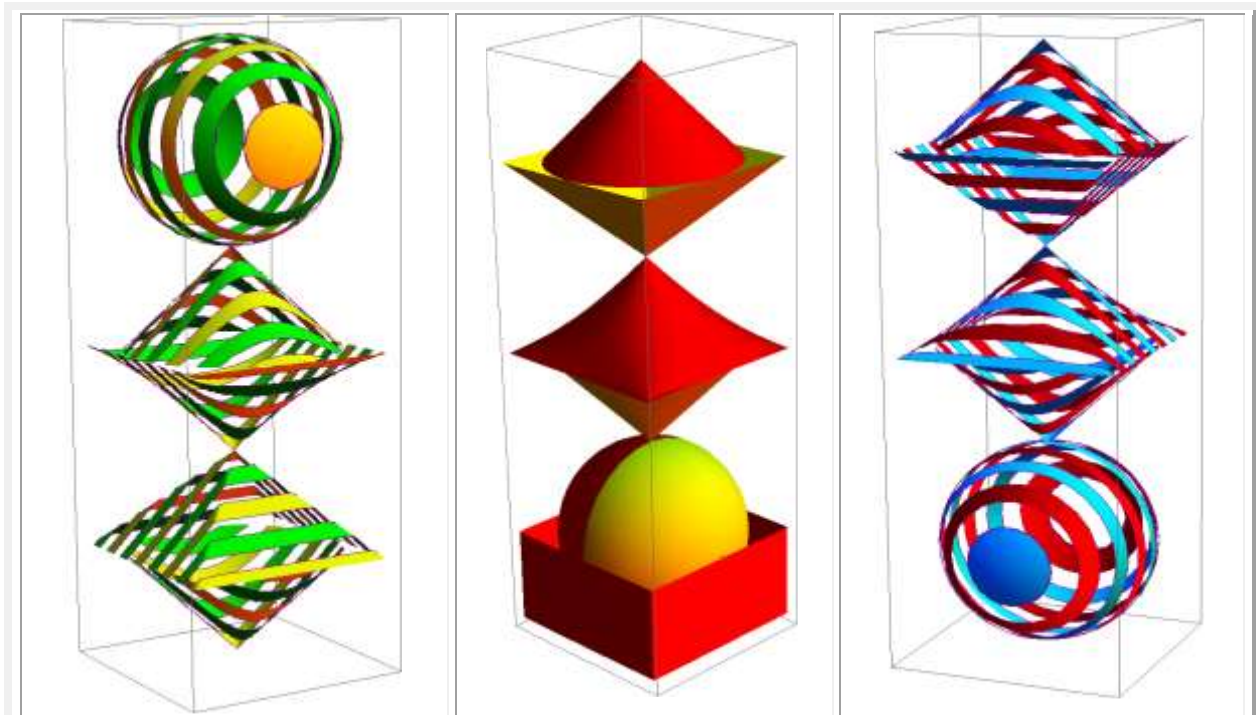
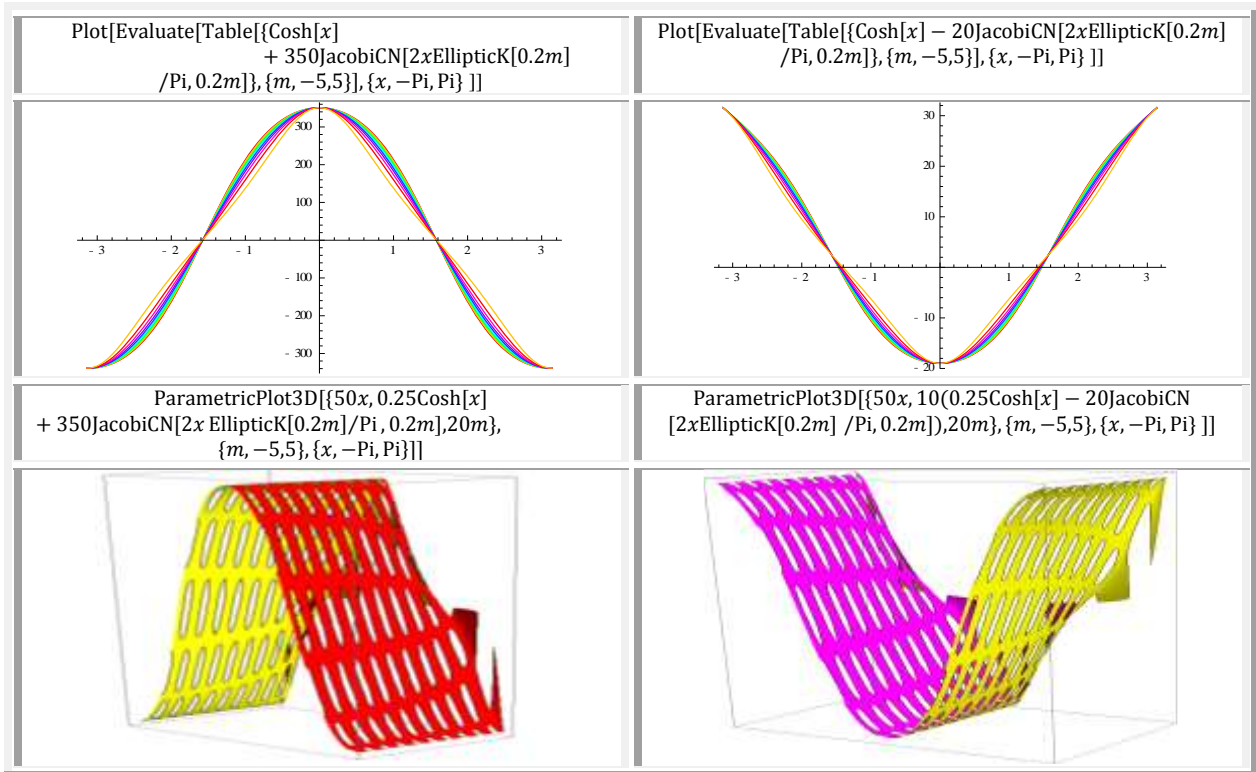


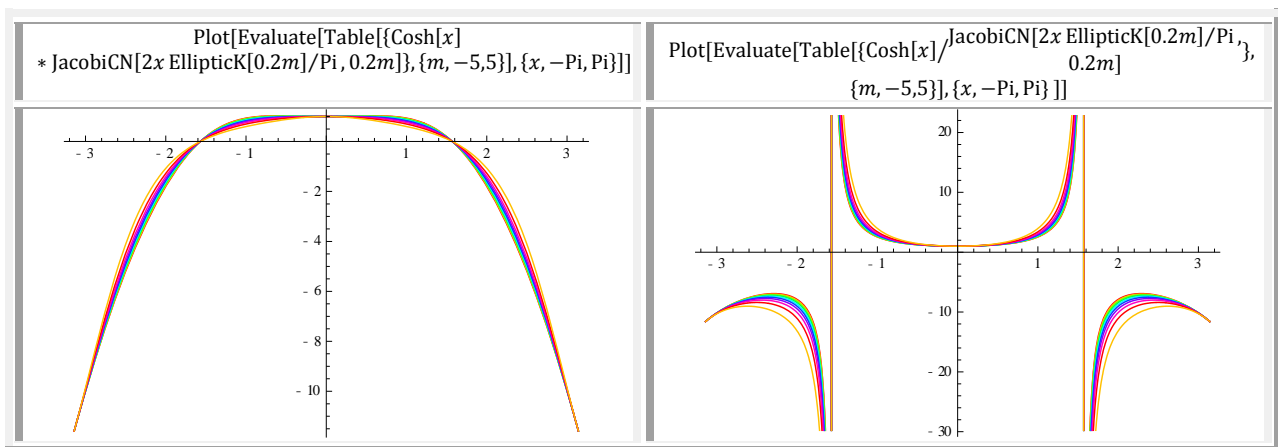
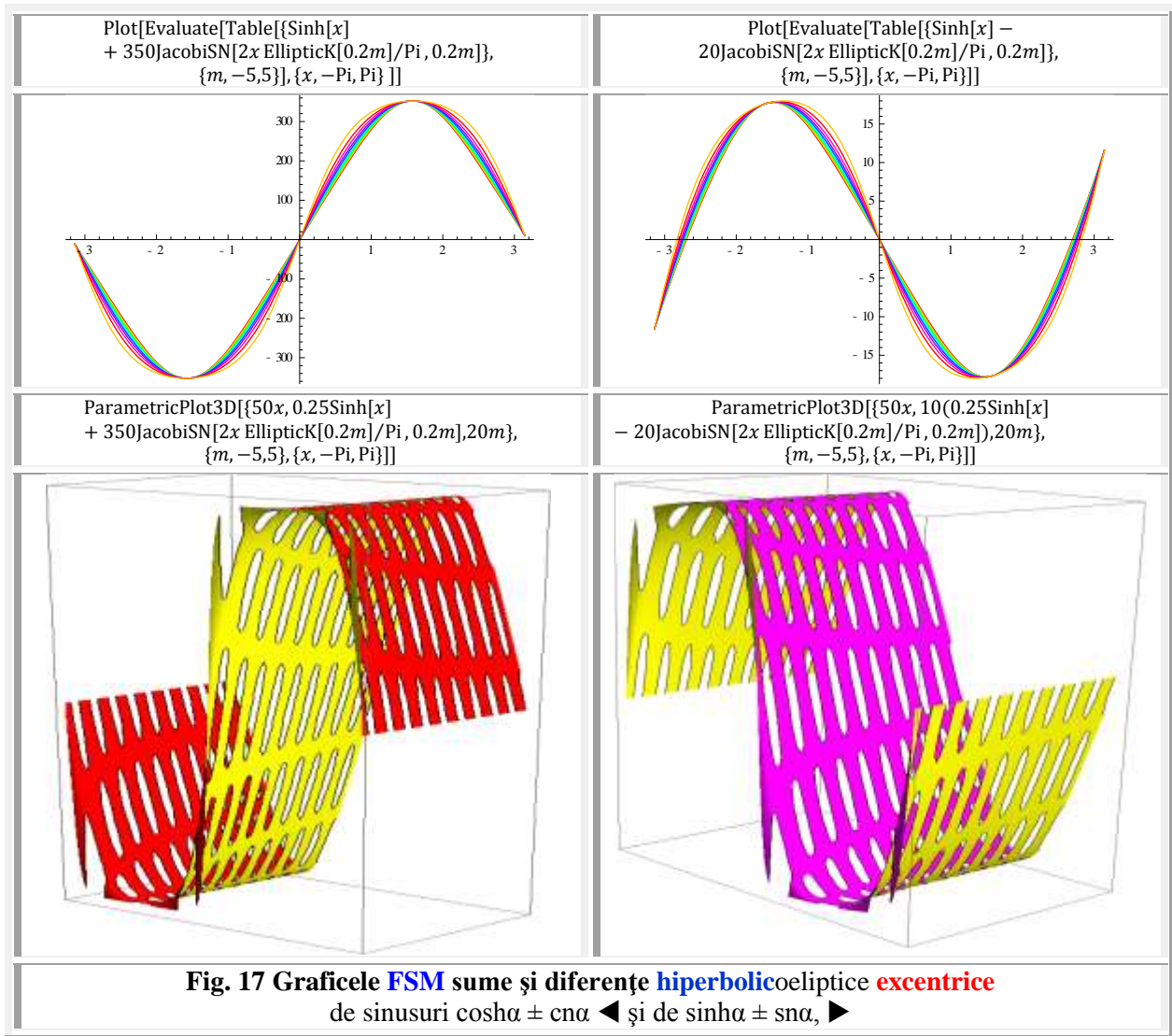
Fig. 16 Diverse obiecte geometrice hibride, sus ▲ și spații modificate de s pe verticală, jos ▼

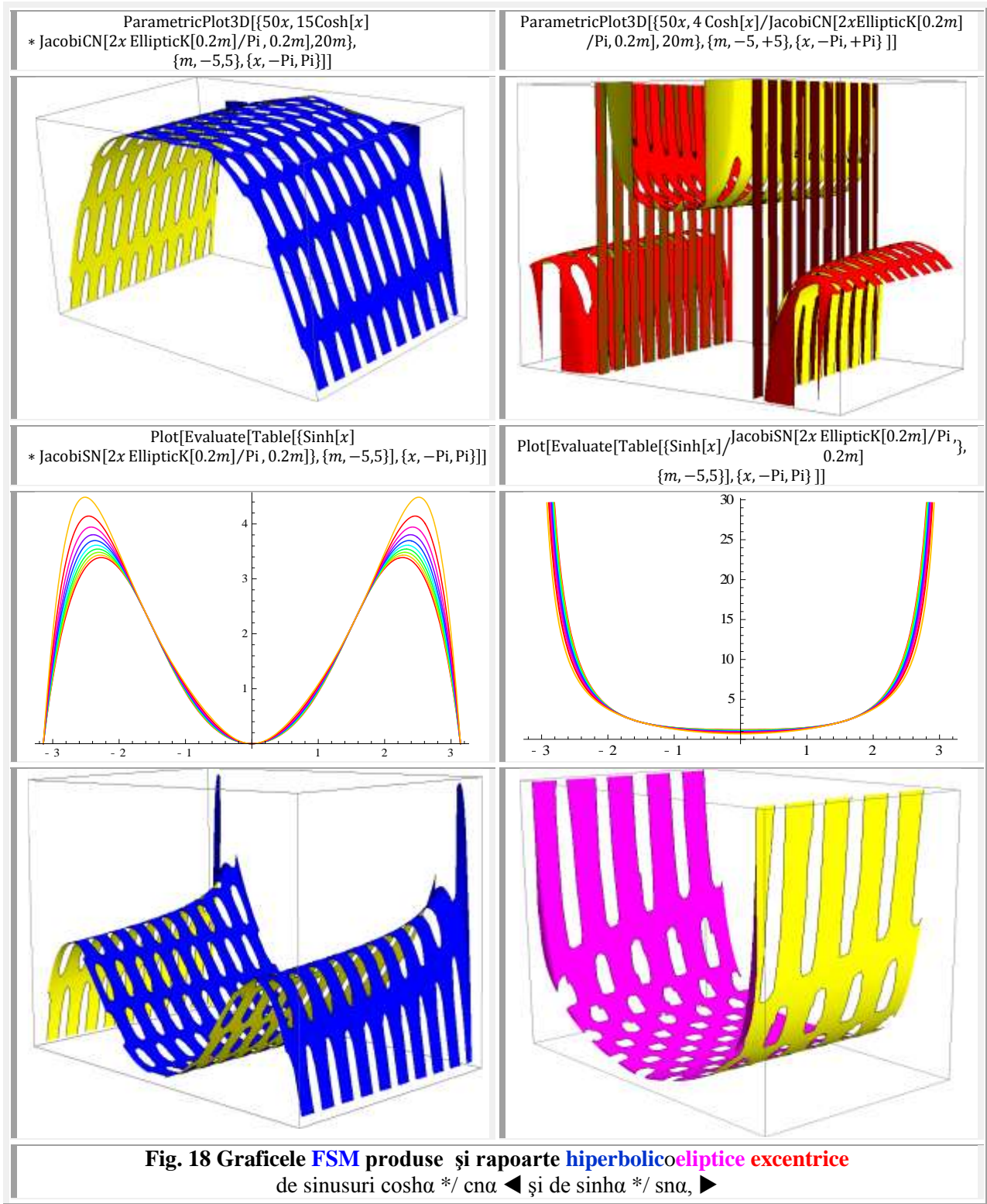
www.SuperMathematica.org

www.SuperMathematica.com

www.SuperMathematica.Ro







Motto:” *Când Eminescu se năştea Pe plaiul tău, Moldovă,
O stea pe cer se aprindea: Era o... supernovă!*”

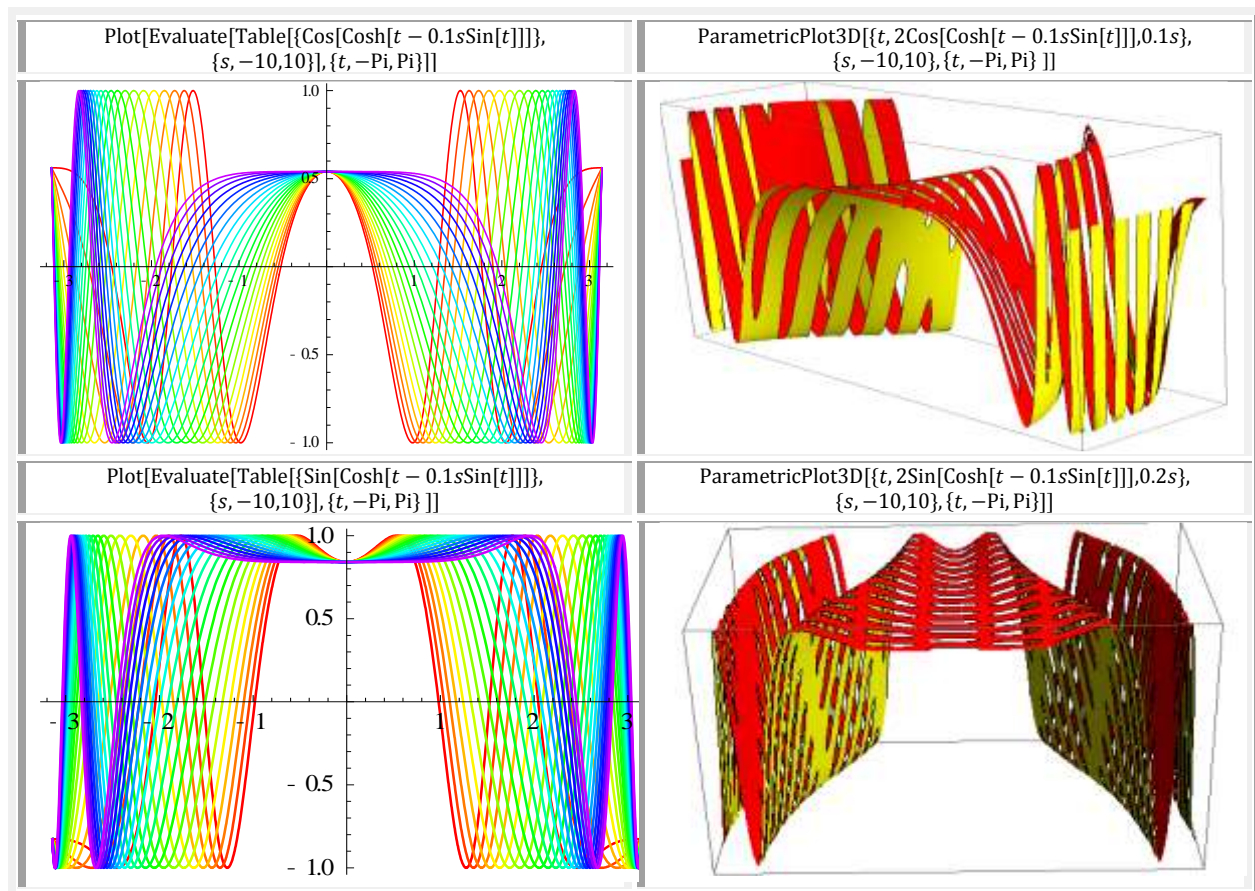
Madrigal de David Boia

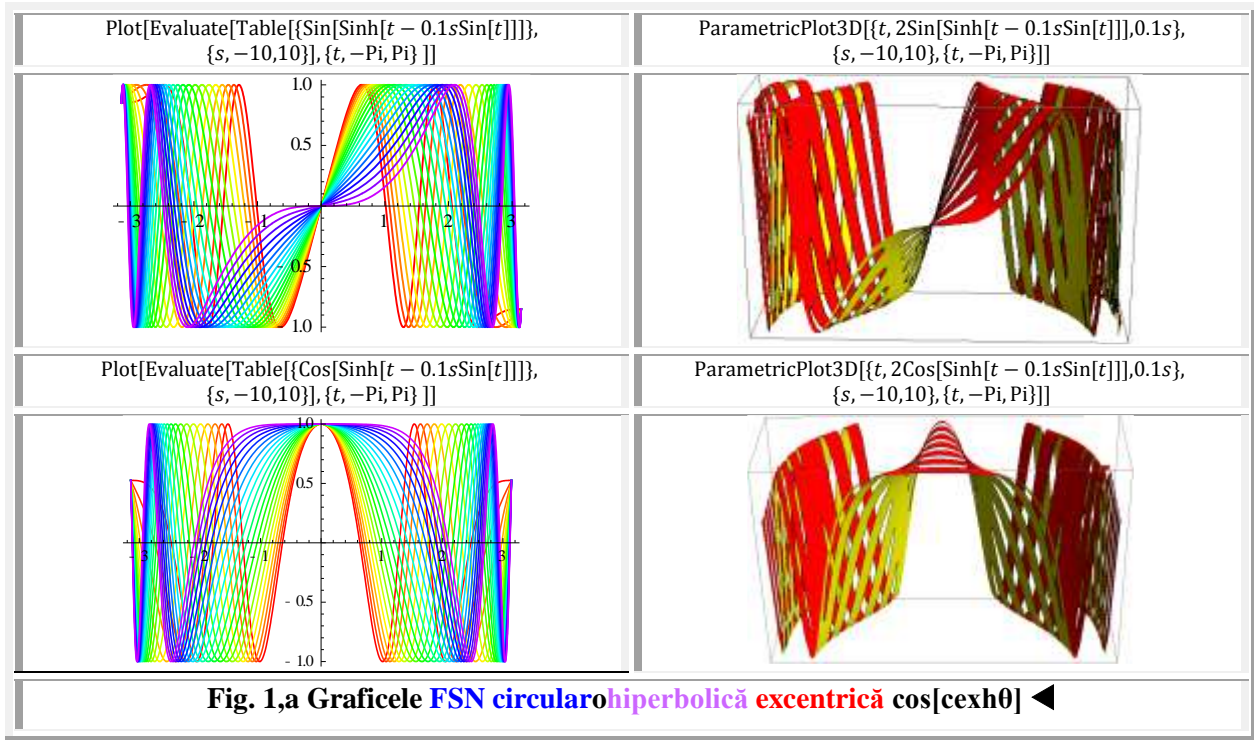
CAPITOLUL II

FUNCTII SUPERNOVE INDUSE ŞI AUTOINDUSE

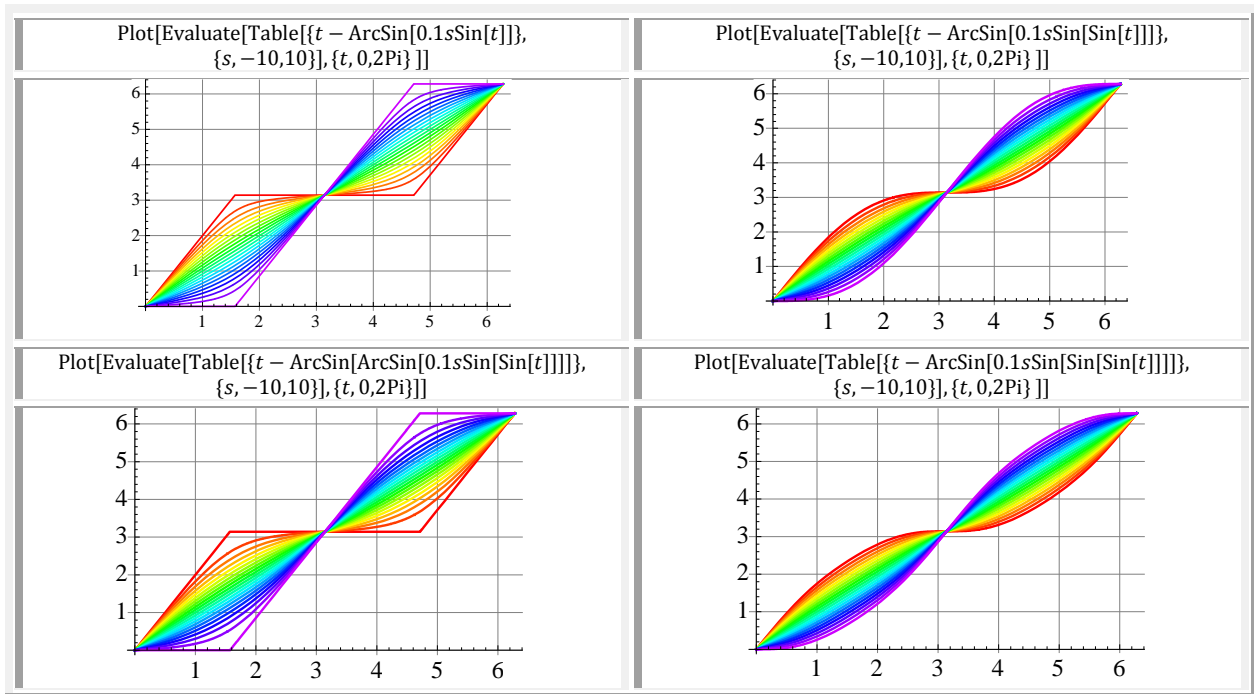
1 INTRODUCERE : FUNCTII INDUSE ŞI FUNCTII AUTOINDUSE.

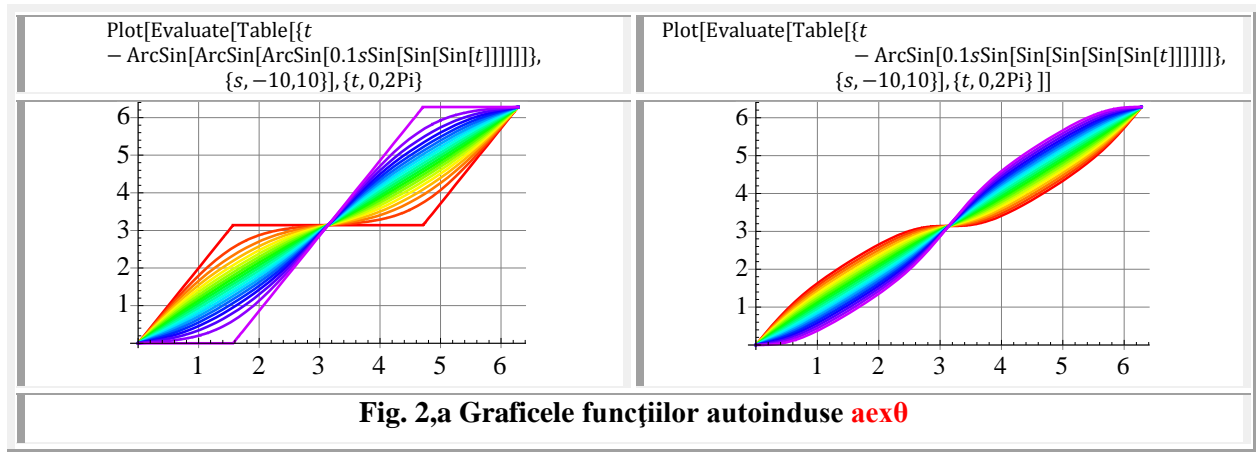
Cele circulare centrice sunt cunoscute în literatura matematică (Rîjik I.M., Gradştein I.S. “Tabele de INTEGRALE, SUME SERII ŞI PRODUSE”, Ed. Tehnică, 1955,) sub denumirea de **funcţii de funcţie** (3.47 Funcţii trigonometrice de funcţii hiperbolice, pag.183; 3.48 Funcţii trigonometrice de funcţii trigonometrice pag.184; 3.49 Funcţii trigonometrice de funcţii trigonometrice inverse, pag.185), dintre care, **funcţiile trigonometrice de funcţii hiperbolice** sunt acum denumite **funcţii supernove (FSN) circularohiperbolice (circulare centrice şi hiperbolice excentrice)**, precum cele prezentate în **figura 1**: $\cos[\text{cexh}\theta]$, $\sin[\text{cexh}\theta]$, $\sin[\text{sexh}\theta]$ şi $\cos[\text{sexh}\theta]$.



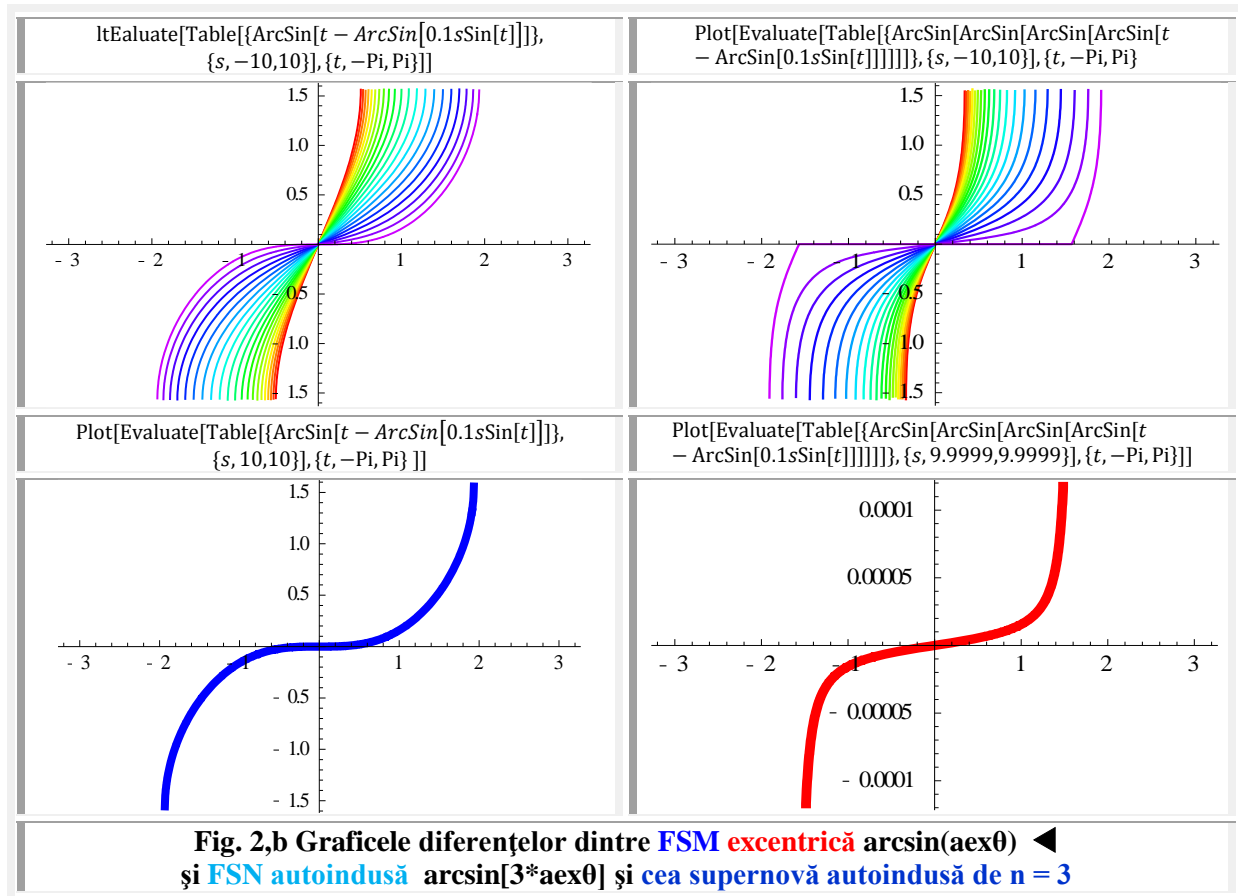


Unele funcții, precum funcția supermatematică circulară excentrică (**FSM-CE**) de variabilă excentrică **axθ**, sunt invariante la autoinducerea simultană a tuturor funcțiilor componente, așa cum rezultă din **figura 2,a** ◀, nu și la autoinducerea numai a anumitor funcții componente (**figura 2,a** ▶).





Diferențele apar în special pentru excentricități liniare s de valori absolute mari ($s \pm 1$) așa cum rezultă și din **figura 2,b**.



Diferența dintre o funcție excentrică simplă ($arcsin(ax\theta)$) și una autoindusă de ordin $n = 3$ de autoinducere este ilustrată în **figura 2,b**. Se poate observa că diferențele mai pregnante apar pentru valori mai ridicate ale excentricității ($s \cong 1$) în **figura 2,b**.

2 FUNCȚII INDUSE (FI) ȘI FUNCȚII AUTOINDUSE (FAI). DEFINIȚII ȘI PROPRIETĂȚI

O operație care se poate efectua asupra a două funcții este cea de compunere sau de obținerea a unei noi funcții, denumită și **funcție de funcție** $h \equiv y = f(g(x))$, în care **h** este funcția **rezultantă indusă**, **f** este **funcția inductoare** și **g** este **funcția de bază / inițială** “de indus”.

Fie **X, Y, Z** mulțimi nevide și $f : X \rightarrow Y, g : Y \rightarrow Z$ funcții sau aplicații.

Denumim în continuare

$$(1) \quad \begin{cases} g = g(f) \Rightarrow \text{funcția de } \frac{\text{bază}}{\text{inițială}} \text{ de indus} \\ f = f(x) \Rightarrow \text{funcția inductoare} \\ h = g(f(x)) = f \circ g \Rightarrow \text{funcția indusă} \end{cases}$$

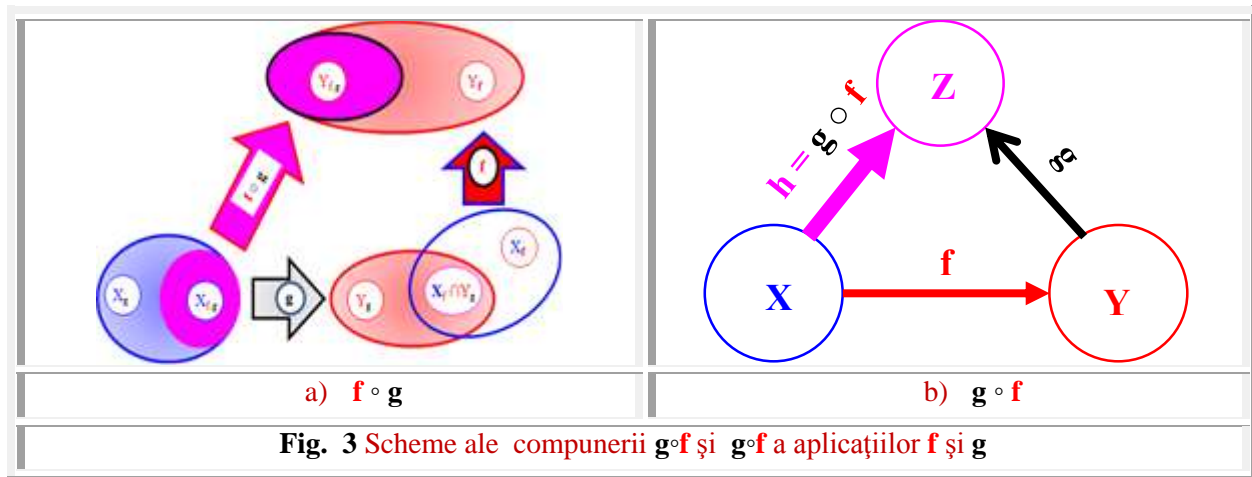
Din definiția funcției **f** deducem că pentru orice element $x \in X$ există un unic element notat **f(x)** din **Y**. Cum **f(x)** $\in Y$ din definiția funcției **g** deducem că există un unic element notat **h = y(x) = g(f(x))** din **Z**.

Prin urmare, perechii de funcții (**f** \rightarrow **inductoare** și **g** \rightarrow **bază**) îi corespunde o nouă funcție notată **h = g** \circ **f = y(x)** și numită funcția compusă sau **indusă** a lui **f** prin **g** sau a **funcției inductoare** prin cea de **bază**, care aplică pe **X** în **Z**.

Definiție:

Funcția **g** \circ **f**: **X** \rightarrow **Z** se definește prin $(g \circ f)(x) = h(x) = g(f(x)) = y(x), \forall x \in X$.

Schematic funcția **g** \circ **f** și funcția **f** \circ **g** pot fi reprezentată cu ajutorul diagramelor din **figura 3**.



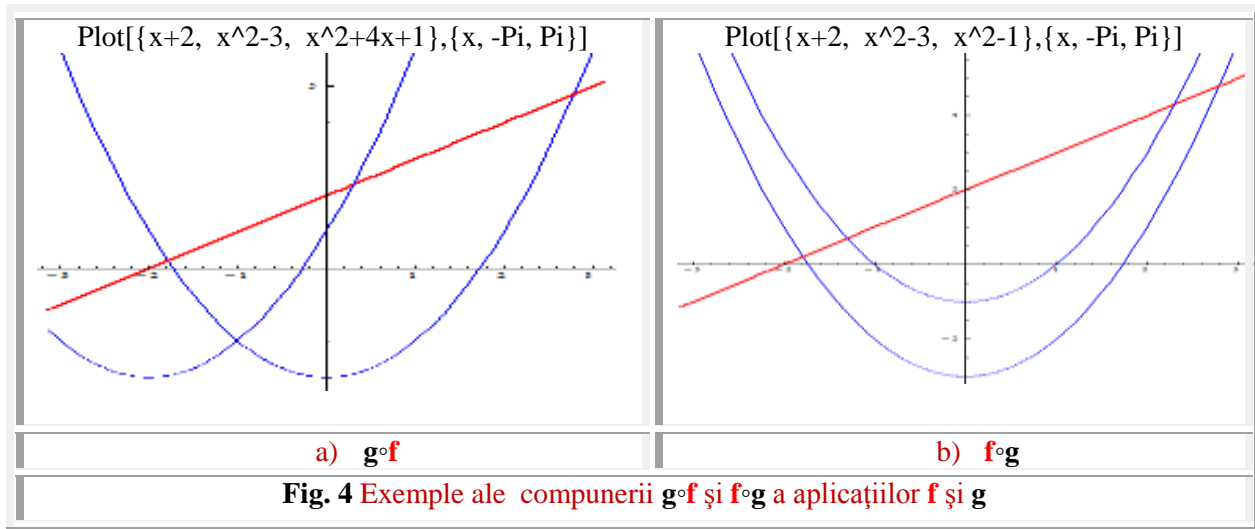
Exemplu. Dacă $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sunt definite prin $f(x) = x + 2$ și $g(x) = x^2 - 3$ atunci $g \circ f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se definește prin $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = (x + 2)^2 - 3 = x^2 + 4x + 1$, iar atunci $f \circ g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se definește prin $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = (x^2 - 3) + 2 = x^2 - 1$, cu graficele din **figura 4**.

Observație 1. Dacă notăm cu **u** argumentul funcției **g**, iar funcția însăși cu **g(u)**, atunci funcția compusă se obține substituind argumentul **u** prin **f(x)**, deci $g(u) = g(f(x)) = (g \circ f)(x) = y(x)$.

Practic, variabila **x** din **f(x)** se înlocuiește cu funcția **g(x)**.

Observație 2. Dacă **g** \circ **f** are sens nu rezultă că și **f** \circ **g** are sens. Dacă **g** \circ **f**, **f** \circ **g** au sens, atunci, în general $f \circ g \neq g \circ f$;

Teoremă: Compunerea funcțiilor este asociativă, adică pentru orice funcții $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ și $h: Z \rightarrow V$ avem $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$.



OBSERVAȚII.

1) Funcția compusă $g \circ f$ a două funcții f, g nu poate fi definită decât dacă codomeniul lui f coincide cu domeniul de definiție a lui g , ceea ce nu este cazul funcțiilor induse și autoinduse.

În **figura 5,a** sunt reprezentate o funcție compusă și, totodată, indusă, în care, funcția de indus este $g = \sin x$, iar funcția **inductoare** este $f = \pi \cos x$, astfel încât codomeniul lui f ($f \in [-\pi, \pi]$) să coincidă cu domeniul de definiție a lui $g = \sin x \rightarrow g \in [0, 2\pi]$ sau $g \in [-\pi, \pi]$. A rezultat astfel codomeniul lui $h \in [-1, 1]$.

Dacă $f = \sin x$ cu codomeniul $f \in [-1, 1]$, atunci funcția de indus $g = \sin x$ va fi reprezentată doar în intervalul / domeniul $g \in [-1, 1]$ și codomeniul funcției induse va fi $h \in [-\sin 1 = -0.8414709848, \sin 1 = 0.8414709848]$, așa cum rezulta și din graficele din **figura 5,a**.

Dacă, în ambele cazuri, se obține câte o funcție indusă, numai în primul caz rezulta și o compunere a celor două funcții, caz în care se respectă observația anterioară 1.

În **figura 5,b** sunt reprezentate o funcție compusă și, totodată, **autoindusă**, în care, funcția de indus este $g = \sin x$, iar funcția **inductoare** este tot o funcție sinus, $f = \pi \sin x$, astfel încât, codomeniul lui f ($f \in [-\pi, \pi]$) să coincidă cu domeniul de definiție a lui $g = \sin x \rightarrow g \in [0, 2\pi]$ sau $g \in [-\pi, \pi]$. A rezultat astfel, codomeniul lui $h \in [-1, 1]$. Deoarece, funcția de indus și funcția inductoare sunt identice, denumim această compunere ca **autoindusă**.

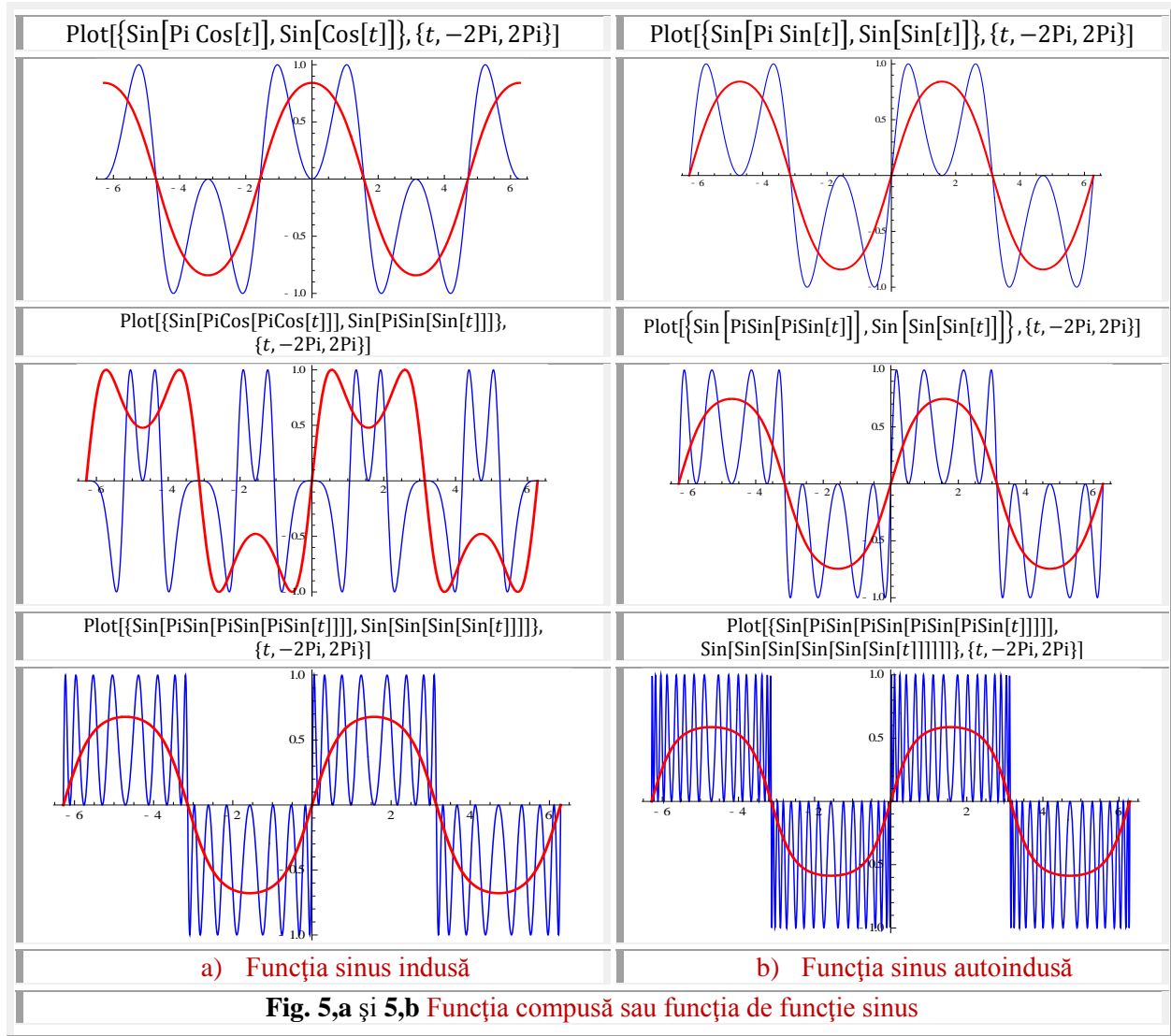
Tot în **figura 5,b** este prezentat și graficul funcției sinus autoindus care nu mai este o funcție compusă. O familie de funcții sinus autoinduse, notate sinaix , în care, autoinducerea este repetată de la 1 până la de 13 ori, sunt prezentate în **figura 5,c**. Aici, $n \in [1, 13]$ este numărul de autoinduceri. Pentru $n = 0$, inducția nu are loc și se obține funcția (**ne**)indusă identică cu funcția de indus.

2) D a c ă $g: X \rightarrow Y, f: Y \rightarrow X$, atunci are sens $f \circ g$ și $g \circ f$. În general însă $f \circ g \neq g \circ f$ (**Fig.4**).

Câteva proprietăți ale acestor funcții induse atestă rolul preponderent / **hotărâtor al funcției inductoare** în cadrul funcțiilor de funcție:

- 1) Dacă funcția **inductoare** este **periodică**, de perioadă T , atunci, indiferent de tipul funcției de bază (periodică sau nepriodică), funcția indusă este **periodică**, de aceeași perioadă T .
- 2) Dacă funcția **inductoare** este **neperiodică**, atunci, indiferent de tipul funcției de bază (periodică sau nepriodică), funcția indusă este **neperiodică**.
- 3) Dacă funcția **inductoare** este **periodică**, de perioadă T , și funcția de bază este tot periodică, de aceeași perioadă T , atunci funcția indusă este **periodică**.
- 3.1) Dacă $f \rightarrow$ funcția indusă, $g \rightarrow$ funcția inductoare sunt funcții **pare**, atunci $g \circ f$ este o funcție pară, deoarece compunerea adouă funcții pare este o funcție pară.

- 3.2) Dacă $f \rightarrow$ funcția indusă și $g \rightarrow$ funcția inductoare sunt funcții **impare**, atunci $g \circ f$ este funcție impară, deoarece compunerea a două funcții impare este o funcție impară.
- 3.3) Dacă $f \rightarrow$ funcția indusă și $g \rightarrow$ funcția inductoare au aceeași monotonie, atunci $g \circ f$ este crescătoare, deoarece compunerea a două funcții de aceeași monotonie este o funcție crescătoare.
- 3.4) Dacă $f \rightarrow$ funcția indusă și $g \rightarrow$ funcția inductoare au monotonii diferite, atunci $g \circ f$ este descrescătoare, deoarece compunerea a două funcții de monotonie diferită este o funcție descrescătoare.



$\text{Plot}\{\{\text{Sin}[x], \text{Sin}[\text{Sin}[x]], \text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[x]]], \text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[x]]]], \text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[x]]]], \text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[x]]]], \text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[x]]]]]], \text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[x]]]]]]], \text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[x]]]]]]]]], \text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[x]]]]]]]]]]], \text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[x]]]]]]]]]]]]], \text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[x]]]]]]]]]]]]]]], \text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[\text{Sin}[x]]]]]]]]]]]]]]]]], \{x, 0, 2 \text{Pi}\}\}$

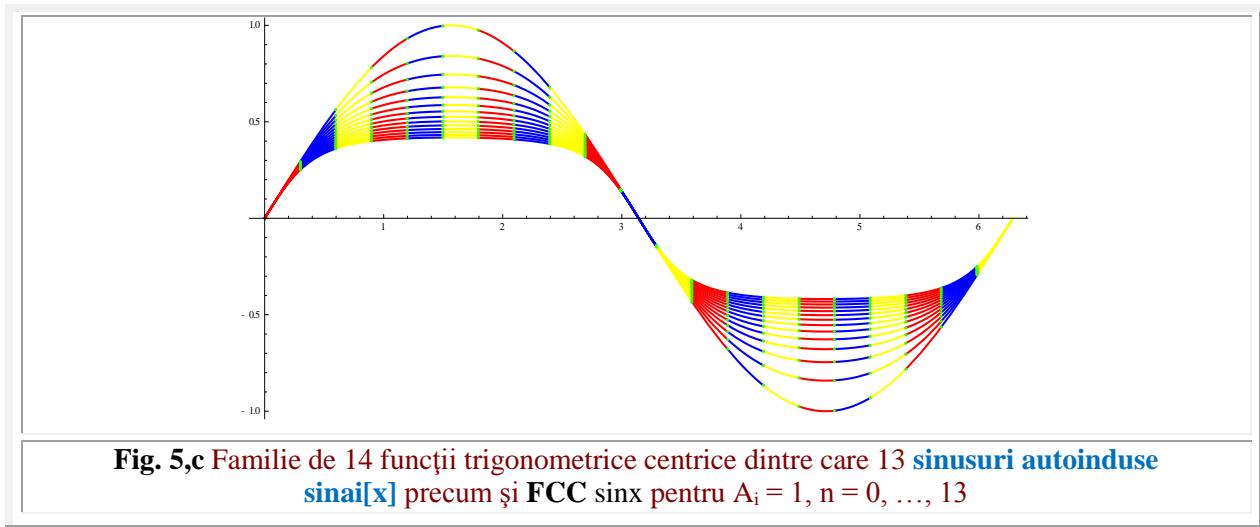


Fig. 5,c Familie de 14 funcții trigonometrice centrice dintre care 13 sinusuri autoinduse $\sin a_i[x]$ precum și FCC $\sin x$ pentru $A_i = 1, n = 0, \dots, 13$

3.5) Dacă $f \rightarrow$ funcția indusă și $g \rightarrow$ funcția inductoare sunt bijective, atunci $g \circ f$ este bijectivă, deoarece compunerea a două funcții bijective este o funcție bijectivă.

Compunerea a două funcții inversabile $f \rightarrow$ funcția indusă și $g \rightarrow$ funcția inductoare este o funcție la rândul ei inversabilă.

4) Dacă funcția inductoare este **periodică**, de perioadă T , și funcția de bază este tot periodică, de altă perioadă decât T , ca de exemplu, $T' = 2T$ sau $T' = T/2$, atunci funcția indusă este **periodică**, având perioada funcției inductoare T .

Dacă funcția indusă și funcția inductoare este aceeași, atunci apar **funcțiile autoinduse** ca, de exemplu, $f = \sin[\sin[\sin[\sin \dots \sin[x]]]]$, cu graficele, foarte interesante și utile, prezentate în lucrare.

Singura **FSM-CE** autentică **autoindusă** posibilă este funcția $f = \text{aex}[\text{aex}[\text{aex}[\text{aex}[\dots \text{aex}[\theta]]]]]$, de variabilă excentrică, ca și $F = \text{Aex}[\text{Aex}[\text{Aex}[\text{Aex}[\dots \text{Aex}[\alpha]]]]]$, în care variabilele θ și, respectiv, α sunt înlocuite, repetat, câte o singură dată, în funcțiile $\text{aex}\theta$ și, respectiv, $\text{Aex}\alpha$.

Toate celelalte **FSM-CE** pot fi combinate, ca să genereze **FSM-CE induse** și **autoinduse** de tipul $f = \text{sex}[\text{sex}[\text{sex}[\dots \text{sex}[\theta]]]]$, ș.m.a., în care funcția $\text{sex}\theta$ este înlocuită, repetat, de câte două ori, în expresia funcției $\text{sex}\theta = \sin[\theta - \arcsin[s \cdot \sin \theta]]$, în cele două poziții / locuri ale variabilei θ .

Fie $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow C$, două funcții cu următoarea particularitate: codomeniul lui f este egal cu domeniul lui g .

PROPRIETĂȚI ALE COMPUNERII FUNCȚIILOR.

1. Asociativitatea

$$\forall f, g, h \in \mathfrak{F} \text{ avem } f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$$

2. Comutativitatea

$$\exists f, g \in \mathfrak{F} \text{ a.î. } f \circ g \neq g \circ f$$

3. Element neutru

\exists o funcție $1_A \in \mathfrak{F}$ a.î. (astfel înât) $\forall f \in \mathfrak{F}$ avem $f \circ 1_A = 1_A \circ f = f$; $1_A : A \rightarrow A$; $1_A(x) = x$ (funcție identică)

4. Elemente simetrizabile

Nu toate funcțiile admit inverse!

Funcția inversă: $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow C$; g s.n (se numește) inversa lui f dacă $f \circ g = 1_B$; $g \circ f = 1_A$ (notație : $g = f^{-1}$)

Proprietăți:

$$a) \quad g = f^{-1} \Leftrightarrow (g \circ f)(x) = x \quad (f \circ g)(x) = x;$$

- b) $f^{-1}(f(x)) = x \quad \forall x \in A \quad f(f^{-1}(x)) = x \quad \forall x \in B$;
 c) f inversabilă $\Leftrightarrow f$ injecție

TEOREME.

1) Dacă f, g sunt funcții pare, atunci $g \circ f$ este o funcție pară (Compunerea adouă funcții pare este o funcție pară).

2) Dacă f și g sunt funcții impare, atunci $g \circ f$ este funcție impară. (Compunerea a două funcții impare este o funcție impară).

3) Dacă f și g au parități diferite, atunci $g \circ f$ este o funcție pară.

4) Dacă f și g au aceeași monotonie, atunci $g \circ f$ este crescătoare. (Compunerea a două funcții de aceeași monotonie este o funcție crescătoare).

5) Dacă f și g au monotonii diferite, atunci $g \circ f$ este descrescătoare. (Compunerea a două funcții de monotonie diferită este o funcție descrescătoare).

6) Dacă f și g sunt bijective, atunci $g \circ f$ este bijectivă. (Compunerea a două funcții bijective este o funcție bijectivă).

7) Compunerea a două funcții inversabile f și g este o funcție inversabilă.

Generarea ecuațiilor de definiție ale acestor **FSM-CE** a fost deja schițată în **figura 2,b**, comparativ cu generarea ecuațiilor de definiție ale funcțiilor eliptice corespondente, iar în **figura 3** este prezentată generarea acestora ca funcții compuse, sau, mai corect, ca funcții de funcție și absolut corect, ca **funcții induse**.

În **figura 5** este prezentată o primă inducție a **FCC** ($\cos, \sin, \tan, \cotan, \dots$) cu **FSM-CE** amplitudine excentrică (**aex** și, respectiv **Aex**) rezultând **FSM-CE** de o singură excentricitate. Dacă procesul de inducție $\cos[aex\theta] = cex\theta$ se repetă, adică, dacă se induce **aex** în **cex**, de exemplu, $cex[aex\theta] = c2ex\theta$, se obțin **FSM-CE** de dublă excentricitate, notate **c2exθ**. Continuându-se procesul de inducție, se obțin **FSM-CE** de triplă, cvadruplă și, pentru n inducții, n -uplă sau de n - multiplă excentricitate. Procedul inducției este posibil și între **FCC** ca, de exemplu, $f = \cos[\sin[\sin[\sin[\dots \sin[x]]]]]]$, în care f este denumită **funcția indusă**, **cos** este **funcția de bază**, iar **sin** sunt **funcții inductoare**.

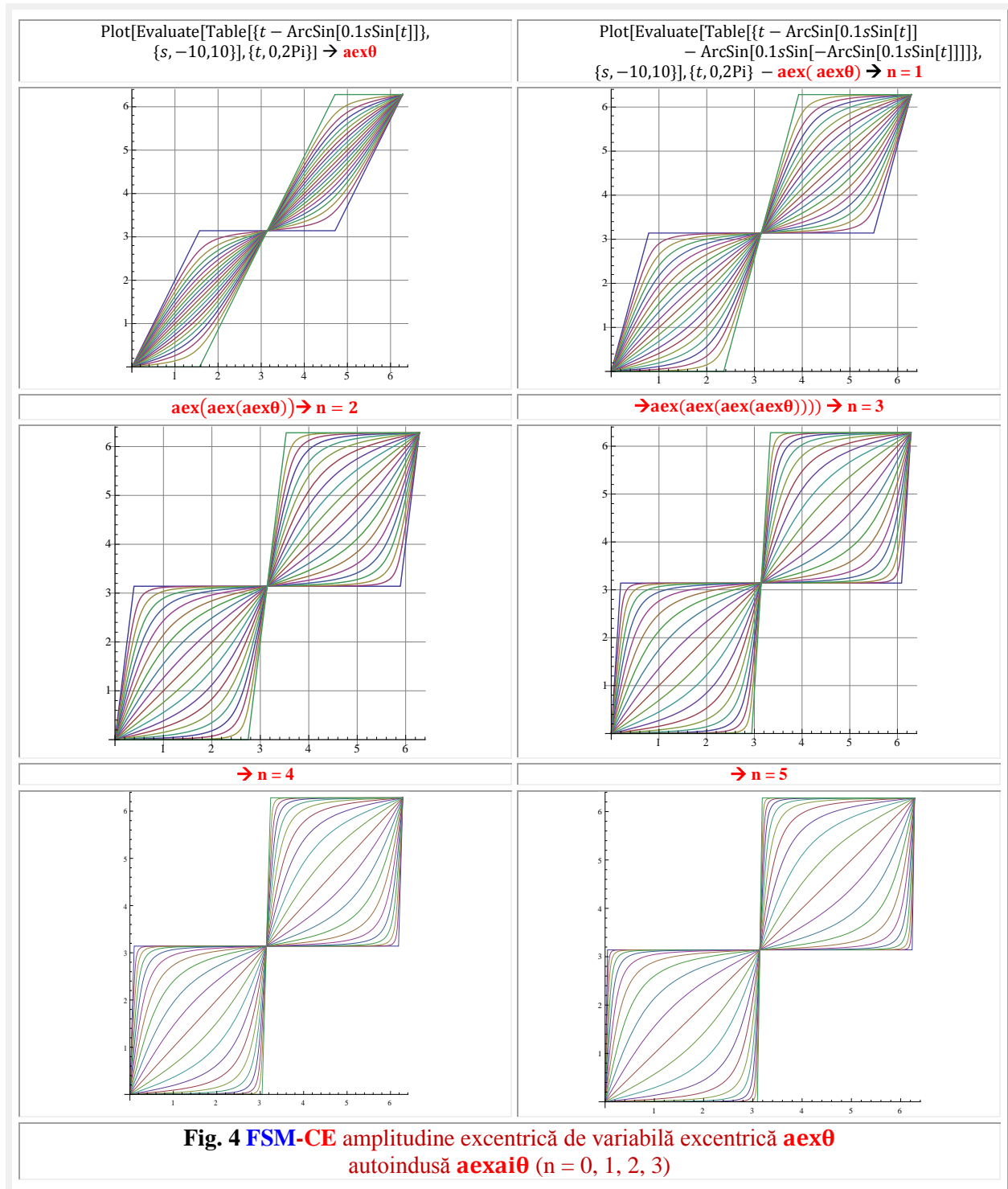
Câteva proprietăți ale acestor funcții induse sunt subliniate în lucrare și ele atestă rolul preponderent / hotărâtor al funcției inductoare în cadrul funcțiilor de funcție:

- 5) Dacă funcția inductoare este **periodică**, de perioadă T , atunci, indiferent de tipul funcției de bază (periodică sau nepriodică), funcția indusă este **periodică**, de aceeași perioadă T .
- 6) Dacă funcția inductoare este **neperiodică**, atunci, indiferent de tipul funcției de bază (periodică sau nepriodică), funcția indusă este **neperiodică**.
- 7) Dacă funcția inductoare este **periodică**, de perioadă T , și funcția de bază este tot periodică, de aceeași perioadă T , atunci funcția indusă este **periodică**, de aceeași perioadă T .
- 8) Dacă funcția inductoare este **periodică**, de perioadă T , și funcția de bază este tot periodică, de altă perioadă decât T , ca de exemplu, $T' = 2T$ sau $T' = T/2$, atunci funcția indusă este **periodică**, având perioada funcției inductoare T .

Dacă funcția indusă și funcția inductoare este aceeași, atunci apar **funcțiile autoinduse** ca, de exemplu, $f = \sin[\sin[\sin[\sin[\dots \sin[x]]]]]]$, cu graficele, foarte interesante și utile, prezentate în lucrare.

Singura **FSM-CE** autentică **autoindusă** posibilă este funcția $f = aex[aex[aex[aex[\dots aex[\theta]]]]]]$, de variabilă excentrică, ca și $F = Aex[Aex[Aex[Aex[\dots Aex[\alpha]]]]]]$, în care variabilele θ și, respectiv, α sunt înlocuite, repetat, câte o singură dată, în funcțiile $aex\theta$ și, respectiv, $Aex\alpha$.

Toate celelalte **FSM-CE** pot fi combinate, ca să genereze **FSM-CE induse** și **autoinduse** de tipul $f = sex[sex[sex[\dots sex[\theta]]]]]$, ș.m.a., în care funcția $sex\theta$ este înlocuită, repetat, de câte două ori, în expresia funcției $sex\theta = \sin[\theta - \arcsin[s.\sin \theta]]$, în cele două poziții / locuri ale variabilei θ .



Fără ca subiectul **FAI** centrice să fi fost epuizat, din condiții de spațiu /volum se va reveni în continuare la **FAI excentrice**, începând cu **FSM-CE** sinus excentric de variabilă excentrică $\theta \equiv x$.

FAI cex(x) și sex(x) se notează asemănător cu **FAI** circulare centrice, adică,

$$(2) \begin{cases} \text{cexai}_{1,2}[x] = \text{cexai}_{1,2}[A_i, n, \text{cex}[x, S(s, \varepsilon)]] \\ \text{sexai}_{1,2}[x] = \text{sexai}_{1,2}[A_i, n, \text{sex}[x, S(s, \varepsilon)]] \end{cases}$$

și au graficele din **figura 5**. Așa cum rezultă din figură FAI sinus excentrice își păstrează forma și-și reduc amplitudinile în timp ce cosinusul își schimbă forma, își micșorează amplitudinea și-și modifică (micșorează la jumătate) perioada $T = 2\pi \rightarrow T = 4\pi$.

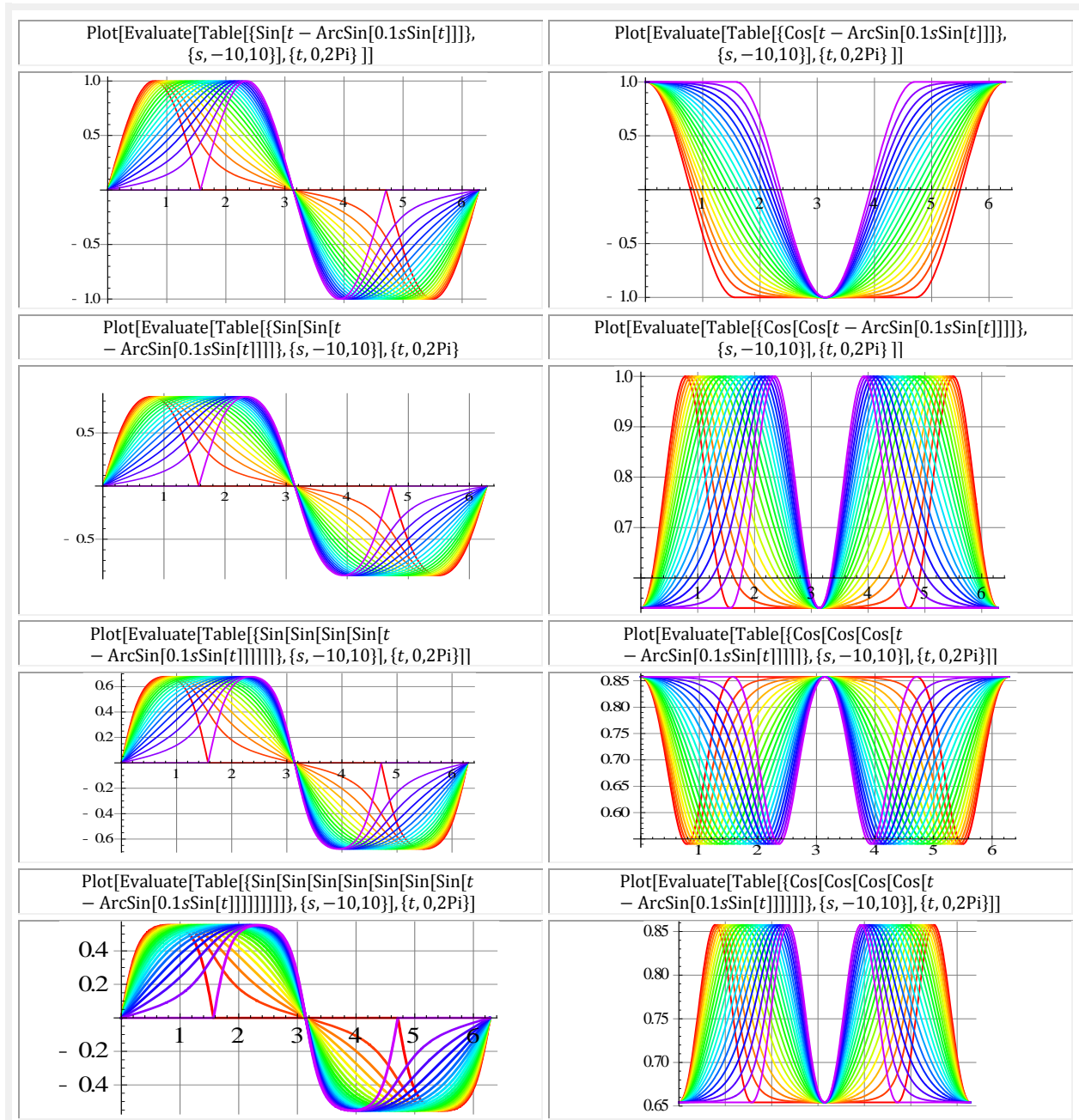
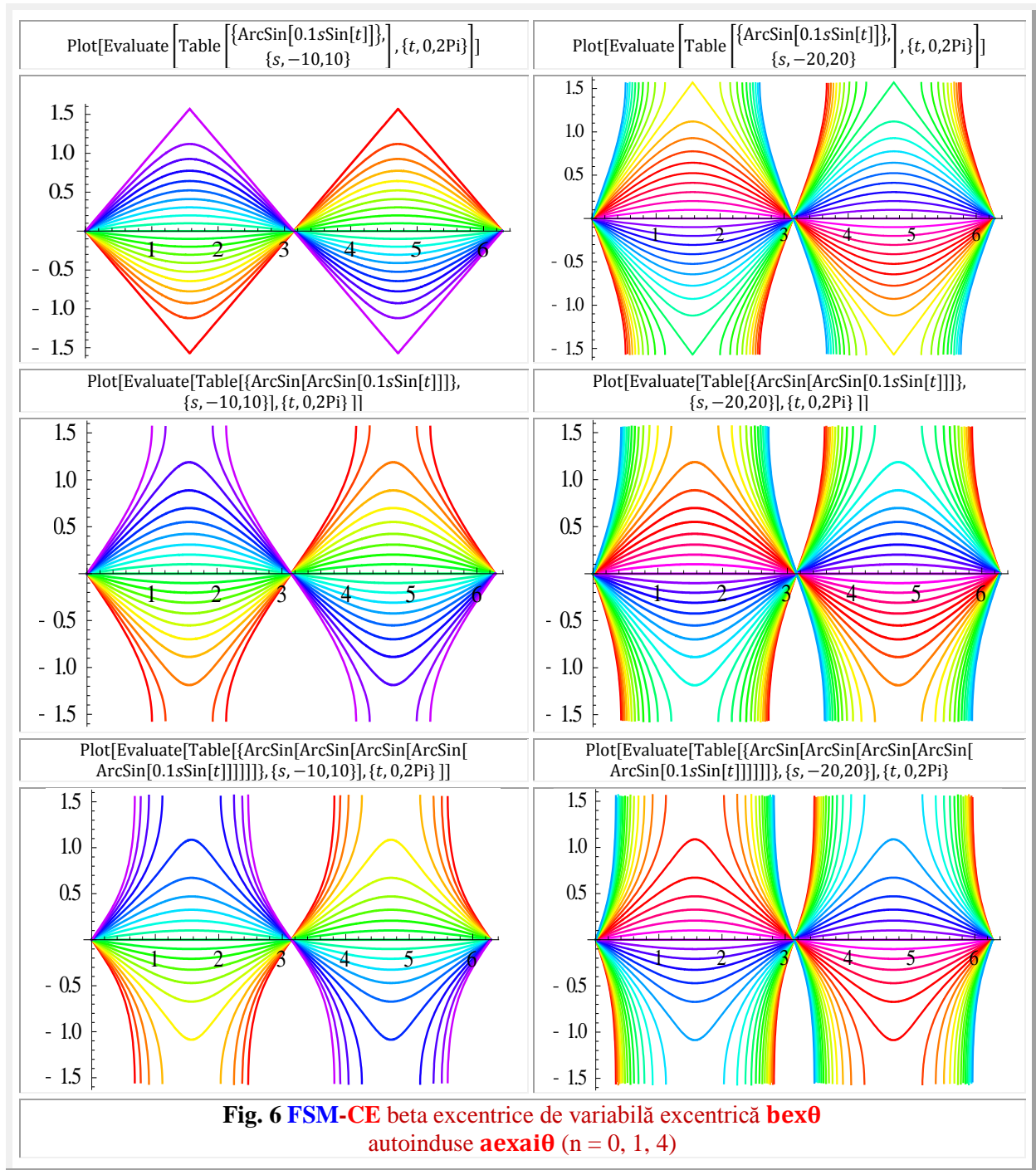
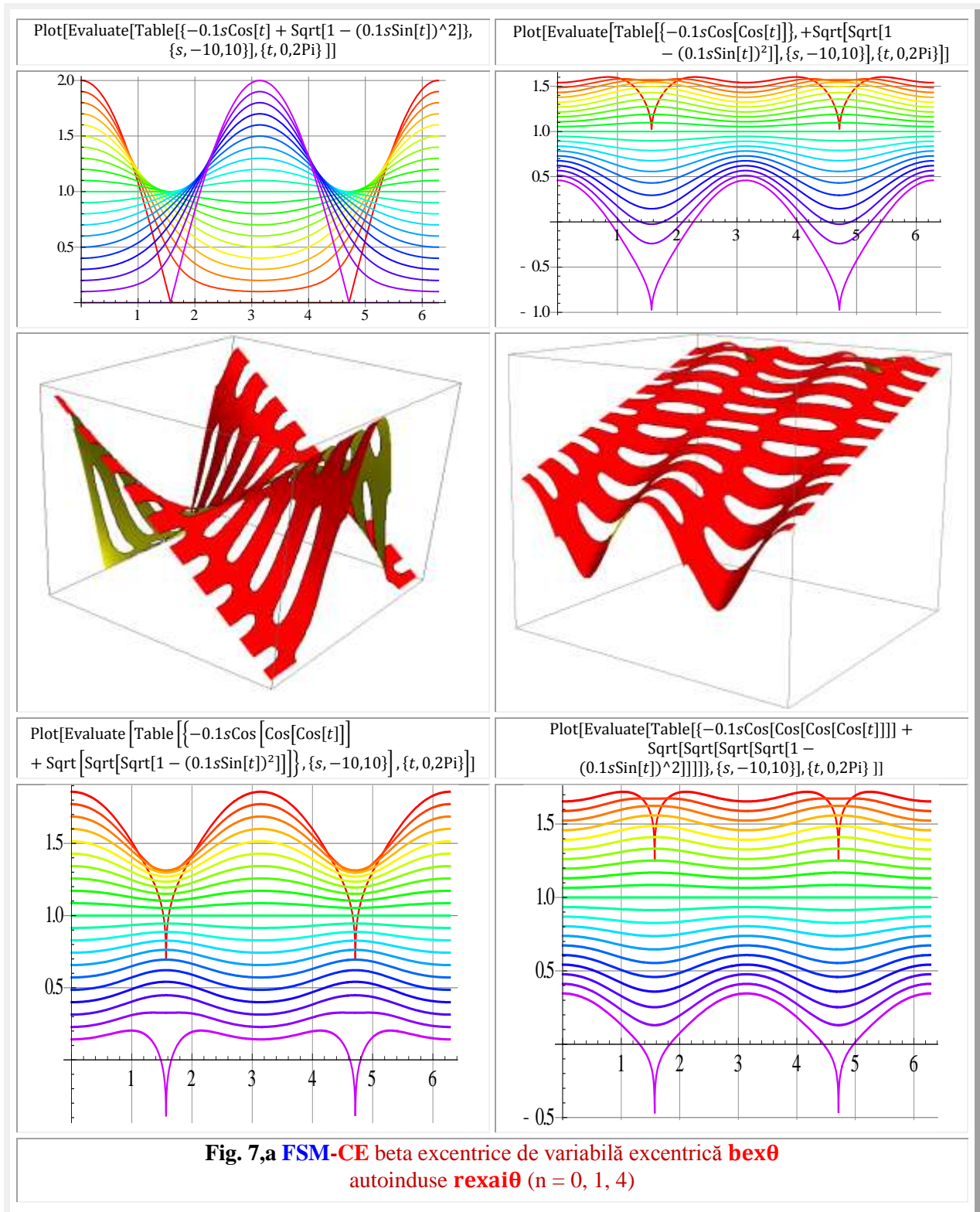


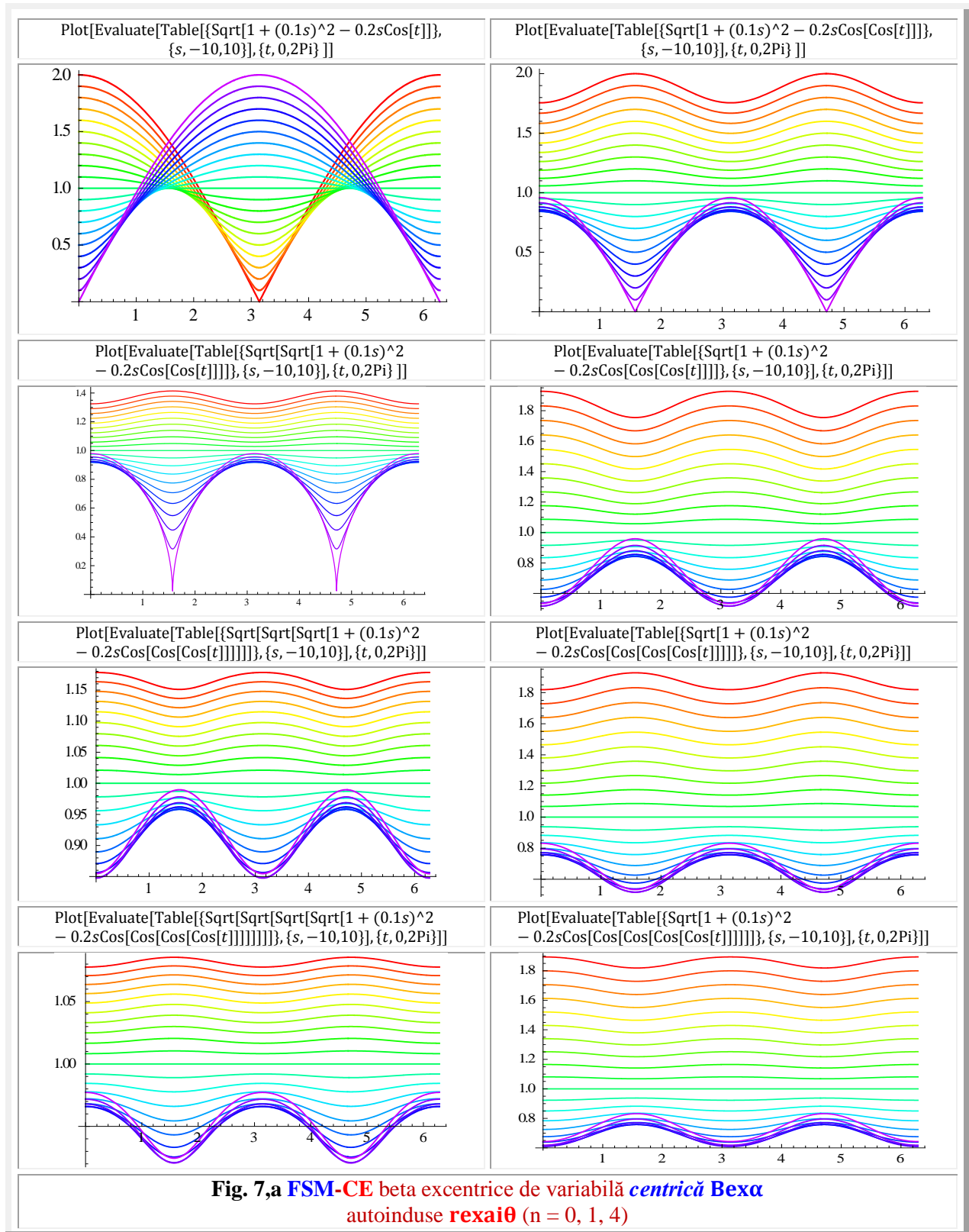
Fig. 5 FSM-CE $\text{cex}\theta$ și $\text{sex}\theta$ excentrice de variabilă excentrică θ autoinduse $\text{aexai}\theta$ ($n = 0, 1, 4$)



În figura 6 sunt prezentate FAI beta excentrice $bex\theta$ de variabilă excentrică θ . La prima autoinducție funcția își schimbă brusc aspectul, apoi la autoinducțiile următoare forma funcțiilor se păstrează, nu și valorile.

FAI radial excentrice de variabila excentrica $rexai\theta$ sunt prezentate în figura 7 iar cele derivate excentrice AI în figura 8.





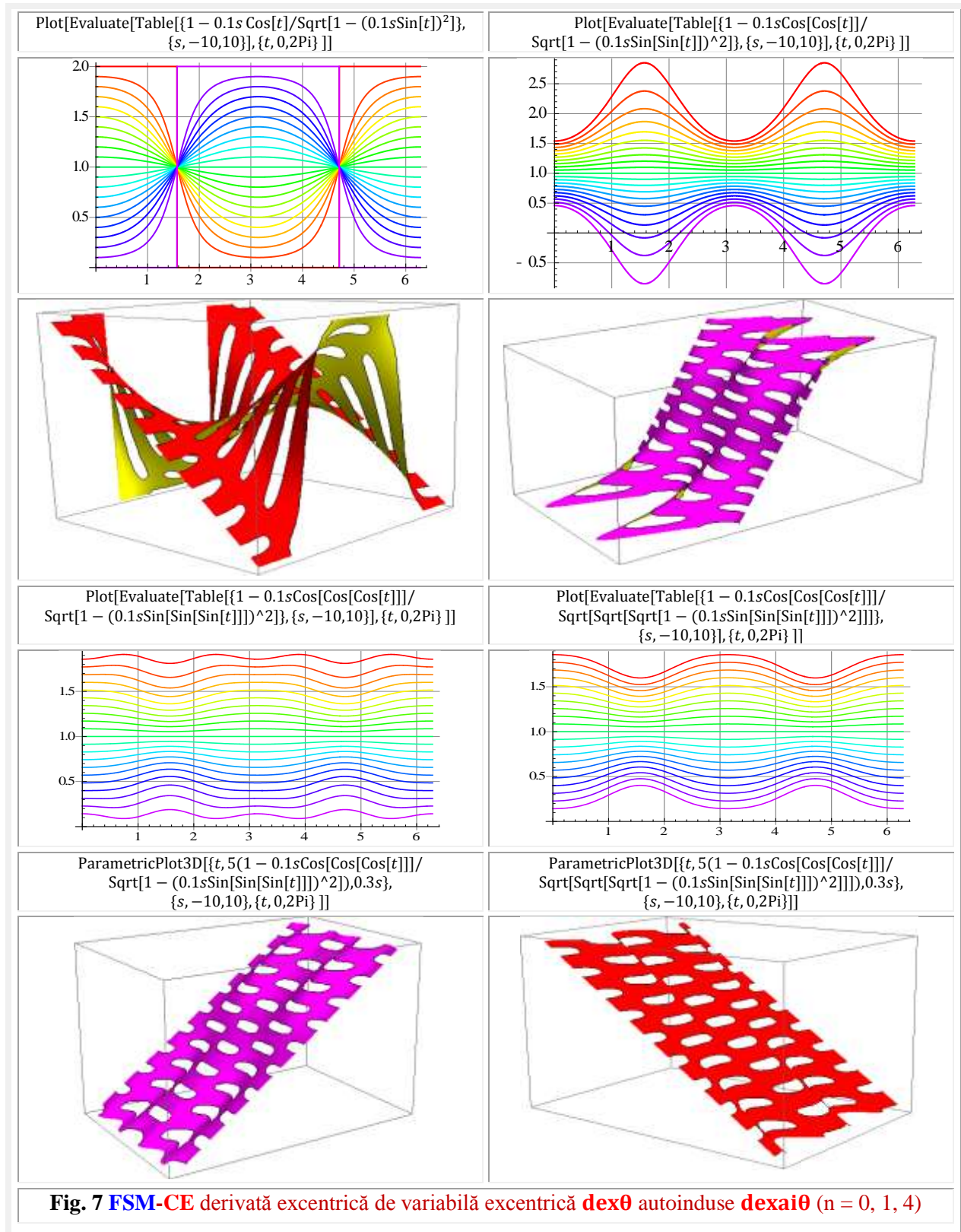


Fig. 7 FSM-CE derivată excentrică de variabilă excentrică $dex\theta$ autoinduse $dexai\theta$ ($n = 0, 1, 4$)

MOTTO:” Matematica constă în a dovedi ceea ce este evident în cel mai puțin evident mod posibil”
 George Polya

CAPITOLUL III

FUNȚII SUPERNOVE INDUSE CA FUNȚII SPECIALE

1. INTRODUCERE

Funcțiile supermatematice circulare excentrice (FSM – CE) autoinduse și induse, atât pentru **funcțiile circulare centrice (FCC) $\cos\alpha, \sin\alpha$** etc, cât și pentru cele excentrice (**$\text{cex}\theta, \text{Cex}\alpha, \text{sex}\theta, \text{Sex}\alpha$** etc), cu excepția celor care au fost prezentate într-un alt articol (**$\text{bex}\theta, \text{Bex}\alpha, \text{aex}\theta, \text{Aex}\alpha, \text{dex}\theta, \text{Dex}\alpha, \text{rex}\theta, \text{Rex}\alpha$** etc) au făcut obiectul unor capitole din lucrarea autorului **SUPERMATEMATICA**, Vol I și Vol II, ediția a 3-a, revizuită și îmbunătățită, din Editura Matrix Rom, Buc. 2015 și edițiile a 1-a și a 2-a în Editura Politehnica din Timișoara.

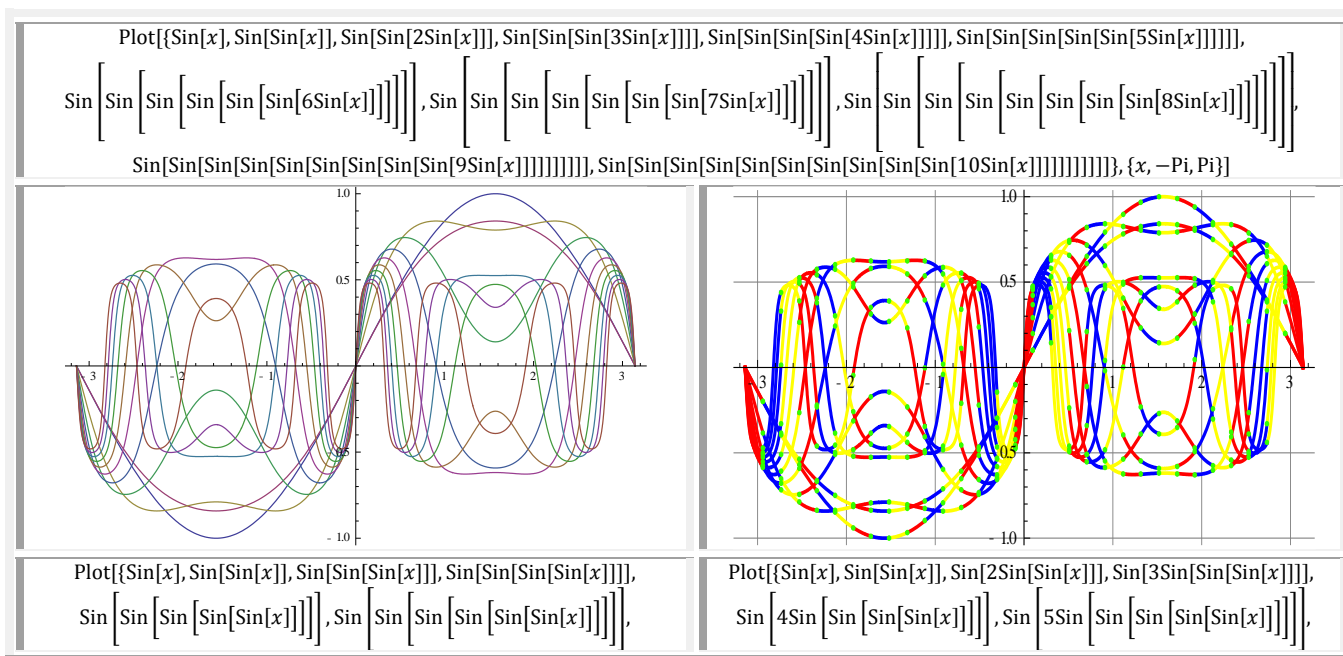
Funcțiile **autoinduse centrice** sunt de forma **$A.\sin(B.\sin(C.\sin(\dots U.\sin(\alpha))\dots))$** , de exemplu, iar cele **induse** de forma **$A.\cos(B.\sin(C.\cos(D.\tan(\dots V.\cos\alpha))\dots))$** , în care amplitudinile A, B, C, ... U, V pot fi și toate unitare.

În **matematica centrică (MC)** și în literatura ei de specialitate (v. **Rijik / Ryzhik, I.M., Gradstein / Gradshteyn I.S.**, “Tabele de INTEGRALE, SUME, SERII ȘI PRODUSE”, Ed.Tehnică, Buc. 1955) funcțiile autoinduse sunt cunoscute sub denumirea de “Funcții trigonometrice de funcții trigonometrice” - $\sin(z.\sin x)$, pag.184 - și cele induse, sub denumirea de “Funcții trigonometrice de funcții trigonometrice inverse” - $\cos(\arctan x)$, pag.185-.

Exemple de funcții circulare centrice **autoinduse** au graficele din **figura 1**, în funcție de **gradul n de autoinducție**. Astfel, **$\sin x$** este de grad 0, **$\sin(\sin x)$** are gradul 1, iar **$\sin(\sin(\sin x))$** este de gradul **n = 3**.

În **figura 1**, gradul de autoinducție este cuprins în intervalul **n ∈ [0, 10]** și se observă că, prin creșterea lui **n**, amplitudinile funcțiilor scad treptat.

Funcțiile supermatematice circulare excentrice (FSM – CE), prezentate în continuare, sunt acelea care nu au echivalente în matematica centrică (MC), așa cum au **$\cos x \rightarrow \text{cex}, \sin x \rightarrow \text{sex}$** ș.m.a.



2. POLINOAME CEBIȘEV EXCENTRICE DE PRIMA SPEȚĂ

Polinoamele lui Cebîșev de speța întâi, notate $T_n(x)$ sau $T(n, x)$, reprezintă o mulțime de polinoame ortogonale care sunt soluțiile ecuațiilor diferențiale de tip Cebîșev:

$$(1) \quad (1-x^2) \frac{d^2w}{dx^2} - x \frac{dw}{dx} + n^2w = 0$$

Primele 10 polinoame Cebîșev sunt reprezentate grafic în figura 1: $n \in [1, 5]$ ↑, $n \in [5, 7]$ ↓ ◀ și $n \in [7, 10]$ ↓ ▶.

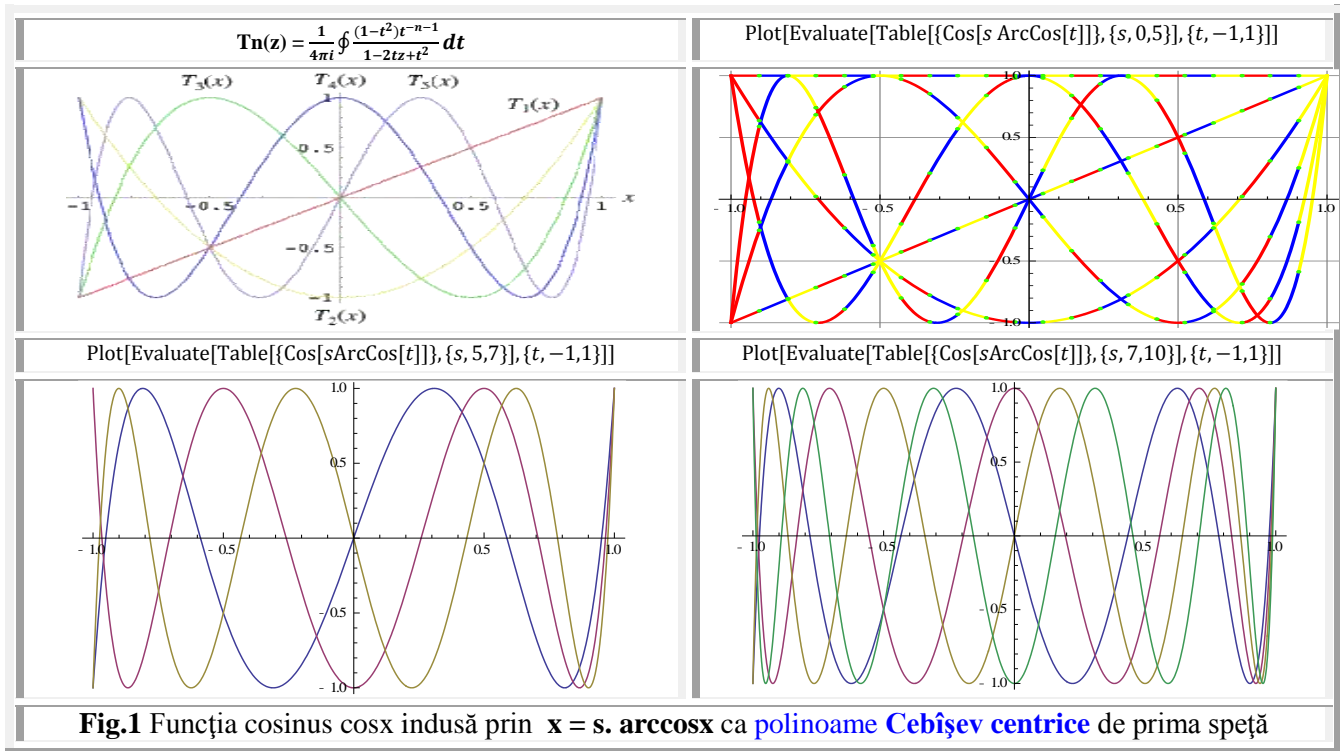


Fig.1 Funcția cosinus $\cos x$ indusă prin $x = s. \arccos x$ ca polinoame Cebîșev centrice de prima speță

Polinoamele Cebîșev pot fi exprimate prin următoarele ecuații de definiție

$$(2) \quad \begin{cases} T_n(z) = \frac{1}{4\pi i} \oint \frac{(1-t^2)t^{n-1}}{1-2tz+t^2} dt \\ T_n(z) = \\ T_n(x) = \frac{(-2)^n n!}{(2n)!} \sqrt{1-x^2} \frac{d^n}{dx^n} (1-x^2)^{n-\frac{1}{2}} \\ T_n(x) = 2^{n-1} \prod_{k=1}^n \left\{ x - \cos \left[\frac{(2k-1)\pi}{2n} \right] \right\} \\ T_n(x) = \frac{1}{2} z^2 \left[\left(\sqrt{1 - \frac{1}{z^2}} + 1 \right)^n + \left(\sqrt{1 - \frac{1}{z^2}} \right)^n \right] \end{cases}$$

dar și cu ajutorul funcțiilor induse (2')

$$(2') \quad T_n(\cos\theta) = \cos(n.\theta) \rightarrow T_n(x) = \cos[n.\arccos x] = \frac{(x+i\sqrt{1-x^2})^n + (x-i\sqrt{1-x^2})^n}{2} = \sum_{m=0}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{2m} (x^2-1)^m$$

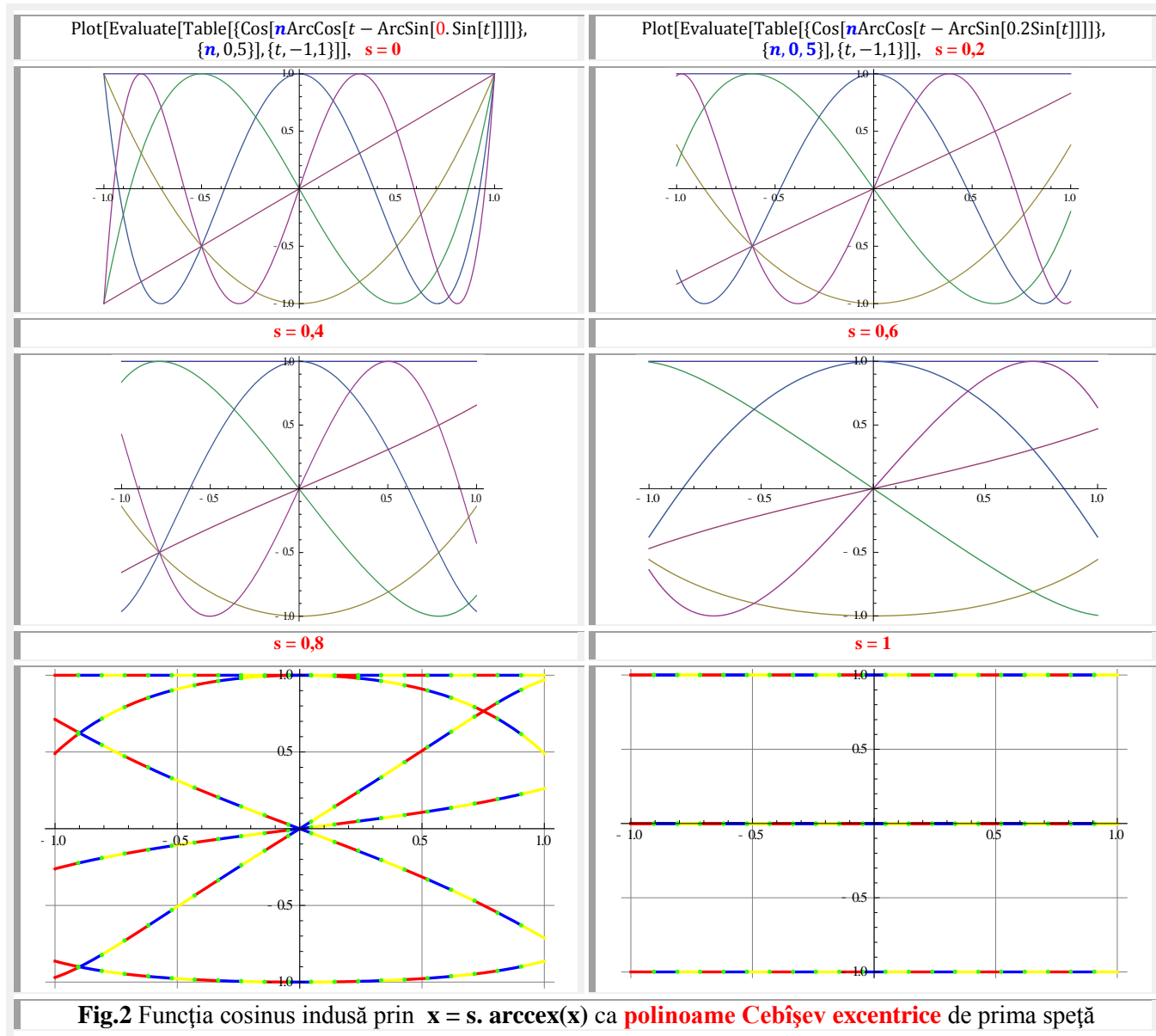
$$= x^n - \binom{n}{2} x^{n-2} (1-x^2) + \binom{n}{4} x^{n-4} (1-x^2)^2 - \binom{n}{6} x^{n-6} (1-x^2)^3 + \dots$$

cu proprietățile:

$$(3) \quad \int_{-1}^{+1} \frac{T_n(x).T_m(x)dx}{\sqrt{1-x^2}} = \begin{cases} 0, m \neq n \\ \frac{\pi}{2}, m = n \neq 0 \\ \pi, m = n = 0 \end{cases}$$

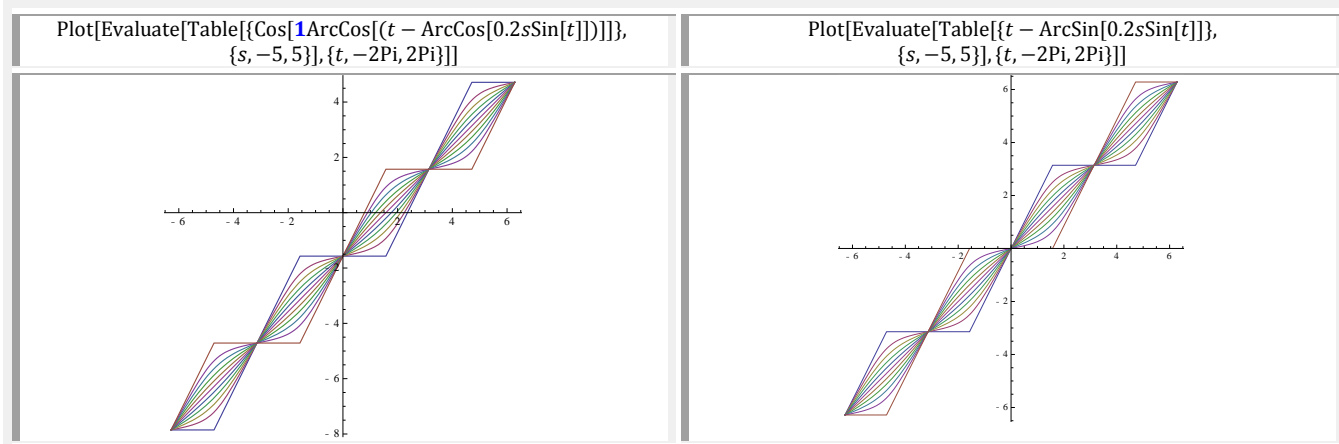
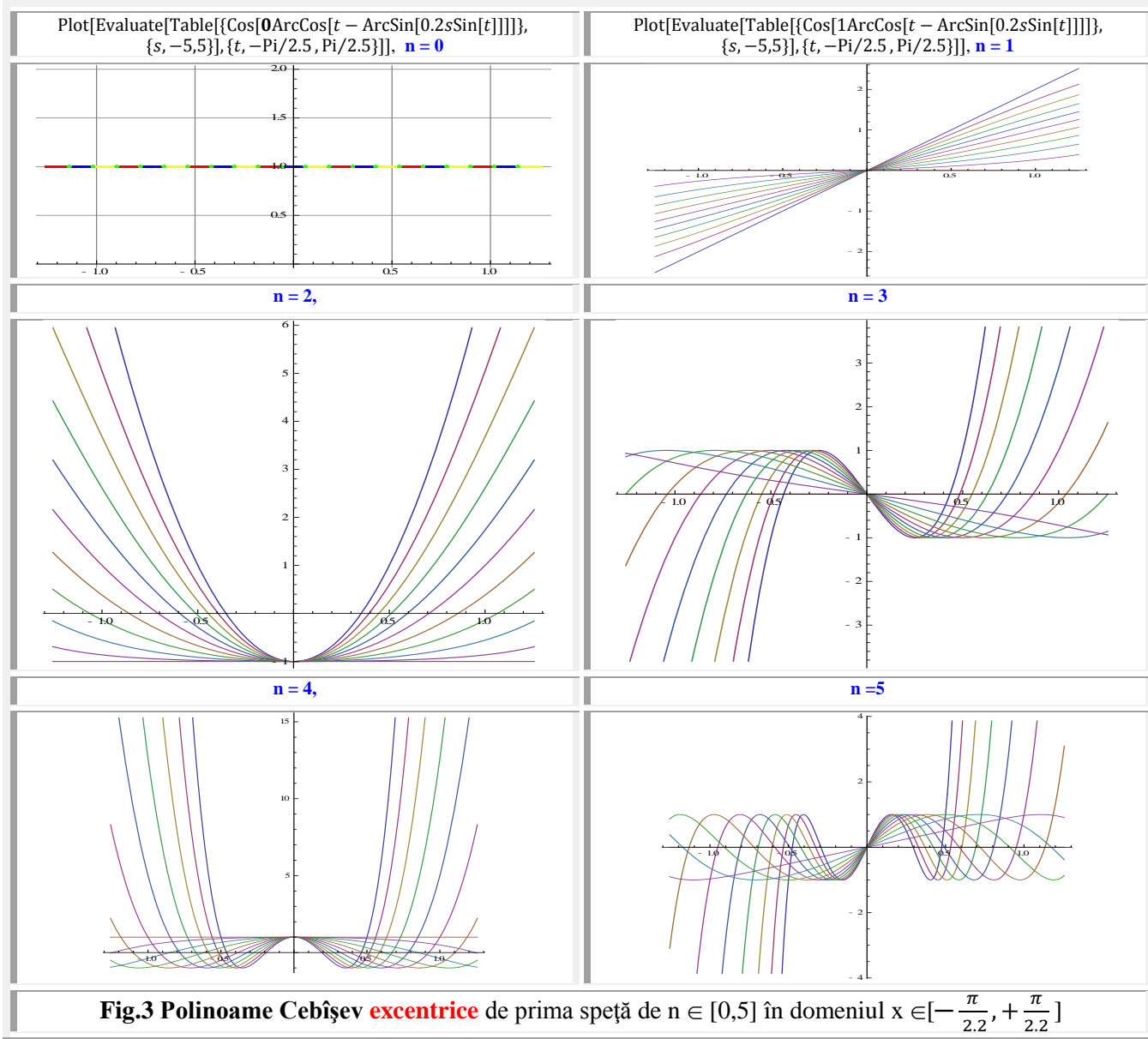
Ecuțiile (2') permit multiplicarea polinoamelor Cebîșev de la câte unu pentru fiecare n la o infinitate de polinoame excentrice pentru fiecare n , prin trecerea din **centric** în **excentric**, adică, prin trecerea de la funcțiile circulare centrice (FCC) $\cos\alpha$ și $\sin\alpha$ la **funcțiile supermatematice circulare excentrice (FSM-CE)** corespunzătoare $\text{cex}\theta$ și $\text{sex}\theta$, exprimate de ecuațiile de definiție, pentru un **excentru** punct fix sau mobil în planul cercului unitate $\text{CU}[\mathbf{R} = 1, \mathbf{O}(0,0)]$ de coordonate polare $\mathbf{S}(s, \varepsilon)$:

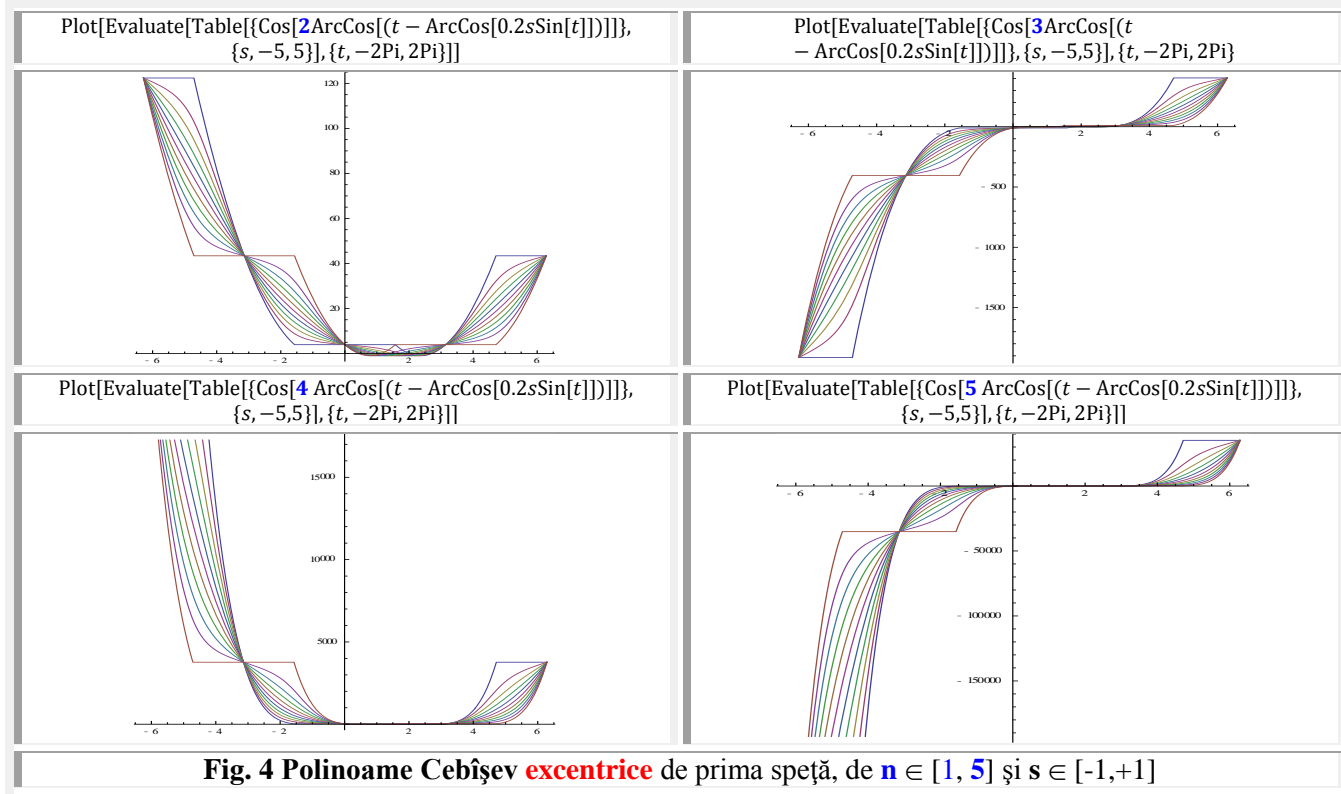
$$(4) \begin{cases} \text{cex}\theta = \cos\alpha(\theta) = \cos[\theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]] \\ \text{sex}\theta = \sin\alpha(\theta) = \sin[\theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]] \end{cases}$$



Pentru $s = 0$, **polinoamele Cebîșev supermatematice (PCSM)** degerează în cele centrice, așa cum rezultă din **figura 2** $\uparrow\blacktriangleleft$, iar pentru $n \in [0, 5]$ și $s = 0, 2n \in [0, 1]$ graficele sunt prezentate sus- dreapta $\uparrow\blacktriangleright$.

Din **figura 2** se constată că prin creșterea **excentricității liniare numerice s**, apare o deplasare / fugă a punctelor curbelor spre cele două extremități ale axei $x \in [-1, +1]$, astfel că unele segmente / porțiuni de curbă sunt exterioare domeniului. De aceea, în **figurile 3**, și **4** sunt prezentate curbele și în afara acestui domeniu





În figura 4 \blacktriangle au fost reprezentate și **FSM-CE amplitudine excentrică** $ax\theta = \theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \epsilon)]$, față de care, **polinoamele Cebîșev excentrice** de $n = 1$ sunt translatate paralel, în sensul negativ, al axei Oy .

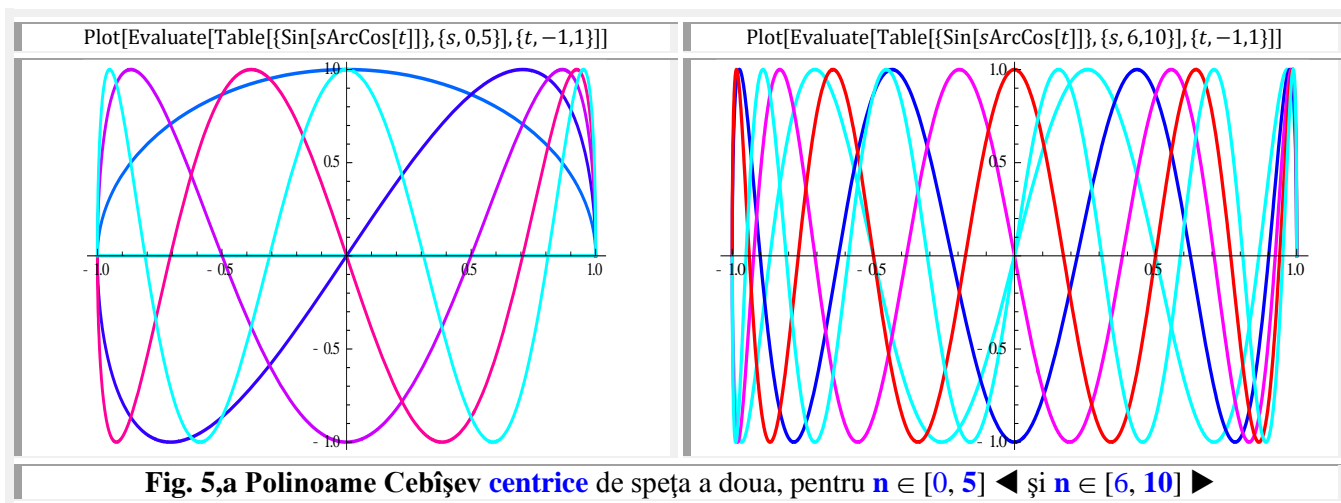
3. POLINOAME CEBÎȘEV **EXCENTRICE** DE SPEȚA A DOUA

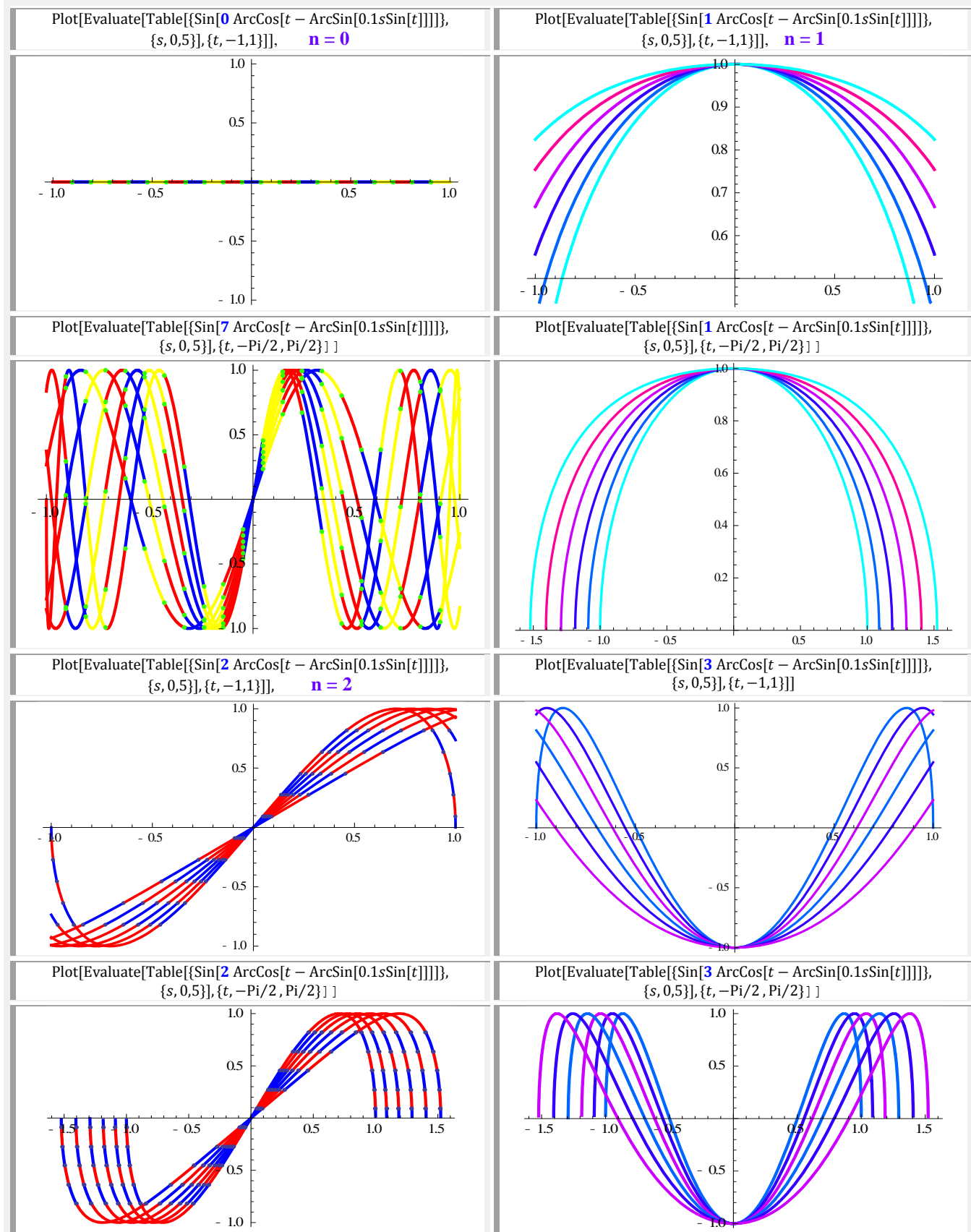
Polinoamele **Cebîșev centrice** de speța a doua, notate $U_n(x)$ pot avea ecuația exprimată și de funcția circulară centrică indusă:

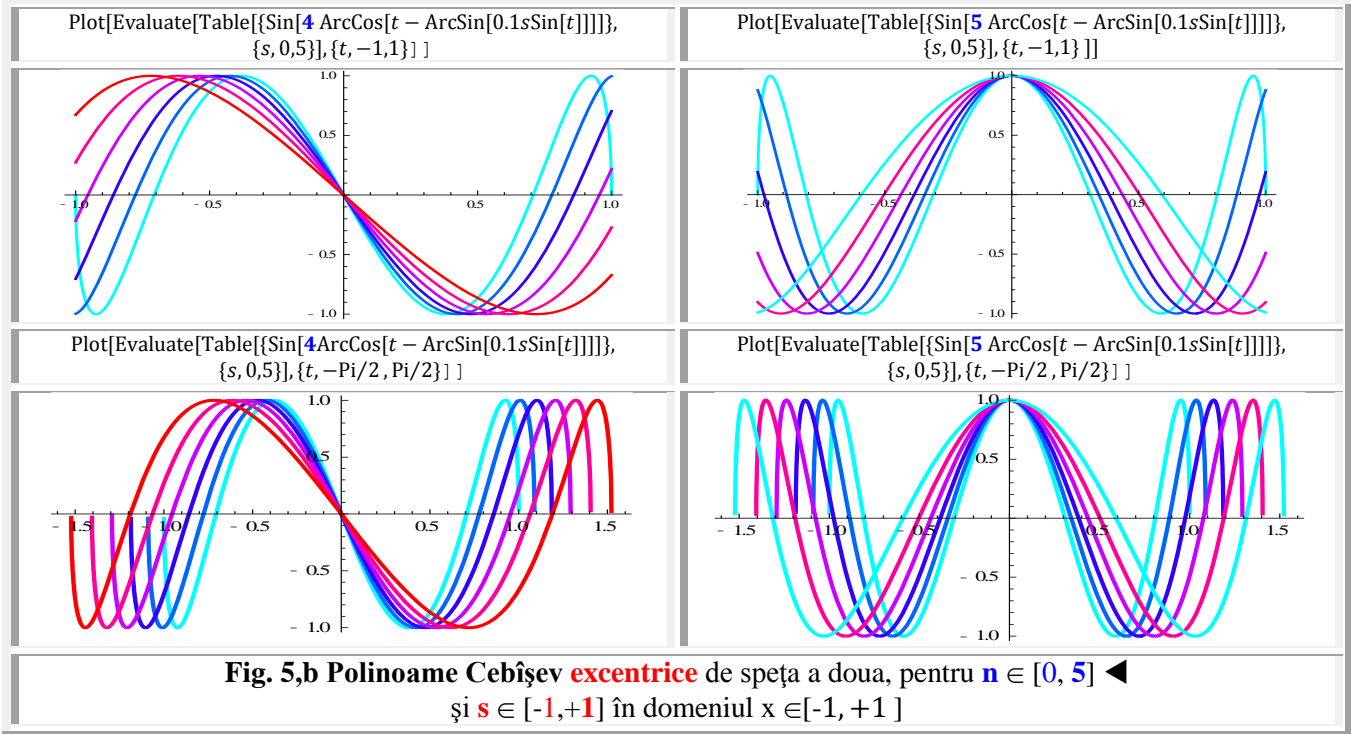
(5) $U_n(x) = \sin[n \cdot \arccos x]$

iar cele **excentrice** se obțin, ca și în cazul anterior, prin înlocuirea funcției **CC cosx** cu **FSM-CE cex θ** și rezultă :

(6) $U_{e,n}(x) = \sin[n \cdot \arccos(\theta - \arcsin(s \cdot \sin(\theta - \epsilon)))]$







Dacă polinoamele Cebîşev de speța a 2-a **centrice** (Fig. 5,a) există doar în domeniul $x \in [-1, +1]$ cele **excentrice** există și în domeniul mai extins $x \in [-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}]$ (Fig. 5,b).

4. FUNCȚIILE GENERATOARE ALE POLINOAMELOR CEBÎȘEV

Câteva funcții generatoare sunt prezentate în lucrarea lui Gh. Mocica "PROBLEME DE FUNCȚII SPECIALE" EDP, Buc. 1988, la care s-au adăugat și expresiile echivalente exprimate cu **funcții supermatematice circulare excentrice** (FSM- CE) de variabilă **centrică** α , (**Dex** și **Rex**) au expresiile :

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1-s \cdot \cos \alpha}{1+s^2-2s \cos \alpha} &= \frac{1-sx}{1+s^2-2sx} = \sum_{n=0}^{\infty} T_n(x = \cos \alpha) \cdot s^n = Dex\alpha \\ \frac{1}{1+s^2-2s \cos \alpha} &= \frac{1}{1+s^2-2sx} = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(x = \cos \alpha) s^n = \frac{1}{Re x^2 \alpha} \\ \frac{1-s^2}{1+s-2s \cos \alpha} &= \frac{1-s^2}{1+s^2-2sx} = T_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} T_n(x = \cos \alpha) = 2Dex\alpha - 1 \\ \ln(1+s^2-2s \cos \alpha) &= \ln(1+s^2-2sx) = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_n(x = \cos \alpha)}{n} s^n = 2 \ln(Re x \alpha) \\ \ln \frac{1+s^2+2s \cdot \cos \alpha}{1+s^2-2s \cos \alpha} &= \ln \frac{1+s+2sx}{1+s-2sx} = 4 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{T_{2n+1}(x = \cos \alpha)}{2n+1} s^n = 2 \ln \left| \frac{Re x_2 \alpha}{Re x_1 \alpha} \right| \end{aligned} \right.$$

în care, polinoamele Cebîşev de primul gen / speța T_n și de speța / genul a doua U_n sunt date de expresiile:

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} T_n(x = \cos[n \cdot \arccos(x = \cos \alpha)]) &= \cos n\alpha, n \in Z_+ \\ U_n(x = \cos \alpha) &= \frac{\sin[(n+1) \cdot \arccos(x = \cos \alpha)]}{\sin[\arccos(x = \cos \alpha)]} = \frac{\sin[(n+1)\alpha]}{\sin \alpha}, n \in Z_+ \end{aligned} \right.$$

și formează un șir ortogonal pe intervalul $[-1, 1]$ în raport cu ponderea

$$(9) \quad \rho = \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\cos^2 \alpha} = \pm \sin \alpha$$

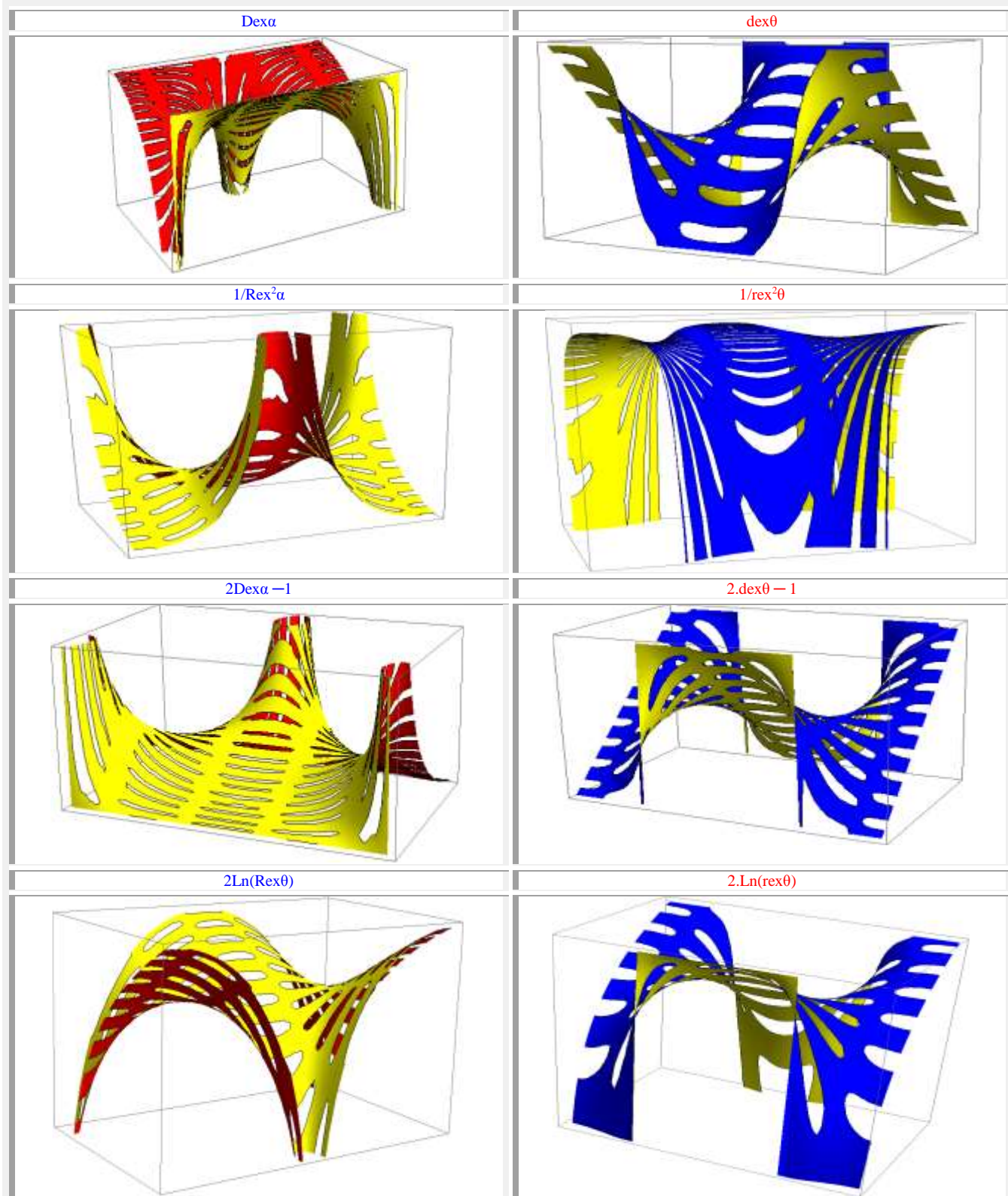


Fig. 6,a Graficele funcțiilor generatoare ale polinoamelor Cebîșev exprimate cu **funcții supermatematice circulare excentrice** de variabila centrică α ◀ si de variabile excentrice θ ▶ de speța întâi în 3D

Graficele funcțiilor generatoare ale polinoamelor **Cebîșev centrice** de prima speță, ca funcții de x au expresiile (http://ro.math.wikia.com/wiki/Polinom_Cebîșev_de_speța_întâi):

$$(10) \begin{cases} g_1(t, x) \equiv \frac{1-t^2}{1+t^2-2xt} = T_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} T_n(x) \cdot t^n \\ g_2(t, x) \equiv \frac{1-x \cdot t^2}{1+t^2-2xt} = \sum_{n=0}^{\infty} T_n(x) \cdot t^n \end{cases}$$

cu ajutorul cărora au fost reprezentate $g_1(t, x)$ $\uparrow \blacktriangleleft$ și $g_2(t, x)$ $\downarrow \blacktriangleleft$ ca funcții de x în stînga \blacktriangleleft **figurii 6** și ca funcții de $\alpha \rightarrow x = \text{coa}\alpha$ din ecuațiile (7) - în dreapta.

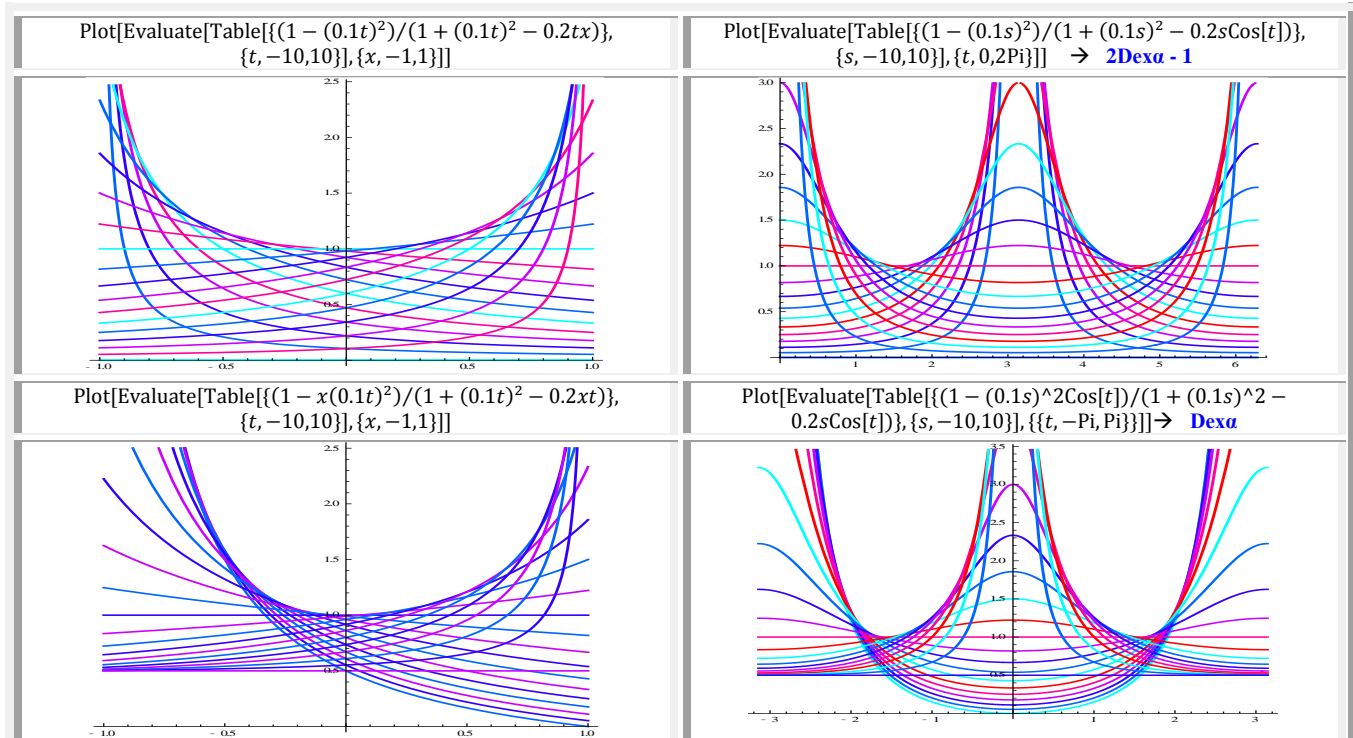


Fig .6,b Graficele funcțiilor generatoare ale polinoamelor **Cebîșev centrice** de speță întâi

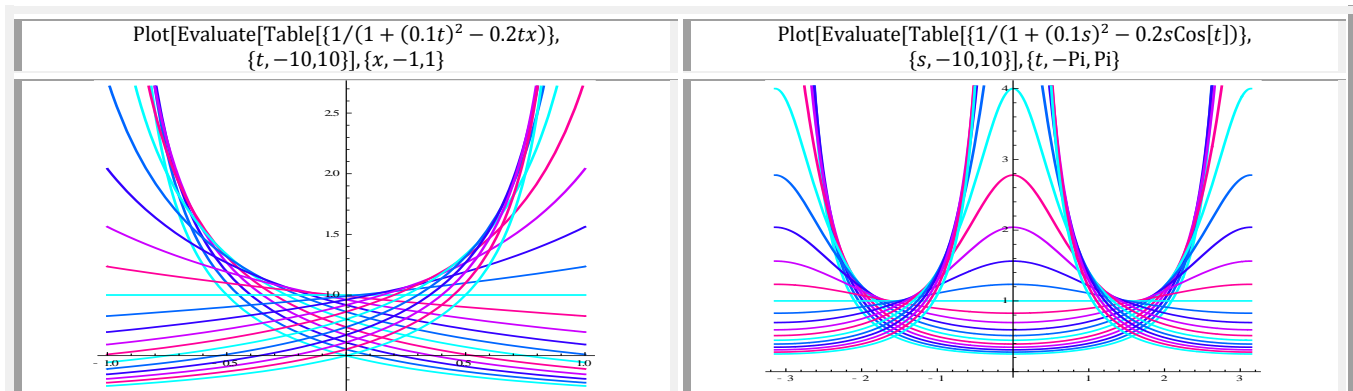


Fig. 7 Graficele funcțiilor generatoare ale polinoamelor **Cebîșev centrice** de speță a doua

În **figura 7** sunt prezentate graficele funcțiilor generatoare ale polinoamelor **Cebîșev centrice** de speță a doua.

Motto:” Geometria este știința care restaurează situația dinainte de creația lumii și încearcă să umple “golul” renunțând la oficiile materiei ”

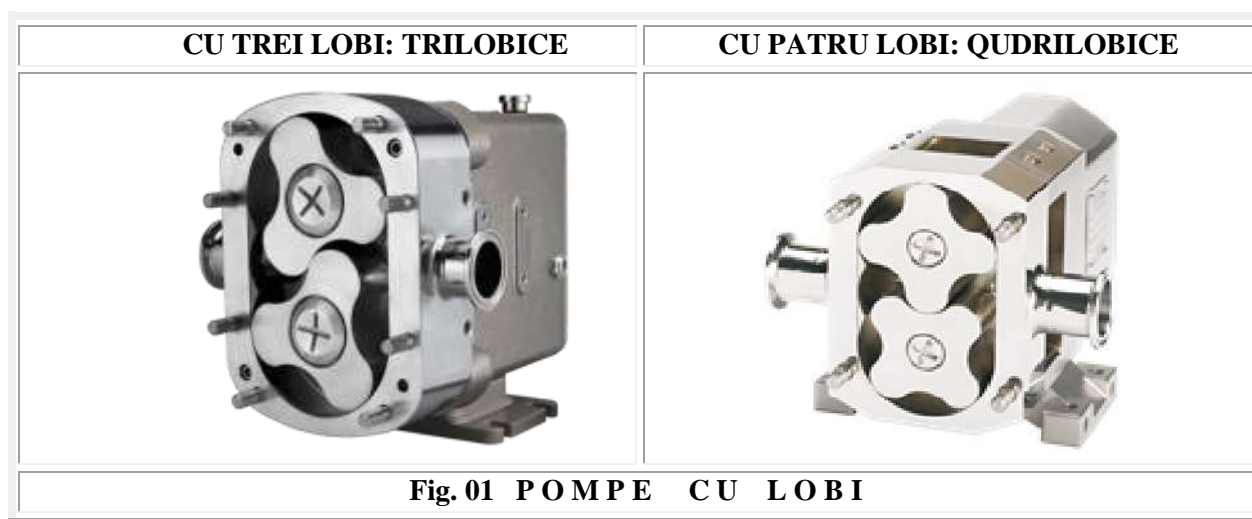
Lucian Blaga, *Discobolul*

CAPITOLUL IV

FUNȚII TRILOBOQUDRILBICE

0 INTRODUCERE

În domeniul tehnic, **loba** a apărut ca o proeminență alungită a unui arbore cu came, apoi ca rotoare de pompe cu 2, 3 sau 4 lobi (Fig. 01) și de foarte curând și în matematică, și mai precis în **supermatematică (SM)**, odată cu descoperirea **funcțiilor supermatematice circulare excentrice (FSM–CE)**.



Lobele n-au apărut din senin ci, la transformarea continuă a cercului în pătrat și invers, s-a observat că există o serie de forme intermediare între cerc și pătrat care prezintă curbe închise cu patru lobi din care cauză au fost denumite quadrilobe (cvadrilobe). Deci primele lobe apărute în **SM** au fost quadrilobele.

Ele s-au dovedit eficiente la soluționarea unor vibrații neliniare, denumite vibrații qudrilobice, descrise de mișcarea unui punct pe o quadrilobă, iar după susținerea și publicarea lucrării (Șelariu Mircea, “QUADRILOBIC VIBRATION SYSTEMS” The 11 –th International Conference on Vibration Engineering, Timișoara, Sept. 27-30, 2005, pag. 77 ... 82) mi s-a comunicat printr-un e-mail că denumirea de quadrilobic (și nu cvadrilobic) a fost introdusă în dicționarul internațional de matematică.

Se poate afirma că cercul este o quadrilobă de excentricitate numerică $s = 0$, iar pătratul o quadrilobă de excentricitate numerică $s = \pm 1$. La transformarea continuă a sferei în cub și invers au apărut cilindri cu secțiuni variabile între cerc ($s = 0$) și pătrat ($s = \pm 1$). Au fost denumiți **cilindrii quadrilobici**. Așa cum rezultă din centrul **figurii 02**, laturile lobelor au raza de curbură care variază de la $R = 1$, pentru cercul unitate CU(O,1), la $R = \infty$ pentru pătratul perfect. Pentru $s = 0,98$ se obține un pătrat cu colțurile rotunjite / racordate.

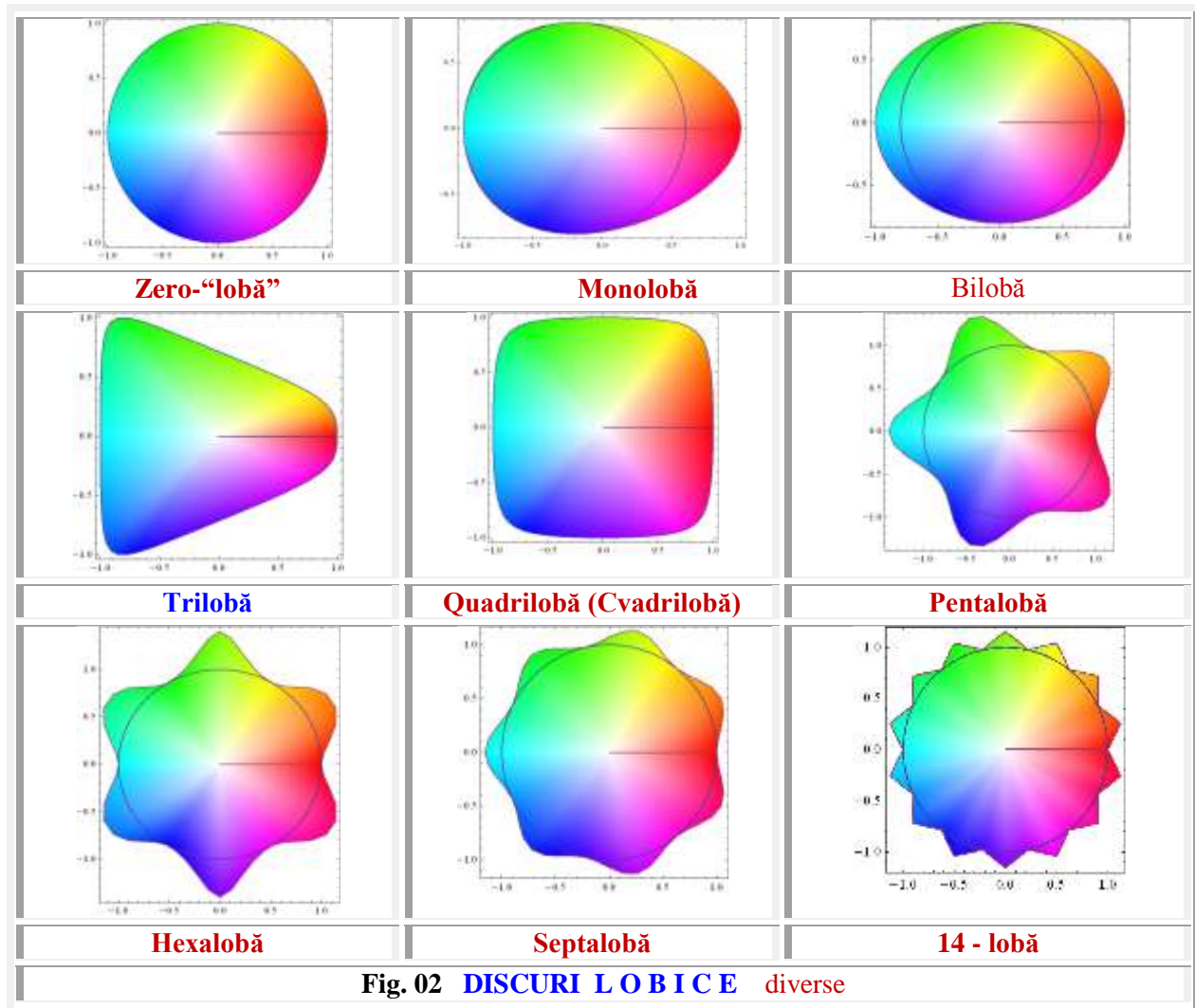
Cvadrilobele (în limba engleză quadrilobes) exterioare cercului unitate sau trigonometric (**Fig. 1**), de raza $R = 1$, au fost introduse în matematică în anul 2005, ca și trilobe și polilobe, prin lucrarea anterior

amintită, simultan cu funcțiile periodice cvadrilobe cosinus cvadrilob $coq\theta$ și sinus cvadrilob $siq\theta$ a căror expresii de definiție sunt:

$$(1) \quad \begin{cases} coq\theta = coq[\theta, S(s, \varepsilon)] = \frac{\cos(\theta - \varepsilon)}{\sqrt{1 - s^2 \sin^2(\theta - \varepsilon)}} \\ siq\theta = siq[\theta, S(s, \varepsilon)] = \frac{\sin(\theta - \varepsilon)}{\sqrt{1 - s^2 \cos^2(\theta - \varepsilon)}} \end{cases}$$

în care s și ε sunt coordonatele polare radiale și, respectiv, unghiulare ale **excentrului** sau polului $S(s, \varepsilon)$: raza polară s , sau **excentricitatea numerică** liniară și unghiul polar sau azimutul ε , sau **excentricitatea unghiulară**.

O serie de discuri lobice sunt prezentate în **figura 02**.



Pentru $s = \pm 1$ cvadriloba degenerază într-un pătrat perfect, circumscris cercului unitate (**Fig. 1,a** și **Fig. 2**), denumit și **pătrat supermatematic (SM)** pentru a se distinge de pătratul **Alaci**, înscris în cercul unitate și rotit cu $\pm \pi/4$ (**Fig. 1,b**, **Fig. 3** și **Fig. 4**).

În lucrarea amintită, au fost prezentate și aplicațiile acestor funcții, la descrierea unor sisteme oscilante de caracteristică elastică statică (CES) neliniară de forma **CES Duffing** și de forță elastică F_e .

(2) $F_e = kx \pm \mu x^3$

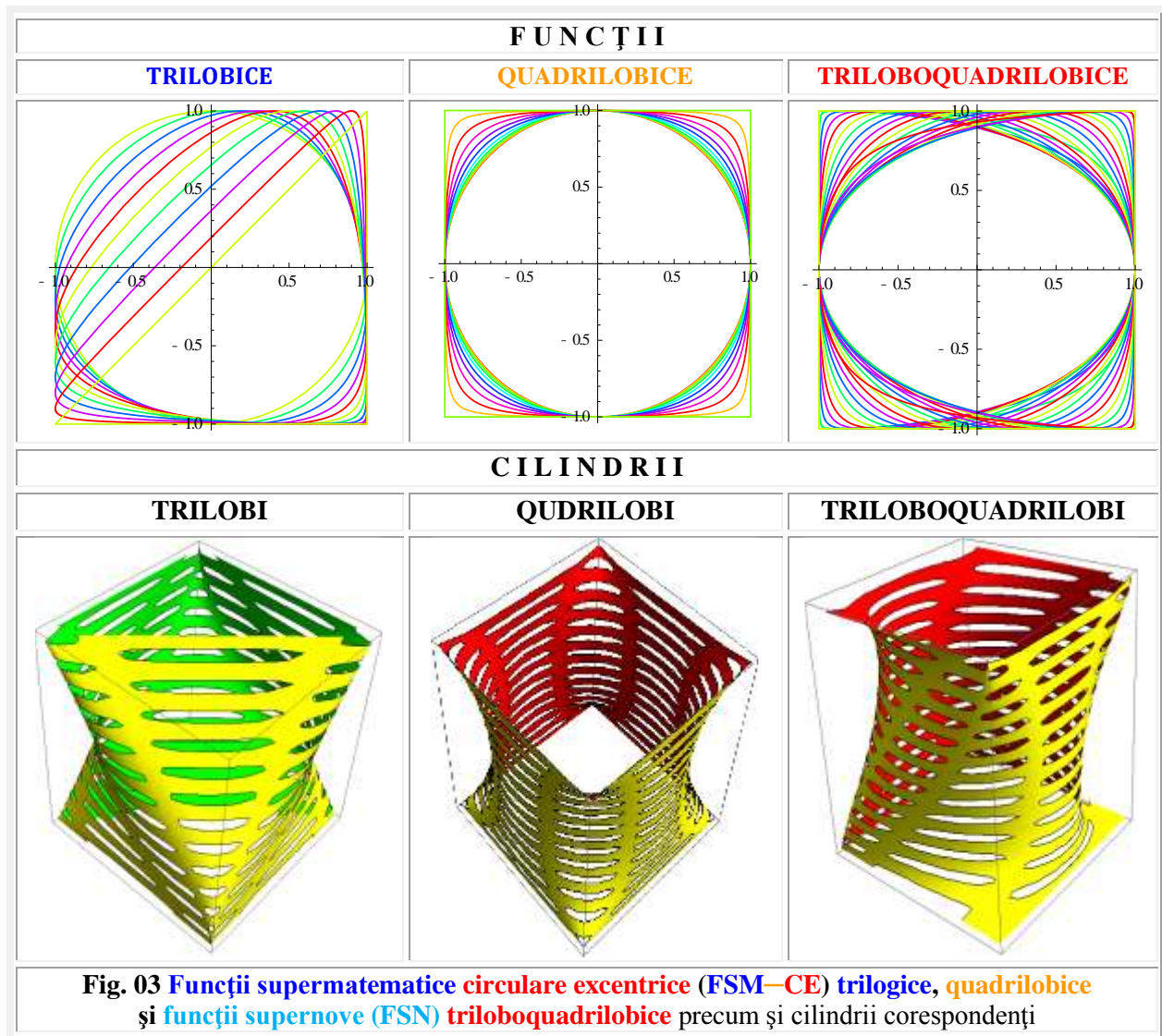
cu un termen în plus, de ordinul 5, față de CES **Duffing**, adică de forma

(3) $F_e = ax + bx^3 + cx^5$,

a căror formă explicită, la proiectarea mișcării circulare de viteză unghiulară constantă Ω , în jurul excentrului punct fix $S(s \equiv k, \varepsilon = 0)$, adică s și $\varepsilon \rightarrow$ constante, a unui punct de masă $m = 1$, pe cvadriloba exterioară, mișcare proiectată pe axa x și, respectiv, y este [9]

(4)
$$\begin{cases} F_e(x) = \frac{\Omega^2}{1-k^2} [(1-2k^2)x + 2k^2(2+k^2)x^3 + 3k^4x^5] \\ F_e(y) = \frac{\Omega^2}{1-k_2} [(1+2k^2)y - 2k^2(2+k^2)y^3 + 3k^4y^5] \end{cases}$$

în care $k \equiv s$.



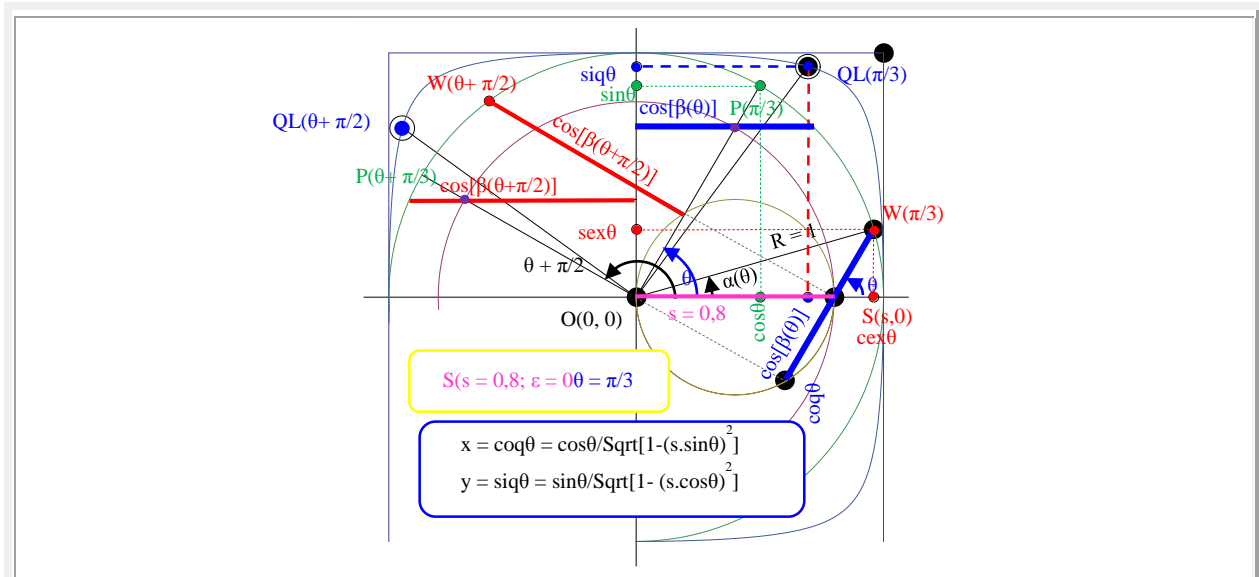


Fig. 1,a Reprezentarea grafică a cvadrilobelor interioare de $s = 0,8$ și $\theta = \pi/3$ și a funcțiilor cosinus și sinus: \circ centrice ($\cos\theta, \sin\theta$), \bullet excentrice ($\text{cex}\theta, \text{sex}\theta$) și \square cvadrilobe ($\text{coq}\theta, \text{siq}\theta$)

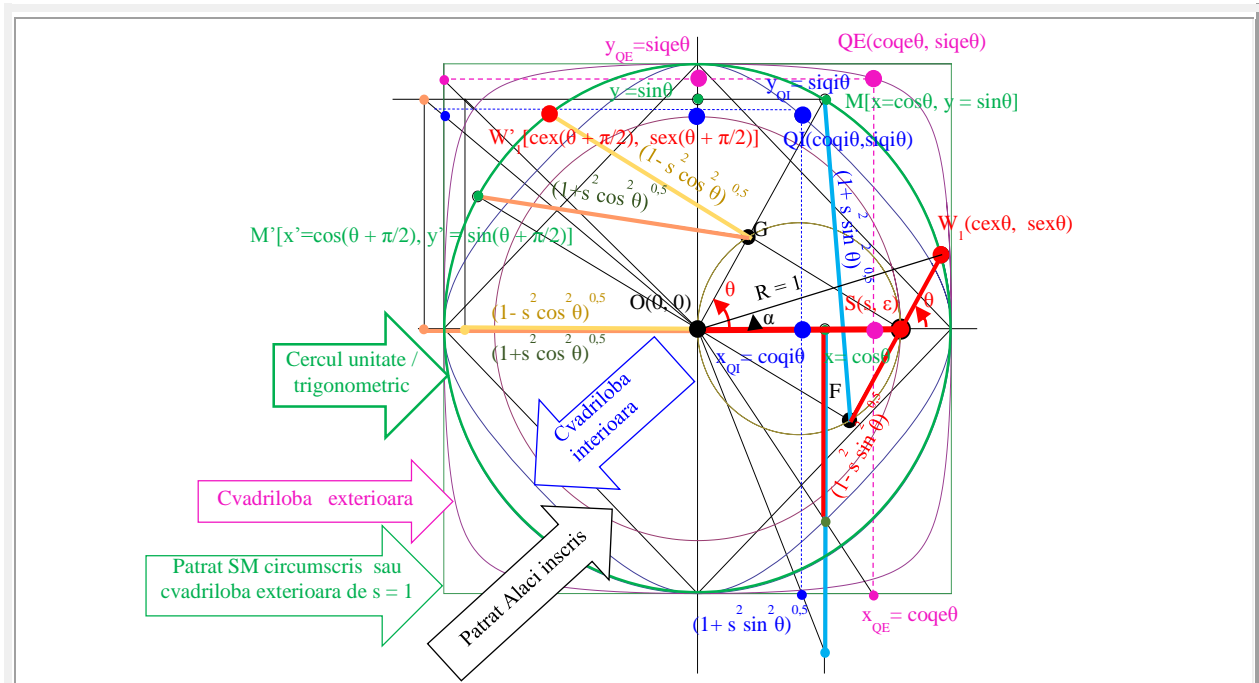


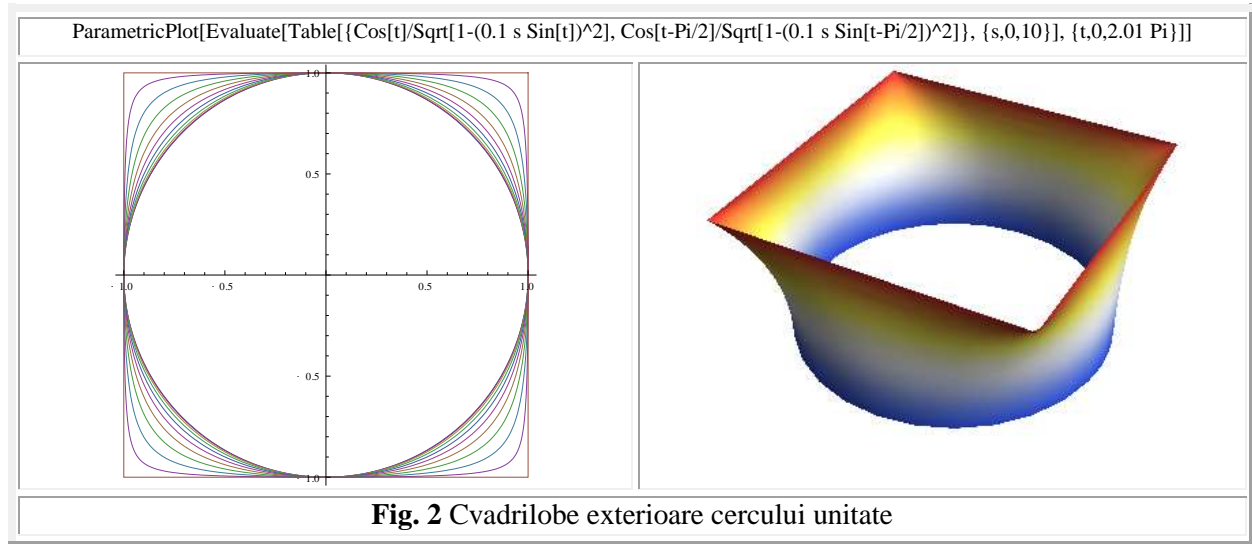
Fig. 1,b Reprezentarea grafică a cvadrilobelor interioare și a cvadrilobelor exterioare cercului unitate/trigonometric și a funcțiilor cosinus și sinus cvadrilobe

www.SuperMathematica.com www.SuperMatematica.Ro

Odată cu apariția și a cvazicvadrilobelor interioare cercului unitate, cosinusul și sinusul cvadrilobice exterioare se notează ca și până în prezent, adică **coqθ** și **siqθ**, iar cele interioare se vor nota cu un **q** (cvazi

/ quasi) suplimentar, adică **qcoq θ** și **qsiq θ** , pentru diferențierea lor și pentru evitarea confuziilor, altfel posibile.

Pentru ca o curbă să fie din **familia lobelor** (bi-, tri-, cvadri-, ș.a.m.d) ea trebuie să îndeplinească următoarele condiții:



- 1) Să fie o curbă închisă, pentru toate valorile date excentricității numerice liniare **s** în domeniul **s** $\in [0, 1] \rightarrow \mathbf{S}(s \in [0, 1]; \varepsilon = 0)$;
- 2) Pentru **s = 0** să degenereze într-un cerc perfect;
- 3) Pentru **s = 1** să degenereze într-un poligon perfect, regulat sau neregulat.

Se spune că “degenerează” pentru că, plecând de la **s = 0**, care este domeniul matematicii centrice (**MC**), la **s = 1**, se ajunge la un poligon, adică, din nou la o figură comună matematicii ordinare. Ambele poligoane, sau pătrate, de exemplu, sunt identice **ca formă**, și totuși, diferențele dintre poligoanele sau pătratul **MC** și poligoanele sau pătratul matematicii excentrice (**ME**) sunt **colosale**.

Pătratul **MC** nu are ecuații sau, mai precis, nu avea ca cercul, de exemplu, el compunându-se din patru segmente de dreaptă congruente și paralele, două câte două, pe când pătratul **ME** are ecuațiile parametrice (1), obținute pentru **s = ± 1** în ecuațiile (1) sau cu ajutorul funcției supermatematicii circulare excentrice (**FSM-CE**) derivată excentrică de variabilă excentrică **dex θ**

$$(5) \quad \begin{cases} x = R \, dex[\theta, S(s, \varepsilon)] \\ y = R \, dex[\theta \pm \frac{\pi}{2}, S(s, \varepsilon)] \end{cases} \quad dex\theta = 1 - \frac{s \cdot \cos(\theta - \varepsilon)}{\sqrt{1 - s^2 \cos^2(\theta - \varepsilon)}}$$

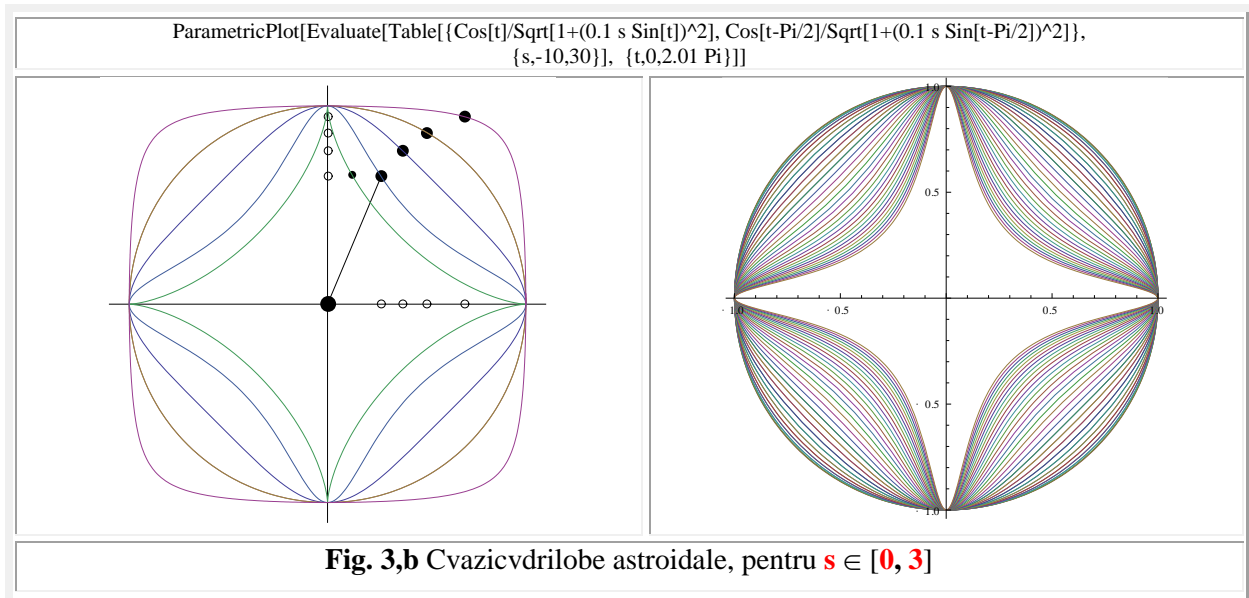
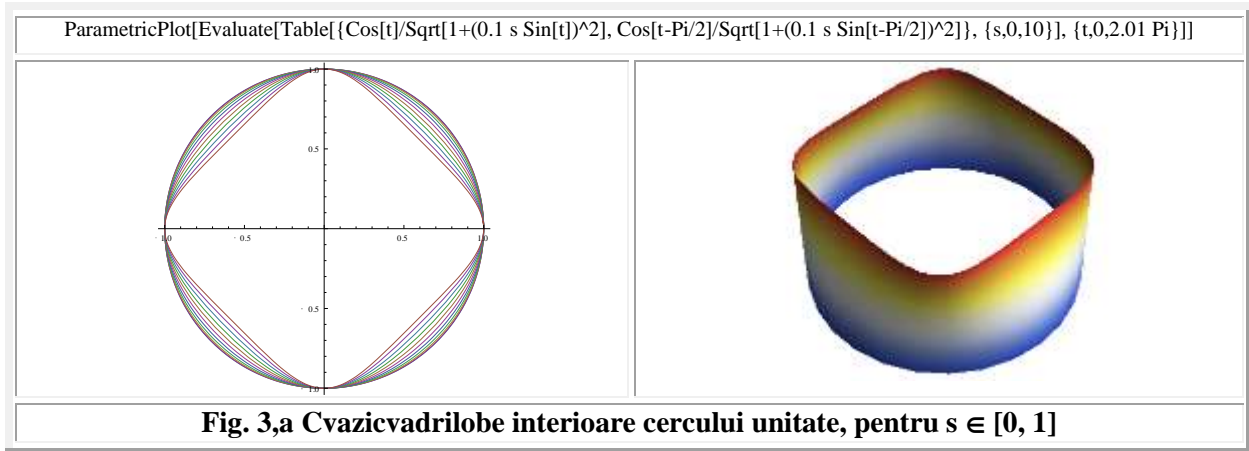
Cvazicvadrilobe, prezentate în **figura 3,a**, respectă doar două din cele trei condiții; ele degenerând, pentru **s = 1**, într-un pătrat cu colțuri rotunjite, care nu este un pătrat perfect, iar pentru **s > 1** ia forma astroidelor din **figura 3,b**.

1. CVAZICVADRILOBE (QQL) INTERIOARE CERCULUI UNITATE

S-a constatat că, prin schimbarea semnului minus cu semnul plus, în radicalul de la numitorul relațiilor (1), de definiție a cvadrilobelor exterioare, se obțin cvazicvadrilobe interioare cercului unitate, rotite cu $\pi/4$ ca și pătratul **Alaci Valeriu** (**Fig. 3,a**, **Fig. 3,b** și **Fig. 4**).

În consecință, relațiile parametrice, de definiție ale cvazicvadrilobelor interioare cercului unitate, vor avea următoarele relații de definiție

$$(5) \quad \begin{cases} qcoq\theta = \frac{\cos(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2\sin^2(\theta-\varepsilon)}} \\ qsiq\theta = \frac{\sin(\theta-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2\cos^2(\theta-\varepsilon)}} \end{cases}$$



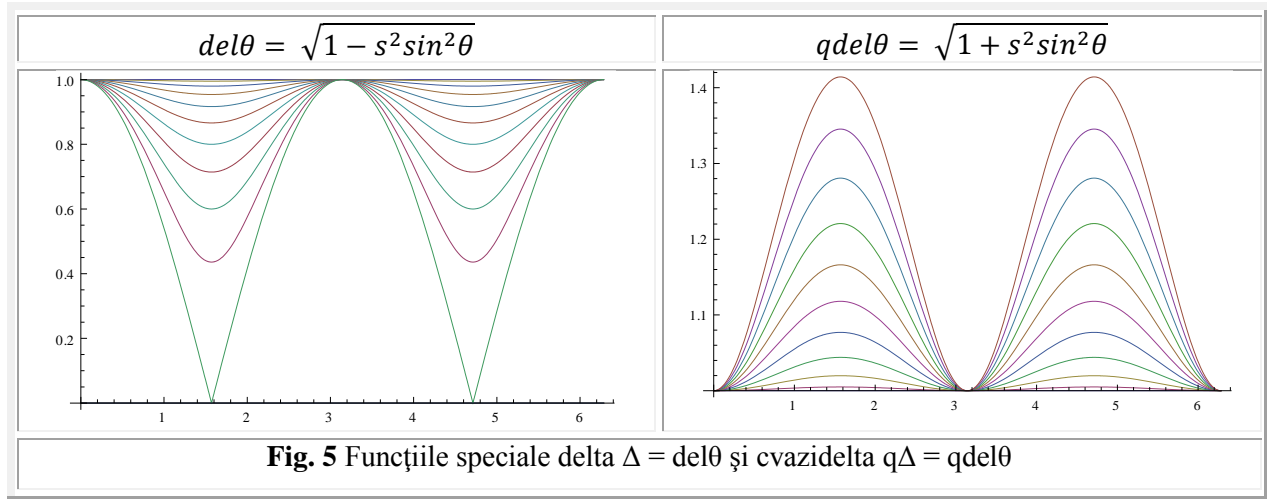
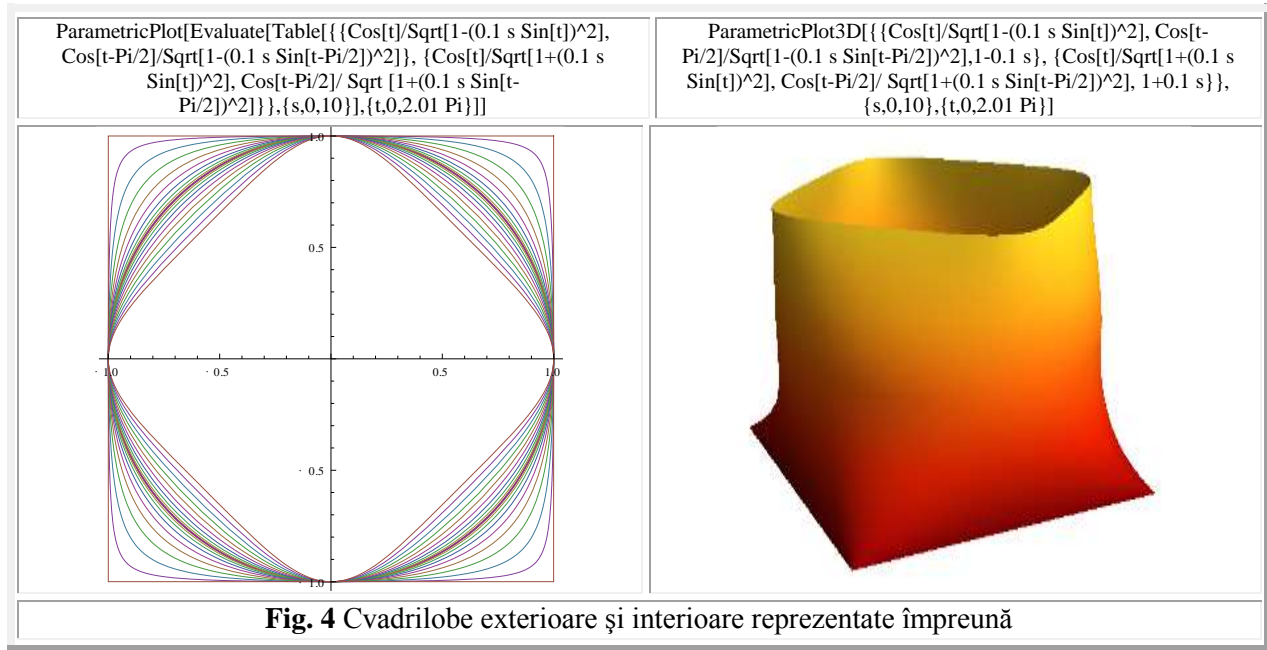
Se știe că radicalul, din expresia lui siqθ, este, totodată, funcția specială delθ ca și funcția eliptică **Jacobi** dn(u,k), pentru $k = s$ (**Fig. 5**), adică

$$(6) \quad del\theta = \sqrt{1 - s^2\sin^2\theta}$$

Punctul generator **P** a FCC $\sin\theta$ și $\cos\theta$ pe cercul unitate CU(1, O) este de coordonate polare centrice **P**(1, θ) și, în figura 1, este la $\theta = \frac{\pi}{3}$, în timp ce, punctul generator **W₁** al **FSM-CE** $cex_1\theta$ și $sex_1\theta$ apare pe CU(1, O) la un unghi **α** la centrul O dat de relația sau **FSM-CE** **amplitudine excentrică** $aex\theta$

$$(7) \quad \alpha = aex\theta = \theta - \arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)],$$

care, pentru $\theta = \frac{\pi}{3}$ și $s = 0,8$ (**Fig. 1,a**), are valoarea de $\alpha = 0,28180472497614373$ radiani, cea ce corespunde la $\alpha = 16,146221387977935^{\circ}$, adică $16^{\circ} 8' 46,397''$.



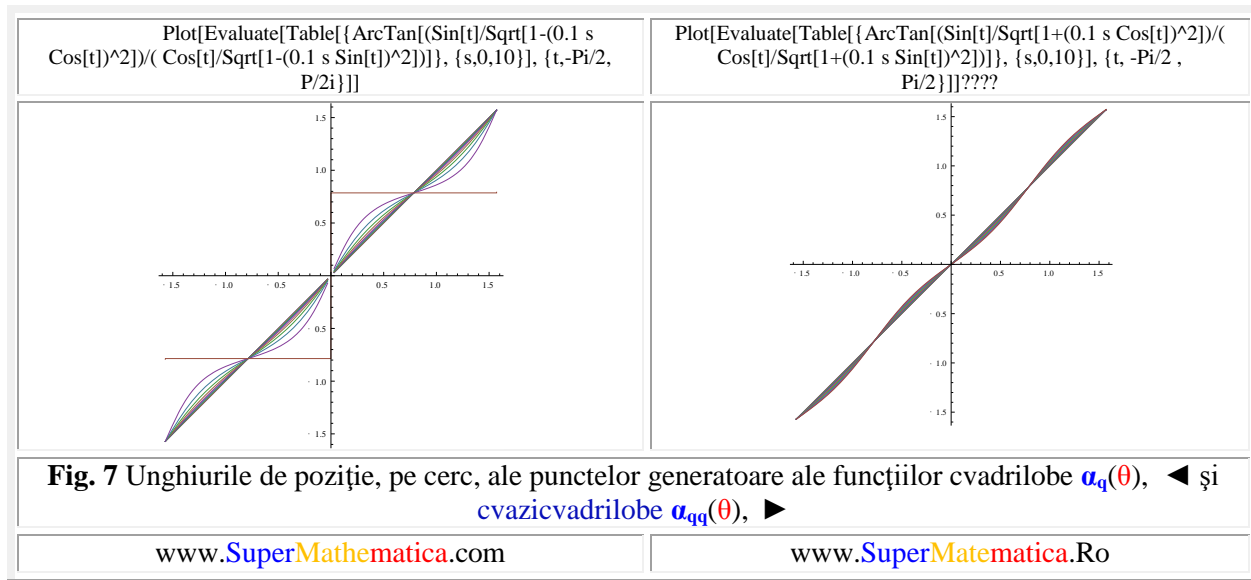
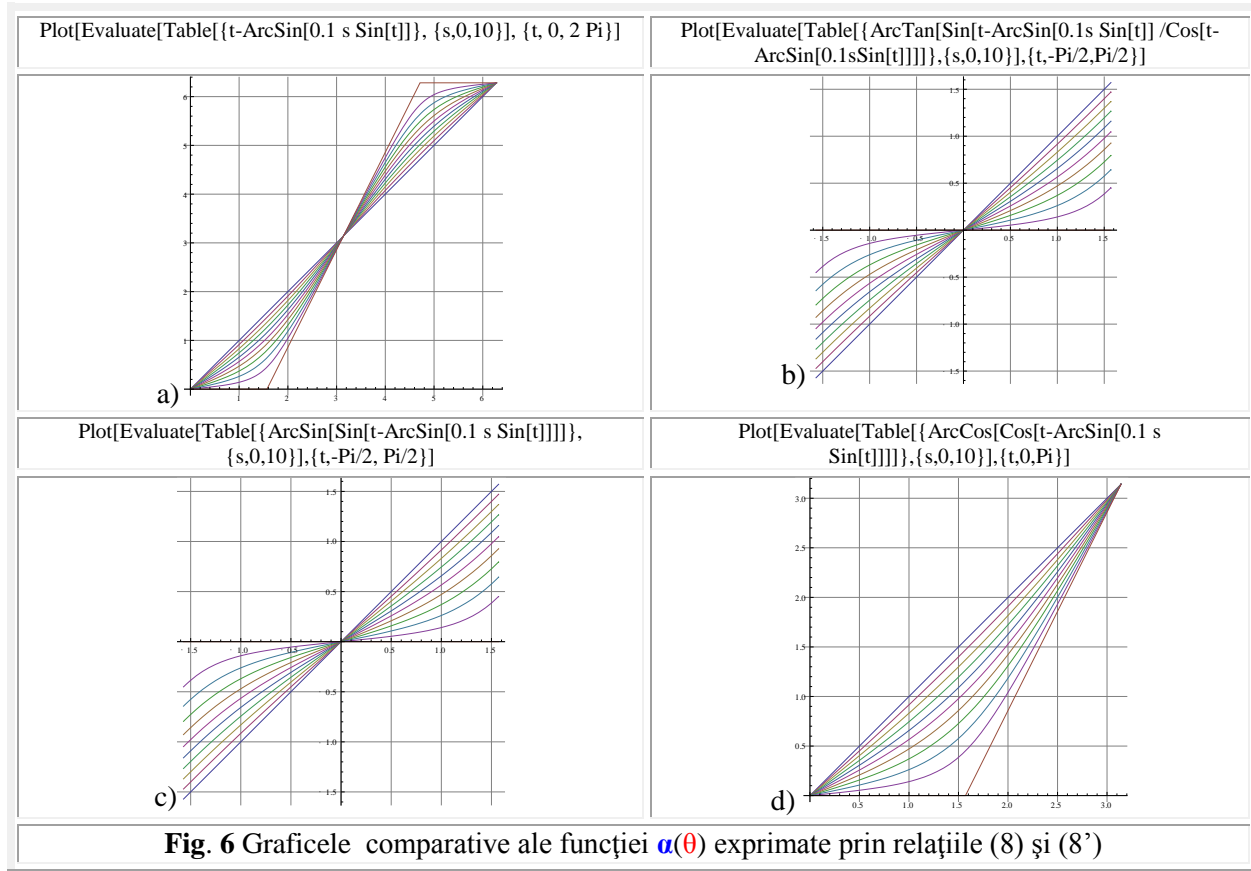
Graficele de variație ale unghiului la centru $\alpha(\theta)$ sunt date în **figura 7**.

Unghiul α mai poate fi exprimat/obținut și prin relațiile din MC

$$(8') \quad \begin{cases} \alpha = \arcsin[\text{sex}\theta] = \arcsin\{\sin[\theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]]\} \\ \alpha = \arccos[\text{cex}\theta] = \arccos\{\cos[\theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]]\} \\ \alpha = \arctan[\text{tex}\theta] = \arctan \frac{\text{sex}\theta}{\text{cex}\theta} \end{cases}$$

Cele patru variante, de exprimare a unghiului $\alpha(\theta)$, din relațiile (8) și (8'), sunt toate corecte, dar se evidențiază superioritatea utilizării **FSM-CE** în acest scop, deoarece numai prin relația (8), a **FSM-CE** amplitudine excentrică **axex**, de variabilă excentrică, unghiul poate fi exprimat corect, în întreg domeniul,

de la zero la 2π , așa cum se poate deduce din **figura 6,a**. Celelalte expresii, care utilizează FCC, pot exprima corect variația acestui unghi doar în domeniile de definiție al acestor funcții, care sunt $\theta \in [-\pi/2, +\pi/2]$ pentru $\arctan \alpha \rightarrow$ **Fig. 6,b** și $\arcsin \alpha \rightarrow$ **Fig. 6,c** și $\theta \in [0, \pi]$ pentru $\arccos \alpha \rightarrow$ **Fig. 6,d**.



Față de punctul $P(1, \theta)$, punctele generatoare ale **FQL** interne sunt defazate în minus și cele exterioare **FQQL** sunt defazate în plus/avans (**Fig. 1,b** și **Fig. 6**).

Din păcate nu s-a găsit, **încă**, și pentru cvadrilobe, o relație asemănătoare relației (8), așa că s-a recurs la clasicele **FCC**, cu ajutorul cărora s-au ridicat graficele din **figura 7**.

2. RAZELE POLARE ALE CVADRILOBELOR (QL) ȘI ALE CVAZICVADRILOBELOR (QQL)

Ca oricare altă rază polară și acestea se pot obține prin însumarea vectorială a proiecțiilor razei pe cele două axe ale reperului cartezian drept, adică

$$(8) \quad \begin{cases} r_{ql} = \sqrt{coq^2\theta + siq^2\theta} = \sqrt{\frac{\sin^2 t}{1-s^2\cos^2 t} + \frac{\cos^2 t}{1-s^2\sin^2 t}} \\ r_{qql} = \sqrt{qcoq^2\theta + qsiq^2\theta} = \sqrt{\frac{\sin^2 t}{1+s^2\cos^2 t} + \frac{\cos^2 t}{1+s^2\sin^2 t}} \end{cases}$$

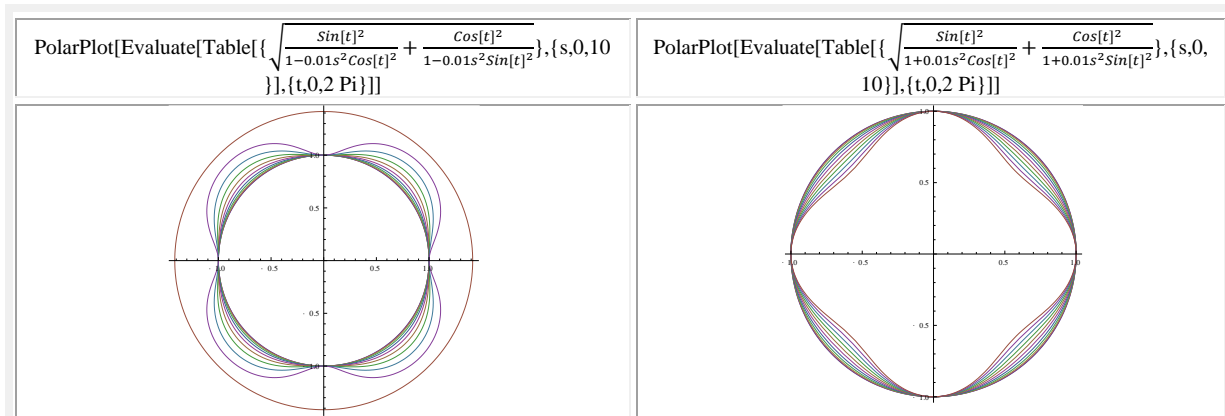


Fig. 8,a Razele polare ale cvadrilobelor ◀ și ale cvaziccvadrilobelor ▶

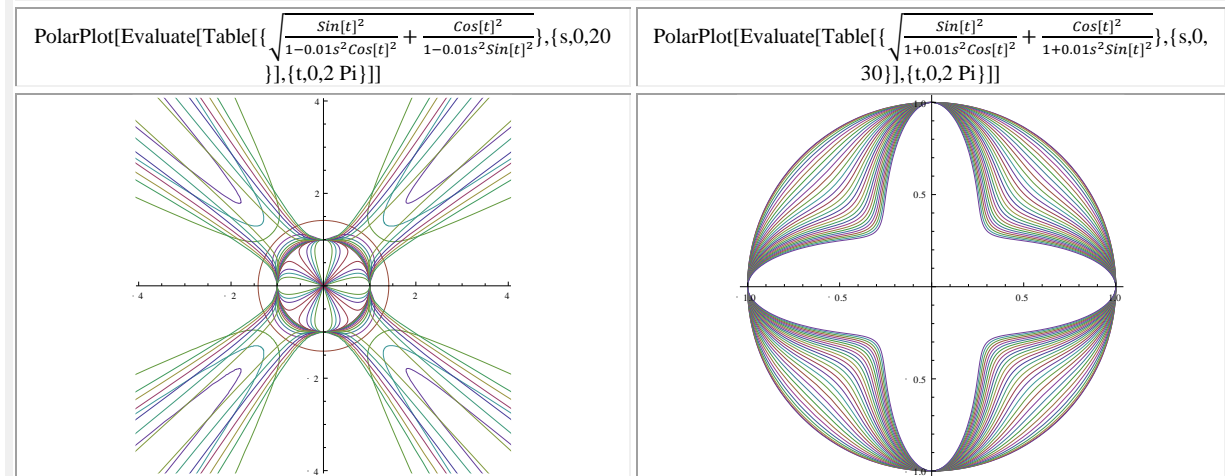
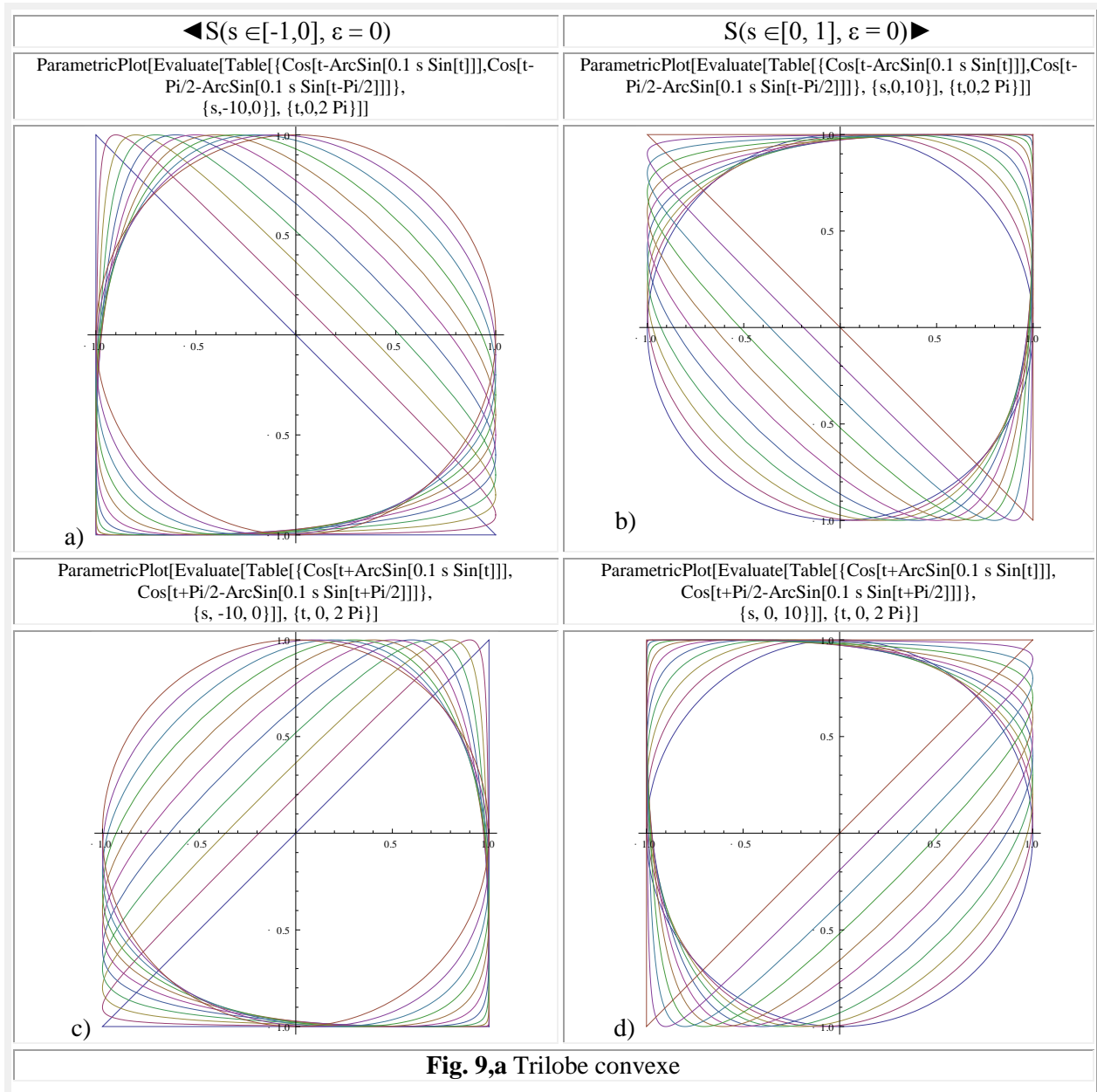


Fig. 8,b Razele polare ale cvadrilobelor ◀ pentru $s \in [0, 2]$ și ale cvaziccvadrilobelor ▶ pentru $s \in [0, 3]$

cu graficele, în coordonate polare centrice, din figura 8,a, pentru cele două tipuri de cvadrilobe, de excentricitatea numerică sbunitară și, în figura 8,b și pentru excentricități liniare sprăunitare.

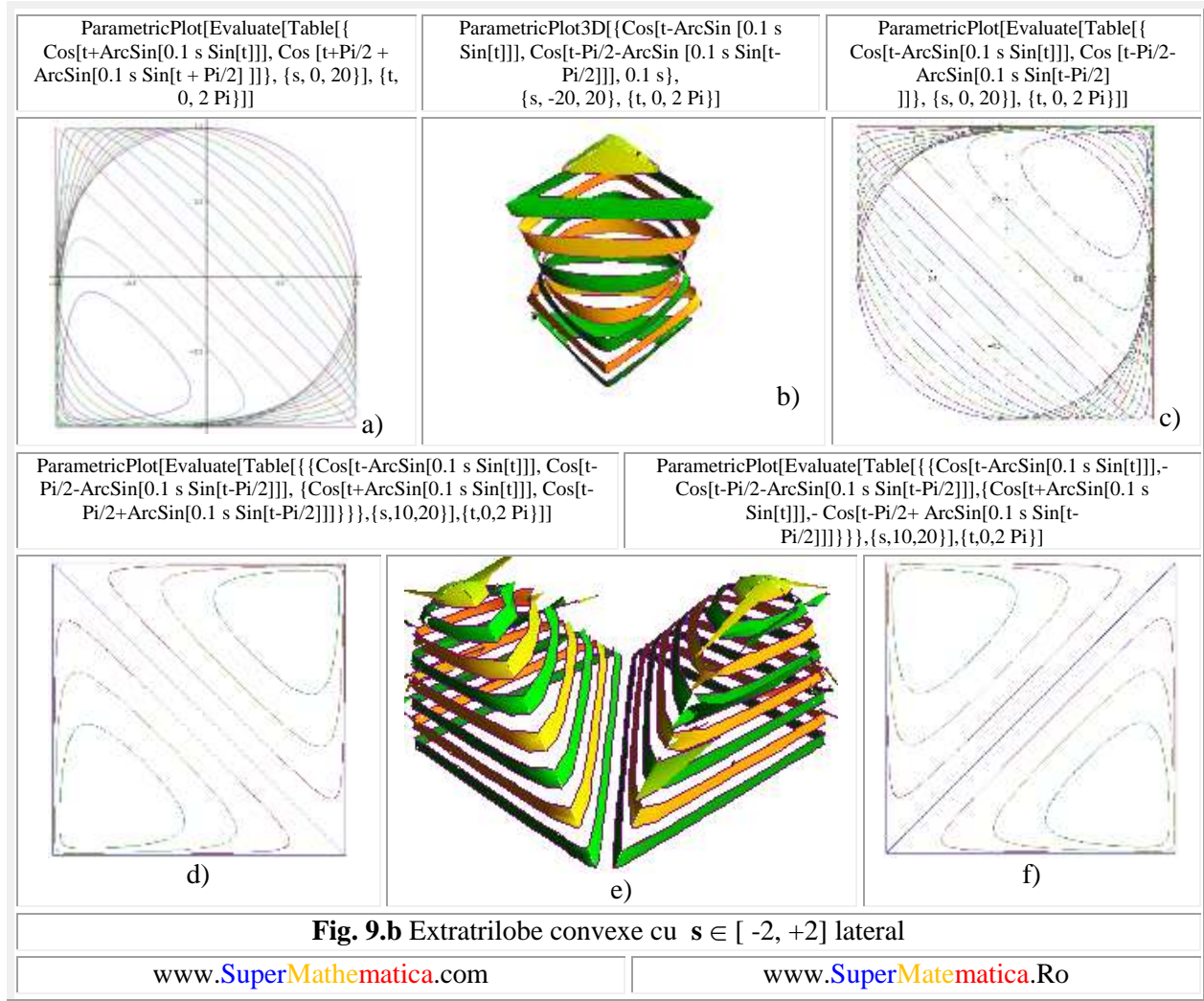
3. TRILOBELE CONVEXE ALE CERCULUI UNITATE

Trilobele sunt curbe plane închise, cu 3 lobi, care pentru excentricitatea numerică liniară $s = 0$ reprezintă un **cerc** iar, pentru $s = \pm 1$, reprezintă un **triunghi isoscel dreptunghic perfect (Fig. 9)**.



Ecuatiile parametrice, de definiție ale trilobelor convexe, sunt exprimate de **FSM-CE** cosinus excentric de variabilă excentrică θ prin următoarele relații

$$(9) \begin{cases} x = cex[\theta, S(s, \epsilon)] = cex\theta = \cos[\theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \epsilon)]] \\ y = cex\left[\theta \pm \frac{\pi}{2}, S(s, \epsilon)\right] = cex\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \\ = \cos[\theta \pm \pi/2 - \arcsin[s \cdot \sin(\theta \pm \pi/2 - \epsilon)]] \end{cases}$$



În cercul unitate, cele două laturi congruente/egale ale triunghiului isoscel au valoarea $L_{1,2} = 2$, iar latura de baza L_3 este diagonala patratului de $L_{\#} = 2$, adică, $L_3 = 2\sqrt{2}$. Pentru $\theta - \frac{\pi}{2}$ din relațiile de definiție (10), diagonala L_3 se obține pe direcția NV-SE (Fig. 9,a și Fig. 9,b), iar pentru $\theta + \frac{\pi}{2}$ diagonala L_3 se va obține pe direcția NE-SV (Fig. 9,c și Fig. 9,d).

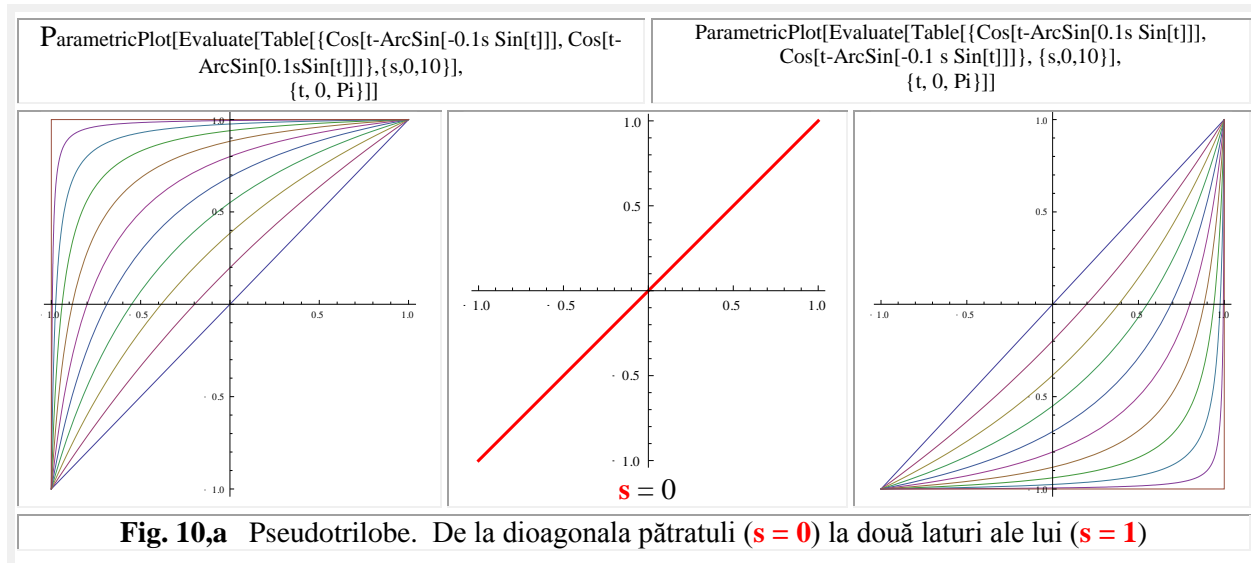
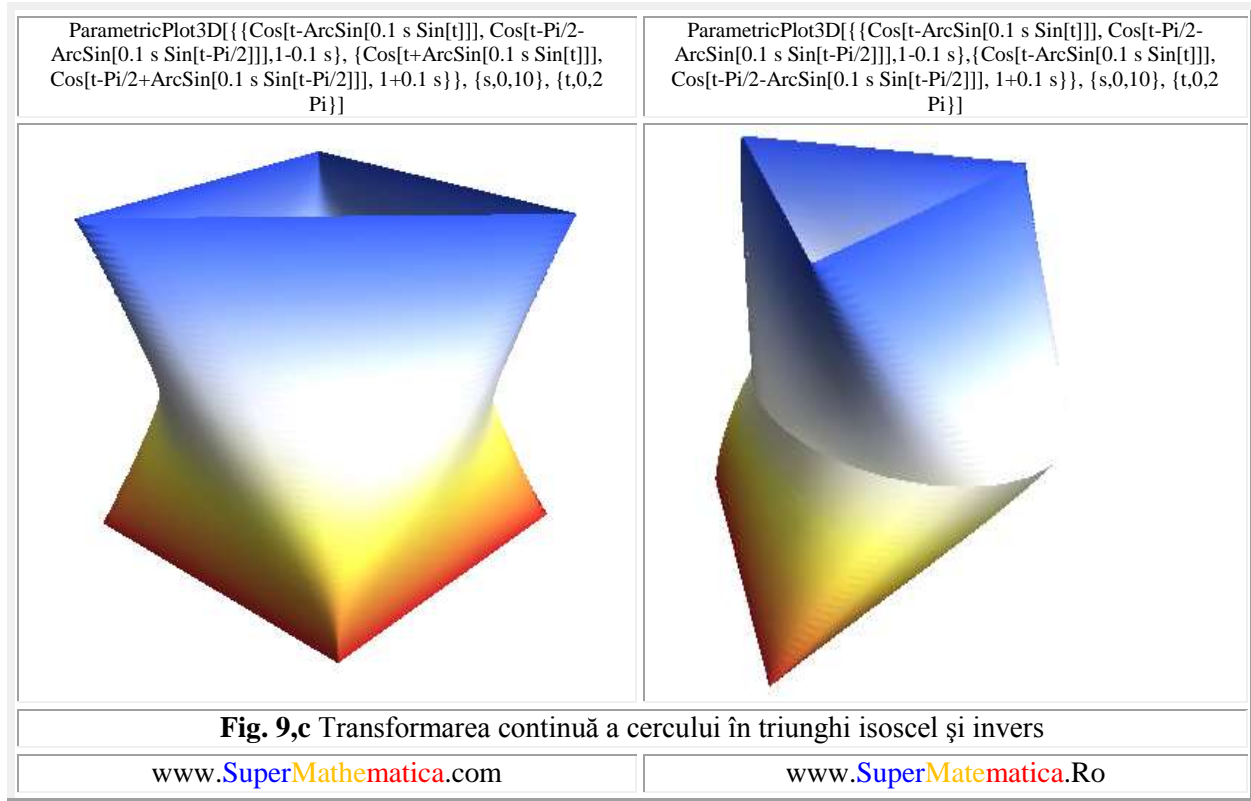
Pentru excentricități numerice supraunitare (Fig. 9,b) se obțin triunghiuri cu laturi rotunjite, care vor fi denumite **extrarilobe**.

Prin utilizarea funcțiilor trilobe, se pot obține transformări continue ale cercului într-un triunghi sau, în 3D, se poate obține un cilindru circular-triunghiular, adică, circular la o extremitate și triunghiular la celălalt capăt, așa cum se poate observa în figura 9,c.

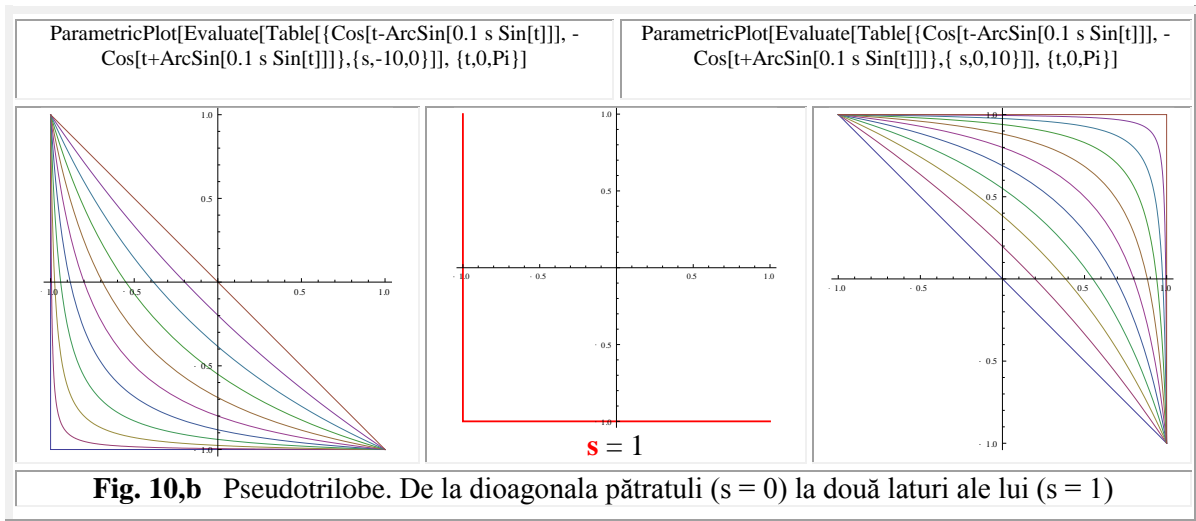
Pentru excentricități numerice de semne contrare, în ecuațiile parametrice ale funcțiilor supermatematice circulare excentrice (FSM-CE) $cex\theta$

$$(11) \quad \begin{cases} x = cex[\theta, S(s, \varepsilon)] = cex\theta = \cos[\theta \mp \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]] \\ y = \pm cex[\theta, S(\pm s, \varepsilon)] = \pm \cos[\theta \pm \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]] \end{cases}$$

se obține o transformare continuă a diagonalei unui pătrat în două dintre laturile sale, așa cum se poate observa în figurile 10,a și 10,b.



Orientarea diagonalelor, pentru $s = 0$, depinde de semnul lui y din relația (11): SV-NE pentru semnul plus și NV-SE pentru semnul minus.

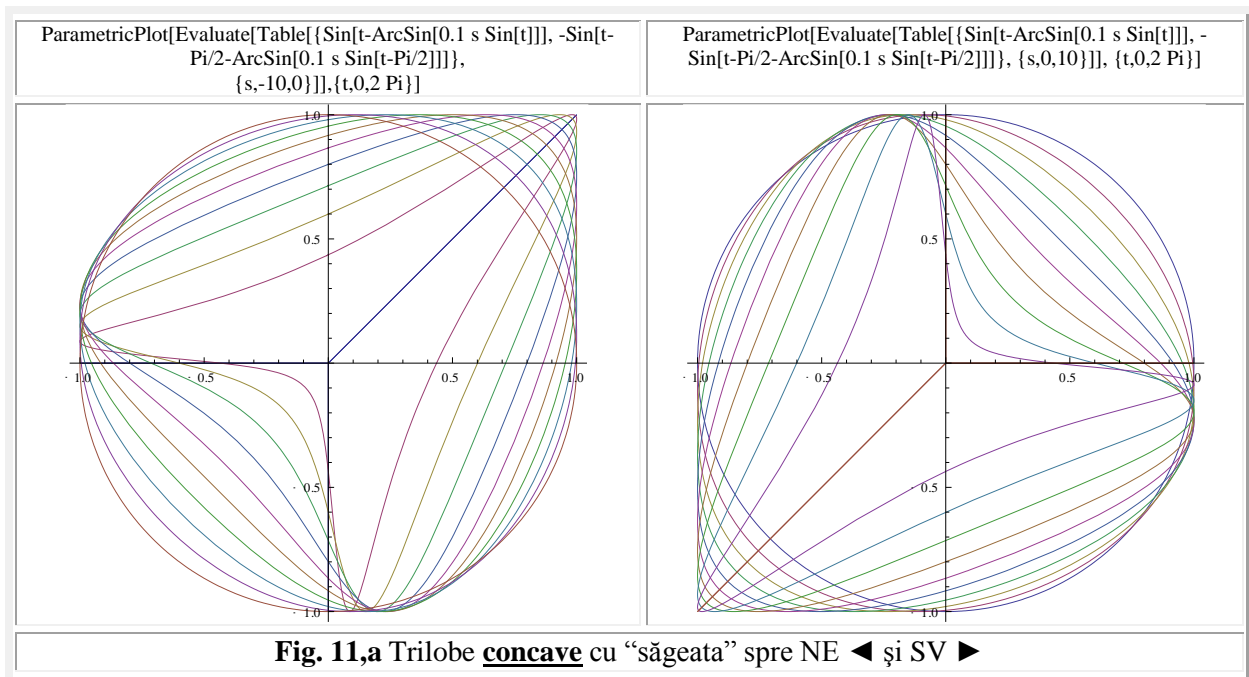


4. TRILOBELE CONCAVE ALE CERCULUI UNITATE

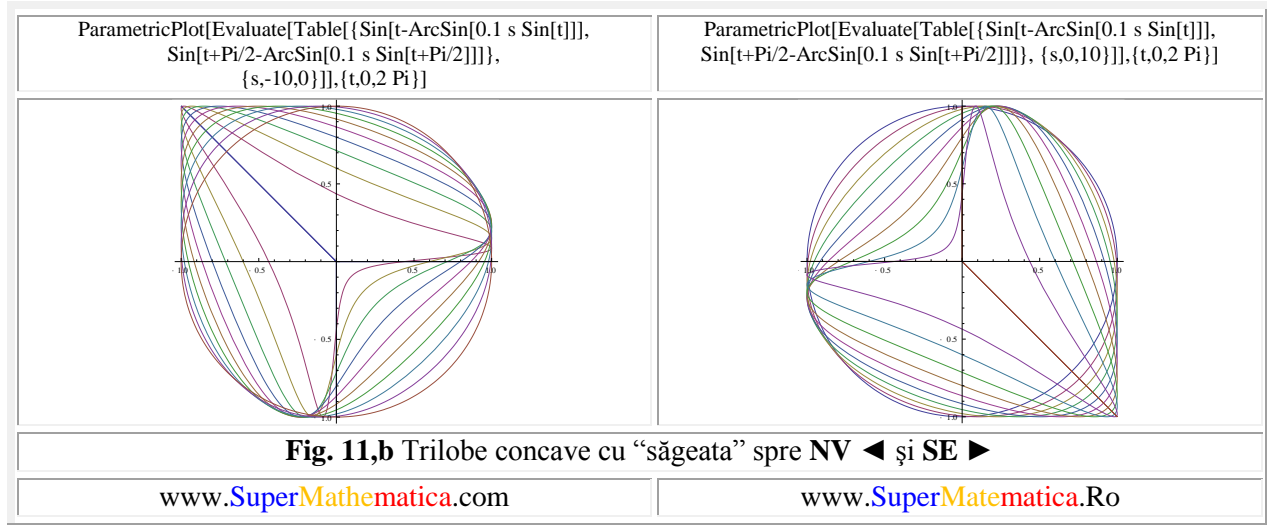
Prin înlocuirea funcțiilor supermatematice circulare excentrice (**FSM-CE**) cex θ cu **FSM-CE** sex θ , în ecuațiile parametrice (11), se obțin **trilobele concave**, de ecuații

$$(12) \quad \begin{cases} x = sex[\theta, S(s, \epsilon)] = sex\theta = \sin[\theta \mp \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \epsilon)]] \\ y = \pm sex[\theta \mp \pi/2, S(s, \epsilon)] = \pm \sin[\theta \mp \pi/2 \pm \arcsin[s \cdot \sin(\theta \mp \pi/2 - \epsilon)]] \end{cases}$$

prezentate în **figura11**.

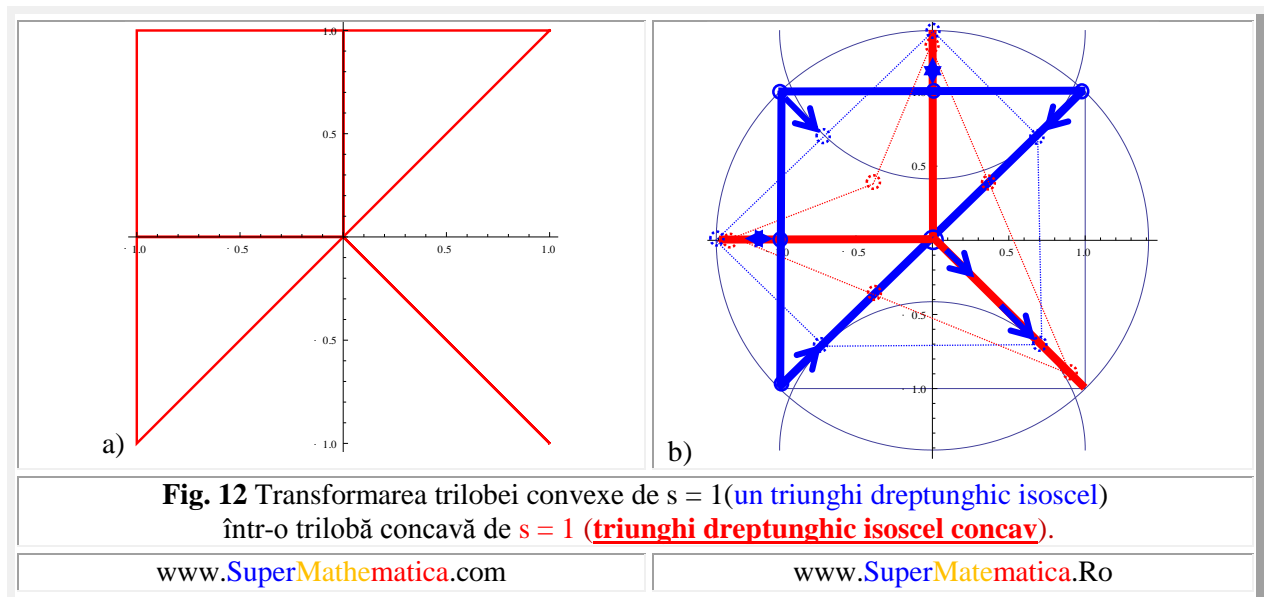


Direcția semidiagonalei, numita aici și “săgeată”, datorită formei trilobei de $s = 0,9$, depinde de semnul lui y din relațiile (11). Pentru $y < 0$ și argumentul $\theta - \pi/2$ orientarea este pe direcția primei bisectoare (Fig. 11,a), iar pentru $y > 0$ și argumentul $\theta + \pi/2$, orientarea este pe direcția celei de a doua bisectoare (Fig. 11,b).



5. TRIUNGHIURI DREPTUNGHICE ISOSCELE CONCAVE

Trilobele concave scot în evidență existența unor **triunghiuri concave**, necunoscute în literatura matematică, care se obțin din ecuațiile (11) pentru excentricitate liniară $s = \pm 1$.



Problema este dacă aceste figuri, denumite **triunghiuri dreptunghice isoscele concave**, obținute pentru $s = \pm 1$, pot fi denumite triunghiuri ?

Aceste figuri plane au **trei laturi**, dintre care două sunt egale între ele, de unde provine denumirea de **isoscel**, și egale cu unitatea

$$(13) \quad L_1 = L_2 = 1,$$

orientate pe direcția axelor reperului / sistemului de coordonate carteziene drepte xOy, iar a treia “latură” este egală cu suma pătratelor (Vă spune ceva ?) celorlalte două, adică o relație arhicunoscută dintr-un triunghi dreptunghic, conform celei mai cunoscute și mai demonstrate (370 de demonstrații !) teoreme din geometria plană, denumită teorema lui **Pitagora**, adică

$$(14) \quad L_3 = \sqrt{L_1^2 + L_2^2} = \sqrt{2}, \text{ pentru } R = 1.$$

Așa cum se observă în **figura 12,b**, în care se indică modul de transformare a triunghiurilor, prin două faze intermediare, rezultă că, în final, toate laturile triunghiului dreptunghic isoscel convex se înjumătățesc, în momentul în care el se transformă într-un **triunghi dreptunghic isoscel concav**. În acest moment, între cele trei laturi se formează trei unghiuri în jurul originii O(0, 0), dintre care unul este de măsură $\text{măs}(\sphericalangle A) = \frac{\pi}{2}$, între L₁ și L₂, aceași ca și în triunghiul dreptunghic isoscel convex, de unde provine denumirea de **dreptunghic**, iar două unghiuri sunt de câte o măsură $\text{măs}(\sphericalangle B) = \text{măs}(\sphericalangle C) = \frac{3\pi}{4}$, între L₁, L₂ și L₃, astfel că suma lor este

$$(15) \quad \text{măs}(\sphericalangle A) + \text{măs}(\sphericalangle B) + \text{măs}(\sphericalangle C) = \frac{\pi}{2} + 2 * \frac{3\pi}{4} = \pi,$$

ca în oricare alt triunghi !.

Rezultă că suma celor 3 unghiuri este de π , aceeași ca în oricare triunghi clasic și unghiul din A are aceeași măsură de $\frac{\pi}{2}$ în ambele triunghiuri.

În concluzie, se poate afirma cu temei, că această nouă figură geometrică poate fi denumită **triunghi dreptunghic isoscel concav** al cărui ecuații parametriche sunt

$$(16) \quad \begin{cases} x = \text{sex}[\theta, S(s = \pm 1, \epsilon)] = \text{sex}\theta = \sin[\theta \mp \arcsin[\sin(\theta - \epsilon)]] \\ y = \pm \text{sex}[\theta \mp \pi/2, S(s = \pm 1, \epsilon)] = \pm \sin[\theta \mp \pi/2 \pm \arcsin[\sin(\theta \mp \pi/2 - \epsilon)]] \end{cases}$$

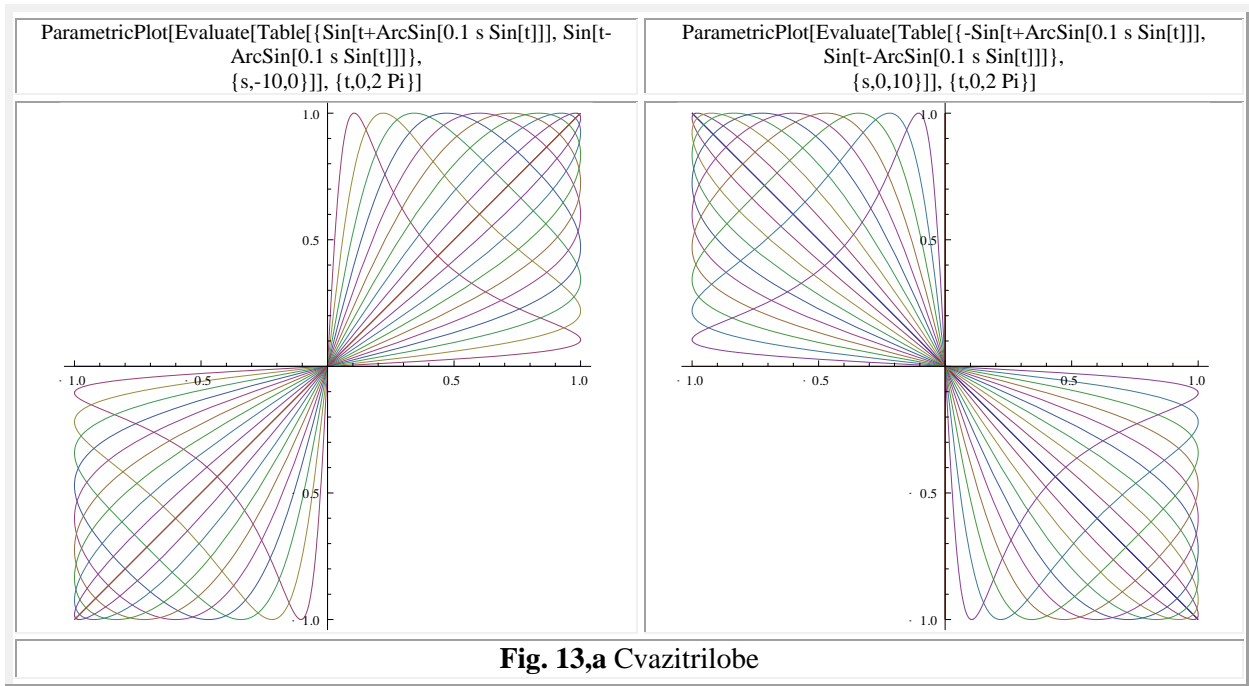
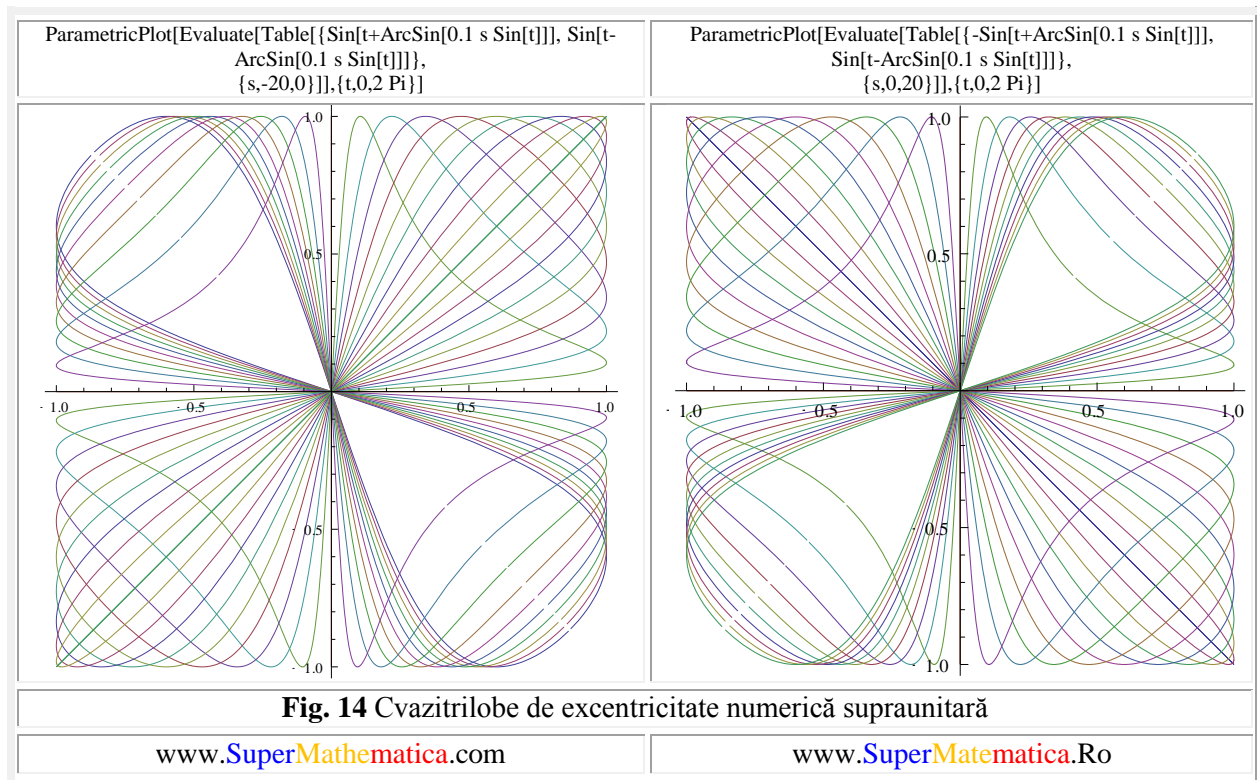
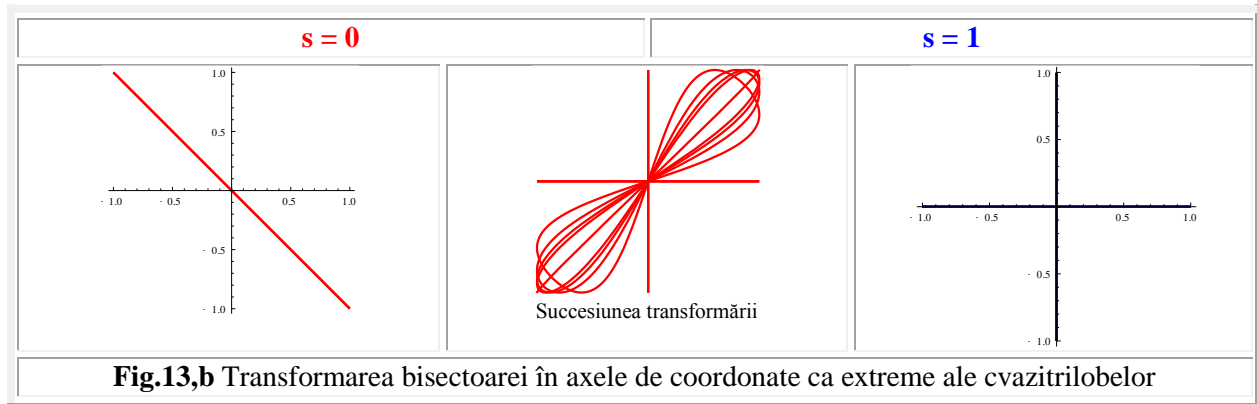


Fig. 13,a Cvazitrilobe

Pentru funcții de același argument θ , pentru x și pentru y în relațiile (16), se obțin cvazitrilobele cu graficele din **figura 13,a**. La valorile $s = 0$ și $s = 1$ se obțin dreptele din **figura 13,b**, care constituie o transformare a segmentului de bisectoare în cele două segmente ale axe de coordonate ale sistemului cartezian drept x și y .

Pentru valori supraunitare ale excentricității numerice s se obțin cvazitrilobele cu graficele artistice din **figura 14**.



Motto : "Trecutul este, uneori, modificat numai în istorie; viitorul poate fi modificat dacă știi istoria reală a trecutului"

Autorul

CAPITOLUL V

FUNCȚII SUPERNOVE EXCENTRICE MODIFICATE

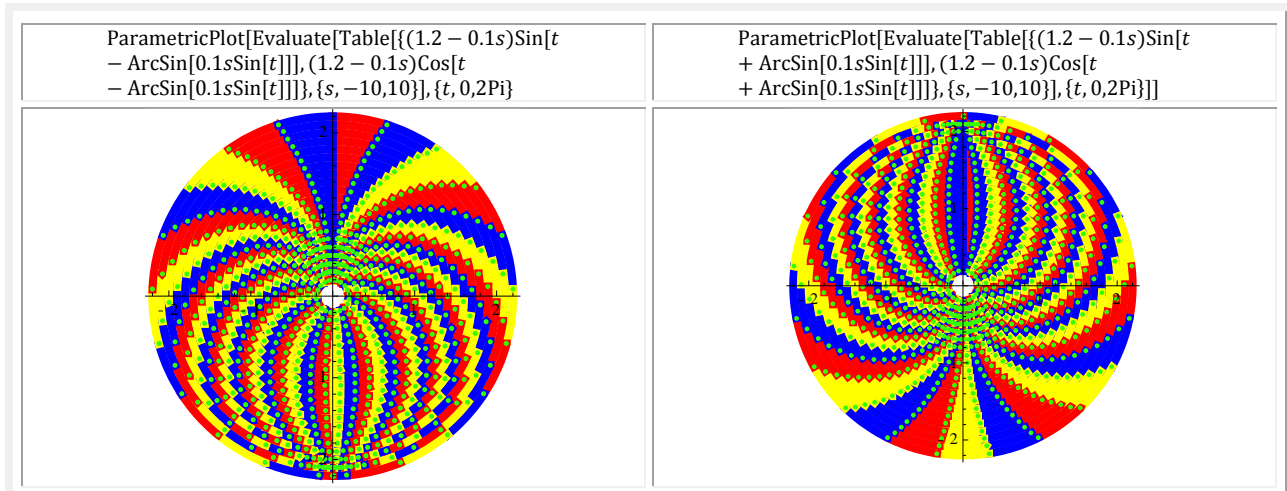
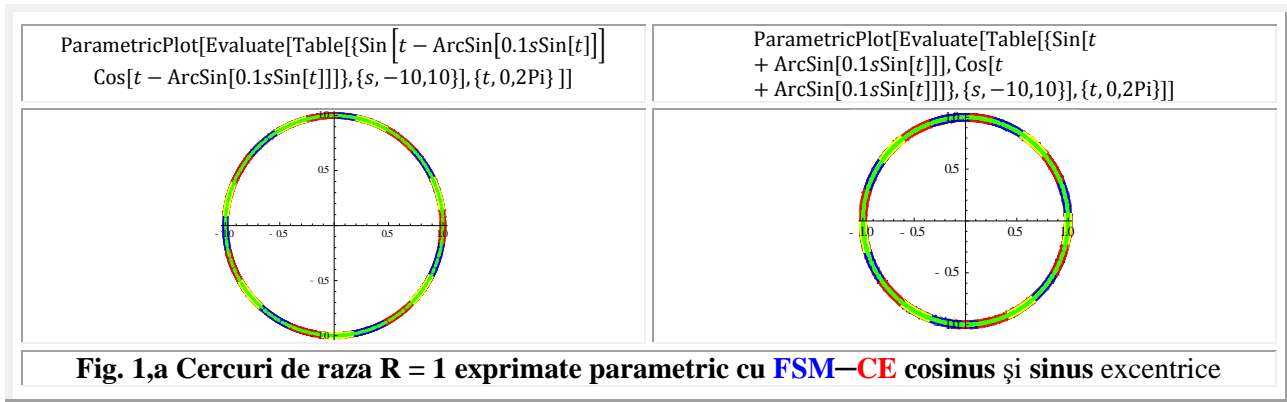
Funcțiile supermatematice **circulare excentrice (FSM—CE)** cosinus excentric (cex și Cex) și sinusul excentric (sex și Sex) au ecuațiile cunoscute ca funcții de variabila excentrica θ :

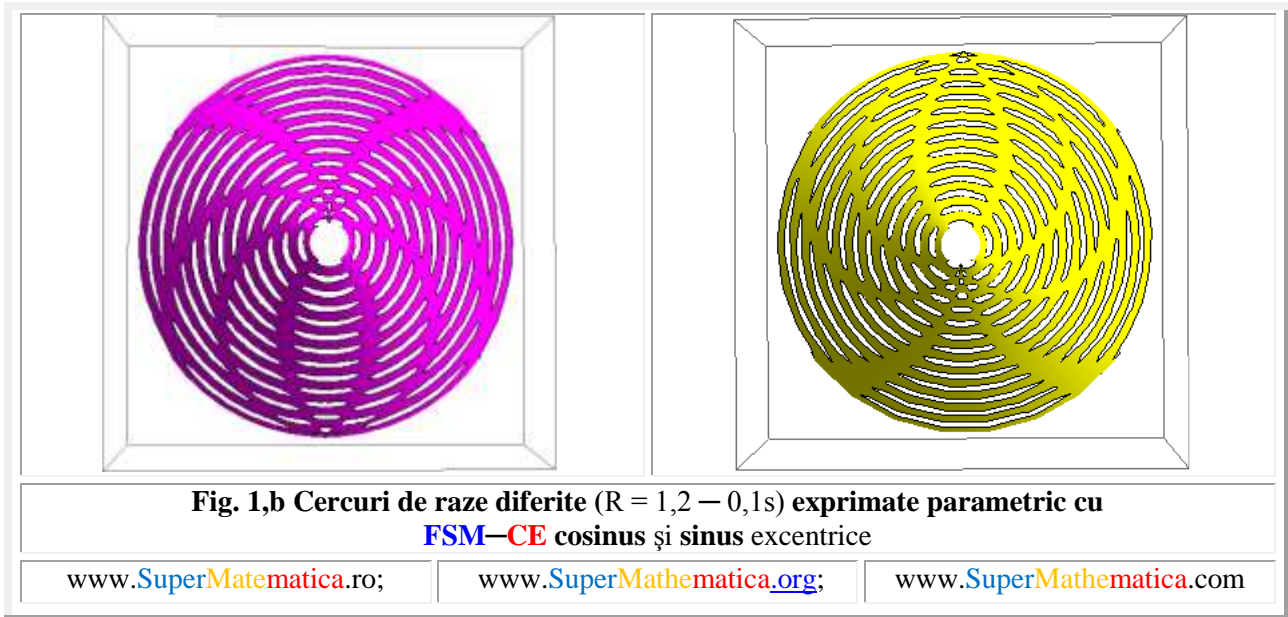
$$(1) \begin{cases} cex\theta = \cos[aex\theta] = \cos[\theta - bex\theta] = \cos\{\theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]\} \\ sex\theta = \sin[aex\theta] = \sin[\theta - bex\theta] = \sin\{\theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]\} \end{cases}$$

și ca funcții de variabila **centrică** α au ecuațiile :

$$(2) \begin{cases} Cex\alpha = \cos(Aex\alpha) = \cos\{\alpha - \arcsin[\frac{s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s \cos(\alpha - \varepsilon)}}]\} \\ Sex\alpha = \sin(Aex\alpha) = \sin\{\alpha - \arcsin[\frac{s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s \cos(\alpha - \varepsilon)}}]\} \end{cases}$$

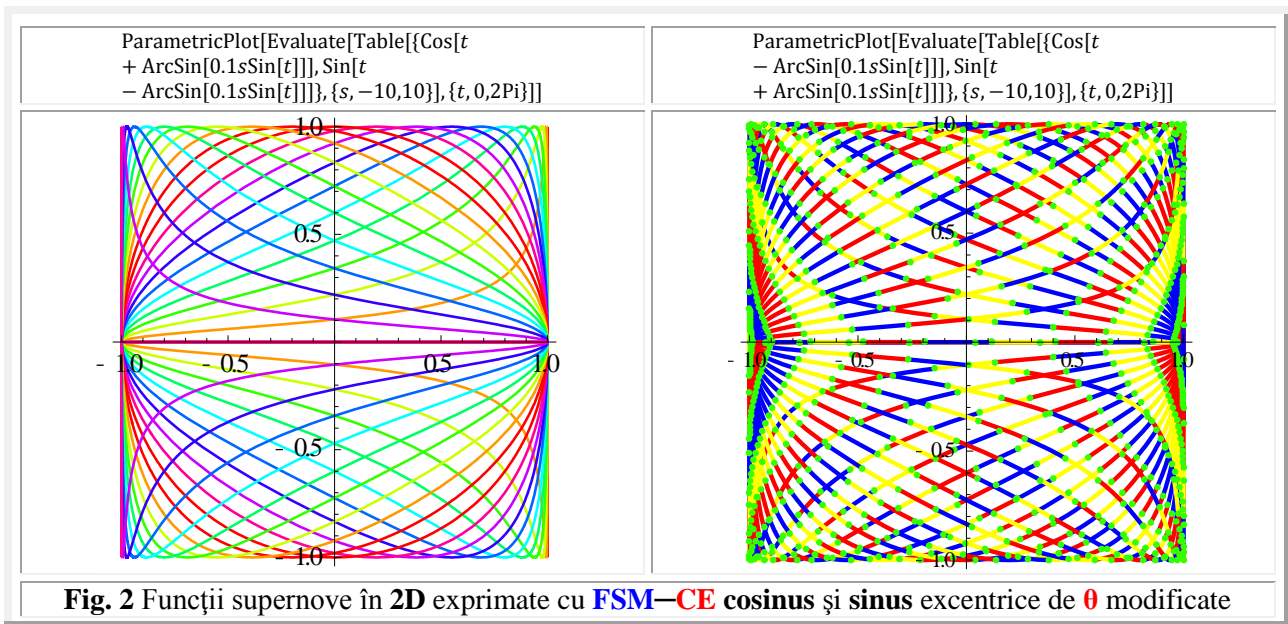
Folosite drept ecuații parametrice, ele generează un cerc ale căror puncte sunt distribuite neuniform, așa cum se poate constata în **figura 1,a** și, pentru a se sesiza distribuția neuniformă a punctelor pe cercuri, s-au reprezentat și cercuri de diverse diametre (**Fig. 1,b**).

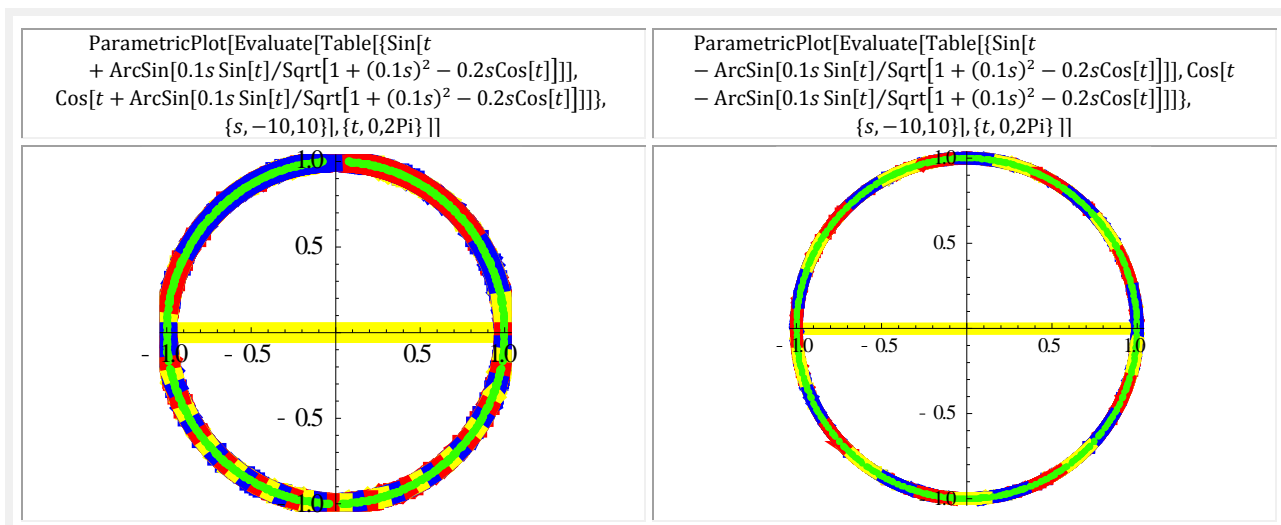
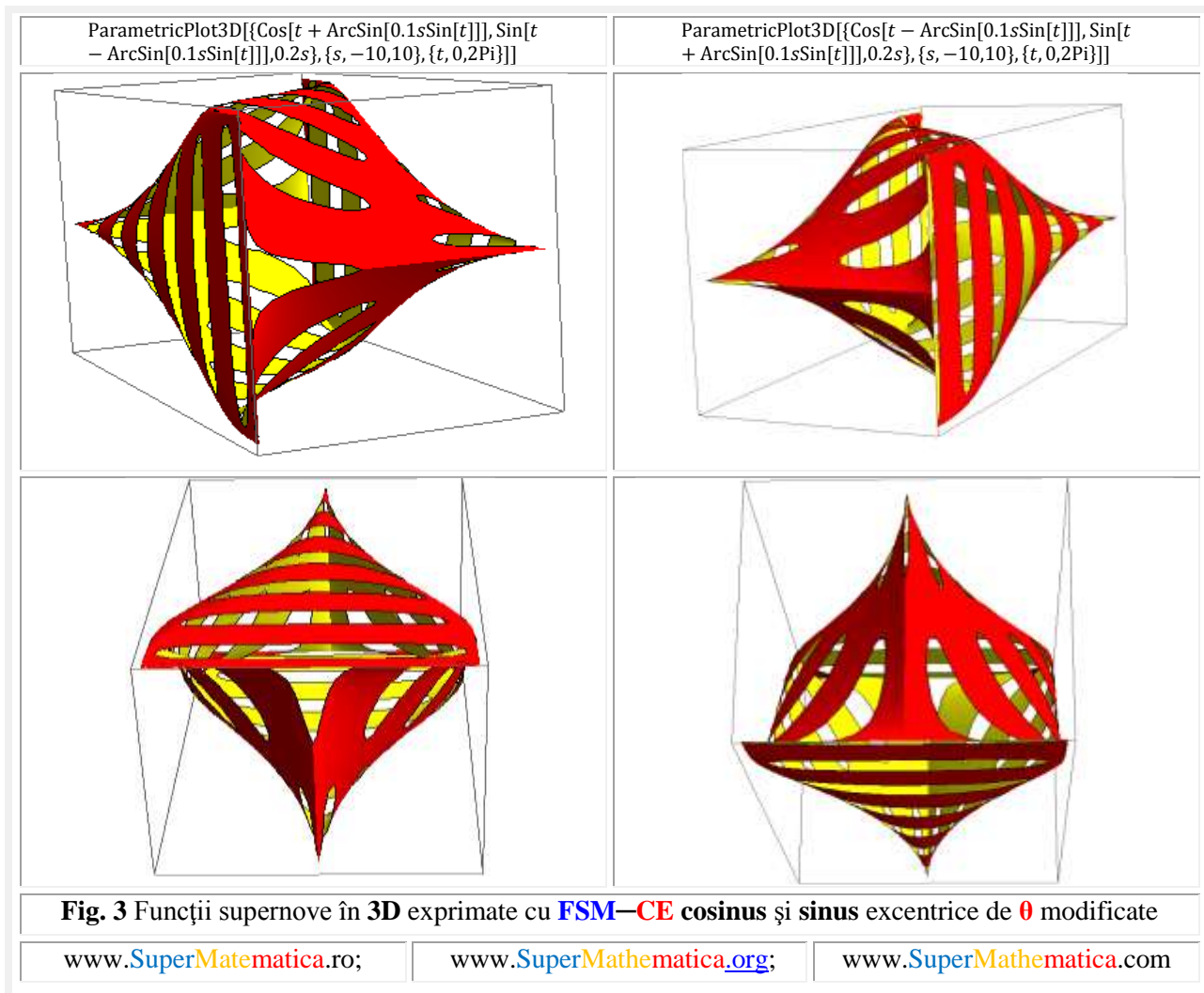


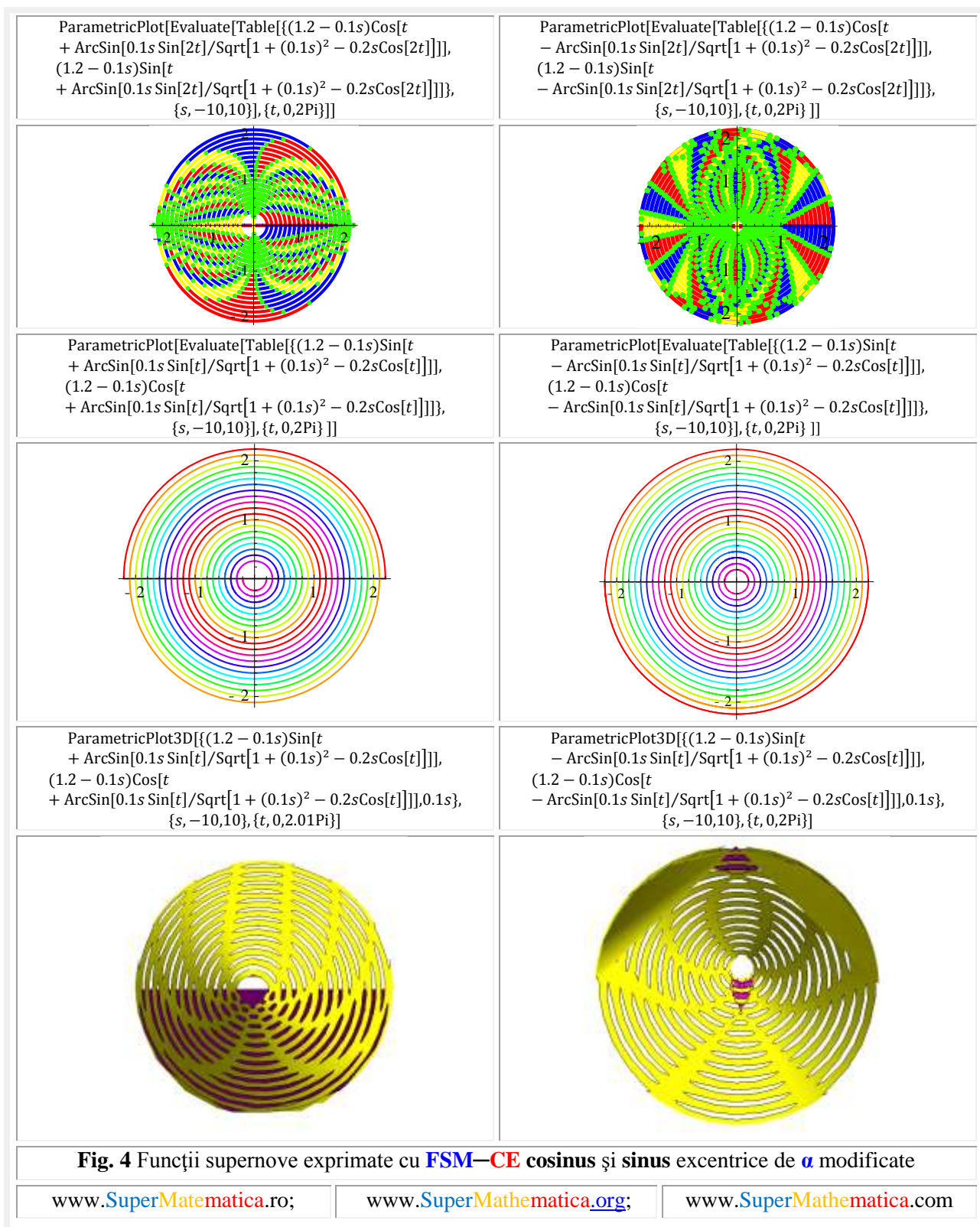


Modificările acestora se pot realiza în multiple moduri și, în primul rând, prin schimbarea semnelor funcțiilor beta excentrice bex și Bex . Schimbarea simultană a semnelor FSM–CE beta excentrice nu modifică natura curbelor care rămân tot cercuri, chiar dacă excentricitatea liniară numerică s se modifică, numai că punctul caracteristic care parcurge cercul se deplasează pe un anumit cerc de aceeași rază $R = 1$ cu viteze diferite în funcție de s . De aceea, în figura 1,b s-au ales cercuri de raze diferite ($R = 1,2 - 0,1s$), astfel că figura din 3D rezultă un trunchi de con de rază $R_b = 1,2$ la bază și $r_v = 0,2$ la vârf.

În cazul în care numi în una din cele două ecuații parametric se schimbă semnul situația se modifică radical și funcțiile astfel obținute sunt continue și diferite în funcție de excentricitatea liniară numerică s fiind reprezentate în figura 2 în 2D și în figura 3 în 3D.

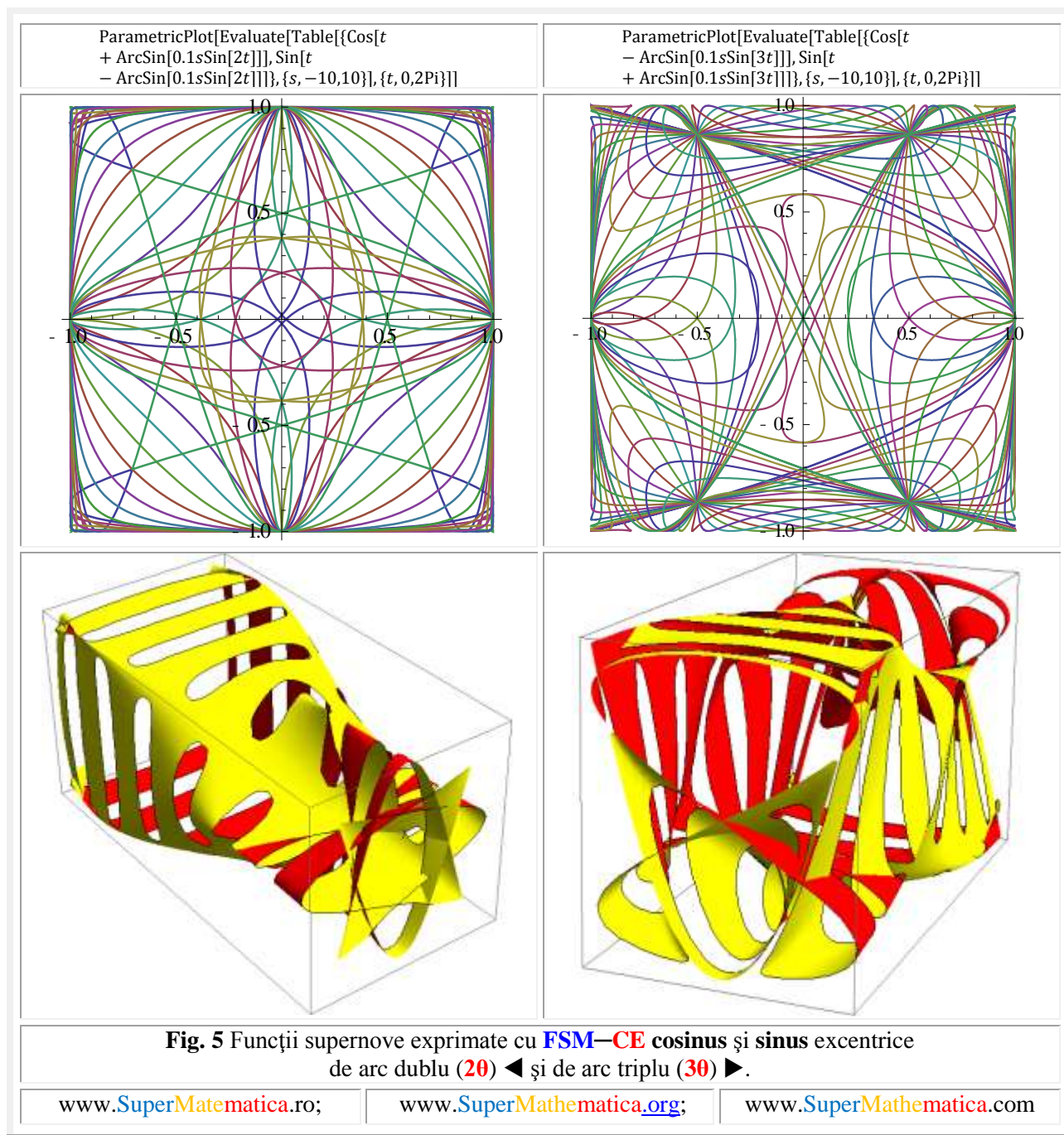


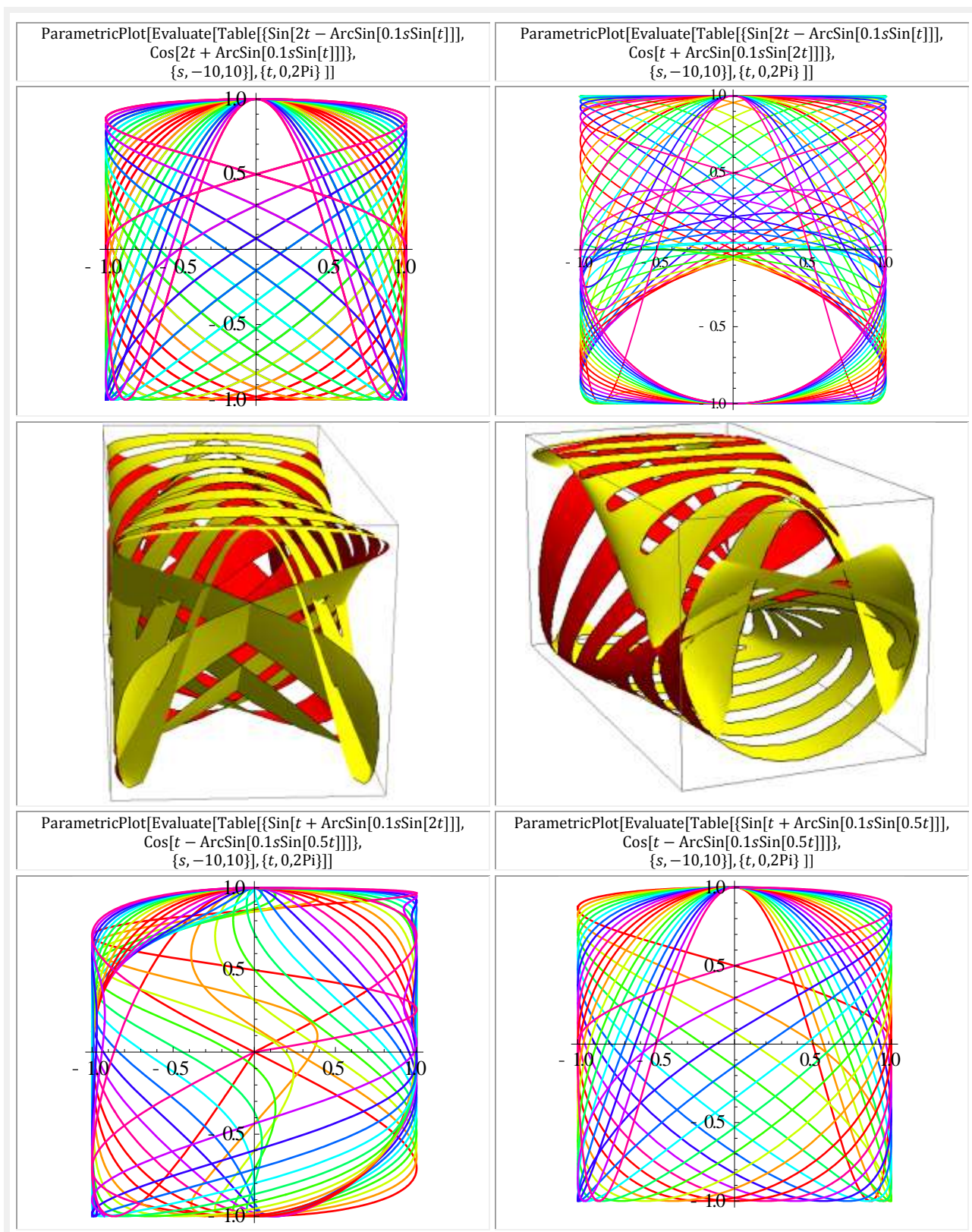


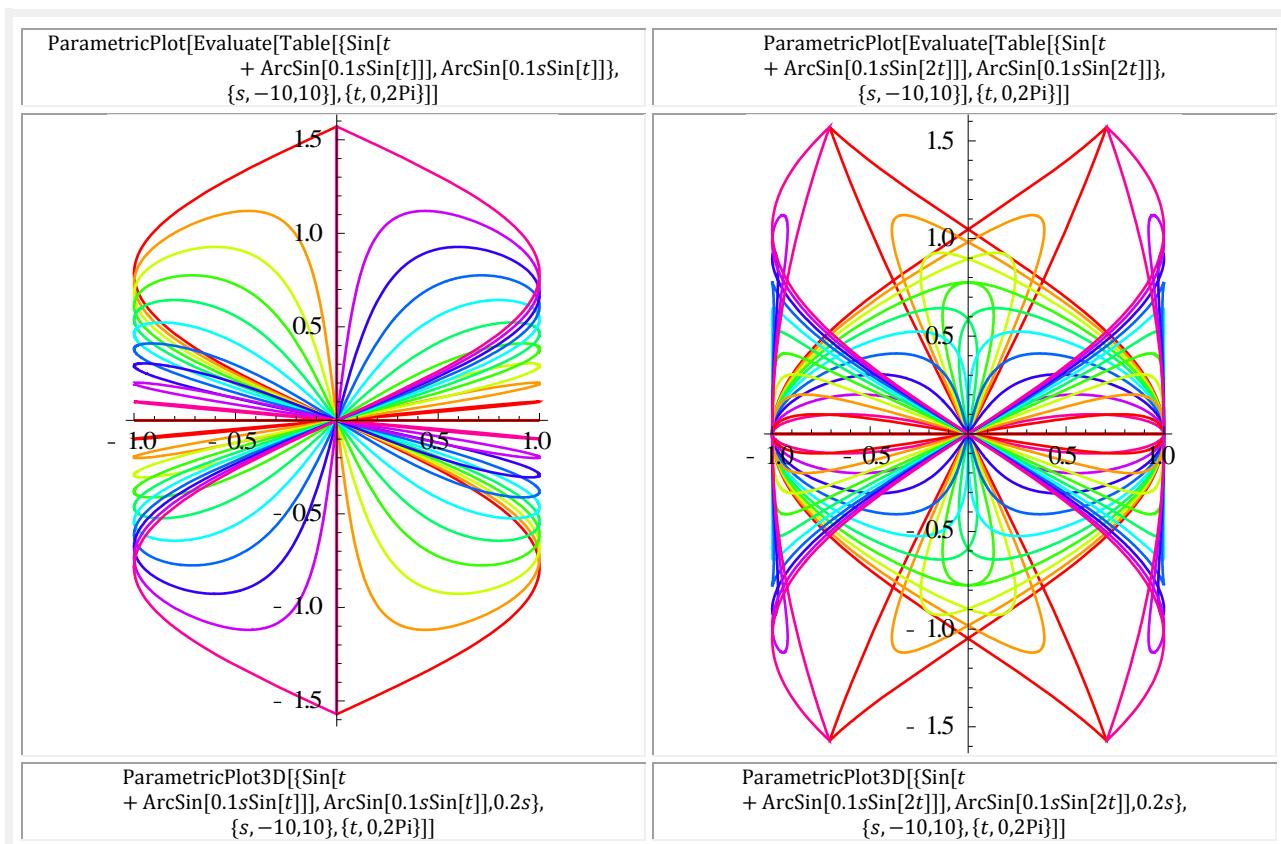
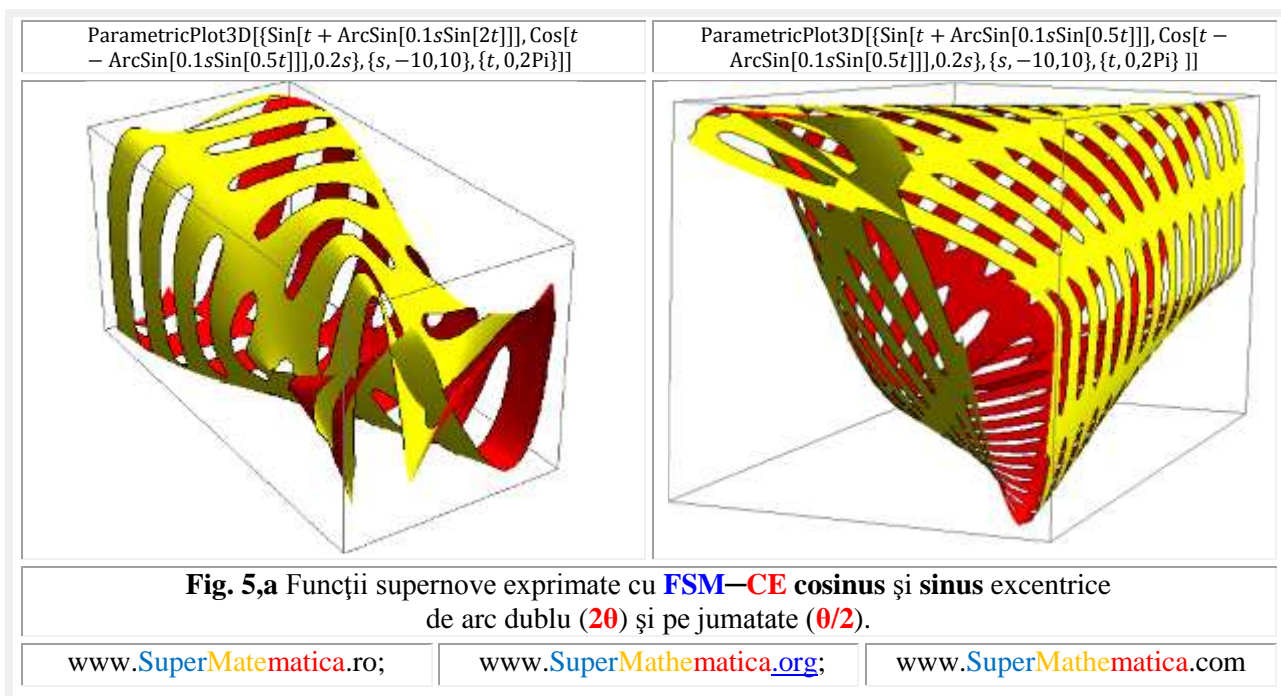


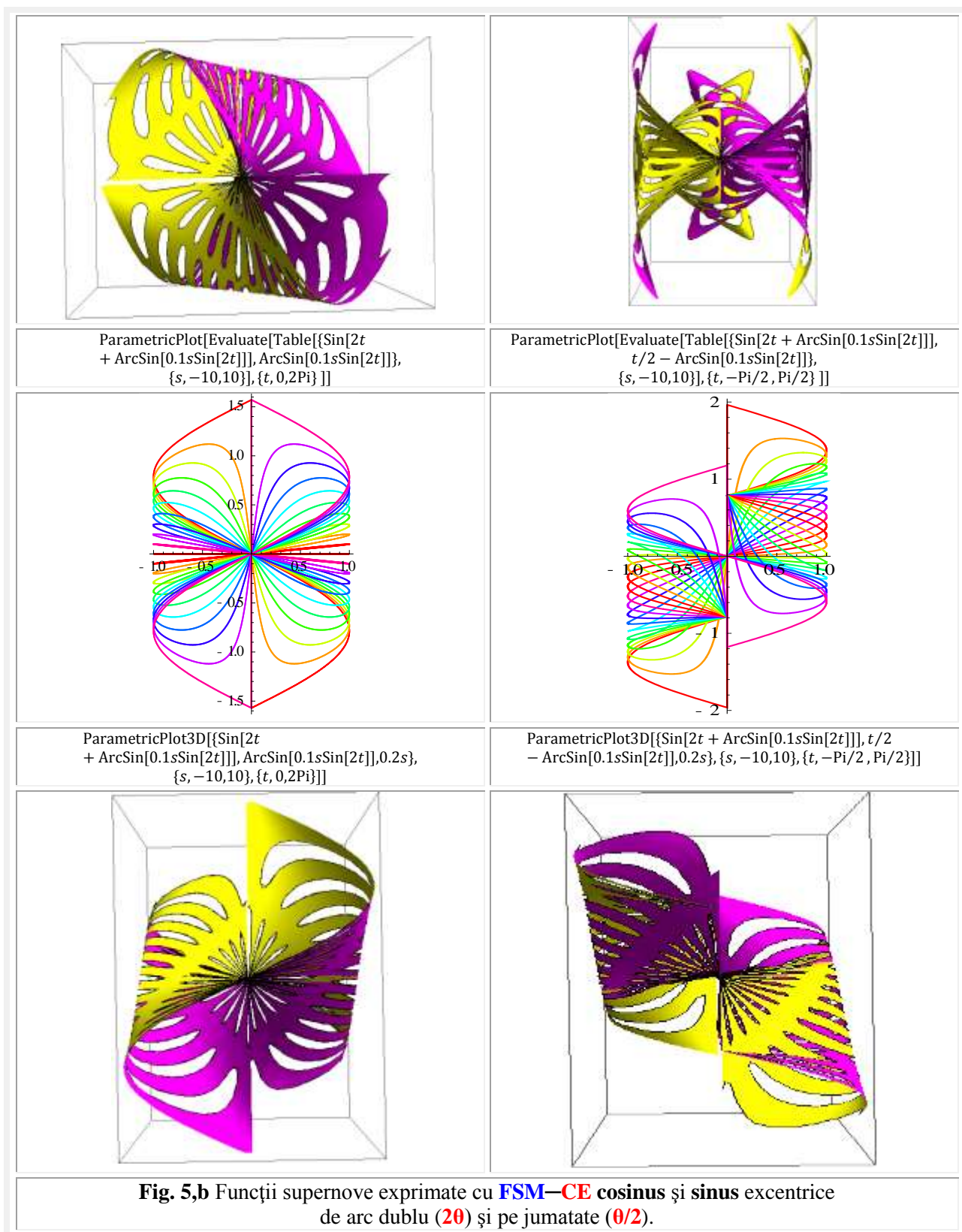
Situația este asemănătoare și în funcție de **variabila centrică** α . Astfel pentru $s \in [-0.9; +0.9]$ se obțin tot cercuri, însă pentru $s = \pm 1$ cercurile degenerază într-un diametru, așa cum se poate constata în **figura 4**.

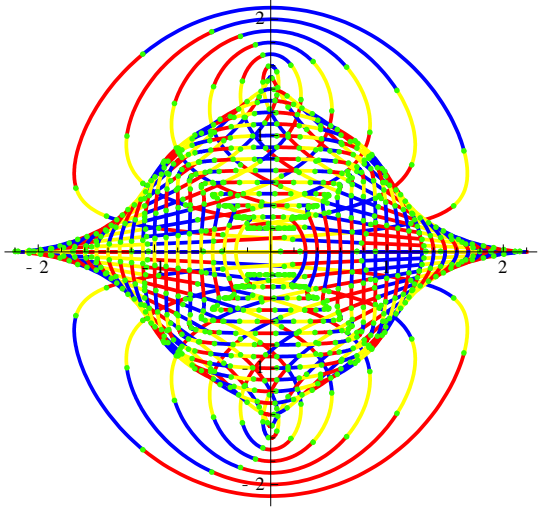
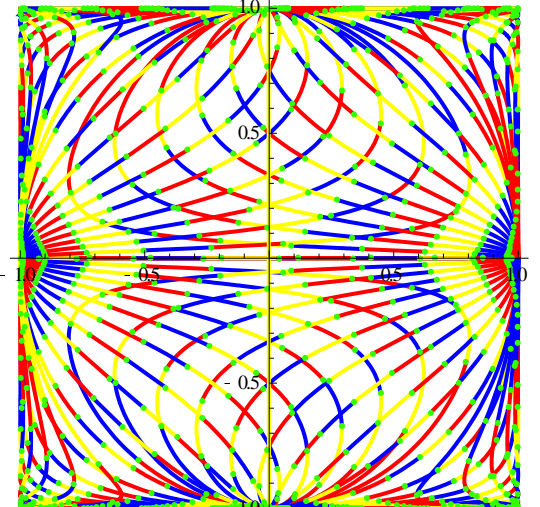
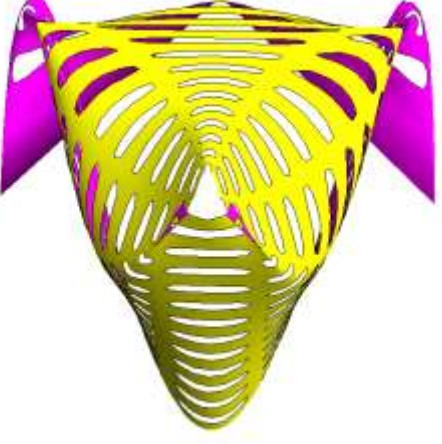
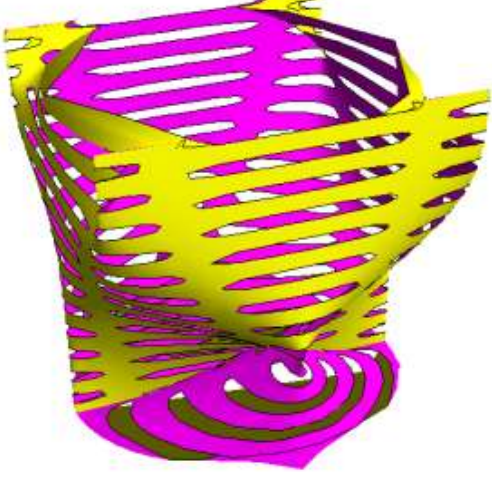
O altă modificare constă în dublarea sau triplarea variabilelor θ și, respectiv α așa cum este cazul prezentat în **figura 5**, ca funcții de variabila **excentrică** θ .

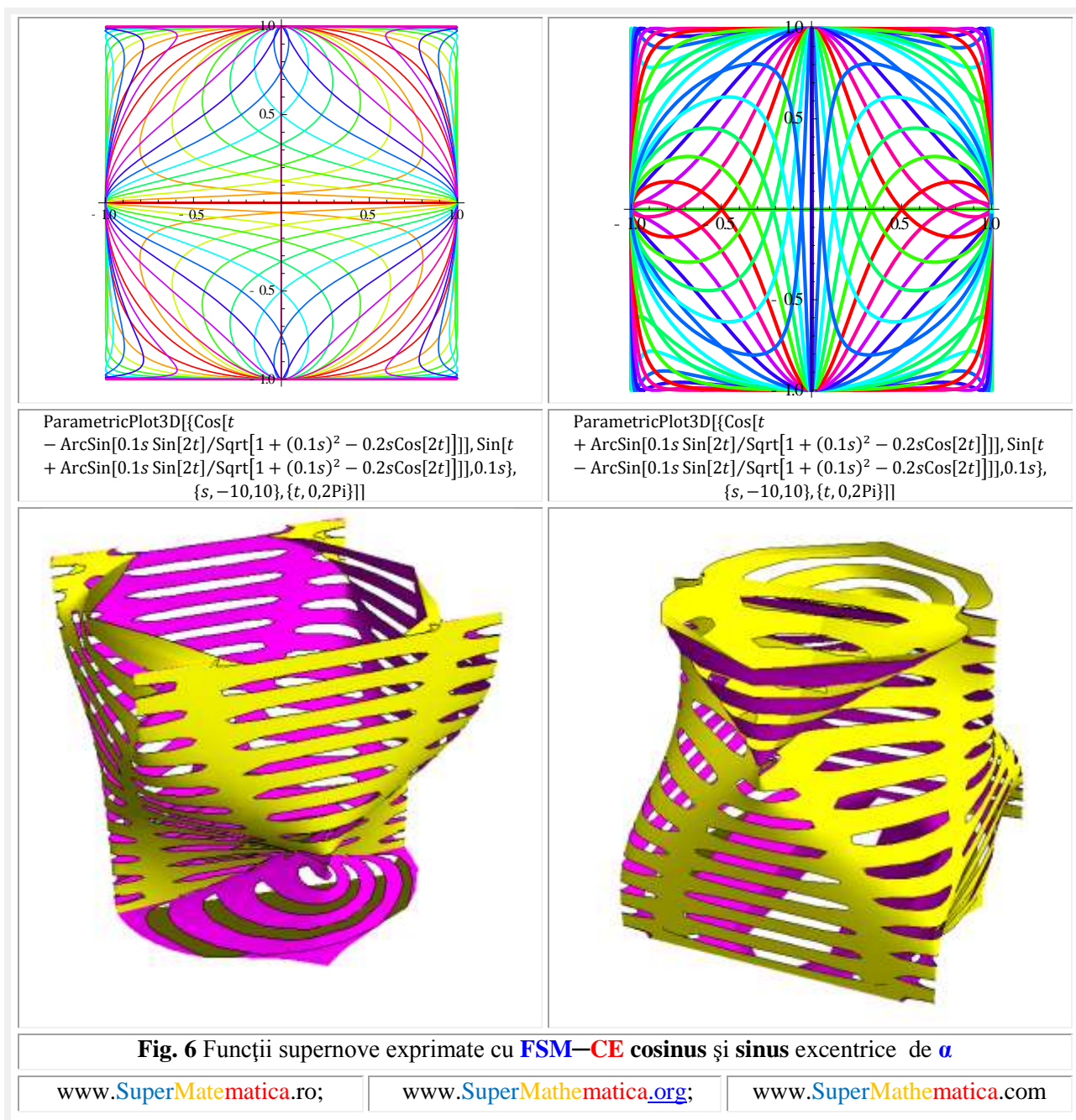






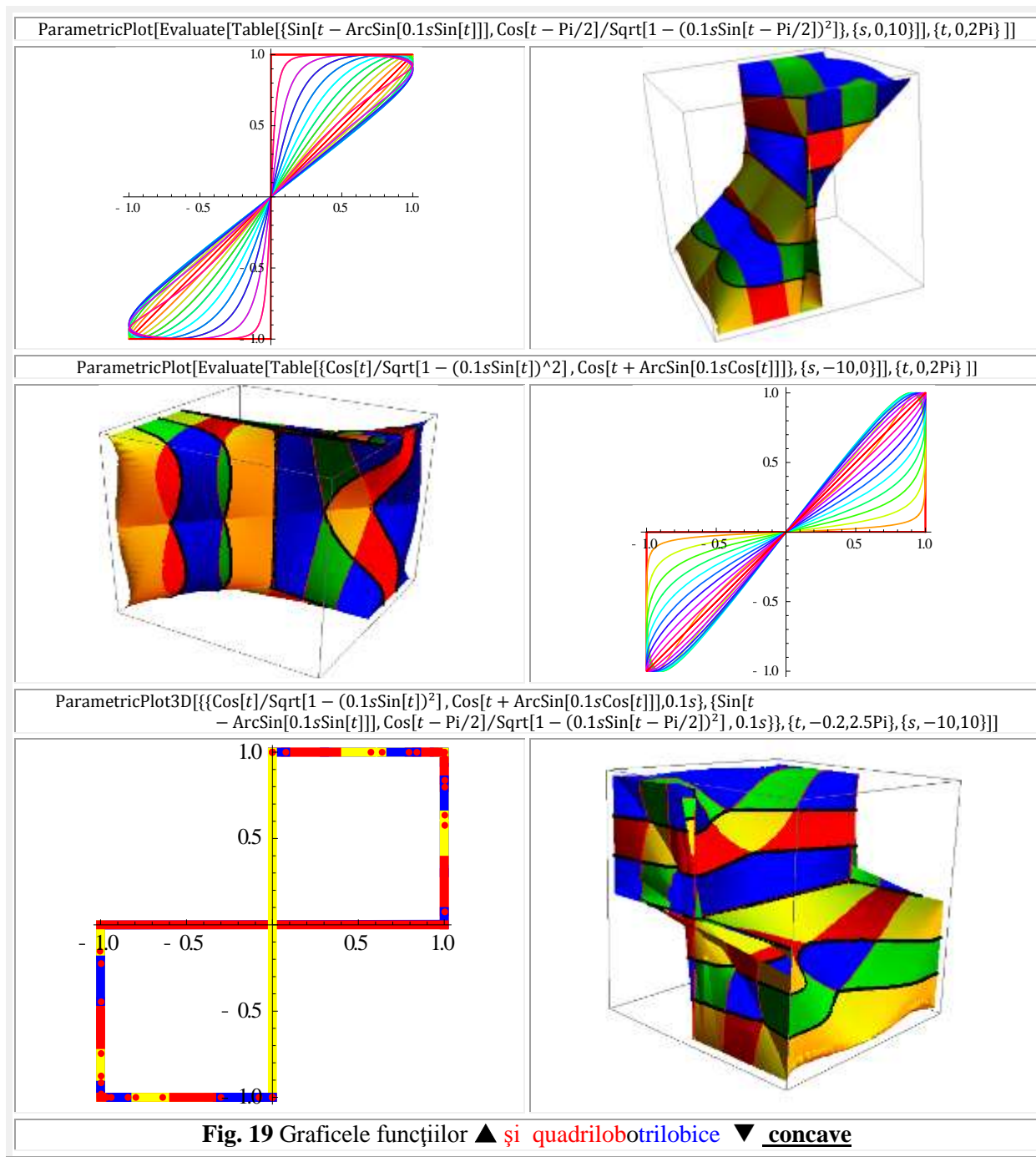


$\text{ParametricPlot}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\{(1.2 - 0.1s)\text{Cos}[t] - \text{ArcSin}[0.1s \text{Sin}[2t]/\text{Sqrt}[1 + (0.1s)^2 - 0.2s\text{Cos}[2t]]\}], (1.2 - 0.1s)\text{Sin}[t] + \text{ArcSin}[0.1s \text{Sin}[2t]/\text{Sqrt}[1 + (0.1s)^2 - 0.2s\text{Cos}[2t]]\}], \{s, -10, 10\}], \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\{\text{Cos}[t] - \text{ArcSin}[0.1s \text{Sin}[2t]/\text{Sqrt}[1 + (0.1s)^2 - 0.2s\text{Cos}[2t]]\}], \text{Sin}[t + \text{ArcSin}[0.1s \text{Sin}[2t]/\text{Sqrt}[1 + (0.1s)^2 - 0.2s\text{Cos}[2t]]\}], \{s, -10, 10\}], \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\{\{(1.2 - 0.1s)\text{Cos}[t] - \text{ArcSin}[0.1s \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 + (0.1s)^2 - 0.2s\text{Cos}[t]]\}], (1.2 - 0.1s)\text{Sin}[t] + \text{ArcSin}[0.1s \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 + (0.1s)^2 - 0.2s\text{Cos}[t]]\}], 0.1s\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\{\{\text{Cos}[t] - \text{ArcSin}[0.1s \text{Sin}[2t]/\text{Sqrt}[1 + (0.1s)^2 - 0.2s\text{Cos}[2t]]\}], \text{Sin}[t + \text{ArcSin}[0.1s \text{Sin}[2t]/\text{Sqrt}[1 + (0.1s)^2 - 0.2s\text{Cos}[2t]]\}], 0.1s\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$
	
$\text{ParametricPlot}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\{\text{Cos}[t] - \text{ArcSin}[0.1s \text{Sin}[2t]/\text{Sqrt}[1 + (0.1s)^2 - 0.2s\text{Cos}[2t]]\}], \text{Sin}[t + \text{ArcSin}[0.1s \text{Sin}[2t]/\text{Sqrt}[1 + (0.1s)^2 - 0.2s\text{Cos}[2t]]\}], \{s, -10, 10\}], \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\{\text{Cos}[t] + \text{ArcSin}[0.1s \text{Sin}[2t]/\text{Sqrt}[1 + (0.1s)^2 - 0.2s\text{Cos}[2t]]\}], \text{Sin}[t - \text{ArcSin}[0.1s \text{Sin}[2t]/\text{Sqrt}[1 + (0.1s)^2 - 0.2s\text{Cos}[2t]]\}], \{s, -10, 10\}], \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$



8 FUNCȚII TRILOBOQUDRILBICE CONCAVE

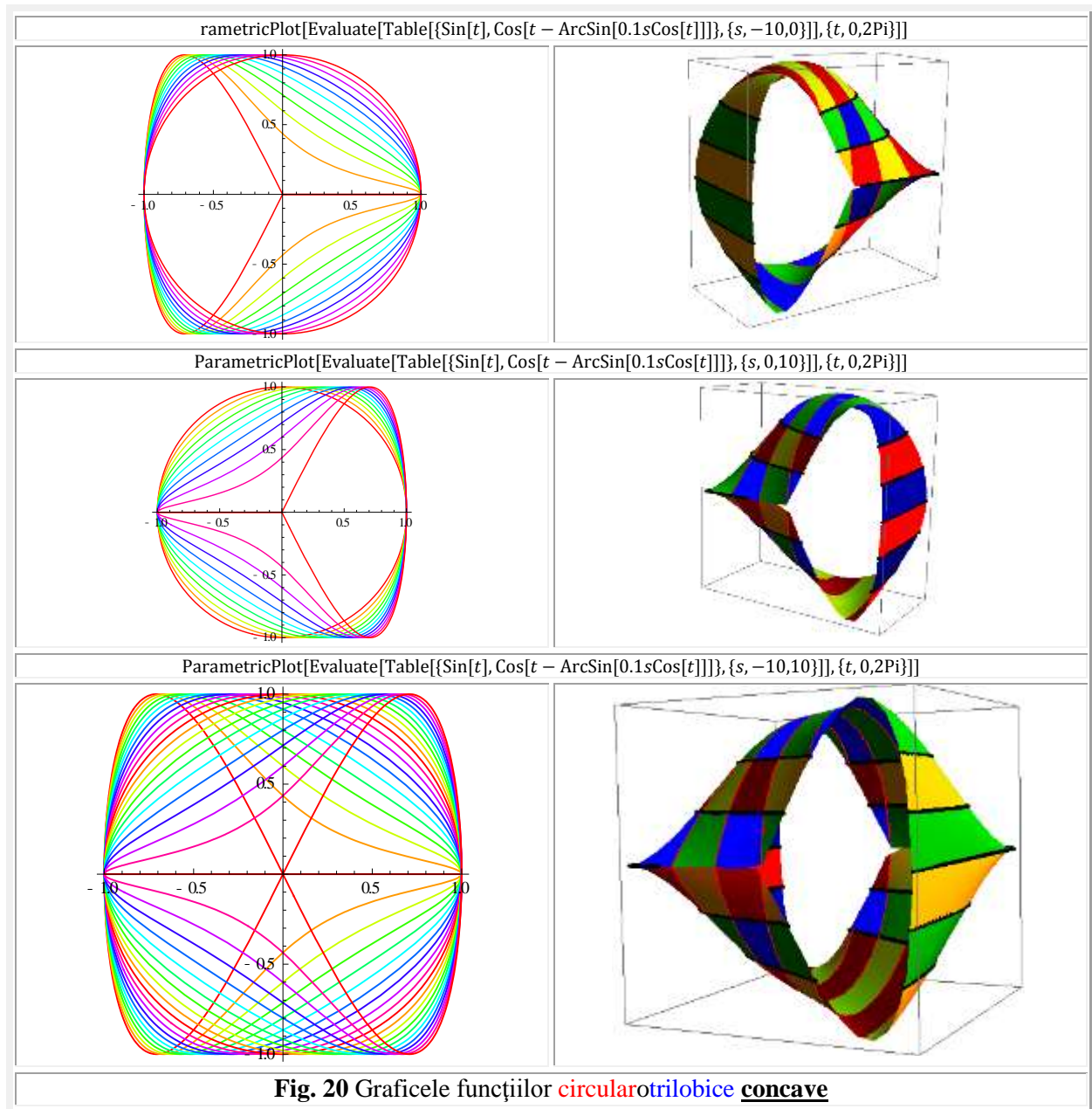
Funcțiile trilobice concave sunt prezentate în **figurile 11,a și 11.b**. Coordonatele polare ale acestora se obțin prin alegerea lui x din ecuațiile parametrice ale trilobelor concave și a lui y din ecuațiile parametrice ale quadrilobelor. Graficele lor sunt redată în **figura 19**.

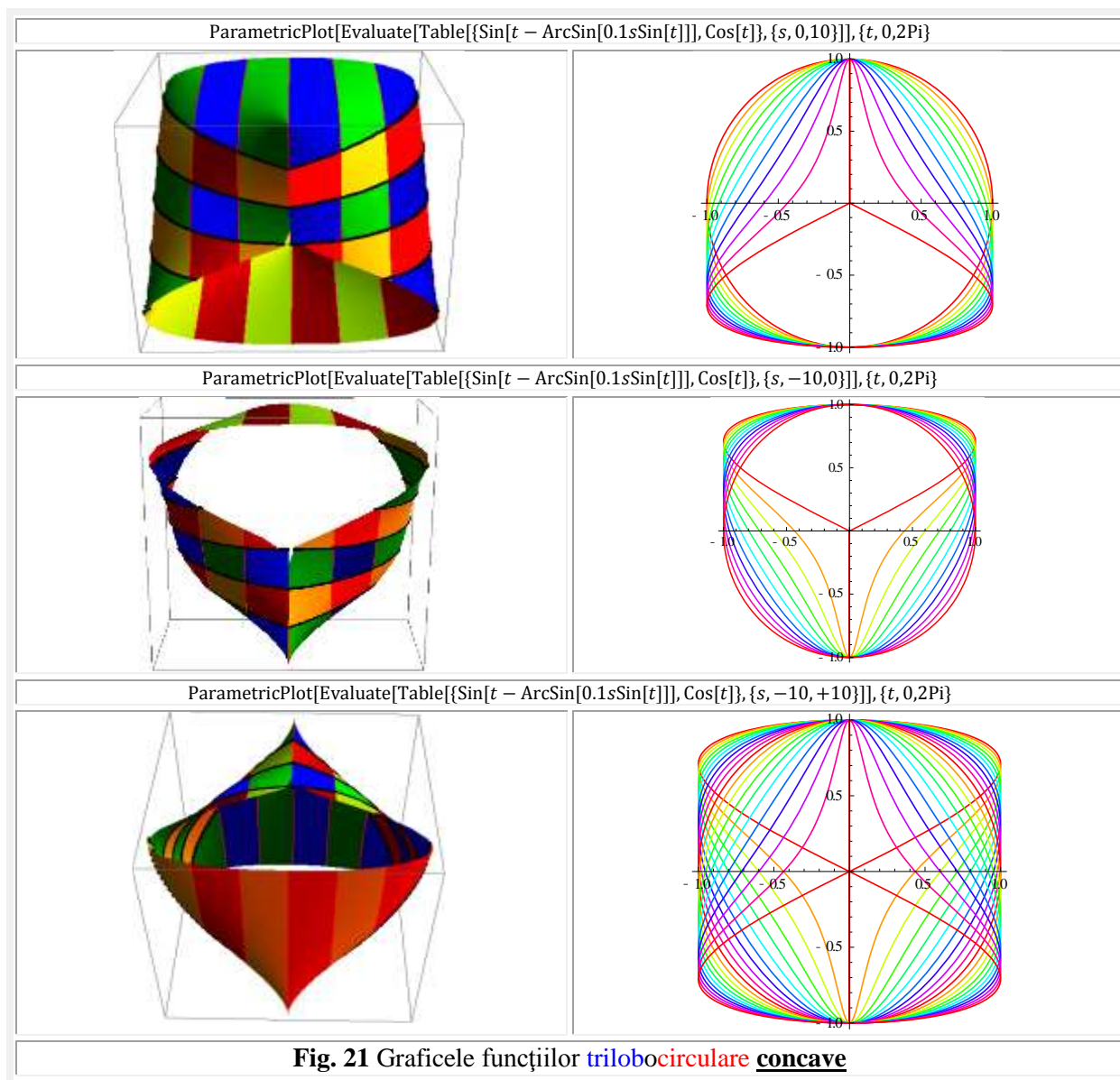


9 FUNCȚII TRILOBOCIRCULARE CONCAVE

Funcțiile **trilobocirculare** concave e obțin prin utilizarea lui $x = \cos$ din ecuațiile parametrice ale cercului unitate și a lui y din ecuațiile parametrice ale quadrilobelot exterioare cercului unitate $y = \frac{\sin\theta}{\sqrt{1-s\cos^2\theta}}$.

Graficele acestora sunt prezentate în **figura 20** în **2D** și în **3D**. Gaficele acestora sunt asemanatoare cu cele ale trilobelor concave, în special pentru valorile mici ale excentricității numeroce **s** și asemănarea este mult mai redusă pentru valorile mai mari ale excentricității numerice **s**, numai că sunt rotite cu -120° sau 120° în sens dextrorin sau dextrorum.

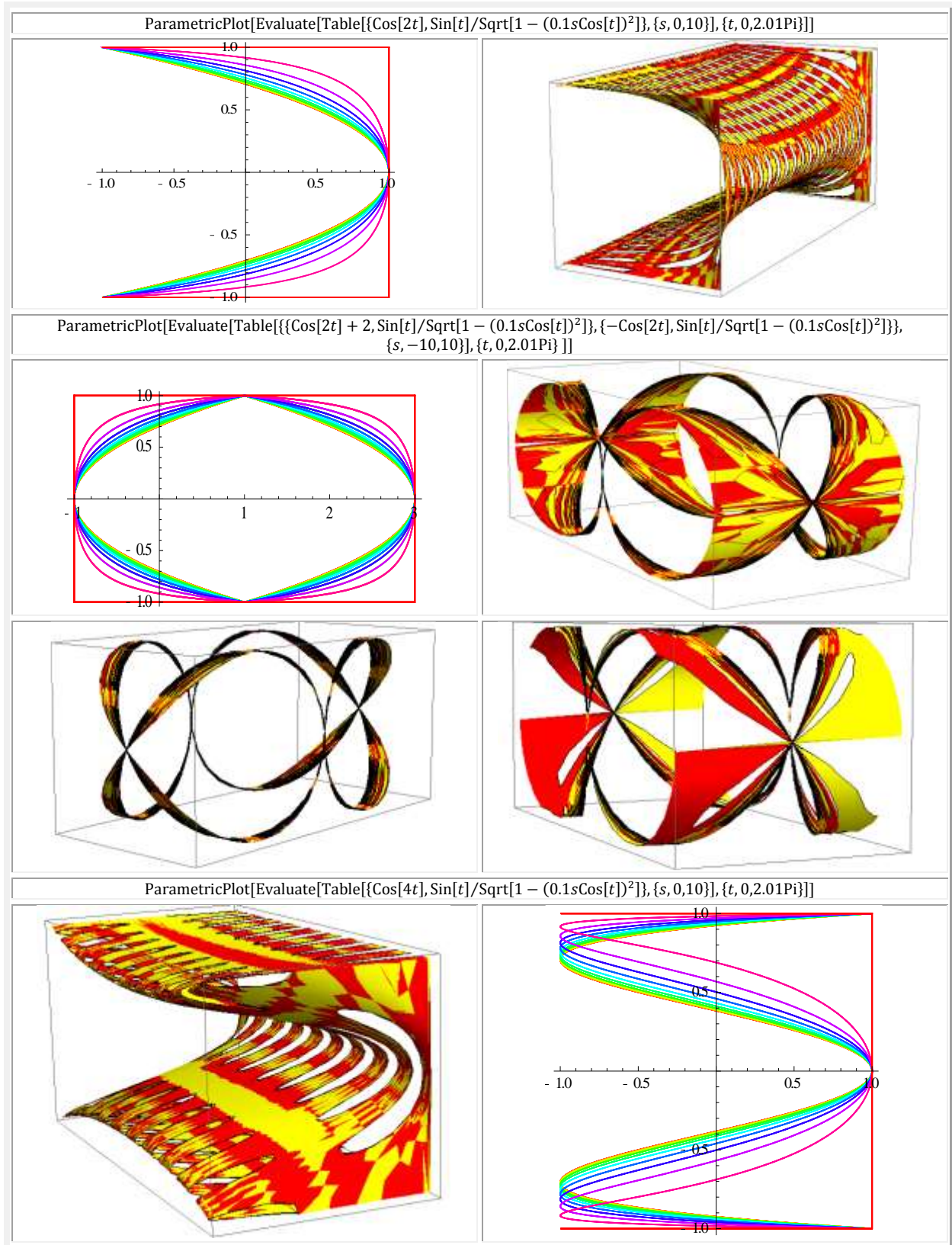


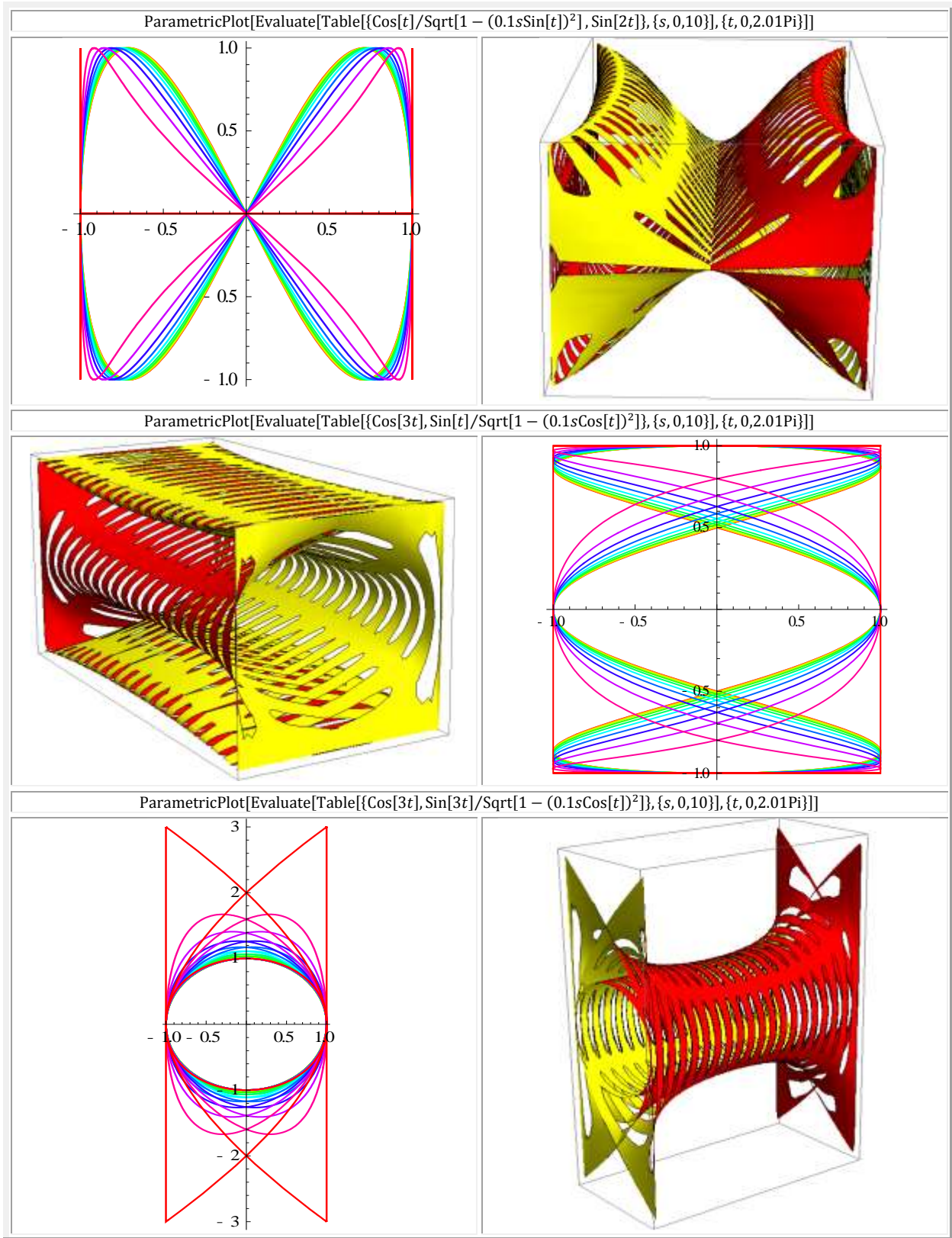


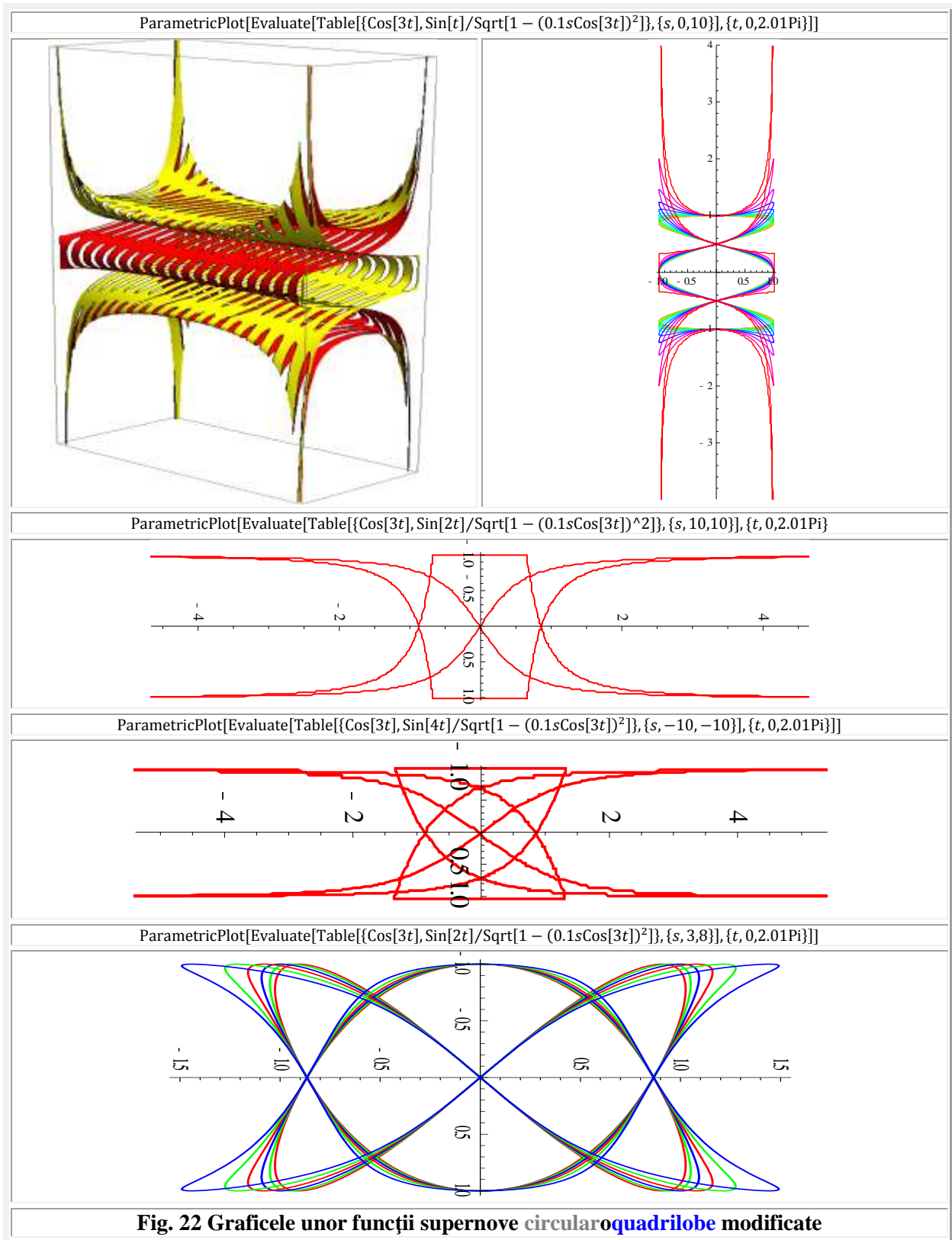
10 FUNCȚII CIRCULAROQUADRILOBICE MODIFICATE

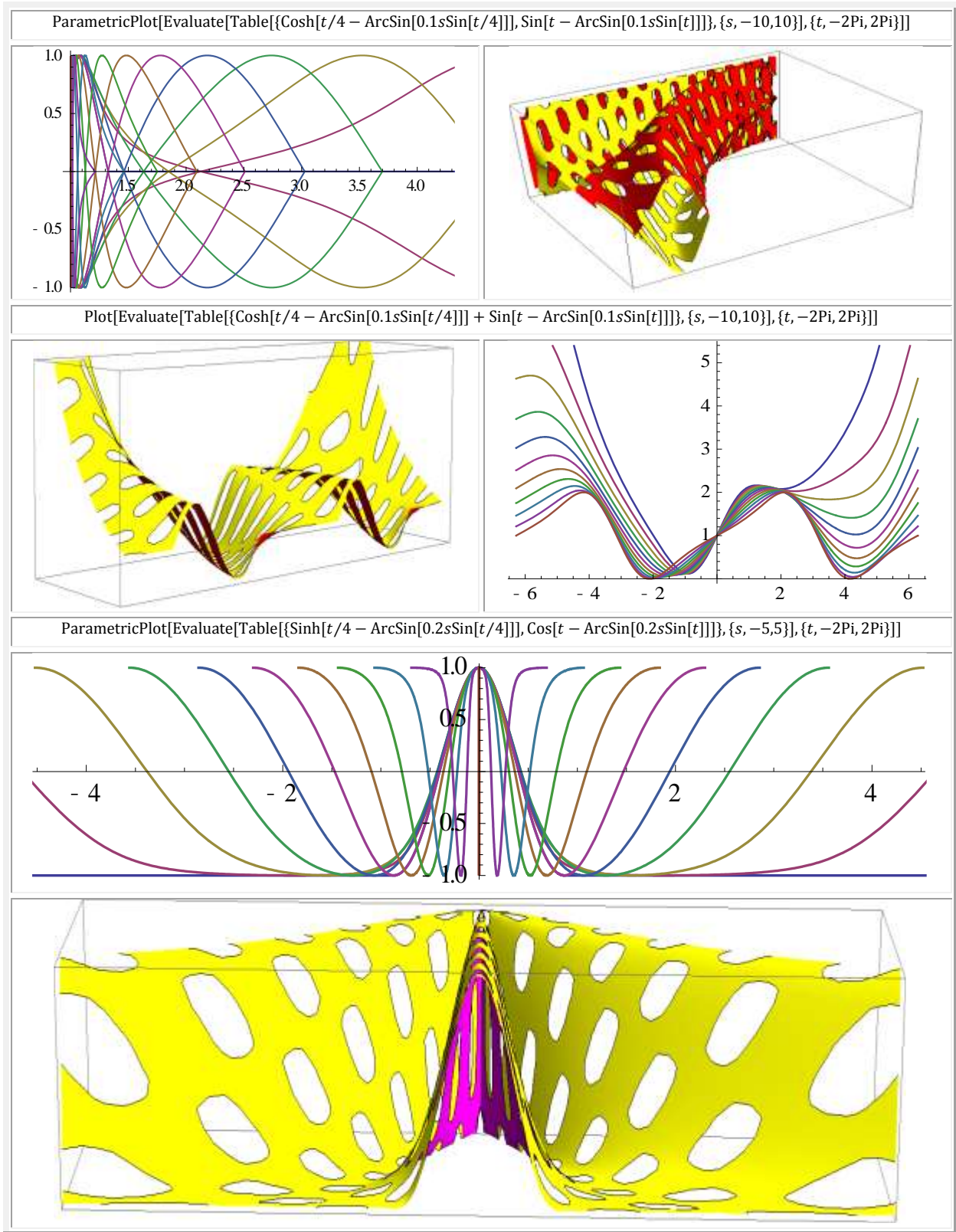
Funcțiile **circularoquadrilobice** modificate sunt funcții circulare cu $x = \cos 2\theta$ sau $x = \cos 4\theta$ și de parametru y funcții quadrilobice schimbate ($y = \sec \theta$) sau invers.

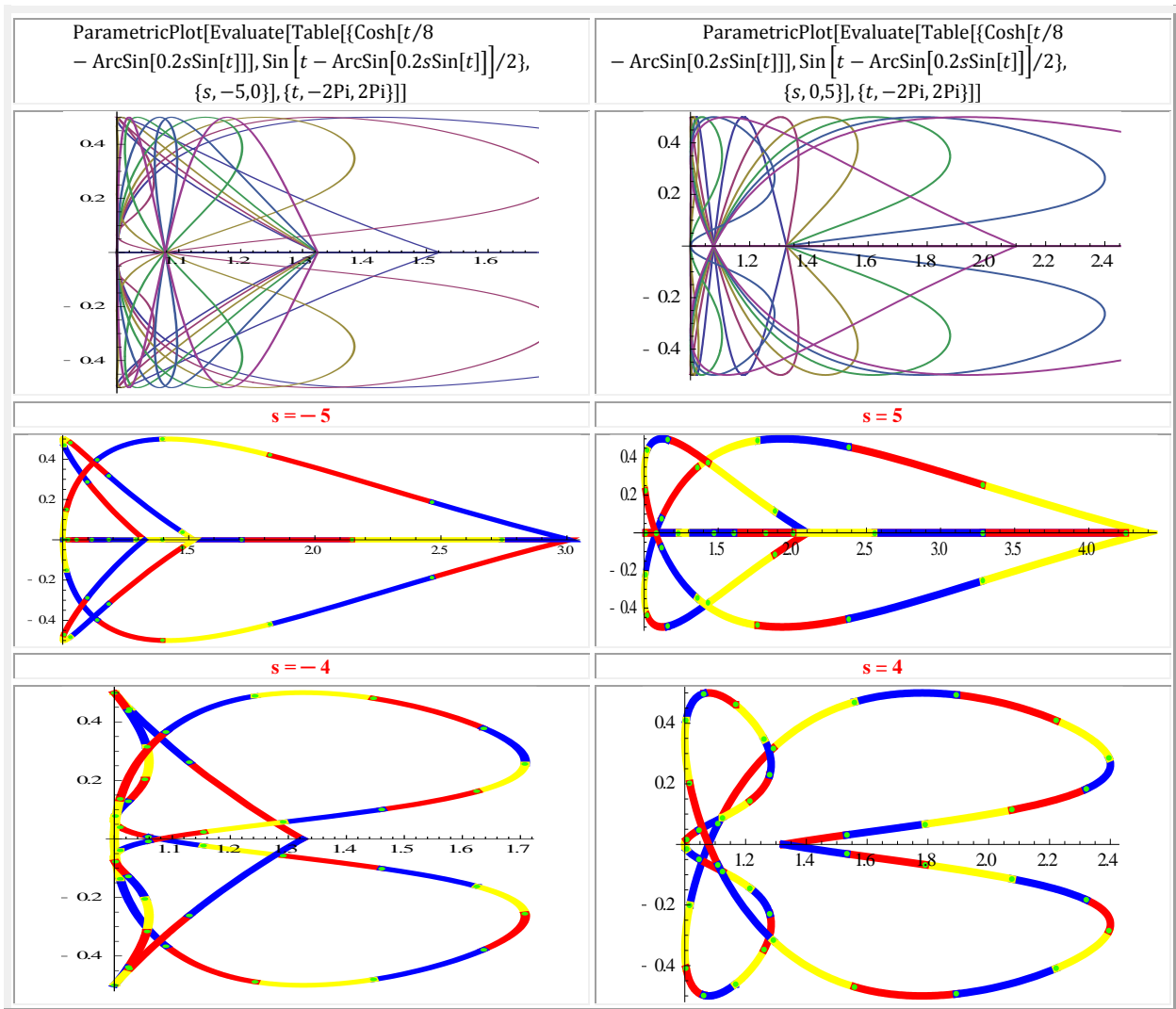
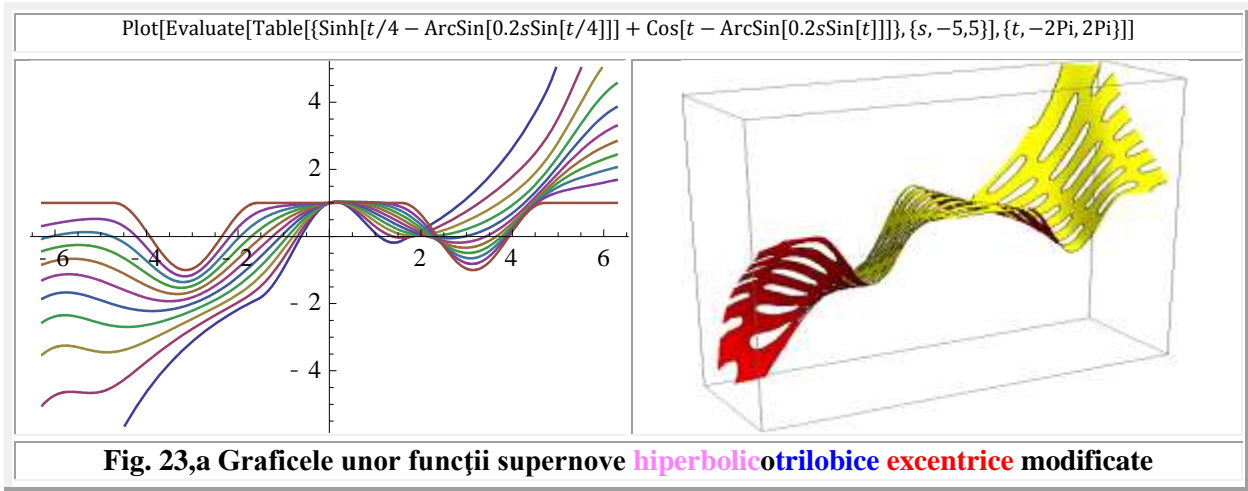
Câteva exemple sunt prezentate în graficele din **figura 22** în 2 D și în 3D. În prima figură, pentru o excentricitate liniară numerică $s = 1$, se obțin trei laturi ale unui pătrat. Dacă se adaugă și simetrica, deplasată cu $x = -2$, se va obține un dreptunghi precum în figura următoare dar numai în 2D. În 3D, dreptunghiul fiind doar o linie dreaptă, de grosime zero, nu apare în figură. S-a încercat și cu $s = 0,9$ și cu $s = 0,8$ și cu $s = 1,1$ dar s-au obținut cu totul alte figuri în 3D, interesante, motiv pentru care au fost atașate în **figura 22**.

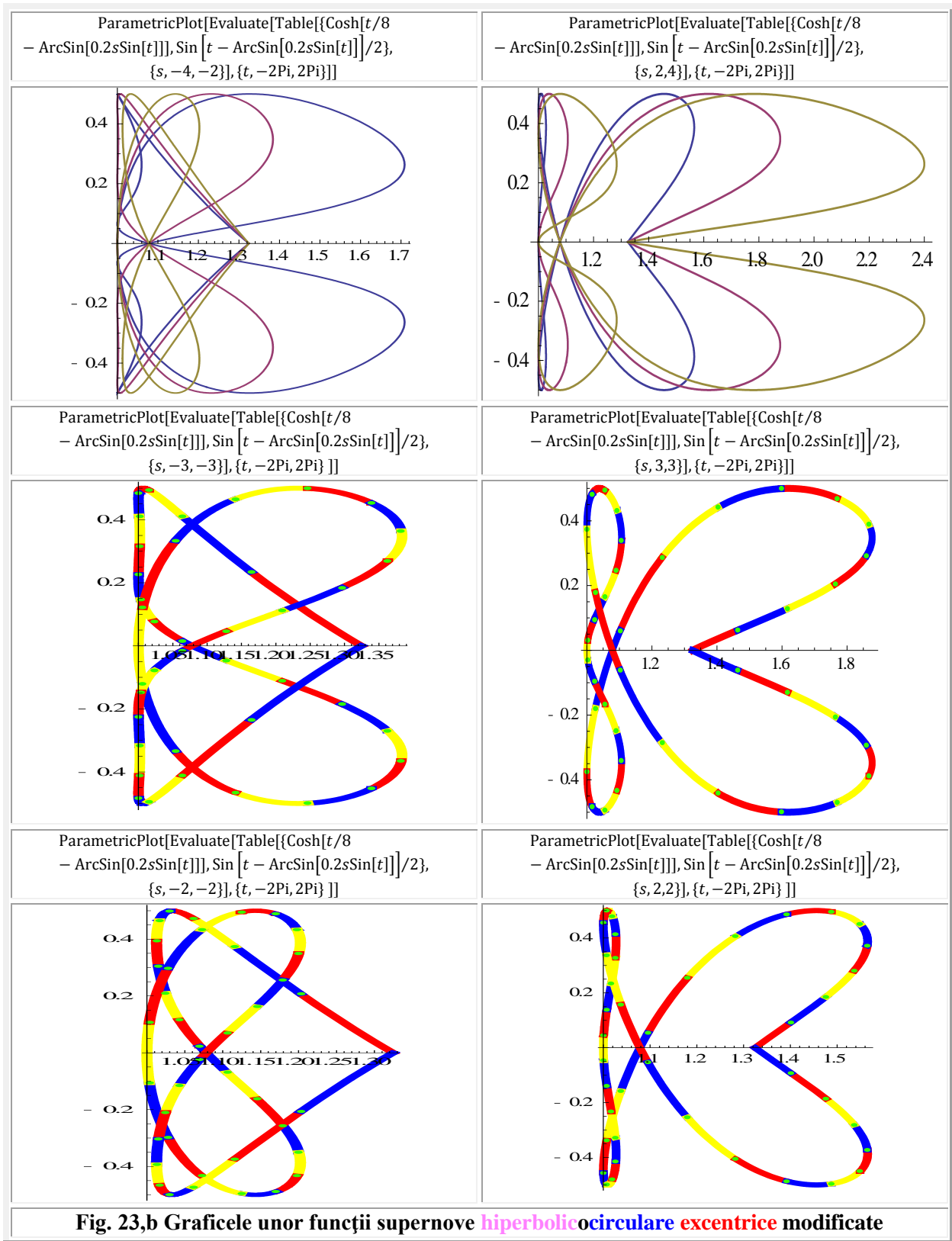


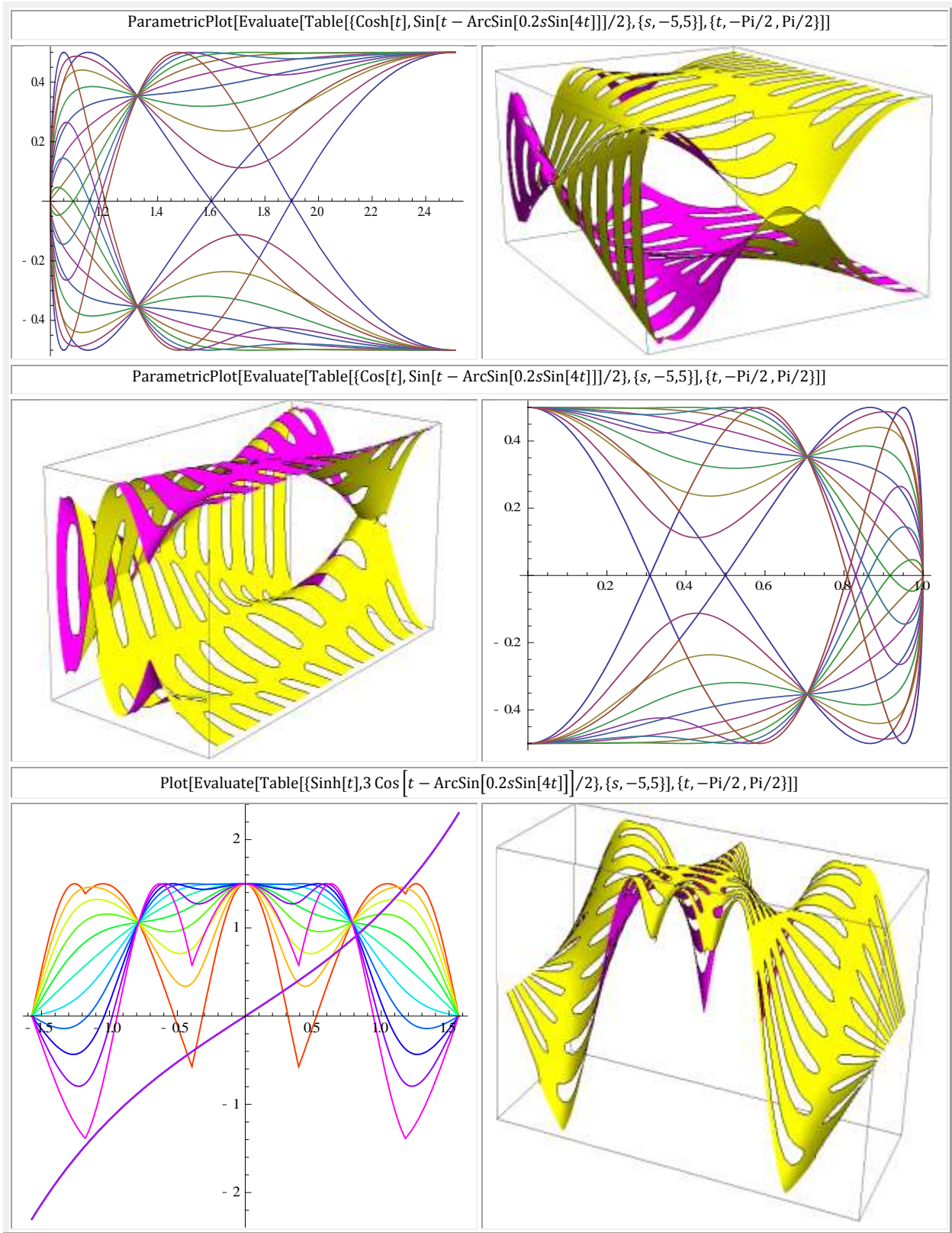


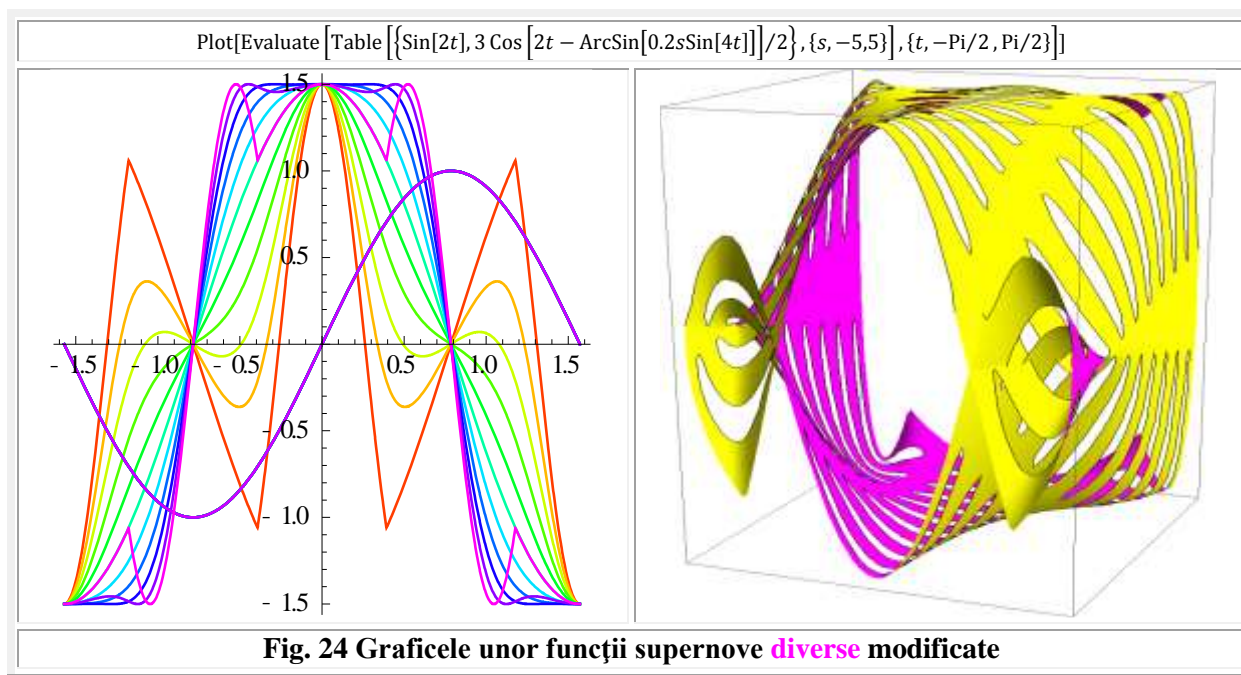












Motto : ”*Rex este o adevărată funcție rege, deoarece exprimă distanța în plan între două puncte și cu ea pot fi exprimate ecuațiile tuturor curbele plane*”

Prof. Dr. Math. Octav Gheotghiu

CAPITOLUL VII

FUNȚII SUPERNOVE REXODEX

Funcții **supernove rexodex** sunt o combinație dintre **funcțiile supermatematice circulare excentrice (FSM—CE) radial excentrice (rexθ și Rexα)** și **derivate excentrice (dexθ și Dexα)** ale căror ecuații de definiție sunt, pentru rex:

$$(1) \begin{cases} \text{rex}\theta = -s \cdot \cos(\theta - \varepsilon) + \sqrt{1 - s^2 \sin^2(\theta - \varepsilon)} \\ \text{Rex}\alpha = \sqrt{1 + s^2 - 2s\cos(\alpha - \varepsilon)} \end{cases}$$

și pentru dex:

$$(2) \begin{cases} \text{dex}\theta = 1 - \frac{s \cdot \cos(\theta - \varepsilon)}{\sqrt{1 - s^2 \sin^2(\theta - \varepsilon)}} \\ \text{Dex}\alpha = \frac{1 - s\cos(\alpha - \varepsilon)}{1 + s^2 - 2s\cos(\alpha - \varepsilon)} \end{cases}, \text{ cu graficele în 2D și în 3D din figura 1.}$$

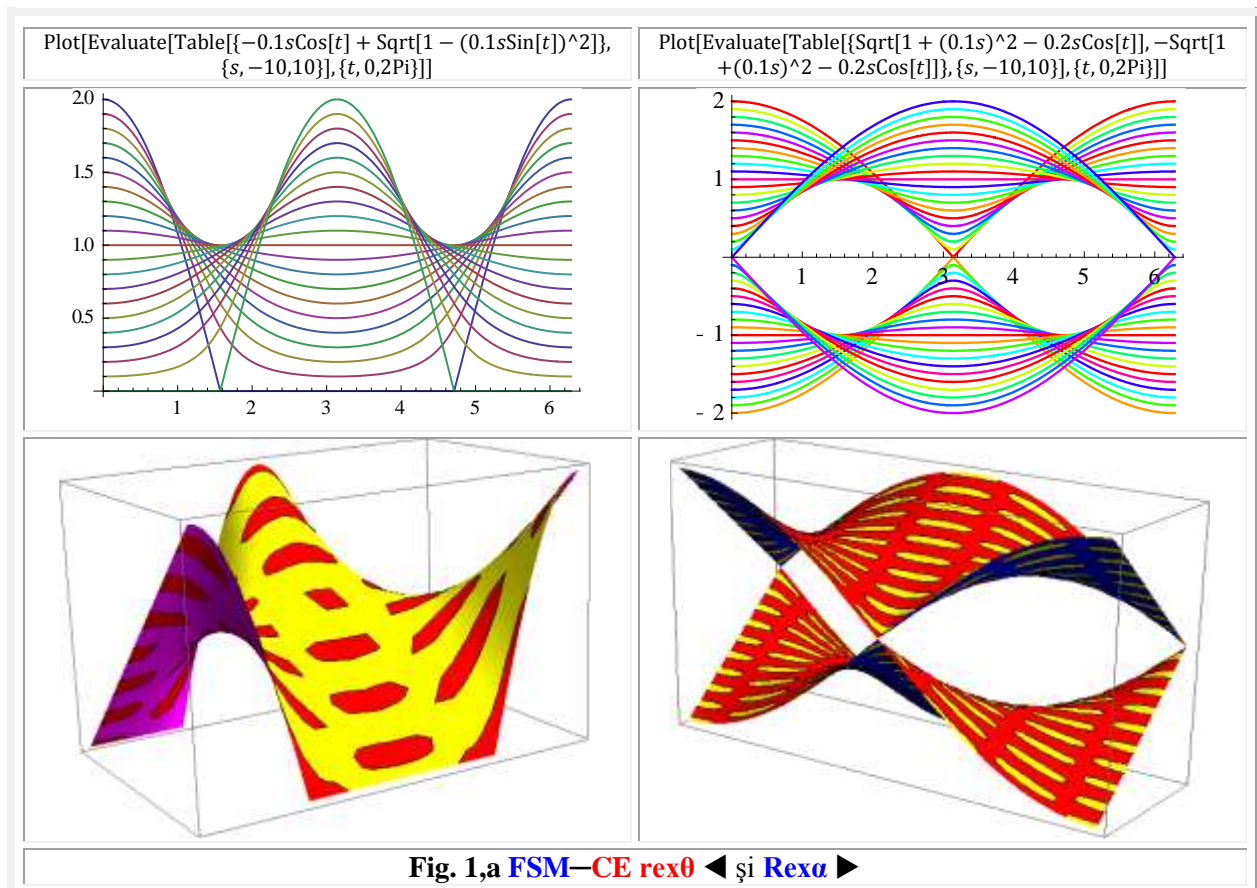
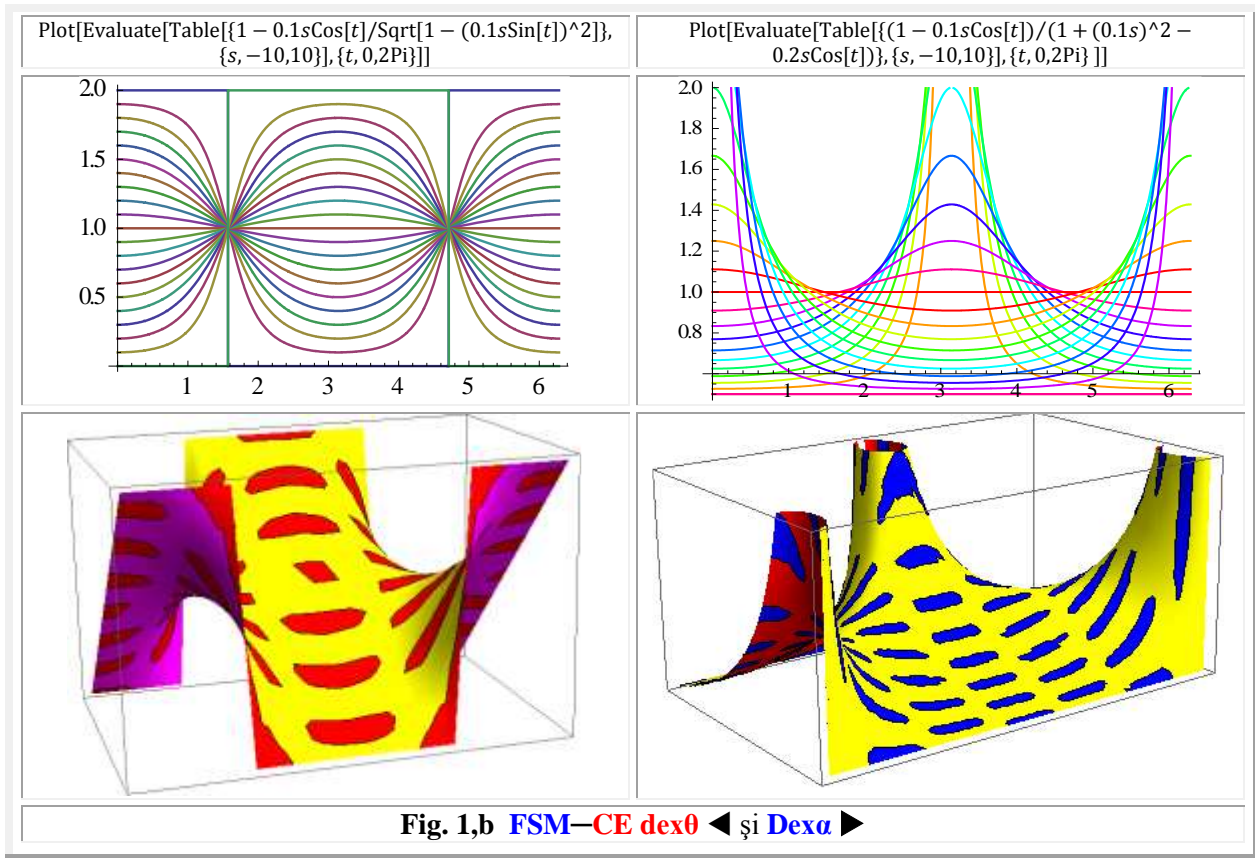


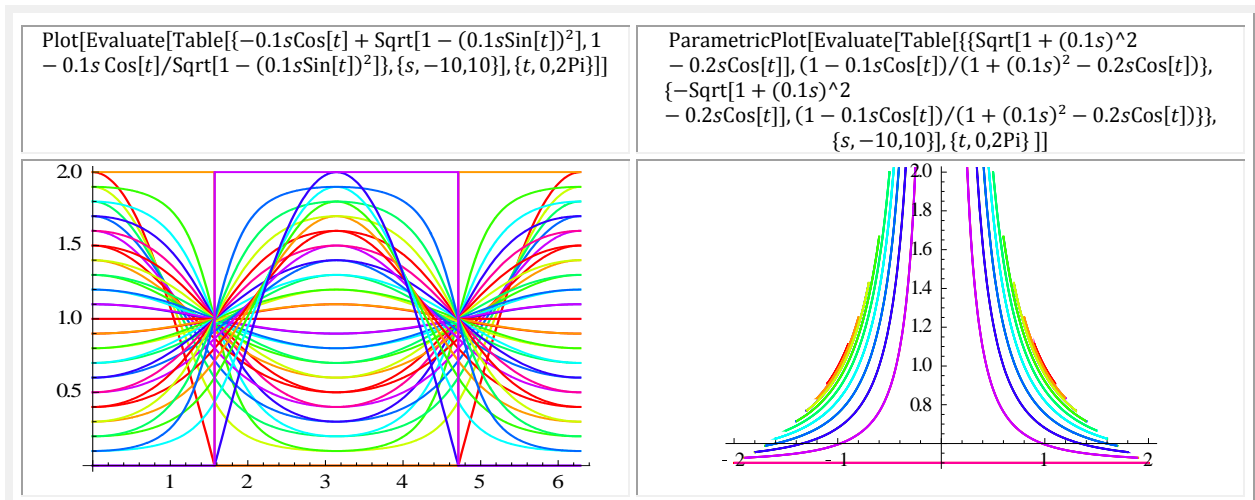
Fig. 1,a FSM—CE rexθ ◀ și Rexα ▶

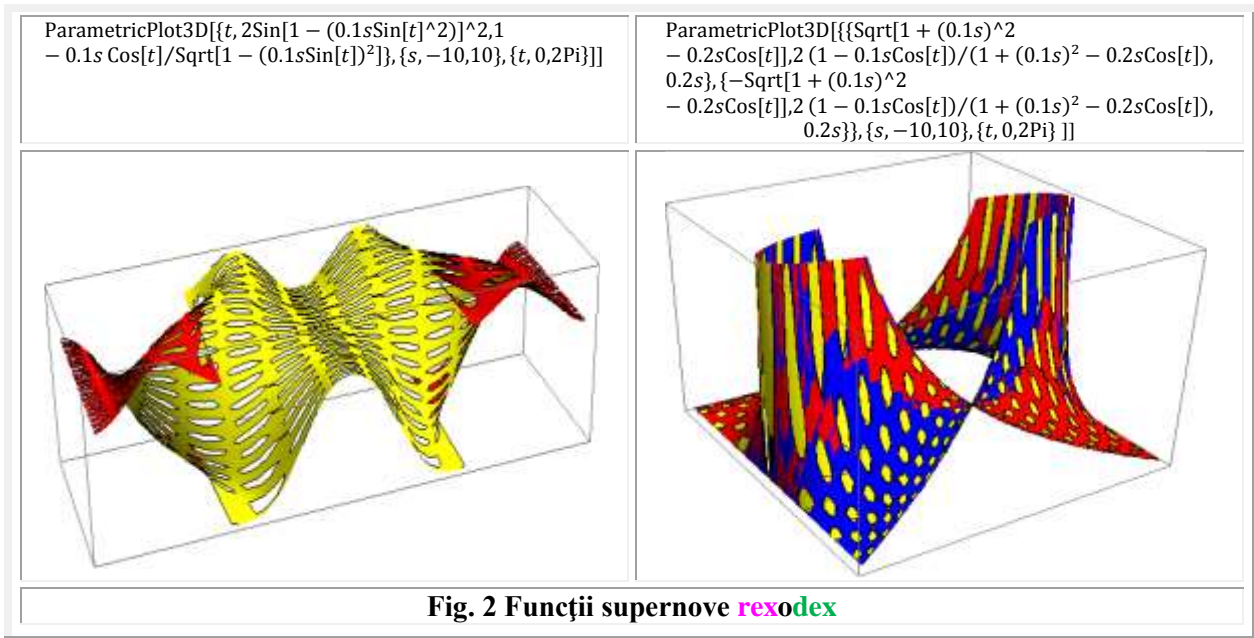


Primele funcții supernove **rexodex** se obțin prin utilizarea acestor **FSM—CE** în ecuațiile parametrice în care

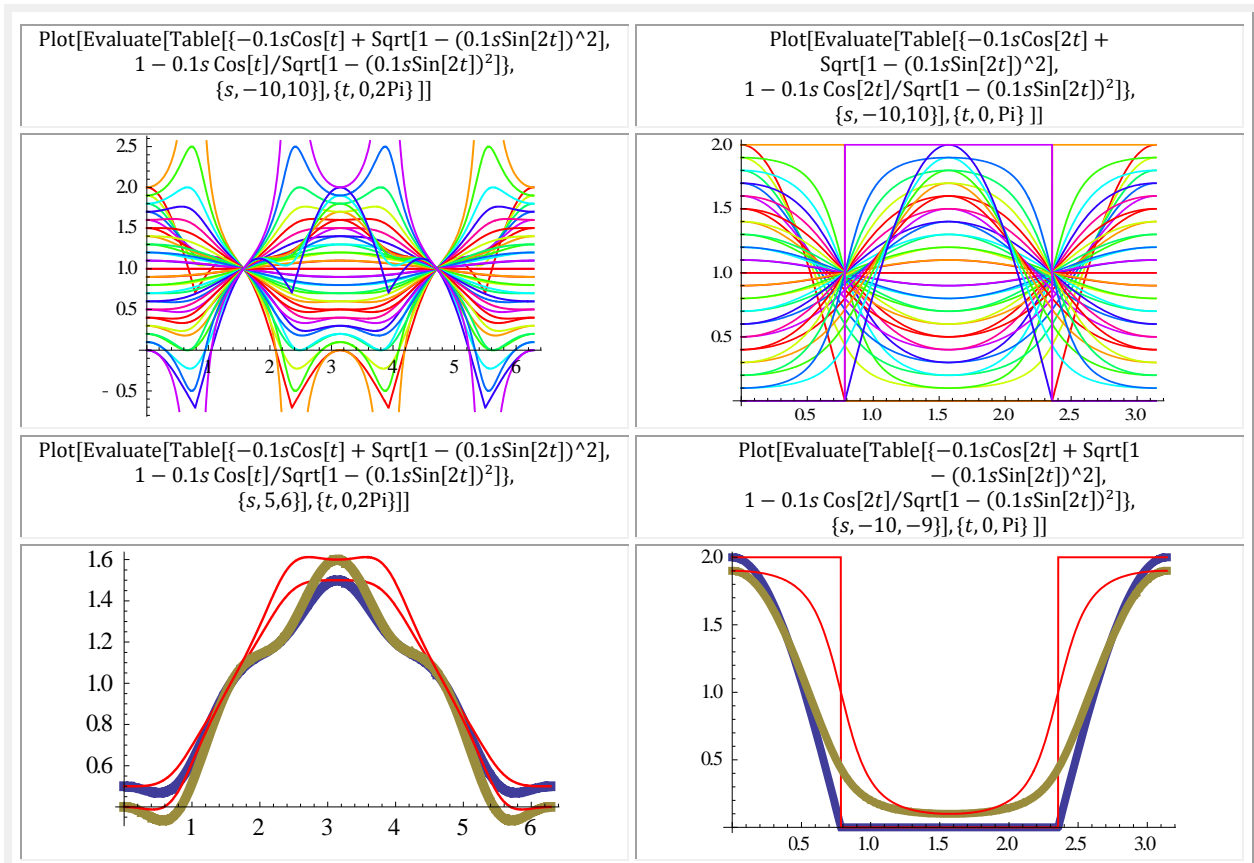
$$(3) \quad \begin{cases} x = rex\theta \\ y = dex\theta \end{cases}$$

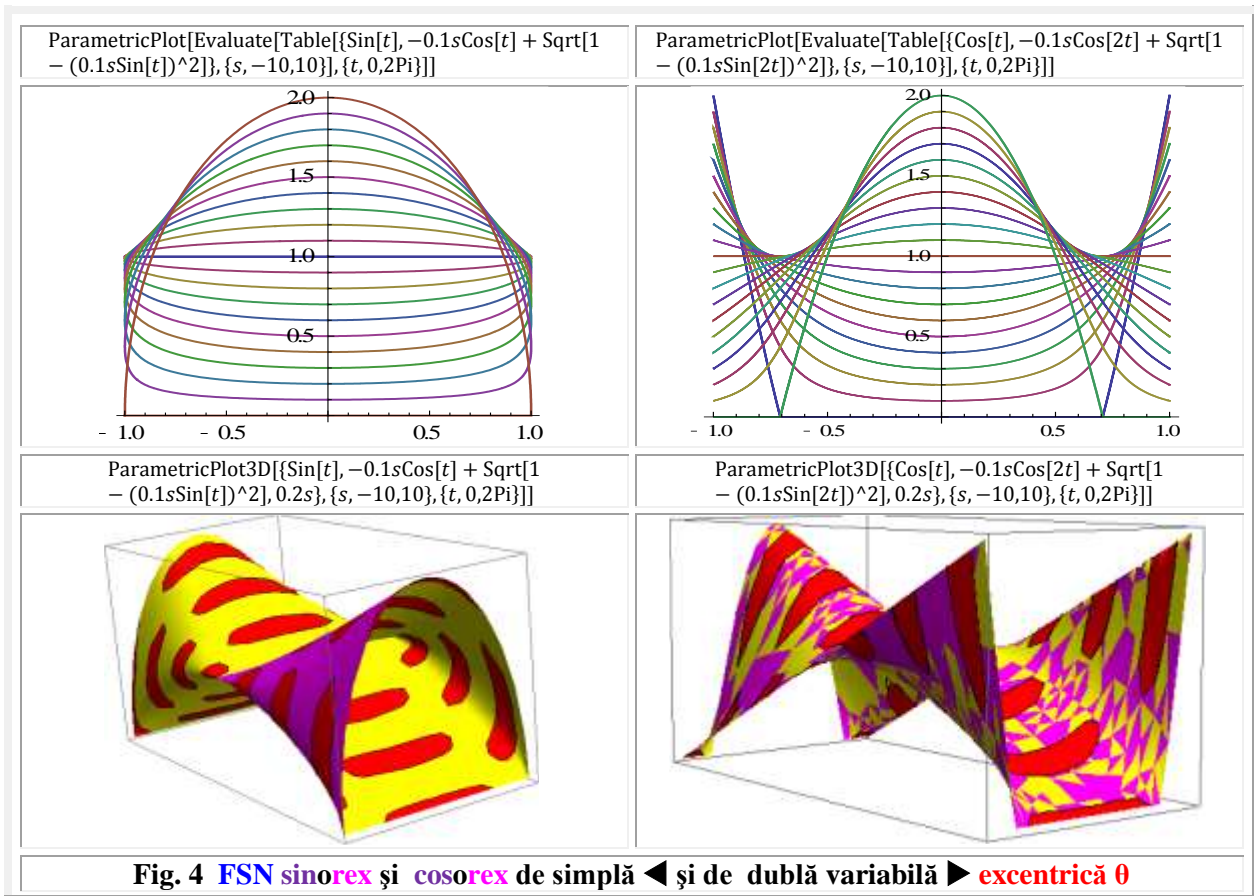
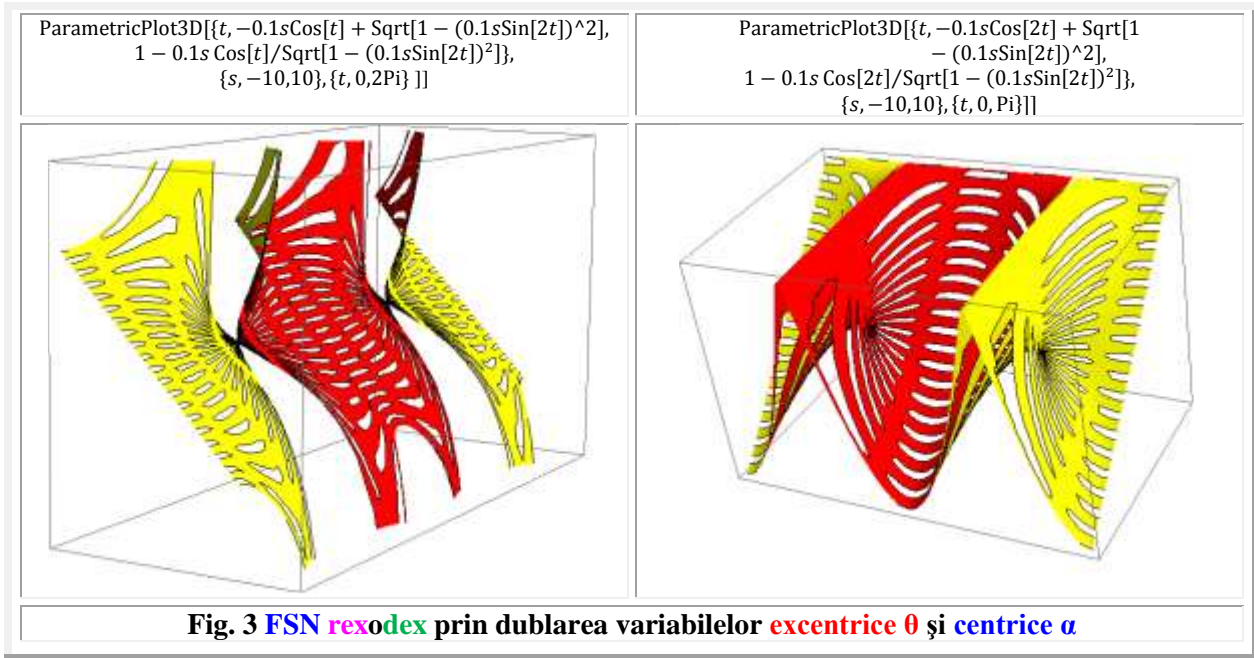
cu graficele din **2D** și **3D** din **figura 2**.





Prin dublarea variabilei excentrice în cei doi radicali se obțin **FSN** din **figura 3**.





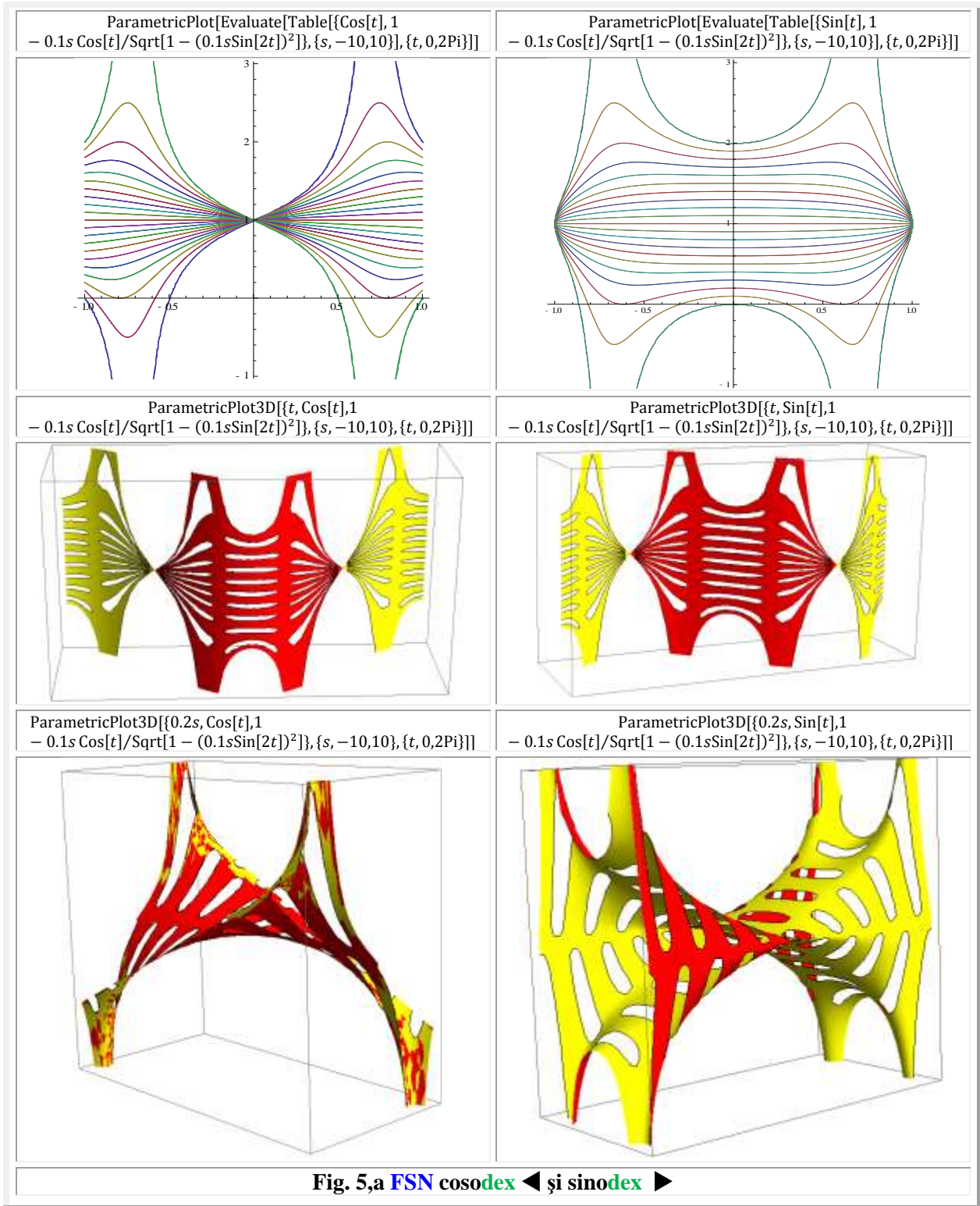


Fig. 5,a FSN cosodex ◀ și sinodex ▶

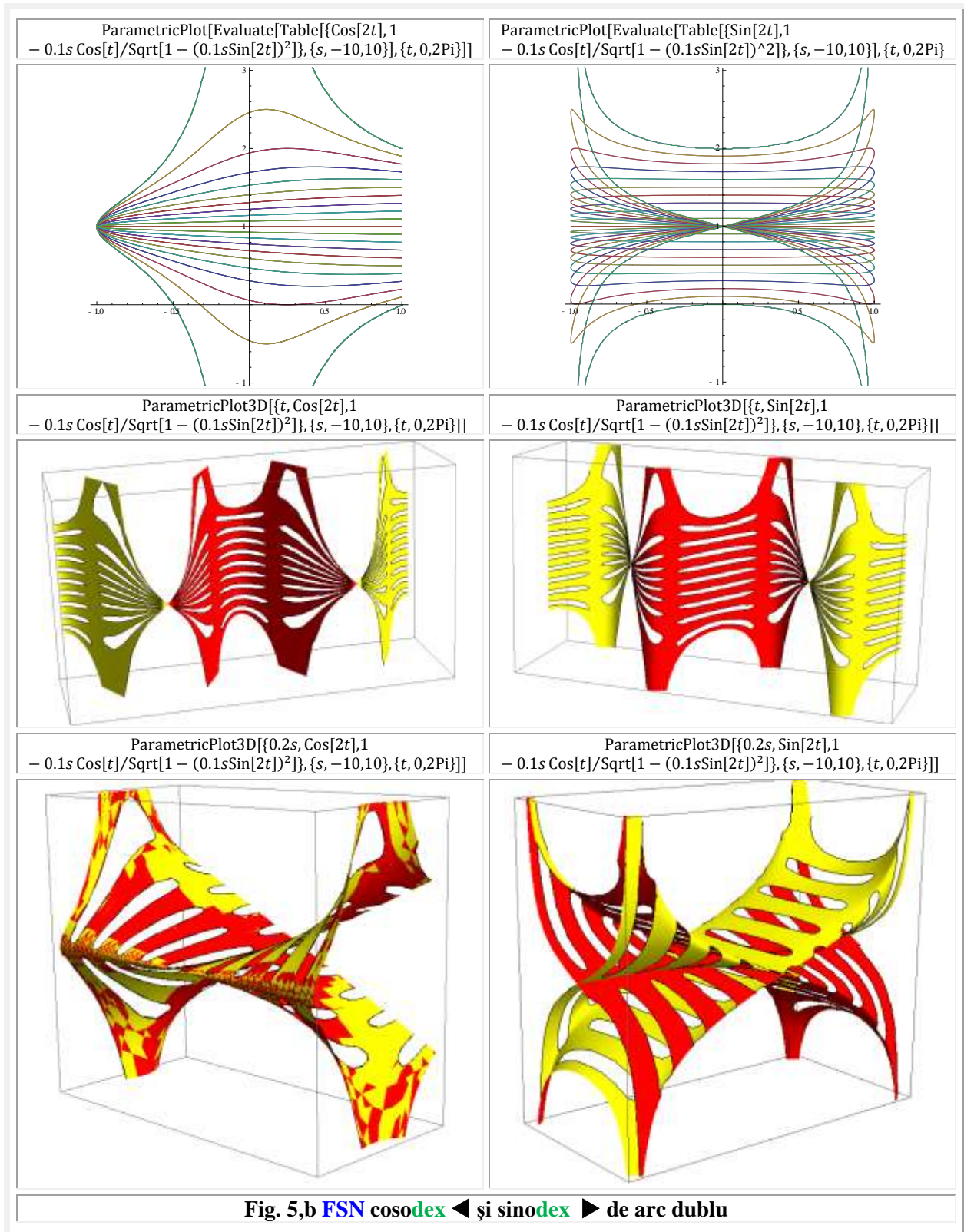


Fig. 5,b FSN cosodex ◀ și sinodex ▶ de arc dublu

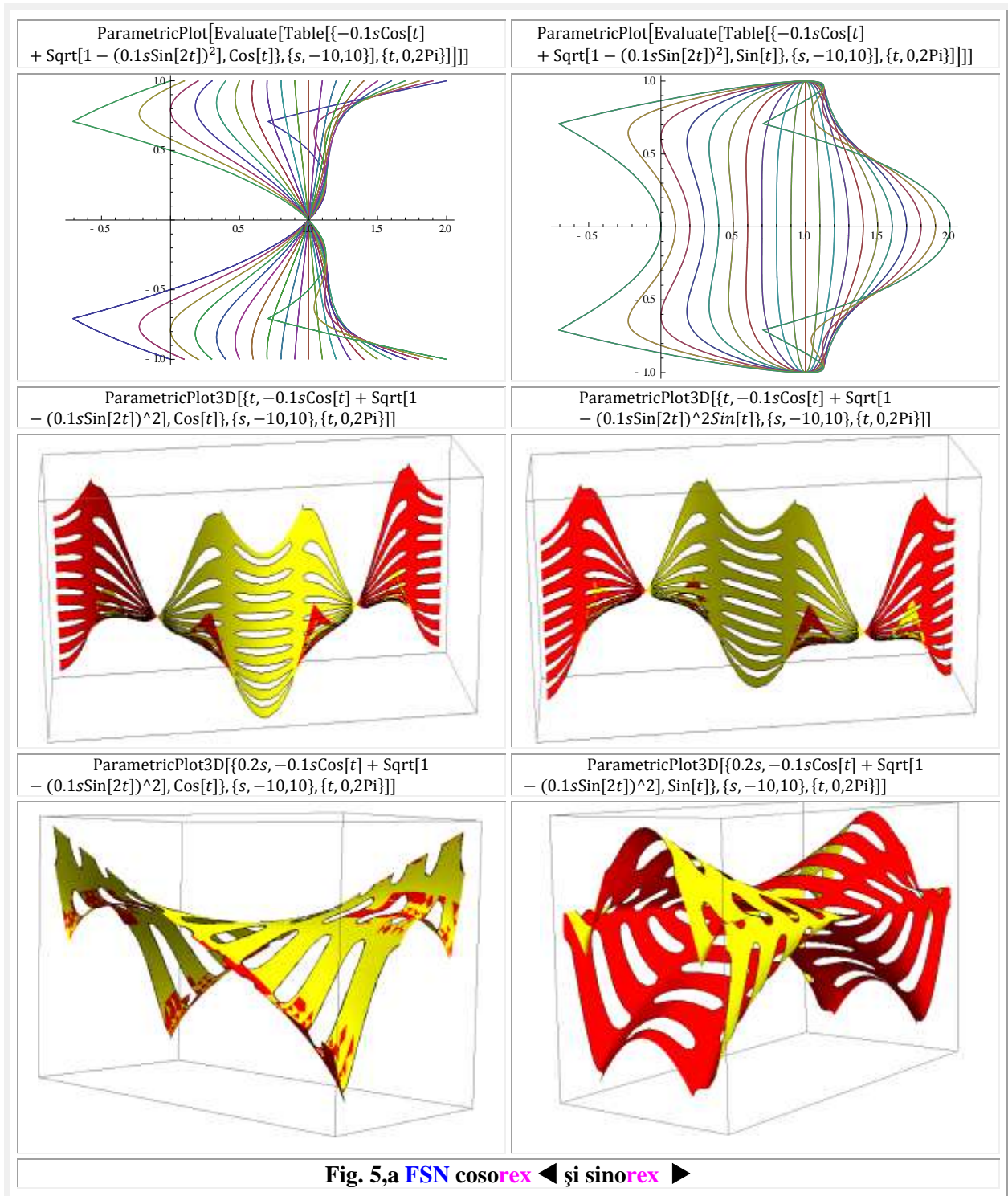


Fig. 5,a FSN cosorex ◀ și sinorex ▶

Mottouri:” Dacă cineva vrea să determine cu un cuvânt, laconic și expresiv, esența matematicii, acela trebuie să spună că este o știință despre infinit. ”

Henri Poincaré

Ca urmare :

“Matematica pură este știința în care noi nu știm despre ce vorbim și nici dacă este adevărat ceea ce spunem.”

Bertrand Russell

CAPITOLUL VIII

FUNCȚIA GAMMA CENTRICĂ, FUNCȚII GAMMA EXCENTRICE și FUNCȚIA GAMMA CENTRICOEXCENTRICE

1.INTRODUCERE

În matematică, o ecuație diferențială este o relație sau ecuație dintre o funcție necunoscută de una sau mai multe variabile, o relație dintre funcția însăși și un număr de derivate ale sale, derivate de diferite ordine. Ecuațiile diferențiale au un rol important în formularea cantitativă a problemelor din știință și tehnică. O ecuație diferențială ordinară determină dependența funcției necunoscute, de o singură variabilă și conține doar derivate în raport cu această variabilă.

FUNCȚII	ELEMENTARE	SPECIAL E (Supermatematice)
Schița modelului		
Denumirea 1	Model vibrant liniar conservativ cu un singur grad de libertate	Model vibrant neliniar conservativ cu un singur grad de libertate
Denumirea 2	Mișcarea circulară centrică cu viteză unghiulară Ω constantă	Mișcarea circulară excentrică cu viteză unghiulară Ω constantă
Ecuația	$m\ddot{x} + kx = 0$	$m\ddot{x} + \frac{\epsilon}{\omega}\dot{x} + \omega^2x = 0$
Soluția	$x(t) = A \cos \Omega t$ $x_0 = A;$	$x(t) = x_0 \text{cex} \Omega t$ $\Omega = \text{constant}; \omega = \frac{d\theta}{dt} = \Omega.\text{dex} \Omega t; \epsilon = \frac{d\omega}{dt}$
Fig. 1 Exemple de sisteme vibrante sau de mișcare circulară centrică (MCC) și, respectiv, excentrică (MCE), guvernate de ecuații diferențiale ordinare cu coeficienți constante (stânga ◀) și cu coeficienți variabile (dreapta ▶)		
www.SuperMatematica.ro ;	www.SuperMathematica.org ;	www.SuperMathematica.com

Ea poate fi cu coeficienți constante sau cu coeficienți care sunt funcții, adică variabile. Să exemplificăm:

Arhicunoscuta ecuație diferențială ordinară de ordinul doi cu coeficienți constanți

$$(1) \quad m\ddot{x} + k.x = 0$$

cu soluția exprimată de **funcția elementară** trigonometrică sau **circulară centrică** cosinus $x(t) = \cos\alpha = \cos\Omega t$, la proiectarea mișcării circulare centrice pe axa x și cu sinus $y(t) = \sin\alpha = \sin\Omega t$ la proiectarea mișcării pe axa y , adică

$$(2) \quad s_x = x_0.\cos\Omega t \quad \text{și/sau} \quad s_y = x_0.\sin\Omega t$$

poate reprezenta **mișcarea liniară alternativă** pe direcția axei $x \equiv s_x$, a punctului M_x de masă m , sub acțiunea elementului elastic de **caracteristică elastică statică** liniară (CES_L), sau de rigiditate $k = \tan\alpha =$ constantă, denumită și mișcare de vibrație sau vibratorie.

Fie proiecția pe axa x a mișcării unui punct M de masă m pe cercul de rază $R = A = x_0$ cu o viteză unghiulară Ω constantă, denumită și **mișcare circulară centrică** (MCC). Denumirea provine din faptul că **mișcarea circulară centrică** este condusă din centrul $O(0, 0)$, prin **semidreapta centrică** D^+ , centrică fiindcă trece prin centrul $O(0, 0)$, sau de raza OM așa cum se prezintă situația în stânga ◀ **figurii 1**.

Odată cu apariția **supermatematicii** (SM) → [7], [8], [9], și, totodată, a **funcțiilor supermatematice circulare excentrice** (FSM-CE) a apărut și **mișcarea circulară excentrică** (MCE) [1], prin care punctul M de masă m se rotește tot pe cercul de rază $R = A = x_0$, dar cu o viteză $v = A \cdot \Omega$ **dex** Ωt variabilă ca și viteza unghiulară $\omega = \Omega$ **dex** Ωt , evident, tot variabilă, deoarece conducerea mișcării punctului M , de masă m , se face din punctul denumit excentru $E(e, \varepsilon)$, în jurul căruia **semidreapta excentrică** generatoare $d^+ = |EM|$ se rotește cu viteza unghiulară Ω constantă, așa cum se prezintă situația în dreapta ▶ **figurii 1**.

Precum în cazul anterior, proiecția **mișcării circulare excentrice** (MCE) pe orice direcție x, y sau oarecare r , reprezintă o mișcare oscilantă sau de vibrație liberă, neliniară, de caracteristică elastică neliniară (CES_N), mișcări studiate de autor și publicate în lucrările [2], [3], [4] și [5].

Acum și aici apare o problemă ! Se zice că sistemele oscilante de CES_N **neliniare** sunt soluționabile (“exact”) doar cu **funcții speciale** cum ar fi funcțiile eliptice **Jacobi**, consacrate în acest sens. Or, sistemele neliniare, tratate în lucrările anterior amintite, se soluționează cu **funcțiile supermatematice circulare excentrice** (FSM-CE) $cex\Omega t$ și/sau $sex\Omega t$, cu **funcțiile** supermatematice **quadrilobe** (cvadrilobe) $coq\Omega t$ și/sau $siq\Omega t$ ș.a., funcții **echivalente** și **la fel de elementare** ca și funcțiile **circulare centrice** $\cos\Omega t$ și $\sin\Omega t$ pe care le generalizează, multiplicându-le la infinit !.

Toate FCC se pot obține din **FSM-CE** pentru o excentricitate liniară $e = s = 0$, ceea ce arată că ambele funcții circulare, **centrice** și **excentrice**, sunt la fel de **elementare** ! E simplu de dovedit că și cele două ecuații diferențiale din **figura 1**, pentru $e = s = 0$ sunt echivalente, deoarece în CES_N are tangenta în origine aleasă de pantă $k = 1$. Încă un mit tinde să se spulbere !

O **ecuație cu derivate parțiale** se referă la o funcție de mai multe variabile și conține **derivate parțiale**.

Leonhard Euler a dat o primă definiție clară a ecuației diferențiale, explicând și în ce constă rezolvarea unei astfel de ecuații. După **Euler**, o ecuație diferențială este o relație între x, y și $p = \frac{dy}{dx}$ și rezolvarea ei constă în găsirea unei relații între x și y care **nu-l mai conține** pe p .

Dintre numeroasele rezultate obținute de **Euler** în domeniul ecuațiilor diferențiale, amintim metoda de rezolvare a ecuațiilor diferențiale de ordinul n cu coeficienți constanți, cu numeroase aplicații în mecanică și fizică.

Profesorul **Ioan I. Vrabie** de la Universitatea “**Al. I. Cuza**” din Iași sintetizează foarte bine ce reprezintă pentru un inginer, și nu numai pentru el, ecuațiile diferențiale: “*Pe lângă rezultatele fundamentale proprii acestei discipline, în ideea de a scoate în evidență **forța aplicativă** a acesteia, am prezentat mai multe **modele** matematice ce descriu evoluția unor fenomene din diverse domenii din afara matematicii. Am încercat să convingem cititorul cum, din analiza acestor modele, prin mijloacele proprii ecuațiilor diferențiale, se pot obține **informații de substanță** cu privire la **evoluția fenomenelor** corespunzătoare.*”

Totodată ne-am străduit să relieșăm o trăsătură de loc neglijabilă a acestei discipline, și anume, marea ei putere de abstractizare. Este vorba aici de faptul că numeroase fenomene distincte admit modele diferențiale formal identice și, drept urmare, din studiul unui singur astfel de model, se pot trage concluzii despre modul de evoluție a mai multor sisteme reale.” Și chiar mai mult !

Nu sunt singurul, și nu pentru ca sunt inginer, care afirmă că multe funcții speciale au apărut ca o necesitate a soluționării unor probleme **ingineresti**, cum sunt aceste ecuații diferențiale. La fel a apărut și **matematica excentrică (ME)** și, odată cu ea, **supermatematica (SM)**.

Dacă ecuațiile diferențiale liniare având niște constante drept coeficienți au soluții care pot fi scrise prin **funcții elementare**, ca trigonometrice, exponențiale ș.m.a. ecuațiile diferențiale cu coeficienți variabile au soluții exprimabile prin serii de puteri, care fie pot fi denumite prin numele celui care le-a descoperit (funcții **Legendre**, funcții **Bessel**, funcții **Mathe** ș.m.a.), fie într-un alt mod sau cu o anumită literă grecească.

Alfa (α), beta (β), gamma (γ), delta (δ), epsilon (ϵ), dzetha (ζ), eta (ϵ), theta (θ) ș.a.m.d. sunt câteva litere de la început, din cele 24 de litere ale alfabetului grec. Din **Wikipedia** aflăm că “alfabetul grec își are originile în alfabetul fenician și nu este legat de scrierea liniară B sau alfabetul silabic cipriot, sistemele **folosite anterior** pentru a reprezenta limba greacă în scris. Literele grecești sunt folosite deseori în notația științifică, mai ales în algebră, geometrie și fizică.”

Câteva funcții speciale din matematică, ce sunt denumite cu astfel de litere, sunt prezentate în continuare. Se vor prezenta în ordinea alfabetului grec:

- **FUNCTIA alfa (alpha)**

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} aex_{1,2}(\theta, S) \\ \equiv \\ aex_{1,2}\theta \end{array} \right\} = \alpha(\theta) = \theta - \beta_{1,2}(\theta) = \theta - \left\{ \begin{array}{l} \beta_1(\theta) = \begin{cases} \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \epsilon)] \\ \arctan \frac{s \cdot \sin(\theta - \epsilon)}{\sqrt{1-s^2 \sin^2(\theta - \epsilon)}} \end{cases} \\ \beta_2(\theta) = \pi - \begin{cases} \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \epsilon)] \\ \arctan \frac{s \cdot \sin(\alpha_1 - \epsilon)}{\sqrt{1-s^2 \sin^2(\theta - \epsilon)}} \end{cases} \end{array} \right. \\ \\ \left\{ \begin{array}{l} Aex(\alpha_{1,2}, S) \\ \equiv \\ Aex\alpha_{1,2} \end{array} \right\} = \theta(\alpha) = \alpha_{1,2} + \beta(\alpha_{1,2}) = \alpha_{1,2} + \left\{ \begin{array}{l} \beta(\alpha_1) = \begin{cases} \arcsin \frac{s \cdot \sin(\alpha_1 - \epsilon)}{\sqrt{1+s^2 2s \cdot \cos(\alpha_1 - \epsilon)}} \\ \arctan \frac{s \cdot \sin(\alpha_1 - \epsilon)}{1-s \cdot \cos(\alpha_1 - \epsilon)} \end{cases} \\ \beta(\alpha_2) = \pi - \begin{cases} \arcsin \frac{s \cdot \sin(\alpha_1 - \epsilon)}{\sqrt{1+s^2 2s \cdot \cos(\alpha_1 - \epsilon)}} \\ \arctan \frac{s \cdot \sin(\alpha_1 - \epsilon)}{1-s \cdot \cos(\alpha_1 - \epsilon)} \end{cases} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Este **funcția esențială** a supermatematicii (**FSM**), care face trecerea din domeniul vechii **matematici centrice (MC)** în cel al noii **matematici excentrice (ME)**, fiind asemănătoare funcției eliptice **Jacobi am(u,k)**, care face trecerea de la **MC** la **matematica eliptică (MEL)**.

Așa după cum este cunoscut $\cos[am(u,k)] = cn(u, k)$, iar $\sin[am(u,k)] = sn(u, k)$ și, tot așa, în **SM**, $\cos[aex(\theta, S)] = cex[\theta, S(s, \epsilon)]$, iar $\sin[aex(\theta, S)] = sex[\theta, S(s, \epsilon)]$.

În partea superioară a relațiilor (3) sunt **FSM-CE** (alfa) de variabilă **excentrică** θ , având două moduri de exprimare **echivalente**, prin arc sinus și prin arc tangentă, ca și cele de variabilă **centrică** α , din partea inferioară a relațiilor (3).

Din relațiile (3) mai rezultă un fapt deosebit de important, și anume, că funcțiile $\alpha(\theta) = aex\theta$ și $\theta(\alpha) = Aex\alpha$ **sunt funcții inverse una alteia** ! (v. [14],[15]).

- **FUNCTIA beta**

În matematică, funcția **beta** numită, de asemenea, integrala **Euler** de primul tip, este considerată ca o funcție specială definită de integrala

$$(4) \quad B(x, y) = \int_0^1 t^{x-1}(1-t)^{y-1} dt, \quad \text{pentru } \operatorname{Re}(x), \operatorname{Re}(y) > 0.$$

Funcția **beta** a fost studiată de către **Euler** și **Legendre** și i-a fost dată notația **B** de către **Jacques Binet** iar simbol ei este un β grecesc, mai degrabă decât litera latină similară B.

Cu toate acestea, nu are nimic de-a face cu litera β din alfabetul grecesc, ci cu **B** de la **Binet**, spre deosebire de **FSM-CE beta excentrică**, ca de exemplu $\text{bex}[\theta, \mathbf{S}(s, \varepsilon)] \equiv \beta(\theta) = \text{arc sin}[s \sin(\theta - \varepsilon)]$, extrasă din relațiile (3) și care, așa cum se poate deduce din relațiile (3), intră în expresia funcțiilor **alfa**.

- **FUNCTIA gamma**

Funcția **Gamma** este introdusă în matematică de **Leonhard Euler** în momentul când acesta pune problema extinderii factorialului obișnuit $n!$ pentru valori naturale ale lui n , la toate valorile reale sau complexe ale lui n . Dar, problema este, se pare, sugerată întâi de **Bernoulli** și de **Goldbach**.

Tratarea mai pe larg a funcției **gamma centrice** se face, în continuare, în paragraful §2, iar a funcțiilor **gamma excentice** în §3.

- **FUNCTIA delta**.

Aflăm de pe [Wikipedia](#):

“Funcția lui Dirac $\delta(x)$ nu este o funcție obișnuită, ci o funcție generalizată (sau o distribuție).

Poartă numele fizicianului englez [P.A.M.Dirac](#) care a utilizat-o extensiv în formularea sa a mecanicii cuantice, dar prezența ei în matematică este mai veche și e de exemplu implicită în folosirea [integralei Stieltjes](#). Introducerea ei simplifică considerabil prezentările diferitelor capitole ale fizicii matematice.

Descrierea matematică riguroasă a statutului funcției lui Dirac (și a altor funcții generalizate) este datorită lui [Laurent Schwartz](#)

Calitativ, ea poate fi concepută ca o funcție care este egală cu zero peste tot, cu excepția lui $x = 0$ unde este infinită, dar astfel încât

$$(5) \quad \int_I \delta(x') dx' = 1$$

pentru orice interval I care-l conține pe $x = 0$. De aceea, se poate afirma că integrala indefinită a funcției Dirac este [treapta unitate Heaviside](#).”

Funcție treaptă ce poate fi descrisă, așa cum s-a mai arătat și cu **FSM-CE derivata excentrică dex θ** ca și cu funcțiile quadrilobe (cvadrilobe) $\text{coq}\theta$ și $\text{siq}\theta$ [12], [13], toate pentru o valoare a excentricității numerice $s = 1$.

- **FUNCTIA epsilon**.

Autorul nu cunoaște o funcție cu această denumire. El a notat cu **ε excentricitatea unghiulară** a excentrelor **E**(e, ε) și **S**(s, ε), din cercurile de raza R oarecare și, respectiv, $R = 1$ în cercul unitate, în care **e** și **s** sunt excentricitățile liniare **reale e** și, respectiv, **numerice $s = \frac{e}{R}$** , în care **R** este raza unui cerc oarecare, astfel că, pentru cercul unitate / trigonometric, de $R = 1$, cele două excentricități liniare sunt numeric egale **e = s**.

Așa cum s-a mai afirmat, dacă excentrele **E** și **S** sunt puncte mobile în planul cercurilor lor, atunci **e** și **s** ca și/sau **ε** nu mai sunt constante, ci **variabile**, adică **reprezintă funcțiile** după care are loc mișcarea excentrelor **E** și **S** în planul cercurilor lor. Un astfel de caz este prezentat în lucrarea [**Şelariu Mircea Eugen**, “MIȘCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ (MCE) DE EXCENTRU PUNCT MOBIL /VARIABIL”, [www.cartiaz.ro](#)].

- **FUNCTIA dzeta / (zeta)**. Funcția **dzeta / (zeta)** a lui **Riemann** $\zeta(z)$ este o funcție de variabilă **complexă s**, inițial definită prin următoarea **serie** infinită:

$$(6) \quad \zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

pentru anumite valori ale lui **s** și apoi continuată analitic la toate numerele complexe $s \neq 1$. Această **serie Dirichlet converge** pentru toate valorile **reale** ale lui **s** mai mari ca 1.

Problemele matematice formulate de **David Hilbert** la Congresul Internațional de Matematică de la Paris din 1900 a cuprins în **Lista lui Hilber**, la punctul 8, o cerință încă nerezolvată integral:

Să se demonstreze **ipoteza lui Riemann** conform căreia funcția zeta a lui **Riemann**

$$(7) \quad \zeta(s) = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \dots$$

are toate zerourile din semiplanul drept situate pe dreapta verticală $\text{Re}(s) > 0$, $\text{Re}(s) = 1/2$.

Utilizându-se o abordare experimentală, această ipoteză a fost confirmată prin calculul primelor câtorva **milioane de zerouri**. **Bompieri** a arătat că ipoteza are loc cu probabilitatea 1, în raport cu un anumit câmp de evenimente. Problema este importantă, rezolvarea ei permițând soluționarea și a altor probleme ca aceea a lui **Goldbach**.

2 FUNCȚIA GAMMA CENTRICĂ

Funcția **gamma centrică** este notată cu Γ , iar cele excentrice cu Γ_E .

Funcția **gamma centrică** a fost introdusă în matematică de **Leonhard Euler** (1720) când acesta încearcă să rezolve problema extinderii factorialului (!) la numere reale și complexe.

Pentru $z \in \mathbb{C} \setminus \{0, -1, -2, \dots\}$, funcția gamma, $\Gamma(z)$, se definește prin

$$(8) \quad \Gamma(z) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k! k^{z-1}}{(z)_k}$$

în care $(z)_k = z(z+1) \dots (z+k-1)$, $k > 0$, $(z)_0 = 1$, $z \in \mathbb{R}$ sau \mathbb{C}

Notăția $\Gamma(z)$ i se datorează lui **Adrien-Marie Legendre**.

Dacă partea reală a numărului complex z este pozitivă ($\text{Re}[z] > 0$), atunci [integrala](#)

$$(9) \quad \int_0^{\infty} \frac{t^{z-1}}{e^t} dt$$

este **absolut convergentă**. Folosind [integrarea prin părți](#), se poate arăta că

$$\Gamma(z+1) = z \Gamma(z)$$

Această [ecuație funcțională](#) generalizează relația $n! = n \times (n-1)!$ a funcției factorial. Se poate evalua $\Gamma(1)$ analitic:

$$\Gamma(1) = \int_0^{\infty} e^{-t} dt = \lim_{k \rightarrow \infty} -e^{-t} \Big|_0^k = -0 - (-1) = 1$$

Combinând aceste două relații, rezultă că **funcția factorial** este un [caz particular](#) al funcției **gamma centrică** :

$$\Gamma(n+1) = n \Gamma(n) = \dots = n! \Gamma(1) = n!$$

pentru orice [număr natural](#) n .

Din această definiție rezultă imediat

$$(8') \quad \Gamma(z+1) = z \Gamma(z) \rightarrow \Gamma(z+1) = z!, \quad z \in \mathbb{N} \rightarrow \Gamma(1) = 1.$$

Încercând să calculeze aria unui sfert de cerc, arie dată de integrala (9), **Wallis** a obținut o expresie pentru numărul π prin intermediul funcției **gamma**

$$(10) \quad \frac{\pi}{4} = \int_0^1 \sqrt{1-z^2} dz = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \sqrt{(1-z)(1+z)} dz = \left[\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \right]^2$$

Pentru un număr complex z , cu partea reală pozitivă, funcția **gamma** se definește prin integrala

$$(11) \quad \Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$$

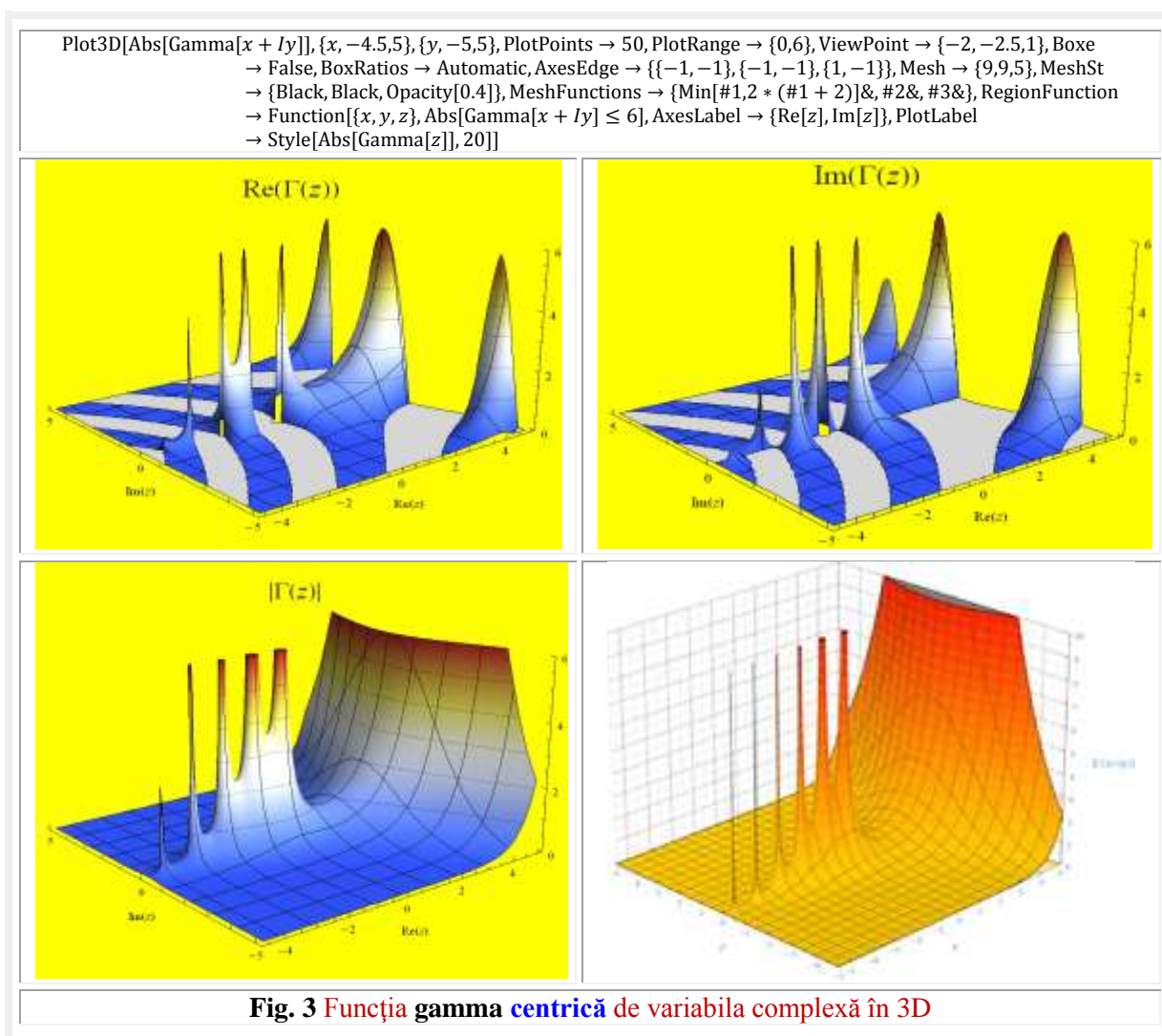
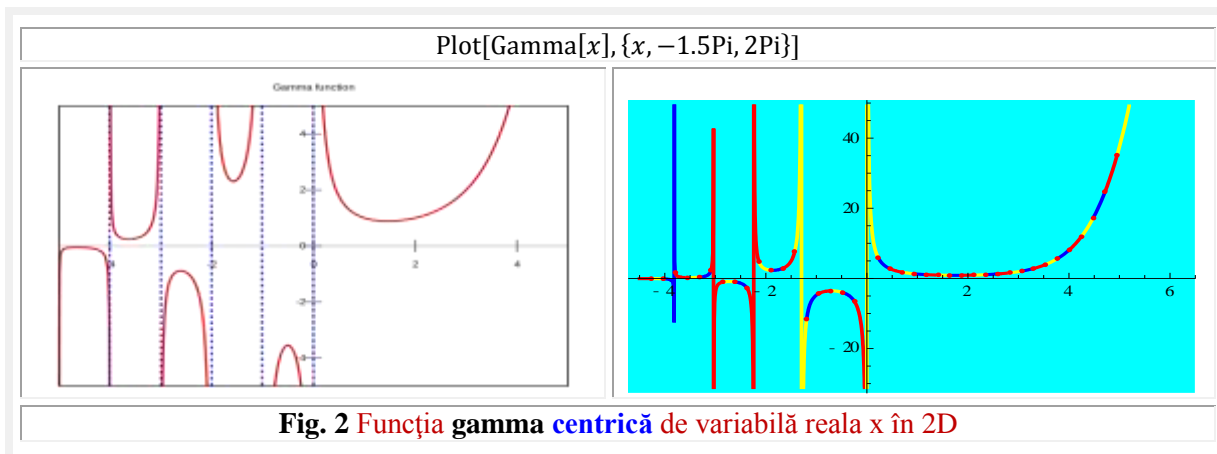
Funcția **gamma centrică** este o componentă a mai multor distribuții de probabilitate, și deci are aplicații în domeniile [probabilităților](#), [statisticii](#) și [combinatoricii](#).

Dacă n este un număr întreg pozitiv, atunci

$$(12) \quad \Gamma(n) = (n-1)!$$

ceea ce arată legătura funcției **gamma** cu factorialul numerelor întregi pozitive.

În **figurile 2 și 3** sunt prezentate graficele funcțiilor **gamma centrice** de variabilă reală x și, respectiv, de variabilă complexă $z = x + i y$.



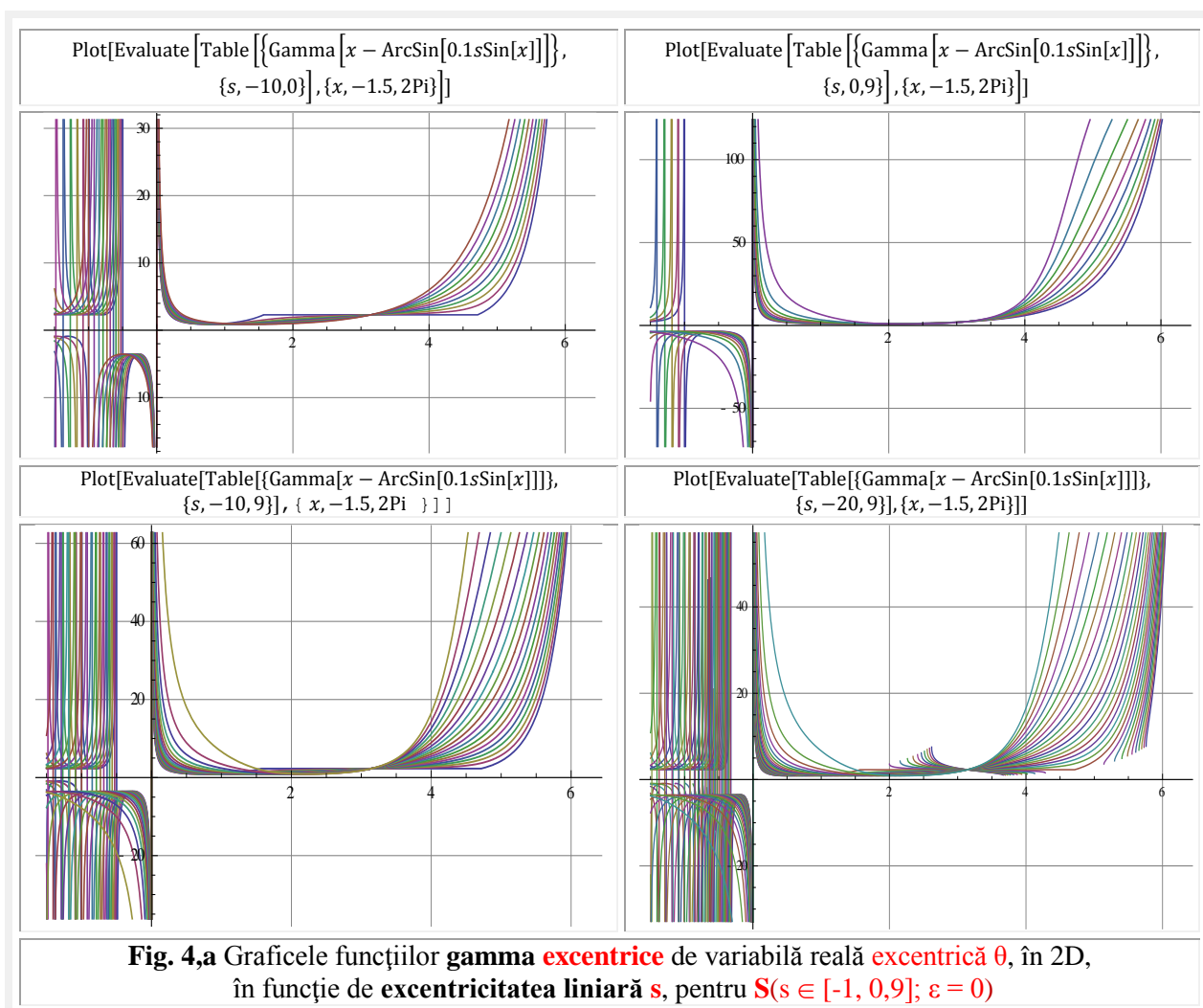
2. FUNCȚII GAMMA EXCENTRICE

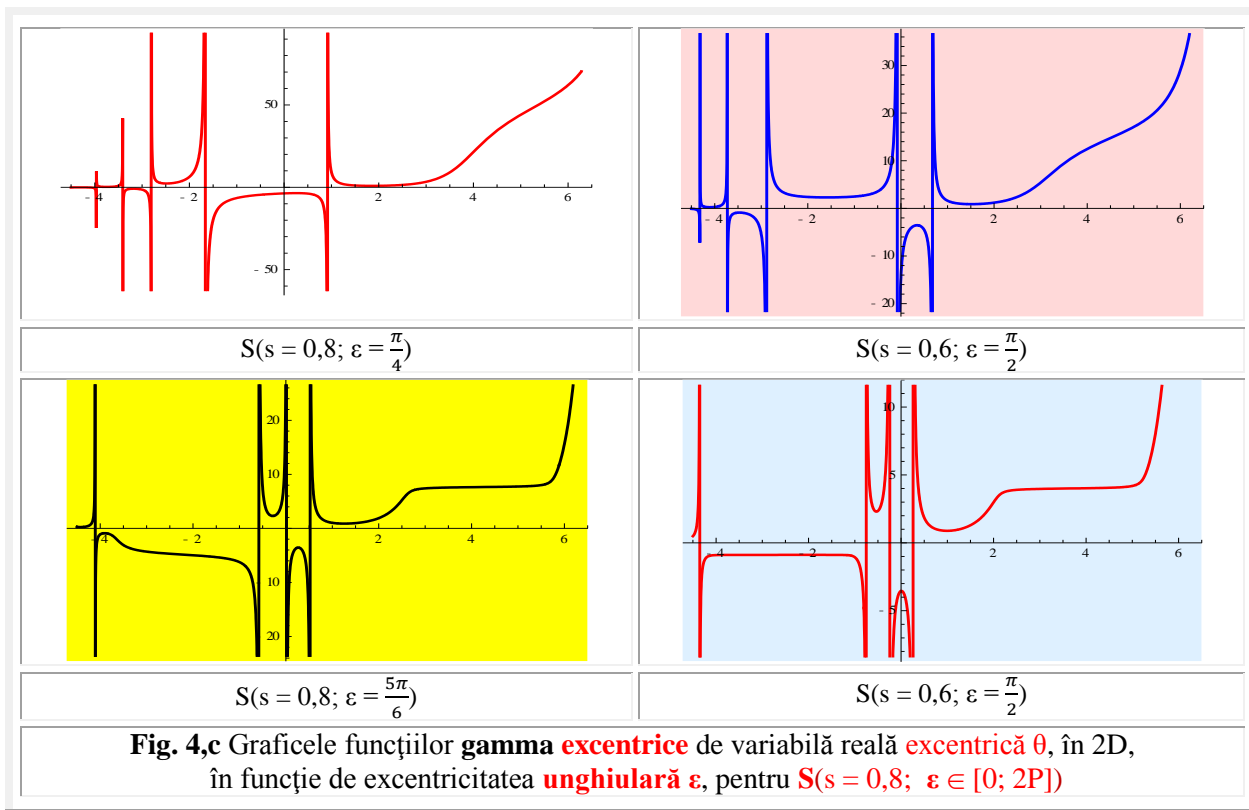
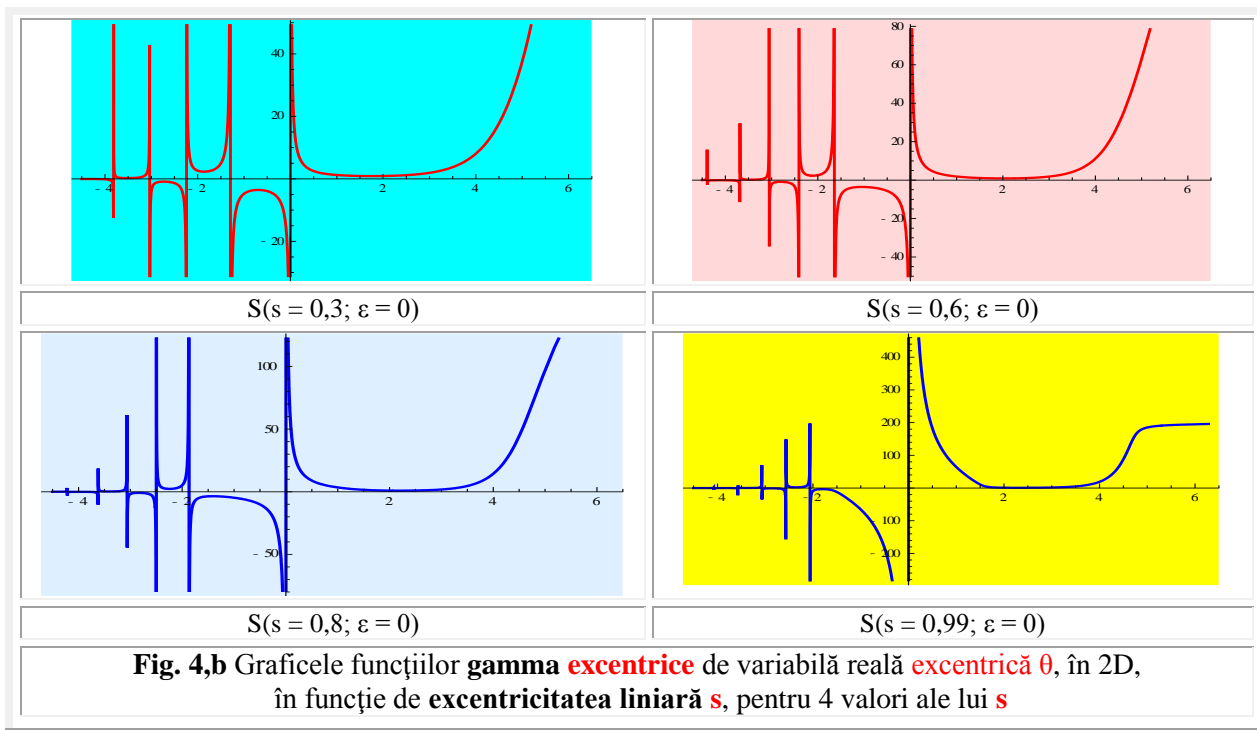
Trecerea din domeniul matematicii centrice (**MC**) în cel al matematicii excentrice (**ME**) se realizează, așa cum s-a mai afirmat, aidoma trecerii de la **matematica circulară centrică** la **matematica eliptică centrică**. Dacă funcțiile trigonometrice / circulare centrice cosinus **cosx** și sinus **sinx** trec în funcții eliptice corespondente **cn(u,k)** și **sn(u,k)** prin înlocuirea variabilei x cu funcția amplitudine centrică **am(k,u)**, așa cum s-a mai aratat anterior, atunci

$$(13) \quad \begin{cases} cn(u, k) = \cos[am(u, k)] \\ sn(u, k) = \sin[am(u, k)] \end{cases}$$

Tot așa, trecerea din **MC** în **ME**, de la funcții **gamma centrice** la funcții **gamma excentrice** se face prin înlocuirea variabilelor x și, respectiv, $z = x + i.y$ cu funcția amplitudine excentrică **aex(θ,S)** pentru a obține funcții **gamma excentrice de variabilă excentrică θ** și respectiv cu funcția **Aex(α,S)** pentru a obține **funcții gamma excentrice de variabilă centrică α**.

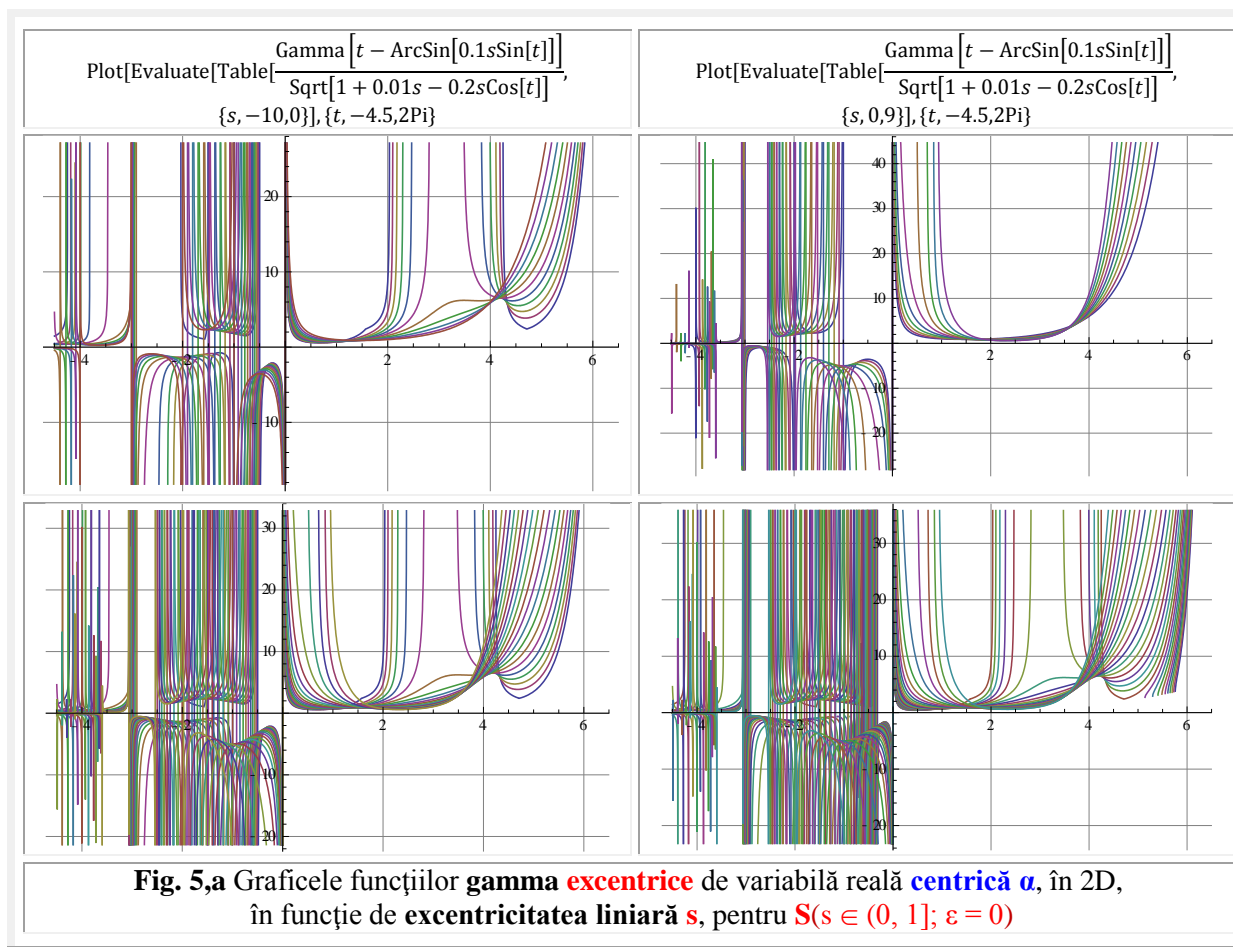
Reamintim că cele două tipuri de funcții amplitudine excentrică au ecuațiile date de relațiile (3).





Reuniunea celor două domenii matematice **centric (MC)** și **excentric (ME)** a oferit posibilitatea obținerii unui nou și deosebit de important domeniu matematic, cel al **super-matematicii (SM)**, adică $MC \cup ME = SM$.

În **figura 4,a** sunt prezentate graficele funcțiilor **gamma excentrice** de variabilă excentrică θ , în funcție de excentricitatea liniară numerică s , în domeniul $s \in [-1; 0,9]$ pentru excentricitatea unghiulară ε menținută la valoarea nulă, adică $\varepsilon = 0$. În **figura 4,b** s-au extras patru grafice din **figura 4,a** cu menținerea constantă a excentricității unghiulare ε . În **figura 4,c** s-a urmărit modificarea graficelor funcțiilor **gamma excentrice** prin varierea excentricității unghiulare ε la valorile $\varepsilon = \frac{\pi}{4}$ și $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ și $\frac{5\pi}{6}$.



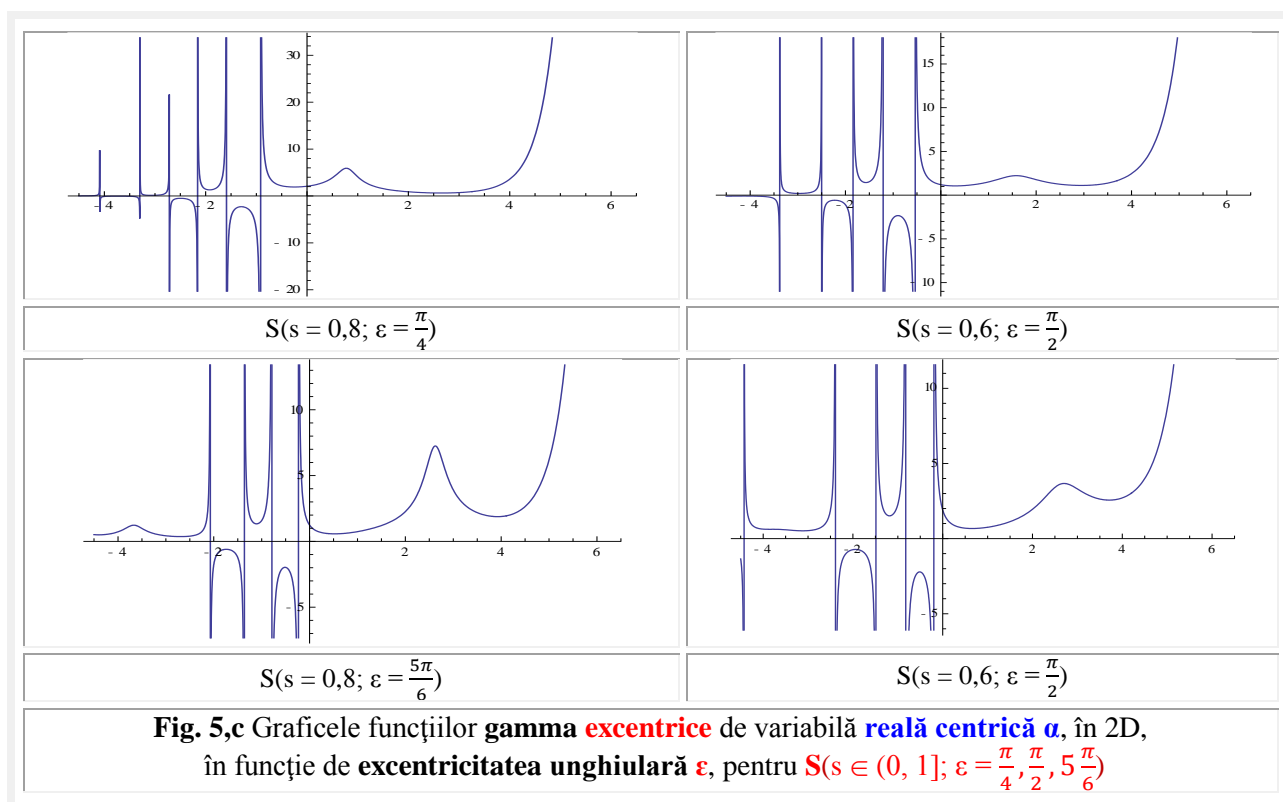
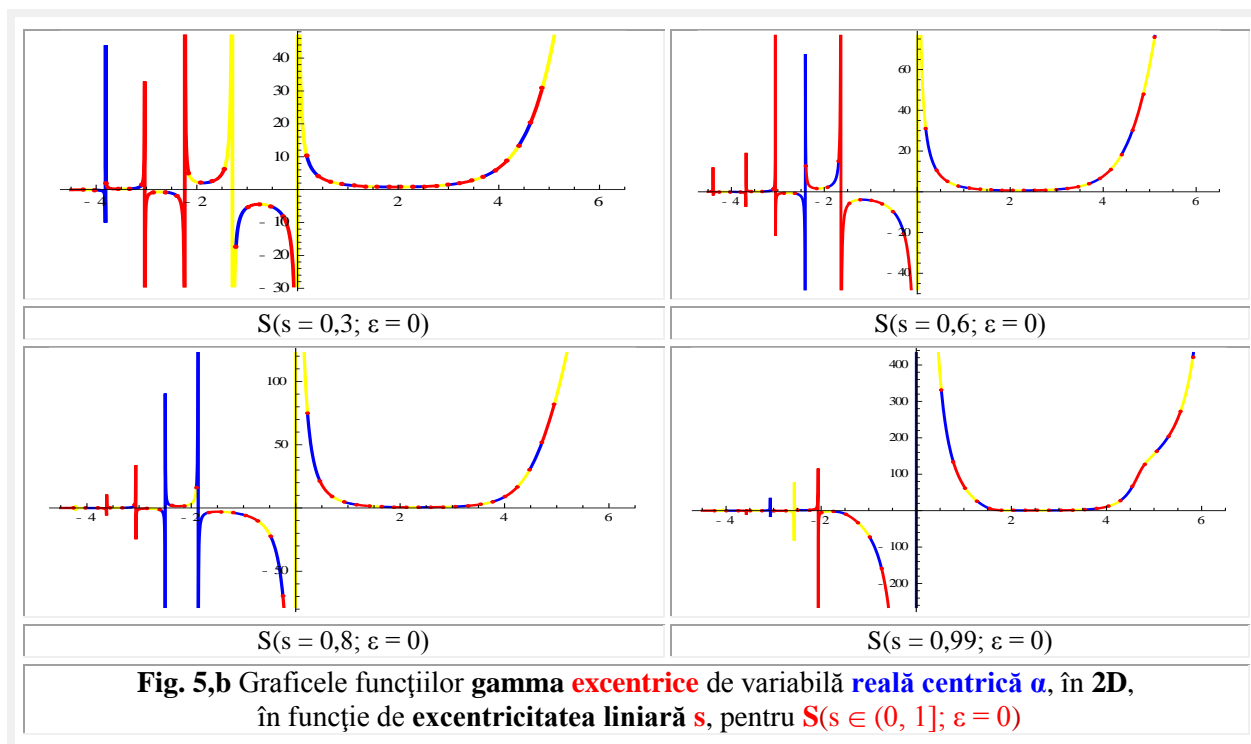
În spațiul complex, funcțiile gamma de variabilă complexă se obțin prin înlocuirea variabilei complexe centrice $z = x + iy$ cu funcția de **variabilă excentrică θ**

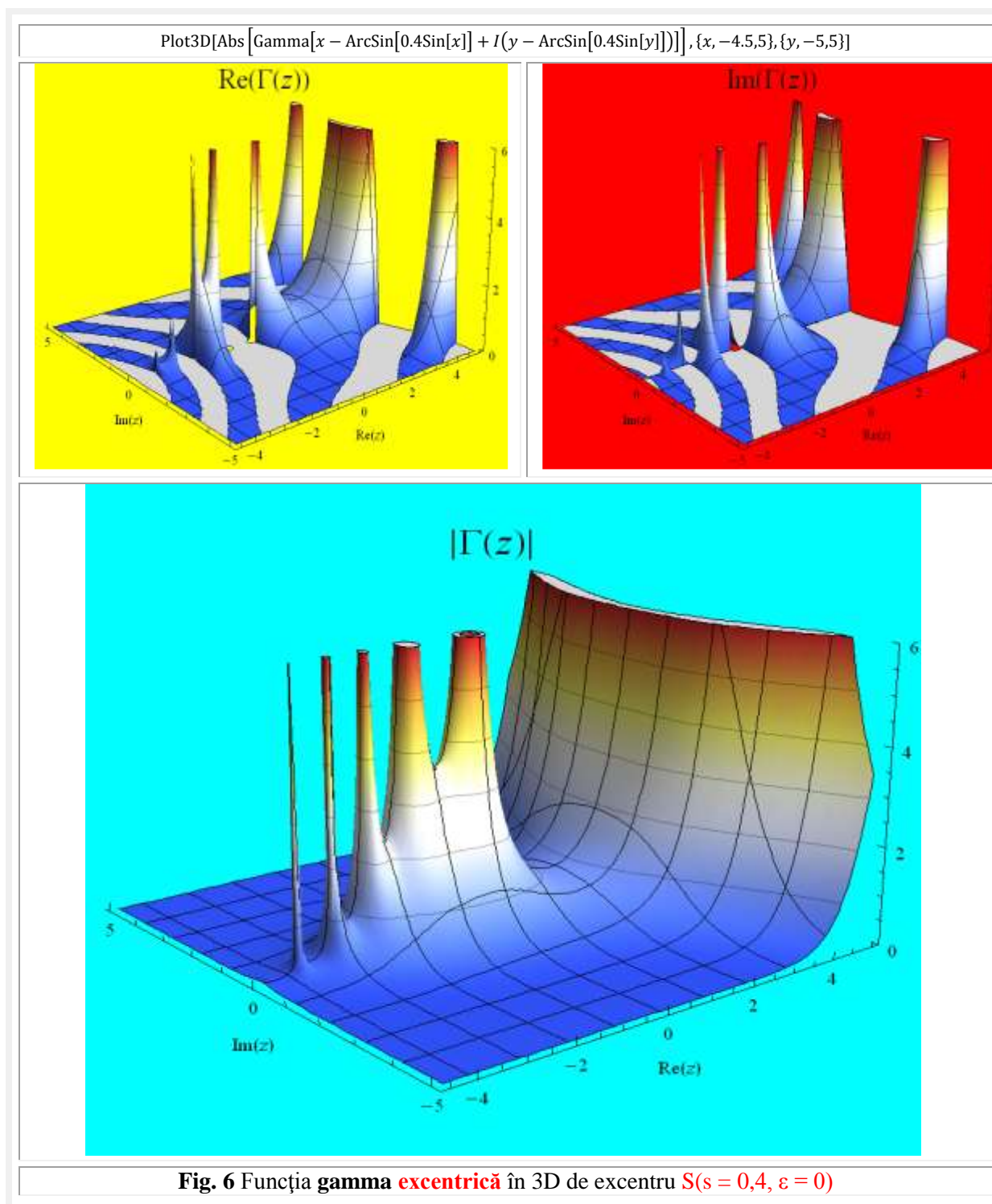
$$(14) \quad z = \text{aex}(x(\theta), S_x) + i \text{aex}(y(\theta), S_y)$$

pentru funcțiile **gamma excentrice** de **variabilă complexă excentrică** și cu

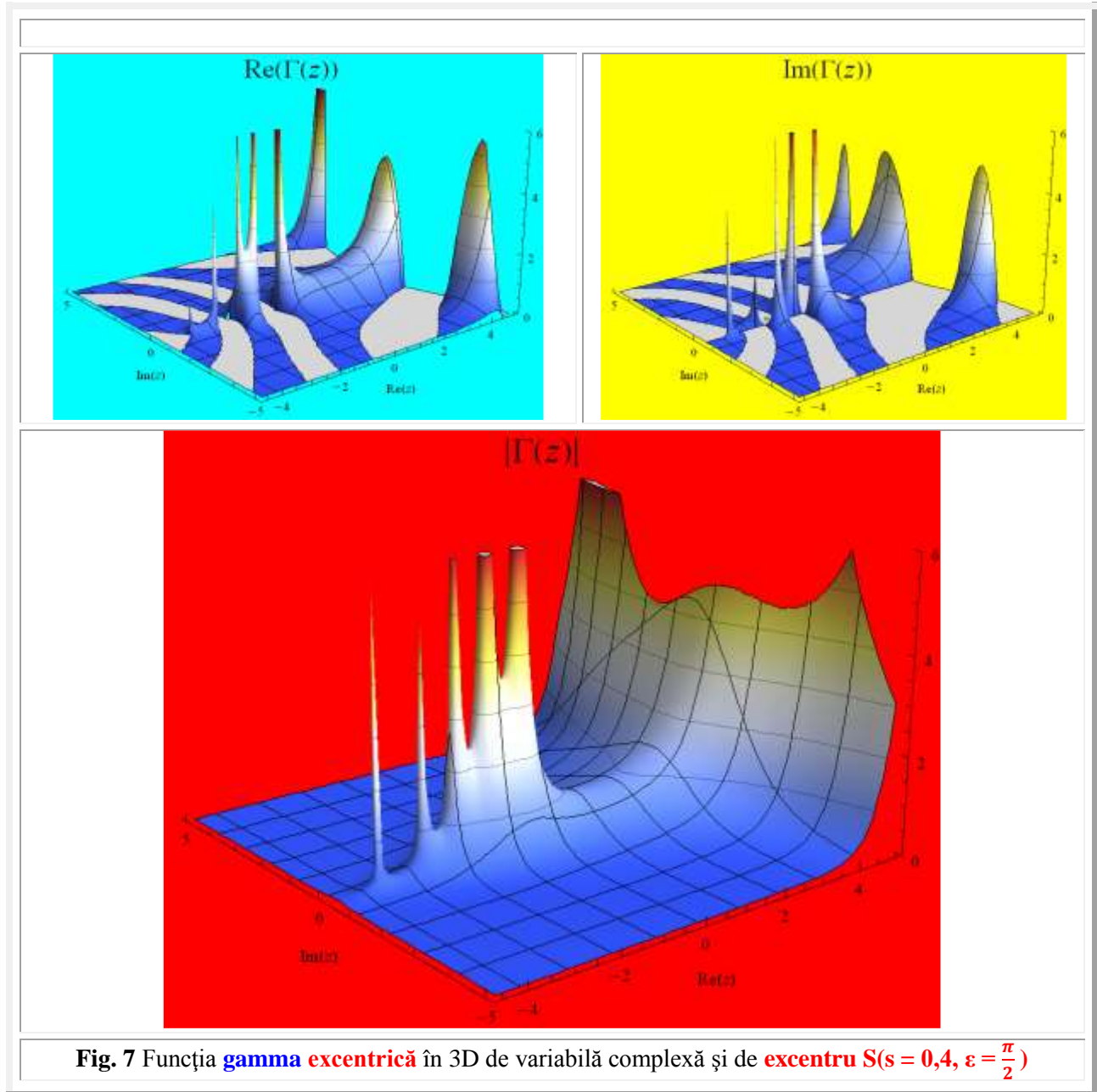
$$(15) \quad Z = \text{Aex}(X(\alpha), S_x) + i \text{Aex}(Y(\alpha), S_y)$$

în cazul funcțiilor **gamma excentrice** de **variabilă complexă centrică α** .



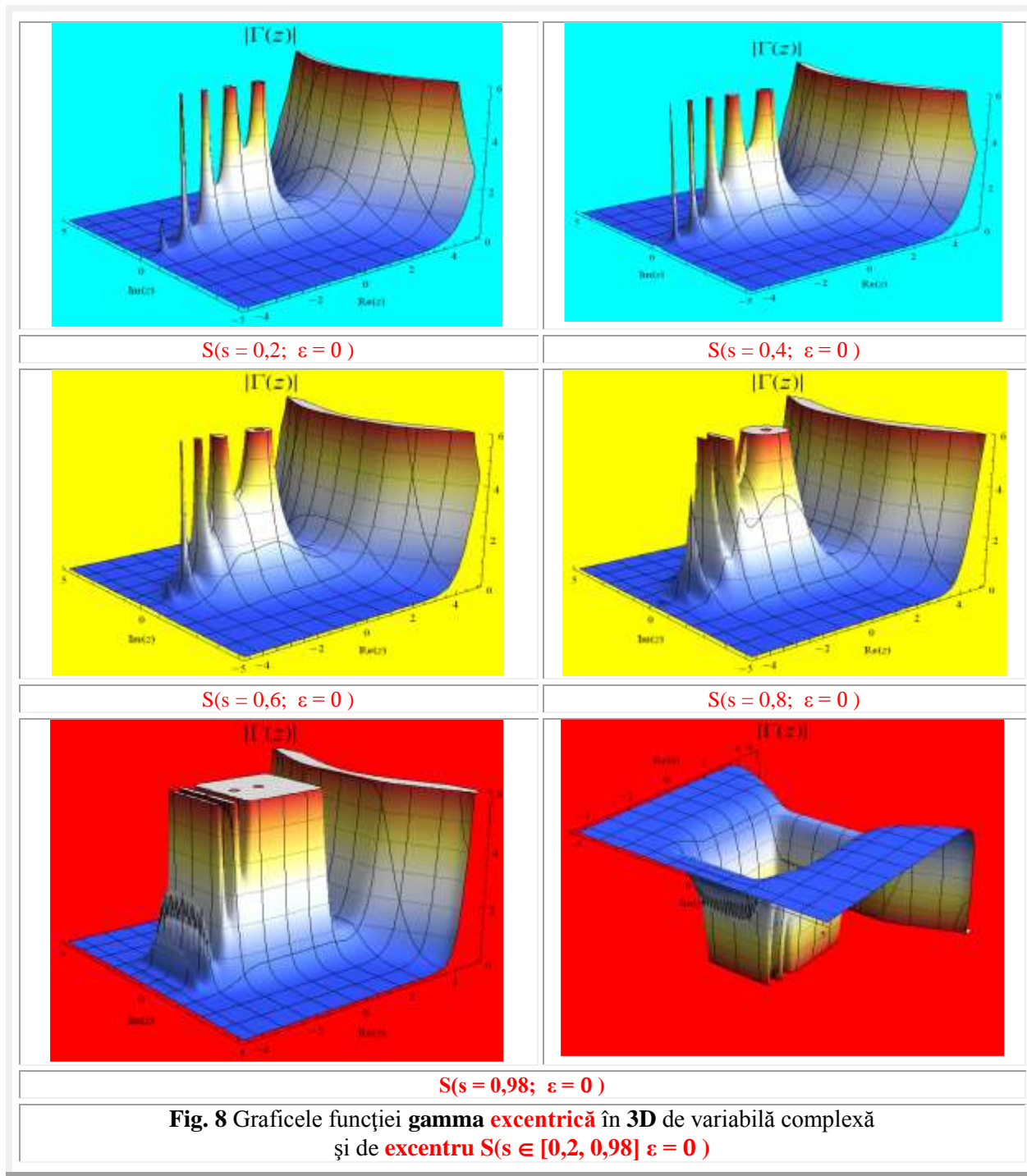


În **figurile 4** sunt prezentate funcțiile **gama excentrice** de variabilă reală **excentrică** θ , iar în **figurile 5** cele de variabilă reală **centrică** α .



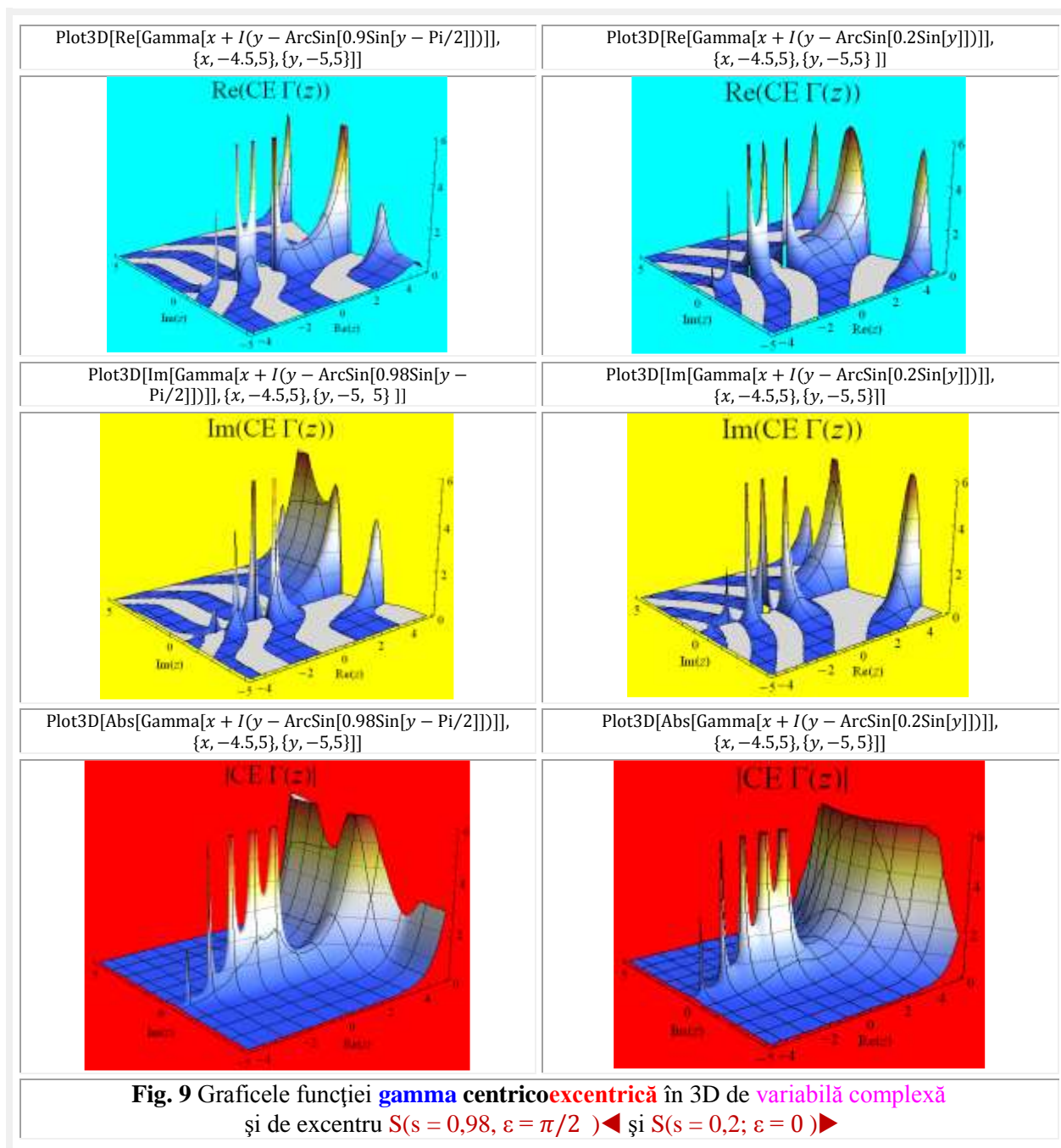
Figurile 6 și **figurile 7** redau graficele în 3D ale funcțiilor **gama excentrice** de variabilă complexă **excentrică** θ , pentru un **excentru** $S(s = 0,4; \varepsilon = 0)$ și respectiv, pentru $S(s = 0,4; \varepsilon = \frac{\pi}{2})$. Sunt prezentate partea imaginară, partea reală, precum și valoarea absolută a funcțiilor.

În **figura 8** sunt prezentate funcțiile **gamma excentrice** de variabile complexe excentrice pentru mai multe valori ale excentricității liniare numerice **s** și anume: $S(s \in [0,2, 0,98] \ \varepsilon = 0)$, numai pentru valoarea lor absolută $|\Gamma(\theta)_E| \equiv |\Gamma(z)|$.

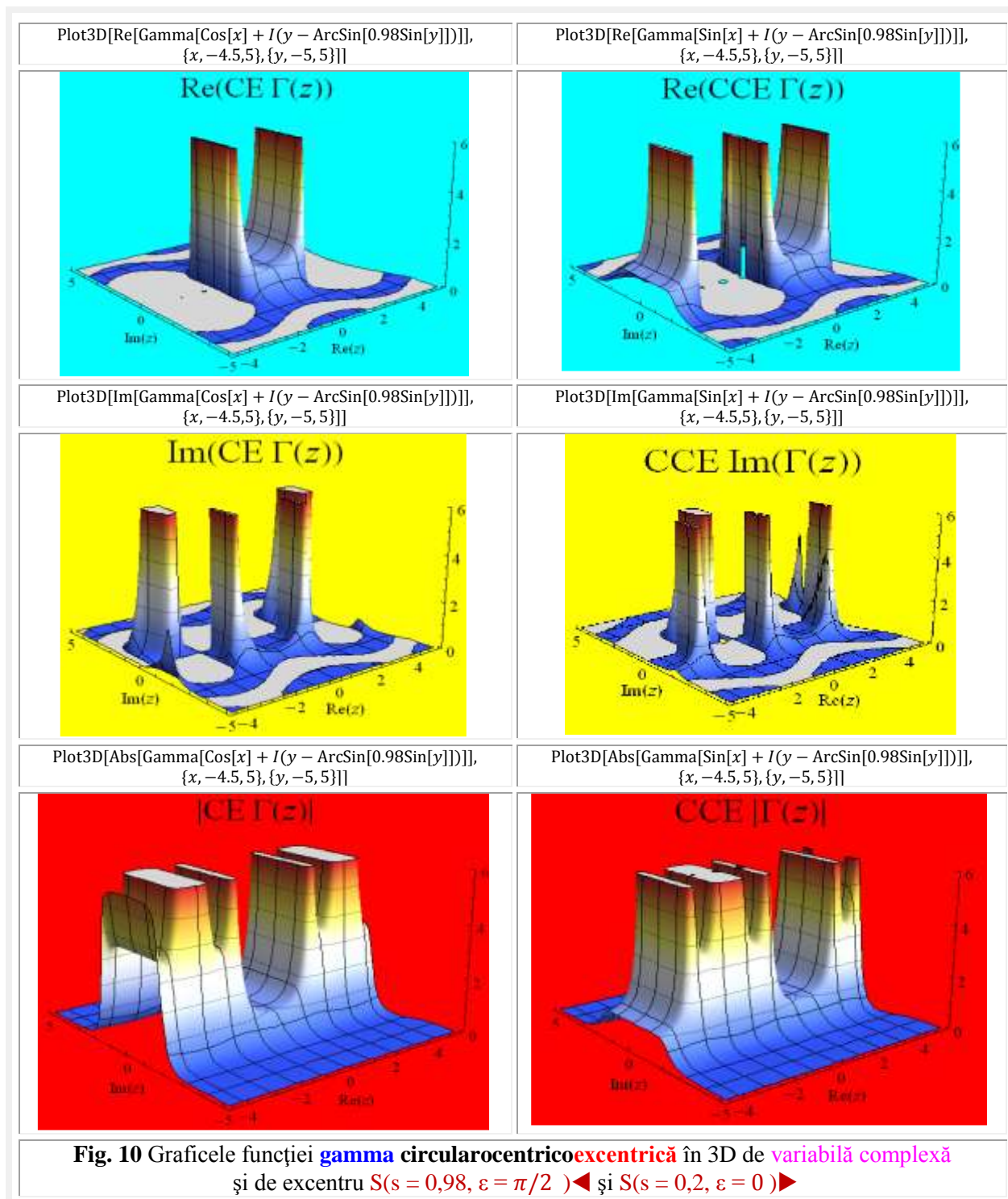


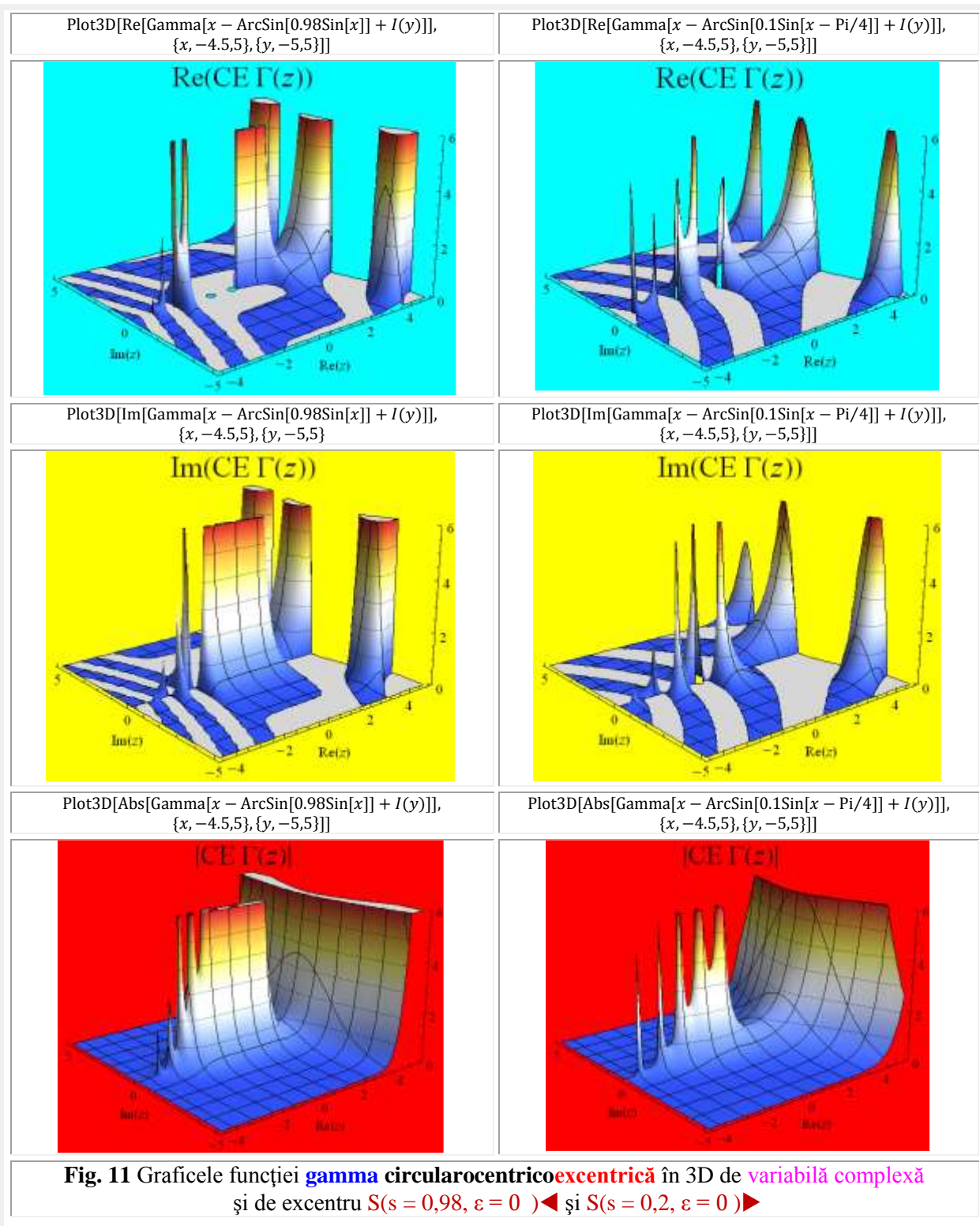
3. FUNCȚII GAMMA CENTRICOEXCENTRICE

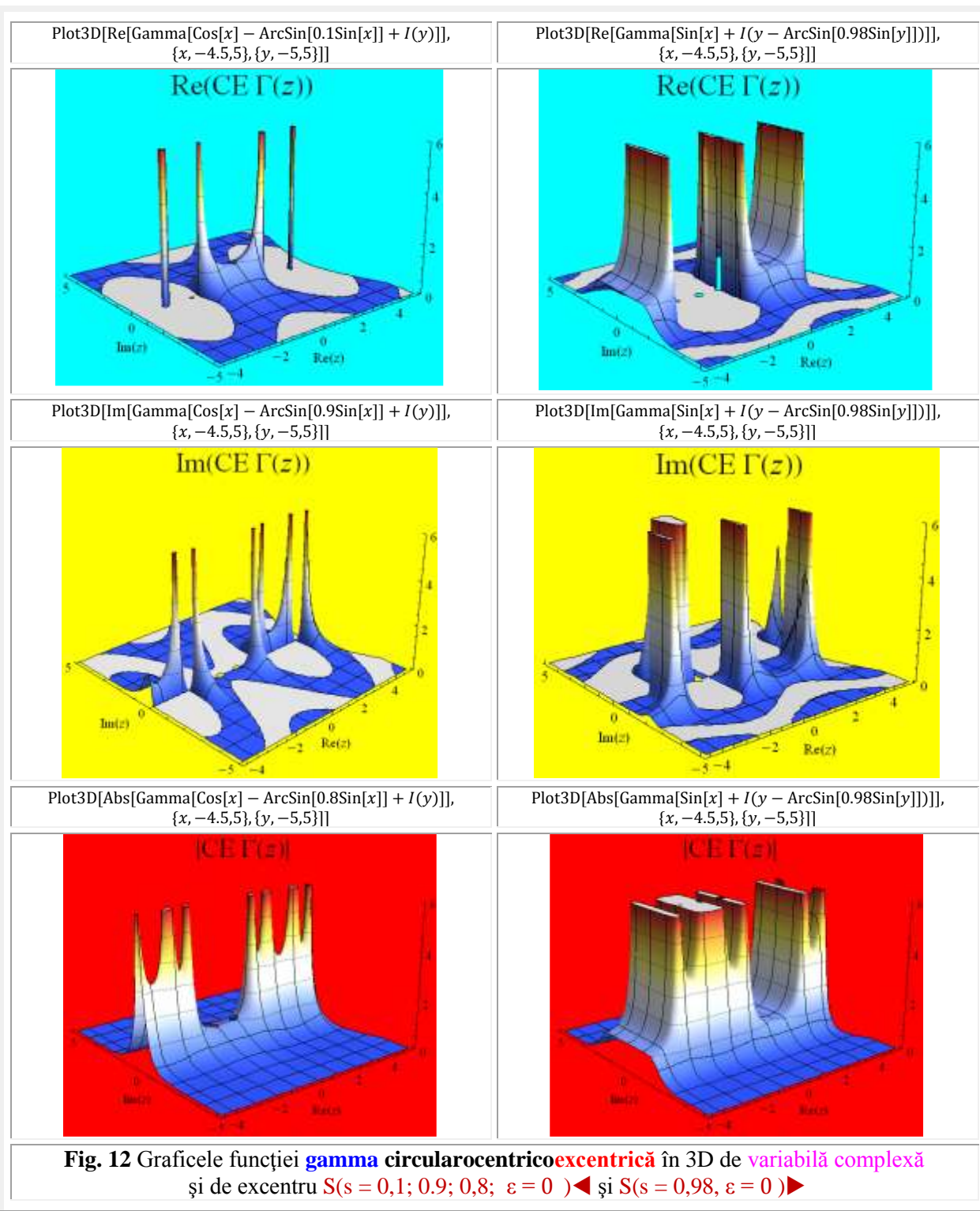
Prin înlocuirea lui x cu $cex(x)$ și a lui $y = sex(y)$ în ecuațiile funcțiilor *gamma centrice* au fost obținute funcții gamma excentrice. Prin păstrarea parametrului $x = \cos x$ în domniul centric și a lui y în cel **excentric** ($y = sexy$) se vor obține funcții **gamma centricoexcentrice** de variabile complexe cu părțile ▼ reală, imaginară și absolută reprezentate în **figura 9** pentru $S(0,98; \pi/2)$ ◀ și $S(0,2; 0)$ ▶.



Prin înlocuirea lui x cu $\cos x$ și al lui y cu $aey = y - \arcsin(0,98 \cdot \sin y)$, se obțin funcțiile gamma centricocircularoexcentrice (**Fig. 11 și 12** ◀) și pentru $x \rightarrow \sin x$ cele din dreapta ▶







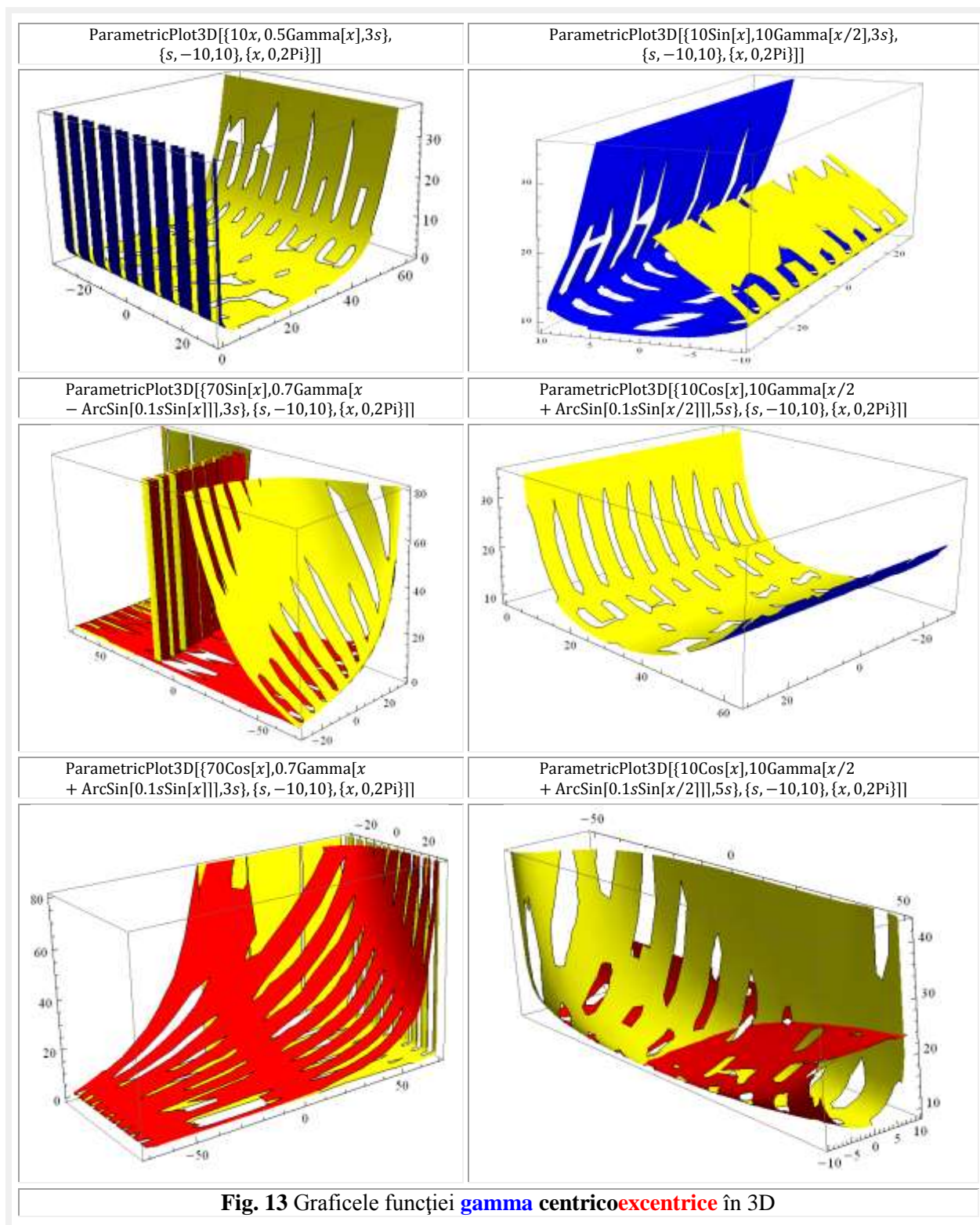
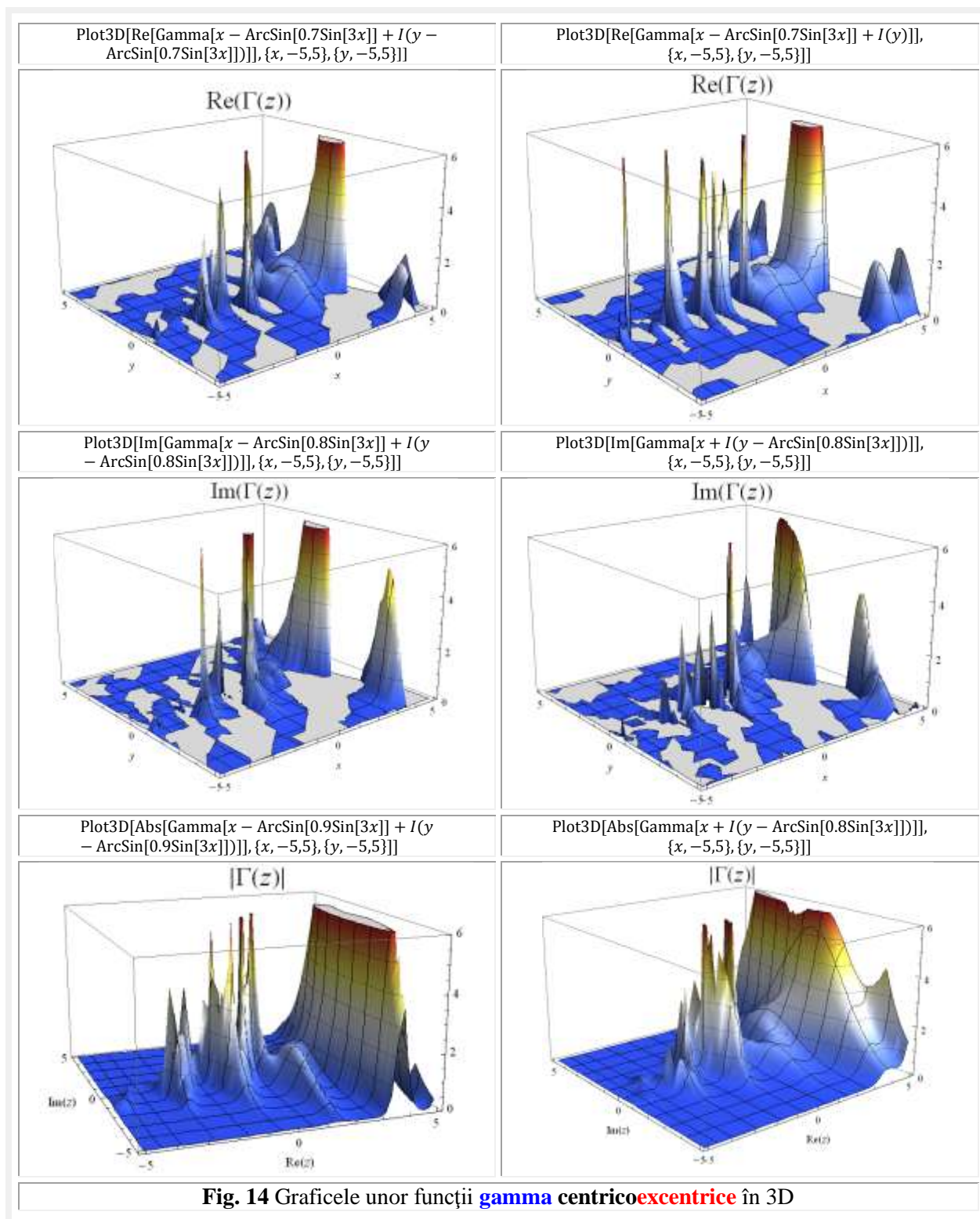


Fig. 13 Graficele funcției **gamma** centricoexcentrice în 3D



BIBLIOGRAFIE

1	Șelariu Mircea	MIȘCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ	Com.VII Conf. Internat. de Ing. Manag. si Tehn. TEHNO'95., Timisoara, 1995 Vol.7: Mecatronica, Dispozitive si Rob.Ind.,pag. 85...102
2	Șelariu Mircea	STUDIUL VIBRAȚIILOR LIBERE ALE UNUI SISTEM NELINIAR, CONSERVATIV CU AJUTORUL FUNCȚIILOR CIRCULARE EXCENTRICE $cex0$ ȘI $sex0$	Lucrarile Primei Conferințe Naționale de Vibrații în Construcția de Mașini, Timișoara 1978
3	Șelariu Mircea	FUNCȚIILE SUPERMATEMATICE cex ȘI sex- SOLUȚIILE UNOR SISTEME MECANICE NELINIARE	Com. a VII-a Conf. Naț. V.C.M., Timișoara, 1993, pag. 275...284.
4	Șelariu Mircea	FUNCȚII SUPERMATEMATICE EXCENTRICE DE VARIABILĂ CENTRICĂ CA SOLUȚII ALE UNOR SISTEME OSCILANTE NELINIARE	A VIII_a Conf. Internaț. de Ing. Manag. și Tehn. TEHNO'98, Timișoara, 1998, pag. 557..572
4	Șelariu Mircea	QUQDRILOBIC VIBRATION SYSTEMS	The 11 –th International Conference on Vibration Engineering, Timisoara, Sept. 27-30, 2005 pag. 77 ... 82
6	Șelariu Mircea	TRANSFORMAREA RIGUROASĂ ÎN CERC A DIAGramei POLARE A COMPLIANȚEI	Bul. X Conf. VCM ,Bul St. Si Tehn. Al Univ. Poli. Timisoara, Seria Mec. Tom. 47 (61) mai 2002, Vol II pag. 247...260
7	Șelariu Mircea Eugen	SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE VOL I, Editia a 2-a	Editura POLITEHNICA, Timișoara, 2012
8	Șelariu Mircea Eugen	SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE VOL I, Editia a 2-a	Editura POLITEHNICA, Timișoara, 2012
9	Șelariu Mircea Eugen	SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE VOL II, Editia a 2-a	Editura POLITEHNICA, Timișoara, 2012
10	Șelariu Mircea Eugen	MIȘCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ DE EXCENTRU PUNCT FIX	WWW.CARTIAZ.RO Pag. 5/din8
11	Șelariu Mircea Eugen	MIȘCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ DE EXCENTRU PUNCT MOBIL	WWW.CARTIAZ.RO Pag. 5/din 8
12	Șelariu Mircea Eugen	APROXIMAREA FUNCȚIILOR: UN SISTEM SUPERMATEMATIC CU BAZA CONTINUA DE APROXIMARE A FUNCȚIILOR	WWW.CARTIAZ.RO Pag. 1/din 8
13	Șelariu Mircea Eugen	FUNCȚII ÎN TREPTE SMARANDACHE	WWW.CARTIAZ.RO Pag. 2/din 8

Motto:” *Cele mai simple formule din matematică
au deschis calea către cele mai mari descoperiri.*”

Grigore Rotaru

CAPITOLUL IX

FUNCTII SUPERMATEMATICE BESSEL CENTRICE, EXCENTRICE ȘI CENTRICOEXCENTRICE

1. INTRODUCERE

După <http://ro.wikipedia.org/wiki/Func> “Prin **funcții Bessel** se înțeleg soluțiile canonice $Z(z)$ ale ecuației diferențiale a lui **Bessel** (cu z real sau complex):

$$(1) \quad \frac{z^2 \cdot d^2 Z}{dz^2} + \frac{z \cdot dZ}{dz} + (z^2 - \alpha^2) Z = 0$$

pentru o valoare arbitrară α , reală sau complexă, numită *ordinul* funcției **Bessel**. Cele mai comune și mai importante cazuri fiind acelea în care α are o valoare întreagă n .

De altfel, α și $-\alpha$ produc aceeași ecuație diferențială, convențional definindu-se funcții **Bessel** diferite pentru cele două ordine, dar, cel mai adesea, sunt alese ca funcții netede de α . De asemenea funcțiile **Bessel** sunt cunoscute ca **funcții cilindrice** sau **cilindrice armonice** deoarece ele se regăsesc în soluția ecuației Laplace în coordonate cilindrice.

Ele au fost definite prima dată de Daniel Bernoulli și generalizate de Friderich Bessel, de unde și denumirea lor. Prin aplicarea metodei separării variabilelor, pentru soluționarea ecuației Laplace și a ecuației Helmholtz, în coordonate cilindrice sau coordonate sferice, se obține ecuația lui **Bessel**, din care se obțin funcțiile **Bessel**.

Rezolvând ecuația în sistemul de *coordonate cilindrice*, se obțin **funcții Bessel de ordin întreg** ($\alpha = n$); rezolvând ecuația în sistemul de *coordonate sferice*, se obțin **funcții Bessel de ordin fracționar** ($\alpha = n + 1/2$).

Importanța funcțiilor **Bessel** rezultă din faptul că soluționează multe probleme de potențial static și de propagare a undelor, de exemplu:

- unde electromagnetice în ghiduri de undă cilindrice,
- transferul de căldură în obiecte cilindrice,
- modurile de vibrații ale unei membrane circulare subțiri,
- probleme de difuzie,
- soluția ecuației Schrödinger radială pentru o particulă liberă, în coordonate sferice,
- soluționarea unor probleme de divergentă aeroelastică și flutter în Aeroelasticitate,
- semnale de proces în electronică precum sinteza FM sau filtre Bessel.

Deoarece ecuația lui **Bessel** este o ecuație diferențială ordinară, de ordinul doi, aceasta va avea două soluții liniar independente, iar datorită diverselor formulări ale funcției **Bessel**, în serie sau integrală, se alege forma cea mai convenabilă pentru problema care se soluționează.”

În lucrarea **Mircea Eugen Șelariu “FUNCTIILE $\csc\theta$ ȘI $\sec\theta$ CA SOLUȚII ALE UNOR ECUAȚII DIFERENȚIALE LINIARE DE ORDINUL DOI CU COEFICIENȚI VARIABILI”** Cap 11 din [12] și [13] soluțiile sunt ale următoarei ecuații diferențiale

$$\ddot{z}_{1,2} - \frac{\epsilon_{1,2}}{\omega_{1,2}} \dot{z}_{1,2} + \omega_{1,2}^2 z_{1,2} = 0$$

(2)

care poate fi scrisă și sub o formă asemănătoare ecuației (1), dar având cu totul alte semnificații

$$(2') \quad \frac{\omega \cdot d^2 Z}{dt^2} - \frac{\varepsilon \cdot dZ}{dt} + \omega Z = 0 \quad \text{sau} \quad \dot{\theta} \cdot \ddot{Z} - \ddot{\theta} \cdot \dot{Z} + \dot{\theta} \cdot Z = 0$$

în care: $Z_{1,2} = C_1 \text{cex}_{1,2}\theta + C_2 \text{sex}_{1,2}\theta$; $\omega_{1,2} = A \Omega \text{dex}_{1,2}\theta$; $\varepsilon_{1,2} = \frac{d\omega_{1,2}}{dt}$; $\text{cex}_{1,2}\theta$ și $\text{sex}_{1,2}\theta$ fiind cele două determinări (principală **1** și secundară **2**) ale **funcțiile supermatematice circulare excentrice (FSM-CE)**, de variabilă **excentrică** θ , **cosinus** și **sinus excentrice**, iar $\omega_{1,2}$ și $\varepsilon_{1,2}$ sunt exprimabile prin **FSM-CE derivată excentrică dex_{1,2}θ**, care reprezintă viteza unghiulară variabilă $\omega_{1,2}$ pe cercul unitate ($R = 1$), cu $\theta = \Omega \cdot t$, când un punct se rotește pe cerc cu viteza unghiulară constantă $\Omega = 1$, față de un punct excentric **S(s, ε)** din planul cercului unitate – denumit **excentru** - și, respectiv, derivata acestuia ca funcție de **timpul t**, deci accelerația unghiulară variabilă pe cercul unitate.

Și alte **funcții supermatematice (FSM)** precum cele **circulare elevate (FSM-CEL)**, ca și **FSM circulare exotice**, sunt soluții ale unor sisteme de **caracteristici elastice statice neliniare (CES -NL)**.

Prin apariția **funcțiilor supermatematice Bessel excentrice (FSM-CE)**, **Bessel elevate (FSM-BEL)**, ca și a celor **Bessel exotice (FSM-BEx)**, funcțiile **Bessel ordinare** suntem nevoiți să le denumim și **“centrice” (FBC)**, justificând, astfel, denumirile în cele ce urmează, în **Nota I**, dar, mai ales, în **Nota II**.

2.1 FUNȚII Bessel CENTRICE (FBC) DE SPEȚA I-a : $J_\alpha(z)$

Funcțiile Bessel centrice de speța I-a, notate $J_\alpha(z)$, sunt soluții ale ecuației diferențiale a lui **Bessel**, care au valoare finită în origine $z = 0$ pentru valori α întregi nenegative și valoare infinită în origine pentru valori α negative diferite de întregi.

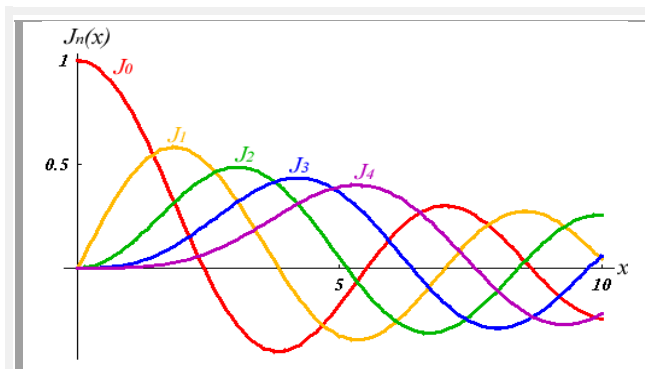


Fig.1,a Graficele funcțiilor Bessel de speța I-a, $J_\alpha(z)$ și ordin întreg $\alpha = 0, 1, 2, 3$ și 4

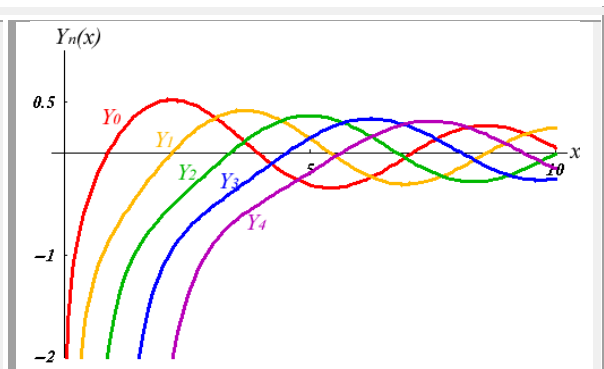


Fig.2,a Graficele funcțiilor Bessel de speța II-a, $Y_\alpha(z)$ și ordin întreg $\alpha = 0, 1, 2, 3$ și 4

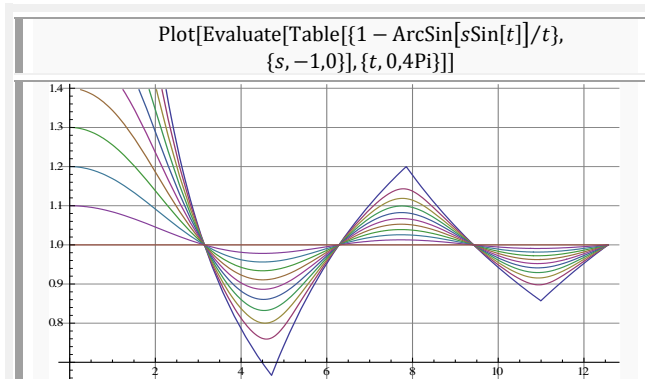


Fig. 3,a **FSM-CE** $\frac{aex\theta}{\theta} = uex\theta$,

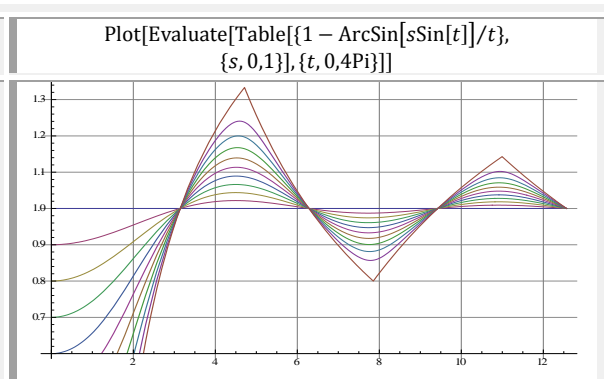
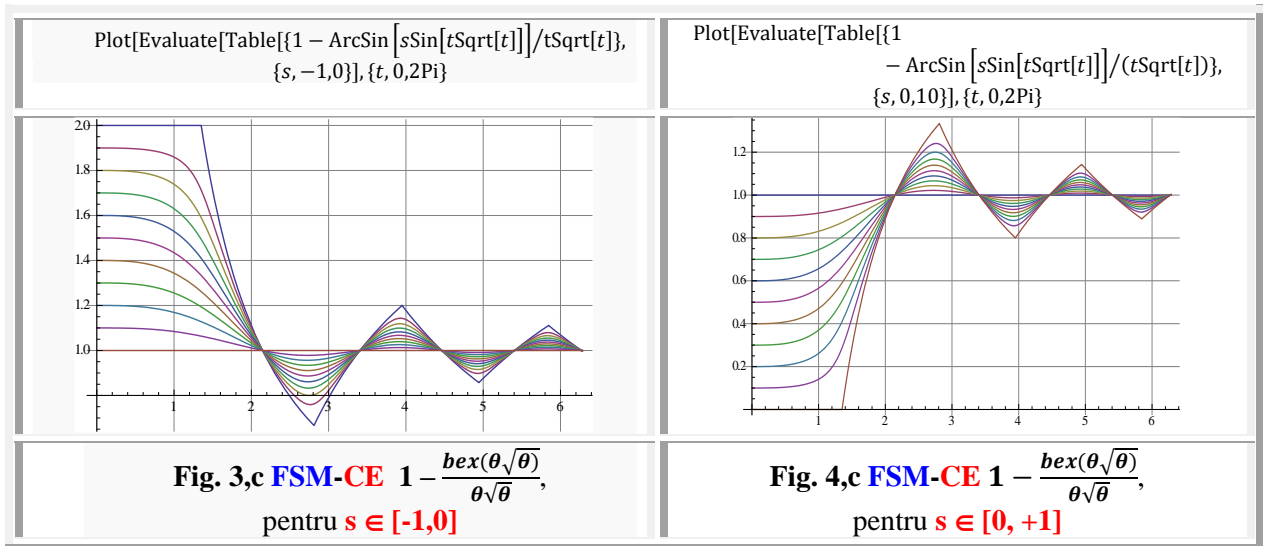
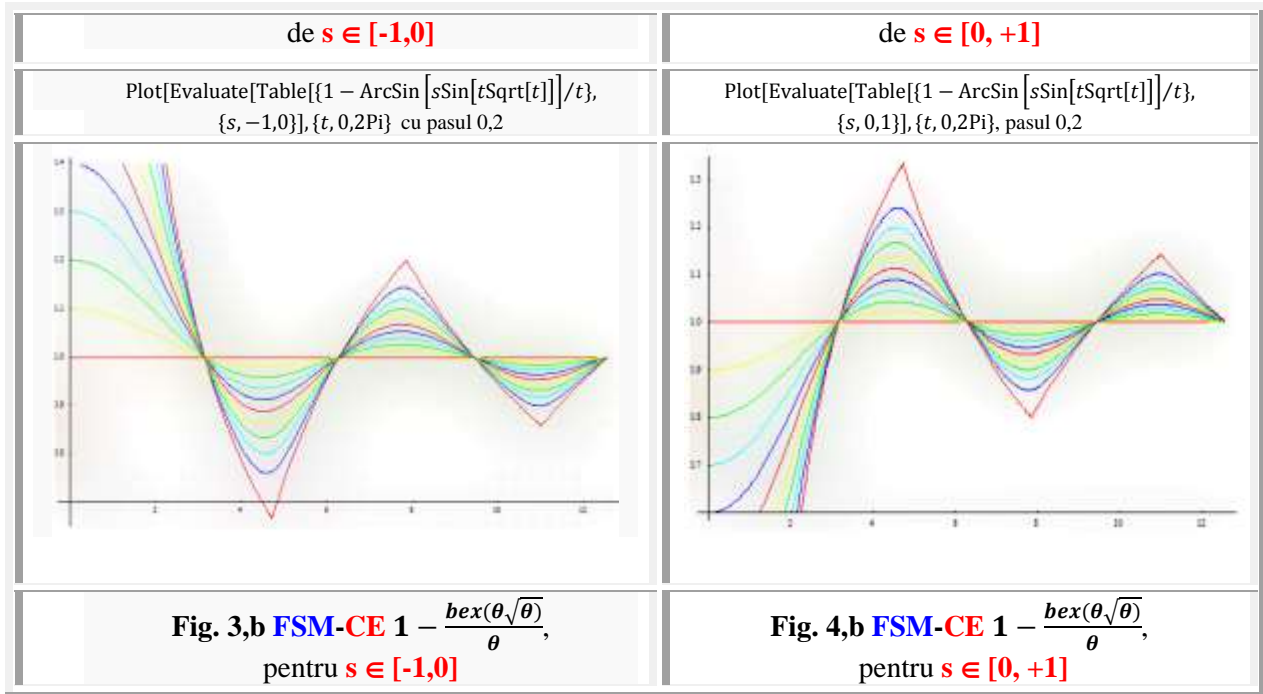


Fig. 4,a **FSM-CE** $\frac{aex\theta}{\theta} = uex\theta$,



Funcția **Bessel** de speța I-a este definită de următoarea [serie Taylor](#) în jurul originii $z = 0$:

$$(3) \quad J_{\alpha}(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \Gamma(m+\alpha+1)} \left(\frac{z}{2}\right)^{2m+\alpha}$$

în care $\Gamma(z)$ este [funcția Gamma](#) a lui [Euler](#), care reprezintă generalizarea funcției [factorial](#) pentru valori z diferite de întregi.

Graficul funcției **Bessel** (**Fig.1,a** și **Fig.2,a**) oscilează precum cel al funcției sinus sau cosinus, diferența fiind aceea că funcția **Bessel** descrește proporțional cu $\frac{1}{\sqrt{z}}$ spre infinit, precum și faptul că rădăcinile nu sunt în general periodice, cu excepția celor [asimptotice](#) pentru valori mari ale lui z .

Funcții asemănătoare, dar strict periodice, de perioadă 2π , sunt **funcțiile supermatematice circulare excentrice** (**FSM-CE**) amplitudine excentrică $aex\theta$ raportate la variabila lor excentrică θ , notate cu $uex\theta$, cu graficele prezentate în **figurile 3,a și 4,a**, de ecuații

$$(4) \quad F[\theta, S(s, \varepsilon)] = \frac{aex\theta}{\theta} = \frac{\theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]}{\theta} = 1 - \frac{\arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]}{\theta} = 1 - \frac{bex\theta}{\theta} = uex\theta$$

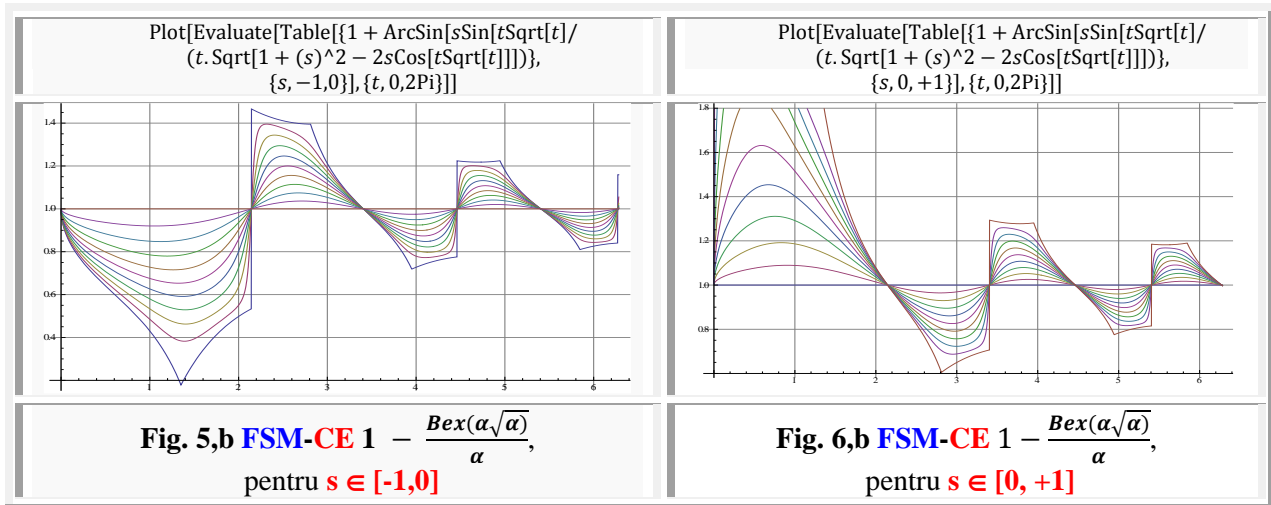
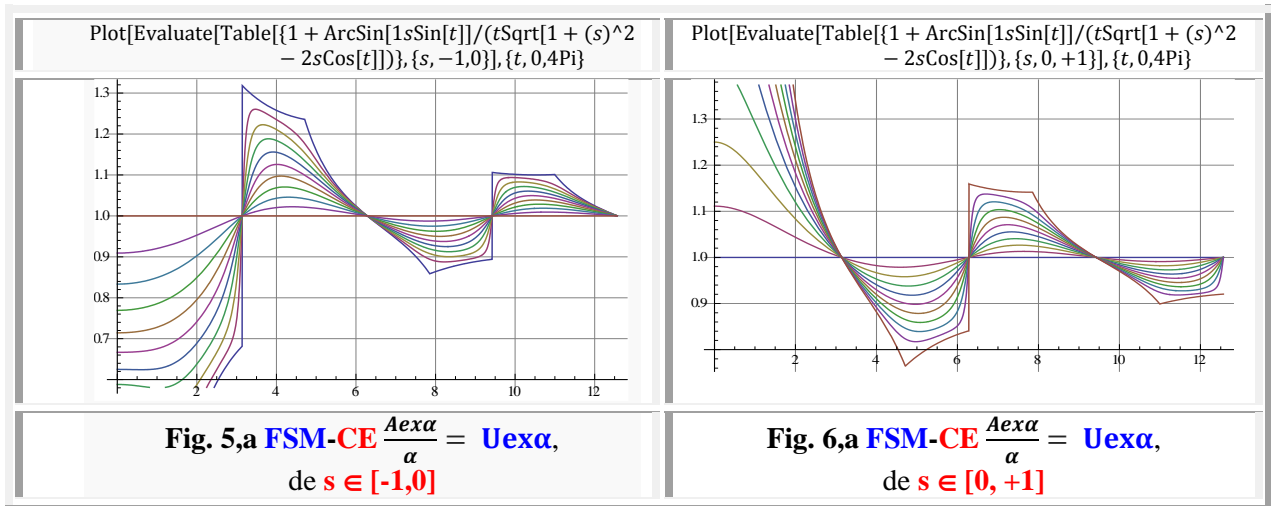
sau de variabilă centrică $Aex\alpha$, raportate la variabila lor centrică α , notate cu $Uex\alpha$, cu graficele prezentate în figurile 5,a și 6,a, de ecuații

$$(5) \quad F[\alpha, S(s, \varepsilon)] = \frac{Aex\alpha}{\alpha} = \frac{\alpha + \arcsin[s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)]}{\alpha \sqrt{1 + s^2 - 2s \cos(\alpha - \varepsilon)}} = 1 + \frac{\arcsin[s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)]}{\alpha \cdot Rex\alpha} = 1 + \frac{Bex\alpha}{\alpha} = Uex\alpha$$

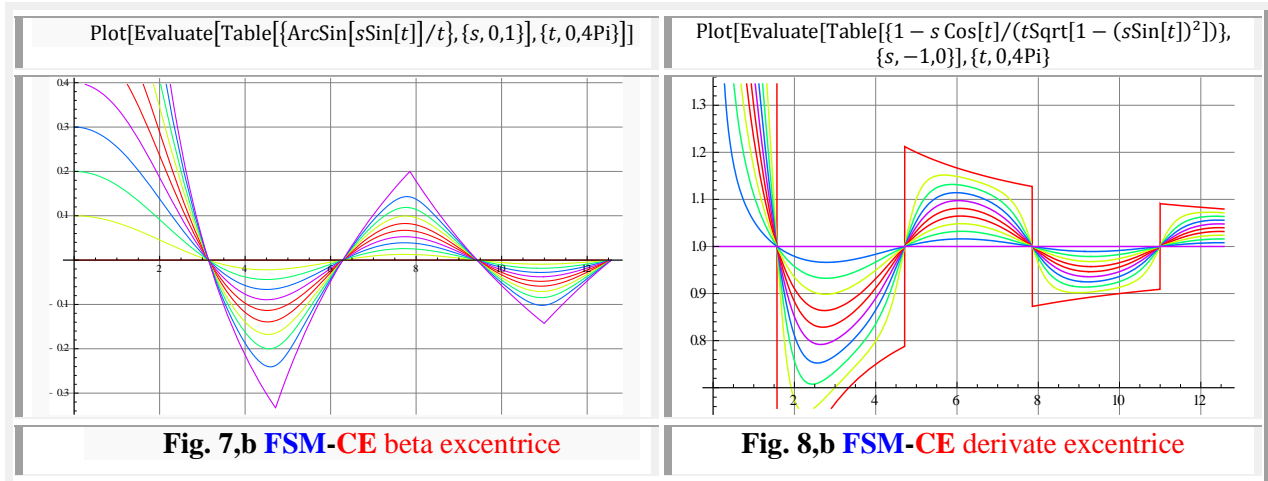
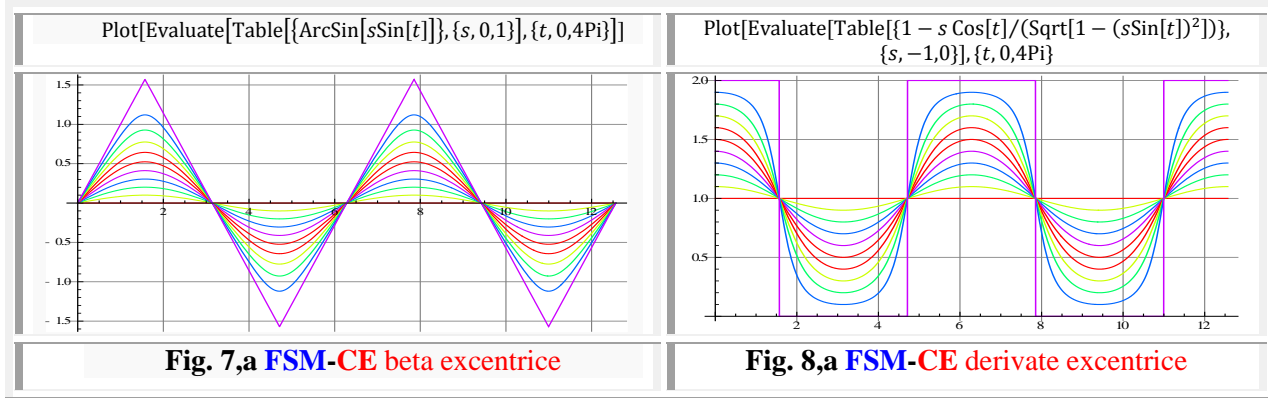
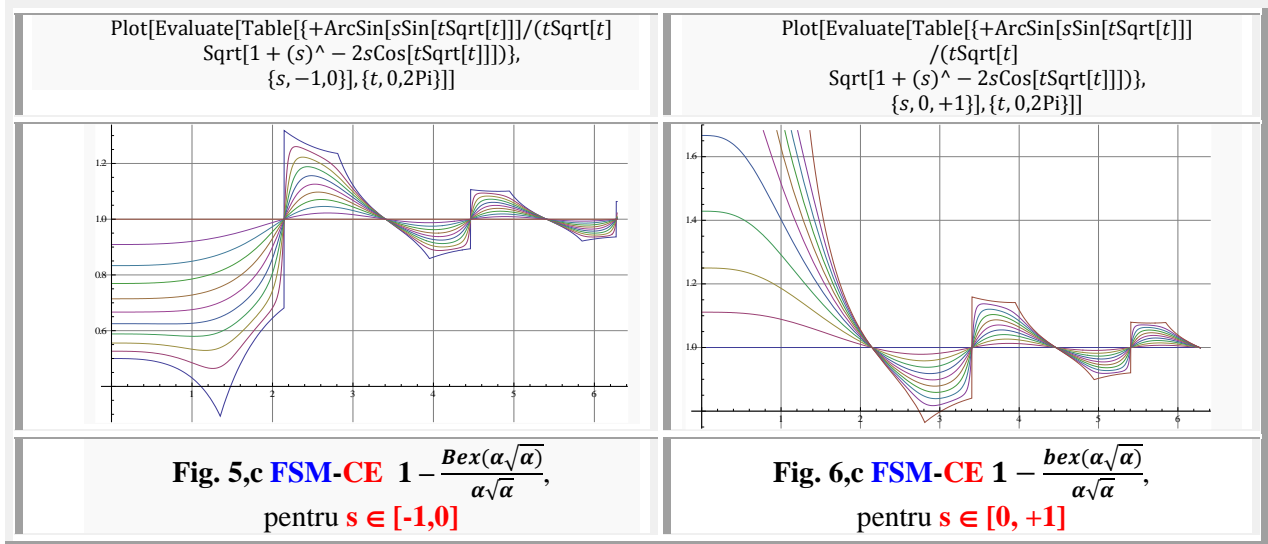
Dacă, în ecuațiile (4) și (5), variabilele θ și α se înmulțesc cu $\sqrt{\theta}$ și, respectiv, cu $\sqrt{\alpha}$, numai cele din funcțiile supermatematice **circulare excentrice (FSM-CE)** beta excentrice $bex\theta$ și $Bex\alpha$, se obțin funcții de perioadă variabilă, așa cum se prezintă graficele din figura 3,b și 4,b și, respectiv, figura 5,b și 6,b.

Dacă, aceste înlocuiri se fac în funcțiile $bex\theta$ și $Bex\alpha$ cât și în împărțitor, din ecuațiile (4) și (5), atunci se obțin funcțiile de perioadă variabilă, prezentate în figurile 3,c și 4,c și, respectiv, 5c și 6,c.

S-au prezentat aceste **FSM-CE** denumite **“funcții unitate excentrică (FUE)”**, deoarece conțin cifra 1 și sunt notate cu $uex\theta$ și, respectiv, $Uex\alpha$ în eventualitatea că cineva, cândva, va avea nevoie de ele. Dacă de acestea nu, atunci, cu siguranță, de cele prezentate în figura 7,a și 8,a care sunt **FSM-CE beta excentrică $bex\theta$** și **derivata excentrică $dex\theta$** , de variabile excentrice θ , vor avea nevoie de ele la reprezentarea vibrațiilor libere neamortizate și amortizate de caracteristică elastică statică (CES) liniară și/sau neliniară (Fig. 7,b și Fig.8,b).



Pentru $s = 1$, funcția **bex0** exprimă, în cel mai simplu mod, o funcție **triunghiulară** (Fig.7,a), iar funcția **dex0** o funcție **dreptunghiulară** (Fig.8,a). Pentru alte valori ale excentricității numerice s , se pot obține funcții care să exprime vibrații libere amortizate, de **caracteristică elastică statică (CES)** liniară sau neliniară (Fig.7,b și Fig. 8,b), **semnale de bază**, deosebit de importante în mecanică cât și în electrotehnică, ele putând fi reproduse și fizic, așa cum rezultă în continuare.



Spicuim din <http://www.scribub.com/tehnica-mecanica/SEMNALE-ELECTRICE93336.php> :

„În general, un generator de funcții este un aparat ce poate să furnizeze cel puțin trei forme de undă de bază: **sinusoidală**, **dreptunghiulară** și **triunghiulară**.

Plecând de la aceste funcții de bază, generatoarele mai perfecționate sunt capabile să furnizeze și alte funcții (semnale): **rampe liniare**, **rampe în trepte**, **trapez**, **semnale dreptunghiulare** cu factor de umplere variabil sau chiar și semnale de zgomot (Fig.9,a).”

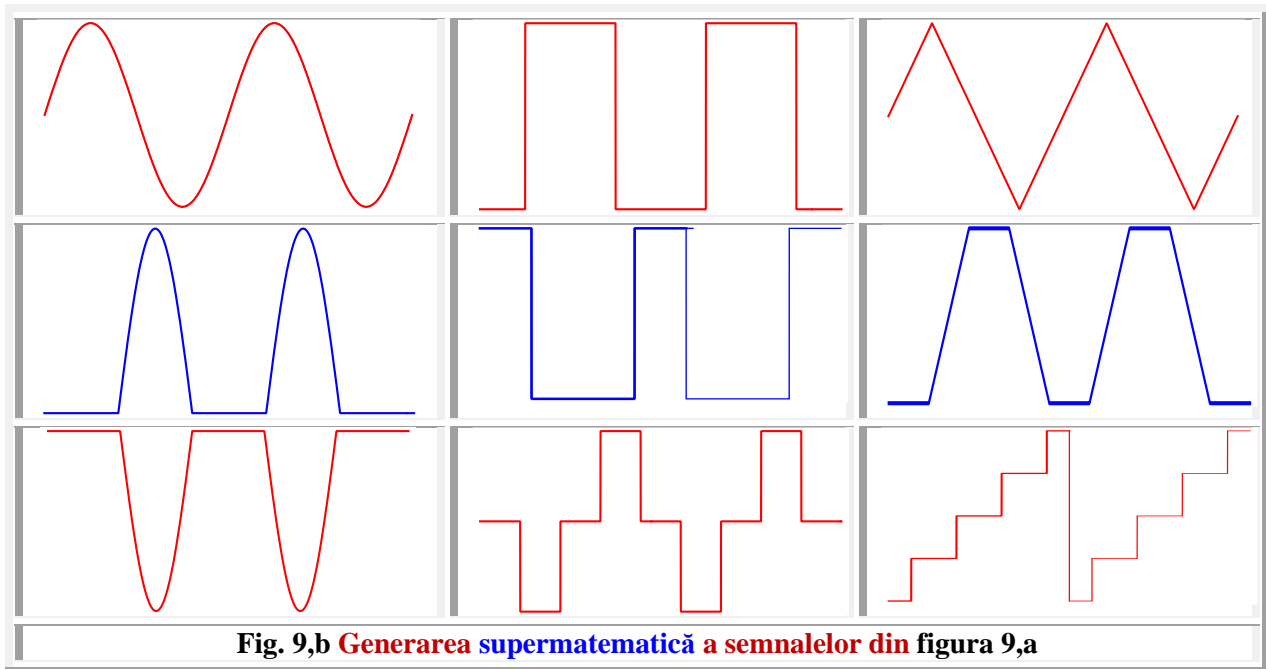
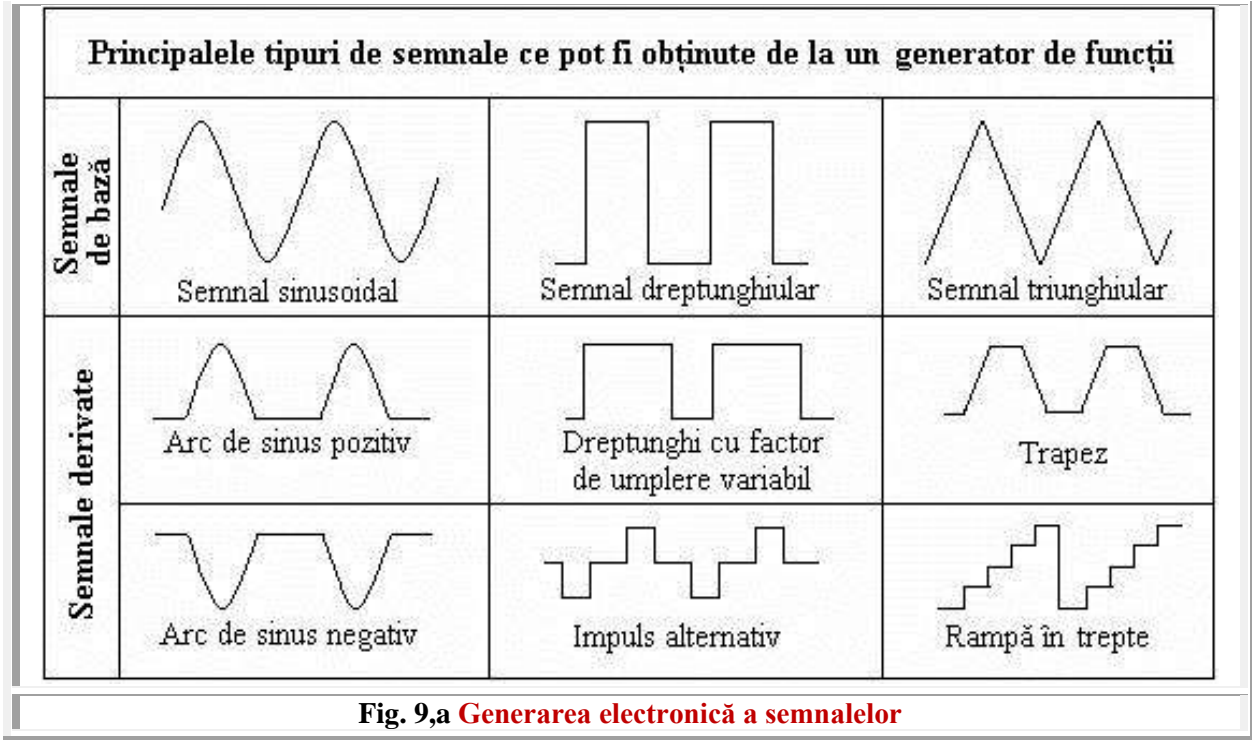
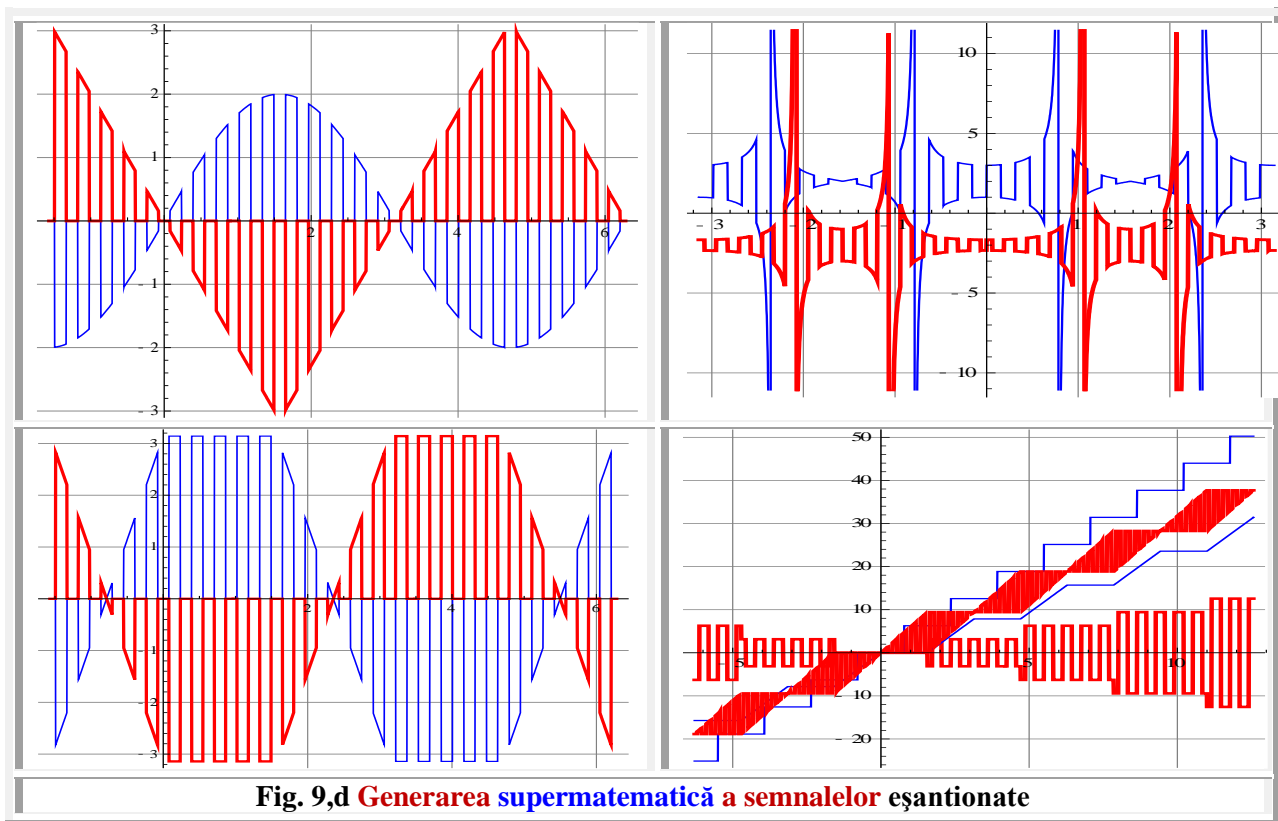
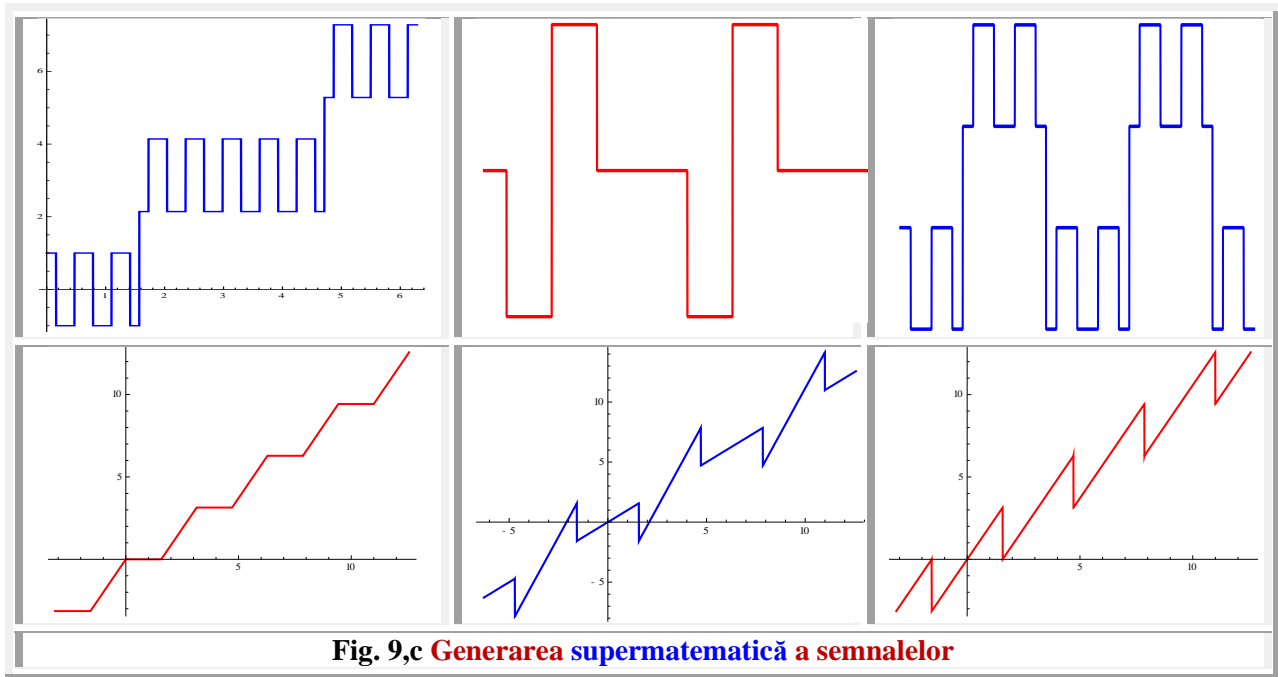


Figura 9,b demonstrează, dacă mai era necesar, că FSM-CE pot, cel mai bine și mai simplu, să genereze diverse semnale utile, precum cele generate electronic, din figura 9,a și cu mult mai multe și mult mai complexe, precum cele prezentate în figura 9,c.



În **figura 9,d** se prezintă modul de eșantionare, sau procesarea de semnal, a semnalelor **sinusoidale**, **dreptunghiulare**, **triunghiulare** ș.a. prin utilizarea **FSM-CE dex(10.0)** de excentricitate numerică **s = 1**.

Graficele **funcțiilor Bessel** de prima speță și de ordin întreg $\alpha = 0, 1, 2, 3$ și 4 sunt prezentate în **figura 1**.

Pentru valori α diferite de întregi, funcțiile $J_\alpha(z)$ și $J_{-\alpha}(z)$ sunt linear independente, reprezentând cele două

soluții ale ecuației diferențiale. Pe de altă parte, pentru α de ordin întreg, este valabilă următoarea relație (de notat că **funcția Gamma** devine infinită pentru argumente întregi negative):

$$(6) \quad J_{-n}(z) = (-1)^n J_n(z)$$

acest lucru arătând că cele două soluții nu sunt linear independente. În acest caz, a doua soluție linear independentă este dată de **funcția Bessel de speta a II-a**.

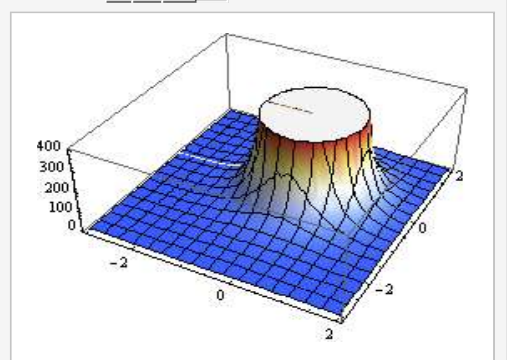
Graficele **funcțiilor Bessel** în planul complex sunt redată în **figura 10**, prin programul realizat de **Jeff Bryant** și **Michael Trott** prezentat mai jos

<http://demonstrations.wolfram.com/BesselFunctionsInTheComplexPlane/>

```
Manipulate[Plot3D[Re[fn[n, x + Iy]], {x, -3, 2}, {y, -3, 2}, ImageSize -> {500, 400}, ColorFunction -> (ColorData["TemperatureMap"]), MaxRecursion -> 2], {{n, 0, "n"}, -5, 5, 1}, {fn, BesselI, "function"}, {BesselI -> TraditionalForm[I_n], BesselJ -> TraditionalForm[J_n], BesselK -> TraditionalForm[K_n], BesselY -> TraditionalForm[Y_n]}]
```

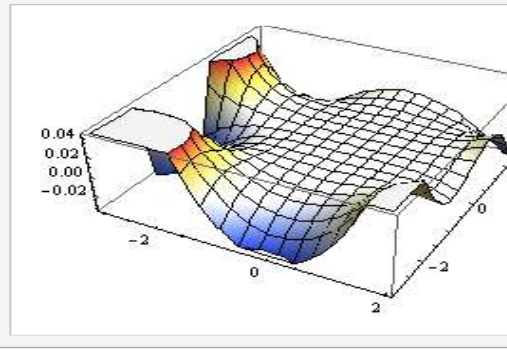
n

function I_n J_n K_n Y_n



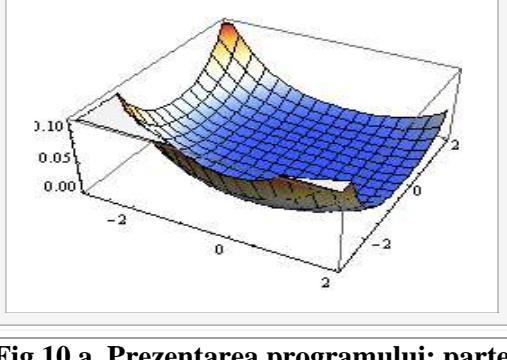
n

function I_n J_n K_n Y_n



n

function I_n J_n K_n Y_n



n

function I_n J_n K_n Y_n

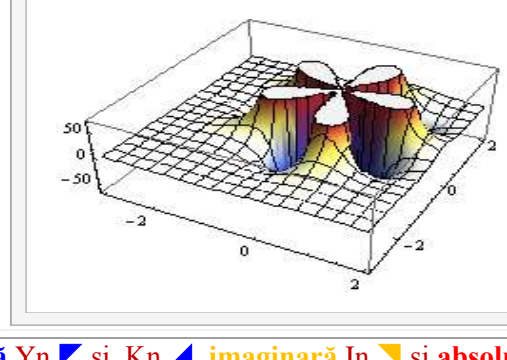


Fig.10,a Prezentarea programului: partea **reală** Y_n ▲ și K_n ▲, **imaginară** I_n ▼ și **absolută** J_n ▼ a funcțiilor Bessel centrice în planul complex ($n \equiv \alpha$)

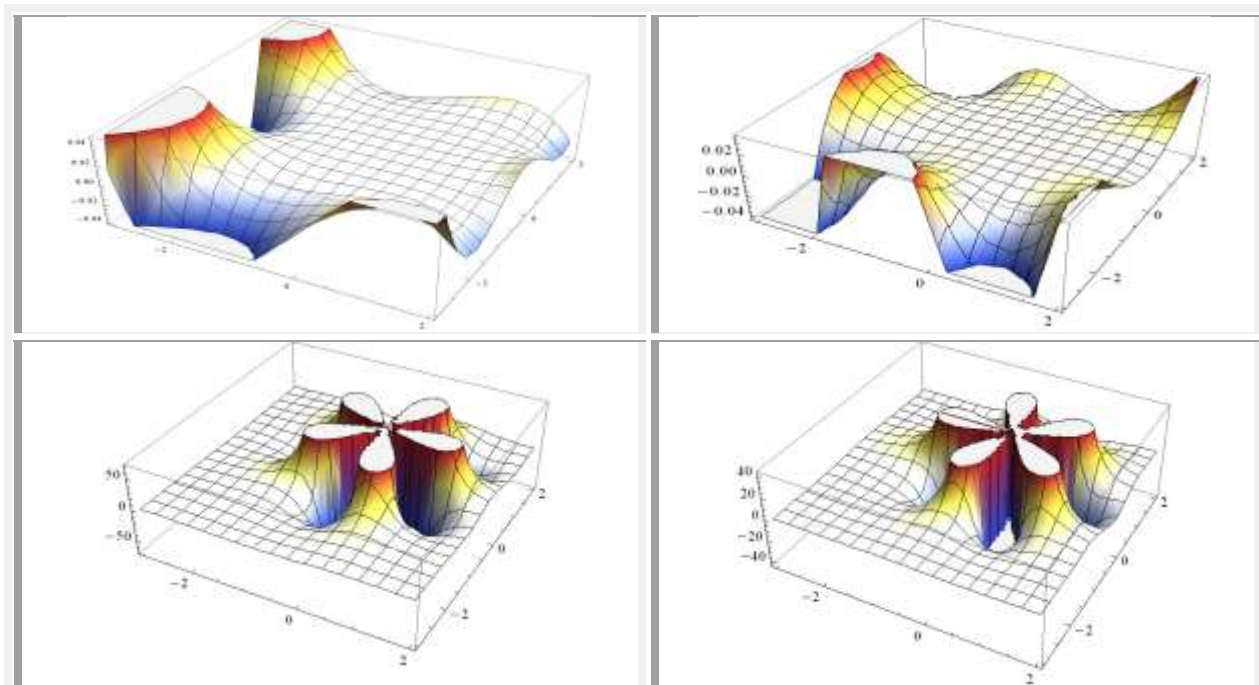


Fig.10,b Partea reală a funcțiilor Bessel centrice în planul complex.
 În ordine: I_n , J_n , K_n , Y_n ($n \equiv \alpha$)

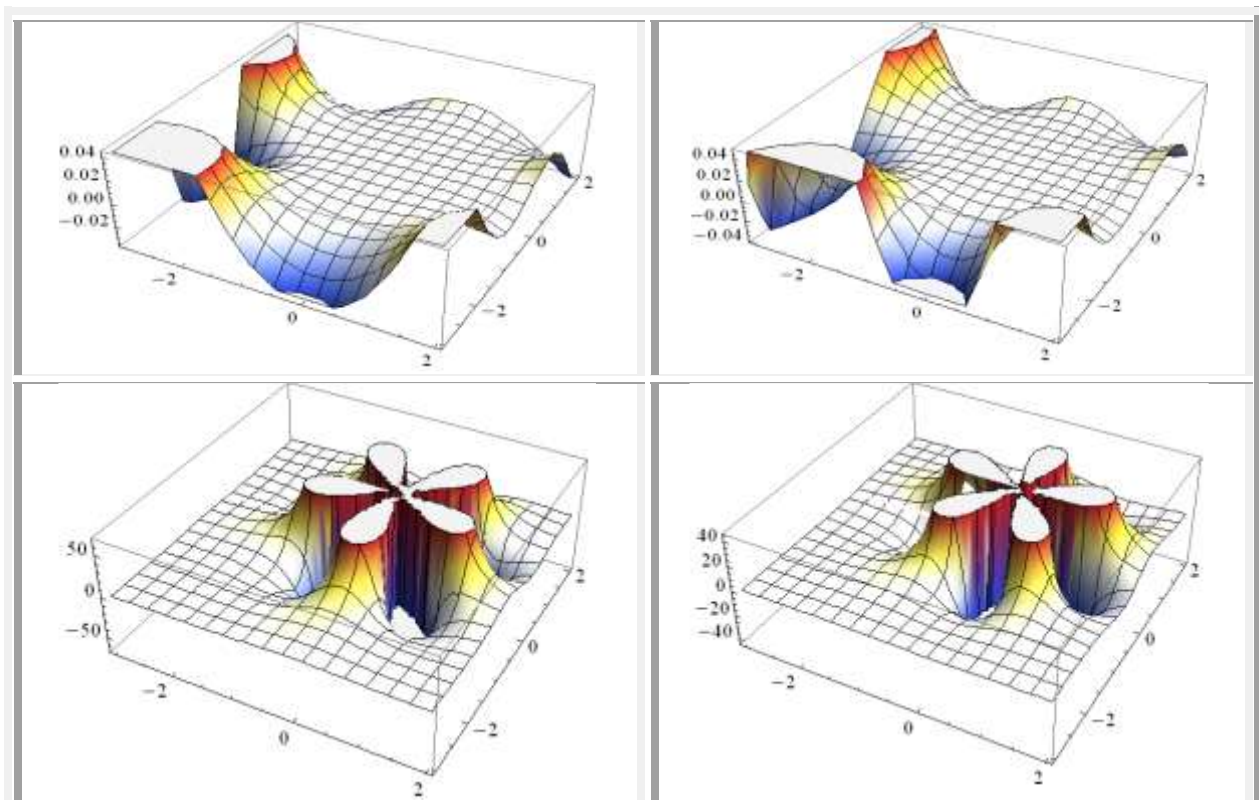


Fig.10,c Partea imaginară a funcțiilor Bessel centrice în planul complex.
 În ordine: I_n , J_n , K_n , Y_n ($n \equiv \alpha$)

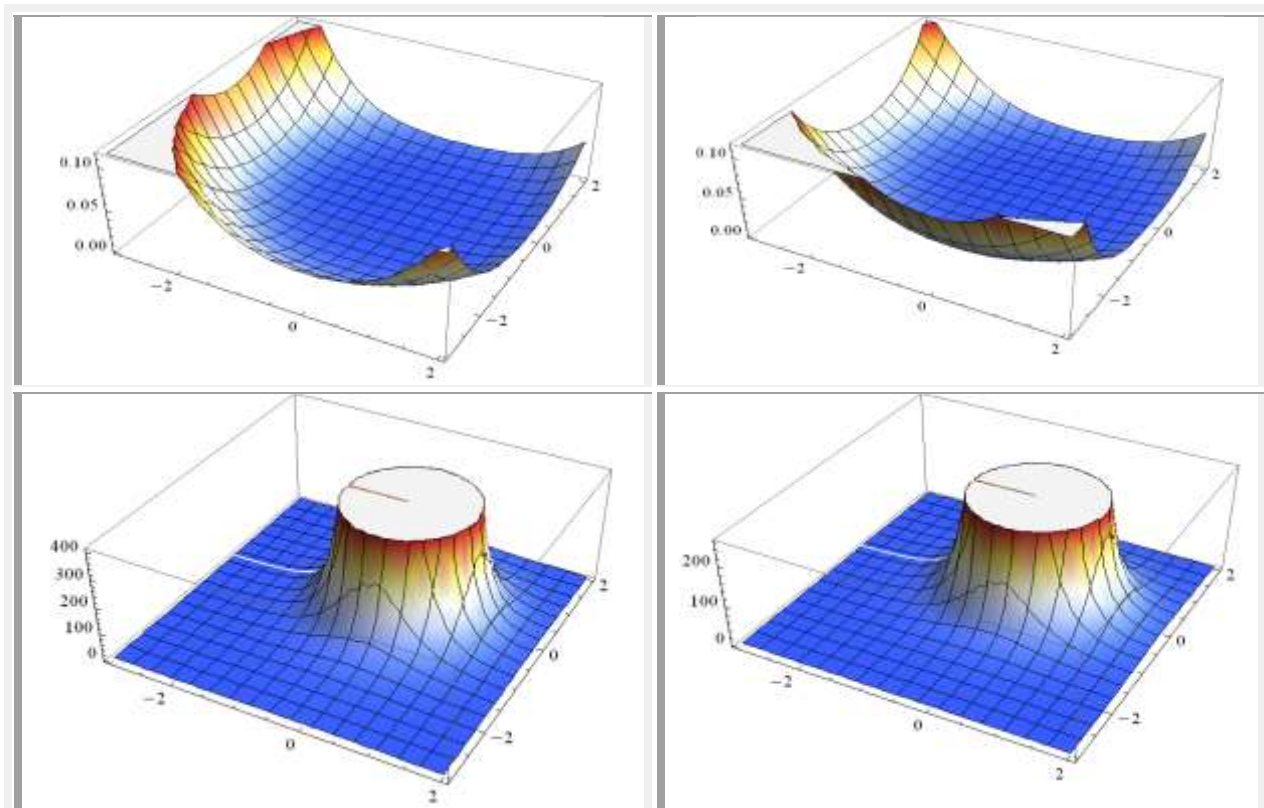
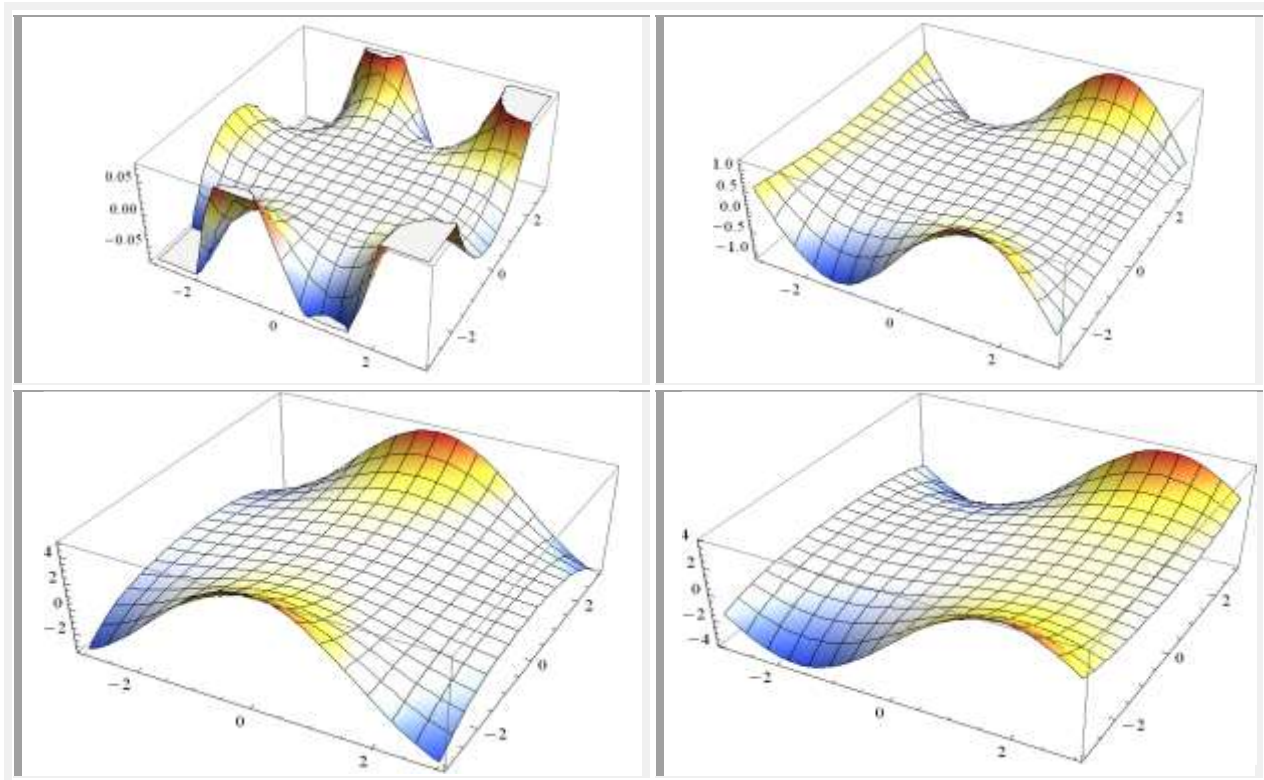


Fig.10,d Partea absolută a funcțiilor Bessel centrice în planul complex.
 În ordine: I_n , J_n , K_n , Y_n ($n \equiv \alpha$)



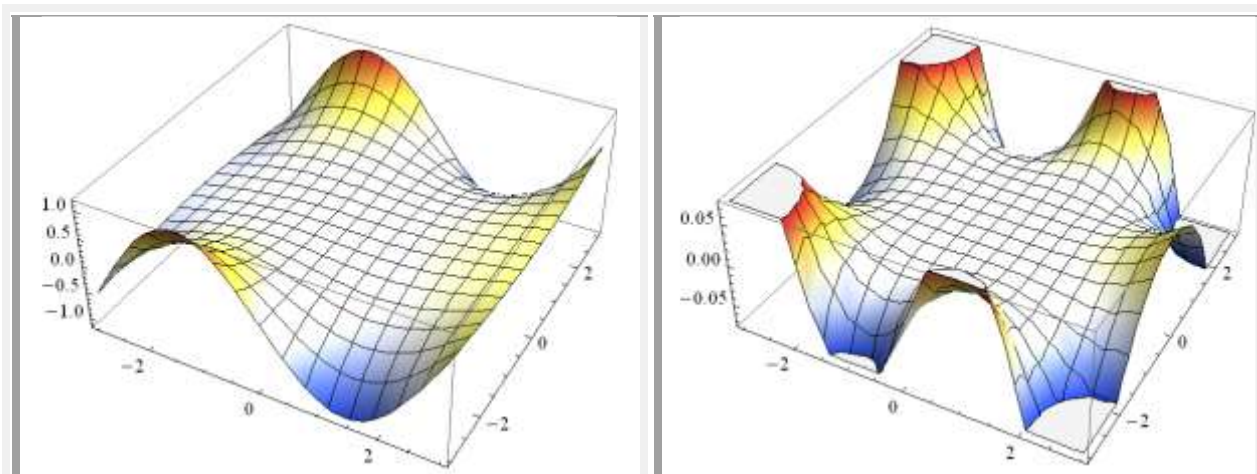


Fig.11,a Funcții Bessel centrice de prima speță J_n în planul complex de ordin întreg $\alpha = -5, -3, 0, +1, +3, +5$ partea reală

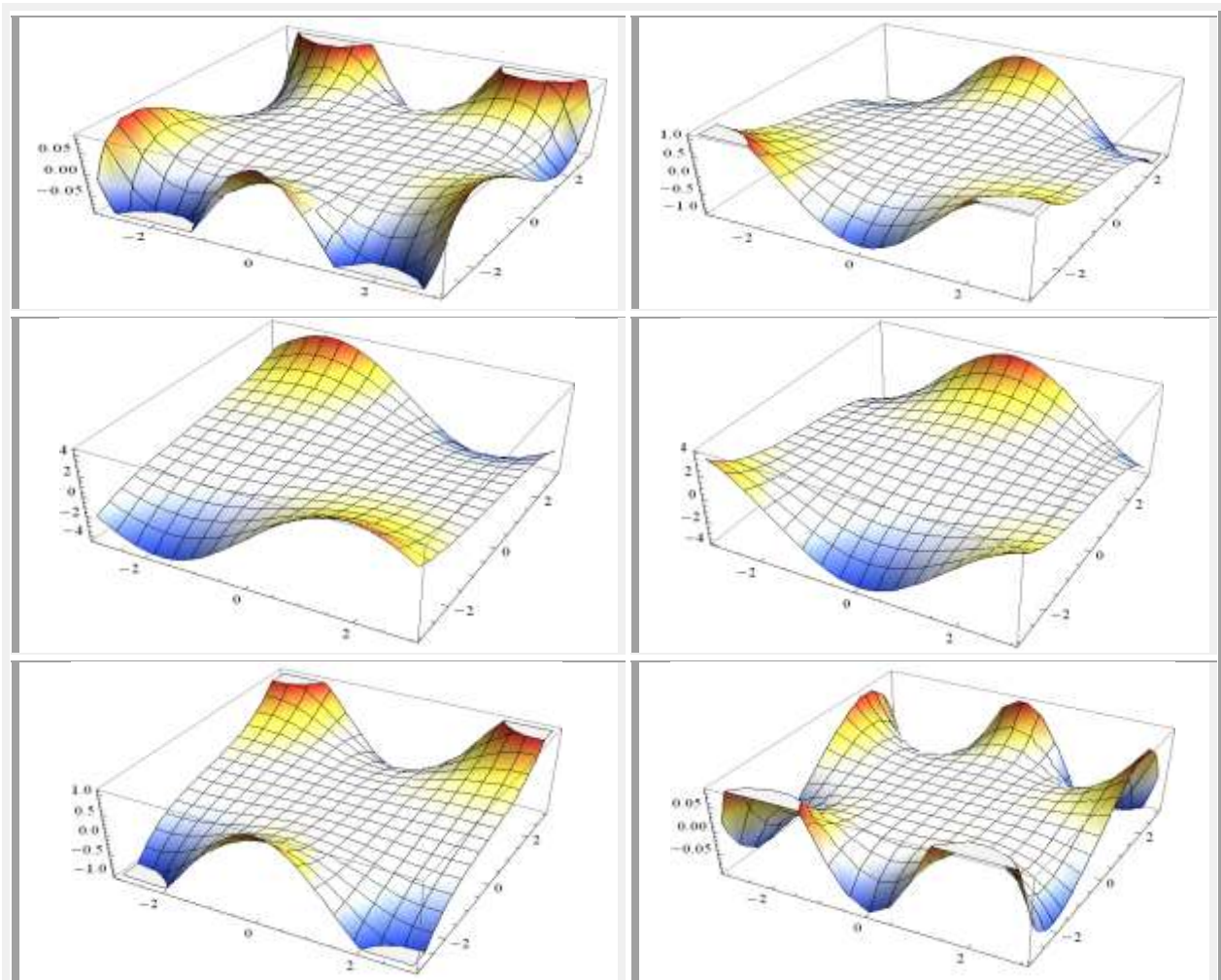
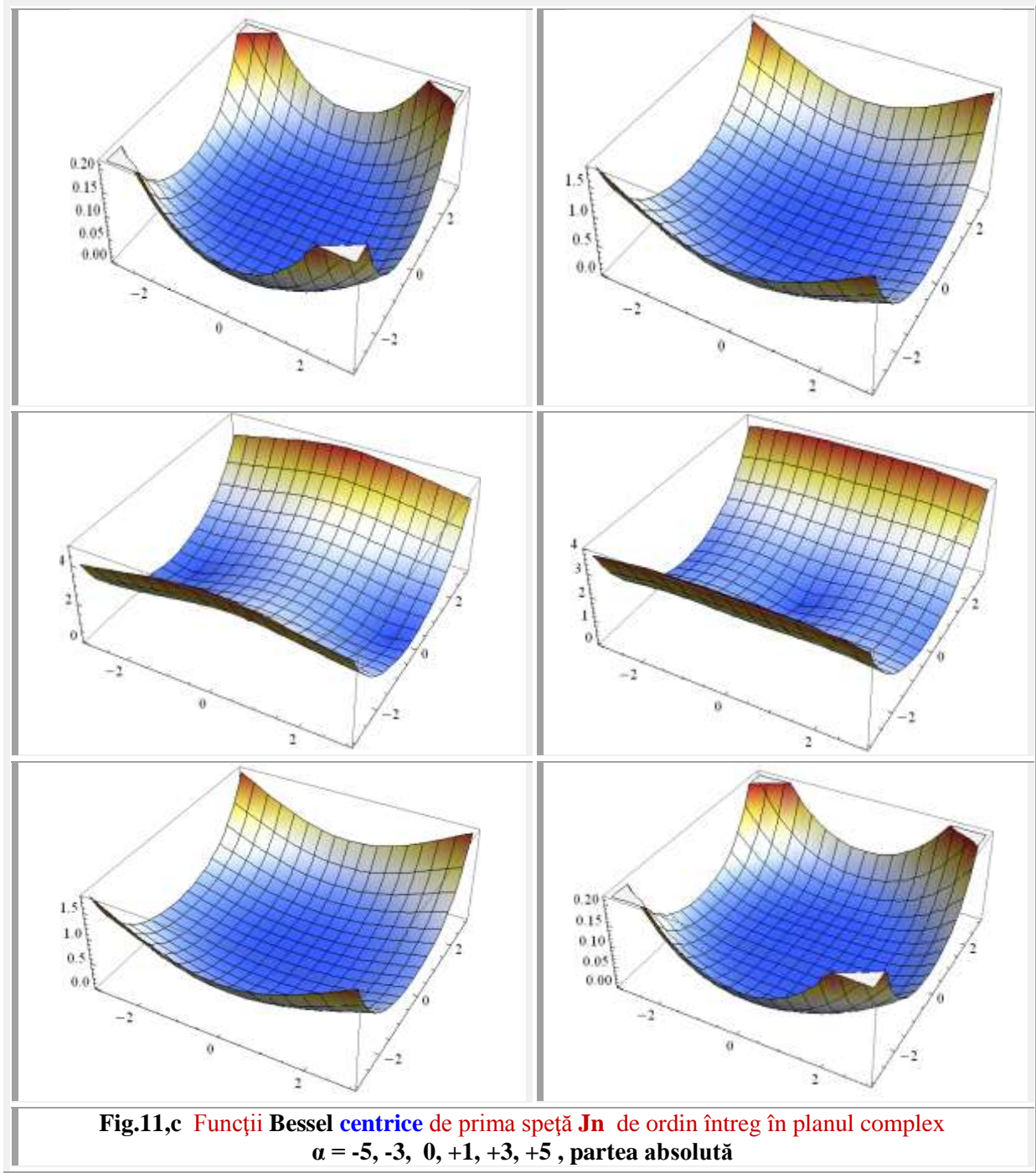


Fig.11,b Funcții Bessel centrice de prima speță J_n în planul complex de ordin întreg $\alpha = -5, -3, 0, +1, +3, +5$, partea imaginară



2.2 FUNCȚII Bessel CENTRICE (FBC) DE SPEȚA A II-A: Y_α

Funcțiile Bessel **centrice** de speța a II-a, notate prin $Y_\alpha(z)$ sau $Y_n(z)$, sunt de asemenea soluții ale ecuației diferențiale a lui Bessel **centrice**. Ele au o singularitate infinită în origine ($z = 0$).

Graful funcțiilor Bessel **centrice** de speța a II-a, $Y_\alpha(z)$ și ordin întreg sunt prezentate în **figura 2**, iar în **figura 12** sunt prezentate și pentru ordine întregi negative, adică pentru $\alpha = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ și 5 .

Funcția $Y_\alpha(z)$ **centrică** este denumită și **funcția Neumann**, ocazional fiind notată și cu $N_\alpha(z)$.

Pentru valori α diferite de întregi, funcția **Bessel centrică** de speța a II-a se scrie în funcție de $J_\alpha(z)$ sub forma:

$$(7) \quad Y_\alpha(z) = \frac{J_\alpha(z) \cdot \cos(\alpha \cdot \pi) - J_{-\alpha}(z)}{\sin(\alpha \cdot \pi)}$$

În cazul în care α are o valoare întregă n , funcția se definește ca limită de $\alpha \rightarrow n$:

$$(8) \quad Y_n(z) = \lim_{\alpha \rightarrow n} Y_\alpha(z)$$

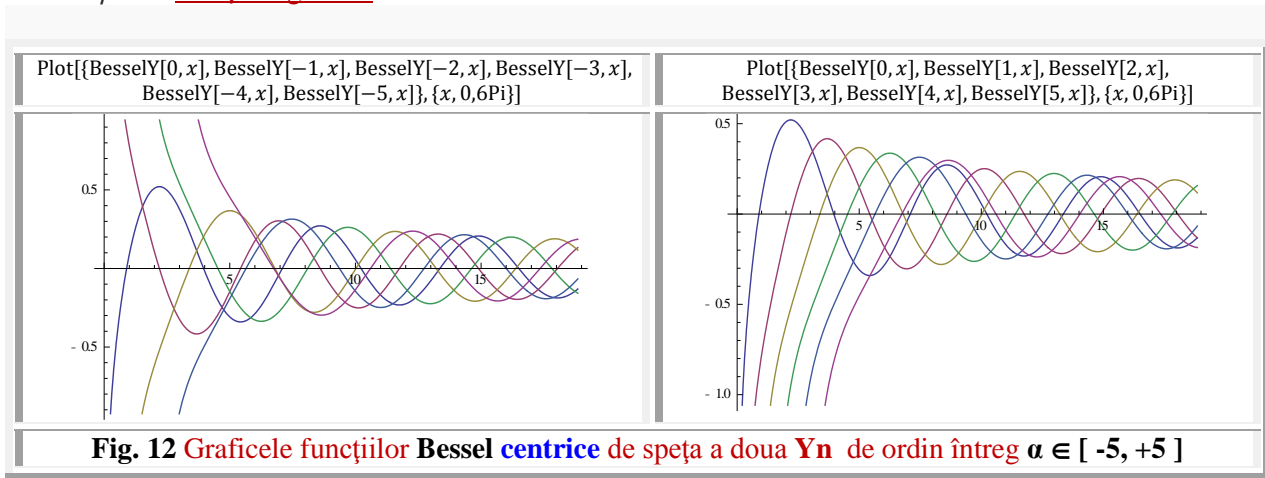
scriindu-se sub formă integrală:

$$(9) \quad Y_n(z) = \frac{1}{\pi} \left\{ \int_0^\pi \sin(z \cdot \sin\theta - n\theta) d\theta - \int_0^\infty [e^{nt} + (-1)e^{-nt}] e^{-z \sinh t} dt \right\}$$

iar sub formă de serie este:

$$(10) \quad Y_n(z) = \frac{2}{\pi} \ln \frac{z}{2} J_n(z) - \frac{1}{\pi} \left(\frac{z}{2}\right)^{-n} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-k-1)!}{k!} \left(\frac{z}{2}\right)^{2k} - \frac{1}{\pi} \left(\frac{z}{2}\right)^{-n} \sum_{k=0}^\infty \left\{ \psi(n+k+1) \right\} \frac{\left(\frac{-z}{2}\right)^{2k}}{k!(n+k)!}$$

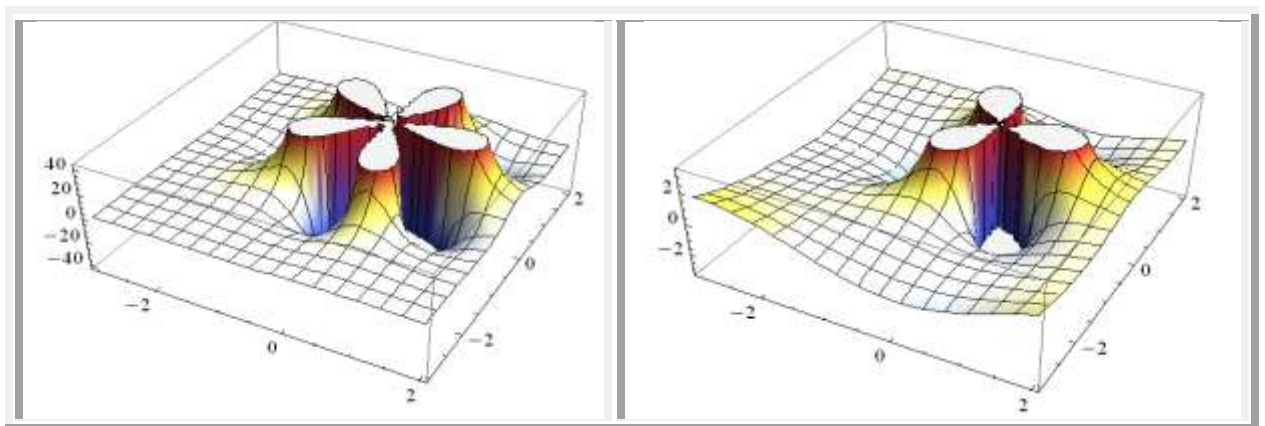
în care ψ este **funcția digamma**.



În cazul în care α are o valoare diferită de întreg, funcția $Y_\alpha(z)$ este inutilă (putând fi înlocuită oricând cu $J_\alpha(z)$). Pe de altă parte, când α este un întreg n , $Y_n(z)$ este a doua soluție linear independentă a ecuației lui **Bessel**. Mai mult, este valabilă o relație similară cu cea pentru funcția de speța I-a, adică:

$$(11) \quad Y_{-n}(z) = (-1)^n Y_n(z)$$

Ambele funcții, $J_\alpha(z)$ și $Y_\alpha(z)$, sunt **funcții olomorfe** de z în **planul complex** cu tăietură de-a lungul axei reale negative. Când α este un întreg, funcțiile **Bessel J** sunt **funcții întregi** de z . Dacă z este fixat, atunci funcțiile **Bessel** sunt funcții întregi de α .



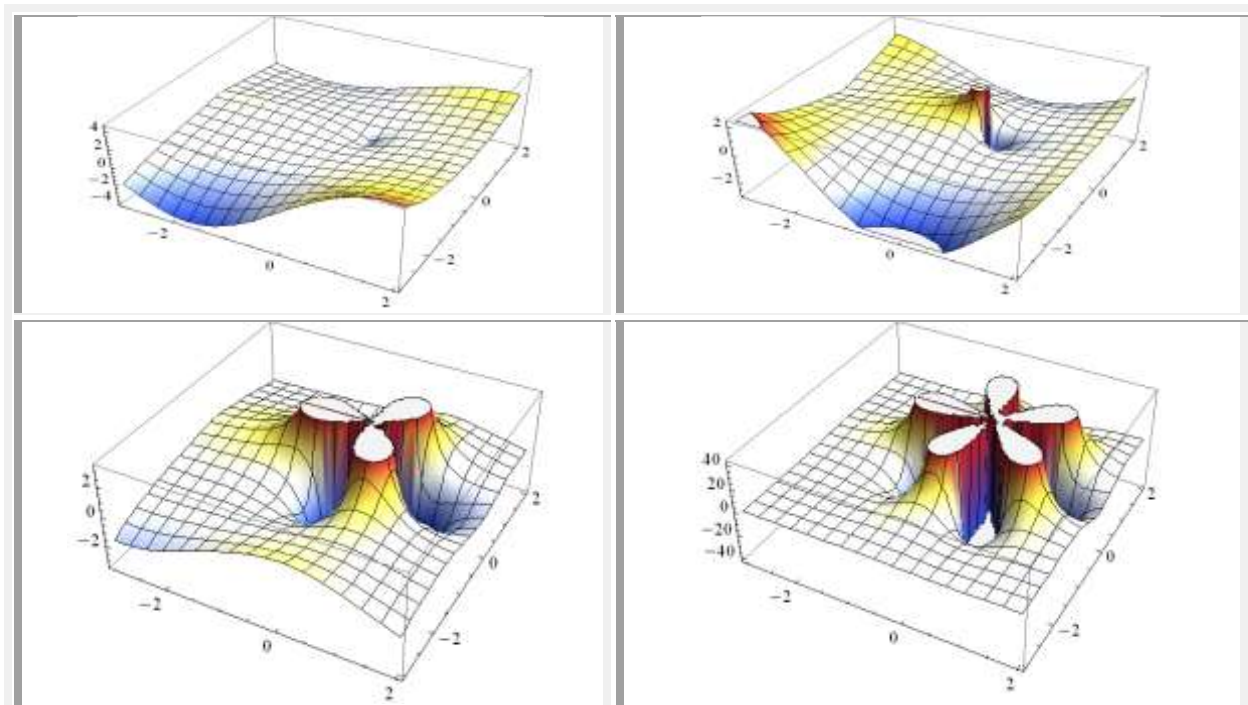
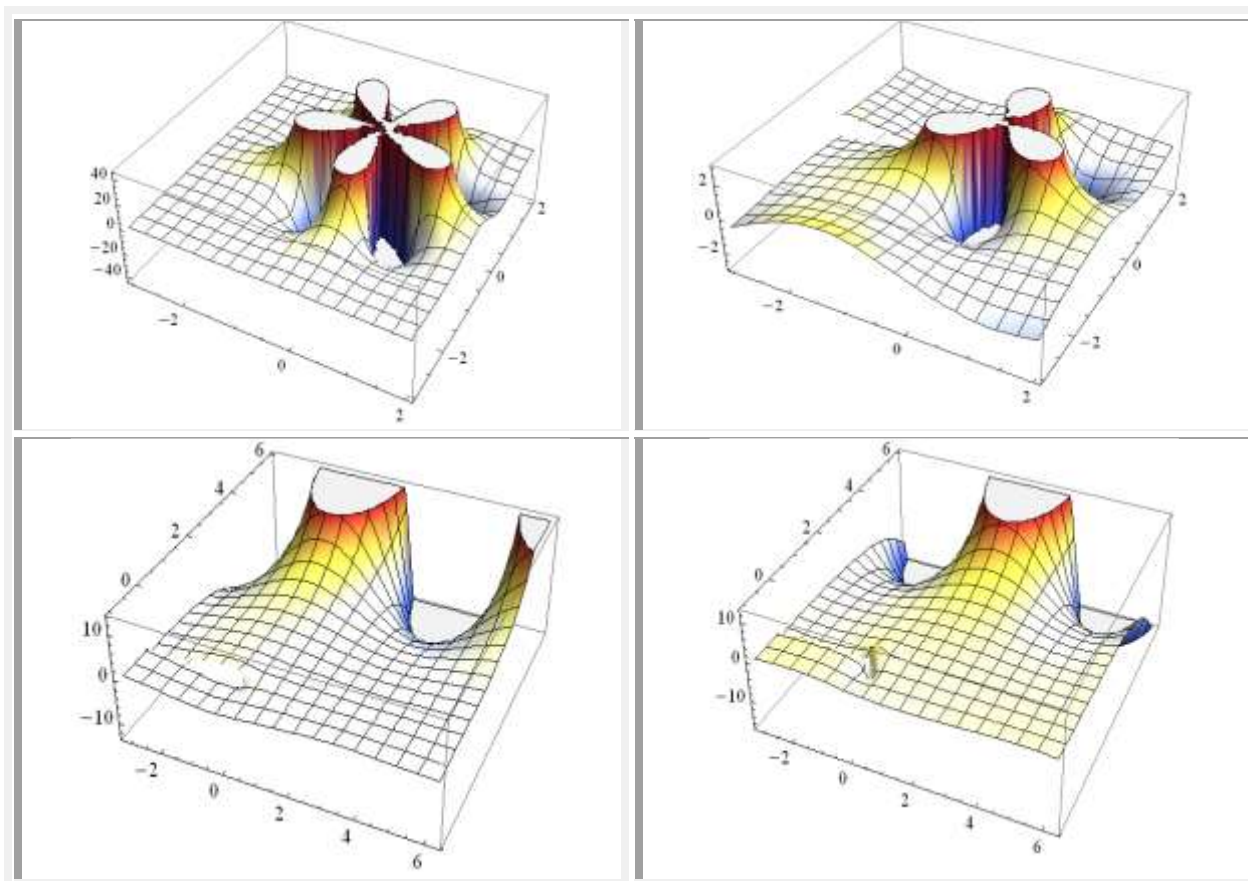


Fig. 12,a Funcții Bessel centrice de speța a doua Y_n în planul complex de ordin întreg $\alpha = -5, -3, 0, +1, +3, +5$ partea reală



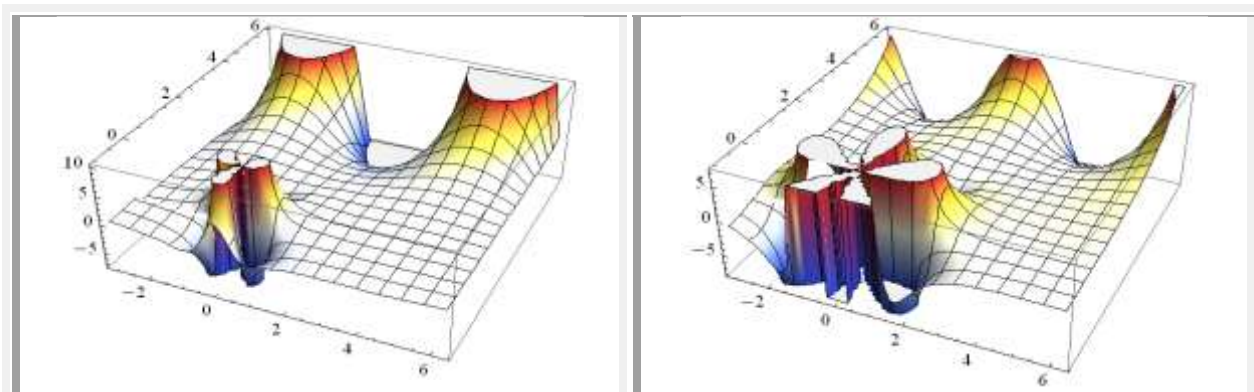


Fig. 12,b Funcții Bessel **centrice** de speța a doua Y_n în planul complex de ordin întreg $\alpha = -5, -3, 0, +1, +3, +5$ partea imaginară

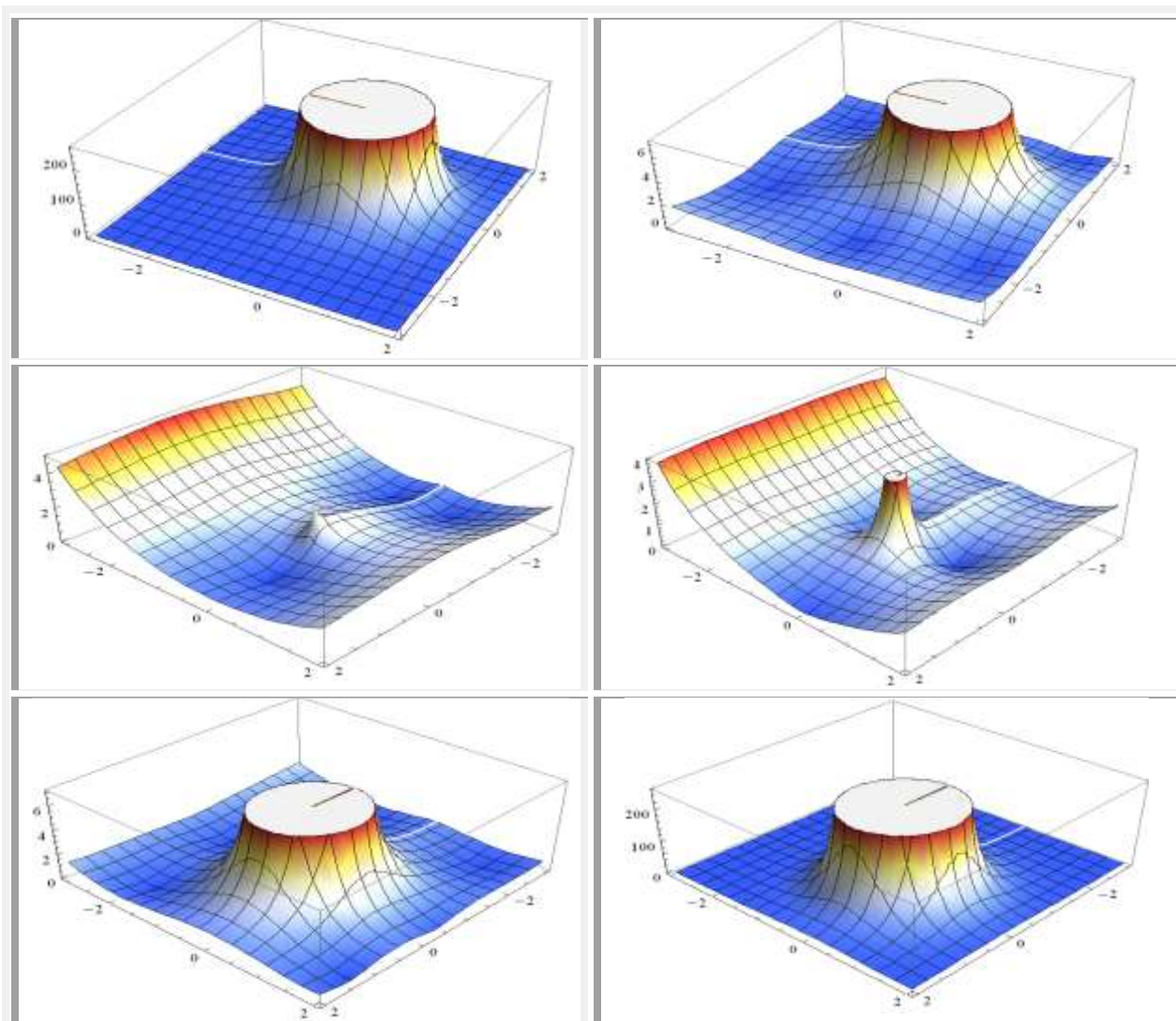
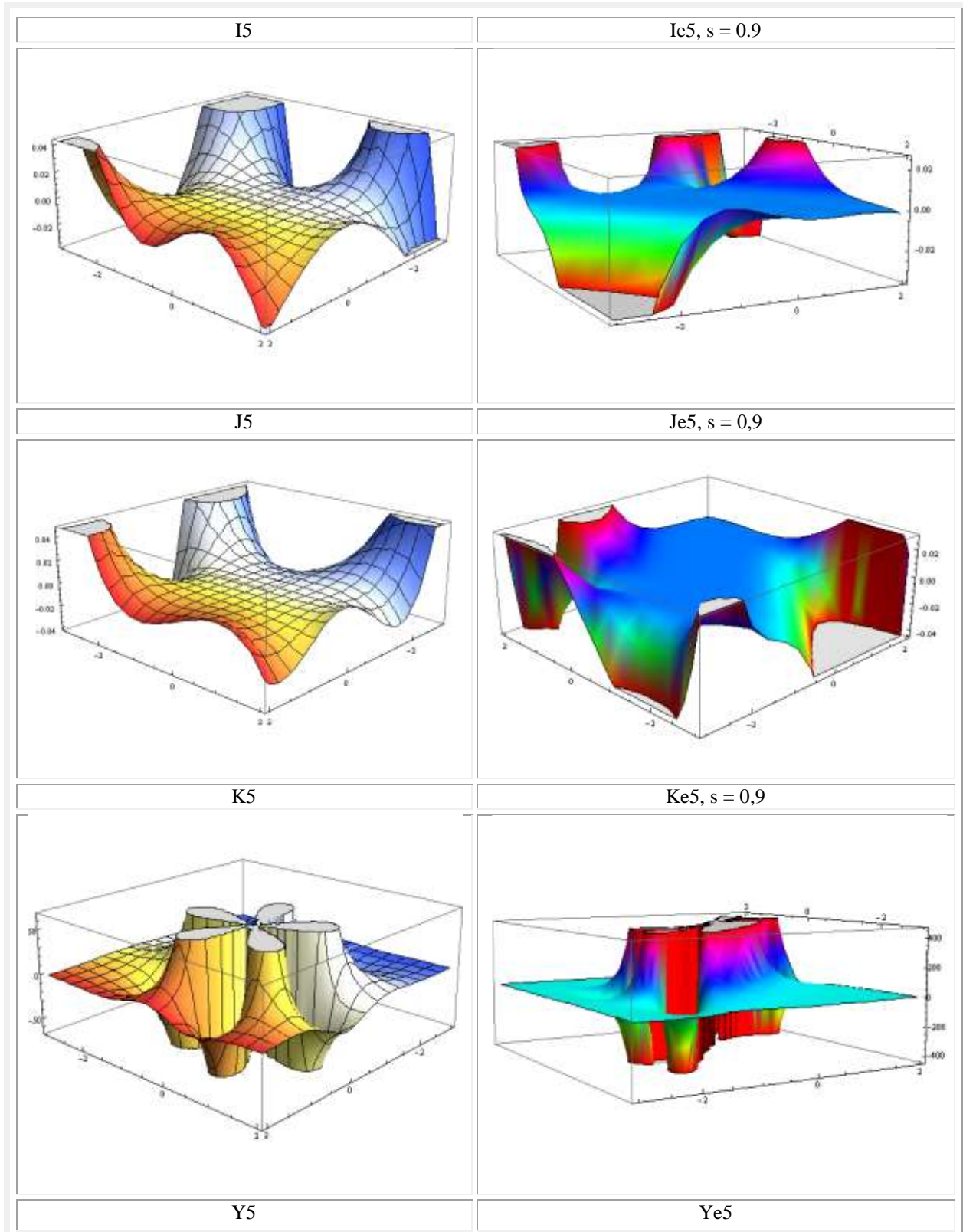
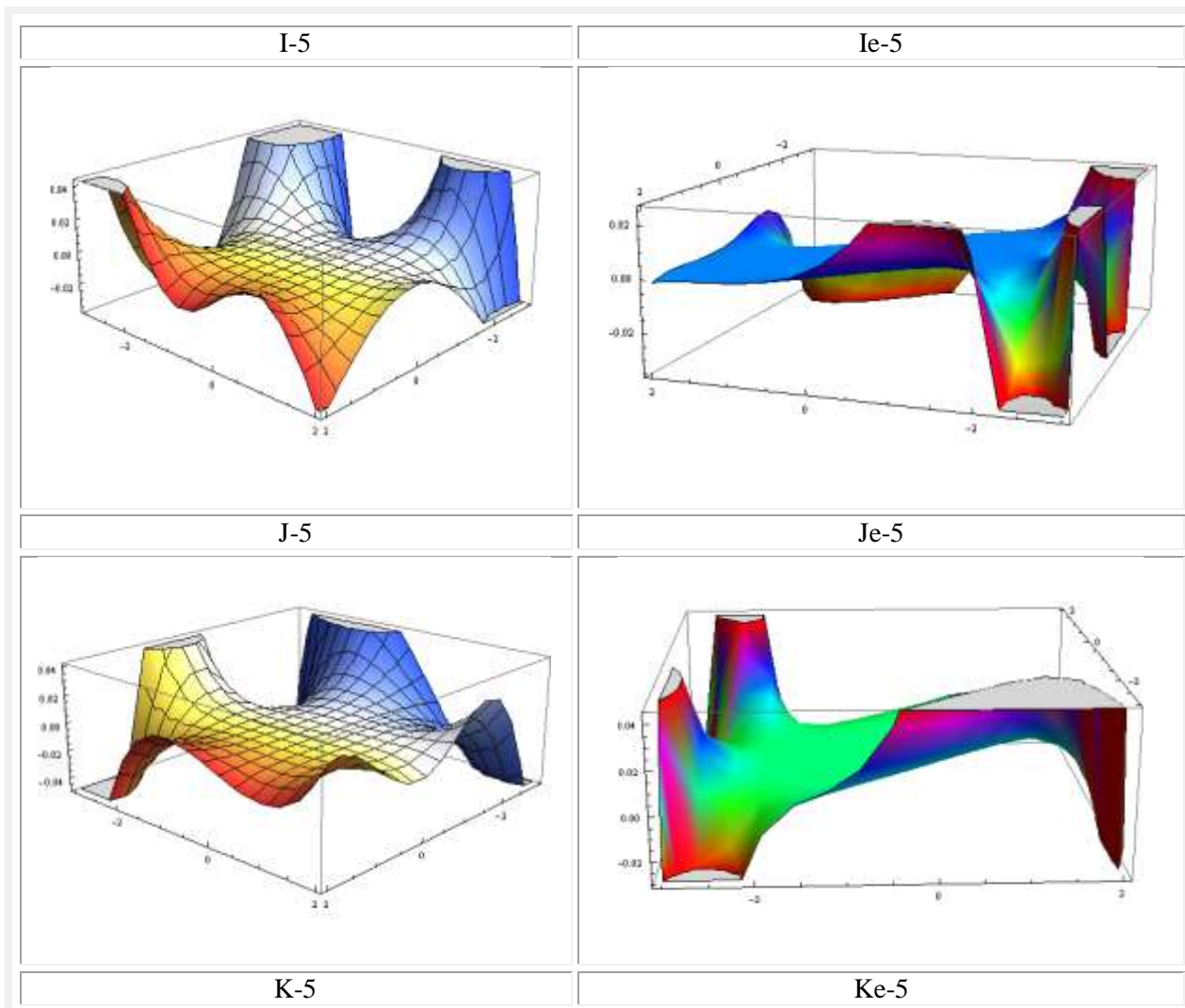
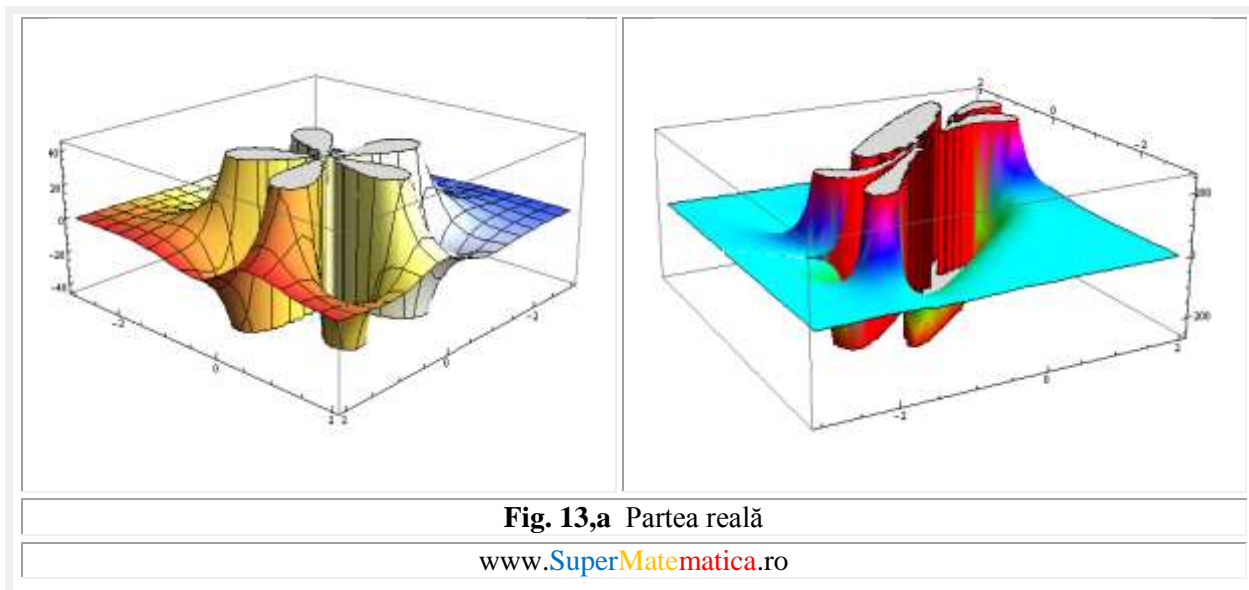
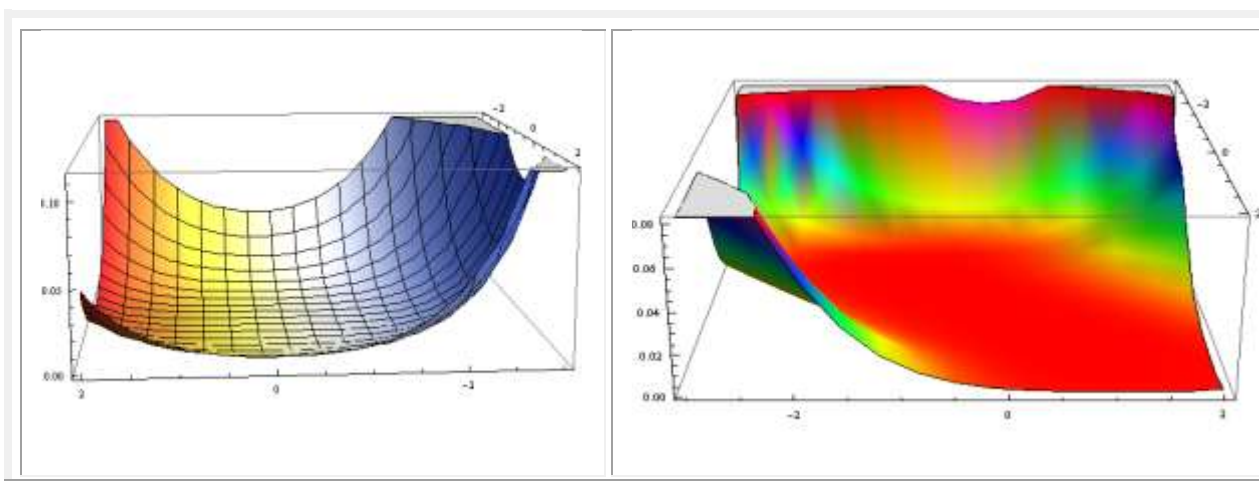
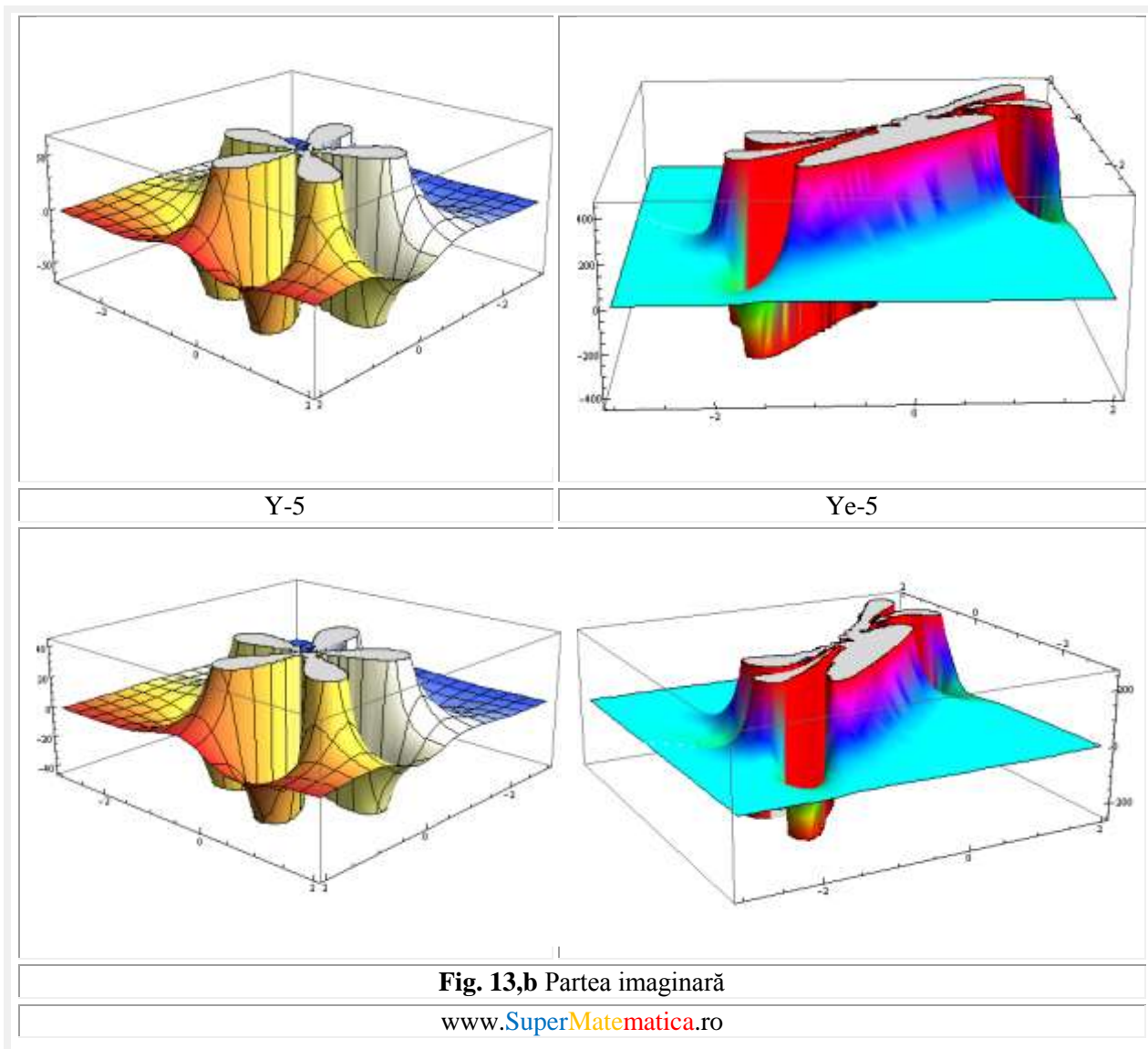


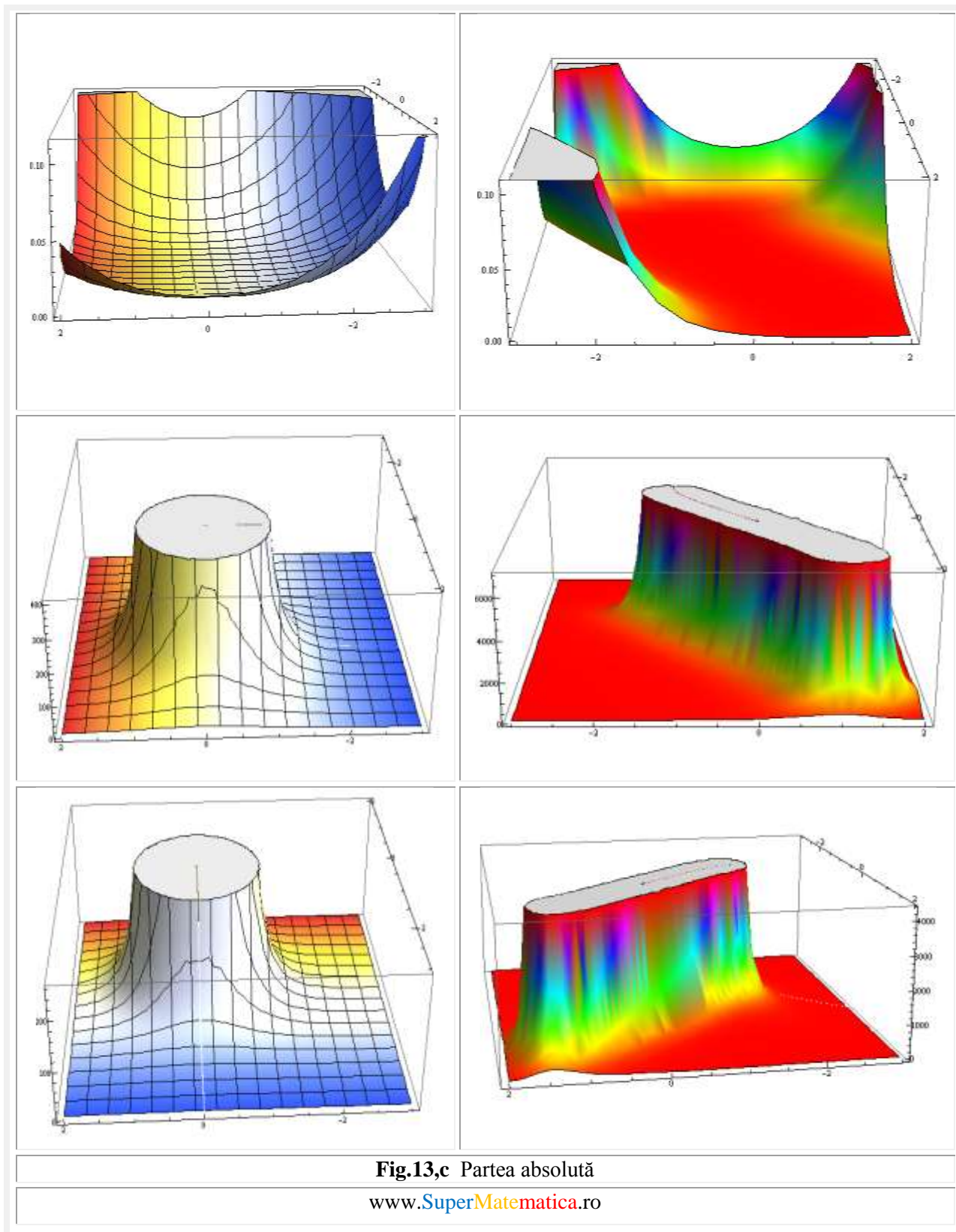
Fig. 12,c Funcții Bessel **centrice** de speța a doua Y_n în planul complex de ordin întreg $\alpha = -5, -3, 0, +1, +3, +5$ partea absolută

**3 FUNCȚII BESSEL CENTRICE (I, J, K, Y) ȘI EXCENTRICE (IE, JE, KE, YE)
(COMPARAȚIE)**









3 REPREZENTAREA UNOR FUNCȚII BESSEL CU AJUTORUL FUNCȚIILOR SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE.

Funcția lui **Neville Theta C**, numite după **Eric Harold Neville**, este definită după cum urmează:

$$(11) \quad \theta_c(z, m) = \frac{\sqrt{2\pi q} q(m)^{1/4}}{m^{1/4} \sqrt{K(m)}} \sum_{k=0}^{\infty} \cos\left(\frac{(2k+1)\pi z}{2K(m)}\right)$$

în care $m = k^2$ este modulul integralelor eliptice complete de prima speță notată $K(k)$ sau $K(m)$, iar $q(m) = e^{-\pi \frac{K'(k)}{K(k)}}$ și $K'(k)$ este integrala eliptică completă de prima speță complementară. Seria explicită este :

$$(12) \quad \text{Series}[\text{NevilleThetaC}[z, 0], \{z, 0, 12\}] = 1 - \frac{z^2}{2} + \frac{z^4}{24} - \frac{z^6}{720} + \frac{z^8}{40320} - \frac{z^{10}}{3628800} + \frac{z^{12}}{479001600} + O[z]^{13}$$

S-a constatat de către autor, și s-a publicat, faptul că funcțiile *Neville Theta C* de

$$(13) \quad x \rightarrow aex(\theta) = x - \arcsin[s \cdot \sin(x - \varepsilon)]$$

pot fi reprezentate prin funcția supermatematică circulară excentrică cosinus excentric de variabilă excentrică (**cexθ**) așa cum se prezintă situația comparativ în figura 14,a.

Comparând graficele acestor funcții cu cele ale funcțiilor supermatematice circulare excentrice (**FSM-CE**) cosinus excentric (**cexθ**) se observă identitatea lor (**Fig.14,a**).

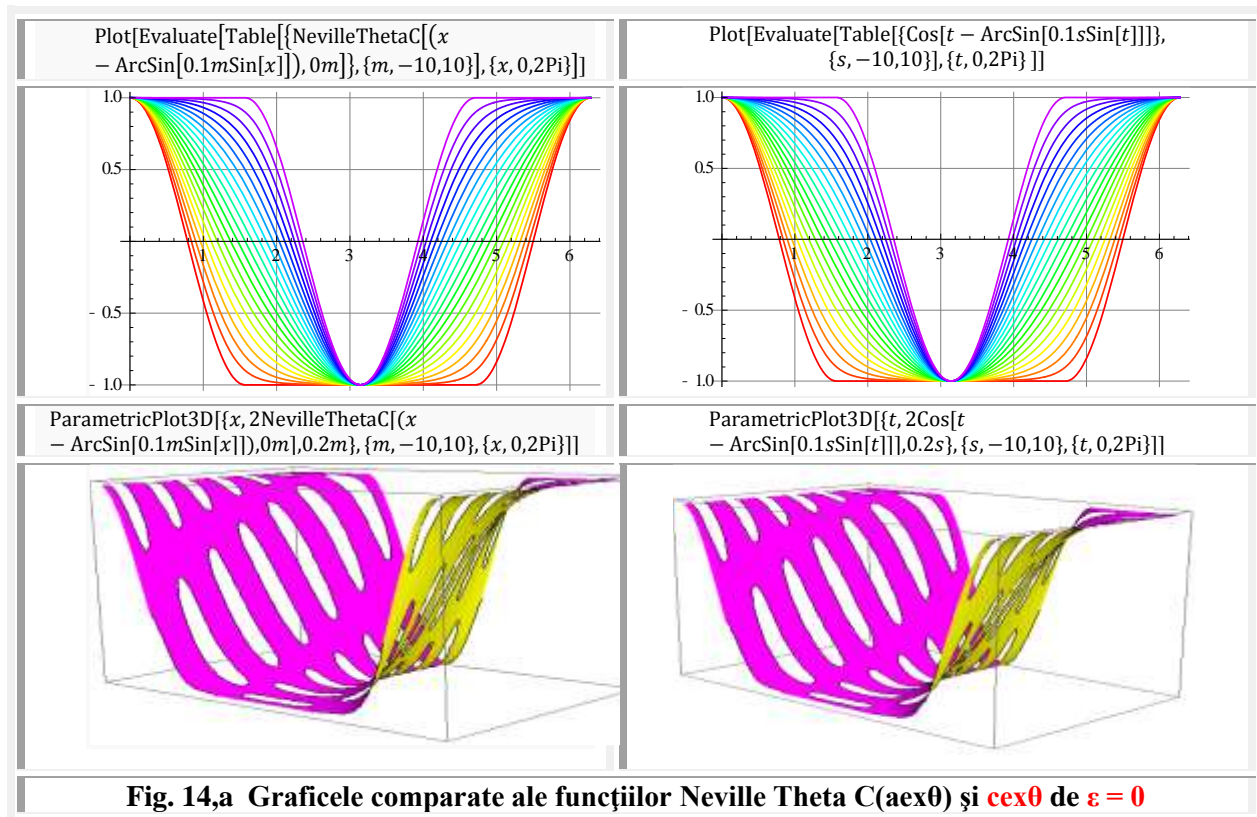
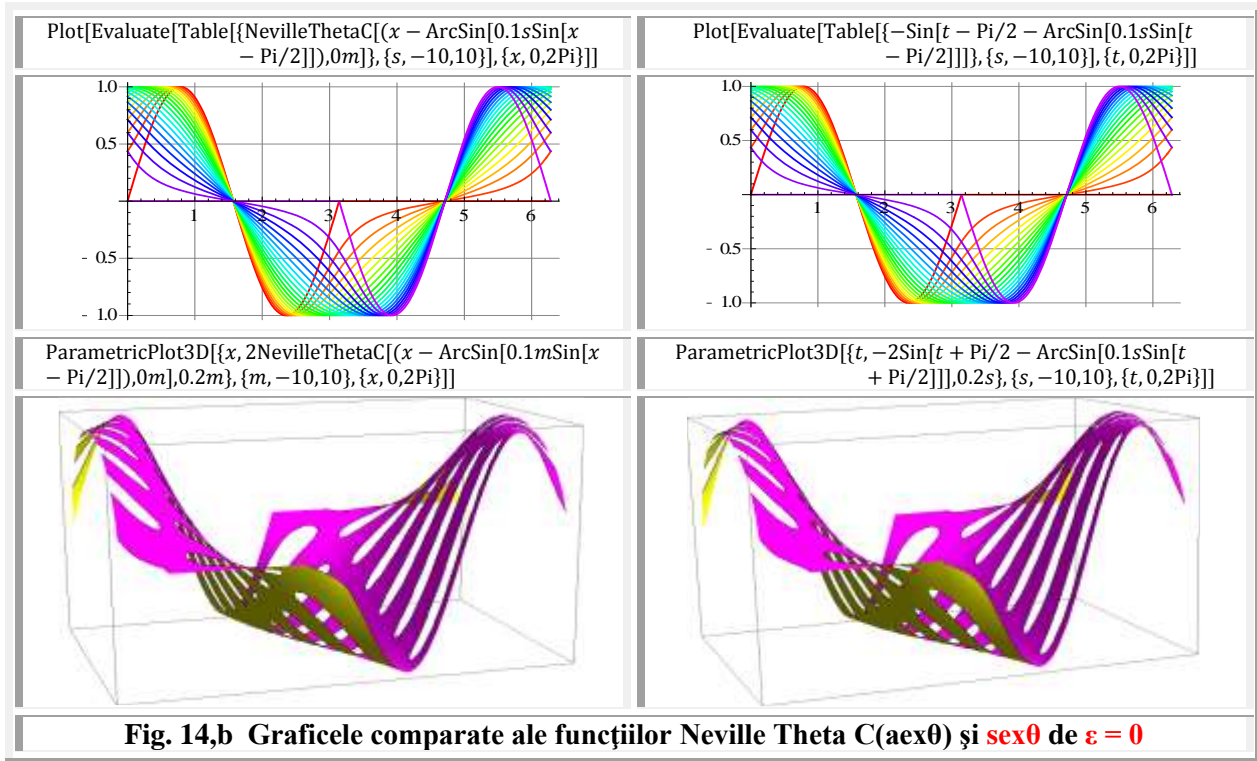
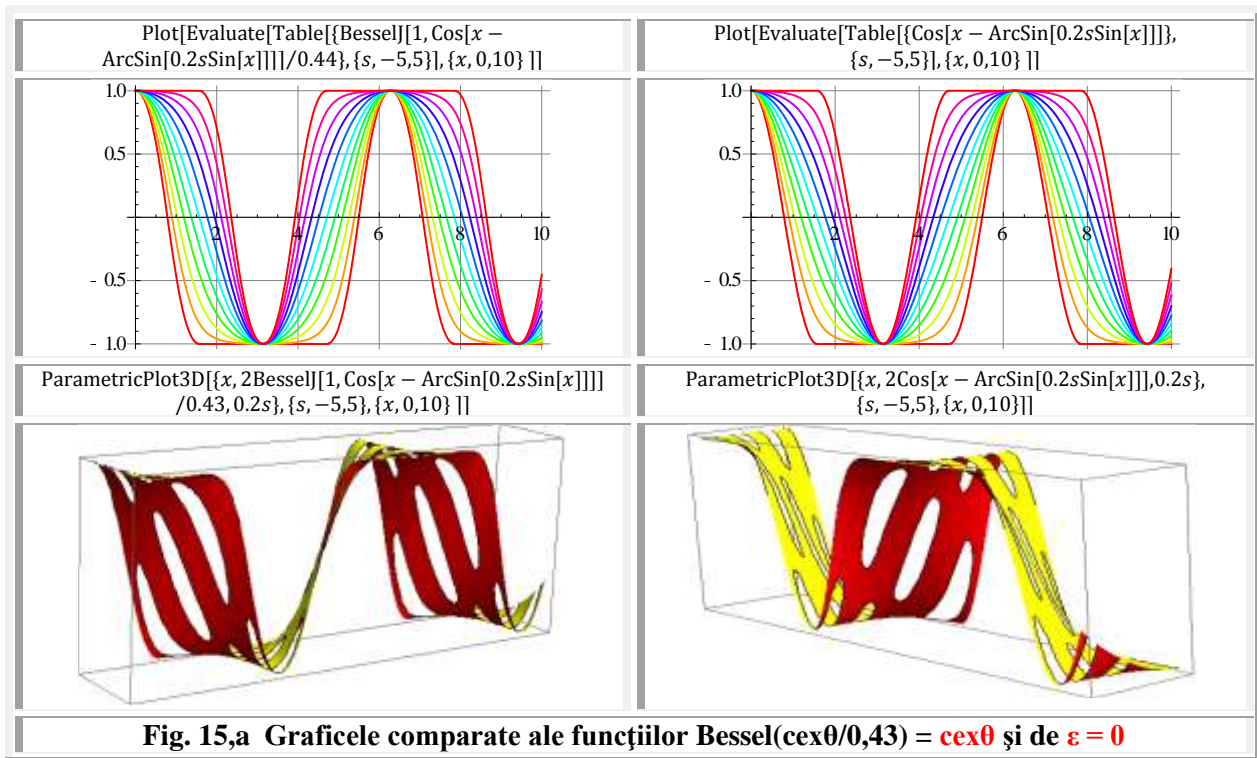


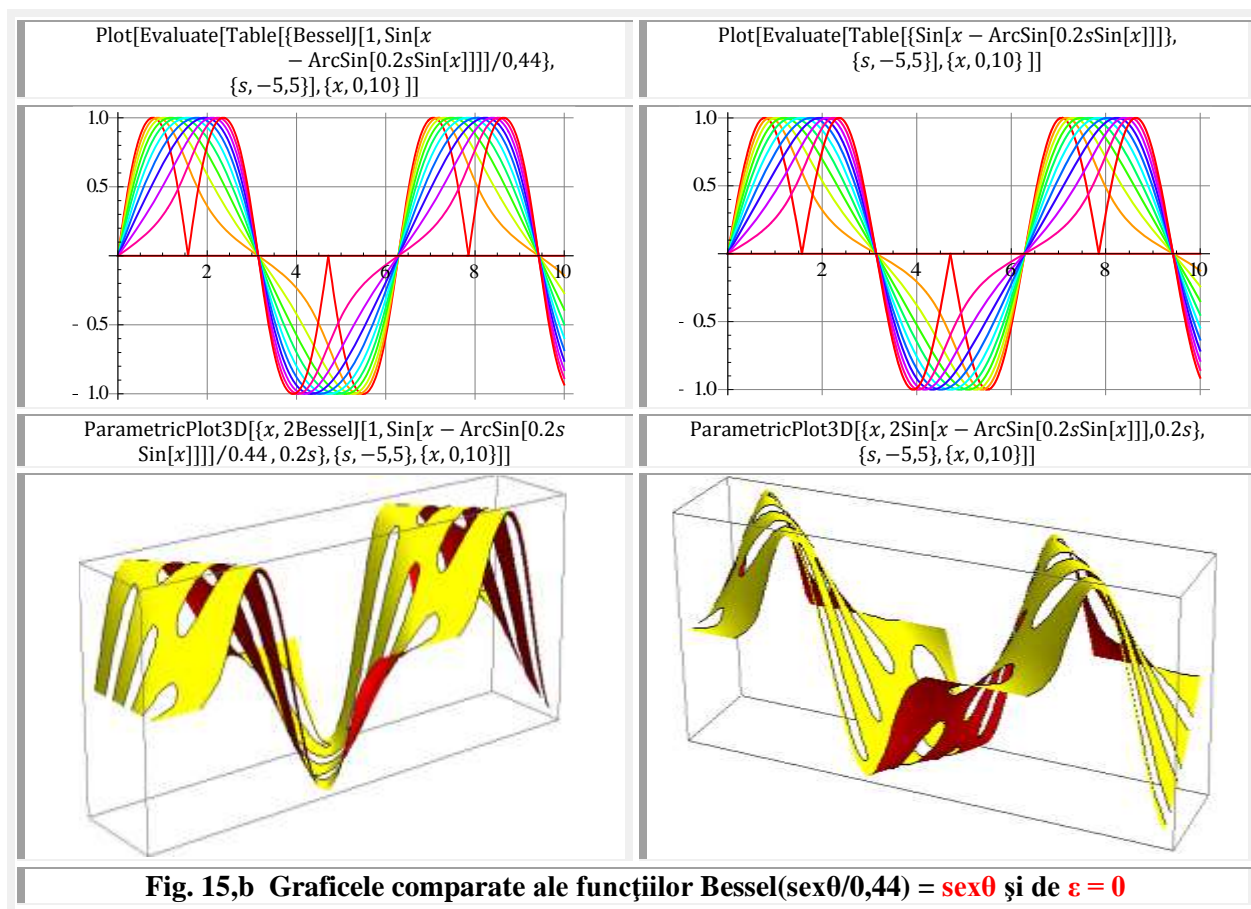
Fig. 14,a Graficele comparate ale funcțiilor Neville Theta C(aexθ) și cexθ de ε = 0

Pentru excentricitatea unghiulară $\varepsilon = \pi/2$ funcția **Neville Theta C(aexθ)** este identică cu **FSM-CE** sinus excentric de variabilă excentrică cu semn schimbat ($-\text{sex}\theta$), așa cum se poate observa în figura 14,b.



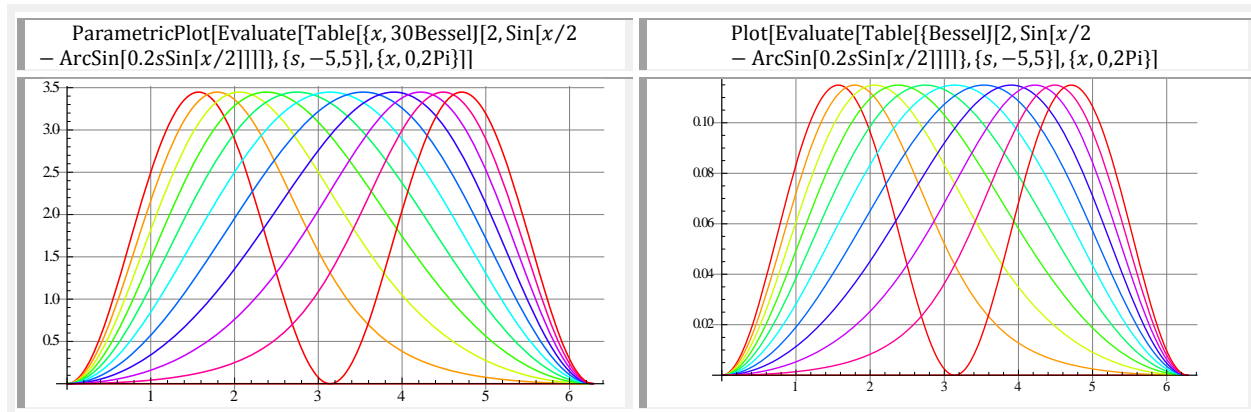
Un fenomen asemănător apare și în cazul funcțiilor Bessel (Fig. 15,a și Fig. 15,b).

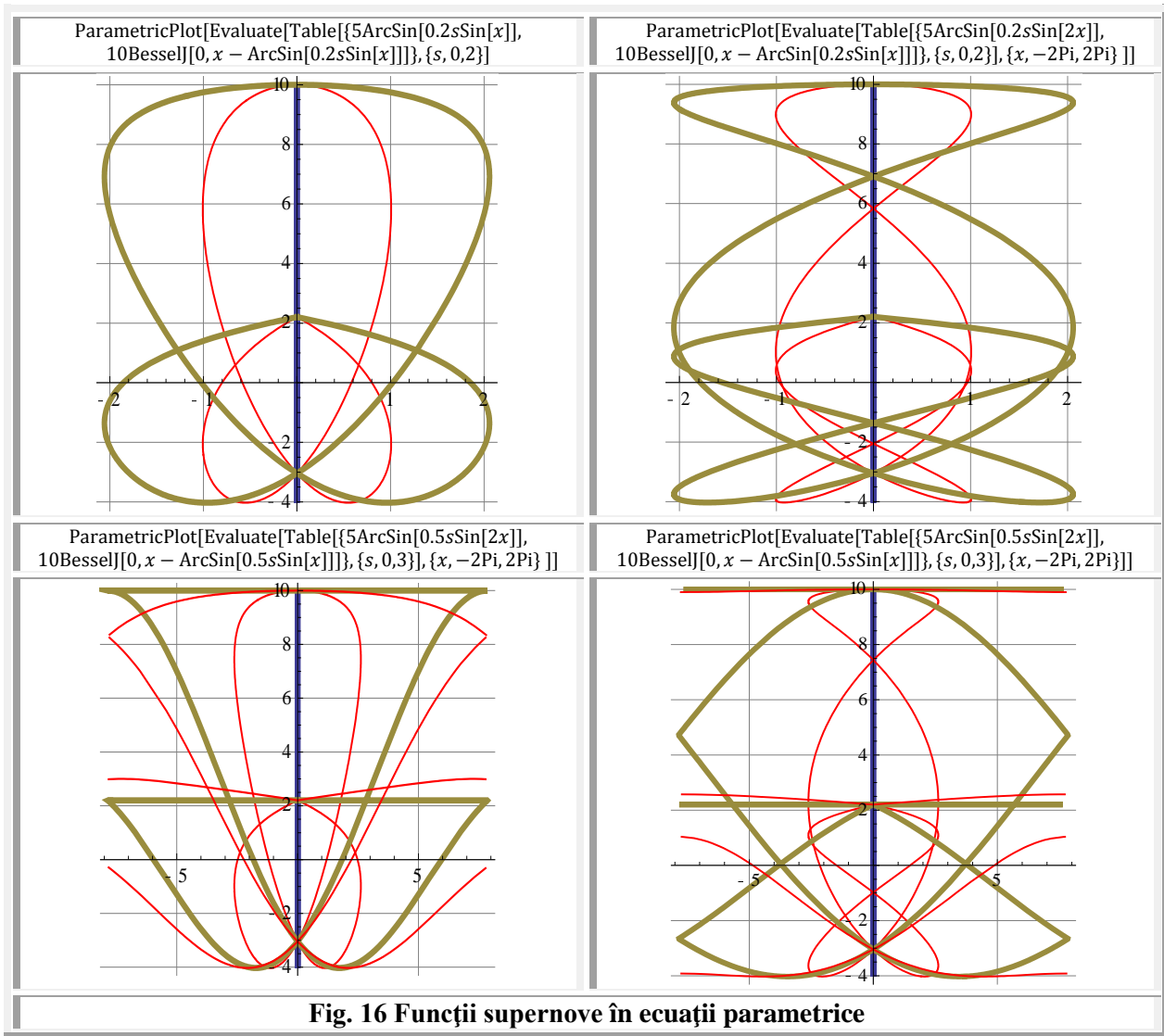
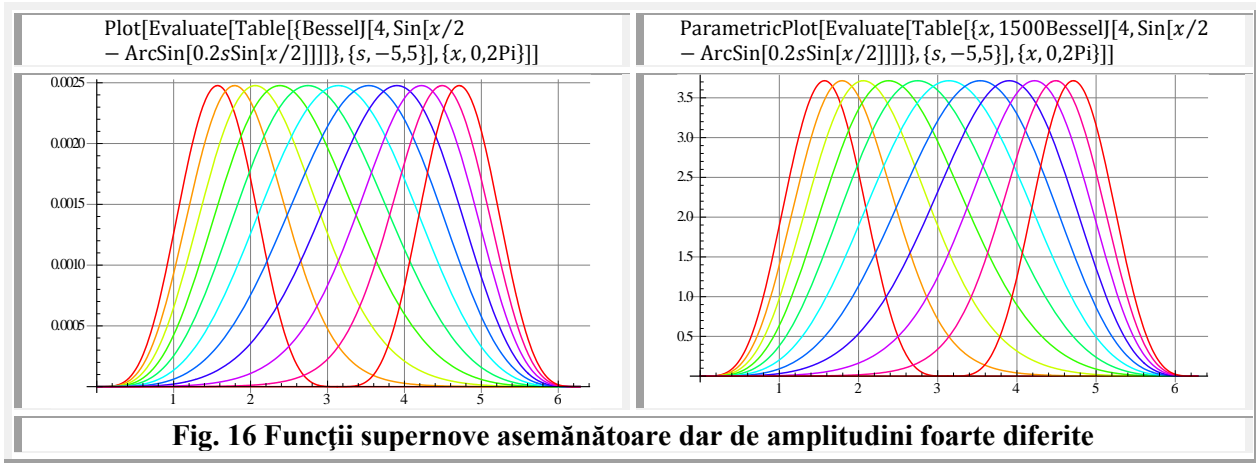


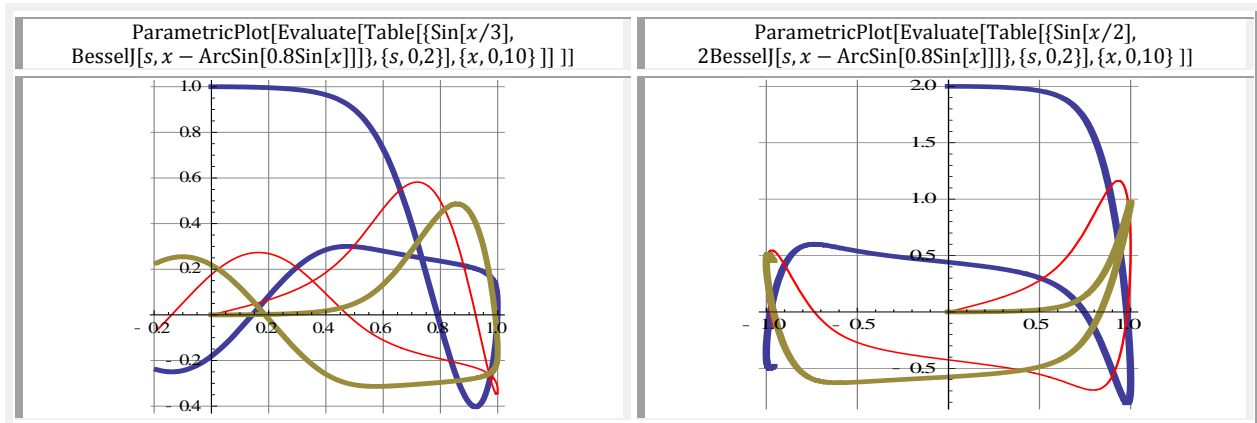
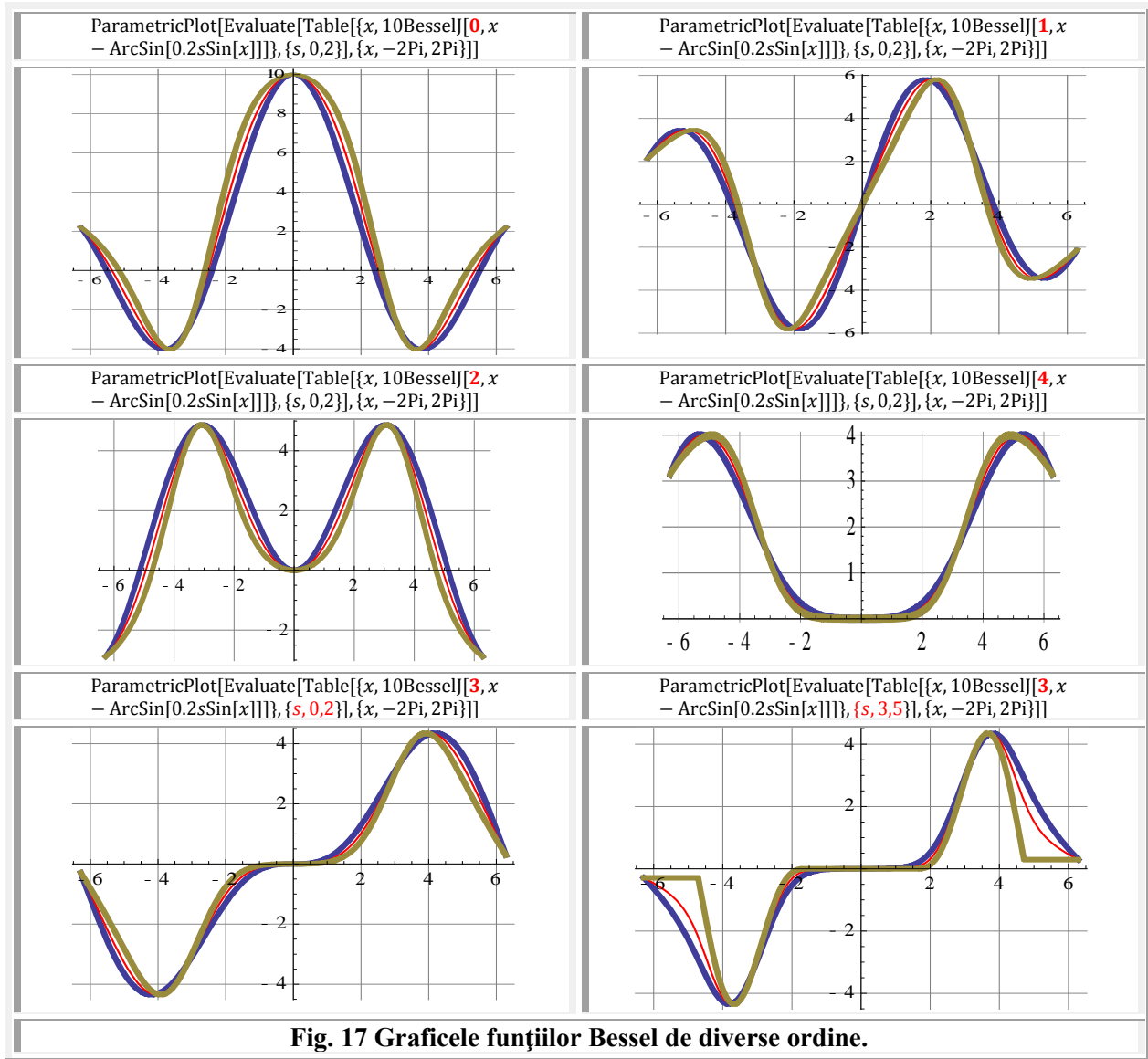


4 FUNCȚII BESSEL SUPERNOVE

Prin înlocuirea variabilei x cu o funcție se obțin funcții Bessel supernove. Ca urmare și cele prezentate anterior în **figurile 15,a** și **15,b** pot fi considerate funcții supernove. Funcții Bessel supernove obținute prin ecuații parametrice (**Fig 16** ◀) par mult mai interesante și au aceeași formă dar amplitudini mult diferite cu cele ale funcțiilor Bessel excentrice ▶.







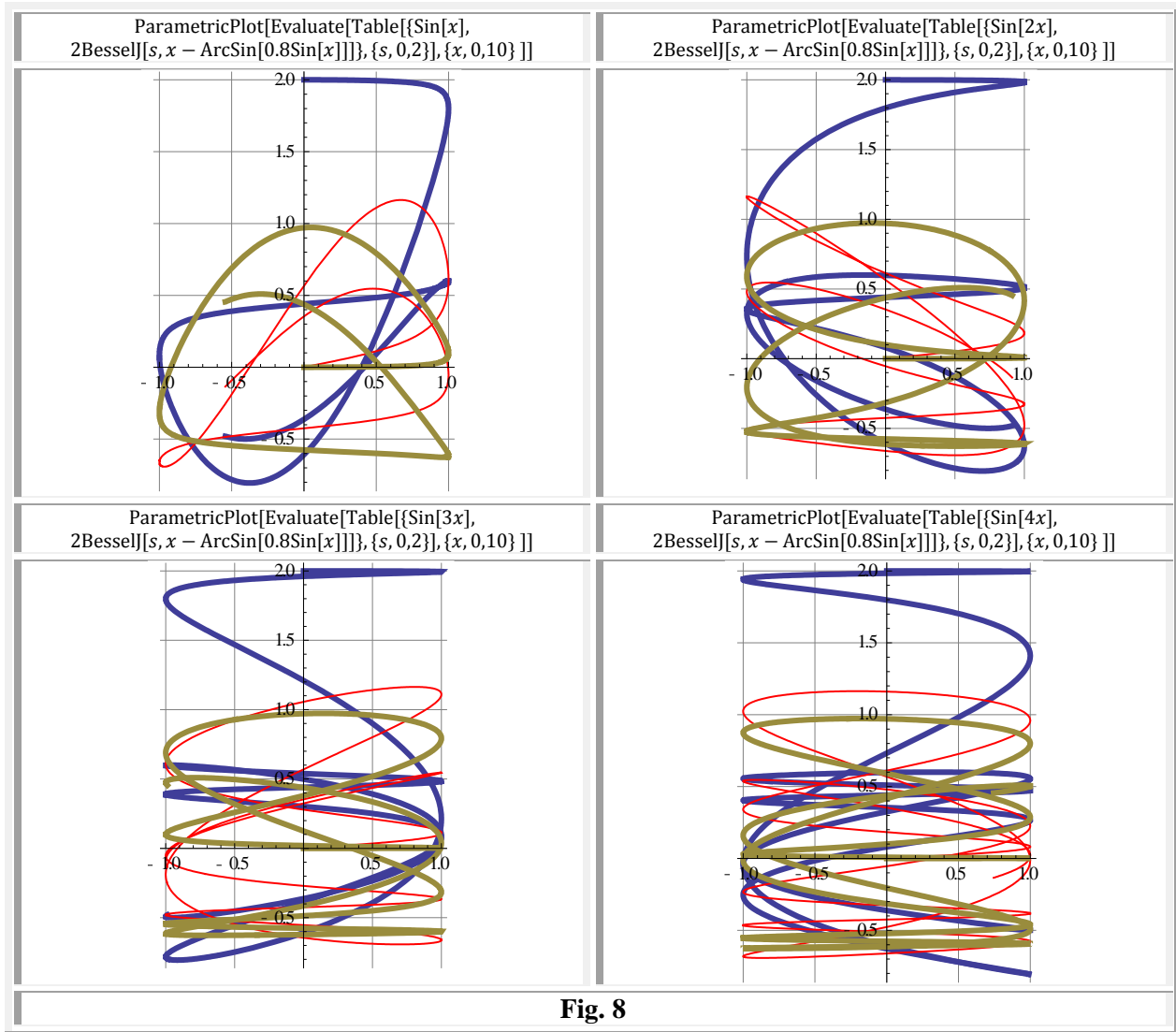
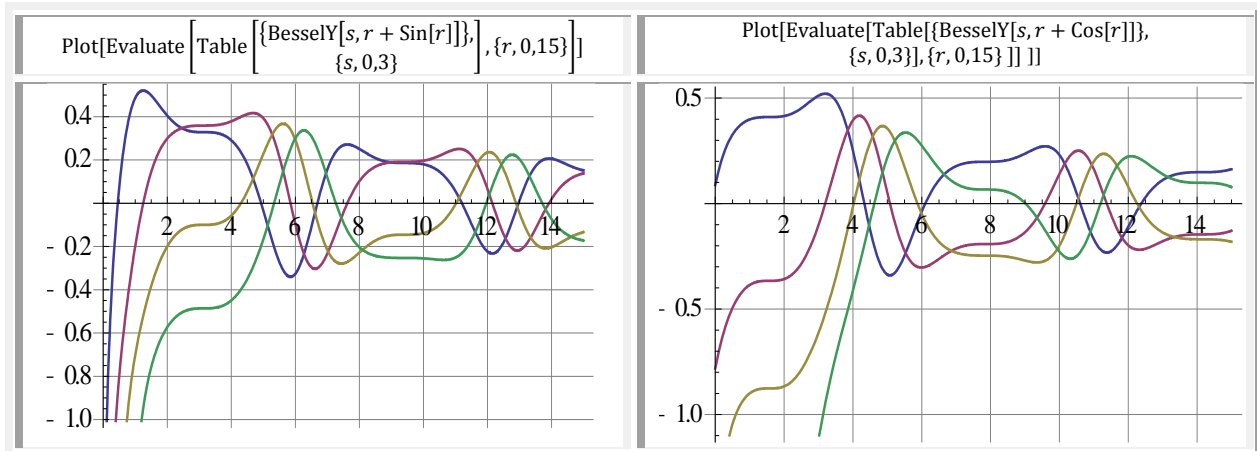
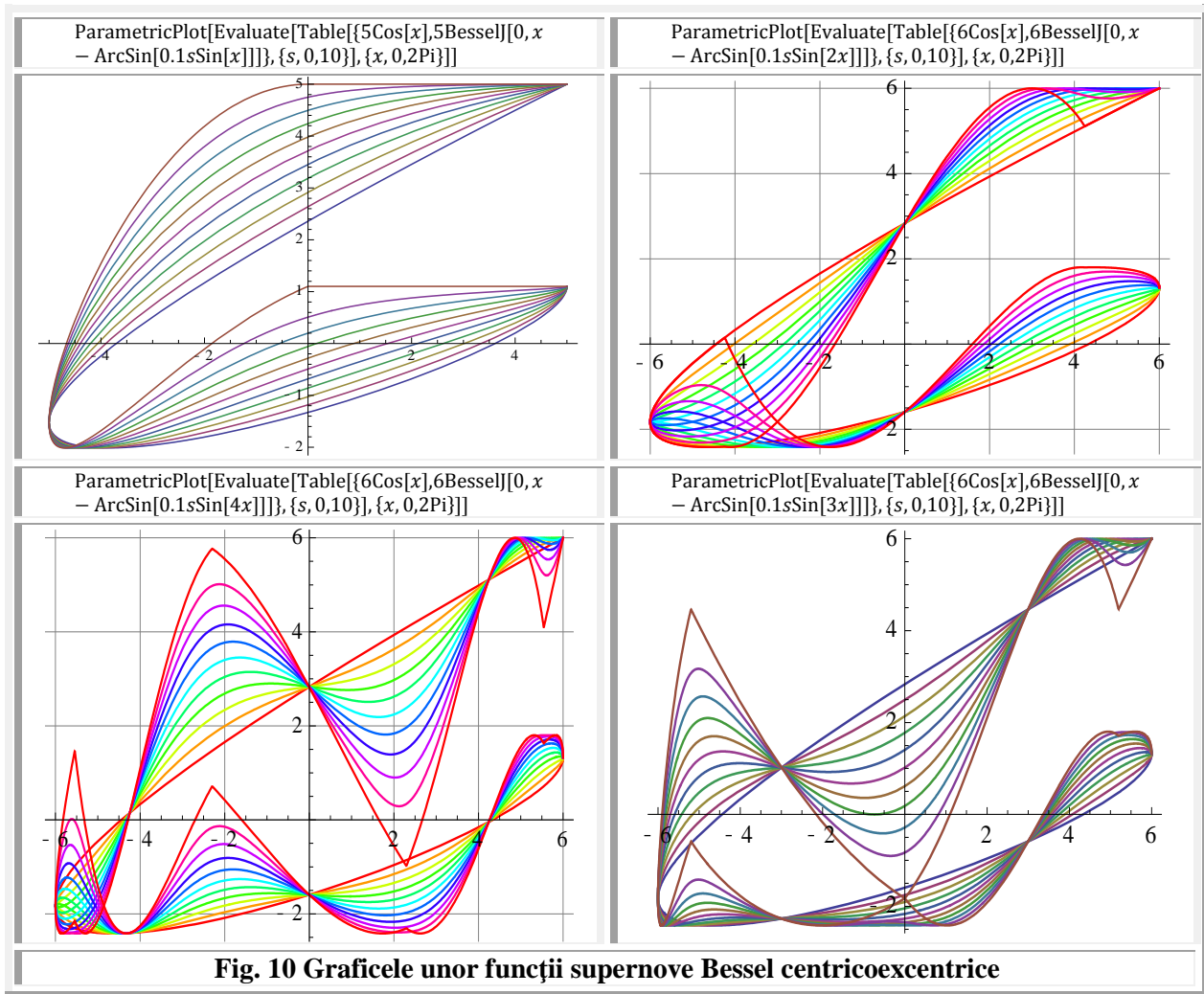
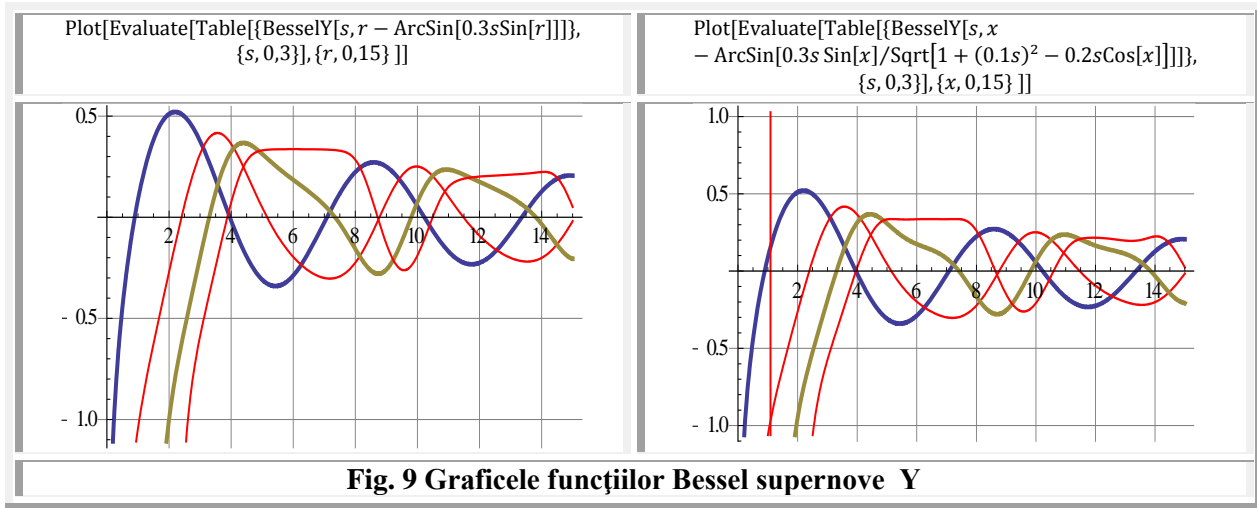


Fig. 8





BIBLIOGRAFIE

- | | | | |
|----|-------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Şelariu Mircea
Eugen | FUNCȚII CIRCULARE EXCENTRICE | Com. I Conferință Națională de Vibrații în
Construcția de Mașini, Timișoara, 1978,
pag.101...108. |
| 2 | Şelariu Mircea
Eugen | FUNCȚII CIRCULARE EXCENTRICE și
EXTENSIA LOR. | Bul .St.și Tehn. al I.P. ”TV” Timișoara,
Seria Mecanică, Tomul 25(39),
Fasc. 1-1980, pag. 189...196 |
| 3 | Şelariu Mircea
Eugen | STUDIUL VIBRAȚIILOR LIBERE ale
UNUI SISTEM NELINIAR,
CONSERVATIV cu AJUTORUL
FUNCȚIILOR CIRCULARE
EXCENTRICE | Com. I Conf. Naț. Vibr.în C.M.
Timișoara,1978, pag. 95...100 |
| 4 | Şelariu Mircea
Eugen | APLICAȚII TEHNICE ale FUNCȚIILOR
CIRCULARE EXCENTRICE | Com.a IV-a Conf. PUPR, Timișoara,
1981, Vol.1. pag. 142...150 |
| 5 | Şelariu Mircea
Eugen | THE DEFINITION of the ELLIPTIC
ECCENTRIC with FIXED ECCENTER | A V-a Conf. Naț. de Vibr. în Constr. de
Mașini,Timișoara, 1985, pag. 175...182 |
| 6 | Şelariu Mircea | ELLIPTIC ECCENTRICS with
MOBILE ECCENTER | IDEM pag. 183...188 |
| 7 | Şelariu Mircea
Eugen | CIRCULAR ECCENTRICS and
HYPERBOLICS ECCENTRICS | Com. a V-a Conf. Naț. V. C. M.
Timișoara, 1985, pag. 189...194. |
| 8 | Şelariu Mircea
Eugen | ECCENTRIC LISSAJOUS FIGURES | IDEM, pag. 195...202 |
| 9 | Şelariu Mircea
Eugen | FUNCȚIILE SUPERMATEMATICE
CEX și SEX- SOLUȚIILE UNOR
SISTEME MECANICE NELINIARE | Com. a VII-a Conf.Naț. V.C.M.,
Timișoara,1993, pag. 275...284. |
| 10 | Şelariu Mircea
Eugen | <u>SUPERMATEMATICA</u> | Com.VII Conf. Internaț. de Ing. Manag. și
Tehn.,TEHNO’95 Timișoara, 1995, Vol.
9: Matematica Aplicată,. pag.41...64 |
| 11 | Şelariu Mircea
Eugen | SUPERMATEMATICA.FUNDAMENTE | Editura ” Politehnica ”, Timișoara, 2007 |
| 12 | Şelariu Mircea
Eugen | SUPERMATEMATICA.FUNDAMENTE
Vol. I ediția a 2-a | Editura ” Politehnica ”, Timișoara, 2012 |
| 13 | Şelariu Mircea
Eugen | SUPERMATEMATICA.FUNDAMENTE
Vol. II ediția a 2-a | Editura ” Politehnica ”, Timișoara, 2007 |
| 14 | Şelariu Mircea
Eugen | FORMA TRIGONOMETRICĂ a SUMEI
și a DIFERENȚEI NUMERELOR
COMPLEXE | Com.VII Conf. Internaț. de Ing. Manag. și
Tehn., TEHNO’95 Timișoara, 1995, Vol.
9: Matematică Aplicată, pag. 65...72 |
| 15 | Şelariu Mircea
Eugen | MIȘCAREA CIRCULARĂ
EXCENTRICĂ | Com.VII Conf. Internaț. de Ing. Manag. și
Tehn. TEHNO’95., Timișoara, 1995
Vol.7: Mecatronică, Dispozitive și
Rob.Ind.,pag. 85...102 |
| 16 | Şelariu Mircea
Eugen | RIGIDITATEA DINAMICĂ
EXPRIMATĂ
CU FUNCȚII SUPERMATEMATICE | Com.VII Conf. Internaț. de Ing. Manag. și
Tehn., TEHNO’95 Timișoara, 1995 Vol.7:
Mecatronică, Dispoz. și Rob.Ind.,pag.
185...194 |

17	Şelariu Mircea Eugen	DETERMINAREA ORICÂT DE EXACTĂ A RELAȚIEI DE CALCUL A INTEGRALEI ELIPTICE COMPLETE DE SPETA INTAIA $K(k)$	Bul. VIII-a Conf. de Vibr. Mec., Timișoara, 1996, Vol III, pag.15 ... 24.
18	Şelariu Mircea Eugen	FUNCTII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE DE VARIABILĂ CENTRICĂ	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferința de Inginerie Menagerială și Tehnologică, Timișoara 1998, pag 531..548
19	Şelariu Mircea Eugen	FUNCTII DE TRANZIȚIE INFORMAȚIONALĂ	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferința de Inginerie Managerială și Tehnologică, Timișoara 1998, pag 549... 556
20	Şelariu Mircea Eugen	FUNCTIILE SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE DE VARIABILĂ CENTRICĂ CA SOLUȚII ALE UNOR SISTEME OSCILANTE NELINIARE	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferința de Inginerie Managerială și Tehnologică, Timișoara 1998, pag 557...572
21	Şelariu Mircea Eugen	INTRODUCEREA STRĂMBEI ÎN MATEMATICĂ	Lucr. Simp. Național "Zilele Universității Gh. Anghel" Ed. II-a, Drobeta Turnu Severin, 16- 17 mai 2003, pag. 171 ... 178
22	Şelariu Mircea Eugen	QUADRILOBIC VIBRATION SYSTEMS	The 11 -th International Conference on Vibration Engineering, Timișoara, Sept. 27-30, 2005 pag. 77 ... 82
23	Şelariu Mircea Eugen	SMARANDACHE STEPPED FUNCTIONS	Revista: "Scienta Magna" Vol. 3, No. 1, 2007, ISSN 1556-6706
24	Şelariu Mircea Eugen	TEHNO ART OF ŞELARIU SUPERMATEMATICS FUNCTIONS	(ISBN-10):1-59973-037-5 (ISBN-13):974-1-59973-037-0 (EAN): 9781599730370

Motto:” *Matematica este ceea ce începe, precum Nilul, în modestie și se termină în magnific ca supermatematică*”
după o definiție a lui Calvin Colton

CAPITOLUL IX

FUNȚII SUPERNOVE TRILOBICE

1 INTRODUCERE

Descoperirea, sau mai precis inventarea **supermatematicii (SM)**, au făcut posibilă o serie de transformări geometrice / conversii, ca de exemplu conversiunea cercului în pătrat, considerate de corifeii matematicii ca fiind *imposibile*. Și totuși, cercul, figura geometrică supremă a **matematicii centrice (MC)**, în matematica excentrică (**ME**) se poate transforma continuu în triunghi, pătrat, dreptunghi, toate perfecte și în oricare alt poligon.

Conversiunea, printre multe alte definiții / înțelesuri, o are și pe aceea de “*schimbare a naturii, a formei unui lucru*”. În cele ce urmează, tocmai despre aceasta va fi vorba, despre transformare / schimbare / **conversiunea** anterior imposibilă, în matematică ordinară, clasică, denumită acum și **centrică (MC)**, a unor forme în altele și care, a devenit posibilă acum, grație apariției noii matematici, denumită **excentrică (ME)** și a noilor complemente de matematică, înglobate și denumite vremelnic și supermatematică (**SM**). Ne referim la conversia cercului în pătrat, a sferii în cub, a cercului în triunghi, a conului în piramida, a cilindrului în prismă, a torului circular în secțiune și ca formă în tor pătrat în secțiune și / sau formă, ș.m.a.

Se afirmă că **Topologia** este o matematică în cadrul căreia nu se face deosebire între un covrig și o ceașcă. Ei bine, **supermatematica** nu face distincție între un cerc și un pătrat perfect, între un cerc și un triunghi perfect, între elipsă și un dreptunghi perfect, între sferă și un cub perfect, dintre un con și o piramidă perfectă ș.m.a; cu aceleași ecuații parametrice obținându-se atât formele ideale ale **MC** (cerc, elipsă, sferă ș.m.a), cât și cele reale ($s = 0$) sau excentrice ($s = \pm 1 \rightarrow$ pătrat, dreptunghi, cub ș.m.a.), convertiri care anterior păreau paradoxale. Pentru descoperirea acestor posibilități, autorul a fost primit membru de onoare al clubului internațional exclusivist al paradoxiștilor, cu sediul în USA. Și, mult mai important, **SM** a șters granițele dintre liniar și neliniar, dintre ideal și real, dintre cunoscut și necunoscut.

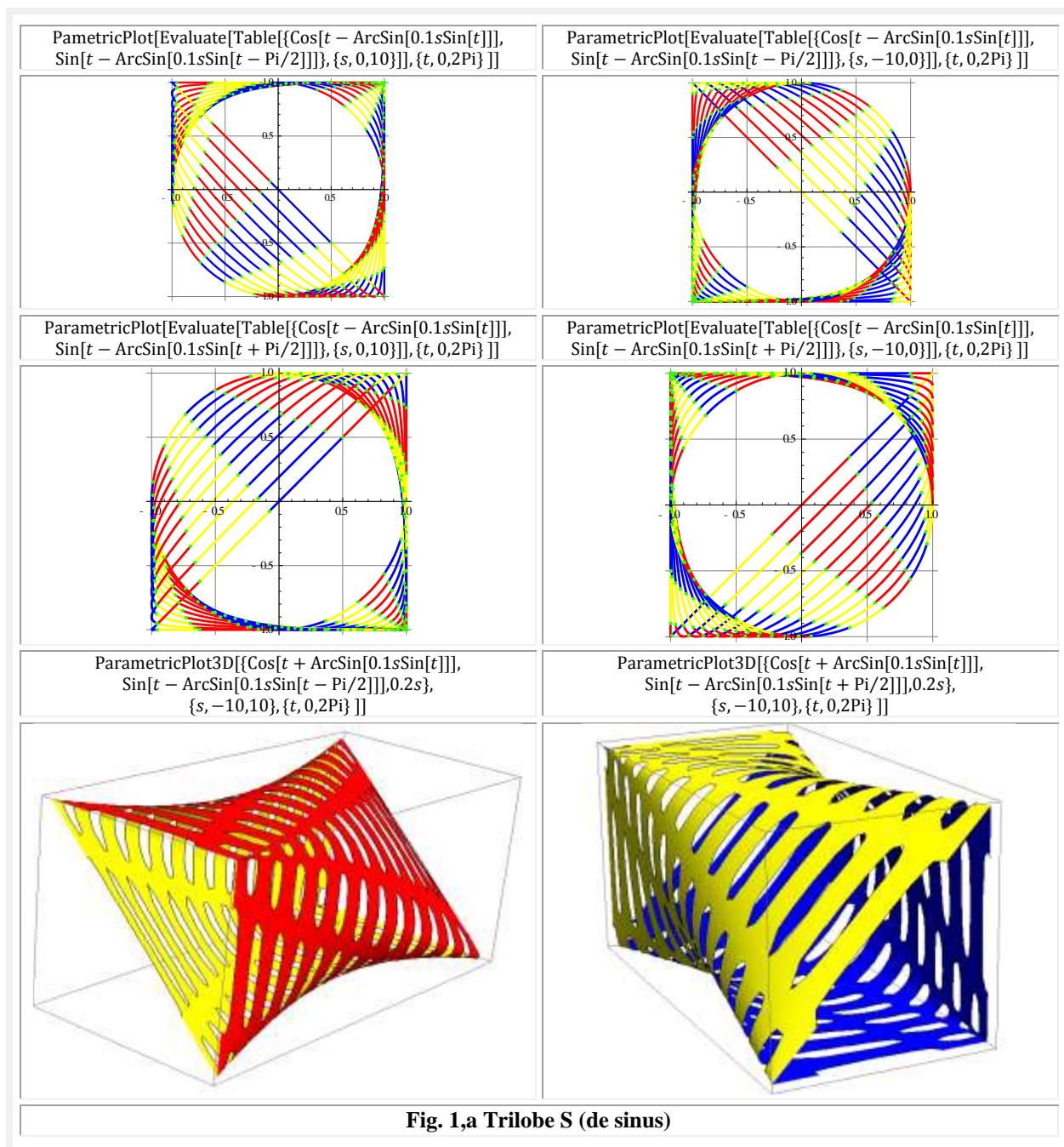
Trilobele S sunt rezultatul transformărilor cercului într-un triunghi echilateral perfect. Din ecuațiile parametrice

$$(1) \quad \begin{cases} x = cex\theta = \cos(aex\theta) = \cos(t \mp bex_s\theta) = \cos\{\theta \mp \arcsin[s \cdot \sin(\theta \pm \varepsilon)]\}, \\ \quad \quad \quad s \in [-1, 0], \quad s \in [0, 1] \\ y = sex\theta = \sin(aex\theta) = \sin(t \pm bex_s\theta) = \sin\{\theta \pm \arcsin[s \cdot \sin(\theta \mp \varepsilon)]\}, \\ \quad \quad \quad s \in [-1, 0], \quad s \in [0, 1] \end{cases}$$

pentru excentricitatea liniară numerică $s = 0$ se obține un cerc unitate, iar pentru $s = \pm 1$ se obține triunghiul echilateral perfect. Pentru valorile intermediare ale excentricității numerice $s \in (-1, +1) \setminus 0$ se obțin noile forme matematice denumite **trilobe**, deoarece au / dețin 3 lobi (**Fig.1**), echivalentele celor trei vârfuri ale triunghiului. Dacă semnele din ecuațiile parametrice (1) sunt aceleași peste tot (\pm sau \mp) atunci se obțin numai cercuri pentru toate valorile **excentricității liniare numerice s sau reale $e = s R$** .

Dacă în una dintre ecuațiile parametrice (1) $bex_s\theta$ se înlocuiește cu $bex_c\theta = \arcsin[s \cdot \cos\theta]$, atunci se obțin ecuațiile **trilobelor C** de cosinus (**Fig. 2**).

În fine, există o configurație a semnelor din ecuațiile (1), care rezultă din **figura 3**, prin care se obțin **trilobele T**; denumirea derivând din forma curbelor pentru $s = \pm 1$.



În figura 1,a se observa imediat cum cercul, de excentricitate liniară numerică pe cercul unitate $s = 0$ se transformă într-un triunghi echilateral perfect, pentru o excentricitate liniară numerică $s = 1$ sau reală $e = s \cdot R$ pe un cerc oarecare în care R este raza cercului.

Toate celelalte curbe închise, prezenta în desen, sunt *trilode S* (de sinus) deoarece în ecuațiile lor de definiție, care conțin *funcția supermatematică circulară excentrică* (FSM-CE) beta excentric — $bex_{s\theta} = \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]$ —, există / este câte o funcție de sinus în ecuațiile parametrice atât în ecuația lui X cât și în cea a lui Y . Dacă ea se înlocuiește în X cu cosinus, adică $bex_{c\theta} = \arcsin[s \cdot \cos(\theta - \varepsilon)]$ atunci se obțin *trilobele C*, adică de cosinus.

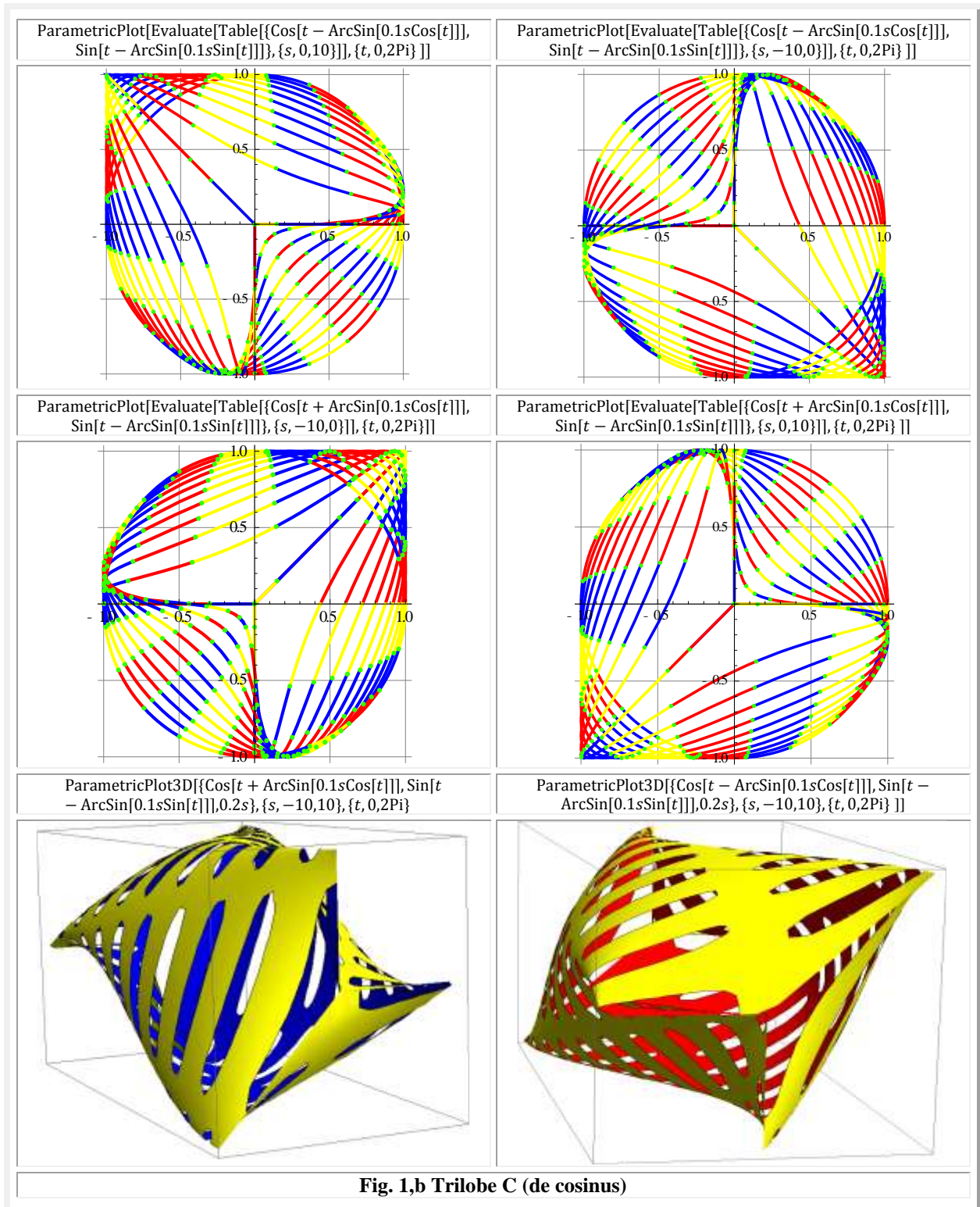


Fig. 1,b Trilobe C (de cosinus)

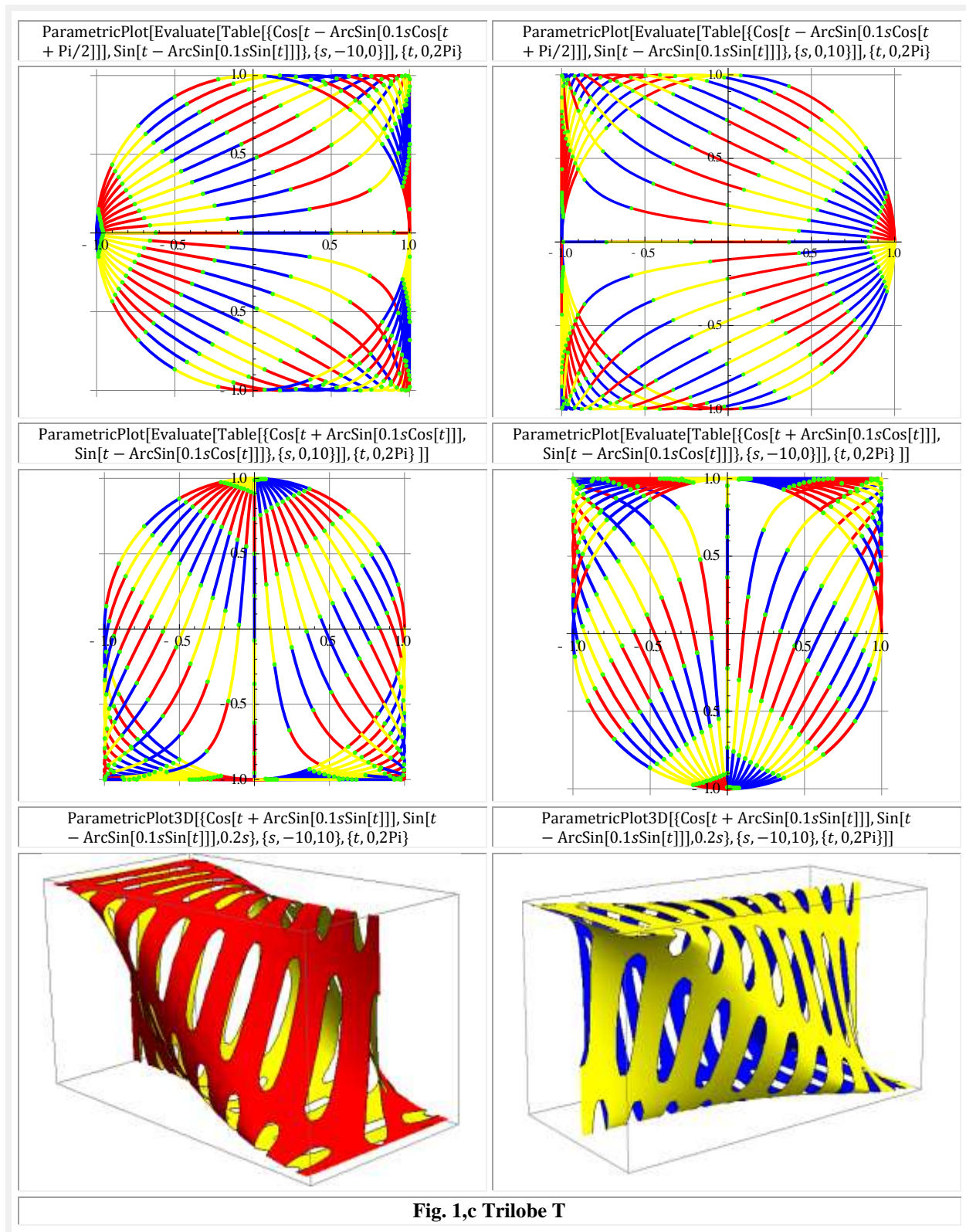


Fig. 1,c Trilobe T

2 FUNCTII SUPERNOVE TRILOBICE

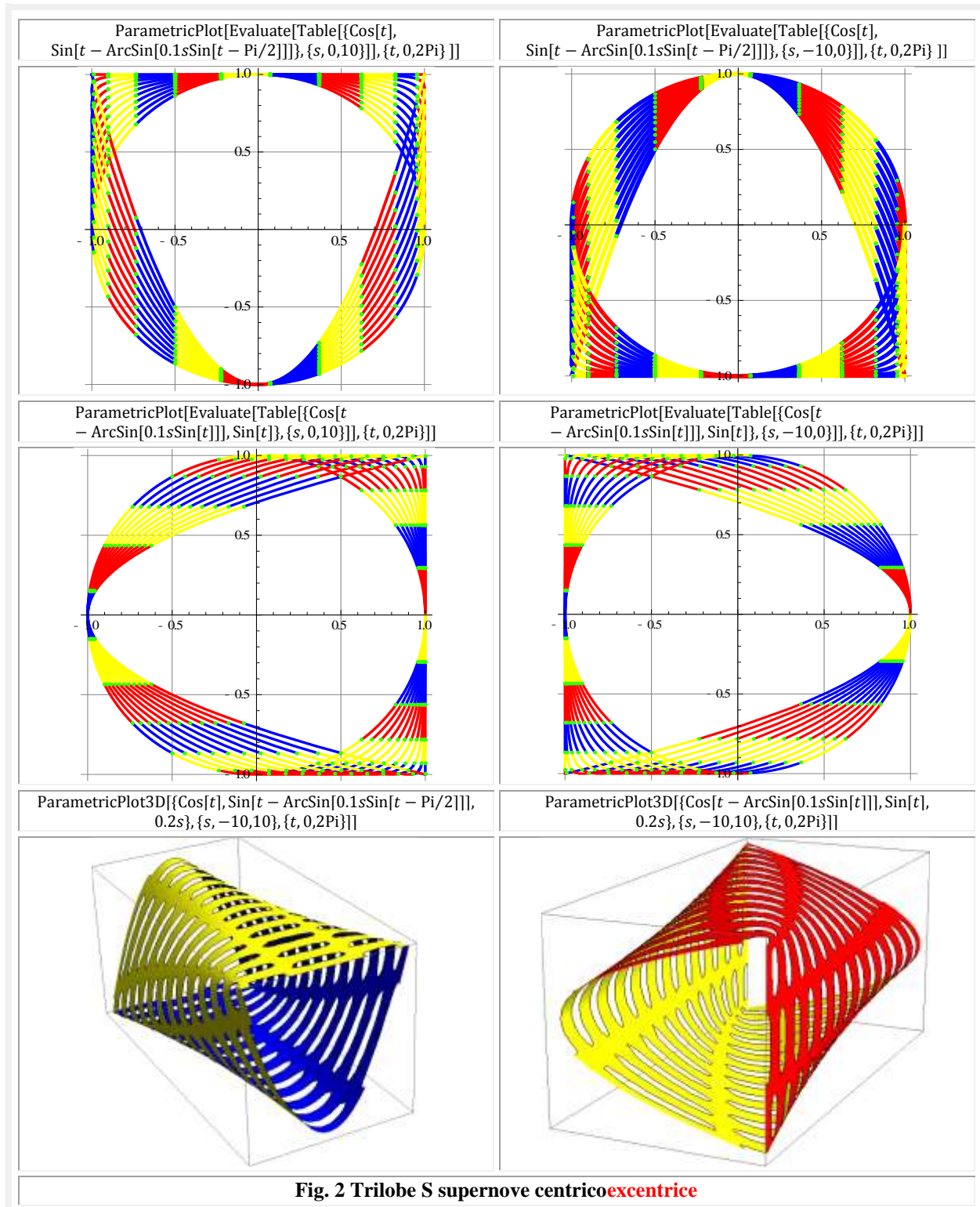
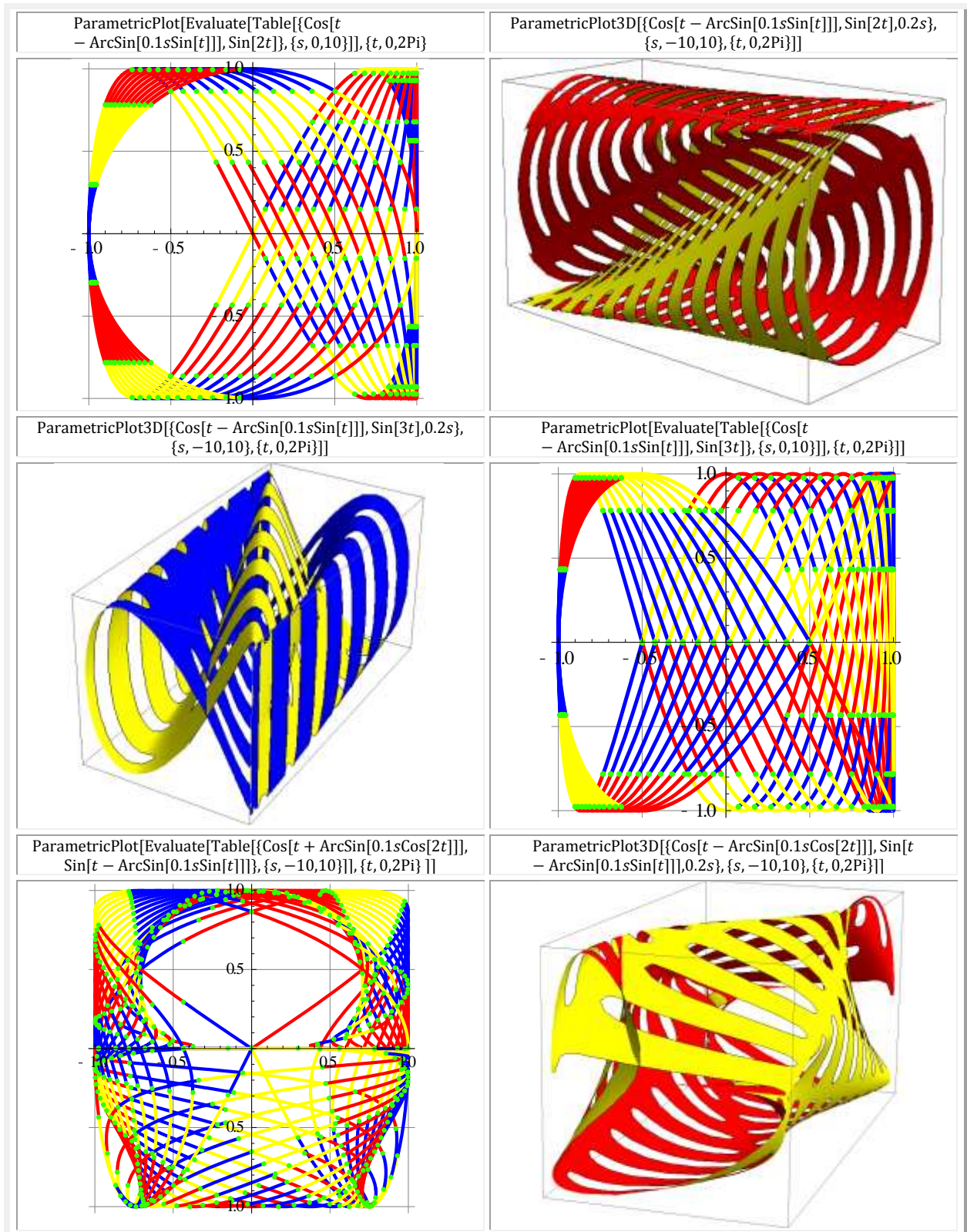
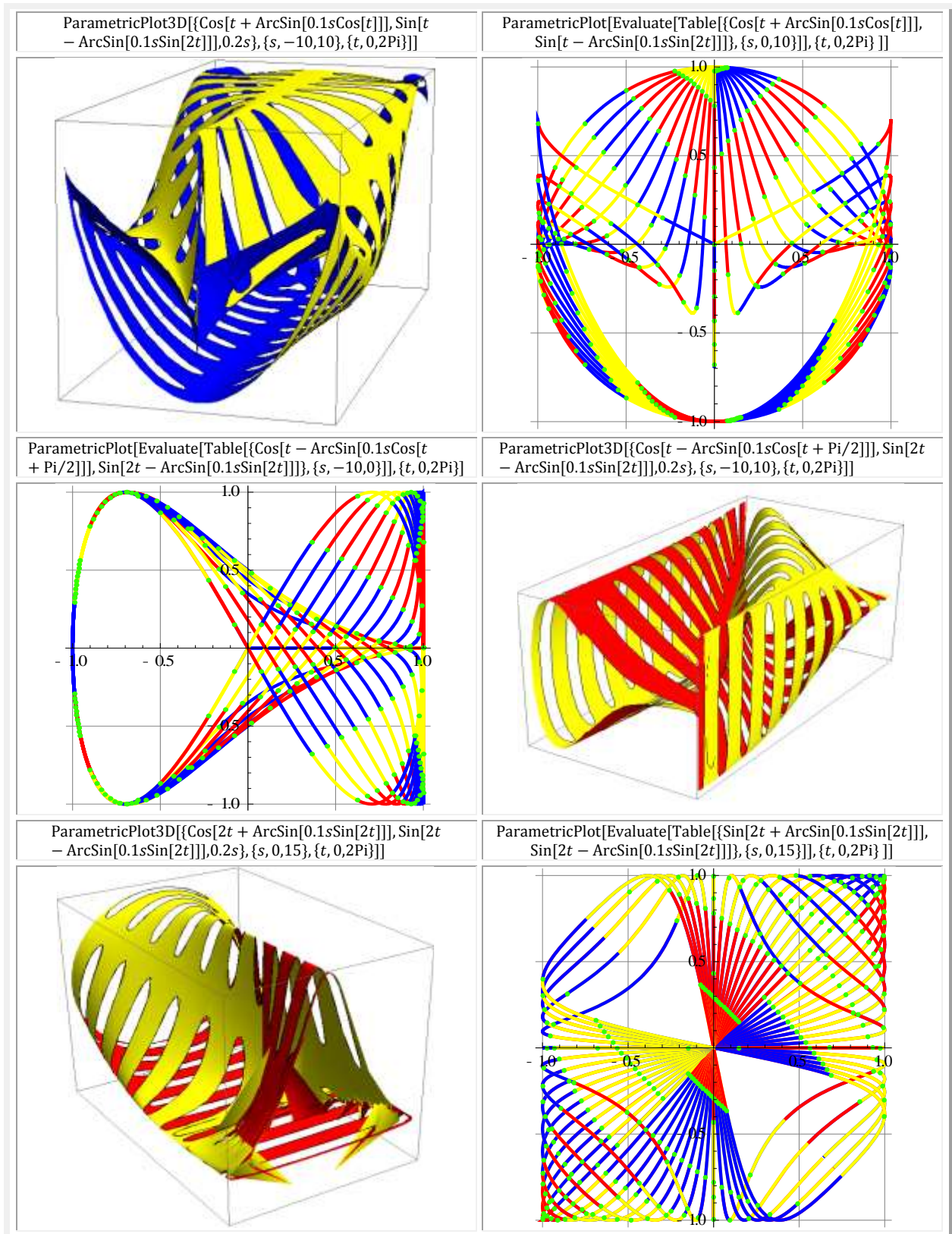


Fig. 2 Trilobe S supernove centric~~o~~excentric





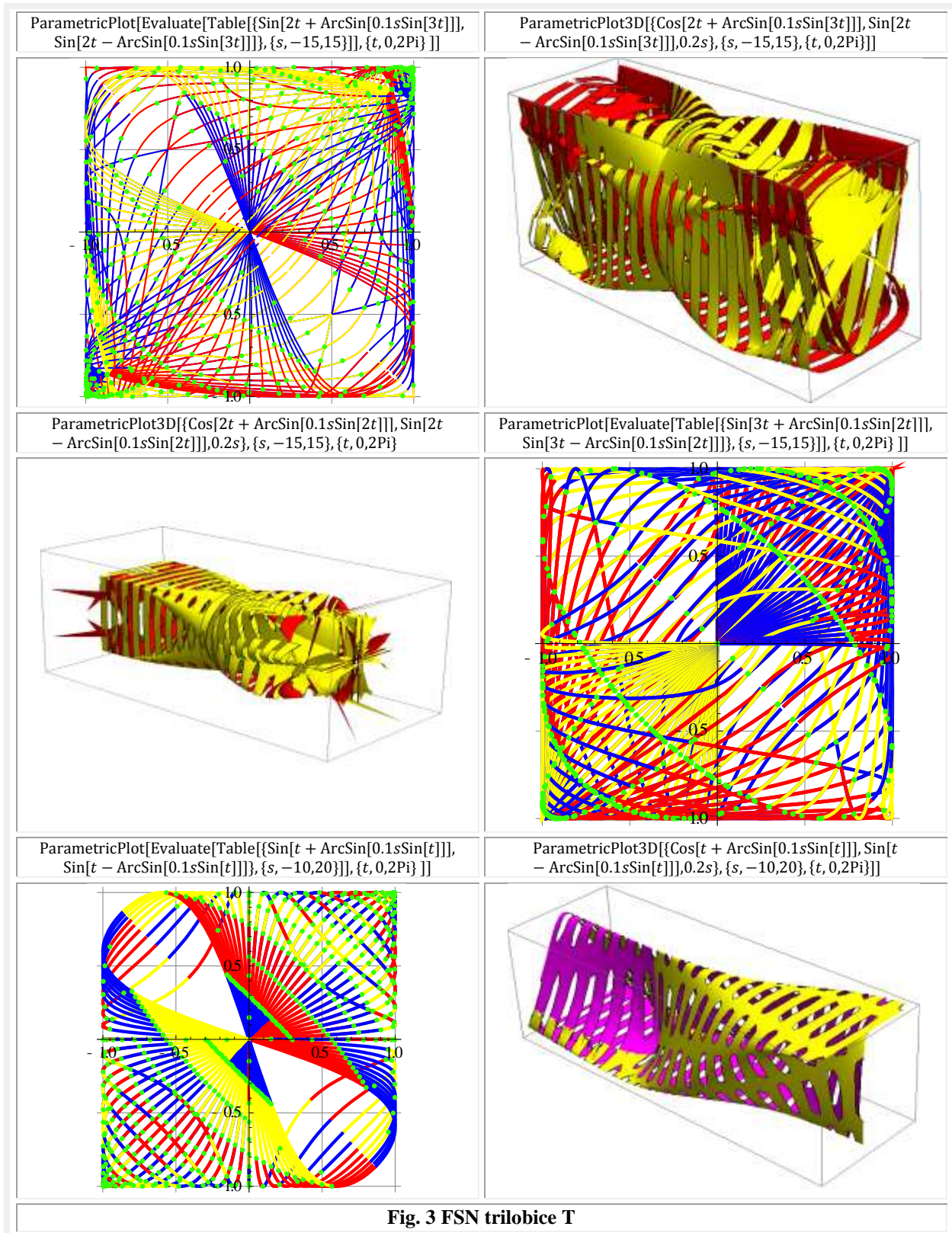
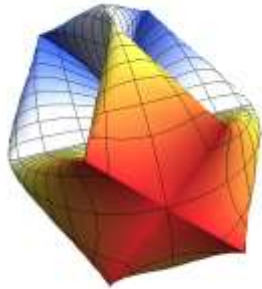
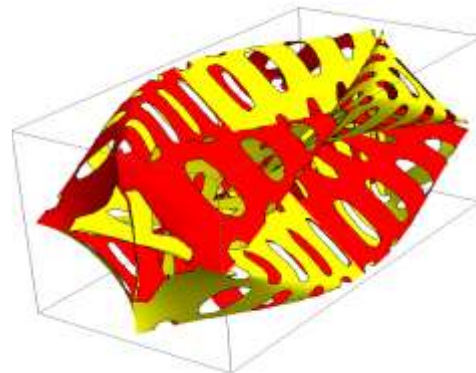
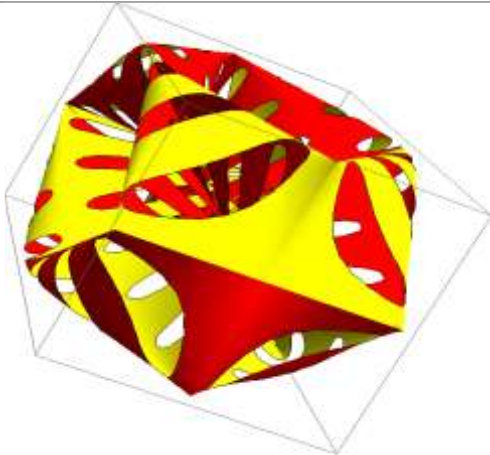
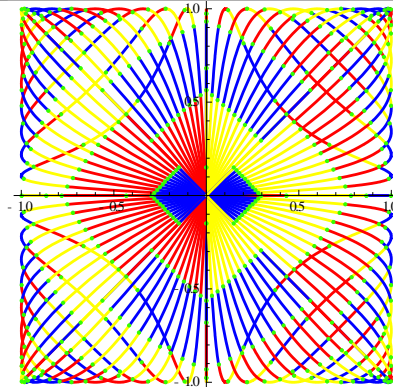


Fig. 3 FSN trilobice T

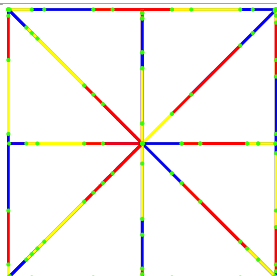

```
ParametricPlot3D[{{-Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t - ArcSin[0.1sSin[t]]], 0.2s},
{-Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], -Sin[t - ArcSin[0.1sSin[t]]], 0.2s}},
{s, -10, 10}, {t, 0, 2Pi}]
```



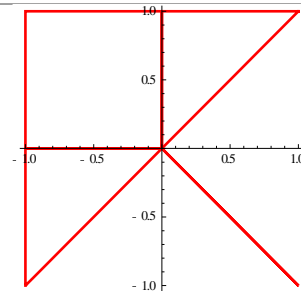
```
ParametricPlot[Evaluate[Table[{{-Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t - ArcSin[0.1sSin[t]]],
{-Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], -Sin[t - ArcSin[0.1sSin[t]]]}},
{s, -10, 0}], {t, 0, 2Pi} ]]
```

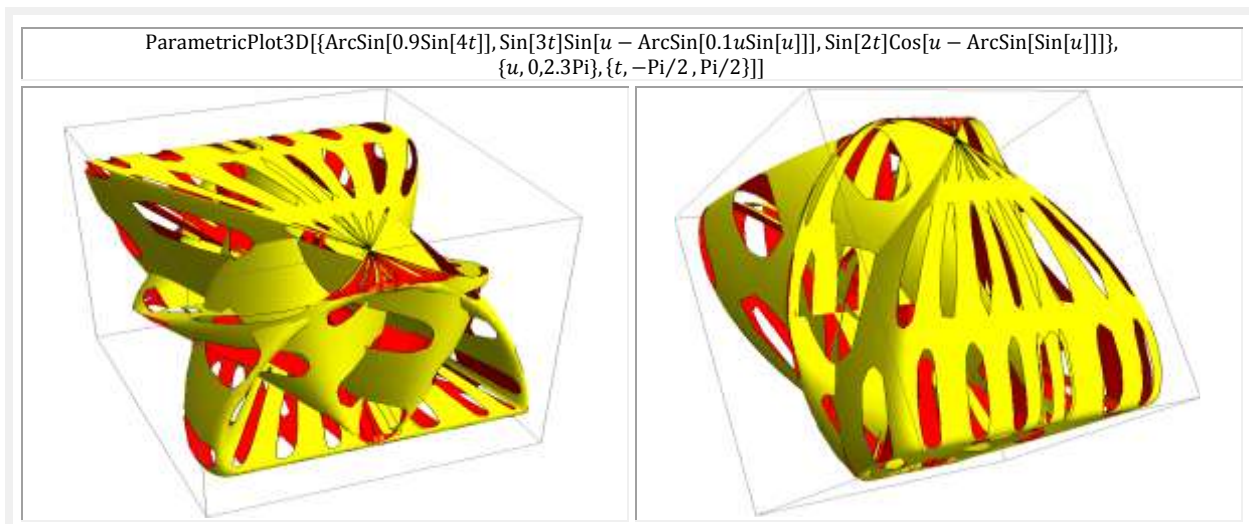
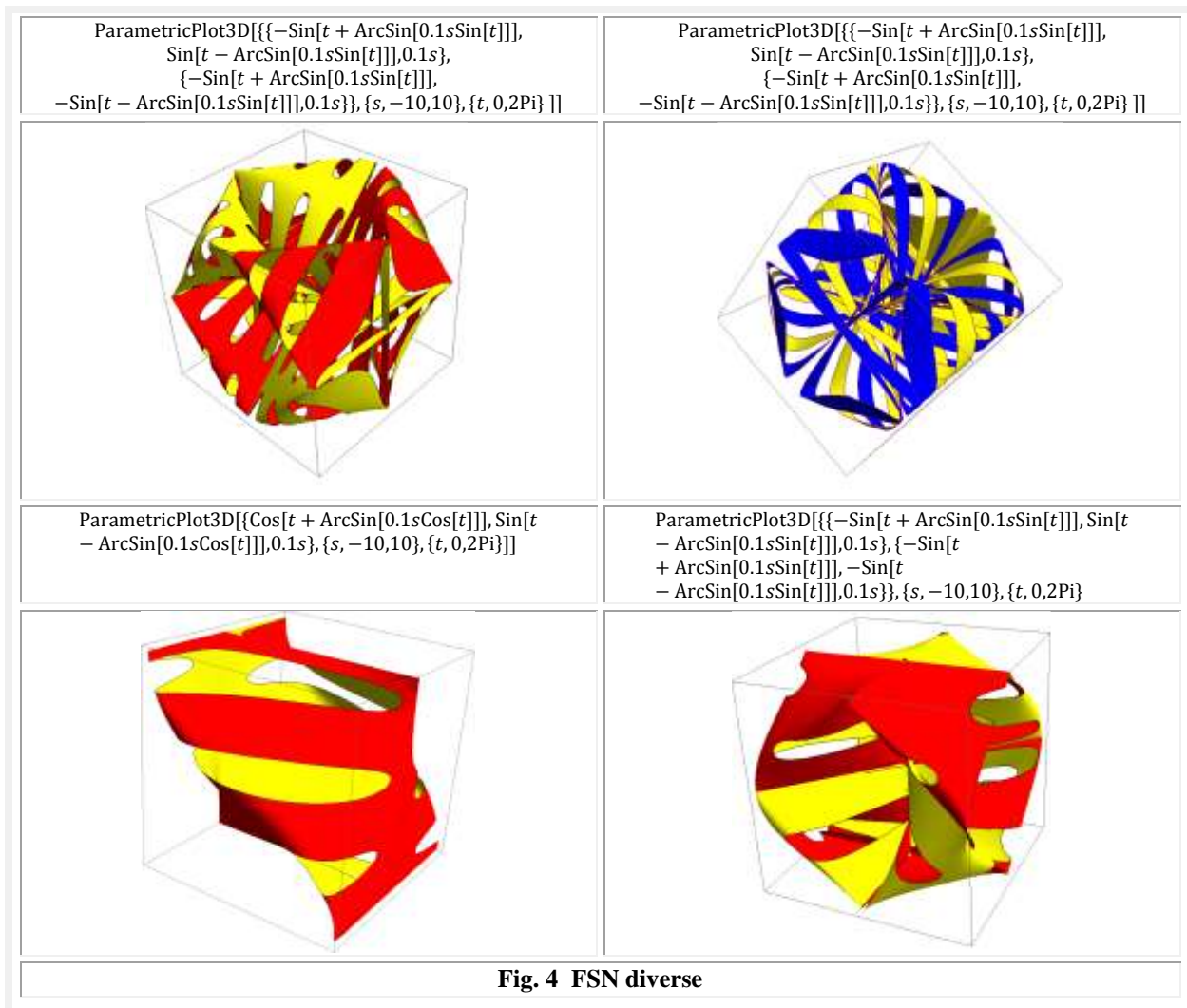


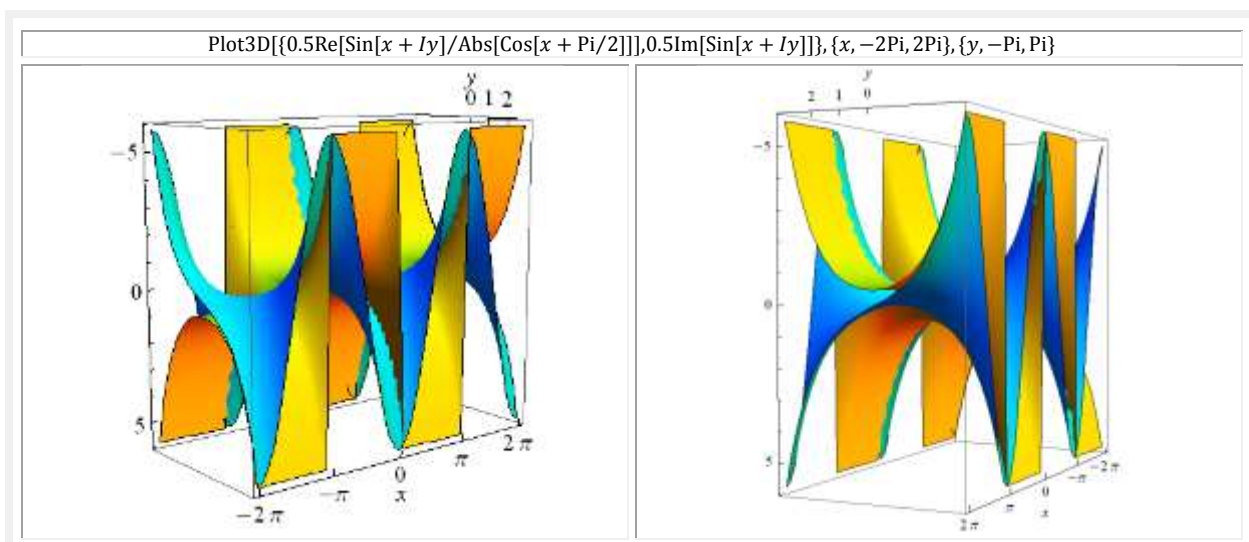
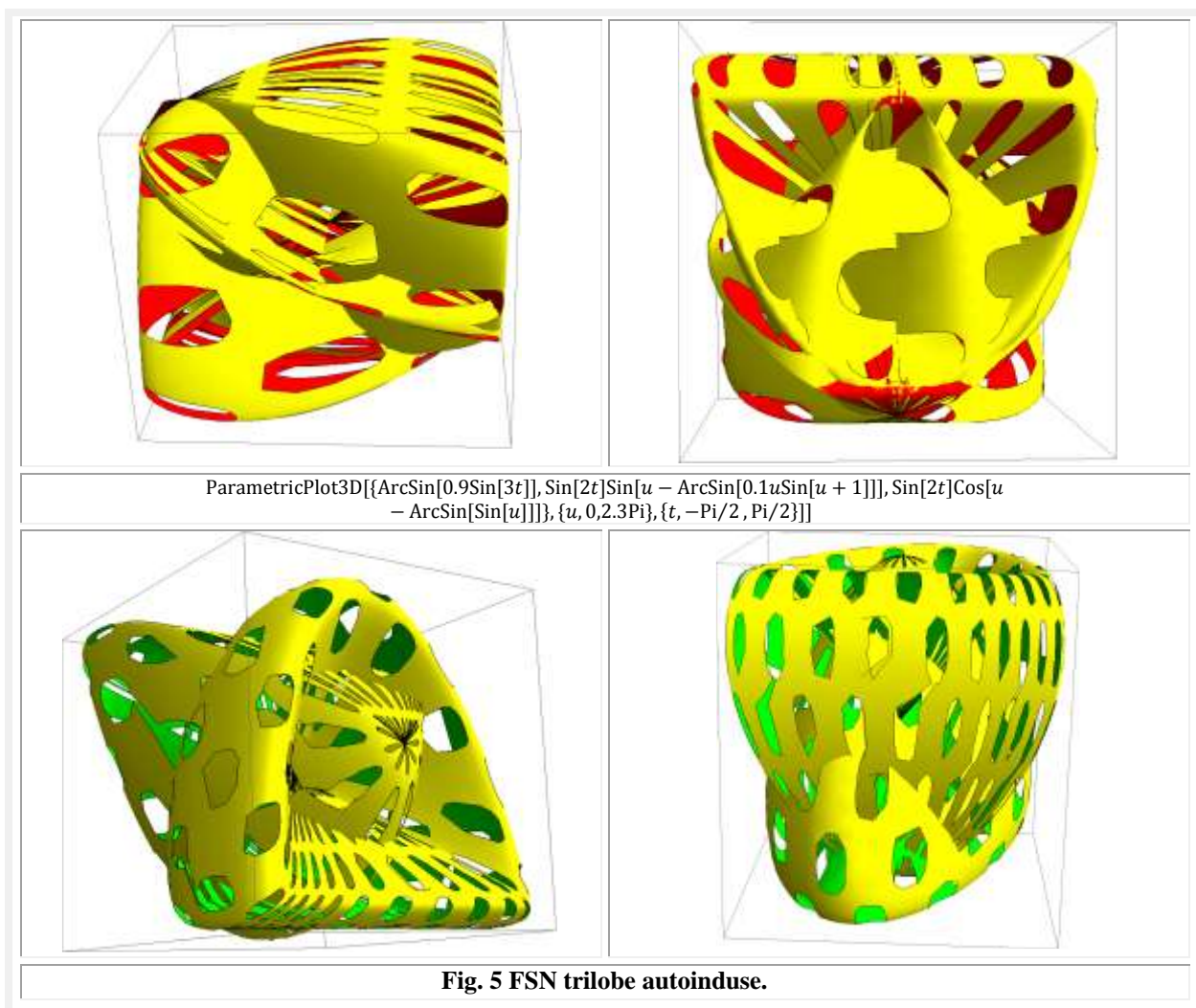
```
ParametricPlot[{{Cos[t + ArcSin[Sin[t]]], Cos[t + Pi/2 - ArcSin[Sin[t + Pi/2]]],
{-Cos[t + ArcSin[Sin[t]]], Cos[t + Pi/2 - ArcSin[Sin[t + Pi/2]]],
{-Cos[t + ArcSin[Sin[t]]], -Cos[t + Pi/2 - ArcSin[Sin[t + Pi/2]]], {Sin[t - ArcSin[Sin[t]]],
-Sin[t - Pi/2 - ArcSin[-1Sin[t - Pi/2]]], {Sin[t - ArcSin[Sin[t]]],
Sin[t - Pi/2 - ArcSin[Sin[t - Pi/2]]], {Sin[t - ArcSin[Sin[t]]], -Sin[t - Pi/2 - ArcSin[Sin[t - Pi/2]]}], {t, 0, 2Pi}]
```

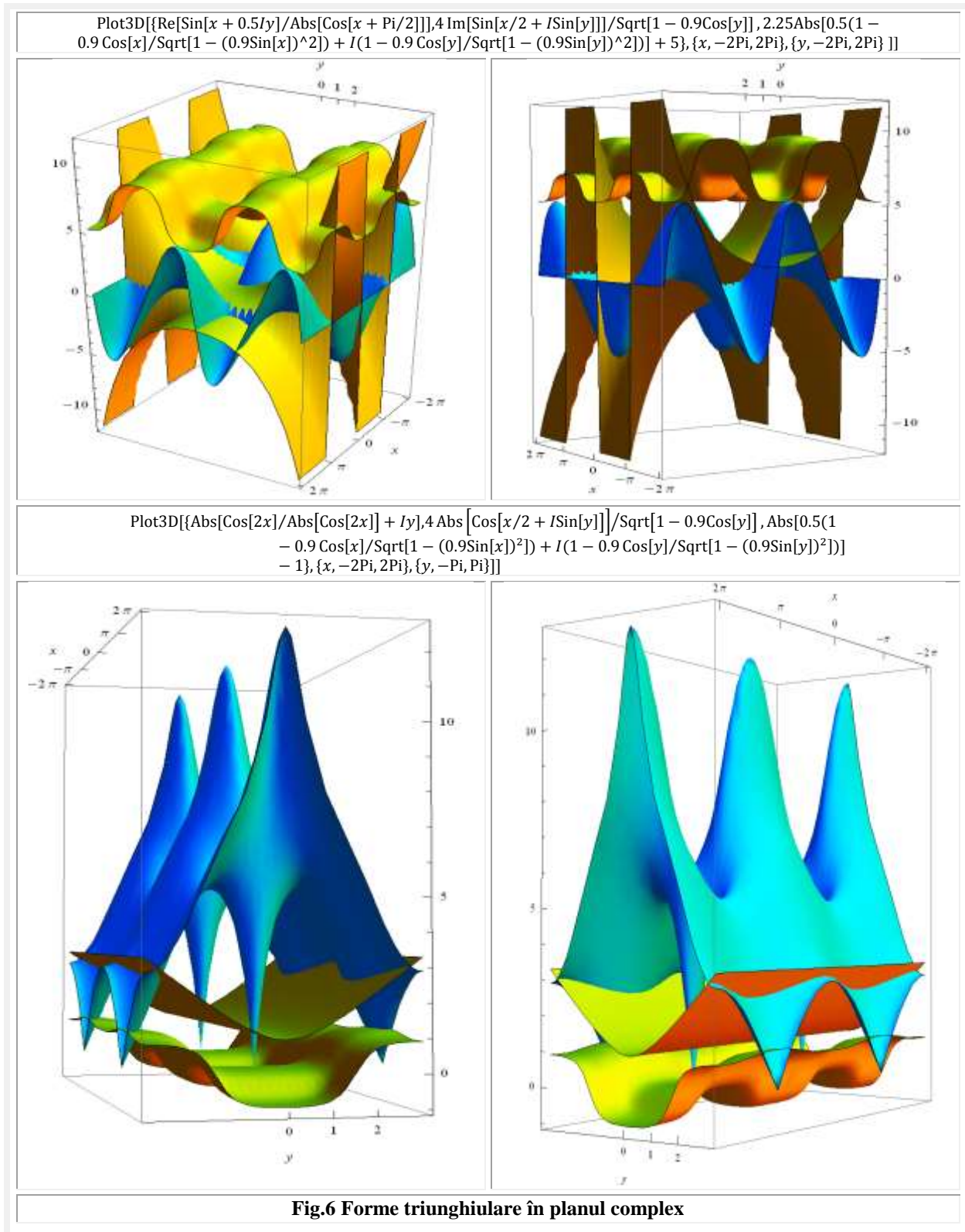


```
ParametricPlot[Evaluate[Table[{{Cos[t + ArcSin[0.1sSin[t]]],
Cos[t + Pi/2 - ArcSin[0.1sSin[t + Pi/2]]], {Sin[t - ArcSin[0.1sSin[t]]],
Sin[t + Pi/2 - ArcSin[0.1sSin[t + Pi/2]]]}},
{s, 10, 10}], {t, 0, 2Pi} ]]
```









Motto:” *Matematica este ceea ce începe, precum Nilul, în modestie și se termină în magnific ca supermatematică*”
după o definiție a lui Calvin Colton

CAPITOLUL X

FUNȚII SUPERNOVE TRILOBICE

1 INTRODUCERE

Descoperirea, sau mai precis inventarea **supermatematicii (SM)**, au făcut posibile o serie de transformări geometrice / conversii, ca de exemplu conversiunea cercului în pătrat, considerate de corifeii matematicii ca fiind *imposibile*. Și totuși, cercul, figura geometrică supremă a **matematicii centrice (MC)**, în matematica excentrică (**ME**) se poate transforma continuu în triunghi, pătrat, dreptunghi, toate perfecte și în oricare alt poligon.

Conversiunea, printre multe alte definiții / înțelesuri, o are și pe aceea de “*schimbare a naturii, a formei unui lucru*”. În cele ce urmează, tocmai despre aceasta va fi vorba, despre transformare / schimbare / **conversiunea** anterior imposibilă, în matematică ordinară, clasică, denumită acum și **centrică (MC)**, a unor forme în altele și care, a devenit posibilă acum, grație apariției noii matematici, denumită **excentrică (ME)** și a noilor complemente de matematică, înglobate și denumite vremelnic și supermatematică (**SM**). Ne referim la conversia cercului în pătrat, a sferii în cub, a cercului în triunghi, a conului în piramida, a cilindrului în prismă, a torului circular în secțiune și ca formă în tor pătrat în secțiune și / sau formă, ș.m.a.

Se afirmă că **Topologia** este o matematică în cadrul căreia nu se face deosebire între un covrig și o ceașcă. Ei bine, **supermatematica** nu face distincție între un cerc și un pătrat perfect, între un cerc și un triunghi perfect, între elipsă și un dreptunghi perfect, între sferă și un cub perfect, dintre un con și o piramidă perfectă ș.m.a; cu aceleași ecuații parametrice obținându-se atât formele ideale ale **MC** (cerc, elipsă, sferă ș.m.a), cât și cele reale ($s = 0$) sau excentrice ($s = \pm 1 \rightarrow$ pătrat, dreptunghi, cub ș.m.a.), convertiri care anterior păreau paradoxale. Pentru descoperirea acestor posibilități, autorul a fost primit membru de onoare al clubului internațional exclusivist al paradoxiștilor, cu sediul în USA. Și, mult mai important, **SM** a șters granițele dintre liniar și neliniar, dintre ideal și real, dintre cunoscut și necunoscut.

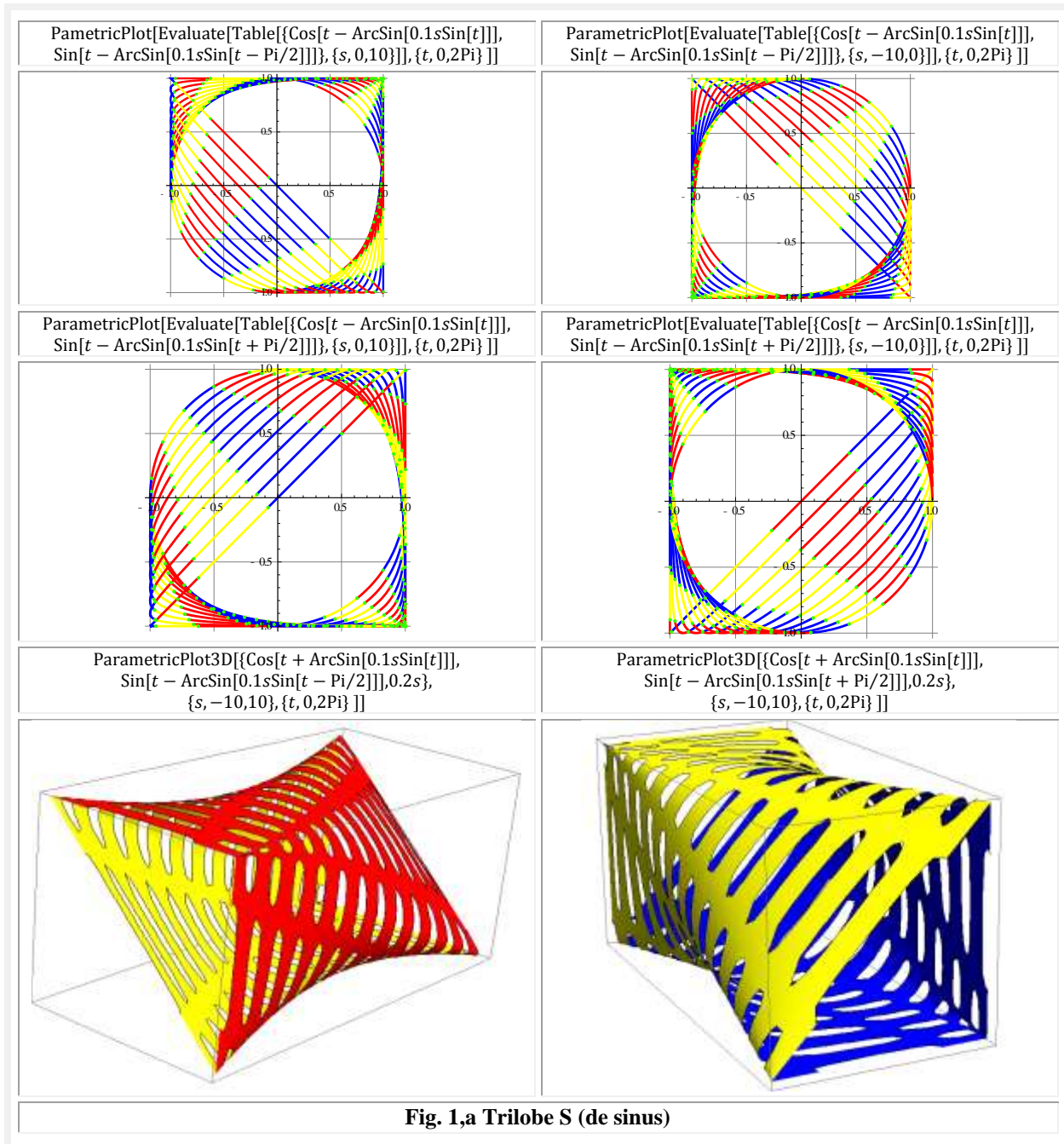
Trilobele S sunt rezultatul transformărilor cercului într-un triunghi echilateral perfect. Din ecuațiile parametrice

$$(1) \quad \begin{cases} x = cex\theta = \cos(aex\theta) = \cos(t \mp bex_s\theta) = \cos\{\theta \mp \arcsin[s \cdot \sin(\theta \pm \varepsilon)]\}, \\ \quad \quad \quad s \in [-1, 0], \quad s \in [0, 1] \\ y = sex\theta = \sin(aex\theta) = \sin(t \pm bex_s\theta) = \sin\{\theta \pm \arcsin[s \cdot \sin(\theta \mp \varepsilon)]\}, \\ \quad \quad \quad s \in [-1, 0], \quad s \in [0, 1] \end{cases}$$

pentru excentricitatea liniară numerică $s = 0$ se obține un cerc unitate, iar pentru $s = \pm 1$ se obține triunghiul echilateral perfect. Pentru valorile intermediare ale excentricității numerice $s \in (-1, +1) \setminus 0$ se obțin noile forme matematice denumite **trilobe**, deoarece au / dețin 3 lobi (**Fig.1**), echivalentele celor trei vârfuri ale triunghiului. Dacă semnele din ecuațiile parametrice (1) sunt aceleași peste tot (\pm sau \mp) atunci se obțin numai cercuri pentru toate valorile **excentricității liniare numerice s sau reale $e = s R$** .

Dacă în una dintre ecuațiile parametrice (1) $bex_s\theta$ se înlocuiește cu $bex_c\theta = \arcsin[s \cdot \cos\theta]$, atunci se obțin ecuațiile **trilobelor C** de cosinus (**Fig. 2**).

În fine, există o configurație a semnelor din ecuațiile (1), care rezulta din **figura 3**, prin care se obțin **trilobele T**; denumirea derivând din forma curbelor pentru $s = \pm 1$.



În figura 1,a se observa imediat cum cercul, de excentricitate liniară numerică pe cercul unitate $s = 0$ se transformă într-un triunghi echilateral perfect, pentru o excentricitate liniară numerică $s = 1$ sau reală $e = s \cdot R$ pe un cerc oarecare în care R este raza cercului.

Toate celelalte curbe închise, prezenta în desen, sunt *trilode S* (de sinus) deoarece în ecuațiile lor de definiție, care conțin *funcția supermatematică circulară excentrică* (FSM-CE) beta excentric $-\text{bex}_s\theta = \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]$ —, există / este câte o funcție de sinus în ecuațiile parametrice atât în ecuația lui X cât și în cea a lui Y . Dacă ea se înlocuiește în X cu cosinus, adică $\text{bex}_c\theta = \arcsin[s \cdot \cos(\theta - \varepsilon)]$ atunci se obțin *trilobele C*, adică de cosinus.

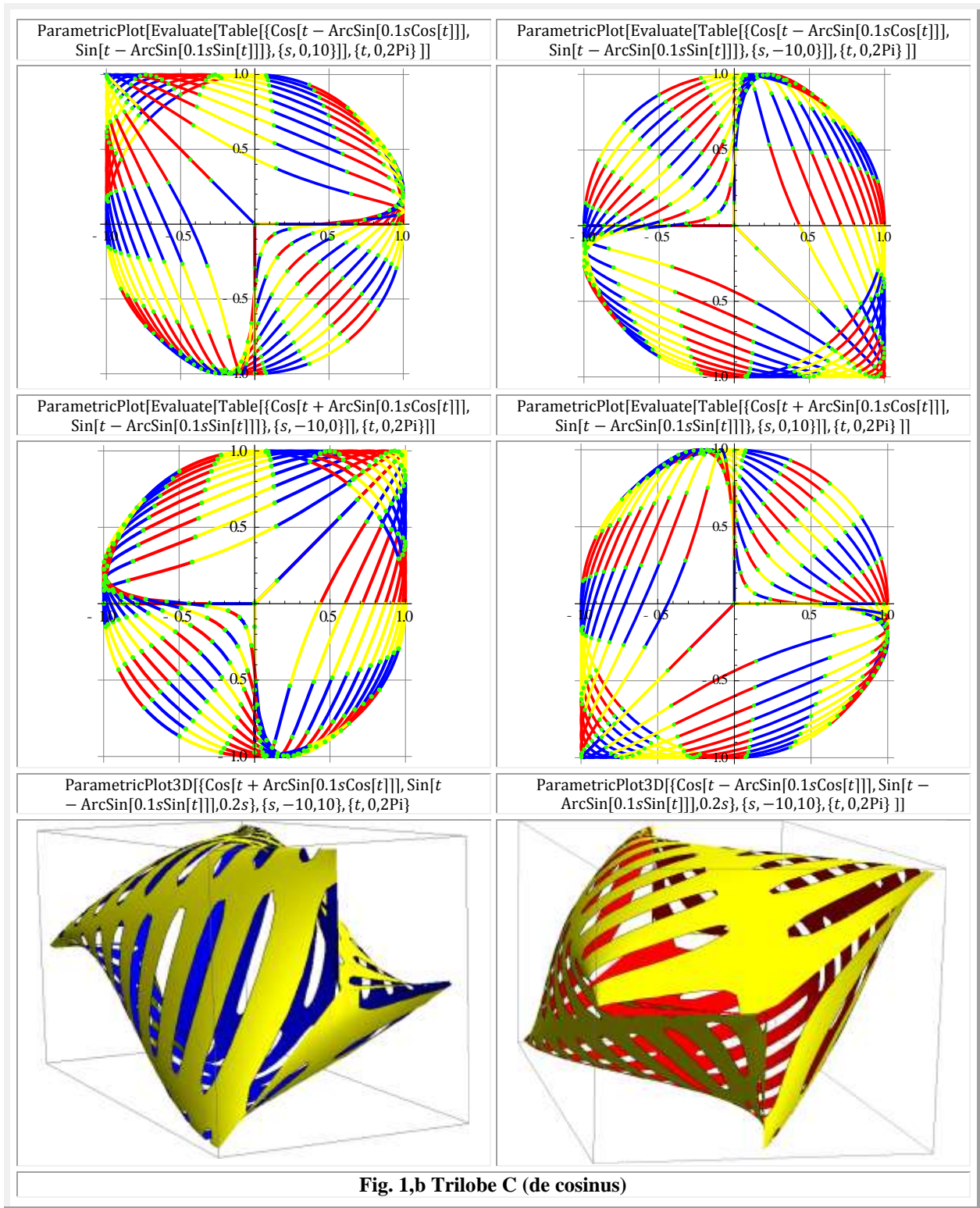


Fig. 1,b Trilobe C (de cosinus)

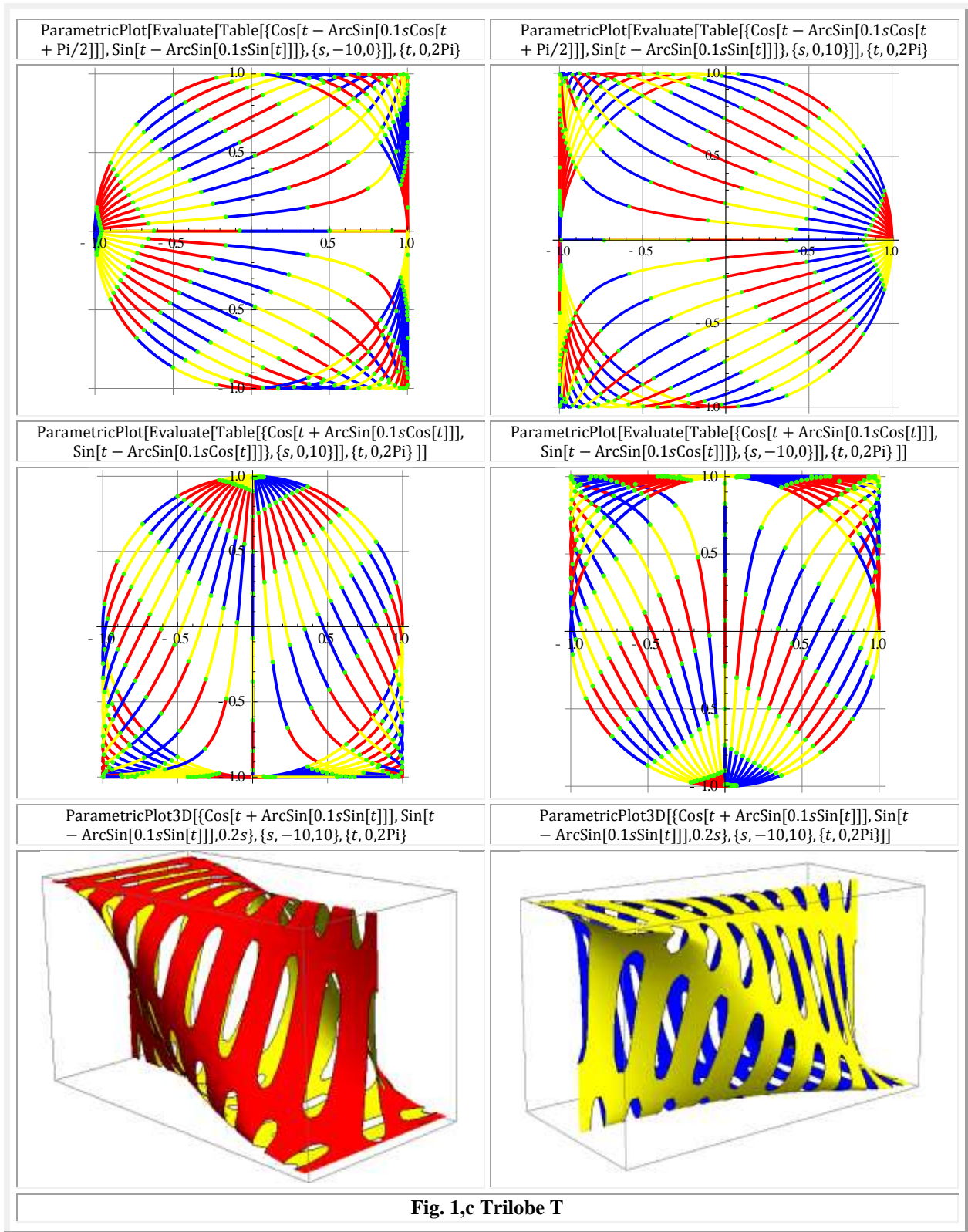


Fig. 1,c Trilobe T

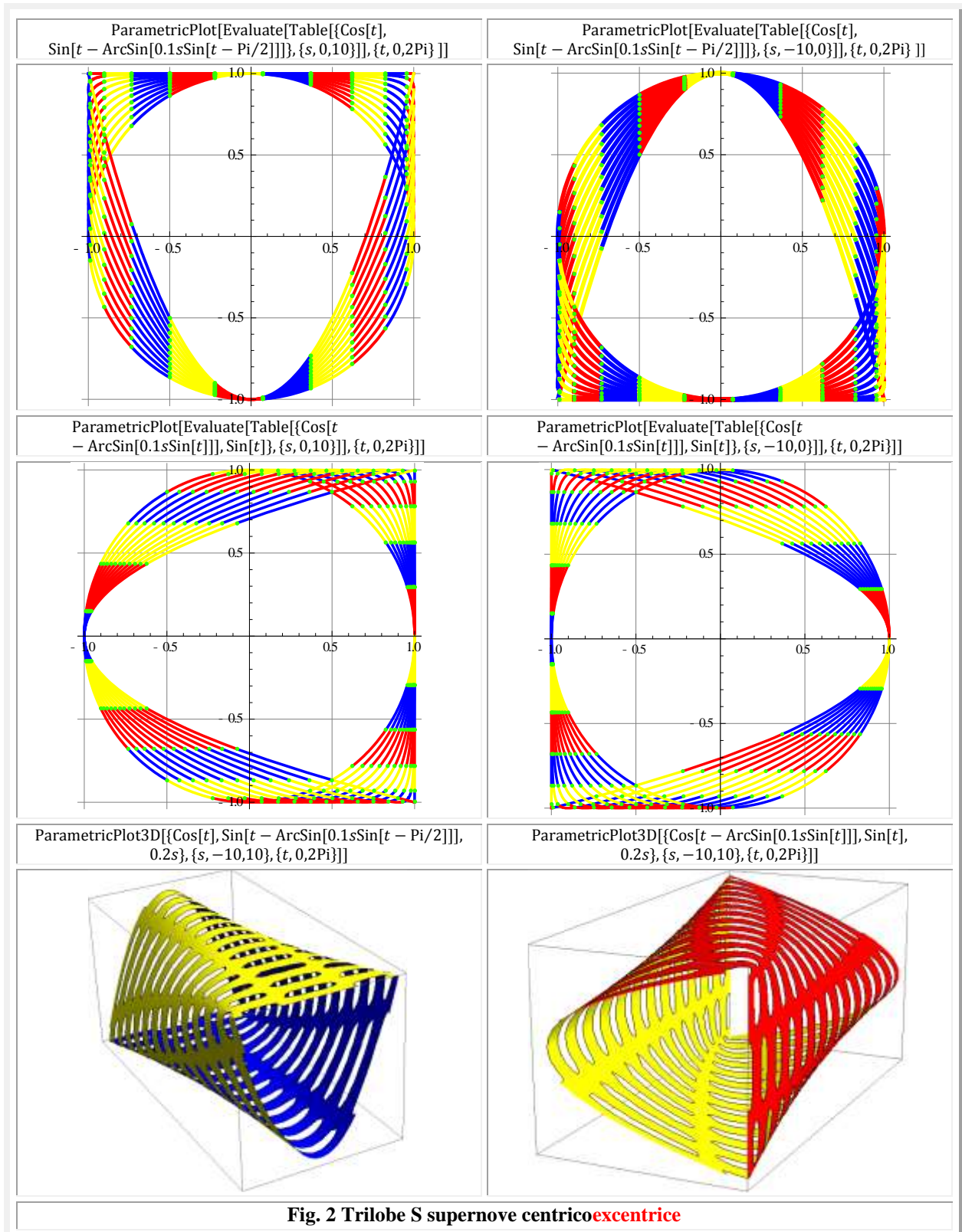
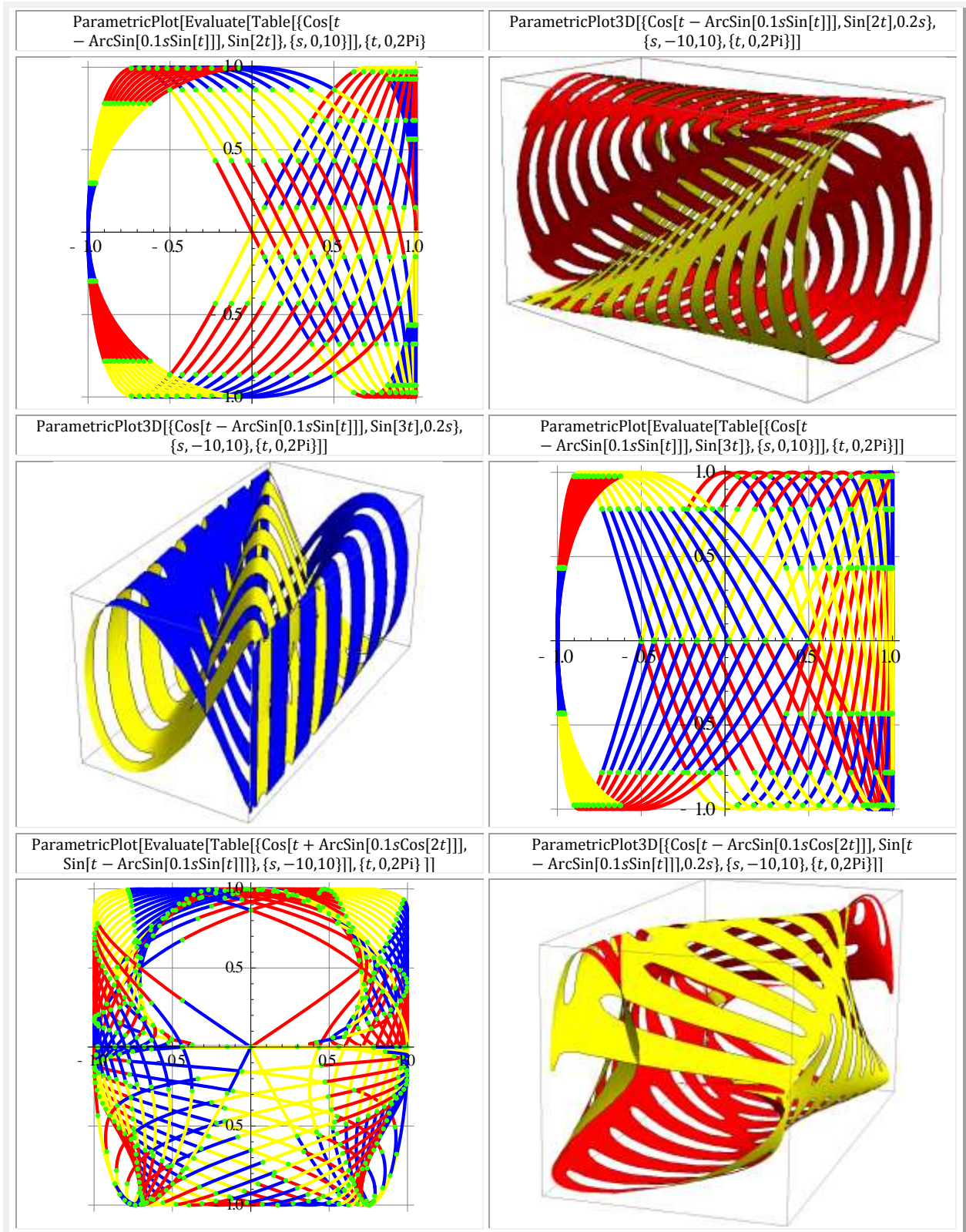
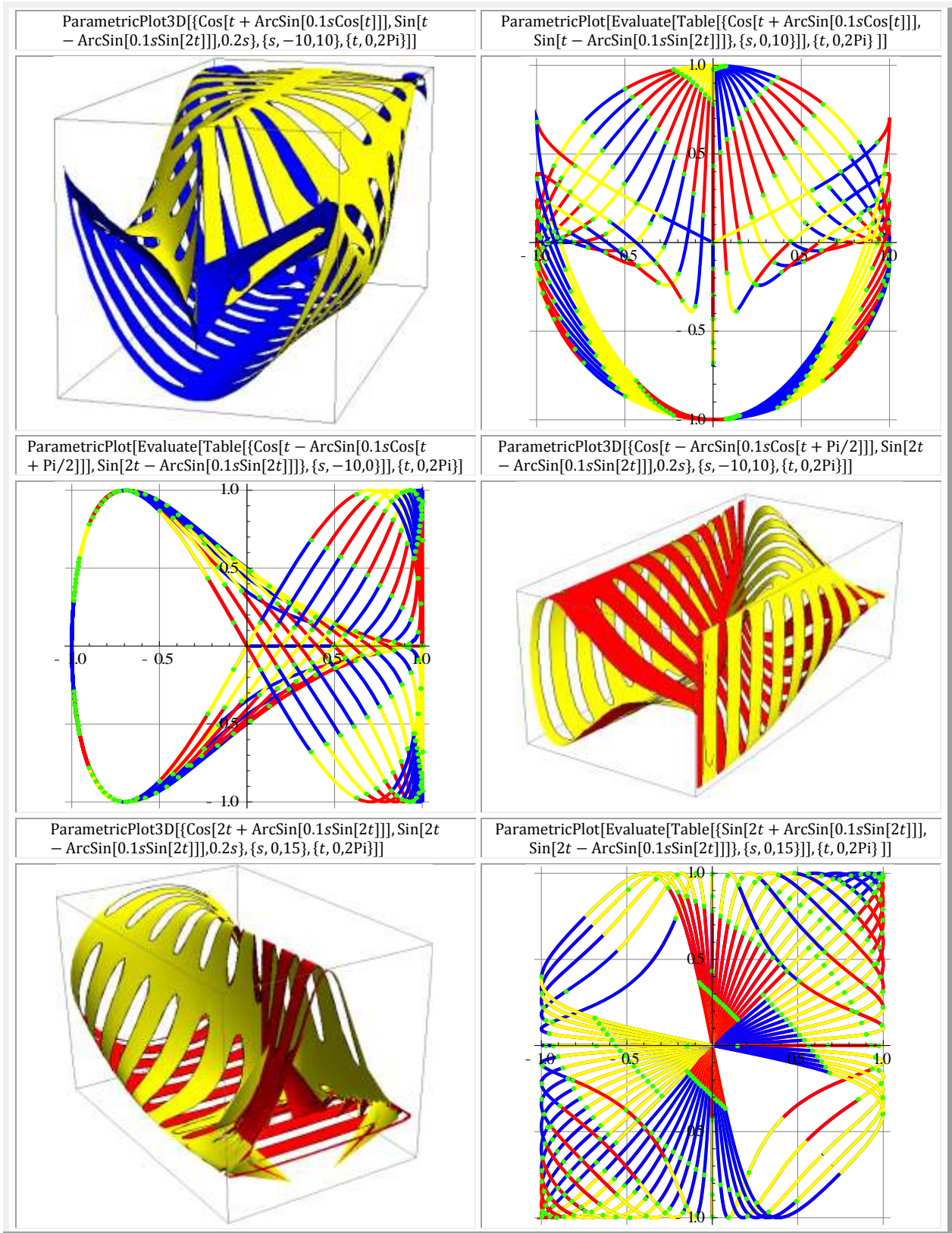


Fig. 2 Trilobe S supernove centricoexcentrice





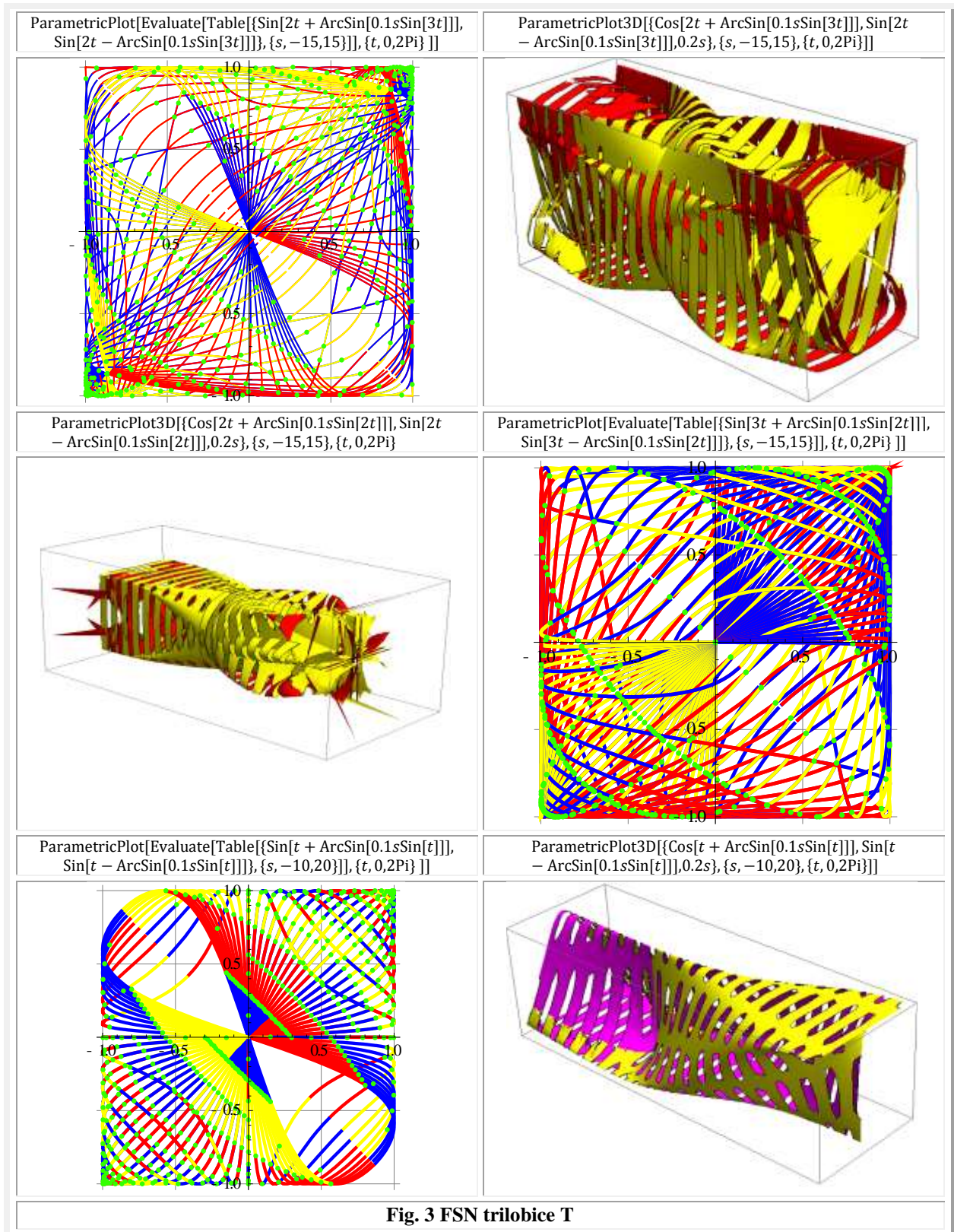
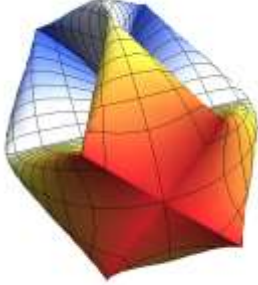
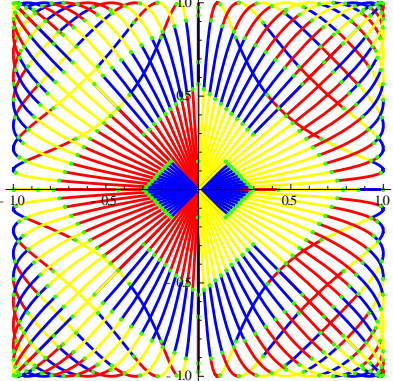
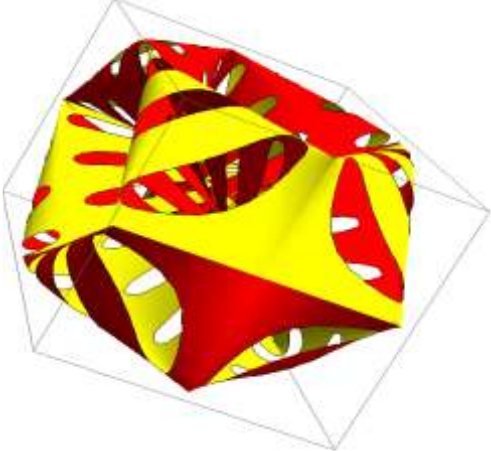
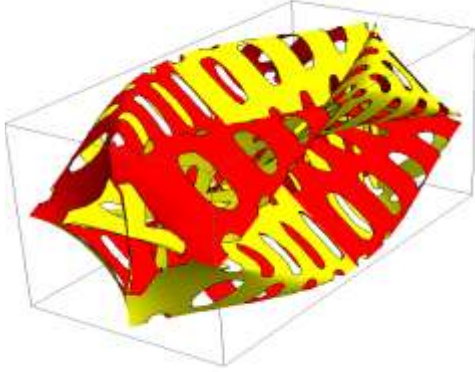
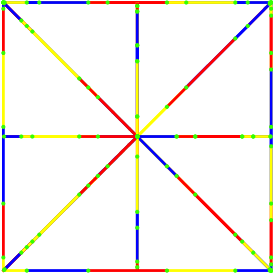
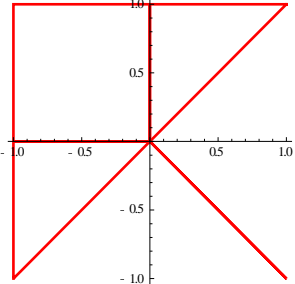
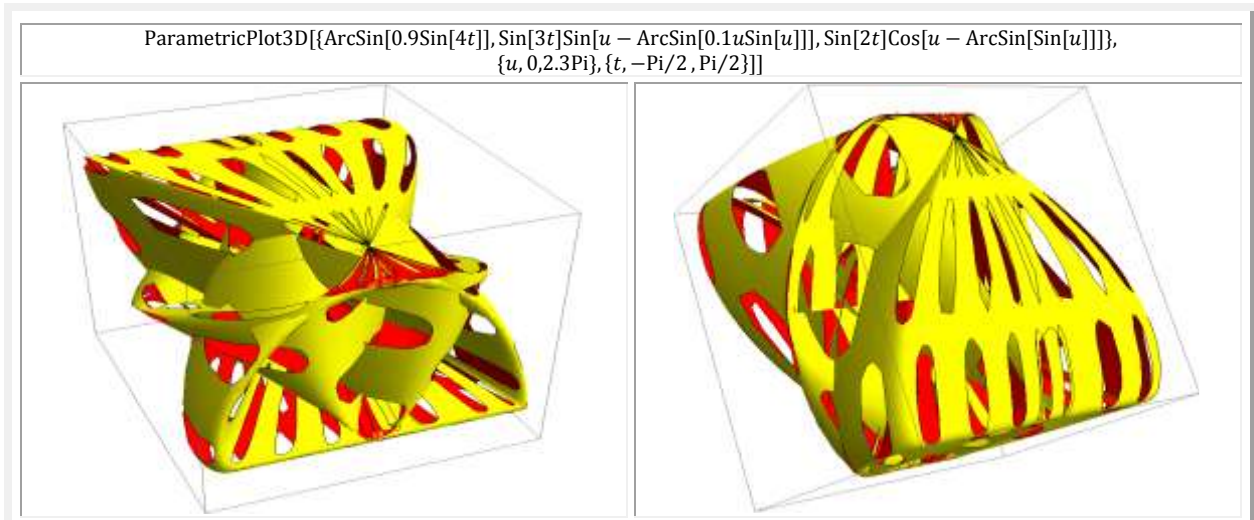
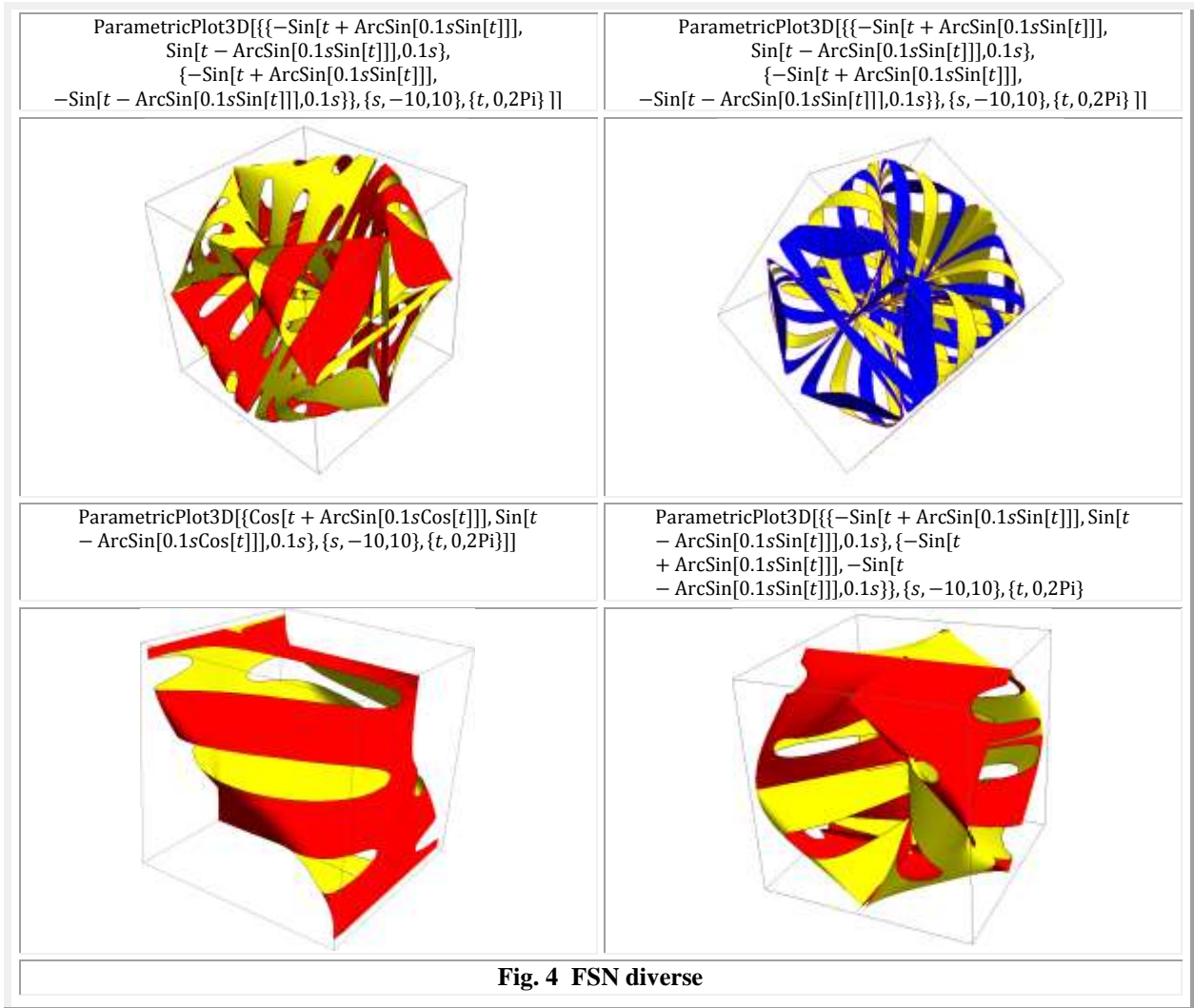
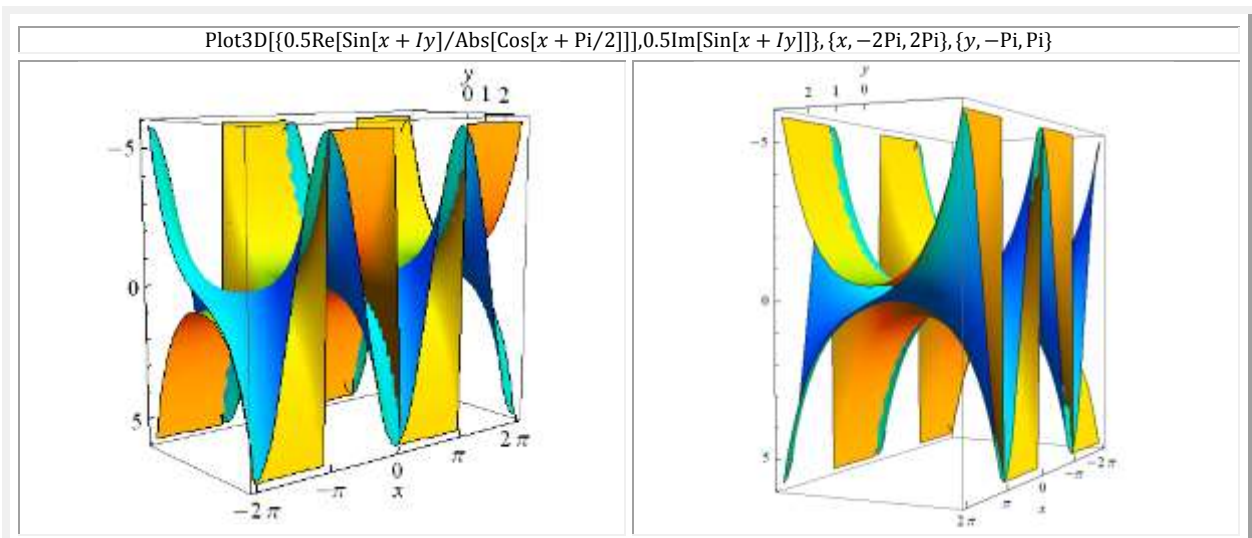
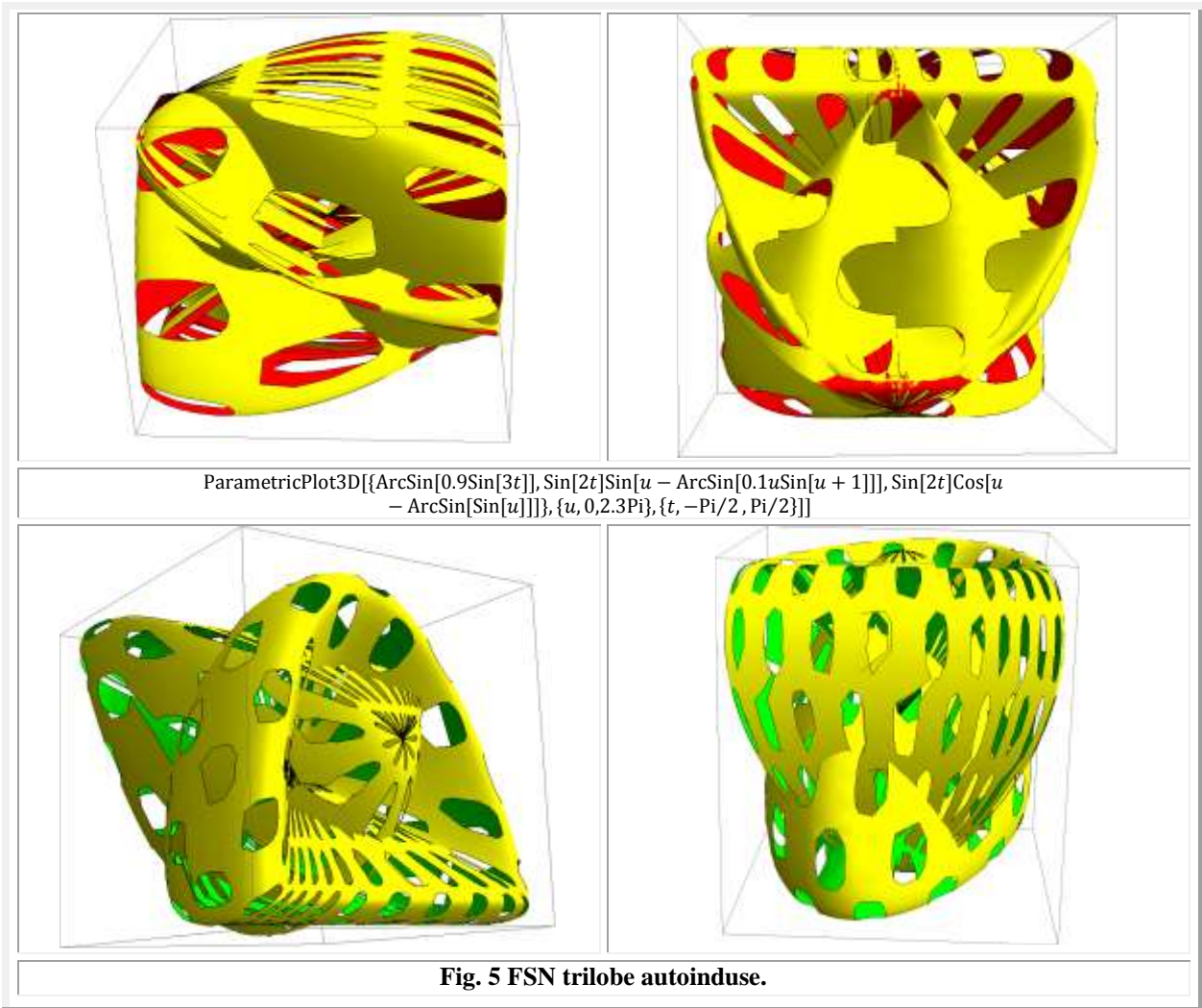
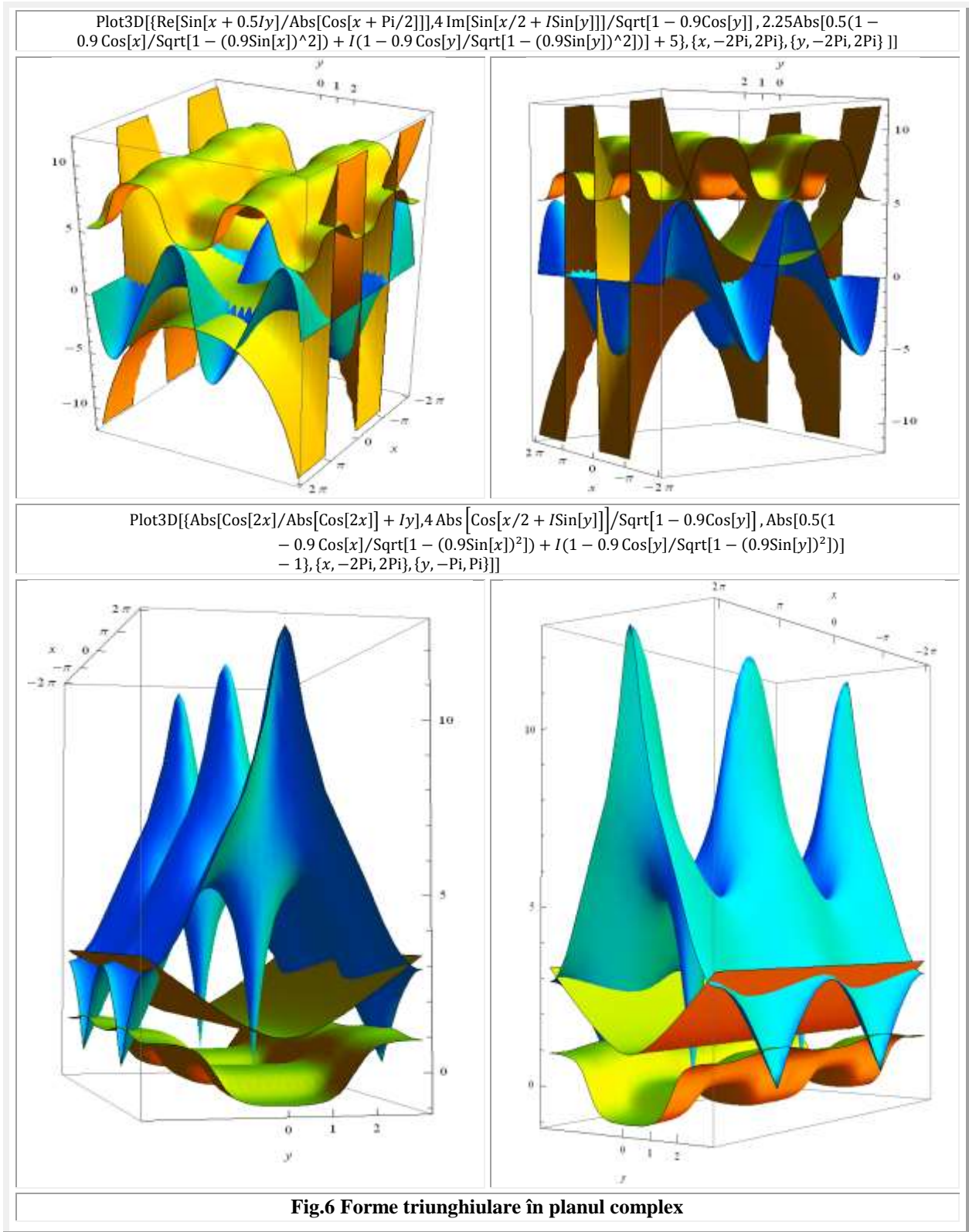


Fig. 3 FSN trilobice T

<pre>ParametricPlot3D[{{-Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t - ArcSin[0.1sSin[t]]], 0.2s}, {-Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], -Sin[t - ArcSin[0.1sSin[t]]], 0.2s}}, {s, -10, 10}, {t, 0, 2Pi}]</pre>	<pre>ParametricPlot[Evaluate[Table[{{-Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t - ArcSin[0.1sSin[t]]], {-Sin[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], -Sin[t - ArcSin[0.1sSin[t]]]}}, {s, -10, 0}], {t, 0, 2Pi}]]</pre>
	
	
<pre>ParametricPlot[{{Cos[t + ArcSin[Sin[t]]], Cos[t + Pi/2 - ArcSin[Sin[t + Pi/2]]], {-Cos[t + ArcSin[Sin[t]]], Cos[t + Pi/2 - ArcSin[Sin[t + Pi/2]]], {-Cos[t + ArcSin[Sin[t]]], -Cos[t + Pi/2 - ArcSin[Sin[t + Pi/2]]], {Sin[t - ArcSin[Sin[t]]], -Sin[t - Pi/2 - ArcSin[-1Sin[t - Pi/2]]], {Sin[t - ArcSin[Sin[t]]], Sin[t - Pi/2 - ArcSin[Sin[t - Pi/2]]], {Sin[t - ArcSin[Sin[t]]], -Sin[t - Pi/2 - ArcSin[Sin[t - Pi/2]]}], {t, 0, 2Pi}}</pre>	<pre>ParametricPlot[Evaluate[Table[{{Cos[t + ArcSin[0.1sSin[t]]], Cos[t + Pi/2 - ArcSin[0.1sSin[t + Pi/2]]], {Sin[t - ArcSin[0.1sSin[t]]], Sin[t + Pi/2 - ArcSin[0.1sSin[t + Pi/2]]]}}, {s, 10, 10}], {t, 0, 2Pi}]]</pre>
	







Motto: ” Tangentele ating în două puncte fără să taie.
Punctele sunt confundate ”

Autorul.

CAPITOLUL XI

TANGENTE ȘI TANGENTE VOINOIU EXCENTRICE PRECUM ȘI TANGENTE SUPERNOVE

1 INTRODUCERE

“Săpând” adânc la bazele matematicii ordinare, numită acum și matematică centrică (**MC**), pentru a se deosebi de noua matematică, denumită **matematică excentrică (ME)** care, împreună cu **MC** formează cea ce s-a denumit **supermatematică (SM)**, **Octavian Voinoiu** evidențiază, și a demonstrat în originala și prestigioasa sa lucrare “**BAZELE MATEMATICII SIGNADFORASICE**”, o serie de **erori introduse** în **MC**, printre care se referă și la semnul unei fracții care depinde exclusiv de semnul numărătorului (nu și al numitorului). Ce este o fracție ? Putem afla de pe Wikipedia:

“**Fracția ordinară** (din latin. *fractus, fracti* = frângere, fragmentare) este termenul folosit în **aritmetică** pentru a denumi un **număr rațional**. Numărul de sub linia de fracție se numește **numitor** și arată **în câte părți egale** a fost împărțit întregul, iar cel de deasupra se numește **numărător**, arătând **câte părți** au fost luate în considerare (**La împărțire. La fragmentare ! n.n.**). Denumirea a fost introdusă în terminologia românească în timpul domniei domnitorului reformator **Grigore Alexandru Ghica**, în anul 1852 de **A. Pavlid.**”

Pe scurt **fracția indică o împărțire !** Dar ce este împărțirea ? Putem afla din aceeași sursă:

“**Împărțirea** este o operație aritmetică prin care se determină de câte ori un număr poate fi cuprins în altul. $A : B = C$, unde **A** este denumit **deîmpărțit**, **B** este denumit **împărțitor** sau **divizor** și **C** este denumit **cât**.” De împărțit se pot împărți câștiguri (+ **A**) sau pierderi (– **A**) dar numai la un număr oarecare de persoane, firme, părți etc. adică la $Abs(\mathbf{B}) = |\mathbf{B}|$. Ca urmare fracția este $\frac{A}{Abs[\mathbf{B}]} = C$ și arată **cât** revine fiecăruia; semnul **cât**-ului fiind același cu semnul lui **A**.

Bazat pe această corecție matematică, autorul a introdus în matematica funcțiile **Voinoiu**: tangentă (tav), cotangentă (ctv), secantă (scv) și cosecantă (cscv) **centrice, excentrice** (**texv, ctexv, scexv, cscexv**), **elvate** (**telv, ctelv, scelv, cselv**) și **exotice** (**texov, ctexov, scexov, cscexo**).

Astfel, tangentele **Voinoiu** centrică, excentrică, elevată și exotice sunt definite de :

$$(1) \quad \tan\alpha \text{ sau } tava = \frac{\sin\alpha}{Abs[\cos\alpha]}; \text{texv}\theta = \frac{\sin\theta}{Abs[\cos\theta]}; \text{telv}\theta = \frac{\sin\theta}{Abs[\cos\theta]} \text{ și } \text{texov}\theta = \frac{\sin\theta}{Abs[\cos\theta]}$$

cu graficele din **figura 1**.

Înmulțirea considerabilă a tangențelor necesită o clasificare a lor, clasificarea prezentată în **tabelul 1** pentru **tangentele circulare**, adică definite pe cercul unitate / trigonometric.

Tangentele clasice / ordinare au fost denumite tangente **Euler**, iar **tangentele supermatematice circulare excentrice** poartă numele autorului lor. Ele pot fi de **variabila excentrică θ (tex θ)** sau de **variabilă centrică α (Tex α)**.

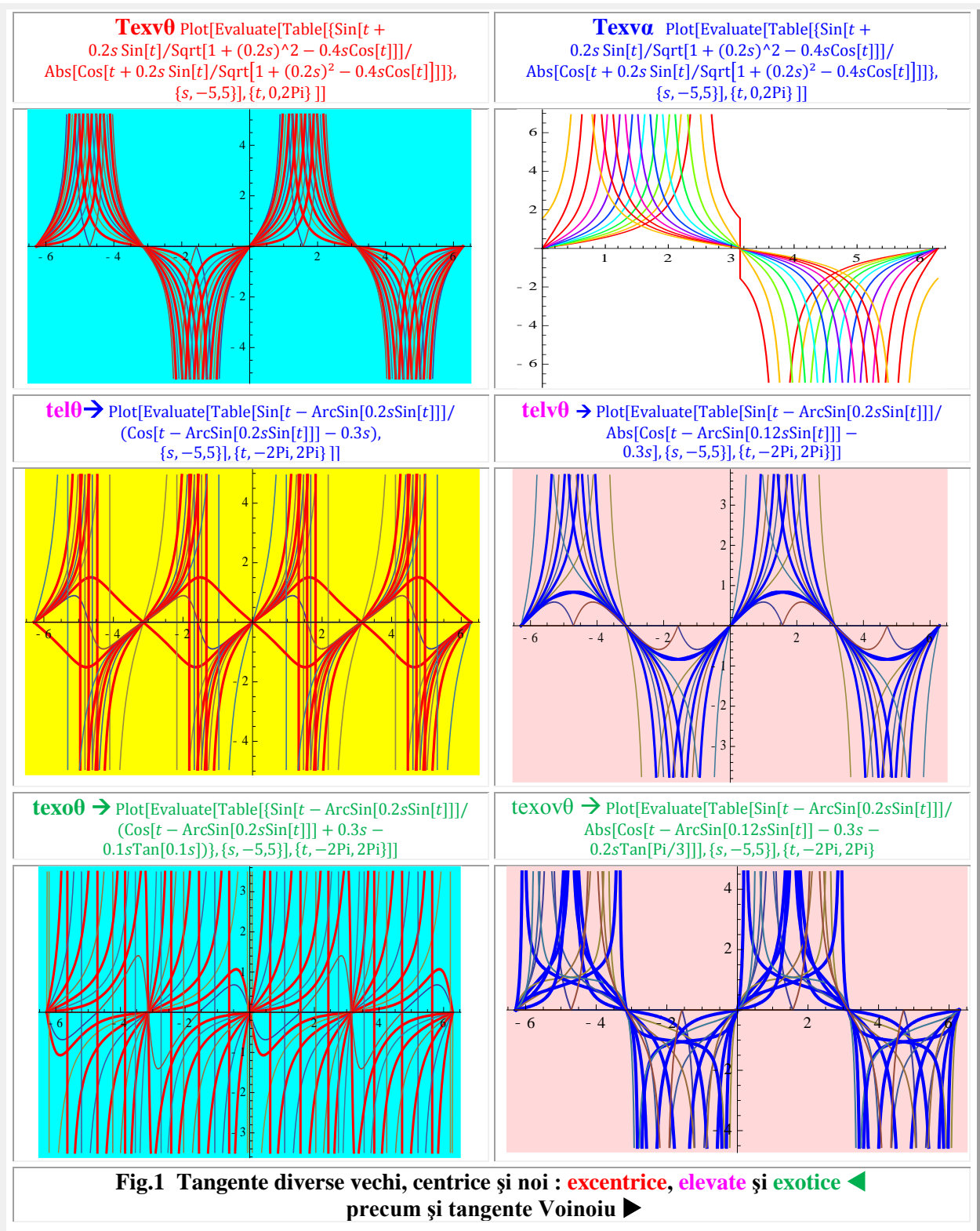
Restul tangențelor de variabilă excentrică rezultă din **figura 1**.

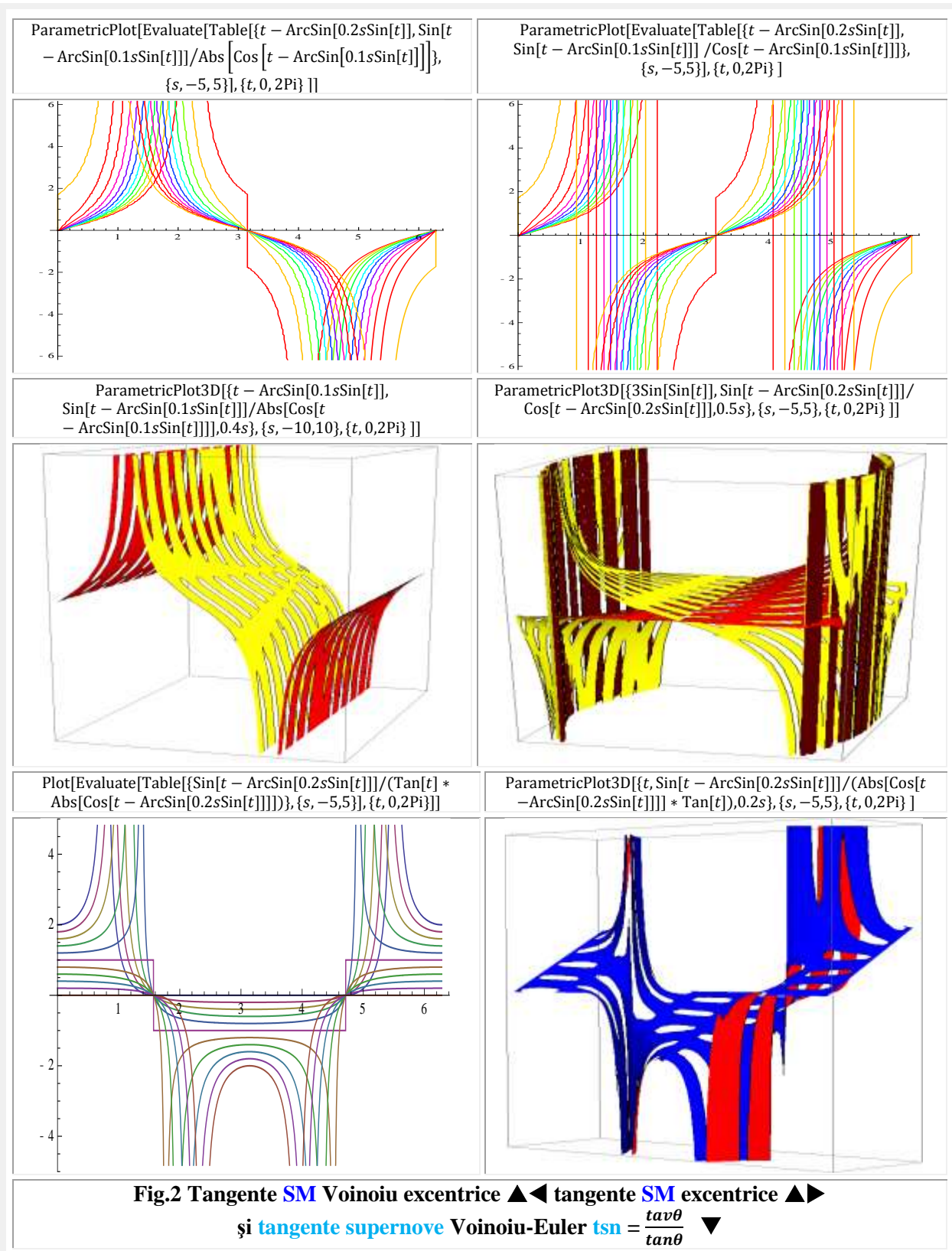
Tangentele supernove se pot obține în foarte multe moduri. În **figura 2** ◀, prin ecuații parametrice, au fost exprimate funcțiile supermatematice excentrice **Voinoiu** în **2D** ▲ și în **3D** ▼:

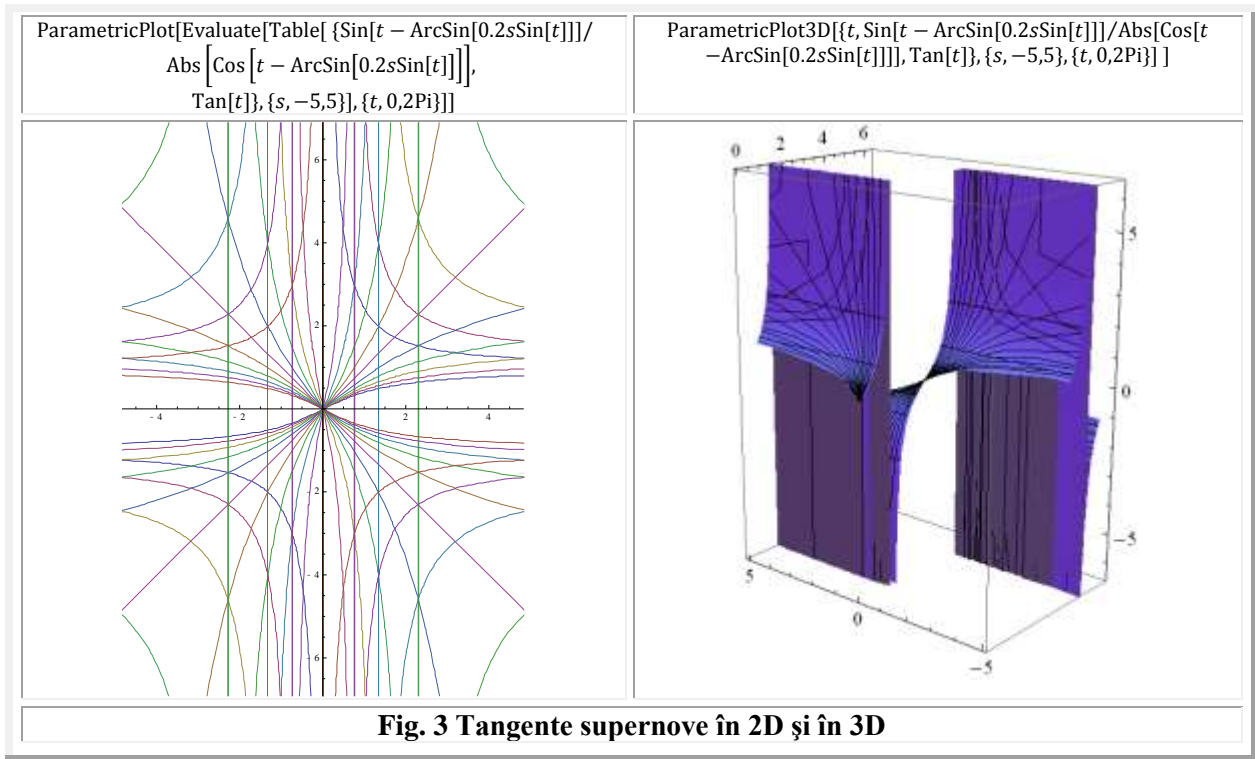
$$(2) \quad \begin{cases} x = aex\theta = \theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)] \\ y = texv\theta = \frac{sex\theta}{Abs[cex\theta]} = \frac{\sin\{\theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]\}}{Abs[\cos\{\theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]\}]} \end{cases}$$

în care $aex\theta$ este **funcția supermatematică circulară excentrică (FSM–CE)** denumită amplitudine excentrică, funcția deosebit de importantă care face trecerea din domeniul **matematicii centrice (MC)** în cel al **matematicii excentric (ME)**, punând astfel “*piatra de temelie*” a **supermatematicii (SM)**.

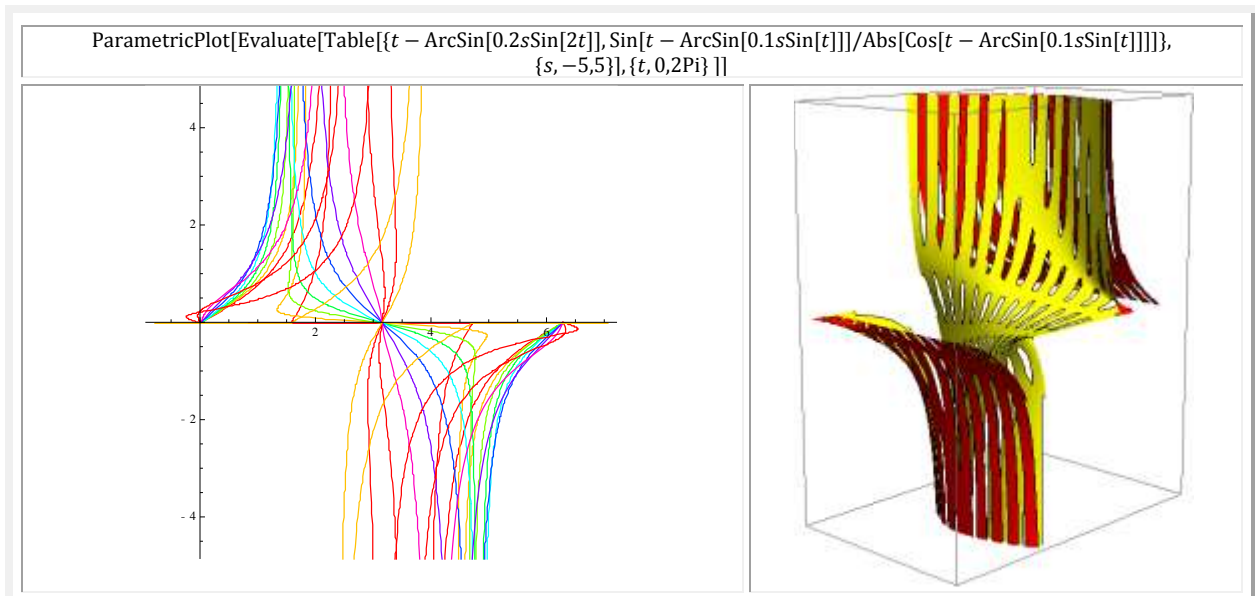
Tangente diverse			Tabelul 1
DENUMIREA TANGENTEI	NOTAȚIA	GRAFICELE FUNCȚIILOR	
CU GRAFICE UNICE (S ≡ 0 → s = 0)			
Euler	$tg\alpha \equiv \tan\alpha$		
Voinoiu	$tgva \equiv \tan v\alpha$		
CU GRAFICE MULTIPLE (S ≠ 0 → s = [-1, +1])			
Șelariu de θ	$tex\theta$		
Șelariu de α	$Tex\alpha$		

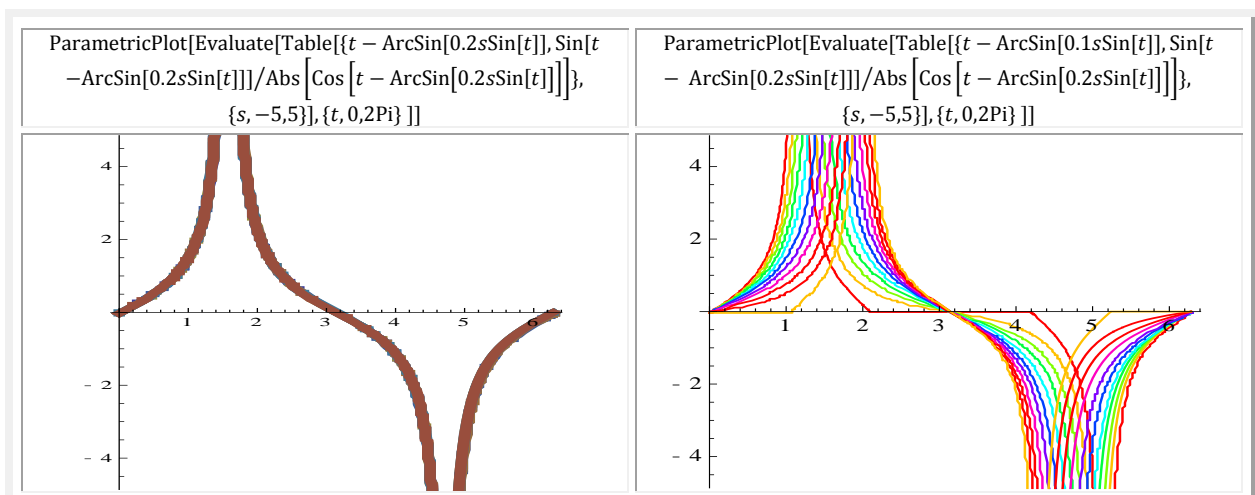
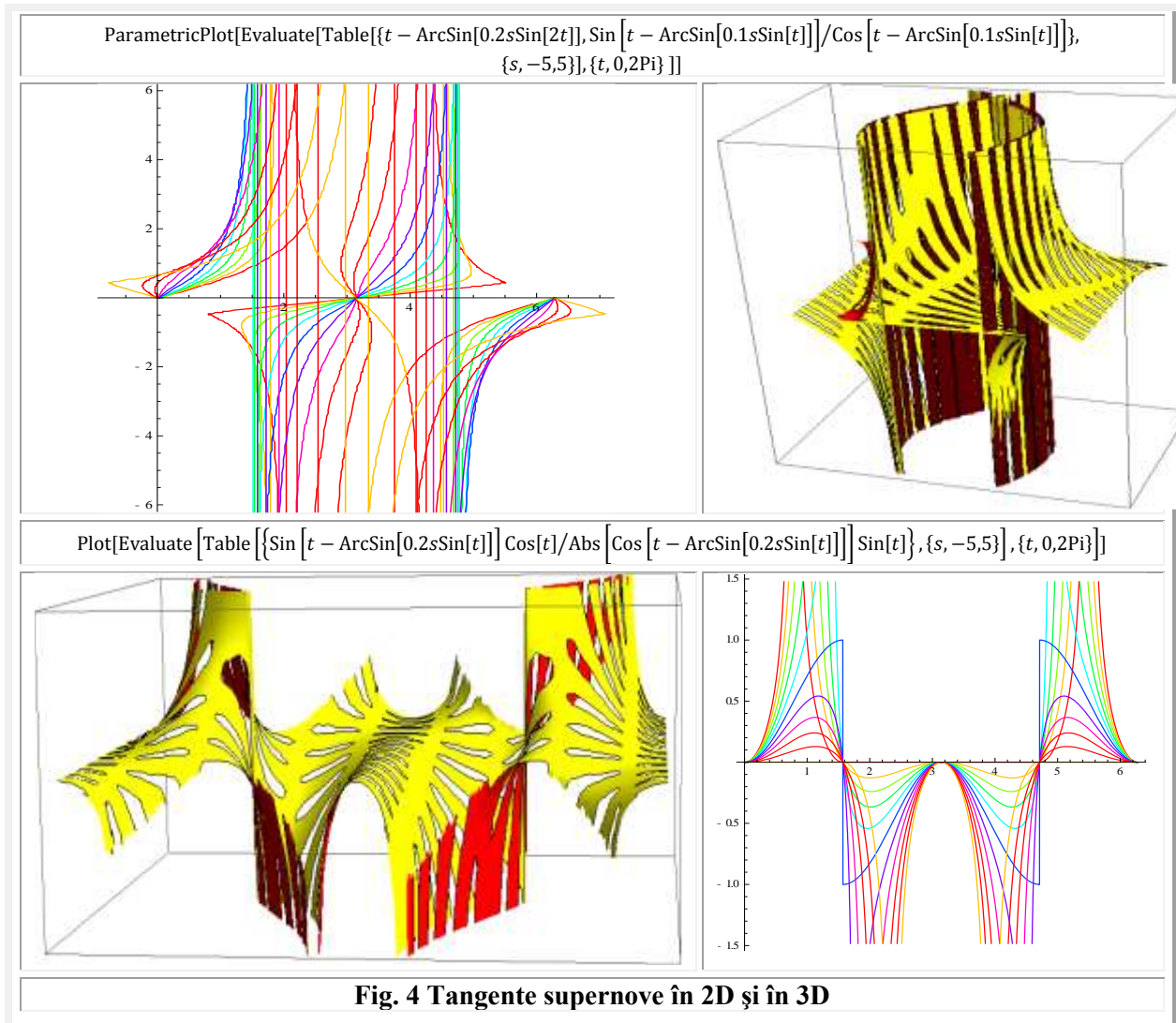


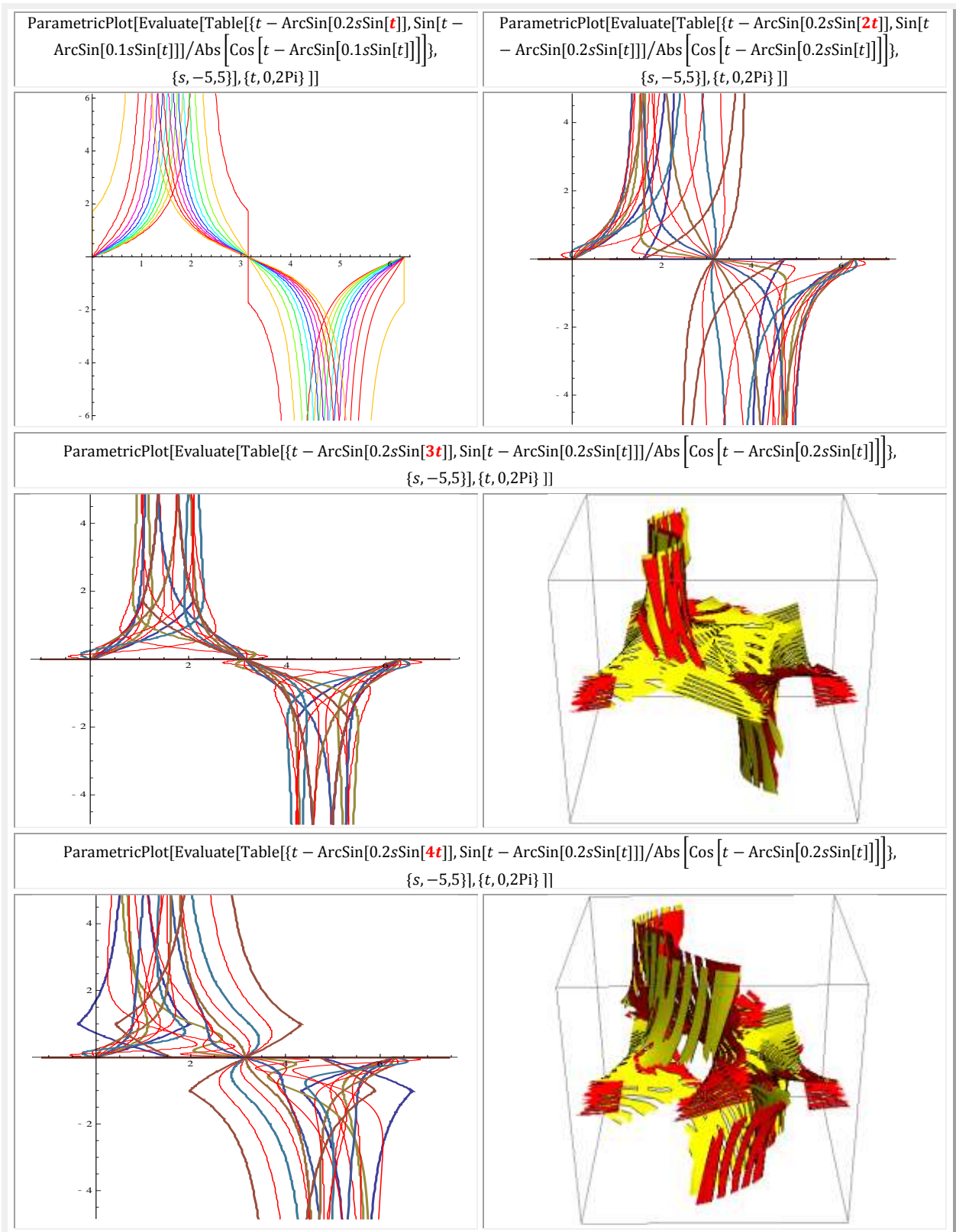


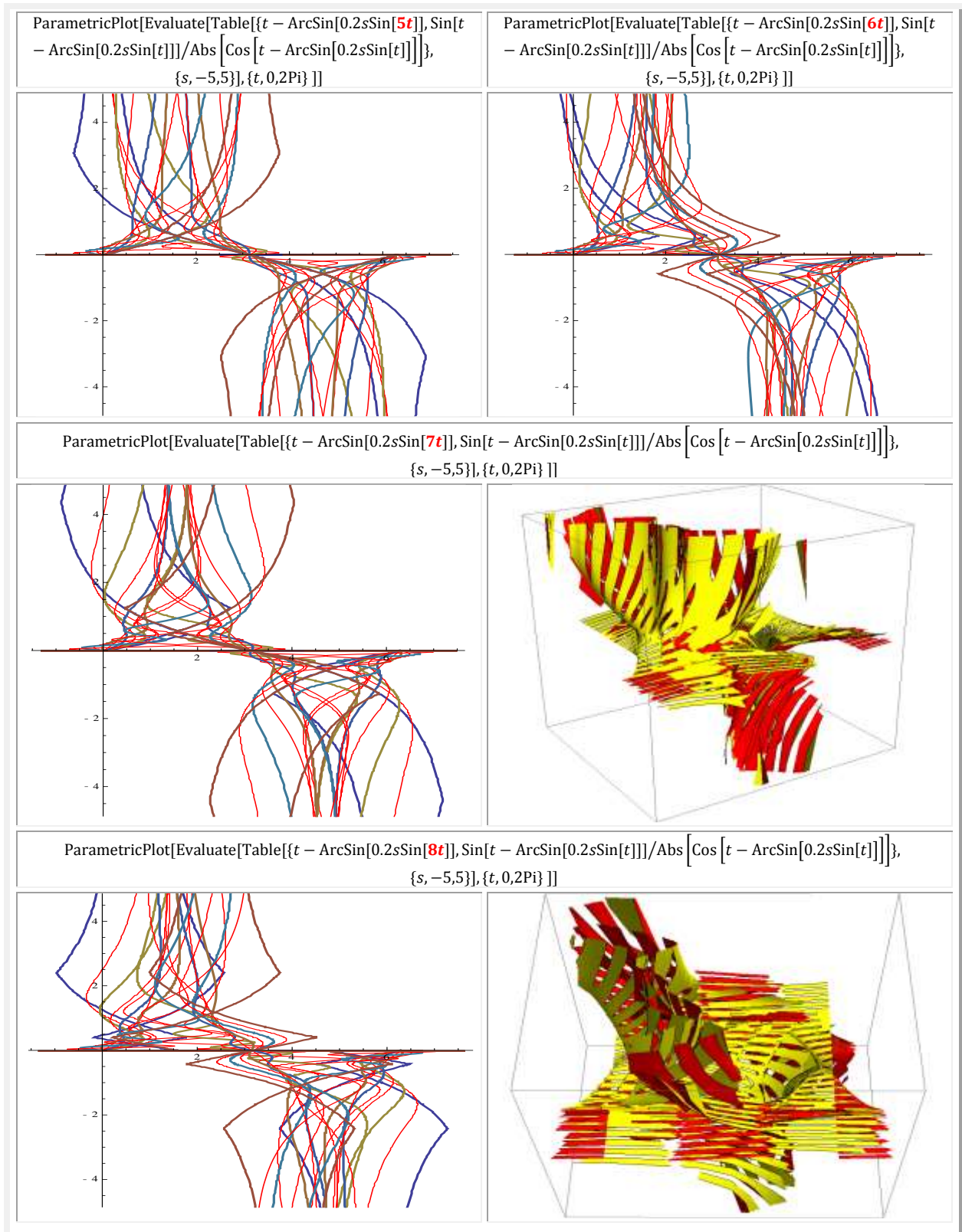


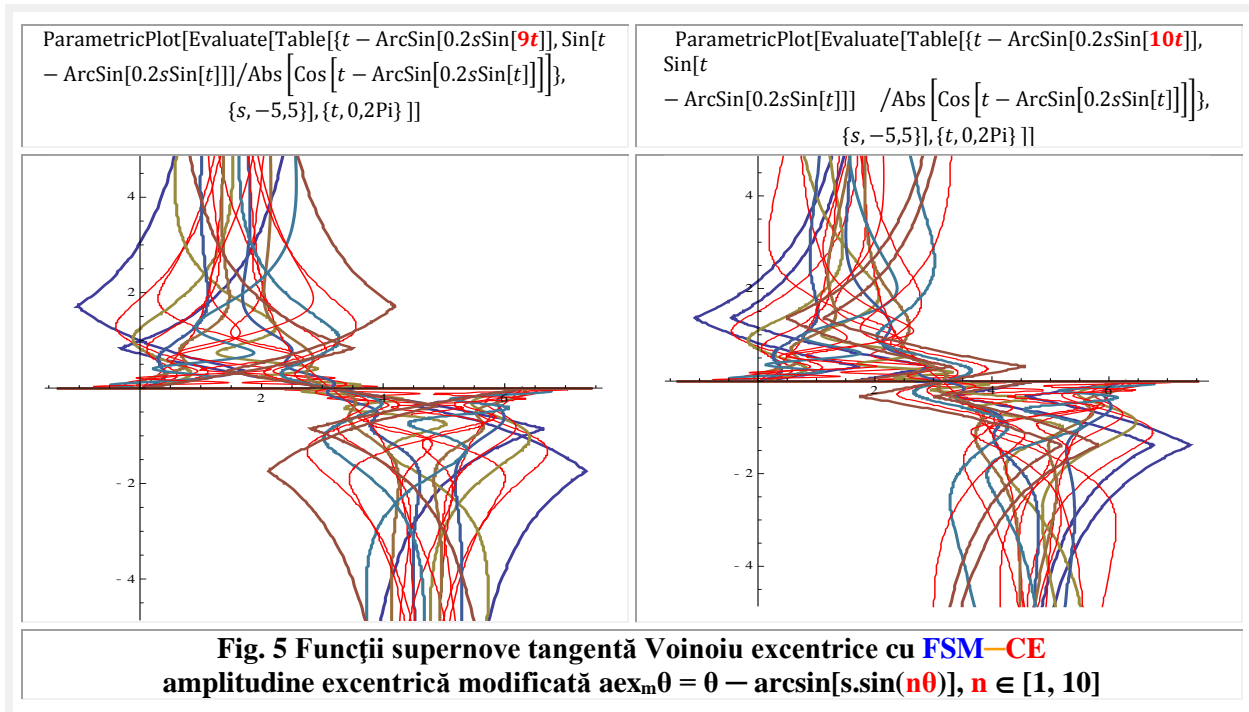
În dreapta (►) **figurii 2** sunt prezentate tangentele excentrice ($\text{tex}\theta = \frac{\text{sex}\theta}{\text{cex}\theta}$) **SM** ordinare, devenite deja clasice. Drept funcții supernove (**FSN**) pot fi considerate rapoartele dintre funcțiile **Voinoiu** excentrice și **FSM-CE** tangenta ordinară centrică (**Fig. 2 ▼**). A rămas deschisă problema denumirii acestora. Fiind o combinație (raport) dintre funcțiile Voinoiu excentrice și cele centrice Euler, le vom denumi **FSN** tangente Voinoiu-Euler.







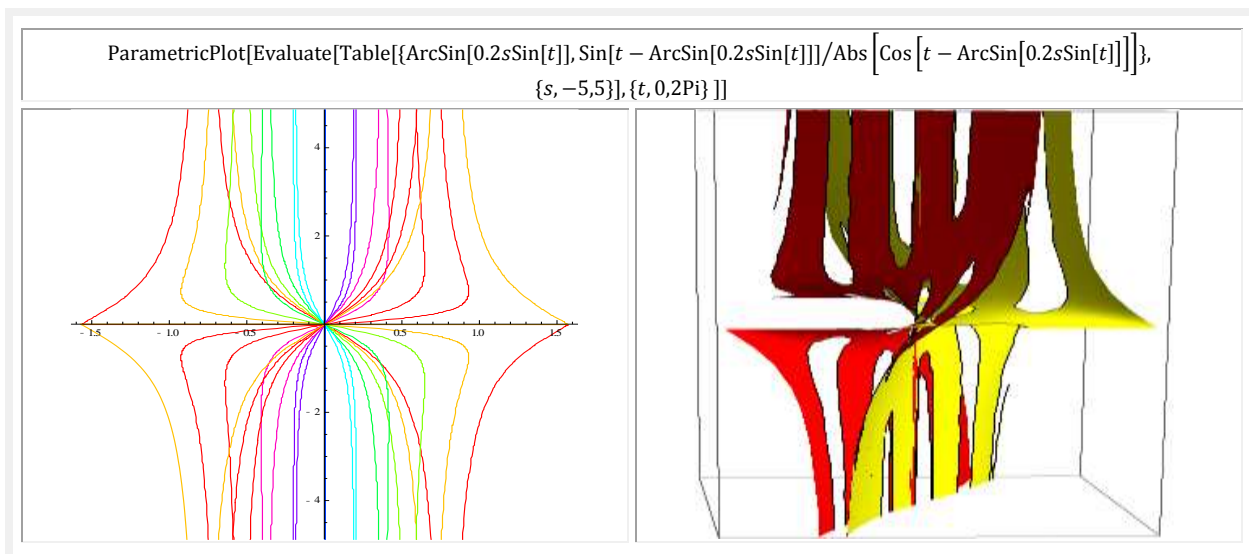


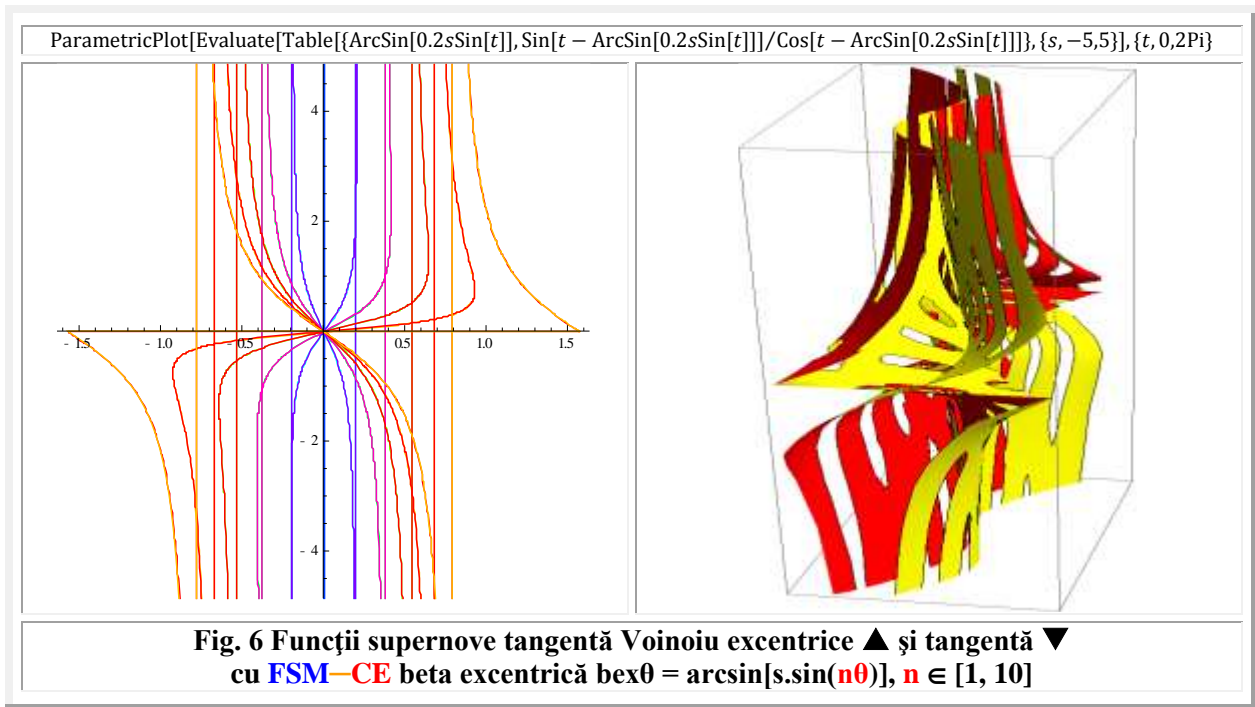


În figura 5 sunt ilustrate familiile de curbe ale funcțiilor supernove în ecuații parametrice în care x este funcția amplitudine axcentrică modificată, prin beta excentrică modificată, iar y este funcția **supermatematică circulară excentrică (FSM-CE)** tangentă excentrică Voinoiu, adică :

$$(3) \quad \begin{cases} x = aex_m\theta = \theta - bex_m\theta = \theta - \arcsin[s.\sin(n\theta)] \\ y = texv\theta = \frac{sex\theta}{Abs[cex\theta]} = \frac{\sin\{\theta - \arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)]\}}{Abs[cex\theta]} = \frac{\sin\{\theta - \arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)]\}}{Abs[\cos\{\theta - \arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)]\}]} \end{cases}$$

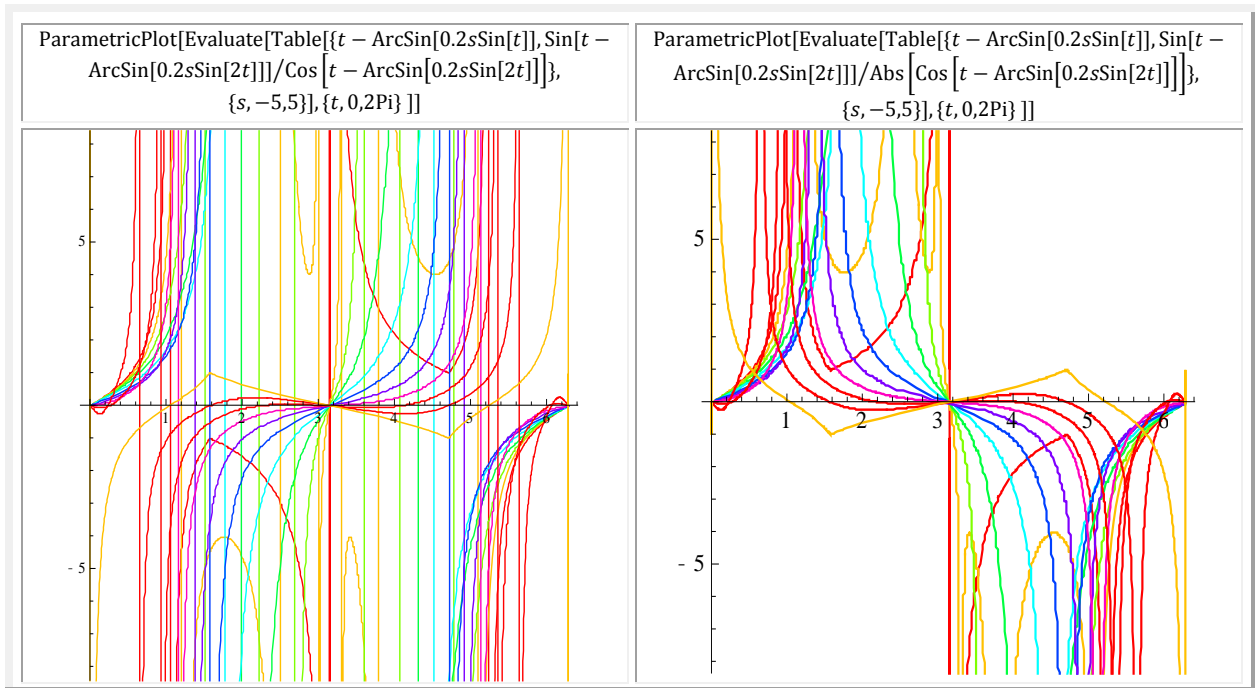
Scopul prezentării este de a evidenția diversitatea, complexitatea și, de ce nu, frumusețea acestora, “de gustibus non est disputandum”.

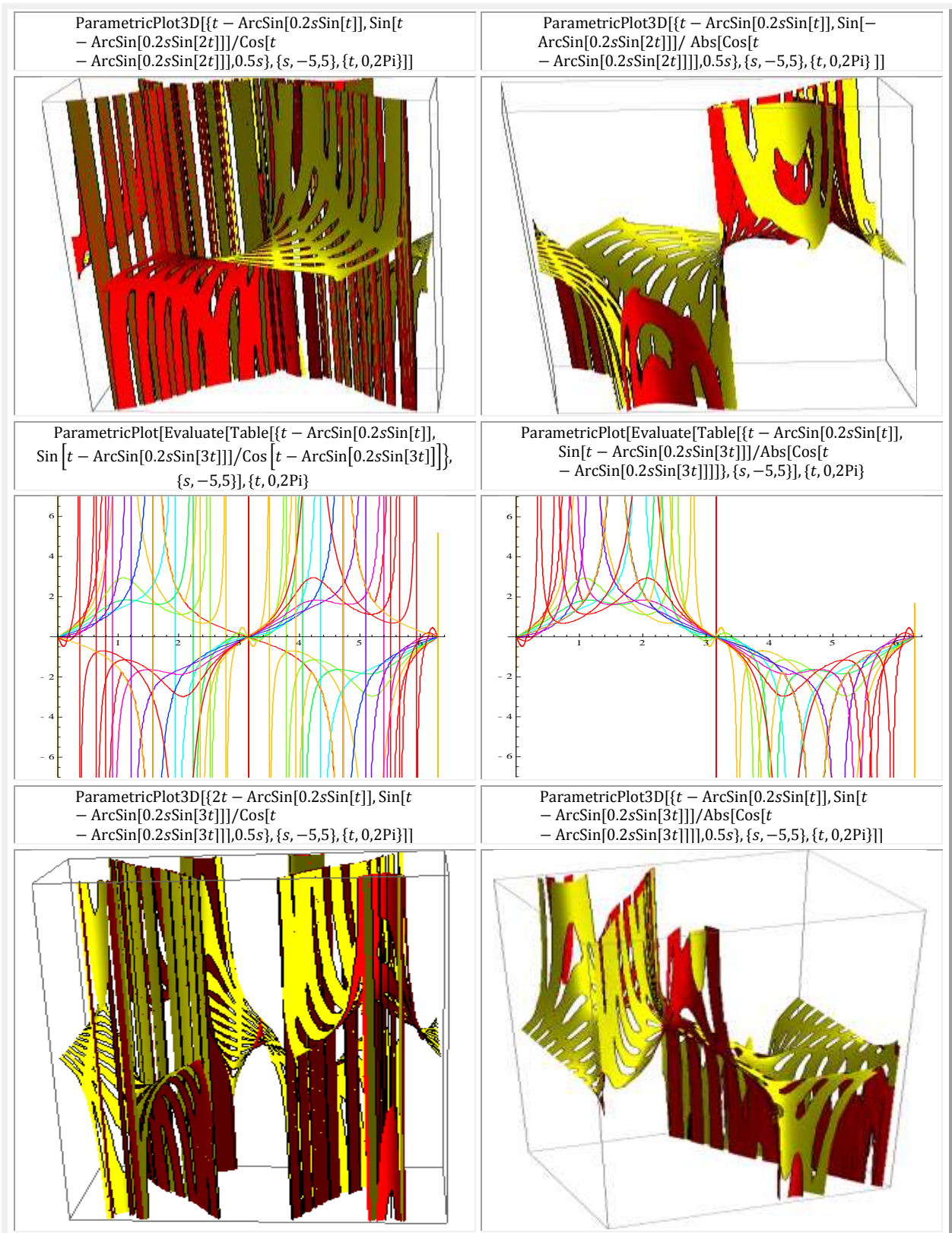


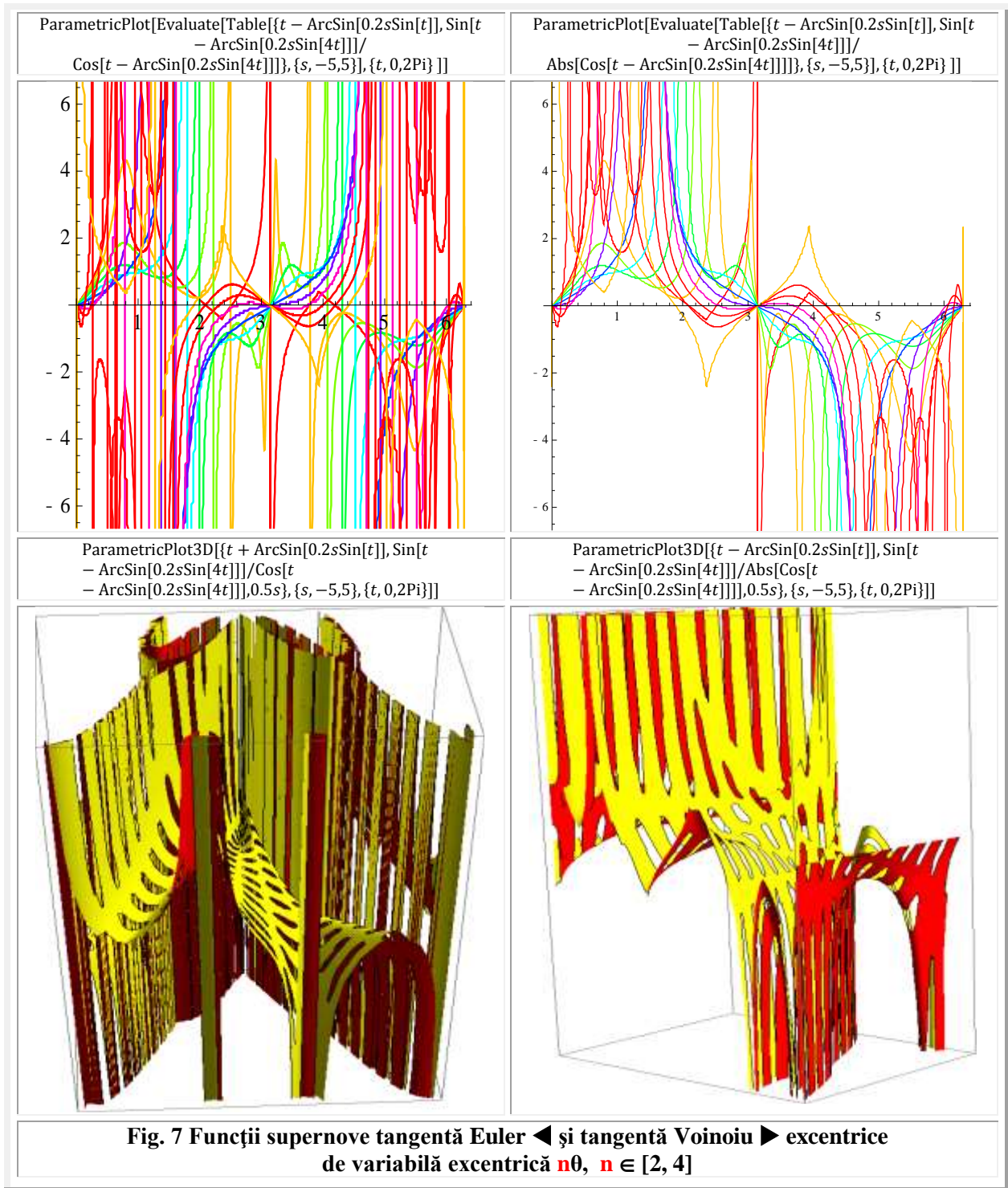


În figura 6 **FSM-CE** $aex\theta$ a fost înlocuită cu $bex\theta$, sus ▲, iar jos ▼ $texv$ a fost înlocuită cu tangenta centrică ($tg\theta \equiv \tan\theta = \sin\theta / \cos\theta$).

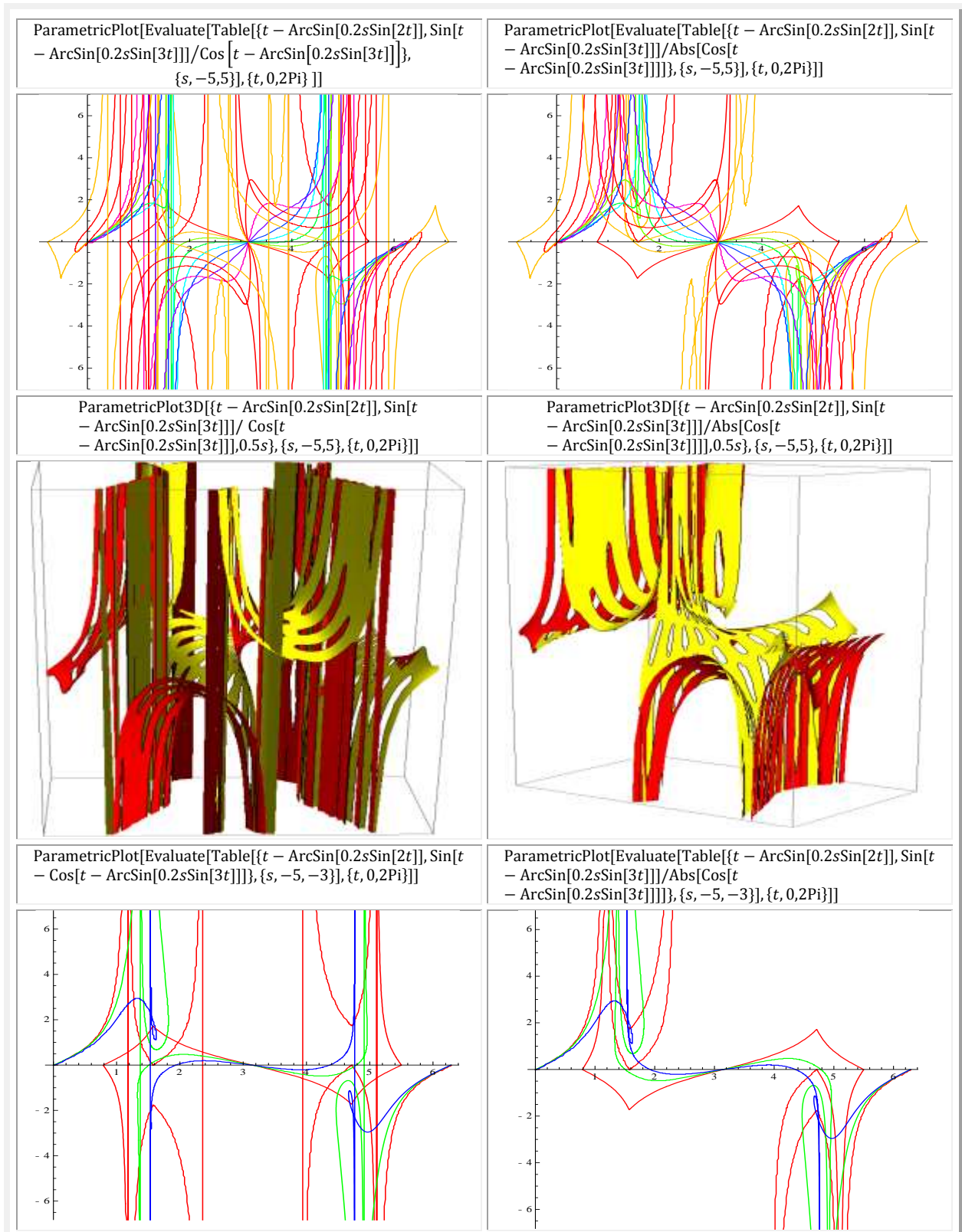
Înlocuind tangentele excentrice **Euler** ◀ și pe cele **Voinoiu** ▶ de variabilă excentrică θ cu funcții de arc multiplu dublu, triplu ș.a. se obțin funcțiile supernove din figura 7.

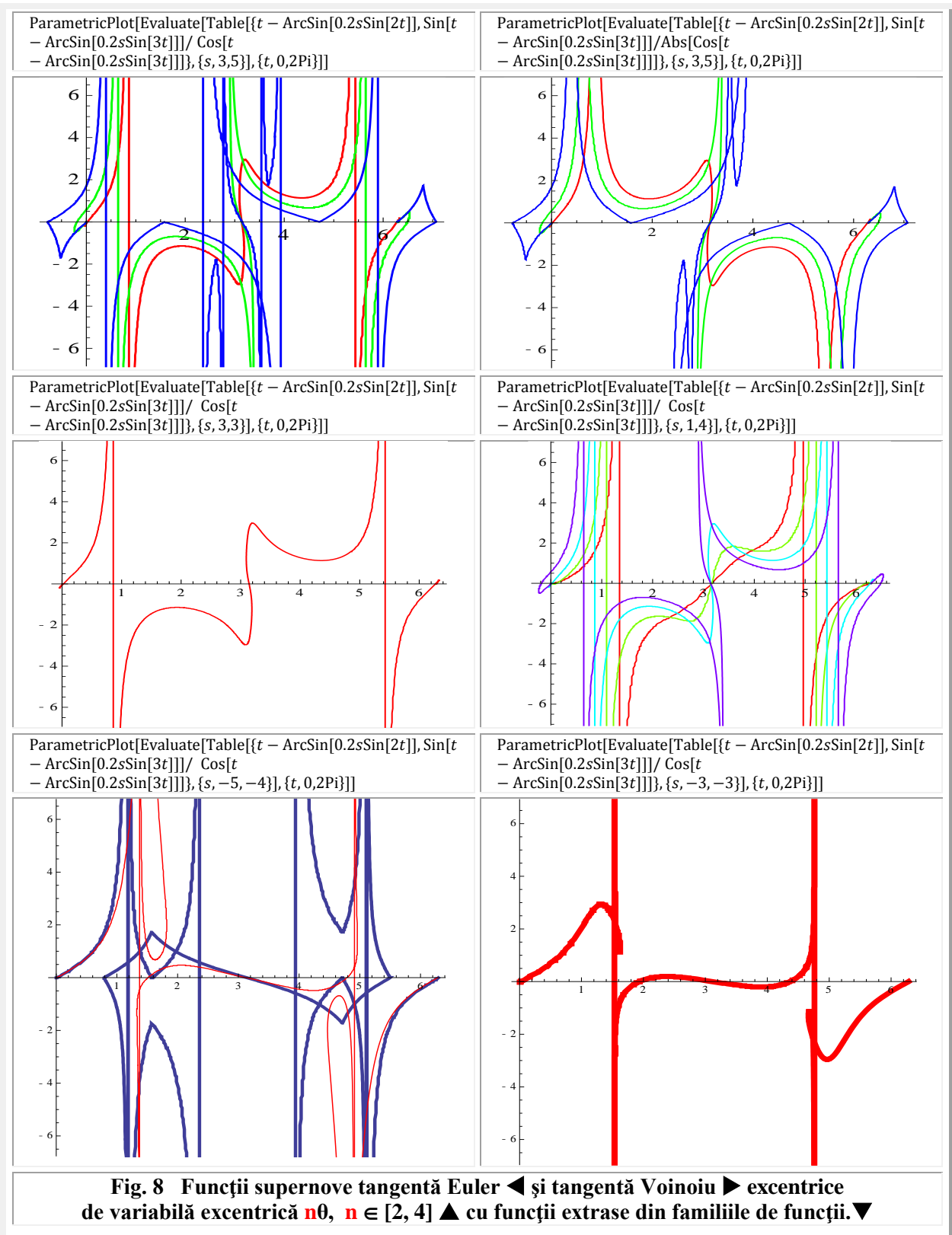






Considerând și funcția $x = aex^{n\theta}$, $n = 2, 3$ se obțin familiile de funcțiile supernove din **figura 8**. Pentru a evidenția originalitatea, complexitatea și, uneori, frumusețea unor funcții supernove, au fost extrase câteva din mulțimea familiilor de funcții și prezentate în partea a doua / jos ▼ a **figurii 8**.





Motto: " *Matematician nu este cel ce știe matematică, ci cel ce creează matematică.* "

Gr. C. Moisil

CAPITOLUL XII

FUNȚII SUPERNOVE CU COSINUSURI ȘI SINUSURI SUPERMATEMATICE

1 INTRODUCERE

Aceste funcții pot fi realizate cu ajutorul **funcțiilor supermatematice (FSM) circulare centrice (CC: cosa și sina)** sau **circulare excentrice** propriu-zise de variabilă excentrică (**CE : $\text{cex}\theta$ și $\text{sex}\theta$**) sau de variabilă centrică (**Cex α și Sex α**), precum și cu ajutorul **FSM** elevate (**EL: $\text{cel}\theta$ și $\text{sel}\theta$ sau Cex α și Sex α**) sau exotice (**FSM-Ex : $\text{cexo}\theta$, $\text{sexo}\theta$ sau Cex α și Sex α**) dar și din combinarea acestora și reprezentarea lor în ecuații parametrice.

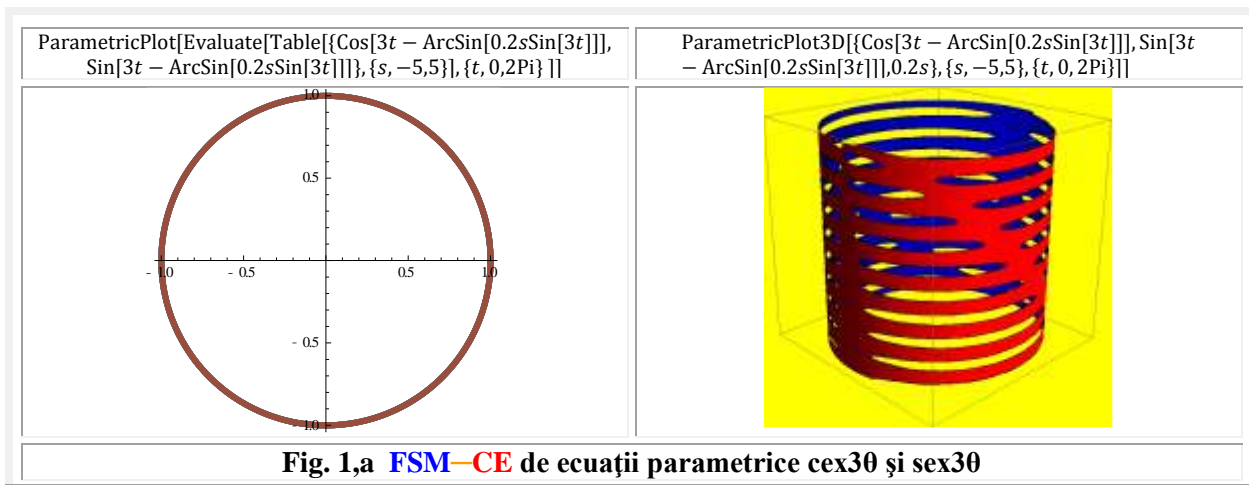
Dacă ne referim la **FSM-CE** în care x și y sunt funcții de același arc (**$m = n$**), de exemplu θ :

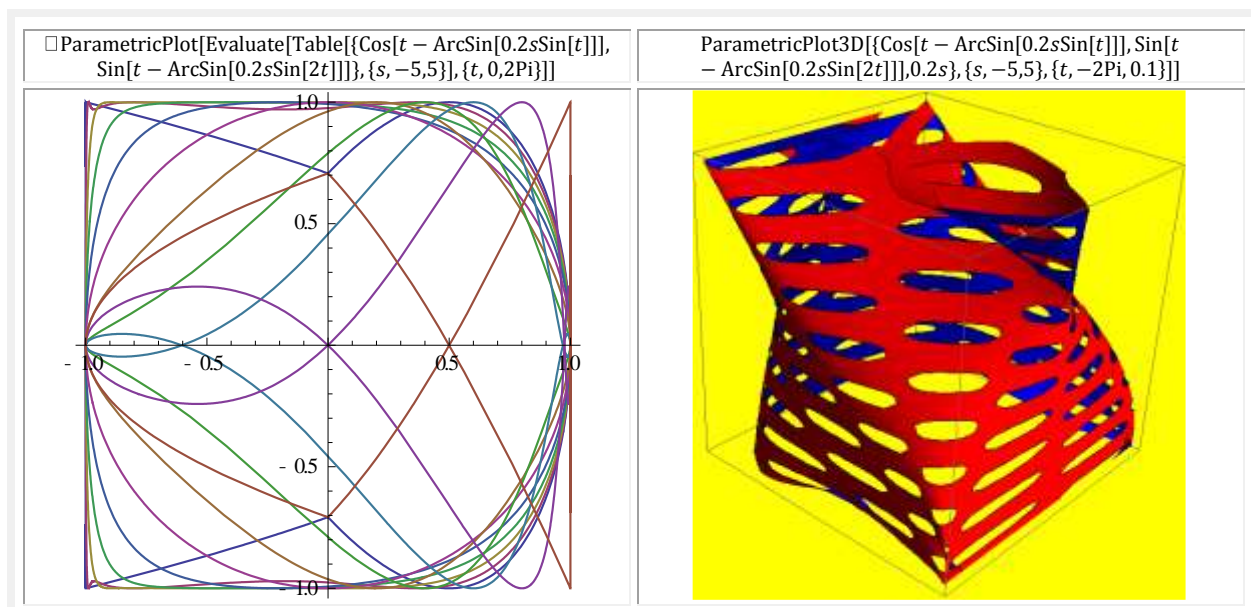
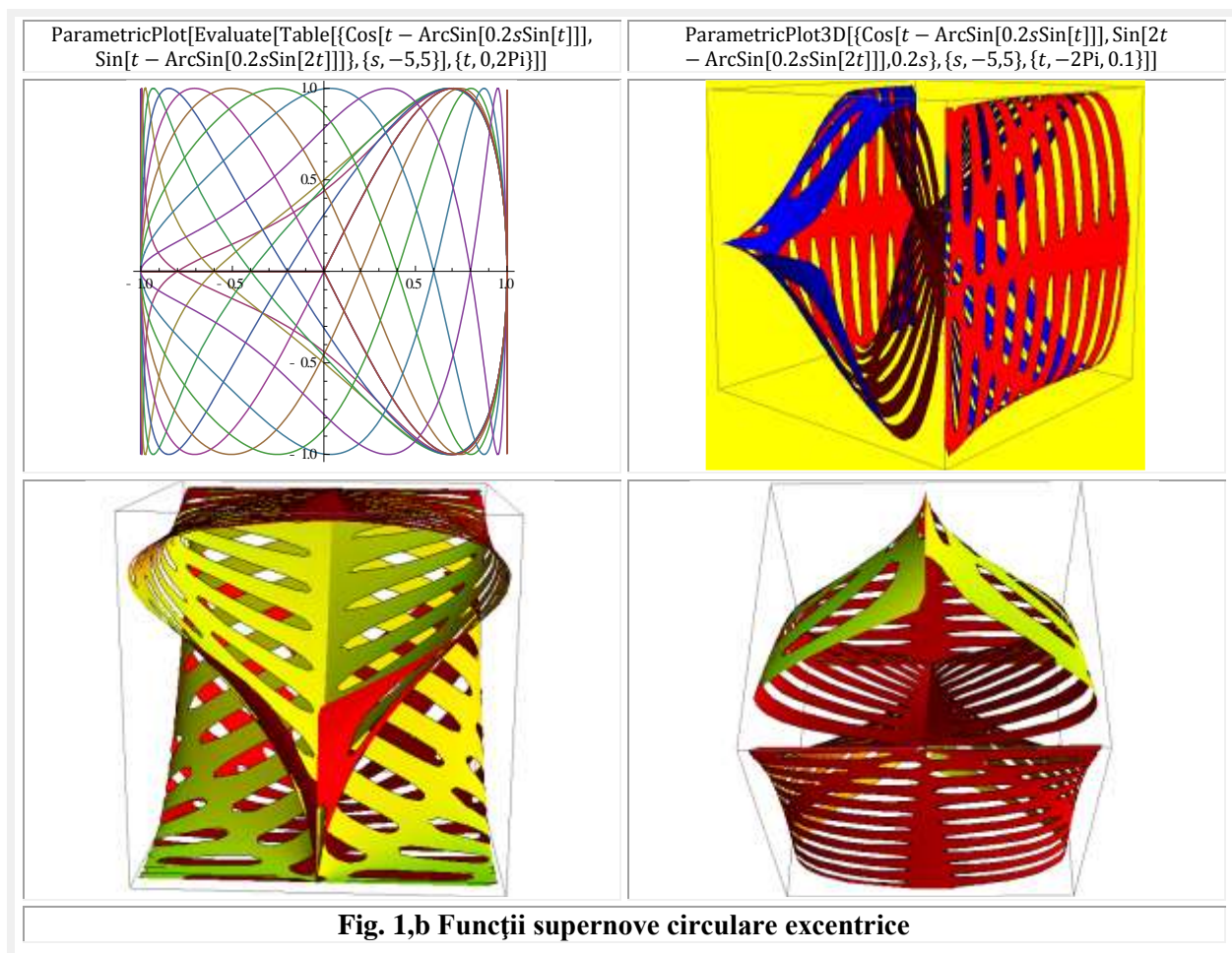
$$(1) \begin{cases} x = \text{cex}m\theta \\ y = \text{sex}n\theta \end{cases}$$

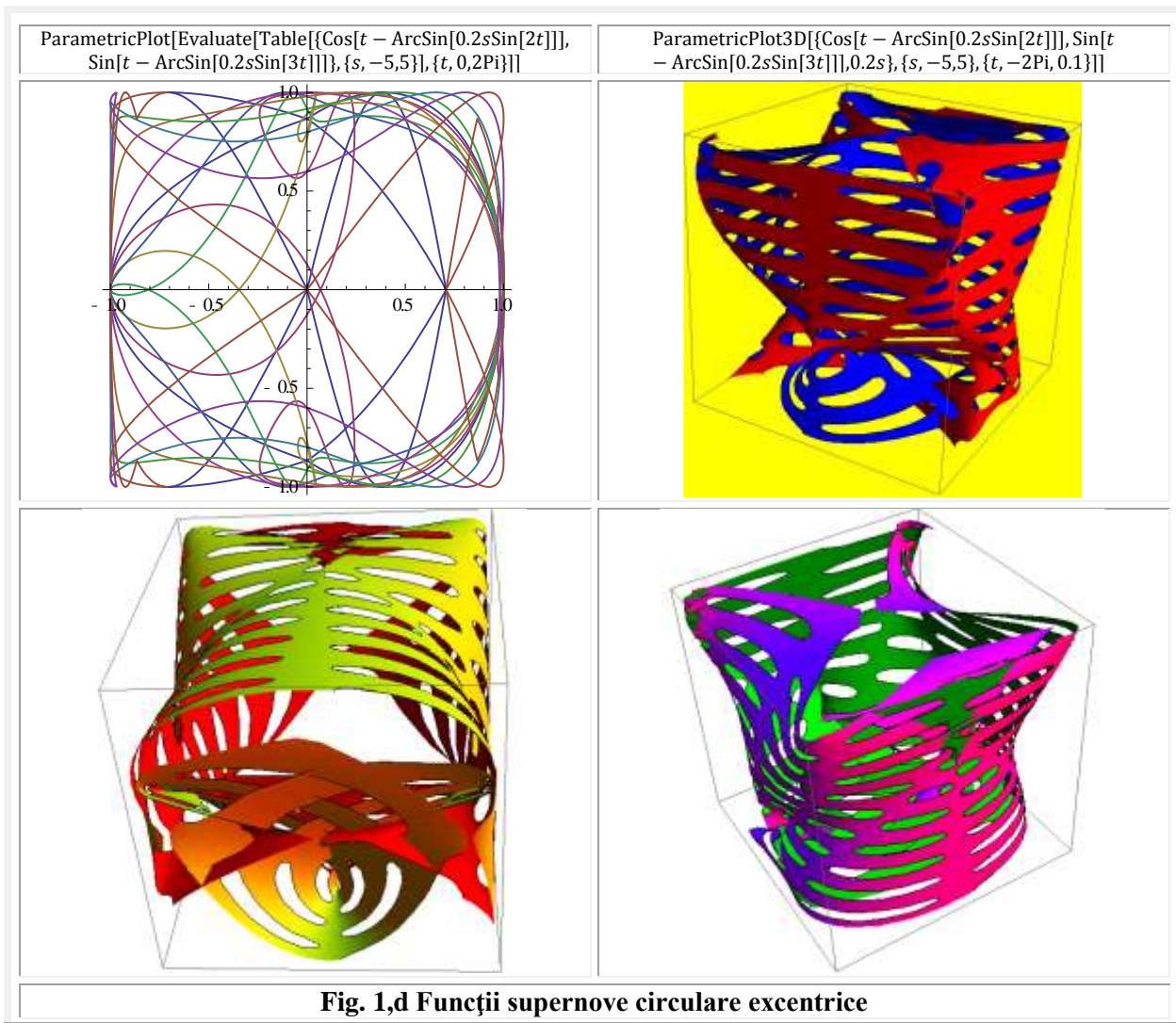
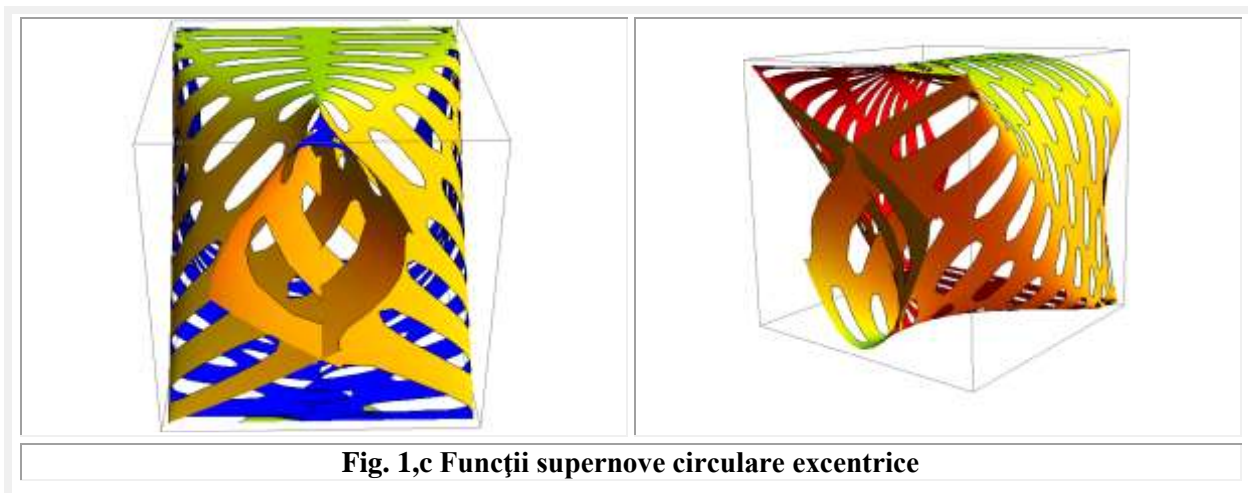
atunci în spațiul bidimensional **2D** reprezintă un cerc, indiferent de excentricitatea numerică s , iar în spațiu treidimensional **3D** un cilindru (**Fig. 1,a**).

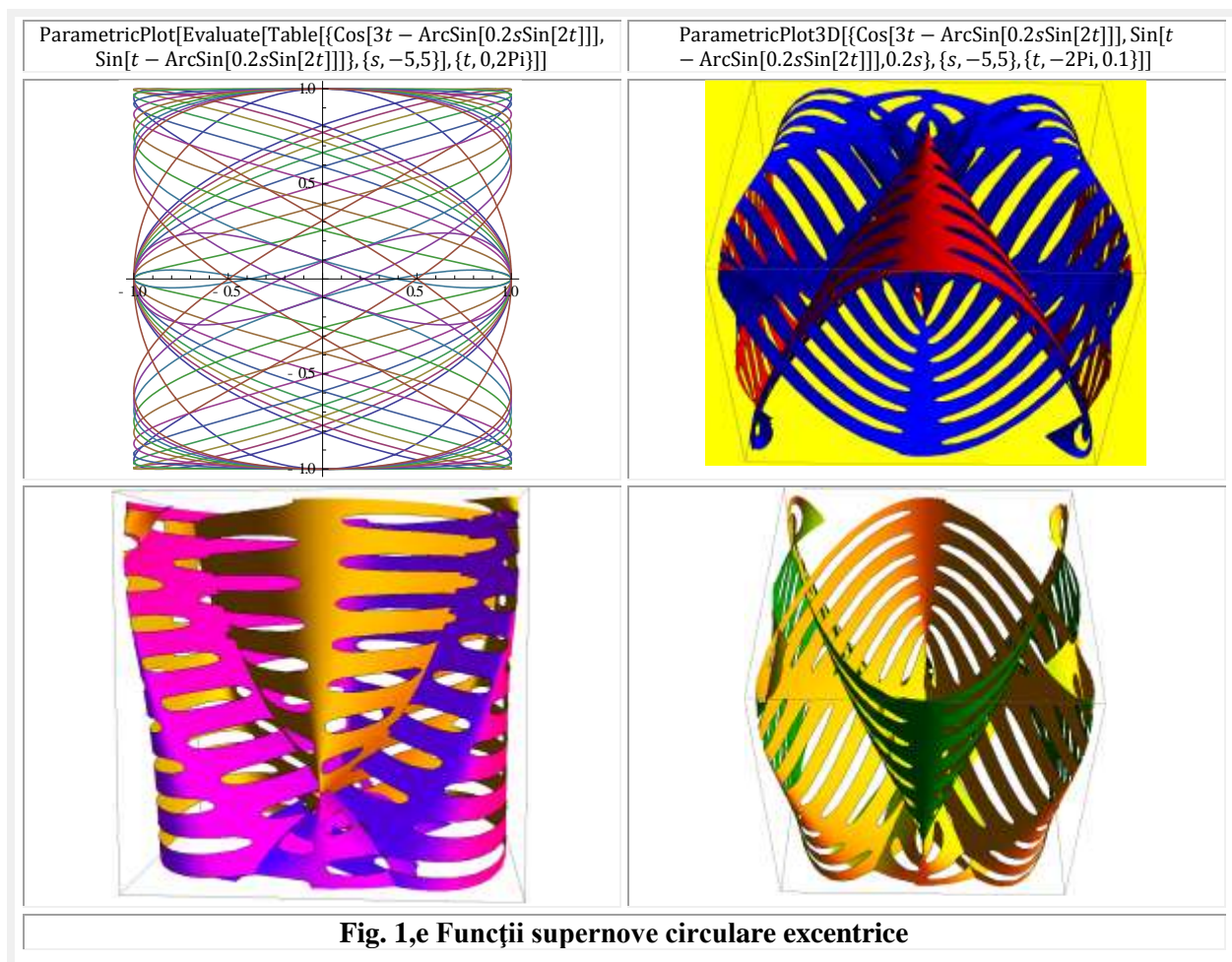
Dacă în expresia / ecuația lui x variabila este θ , iar în y este 2θ (**Fig 1,b**), adică **$m \neq n$** , atunci situația se schimbă radical și este redată în **figura 1,b (3D în 4 vederi)**. Ea demonstrează sensibilitatea foarte ridicată a **funcțiilor supernove (FSN)** la modificarea parametrului. Pentru a întări cele afirmate, au fost reprezentate în **figura 1,c FSM** sinus excentrică modificată $y = \text{sex}_m\theta = \sin[\theta - \arcsin[s \cdot \sin 2\theta]]$ prin modificarea doar a **FSM-CE beta excentrică** $\text{bex}\theta = \arcsin(s \cdot \sin\theta) \rightarrow \text{bex}2\theta = \arcsin(s \cdot \sin 2\theta)$.

Modificări esențiale survin și dacă variabila θ din $y(\theta)$ trece în $y(3\theta)$, așa cum se poate observa în **figura 1,d și în figura 1,e**.

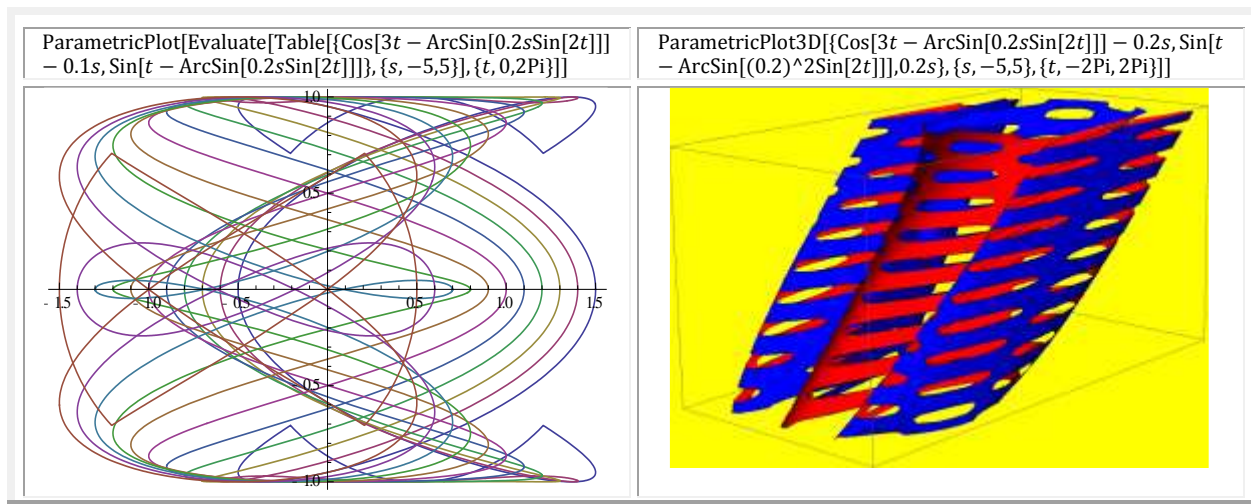


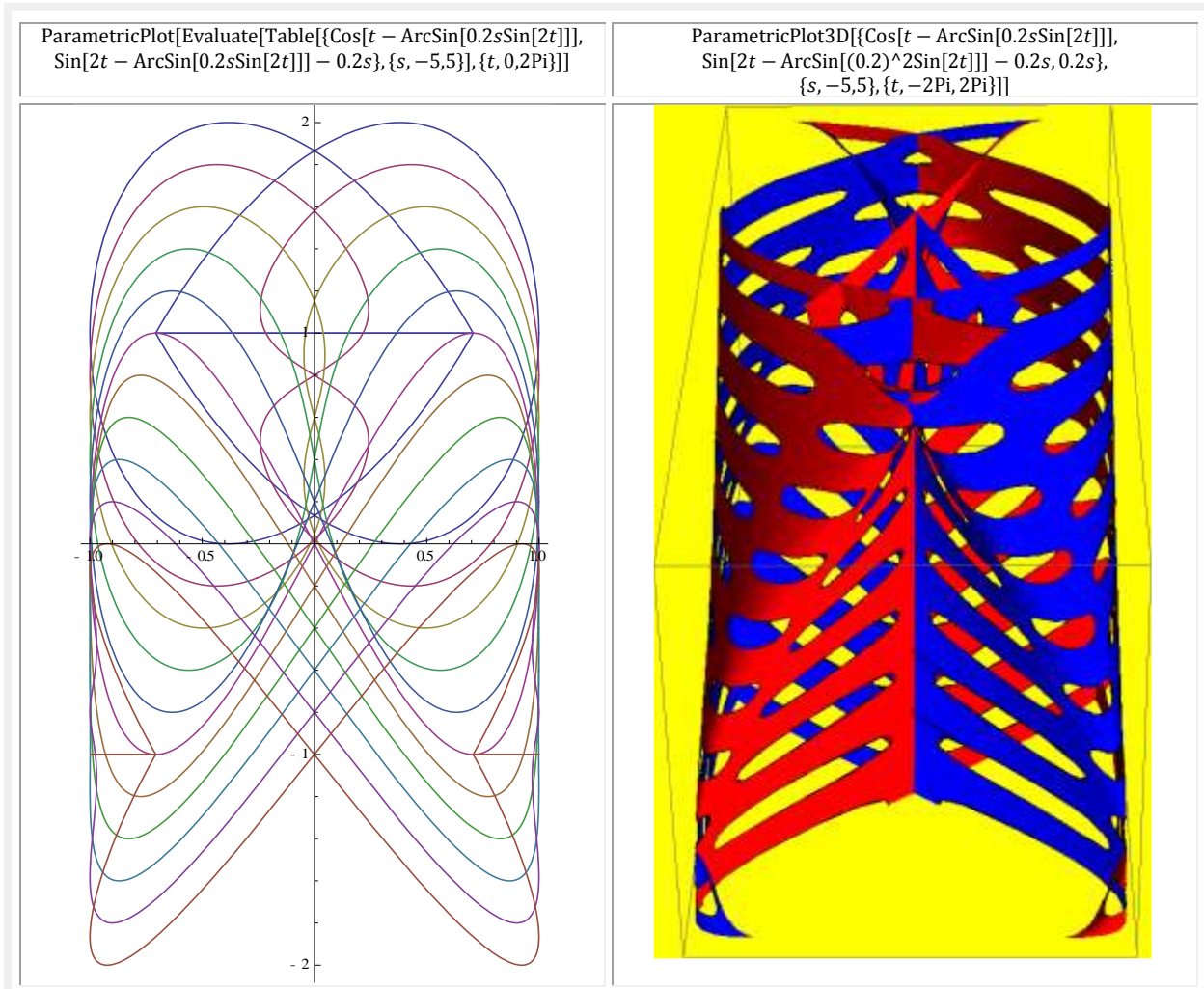
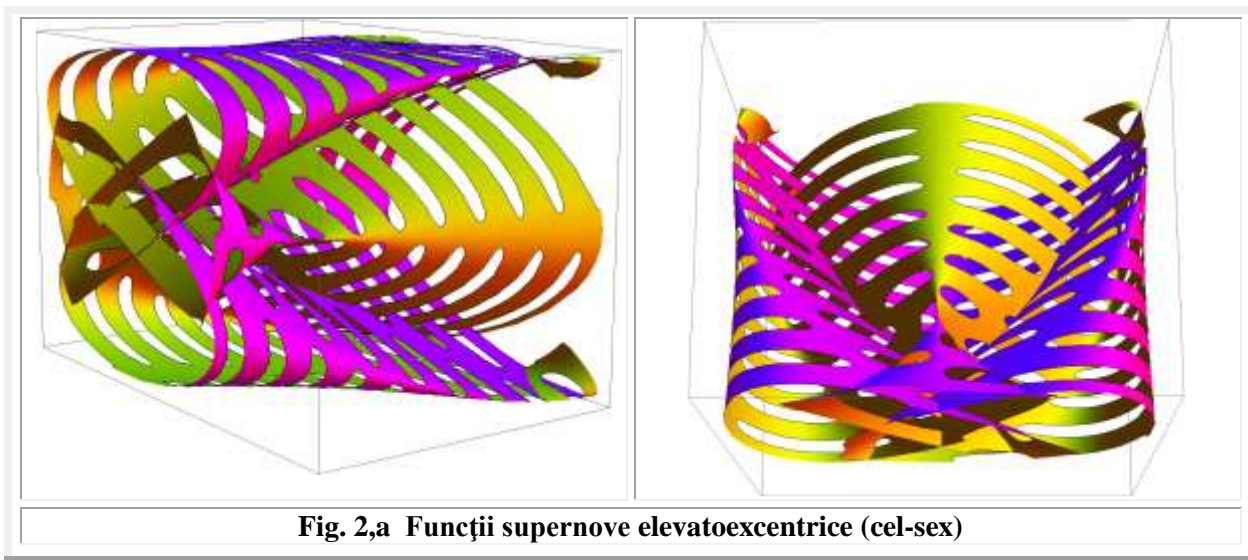


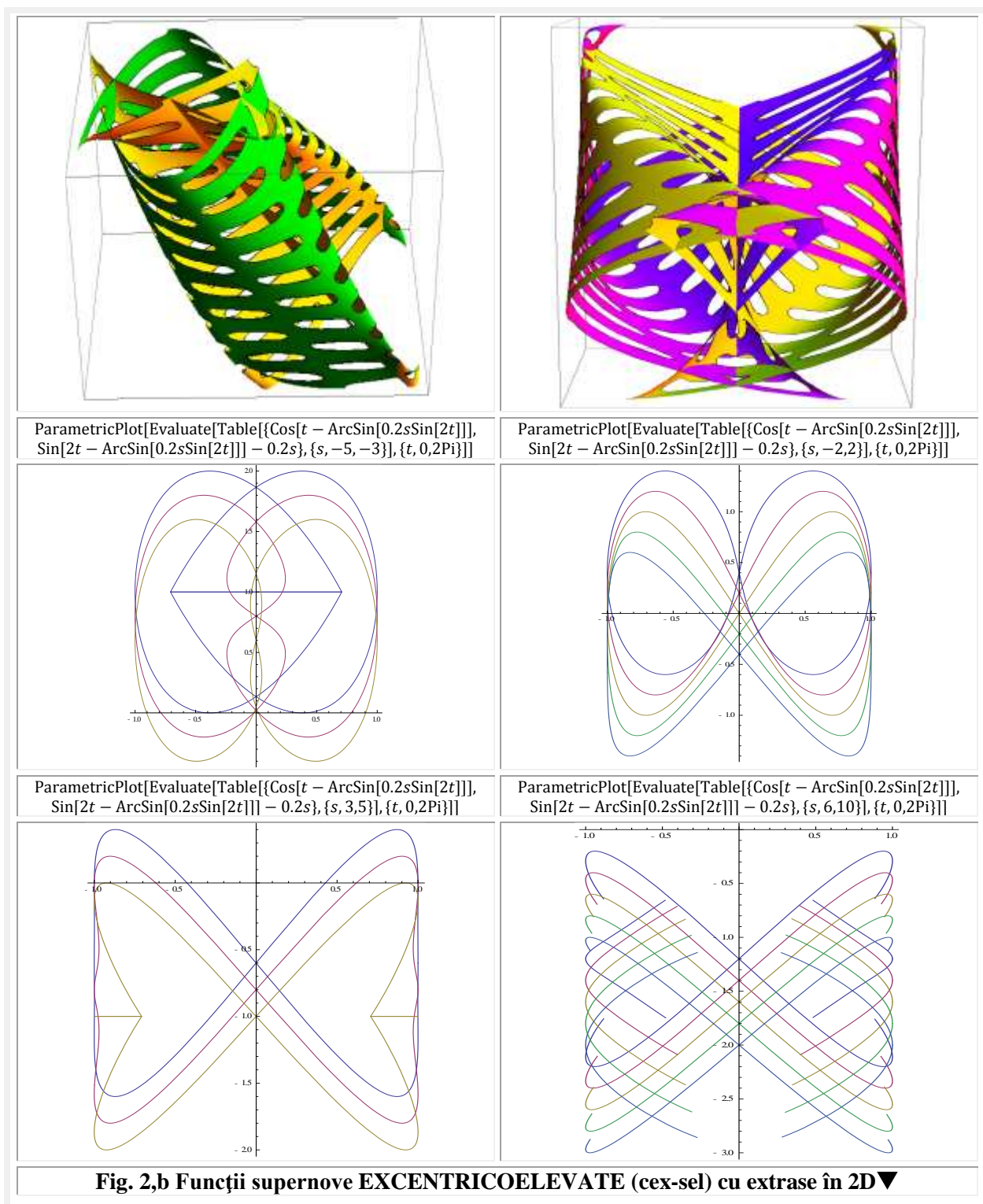




Daca în (1) **FSM-CE** $cexm\theta$ se înlocuiește cu funcția **supermatematică circulară elevată** (**FSM-CEL**) atunci se obțin **FSN** din **figura 2,a**.







În figura 2,b sunt reprezentate funcțiile supernove de cosinus excentric (cex) și de sinus elevat (sel) iar în partea inferioară a figurii sunt extrase unele curbe din reprezentarea inițială $s \in [-1, +1]$ în 2D.

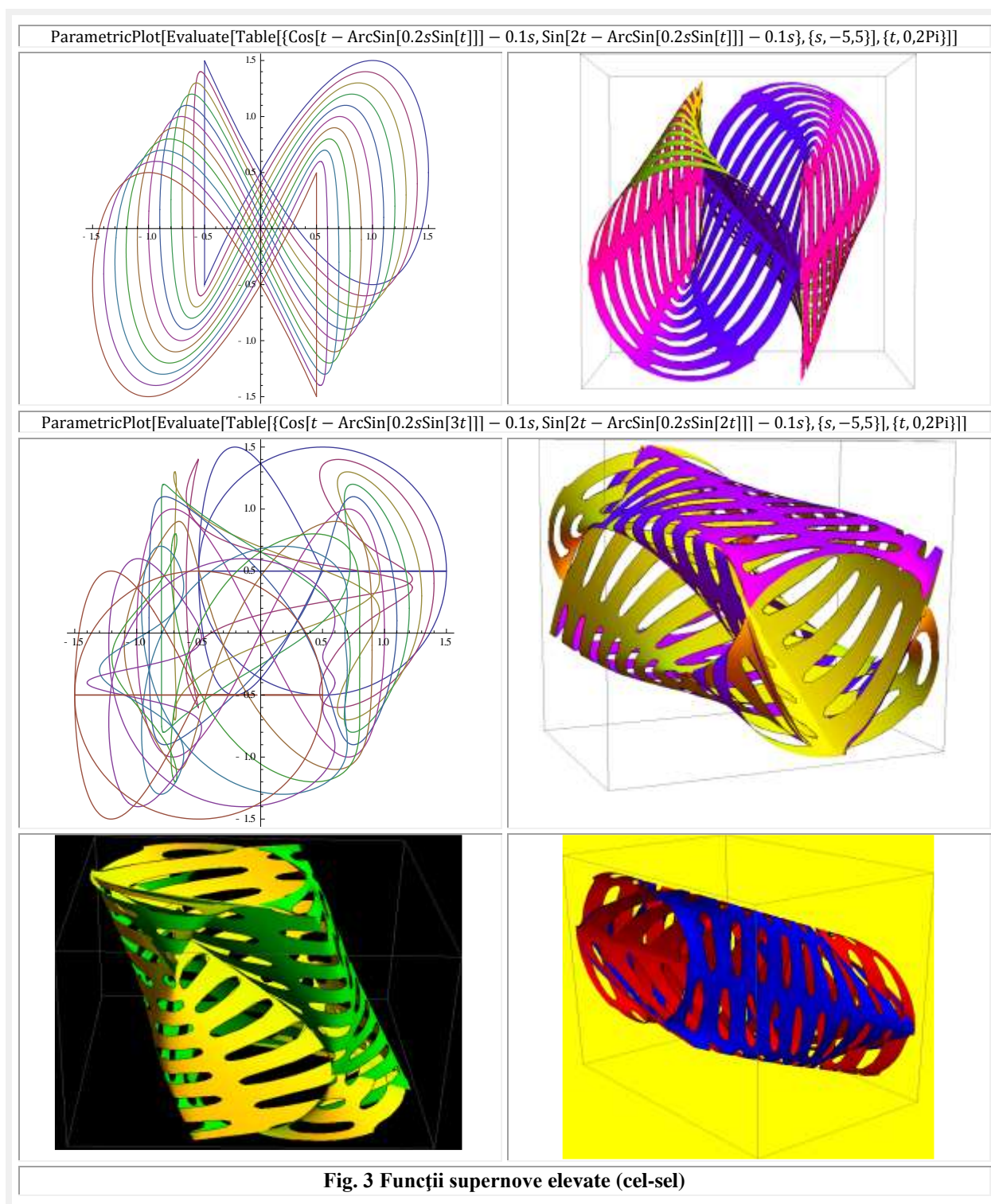


Figura 3 conține graficele funcțiilor supernove din domeniul elevat — cosinus (celθ) și sinus (selθ) elevate — de diverse argumente excentrice θ, iar în **figura 4** ca funcții excentrice de α (Cexα).

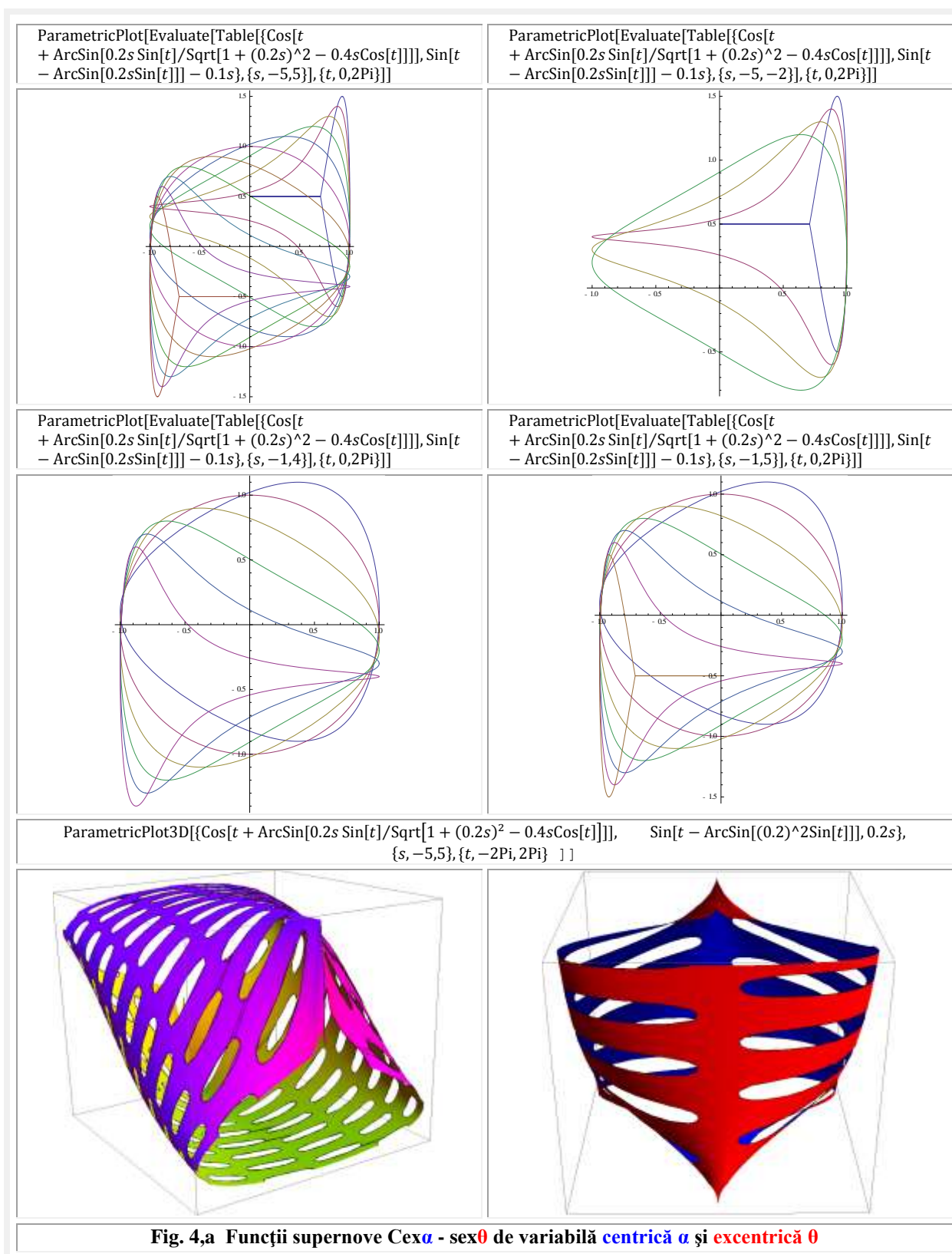


Fig. 4,a Funcții supernove Cexα - sexθ de variabilă centrică α și excentrică θ

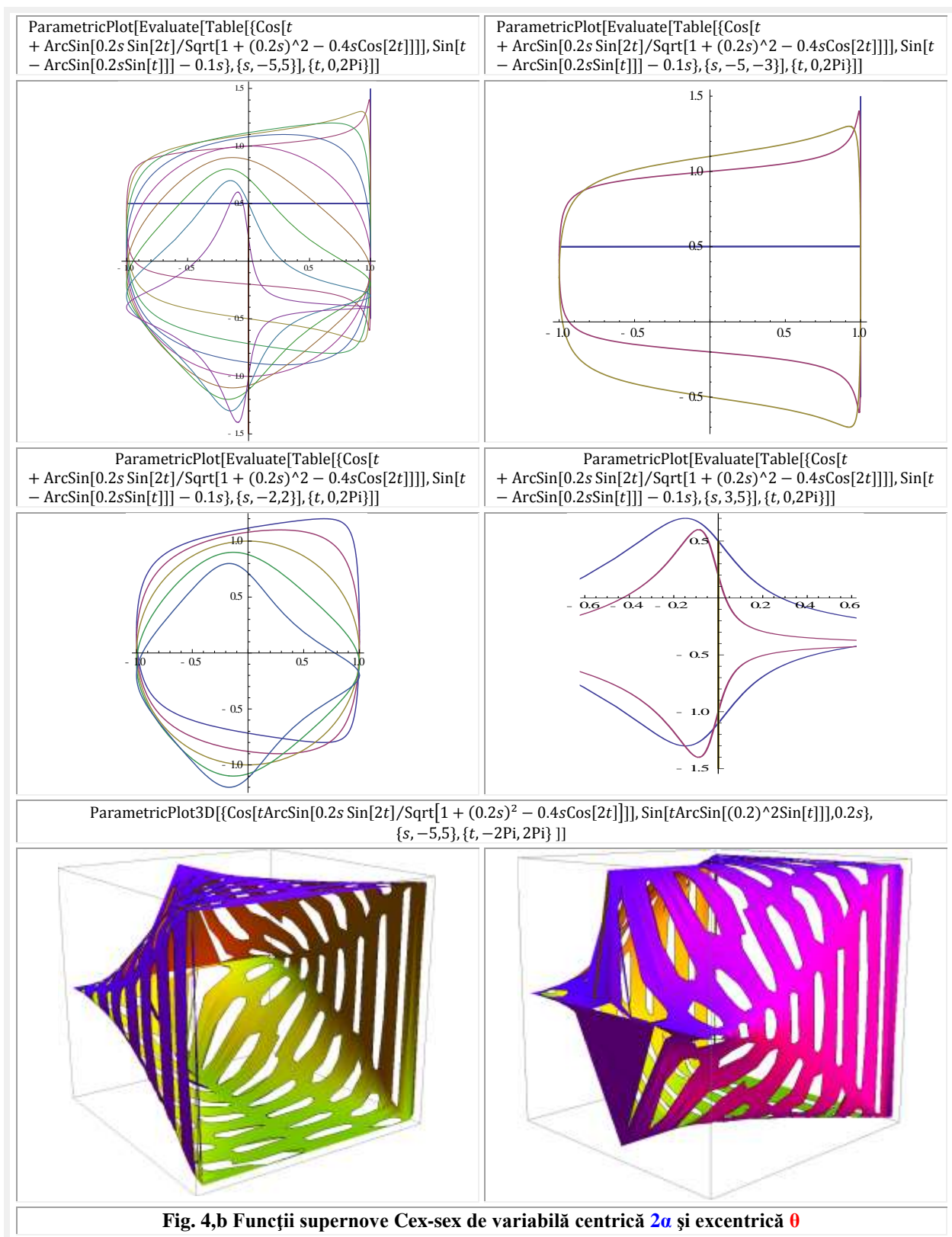
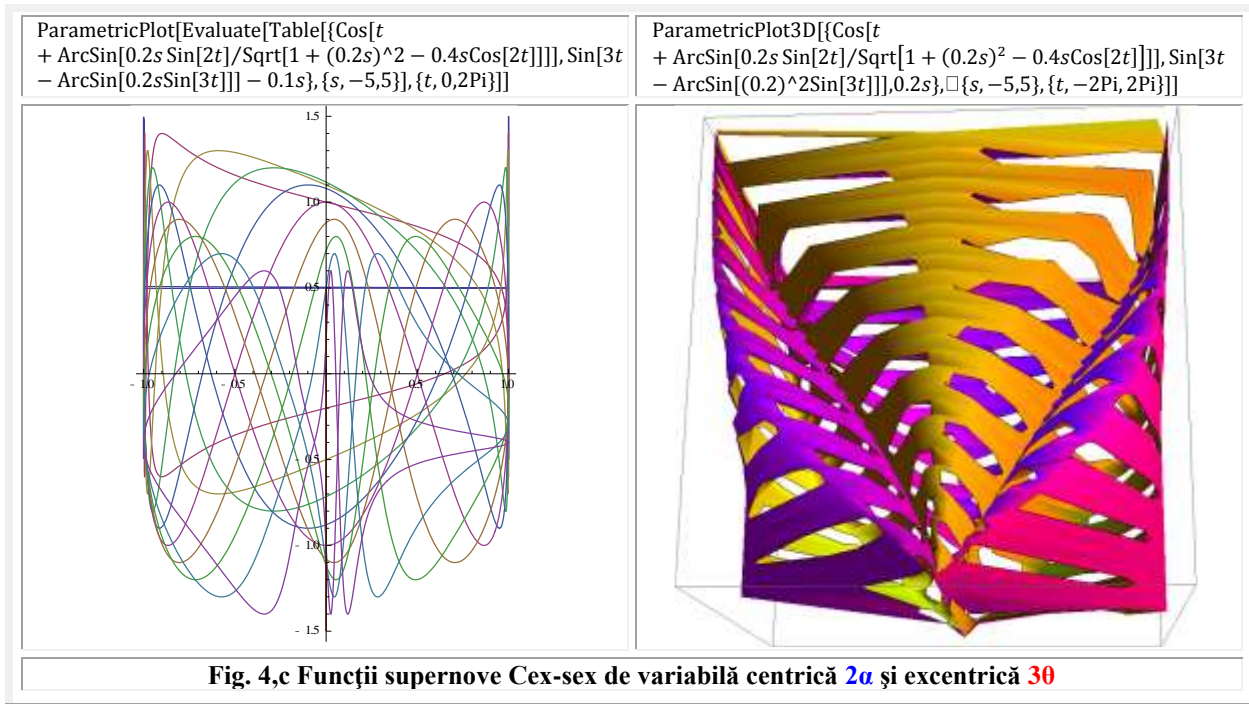


Fig. 4,b Funcții supernove Cex-sex de variabilă centrică 2α și excentrică θ

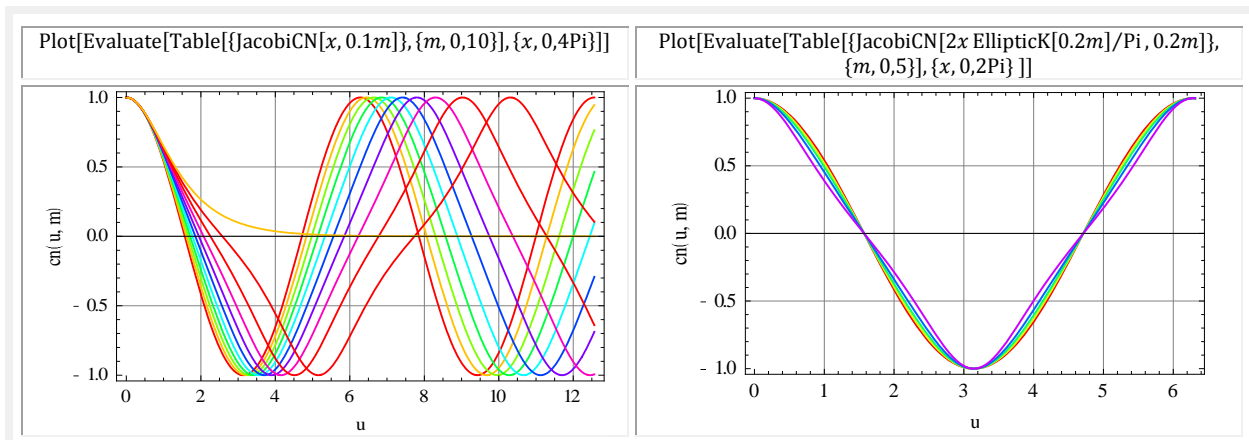


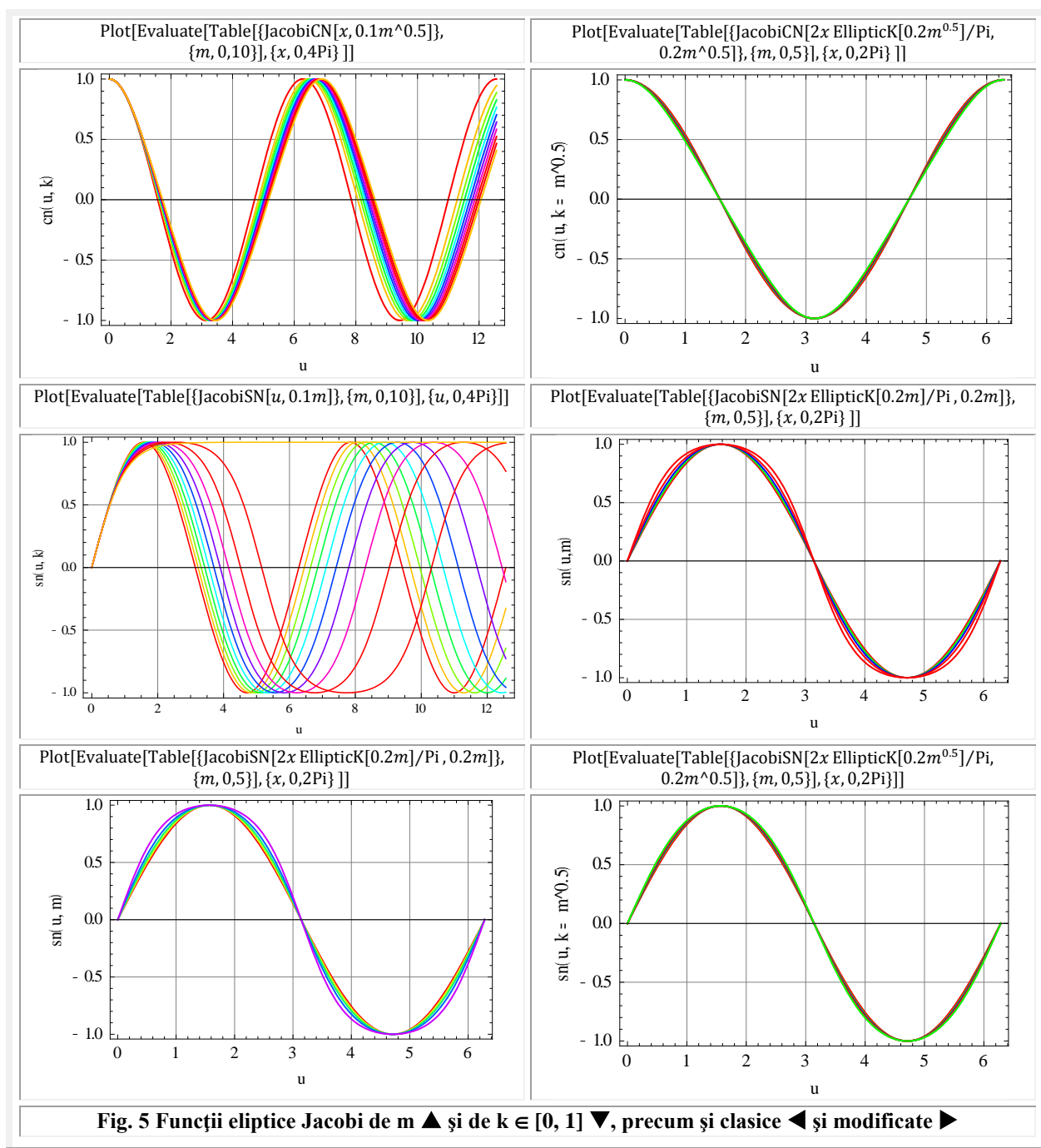
FUNȚII SUPERNOVE CU FUNȚII ELIPTICE

Funcțiile eliptice poartă denumirea și de **Jacobi (FEJ)** deoarece au fost introduse ca funcții inverse ale integralelor eliptice de **Carl Gustav Jacob Jacobi**. Ele au fost denumite astfel pentru că sunt în strânsă legătură cu integrala de determinare a perimetrului unei elipse. Ele satisfac ecuațiile diferențiale neliniare de ordinul doi și au o multitudine de aplicații în fizică.

Le vom denumi și centrice deoarece autorul a introdus în matematică, sau mai precis în supermatematică, și funcții eliptice excentrice, elevate și exotice.

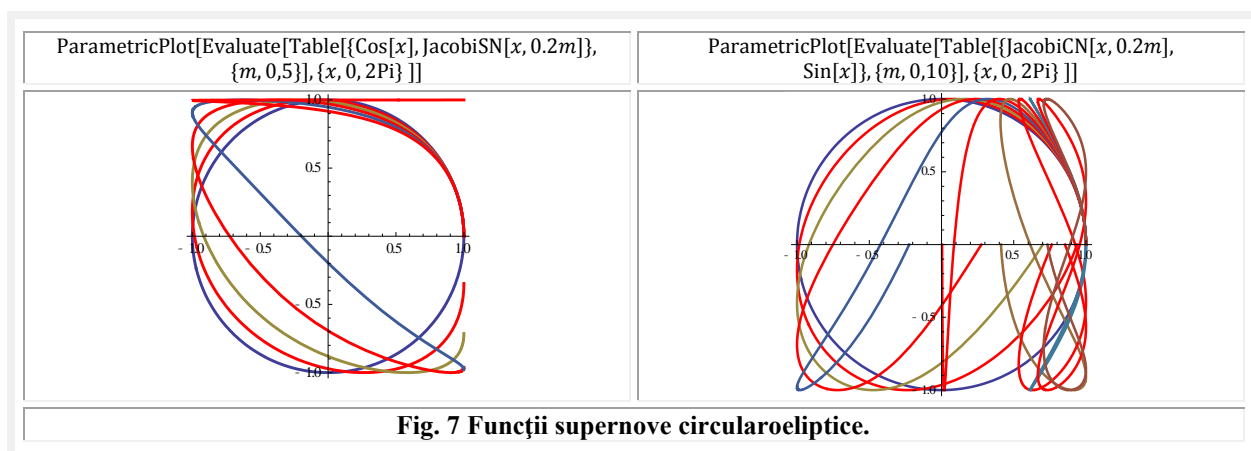
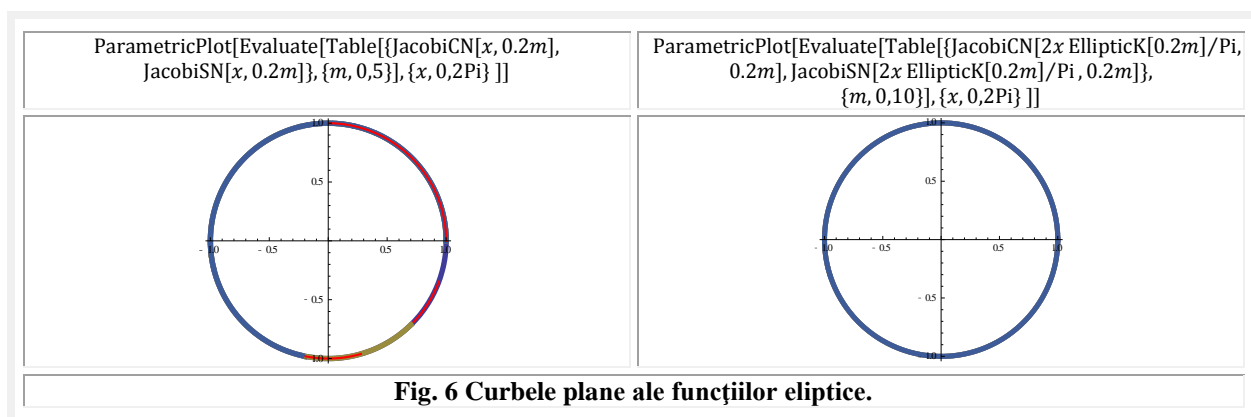
FEJ sunt funcții periodice de perioadă $4K(\mathbf{k})$, ceea ce înseamnă că fiecare funcție din domeniul $\mathbf{k} \in [0, 1]$ are altă perioadă și frecvență (**Fig. 5** ◀). Pentru a aduce toată familia la aceeași perioadă 2π , autorul a multiplicat argumentul x cu $\frac{2K(m)}{\pi}$, $m = k^2$ și $k = \sqrt{m}$ și a introdus în matematică **funcțiile eliptice de perioadă 2π** (**Fig. 5** ▶).



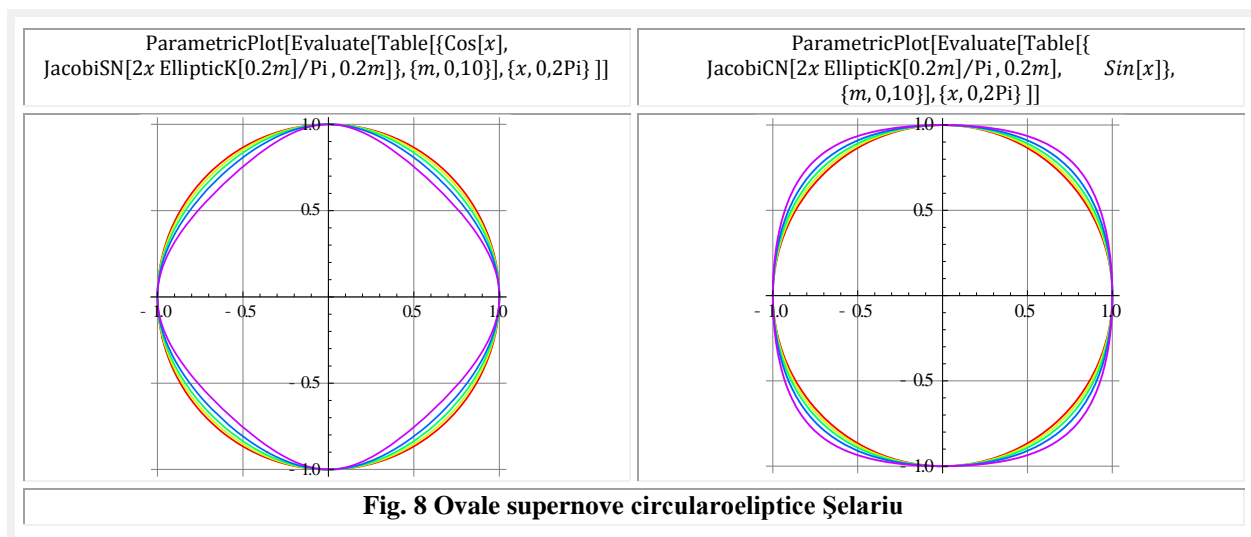


Prin considerarea funcțiilor eliptice modificate de autor împreună cu alte funcții sau cu aceleași dar de variabile diferite sau obținut funcțiile supernove prezentate în continuare.

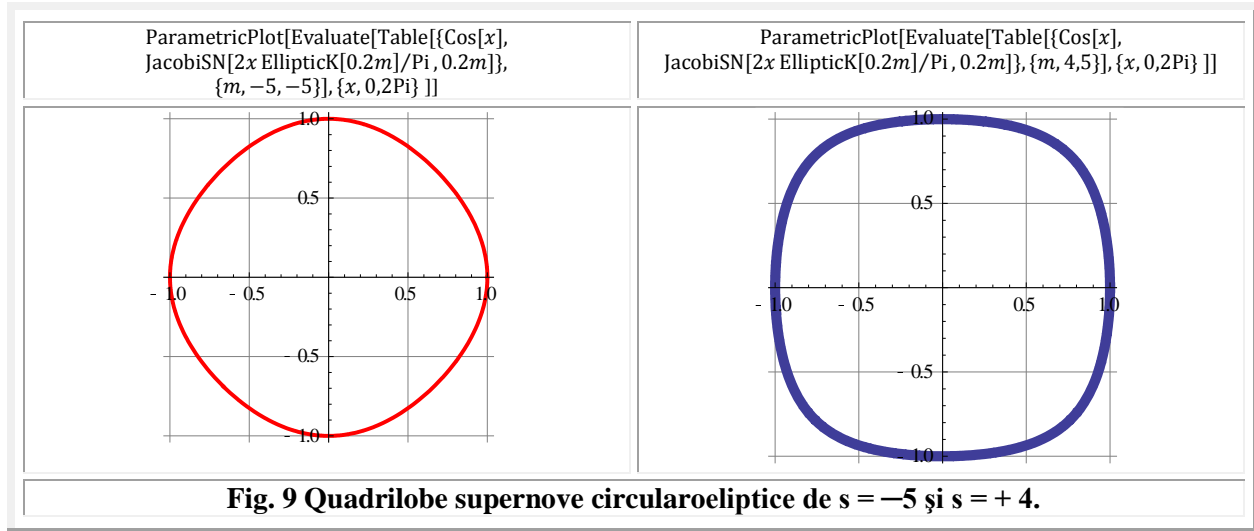
În coordonate parametriche, atât funcțiile clasice **Jacobi** cât și cele modificate, să le numim Șelariu, reprezintă un cerc unitate / trigonometric, așa cum se arată în **figura 6**, pentru toate valorile date modului m sau k . Dacă un parametru x sau y se înlocuiește în funcțiile parametriche eliptice **Jacobi** cu o funcție circulară centrică atunci se obțin funcții *supernove circuloeliptice Jacobi* (**Fig.7**).



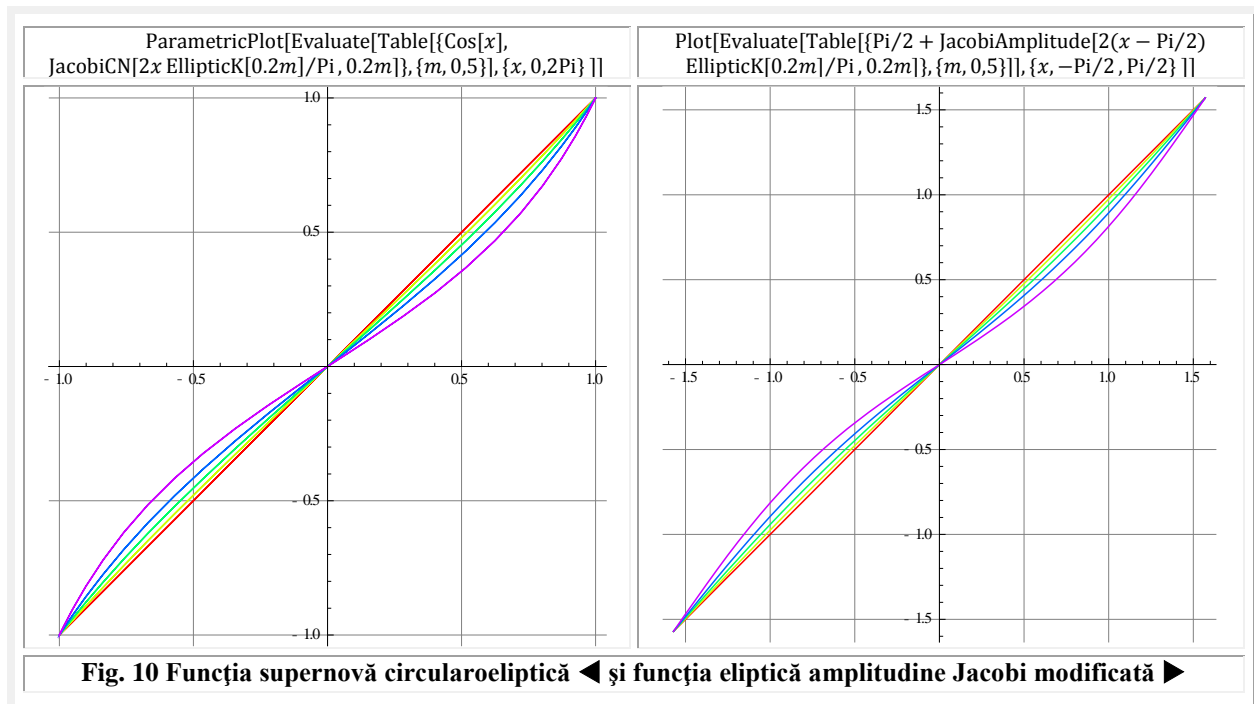
Dacă înlocuirea se face în unul dintre parametri funcțiilor eliptice modificate (Șelariu) atunci se obțin curbele din **figura 8** și, pentru că ele trebuiau denumite cumva, au fost denumite cu numele autorului lor. Unele dintre ele putând fi denumite *quadrilobe supernove elipticocirculare* deoarece prezintă patru lobi, cu excepția curbei de $s = k = m = 0$ care este un cerc (zero lobă).



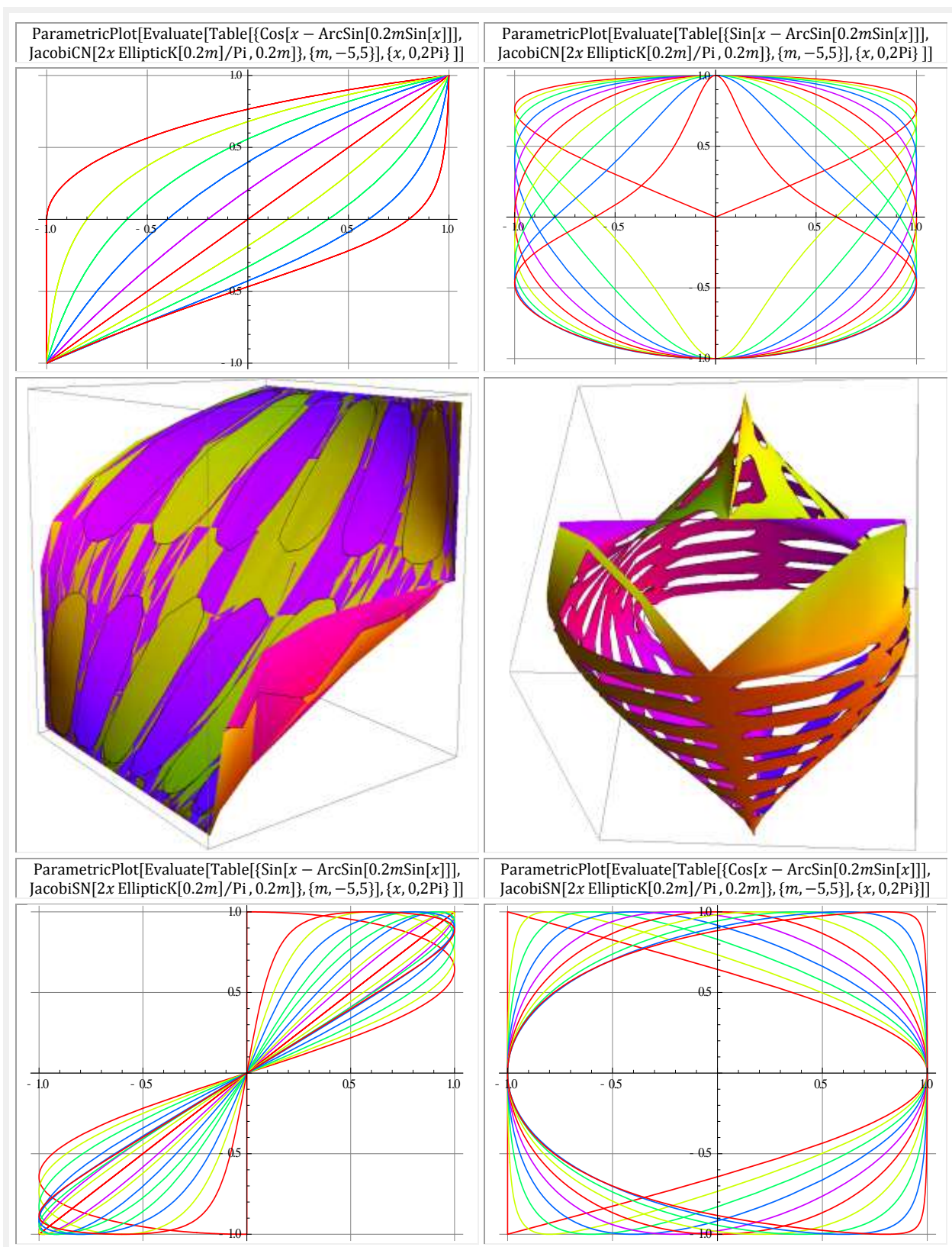
În **figura 8** curbele de $s = k = m = 1$ nu sunt reprezentate din cauza programului de matematică. Mai precis, programul poate reprezenta curbele de $s = -1$ dar nu și pe cele de $s = +1$, așa cum se ilustrează în **figura 9**.

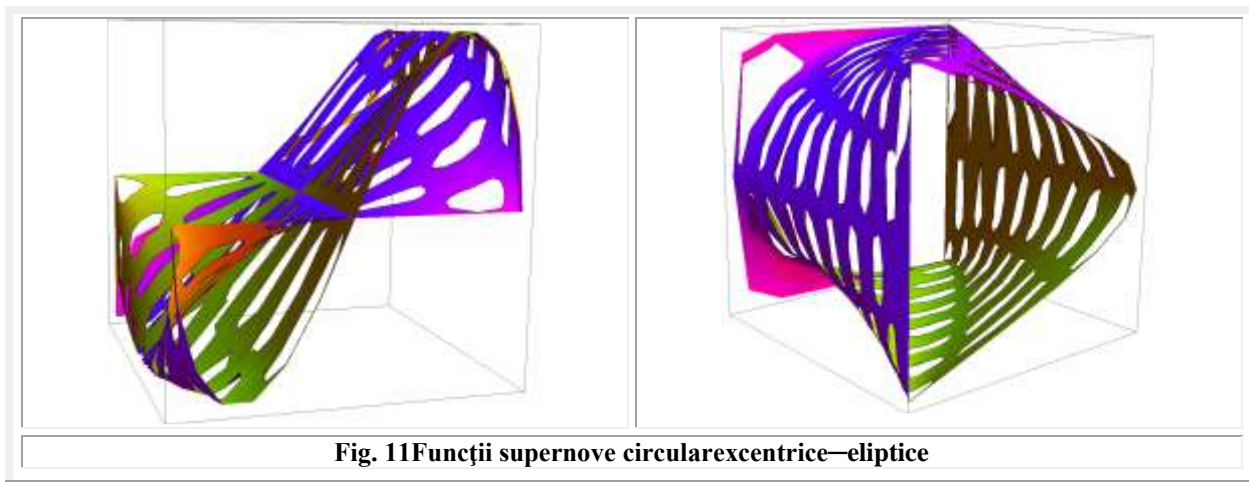


Dacă funcția eliptică Jacobi $cn(u, k)$ se asociază cu funcția circulară de același nume ($\cos x$) atunci se obțin funcții ◀ asemănătoare, ca formă nu și valoric, cu funcțiile eliptice Jacobi amplitudine eliptică $am(u, k)$ modificată ▶, așa cum se ilustrează în **figura 10**.



Dacă în locul funcțiilor circulare centrice $\cos \alpha$ și $\sin \alpha$ se utilizează funcțiile circulare excentrice $cex\theta$ și $sex\theta$ atunci se obțin funcțiile supernove din **figura 11**.





Motto: " Omul e un animal care **aproximează**
și ale cărui variante, constante, sunt "comodități mintale. "
Petre Țuțea

CAPITOLUL XIII

0 PREAMBUL : UN SISTEM SUPERMATEMATIC CU BAZĂ CONTINUĂ DE APROXIMARE A FUNCȚIILOR

În acest capitol se prezintă un sistem nou de funcții circulare / trigonometrice, denumite funcții supermatematice circulare excentrice (**FSM-CE**) ca **cex** θ , **sex** θ ș.a. care constituie o **bază continuă** pentru aproximarea funcțiilor, pe de o parte, și oferă posibilitatea modelării exacte a unor funcții / curbe și / sau suprafețe, până de curând considerate **nematematice**, pe de altă parte și totodată pot genera alte **funcții noi supernove**.

Deoarece, între două funcții, de exemplu, **sin** x și **sin** $(i+1)x$, din baza **sistemului trigonometric centric (STC)**, sistem format din funcțiile circulare centrice (**FCC**) **cos** $nx \cup \sin nx$, nu există alte funcții, $n \in \mathbb{Z}$, **STC** este considerat o **bază discretă** de funcții.

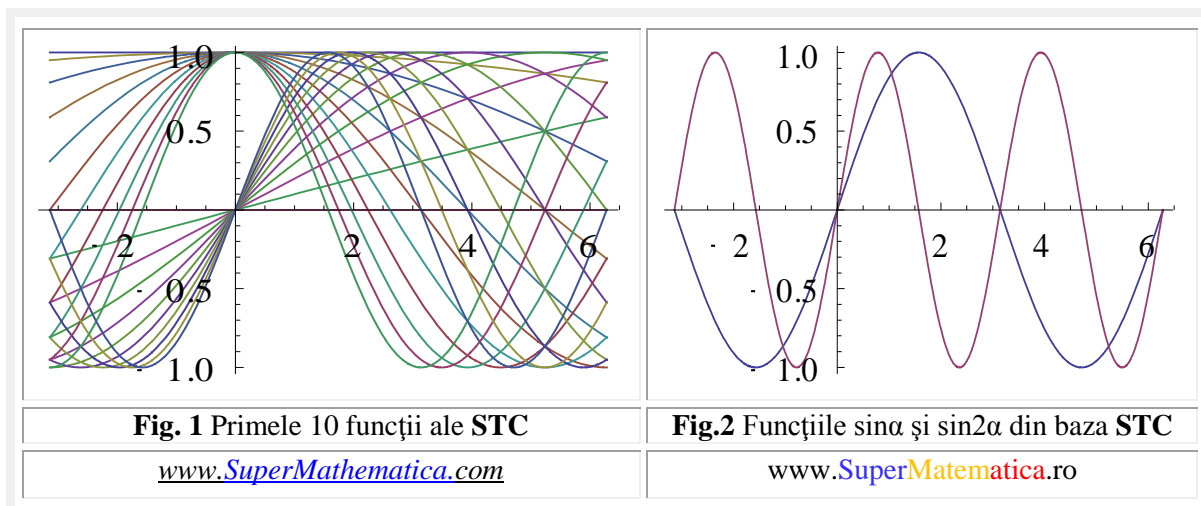
În aceleași condiții ($n \in \mathbb{Z}$), sistemul **trigonometric supermatematic (STS)** **sex** $(nx) \cup \text{cex}(nx)$ constituie o **bază continuă** de funcții de aproximare, deoarece între două dintre funcțiile bazei **sex** $[ix, s = 0] = \sin x$ și **sex** $[(i + 1)x, s = 0] = \sin (i+1)x$ se interpun o infinitate de alte funcții, care pot completa **continuu** (**Fig.12** și **Fig.13**) spațiul dintre ele, când excentricitatea numerică **s** ia valorile din intervalul $s \in [-\infty, +\infty]$ sau în domeniul $s \in [-1, +1]$.

Așa cum se va arăta în acest capitol, **sex** (x) , pentru o excentricitate numerică $s \in [0, \pm 1]$, degenerază, la cele două limite extreme ale intervalului, în **sin** x și, respectiv, în **sin** $2x$, adică în două dintre funcțiile adiacente / limitrofe ale bazei **STC**, dar numai într-un anumit interval. Se știe că, toate **FSM-CE** pentru $s = 0$, degenerază în **FCC**. Astfel, **sex** $(x, s = 0) = \sin x$. Intervalul **periodic**, cu perioada 2π , în care **sex** $(x) \rightarrow \sin 2x$ este $x \in [-\pi/2, +\pi/2]$ pentru $s = -1$ și $x \in [\pi/2, 3\pi/2]$, pentru $s = +1$, (**Fig. 12, 13**).

Capitolul va fi „pigmntat” din belșug cu grafice care să ilustreze cele afirmate.

1 INTRODUCERE

Există o multitudine de metode de aproximare a funcțiilor / curbelor. Dintre acestea, unele folosesc drept bază sistemul trigonometric, pe care suntem obligați să-l denumim și **centric (STC)**, pentru a-l distinge de noul sistem trigonometric **excentric (STE)**, apărut odată cu descoperirea **funcțiilor supermatematice circulare / trigonometrice excentrice (FSM-CE)**.



STC este format din asocierea funcțiilor cosinus și sinus centrice de multiplii de arce

$$(1) \begin{cases} \{1, \cos \alpha, \cos 2\alpha, \dots, \cos n\alpha, \dots, n \in \mathbf{1}, N\} \\ \{0, \sin \alpha, \sin 2\alpha, \dots, \sin n\alpha, \dots, n \in \mathbf{1}, N\} \end{cases}$$

În realitate, doar mulțimea infinită (1) $\{1, \sin \alpha, \cos \alpha, \sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \dots, \sin n\alpha, \cos n\alpha, \dots\}$ formează o bază a spațiului de funcții, care s-a dovedit deosebit de eficientă în aproximarea funcțiilor periodice, adică pentru $N \rightarrow \infty$.

Primele 10 funcții, $\cos nx$ și $\sin nx$ ale bazei STC, sunt prezentate în **figura 1**, iar două dintre sinusuri, pentru $n = 1$ și $n = 2$ sunt extrase separat în **figura 2**.

Un alt sistem de funcții, folosit pe larg drept bază a spațiului de funcții, este sistemul exponențial *centric* (SEC)

$$(2) \quad \{e^{ik\alpha}\}, \quad k \text{ ia toate valorile întregi.}$$

2 SISTEME SUPERMATEMATICE DE BAZE

Lucrarea **SUPERMATEMATICA** [1], [4], [5] a scos în evidență faptul că doar prin separarea celor 3 puncte confundate, alese de **Euler** la definirea funcțiilor circulare din MC (**O** - originea unui reper, **C** - centrul cercului unitate și **S(s,ε)** pentru **C(1,O)** sau **E(e,ε)** pentru cercul oarecare **C(R,O)** - polul unei drepte turnante-, se trece la **ME**, în care, toate funcțiile trigonometrice (circulare și hiperbolice, eliptice ș.m.a.) cunoscute (centrice) se multiplică la infinit și, în plus, apar o serie de **FCC** ca și de **FCE** noi.

Astfel, fiecărei funcții **cos**, **sin**, **tan**, etc din MC îi corespund, în **ME**, câte o familie, cu o infinitate de membri, de **FSM-CE cex, sex, tex**, etc. pentru o excentricitate numerică $s \in [-\infty, +\infty]$. Se deduce că, MC este un caz particular, de $s = 0$, al **ME**, în care toate **FCE** degenerază în **FCC**. Rezultă că **FCE** sunt o *generalizare vastă și extrem de utilă* a **FCC**, iar **ME** este o extindere nemărginită a MC.

FCE noi, deosebit de valoroase, care apar sunt **FSM-CE** :

- **rexθ** și **Rexa** - **radial excentric** de variabilă *excentrică* θ și, respectiv, de *variabilă centrică* a , o adevărată funcție rege, cum a denumit-o Prof. dr. math, **Octav Em. Gheorghiu**, funcție care, *singură*, poate exprima toate curbele plane din MC și o infinitate de curbe noi [1]. Important este și faptul că ele pot exprima forma trigonometrică a sumei și a diferenței numerelor complexe, așa cum se arată în [7].
- **dexθ** și **Dexa** – **derivată excentrică**, care exprimă funcția de transfer de ordinul unu, sau funcția de transmitere a vitezelor sau a turațiilor tuturor mecanismelor plane cunoscute, așa cum se arată în lucrarea [8];
- **aexθ** și **Aexa** – **amplitudine excentrică**, a cărei denumire este similară, nu din întâmplare, cu a funcției amplitudin(e)/(us) a lui **Jacobi**, deoarece $\sin[\mathbf{aex}\theta] = \mathbf{sex}\theta$, $\cos[\mathbf{aex}\theta] = \mathbf{cex}\theta$ și $\cos[\mathbf{Aex}a] = \mathbf{Cex}a$, $\sin[\mathbf{Aex}a] = \mathbf{Sex}a$, ș.a.m.d.
- **bexθ** și **Bexa** - **beta excentrică** [1],
- **uexθ** și **Uexa** – **unghiular excentric**, ș.m.a.

la care se adaugă **FSM monolobe, bilobe, trilobe, quadrilobe, eliptice excentrice, hiperbolice excentrice, parabolice excentrice** ș.m.a.

Precum și cu funcțiile noi descrise pe larg în Vol III al „**Supermatematicii. Fundamente**” cu subtitlul „**Nemărginirea și măreția supermatematicii**” și, bineînțeles, cele din acest volum intitulate „**Funcții Supernove**” (**FSN**).

Se cunosc devoltările în serii de puteri ale funcțiilor **cos**, **sin**, **tan**, etc., sau, altfel spus, că aceste funcții constituie rezultatul însumării acestor serii de puteri, adică, o funcție sumă.

Multer serii de puteri nu li se cunoaște, însă, o funcție sumă, ci, eventual, o relație de mai multe funcții. Acest neajuns este cauzat tocmai de lipsa din MC a unor funcții noi, funcții care au apărut odată cu **ME**.

Unele dintre acestea vor fi prezentate în prezenta lucrare. Mai mult, o multitudine de funcții / semnale puteau fi reprezentate matematic doar prin dezvoltări în serii trigonometrice **Fourier**. Cu noile **FSM-CE**, ele pot fi reprezentate mai simplu și mai exact și, în plus, apare posibilitatea reprezentării matematice a transformării continue a semnalelor, din unul în altul, așa cum se va prezenta în continuare.

3 FUNCȚII MATEMATICE CENTRICE NOI

Funcțiile matematice centrice noi (denumite radial centrice – **rad** și derivată excentrică **der**) sunt funcțiile **Euler-Cotes** vechi :

$$(3) \quad \mathbf{rada} = e^{i\alpha} = \mathbf{rex}[\theta, \mathbf{S} \equiv \mathbf{C} \rightarrow s = 0] = \mathbf{Rex}[\alpha, \mathbf{S} \equiv \mathbf{C} \rightarrow s = 0 \text{ și } \alpha = \theta]$$

și reprezintă corespondența, în centric, a noii **FCE Rexa** ca și **rexθ** pentru excentricitate **e = s = 0**, caz în care, **θ = α** și cele două funcții radial excentrice degenerază în funcția **radial centric – rada**.

Totodată, **rada** reprezintă vectorul de poziție al punctului curent $W(x,y) \equiv W(\alpha,1)$ de pe cercul unitate, față de centrul $\mathbf{C} \equiv \mathbf{O}(0,0) \equiv \mathbf{S}(s = 0, \varepsilon)$ al acestuia. În consecință, argumentul acestuia este **α = θ** și modulul lui este 1. El este, în același timp, un număr complex și un vector unitate (versor / **fazor**) și, neputând să aibă altă semnificație matematică, marcarea cu bară deasupra devine superfluă.

Derivata lui **rada**, denumită **derivată centrică**, prin analogie cu **dexθ – derivata excentrică** - este

$$(4) \quad \mathbf{dera} = i.e^{i\alpha} = \mathbf{rad}(\alpha + \pi/2)$$

și este, de asemenea, un vector unitate, defazat în avans cu $\pi/2$ ($\delta = -\pi/2$) față de **rada**.

Funcțiile **rad** și **der**, ca sumă și diferență de arce, au expresii asemănătoare cu cele de la funcțiile **sin** și **cos** :

$$(5) \quad \mathbf{rad}(A \pm B) = \mathbf{rad}A \cdot \cos B \pm \mathbf{der}A \cdot \sin B = \mathbf{rad}A (\cdot / :) \mathbf{rad}B$$

$$(6) \quad \mathbf{der}(A \pm B) = \mathbf{der}A \cdot \cos B \pm \mathbf{rad}A \cdot \sin B = \mathbf{der}A (\cdot / :) \mathbf{der}B$$

Cu ajutorul acestor funcții, ca și cu corespondențele lor din excentric, **rexθ** și **Rexa**, pot fi exprimate formulele trigonometrice ale sumei și ale diferenței numerelor complexe, așa cum se prezintă în lucrarea [2]. Astfel, dacă doi vectori sau două numere complexe au expresia

$$(7) \quad Z_{1,2} = R_{1,2} \cdot \mathbf{rada}_{1,2}$$

suma **Σ** și diferența lor **Δ** este dată de

$$(8) \quad Z_{\Sigma, \Delta} = Z_2 \pm Z_1 = R_2 \cdot \mathbf{Rex}\alpha_{\Sigma, \Delta} \cdot \mathbf{rad}\alpha_{\Sigma, \Delta},$$

în care $R_{\Sigma, \Delta} = R_2$,

$$(9) \quad \mathbf{Rex}\alpha_{\Sigma, \Delta} = \sqrt{1 + s^2 - 2s \cos(\alpha_2 - \varepsilon_{\Sigma, \Delta})}.$$

Prin $\varepsilon_{\Sigma, \Delta}$ semnul din fața lui $2s$, de sub semnul radical, devine plus (+) pentru sumă și minusul (–) pentru diferență.

Excentricitatea numerică este $s = R_1 / R_2 \leq 1$ și $\varepsilon_{\Sigma} = \alpha_1 + \pi$ și $\varepsilon_{\Delta} = \alpha_1$, dacă se alege raza cercului $R = R_2 = \max\{R_1, R_2\}$ și excentricitatea reală $e = \min\{R_1, R_2\}$.

Coordonatele **excentrului** pentru cercul de rază este $R = R_2$ sunt **E(e, ε)** și pentru cercul unitate este **S(s, ε)**.

4 SUME DE FUNCȚII CIRCULARE CENTRICE NOI

Notând modulul numărului complex **z** cu valoarea **s** a modulului coordonatei polare a excentrului **S(s, ε)**, corespunzător cercului unitate, pentru un argument **α** rezultă

$$(10) \quad z = s \cdot \mathbf{rada} \quad \text{și}$$

$$(11) \quad z^n = s^n \cdot \mathbf{rad}n\alpha, \quad \text{astfel că suma}$$

$$(12) \quad \sum_{n=0}^{\infty} z^n = \sum sn \cdot \mathbf{rad}s\alpha = \frac{z}{1-z} = s \frac{\mathbf{rad}\theta}{\mathbf{rex}\theta}, \quad \text{în care}$$

$$(13) \quad \theta = \alpha + \beta(\alpha) = \alpha + \arcsin \frac{s \cdot \sin \alpha}{\sqrt{1 + s^2 - 2s \cdot \cos(\alpha - \varepsilon)}}.$$

Unghiul **β** mai poate fi exprimat și astfel:

$$(14) \quad \beta(\alpha) = \arctan \frac{s \cdot \sin \alpha}{1 - s \cdot \cos \alpha} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{s^n}{n} \sin n\alpha, \quad \text{sau}$$

$$(15) \quad \beta(\theta) = \arcsin(s \cdot \sin \theta) = s \cdot \sin \theta + \frac{1}{2} \frac{(s \cdot \sin \theta)^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{(s \cdot \sin \theta)^5}{5} + \dots$$

$$+ \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-3)(s \cdot \sin \theta)^s}{2 \cdot 4 \dots (2n-2)(2n-1)} + \dots, \quad r = 1.$$

Proiecțiile lui **rada** sunt **cosa** și, respectiv, **sina**, astfel că suma **S**, dată de (5), se descompune în suma în cosinusuri :

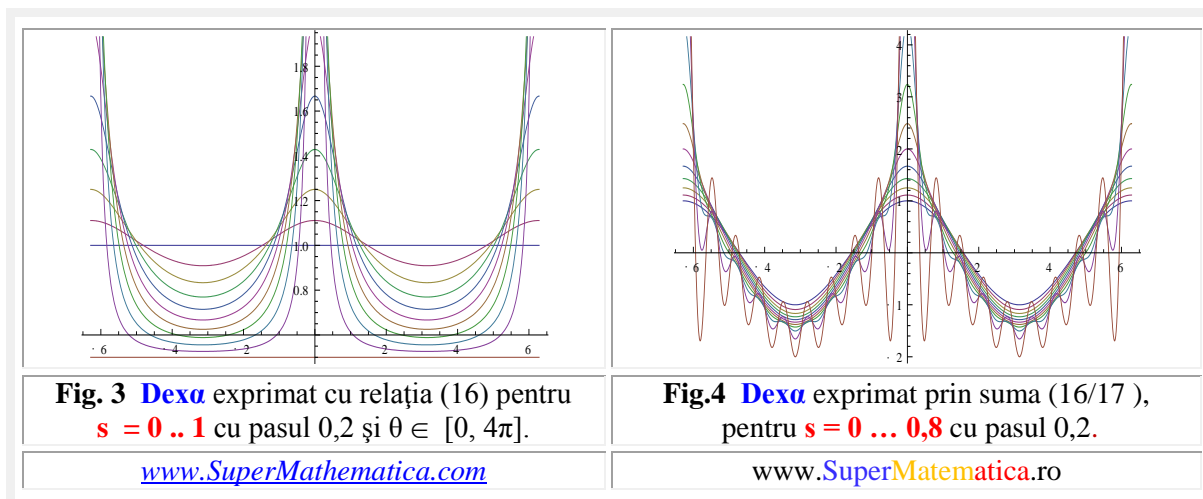
$$(16) \quad \mathbf{C}(\alpha) = \mathbf{Re}(\Sigma) = \mathbf{Re}(s^n \cdot \text{radna}) =$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} s^n \cdot \cos n\alpha = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + s^2 - 2s \cdot \cos \alpha} = \frac{\mathbf{Re} x\alpha \cdot \cos \beta}{\mathbf{Re} x^2 \alpha} = \frac{\cos \beta(\alpha)}{\mathbf{Re} x\alpha} = \mathbf{Dex}\alpha = \frac{d\theta(\alpha)}{d\alpha}$$

și suma în sinusuri :

$$(17) \quad \mathbf{S}(\alpha) = \mathbf{Im}(\Sigma) = \mathbf{Im}(k^s \cdot \text{rada}) = \sum_{s=0}^{\infty} k^s \sin s\alpha = \frac{s \cdot \sin \alpha}{1 + s^2 - 2s \cdot \cos \alpha} = \frac{s \cdot \sin \alpha}{\mathbf{Re} x^2 \alpha} = \frac{\sin \beta(\alpha)}{\mathbf{Re} x\alpha} =$$

$$\frac{k \cdot \sin \theta}{\text{rex}\theta} = \sin \beta(\alpha) / \text{Rex}\alpha = \sin(\text{Bex}\alpha) / \text{Rex}\alpha = \sin \beta(\theta) / \text{rex}\theta = \sin(\text{bex}\theta) / \text{rex}\theta .$$



În relațiile anterioare, s-au folosit relațiile dintre cele trei unghiuri importante din **ME**: α – unghiul la centrul $O(0,0)$, θ – unghiul la excentrul $S(s,\epsilon)$ și $\beta = \theta - \alpha$ unghiul sub care se văd punctele **O** și **S** din punctul curent **W** de pe cercul unitate.

Dacă $R = 1$ este raza cercului unitate, distanța dintre $C(0,0) \equiv O(0,0)$ și punctul curent de pe cerc $W(x,y) \equiv W(1, \alpha) \equiv W(r,\theta)$, în care cu

(18) $r = \text{rex}\theta = \text{Rex}\alpha$ s-a notat **raza excentrică**, exprimată în funcție de cele două variabile independente, adică, distanța de la excentrul $S(s, \epsilon)$ la **W**, atunci [4], [5] :

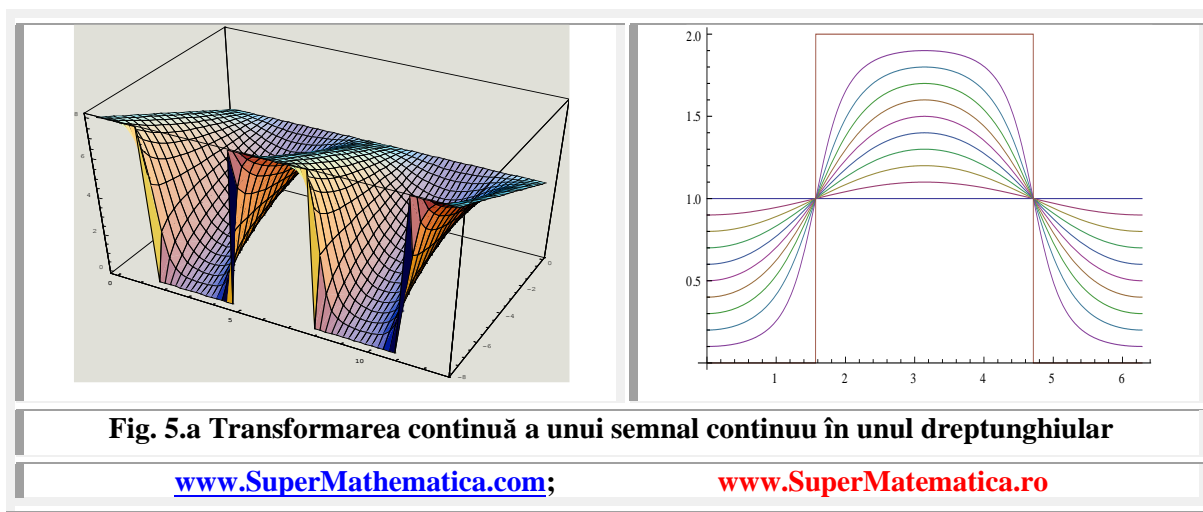
$$(19) \quad s \cdot \sin \theta = 1 \cdot \sin \beta \quad \text{și}$$

$$(20) \quad s \cdot \sin \alpha = r \cdot \sin \beta .$$

Figurile 3 și 4 arată, comparativ, diferențele care există la exprimarea funcției **Dex** α cu relația ei invariantă de definiție și, respectiv, prin dezvoltarea ei în serie trigonometrică, la care s-au reținut primii 10 termeni din seria (16/17) și se vede că pentru valori mari ale lui **s** ($s = 0.8; 0.9; 1$), „capotează”.

Un exemplu mai concludent, privind avantajele utilizării **FSM-CE** de variabilă excentrică, îl constituie funcția $y = \text{dex}\theta$ care, pentru $s = 0$, este dreapta $y = 1$, iar pentru $s = \pm 1$ este un semnal dreptunghiular sau funcția poartă temporală care, prin dezvoltare în serie **Fourier**, se apropie de reprezentarea exactă dată de funcția :

$$(21) \quad \mathbf{dex\theta} = 1 - \frac{s \cdot \cos(\theta - \varepsilon)}{\sqrt{1 - s^2 \sin^2(\theta - \varepsilon)}}$$



Pentru o baleiere continuă a excentricității numerice s , de la 0 la 1, se va obține o transformare continuă a unui semnal continuu în unul dreptunghiular, așa cum se ilustrează în **figura 5.a**.

Relația (15) exprimă **FSM-CE** denumită beta excentrică **bex θ** care transformă continuu un semnal triunghiular simetric (**Fig. 6,a**), în altul defazat cu π , iar pentru $s = 0$, trece printr-un semnal continuu, în timp ce, **FSM-CE Bex α** îl transformă în unul triunghiular asimetric (**Fig. 7**).

Un semnal trapezoidal se poate obține prin funcția $y = \text{bex}\theta - \text{bex}(\theta - \pi/2)$, reprezentată în **figura 8**. Aceeași diferență pentru funcția **Bex α** are alura din **figura 9**.

Funcția $y = \text{Bex}(\alpha + \pi/2) - \text{Bex}(\alpha - \pi/2)$ este identică cu

$$\mathbf{dex}_2\theta = 1 + \frac{s \cdot \cos(\theta - \varepsilon)}{\sqrt{1 - s^2 \sin^2(\theta - \varepsilon)}} \quad (\text{v. Fig.10}).$$

FSM au două determinări: una **principală**, notată cu indice **1**- sau fără indice - și una secundară, notată cu indicele **2**, corespunzătoare celor două puncte de intersecție ale cercului unitate cu o dreaptă turnantă în jurul **polului unitate / excentrului S** și nu cu o semidreaptă ca în **MC-Euler**.

5 FUNCȚII DELTA SAU FUNCȚII DIRAC PERIODICE

În anul 1926, **P.A.M. Dirac** a introdus în mecanica cuantică „**funcția**” **delta** (notată δ) care, d.p.d.v. fizic, reprezintă densitatea unei sarcini egale cu unitatea și situată într-un anumit punct, de exemplu, în originea axelor de coordonate.

Dacă sarcina punctiformă este m , atunci densitatea liniară $\rho(x)$ se exprimă cu relația;

$$(22) \quad \rho(x) = m \cdot \delta(x).$$

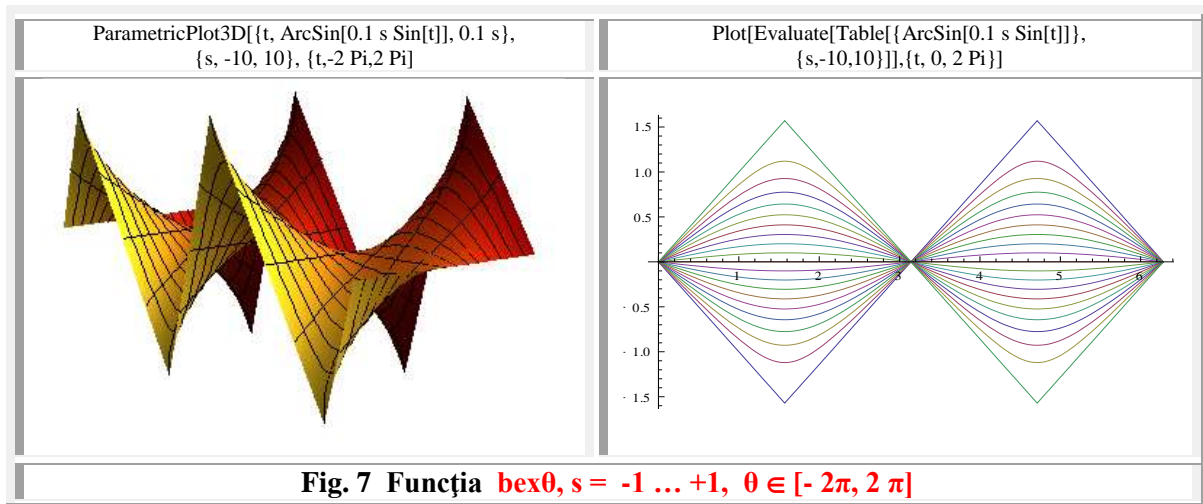
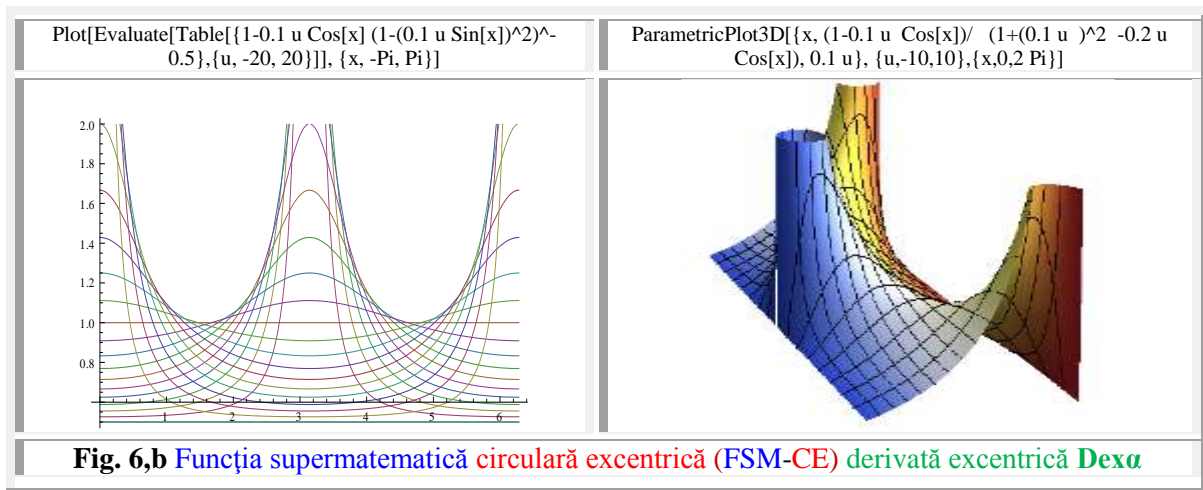
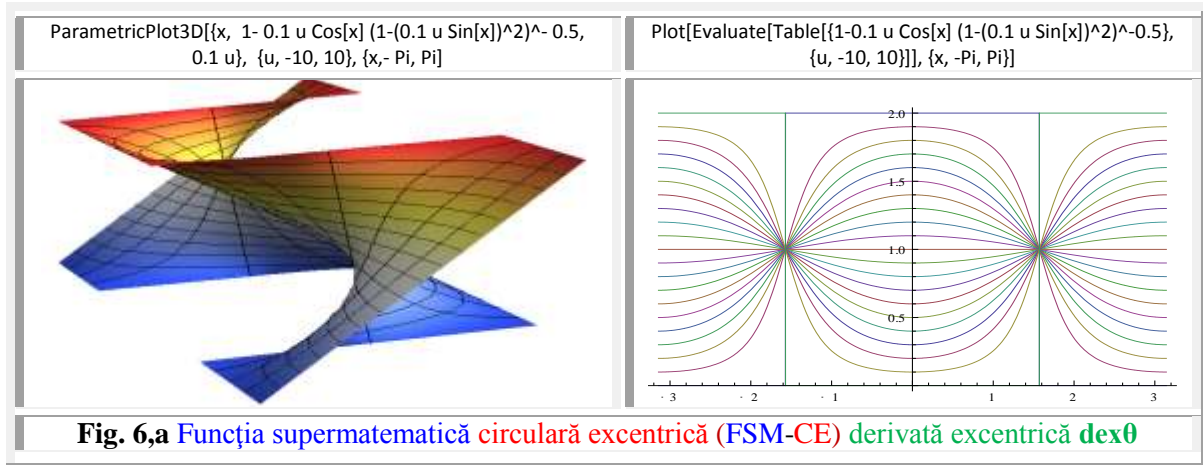
Pentru ca distribuția să fie punctiformă, este necesar ca funcția $\delta(x)$ să fie nulă peste tot, cu excepția punctului $O(0,0)$, unde ia valoarea ∞ și îndeplinește condiția (23)

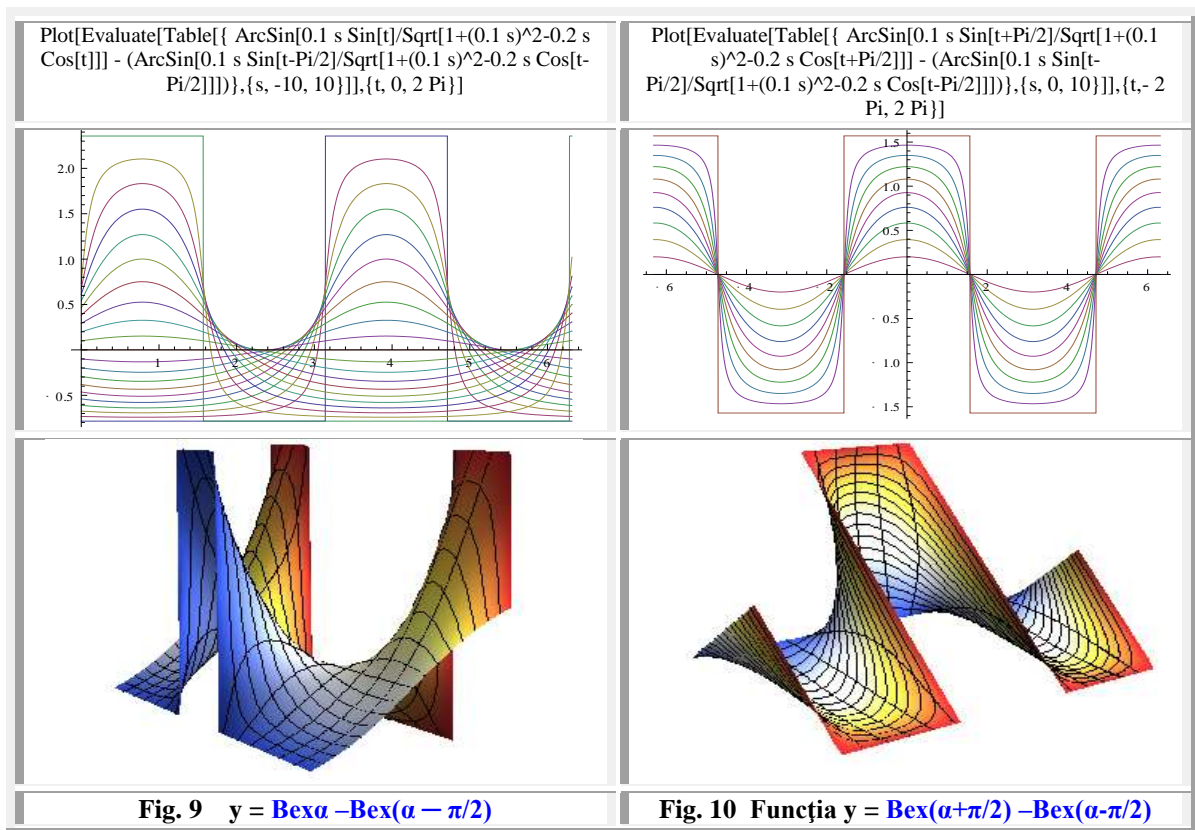
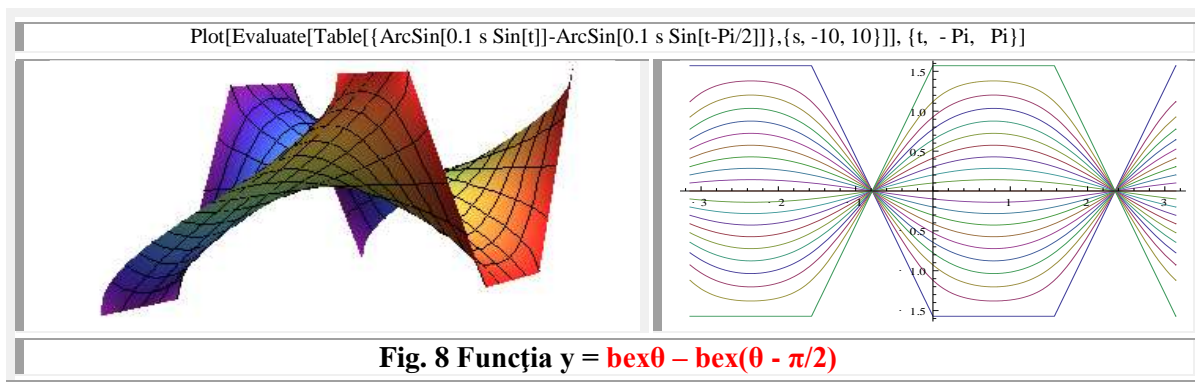
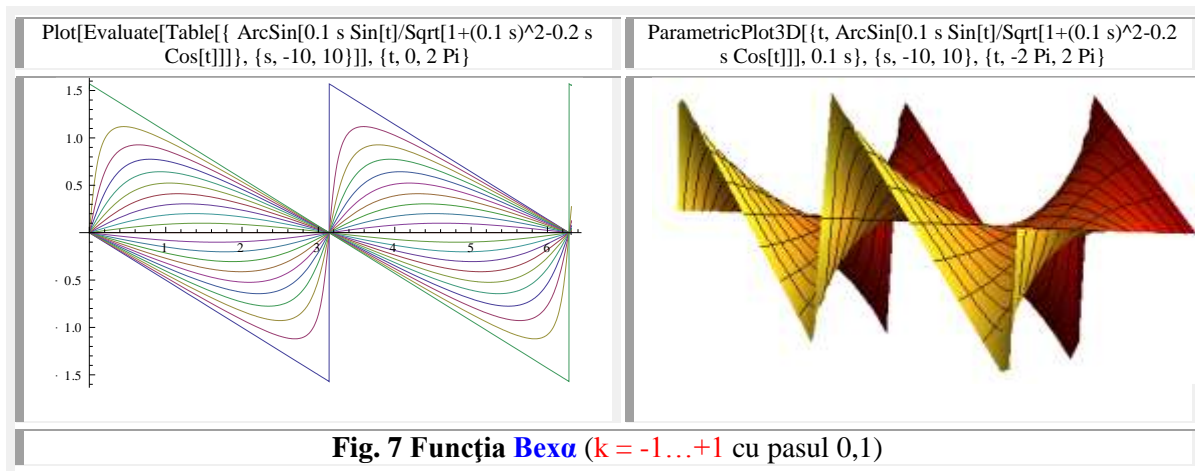
$$(23) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) \cdot dx = 1.$$

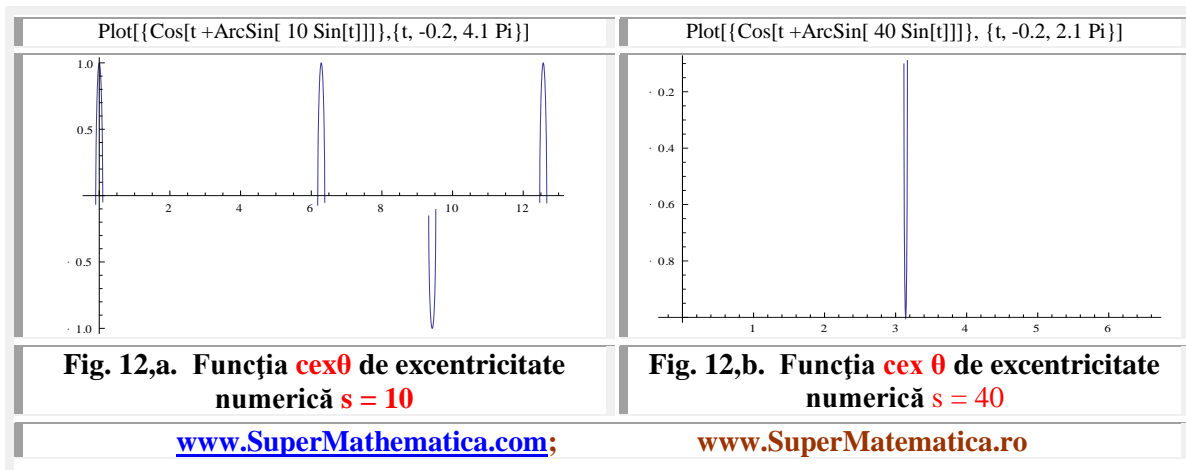
Din punctul de vedere al analizei matematice clasice, **centrice (!)**, nu există o funcție care să îndeplinească condițiile anterior menționate, astfel că funcția delta nu este o funcție obișnuită. Procedul incorect d.p.d.v. al analizei matematice clasice, respectiv **CENTRICE**, a condus la crearea unei noi teorii, care să sintetizeze, să simplifice și să justifice toate faptele d.p.d.v. matematic [20]. Așa s-a ajuns

la elaborarea **TEORIEI DISTRIBUȚIILOR** sau a **funcțiilor generalizate**, ca un capitol al analizei matematice.

Numai că generalizarea nu s-a făcut în cel mai fericit caz; apariția **matematicii excentrice (ME)**, ca o generalizare a matematicii centrice (**MC** - clasice), fiind mult mai productivă, așa cum se va constata în continuare. Astfel, o funcție cu proprietățile menționate anterior, mai mult, una periodică, de perioadă 2π , este **FSM - CE** $\text{cex}\theta$ pentru o excentricitate numerică $s \equiv k \Rightarrow \infty$.







Una din cele două semidrepte din **excentrul S** ($\infty, 0$) va intersecta cercul unitate numai pentru $\theta = \pi \pm 2k\pi$, $k = 1, 2, 3, \dots$

O astfel de funcție este prezentată în **figura 12,a** pentru $s = 10$, și în **figura 12,b** pentru $s = 40$.

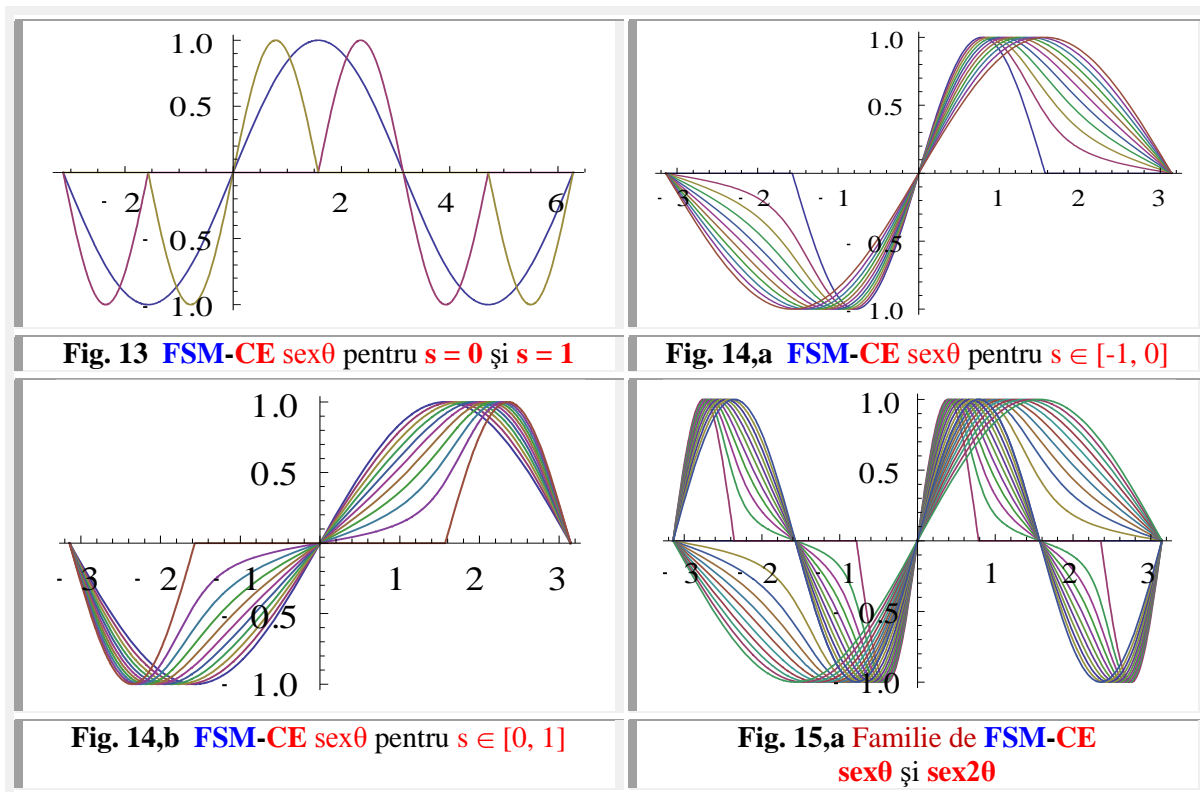
Cu creșterea **excentricității s** cresc exponențial și punctele plotate, astfel „calculatorul / programul” nu nimerește ținta din **S**: cercul unitate, la saltul dintr-un punct la cel următor și graficele rezultă alterate.

În acest caz, intervalul de integrare infinit trebuie redus la unul din intervalele în care apare doar o singură dată valoarea funcției, condiție ce poate fi acceptată în multe situații practice.

6. SISTEMUL TRIGONOMETRIC EXCENTRIC (STE).

STE este format prin asocierea funcțiilor cosinus și sinus excentrice de **variabilă excentrică**

$$(24) \quad \text{STE} \begin{cases} 1, cex\theta, cex2\theta, \dots, cexn\theta, \dots \\ 0, sex\theta, sex2\theta, \dots, sexn\theta, \dots \end{cases}$$



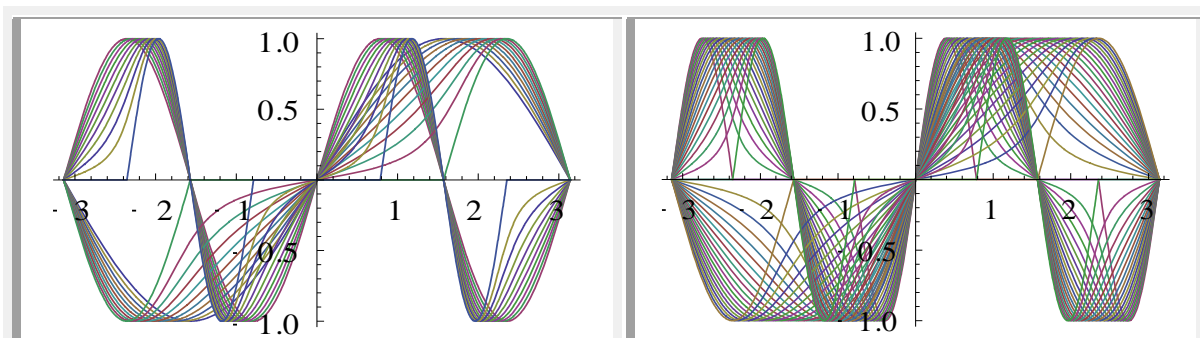


Fig. 15,b Familie de FSM-CE $\text{sex } \theta$ și $\text{sex } 2\theta$

Fig.15,c Reprezentare suprapusă $s \in [-1,1]$.

www.SuperMathematica.com; www.SuperMatematica.ro

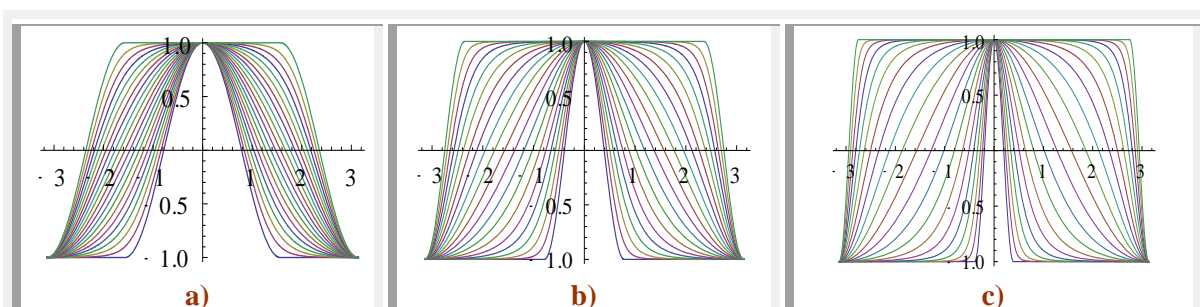


Fig. 16 FSM-CE $\text{cex } \theta$ de simplă, dublă și triplă excentricitate, pentru $s_0 \in [-1,1]$, $\theta \in [-\pi, \pi]$ dintre care funcțiile de dublă (b) și triplă (c) excentricitate pot fi considerate totodată și funcții supernove cosinus excentrice.

www.SuperMathematica.com;

www.SuperMatematica.ro

Așa cum s-a afirmat, într-un anumit interval, vizibil în figura 13, o singură FCE din baza supermatematică STE poate reprezenta două FCC din baza centrică, pentru valorile marginale ale excentricității numerice s , în domeniul ± 1 și o infinitate de alte funcții, pentru valorile intermediare ale lui s . În cazul din figura 13, $\text{sex}\theta$ exprimă pe $\sin\theta$, pentru $s = 0$ și pe $\sin 2\theta$, pentru $s = -1$ și pe $\sin(2t + \pi)$ pentru $s = +1$.

Celelalte funcții intermediare ale bazei sunt prezentate în figura 14,a pentru $s \in [-1,0]$ și în figura 14,b pentru $s \in [-1, 0]$. În ambele figuri $\theta \in [-\pi, +\pi]$.

Existența unei baze, mult mai largi de funcții în cadrul STE, cu care se poate opera simplu, facilitează aproximarea funcțiilor periodice cu grafice din cele mai complicate.

Dacă se reprezintă doar două dintre funcțiile bazei excentrice, pentru $n = 1$ și $n = 2$, situația se prezintă ca în figurile 15,a pentru $s \in [-1,0]$ și în 15,b pentru $s \in [0,1]$ și împreună în 15,c $\rightarrow s \in [-1,1]$.

Această bază de date a STE poate fi mult lărgită, pentru a acoperi și mai bine domeniul, prin utilizarea FSM-CE de dublă, triplă sau multiplă excentricitate. Cu cât baza de funcții este mai numeroasă și mai diferită, cu atât aproximațiile se pot realiza mai ușor și mai precis.

FSM-CE $\text{cex}\theta$ de simplă, dublă și de triplă excentricitate sunt prezentate în figura 16, dintre care cele de dublă (b) și de triplă (c) excentricitate pot fi considerate și funcții supernove.

Se observă din figura 16 că spațiul rămas neacoperit de funcția cosinus excentric scade cu creșterea gradului de multiplicare a excentricității funcțiilor.

Așa cum FSM-CE se obțin din cele centrice, prin înlocuirea variabilei centrice α cu cea excentrică θ , sau cu funcția amplitudine excentrică $\text{aex}\theta$

$$(25) \quad \alpha(\theta) = \text{aex}\theta = \theta - \arcsin(s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)), \quad \text{adică,}$$

$$(26) \quad \text{cex}\theta = \cos\alpha = \cos[\text{aex}\theta], \quad \text{procedând în continuare și înlocuind pe } \theta, \text{ din expresia invariantă a lui } \text{cex}\theta \text{ cu funcția } \text{aex}\theta, \text{ se va obține un } \text{cosinus excentric} \text{ de dublă excentricitate, notat } \text{c2ex}\theta [1], \text{ adică}$$

(27) $c2ex\theta = cex[ax\theta]$ și procedând în continuare, în mod asemănător, se pot obține **FSM-CE supernove** de triplă, ... sau multiplă excentricitate.

Dacă primele 10 funcții ale **STC** (**Fig. 1**) pot fi plotate simultan, nu același lucru are sens în cazul **STE** în care, din cauza numărului extrem de mare de funcții, chiar dacă se alege doar domeniul $s \in [0, 1]$, din cel infinit posibil, nu s-ar mai putea desluși nimic din grafice.

7. APROXIMAREA UNOR FUNCȚII ELIPTICE JACOBI.

Dacă se reușește o bună aproximare a funcției amplitudine **Jacobi** $am(u, k)$, atunci se pot aproxima cu succes implicit funcțiile sinus $sn(u, k)$ și cosinus $cn(u, k)$ eliptice, deoarece, așa cum se știe

$$(28) \quad \begin{cases} cn(u, k) = \cos[am(u, k)] \\ sn(u, k) = \sin[am(u, k)] \end{cases}$$

Funcția amplitudine / amplitudinus a lui **Jacobi** este de perioadă $4K$. Convertită pentru a fi o funcție de perioada 2π (**Fig.17**), se aseamănă foarte mult cu funcția amplitudine excentrică $ax\theta$ (**Fig. 18, a și b**) de excentricitate variabilă.

Funcția amplitudine a lui **Jacobi** are expresia computațională (29) și se calculează cu seria din aceeași relație. Atragem atenția că $m = k^2 \rightarrow k = \sqrt{m} = m^{0.5}$.

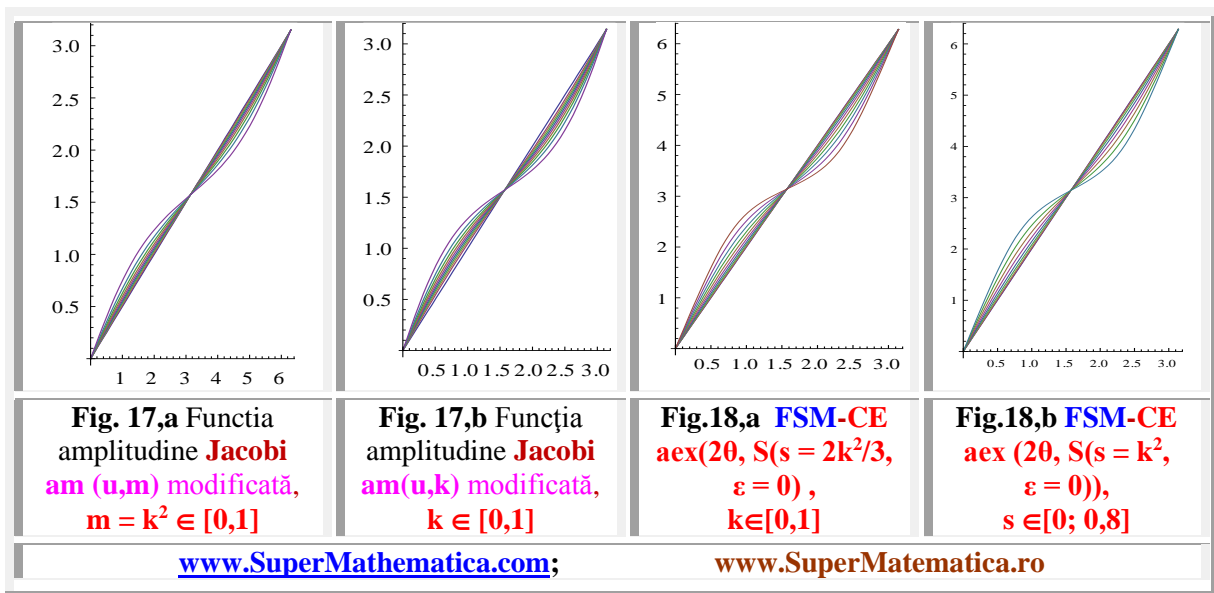
$$(29) \quad \text{JacobiAmplitude}[u, m] = z - \frac{mz^3}{6} + \frac{1}{120}(4m + m^2)z^5 + \frac{(-16m - 44m^2 - m^3)z^7}{5040} + O[z]^9$$

În **figura 18, a excentricitatea s** este variabilă, fiind la puterea a doua și are expresia

$$(30) \quad s \rightarrow \frac{2}{3}s^2, \quad \text{sau } s = 2k^2/3 \text{ astfel că FSM-CE este}$$

$$(31) \quad y = am(2\theta, S(\frac{2}{3}s^2, 0)) = 2\theta + \arcsin[\frac{2}{3}s^2 \sin 2\theta], \quad u \equiv \theta, \quad m = s^2.$$

Fără a evoca istoria, s-a ajuns la concluzia că o aproximare și mai bună se obține dacă coeficientul $2/3 \rightarrow 1$, dat domeniului $s \in [0, 1]$ se convertește în domeniul $s \in [0; 0,7]$ sau în domeniul $s \in [0; 0,8]$, ceea ce este cam același lucru (**Fig. 18, b**), sau dacă, în relația (31) $\arcsin \rightarrow \arctan$.

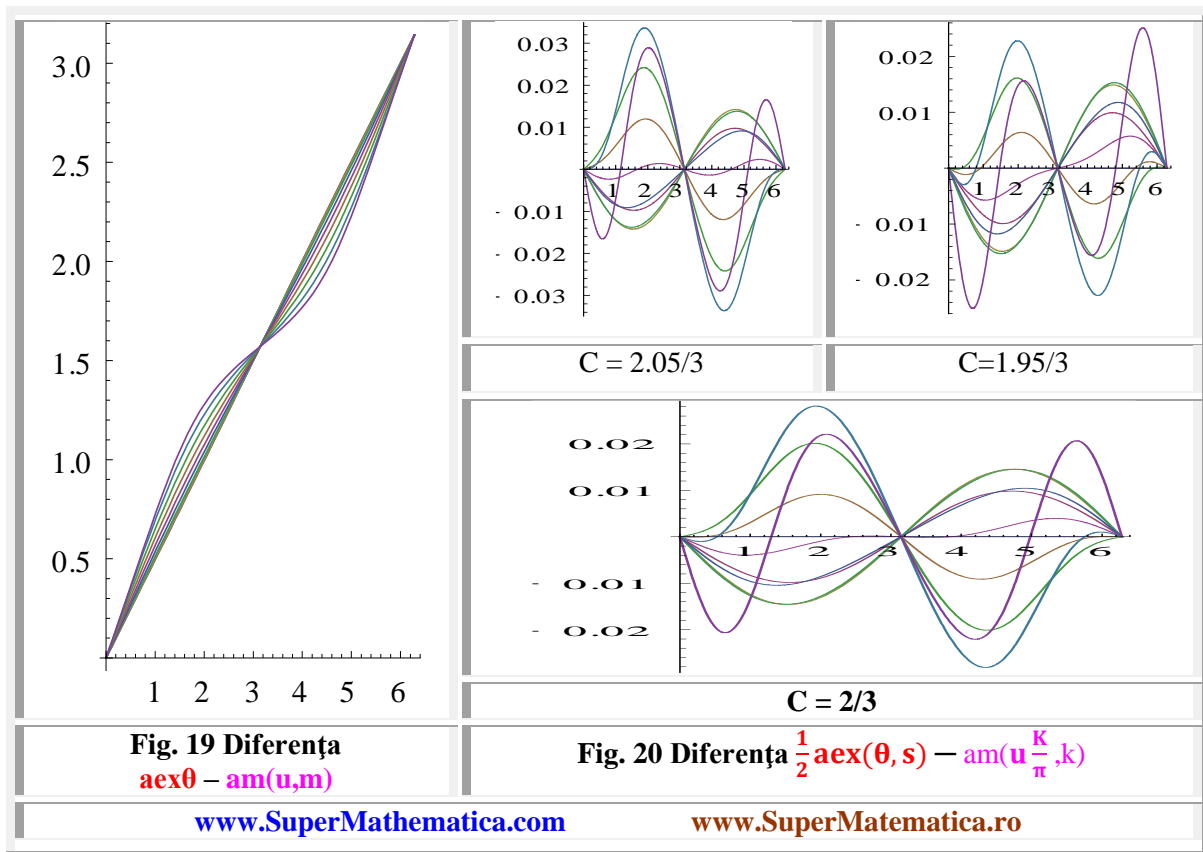


Realizând, în programul Mathematica a lui **Stephan Wolfram**, diferența dintre cele două funcții supermatematice $ax\theta$ și eliptice Jacobi $am(u, k)$, pentru un coeficient de $2/3$, situația apare ca în figura 19. Din figură rezultă că diferența este tot o funcție asemănătoare cu cele două, de unde se trage concluzia ca **FSM-CE** trebuie înjumătățită, adică

$$(32) \quad am(u \frac{K}{\pi}, k) \cong \frac{1}{2} aex(\theta, s).$$

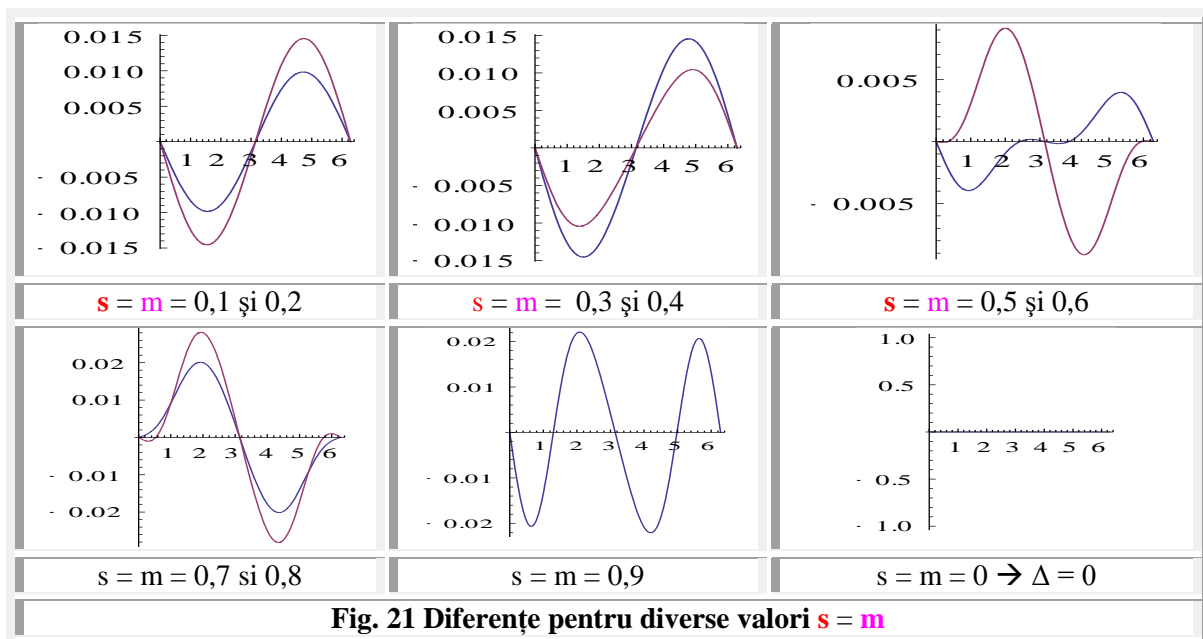
Făcând acum diferența

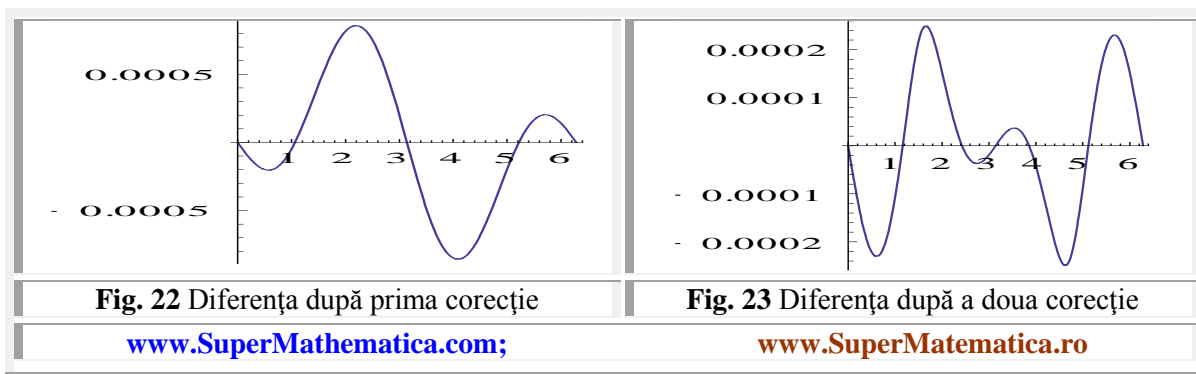
$$(33) \quad \frac{1}{2} aex(\theta, s) - am(u \frac{K}{\pi}, k) = \Delta(\theta) \text{ ea este prezentată în figura 20.}$$



Se observă, din **figurile 20**, că situația cea mai bună, dintre cele 3 analizate / încercate, este pentru $C = 2/3$, în care, diferența maxim maximorum nu depășește eroarea de 5 sutimi ($5 \cdot 10^{-2}$) eroare acceptabilă în multe din situațiile tehnice.

O îmbunătățire este posibilă pentru valorile modului k luate separat, făcându-se diferența (33) nu pentru familia de funcții, ci pentru anumite funcții, de un anumit **modul** k . Prezentăm în **figura 21** diversele diferențe pentru valorile k indicate.





Se observă că diferențele minime se obțin pentru valorile $s = m$ din mijlocul domeniului, pentru $s = m = 0,5$ și $0,6$. Pentru $s = m = 0,5$, eroarea maximă, în domeniul de existență al funcțiilor $\theta \in [0, 2\pi]$, nu depășește valoarea de 4 miimi ($0,004 = 4 \cdot 10^{-3}$), ceea ce, în acest domeniu, este o performanță remarcabilă, dată fiind simplitatea **FSM-CE** amplitudine excentrică de variabilă excentrică și de excentricitate variabilă.

În continuare, ameliorarea preciziei se face separat pentru diversele valori $s = m$. Astfel, de exemplu, pentru $s = m = 0,2$ în diferența (33) mai trebuie adăugat termenul

$$(34) \quad + 0.015 \sin \theta \quad \text{și rezultă}$$

$$(35) \quad y_2 = aex(\theta, 2s^2/3, \varepsilon = 0) + 0.015 \sin \theta$$

și noua diferență va fi de numai $6 \cdot 10^{-4}$, de 10 ori mai bună, așa cum se observă în **figura 22**.

Analizând forma funcției diferență, din **figura 22**, se constată că diferența se mai poate ameliora prin scăderea din diferența anterioară a funcției $s \sin \theta$, adică, funcția de aproximare va lua forma

$$(36) \quad y_3 = y_2 - 0.0008 \cdot s \sin \theta, \quad s = 0,95; \quad \varepsilon = 0$$

și rezultă noua diferență, care este numai jumătate din cea anterioară, așa cum se poate observa în **figura 23**.

Și procesul de ameliorare a preciziei de aproximare ar putea continua prin adăugarea unei funcții care să reducă diferențele maxime din **figura 23**, numai că, datorită erorilor de rotunjire operația devine dificilă și precizia, deja obținută, este de notorietate matematică, ținând cont de numărul redus de termeni ai funcției de aproximare a funcției eliptice amplitudine **Jacobi**.

În lucrarea [18] se prezintă aproximarea cu o extraordinar de ridicată precizie, de minimum 15 zecimale exacte, a funcției **K(k)**, a **integralei eliptice complete de prima speță** și aplicațiile **funcțiilor supermatematice** sunt de-abia la începutul lor.

8 UTILIZAREA SERIEI FUNCȚIEI AMPLITUDINE JACOBI LA GNERAREA UNOR FUNCȚII SUPERNOVE

Se știe că funcțiile eliptice **Jacobi** pot fi reprezentate în diverse programe de matematică cu seria de puteri (28):

Series[**JacobiAmplitude**[z, m], { $z, 0, 8$ }] :

$$(29') \quad z - \frac{mz^3}{6} + \frac{1}{120} (4m + m^2)z^5 + \frac{(-16m - 44m^2 - m^3)z^7}{5040} + O[z]^9$$

iar în programele de **matematica din Mathematic 8** a lui **Stephan Wolfram** cu expresia:

$$(37) \quad \text{Plot}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{JacobiAmplitude}[u, 0.1m]\}, \{m, 0, 10\}], \{u, 0, 2\text{Pi}\}]]$$

prin care rezultă funcțiile de perioada **4K(k)** (**Fig. 24**) și cu comanda

$$(38) \quad \text{Plot}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{JacobiAmplitude}[u \frac{K(k)}{\pi}, 0.1m]\}, \{m, 0, 10\}], \{u, 0, 2\text{Pi}\}]]$$

prin care rezultă funcții **amplitudine Jacobi** de perioada 2π (**Fig. 25**).

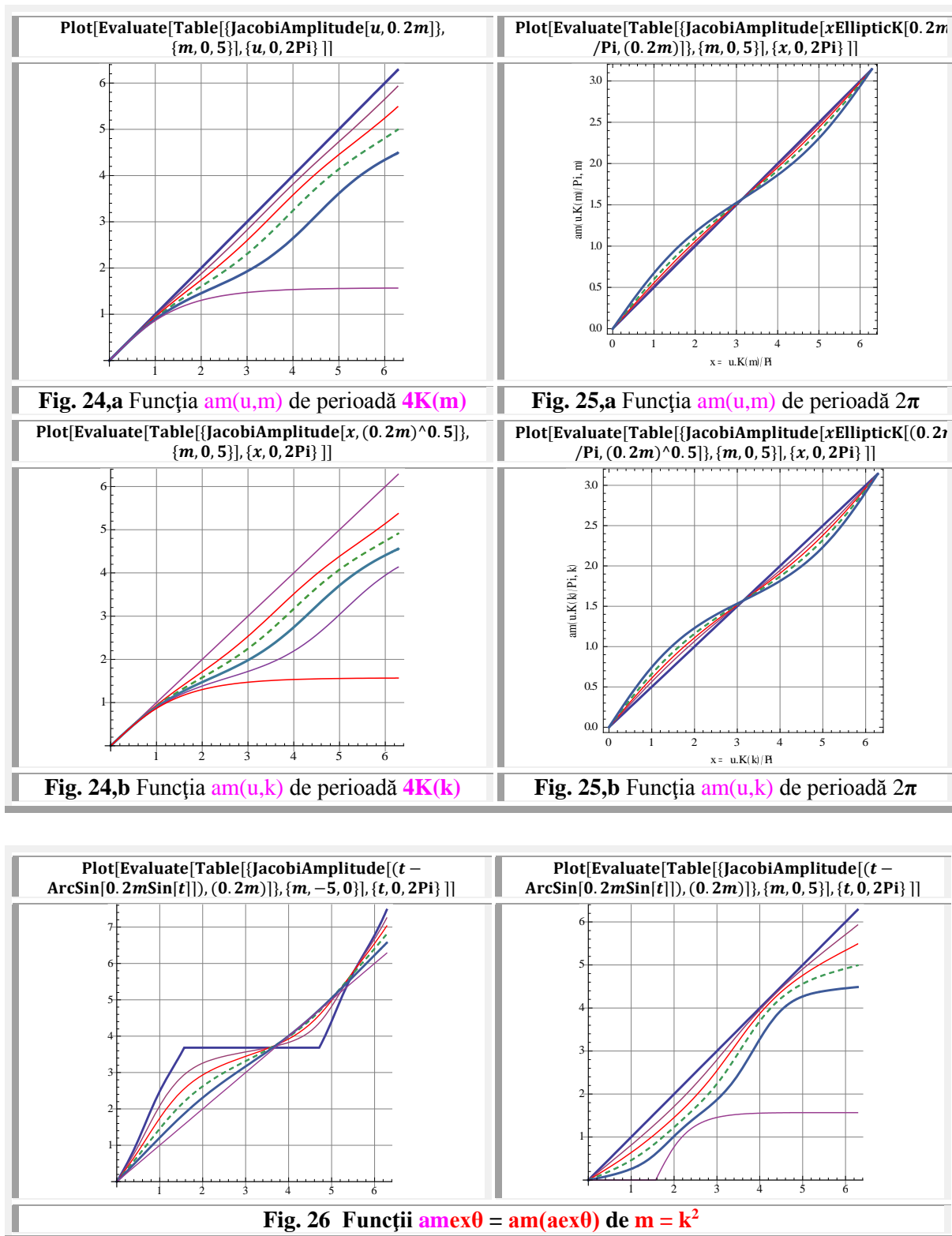
Dacă argumentul u se înlocuiește cu **FSM-CE** amplitudine excentrică (**aexθ**) se obțin funcțiile **Jacobi supernove amplitudine elipticoexcentrice**, notate cu **amaexθ** (**Fig. 26**).

Dacă relația (38) se scrie cu $0.1m$ în locul lui $0.1m$ atunci din suma (29') se alege doar primul termen z sau cu alte notații x sau t și programul îl plotează pe z . Dacă z este funcția **aexθ**, ca în **figura**

27 ▲, atunci se va plota această funcție și nu *JacobiAmplitude*. Dacă se scrie **0.2 m** atunci se va plota funcția (29') cu doi termeni adică

$$(38') \quad z - \frac{mz^3}{6} = aex\theta - \frac{m}{6}(aex\theta)^3$$

ș.a.m.d. (Fig. 27 ▼) permițând astfel generarea unor funcții noi **supernove** prezentate în continuare.



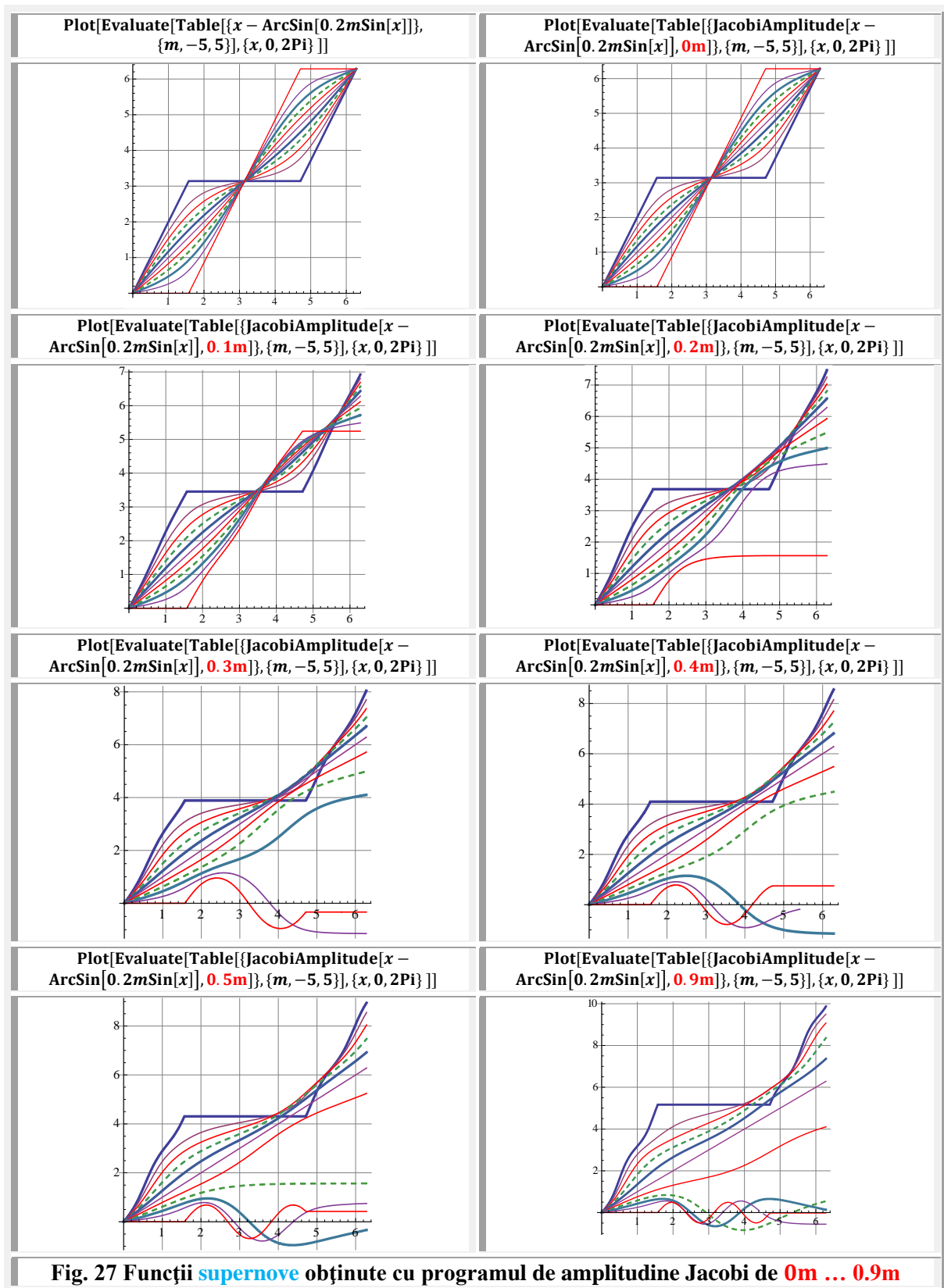
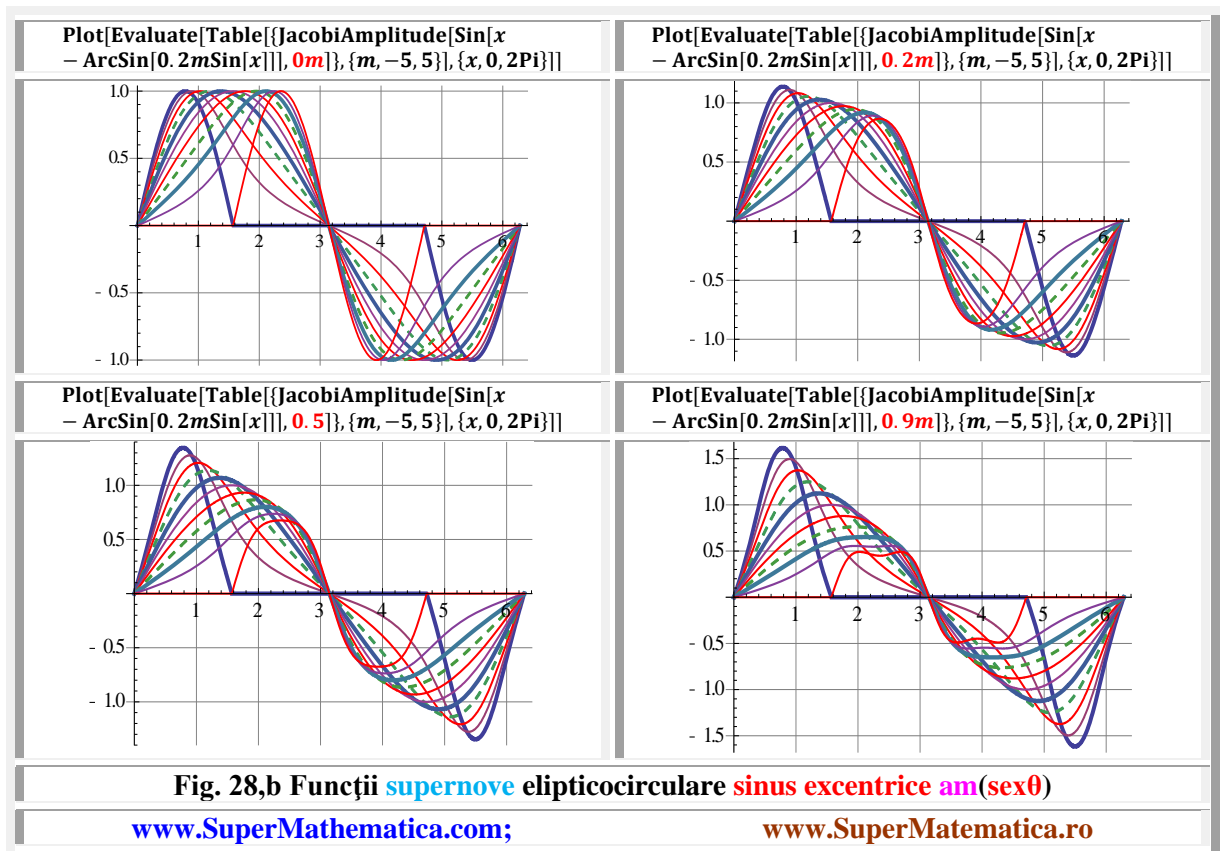
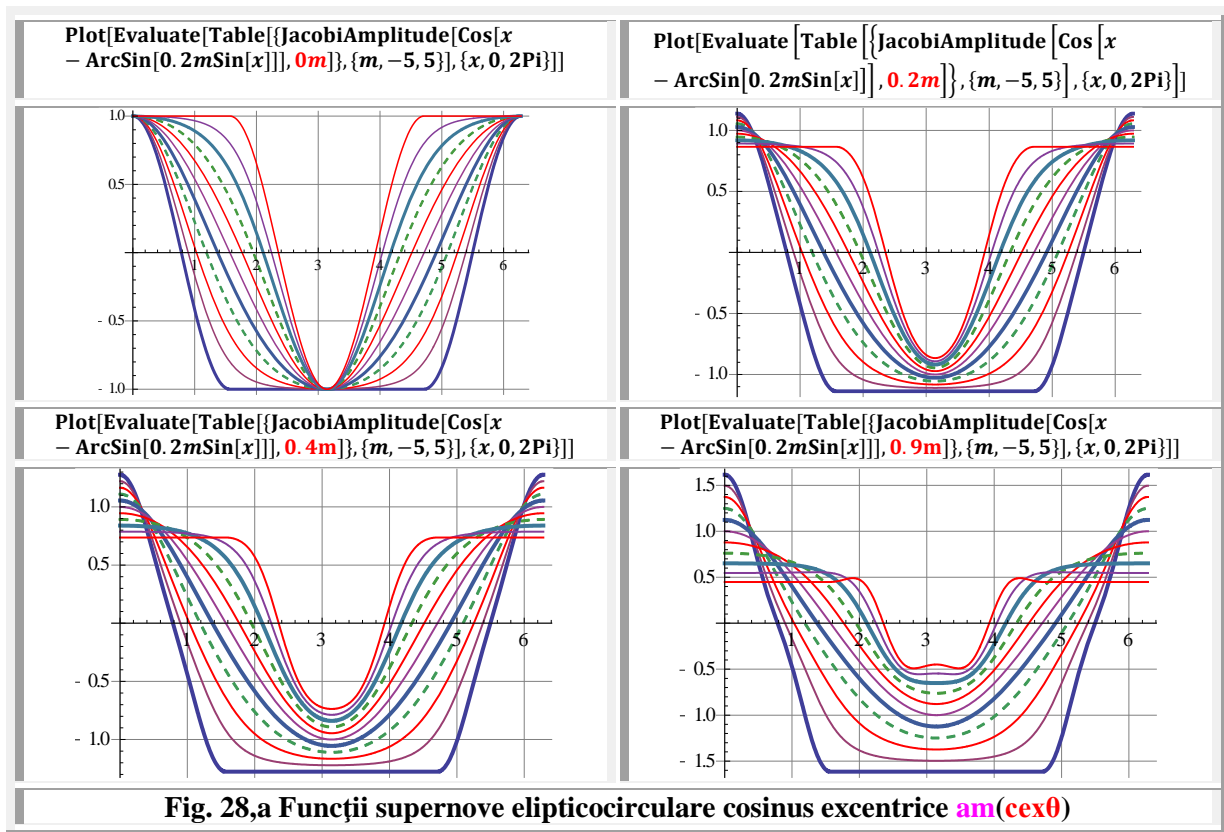
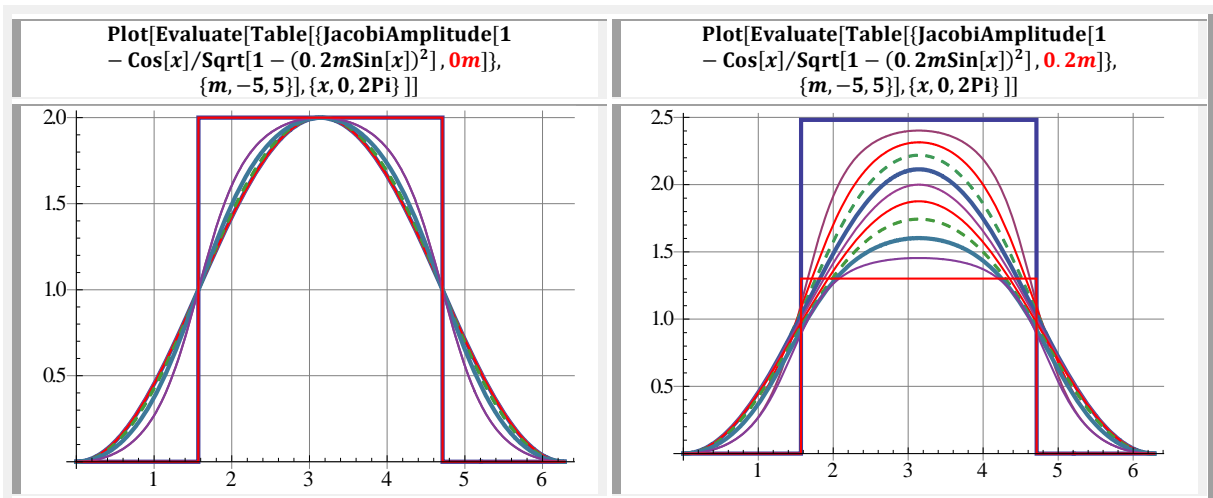
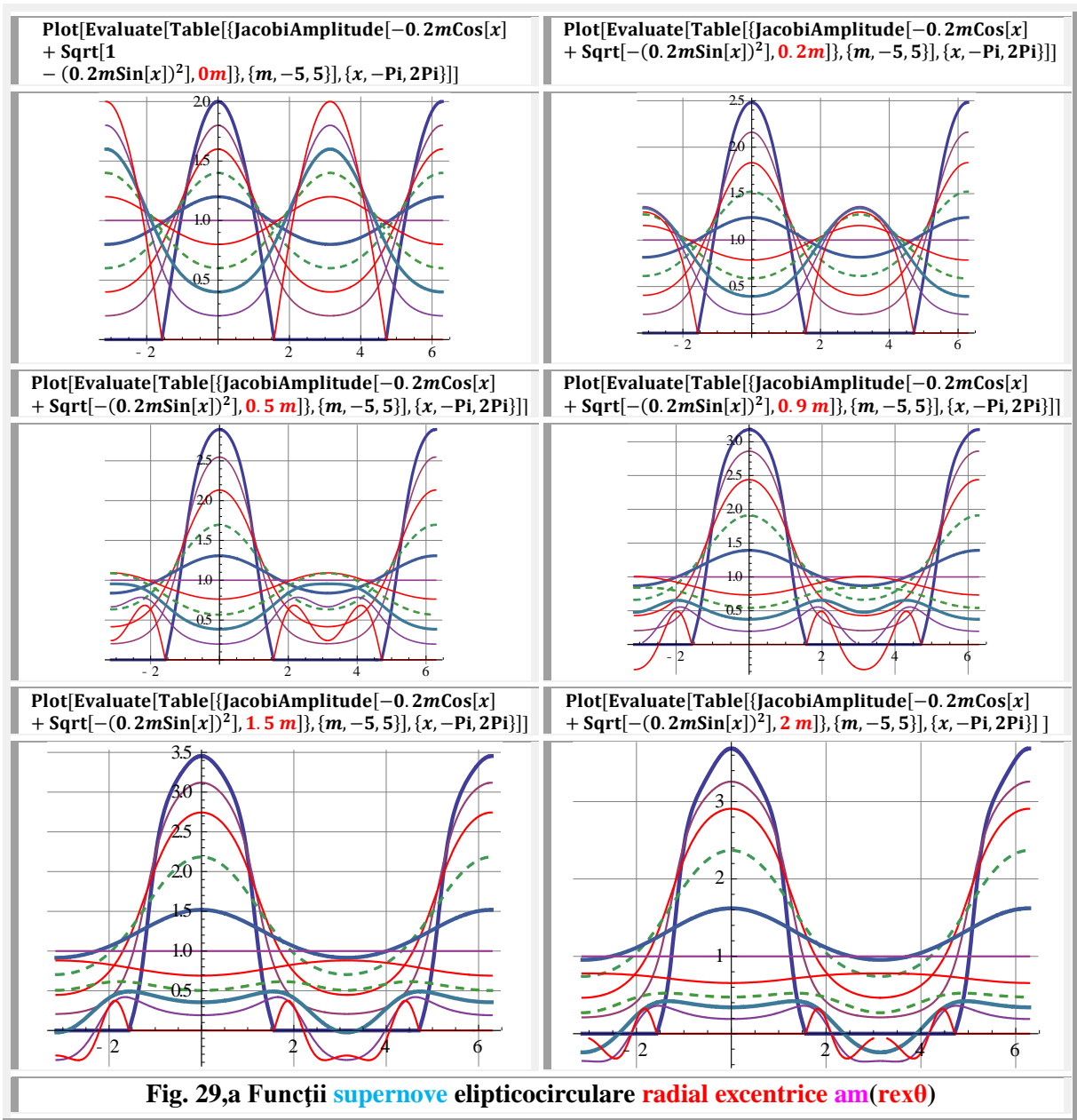
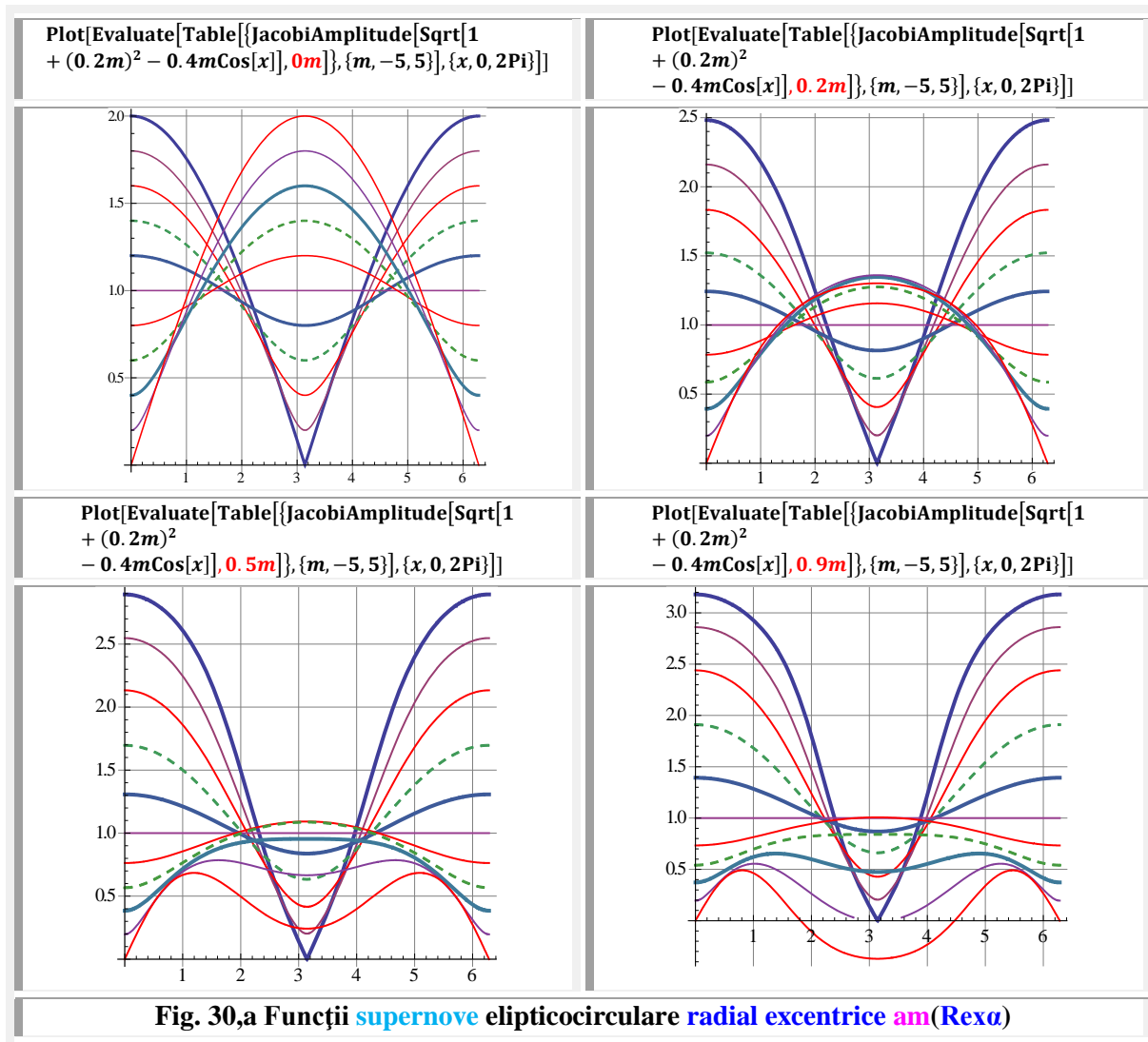
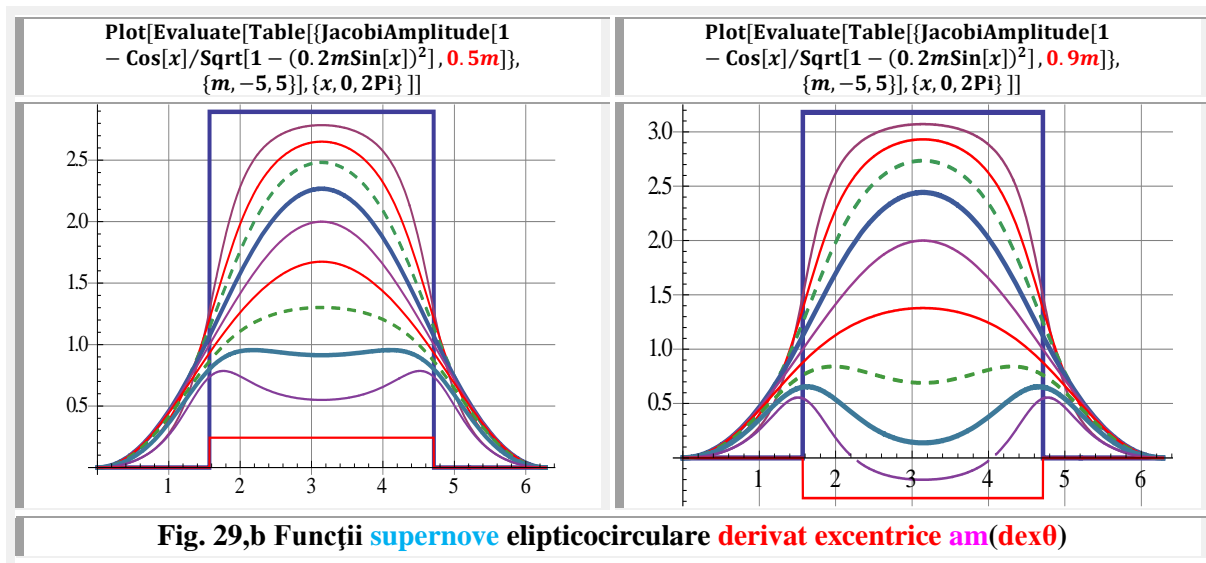


Fig. 27 Funcții **supernove** obținute cu programul de amplitudine Jacobi de **0m ... 0.9m**

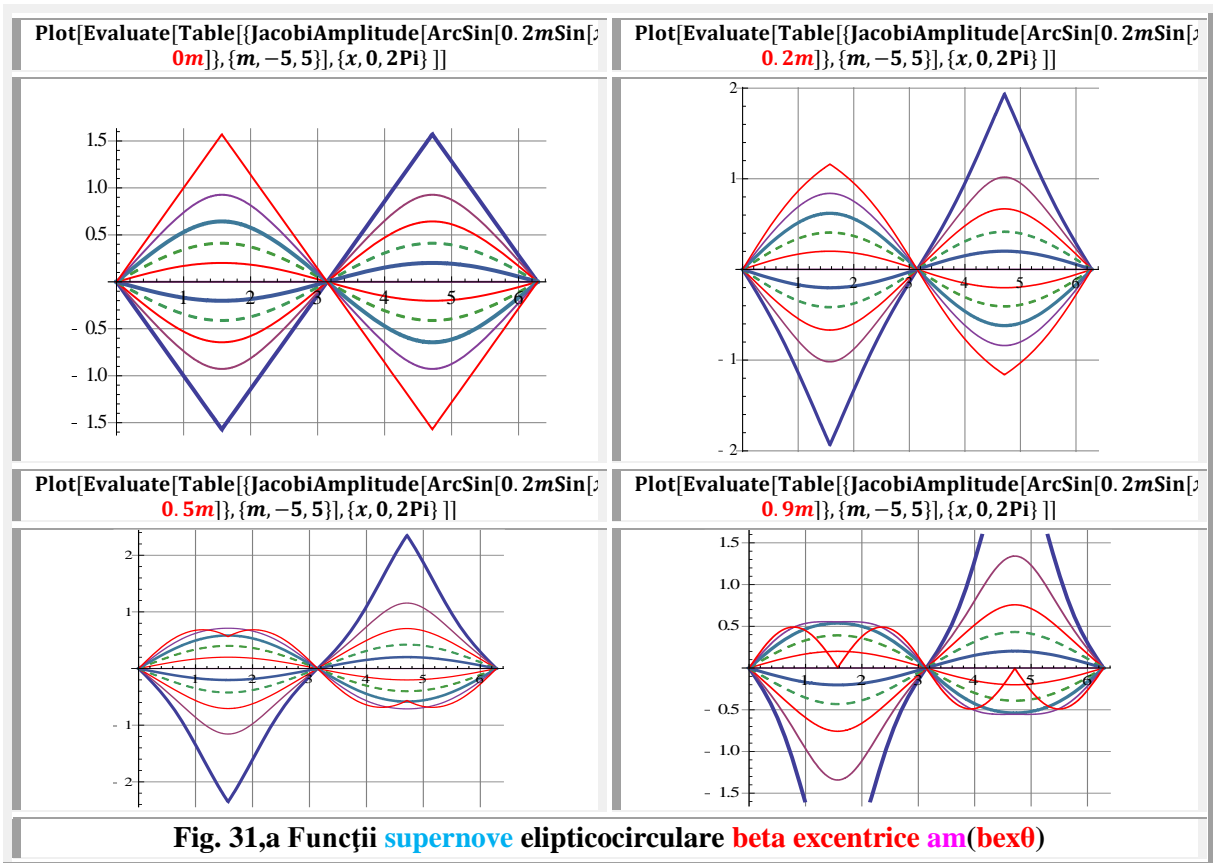
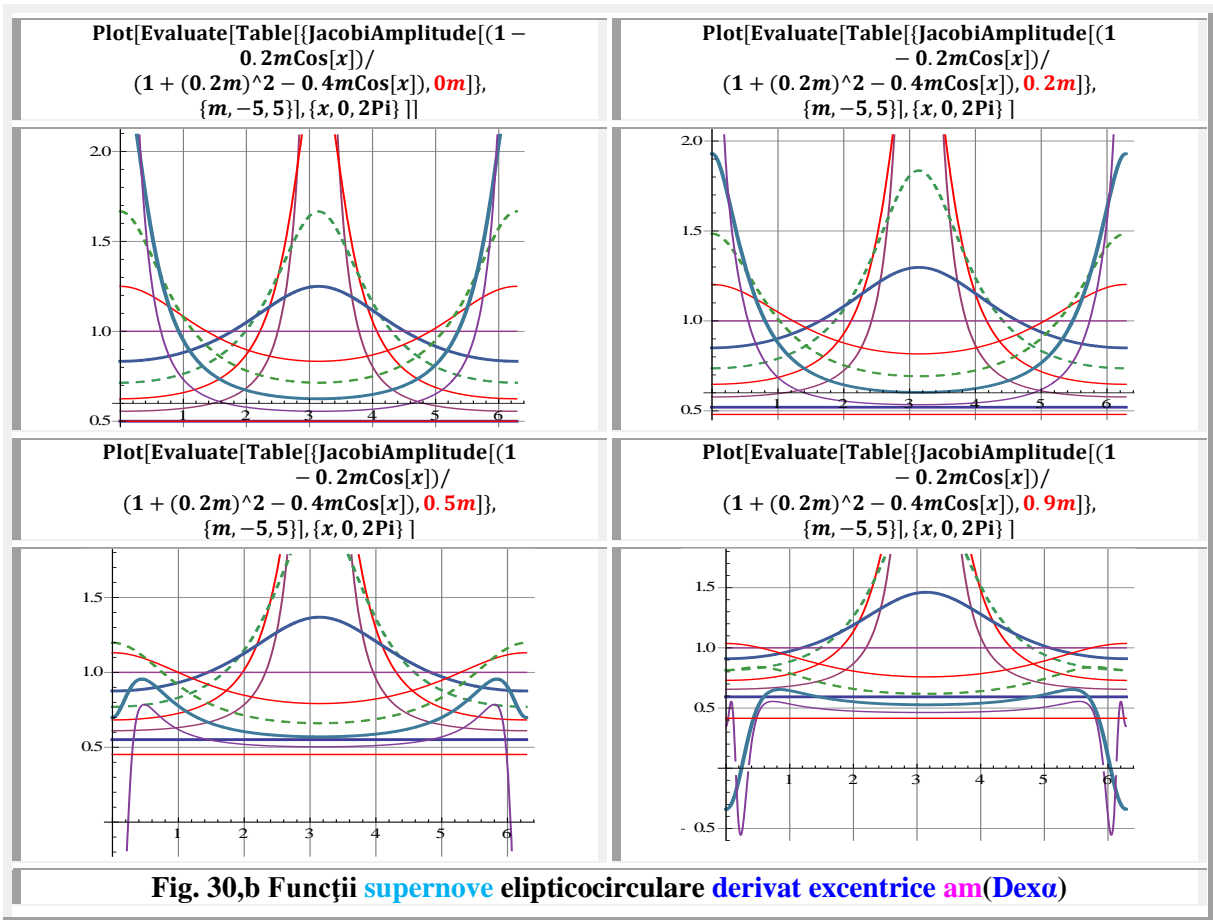
Dacă se alege $z = \text{cex}\theta$ sau $z = \text{sex}\theta$ ($\theta \equiv x$) se obțin, în același mod, din seria lui $\text{am}(u, k)$ funcții **circularexcentricoeiptice supernove** $\text{am}(\text{cex}\theta)$ și, respectiv, $\text{am}(\text{sex}\theta)$ din figura 28,a și b, iar pentru $\text{rex}\theta$ și $\text{dex}\theta$. rezulta **FSN** $\text{am}(\text{rex}\theta)$ și, respectiv, $\text{am}(\text{dex}\theta)$ din figura 29 a și b.

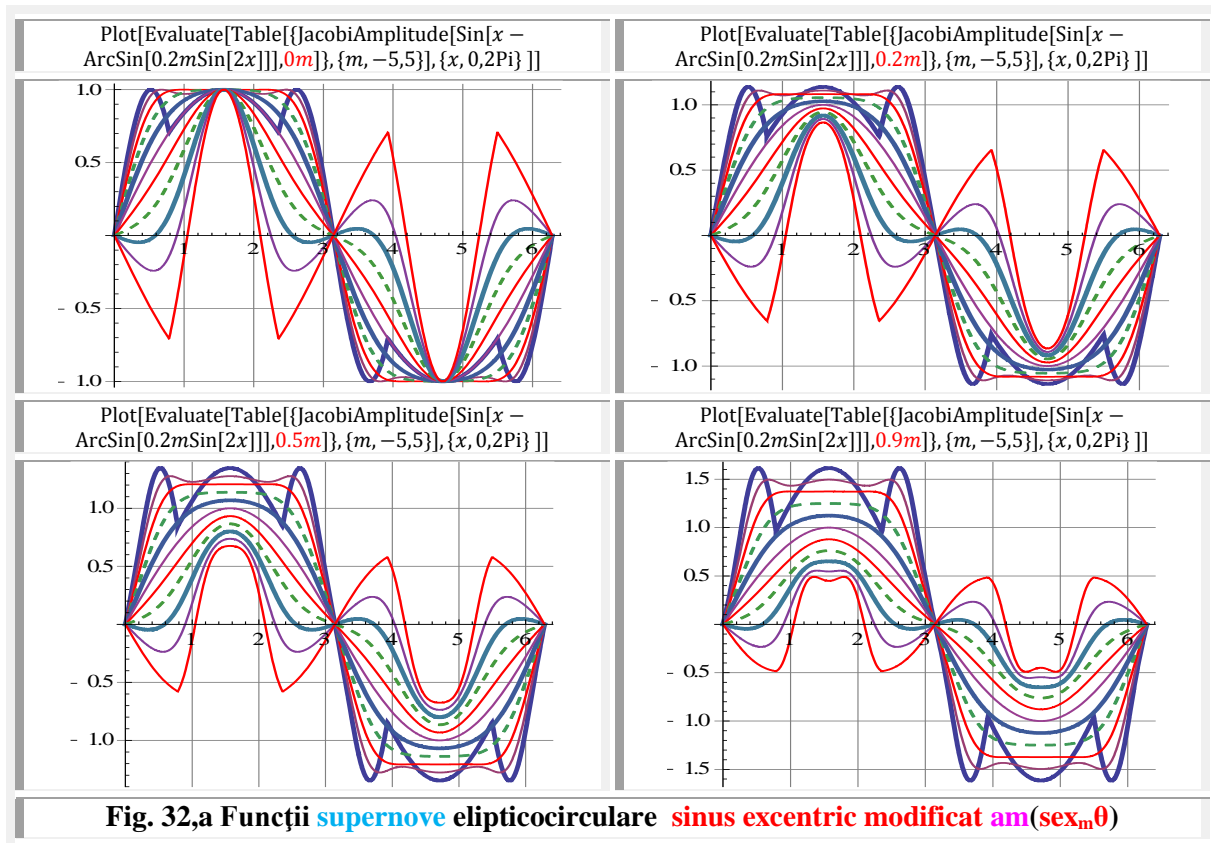
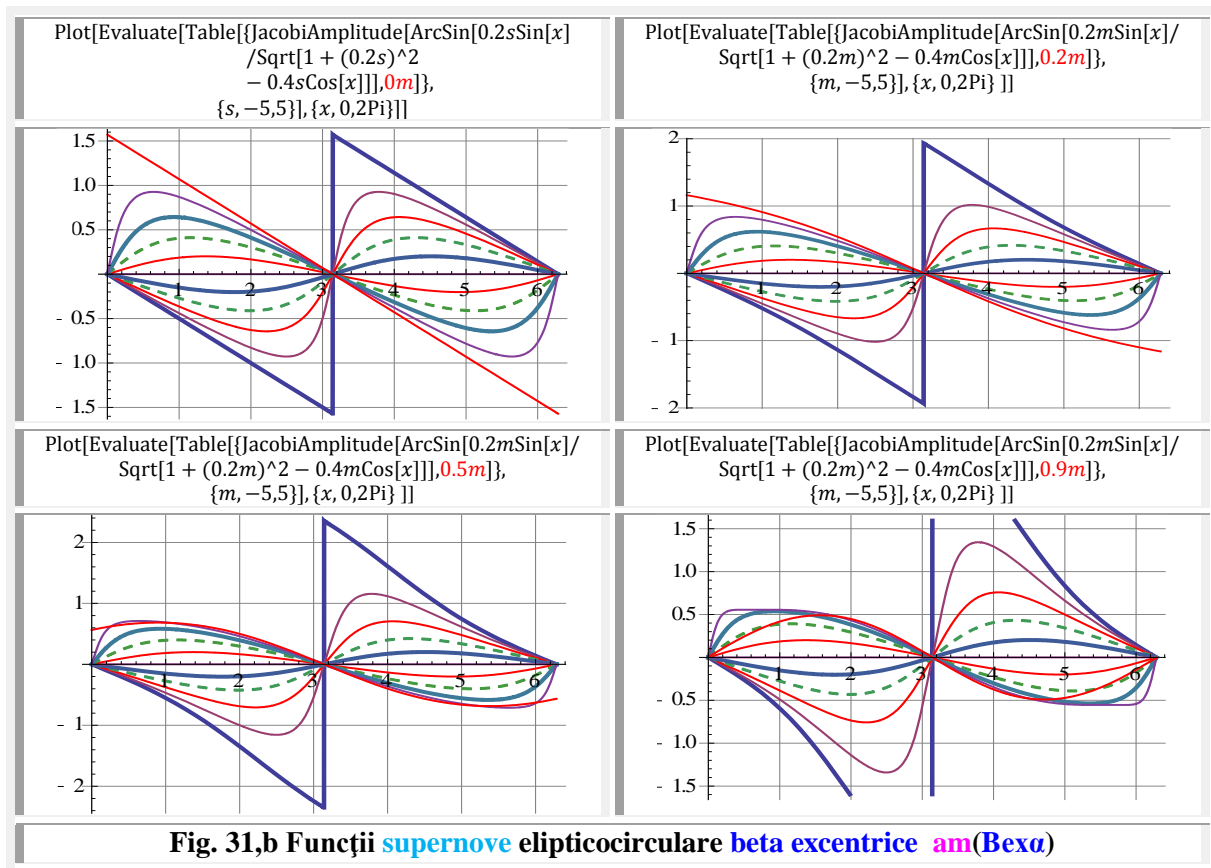


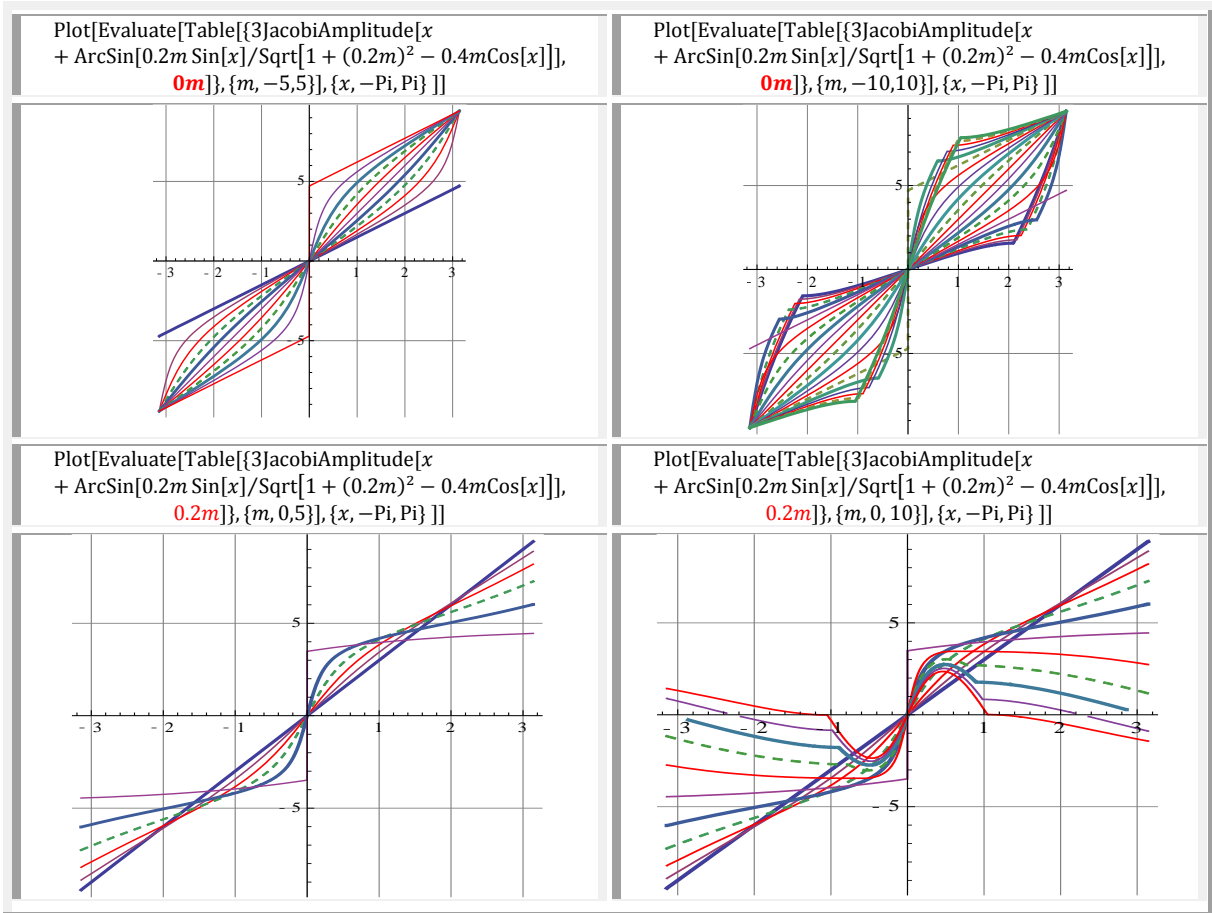
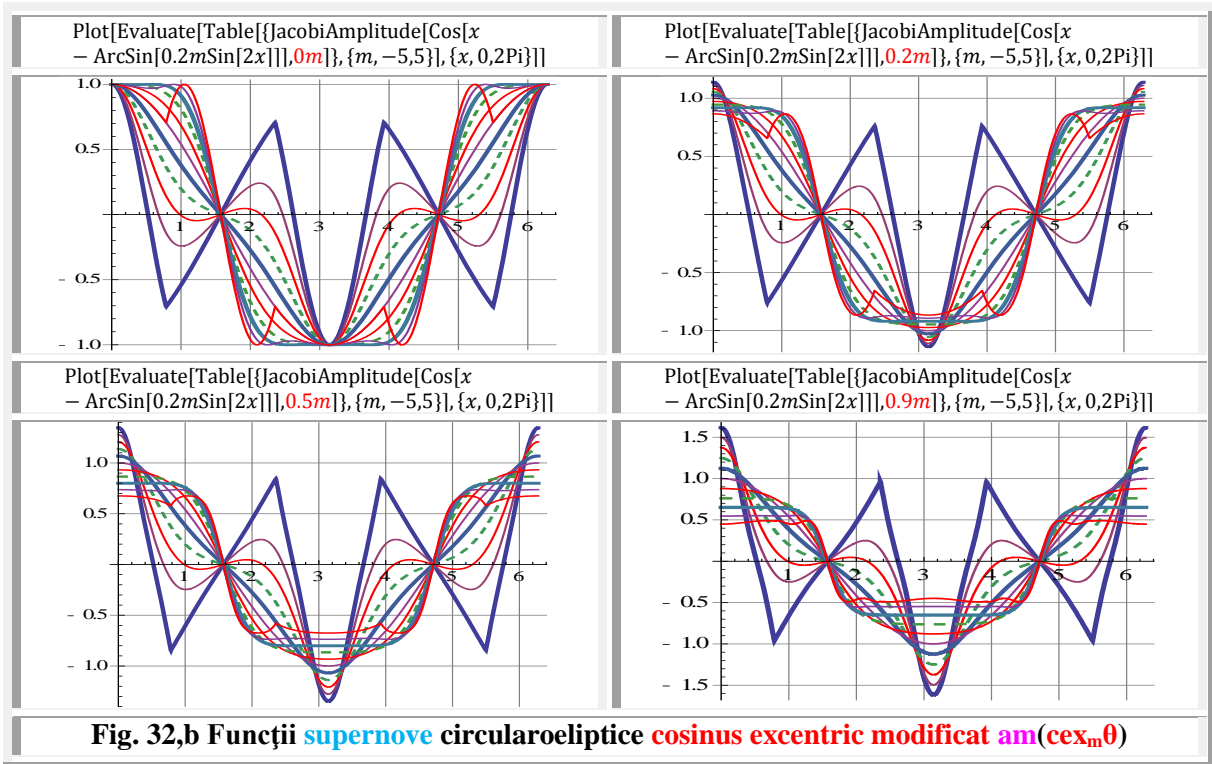




Funcții similare, dar de *variabila centrică a* sunt prezentate în figurile 30,a și 30,b.







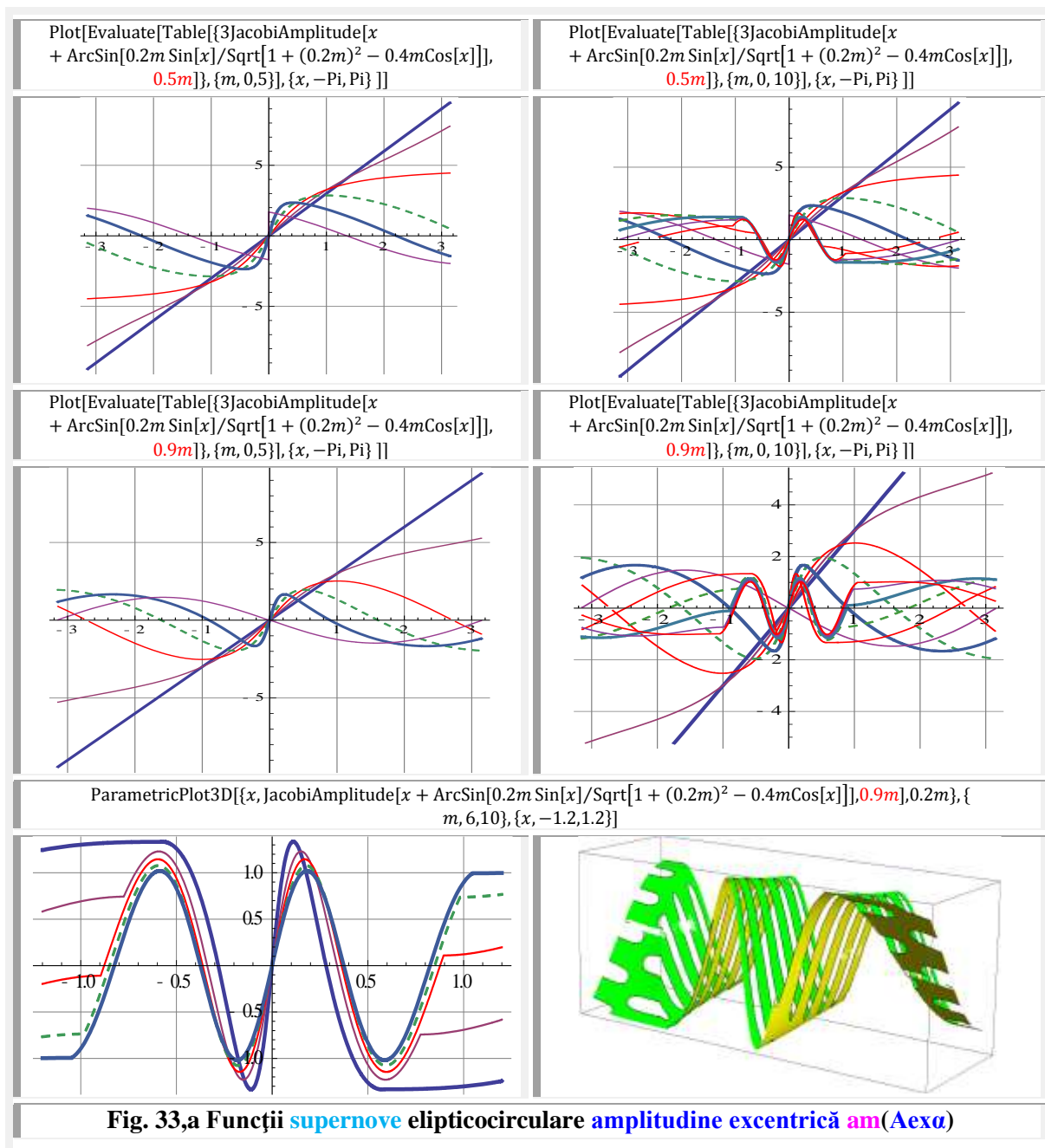


Fig. 33,a Funcții supernove elipticocirculare amplitudine excentrică am(Aexα)

7. BIBLIOGRAFIE

- | | | | |
|---|--------------|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Şelariu, M., | SUPERMATEMATICA. Fundamente | Ed. POLITEHNICA, Timișoara, 2007 |
| 2 | Şelariu, M | TEHNO-ART OF ŞELARIU SUPER-MATHEMATIC FUNCTIONS | Ed. American Research Press (ARP), 2007 |
| 3 | Şelariu, M | SUPERMATEMATICA | Com IV Conf. Internaț. Ing. Man. & Tehnologică TEHNO'95, Vol.9 Mat. Apl.. p. 41...64 |
| 4 | Şelariu, M | SMARANDACHE STEPPED FUNCTIONS | SCIENTIA MAGNA, An international Journal, Vol.3, No 1, 2007, p. 81..92 |
| 5 | Şelariu, M | FUNCȚII CIRCULARE EXCENTRICE | Com.I Conf. Naț. Vibr. Constr. Maș., p. 101...108 |

- | | | | |
|----|------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6 | Şelariu M | FUNCTII CIRCULARE EXCENTRICE
ŞI EXTENSIA LOR | Bul. Şt.&Teh. IPTV Timișoara, Seria
Mecanică, Tom 25 (39), Fasc. 1- 1980,
p. 189...196 |
| 7 | Şelariu, M | FORMA TRIGONOMETRICĂ A SUMEI
ŞI A DIFERENŢEI NUMERELOR
COMPLEXE | TEHNO'95, p.65...72. |
| 8 | Şelariu, M | ANALIZA CALITĂŢII MIŞCĂRILOR
PROGRAMATE CU FUNCTII
SUPERMATEMATICE | TEHNO'95, Vol.VII, p. 163...184 |
| 9 | Şelariu, M | FUNCTIILE SUPERMATEMATICE cex
ŞI sex-SOLUŢIILE UNOR SISTEME
MECANICE NELINIARE | Com. VII Conf. VCM, Timișoara, 1993,
p. 275...284 |
| 10 | Şelariu, M | THE DEFINITION OF THE ELLIPTIC
ECCENTRICES WITH FIXED
ECCENTRE | V-a Conf. Naț. VCM, Timișoara, 1985,p.
175..182. |
| 11 | Şelariu, M | ELLIPTIC ECCENTRICES WITH
MOBILE ECCENTRE | ibidem, p. 183...188 |
| 12 | Şelariu, M | CIRCULAR ECCENTRICES AND
HYPERBOLICS ECCENTRES | ibidem, p. 189...194 |
| 13 | Şelariu, M | ECCENTRICES LISSAJOUS FIGURES | ibidem, p. 195 ... 202 |
| 14 | Şelariu, M | RIGIDITATEA DINAMICĂ
EXPRIMATĂ
CU FUNCTII SUPERMATEMATICE | VII Conf. Internaț. TEHNO'95,
Timișoara, 1955, Vol.7, p. 185 ... 194 |
| 15 | Şelariu, M | FUNCTII SUPERMATEMATICE
EXCENTRICE DE VARIABILĂ
CENTRICĂ | VII-a Conf. Internat. Ing. Man. & Tehn.
TEHNO'98, Timișoara, 1998,
p. 531 ... 548 |
| 16 | Şelariu, M, | FUNCTII SUPERMATEMATICE
EXCENTRICE DE VARIABILĂ
CENTRICĂ CA SOLUŢII ALE UNOR
SISTEME OSCILANTE NELINIARE | VII-a Conf. Internaț. Ing. Man.& Tehn.
TEHNO'98, Timișoara, 1998,
p. 557 ... 572 |
| 17 | Şelariu, M | TRANSFORMAREA RIGUROASA IN
CERC A DIAGramei POLARE A
COMPLIANŢEI | Bul. X Conf. VCM, Bul Şt. Tehn. al
Univ. POLITEHNICA, Timișoara, Seria
Mec., Tom 47(61), 2002, Vol II
p. 247 ... 260. |
| 18 | Şelariu, M | DETERMINAREA ORICÂT DE
EXACTĂ A RELAŢIEI DE CALCUL A
INTEGRALEI ELIPTICE
COMPLETE DE SPEŢA ÎNTÂIA K(K) | Bul. VII Conf. VCM, Timișoara, 1996,
Vol. III , p. 15 ... 24 |
| 19 | Şelariu, M | QUADRILOBIC VIBRATION SYSTEMS | Sc. Bull. of the « Politehnica »
University of Timișoara,
Transactions on Macanics Special Issue,
2005 (A 11-a Conf. VCM)
Ed. Academiei, Buc., 1970 |
| 20 | Kecs., W.,
Teodorescu
P.P., | APLICAŢII ALE TEORIEI
DISTRIBUŢIILOR ÎN MECANICĂ | Ed. Academiei, Buc., 1970 |
| 21 | Smarandache,
Fl.,
Şelariu, M | IMMEDIATE CALCULATION of SOME
POISSON TYPE INTEGRALS USING
SUPERMATEMATICS CIRCULAR EX-
CENTRIC FUNCTIONS | The Arxiv AN JOURNALS 0705.
4238 |

Motto: „Oamenii se tem de *gândurile originale* mai mult decât de orice altceva, mai mult decât *de ruină*, mai mult decât *de moarte*.”

Bertrand Russel

CAPITOLUL XIII

FUNȚII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE SUPERNOVE

1 INTRODUCERE

Denumirea de *arcfuncție* (*arccosx*, *arcsinx*, *Arctanx*, *Arccotx* etc.) provine din limba latină. *Arcus cuius sinus x est* înseamnă *arcul al cărui sinus este egal cu x*.

Deoarece funcțiile trigonometrice / circulare directe sunt funcții de arc, din însăși denumirea funcției *Arc* / *arc* rezultă că ea este inversa funcției directe.

Ca urmare, ecuațiile parametrice ale funcției directe *sinx* sunt

$$(1) \quad \begin{cases} x = x \\ y = \sin x \end{cases} \rightarrow \quad \mathbf{sinx}$$

iar a inversei ei, *arcsinx*, sunt

$$(2) \quad \begin{cases} x = \sin x \\ y = x \end{cases} \rightarrow \quad \mathbf{arcsinx.}$$

Din relația (2) rezultă că aceste funcții circulare, foste trigonometrice, centrice și / sau excentrice ca și cele elevate și exotice pot fi considerate ca aparținând totodată și *funcțiilor supernove circulare centrice* și, respectiv, excentrice, elevate și exotice.

Pe cât de simplu se pot obține graficele funcțiilor inverse, în coordonate parametrice, pe atât de complicat se pot obține expresiile lor analitice, deoarece este necesar să se rezolve unele ecuații algebrice neliniare de grad infinit.

Astfel, dacă expresia funcției *directe sin x* este

$$(3) \quad y(x) = \sin x = 1 - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \dots + \dots \text{ și nu este chiar simplă !}$$

Pentru determinarea expresiei funcției inverse, este necesar să se rezolve ecuația neliniară de grad infinit:

$$(4) \quad 1 - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \dots + \dots - y = 0 \quad \rightarrow \quad x(y) = ?$$

Soluția ei este, după cum se știe seria infinită:

$$(5) \quad x(y) = \arcsin y = y + \frac{1}{2 \cdot 3} y^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} y^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} y^7 + \dots \quad |y| < \frac{\pi}{2}$$

Dar soluția poate fi dată și în serii hipergeometrice astfel

$$(6) \quad \arcsin z = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} dz = \int_0^x {}_1F_0\left(\frac{1}{2}; ; z^2\right) dz = z {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; z^2\right) \Big|_0^x = x {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; x^2\right)$$

În privința determinării analitice a inversei unei funcții există și excepții, adică funcții a căror inverse se determină imediat. O astfel de funcție este *funcția supermatematică circulară excentrică (FSM-CE) beta excentrică* de variabilă excentrică (*bexθ*), a cărei expresie este

$$(7) \quad y(\theta) = \text{bex}\theta = \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]$$

astfel că rezolvarea ecuației

$$(8) \quad y(\theta) - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)] = 0, \text{ sau } y(\theta) = \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]$$

este simplă.

Scriind

$$(9) \quad \sin y(\theta) = \sin \{ \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)] \} \rightarrow \sin y(\theta) = s \cdot \sin(\theta - \varepsilon) \rightarrow$$

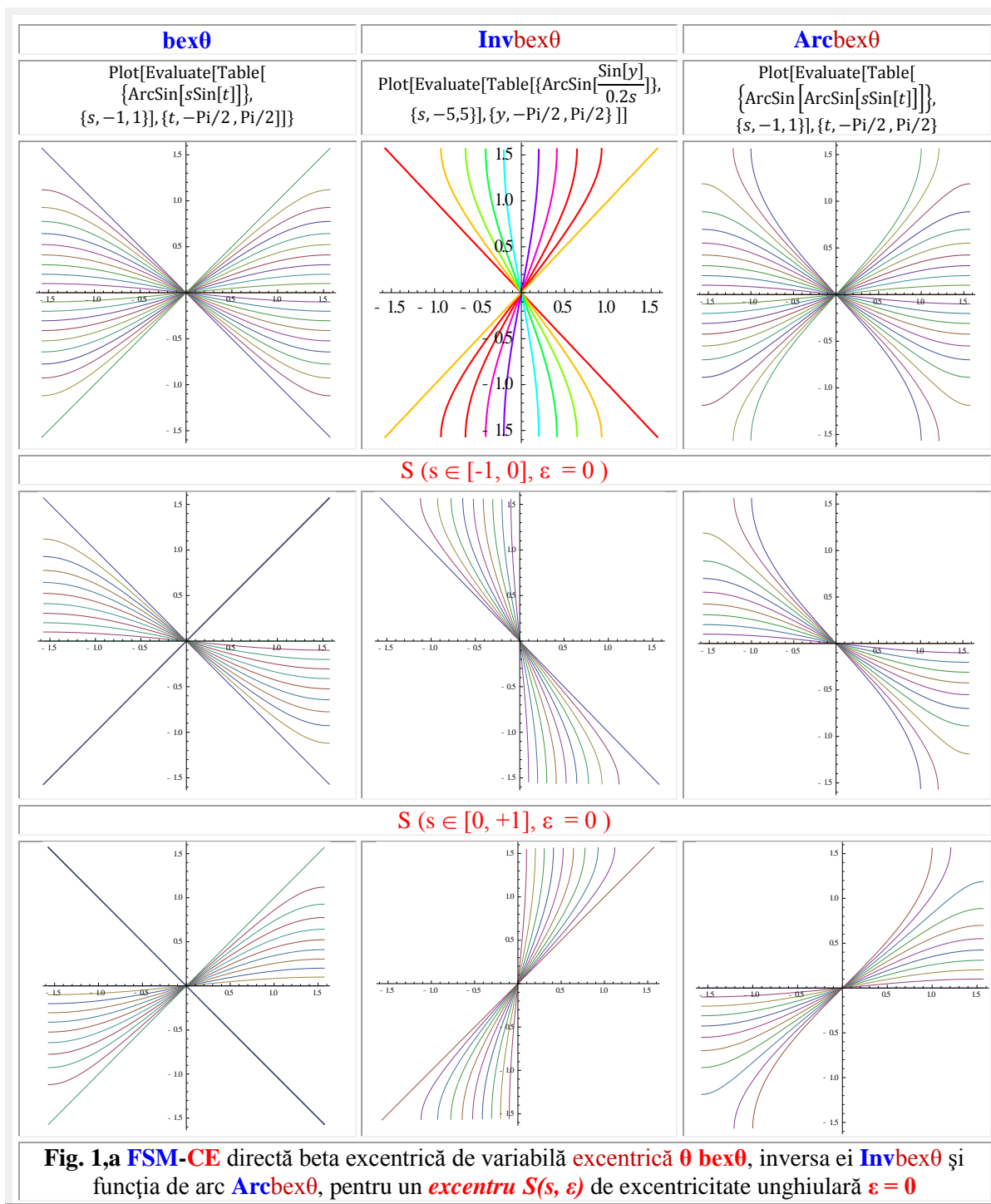
(10) $\sin(\theta - \varepsilon) = \frac{\sin y(\theta)}{s} \rightarrow \theta(y) = \arcsin \frac{\sin y(\theta)}{s} + \varepsilon$ care este inversa lui **bex** θ , adică

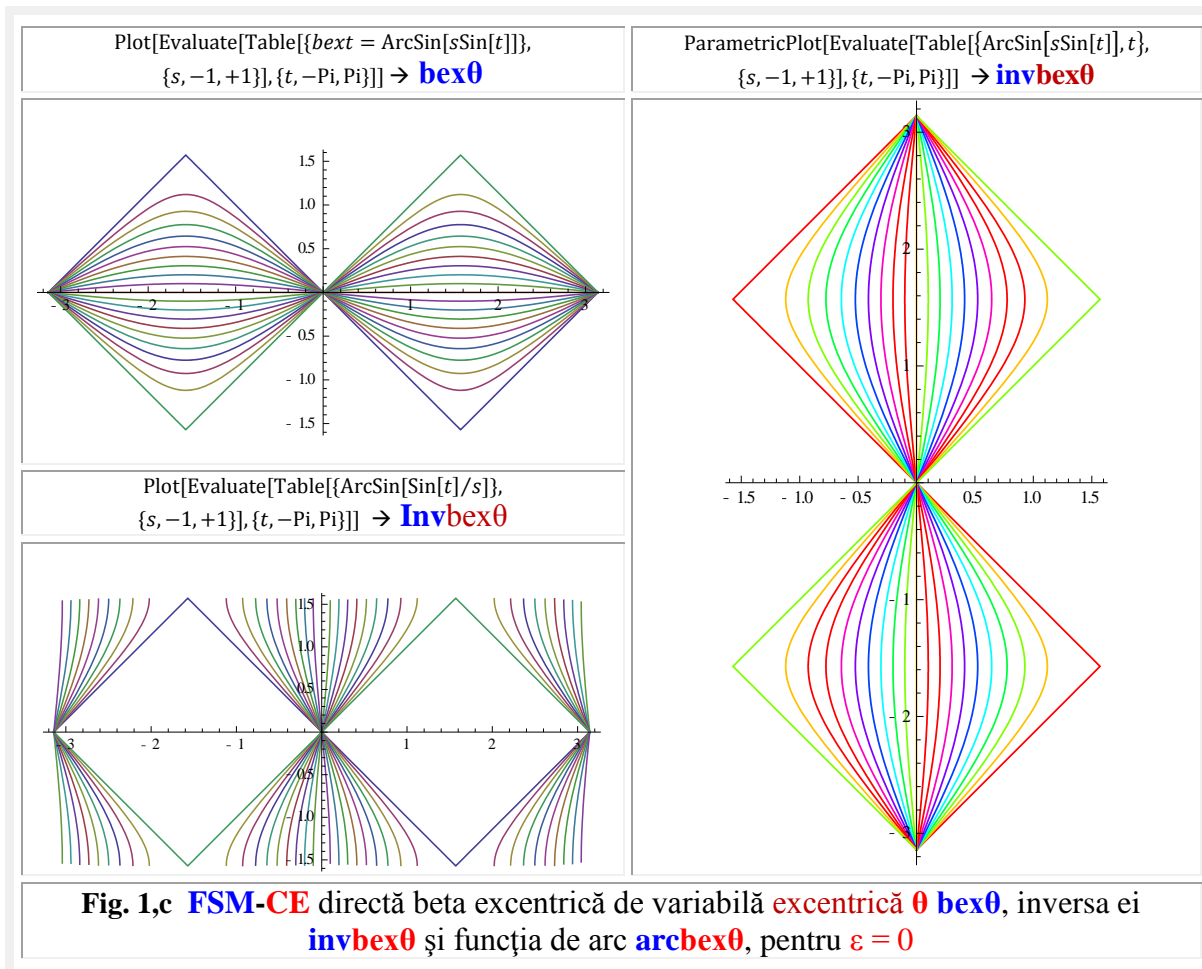
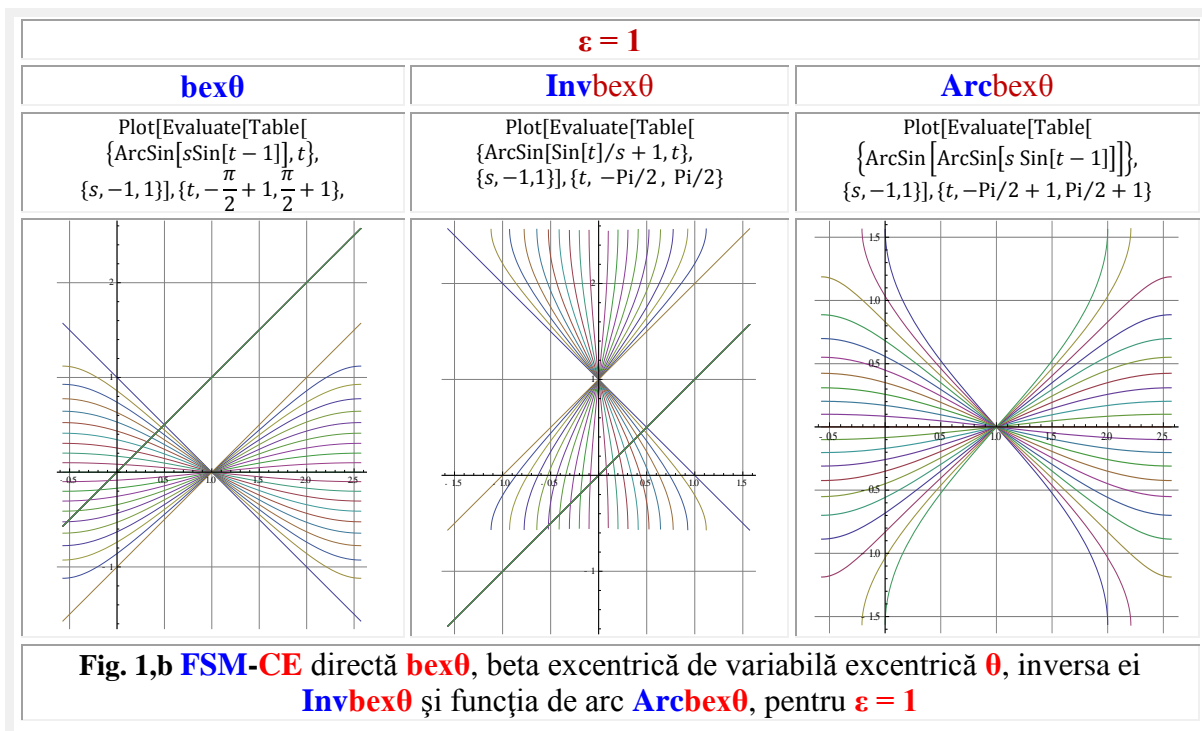
(11) $\text{bex}\theta^{(-1)} = \text{invbex}\theta = \arcsin \frac{\sin y}{s} + \varepsilon$ cu graficele din **figura 1,a**.

Cu notațiile clasice $\beta(\theta) = \text{bex}\theta = \arcsin[s \sin(\theta - \varepsilon)]$, iar $\theta(\beta) = \text{bex}\theta^{(-1)} = \arcsin \frac{\sin \beta}{s} + \varepsilon$.

De ce trebuie notată inversa lui bex θ cu **inv** sau **Inv** și nu cu **arc** sau **Arc** ?

Pentru că **arc**bex $\theta \neq \text{invbex}\theta$ ca și **Arc**bex $\theta \neq \text{Invbex}\theta$ așa cum se poate observa din graficele din **figurile 1,a**.





Pentru $\sin x$, de exemplu, din domeniul / intervalul $x \in [-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}]$, rezultă codomeniul lui $y = \sin x \in [-1, +1]$, iar pentru $y = \text{Arcsin} x$, inversa lui $\sin x$, rezultă domeniul de definiție $x \in [-1, +1]$ și codomeniul funcției inverse $y = \text{Arcsin} x \in [-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}]$. Rezultă același codomeniul pentru $y = \arcsin x \in [-1, +1]$. Mai rezultă, totodată, că funcțiile directă și inversă sunt simetrice față de prima bisectoare și, în consecință, sunt inverse una altele.

2 REMEMBAR: FUNȚII CIRCULARE CENTRICE INVERSE

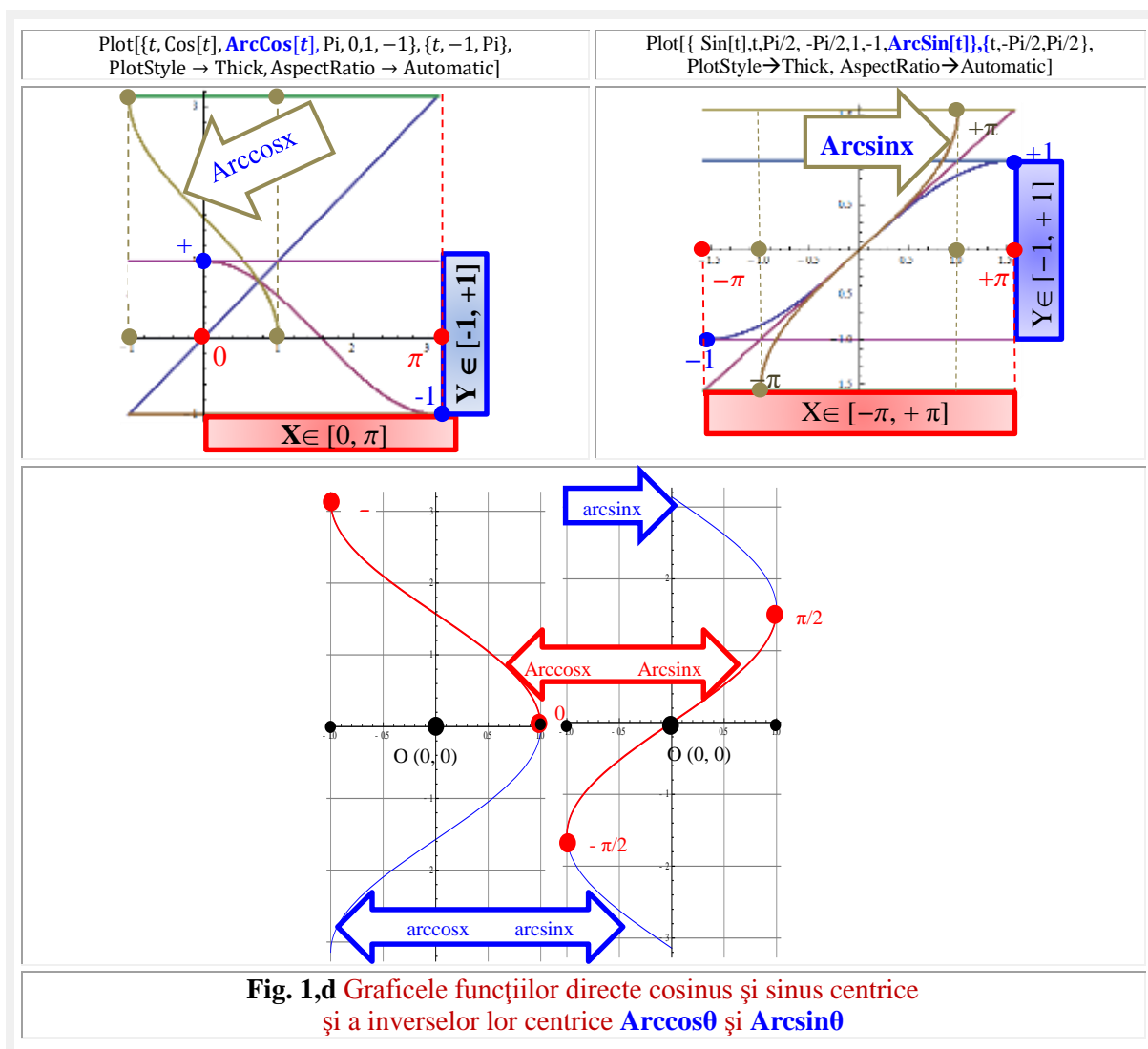
O funcție $f : X \rightarrow Y$ este **inversabilă** sau **biunivocă** dacă există o funcție $g : Y \rightarrow X$, astfel încât $f \circ g = 1Y$ și $g \circ f = 1X$, în care $1M : M \rightarrow M, 1M(x) = x$, oricare ar fi x din M , se numește **aplicația identică** a mulțimii M . În cazul în care $X = Y$, are loc egalitatea $f \circ g = g \circ f = 1X$.

Mulțimea funcțiilor monotone, crescătoare și descrescătoare, este conținută în mulțimea funcțiilor inversabile. O funcție monotonă este inversabilă, pe când o funcție inversabilă nu este neapărat monotonă.

Dacă există g , ca inversă a funcției directe f , atunci are loc echivalența

$$y = f(x) \Leftrightarrow x = g(y),$$

în care x parcurge domeniul de definiție X al funcției f , iar y , imaginea lui x prin funcția f , parcurge domeniul de definiție Y al funcției g sau codomeniul funcției f .



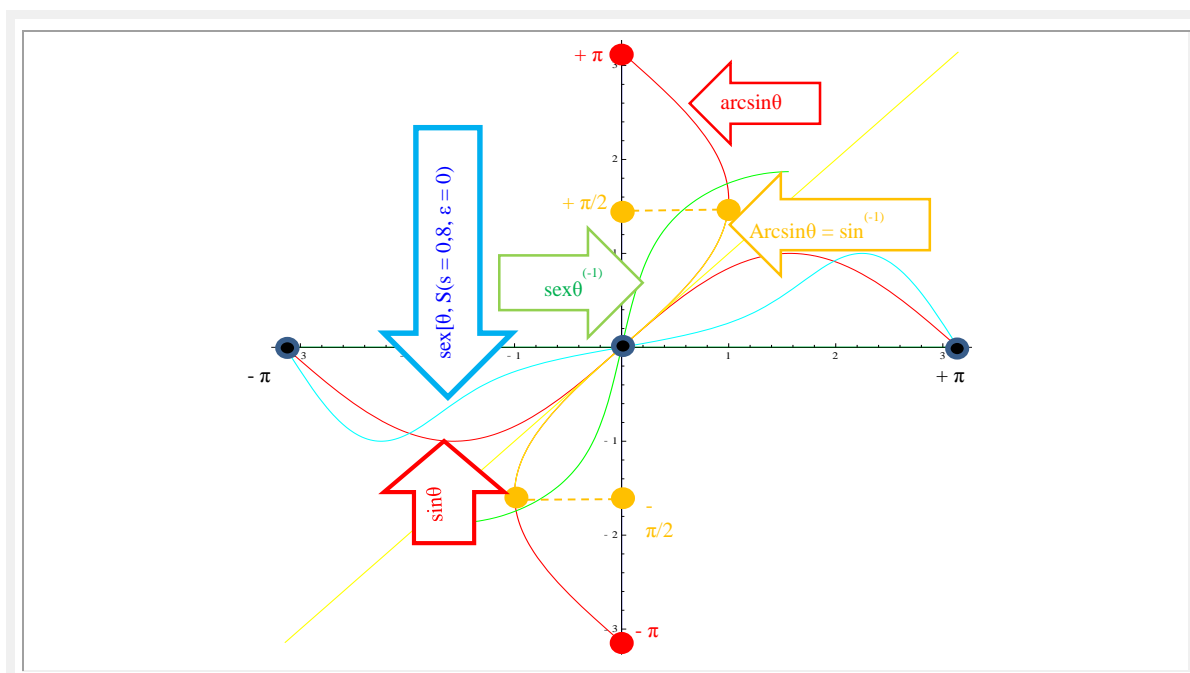
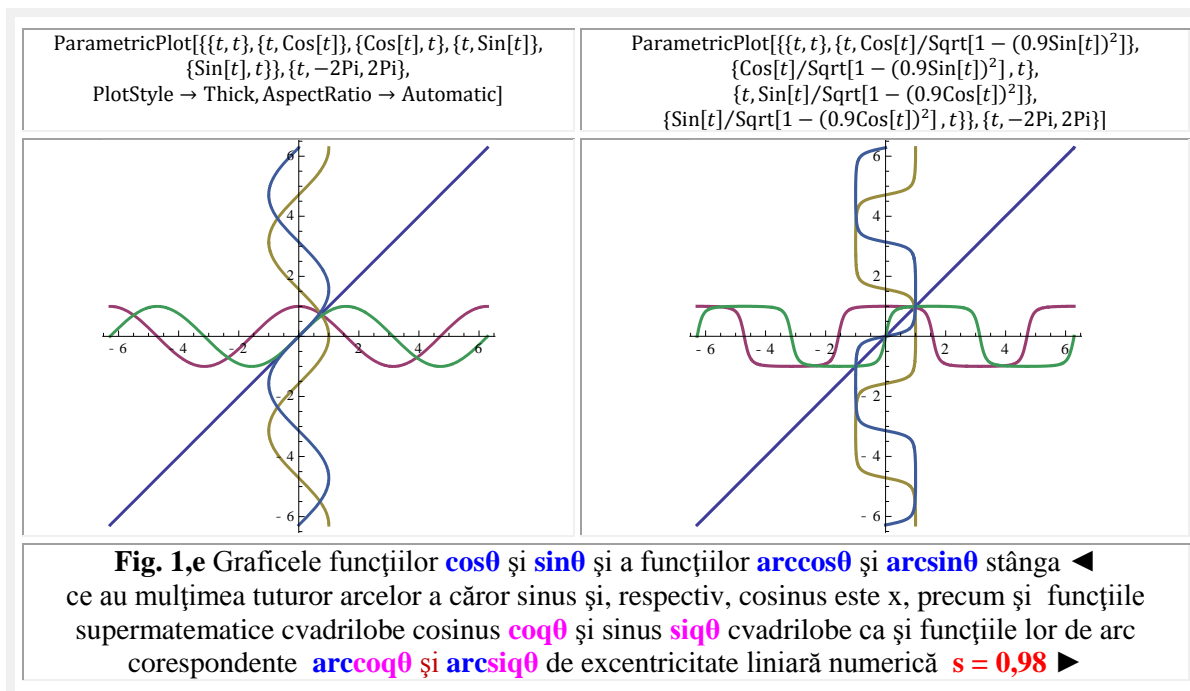
Fie funcția $f : X \rightarrow Y$, bijectivă. Inversa unei aplicații bijectivă este din nou bijectivă.

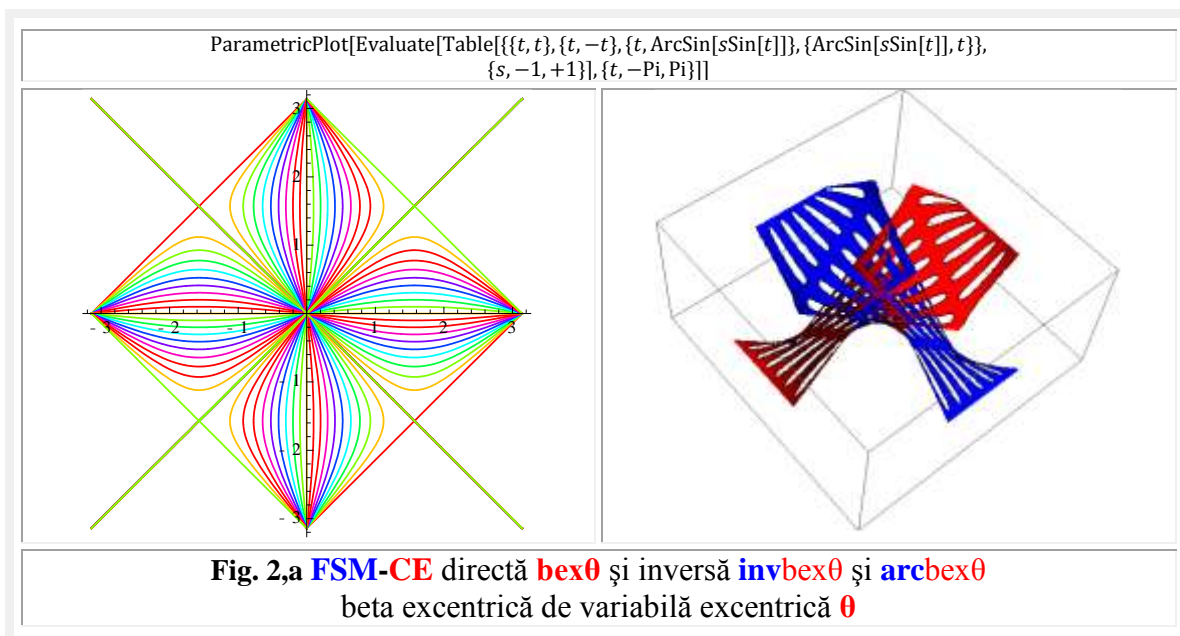
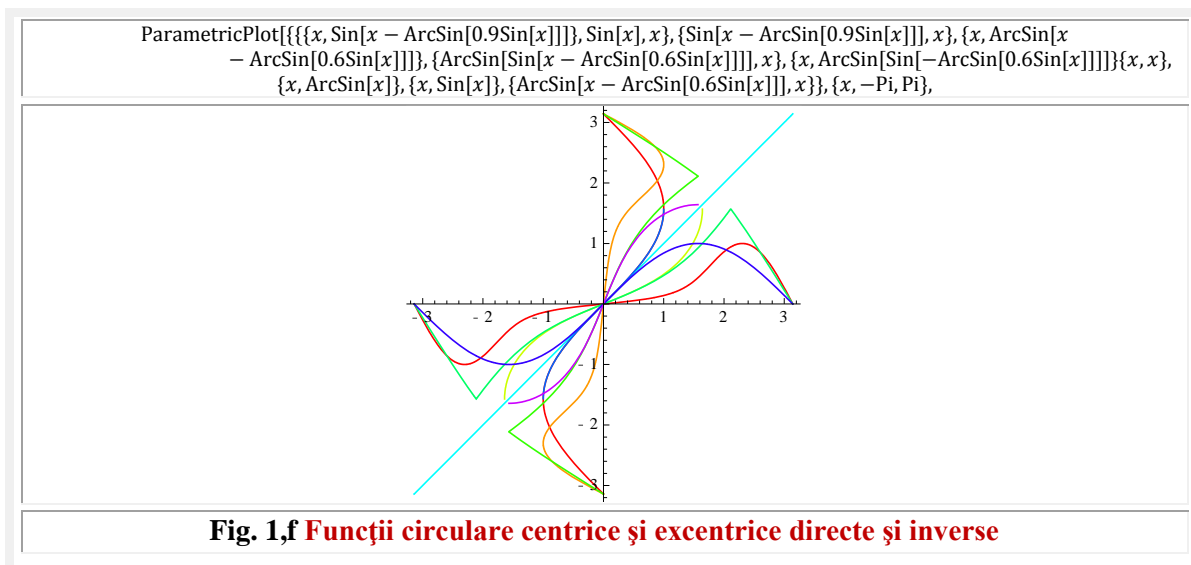
Funcția $g : Y \rightarrow X$, care asociază fiecărui element din y din Y elementul unic x din X , astfel încât $f(y) = x$, se numește funcție inversă a funcției f și se poate nota cu $g = f^{-1}$.

Funcția **directă** f care are ca inversă funcția $f^{-1} = g$, (funcția **inversă** a lui f) se zice că este inversabilă.

Funcția directă $y = x$, care reprezintă ecuația primei bisectoare, are drept funcție inversă funcția $x = y$. Ca urmare, prima bisectoare este, în același timp, și funcție directă și funcție inversă. Toate funcțiile inverse au graficele ca simetrice ale funcțiilor directe față de prima bisectoare.

Se notează cu **arcsinx** mulțimea tuturor arcelor a căror sinus este egal cu x și cu **Arcsinx**, **Arccosx**, **Arctanx** etc. **inversele** funcțiilor **sinx**, **cosx**, **tanx**, etc.

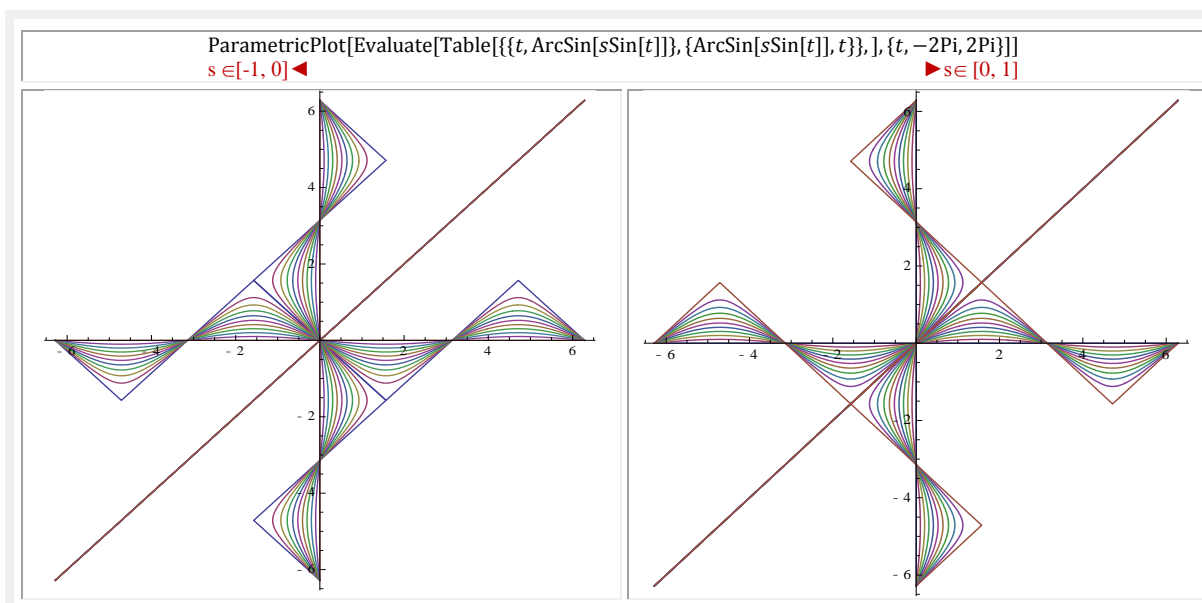
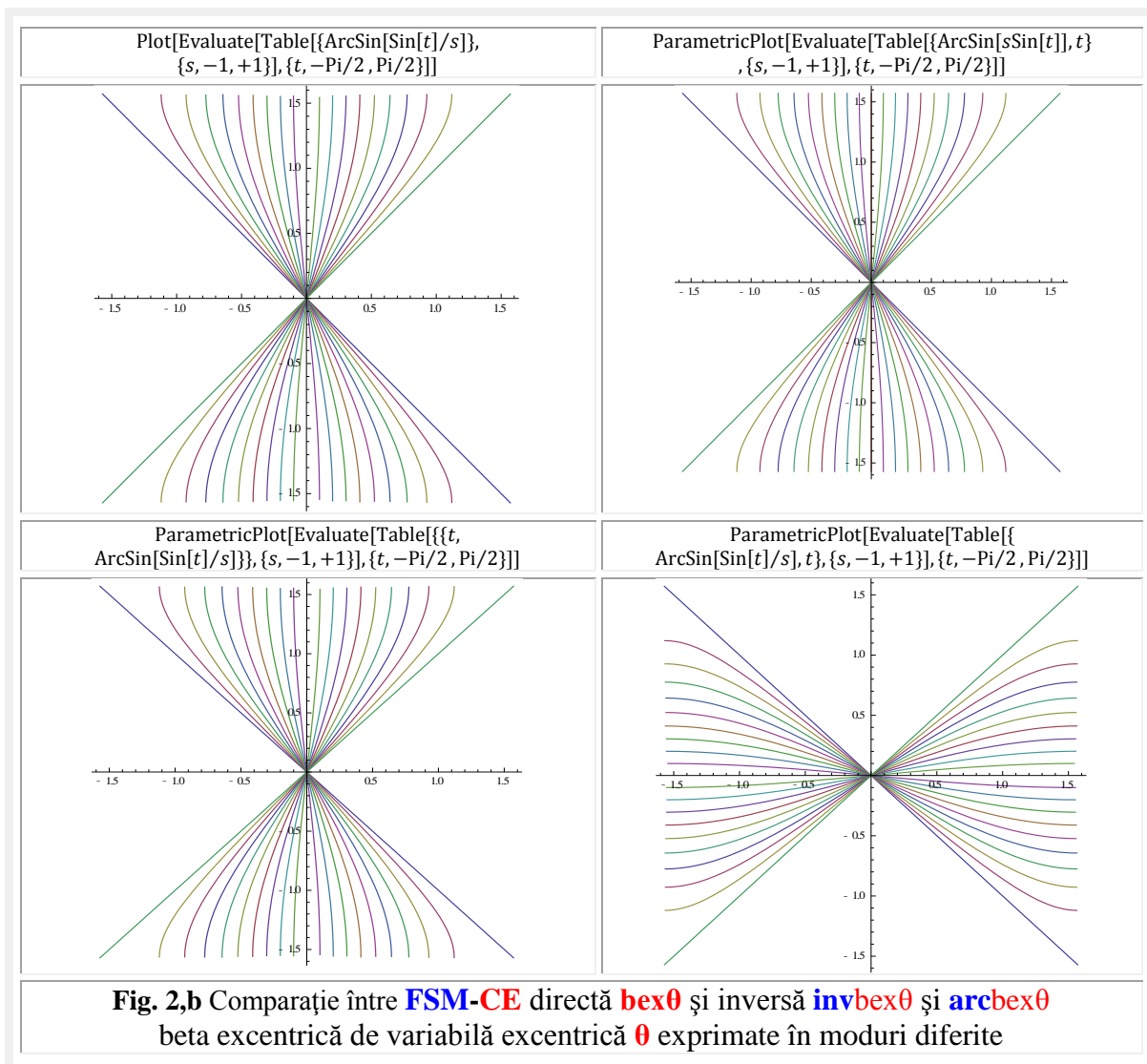


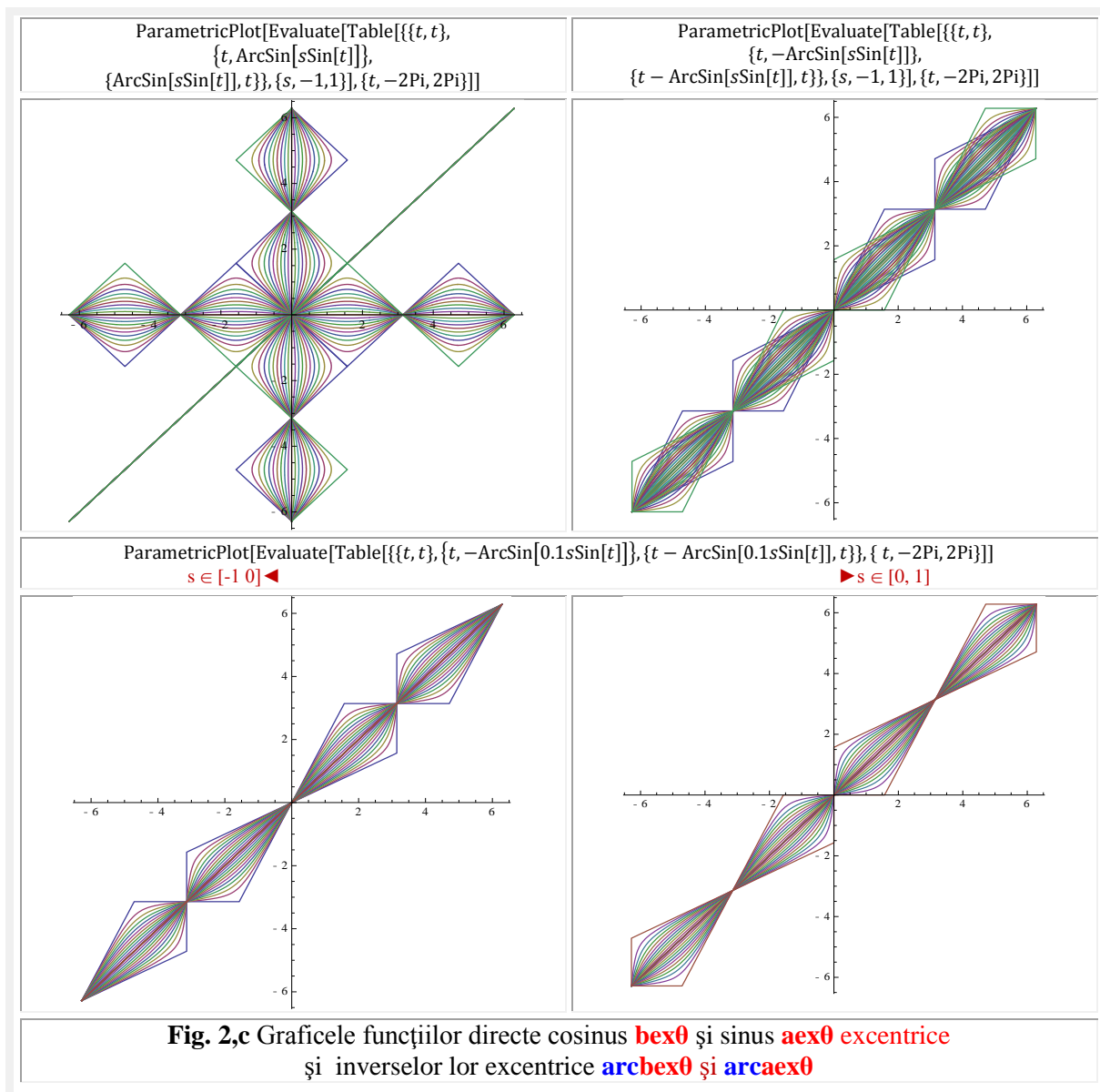


Funcția circulară / trigonometrică directă **centrică cosinus**, restricționată la intervalul $X \in [0, \pi]$, adică $f : [0, \pi] \rightarrow [-1, +1]$, $f(x) = y = \cos x$ este inversabilă și admite ca **inversă**, notată **Arccosinus**, pe $g = f^{-1} : [-1, +1] \rightarrow [0, \pi]$, $g = f^{-1}(y) = x = \text{Arccosy}$, cu graficul din **figura 1,d** ◀ și inversele **arccosx** și **arcsinx** în **figura 1,e** ◀, iar în dreapta ▶ **coq θ** și **arccoq θ** , precum și funcțiile cvadrilobe **siq θ** și **arcsi $q\theta$** inversabilă și admite ca **inversă**, notată **Arcsinus**, pe $g = f^{-1} : [-1, +1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}]$, $g = f^{-1}(y) = x = \text{Arcsiny}$, cu graficul din **figura 1,d** dreapta ▶.

În **figura 1,d** sunt prezentate în stânga ◀ funcțiile inverse **arccosx** și **arcsinx** și în partea dreaptă ▶, pentru comparație, inversele **FSM** cvadrilobe cosinus **coqx** și sinus **siqx** de excentru **S(0,98; 0)**, în care excentricitatea liniară numerică este **s = 0,98**, iar cea unghiulară **$\varepsilon = 0$** .

În continuare se vor nota numai cu **arc** și nu cu **Arc** ambele tipuri de funcții inverse din domeniul matematicii centrice (**MC**), atât cele de arc simplu cât și cele de arc multiplu, păstrând scrierea cu majusculă pentru **FSM-CE** și **FSM-CEI** de variabilă centrică **α** , conform convenției din domeniul matematicii excentrice (**ME**) pentru funcțiile directe și inverse (**cex $_{1,2}\theta$** \rightarrow **Cex $\alpha_{1,2}$** , **sex $_{1,2}\theta$** \rightarrow **Sex $\alpha_{1,2}$** etc.; **arccex $_{1,2}\theta$** \rightarrow **arcCex $\alpha_{1,2}$** , **arcsex $_{1,2}\theta$** \rightarrow **arcSex $\alpha_{1,2}$** etc.).





3 FUNCȚII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE (FSM-CEI) DE VARIABILĂ EXCENTRICĂ θ

Funcțiile circulare centrice directe (FCC) au fost introduse în matematică de elvețianul **Leonhard Euler** (1707-1783), care a constatat că funcțiile trigonometrice pot fi reprezentate ca intersecție a unui cerc de rază $R = 1$ - trigonometric sau unitate $CU(O,1)$ – cu o semidreaptă turnantă în jurul originii $O(0, 0)$ a unui reper cartezian drept.

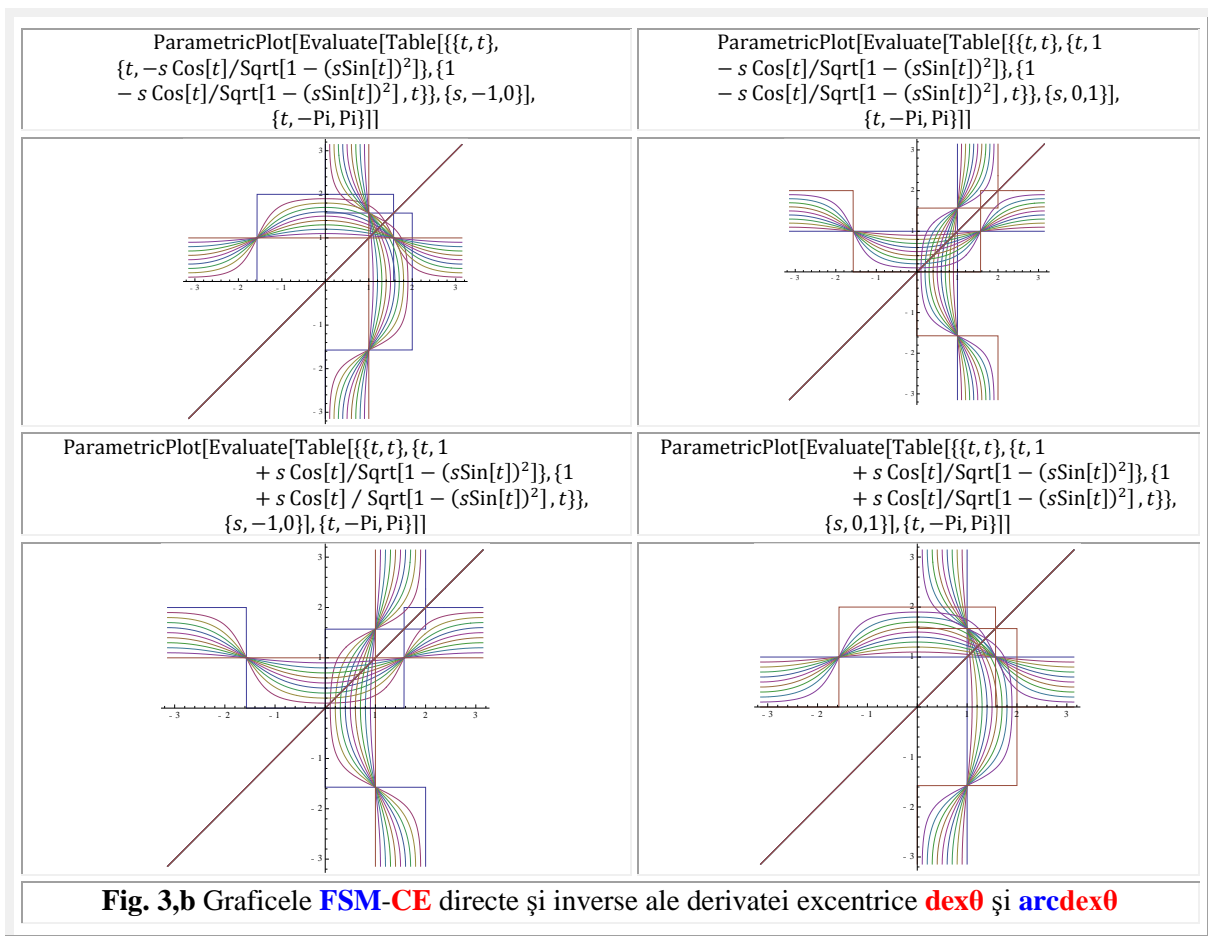
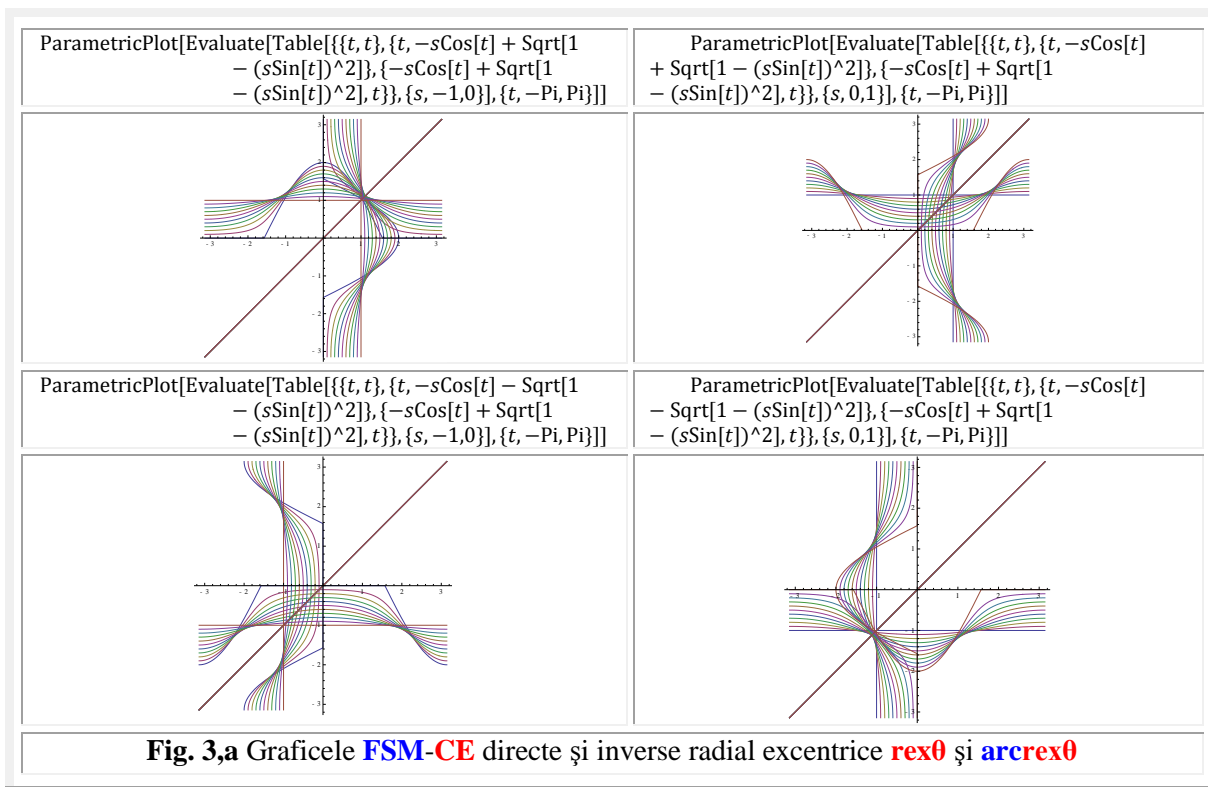
Tot **Euler** este acela care a definit funcția exponențială pentru numere complexe și a făcut legătura dintre aceasta și funcțiile trigonometrice prin celebra formulă

$$(12) \quad e^{i\alpha} = \cos\alpha + i \cdot \sin\alpha$$

funcție exponențială care, acum, este funcția **radial centrică rada**, un fazor de la $O(0, 0)$ la punctul curent $M(x = \cos\alpha, y = \sin\alpha)$ de pe $CU(O, 1)$ [23], fazor turnant în jurul centrului și al originii $O(0,0)$

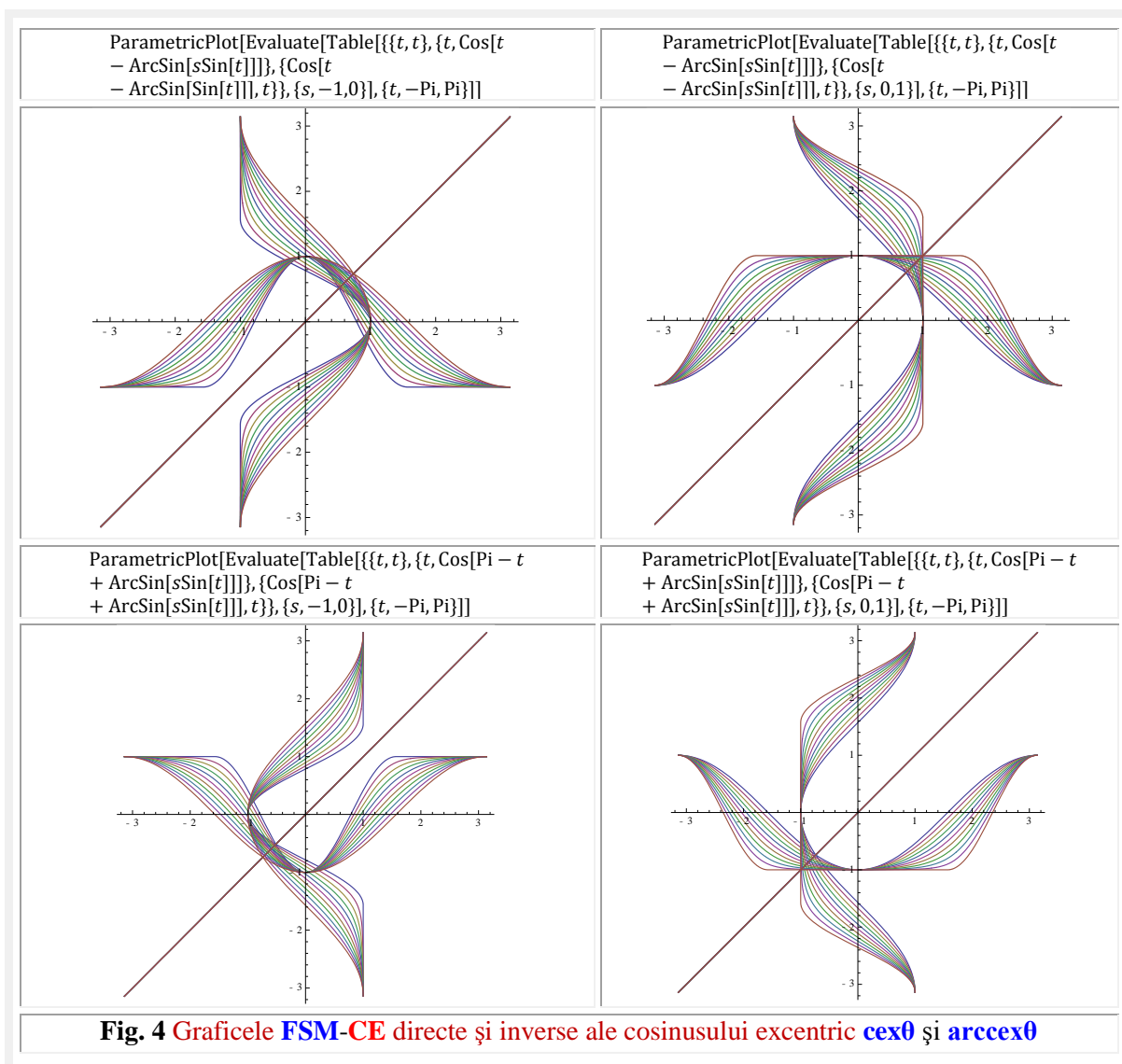
$$(13) \quad \begin{cases} e^{i\alpha} = rada \\ \frac{d}{d\alpha}(rada) = i \cdot e^{i\alpha} = dera \end{cases}$$

și a cărei derivată este fazorul **derivată centrică dera**, fazor tangent în punctul curent M la CU .



Funcțiile sau fazorii **rada** și **dera** sunt echivalenții vectorilor **centrici** $\vec{R}(\alpha) = \overline{OP}(\alpha) - |\vec{R}(\alpha)| = |\mathbf{rada}| = 1 -$ și a derivatei acestuia $\vec{V}(\alpha) = \frac{d}{d\alpha} \vec{R}(\alpha)$, tangent la CU în **M**, $|\vec{V}(\alpha)| = |\mathbf{dera}| = 1$ și au, evident, modulele lor egale cu unitatea.

Din cele expuse anterior, se poate deduce facil că, la definirea funcțiilor trigonometrice ca funcții circulare, **Euler** a ales **trei puncte confundate**: centrul cercului **C**(0,0), originea reperului **O**(0,0) și polul **P**(0,0) al semidreptei centrice **D**⁺ ale cărei intersecție cu **CU**, punctul **M**(x, y), dau funcțiile circulare considerate elementare dar și **unice** **x = cosa** și **y = sina**.



Din această cauză, apariția unei infinități de funcții circulare / trigonometrice cosinus și sinus, precum și a multor altora, a fost amânată din anul 1778 până în anul 1978 cu exact 200 de ani ! 200 de ani în care nimeni n-a observat că această suprapunere de puncte a sărăcit enorm matematica și nimeni, dar nimeni, n-a mișcat din centru nici măcar un punct suprapus.

Matematica excentrică (ME) este cea care s-a născut prin expulzarea polul **P** din **O**(0, 0) și la denumit excentru **E**(e, ε) pentru un cerc oarecare de rază R și **S**(s, ε) pentru CU, denumind excentricitate liniară **reală** cu **e** și excentricitate liniară **numerică** cu **s**, iar cu **ε** excentricitate **unghiulară**. Câte puncte există în planul cercului unitate, atâtea perechi de funcții excentrice cosinus **cexθ** și sinus **sexθ** au apărut și există acum, adică o infinitate !

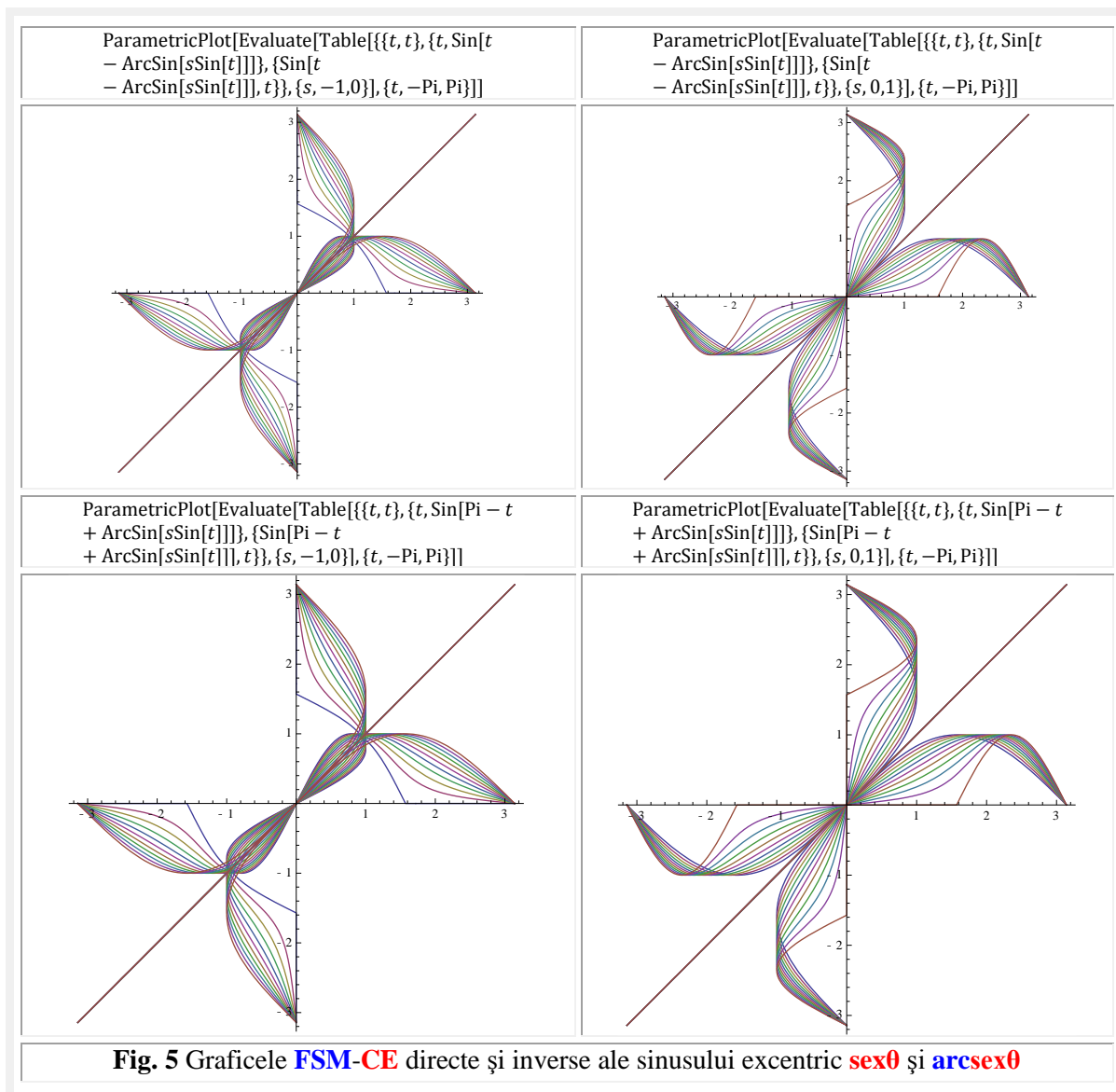


Fig. 5 Graficele **FSM-CE** directe și inverse ale sinusului excentric **sexθ** și **arcsexθ**

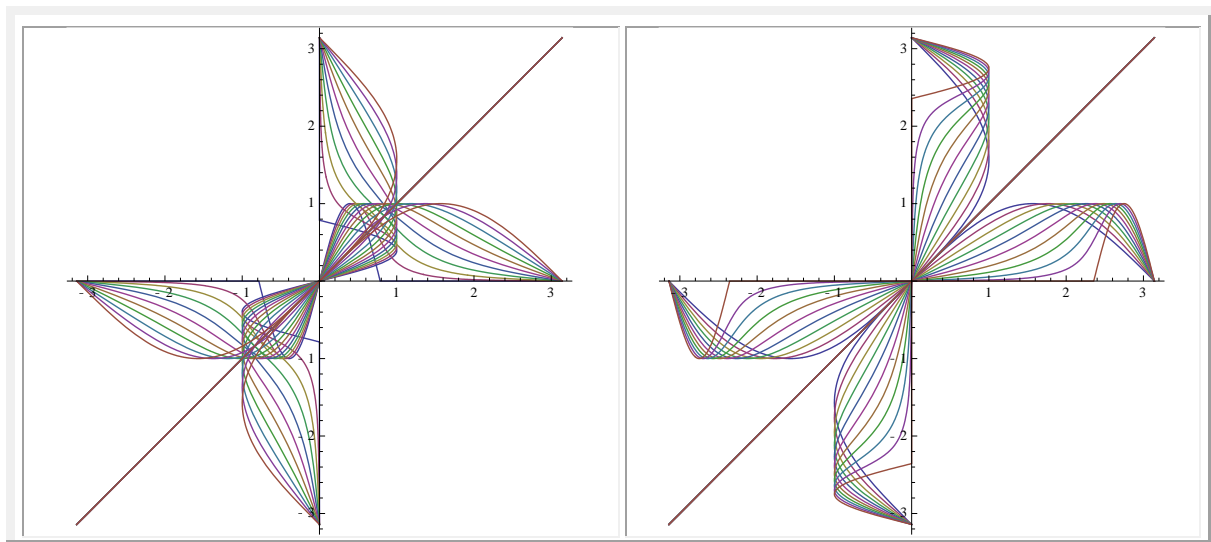
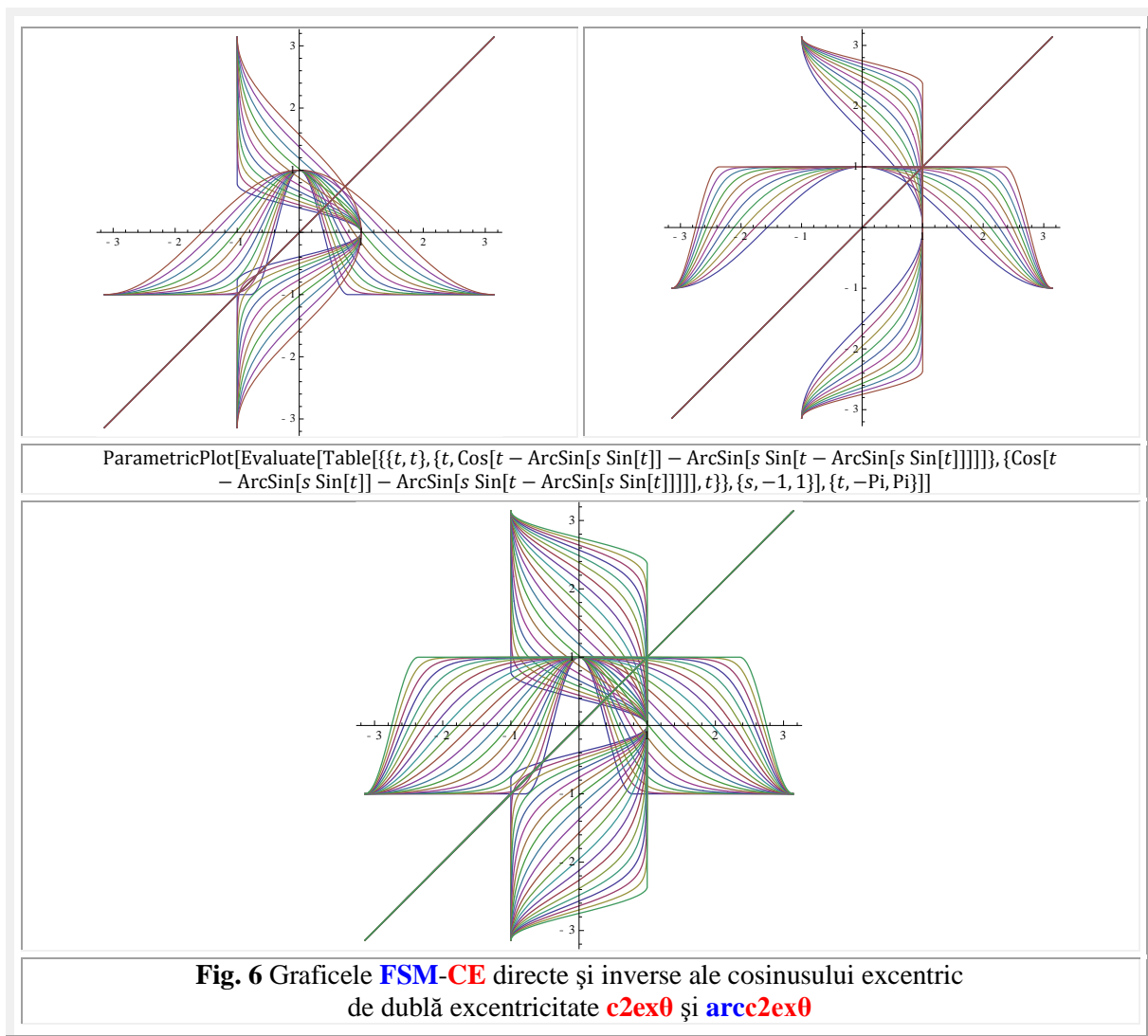
De-abia acum s-a putut observa că nu sinusul și cosinusul sunt funcțiile elementare, ci unele noi apărute: funcția radial excentrică **rexθ** și derivată excentrică **dexθ**, care sunt modulele vectorilor de poziție $\vec{r}_{1,2} = \overline{SW}_{1,2} = rex_{1,2}\theta \cdot rad\theta$, față de S și, respectiv derivata acestuia $\vec{v}_{1,2} = \vec{r}_{1,2}' = dex_{1,2}\theta * der\theta$ și au echivalentele lor din domeniul centric fazorii **rada** și **dera**.

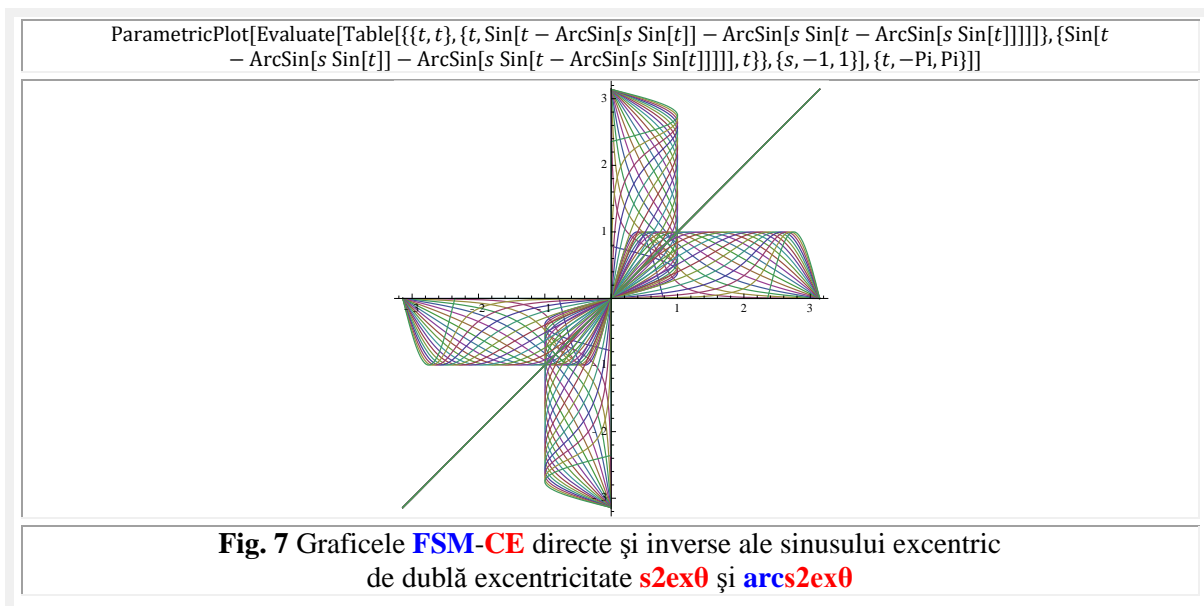
Unghiul **α** la centrul **O(0,0)** a fost denumit **variabilă centrică**, iar unghiul **θ** la excentrul **S(s, ε)** a fost denumit **variabilă excentrică**.

Deoarece, funcțiile excentrice de variabilă excentrică (**cexθ, sexθ, texθ** etc.) sunt continue numai pentru $s^2 < 1$, adică $s \in [-1, 1]$ ce corespunde unui excentru **S** plasat în interiorul discul cercului unitate, au fost introduse și funcțiile excentrice de **variabilă centrică α**, care sunt continue pentru toate valorile lui **s**, adică pentru $s \in [-\infty, +\infty]$ sau pentru un excentru **S** plasat în oricare punct din planului cercului unitate. Ele sunt notate, prin convenție, cu majuscule (**Cexα, Sexα, Texα, Rexα, Dexα**, etc) pentru a se distinge de cele de **variabilă excentrică θ**.

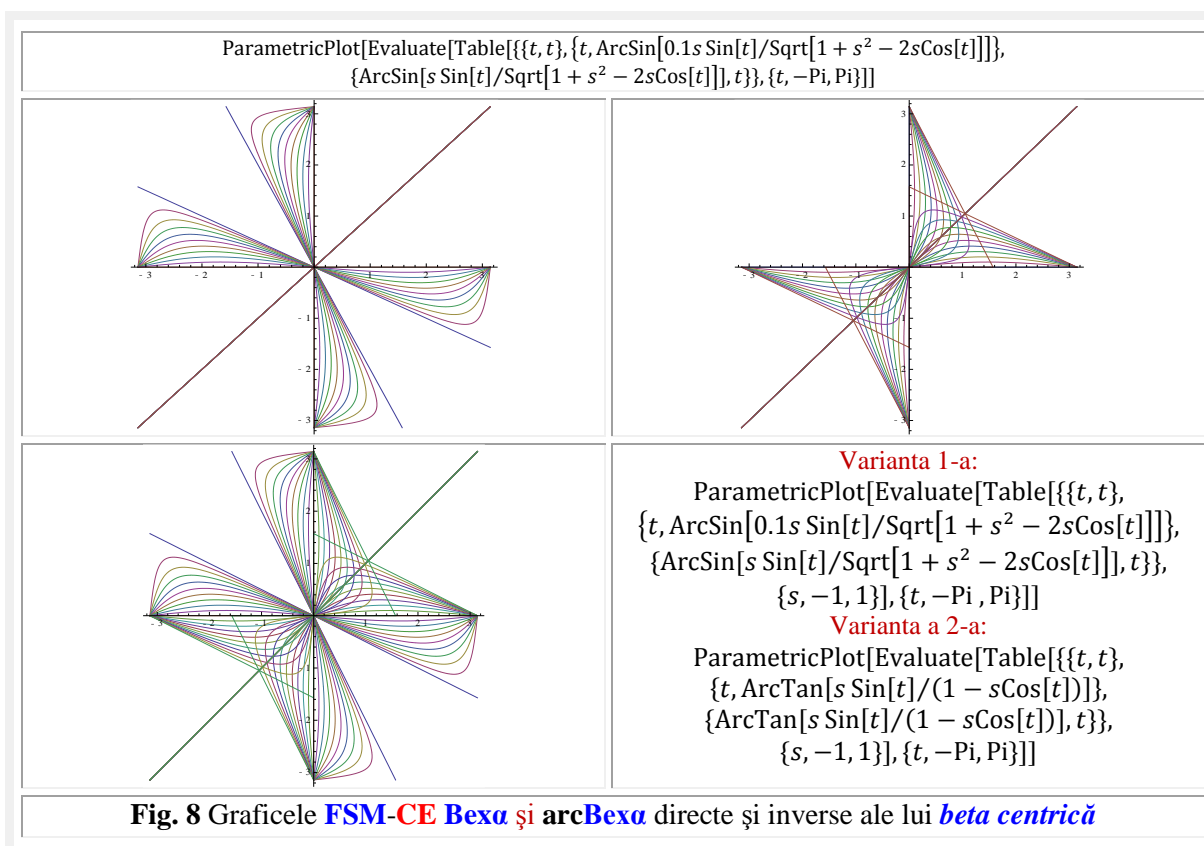
La îndemnul și sugestia unui mare matematician, l-am numit pe Prof.dr. math. **Horst Klepp**, de a pune de acord trigonometria, care opera cu **semidrepte**, cu geometria analitică care operează cu **drepte**, au fost redefinite funcțiile excentrice ca intersecție a **dreptei excentrice**, pentru că este turnantă în jurul excentrului **S, d = d⁺ U d⁻**, cu cercul unitate **CU(O, 1)**, rezultând, astfel, două determinări: una principală,

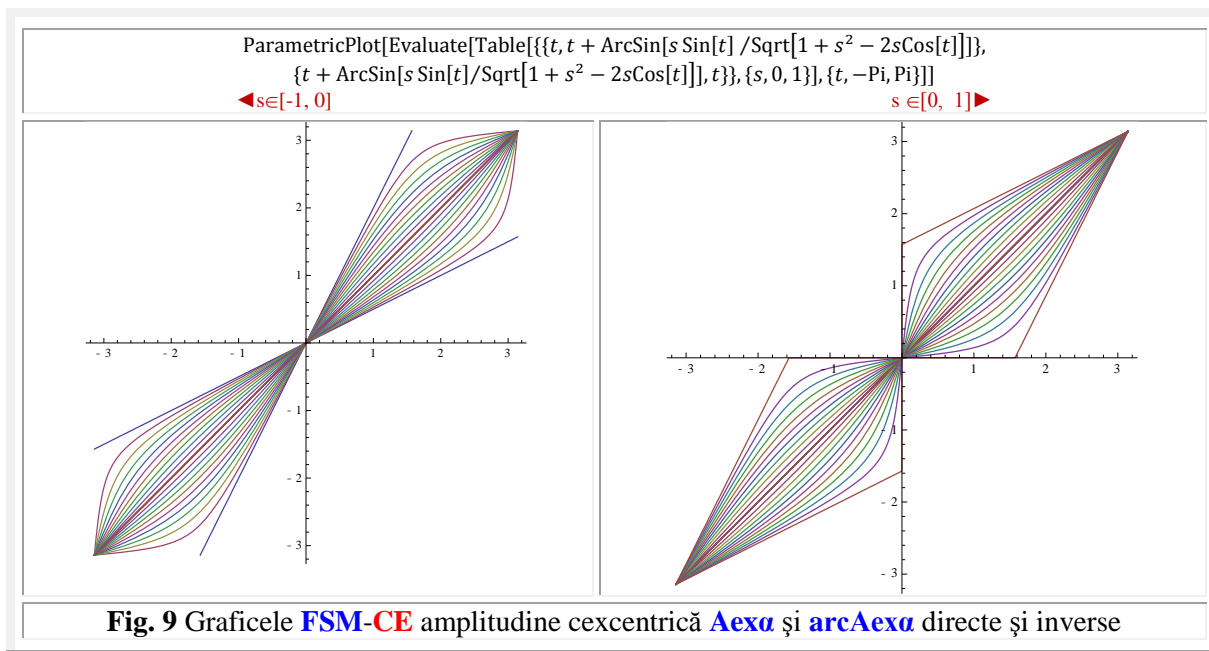
de **indice 1**, sau fără indice când confuziile sunt excluse, din intersecția cu semidreapta **d⁺** și una secundară, de **indice 2**, ca intersecție cu semidreapta **d⁻**.





Matematica elevată (MEL) este cea în care s-a mai considerat deplasat un punct, și anume, **originea O** din **C(0, 0)** în excentrul **S(s, ε) ≡ O(s, ε)** și astfel au apărut funcțiile supermatematice circulare **elevate (FSM-CEL)**, precum cosinus elevat **celθ** și **Cela**, sinus elevat **selθ** și **Sela**, tangentă elevată **telθ** și **Tela** etc. Au fost denumite **elevate**, pentru că **celθ** și **selθ**, de exemplu, își elevează poziția codomeniului în funcție de poziția excentrului **S**, în timp ce, codomeniul funcțiilor excentrice **cexθ** și **sexθ** rămâne același **I ∈ [-1, 1]**, indiferent de poziția lui **S** în plan.

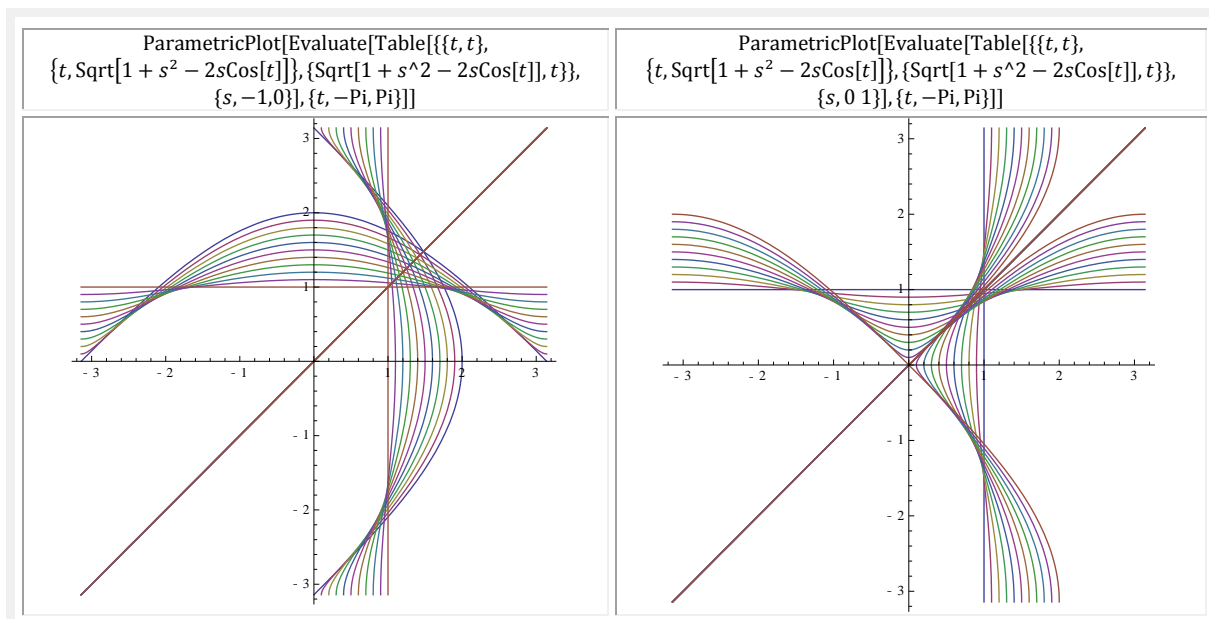


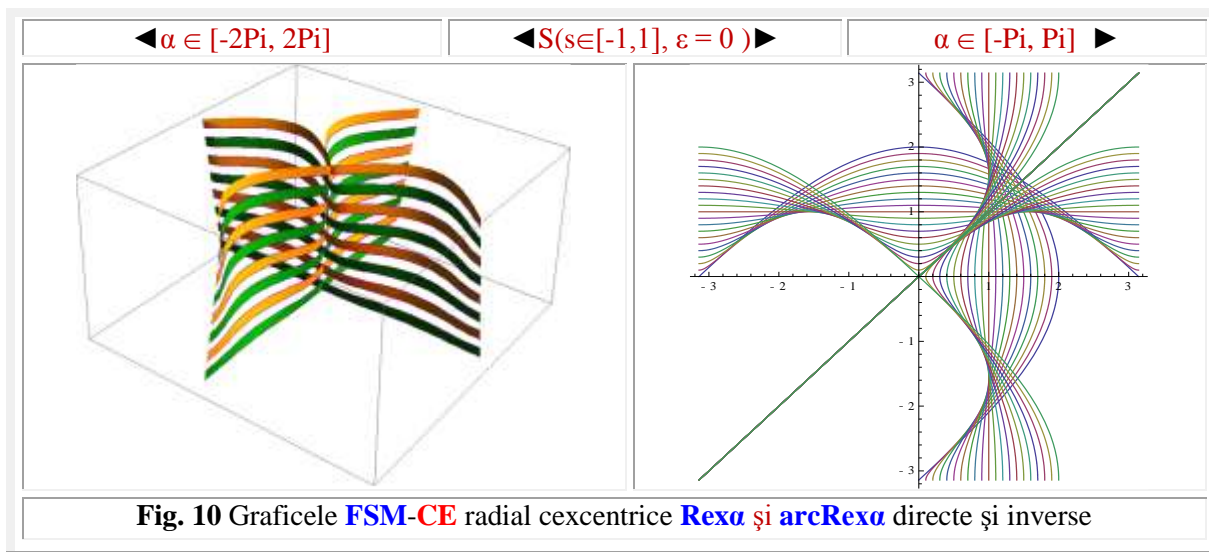


După 240 de ani s-a renunțat la coincidența vreunui punct, astfel că cele 3 puncte au devenit toate distincte în cadrul **matematicii exotice (MEX)**, care a dat naștere funcțiilor supermatematice **circulare exotice (FSM-CEX)** cosinus exotic **cexoθ** și **Cexoa**, sinus exotic **sexoθ** și **Sexoa**, tangentă exotică **texoθ** și **Texoa** etc.

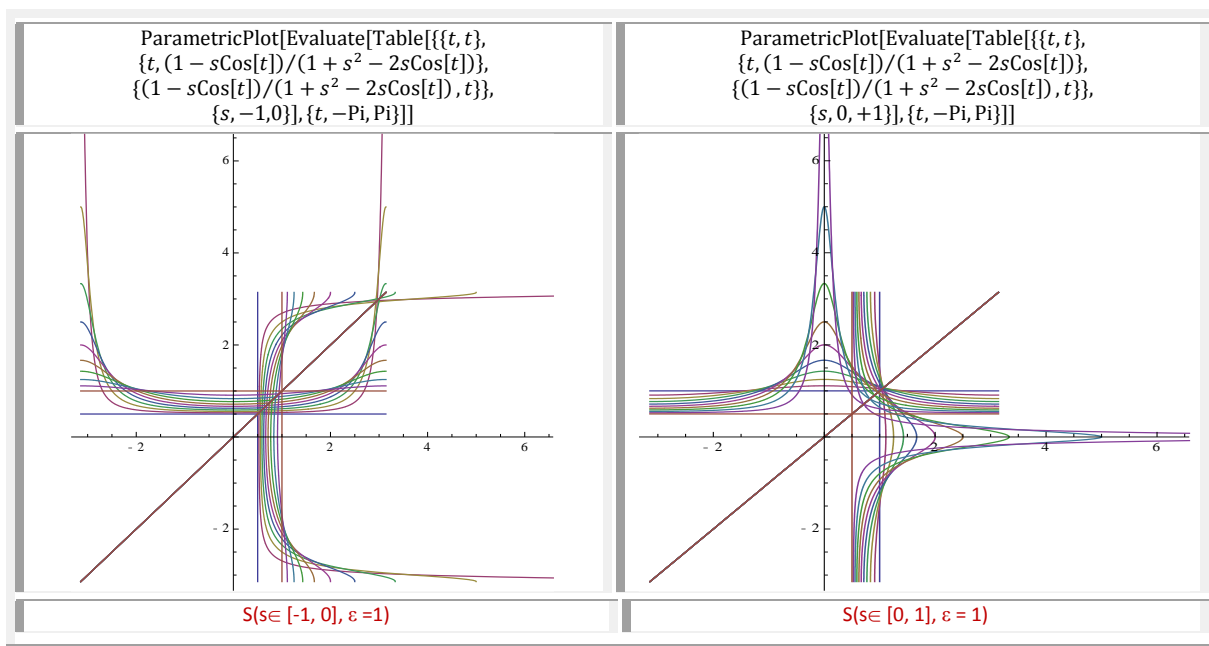
Deoarece, în toate cele trei tipuri de matematici excentricitatea este prezentă și diferită de zero, ele aparțin toate domeniului **matematicii excentrice (ME)**. Pentru $s = e = 0$, **ME** → **MC**.

În toate aceste matematici, excentricitățile liniară **s** și unghiulară **ε** sunt prezente ca a 3-a și a 4-a dimensiune a spațiului **2D** dacă **s** și **ε** sunt **constante** și diferite de zero, astfel că **S(s, ε)** este un punct fix în plan, a 5-a și a 6-a dimensiune a spațiului bi-dimensional, dacă **S** este un punct mobil în plan, care se deplasează după anumite legi, guvernate de o funcție centrică sau tot excentrică de același excentru **S** (denumite funcții de dublă excentricitate) sau o altă excentricitate $s_1 - s(\theta, s_1) - \text{ș.a.m.d.}$ până la a n-a dimensiune a spațiului **2D**.





Totodată, excentricitatea poate fi a 4-a și a 5-a dimensiune a spațiului 3D, dacă **s** și **ε** sunt constante și **S** un punct fix în spațiul 3D, a 6-a sau/și a 7-a dimensiune dacă **s** sau/și **ε** sunt variabile, a 8-a și a 9-a dimensiune a spațiului 3D dacă **s** sau/și **ε** sunt variabile ș.a.m.d., aidoma cazului 2D, până la a n-a dimensiune a spațiului 3D.



Toate FSM-CE directe și inverse se impart în două clase de funcții:

- 1) Cele care depind de poziția originii **O(0, 0)** – pentru funcții excentrice sau **O(s, ε)** – pentru cele elevate – a reperului de la care se definesc / măsoară și care au corespondente în matematica centrică (**MC**), cum sunt **cex** și **Cex** → **cos**, **sex** și **Sex** → **sin**, **tex** și **Tex** → **tan** etc. și
- 2) Cele care **nu** depind de poziția originii **O**, ci de poziția excentrului **S(s, ε)** de la care sunt definite și se măsoară mărimea lor și care nu aveau și, unele, nu au nici acum funcții corespondente în **MC**, deși expresiile lor matematice sunt frecvent întâlnite în matematica și în tehnică precum **rex** și **Rex** → **rad**, **dex** și **Dex** → **der**, **bex** și **Bex** →, **aex** și **Aex** →.

FSM-CE directe, care au corespondente în domeniul matematicii centrice (**MC**), se obțin din acestea, adică din funcțiile centrice **cos**, **sin**, **tan**, etc., ca funcții induse o singură dată sau monoinduse sau compuse și mai corect ca funcții de funcție, adică prin înlocuirea variabilelor excentrică θ și centrică α cu funcțiile $\alpha(\theta)$ și $\theta(\alpha)$ denumite **FSM-CE amplitudine excentrică** corespunzătoare, a căror expresii, a primei determinări principale, de indice 1 sau fără indice, sunt:

$$(15) \quad \begin{cases} \alpha \Rightarrow \alpha(\theta) = aex_1\theta = \theta - \beta_1(\theta) = \theta - bex_1\theta = \theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)] \\ \theta \Rightarrow \theta(\alpha) = Aex\alpha_1 = \alpha + \beta(\alpha) = \alpha + \arcsin \frac{s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1 + s^2 - 2s \cos(\alpha - \varepsilon)}} = \alpha + \arcsin \frac{s \sin(\alpha - \varepsilon)}{Rex\alpha} \end{cases}$$

Cea de a doua determinare, secundară, de indice 2, se obține din prima știind că

$$(16) \quad \beta_2 = \pi - \beta_1 = \pi - \beta.$$

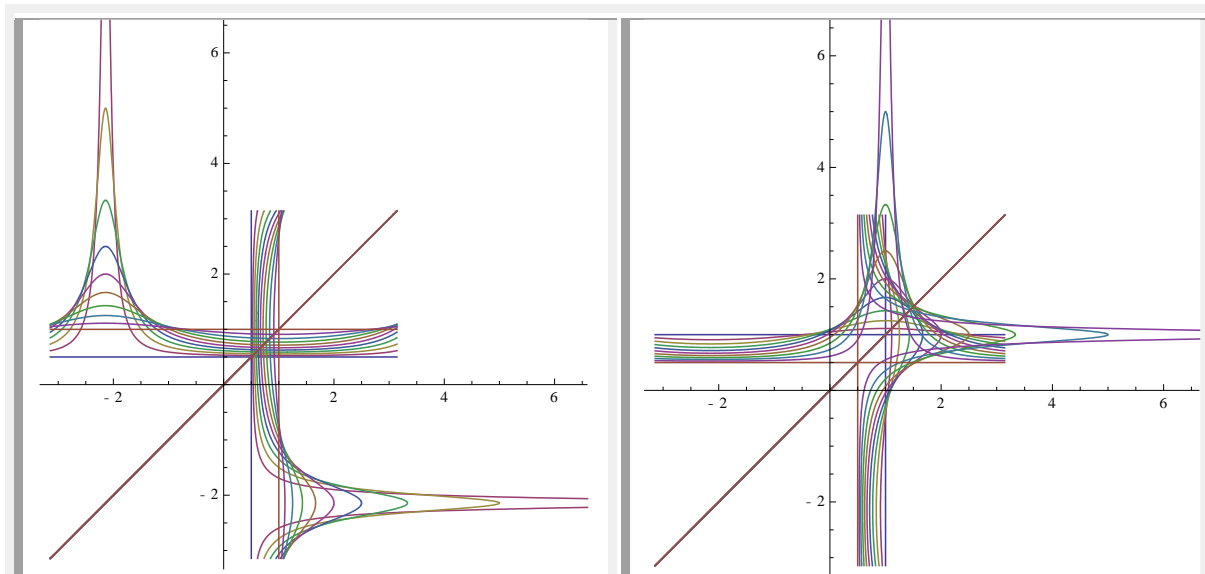
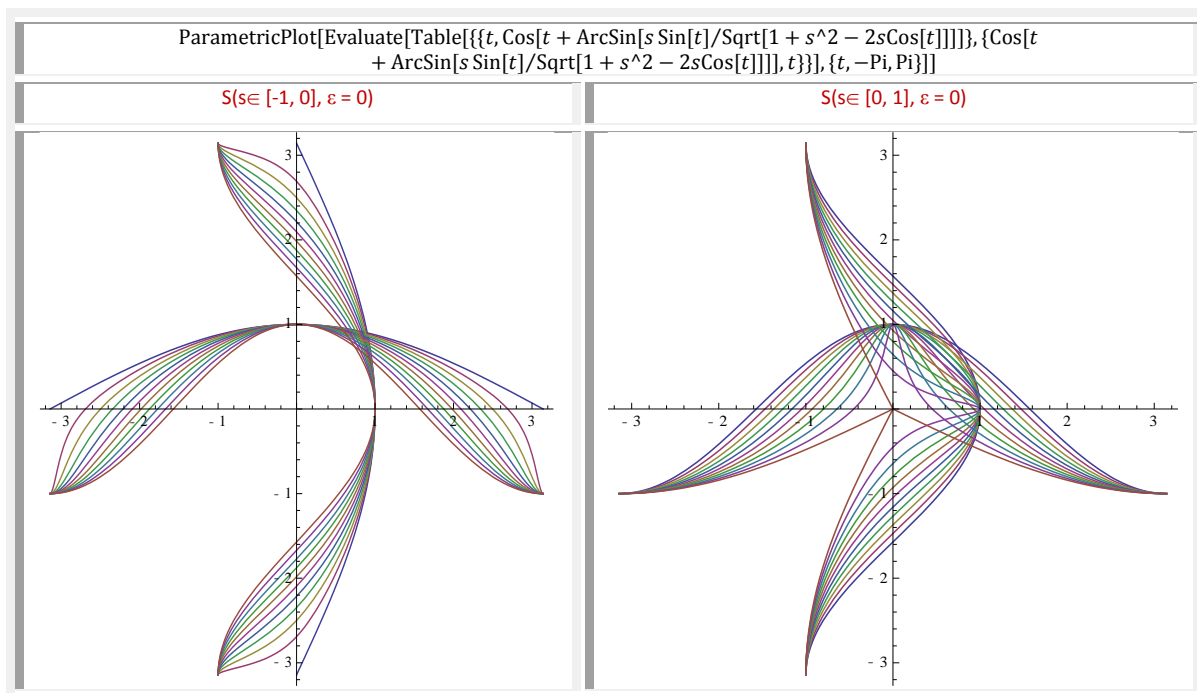


Fig. 11 Graficele **FSM-CE** radial cexcentrice de variabilă centrică, directe și inverse **Dexa** și **arcDexa**



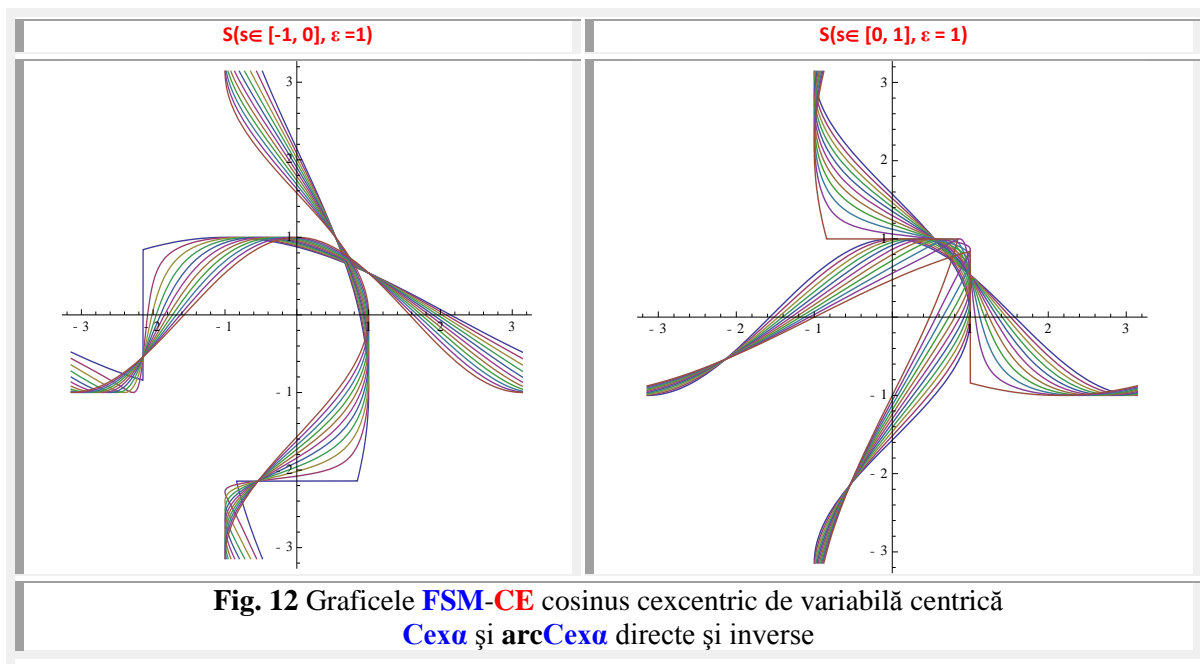


Fig. 12 Graficele **FSM-CE** cosinus cexcentric de variabilă centrică **Cexα** și **arcCexα** directe și inverse

4 FUNȚII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE (**FSM-CEI**) DE VARIABILĂ CENTRICĂ **α**

FSM-CE directe și inverse de variabilă centrică **α**, independente de **O(0,0)** dar dependente de excentrul **S(s, ε)** sunt **Bexα** și **arcBexα** din figura 8, **Aexα** și **arcAexα** din figura 9, precum și **Rexα** și **arcRexα** prezentate în figura 10 ca și **Dexα** și **arcDexα** din figura 11.

Ca urmare

$$(17) \begin{cases} \alpha \Rightarrow \alpha_2(\theta) = aex_2\alpha = \theta - \beta_2(\theta) = \theta - bex_2\theta = \pi - \theta + \arcsin[s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)] \\ \theta \Rightarrow \alpha_2 + \beta_2(\alpha) = \pi - \alpha_2 - \arcsin \frac{s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s \cos(\alpha - \varepsilon)}} = \pi - \alpha_2 - \arcsin \frac{s \sin(\alpha - \varepsilon)}{Rex\alpha} \end{cases}$$

Dacă ecuațiile parametrice ale unei funcții directe și graficele lor se obțin prin expresiile

$$(18) \begin{cases} x = t \\ y = f(t) \end{cases}$$

atunci funcția ei inversă va avea ecuațiile parametrice și, ca urmare, și graficele, date de ecuațiile parametrice obținute prin inversarea coordonatelor x cu y și a lui y cu x, adică

$$(19) \begin{cases} x = f(t) \\ y = t \end{cases}$$

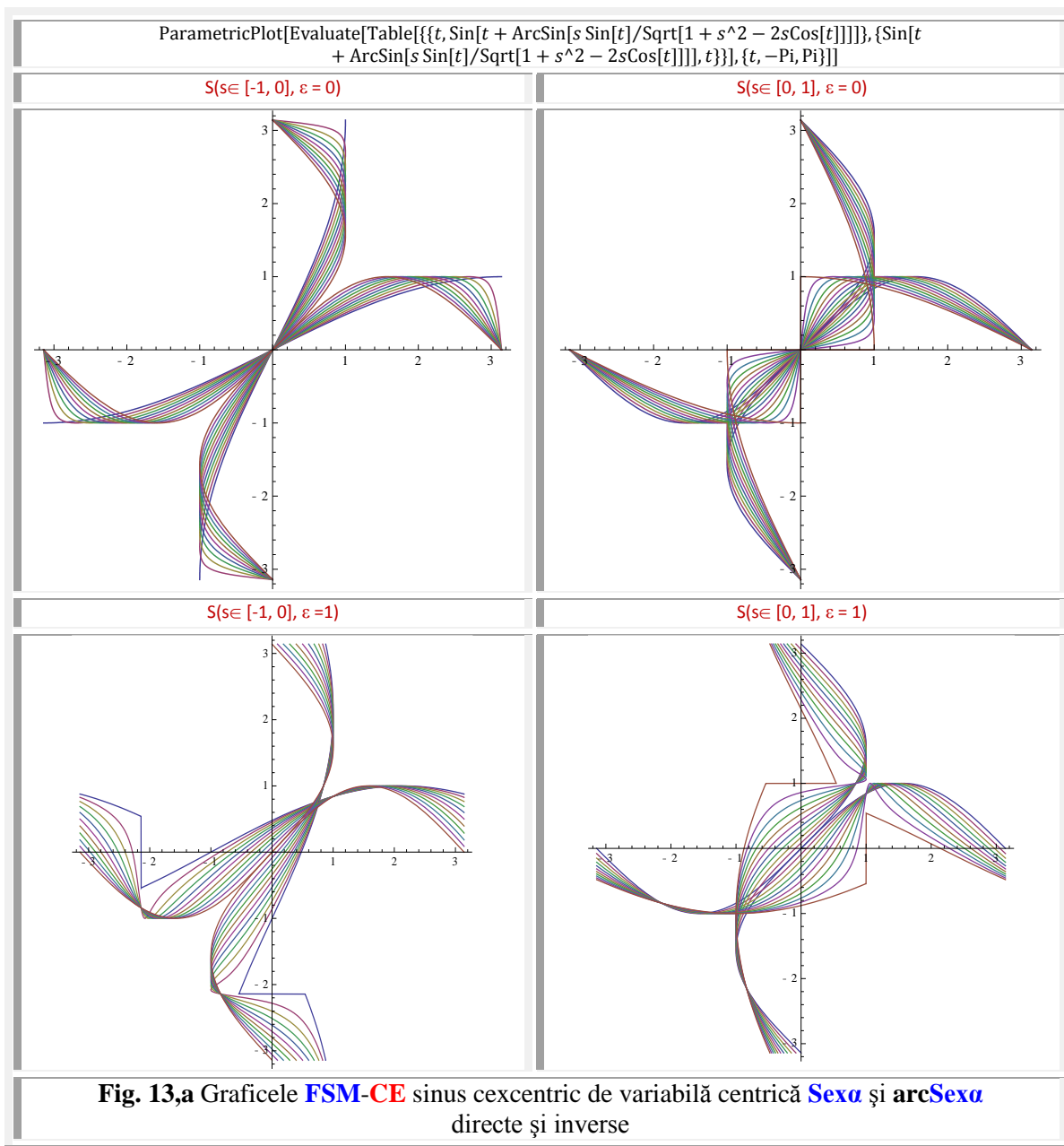
ceea ce se poate observa și din ecuațiile și textele prezentate în desenele anterioare, în figurile 1,a și 1,b pentru funcțiile directe și inverse beta excentrice și amplitudine excentrică.

Funcțiile monoinduse (induse o singură dată) sunt **cex**, **sex**, **tex** etc. și **Cex**, **Sex**, **Tex** etc. iar funcțiile inductoare sunt **aex_{1,2}θ** și, respectiv, **Aex_{1,2}**.

Prin repetarea procedurii de inducție, se vor obține **FSM-CE** directe și inverse de dublă excentricitate (Fig. 6 și 7). Procedurul putând fi repetat la nesfârșit, se pot obține **FSM-CE** de triplă, cvadruplă ș.a.m.d. de a **n**-a sau multiplă excentricitate.

FSM-CE directe și inverse cosinus (**cexθ** și **arcCexθ**) sunt prezentate în figura 4, iar sinusul (**sexθ** și **arcsexθ**) în figura 5, în partea din stânga ◀ figurilor pentru **S(s ∈ [-1,0], ε = 0)** sau **S(s ∈ [1,0], ε = π)** și în partea dreaptă ▶ pentru **S(s ∈ [0,1], ε = 0)**. În figurile 6 și 7 sunt prezentate aceleași funcții dar de dublă excentricitate cosinus (**c2exθ** și **arcC2exθ**, precum și cosinus **s2exθ** și **arcs2exθ**).

Pe lângă **FSM-CE** prezentate, mai sunt și **arctexθ** și **arcTexα**, **arccTexθ** și **arcCtexα**, ș.m.a.

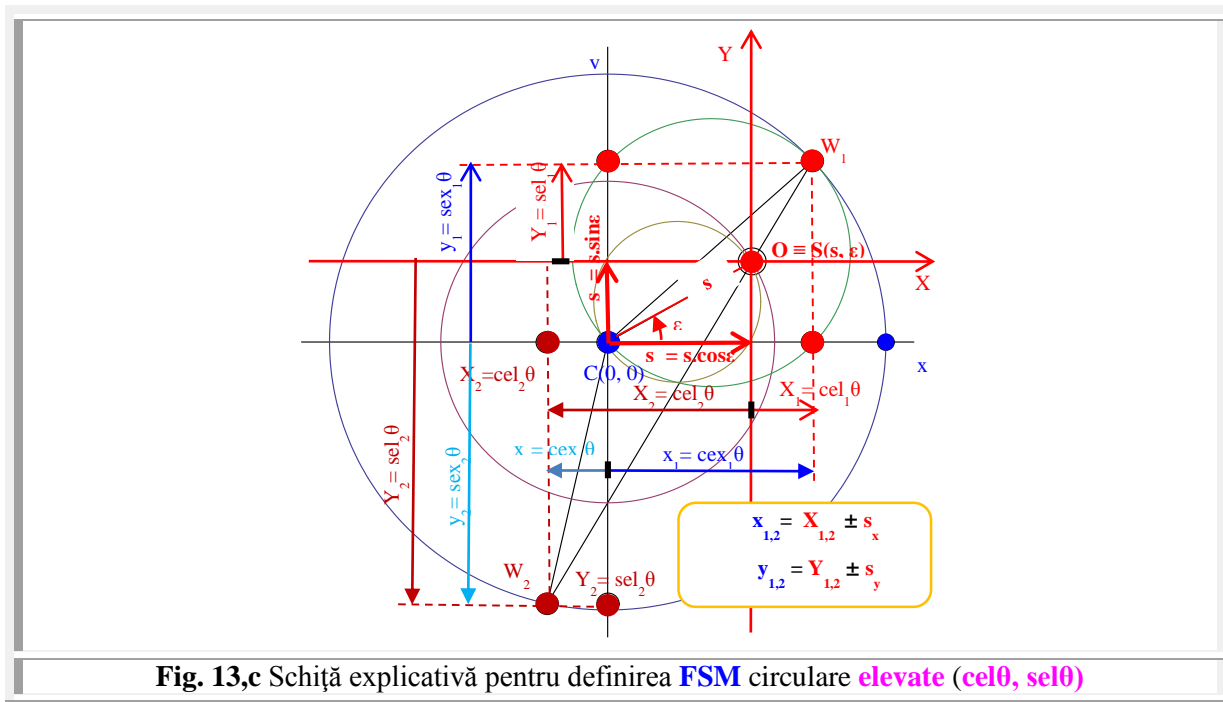
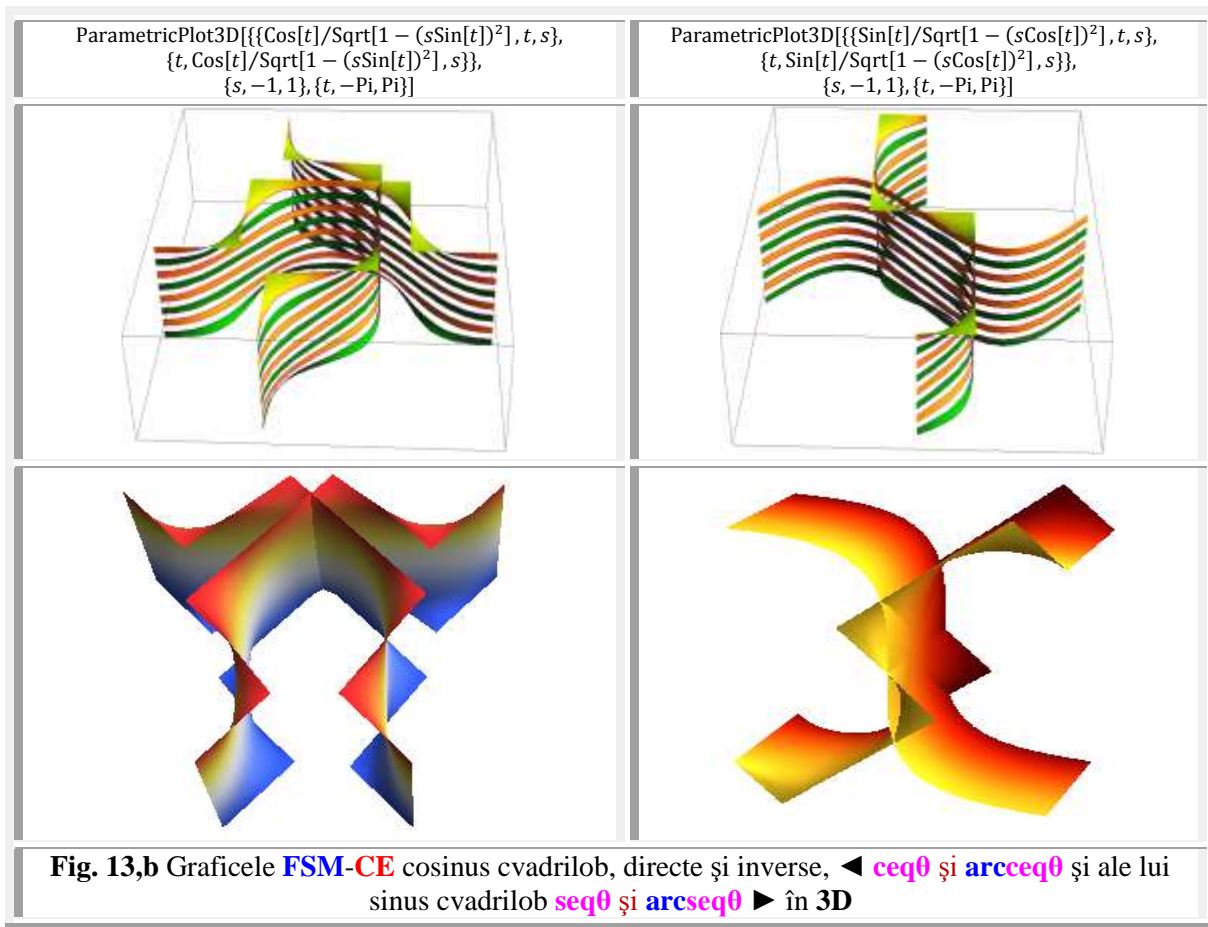


5 FUNCȚII SUPERMATEMATICE CIRCULARE ELEVATE INVERSE (FSM-CELI) DE VARIABILĂ EXCENTRICĂ θ

Așa cum s-a mai menționat, funcțiile supermatematice circulare elevate (**FSM-CEL**) sunt coordonatele punctelor $W_{1,2}$ de intersecție a dreptei excentrice d cu cercul unitate $CU[C(0,1); 1]$, când dreapta turnantă se rotește față de excentrul $S(s, \epsilon)$ în care este plasată, în acest caz, și originea $O(s, \epsilon)$, origine de la care se definesc $X_{1,2} \rightarrow$ cosinusul elevat $cel_{1,2}\theta$ și $Cela_{1,2}$ și $Y_{1,2} \rightarrow$ sinusul elevat $sel_{1,2}\theta$ și $Sela_{1,2}$.

Este ușor de observat că, pentru $\epsilon = 0$ și $\epsilon = \pi$, funcțiile elevate $sel_{1,2}\theta$ și $Sela_{1,2}$ se confundă cu cele excentrice $y_{1,2} \rightarrow sex_{1,2}\theta$ și $Sex\alpha_{1,2}$, deoarece, în acest caz, originea O , confundată cu excentrul S , se află dispuse pe aceeași axă a absciselor ca și centrul *cercului unitate* C , astfel că $Y_{1,2} = y_{1,2}$, iar $X_{1,2} = x_{1,2} + s_x = x_{1,2} + s \cdot \cos\epsilon$.

Rezultă că între **FSM-CEL** și **FSM-CE** există următoarele dependențe (**Fig. 13**).

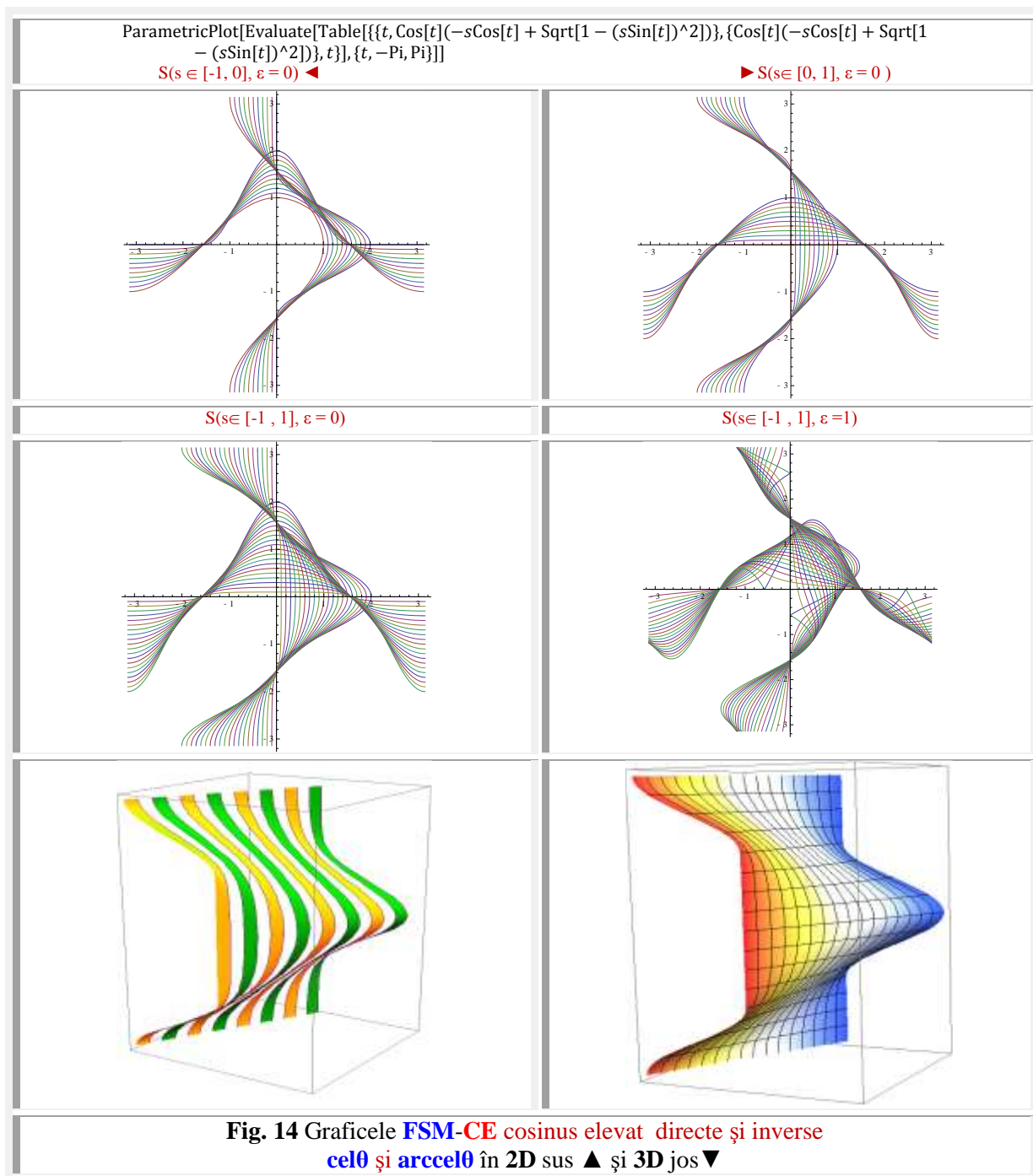


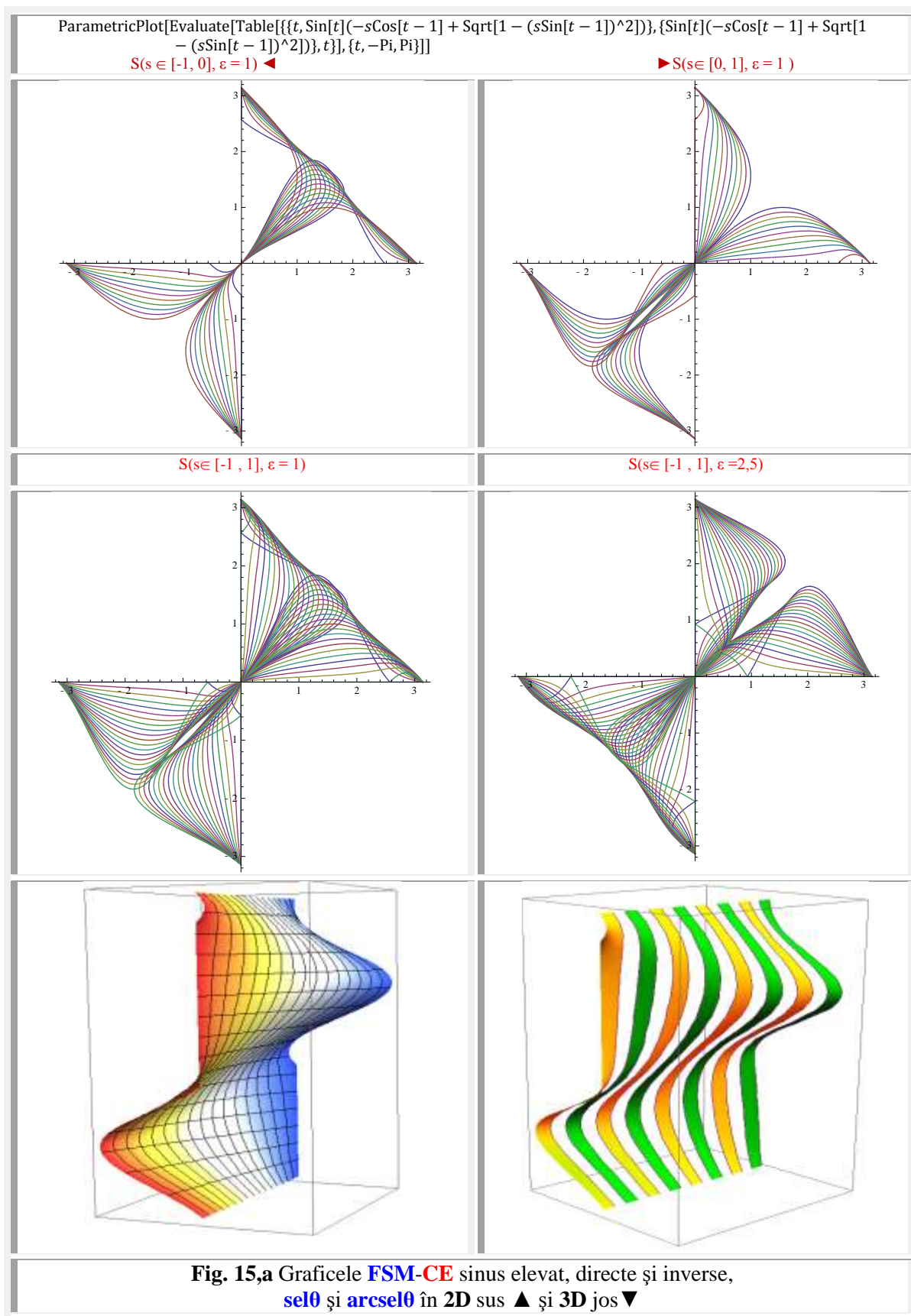
$$(20) \quad \begin{cases} X_{1,2}(\theta) = cel_{1,2}\theta = x_{1,2}(\theta) \mp s \cdot cose \rightarrow cel_{1,2}(\theta) = cex_{1,2}\theta \mp s \cdot cose \\ Y_{1,2}(\theta) = sel_{1,2}\theta = y_{1,2}(\theta) \mp s \cdot sine \rightarrow sel_{1,2}(\theta) = sex_{1,2}\theta \mp s \cdot sine \end{cases}$$

Totodată, așa cum rezultă din schița explicativă (**Fig. 13**), funcțiile ale căror expresii nu depind de poziția centrului $C(0,0)$, ci de poziția excentrului $S(s, \epsilon)$, ca **axex** și **Aexa**, **bex** și **Bexa**, **rex** și **Rexa**, **dex** și **Dexa** sunt aceleași atât ca funcții **excentrice** cât și ca funcții **elevate** și **exotice**.

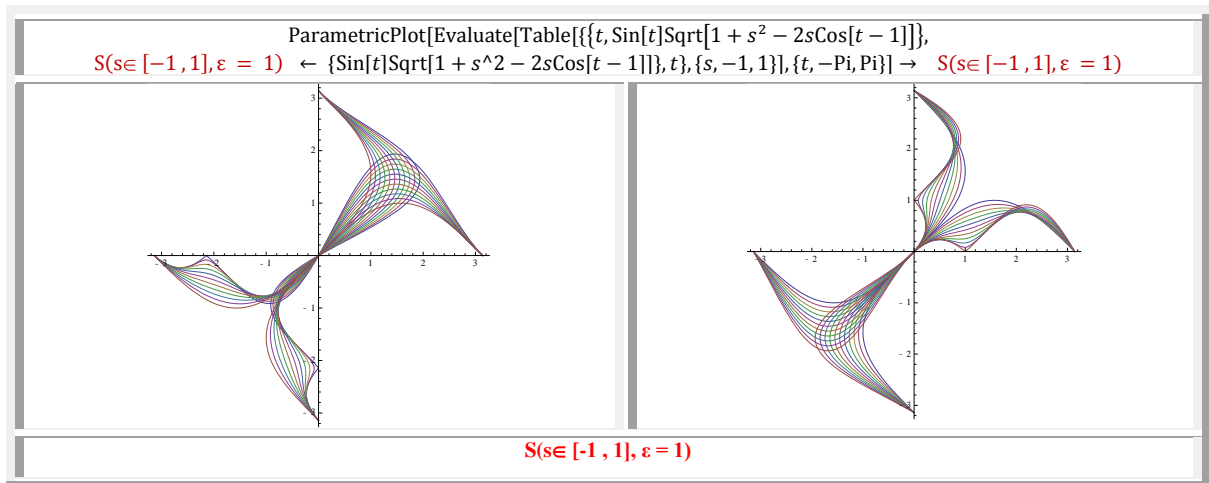
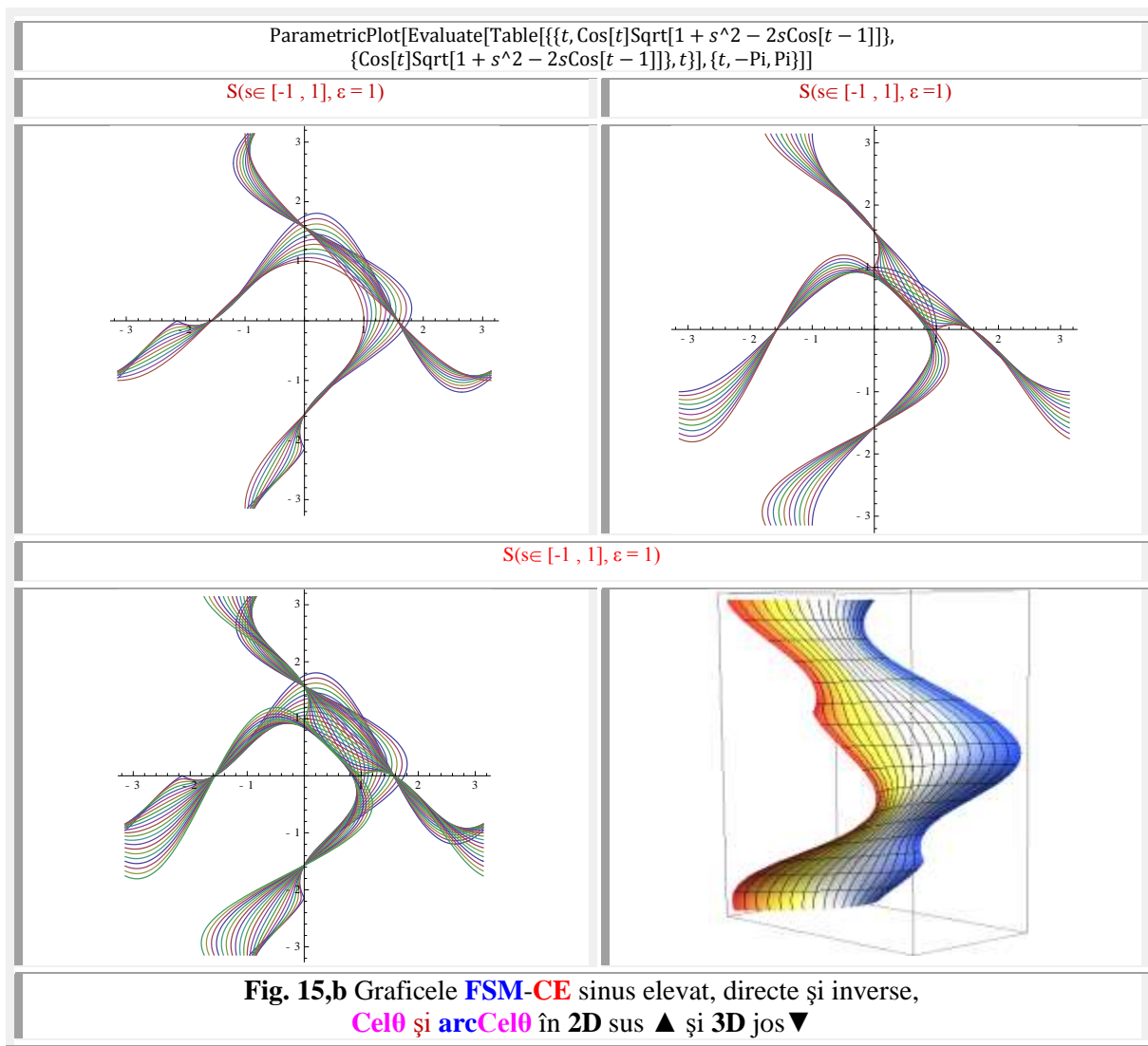
De aceea, funcțiile elevate inverse se rezumă la funcțiile cos, sin, tan, cot ș.a., adică **cel0** și **Cela**, **sel0** și **Sela**, **tel0** și **Tela**, **ctex0** și **Ctela**, ș.a. a căror inverse sunt **arccel0**, **arcsel0**, **arctel0**, **arctcel0**, ș.a. ca funcții de variabilă excentrică și **arcCela**, **arcSela**, **arcTela**, **arcCtela**, ș.a. ca funcții de variabilă centrică α .

Graficele funcțiilor elvate directe și inverse **cel0** și **arccel0** sunt prezentate în **figura 14** în **2D** și pentru o înțelegere mai profundă și în **3D**, iar în **figura 15** sunt prezentate, în **2D** și în **3D**, graficele funcțiilor **sel0** și **arcsel0**.





6 FUNCTII SUPERMATEMATICE CIRCULARE ELEVATE INVERSE DE VARIABILĂ CENTRICĂ α



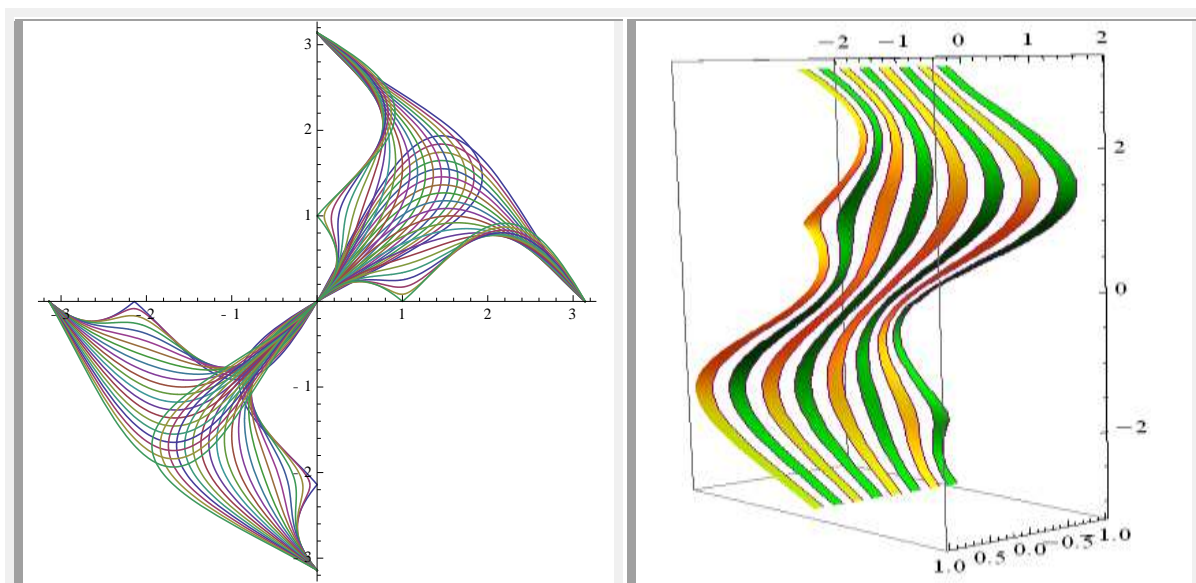


Fig. 15,c Graficele FSM-CE sinus elevate, directe și inverse, Sela și arcSela în 2D sus ▲ și 3D jos ▼

7 CONCLUZII ȘI ÎNCHEIERE

Prin prezentarea în această lucrare și a funcțiilor supermatematice (SM) circulare excentrice (CE), elevate (CEL) și exotice (CEX) inverse s-a completat studiul funcțiilor SM inverse, care pot fi asimilate funcțiilor supernove, fără să se prezinte și funcții supernove inverse.

S-a afirmat că relația (10) a FSM-CE beta excentrice $bex\theta$ a fost foarte simplu de rezolvat. Și așa a fost. Și mai simplă este determinarea inversei funcției amplitudine excentrică de variabilă excentrică $aex\theta$, deoarece aceeași funcție de variabila centrică $Aex\alpha$ este chiar inversa ei și viceversa deoarece, precum se știe, inversa inversei este funcția însăși. Acestea rezultă din figura 16 în care se vede imediat că $aex\theta$ este simetrica lui $Aex\alpha$ față de prima bisectoare, deci sunt funcții inverse una alteia.

Ecuatiile de definiție ale acestor funcții sunt:

$$(21) \begin{cases} aex\theta = \alpha(\theta) = \theta - \beta(\theta) = \theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)] \\ Aex\alpha = \theta(\alpha) = \alpha + \beta(\alpha) = \alpha + \arcsin \frac{s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1 + s^2 \sin^2(\alpha - \varepsilon)}} \end{cases}, \text{ cu graficele din figura 16.}$$

Relația dintre cele două variabile, excentrice θ și centrice α , este:

$$(22) \quad \theta = \alpha + \beta \text{ în care } \begin{cases} \beta(\theta) = \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)] \\ \beta(\alpha) = \arcsin \frac{s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1 + s^2 \sin^2(\alpha - \varepsilon)}} \end{cases} \text{ cu graficele din figura 17}$$

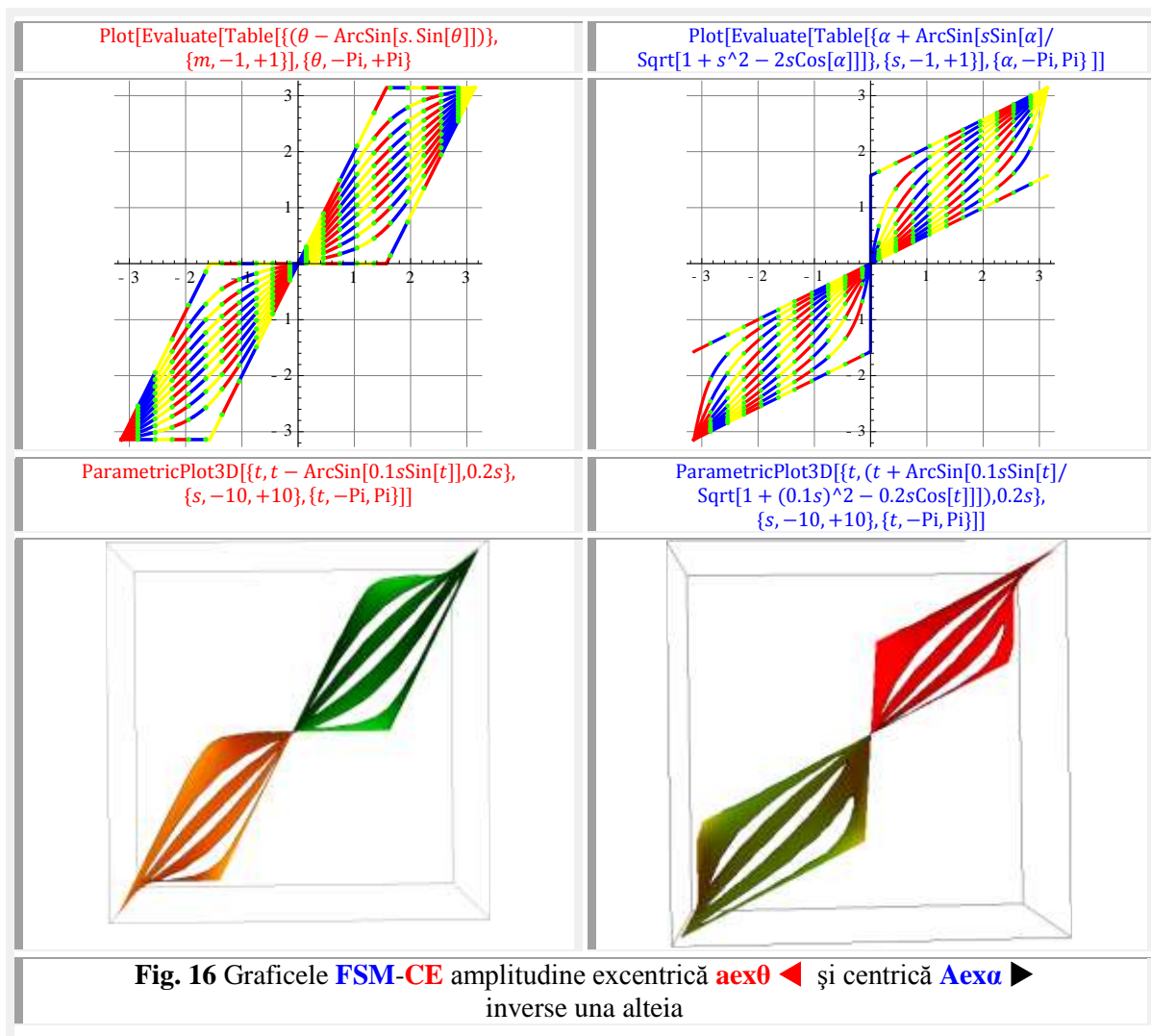
Ca urmare, soluția ecuației:

$$(23) \quad \theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)] = 0 \text{ este:}$$

$$(24) \quad \theta(\alpha) = \alpha + \arcsin \frac{s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1 + s^2 \sin^2(\alpha - \varepsilon)}} \text{ și invers. Soluția ecuației:}$$

$$(25) \quad \alpha + \arcsin \frac{s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1 + s^2 \sin^2(\alpha - \varepsilon)}} = 0 \text{ este}$$

$$(26) \quad \alpha(\theta) = \theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]$$



Dacă *excentricitatea unghiulara* ε este nulă (**Fig. 16**) atunci pentru toate valorile *excentricității numerice* s soluțiile ecuațiilor anterioare sunt nule, deoarece toate curbele intersecțeaza axa Ox doar în originea $O(0,0)$ a sistemului de axe sau ale reperului xOy .

Pentru $\varepsilon \neq 0$ (**Fig.17**) situația se modifică radical, deoarece pentru fiecare pereche de valor s și $\varepsilon = ct \neq 0$ curbele intersecțeaza axa în alte puncte. Curba de excentru $S(0,5; \pi/4)$ din **figura 17**▶▶, pentru $x \in [-\pi/2, +\pi/2]$, intersecțeaza axa într-un punct de pe axa Ox negativă ($x < 0$) în domeniul redus la $x \in (-0,4; -0.6)$. Alegând acest nou domeniu pentru reprezentarea grafică a funcției se constată că ea intersecțeaza axa Ox într-un domeniu și mai restrâns $x \in (-0.5; -0.55)$ și procedând tot așa în continuare se ajunge la domeniul încă lizibil $x \in (-0.5004742, -0.5004741)$ în care se va situa soluția ecuației

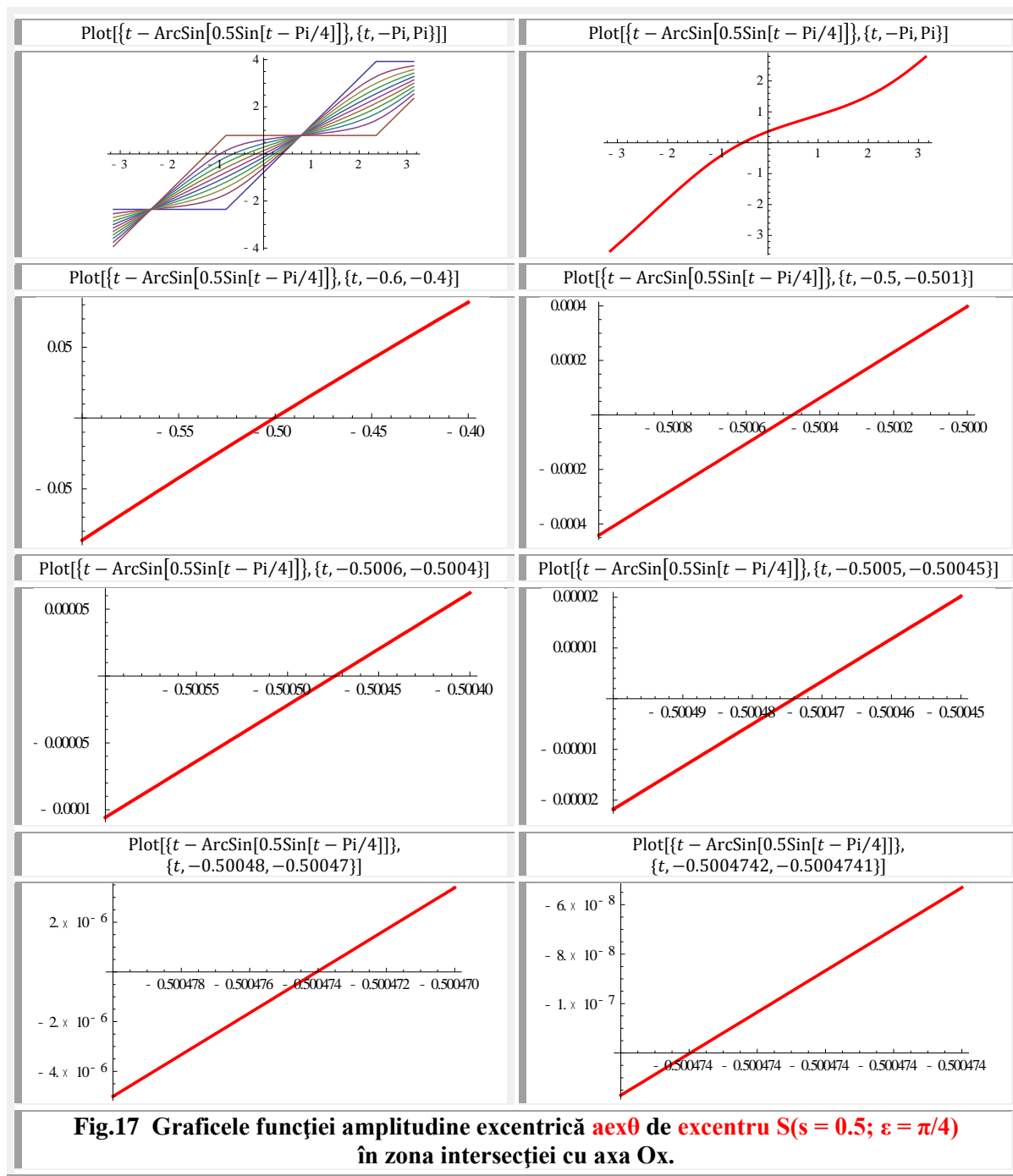
$$(27) \quad x - \arcsin[0,5 \sin(x - \text{Pi}/4)] = 0$$

Am solicitat unui program evoluat de matematică soluționare acestei ecuații astfel:

$$(28) \quad \text{NSolve}[x - \text{ArcSin}[0.5 \text{Sin}[x - \text{Pi}/4]] == 0, x]$$

iar răspunsul a fost:

NSolve::nsmet: "This system cannot be solved with the methods available to NSolve"
(Acest sistem nu poate fi rezolvat prin metodele disponibile pentru NSolve) !



Ceea ce nu poate soluționa un program evoluat de matematică, soluționează metoda computațională grafică prezentată anterior prin **figura 17** care, însă, este limitată la un număr de zecimale care încă mai sunt lizibile.

O metodă unică, mult mai perfecționată, care nu limitează acest număr de zecimale este descris în lucrarea Şelariu Mircea Eugen “**Matematica Atomica**” din Editura de Vest din Timișoara, 2017. Întitulată “*Metoda determinării succesive a cifrelor consecutive ale numărului soluție al unei ecuații*”, pe scurt “*Metoda Succesiva (MS)*” ea schimbă radical optica asupra determinării soluțiilor ecuațiilor algebrice, trigonometrice și /sau logaritmice de orice grad și oricare tip, considerând *numărul ca atom al matematicii* și *cifrele ca particulele sale elementare*.

Există o infinitate de numere, dar numai 10 cifre. Atunci de ce să căutăm soluția unei ecuații direct în numere și să nu o căutăm, indirect, în cifrele consecutive ce compun acest număr ?

În acest scop este suficient să scriem funcția, care definește ecuația, de zece ori într-un program de matematică și în prima ecuație, în locul variabilei, să-i zicem x , să considerăm *ca o prima cifră exactă* pe 0, în a doua pe 1, în a treia pe 2 ș.a.m.d iar în ultima îl înlocuim peste tot pe x cu cifra 9 și apoi “dăm” enter ! Vor apărea 10 rezultate.

Soluția căutată, în general, este locul / punctul în care funcția / curba intersectează axa Ox . Dacă unul dintre ele este zero, atunci cifra corespunzătoare este o soluție exactă a ecuației cu un număr format dintr-o singură cifră. Dacă nu, unele rezultate vor fi cu semn pozitiv, ce indică valori prea mari pentru x , iar altele cu semn negativ, ce indică valori prea mici pentru cifrele respective. Unde va fi soluția, adică punctul de intersecție cu axa Ox ? Între ultimul punct cu valori de semn pozitiv sau negativ și următorul cu valori de semn negativ sau pozitiv, puncte între care curba intersectează axa Ox , deoarece la traversarea axei Ox funcția / curba își schimbă semnul / valorile.

În cazul ecuației considerate (27), curba trece din cadranul II în cadranul III astfel că rădăcina / soluția are prima cifră exactă a numărului soluție pe **5**, adică $x_1 = -0,5$, (Vezi **Tab 1**) domeniul în care curba trece din cadranul II în cadranul III, deoarece ne apropiem de soluția exactă pe axa $Ox < 0$ de la stânga spre dreapta. Cifrele astfel obținute se trec în cele 10 funcții în fața cifrelor de la 0 la 9 și se dă din nou enter. Acum, ultima valoare a funcției cu semn pozitiv corespunde cifrei **0**, deci $x_2 = -0,50$; **0** fiind a doua cifră exactă a numărului soluție căutat, ca și a treia cifra caracteristică, adică $x_3 = -0,500$ Continuând în același mod se obțin a patra cifră exactă **4** $\rightarrow x_4 = -0,5004$, a cincea este **7** a șasea este **4** șaptea este **3** și a opta este opta este **0**. Ca urmare, numărul soluție al ecuației (27) cu **8 cifre exacte** este $X_8 = -0,50047403$.

Tabelul 1.1 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluție al ecuației (27)

PRIMA CIFRĂ EXACTĂ $\rightarrow 5$			A DOUA CIFRĂ EXACTĂ $\rightarrow 0$		
-0,0	$-0.0\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.0\text{-Pi}/4]]$	0.361367	-0,50	$-0.50\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50\text{-Pi}/4]]$	0.000398042
-0,1	$-0.1\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.1\text{-Pi}/4]]$	0.297466	-0,51	$-0.51\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.51\text{-Pi}/4]]$	-0.00802423
-0,2	$-0.2\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.2\text{-Pi}/4]]$	0.229863	-0,52	$-0.52\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.52\text{-Pi}/4]]$	-0.0165001
-0,3	$-0.3\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.3\text{-Pi}/4]]$	0.1581	-0,53	$-0.53\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.53\text{-Pi}/4]]$	-0.0250298
-0,4	$-0.4\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.4\text{-Pi}/4]]$	0.0817429	-0,54	$-0.54\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.54\text{-Pi}/4]]$	-0.0336136
-0,5	$-0.5\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5\text{-Pi}/4]]$	0.000398042	-0,55	$-0.55\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.55\text{-Pi}/4]]$	-0.0422518
-0,6	$-0.6\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.6\text{-Pi}/4]]$	-0.0862674	-0,56	$-0.56\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.56\text{-Pi}/4]]$	-0.0509446
-0,7	$-0.7\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.7\text{-Pi}/4]]$	-0.178504	-0,57	$-0.57\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.57\text{-Pi}/4]]$	-0.0596924
-0,8	$-0.8\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.8\text{-Pi}/4]]$	-0.276463	-0,58	$-0.58\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.58\text{-Pi}/4]]$	-0.0684953
-0,9	$-0.9\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.9\text{-Pi}/4]]$	-0.380184	-0,59	$-0.59\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.59\text{-Pi}/4]]$	-0.0773535

Tabelul 1.2 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluție al ecuației (27)

A TREIA CIFRĂ EXACTĂ → 0			A PATRA CIFRĂ EXACTĂ → 4		
-0,500	$-0.500\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500\text{-Pi}/4]]$	0.000398042	- 0,5000	$-0.5000\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5000\text{-Pi}/4]]$	0.000398042
-0,501	$-0.501\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.501\text{-Pi}/4]]$	-0.000441784	- 0,5001	$-0.5001\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5001\text{-Pi}/4]]$	0.000314083
-0,502	$-0.502\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.502\text{-Pi}/4]]$	-0.00128214	- 0,5002	$-0.5002\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5002\text{-Pi}/4]]$	0.000230119
-0,503	$-0.503\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.503\text{-Pi}/4]]$	-0.00212303	- 0,5003	$-0.5003\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5003\text{-Pi}/4]]$	0.00014615
-0,504	$-0.504\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.504\text{-Pi}/4]]$	-0.00296446	- 0,5004	$-0.5004\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5004\text{-Pi}/4]]$	0.0000621755
-0,505	$-0.505\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.505\text{-Pi}/4]]$	-0.00380642	- 0,5005	$-0.5005\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5005\text{-Pi}/4]]$	-0.0000218044
-0,506	$-0.506\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.506\text{-Pi}/4]]$	-0.00464891	- 0,5006	$-0.5006\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5006\text{-Pi}/4]]$	-0.00010579
-0,507	$-0.507\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.507\text{-Pi}/4]]$	-0.00549194	- 0,5007	$-0.5007\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5007\text{-Pi}/4]]$	-0.00018978
-0,508	$-0.508\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.508\text{-Pi}/4]]$	-0.0063355	- 0,5008	$-0.5008\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5008\text{-Pi}/4]]$	-0.000273776
-0,509	$-0.509\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.509\text{-Pi}/4]]$	-0.0071796	- 0,5009	$-0.5009\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5009\text{-Pi}/4]]$	-0.000357777

Tabelul 1.3 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluție al ecuației (27)

A CINCEA CIFRĂ EXACTĂ → 7			A ȘASEA CIFRĂ EXACTĂ → 4		
-0,50040	$-0.50040\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50040\text{-Pi}/4]]$	0.0000621755	- 0,500470	$-0.500470\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500470\text{-Pi}/4]]$	3.39013×10^{-6}
-0,50041	$-0.50041\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50041\text{-Pi}/4]]$	0.0000537777	- 0,500471	$-0.500471\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500471\text{-Pi}/4]]$	2.55032×10^{-6}
-0,50042	$-0.50042\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50042\text{-Pi}/4]]$	0.0000453799	- 0,500472	$-0.500472\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500472\text{-Pi}/4]]$	1.71051×10^{-6}
-0,50043	$-0.50043\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50043\text{-Pi}/4]]$	0.0000369821	- 0,500473	$-0.500473\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500473\text{-Pi}/4]]$	8.70695×10^{-7}
-0,50044	$-0.50044\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50044\text{-Pi}/4]]$	0.0000285842	- 0,500474	$-0.500474\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500474\text{-Pi}/4]]$	3.08844×10^{-8}
-0,50045	$-0.50045\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50045\text{-Pi}/4]]$	0.0000201862	- 0,500475	$-0.500475\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500475\text{-Pi}/4]]$	-8.08927×10^{-7}
-0,50046	$-0.50046\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50046\text{-Pi}/4]]$	0.0000117882	- 0,500476	$-0.500476\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500476\text{-Pi}/4]]$	-1.64874×10^{-6}
-0,50047	$-0.50047\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50047\text{-Pi}/4]]$	3.39013×10^{-6}	- 0,500477	$-0.500477\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500477\text{-Pi}/4]]$	-2.48855×10^{-6}
-0,50048	$-0.50048\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50048\text{-Pi}/4]]$	-5.00799×10^{-6}	- 0,500478	$-0.500478\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500478\text{-Pi}/4]]$	-3.32837×10^{-6}
-0,50049	$-0.50049\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50049\text{-Pi}/4]]$	-0.0000134062	- 0,500479	$-0.500479\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500479\text{-Pi}/4]]$	-4.16818×10^{-6}

Tabelul 1.4 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluție al ecuației (27)					
A ȘAPTEA CIFRĂ EXACTĂ → 0			A OPTA CIFRĂ EXACTĂ → 3		
-0,5004740	-0.5004740- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004740-Pi/4]]	3.08844×10⁻⁸	-0,50047400	-0.50047400- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047400-Pi/4]]	3.08844×10 ⁻⁸
-0,5004741	-0.5004741- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004741-Pi/4]]	-5.30968×10 ⁻⁸	-0,50047401	-0.50047401- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047401-Pi/4]]	2.24863×10 ⁻⁸
-0,5004742	-0.5004742- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004742-Pi/4]]	-1.37078×10 ⁻⁷	-0,50047402	-0.50047402- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047402-Pi/4]]	1.40882×10 ⁻⁸
-0,5004743	-0.5004743- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004743-Pi/4]]	-2.21059×10 ⁻⁷	-0,50047403	-0.50047403- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047403-Pi/4]]	5.69005×10⁻⁹
-0,500474	-0.5004744- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004744-Pi/4]]	-3.0504×10 ⁻⁷	-0,5004704	-0.50047404- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047404-Pi/4]]	-2.70807×10 ⁻⁹
-0,5004745	-0.5004745- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004745-Pi/4]]	-3.89021×10 ⁻⁷	-0,50047405	-0.50047405- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047405-Pi/4]]	-1.11062×10 ⁻⁸
-0,5004746	-0.5004746- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004746-Pi/4]]	-4.73003×10 ⁻⁷	-0,50047406	-0.50047406- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047406-Pi/4]]	-1.95043×10 ⁻⁸
-0,5004747	-0.5004747- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004747-Pi/4]]	-5.56984×10 ⁻⁷	-0,50047407	-0.50047407- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047407-Pi/4]]	-2.79024×10 ⁻⁸
-0,5004748	-0.5004748- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004748-Pi/4]]	-6.40965×10 ⁻⁷	-0,50047408	-0.50047408- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047408-Pi/4]]	-3.63005×10 ⁻⁸
-0,5004749	-0.5004749- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004749-Pi/4]]	-7.24946×10 ⁻⁷	-0,50047409	-0.50047409- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047409-Pi/4]]	-4.46986×10 ⁻⁸

Procedeul se poate continua după același tipic și se pot obține oricâte *cifre exacte* ale soluției dorim. Procedeul poate fi mult scurtat dacă se începe de la ultima valoare lizibilă prin metoda grafică computațională prezentată în **figura 17**, adică de la $C = -0,500474$.

Dacă se introduce valoarea lui $\theta \equiv X_8 = -0,50047403$ se observa că ecuația (27) este satisfăcută cu precizia de 8 *cifre* zecimale exacte

$$x - \arcsin[0,5 \sin(x - \text{Pi}/4)] = 0$$

$$(29) \quad -0,50047403 - \arcsin[0,5 \sin(-0,50047403 - \text{Pi}/4)] \text{ rezultă}$$

$$(30) \quad N[-0.50047403 - \text{ArcSin}[0.5 \sin[-0.50047403 - \text{Pi}/4]]] = 5,690046211981325 \times 10^{-9}$$

justificând precizia de 8 cifre zecimale exacte.

Așa cum s-a afirmat anterior, *soluțiile exacte* ale ecuației (27) sunt date de relațiile (24) și respectiv (26). Pentru datele din ecuația (27) rezultă valoarea unghiului $\alpha(\theta)$ din ecuația (24) care este:

$$(31) \quad N[-0.50047403 \text{ArcSin}[0.5 \sin[-0.50047403 - \text{Pi}/4]] / \frac{\text{Sqrt}[1.25 - \text{Cos}[-0.50047403 - \text{Pi}/4]]}{\text{Cos}[-0.50047403 - \text{Pi}/4]]] \rightarrow$$

$$\alpha = -1.0096728210506547$$

pentru care din relația exactă (26) rezultă soluția exactă $\theta(\alpha)$:

$$(32) \quad N[-1.0096728210506547 - \text{ArcSin}[0.5 \sin[-1.0096728210506547 - \text{Pi}/4]]] =$$

$$= -0.50047403$$

Conform programului de matematică ar rezulta că soluția cu 8 cifre zecimale exacte este totodată și soluția absolut exactă a ecuației (27), deoarece programul nu oferă mai multe zecimale. Pentru a ne convinge se va continua **MS** în **tabelul 1.5**.

Tabelul 1.5 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluție al ecuației (27)					
A NOUA CIFRĂ EXACTĂ → 6			A ZECEA CIFRĂ EXACTĂ → 7		
-0,500474030	-0.500474030-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474030-Pi/4]]	5.69005×10 ⁻⁹	-0,5004740360	-0.5004740360-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740360-Pi/4]]	6.51178×10 ⁻¹⁰
-0,500474031	-0.500474031-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474031-Pi/4]]	4.85023×10 ⁻⁹	-0,5004740361	-0.5004740361-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740361-Pi/4]]	5.67197×10 ⁻¹⁰
-0,500474032	-0.500474032-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474032-Pi/4]]	4.01042×10 ⁻⁹	-0,5004740362	-0.5004740362-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740362-Pi/4]]	4.83216×10 ⁻¹⁰
-0,500474033	-0.500474033-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474033-Pi/4]]	3.17061×10 ⁻⁹	-0,5004740363	-0.5004740363-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740363-Pi/4]]	3.99235×10 ⁻¹⁰
-0,500474034	-0.500474034-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474034-Pi/4]]	2.3308×10 ⁻⁹	-0,5004740364	-0.5004740364-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740364-Pi/4]]	3.15253×10 ⁻¹⁰
-0,500474035	-0.500474035-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474035-Pi/4]]	1.49099×10 ⁻⁹	-0,5004740365	-0.5004740365-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740365-Pi/4]]	2.31272×10 ⁻¹⁰
-0,500474036	-0.500474036-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474036-Pi/4]]	6.51178×10⁻¹⁰	-0,5004740366	-0.5004740366-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740366-Pi/4]]	1.47291×10 ⁻¹⁰
-0,50047477	-0.500474037-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474037-Pi/4]]	-1.88633×10 ⁻¹⁰	-0,5004740367	-0.5004740367-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740367-Pi/4]]	6.33099×10⁻¹¹
-0,50047488	-0.500474038-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474038-Pi/4]]	-1.02844×10 ⁻⁹	-0,5004740367	-0.5004740368-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740368-Pi/4]]	-2.06711×10 ⁻¹¹
-0,500474039	-0.500474039-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474039-Pi/4]]	-1.86826×10 ⁻⁹	-0,5004740368	-0.5004740369-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740369-Pi/4]]	-1.04652×10 ⁻¹⁰

Din **tabelul 1.5** rezultă că soluția cu 8 zecimale nu este absolut exactă și că cifrele exacte ale zecimalelor 9 și 10 sunt $x_9 = 6$ și $x_{10} = 7$, astfel că soluția cu 10 zecimale exacte a ecuației (27) este $X_{10} = -0,5004740367\dots$

Introducând în relația (26) noua valoare a lui $X_{10} = -0,5004740367$ rezultă valoarea lui $\alpha(\theta)$:

$$(33) \quad N \left[-0.5004740367 + \text{ArcSin} \left[0.5 \text{Sin} \left[-0.5004740367 - \text{Pi}/4 \right] / \text{Sqrt} \left[1.25 - \text{Cos} \left[-0.5004740367 - \text{Pi}/4 \right] \right] \right] \right] = -1.0096728269937603$$

pe baza căreia, din relația (24), rezultă valoarea lui $\theta(\alpha)$:

$$(34) \quad N[-1.0096728269937603 - \text{ArcSin}[0.5\text{Sin}[-1.0096728269937603 - \text{Pi}/4]]] = \\ = -0.5004740366999999 \cong -0.5004740367$$

adică soluția ecuației (27) cu 10 cifre zecimale exacte.

S-a constatat ca sub forma (23) $\theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)] = 0$ programul de matematică nu știe să rezolve ecuația (27). Dar, scriind funcția sub forma

$$(35) \quad \sin \theta = s \cdot \sin(\theta - \varepsilon) \rightarrow \sin \theta - s \cdot \sin(\theta - \varepsilon) = 0$$
 programul de matematică dă soluțiile:

$$(36) \quad \text{Nsolve}[\text{Sin}[t] - 0.5\text{Sin}[t - \text{Pi}/4] == 0, t] \rightarrow \{t \rightarrow -0.5004740367753859\}, \\ \{t \rightarrow 2.641118616814407\}$$

printre care și pe cea determinată anterior cu 10 zecimale exacte dar, de această dată, oferă mult mai multe zecimale exacte (16) : $X = -0.5004740367753859$

Pentru a obține o expresie a soluției pentru ecuația generală (23) de excentrul $S(s, \varepsilon)$ cu funcția scrisă sub forma (35), adică ecuația:

$$(37) \quad \sin \theta - s \cdot \sin(\theta - \varepsilon) = 0$$

programul de matematică oferă soluțiile

$$(38) \quad \text{Solve}[\text{Sin}[t] - s\text{Sin}[t - \text{eps}] == 0, t] \text{ cu soluțiile } \rightarrow$$

$$\{t \rightarrow -\text{ArcCos}\left[\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}\right]\}, \\ \left\{t \rightarrow \text{ArcCos}\left[-\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}\right]\right\}, \\ \left\{t \rightarrow -\text{ArcCos}\left[\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}\right]\right\}, \\ \{t \rightarrow \text{ArcCos}\left[\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}\right]\}$$

dintre care prima (subliniată) corespunde realității și pentru datele concrete ale ecuației (27) rezultă

$$(39) \quad N\left[-\text{ArcCos}\left[-\frac{-1+0.5\text{Cos}[\text{Pi}/4]}{\sqrt{1-2*0.5\text{Cos}[\text{Pi}/4]+0.5^2\text{Cos}[\text{Pi}/4]^2+0.5^2\text{Sin}[\text{Pi}/4]^2}}\right]\right] \rightarrow \\ X_{16} = -0.5004740367753859$$

Evident că aceeași valoare se putea obține și prin **MS** care poate oferi chiar și mai multe cifre exacte zecimale prin continuarea metodologiei exprimate în **Tabelele 1**, dar obținerea unei relații generale exacte (38) este cu mult mai comodă și constituie o realizare notabilă prezentată în această lucrare.

Motto: „Oamenii se tem de *gândurile originale* mai mult decât de orice altceva, mai mult decât *de ruină*, mai mult decât *de moarte*.”

Bertrand Russel

CAPITOLUL XIV

FUNCTII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE SUPERNOVE

1 INTRODUCERE

Denumirea de *arcfuncție* (*arccosx*, *arcsinx*, *Arctanx*, *Arccotx* etc.) provine din limba latină. *Arcus cuius sinus x est* înseamnă *arcul al cărui sinus este egal cu x*.

Deoarece funcțiile trigonometrice / circulare directe sunt funcții de arc, din însăși denumirea funcției *Arc* / *arc* rezultă că ea este inversa funcției directe.

Ca urmare, ecuațiile parametrice ale funcției directe *sinx* sunt

$$(1) \quad \begin{cases} x = x \\ y = \sin x \end{cases} \rightarrow \quad \mathbf{sinx}$$

iar a inversei ei, *arcsinx*, sunt

$$(2) \quad \begin{cases} x = \sin x \\ y = x \end{cases} \rightarrow \quad \mathbf{arcsinx.}$$

Din relația (2) rezultă că aceste funcții circulare, foste trigonometrice, centrice și / sau excentrice ca și cele elevate și exotice pot fi considerate ca aparținând totodată și *funcțiilor supernove circulare centrice* și, respectiv, excentrice, elevate și exotice.

Pe cât de simplu se pot obține graficele funcțiilor inverse, în coordonate parametrice, pe atât de complicat se pot obține expresiile lor analitice, deoarece este necesar să se rezolve unele ecuații algebrice neliniare de grad infinit.

Astfel, dacă expresia funcției *directe sin x* este

$$(3) \quad y(x) = \sin x = 1 - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \dots + \dots \text{ și nu este chiar simplă !}$$

Pentru determinarea expresiei funcției inverse, este necesar să se rezolve ecuația neliniară de grad infinit:

$$(4) \quad 1 - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \dots + \dots - y = 0 \quad \rightarrow \quad x(y) = ?$$

Soluția ei este, după cum se știe seria infinită:

$$(5) \quad x(y) = \arcsin y = y + \frac{1}{2 \cdot 3} y^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} y^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} y^7 + \dots \quad |y| < \frac{\pi}{2}$$

Dar soluția poate fi dată și în serii hipergeometrice astfel

$$(6) \quad \arcsin z = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} dz = \int_0^x {}_1F_0\left(\frac{1}{2}; ; z^2\right) dz = z {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; z^2\right) \Big|_0^x = x {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; x^2\right)$$

În privința determinării analitice a inversei unei funcții există și excepții, adică funcții a căror inverse se determină imediat. O astfel de funcție este *funcția supermatematică circulară excentrică (FSM-CE) beta excentrică* de variabilă excentrică (*bexθ*), a cărei expresie este

$$(7) \quad y(\theta) = \text{bex}\theta = \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]$$

astfel că rezolvarea ecuației

$$(8) \quad y(\theta) - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)] = 0, \text{ sau } y(\theta) = \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]$$

este simplă.

Scriind

$$(9) \quad \sin y(\theta) = \sin \{ \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)] \} \rightarrow \sin y(\theta) = s \cdot \sin(\theta - \varepsilon) \rightarrow$$

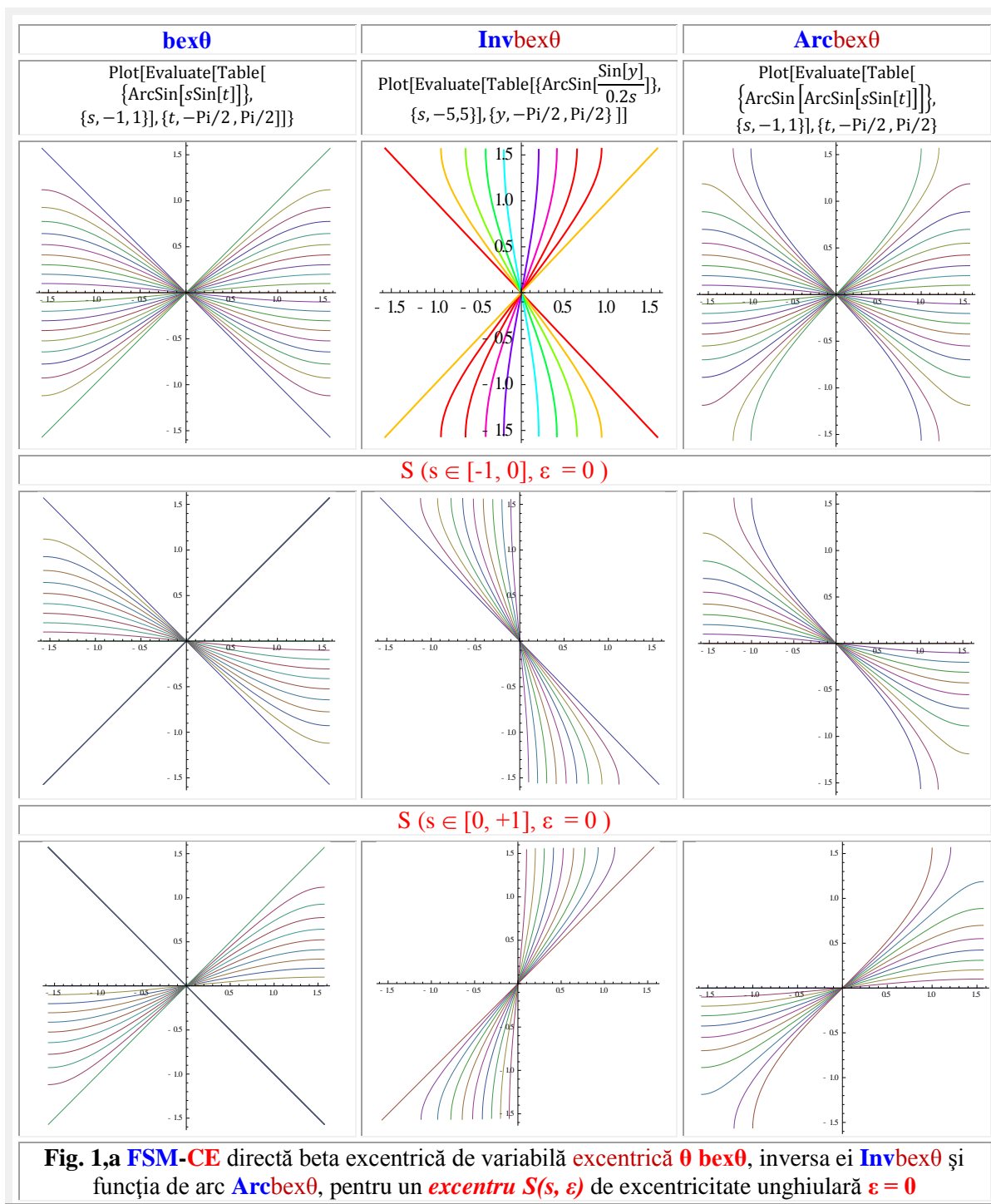
(10) $\sin(\theta - \varepsilon) = \frac{\sin y(\theta)}{s} \rightarrow \theta(y) = \arcsin \frac{\sin y(\theta)}{s} + \varepsilon$ care este inversa lui **bex** θ , adică

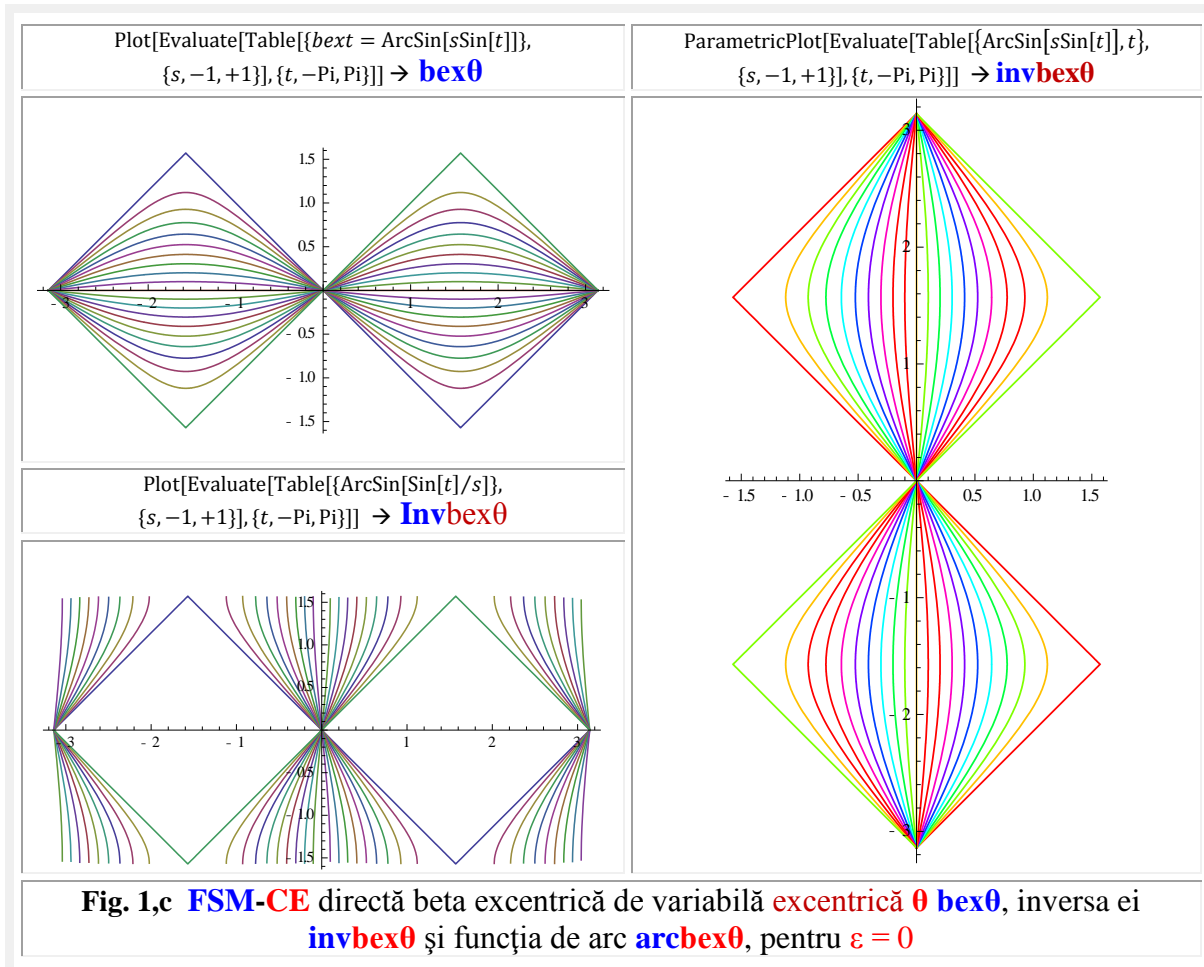
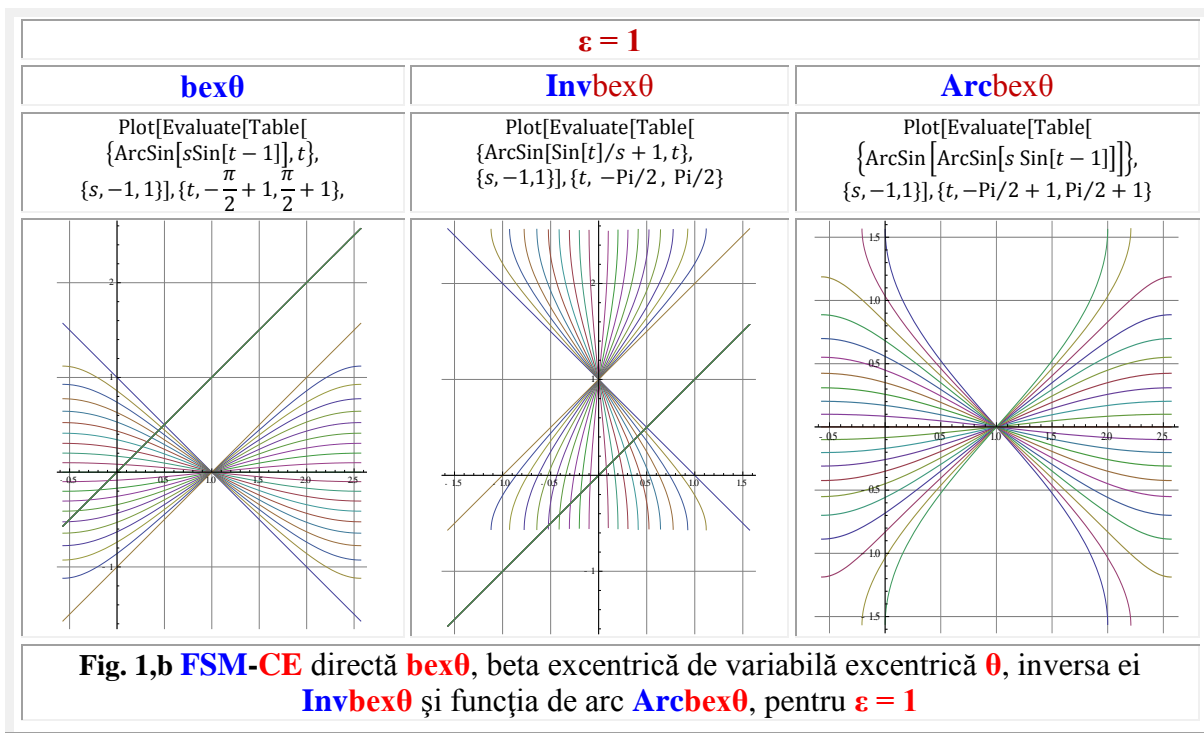
(11) $\text{bex}\theta^{(-1)} = \text{invbex}\theta = \arcsin \frac{\sin y}{s} + \varepsilon$ cu graficele din **figura 1,a**.

Cu notațiile clasice $\beta(\theta) = \text{bex}\theta = \arcsin[s \sin(\theta - \varepsilon)]$, iar $\theta(\beta) = \text{bex}\theta^{(-1)} = \arcsin \frac{\sin \beta}{s} + \varepsilon$.

De ce trebuie notată inversa lui bex θ cu **inv** sau **Inv** și nu cu **arc** sau **Arc** ?

Pentru că **arc**bex $\theta \neq \text{invbex}\theta$ ca și **Arc**bex $\theta \neq \text{Invbex}\theta$ așa cum se poate observa din graficele din **figurile 1,a**.





Pentru $\sin x$, de exemplu, din domeniul / intervalul $x \in [-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}]$, rezultă codomeniul lui $y = \sin x \in [-1, +1]$, iar pentru $y = \text{Arcsin} x$, inversa lui $\sin x$, rezultă domeniul de definiție $x \in [-1, +1]$ și codomeniul funcției inverse $y = \text{Arcsin} x \in [-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}]$. Rezultă același codomeniul pentru $y = \arcsin x \in [-1, +1]$. Mai rezultă, totodată, că funcțiile directă și inversă sunt simetrice față de prima bisectoare și, în consecință, sunt inverse una altele.

2 REMEMBAR: FUNȚII CIRCULARE CENTRICE INVERSE

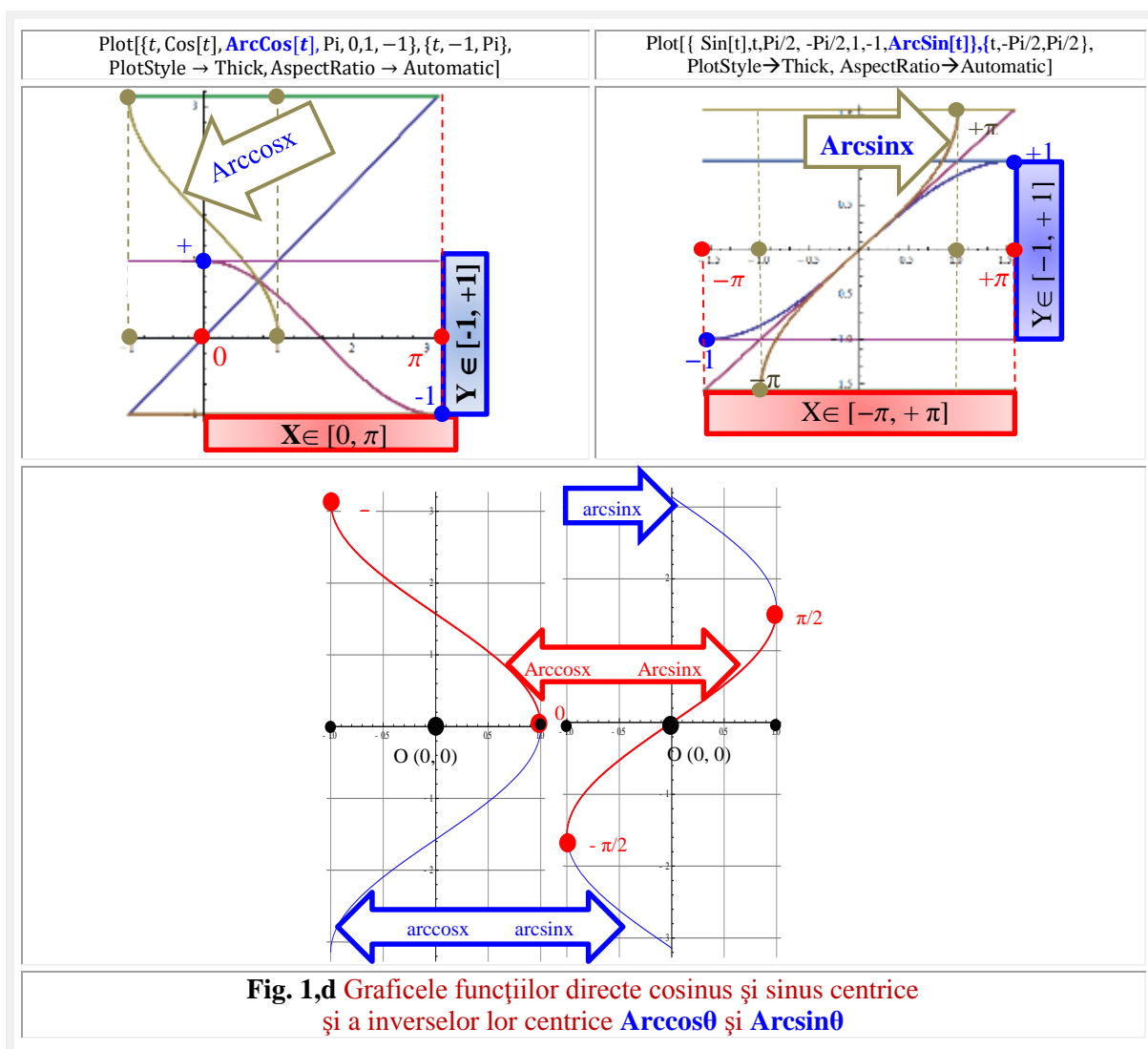
O funcție $f : X \rightarrow Y$ este **inversabilă** sau **biunivocă** dacă există o funcție $g : Y \rightarrow X$, astfel încât $f \circ g = 1Y$ și $g \circ f = 1X$, în care $1M : M \rightarrow M, 1M(x) = x$, oricare ar fi x din M , se numește **aplicația identică** a mulțimii M . În cazul în care $X = Y$, are loc egalitatea $f \circ g = g \circ f = 1X$.

Mulțimea funcțiilor monotone, crescătoare și descrescătoare, este conținută în mulțimea funcțiilor inversabile. O funcție monotonă este inversabilă, pe când o funcție inversabilă nu este neapărat monotonă.

Dacă există g , ca inversă a funcției directe f , atunci are loc echivalența

$$y = f(x) \Leftrightarrow x = g(y),$$

în care x parcurge domeniul de definiție X al funcției f , iar y , imaginea lui x prin funcția f , parcurge domeniul de definiție Y al funcției g sau codomeniul funcției f .



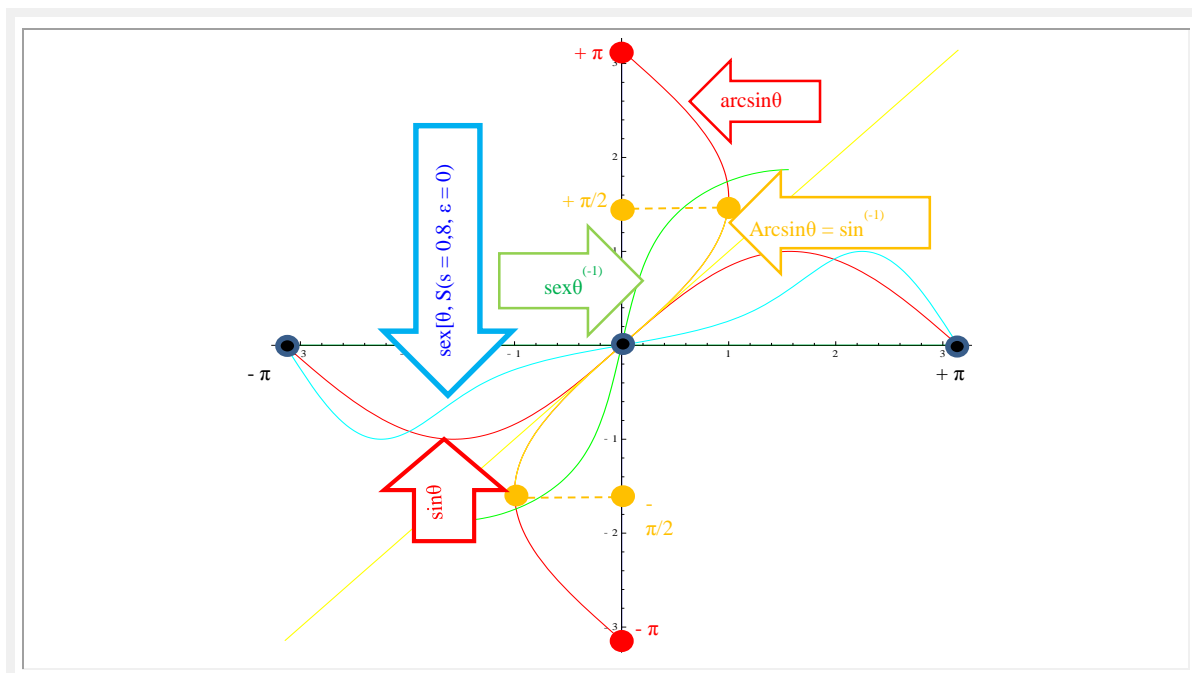
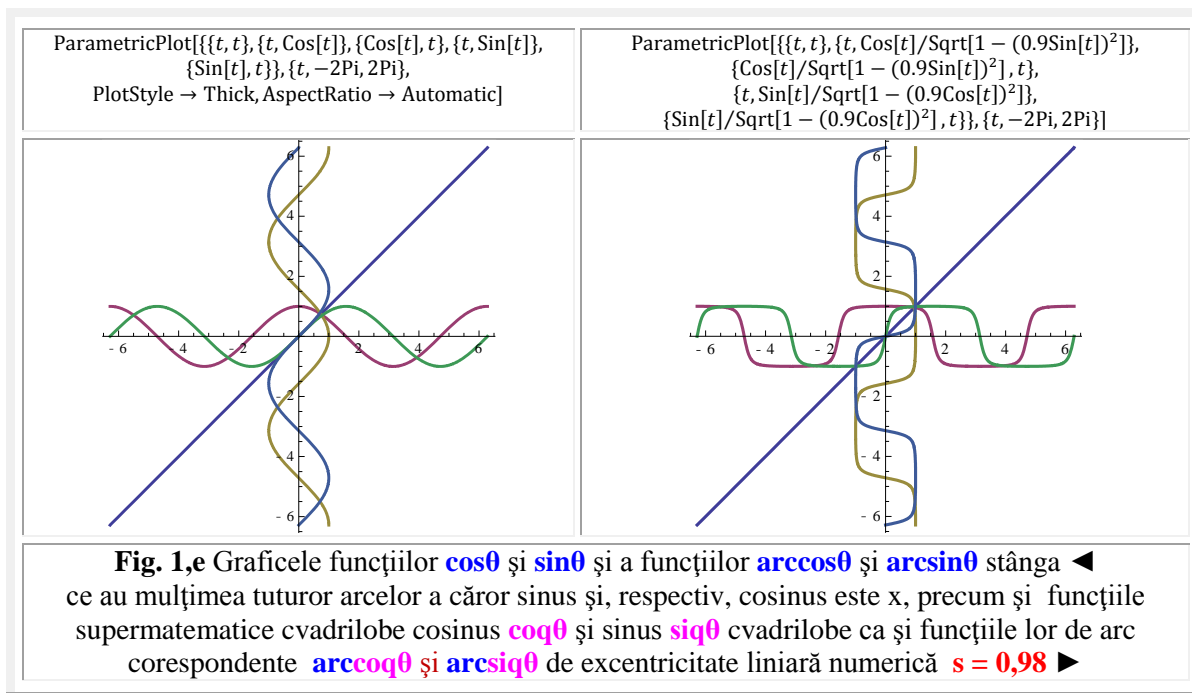
Fie funcția $f : X \rightarrow Y$, bijectivă. Inversa unei aplicații bijectivă este din nou bijectivă.

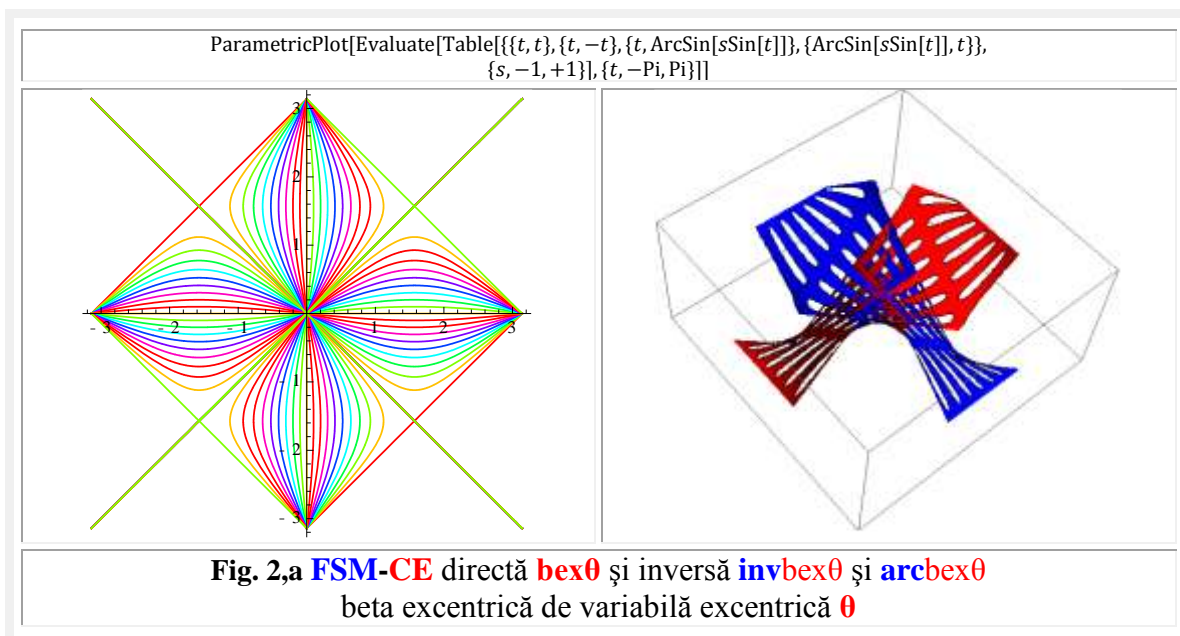
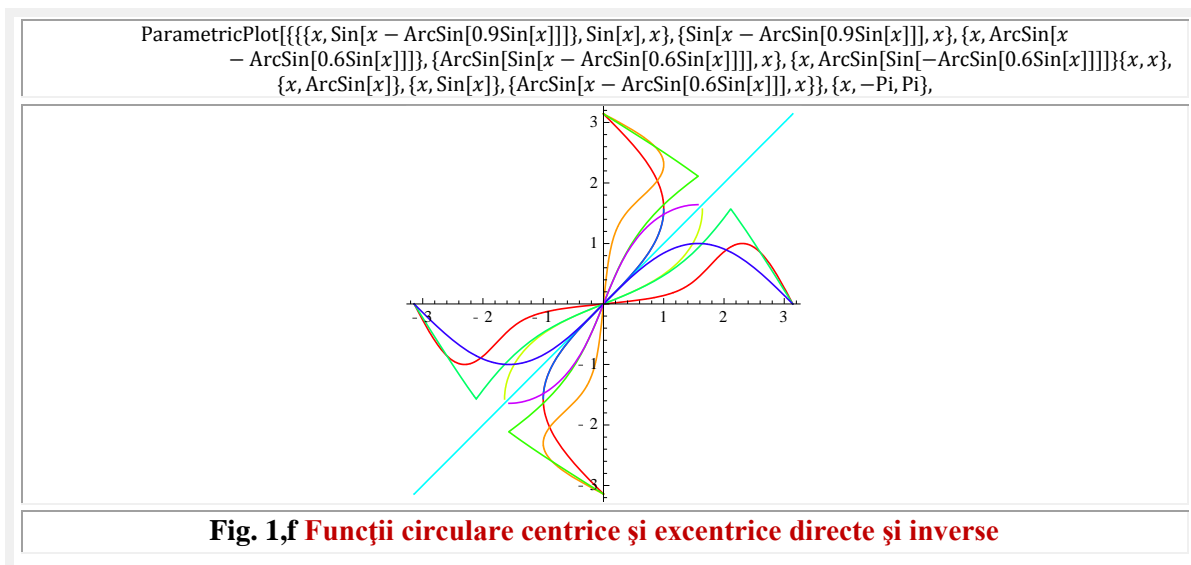
Funcția $g : Y \rightarrow X$, care asociază fiecărui element din y din Y elementul unic x din X , astfel încât $f(y) = x$, se numește funcție inversă a funcției f și se poate nota cu $g = f^{-1}$.

Funcția **directă** f care are ca inversă funcția $f^{-1} = g$, (funcția **inversă** a lui f) se zice că este inversabilă.

Funcția directă $y = x$, care reprezintă ecuația primei bisectoare, are drept funcție inversă funcția $x = y$. Ca urmare, prima bisectoare este, în același timp, și funcție directă și funcție inversă. Toate funcțiile inverse au graficele ca simetrice ale funcțiilor directe față de prima bisectoare.

Se notează cu **arcsinx** mulțimea tuturor arcelor a căror sinus este egal cu x și cu **Arcsinx**, **Arccosx**, **Arctanx** etc. **inversele** funcțiilor **sinx**, **cosx**, **tanx**, etc.

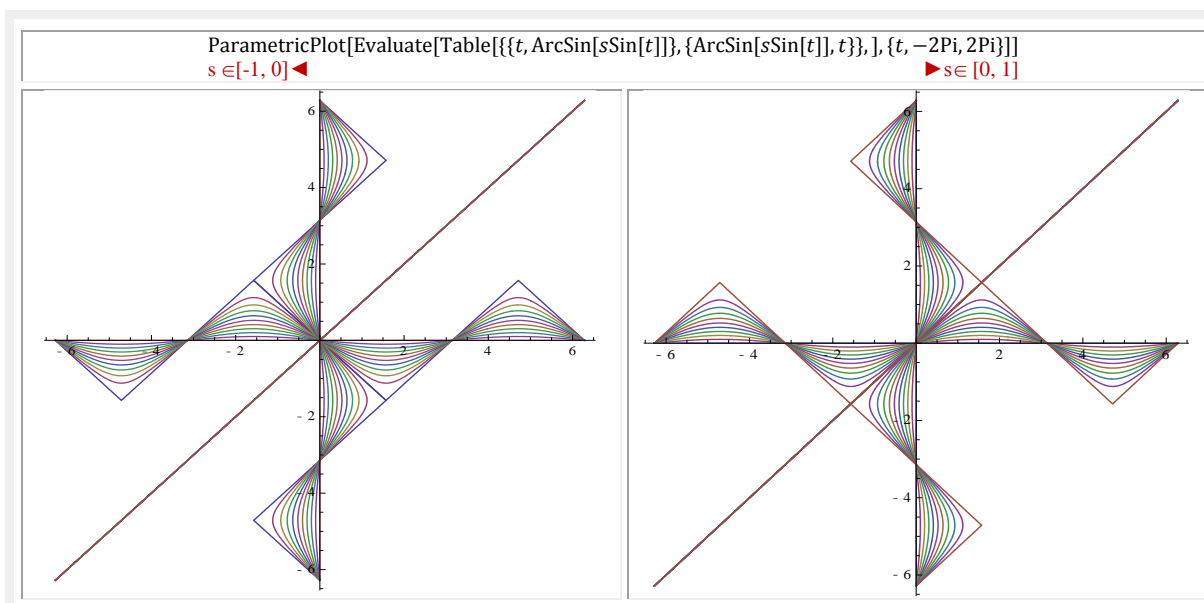
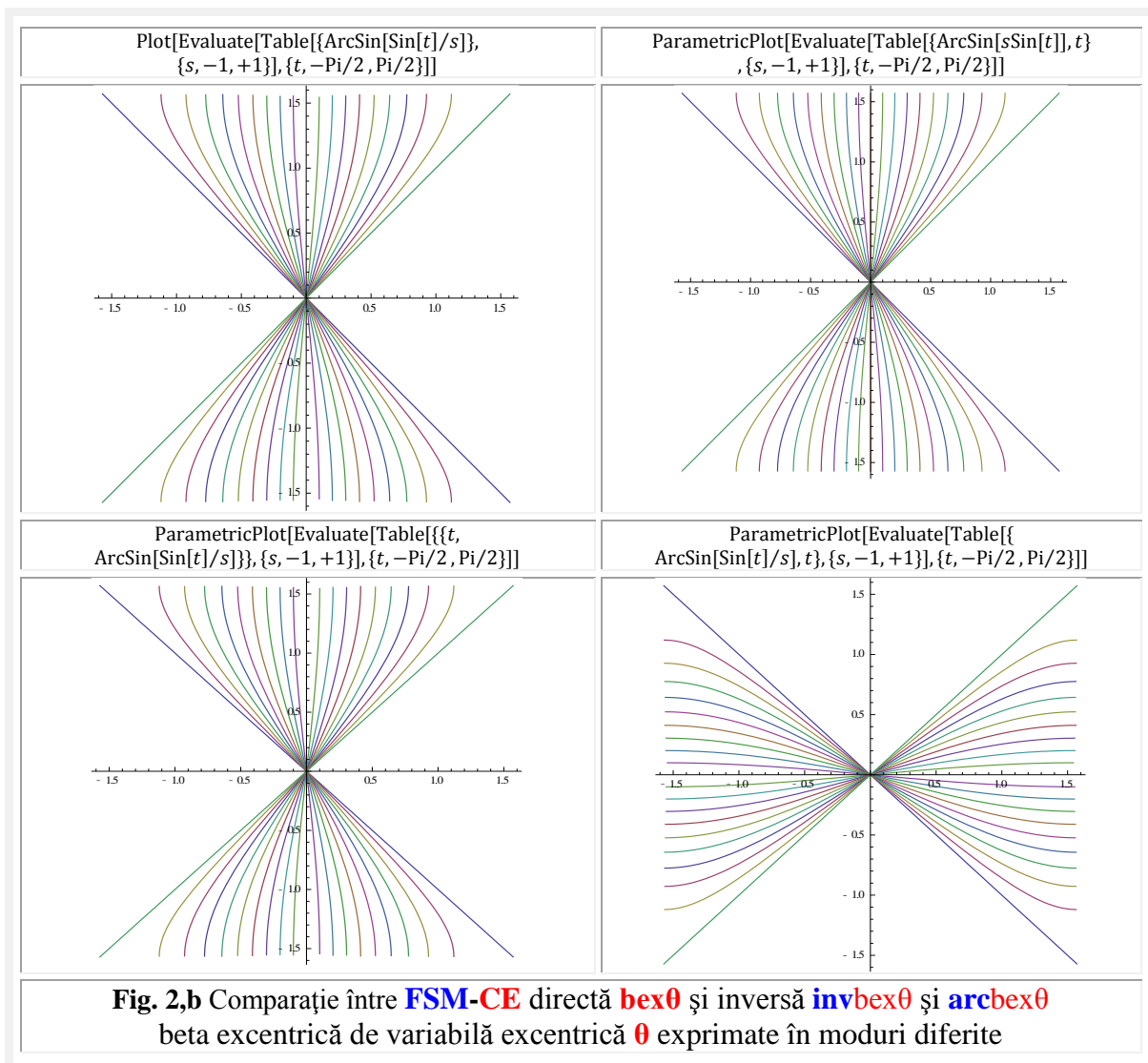


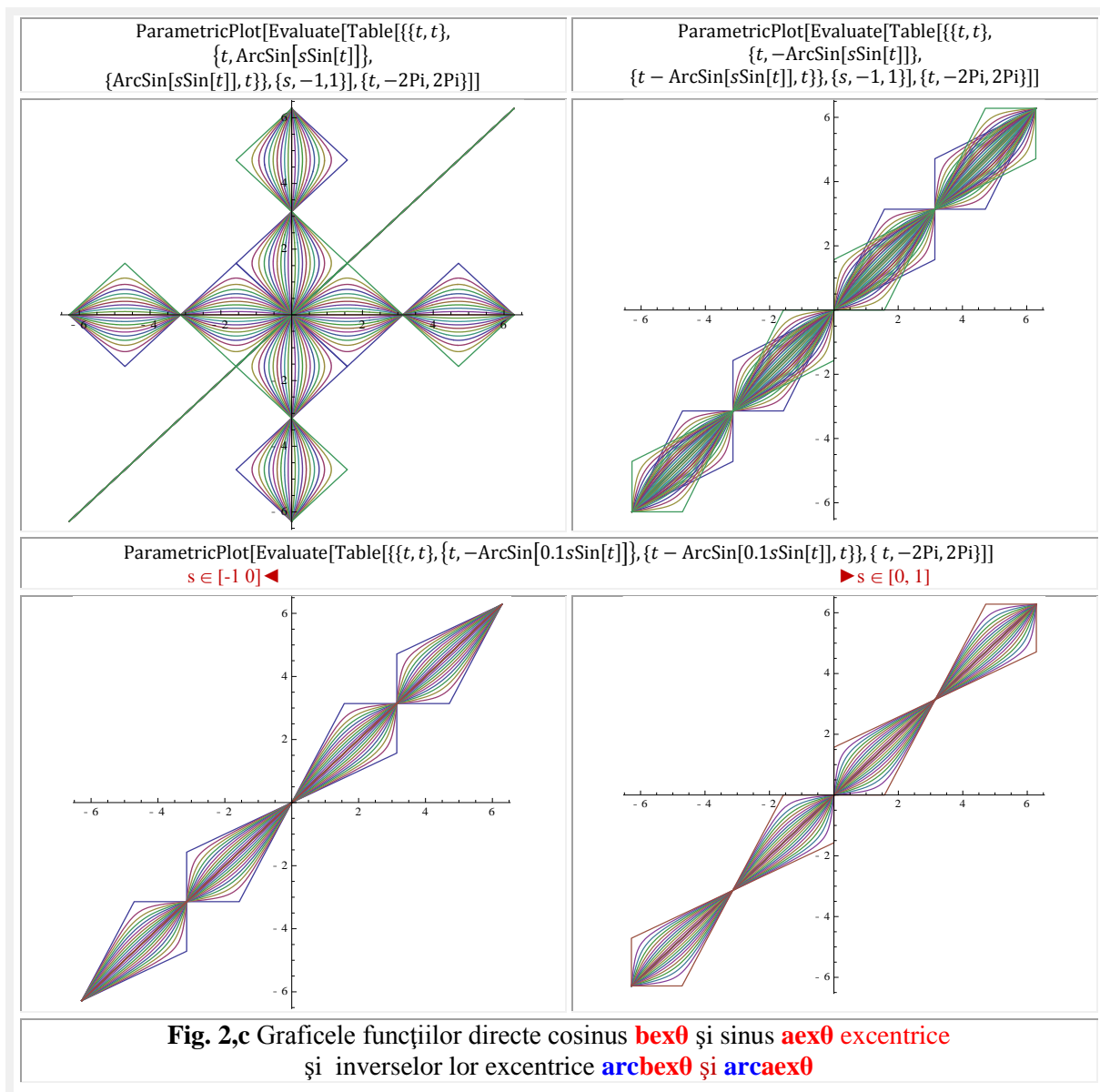


Funcția circulară / trigonometrică directă **centrică cosinus**, restricționată la intervalul $X \in [0, \pi]$, adică $f : [0, \pi] \rightarrow [-1, +1]$, $f(x) = y = \cos x$ este inversabilă și admite ca **inversă**, notată **Arccosinus**, pe $g = f^{-1} : [-1, +1] \rightarrow [0, \pi]$, $g = f^{-1}(y) = x = \text{Arccosy}$, cu graficul din **figura 1,d** ◀ și inversele **arccosx** și **arcsinx** în **figura 1,e** ◀, iar în dreapta ▶ **coqθ** și **arccoqθ**, precum și funcțiile cvadrilobe **siqθ** și **arcsi qθ** inversabilă și admite ca **inversă**, notată **Arcsinus**, pe $g = f^{-1} : [-1, +1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}]$, $g = f^{-1}(y) = x = \text{Arcsiny}$, cu graficul din **figura 1,d** dreapta ▶.

În **figura 1,d** sunt prezentate în stânga ◀ funcțiile inverse **arccosx** și **arcsinx** și în partea dreaptă ▶, pentru comparație, inversele **FSM** cvadrilobe cosinus **coqx** și sinus **siqx** de excentru **S(0,98; 0)**, în care excentricitatea liniară numerică este **s = 0,98**, iar cea unghiulară **ε = 0**.

În continuare se vor nota numai cu **arc** și nu cu **Arc** ambele tipuri de funcții inverse din domeniul matematicii centrice (**MC**), atât cele de arc simplu cât și cele de arc multiplu, păstrând scrierea cu majusculă pentru **FSM-CE** și **FSM-CEI** de variabilă centrică **α**, conform convenției din domeniul matematicii excentrice (**ME**) pentru funcțiile directe și inverse (**cex_{1,2}θ** → **Cexα_{1,2}**, **sex_{1,2}θ** → **Sexα_{1,2}** etc.; **arccex_{1,2}θ** → **arcCexα_{1,2}**, **arcsex_{1,2}θ** → **arcSexα_{1,2}** etc.).





3 FUNCȚII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE (FSM-CEI) DE VARIABILĂ EXCENTRICĂ θ

Funcțiile circulare centrice directe (FCC) au fost introduse în matematică de elvețianul **Leonhard Euler** (1707-1783), care a constatat că funcțiile trigonometrice pot fi reprezentate ca intersecție a unui cerc de rază $R = 1$ - trigonometric sau unitate $CU(O, 1)$ – cu o semidreaptă turnantă în jurul originii $O(0, 0)$ a unui reper cartezian drept.

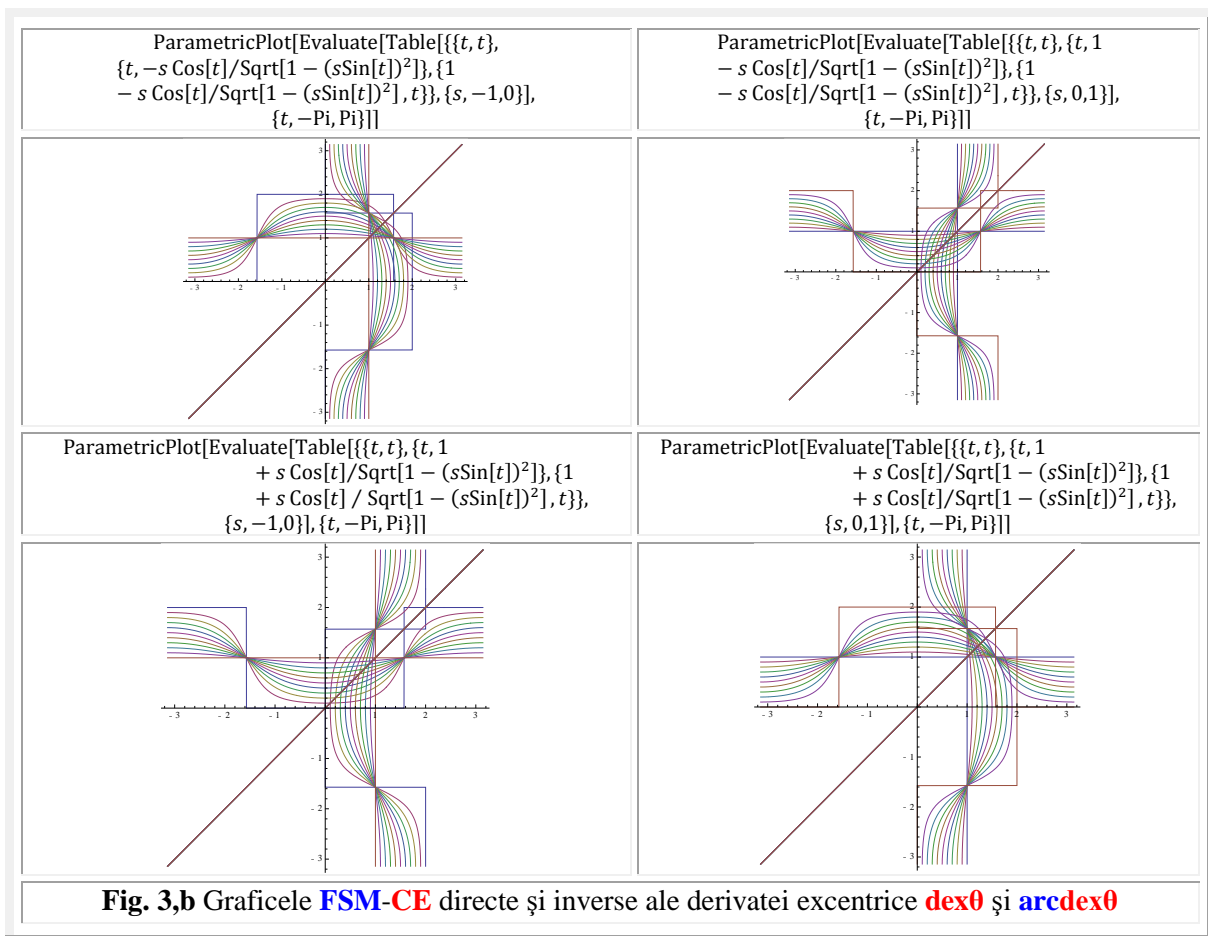
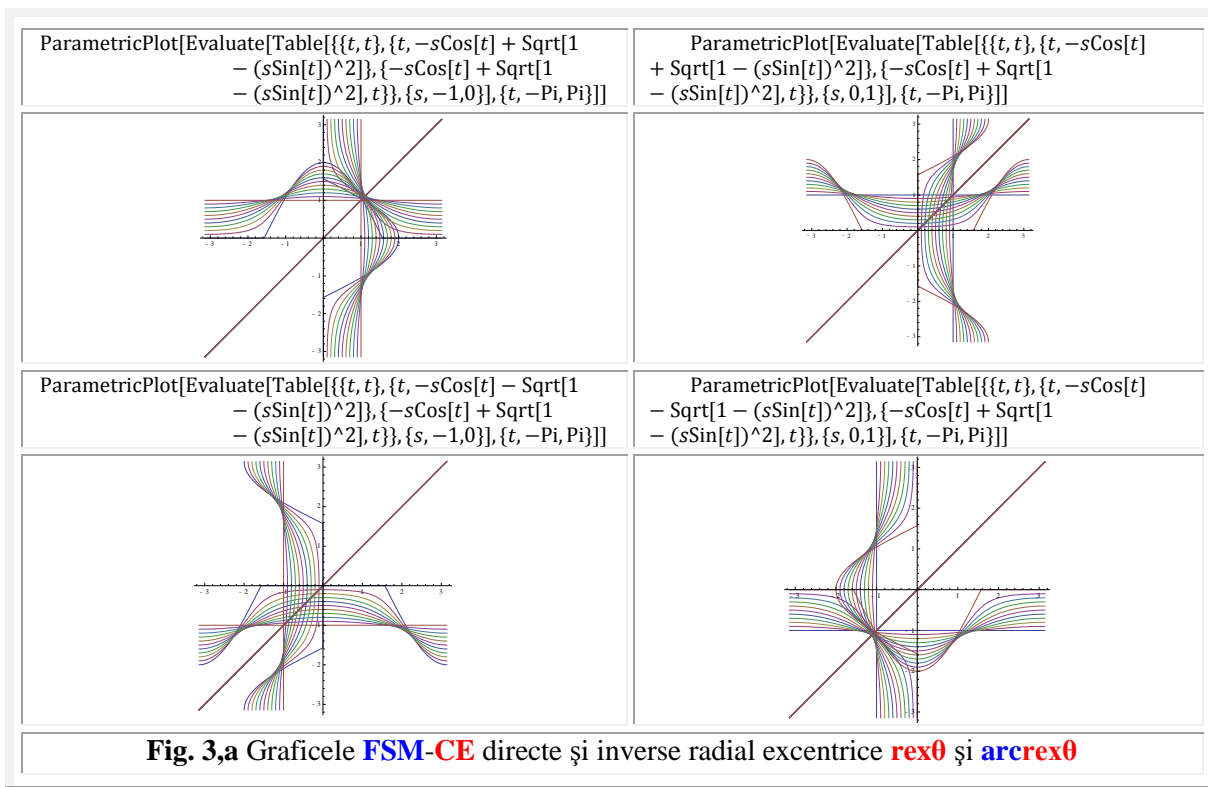
Tot **Euler** este acela care a definit funcția exponențială pentru numere complexe și a făcut legătura dintre aceasta și funcțiile trigonometrice prin celebra formulă

$$(12) \quad e^{i\alpha} = \text{cosa} + i \cdot \text{sina}$$

funcție exponențială care, acum, este funcția **radial centrică rada**, un fazor de la $O(0, 0)$ la punctul curent $M(x = \text{cosa}, y = \text{sina})$ de pe $CU(O, 1)$ [23], fazor turnant în jurul centrului și al originii $O(0,0)$

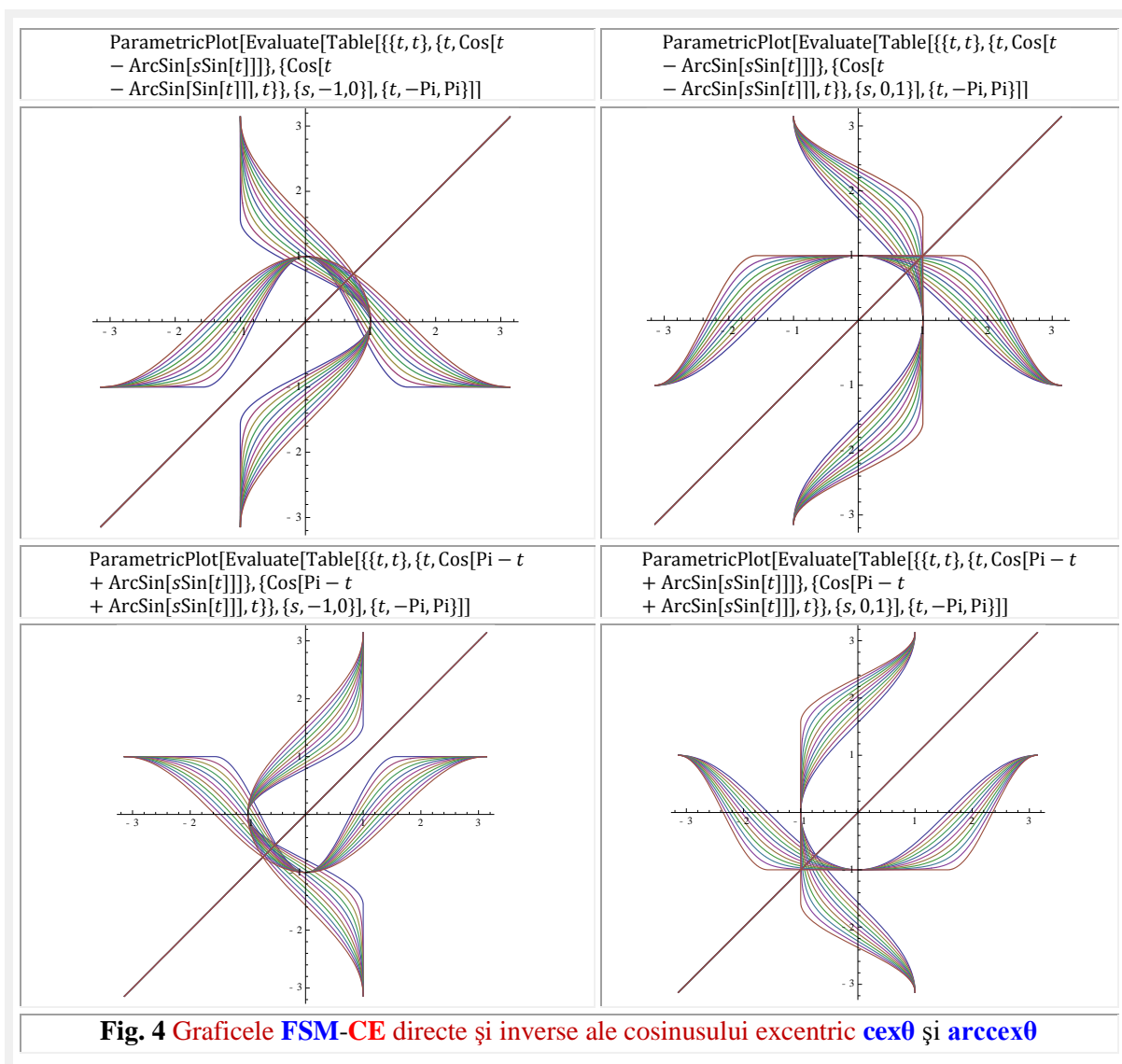
$$(13) \quad \begin{cases} e^{i\alpha} = \text{rada} \\ \frac{d}{d\alpha}(\text{rada}) = i \cdot e^{i\alpha} = \text{dera} \end{cases}$$

și a cărui derivată este fazorul **derivată centrică dera**, fazor tangent în punctul curent M la CU .



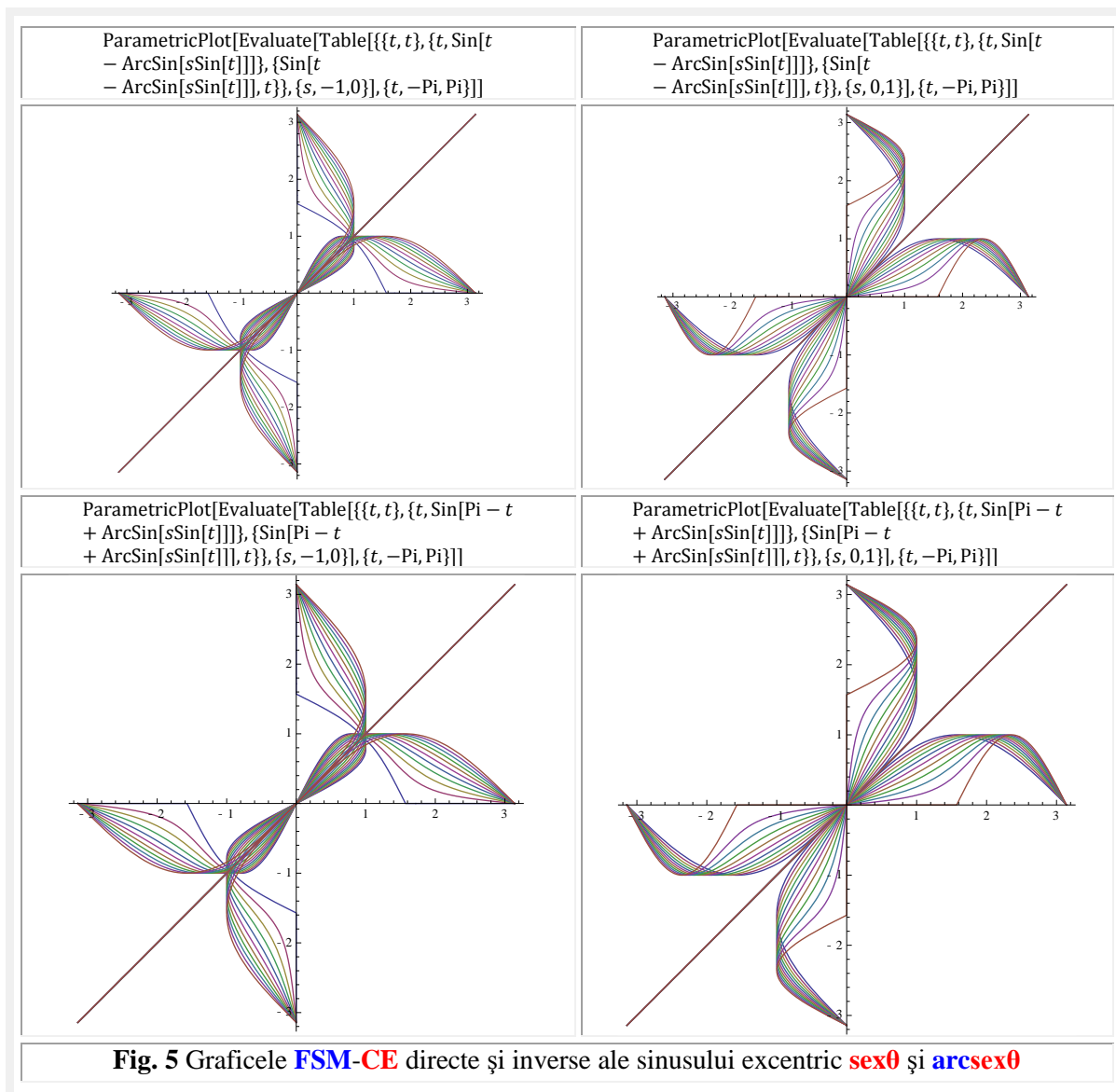
Funcțiile sau fazorii **rada** și **dera** sunt echivalenții vectorilor **centrici** $\vec{R}(\alpha) = \overline{OP}(\alpha) - |\vec{R}(\alpha)| = |\mathbf{rada}| = 1 -$ și a derivatei acestuia $\vec{V}(\alpha) = \frac{d}{d\alpha} \vec{R}(\alpha)$, tangent la CU în **M**, $|\vec{V}(\alpha)| = |\mathbf{dera}| = 1$ și au, evident, modulele lor egale cu unitatea.

Din cele expuse anterior, se poate deduce facil că, la definirea funcțiilor trigonometrice ca funcții circulare, **Euler** a ales **trei puncte confundate**: centrul cercului **C**(0,0), originea reperului **O**(0,0) și polul **P**(0,0) al semidreptei centrice **D**⁺ ale cărei intersecție cu **CU**, punctul **M**(x, y), dau funcțiile circulare considerate elementare dar și **unice** **x = cosa** și **y = sina**.



Din această cauză, apariția unei infinități de funcții circulare / trigonometrice cosinus și sinus, precum și a multor altora, a fost amânată din anul 1778 până în anul 1978 cu exact 200 de ani ! 200 de ani în care nimeni n-a observat că această suprapunere de puncte a sărăcit enorm matematica și nimeni, dar nimeni, n-a mișcat din centru nici măcar un punct suprapus.

Matematica excentrică (ME) este cea care s-a născut prin expulzarea polul **P** din **O**(0, 0) și la denumit excentru **E**(e, ε) pentru un cerc oarecare de rază R și **S**(s, ε) pentru CU, denumind excentricitate liniară **reală** cu **e** și excentricitate liniară **numerică** cu **s**, iar cu **ε** excentricitate **unghiulară**. Câte puncte există în planul cercului unitate, atâtea perechi de funcții excentrice cosinus **cexθ** și sinus **sexθ** au apărut și există acum, adică o infinitate !



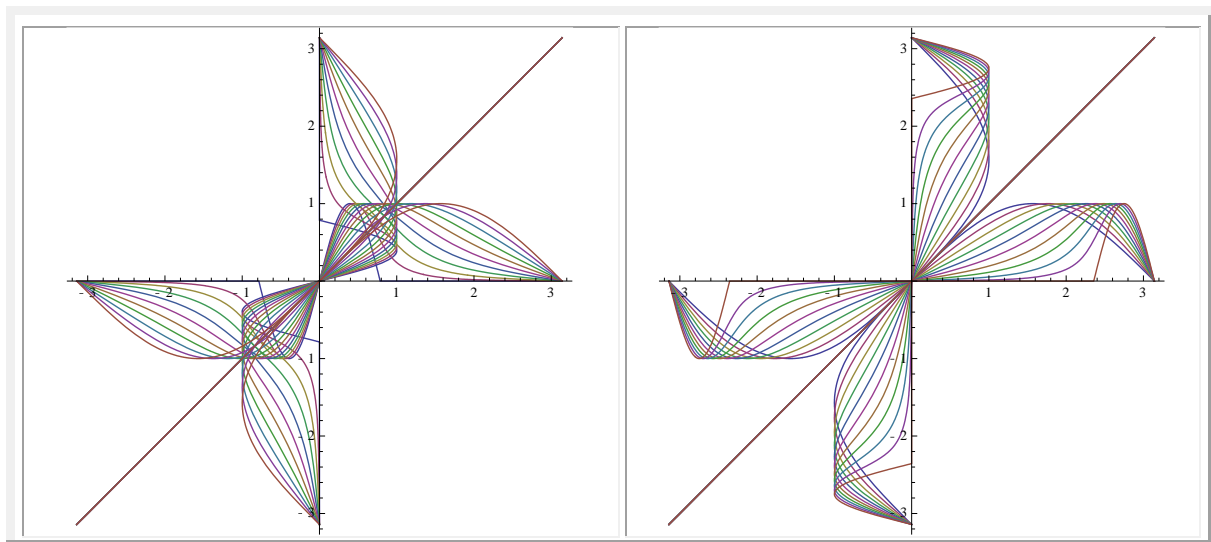
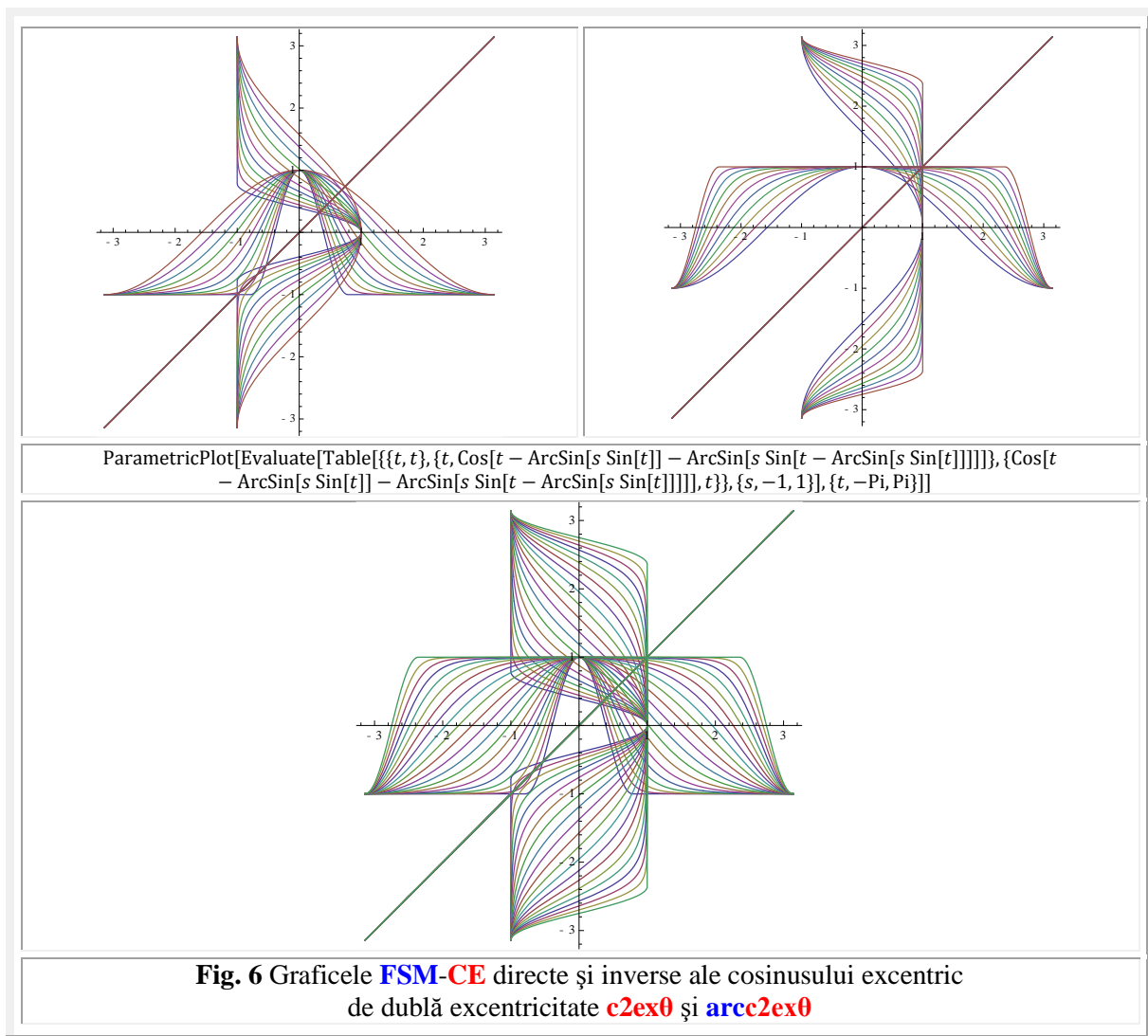
De-abia acum s-a putut observa că nu sinusul și cosinusul sunt funcțiile elementare, ci unele noi apărute: funcția radial excentrică **rexθ** și derivată excentrică **dexθ**, care sunt modulele vectorilor de poziție $\vec{r}_{1,2} = \overline{SW}_{1,2} = rex_{1,2}\theta \cdot rad\theta$, fața de S și, respectiv derivata acestuia $\vec{v}_{1,2} = \vec{r}_{1,2}' = dex_{1,2}\theta * der\theta$ și au echivalentele lor din domeniul centric fazorii **rada** și **dera**.

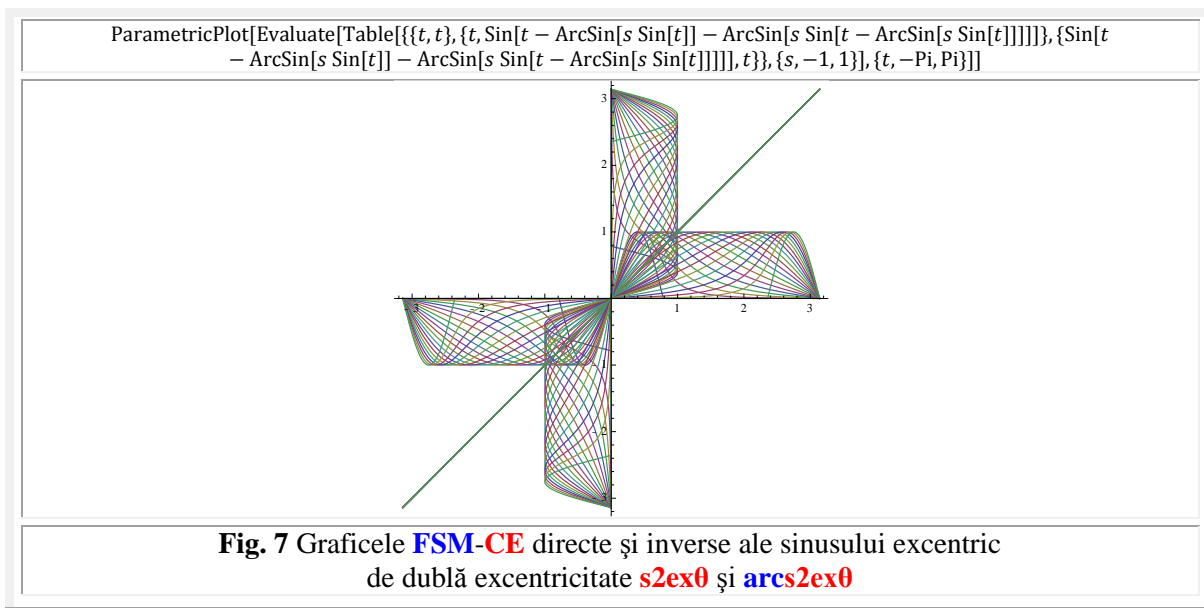
Unghiul **α** la centrul **O(0,0)** a fost denumit **variabilă centrică**, iar unghiul **θ** la excentrul **S(s, ε)** a fost denumit **variabilă excentrică**.

Deoarece, funcțiile excentrice de variabilă excentrică (**cexθ, sexθ, texθ** etc.) sunt continue numai pentru $s^2 < 1$, adică $s \in [-1, 1]$ ce corespunde unui excentru **S** plasat în interiorul discul cercului unitate, au fost introduse și funcțiile excentrice de **variabilă centrică α**, care sunt continue pentru toate valorile lui **s**, adică pentru $s \in [-\infty, +\infty]$ sau pentru un excentru **S** plasat în oricare punct din planului cercului unitate. Ele sunt notate, prin convenție, cu majuscule (**Cexα, Sexα, Texα, Rexα, Dexα**, etc) pentru a se distinge de cele de **variabilă excentrică θ**.

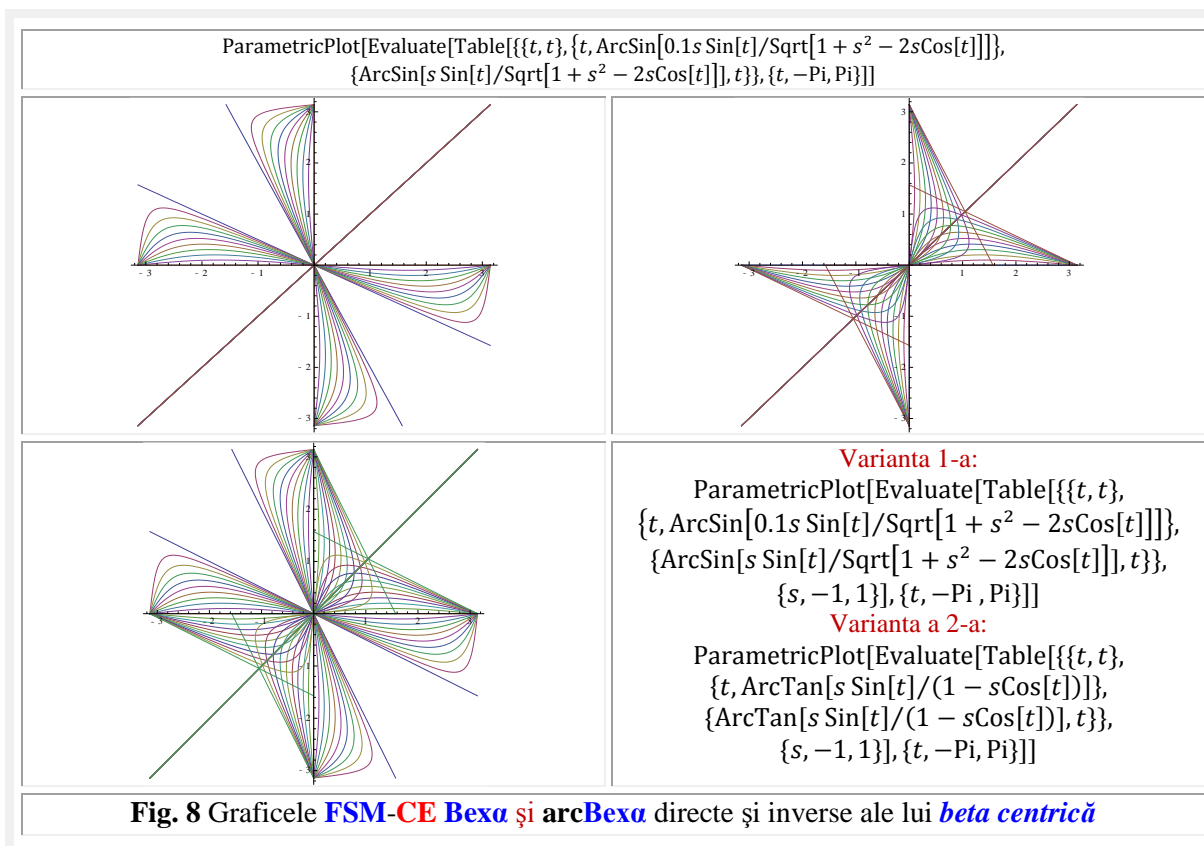
La îndemnul și sugestia unui mare matematician, l-am numit pe Prof.dr. math. **Horst Klepp**, de a pune de acord trigonometria, care opera cu **semidrepte**, cu geometria analitică care operează cu **drepte**, au fost redefinite funcțiile excentrice ca intersecție a **dreptei excentrice**, pentru că este turnantă în jurul excentrului **S, d = d⁺ U d⁻**, cu cercul unitate **CU(O, 1)**, rezultând, astfel, două determinări: una principală,

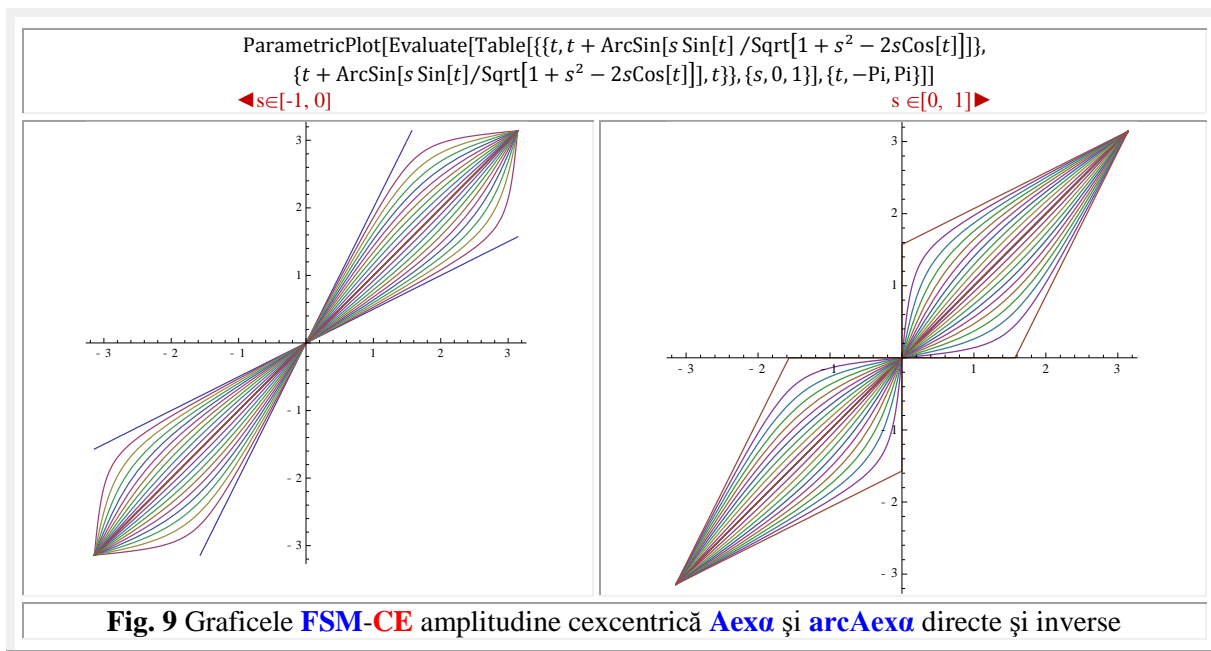
de **indice 1**, sau fără indice când confuziile sunt excluse, din intersecția cu semidreapta d^+ și una secundară, de **indice 2**, ca intersecție cu semidreapta d^- .





Matematica elevată (MEL) este cea în care s-a mai considerat deplasat un punct, și anume, **originea O** din **C(0, 0)** în excentrul **S(s, ε) ≡ O(s, ε)** și astfel au apărut funcțiile supermatematice circulare **elevate (FSM-CEL)**, precum cosinus elevat **celθ** și **Cela**, sinus elevat **selθ** și **Sela**, tangentă elevată **telθ** și **Tela** etc. Au fost denumite **elevate**, pentru că **celθ** și **selθ**, de exemplu, își elevează poziția codomeniului în funcție de poziția excentrului **S**, în timp ce, codomeniul funcțiilor excentrice **cexθ** și **sexθ** rămâne același **I ∈ [-1, 1]**, indiferent de poziția lui **S** în plan.

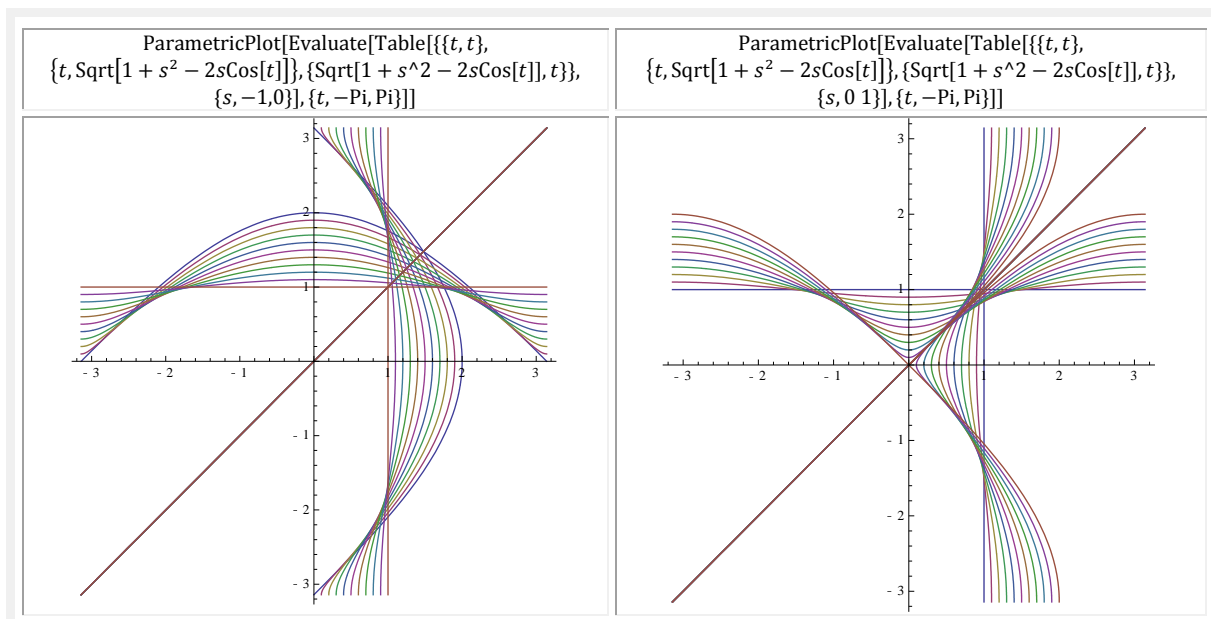


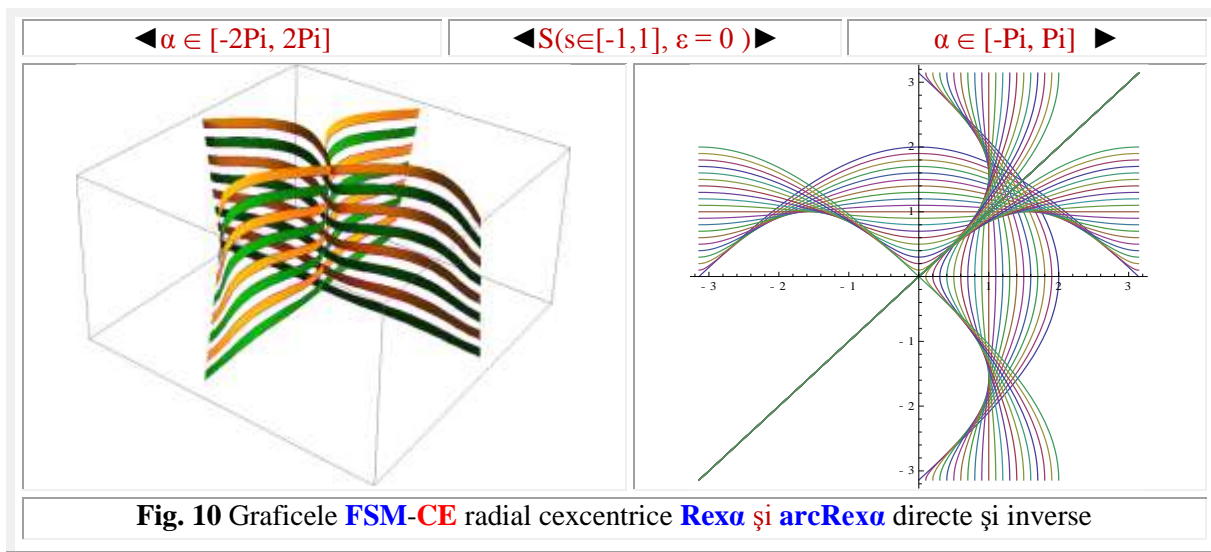


După 240 de ani s-a renunțat la coinciderea vreunui punct, astfel că cele 3 puncte au devenit toate distincte în cadrul **matematicii exotice (MEX)**, care a dat naștere funcțiilor supermatematice **circulare exotice (FSM-CEX)** cosinus exotic **cexoθ** și **Cexoα**, sinus exotic **sexoθ** și **Sexoα**, tangentă exotică **texoθ** și **Texoα** etc.

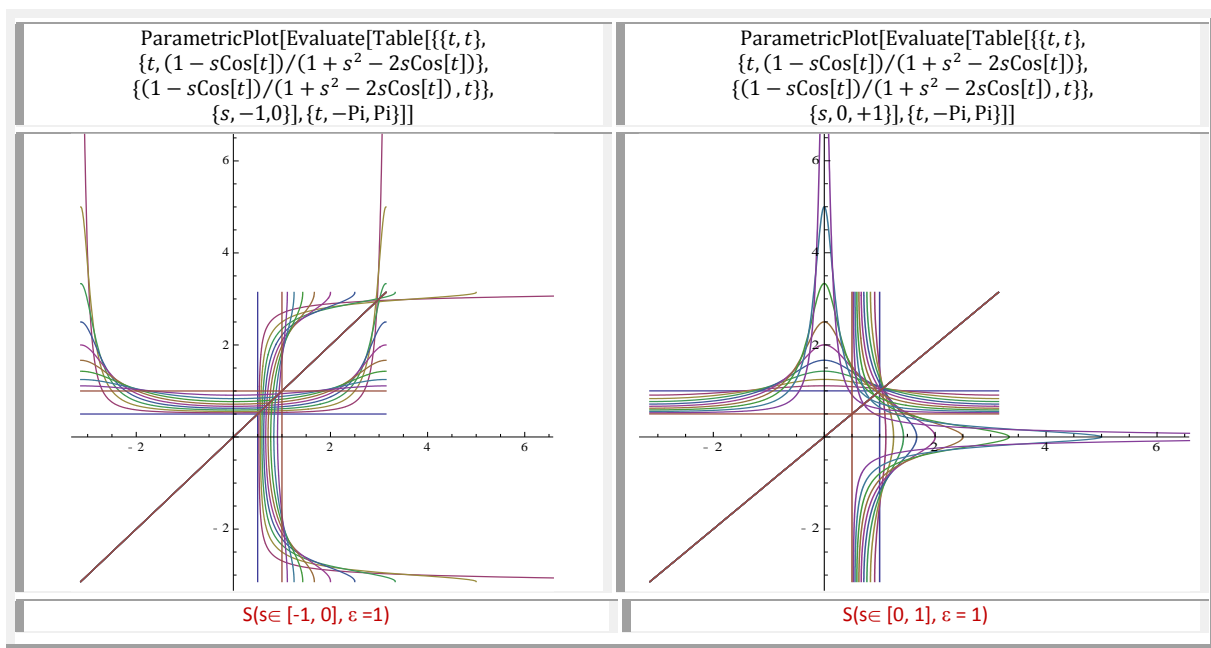
Deoarece, în toate cele trei tipuri de matematici excentricitatea este prezentă și diferită de zero, ele aparțin toate domeniului **matematicii excentrice (ME)**. Pentru $s = e = 0$, **ME** → **MC**.

În toate aceste matematici, excentricitățile liniară **s** și unghiulară **ε** sunt prezente ca a 3-a și a 4-a dimensiune a spațiul **2D** dacă **s** și **ε** sunt **constante** și diferite de zero, astfel că **S(s, ε)** este un punct fix în plan, a 5-a și a 6-a dimensiune a spațiului bi-dimensional, dacă **S** este un punct mobil în plan, care se deplasează după anumite legi, guvernate de o funcție centrică sau tot excentrică de același excentru **S** (denumite funcții de dublă excentricitate) sau o altă excentricitate $s_1 - s(\theta, s_1) - \text{ș.a.m.d.}$ până la a n-a dimensiune a spațiului **2D**.





Totodată, excentricitatea poate fi a 4-a și a 5-a dimensiune a spațiului 3D, dacă **s** și **ε** sunt constante și **S** un punct fix în spațiul 3D, a 6-a sau/și a 7-a dimensiune dacă **s** sau/și **ε** sunt variabile, a 8-a și a 9-a dimensiune a spațiului 3D dacă **s** sau/și **ε** sunt variabile ș.a.m.d., aidoma cazului 2D, până la a n-a dimensiune a spațiului 3D.



Toate FSM-CE directe și inverse se impart în două clase de funcții:

- 1) Cele care depind de poziția originii $O(0, 0)$ – pentru funcții excentrice sau $O(s, \epsilon)$ – pentru cele elevate – a reperului de la care se definesc / măsoară și care au corespondente în matematica centrică (MC), cum sunt cex și $Cex \rightarrow \cos$, sex și $Sex \rightarrow \sin$, tex și $Tex \rightarrow \tan$ etc. și
- 2) Cele care **nu** depind de poziția originii O , ci de poziția excentrului $S(s, \epsilon)$ de la care sunt definite și se măsoară mărimea lor și care nu aveau și, unele, nu au nici acum funcții corespondente în MC, deși expresiile lor matematice sunt frecvent întâlnite în matematica și în tehnică precum **rex** și **Rex** \rightarrow **rad**, **dex** și **Dex** \rightarrow **der**, **bex** și **Bex** \rightarrow , **aex** și **Aex** \rightarrow .

FSM-CE directe, care au corespondente în domeniul matematicii centrice (**MC**), se obțin din acestea, adică din funcțiile centrice **cos**, **sin**, **tan**, etc., ca funcții induse o singură dată sau monoinduse sau compuse și mai corect ca funcții de funcție, adică prin înlocuirea variabilelor excentrică θ și centrică α cu funcțiile $\alpha(\theta)$ și $\theta(\alpha)$ denumite **FSM-CE amplitudine excentrică** corespunzătoare, a căror expresii, a primei determinări principale, de indice 1 sau fără indice, sunt:

$$(15) \quad \begin{cases} \alpha \Rightarrow \alpha(\theta) = \mathbf{aex}_1\theta = \theta - \beta_1(\theta) = \theta - bex_1\theta = \theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)] \\ \theta \Rightarrow \theta(\alpha) = \mathbf{Aex}\alpha_1 = \alpha + \beta(\alpha) = \alpha + \arcsin\frac{s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s \cos(\alpha - \varepsilon)}} = \alpha + \arcsin\frac{s \sin(\alpha - \varepsilon)}{Rex\alpha} \end{cases}$$

Cea de a doua determinare, secundară, de indice 2, se obține din prima știind că

$$(16) \quad \beta_2 = \pi - \beta_1 = \pi - \beta.$$

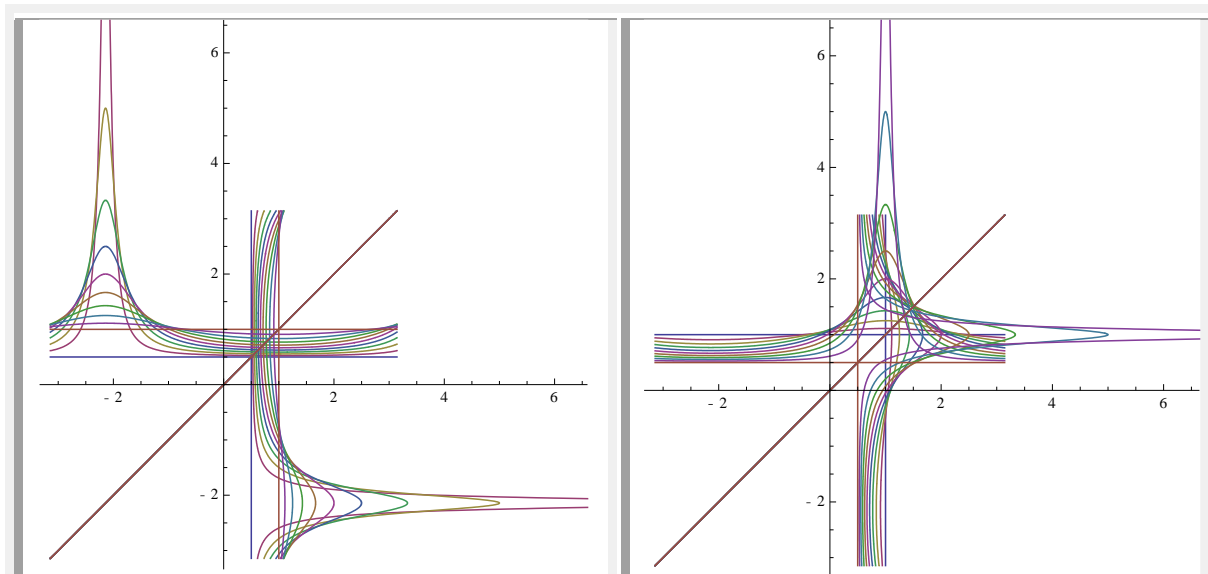
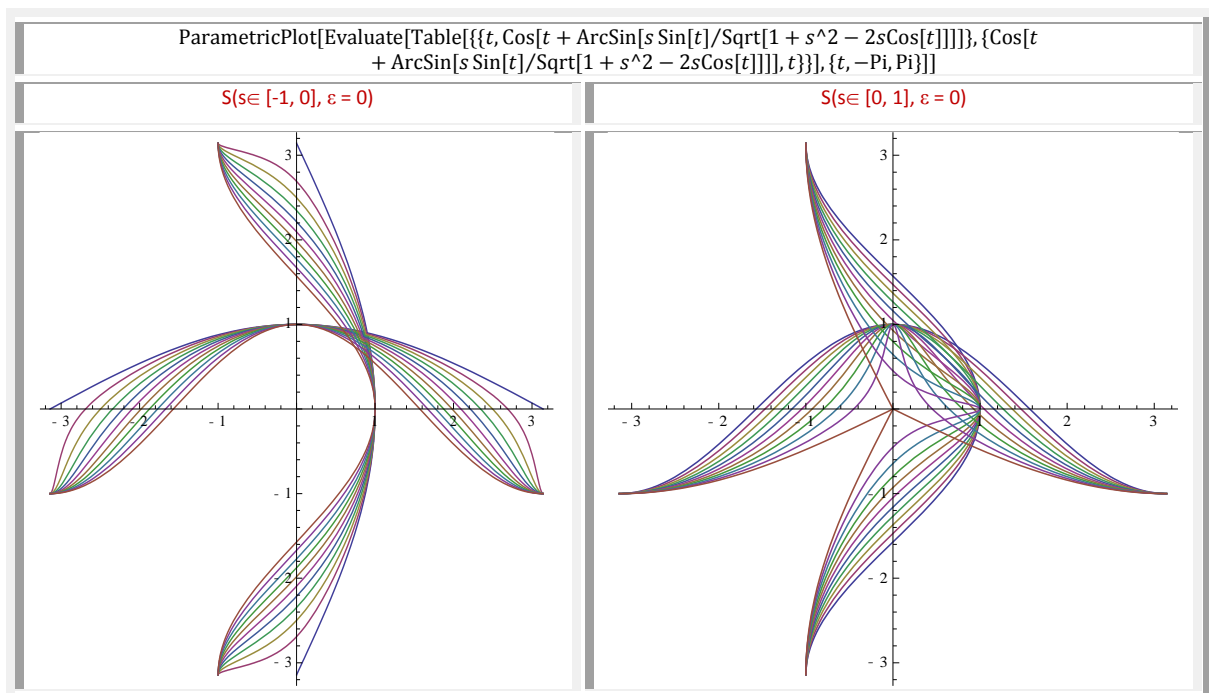


Fig. 11 Graficele **FSM-CE** radial cexcentrice de variabilă centrică, directe și inverse **Dexa** și **arcDexa**



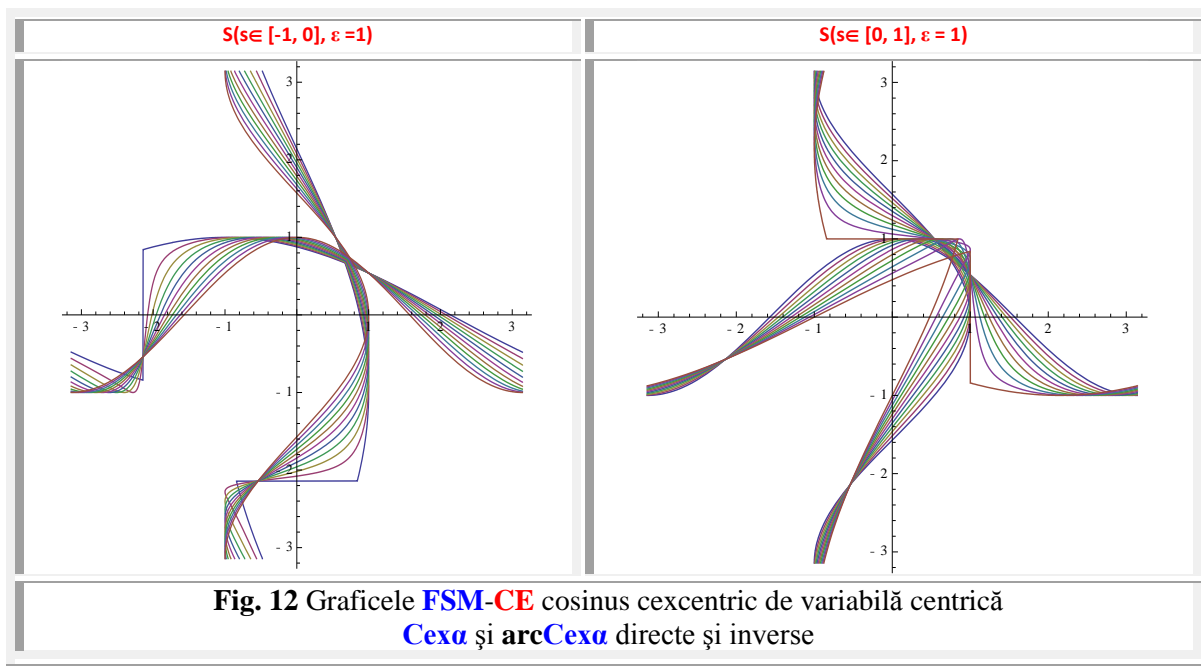


Fig. 12 Graficele **FSM-CE** cosinus cexcentric de variabilă centrică **Cexα** și **arcCexα** directe și inverse

4 FUNCȚII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE INVERSE (FSM-CEI) DE VARIABILĂ CENTRICĂ α

FSM-CE directe și inverse de variabilă centrică α , independente de $O(0,0)$ dar dependente de excentrul $S(s, \varepsilon)$ sunt **Bexα** și **arcBexα** din **figura 8**, **Aexα** și **arcAexα** din **figura 9**, precum și **Rexα** și **arcRexα** prezentate în **figura 10** ca și **Dexα** și **arcDexα** din **figura 11**.

Ca urmare

$$(17) \begin{cases} \alpha \Rightarrow \alpha_2(\theta) = aex_2\alpha = \theta - \beta_2(\theta) = \theta - bex_2\theta = \pi - \theta + \arcsin[s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)] \\ \theta \Rightarrow \alpha_2 + \beta_2(\alpha) = \pi - \alpha_2 - \arcsin \frac{s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s \cos(\alpha - \varepsilon)}} = \pi - \alpha_2 - \arcsin \frac{s \sin(\alpha - \varepsilon)}{Rex\alpha} \end{cases}$$

Dacă ecuațiile parametrice ale unei funcții directe și graficele lor se obțin prin expresiile

$$(18) \begin{cases} x = t \\ y = f(t) \end{cases}$$

atunci funcția ei inversă va avea ecuațiile parametrice și, ca urmare, și graficele, date de ecuațiile parametrice obținute prin inversarea coordonatelor x cu y și a lui y cu x , adică

$$(19) \begin{cases} x = f(t) \\ y = t \end{cases}$$

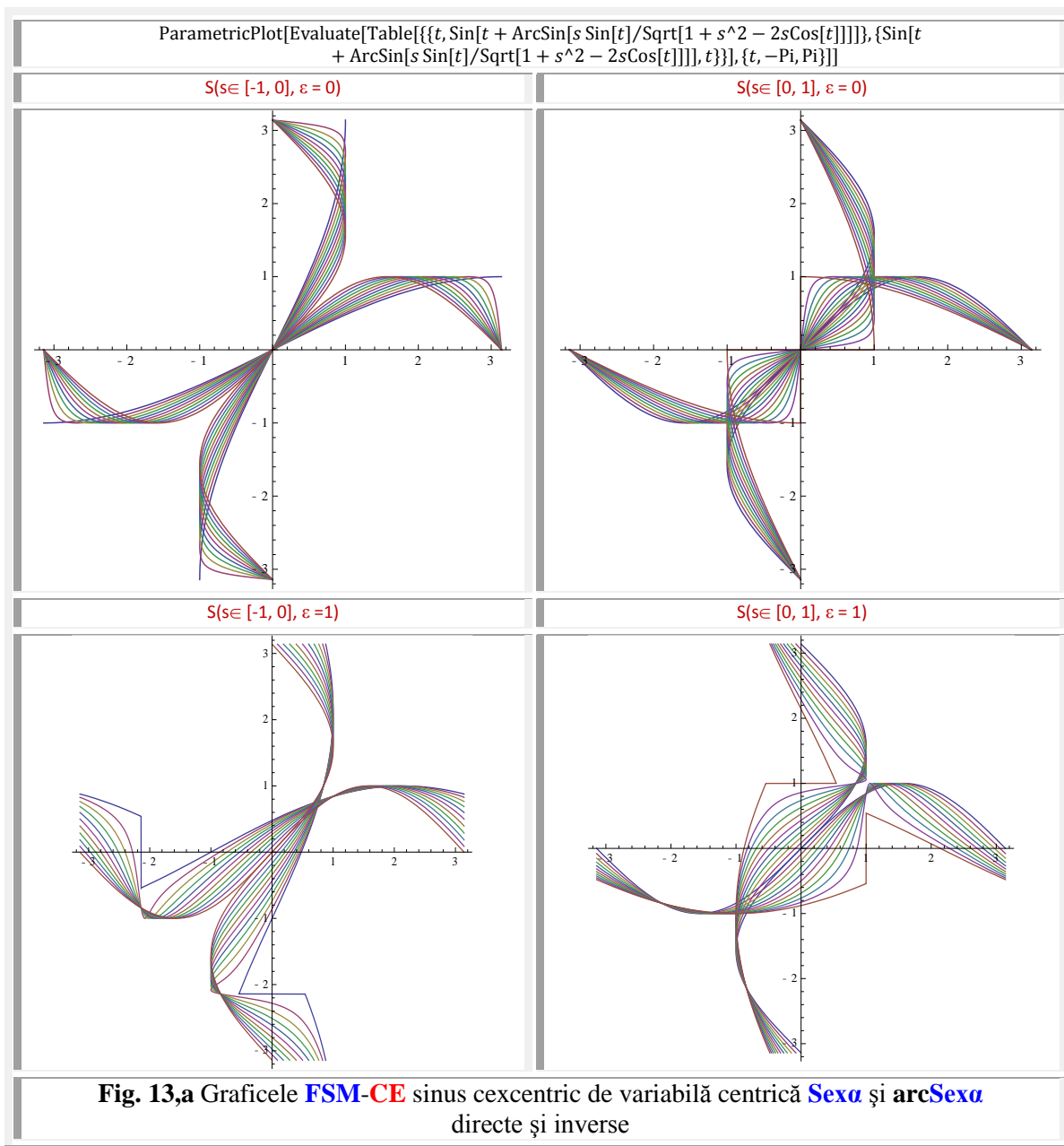
ceea ce se poate observa și din ecuațiile și textele prezentate în desenele anterioare, în **figurile 1,a** și **1,b** pentru funcțiile directe și inverse beta excentrice și amplitudine excentrică.

Funcțiile monoinduse (induse o singură dată) sunt **cex**, **sex**, **tex** etc. și **Cex**, **Sex**, **Tex** etc. iar funcțiile inductoare sunt **aex_{1,2}θ** și, respectiv, **Aex_{1,2}**.

Prin repetarea procedurii de inducție, se vor obține **FSM-CE** directe și inverse de dublă excentricitate (**Fig. 6** și **7**). Procedurul putând fi repetat la nesfârșit, se pot obține **FSM-CE** de triplă, cvadruplă ș.a.m.d. de a **n**-a sau multiplă excentricitate.

FSM-CE directe și inverse cosinus (**cexθ** și **arcCexθ**) sunt prezentate în **figura 4**, iar sinusul (**sexθ** și **arcsexθ**) în **figura 5**, în partea din stânga ◀ figurilor pentru $S(s \in [-1,0], \varepsilon = 0)$ sau $S(s \in [1,0], \varepsilon = \pi)$ și în partea dreaptă ▶ pentru $S(s \in [0,1], \varepsilon = 0)$. În **figurile 6** și **7** sunt prezentate aceleași funcții dar de dublă excentricitate cosinus (**c2exθ** și **arcC2exθ**), precum și cosinus **s2exθ** și **arcs2exθ**.

Pe lângă **FSM-CE** prezentate, mai sunt și **arctexθ** și **arcTexα**, **arctexθ** și **arcCtexα**, ș.m.a.

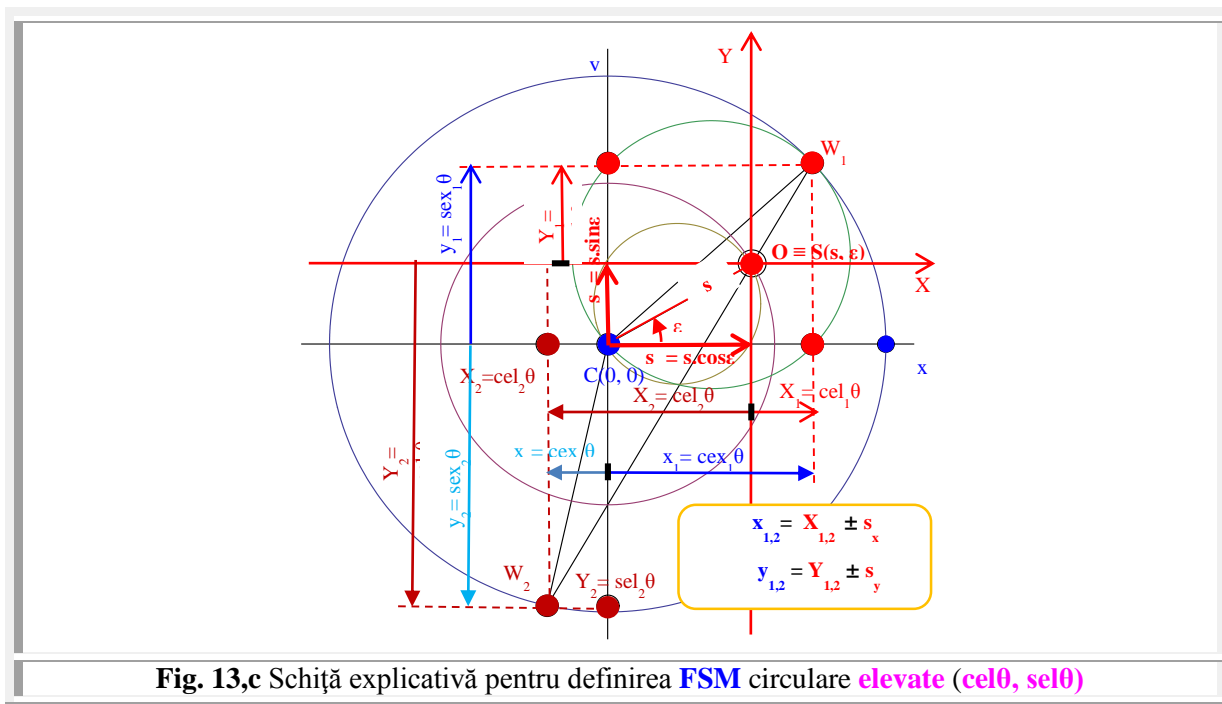
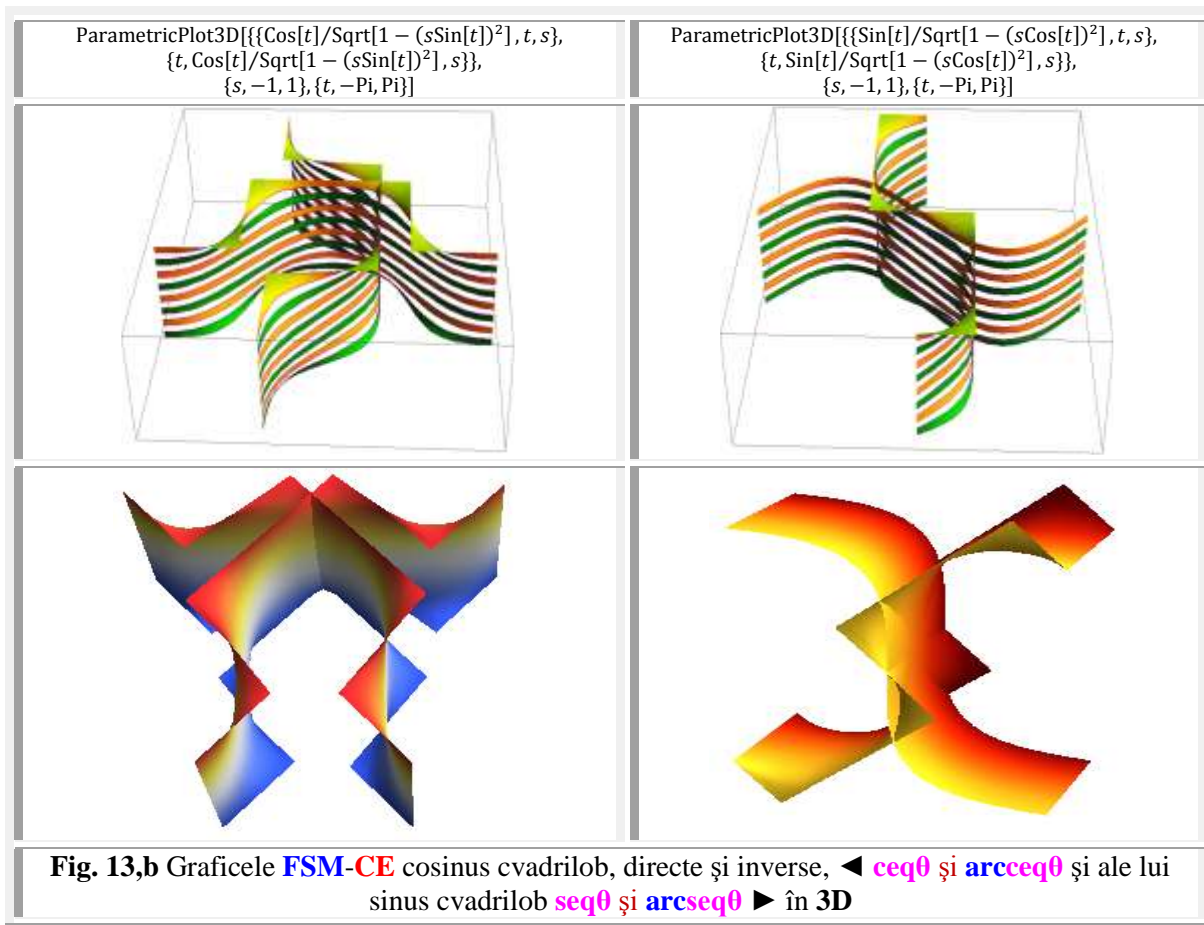


5 FUNCȚII SUPERMATEMATICE CIRCULARE ELEVATE INVERSE (FSM-CELI) DE VARIABILĂ EXCENTRICĂ θ

Așa cum s-a mai menționat, funcțiile supermatematice circulare elevate (**FSM-CEL**) sunt coordonatele punctelor $W_{1,2}$ de intersecție a dreptei excentrice d cu cercul unitate $CU[C(0,1); 1]$, când dreapta turnantă se rotește față de excentrul $S(s, \epsilon)$ în care este plasată, în acest caz, și originea $O(s, \epsilon)$, origine de la care se definesc $X_{1,2} \rightarrow$ cosinusul elevat $cel_{1,2}\theta$ și $Cela_{1,2}$ și $Y_{1,2} \rightarrow$ sinusul elevat $sel_{1,2}\theta$ și $Sela_{1,2}$.

Este ușor de observat că, pentru $\epsilon = 0$ și $\epsilon = \pi$, funcțiile elevate $sel_{1,2}\theta$ și $Sela_{1,2}$ se confundă cu cele excentrice $y_{1,2} \rightarrow sex_{1,2}\theta$ și $Sex\alpha_{1,2}$, deoarece, în acest caz, originea O , confundată cu excentrul S , se află dispuse pe aceeași axă a absciselor ca și centrul *cercului unitate* C , astfel că $Y_{1,2} = y_{1,2}$, iar $X_{1,2} = x_{1,2} + s_x = x_{1,2} + s \cdot \cos \epsilon$.

Rezultă că între **FSM-CEL** și **FSM-CE** există următoarele dependențe (**Fig. 13**).

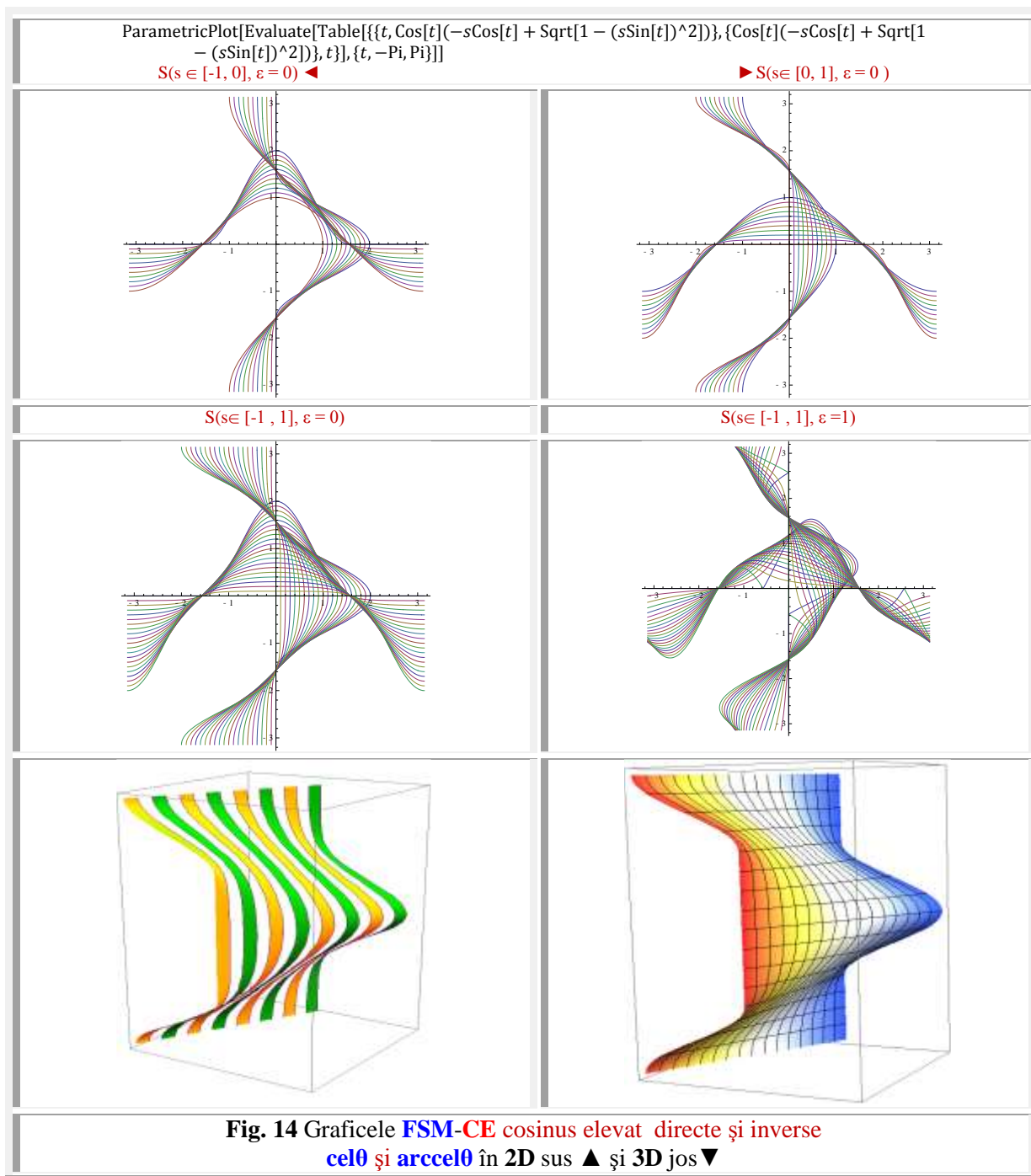


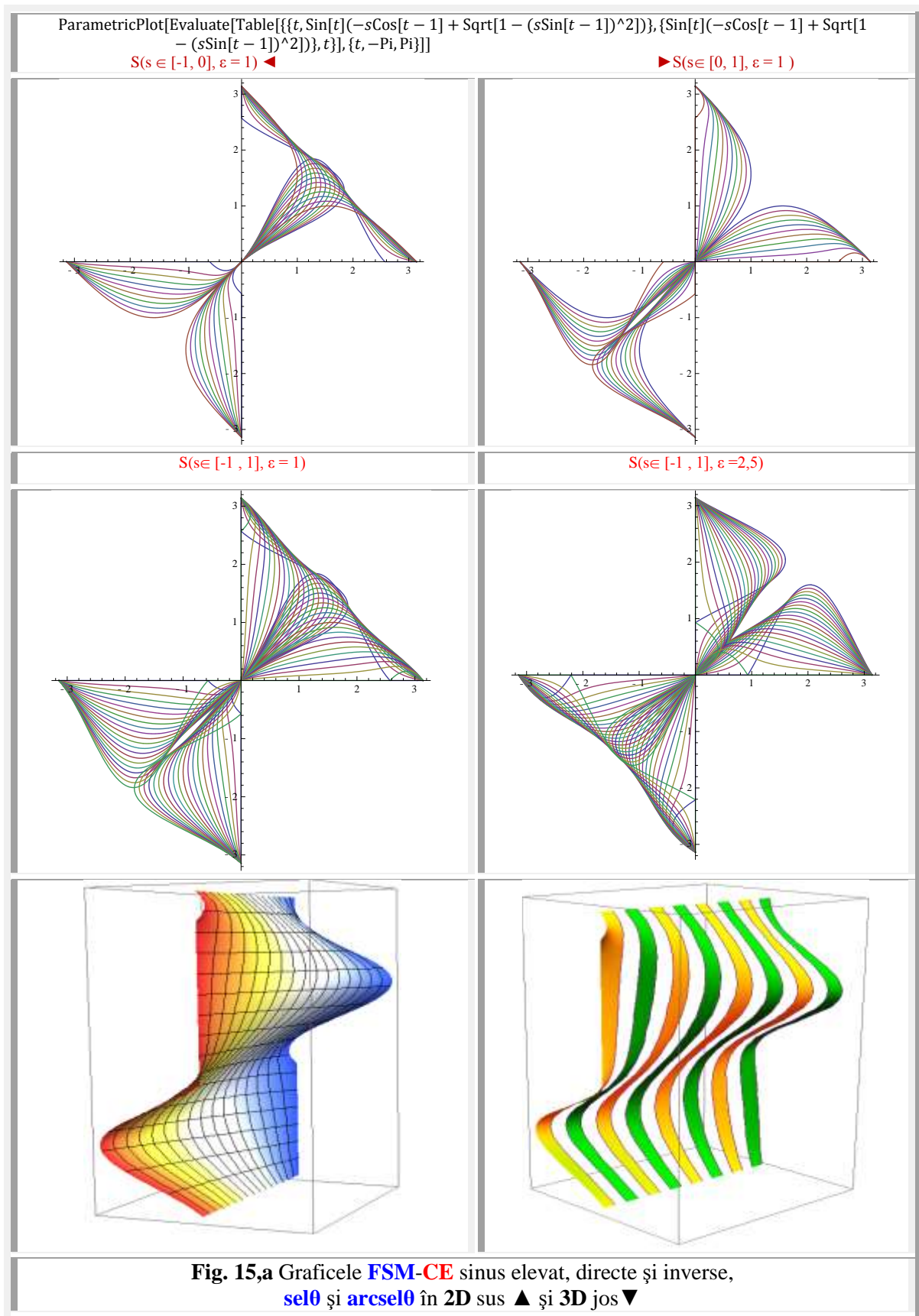
$$(20) \quad \begin{cases} X_{1,2}(\theta) = cel_{1,2}\theta = x_{1,2}(\theta) \mp s \cdot cose \rightarrow cel_{1,2}(\theta) = cex_{1,2}\theta \mp s \cdot cose \\ Y_{1,2}(\theta) = sel_{1,2}\theta = y_{1,2}(\theta) \mp s \cdot sine \rightarrow sel_{1,2}(\theta) = sex_{1,2}\theta \mp s \cdot sine \end{cases}$$

Totodată, așa cum rezultă din schița explicativă (**Fig. 13**), funcțiile ale căror expresii nu depind de poziția centrului $C(0,0)$, ci de poziția excentrului $S(s, \epsilon)$, ca **ax θ** și **Aex α** , **bex θ** și **Bex α** , **rex θ** și **Rex α** , **dex θ** și **Dex α** sunt aceleași atât ca funcții **excentrice** cât și ca funcții **elevate** și **exotice**.

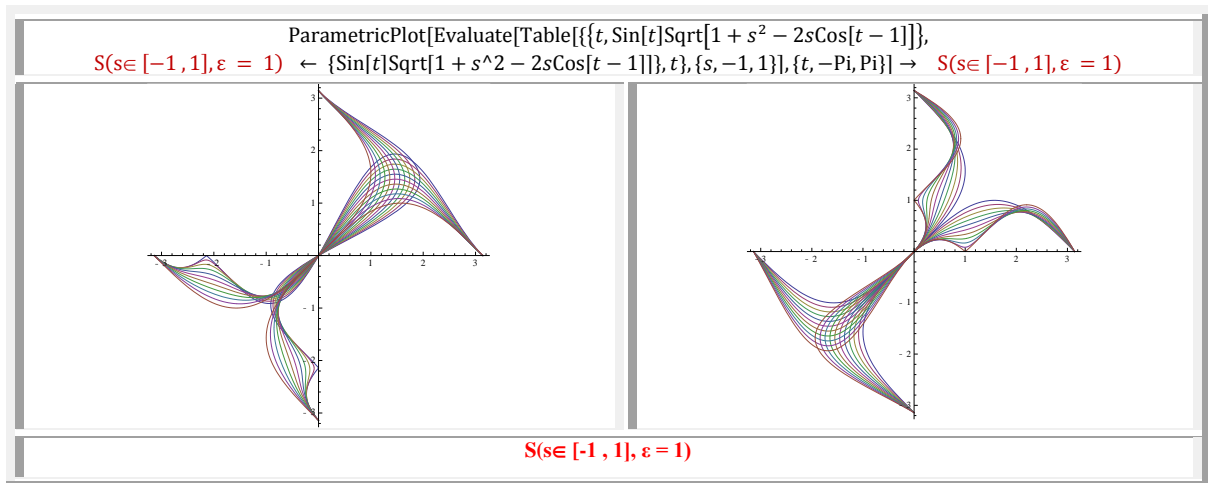
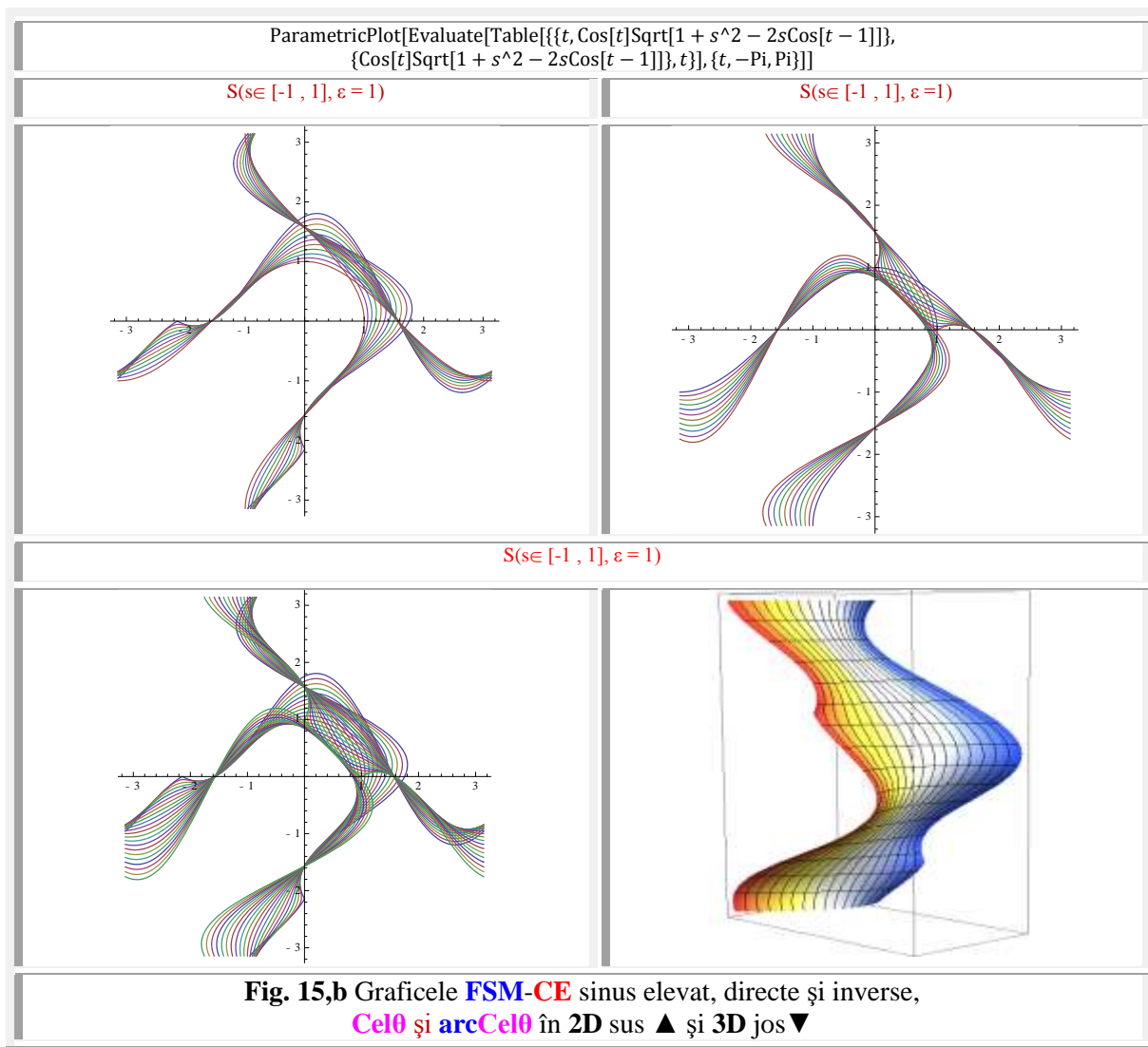
De aceea, funcțiile elevate inverse se rezumă la funcțiile cos, sin, tan, cot ș.a., adică **cel θ** și **Cela**, **sel θ** și **Sela**, **tel θ** și **Tela**, **ctex θ** și **Ctela**, ș.a. a căror inverse sunt **arccel θ** , **arcsel θ** , **arctel θ** , **arctcel θ** , ș.a. ca funcții de variabilă excentrică și **arcCela**, **arcSela**, **arcTela**, **arcCtela**, ș.a. ca funcții de variabilă centrică α .

Graficele funcțiilor elvate directe și inverse **cel θ** și **arccel θ** sunt prezentate în **figura 14** în **2D** și pentru o înțelegere mai profundă și în **3D**, iar în **figura 15** sunt prezentate, în **2D** și în **3D**, graficele funcțiilor **sel θ** și **arcsel θ** .





**6 FUNCȚII SUPERMATEMATICE CIRCULARE ELEVATE INVERSE
DE VARIABILĂ CENTRICĂ α**



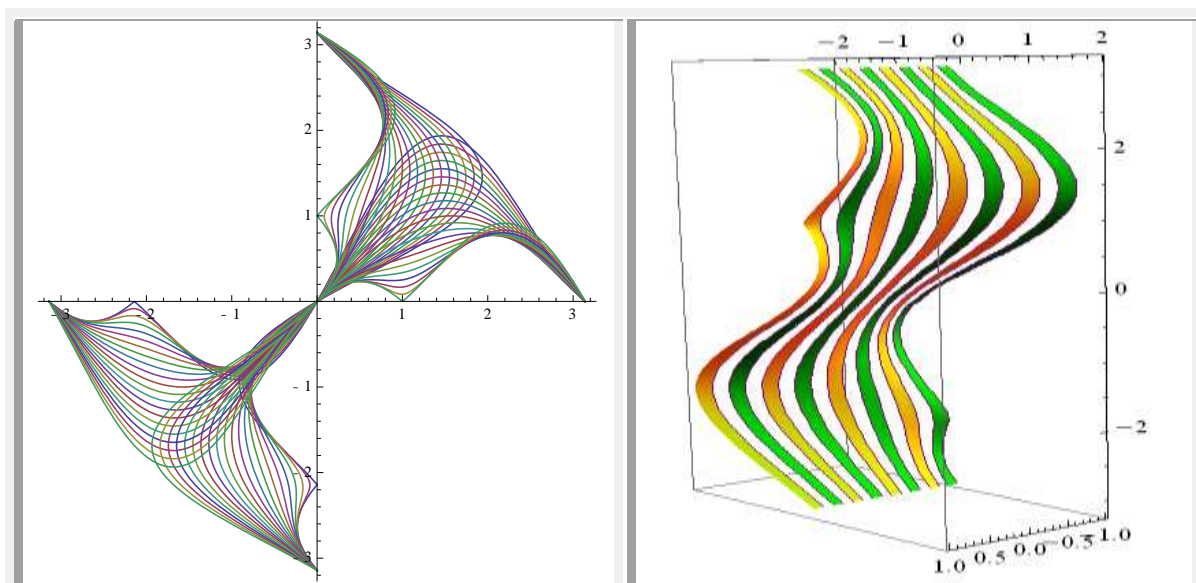


Fig. 15,c Graficele FSM-CE sinus elevate, directe și inverse, Sela și arcSela în 2D sus ▲ și 3D jos ▼

7 CONCLUZII ȘI ÎNCHEIERE

Prin prezentarea în această lucrare și a funcțiilor supermatematice (SM) circulare excentrice (CE), elevate (CEL) și exotice (CEX) inverse s-a completat studiul funcțiilor SM inverse, care pot fi asimilate funcțiilor supernove, fără să se prezinte și funcții supernove inverse.

S-a afirmat că relația (10) a FSM-CE beta excentrice $bex\theta$ a fost foarte simplu de rezolvat. Și așa a fost. Și mai simplă este determinarea inversei funcției amplitudine excentrică de variabilă excentrică $aex\theta$, deoarece aceeași funcție de variabila centrică $Aex\alpha$ este chiar inversa ei și viceversa deoarece, precum se știe, inversa inversei este funcția însăși. Acestea rezultă din figura 16 în care se vede imediat că $aex\theta$ este simetrica lui $Aex\alpha$ față de prima bisectoare, deci sunt funcții inverse una alteia.

Ecuatiile de definiție ale acestor funcții sunt:

$$(21) \begin{cases} aex\theta = \alpha(\theta) = \theta - \beta(\theta) = \theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)] \\ Aex\alpha = \theta(\alpha) = \alpha + \beta(\alpha) = \alpha + \arcsin \frac{s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1 + s^2 \sin^2(\alpha - \varepsilon)}} \end{cases}, \text{ cu graficele din figura 16.}$$

Relația dintre cele două variabile, excentrice θ și centrice α , este:

$$(22) \quad \theta = \alpha + \beta \text{ în care } \begin{cases} \beta(\theta) = \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)] \\ \beta(\alpha) = \arcsin \frac{s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1 + s^2 \sin^2(\alpha - \varepsilon)}} \end{cases} \text{ cu graficele din figura 17}$$

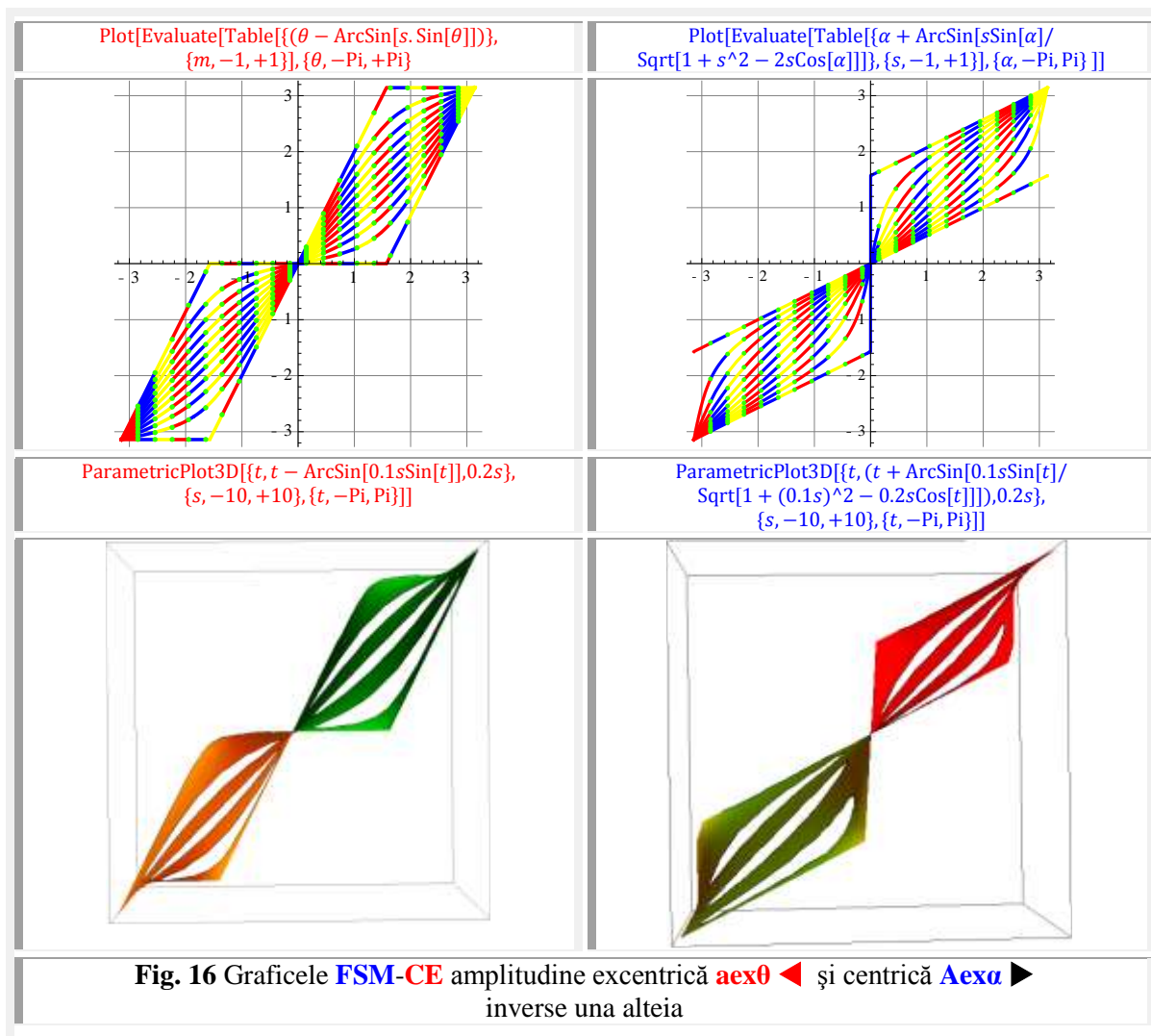
Ca urmare, soluția ecuației:

$$(23) \quad \theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)] = 0 \text{ este:}$$

$$(24) \quad \theta(\alpha) = \alpha + \arcsin \frac{s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1 + s^2 \sin^2(\alpha - \varepsilon)}} \text{ și invers. Soluția ecuației:}$$

$$(25) \quad \alpha + \arcsin \frac{s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1 + s^2 \sin^2(\alpha - \varepsilon)}} = 0 \text{ este}$$

$$(26) \quad \alpha(\theta) = \theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)]$$



Dacă **excentricitatea unghiulara** ϵ este nulă (**Fig. 16**) atunci pentru toate valorile **excentricității numerice** s soluțiile ecuațiilor anterioare sunt nule, deoarece toate curbele intersecțeaaza axa **Ox** doar în originea **O(0,0)** a sistemului de axe sau ale reperului **xOy**.

Pentru $\epsilon \neq 0$ (**Fig.17**) situația se modifică radical, deoarece pentru fiecare pereche de valor s și $\epsilon = ct \neq 0$ curbele intersecțeaaza axa în alte puncte. Curba de excentru **S(0,5; π/4)** din **figura 17▲▶**, pentru $x \in [-\pi/2, +\pi/2]$, intersecțeaaza axa într-un punct de pe axa **Ox** negativă ($x < 0$) în domeniul redus la $x \in (-0,4; -0.6)$. Alegând acest nou domeniu pentru reprezentarea grafică a funcției se constată că ea intersecțeaaza axa **Ox** într-un domeniu și mai restrâns $x \in (-0.5; -0.55)$ și procedând tot așa în continuare se ajunge la domeniul încă lizibil $x \in (-0.5004742, -0.5004741)$ în care se va situa soluția ecuației

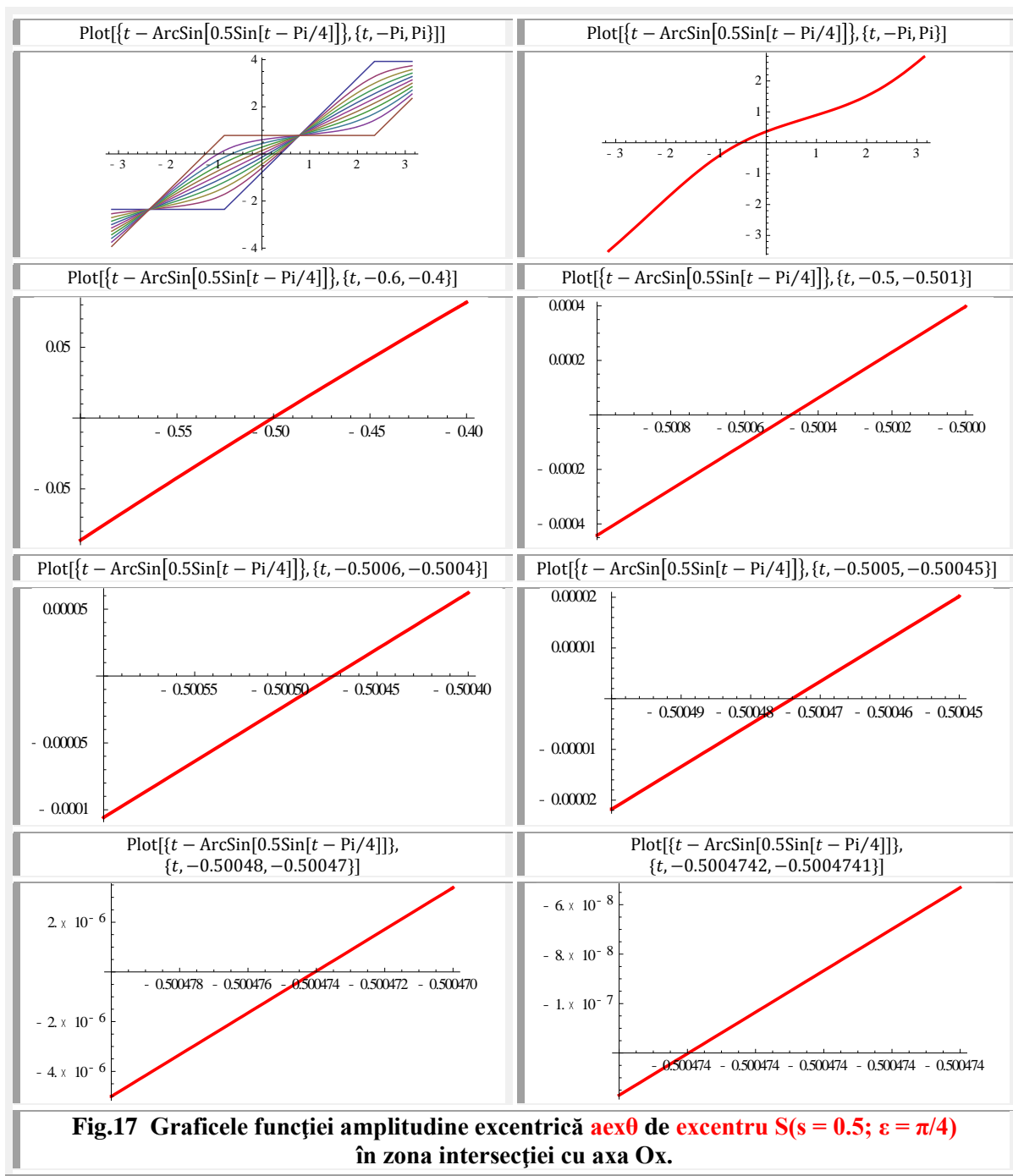
$$(27) \quad x - \arcsin[0,5 \sin(x - \pi/4)] = 0$$

Am solicitat unui program evoluat de matematică soluționare acestei ecuații astfel:

$$(28) \quad \text{NSolve}[x - \text{ArcSin}[0.5\text{Sin}[x - \pi/4]] == 0, x]$$

iar răspunsul a fost:

NSolve::nsmet: "This system cannot be solved with the methods available to NSolve"
(Acest sistem nu poate fi rezolvat prin metodele disponibile pentru NSolve) !



Ceea ce nu poate soluționa un program evoluat de matematică, soluționează metoda computațională grafică prezentată anterior prin **figura 17** care, însă, este limitată la un număr de zecimale care încă mai sunt lizibile.

O metodă unică, mult mai perfecționată, care nu limitează acest număr de zecimale este descris în lucrarea Şelariu Mircea Eugen “**Matematica Atomica**” din Editura de Vest din Timișoara, 2017. Întitulată “*Metoda determinării succesive a cifrelor consecutive ale numărului soluție al unei ecuații*”, pe scurt “*Metoda Succesiva (MS)*” ea schimbă radical optica asupra determinării soluțiilor ecuațiilor algebrice, trigonometrice și /sau logaritmice de orice grad și oricare tip, considerând *numărul ca atom al matematicii* și *cifrele ca particulele sale elementare*.

Există o infinitate de numere, dar numai 10 cifre. Atunci de ce să căutăm soluția unei ecuații direct în numere și să nu o căutăm, indirect, în cifrele consecutive ce compun acest număr ?

În acest scop este suficient să scriem funcția, care definește ecuația, de zece ori într-un program de matematică și în prima ecuație, în locul variabilei, să-i zicem x , să considerăm *ca o prima cifră exactă* pe 0, în a doua pe 1, în a treia pe 2 ș.a.m.d iar în ultima îl înlocuim peste tot pe x cu cifra 9 și apoi “dăm” enter ! Vor apărea 10 rezultate.

Soluția căutată, în general, este locul / punctul în care funcția / curba intersectează axa Ox . Dacă unul dintre ele este zero, atunci cifra corespunzătoare este o soluție exactă a ecuației cu un număr format dintr-o singură cifră. Dacă nu, unele rezultate vor fi cu semn pozitiv, ce indică valori prea mari pentru x , iar altele cu semn negativ, ce indică valori prea mici pentru cifrele respective. Unde va fi soluția, adică punctul de intersecție cu axa Ox ? Între ultimul punct cu valori de semn pozitiv sau negativ și următorul cu valori de semn negativ sau pozitiv, puncte între care curba intersectează axa Ox , deoarece la traversarea axei Ox funcția / curba își schimbă semnul / valorile.

În cazul ecuației considerate (27), curba trece din cadranul II în cadranul III astfel că rădăcina / soluția are prima cifră exactă a numărului soluție pe **5**, adică $x_1 = -0,5$, (Vezi **Tab 1**) domeniul în care curba trece din cadranul II în cadranul III, deoarece ne apropiem de soluția exactă pe axa $Ox < 0$ de la stânga spre dreapta. Cifrele astfel obținute se trec în cele 10 funcții în fața cifrelor de la 0 la 9 și se dă din nou enter. Acum, ultima valoare a funcției cu semn pozitiv corespunde cifrei **0**, deci $x_2 = -0,50$; **0** fiind a doua cifră exactă a numărului soluție căutat, ca și a treia cifra caracteristică, adică $x_3 = -0,500$ Continuând în același mod se obțin a patra cifră exactă **4** $\rightarrow x_4 = -0,5004$, a cincea este **7** a șasea este **4** șaptea este **3** și a opta este opta este **0**. Ca urmare, numărul soluție al ecuației (27) cu **8 cifre exacte** este $X_8 = -0,50047403$.

Tabelul 1.1 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluție al ecuației (27)

PRIMA CIFRĂ EXACTĂ $\rightarrow 5$			A DOUA CIFRĂ EXACTĂ $\rightarrow 0$		
-0,0	$-0.0\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.0\text{-Pi}/4]]$	0.361367	-0,50	$-0.50\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50\text{-Pi}/4]]$	0.000398042
-0,1	$-0.1\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.1\text{-Pi}/4]]$	0.297466	-0,51	$-0.51\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.51\text{-Pi}/4]]$	-0.00802423
-0,2	$-0.2\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.2\text{-Pi}/4]]$	0.229863	-0,52	$-0.52\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.52\text{-Pi}/4]]$	-0.0165001
-0,3	$-0.3\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.3\text{-Pi}/4]]$	0.1581	-0,53	$-0.53\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.53\text{-Pi}/4]]$	-0.0250298
-0,4	$-0.4\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.4\text{-Pi}/4]]$	0.0817429	-0,54	$-0.54\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.54\text{-Pi}/4]]$	-0.0336136
-0,5	$-0.5\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5\text{-Pi}/4]]$	0.000398042	-0,55	$-0.55\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.55\text{-Pi}/4]]$	-0.0422518
-0,6	$-0.6\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.6\text{-Pi}/4]]$	-0.0862674	-0,56	$-0.56\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.56\text{-Pi}/4]]$	-0.0509446
-0,7	$-0.7\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.7\text{-Pi}/4]]$	-0.178504	-0,57	$-0.57\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.57\text{-Pi}/4]]$	-0.0596924
-0,8	$-0.8\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.8\text{-Pi}/4]]$	-0.276463	-0,58	$-0.58\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.58\text{-Pi}/4]]$	-0.0684953
-0,9	$-0.9\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.9\text{-Pi}/4]]$	-0.380184	-0,59	$-0.59\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.59\text{-Pi}/4]]$	-0.0773535

Tabelul 1.2 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluție al ecuației (27)					
A TREIA CIFRĂ EXACTĂ → 0			A PATRA CIFRĂ EXACTĂ → 4		
-0,500	$-0.500\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500\text{-Pi}/4]]$	0.000398042	- 0,5000	$-0.5000\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5000\text{-Pi}/4]]$	0.000398042
-0,501	$-0.501\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.501\text{-Pi}/4]]$	-0.000441784	- 0,5001	$-0.5001\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5001\text{-Pi}/4]]$	0.000314083
-0,502	$-0.502\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.502\text{-Pi}/4]]$	-0.00128214	- 0,5002	$-0.5002\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5002\text{-Pi}/4]]$	0.000230119
-0,503	$-0.503\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.503\text{-Pi}/4]]$	-0.00212303	- 0,5003	$-0.5003\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5003\text{-Pi}/4]]$	0.00014615
-0,504	$-0.504\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.504\text{-Pi}/4]]$	-0.00296446	- 0,5004	$-0.5004\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5004\text{-Pi}/4]]$	0.0000621755
-0,505	$-0.505\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.505\text{-Pi}/4]]$	-0.00380642	- 0,5005	$-0.5005\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5005\text{-Pi}/4]]$	-0.0000218044
-0,506	$-0.506\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.506\text{-Pi}/4]]$	-0.00464891	- 0,5006	$-0.5006\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5006\text{-Pi}/4]]$	-0.00010579
-0,507	$-0.507\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.507\text{-Pi}/4]]$	-0.00549194	- 0,5007	$-0.5007\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5007\text{-Pi}/4]]$	-0.00018978
-0,508	$-0.508\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.508\text{-Pi}/4]]$	-0.0063355	- 0,5008	$-0.5008\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5008\text{-Pi}/4]]$	-0.000273776
-0,509	$-0.509\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.509\text{-Pi}/4]]$	-0.0071796	- 0,5009	$-0.5009\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.5009\text{-Pi}/4]]$	-0.000357777

Tabelul 1.3 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluție al ecuației (27)					
A CINCEA CIFRĂ EXACTĂ → 7			A ȘASEA CIFRĂ EXACTĂ → 4		
-0,50040	$-0.50040\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50040\text{-Pi}/4]]$	0.0000621755	- 0,500470	$-0.500470\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500470\text{-Pi}/4]]$	3.39013×10^{-6}
-0,50041	$-0.50041\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50041\text{-Pi}/4]]$	0.0000537777	- 0,500471	$-0.500471\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500471\text{-Pi}/4]]$	2.55032×10^{-6}
-0,50042	$-0.50042\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50042\text{-Pi}/4]]$	0.0000453799	- 0,500472	$-0.500472\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500472\text{-Pi}/4]]$	1.71051×10^{-6}
-0,50043	$-0.50043\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50043\text{-Pi}/4]]$	0.0000369821	- 0,500473	$-0.500473\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500473\text{-Pi}/4]]$	8.70695×10^{-7}
-0,50044	$-0.50044\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50044\text{-Pi}/4]]$	0.0000285842	- 0,500474	$-0.500474\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500474\text{-Pi}/4]]$	3.08844×10^{-8}
-0,50045	$-0.50045\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50045\text{-Pi}/4]]$	0.0000201862	- 0,500475	$-0.500475\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500475\text{-Pi}/4]]$	-8.08927×10^{-7}
-0,50046	$-0.50046\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50046\text{-Pi}/4]]$	0.0000117882	- 0,500476	$-0.500476\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500476\text{-Pi}/4]]$	-1.64874×10^{-6}
-0,50047	$-0.50047\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50047\text{-Pi}/4]]$	3.39013×10^{-6}	- 0,500477	$-0.500477\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500477\text{-Pi}/4]]$	-2.48855×10^{-6}
-0,50048	$-0.50048\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50048\text{-Pi}/4]]$	-5.00799×10^{-6}	- 0,500478	$-0.500478\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500478\text{-Pi}/4]]$	-3.32837×10^{-6}
-0,50049	$-0.50049\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.50049\text{-Pi}/4]]$	-0.0000134062	- 0,500479	$-0.500479\text{-ArcSin}[0.5 \text{ Sin}[-0.500479\text{-Pi}/4]]$	-4.16818×10^{-6}

Tabelul 1.4 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluție al ecuației (27)					
A ȘAPTEA CIFRĂ EXACTĂ → 0			A OPTA CIFRĂ EXACTĂ → 3		
-0,5004740	-0.5004740- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004740-Pi/4]]	3.08844×10⁻⁸	-0,50047400	-0.50047400- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047400-Pi/4]]	3.08844×10 ⁻⁸
-0,5004741	-0.5004741- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004741-Pi/4]]	-5.30968×10 ⁻⁸	-0,50047401	-0.50047401- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047401-Pi/4]]	2.24863×10 ⁻⁸
-0,5004742	-0.5004742- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004742-Pi/4]]	-1.37078×10 ⁻⁷	-0,50047402	-0.50047402- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047402-Pi/4]]	1.40882×10 ⁻⁸
-0,5004743	-0.5004743- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004743-Pi/4]]	-2.21059×10 ⁻⁷	-0,50047403	-0.50047403- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047403-Pi/4]]	5.69005×10⁻⁹
-0,500474	-0.5004744- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004744-Pi/4]]	-3.0504×10 ⁻⁷	-0,5004704	-0.50047404- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047404-Pi/4]]	-2.70807×10 ⁻⁹
-0,5004745	-0.5004745- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004745-Pi/4]]	-3.89021×10 ⁻⁷	-0,50047405	-0.50047405- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047405-Pi/4]]	-1.11062×10 ⁻⁸
-0,5004746	-0.5004746- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004746-Pi/4]]	-4.73003×10 ⁻⁷	-0,50047406	-0.50047406- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047406-Pi/4]]	-1.95043×10 ⁻⁸
-0,5004747	-0.5004747- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004747-Pi/4]]	-5.56984×10 ⁻⁷	-0,50047407	-0.50047407- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047407-Pi/4]]	-2.79024×10 ⁻⁸
-0,5004748	-0.5004748- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004748-Pi/4]]	-6.40965×10 ⁻⁷	-0,50047408	-0.50047408- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047408-Pi/4]]	-3.63005×10 ⁻⁸
-0,5004749	-0.5004749- ArcSin[0.5 Sin[- 0.5004749-Pi/4]]	-7.24946×10 ⁻⁷	-0,50047409	-0.50047409- ArcSin[0.5 Sin[- 0.50047409-Pi/4]]	-4.46986×10 ⁻⁸

Procedeul se poate continua după același tipic și se pot obține oricâte *cifre exacte* ale soluției dorim. Procedeul poate fi mult scurtat dacă se începe de la ultima valoare lizibilă prin metoda grafică computațională prezentată în **figura 17**, adică de la $C = -0,500474$.

Dacă se introduce valoarea lui $\theta \equiv X_8 = -0,50047403$ se observa că ecuația (27) este satisfăcută cu precizia de 8 *cifre* zecimale exacte

$$x - \arcsin[0,5 \sin(x - \text{Pi}/4)] = 0$$

$$(29) \quad -0,50047403 - \arcsin[0,5 \sin(-0,50047403 - \text{Pi}/4)] \text{ rezultă}$$

$$(30) \quad N[-0.50047403 - \text{ArcSin}[0.5 \sin[-0.50047403 - \text{Pi}/4]]] = 5,690046211981325 \times 10^{-9}$$

justificând precizia de 8 cifre zecimale exacte.

Așa cum s-a afirmat anterior, *soluțiile exacte* ale ecuației (27) sunt date de relațiile (24) și respectiv (26). Pentru datele din ecuația (27) rezultă valoarea unghiului $\alpha(\theta)$ din ecuația (24) care este:

$$(31) \quad N[-0.50047403 \text{ArcSin}[0.5 \sin[-0.50047403 - \text{Pi}/4]] / \frac{\text{Sqrt}[1.25 - \text{Cos}[-0.50047403 - \text{Pi}/4]]}{\text{Cos}[-0.50047403 - \text{Pi}/4]]] \rightarrow$$

$$\alpha = -1.0096728210506547$$

pentru care din relația exactă (26) rezultă soluția exactă $\theta(\alpha)$:

$$(32) \quad N[-1.0096728210506547 - \text{ArcSin}[0.5 \sin[-1.0096728210506547 - \text{Pi}/4]]] =$$

$$= -0.50047403$$

Conform programului de matematică ar rezulta că soluția cu 8 cifre zecimale exacte este totodată și soluția absolut exactă a ecuației (27), deoarece programul nu oferă mai multe zecimale. Pentru a ne convinge se va continua **MS** în **tabelul 1.5**.

Tabelul 1.5 Determinarea cifrelor consecutive exacte ale numărului soluție al ecuației (27)					
A NOUA CIFRĂ EXACTĂ → 6			A ZECEA CIFRĂ EXACTĂ → 7		
-0,500474030	-0.500474030-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474030-Pi/4]]	5.69005×10 ⁻⁹	-0,5004740360	-0.5004740360-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740360-Pi/4]]	6.51178×10 ⁻¹⁰
-0,500474031	-0.500474031-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474031-Pi/4]]	4.85023×10 ⁻⁹	-0,5004740361	-0.5004740361-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740361-Pi/4]]	5.67197×10 ⁻¹⁰
-0,500474032	-0.500474032-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474032-Pi/4]]	4.01042×10 ⁻⁹	-0,5004740362	-0.5004740362-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740362-Pi/4]]	4.83216×10 ⁻¹⁰
-0,500474033	-0.500474033-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474033-Pi/4]]	3.17061×10 ⁻⁹	-0,5004740363	-0.5004740363-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740363-Pi/4]]	3.99235×10 ⁻¹⁰
-0,500474034	-0.500474034-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474034-Pi/4]]	2.3308×10 ⁻⁹	-0,5004740364	-0.5004740364-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740364-Pi/4]]	3.15253×10 ⁻¹⁰
-0,500474035	-0.500474035-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474035-Pi/4]]	1.49099×10 ⁻⁹	-0,5004740365	-0.5004740365-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740365-Pi/4]]	2.31272×10 ⁻¹⁰
-0,500474036	-0.500474036-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474036-Pi/4]]	6.51178×10⁻¹⁰	-0,5004740366	-0.5004740366-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740366-Pi/4]]	1.47291×10 ⁻¹⁰
-0,50047477	-0.500474037-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474037-Pi/4]]	-1.88633×10 ⁻¹⁰	-0,5004740367	-0.5004740367-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740367-Pi/4]]	6.33099×10⁻¹¹
-0,50047488	-0.500474038-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474038-Pi/4]]	-1.02844×10 ⁻⁹	-0,5004740367	-0.5004740368-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740368-Pi/4]]	-2.06711×10 ⁻¹¹
-0,500474039	-0.500474039-ArcSin[0.5 Sin[-0.500474039-Pi/4]]	-1.86826×10 ⁻⁹	-0,5004740368	-0.5004740369-ArcSin[0.5 Sin[-0.5004740369-Pi/4]]	-1.04652×10 ⁻¹⁰

Din **tabelul 1.5** rezultă că soluția cu 8 zecimale nu este absolut exactă și că cifrele exacte ale zecimalelor 9 și 10 sunt $x_9 = 6$ și $x_{10} = 7$, astfel că soluția cu 10 zecimale exacte a ecuației (27) este $X_{10} = -0,5004740367\dots$

Introducând în relația (26) noua valoare a lui $X_{10} = -0,5004740367$ rezultă valoarea lui $\alpha(\theta)$:

$$(33) \quad N \left[-0.5004740367 + \text{ArcSin} \left[0.5 \text{Sin} \left[-0.5004740367 - \text{Pi}/4 \right] / \text{Sqrt} \left[1.25 - \text{Cos} \left[-0.5004740367 - \text{Pi}/4 \right] \right] \right] \right] = -1.0096728269937603$$

pe baza căreia, din relația (24), rezultă valoarea lui $\theta(\alpha)$:

$$(34) \quad N[-1.0096728269937603 - \text{ArcSin}[0.5\text{Sin}[-1.0096728269937603 - \text{Pi}/4]]] = \\ = -0.5004740366999999 \cong -0.5004740367$$

adică soluția ecuației (27) cu 10 cifre zecimale exacte.

S-a constatat ca sub forma (23) $\theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)] = 0$ programul de matematică nu știe să rezolve ecuația (27). Dar, scriind funcția sub forma

$$(35) \quad \sin \theta = s \cdot \sin(\theta - \varepsilon) \rightarrow \sin \theta - s \cdot \sin(\theta - \varepsilon) = 0$$

$$(36) \quad \text{Nsolve}[\text{Sin}[t] - 0.5\text{Sin}[t - \text{Pi}/4] == 0, t] \rightarrow \{t \rightarrow -0.5004740367753859\}, \\ \{t \rightarrow 2.641118616814407\}$$

printre care și pe cea determinată anterior cu 10 zecimale exacte dar, de această dată, oferă mult mai multe zecimale exacte (16) : $X = -0.5004740367753859$

Pentru a obține o expresie a soluției pentru ecuația generală (23) de excentrul $S(s, \varepsilon)$ cu funcția scrisă sub forma (35), adică ecuația:

$$(37) \quad \sin \theta - s \cdot \sin(\theta - \varepsilon) = 0$$

programul de matematică oferă soluțiile

$$(38) \quad \text{Solve}[\text{Sin}[t] - s\text{Sin}[t - \text{eps}] == 0, t] \text{ cu soluțiile } \rightarrow$$

$$\left\{ t \rightarrow -\text{ArcCos}\left[-\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}\right]\right\}, \\ \left\{ t \rightarrow \text{ArcCos}\left[-\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}\right]\right\}, \\ \left\{ t \rightarrow -\text{ArcCos}\left[\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}\right]\right\}, \\ \left\{ t \rightarrow \text{ArcCos}\left[\frac{-1+s\text{Cos}[\text{eps}]}{\sqrt{1-2s\text{Cos}[\text{eps}]+s^2\text{Cos}[\text{eps}]^2+s^2\text{Sin}[\text{eps}]^2}}\right]\right\}$$

dintre care prima (subliniată) corespunde realității și pentru datele concrete ale ecuației (27) rezultă

$$(39) \quad N[-\text{ArcCos}\left[-\frac{-1+0.5\text{Cos}[\text{Pi}/4]}{\sqrt{1-2*0.5\text{Cos}[\text{Pi}/4]+0.5^2\text{Cos}[\text{Pi}/4]^2+0.5^2\text{Sin}[\text{Pi}/4]^2}}\right]] \rightarrow$$

$$X_{16} = -0.5004740367753859$$

Evident că aceeași valoare se putea obține și prin **MS** care poate oferi chiar și mai multe cifre exacte zecimale prin continuarea metodologiei exprimate în **Tabelele 1**, dar obținerea unei relații generale exacte (38) este cu mult mai comodă și constituie o realizare notabilă prezentată în această lucrare.

Motto:” În general, inteligența noastră nu este garantul opiniilor pe care le împărtășim.”

Leonhard Euler

CAPITOLUL XV

ECHIVALENȚA FORMULEI LUI EULER ÎN DOMENIUL MATEMATICII EXCENTRICE

0 PROLOG

Este interesant că, în matematica superioară, există o relație cunoscută ce exprimă o legătură strânsă și neașteptată, totodată, între numerele $\pi, e, 1, 0$ și $i = \sqrt{-1}$.

Este formula

(01) $e^{i\pi} + 1 = 0,$

pe care a dedus-o **Leonhard Euler**.

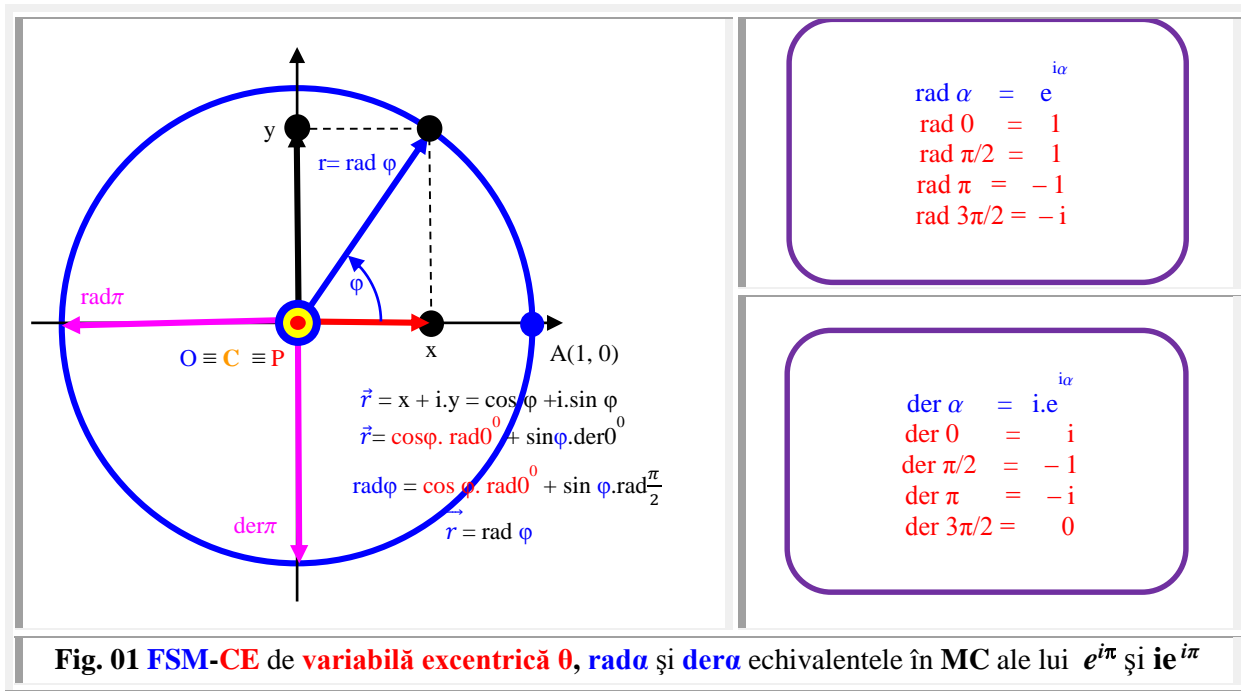


Fig. 01 FSM-CE de variabilă excentrică θ , rada și dera echivalentele în MC ale lui $e^{i\pi}$ și $ie^{i\pi}$

Ea fiind o formulă cu multe sensuri merită atenția nu numai a matematicienilor, ci și a filozofilor și reprezentanților științelor naturale.

Matematicianul american **Benjamin Peirce**, luând cunoștință pentru prima dată de această formulă, în pofida faptului că de la descoperirea ei trecuseră mai mult de o sută de ani, a rămas foarte impresionat. – “*Domnilor*, – a spus el odată, adresându-se studenților, în momentul când deduseseră relația pe tablă, –

eu sunt convins, că formula scrisă este absolut paradoxală. Noi nu suntem în stare s-o înțelegem, noi, însă, am demonstrat-o și de aceea considerăm, că ea este justă.”

Richard Feynman a numit formula lui **Euler** "**bijuteria noastră**" și "**cea mai remarcabilă formulă din matematică**". Iar în anul 1993 s-a realizat un sondaj în mediile universitare americane cu participarea multor studenți, profesori, cercetători și utilizatori avizați, care să răspundă la întrebarea: "**Care sunt după dv. cele mai remarcabile rezultate ale matematicii ?**" (V. Brânzănescu, O.Stănășilă, "Matematici Speciale").

Pe locul întâi s-a clasat **formula lui Euler** : $e^{i\pi} = -1$. Din **matematica centrică (MC)**. Am numit-o și **centrică** deoarece ea are un echivalent de aceeași valoare, credem noi, poate **chiar mai mare**, în **matematica excentrică (ME)** și în **supermatematică (SM)** cu ajutorul cărora se operează mult mai ușor atât în spațiul complex cât, mai ales în cel vectorial. Ei sunt favorii (**Fig. 01**) **radial centric (rad)** și derivata acestuia **derivat centric (der)**, care ne scutesc de marcarea cu o bară superioară a unor vectori:

$$(02) \quad \begin{cases} e^{ix} = \text{rad}x \\ ie^{ix} = \text{der}x \end{cases}$$

și reprezintă funcțiile radial (**rex**) și derivat (**dex**) **excentrice** în **domeniul centric**, adică pentru **excentricitatea liniară numerică s = 0**, caz în care toate entitățile **ME** devin **centrice**.

Expresiile (01) și (02) formează împreună un sistem binar al unei "constelații matematice" pe care o vom denumi "**supernove supermatematice**" în care expresiile (02) dau strălucirea caracteristică orbitoare și temporală a supernovelor. În opinia noastră această supernovă strălucește de zeci de ani dar nimeni nu privește în sus, la cer, ca s-o vadă !

1. INTRODUCERE

(După http://ro.wikipedia.org/wiki/Formula_lui_Euler cu completări)

ÎN MATEMATICA CENTRICĂ

Formula lui Euler spune că, pentru orice număr real x ,

$$(1) \quad e^{ix} = \cos(x) + i.\sin(x) = \text{rada} + \text{dera}$$

în care : **e** este **baza logaritmului natural** **i** este **unitatea imaginară** **cos** și **sin** sunt **funcțiile trigonometrice (centrice, n.n.)**, iar **rad** (**radial**) și **der** (**derivat**) sunt favorii direcției care face unghiul **α** cu axa **Ox**.

Pentru cazul particular $x = \pi$ avem identitatea:

$$(2) \quad e^{i\pi} + 1 = 0 \rightarrow \text{rad}\pi + 1 = 0 \text{ sau } \text{rad}\pi + \text{rad}0 = 0 \text{ sau } \text{der}\left(\frac{\pi}{2}\right) + \text{der}\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

care combină într-o formulă simplă cele cinci numere fundamentale **i, π , e, 1 și 0**.

Formula lui Euler a fost **demonstrată** pentru prima dată de **Roger Cotes** în **1714** sub forma

$$(3) \quad \ln[\cos x + i \sin x] = ix$$

(în care "ln" înseamnă **logaritm natural**, adică logaritm în bază $e \approx 2,71828 18284 59045 23536$, **numărul lui Euler** sau **constanta lui Napier** și nu **excentricitatea liniară reală (e = s R)** pentru cercul de rază oarecare **R** și **excentricitatea liniară numerică s** pentru cercul unitate / trigonometric).

Euler a publicat ecuația în forma ei curentă în **1748**, bazându-și demonstrația pe egalitate a **seriilor infinite** din ambele părți ale egalității. Niciunul dintre cei doi nu au intuit interpretarea geometrică a formulei: **vederea numerelor complexe** ca puncte din **planul complex** a apărut abia după 50 de ani, iar relațiile (02) după peste **300 de ani** !

Euler a considerat firesc să prezinte studenților numerele complexe mult mai devreme decât se practică astăzi. În manualul său de algebră elementară, **Elemente de Algebră**, el introduce aceste numere aproape de la început și le folosește în mod natural de-a lungul întregii lucrări.

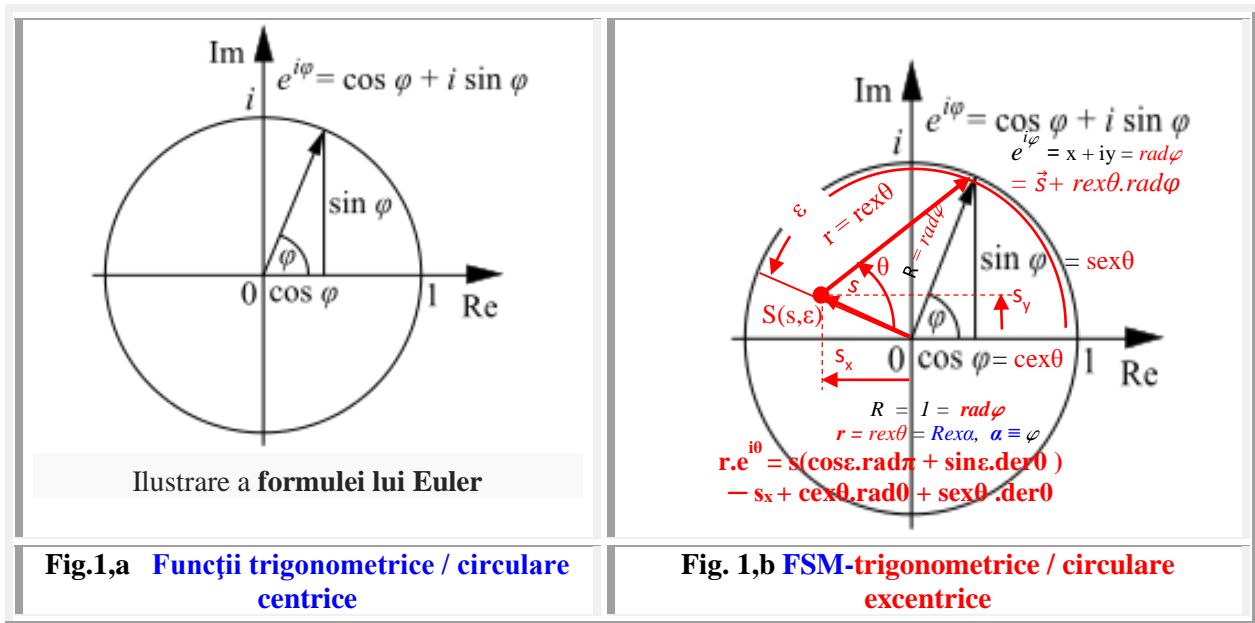
Formula lui Euler, numită astfel după **Leonhard Euler**, este o formulă matematică din **analiza complexă** care arată o relație strânsă între **funcțiile trigonometrice centrice** și **funcția exponențială**

complexă. Identitatea lui Euler ($e^{i\pi} + 1 = 0$) este un caz particular al formulei lui Euler. Iar funcțiile (02) introduse de autor în SM sunt mult mai expresive și mai comode de aplicat.

Această formulă poate fi interpretată spunând că funcția e^{ix} trasează **cercul unitate** din planul **numerelor complexe** când x ia valori reale. Aici, x este **unghiul** dintre o dreaptă care leagă originea cu un punct de pe cercul unitate și axa reală pozitivă, măsurată în sens trigonometric în **radiani**. Formula este validă doar dacă **sin** și **cos** își primesc **argumentele exprimate în radiani, nu în grade**.

2 APLICAȚII ÎN TEORIA NUMERELOR COMPLEXE

Demonstrația originală se bazează pe dezvoltările în **serie Taylor** ale funcțiilor **exponențiale** e^z (cu z complex), **sinx** și **cosx** pentru **numere reale** x . De fapt, aceeași demonstrație arată că **formula lui Euler** este valabilă și pentru toate numerele **complexe** z .



Formula lui Euler poate fi folosită pentru a reprezenta numerele complexe în **coordonate polare** (sublinierea noastră \rightarrow s.n.).

Orice număr complex $z = x + iy$ poate fi scris sub forma

$$(4) \begin{cases} z = x + iy = |z|(\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi) = |z|e^{i\varphi} \\ |\bar{z}| = x - iy = |z|(\cos\varphi - i \cdot \sin\varphi) = |z|e^{-i\varphi} \end{cases}$$

în care:
$$\begin{cases} x = Re\{z\} \\ y = Im\{z\} \\ |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$$

$|z|$ este **modulul** lui z și φ este **argumentul** lui z — unghiul între axa x și vectorul z măsurat în sens trigonometric și în **radiani** — definit până la 2π .

Acum, luând această formulă derivată, se poate folosi **formula lui Euler** pentru a defini **logaritmul** unui număr complex. Pentru a face asta, se folosește și faptul că

$$a = e^{\ln(a)}$$

și

$$e^a e^b = e^{a+b}$$

ambele valabile pentru **numerele complexe** a și b .

De aceea se poate scrie:

$$z = |z|e^{i\phi} = e^{\ln|z|}e^{i\phi} = e^{\ln|z|+i\phi} \text{ pentru orice } z \neq 0.$$

Scoțând logaritm din ambele părți, rezultă:

$$\ln z = \ln|z| + i\phi$$

și aceasta se poate folosi ca definiție a **logaritmului complex**.

În fine, legea exponențială

$$(e^a)^k = e^{ak},$$

care este valabilă pentru orice întreg k , împreună cu **formula lui Euler** implică anumite identități trigonometrice, precum și **formula lui de Moivre**.

3 LEGATURILE CU TRIGONOMETRIA

Formula lui Euler furnizează o legătură puternică între analiza matematică și **trigonometrie**, aducând o interpretare a funcțiilor sinus și cosinus ca sume ponderate ale funcției exponențiale:

$$(5) \quad \cos x = \operatorname{Re}\{e^{ix}\} = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

$$(6) \quad \sin x = \operatorname{Im}\{e^{ix}\} = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

Cele două ecuații de mai sus pot fi derivate adunând și scăzând formulele lui Euler:

$$(7) \quad e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

$$(8) \quad e^{-ix} = \cos(-x) + i \sin(-x) = \cos x - i \sin x$$

și rezolvând pentru cosinus sau sinus.

Aceste formule pot servi chiar ca definiții ale funcțiilor trigonometrice de argument complex x . De exemplu, dacă $x = iy$, avem:

$$(9) \quad \begin{cases} \cos(iy) = \frac{e^{-y} + e^y}{2} = \cosh(y) \\ \sin(iy) = \frac{e^{-y} - e^y}{2i} = i \cdot \sinh(y) \end{cases}$$

Exponențialele complexe pot simplifica trigonometria, deoarece sunt mai ușor de manipulat decât componentele lor sinusoidale. Una din tehnici este de a converti pur și simplu sinusoidale în expresii echivalente în termeni de exponențiale. După manipulări, rezultatul simplificat are valori reale. De exemplu:

$$(10) \quad \cos(x) * \cos(y) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} * \frac{e^{iy} + e^{-iy}}{2} = \frac{e^{i(x+y)} + e^{i(x-y)} + e^{i(-x+y)} + e^{i(-x-y)}}{4} = \frac{e^{i(x+y)} + e^{i(-x-y)}}{4} + \frac{e^{i(x-y)} + e^{i(-x+y)}}{4} = \frac{\cos(x+y)}{2} + \frac{\cos(x-y)}{2}$$

O altă tehnică este reprezentarea sinusoidelor în termeni de parte reală a unei expresii complexe, și de a face manipulările pe acea expresie. De exemplu:

$$(11) \quad \cos(x \cdot n) + \cos(x \cdot (n-2)) = \operatorname{Re}\{e^{ixn} + e^{ix(n-2)}\} = \operatorname{Re}\{e^{ix(n-1)} * (e^{ix} + e^{-ix})\} = \operatorname{Re}\{e^{ix(n-1)} * 2 \cdot \cos(x)\} = \cos[x * (n-1)] * 2\cos(x)$$

4 INTRODUCERE ÎN DOMENIUL EXCENTRIC (ME) AL SUPERMATEMATII (SM)

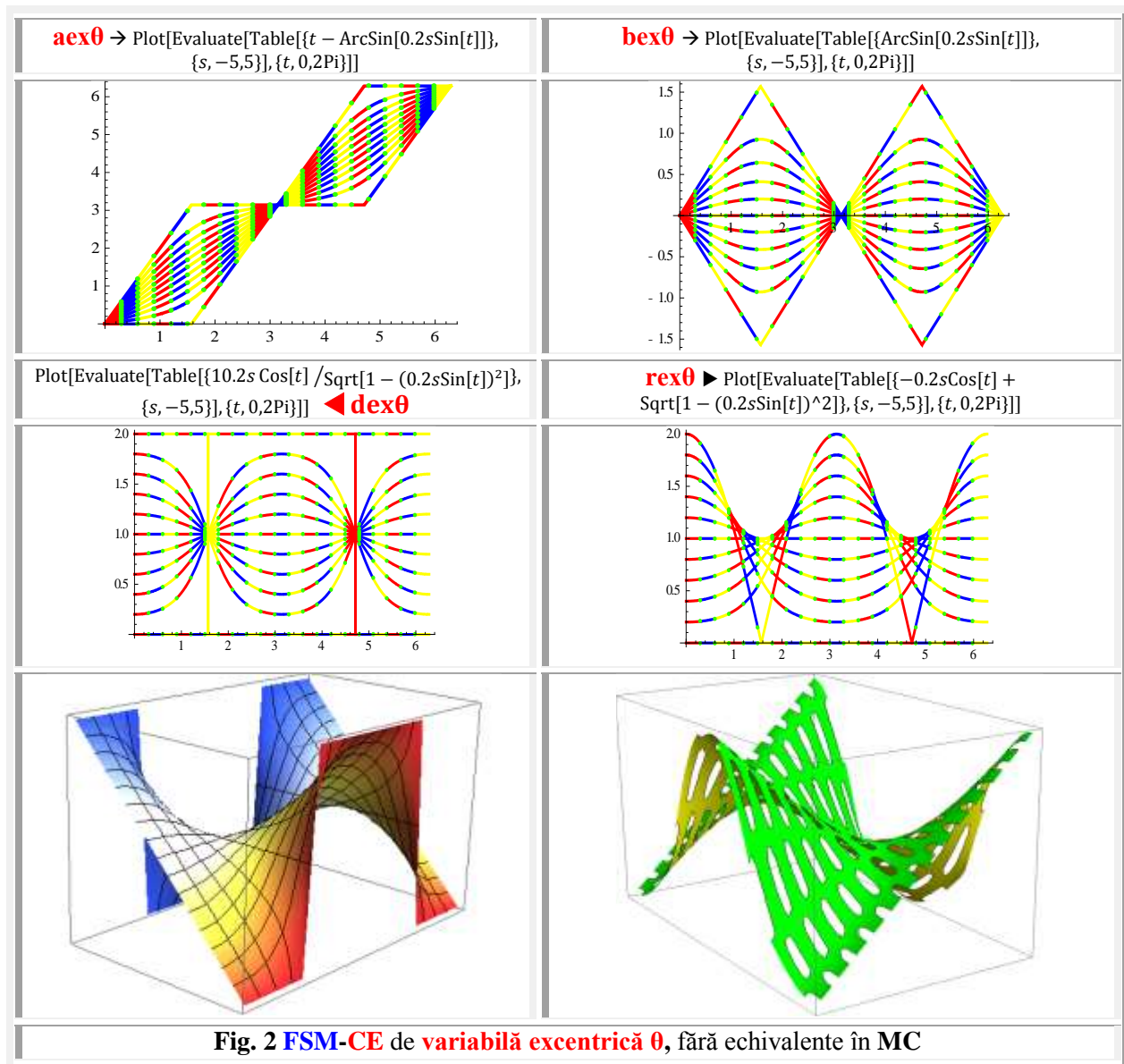
Odată cu descoperirea **matematicii excentrice (ME)** a apărut și **supermatematica (SM)**, o simbioză dintre **matematica ordinară**, pe care, acum, o denumim și **matematica centrică (MC)** și **ME**, adică **SM = MC & ME = MC ∪ ME**.

Denumirea de **ME** este dată de existența unui **pol / punct S(s,ε)** în planul unui cerc, denumit **excentru. Ex-centru**, deoarece a fost expulzat din centrul cercului trigonometric și originea **O(0,0)** a unui

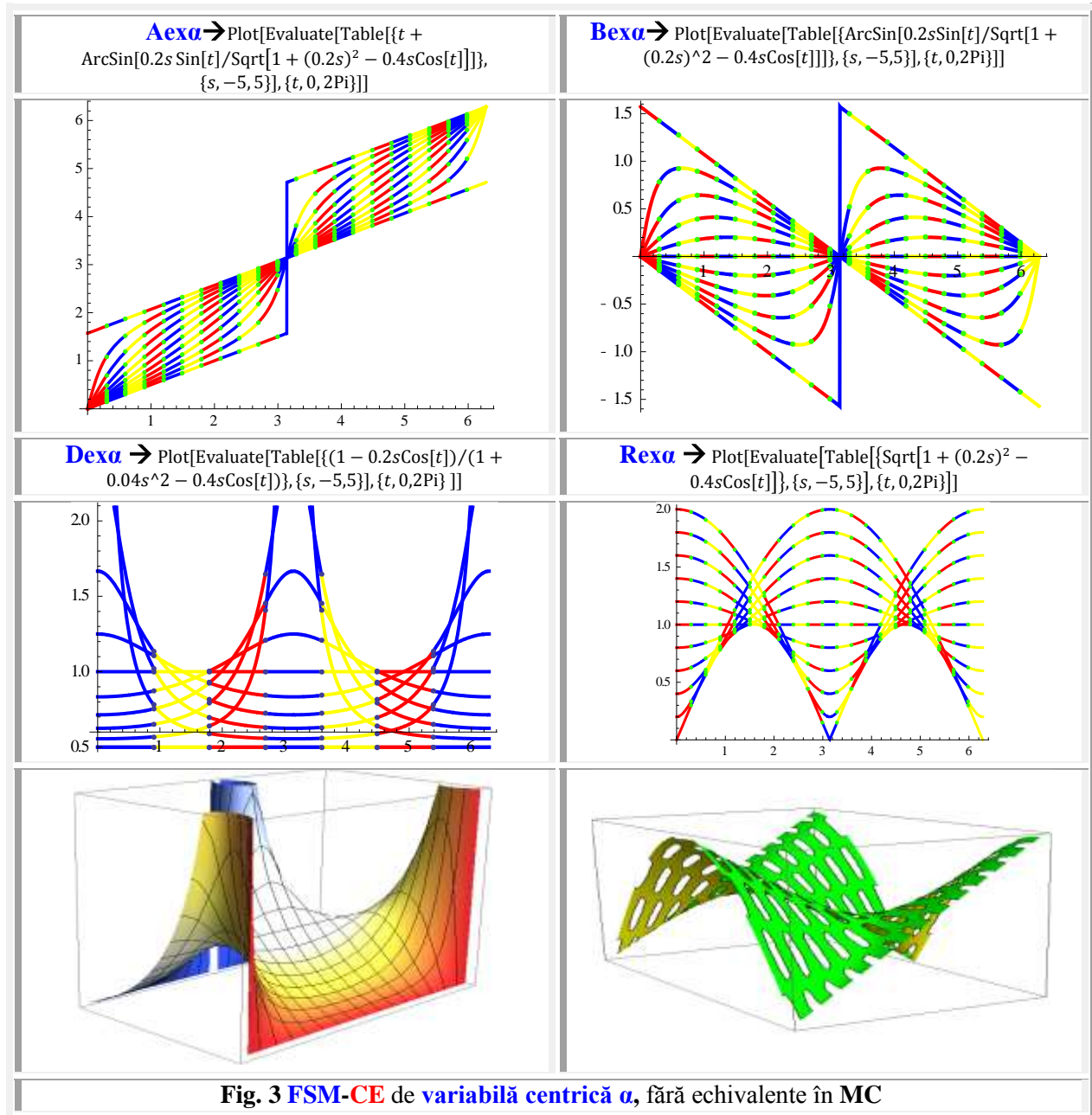
reper pe **direcția ϵ** , denumită **excentricitate unghiulară**, la o distanță **s** denumită **excentricitate liniară numerică (Fig.1,b)** într-un cerc trigonometric / **unitate** ($R = 1$) și **e** denumită **excentricitate liniară reală** într-un cerc oarecare de raza $R \neq 1$, coordonatele polare ale polilor și ale punctelor **excentre $S(s,\epsilon)$** și/sau **$E(e,\epsilon)$** .

În domeniul **MC** polul **$P(0,0)/S(0,0)$** , centrul cercului unitate **$C(0,0)$** și originea **$O(0,0)$** se coincid, așa cum le-a așezat / definit marele **Euler** la definirea funcțiilor trigonometrice ca funcții circulare directe și indirecte. Dacă se admite și valoarea **$s = e = 0$** a excentricității liniare, adică **$S \equiv P \equiv C \equiv O(0,0)$** , atunci **supermatematica** este aceeași cu **matematica excentrică**, adică, **$SM \equiv ME$** , deoarece, în acest caz, **MC $\equiv ME(s = e = 0) \equiv SM(s = e = 0)$** .

Altfel spus, **matematica centrică (MC)** este un **caz particular**, de **excentricitate liniară s** și **e** nule a **SM** și/sau a **ME** care reprezintă, totodată, o extensie nelimitată a **MC**, prin care, **toate entitățile MC se multiplică de la unu (în MC) la infinit (în SM ca și în ME)** ! Pe de o parte, pe de altă parte, în **ME** ca și în **SM** **au apărut o serie de entități noi** dintre care amintim :



- 1) **Funcții supermatematice circulare excentrice (FSM-CE) fără echivalente în MC (Fig.2):**
- **FSM-CE** de **variabilă excentrică θ** : amplitudine excentrică **axex θ** , beta excentrică **bexex θ** , derivată excentrică **dexex θ** ; radial excentrică **rexex θ** ș.m.a. (**Fig.2**);
 - **FSM-CE** de **variabilă centrică α** : amplitudine excentrică **Aex α** , beta excentrică **Bex α** , derivată excentrică **Dex α** ; radial excentrică **Rex α** ș.m.a. (**Fig.3**);



În figura 1,b, **FSM-CE radial excentrice rexex θ** și **Rex α** sunt reprezentate geometric de raza variabilă **r**, al cărei modul depinde de poziția excentrului **S (s,ε)** în planul cercului unitate; **S(s,ε)** putând fi interior, pentru **s < 1** sau **e < R**, sau exterior, pentru **s > 1** sau **e > R**, discului unitate, adică de **R = 1**; r fiind

în modul, distanța dintre punctul /excentrul $S(s,\varepsilon)$ și punctul $W_1(R=1, \varphi)$ sau $W_1(x = cex\theta, y = sex\theta)$ de intersecție a dreptei excentrice $d = d^+ \cup d^-$, turnante în jurul excentrului cu unghiul θ , considerat **variabilă excentrică**, cu cercul unitate $CU(O,1)$.

Și dreapta centrică $D = D^+ \cup D^-$, turnantă în jurul centrului și a originii $O(0,0)$, intersectează cercul CU în același punct $W_1(R, \varphi)$ cu D^+ dar pentru unghiul $\varphi \equiv \alpha$, denumite și **variabile centrice**.

Unghiul format de direcțiile dreptelor d^+ și D^+ în punctul $W \equiv W_1 \in CU$ este unghiul β , care poate fi exprimat fie ca funcție de unghiul θ , prin $\beta(\theta)$, fie ca funcție de unghiul α , prin $\beta(\alpha)$, cu relațiile

$$(12) \quad \begin{cases} \beta(\theta) = bex\theta = \alpha(\theta) = \arcsin [s. \sin(\theta - \varepsilon)] \\ \beta(\alpha) = Bex\alpha = \theta(\alpha) = \arcsin \frac{s. \sin(\alpha - \varepsilon)}{Rex\alpha} = \begin{cases} \arcsin \frac{s. \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s\cos(\alpha - \varepsilon)}} \\ \arctan \frac{s. \sin(\alpha - \varepsilon)}{1-s\cos(\alpha - \varepsilon)} \end{cases} \end{cases}$$

Dependența dintre variabila **excentrică** θ și cea **centrică** α este dată tocmai de **FSM-CE** **amplitudine excentrice** $aex\theta$ și $Aex\alpha$ prin relațiile

$$(13) \quad \begin{cases} aex\theta = \alpha(\theta) = \theta - \beta(\theta) = \theta - \arcsin [s. \sin(\theta - \varepsilon)] \\ Aex\alpha = \theta(\alpha) = \alpha + \beta(\alpha) = \alpha + \begin{cases} \arcsin \frac{s. \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s\cos(\alpha - \varepsilon)}} \\ \arctan \frac{s. \sin(\alpha - \varepsilon)}{1-s\cos(\alpha - \varepsilon)} \end{cases} \end{cases}$$

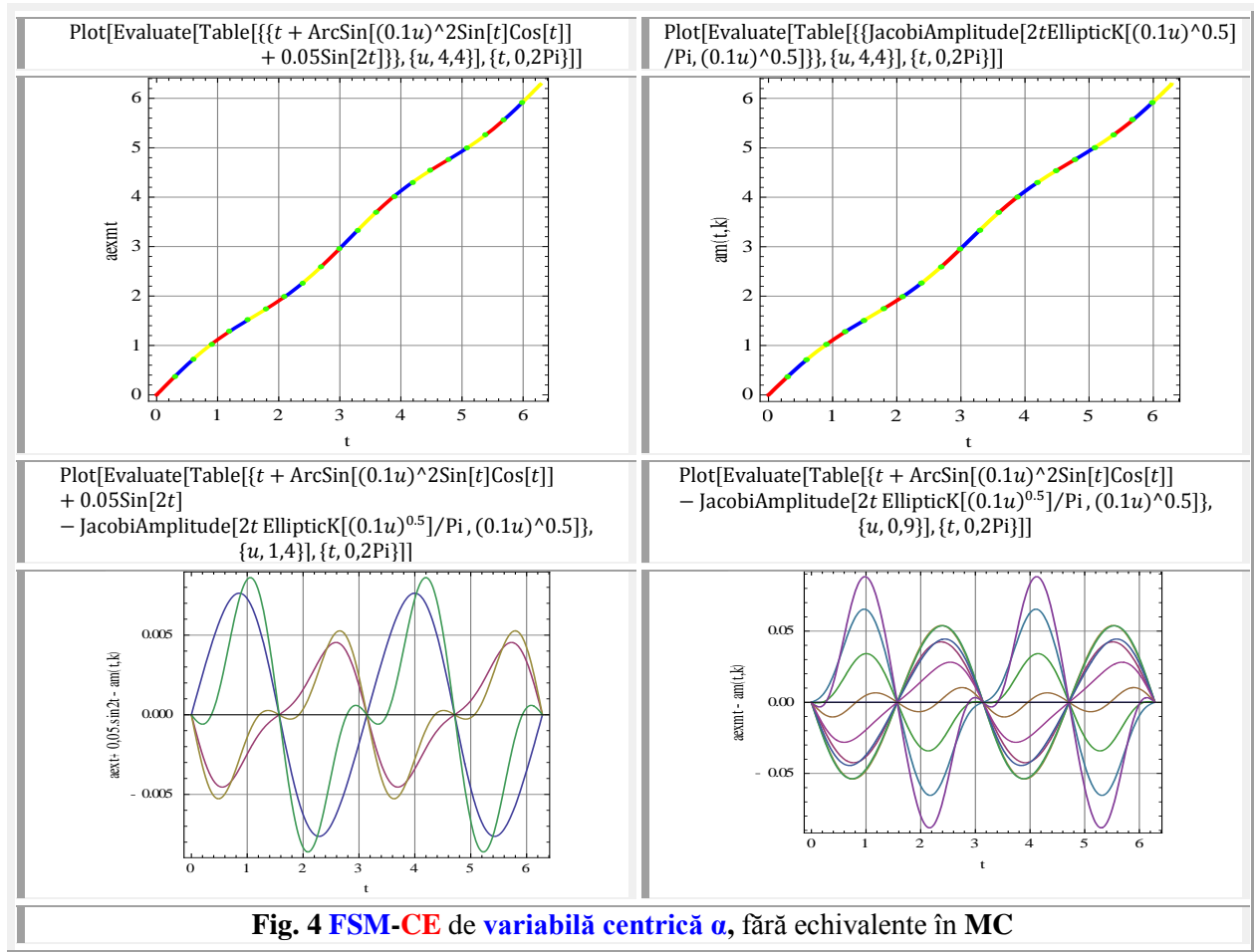


Fig. 4 FSM-CE de variabilă centrică α , fără echivalente în MC

Dintre funcții supermatematice circulare excentrice (FSM-CE), fără echivalante în MC (Fig.2), de o importanță mai mare se bucură FSM-CE **amplitudine excentrică aexθ** și **Aexα** care, în ME, joacă același rol ca și **funcția eliptică Jacobi am(u,k)** în domeniul funcțiilor eliptice, respectiv, în matematica eliptică (MEL). Dacă

$$\begin{cases} \cos[am(u,k)] = cn(u,k), \\ \sin[am(u,k)] = sn(u,k) \end{cases}$$

tot așa, cosinusul excentric **cex(θ, S)** și sinusul excentric **sex(θ, S)** se exprimă prin

$$(14) \quad \begin{cases} cex(\theta, s) = \cos[aex(\theta, S)], \\ sex[(\theta, S)] = \sin[aex(\theta, S)] \end{cases}$$

La fel de importante sunt și FSM-CE **radial excentrice rexθ** și **Rexα** pe care Prof. Dr. Math. Octav Em. Gheorghiu le-a denumit “**adevărate funcții rege**” deoarece, singure, pot exprima toate curbele plane cunoscute în MC și multe alte curbe noi, foarte importante, din ME.

Nici FSM-CE **derivate excentrice dexθ** și **Dexα** nu se lasă mai prejos. Ele exprimă **singure** funcția de transfer sau raportul de transmitere a turațiilor sau a vitezelor unghiulare pentru **TOATE mecanismele cunoscute**, una într-un sens și cealalta în sensul invers, deoarece, prin definiție :

$$(15) \quad \begin{cases} dex\theta = \frac{d\alpha}{d\theta} \\ Dex\alpha = \frac{d\theta}{d\alpha} \end{cases} \rightarrow Dex\alpha = \frac{1}{dex\theta}$$

În figura 4 sunt prezentate în paralel / comparativ **funcțiile eliptice Jacobi am(u,k)** și FSM-CE **amplitudine excentrică aexθ** modificată, notată **aexmθ** de **k = s = 0,4** sus ◀▲▶. Așa cum rezultă din graficele diferentelor acestor două funcții, pentru **k = s ∈ [0,1; 0,4]**, prezentate în partea stângă jos ▼◀ erorile de aproximare sunt sub valoarea de 0,009, adică sub 0,9 %, valoare acceptabilă pe deplin în calculele ingineresti (de 2%).

Pentru valori mai mari ale excentricității **s** și ale modulului **k** erorile sunt mai ridicate, dar nu depășesc valoarea de 10 %.

Rezultă că noile funcții matematice sunt extrem de importante, nu numai prin multiplicarea funcțiilor matematice / trigonometrice în general, dar și / sau mai ales, prin aplicațiile lor în tehnică și, bineînțeles, în matematică.

Poate, mai este necesar să se amintească contribuția esențială a “**funcției rege**” **rexθ** la determinarea unei **relații** (NU VALORI ! ca în metoda mediei aritmetico-geometrice **Landen**) de calcul, oricât de exacte, a integralei eliptice complete de prima speță **K(k)**, așa cum este stabilit în lucrarea [7].

După numai **5 pași / iterații**, precizia de calcul este de **15 (cincisprezece !)** zecimale exacte.

2) **Funcții supermatematice circulare excentrice (FSM-CE) cu echivalante în MC:**

- FSM-CE de **variabilă excentrică θ**: cosinus excentric **cexθ**, sinus excentric **sexθ**, tangentă excentrică **texθ**; tangentă excentrică **Voioiu texvθ**, cotangentă excentrică **ctexθ**, cotangentă excentrică **Voioiu ctexvθ** ș.m.a. (Fig.5);
- FSM-CE de **variabilă centrică α**: cosinu excentric **Cexα**, sinus excentric **Sexα**, tangentă excentrică **Texα**; tangentă excentrică **Voioiu Texα**, cotangentă excentrică **Ctexα**, cotangentă excentrică **Voioiu Ctexvα** ș.m.a.(Fig.6);

Dacă funcțiile din MC sunt proprii soluționării sistemelor liniare, ideale, cele din ME sunt proprii tuturor sistemelor liniare și /sau neliniare, ideal și/sau reale, ceea ce, evident, constituie o reală apropiere a matematicii de natură, grație apariției cu 40 de ani în urmă a **supermatematicii (SM)**.

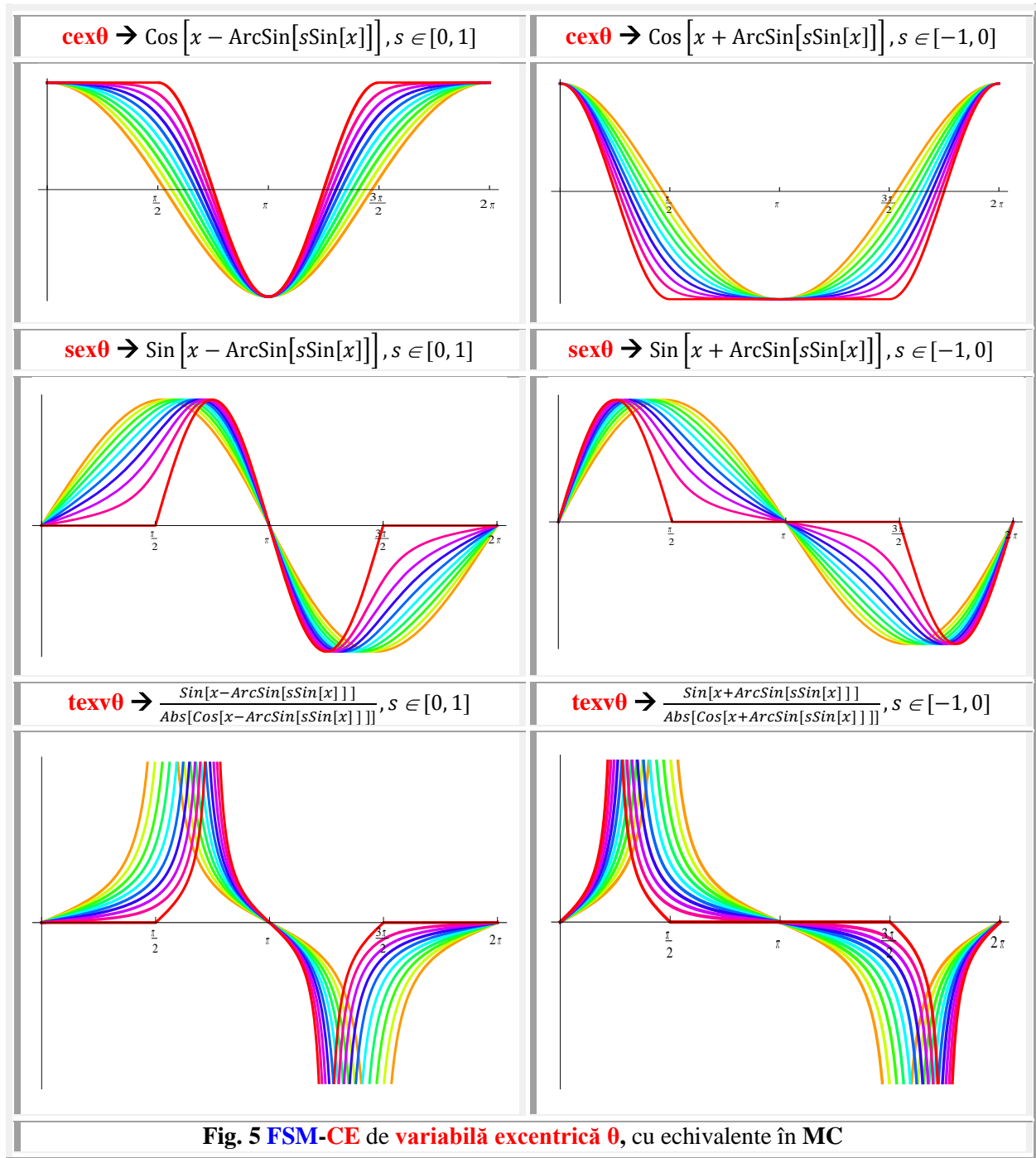
Istoria ne învață că “**nu se învață nimic din istorie**”, altfel ea nu s-ar repeta. Și nu numai din istorie, după cum se poate constata în ultimii 20 de ani. Și nici din viață. Să ne explicăm.

Istoria numerelor este fascinantă. La început au fost cunoscute doar numerele naturale sau numerele **întregi strict pozitive**. Se spune că omenirea a știut să numere înainte de a ști să scrie.

Se afirmă că primele numere, scrijelite pe un os din Congo, au o vechime de 20.000 (!) de ani î.e.n. Se mai zice ca “**Dumnezeu a creat numerele naturale, restul este opera omului**”, iar **Descartes**, cel care

a combinat algebra cu geometria, afirmă că “*Dumnezeu a facut lumea în acord cu principiile Matematicii*”. Dar noi nu credem : matematica-i bună pe când lumea ...

Mii de ani, omenirea s-a ocupat cu studiul numerelor naturale întregi: **cardinale**, **ordinale**, **distributive**, **pare** și **împare**, **prime**, **gemene**, **prietene**, **perfecte** și **imperfecte** ș.m.a., fără să sesizeze că între două numere **întregi oarecare consecutive**, evident unul **par** și celălalt, următorul sau anteriorul, **împar**, sau invers, există o **înfinitate** de alte numere **reale**, raționale, complexe ș.m.a.



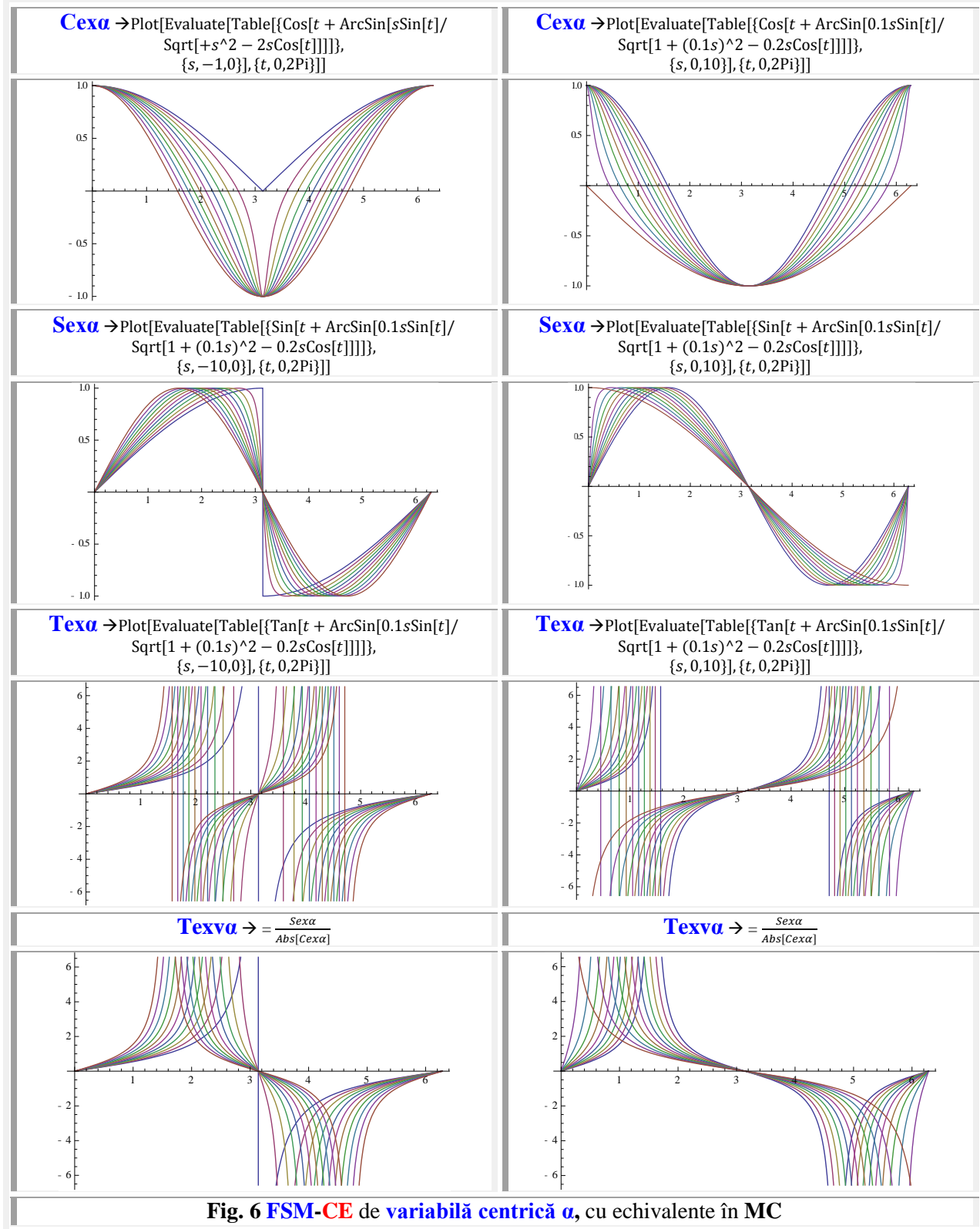
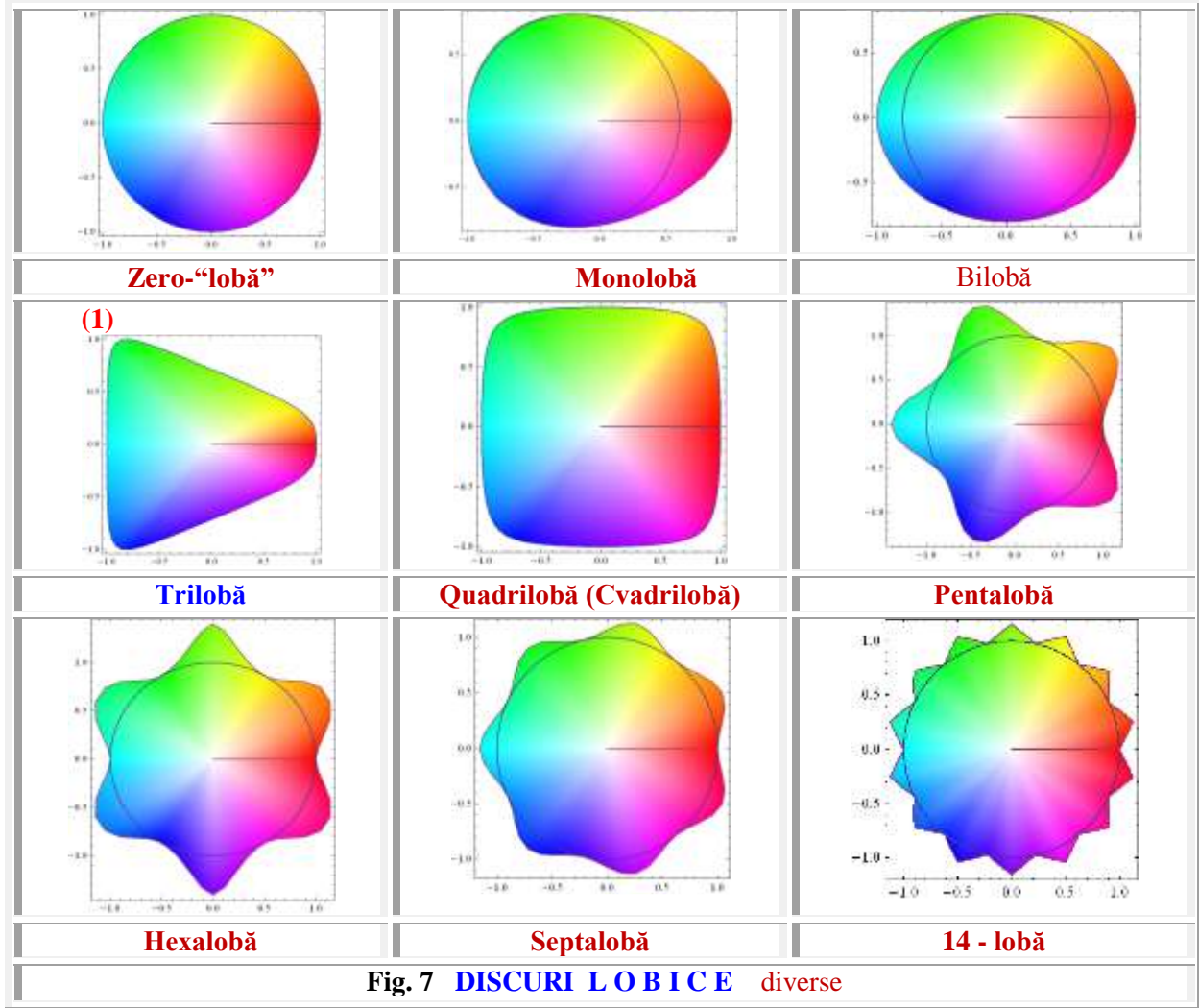


Fig. 6 FSM-CE de variabilă centrică α, cu echivalente în MC



Mii de ani nimeni, dar absolut nimeni, nu s-a întrebat: oare între 1 și 2, sau între 9 și 10 nu mai este / există ceva ? De ce aceste numere sunt în trepte / salturi, sunt discontinue, când se cunosc în natură atâtea fenomene liniare, continue.

Istoria se repetă acum în Geometrie și în Matematică, în general. Toată lumea știe ce-i un cerc, ce-i un pătrat, ce-i un triunghi ș.a.m.d. și le studiaza pe îndelete. Dar nimeni, **absolut nimeni**, în afară de noi (un exemplu de modestie), nu s-a gândit oare ce-i între cerc și pătrat, ce-i între cerc și triunghi, ce-i între sferă și cub ș.a.m.d. Cum se poate ajunge de la o figura la alta ? Cum se poate transforma continuu cercul în pătrat perfect sau invers, sfera în cub, sau invers, conul în prismă, sau invers.

Aceste **transformări SM**, împreună cu **obiectele geometrice noi, SM hibride** sunt prezentate în **figura 8** și în **figura 9**.

- 3) Pentru aproximarea funcțiilor, deci pentru aproximarea curbilor și a suprafețelor matematice și nematematice și prin aceasta a programării prelucrării suprafețelor complexe pe **m-u CNC**, există o serie de funcții cunoscute, prin care se poate opera și care constituie așa-zisa **BAZĂ** (de funcții).

De exemplu, **baza sistemului trigonometric CENTRIC (STC)** este formată din mulțimea infinită a funcțiilor **$\sin \alpha$** asociate / reunite cu **$\cos \alpha$** de multiplii de arce, adică

• **BAZA STC**: $\{\sin n\alpha \cap \cos n\alpha\} = 2n$ funcții, $n \in [-\infty, +\infty]$, dintre care, în mod practic se folosesc doar primele 12 funcții din bază. Utilizarea, în continuare, a altora nu îmbunătățește precizia de aproximare, din varii motive.

Cu noile **FSM-CE** se obține următoarea BAZĂ, infinit mai extinsă, a **SISTEMULUI TRIGONOMETRIC SM**:

▣ **BAZA STSM** : $\{\text{sex}_{1,2} n\theta \cap \text{cex}_{1,2} n\theta\}$

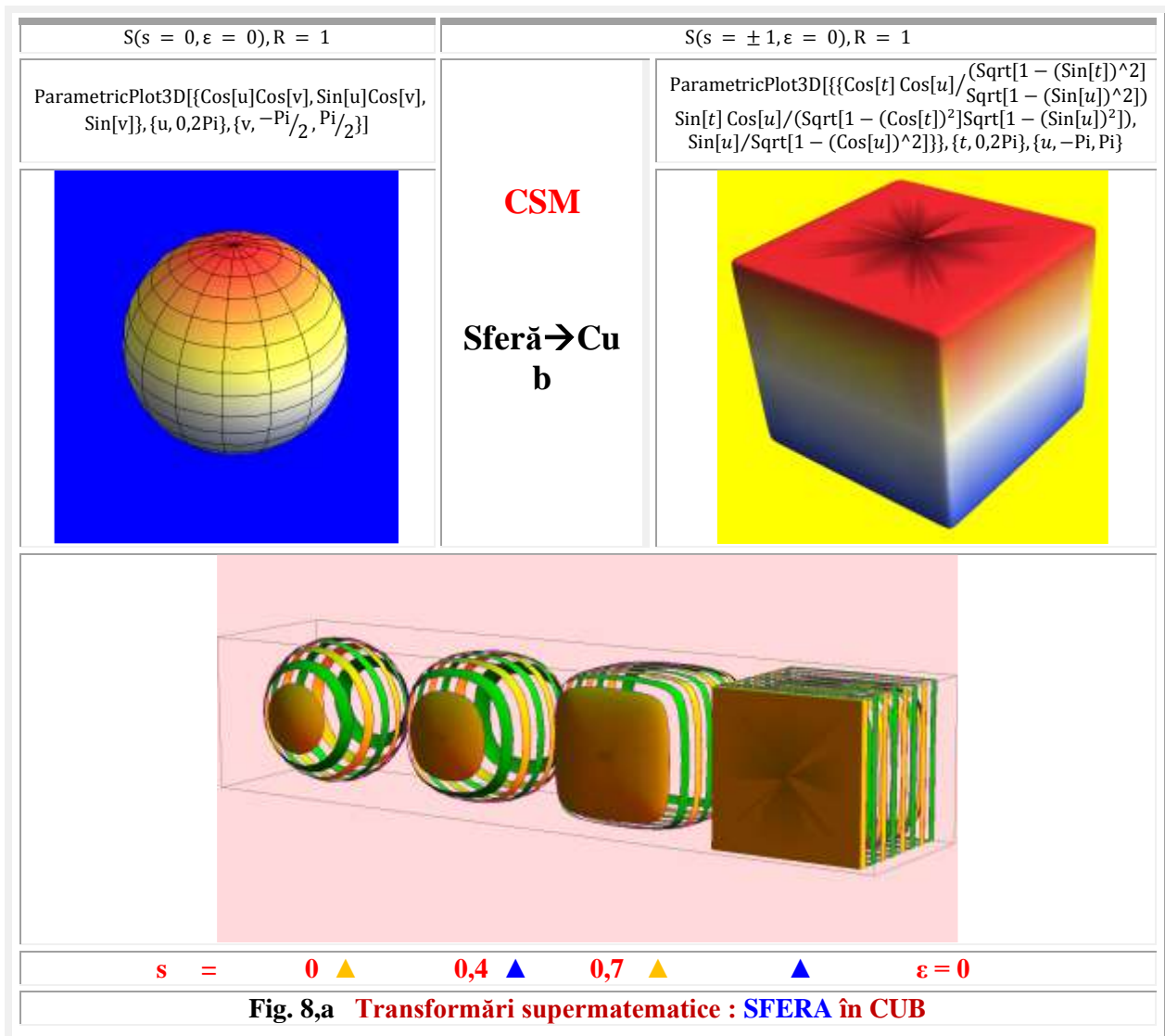
BAZA STC este ce avem și cu ce putem opera, practic 12 funcții **CC** iar de **BAZA STSM** este ce am puteam avea, dacă am utiliza-o, adică o **infinitate** de funcții **FSM-CE** ! Și nu numai...!

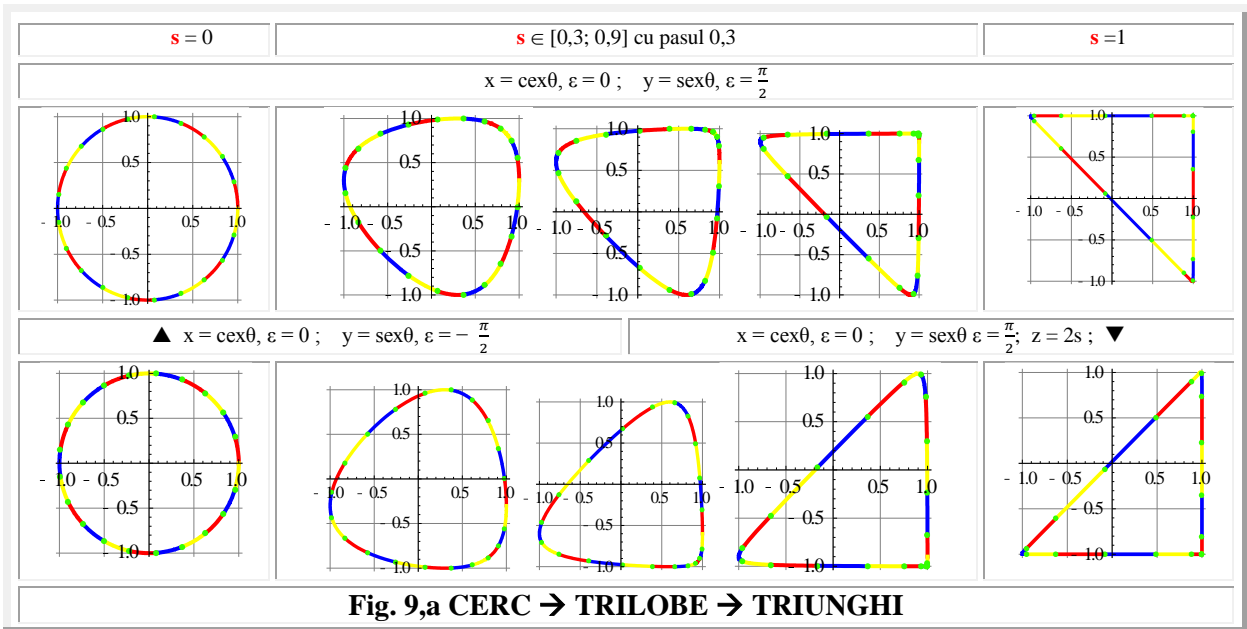
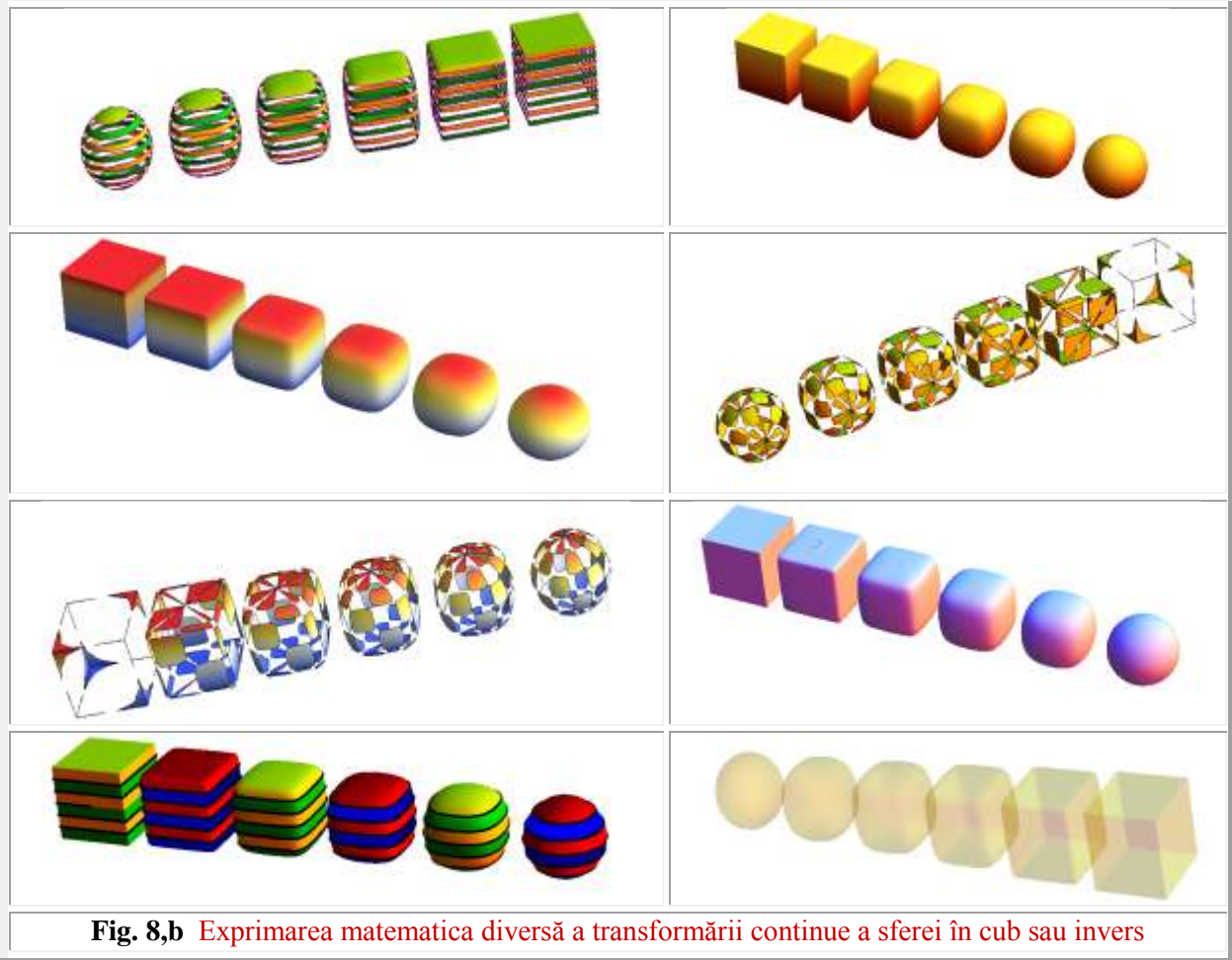
În **BAZA STSM** se regăsește tot ceea ce am avut, adică **BAZA STC**, plus o **infinitate** de funcții, între oricare două dintre funcțiile **bazei STC**.

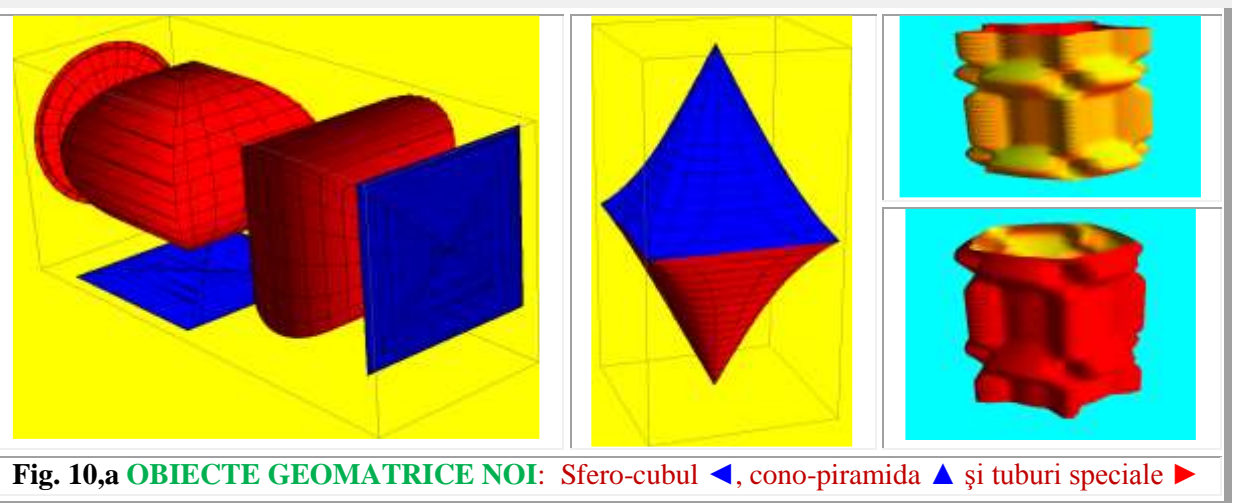
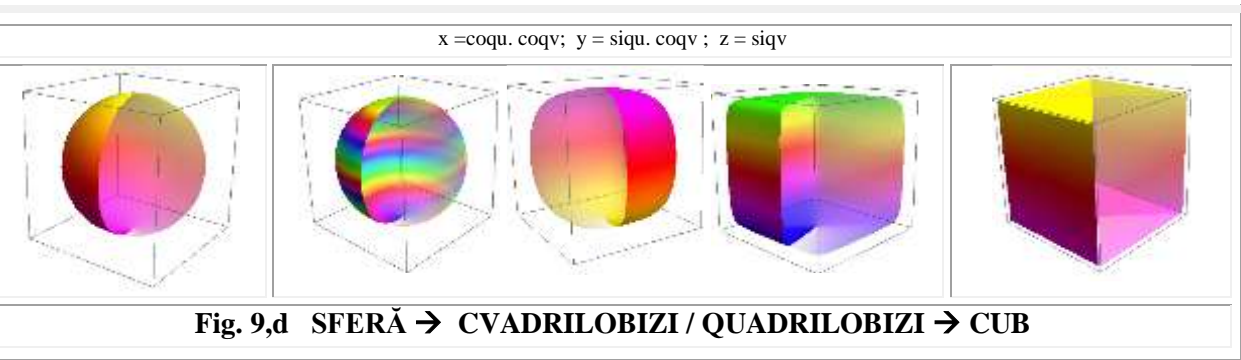
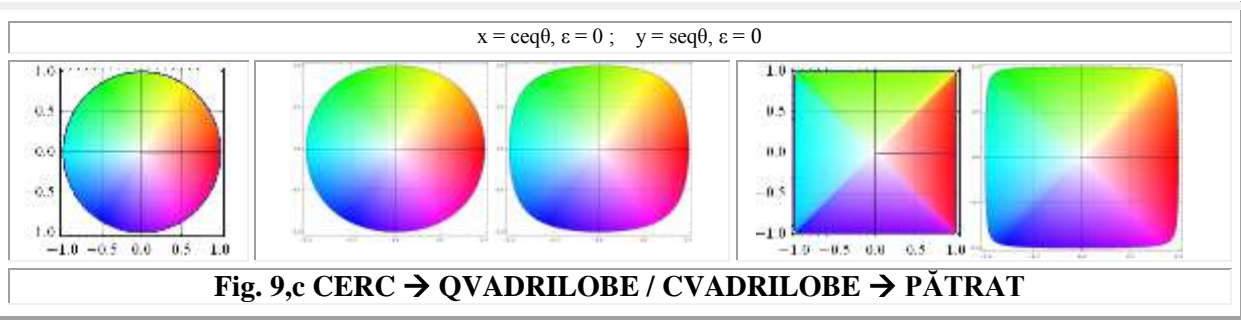
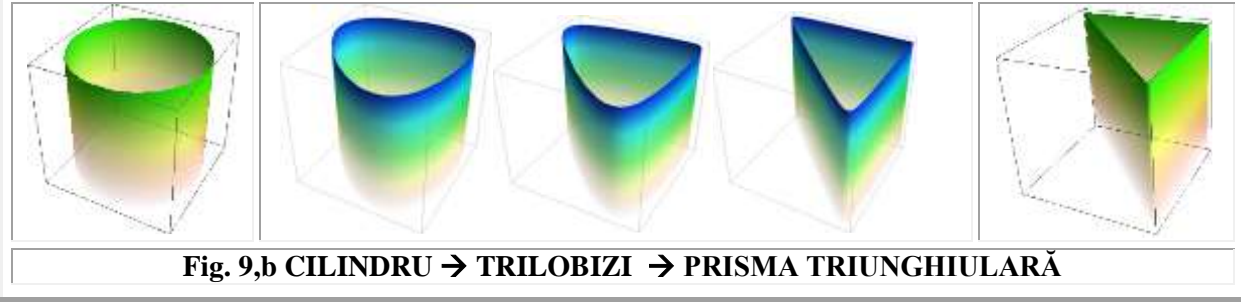
Rezultă că baza **STC** este **discretă**, în timp ce **BAZA STSM** este **CONTINUĂ** !

Situația este asemănătoare cu cea din istoria NUMERELOR ! La început, început pierdut în negura istoriei, se cunoșteau numai numerele ÎNTREGI (1, 2, 3, ...).

Ei bine, la toate acestea a dat un răspuns precis, simplu și categoric **SuperMatematica**.







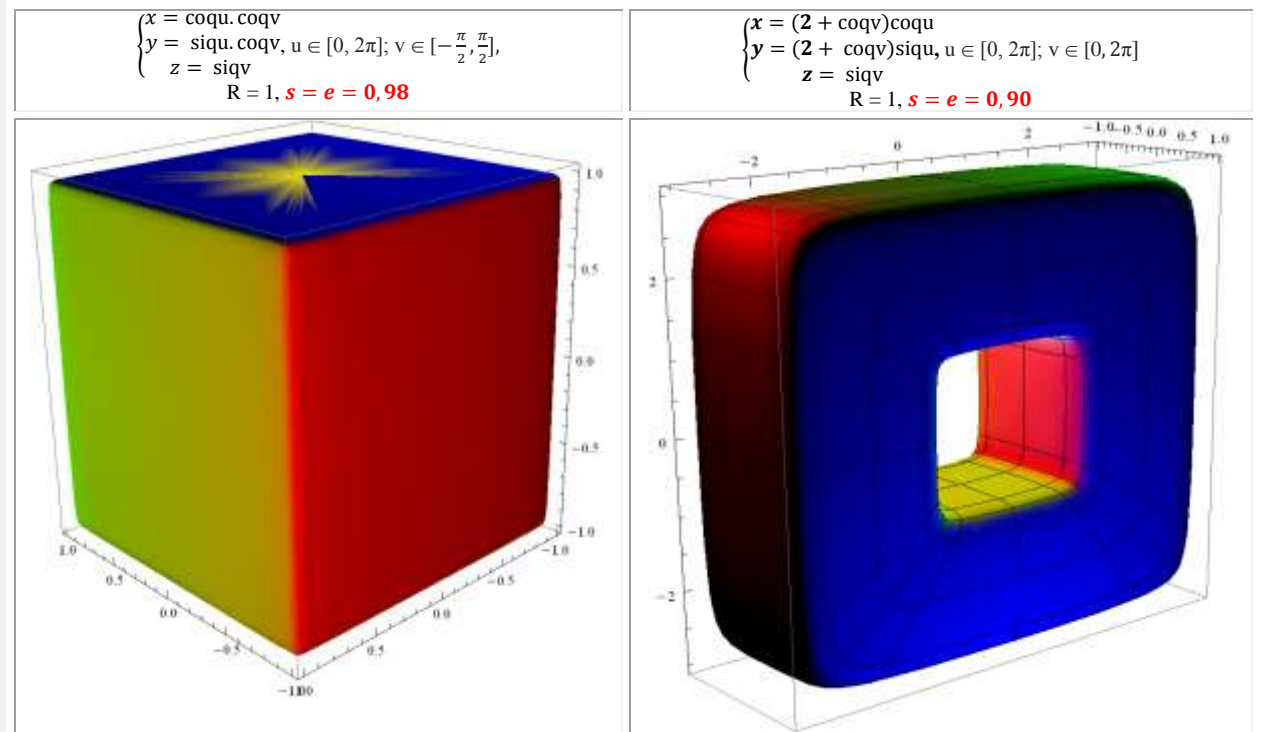


Fig 10,b CUBUL ca SFERĂ supermatematică excentrică de $s = 0,98$ și torul supermatematic excentric de $s = 0,90$

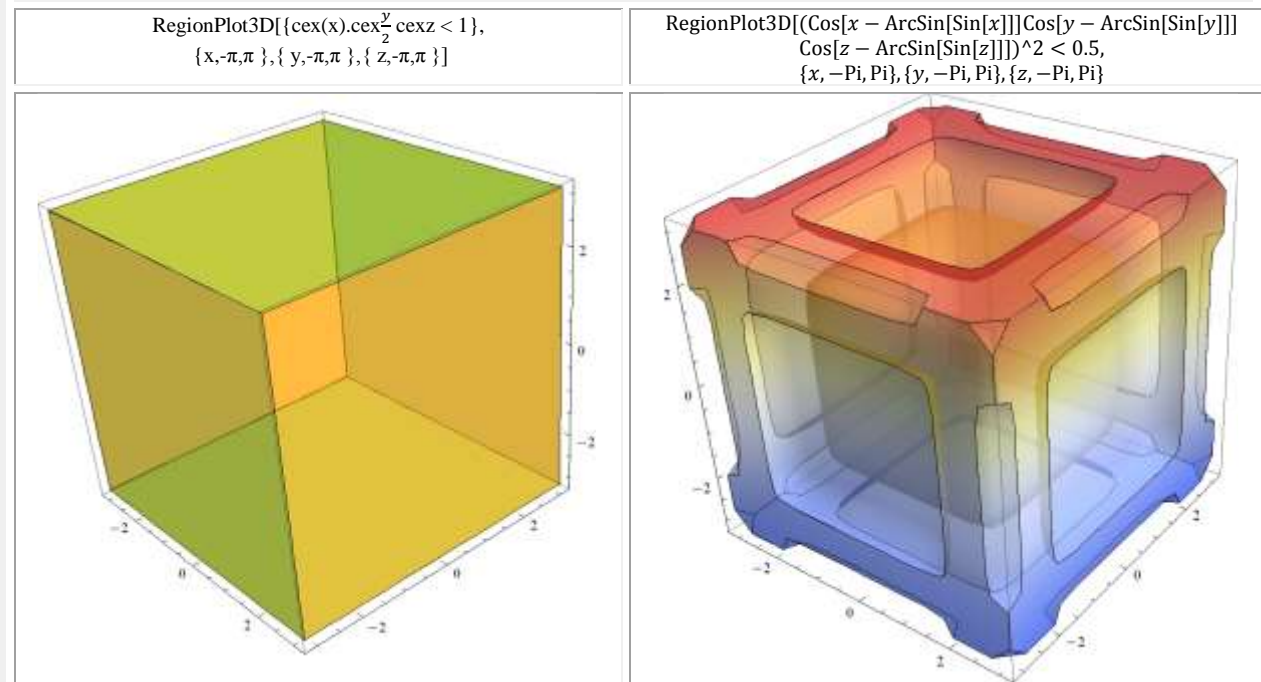


Fig 10,c CUBUL supermatematic excentric reprezentat prin FSM-CE $\text{cex}0$, de $s = 1$ ◀ și de cex^2z ▶

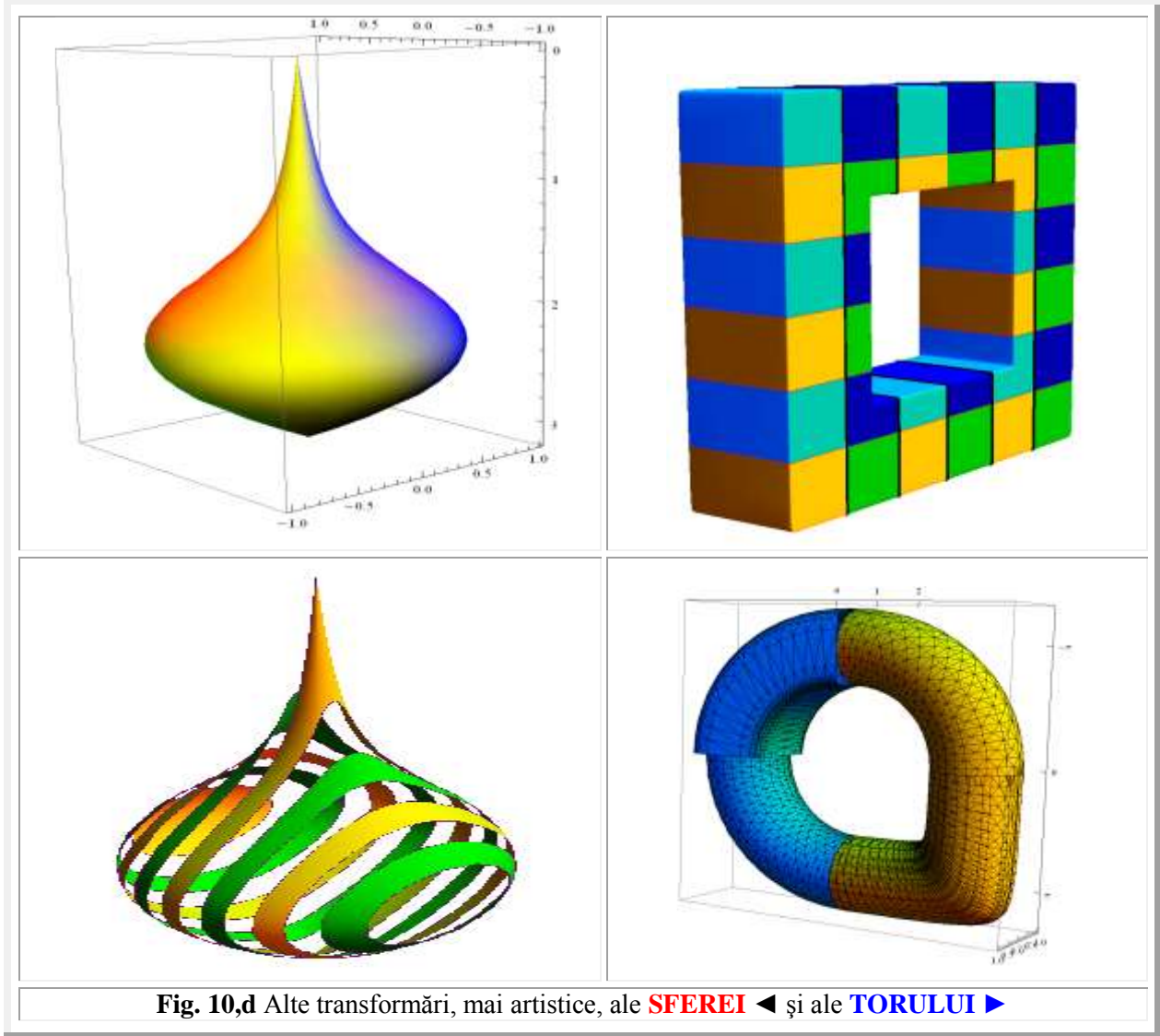
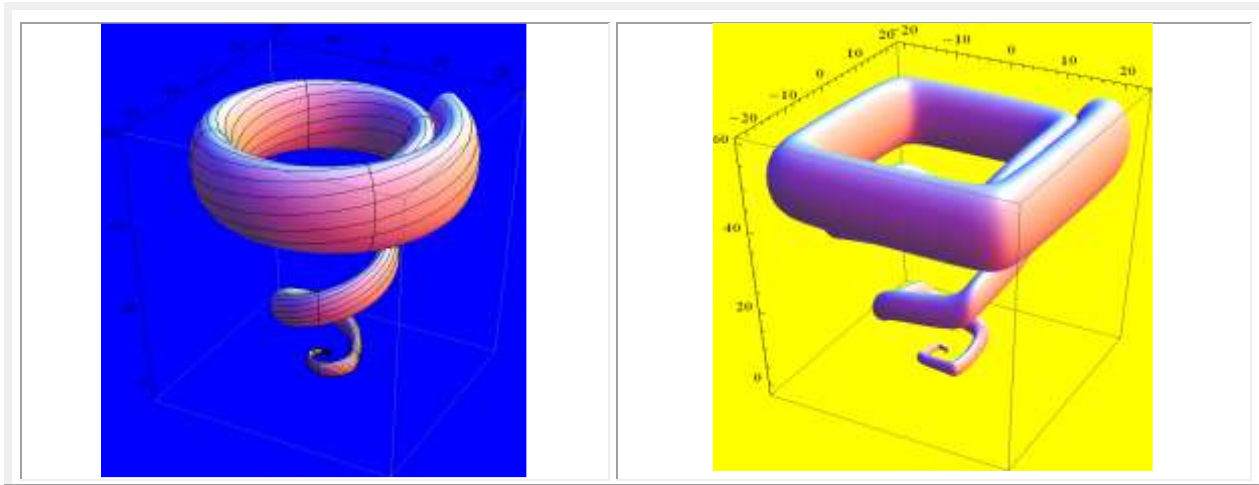
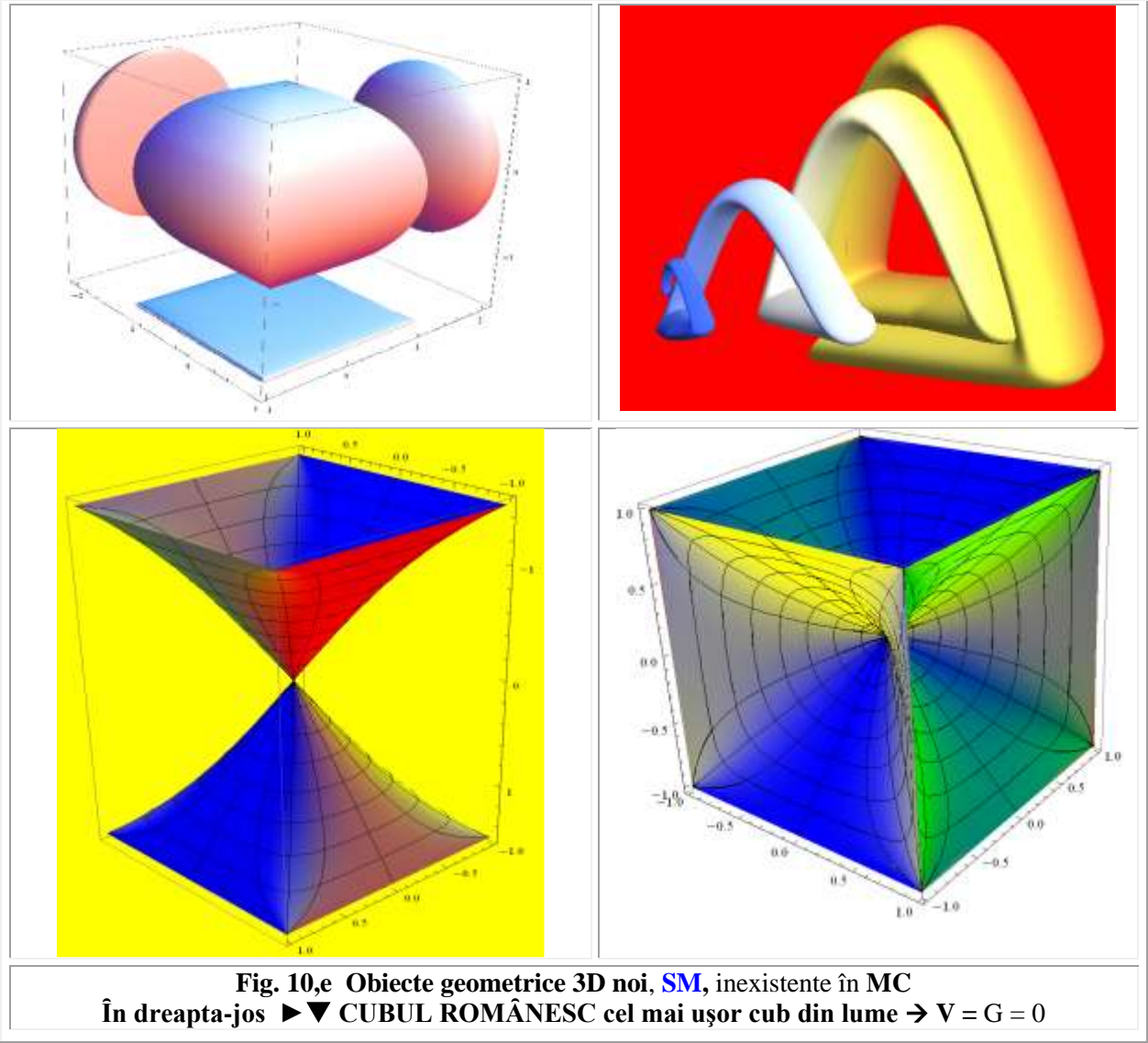


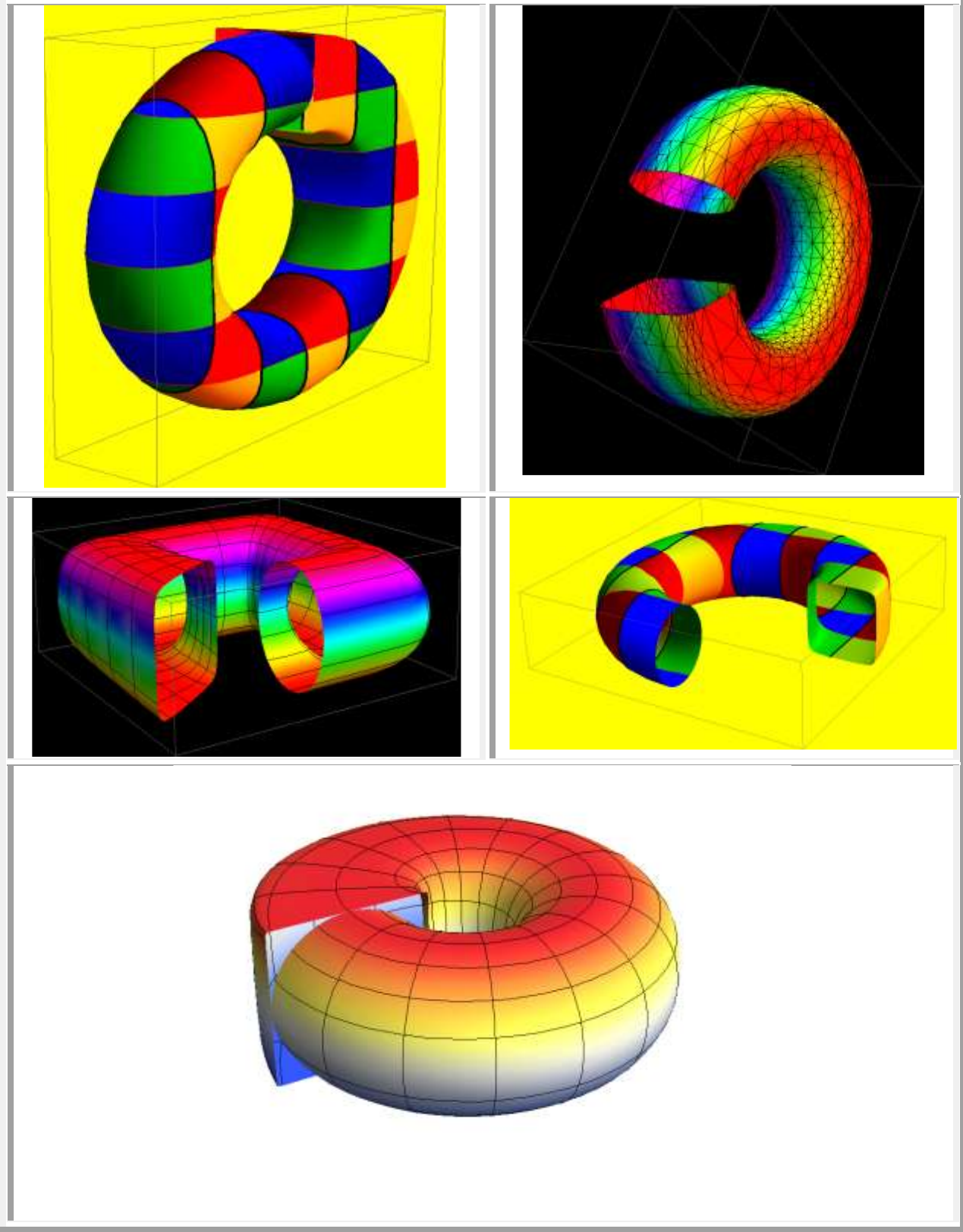
Fig. 10,d Alte transformări, mai artistice, ale SFEREI ◀ și ale TORULUI ▶





4) **Obiecte geometrice noi:**

- Tridimensionale în **3D**: Monoloboizi, biloboizi, triloboizi, quadriloboizi (cvadriloboizi), multiloboizi sau n-loboizi, sferocubul (**Fig.10,a** ▼◀);
- Obiecte geometrice noi **2D**, așa cum sunt discurile loboidale din **figura7** și în **3D** hibride sau transformarea continuă a unor obiecte geometrice din **MC** ($s = 0$), în alte obiecte geometrice din **MC** ($s = \pm 1$), trecând prin domeniul **ME** → $s \in (-1,0) \wedge (0,1)$. Exemple (**Fig.10,a**): conopiramidă, piramidocon, sferocub, cilindrii circularotriunghiular, circularopătrat, ... și, în general, circularon-lobice (**Fig. 8**).
- Tor excentric, de formă circulară și/sau pătrată și de secțiune circulară și/sau pătrată (**Fig.10,b** ▲►, **Fig.11**) sau de oricare altă formă (**Fig.10,d**).
- Spirale plane și elice în 3D (**fig.10,e** ▲►) ș. m. a. (**Cubul românesc**, de exemplu, cel mai ușor cub din lume din **figura 10,e** ▼►)



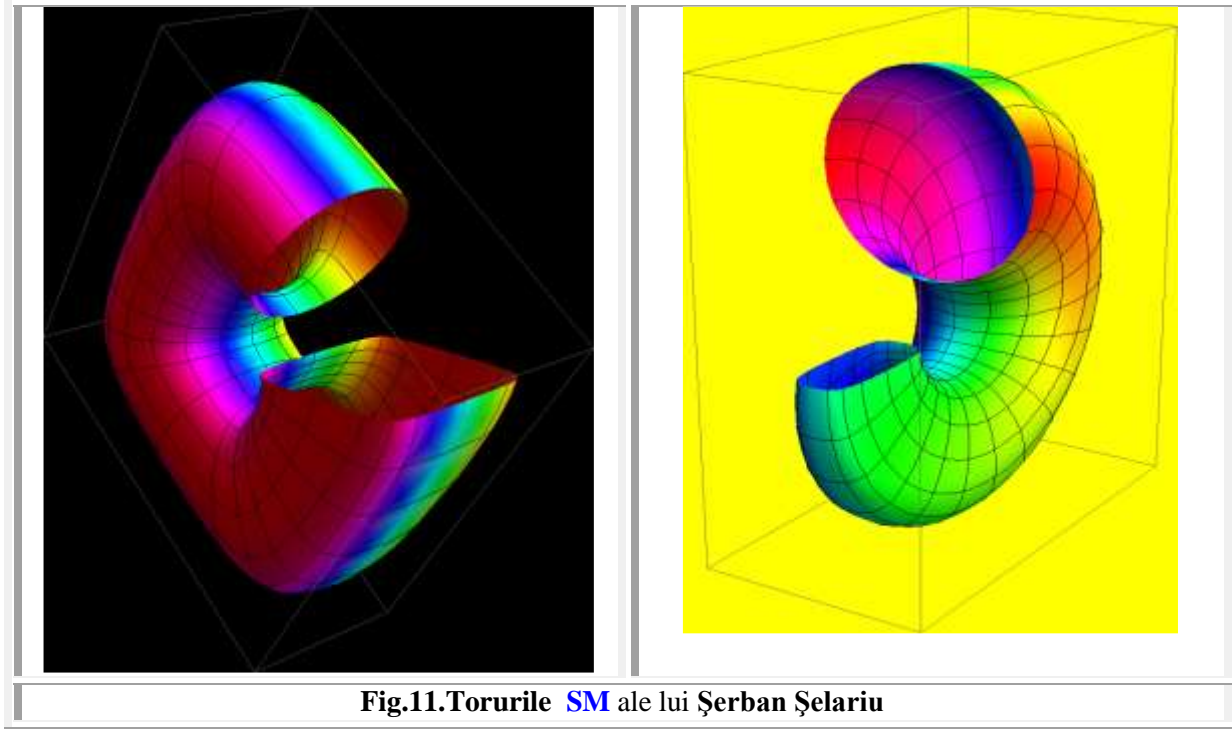


Fig.11.Torurile SM ale lui Şerban Şelariu

5 TRADUCEREA INTRODUCERII DIN DOMENIUL CENTRIC (MC) ÎN DOMENIUL MATEMATICII EXCENTRICE (ME)

După descoperirea, în ME, a funcțiilor *radial excentrice* **radθ**, **Rexα** precum și a celor *derivate excentrice* **derθ**, **Dexα** care nu aveau echivalente în MC, s-a pus, justificat, întrebarea, totuși, care ar putea fi echivalentele lor în domeniul matematicii ordinare, *centrice* ?

Și, o întrebare bine pusă, obține și un răspuns pe măsura: ele sunt funcțiile *radiale centrice* **rad0** și **Radaα**, precum și cele *derivate excentrice* **derθ** și **Deraα**, fazori sau vectori unitate cu originea în O(0,0) deoarece, pentru un excentru S(0,0) ≡ O(0,0) → **θ = α** și, în consecință, **radθ ≡ Radaα**, iar **derθ = Deraα**.

Între acestea și funcțiile exponențiale există următoarele dependențe / relații :

$$(16) \quad \begin{cases} \mathbf{rad}\theta = e^{i\theta} \\ \mathbf{Rada}\alpha = e^{i\alpha} \end{cases}, \rightarrow \theta = \alpha$$

$$(17) \quad \begin{cases} \mathbf{rad}[\theta = 0,] = \mathbf{rad}0^0 = +1 \\ \mathbf{Rada}[\alpha = 0] = \mathbf{Rada}0^0 = +1 \end{cases}, \quad \begin{cases} \mathbf{rad} \left[\theta = \frac{\pi}{2} \right] = \mathbf{rad} \frac{\pi}{2} = i \\ \mathbf{Rada} \left[\alpha = \frac{\pi}{2} \right] = \mathbf{Rada} \frac{\pi}{2} = i \end{cases}$$

$$(18) \quad \begin{cases} \mathbf{rad}[\theta = \pi,] = -\mathbf{rad}\pi = -1 \\ \mathbf{Rada}[\alpha = \pi] = -\mathbf{Rada}\pi = -1 \end{cases}, \quad \begin{cases} \mathbf{rad} \left[\theta = \frac{3\pi}{2} \right] = -i = \mathbf{rad} \frac{3\pi}{2} \\ \mathbf{Rada} \left[\alpha = \frac{3\pi}{2} \right] = -i = \mathbf{Rada} \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

Între fazorii **radθ** și **derθ** ca și între **Radaα** și **Deraα** exista următoarele relații

$$(19) \quad \begin{cases} \frac{d}{d\theta}(\mathbf{rad}\theta) = \mathbf{der}\theta \\ \frac{d}{d\theta}(\mathbf{der}\theta) = \mathbf{rad}(\theta + \frac{\pi}{2}) \end{cases} \quad \text{și} \quad \begin{cases} \frac{d}{d\alpha}(\mathbf{Rada}\alpha) = \mathbf{Dera}\alpha \\ \frac{d}{d\alpha}(\mathbf{Dera}\alpha) = \mathbf{Rada}(\alpha + \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

ceea ce arată că cei doi fazori sunt reciproc perpendiculari; **derθ** și **Deraα** fiind defazați, în față cu $\frac{\pi}{2}$, față de **radθ** și, respectiv, **Radaα**.

Dacă, în ecuația (1), se înlocuiesc funcțiile circulare centrice (FCC) $\cos\alpha$ și $\sin\alpha$ cu cele SM-CE de variabilă excentrică $\text{cex}\theta$ și $\text{sex}\theta$ sau cu cele de variabila centrică $\text{Cex}\alpha$ și $\text{Sex}\alpha$ se obține:

$$(20) \quad \begin{cases} e^{i\theta} = \text{cex}\theta + i \cdot \text{sex}\theta = \text{rad}\alpha \\ e^{i\alpha} = \text{Cex}\alpha + i \cdot \text{Sex}\alpha = \text{Rad}\theta \end{cases}$$

și, pentru o excentricitate nulă, $s = 0$, $\text{cex}\theta = \text{Cex}\alpha \rightarrow \cos\alpha$ și $\text{sex}\theta = \text{Sex}\alpha \rightarrow \sin\alpha$, astfel că

$$(21) \quad \begin{cases} e^{i\theta} = \cos\theta + i \cdot \sin\theta = \text{rad}\theta \\ e^{i\alpha} = \cos\alpha + i \cdot \sin\alpha = \text{Rad}\alpha \end{cases}, \quad \leftarrow \theta = \alpha$$

Din cele enunțate anterior, se poate deduce că

$$(22) \quad \begin{cases} e^{i\theta} = \text{rad}\theta \\ e^{i\alpha} = \text{Rad}\alpha \end{cases}$$

și, în consecință, FSM-CE $\text{rex}\theta$ și $\text{Rex}\alpha$, ca și $\text{dex}\theta$ și $\text{Dex}\alpha$ și-au găsit corespondente în MC pe $\text{rad}\theta$ și $\text{Rad}\alpha$, $\text{der}\theta$ și $\text{Der}\alpha$, ca funcții centrice noi, dar și în domeniul funcțiilor exponențiale centrice (FEC) vechi prin $e^{i\theta}$ și $e^{i\alpha}$.

Detalii și aplicații se găsesc în lucrarea Şelariu Mircea Eugen, SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE, Vol I ediția 1-a, Editura POLITEHNICA, Timișoara, 2007, Cap.3, § 3.4, pag. 79...90.

Dacă Richard Feynman a numit formula lui Euler (1) "*bijuteria noastră*" și "*cea mai remarcabilă formulă din matematică*", cum se va fi numind formulele (15) care înglobează în ele formula (1), pentru o excentricitate liniară numerică $s = 0$ și încă o *infinitate de alte cazuri*, pentru totalitatea punctelor din planul cercului unitate, în care se poate plasa un excentru $S(s, \varepsilon)$.

Așa cum am mai afirmat, în ADDENDA (pag.587) lucrării Vasile Brânzănescu, Octavian Stănășilă MATEMATICI SPECIALE, teorie, exemple, aplicații, Ediția a 2-a, Editura ALL EDUCATIONAL S.A. se afirmă că în anul 1993 s-a realizat un sondaj în mediile universitare americane cu participarea multor studenți, profesori, cercetători și utilizatori avizați, care au răspuns la întrebarea: "*Care sunt după dvs. cele mai remarcabile rezultate ale matematicii?*" și în topul de zece figurează pe primul loc relația

$$(23) \quad e^{i\pi} = -1.$$

Relația, echivalentă este

$$(24) \quad \text{rad}\pi = -1,$$

Dar mult mai generale sunt relațiile:

$$(25) \quad \begin{cases} e^{i\theta} = \text{rad}\theta \\ e^{i\alpha} = \text{Rad}\alpha \end{cases}$$

Dacă $x \equiv \theta = \pi$, atunci

$$(26) \quad \begin{cases} e^{i\pi} = \text{rad}\pi = -1 \\ e^{i\pi} = \text{Rad}\pi = -1 \end{cases}$$

Dacă s-ar mai organiza un astfel de concurs pe ce loc s-ar clasa noile funcții centrice, ca să nu mai vorbim despre cele excentrice ?!

După o statistică Gallup, lucrarea "Techno-Art of Selariu supermathematics Functions" Editura ARP (American Research Press) 2007 a ocupat, în luna august, locul 10 din topul de 10 – deci ultimul - din peste 1650 de lucrări. Un început foarte bun !

6. BIBLIOGRAFIE

DIN DOMENIUL SUPERMATEMATICII

- | | | | |
|---|-------------------------|--------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Şelariu Mircea
Eugen | FUNCTII CIRCULARE EXCENTRICE | Com. I Conferință Națională de
Vibrații în Construcția de Mașini,
Timișoara, 1978, pag.101...108. |
| 2 | Şelariu Mircea
Eugen | FUNCTII CIRCULARE EXCENTRICE
și EXTENSIA LOR. | Bul .St.și Tehn. al I.P. "TV"
Timișoara, Seria Mecanică, Tomul
25(39), Fasc. 1-1980, pag. 189...196 |

3	Şelariu Mircea Eugen	STUDIUL VIBRAȚIILOR LIBERE ale UNUI SISTEM NELINIAR, CONSERVATIV cu AJUTORUL FUNCTIILOR CIRCULARE EXCENTRICE	Com. I Conf. Naț. Vibr. în C.M. Timișoara, 1978, pag. 95...100
4	Şelariu Mircea Eugen	APLICAȚII TEHNICE ale FUNCTIILOR CIRCULARE EXCENTRICE	Com.a IV-a Conf. PUPR, Timișoara, 1981, Vol.1. pag. 142...150
5	Şelariu Mircea Eugen	THE DEFINITION of the ELLIPTIC ECCENTRIC with FIXED ECCENTER	A V-a Conf. Naț. De Vibr. In Constr. De Mașini, Timișoara, 1985, pag. 175...182
6	Şelariu Mircea	ELLIPTIC ECCENTRICS with MOBILE ECCENTER	IDEM pag. 183...188
7	Şelariu Mircea Eugen	CIRCULAR ECCENTRICS and HYPERBOLICS ECCENTRICS	Com. A V-a Conf. Naț. V. C. M. Timișoara, 1985, pag. 189...194.
8	Şelariu Mircea Eugen	ECCENTRIC LISSAJOUS FIGURES	IDEM, pag. 195...202
9	Şelariu Mircea Eugen	FUNCTIILE SUPERMATEMATICE CEX și SEX- SOLUȚIILE UNOR SISTEME MECANICE NELINIARE	Com. A VII-a Conf. Naț. V.C.M., Timișoara, 1993, pag. 275...284.
10	Şelariu Mircea Eugen	<u>SUPERMATEMATICA</u>	Com.VII Conf. Internaț. De Ing. Manag. Si Tehn., TEHNO'95 Timișoara, 1995, Vol. 9 : Matematica Aplicată, pag.41...64
11	Şelariu Mircea Eugen	FORMA TRIGONOMETRICĂ a SUMEI și a DIFERENȚEI NUMERELOR COMPLEXE	Com.VII Conf. Internaț. De Ing. Manag. Si Tehn., TEHNO'95 Timișoara, 1995, Vol. 9 : Matematică Aplicată, pag. 65...72
12	Şelariu Mircea Eugen	MIȘCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ	Com.VII Conf. Internaț. De Ing. Manag. Si Tehn. TEHNO'95, Timișoara, 1995 Vol.7 : Mecatronică, Dispozitive și Rob.Ind., pag. 85...102
13	Şelariu Mircea Eugen	RIGIDITATEA DINAMICĂ EXPRIMATĂ CU FUNCTII SUPERMATEMATICE	Com.VII Conf. Internaț. De Ing. Manag. Si Tehn., TEHNO'95 Timișoara, 1995 Vol.7 : Mecatronică, Dispoz. Si Rob.Ind.,pag. 185...194
14	Şelariu Mircea Eugen	DETERMINAREA ORICÂT DE EXACTĂ A RELAȚIEI DE CALCUL A INTEGRALEI ELIPTICE COMPLETE DE SPETA ÎNTÂIA K(k)	Bul. VIII-a Conf. De Vibr. Mec., Timișoara, 1996, Vol III, pag.15 ... 24.
15	Şelariu Mircea Eugen	FUNCTII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE DE VARIABILĂ CENTRICĂ	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferința de Inginerie Managerială și Tehnologică, Timișoara 1998, pag 531..548
16	Şelariu Mircea Eugen	FUNCTII DE TRANZIȚIE INFORMAȚIONALĂ	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferința de Inginerie Managerială și Tehnologică, Timișoara 1998, pag 549... 556
17	Şelariu Mircea Eugen	FUNCTIILE SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE DE	TEHNO ' 98. A VIII-a Conferința de Inginerie Managerială și

		VARIABILĂ CENTRICĂ CA SOLUȚII ALE UNOR SISTEME OSCILANTE NELINIARE	Tehnologică, Timișoara 1998, pag 557...572
18	Şelariu Mircea Eugen	INTRODUCEREA STRÂMBEI ÎN MATEMATICĂ	Lucr. Simp. Național "Zilele Universității Gh. Anghel" Ed. II-a, Drobeta Turnu Severin, 16-17 mai 2003, pag. 171 ... 178
19	Şelariu Mircea Eugen	QUADRILOBIC VIBRATION SYSTEMS	The 11 –th International Conference on Vibration Engineering, Timișoara, Sept. 27-30, 2005 pag. 77 ... 82
20	Şelariu Mircea Eugen	SMARANDACHE STEPPED FUNCTIONS	Revista: "Scientia Magna" Vol. 3, No. 1, 2007, ISSN 1556-6706
21	Şelariu Mircea Eugen	TEHNO ART OF ŞELARIU SUPERMATHEMATICS FUNCTIONS	(ISBN-10):1-59973-037-5 (ISBN-13):974-1-59973-037-0 (EAN): 9781599730370
22	Şelariu Mircea Eugen	PROIECTAREA DISPOZITIVELOR DE PRELUCRARE, Cap. 17 din PROIECTAREA DISPOZITIVELOR	Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982, pag. 474 ... 543
23	Petrișor Emilia	ON THE DYNAMICS OF THE DEFORMED STANDARD MAP	Workshop Dynamics Days'94, Budapest, si Analele Univ.din Timisoara, Vol.XXXIII, Fasc.1-1995, Seria Mat.-Inf., pag. 91...105
24	Petrișor Emilia	SISTEME DINAMICE HAOTICE	Seria Monografii matematice, Tipografia Univ. de Vest din Timișoara, 1992
25	Petrișor Emilia	RECONNECTION SCENARIOS AND THE THERESHOLD OF RECONNECTION IN THE DYNAMICS OF NONTWIST MAPS	Chaos, Solitons and Fractals, 14(2002) 117...127
27	Cioara Romeo	FORME CLASICE PENTRU FUNCȚII CIRCULARE EXCENTRICE	Proceedings of the Scientific Communications Meetings of "Aurel Vlaicu" University, Third Edition, Arad, 1996, pg. 61 ..65
28	Preda Horea	REPREZENTAREA ASISTATĂ A TRAIECTORILOR ÎN PLANUL FAZELOR A VIBRAȚIILOR NELINIARE	Com. VI-a Conf.Naț.Vibr. în C.M. Timișoara, 1993
29	Filipescu Avram	APLICAREA FUNCȚIILOR (ExPH) EXCENTRICE PSEUDOHIPERBOLICE ÎN TEHNICA	Com.VII-a Conf. Internat. De Ing. Manag. Și Tehn. TEHNO'95, Timișoara, Vol. 9. Matematica aplicată., pag. 181 ... 185
30	Dragomir Lucian (Canada)	UTILIZAREA FUNCȚIILOR SUPERMATEMATICE ÎN CAD / CAM : SM-CAD / CAM. Nota I-a: REPREZENTARE ÎN 2D	Com.VII-a Conf. Internaț.de Ing. Manag. Și Tehn. TEHNO'95, Timișoara, Vol. 9. Matematică aplicată., pag. 83 ... 90
31	Şelariu Şerban	UTILIZAREA FUNCȚIILOR SUPERMATEMATICE ÎN CAD / CAM : SM-CAD / CAM. Nota II –a: REPREZENTARE ÎN 3D	Com.VII-a Conf. Internaț.de Ing. Manag. Și Tehn. TEHNO'95, Timișoara, Vol. 9. Matematică Aplicată., pag. 91 ... 96
32	Staicu Florențiu	DISPOZITIVE UNIVERSALE de PRELUCRARE A SUPRAFEȚELOR	Com. Ses. Anuale de Com.Șt. Oradea ,1994

	COMPLEXE de TIPUL EXCENTRICELOR ELIPTICE		
33	George LeMac	THE ECCENTRIC TRIGONOMETRIC FUNCTIONS: AN EXTENTION OF CLASSICAL TRIGONOMETRIC FUNCTIONS.	The University of Western Ontario, London, Ontario, Canada Department of Applied Mathematics May 18, 2001
34	Şelariu Mircea Ajiduah Cristoph Bozântan Emil (USA) Filipescu Avram	INTEGRALELE UNOR FUNCŢII SUPERMATEMATICE	Com. VII Conf.Internaţ.de Ing.Manag. şi Tehn. TEHNO'95 Timișoara. 1995,Vol.IX: Matem.Aplic. pag.73...82
35	Şelariu Mircea Fritz Georg (G) Meszaros A.(G)	ANALIZA CALITĂȚII MIȘCĂRILOR PROGRAMATE cu FUNCŢII SUPERMATEMATICE	IDEM, Vol.7: Mecatronică, Dispozitive și Rob.Ind., pag. 163...184
36	Şelariu Mircea Szekely Barna (Ungaria)	ALTALANOS SIKMECHANIZMUSOK FORDULATSZAMAINAK ATVITELI FUGGVENYEI MAGASFOKU MATEMATIKAVAL	Bul.Şt al Lucr. Prem.IV, Universitatea din Budapesta, nov. 1992
37	Şelariu Mircea Popovici Maria	A FELSOFOKU MATEMATIKA ALKALMAZASAI	Bul.Şt al Lucr. Prem.IV, Universitatea din Budapesta,
38	Smarandache Florentin Şelariu Mircea Eugen	IMMEDIATE CALCULATION OF SOME POISSON TYPE INTEGRALS USING SUPERMATHEMATICS CIRCULAR EX-CENTRIC FUNCTIONS	http://arxiv.org/abs/0706.4238 Archiv arXiv (United States) vixra.org > Functions and Analysis > vixra:1004.0053
39	Konig Mariana Şelariu Mircea	PROGRAMAREA MIȘCĂRII DE CONTURARE A ROBOȚILOR INDUSTRIALI cu AJUTORUL FUNCȚIILOR TRIGONOMETRICE CIRCULARE EXCENTRICE	MEROTEHNICA, Al V-lea Simp. Naț.de Rob.Ind .cu Part .Internaț. Bucuresti, 1985 pag.419...425
40	Konig Mariana Şelariu Mircea	PROGRAMAREA MIȘCĂRII de CONTURARE ale RI cu AJUTORUL FUNCȚIILOR TRIGONOMETRICE CIRCULARE EXCENTRICE,	Merotehnica, V-lea Simp. Naț.de RI cu participare internațională, Buc.,1985, pag. 419 ... 425.
41	Konig Mariana Şelariu Mircea	THE STUDY OF THE UNIVERSAL PLUNGER IN CONSOLE USING THE ECCENTRIC CIRCULAR FUNCTIONS	Com. V-a Conf. PUPR, Timișoara, 1986, pag.37...42
42	Staicu Florențiu Şelariu Mircea	CICLOIDELE EXPRIMATE CU AJUTORUL FUNCȚIEI SUPERMATEMATICE rex	Com. VII Conf. Internațională de Ing.Manag. și Tehn, Timișoara "TEHNO'95", pag.195-204
43	Gheorghiu Em. Octav Şelariu Mircea Bozantan Emil	FUNCȚII CIRCULARE EXCENTRICE DE SUMA DE ARCE	Ses.de com.st.stud.,Secția Matematică,Timișoara, Premiul II la Secția matematică pe 1983
44	Gheorghiu Emilian Octav Selariu Mircea Cojerean Ovidiu	FUNCȚII CIRCULARE EXCENTRICE. DEFINIȚII, PROPRIETĂȚI, APLICAȚII TEHNICE.	Ses. De com.șt.stud. Secția Matematică, premiul II la Secția Matematică pe 1985.
45	Şelariu Mircea Eugen	CINETOSTATICĂ GEOMETRICĂ (METODA SEPARĂRII MOMENTELOR)	Com. Primului Simpozion de Roboți Industriali, Buc. 1981, pag. 378...384
46	Şelariu Mircea Eugen Mădăraş Lucian	ANALIZA AUTOFRÂNĂRII MECANISMELOR DE PREHENSIUNE PRIN METODA SEPARARII MOMENTELOR	Com.I Simp. Naț.de Rob.Ind.,Buc.,1981

47	Savii Gh. Şelariu Mircea Vucu I., Pop I. Demian Ioan	STUDIUL RIGIDITĂȚII ANSAMBLULUI CĂRUCIOR AL STRUNGULUI SN-400,	Bul.Şt.şi Tehn.al I.P.Timişoara, Tom.11 (25) Fasc.2, 1966, pag. 731...740
48	Savii Gh. Pop Ion Şelariu Mircea	CONTRIBUȚII la DETERMINAREA RIGIDITĂȚII STRUNGURILOR NORMALE, CU REFERIRE LA STRUNGUL SN-400	Bul. Şt. Şi Tehn. Al IPT, 1971 Tom 16(30), Fasc.1, Seria Mec. Pag.129...143
49	Savii Gh. Pop Ion Şelariu Mircea Mieşa Ion	INFLUENȚA RIGIDITĂȚII ASUPRA PRECIZIEI FORMEI GEOMETRICE la PRELUCRAREA pe STRUNG	C.S.L.C.P. al I.P. Timisoara, 1970, pag. 76 ... 77
50	Şelariu Mircea	SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE	Editura « POLITEHNICA», Timișoara, 2007
51	Şelariu Mircea	DE LA REZOLVAREA TRIUNGHIURILOR LA FUNCȚII SUPERMATEMATICE	WWW.CARTIAZ.RO , Pag.1
52	Şelariu Mircea	DETERMINAREA ORICÂT DE EXACTĂ A RELAȚIEI DE CALCUL A INTEGRALEI ELIPTICE COMPLETE DE SPEȚA I K(k)	WWW.CARTIAZ.RO , Pag.1
52	Şelariu Mircea	INTEGRALE ŞI FUNCȚII ELIPTICE EXCENTRICE	WWW.CARTIAZ.RO , Pag.1
53	Şelariu Mircea	LOBELE-CURBE MATEMATICE NOI	WWW.CARTIAZ.RO , Pag.1
54	Şelariu Mircea	MIȘCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ DE EXCENTRU PUNCT FIX	WWW.CARTIAZ.RO , Pag.1
55	Şelariu Mircea	MIȘCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ DE EXCENTRU PUNCT MOBIL	WWW.CARTIAZ.RO , Pag.2
56	Şelariu Mircea	O METODA NOUĂ DE INTEGRARE: INTEGRAREA PRIN DIVIZAREA DIFERENȚIALEI	WWW.CARTIAZ.RO , Pag.2
57	Şelariu Mircea	OBIECTE GEOMETRICE SUPERMATEMATICE	WWW.CARTIAZ.RO , Pag.2
58	Şelariu Mircea	SISTEME VIBRANTE CVADRILOBE	WWW.CARTIAZ.RO , Pag.2
59	Şelariu Mircea	NIMIC DESPRE SUPER- MATEMATICA. TOTUL DESPRE PROSTIE	Revista AGERO Stuttgart

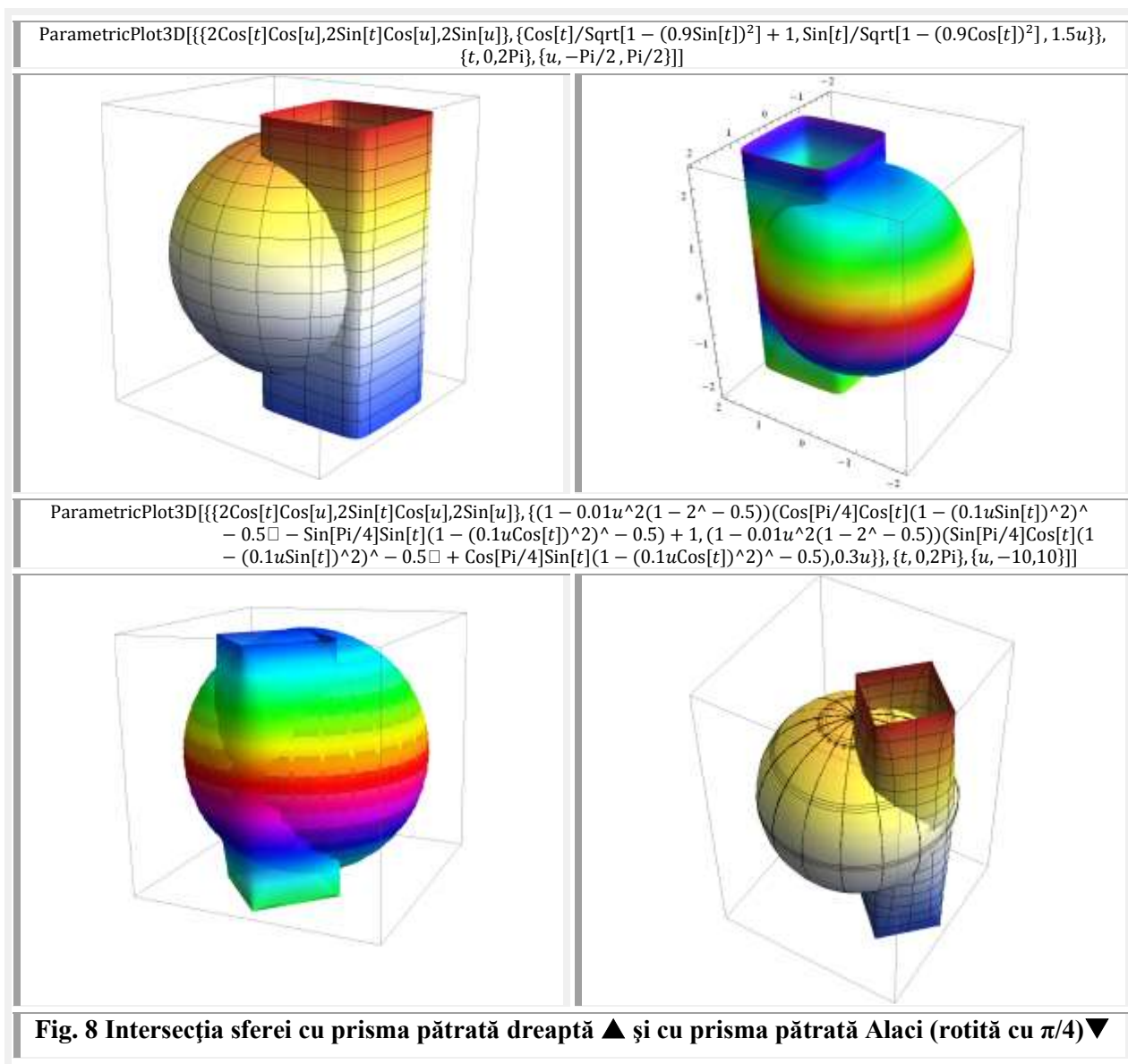


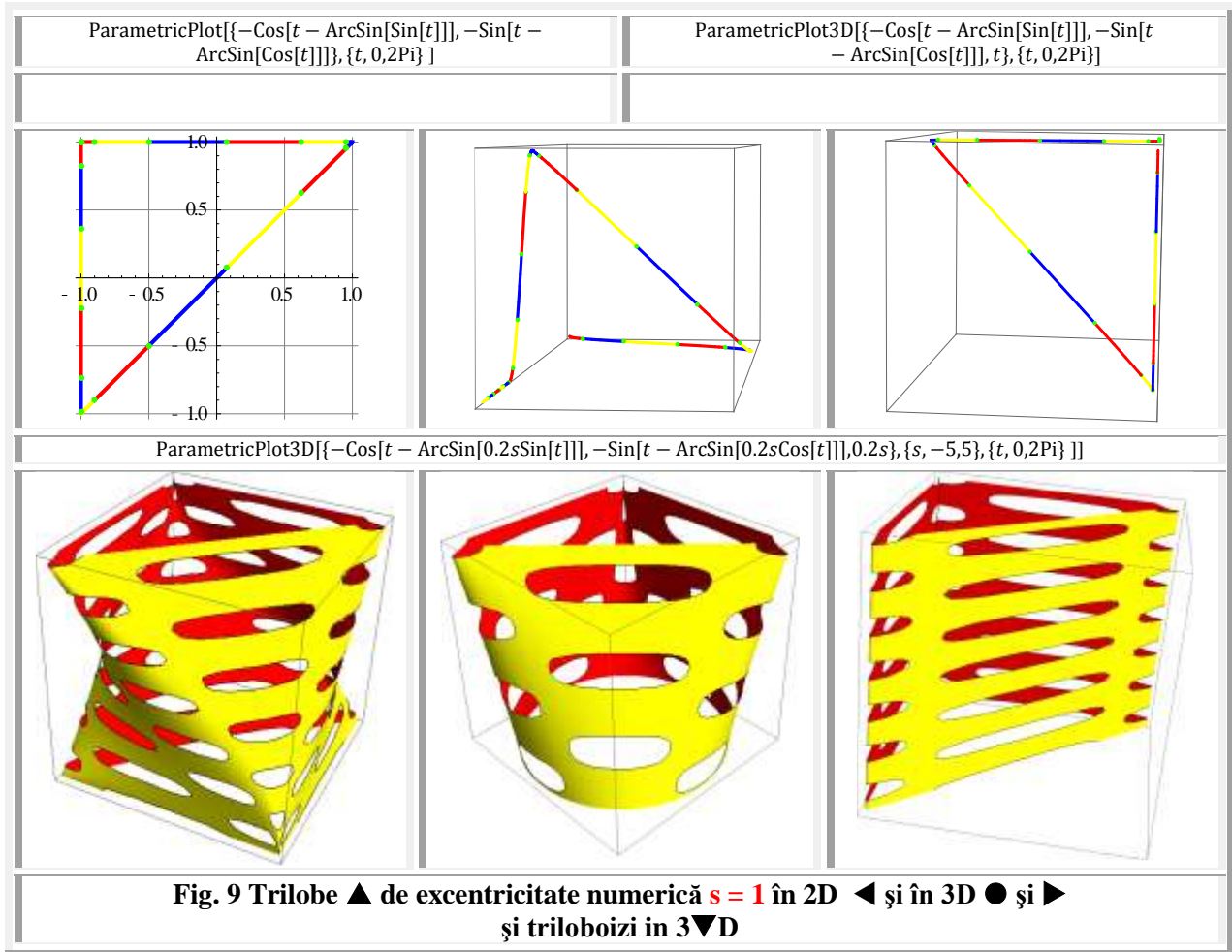
Fig. 8 Intersecția sferei cu prisma pătrată dreaptă ▲ și cu prisma pătrată Alaci (rotită cu $\pi/4$) ▼

Intersecțiile sferei cu cilindri /prisme pătrate în secțiune sunt banale, dacă una dintre suprafețele prismei este tangentă la sferă, deoarece suprafețele exterioare ale prismei fiind plane intersecția lor cu sfera reprezintă patru arce de cerc (**Fig. 8 ▲**) de pe sferă.

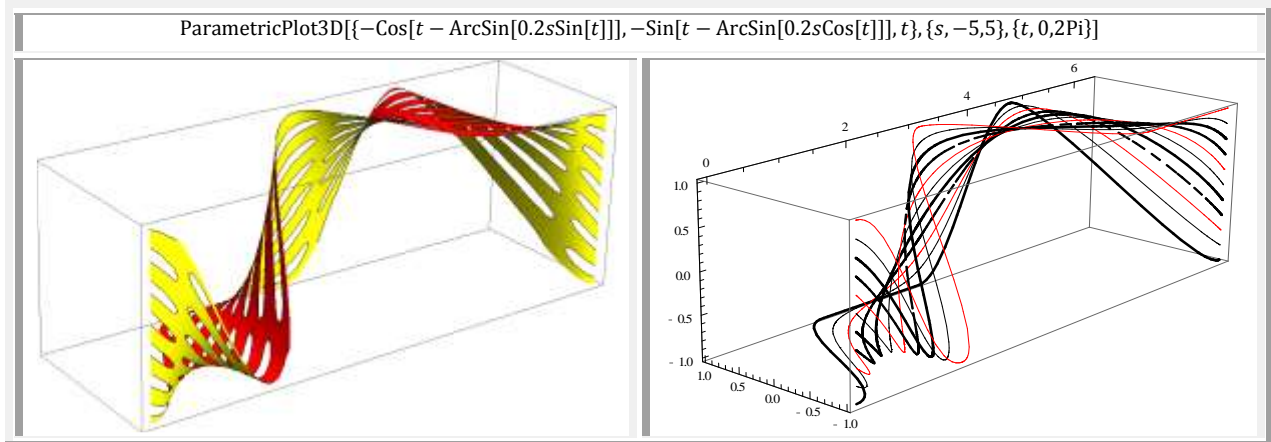
Dacă intersecția este a sferei cu o prismă **Valeriu Alaci**, rotită cu $\pi/4$ și doar o muchie a ei este tangentă la sferă, iar cea opusă trece prin centrul sferei (**Fig. 8 ▼**), atunci curba de intersecție este formată din **6** arce de cerc, dintre care **4** sunt segmente de arc de pe cerurile mari.

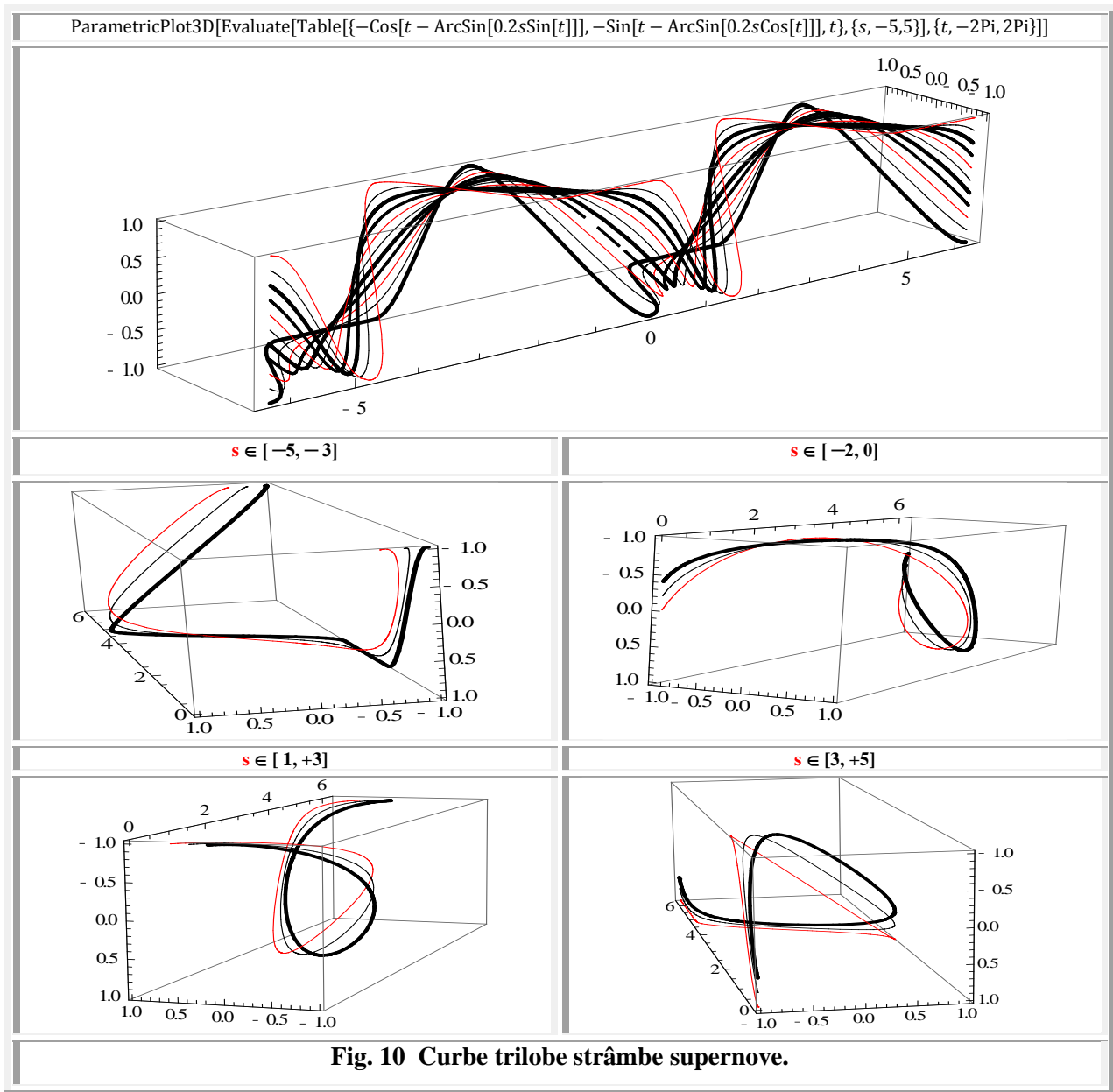
Înainte de a trece la intersecția cu o prismă triunghiulară (**Fig. 9 ▼▶**) se vor prezenta curbele **2D trilobice** (**Fig. 9 ▲**) care, pentru o **excentricitate liniară numerică $s = 1$** , generează un triunghi echilateral perfect care, la rândul ei, generează în **3D** o prisma triunghiulară dreaptă.

Totodată, în **figura 10**, sunt prezentate curbele strâmbe, evident în **3D**, numite curbe trilobe supernove. Așa cum rezultă din aceste figuri, o trilobă supernonă atinge în spațiu 3D toate cele 4 plane între



care este mărginită curba respectivă. În fiecare figură sunt reprezentate simultan circa trei curbe. Supernova trilobică de $s = 1$ din figura 9 ▲● atinge simultan două plane reciproc perpendiculare într-un singur punct, adică la intersecția acestora.

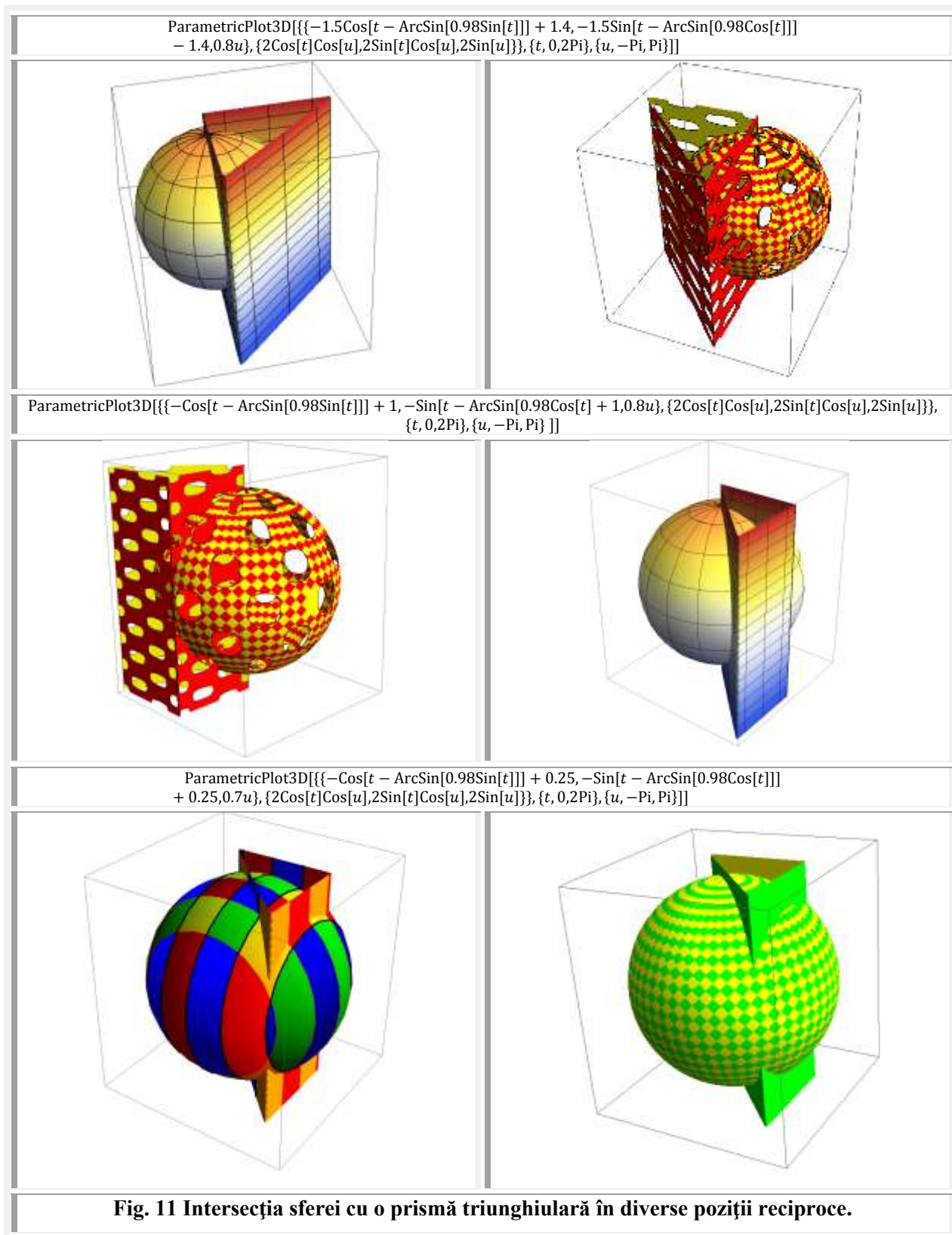


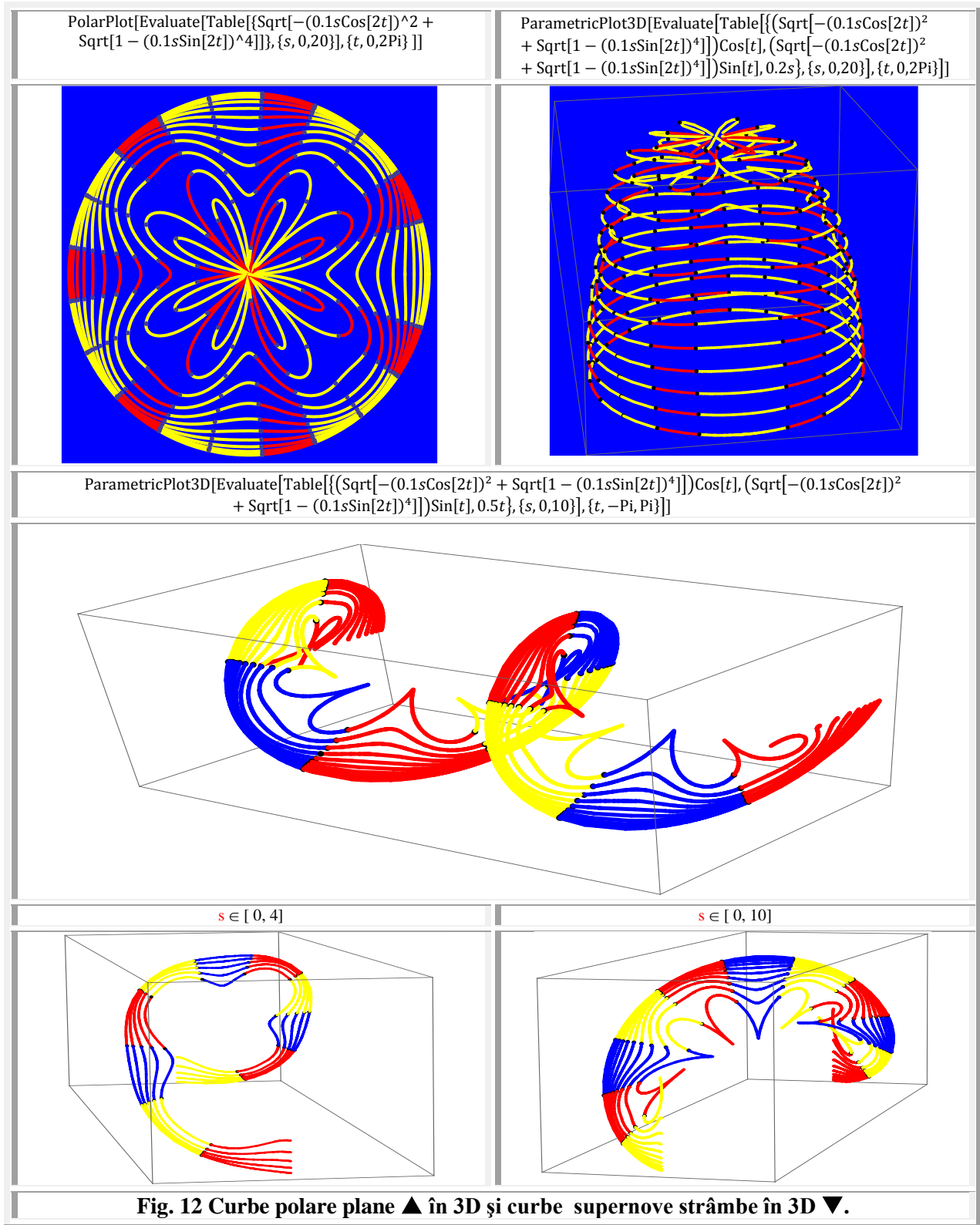


Pentru a reprezenta o prismă triunghiulară dreaptă și intersecția acesteia cu o sferă este necesar să se arate în prealabil reprezentarea supermatematică a unui triunghi, apoi a unei prisme triunghiulare, ceea ce s-a realizat în **figura 9**, cu ajutorul FSM denumite *trilobe* în 2D ▲ și triloboizi în **figura 9** ▼, pentru o excentricitate liniară numerică $s \in [-1, +1]$ ▼◀, $s \in [0, 1]$ ▼● și $s = 1$ ▼▶ și unghiulară $\varepsilon = 0$.

În **figura 9** ▲● este reprezentată o trilobă în 3D care devine o curbă strâmbă pe care o numim și *supernovă trilobică* de $s = 1$. Alte supernove trilobice de alte excentricități sunt redată în **figura 10**.

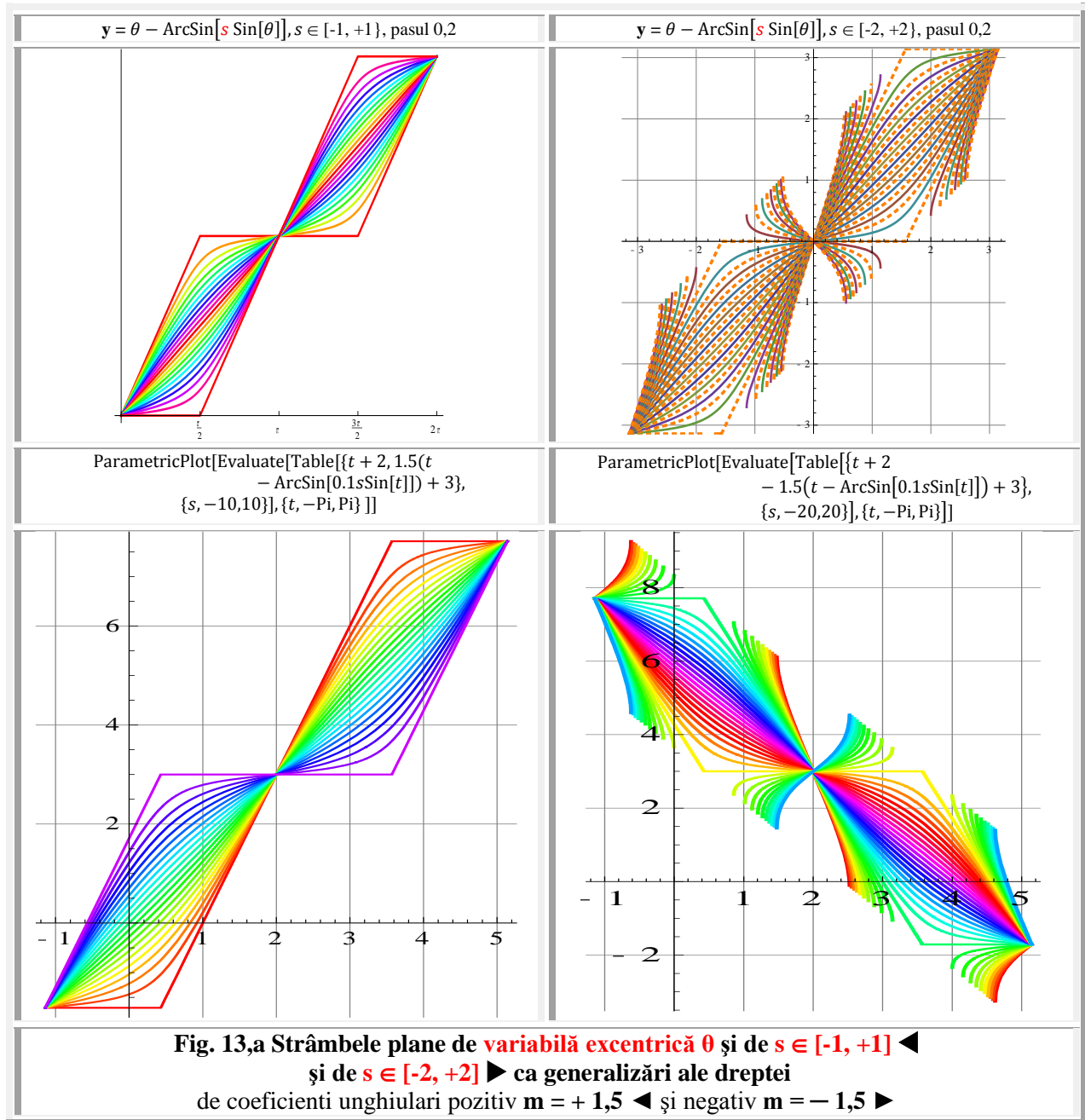
Prismele drepte triunghiulare din **figurile 11** ▲ au o față, cea mai întinsă, tangentă la sferă, punct care este și o “inteseție”. Celelalte două plane/fețe ale prisme din figură au muchia lor comună în coincidență cu o axă a sferei din care cauză intersecția lor este câte un semicerc al unui cerc mare al sferei. Oricare ar fi poziția prisme, intersecția fețelor plane cu sfera sunt arce de cerc (**Fig. 11** ● și **Fig. 11** ▼).

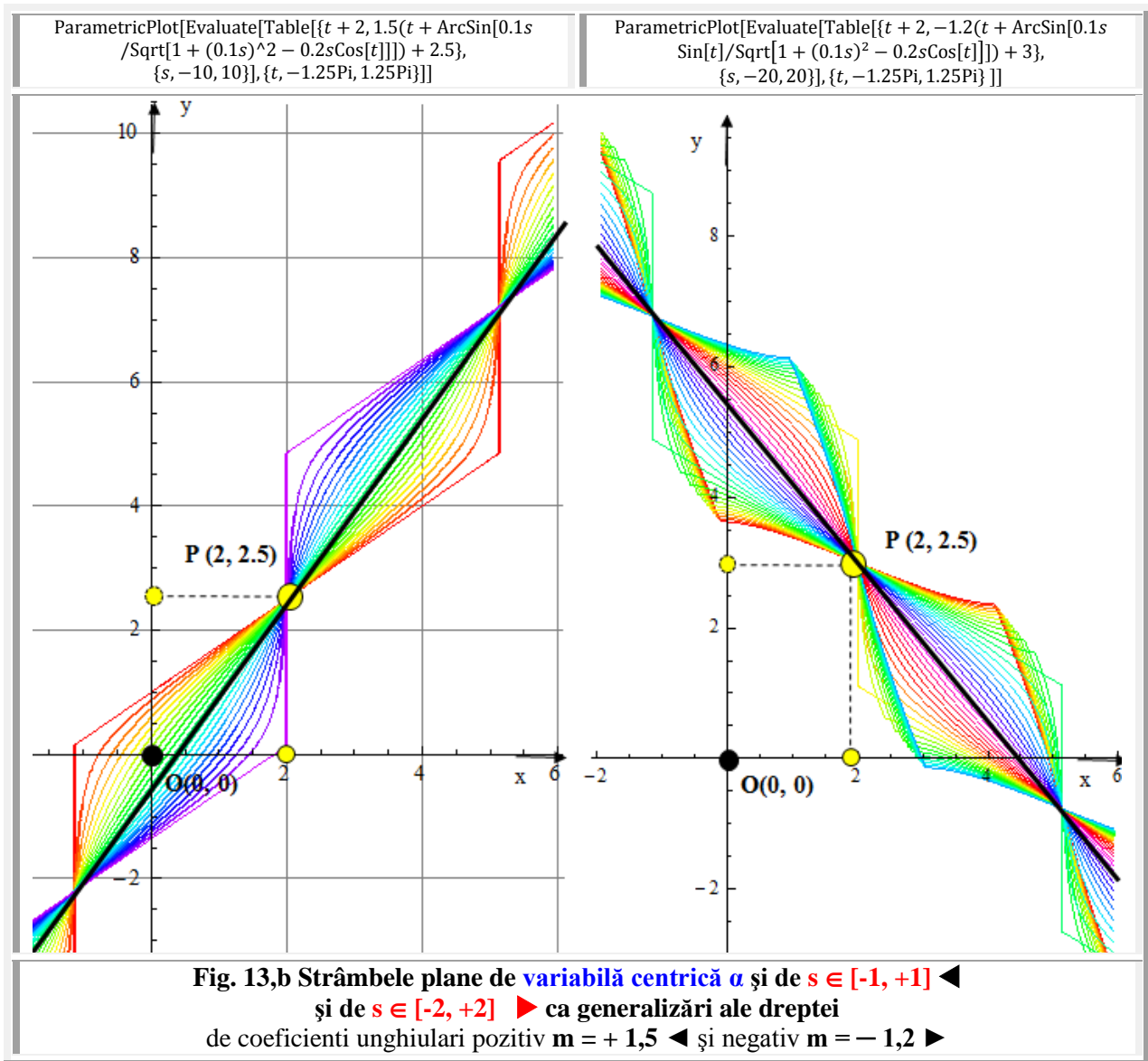




2. STRÂMBE PLANE ȘI CURBE STRÂMBE ÎN 3D

Strâmbefele sunt curbe plane (Fig. 13), adică în 2D, pe care le vom denumi, printr-o contradicție antagonică și *strâmbe plane*, care au apărut odată cu funcțiile *amplitudine excentrică* de variabilă excentrică $aex\theta$ și de variabila centrică $Aexo$, care fac trecerea din domeniul *centric* al *supermatematicii* (MC) în cel *excentric* (ME), tot așa cum funcția *amplitudine am(u,k)* face trecerea din matematica centrică (MC) în matematica eliptică (ME) și sunt o generalizare vastă a dreptei din MC. Ele diferă substanțial de *curbele strâmbe* care sunt curbe în trei dimensiuni, adică în 3D, așa cum s-a prezentat și în figura 12 ▼.





Așa cum rezulta din figuri, pentru $s = 0$ se obține o dreaptă, pentru $s \in (-1, +1)$ se obțin strâmbele (plane), ca o generalizare a dreptei, iar pentru $s = \pm 1$ rezultă câte o linie frântă.

Într-un proiect / referat, întocmit cu cca. 20 de ani în urmă pentru finanțarea cercetarilor în domeniul **supermatematicii**, se spunea că strâmbele *șerpuiesc* în raport cu dreapta, în mod normal în raport cu prima bisectoare. Unul dintre recenzori “*m-a făcut cu ou și cu oțet*” spunând ca nu “*șerpuiește*” ci *oscilează* în jurul, primei bisectoare și ca urmare a avizat negativ proiectul. Mare-i gradina ta Doamne !

Mă consider specialist în domeniu oscilațiilor și al vibrațiilor, deoarece am lucrat în acest domeniu la Universitatea din Stuttgart și la Universitatea “Politehnica” din Timișoara unde, în cadrul activității de doctorat din acest domeniu am promovat toate cele 4 examene și cele 4 referate cu nota maximă. Poate *oscila* o pendulă, poate oscila sau *vibra* o greutate de **masă m** solidarizată de un element elastic (arc), poate pulsa o inimă, dar **nu poate oscila o curbă** plană imuabilă, care nu se mișcă, în raport cu un sistem de referință și față de o dreaptă / axă.

S-a spus ca acest cuvânt “șerpuiește” nu există în matematică. Dar cuvintele *aex, bex, cex, sex, dex, rex, tex, uex, bilobe, trilobe, quadrilobe ... multilobe* ș.m.a. existau ?. **Nu !** Pentru ca matematica nu este ceva *imoabil*, dat odată pentru totdeauna. Ca oricare altă disciplină se îmbogățește contiuu, așa cum a dovedit-o și *supermatematica*, care a produs o *explozie* prin care toate entitățile matematicii ordinare s-au multiplicat de la unu *la infinit* ! Și odată cu această explozie, *unică în domeniul matematicii*, au apărut *supermatematica* și o serie de denumiri și noțiuni noi. Printre care și noțiunea / cuvântul “șerpuiește” de-a lungul unei drepte sau se “*ondulează*”. Ce ne spune dicționarul despre *ondulat* (DEX '09 (2009))?

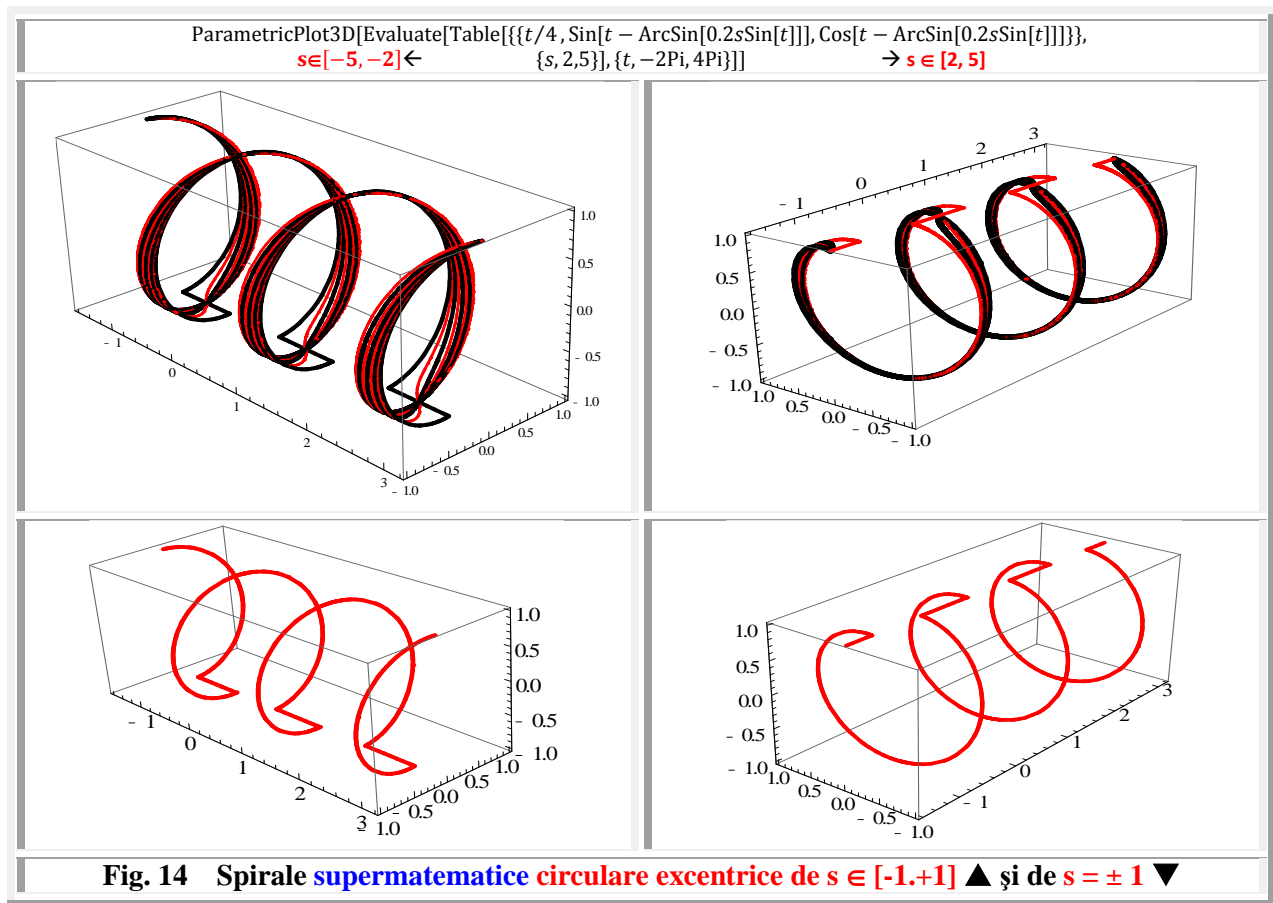
“**ONDULĂT, -Ă, ondulați, -te, adj. 1.** Cu ușoare diferențe de nivel, asemănătoare undelor; ca undele. ♦ (Despre *linii, contururi etc.*) *Sinuos, șerpuitor. 2.*(Despre obiecte de piele, de tablă etc.) În formă de valuri, vălurit.” E clar d-le referent / recenzor al cărui nume nu ne-a a fost dezvăluit, fiind secret !? O *curbă șerpuiește* nu *oscilează* ! Sunt și curbe **3D spiralate** (Fig. 14 ▲) ale căror puncte sunt dispuse în totalitate pe o suprafață cilindrică. Adică au o poziție *răsucită* față de o axă.

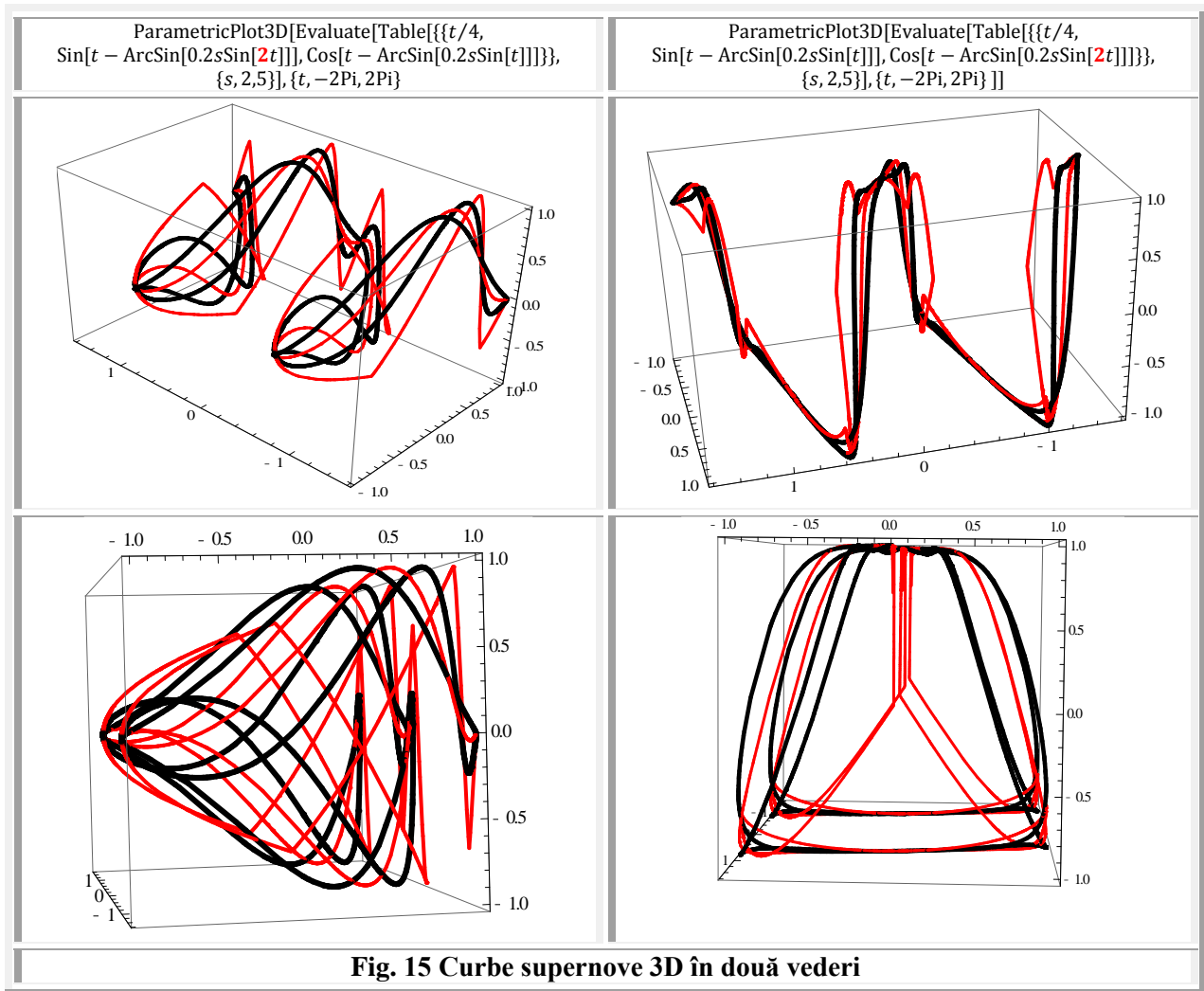
Ecuatiile acestora sunt :

$$(1) \begin{cases} x = \theta \\ y = cex\theta = \cos[\theta - \arcsin(s \cdot \sin\theta)] \\ z = sin\theta = \sin[\theta - \arcsin(s \cdot \sin\theta)] \end{cases}$$

Printr-o mică modificare (2) a unei singure ecuații din (1) se obțin **funcțiile supernove** din figura 14.

$$(2) \begin{cases} x = \theta \\ y = cex\theta = \cos[\theta - \arcsin(s \cdot \sin\theta)] \\ z = sin\theta = \sin[\theta - \arcsin(2s \cdot \sin\theta)] \end{cases}$$





În figura 14 ▼ sunt extrase și prezentate *spiralele supermatematice excentrice* de $s = \pm 1$.

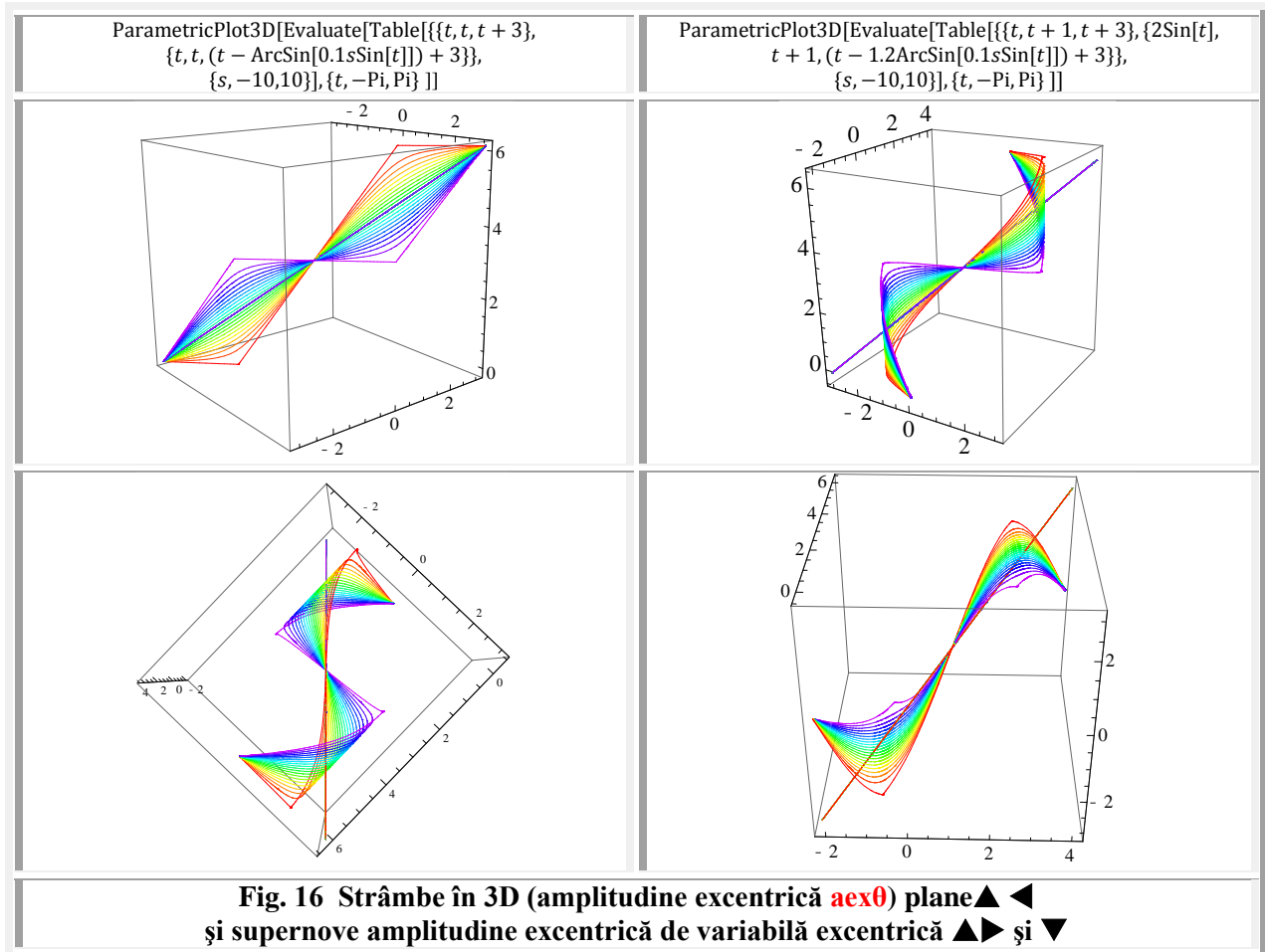
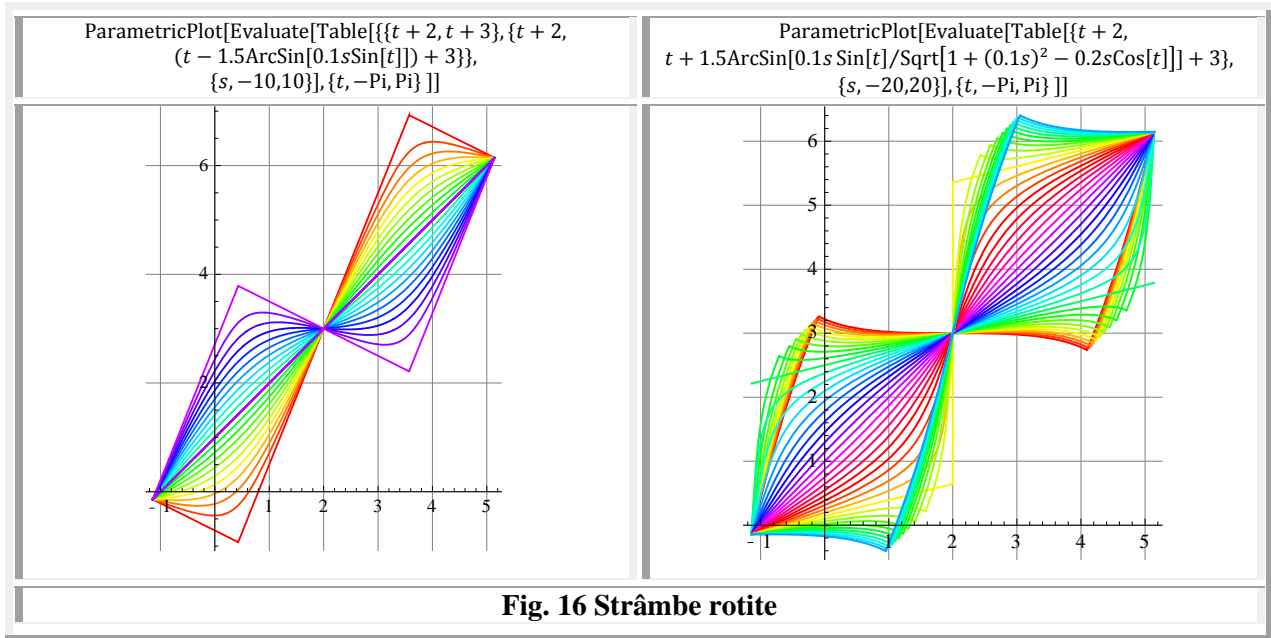
Ecuția **strâmbelor** de coeficient unghiular $m = \tan \alpha = 1$ este chiar ecuația **FSM-CE** amplitudine excentrică de variabilă **excentrică** θ , respectiv, de variabilă centrică α trecând toate prin originea $O(0, 0)$ a sistemului de referință / reperului și care, pentru $s = 0$, reprezintă prima bisectoare, așa cum rezultă imediat și din relațiile lor de definire (3):

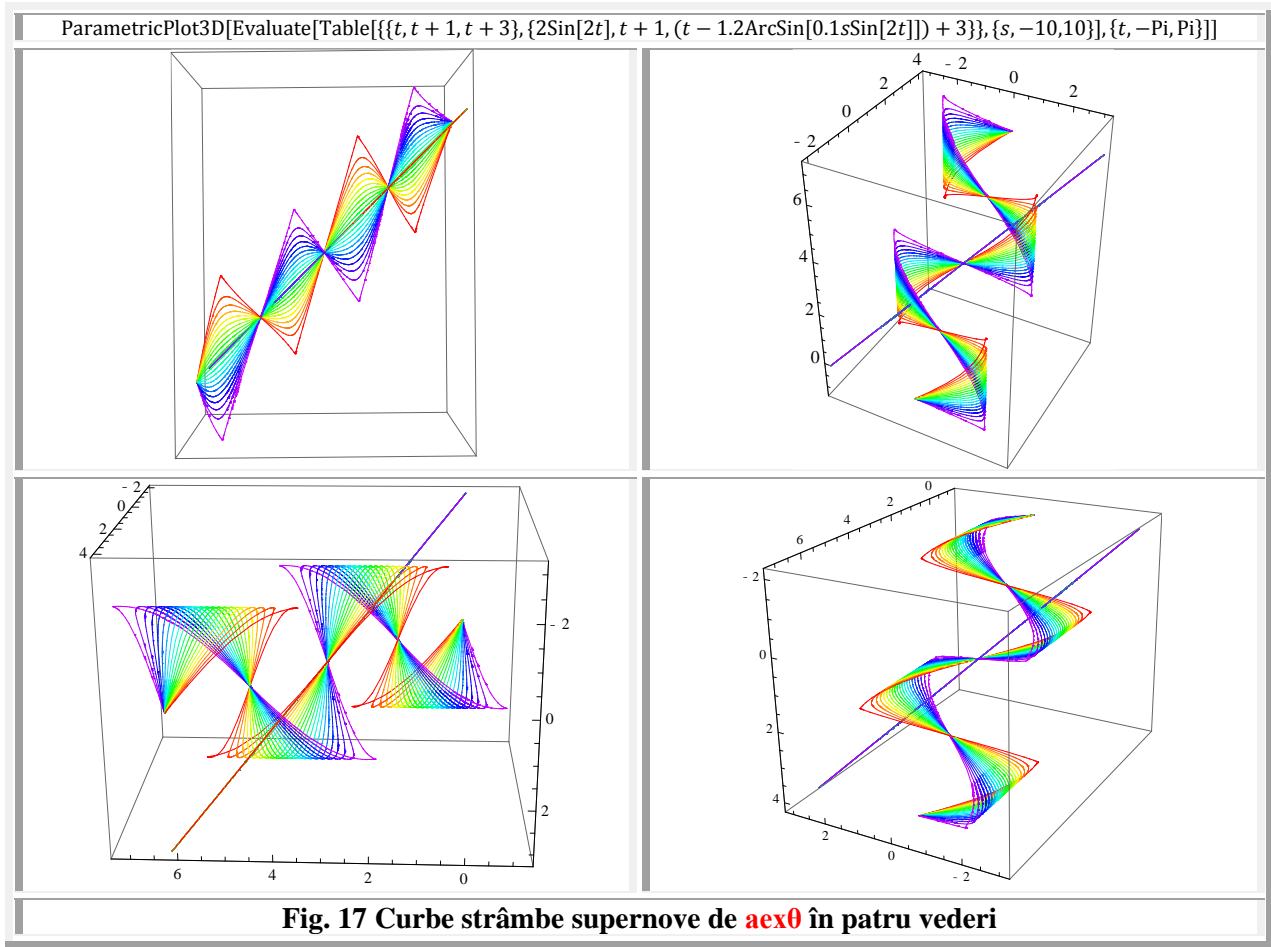
$$(3) \quad \begin{cases} \mathbf{aex\theta} = \theta - \mathbf{bex\theta} & \blacktriangleright y = x - \arcsin[s \cdot \sin(x - \epsilon)] \\ \mathbf{Aex\alpha} = \alpha + \mathbf{Bex\alpha} & \blacktriangleright y = x + \arcsin \frac{s \cdot \sin(x - \epsilon)}{\sqrt{1 + s^2 - 2s \cos(x - \epsilon)}} \end{cases}$$

Pentru strâmbele ce trec toate prin punctul $P(x_0, y_0)$ și de coeficient unghiular $\mathbf{m} = \tan \alpha$ ecuațiile (3) se modifică astfel:

$$(4) \quad \begin{cases} \mathbf{aex\theta} & \blacktriangleright \begin{cases} x - x_0 \\ y = m(x - \arcsin[s \cdot \sin(x - \epsilon)]) + y_0 \end{cases} \\ \mathbf{Aex\alpha} & \blacktriangleright \begin{cases} x - x_0 \\ y = m(x + \arcsin \frac{s \cdot \sin(x - \epsilon)}{\sqrt{1 + s^2 - 2s \cos(x - \epsilon)}}) + y_0 \end{cases} \end{cases}$$

Dacă coeficientul unghiular \mathbf{m} se înmulțește doar cu funcția beta excentrică atunci se obțin strâmbele din figura 16.





Din prima imagine a **figurii 17** ▲◀ s-ar părea că familia de curbe amplitudine excentrică modificate, de variabilă excentrică $aex_m\theta$ prezentate ar fi plane. În realitate, așa cum rezultă din următoarele imagini, ele sunt strâmbe, deci în **3D**, fiind considerate totodată *curbe supernove*. Aparențele înșală !

Motto: ” *Lumea asta e atât de diformă, strâmbă, plină de urât, contradicții și absurd, încât e aproape imposibil să nu existe o alta*”

Citat din romanul *Îngere, vii?* de Gheorghe Truță

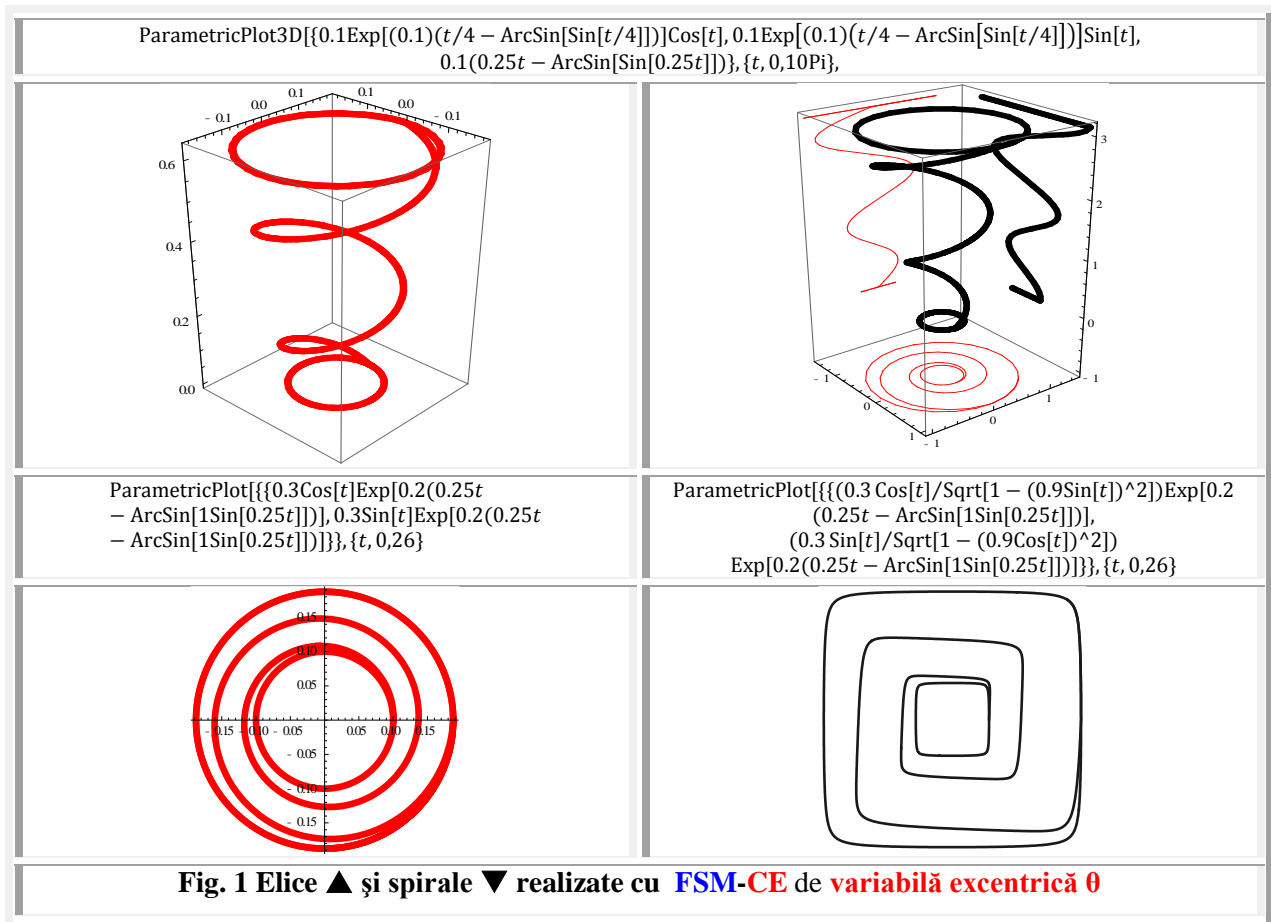
CAPITOLUL XVI

CURBE SUPERNOVE STRÂMBE.

1 INTRODUCERE. DESPRE CURBE

1.1 CURBE SPECIALE UNICE

În cele IV volume ale lucrării de față “**Supermatematica. Fundamente**” marea majoritate a curbelor prezentate, cu excepția *elicelor supermatematice* (Fig. 1▲ ◀) care sunt *curbe unice, speciale*, erau curbe plane. Proiecțiile ei pe cele trei plane reciproc perpendicularare (Fig. 1 ▲ ▶) sunt, evident, curbe plane. De ce sunt *unice și speciale* ?



Deoarece sunt curbe în **3D** pe anumite porțiuni, apoi devin curbe **2D** plane (**Fig.1 ▼ ◀**), într-un plan perpendicular pe axa elicei (verticală în **figura 1 ▲ ◀**), plan în care un punct pe elice, acum pe o spirală, se rotește de **2n** ori **2π** după care cu alte **2n** rotații se deplasează pe o altă elice, deci ca o curbă **3D**, până la planul următor plan în care se va roti din nou pe o altă spirală, de dimensiuni sporite, de **2n** ori **2π** ș. a. m. d. procesul continua la infinit în ambele sensuri. Astfel de curbe sau obiecte **3D** n-au fost întâlnite pînă la descoperirea *matematicii excentrice* a *supermatematicii*.

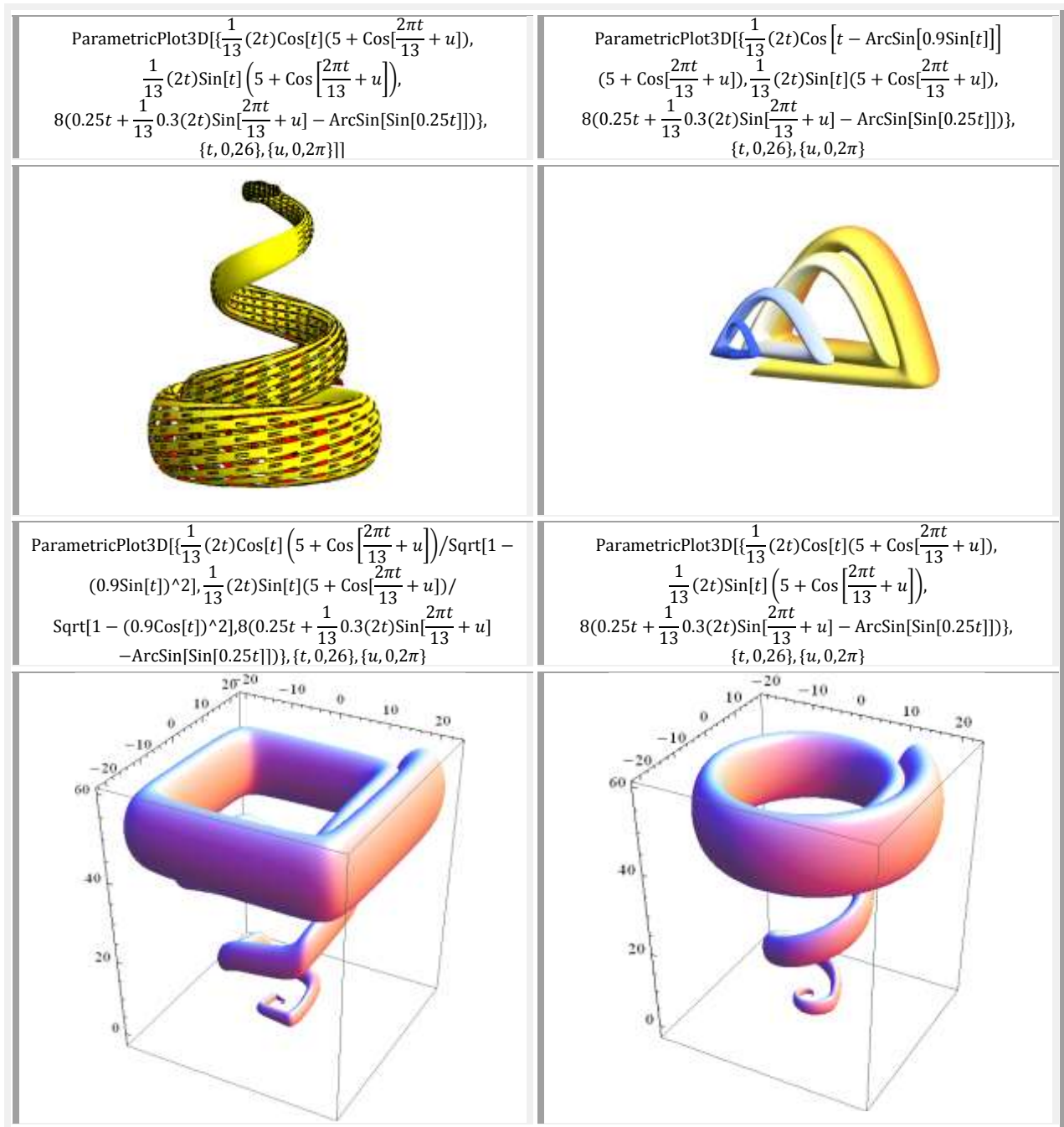


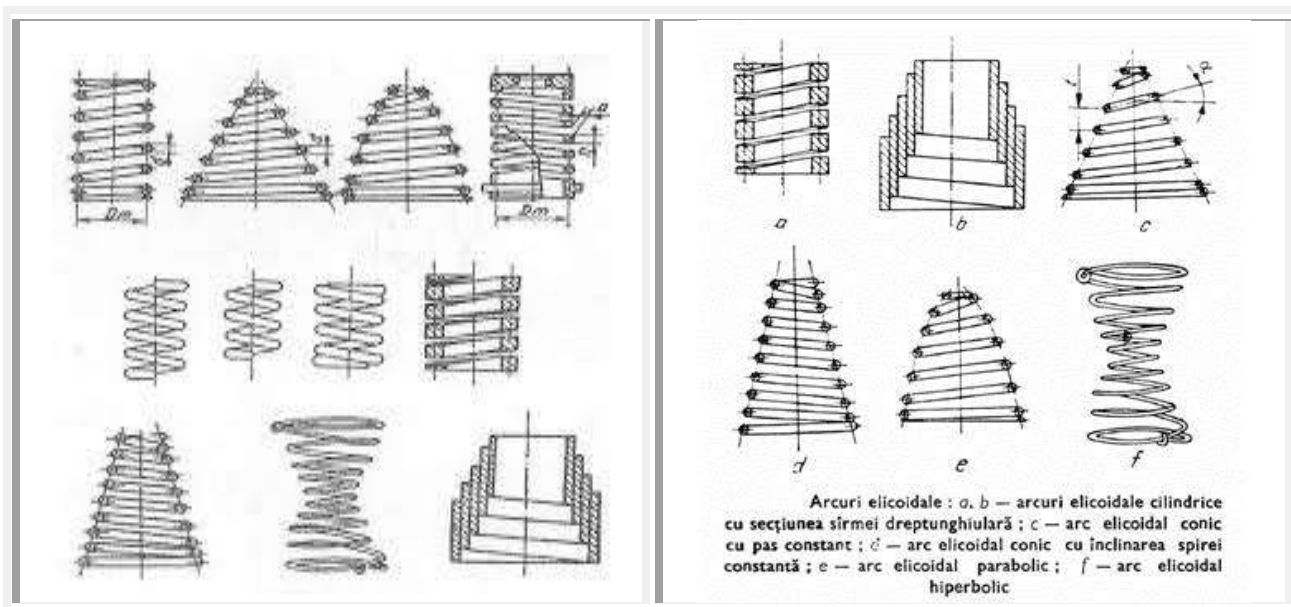


Fig. 2 Elice circulare, patrute și triunghiulare realizate cu FSM-CE de variabilă excentrică θ

Vom denumi “curbele “ din 3D a căror grosime nu este nulă ci diferită de această valoare și de diverse forme în secțiune, *curbe corpolente*, precum cele prezentate în figura 2, în secțiune ovale.

Și elicele pătrate și triunghiulare se comportă așisderea, numai că punctul se rotește pe pătrat și, respectiv, pe un triunghi de $2n$ ori. În figurile prezentate $n = 1$.

Așa cum se știe, în *supermatematica excentrică*, cercul și pătratul, cercul și triunghiul ș.a. au aceleași ecuații parametrice în 2D precum și sfera și cubul, cilindrul și prisma pătrată sau triunghiulara în 3D. Pe aceste baze / considerente se pot obține elice circulare (Fig. 1▲◀), elicea pătrată (Fig. 2▼▶) și elice triunghiulare (Fig. 2 ▲▶).



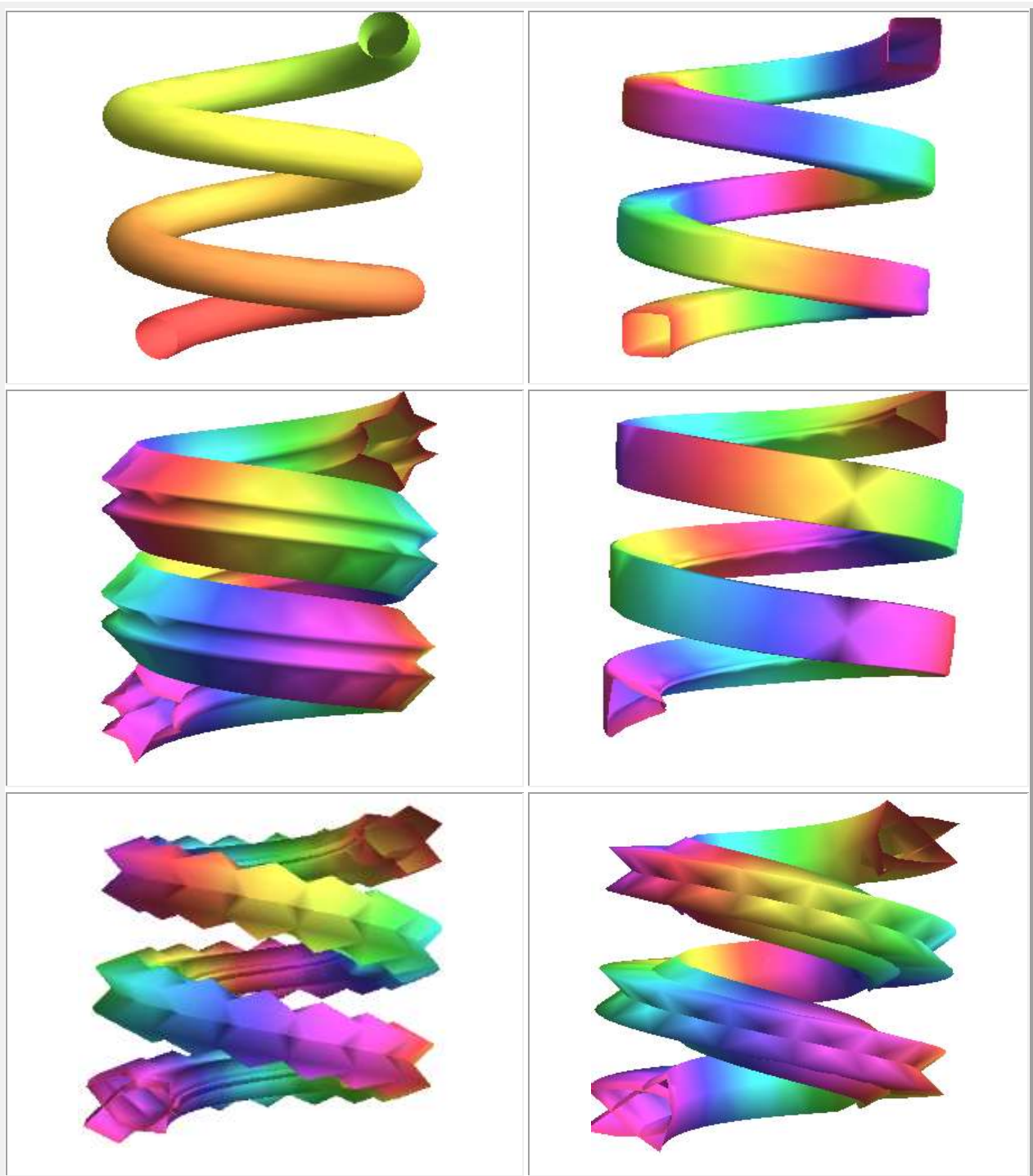
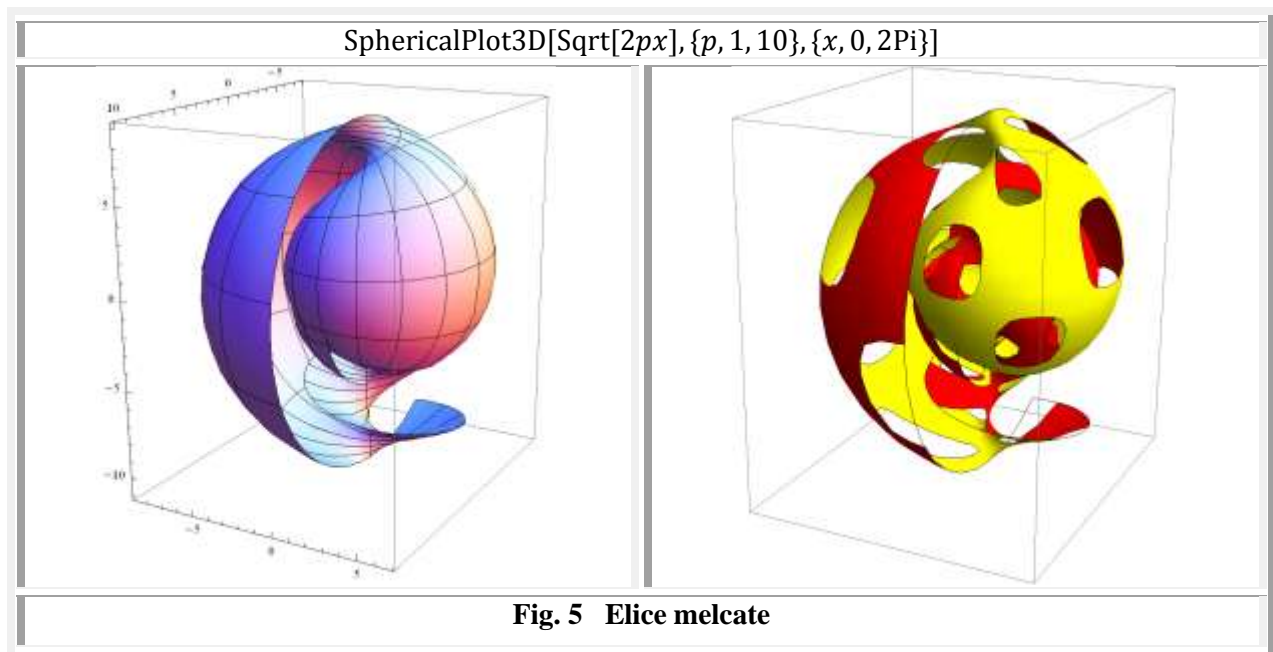
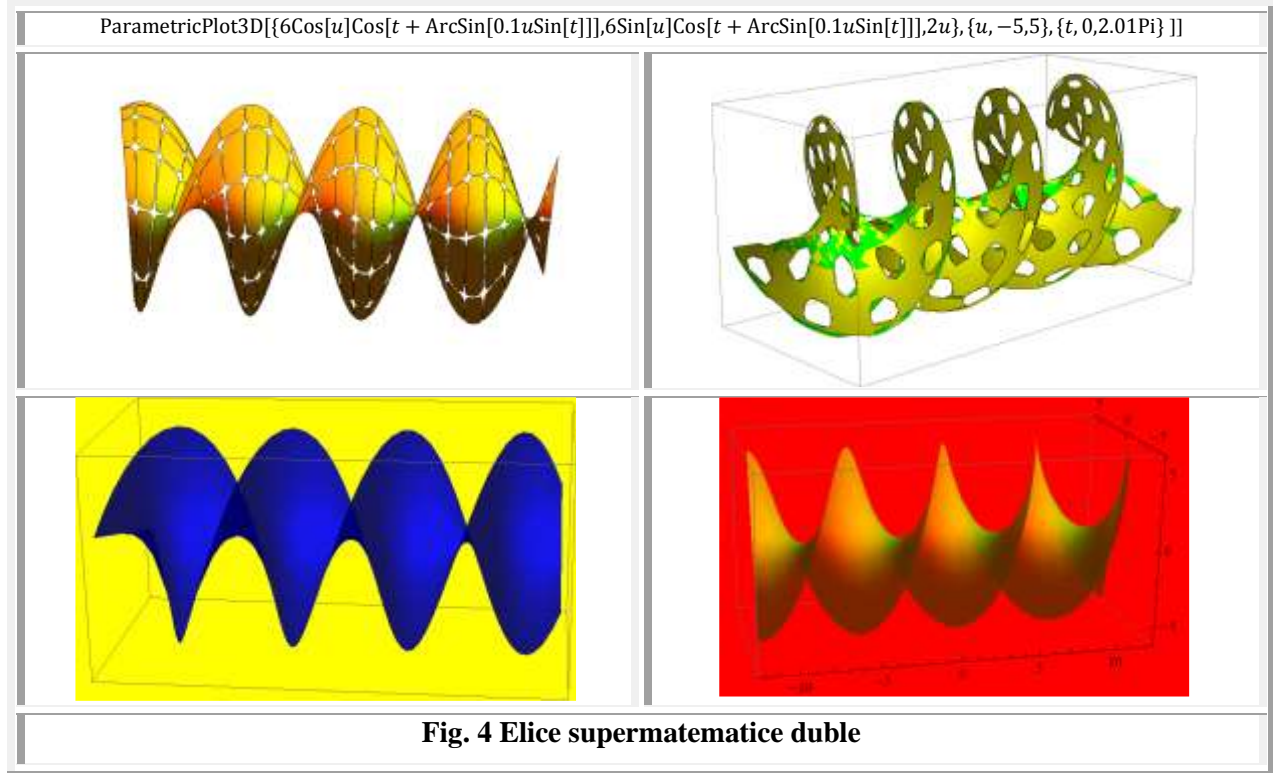


Fig. 3 Arcuri elicoidale tehnice ▲ și supermatematice ▼ de diverse secțiuni :
 circulare, pătrate, triunghiulare, octogonale ș.a.

www.supermatematica.com

www.supermatematica.ro

În tehnică se cunosc o serie de elemente elastice elicoidale, denumite și arcuri, de compresiune (**Fig. 3 ▲**), de întindere, de torsiune ș.m.a. care sunt desenate și nu reprezentate prin ecuații matematice precum cele din **figura 1**, **figura 2** și **figura 3 ▼**.



O elice dublă, realizată cu **funcții supermatematice circulare excentrice (FSM–CE)**, este prezentată în **figura 4**, iar o elice melcată în două vederi / ipostaze în **figura 5**.

CURBE 3D VECHI ȘI NOI

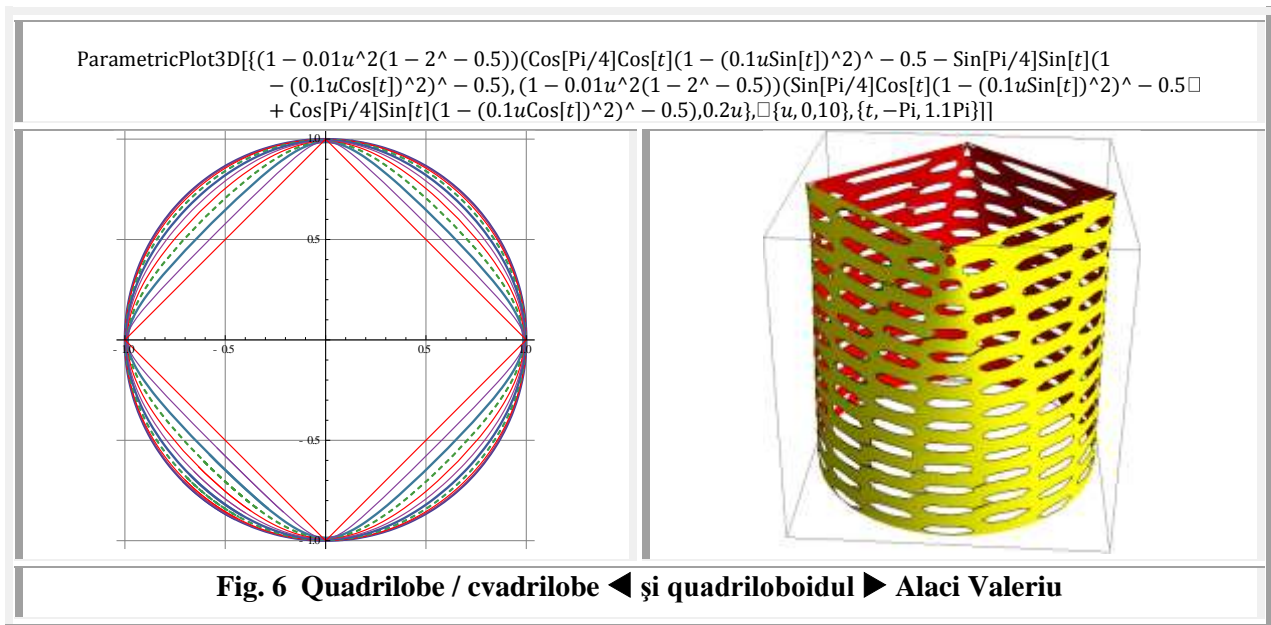
1.1 CURBE PLANE.

În funcție de modul de **reprezentare, curbele** plane ele pot fi reprezentate :

- **cartezian sau explicit**, dacă sunt reprezentate de o ecuație de forma $y = f(x)$, $a < x < b$ în care $a, b \in \mathbf{R}$ și sunt fixate;
- **împlicit**, dacă sunt reprezentate de o ecuație de forma $F(x, y) = 0$, în care $a_1 < x < a_2, b_1 < y < b_2$ cu $a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbf{R}$;
- **parametric**, dacă sunt reprezentate de o ecuații de forma $\begin{cases} x = g(t) \\ y = h(t) \end{cases}$, $c_1 < t < c_2$, cu $c_1, c_2 \in \mathbf{R}$ în care f, F, g, h sunt funcții reale, de clasă cel puțin C^1 pe domeniile lor de definiție, iar g și h stabilesc o corespondență bijectivă și bicontinuu între punctele $M \in (C)$ și mulțimea valorilor parametrului $t \in (c_1, c_2)$;
- **polar**, dacă sunt reprezentate de o ecuație de forma $\rho = f(\theta)$, în care funcția f de clasă cel puțin C^1 pe intervalul (t_1, t_2) și dacă (ρ, θ) este un sistem de coordonate polar în E_2 ;
- **vectorial**, dacă sunt reprezentate de o ecuație de forma $\vec{r} = \vec{r}(t)$, $c_1 < t < c_2, c_1, c_2 \in \mathbf{R}$ ($r(t) = g(t)_i + h(t)_j$).

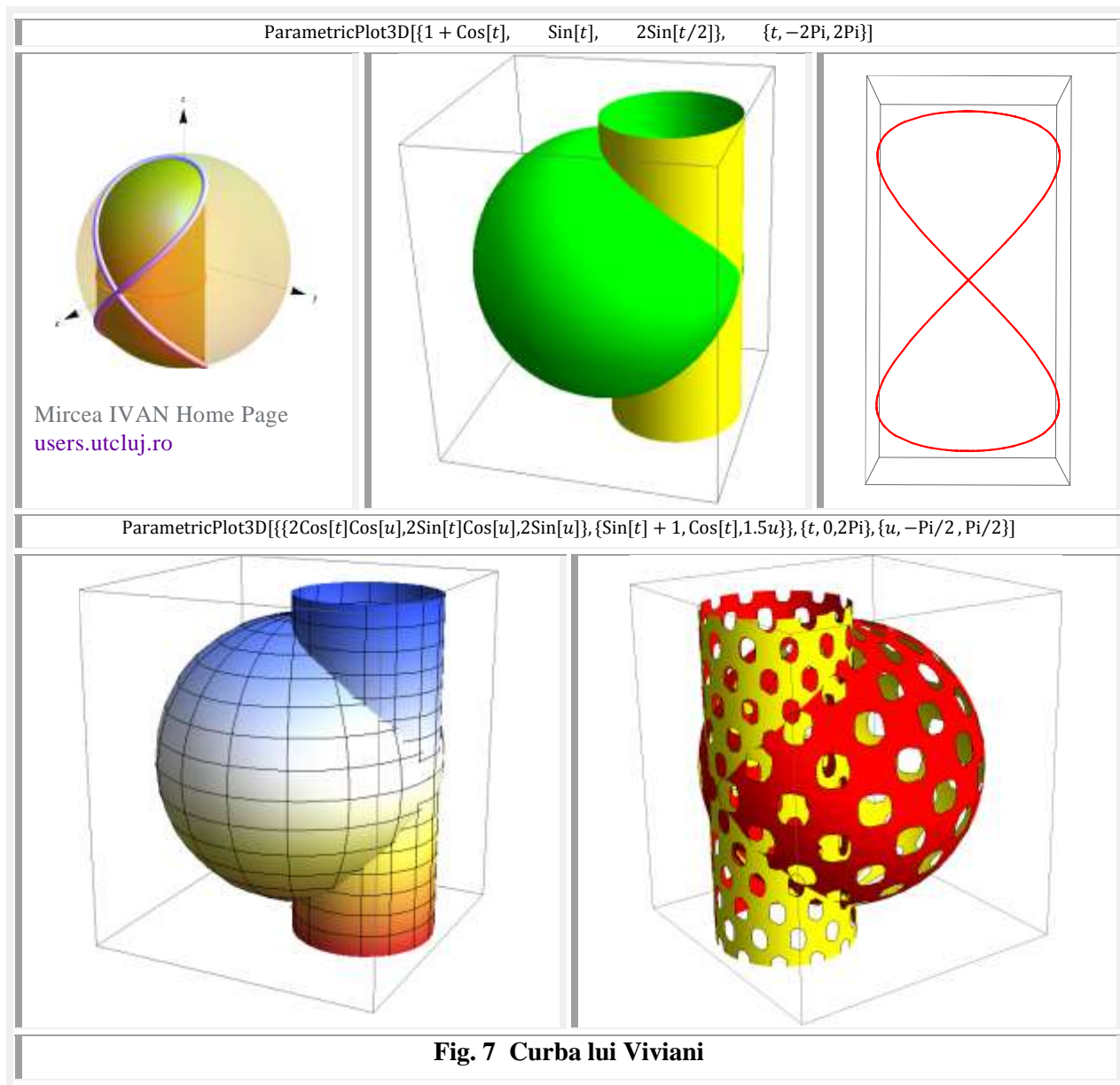
În cele 4 volume ale lucrării de față au fost etalate o serie de curbe vechi și, mai ales noi, **SM, toate plane, niciuna strâmbă.**

Ele au fost de două categorii, de **variabile excentrice θ** , majoritatea, precum **aex, bex, cex, dex, rex, tex, ctex, textv** ș.a. și de variabile **centrice α** , notate cu majuscule **Aex, Bex, Cex, Dex, Rex, Tex, Ctex, Textv** ș.a. pentru a fi distincte față de cele excentrice. Și unele și celelalte putând fi **principale**, de indice **1**, sau **secundare**, de indice **2**, prezentate mai rar.



Curbele strâmbe reprezintă, până în acest moment, un număr foarte redus de curbe în *matematica centrică*, dintre care amintim: *curba lui Viviani* (Fig. 7) ca intersecție a unui cilindru cu o sferă.

Curbe similare noi au apărut odată cu descoperirea *supermatematicii* (SM) și a reprezentării prin ecuații parametrice a pătratului, triunghiului ș.m.a și a prismelor, drepte și înclinate, de secțiuni pătrate și triunghiulare, care au permis intrsecția sferei cu o prismă pătrată dreaptă (Fig. 8 ▼), cu o prismă Valeriu Alaci (Fig. 9), cu o prismă triunghiulară (Fig. 10).



Toate aceste curbe strâmbe SM noi, de intersecție a două entități 3D, pot fi considerate curbe *supernove*. Forma lor rezultă din desenele intersecțiilor lor prezentate în continuare

Motto: “Când Eminescu se năștea pe plaiul tău, Moldovă,
O stea pe cer se aprindea: Era o... *supernovă!*”
Madrigal de **David Boia**

CAPITOLUL XVII

FUNCTII SUPERMATEMATICE SUPERNOVE

1. INTRODUCERE

“*Când sorii se sting, când stelele pică, / Îmi vine a crede că toate-s nimică ...*” a scris cândva **Eminescu** pe vremea când *supernovele* și *supermatematica* erau niște ”ilustre” necunoscute.

Când stelele cele mai colosale din cosmos mor, exploziile imense cauzate de aceste fenomene sunt cunoscute sub numele de *supernove*. Dacă stelele mai mici mor discret, printr-o *novă*, moartea unei stele din categoria grea este o *supernovă* care creează un adevărat spectacol.

Păstrând proporțiile, se poate afirma că însăși *supermatematica (SM)* este, în ansamblul ei, o *supernovă (SN)* care a creat în domeniul matematicii o explozie unică, nemiintâlnită până la apariția ei în Matematică, o explozie prin care toate entitățile matematicii s-au multiplicat de la unu la infinit. Diferența față de o *supernovă* este că **SM** nu moare, decât dacă moare întregul univers, ci se dezvoltă continuu, se perfecționează și strălucește din ce în ce mai puternic odată cu trecerea timpului.

Mai mult chiar, a introdus în acest domeniu o pleiadă de entități complet noi. Să amintim doar noile obiecte matematice **2D**: bilobe, trilobe, quadrilobe / cvadrilobe, pentalobe, ... multilobe ... funcțiile aex, bex, cex, dex, rex, sex, tex...excentrice, elevate și exotice precum și combinațiile acestora și în domeniul **3D**: conopiramide, sferocuburi, cilindroprisme, ... ș.m.m.a. Și s-a enumerat doar o infimă parte ...

Funcțiile SM radial excentrice (rex0 și Rexa), pe care Prof. Dr. Math. **Octav Em. Gheorghiu** le-a denumit adevărate “*funcții rege*”, deoarece exprimă distanța în plan între două puncte și cu ajutorul lor, singure, pot fi descrise toate curbele plane și o serie de alte curbe plane noi, au condus la modificarea *metodei numerice Landen*, a progresiei aritmetico-geomatrică (AGM), de rezolvare a integralei eliptice de prima speță **K(k)** pentru un *anumit* modul **k** la o *relație de calcul*, simplă, cu numai doi termeni, ce oferă o precizie de calcul de minimum 15 (cincisprezece) zecimale exacte, pentru orice valoare a modulului **k** (v. **SM** Vol. I), cu posibilități de ameliorare în continuare a preciziei.

Aceeași funcție a permis rezolvarea și pentru *sumă și a diferență* a numerelor complexe exprimate sub formă trigonometrică. Odată cu apariția **SM**, o sumedenie de suprafețe nematematice au devenit (*super*) matematice, spre bucuria specialiștilor **IT** și a programatorilor de mașini unelte **CNC**.

Se știe că, din cauza unui matematician chipeș, niciun matematician nu poate fi distins cu Premiul Nobel. Acum am aflat că niciun cetățean care are cetățenia română nu poate fi laureat Nobel. Să fi fost matematicianul cu pricina din poveste un român ?

Redăm din <http://www.magazin.ro/content/view/2133/20/> un interviu de poveste:

Din 1978, profesorul Virgiliu Th. Razus este cetățean român cu domiciliul în Elveția, la Geneva.

În 1979 elaborează "TEORIA CREAȚIEI ȘI EVOLUȚIEI" care ajunge în marile biblioteci ale lumii, fiind înregistrată la Comitetul Nobel pentru Fizică și Chimie al Academiei Regale din Suedia.

În 1981 lansează lucrarea "TEORIA LUMINII ÎNTR-O VIZIUNE MODERNA" care îl putea pune pe lista propunerilor pentru Premiul Nobel, dacă îndeplinea o condiție minimă: renunțarea la cetățenia română. N-a îndeplinit-o. (n.n.: N-a îndeplinit-o !!. Câți alți români ar fi procedat la fel ?)

Descoperă "particula gândirii", pe care o numește "particula Nobel".

La 67 de ani profesorul **Razus** află că, la fel ca mușchii, celulele nervoase au nevoie "de antrenament și stimulare" pentru a rămâne în formă și scrie o carte, "**O SIMFONIE CELESTĂ**", unde ne descoperă faptul că de la **Newton, Young și Maxwell** și în ciuda descoperirilor lui **Planck, Einstein și Abdu Salam**, lumina este un mister.

Încă nu știm din ce e compusă și care e suportul ei, în ciuda faptului că s-a descoperit faimosul "curent neutru", demonstrat teoretic de laureații Premiului Nobel din 1979 **Abdu Salam, Glashow și Weinberg**.

Se știe, de pildă, că lumina se propagă în linie dreaptă și că în Cosmos este noapte eternă.

Se știe că "vidul" sau "vacuum-ul cosmic" nu constituie un suport material pentru lumină, cum e atmosfera Terrei, de pildă. "Atunci cum se face ca lumina poate strabate spațiul cosmic?" se întreaba profesorul **Razus**. În cartea lui un aforism a devenit celebru: "în viață trebuie să știi să te miri la timp".

În "**TEORIA CREAȚIEI ȘI EVOLUȚIEI**", care a apărut la Geneva în 1979, profesorul arată că "energia este o mișcare având viteza luminii". De fapt, lumina prezintă trei aspecte: aspectul electric, aspectul magnetic și aspectul neutru. Prin urmare, lumina nu este doar foton, cum era admis până acum, ci din **Foton**, corespondentul aspectului **electric** (dupa **Einstein**), **Fonulon**, pentru aspectul **neutru** (dupa teoria **Razus**) și **Fogon**, pentru aspectul **magnetic** (de asemenea propus de teoria **Razus**).

Concluzia? Dacă în spațiul cosmic nu există un suport material pentru propagarea luminii, este cert că tocmai acest "sistem triplu" de elemente universale fundamentale, **foton, fogon, fonulon**, este suportul ei. Putem deci afirma că plecând de la "curentul neutru", putem obține fie Fotoni, fie fogoni, precum și particule "neutre" care, în mod continuu, constituie sursele creației și existenței eterne.

Există câteva experimente privitoare la viteza luminii. Profesorul **Günter Nimtz** de la Universitatea Germană din Köln a demonstrat că viteza fotonilor este de două ori și jumătate mai mare decât viteza luminii. Surpriza a fost uriașă, mai ales că ea anula bariera critică enunțată de însuși **Einstein** care prezicea că materia se dezintegrează la viteze superioare de 300.000 km/s. Dacă e așa cum spune prof. **Nimtz**, atunci ceva "frânează" viteza fotonilor în spațiu. Conform teoriei **Razus**, acest "ceva" sunt particulele imaginare de echipa profesorului **Razus**, **fonulonii și fogonii**.

Legea Razus este o formulă care evidențiază relațiile dintre cei cinci factori determinanți ai Universului: **m** (masa), **t** (timpul), **E** (energia), **S** (spațiul material) și **I** (impulsul).

În teorie, Timpul reprezintă "al șaptelea grad de libertate pentru un corp material", un grad "pasiv" alături de celelalte șase grade "active": 3 de rotație și 3 de translație. S-a dezvoltat astfel o lege a Creației și Evoluției plecând de la legile lui **Newton, Einstein și Planck** în ceea ce privește energia și ținând pentru prima oară cont de fenomenul de îmbatrânire datorat Timpului. Așa s-a ajuns la **formula Razus**, în care **I** (impuls) este egal cu **E** (energia) multiplicată cu **t** (îmbatrânirea) totul divizat cu **S** (spațiu), o formulă pentru care ecuațiile lui **Newton** ($F=ma/t$), **Planck** ($E=hw/t$) și **Einstein** ($E=mc^2$) sunt cazuri particulare ale "legii Razus".

Inserând în această introducere minunatele realizări ale unui român, care n-a renunțat la cetățenia sa, în legătură cu gradele de libertate, mi-am amintit că nu timpul este a patra dimensiune a spațiului **3D**, ci excentricitatea liniară variabilă, care este dimensiunea de formare și de deformare a spațiului.

Ea este aceea care a permis transformarea sferei în cub și invers, a conului în piramida și invers, a cilindrului în prismă și invers, a cercului în pătrat și invers, a cercului în triunghi și invers ș.m.m.a. așa cum s-a mai descris în cadrul acestei lucrări. Pentru **s = 0** obținându-se întotdeauna cercul sau sfera și pentru **s = ± 1** cu totul alte forme geometrice, anterior enumerate. Și a condus, nu în ultimul rând, la apariția supernovelor matematice tratate în acest volum al supermatematicii.

O funcție circulară centrică (**FCC: s = 0**), ce are câte un singur membru (sin, cos, tan etc), în prezența unei excentricități (**s ∈ [-1,+1]**) va deveni o funcție supermatematică circulară excentrică (**FSM — CE**) ce va avea o infinitate de membri. Oferind, totodată, o infinitate de alte posibilități !

Excentricitatea liniară reală e sau cea numerică s = e/R poate fi o constantă sau poate avea o expresie matematică variabilă. Dacă variabila nu este o **FCC** ci o altă **FSM — CE**, atunci se obține o **FSM — CE** de dublă excentricitate. Care, la rândul ei, dacă este de o altă excentricitate, se vor obține **FSM — CE** de triplă excentricitate și procesul poate continua până la infinit.

Din Vol.I, Cap.1, al acestei lucrări se poate afla că dacă ceva nu se vede, este incoloră, inodoră și insipidă, precum așa zisa "materie neagră", care de fapt este perfect transparentă, nu înșamnă că nu există ! Pe măsură ce devine progresiv vizibilă ea dă naștere universului vizibil, iar partea rămasă invizibilă poate fi suportul transmiterii luminii în univers.

2. SUPERNOVE DIVERSE

Chiar și în cazul FCC (cos și sin) dacă le amplificăm cu $s \in [-1,+1]$ și cu pasul $0,1$ se vor obține o infinitate de FCC de același tip, dintre care 21 dintre ele sunt prezentate în figura 1. Prin mici modificări ale lor se pot obține o serie de forme noi printre care și o serie de curbe supernove.

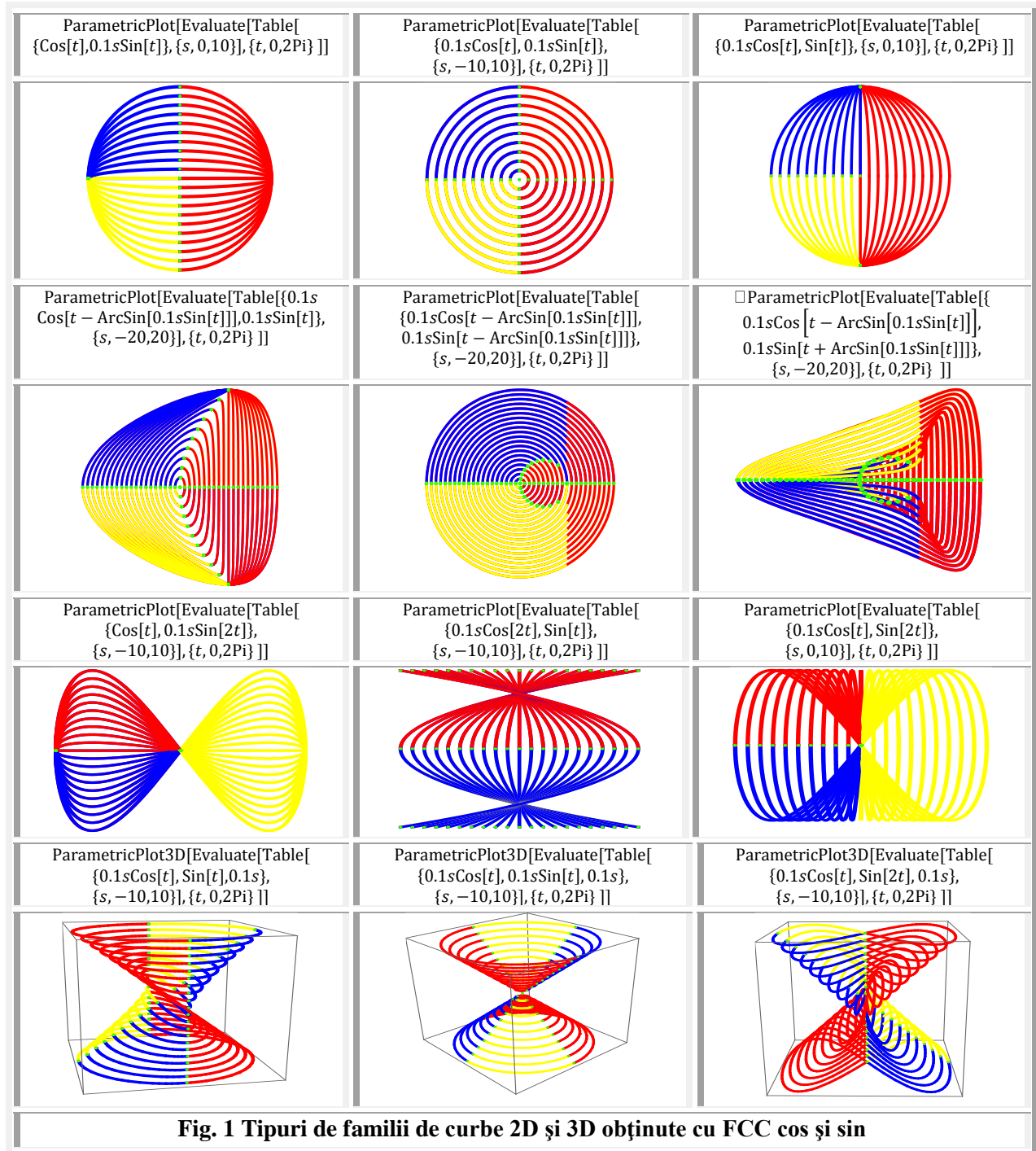
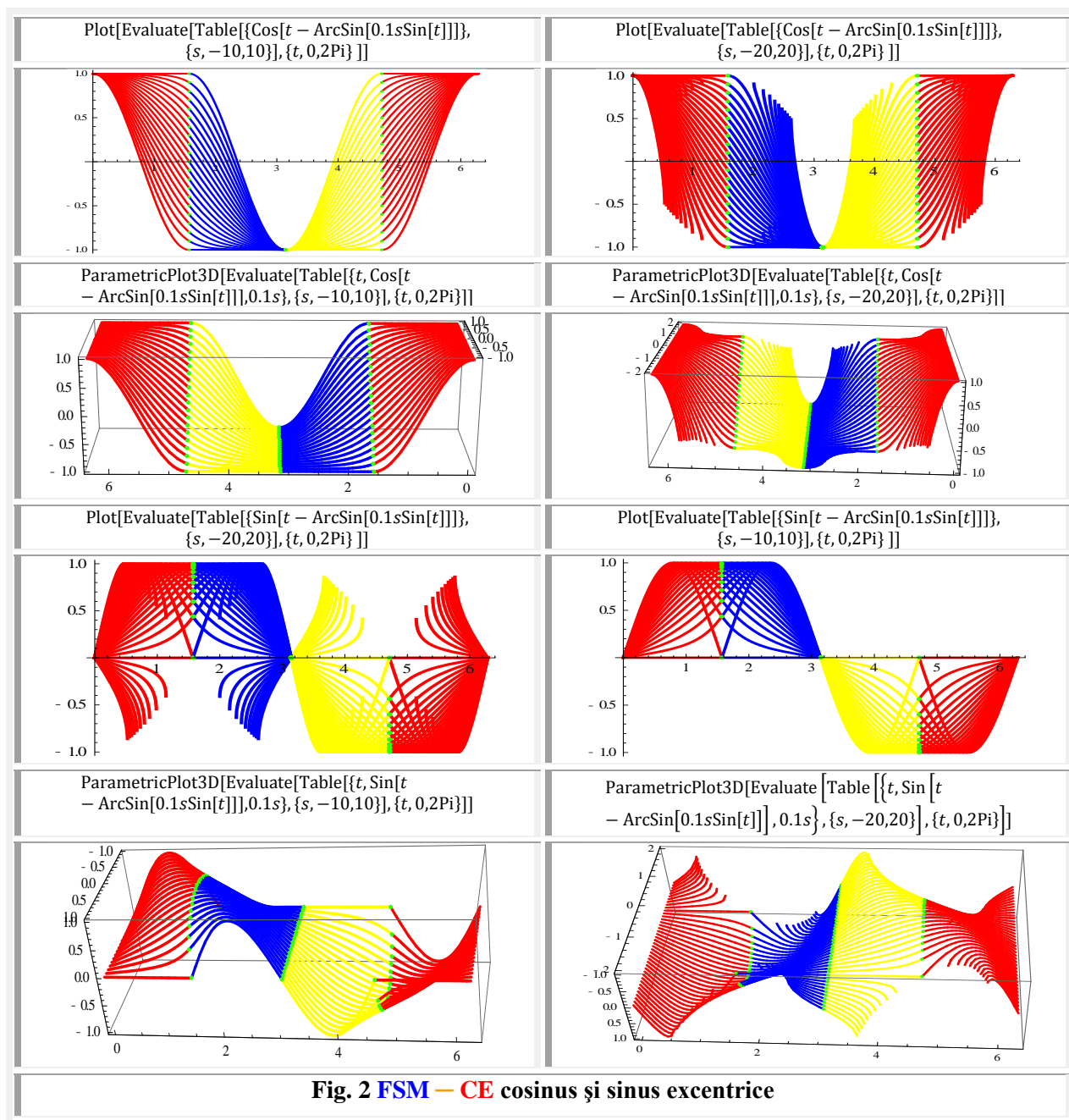


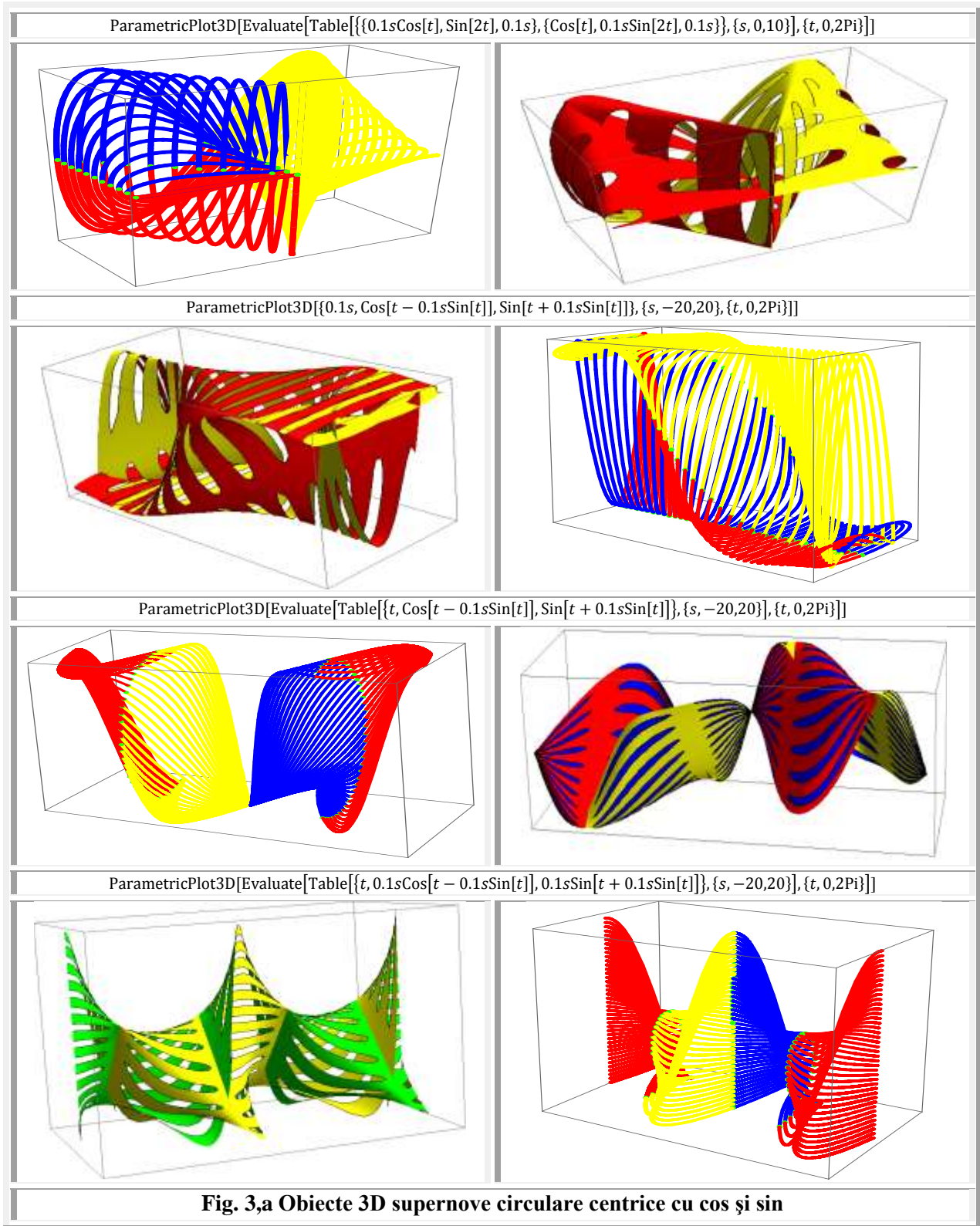
Fig. 1 Tipuri de familii de curbe 2D și 3D obținute cu FCC cos și sin

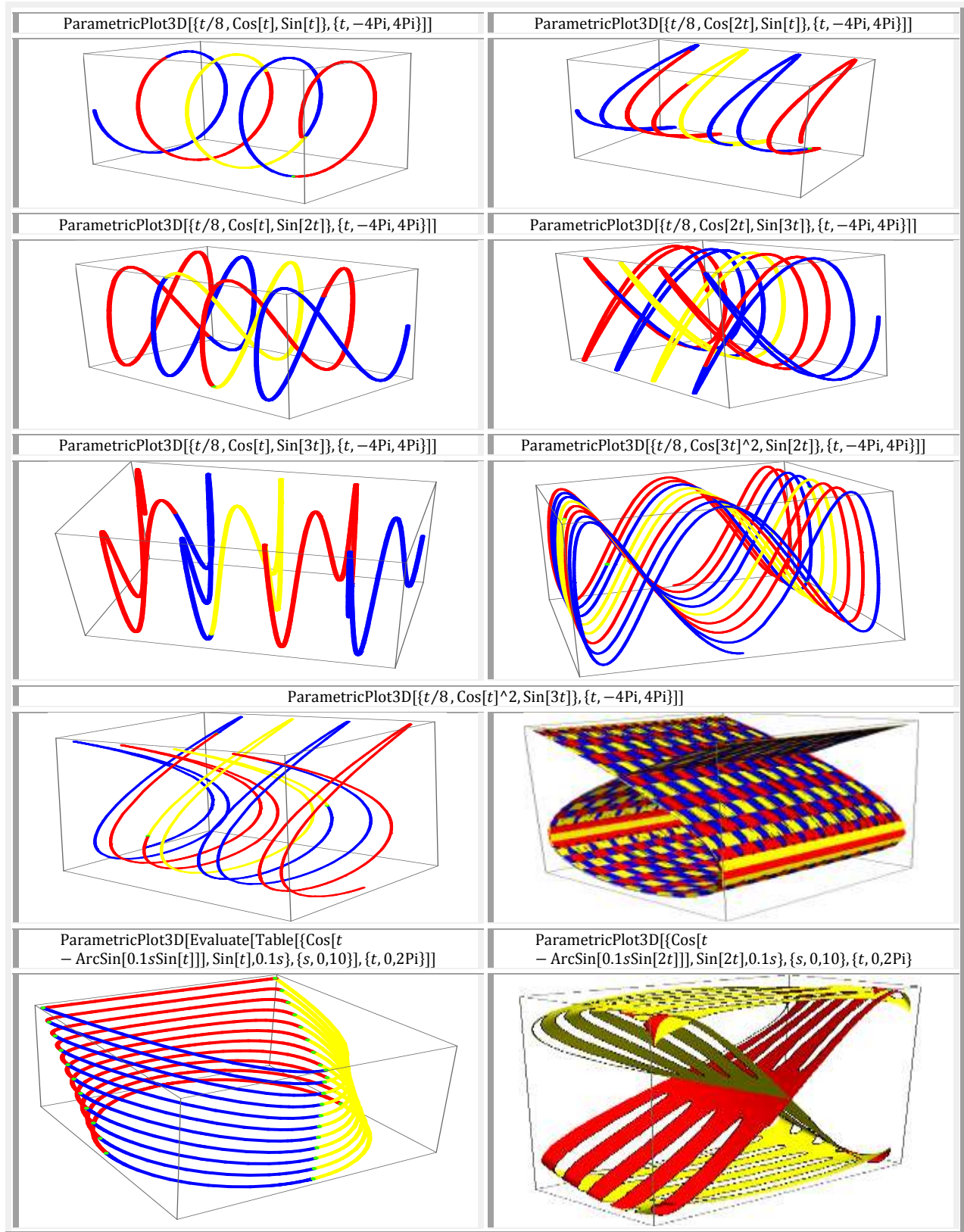


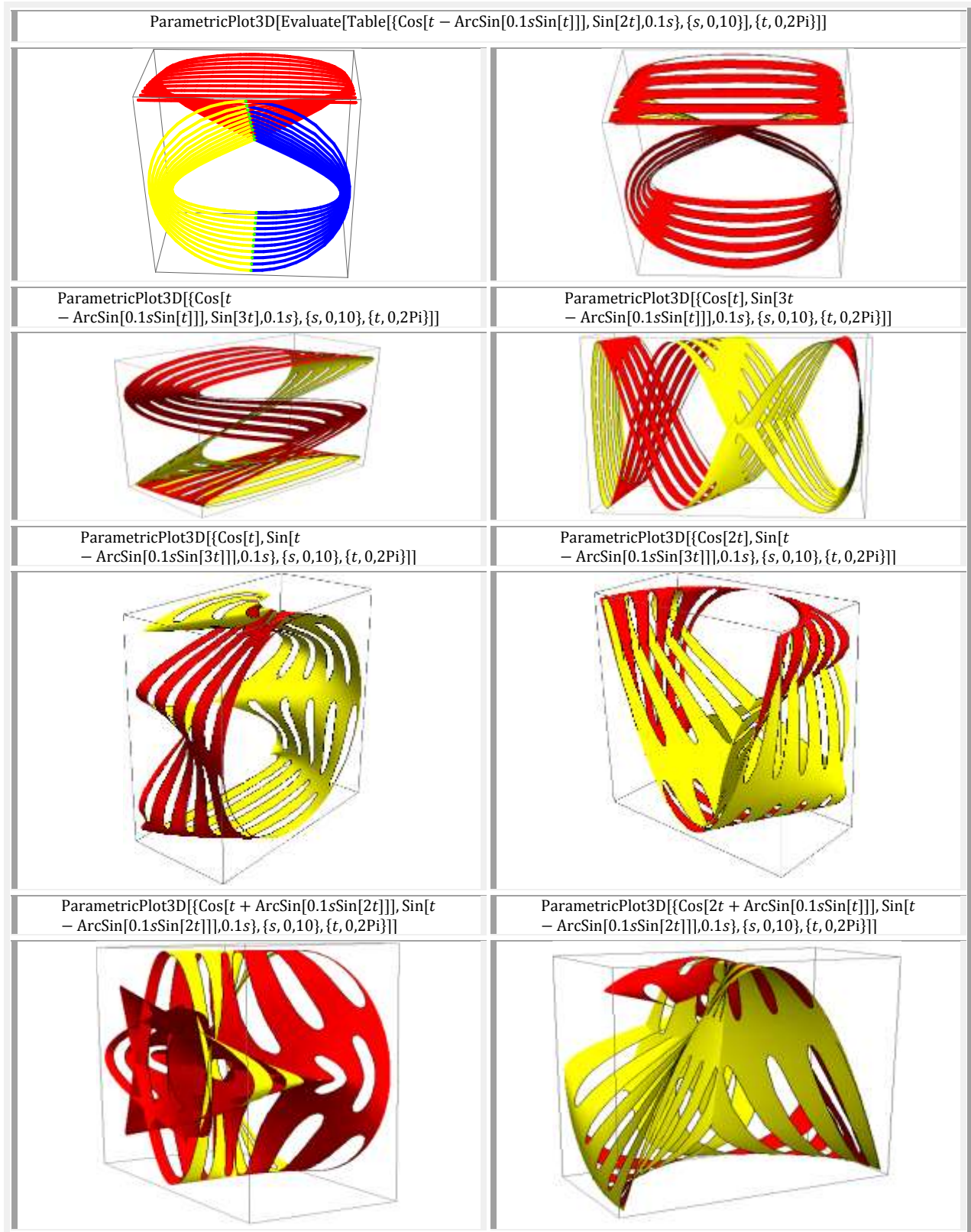
În figura 2 sunt prezentate FSM – CE cosinus (cex) și sinus (sex) de variabila excentrică θ și de excentricitate sub ($s \in [-1, +1]$) și supra unitară ($s \in [-2, +2]$) pentru a ilustra lipsa de continuitate a funcțiilor $cex\theta$ și $sex\theta$ pentru excentricități în afara domeniului ± 1 .

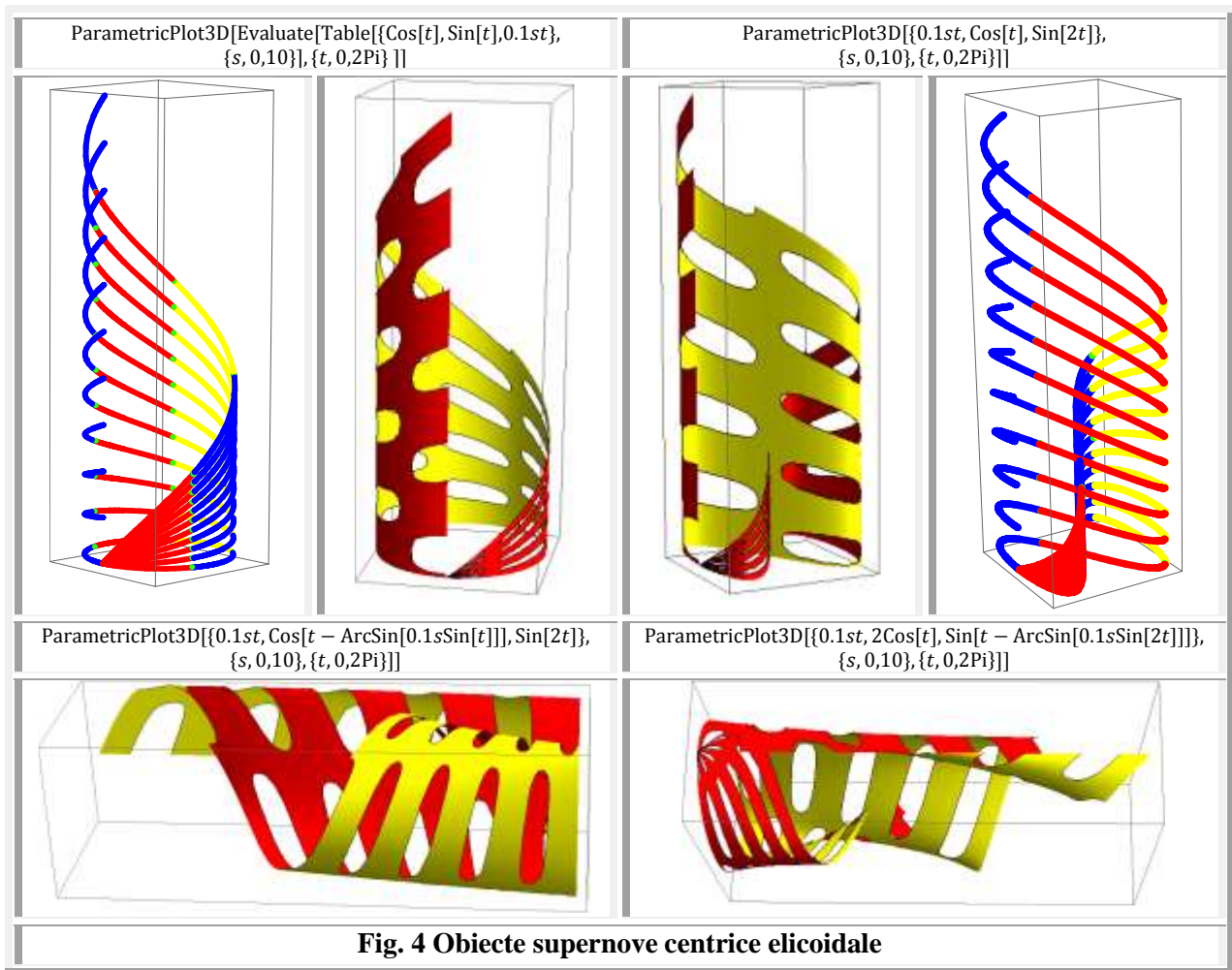
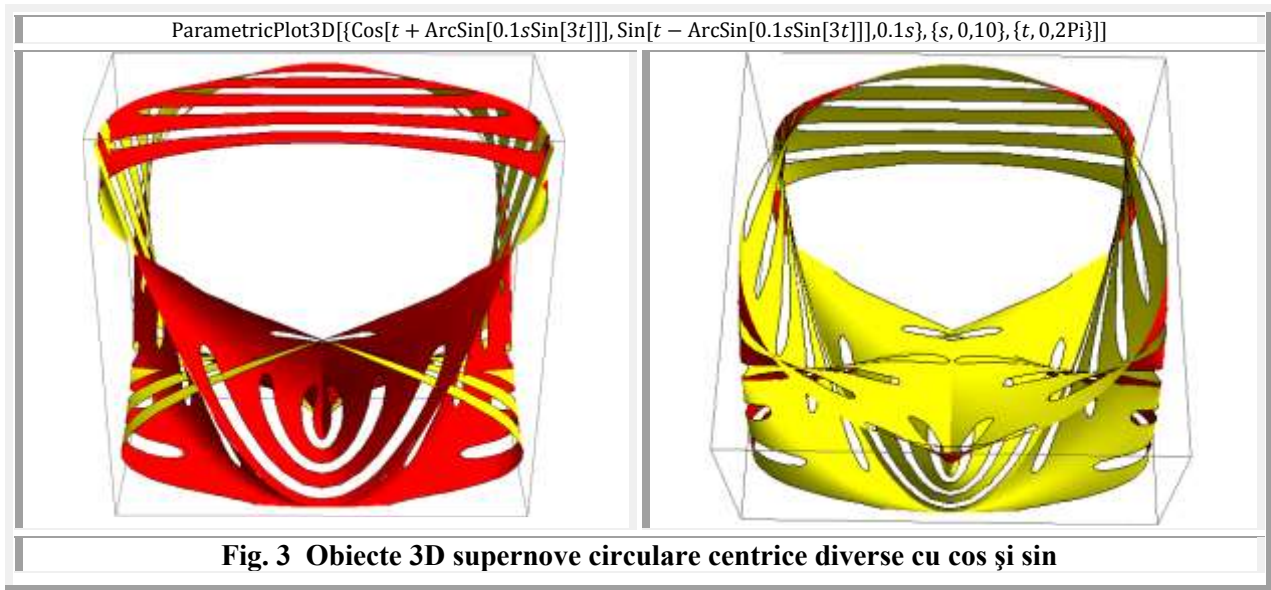
Figura 3 prezintă o serie de curbe supernove atât centrice cât și excentrice supermatematice în 3D în două ipostaze: ca familie de curbe în 3D și ca suprafețe “ciuruite” în 3D, pentru a evidenția și suprafețele “ascunse”, majoritatea acestora fiind supernove.

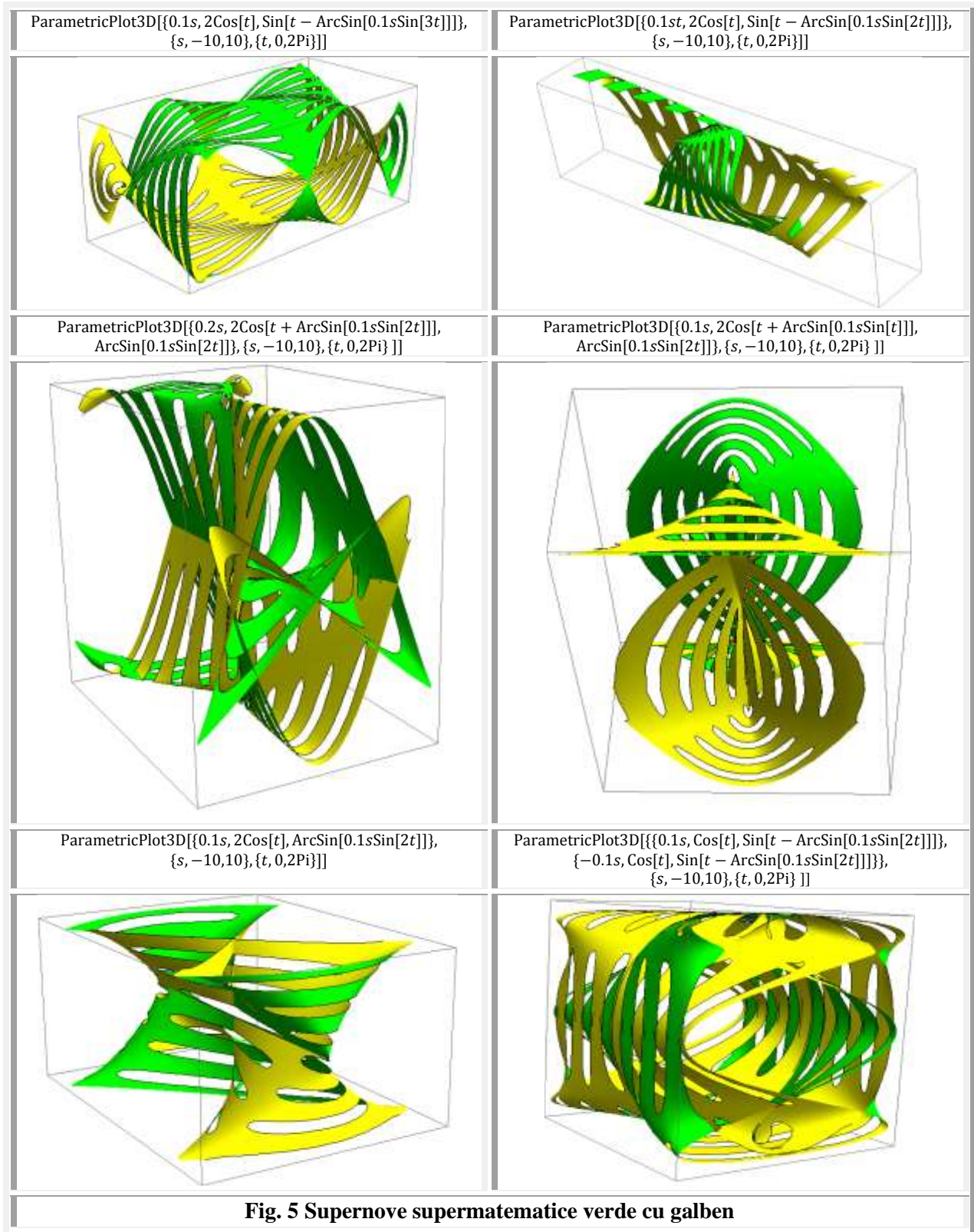
Ecuțiile curbelor și a suprafețelor sunt prezentate chiar deasupra fiecărei figuri.

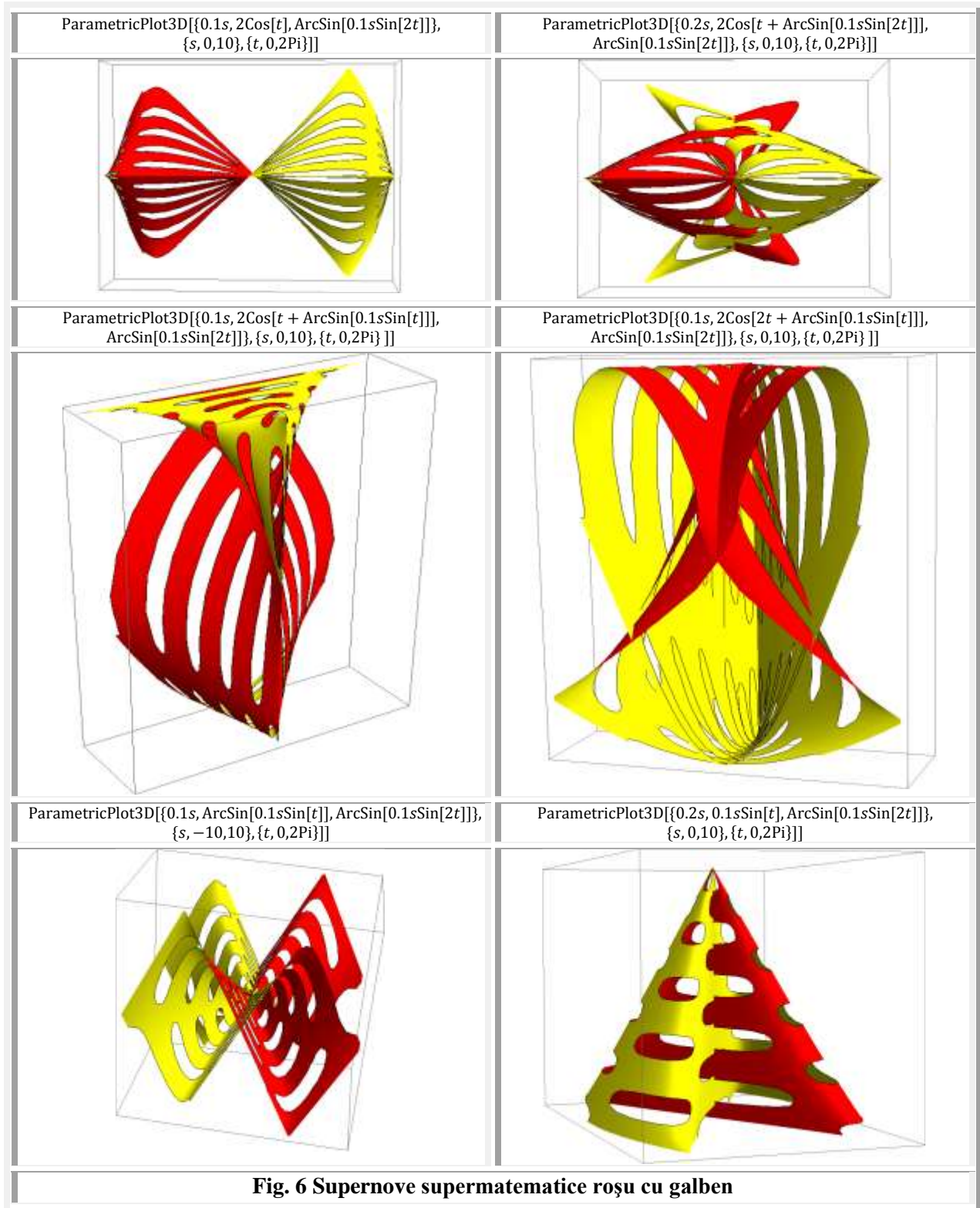










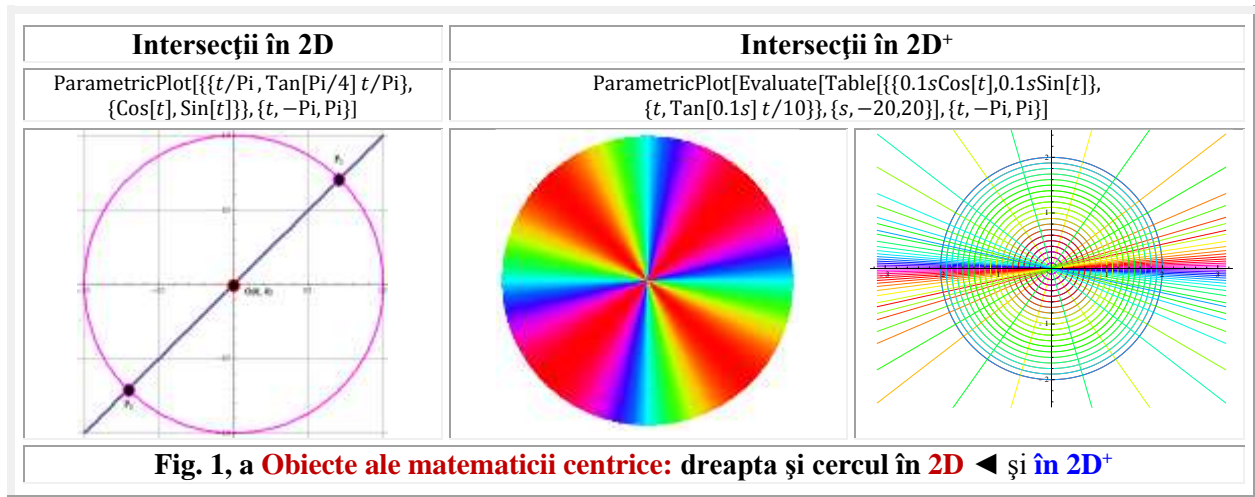


Motto: ” *Matematica* este ceea ce începe *centrică*, în modestie, și se termină magnific în *supermatematică*.”
 definiție de **Calvin Colton** adaptată și *actualizată*

CAPITOLUL XVIII

SUPERNOVELE CA INTERSECȚII ÎN SPAȚIUL SUPERMATEMATIC

Așa cum s-a mai afirmat în capitolul anterior prezența *excentricității liniare reale e* sau *numerice s* conduce la multiplicarea dimensională a spațiului **2D** în **3D** și a spațiului **3D** în **4D** dacă *e* și *s* sunt *variabile*. Dacă *e* și *s* sunt *constante* sau mărimi parametrice, atunci spațiile respective vor fi denumite **2D** → **2D⁺** și **3D** → **3D⁺**. Câteva exemple sunt prezentate în **figurile 1, a și 1, b**.



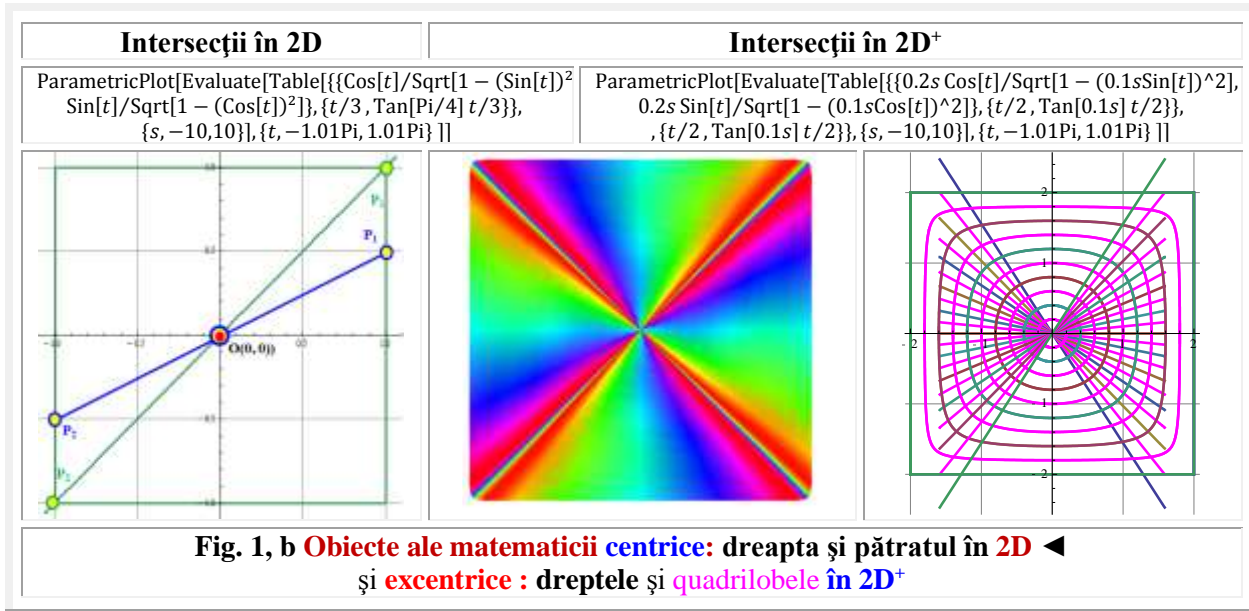
În stânga **figurii 1, a** este reprezentată, în spațiul **2D**, intersecția unei drepte cu un cerc, iar în dreapta, în spațiul **2D⁺**, intersecția unei familii de drepte $y_i = m_i \cdot x$ de $m_i = \tan s$ cu o familie de cercuri de raze $R = s$, în care *excentricitățile liniare* numerice *s* sunt valori parametrice, adică constante. În primul caz, intersecția se reduce la două puncte pentru $s \in [-1, +1]$, chiar dacă dreapta devine tangentă la cerc ($s = \pm 1$); cele două puncte fiind confundate în punctul de tangență.

În cel de-al doilea caz, fiecare dreaptă din fasciculul de drepte intersectează fiecare cerc concentric, astfel că rezultatul intersecțiilor va fi întreaga suprafață a discului circular de dimensiune maximă, disc prezentat multicolor, în culori tari / puternice, în centrul **figurii 1, a**.

Pentru $m_i = \tan \epsilon$, în care ϵ este *excentricitatea unghiulară*, $\epsilon \in [0, 2\pi]$ situația este asemănătoare, cu deosebirea că singura dreaptă, turmantă în jurul originii $O(0, 0)$, va intersecta succesiv toată familia de cercuri concentrice, rezultatul intersecțiilor fiind tot discul circular de rază maximă, în spațiul **2D⁺**.

Intersecția unui pătrat, rezultat dintr-o quadrilobă de $s = \pm 1$, cu două drepte, ce trec prin originea $O(0, 0)$, este prezentată în stânga **figurii 1, b**. ◀ prin cele 2×2 puncte de intersecție, din planul **2D⁺**, dacă considerăm pătratul drept o *quadrilobă* de $s = \pm 1$. Dacă nu, suntem în **2D**. Numai că, în **2D**, nu se cunoaște o *ecuație* a pătratului perfect; el construindu-se din segmente de dreaptă toate egale și paralele între ele,

două câte două. Rezultă că intersecția în $2D^+$ este un disc pătrat, corespunzător quadrilobei de rază maximă R_{Max} și de $s = \pm 1$; pătratul de $s = +1$ fiind rotit cu π față de quadriloba / pătratul de $s = -1$, ceea ce devenea evident pe vechile calculatoare, pe care punctele unei curbe apăreau la perioade de câteva secunde sau zecimi de secundă, astfel că se putea vedea de unde începe și unde se sfârșește curba. Ce vremuri...! Acum curba apare instantaneu, sau aproape instantaneu și acest lucru devine imposibil!



2. INTERSECȚIA CERCULUI CU O STRÂMBĂ CE TRECE PRIN CENTRUL $O(0, 0)$ DIN PLANUL xOy

Strâmbele sunt o extensie ce exprimă nemărginirea și măreția *supermatematicii*, multiplicând și generalizând la infinit, în *domeniul excentric*, unica *dreaptă* existentă în *domeniul centric*.

Există două tipuri de strâmbe: de variabilă excentrică θ , care sunt continue numai în domeniul excentricității liniare numerice $s \in [-1, +1]$ cu graficele din **figura 2, a și 2, b** ◀ și de *variabilă centrică* α , care sunt continue pentru oricare valoare a excentricității numerice, adică pentru $s \in [-\infty, +\infty]$ cu graficele din **figura 2, a și 2, b** ▶.

Se va prezenta în continuare intersecția unui cerc cu două *strâmbe*, de θ și de α , de aceeași excentricitate liniară numerică $s = 0,8$ având graficele din **figura 3, a**. ◀. Aici se vede clar că ele sunt simetrice față de prima bisectoare, deci sunt inverse una alteia. De aceea, ne vom referi numai la intersecția cu cercul din graficul din **figura 3, a** dreapta ▶ celelalte puncte de intersecție putându-se deduce fără probleme. În acest scop, ecuația cercului trebuie modificată, așa cum se poate observa în **figura 3, b**. adică:

$$(1) \quad \begin{cases} x = R \cos t \\ y = R \sin t \end{cases} \rightarrow y = \sqrt{R^2 - x^2}, \quad \text{pentru } R = 3.$$

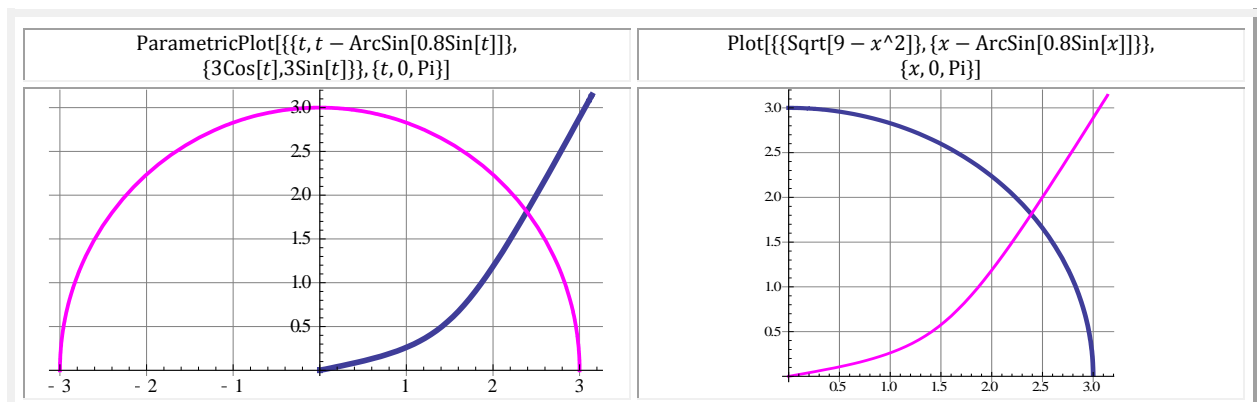
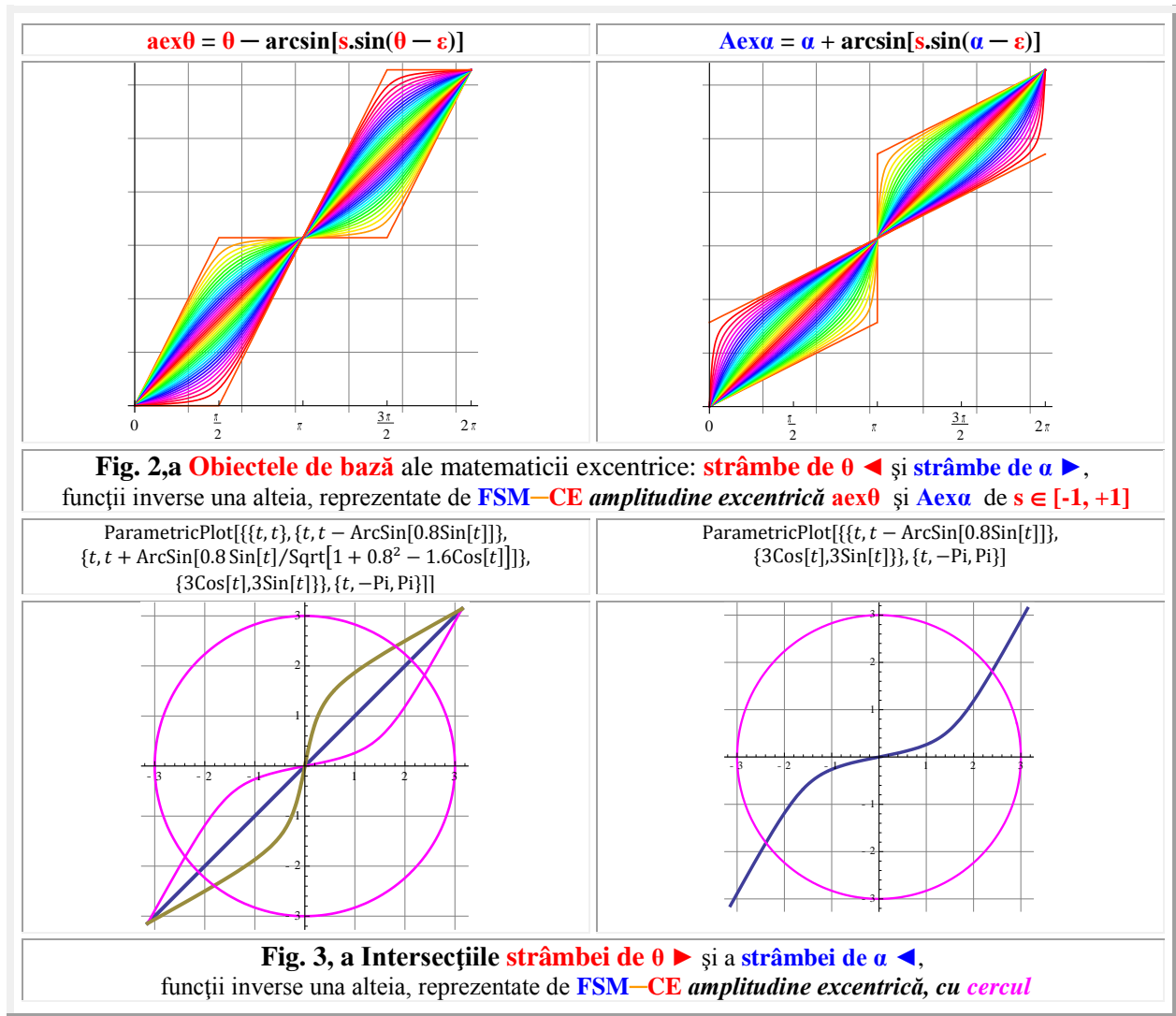
În acest caz, intersecția se determină prin rezolvarea sistemului

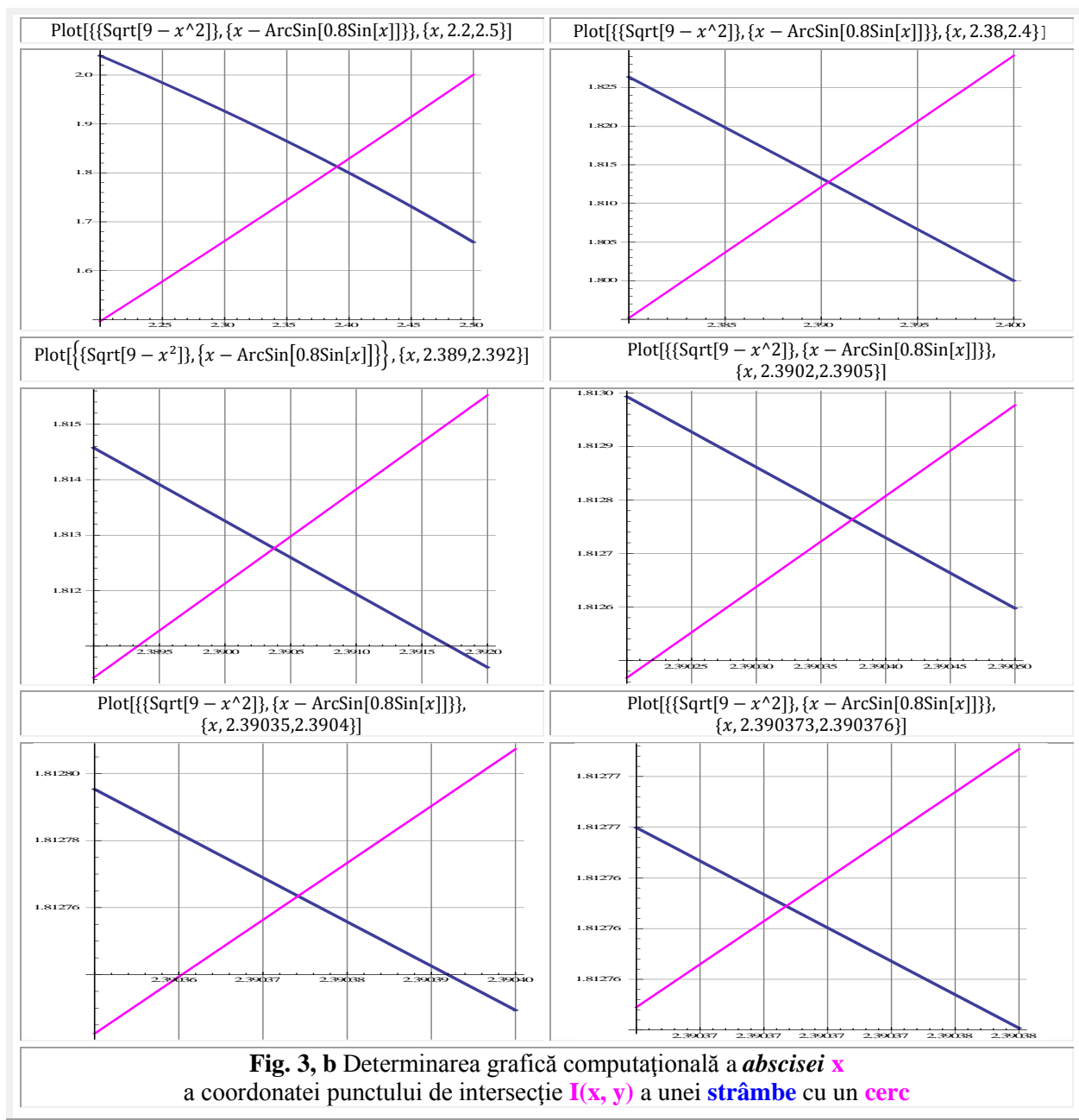
$$(2) \quad \begin{cases} y = \sqrt{R^2 - x^2} \\ y = x - \text{ArcSin}[0.8 \text{Sin}[x]] \end{cases}, \text{ sau}$$

$$(3) \quad x - \text{ArcSin}[0.8 \text{Sin}[x]] - \sqrt{R^2 - x^2} = 0$$

Așa cum s-a mai procedat și explicat în cadrul lucrării Șelariu M. E. “MATEMATICA ATOMICĂ”, se începe determinarea *cifrelor exacte* ale coordonatelor punctelor de intersecție prin metoda computațio-

nală / grafică, cât timp cifrele sunt încă lizibile, pași prezentați în graficele din **figura 3, b**, apoi se trece la **metoda succesivă (MS)** a **matematicii atomice (MA)** cu pașii următori (7 și 8) prezentați în **tabelul 1**.





După 4 pași s-a ajuns la valoarea *abscisei* x a punctului de intersecție $I(x, y)$ $x = 0,39037$ iar după 6 pași s-a păstrat la aceeași valoare $x = 0,39037$.

Pentru o precizie și mai ridicată se va apela, în continuare, la *matematica atomică* (MA) cu *metoda succesivă* (MS) prezentată în *tabelul 1*, observându-se că prin metoda grafică nu se mai pot face progrese.

Din *tabelul 1* rezultă că următoarele cifre exacte sunt **4** și **1**, astfel că, soluția cu **8 cifre exacte** în acest moment este $x = 2,3903741\dots$ și, deși s-ar putea continua oricât, ne vom opri aici.

Știindu-se că punctul de intersecție aparține cercului de rază $R = 3$, *ordonata* y va avea valoarea :

$$(12.4) \quad y = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{3^2 - 2.3903741^2} = 1,8127635427846596$$

astfel că punctul de intersecție are coordonatele $I(2,3903741; 1,81276354)$.

Tabelul 1		
DETRMINAREA RĂDĂCINII / SOLUȚIEI PRIN METODA SUCCESIVĂ		
Pasul	ECUAȚIA	Eroarea / ABATEREA
7	$2.390370 - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2.390370]] - \sqrt{3^2 \cdot 2.390370^2}$	-0.0000125947
	$2.390371 - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2.390371]] - \sqrt{3^2 \cdot 2.390371^2}$	-9.57815×10^{-6}
	$2.390372 - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2.390372]] - \sqrt{3^2 \cdot 2.390372^2}$	-6.56161×10^{-6}
	$2.390373 - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2.390373]] - \sqrt{3^2 \cdot 2.390373^2}$	-3.54507×10^{-6}
	$2.390374 - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2.390374]] - \sqrt{3^2 \cdot 2.390374^2}$	-5.28524×10^{-7}
	$2.390375 - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2.390375]] - \sqrt{3^2 \cdot 2.390375^2}$	2.48802×10^{-6}
	$2.390376 - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2.390376]] - \sqrt{3^2 \cdot 2.390376^2}$	5.50457×10^{-6}
	$2.390377 - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2.390377]] - \sqrt{3^2 \cdot 2.390377^2}$	8.52111×10^{-6}
	$2.390378 - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2.390378]] - \sqrt{3^2 \cdot 2.390378^2}$	0.0000115377
	$2.390379 - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2.390379]] - \sqrt{3^2 \cdot 2.390379^2}$	0.0000145542
$2.390380 - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2.390380]] - \sqrt{3^2 \cdot 2.390380^2}$	0.0000175708	
8	$2.3903740 - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2.3903740]] - \sqrt{3^2 \cdot 2.3903740^2}$	-5.28524×10^{-7}
	$2.3903741 - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2.3903741]] - \sqrt{3^2 \cdot 2.3903741^2}$	-2.268×10^{-7}
	$2.3903742 - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2.3903742]] - \sqrt{3^2 \cdot 2.3903742^2}$	7.47845×10^{-8}
	$2.3903743 - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2.3903743]] - \sqrt{3^2 \cdot 2.3903743^2}$	3.76439×10^{-7}

3 SUPERNOVELE CA INTERSECȚII ÎN 3D⁺

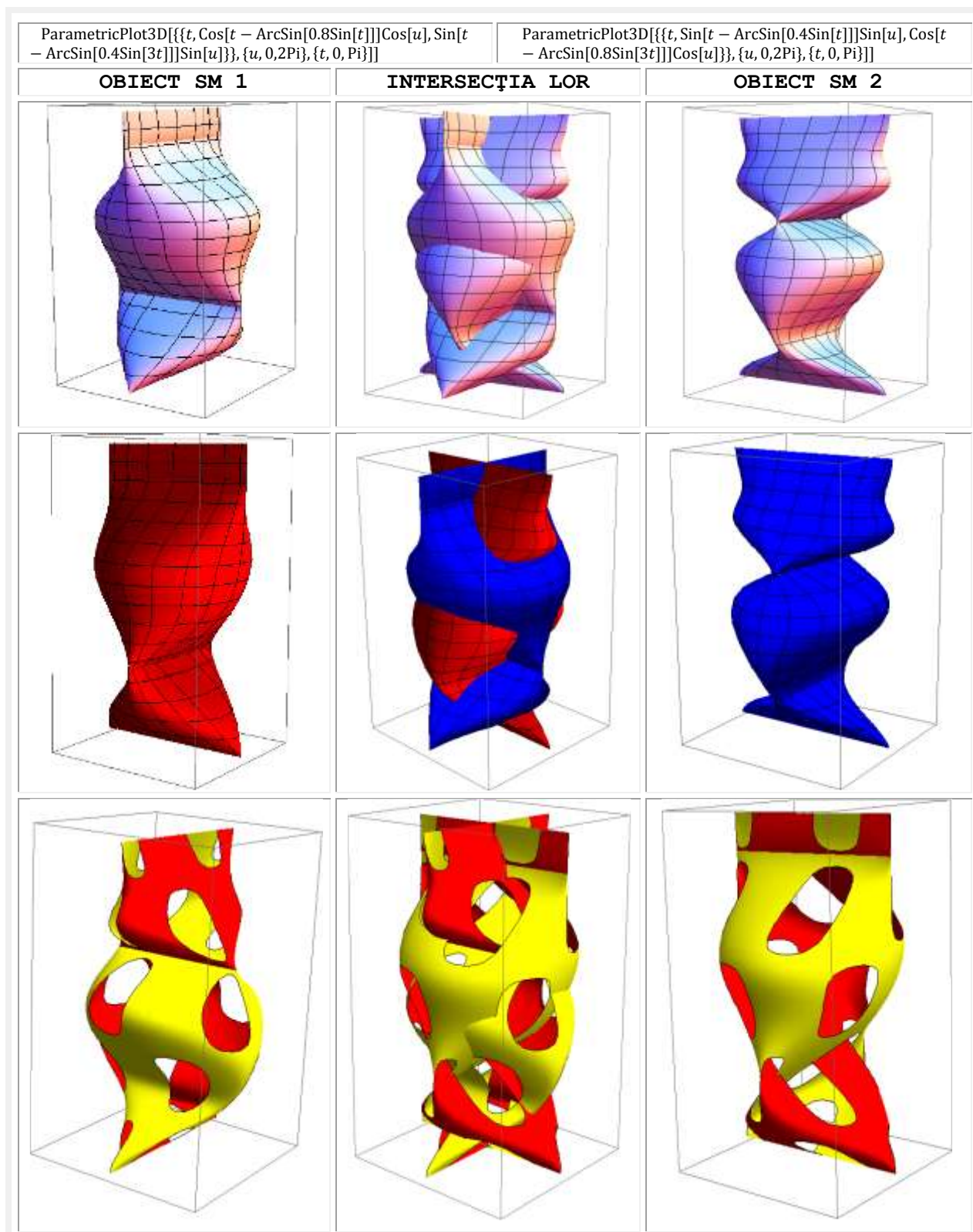
O explozie nova, sau una mult mai puternică denumită *supernovă*, este produsă în *interacțiunea a două stele* care sunt foarte apropiate una de cealaltă. Mai pe scurt și pe înțelesul tuturor, este o *intersecție* a două stele. *Supernova matematică* poate fi considerată o *intersecție a două obiecte matematice 3D*, care, evident, nu explodează dar nasc un obiect nou și, uneori, foarte interesant. *Nova* însemnând *nouă*.

Dacă **matematica centrică (MC)** cu cele mai evolute programe matematice n-a reușit să determine soluțiile /rădăcinile unor ecuații matematice, sau coordonatele punctelor de intersecție a unor curbe sau suprafețe și în *special supermatematic*, noua metodă descrisă în lucrare “**MATEMATICA ATOMICA**” a reușit cu brio să soluționeze aceste probleme; noua metodă fiind denumită “*Determinarea succesivă a cifrelor numărului soluție*” al oricărei ecuații algebrice de orice grad și tip.

Astfel, în **figura 4,a** sunt reprezentate în mai multe moduri cele două obiecte supermatematice separate precum și *noul* obiectul supermatematic *supernovă* în 3D.

Obiectele și intersecția sunt reprezentată în 3 moduri diferite pentru a se facilita înțelegerea /evidențierea celor două obiecte intersectate.

Cea mai clară intersecție este cea reprezentată prin culori diferite pentru fiecare obiect. Dar nu este și cea mai atristică, mai plăcută ochiului.



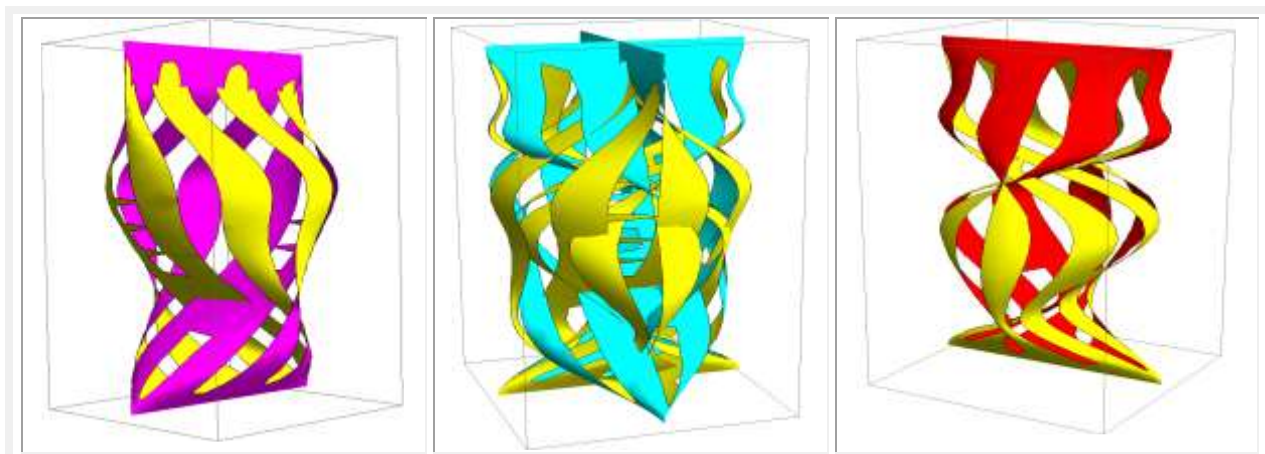
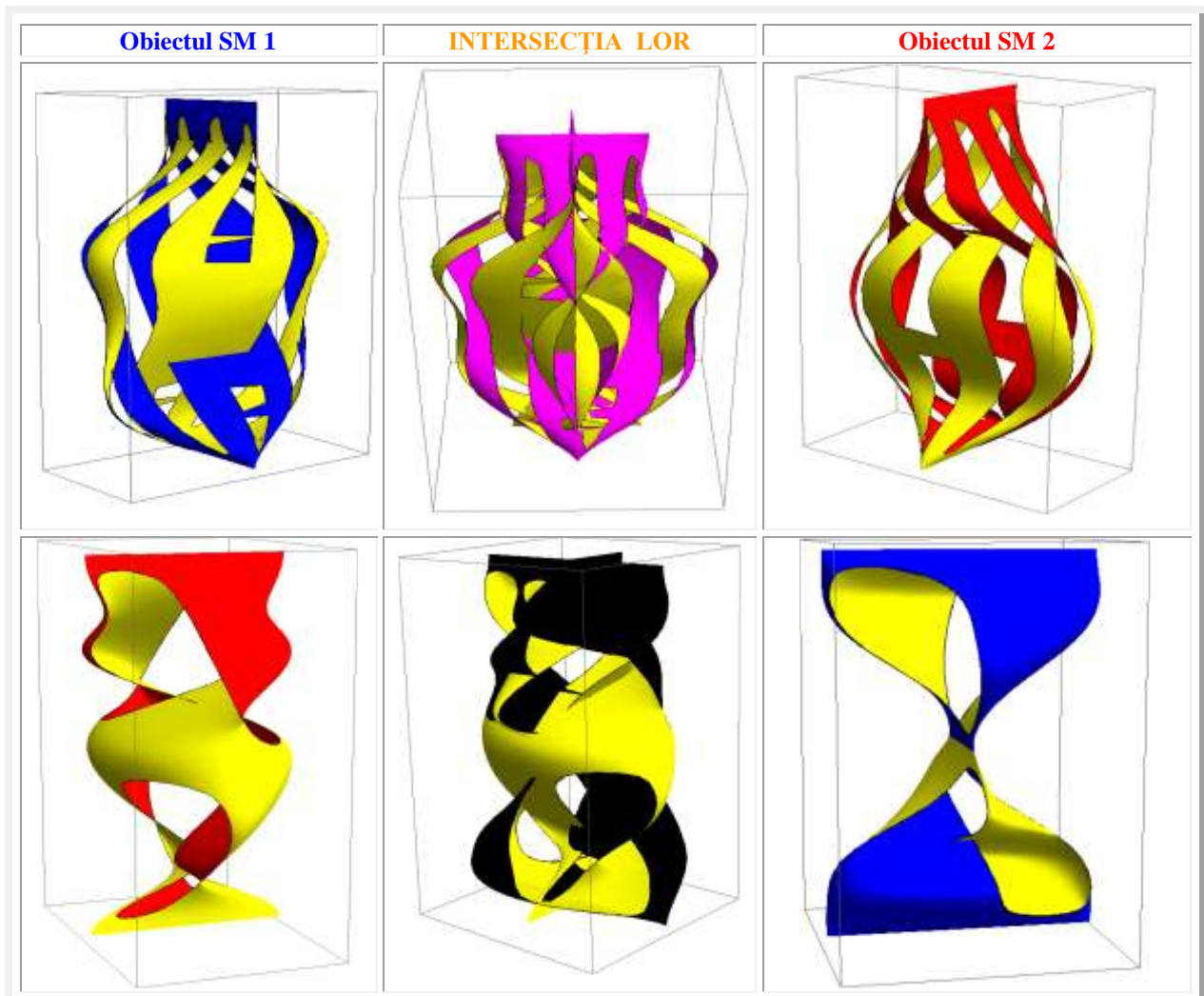
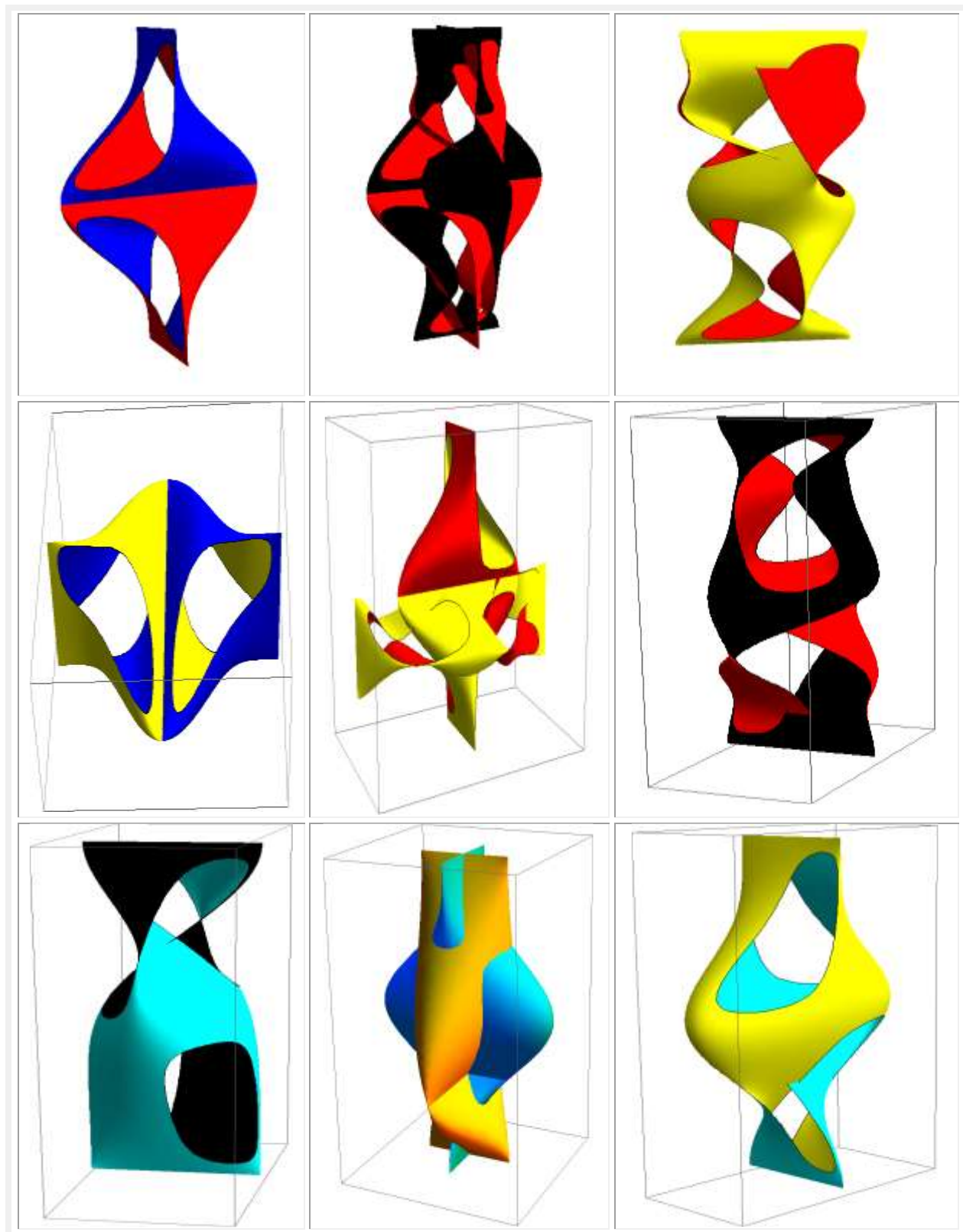
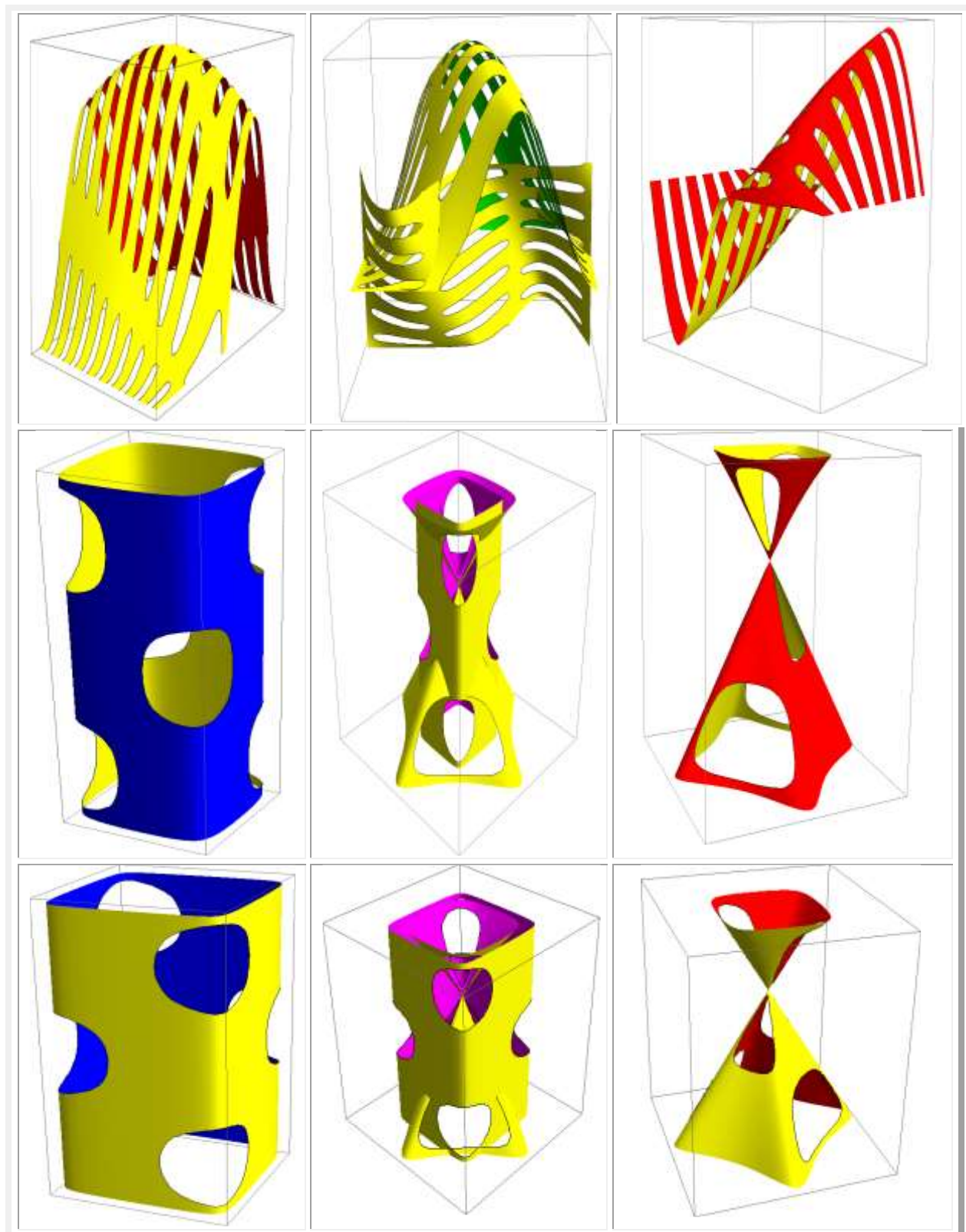
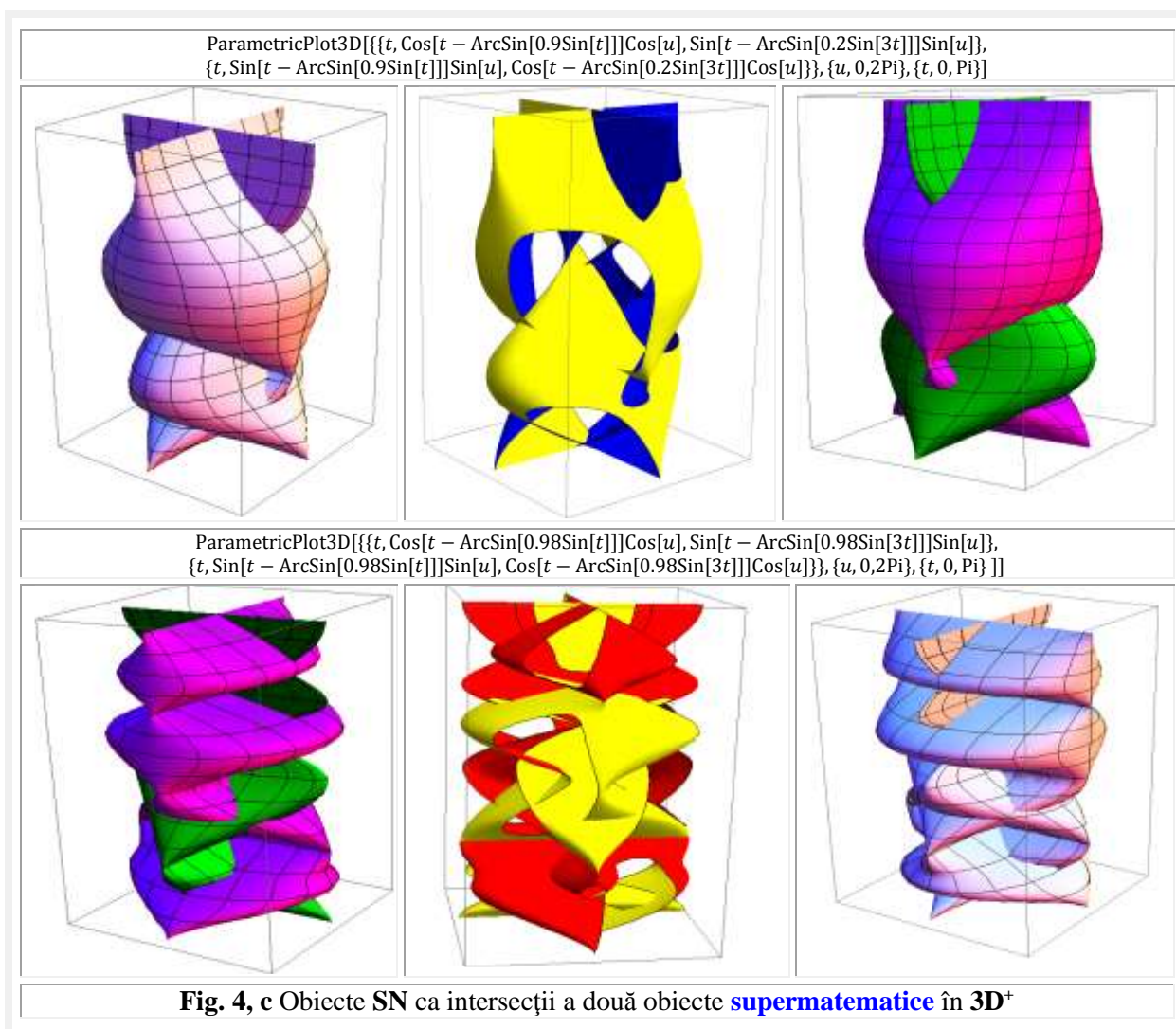
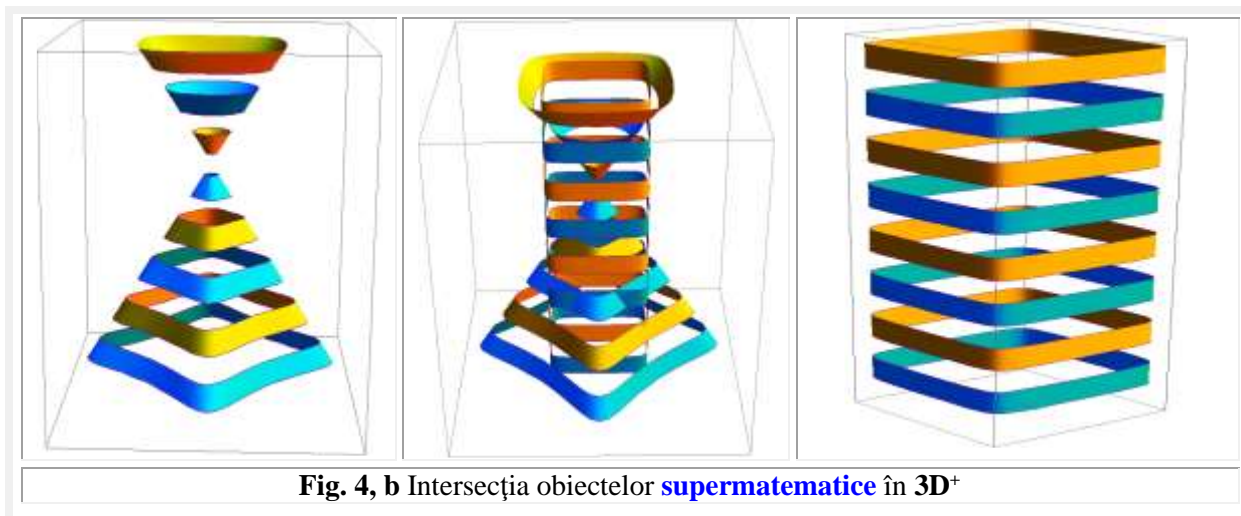


Fig. 4, a Intersecția a două obiecte **supermatematice** în 3D⁺



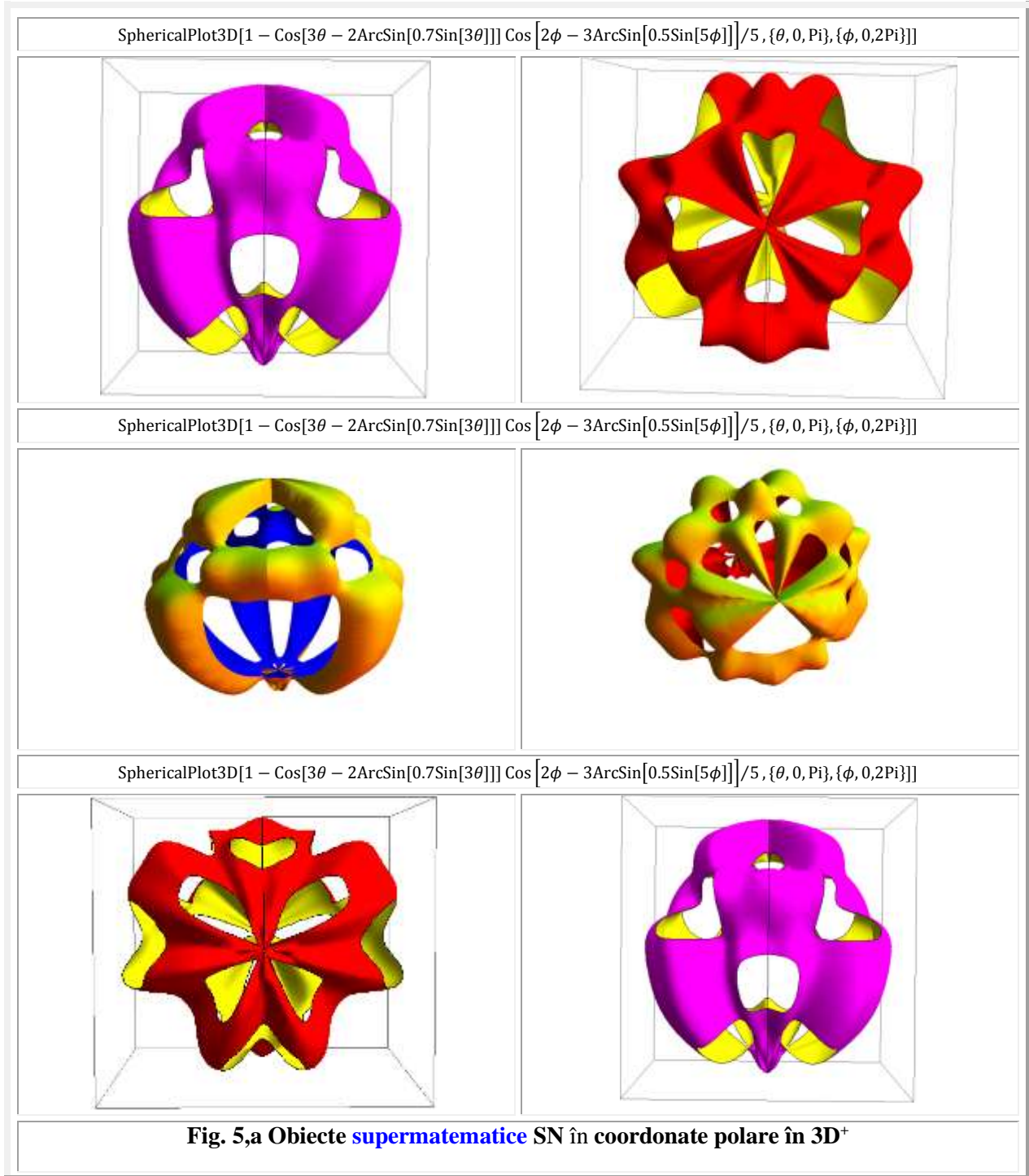






OBIECTE SUPERMATEMATICE SUPERNOVE ÎN COORDONATE POLARE

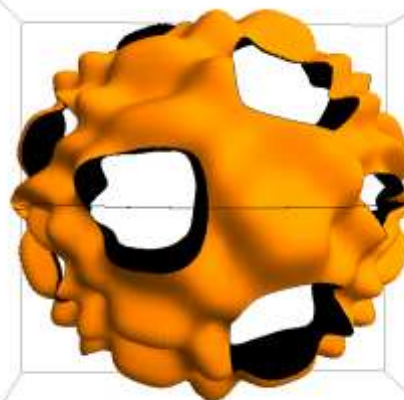
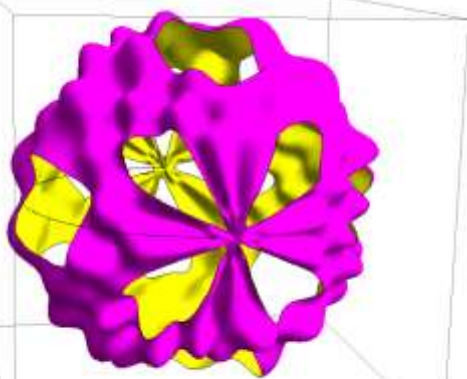
Ecuțiile **FSN** sunt prezentate în cadrul în cele două proiecții pentru a defini mai complet aceste obiecte complexe. Obiectele foarte complexe pot fi reprezentate chiar și în 3 vederi.



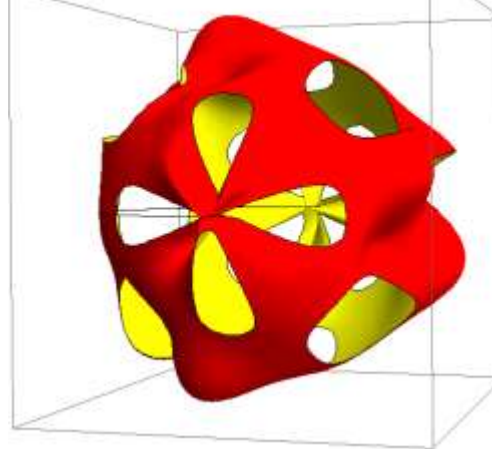
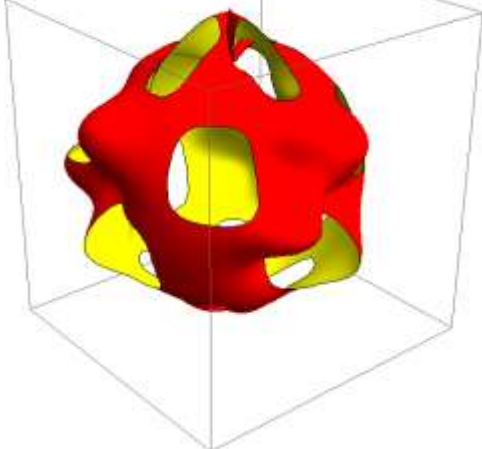
SphericalPlot3D[1 - Cos[θ - ArcSin[0.7Sin[3θ]]] Cos[φ - ArcSin[0.5Sin[5φ]]]/5, {θ, 0, Pi}, {φ, 0, 2Pi}

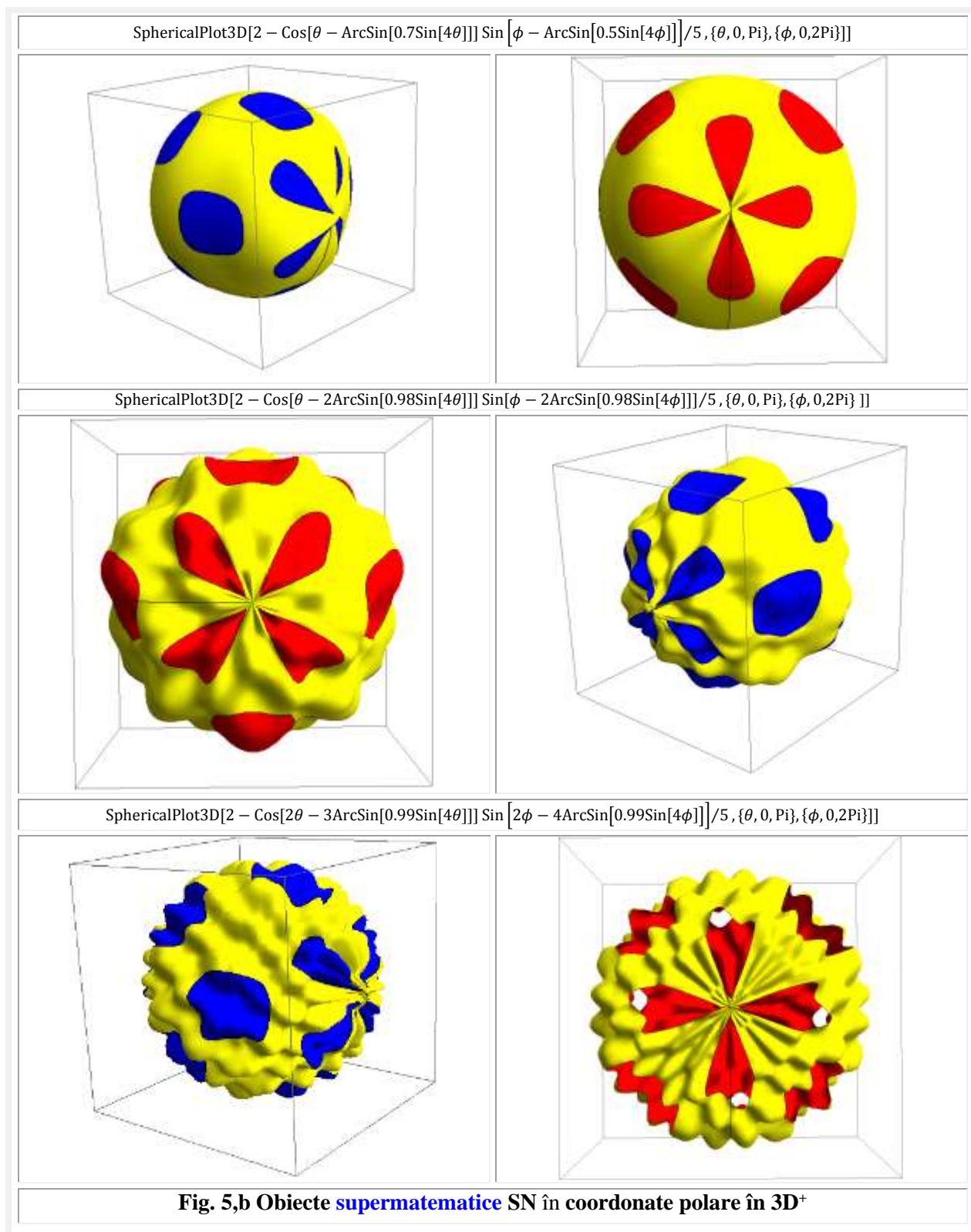


SphericalPlot3D[2 - Cos[2θ - 5ArcSin[0.7Sin[4θ]]] Sin[3φ - 4ArcSin[0.95Sin[3φ]]]/5, {θ, 0, Pi}, {φ, 0, 2Pi}

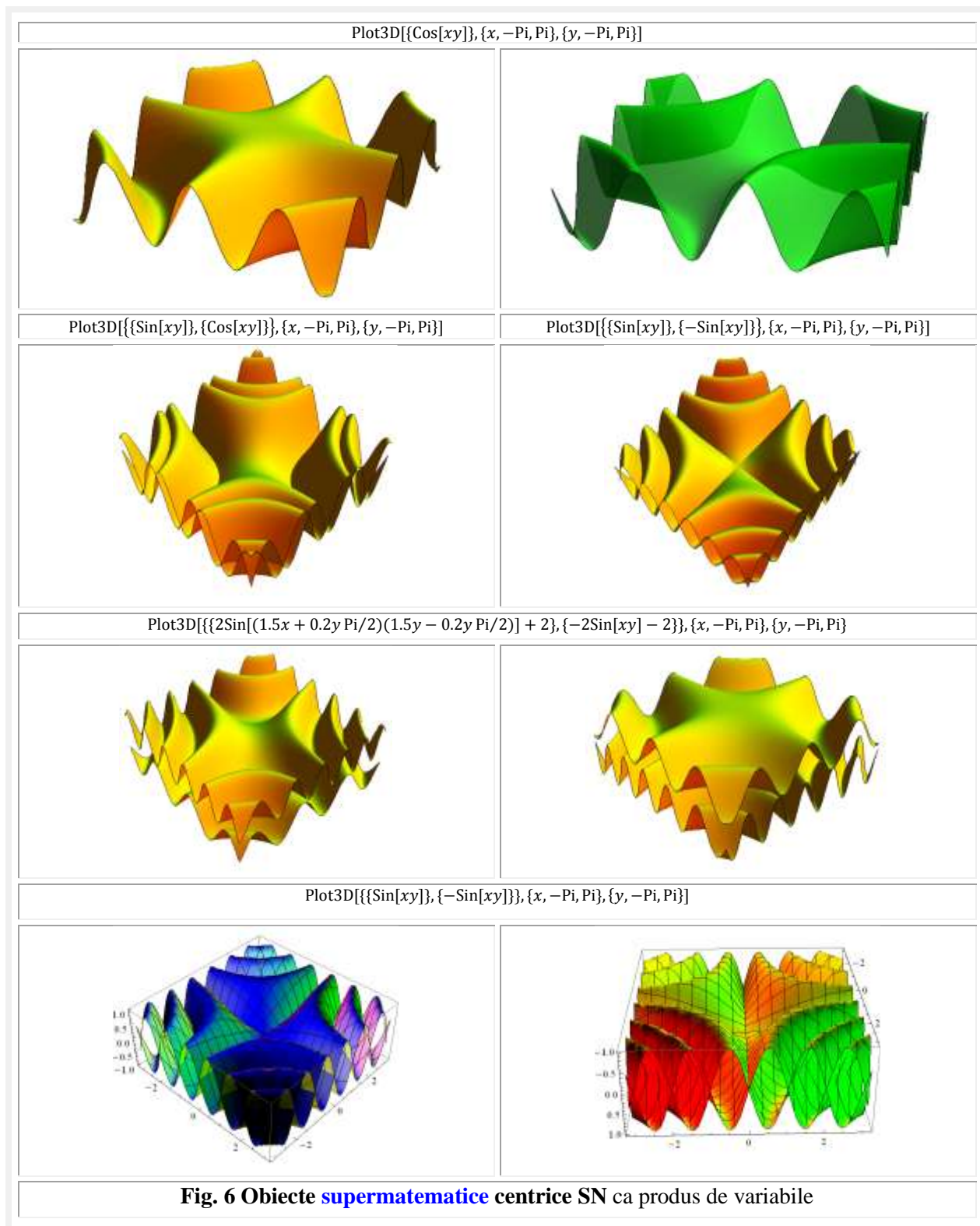


SphericalPlot3D[1 - Cos[2θ - 4ArcSin[0.7Sin[2θ]]] Sin[3φ - 2ArcSin[0.5Sin[3φ]]]/5, {θ, 0, Pi}, {φ, 0, 2Pi}

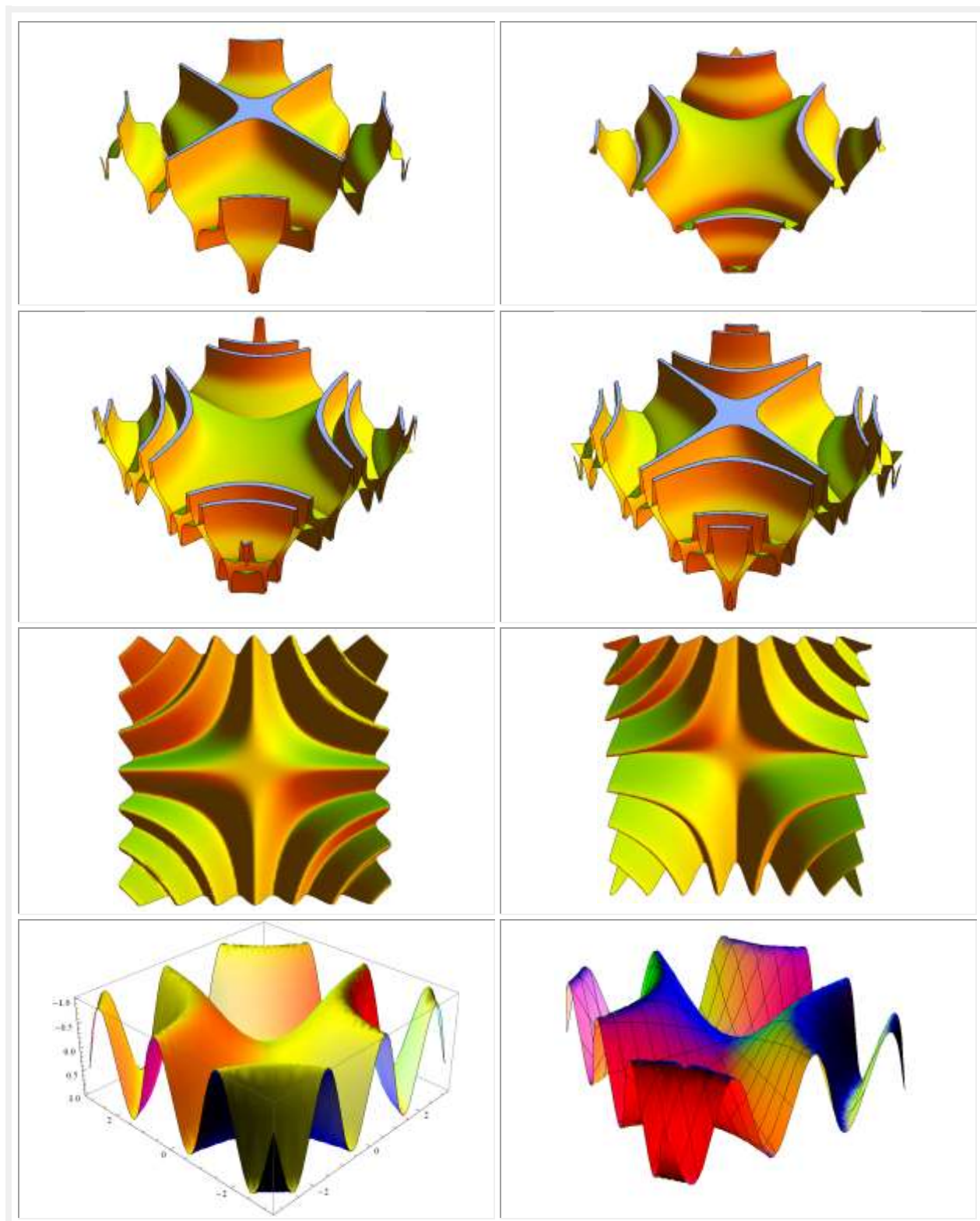




OBIECTE SUPERMATEMATICE CENTRICE



ACELEAȘI FIGURI ÎN ALTE CULORI



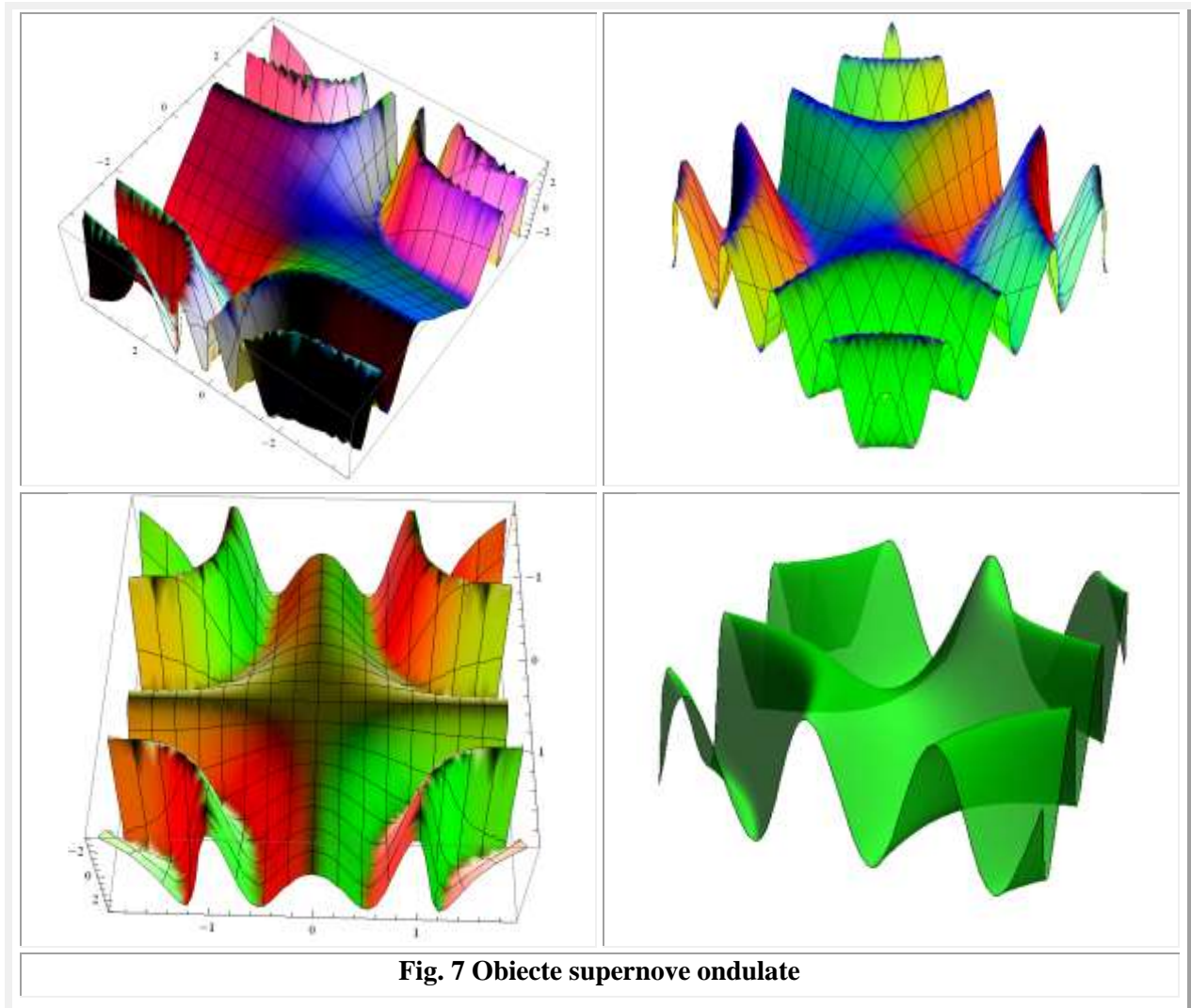


Fig. 7 Obiecte supernove ondulate

CURBE SN CA FIGURI LISSAJOUS – CEBIȘEV EXCENTRICE

Sunt realizate cu programul **Mathematica 8** al lui **Stephan Wolfram** prezentată în **figura 8**, în care variabila **t** a fost înlocuită cu diverse **funcții supermatematice circulare excentrice (FSM–CE)**.

În figura amintită anterior înlocuirea a fost realizată cu funcția radical din amplitudinea excentrică de variabila **excentrică θ** , în alte cazuri cu **FSM–CE** amplitudine excentrică de variabilă **centrică a**

$$(1) \quad \begin{cases} aex\theta = \theta - \arcsin[s \sin(\theta - \varepsilon)] \\ Aex\alpha = \alpha + \arcsin \frac{s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{1 + s^2 - 2s \cdot \cos(\alpha - \varepsilon)}} \end{cases}$$

$$(2) \quad \sqrt{aex[\theta, S(s, \varepsilon)]} = \sqrt{\theta - \arcsin[s \cdot \sin\theta]}$$

în care **excentricitatea unghiulară ε** a fost aleasă nulă iar **excentricitățile liniare numerice** s-au ales de **0,2; 0,6 și 0,9**.

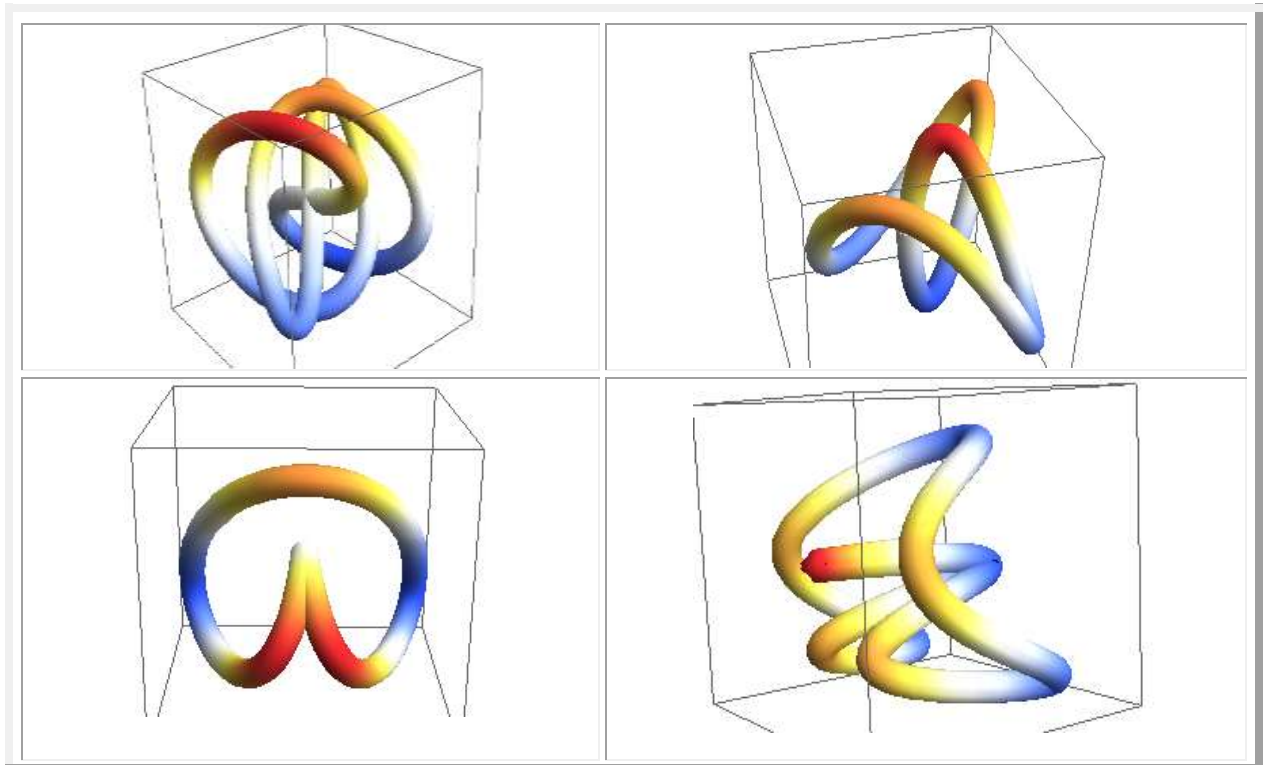
Funcțiile **Lissajous** sunt curbe plane dar în cazul prezentat ele devin curbe strâmbe în spațiu și, prin acest lucru, devin și funcții / **curbe supernove excentrice**.

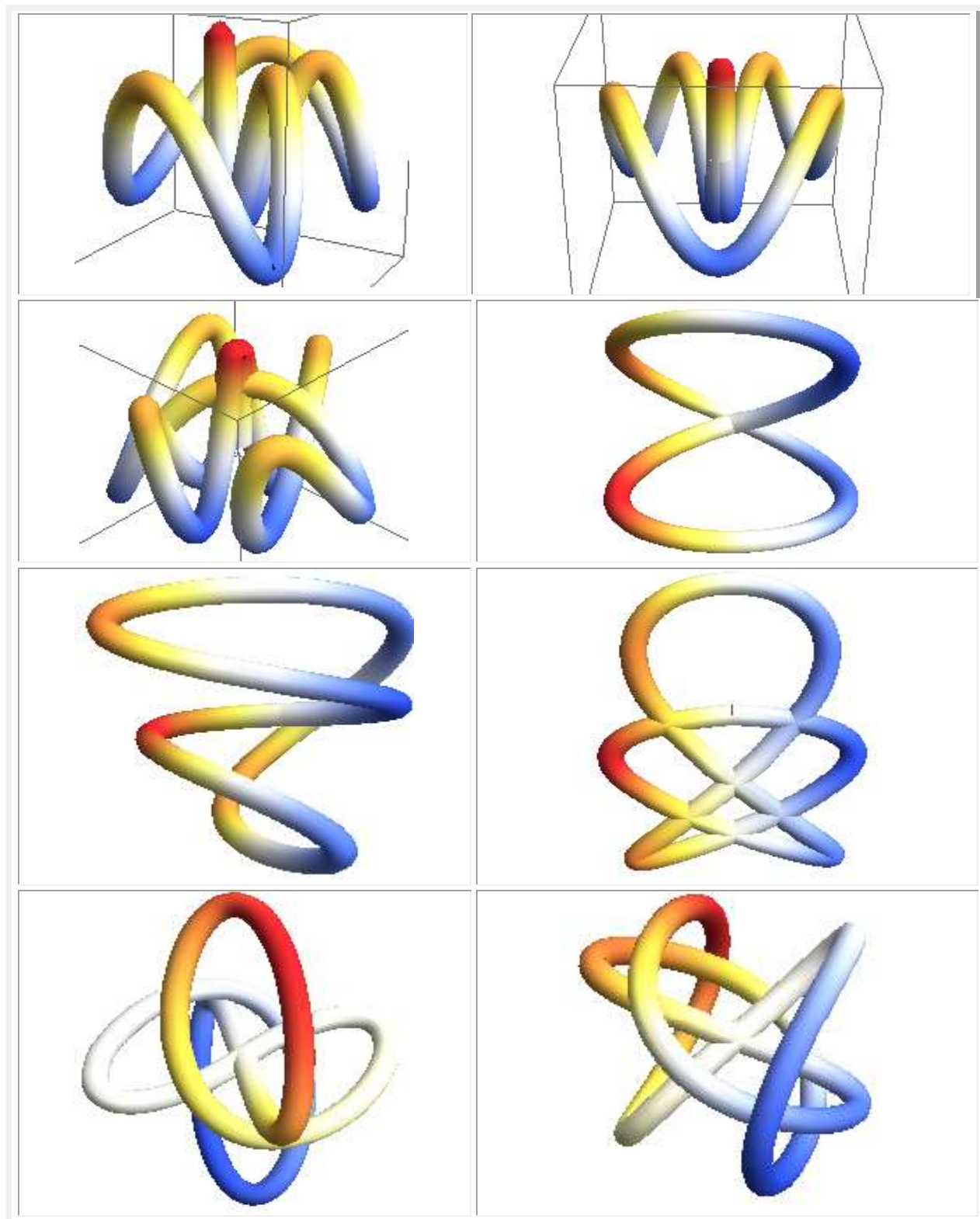
Sunt și cazuri în care înlocuirea variabilei s-a făcut cu alte tipuri de funcții supermatematice precum cele quadrilobe / cvadrilobe, trilobe ș.m.a.

```

Manipulate[ParametricPlot3D[{ChebyshevT[k, Sqrt[t - ArcSin[0.9Sin[t]]]], ChebyshevT[m, Sqrt[t - ArcSin[0.6Sin[t]]]],
  ChebyshevT[n, Sqrt[t - ArcSin[0.2Sin[t]]]], {t, -1, 1}, Axes -> False, ColorFunction -> (ColorData["TemperatureMap"][#3]&),
  PlotRange -> 1.1, ImageSize -> {500, 350}, PlotStyle -> {Tube[thick]}, SphericalRegion -> True, Boxed -> box, PlotLabel
  -> TraditionalForm[Style[Row[{"(", "x", ",", "y", ",", "z", ")"} = ("(", Row[HoldForm[ChebyshevT[#, t]]&/@{k, m, n}, ", ", ")"}], 14]], PlotStyle
  -> Specularity[White, 20]], {{k, 8, "x"}, 1, 15, 1, Appearance -> "Labeled"}, {{m, 9, "y"}, 1, 15, 1, Appearance
  -> "Labeled"}, {{n, 5, "z"}, 1, 15, 1, Appearance
  -> "Labeled"}, {l, 1, "length"}, -9999, 1, {{thick, 0.03, "tube thickness"}, 0.005, 1}, {{box, True, "show box"}, {False, True}}]
    
```

Fig. 8 Schița realizării FSN de tip Lissajous excentrice în 3D





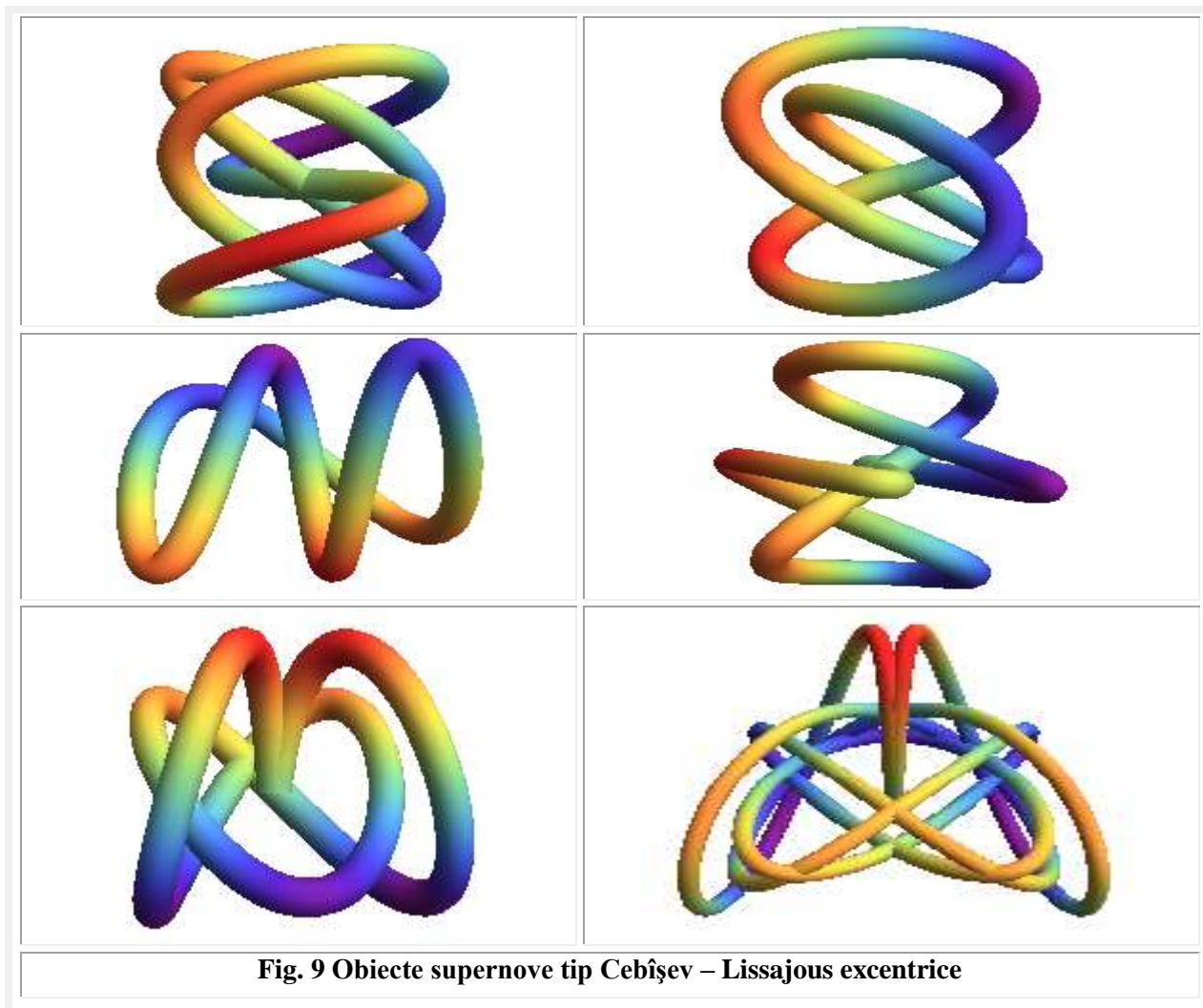
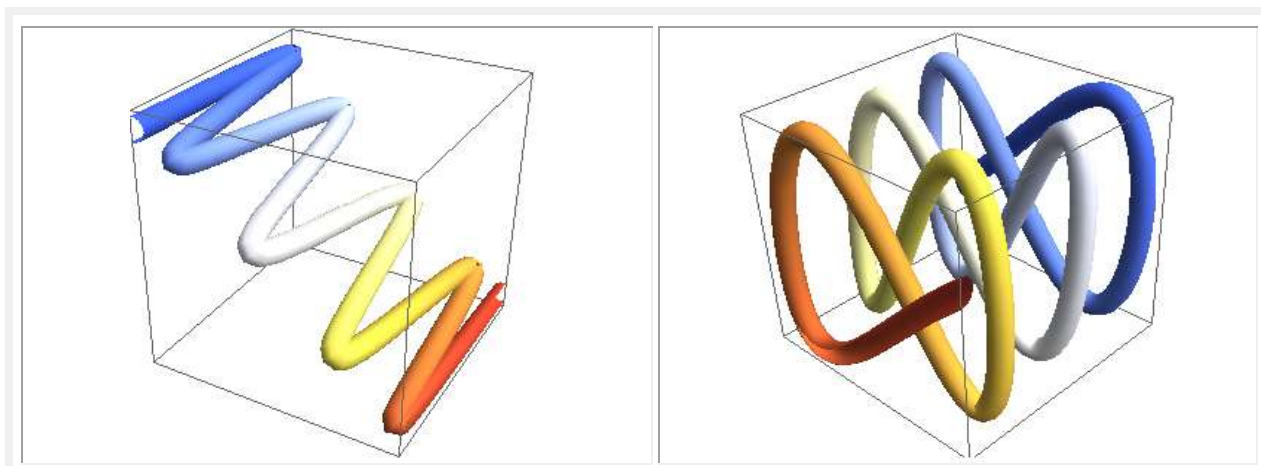
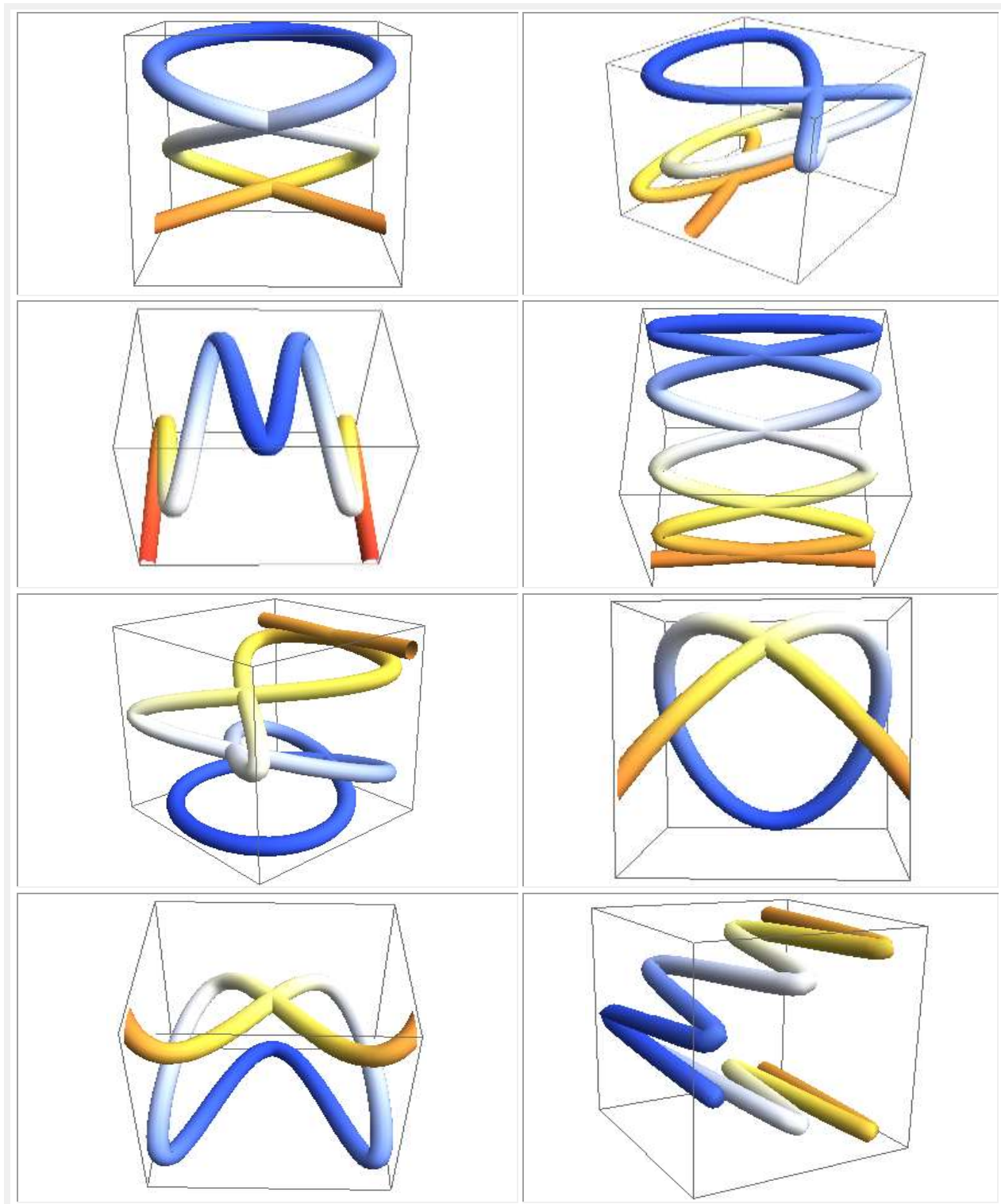
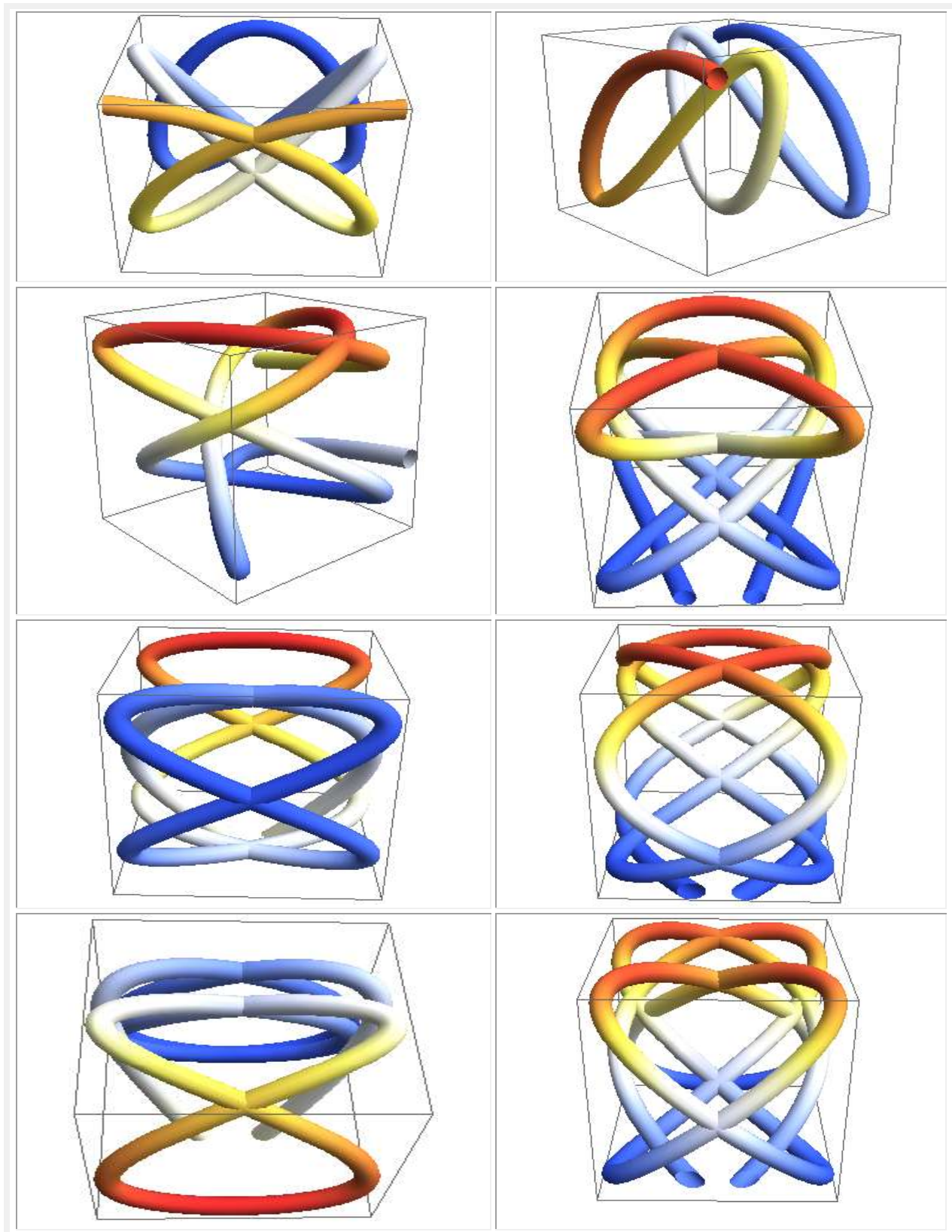


Fig. 9 Obiecte supernove tip Cebîșev – Lissajous excentrice







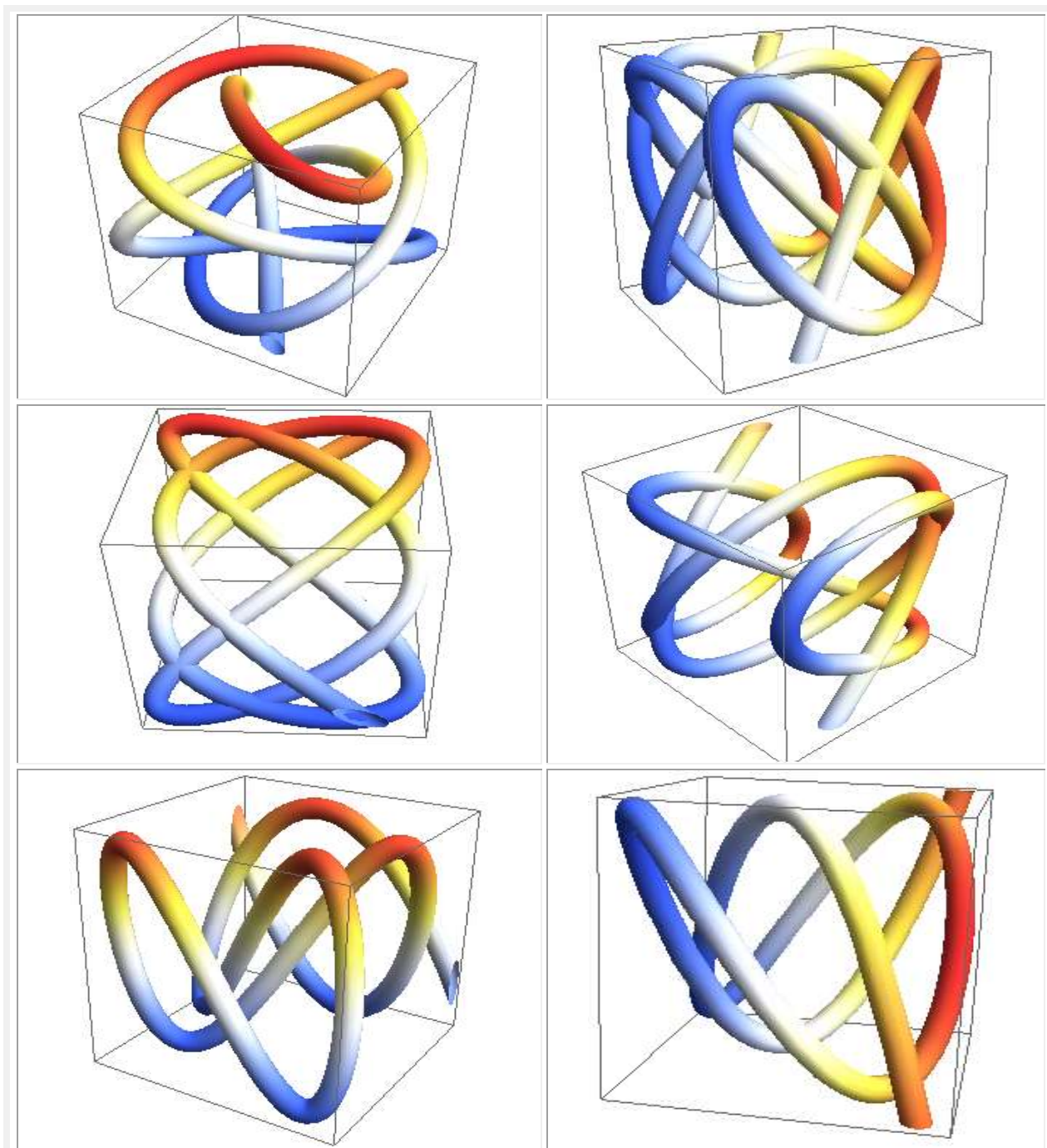


Fig. 10 FIGURI LISSAJOUS SN

www.SuperMatematica.ro

Motto: "Cele mai simple formule din matematică
au deschis calea către cele mai mari descoperiri "

Grigore Rotaru

CAPITOLUL XIX

FIGURI LISSAJOUS SUPERNOVE CENTRICE ŞI EXCENTRICE

1 INTRODUCERE

Curbele, denumite şi **figuri** sau franjuri **Lissajous** derivă de la numele matematicianului francez **Jules Antoine Lissajous**. Acum suntem obligaţi să le denumim şi **centrice**, din momentul în care au apărut şi alte familii de "figuri **supermatematice** (**Lissajous**) **excentrice**, **elevate** şi **exotice**" mai generale, care, evident, nemaifiind figuri **Lissajous**, sunt numite **figuri supermatematice** (**SM**) **excentrice** (**FSME**), **elevate** (**FSMEL**) şi **exotice** (**FSMEx**), iar acum şi cele **supernove** (**FSN**).

Figurile Lissajous centrice reprezintă traiectoria plană descrisă de un punct în reprezentările modificate (2) ale cercului (1):

$$(1) \quad \begin{cases} x = R \cos \alpha \\ y = R \sin \alpha \end{cases} \rightarrow$$

$$(2) \quad \begin{cases} x = R \cdot \cos(m\alpha) = R \cdot \cos(\omega_1 t) \\ y = R \cdot \sin(n\alpha + \varphi) = R \cdot \sin(\omega_2 t + \varphi) \end{cases}$$

sau ale elipsei (3) \rightarrow (4):

$$(3) \quad \begin{cases} x = a \cos \alpha \\ y = b \cdot \sin \alpha \end{cases} \rightarrow$$

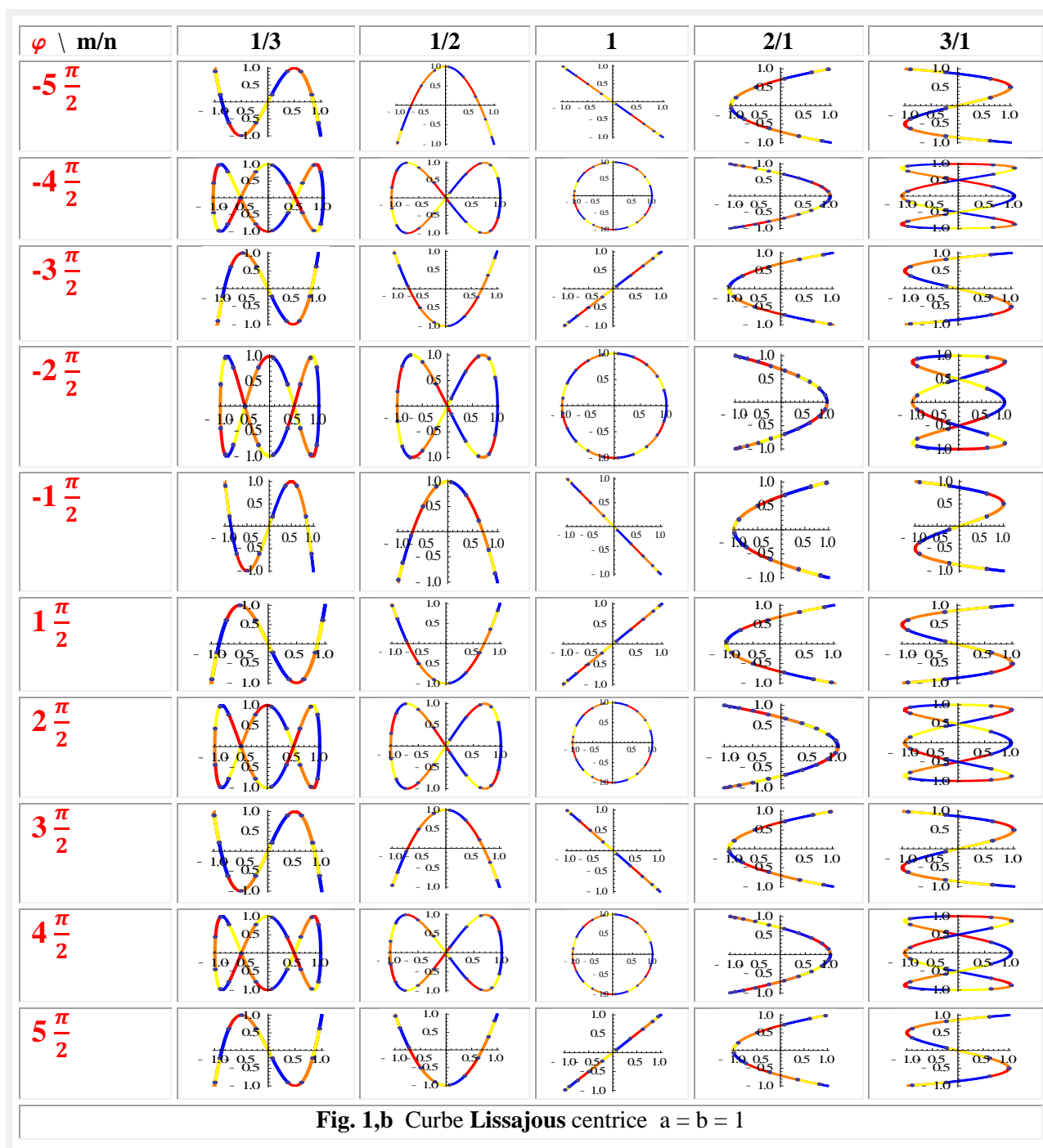
$$(4) \quad \begin{cases} x = a, \cos(m\alpha) = R \cdot \cos \omega_1 t \\ y = b \cdot \sin(n\alpha + \varphi) = R \cdot \sin(\omega_2 t + \varphi) \end{cases}$$

Din punct de vedere mecanic şi, mai precis, al dinamicii unui punct material, figurile **Lissajous centrice** reprezintă traiectoria în plan al unui punct forţat să participe simultan la două oscilaţii armonice, după cele două direcţii perpendiculare din plan. Aceste curbe sunt **transcendente**, respectiv, **algebrice** dacă raportul $\frac{m}{n} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ este **iraţional**, respectiv, **raţional**.

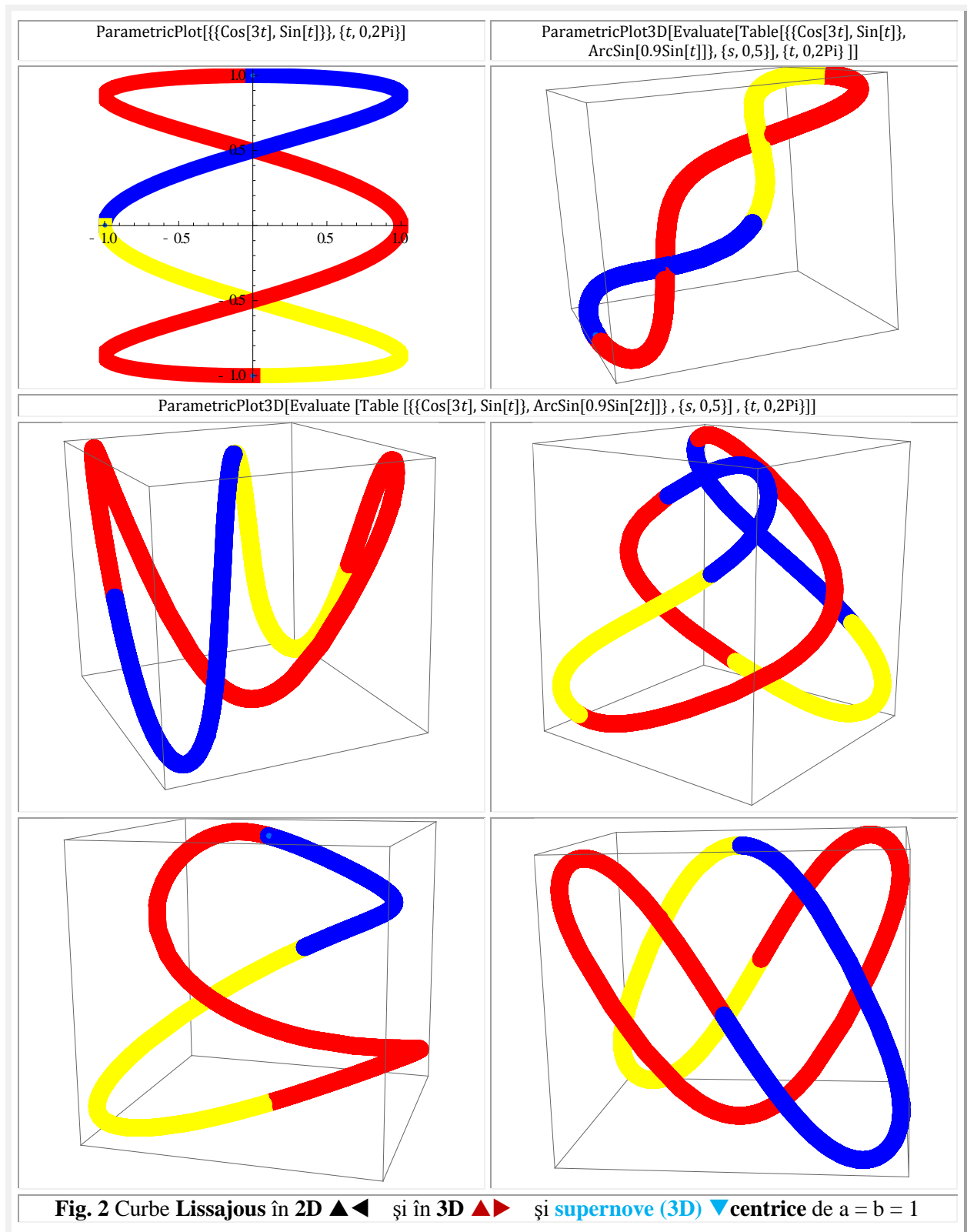
Dacă **m = n**, adică perioadele oscilaţiilor sunt egale (**$\omega_1 = \omega_2$**), traiectoria / curba este o **elipsă**, dacă **a \neq b** şi un **cerc** dacă **a = b = R** şi dacă **$\varphi = k\pi$** , (**k = 0, 1, 2, 3...**), adică pentru **0, π , 2π , 3π , ...**. Dacă această diferenţă de **fază φ** este **0, $\pi/2$** sau **$(2k + 1) \pi/2$** , cercul şi / sau elipsa degenerază în două segmente de dreaptă, suprapuse peste una dintre bisectoarele planului, sau peste diagonalele unui pătrat şi /sau, respectiv, ale unui dreptunghi.

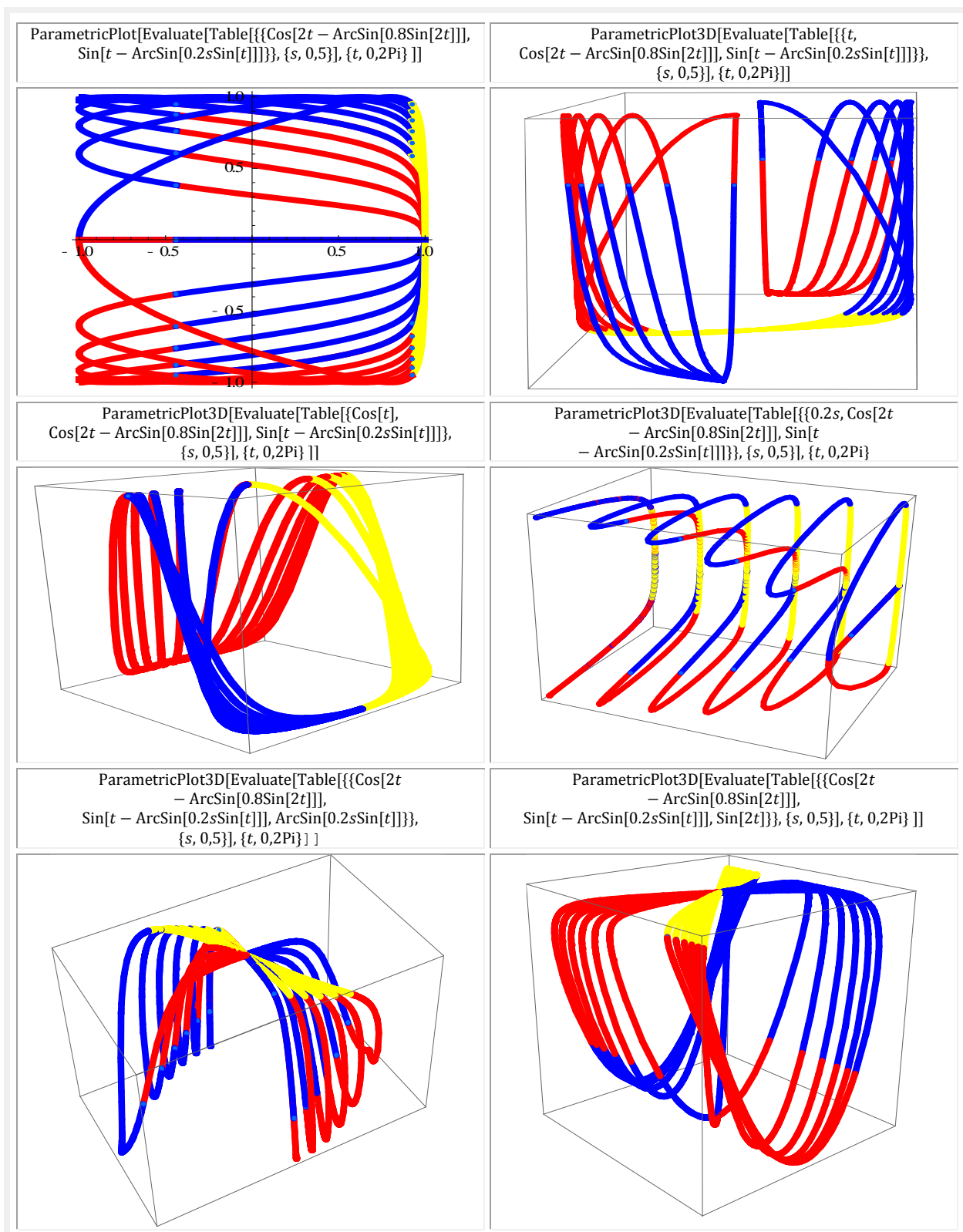
Ele, figurile **Lissajous centrice**, pot degenera în două **segmente de dreaptă** confundate, suprapuse peste prima bisectoare dacă **$\varphi = \pi/2(1 + 4k)$** , (**k = 0, 1, 2, 3...**), adică pentru **$\pi/2, 5\pi/2, 9\pi/2, \dots$** şi se suprapun peste a doua bisectoare, dacă **$\varphi = \pi/2(3 + 4k)$** , (**k = 0, 1, 2, 3...**), adică pentru **$3\pi/2, 7\pi/2, 11\pi/2, \dots$**

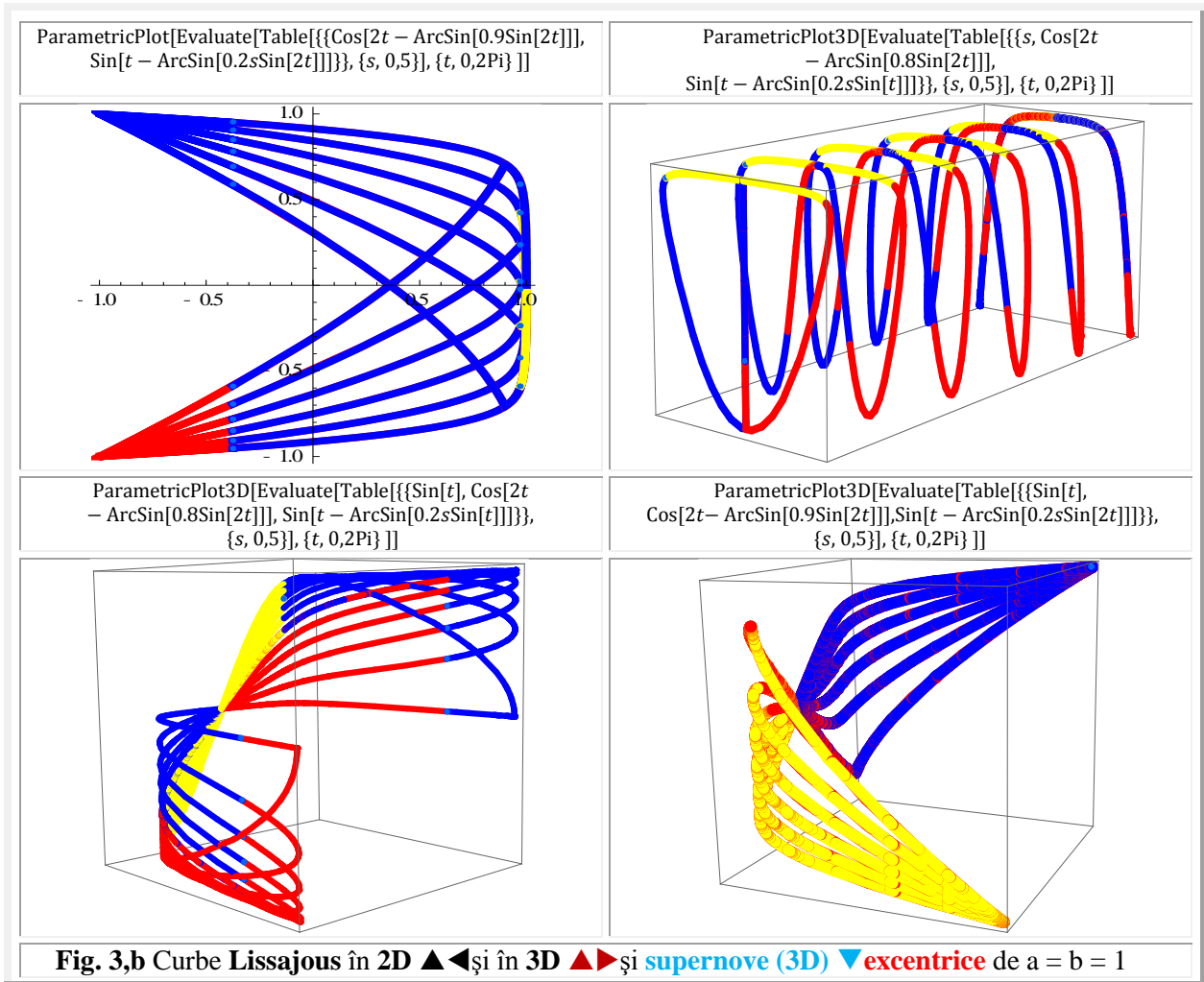
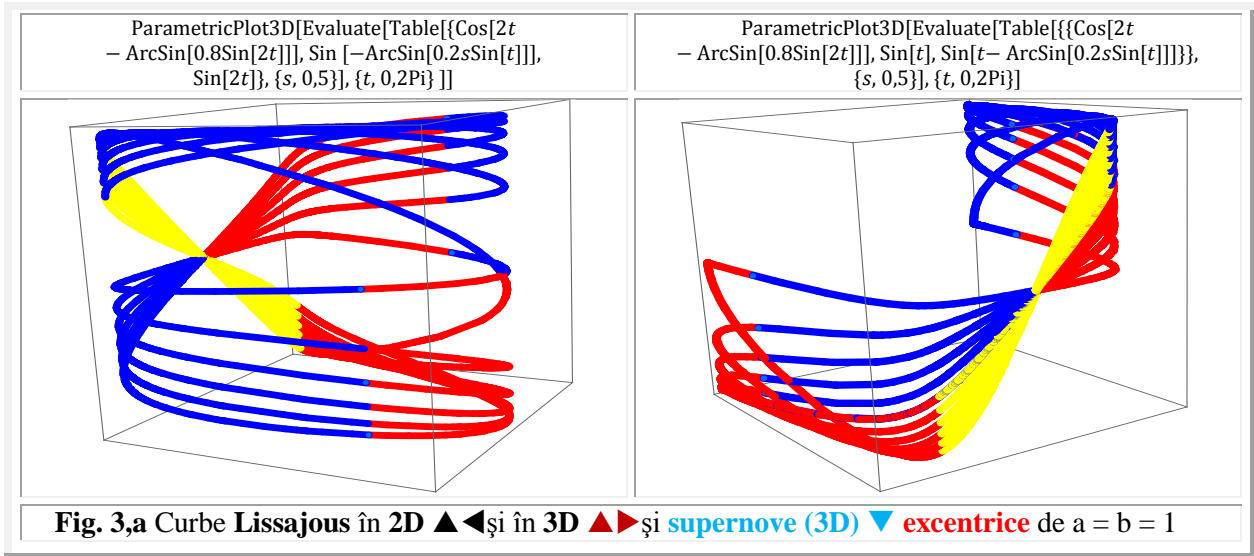
Graficele celor anterior enunţate sunt ilustrate tabelar în **figura 1** ca funcţii de **m/n** şi **φ** .

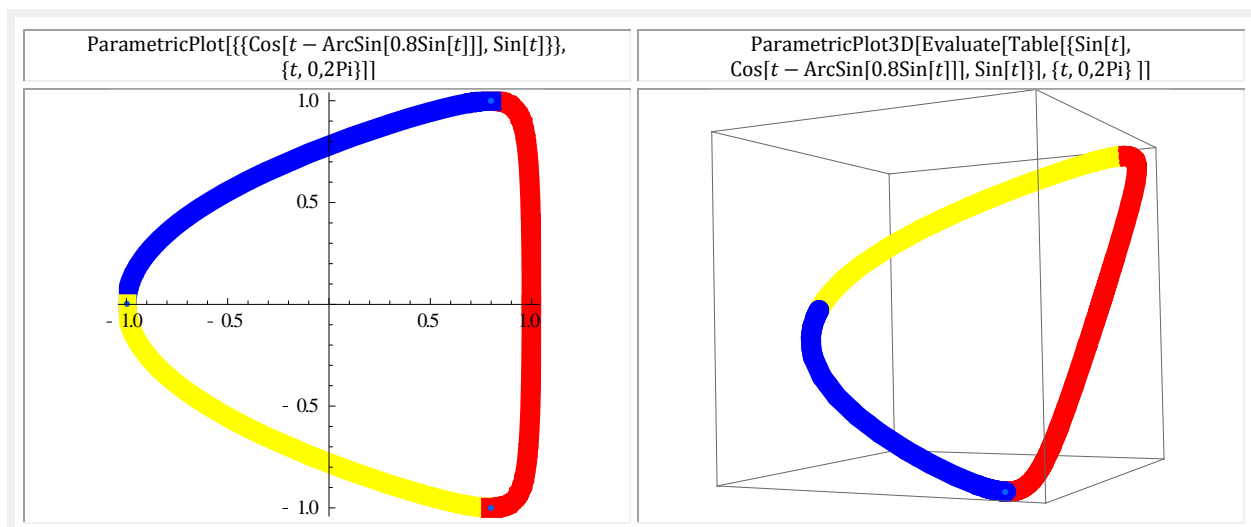
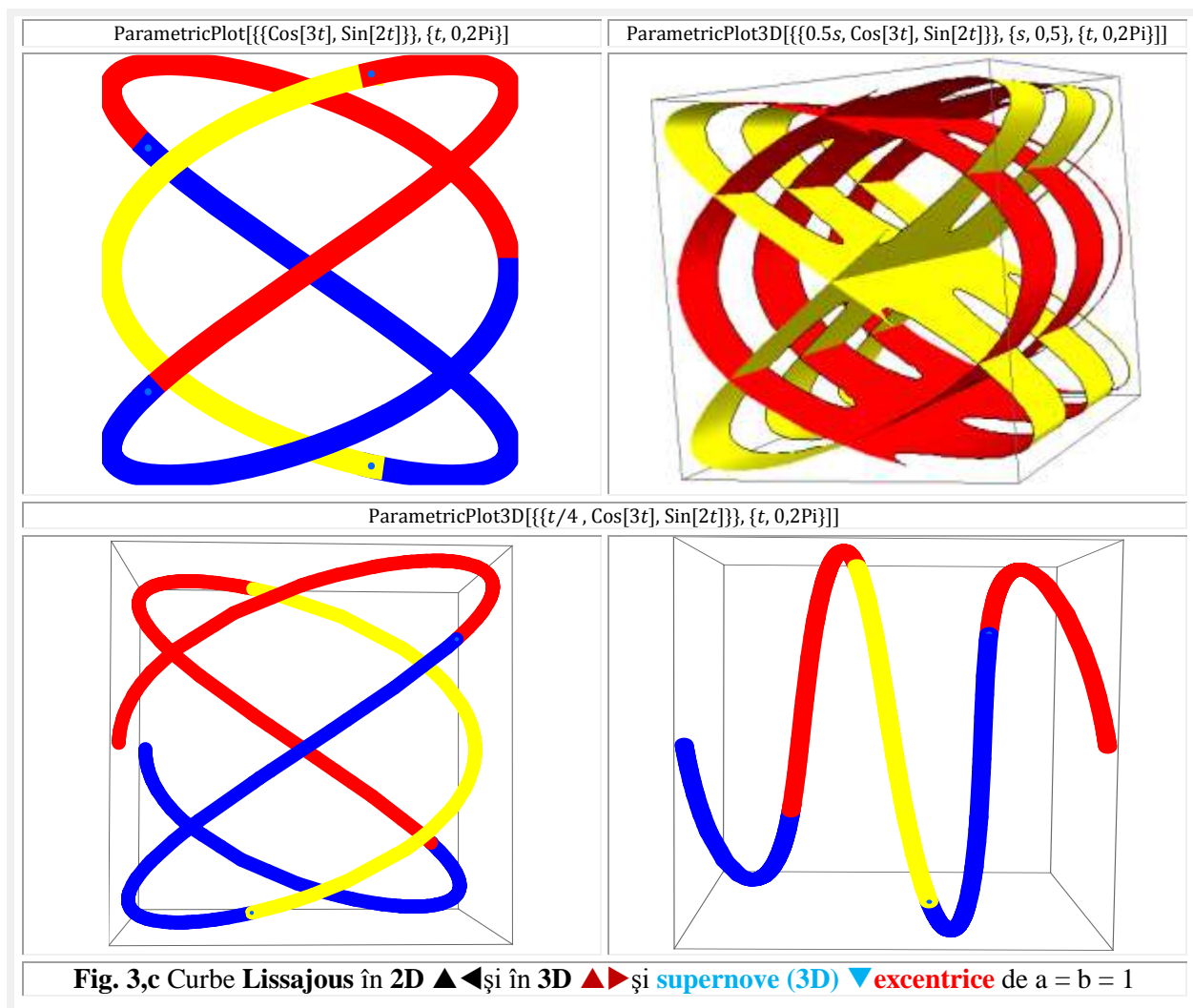


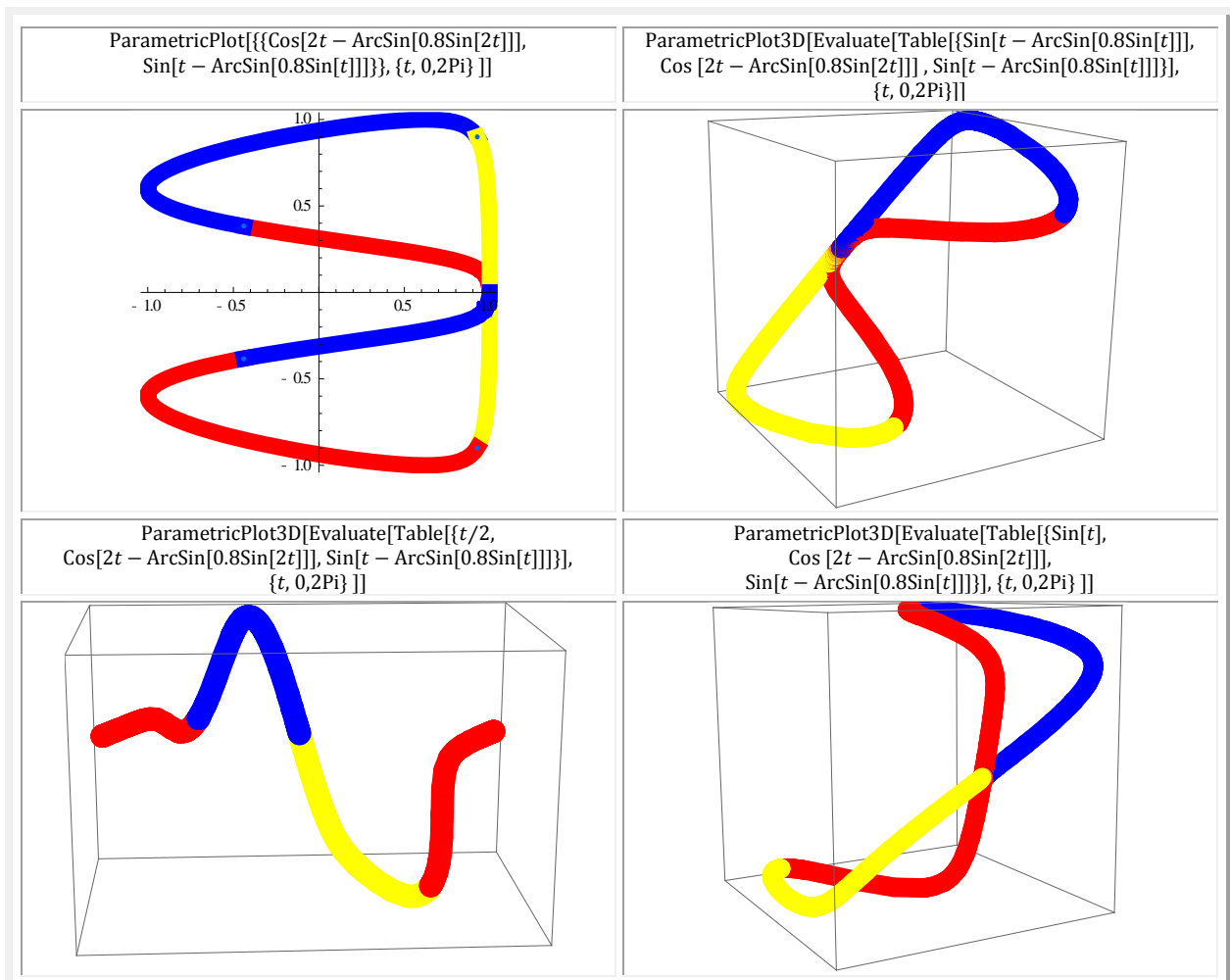
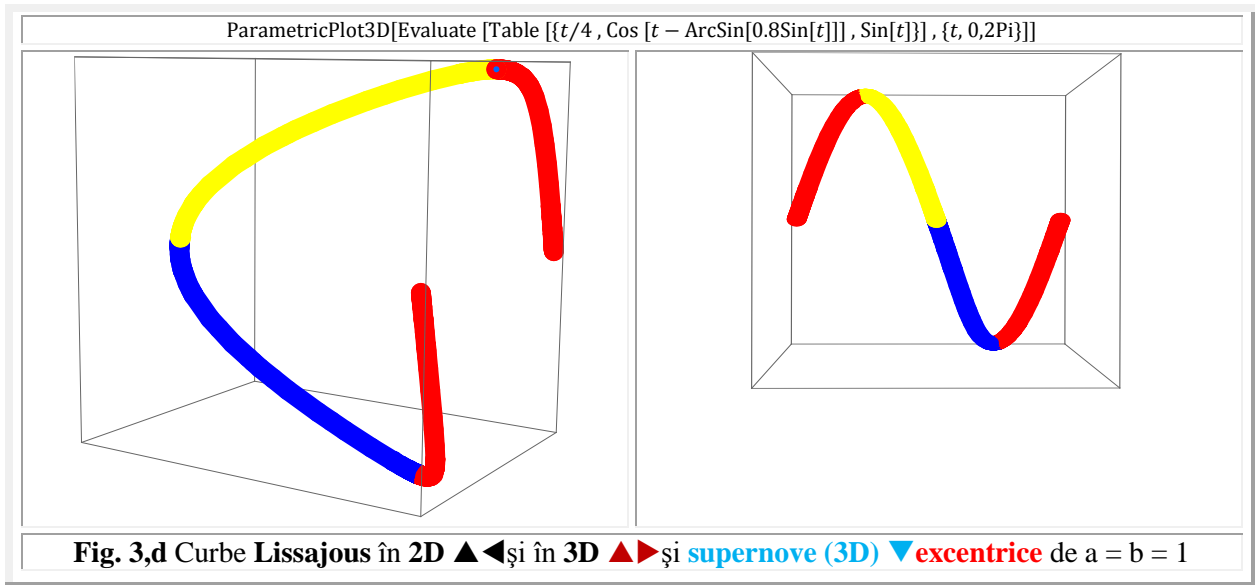
Toate acestea sunt figuri plane, în **2D**, și pot deveni figuri plane și în **3D**. Dacă devin figuri strâmbe, evident în **3D**, atunci devin și figuri **Lissajous supernove (FLSN)** centrice care au o singură curbă **SN** sau excentrică cu o infinitate de curbe **SN** dintre care, în diverse figuri, pentru $s \in [0, 1]$ sunt reprezentate 11 figuri / curbe cu pasul 0,1.

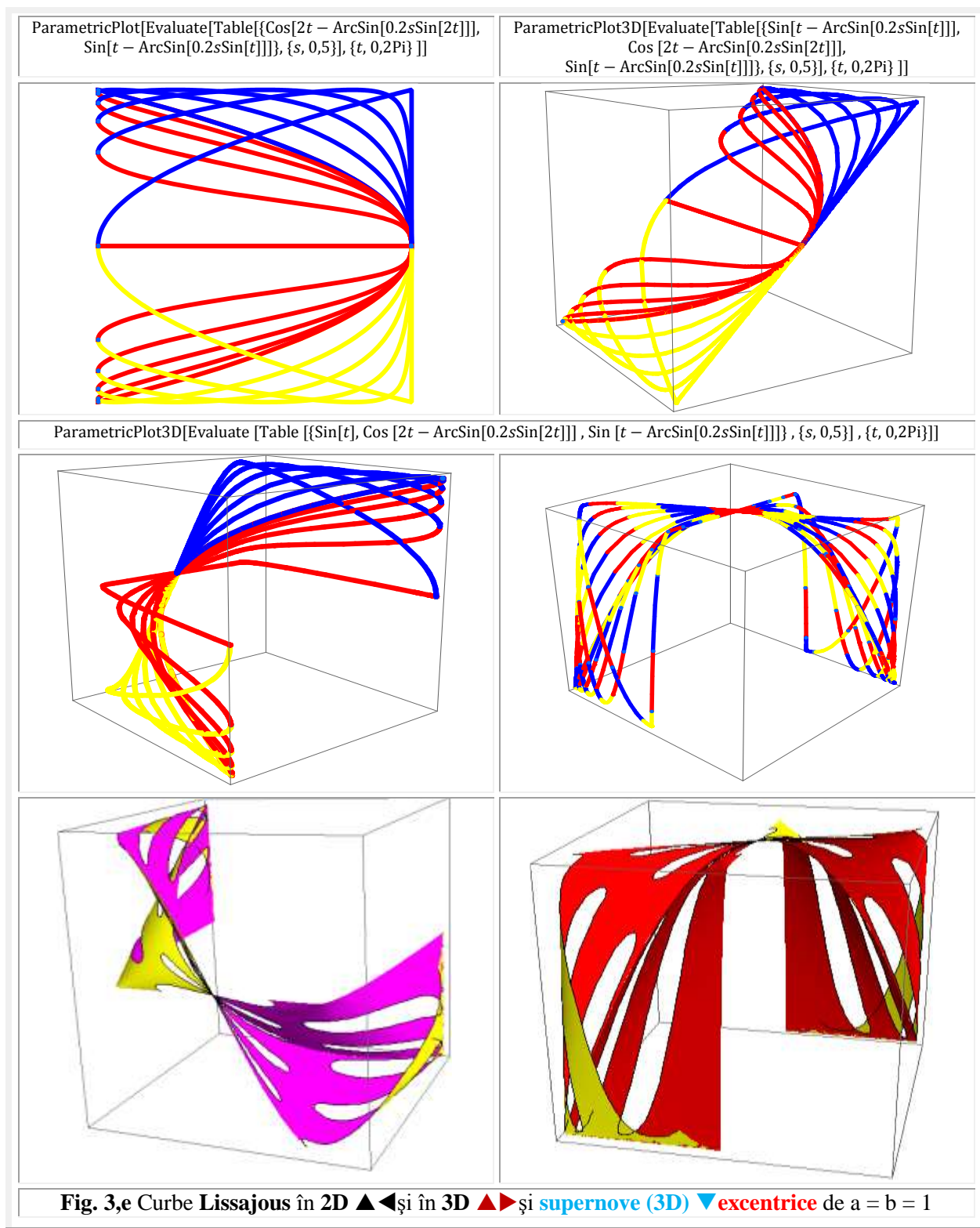


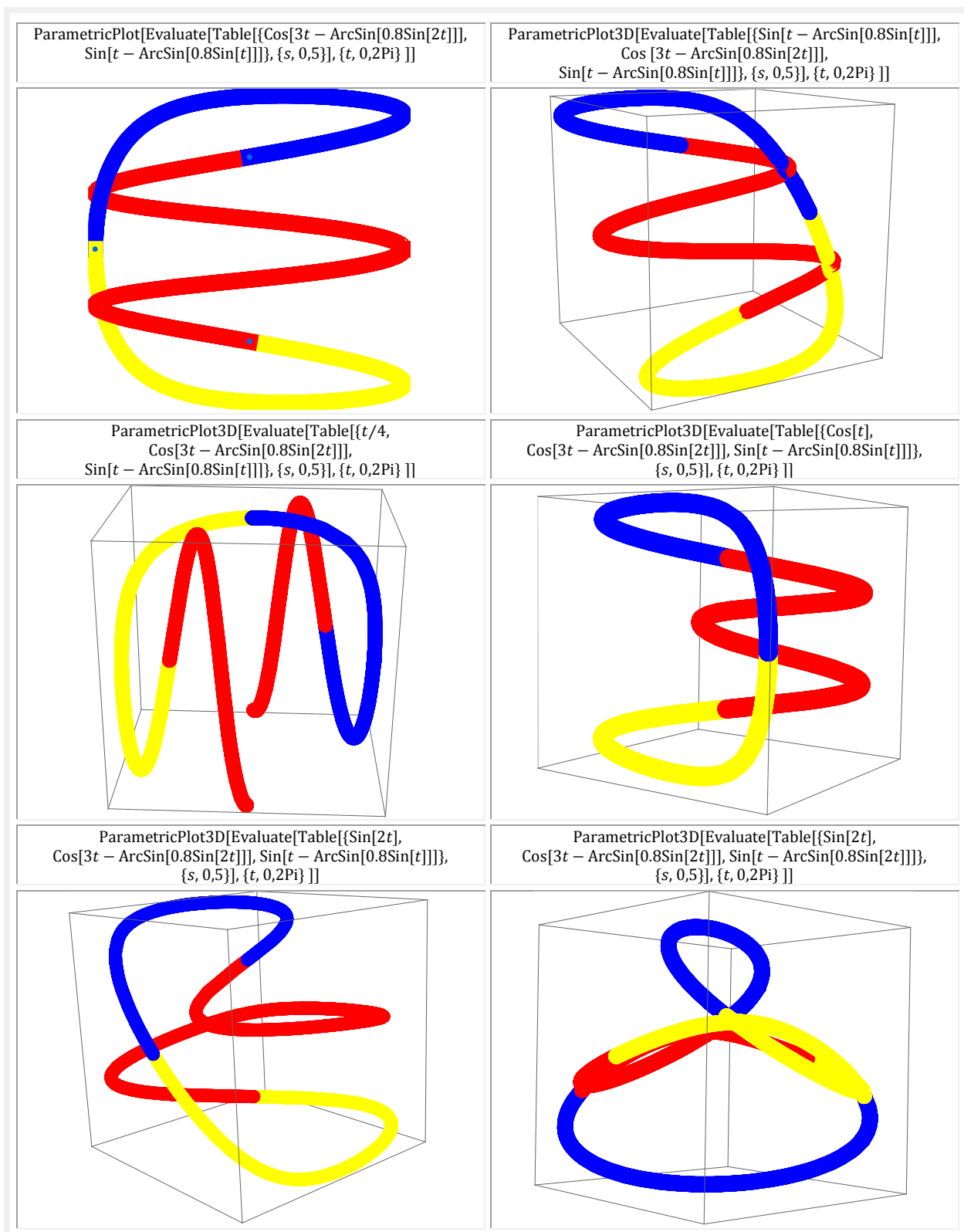


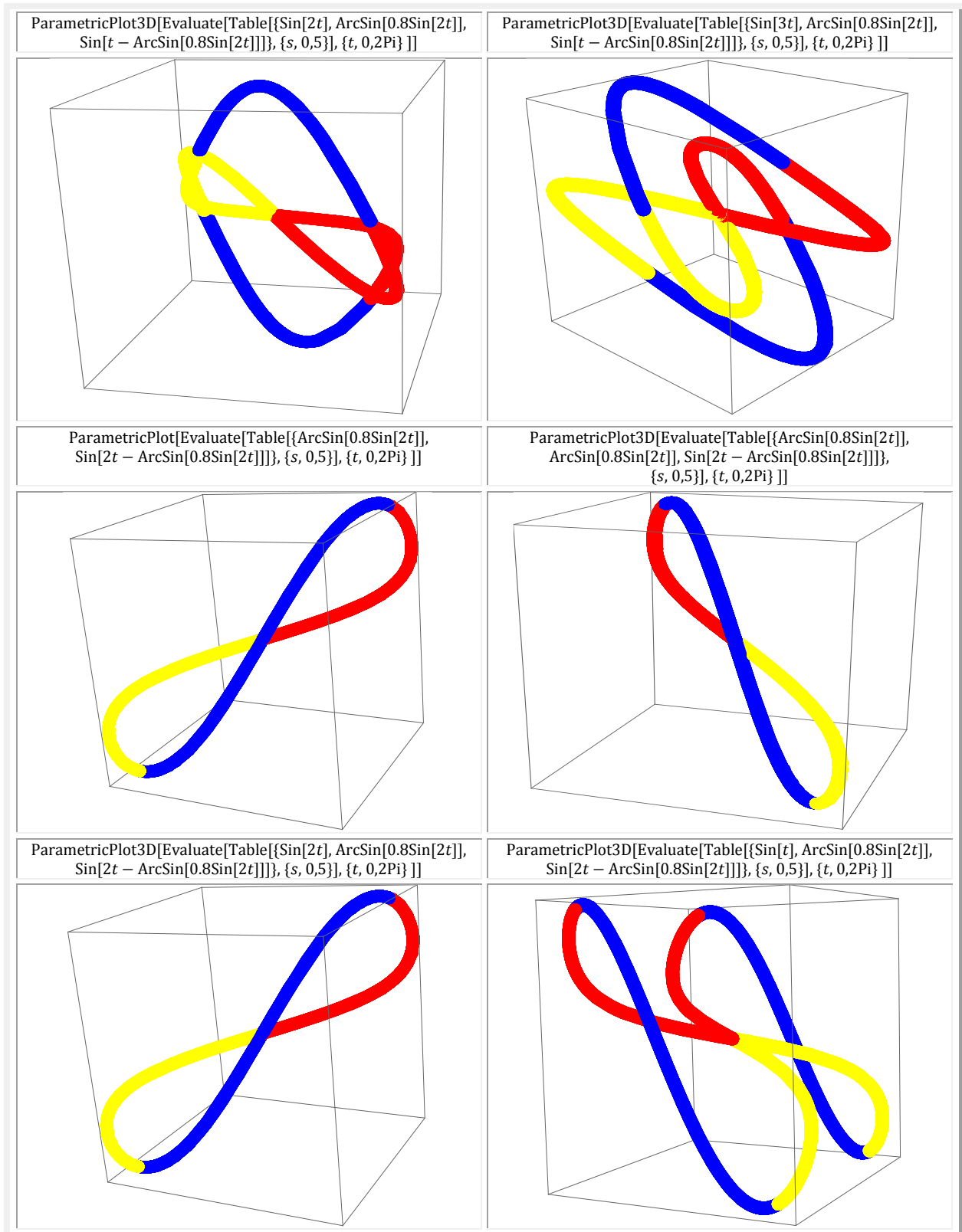


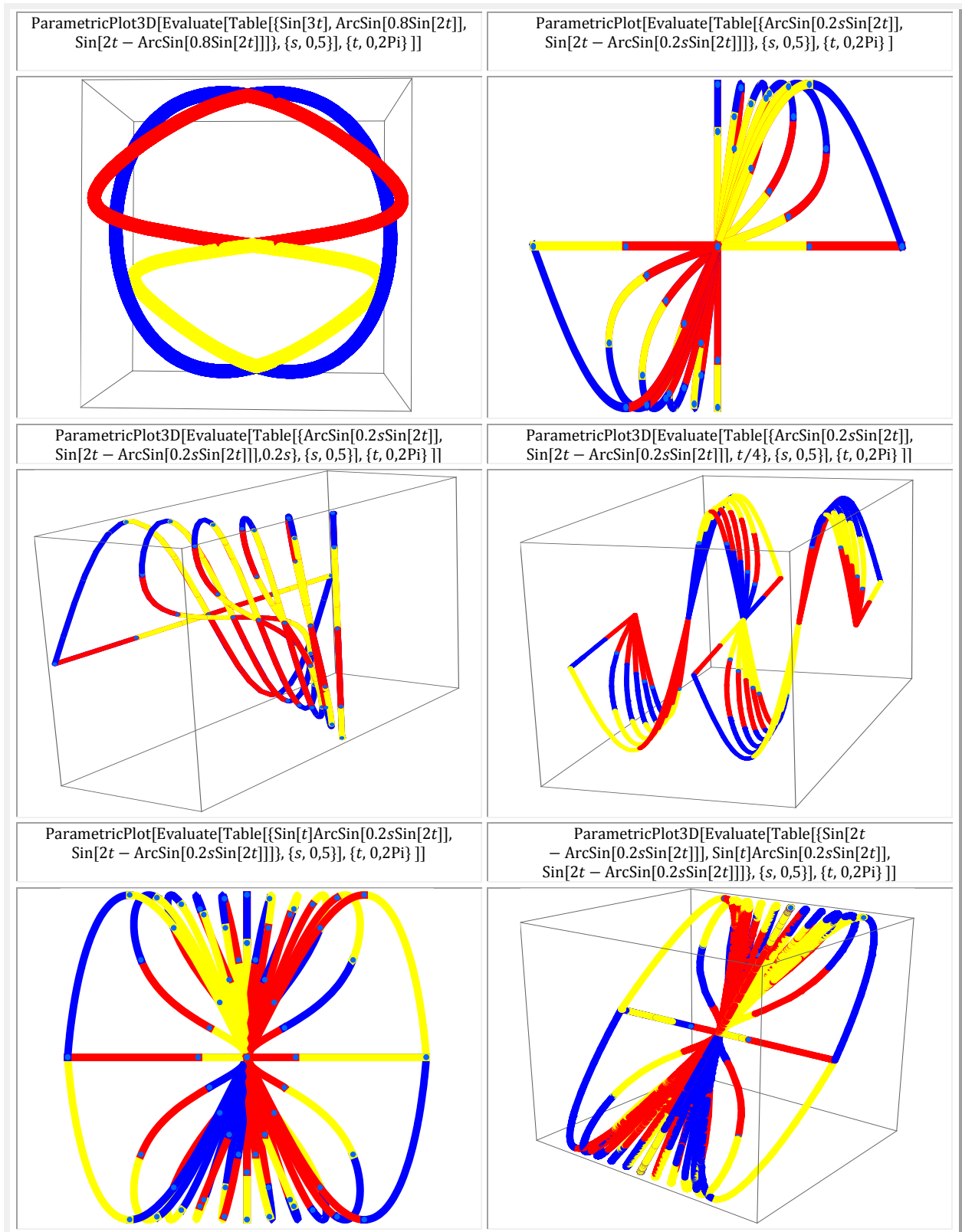


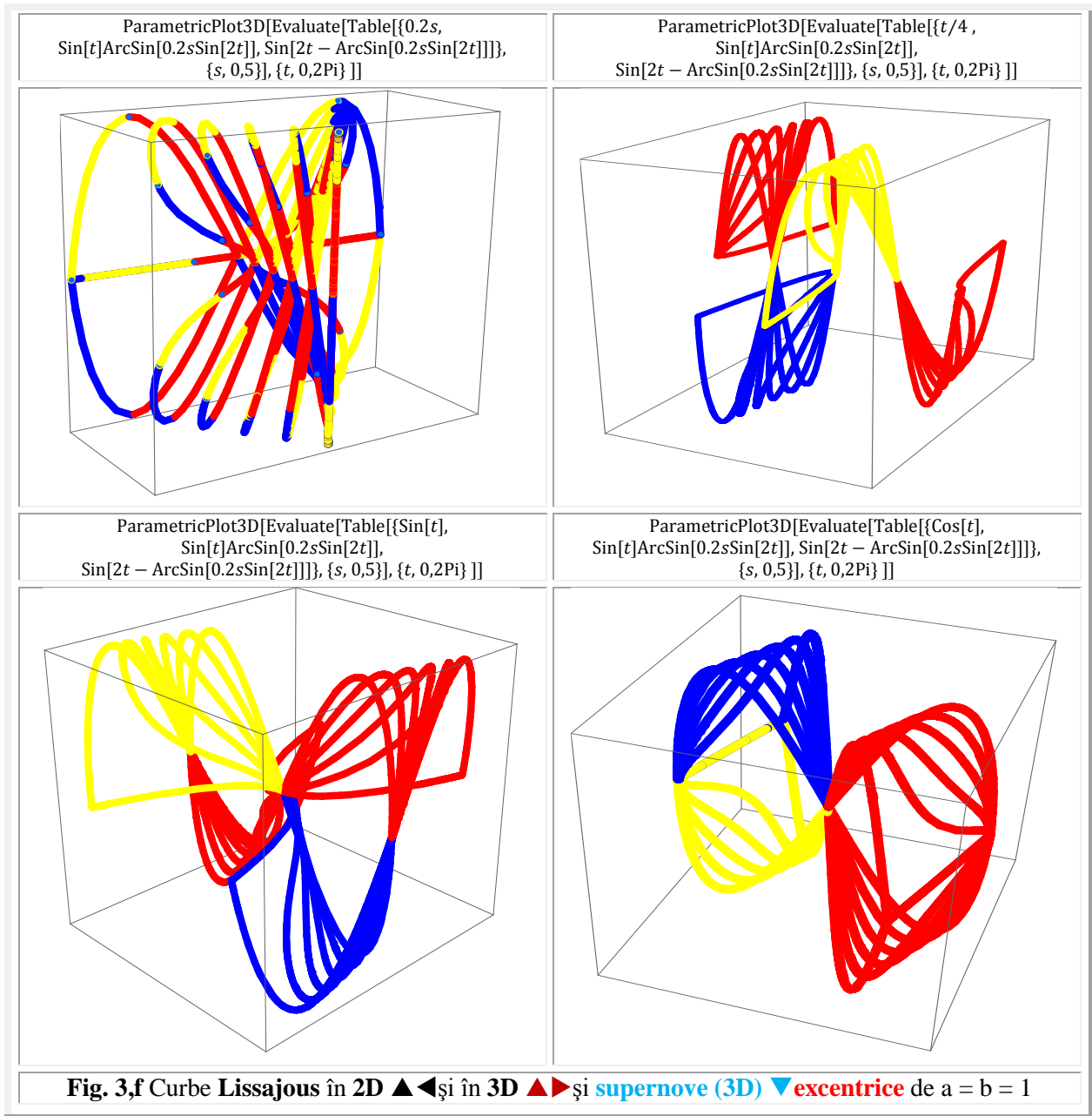






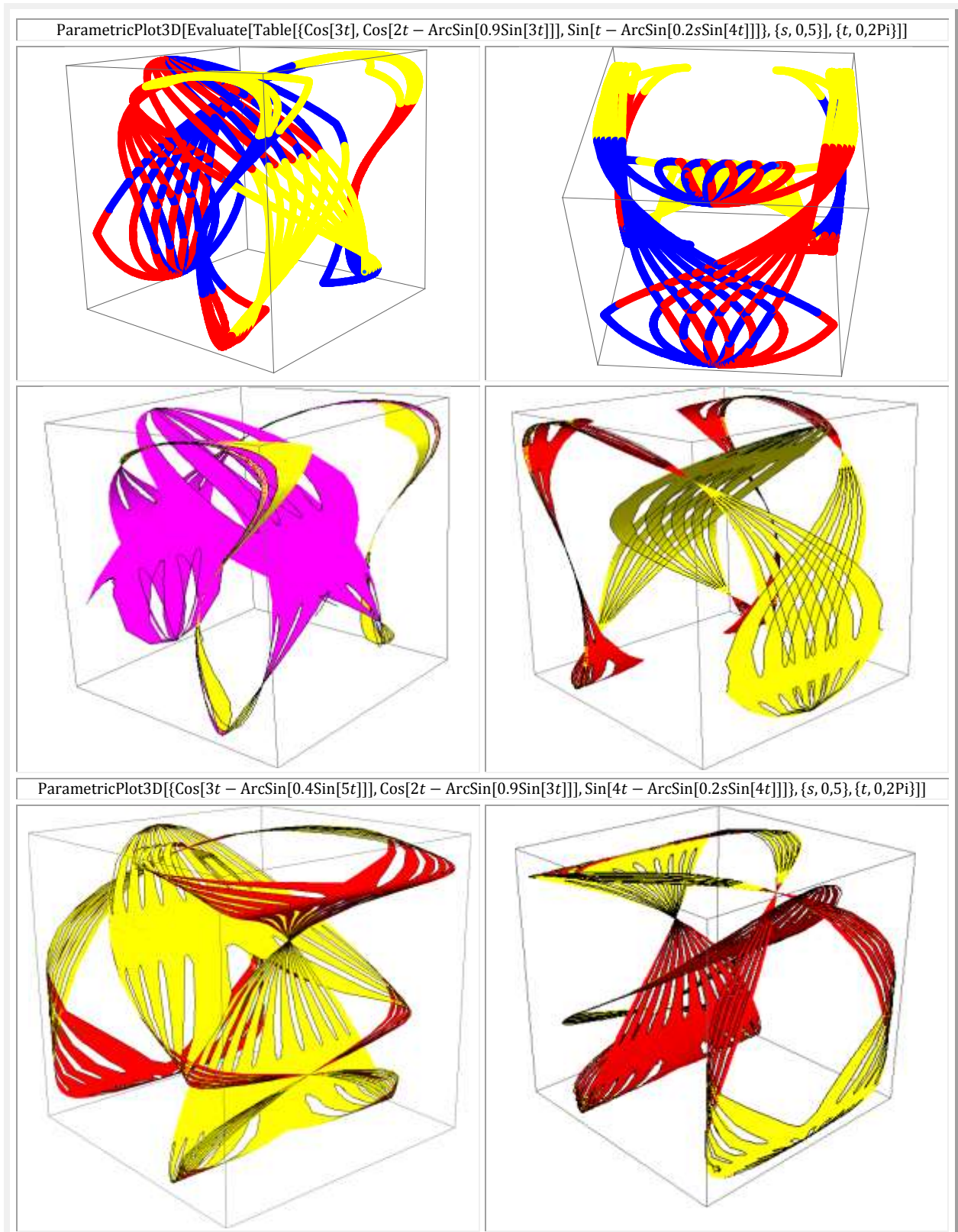






Din cele prezentate rezultă că în cazul în care expresiile a doi parametri din ecuațiile parametrice **3D** coincid, adică au aceeași expresie, ca de exemplu $x \equiv y$ sau $x \equiv z$ sau $y \equiv z$, atunci se obțin funcții plane în **3D**, așa cum s-a putut observa în multe din figurile prezentate. În figurile prezentate, în primele rânduri au fost prezentate funcții circulare **centrice** în **2D**, apoi în **3D** și, în final, cele **supernove**, tot circulare centrice, evident în **3D**. În continuare au fost prezentate, în aceeași ordine, funcțiile circulare excentrice în **2D** și în **3D** plane și strâmbe, ultimele constituind **funcțiile supernove**.

În **figura 4** este reprezentată o **figură supermatematică supernovă** în 2 vederi și în două moduri de prezentare.



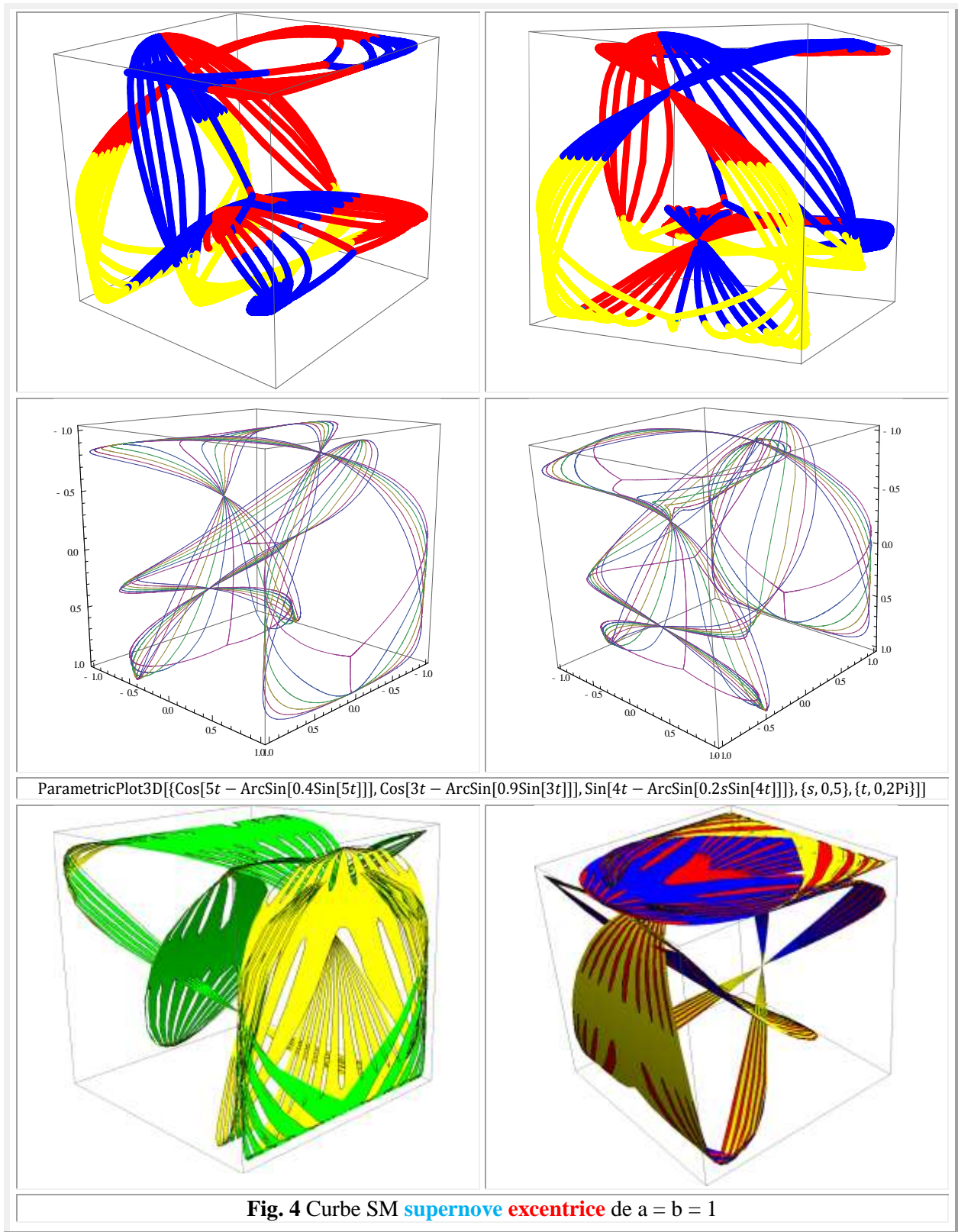


Fig. 4 Curbe SM **supernove excentrice** de $a = b = 1$

Motto: "Cele mai simple formule din matematică
au deschis calea către cele mai mari descoperiri"
Grigore Rotaru

CAPITOLUL XIX

FIGURI LISSAJOUS SUPERNOVE CENTRICE ȘI EXCENTRICE

1 INTRODUCERE

Curbele, denumite și **figuri** sau franjuri **Lissajous** derivă de la numele matematicianului francez **Jules Antoine Lissajous**. Acum suntem obligați să le denumim și **centrice**, din momentul în care au apărut și alte familii de "figuri **supermatematice** (**Lissajous**) **excentrice**, **elevate** și **exotice**" mai generale, care, evident, nemaifiind figuri **Lissajous**, sunt numite **figuri supermatematice** (**SM**) **excentrice** (**FSME**), **elevate** (**FSMEL**) și **exotice** (**FSMEx**), iar acum și cele **supernove** (**FSN**).

Figurile Lissajous centrice reprezintă traiectoria plană descrisă de un punct în reprezentările modificate (2) ale cercului (1)

$$(1) \quad \begin{cases} x = R \cos \alpha \\ y = R \sin \alpha \end{cases} \rightarrow$$

$$(2) \quad \begin{cases} x = R \cdot \cos(m \cdot \alpha) = R \cos \omega_1 t \\ y = R \cdot \sin(n \cdot \alpha + \varphi) = R \cdot \sin(\omega_2 t + \varphi) \end{cases}$$

sau ale elipsei (3) \rightarrow (4)

$$(3) \quad \begin{cases} x = a \cdot \cos \alpha \\ y = b \cdot \sin \alpha \end{cases} \rightarrow$$

$$(4) \quad \begin{cases} x = a \cdot \cos(m \cdot \alpha) = a \cdot \cos \omega_1 t \\ y = b \cdot \sin(n \cdot \alpha + \varphi) = b \cdot \sin(\omega_2 t + \varphi) \end{cases}$$

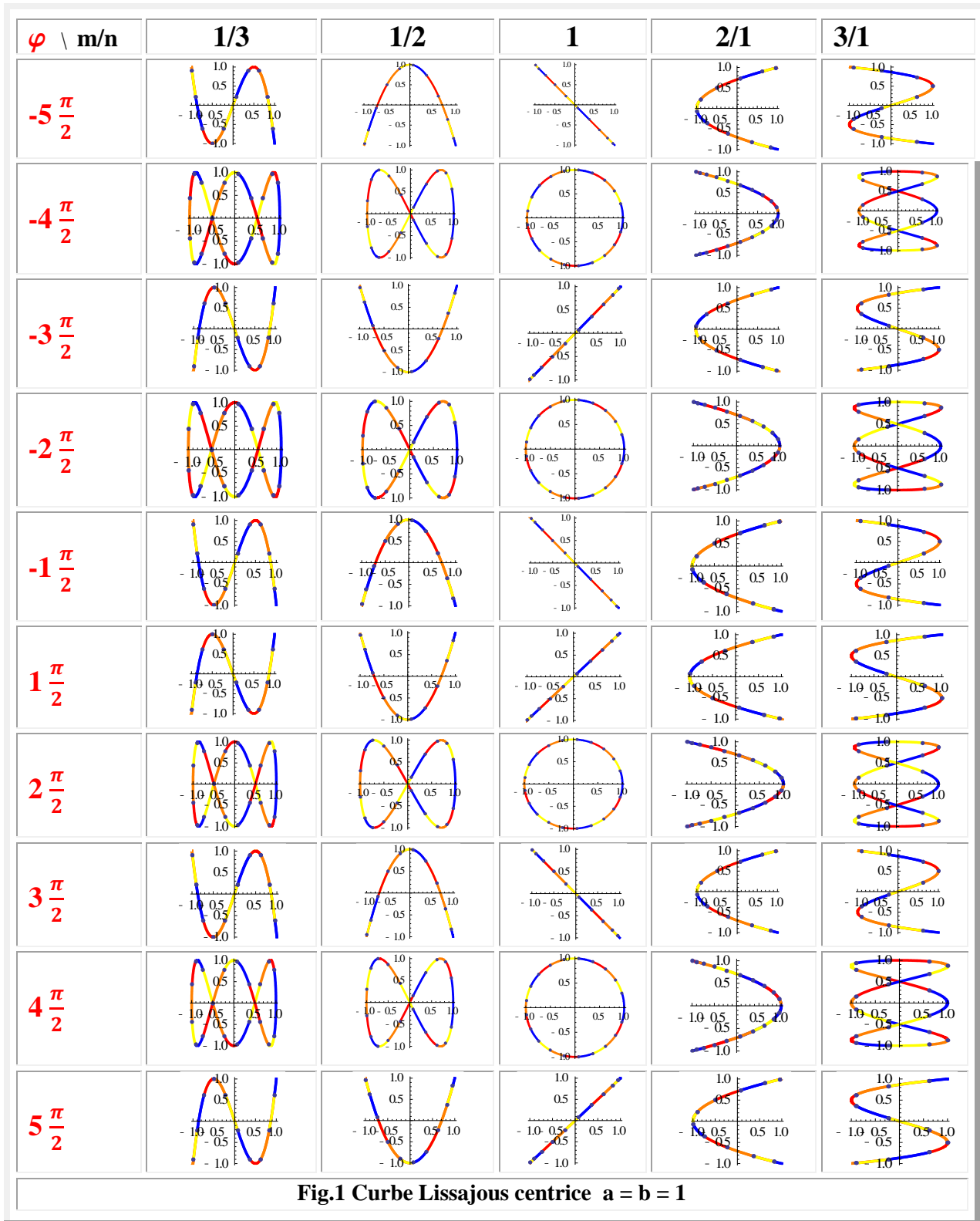
Din punct de vedere mecanic și, mai precis, al dinamicii unui punct material, figurile **Lissajous centrice** reprezintă traiectoria în plan al unui punct forțat să participe simultan la două oscilații armonice, după cele două direcții perpendiculare din plan. Aceste curbe sunt **transcendente**, respectiv, **algebrice** dacă raportul $\frac{m}{n} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ este **irațional**, respectiv, **rațional**.

Dacă **m = n**, adică perioadele oscilațiilor sunt egale ($\omega_1 = \omega_2$), traiectoria / curba este o **elipsă**, dacă **a ≠ b** și un **cerc** dacă **a = b = R** și dacă $\varphi = k\pi$, ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$), adică pentru $0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$

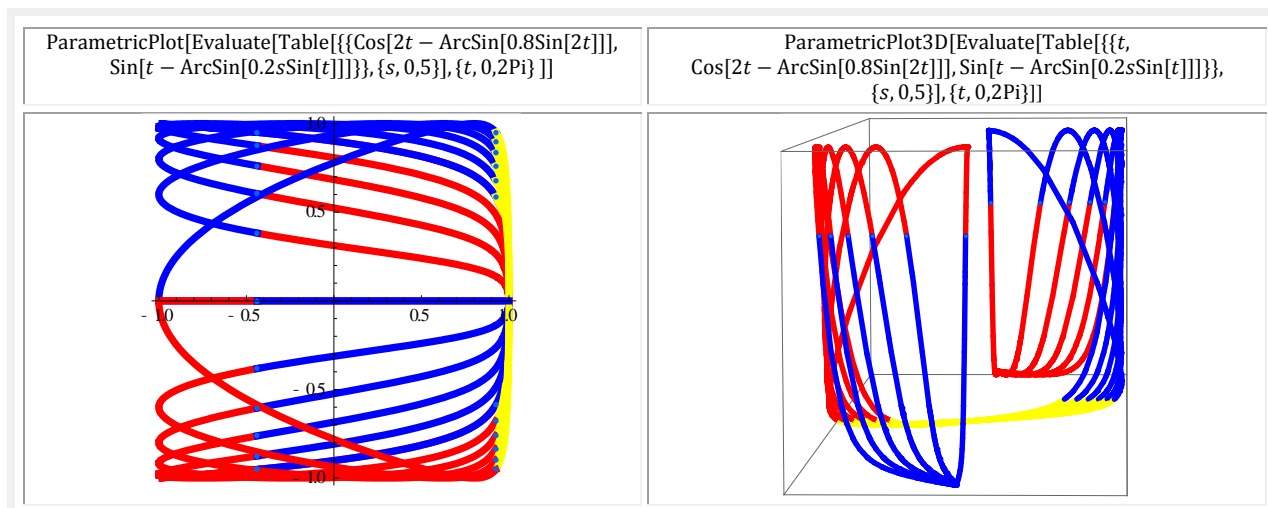
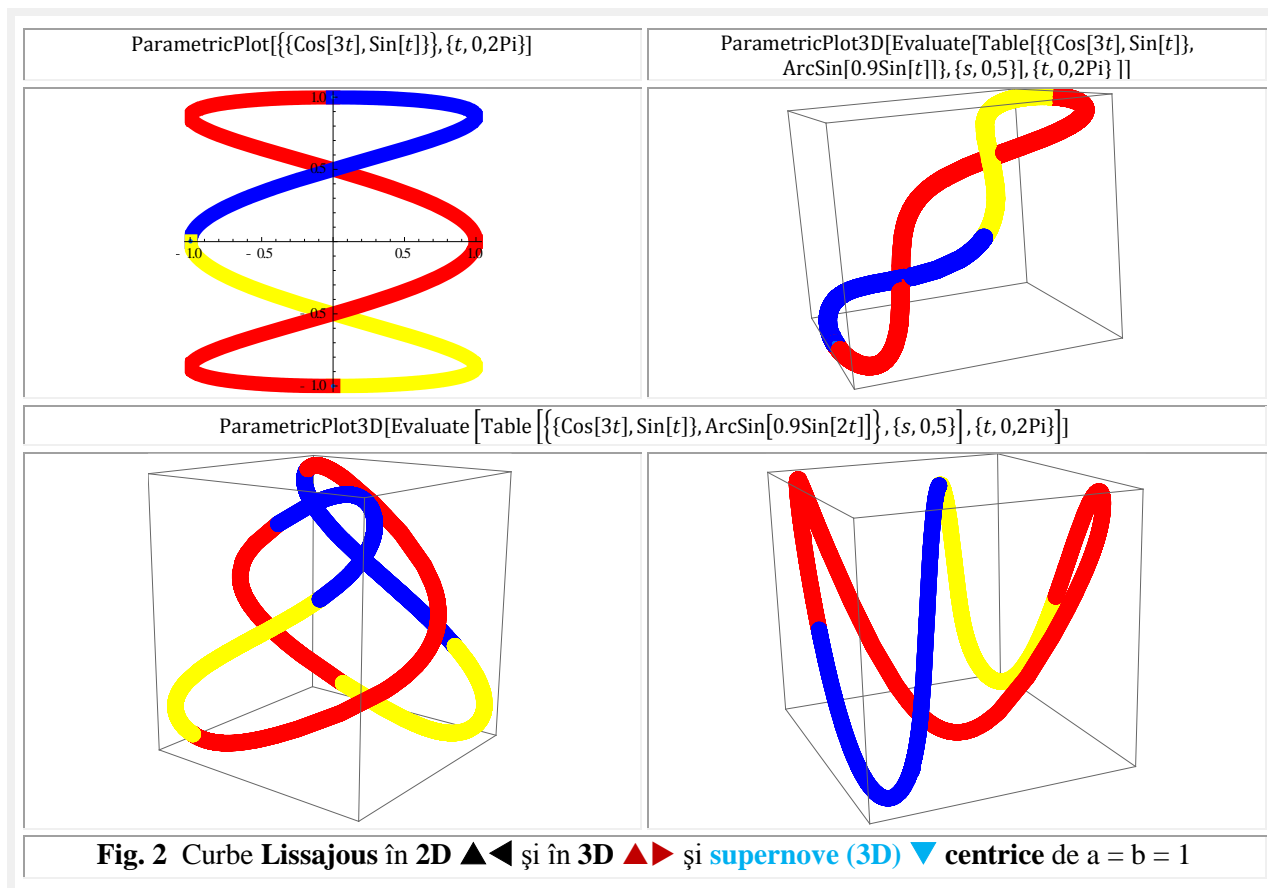
Dacă această diferență de **fază** φ este $0, \frac{\pi}{2}$ sau $(2k + 1) \frac{\pi}{2}$, cercul și / sau elipsa degenerază în două segmente de dreaptă, suprapuse peste una dintre bisectoarele planului, sau peste diagonalele unui pătrat și /sau, respectiv, ale unui dreptunghi.

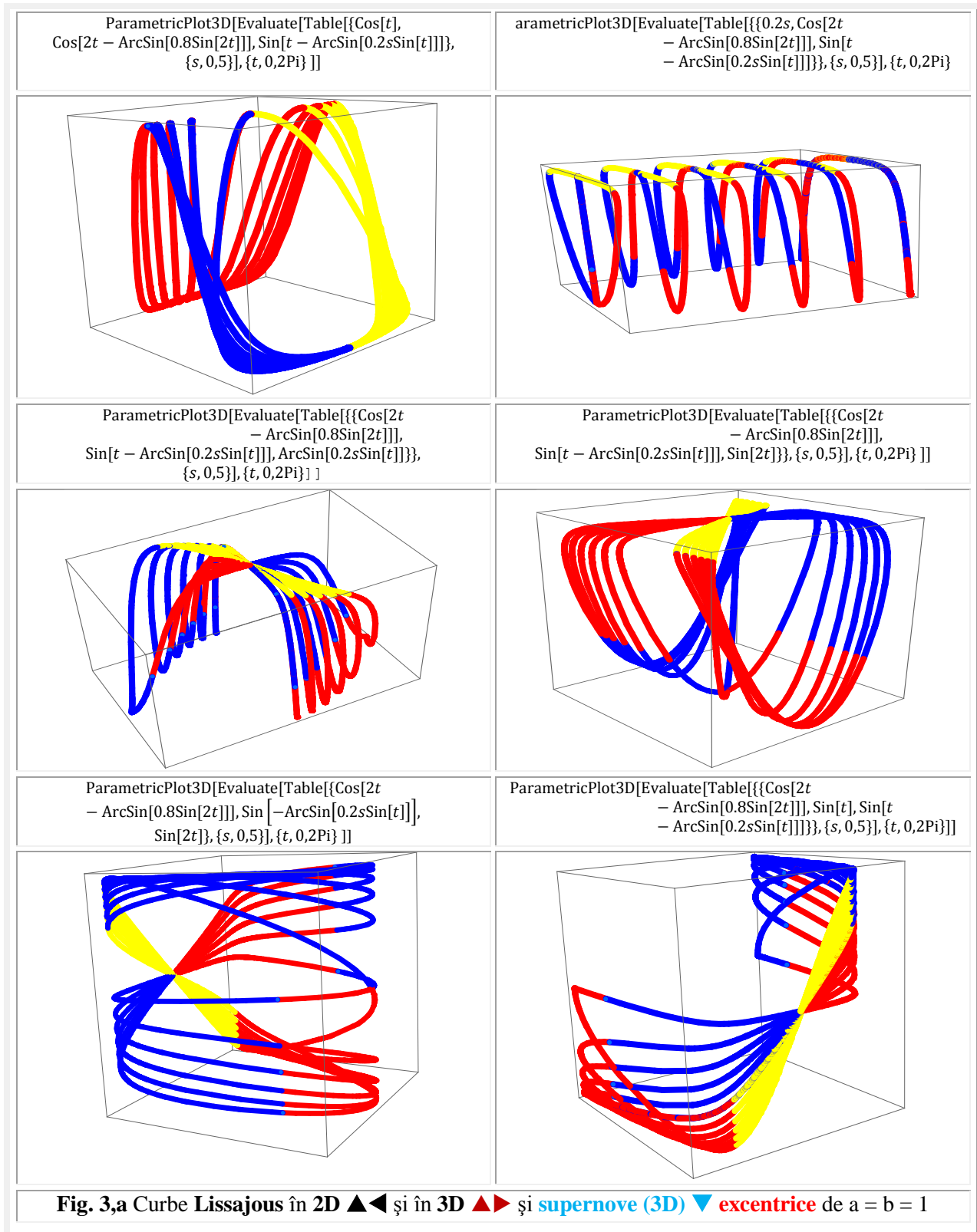
Ele, figurile **Lissajous centrice**, pot degenera în două **segmente de dreaptă** confundate, suprapuse peste prima bisectoare dacă $\varphi = \frac{\pi}{2}(1 + 4k)$, ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$), adică pentru $\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}, \dots$ și se suprapun peste a doua bisectoare, dacă $\varphi = \frac{\pi}{2}(3 + 4k)$, ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$), adică pentru $\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{11\pi}{2}, \dots$

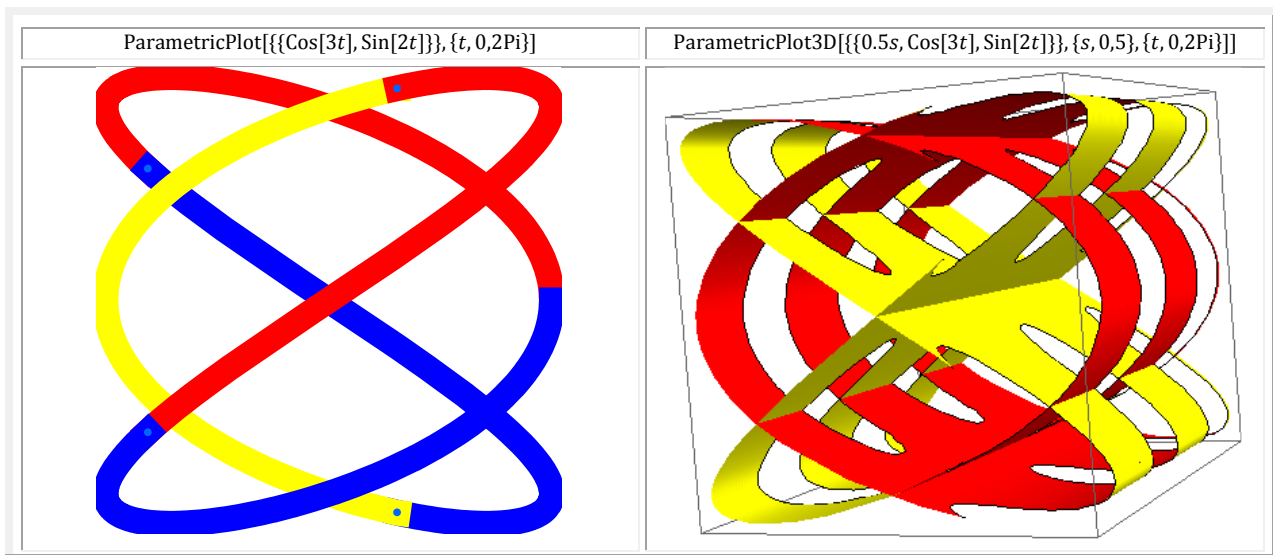
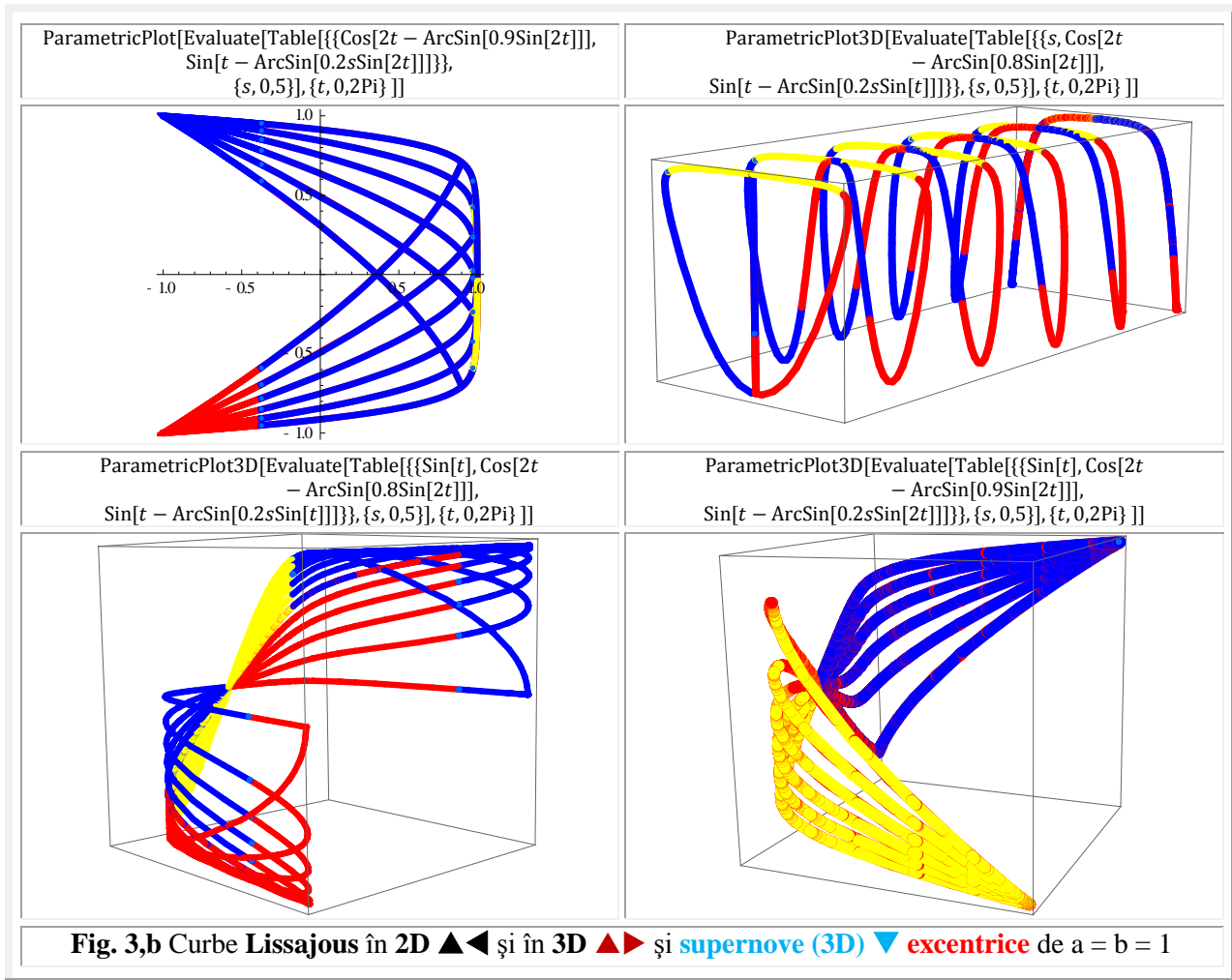
Graficele celor anterior enunțate sunt ilustrate tabelar în **figura 1** ca funcții de **m/n** și φ .

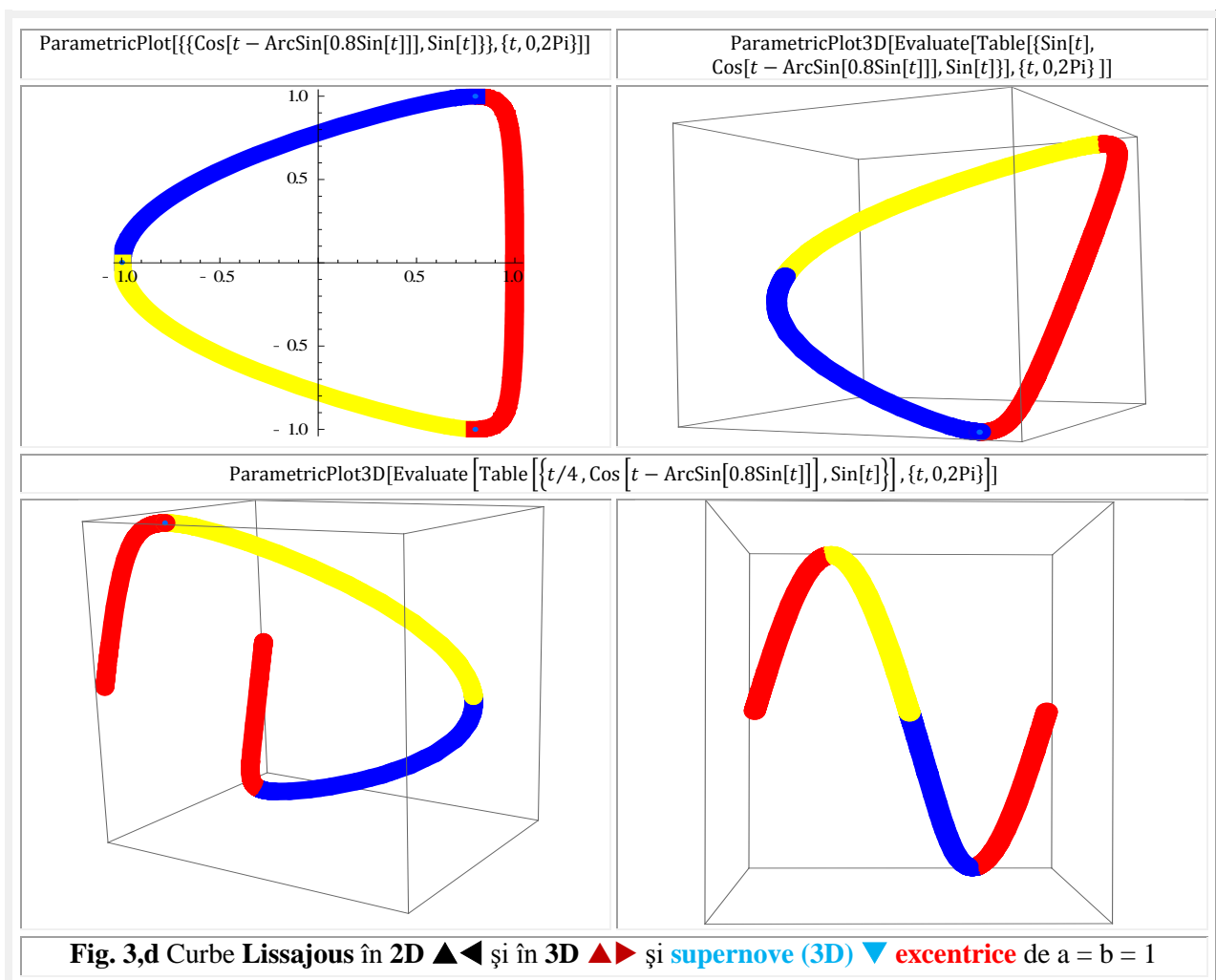
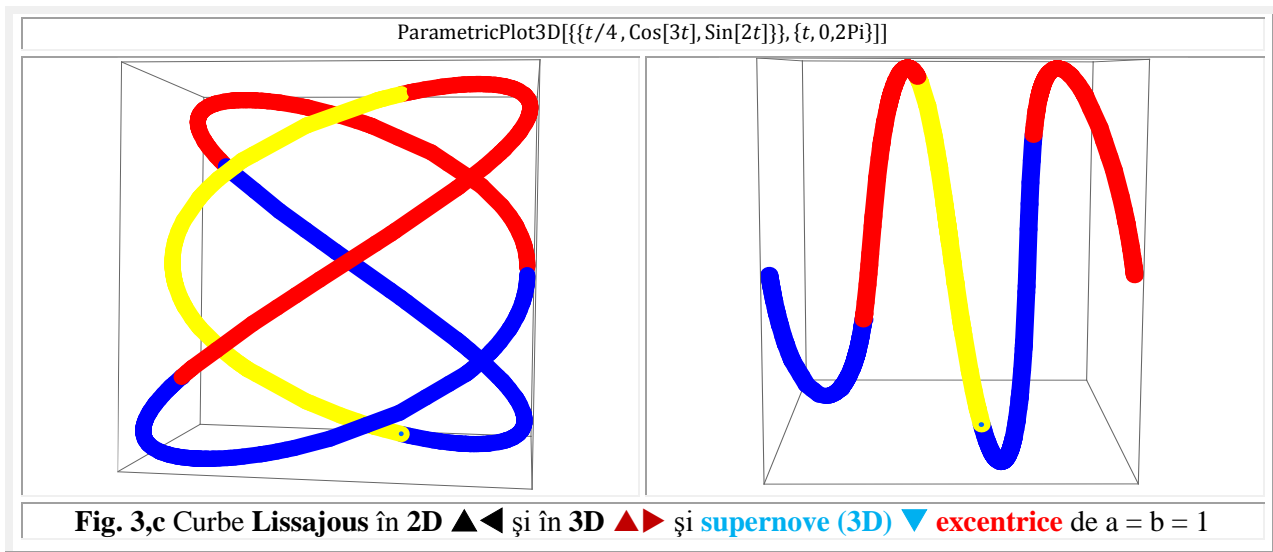


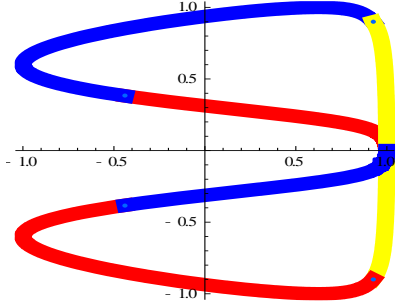
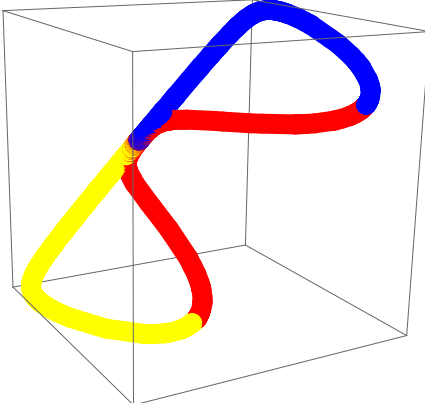
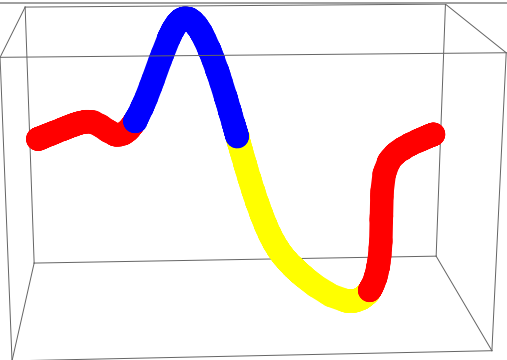
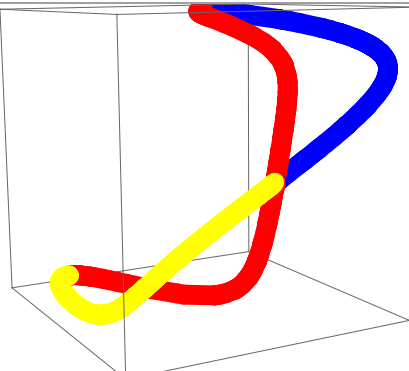
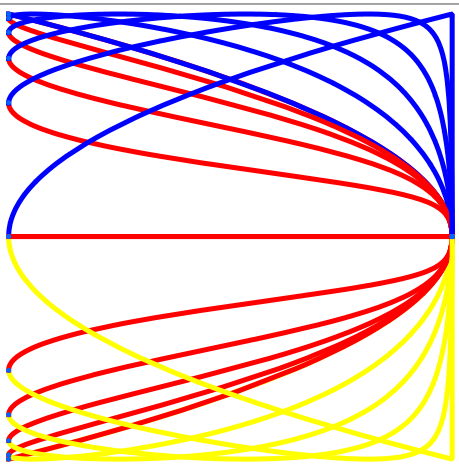
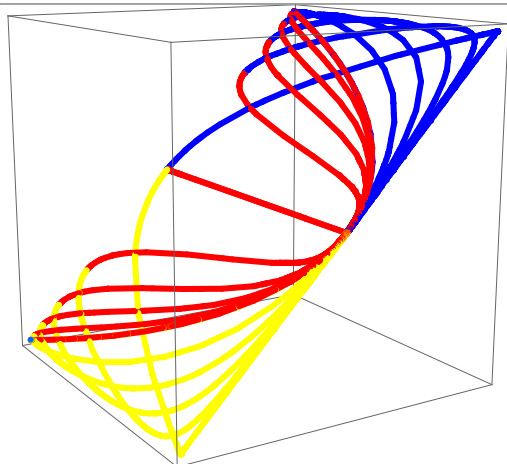
Toate acestea sunt figuri plane, în **2D**, și pot deveni figuri plane și în **3D**. Dacă devin figuri strâmbe, evident în **3D**, atunci devin și figuri **Lissajous supernove (FLSN)** centrice care au o singură curbă **SN** sau excentrică cu o infinitate de curbe **SN** dintre care, în diverse figuri, pentru $s \in [0, 1]$ sunt reprezentate 11 figuri / curbe cu pasul 0,1.

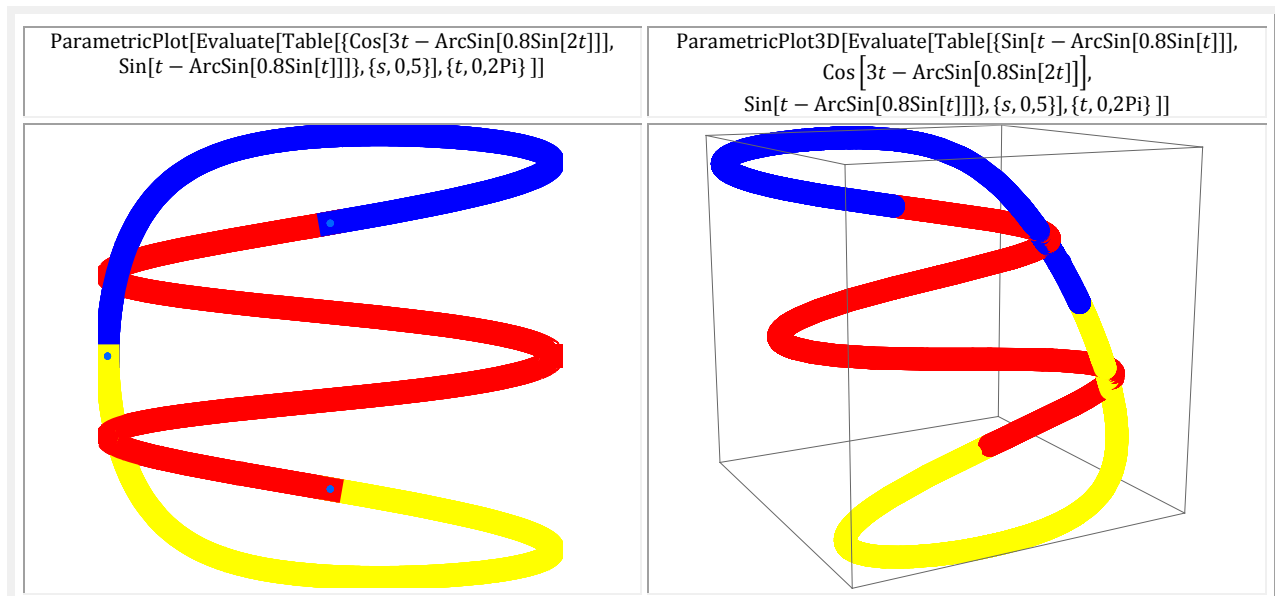
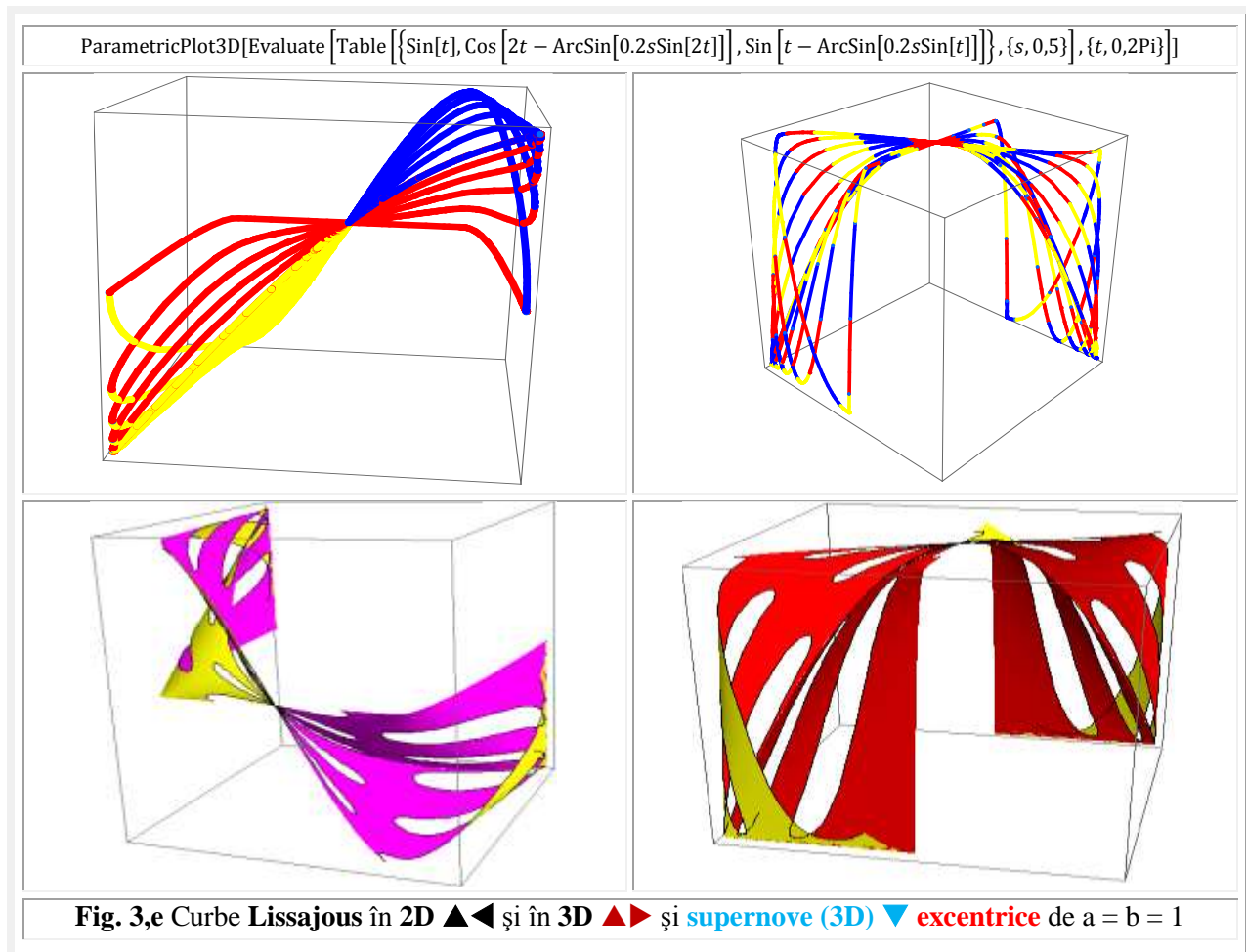


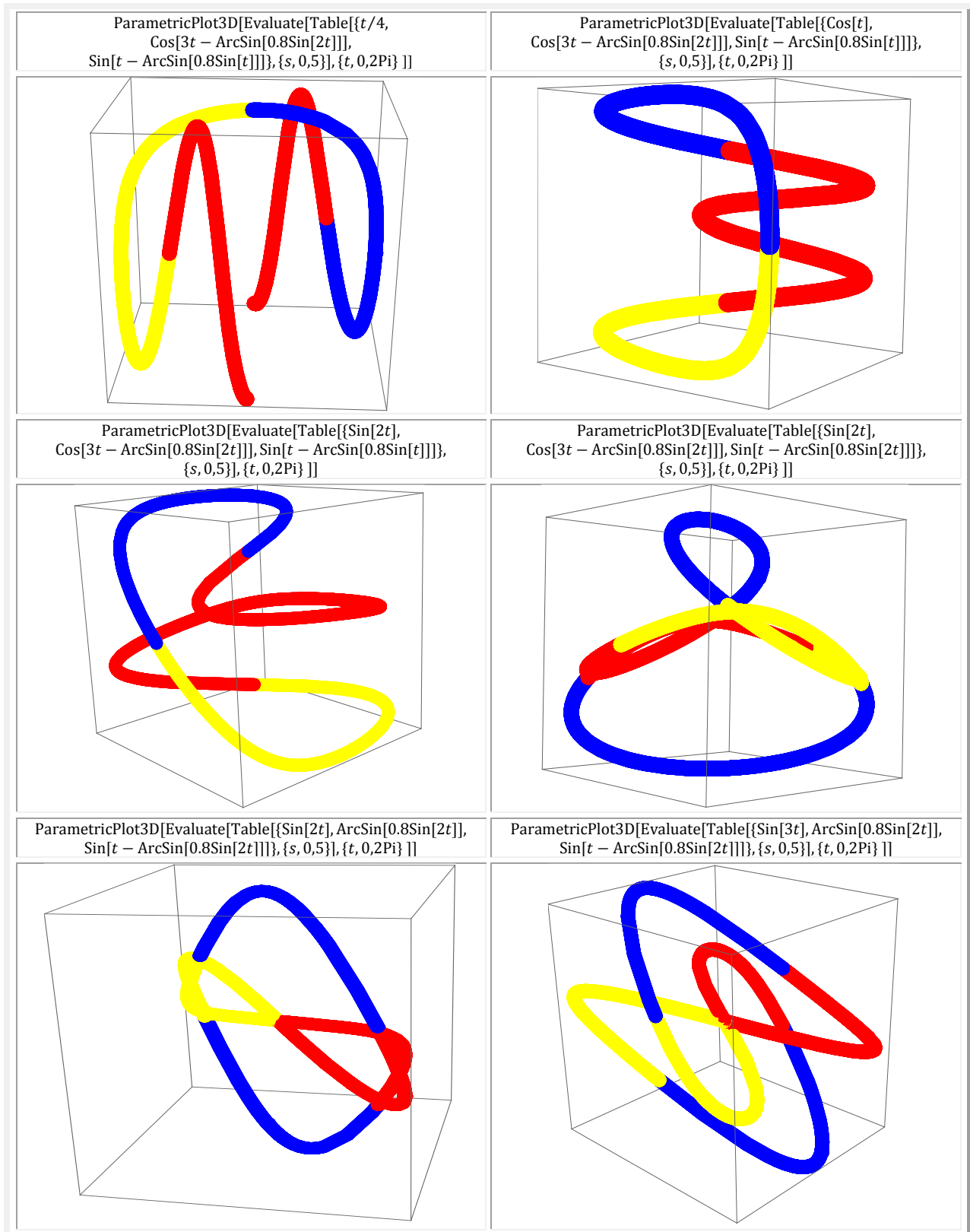


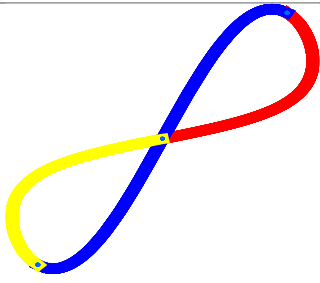
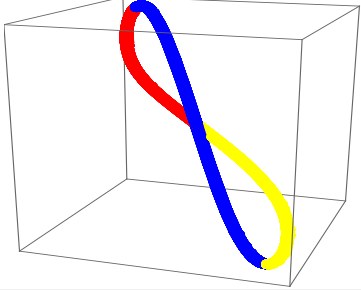
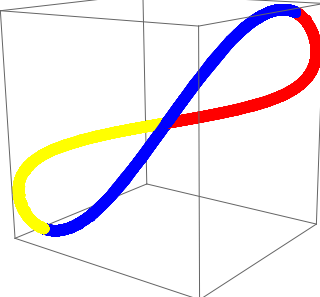
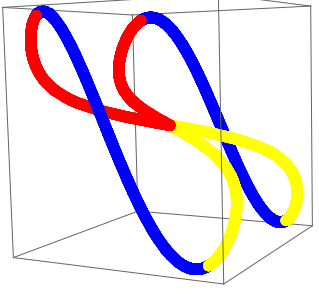
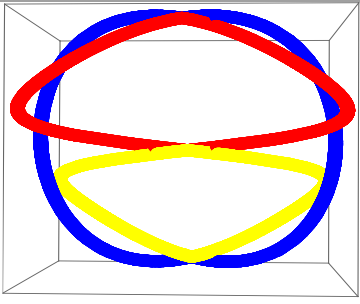
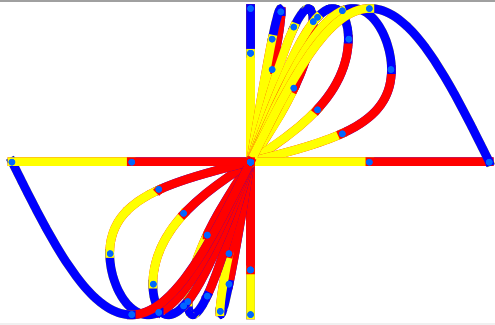
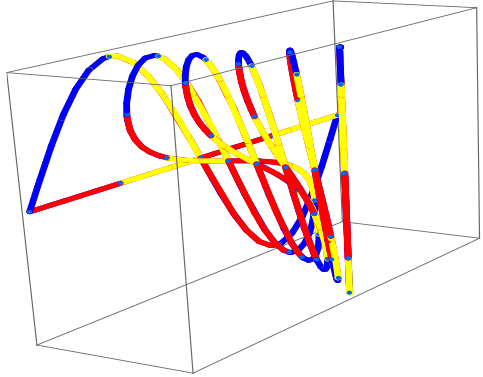
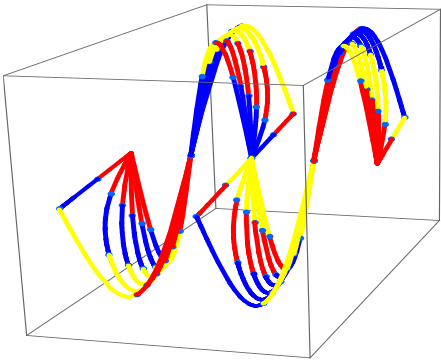


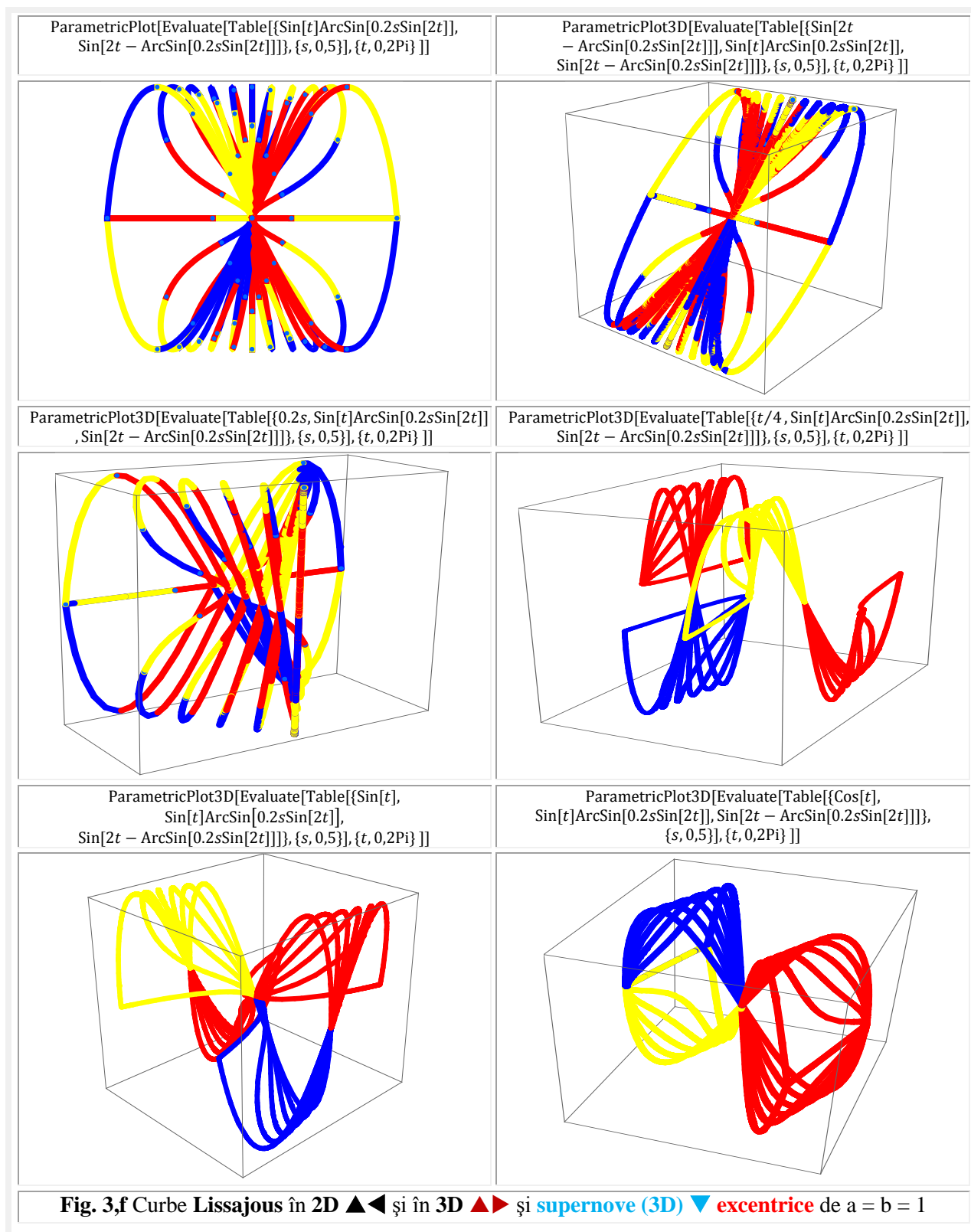


$\text{ParametricPlot}[\{\{\text{Cos}[2t - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2t]]], \text{Sin}[t - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[t]]]\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\} \}$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\{\text{Sin}[t - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[t]]], \text{Cos}[2t - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2t]]], \text{Sin}[t - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[t]]]\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\} \}]]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\{t/2, \text{Cos}[2t - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2t]]], \text{Sin}[t - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[t]]]\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\} \}]]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\{\text{Sin}[t], \text{Cos}[2t - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2t]]], \text{Sin}[t - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[t]]]\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\} \}]]$
	
$\text{ParametricPlot}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\{\text{Cos}[2t - \text{ArcSin}[0.2s\text{Sin}[2t]]], \text{Sin}[t - \text{ArcSin}[0.2s\text{Sin}[t]]]\}, \{s, 0.5\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\} \}]]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\{\text{Sin}[t - \text{ArcSin}[0.2s\text{Sin}[t]]], \text{Cos}[2t - \text{ArcSin}[0.2s\text{Sin}[2t]]], \text{Sin}[t - \text{ArcSin}[0.2s\text{Sin}[t]]]\}, \{s, 0.5\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\} \}]]$
	



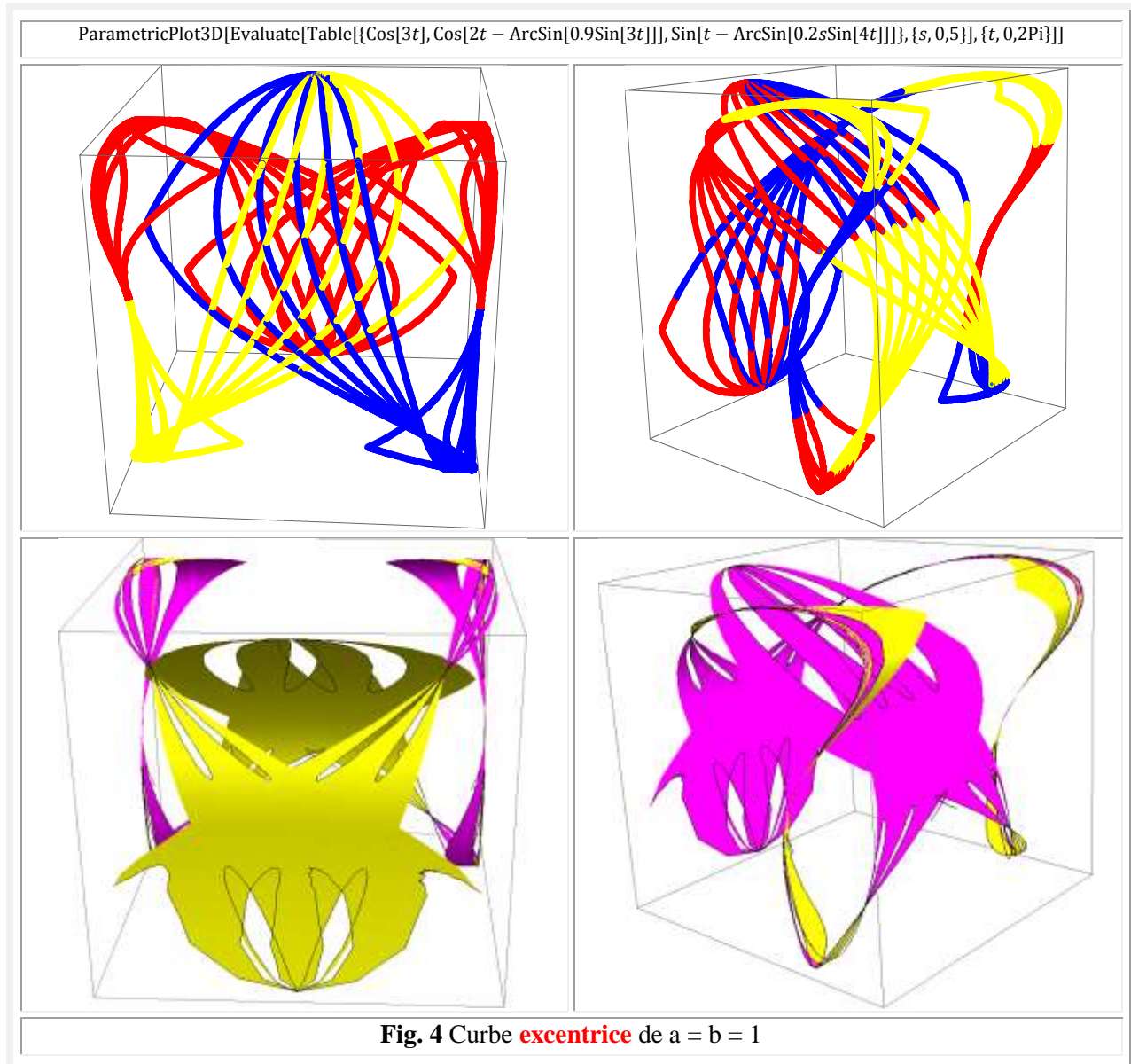


$\text{ParametricPlot}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2t]], \text{Sin}[2t - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2t]]\}], \{s, 0, 5\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2t]], \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2t]], \text{Sin}[2t - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2t]]\}], \{s, 0, 5\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{Sin}[2t], \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2t]], \text{Sin}[2t - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2t]]\}], \{s, 0, 5\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{Sin}[t], \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2t]], \text{Sin}[2t - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2t]]\}], \{s, 0, 5\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{Sin}[3t], \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2t]], \text{Sin}[2t - \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[2t]]\}], \{s, 0, 5\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$	$\text{ParametricPlot}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{ArcSin}[0.2s\text{Sin}[2t]], \text{Sin}[2t - \text{ArcSin}[0.2s\text{Sin}[2t]]\}], \{s, 0, 5\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{ArcSin}[0.2s\text{Sin}[2t]], \text{Sin}[2t - \text{ArcSin}[0.2s\text{Sin}[2t]]\}], 0.2s, \{s, 0, 5\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{ArcSin}[0.2s\text{Sin}[2t]], \text{Sin}[2t - \text{ArcSin}[0.2s\text{Sin}[2t]]\}], t/4, \{s, 0, 5\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$
	



Din cele prezentate rezultă că în cazul în care expresiile a doi parametri din ecuațiile parametrică **3D** coincid, adică au aceeași expresie, ca de exemplu $x \equiv y$ sau $x \equiv z$ sau $y \equiv z$, atunci se obțin funcții plane în **3D**, așa cum s-a putut observa în multe din figurile prezentate.

În figurile prezentate, în primele rânduri au fost prezentate funcții circulare **centrice** în **2D**, apoi în **3D** și, în final, cele **supernove**, tot circulare centrice, evident în **3D**. În continuare au fost prezentate, în aceeași ordine, funcțiile circulare excentrice în **2D** și în **3D** plane și strâmbe, ultimele constituind **funcțiile supernove**.



În **figura 4** este reprezentată o **figură supermatematică supernovă** în 2 vederi și în două moduri de prezentare.

Motto:” *Există lucruri care știm că sunt imposibil de realizat, până când vine cineva care nu știe acest lucru și le realizează*”
Albert Einstein

CAPITOLUL XX

NOVE ȘI SUPERNOVE SUPERMATEMATICE

1. INTRODUCERE

Atât **novele** cât și **supernovele** pot fi **circulare**, **hiperbolice**, **eliptice**, **trilobice**, **quadrilobice** / **cvadrilobice** ș.m.a: **centrice** (MC) sau **excentrice** (ME): **propriu-zise**, **elevate** sau **exotice**, care, *toate*, pot fi denumite într-un singur cuvânt **supermatematice** (SM), realizându-se, astfel, o economie considerabilă de cuvinte și de spațiu.

Și n-au fost înșirate toate tipurile de curbe și funcții **SM**, ținând cont de **volumul III** al acestei lucrări cu subtitlul:”**NEMARGINIREA ȘI MĂREȚIA SUPERMATEMATICII**” în care sunt tratate combinațiile infinite / nemărginite al funcțiilor anterior amintite, ca de exemplu: **centric****o****excentrice**, **centric****o****elevate**, **centric****o****exotice**, ... , **circular****o****hiperbolice**, **circular****o****eliptice**, **circular****o****trilobice** ș.m.a.

Toată lumea știe ce-i o curbă plană (2D) și ce-i o curbă strâmbă, evident în 3D, dar nimeni nu s-a gândit cum poate fi transformată **orice curbă plană** din 2D în una **plană** în 3D pe care o denumim **novă**, sau în una **strâmbă** în 3D, denumită **supernovă**. O facem noi !

Așa cum s-a prezentat în capitolele anterioare, dacă curbele / figurile **Lissajous** plane au fost transformate în curbe **Lissajous strâmbe** ele au fost denumite **figuri supernove Lissajous circulare centrice**, dacă figurile au fost centrice și dacă **figurile Lissajous** au fost **excentrice** au fost denumite **figuri supernove Lissajous supermatematice excentrice**.

Oricare curbă **SM** cunoscută poate fi transformată în una **novă** sau în una **supernovă**. Cea mai simplă curbă în **matematica centrică** (MC) este **dreapta** cu corespondentele ei din matematica excentrică (ME) cu denumirea de **strâmbe** numite și **plane**, deoarece ele sunt **strâmbe în 2D** și nu în 3D, pentru a nu se confunda cu cele **din 3D**, care sunt strâmbe **nove** sau **supernove SM**, pe care le vom denumi **nove** și **supernove liniare** din motive lesne de înțeles.

2. NOVE ȘI SUPERNOVE LINIARE STRÂMBAREA DREPTELOR

Începem cu dreapta din MC din **figura 1▲◀**, ce trece prin originea **O(0, 0)**, deoarece, pentru o anumită valoare a coeficientului unghiular **m**, aleasă de valoare 1, adică a primei bisectoare, are un singur membru și ecuația simplă :

$$(1) \quad y = mx \rightarrow m = 1 \rightarrow y = x = t \text{ care devine o } \textit{dreaptă novă} \text{ cu ecuațiile parametrice:}$$

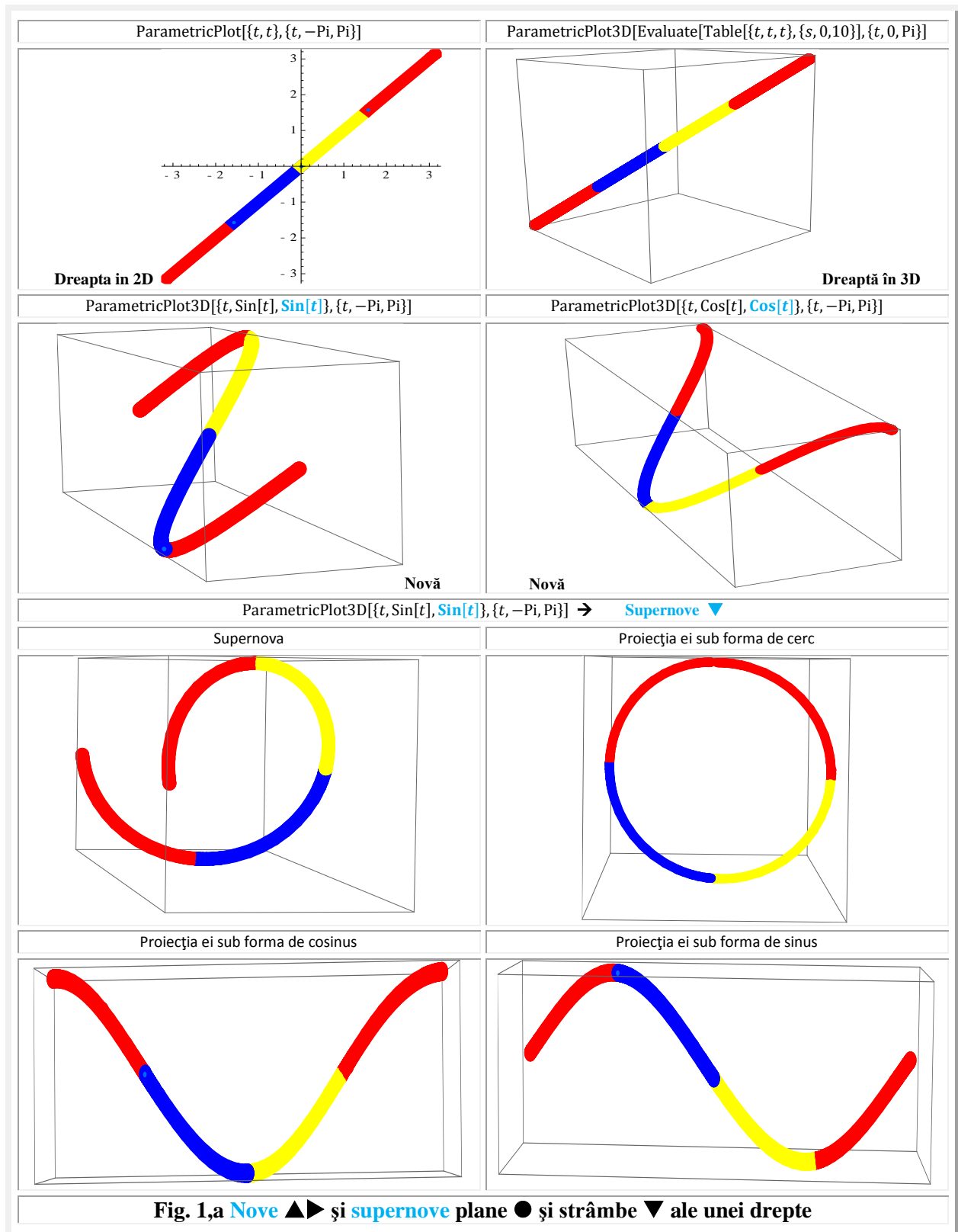
$$(2) \quad \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

asa cum rezultă și din **figura 1▲▶** .

Ea devine o **supernovă plană sinusoidală** (Fig. 1●◀) cu ecuațiile :

$$(3) \quad \begin{cases} x = t \\ y = \sin t \\ z = \sin t \end{cases}$$

și **cosinusoidală** (Fig. 1●◀▶) pentru ecuațiile parametrice în care **y = z = cosa**.



Supernova devine **circulară** (Fig. 1 și Fig. 1▼►) pentru ecuațiile parametrice în care

$$(4) \begin{cases} x = t \\ y = \cos t \\ z = \sin t \end{cases}$$

deoarece $y = \cos t$ și $z = \sin t$ care sunt ecuațiile parametrice ale unui cerc în 3D.

În figura 1▼◀ curba **pare** plană, a unui cerc, dar este o iluzie optică, ea fiind una strâmbă în 3D, deci una din mulțimea **supernovelor** posibile ale **unei drepte**.

Supernova de ecuații (4) privită din diverse puncte poate pareă un cerc ►, o cosinusoidă ◀ sau o sinusoidă ►, așa cum se prezintă în partea inferioară a **figurii 1**.

Din cele expuse rezultă că și **novele** pot fi atât **plane** în 3D și **supernovele** sunt **strâmb**e în 3D.

Dacă $y = a \cdot \cos t$ și $z = b \cdot \sin t$ atunci **supernovele** sunt **eliptice** pentru $a \neq b$ (Fig. 2 ▲◀) și pentru $y = z = \cos ht$ ele sunt **nove** cosinus hiperbolice (Fig. 2●◀) și sinus hiperbolice pentru $y = z = a \cdot \sin ht$ (Fig. 2 ●►). Pentru $y = \cos ht$ și $z = \sin ht$ sau invers ele sunt **supernove hiperbolice** (Fig. 2 ▼).

3 STRĂMBAREA FUNCȚILOR TRIGONOMETRICE SUPERNOVE TRIGONOMETRICE

Funcțiile trigonometrice sunt funcții plane, în planul xOy, după cum este foarte bine cunoscut. Ele pot fi strâmbate, ca să devină funcții **supernove**, așa cum se prezintă în continuare în **figura 1,b**. Astfel, funcția **cosinus** poate fi strâmbata în 3D prin funcția **sinus** ◀, iar funcția sinus prin **cosinus** ► și, în acest fel, **supernova** se va proiecta într-un plan ca funcție **cosinus** și în alt plan ca funcție **sinus**, iar într-un plan perpendicular pe cele două plane amintite anterior se va proiecta ca un **cerc** ◀.

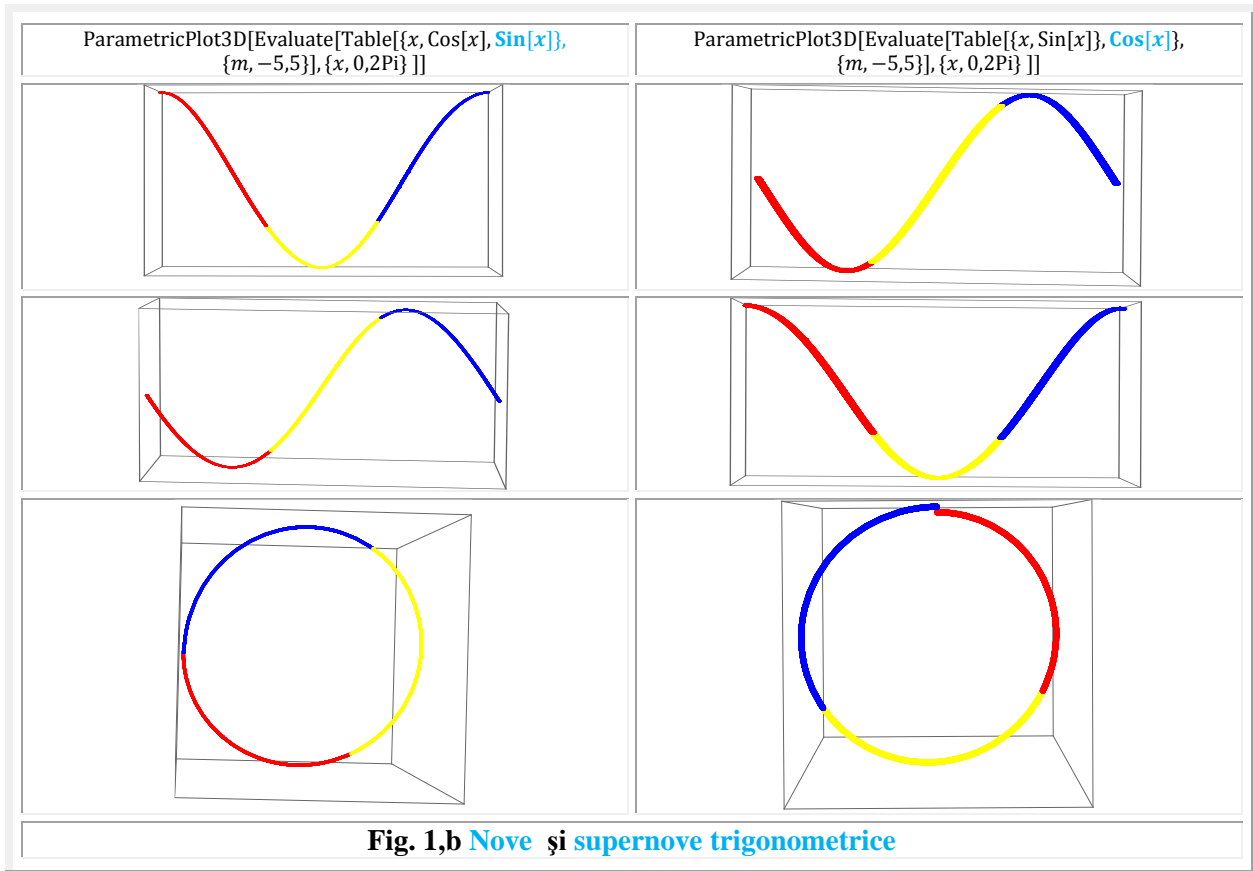
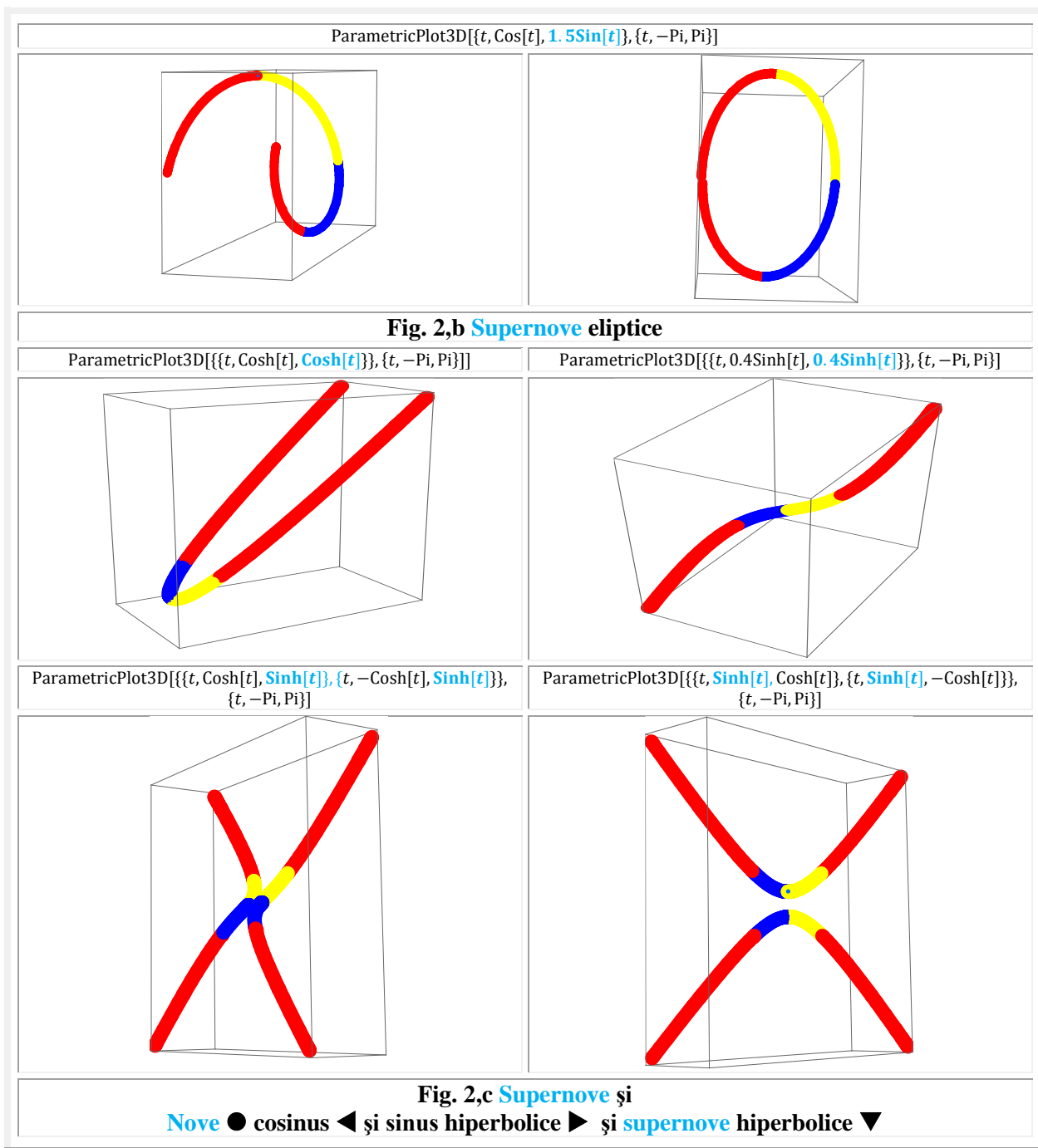
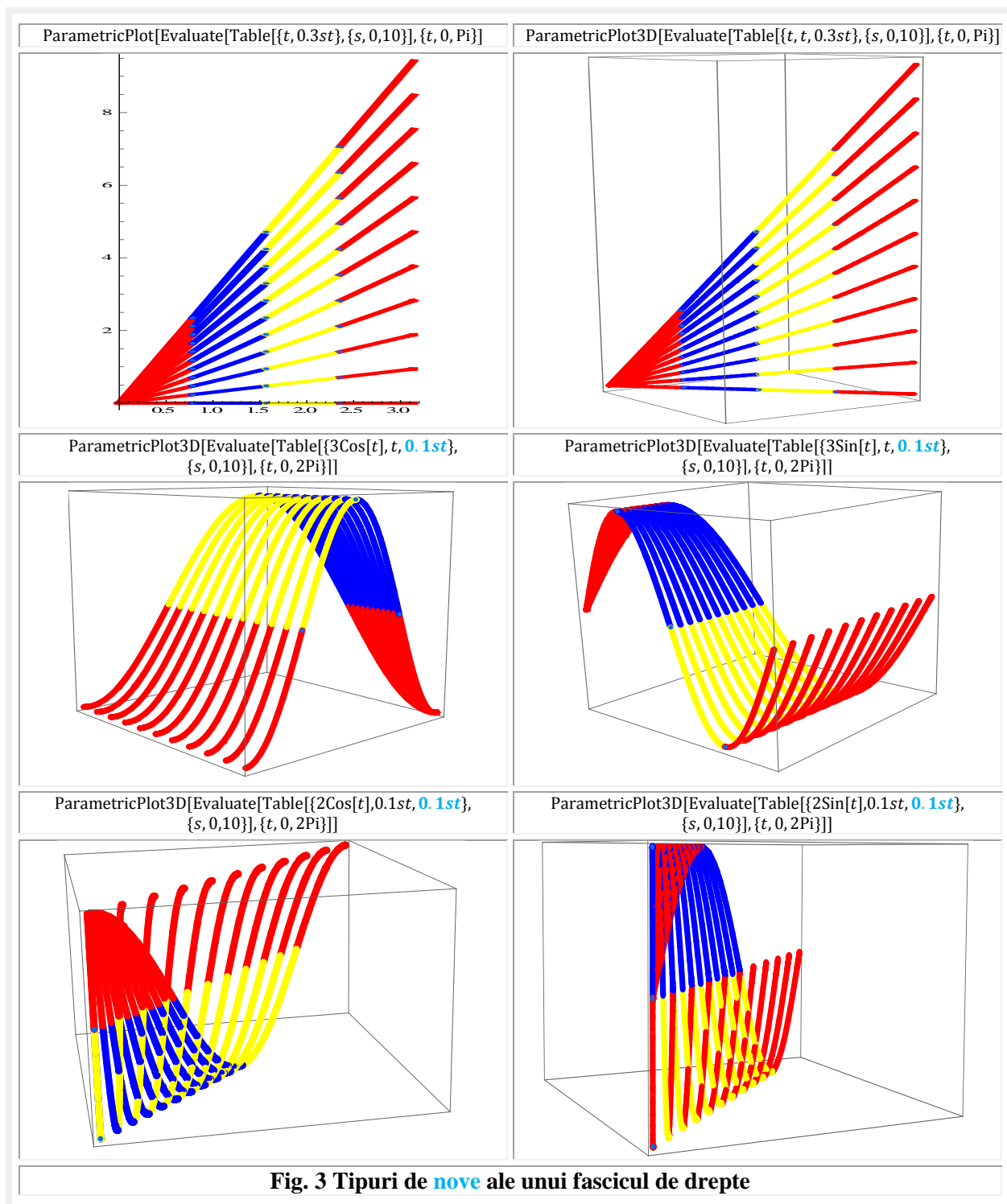


Fig. 1,b Nove și supernove trigonometrice

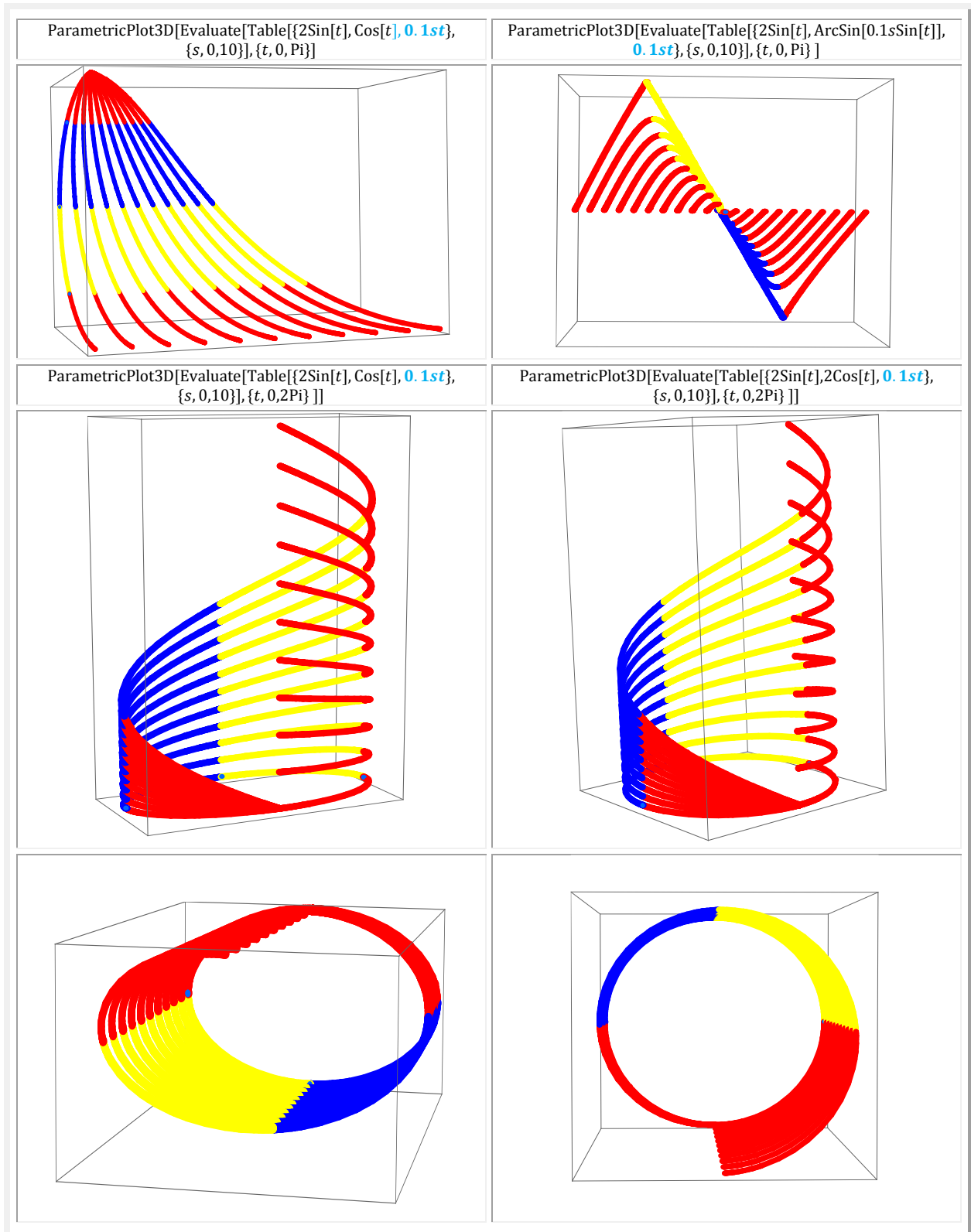
Dacă funcția de strâmbat (sin sau cos) și cea care realizează strâmbare (cos sau sin) au amplitudini diferite atunci **supernova** din secțiunea transversală va fi o **elipsă** [Fig. 2,b].

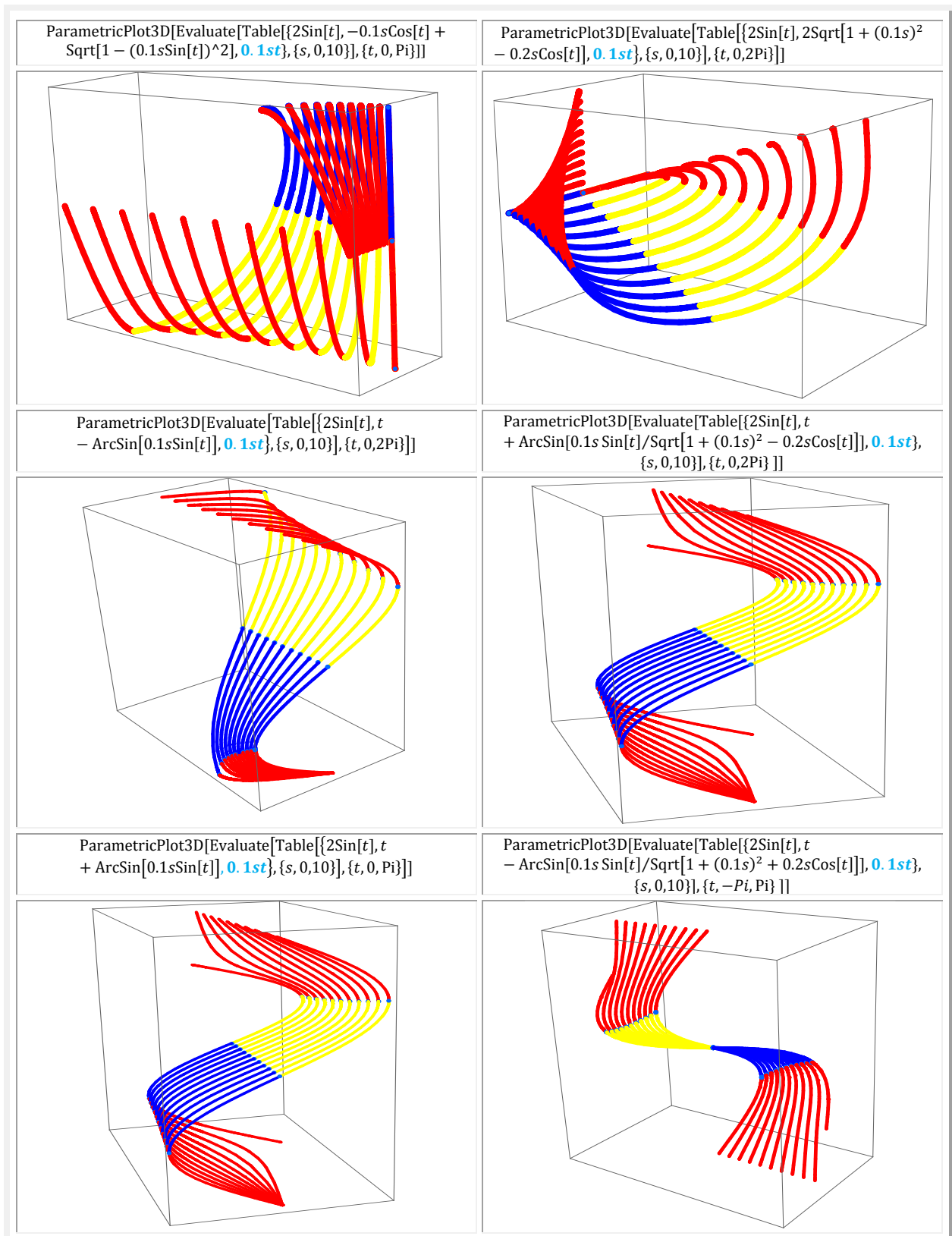


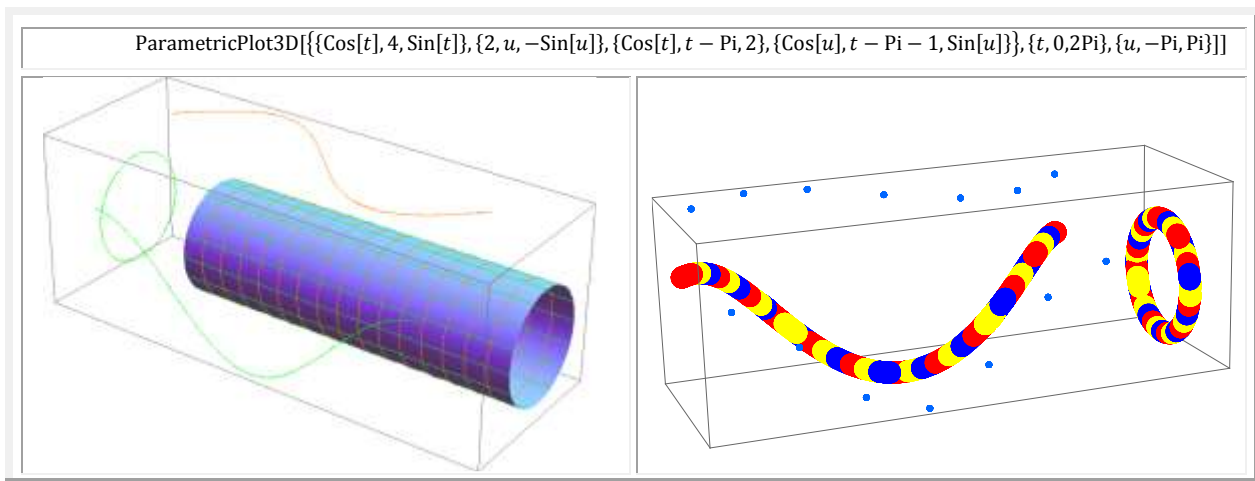
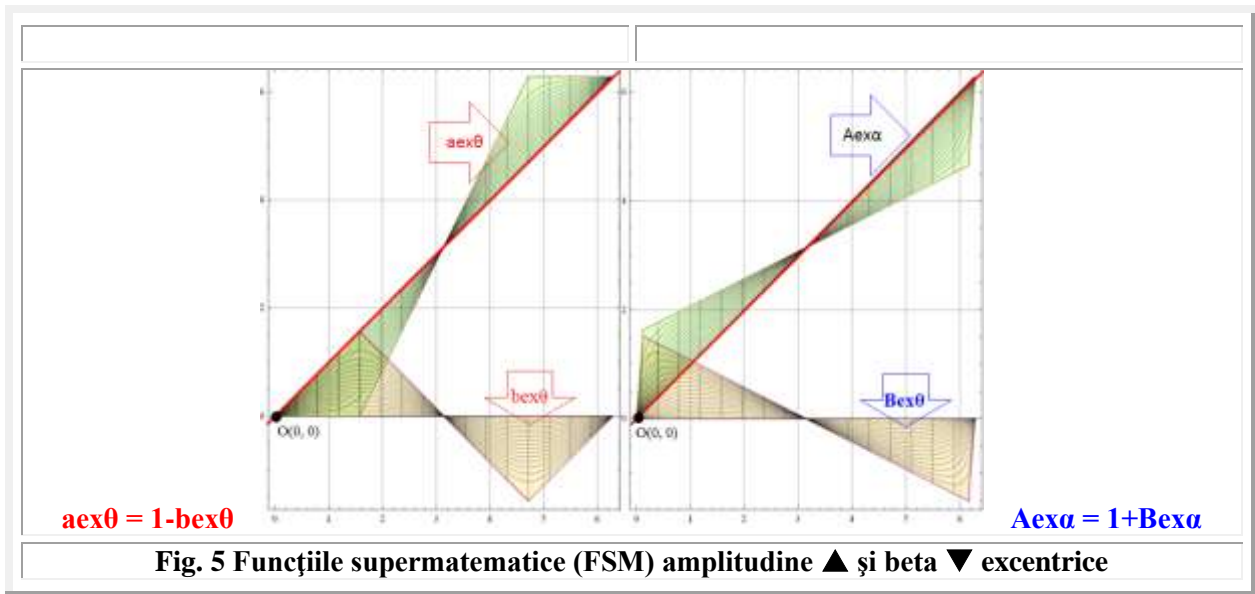
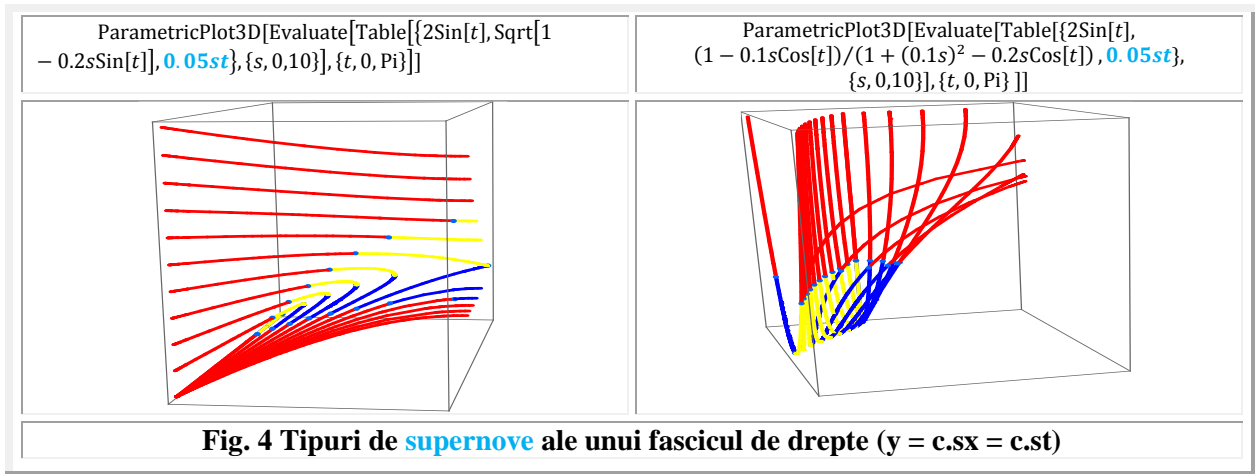
Novae (Fig. 3▲▶, ●, ▼) unui fascicul de drepte (Fig. 3▲◀) ce trec prin originea $O(0, 0)$ sunt prezentate în figura 3. Cele din figura 3▲▶ sunt un **fascicul de novae**, **toate novae** fiind într-un același plan. Și fascicolul de curbe din figura 3 ● sunt **novae**, deoarece fiecare curbă în parte a fascicolului 3D este în formă de cosinusoidă ◀ și de sinusoidă ▶ și fiecare curbă în parte este **plană în 3D**.

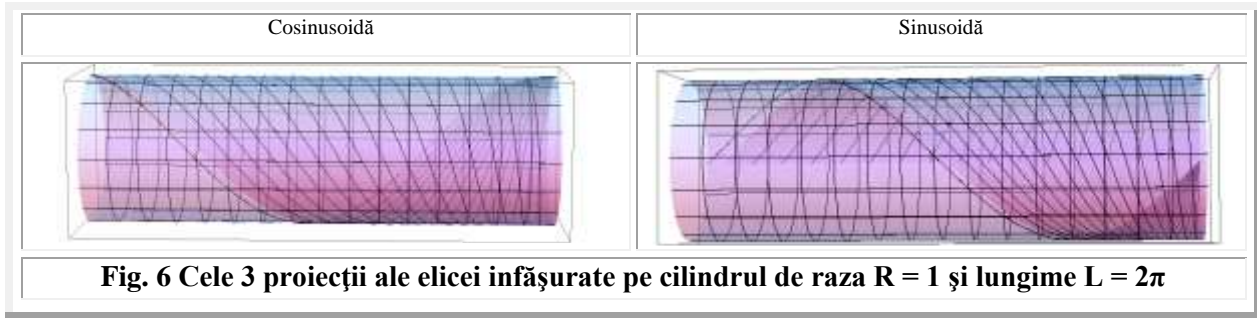


În figura 3▼, fiecare curbă din fascicul este în unu și același plan fiind un *fascicul plan* de *nove* în 3D, iar fasciculul în ansamblul lui formează o singură suprafață co- sau sinusoidală.





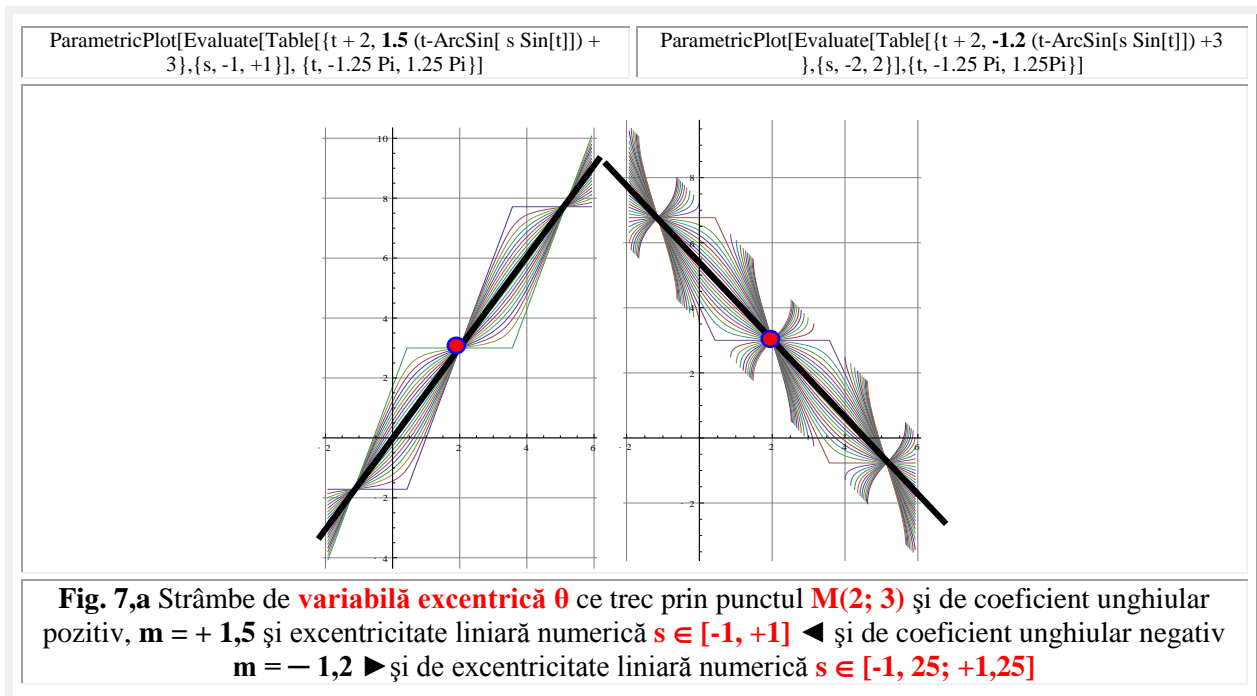


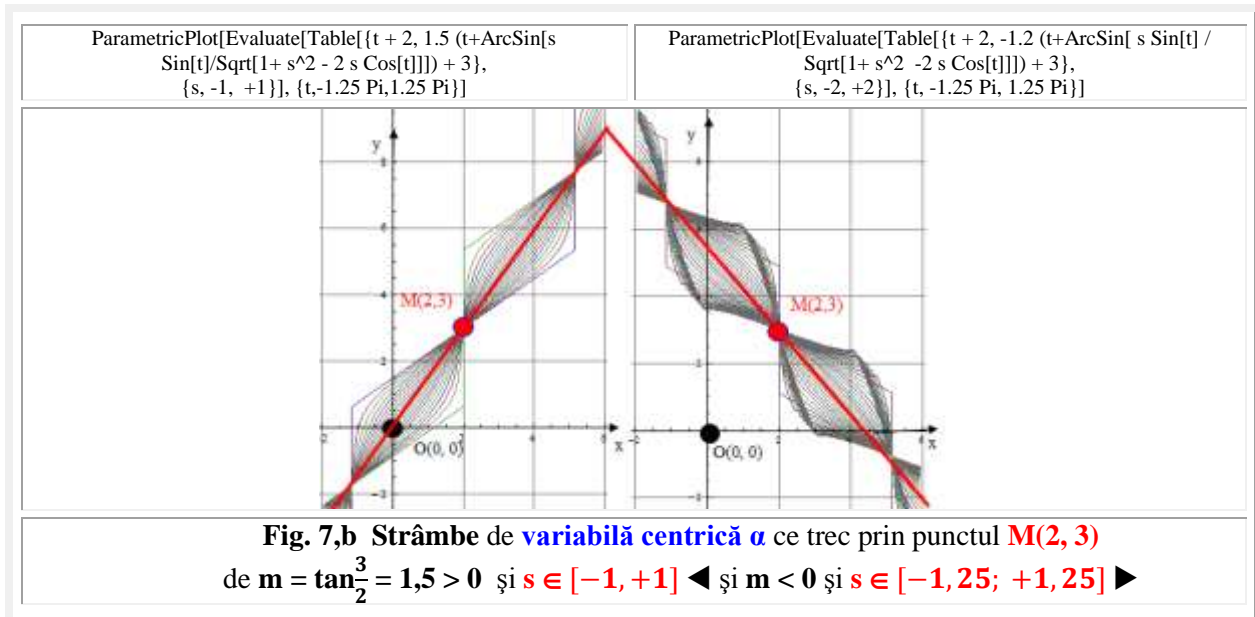


Curbele din **figura 4** au fiecare o curbă plană, pentru excentricitatea numerică $s = 0$, adică **o novă**, restul curbelor, fiind strâmbe, sunt **supernove**. Fascicolul de drepte a fost curbat în **figura 4** prin funcția **cos** \blacktriangleleft și **hex** $\blacktriangleright = \arcsin[s \cdot \sin\theta]$ $\blacktriangle\blacktriangleright$ (se recunoaște semnalul triunghiular simetric pentru $s = 1$) apoi, prin funcțiile **cos** \blacktriangleleft și **2cos** \blacktriangleright în rândul următor (2), iar în rândul 3 sunt reprezentate secțiunile transversale sub formă de elipsă și respectiv de cerc ale fascicolului de drepte înfășurat pe câte un cilindru eliptic și, respectiv, circular. În rândul 4 sunt prezentate fasciculele de dreaptă strâmbate prin funcțiile radial excentrice **rex** \blacktriangleleft și, respectiv, **Rex** \blacktriangleright apoi, în rândul 5, sunt prezentate fasciculul de drepte strâmbate de funcțiile **aex** θ și, respectiv, **Aex** α (Fig. 5) de excentricități $\pm s \in [0,1]$.

Cilindrul pe care este înfășurată o elice ale cărei proiecții sunt un cerc, o cosinusoidă și o sinusoidă este prezentat în **figura 6**. În această figură sus-stânga (\blacktriangleleft), lipsește **supernova elicoidală** cu pasul 2π , iar în partea $\blacktriangle\blacktriangleright$ lipsește cilindru pe care este înfășurată **elicea supernovă**. În partea de $\blacktriangledown\blacktriangleleft$ se vede pe cilindru cosinusoida unui fascicul iar în partea de $\blacktriangledown\blacktriangleright$ sinusoida, ca urmare a rotirii cilindrului cu $\pi/2$.

Reamintim că **funcțiile supermatematice circulare excentrice (FSM-CE)** amplitudine excentrică de variabilă **excentrică (aex** θ) și **centrică (Aex** α) (Fig. 5) sunt acelea care au **generalizat dreapta matematică**, introducând în (super)matematică **strâmba plană** [Fig. 6,a și Fig. 6,b].

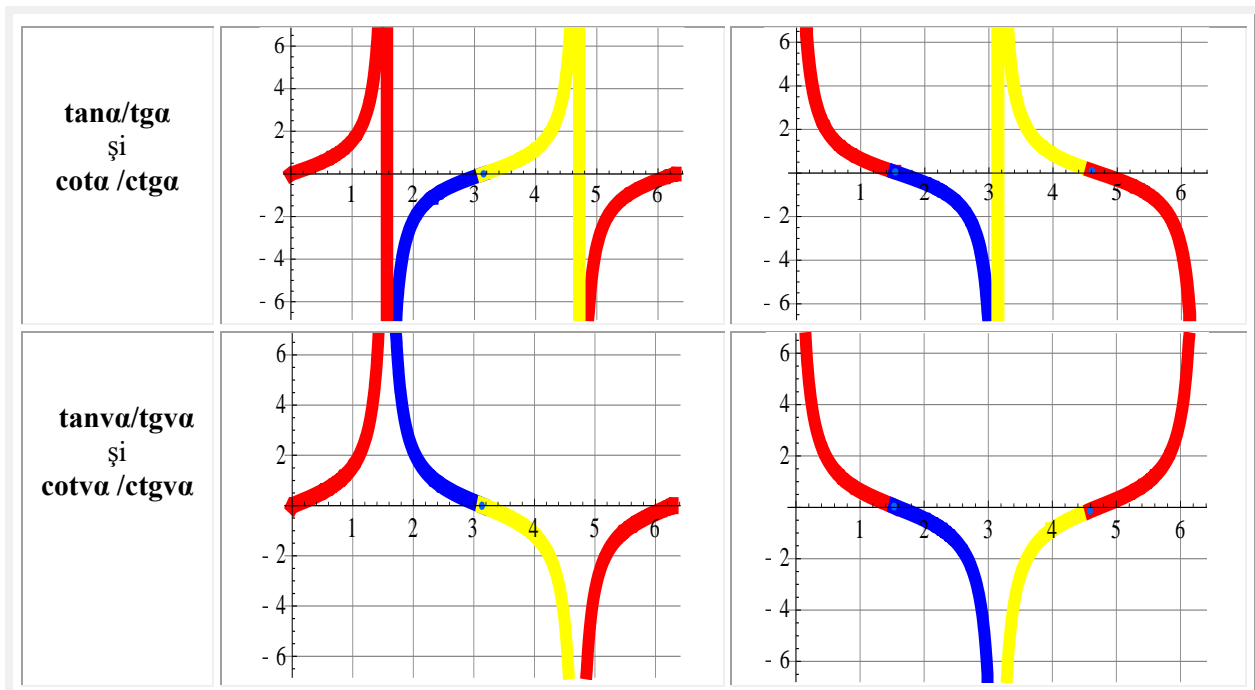


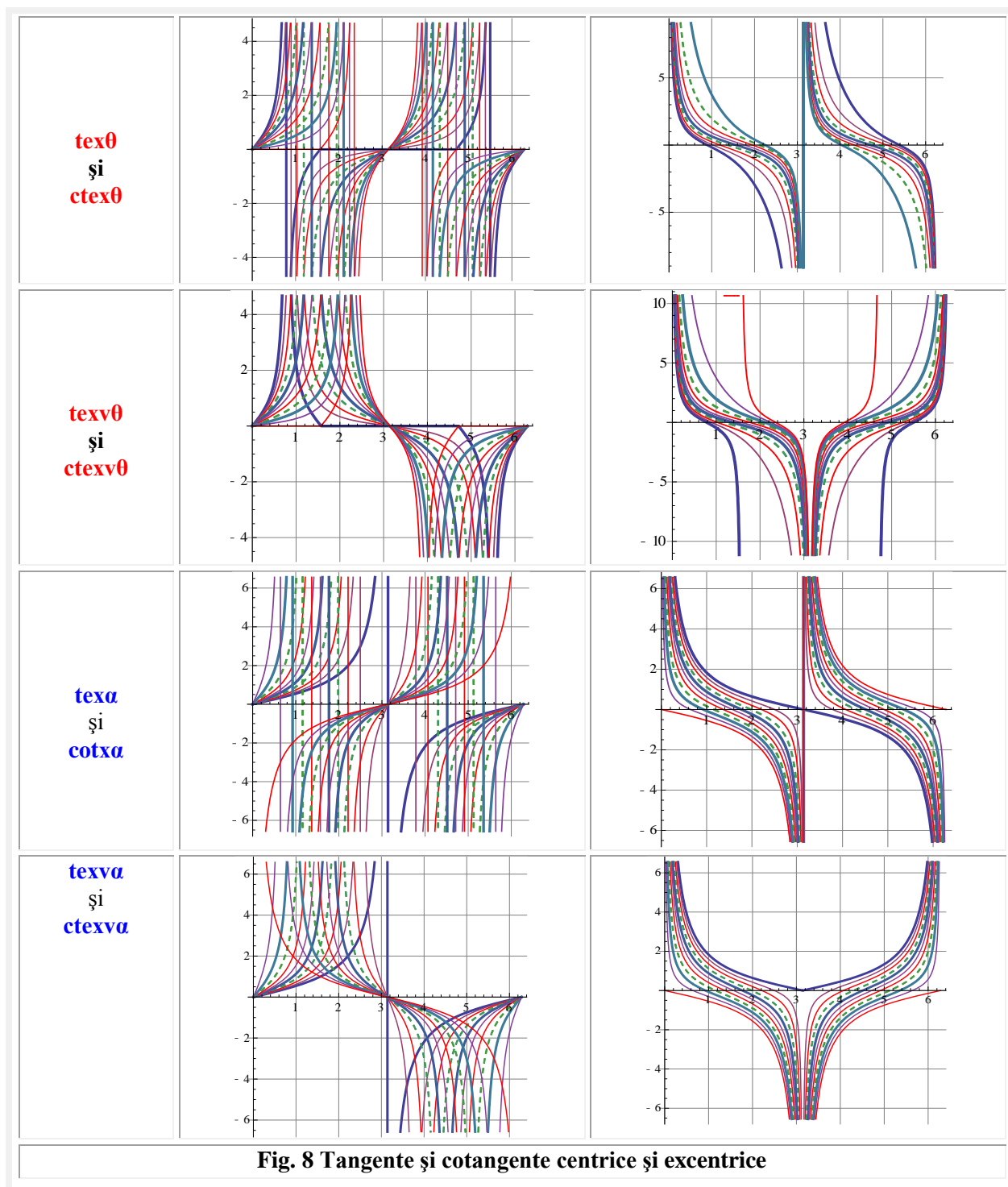


4 STRÂMBAREA TANGENTELOR → SUPERNOVE TANGENTE

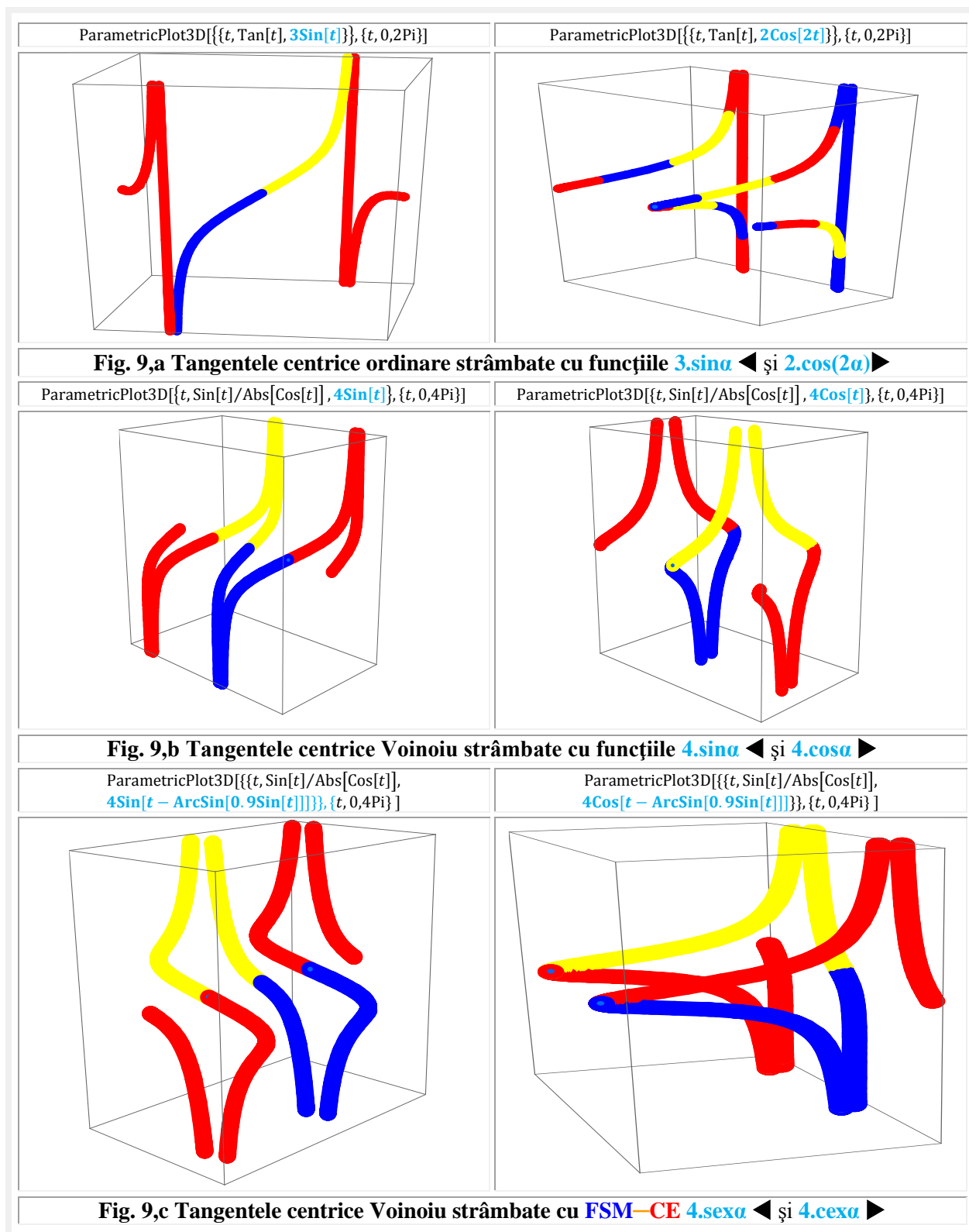
În **figura 8** sunt prezentate *tangentele* ◀ și *cotangentele* ▶ **centrice** precum și cele **excentrice** existente, ordinare și **Voinoiu**. Lipsesc funcțiile tangentă și cotangentă *elevate*, *exotice* și combinațiile lor, prezentate în Vol III. “Nemarginirea și marea supermatematicii” al acestei lucrări de “Supermatematică”.

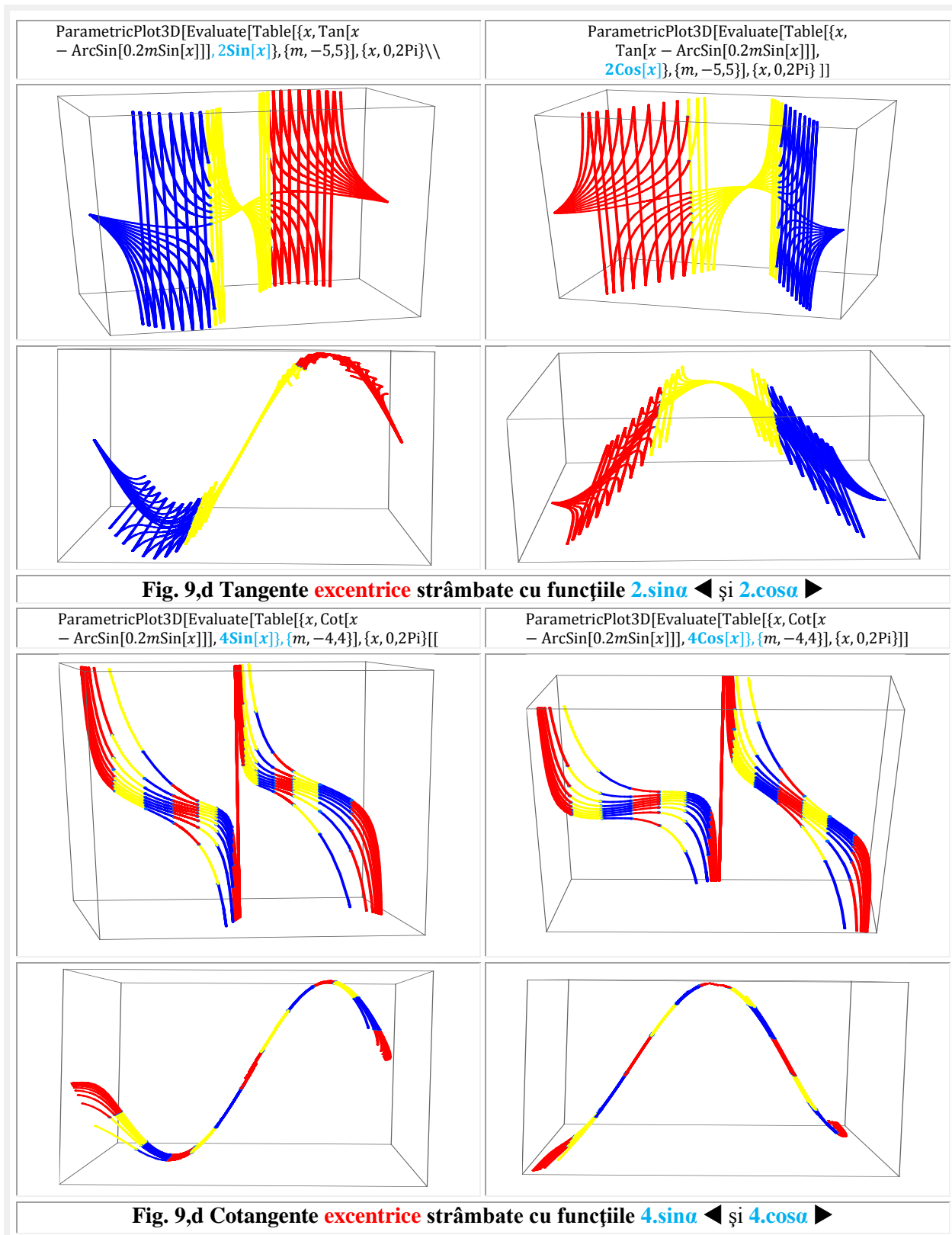
Figura 9 prezintă unele dintre aceste curbe plane transformate în curbe strâmbe, devenite, astfel, curbe **supernove matematice**.

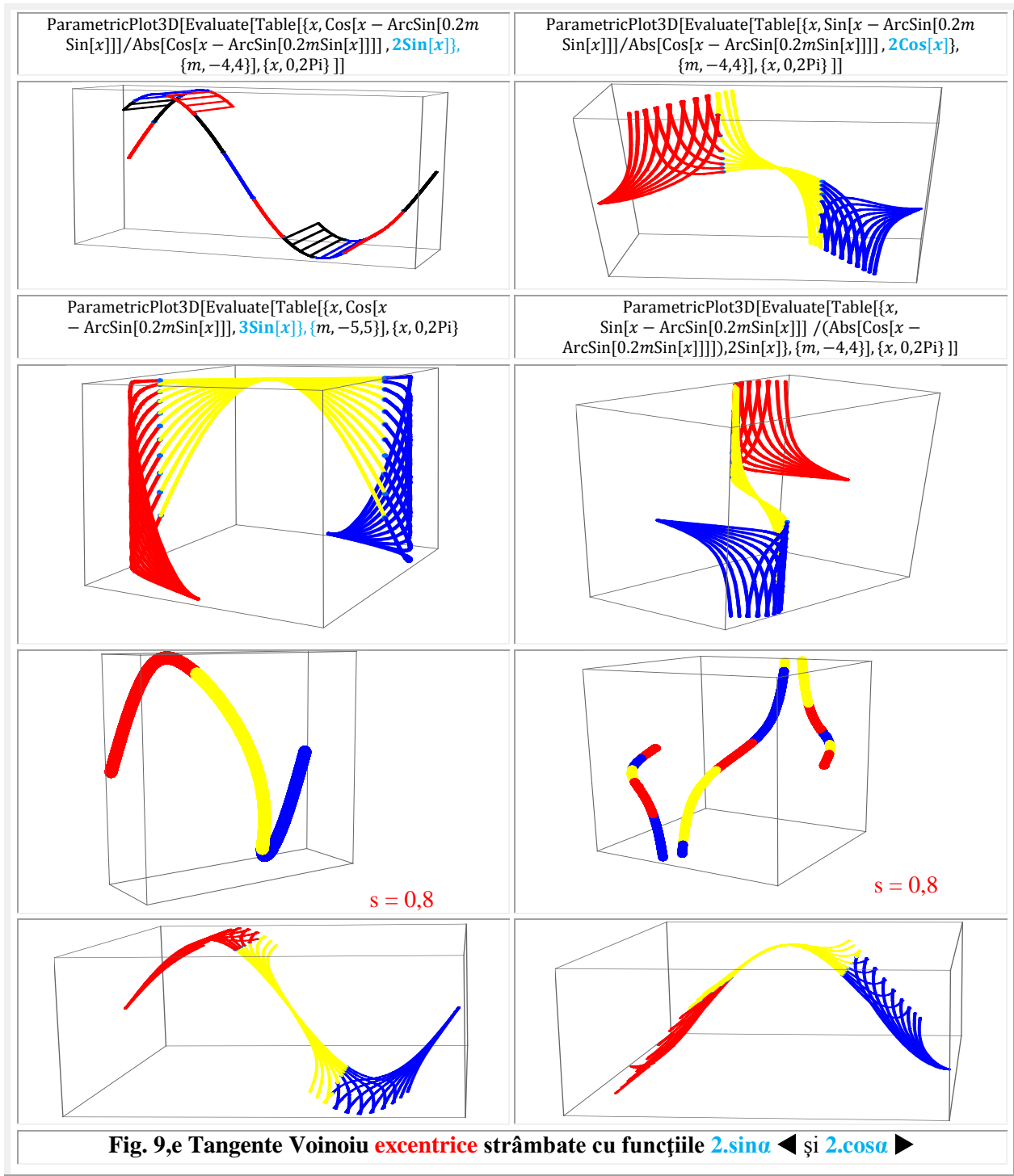




În **figurile 9** sunt prezentate modurile în care funcțiile plane sunt strâmbate, devenind astfel **funcții supernove**. Funcțiile care realizează strâmbarea sunt **colorate diferit** în ecuațiile parametrice de definire ale **supranelor**.

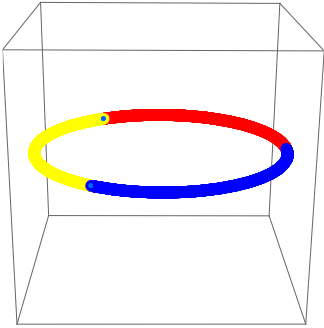
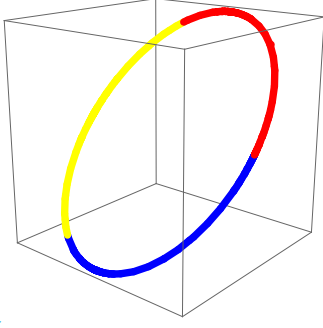
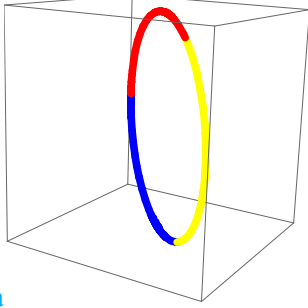
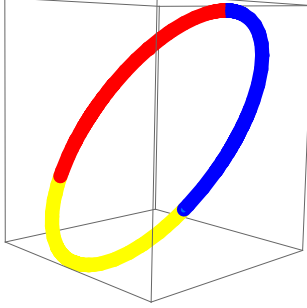
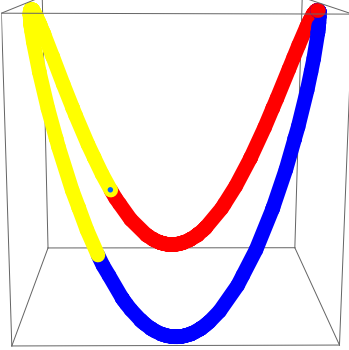
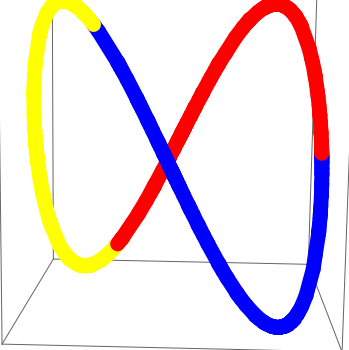
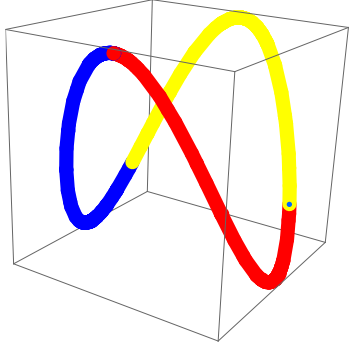
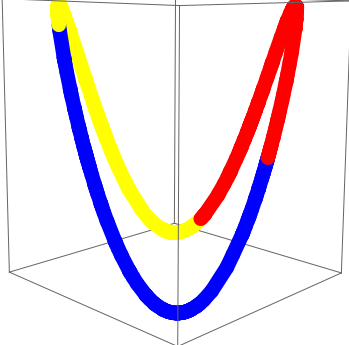


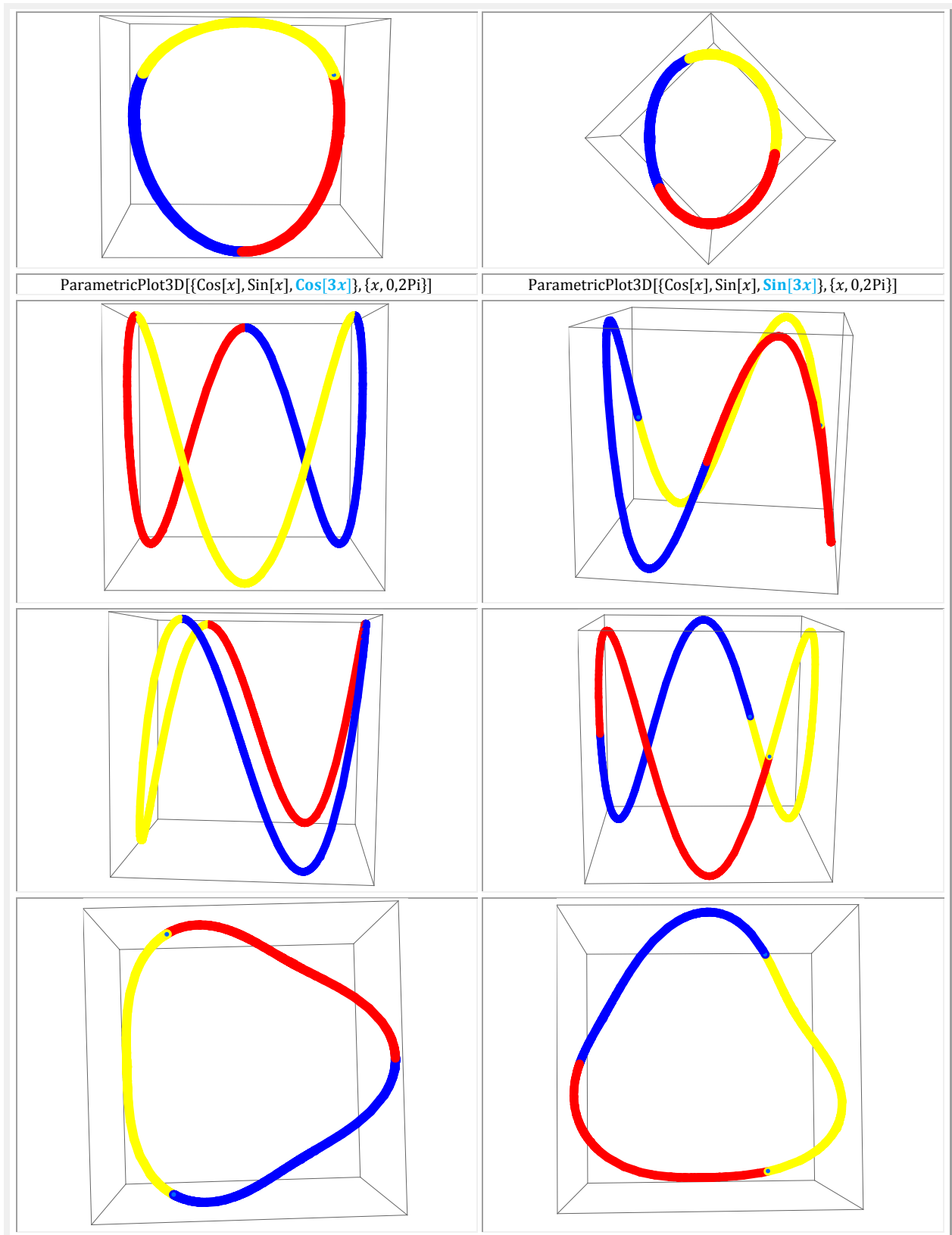


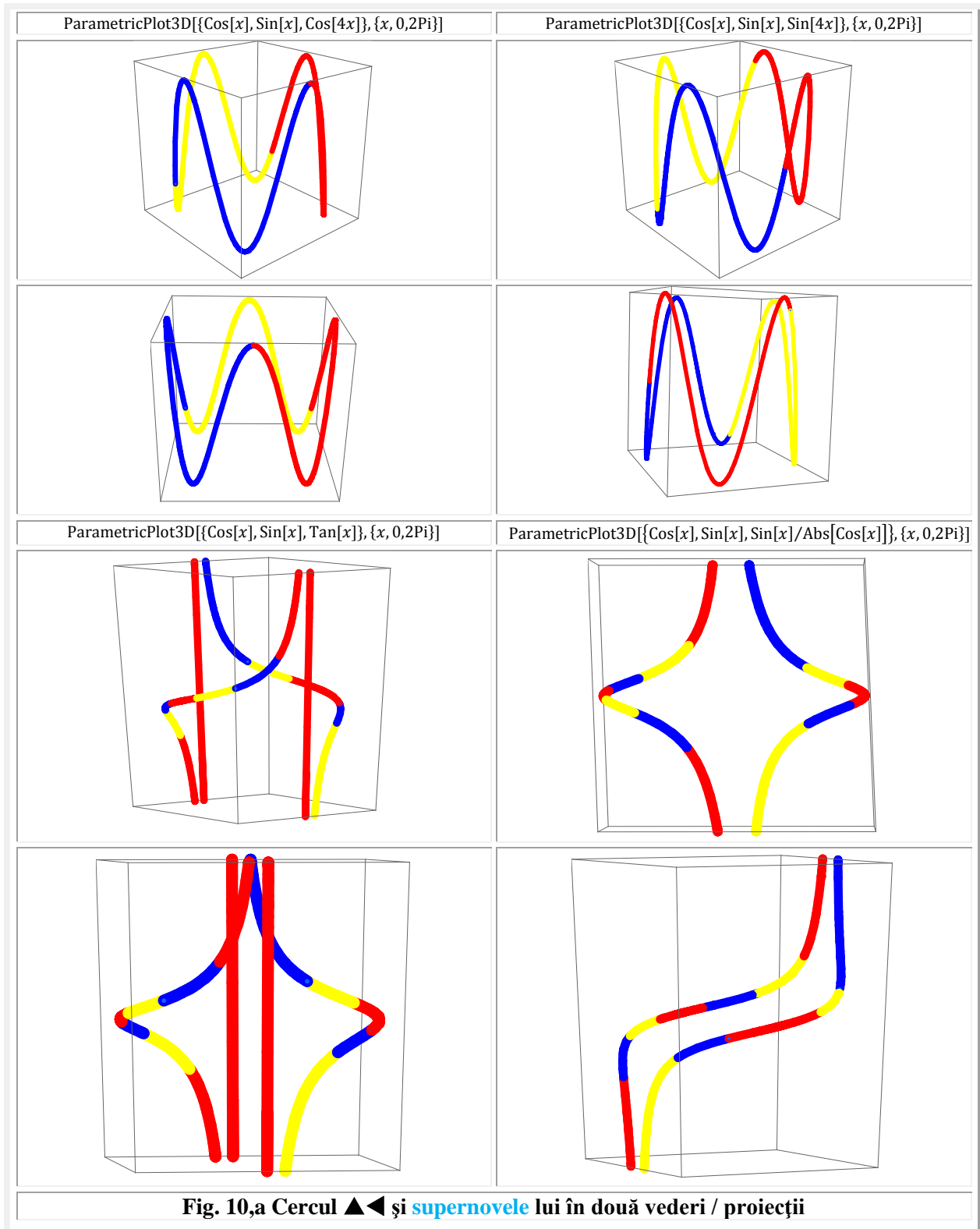


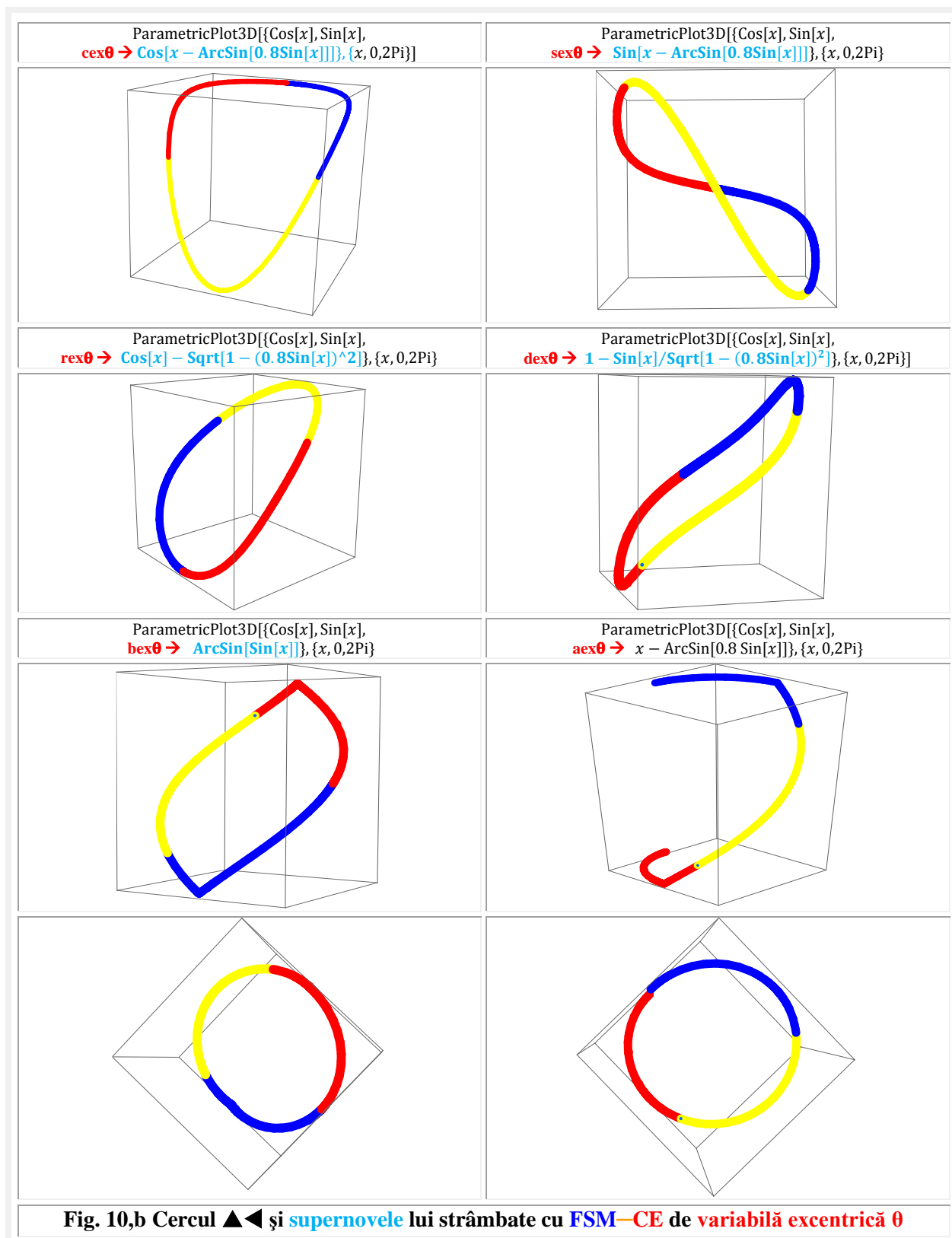
5 STRÂMBAREA CERCULUI → SUPERNOVA CIRCULARĂ

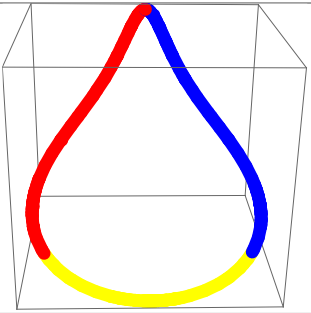
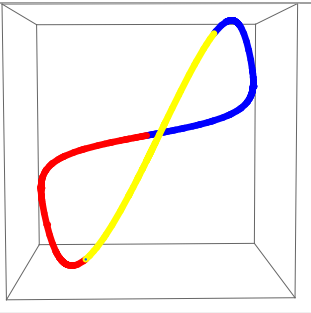
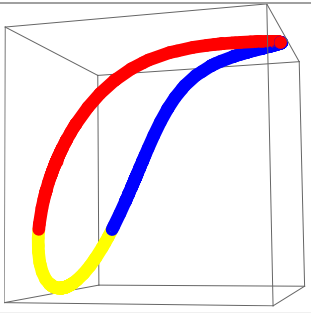
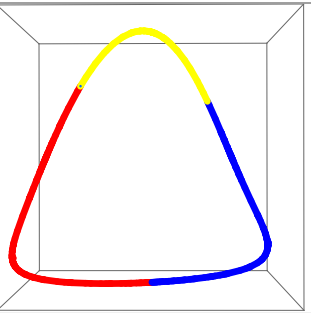
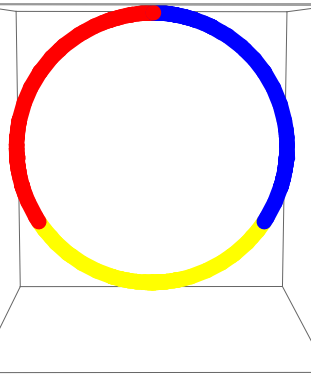
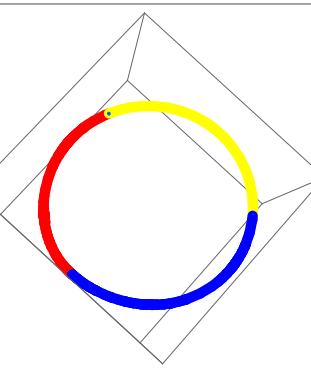
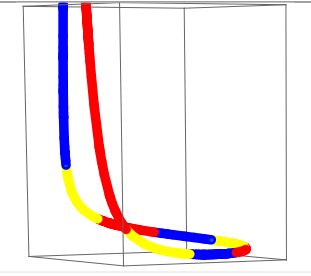
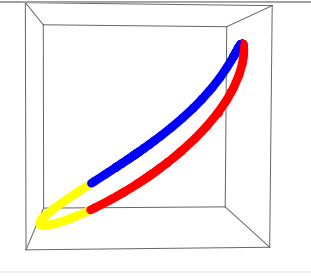
Cercul este o curbă plană ▲◀ care poate fi transformată în variate moduri în una strâmbă, adică într-o **supernovă** circulară, așa cum se ilustrează în **figura 10**, cu novele în prima parte a figurii.

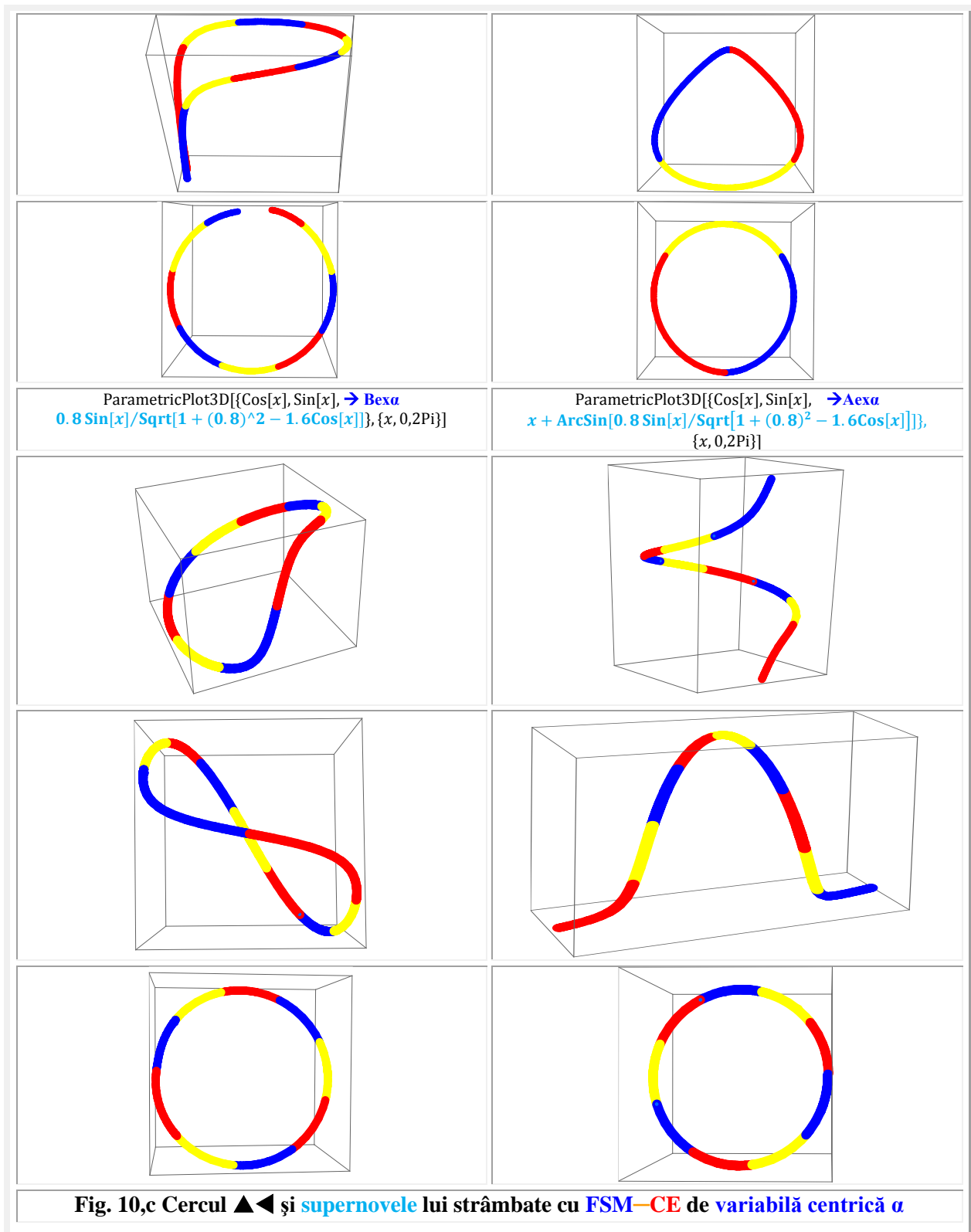
<p>ParametricPlot3D[Cos[x], Sin[x], 1], {x, 0, 2Pi}]]</p>  <p>Cercul în 3D</p>	<p>ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sin[x]}, {x, 0, 2Pi}</p>  <p>Nova circulară</p>
<p>ParametricPlot3D[{Cos[x], Cos[x], Sin[x]}, {x, 0, 2Pi}]</p>  <p>Nova circulară</p>	<p>ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Cos[x]}, {x, 0, 2Pi}]</p>  <p>Nova circulară</p>
<p>SUPERNOVELE CERCULUI</p>	
<p>ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Cos[2x]}, {x, 0, 2Pi}]</p> 	<p>ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sin[2x]}, {x, 0, 2Pi}</p> 
	



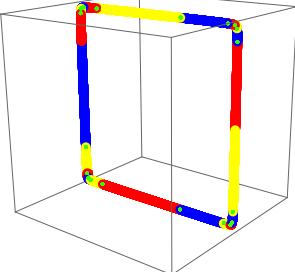
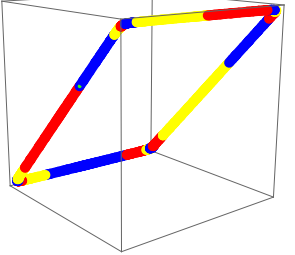
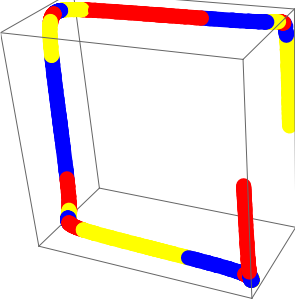
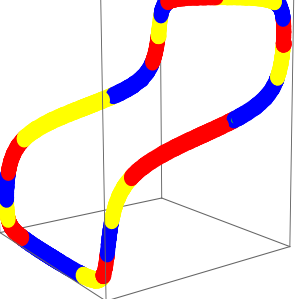
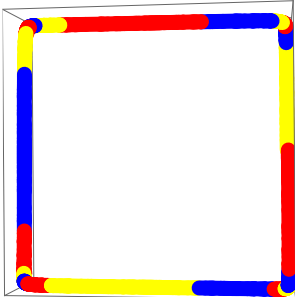
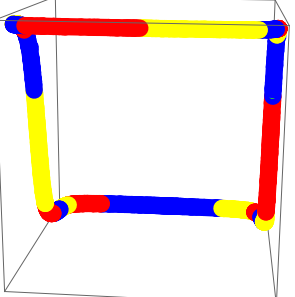
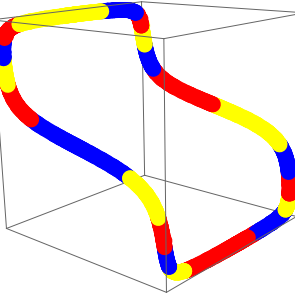
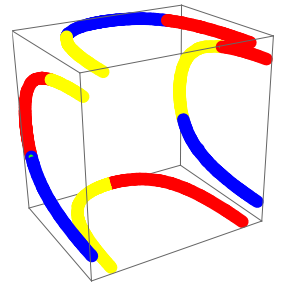


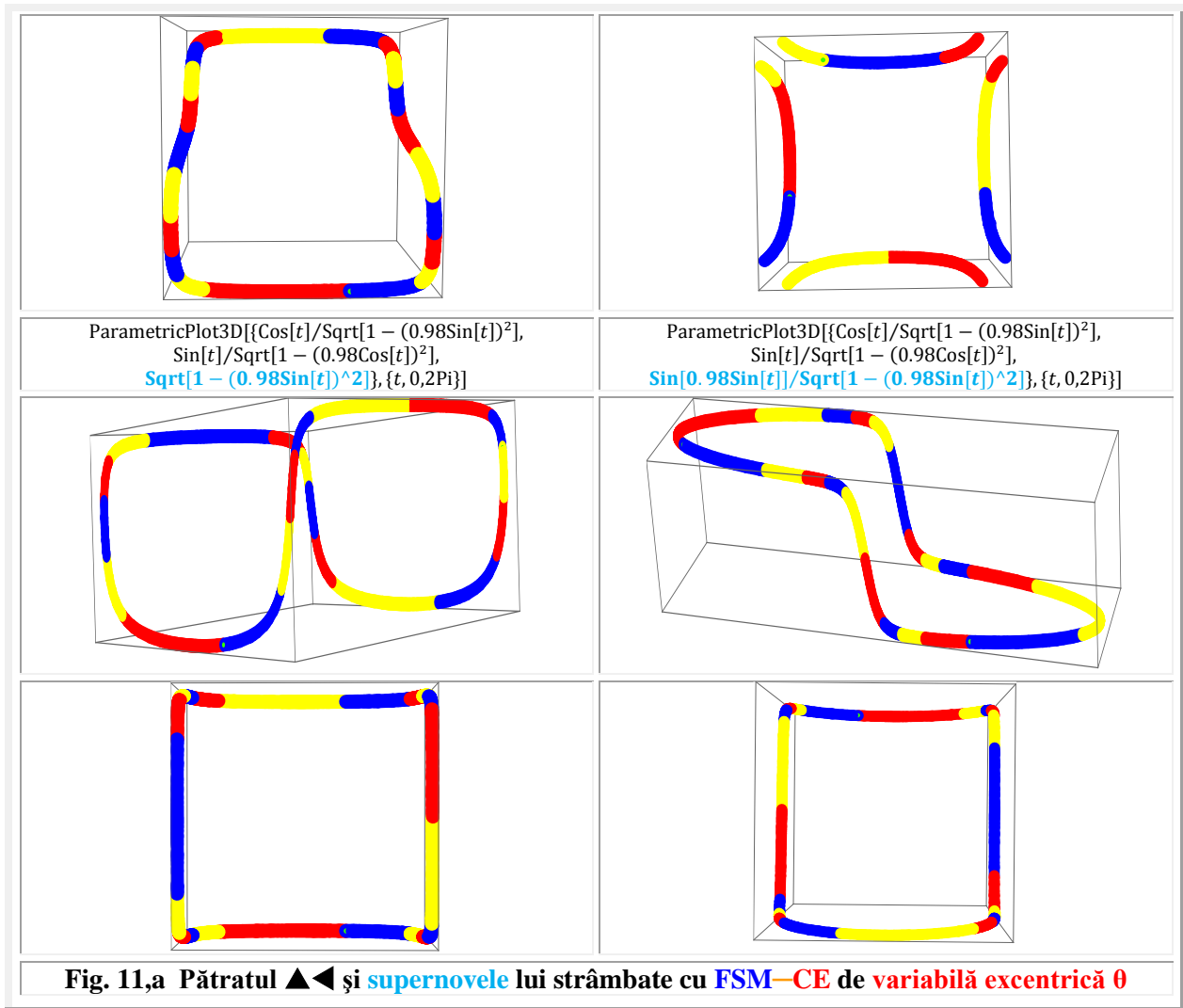


<p>ParametricPlot3D[$\{\text{Cos}[x], \text{Sin}[x], \text{Cex}\alpha \rightarrow \text{Cos}[x + \text{ArcSin}[0.8 \text{Sin}[x]/\text{Sqrt}[1 + (0.8)^2 - 1.6\text{Cos}[x]]]\}, \{x, 0, 2\text{Pi}\}$]</p>	<p>ParametricPlot3D[$\{\text{Cos}[x], \text{Sin}[x], \text{Sex}\alpha \rightarrow \text{Sin}[x + \text{ArcSin}[0.8 \text{Sin}[x]/\text{Sqrt}[1 + (0.8)^2 - 1.6\text{Cos}[x]]]\}, \{x, 0, 2\text{Pi}\}$]</p>
	
	
	
<p>ParametricPlot3D[$\{\text{Cos}[x], \text{Sin}[x], \text{Dex}\alpha \rightarrow (1 - 0.8\text{Sin}[x])/(1 + (0.8)^2 - 1.6\text{Cos}[x])\}, \{x, 0, 2\text{Pi}\}$]</p>	<p>ParametricPlot3D[$\{\text{Cos}[x], \text{Sin}[x], \text{Rex}\alpha \rightarrow \text{Sqrt}[1 + (0.8)^2 - 1.6\text{Cos}[x]]\}, \{x, 0, 2\text{Pi}\}$]</p>
	

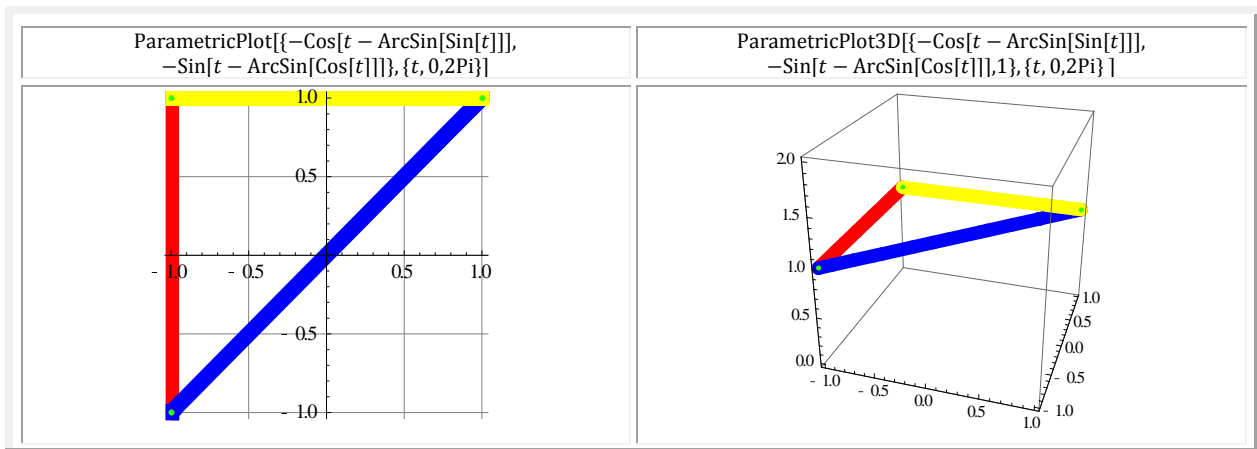


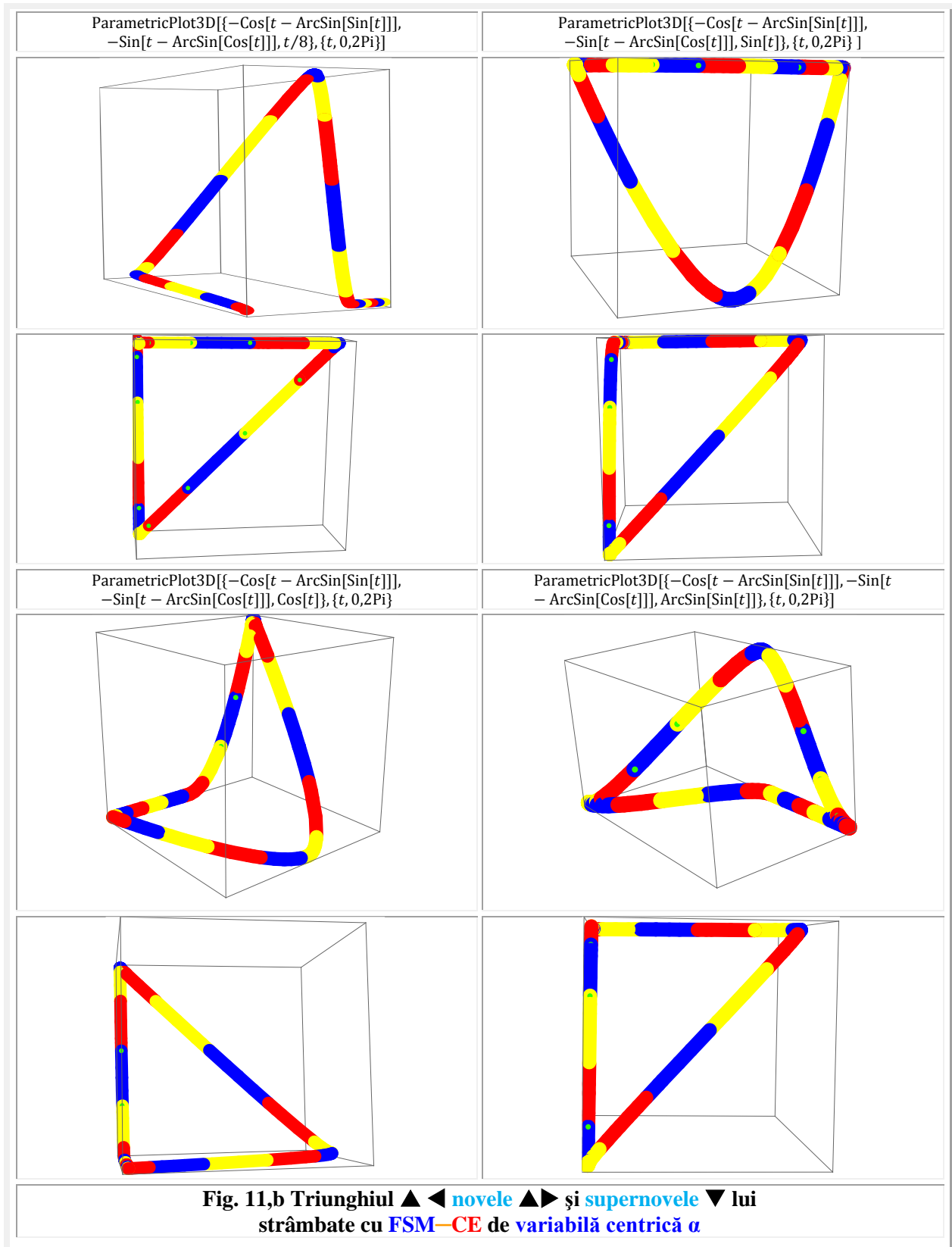
6 STRÂMBAREA PĂTRATULUI → SUPERNOVE PĂTRATE

$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Cos}[t])^2], 1\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$ <p style="text-align: center; color: red;">Pătrat in 3D</p>	$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Cos}[t])^2], \text{Novă în 3 D} \text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Sin}[t])^2]\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Cos}[t])^2], t/8\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Cos}[t])^2], \text{Cos}[t]\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$
	
	
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Cos}[t])^2], \text{Sin}[t]\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Cos}[t])^2], \text{ArcSin}[1 + (0.98)^2 - 1.96\text{Cos}[4t]]\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$
	

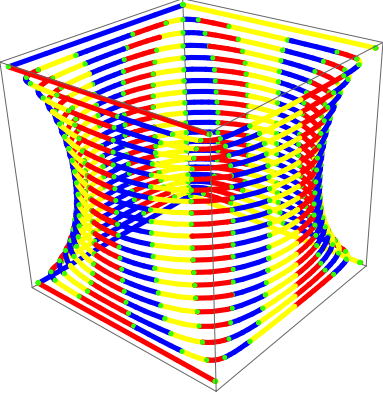
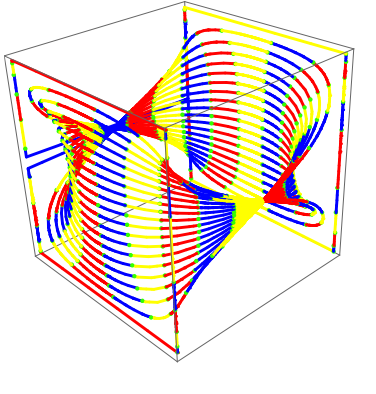
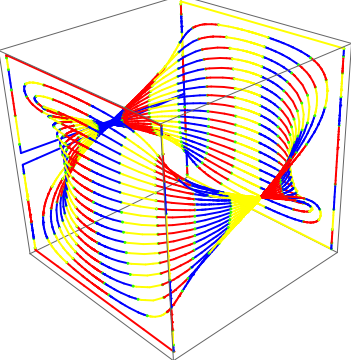
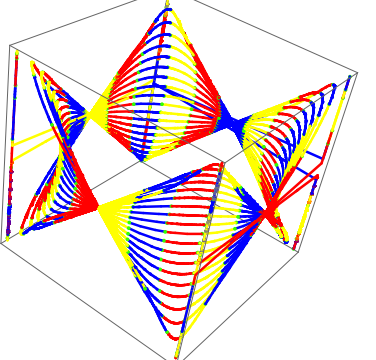
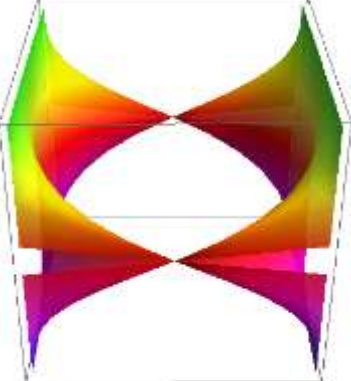
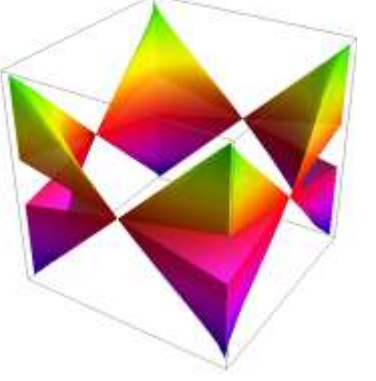


7 STRÂMBAREA TRIUNGHIIULUI → SUPERNOVE TRIUNGHIIULARE

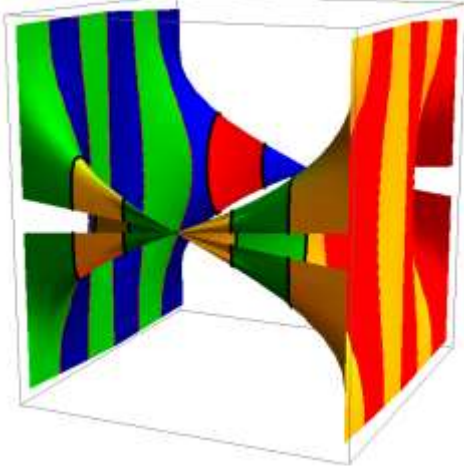




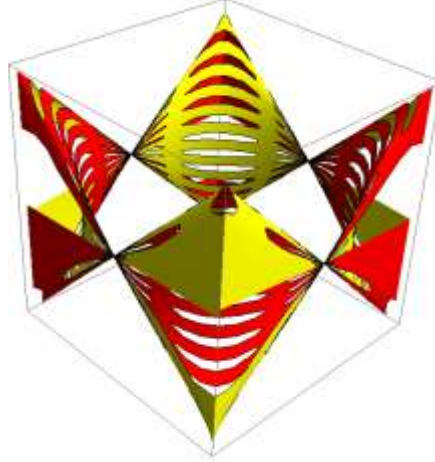
8 STRÂMBAREA OBIECTELOR 3D → SUPERNOVE ALE OBIECTELOR 3D

OBIECTUL 3 D	SUPERNOVA OBIECTULUI 3D
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Cos}[t])^2], 0.1s\}, \{s, -10, 10\}], \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Cos}[t])^2], 0.1s\text{Sin}[t]\}, \{s, -10, 10\}], \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Cos}[t])^2], 0.1s\text{Sin}[t]\}, \{s, -10, 10\}], \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Cos}[t])^2], 0.1s\text{Sin}[2t]\}, \{s, -10, 10\}], \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$
	
	

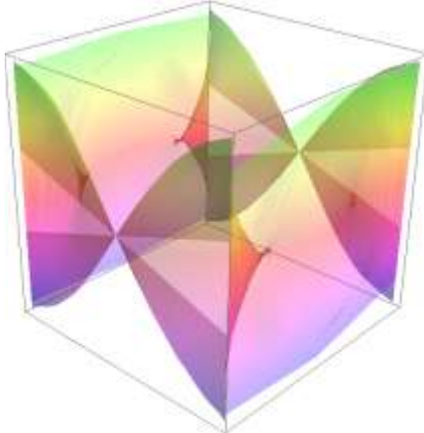
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sSin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sCos}[t])^2], 0.1\text{sArcSin}[0.9\text{Sin}[t]]\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$



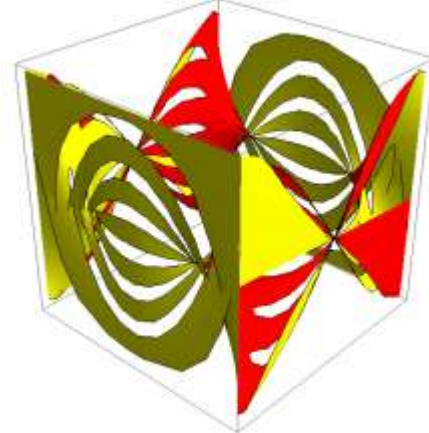
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sSin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sCos}[t])^2], 0.1\text{sSin}[3t]\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$



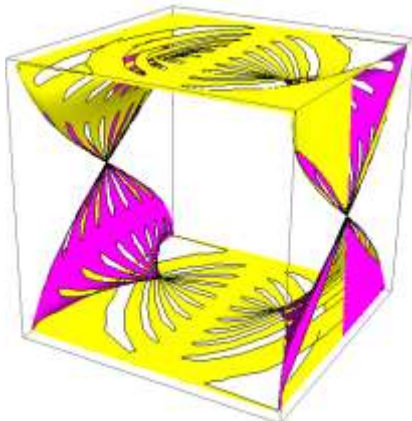
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sSin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sCos}[t])^2], 0.1\text{sCos}[3t]\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$



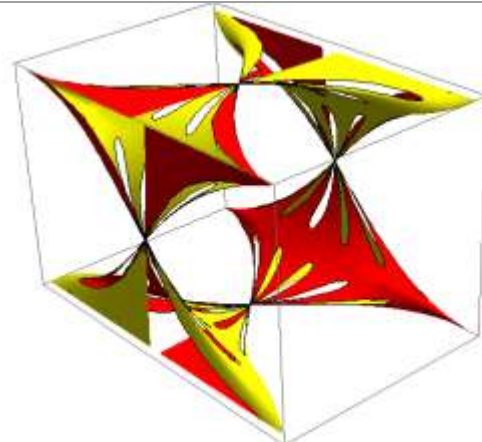
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sSin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sCos}[t])^2], 0.1\text{sSin}[3t]\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$

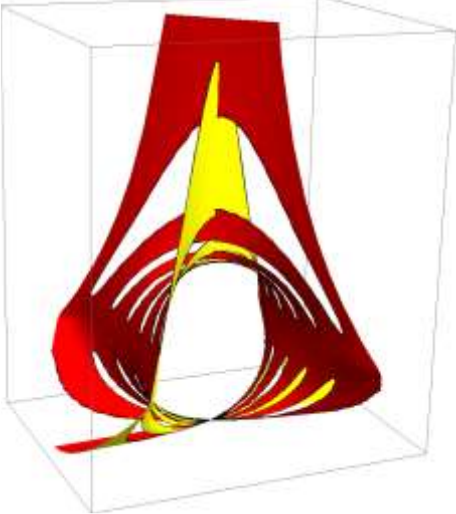
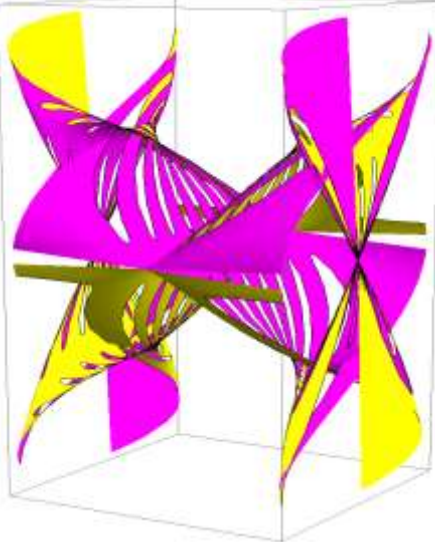
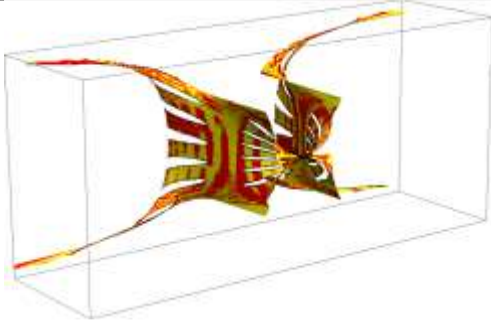
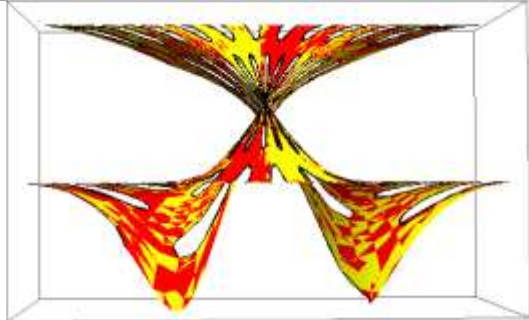
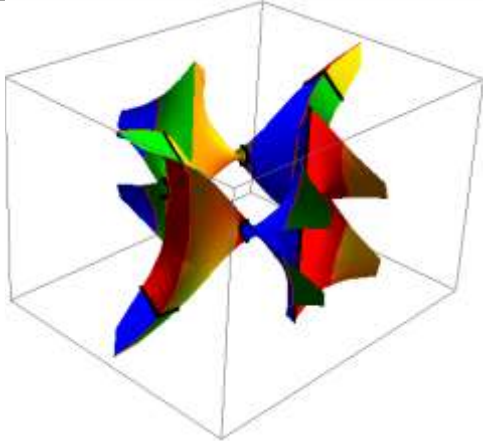
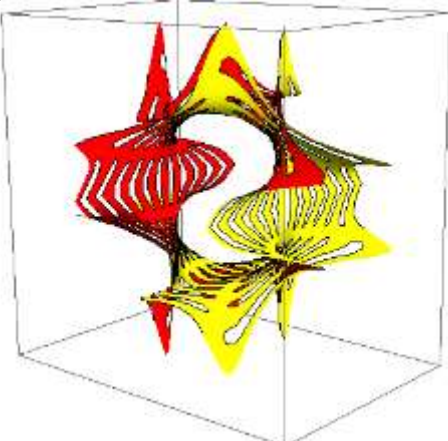


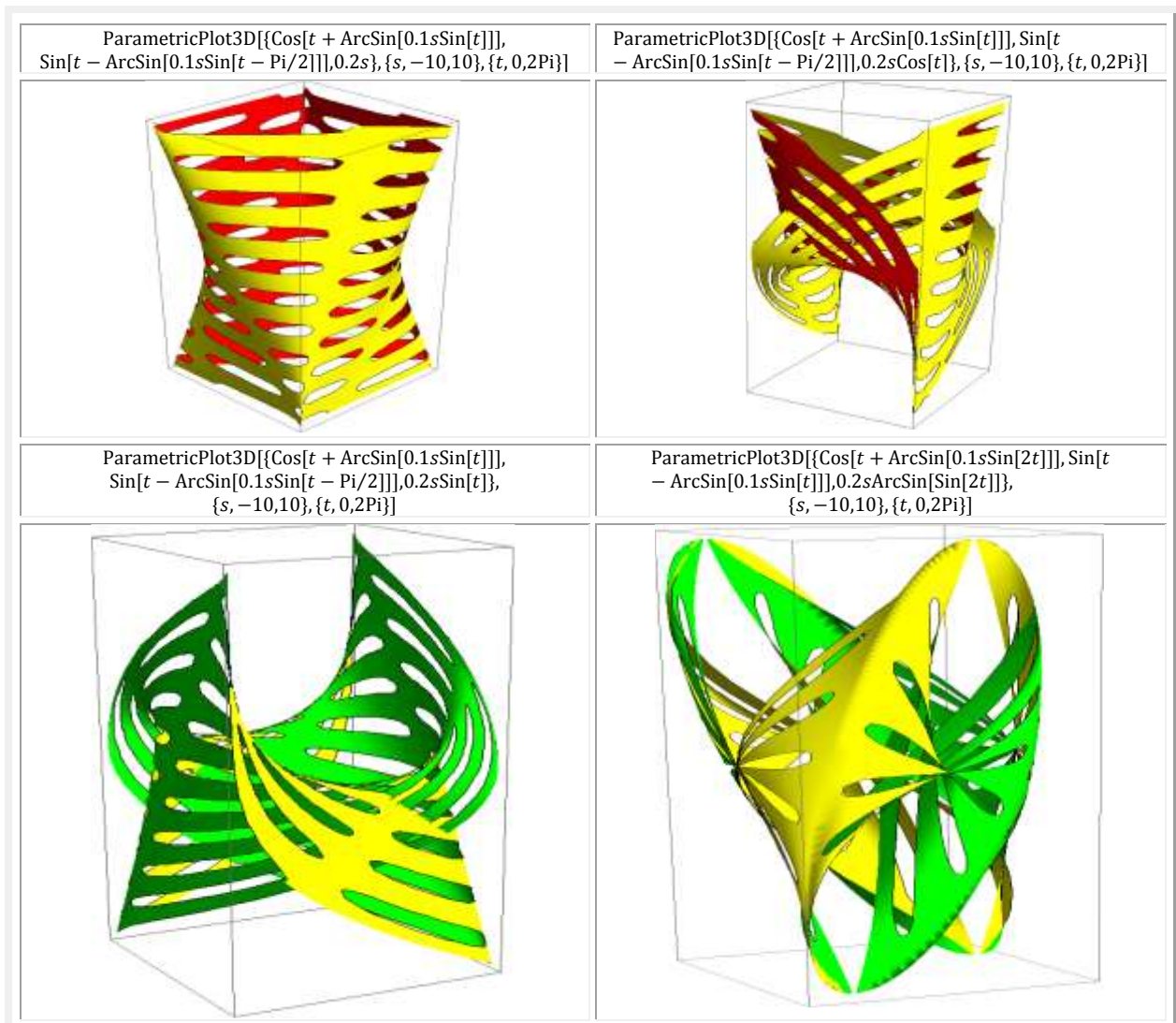
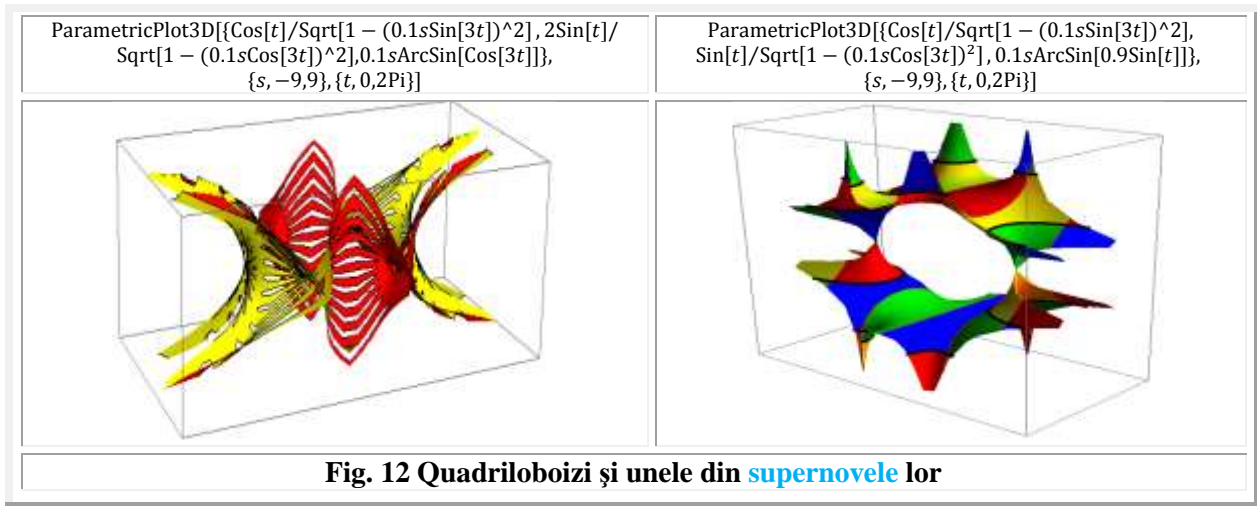
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sSin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sCos}[t])^2], 0.1\text{sSin}[3t]\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$

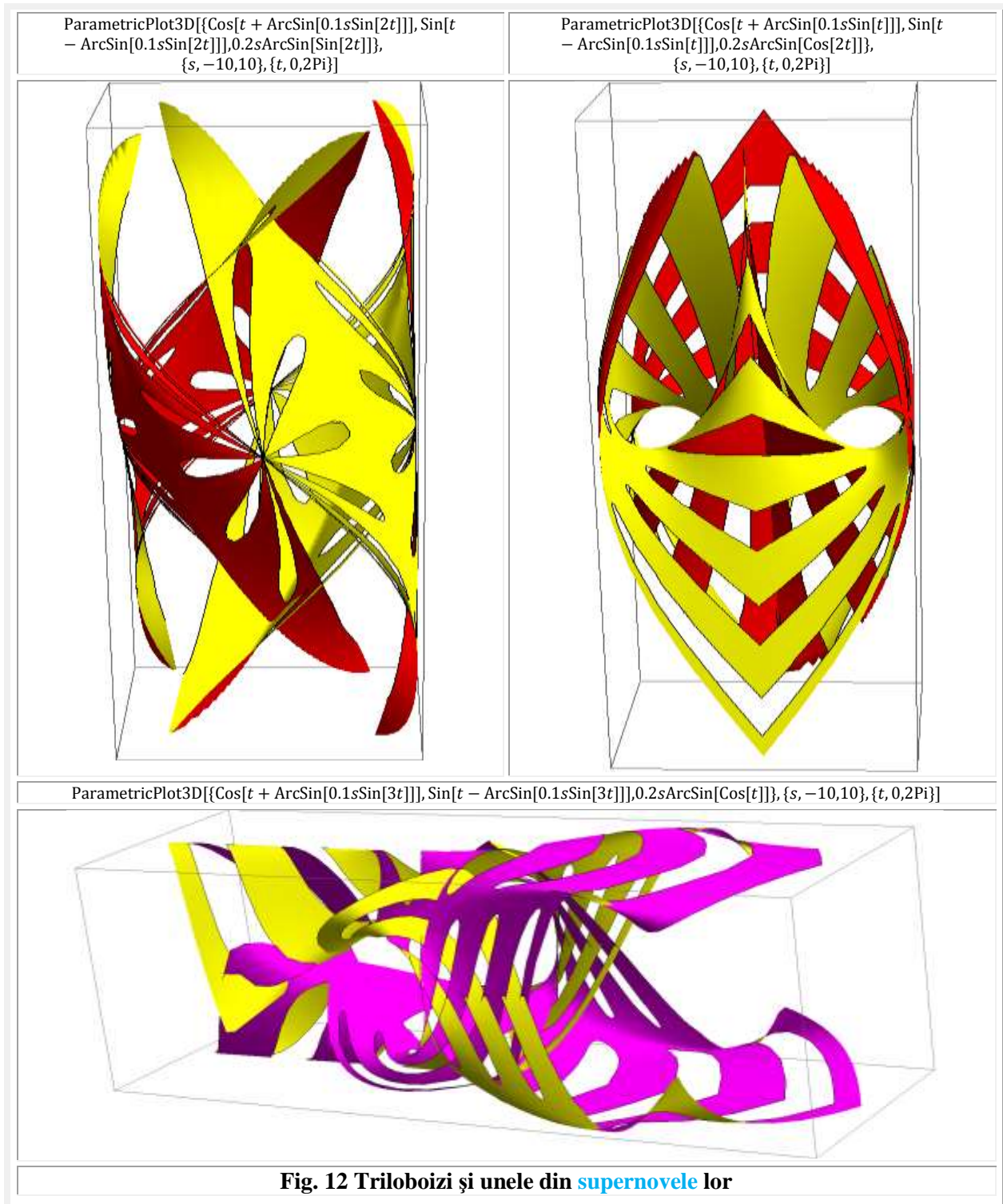


$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sSin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sCos}[t])^2], 0.1\text{sArcSin}[\text{Sin}[2t]]\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$



$\text{ParametricPlot3D}\left\{\left\{\frac{\cos[2t]}{\sqrt{1 - (0.1s\sin[t])^2}}, \frac{\sin[2t]}{\sqrt{1 - (0.1s\cos[t])^2}}, 0.1s\text{ArcSin}[\sin[2t]]\right\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\pi\}\right\}$	$\text{ParametricPlot3D}\left\{\left\{\frac{\cos[t]}{\sqrt{1 - (0.1s\sin[t])^2}}, \frac{\sin[2t]}{\sqrt{1 - (0.1s\cos[t])^2}}, 0.1s\sin[3t]\right\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\pi\}\right\}$
	
$\text{ParametricPlot3D}\left\{\left\{\frac{\cos[2t]}{\sqrt{1 - (0.1s\sin[2t])^2}}, \frac{\sin[t]}{\sqrt{1 - (0.1s\cos[2t])^2}}, 0.1s\text{ArcSin}[\sin[t]]\right\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\pi\}\right\}$	$\text{ParametricPlot3D}\left\{\left\{\frac{\cos[t]^2}{\sqrt{1 - (0.1s\sin[3t])^2}}, \frac{\sin[t]}{\sqrt{1 - (0.1s\cos[3t])^2}}, 0.1s\text{ArcSin}[\cos[2t]]\right\}, \{s, -9, 9\}, \{t, 0, 2\pi\}\right\}$
	
$\text{ParametricPlot3D}\left\{\left\{\frac{\cos[t]}{\sqrt{1 - (0.1s\sin[3t])^2}}, \frac{\sin[t]}{\sqrt{1 - (0.1s\cos[2t])^2}}, 0.1s\text{ArcSin}[\cos[2t]]\right\}, \{s, -9, 9\}, \{t, 0, 2\pi\}\right\}$	$\text{ParametricPlot3D}\left\{\left\{\frac{\cos[t]}{\sqrt{1 - (0.1s\sin[3t])^2}}, \frac{\sin[t]}{\sqrt{1 - (0.1s\cos[3t])^2}}, 0.1s\text{ArcSin}[\cos[2t]]\right\}, \{s, -9, 9\}, \{t, 0, 2\pi\}\right\}$
	





Variantele posibile de supernovare ale obiectelor 3D sunt mult prea variate pentru a fi prezentate într-un singur capitol, așa că vom continua într-un capitol următor.

Motto:” *Există lucruri care știm că sunt imposibil de realizat, până când vine cineva care nu știe acest lucru și le realizează*”
Albert Einstein

CAPITOLUL XX

NOVE ȘI SUPERNOVE SUPERMATEMATICE

1. INTRODUCERE

Atât **novele** cât și **supernovele** pot fi **circulare**, **hiperbolice**, **eliptice**, **trilobice**, **quadrilobice** / **cvadrilobice** ș.m.a: **centrice** (MC) sau **excentrice** (ME): **propriu-zise**, **elevate** sau **exotice**, care, *toate*, pot fi denumite într-un singur cuvânt **supermatematice** (SM), realizându-se, astfel, o economie considerabilă de cuvinte și de spațiu.

Și n-au fost înșirate toate tipurile de curbe și funcții **SM**, ținând cont de **volumul III** al acestei lucrări cu subtitlul:”**NEMARGINIREA ȘI MĂREȚIA SUPERMATEMATICII**” în care sunt tratate combinațiile infinite / nemărginite ale funcțiilor anterior amintite, ca de exemplu: **centricoexcentrice**, **centricoelevate**, **centricoexotice**, ... , **circulorhiperbolice**, **circulorliptice**, **circulortrilobice** ș.m.a.

Toată lumea știe ce-i o curbă plană (2D) și ce-i o curbă strâmbă, evident în 3D, dar nimeni nu s-a gândit cum poate fi transformată **orice curbă plană** din 2D în una **plană** în 3D pe care o denumim **novă**, sau în una **strâmbă** în 3D, denumită **supernovă**. O facem noi !

Așa cum s-a prezentat în capitolele anterioare, dacă curbele / figurile **Lissajous** plane au fost transformate în curbe **Lissajous strâambe** ele au fost denumite **figuri supernove Lissajous circulare centrice**, dacă figurile au fost centrice și dacă **figurile Lissajous** au fost **excentrice** au fost denumite **figuri supernove Lissajous supermatematice excentrice**.

Oricare curbă **SM** cunoscută poate fi transformată în una **novă** sau în una **supernovă**. Cea mai simplă curbă în **matematica centrică** (MC) este **dreapta** cu corespondentele ei din matematica excentrică (ME) cu denumirea de **strâambe** numite și **plane**, deoarece ele sunt **strâambe în 2D** și nu în 3D, pentru a nu se confunda cu cele **din 3D**, care sunt strâambe **nove** sau **supernove SM**, pe care le vom denumi **nove** și **supernove liniare** din motive lesne de înțeles.

2. NOVE ȘI SUPERNOVE LINIARE STRÂMBAREA DREPTELOR

Începem cu dreapta din MC din **figura 1▲◀**, ce trece prin originea **O(0, 0)**, deoarece, pentru o anumită valoare a coeficientului unghiular **m**, aleasă de valoare 1, adică a primei bisectoare, are un singur membru și ecuația simplă :

$$(1) \quad y = mx \rightarrow m = 1 \rightarrow y = x = t \text{ care devine o } \textit{dreaptă novă} \text{ cu ecuațiile parametrice:}$$

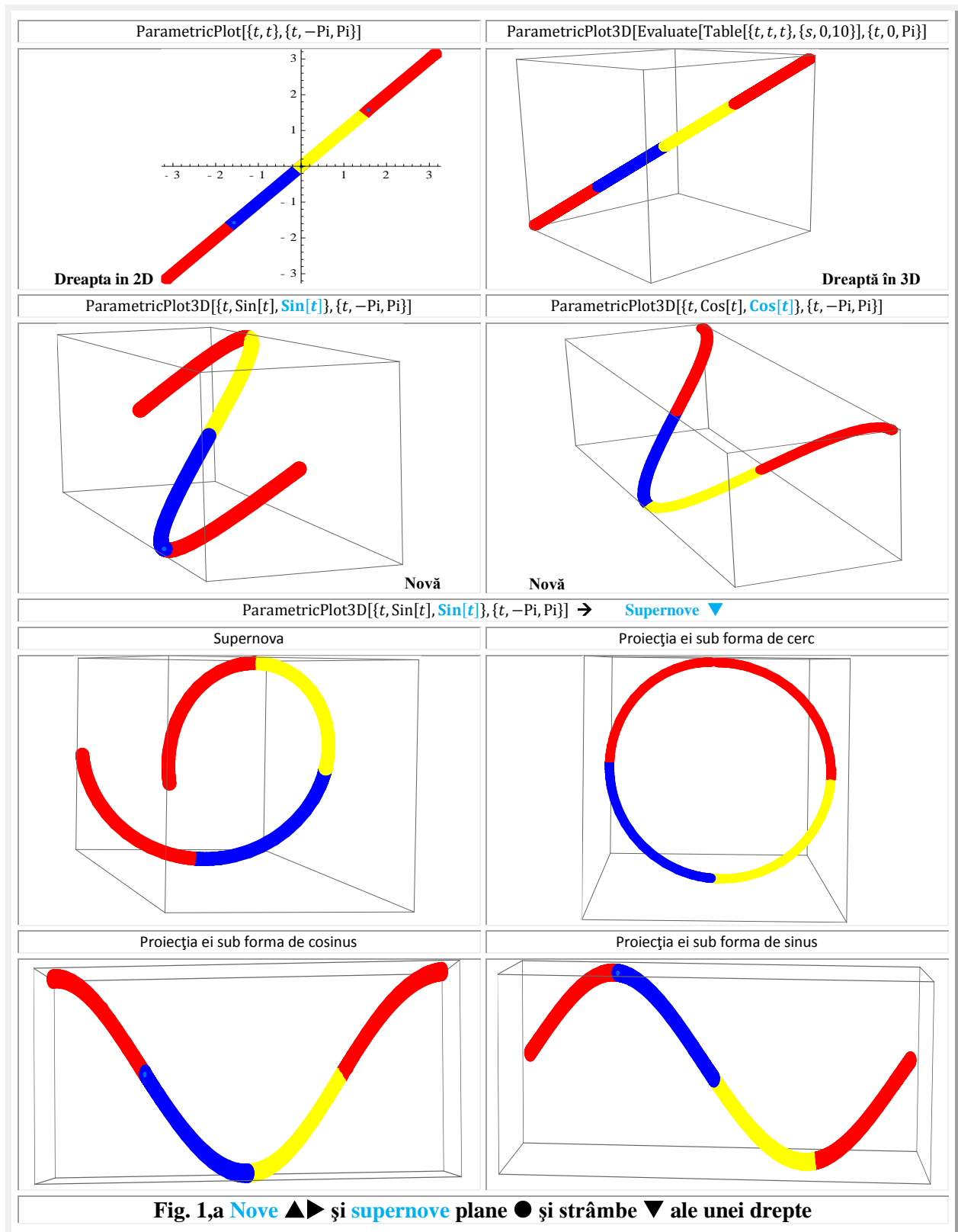
$$(2) \quad \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

asa cum rezultă și din **figura 1▲▶** .

Ea devine o **supernovă plană sinusoidală** (**Fig. 1●◀**) cu ecuațiile :

$$(3) \quad \begin{cases} x = t \\ y = \sin t \\ z = \sin t \end{cases}$$

și **cosinusoidală** (**Fig. 1●◀▶**)) pentru ecuațiile parametrice în care **y = z = cosa**.



Supernova devine **circulară** (Fig. 1 și Fig. 1▼►) pentru ecuațiile parametrice în care

$$(4) \begin{cases} x = t \\ y = \cos t \\ z = \sin t \end{cases} \text{ deoarece } y = \cos t \text{ și } z = \sin t \text{ care sunt ecuațiile parametrice ale unui cerc în 3D.}$$

În figura 1▼◄ curba **pare** plană, a unui cerc, dar este o iluzie optică, ea fiind una strâmbă în 3D, deci una din mulțimea **supernovelor** posibile ale **unei drepte**.

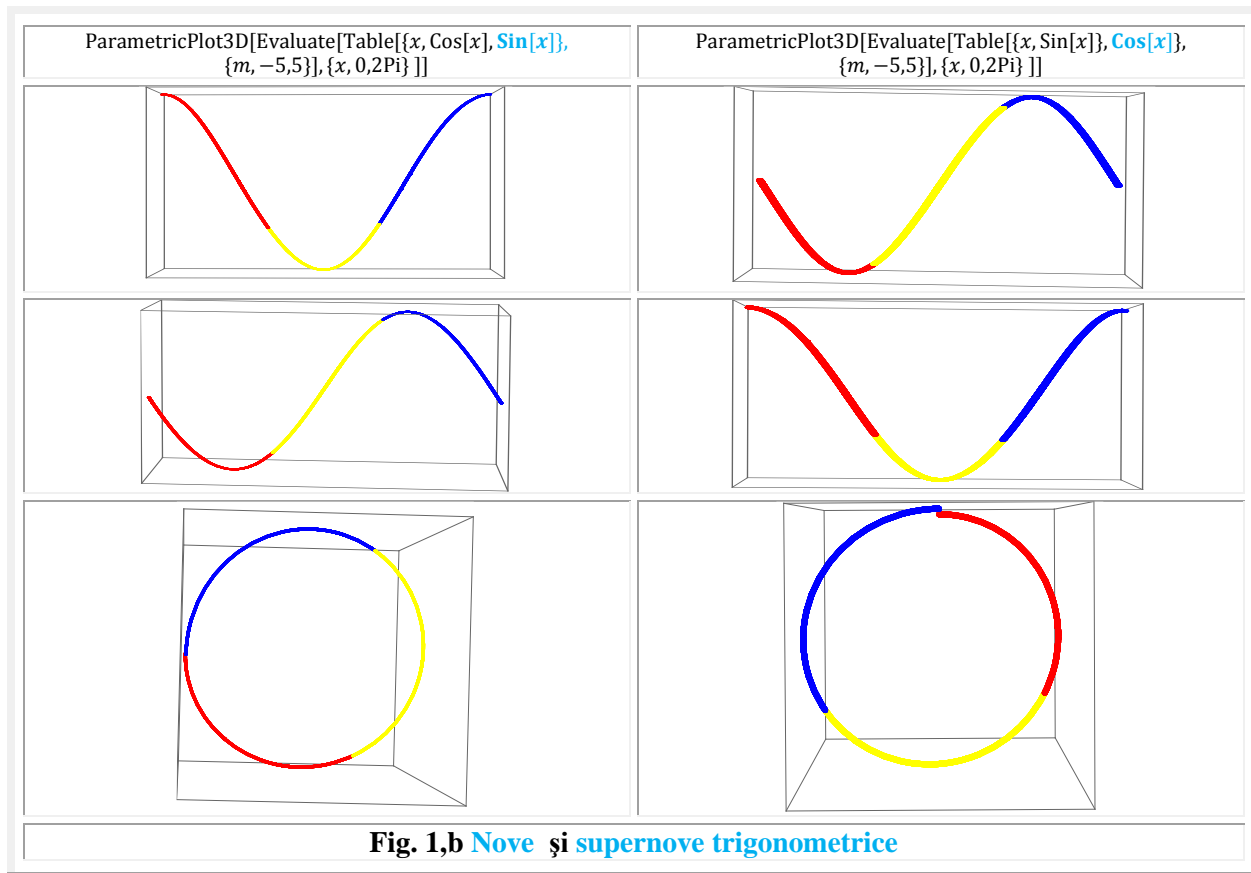
Supernova de ecuații (4) privită din diverse puncte poate pareă un cerc ►, o cosinusoidă ◄ sau o sinusoidă ►, așa cum se prezintă în partea inferioara a **figurii 1**.

Din cele expuse rezultă că și **novele** pot fi atât **plane** în 3D și **supernovele** sunt **strâmbe** în 3D.

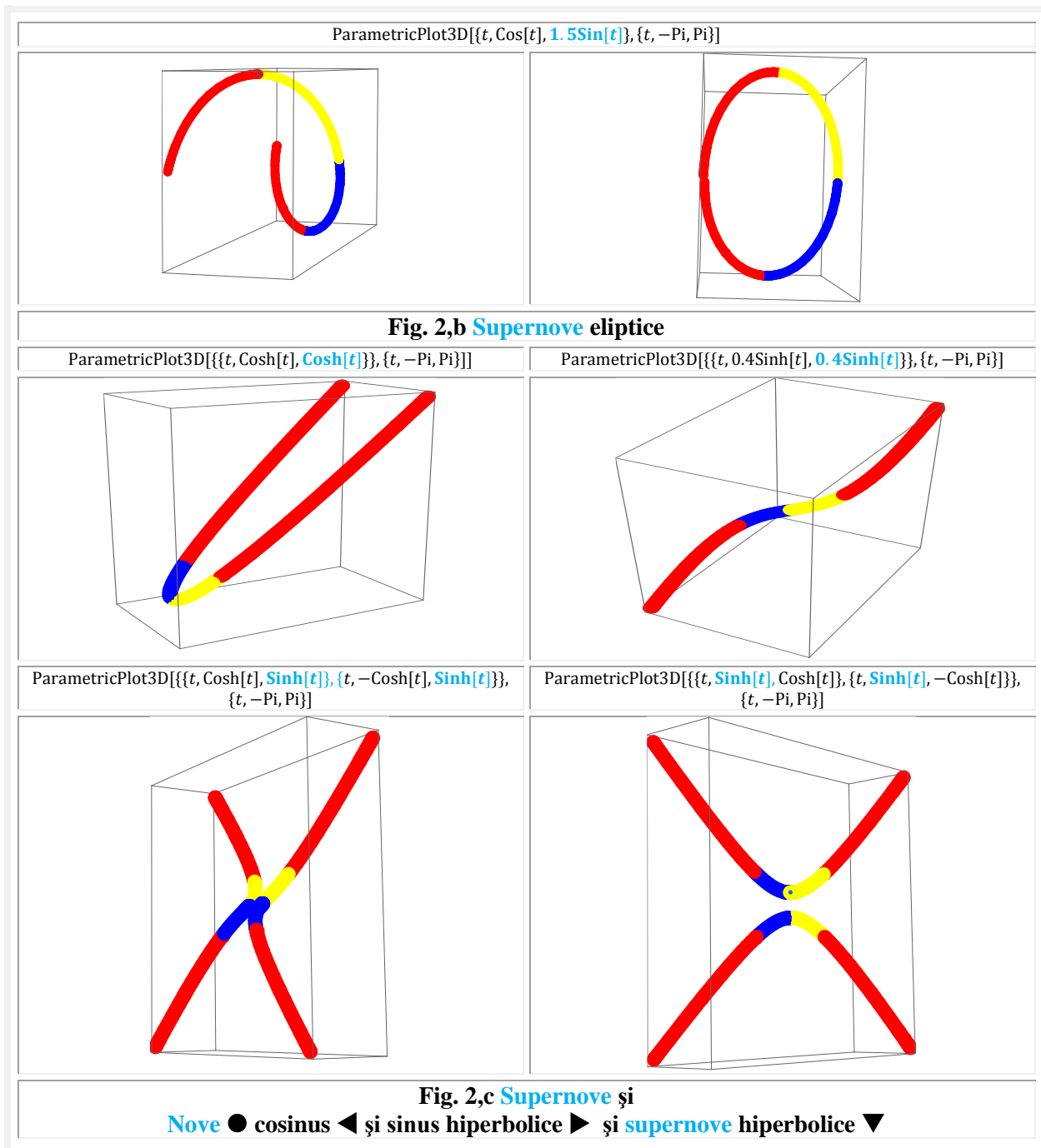
Dacă $y = a \cdot \cos t$ și $z = b \cdot \sin t$ atunci **supernovele** sunt **eliptice** pentru $a \neq b$ (Fig. 2 ▲◄) și pentru $y = z = \cosht$ ele sunt **nove** cosinus hiperbolice (Fig. 2●◄) și sinus hiperbolice pentru $y = z = a \cdot \sinht$ (Fig. 2 ●►). Pentru $y = \cosht$ și $z = \sinht$ sau invers ele sunt **supernove hiperbolice** (Fig. 2 ▼).

3 STRĂMBAREA FUNCȚILOR TRIGONOMETRICE SUPERNOVE TRIGONOMETRICE

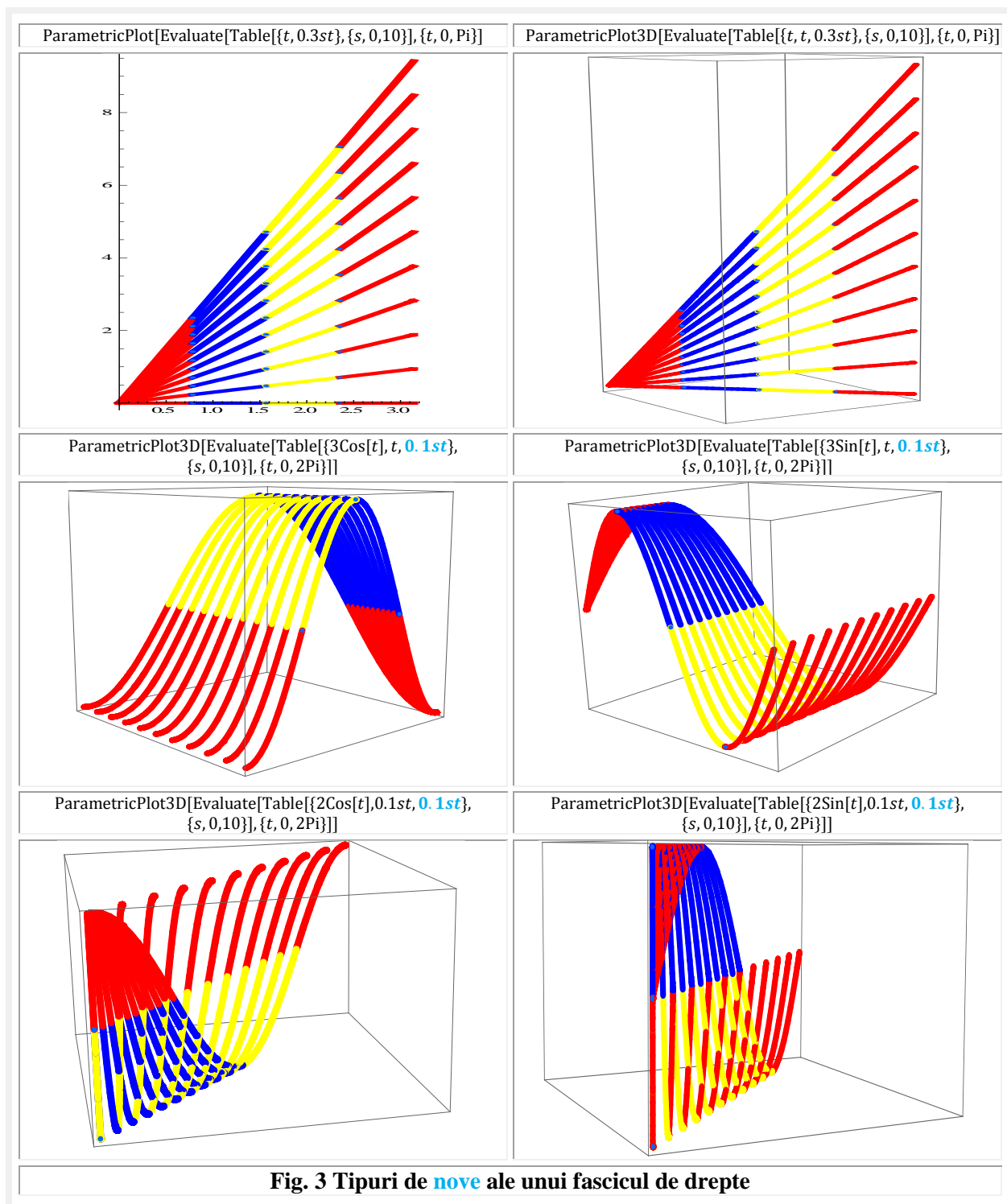
Funcțiile trigonometrice sunt funcții plane, în planul xOy, după cum este foarte bine cunoscut. Ele pot fi strâmbate, ca să devină funcții **supernove**, așa cum se prezintă în continuare în **figura 1,b**. Astfel, funcția **cosinus** poate fi strâmbata în 3D prin funcția **sinus** ◄, iar funcția sinus prin **cosinus** ► și, în acest fel, **supernova** se va proiecta într-un plan ca funcție **cosinus** și în alt plan ca funcție **sinus**, iar într-un plan perpendicular pe cele două plane amintite anterior se va proiecta ca un **cerc** ◄.



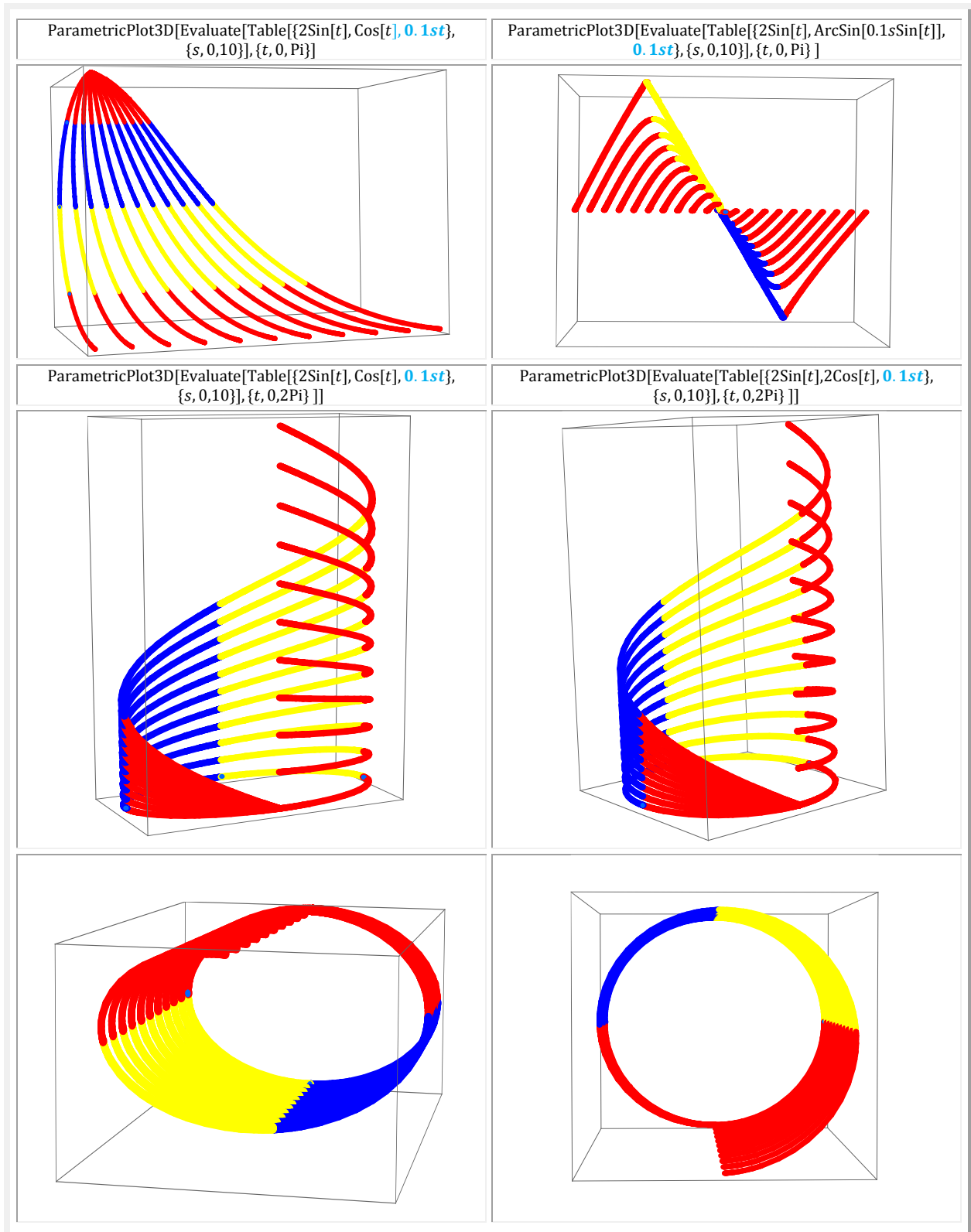
Dacă funcția de strâmbat (sin sau cos) și cea care realizează strâmbare (cos sau sin) au amplitudini diferite atunci **supernova** din secțiunea transversală va fi o **elipsă** [Fig. 2,b].

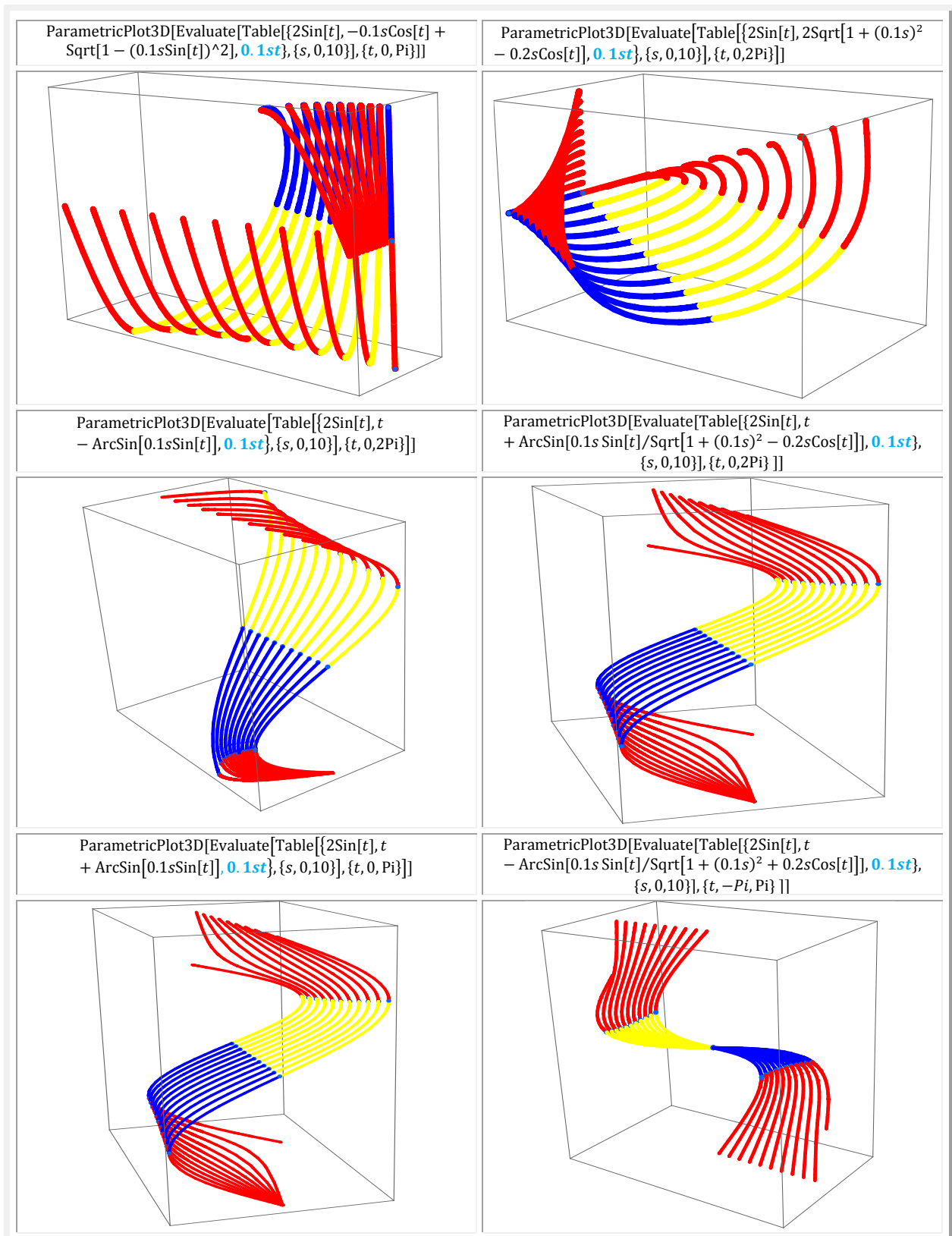


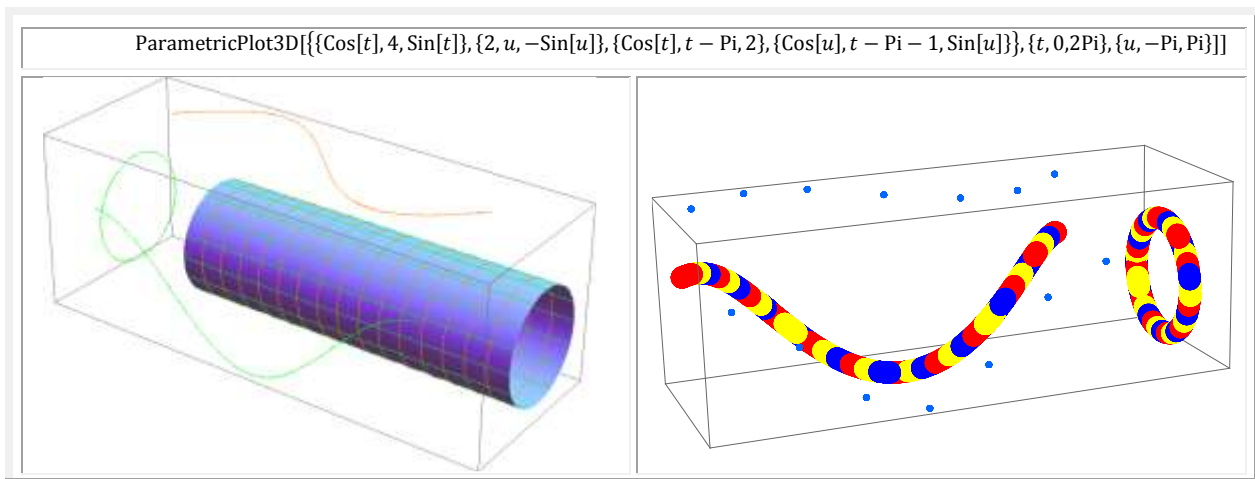
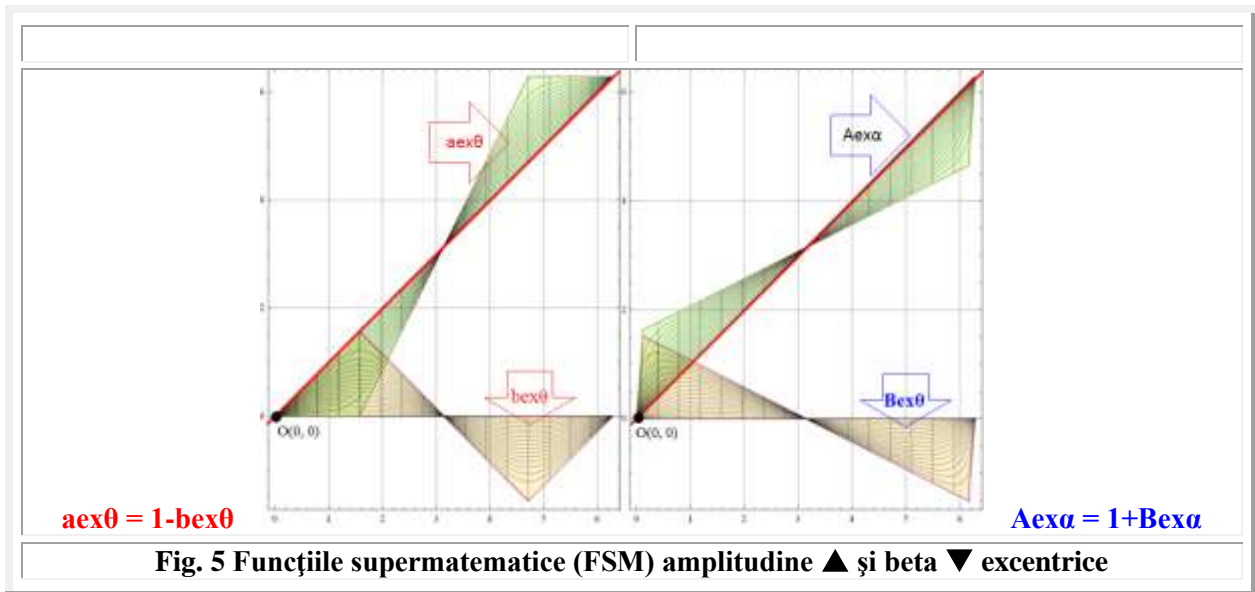
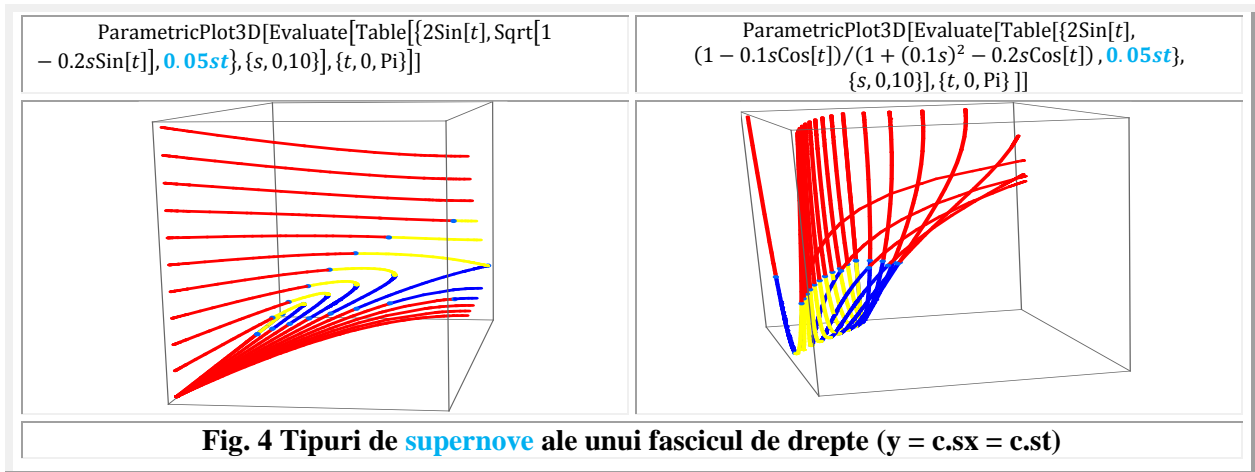
Novae (Fig. 3▲▶, ●, ▼) unui fascicul de drepte (Fig. 3▲◀) ce trec prin originea $O(0, 0)$ sunt prezentate în figura 3. Cele din figura 3▲▶ sunt un **fascicul de novae**, **toate novae** fiind într-un același plan. Și fasciculul de curbe din figura 3 ● sunt **novae**, deoarece fiecare curbă în parte a fasciculului 3D este în formă de cosinusoidă ◀ și de sinusoidă ▶ și fiecare curbă în parte este **plană în 3D**.

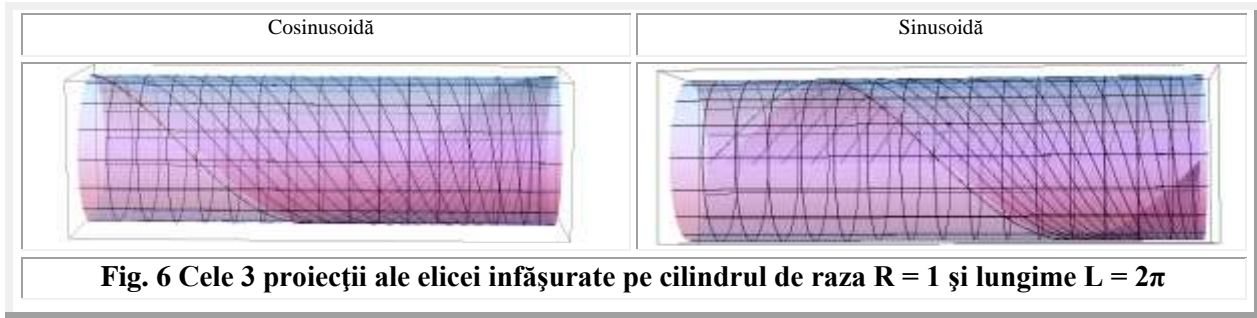


În figura 3▼, fiecare curbă din fascicul este în unu și același plan fiind un *fascicul plan* de *nove* în 3D, iar fasciculul în ansamblul lui formează o singură suprafață co- sau sinusoidală.





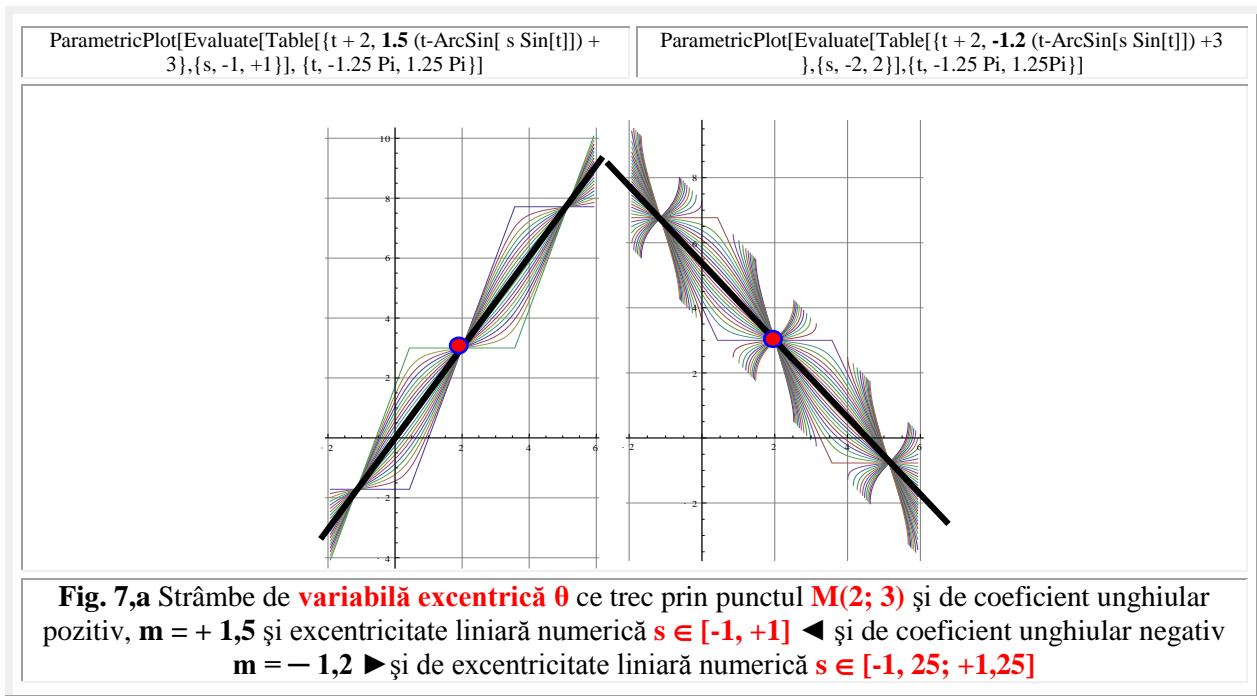


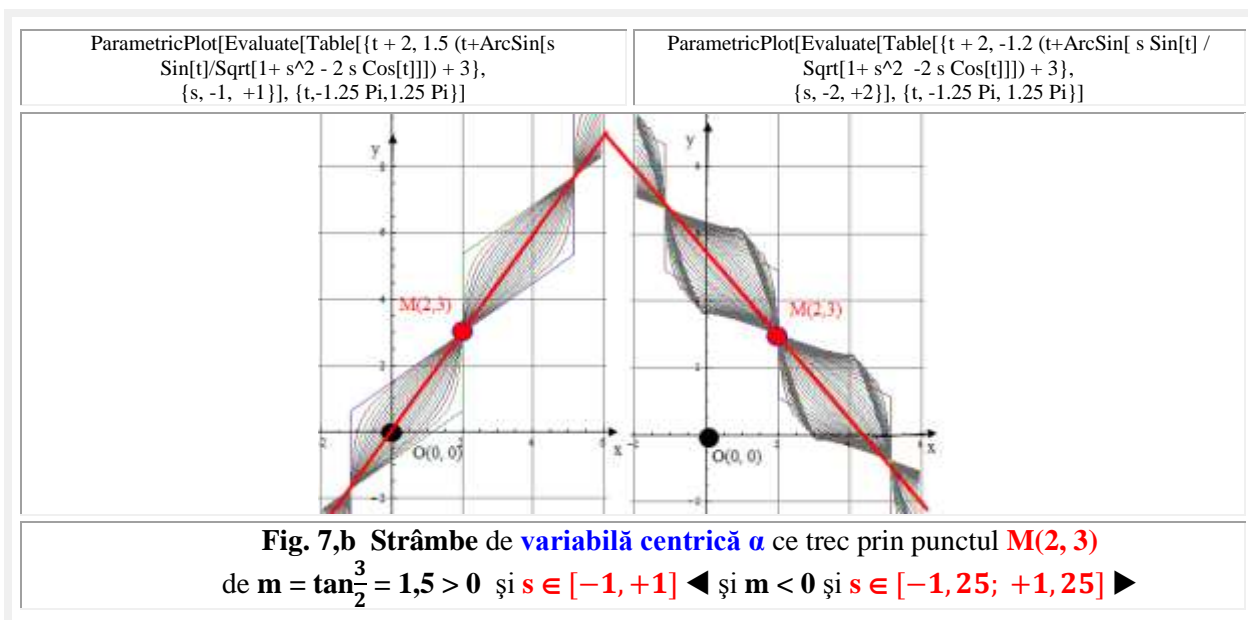


Curbele din **figura 4** au fiecare o curbă plană, pentru excentricitatea numerică $s = 0$, adică **o novă**, restul curbelor, fiind strâmbe, sunt **supernove**. Fasciculul de drepte a fost curbat în **figura 4** prin funcția $\cos \blacktriangleleft$ și $\text{bex}\theta = \arcsin[s.\sin\theta] \blacktriangleright$ (se recunoaște semnalul triunghiular simetric pentru $s = 1$) apoi, prin funcțiile $\cos \blacktriangleleft$ și $2\cos \blacktriangleright$ în rândul următor (2), iar în rândul 3 sunt reprezentate secțiunile transversale sub formă de elipsă și respectiv de cerc ale fasciculului de drepte înfășurat pe câte un cilindru eliptic și, respectiv, circular. În rândul 4 sunt prezentate fasciculele de dreaptă strâmbate prin funcțiile radial excentrice $\text{rex}\theta \blacktriangleleft$ și, respectiv, $\text{Rex}\alpha \blacktriangleright$ apoi, în rândul 5, sunt prezentate fasciculul de drepte strâmbate de funcțiile $\text{aex}\theta$ și, respectiv, $\text{Aex}\alpha$ (Fig. 5) de excentricități $\pm s \in [0,1]$.

Cilindrul pe care este înfășurată o elice ale cărei proiecții sunt un cerc, o cosinusoidă și o sinusoidă este prezentat în **figura 6**. În această figură sus-stânga (\blacktriangleleft), lipsește **supernova elicoidală** cu pasul 2π , iar în partea \blacktriangleright lipsește cilindru pe care este înfășurată **elicea supernovă**. În partea de $\blacktriangledown\blacktriangleleft$ se vede pe cilindru cosinusoida unui fascicul iar în partea de $\blacktriangledown\blacktriangleright$ sinusoida, ca urmare a rotirii cilindrului cu $\pi/2$.

Reamintim că **funcțiile supermatematice circulare excentrice (FSM-CE)** amplitudine excentrică de variabilă **excentrică (aex θ)** și **centrică (Aex α)** (Fig. 5) sunt acelea care au **generalizat dreapta matematică**, introducând în (super)matematică **strâmba plană** [Fig. 6,a și Fig. 6,b].

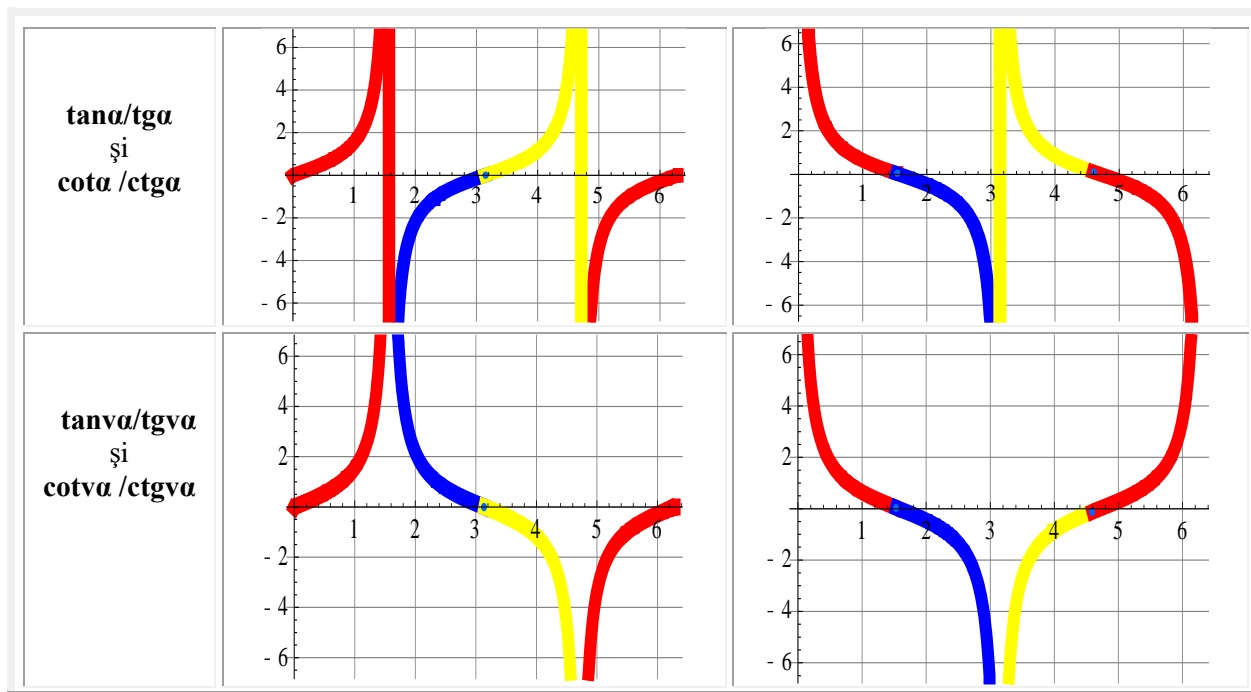


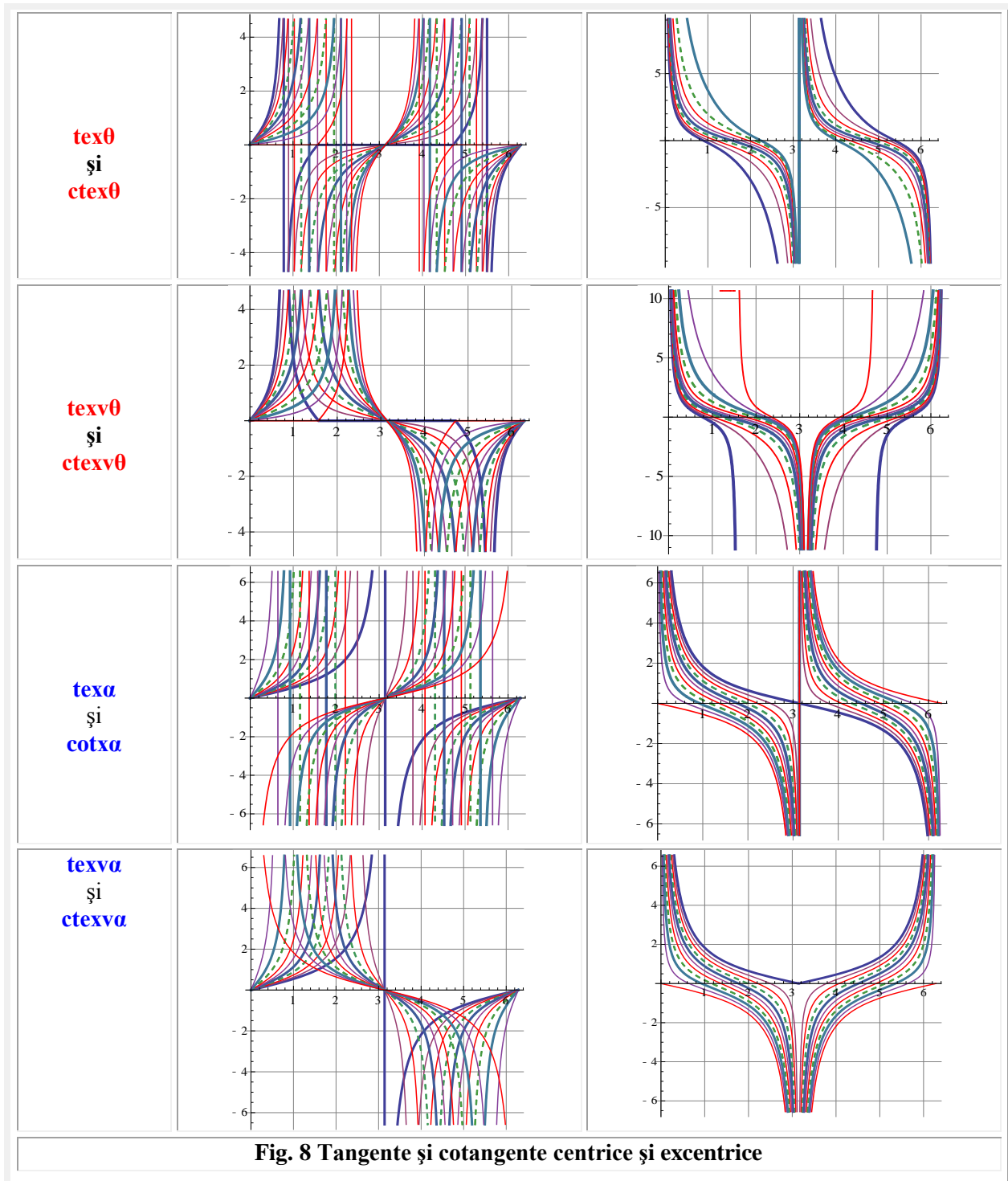


4 STRÂMBAREA TANGENTELOR → SUPERNOVE TANGENTE

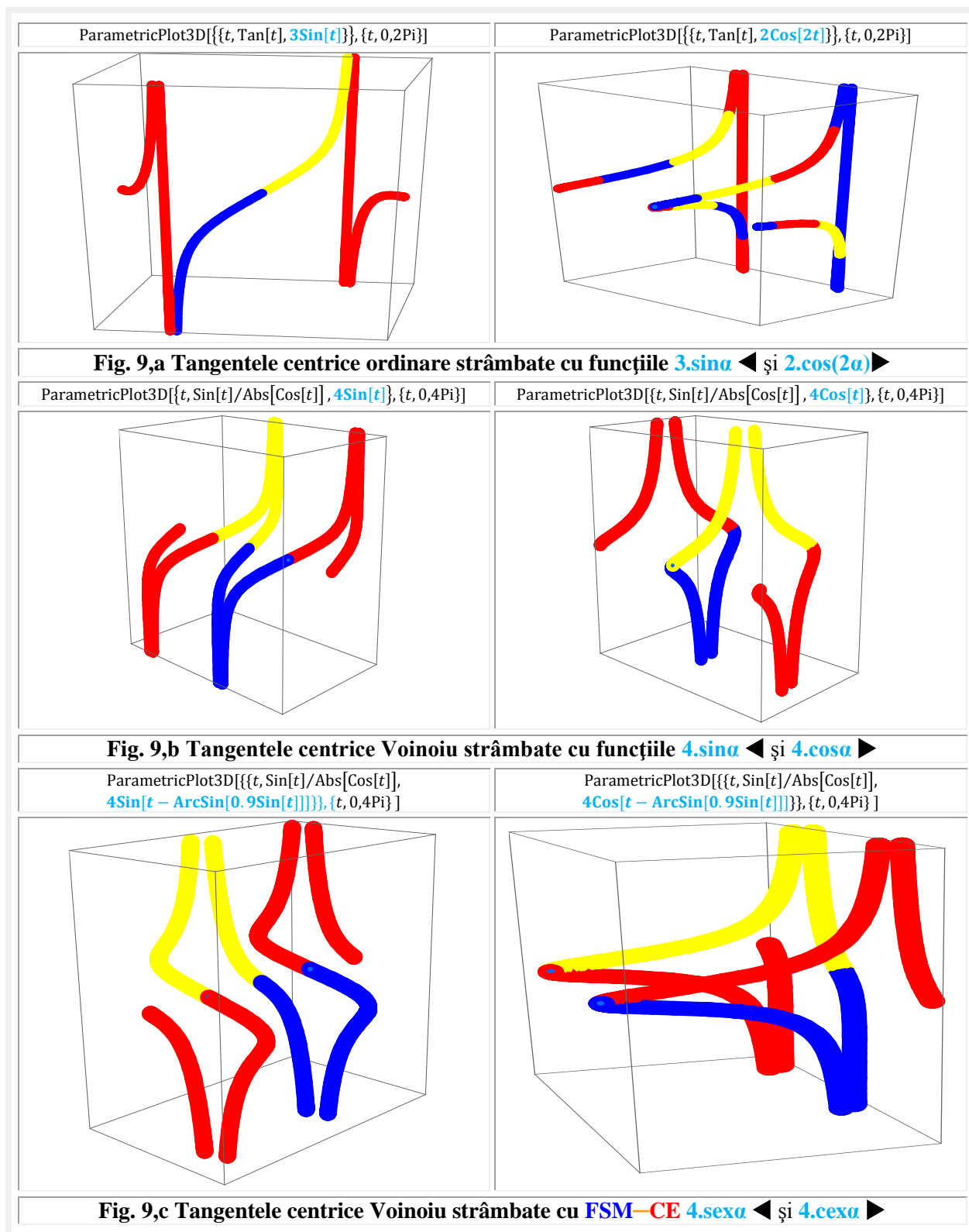
În **figura 8** sunt prezentate *tangentele* ◀ și *cotangentele* ▶ **centrice** precum și cele **excentrice** existente, ordinare și **Voioiu**. Lipsesc funcțiile tangentă și cotangentă *elevate*, *exotice* și combinațiile lor, prezentate în Vol III. “Nemarginirea și marea supermatematicii” al acestei lucrări de “Supermatematică”.

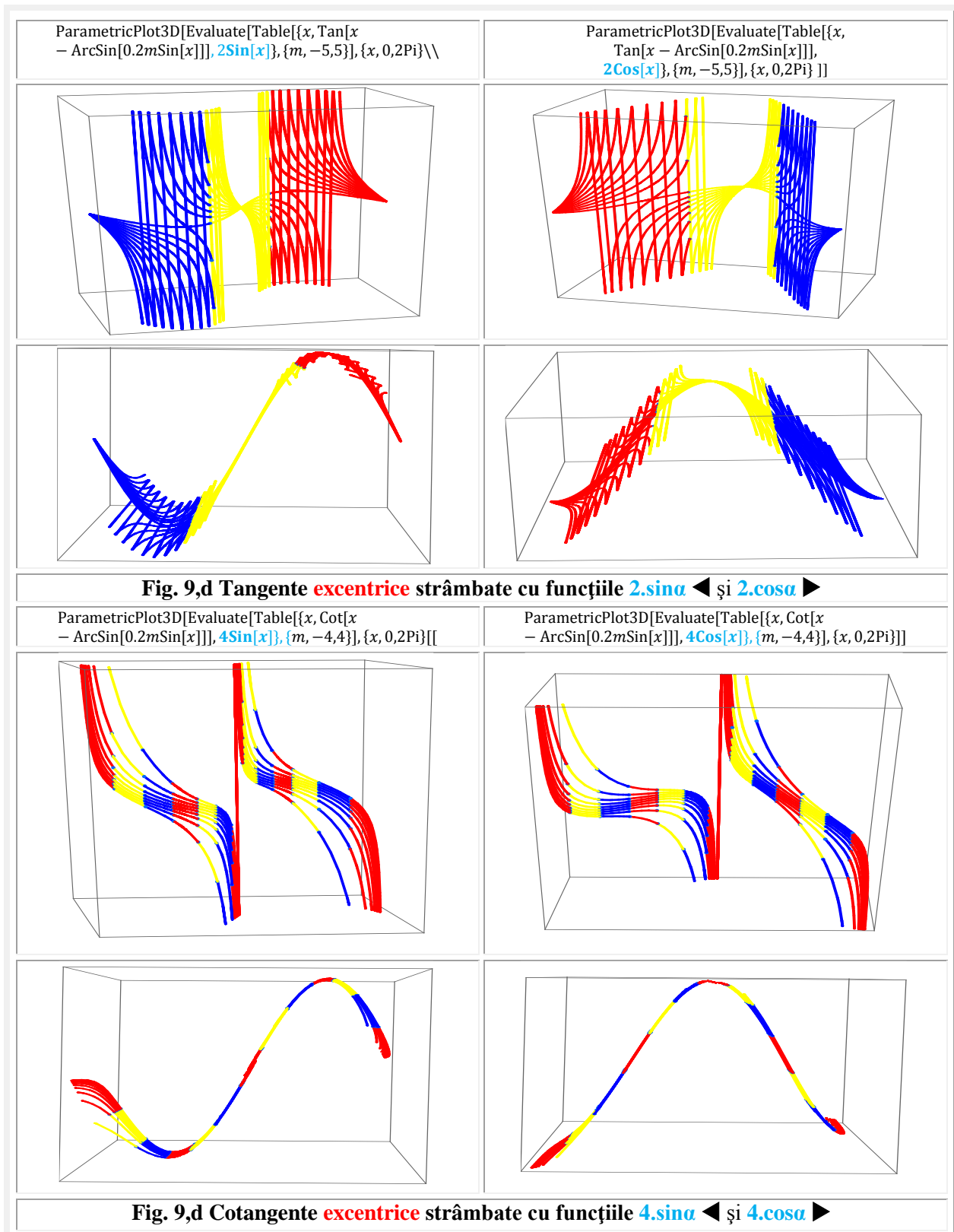
Figura 9 prezintă unele dintre aceste curbe plane transformate în curbe strâmbe, devenite, astfel, curbe **supernove matematice**.

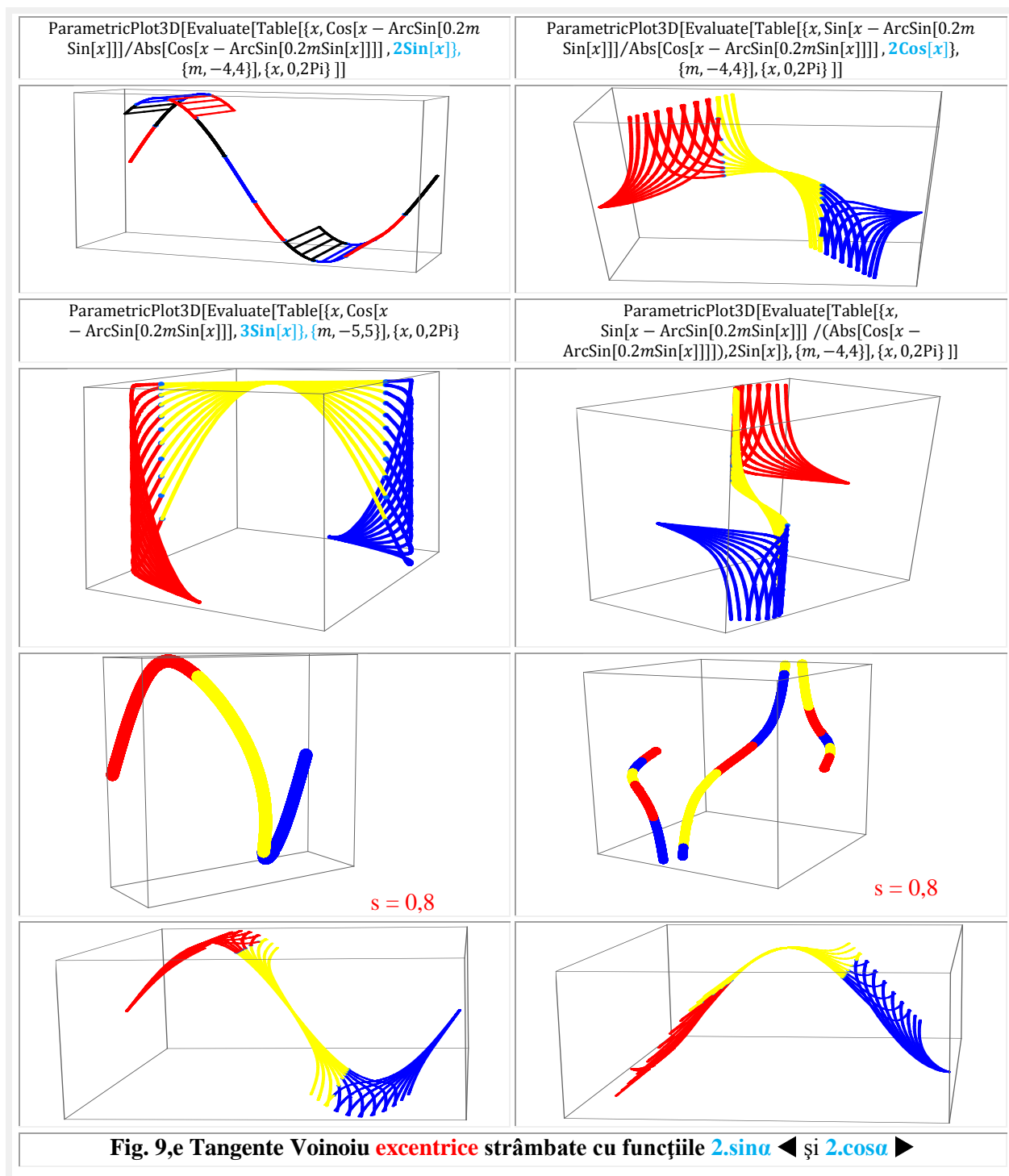




În **figurile 9** sunt prezentate modurile în care funcțiile plane sunt strâmbate, devenind astfel **funcții supernove**. Funcțiile care realizează strâmbarea sunt **colorate diferit** în ecuațiile parametrice de definire ale **supranelor**.

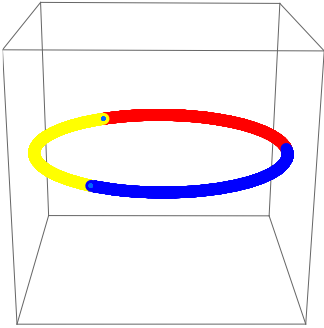
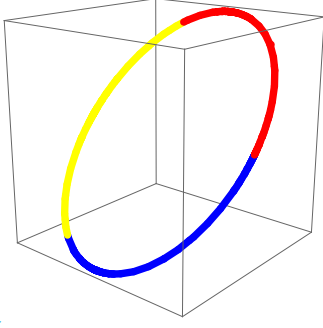
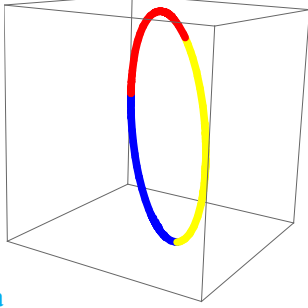
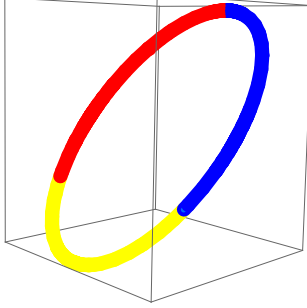
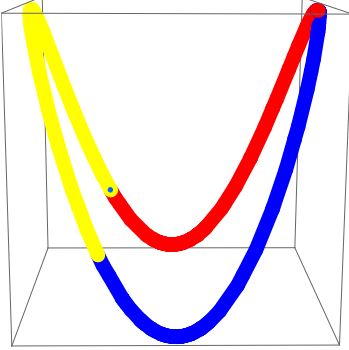
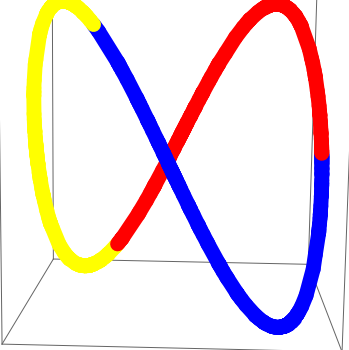
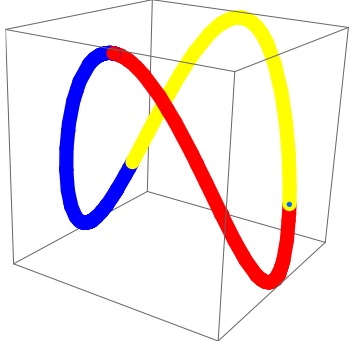
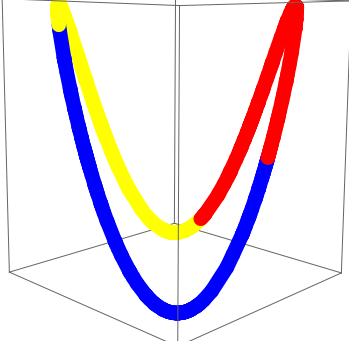


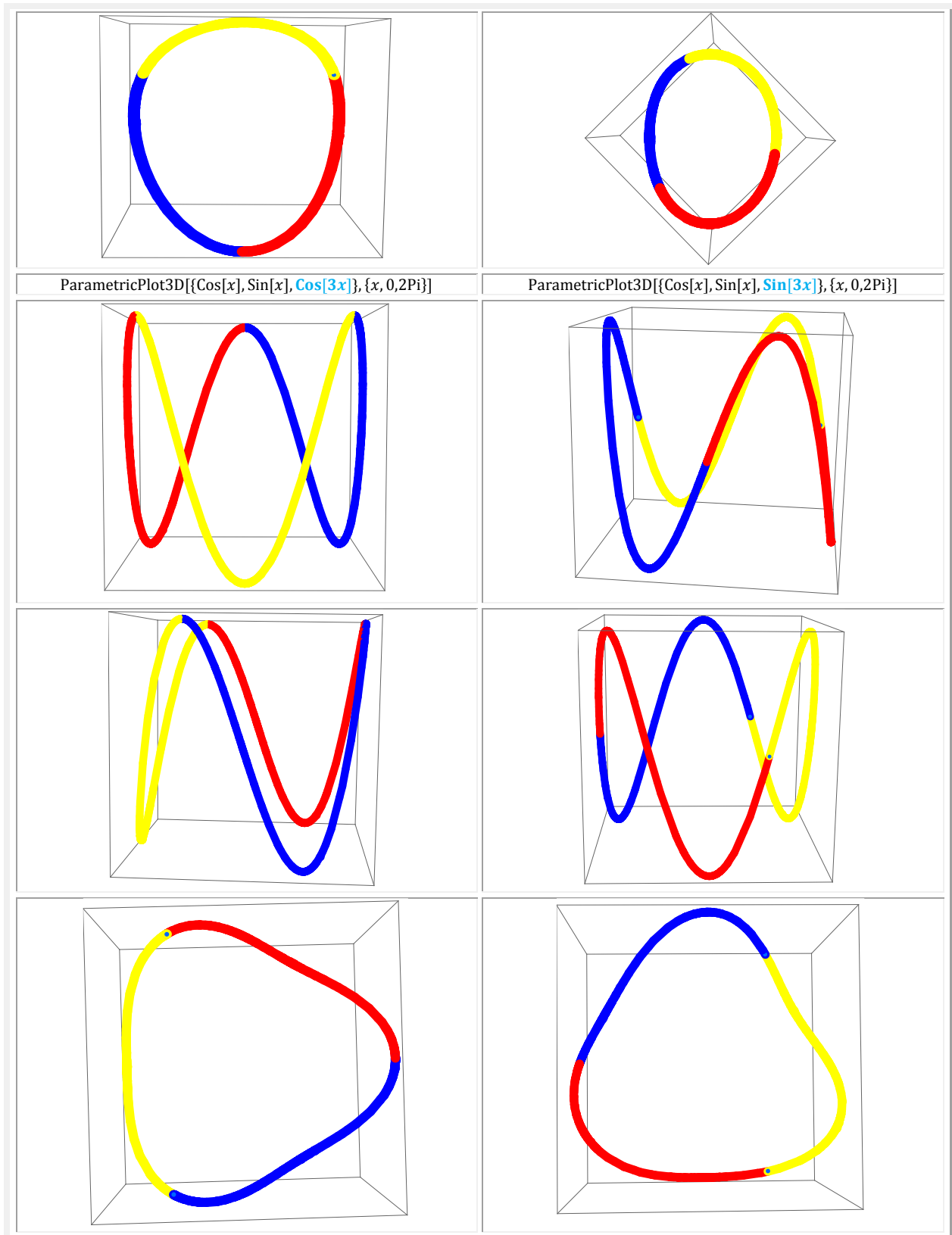


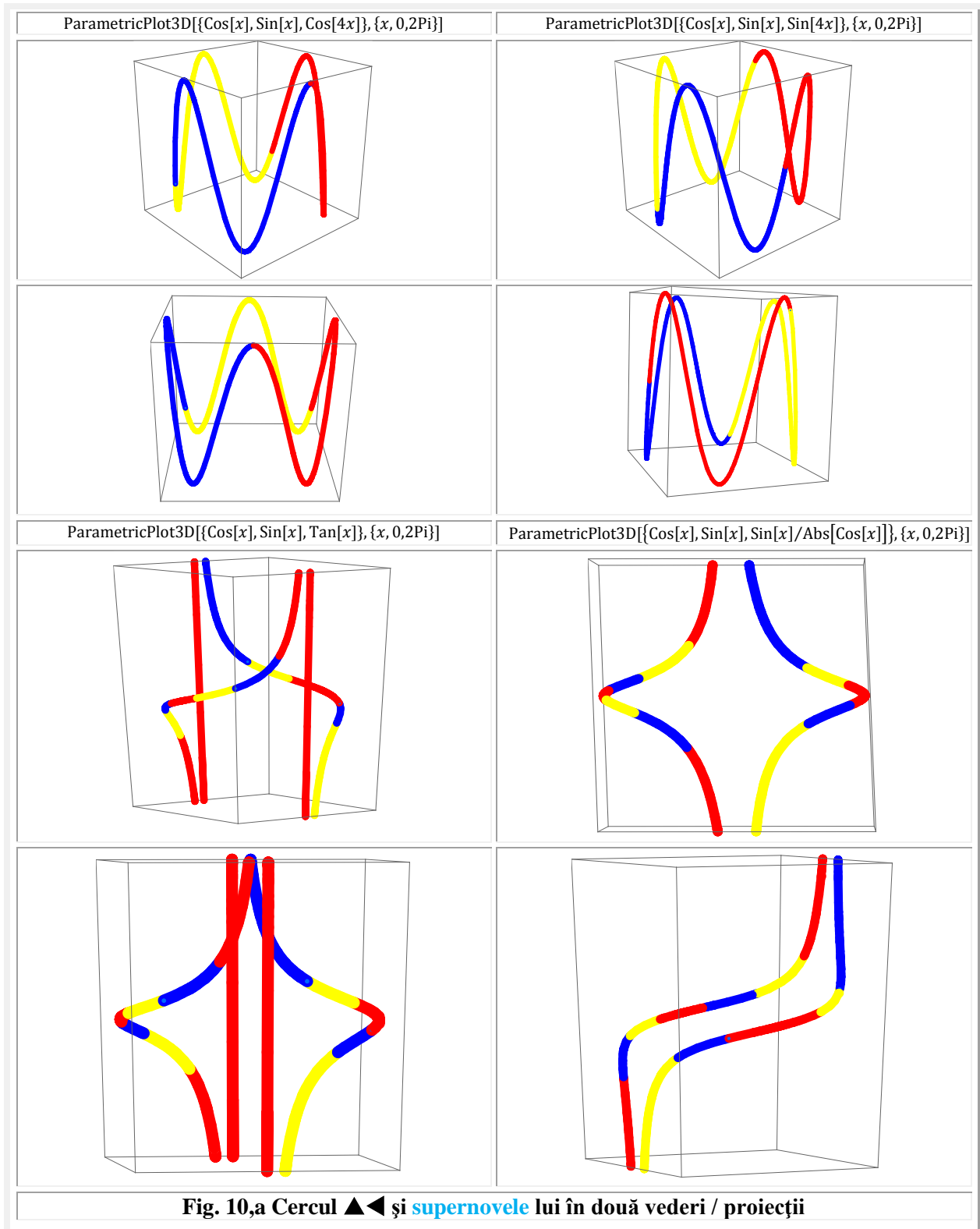


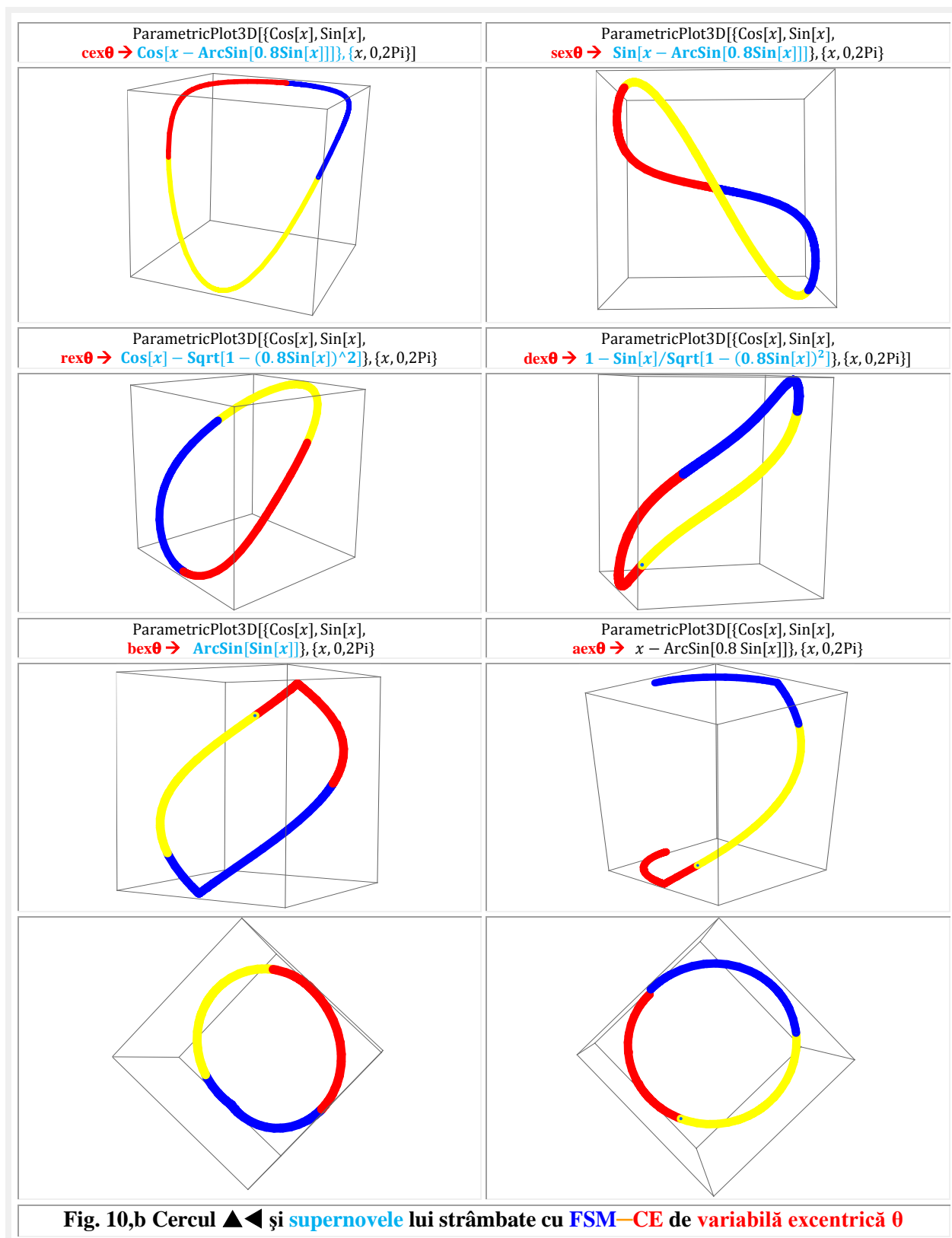
5 STRÂMBAREA CERCULUI → SUPERNOVA CIRCULARĂ

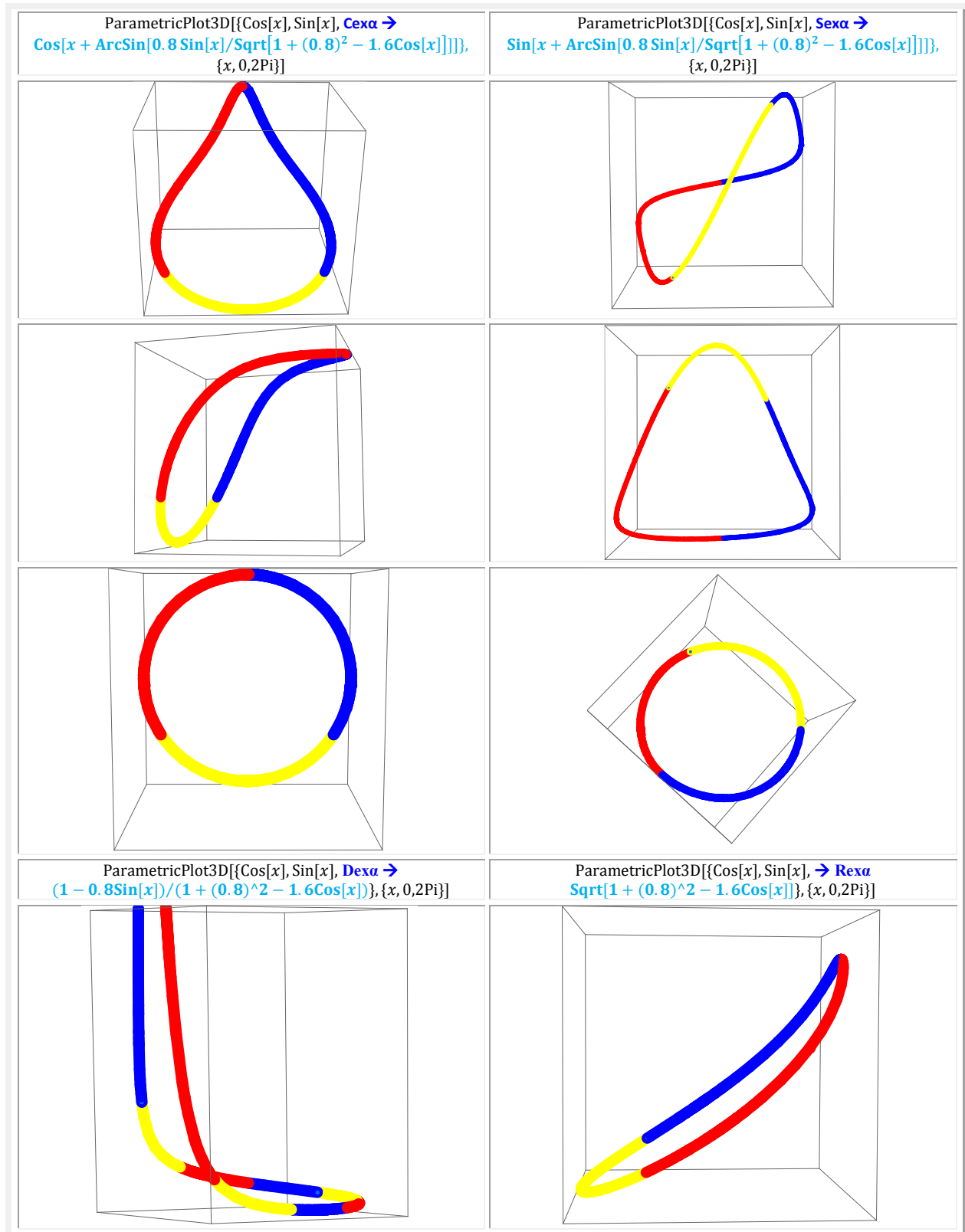
Cercul este o curbă plană ▲◀ care poate fi transformată în variate moduri în una strâmbă, adică într-o **supernovă** circulară, așa cum se ilustrează în **figura 10**, cu novele în prima parte a figurii.

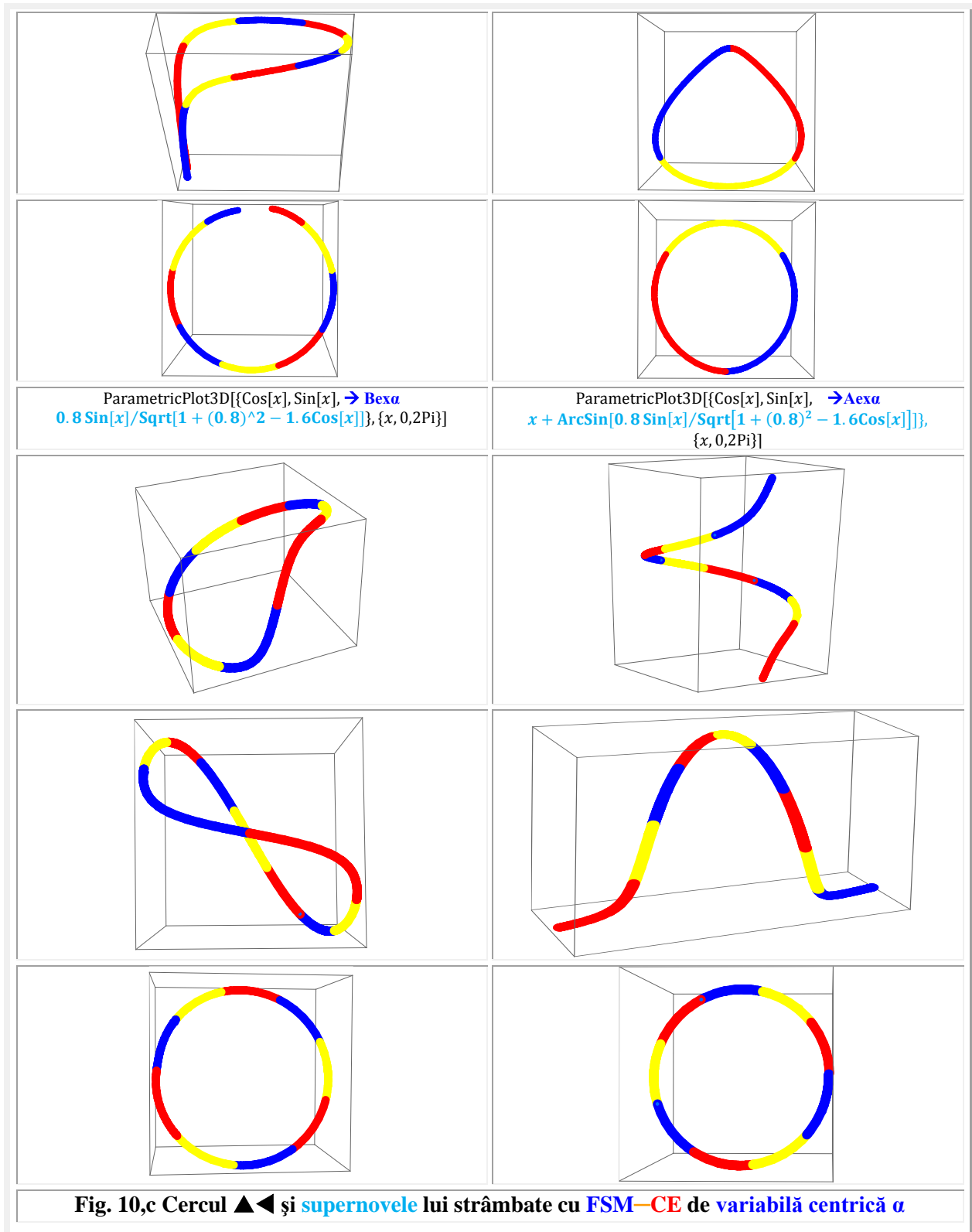
<p>ParametricPlot3D[Cos[x], Sin[x], 1], {x, 0, 2Pi}]]</p>  <p>Cercul în 3D</p>	<p>ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sin[x]}, {x, 0, 2Pi}</p>  <p>Nova circulară</p>
<p>ParametricPlot3D[{Cos[x], Cos[x], Sin[x]}, {x, 0, 2Pi}]</p>  <p>Nova circulară</p>	<p>ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Cos[x]}, {x, 0, 2Pi}]</p>  <p>Nova circulară</p>
<p>SUPERNOVELE CERCULUI</p>	
<p>ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Cos[2x]}, {x, 0, 2Pi}]</p> 	<p>ParametricPlot3D[{Cos[x], Sin[x], Sin[2x]}, {x, 0, 2Pi}</p> 
	



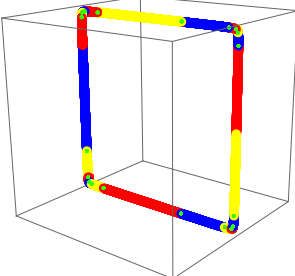
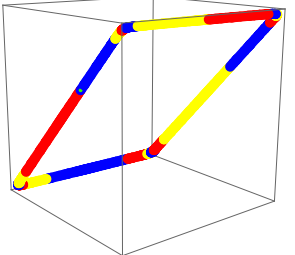
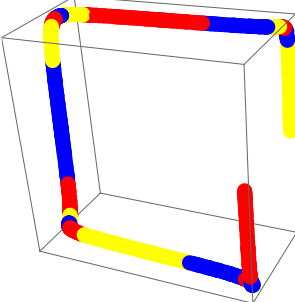
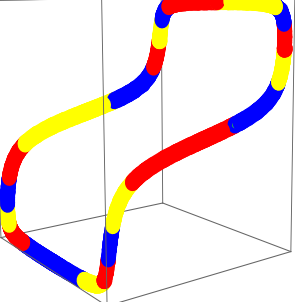
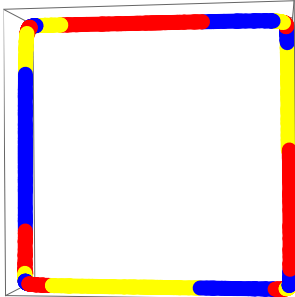
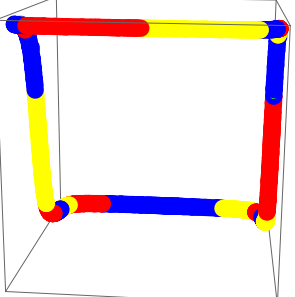
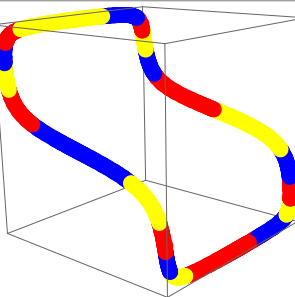
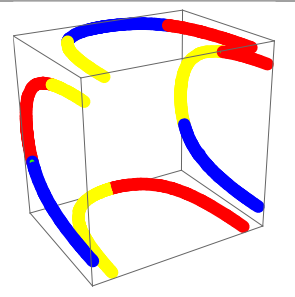


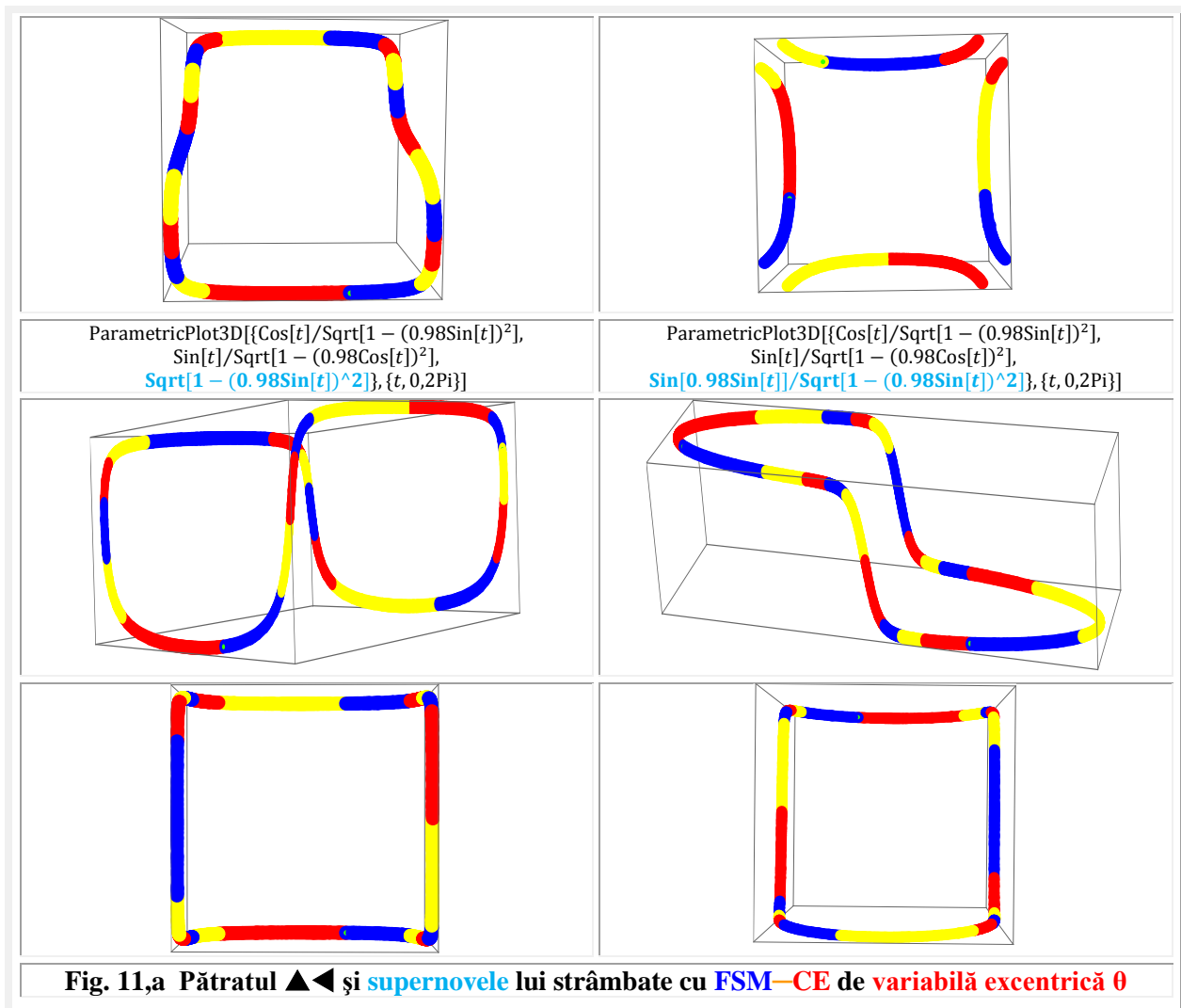




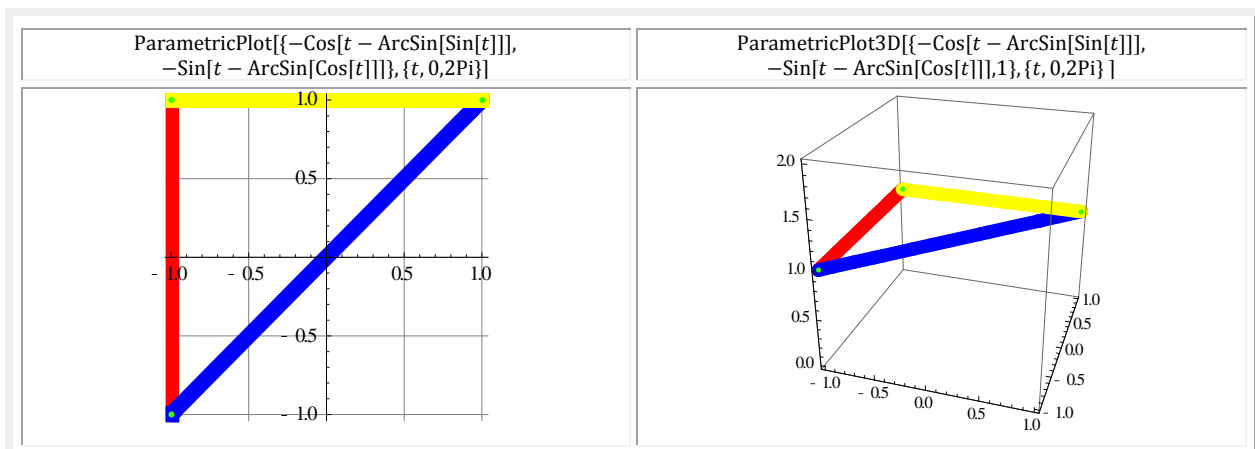


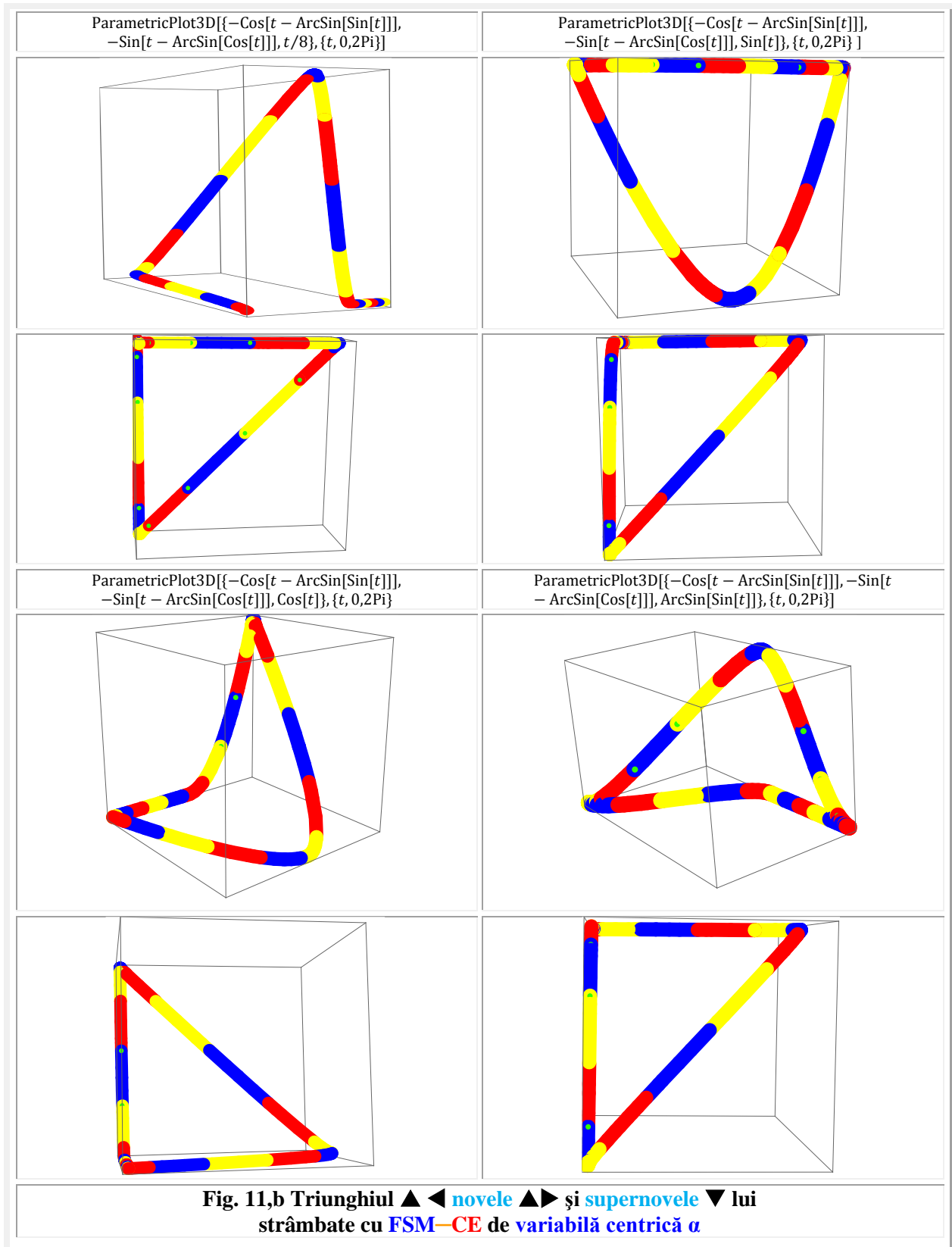
6 STRÂMBAREA PĂTRATULUI → SUPERNOVE PĂTRATE

$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Cos}[t])^2], 1\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$ <p style="text-align: center;">Pătrat in 3D</p>	$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Cos}[t])^2], \text{Novă în 3 D} \text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Sin}[t])^2]\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Cos}[t])^2], t/8\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Cos}[t])^2], \text{Cos}[t]\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$
	
	
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Cos}[t])^2], \text{Sin}[t]\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.98\text{Cos}[t])^2], \text{ArcSin}[1 + (0.98)^2 - 1.96\text{Cos}[4t]]\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$
	

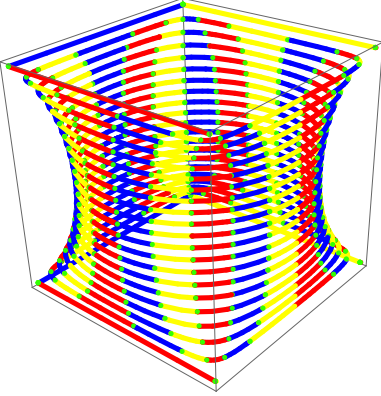
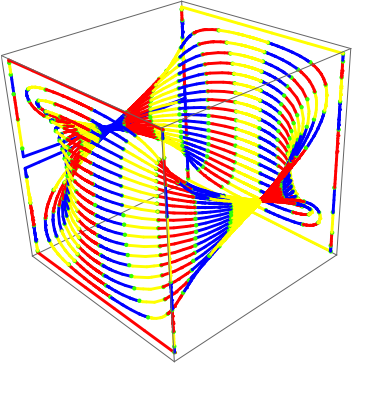
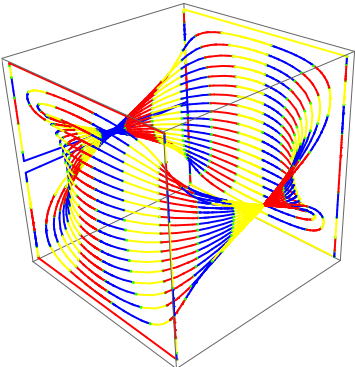
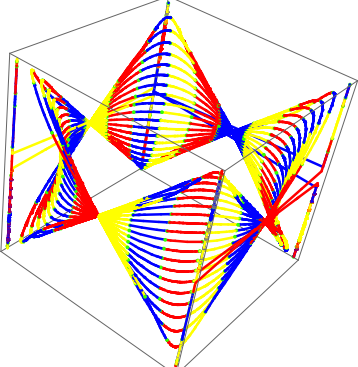
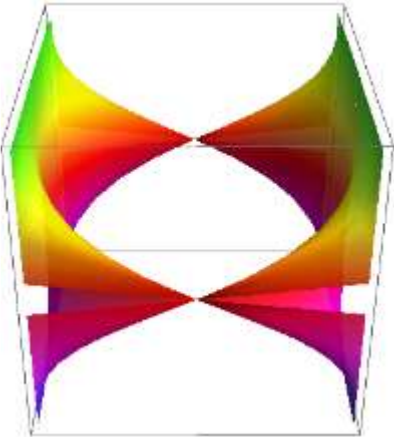
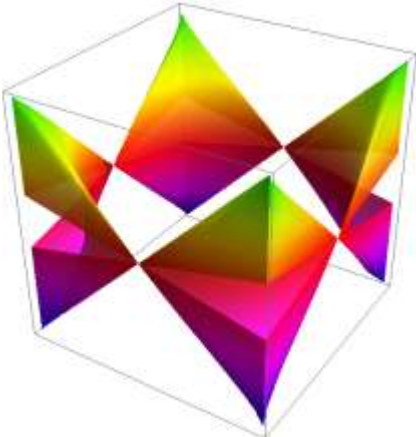


7 STRĂMBAREA TRIUNGHIULUI → SUPERNOVE TRIUNGHIULARE

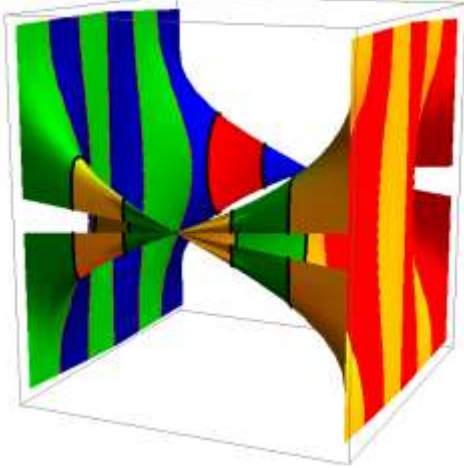




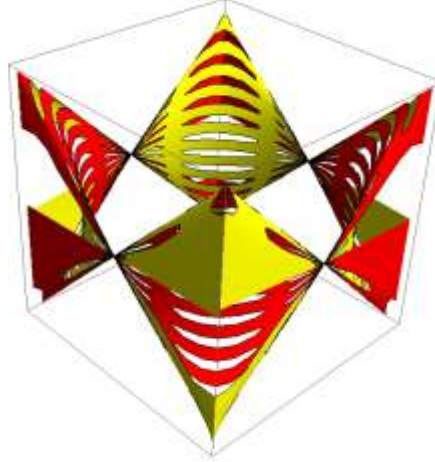
8 STRÂMBAREA OBIECTELOR 3D → SUPERNOVE ALE OBIECTELOR 3D

OBIECTUL 3 D	SUPERNOVA OBIECTULUI 3D
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Cos}[t])^2], 0.1s\}, \{s, -10, 10\}], \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Cos}[t])^2], 0.1s\text{Sin}[t]\}, \{s, -10, 10\}], \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Cos}[t])^2], 0.1s\text{Sin}[t]\}, \{s, -10, 10\}], \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Evaluate}[\text{Table}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Sin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1s\text{Cos}[t])^2], 0.1s\text{Sin}[2t]\}, \{s, -10, 10\}], \{t, 0, 2\text{Pi}\}]]$
	
	

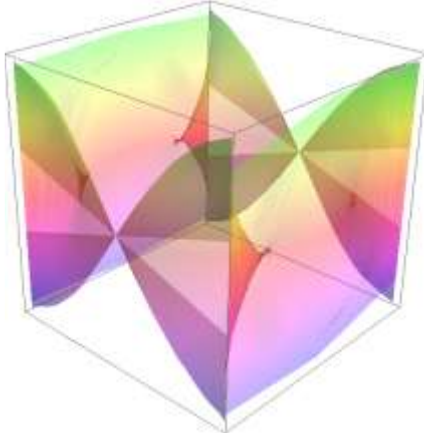
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sSin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sCos}[t])^2], 0.1\text{sArcSin}[0.9\text{Sin}[t]]\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$



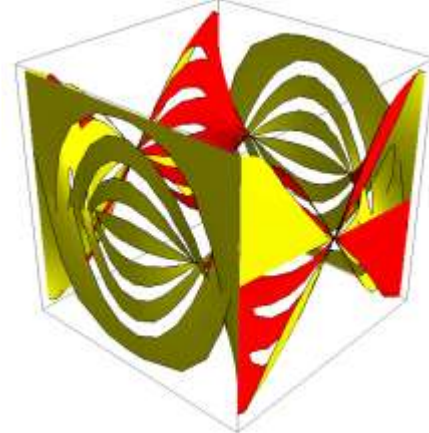
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sSin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sCos}[t])^2], 0.1\text{sSin}[3t]\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$



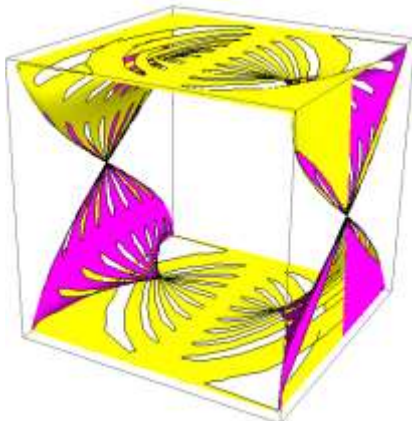
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sSin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sCos}[t])^2], 0.1\text{sCos}[3t]\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$



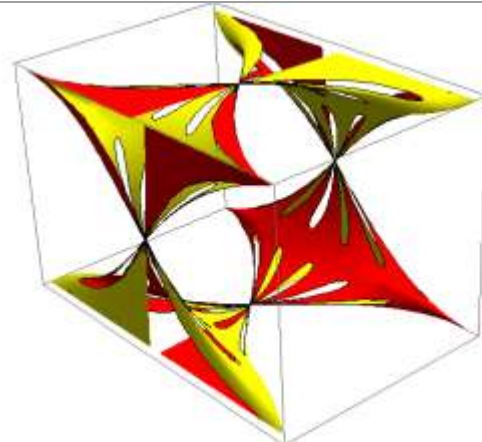
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sSin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sCos}[t])^2], 0.1\text{sSin}[3t]\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$

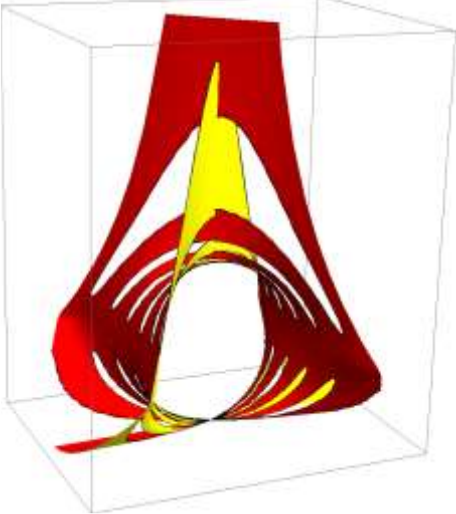
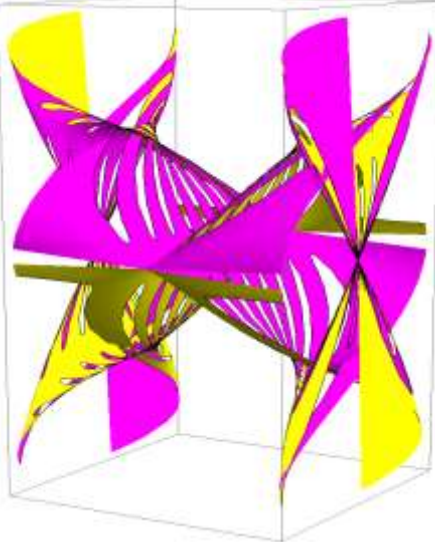
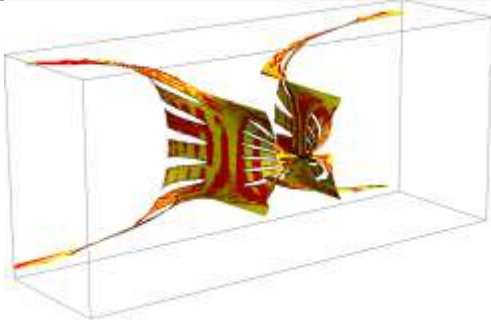
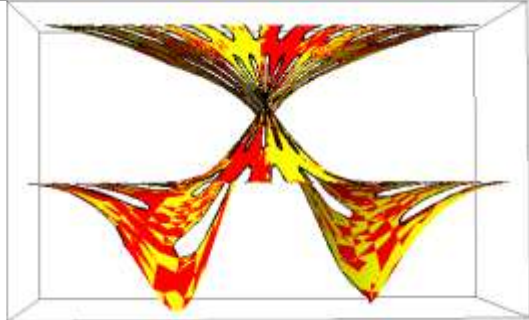
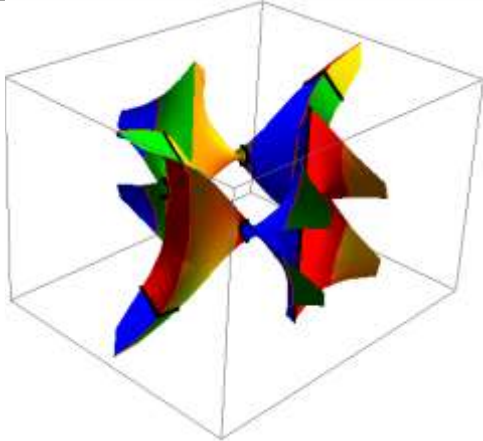
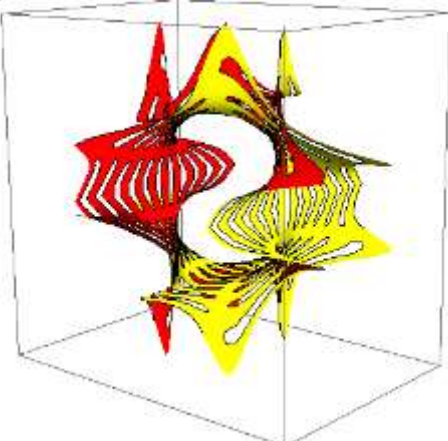


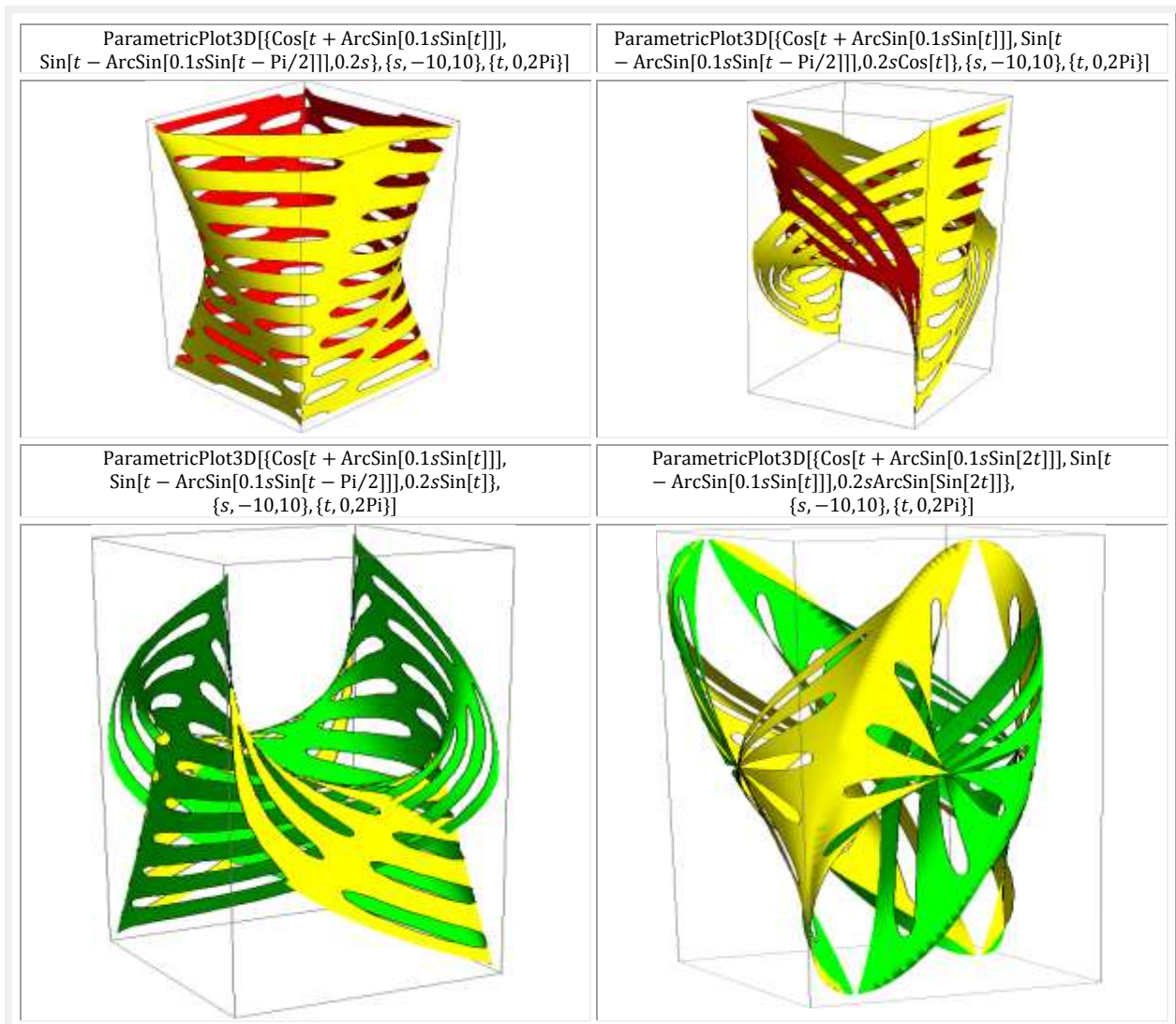
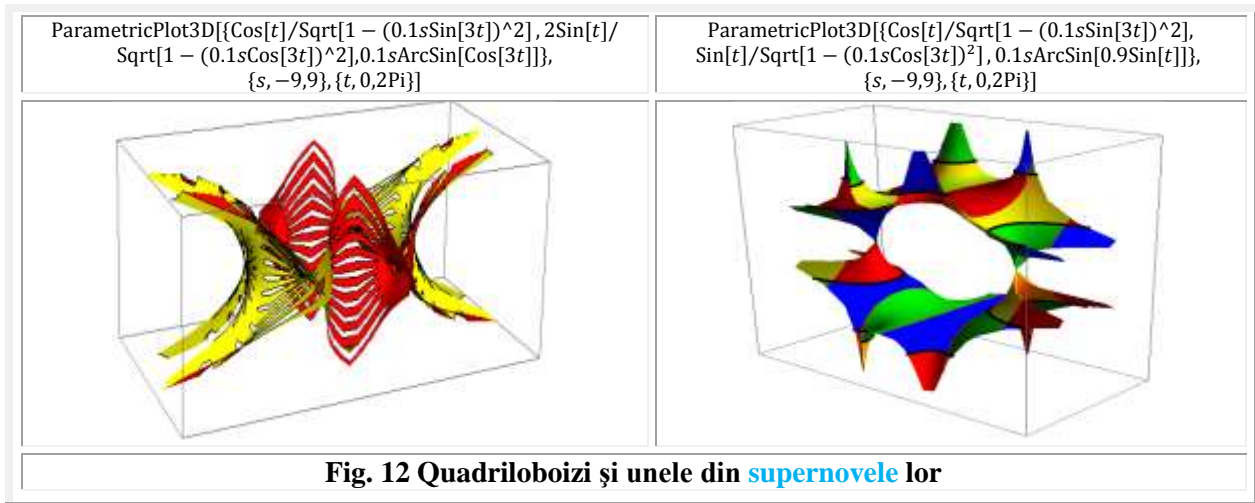
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sSin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sCos}[t])^2], 0.1\text{sSin}[3t]\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$

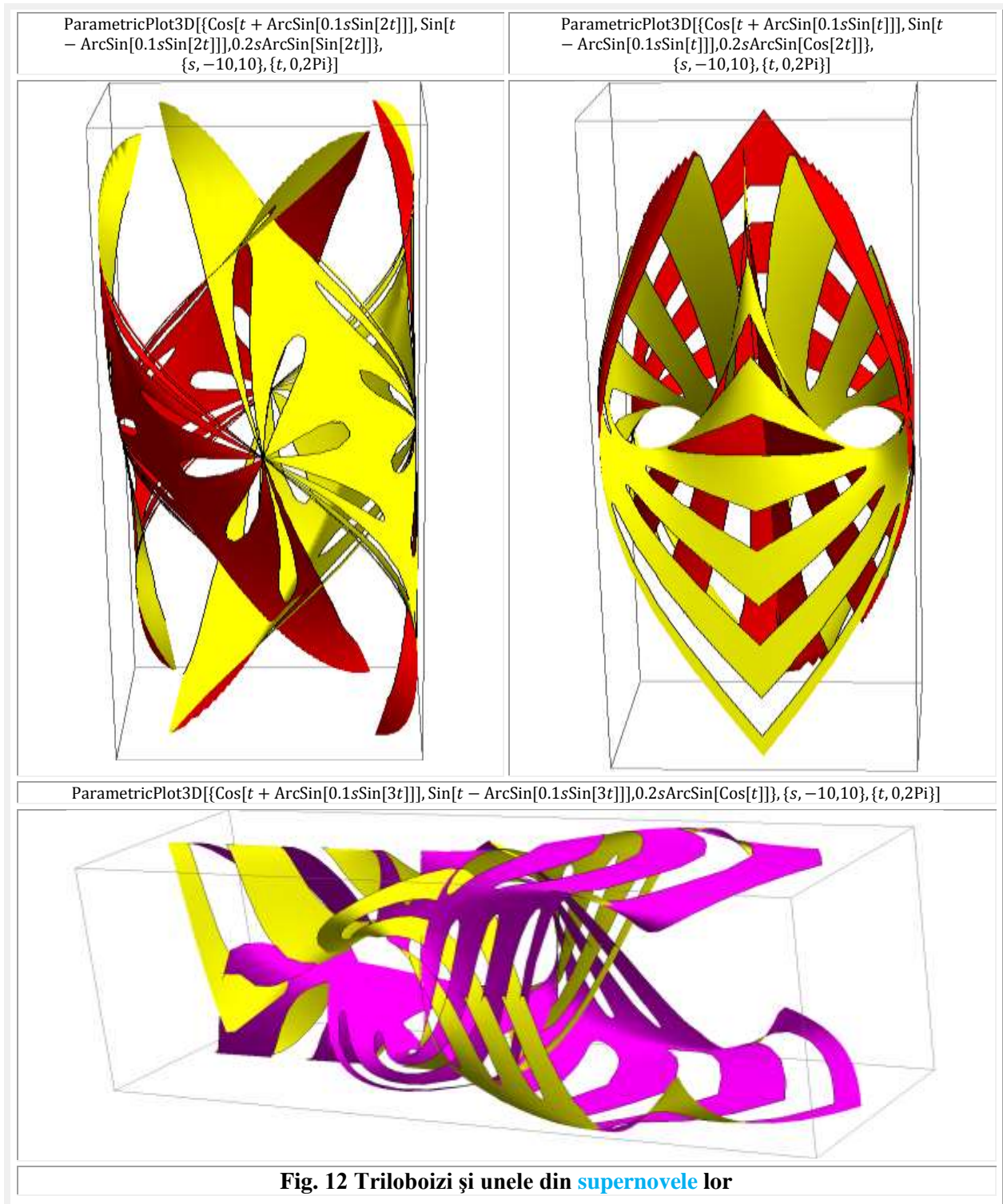


$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sSin}[t])^2], \text{Sin}[t]/\text{Sqrt}[1 - (0.1\text{sCos}[t])^2], 0.1\text{sArcSin}[\text{Sin}[2t]]\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$



$\text{ParametricPlot3D}\left\{\left\{\frac{\cos[2t]}{\sqrt{1 - (0.1s\sin[t])^2}}, \frac{\sin[2t]}{\sqrt{1 - (0.1s\cos[t])^2}}, 0.1s\text{ArcSin}[\sin[2t]]\right\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\pi\}\right\}$	$\text{ParametricPlot3D}\left\{\left\{\frac{\cos[t]}{\sqrt{1 - (0.1s\sin[t])^2}}, \frac{\sin[2t]}{\sqrt{1 - (0.1s\cos[t])^2}}, 0.1s\sin[3t]\right\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\pi\}\right\}$
	
$\text{ParametricPlot3D}\left\{\left\{\frac{\cos[2t]}{\sqrt{1 - (0.1s\sin[2t])^2}}, \frac{\sin[t]}{\sqrt{1 - (0.1s\cos[2t])^2}}, 0.1s\text{ArcSin}[\sin[t]]\right\}, \{s, -10, 10\}, \{t, 0, 2\pi\}\right\}$	$\text{ParametricPlot3D}\left\{\left\{\frac{\cos[t]^2}{\sqrt{1 - (0.1s\sin[3t])^2}}, \frac{\sin[t]}{\sqrt{1 - (0.1s\cos[3t])^2}}, 0.1s\text{ArcSin}[\cos[2t]]\right\}, \{s, -9, 9\}, \{t, 0, 2\pi\}\right\}$
	
$\text{ParametricPlot3D}\left\{\left\{\frac{\cos[t]}{\sqrt{1 - (0.1s\sin[3t])^2}}, \frac{\sin[t]}{\sqrt{1 - (0.1s\cos[2t])^2}}, 0.1s\text{ArcSin}[\cos[2t]]\right\}, \{s, -9, 9\}, \{t, 0, 2\pi\}\right\}$	$\text{ParametricPlot3D}\left\{\left\{\frac{\cos[t]}{\sqrt{1 - (0.1s\sin[3t])^2}}, \frac{\sin[t]}{\sqrt{1 - (0.1s\cos[3t])^2}}, 0.1s\text{ArcSin}[\cos[2t]]\right\}, \{s, -9, 9\}, \{t, 0, 2\pi\}\right\}$
	





Variantele posibile de supernovare ale obiectelor 3D sunt mult prea variate pentru a fi prezentate într-un singur capitol, așa că vom continua într-un capitol următor.

Motto:” *Există lucruri care știm că sunt imposibil de realizat, până când vine cineva care nu știe acest lucru și le realizează*”
Albert Einstein

CAPITOLUL XX

NOVE ȘI SUPERNOVE SUPERMATEMATICE

1. INTRODUCERE

Atât **novele** cât și **supernovele** pot fi **circulare**, **hiperbolice**, **eliptice**, **trilobice**, **quadrilobice** / **cvadrilobice** ș.m.a: **centrice** (MC) sau **excentrice** (ME): **propriu-zise**, **elevate** sau **exotice**, care, *toate*, pot fi denumite într-un singur cuvânt **supermatematic** (SM), realizându-se, astfel, o economie considerabilă de cuvinte și de spațiu.

Și n-au fost înșirate toate tipurile de curbe și funcții SM, ținând cont de **volumul III** al acestei lucrări cu subtitlul:”**NEMARGINIREA ȘI MĂREȚIA SUPERMATEMATICII**” în care sunt tratate combinațiile infinite / nemărginite al funcțiilor anterior amintite, ca de exemplu: **centricoexcentrice**, **centricoelevate**, **centricoexotice**, ... , **circularohiperbolice**, **circularoeliptice**, **circularotrilobice** ș.m.a.

Toată lumea știe ce-i o curbă plană (2D) și ce-i o curbă strâmbă, evident în 3D, dar nimeni nu s-a gândit cum poate fi transformată **orice curbă plană** din 2D în una **plană** în 3D pe care o denumim **novă**, sau în una **strâmbă** în 3D, denumită **supernovă**. O facem noi !

Așa cum s-a prezentat în capitolele anterioare, dacă curbele / figurile **Lissajous** plane au fost transformate în curbe **Lissajous strâmbe** ele au fost denumite **figuri supernove Lissajous circulare centrice**, dacă figurile au fost centrice și dacă **figurile Lissajous** au fost **excentrice** au fost denumite **figuri supernove Lissajous supermatematice excentrice**.

Oricare curbă SM cunoscută poate fi transformată în una **novă** sau în una **supernovă**. Cea mai simplă curbă în **matematica centrică** (MC) este **dreapta** cu corespondentele ei din matematica excentrică (ME) cu denumirea de **strâmbe** numite și **plane**, deoarece ele sunt **strâmbe în 2D** și nu în 3D, pentru a nu se confunda cu cele **din 3D**, care sunt strâmbe **nove** sau **supernove SM**, pe care le vom denumi **nove** și **supernove liniare** din motive lesne de înțeles.

2. NOVE ȘI SUPERNOVE LINIARE STRÂMBAREA DREPTELOR

Începem cu dreapta din MC din **figura 1▲◀**, ce trece prin originea **O(0, 0)**, deoarece, pentru o anumită valoare a coeficientului unghiular **m**, aleasă de valoare 1, adică a primei bisectoare, are un singur membru și ecuația simplă :

$$(1) \quad y = mx \rightarrow m = 1 \rightarrow y = x = t \text{ care devine o } \textit{dreaptă novă} \text{ cu ecuațiile parametriche:}$$

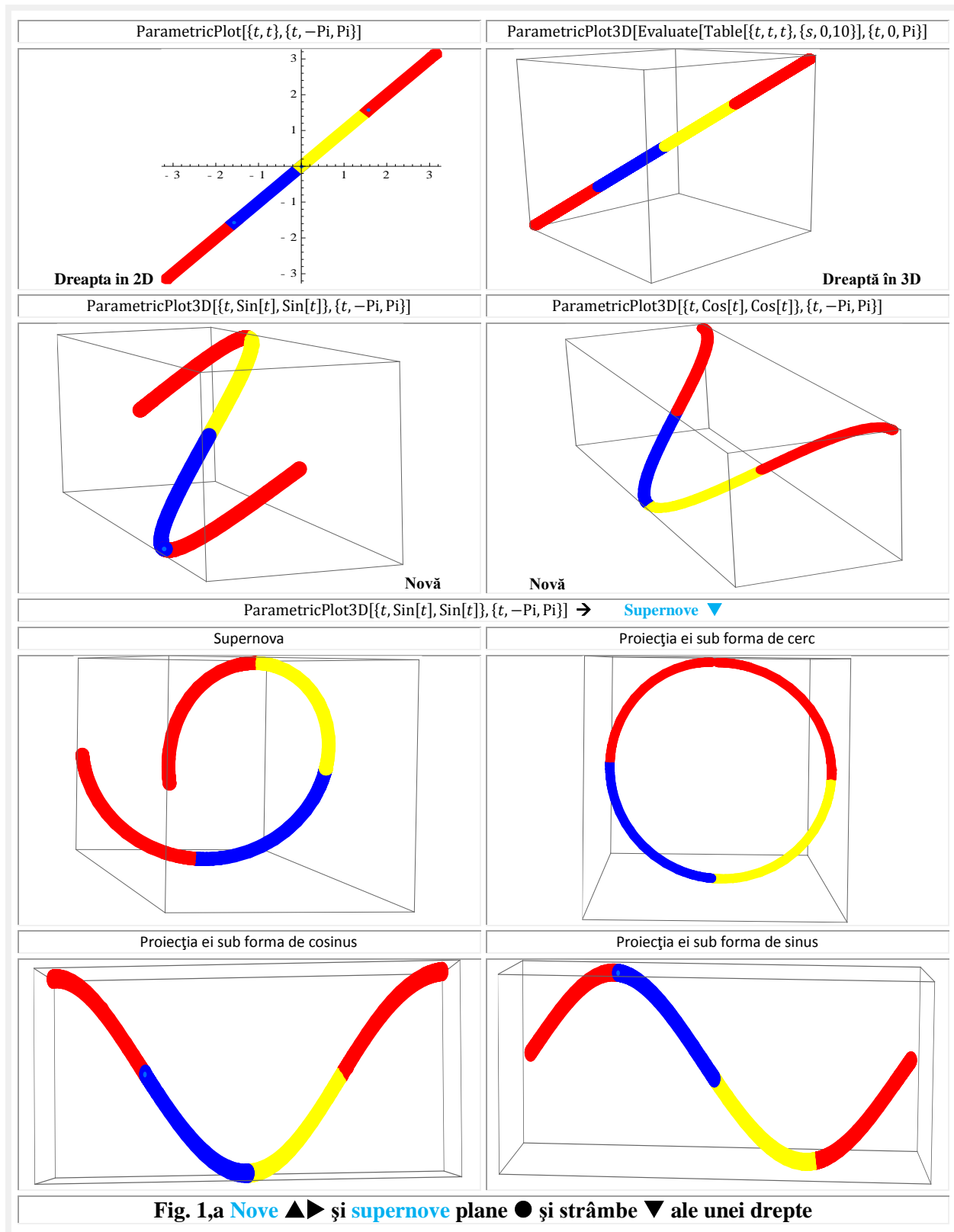
$$(2) \quad \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

asa cum rezultă și din **figura 1▲▶** .

Ea devine o **supernovă plană sinusoidală** (Fig. 1●◀) cu ecuațiile :

$$(3) \quad \begin{cases} x = t \\ y = \sin t \\ z = \sin t \end{cases}$$

și **cosinusoidală** (Fig. 1●◀▶)) pentru ecuațiile parametriche în care **y = z = cost**.



Supernova devine **circulară** (Fig. 1 și Fig. 1▼►) pentru ecuațiile parametrice în care

$$(4) \begin{cases} x = t \\ y = \cos t \\ z = \sin t \end{cases}$$

deoarece $y = \cos t$ și $z = \sin t$ care sunt ecuațiile parametrice ale unui cerc în 3D.

În figura 1▼◀ curba **pare** plană, a unui cerc, dar este o iluzie optică, ea fiind una strâmbă în 3D, deci una din mulțimea **supernovelor** posibile ale **unei drepte**.

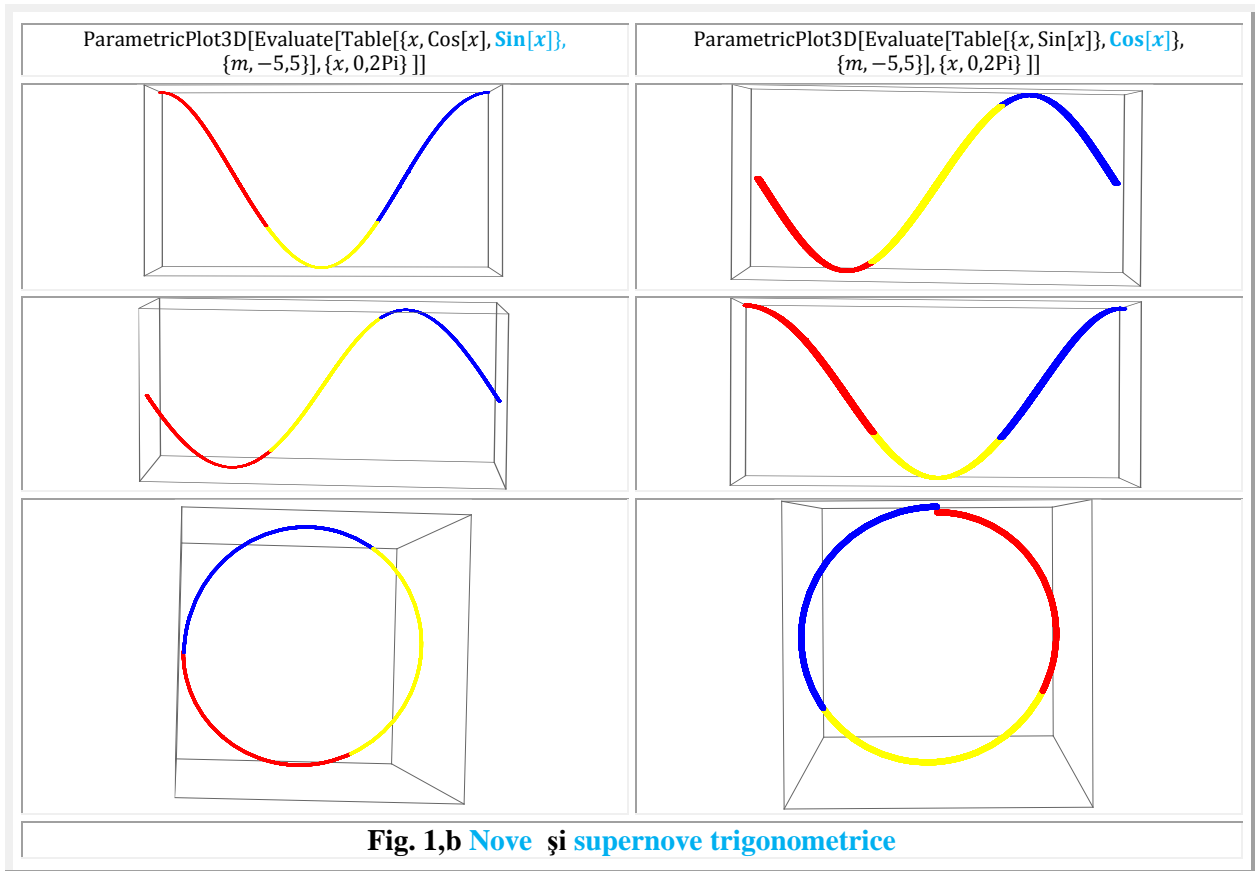
Supernova de ecuații (4) privită din diverse puncte poate pareă un cerc ►, o cosinusoidă ◀ sau o sinusoidă ►, așa cum se prezintă în partea inferioara a **figurii 1**.

Din cele expuse rezultă că și **novele** pot fi atât **plane** în 3D și **supernovele** sunt **strâmbe** în 3D.

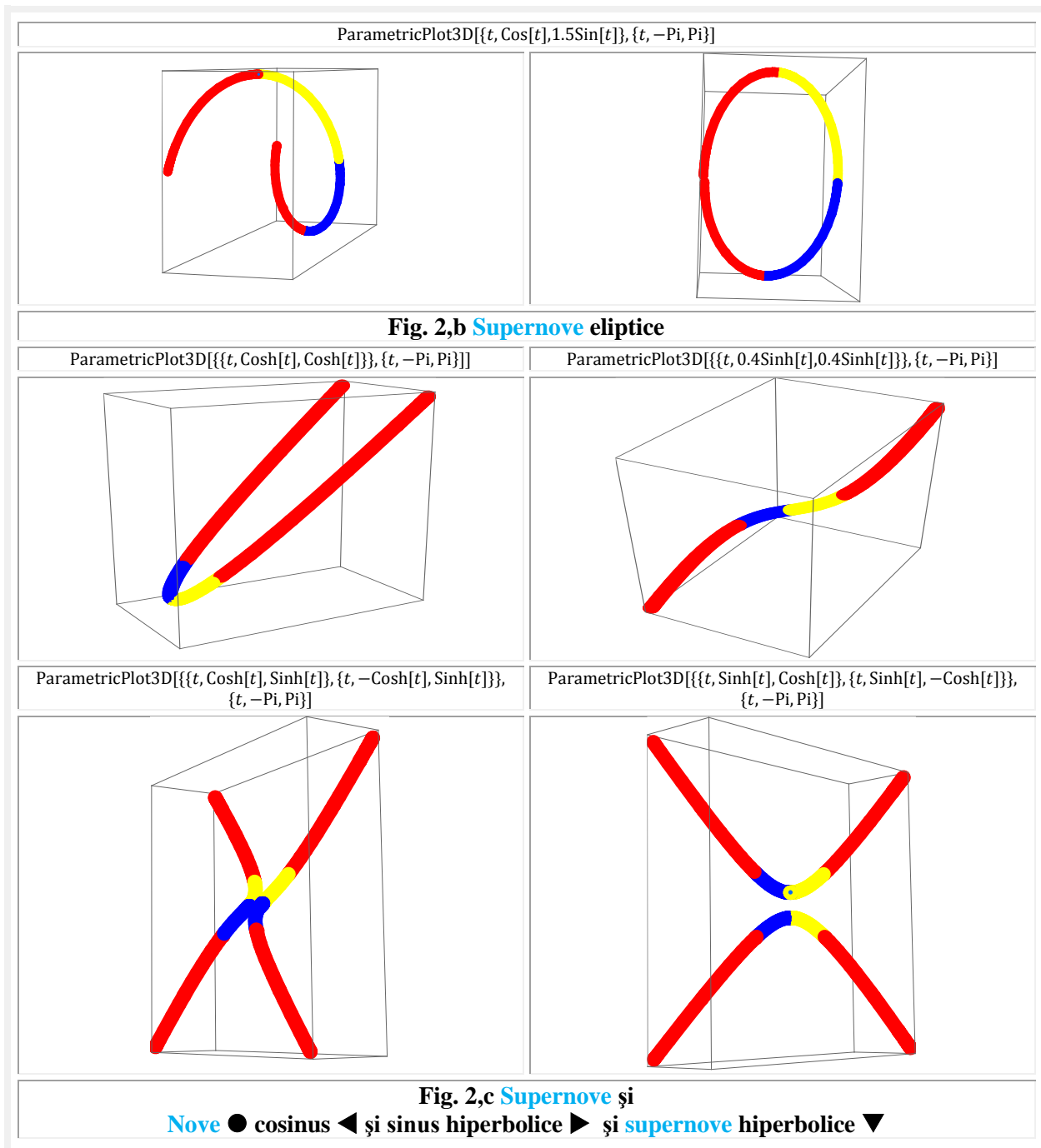
Dacă $y = a \cdot \cos t$ și $z = b \cdot \sin t$ atunci **supernovele** sunt **eliptice** (Fig. 2 ▲◀) și pentru $y = z = \cos t$ ele sunt **nove** cosinus hiperboloidale (Fig. 2●◀) și sinus hiperboloidale pentru $y = z = a \cdot \sin t$ (Fig. 2 ● ►). Pentru $y = \cos t$ și $z = \sin t$ sau invers ele sunt **supernove hiperbolice** (Fig. 2 ▼).

STRÂMBAREA FUNCȚILOR TRIGONOMETRICE SUPERNOVE TRIGONOMETRICE

Funcțiile trigonometrice sunt funcții plane, în planul xOy, după cum este foarte bine cunoscut. Ele pot fi strâmbate, ca să devină funcții **supernove**, așa cum se prezintă în continuare în **figura 1,b**. Astfel, funcția **cosinus** poate fi strâmbata în 3D prin funcția **sinus** ◀, iar funcția sinus prin **cosinus** ► și, în acest fel, **supernova** se va proiecta într-un plan ca funcție **cosinus** și în alt plan ca funcție **sinus**, iar într-un plan perpendicular pe cele două plane amintite anterior se va proiecta ca un **cerc** ◀.



Dacă funcția de strâmbat și cea care realizează strâmbare au amplitudini diferite atunci supernova din secțiunea transversală va fi o elipsă [Fig. 2,b].



Novae (Fig. 3▲▶, ●, ▼) unui fascicul de drepte (Fig. 3▲◀) ce trec prin originea $O(0, 0)$ sunt prezentate în figura 3. Cele din figura 3▲▶ sunt un **fascicul nove**, toate novele fiind într-un același plan. Și fascicolul de curbe din figura 3 ● sunt **nove**, deoarece fiecare curbă în parte a fascicolului 3D este în formă de cosinoidă ◀ și de sinusoidă ▶ și fiecare curbă în part este **plană în 3D**.

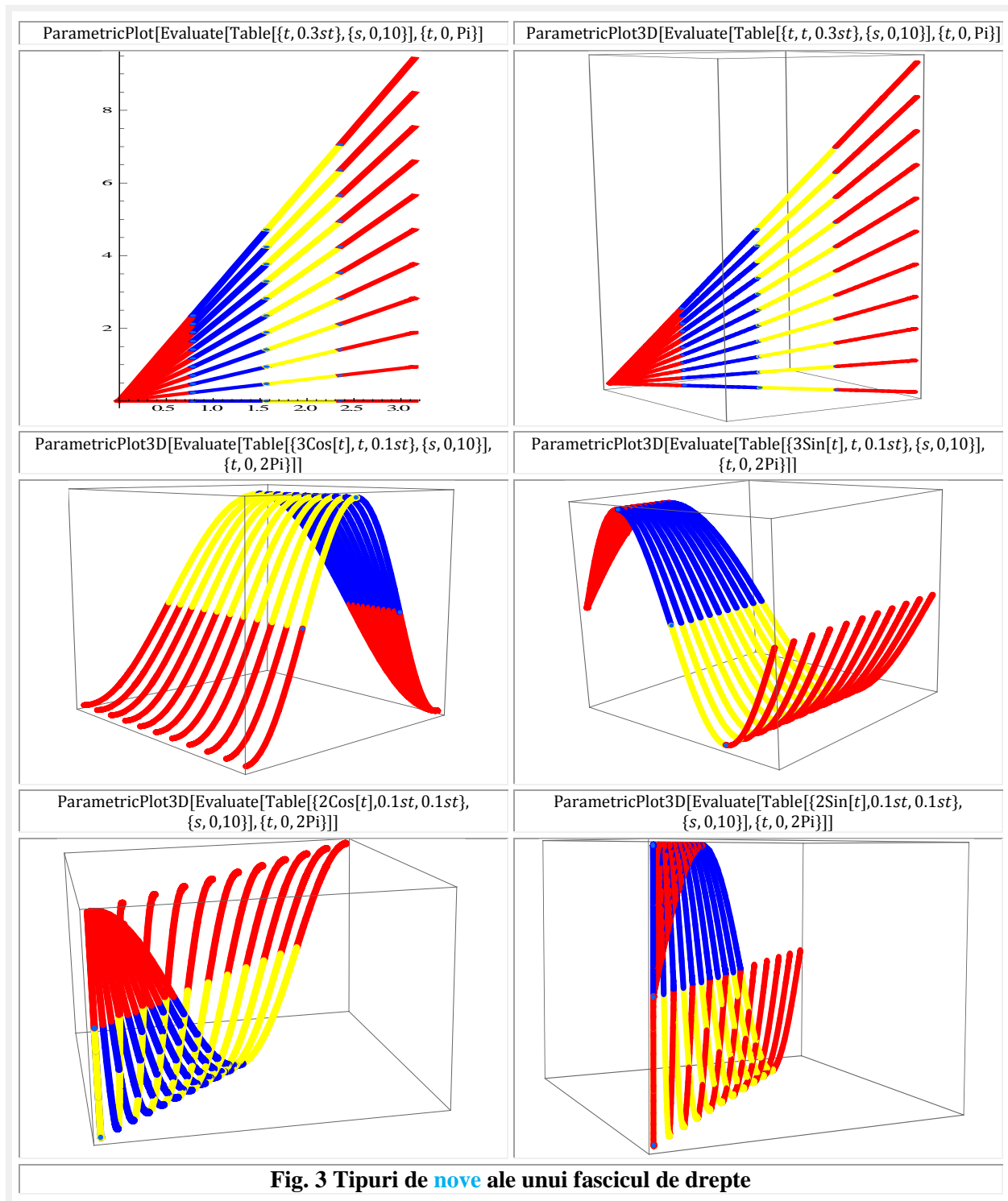
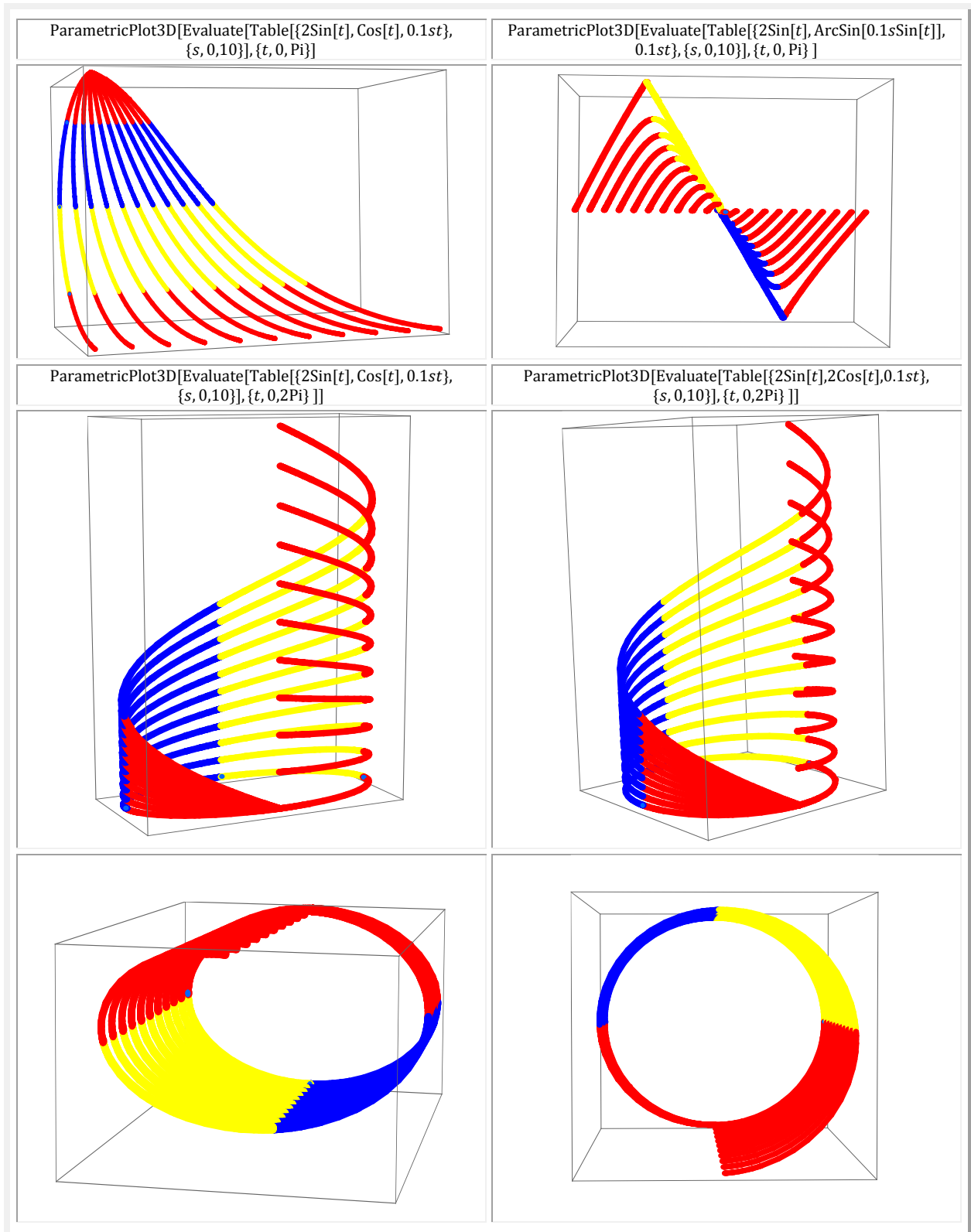
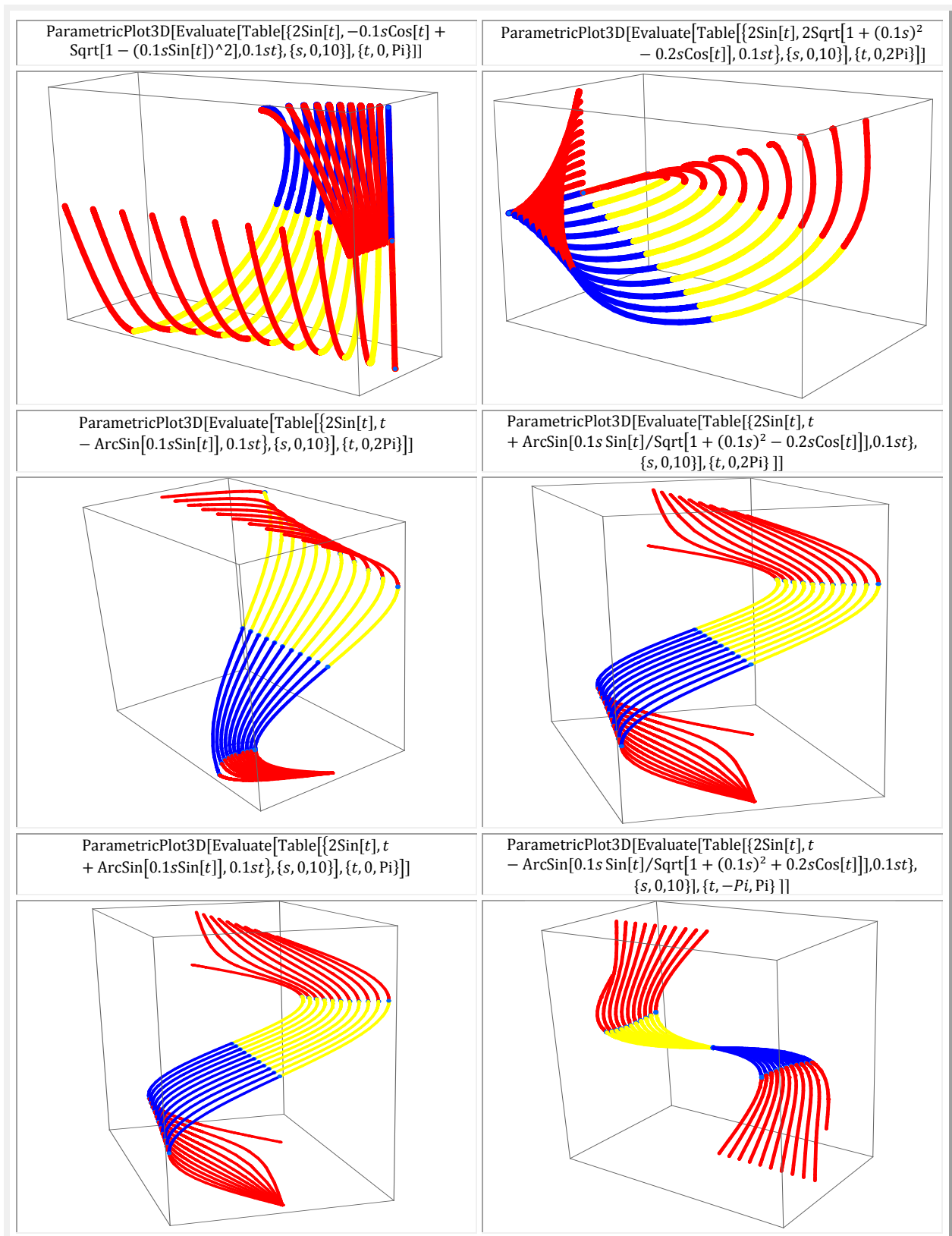
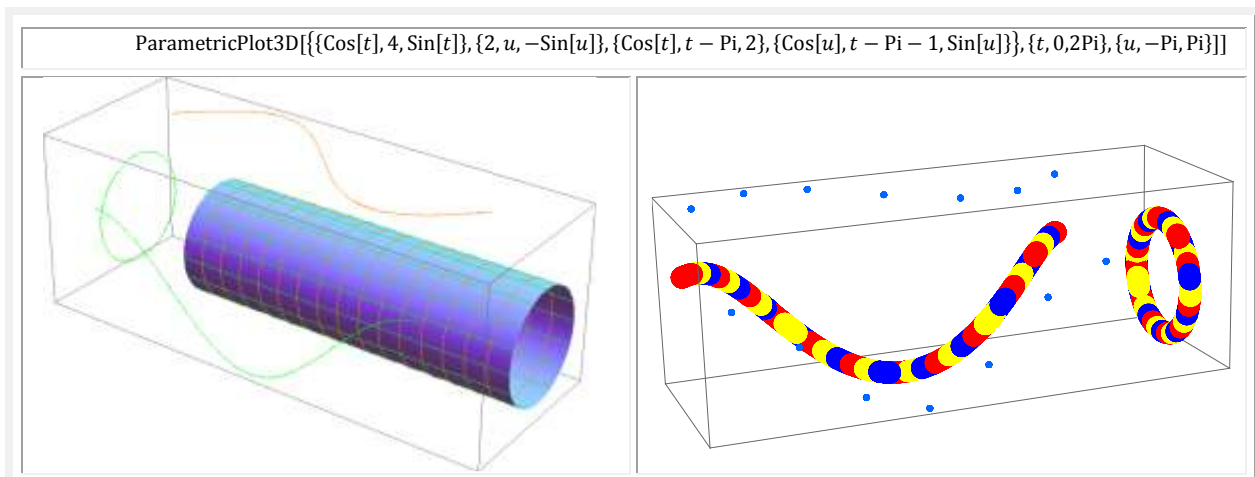
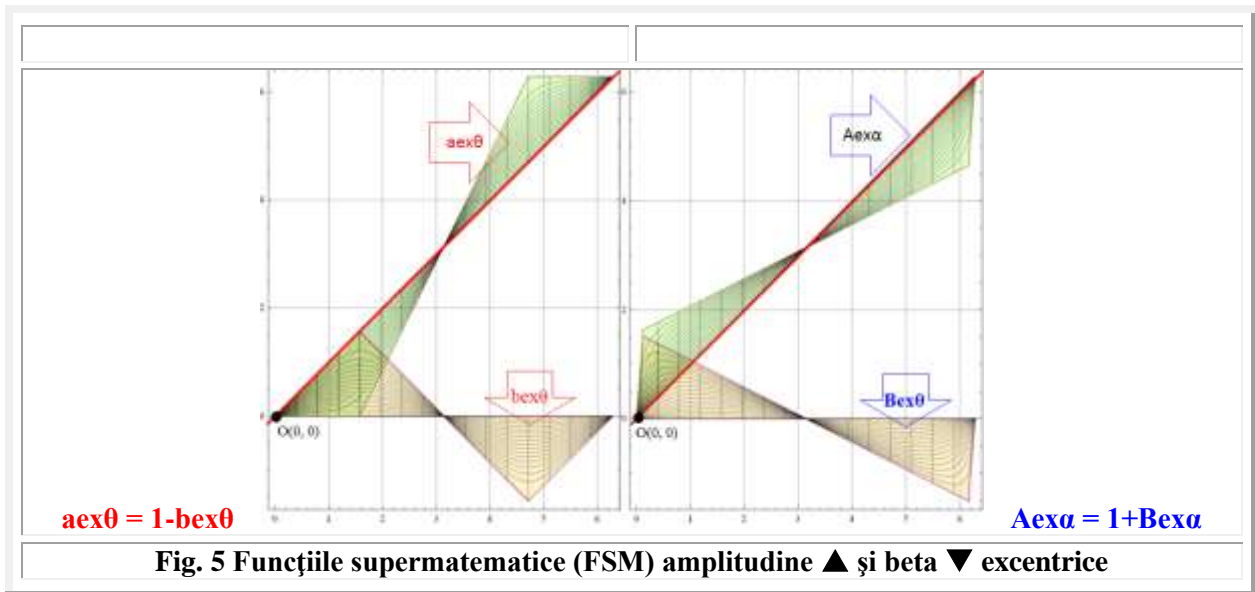
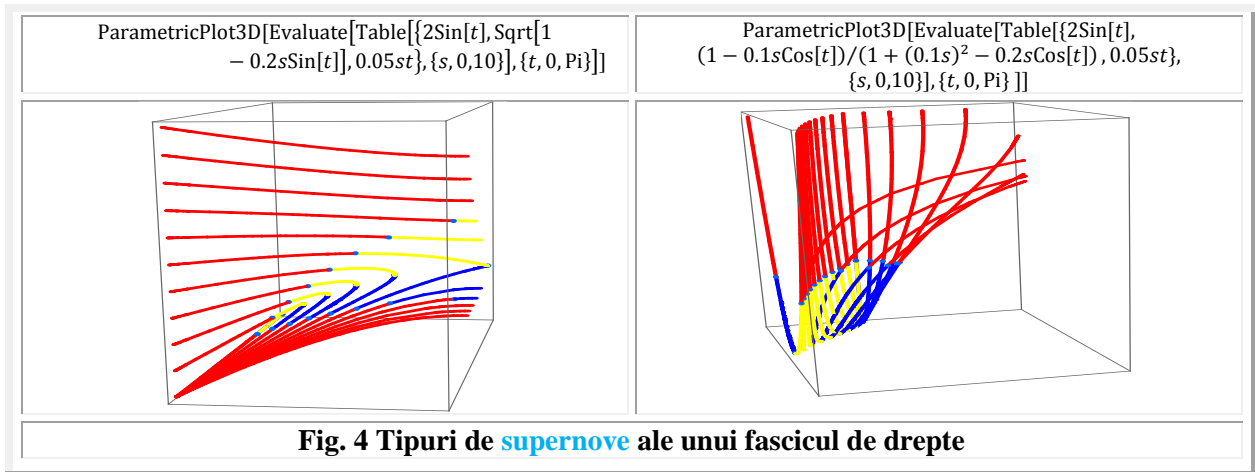


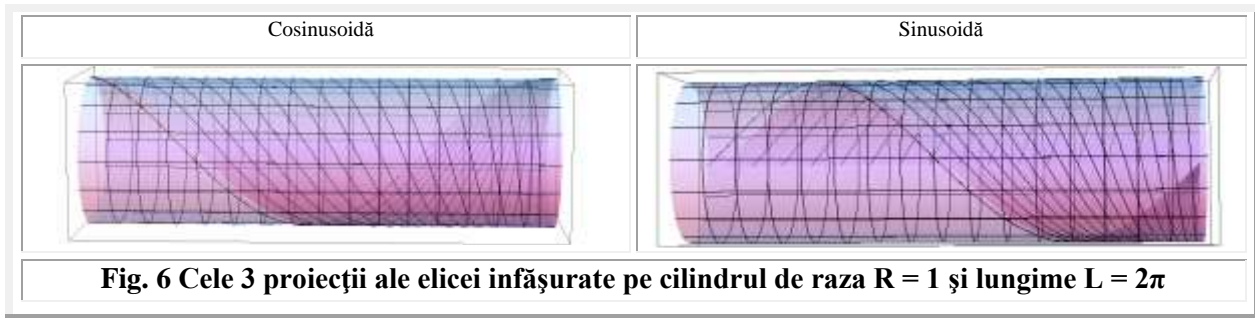
Fig. 3 Tipuri de **nove** ale unui fascicul de drepte

În figura 3▼ fiecare curbă din fascicul ca și fascicolul în ansamblul lui sunt în unu și același plan fiind un *fascicul plan* de **nove** în 3D.





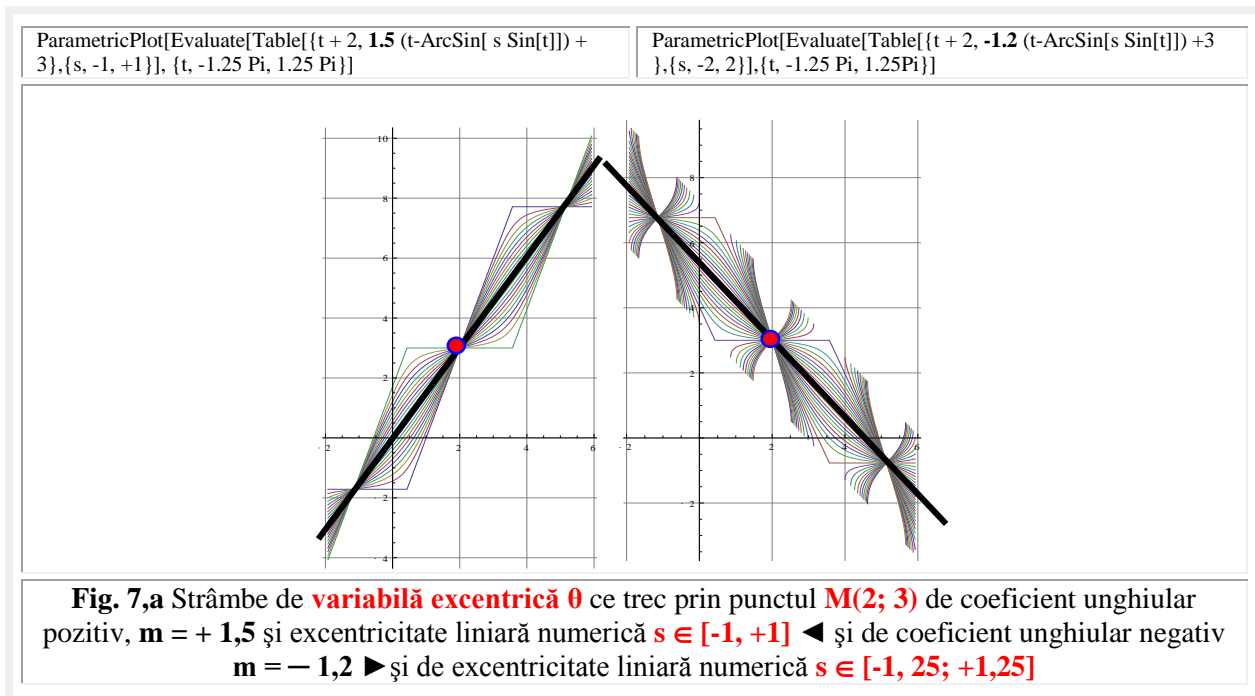


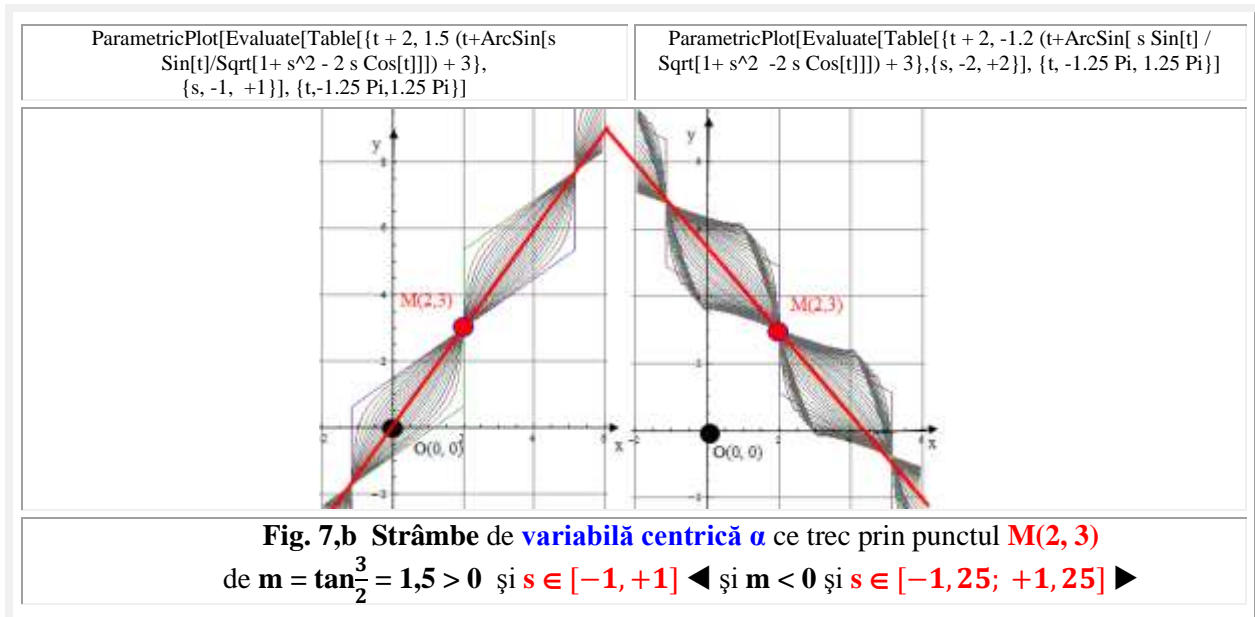


Curbele din figura 4 au fiecare o curbă plană, pentru excentricitatea numerică $s = 0$, adică o novă, restul curbelor, fiind strâmbte, sunt **supernove**. Fascicolul de drepte a fost curbat în figura 4 prin funcția $\cos \blacktriangleleft$ și $\text{bex}\theta = \arcsin[s \cdot \sin\theta] \blacktriangleright$ (se recunoaște semnalul triunghiular simetric pentru $s = 1$) apoi, prin funcțiile $\cos \blacktriangleleft$ și $2\cos \blacktriangleright$ în rândul următor (2), iar în rândul (3) sunt reprezentate secțiunile transversale sub formă de elipsă și respectiv de cerc ale fascicolului de drepte înfășurat pe câte un cilindru eliptic și, respectiv, circular. În rândul 4 sunt prezentate fasciculele de dreaptă strâmbate prin funcțiile radial excentrice $\text{rex}\theta \blacktriangleleft$ și, respectiv, $\text{Rex}\alpha \blacktriangleright$ apoi, în rândul 5, sunt prezentate fasciculul de drepte strâmbate de funcțiile $\text{aex}\theta$ și, respectiv, $\text{Aex}\alpha$ (Fig. 5) de excentricități $\pm s \in [0,1]$.

Cilindrul pe care este înfășurată o elice ale cărei proiecții sunt un cerc, o cosinusoidă și o sinusoidă este prezentat în figura 6. În această figură sus-stânga (\blacktriangleleft), lipsește **supernova elicoidală** cu pasul 2π , iar în partea \blacktriangleright lipsește cilindru pe care este înfășurată **elicea supernovă**. În partea de $\blacktriangledown\blacktriangleleft$ se vede pe cilindru cosinusoida iar în partea de $\blacktriangledown\blacktriangleright$ sinusoida, ca urmare a rotirii cilindrului cu $\pi/2$.

Reamintim că **funcțiile supermatematice circulare excentrice (FSM-CE)** amplitudine excentrică de variabilă **excentrică (aex θ)** și **centrică (Aex α)** (Fig. 5) sunt acelea care au **generalizat dreapta matematică**, introducând în (super)matematică **strâmba plană** [Fig. 6,a și Fig. 6,b].

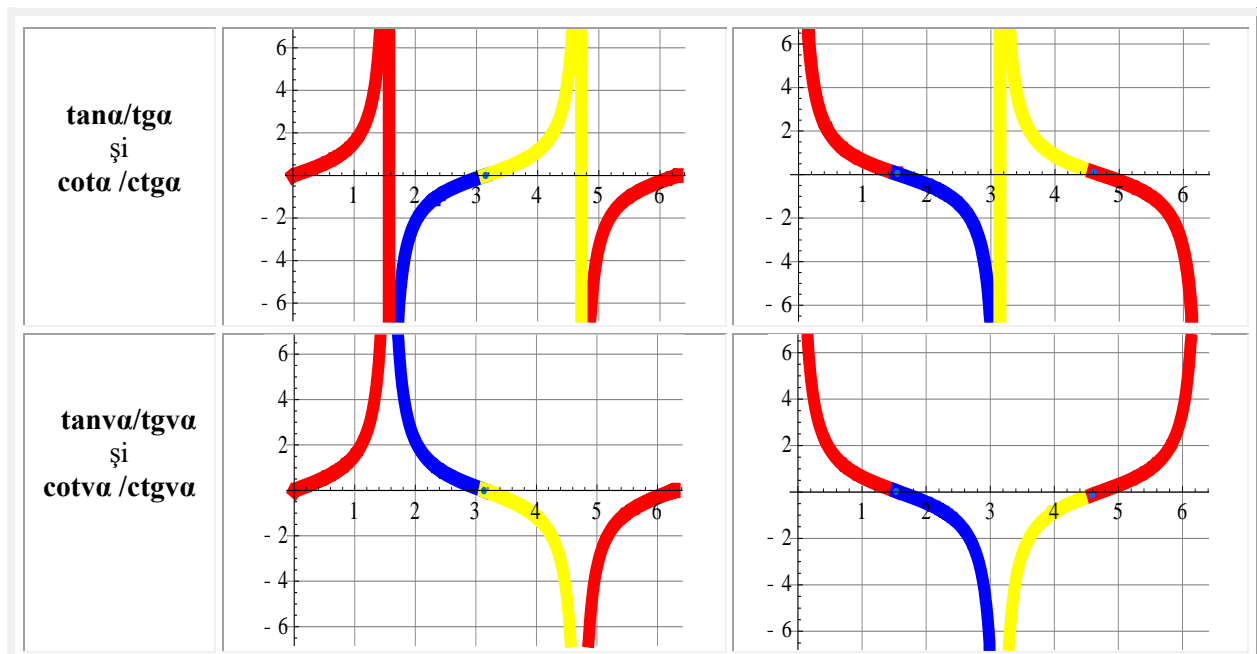


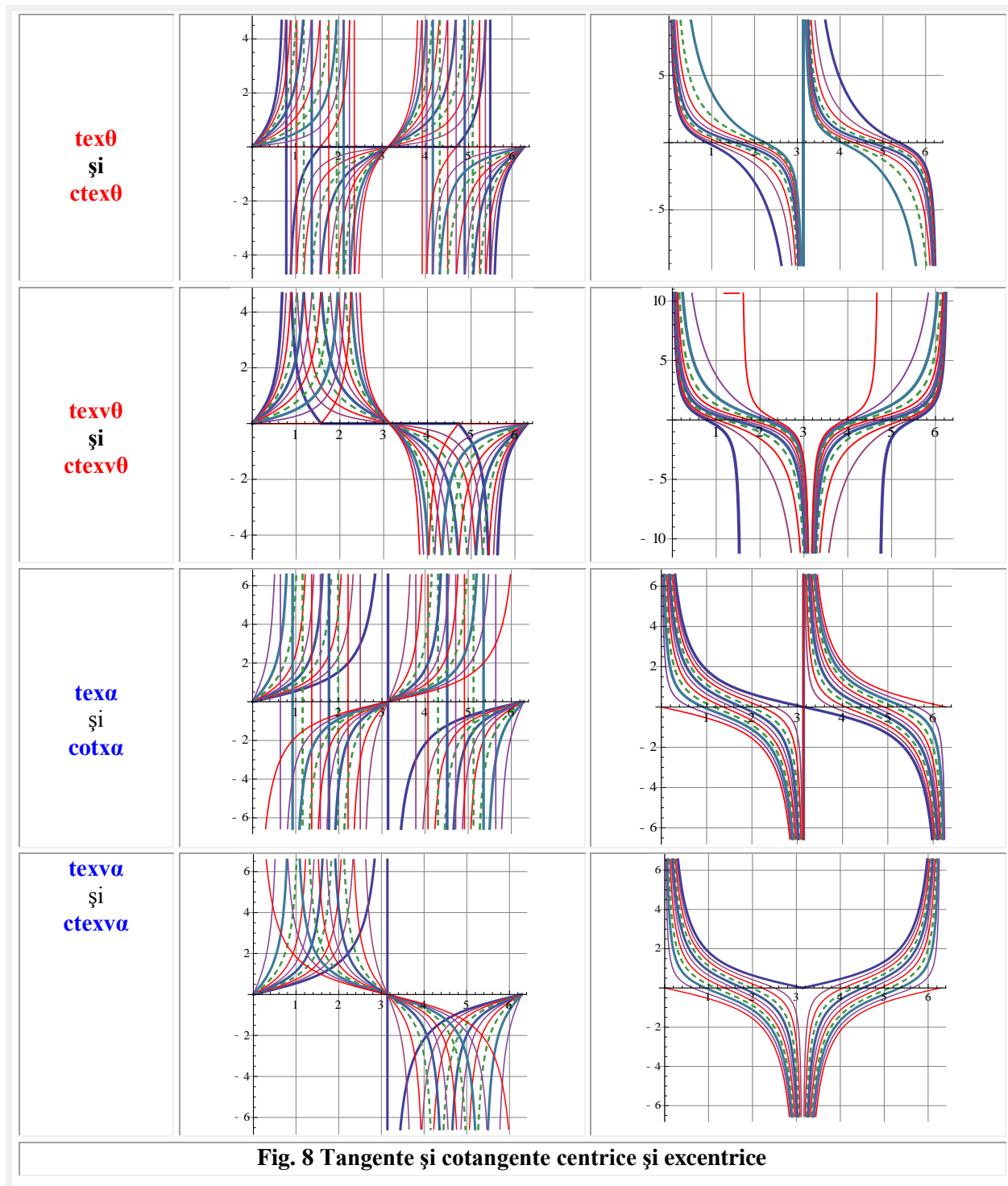


STRÂMBAREA TANGENTELOR → SUPERNOVE

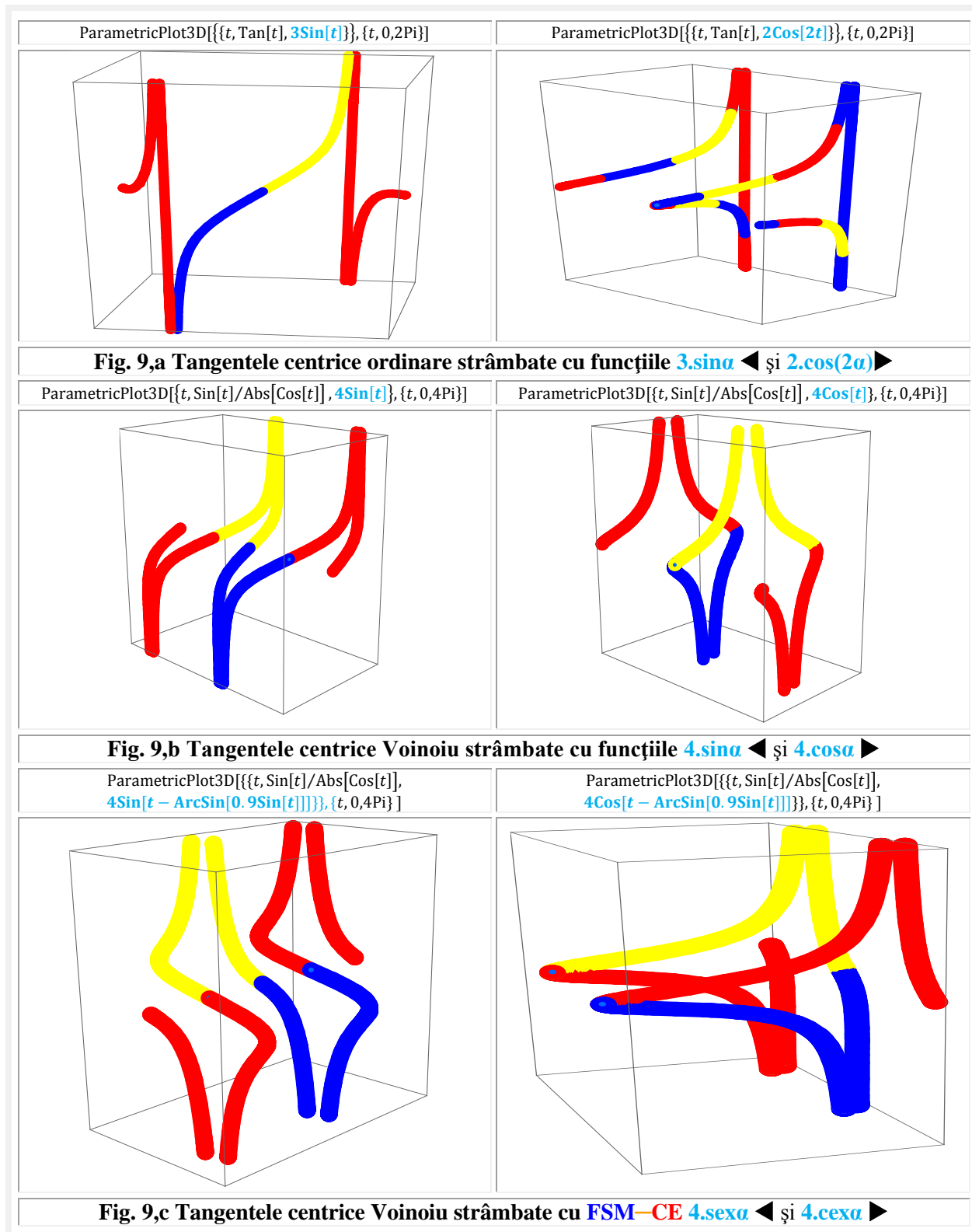
În **figura 8** sunt prezentate *tangentele* ◀ și *cotangentele* ▶ **centrice** precum și cele **excentrice** existente, ordinare și **Voinoiu**. Lipsesc funcțiile tangentă și cotangentă *elevate*, *exotice* și combinațiile lor, prezentate în Vol III. “Nemarginirea și marea supermatematicii” al acestei lucrări de “Supermatematică”.

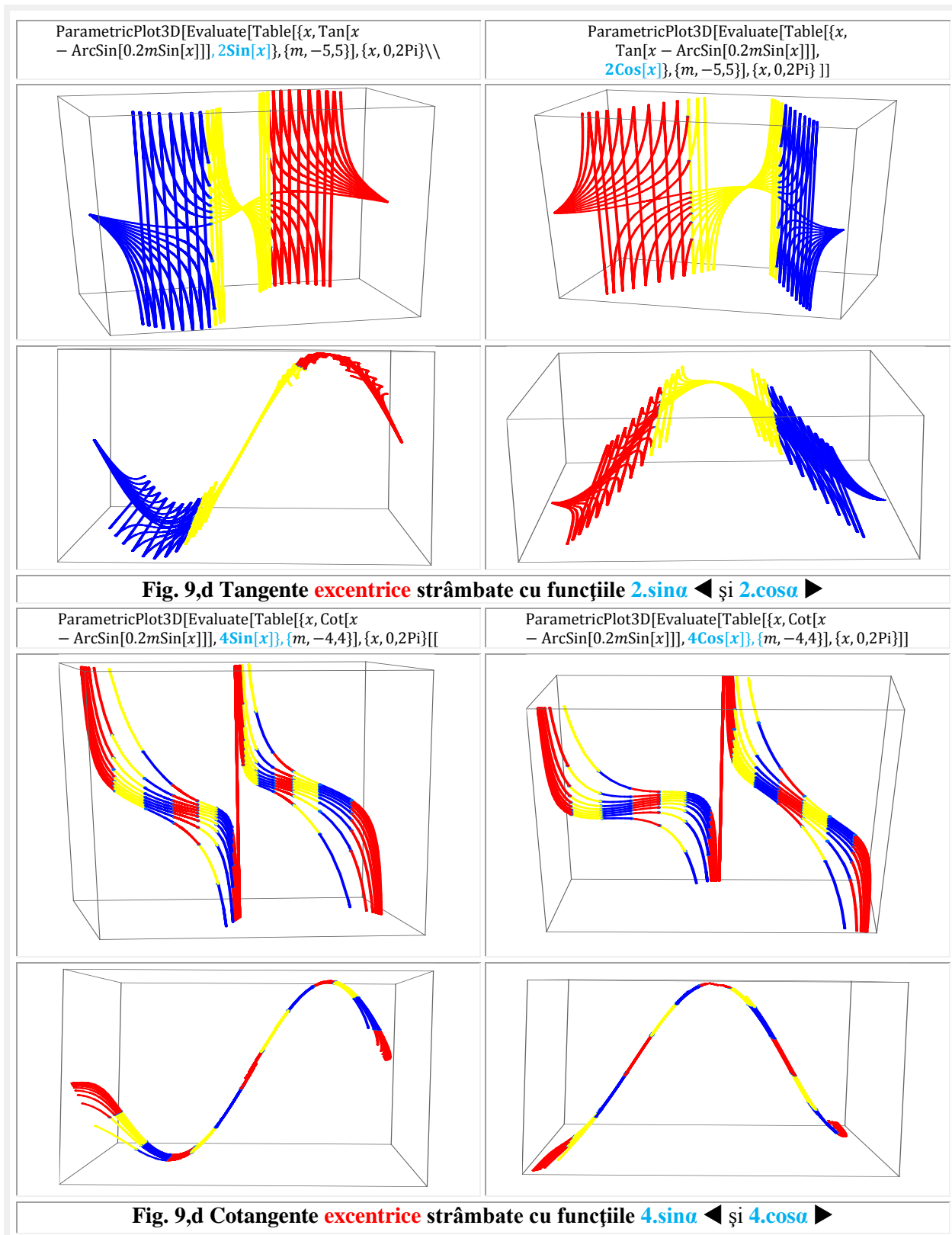
Figura 9 prezintă unele dintre aceste curbe plane transformate în curbe stâmbe, devenite, astfel, curbe **supernove matematice**.

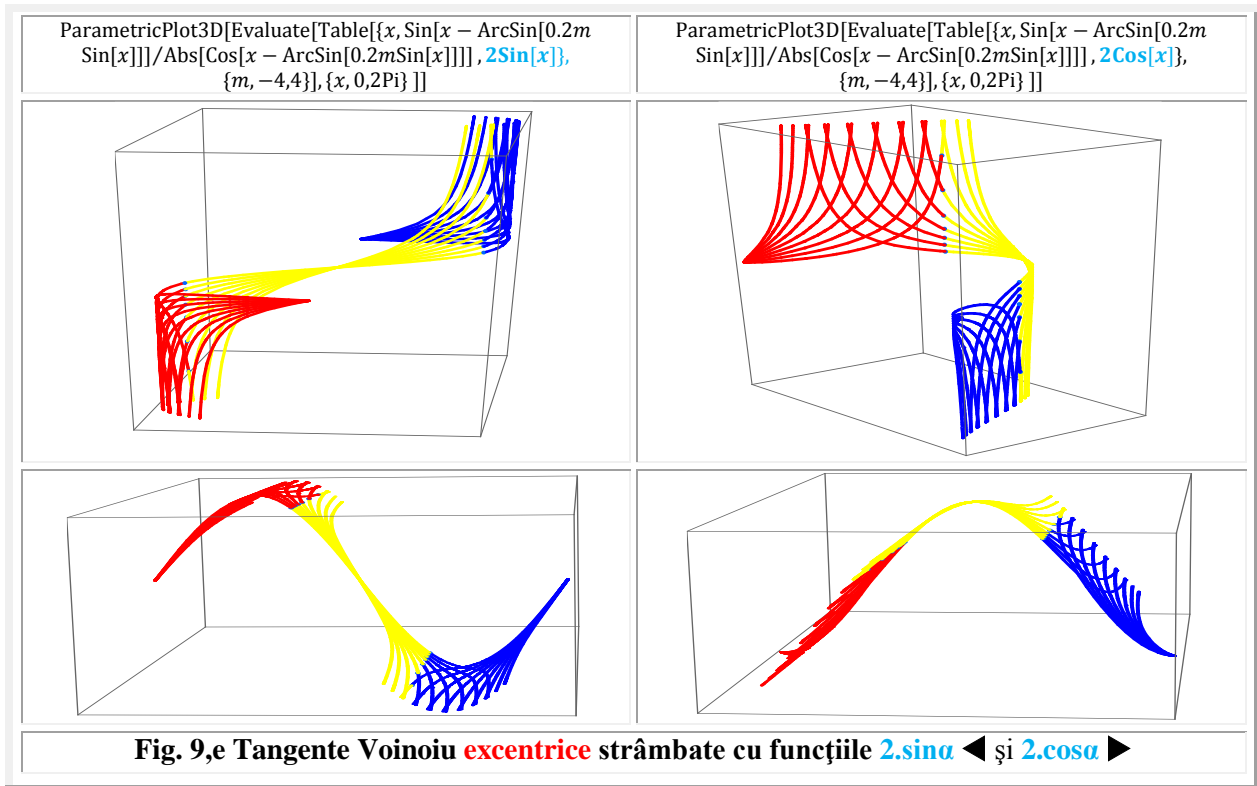




În **figurile 9** sunt prezentate modurile în care funcțiile plane sunt strâmbate, devenind astfel **funcții supernove**. Funcțiile care realizează strâmbarea sunt **colorate diferit** în ecuațiile parametrice de definire ale **supranelor**.

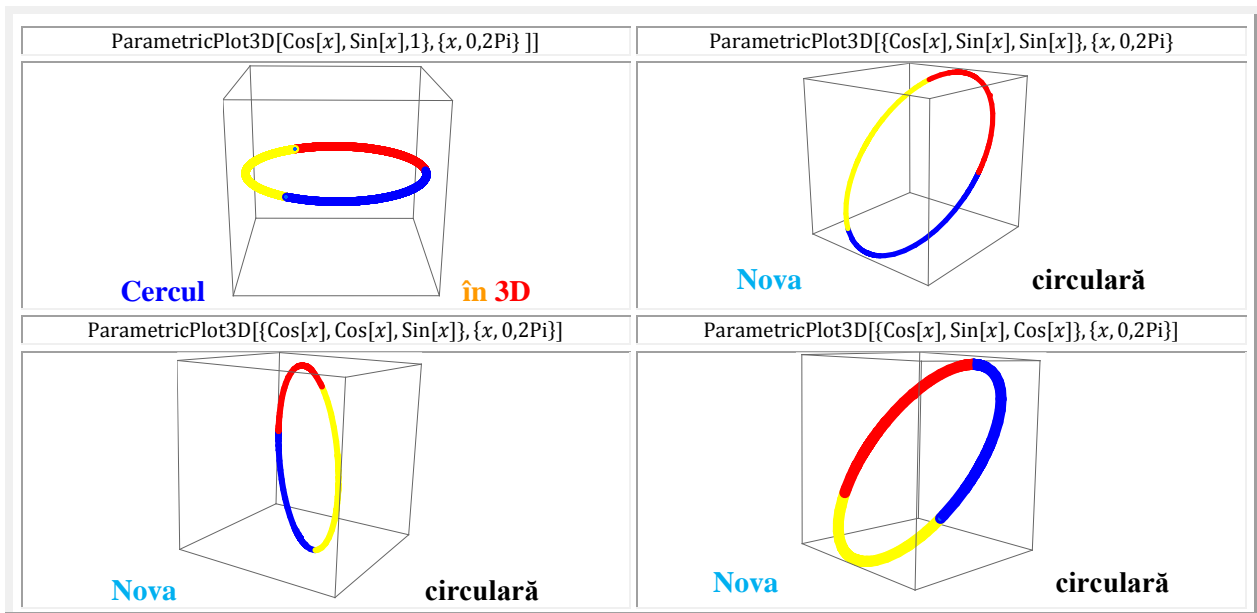


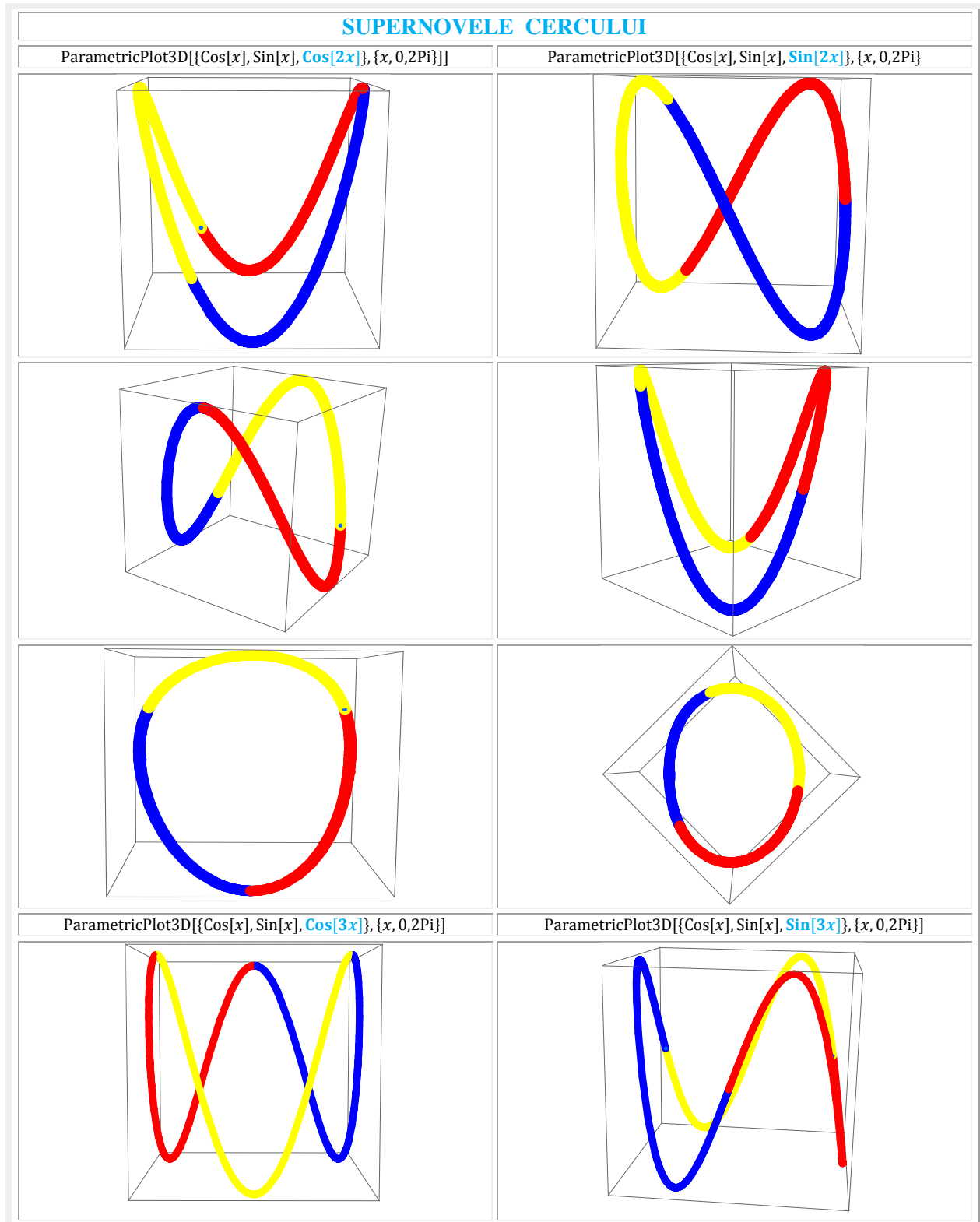


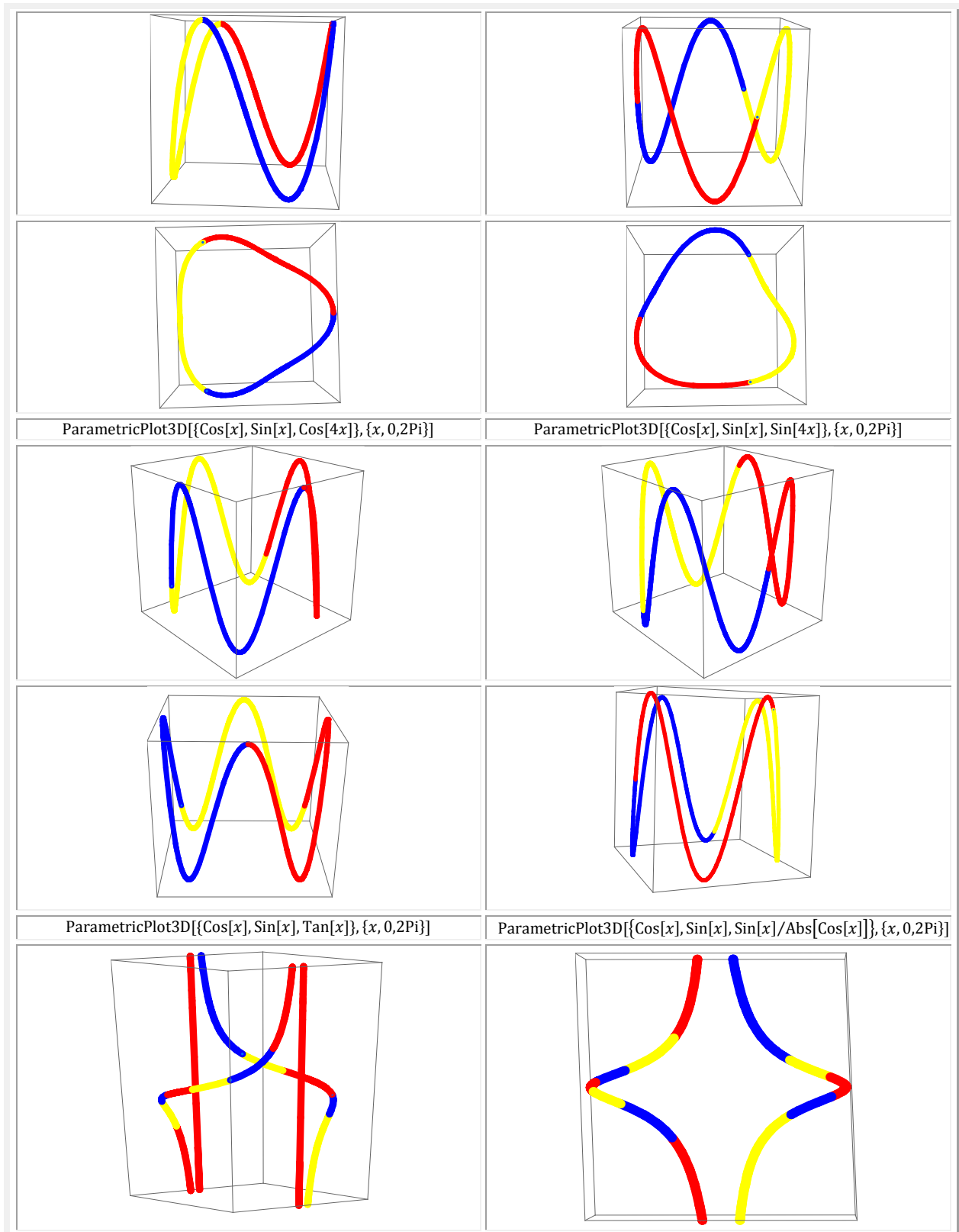


STRÂMBAREA CERCULUI → SUPERNOVA CIRCULARĂ

Cercul este o curbă plană ▲◀ care poate fi transformată în variate moduri în una strâmbă, adică într-o **supernovă** circulară, așa cum se ilustrează în **figura 10**, cu novele în prima parte a figurii.







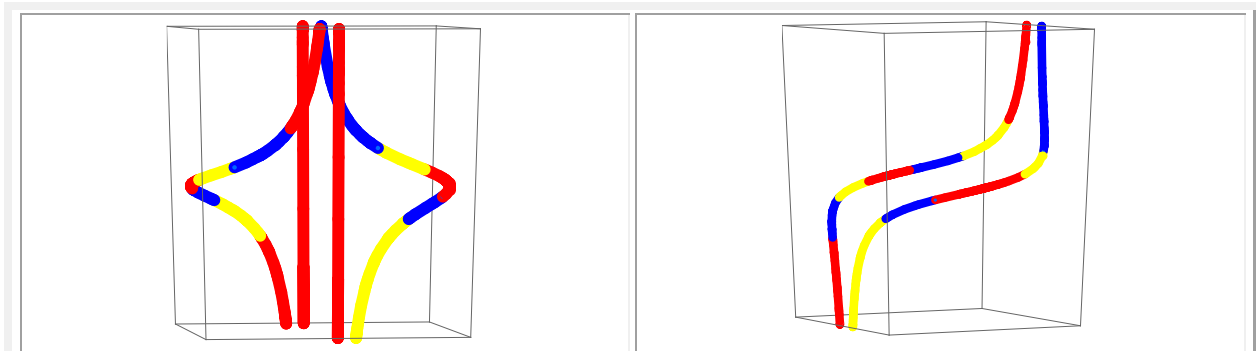
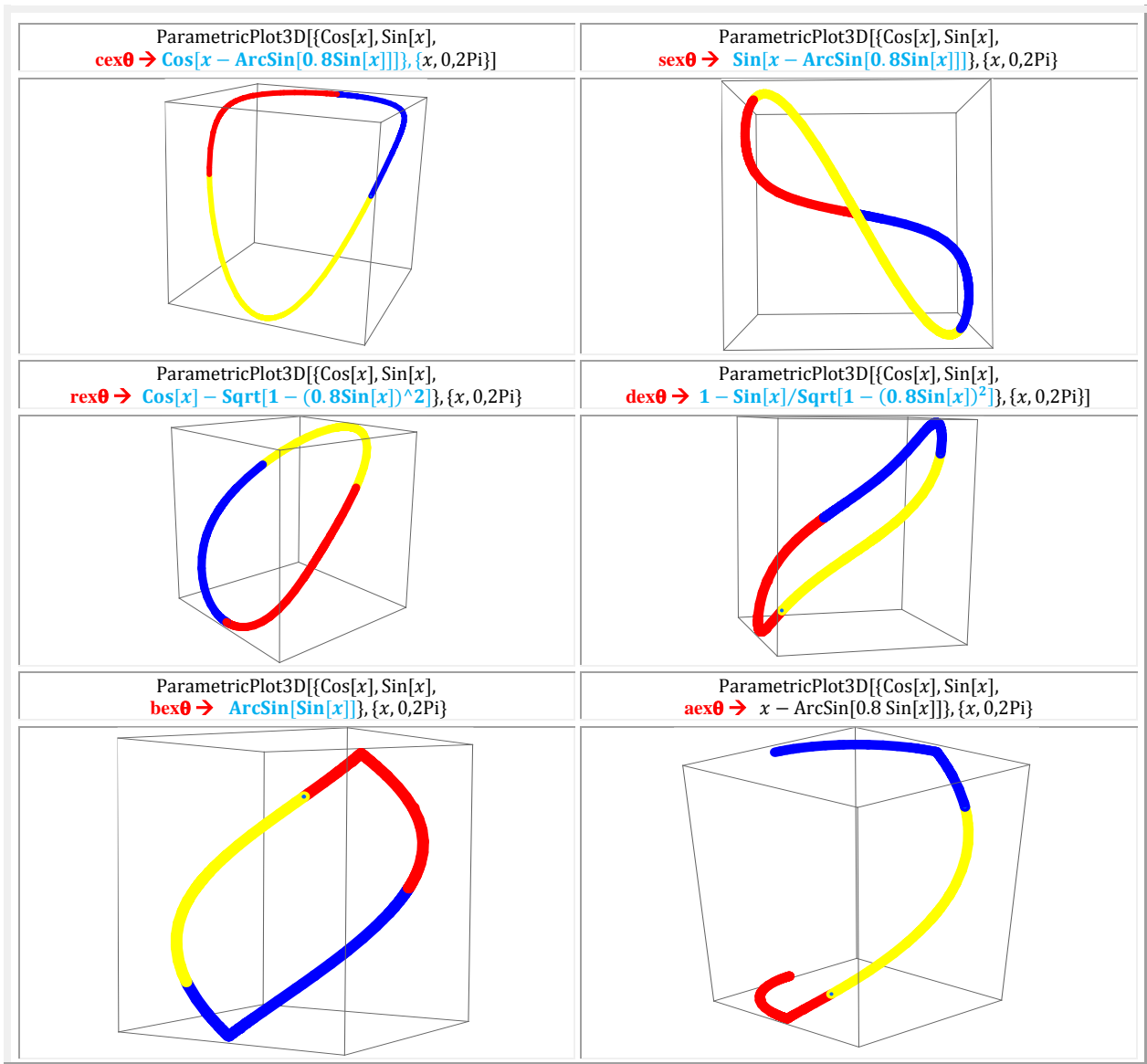
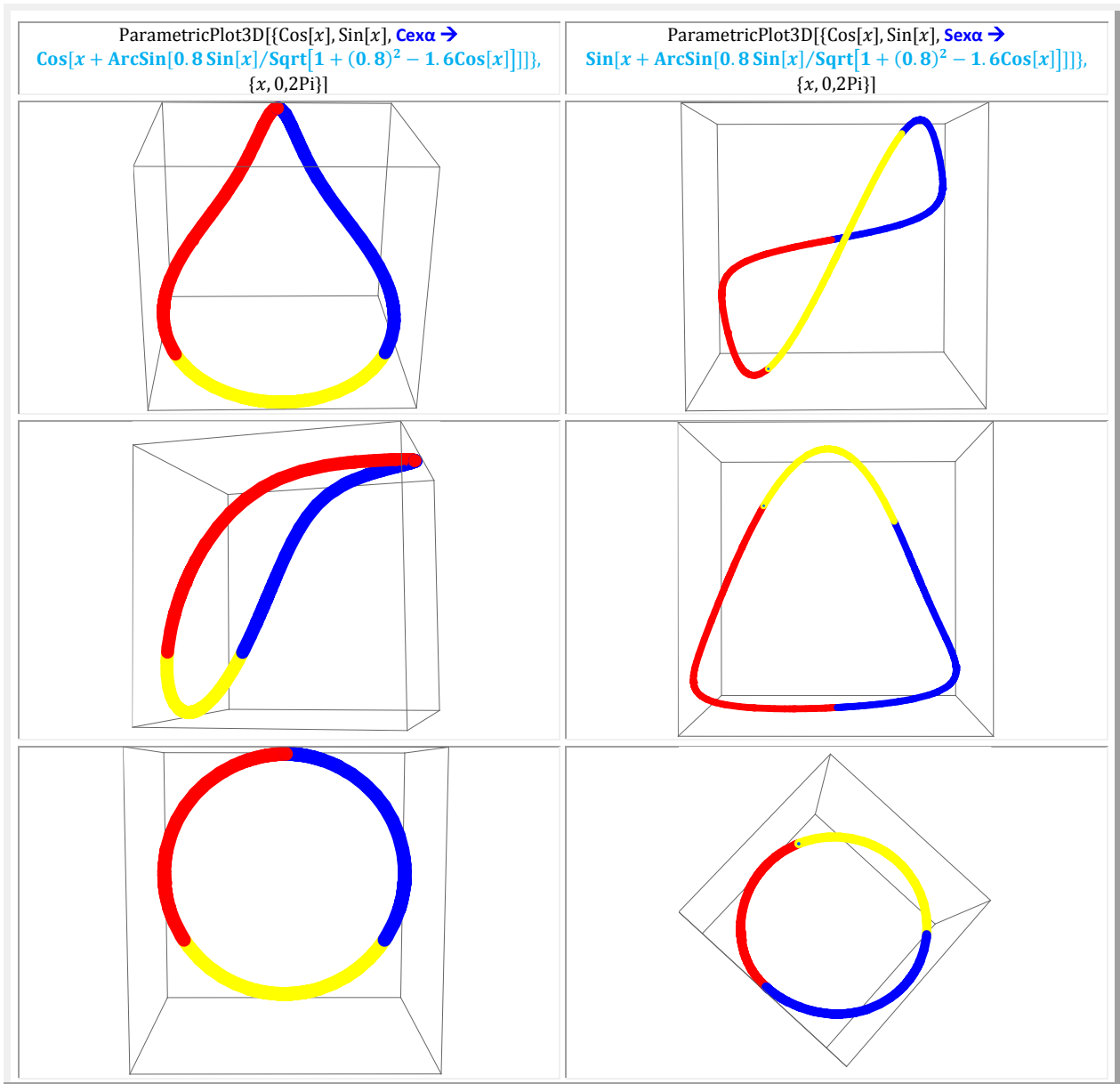
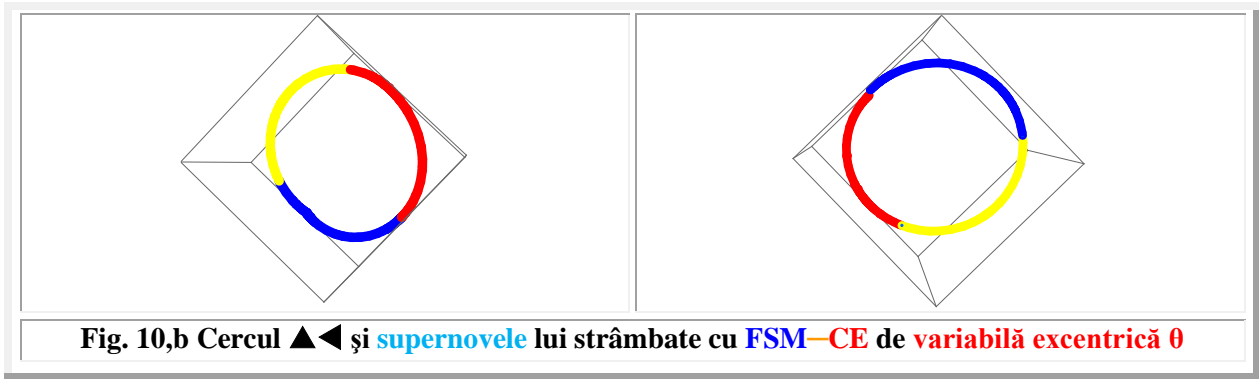
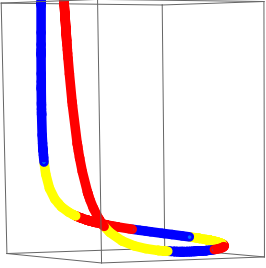
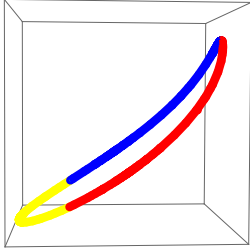
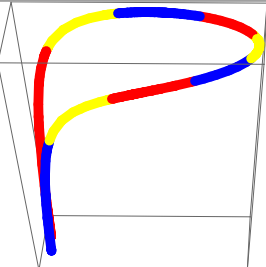
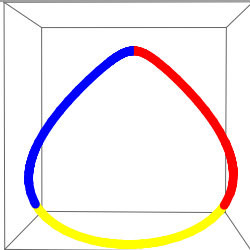
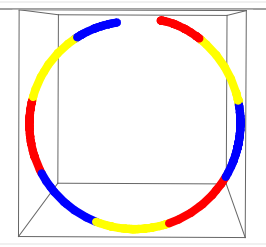
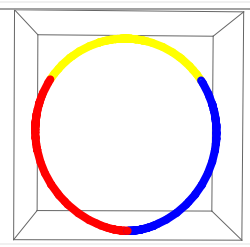
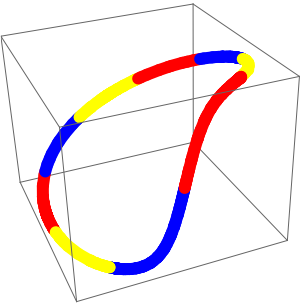
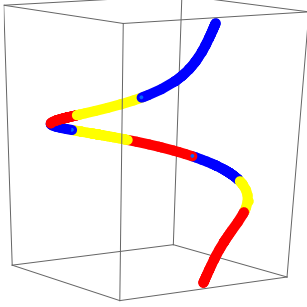
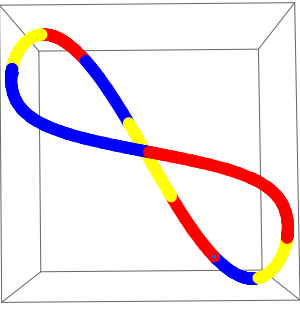
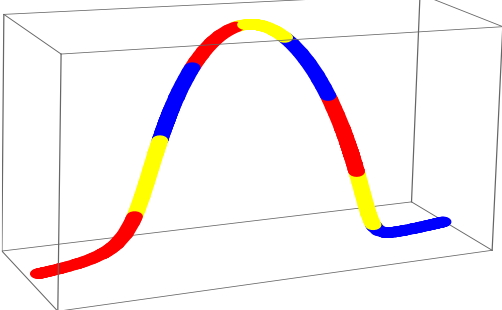
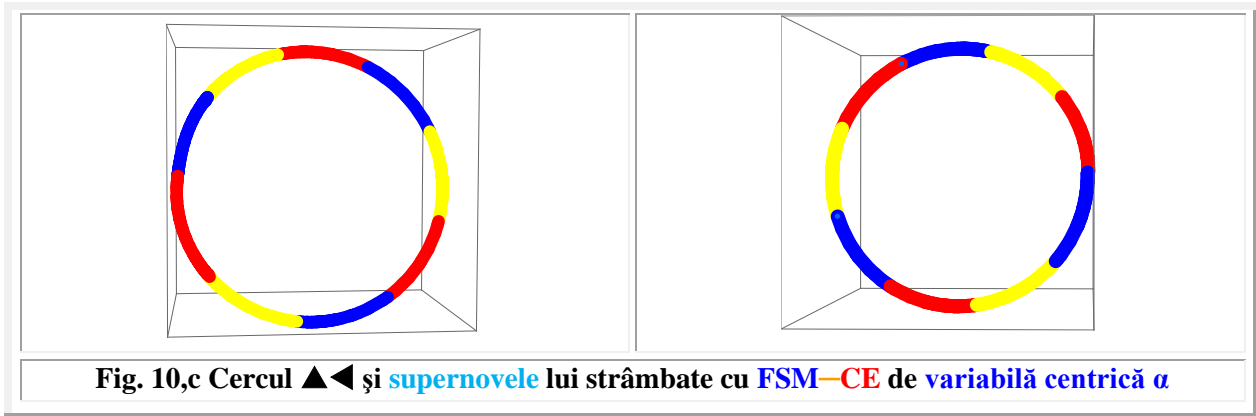


Fig. 10,a Cercul ▲◀ și supernovele lui în două vederi / proiecții

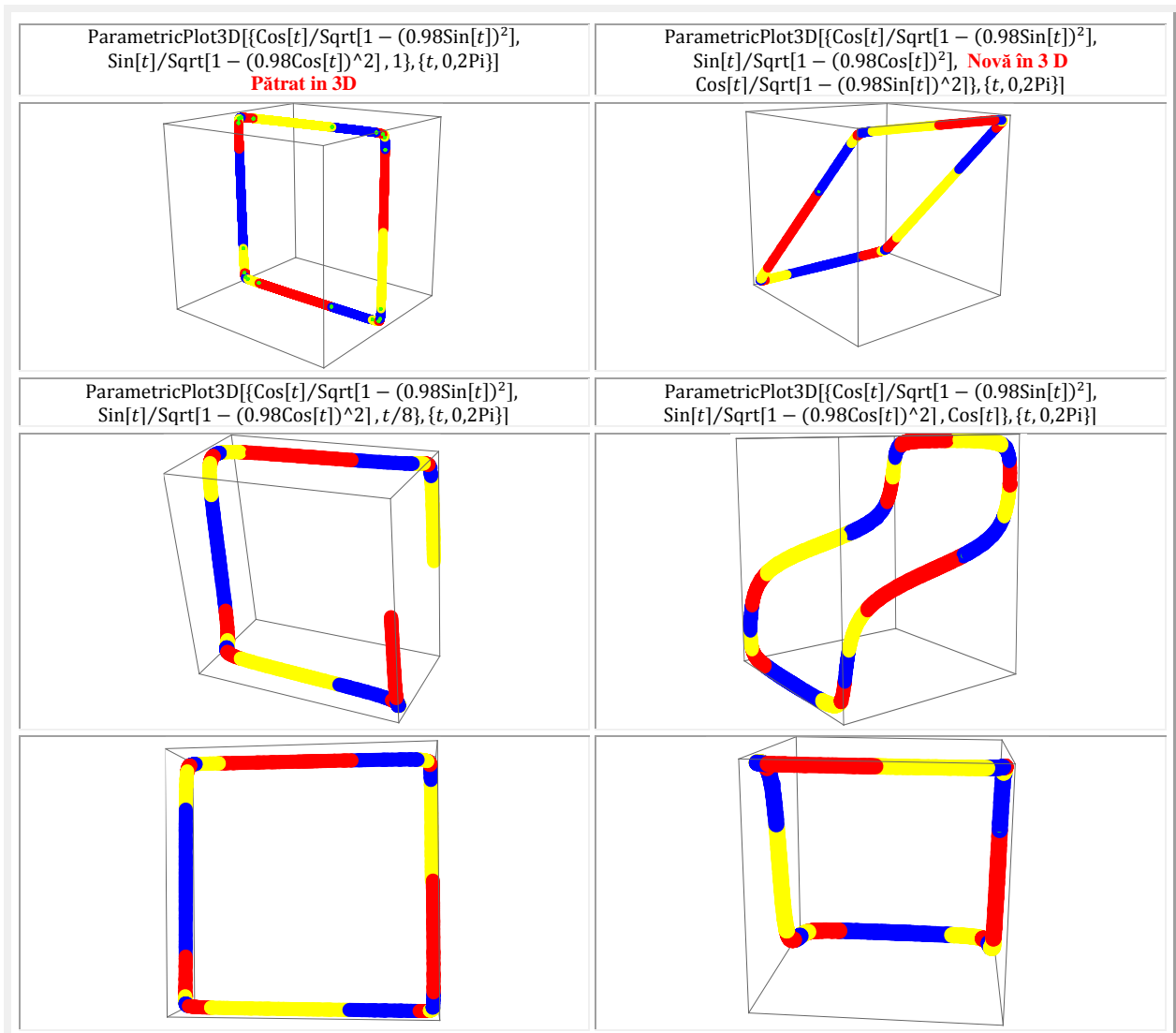


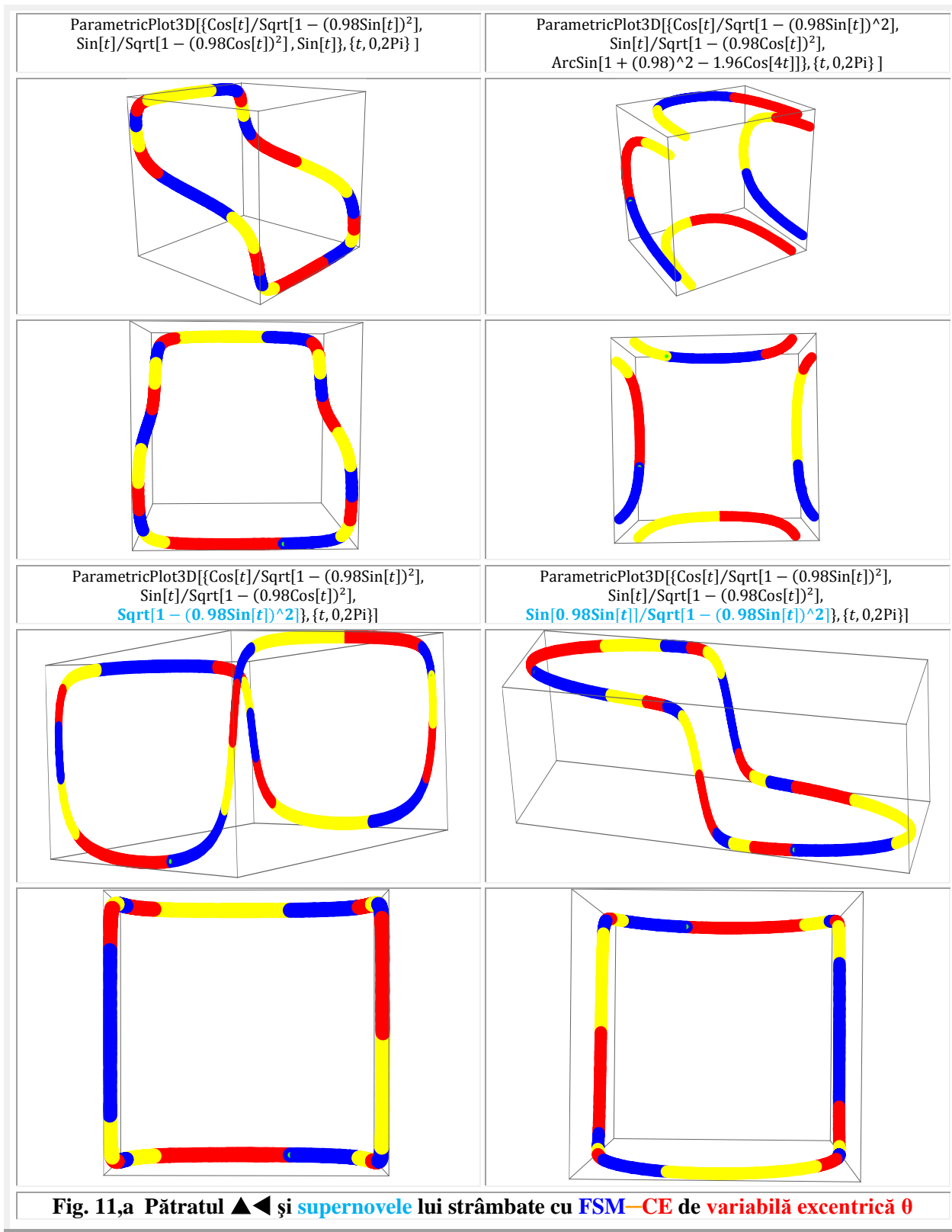


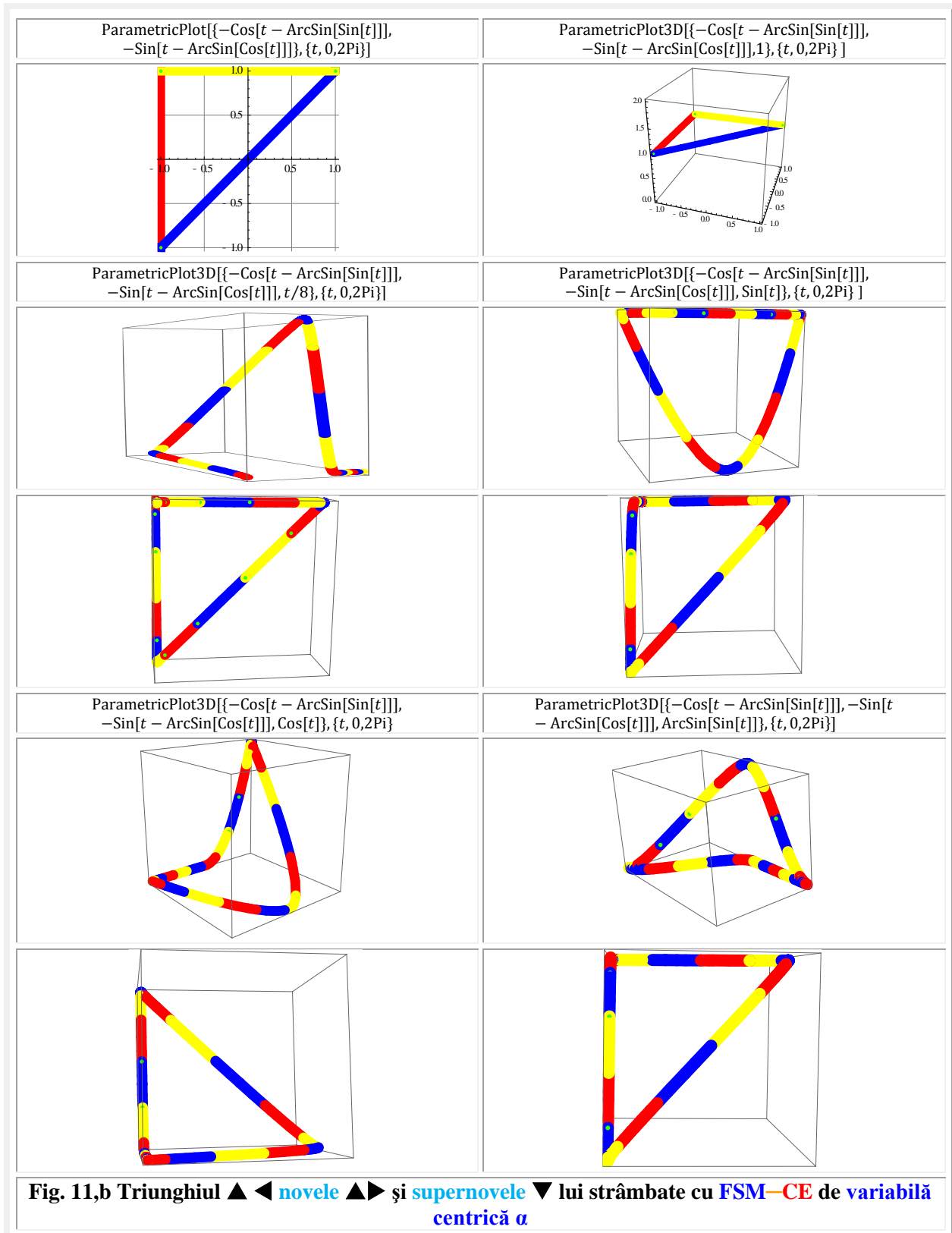
<p>ParametricPlot3D[$\{\text{Cos}[x], \text{Sin}[x], \text{Dexa} \rightarrow (1 - 0.8\text{Sin}[x]) / (1 + (0.8)^2 - 1.6\text{Cos}[x])\}, \{x, 0, 2\text{Pi}\}$]</p>	<p>ParametricPlot3D[$\{\text{Cos}[x], \text{Sin}[x], \text{Rexa} \rightarrow \text{Sqrt}[1 + (0.8)^2 - 1.6\text{Cos}[x]]\}, \{x, 0, 2\text{Pi}\}$]</p>
	
	
	
<p>ParametricPlot3D[$\{\text{Cos}[x], \text{Sin}[x], \text{Bexa} \rightarrow 0.8\text{Sin}[x] / \text{Sqrt}[1 + (0.8)^2 - 1.6\text{Cos}[x]]\}, \{x, 0, 2\text{Pi}\}$]</p>	<p>ParametricPlot3D[$\{\text{Cos}[x], \text{Sin}[x], \text{Aexa} \rightarrow x + \text{ArcSin}[0.8\text{Sin}[x] / \text{Sqrt}[1 + (0.8)^2 - 1.6\text{Cos}[x]]\}, \{x, 0, 2\text{Pi}\}$]</p>
	
	



STRĂMBAREA PĂTRATULUI → **SUPERNOVE PĂTRATE**









Motto: “ Cel mai frumos lucru pe care il putem experimenta este misterul.
Este sursa tuturor științelor și artelor ”
– Albert Einstein

CAPITOLUL XXI

FUNCTII SUPERNOVE SMARANDACHE

1. INTRODUCERE: NOVELE ȘI SUPERNOVELE DREPTEI

În capitolul anterior s-au prezentat unele **nove** și **supernove matematice** realizate prin **strâmbarea** unor **funcții matematice centrice (FMC) plane** precum dreapta, cercul ș.m.a. ca și a unor funcții **supermatematice plane**, precum cosinusul excentric (**sex θ** și **Cex α**), sinus excentric (**sex θ** și **Sex α**) ș.m.a.

S-a început prin strâmbarea drepteii și transformarea ei într-o cosinusoidă, într-o sinusoidă, într-o elice circulară și respectiv proiecția acesteia într-un cerc, adică într-o **supernovă matematică centrică liniară** dintr-o singură mișcare de rulare a drepteii pe un cilindru.

În realitate, nu dreapta sau segmentul de dreaptă **singur** a fost strâmbat, ci **planul cu dreapta** respectivă. A fost rulat într-o suprafața cilindrică. O diagonală a pătratului plan de $4\pi \times 4\pi$ (Fig. 1) a fost **strâmbată prin rularea pătratului** și transformarea lui într-un cilindru de rază $R = 1$, astfel că dreapta de pe diagonala pătratului plan s-a transformat într-o **elice sau elicoid** care fiind **ocurbă strâmbă în 3D** este o **supernovă a drepteii** pe cilindru circular cu pasul 2π . Cele trei proiecții ale elicei, pe trei plane reciproc perpendiculare, sunt: un **cerc** pe planul yOz , două **sinuoid**e, pe pe cele două plane laterale cilindrului, paralele cu planul xOy și două **cosinusoid**e pe planele paralele cu xOz , care fiind curbe plane sunt **novele dreptei**.

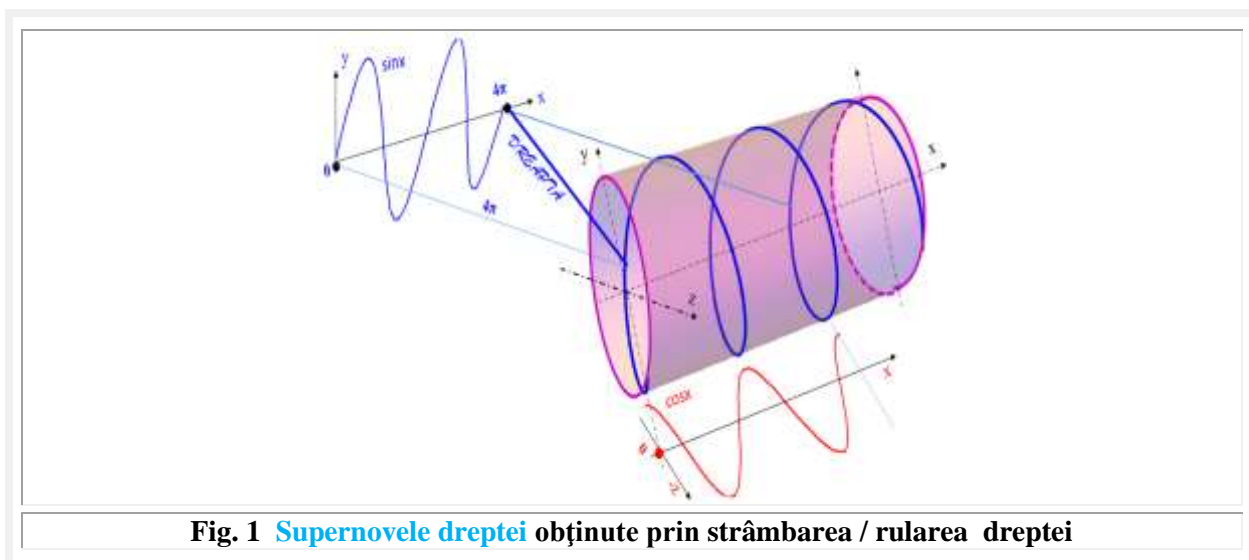
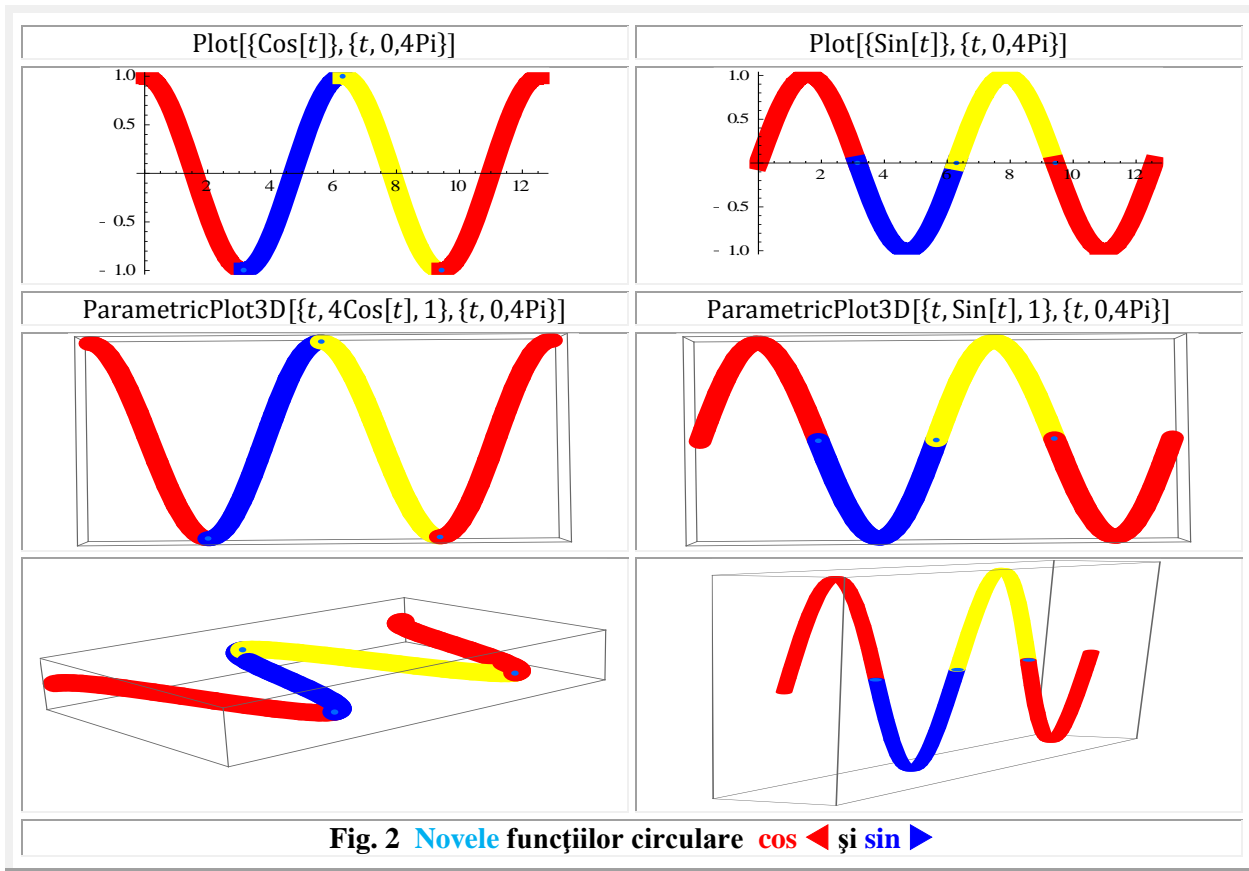


Fig. 1 Supernovele drepteii obținute prin strâmbarea / rularea drepteii

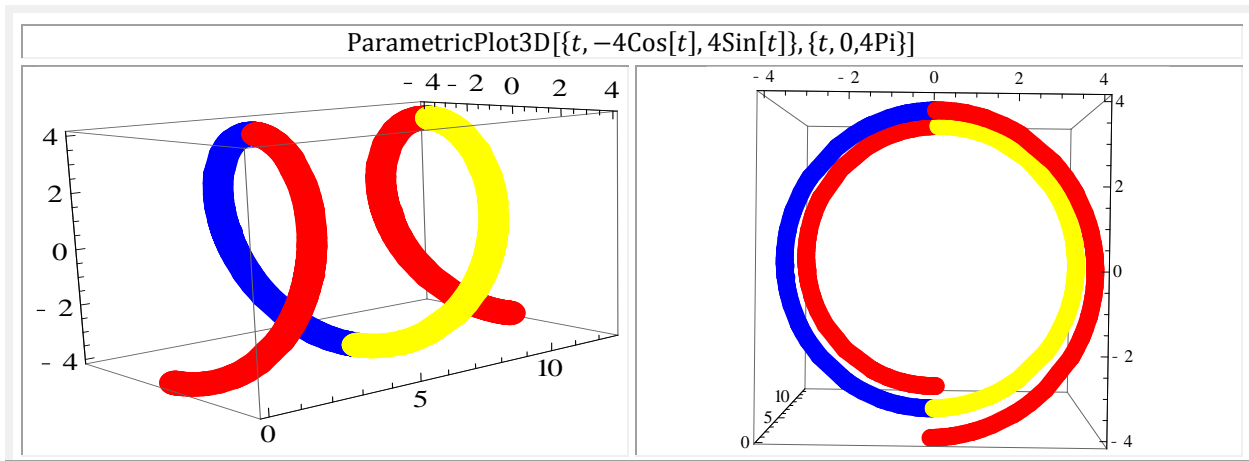
În același timp, pentru a reprezenta funcțiile plane **cos** și **sin în perspectivă**, în figura 1, ele au fost deformat astfel încât să lase senzația că **sin** este într-un **plan vertical**, în timp ce **cos** este într-un **plan orizontal**. Acest lucru a devine posibil prin realizarea **novelor** acestor funcții (Fig. 2), adică a reprezentării în 3D a unei

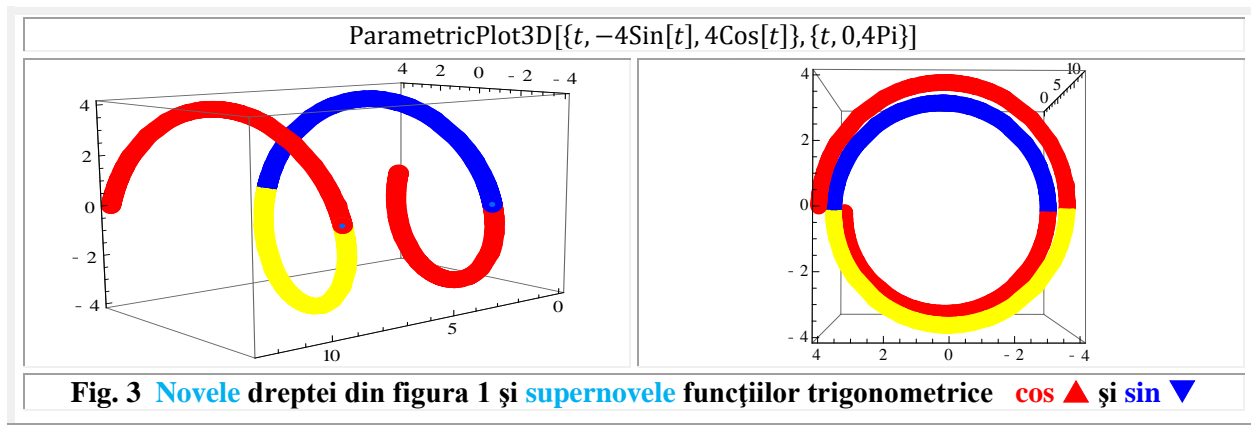
funcții **plane 2D**. Ea rămâne plană și în **3D**, numai că paralelipipedul care încadrează funcția poate fi modificat după dorință ca în **figura 2 ▼**.

Se poate afirma **cu temei** că **sinusul**, **cosinusul** și **cercul** (cu ecuațiile parametrice $x = \cos\alpha$; $y = \sin\alpha$) fiind **curbe plane în 2D**, sunt **nove ale dreptei**, iar **elicea**, fiind o curbă **strâmbă în 3D**, este **supernova dreptei**.



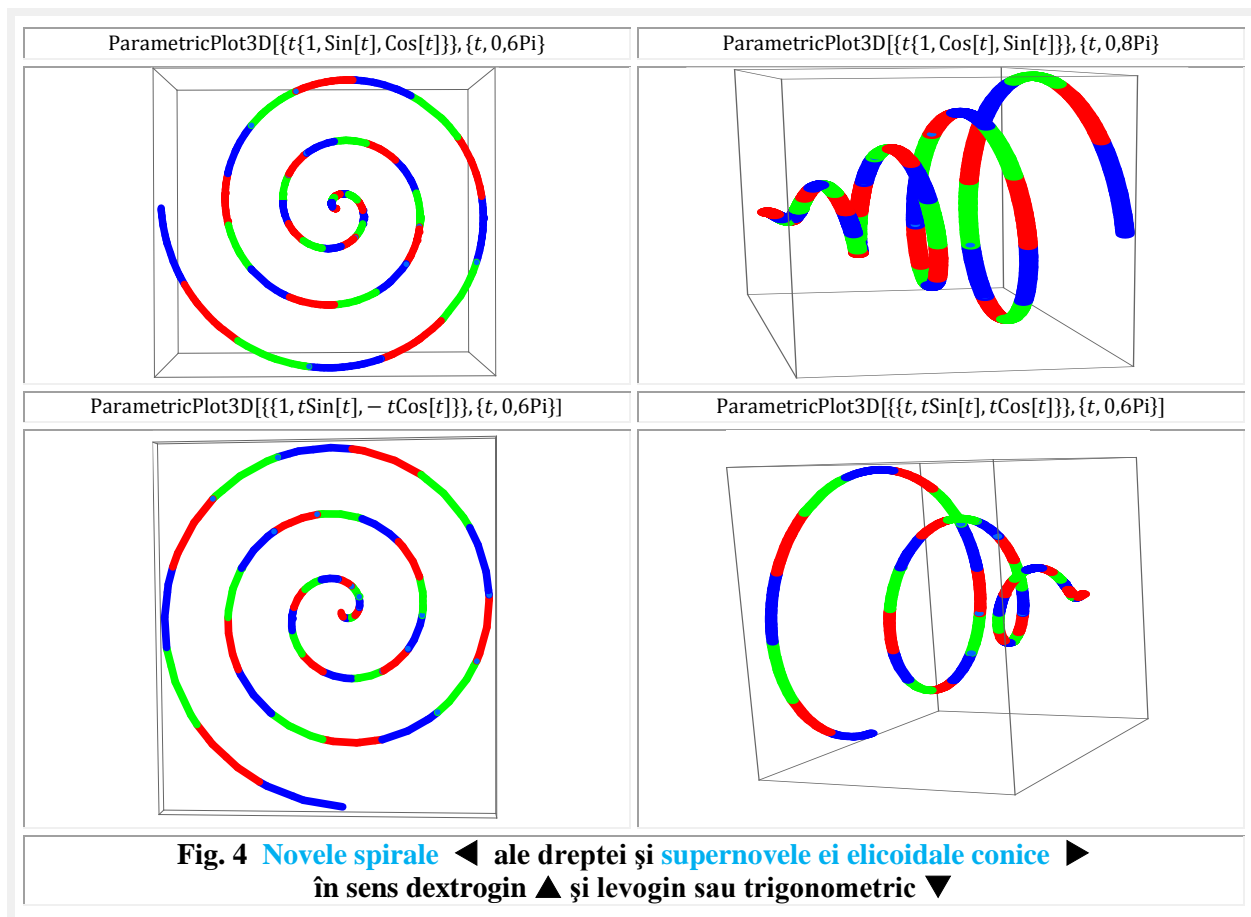
Funcțiile trigonometrice centrice amintite sunt “**strâmbe**” într-un plan (**2D**) prin natura lor, sau comparativ cu o dreaptă sau cu generalizarea dreptei prin strâmbe plane. Dacă se reușește strâmbarea lor și într-un al doilea plan atunci ele devin **supernove trigonometrice centrice**.





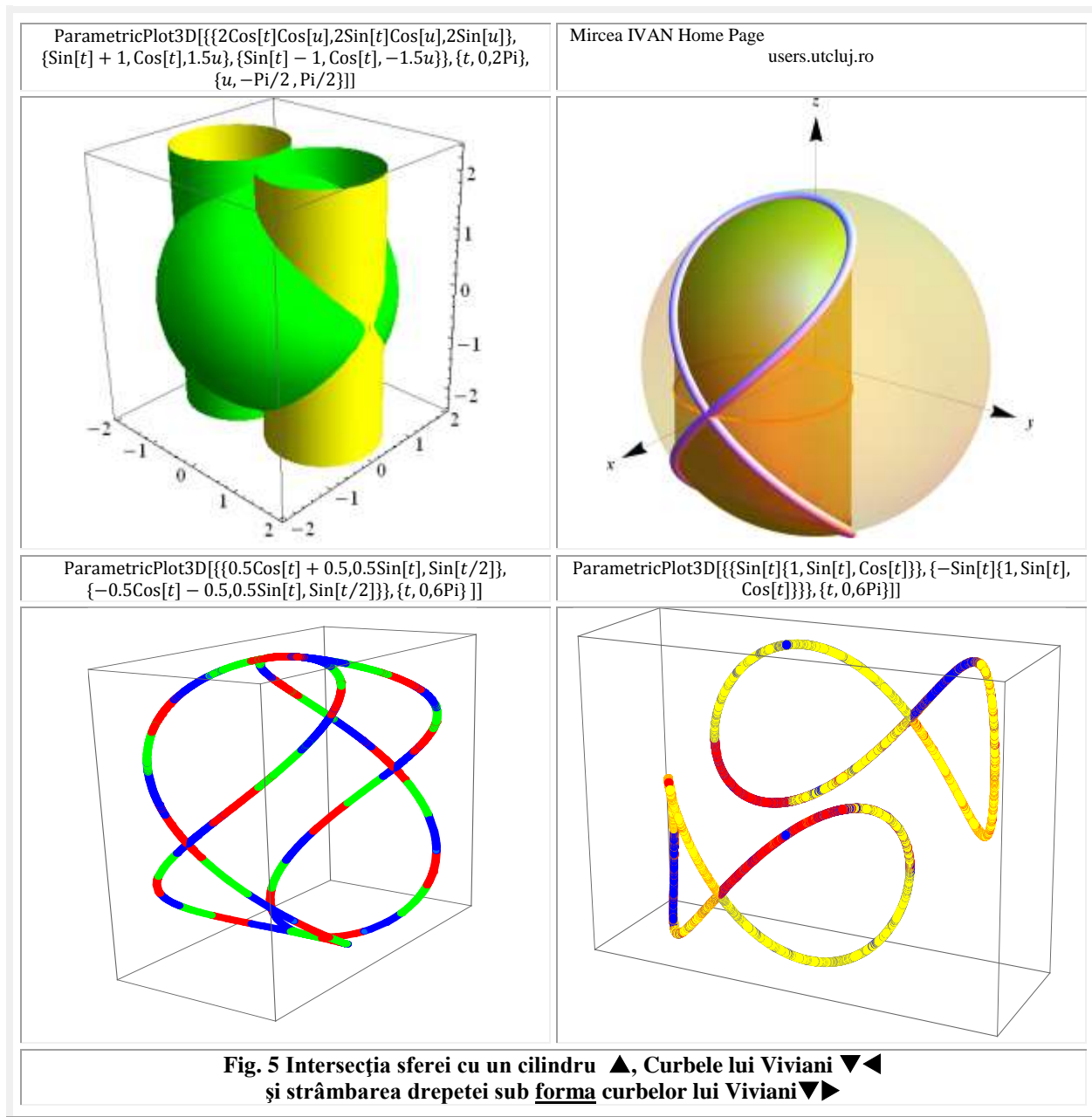
Un astfel de procedeu este prezentat în **figura 3** și a fost realizat prin ecuații parametrice în **3D**, în care $x = t$ și $y = \cos t$ este ecuația parametrică a funcției plane **cos**, iar $y = \sin t$ este ecuația funcției care **strâmbă** graficul funcției **cos** într-un al doilea plan, transformând-o în **supernova funcției cos**. La fel se întâmplă și cu funcția **sin**, de ecuații parametrice $\{x = t \text{ și } y = \sin\}$, pentru care funcția $z = \cos$ este funcția care **strâmbă** într-un al doilea plan pe **sin** transformând-o într-o **supernovă sinusoidală**. (Fig. 3 ▼).

Cuplând altfel parametri, adică $x = t$ și $\{y = \cos t; z = \sin t\}$ iasă în evidență **ecuația elicei circulare** și **ecuația cercului** care este proiecția în planul transversal **yOz** a elicei și a celor două **supernove** trigonometrice centrice.



Dreapta mai poate fi strâmbată în plan sub forma unor **nove spirale** (Fig. 4 ◀) și în 3D sub forma unor **supernove elicoidale conice** (Fig. 4 ▶), într-un sens trigonometric direct ▼ sau în sens invers ▲.

Așa cum rezultă și din figura 5 dreapta poate fi strâmbată și sub forma curbei lui Viviani ▼▶, care este una din cele mai vechi curbe strâmbe cunoscute în matematică, după elice, adică o **supernovă**.



În capitolul anterior s-a arătat cum în **supermatematică** se pot realiza intersecții ale sferei cu un cilindru pătrat, cu un cilindru triunghiular și cu multe alte obiecte 3D.

În concluzie, toate **curbele directe** ale **matematicii centrice** (MC) sunt fie **nove** (curbe plane 2D sau în 3D) fie **supernove** după cum sunt curbe plane sau curbe strâmbe. **Noutatea**, care le-a atribuit denumirea de **nove** și **supernove**, nu constă în natura curbelor ci în modul de obținere a lor prin strâmbarea unei drepte cu aplicații didactice remarcabile.

Fac excepție curbele compuse, rezultate din raportul, produsul sau suma altor funcții, precum tangenta, cotangenta ș.m.a.

La fel se prezintă situația și în cazul curbelor **supermatematice** (**monolobe**, **bilobe**, **trilobe**, **quadrilobe** ș.m.a.). Un exemplu este prezentat în **figura 6** în care familia **quadrilobelor** /cvadrilobelor de raze $R = 0.1s$ (**s** → **excentricitatea liniară numerică**) au fost strâmbate și transformate în **supernove** prin schimbarea lui w din $w = 0,1s$ în $w = 0,1s \cos[x]$, $w = 0,1s \cos[2x]$, $w = 0,1s \cos[3x]$, ș. a.

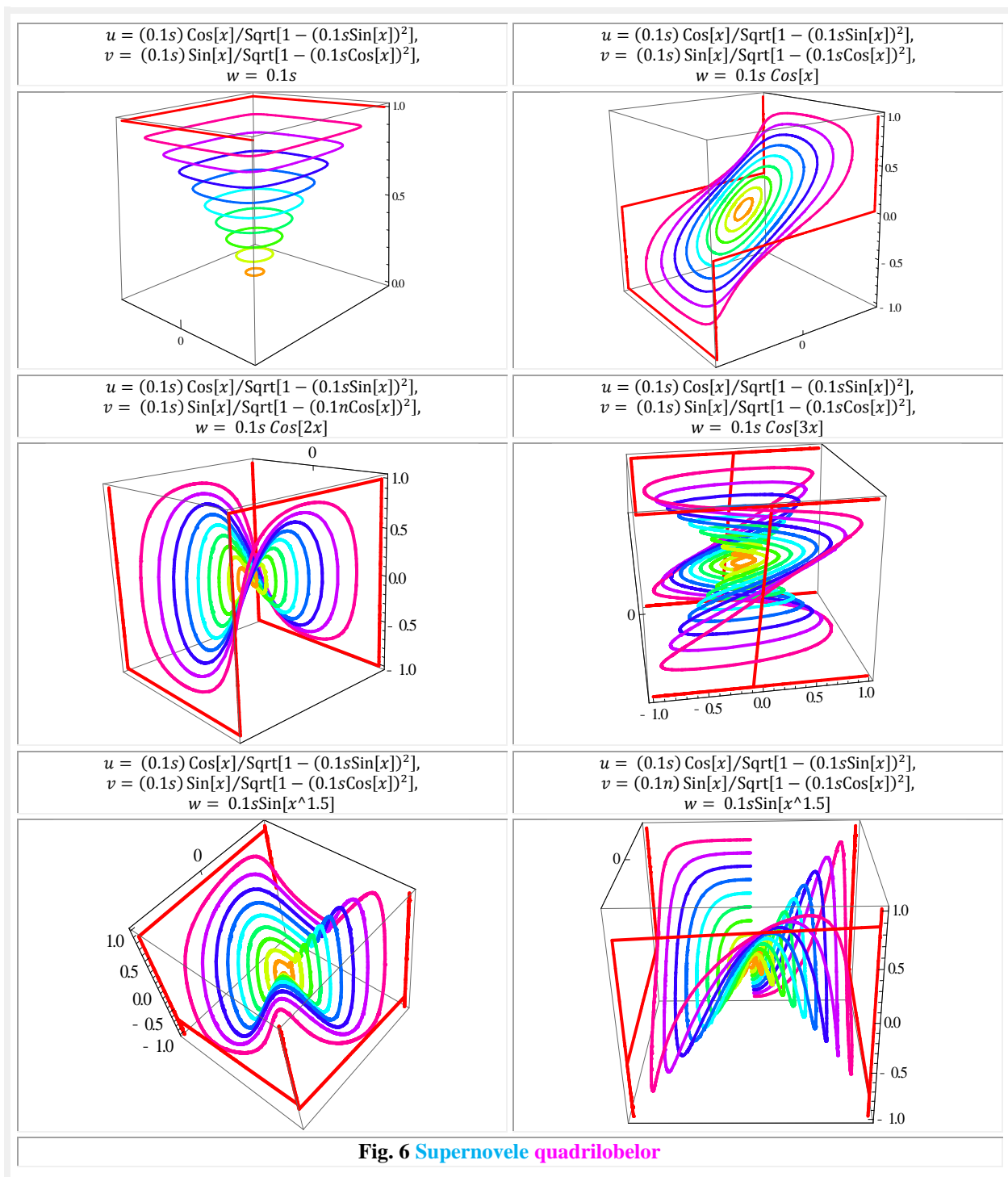


Fig. 6 Supernovele quadrilobelor

2 NOVE ȘI SUPERNOVE SMARANDACHE

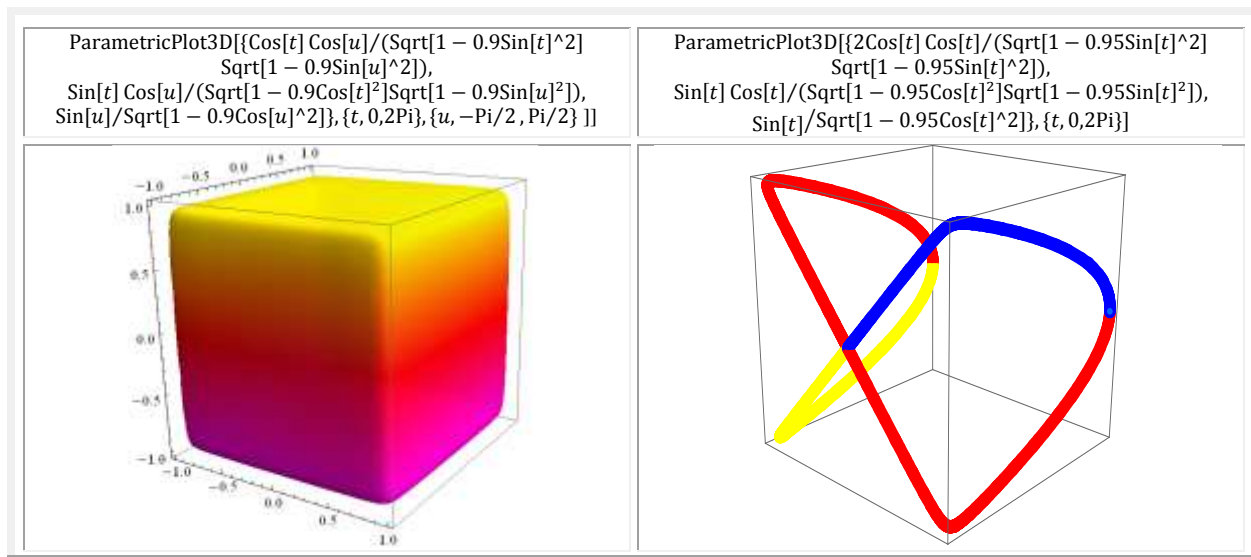
Dacă unui cilindru *pătrat*, închis la cele două capete, adică unui cub (Fig.6 ▲◀), i se modifică ecuațiile parametrice atunci se pot obține noi *supernove*, *necunoscute încă* în matematică ▲► și *nenumite încă*.

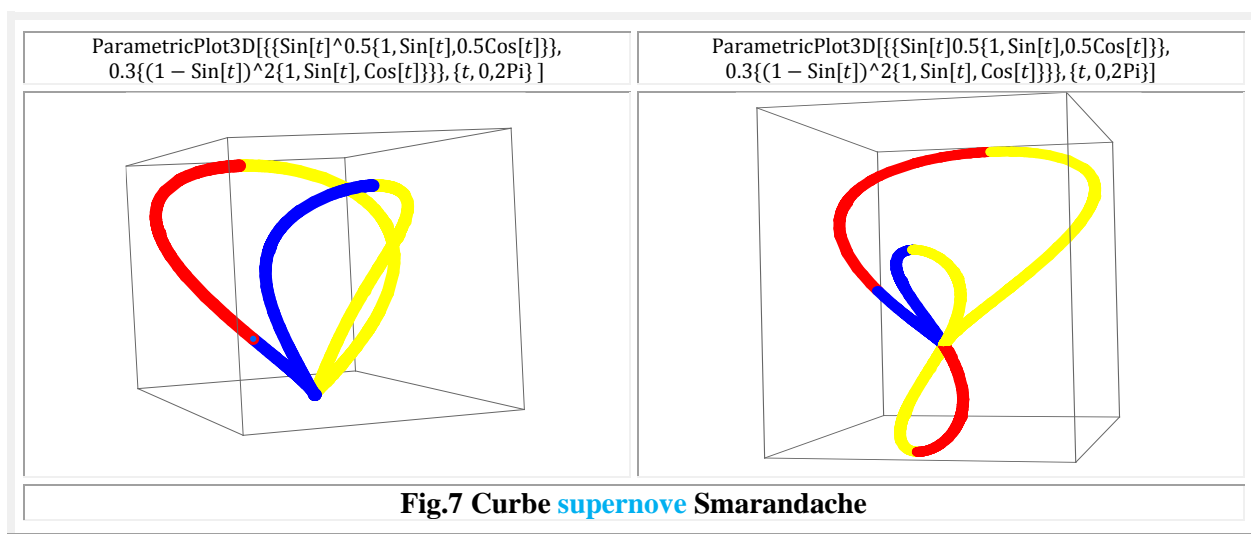
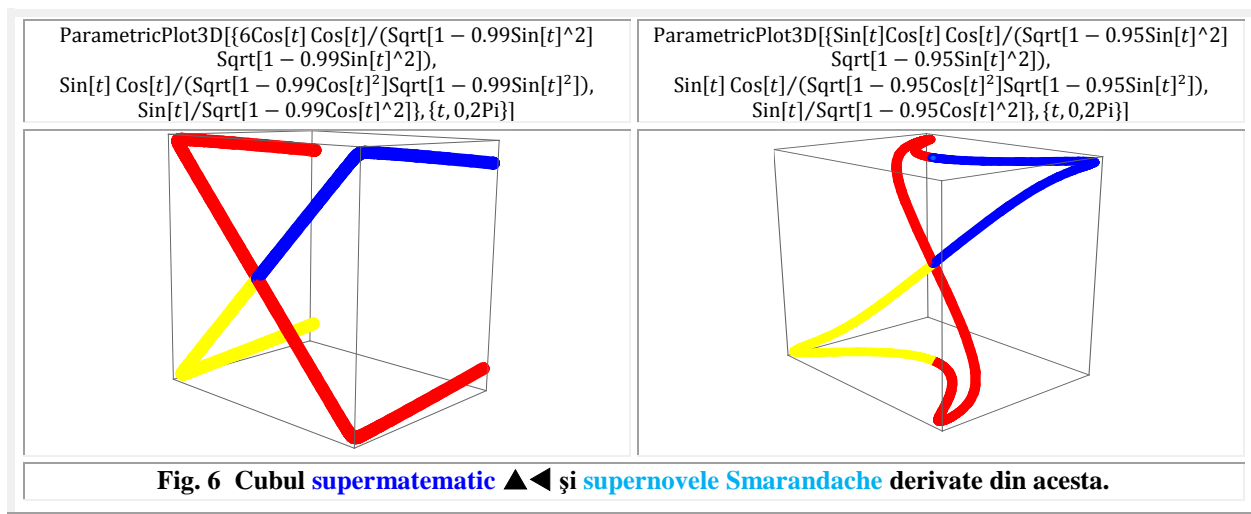
Aceste noi curbe 2D sau noi obiecte matematice 3D vor fi denumite, în onoarea renumitului mare matematicianului american de origine română, **Florentin Smarandache** [Fig.6] șeful Departamentului de Știință și Matematică al Universității din New Mexico, "*nove și supernove Smarandache*". Unele prezentate în continuare.



Dacă în ecuația parametrică a *culubului*, reprezentat cu ecuații *supermatematice*, de excentricitate liniară numerică $s = 0.9$ [Fig. 6 ▲◀] se înlocuiește variabila u cu t , pentru excentricitatea liniară numerică de $s = 0.98$, $s = 0.99$ și $s = 0.95$ și modificarea unor constante, se obțin *supernovele* din figura 6, curbe strâmbe în 3D, adică *supernove*, inexistente până în prezent în **Matematică**.

Alte curbe *supernove Smarandache* sunt prezentate în figura 7 și sunt rezultatul modificărilor ecuațiilor curbelor **Viviani** și **quasiviviani** cu ecuațiile prezentate în figurile respective ▲.





Curbele nove și **supernove**, despre care s-a făcut vorbire până în prezent, sunt **curbe noi** prin natura lor, sau prin modul lor de proveniența din alte curbe, ele fiind net diferite de curbele de la care s-a plecat, prin anumite modificari în ecuațiile lor de definiție, astfel că sursa de la care s-a plecat este foarte greu de precizat și depistat.

Obiectele supernove se obțin fie prin deformarea unor obiecte cunoscute, precum cub, cilindru, sferă ș.m.a. fie prin decuparea, ciobirea, ciuruirea ș.m.a. a celor existente care oferă **obiectelor supernove Smarandache** o *imagine artistică* mai pronunțată care lasă să se determine obiectul **3D** de la care s-a plecat.

Astfel de obiecte **supernove Smarandache** derivate dintr-un cub ▲◀ sunt prezentate în **figura 8** în care apare un cub gol decupat ▲►, un cub ciobit ●◀ și unul ciuruit ●►. Deasupra figurilor sunt trecute ecuațiile lor parametrice iar dedesubt modul de realizare “*artistică*”.

În partea inferioară a **figurii 8** ▼ sunt prezentate două cuburi ciuruite cu alte două cuburi în interiorul lor, tot ciuruite. Așa cum lesne se poate observa, culorile cuburilor pot fi modificate după dorință, iar în locurile goale ciuruite se poate introduce o a treia culoare așa cum se poate observa în **figura 9**. Numărul, forma și mărimea golurilor poate fi modificată după dorință în programul de matematica a lui **Stephan Wolfram** cu denumirea comercială **MATHEMATICA 8**.

Unele **obiecte supernove Smarandache**, derivate din cubul **supermatematic**, au aspect de obiecte tehnice, așa cum se poate observa în **figura 11**.





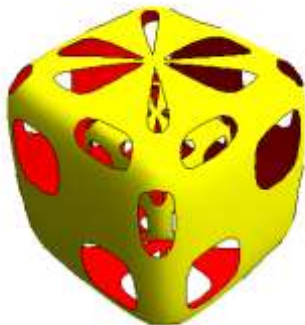
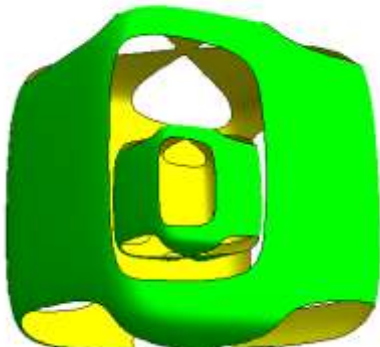
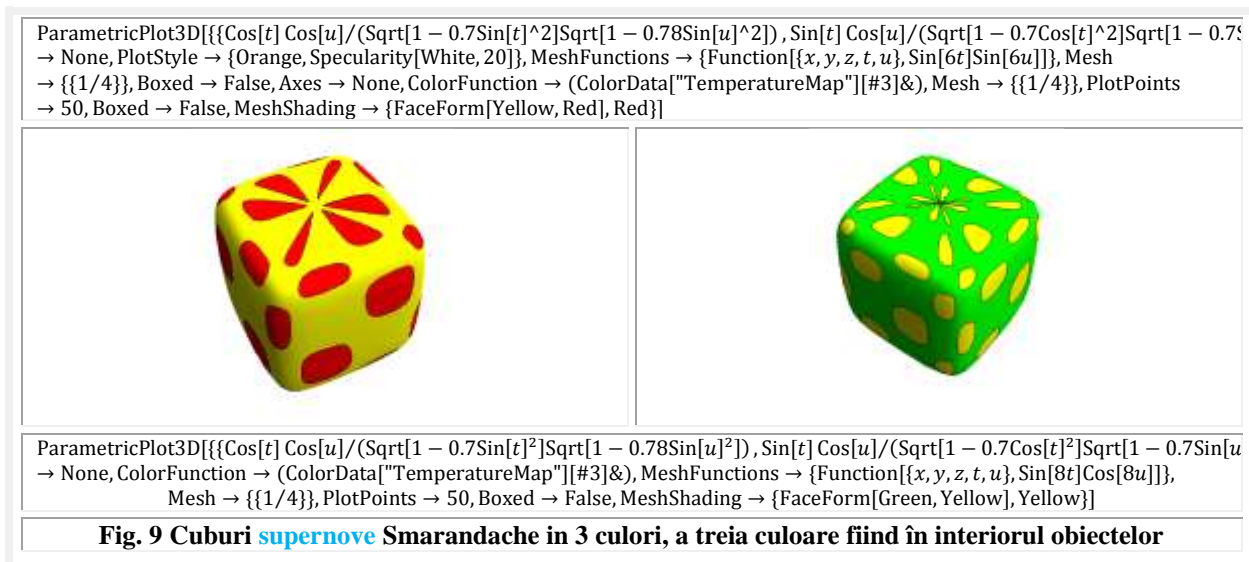
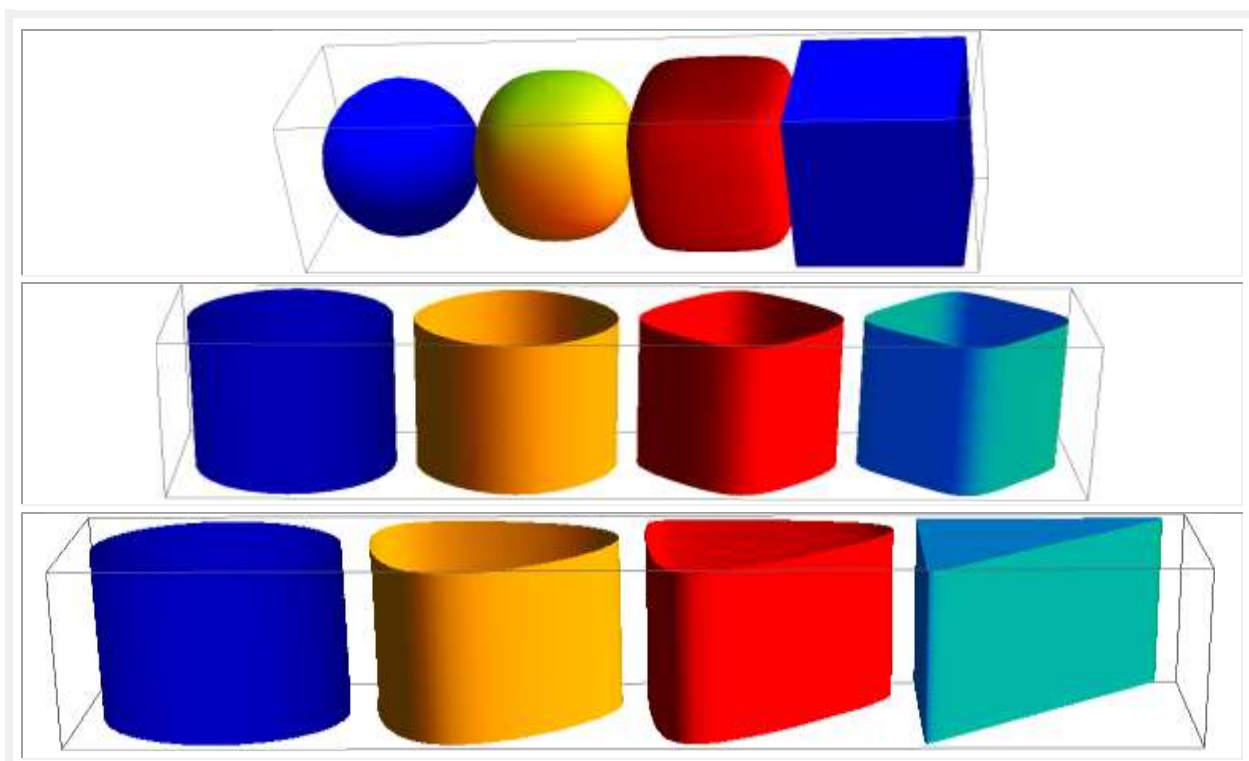
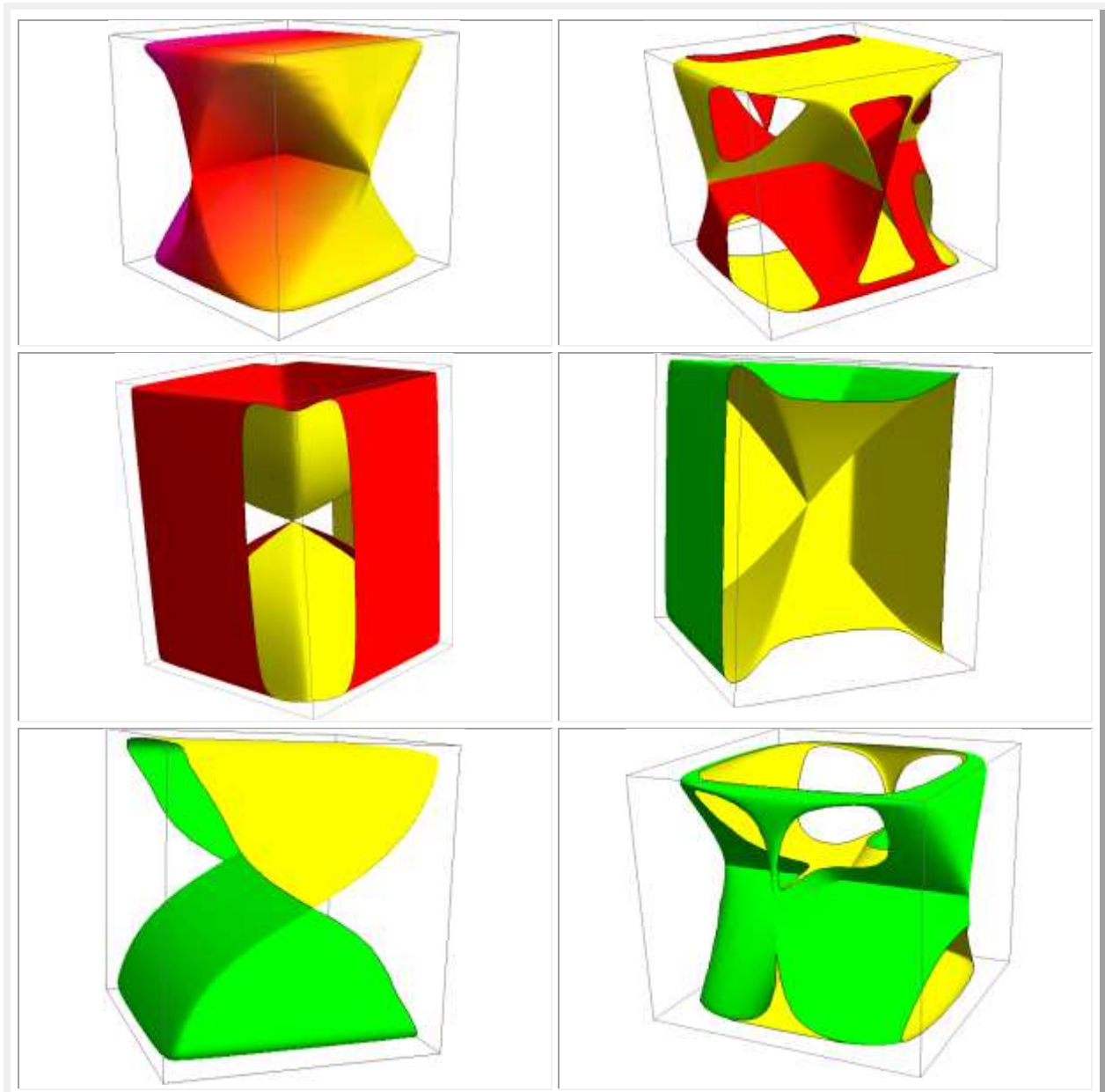
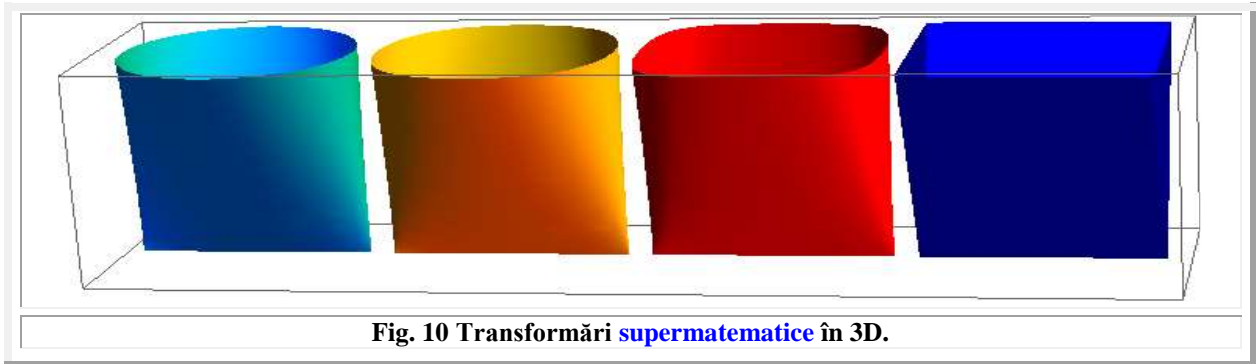
$\text{ParametricPlot3D}\left[\left\{\left\{\frac{\cos[t] \cos[u]}{\sqrt{1 - 0.998 \sin[t]^2}} \sqrt{1 - 0.998 \sin[u]^2}, \sin[t] \cos[u] / \left(\sqrt{1 - 0.998 \cos[t]^2} \sqrt{1 - 0.99 \cos[u]^2}\right), \sqrt{1 - 0.998 \sin[u]^2}\right\}, \{t, 0, 2\pi\}, \{u, -\pi/2, \pi/2\}\right\}\right]$	$\text{ParametricPlot3D}\left[\left\{\left\{\frac{\cos[t] \cos[u]}{\sqrt{1 - 0.999 \sin[t]^2}} \sqrt{1 - 0.999 \sin[u]^2}, \sin[t] \cos[u] / \left(\sqrt{1 - 0.999 \cos[t]^2} \sqrt{1 - \sin[u]^2}\right), \sin[u] / \sqrt{1 - 0.999 \cos[u]^2}\right\}, \{t, 0, 2\pi\}, \{u, -\pi/2, \pi/2\}\right\}\right]$
	
<p>PlotStyle → {Orange, Specularity[White, 20]}, Mesh → False, Boxed → False, Axes → None, ColorFunction → Function[{x, y, u, v}, Directive[Hue[u/(2Pi)], Opacity[0.6]]], Co → {True, True, False, True}</p>	<p>RegionFunction → Function[{x, y, z, u, t}, Sin[6u]Sin[6t] ≥ 0.000001], PlotPoints → 50, Mesh → None, Axes → None, Boxed → False, BoundaryStyle → Black, PlotStyle → Yellow</p>
$\text{RegionPlot3D}\left[2x \cos[y] - \text{ArcSin}[0.9 \cos[x] \sin[x]] < \sin[\cos[y]] + \cos[z] + 4 \&\& y > x \sin[\cos[y]] - \text{ArcSin}[0.9 \sin[x]] + 2 \sin[z] - \text{ArcSin}[0.9 \sin[z]] - 3, \{x, -2, 2\}, \{y, -2, 2\}, \{z, -2, 2\}\right]$	$\text{ParametricPlot3D}\left[\left\{\left\{\frac{\cos[t] \cos[u]}{\sqrt{1 - 0.9 \sin[t]^2}} \sqrt{1 - 0.9 \sin[u]^2}, \sin[t] \cos[u] / \left(\sqrt{1 - 0.9 \cos[t]^2} \sqrt{1 - 0.9 \sin[u]^2}\right), \sin[u] / \sqrt{1 - 0.9 \cos[u]^2}\right\}, \{t, 0, 2\pi\}, \{u, -\pi/2, \pi/2\}\right\}\right]$
	
<p>, Mesh → None, Axes → None, Mesh → None, Boxed → False, ColorFunction → "SolarColors"</p>	<p>PlotStyle → {Orange, Specularity[White, 20]}, Axes → None, ColorFunction → (ColorData["TemperatureMap"][#3]&), MeshFunctions → {Function[{x, y, z, t, u}, Sin[6t]Cos[6u]]}, Mesh → {1/4}, PlotPoints → 50, Boxed → False, MeshShading → {FaceForm[Red, Yellow], None}</p>
	

Fig. 8 Obiecte **supernove** Smarandache transparente, decupate, ciobite, ciuruite și incluse



Reamintim că aceste cuburi sunt denumite **supermatematice** deoarece sunt rezultatul transformării continue a sferei în cub; pentru $s = 0$ obținându-se **sfera**, pentru $s = \pm 1$ **cubul** în discuție, iar pentru restul valorilor **excentricității numerice** $s \in (-1, +1) \setminus \{0\}$ rezultând în **2D** o familie de **quadrilobe** / **cvadrilobe**, curbe închise cu 4 lobi, iar în **3D** o familie de **quadriboizi** (Fig. 10). În aceeași figură au fost prezentate și alte **transformări supermatematice** remarcabile: ale cilindriului **circular** în cilindru **pătrat** și al cilindriului **circular** în unul **prismatic** / triunghiular. Se poate afirma că în **2D** toate formele geometrice **intermediare** din transformarea continuă a cercului în pătrat ($s \in [-1, +1] \setminus \{0\}$), a cercului în triunghi, a cercului în pentagon ș.m.a. denumite **quadrilobe**, **trilobe**, **pentalobe**, ca și obiectele intermediare dintre sferă și cub, dintre sferă și prismă ș.a. pot fi considerate și **nove** și, respectiv, **supernove Smarandache**.





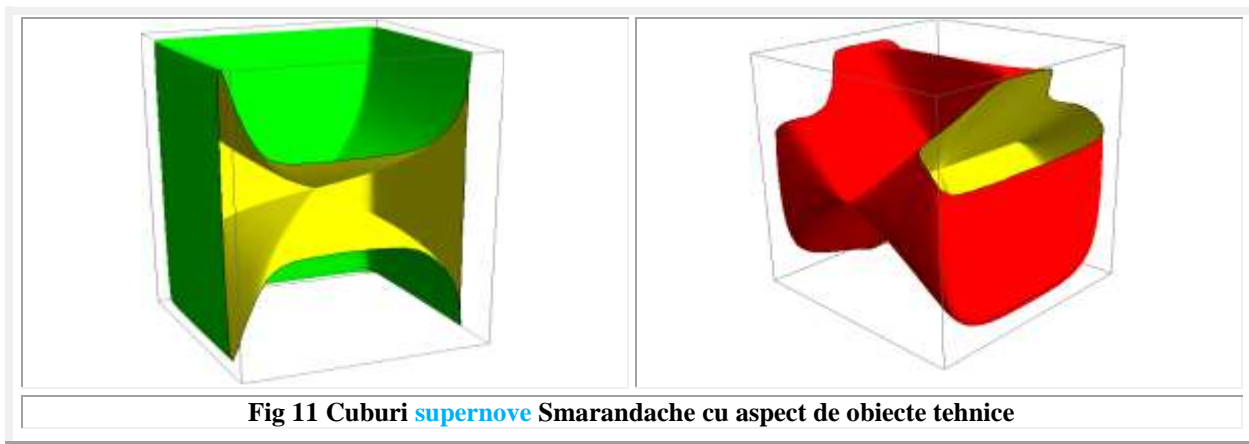
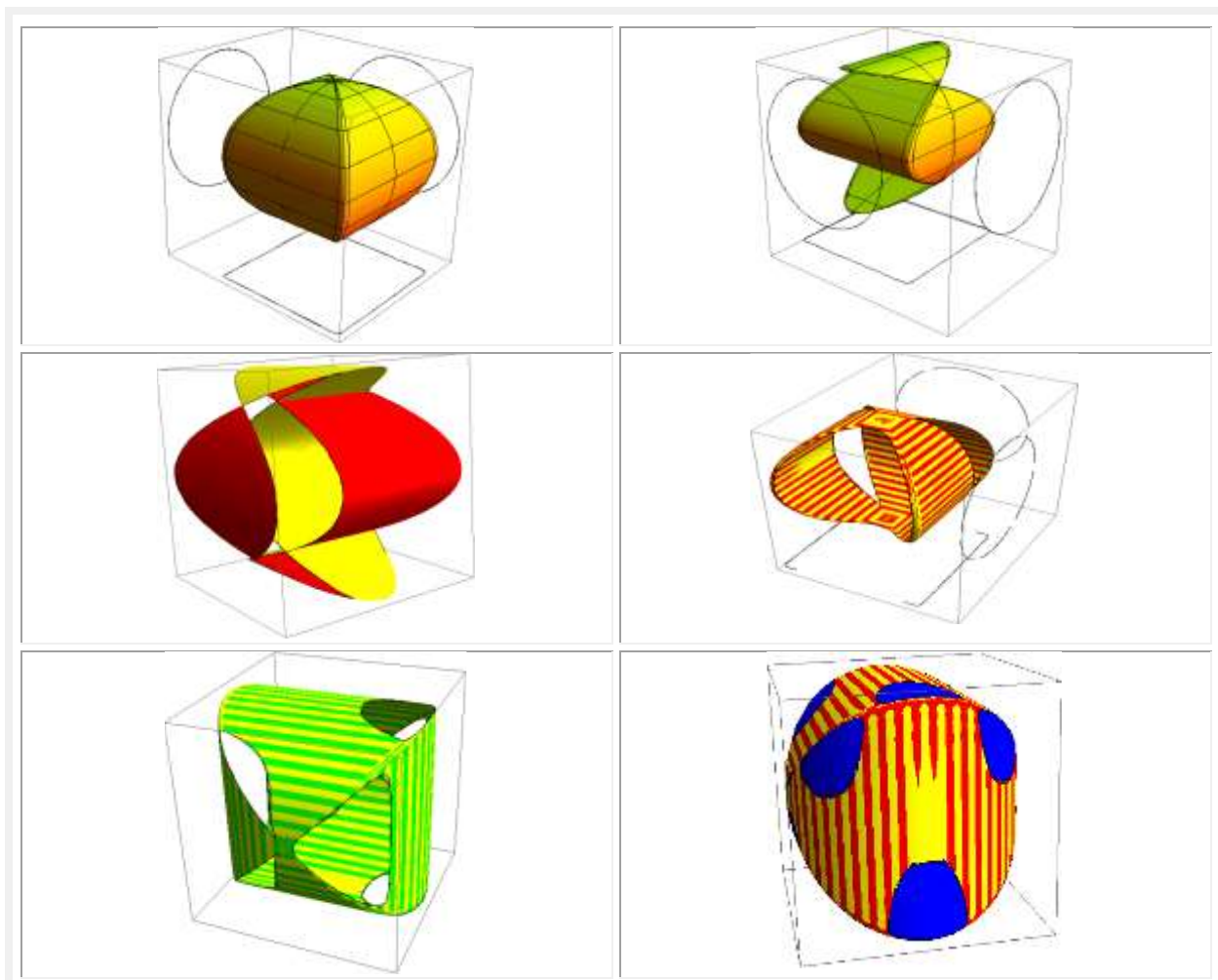
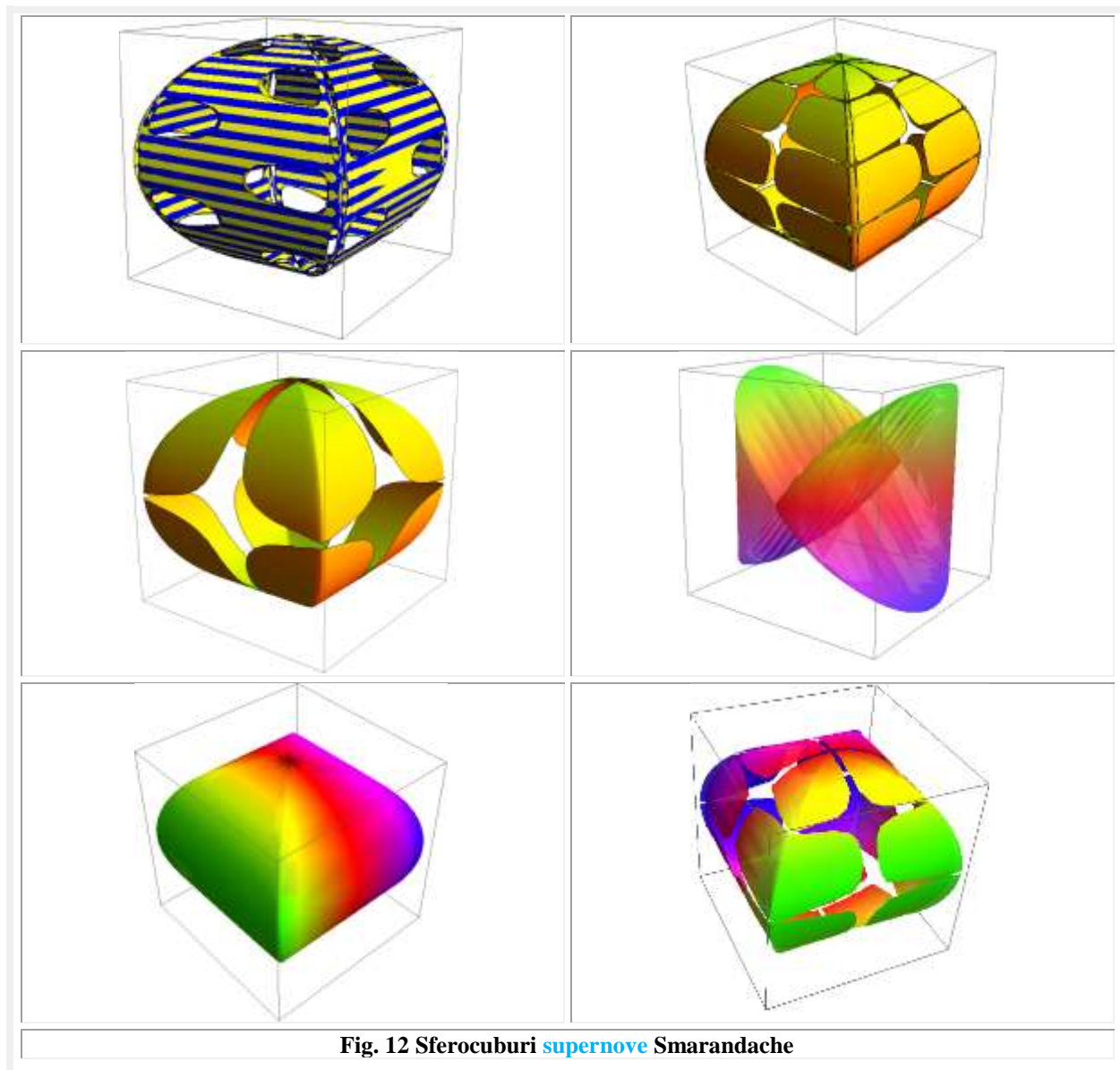


Fig 11 Cuburi **supernove** Smarandache cu aspect de obiecte tehnice

Un alt obiect **supermatematic** este **sferocubul**, obiect care în două proiecții este un *disc circular* și în a treia proiecție un *disc pătrat* (Fig. 12 ▲◄). Acest obiect era cunoscut ca formă și în matematica centrică și a fost chiar desenat, dar n-a fost reprezentat prin ecuații matematice parametrice așa cum a făcut noua (**super**)matematică. Prin mici modificări în ecuațiile de definire ale **sferocubului** (**cex0** și **sex0**) s-au obținut sferocuburi **supernove** Smarandache.



Fig. 12 Sferocuburi **supernove** Smarandache

Funcția **supermatematică circulară excentrică (FSM–CE) radial excentric** de **variabilă centrică α** este prezentată în partea superioară a **figurii 13,a** în **2D** sus ▲ și în **3D** dedesubt ▼.

Există și funcții **radial excentrice de variabilă excentrică θ** (Fig. 13,b).

Marele matematician Prof. Dr. Math. **Octav Em. Gheorghiu**, asistentul Prof. **Grigore C. Moisil** încă din timpul studenției și șeful Catedrei de Matematică a Universității “POLITEHNICA” din Timișoara, a denumit această **FSM – CE** drept “**funcție rege**” deoarece ea exprimă distanța în plan dintre două puncte: unul pe cercul unitate / trigonometric și altul în planul cercului, astfel că ea poate descrie **singură** toate ecuațiile curbelor plane cunoscute în Matematica ordinară, denumită acum și **Matematică Centrică (MC)** și mult mai multe curbe din noua **Matematică Excentrică (ME)** a **SuperMatematicii (SM)**.

FSM–CE radial excentric este distanța în plan dintre **excentrul $S(s, \varepsilon)$** și punctele **$W_{1,2}(x_{1,2}, y_{1,2})$** de pe cercul unitate **$CU(O,1)$** reprezentând, totodată, **raza excentrică** a cercului **$r = R \cdot \text{rex}\theta$** sau **$r = R \cdot \text{Rex}\alpha$** .

Aceste funcții rege au făcut posibilă exprimarea sumei și a diferenței a două numere complexe exprimate sub formă trigonometrică și au permis determinarea unei relații de calcul simple, cu numai doi

termeni, a *integralei eliptice complete* de speța întâia $K(k)$ cu o precizie de minimum *15 zecimale exacte* !

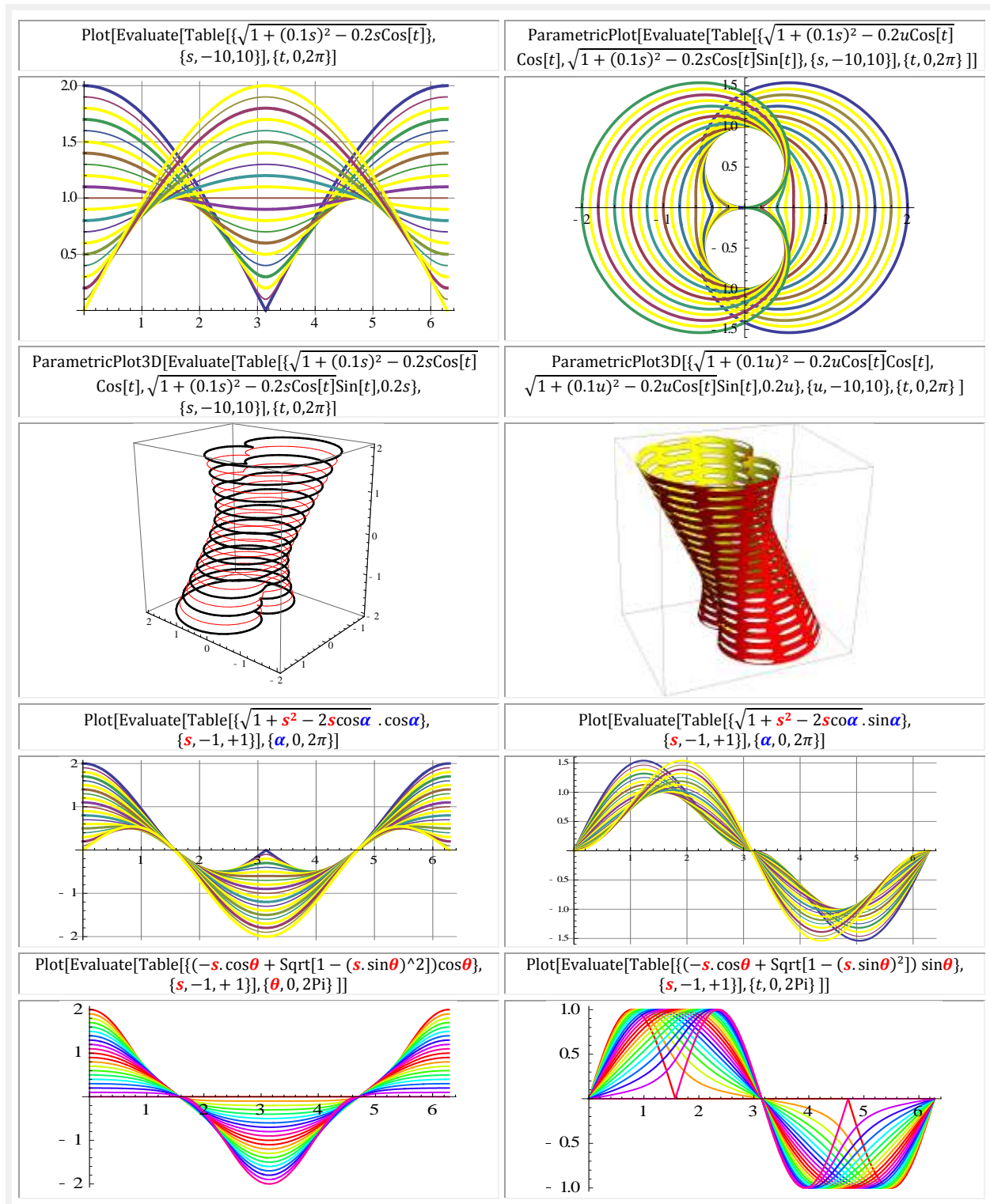
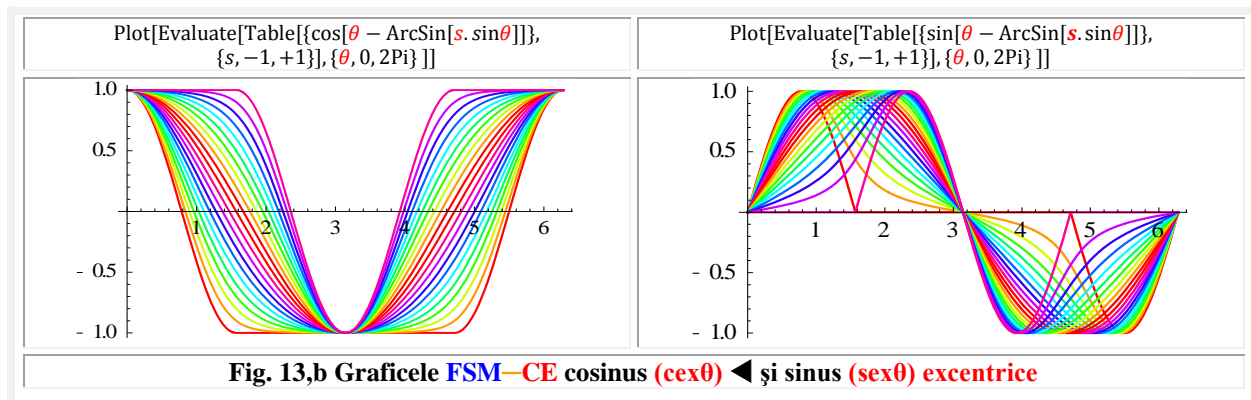


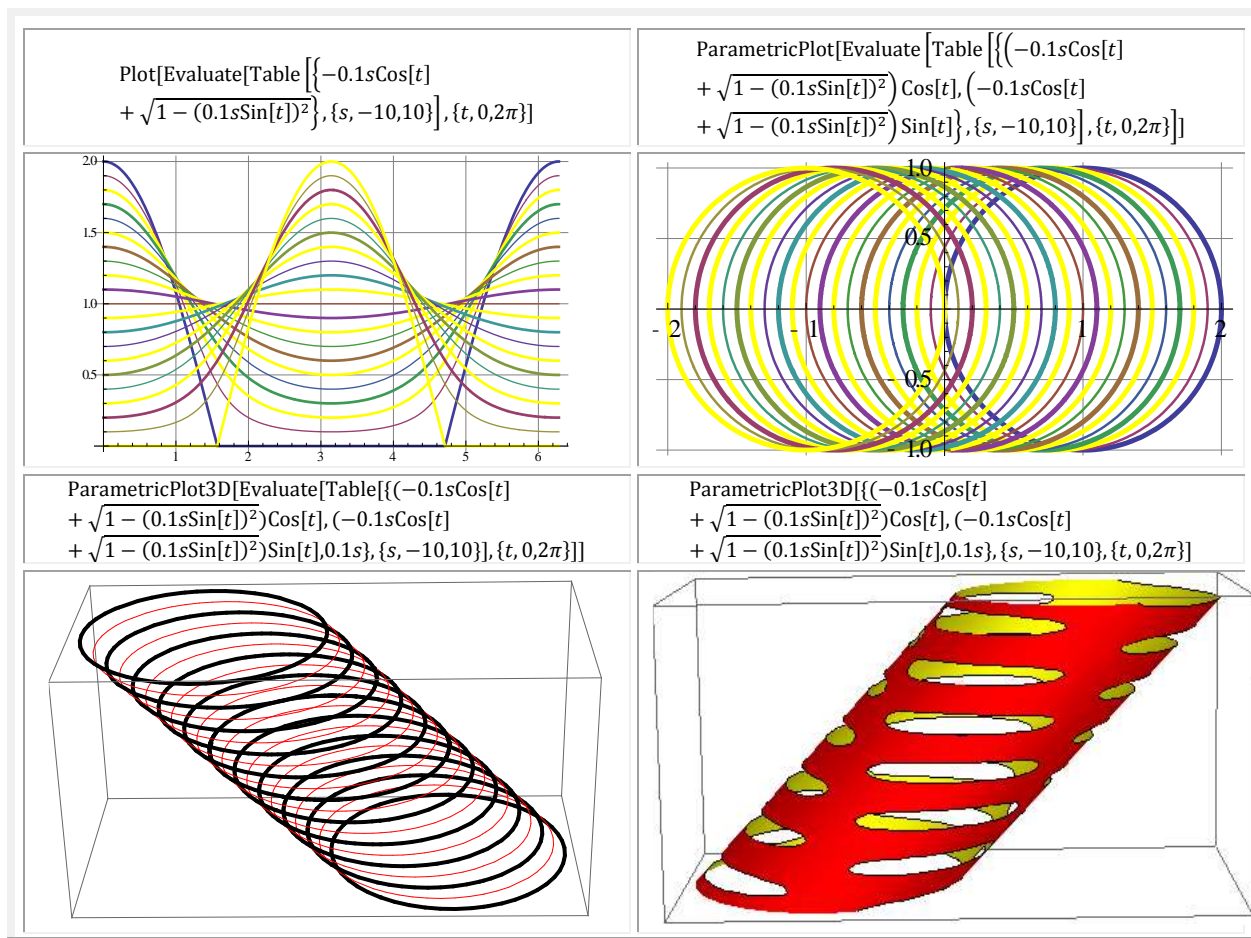
Fig. 13,a FSM—CE radial excentrică de variabilă centrică α în 2D ▲ și în 3D ●

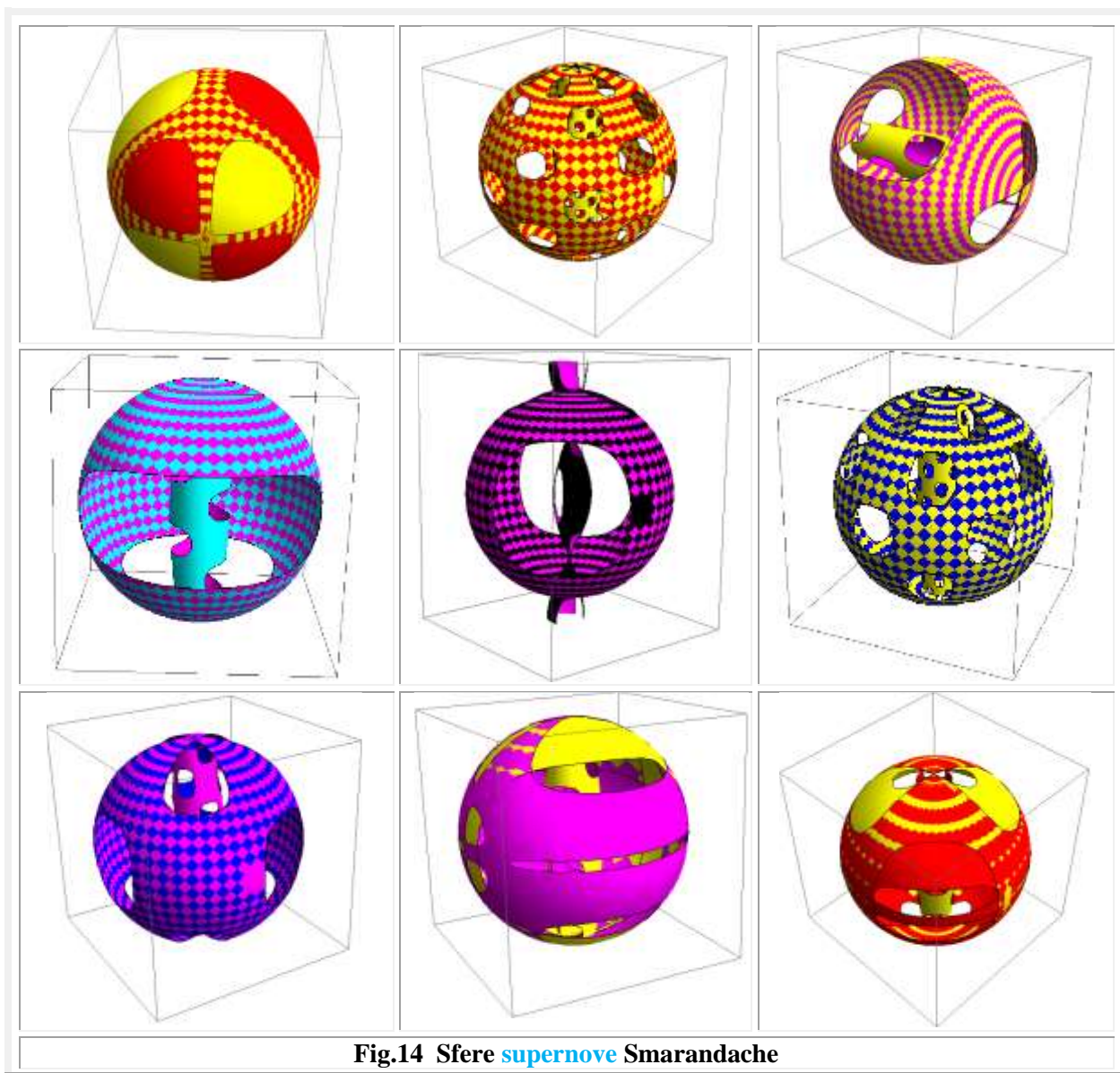
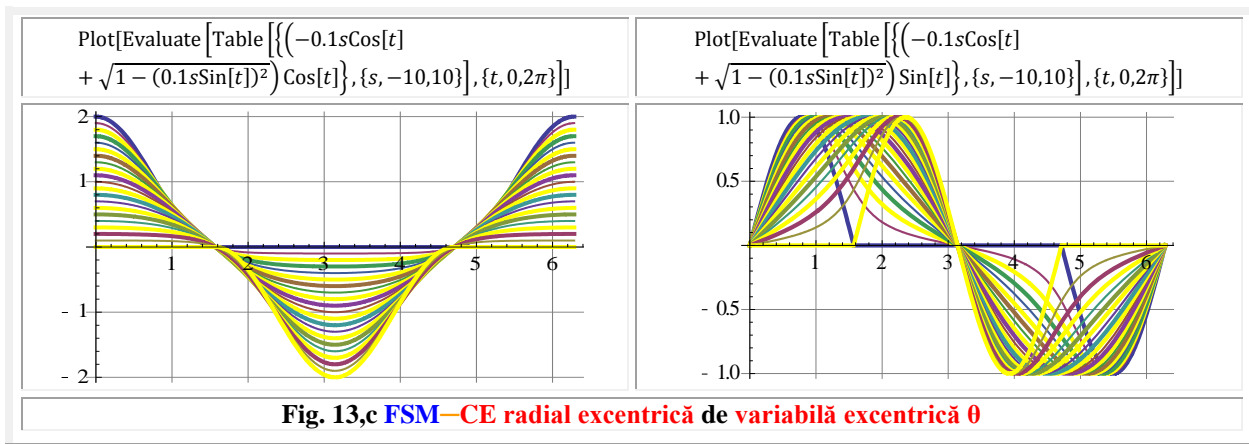
Funcții cosinus și sinus de amplitudini (rază $r = \begin{cases} \text{Rex}\alpha \uparrow \\ \text{rex}\theta \downarrow \end{cases}$ variabile $\nabla \begin{cases} \alpha \uparrow \\ \theta \downarrow \end{cases}$)



În figura 13,b sunt reprezentate FSM–CE cosinus (cex) și sinus (sex) excentrice de variabilă excentrică θ care arata că sinusul excentric ($y = \text{sex}\theta$) pe cercul unitate de rază $R = 1$ este identic cu sinusul excentric de rază variabilă $r = \text{Rex}\alpha$ ($y = \text{Rex}\alpha.\sin\theta$) și de variabilă centrică α , dar de excentricități unghiulare nule ($\varepsilon = 0$) adică :

- (1) $y = \sin\alpha = \sin[\theta - \beta(\theta)] = \sin[\theta - \arcsin[s.\sin\theta]] = \text{sex}\theta = \text{rex}\theta.\sin\theta = \text{Rex}\alpha \sin\theta$, deoarece $\text{rex}\theta = \text{Rex}\alpha$;
- (2) $-\text{s}.\cos\theta + \sqrt{1 - \text{s}^2.\sin^2\theta} = \sqrt{1 + \text{s}^2 - 2\text{s}.\cos\alpha}$, $\theta = \alpha + \beta$.





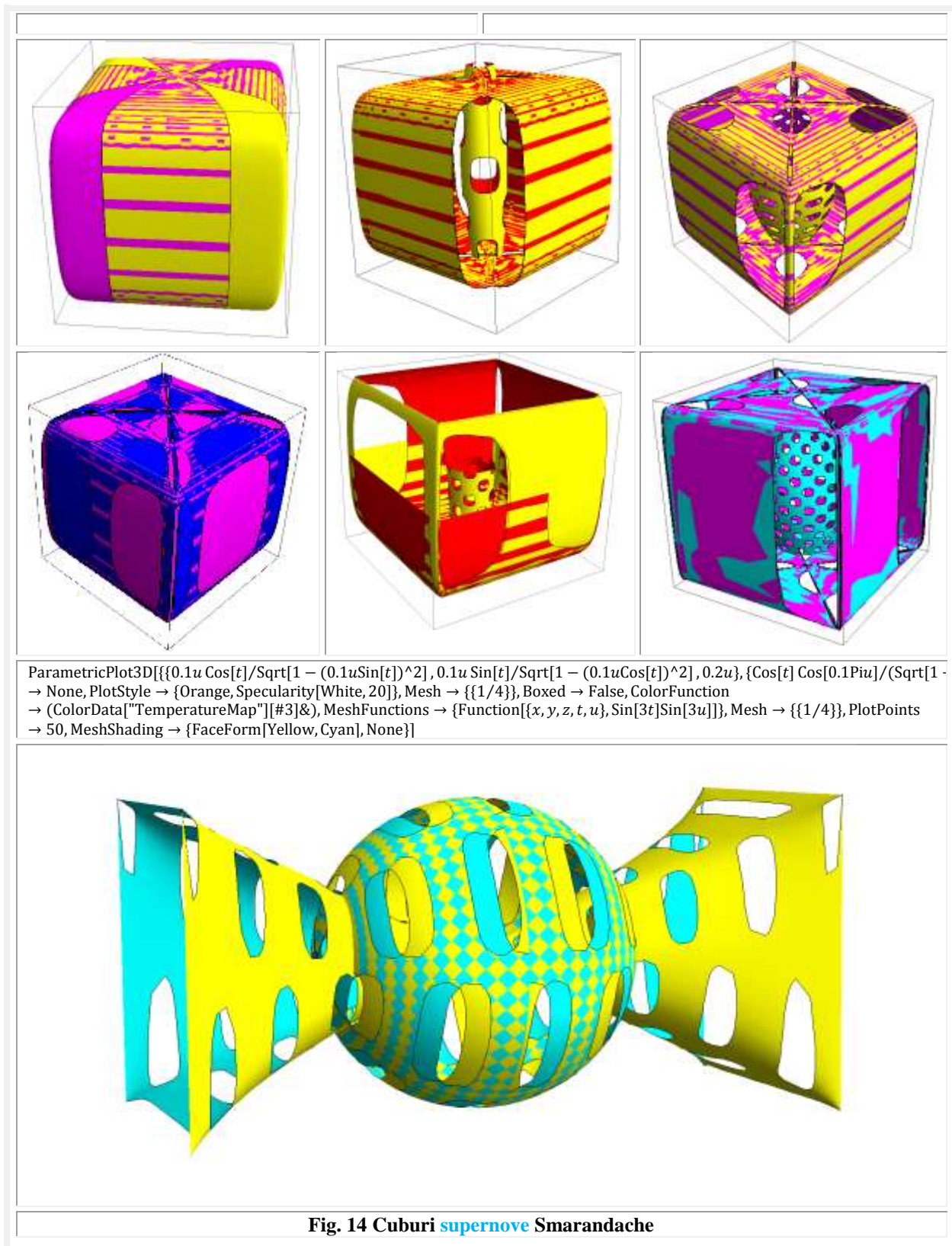


Fig. 14 Cuburi **supernove** Smarandache

Motto: “ Cel mai frumos lucru pe care il putem experimenta este *misterul*.
Este sursa tuturor științelor și artelor ”
– Albert Einstein

CAPITOLUL XXI

FUNCTII SUPERNOVE SMARANDACHE

1. INTRODUCERE: NOVELE ȘI SUPERNOVELE DREPTEI

În capitolul anterior s-au prezentat unele **nove** și **supernove matematice** realizate prin **strâmbarea** unor **funcții matematice centrice (FMC) plane** precum dreapta, cercul ș.m.a. ca și a unor funcții **supermatematice plane**, precum cosinusul excentric (**cex θ** și **Cex α**), sinus excentric (**sex θ** și **Sex α**) ș.m.a.

S-a început prin strâmbarea drepteii și transformarea ei într-o cosinusoidă, într-o sinusoidă, într-o elice circulară și respectiv proiecția acesteia într-un cerc, adică într-o **supernovă matematică centrică liniară** dintr-o singură mișcare de rulare a drepteii pe un cilindru.

În realitate, nu dreapta sau segmentul de dreaptă **singur** a fost strâmbat, ci **planul cu dreapta** respectivă. A fost rulat într-o suprafața cilindrică. O diagonală a pătratului plan de $4\pi \times 4\pi$ (Fig. 1) a fost **strâmbată prin rularea pătratului** și transformarea lui într-un cilindru de rază $R = 1$, astfel că dreapta de pe diagonala pătratului plan s-a transformat într-o **elice sau elicoid** care fiind **ocurbă strâmbă în 3D** este o **supernovă a drepteii** pe cilindru circular cu pasul 2π . Cele trei proiecții ale elicei, pe trei plane reciproc perpendiculare, sunt: un **cerc** pe planul yOz , două **sinusoide**, pe pe cele două plane laterale cilindrului, paralele cu planul xOy și două **cosinusoide** pe planele paralele cu xOz , care fiind curbe plane sunt **novele drepteii**.

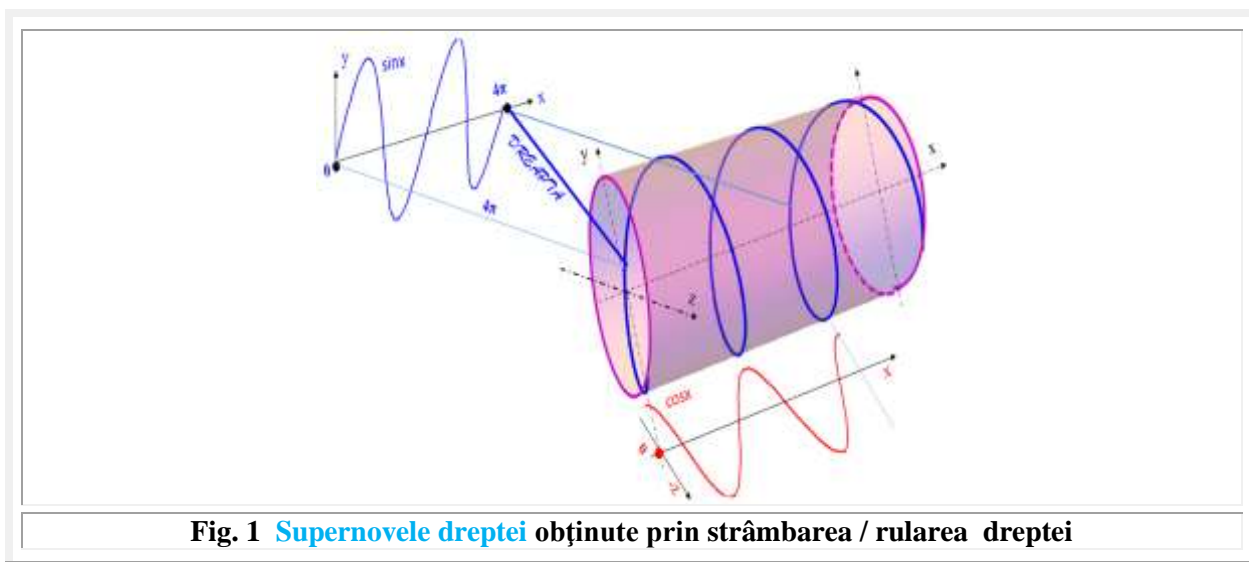
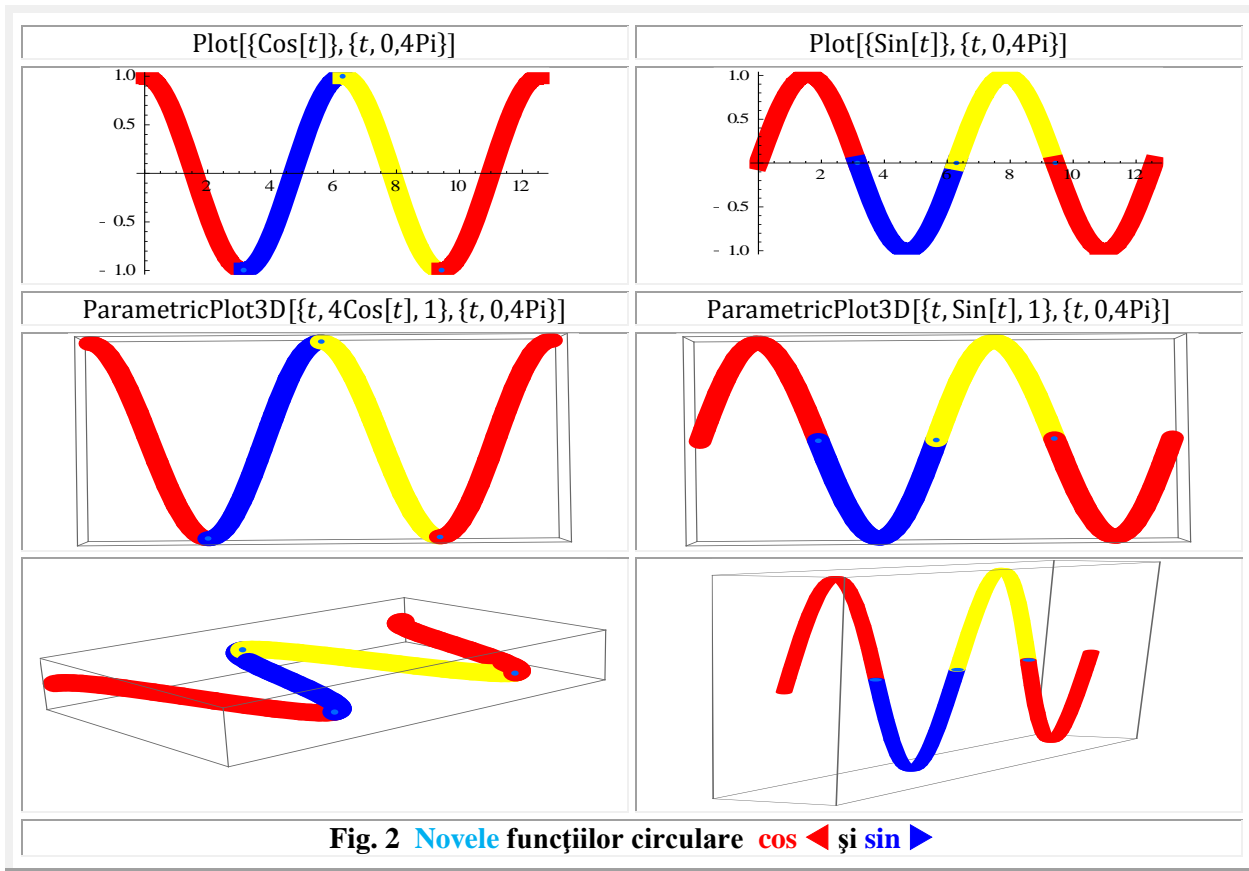


Fig. 1 Supernovele drepteii obținute prin strâmbarea / rularea drepteii

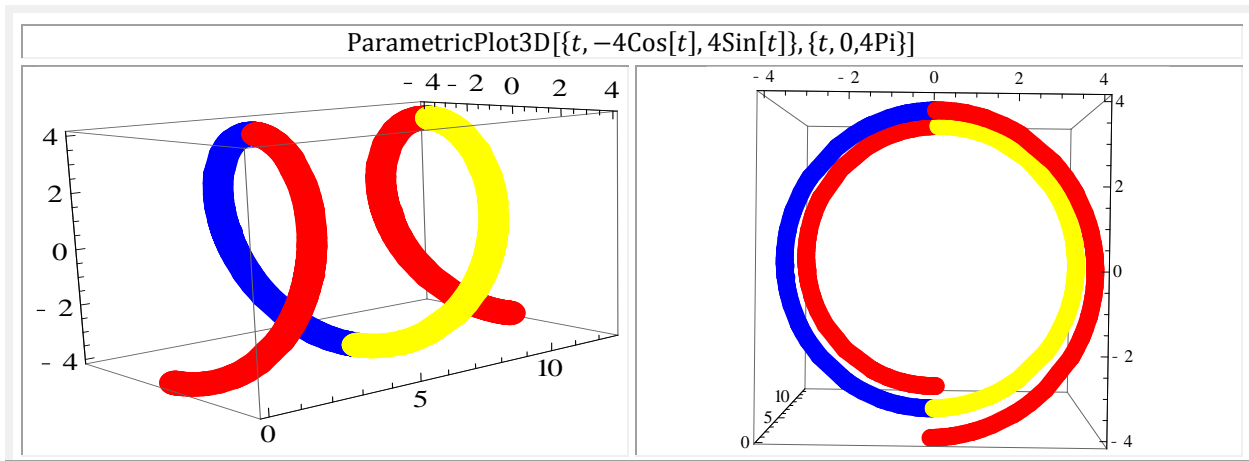
În același timp, pentru a reprezenta funcțiile plane **cos** și **sin în perspectivă**, în **figura 1**, ele au fost deformate astfel încât să lase senzația că **sin** este într-un **plan vertical**, în timp ce **cos** este într-un **plan orizontal**. Acest lucru devine posibil prin realizarea **novelor** acestor funcții (Fig. 2), adică a reprezentării în 3D a unei

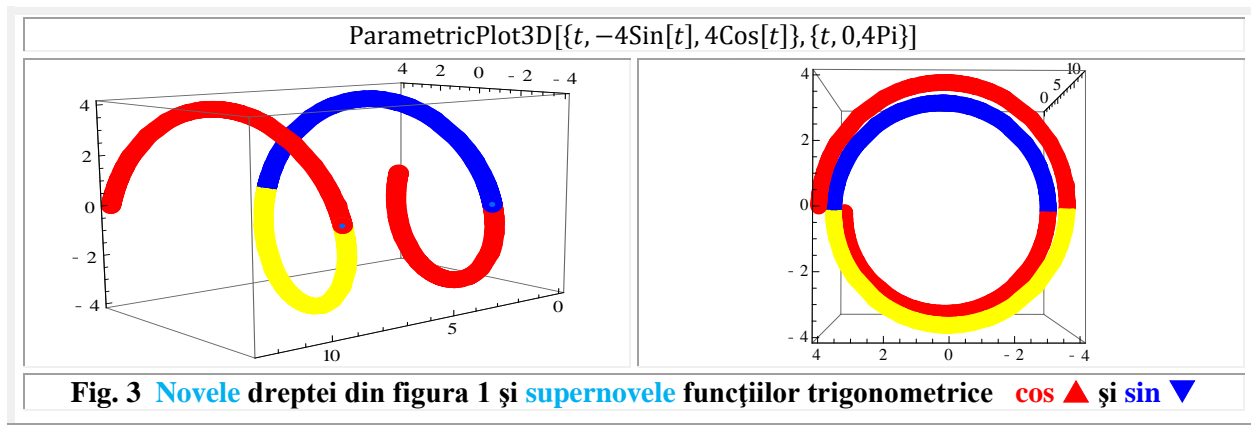
funcții **plane 2D**. Ea rămâne plană și în **3D**, numai că paralelipipedul care încadrează funcția poate fi modificat după dorință ca în **figura 2 ▼**.

Se poate afirma **cu temei** că **sinusul**, **cosinusul** și **cercul** (cu ecuațiile parametrice $x = \cos\alpha$; $y = \sin\alpha$) fiind **curbe plane în 2D**, sunt **nove ale dreptei**, iar **elicea**, fiind o curbă **strâmbă în 3D**, este **supernova dreptei**.



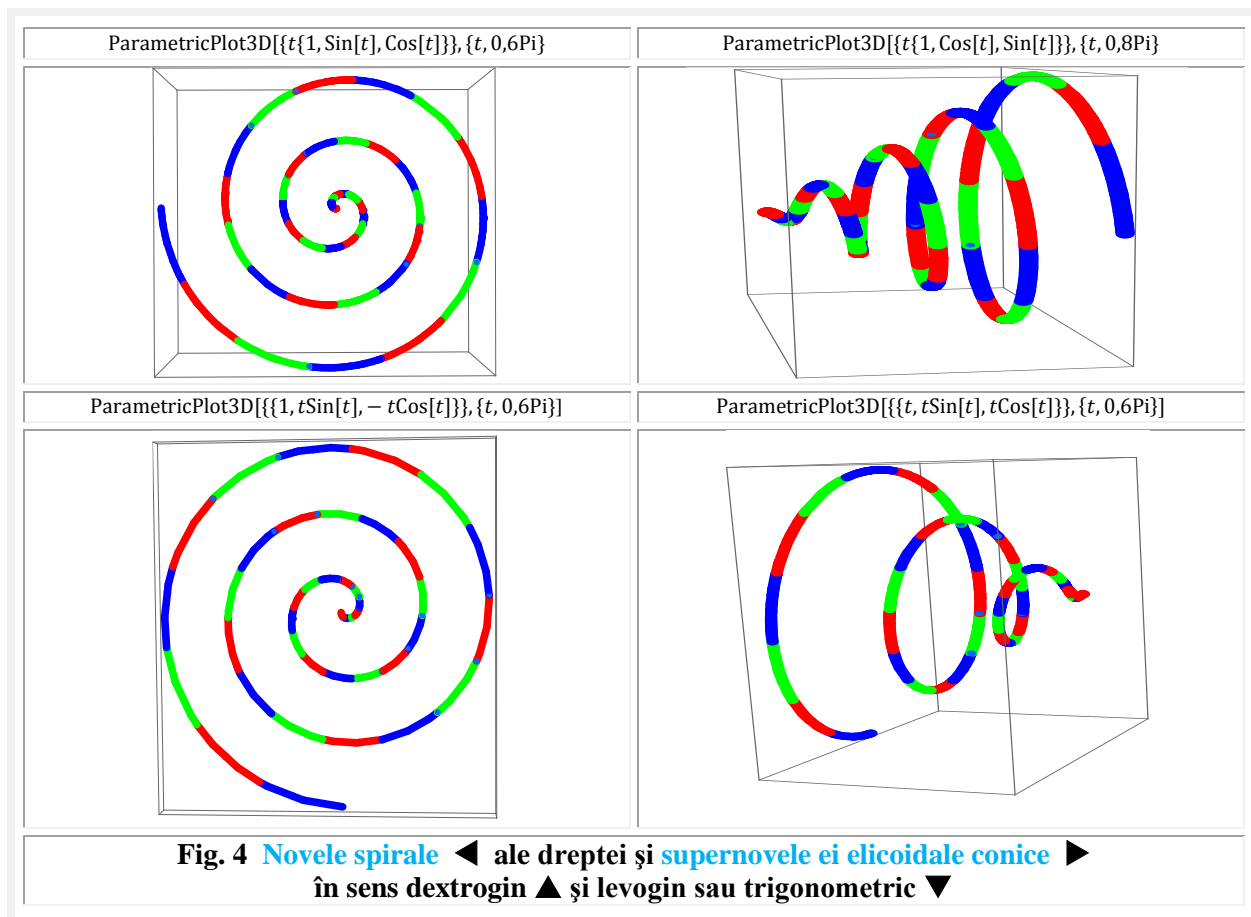
Funcțiile trigonometrice centrice amintite sunt “**strâmbe**” într-un plan (**2D**) prin natura lor, sau comparativ cu o dreaptă sau cu generalizarea dreptei prin strâmbe plane. Dacă se reușește strâmbarea lor și într-un al doilea plan atunci ele devin **supernove trigonometrice centrice**.





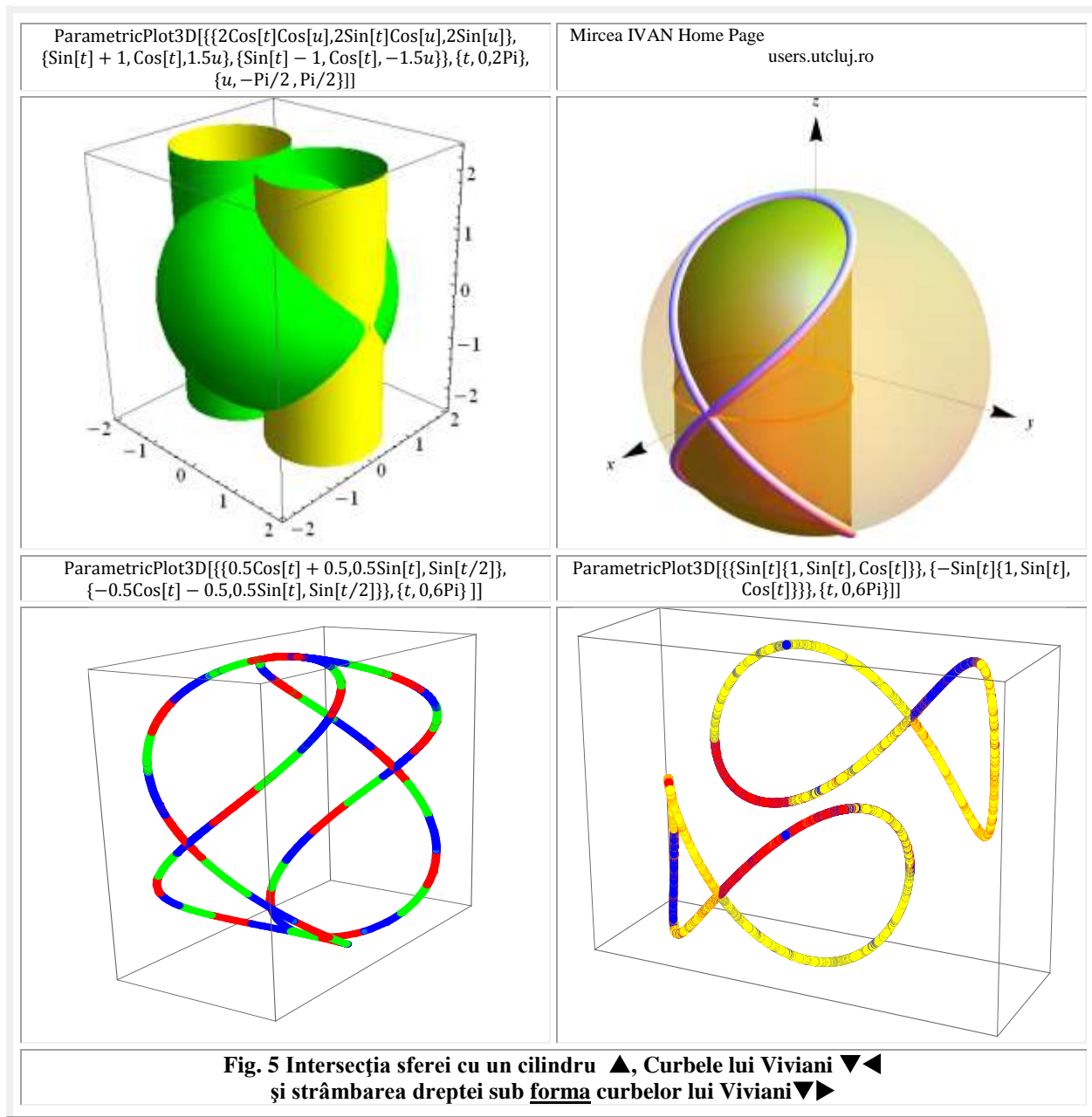
Un astfel de procedeu este prezentat în figura 3 și a fost realizat prin ecuații parametrice în 3D, în care $x = t$ și $y = \cos t$ este ecuația parametrică a funcției plane \cos , iar $y = \sin t$ este ecuația funcției care strâmbă graficul funcției \cos într-un al doilea plan, transformând-o în supernova funcției \cos . La fel se întâmplă și cu funcția \sin , de ecuații parametrice $\{x = t$ și $y = \sin t\}$, pentru care funcția $z = \cos t$ este funcția care strâmbă într-un al doilea plan pe \sin transformând-o într-o supernovă sinusoidală. (Fig. 3 ▼).

Cuplând altfel parametrii, adică $x = t$ și $\{y = \cos t; z = \sin t\}$ ies în evidență ecuația elicei circulare și ecuația cercului care este proiecția în planul transversal yOz a elicei și a celor două supernove trigonometrice centrice.



Dreapta mai poate fi strâmbată în plan sub forma unor **nove spirale** (Fig. 4 ◀) și în 3D sub forma unor **supernove elicoidale conice** (Fig. 4 ▶), într-un sens trigonometric direct ▼ sau în sens invers ▲.

Așa cum rezultă și din **figura 5** dreapta poate fi strâmbată și sub **forma** curbei lui **Viviani** ▼▶, care este una din cele mai vechi curbe strâmbate cunoscute în matematică, după elice, adică o **supernovă**.



În capitolul anterior s-a arătat cum în **supermatematică** se pot realiza intersecții ale sferei cu un cilindru pătrat, cu un cilindru triunghiular și cu multe alte obiecte 3D.

În concluzie, toate **curbele directe** ale **matematicii centrice** (MC) sunt fie **nove** (curbe plane 2D sau în 3D) fie **supernove** după cum sunt curbe plane sau curbe strâmbate. **Noutatea**, care le-a atribuit denumirea de **nove** și **supernove**, nu constă în natura curbelor ci în modul de obținere a lor prin strâmbarea unei drepte cu aplicații didactice remarcabile.

Fac excepție curbele compuse, rezultate din raportul, produsul sau suma altor funcții, precum tangenta, cotangenta ș.m.a.

La fel se prezintă situația și în cazul curbelor **supermatematice** (**monolobe**, **bilobe**, **trilobe**, **quadrilobe** ș.m.a.). Un exemplu este prezentat în **figura 6** în care familia **quadrilobelor** /cvadrilobelor de raze $R = 0.1s$ (**s** → **excentricitatea liniară numerică**) au fost strâmbate și transformate în **supernove** prin schimbarea lui w din $w = 0,1s$ în $w = 0,1s \cos[x]$, $w = 0,1s \cos[2x]$, $w = 0,1s \cos[3x]$, ș. a.

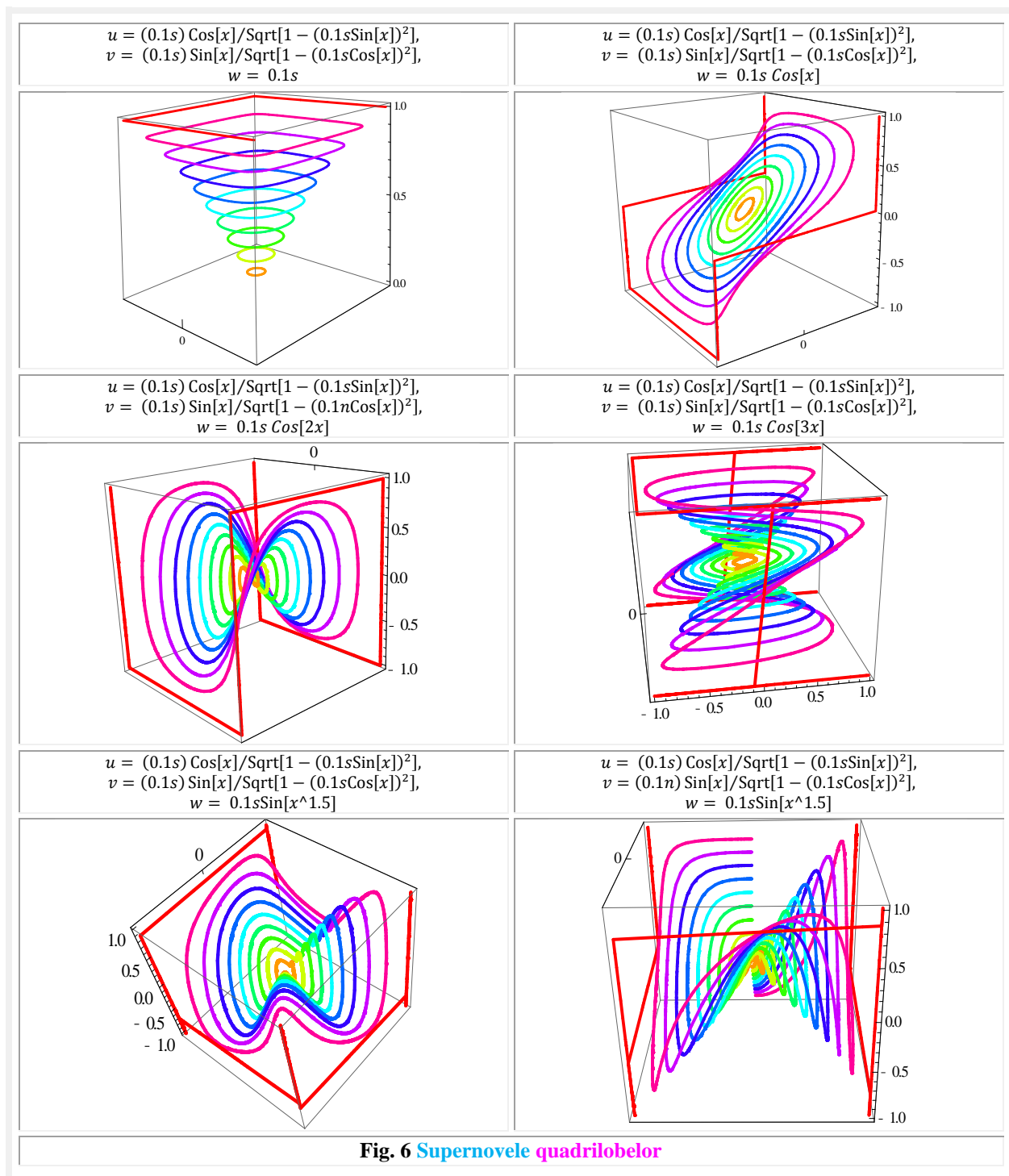


Fig. 6 Supernovele quadrilobelor

2 NOVE ȘI SUPERNOVE SMARANDACHE

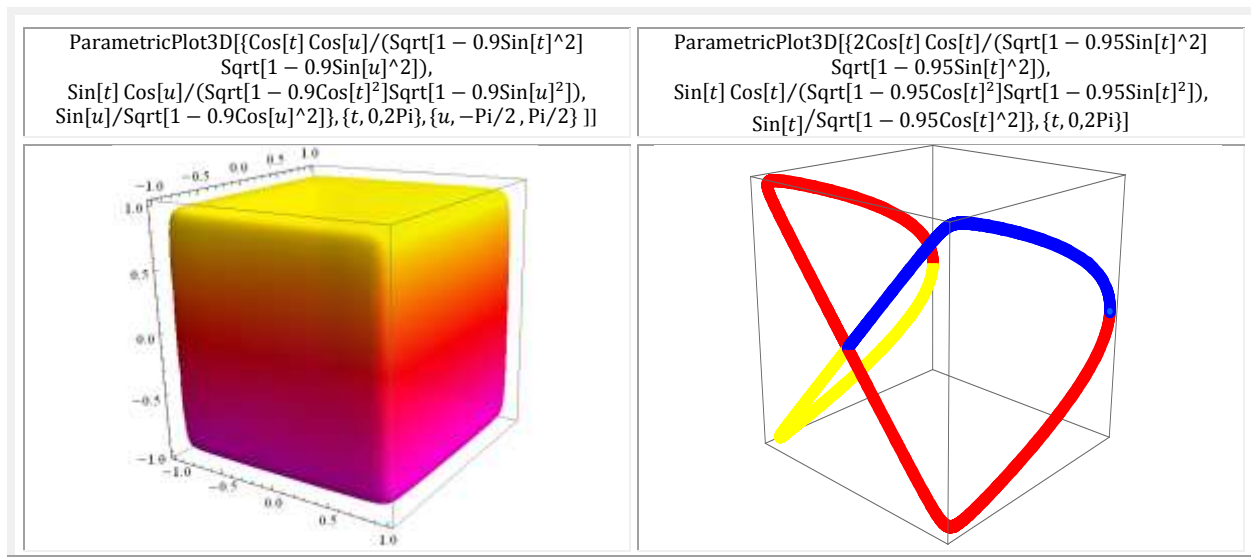
Dacă unui cilindru *pătrat*, închis la cele două capete, adică unui cub (Fig.6 ▲◀), i se modifică ecuațiile parametrice atunci se pot obține noi *supernove*, *necunoscute încă* în matematică ▲► și *nenumite încă*.

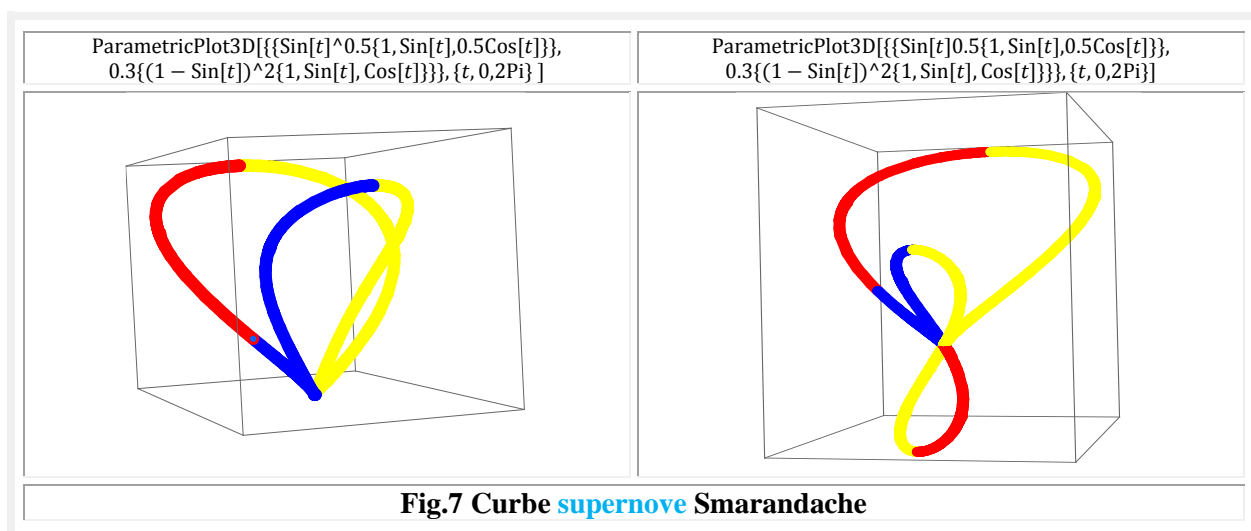
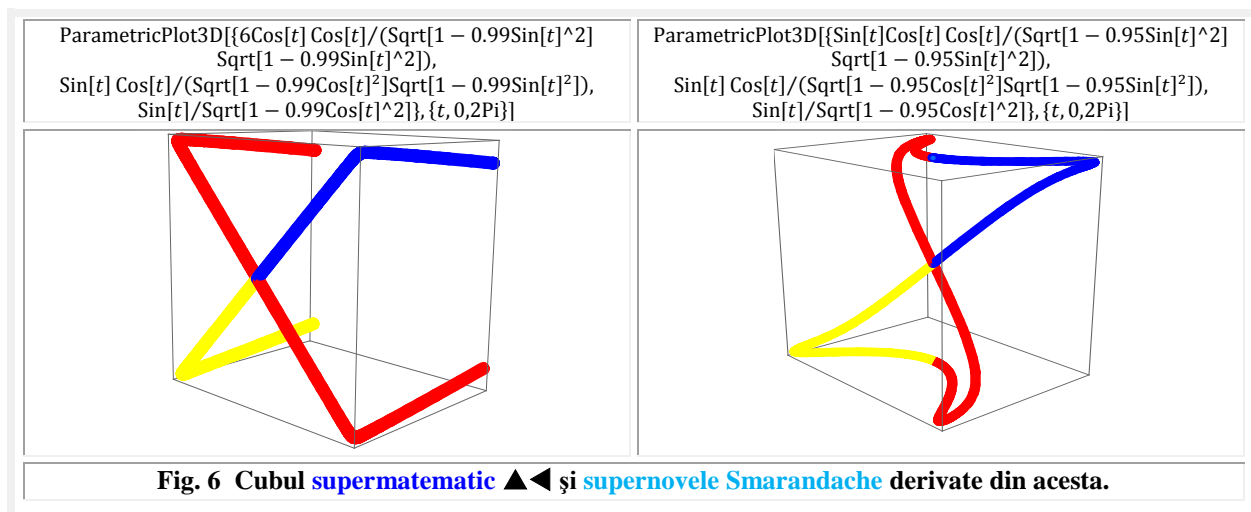
Aceste noi curbe 2D sau noi obiecte matematice 3D vor fi denumite, în onoarea renumitului mare matematicianului american de origine română, **Florentin Smarandache** [Fig.6] șeful Departamentului de Știință și Matematică al Universității din New Mexico, “*nove și supernove Smarandache*”. Unele prezentate în continuare.



Dacă în ecuația parametrică a *culubului*, reprezentat cu ecuații *supermatematice*, de excentricitate liniară numerică $s = 0.9$ [Fig. 6 ▲◀] se înlocuiește variabila u cu t , pentru excentricitatea liniară numerică de $s = 0.98$, $s = 0.99$ și $s = 0.95$ și modificarea unor constante, se obțin *supernovele* din figura 6, curbe strâmbe în 3D, adică *supernove*, inexistente până în prezent în **Matematică**.

Alte curbe *supernove Smarandache* sunt prezentate în figura 7 și sunt rezultatul modificărilor ecuațiilor curbelor **Viviani** și *quasiviviani* cu ecuațiile prezentate în figurile respective ▲.









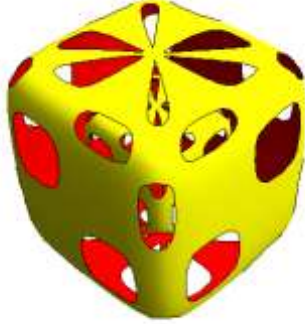
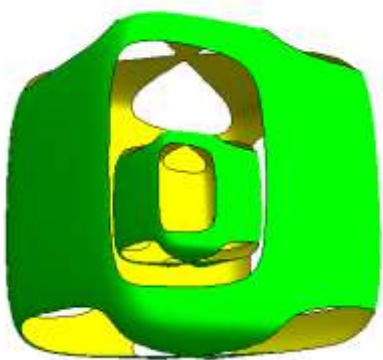
Curbele nove și **supernove**, despre care s-a făcut vorbire până în prezent, sunt **curbe noi** prin natura lor, sau prin modul lor de proveniența din alte curbe, ele fiind net diferite de curbele de la care s-a plecat, prin anumite modificari în ecuațiile lor de definiție, astfel că sursa de la care s-a plecat este foarte greu de precizat și depistat.

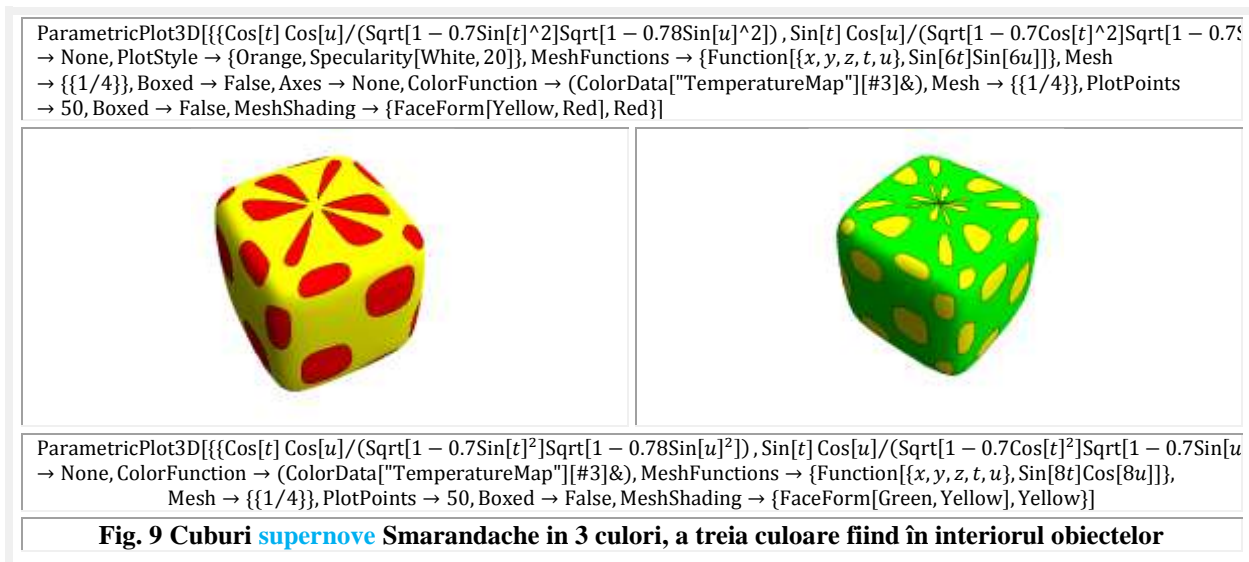
Obiectele supernove se obțin fie prin deformarea unor obiecte cunoscute, precum cub, cilindru, sferă ș.m.a. fie prin decuparea, ciobirea, ciuruirea ș.m.a. a celor existente care oferă **obiectelor supernove Smarandache** o *imagine artistică* mai pronunțată care lasă să se determine obiectul **3D** de la care s-a plecat.

Astfel de obiecte **supernove Smarandache** derivate dintr-un cub ▲◀ sunt prezentate în **figura 8** în care apare un cub gol decupat ▲►, un cub ciobit ●◀ și unul ciuruit ●►. Deasupra figurilor sunt trecute ecuațiile lor parametrice iar dedesubt modul de realizare “*artistică*”.

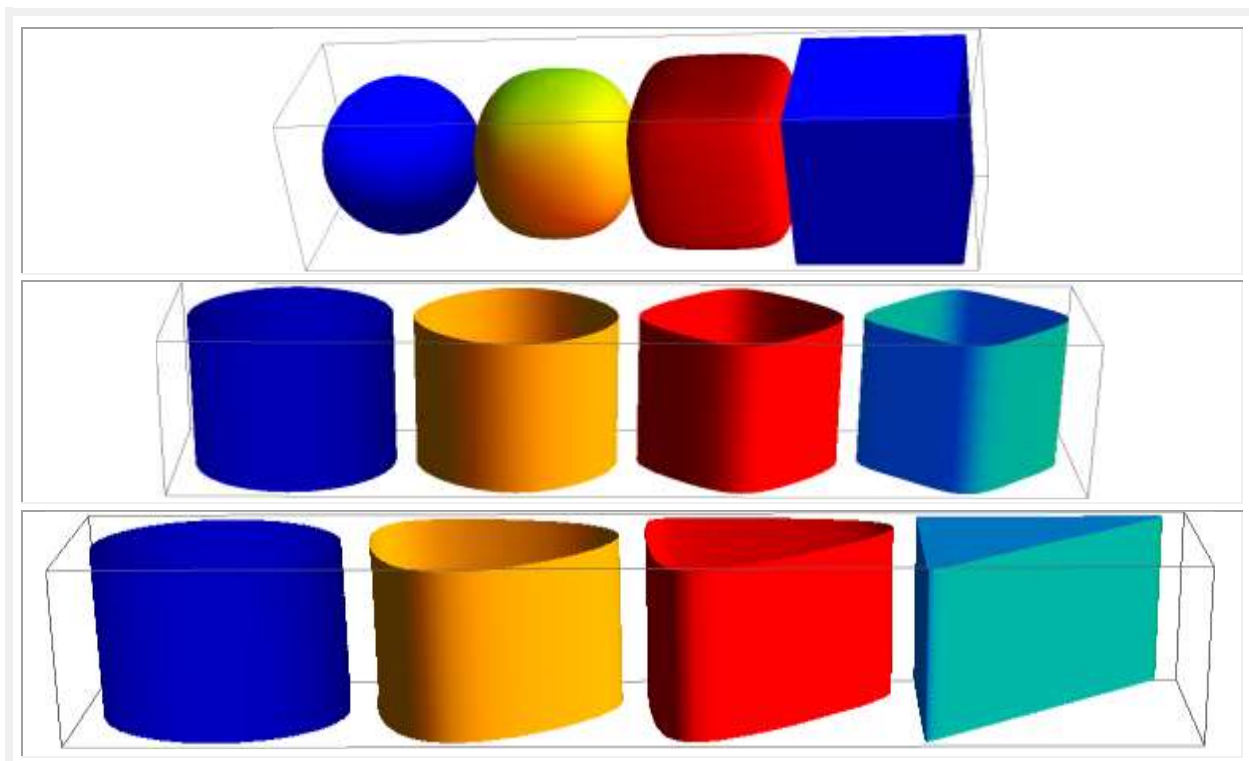
În partea inferioară a **figurii 8** ▼ sunt prezentate două cuburi ciuruite cu alte două cuburi în interiorul lor, tot ciuruite. Așa cum lesne se poate observa, culorile cuburilor pot fi modificate după dorință, iar în locurile goale ciuruite se poate introduce o a treia culoare așa cum se poate observa în **figura 9**. Numărul, forma și mărimea golurilor pot fi modificate după dorință în programul de matematica a lui **Stephan Wolfram** cu denumirea comercială **MATHEMATICA 8**.

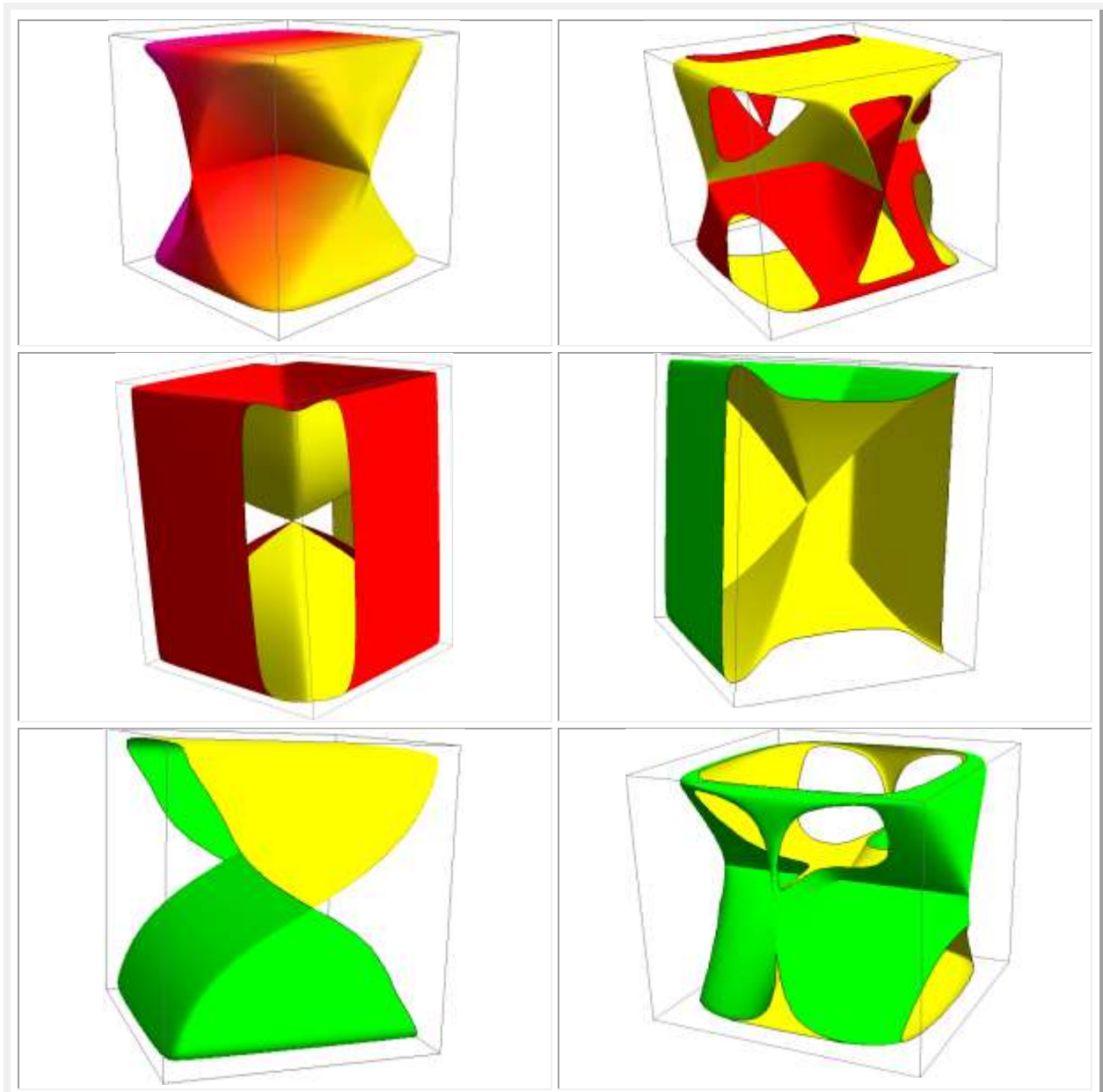
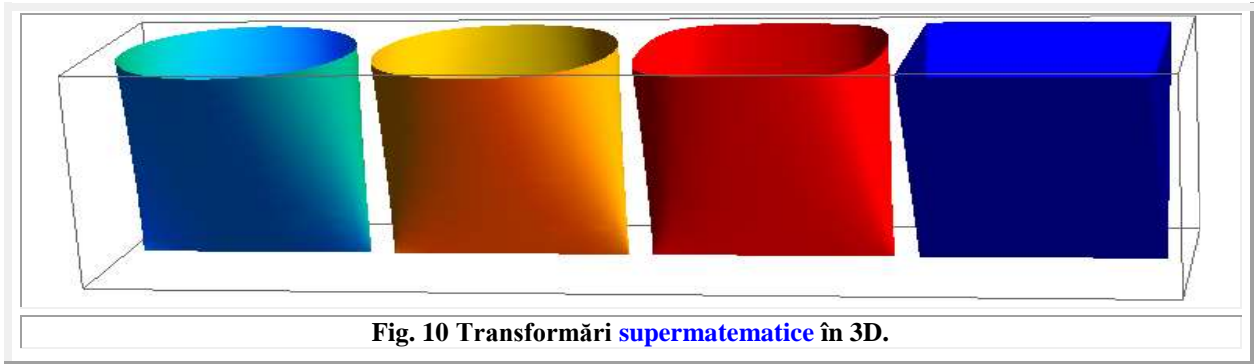
Unele **obiecte supernove Smarandache**, derivate din cubul **supermatematic**, au aspect de obiecte tehnice, așa cum se poate observa în **figura 11**.

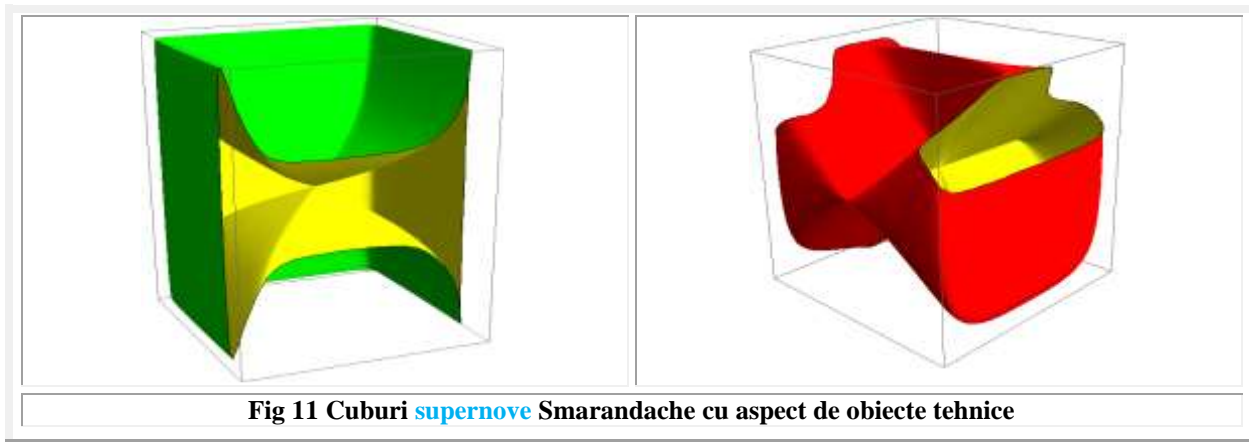
$\text{ParametricPlot3D}\left[\left\{\left\{\frac{\cos[t] \cos[u]}{\sqrt{1 - 0.998 \sin[t]^2}} \sqrt{1 - 0.998 \sin[u]^2}, \sin[t] \cos[u] / \left(\sqrt{1 - 0.998 \cos[t]^2} \sqrt{1 - 0.99 \cos[u]^2}\right), \sqrt{1 - 0.998 \sin[u]^2}\right\}, \{t, 0, 2\pi\}, \{u, -\pi/2, \pi/2\}\right\}\right]$	$\text{ParametricPlot3D}\left[\left\{\left\{\frac{\cos[t] \cos[u]}{\sqrt{1 - 0.999 \sin[t]^2}} \sqrt{1 - 0.999 \sin[u]^2}, \sin[t] \cos[u] / \left(\sqrt{1 - 0.999 \cos[t]^2} \sqrt{1 - \sin[u]^2}\right), \sin[u] / \sqrt{1 - 0.999 \cos[u]^2}\right\}, \{t, 0, 2\pi\}, \{u, -\pi/2, \pi/2\}\right\}\right]$
	
<p>PlotStyle → {Orange, Specularity[White, 20]}, Mesh → False, Boxed → False, Axes → None, ColorFunction → Function[{x, y, u, v}, Directive[Hue[u/(2Pi)], Opacity[0.6]]], Co → {True, True, False, True}</p>	<p>RegionFunction → Function[{x, y, z, u, t}, Sin[6u]Sin[6t] ≥ 0.000001], PlotPoints → 50, Mesh → None, Axes → None, Boxed → False, BoundaryStyle → Black, PlotStyle → Yellow</p>
$\text{RegionPlot3D}\left[2x \cos[y] - \text{ArcSin}[0.9 \cos[x] \sin[x]] < \sin[\cos[y]] + \cos[z] + 4 \&\& y > x \sin[\cos[y]] - \text{ArcSin}[0.9 \sin[x]] + 2 \sin[z] - \text{ArcSin}[0.9 \sin[z]] - 3, \{x, -2, 2\}, \{y, -2, 2\}, \{z, -2, 2\}\right]$	$\text{ParametricPlot3D}\left[\left\{\left\{\frac{\cos[t] \cos[u]}{\sqrt{1 - 0.9 \sin[t]^2}} \sqrt{1 - 0.9 \sin[u]^2}, \sin[t] \cos[u] / \left(\sqrt{1 - 0.9 \cos[t]^2} \sqrt{1 - 0.9 \sin[u]^2}\right), \sin[u] / \sqrt{1 - 0.9 \cos[u]^2}\right\}, \{t, 0, 2\pi\}, \{u, -\pi/2, \pi/2\}\right\}\right]$
	
<p>, Mesh → None, Axes → None, Mesh → None, Boxed → False, ColorFunction → "SolarColors"</p>	<p>PlotStyle → {Orange, Specularity[White, 20]}, Axes → None, ColorFunction → (ColorData["TemperatureMap"][#3]&), MeshFunctions → {Function[{x, y, z, t, u}, Sin[6t]Cos[6u]]}, Mesh → {1/4}, PlotPoints → 50, Boxed → False, MeshShading → {FaceForm[Red, Yellow], None}</p>
	
<p>Fig. 8 Obiecte supernove Smarandache transparente, decupate, ciobite, ciuruite și incluse</p>	



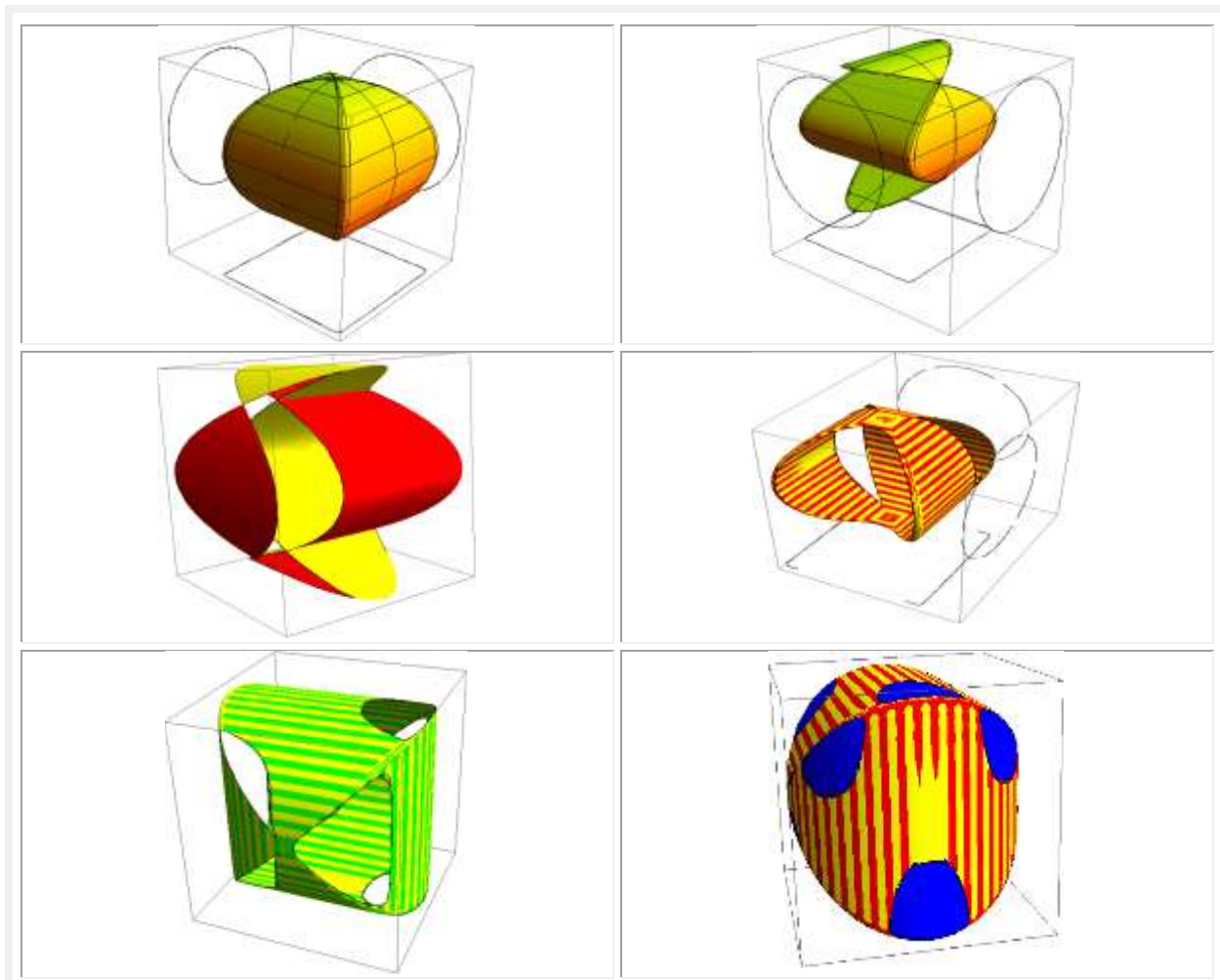
Reamintim că aceste cuburi sunt denumite **supermatematic** deoarece sunt rezultatul transformării continue a sferei în cub; pentru $s = 0$ obținându-se **sfera**, pentru $s = \pm 1$ **cubul** în discuție, iar pentru restul valorilor **excentricității numerice** $s \in (-1, +1) \setminus \{0\}$ rezultând în **2D** o familie de **quadrilobe** / **cvadrilobe**, curbe închise cu 4 lobi, iar în **3D** o familie de **quadriboizi** (Fig. 10). În aceeași figură au fost prezentate și alte **transformări supermatematic** remarcabile: ale cilindrului **circular** în cilindru **pătrat** și al cilindrului **circular** în unul **prismatic** / triunghiular. Se poate afirma că în **2D** toate formele geometrice **intermediare** din transformarea continuă a cercului în pătrat ($s \in [-1, +1] \setminus \{0\}$), a cercului în triunghi, a cercului în pentagon ș.m.a. denumite **quadrilobe**, **trilobe**, **pentalobe**, ca și obiectele intermediare dintre sferă și cub, dintre sferă și prismă ș.a. pot fi considerate și **nove** și, respectiv, **supernove Smarandache**.

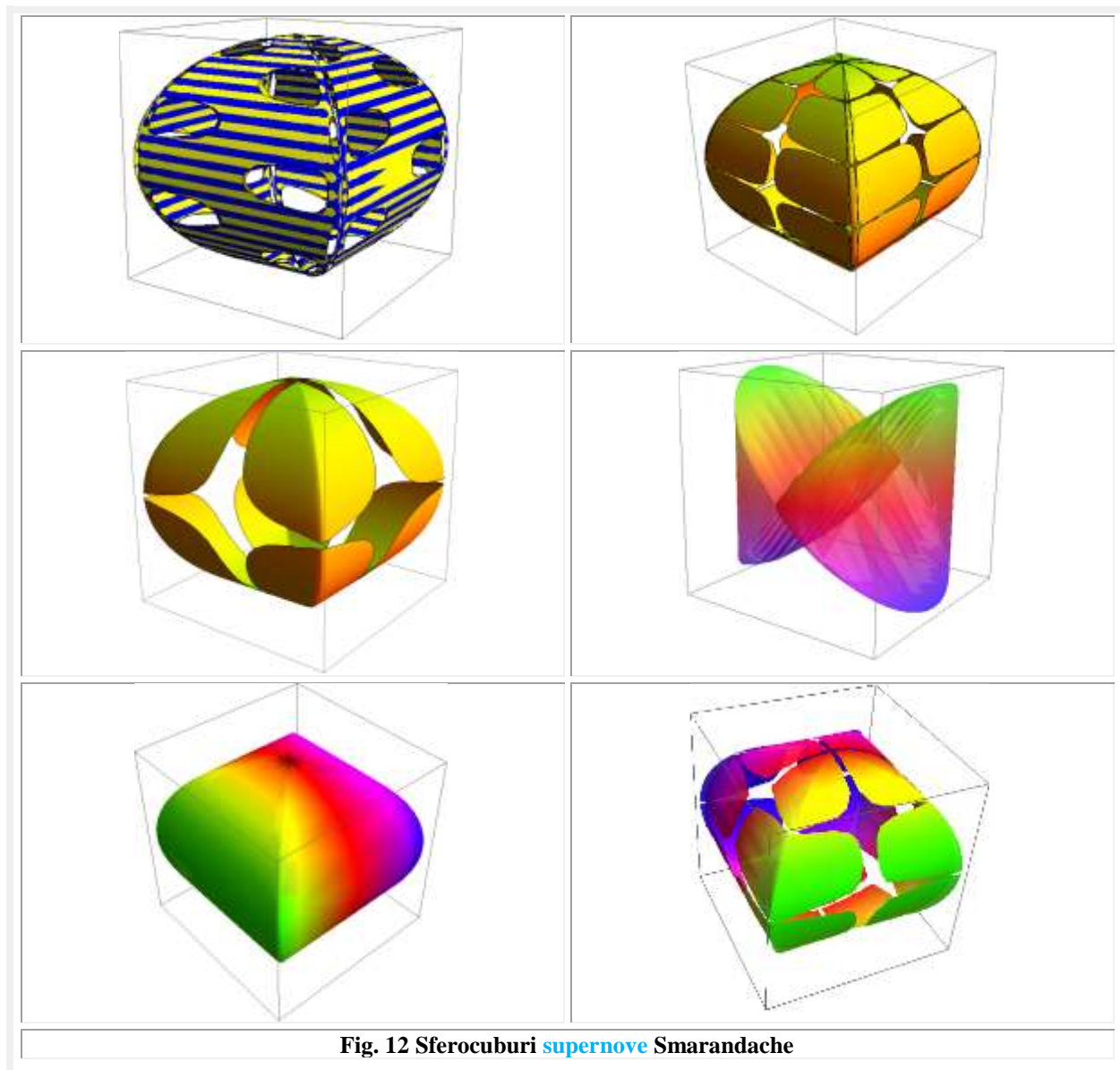






Un alt obiect **supermatematic** este **sferocubul**, obiect care în două proiecții este un *disc circular* și în a treia proiecție un *disc pătrat* (Fig. 12 ▲◄). Acest obiect era cunoscut ca formă și în matematica centrică și a fost chiar desenat, dar n-a fost reprezentat prin ecuații matematice parametrice așa cum a făcut noua (**super**)matematică. Prin mici modificări în ecuațiile de definire ale **sferocubului** (**cex0** și **sex0**) s-au obținut sferocuburi **supernove** Smarandache.



Fig. 12 Sferocuburi **supernove** Smarandache

Funcția **supermatematică circulară excentrică (FSM–CE) radial excentric** de **variabilă centrică α** este prezentată în partea superioara a **figurii 13,a** în **2D** sus ▲ și în **3D** dedesubt ▼.

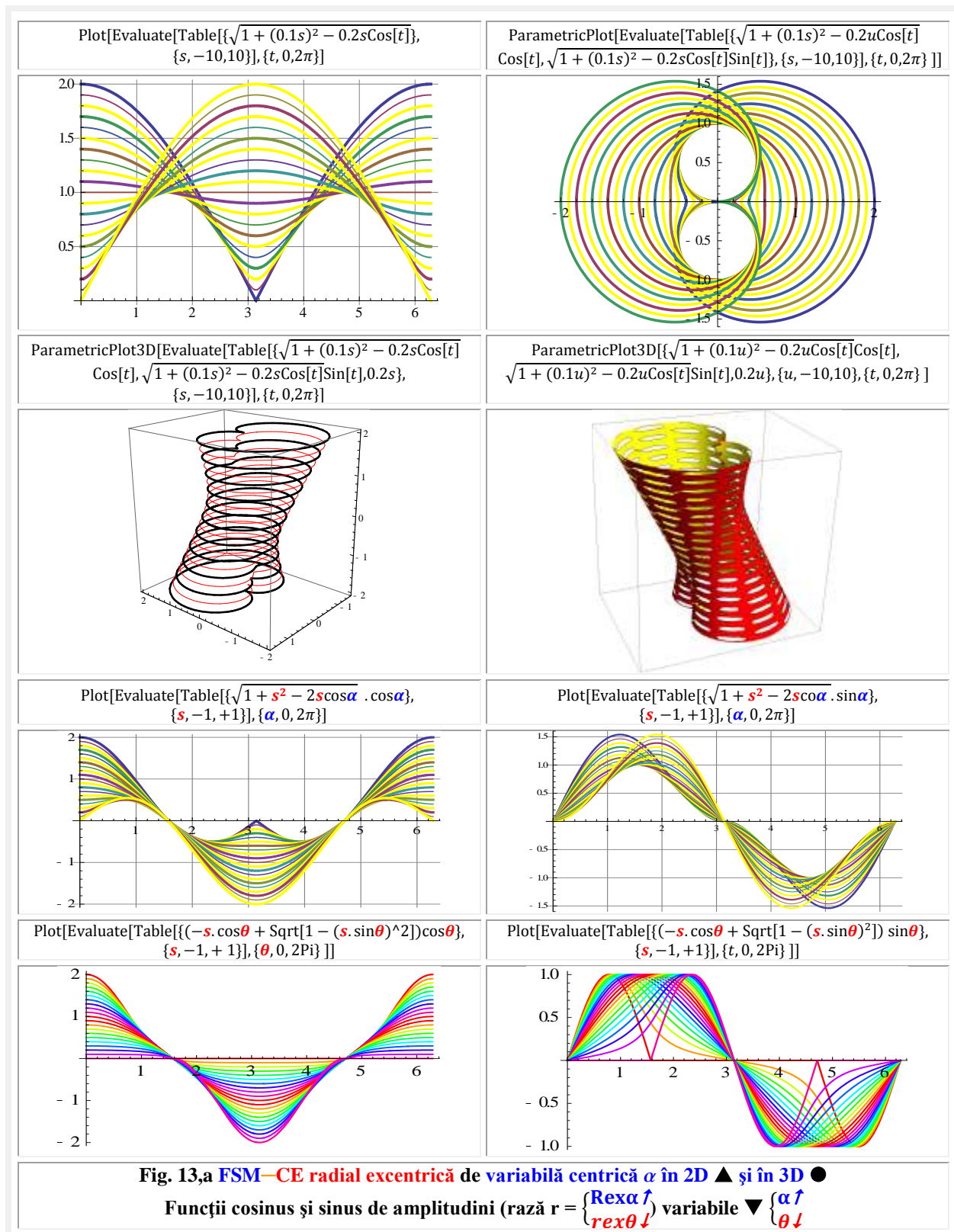
Există și funcții **radial excentrice de variabilă excentrică θ** (Fig. 13,b).

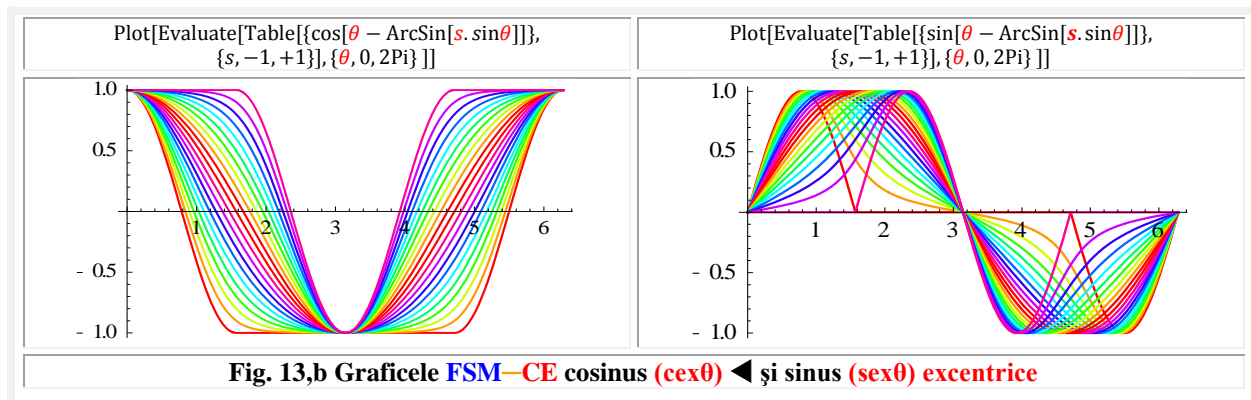
Marele matematician Prof. Dr. Math. **Octav Em. Gheorghiu**, asistentul Prof. **Grigore C. Moisil** încă din timpul studenției și șeful Catedrei de Matematică a Universității “POLITEHNICA” din Timișoara, a denumit această **FSM – CE** drept “**funcție rege**” deoarece ea exprimă distanța în plan dintre două puncte: unul pe cercul unitate / trigonometric și altul în planul cercului, astfel că ea poate descrie singură toate ecuațiile curbelor plane cunoscute în Matematica ordinară, denumită acum și **Matematică Centrică (MC)** și mult mai multe curbe din noua **Matematică Excentrică (ME)** a **SuperMatematicii (SM)**.

FSM–CE radial excentric este distanța în plan dintre **excentrul $S(s, \varepsilon)$** și punctele **$W_{1,2}(x_{1,2}, y_{1,2})$** de pe cercul unitate **$CU(O,1)$** reprezentând, totodată, **raza excentrică** a cercului **$r = R.r\theta$** sau **$r = R.R\alpha$** .

Aceste funcții rege au făcut posibile exprimarea sumei și a diferenței a două numere complexe exprimate sub formă trigonometrică și au permis determinarea unei relații de calcul simple, cu numai doi

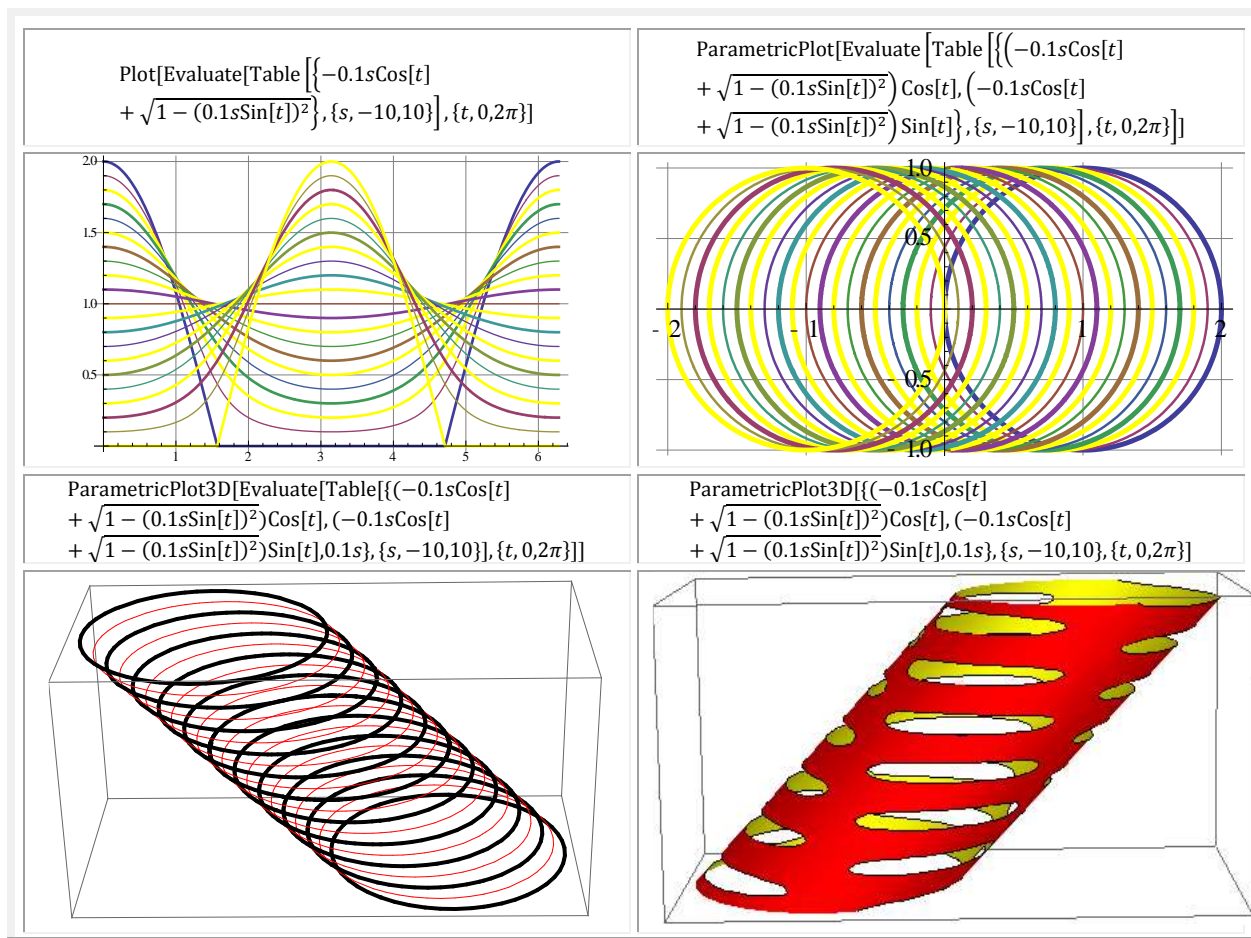
termeni, a *integralei eliptice complete* de speța întâi **K(k)** cu o precizie de minimum *15 zecimale exacte* !

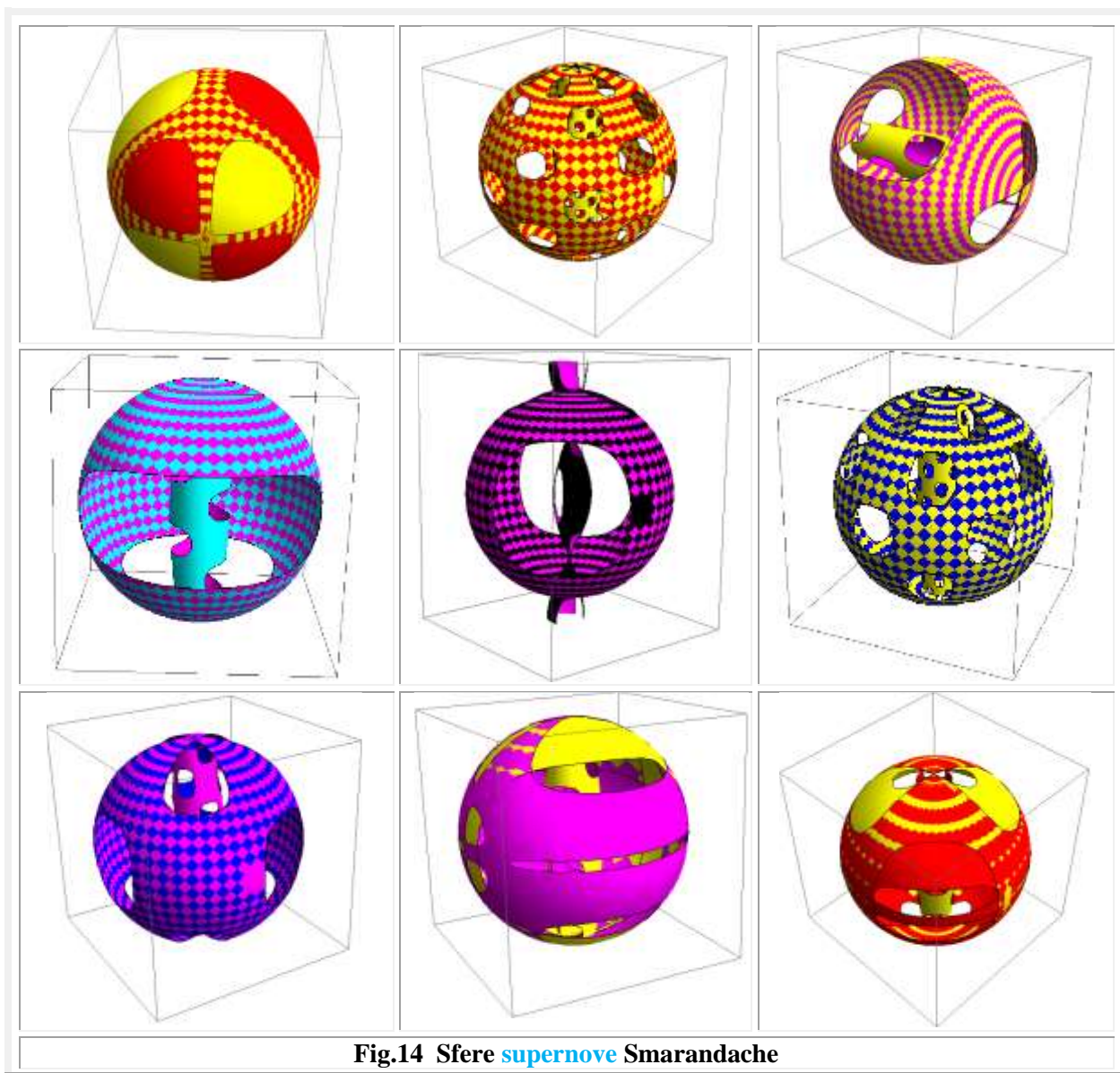
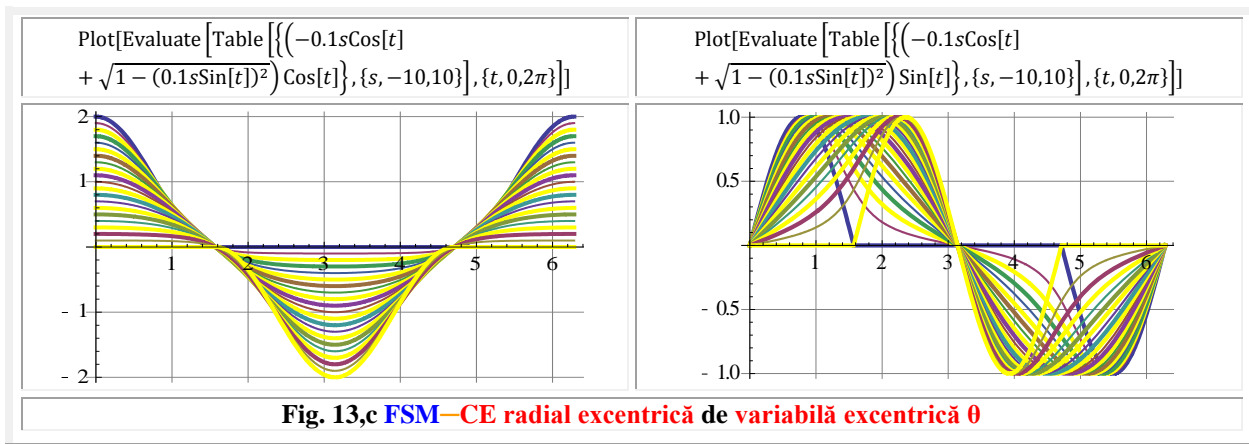




În figura 13,b sunt reprezentate FSM–CE cosinus (cex) și sinus (sex) excentrice de variabilă excentrică θ care arata că sinusul excentric ($y = \text{sex}\theta$) pe cercul unitate de rază $R = 1$ este identic cu sinusul excentric de rază variabilă $r = \text{Rex}\alpha$ ($y = \text{Rex}\alpha \cdot \sin\theta$) și de variabilă centrică α , dar de excentricități unghiulare nule ($\varepsilon = 0$) adică :

- (1) $y = \sin\alpha = \sin[\theta - \beta(\theta)] = \sin[\theta - \arcsin[s \cdot \sin\theta]] = \text{sex}\theta = \text{rex}\theta \cdot \sin\theta = \text{Rex}\alpha \sin\theta$, deoarece $\text{rex}\theta = \text{Rex}\alpha$;
- (2) $-\text{s} \cdot \cos\theta + \sqrt{1 - \text{s}^2 \cdot \sin^2\theta} = \sqrt{1 + \text{s}^2 - 2\text{s} \cdot \cos\alpha}$, $\theta = \alpha + \beta$.





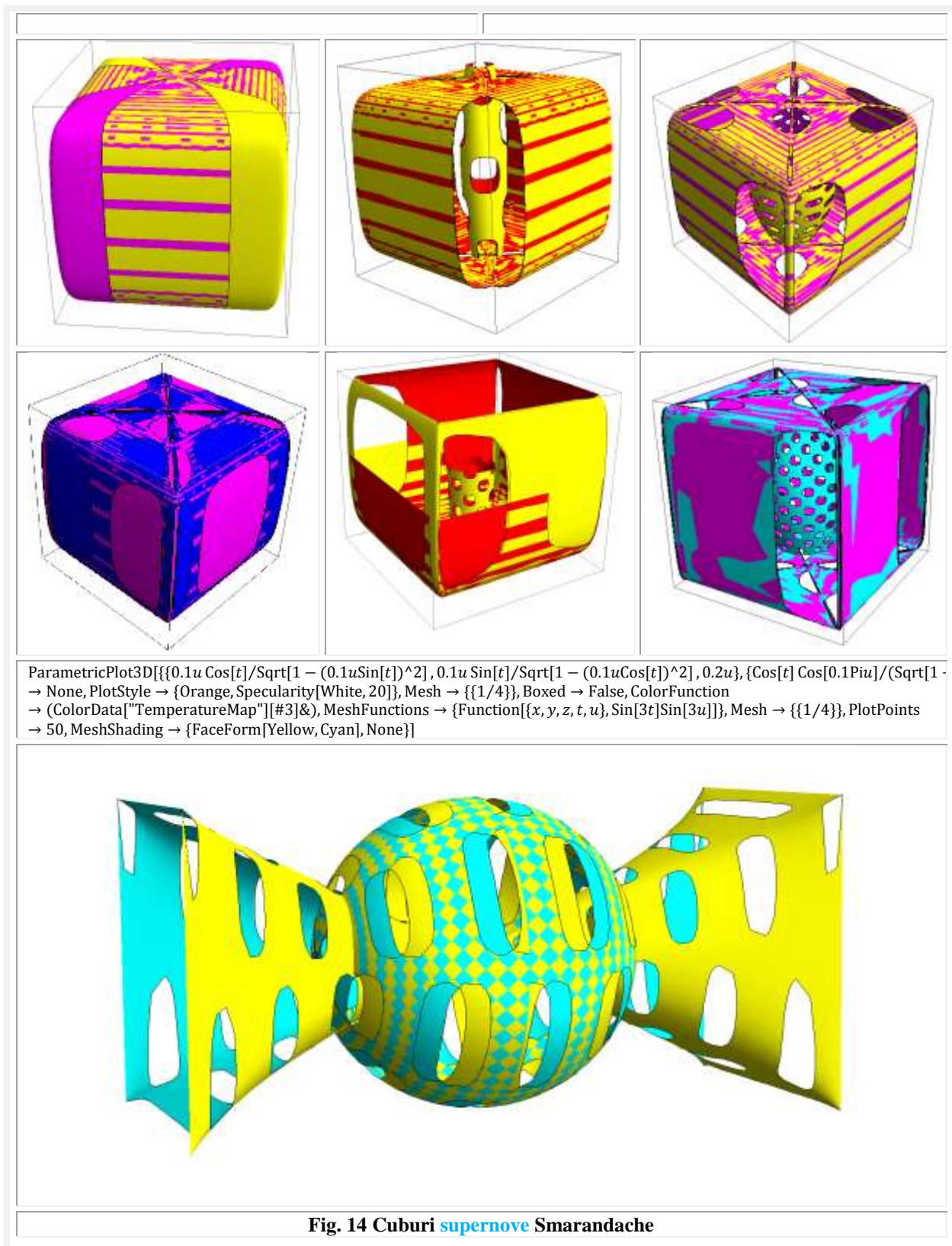


Fig. 14 Cuburi **supernove** Smarandache

Motto : ” A da ajutor matematicii, iată năzuinţa fizicianului.”

Georg Christoph Lichtenberg

“Precum şi a inginerului “ Autorul

CAPITOLUL XXII

TORURI SUPERNOVE ŞERBAN ŞELARIU

1 INTRODUCERE : TORURI CIRCULARE CENTRICE

După <https://ro.wikipedia.org/wiki/Tor>, torul a fost considerat pentru prima oară de **Arhitas din Tarent**. În *geometrie*, **torul** este o suprafaţă generată de rotaţia unui cerc în *spaţiul tridimensional* în jurul unei axe din planul său, axă care nu taie cercul ($R > r$). Tot „tor” se numesc şi corpurile delimitate de astfel de suprafeţe (în vorbirea colocvială forma se numeşte „inel”) (Fig. 1 ◀).

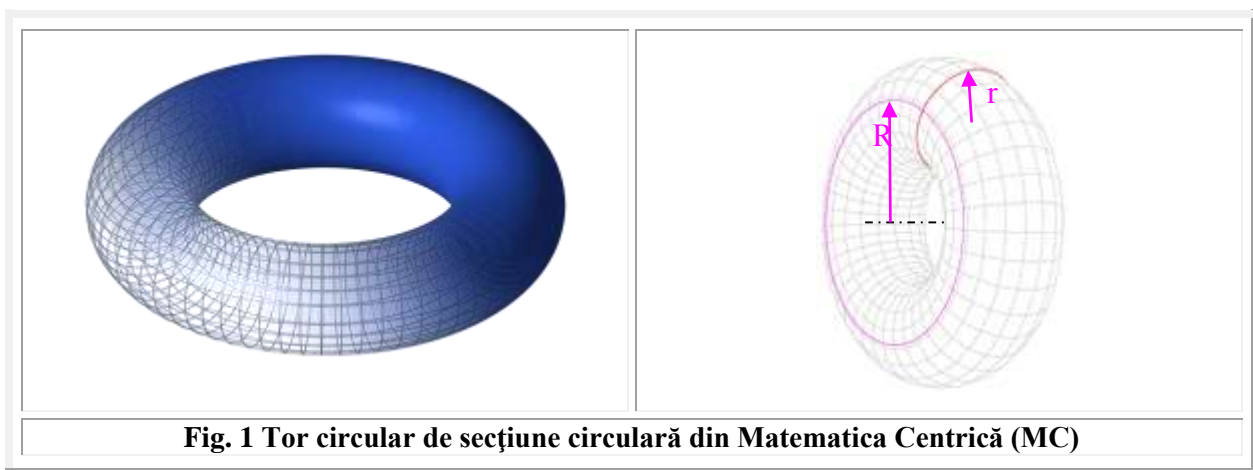


Fig. 1 Tor circular de secţiune circulară din Matematica Centrică (MC)

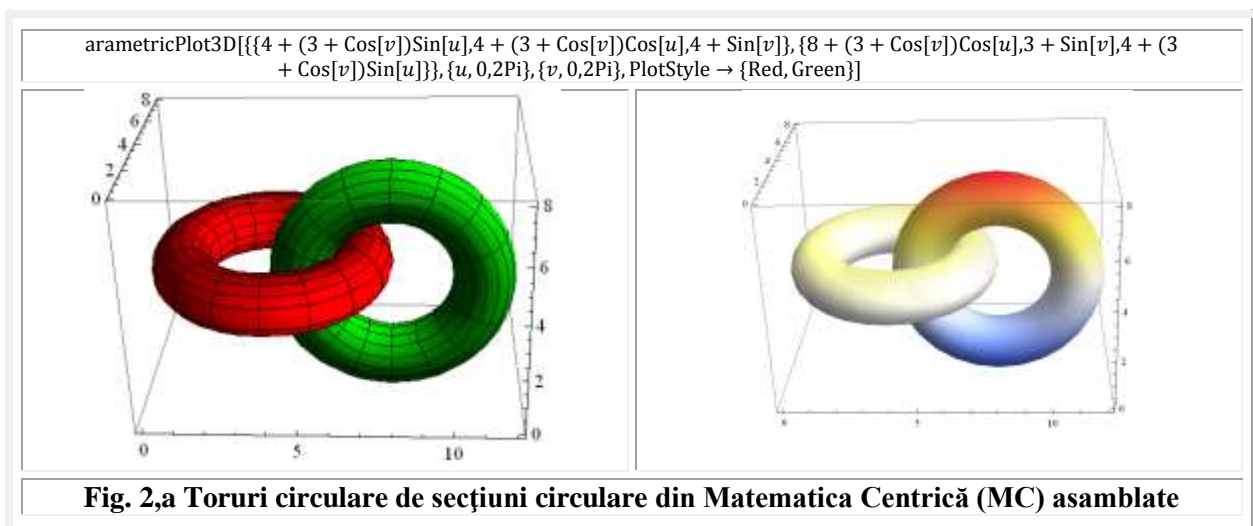


Fig. 2,a Toruri circulare de secţiuni circulare din Matematica Centrică (MC) asamblate

Un tor circular centric de secțiune circulară, aparținând *Matematicii Centrice (MC)* este definit prin ecuații parametrice astfel:

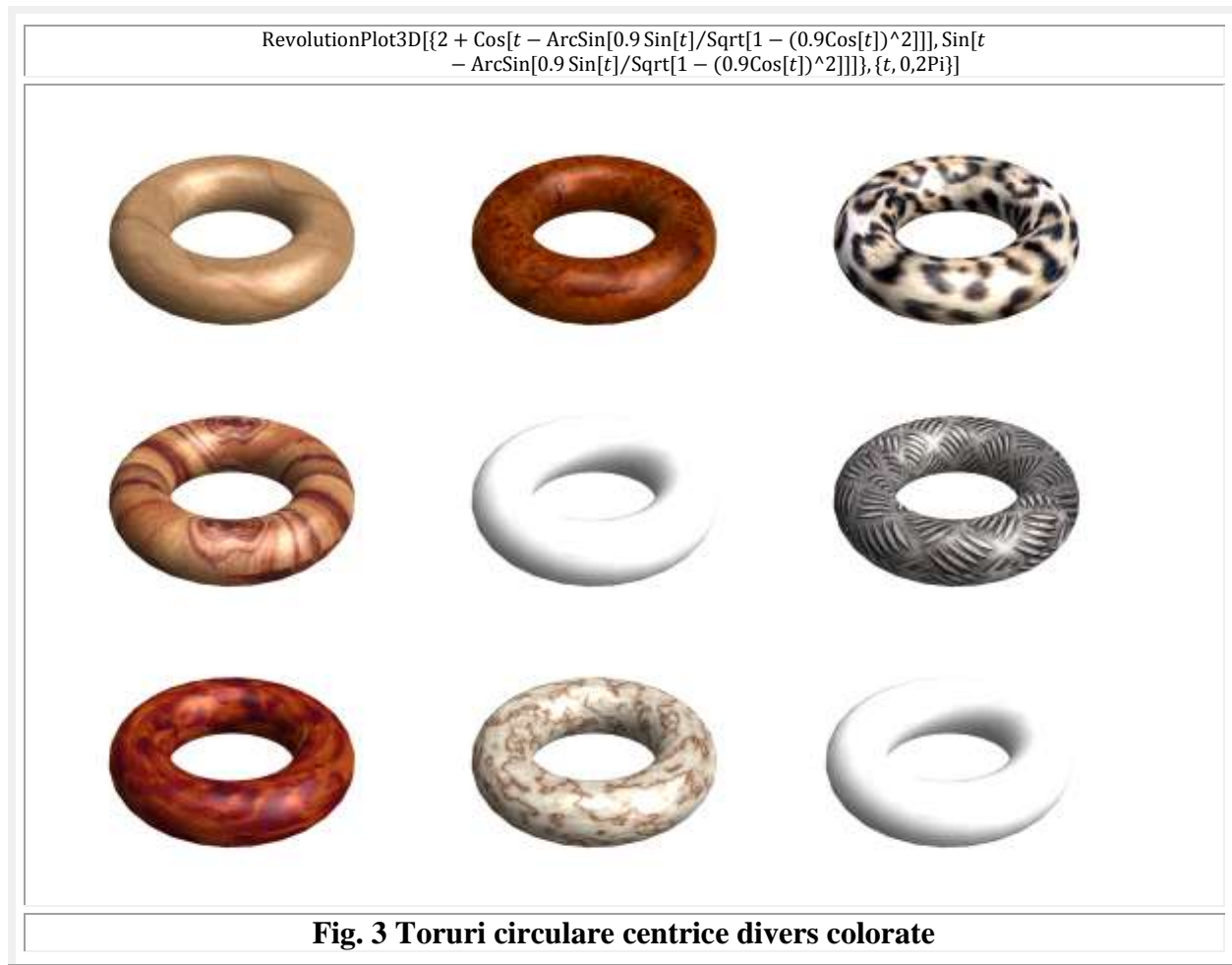
$$(1) \quad \begin{cases} x(u, v) = (R + r \cdot \cos v) \cos u \\ y(u, v) = (R + r \cdot \cos v) \sin u \\ z(u, v) = r \cdot \sin v \end{cases}$$

în care $u, v \in [0, 2\pi]$, R este distanța de la centrul cercului generator la axă (centrul torului) și r este raza cercului generator (**Fig.1** ►)

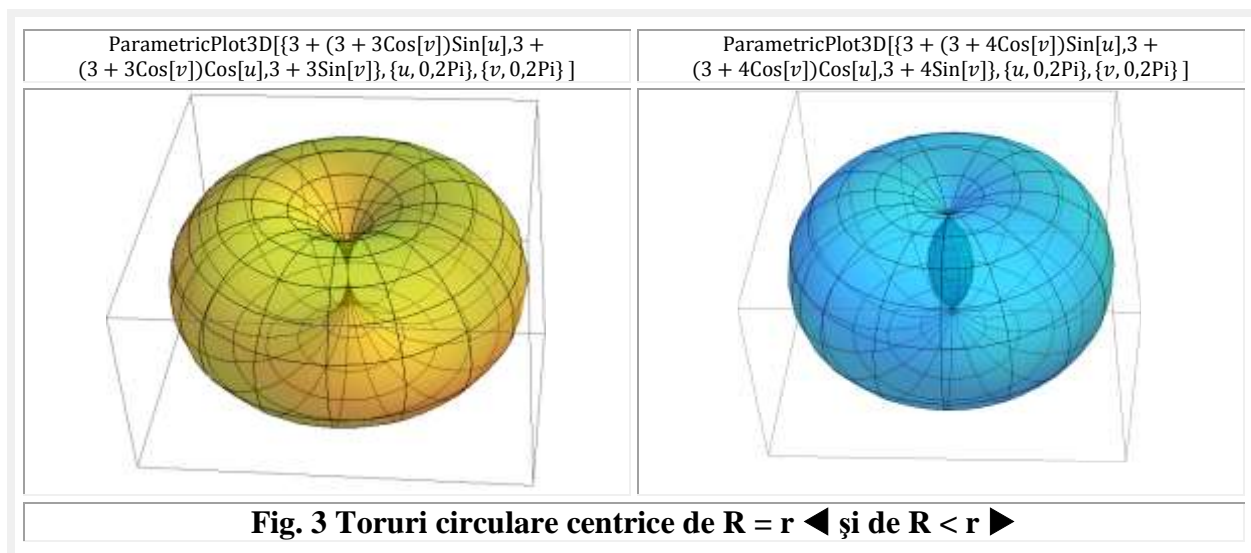
Ecuția acestui tip de tor este:

$$(2) \quad (x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2)^2 - 4R^2(x^2 + y^2) = 0.$$

În **figura 2** sunt prezentate două *toruri circulare centrice* de secțiune circulară în stare asamblată, aparținând de **Matematica ordinară** pe care, acum, o denumim **Centrică (MC)**. O familie de toruri circulare centrice divers colorate sunt prezentate în **figura 3**.

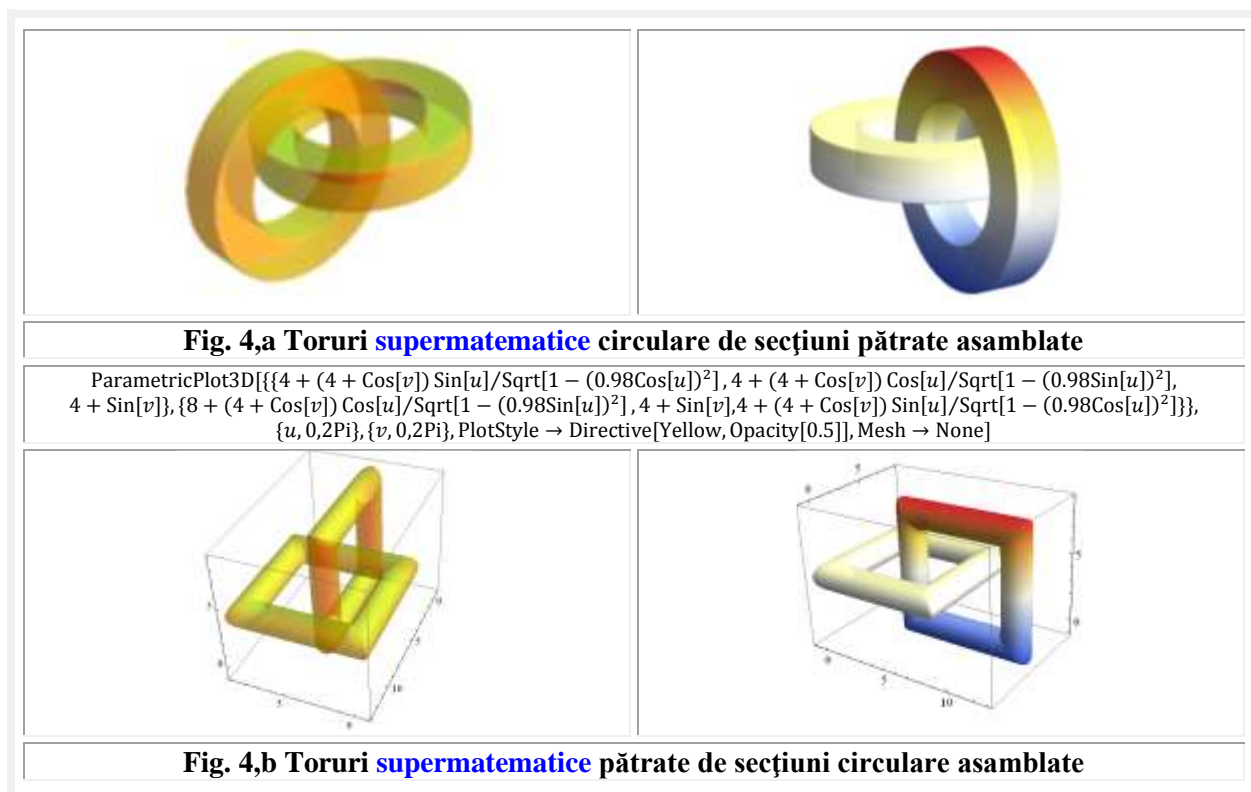


In funcție de raportul razelor R și r torul circular centric poate avea diverse forme; pentru $R > r$ torul are forma clasică cu orificiu central iar pentru $R \leq r$ acest orificiu dispare sau suprafețele torului se autointerpătrund ().



2. TORURI SUPERMATEMATICE

Torurile **supermatematice (SM)** de diverse forme (cilindrice și pătrate) și de diverse secțiuni, în stare asamblată, sunt prezentate în **figura 4** împreună cu ecuațiile lor parametrice și cu comenzile de colorare și reprezentare în **3D**. În marea lor majoritate ele au fost reprezentate în stare asamblată (câte două toruri).



```
ParametricPlot3D[{{4 + (4 + Cos[v]/Sqrt[1 - (0.98Sin[v])^2]) Sin[u]/Sqrt[1 - (0.98Cos[u])^2], 4 + (4 + Cos[v]/Sqrt[1 - (0.98Sin[v])^2]) Cos[u]/Sqrt[1 - (0.98Sin[u])^2], 4 + Sin[v]/Sqrt[1 - (0.98Cos[v])^2]}, {8 + (4 + Cos[v]/Sqrt[1 - (0.98Sin[v])^2]) Cos[u]/Sqrt[1 - (0.98Sin[u])^2], 4 + Sin[v]/Sqrt[1 - (0.98Cos[v])^2], 4 + (4 + Cos[v]/Sqrt[1 - (0.98Sin[v])^2]) Sin[u]/Sqrt[1 - (0.98Cos[u])^2]}}, {u, 0, 2Pi}, {v, 0, 2Pi}, PlotStyle -> Directive[Yellow, Opacity[0.9]], Mesh -> None, ColorFunction -> (ColorData["TemperatureMap"][#3]&)]
```

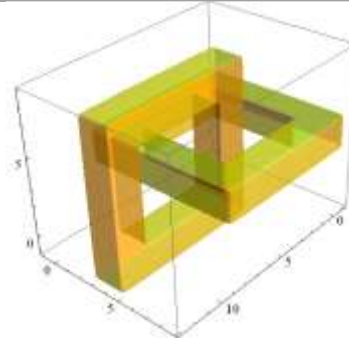
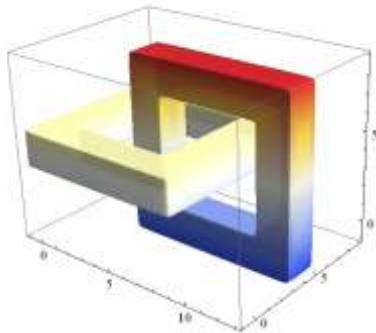


Fig. 4,c Toruri supermatematice pătrate de secțiuni pătrate

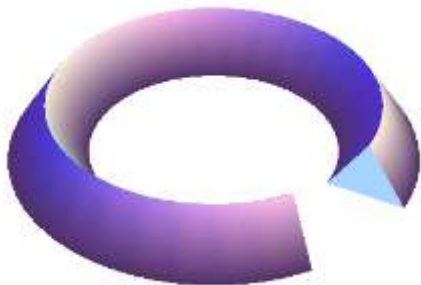
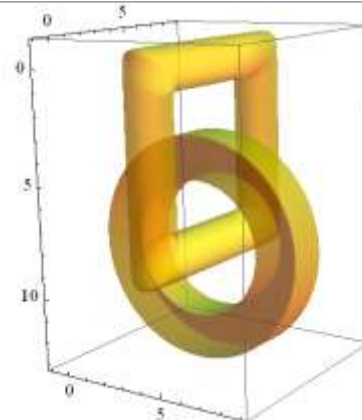
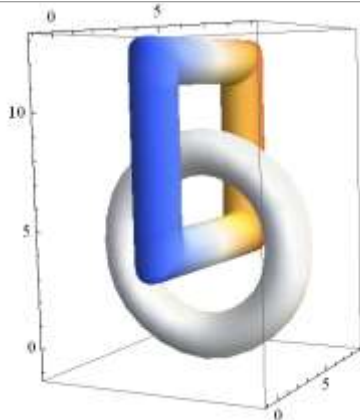


Fig. 4,d Tor circular de secțiune triunghiulară și tor circular de secțiune pătrată în tor pătrat de secțiune pătrată

```
ParametricPlot3D[{{4 + (4 + Cos[v]) Sin[u]/Sqrt[1 - (0.2Cos[2u])^2], 4 + (4 + Cos[v]) Cos[u]/Sqrt[1 - (0.2Sin[2u])^2], 4 + Sin[v]}, {8 + (4 + Cos[v]) Cos[u]/Sqrt[1 - (0.98Sin[u])^2], 4 + Sin[v], 4 + (4 + Cos[v]) Sin[u]/Sqrt[1 - (0.98Cos[u])^2]}}, {u, 0, 2Pi}, {v, 0, 2Pi}, PlotStyle -> Directive[Yellow, Opacity[0.9]], Mesh -> None, ColorFunction -> (ColorData["TemperatureMap"][#3]&)]
```



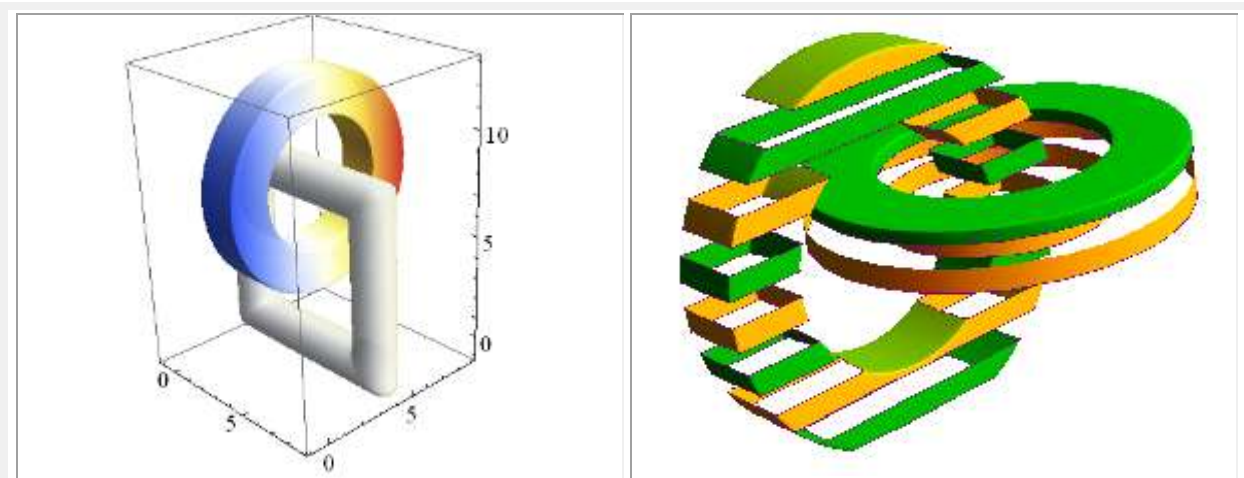


Fig. 4,e Toruri combinate centrice și supermatematice

`ParametricPlot3D[{{(1 - Cos[t - ArcSin[0.4Sin[t]]])Cos[u], (1 - Cos[t - ArcSin[Cos[u]Sin[t]])Sin[u], Sin[t - ArcSin[0.8Sin[t]]]}, {t, 0, 2Pi}, {u, 0, Pi}, PlotPoints -> 30, PlotStyle -> Directive[Yellow, Opacity[0.5]], Mesh -> None]`

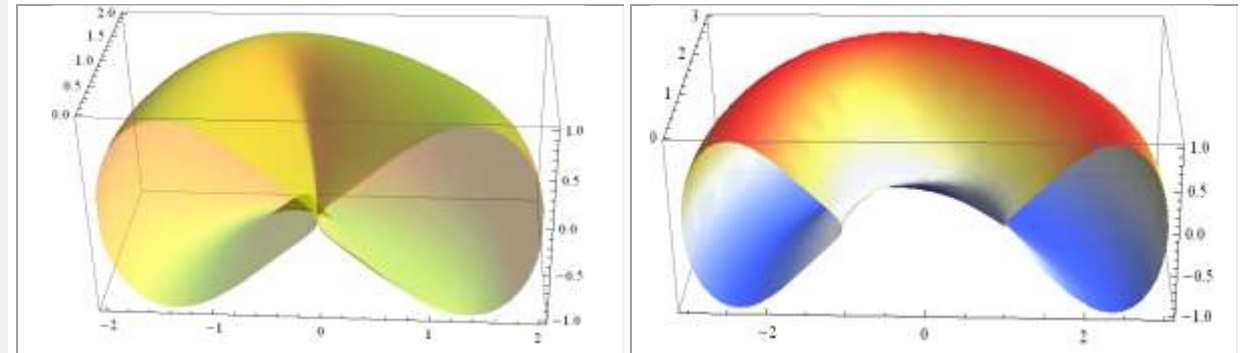


Fig. 4,f Toruri supermatematice circulare de secțiune lemniscată

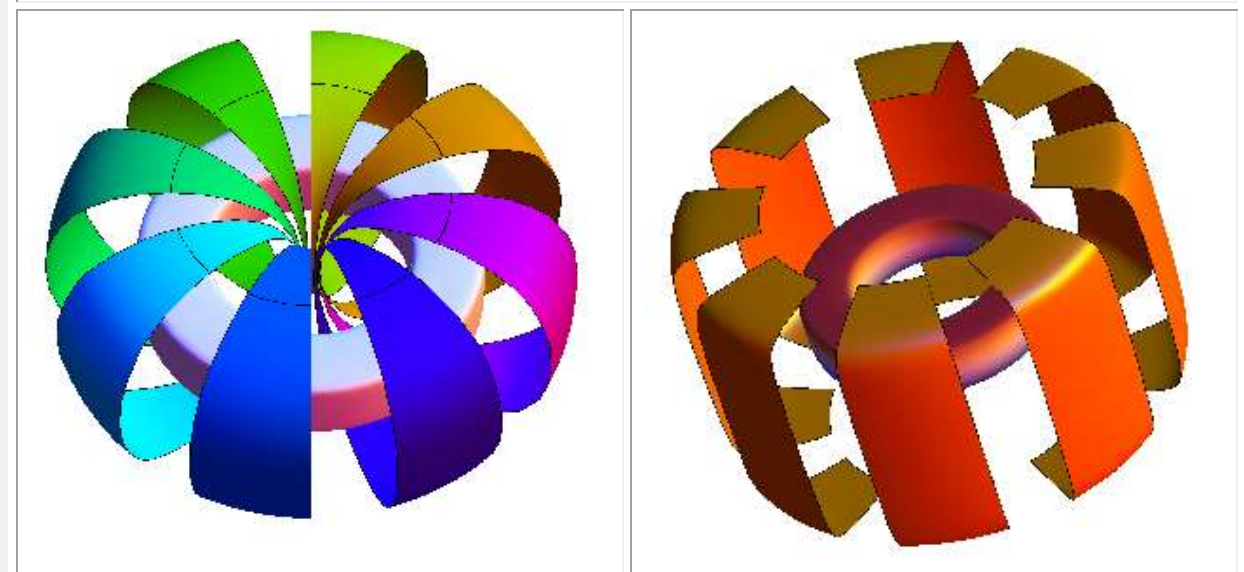


Fig. 4,g Tor circular pătrat în tor circular și tor circular pătrat in tor circular pătrat

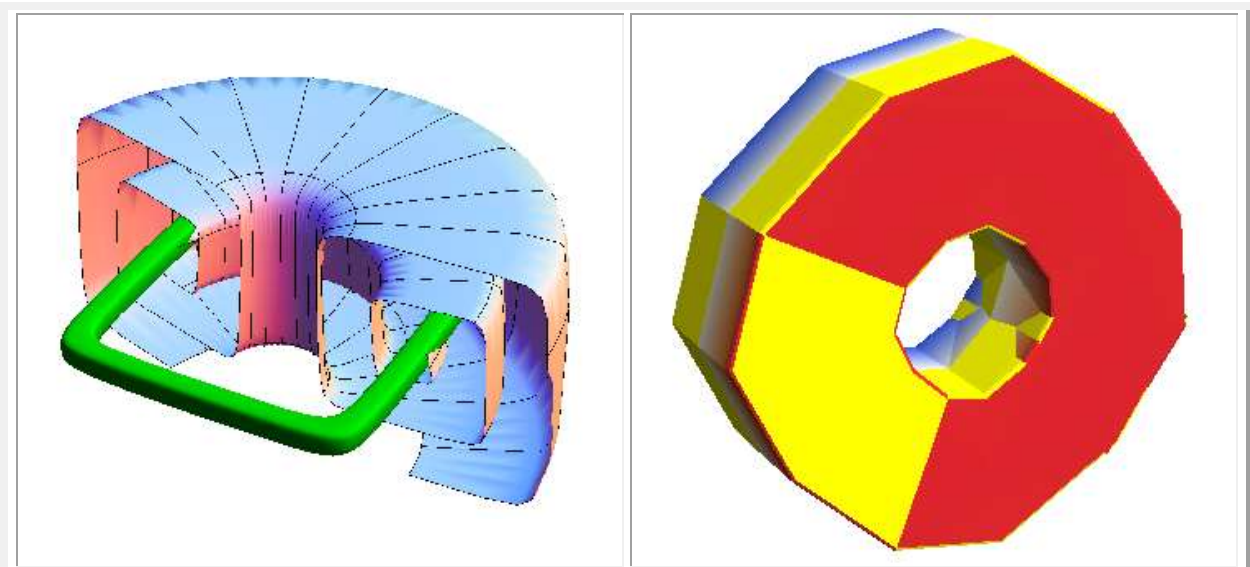


Fig. 4,h Tor circular pătrat în tor pătrat de secțiune pătrată și tor poligonal de secțiune pătrată

```

ParametricPlot3D[{{(3 + Cos[v])Cos[u]^2, (3 + Cos[v])Sin[u]^2, Sin[v]}, {(3 + Cos[v])Cos[u]^2,
-(3 + Cos[v])Sin[u]^2, Sin[v]}, {-(3 + Cos[v])Cos[u]^2, -(3 + Cos[v])Sin[u]^2, Sin[v]}, {-(3 + Cos[v])Cos[u]^2,
(3 + Cos[v])Sin[u]^2, Sin[v]}}, {u, 0, 2Pi}, {v, 0, 2Pi}, RegionFunction -> Function[{x, y, z, u, t}, Sin[6u]Sin[6t] >= 0.05], PlotPoints
-> 50, Mesh -> None, Axes -> None, Boxed -> False, BoundaryStyle -> Black, PlotStyle -> Yellow]
    
```

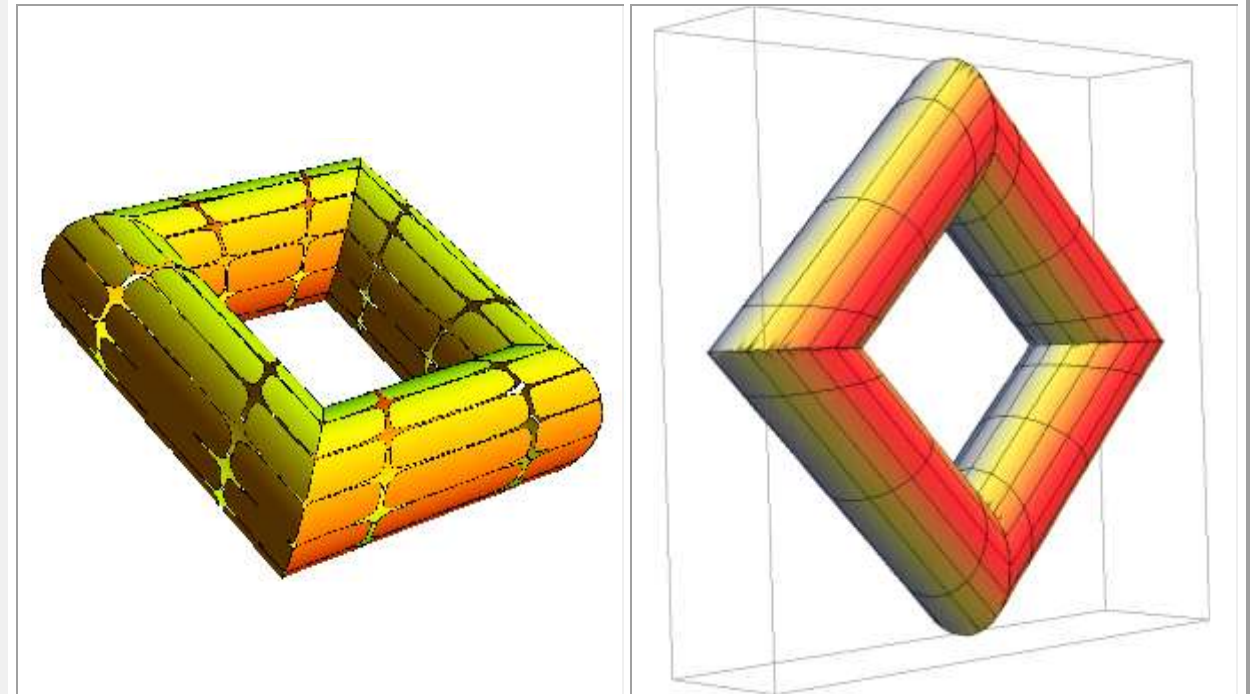


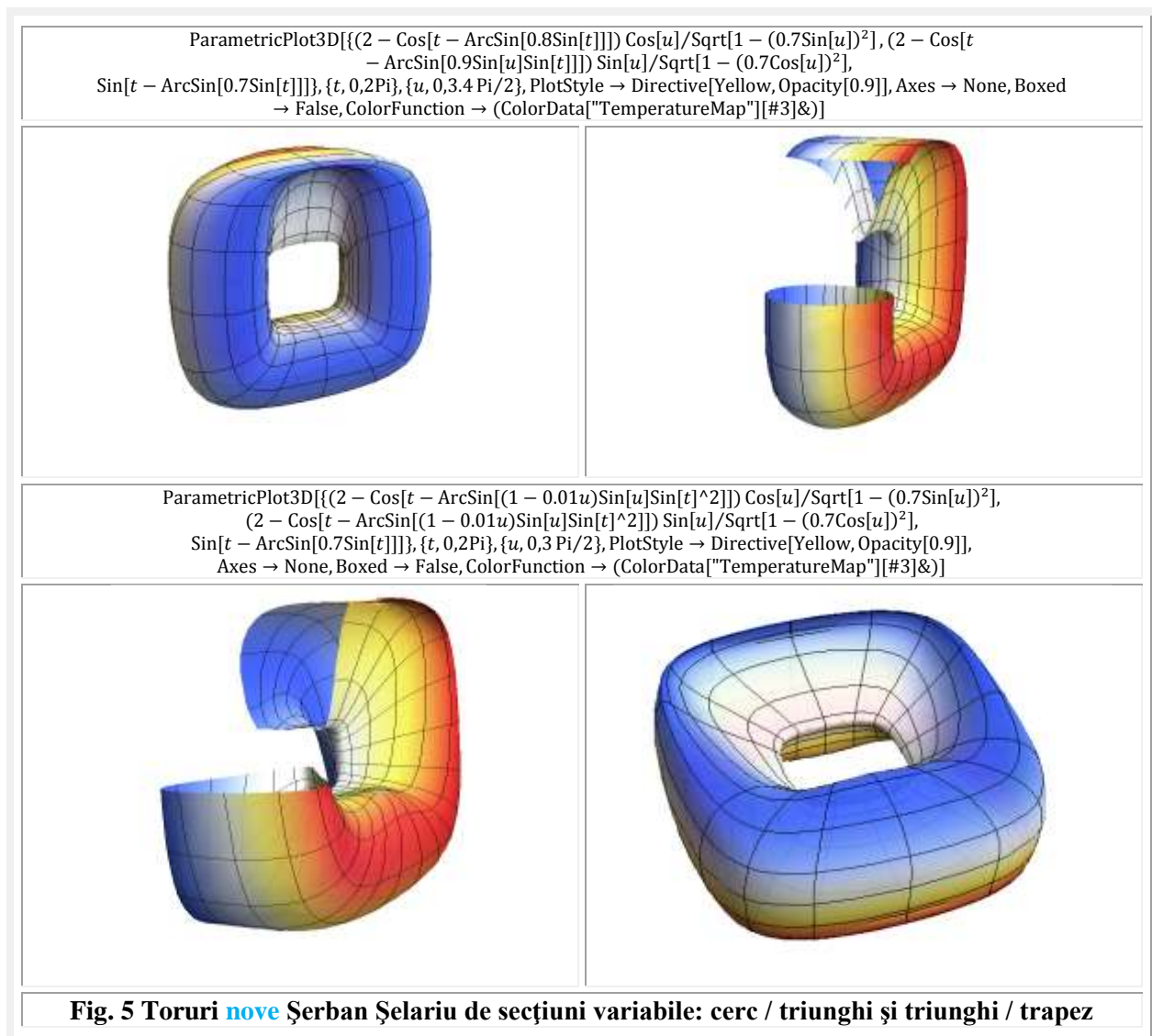
Fig. 4,i Toruri pătrate de secțiune circulară realizate din 4 segmente asamblate

TORURI **SUPERNOVE** ŞERBAN ŞELARIU

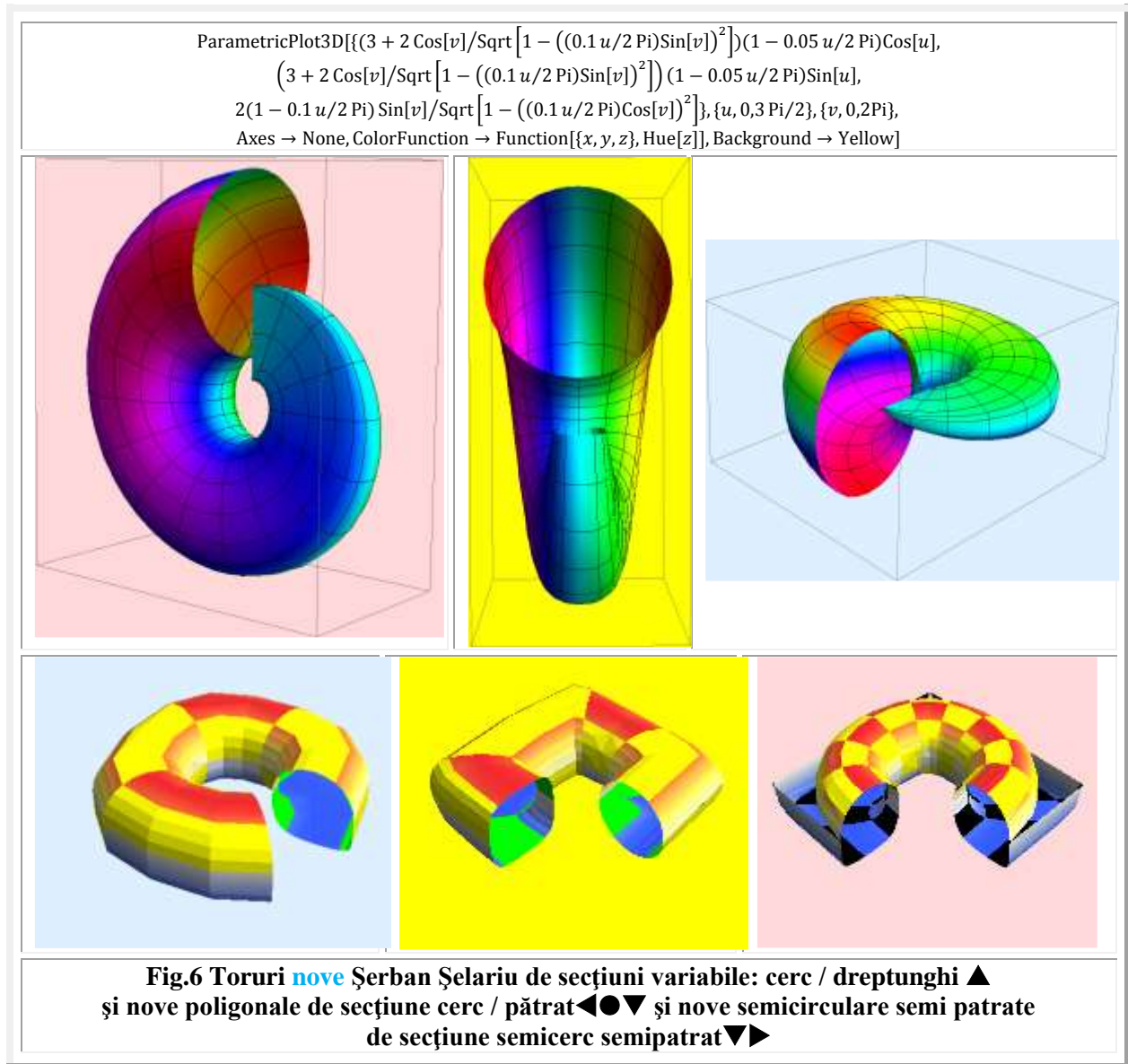
Ing. ŞERBAN ŞELARIU este absolvent al Universităţii “Politehnica” din Timișoara, Facultatea de Mecanică, Secția de Tehnologia Construcțiilor de mașini (TCM), Specialitatea de Mecatronică, promoția 1991, prima specializare de acest fel înființată în România (1989) și nu numai.

Angajat ca inginer proiectant de stanțe și matrițe la întreprinderea **Elba** (Electro-Banat) din Timișoara a fost trimis la specializare în acest domeniu la București, la un curs de specialitate susținut de profesori americani de înaltă profesionalitate.

În activitatea sa de proiectant asistat de calculator s-a folosit de mai multe programe de specialitate dintre care amintim: AutoCad, SolidEdge, Catia, SolidWoks, și a realizat proiecte și pentru alte țări (export).



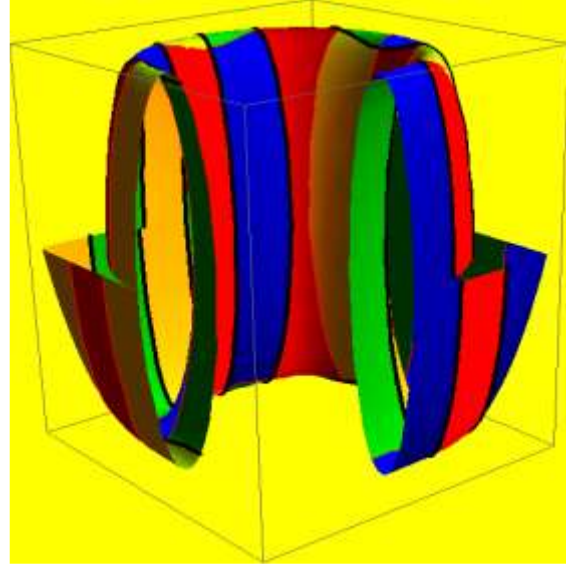
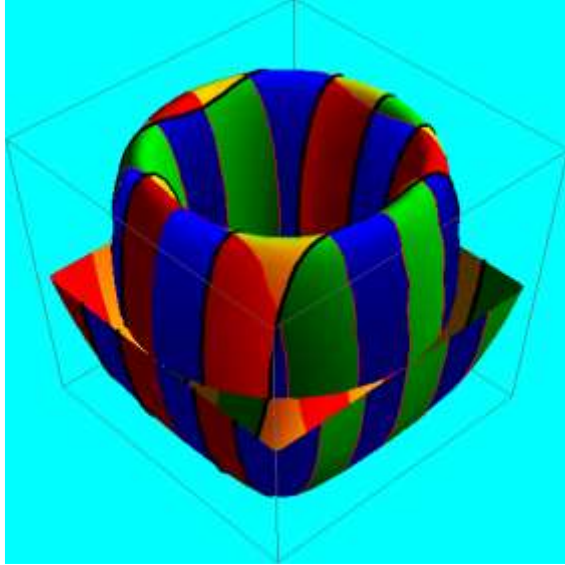
Aflând că în cadrul supermatematicii s-a reușit realizarea unor toruri de formă pătrată, triunghiulară ș.m.a. de secțiuni, circulare, pătrate, triunghiulare ș.a. a proiectat toruri de diverse forme dar de secțiune variabilă. Ca de exemplu, un tor circular sau pătrat care în secțiune începe circular și se termină pătrat, triunghiular sau de altă formă. Inițial ele au fost realizate prin programe de proiectare asiatață de calculator. Ulterior ele au fost realizate și prin ecuații parametrice **supermatematice**. Din acel moment ele au devenit și toruri **nove** (plane) și prin strâmbarea lor în **3D** au devenit și toruri **supernove** Şerban Şelariu.



```

ParametricPlot3D[{(3 + Cos[v]) Cos[u]/Sqrt[1 - ((0.1 v/2 Pi) Sin[u])^2],
(3 + Cos[v]) Sin[u]/Sqrt[1 - ((0.1 v/2 Pi) Cos[u])^2], 5 Sin[v]},
{u, 0, 2 Pi}, {v, 0, 2 Pi}, Mesh -> 5, MeshFunctions -> {#1 &, #2 &},
MeshShading -> {{Yellow, Red}, {Green, Blue}}, MeshStyle -> {Red, Thick}, Axes -> None, Background -> Cyan]

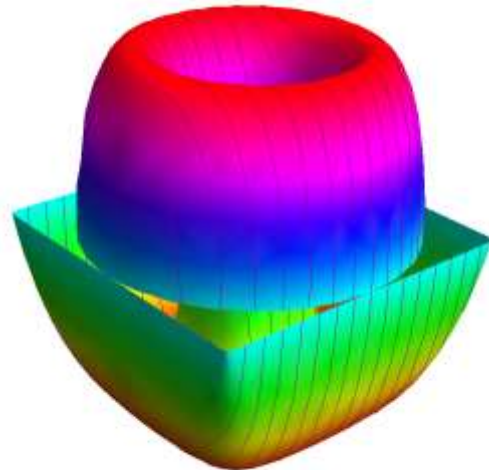
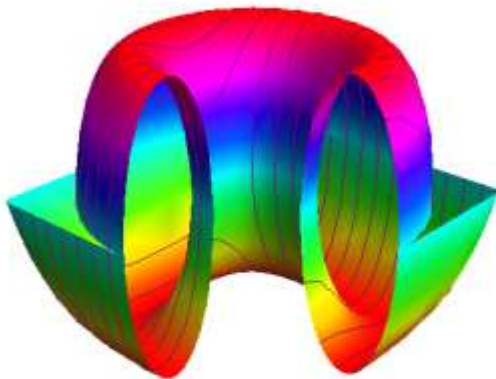
```



```

ParametricPlot3D[{(3 + 1.5 Cos[v]) Cos[u]/Sqrt[1 - ((0.1 v/2 Pi) Sin[u])^2], (3
+ 1.5 Cos[v]) Sin[u]/Sqrt[1 - ((0.1 v/2 Pi) Cos[u])^2], 4 Sin[v]}, {u, 0, 3 Pi/2}, {v, 0, 2 Pi},
Boxed -> False, BoxRatios -> Automatic, Axes -> None, Ticks -> {Range[-2 Pi, 2 Pi, Pi], {0, 1, 2}}, Axes -> None, ColorFunction
-> Function[{x, y, z}, Hue[z]], Axes -> None, BoxRatios -> Automatic, MeshFunctions -> {#1 &}, MeshStyle
-> Purple, MeshShading -> {None, Green, None, Yellow} Background -> Black]

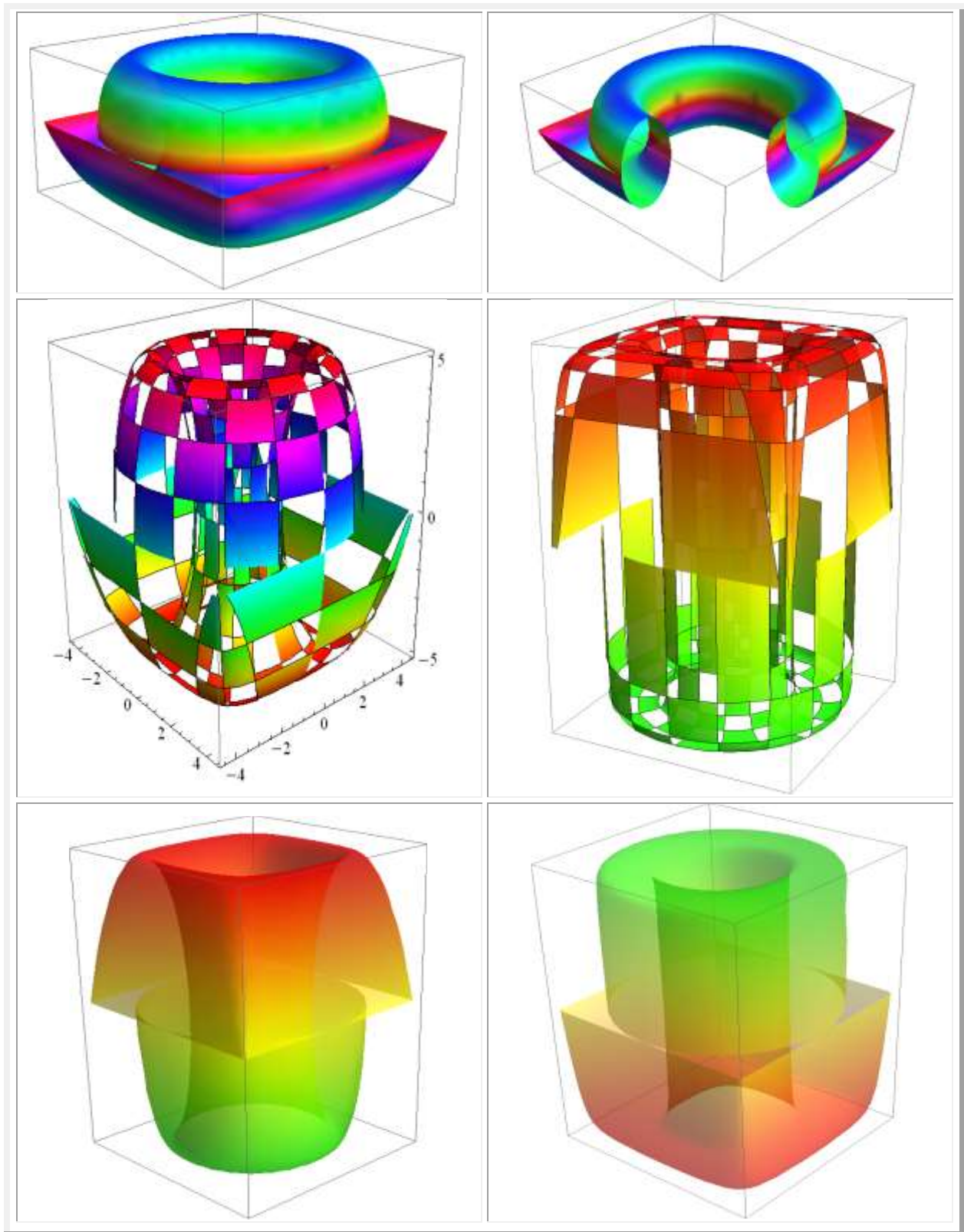
```

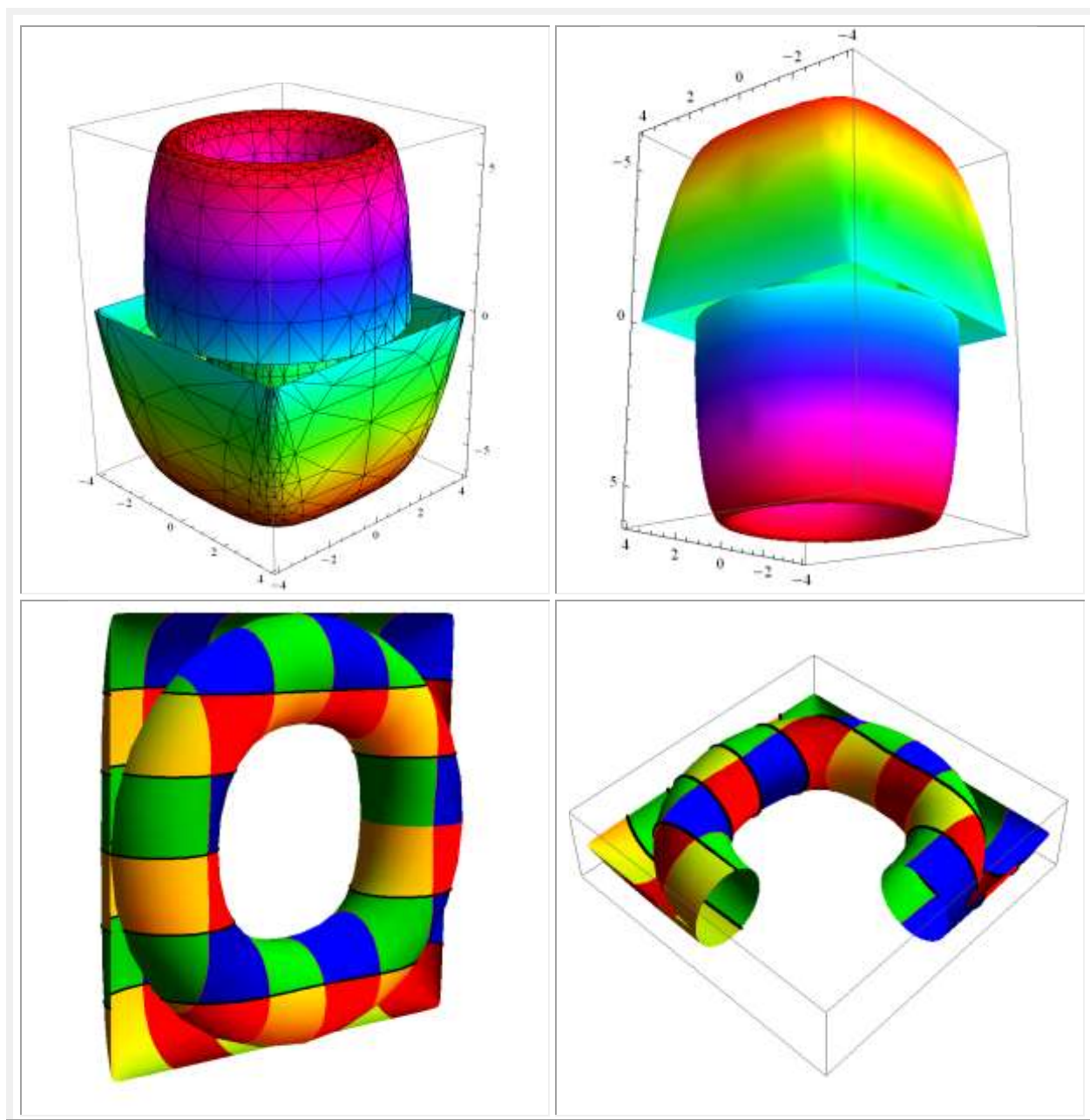


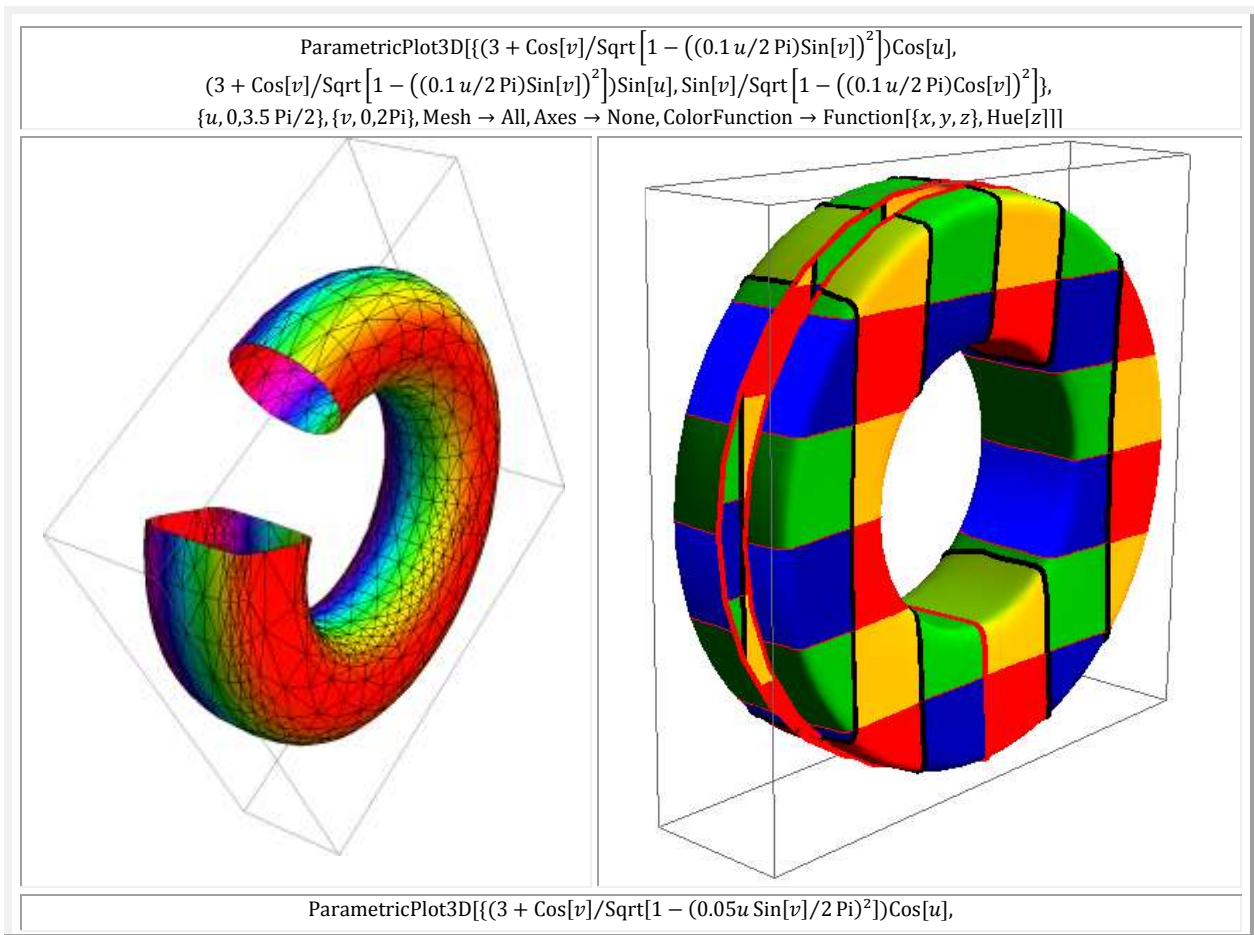
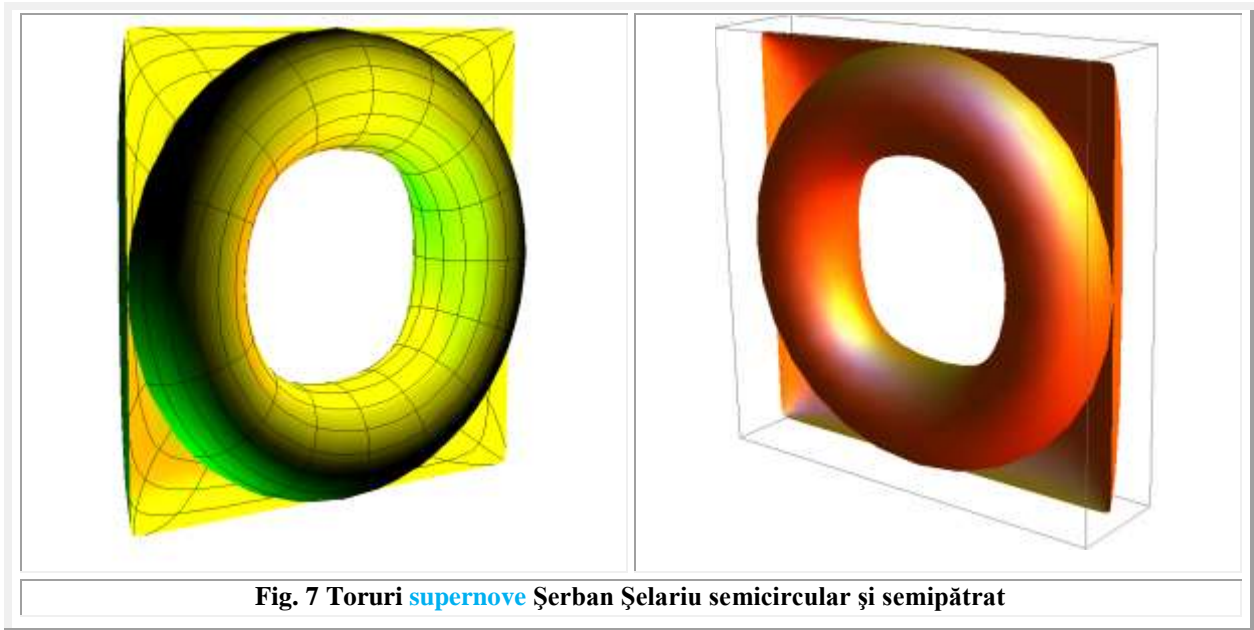
```

ParametricPlot3D[{(3 + Cos[v]) Cos[u]/Sqrt[1 - ((0.1 v/2 Pi) Sin[u])^2], (3 + Cos[v]) Sin[u]/Sqrt[1 - ((0.1 v/2 Pi) Cos[u])^2], 2 Sin[v]},
{u, 0, 2 Pi}, {v, 0, 2 Pi}, Mesh -> False, Axes -> None, ColorFunction, Function[{x, y, u, v},
Directive[Hue[u/(Pi)], Opacity[0.9]]], ColorFunctionScaling -> {True, True, False, True}}]

```







```
(3 + Sin[v]/Sqrt[1 - (0.05u Sin[v]/2 Pi)^2])Sin[u], Sin[v]], {u, 0, 3 Pi/2}, {v, 0, 2Pi}, Mesh-> 5, MeshFunctions->
> {#1&, #2&}, MeshShading-> {{Yellow, Red}, {Green, Blue}}, MeshStyle-> {Red, Thick}, Axes-> None]
```

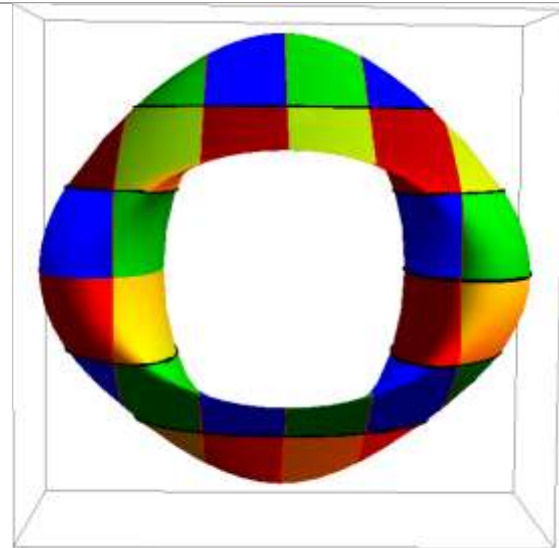
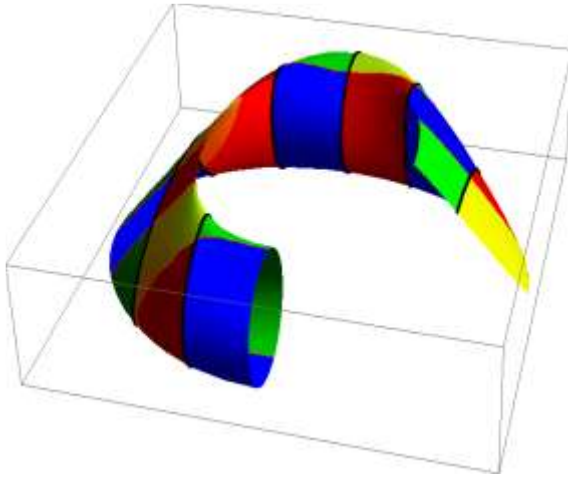
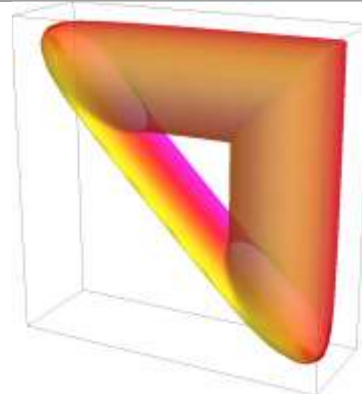
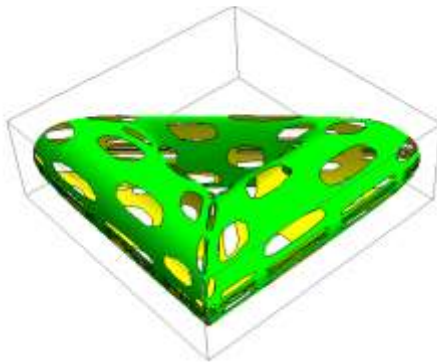
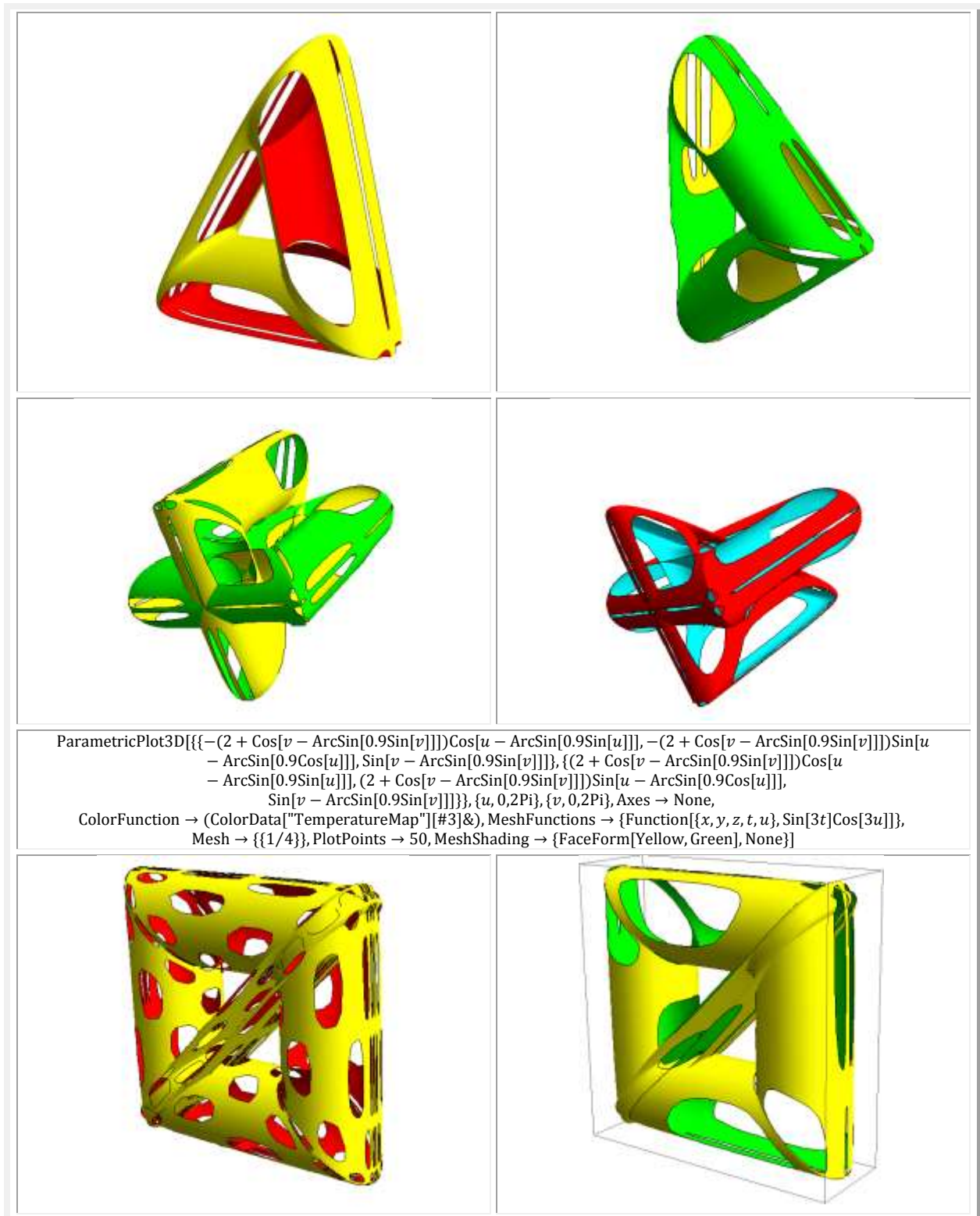
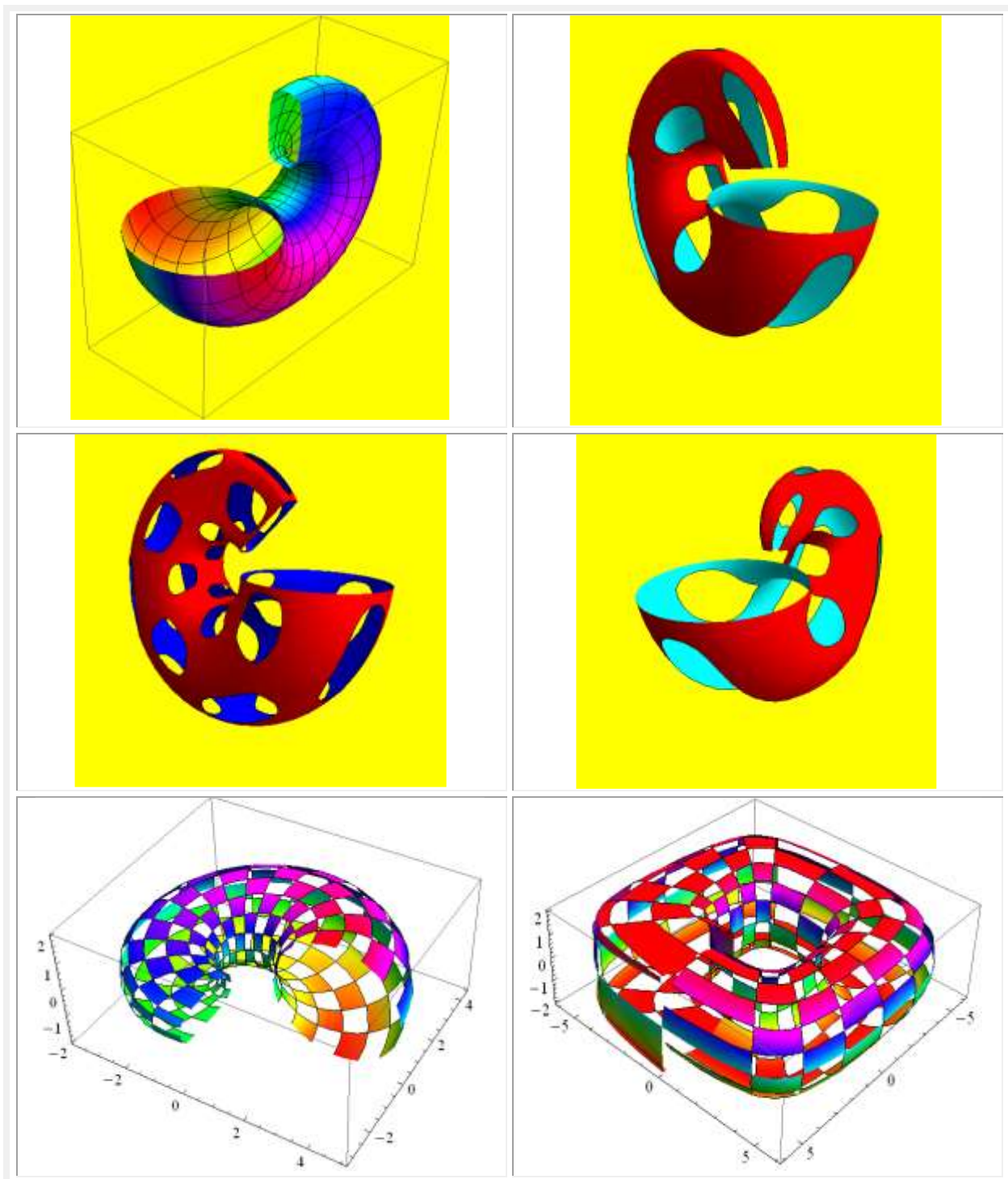


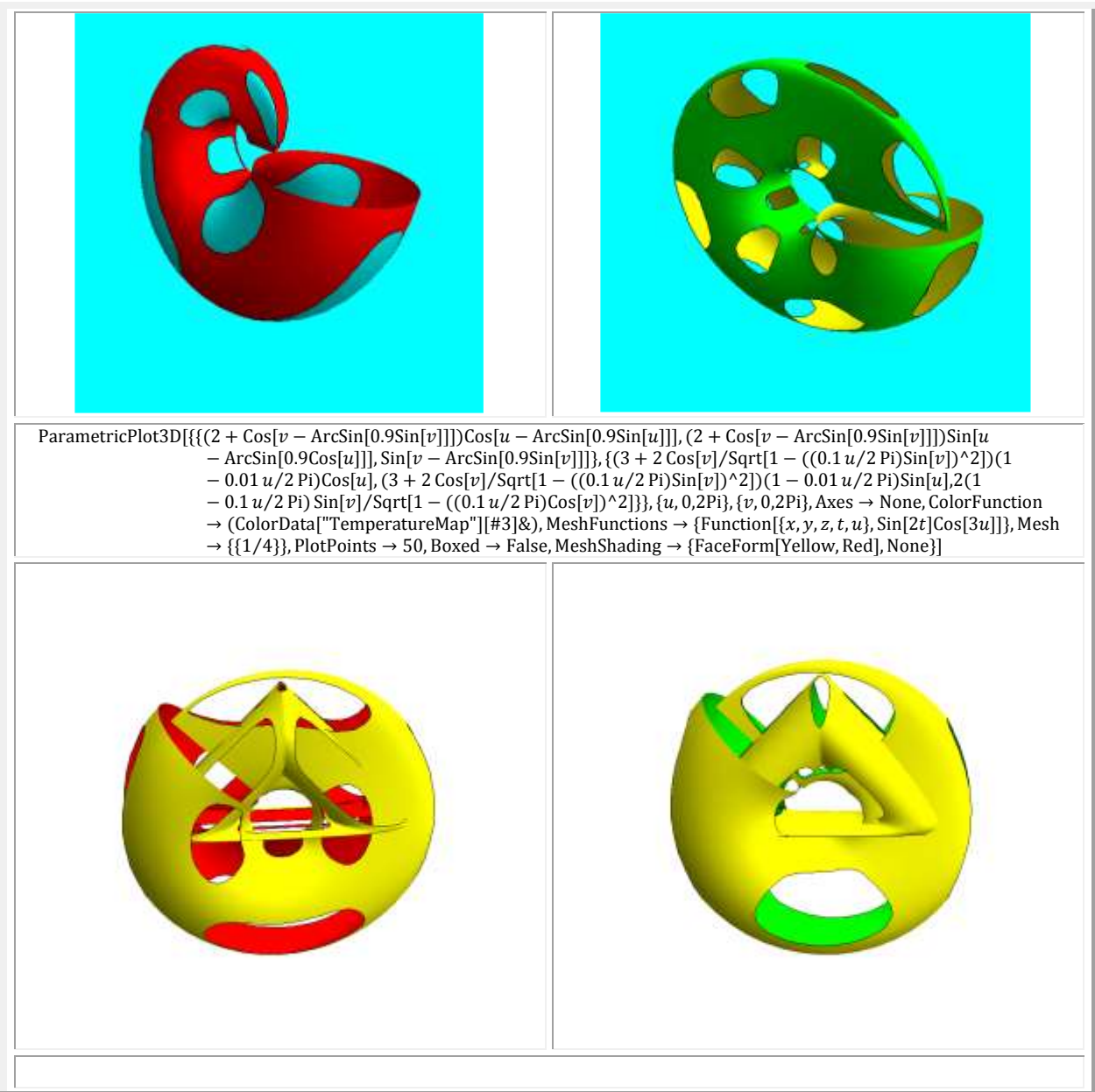
Fig.8

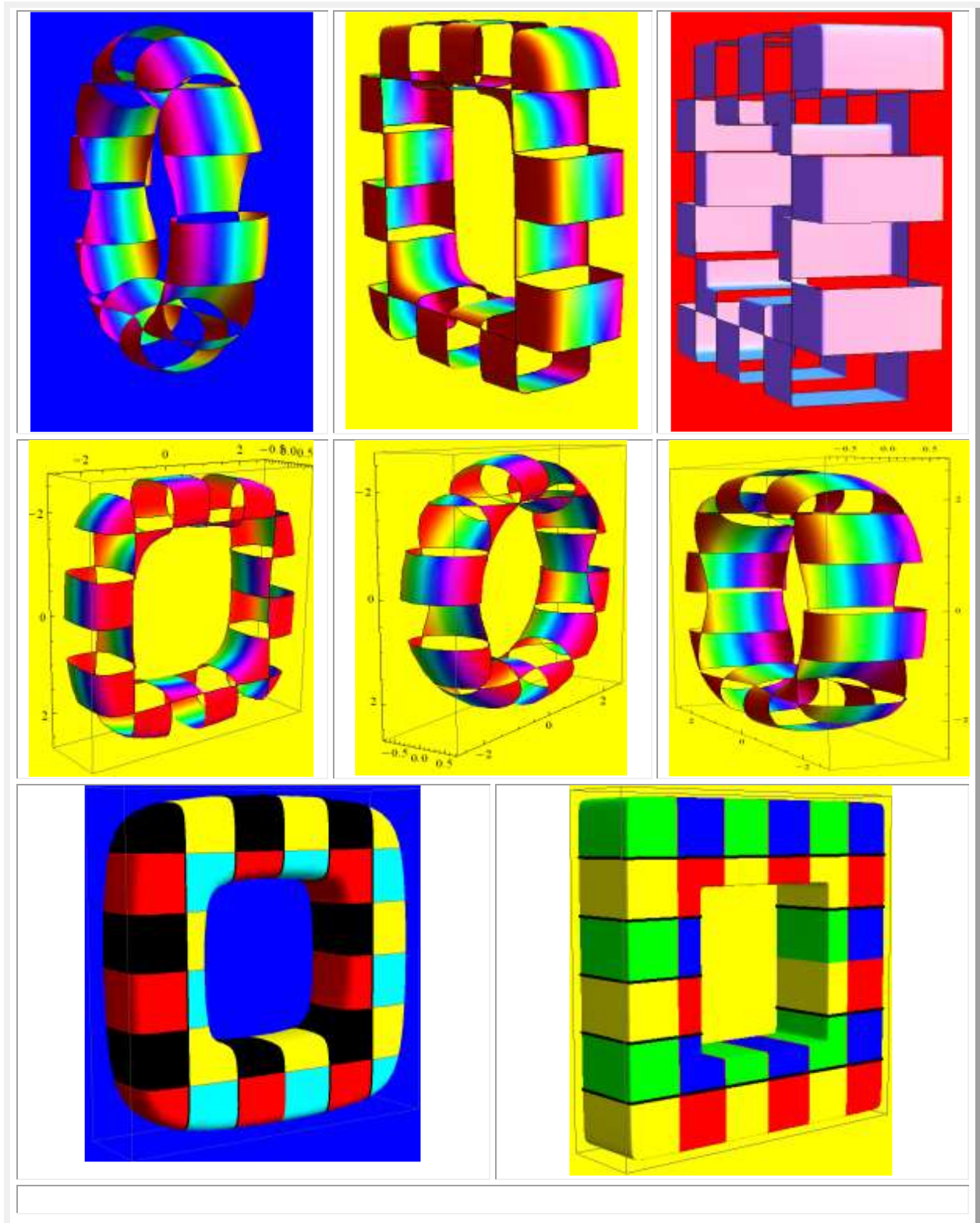
```
ParametricPlot3D[{(2 + Cos[v - ArcSin[0.9Sin[v]]])Cos[u - ArcSin[0.9Sin[u]]], (2 + Cos[v - ArcSin[0.9Sin[v]]])Sin[u - ArcSin[0.9Cos[u]]], Sin[v - ArcSin[0.9Sin[v]]]}, {u, 0, 2Pi}, {v, 0, 2Pi}, Axes -> None,
ColorFunction -> (ColorData["TemperatureMap"][#3]&), MeshFunctions -> {Function[{x, y, z, t, u}, Sin[8t]Cos[8u]],
Mesh -> {{1/4}}, PlotPoints -> 50, MeshShading -> {FaceForm[Green, Yellow], None}]
```

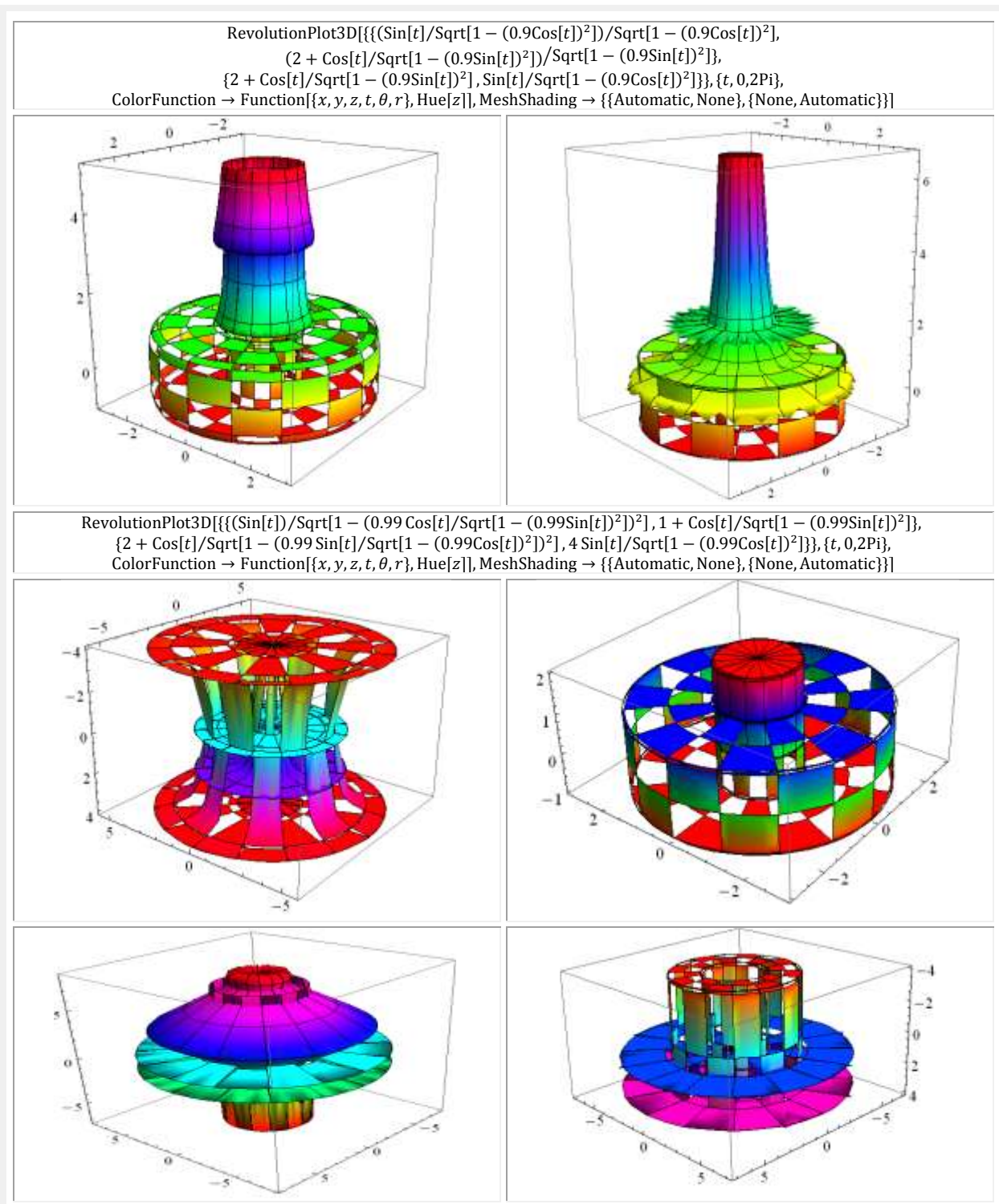


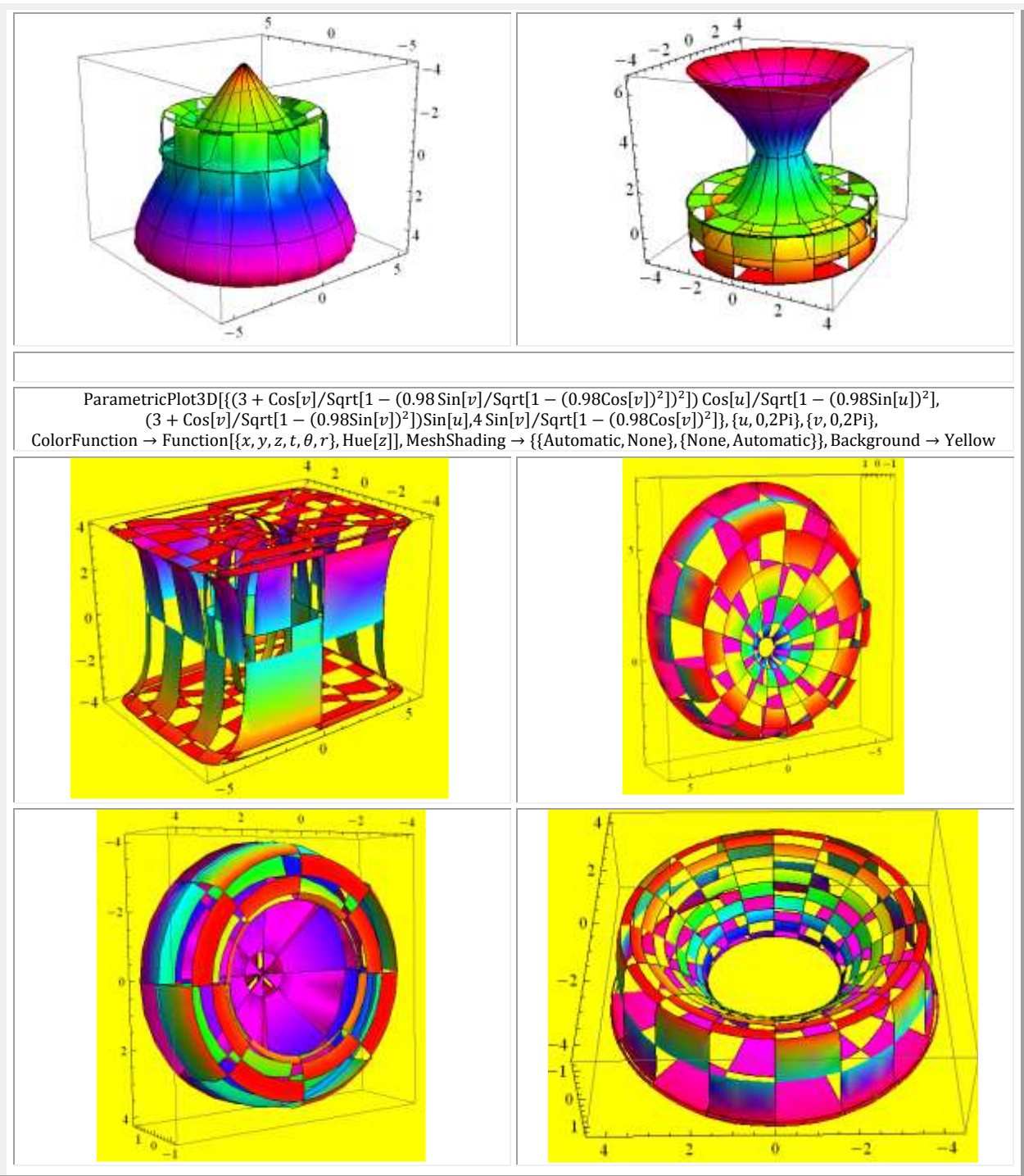












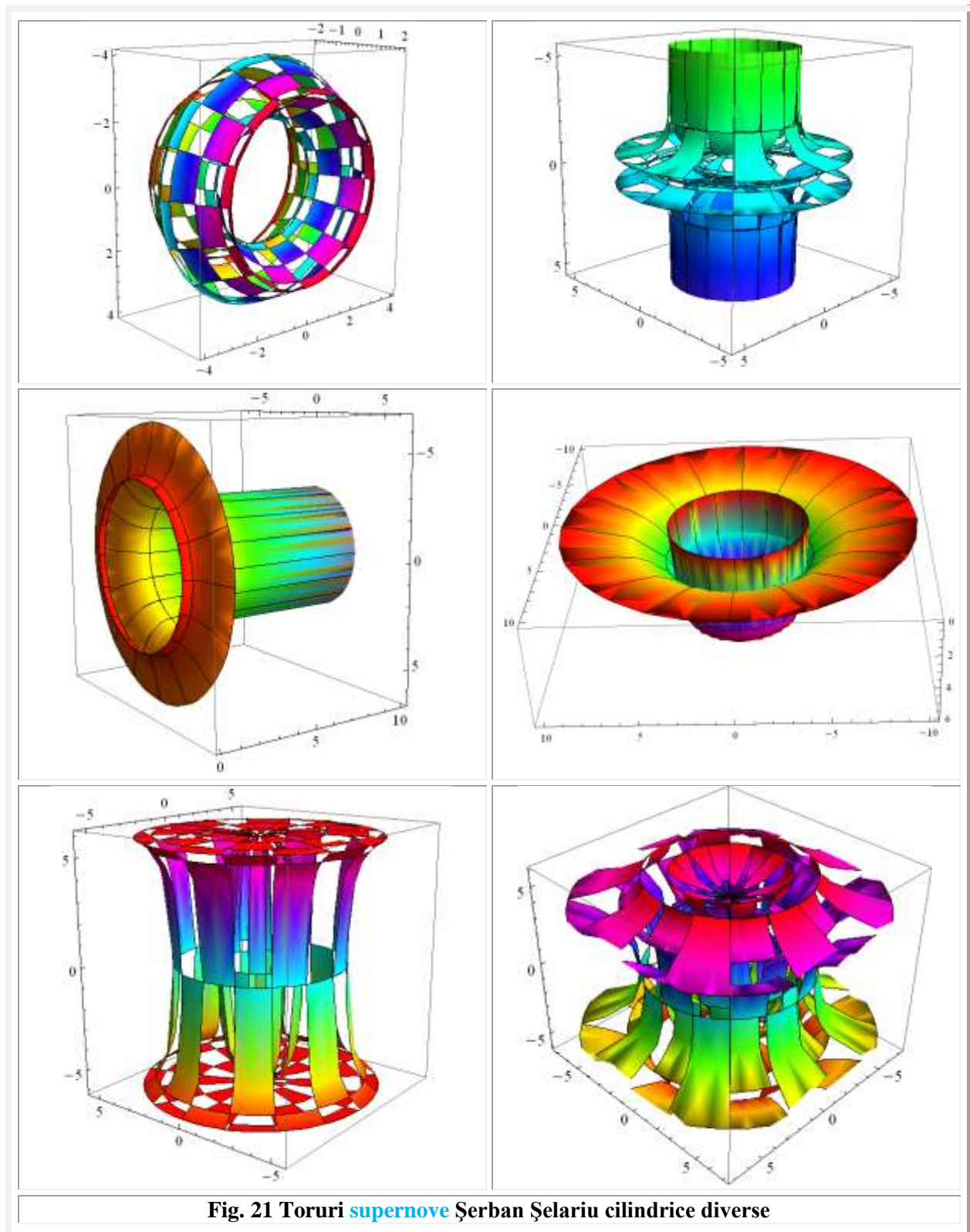
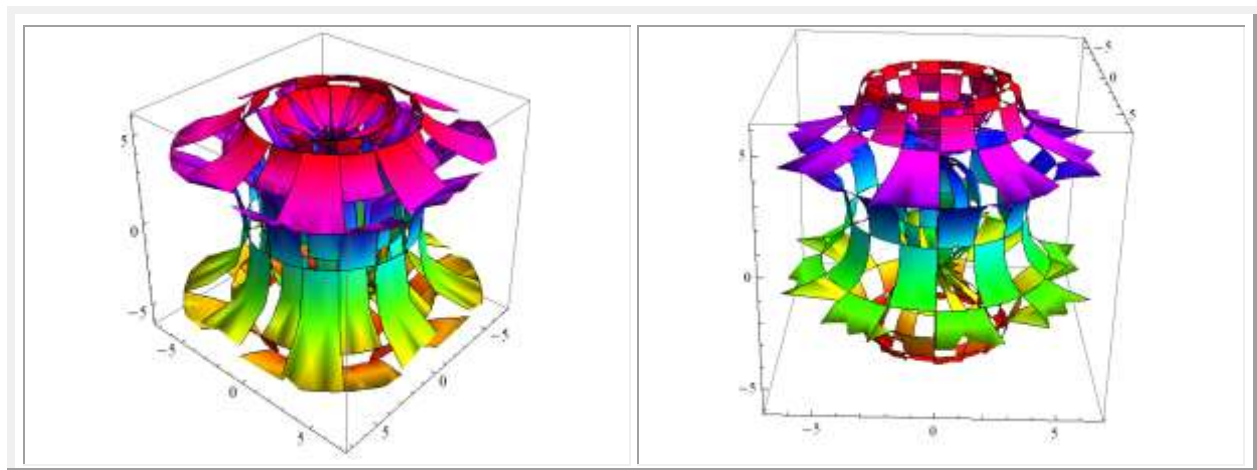
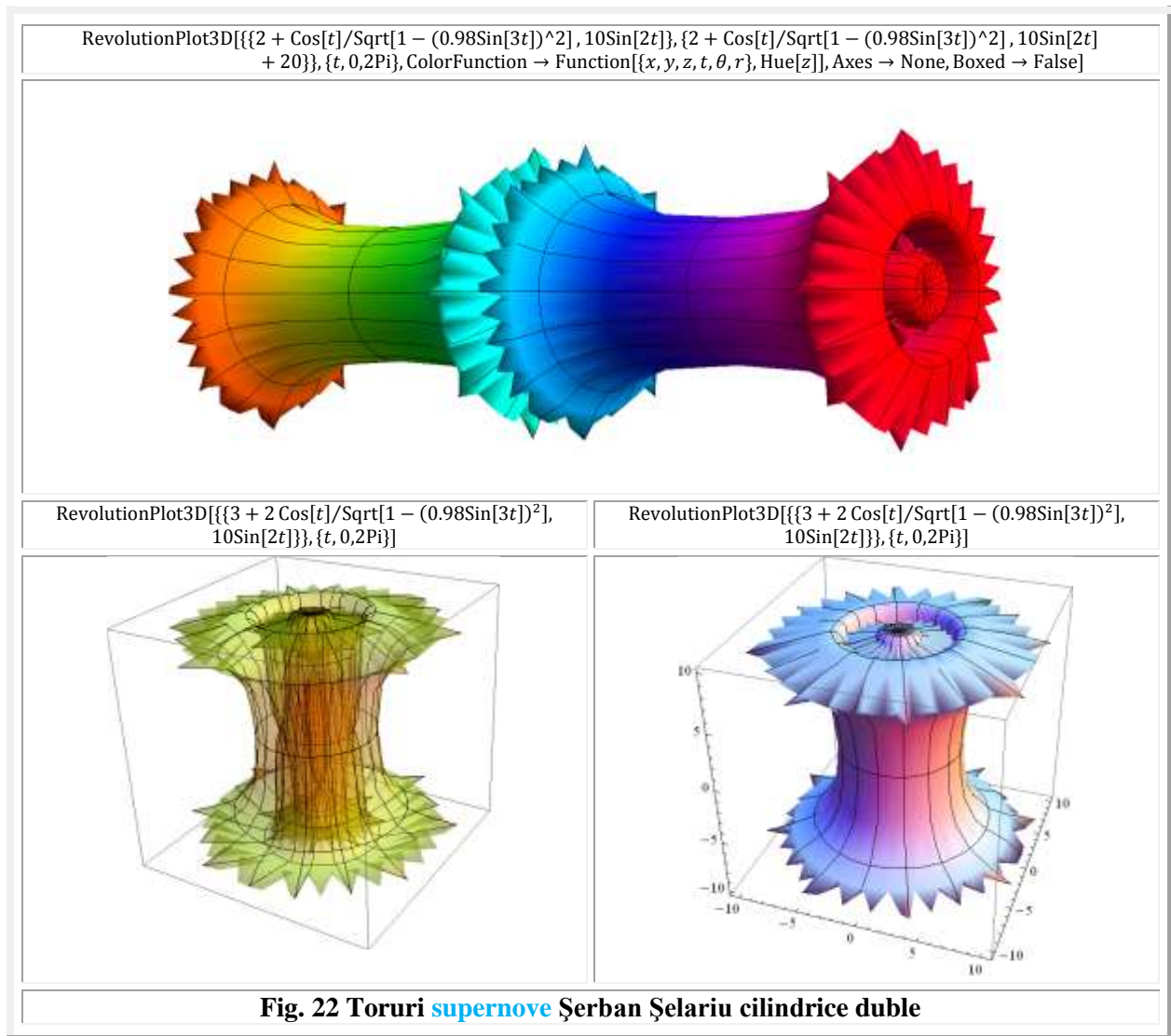
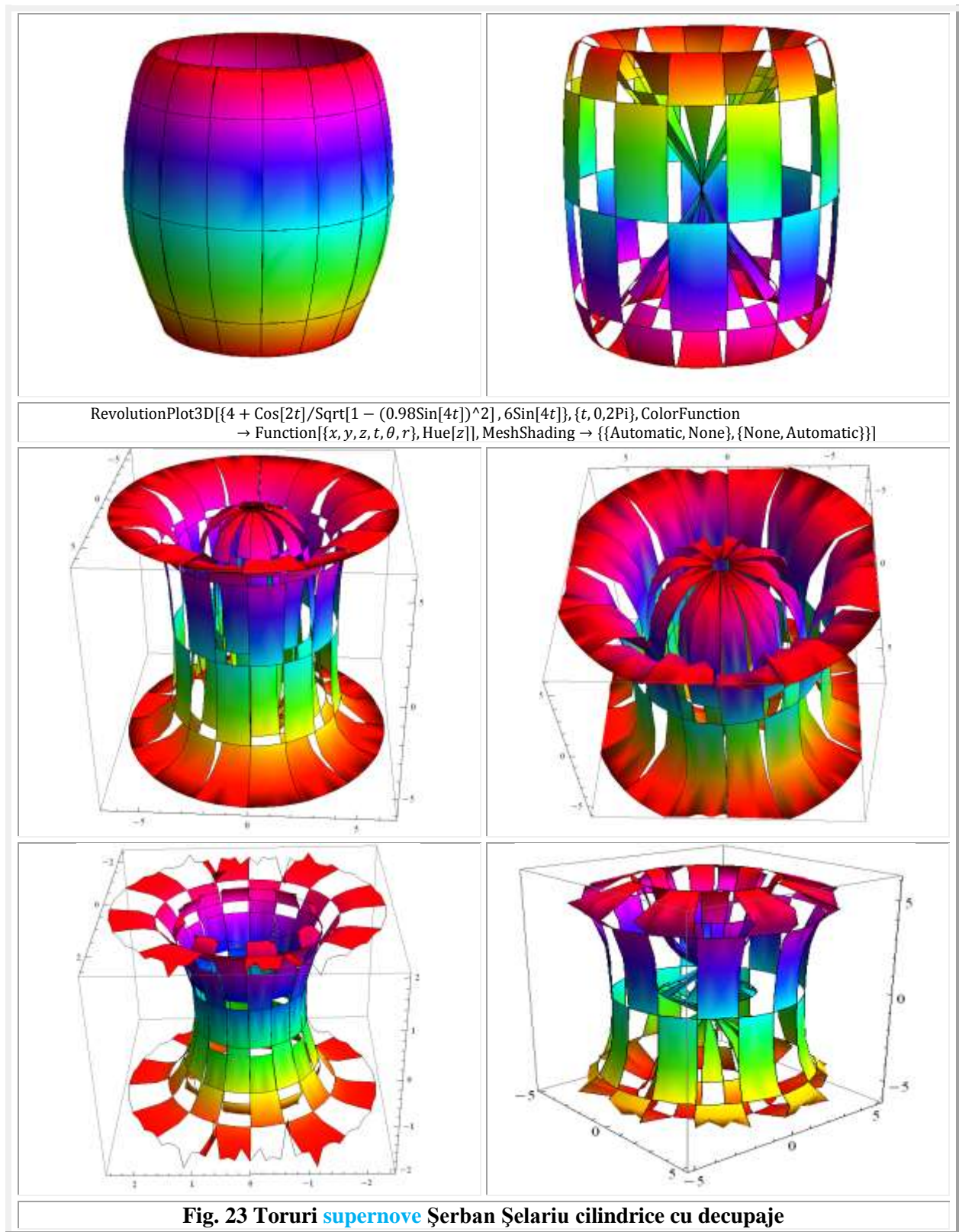


Fig. 21 Toruri **supernove** Şerban Şelariu cilindrice diverse





```

torus[t_]:=ParametricPlot3D[{Cos[u] (3+Cos[v])/Sqrt[1-(0.9 Sin[u])^2],Sin[u] (3+Cos[v])/Sqrt[1-(0.9 Cos[u])^2],Sin[v]}, {u,0,2 π},
{v,0,2 π},TextureCoordinate→Directive[Specularity[White,50],Texture[ExampleData[{"ColorTexture",t}]]],
Axes→False,Lighting→"Neutral",Mesh→None,Boxed->False]; Grid[Partition[Table[torus[t],{t, {"Ash", "BurlOak",
"CheetahFur", "Kingwood", "Metal1", "Metal4", "Vavona", "WhiteMarble", "YellowMarble"} }],3]]

```



Fig. 24 Toruri **supernove** Şerban Şelariu pătrate de secţiune circulară

```

torus[t_]:=ParametricPlot3D[{Cos[u] (3+Cos[v])/Sqrt[1-(0.9 Sin[v])^2])/Sqrt[1-(0.9 Sin[u])^2],Sin[u] (3+Cos[v])/Sqrt[1-(0.9
Sin[v])^2])/Sqrt[1-(0.9 Cos[u])^2],Sin[v]/Sqrt[1-(0.9Cos[v])^2]}, {u,0,2π}, {v,0,2π},
TextureCoordinate→False,Lighting→"Neutral",Mesh→None,Boxed->False]; Grid[Partition[Table[torus[t],
{t, {"Ash", "BurlOak", "CheetahFur", "Kingwood", "Metal1", "Metal4", "Vavona", "WhiteMarble", "YellowMarble"} }], 3]]

```



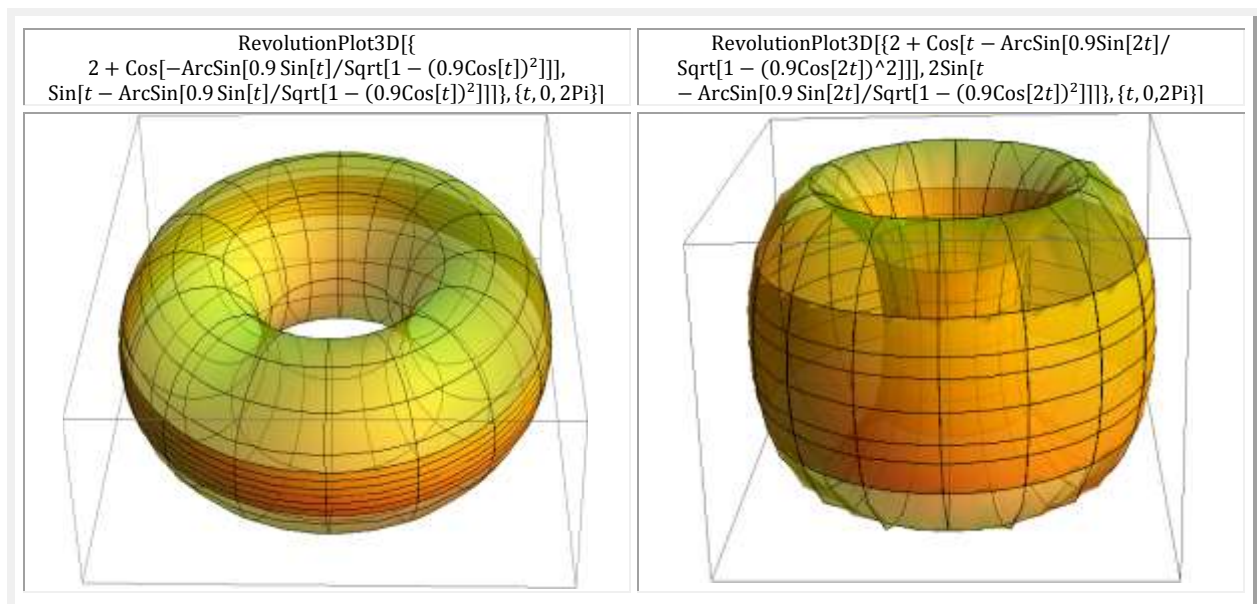


Fig. 25 Toruri **supernove** Șerban Șelariu pătrate de secțiuni pătrate

`torus[t_]:=ParametricPlot3D[{Cos[u] (3+Cos[v]/Sqrt[1-(0.9 Sin[v])^2]),Sin[u] (3+Cos[v]/Sqrt[1-(0.9 Sin[v])^2]),Sin[v]/Sqrt[1-(0.9 Cos[v])^2]},{u,0,2 π},{v,0,2 π}]`



Fig. 26 Serii de toruri circulare și pătrate **supernove** Șerban Șelariu



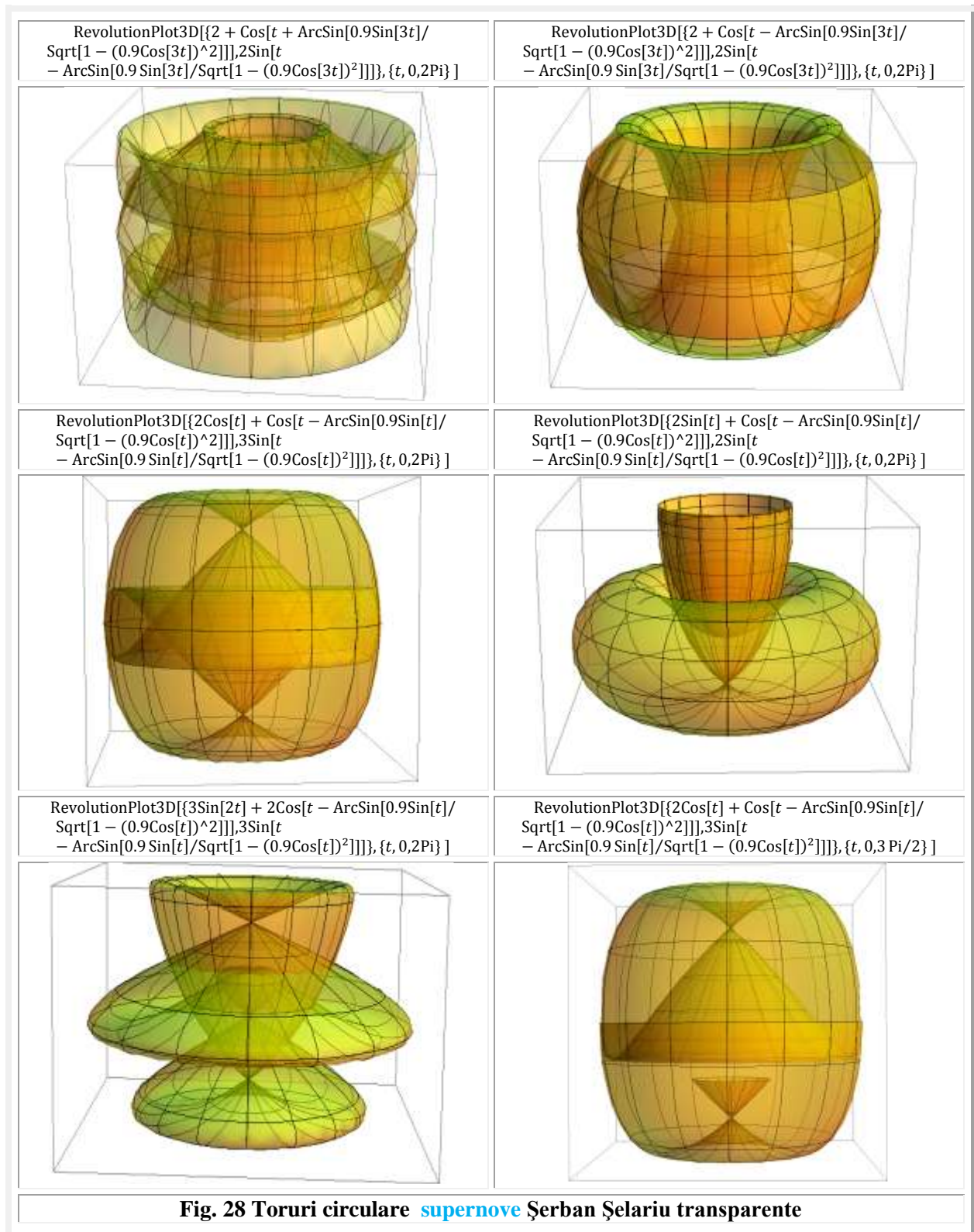
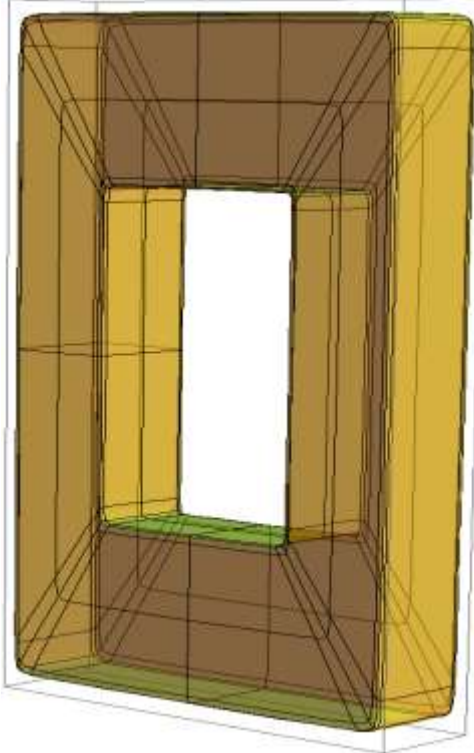
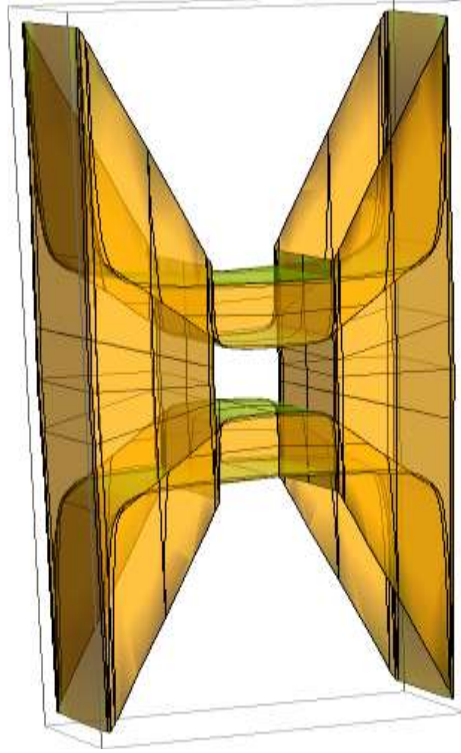


Fig. 28 Toruri circulare **supernove** Şerban Şelariu transparente

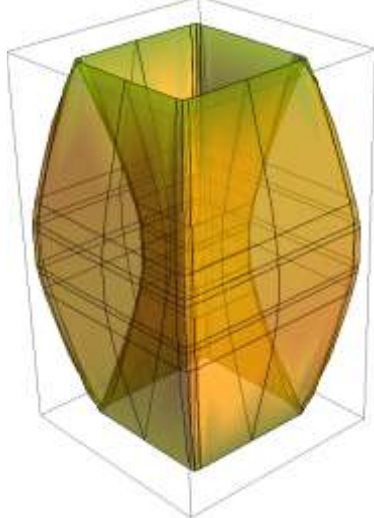
ParametricPlot3D[$\{4 + 2(3 + \cos[v]/\sqrt{1 - (0.98\sin[v])^2}) \sin[u]/\sqrt{1 - (0.98\cos[u])^2}, 4 + \cos[v]/\sqrt{1 - (0.98\sin[v])^2}) \cos[u]/\sqrt{1 - (0.98\sin[u])^2}, 4 + \sin[v]/\sqrt{1 - (0.98\cos[v])^2}\}, \{u, 0, 2\pi\}, \{v, 0, 2\pi\}]$



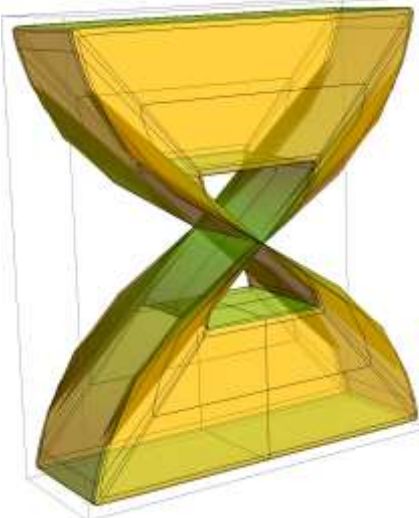
ParametricPlot3D[$\{2 + (2 + \cos[v]/\sqrt{1 - (0.98\sin[v])^2}) \sin[u]/\sqrt{1 - (0.98\cos[u])^2}, 2 + (2 + \cos[v]/\sqrt{1 - (0.98\sin[v])^2}) \cos[u]/\sqrt{1 - (0.98\sin[u])^2}, 2 + \sin[v]/\sqrt{1 - (0.98\cos[v])^2}\}, \{u, 0, 2\pi\}, \{v, 0, 2\pi\}]$

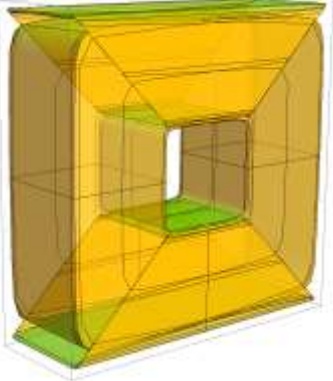
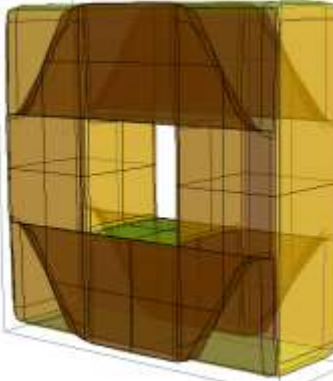
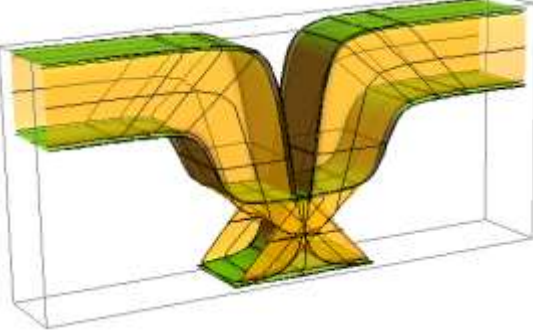
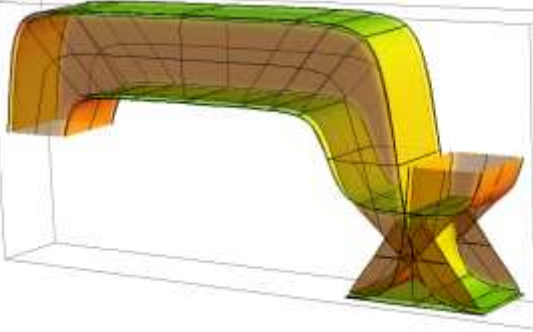
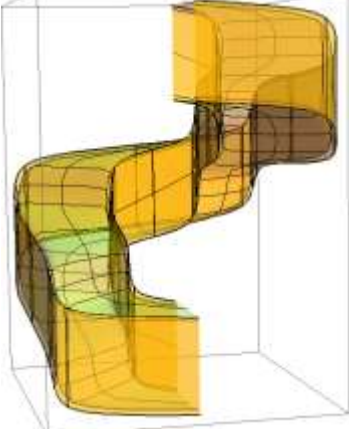
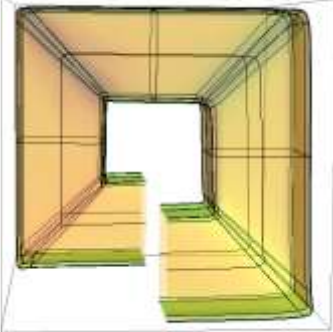


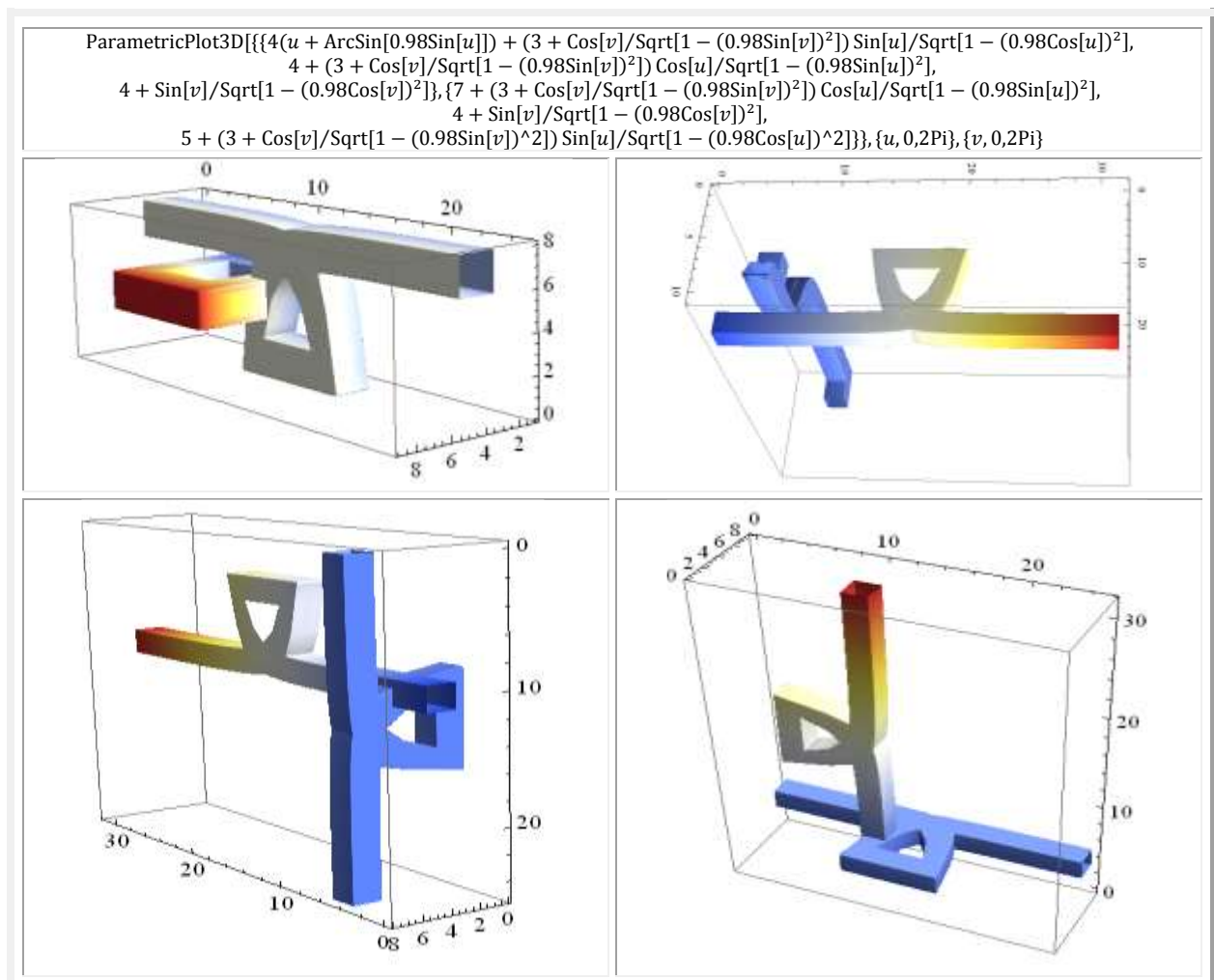
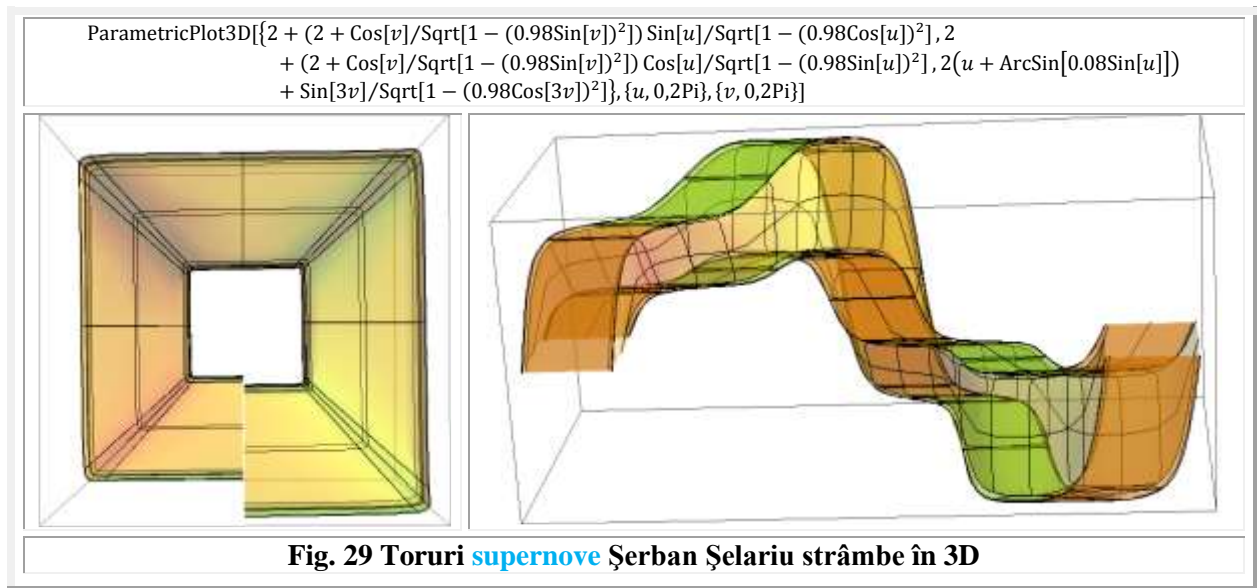
ParametricPlot3D[$\{2 + (2 + \cos[v]/\sqrt{1 - (0.98\sin[v])^2}) \sin[u]/\sqrt{1 - (0.98\cos[u])^2}, 2 + (2 + \cos[v]/\sqrt{1 - (0.98\sin[v])^2}) \cos[u]/\sqrt{1 - (0.98\sin[u])^2}, 4 + \sin[v]/\sqrt{1 - (0.98\cos[2v])^2}\}, \{u, 0, 2\pi\}, \{v, 0, 2\pi\}]$

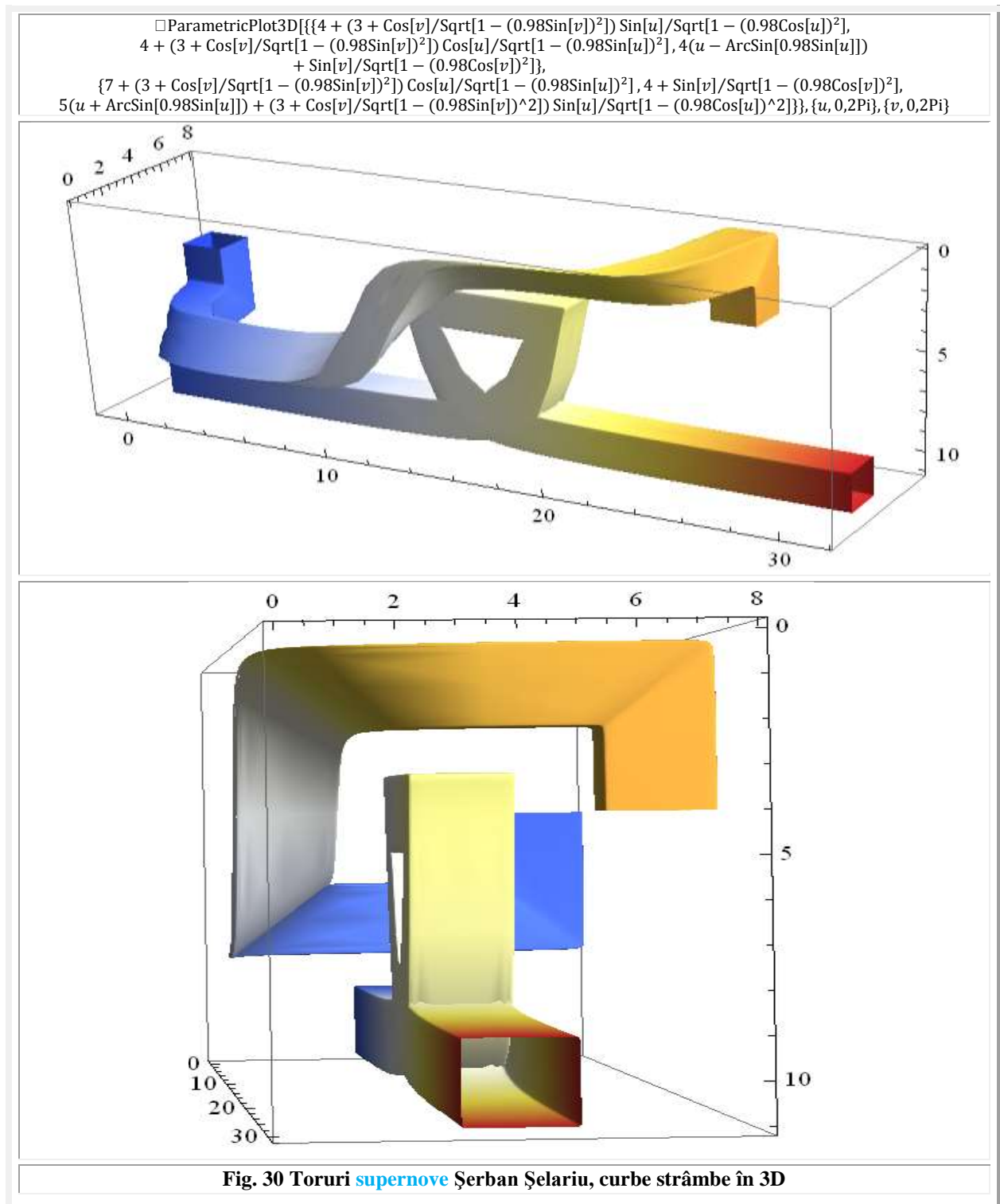


ParametricPlot3D[$\{2 + (2 + \cos[v]/\sqrt{1 - (0.98\sin[v])^2}) \sin[u]/\sqrt{1 - (0.98\cos[2u])^2}, 2 + (2 + \cos[v]/\sqrt{1 - (0.98\sin[v])^2}) \cos[u]/\sqrt{1 - (0.98\sin[u])^2}, 4 + \sin[v]/\sqrt{1 - (0.98\cos[v])^2}\}, \{u, 0, 2\pi\}, \{v, 0, 2\pi\}]$



$\text{ParametricPlot3D}\left[\left\{2 + \left(2 + \cos[v]\right) / \sqrt{1 - \left(0.98 \sin[v]\right)^2}\right\} \sin[3u] / \sqrt{1 - \left(0.98 \cos[3u]\right)^2}, 2 + \left(2 + \cos[v]\right) / \sqrt{1 - \left(0.98 \sin[v]\right)^2} \cos[u] / \sqrt{1 - \left(0.98 \sin[u]\right)^2}, + \sin[v] / \sqrt{1 - \left(0.98 \cos[v]\right)^2}\right], \{u, 0, 2\pi\}, \{v, 0, 2\pi\}$	$\text{ParametricPlot3D}\left[\left\{2 + \left(2 + \cos[v]\right) / \sqrt{1 - \left(0.98 \sin[v]\right)^2}\right\} \sin[u] / \sqrt{1 - \left(0.98 \cos[u]\right)^2}, 2 + \left(2 + \cos[3v]\right) / \sqrt{1 - \left(0.98 \sin[3v]\right)^2} \cos[u] / \sqrt{1 - \left(0.98 \sin[u]\right)^2}, 4 \sin[v] / \sqrt{1 - \left(0.98 \cos[v]\right)^2}\right], \{u, 0, 2\pi\}, \{v, 0, 2\pi\}$
	
$\text{ParametricPlot3D}\left[\left\{2(u - \text{ArcSin}[0.08 \sin[u]]) + \left(2 + \cos[v]\right) / \sqrt{1 - \left(0.98 \sin[v]\right)^2} \sin[u] / \sqrt{1 - \left(0.98 \cos[u]\right)^2}, 2 + \left(2 + \cos[v]\right) / \sqrt{1 - \left(0.98 \sin[v]\right)^2} \cos[u] / \sqrt{1 - \left(0.98 \sin[u]\right)^2}, 4 + \sin[3v] / \sqrt{1 - \left(0.98 \cos[3v]\right)^2}\right\}, \{u, 0, 2\pi\}, \{v, 0, 2\pi\}$	$\text{ParametricPlot3D}\left[\left\{2 + \left(2 + \cos[v]\right) / \sqrt{1 - \left(0.98 \sin[v]\right)^2} \sin[u] / \sqrt{1 - \left(0.98 \cos[u]\right)^2}, 2(u - \text{ArcSin}[0.08 \sin[u]]) + \left(2 + \cos[v]\right) / \sqrt{1 - \left(0.98 \sin[v]\right)^2} \cos[u] / \sqrt{1 - \left(0.98 \sin[u]\right)^2}, 4 + \sin[3v] / \sqrt{1 - \left(0.98 \cos[3v]\right)^2}\right\}, \{u, 0, 2\pi\}, \{v, 0, 2\pi\}$
	
$\text{ParametricPlot3D}\left[\left\{2 + \left(2 + \cos[v]\right) / \sqrt{1 - \left(0.98 \sin[v]\right)^2} \sin[u] / \sqrt{1 - \left(0.98 \cos[u]\right)^2}, 2 + \left(2 + \cos[v]\right) / \sqrt{1 - \left(0.98 \sin[v]\right)^2} \cos[u] / \sqrt{1 - \left(0.98 \sin[u]\right)^2}, (u - \text{ArcSin}[0.08 \sin[u]]) + \sin[3v] / \sqrt{1 - \left(0.98 \cos[3v]\right)^2}\right\}, \{u, 0, 2\pi\}, \{v, 0, 2\pi\}$	
	





Motto” *Matematica este fundația de nezdruncinat a științei și fântâna inepuizabilă a foloaselor pentru treburile omenești.*” **Isaac Barrow**
Supermatematica și mai și. **Autorul**

CAPITOLUL XXIII

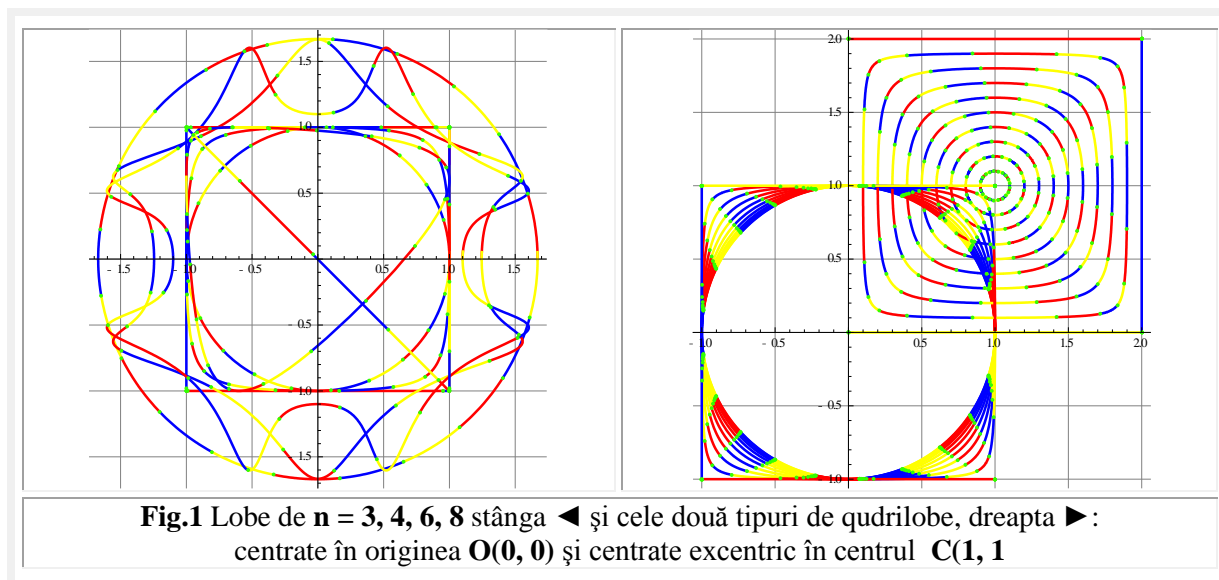
FUNCTII QUDRILOBE

1 LOBELE ȘI QUADRILOBELE

Lobe sunt familii de curbe închise, rezultate din transformarea continuă a cercului într-un poligon perfect, cu ajutorul **funcțiilor supermatematice (SM) circulare excentrice (FSM-CE)**. Fiecare curbă închisă a familiei, dispune de mai mulți lobi (**Fig.1**), cu excepția curbei generatoare, care, în toate cazurile, este un cerc, cu niciun lob (zero lobă).

Curbele din familia lobeilor se disting printr-o anumită rază **R** și **excentricitate liniară reală e**, sau o anumită **excentricitate liniară numerică $s = e/R$** , denumită și modul și, uneori în vibrații quadrilobe, notată cu **k**.

În toate cazurile, pentru **s = 0** se obține cercul, care nu dispune de niciun lob, fiind considerată **curbă generatoare** a familiilor de lobe și, pentru **s = 1**, se obține un poligon cu **n** laturi, **perfect rectilini**. Adică, se obțin **forme** din matematica centrică (**MC**), care se obține din **SM** pentru **s = 0** și **s = 1**, deoarece **MC** este un caz particular al **supermatematicii (SM)**. Pentru **s = 1** se obține **doar forma** de poligon perfect, nu și ecuațiile lor (2) și / sau (3), care sunt proprii **matematicii excentrice (ME)**.



Pentru valori intermediare, $s \in (0, 1)$, se obțin lobele a căror **formă** (de cerc și pătrat) este proprie **matematicii excentrice (ME)**. Se știe că **SM = MC \cup ME** și că **MC = SM(s = 0)**.

Raza R a cercului generator al lobelor, aceeași pentru o familie de lobe, imprimă mărimea curbelor din familie, în timp ce, **excentricitatea liniară reală e** sau cea **numerică s** modifică continuu forma lobelor din familie: de la cerc ($s = 0$) la un poligon perfect cu $3, 4, \dots, n$ laturi (pentru $s = \pm 1$).

Transformare continuă a cercului într-un poligon cu n laturi, perfect rectilini, este posibilă prin utilizarea **funcțiilor supermatematice circulare excentrice** de **variabilă excentrică θ** [1], [2], [3] sau de variabilă **centrică α** [10], dependența dintre variabile fiind date de relațiile cunoscute

$$(1) \quad \begin{cases} \alpha(\theta) = aex\theta = \theta - \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \epsilon)] & \text{și} \\ \theta(\alpha) = Aex\alpha = \alpha + \arcsin\left[\frac{s \cdot \sin(\alpha - \epsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s \cdot \cos(\alpha - \epsilon)}}\right] = \alpha + \arctan\left[\frac{s \cdot \sin(\alpha - \epsilon)}{1-s \cdot \cos(\alpha - \epsilon)}\right] \end{cases}$$

Quadrilobele (cvadrilobele QL) sunt o familie de curbe închise cu **4 lobi**, rezultate din transformarea continuă a cercului în pătrat, de forma pătratelor cu laturi curbe și colțuri rotunjite (**Fig. 2,a** dreapta ►), exprimate de **FSM-CE** cu ecuațiile parametrice

$$(2) \quad M \quad \begin{cases} x = R \cdot dex\theta = 1 - \frac{s \cdot \cos(\theta - \epsilon)}{\sqrt{1-s^2 \sin^2(\theta - \epsilon)}} \\ y = R \cdot dex\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = 1 - \frac{s \cdot \cos(\theta - \epsilon - \frac{\pi}{2})}{\sqrt{1-s^2 \sin^2(\theta - \epsilon - \frac{\pi}{2})}} = 1 - \frac{s \cdot \sin(\theta - \epsilon)}{\sqrt{1-s^2 \cos^2(\theta - \epsilon)}} \end{cases}, R = 1$$

(**Fig. 2,b** jos ▼), a căror centru de simetrie este situat în punctul **C(1, 1)** ▲► sau, mai simplu, cu ajutorul: **funcțiilor supermatematice quadrilobe (FSM-QL)**, cu graficele din **figura 2,b**

$$(3) \quad M \quad \begin{cases} x = \frac{R \cdot \cos(\theta - \epsilon)}{\sqrt{R^2 - e^2 \sin^2(\theta - \epsilon)}} = R \cdot coq\theta \\ y = \frac{R \cdot \sin(\theta - \epsilon)}{\sqrt{R^2 - e^2 \cos^2(\theta - \epsilon)}} = R \cdot siq\theta \end{cases}$$

(**Fig. 2,c** sus ▲), caz în care centrul de simetrie este situat în originea $O(0, 0)$.

În toate cazurile anterioare, excentricitatea liniară reală este subunitară, adică $s \in [0, 1]$, iar excentricitatea unghiulară $\epsilon = 0$ sau $\epsilon = \pi$ și, mai simplu, $s^2 \in [0, 1]$.

2. QUDRILOBE (QL) ȘI FUNCȚII QUDRILOBE (FQL)

Coordonatele punctului curent $M(x,y) \in [QL(s)]$, ce aparține unei quadrilobe / cvadrilobe (de rază $R = 1$ și de excentricitate numerică $s = k$, cu excentrul S pe axa $x \Rightarrow \epsilon = 0$ sau π și semidreptei d^+ ($\theta = \varphi$), cu polul în originea $O(0,0)$, adică $M = d^+(\varphi) \cap QL(s = k)$, sunt, totodată, **funcțiile cvadrilobe centrice (FQC) cosinus quadrilob (coq θ) și sinus quadrilob (siq θ) centrice** de variabilă **excentrică θ** [Fig.2].

Coordonatele carteziene ale lui $P(x, y)$, de **variabilă excentrică θ** sunt date de **FSM-QL**

$$(4) \quad M \quad \begin{cases} x = coq\theta = \frac{\cos\theta}{\sqrt{1-k^2 \sin^2\theta}} \\ y = siq\theta = \frac{\sin\theta}{\sqrt{1-k^2 \cos^2\theta}} \end{cases}$$

(**Fig.2,b**) și utilizând (1), rezultă cvadrilobele de **variabilă centrică α**

$$(5) \quad M \quad \begin{cases} x = coq\alpha \\ y = siq\alpha \end{cases},$$

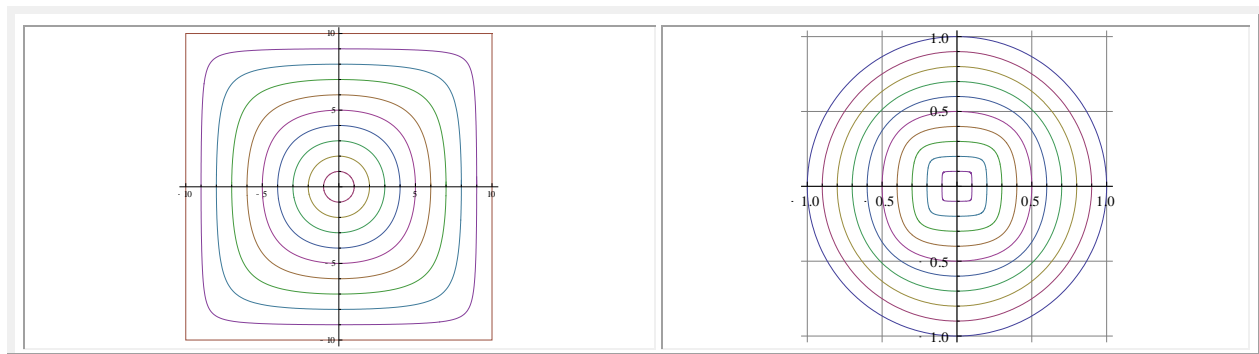
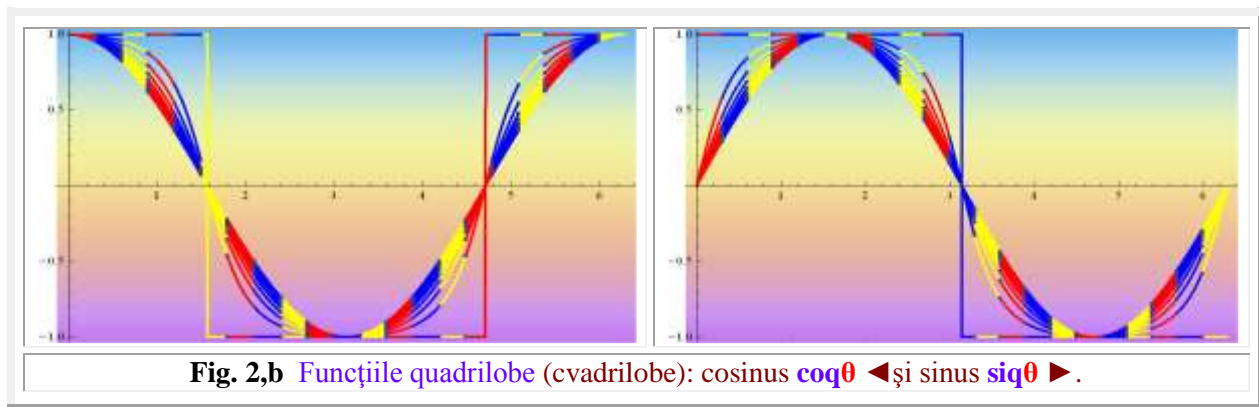
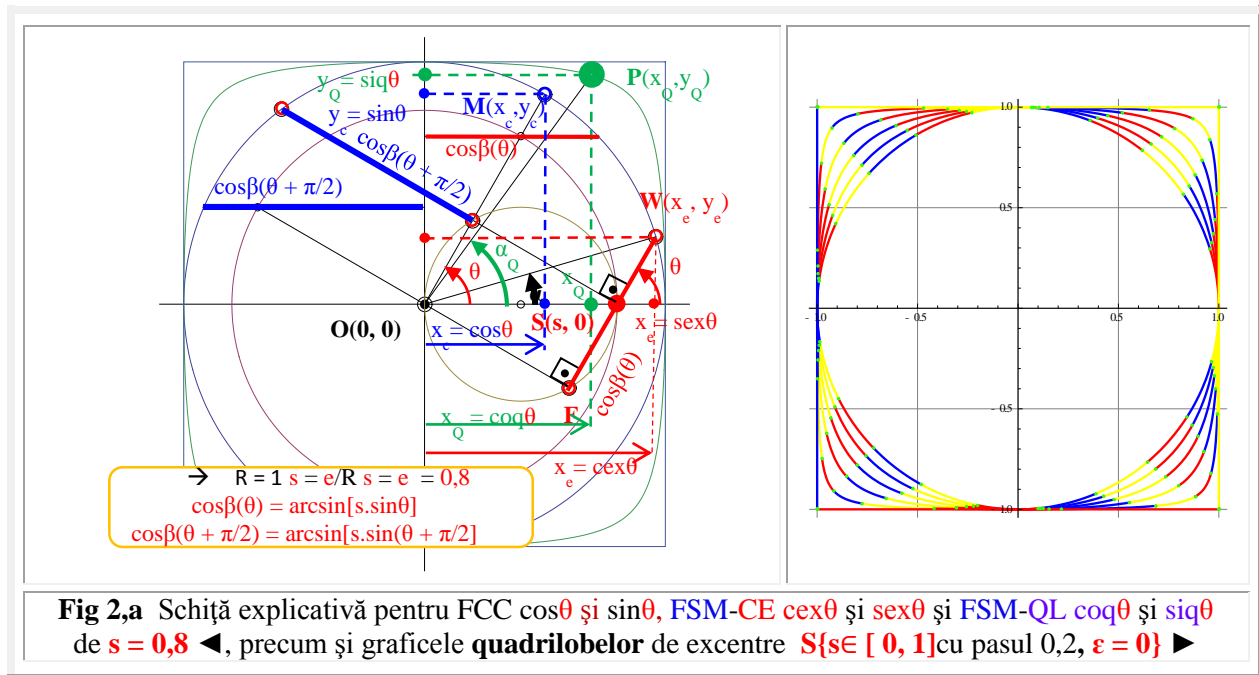
Coordonatele polare ale lui $P(r, \varphi)$ sunt

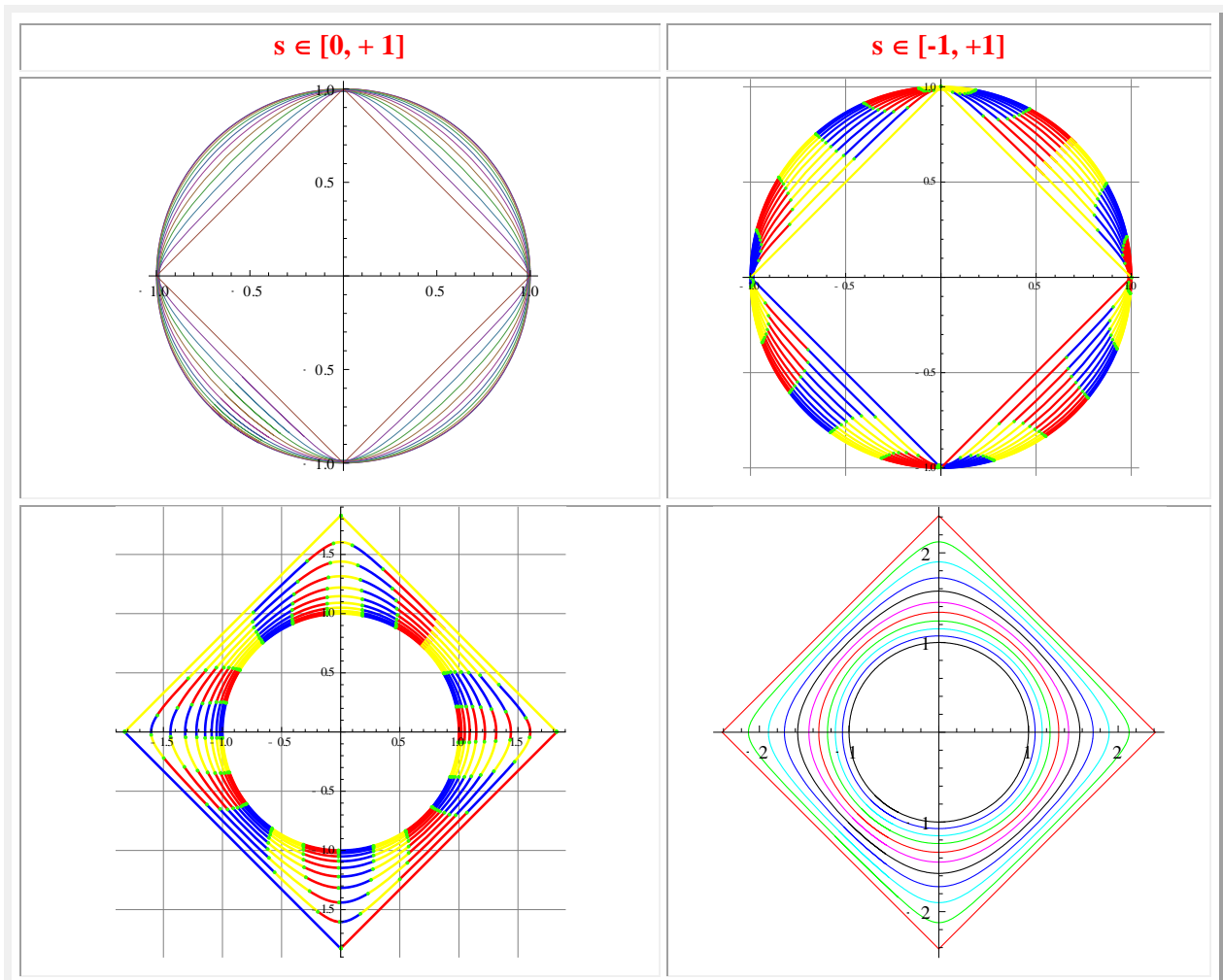
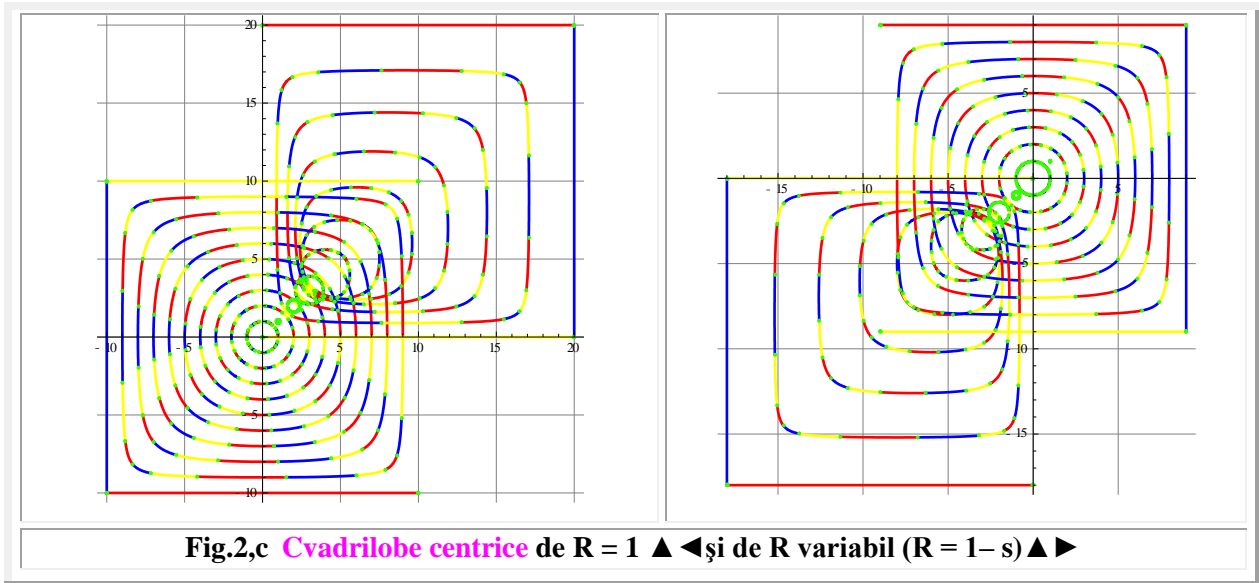
$$(6) \quad P \quad \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{coq^2\theta + siq^2\theta} \\ \varphi = \arcsin \frac{y}{x} = \arcsin \frac{siq\theta}{\sqrt{coq^2\theta + siq^2\theta}} \end{cases}$$

astfel că pot fi definite și funcțiile **quadrilobe centrice** de **variabilă centrică $\varphi = \alpha_Q$** (**Fig 2.a**).

$$(7) \quad P \quad \begin{cases} x = r \cdot coq\varphi \\ y = r \cdot siq\varphi \end{cases}$$

Cercul generator $R = 1$ este **înscris** în toate cvadrilobe, inclusiv în **pătratul** sau quadrilobei de $s = k = 1$, iar acesta, pătratul, circumscrie toate quadrilobele, inclusiv cercul generator (**Fig 2.a**).





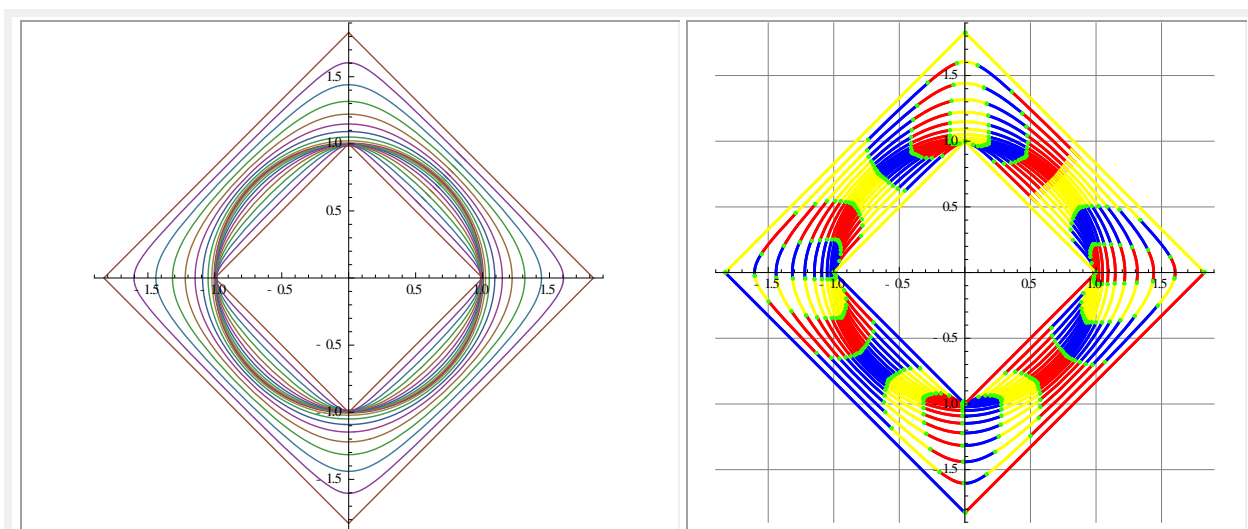


Fig.3,a Quadrilobe Alaci Valeriu de $R = 1 - s^2(1 - \sqrt{2})$ rotite cu $\pi/4$, pentru $s \in [0, 1]$, sus ▲ și mijloc — și de $R = 1 \pm s^2(1 - \sqrt{2})$, jos ▼

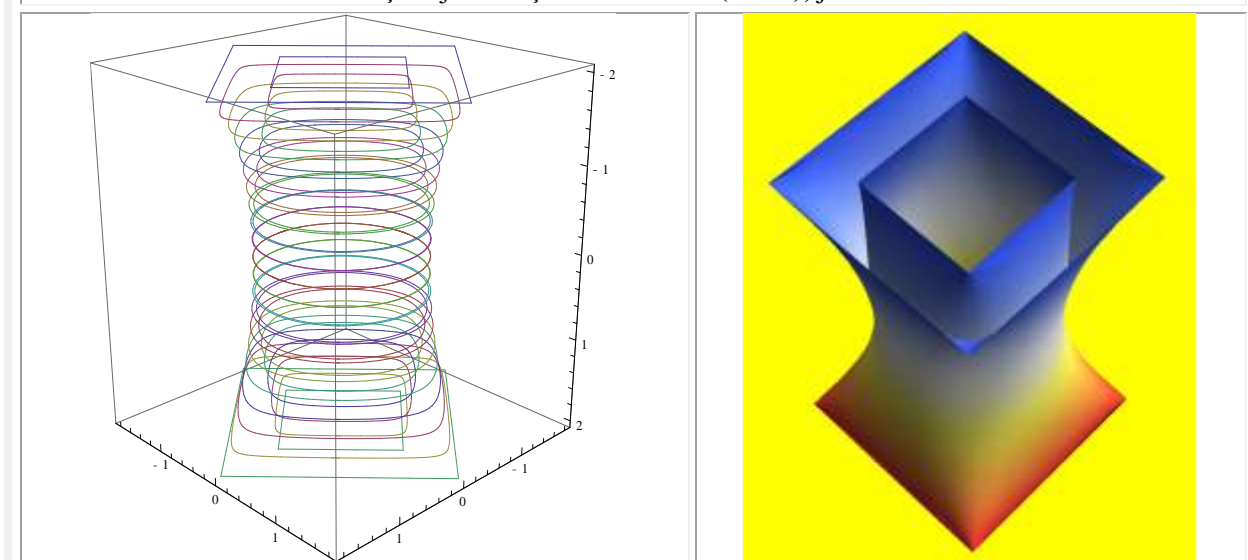


Fig. 3,b Quadrilobe Alaci Valeriu de $R = 1 \pm s^2(1 - \sqrt{2})$ în 3D

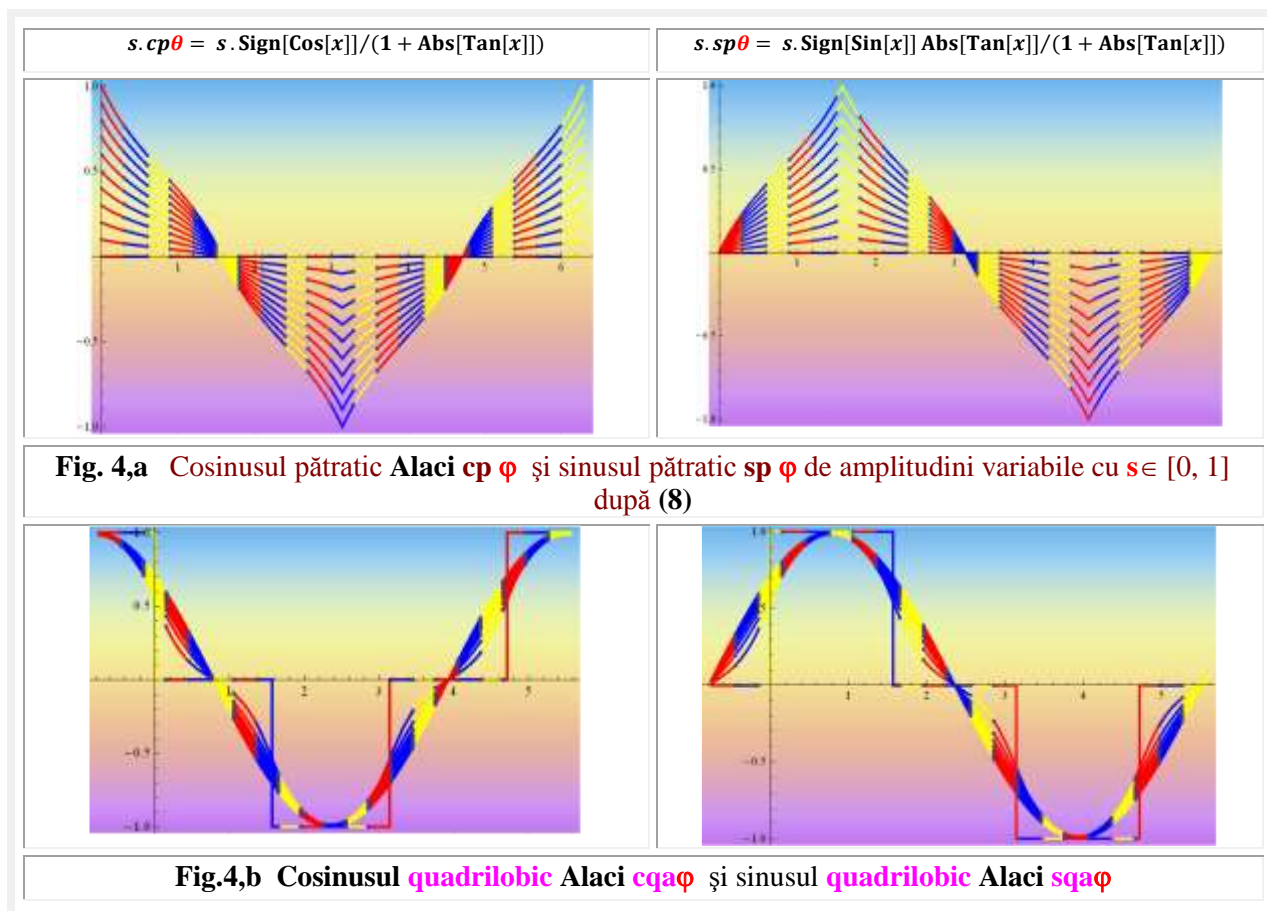
Prin rotirea cvadrilobelor cu $\pi/4$ și modificarea razei cercului generator de la $R = 1$ la $R = 1 - k^2(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$, astfel, încât cercul generator, din cerc înscris, să devină cerc **circumscriș** tuturor cvadrilobelor, inclusiv pătratului rotit cu $\pi/4$, se obțin quadrilobele **Valeriu Alaci** (Fig. 3) centrice (QLAC) și, prin intersecția acestora cu semidreapta $d^+(\varphi)$, se vor obține funcțiile quadrilobe **Valeriu Alaci** (FQLA).

Ele constituie o trecere continuă de la funcțiile **circulare**, din **trigonometria centrică Leonhard Euler** ($e = s = k = 0$), la **funcțiile pătratice Valeriu Alaci**, din **trigonometria pătratică**, introdusă în matematică, înainte de anul 1939, de fostul șef al Catedrei de Matematică al **Școlii Politehnice din Timișoara**, profesorul universitar Prof. dr. mat. **Valeriu Alaci** (Fig. 2,b).

Profesorul dr. Mat. **Valeriu Alaci** i-a urmat la șefia Catedrei de Matematici, profesorului **Traian**

Lalescu, matematician de nivel mondial, primul rector și intemeiator al Școlii Politehnice din Timișoara, astăzi **Universitatea « POLITEHNICA » din Timișoara**.

În anul 1939 a publicat ”**TRIGONOMETRIA PATRATICĂ**” cu funcții pătratice, denumire pe care a atribuit-o unei clase de funcții periodice, prezentate succint în continuare, prin care se pot exprima unghiuri abstracte și funcții trigonometrice din spații **Banach**, după aprecierea matematicienilor.



În lucrările Prof. dr. math **Valeriu Alaci** se etalează doar un singur grafic al **funcțiilor pătratice Alaci**, acela al pătratului înscris în cercul de raza $R = 1$. Forma acestor grafice este relevantă mai evident pentru o familie de astfel de funcții, de amplitudini variabile, sau pentru $R = s \in [0, 1]$, așa cum sunt redată în **figura 4,a**, exprimate de relațiile

$$(8) \quad \begin{cases} x = s. cp\theta = s \cdot \text{Sign}[\text{cos}[x]] / (1 + \text{Abs}[\text{tan}[x]]) \\ y = s. sp\theta = s \cdot \text{Sign}[\text{sin}[x]] \text{Abs}[\text{tan}[x]] / (1 + \text{Abs}[\text{tan}[x]]) \end{cases}$$

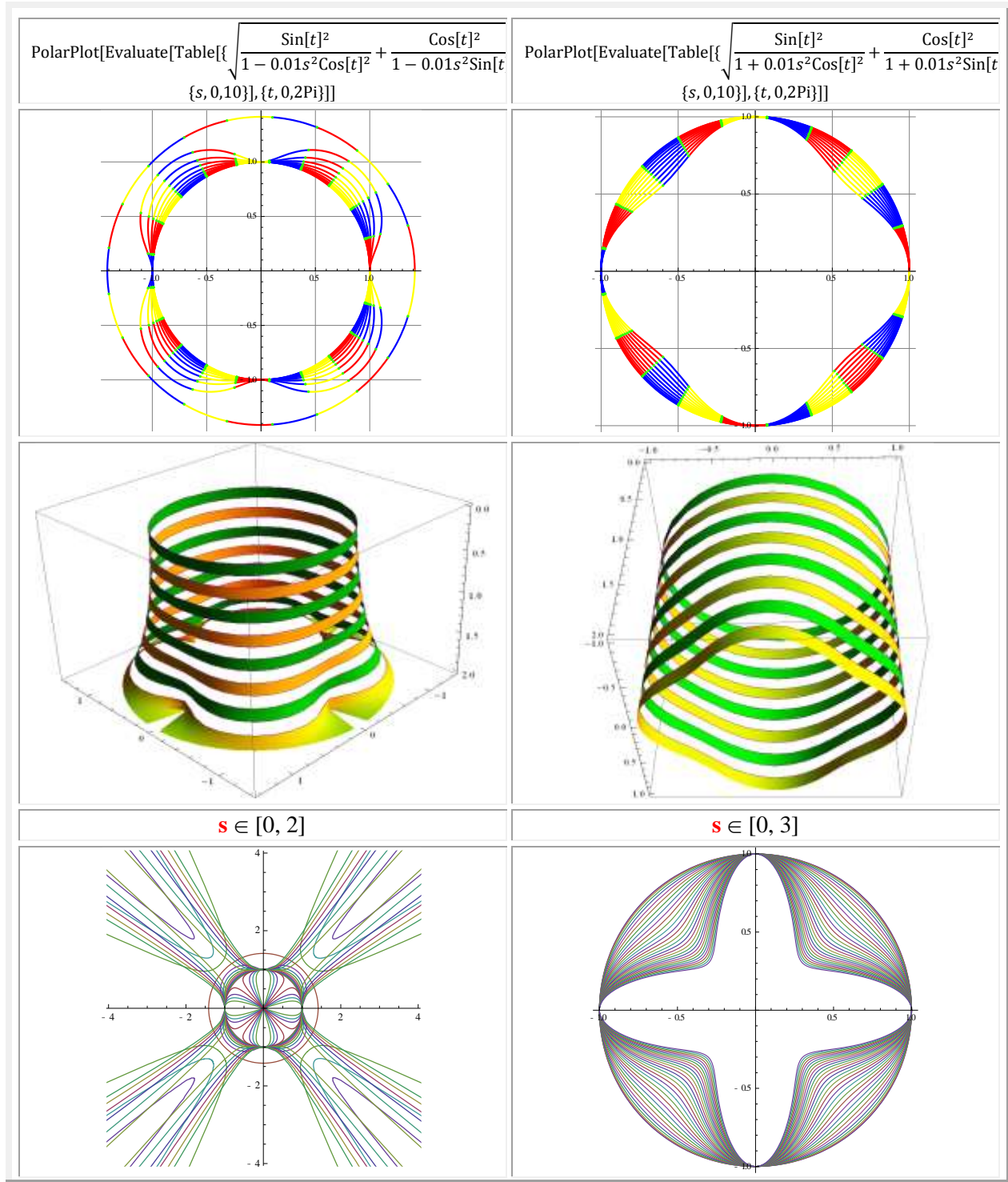
De variabila θ , α sau φ , aceste funcții au cosinusul cuadrilob **Valeriu Alaci cqaφ** și sinusul cuadrilob **Alaci sqaφ** exprimate de relațiile :

$$(9) \quad \mathbf{M}(x, y) \quad \begin{cases} x = cqa\varphi = \left[1 - k^2 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right] (x \cos \frac{\pi}{4} - y \sin \frac{\pi}{4}) \\ y = sqa\varphi = \left[1 - k^2 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right] (x \sin \frac{\pi}{4} + y \cos \frac{\pi}{4}) \end{cases}$$

în care x și y sunt **FQLC** (4), cu graficele din **figura 4,b**.

Razele polare ale quadrilobelor au graficele din **figura 5**, sunt exprimate în coordonate polare (PolarPlot). În stânga ◀ sunt reprezentate curbele polare, date de razele polare din relația (6), în care **FSM-**

QL sunt cele date de relațiile (4), iar în dreapta, semnul minus de sub radical a fost modificat în plus (+), așa cum se poate observa și în partea superioară a **figurii 5**. În partea inferioară sunt reprezentate aceleași funcții, dar de excentricități numerice supraunitare și extinse și la spațiul 3D.



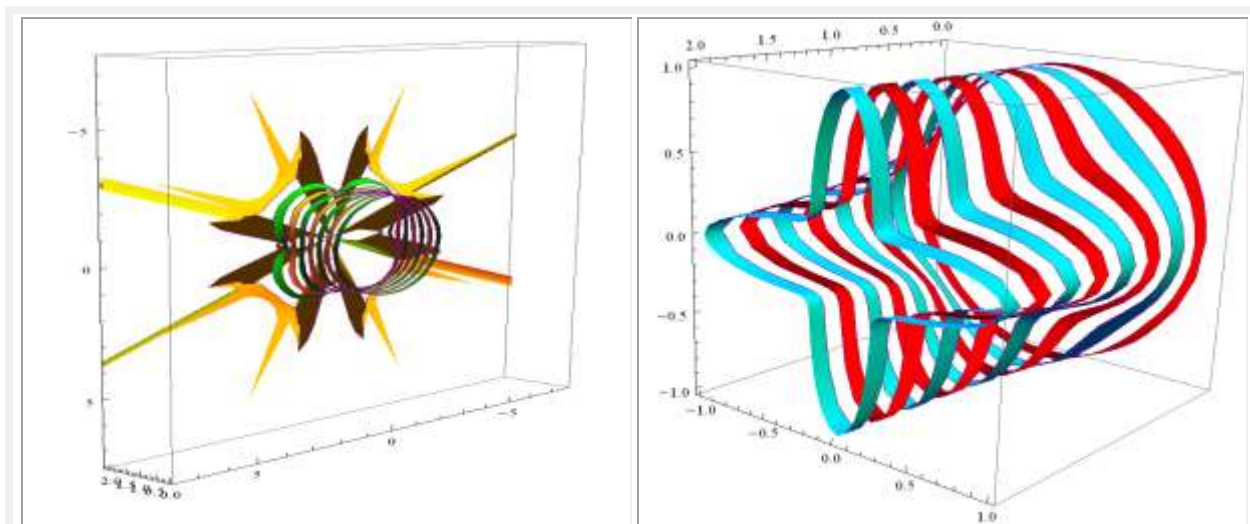


Fig. 5,a Curbe polare **quadrilobe** ◀ și curbe polare **quadrilobe** de semn modificat ▶

Motto : ” **SUPERMATEMATICA (SM)** a deschis cutia **cea bună** a **Pandorei** matematicii din care au țășnit o infinitate de entități noi și utile”
 Autorul **SM**

CAPITOLUL XXIV

NOI FUNȚII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE

1 INTRODUCERE

Potrivit legendei antice grecești, **Pandora** a fost prima femeie de pe pământ și a fost creată de zei. ”**Pandora**” în limba greacă, înseamnă ”**înzestrată cu toate darurile**”, precum **supermatematica**, și vine de la faptul că zeii au dăruit-o cu multe talente.

Se știe că **SM** a multiplicat la infinit toate entitățile existente la un moment dat, cu 50 de ani înainte, ale **Matematicii Centrice (MC = M. Ordinară)** și a introdus o pleiadă (o infinitate → v. ”**SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE**”, Vol. III: ”**NEMĂRGINIREA ȘI MAREȚIA SM**” de funcții noi, dintre care amintim câteva: **aex, Aex, bex, Bex, cex, Cex, ctex, Ctex, dex, Dex, ... rex, Rex, tex, Tex, texv, Texv** ... ș.m.a. printre care și **FSM—CE** cu denumirea de ”**beta excentrice**” (**bex, Bex**).

De ce au fost denumite ”**beta excentrice**” și re-numite **supermatematic cos** și notată **SMcosθ = cosβ₁(θ)** și **supermatematic sin** notată **SMsinθ = sinβ₁(θ)** ?

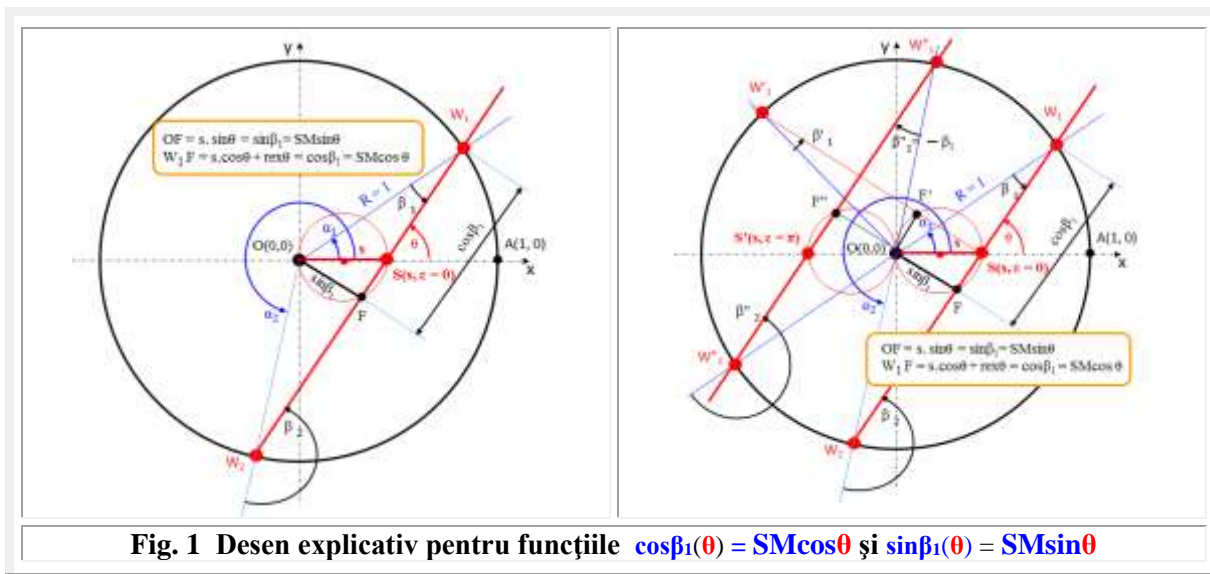


Fig. 1 Desen explicativ pentru funcțiile **cosβ₁(θ) = SMcosθ** și **sinβ₁(θ) = SMsinθ**

Deoarece autorul lor a fost în impas cu privire al denumirea multitudinii noilor **funcții supermatematice circulare excentrice (FSM—CE)**.

În **SM** se operează cu trei unghiuri/ variabile principale :

α — **unghiul la centrul O(0, 0)** al cerului unitate / trigonometric și pol **P(0, 0)** al semidreței care determină **funcțiile circulare centrice (FCC) ordinare**, denumite anterior trigonometrice, fiind definite pe un triunghi dreptunghic, pe care le denumim acum și **funcții circulare Euler (FCE)** în onoarea descoperitorului lor **cosa, sina, tana**, ș.a.

În **SM** se operează cu drepte și nu cu semidrepte ca în **MC**, astfel că cercul va fi intersectat în **2** puncte **W_{1,2}** de dreapta excentrică **d = d⁻ ∪ d⁺** cu originea în **S(s,ε)**, fiecare punct fiind determinat de câte un unghi **α_{1,2}** din **O(0, 0)**;

θ – unghiul la excentrul $S(s, \varepsilon)$ sau *punctul solar* situat la distanța s denumită *excentricitate liniară numerică* s pe direcția *excentricității unghiulare* de unghi ε față de axa Ox în cercul unitate $CU(O,1)$ și de *excentru* $E(e, \varepsilon)$ într-un cerc oarecare de rază R , în care $e = R \cdot s$ este excentricitatea liniară reală a punctului excentric E . Denumită și variabilă motoare sau esențială în domeniul SM ;

$\beta_{1,2}$ – unghiurile sub care se văd punctele O și S din punctul $W_{1,2}$ de pe cercul unitate, astfel că există relațiile (Fig. 1) :

$$(1) \quad \begin{cases} \theta = \alpha_1 + \beta_1 \\ \theta = \alpha_2 + \beta_2 - 2\pi \\ \beta_1 + \beta_2 = \pi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta_1 = \theta - \alpha_1 \\ \beta_2 = \theta - \alpha_2 + 2\pi \end{cases}$$

prezentate pe **figura 1** explicativă și unghiurile $\beta_{1,2}$ variabile au fost denumite *funcții beta excentrice* de variabilă *excentrică* θ și notate cu $\beta_{1,2}(\theta) = \text{bex}_{1,2}\theta$, iar cele de variabilă centrică $\alpha_{1,2}$ sunt notate cu majuscule, ca toate funcțiile de variabilă *centrică* α , adică $\beta(\alpha_{1,2}) = \text{Bex}\alpha_{1,2}$.

Funcțiile *beta excentrice* au făcut obiectul lucrării dlui Prof. Dr. ing. **Dumitru Bălă** “SUPERMATHEMATICAL – ŞELARIU FUNCTIONS BETA ECCENTRIC $\text{bex}\theta$ SOLUTIONS OF SOME OSCILLATORY NOON-LINIAR SYSTEMS (SO β), susținută la “*Proceedings of the 2nd World Congress on Science, Economics, and Culture*”, 25-29 August 2008, New York.

Oricare funcție periodică poate, în principiu, descrie, evident, o mișcare oscilantă. Funcțiile circulare centrice (FCC) cosinus ($\text{cos}\alpha$) și sinus ($\text{sin}\alpha$) centrice descriu, fără dificultate, mișcările oscilatorii ale *sistemelor liniare*; *matematica centrică* (MC) fiind matematica sistemelor ideale, perfecte, liniare, în timp ce, *matematica excentrică* (ME) este matematica sistemelor reale, imperfecte, neliniare. Reuniunea lor reprezintă, după cum se știe, *supermatematica* (SM), pentru că s-a mai spus.

Unele *funcții supermatematice circulare excentrice* (FSM–CE), de variabilă centrică $\text{cex}\theta$ și $\text{sex}\theta$ [5] cât și cele de variabilă centrică $\text{Cex}\alpha$ și $\text{Sex}\alpha$ [8], sunt demonstrate, deja, ca soluții ale unor sisteme vibrante de caracteristici elastice statice neliniare. Și funcțiile cuadrilobe $\text{coq}\theta$ și $\text{siq}\theta$ [10] s-au dovedit a fi soluții ale unor sisteme oscilante neliniare, asemănătoare cu caracteristicile elastice statice ale sistemelor lui **Duffing** ($ax \pm bx^3$), care reprezintă o dezvoltare în serii de puteri, dar vibrațiile cvadrilobe asigură un termen ($\pm cx^5$) al dezvoltării în plus.

Funcțiile supermatematice realizează o extindere vastă (infinită) a funcțiilor periodice, fără să înlocuiască cercul unitate / trigonometric cu alte curbe închise, așa cum se cunosc foarte multe încercări în matematica centrică (MC) descrise succint în “SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE”, Vol.I, Cap 2: Funcții pătratice și rombice **Alaci Valeriu**; Funcții pseudohiperbolice **Eugen Vișa**, Funcții trigonometrice înclinate **Dr. Biehringer**, Funcții trigonometrice înclinate și Funcții trigonometrice generalizate **Markusevici**, Funcții poligonale **Enulescu**, Funcții transtrigonometrice **Malvina Baica** și **Mircea Cârdu** ș.a.

Noile funcții periodice, componente ale complementelor de matematică și ale matematicii excentrice (ME), care reunite cu MC alcătuiesc ceea ce s-a denumit *supermatematică* (SM = MC U ME), s-au dovedit deja soluții ale descrierii unor mișcări periodice ale unor sisteme vibrante neliniare, mai greu de descris cu funcțiile existente în MC.

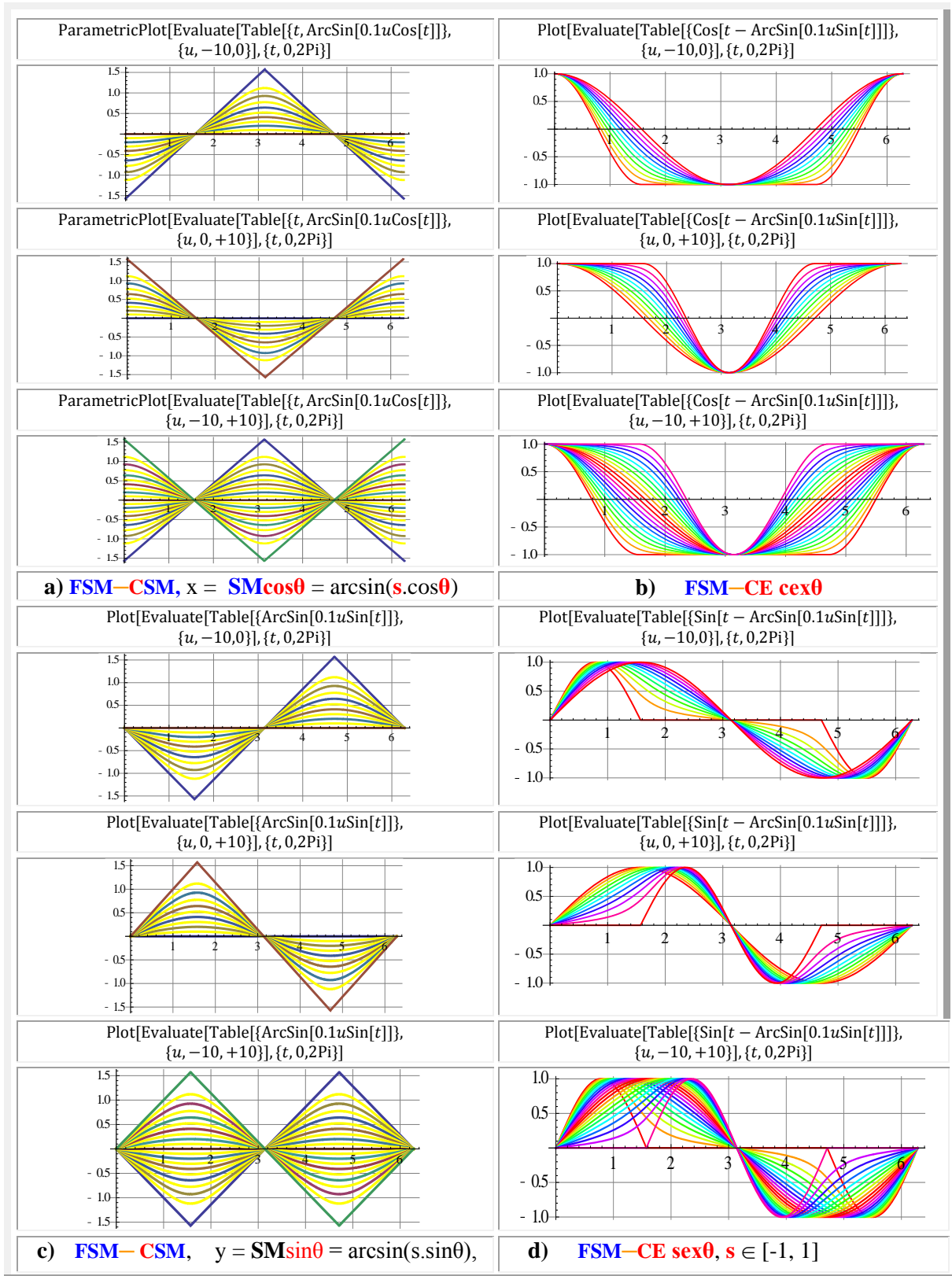
În **figurile 2,a** și **2,b** sunt prezentate *funcțiile supermatematice circulare excentrice* (FSM–CE) *supermatematic sinus*:

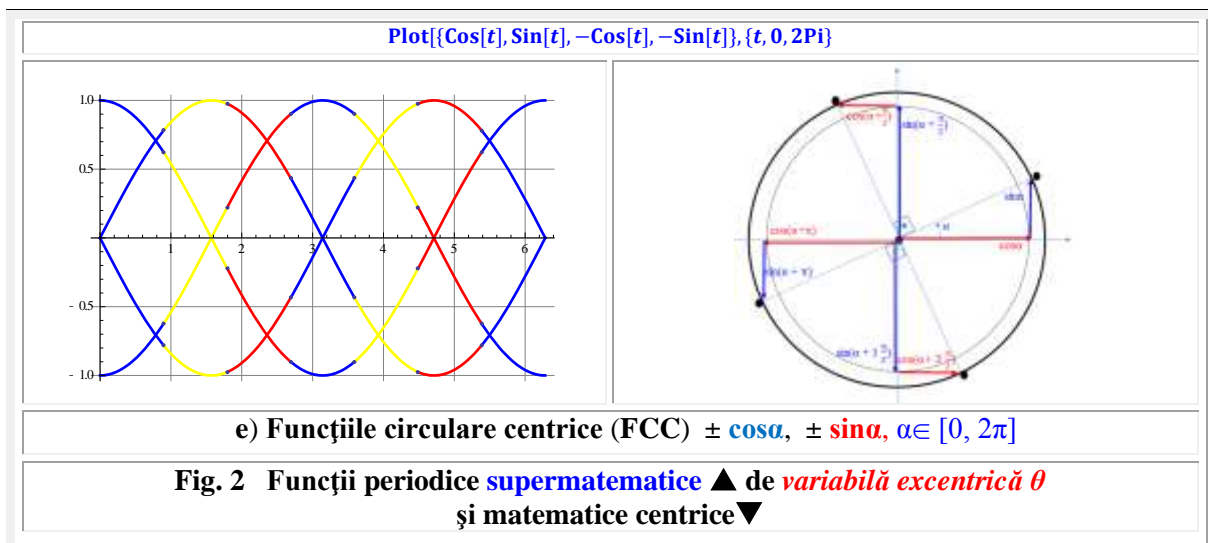
$$(2) \quad Y = \beta \text{sex}(\theta) \equiv \text{SMsin}\theta = \text{bex}\theta = \arcsin[s \cdot \sin(\theta - \varepsilon)],$$

denumită anterior *beta-sinus-excentric* și notată $\beta \text{sex}(\theta, S(s, \varepsilon))$, acum numită *SM sinus* și notată $\text{SMsin}\theta$ în care $S(s, \varepsilon)$ este excentrul, corespunzător cercului unitate, $s = e/R$ este excentricitatea numerică, e excentricitatea reală, corespunzătoare unui cerc de raza oarecare R și ε este direcția pe care a fost expulzat polul $S(s, \varepsilon)$ din $O(0,0)$ și denumit excentru $S(s, \varepsilon)$, precum și funcția *complementară supermatematic cosinus*:

$$(3) \quad X = \beta \text{cex}(\theta) \equiv \text{SMcos}\theta = \text{bex}(\theta + \pi/2) = \arcsin[s \cdot \sin[\theta + \pi/2 - \varepsilon]] = \arcsin[s \cdot \cos(\theta - \varepsilon)] = \arcsin[s \cdot \cos(\theta - \varepsilon)].$$

Așa cum $\cos\theta$ și $\cos(\theta - \pi/2) = \sin\theta$ (**Fig.1,e**) sunt soluții ale unor sisteme vibrante liniare, tot așa, cele două funcții prezentate anterior, cu graficele din **figura 2,a** și **2,c** pot fi soluții ale unor sisteme vibrante neliniare.





2 SEMNIFICAȚIILE GEOMETRICE ALE FSM-SMC SMcos θ și SMsin θ

Prin intersectarea cercului unitate $C(O,1)$ cu o dreaptă turnantă în jurul excentrului $S(s, \epsilon)$ al cercului unitate apar punctele de intersecție W_1 și W_2 , notate concentrat $W_{1,2}$.

Coordonatele carteziene ale acestor puncte, ca funcții de variabila excentrică θ , sunt **funcțiile supermatematice circulare excentrice (FSM-CE)** :

(4) $x_{1,2} = cex_{1,2}\theta = \cos\alpha_{1,2}$ și

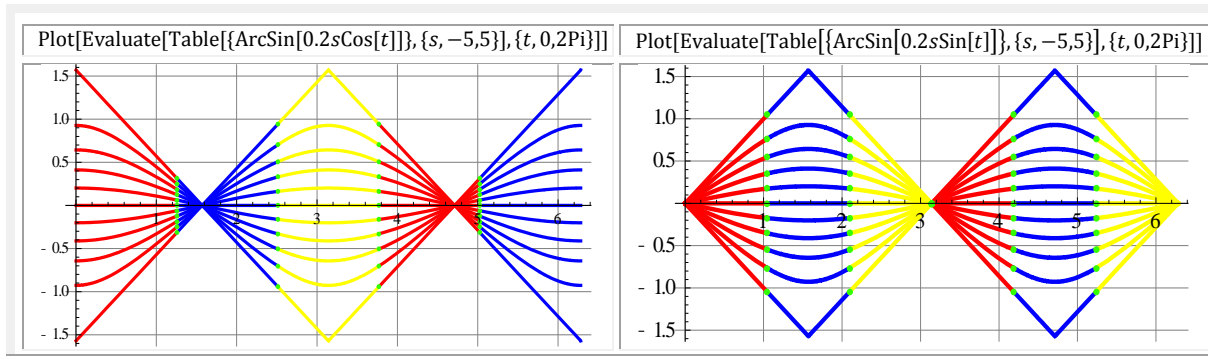
(5) $y_{1,2} = sex_{1,2}\theta = \sin\alpha_{1,2}$

echivalentele funcțiilor cosinus și sinus, de variabile centrice, în care $\alpha_{1,2}$ sunt unghiurile din $O(0,0)$, corespondente din MC (Fig. 2,b și Fig. 2,d).

FSM-CE cosinus și sinus **excentrice**, atât cele de variabilă excentrică $cex\theta$ și $sex\theta$, [5] cât și cele de variabilă centrică $Cex\alpha$ și $Sex\alpha$ [8], sunt soluții ale unor sisteme oscilante de caracteristici elastice statice neliniare. Există, însă, multe alte **FSM-CE** care sunt soluții ale unor astfel de sisteme oscilante, toate fiind incluse în sistemul oscilațiilor excentrice (**SOE**), denumire dată acestor sisteme de Prof. dr. math. **Emilia Petrișor**.

În cadrul **SOE** se înscriu oscilațiile în **modul** ale funcțiilor radial excentric de variabilă excentrică $rex_{1,2}\theta$, cât și cele de variabilă centrică $Rex\alpha_{1,2}$, care sunt reprezentate de razele vectoare excentrice $\vec{r}_{1,2} = \vec{EW}_{1,2}$ și care nu au echivalent în MC, deoarece, în MC în condițiile $e = s = 0$, modulul vectorului $|\vec{R}_{1,2}(\alpha_{1,2})| = |\vec{OW}_{1,2}| = \text{const.} = 1$.

Coordonatele carteziene ale acestor puncte, ca funcții de variabila excentrică θ , sunt **funcțiile supermatematice circulare excentrice (FSM-CE)** $cex\theta$ și $sex\theta$.



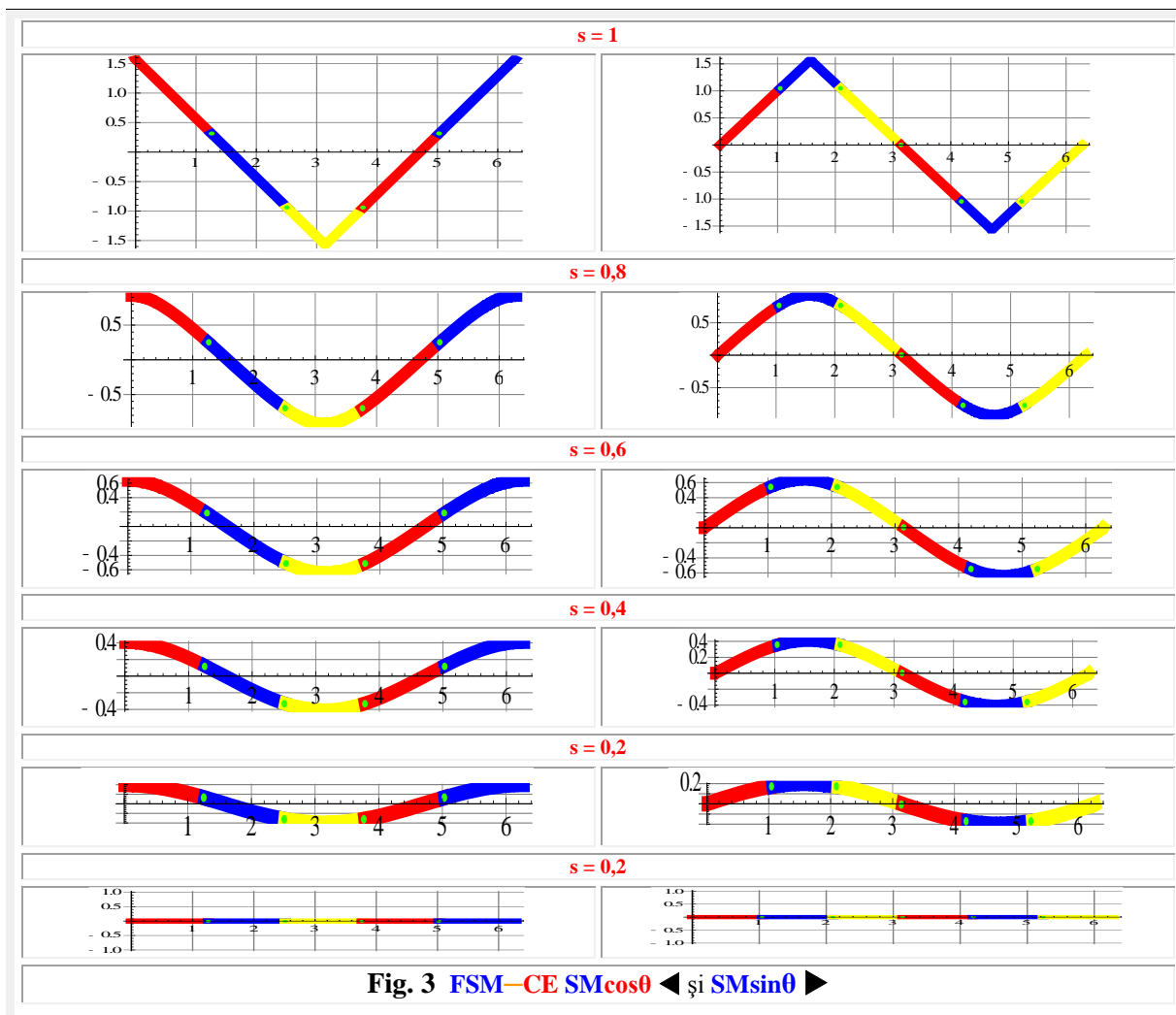


Fig. 3 FSM-CE $SM\cos\theta$ ◀ și $SM\sin\theta$ ▶

În figura 3 sunt prezentate noile FSM-CE $SM\cos\theta$ ◀ și $SM\sin\theta$ ▶. Ele sunt funcții periodice de *amplitudini variabile*, care scad cu scaderea valorii *excentricității liniare* s și se translatează cu valoarea *excentricității unghiulare* ϵ (Fig. 4), în sens invers cu semnul acesteia.

Strămbarea lor poate fi efectuată așa cum se va prezenta în continuare și astfel pot fi obținute *nove și supernove* $SM\cos\theta$ ◀ și $SM\sin\theta$ ▶ (Fig 6 și 7).

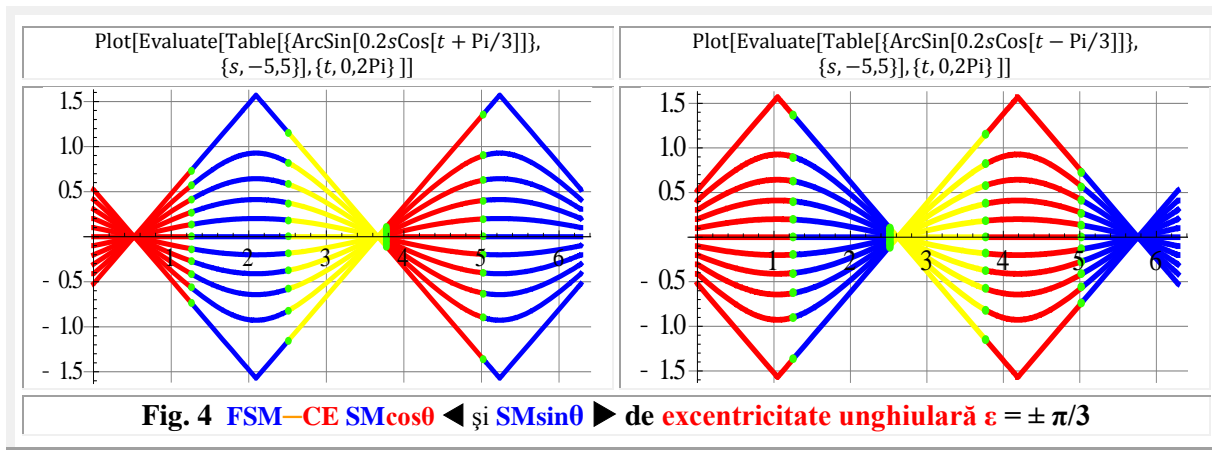
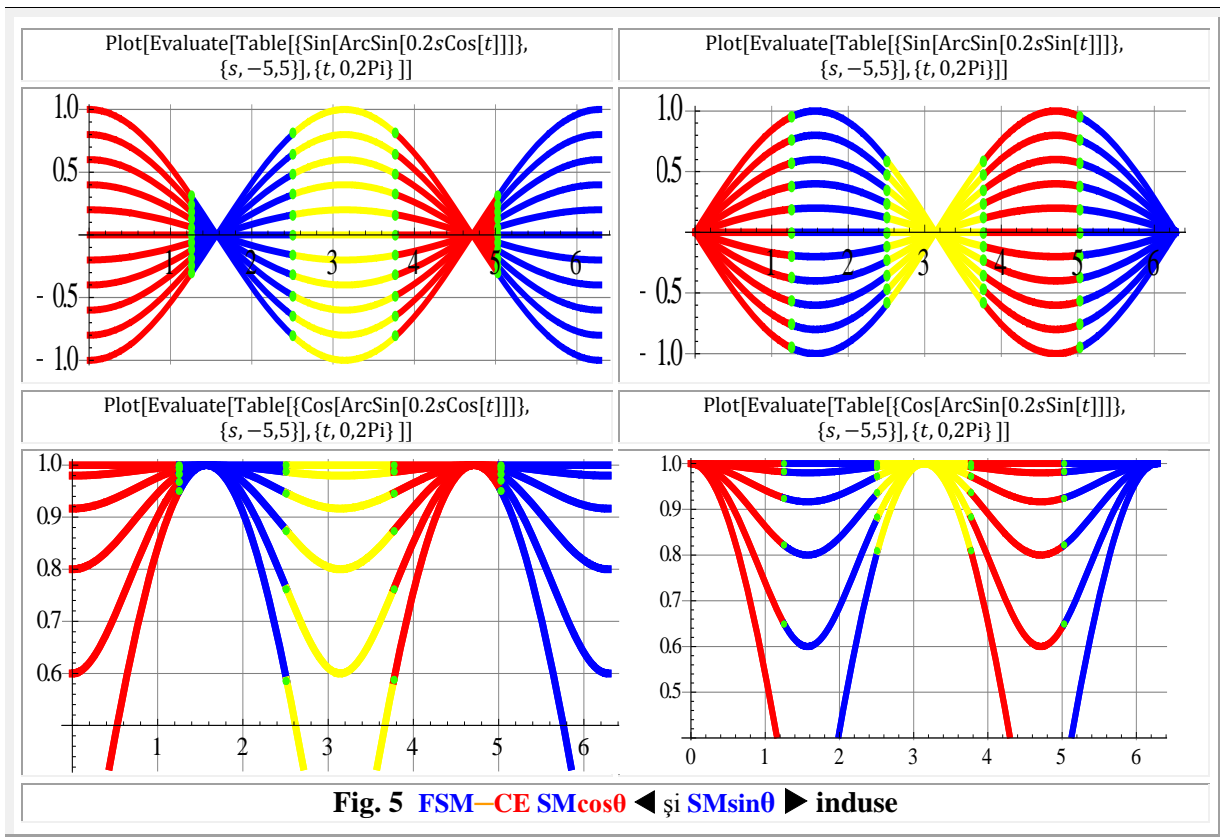


Fig. 4 FSM-CE $SM\cos\theta$ ◀ și $SM\sin\theta$ ▶ de excentricitate unghiulară $\epsilon = \pm \pi/3$



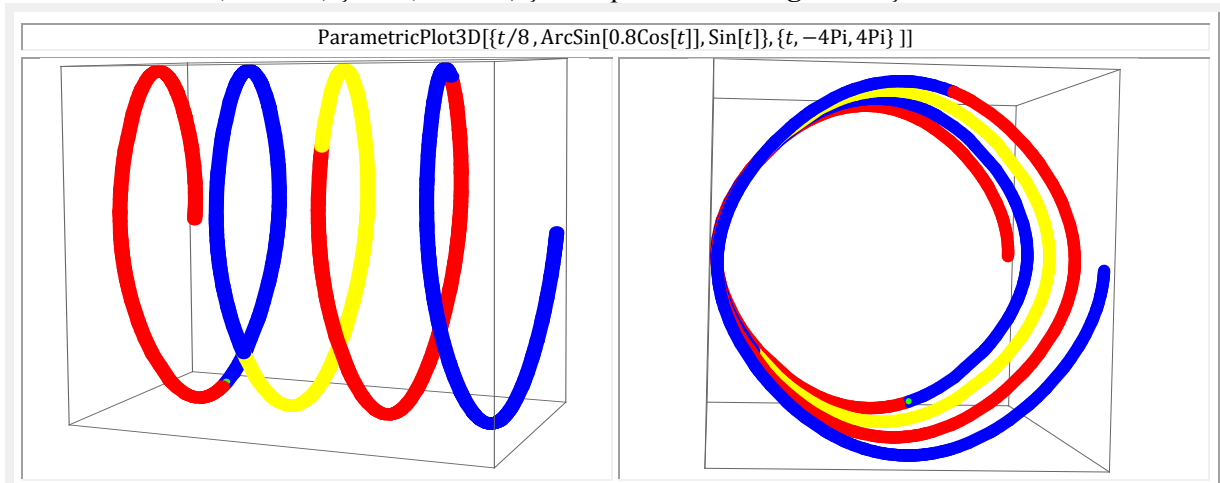
NOVE ȘI SUPERNOVE $SM_{\cos\theta}$ ◀ și $SM_{\sin\theta}$ ▶

În **figura 6** sunt prezentate în **3D** **novele** și **supernovele** derivate din **FSM—CE $SM_{\cos\theta}$** de excentricitate liniară numerică $s = 0,8$ și unghiulară $\epsilon = 0$. Pentru $z = \cos\theta$ se obține o spirală care, în secțiune transversală, este o quadrilobă, iar pentru $z = \sin\theta$ se obține o funcție periodică într-un plan diagonal al cubului. Celelalte **supernovele** prezentate în figură sunt cu două și cu un singur nod.

Figura 7 prezintă **supernovele** acelorași funcții autoinduse și induse, adică $\cos(SM_{\cos\theta})$ și $\sin(SM_{\cos\theta})$.

Novele și **supernovele** derivate din **FSM—CE $SM_{\sin\theta}$** de excentricitate liniară numerică $s = 0,8$ și unghiulară $\epsilon = 0$ sunt prezentate în **figura 8**.

Novele și **supernovele** autoinduse sunt de forma $\cos(SM_{\cos\theta})$ și $\sin(SM_{\sin\theta})$ iar cele induse sunt de forma $\sin(SM_{\cos\theta})$ și $\cos(SM_{\sin\theta})$ și sunt prezentate în **figurile 7 și 9**.



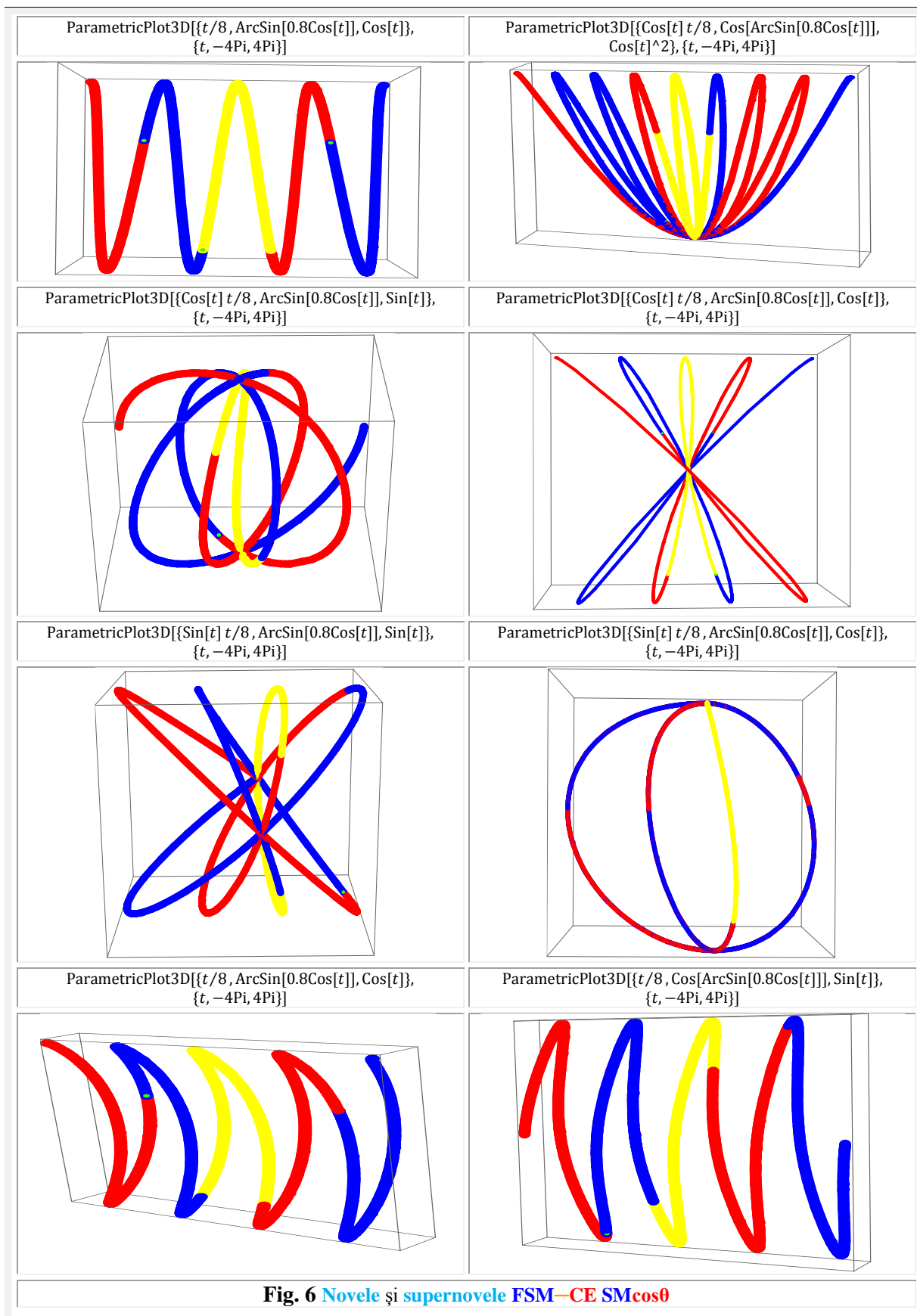
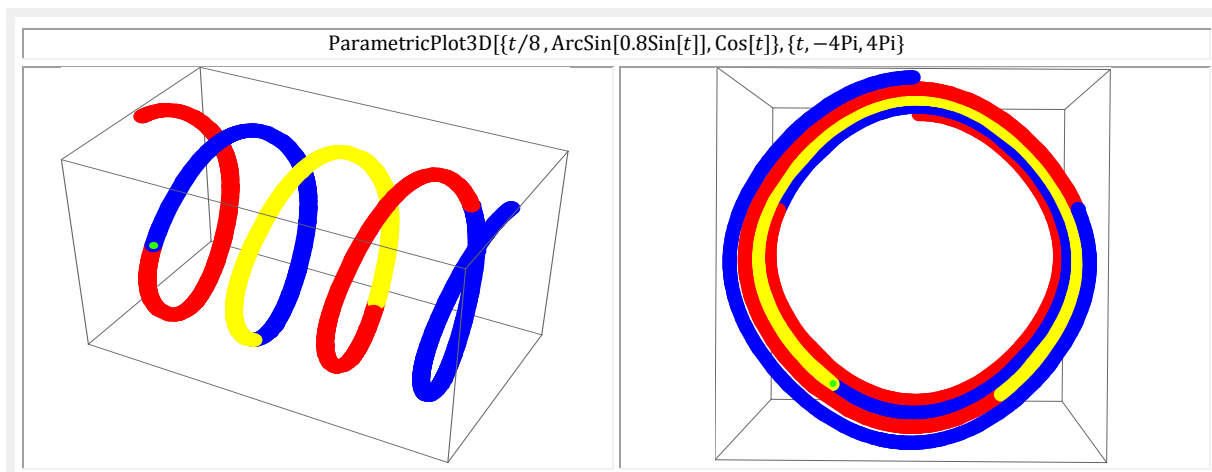
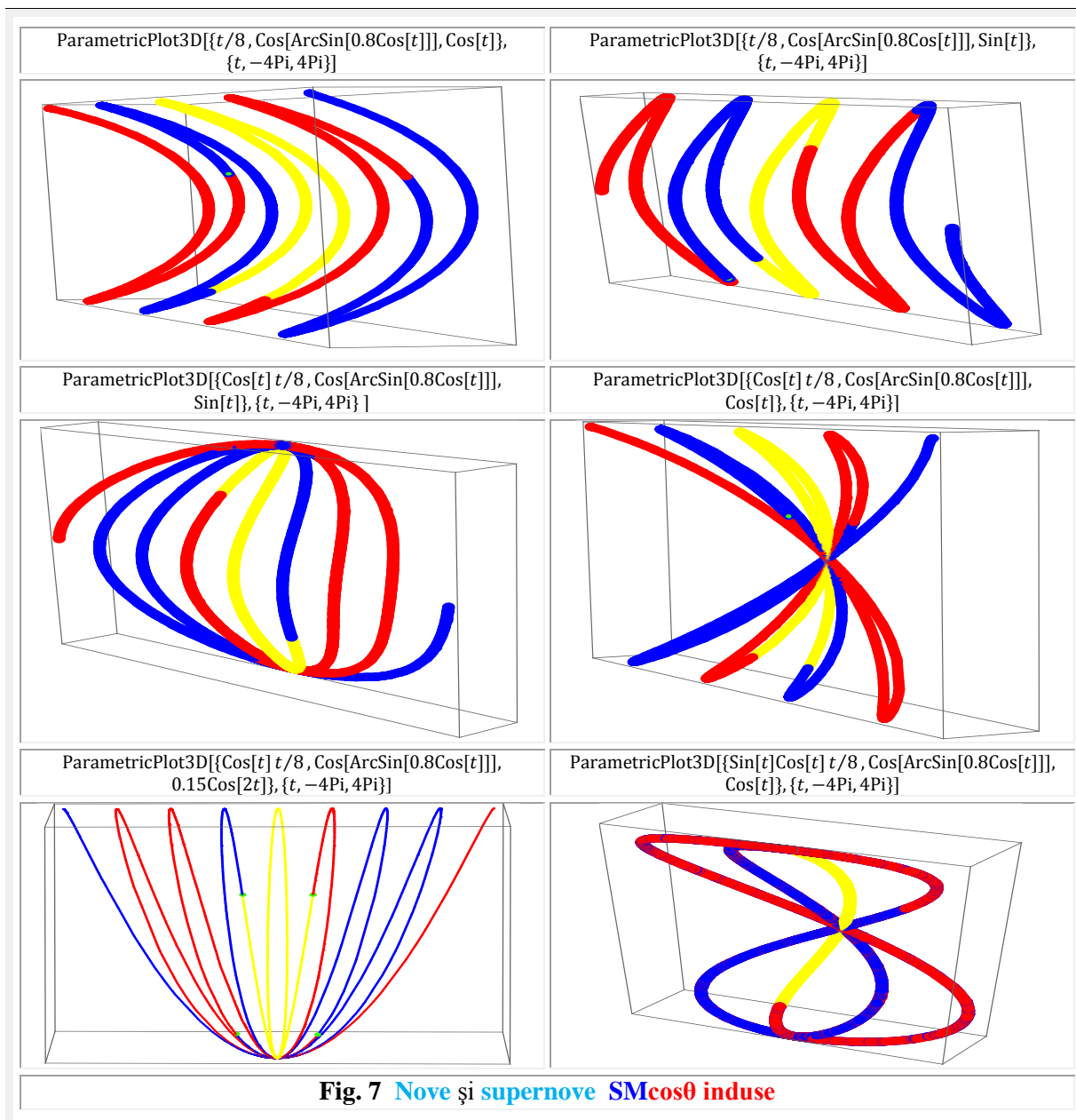
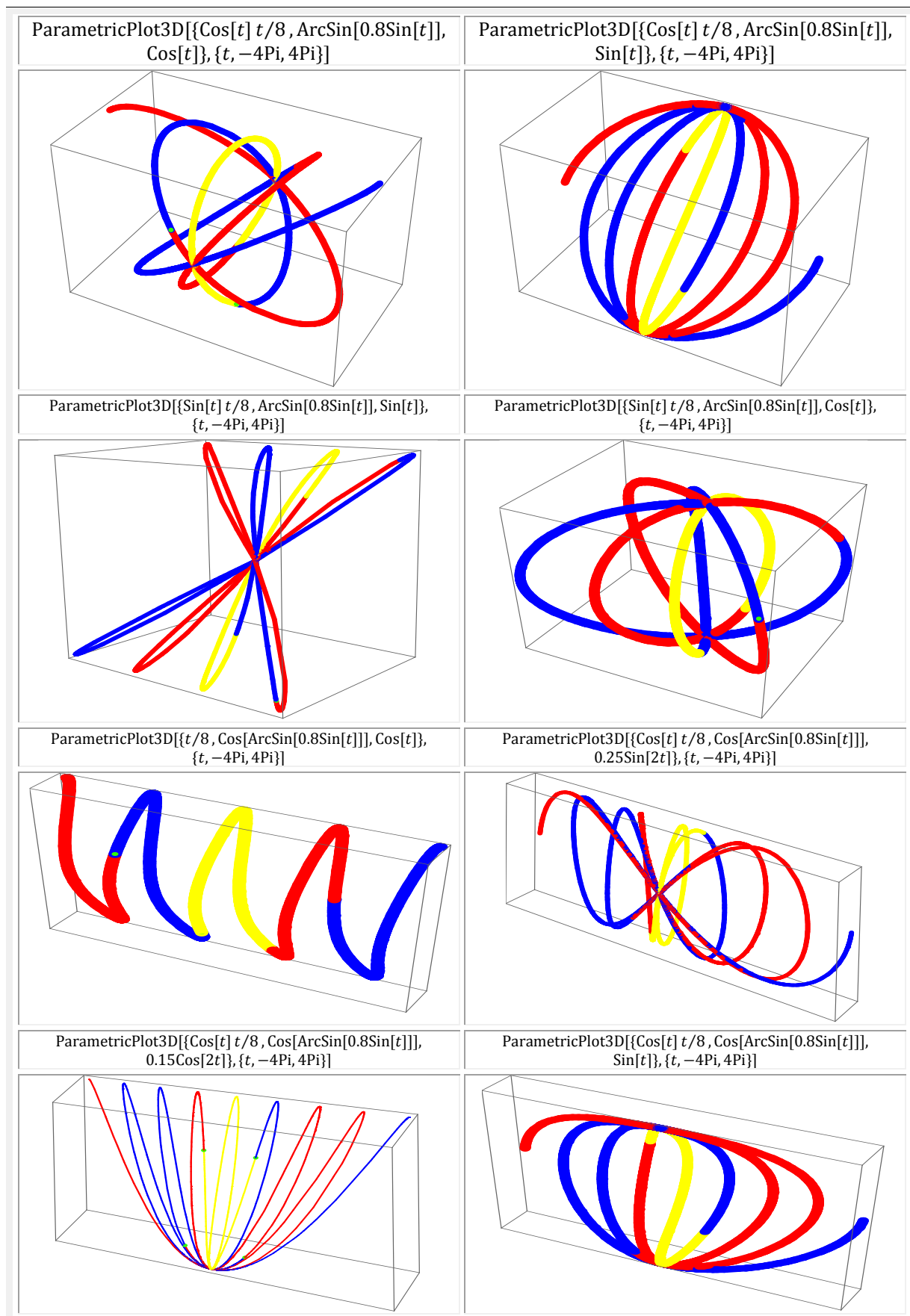
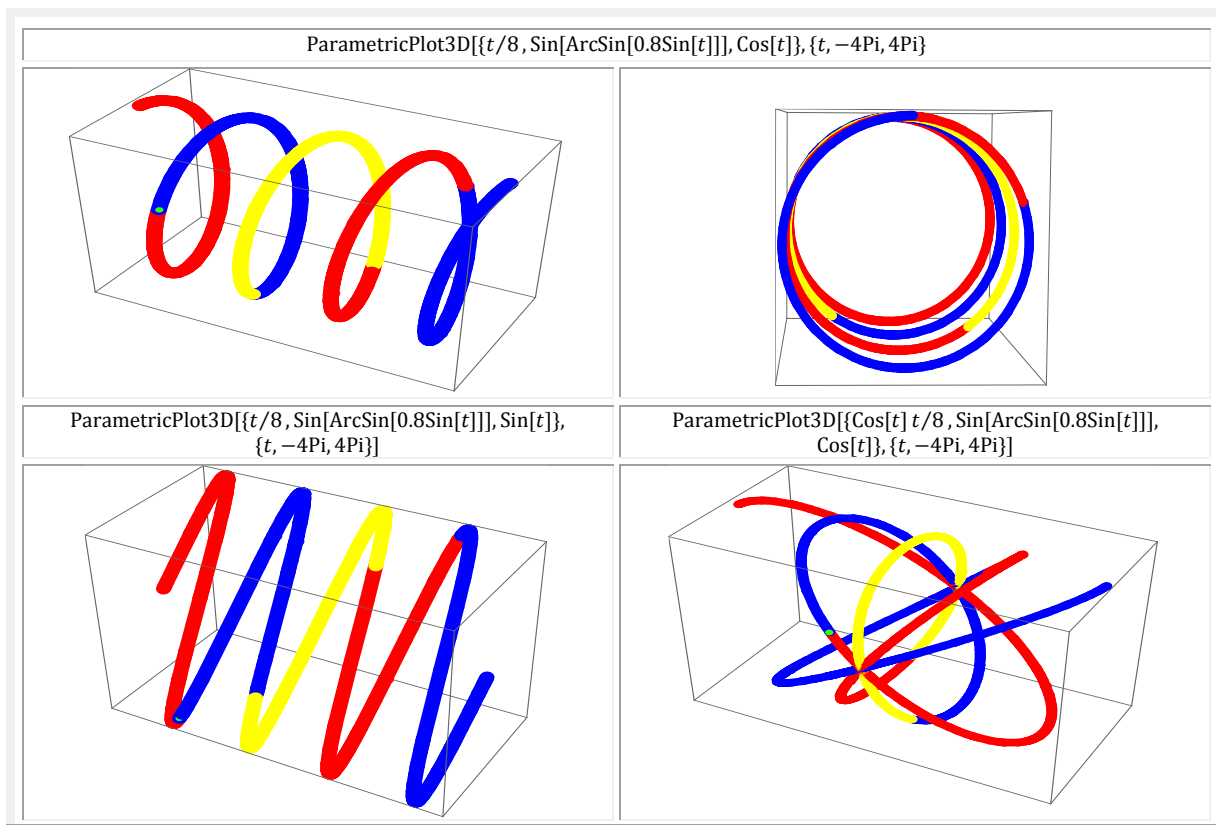
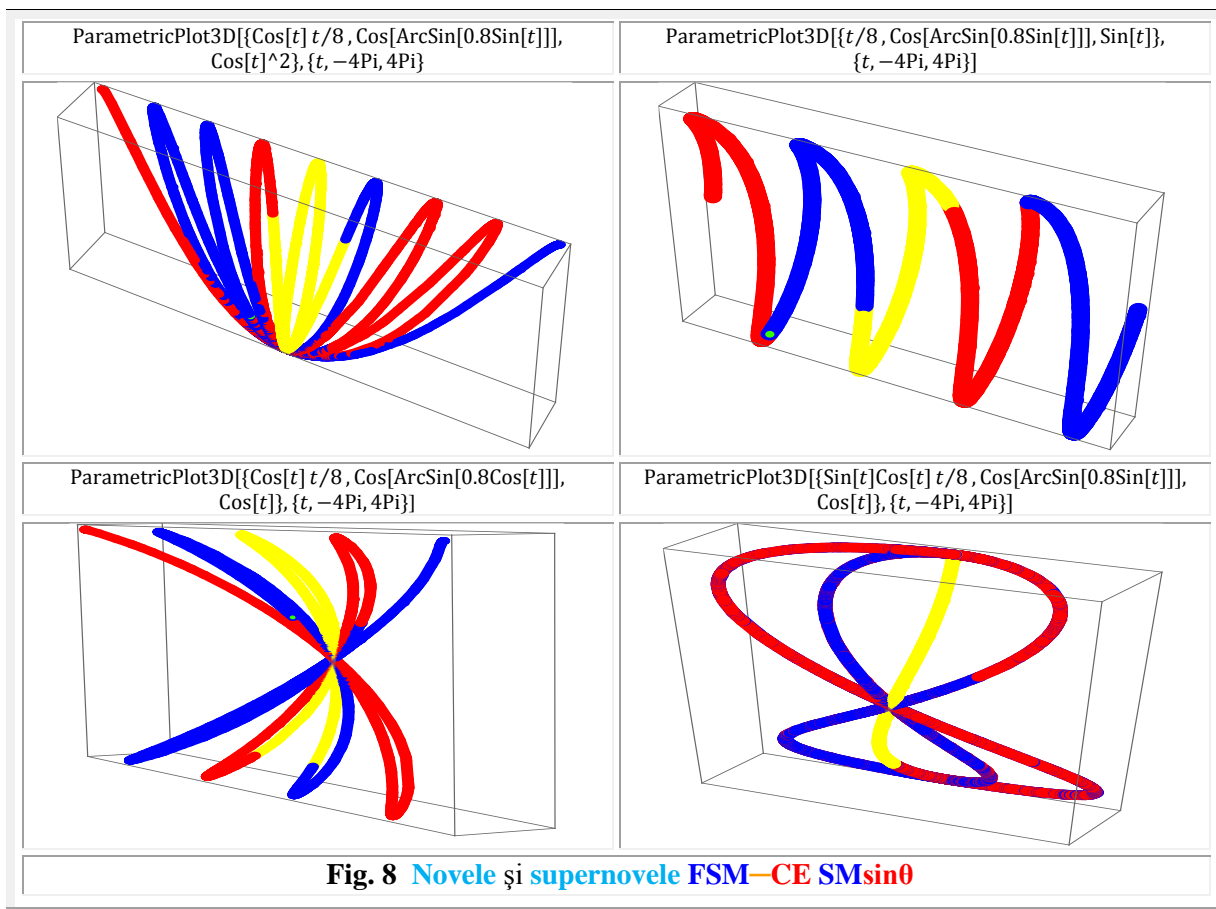
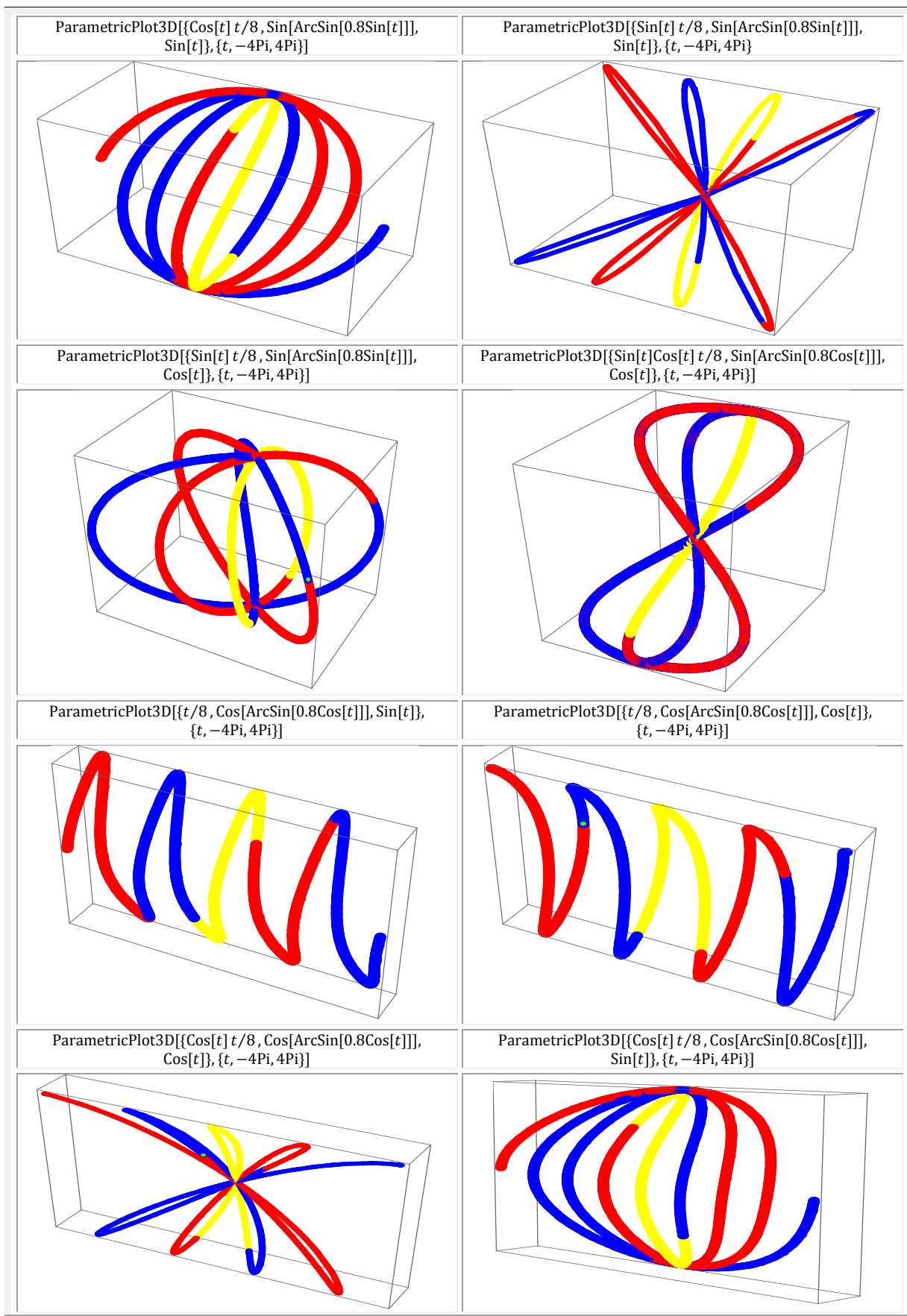


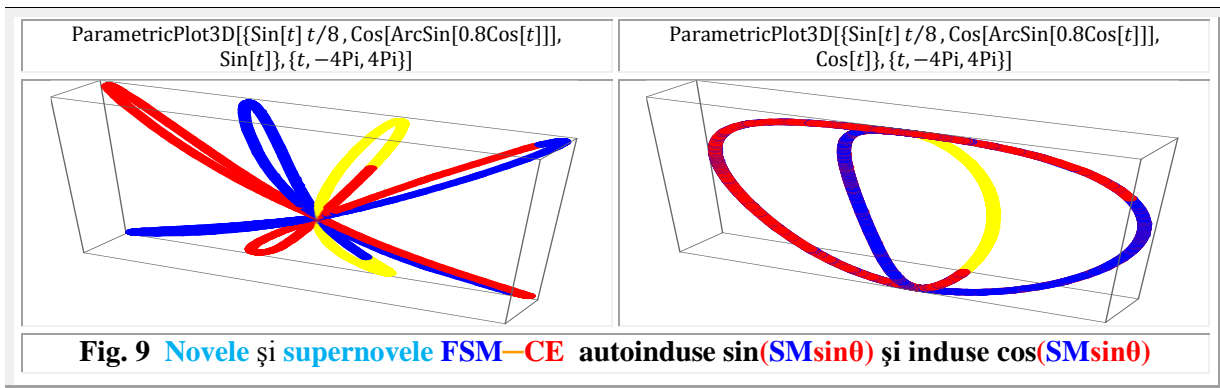
Fig. 6 **Novel** și **supernovel** FSM—CE $SM_{\cos 0}$











DERIVATELE FUNCȚIILOR SUPERMATEMATICE NOI
D(SMsinθ) și D(SMcosθ)

Derivatele acestor funcții sunt prezentate în relația (6):

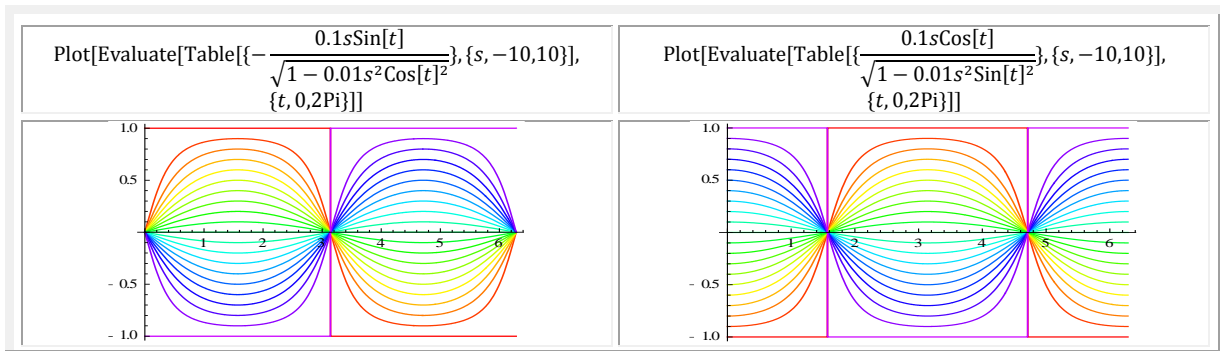
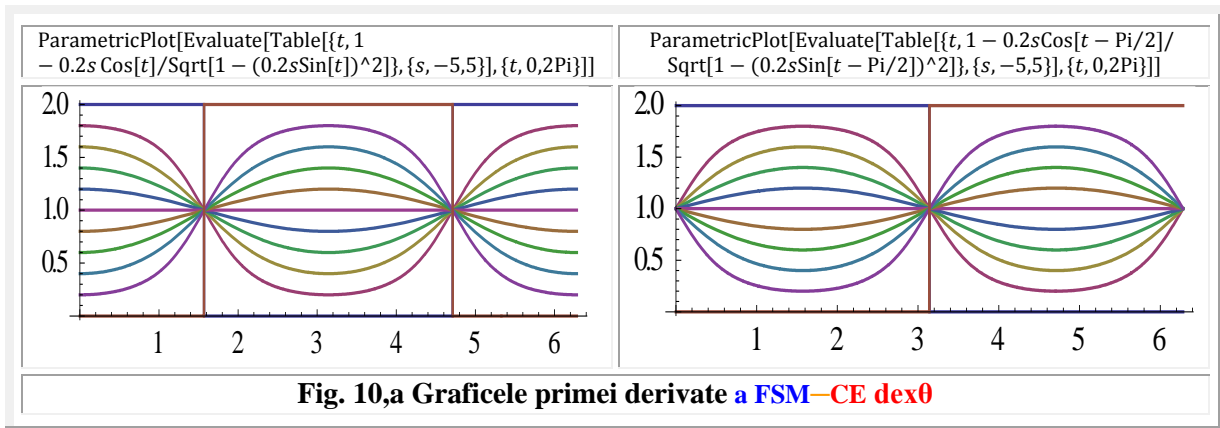
$$(6) \quad \begin{cases} D(\text{SM}\cos\theta) = \frac{d}{d\theta}(\text{SM}\cos\theta) = \frac{d}{d\theta}(\arcsin[s.\cos(\theta - \varepsilon)]) = -\frac{s\text{Sin}[t]}{\sqrt{1-s^2\text{Cos}[t]^2}} \\ D(\text{SM}\sin\theta) = \frac{d}{d\theta}(\text{SM}\sin\theta) = \frac{d}{d\theta}(\arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)]) = \frac{s\text{Cos}[t]}{\sqrt{1-s^2\text{Sin}[t]^2}} \end{cases}$$

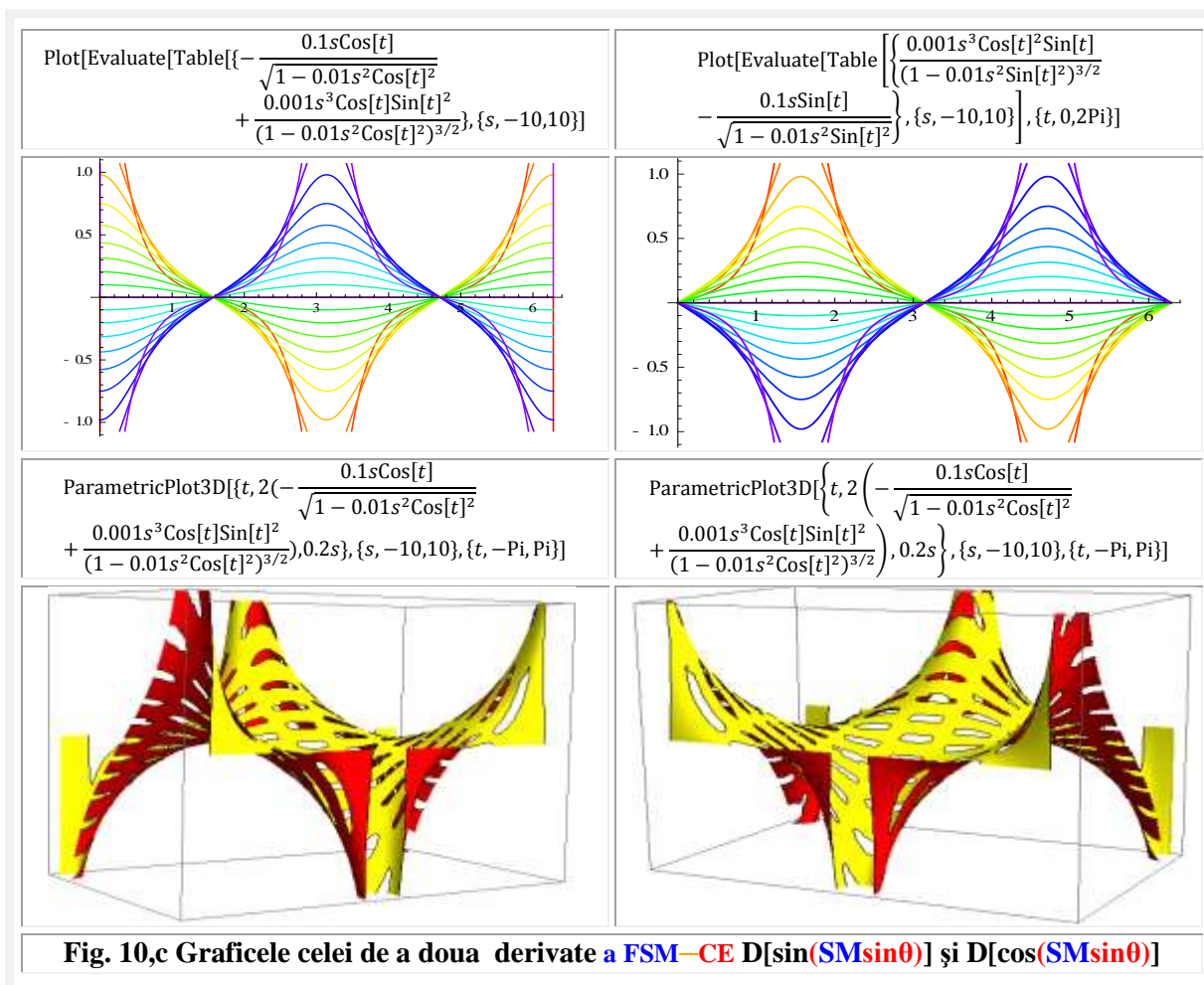
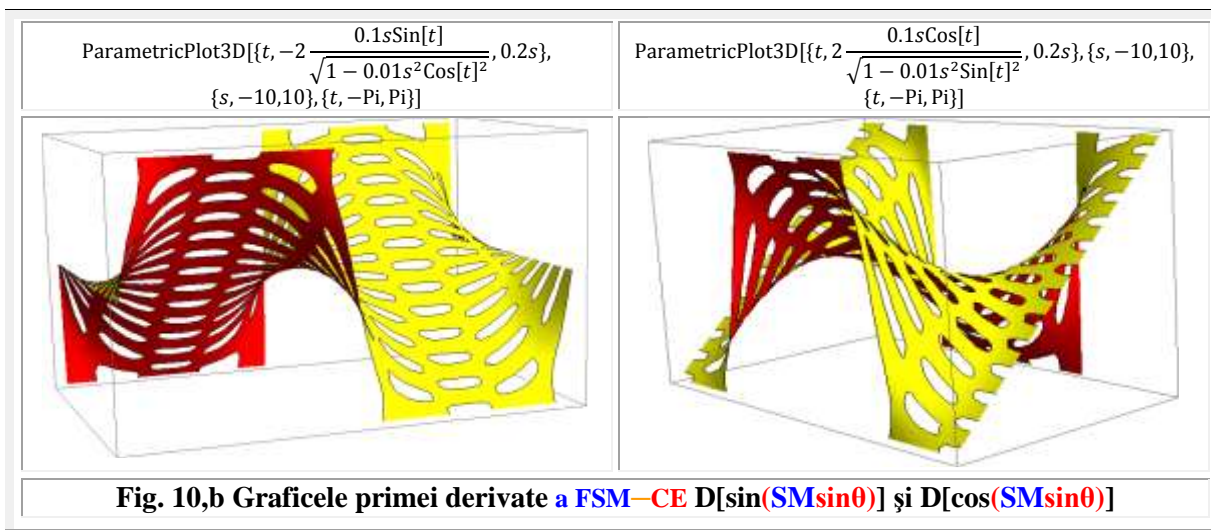
cu graficele din **figura 10,a**.

Din **figura 10,a** rezultă imediat că aceste derivate sunt reprezentate de **funcția supermatematică circulară excentrică (FSM–CE)** derivată excentrică de variabilă excentrică **dexθ** translatață pe verticală cu o unitate, iar a doua funcție este defazată și pe orizontală, pe direcția axei Ox, cu π/2.

Se știe că funcția derivată excentrică dex este definită de ecuațiile:

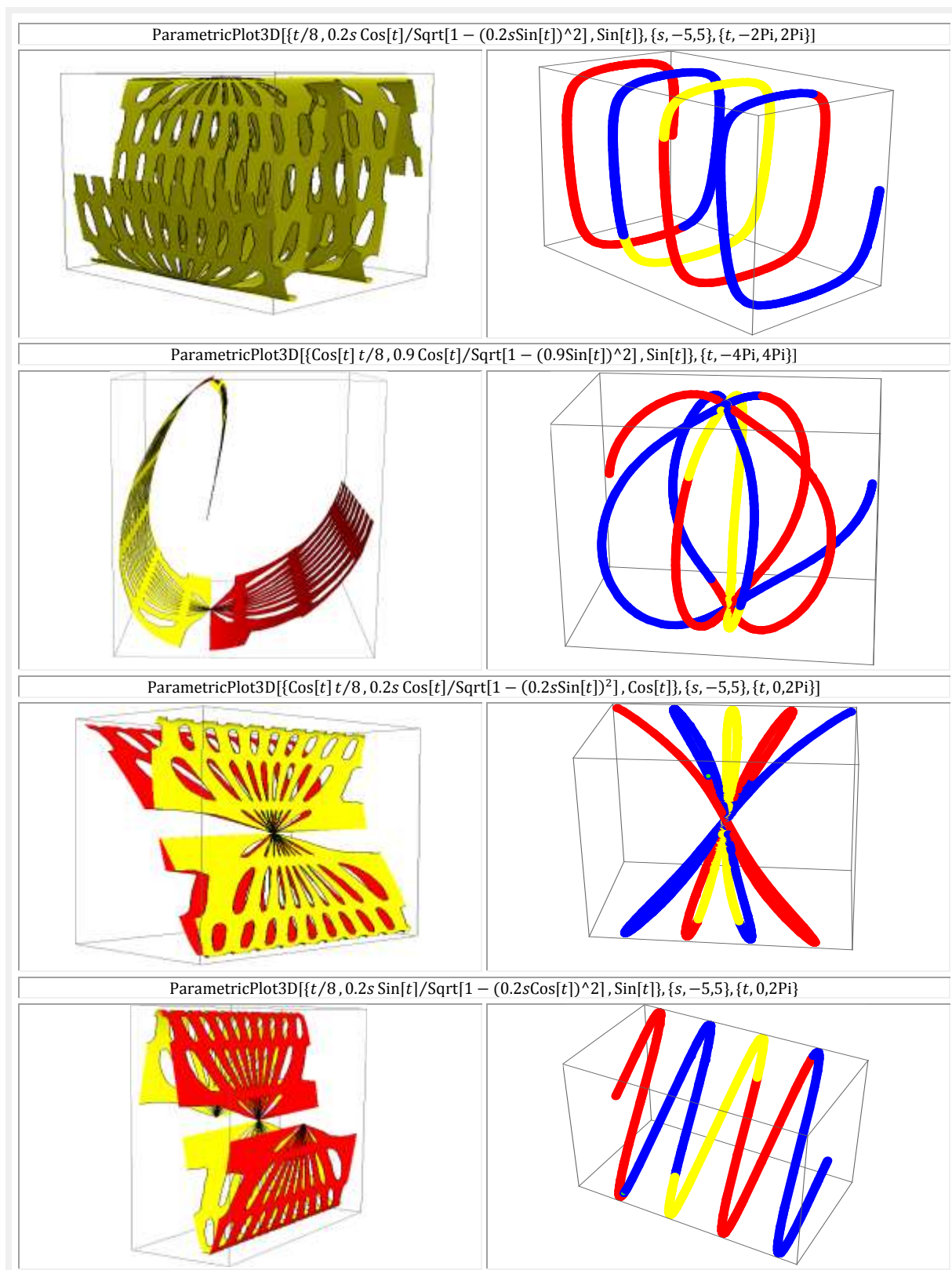
$$(7) \quad \text{dex}\theta = \frac{d\alpha}{d\theta} = \frac{d(\theta-\beta)}{d\theta} = 1 - \frac{d\beta}{d\theta} = 1 - \frac{d}{d\theta}(\text{SM}\sin\theta) = 1 - \frac{s\text{Cos}[t]}{\sqrt{1-s^2\text{Sin}[t]^2}} \quad (\text{Fig.10,a})$$

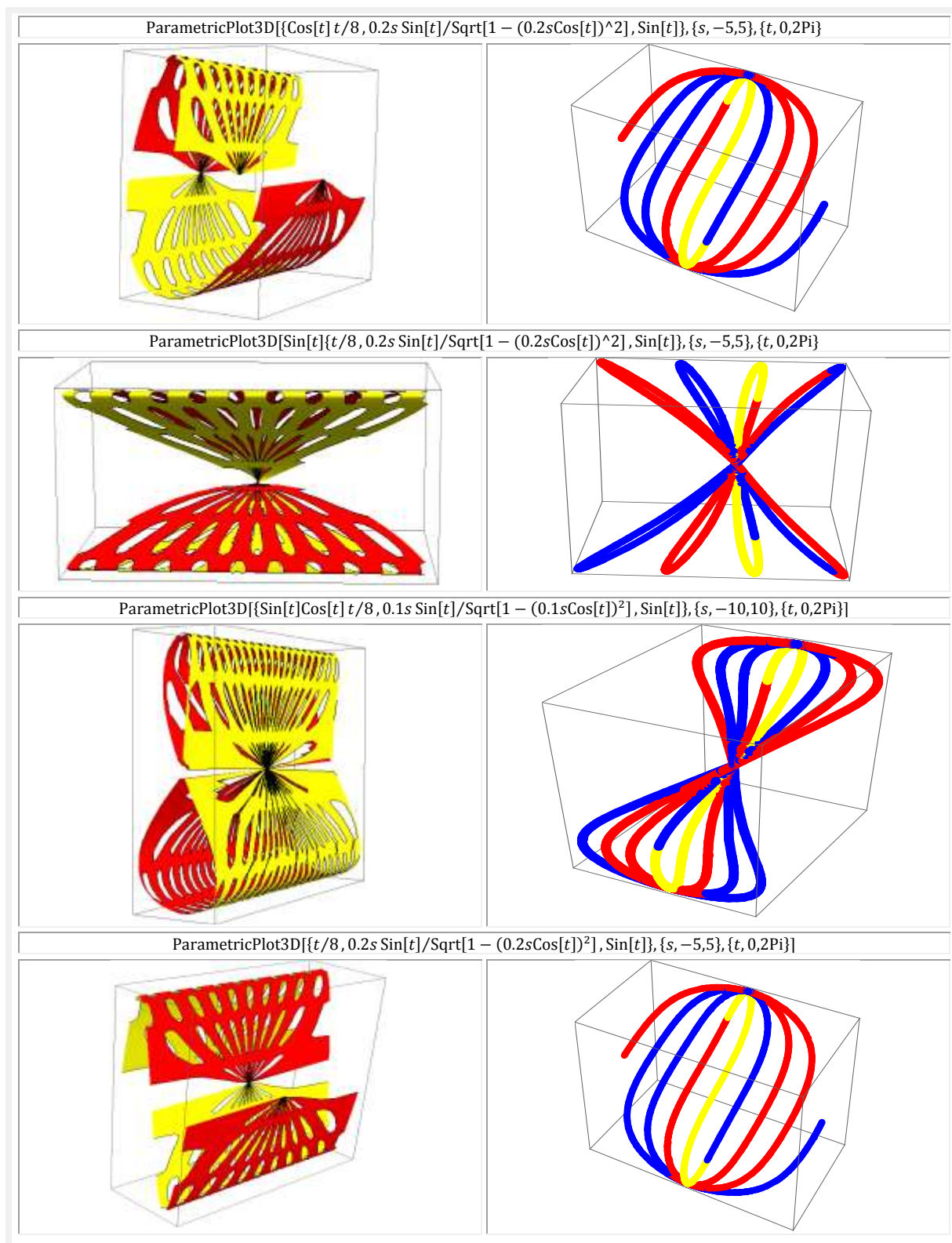




SUPERNOVELE DERIVATELOR D(SM cosθ) ȘI D(SM sinθ)

În stânga **figurii 11** sunt prezentate **supernovele** derivatelor funcțiilor D(SM sinθ) de excentricități cuprinse în domeniul $s \in [-1, +1]$ iar în partea dreaptă cele de excentricitate liniară numerică $s = 0,9$.





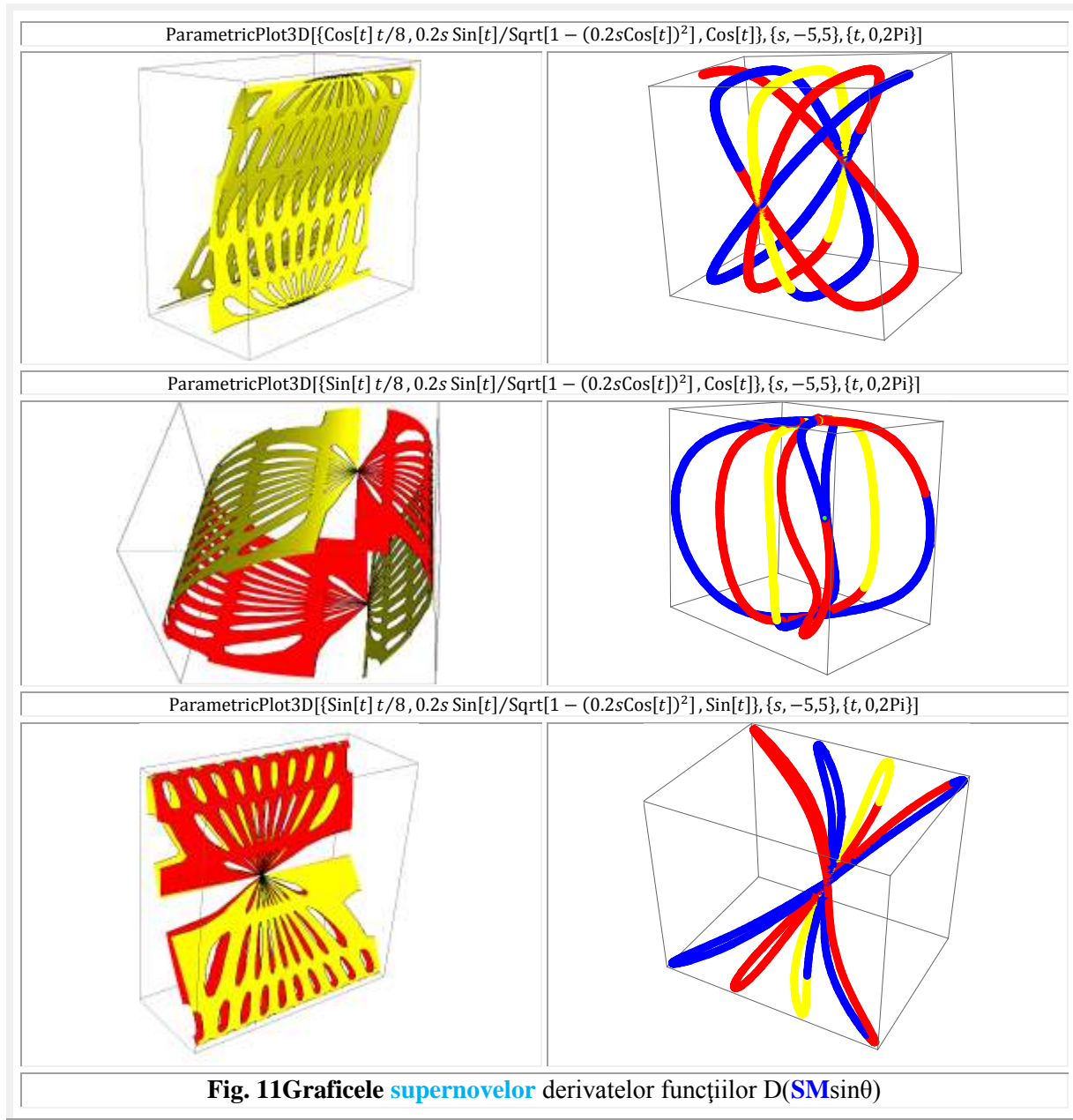


Fig. 11 Graficele **supranelor** derivatelor funcțiilor $D(SM\sin\theta)$

DERIVATELE FUNCȚIILOR AUTOINDUSE ȘI INDUSE
 $D[\cos(SM\cos\theta)], D[\sin(SM\sin\theta)]; D[\sin(SM\cos\theta)], D[\cos(SM\sin\theta)]$

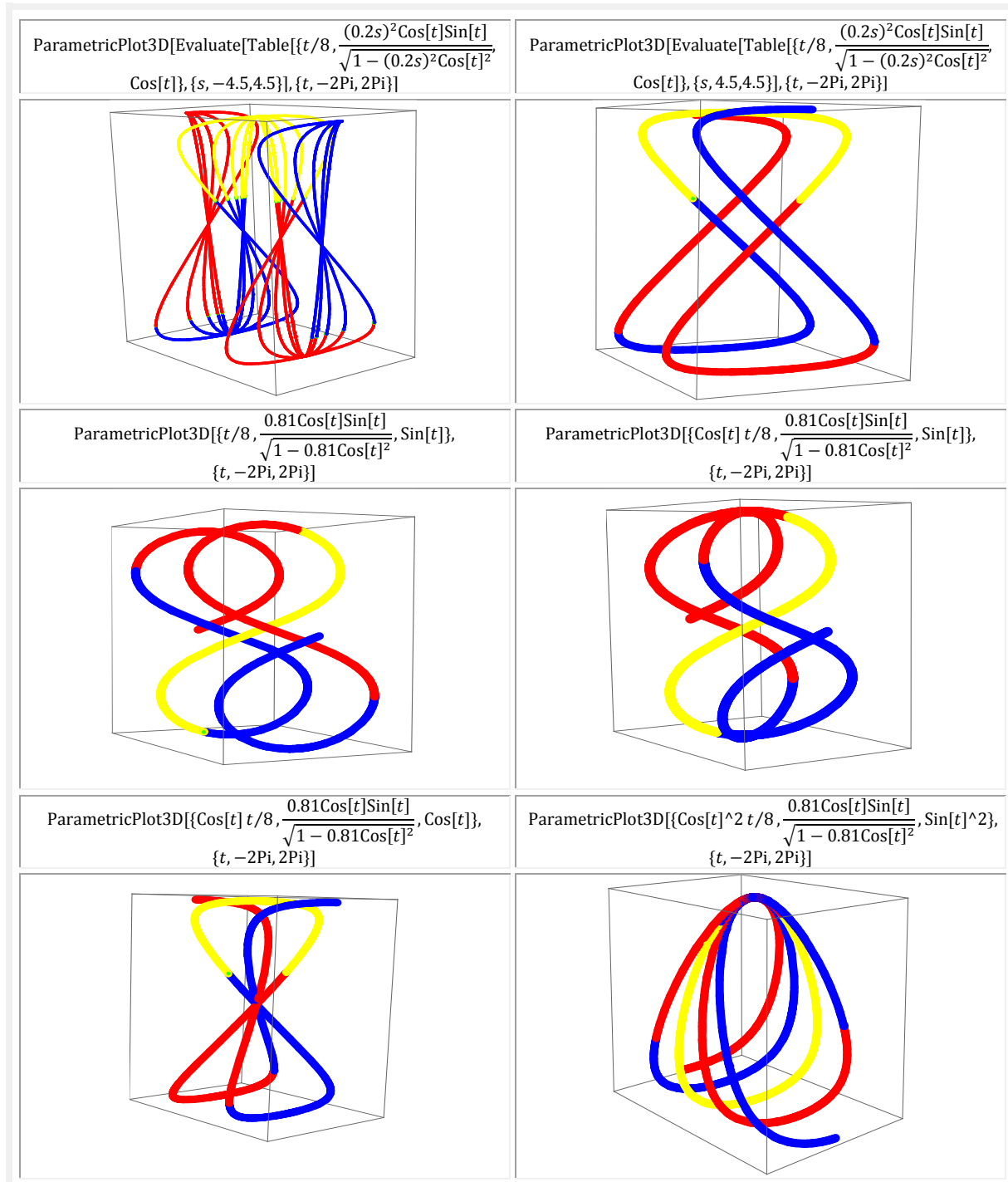
Funcțiile autoinduse au ecuațiile:

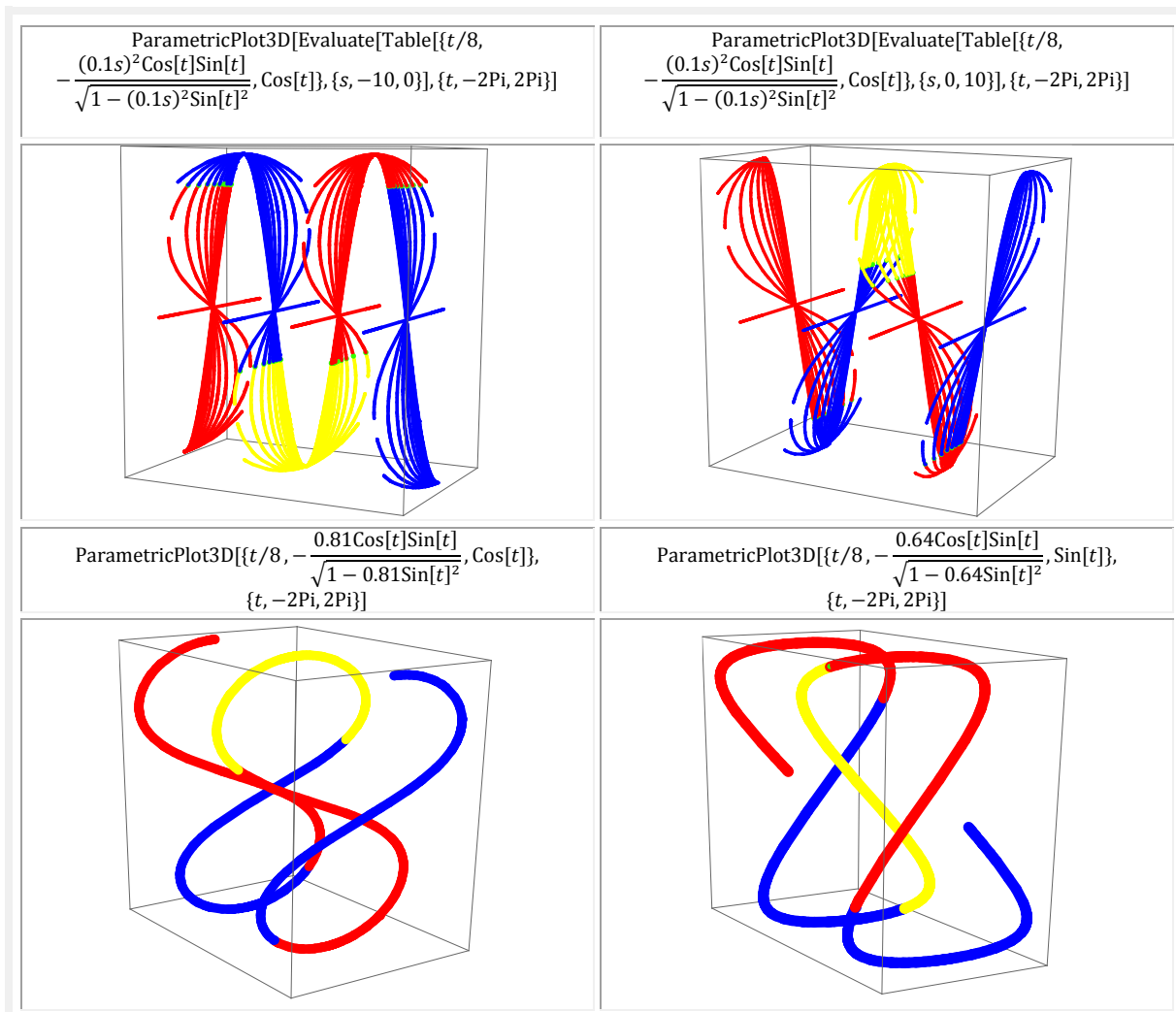
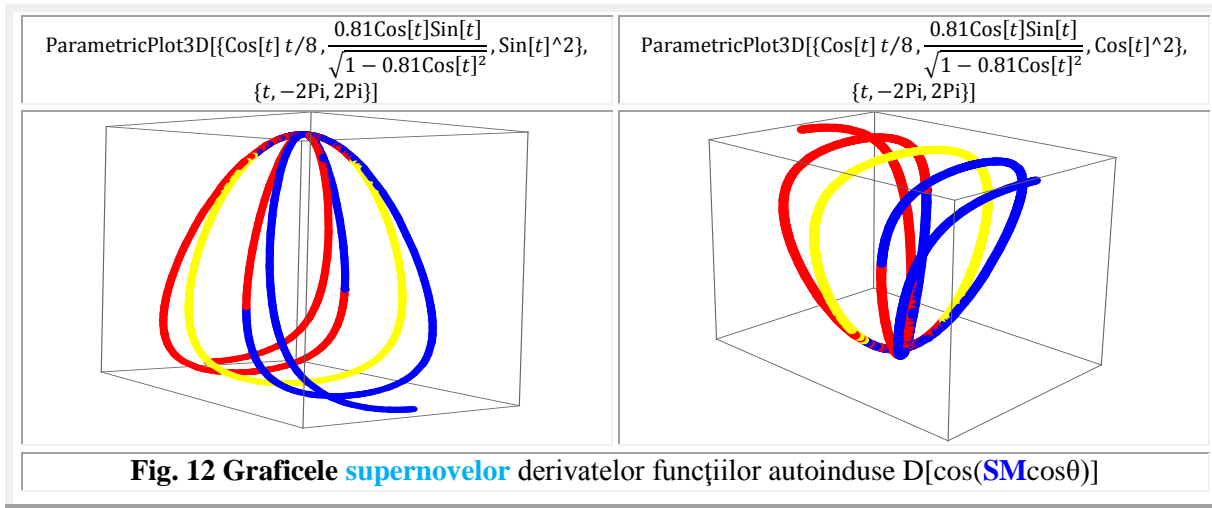
(8) $\begin{cases} \cos(SM\cos\theta) \\ \sin(SM\sin\theta) \end{cases}$ și derivatele lor sunt: $\begin{cases} D[\cos(SM\cos\theta)] = \frac{s^2 \cos[t] \sin[t]}{\sqrt{1-s^2 \cos[t]^2}} \\ D[\sin(SM\sin\theta)] = s \cos[t] \end{cases}$

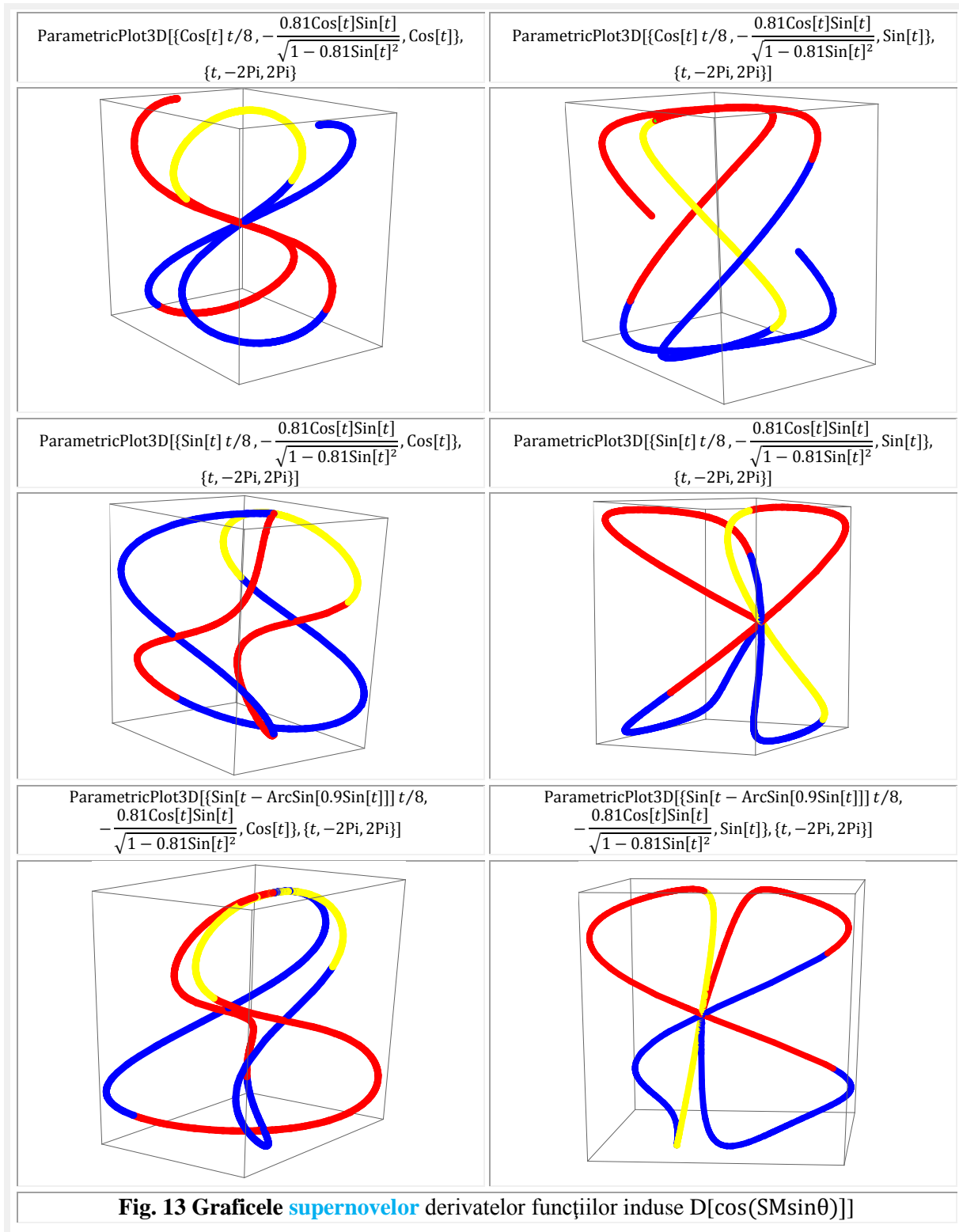
iar cele induse sunt definite de funcțiile

(9) $\begin{cases} \cos(SM\sin\theta) \\ \sin(SM\cos\theta) \end{cases}$ și derivatele lor sunt:
$$\begin{cases} D[\cos(SM\sin\theta)] = -\frac{s^2\cos[t]\sin[t]}{\sqrt{1-s^2\sin[t]^2}} \\ D[\sin(SM\cos\theta)] = -s\sin[t] \end{cases}$$

Graficele derivatelor funcțiilor autoinduse $D[\cos(SM\cos\theta)]$ sânt prezentate în **figura 12**, iar ale celor induse în **figura 13**, pentru excentricitatea liniară numerică $s = 0,9$ și unghiulară $\varepsilon = 0$.







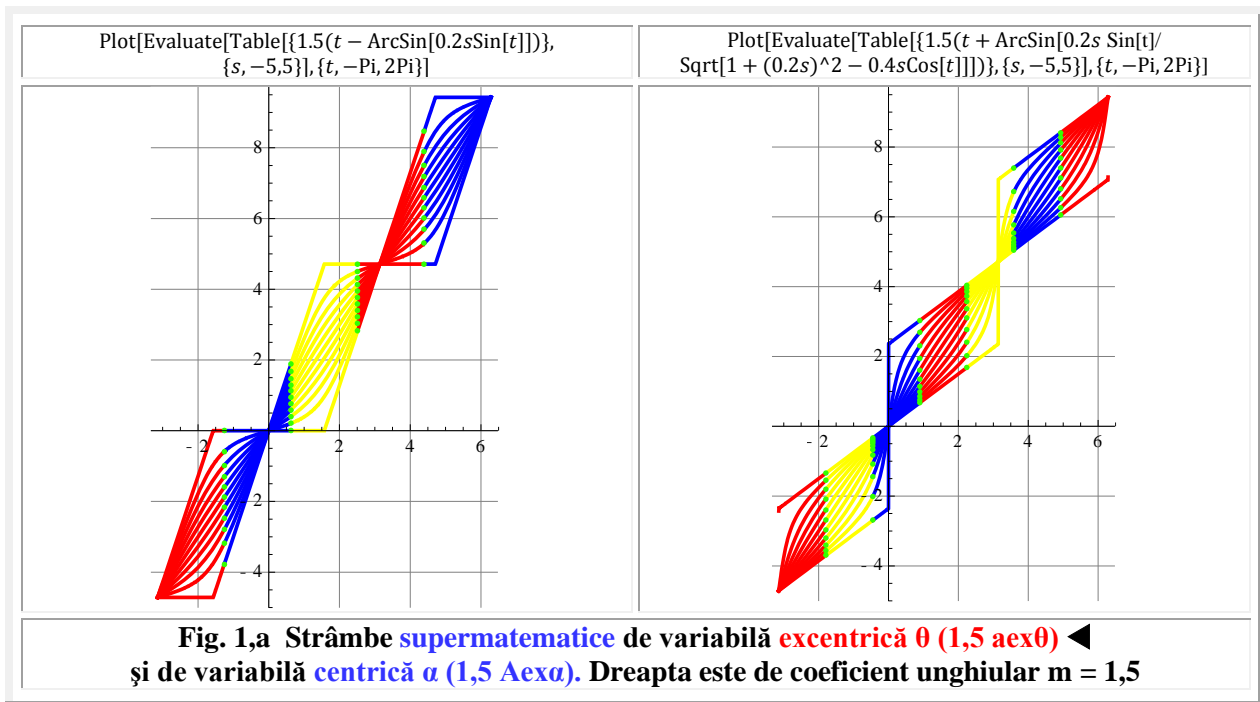
Motto: "Strâmbând strâmbele îndrepti matematica spre supermatematică" Autorul

CAPITOLUL XXV

STRÂMBAREA STRÂMBELOR

1 INTRODUCERE

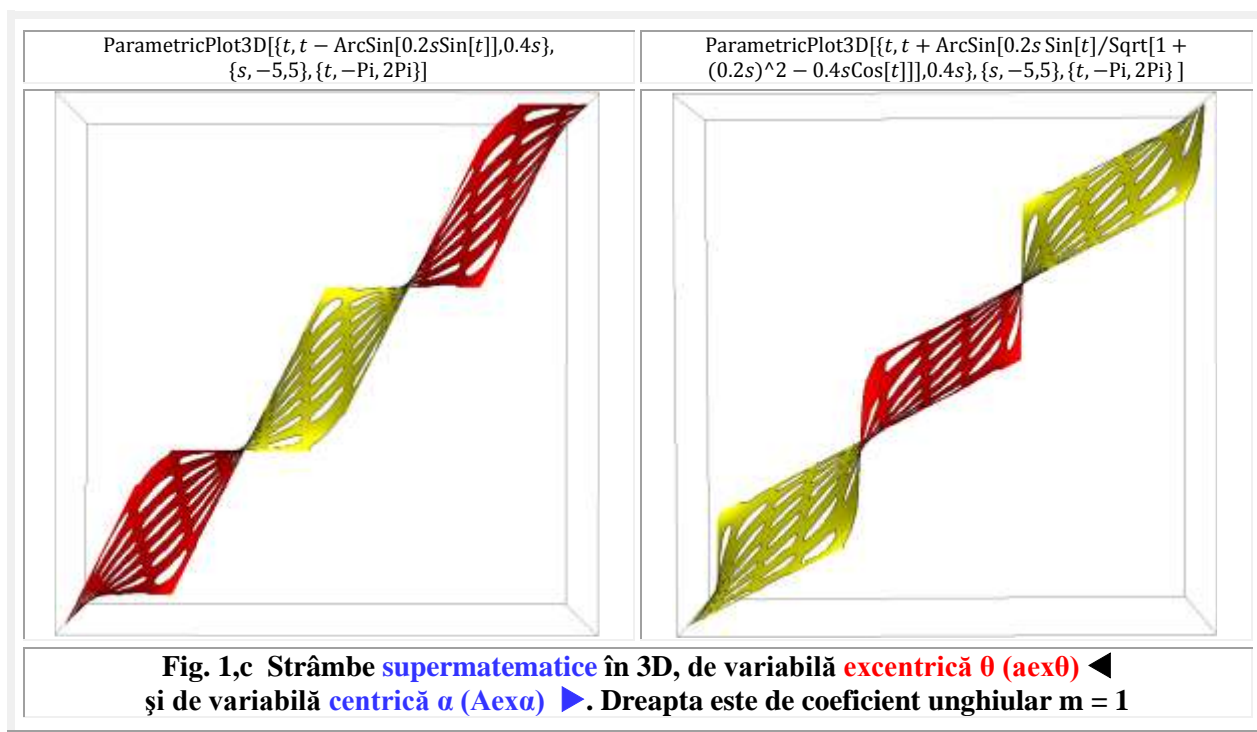
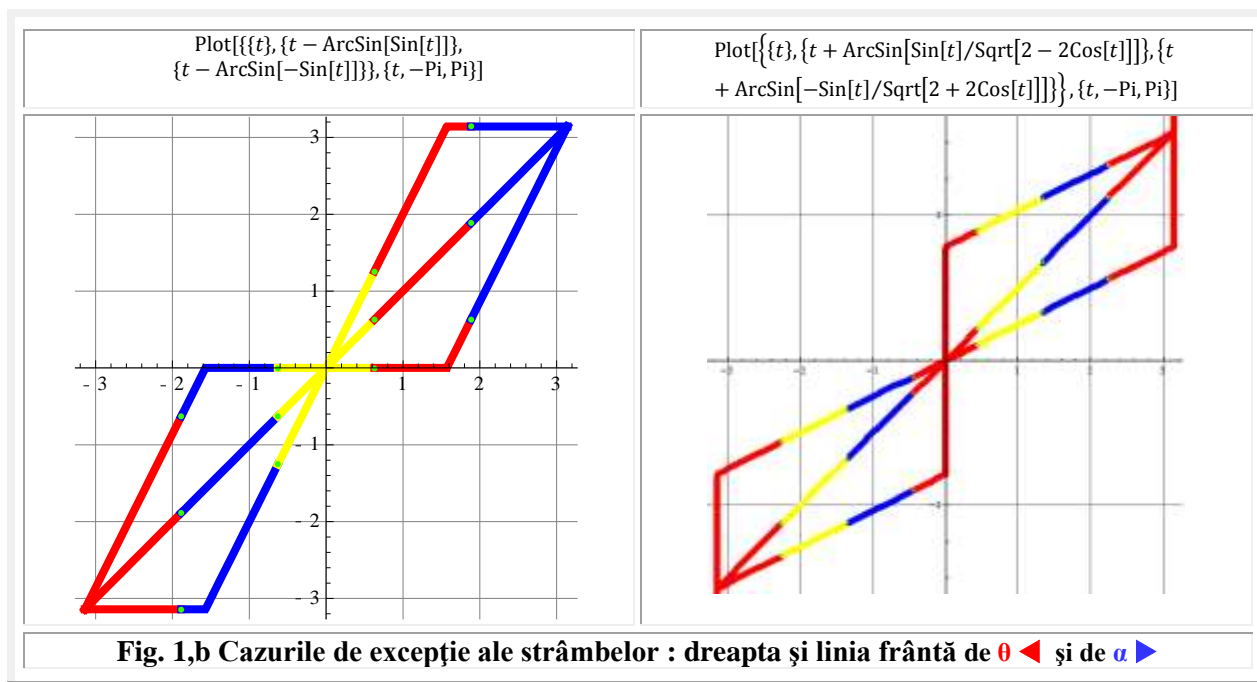
Așa cum s-a mai afirmat, chiar în cadrul acestui volum, *strâmba este o generalizare a dreptei*, (Fig. 1,a); dreapta fiind un *caz de excepție* al strâmbei de excentricitate liniară numerică $s = 0$. Pentru $s = \pm 1$ se obțin *segmente de linii drepte*, adică *o linie frântă* (Fig.1,b).



Așa cum rezultă și din figurile 1,b, cele două familii / tipuri de strâmbے (de θ și de α), fiind simetrice față de prima bisectoare, *sunt inverse una alteia*.

Strâmbےle sunt reprezentate de funcțiile *amplitudine excentrică* de θ ($\text{aex}\theta$) și, respectiv, de α , ($\text{Aex}\alpha$) funcții care fac trecerea din *centric* (Matematica Centrică MC) în *excentric* (Matematica Excentrică ME), tot așa cum funcția *amplitudine eliptică* a lui Jacobi $\text{am}(u, k)$ face trecerea din *centric* în *eliptic*. Observație extrem de importantă care a creat *supermatematica*, tot așa cum $\text{am}(u, k)$ a creat *matematica eliptică*.

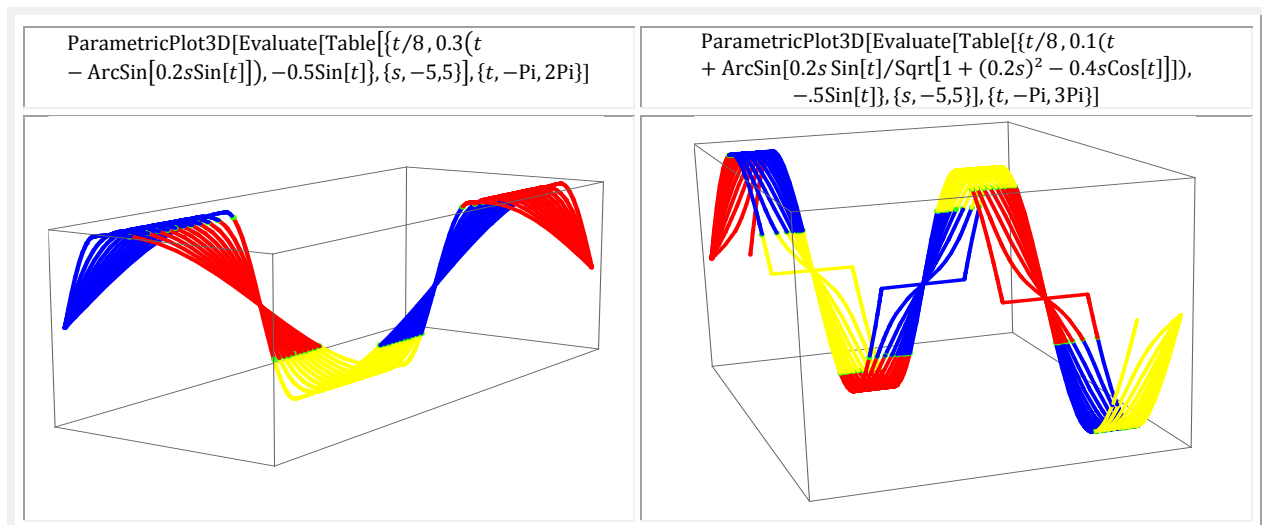
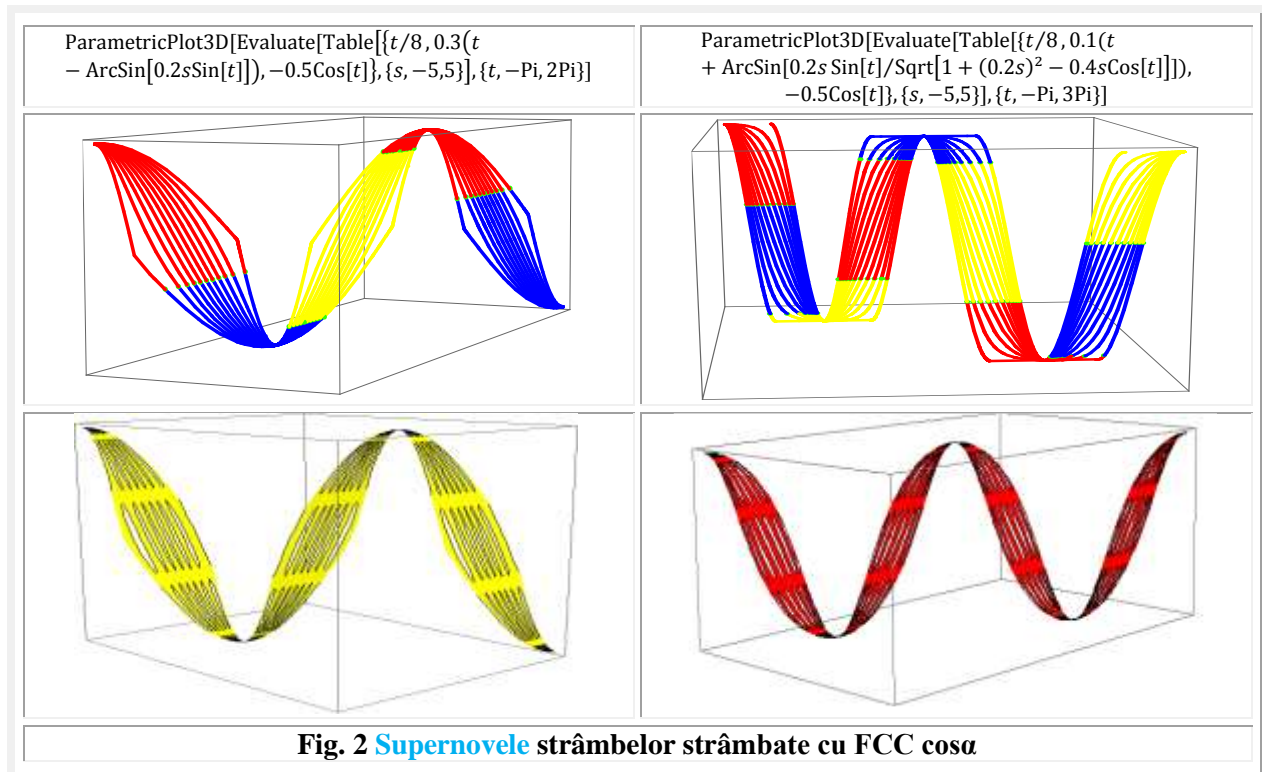
Tot ceea ce s-a spus până acum sunt repetări, dar "repetiția este mama învățaturii" !

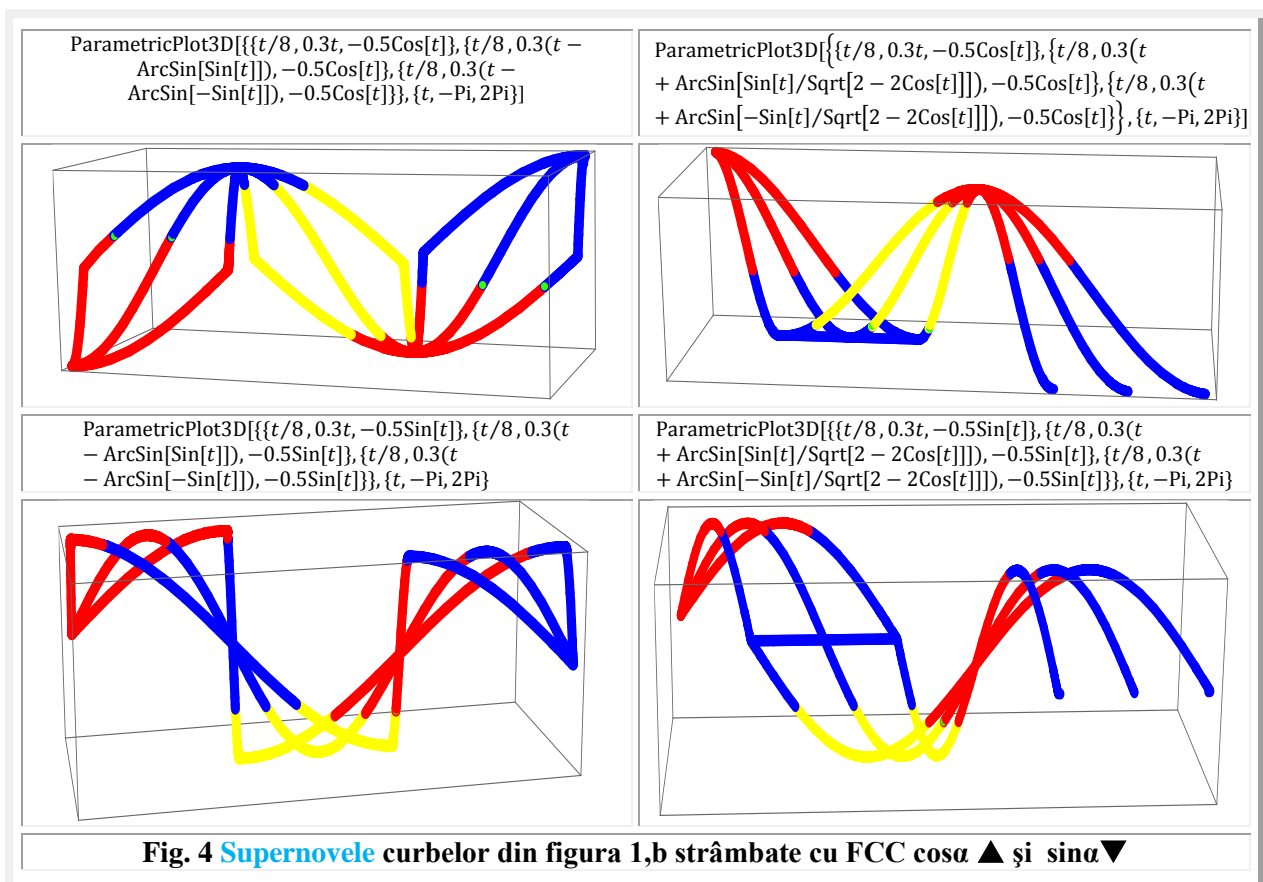
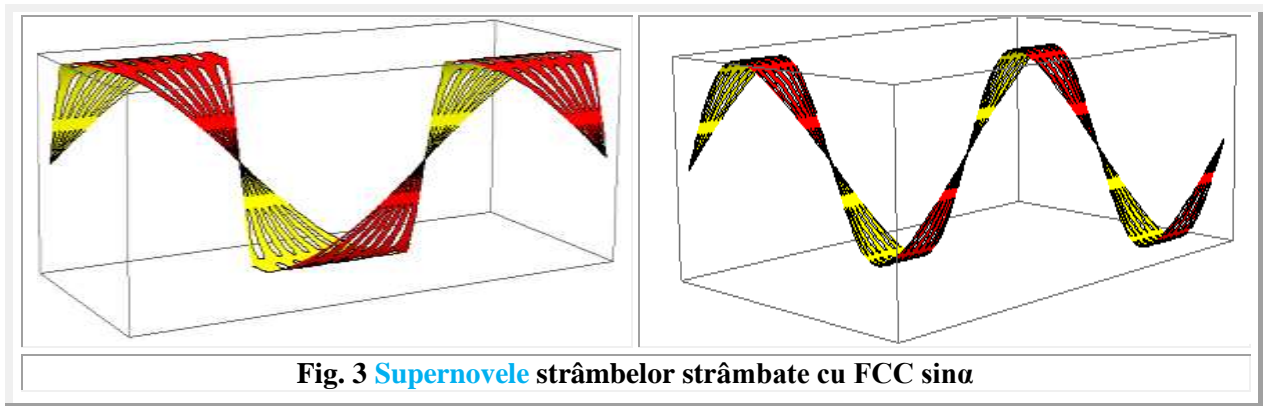


Strâmbےle fiind curbe plane 2D sunt strâmbے doar în acest plan. Dacă planul care conține strâmbےle se strâmbے la rândul lui, cu strâmbے conținute în el cu tot, atunci strâmbےle se strâmbے și în 3D și rezultă curbe nove sau supernove strâmbے ce sunt prezentate în paragraful următor.

2. STRÂMBAREA STRÂMBELOR CU FCC STRÂMBE NOVE ȘI SUPERNOVE

Strâmbarea planului în care se află fasciculul de strâmbe se poate ondula / strâmba după o *funcție circulară centrică* (FCC) cosinus sau după una sinus, precum și după oricare altă funcție, ceea ce se poate constata imediat din **figura 2**. Ecuțiile care realizează strâmbarea sunt prezentate deasupra fiecărei figuri în poziția parametrului **Z**.

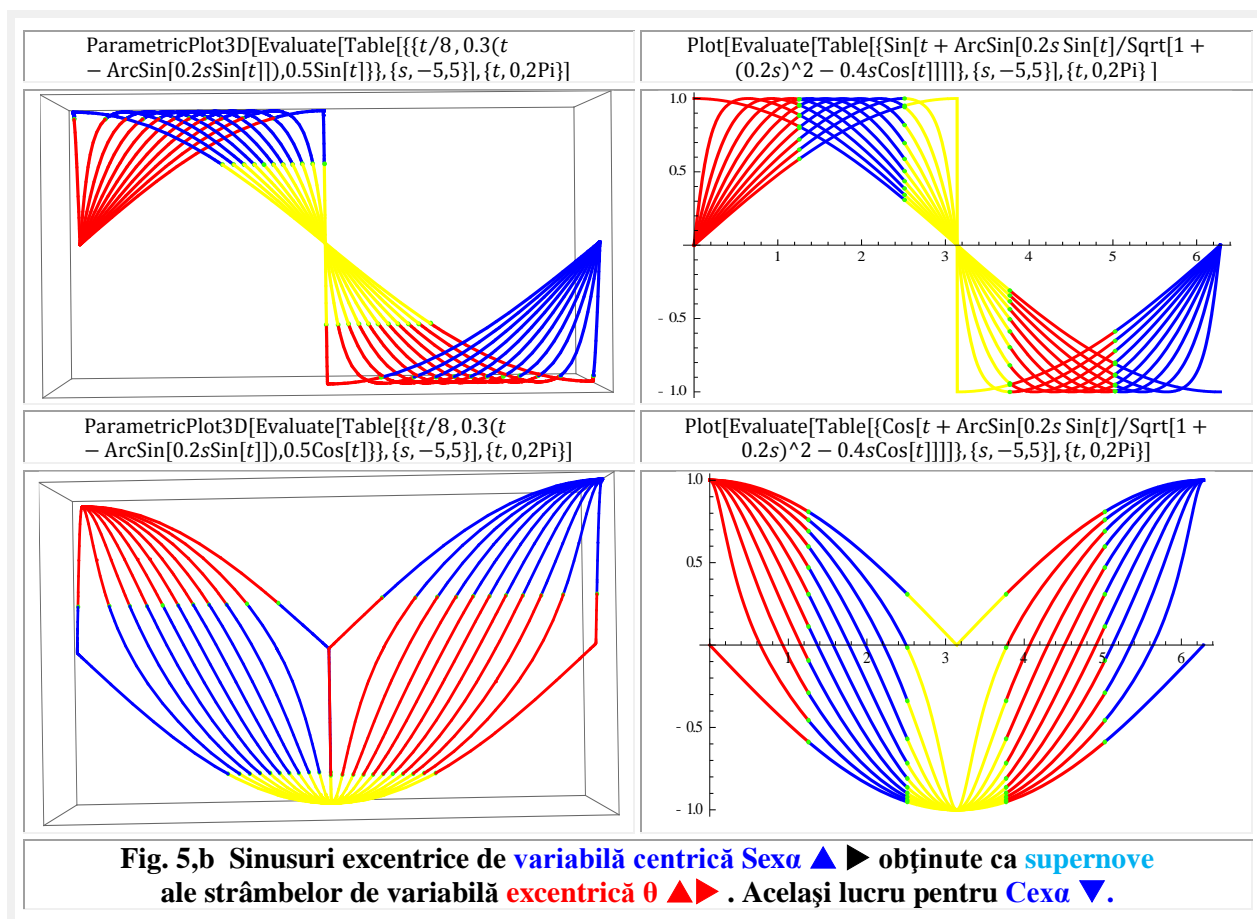
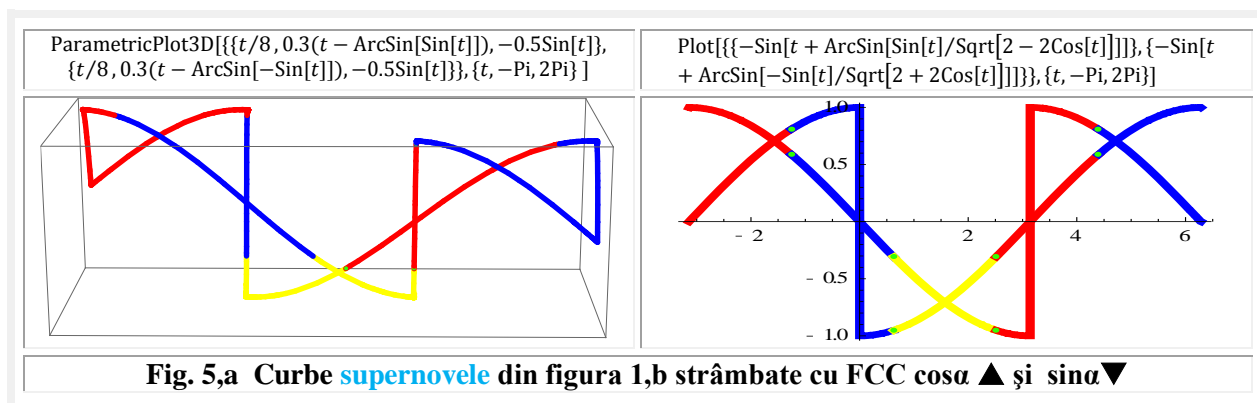




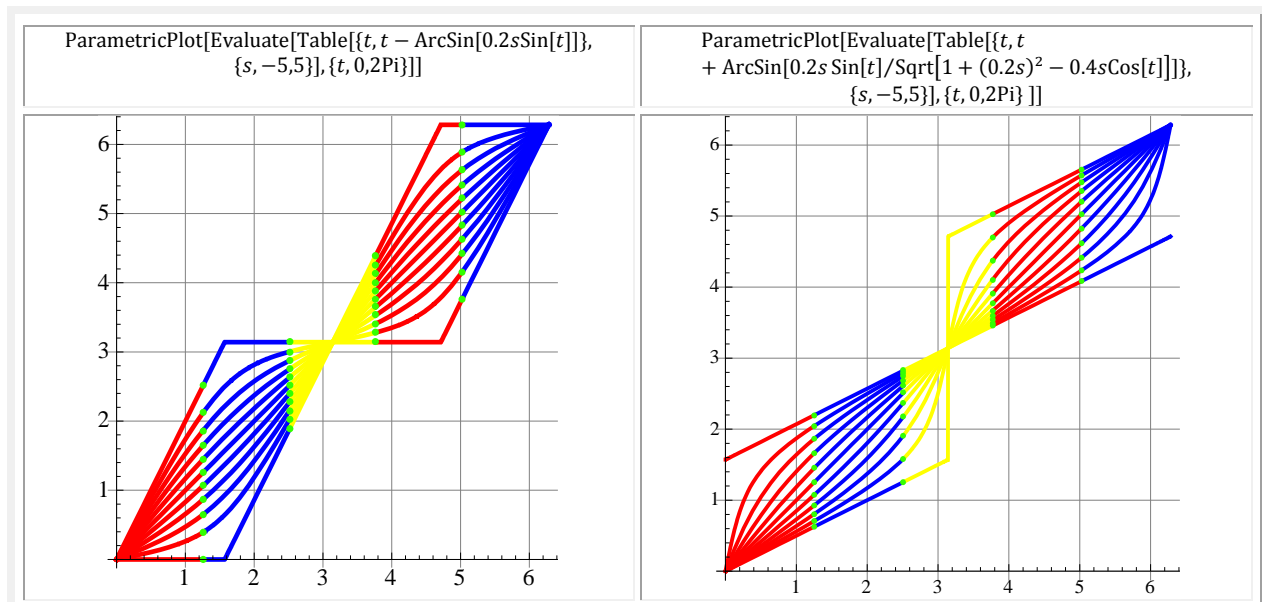
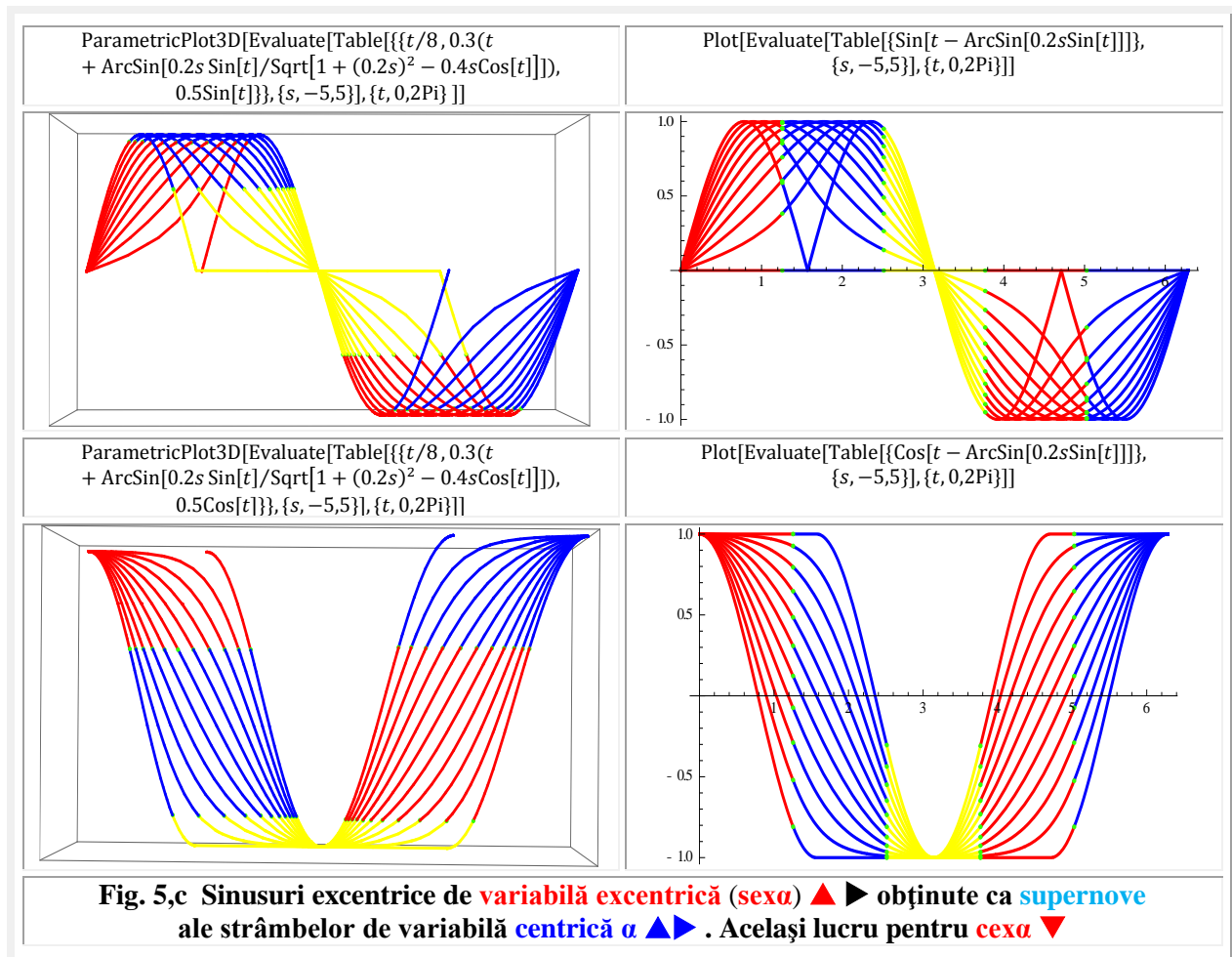
În **figura 4** se observă cum dreapta (prima bisectoare din **figura 1,b**) se transformă într-o cosinusoidă, într-un plan diagonal, la strâmbarea planului cu FCC $\cos\alpha$ ▲ și, respectiv, în FCC $\sin\alpha$ ▼, ceea ce se știa dintr-un capitol anterior, iar segmentele drepte orizontale devin verticale și cele verticale devin orizontale.

Mult mai curios este faptul că strâmbarea strâmbelor de excentricitate liniară numerică $s = \pm 1$ din **figura 5** ▲ și de *variabilă excentrică* θ (Fig. 5 ▲◀) prin strâmbarea lor cu funcția $\sin\alpha$ se transformă în funcții sinus excentrice de *variabilă centrică* α , *Sexa* (Fig. 5,b ▲▶). Fenomen adevărat pentru oricare

valoare a lui s (Fig. 5,b ▼) precum și pentru *funcția supermatematică circulară excentrică FSM–CE* de *variabilă centrică Cexa* ▼.



O sinteză a rezultatelor obținute ca urmare a permutărilor parametrilor în ecuațiile parametriche este prezentată în figura 6. În partea din stânga (◀) pentru *funcții supermatematice circulare excentrice (FSM–CE)*, plecând de la variabilă excentrică ($\text{aex}\theta$), iar în dreapta se pleacă de la *FSM–CE* de variabilă centrică ($\text{Aex}\alpha$).



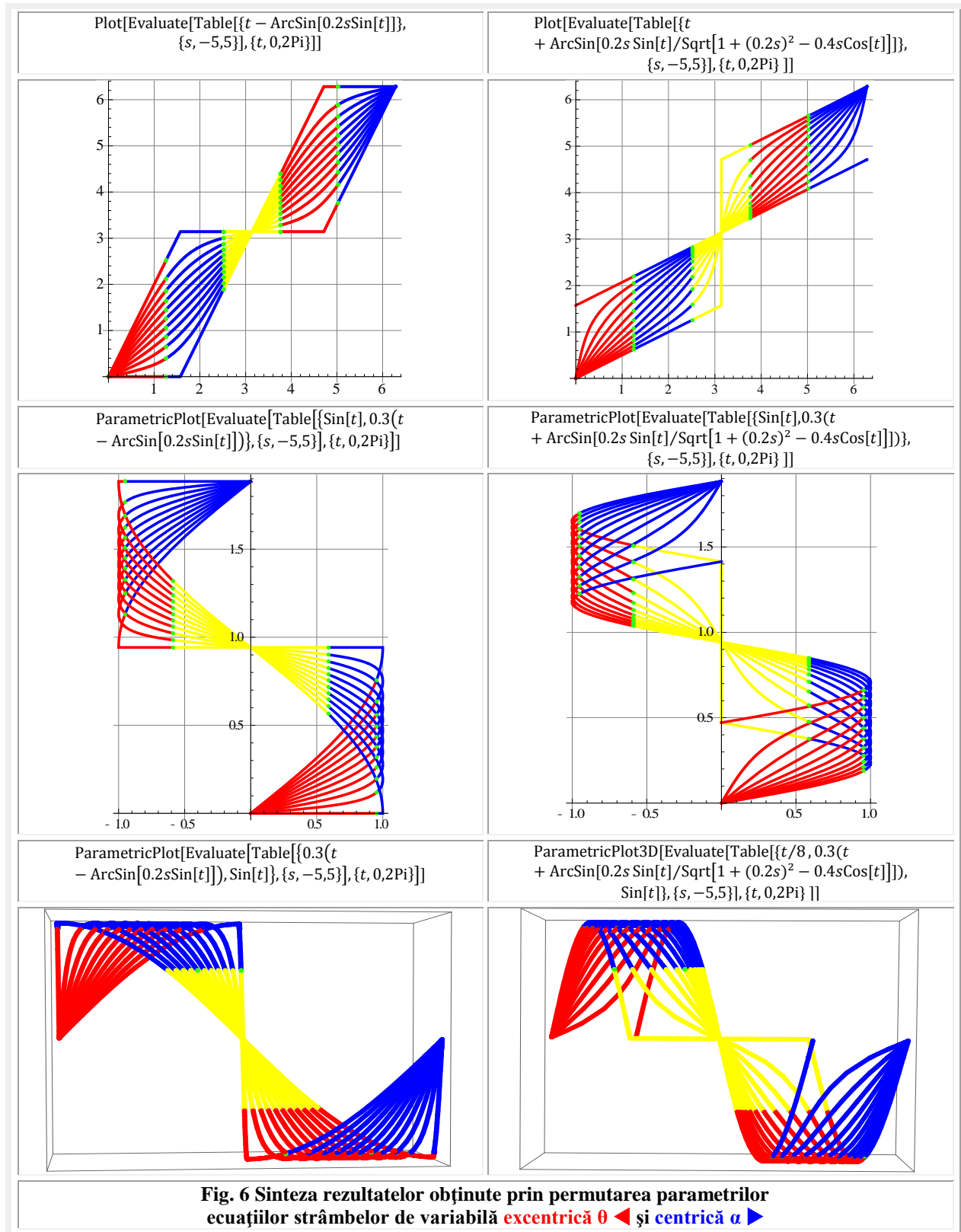
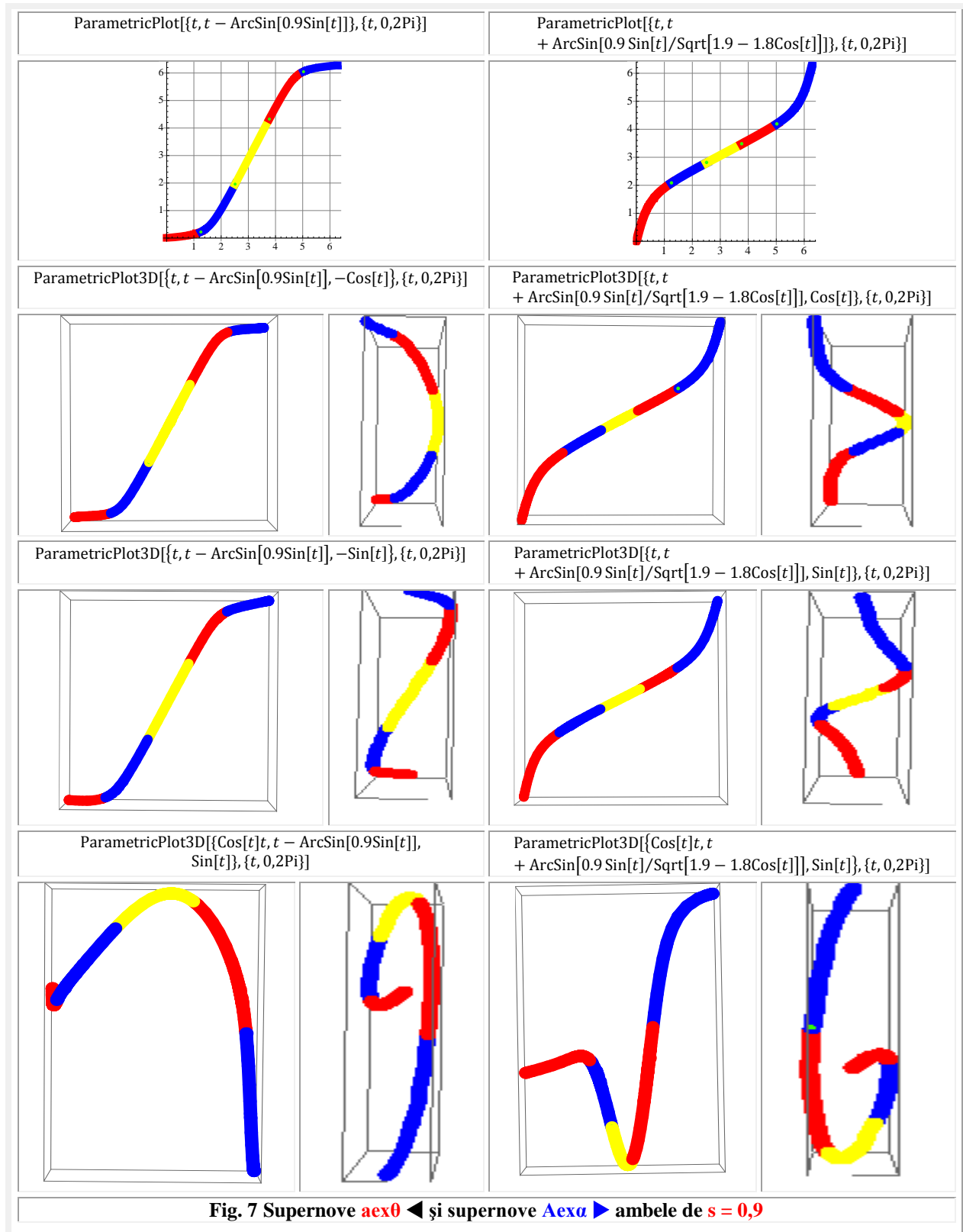
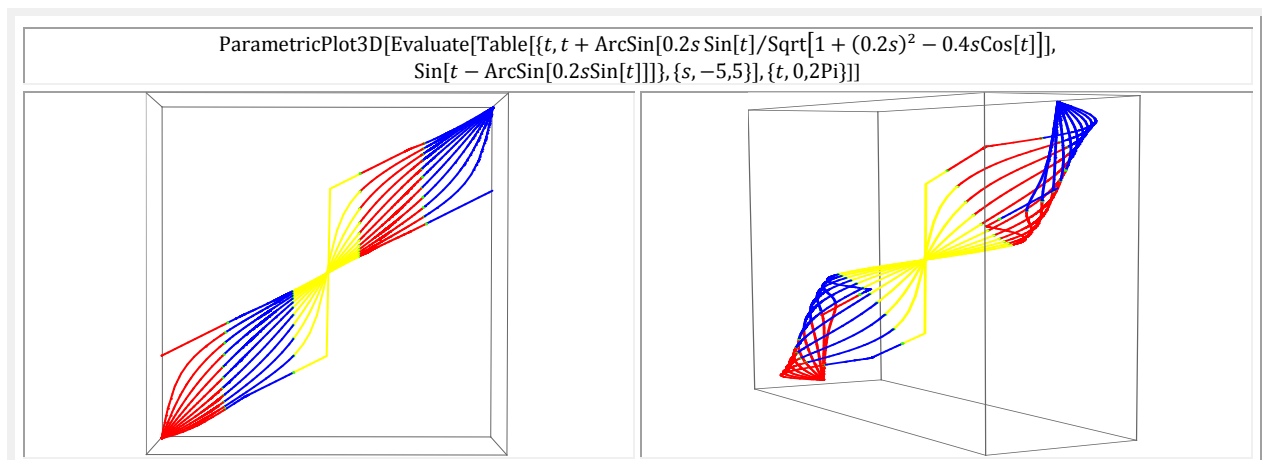
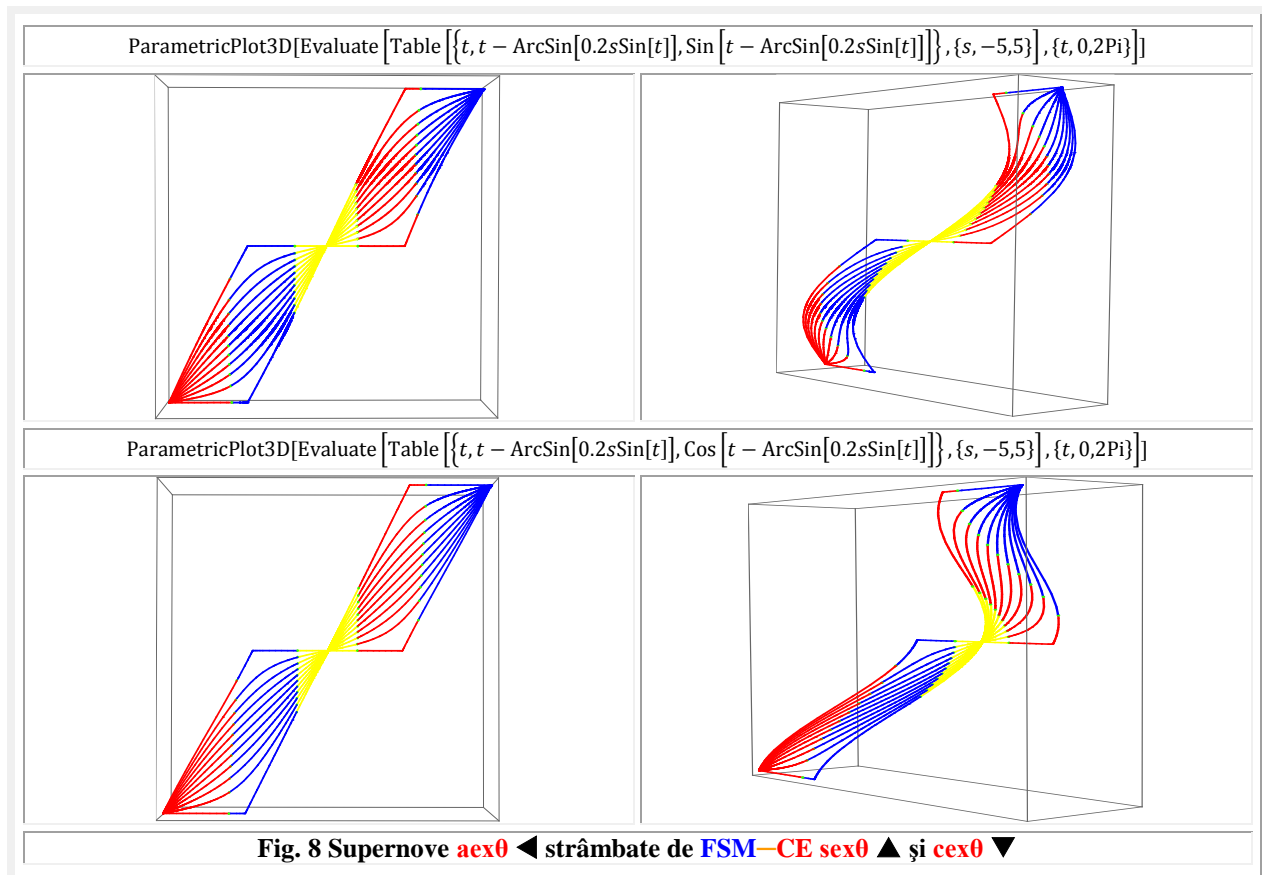


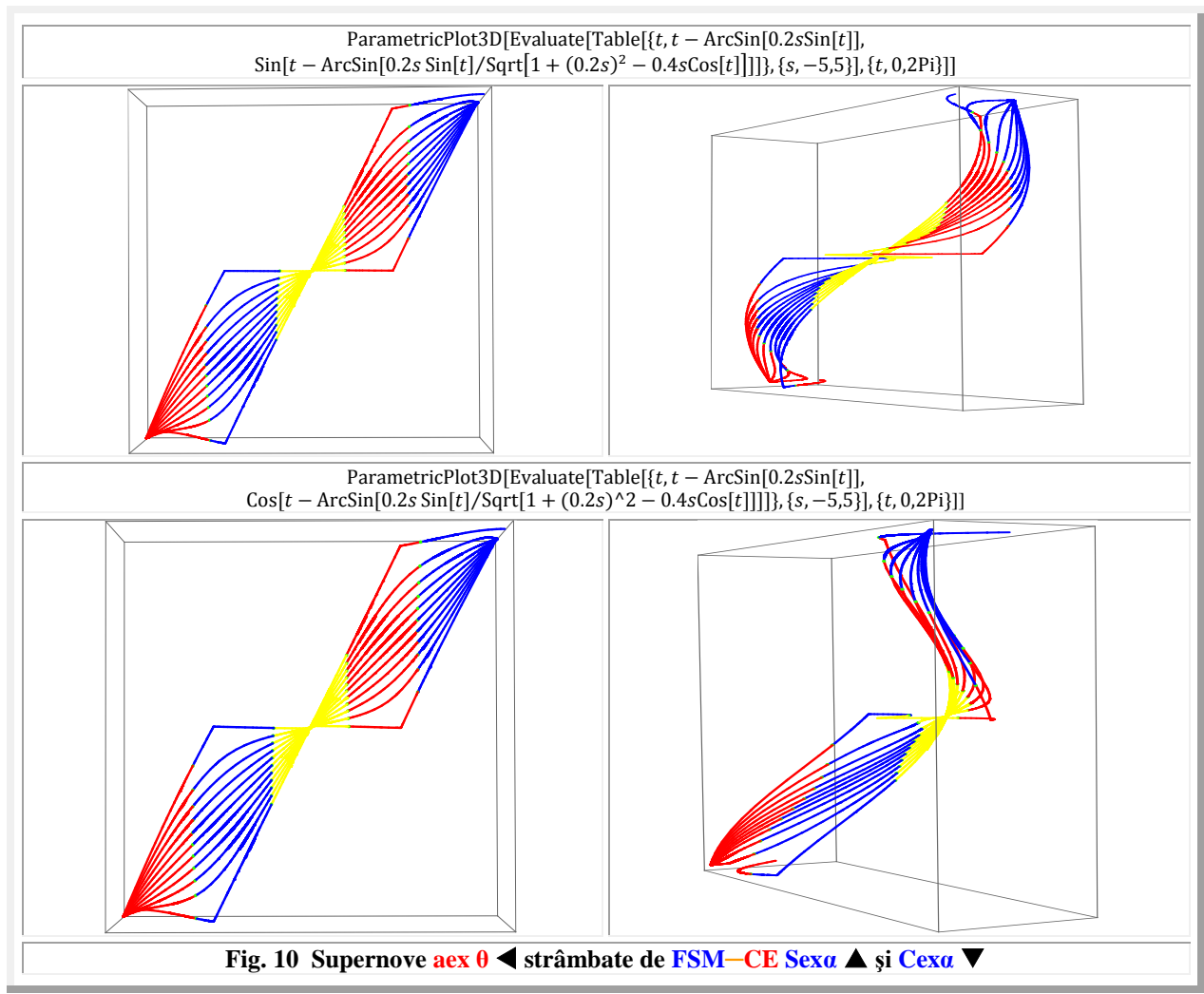
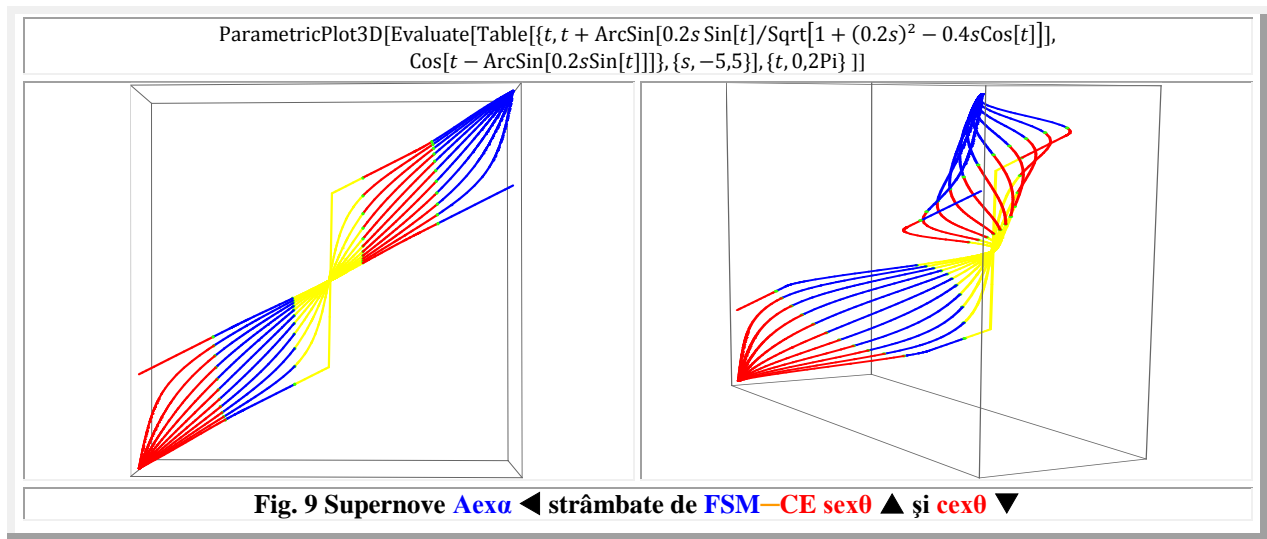
Fig. 6 Sinteza rezultatelor obținute prin permutarea parametrilor ecuațiilor strâmbelor de variabilă excentrică θ ◀ și centrică α ▶

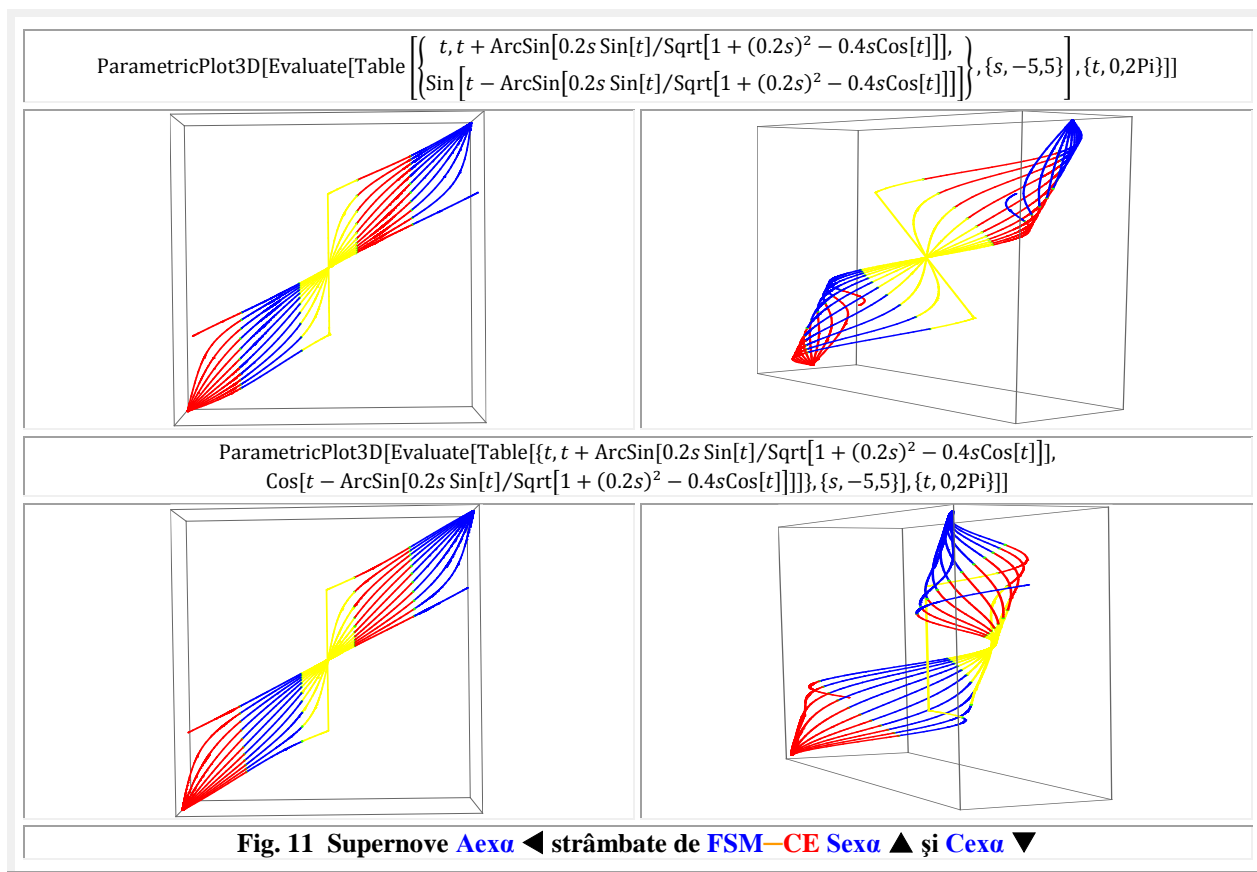


3. STRÂMBAREA STRÂMBELOR CU FSM-CE

Comparând figura 8 sus-stânga ▲◀ cu figura 6 ▲◀ s-ar părea că familiile de funcții prezentate sunt identice, sunt plane și că reprezintă FSM-CE amplitudine excentrică de variabila excentrică $aex\theta$. În realitate ele nu sunt plane ci sunt într-un plan curbat de funcția *sinus excentric sex* θ așa cum rezultă foarte clar în partea din dreapta sus▶▶ a figurii 8, iar jos▼ sunt strâmbate de funcția *sex* θ .

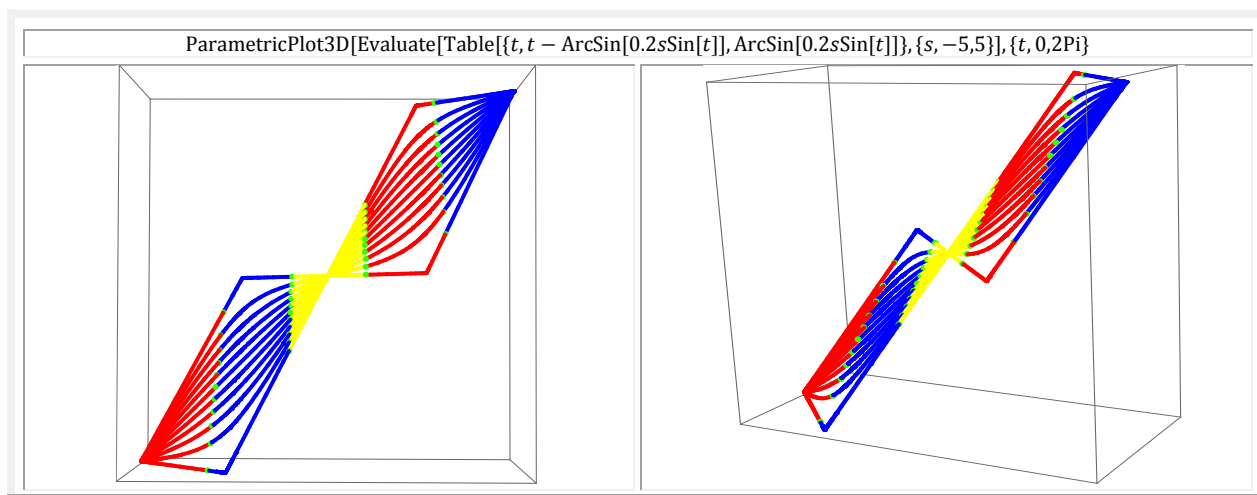


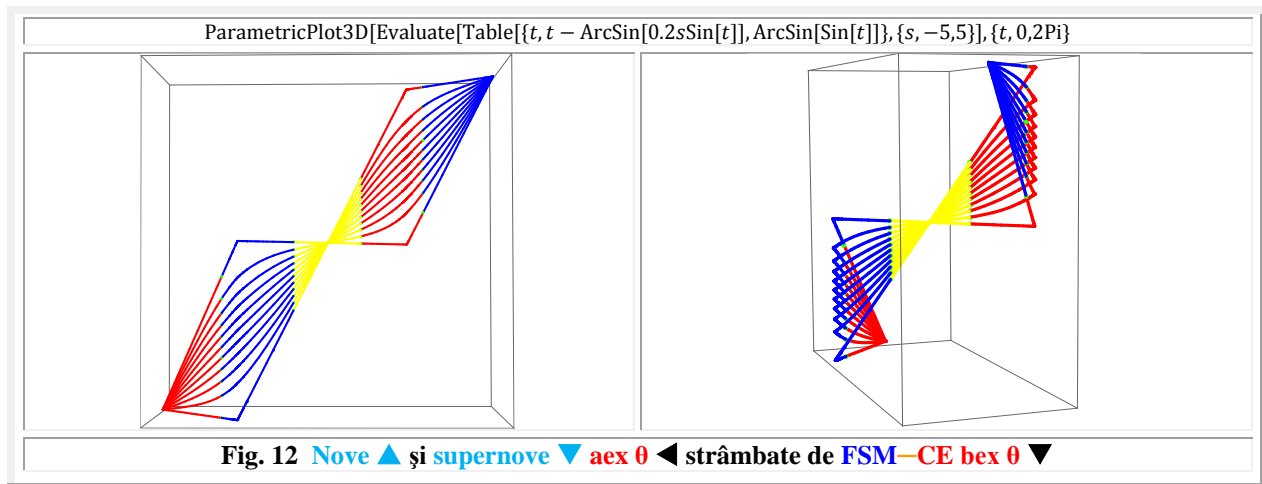




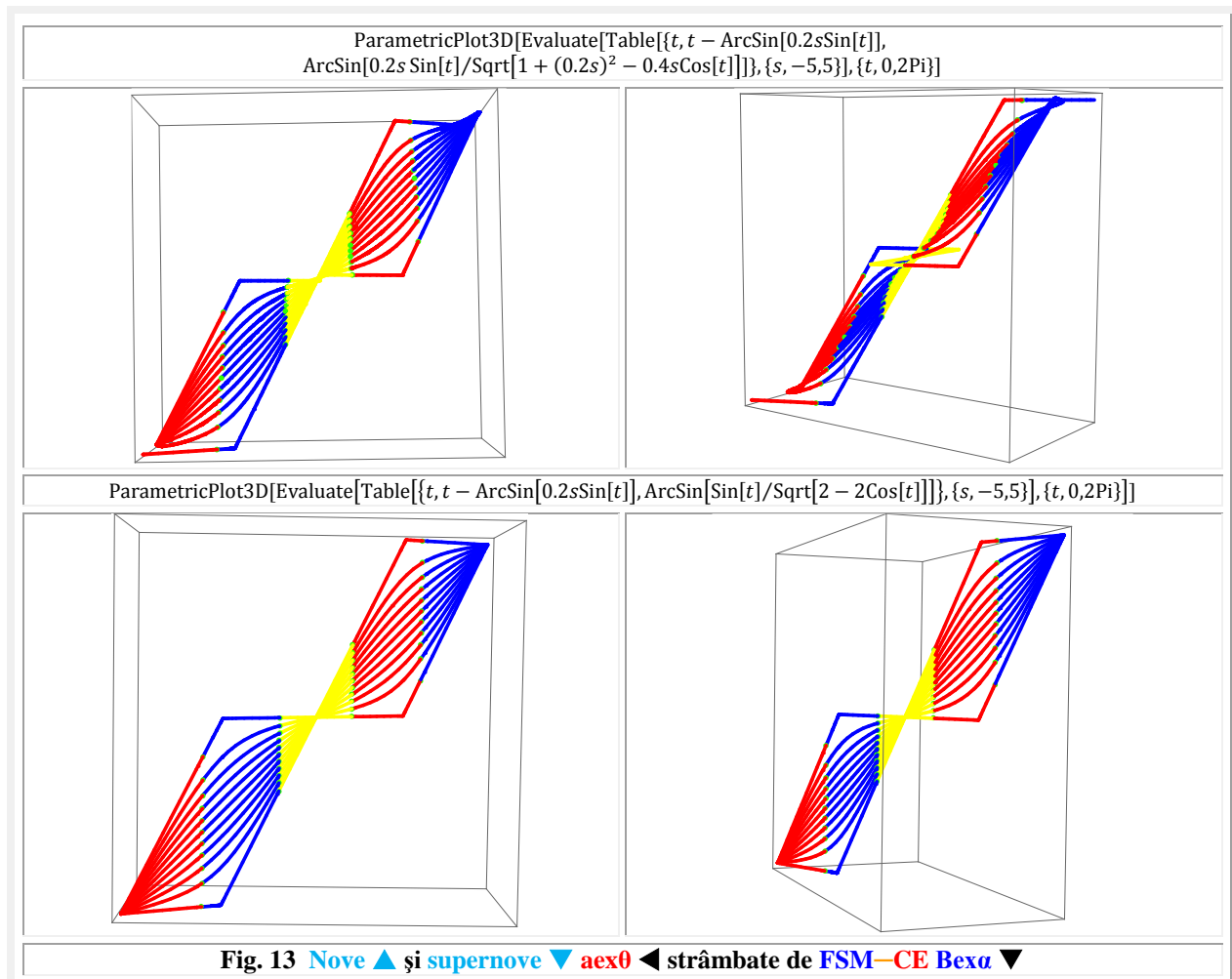
3. STRÂMBAREA STRÂMBELOR CU FSM–CE bex_0 ȘI Bex_α

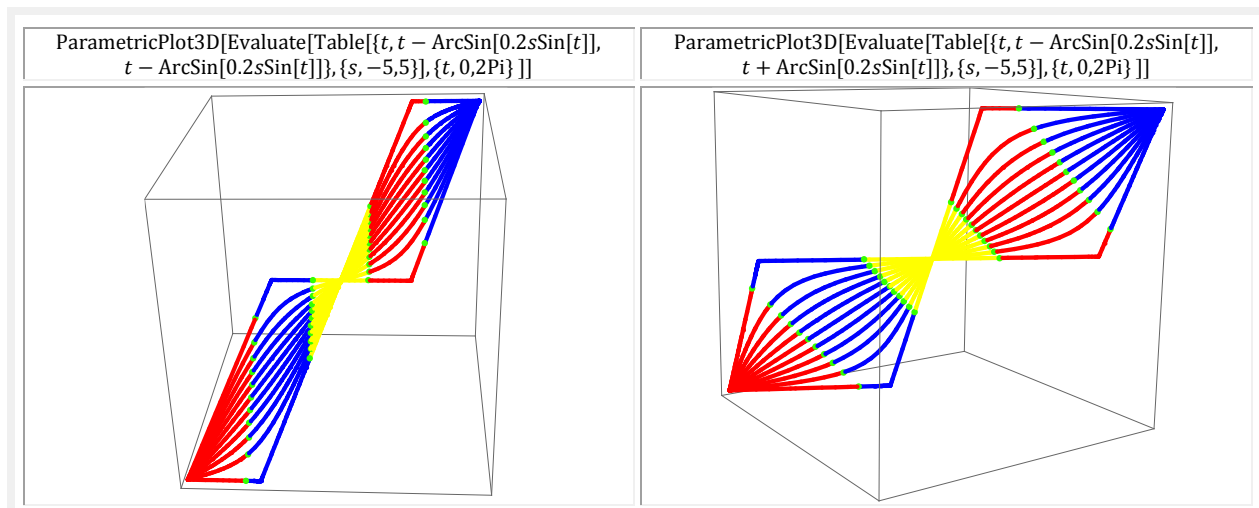
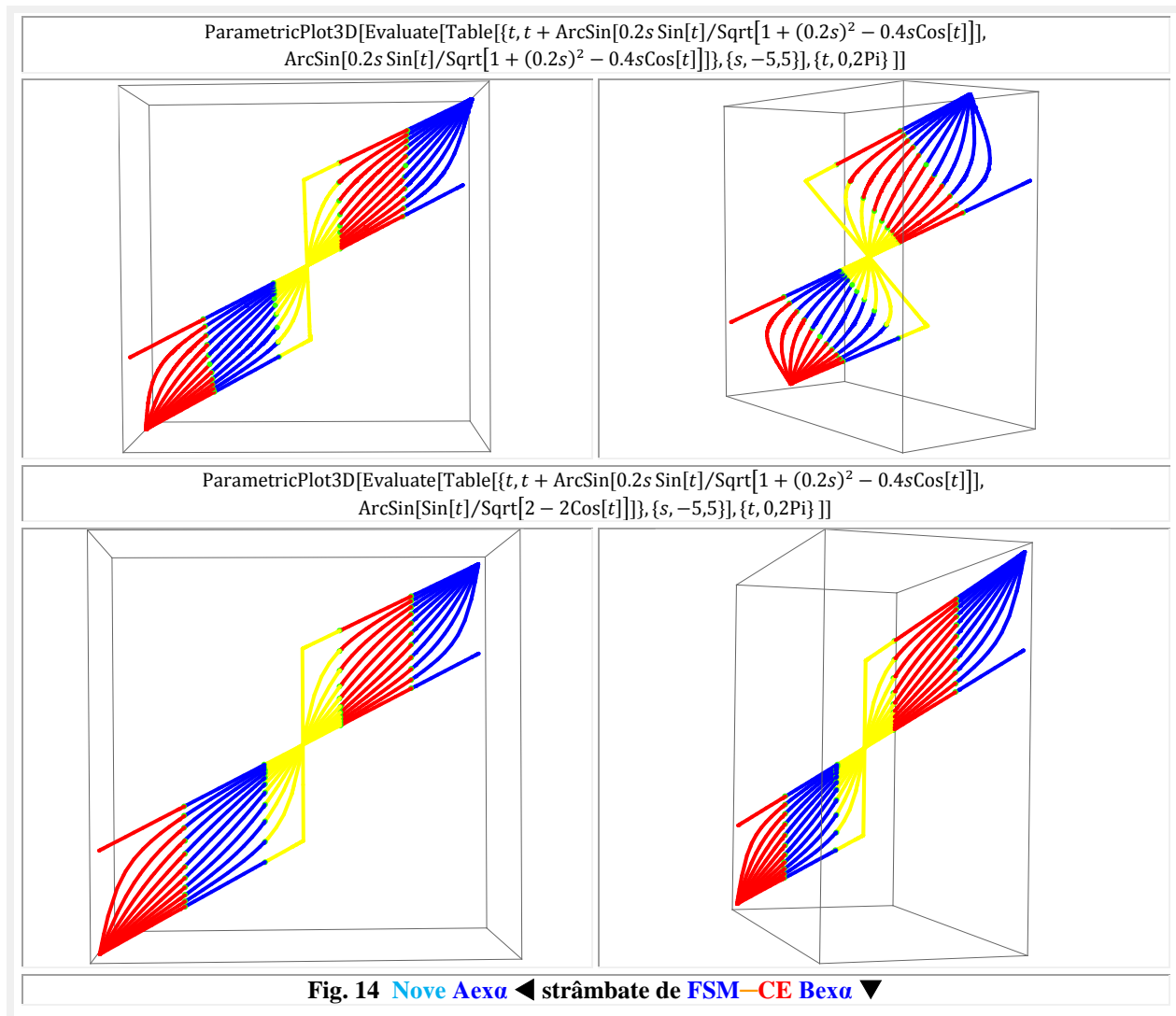
Așa cum rezulta și din **figura 12**, prin strâmbarea cu bex_0 de $s \in [-1, +1]$ familia de strâmbe aex_0 rămâne o familie plană, dar în alt plan, adică se rotesc toate curbele cu același unghi, rezultând **nove** strâmbe. Dacă funcția de strâmbare bex_0 este de excentricitate liniară numerică $s = 1$, atunci familia de strâmbe se strâmbă și într-un al doilea plan rezultând curbe **supernove** strâmbe.

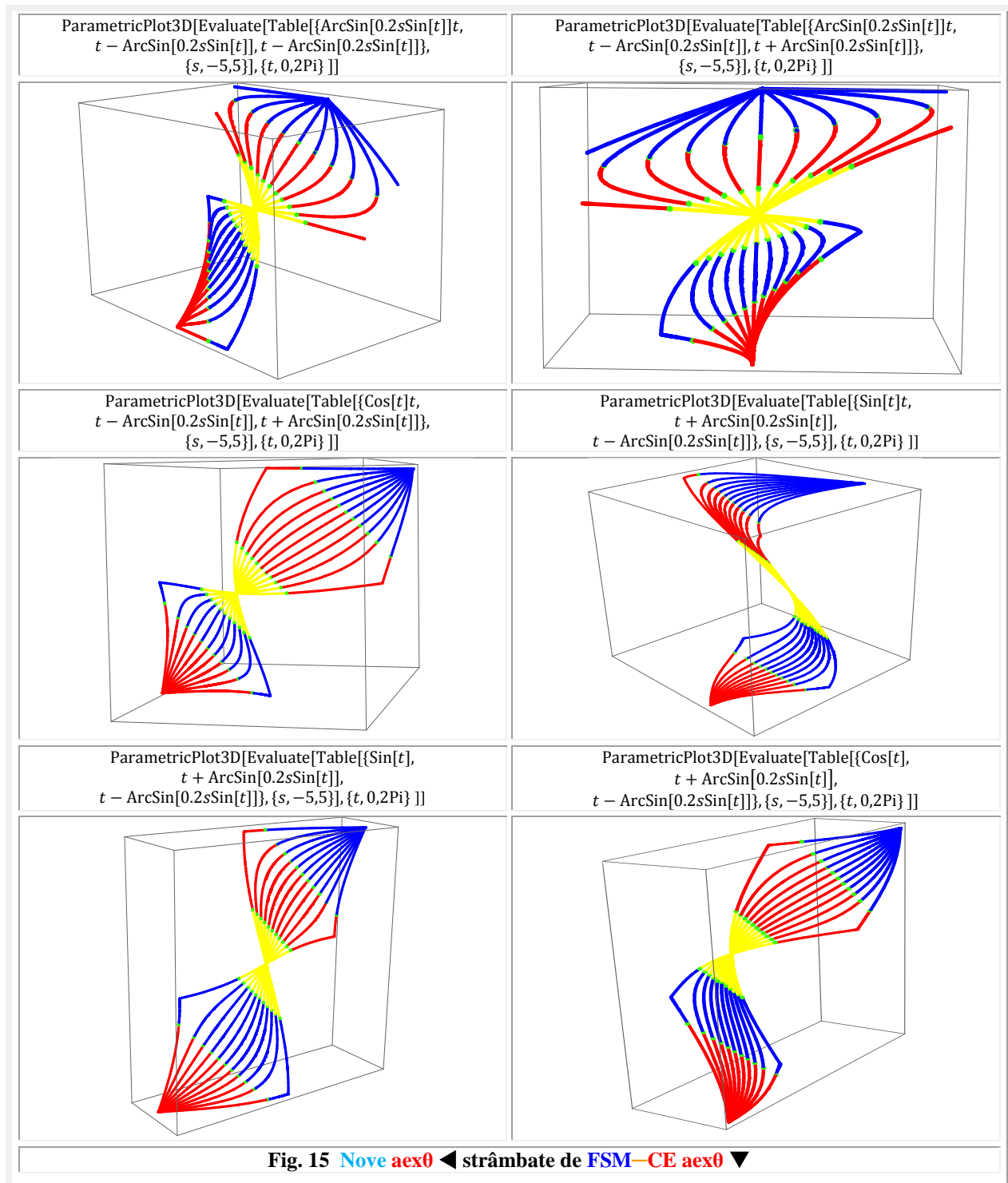




În figura 13 Nove și supernove **ax0** sunt rezultatul strâmbării lor cu **FSM-CE** **Bexa**, iar în figura 14 nove **Aexa** sunt rezultatul strâmbării acestei funcții cu **FSM-CE** **Bexa**.

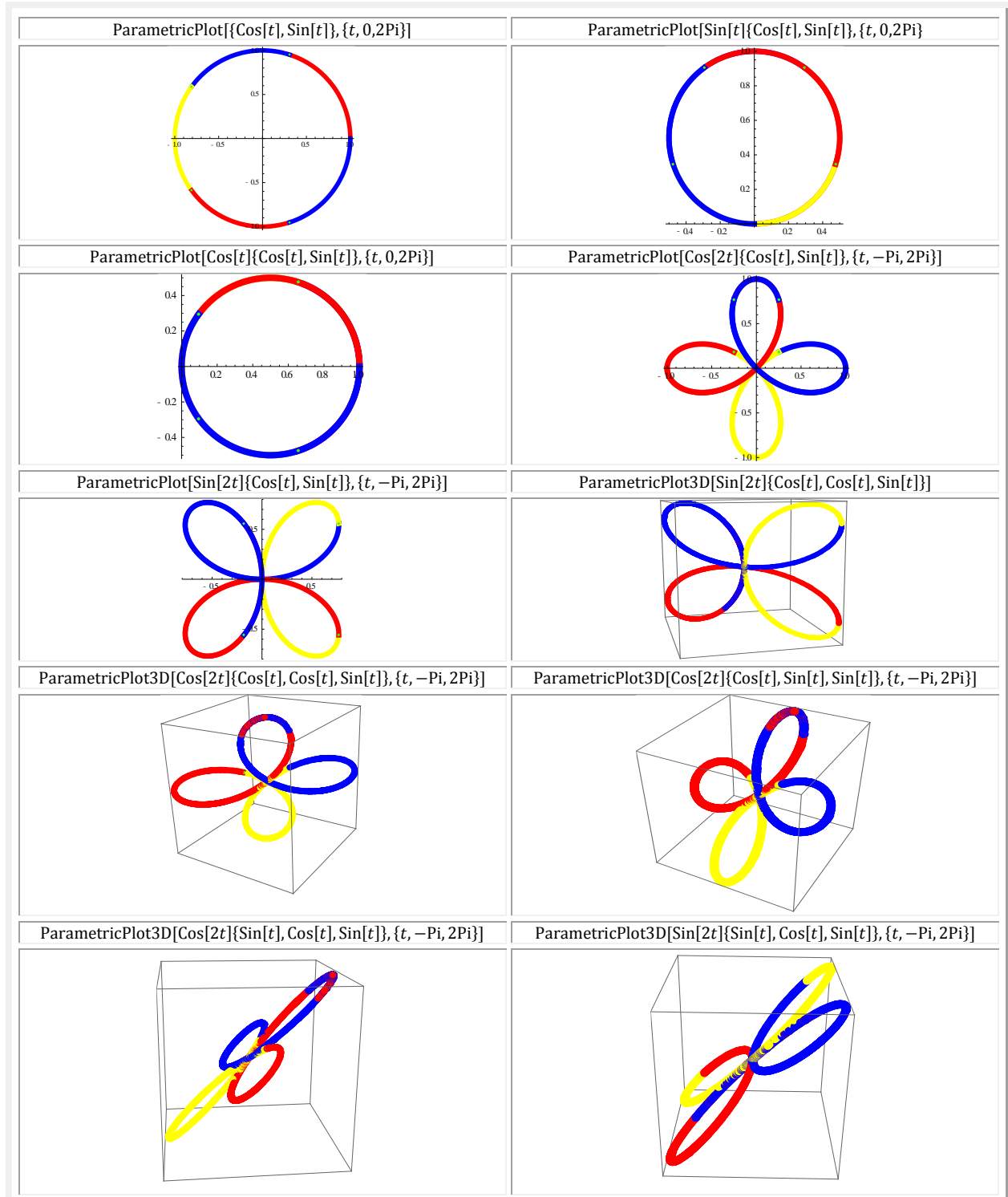


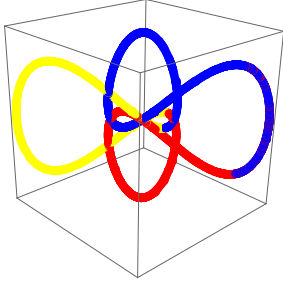
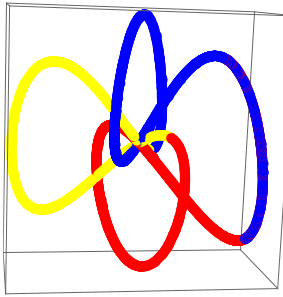
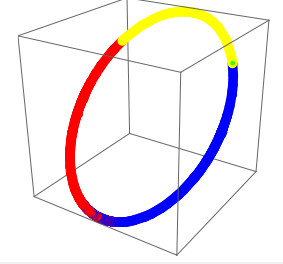
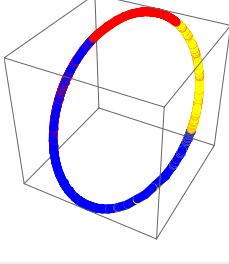
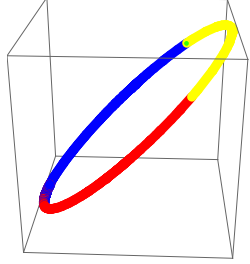
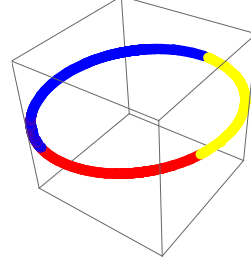
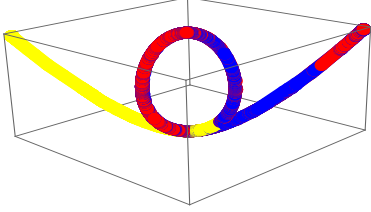
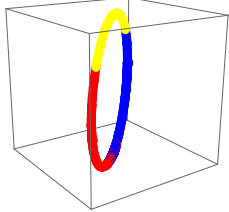
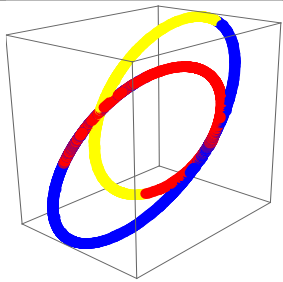
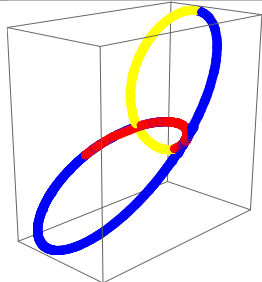




În figura 15 a fost modificat parametrul X cu FCC $\cos\alpha$ ▲ și, respectiv, $\sin\alpha$ ▼

În **figura 2** sunt prezentate **novele** și **supernovele** cercului, dintre care deplasarea centrului din origine, adică translatarea, este una dintre posibilități, dar care se efectuează altfel decât în mod curent (vezi relațiile). Prin **sinx** deplasarea se face pe direcția + **y** ▲► ($y > 0$), iar prin **cosx** pe direcția + **x** ▼◀ ($x > 0$).



$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[2t]\{\text{Sin}[t], \text{Sin}[t], \text{Cos}[3t]\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$	$\square \text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[2t]\{\text{Sin}[t], \text{Sin}[2t], \text{Cos}[3t]\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t], \text{Sin}[t], \text{Sin}[t]\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[t]\{\text{Cos}[t], \text{Sin}[t], \text{Sin}[t]\}, \{t, 0, 2\text{Pi}\}]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Sin}[t], \text{Cos}[t], \text{Sin}[t]\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Sin}[t], \text{Sin}[t], \text{Cos}[t]\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[2t]\{\text{Sin}[t], \text{Sin}[t], \text{Cos}[2t]\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\{\text{Cos}[t], \text{Cos}[t], \text{Sin}[t]\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Sin}[t + \text{ArcSin}[0.4\text{Sin}[t]]], \{\text{Cos}[t], \text{Sin}[t], \text{Cos}[t]\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Sin}[t + \text{ArcSin}[0.9\text{Sin}[t]]], \{\text{Cos}[t], \text{Sin}[t], \text{Cos}[t]\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$
	

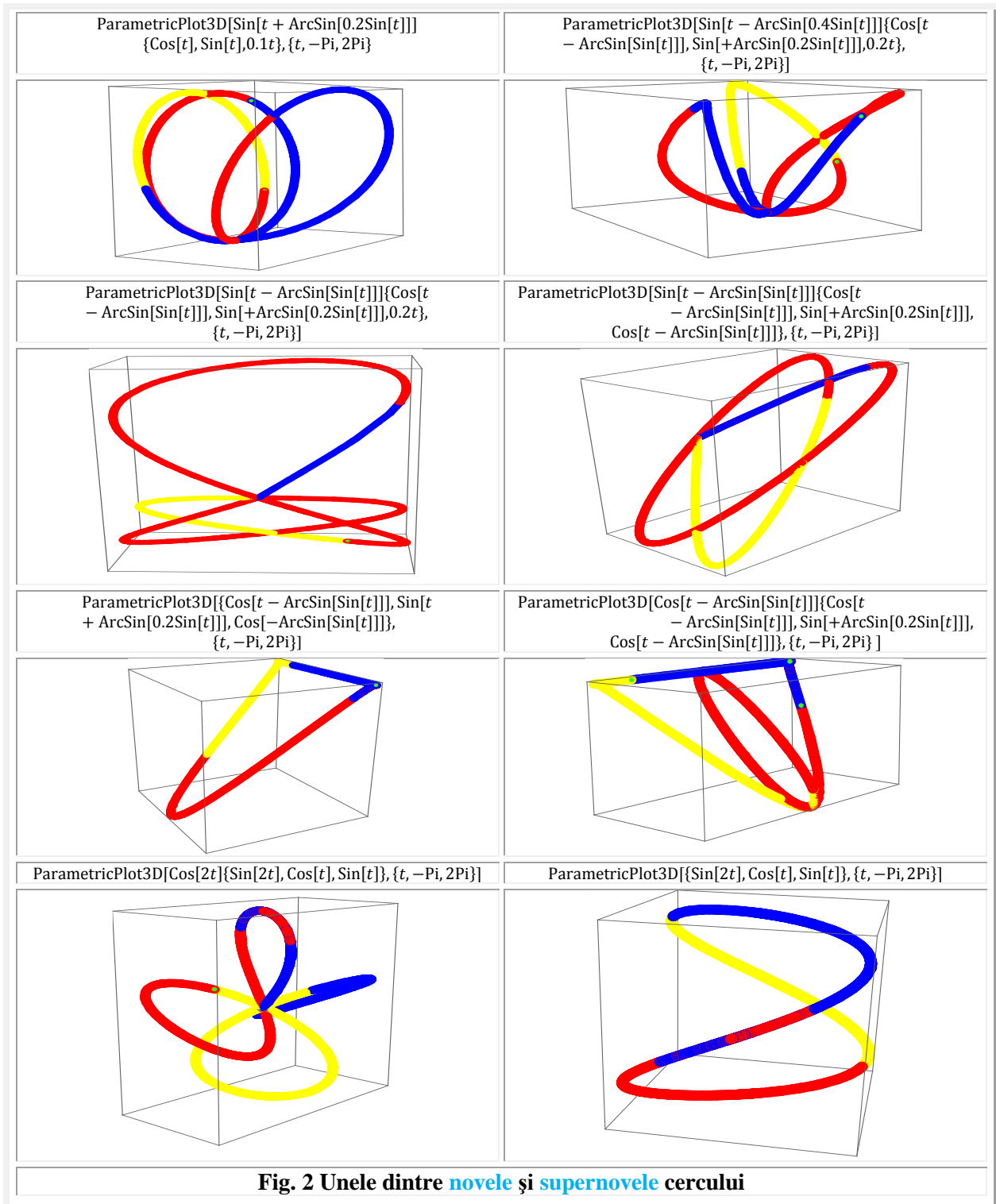
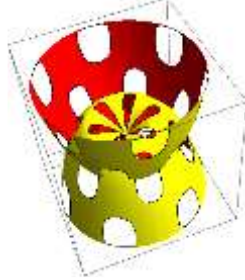
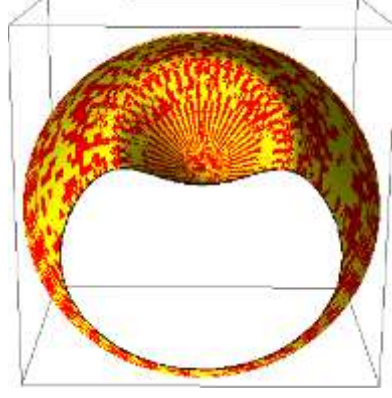
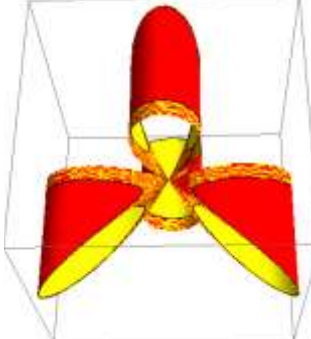
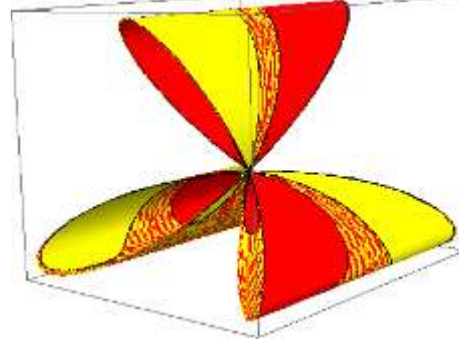
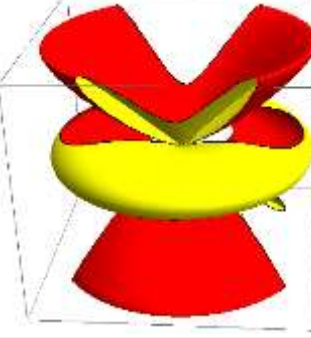
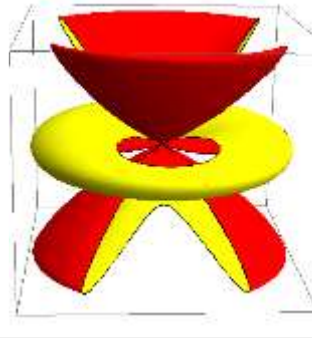
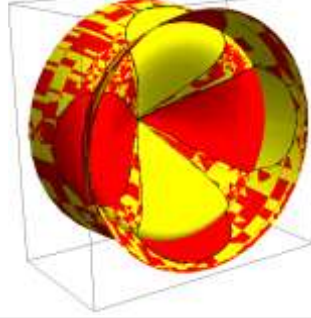
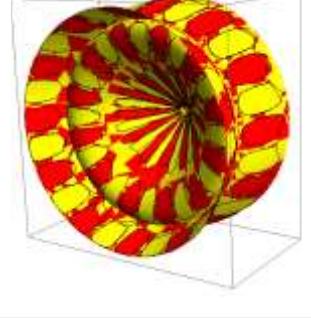
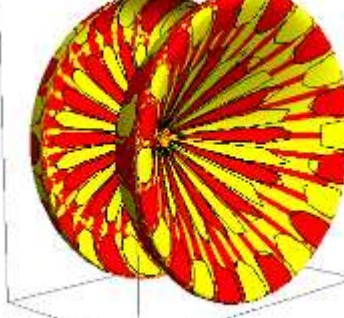
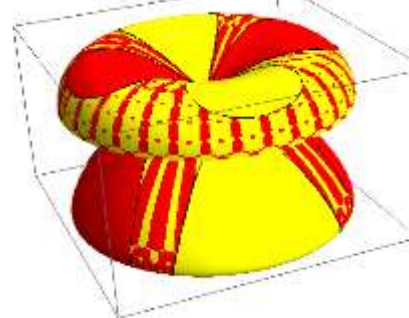


Fig. 2 Unele dintre **novele** și **supernovele** cercului

Prin $\cos(2X)$ și $\sin(2x)$ cercul se transforma într-o roză cu 4 petale în planul xOy , iar în 3D ele sunt în unul dintre planele diametrale al cubului.

$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[2u]\{\text{Cos}[t], \text{Sin}[t], \text{Cos}[u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[u]\{\text{Cos}[t], \text{Sin}[t], \text{Cos}[2u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[3u]\{\text{Cos}[2t], \text{Sin}[2t], \text{Cos}[u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[3u]\{\text{Cos}[t], \text{Sin}[t], \text{Cos}[u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[2u]\{\text{Cos}[2t], \text{Sin}[2t], \text{Cos}[3u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[2u]\{\text{Cos}[2t], \text{Sin}[2t], \text{Cos}[3u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[u]\{\text{Cos}[2t], \text{Sin}[2t], \text{Cos}[3u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[u]\{\text{Cos}[2t], \text{Sin}[2t], \text{Cos}[3u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$
	

$\text{ParametricPlot3D}[\{\{\text{Sin}[u], \text{Sin}[t], \text{Cos}[t]\}\text{Cos}[2t], \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}\}$	$\text{ParametricPlot3D}[\{\{\text{Sin}[u], \text{Sin}[t], \text{Cos}[t]\}\text{Cos}[3t], \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}\}$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\{\{\text{Sin}[u], \text{Sin}[t], \text{Cos}[t]\}\text{Cos}[3u], \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}\}$	
	
$\text{ParametricPlot3D}[\{\{\text{Sin}[3u], \text{Sin}[t], \text{Cos}[t]\}\text{Cos}[2u], \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}\}$	
	
$\text{ParametricPlot3D}[\{\{\text{Sin}[2u], \text{Sin}[t], \text{Cos}[t]\}\text{Cos}[3u], \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}\}$	
	

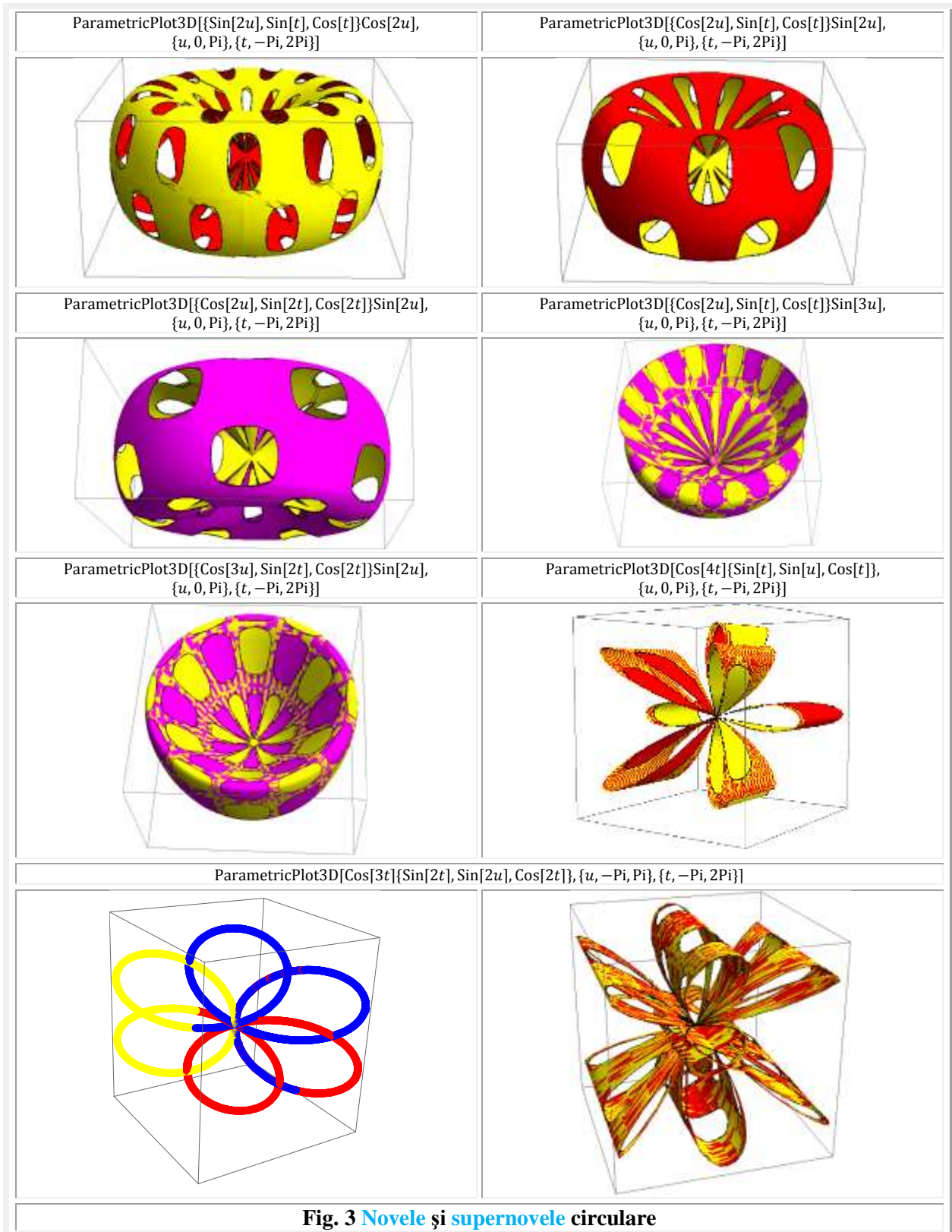
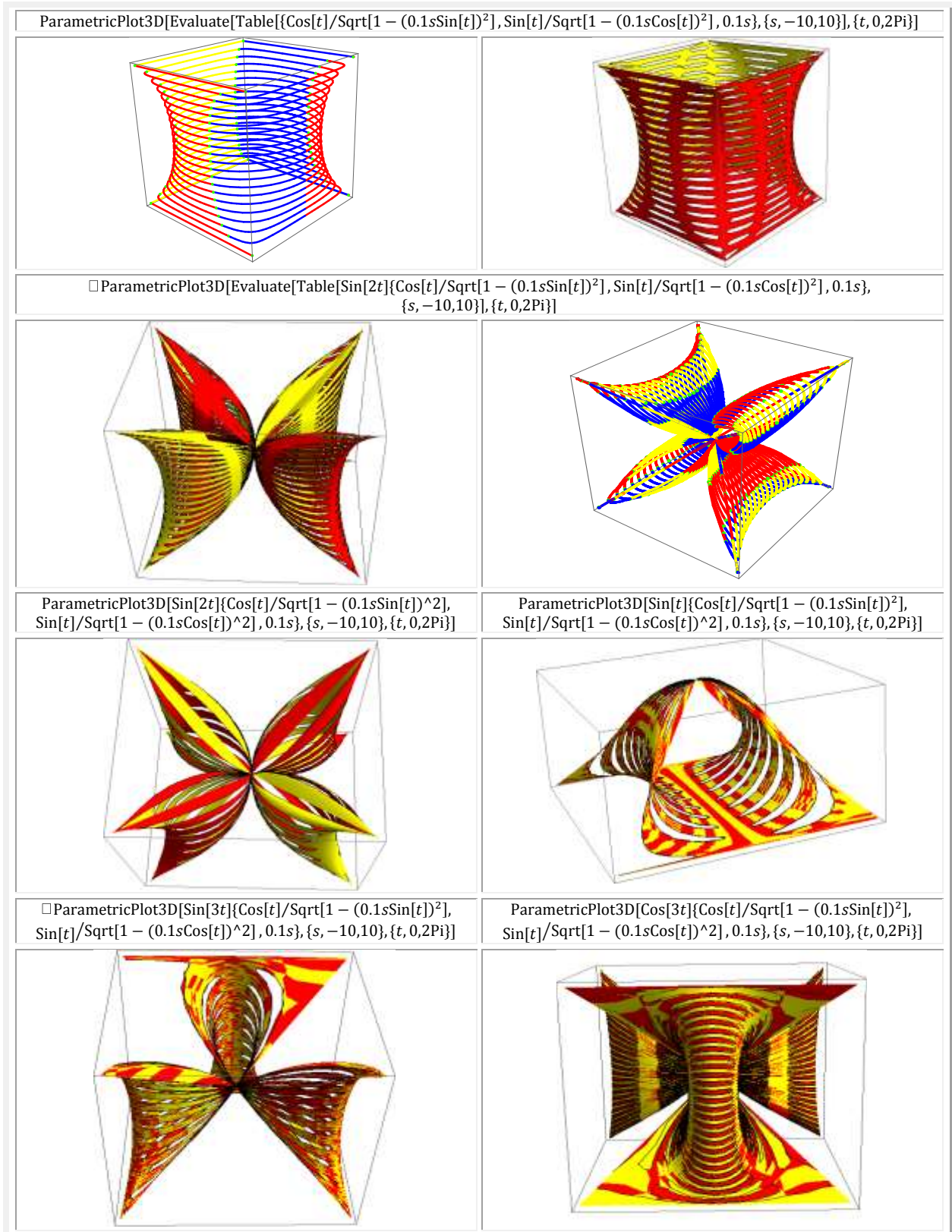
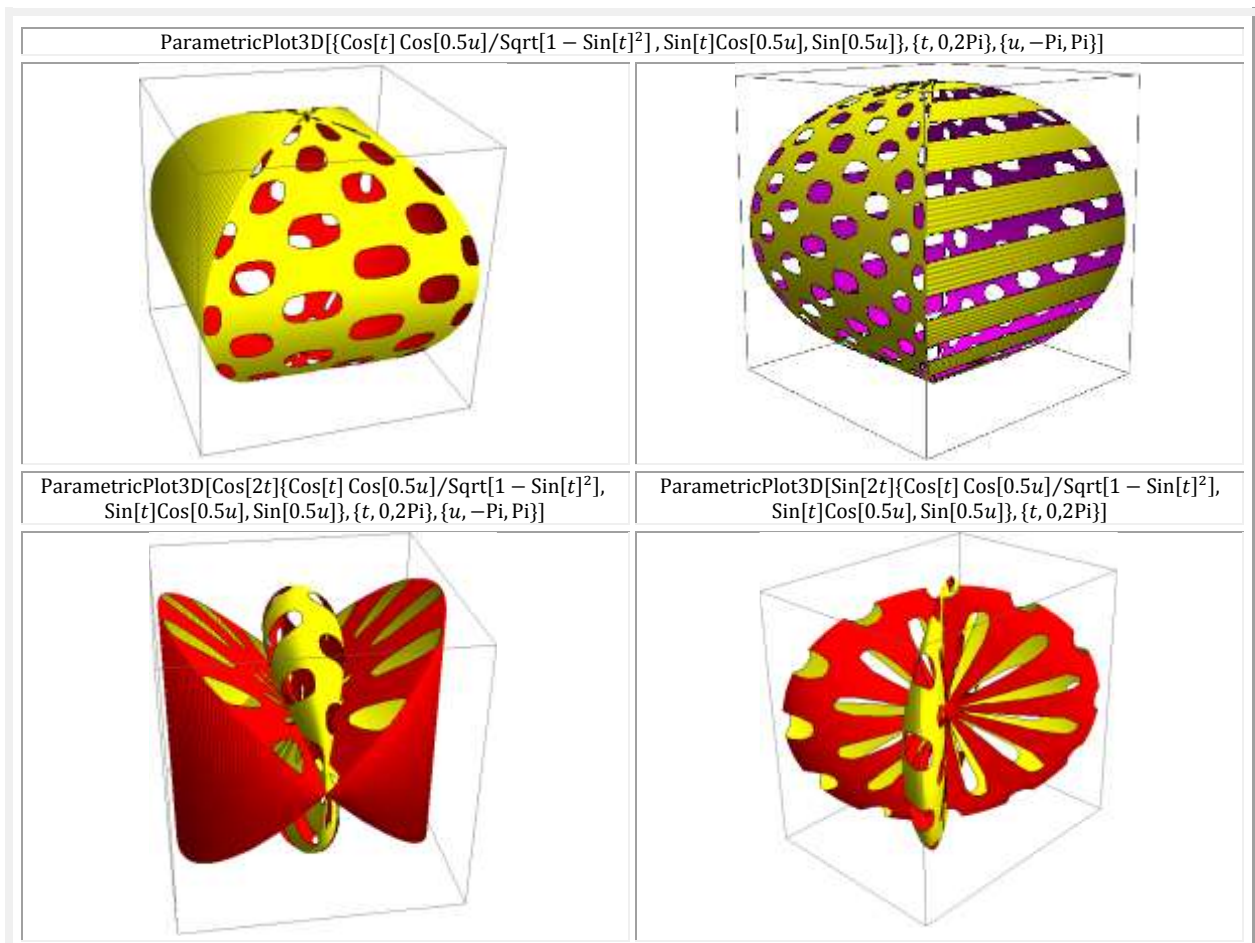
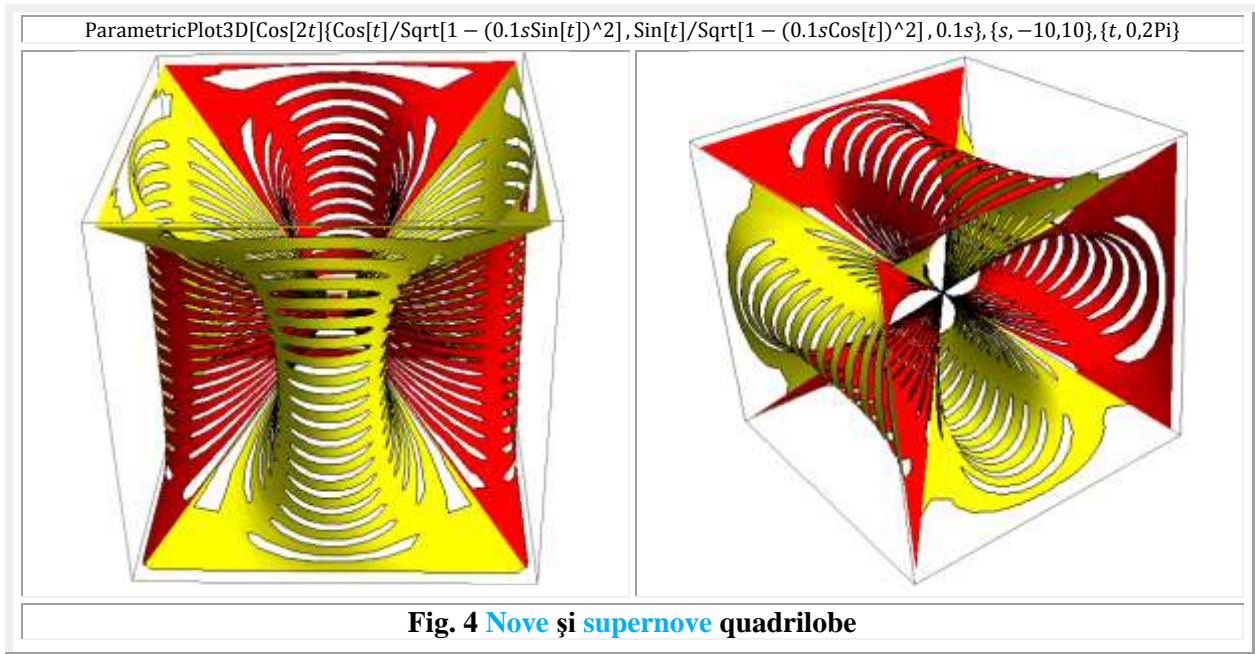
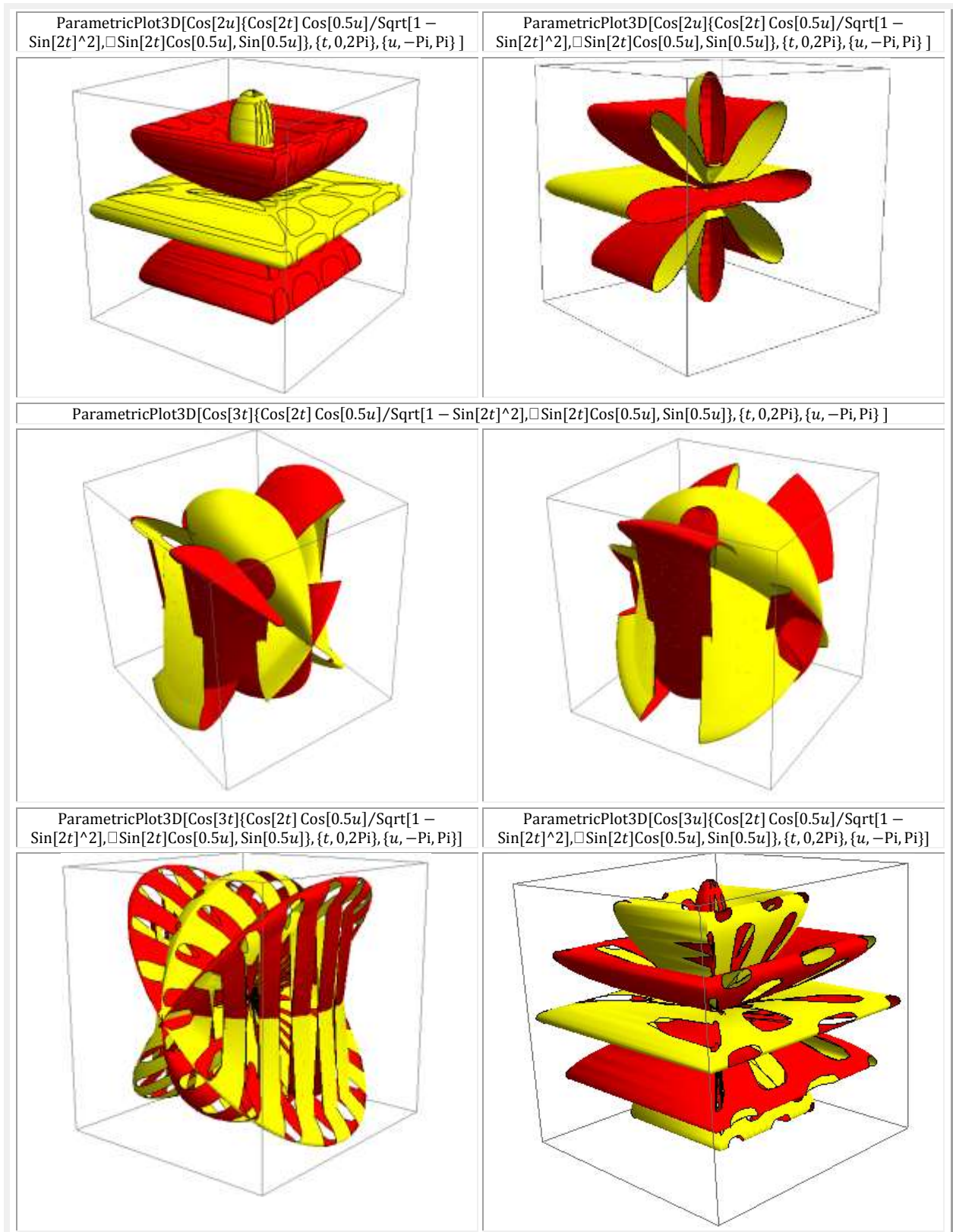


Fig. 3 Novele și supernovele circulare







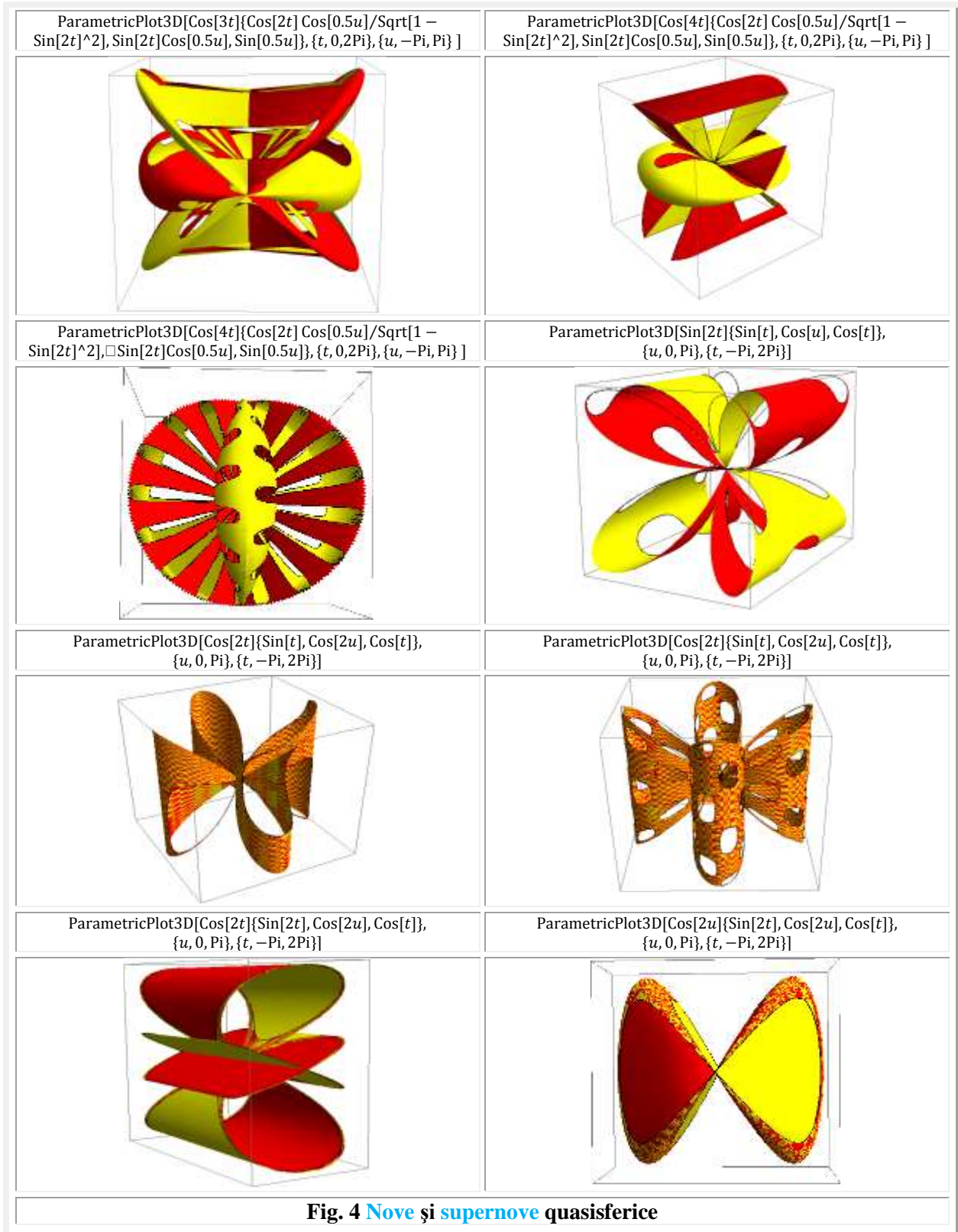


Fig. 4 Nove și supernove quasisferice

Motto: "Trebuie să învățăm să trăim împreună ca frații,
ori să pierim împreună ca niște proști."
Martin Luther King Junior

Capitolul XXVI

FUNȚII NOVE ȘI SUPERNOVE DIVERSE

În *matematica centrică* (MC), dar mai ales în *matematica excentrică* (ME), altfel spus în *supermatematica* (SM), care le include pe amândouă ($SM = MC \cup ME$), există o infinitate de funcții *supermatematice*, așa cum s-a afirmat și demonstrat în Vol. III al acestei lucrări de "SUPERMATEMATICA. FUNDAMENTE" cu subtitlul "Nemarginirea și marea supermatematicii (SM)".

Conform unor studii aflăm că "50 % din materia din Calea Lactee este venită din alte galaxii. Explozia *supernovelor* a împrăștiat cantități imense de materie, care au fost apoi purtate de vânturile galactice "

Așa cum se poate observa, până în acest moment, în acest volum, *novele* și *supernovele supermatematice* au "împrăștiat" SM cu o pleiadă de funcții strâmbе noi în 3D și o poate continua pentru infinitatea de funcții 2D existente în SM. S-a putut constata că orice funcție plană 2D poate fi strâmbată în diverse moduri devenind o *funcție novă* sau *supernovă* în 3D și, ca urmare, și mulțimea acestor funcții noi este infinită.

"*Numerele*" *iraționale* sunt "numerele" care au o infinitate de cifre după virgulă și care nu se repetă.

În lucrarea Șelariu Mircea Eugen, "MATEMATICA ATOMICĂ" s-a arătat că *cifrele* sunt particulele elementare ale matematicii iar *numerele* sunt *atomii* ei. Un atom (*număr*) este determinat / cunoscut numai dacă i se cunosc toate *particulele elementare* ale sale (*cifrele*). În consecință o infinitatea de cifre nu poate determina un număr, deoarece numai o infimă parte a cifrelor este determinată / cunoscută, oricât de numeroase ar fi acestea. De aceea s-a scris cuvântul "număr" irațional între ghilimele. El este alcătuit dintr-o infinitate de cifre dar *nu este număr*, este altceva. Poate un *quasinumăr* și nu cvazinumăr!

Este evident că denumirile anterioare de *atom matematic* și *particulă elementară* sunt forțat introduse în SM, dar această *comparație forțată* a condus la determinarea celei mai eficiente, simple și rapide metode de soluționare exactă a oricărei ecuații algebrice de orice grad și tip, a intesețiilor ș.m.a. care înainte, în MC, nu aveau soluții !!. Nu este remarcabil ?

La fel stă situația și cu denumirile de *nove* și *supernove SM* care *sunt forțate*. Strâmbarea curbelor 2D și transformarea lor în curbe 3D *strâmbе* poate fi considerată o *tehnologie matematică* prin care *oricare* curbă 2D poate fi transformată într-o *curbă strâmbă* în 3D.

Bill Gates a decretat: "Prima regulă a oricărei *tehnologii*, folosită de el în afaceri, este aceea că automatizarea unei operații eficiente îi va mări eficiența. A doua este că automatizarea aplicată unei operații ineficiente o va face și mai ineficientă".

Considerând că tehnologia de abținere a *novelor* și a *supernovelor SM* a devenit clară și este una eficientă ne vom limita în continuare la prezentarea unor funcții de acest gen cu veleități "artistice" sau cel puțin care excită plăcut / încântă ochiul, fără să ne întrebăm, ca și până acum, la ce folosesc ele.

Din articolul "LA CE FOLOSEȘTE MATEMATICA ?" al Conf. univ. dr. Sorin Nădăban Decan al Facultății de Științe Exacte spicuim:

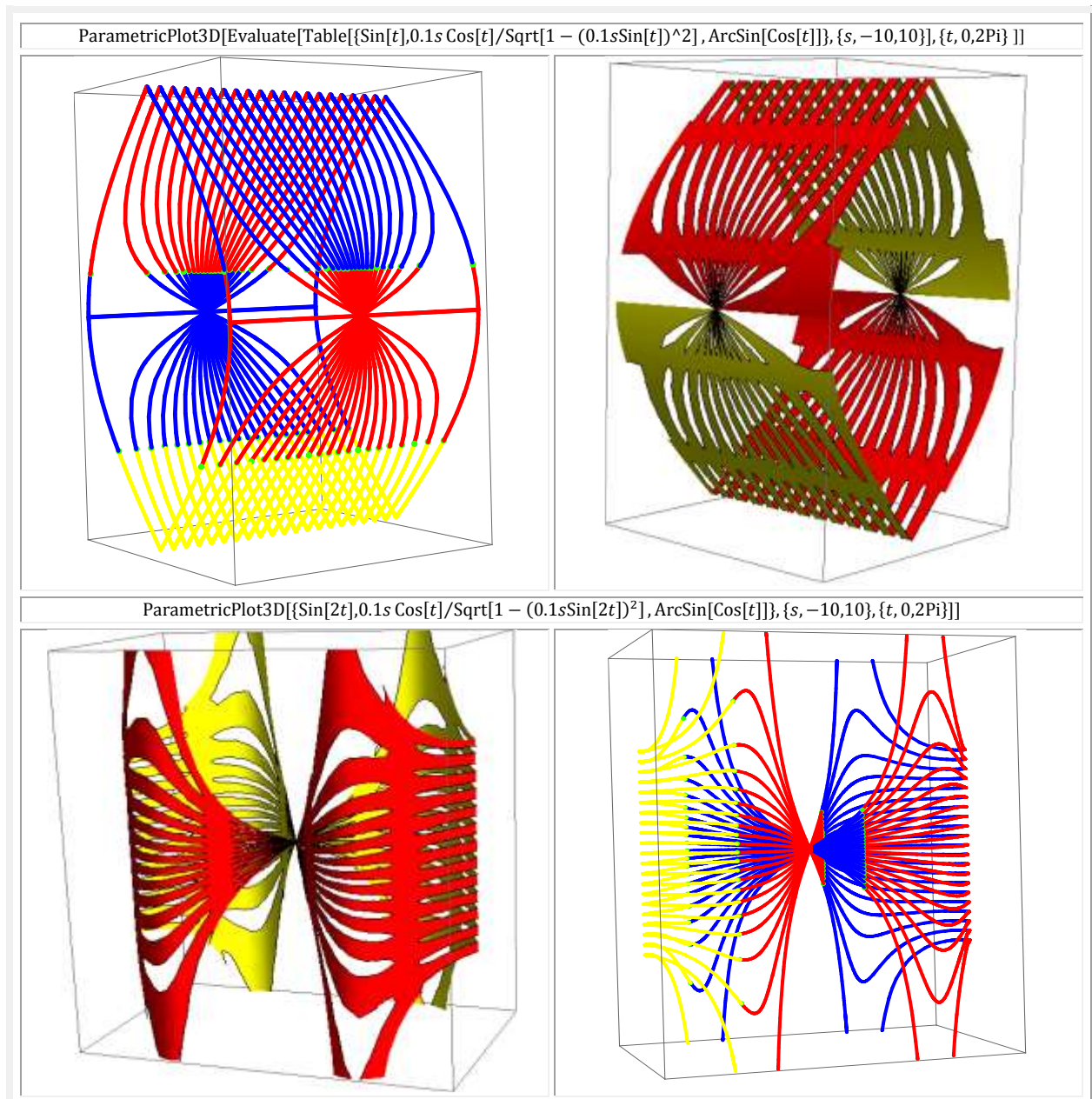
"În 1830, *Jacobi* într-o scrisoare către *Legendre*, scria: "Domnul *Fourier* crede că scopul principal al matematicii este de a fi utilă și de a explica fenomenele naturale; dar un filosof ca el ar trebui să știe că scopul unic al științei este onoarea spiritului uman".

Matematicianul caută *frumusețea nu utilitatea*. Nu putem dezbrăca matematica de toate ideile și conceptele atât de frumoase și să o reducem la rolul utilitar. Dacă facem acest lucru, atunci nu avem de ce să ne mai mirăm de reacția de respingere față de matematică pe care o au mulți elevi.

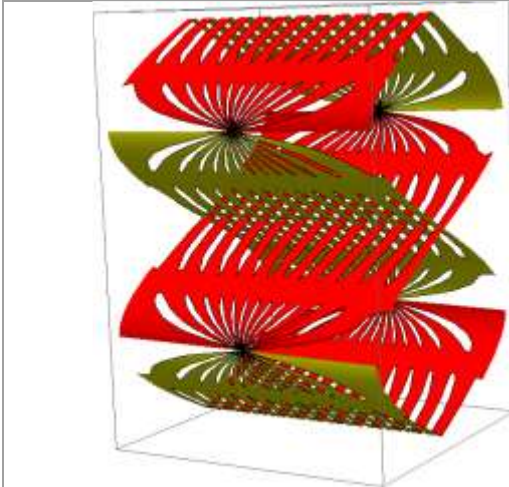
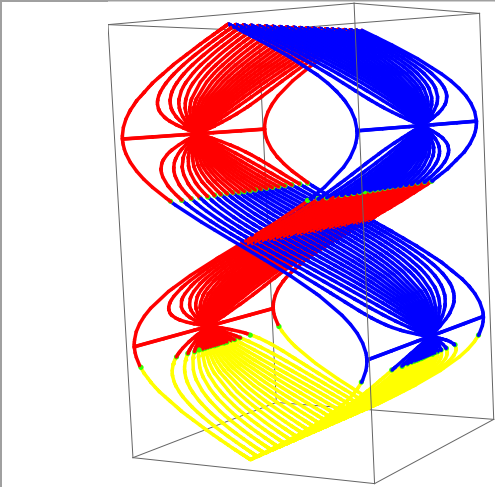
Dacă reducem matematica la rolul ei utilitar, atunci transformăm matematica într-un instrument. Chiar dacă spunem frumos ”*instrument matematic*” nu este *decât un ciocan!* Unde mai este atunci frumusețea ei ?

”Matematica trebuie să rămână ca muzica, să fie cultivată pentru propria ei plăcere” (Solomon Marcus).“

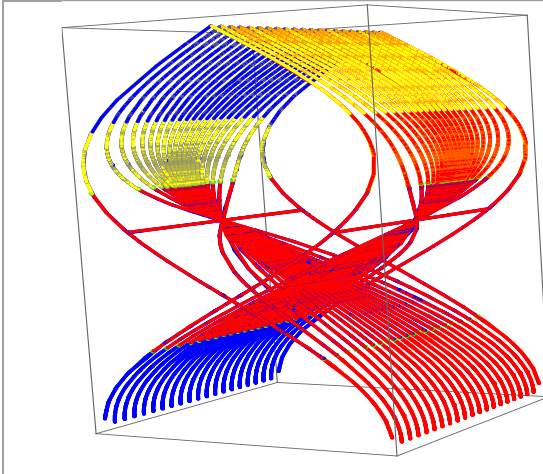
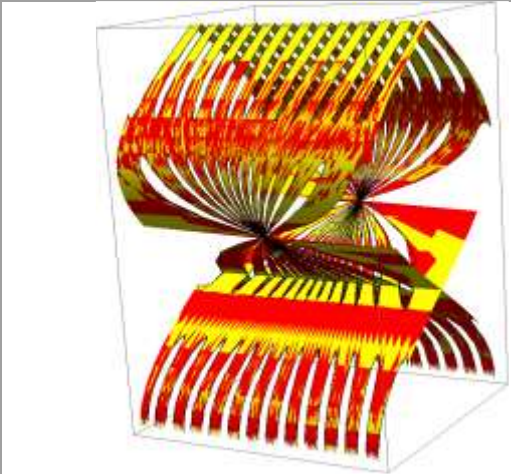
Cu aceste justificări se vor prezenta în continuare divesele *nove* și *supernove* în două variante ale căror ecuații parametrice sunt trecute deasupra graficelor.



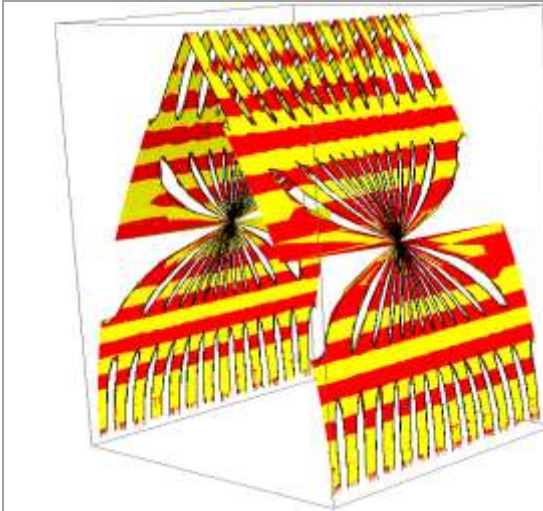
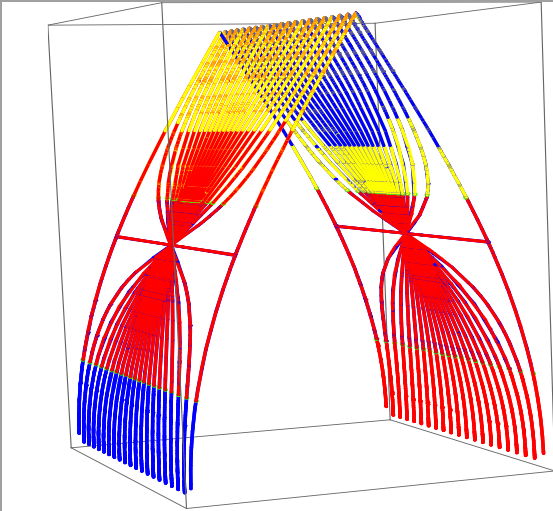
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[2t], 0.1s Cos[2t]/Sqrt[1 - (0.1sSin[2t])²], ArcSin[Cos[t]]}], {s, -10, 10}], {t, 0, 2Pi}]

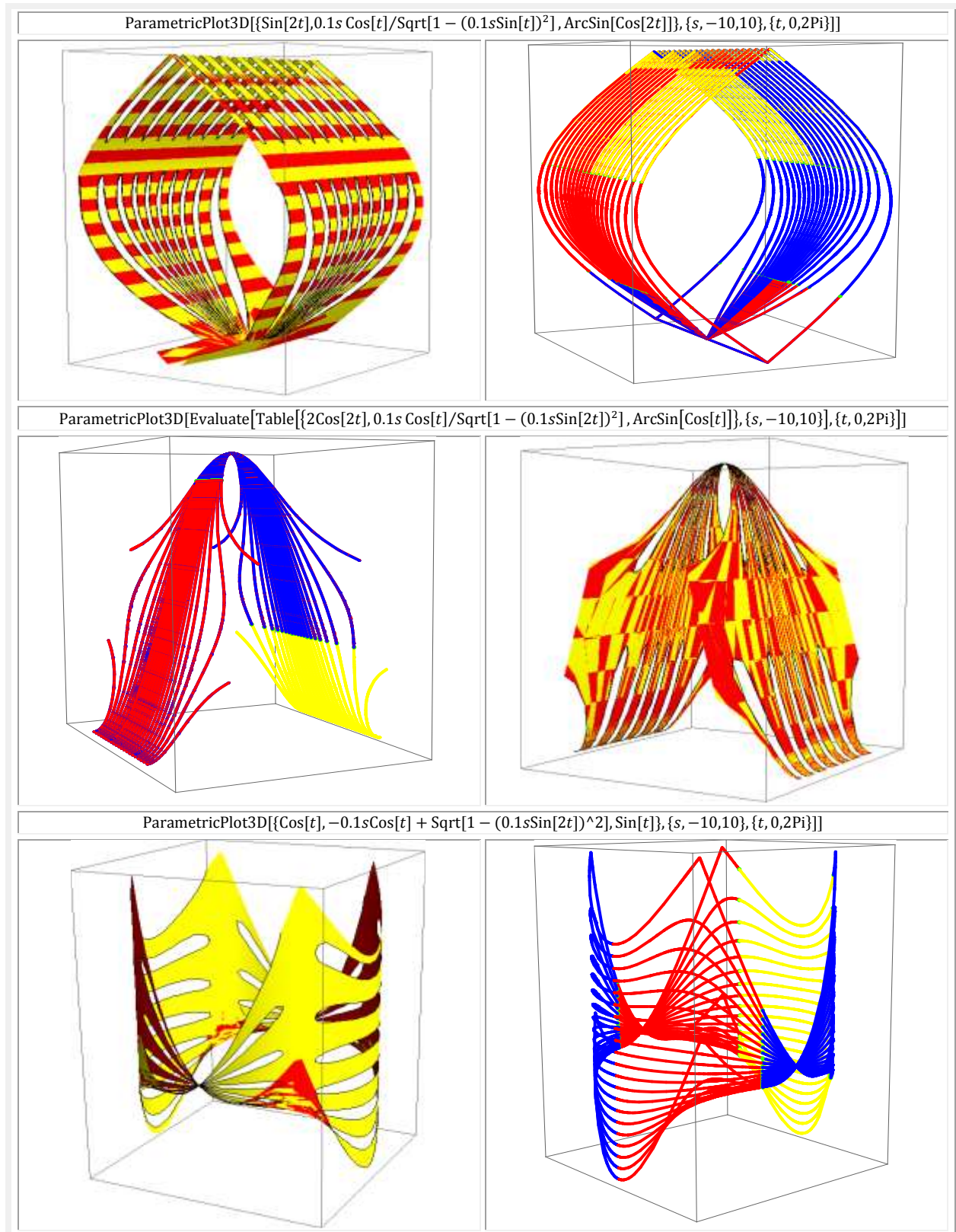


ParametricPlot3D[{Sin[3t], 0.1s Cos[2t]/Sqrt[1 - (0.1sSin[2t])²], ArcSin[Cos[2t]]}], {s, -10, 10}], {t, 0, 2Pi}]

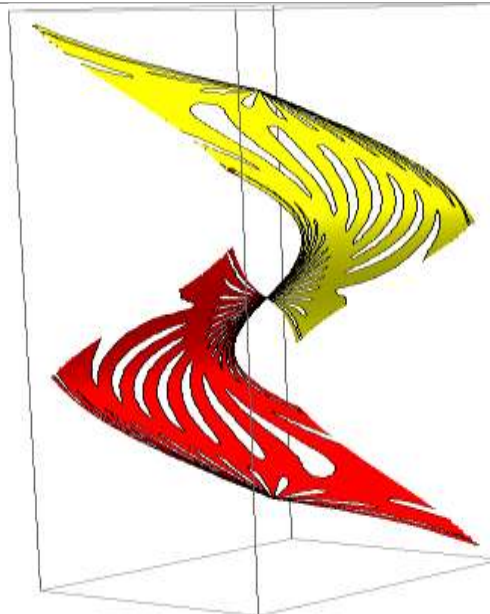
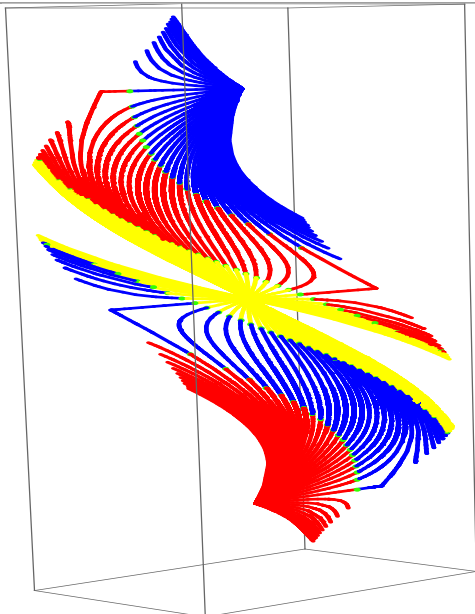


ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[t], 0.1s Cos[2t]/Sqrt[1 - (0.1sSin[2t])²], ArcSin[Cos[2t]]}], {s, -10, 10}], {t, 0, 2Pi}]

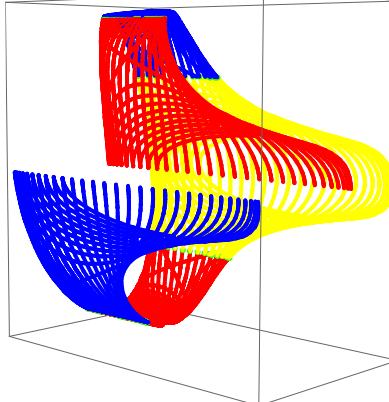
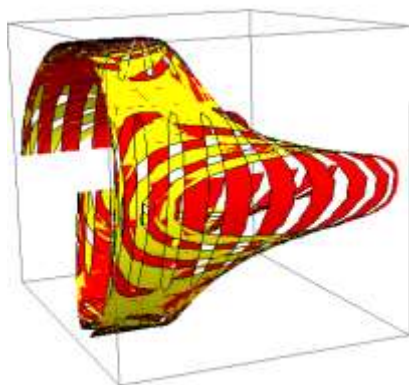




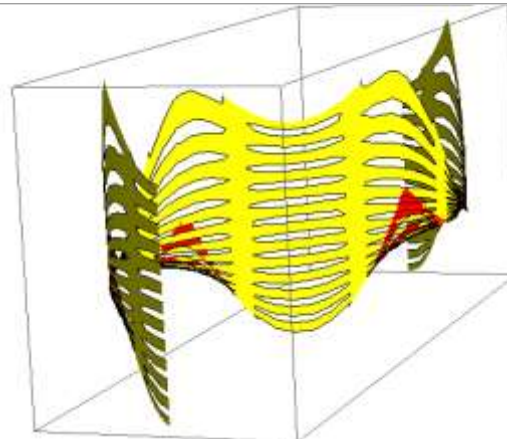
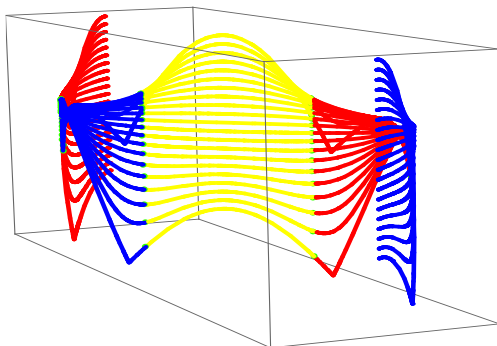
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{ArcSin[0.1sSin[t]], t - ArcSin[0.1sSin[t]], Sin[t - ArcSin[0.1sSin[t]]]}, {s, -20,20}], {t, 0,2Pi}]



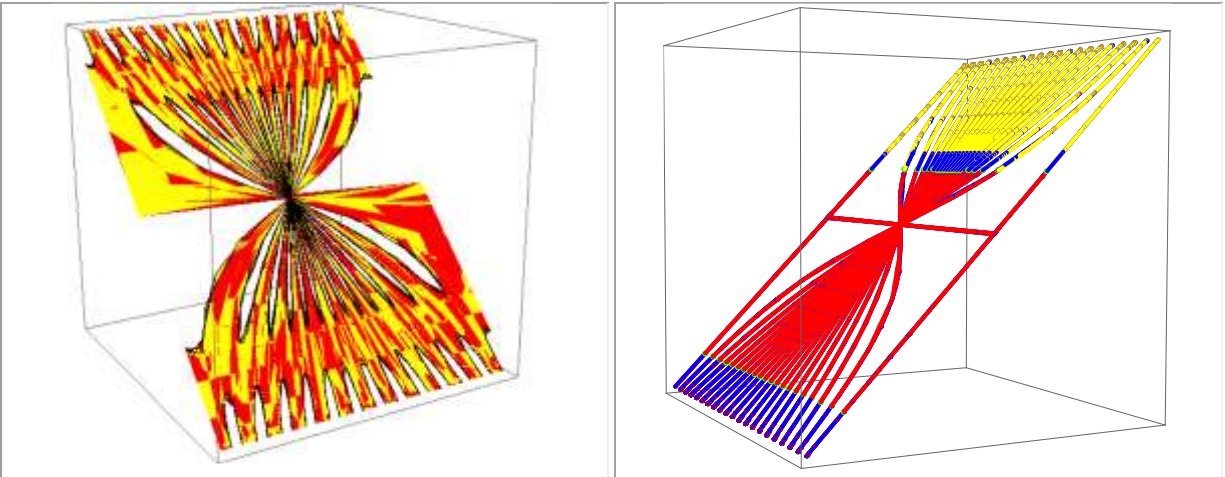
□ ParametricPlot3D[{Cos[t] t/8, -Cos[0.1sCos[t] + Sqrt[1 - (0.1sSin[2t])^2]], Sin[t]}, {s, -20,20}, {t, 0,2Pi}]



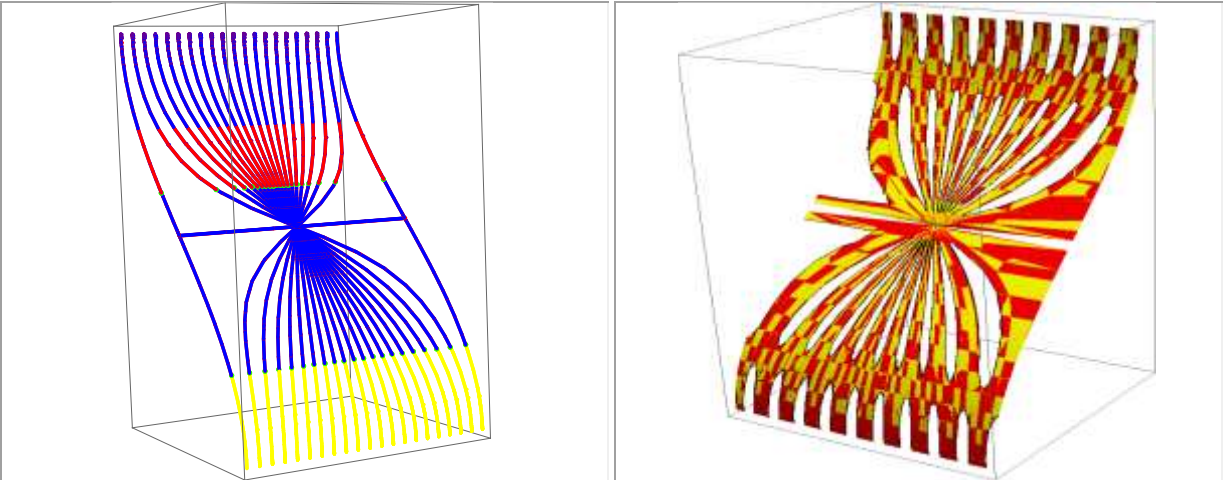
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{t, -0.1sCos[t] + Sqrt[1 - (0.1sSin[2t])^2], Sin[t]}, {s, -10,10}], {t, 0,2Pi}]



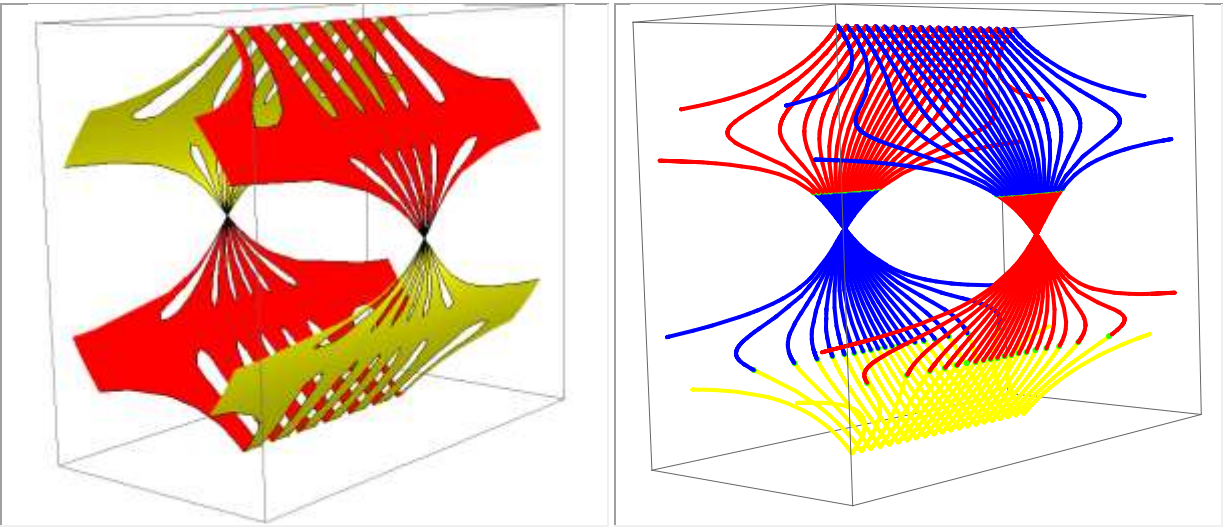
\square ParametricPlot3D[Cos[2t], 0.1s Cos[2t]/Sqrt[1 - (0.1s Sin[2t])^2], Cos[2t]], {s, -10, 10}, {t, 0, 2Pi}]



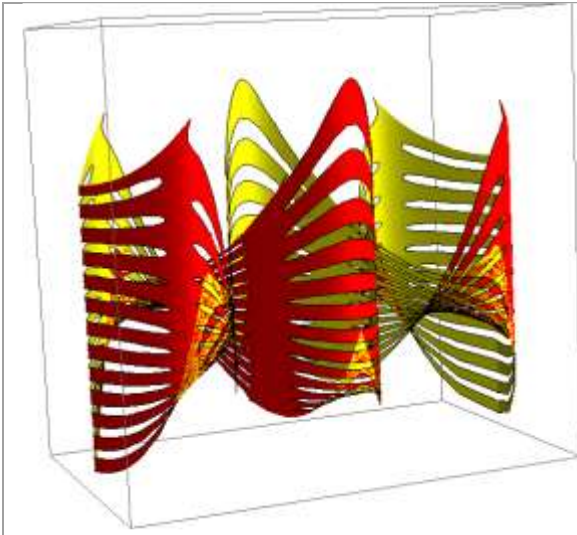
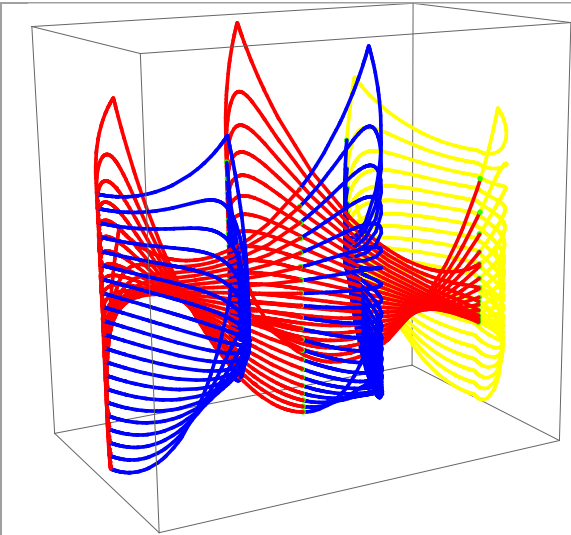
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Cos[t], 0.1s Cos[t]/Sqrt[1 - (0.1s Sin[t])^2], ArcSin[Cos[t]]], {s, -10, 10}], {t, 0, 2Pi}]



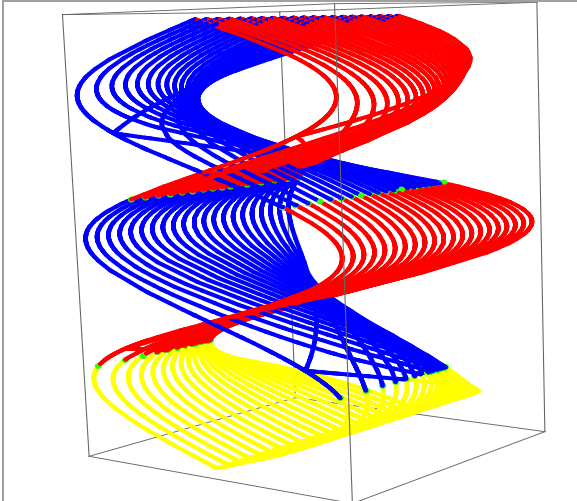
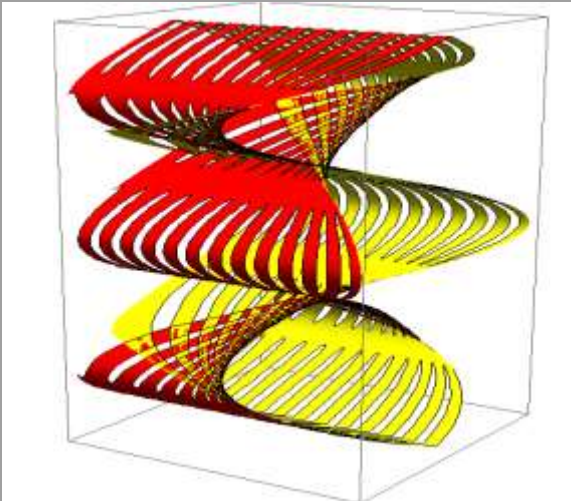
ParametricPlot3D[{Sin[t], 0.1s Cos[t]/Sqrt[1 - (0.1s Sin[2t])^2], ArcSin[Cos[t]]], {s, -10, 10}, {t, 0, 2Pi}]



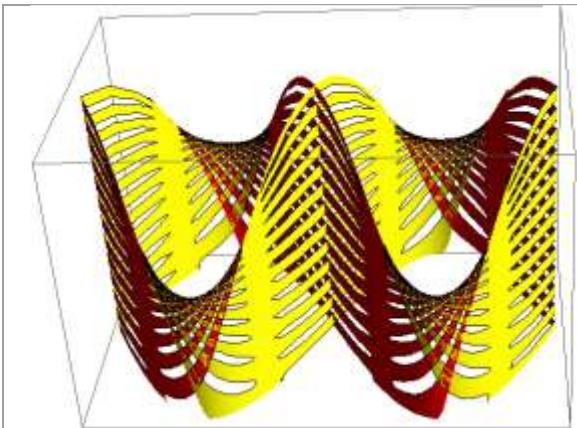
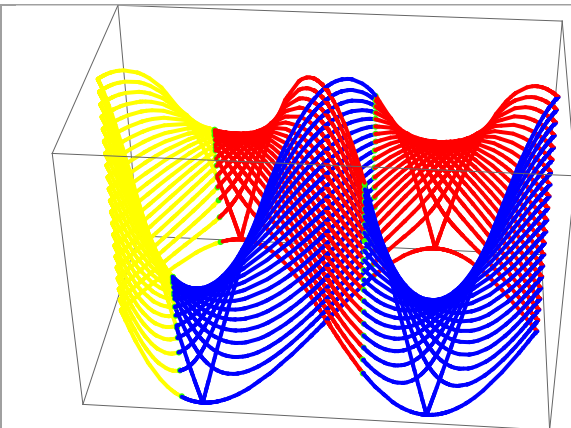
ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[3t], 0.1sCos[2t] + Sqrt[1 - (0.1sSin[3t])^2], ArcSin[Cos[t]]], {s, -10, 10}], {t, 0, 2Pi}]]

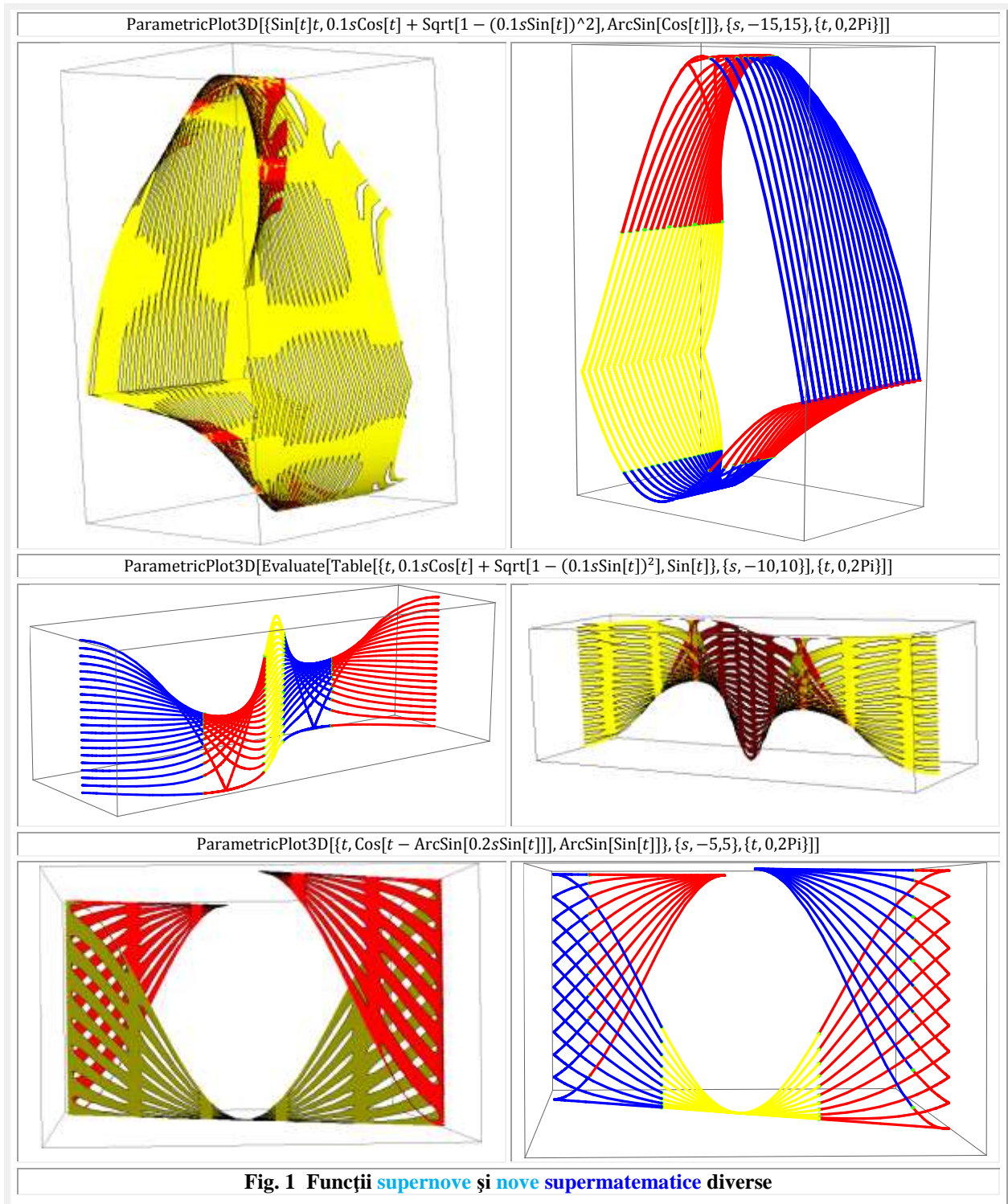


ParametricPlot3D[{Sin[3t], 0.1sCos[2t] + Sqrt[1 - (0.1sSin[2t])^2], ArcSin[Cos[t]]], {s, -10, 10}, {t, 0, 2Pi}]]



ParametricPlot3D[Evaluate[Table[{Sin[2t], 0.1sCos[2t] + Sqrt[1 - (0.1sSin[2t])^2], ArcSin[Cos[t]]], {s, -10, 10}], {t, 0, 2Pi}]]





B I B L I O G R A F I E

- | | | | |
|----|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Şelariu Mircea
Eugen | FUNCTII CIRCULARE EXCENTRICE | Com. I Conferință Națională de
Vibrații în Construcția de Maşini,
Timișoara , 1978, pag.101...108. |
| 2 | Şelariu Mircea
Eugen | FUNCTII CIRCULARE EXCENTRICE și
EXTENSIA LOR. | Bul .St.și Tehn. al I.P. ”TV”
Timișoara, Seria Mecanică, Tomul
25(39), Fasc. 1-1980, pag. 189...196 |
| 3 | Şelariu Mircea
Eugen | STUDIUL VIBRAȚIILOR LIBERE ale
UNUI SISTEM NELINIAR,
CONSERVATIV cu AJUTORUL
FUNCTIILOR CIRCULARE
EXCENTRICE | Com. I Conf. Naț. Vibr.în C.M.
Timișoara,1978, pag. 95...100 |
| 4 | Şelariu Mircea
Eugen | APLICAȚII TEHNICE ale FUNCTIILOR
CIRCULARE EXCENTRICE | Com.a IV-a Conf. PUPR, Timișoara,
1981, Vol.1. pag. 142...150 |
| 5 | Şelariu Mircea
Eugen | THE DEFINITION of the ELLIPTIC
ECCENTRIC with FIXED ECCENTER | A V-a Conf. Naț. de Vibr. în Constr. de
Maşini, Timișoara, 1985, pag. 175...182 |
| 6 | Şelariu Mircea | ELLIPTIC ECCENTRICS with
MOBILE ECCENTER | IDEM pag. 183...188 |
| 7 | Şelariu Mircea
Eugen | CIRCULAR ECCENTRICS and
HYPERBOLICS ECCENTRICS | Com. a V-a Conf. Naț. V. C. M.
Timișoara, 1985, pag. 189...194. |
| 8 | Şelariu Mircea
Eugen | ECCENTRIC LISSAJOUS FIGURES | IDEM, pag. 195...202 |
| 9 | Şelariu Mircea
Eugen | FUNCTIILE SUPERMATEMATICE
CEX și SEX- SOLUȚIILE UNOR
SISTEME MECANICE NELINIARE | Com. a VII-a Conf.Naț. V.C.M.,
Timișoara,1993, pag. 275...284. |
| 10 | Şelariu Mircea
Eugen | <u>SUPERMATEMATICA</u> | Com.VII Conf. Internaț. de Ing.
Manag. și Tehn.,TEHNO’95
Timișoara, 1995, Vol. 9: Matematica
Aplicată., pag.41...64 |
| 11 | Şelariu Mircea
Eugen | FORMA TRIGONOMETRICĂ a SUMEI
și a DIFERENȚEI NUMERELOR
COMPLEXE | Com.VII Conf. Internaț. de Ing.
Manag. și Tehn., TEHNO’95
Timișoara, 1995, Vol. 9: Matematică
Aplicată, pag. 65...72 |
| 12 | Şelariu Mircea
Eugen | MIȘCAREA CIRCULARĂ
EXCENTRICĂ | Com.VII Conf. Internaț. de Ing.
Manag. și Tehn. TEHNO’95.,
Timișoara, 1995 Vol.7: Mecatronică,
Dispozitive și Rob.Ind.,pag. 85...102 |

- | | | | |
|----|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 13 | Şelariu Mircea
Eugen | RIGIDITATEA DINAMICĂ
EXPRIMATĂ
CU FUNCȚII SUPERMATEMATICE | Com.VII Conf. Internaț. de Ing.
Manag. și Tehn., TEHNO'95
Timișoara, 1995 Vol.7: Mecatronică,
Dispoz. și Rob.Ind.,pag. 185...194 |
| 14 | Şelariu Mircea
Eugen | DETERMINAREA ORICÂT DE EXACTĂ
A RELAȚIEI DE CALCUL A
INTEGRALEI ELIPTICE COMPLETE
DE SPETA INTAIA K(k) | Bul. VIII-a Conf. de Vibr. Mec.,
Timișoara,1996, Vol III,
pag.15 ... 24. |
| 15 | Şelariu Mircea
Eugen | FUNCȚII SUPERMATEMATICE
CIRCULARE EXCENTRICE DE
VARIABILĂ CENTRICĂ | TEHNO ' 98. A VIII-a Conferința de
Inginerie Menagerială și Tehnologică,
Timișoara 1998,
pag 531..548 |
| 16 | Şelariu Mircea
Eugen | FUNCȚII DE TRANZIȚIE
INFORMAȚIONALĂ | TEHNO ' 98. A VIII-a Conferința de
Inginerie Managerială și Tehnologică,
Timișoara 1998,
pag 549... 556 |
| 17 | Şelariu Mircea
Eugen | FUNCȚIILE SUPERMATEMATICE
CIRCULARE EXCENTRICE DE
VARIABILĂ CENTRICĂ CA SOLUȚII
ALE UNOR SISTEME OSCILANTE
NELINIARE | TEHNO ' 98. A VIII-a Conferința de
Inginerie Managerială și Tehnologică,
Timișoara 1998,
pag 557...572 |
| 18 | Şelariu Mircea
Eugen | INTRODUCEREA STRĂMBEI ÎN
MATEMATICĂ | Lucr. Simp. Național "Zilele Universității
Gh. Anghel" Ed. II-a, Drobeta Turnu
Severin, 16-17 mai 2003, pag. 171 ... 178 |
| 19 | Şelariu Mircea
Eugen | QUADRILOBIC VIBRATION SYSTEMS | The 11 –th International Conference on
Vibration Engineering, Timișoara,
Sept. 27-30, 2005 pag. 77 ... 82 |
| 20 | Şelariu Mircea
Eugen | SMARANDACHE STEPPED
FUNCTIONS | Revista: "Scientia Magna" Vol. 3, No.
1, 2007, ISSN 1556-6706 |
| 21 | Şelariu Mircea
Eugen | TEHNO ART OF ŞELARIU
SUPERMATEMATICS FUNCTIONS | (ISBN-10):1-59973-037-5
(ISBN-13):974-1-59973-037-0
(EAN): 9781599730370 |
| 22 | Şelariu Mircea
Eugen | PROIECTAREA DISPOZITIVELOR DE
PRELUCRARE, Cap. 17 din PROIECTAREA
DISPOZITIVELOR | Editura Didactică și Pedagogică,
București, 1982, pag. 474 ... 543 |
| 23 | Petrișor Emilia | ON THE DYNAMICS OF THE
DEFORMED STANDARD MAP | Workshop Dynamics Days '94,
Budapest, si Analele Univ.din
Timisoara, Vol.XXXIII, Fasc.1-1995,
Seria Mat.-Inf.,pag. 91...105 |
| 24 | Petrișor Emilia | SISTEME DINAMICE HAOTICE | Seria Monografii matematice,
Tipografia Univ. de Vest din
Timișoara, 1992 |
| 25 | Petrișor Emilia | RECONNECTION SCENARIOS AND
THE THERESHOLD OF
RECONNECTION IN THE DYNAMICS
OF NONTWIST MAPS | Chaos, Solitons and Fractals, 14 (2002) 117...127 |
| 27 | Cioara Romeo | FORME CLASICE PENTRU FUNCȚII
CIRCULARE EXCENTRICE | Proceedings of the Scientific
Communications Meetings of "Aurel
Vlaicu" University, Third Edition,
Arad, 1996, pg.61 ..65 |
| 28 | Preda Horea | REPREZENTAREA ASISTATĂ A
TRAIECTORILOR ÎN PLANUL | Com. VI-a Conf.Naț.Vibr. în C.M.
Timișoara, 1993 |

- FAZELOR A VIBRAȚIILOR NELINIARE**
- 29 Filipescu Avram **APLICAREA FUNCȚIILOR (ExPH) EXCENTRICE PSEUDOHIPERBOLICE ÎN TEHNICA** Com.VII-a Conf. Internat.de Ing. Manag. Şi Tehn. TEHNO'95, Timișoara, Vol. 9. Matematica aplicată., pag. 181 ... 185
- 30 Dragomir Lucian (Toronto - Canada) **UTILIZAREA FUNCȚIILOR SUPERMATEMATICE ÎN CAD / CAM : SM-CAD / CAM. Nota I-a: REPREZENTARE ÎN 2D** Com.VII-a Conf. Internaț.de Ing. Manag. și Tehn. TEHNO'95, Timișoara, Vol. 9. Matematică aplicată., pag. 83 ... 90
- 31 Şelariu Şerban **UTILIZAREA FUNCȚIILOR SUPERMATEMATICE ÎN CAD / CAM : SM-CAD / CAM. Nota II –a: REPREZENTARE ÎN 3D** Com.VII-a Conf. Internaț.de Ing. Manag. și Tehn. TEHNO'95, Timișoara, Vol. 9. Matematică Aplicată., pag. 91 ... 96
- 32 Staicu Florentiu **DISPOZITIVE UNIVERSALE de PRELUCRARE a SUPRA-FEȚELOR COMPLEXE de TIPUL EXCENTRICELOR ELIPTICE** Com. Ses. Anuale de Com.Şt. Oradea ,1994
- 33 George LeMac **THE ECCENTRIC TRIGONOMETRIC FUNCTIONS: AN EXTENTION OF CLASSICAL TRIGONOMETRIC FUNCTIONS.** The University of Western Ontario, London, Ontario, Canada Department of Applied Mathematics May 18, 2001
- 34 Şelariu Mircea Ajiduah Cristoph Bozântan Emil (USA) Filipescu Avram **INTEGRALELE UNOR FUNCȚII SUPERMATEMATICE** Com. VII Conf.Internaț.de Ing.Manag. și Tehn. TEHNO'95 Timișoara. 1995,Vol.IX: Matem.Aplic. pag.73...82
- 35 Şelariu Mircea Fritz Georg (G) Meszaros A.(G) **ANALIZA CALITĂȚII MIȘCĂRILOR PROGRAMATE cu FUNCȚII SUPERMATEMATICE** IDEM, Vol.7: Mecatronică, Dispozitive și Rob.Ind., pag. 163...184
- 36 Şelariu Mircea Szekely Barna (Ungaria) **ALTALANOS SIKMECHANIZMUSOK FORDULATSZAMAINAK ATVITELI FUGGVENYEI MAGASFOKU MATEMATIKAVAL** Bul.Şt al Lucr. Prem.IV,Universitatea din Budapesta, nov. 1992
- 37 Şelariu Mircea Popovici Maria **A FELSOFOKU MATEMATIKA ALKALMAZASAI** Bul.Şt al Lucr. Prem.IV, Universitatea din Budapesta, nov. 1994
- 38 Smarandache Florentin Şelariu Mircea Eugen **IMMEDIATE CALCULATION OF SOME POISSON TYPE INTEGRALS USING SUPERMATHEMATICS CIRCULAR EX-CENTRIC FUNCTIONS** <http://arxiv.org/abs/0706.4238> Archiv arXiv (United States) > [viXra.org](http://arxiv.org/abs/0706.4238) > [Functions and Analysis](http://arxiv.org/abs/0706.4238) > viXra:1004.0053
- 39 Konig Mariana Şelariu Mircea **PROGRAMAREA MIȘCĂRII DE CONTURARE A ROBOȚILOR INDUSTRIALI cu AJUTORUL FUNCȚIILOR TRIGONOMETRICE CIRCULARE EXCENTRICE** MEROTEHNICA, Al V-lea Simp. Naț.de Rob.Ind.cu Part .Internaț. Bucuresti, 1985 pag.419...425
- 40 Konig Mariana Şelariu Mircea **PROGRAMAREA MIȘCĂRII de CONTURARE ale RI cu AJUTORUL FUNCȚIILOR TRIGONOMETRICE CIRCULARE EXCENTRICE,** Merotehnica, V-lea Simp. Naț.de RI cu participare internațională, Buc.,1985, pag. 419 ... 425.
- 41 Konig Mariana Şelariu Mircea **THE STUDY OF THE UNIVERSAL PLUNGER IN CONSOLE USING THE ECCENTRIC CIRCULAR FUNCTIONS** Com. V-a Conf. PUPR, Timișoara, 1986, pag.37...42

42	Staicu Florențiu Șelariu Mircea	CICLOIDELE EXPRIMATE CU AJUTORUL FUNCȚIEI SUPERMATEMATICE rex	Com. VII Conf. Internațională de Ing.Manag. și Tehn, Timișoara "TEHNO'95" pag.195-204
43	Gheorghiu Em. Octav Șelariu Mircea Bozantan Emil	FUNCTII CIRCULARE EXCENTRICE DE SUMA DE ARCE	Ses.de com.st.stud.,Secția Matematică,Timișoara, Premiul II la Secția matematică pe 1983
44	Gheorghiu Emilian Octav Șelariu Mircea Cojerean Ovidiu	FUNCTII CIRCULARE EXCENTRICE. DEFINIȚII, PROPRIETĂȚI, APLICAȚII TEHNICE.	Ses. De com.șt.stud. Secția Matematică, premiul II la Secția Matematică pe 1985.
45	Șelariu Mircea Eugen	CINETOSTATICĂ GEOMETRICĂ (METODA SEPARĂRII MOMENTELEOR)	Com. Primului Simpozion de Roboți Industriali, Buc. 1981, pag. 378...384 Com.I Simp. Naț.de Rob.Ind.,Buc.,1981
46	Șelariu Mircea Eugen Mădăraș Lucian	ANALIZA AUTOFRĂNĂRII MECANISMELOR DE PREHENSIVARE PRIN METODA SEPARĂRII MOMENTELEOR	
47	Savii Gh. Șelariu Mircea Vucu I.,Pop I. Demian Ioan	STUDIUL RIGIDITĂȚII ANSAMBLULUI CĂRUCIOR AL STRUNGULUI SN-400,	Bul.Șt.și Tehn.al IP Timișoara, Tom.11 (25) Fasc.2, 1966, pag. 731...740
48	Savii Gh. Pop Ion Șelariu Mircea	CONTRIBUȚII la DETERMINAREA RIGIDITĂȚII STRUNGURILOR NORMALE, CU REFERIRE LA STRUNGUL SN-400	Bul. Șt. și Tehn. Al IPT,1971 Tom 16(30), Fasc.1, Seria Mec. Pag.129...143
49	Savii Gh. Pop Ion Șelariu Mircea Micsa Ion	INFLUENȚA RIGIDITĂȚII ASUPRA PRECIZIEI FORMEI GEOMETRICE la PRELUCRAREA pe STRUNG	C.S.L.C.P. al IPTimisoara,1970, pag. 76 ... 77
50	Șelariu Mircea Eugen	SUPERMATEMATICA.FUNDAMENTE EDIȚIA 1-a	Editura " POLITEHNICA" Timișoara 2007
51	Șelariu Mircea Eugen	SUPERMATEMATICA.FUNDAMENTE Vol I și Vol. II, EDIȚIA a 2-a	Editura " POLITEHNICA" Timișoara 2012

Lucrari publicate de www.cartiaz.ro

LUCRARI EXISTENTE LA www.CARTIAZ.ro IN 13 ianuarie 2013


Pagina 1-a

[Aplicarea metodei separarii momentelor \(MSM\) la mecanisme si sisteme in ansamblul lor \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Selariu  ★★★★★


157  Stiinta si Tehnica 0.66MB ★ (Carte donata de autor)


[Aplicatii ale metodei separarii momentelor \(MSM\) la sisteme industriale concrete \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Selariu  ★★★★★


104  Stiinta si Tehnica 0.67MB ★ (Carte donata de autor)

[Aproximarea functiilor: Un sistem supermatematic cu baza continua de aproximare a functiilor \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

164  Știința și Tehnica 1.09MB ★ (Carte donata de autor)

[Bucla centrica și versiunile excentrice \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


141  Știința și Tehnica 0.83MB ★ (Carte donata de autor)

[Cardinal functions and integral functions \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu, Florentin Smarandache, Marian Nitu

44  Știința și Tehnica 1.23MB ★ (Carte donata de autor)

[Cercurile lui Apollonius din Perga \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

117  Știința și Tehnica 1.78MB ★ (Carte donata de autor)

[Cercurile lui Apollonius și cercurile olimpice \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

152  Știința și Tehnica 0.97MB ★ (Carte donata de autor)

[Cifrele, particulele elementare ale Matematicii \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


117  Știința și Tehnica 0.71MB ★ (Carte donata de autor)

[De la rezolvarea triunghiurilor la funcții supermatematice \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

191  Știința și Tehnica 1.59MB ★ (Carte donata de autor)

[Definirea FSM-CE hipoelementare de variabila excentrică theta și centrică alpha \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

131  Știința și Tehnica 3.94MB ★ (Carte donata de autor)

[Pagina a 2-a](#)

[Derivatele și integralele unor funcții supermatematice circulare excentrice \(FSM-CE\) \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

158  Știința și Tehnica 1.82MB ★ (Carte donata de autor)

[Despre lobe și cvazilobe: Lobe exterioare și cvazilobe interioare cercului unitate \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

156  Știința și Tehnica 1.31MB ★ (Carte donata de autor)

[Determinarea oricât de exactă a relației de calcul a integralei eliptice complete de speta I \(Rom\) \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

111  Știința și Tehnica 0.21MB ★ (Carte donata de autor)

[Determinarea oricât de exactă a relației de calcul a integralei eliptice complete de speta întâia \(Engleza\)\[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


116  Știința și Tehnica 0.34MB ★ (Carte donata de autor)

[Determinarea punctelor de intersecție din Teorema Liniilor Concurente a lui Florentin Smarandache \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

88  Știința și Tehnica 0.88MB ★ (Carte donata de autor)

[Dispozitive de acumulare și de transport \(dat\) prin vibrații \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

269  Știința și Tehnica 1.24MB ★ (Carte donata de autor)

[Elemente neliniare legate in serie \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

107  Știința și Tehnică 1.3MB ★ (Carte donată de autor)

[Esantionarea semnalelor \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

114  Știința și Tehnică 1.18MB ★ (Carte donată de autor)

[Funcția supermatematică \(FSM\) radial excentrică cvadriloba \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

119  Știința și Tehnică 1.67MB ★ (Carte donată de autor)


[Funcții cardinale și funcții integrale circulare excentrice \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu, Florentin Smarandache, Marian Nitu

112  Știința și Tehnică 2.2MB ★ (Carte donată de autor)

[Pagina a 3-a](#)

[Funcții hiperbolice excentrice \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


417  Știința și Tehnică 2.55MB ★ (Carte donată de autor)

[Funcții în trepte Smarandache \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


123  Știința și Tehnică 0.18MB ★ (Carte donată de autor)

[Funcții signadforasice Voinoiu \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

114  Știința și Tehnică 2.66MB ★ (Carte donată de autor)

[Funcții supermatematice \(FSM\) inverse \(FSM-I\) \$\text{rex}\theta\$, \$\text{Rex}\alpha\$, \$\text{dex}\theta\$ și \$\text{Dex}\alpha\$ \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

114  Știința și Tehnică 3.39MB ★ (Carte donată de autor)

[Funcții supermatematice circulare excentrice inverse \(FSM-CEI\) \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


107  Știința și Tehnică 2.75MB ★ (Carte donată de autor)

[Funcții supermatematice circulare excentrice inverse \(FSM-CEI\) \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

167  Știința și Tehnică 2.43MB ★ (Carte donată de autor)

[Funcțiile supermatematice circulare cosinus și sinus excentrice. Derivatele și integralele lor. \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


224  Știința și Tehnică 1.13MB ★ (Carte donată de autor)

[Intamplarea în matematică: Jocul dragostei față de matematică și al intamplării \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


108  Știința și Tehnică 1.46MB ★ (Carte donată de autor)

[Integrale și funcții eliptice excentrice \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

160  Știința și Tehnică 6.29MB ★ (Carte donată de autor)

[Integrale și funcții eliptice excentrice \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

128  Știința și Tehnică 1.85MB ★ (Carte donată de autor)


[Pagina a 4-a](#)

[Intersecții în plan \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

113  Știința și Tehnică 0.98MB ★ (Carte donată de autor)

[Introducerea strambeii in matematica \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

156  Știința și Tehnică 1.29MB ★ (Carte donata de autor)

[Liniile concurente și punctele lor de intersecție într-un triunghi \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


113  Știința și Tehnică 0.99MB ★ (Carte donata de autor)

[Lobele - curbe matematice noi \[DOC\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

141  Știința și Tehnică 19.65MB ★ (Carte donata de autor)

[Matematica atomica. Metoda determinării succesive a cifrelor consecutive ale unui număr \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★★


252  Știința și Tehnică 0.95MB ★ (Carte donata de autor)


[Metoda pentru determinarea relației exacte de calcul a pulsatiei proprii a unui sistem oscilant liber, conservativ, cu caracteristica elastică neliniară \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

106  Știința și Tehnică 0.72MB ★ (Carte donata de autor)

[Metoda separării momentelor \(partea I\) \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★★

103  Știința și Tehnică 0.3MB ★ (Carte donata de autor)

[Metoda separării momentelor \(partea II-a\) \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


110  Știința și Tehnică 0.79MB ★ (Carte donata de autor)

[Mișcarea circulară excentrică de excentru punct fix \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

169  Știința și Tehnică 1.23MB ★ (Carte donata de autor)


[Mișcarea circulară excentrică de excentru punct mobil \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

148  Știința și Tehnică 1.28MB ★ (Carte donata de autor)

[Pagina a 5-a](#)

[Mișcarea oscilantă excentrică: Pendulul Supermatematic \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


104  Știința și Tehnică 0.99MB ★ (Carte donata de autor)

[Multiplicarea dimensională a spațiilor \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

115  Știința și Tehnică 1.89MB ★ (Carte donata de autor)

[Noi posibilități de generare a suprafețelor complexe \[PPT\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

131  Știința și Tehnică 7.05MB ★ (Carte donata de autor)

[O metodă nouă de integrare: Metoda de integrare prin divizarea diferențialei \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

145  Știința și Tehnică 0.33MB ★ (Carte donata de autor)

[Obiecte geometrice supermatematice \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


173  Știința și Tehnică 0.3MB ★ (Carte donata de autor)

[Optimizarea concepției sistemelor tehnologice utilizând metoda separării momentelor \(MSM\) \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

106  Știința și Tehnică 0.19MB ★ (Carte donata de autor)

[Optimizarea transportului vibrational cu ajutorul FSM-CE \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

176  Știința și Tehnica 0.72MB ★ (Carte donata de autor)

[Optimization of workholding design using moments separation method \(MSM\) \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu, Ion Grozav

52  Știința și Tehnica 0.14MB ★ (Carte donata de autor)

[Optimization of workholding design using moments separation method \(MSM\) - lb. maghiara \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu, Kravec Robert

51  Știința și Tehnica 0.14MB ★ (Carte donata de autor)

[Polinoame ortogonale excentrice \[PDF\]](#)


Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

121  Știința și Tehnica 0.37MB ★ (Carte donata de autor)


[Pagina a 6-a](#)


[Punctul, liniile, triunghiurile și cercurile \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★

124  Știința și Tehnica 0.31MB ★ (Carte donata de autor)

[Rigiditatea dinamică exprimată cu funcții supermatematice \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


193  Știința și Tehnica 0.2MB ★ (Carte donata de autor)

[Sisteme vibrante cuadrilobe \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


216  Știința și Tehnica 0.69MB ★ (Carte donata de autor)

[Smarandache stepped functions \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


71  Știința și Tehnica 0.15MB ★ (Carte donata de autor)

[Soluția simbolică exactă a unei ecuații trigonometrice neliniare \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★★

102  Știința și Tehnica 0.63MB ★ (Carte donata de autor)


[Spatiul matematicii centrice și spațiul matematicii excentrice \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★


102  Știința și Tehnica 1.08MB ★ (Carte donata de autor)


[Super-mathematics functions \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★★


119  Știința și Tehnica 0.3MB ★ (Carte donata de autor)


[Supermatematica \(vol. I\) \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★★


3148  Știința și Tehnica 10.52MB ★ (Carte donata de autor)

[Supermatematica \(vol. II, partea a II-a\) \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★★

260  Știința și Tehnica 22.33MB ★ (Carte donata de autor)


[Supermatematica \(vol. II, partea a III-a\) \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Șelariu  ★★★★★★

265  Știința și Tehnica 21.61MB ★ (Carte donata de autor)

[Pagina a 7-a](#)

[Supermatematica \(vol. II, partea I\) \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Selariu  ★★★★★

259  Stiinta si Tehnica 13.29MB ★ (Carte donata de autor)

[Techno-Art of Selariu SuperMathematics Functions \[PDF\]](#)

Autori: Florentin Smarandache  ★★★★★

43  Stiinta si Tehnica 12.89MB ★ (Carte donata de autor)

[Teorema S a bisectoarelor unui patrulater inscrisibil si teoremele S ale triunghiului \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Selariu  ★★★★★

152  Stiinta si Tehnica 1.43MB ★ (Carte donata de autor)

[Teoremele poligoanelor. Patrute, dreptunghiuri si trapeze isoscele \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Selariu  ★★★★★

391  Stiinta si Tehnica 0.63MB ★ (Carte donata de autor)

[Transformarea riguroasa in cerc a diagramei polare a compilantei \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Selariu  ★★★★★

72  Stiinta si Tehnica 1.02MB ★ (Carte donata de autor)

[Un discurs cu tema impusa, tinut absolventilor despre ... Supermatematica \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Selariu  ★★★★★


46  Stiinta si Tehnica 1.7MB ★ (Carte donata de autor)

[Un discurs despre Supermatematica \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Selariu  ★★★★★

229  Stiinta si Tehnica 0.99MB ★ (Carte donata de autor)

[Vibratii \[PDF\]](#)

Autori: Mircea Eugen Selariu  ★★★★★

70  Stiinta si Tehnica 4.48MB ★ (Carte donata de autor)

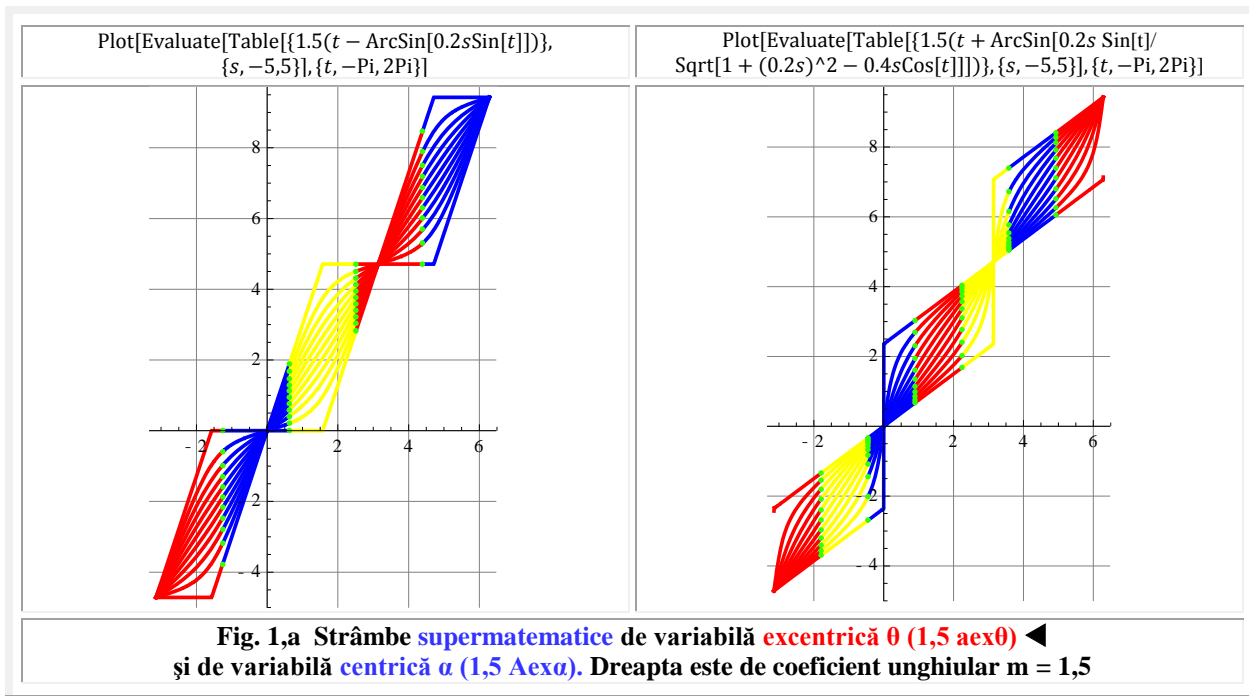
Motto: "Strâmbând strâmbele îndrepti matematica spre supermatematică" Autorul

CAPITOLUL XXV

STRÂMBAREA STRÂMBELOR

1 INTRODUCERE

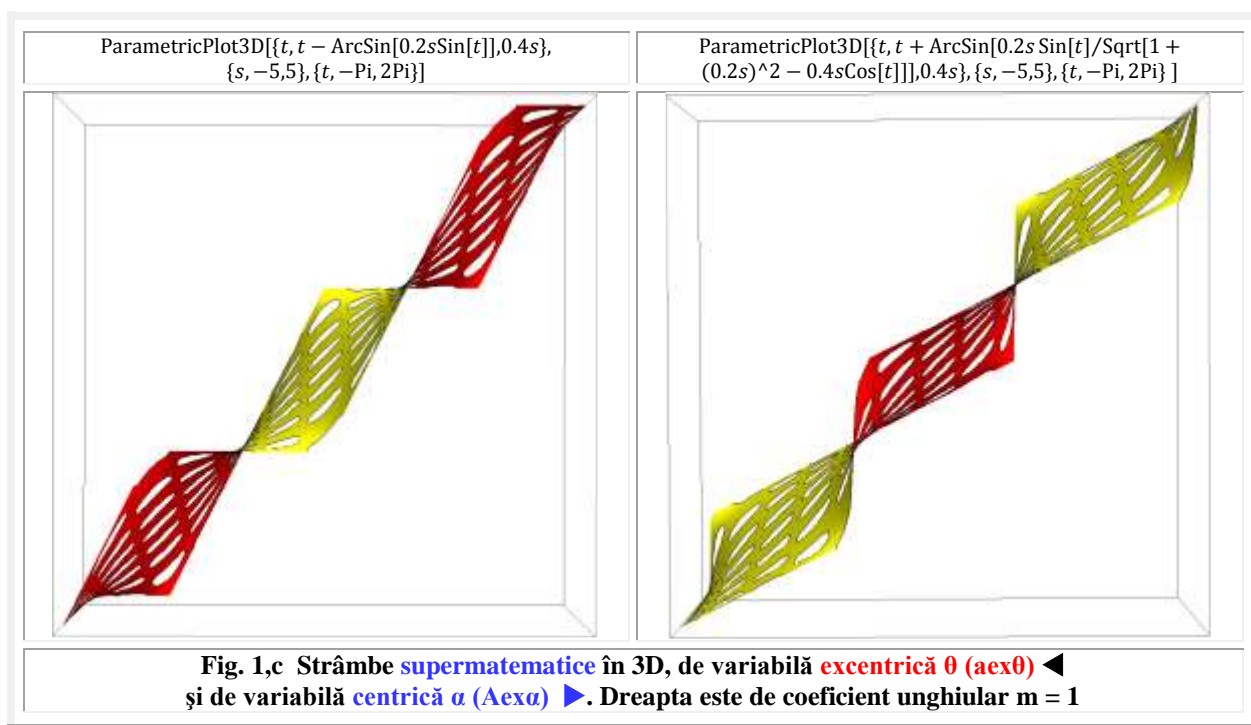
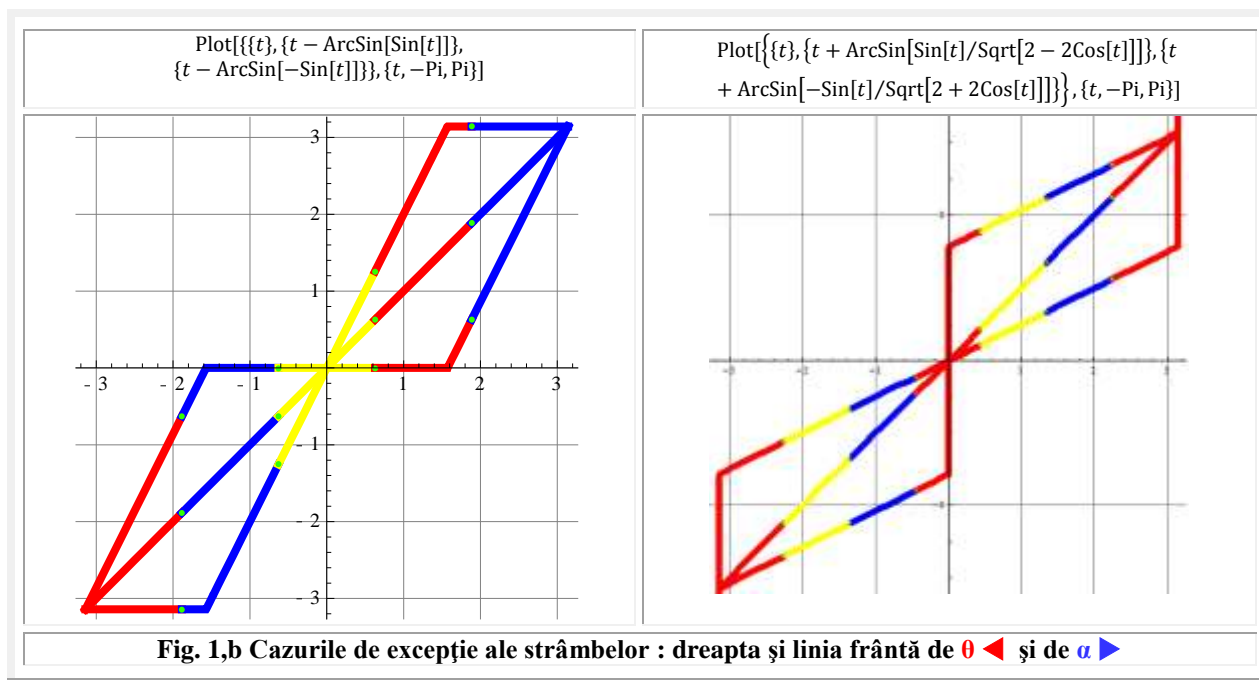
Așa cum s-a mai afirmat, chiar în cadrul acestui volum, *strâmba este o generalizare a dreptei*, (Fig. 1,a); **dreapta** fiind un *caz de excepție* al strâmbei de excentricitate liniară numerică $s = 0$. Pentru $s = \pm 1$ se obțin *segmente de linii drepte*, adică *o linie frântă* (Fig.1,b).



Așa cum rezultă și din **figurile 1,b**, cele două familii / tipuri de strâmbe (de θ și de α), fiind simetrice față de prima bisectoare, *sunt inverse una alteia*.

Strâmbele sunt reprezentate de funcțiile *amplitudine excentrică* de θ (aex θ) și, respectiv, de α , (Aex α) funcții care fac trecerea din **centric** (Matematica Centrică MC) în **excentric** (Matematica Excentrică ME), tot așa cum funcția *amplitudine eliptică* a lui **Jacobi am(u, k)** face trecerea din **centric** în **eliptic**. Observație extrem de importantă care a creat *supermatematica*, tot așa cum **am(u, k)** a creat *matematica eliptică*.

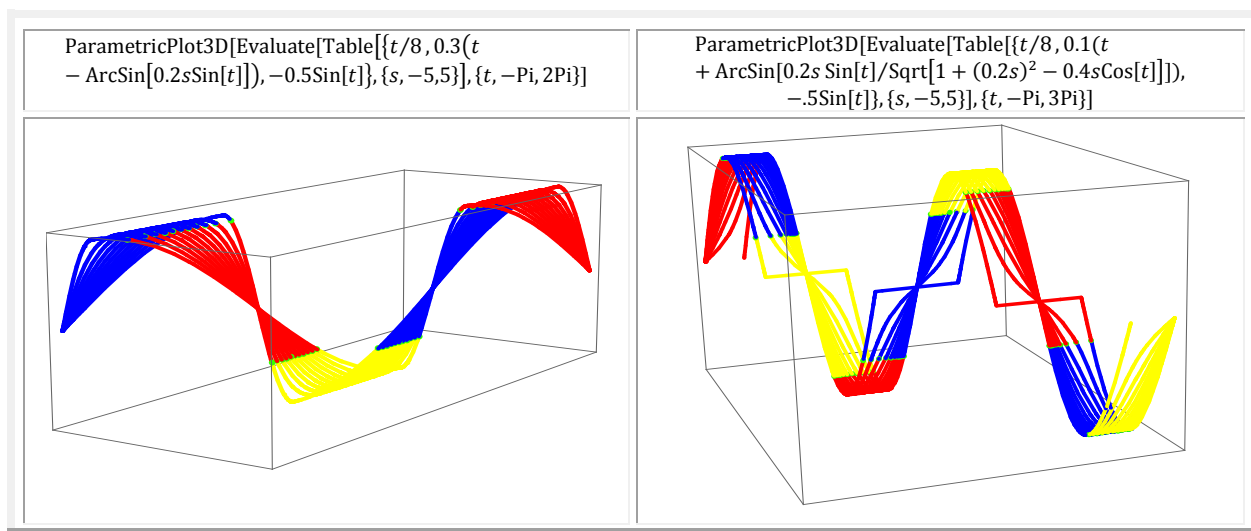
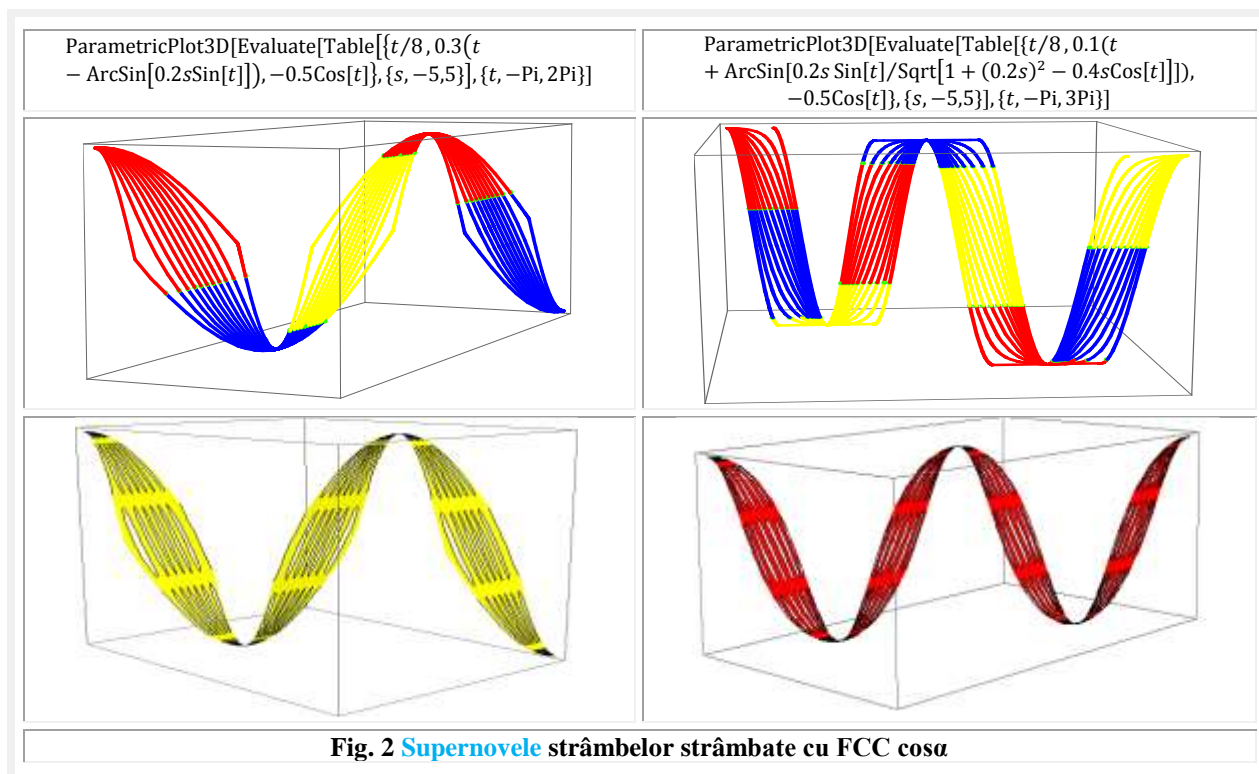
Tot ceea ce s-a spus până acum sunt repetări, dar "repetiția este mama învățării" !



Strâmbele fiind curbe plane **2D** sunt strâmbe doar în acest plan. Dacă planul care conține strâmbele se strâmbă la rândul lui, cu strâmbe conținute în el cu tot, atunci strâmbele se strâmbă și în **3D** și rezultă curbe **nove** sau **supernove strâmbe** ce sunt prezentate în paragraful următor.

2. STRÂMBAREA STRÂMBELOR CU FCC STRÂMBE NOVE ȘI SUPERNOVE

Strâmbarea planului în care se află fasciculul de strâmbe se poate ondula / strâmba după o *funcție circulară centrică* (FCC) cosinus sau după una sinus, precum și după oricare altă funcție, ceea ce se poate constata imediat din **figura 2**. Ecuțiile care realizează strâmbarea sunt prezentate deasupra fiecărei figuri în poziția parametrului **Z**.



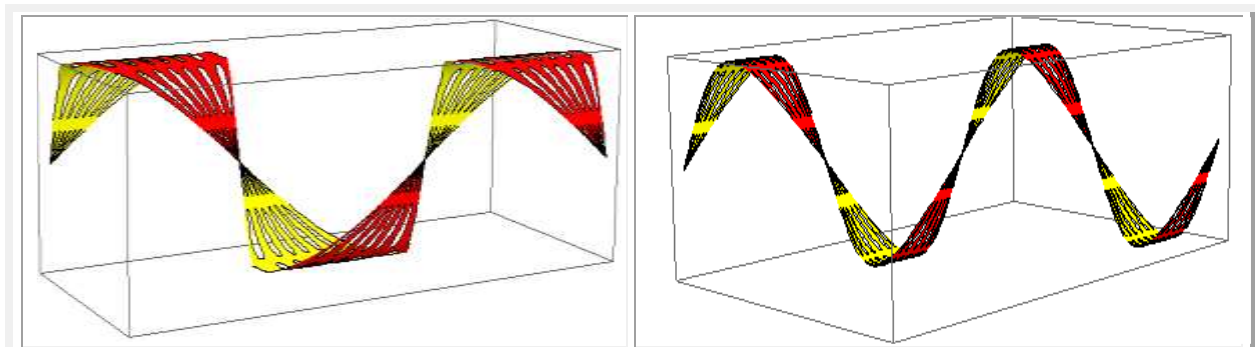


Fig. 3 Supernovele strâmbelor strâmbate cu FCC $\sin a$

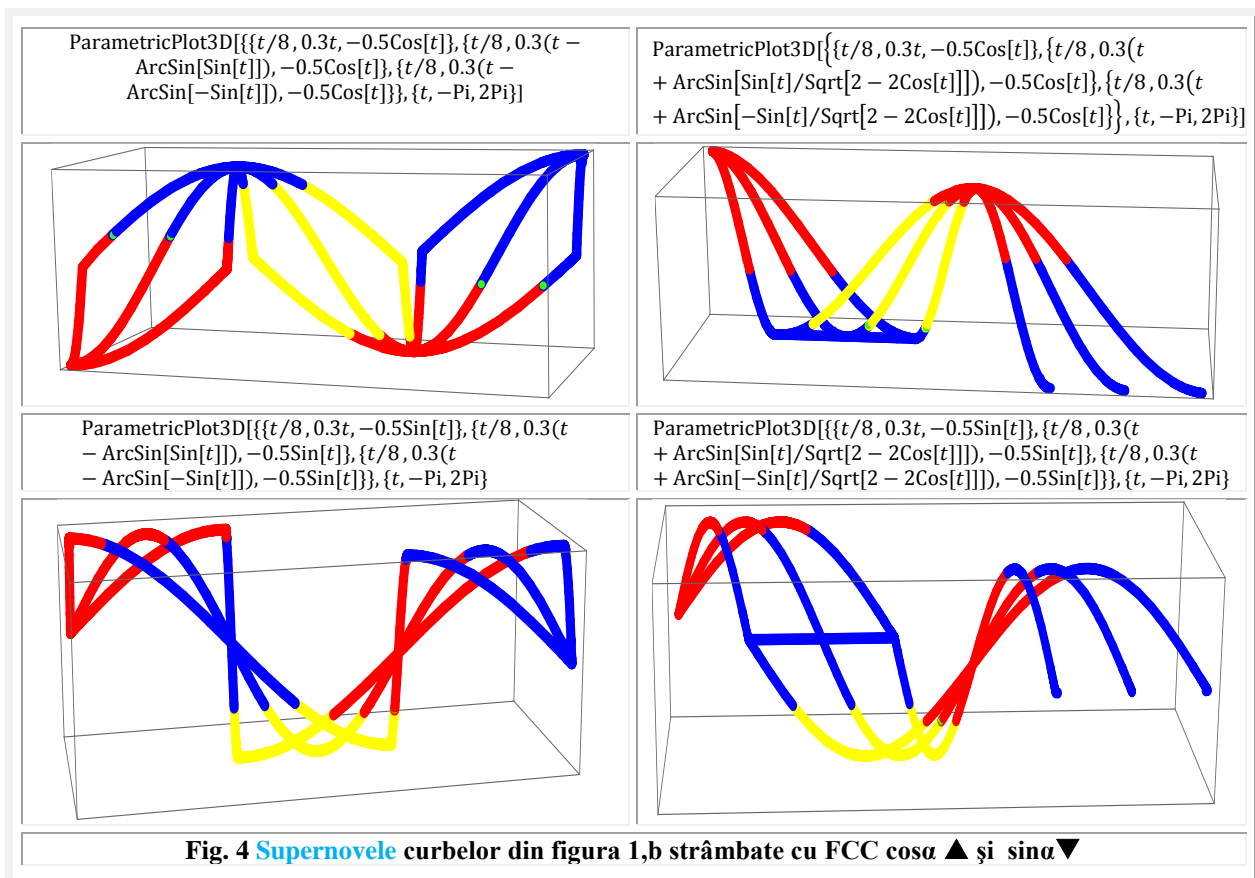
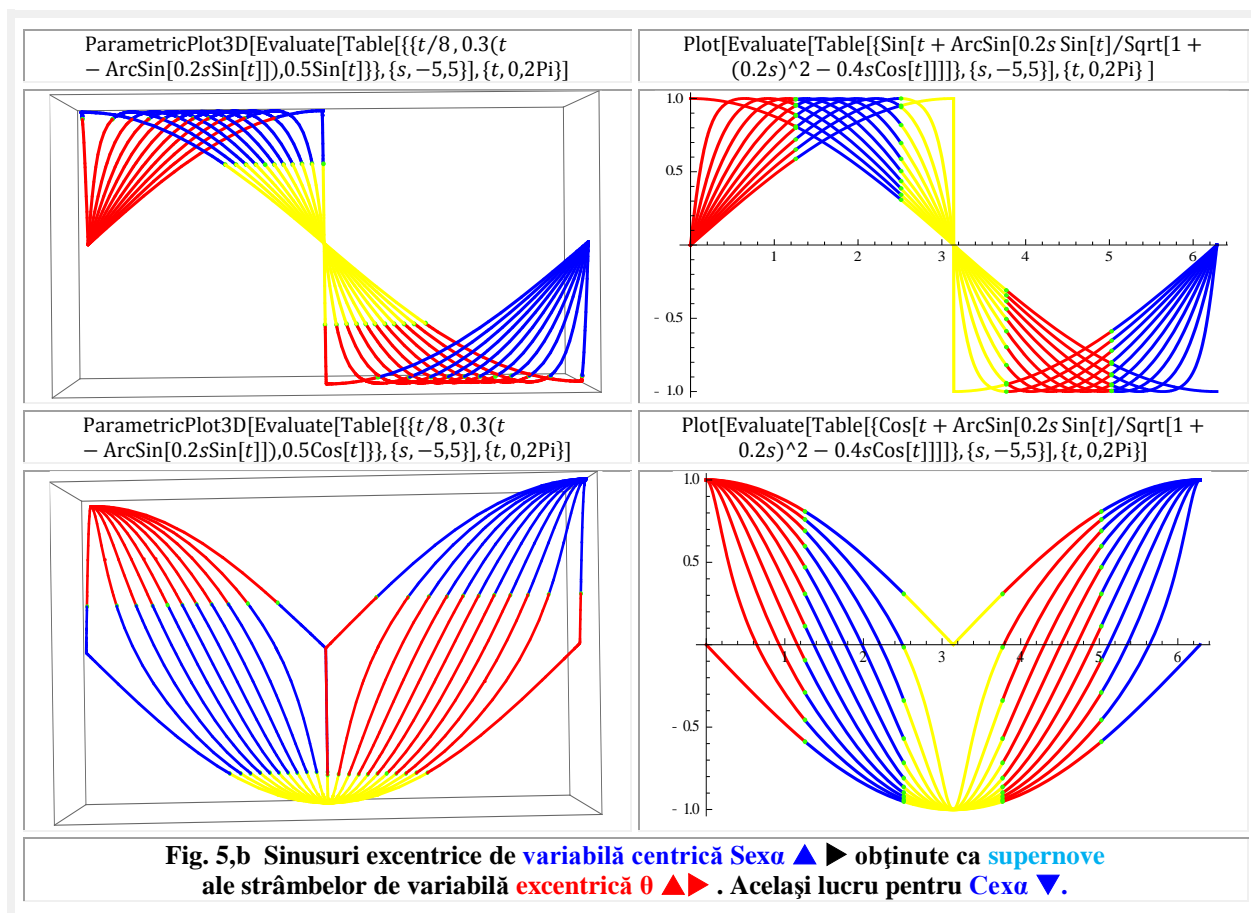
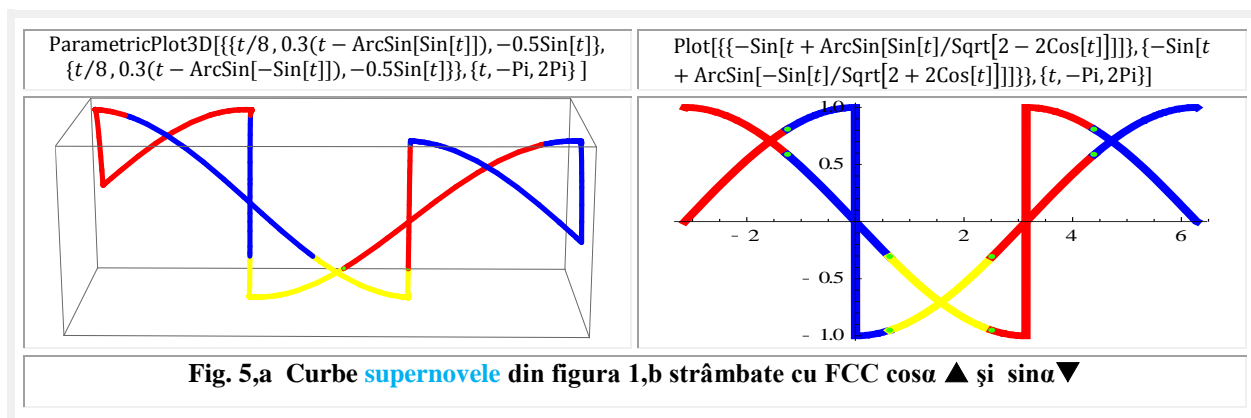


Fig. 4 Supernovele curbelor din figura 1,b strâmbate cu FCC $\cos a$ \blacktriangle și $\sin a$ \blacktriangledown

În figura 4 se observă cum dreapta (prima bisectoare din figura 1,b) se transformă într-o cosinusoidă, într-un plan diagonal, la strâmbarea planului cu FCC $\cos a$ \blacktriangle și, respectiv, în FCC $\sin a$ \blacktriangledown , ceea ce se știa dintr-un capitol anterior, iar segmentele drepte orizontale devin verticale și cele verticale devin orizontale.

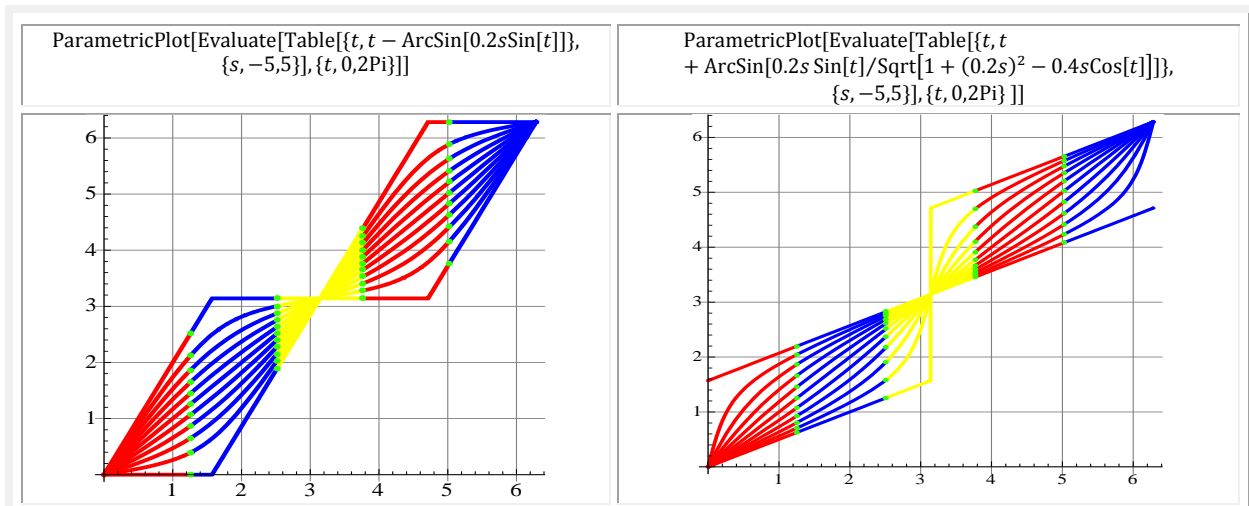
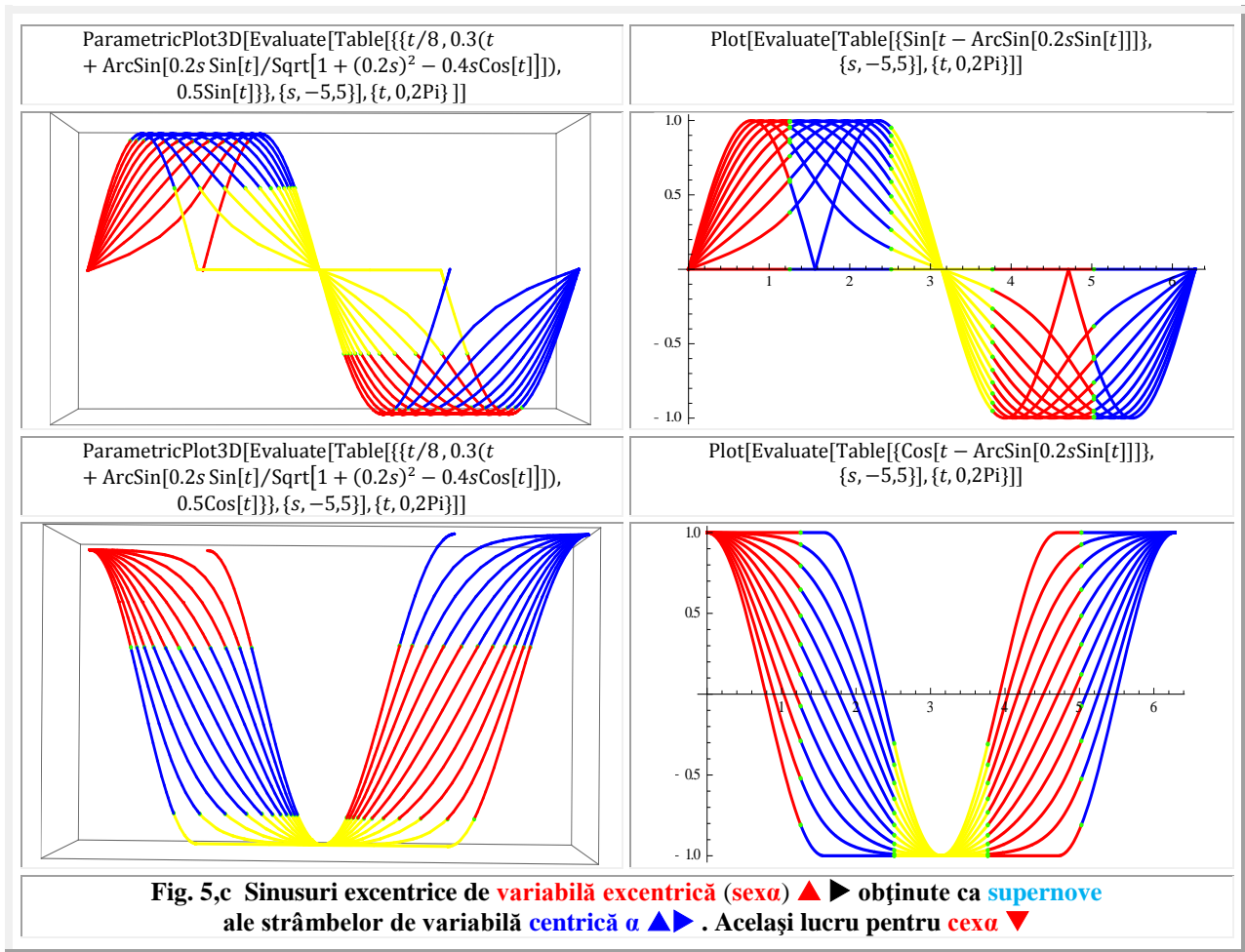
Mult mai curios este faptul că strâmbarea strâmbelor de excentricitate liniară numerică $s = \pm 1$ din figura 5 \blacktriangle și de variabilă excentrică θ (Fig. 5 $\blacktriangle\blacktriangleleft$) prin strâmbarea lor cu funcția $\sin a$ se transformă în funcții sinus excentrice de variabilă centrică a , Sexa (Fig. 5,b $\blacktriangle\blacktriangleright$). Fenomen adevărat pentru oricare

valoare a lui s (Fig. 5,b ▼) precum și pentru *funcția supermatematică circulară excentrică FSM–CE* de *variabilă centrică Cexa* ▼.



O sinteză a rezultatelor obținute ca urmare a permutărilor parametrilor în ecuațiile parametriche este prezentată în figura 6. În partea din stânga (◀) pentru *funcții supermatematice circulare excentrice*

(FSM-CE), plecând de la variabilă excentrică (aex0), iar în dreapta se pleacă de la FSM-CE de variabilă centrică (Aex0).



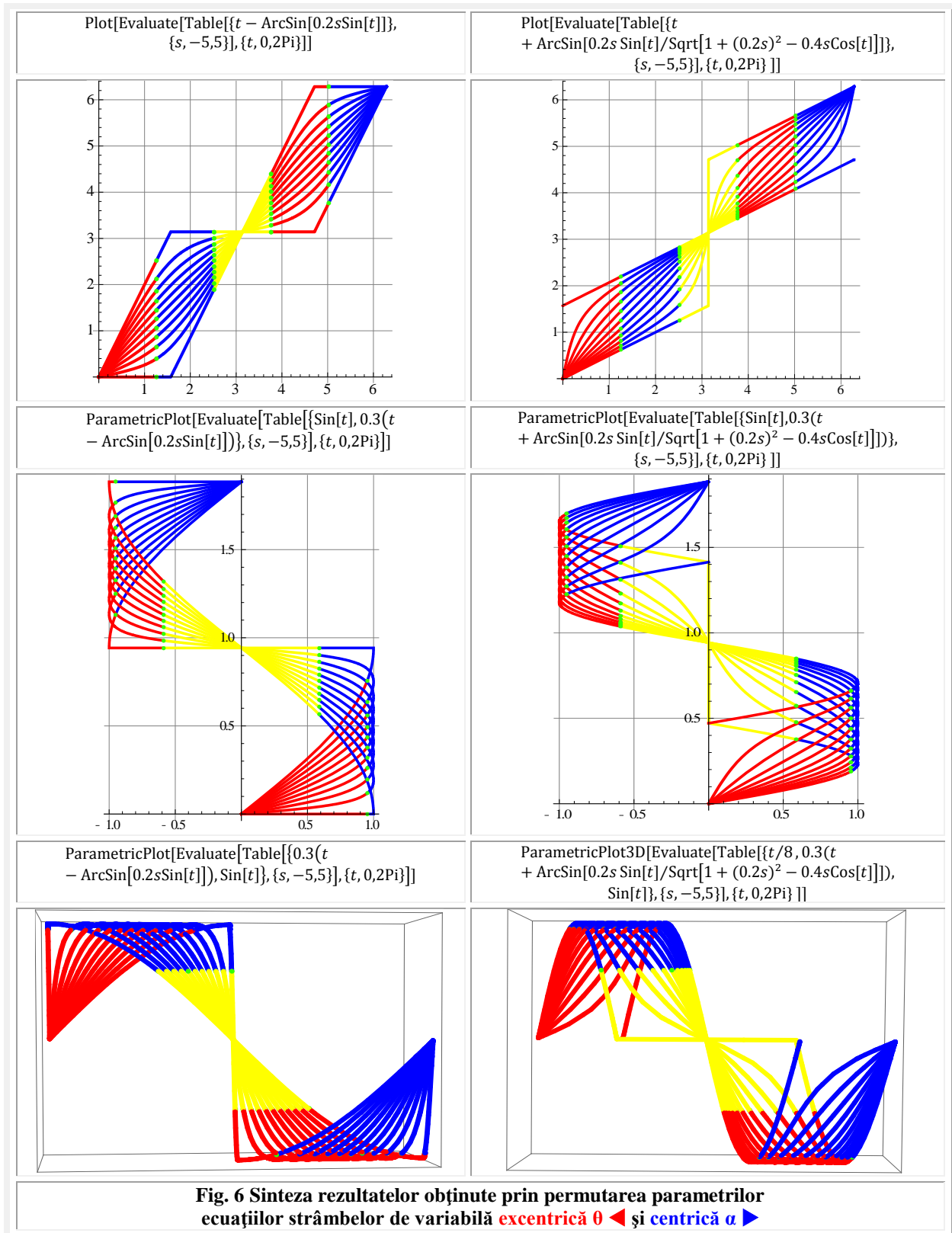
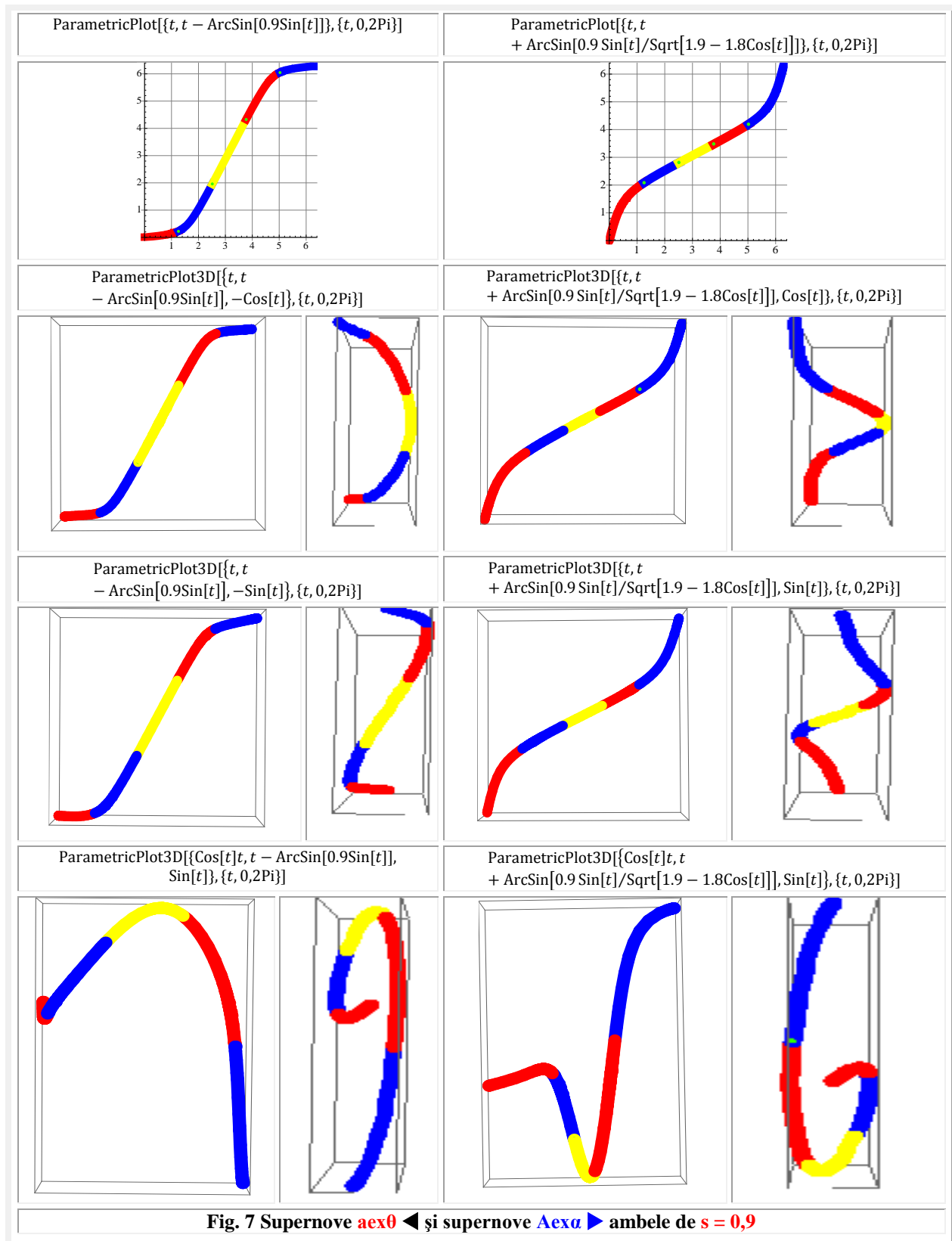
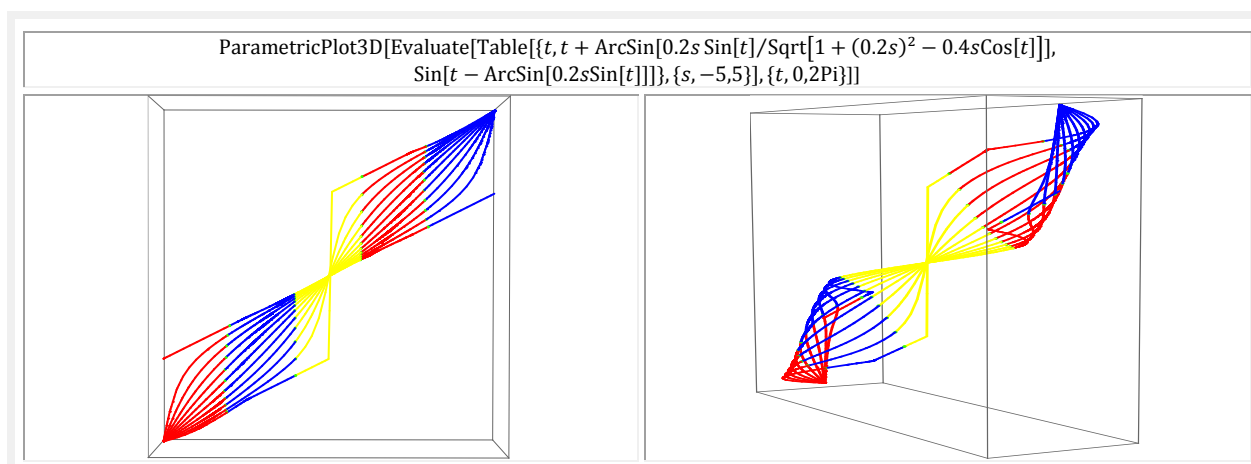
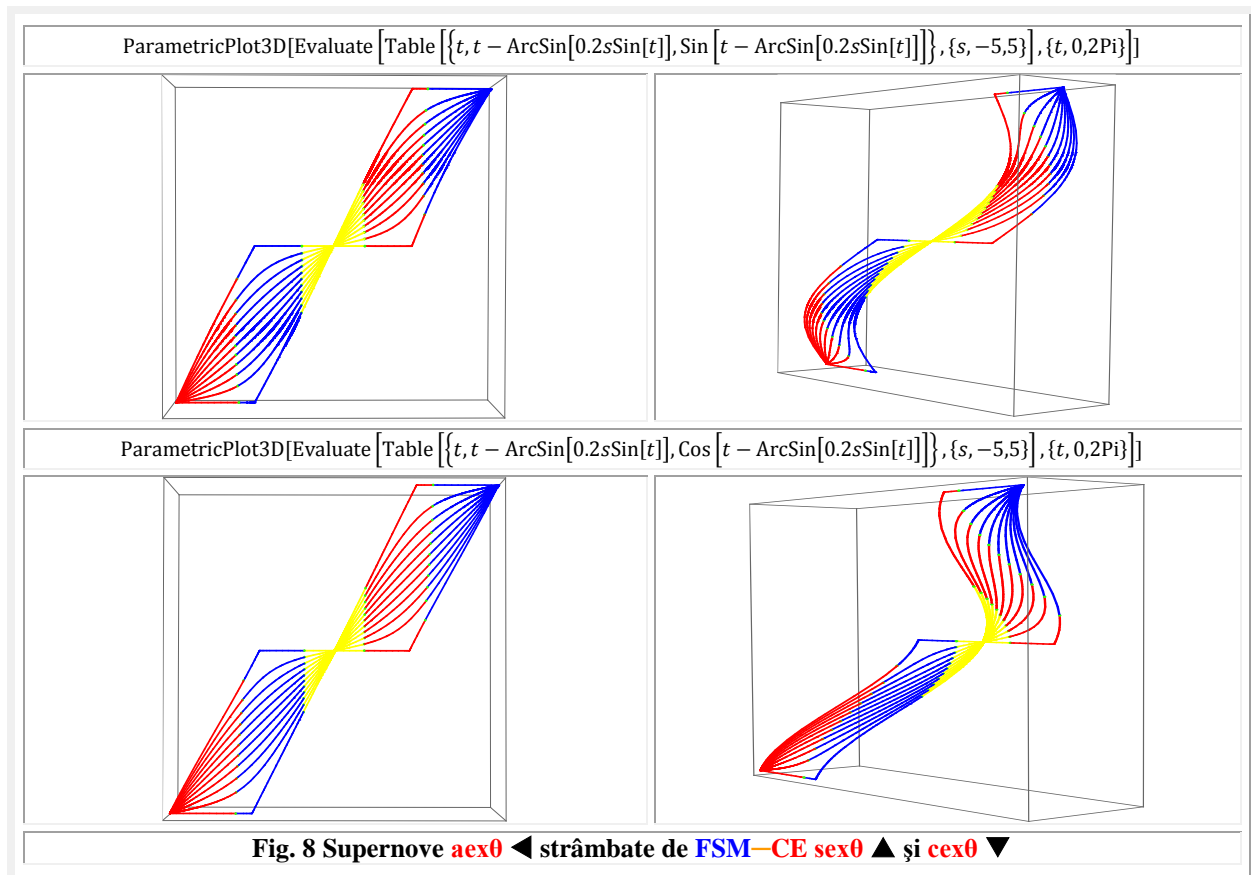


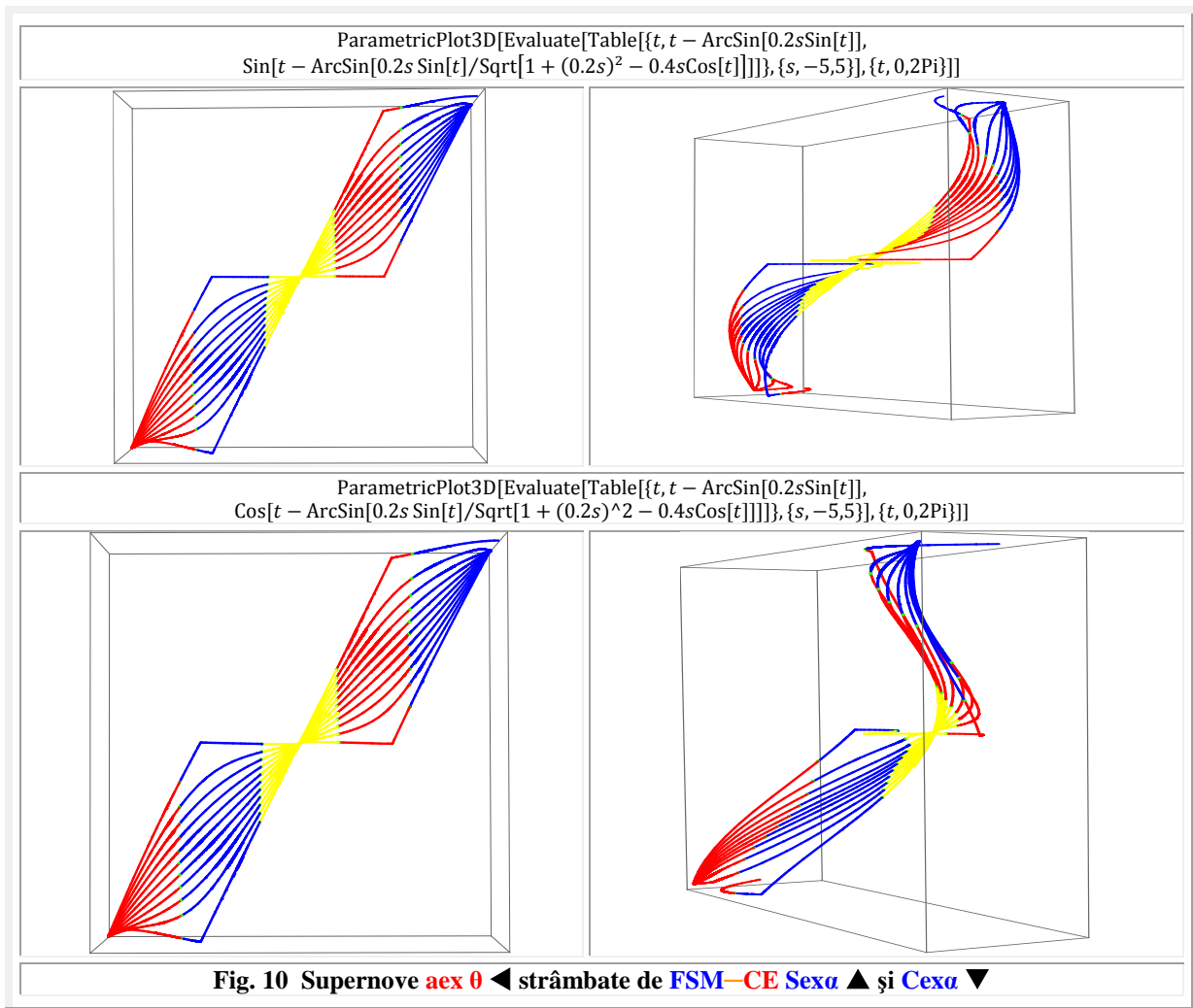
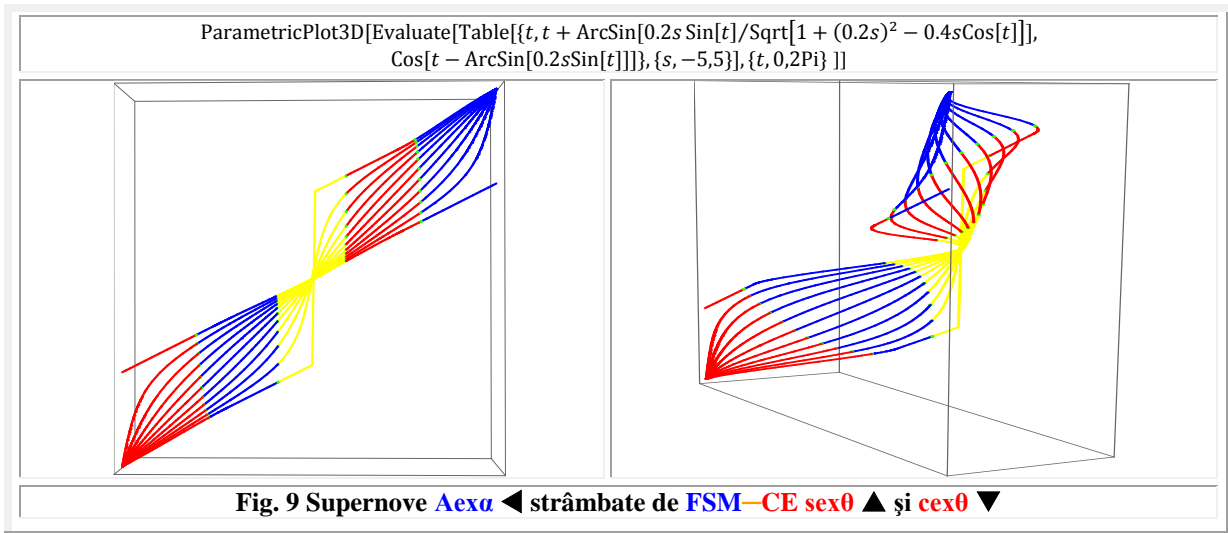
Fig. 6 Sinteza rezultatelor obținute prin permutarea parametrilor ecuațiilor strâmbelor de variabilă excentrică θ ◀ și centrică α ▶

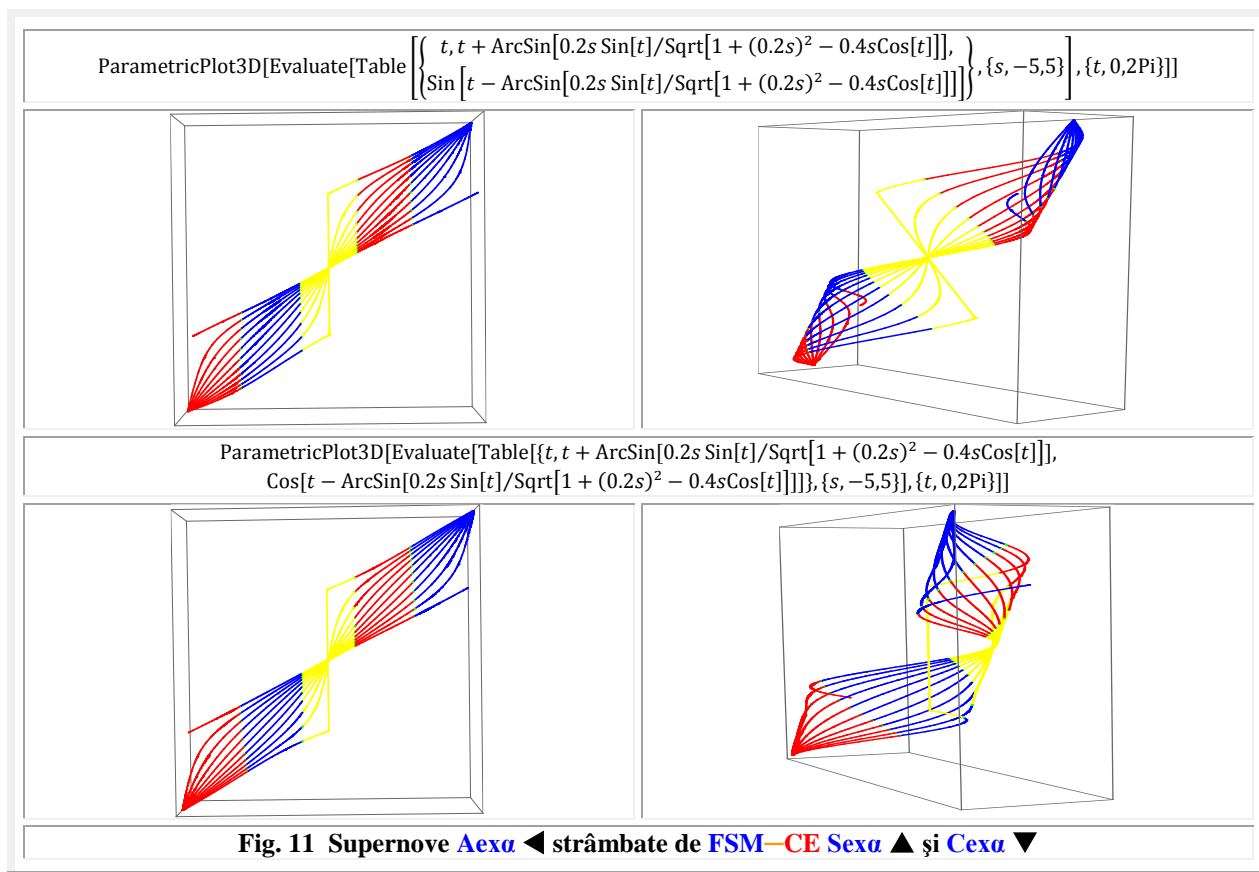


3. STRÂMBAREA STRÂMBELOR CU FSM-CE

Comparând figura 8 sus-stânga ▲◀ cu figura 6 ▲◀ s-ar părea că familiile de funcții prezentate sunt identice, sunt plane și că reprezintă FSM-CE amplitudine excentrică de variabila excentrică $ae\theta$. În realitate ele nu sunt plane ci sunt într-un plan curbat de funcția *sinus excentric sex* θ așa cum rezultă foarte clar în partea din dreapta sus ▲▶ a figurii 8, iar jos ▼ sunt strâmbate de funcția *cex* θ .

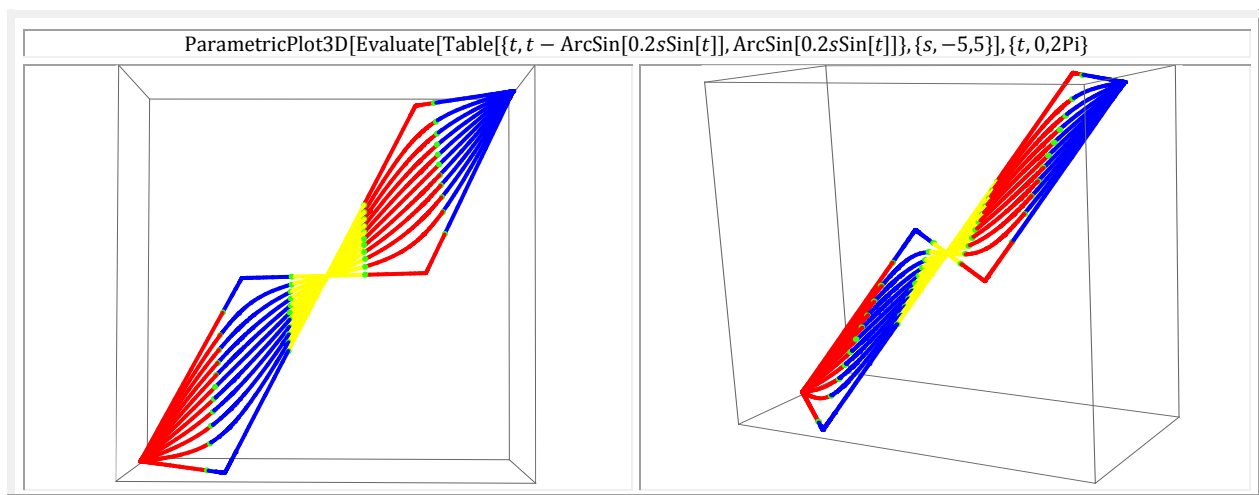


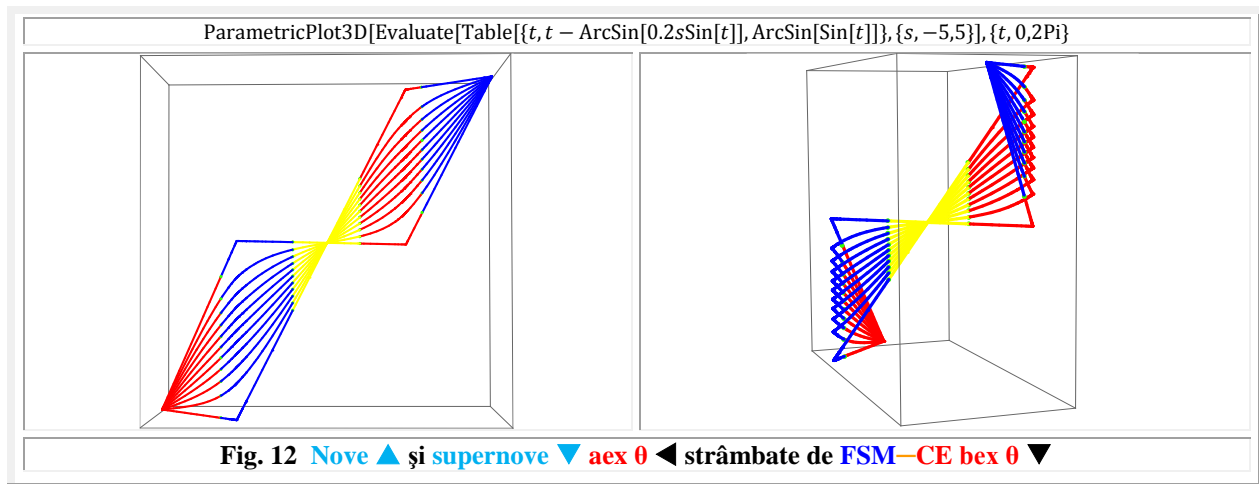




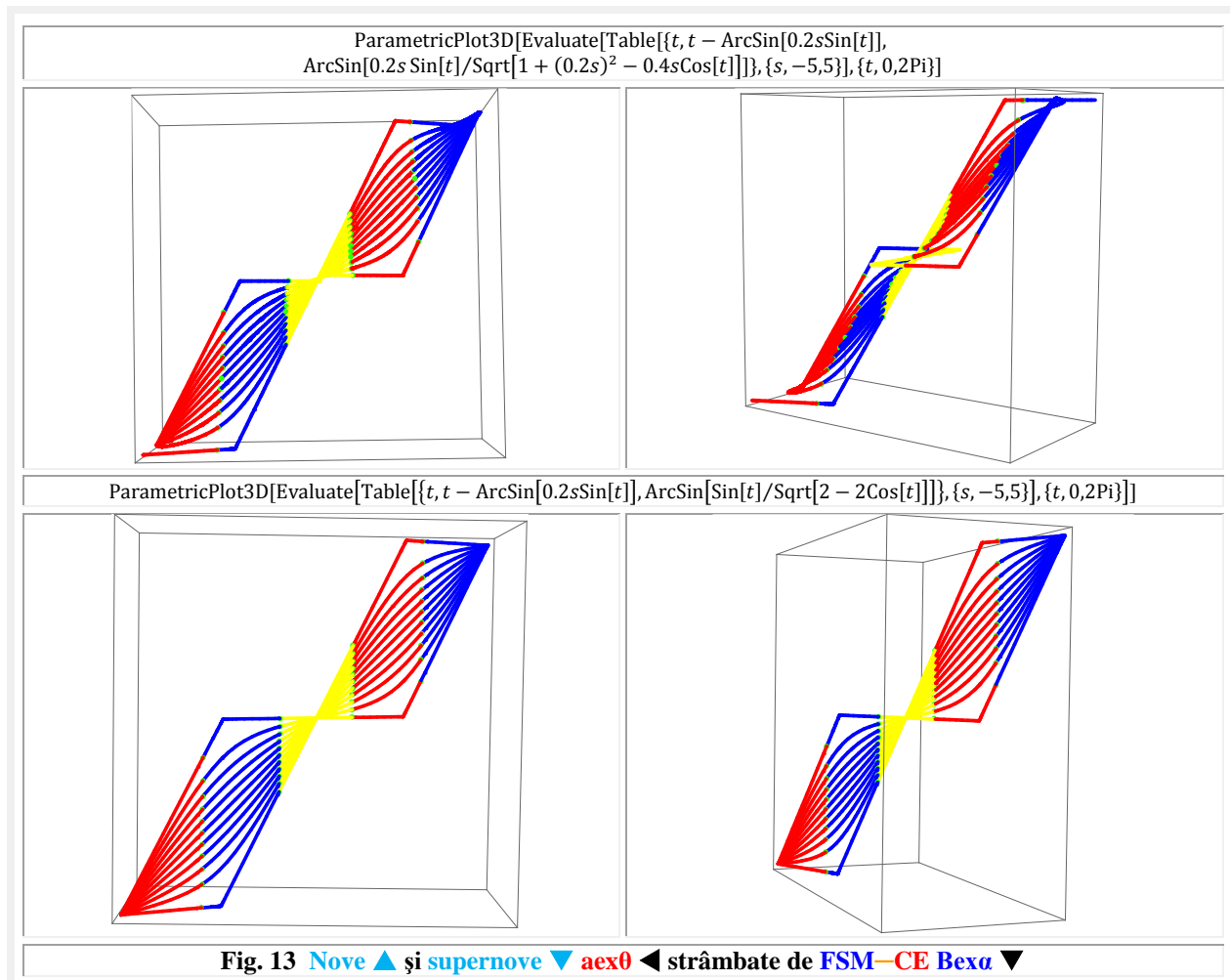
3. STRÂMBAREA STRÂMBELOR CU FSM–CE $b_{\alpha 0}$ ȘI B_{α}

Așa cum rezultă și din **figura 12**, prin strâmbarea cu $b_{\alpha 0}$ de $s \in [-1, +1]$ familia de strâmbe $a_{\alpha 0}$ rămâne o familie plană, dar în alt plan, adică se rotesc toate curbele cu același unghi, rezultând **nove** strâmbe. Dacă funcția de strâmbare $b_{\alpha 0}$ este de excentricitate liniară numerică $s = 1$, atunci familia de strâmbe se strâmbă și într-un al doilea plan rezultând curbe **supernove** strâmbe.





În figura 13 Nove și supernove **ax0** sunt rezultatul strâmbării lor cu **FSM-CE Bexa**, iar în figura 14 nove **Aexa** sunt rezultatul strâmbării acestei funcții cu **FSM-CE Bexa**.



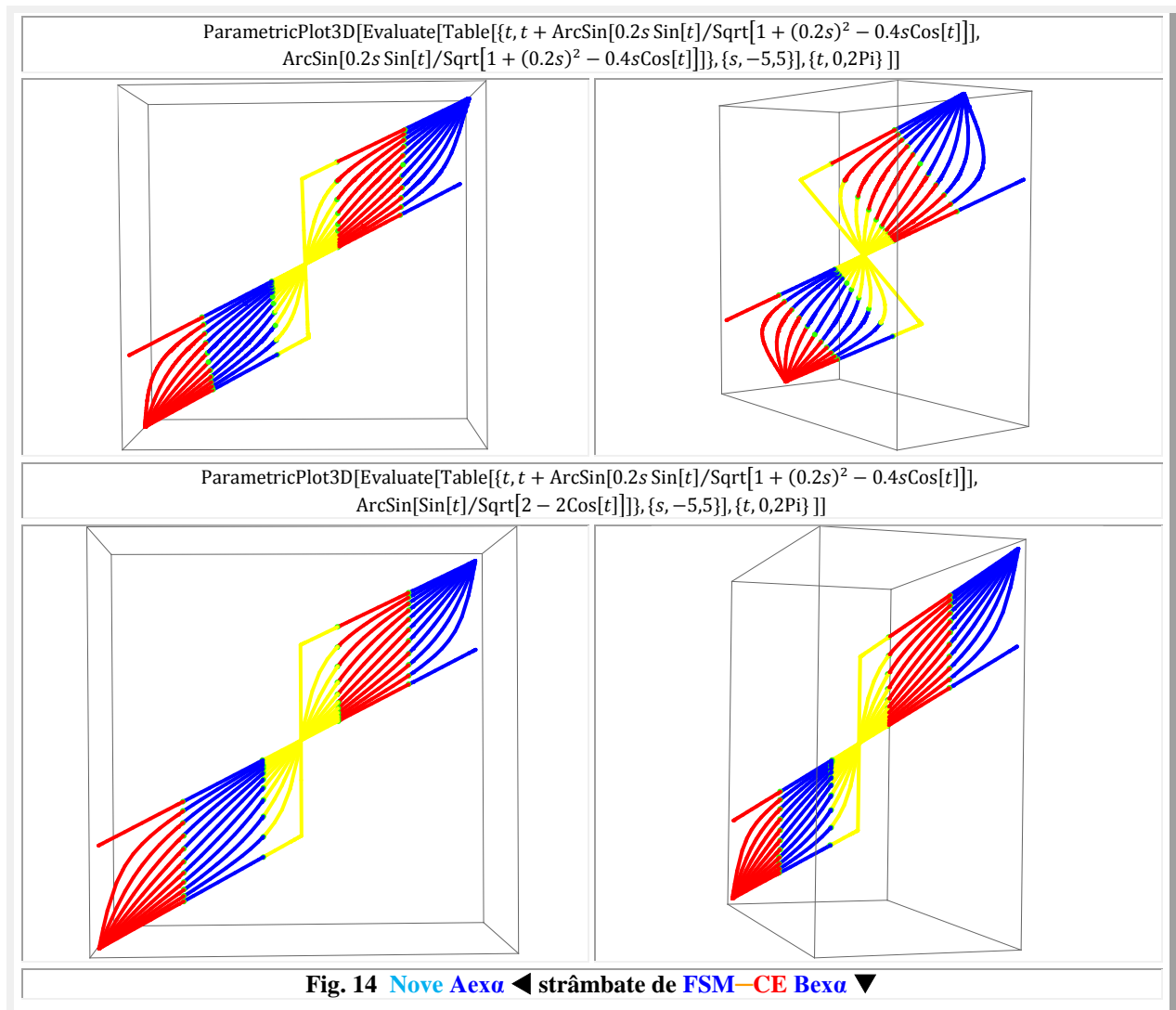
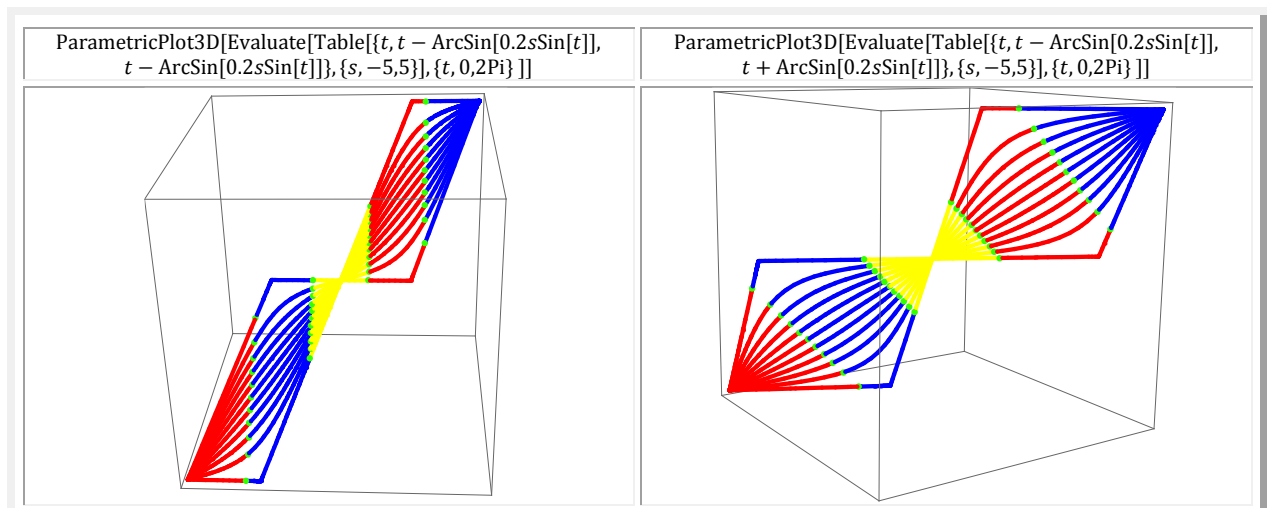
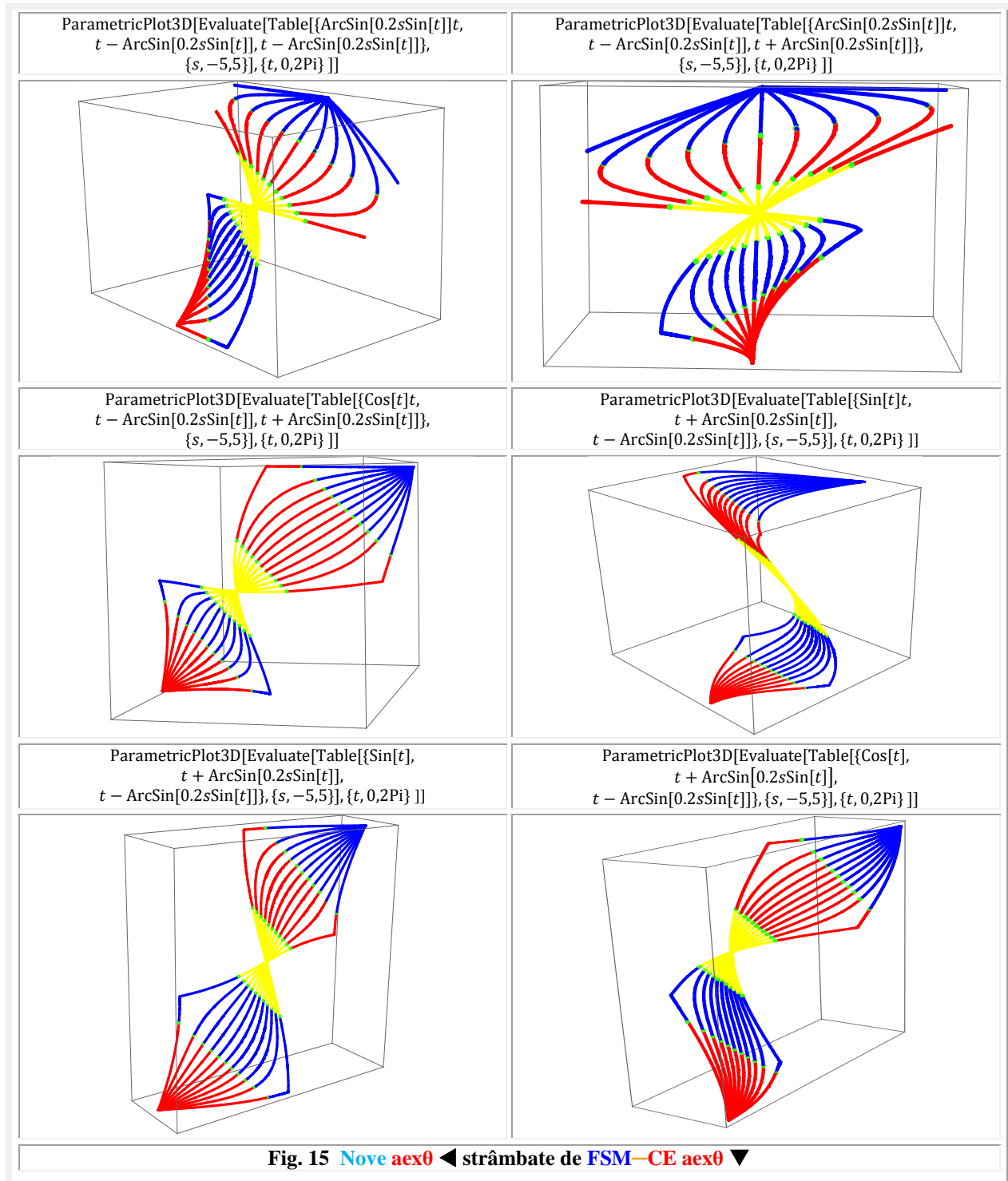


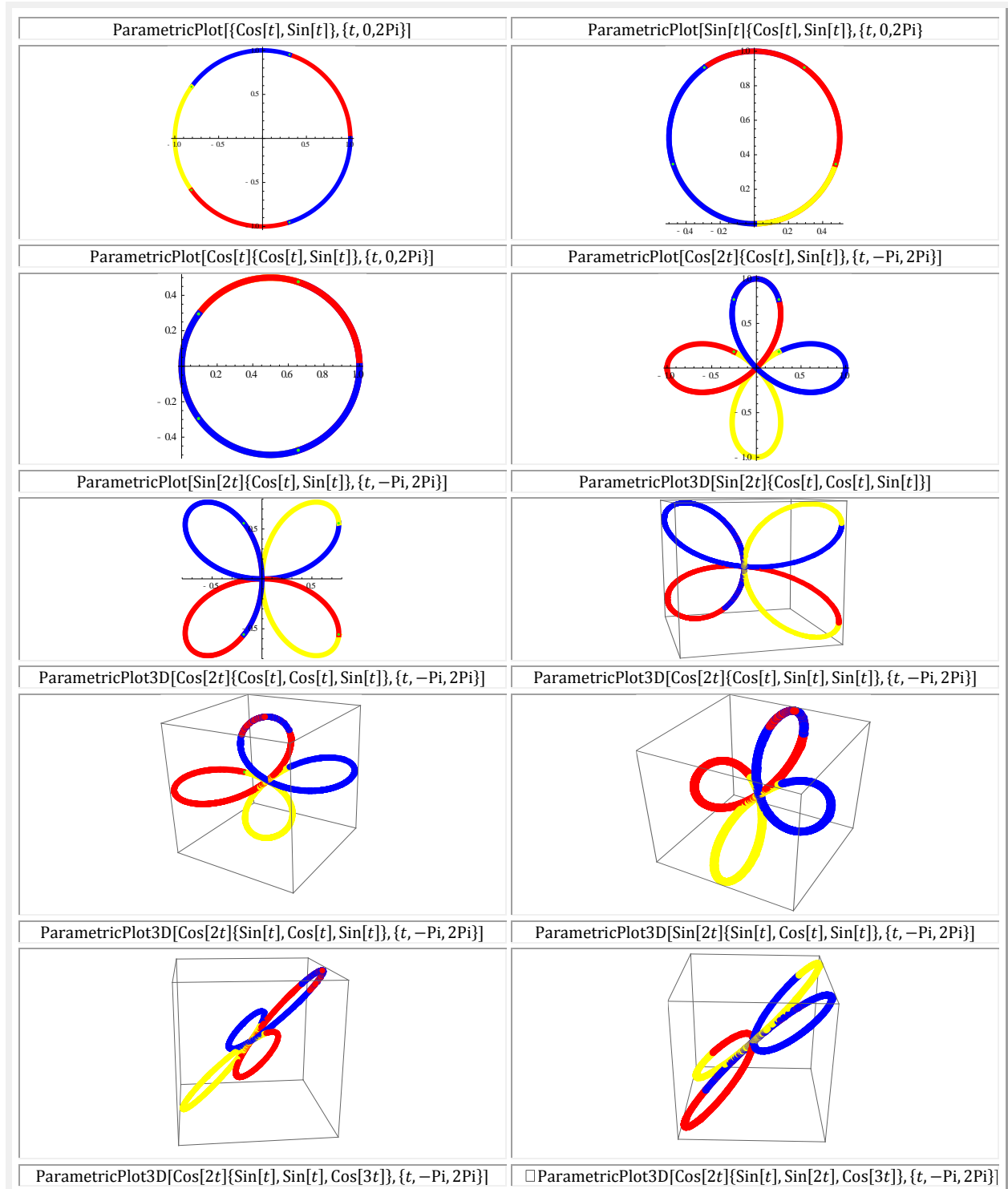
Fig. 14 Nove Aexa ◀ strâmbate de FSM-CE Bexa ▼

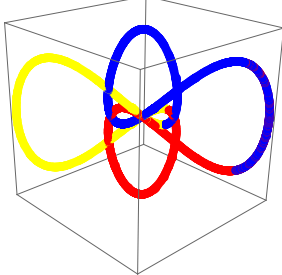
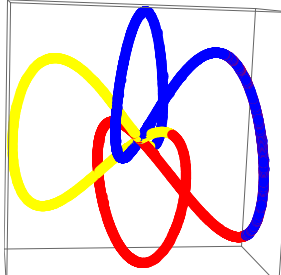
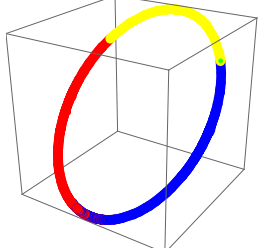
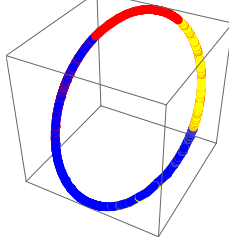
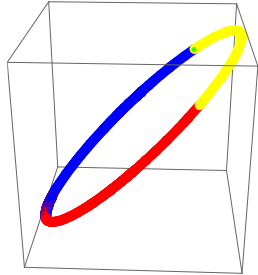
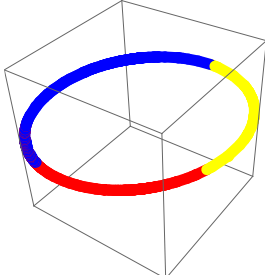
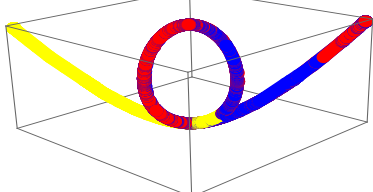
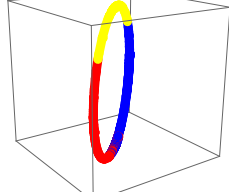
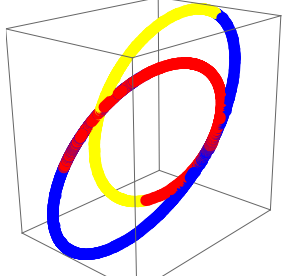
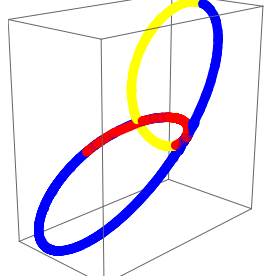




În figura 15 a fost modificat parametrul X cu FCC $\cos\alpha$ ▲ și, respectiv, $\sin\alpha$ ▼.

În figura 2 sunt prezentate **novele** și **supernovele** cercului, dintre care deplasarea centrului din origine, adică translatarea, este una dintre posibilități, dar care se efectuează altfel decât în mod curent (vezi relațiile). Prin **sinx** deplasarea se face pe direcția + y ▲► (y > 0), iar prin **cosx** pe direcția + x ▼◀ (x > 0).



	
<p>ParametricPlot3D[{Cos[t], Sin[t], Sin[t]}, {t, -Pi, 2Pi}]</p>	<p>ParametricPlot3D[Cos[t]{Cos[t], Sin[t], Sin[t]}, {t, 0, 2Pi}]</p>
	
<p>ParametricPlot3D[{Sin[t], Cos[t], Sin[t]}, {t, -Pi, 2Pi}]</p>	<p>ParametricPlot3D[{Sin[t], Sin[t], Cos[t]}, {t, -Pi, 2Pi}]</p>
	
<p>ParametricPlot3D[Cos[2t]{Sin[t], Sin[t], Cos[2t]}, {t, -Pi, 2Pi}]</p>	<p>ParametricPlot3D[{Cos[t], Cos[t], Sin[t]}, {t, -Pi, 2Pi}]</p>
	
<p>ParametricPlot3D[Sin[t + ArcSin[0.4Sin[t]]] {Cos[t], Sin[t], Cos[t]}, {t, -Pi, 2Pi}]</p>	<p>ParametricPlot3D[Sin[t + ArcSin[0.9Sin[t]]] {Cos[t], Sin[t], Cos[t]}, {t, -Pi, 2Pi}]</p>
	

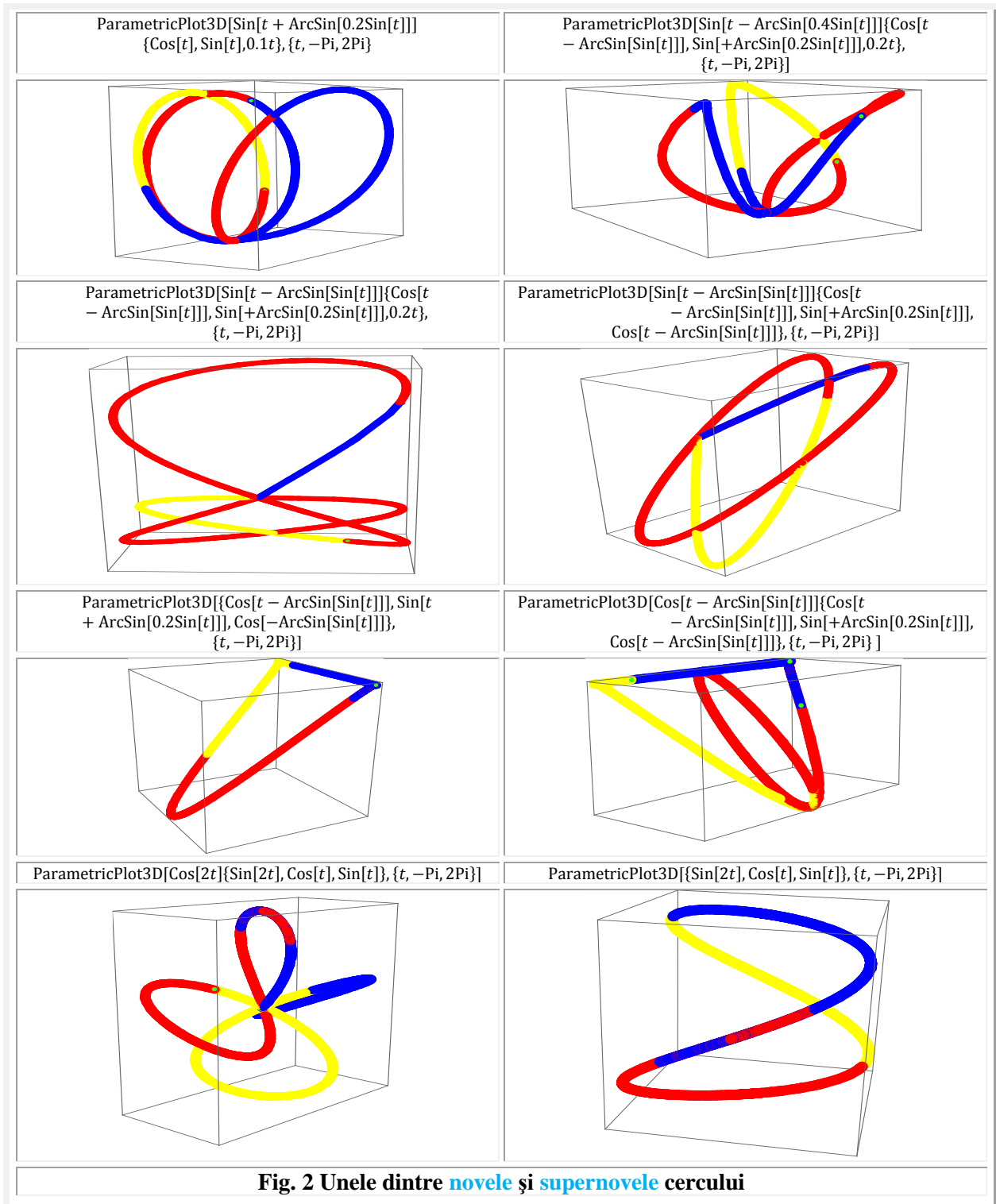
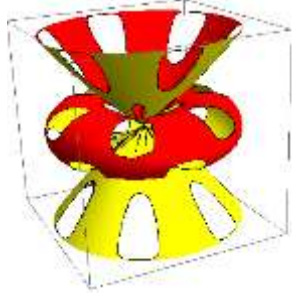
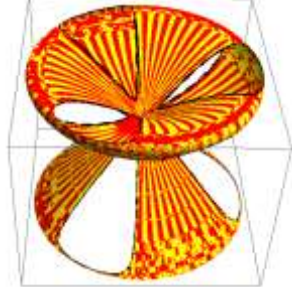
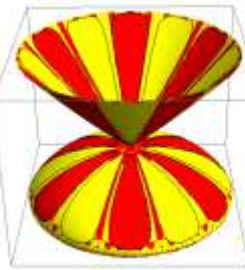
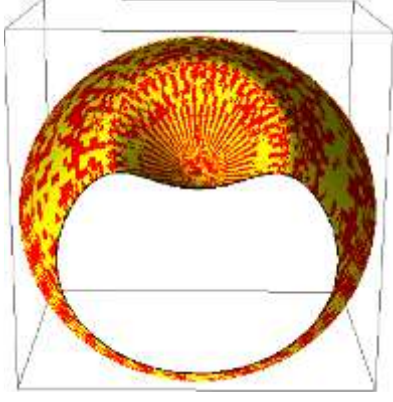


Fig. 2 Unele dintre **novele** și **supernovele** cercului

Prin $\cos(2X)$ și $\sin(2x)$ cercul se transforma într-o roză cu 4 petale în planul xOy , iar în 3D ele sunt în unul dintre planele diametrale al cubului.

$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[2u]\{\text{Cos}[t], \text{Sin}[t], \text{Cos}[u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[u]\{\text{Cos}[t], \text{Sin}[t], \text{Cos}[2u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[3u]\{\text{Cos}[2t], \text{Sin}[2t], \text{Cos}[u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[3u]\{\text{Cos}[t], \text{Sin}[t], \text{Cos}[u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[2u]\{\text{Cos}[2t], \text{Sin}[2t], \text{Cos}[3u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[2u]\{\text{Cos}[2t], \text{Sin}[2t], \text{Cos}[3u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$
	
$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[u]\{\text{Cos}[2t], \text{Sin}[2t], \text{Cos}[3u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$	$\text{ParametricPlot3D}[\text{Cos}[u]\{\text{Cos}[2t], \text{Sin}[2t], \text{Cos}[3u]\}, \{u, 0, \text{Pi}\}, \{t, -\text{Pi}, 2\text{Pi}\}]$
	

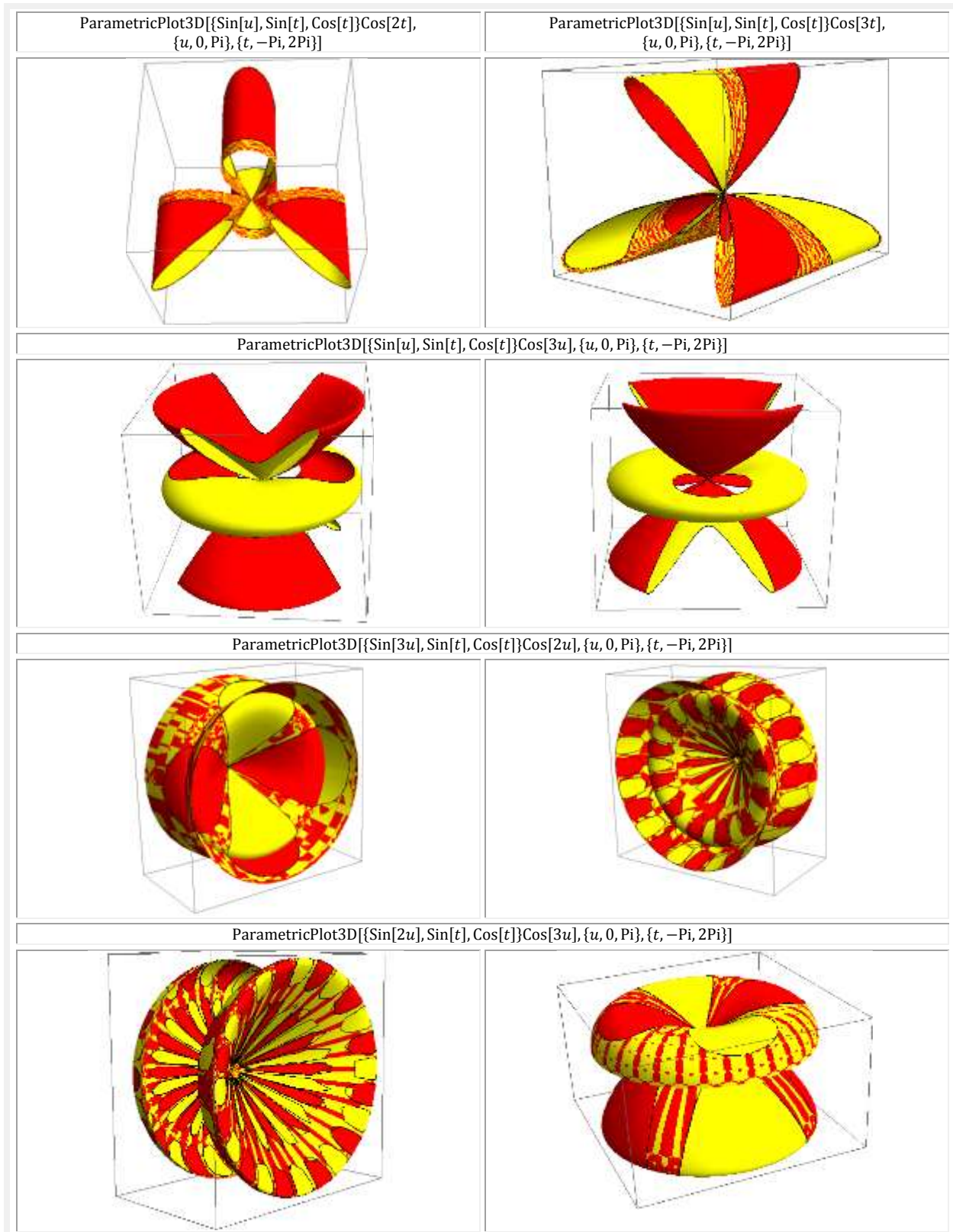
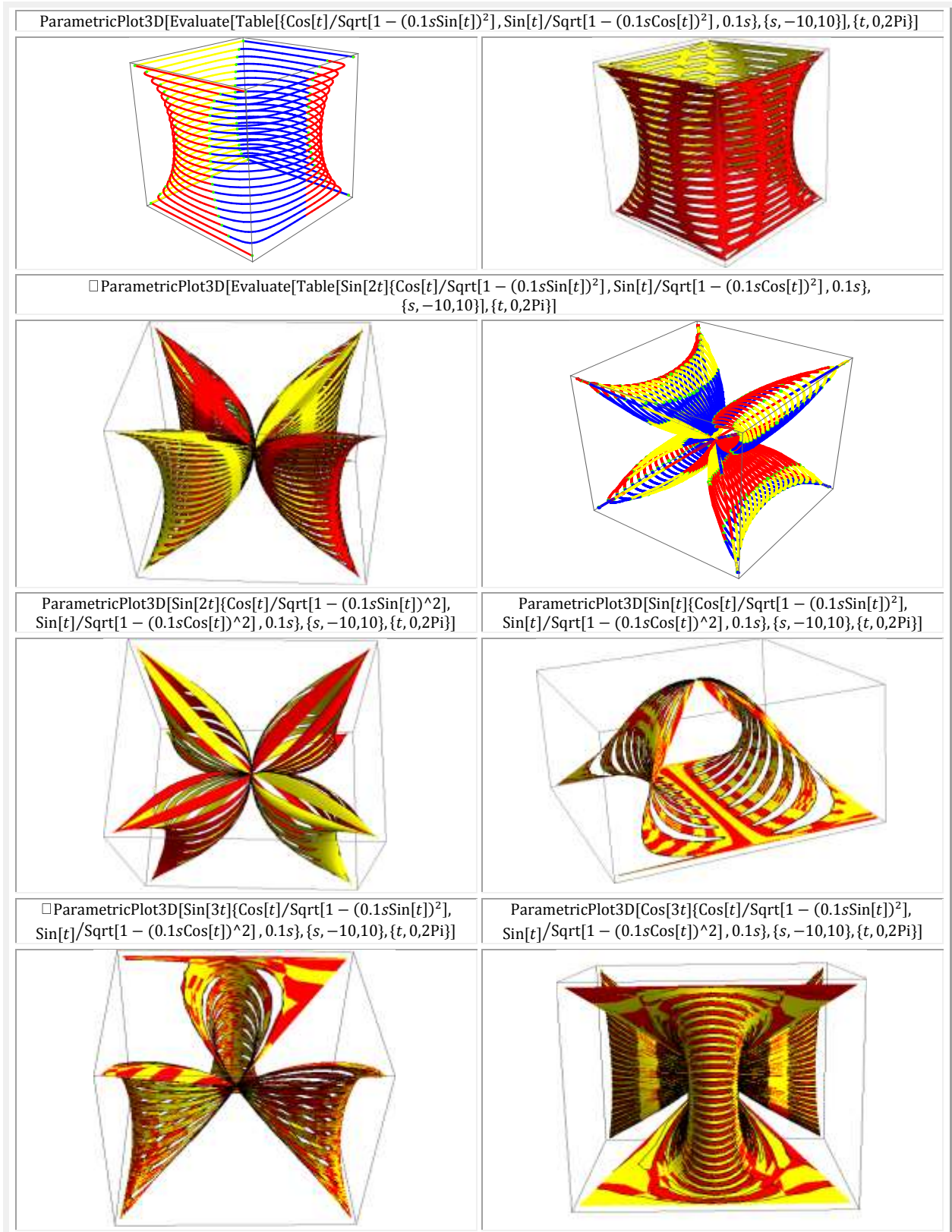
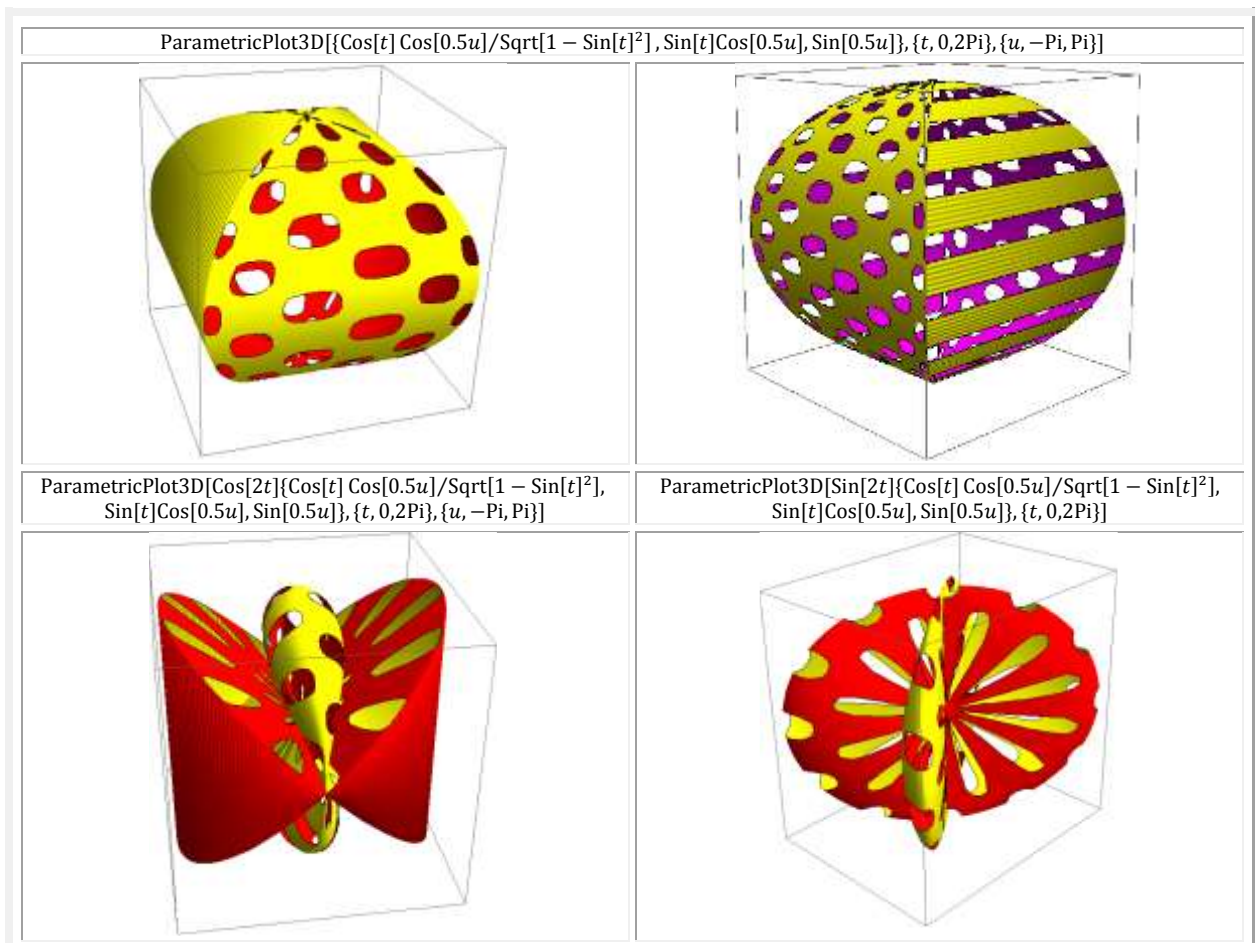
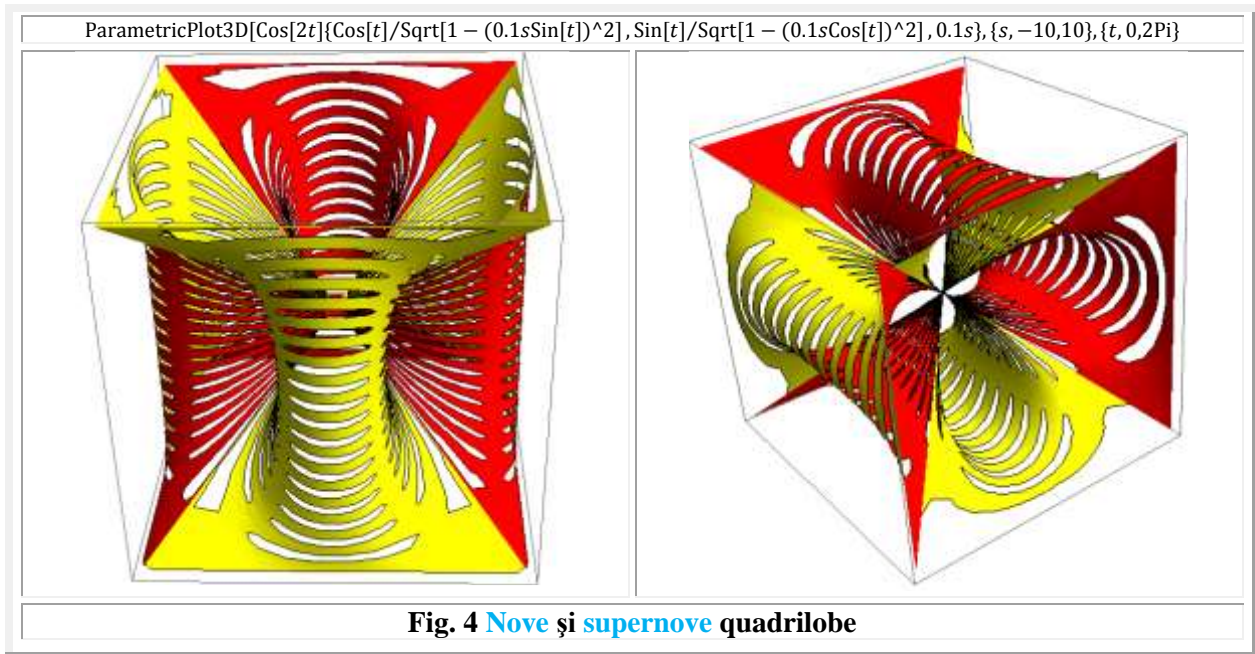
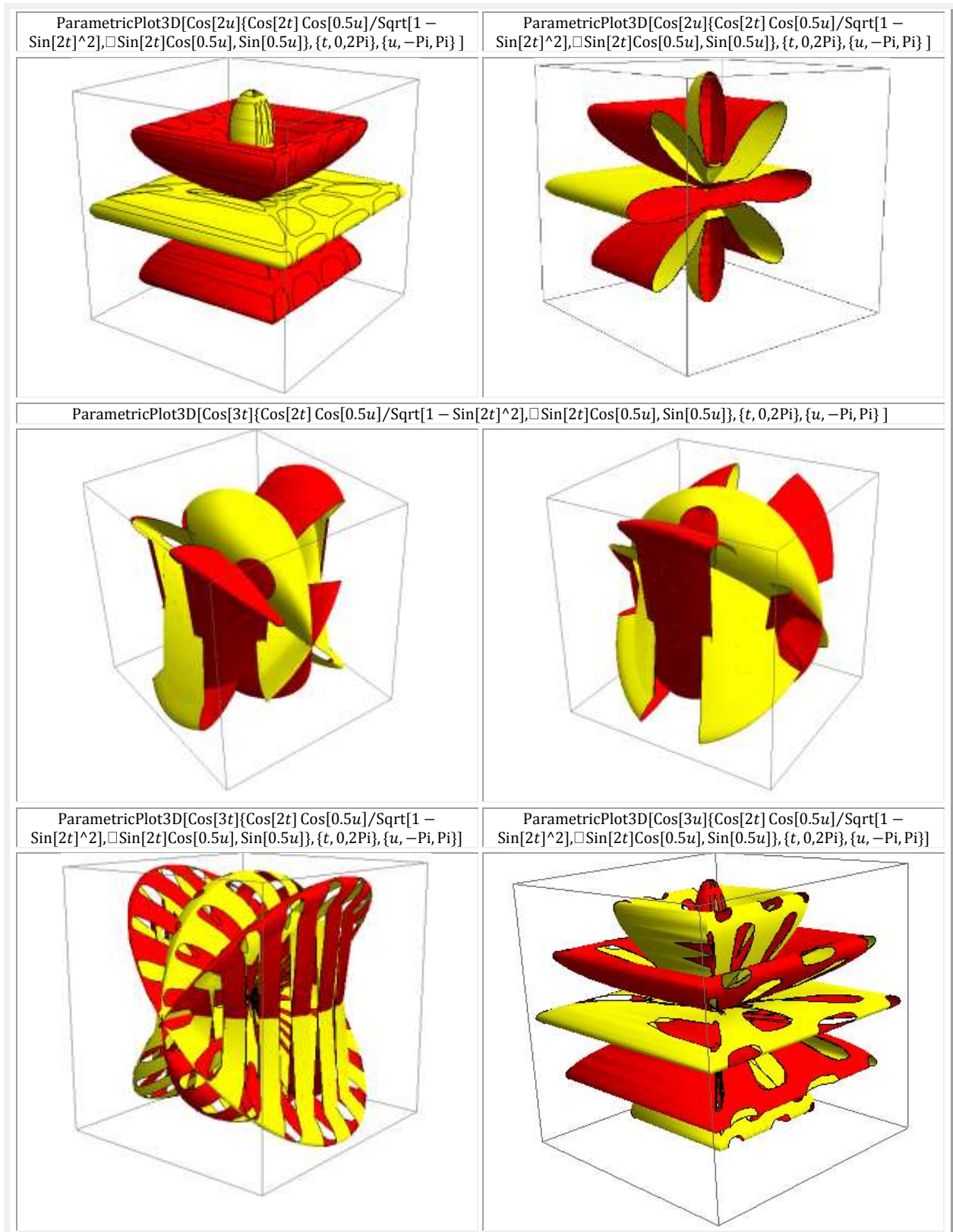




Fig. 3 Novele și supernovele circulare







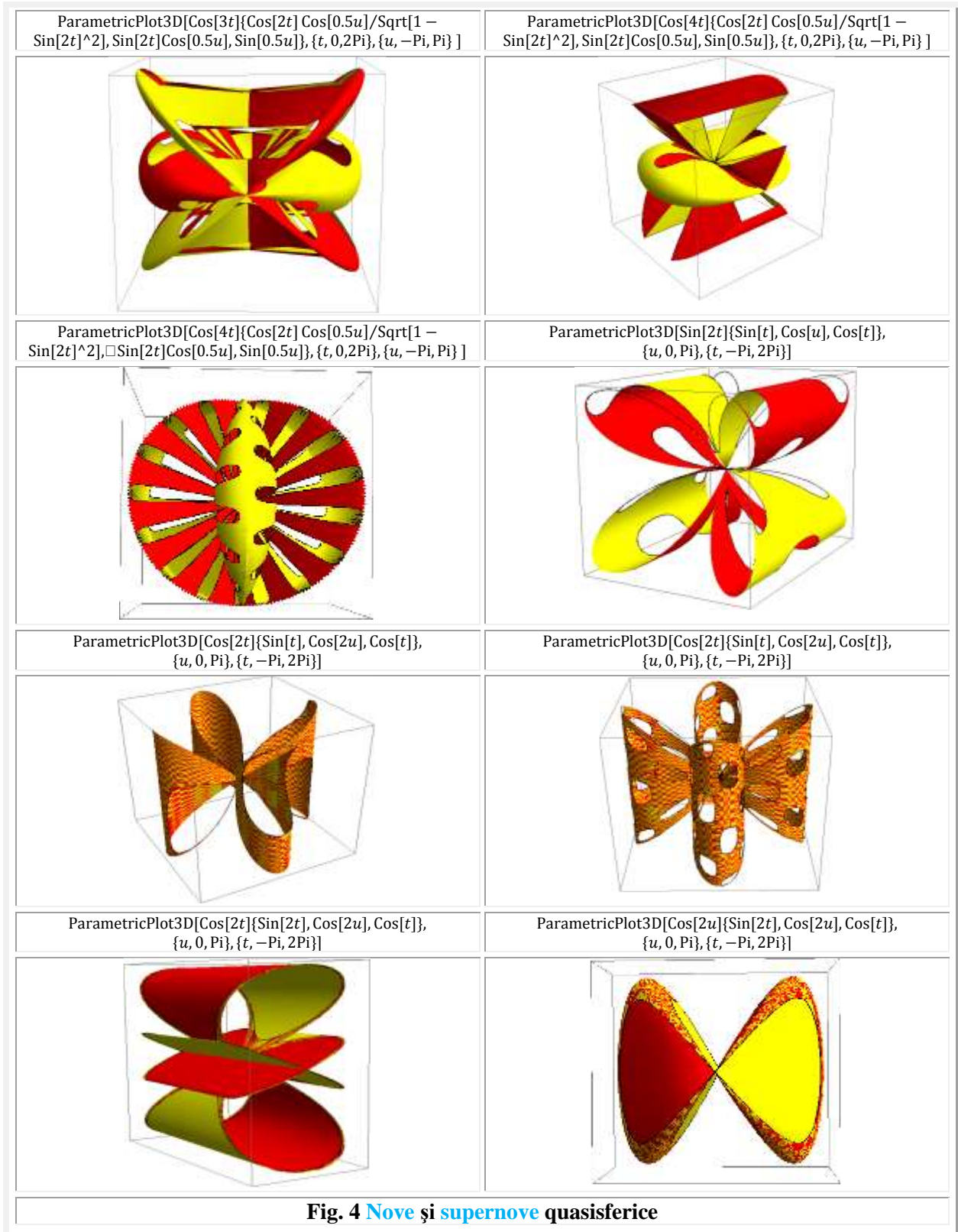


Fig. 4 Nove și supernove quasisferice

