

INSTITUTUL POLITEHNIC "BOLIAZ VUIA" TIMIȘOARA

FACULTATEA DE ELECTROTEHNICĂ

Ing. FLORIN POP

**CONTRIBUȚII TEORETICE ȘI EXPERIMENTALE LA STUDIUL
MEMBRILOR DE MĂȘTICĂRI PREDUCUTE ELECTROMAGNETIC
A BAZILOR DE METAL POFIT**

Teză de doctorat

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICĂ"
TIMIȘOARA

Compoziție științifică

Prof. univ. emerit dr. ing. M. Brașoveanu

Prof. univ. dr. docent ing. C. Șora

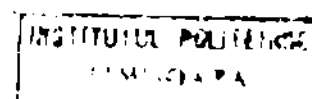
- 1980 -

INSTITUTUL POLITEHNIC TIMIȘOARA
BIBLIOTECA
CENTRALĂ
Volunt. Nr. 380.334
Data 229 lit. F

C u p r i n s

Introducere

Cap.1. Unele realizări în domeniul instalațiilor de amestecare prin inducție electromagnetică	8
1.1. Tipuri constructive	9
1.2. Principalii parametri constructivi	20
1.3. Sursele de alimentare în joasă frecvență	25
1.4. Instalații auxiliare	29
1.5. Eficiența economică	32
Cap. 2. Contribuții teoretice cu privire la sistemele de amestecare prin inducție electromagnetică	34
2.1. Considerații generale	34
2.2. Determinarea aproximativă a cimpului electromagnetic în cazul agitatorului inductiv liniar	38
2.3. Distribuția cimpului electromagnetic în întrefier și baia metalică în cazul agitatorului inductiv liniar.	46
2.4. Determinarea aproximativă a cimpului electromagnetic în cazul agitatorului inductiv cilindric	52
2.5. Distribuția cimpului electromagnetic în întrefier și baia metalică în cazul agitatorului inductiv cilindric.. . . .	59
Cap. 3. Analiza rezultatelor teoretice și elemente de calcul a agitatoarelor inductive	67
3.1. Agitatoare inductive liniare	67
3.2. Agitatoare inductive cilindrice	79
3.3. Elemente de calcul a agitatoarelor inductive	86
Cap. 4. Realizări și rezultate experimentale	91
4.1. Agitatoare inductive realizate	91
4.2. Mișcările băii metalice amestecate prin inducție electromagnetică	96
4.3. Inducția magnetică în întrefierul sistemului agitator - baie metalică	96



4.4. "Orțele electromagnetice	100
4.5. Probe metalografice	111
Cap.5. Concluzii și contribuții personale	113
Bibliografie	116
Anexe :	
A 1. Organigrama pentru calcularea factorilor m_1 și m_2	
A 2. Organigrama pentru calcularea factorului de forță F_2'' (m_1, m_2, h)	
A 3. Tabel cu valorile calculate ale factorilor m_1 și m_2	
A 4. Valorile componentelor funcției Bessel de speța intîi ordinul unu cu argument imaginar $J_1 (gre \ jf) = U_1 + j V_1 .$	

Introducere

In băi metalice ale cuptoarelor cu arc și de inducție se exercită forțe de natură electromagnetică care amestecă metalul topit. Această amestecare nu este însă suficientă pentru obținerea unei bune omogenizării a temperaturii băii sau a compoziției chimice a metalului. In acest scop, metalurgii au elaborat o serie de metode mecanice, care sînt însă complicate constructiv sau incomode în exploatare. Introducerea în anii 30 a amestecării prin inducție electromagnetică a băilor metalice a însemnat un mare cîștig pentru tehnica metalurgică.

Dr. L. Dreyfus, de la ASEA Suedia, a dovedit că se pot dezvolta forțe electromagnetice suficient de mari pentru a se obține amestecarea băii de metal topit, cu ajutorul unui cîmp magnetic mobil. De asemenea, a arătat că este posibilă generarea cîmpului magnetic mobil utilizînd o înfășurare amplasată înafara mantalei cuptorului sau a oalei ce conține metalul topit.

De la primele instalații (1934 - 39), precedeau amestecării prin inducție electromagnetică a băilor de metal topit a cunoscut o dezvoltare permanentă în metalurgie, la elaborarea oțelurilor speciale în cuptoarele cu arc (1947), la degazarea sub vid, în oală, a oțelurilor înalt aliate (1965) și la turnarea continuă a oțelului (1969 - 1973). Introducerea în exploatare a acestui procedeu este însoțită de ameliorarea calității produselor, de ușurarea condițiilor de lucru și de importante economii de timp și de energie, deosebit de apreciate în actuala conjunctură energetică.

Amestecarea prin inducție electromagnetică a băilor de metal topit este de actualitate și importantă și pentru industria noastră metalurgică ce cunoaște o dezvoltare impetuoasă. Construirea noilor oțelării electrice din ultimii ani de la Galați, Tîrgoviște, Iași, Călărași, Cluj-Napoca, Satu-Mare precum și a celor ce urmează a fi ridicate în următorii ai impune cunoașterea fenomenelor specifice cîmpului electromagnetic în instalațiile de amestecare prin inducție electromagnetică, cu atît mai mult cu cît unele cuptoare cu arc de 50 t au fost prevăzute cu astfel de instalații importante. De asemenea, avantajele economice nete ce însoțesc introducerea acestui procedeu în metalurgie face necesară căutarea de noi aplicații industriale, de perfecționare a celor existente și, în viitor, de producerea în țară a tipurilor de instalații fabricate actualmente în străinătate.

In lucrările menționate în bibliografie sînt prezentate aspecte disparate referitoare la instalațiile de amestecare prin inducție electromagnetică, întrucît acestea sînt, cu o singură excepție /43/, articole de revistă. Lucrările /4, 9, 19, 40, 43, 78/ analizează cîmpul electromagnetic creat în aceste instalații; în lucrările /84, 85, 87, 88/ sînt studiate influențele ce le au unii parametri constructivi (frecvența f , pasul polar δ , întrefierul Δ) asupra forțelor și cuplurilor electromagnetice dezvoltate în baia metalică; lucrările /12-18, 21-25, 72, 73, 77, 82/ prezintă tehnologia și eficiența economică iar lucrările /10, 26, 27, 31, 32, 38, 66, 72, 75/ - construcția și instalațiile auxiliare. Toate acestea se referă la instalațiile de amestecare la cupteare cu arc sau la degazarea sub vid a oțelului. Lucrări recente analizează instalațiile de amestecare utilizate în turnarea continuă a oțelului /29,36, 37, 70/

Lucrările amintite tratează relativ incomplet problema cîmpului electromagnetic al acestor instalații, dezvoltînd mai mult cazuri particulare, cu neglijarea unor parametri semnificativi, cum ar fi însăși viteza de deplasare a metalului în baie /40, 78/ , expunînd principii generale și dînd numai referiri cantitative /9, 21, 43/ .

Avînd în vedere cele de mai sus, lucrarea de față își propune o expunere unitară a sistemelor de amestecare prin inducție electromagnetică a băilor de metal topit, sistematizarea și dezvoltarea unor aspecte teoretice cu privire la pătrunderea cîmpului electromagnetic în băile metalice și, pe această bază, a precizării unor elemente de calcul necesare dimensionării optime a instalațiilor, elemente de calcul care să se regăsească în indicațiile generale ale producătorilor de astfel de instalații.

După informațiile autorului este o primă lucrare unitară referitoare la sistemele de amestecare prin inducție electromagnetică a băilor de metal topit apărută în țară, fiind din acest punct de vedere o contribuție personală, originală.

Lucrarea se desfășoară în următoarele capitole :

- Capitolul 1 " Unele realizări în domeniul instalațiilor de amestecare prin inducție electromagnetică " expune tipurile constructive ale instalațiilor de amestecare, principalii parametri constructivi și funcționali, sursele de alimentare și instalațiile auxiliare și eficiența economică. Conținutul acestui capitol reprezintă o sinteză a lucrărilor menționate în bibliografie.

- Capitolul 2 " Contribuții teoretice cu privire la sistemele de amestecare prin inducție electromagnetică " cuprinde rezolvarea analitică a ecuațiilor câmpului electromagnetic în băile de metal topit în două ipoteze de calcul și anume una simplificată, când nu se ia în considerare reacția curenților induși în baie asupra câmpului magnetic inductor și cea de a doua mai generală, cu luarea în considerare a acestei reacții.

Un obiectiv principal al rezolvării ecuațiilor câmpului electromagnetic l-a constituit stabilirea relațiilor de calcul pentru forțele electromagnetice ce se exercită în baia metalică supusă amestecării.

- Capitolul 3 " Analiza rezultatelor teoretice și elemente de calcul al agitatoarelor inductive " conține o analiză a expresiilor matematice obținute, făcându-se aprecieri cu privire la influențele diferiților parametri asupra forțelor electromagnetice exercitate în baia metalică, prezentându-se diagrame utile în calcule. Se dau recomandări cu privire la valorile optime ale unor parametri constructivi.

Se dau apoi unele referiri la calculul inductoarelor, pe baza analizei efectuate în prima parte. Se menționează regăsirea unor recomandări existente în literatură, respectiv în prospectele firmelor producătoare, realizându-se astfel o verificare indirectă a corectitudinii tratării teoretice.

- Capitolul 4 " Realizări și rezultate experimentale " cuprinde descrierea dispozitivelor realizate în laborator, instalațiile executate pentru verificarea experimentală a formulelor obținute pe cale teoretică și măsurătorile efectuate. Sînt prezentate diagramele de variație a forțelor electromagnetice cu diferiții parametri componenți, constatîndu-se în mod direct veridicitatea rezultatelor teoretice expuse în capitolul 2.

Sînt expuse și probele metalografice referitoare la structura unui aliaj omogenizat prin amestecare prin inducție electromagnetică.

- Capitolul 5 " Concluzii și contribuții personale " analizează rezultatele teoretice obținute în lucrare în comparație cu cele prezentate în literatura consultată și evidențiază contribuția autorului în domeniul amestecării inductive a băilor de metal topit.

- În anexă sînt date organigramele pentru calcularea unor parametri, un tabel cu valorile calculate ale acestor parametri și valorile funcției Bessel de argument imaginar.

In incheiere, mi exprim recunoștința celui ce a fost profesor universitar emerit dr.ing. Brașovan Mihai, care mi-a acordat sprijinul și îndrumarea Domniei Sale în perioada de început a activității de elaborare a lucrării de doctorat și profesorului universitar dr.doc. ing. Sora Constantin care m-a sprijinit și îndrumat cu generozitate în finalizarea acestei lucrări.

**C A P.1. UNLIE REALIZĂRI ÎN DOMINIUL
INSTALAȚIILOR DE AMESTECARE PRIN INDUCȚIE
ELECTROMAGNETICĂ.**

Instalațiile de amestecare prin inducție electromagnetică a băilor de metal topit care și-au găsit utilizare la scară industrială sînt destinate pentru :

- topirea oțelului în cuptoarele electrice cu arc;
- degazarea sub vid a oțelurilor înalt aliate;
- turnarea continuă a oțelului.

Cîmpul magnetic mobil este creat în exteriorul băii metalice de un inductor liniar sau cilindric, principalele modalități de aranjare a sistemului inductor - baie metalică fiind prezentate în figura 1.1 pentru cuptoare cu arc și creuzete cilindrice, respectiv în tabelul 1.3 pentru turnarea continuă a oțelului.

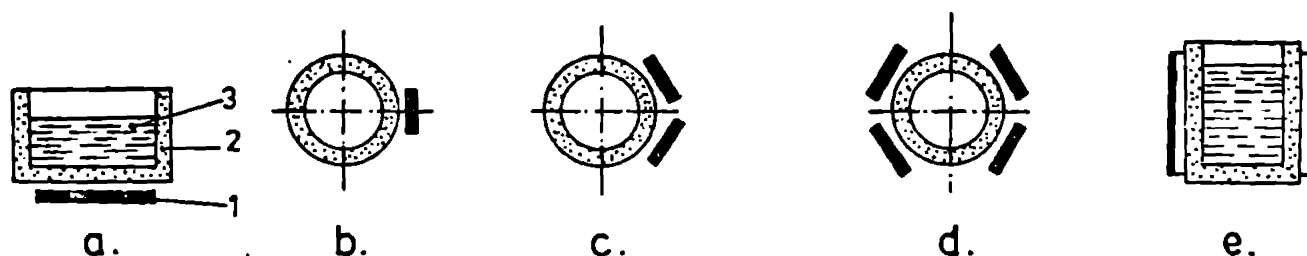


Fig.1.1 Modalități de aranjare a sistemului inductor - baie metalică în instalațiile de amestecare /50/;
a - cuptor cu arc; b... e creuzet cilindric; 1 - inductor;
2 - creuzet; 3 - baie metalică.

Interacțiunea dintre cîmpul magnetic mobil creat în exteriorul băii metalice și curenții turbionari induși de către acesta în baia metalică dă naștere unor forțe electromagnetice care pun în mișcare baia de metal topit, în sensul de deplasare al cîmpului.

În lucrările /10; 78 / se propune denumirea de "forțe repulsive" acelor forțe electromagnetice care apar în baia metalică în timpul funcționării cuptorului electric și care sînt dirijate perpendicular pe suprafața băii metalice - suprafața liberă, înspre arcul electric la cuptorul cu arc, respectiv suprafața laterală, înspre inductor, la cuptorul de inducție cu creuzet. Forțele

electromagnetice produse în baia metalică prin dispozitive speciale, exterioare cuptorului, dirijate tangențial pe suprafața băii metalice - suprafața de fund, înspre vatra cuptorului, la cuptorul cu arc, respectiv suprafața laterală, înspre inductor, la cuptorul de inducție cu creuzet, sînt denumite "forțe neteare". Aceste dispozitive speciale care realizează amestecarea prin inducție electromagnetică a băii de metal topit sînt denumite în literatură "agitare inductivă".

1.1 Tipuri constructive.

a. Agitare inductivă pentru cuptoare cu arc

Curentul electric și cîmpul magnetic în baia de oțel topit a unui cuptor cu arc sînt restrînși, datorită efectului pelicular, într-un strat superficial, determinat de adîncimea de pătrundere δ . La un moment dat, curentul electric străbate baia metalică ca și în figura 1.2.

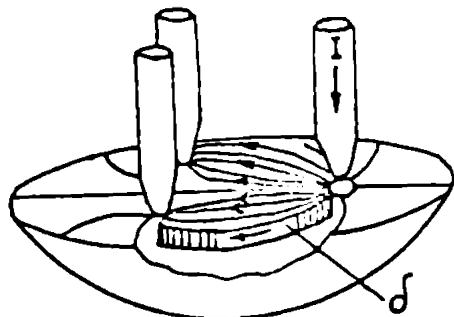


Fig.1.2 Cîrculația curenților electrice în baia metalică a cuptorului electric cu arc /le/.

Efectele electromagnetice care apar ca urmare a interacțiunii dintre cîmpul magnetic al electrodilor și curenții ce parcurg baia metalică pe adîncimea δ se manifestă ca o presiune exercitată pe suprafața băii metalice, dirijată perpendicular spre interior. La cuptoarele cu arc uzuale, valoarea acestei presiuni este extrem de scăzută, de cca 200 N/m^2 /le/. Valoarea scăzută și direcția de exercitare sînt nefavorabile și insuficiente pentru amestecarea în profunzime a băii metalice. În cazul unor presiuni exercitate în direcția verticală, ar trebui să fie orientate de jos în sus pentru a

fi favorabile, aducind metalul mai rece de la fundul cuptorului in zona arcului electric. In /10/ se prezintă datele unei încercări experimentale in acest sens.

Cea mai favorabilă deplasare a metalului in baie s-a dovedit a fi in stratal de fund, de-a lungul cuptorului de la ușa de încărcare spre jgheabul de evacuare sau invers; această mișcare se obține ca urmare a exercitării unor forțe electromagnetice motoare.

In acest scop se amplasează sub fundul cuptorului un agitator inductiv, al cărui principiu de funcționare este asemănător motorului asincron cu rotor masiv. Câmpul magnetic mobil este creat de inductorul alimentat cu curent alternativ bifazat de joasă frecvență $f = 0,3 \dots 0,9$ Hz, conturul inductorului inscriindu-se in profilul mantalei cuptorului - figura 1.3, a. Direcția de deplasare a metalului se poate modifica după dorință, fie de la fereastra

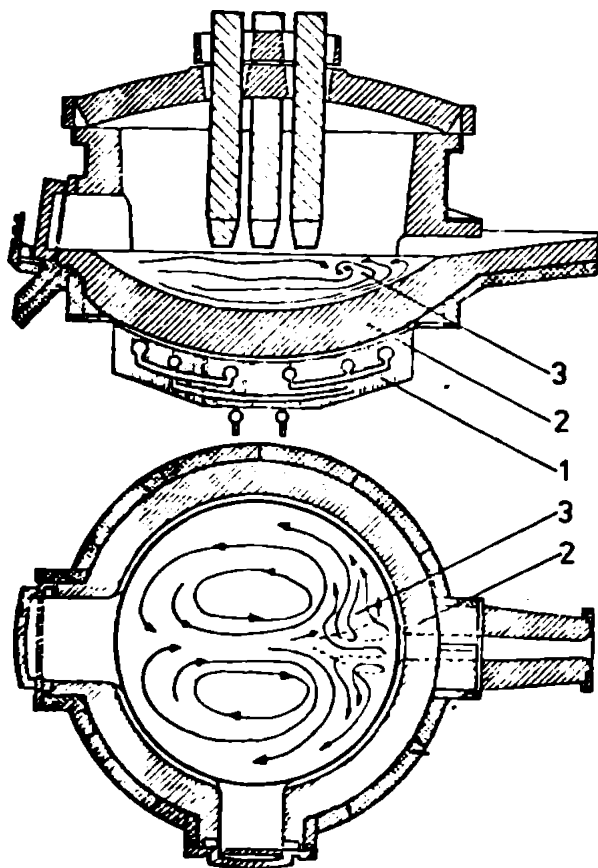


Fig.1.3 Agitatorul inductiv al cuptorului cu arc /91/.

a - amplasarea agitatorului și mișcarea metalului topit in baie; b - mișcarea metalului topit la suprafața băii.

1 - agitator; 2 - căptușala cuptorului; 3 - baia metalică.

de lucru a cuptorului spre interior - pentru introducerea elementelor de aliere (ca in figură), fie înspre această fereastră - pentru golirea zgurei, fie dinspre margini către centrul băii sau invers - pentru realizarea unei amestecări energice /43/.

Agitatoarele inductive sînt astfel construite încît să poată fi montate la cuptoarele existente, in funcțiune, cu respectarea

unei distanțe minime față de fundul cuptorului.

Mantaua metalică a cuptorului sau cel puțin porțiunea aflată deasupra agitatorului se execută din oțel nemagnetic.

Conturul curbiliniu al miezului magnetic este compus din porțiuni plane, ca în figura 1.4. Încovoierea capetelor agitatorului prezintă avantajul asigurării direcției forței electromagnetice în baie astfel încît să imprimе metalul mișcarea de rotație (de jos în sus) în plan vertical; în caz contrar, zgura aflată la suprafața băii nu ar putea fi antrenată și dirijată în direcția dorită.

Înfășurarea este executată din țesăvă profilată de cupru. Capetele de bobină sînt mari și puternic solicitate de forțe electrocinematice (cca. 40 kN, după /27/, astfel că trebuie să fie bine fixate. Structura metalică de susținere se realizează din oțel

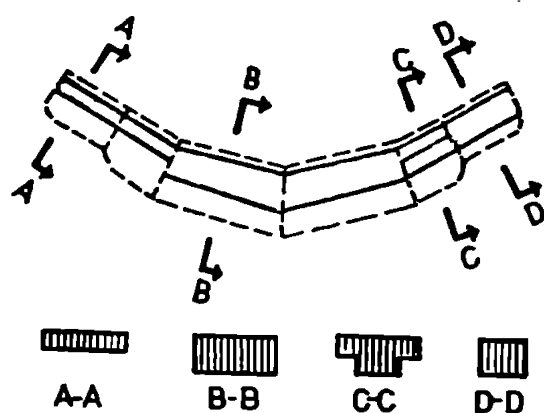


Fig.1.4. Miezul magnetic al agitatorului inductiv /43/

nemagnetic. Bobinele înfășurării sînt fixate într-o masă de rășină termoreactivă, rezistentă la temperaturile ridicate la care ajunge peretele cuvei cuptorului deasupra agitatorului, de 300-400°C /24/.

Înfășurarea se realizează astfel: faza I se secționează în două bobine legate în serie și amplasate la capetele miezului magnetic, iar faza II nesectionată, se amplasează la mijlocul circuitului magnetic, acoperind parțial prin suprapunere bobinele fazei I /43; 78; 91/.

În acest mod sînt posibile patru sensuri de deplasare a cîmpului magnetic mobil și, implicit, a băii metalice, în funcție de modul de conectare a înfășurării - figura 1.5. În /43/ se propune pentru cîmpul magnetic obținut în cazurile a și b denumirea de "cîmp alergător" în cazul c - "cîmp convergent", iar în cazul d - "cîmp divergent".

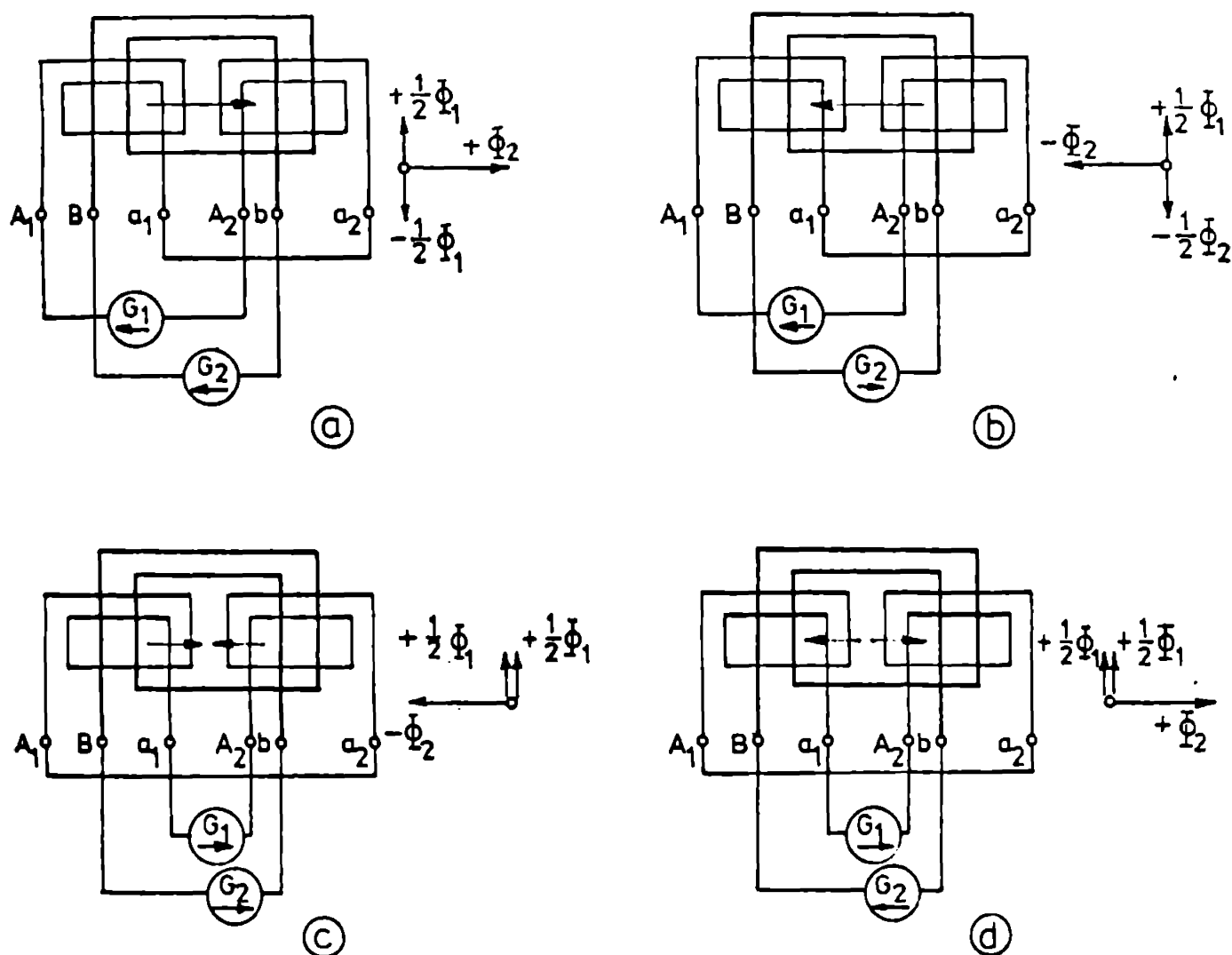


Fig.1.5. posibilități de conectare a fazelor înfășurării agitatorului inductiv /43/.

O reprezentare sugestivă a cîmpului magnetic mobil "aler-gător" se obține din variația amplitudinii intensității cîmpului magnetic la suprafață agitatorului în patru momente succesive

(A - $\omega t_1 = 0$; B - $\omega t_2 = \pi / 2$; C - $\omega t_3 = \pi$;

D - $\omega t_4 = 3\pi / 2$) - figura 1.6.

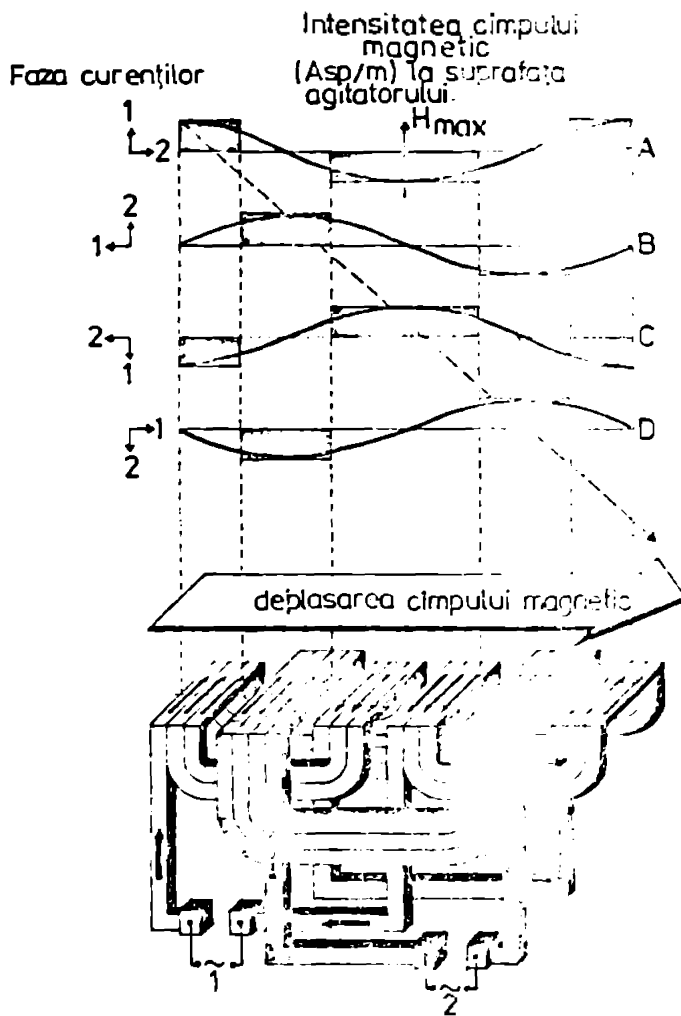


Fig.1.6. Obținerea cîmpului magnetic "alergător" la agitatorul inductiv al cuptorului cu arc electric /91/.

Principalii parametri electrici ai agitatearelor inductive fabricate în Suedia - ASÖA sînt dați în tabelul 1.1., iar pentru agitatearele inductive fabricate în URSS - în tabelul 1.2.

În figura 1.7 este prezentată construcția unui agitator inductiv. Se observă că suprafața superioară a agitatorului este acoperită de un strat de material ceramic care constituie izolația termică față de cuva cuptorului și protejează, de asemenea agitatorul în cazul străpungerii sau scurgerii ^{cuvei} oțelului lichid.

Tabelul 1.1 /91/

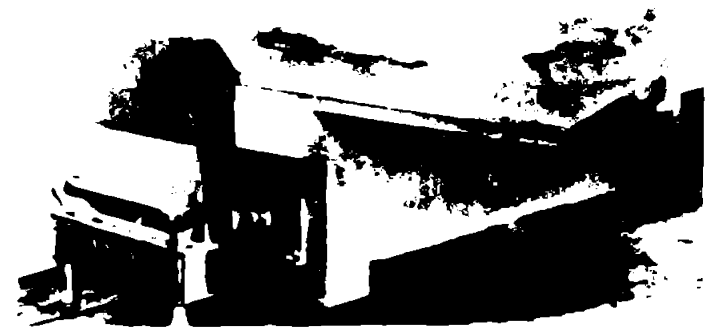
Capacitatea cuptor. G,t	15-18	25-30	40-50	55-65	75-85	90-120	150-200
Tipul: OKB	37	43	50	54	58	65	73
Puterea aparentă S, kVA	330	350	335	320	320	385	500
Tensiunea U, V	220	220	220	210	200	240	315
Curentul I, A	750	600	800	800	800	500	800

Tabelul 1.2 /1/

Capacitatea cuptor. t	25	50(40)	100(80)	200(180)	300
Tipul	CЭП 1-25	$\frac{\text{CЭП 1-400}}{40} - \frac{100}{100}$	$\frac{\text{ПЭП 1-400}}{400} - \frac{160}{160} - 2$	$\frac{\text{CЭП 1-60}}{180} - \frac{180}{180}$	CЭП 1-300
Puterea a- parentă S, kVA	600	468	560	1100	950
Currentul I, A	2600	2000	2100	2400	2200
Frecvența f, Hz	0,9	0,65	0,55	0,3/0,6	0,3



a



b

Fig. 1.7 Construcția agitatorului inductiv pentru cuptoarele electrice cu arc /27/; a - capetele de hibiră; b - vedere exterioară.

În lucrările /30; 59; 62; 63; 64/ sînt prezentate o serie de procedee de lucru noi pentru elaborarea oțelului în cuptoare electrice cu arc, utilizînd amestecarea prin inducție electromagnetică a băii de metal topit.

b. Agitatoare inductive pentru creuzete cilindrice

Asupra băilor metalice aflate în câmpul magnetic al inductoarelor cilindrice alimentate în curent alternativ monofazat (cum este cazul cuptoarelor de inducție cu creuzet) se exercită o presiune electromagnetică, orientată de la suprafața laterală a băii spre interiorul acesteia. Datorită neuniformității câmpului magnetic la capetele inductorului, repartiția presiunilor va fi neuniformă, având ca rezultat agitația metalului în baie, a cărei mișcare este schițată calitativ în figura 1.8.

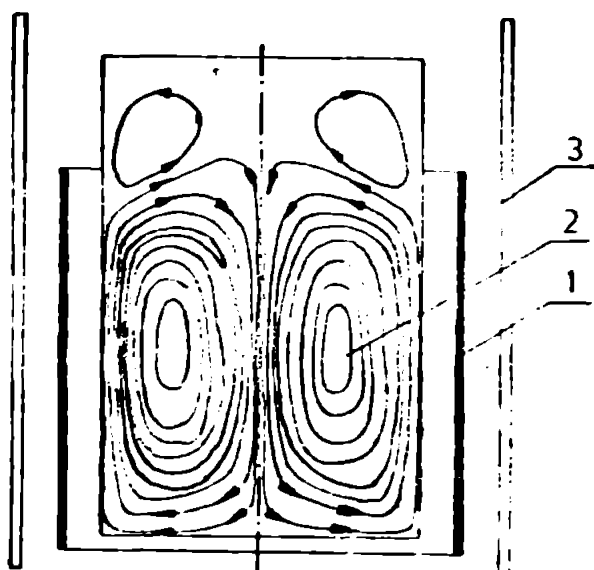


Fig.1.8 Mișcarea metalului topit în baia metalică a cuptorului electric de inducție cu creuzet /8/
1 - inductor; 2 - baie metalică; 3 - ecran magnetic.

Separarea băii metalice în două zone turbionare împiedecă omogenizarea și ajungerea la suprafața băii a întregii cantități de metal, fapt ce constituie un dezavantaj în cazul degazării sub vid.

În practica industrială, amestecarea prin inducție electromagnetică a băilor de metal topit în creuzete cilindrice și-a găsit utilizarea în elaborarea oțelurilor înalt aliate și a elementelor de mare puritate (nichel, cobalt) degazate sub vid în oală, cristalizându-se următoarele procedee de lucru [22, 77]:

Procedeul ASBA - SKF. este o metodă de afinare a oțelului care a fost mai întâi topit sau decarburat într-un alt cuptor; degazarea are loc sub vid iar reîncălzirea oțelului se face în aer sau în gaz protector special la presiune atmosferică. În acest timp baia metalică este supusă unei amestecări prin inducție electromagnetică. Toate operațiile se efectuează într-un cuptor tip oală, de construcție specială, care servește ca oală de afinare, de degazare sub vid,

de topire (sau reîncălzire) și de turnare.

Instalația poate fi realizată în două moduri constructive /75/ :

- cu oală și agitator inductiv staționare, capacul cupterului și mantaua exterioară etanșă pentru vidare fiind pivotante - figura 1.9, a;

- cu oală și agitator inductiv plasate pe un cărucior care se deplasează între două stații, de degazare respectiv de încălzire - figura 1.9, b.

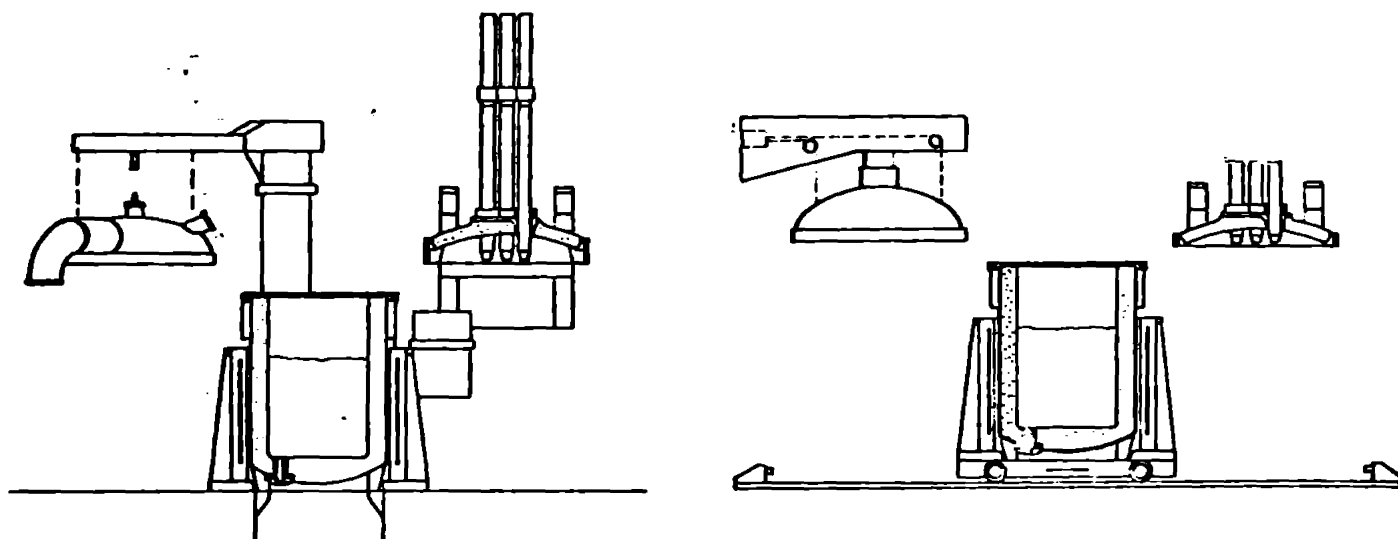


Fig.1.9 Instalație de degazare sub vid prin procedeul ASBA- SNE /75/ a - cu oală și agitator inductiv staționare; b - cu oală și agitator inductiv plasate pe un cărucior; 1- agitator inductiv; 2- oală; 3- capac pentru degazare.

Din momentul turnării oțelului din cupterul de topire în oală, pînă la încheierea degasării sub vid se produce o cădere de temperatură de cea $70-80^{\circ}\text{C}$, fiind necesară reîncălzirea oțelului în vederea turnării. Încălzirea suplimentară se face prin arc electric iar amestecarea metalului - cu un agitator inductiv cilindric dispus în jurul oalei. Acesta poate fi plasat în interiorul spațiului vidat sau în atmosferă liberă, caz în care numai oala este vidată.

Înțipurarea agitatorului inductiv cilindric este divizată în bobine parțiale alimentate cu curent alternativ bi-sau trifazat - figura 1.10. Cîmpul magnetic mobil care ia naștere induce în baie curenți turbionari și se obține antrenarea metalului în sensul de deplasare al cîmpului inductor, circulație metalului în baie avînd configurația din figura 1.11. Metalul se deplasează în

sus de-a lungul peretelui cilindric și coboară în centrul oalei, sub electrozi, astfel încît omogenizarea termică și chimică se efectuează în mod favorabil. De asemenea, acțiunea corozivă a zgurei asupra căptușelii oalei este minimă.

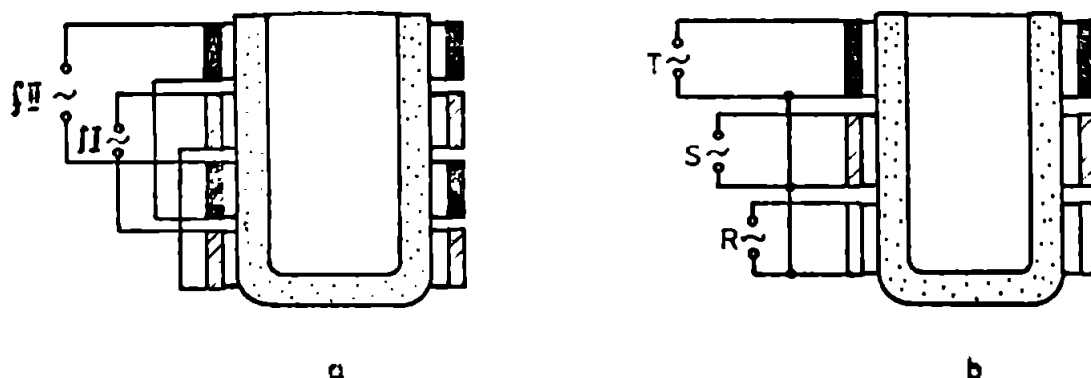


Fig. 1.10 Agitator inductiv cilindric /22/; a - cu înfășurare bifazată; b - cu înfășurare trifazată.

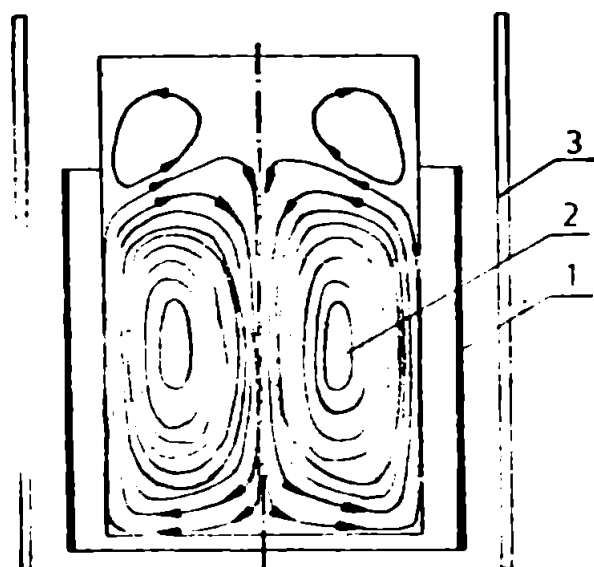


Fig. 1.11 Mișcarea metalului topit sub acțiunea agitatorului inductiv cilindric /8/ 1 - inductor; 2 - baia metalică; 3 - ecran magnetic

Frecvența folosită pentru alimentare este joasă, de 1...2 Hz. Randamentul electric este mai mare de 80%.

Parametrii electrici ai unei instalații de degazare sub vid la o oală de 30 t oțel sînt /75/:

- inductorul are patru bobine parțiale;
- puterea aparentă a inductorului $S = 515 \text{ kVA}$;
- tensiunea de alimentare $U = 300 \text{ V}$;
- intensitatea curentului $I = 860 \text{ A}$;
- frecvența $f = 1,75 \text{ Hz}$.

380.334
299 F

Procedeu ASA - ULF, în care atât încălzirea suplimentară cât și amestecarea se face prin inducția electromagnetică. Inductorul se găsește în aer, la presiune atmosferică. Bobina inductorului este acționată în bobine parțiale, alimentate de la alternanșe manșate. În timpul încălzirii, tensiunile de alimentare sînt în fază, iar în perioada de amestecare sînt defazate între ele, dînd naștere unui cîmp magnetic mobil. Frecvența aleasă pentru încălzire, de 1,25 ... 6 Hz convine și amestecării, obținîndu-se o rotație completă a metalului în baie în timp de cca un minut, la o viteză a metalului pe lîngă perete de 0,5 m/s. Randamentul electric este scăzut, de 60%.

Procedeu ASA - LFR, în care încălzirea suplimentară se efectuează printr-un inductor de tipul celor de la cuptoarele de inducție cu canal; se obține o bună amestecare a metalului datorită forțelor electromagnetice din canal; dacă, totuși, amestecarea este insuficientă, se poate intensifica prin insuflarea unui gaz inert sau utilizînd un agitator inductiv independent. Randamentul electric este mai mare de 80%.

Agitatoarele inductive pentru creuzete cilindrice sînt asemănătoare constructiv celor de la cuptoarele de inducție cu creuzet. Sînt alcătuite dintr-o bobină cilindrică din țevă profilată de cupru sau aluminiu, prevăzută la exterior cu un ecran magnetic din teie de transformator pentru limitarea fluxului de dispersie. Spre interior, bobina este protejată contra radiației termice de la creuzet printr-un ecran (blindaj) ceramic. Pentru a permite coborîrea creuzetului în interiorul inductorului, în ecranul ceramic sînt zidite piese de ghidare; acestea protejează, de asemenea, inductorul

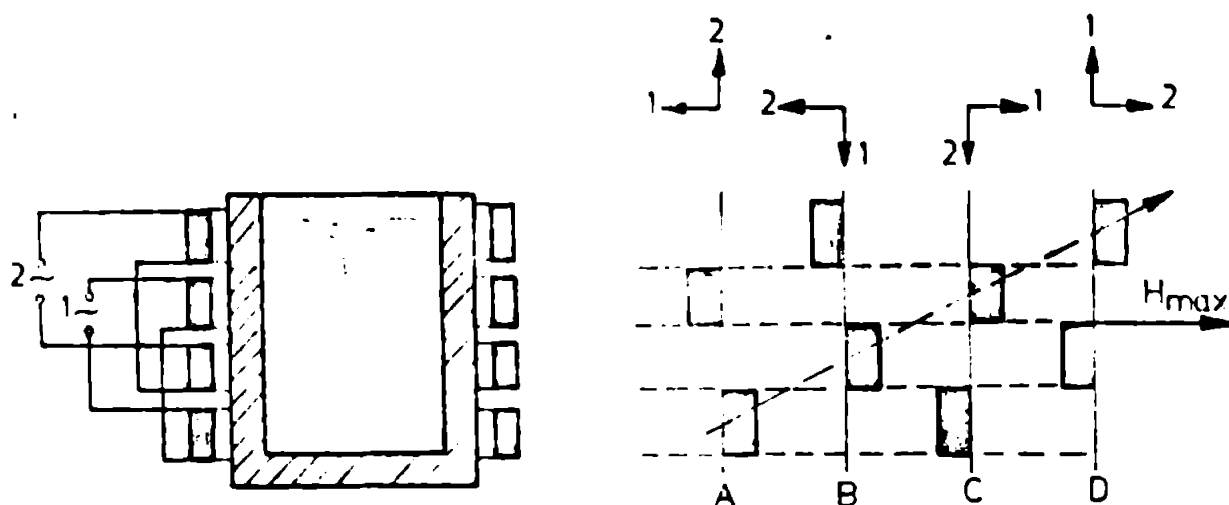


Fig.1.12 Obținerea cîmpului magnetic mobil la agitatorul inductiv cilindric /78/.

contra loviturilor mecanice.

Conexiunea bobinelor parțiale ale înfășurării bifazate (fig.1.10,a) este astfel realizată încît să se obțină sensul de deplasare a cîmpului magnetic dorit. Reprezentarea calitativă a variației amplitudinii intensității cîmpului magnetic la suprafața agitatorului inductiv în patru momente succesive dă și în acest caz o imagine sugestivă a cîmpului magnetic mobil ce se deplasează în lungul inductorului și implicit, al băii metalice de jos în sus - figura 1.12.

În figura 1.13 este prezentată construcția unui agitator inductiv cilindric.

În practică se utilizează și agitatoare inductive liniare pentru creuzete cilindrice, în special în aranjamentul "6" din figura 1.1. Suprafața agitatorului urmărește profilul creuzetului, miezul magnetic avînd forma unui V. Mișcare inductor este alimentat din sursă proprie. Datorită refractorului mai subțire al creuzetului, pericolul de străpungere este mai mare. Astfel, agitatorul inductiv liniar este mai avantajos din acest punct de vedere

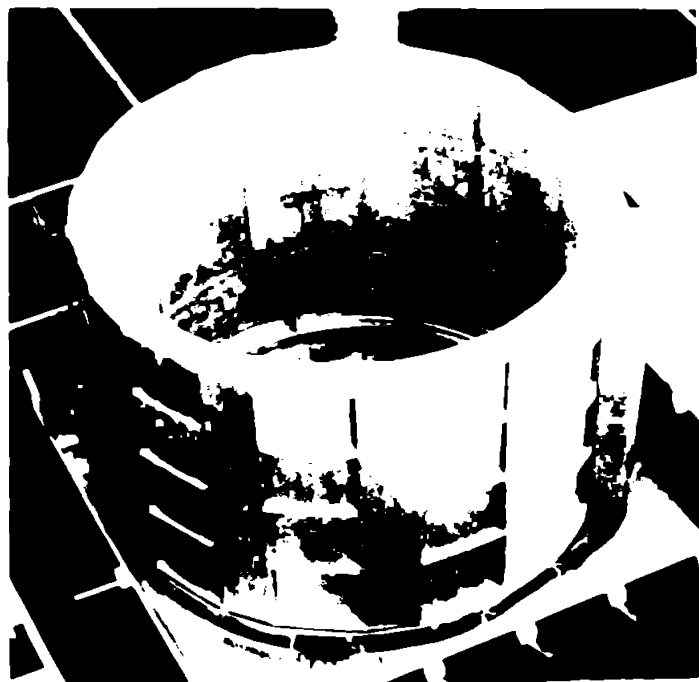


Fig.1.13. Construcția agitatorului inductiv cilindric
1271

decît cel cilindric, întrucît se poate îndepărta ușor și rapid de creuzet în cazul deteriorării căptușelii.

În lucrările /44; 76; 81/ sînt prezentate câteva procedee de lucru originale ce utilizează aneierea prin inducție electromagnetică a băii de metal topit în cazul creuzetelor cilindrice.

c. Agitatoare inductive utilizate in turnarea continua a oțelului

Instalația de turnare continuă a oțelului cu conducerea orizontală - figura 1.14 - se compune din oala de turnare, pîlnia intermediară 1, prevăzută cu un orificiu de turnare, cristalizatorul 2 răcit intens cu apă și care are profilul produsului turnat, relele 3 de antrenare, ghidare și îndreptare; la capătul instalației se găsește stația de debitare. Agitatorul inductiv 4 este alcătuit dintr-o succesiune de bobine dispuse și alimentate astfel încît să

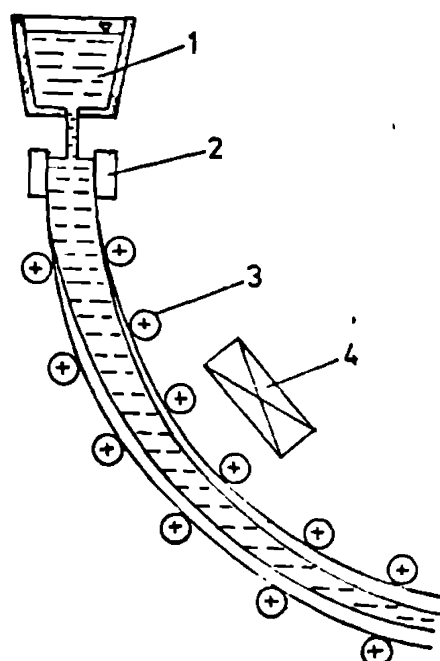


Fig.1.14 Instalația de
turnare continuă a oțelului cu conducere orizontală /91/

la naștere un câmp magnetic ce se deplasează în sens invers curgerii metalului. Relele ce se găsesc sub agitatorul inductiv vor fi executate din oțel nemagnetic.

Diferitele modalități de realizare a agitatorului inductiv, ca și mișcările obținute în metal sînt prezentate în tabelul 1.3.

În lucrarea /5/ se propune utilizarea amestecării prin inducție electromagnetică și la turnarea continuă a aluminiului.

1.2. Principali parametri constructivi

Înfășurarea agitatorului inductiv se execută bifazat ($n = 2$) și bipolar ($p = 1$), din considerații legate de micșorarea atenuării cîmpului magnetic în întrefier, respectiv a reducerii curentului de

magnetizare. Pentru obținerea câmpului magnetic mobil bifazat,

Tabloul 1.3 /37/

Tipul agitatorului	Mișcarea (utilizare)	Caracterul mișcării (3 faze R -S-T)	
		Conexiune simetrică	Conexiune în opoziție
Circular	Circulară (lingouri, blumuri)		
Liniar	Verticală (blumuri, țagle)		
Liniar	Orizontală (țagle)		
Tubular	Verticală (lingouri, blumuri)		—
Tubular	Orizontală (țagle)		

bobinile celor două faze sînt decalate la periferia inductorului cu $\pi/2$, unde T este pasul polar și sînt alimentate cu curenți sinusoidali defazați între ei cu $\pi/2$. Repartiția inducției magnetice în interior, la suprafața agitatorului inductiv are cunoscuta variație sinusoidală:

$$B = B_{\max} \sin \left[p\alpha - \left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2} \right) \right] = B_{\max} \cos \left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (1.1)$$

Frecvența tensiunii de alimentare f se alege suficient de scăzută, pentru reducerea pierderilor prin curenți turbionari în elementele metalice constructive (mantaua metalică a fundului cup-
torului sau a creuzetului cilindric, structura de rezistență etc.), dar în același timp destul de ridicată pentru obținerea unor forțe electromagnetice motoare suficiente pentru amestecarea optimă a întregii băi metalice /10/. În lucrarea /49/ sînt prezentate concluzii extrase din literatură referitoare la interdependența dintre frecvență și o serie de parametri, precum : obținerea unui moment maxim de deplasare a metalului, respectiv unei viteze maxime, pătrunderea forței de amestecare pînă la o anumită adîncime în baia metalică ș.a.

În figura 1.15 sînt prezentate valorile frecvenței în funcția de capacitatea cuptoarelor cu arc (curba 1, după datele din /43/ - UMSS; curba 2, după datele din /15/ - ASEA), iar figura 1.16

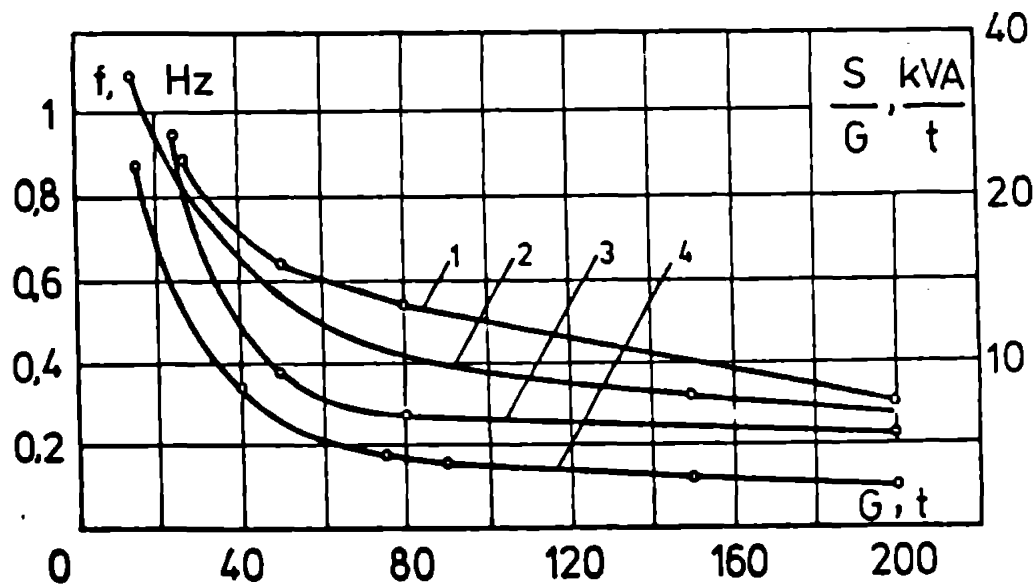


Fig. 1.15 Dependența frecvenței (curbele 1-2) și a puterii aparente specifice (curbele 3-4) de capacitatea cuptorului cu arc /15; 43/

- p ntru creuzete cilindrice utilizate în degazarea oțelului sub vid (curba 1, după datele din /77/ - ASEA).

Intensitatea cîmpului magnetic H_{\max} la suprafața agitatorului inductiv este cuprinsă între limitele 120.000 ... 200.000 A/m /43/, 91/.

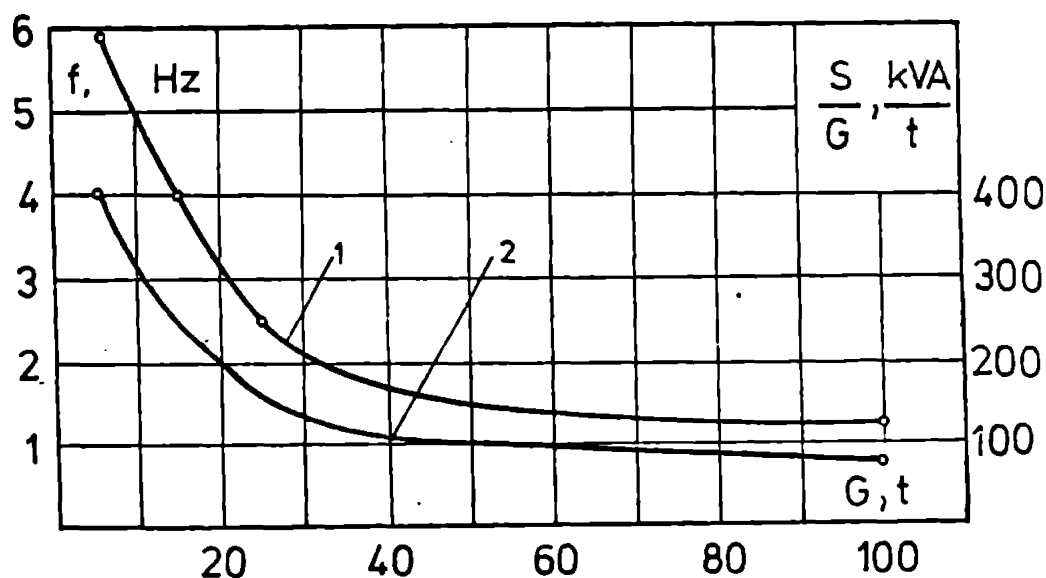


Fig.1.16 Dependența frecvenței (curba 1) și a puterii aparente specifice (curba 2) de capacitatea creuzetului cilindric /77/

Puterea aparentă S absorbită de agitatorul inductiv este dependentă de capacitatea cupterului G . În figura 1.15 sînt prezentate valorile puterii aparente specifice S/G în funcție de capacitatea cuptearelor cu arc (curba 3, după datele din /43/ - URSS ; curba 4, după datele din /15/ - ASKA), iar în figura 1.16 - pentru creuzete cilindrice (curba 2, după datele din /77/ - ASKA).

Intrefierul agitator inductiv-baie metalică, prin mărirea sa deosebită la cuptearele cu arc constituie o caracteristică principală. Mărirea intrefierului este /43/:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = 375 \dots 1000 \text{ mm}, \quad (1.2)$$

în funcție de capacitatea cupterului, în care $\Delta_1 = 50 \dots 70$ mm este distanța de la suprafața înfășurării agitatorului pînă la fundul cupterului, $\Delta_2 = 25 \dots 30$ mm - grosimea mantalei din oțel ne-magnetic a fundului cupterului; $\Delta_3 = (0,7 \dots 0,75) h_m = 500 \dots 900$ mm - grosimea căptușelii vetrei cupterului, unde h_m este adîncimea maximă a metalului în baie.

Lungimea agitatorului se ia din considerente constructive, astfel încât miezul magnetic să acopere lungimea fundului băii, având valori cuprinse între 2... 6 m /87/. Valearea de calcul indicată în /43/ în funcție de întrefierul Δ este

$$l_1 = (5...6) \Delta \quad (1.3)$$

și corespunde unei atenuări admisibile a inducției magnetice la fundul băii metalice.

Lățimea agitatorului are valori cuprinse în limitele 0,7 ... 2 m /87/, fiind determinată în raport cu următoarele mărimi /43/:

- lungimea agitatorului

$$b_1 = (0,2 \dots 0,25) l_1 \quad (1.4, a)$$

- diametrul inferior al băii metalice

$$b_1 = (0,4...0,5) D_{inf.} \quad (1.4, b)$$

- întrefierul agitator - baie

$$b_1 = (1...1,2) \Delta \quad (1.4, c)$$

Miezul magnetic se poate executa fără dinți, intrucit influența acestora asupra cimpului magnetic din baie nu se resimte în mod practic /87/. Grosimea miezului magnetic se alege astfel încât inducția magnetică în miez să nu depășească 1...1,2 Wb/m² /43/, pentru limitarea pierderilor prin histerezis și curenți turbionari. Intrucit inducția magnetică în partea de mijloc a miezului este mai mare decât spre capete, înălțimea și forma acțiunii miezului magnetic vor fi variabile în lungul agitatorului inductiv, ca în figura 1.4 /43/.

Numărul de spire al bobinelor celor două faze ale înfășurării agitatorului inductiv al cuptoarelor cu arc satisfac condiția

$$N_I = \frac{4}{3} N_{II} \quad (1.5)$$

unde N_I este numărul de spire al bobinelor secționare, marginale iar N_{II} - numărul de spire al bobinei de mijloc, nasecționată (vezi fig.1.5 și 1.6), care are ca scop o micșorare mai puțin pronunțată a cimpului magnetic spre capetele agitatorului /43/.

In cazul agitatoarelor inductive pentru creuzete cilindrice, dimensiunile agitatorului sînt strîns legate de cele ale creuzetului pe care urmează să fie montat.

Înălțimea agitatorului este asociată diametrului băii metalice, în lucrarea /27/ menționîndu-se ca valoare optimă din punct de vedere al forței electromagnetice ce se exercită asupra băii metalice valoarea:

$$\frac{D_m}{h_1} \leq 1, \quad (1.6)$$

unde D_m este diametrul băii metalice iar h_1 - înălțimea agitatorului.

1.3. Bursele de alimentare în joasă frecvență

Bursele de joasă frecvență utilizate în practică pentru alimentarea agitatoarelor inductive sînt /11; 31; 75; 91/:

- grup convertizor cu mașini cu colector;
- convertizor ionic cu redresare cu mercur;
- convertizor static cu tiristori,

analizate comparativ în /48/.

a. Grup convertizor cu mașini cu colector

Alimentarea agitatoarelor inductive pentru cuptoare cu arc construite în URSS este realizată prin instalații convertizoare cu șapte mașini, după schema din figura 1.17 :două generatoare monofazate cu colector (1,2) ale căror înfășurări de excitație sînt alimentate cu curenți defazați cu 90° , la frecvența dorită agitatorului inductiv, de la un convertizor

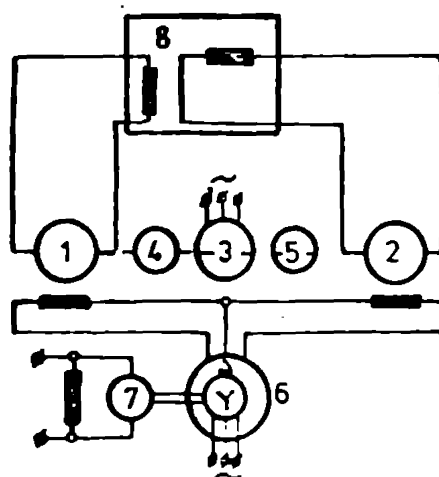


Fig.1.17 Instalația convertizoare cu 7 mașini, realizată în URSS /10/.

de frecvență cu colector trifazat (6); generatearele sînt antrenate de motorul sincron (3) care are ca mașini auxiliare excitatricea (4) și motorul de c.c (5) pentru pornire, iar convertizorul de frecvență este antrenat de motorul de c.c (7). Generatearele monofazate alimentează cele două faze (8) ale agitatorului inductiv.

În tabelul 1.4 sînt dați parametrii generatoarelor cu colector monofazate, iar în tabelul 1.5 - puterile necesare convertizorului de frecvență cu colector.

Tabelul 1.4 /11/

Caracteristici	Frecvența, Hz		
	0,5	1	2
Curentul, A	850	850	850
Tensiunea, V	245	475	94
Puterea activă kW	415	800	1600
Factorul de putere $\cos \varphi$	0,525	0,214	0,181

Tabelul 1.5 /10/

Capacitatea Cuptorului, t	Puterea genera- torului, kVA	Puterea conver- tizerului, kVA
10...15	100	5
20...30	250	8
40...60	400	12
80...100	550	20
180...200	1000	30

Agitatoarele inductive construite de firma ASEA sînt alimentate după schema principală din figura 1.18: generatearele-traductori de joasă frecvență de mică putere (1,2) sînt antrenate de motor de c.c. (3) printr-un reductor de turație (13) cu o turație de cca 1 rot/min. Semnalul este amplificat în amplificatoarele magnetice (4,5) și introdus la excitatricile (6,7) generatoarelor de joasă frecvență monofazate (9,10) ce alimentează cele două faze (12) ale agitatorului inductiv; excitatri-

cele și generatearele monofazate sînt antrenate de motoare asincrone (8,11). Caracteristicile generatorului monofazat pentru alimentarea agitatorului inductiv la un captor cu arc

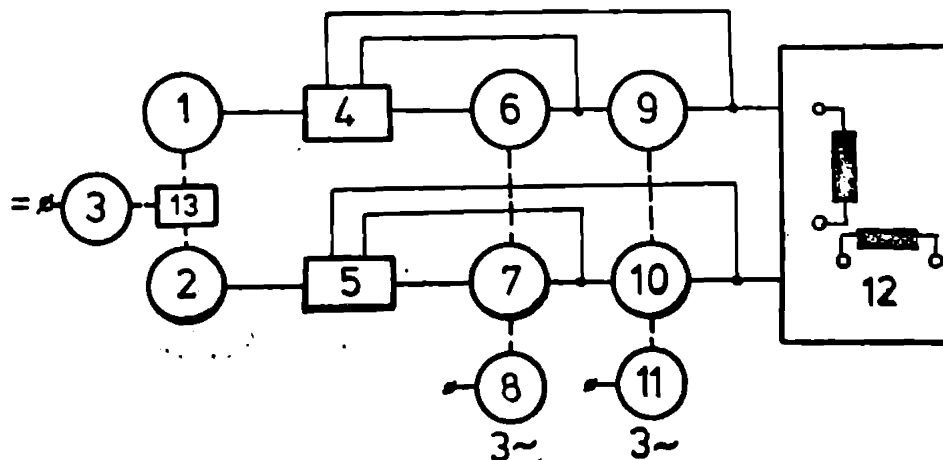


Fig.1.18 Schema de principiu a instalației de alimentare a agitatoarelor inductive construite de firma ASEA /91/

de 25 t sînt: $S = 175 \text{ kVA}$, $I = 800 \text{ A}$, $U = 220 \text{ V}$, $f = 0,95 \text{ Hz}$; $P_{\text{util}} = 350 \text{ kW}$ /21/.

Pentru alimentarea inductorului de încălzire și de amestecare după procedeul ASEA - ULF, excitatricile (5,7) ale generatearelor de joasă frecvență (9,10) sînt prevăzute cu două înfășurări de excitație alimentate în mod alternativ, o dată pentru încălzire (cînd inductorul este conectat monofazat) și pe urîmă pentru amestecare (inductorul fiind conectat bifazat), după /77/.

b. Convertizer ionic cu redresoare cu mercur

Schema principală a convertizorului ionic de joasă frecvență, redată în figura 1.19, conține redresoarele cu mercur împărțite în două grupe (1,2), conectate în schemă punte trifazată în contratimp, alimentate de la un transformator de putere (3). Fiecare grupă, comandat prin regulatorul de fază (5), alimentează cîte o fază (9) a agitatorului inductiv.

Tensiunea sinusoidală "señnal" de joasă frecvență se obține de la generatorul-traductor rezstatic (8), acționat de motorul de c.c.(4). Reglarea frecvenței generatorului-traductor

se realizează prin modificarea turăției motorului său de acționare.

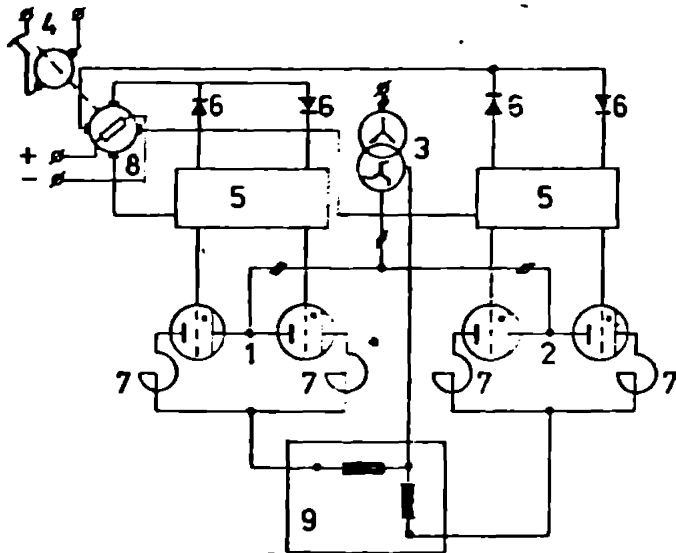


Fig.1.19 Schema de principiu a convertizorului ionic cu redresare cu mercur /11/.

Cu această schemă s-a obținut un curent de 2000 A, cu o frecvență de 0,5-2 Hz, la tensiuni pînă la 400 V /11/.

c. Convertizor static cu tiristori

Convertizoarele statice cu tiristori sînt realizate cu circuit intermediar de curent continuu: la ieșirea unui redresor cu comutație de la rețea alimentat la tensiune alternativă trifazată a rețelei se cuplează în inverter cu comutație proprie ce furnizează o tensiune monofazată cu frecvență scăzută; cu un asemenea convertizor de frecvență se pot modifica simultan amplitudinea și frecvența tensiunii de ieșire.

Schema de principiu - figura 1.10 conține un transformator de putere (1), redresorul trifazat în puncte (2) la ieșirea căruia sînt cuplate două invertoare - generatoare de joasă frecvență (3,4) ce alimentează fazele (5) agitatorului inductiv. Blocul de comandă (6) primește un semnal de referință de frecvență joasă dorită, de exemplu de la un generator-traductor mecanic și comandă cele două invertoare-generatoare (3,4) astfel încît tensiunile de alimentare a faselor înfășurării agitatorului să fie defazate cu $\pi/2$.

Convertizorul static cu tiristori ce alimentează agitatorul inductiv pentru o sală de 3e t în procedeul ASA - BKP prezintă următoarele caracteristici pentru o fază a înfășurării (o pereche de bobine parțiale) : $U/oa = 500$ V, $I/oa = 750$ A, $U/ca = 300$ V, $I/ca = 860$ A, $f = 1,75$ Hz, puterea aparentă totală

a agitatorului fiind $C = 515 \text{ kVA /75/}$.

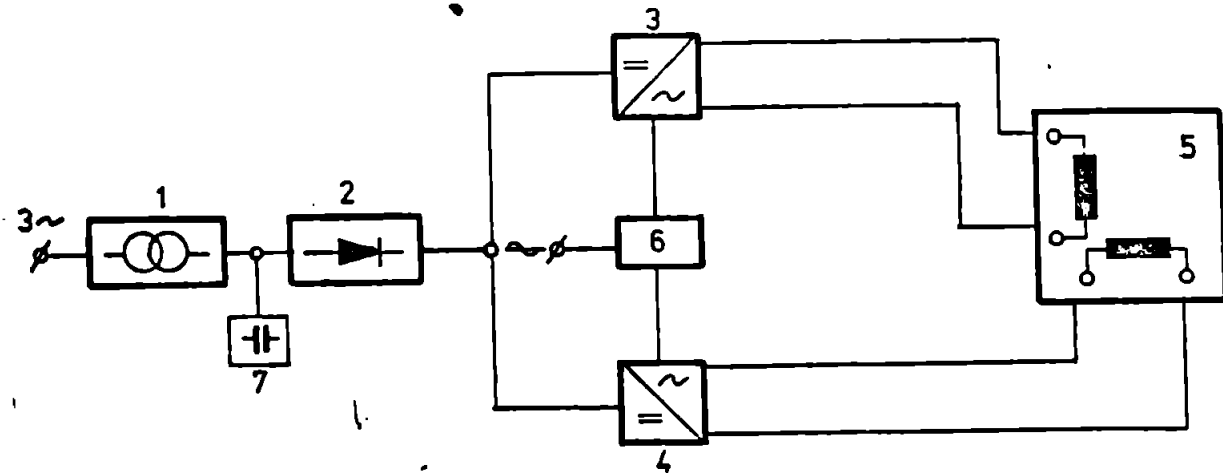


Fig.1.20 Schema de principiu a convertizorului static cu tiristori /75/.

În lucrarea /55/ se propune adoptarea unei scheme prezentate în /68/, pentru alimentarea agitatoarelor inductive cu tensiuni de frecvență variabilă, mai mică de 50 Hz, prezentându-se datele de dimensionare necesare.

1.4. Instalații auxiliare

a. Instalația de răcire a agitatorului

Înfășurarea agitatorului este parcursă de un curent intens. Pierderile termice prin efect Joule și fluxul termic transmis prin radiație dinspre cuptor spre exterior conduc la încălzirea puternică a agitatorului (miez magnetic și înfășurare).

Procedeele de răcire a agitatorului utilizate în prezent sînt: răcirea cu aer prin ventilație forțată și răcirea cu apă.

Sistemul de răcire cu aer este realizat în circuit închis: aerul încălzit este trecut printr-un schimbător de căldură montat la fundul agitatorului și răcit, este recirculat printre înfășurările agitatorului de la care preia căldura. Această soluție este posibilă datorită structurii constructive compacte a inductorului (v.fig.1.7, b). Schimbătorul de căldură este astfel realizat încît să poată fi deschis pentru curățire,

in caz de nevoie.

Răcire cu aer necesită debite mari, de cca $10.000 \text{ m}^3/\text{h}$ /17/.

Răcirea cu apă circulantă prin conductorul de cupru tip țevă al înfășurării inductorului prezintă avantajul utilizării unei densități de curent mari, de $70-75 \text{ A/mm}^2$. Se impune însă o atenție sporită controlului stării căptușelii refractare pentru a se evita posibilitatea străpungerii vetrei și a scurgerii oțelului topit peste agitator; acest lucru prezintă pericol de explozie.

Consumul de apă este de $200-400 \text{ l/minut}$, în raport cu capacitatea cuptorului /9l/.

În /75/ se menționează că răcirea agitatorului instalației ASBA-S/G, plasat în exteriorul casei vidate, se face cu apă în circuit închis, căldura fiind evacuată printr-un schimbător de căldură exterior.

b. Instalația de control a stării de uzură a căptușelii refractare

În scopul prevenirii perforării vetrei cuptoarelor cu arc se controlează continuu variația temperaturii în zidăria vetrei cu termocupluri /64/ sau pe pereții exterior ai căptușelii cu termorezistențe /24; 27/. Numărul punctelor în care se aplică aceste termorezistențe este de $12...16$, în funcție de mărimea cuptorului. Dacă refractorul este erodat într-un punct, temperatura în acel punct crește și, în caz critic, intră în funcțiune semnalizarea optică și acustică. Este de remarcat că valoarea gradientului de temperatură în timp este mai importantă decât valoarea absolută a temperaturii măsurată în punctul respectiv, întrucât indică viteza de erodare, progresia uzurii căptușelii în acel punct. În acest scop, variația temperaturii în punctele de măsurare este înregistrată pe diagrame /24/.

Introducerea termocuplurilor în zidăria vetrei cuptorului întâmpină unele dificultăți, legate de temperatura înaltă, eroziunea continuă a căptușelii refractare, solicitări mecanice, acțiuni corozive. În /26/ se recomandă utilizarea unor plăcuțe ceramice de formă dreptunghiulară, subțiri, în masa cărora sînt îngropate firmele unor termocupluri Pt/PtRh ce formează cinci puncte de joncțiune aranjate longitudinal la diferite distanțe de capăt. Plăcuțele se execută atât de subțiri încît se pot

introduce în rosturile dintre cărămizi, astfel încît măsurătorile indică gradientul de temperatură în grosimea căptuşelii refractare.

În cazul inductoarelor cilindrice pentru oale, procedeul tehnologic A.M.A.-S.F. imprimă particularităţi instalaţiei de control a stării de uzură a refractorului. Faptul că în acest procedeu creuzetul cilindric este deplasat mereu, fiind în mod repetat introdus şi scos din interiorul agitatorului cilindric, conduce spre următoarele metode de control /27/:

- utilizarea unui dispozitiv cu infraroşii (cameră de termoviziune) cu care se explorează pereţii creuzetului după fiecare golire. Diagrama termică obţinută pe această cale poate să dea cele mai bune informaţii în cazul deteriorării refractorului;

- utilizarea unor traductori de "contact". Aceştia urmează să pătrundă în lăcaşurile corespunzătoare practicate în refractorul creuzetului, prin apăsare, atunci cînd creuzetul este poziţionat în inductor.

În cazul în care agitatorul formează cu creuzetul un ansamblu staţionar, pot fi utilizate procedeele de control a stării creuzetului de la cuptoarele de inducţie cu creuzet /1/.

c. Instalaţia de ameliorare a factorului de putere

Factorul de putere al agitatorului inductiv are valori scăzute, de 0,55... 0,35, motiv pentru care generatezrele instalaţiei de amestecare au puteri aparente foarte mari, de 500..1200 kVA. În /32/ se analizează posibilitatea utilizării unor surse de putere reactivă în circuitul de joasă frecvenţă (0,3...2 Hz), ceea ce ar permite ca generatezrele să fie construite pentru puteri mai mici, egale cu puterile active necesare agitatoarelor inductive.

Pe baza unor consideraţii tehnico-economice, se recomandă pentru anumite domenii de frecvenţă şi tensiuni următoarele surse de putere reactivă:

- pentru frecvenţe între 0,3...0,8 Hz, tensiunea de 100..200 V şi curenţi de lucru de 1500...2500 A este raţională utilizarea maşinilor compensatoare de c.c. (rotor de c.c. cu excitaţie independentă alimentat la indus cu tensiunea sinusoidală de joasă frecvenţă);

- pentru întregul domeniu de frecvențe, tensiunea de 15...20 V și curenți de lucru de 1000...2000 A este posibilă utilizarea condensatoarelor de fază tip Leblanc-Scherbins sau a condensatoarelor statice electrolitice;

- pentru frecvențe de 0,9...2 Hz la tensiunea de 100...250 V și curenți de lucru pînă la 100 A este rațională utilizarea condensatoarelor statice electrolitice.

De reținut însă că în instalațiile industriale actuale nu se realizează ameliorarea factorului de putere în instalația de joasă frecvență.

1.5. Eficiența economică

Rezultatele cercetărilor experimentale privind îmbunătățirile obținute prin utilizarea amestecării prin inducție electromagnetică a băilor de metal topit sînt prezentate pe larg în lucrările /12; 13; 14; 16; 18; 33; 73; 83/ pentru topirea oțelului în cuptoarele electrice cu arc, în lucrările /15; 77; 82/ pentru degasarea sub vid a oțelurilor înalt aliate și în lucrările /29; 36; 37; 70; 74/ pentru turnarea continuă a oțelurilor. În lucrarea /56/ sînt analizate principalele avantaje ce decurg din utilizarea amestecării prin inducție electromagnetică în locul altor procedee de amestecare.

Elaborarea oțelului în cuptorul electric cu arc se face după procedeul bazic. Tehnologia de elaborare expusă în /64/ are următoarele etape principale: topirea, afinarea (fierberea), dezoxidarea, desulfurarea, alierea și turnarea. Amestecarea băii metalice se face pentru accelerarea și ușurarea tragerii zgurilor, uniformizarea temperaturii și compoziției chimice a metalului, intensificarea proceselor de dezoxidare și aliere.

În general, agitatorul inductiv se conectează, cu mici întreruperi, începînd cu cărea 30 min. înainte de sfîrșitul topirii, pînă la turnare, folosirea sa prezentînd avantajele nete în fiecare perioadă caracteristică procesului de elaborare.

Consumul de energie electrică al agitatorului inductiv este de 10...20 kWh/t, adică numai 3% din cheltuielile pentru topirea oțelului.

Economia de timp realizată este asociată cu o economie de energie electrică prin scurtarea duratei unei șarje și, implicit, reducerea pierderilor termice, asigurînd amortisarea

cheltuielilor de instalare a agitatelor inductive într-un timp deosebit de scurt, de 1,5...3 ani.

Degazarea sub vid a oțelurilor înalt aliate utilizând agitate inductive pentru amestecarea metalului în baie se efectuează în principal după metoda ASEA-SKF. Avantajele utilizării agitatorului inductiv sînt legate de îmbunătățirea calității oțelurilor și mărirea producției; completînd un cupter electric cu arc cu o oală pentru degazare sub vid se obține o creștere a producției de circa 50 %, degazarea, afinarea și finisarea unei șarje, care se efectuează în oală putîndu-se face în același timp cu topirea șarjei următoare în cupterul cu arc.

Si în turnarea continuă a oțelului, utilizarea agitatorului inductiv este însoțită de îmbunătățiri calitative: ameliorarea structurii interne prin reducerea segregăției și porosității, creșterea purității oțelului, îmbunătățirea calității suprafeței și a stratului imediat următor.

C A P. 2. CONTRIBUȚII TEORETICE CU PRIVIRE
LA SISTEMELE DE AMESTECARE
PRIN INDUCȚIE ELECTROMAGNETICĂ

2.1. Considerații generale

Mișcarea fluidelor conductoare în câmp magnetic este descrisă de sistemul de ecuații al magnetohidrodinamicii, care cuprinde atât ecuațiile câmpului electromagnetic cât și ecuațiile hidrodinamice /9; 34; 41; 43/.

Ecuațiile câmpului electromagnetic, respectiv ecuațiile lui Maxwell sînt /71/:

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J} \quad ; \quad (2.1)$$

$$\operatorname{rot} \bar{E} = - \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad ; \quad (2.2)$$

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0 \quad ; \quad (2.3)$$

$$\operatorname{div} \bar{E} = 0 \quad ; \quad (2.4)$$

la care se adaugă relațiile:

$$\bar{B} = \mu \bar{H} \quad ; \quad (2.5)$$

$$\bar{J} = \sigma [\bar{E} + (\bar{v} \times \bar{B})], \quad (2.6)$$

în care \bar{v} este viteza fluidului în raport cu sistemul de coordonate fix, iar μ - permeabilitatea magnetică a lichidului presupusă constantă.

În cazul fluidelor conductoare, incompresibile și viscoase, ecuațiile hidrodinamice se simplifică /34/. Ecuația continuității devine

$$\operatorname{div} \bar{v} = 0 \quad ; \quad (2.7)$$

iar ecuația mișcării fluidului (ecuația Navier-Stokes) este

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = - \operatorname{grad} p + \rho \bar{g} + \bar{F} + \eta \nabla^2 \bar{v} + \bar{J} \times \bar{B}, \quad (2.8)$$

în care ρ este masa specifică a fluidului, g - accelerația gravitațională, η - coeficientul de vîscozitate dinamică a fluidului, $\bar{J} \times \bar{B}$ - forța de natură electromagnetică ce acționează asupra fluidului din unitatea de volum, \bar{F} - forță de altă natură care acțio-

nessă asupra fluidului din unitatea de volum (dacă singura forță exterioară este gravitația, atunci $\bar{F} = 0$).

La aceste ecuații se mai adaugă ecuația conservării energiei /41/:

$$\operatorname{div} \left[\left(H_1 + \frac{1}{2} v^2 \right) \rho \bar{v} \right] - (\bar{J} \times \bar{B}) \cdot \bar{v} - \frac{1}{\sigma} j^2 = 0, \quad (2.9)$$

în care H_1 este entalpia fluidului. Ecuația este scrisă în ipoteza că apare căldură numai datorită transformării ireversibile prin efect Joule și că există numai forțe de natură electromagnetică.

Ecuația (2.9) se utilizează în cazul în care interesează în mod special distribuția temperaturii în fluid și influența ei asupra mișcării fluidului. O astfel de problemă pentru cuptoarele de inducție cu creuzet este tratată în /7/.

Intrucât în ecuația (2.6) intră și viteza de mișcare a fluidului, este evident că în mod riguros nu se poate determina câmpul electromagnetic independent de mișcare, astfel că sistemul ecuațiilor (2.1)...(2.9) trebuie considerat în ansamblu. Expresia matematică a interacțiunii magnetohidrodinamice rezidă în ecuația (2.6) /9/. În particular, dacă fluidul este în repaus, atunci cele două sisteme de ecuații - sistemul clasic al hidrodinamicii și sistemul electrodinamicii - se separă, se determină câmpul electromagnetic din sistemul electrodinamicii, astfel că expresia densității de forță electromagnetică din ecuația (2.8) devine cunoscută, ajungându-se în acest mod la problema clasică a hidrostăticii cu o forță suplimentară /9/.

Rezolvarea analitică simultană a sistemului ecuațiilor (2.1)...(2.9), cu luarea în considerare a variațiilor reale ale mărimilor componente (viteza metalului în baie \bar{v} , de exemplu) în cazul agitatorilor inductive, este practic imposibilă. Pentru a se putea obține însă soluții care să illustreze interdependența dintre fenomenele magnetice și hidrodinamice, se va lua în considerare o situație simplificată a sistemului agitator inductiv - baie metalică. Dată fiind valoarea scăzută a vitezei metalului lichid în băile amestecate prin inducție electromagnetică ($v = 0,2 \dots 1,0$ m/s), în vederea studierii câmpului electromagnetic cele două sisteme de ecuații se vor separa, ca și în cazul particular al fluidului în repaus, dar fără a neglija termenul ce conține viteza din ecuația (2.6). Se determină întâi câmpul electromagnetic considerând o valoare medie v_{med} a vitezei de deplasare a metalului în baie și apoi, cunoscând variația câmpului electromagnetic și, implicit, variația forței electromagnetice în baia metalică, se poate determina variația vitezei de depla-

sare a metalului în baie.

Calculule vor fi efectuate considerind sistemul idealizat din figura 2.1.

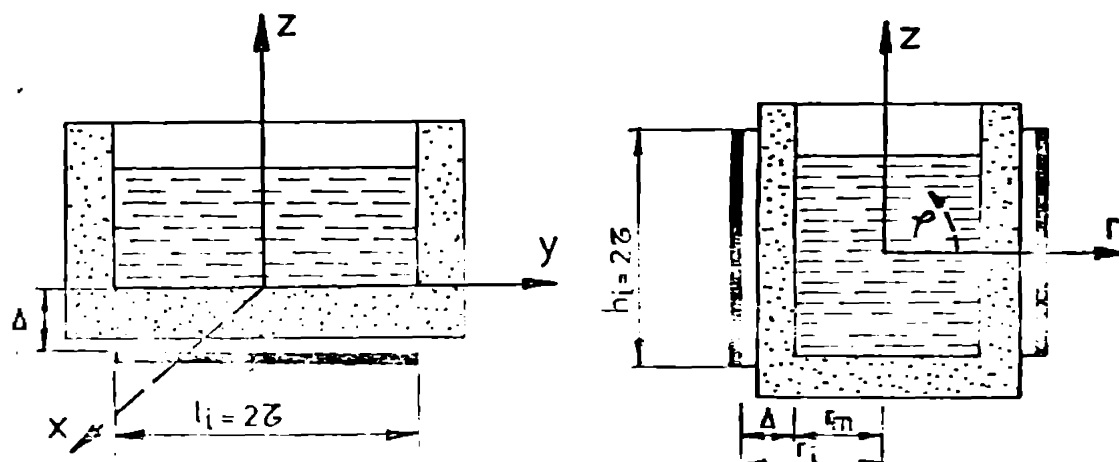


Fig. 2.1. Sistemul de referință pentru studiul distribuției câmpului electromagnetic în întrefier și baia metalică. a - agitator inductiv liniar; b - agitator inductiv cilindric.

După cum s-a putut observa din cele expuse în capitolul 1, instalațiile de amestecare prin inducție electromagnetică sînt prevăzute cu două tipuri constructive de agitateare inductive: liniar, similar unui motor asincron liniar și cilindric, similar unui inductor de topire de la cupterul de inducție cu arcușet.

În figura 2.1.a este considerat sistemul agitator inductiv liniar - baie metalică, în care l_1 este lungimea agitatorului, Δ - întrefierul sistemului. Sistemul de referință cartezian este astfel ales încît axa oy să fie în lungul fundului băii metalice, axa oz - orientată spre interiorul băii metalice, spre suprafața superioară, liberă, originea sistemului O - în centrul de simetrie al fundului băii metalice, direcția axei Ox rezultînd ca în figură.

În figura 2.1.b este considerat sistemul agitator inductiv cilindric - baie metalică, în care h_1 este înălțimea agitatorului, Δ - întrefierul sistemului, r_1 , r_m - raza agitatorului, respectiv băii metalice. Sistemul de referință cilindric este astfel ales încît originea sa să se afle în centrul de simetrie al băii metalice, axa oz să fie orientată vertical, spre suprafața liberă a băii metalice, direcția axei or și a coordonatei φ rezultînd ca în figură.

În calcule se va neglija influența mantalei nemagnetice a

cupterului sau creuzetului asupra cîmpului magnetic. Se consideră o mișcare a metalului în sensul de deplasare a cîmpului electromagnetic inductor, constantă în orice punct din baie și egală cu o valoare medie V_{med} .

Înfășurarea bifazată a agitatorului inductiv se ia în considerare prin amperspirele inductoare (pătura de curent) ale undei fundamentale la suprafața agitatorului inductiv.

În cazul agitatorului liniar

$$a_{y_1} = A_{max_1} \cos \left(\frac{\pi}{\tau} y - \omega_1 t \right) , \quad (2.10)$$

în care τ este pasul polar al înfășurării agitatorului (în mod evident $l_1 = 2\tau$); ω_1 - pulsația curentului inductor, iar în cazul agitatorului cilindric

$$a_{z_1} = A_{max_1} \cos \left(\frac{\pi}{\tau} z - \omega_1 t \right) . \quad (2.11)$$

Se consideră pentru simplificare un cîmp plan - paralel respectiv plan-meridian, cu neglijarea efectelor de capăt și marginale.

Mărimile vectoriale ce intervin în studiul cîmpului electromagnetic, în condițiile de studiu simplificate considerate (în sistemul de referință din fig. 2.1) sînt:

- pentru agitatorul inductiv liniar:

= intensitatea cîmpului magnetic, respectiv inducția magnetică

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \vec{j} H_y + \vec{k} H_z ; \\ \vec{B} &= \vec{j} B_y + \vec{k} B_z . \end{aligned}$$

= intensitatea cîmpului electric, respectiv densitatea curenților induși

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{i} E_x ; \\ \vec{J} &= \vec{i} J_x . \end{aligned}$$

= viteza metalului în baie

$$\vec{v} = \vec{j} v_y .$$

= forța electromagnetică specifică (forța electromagnetică ce acționează pe unitatea din volumul băii metalice)

$$\vec{f}_{em} = \vec{J} \times \vec{B} = \vec{j} f_{emy} + \vec{k} f_{emz} .$$

- pentru agitatorul inductiv cilindric, mărimile menționate vor avea următoarele componente:

$$\vec{H} = \vec{e}_r H_r + \vec{e}_z H_z \quad ;$$

$$\vec{B} = \vec{e}_r B_r + \vec{e}_z B_z \quad ;$$

$$\vec{E} = \vec{e}_\varphi E_\varphi \quad ;$$

$$\vec{J} = \vec{e}_\varphi J_\varphi \quad ;$$

$$\vec{v} = \vec{e}_z v_z \quad ;$$

$$\vec{f}_{em} = \vec{J} \times \vec{B} = \vec{e}_r f_{emr} + \vec{e}_z f_{emz} .$$

Distribuția câmpului electromagnetic în întregul și baia metalică se studiază în două ipoteze de calcul:

- se neglijează, într-o primă aproximație, influența curenților induși în baia metalică asupra câmpului magnetic produs de inductor (nu se ia în considerare "reacția" curenților induși), ceea ce permite determinarea aproximativă a distribuției câmpului electromagnetic și apoi se determină forțele electromagnetice specifice ce acționează asupra metalului din baie, cu luarea în considerare a curenților induși în baie;

- se ia în considerare influența curenților induși în baia metalică asupra câmpului magnetic produs de inductor, ceea ce permite determinarea mai exactă a distribuției câmpului electromagnetic și a forțelor electromagnetice specifice.

2.2. Determinarea aproximativă a câmpului electromagnetic în cazul agitatorului liniar.

Neglijarea influenței curenților induși în baia metalică asupra câmpului magnetic inductor este echivalentă cu înlocuirea membrului drept al ecuației (2.1) cu zero; se procedează la determinarea intensității câmpului magnetic (2.1)-(2.5) și apoi a intensității câmpului electric (2.2)-(2.4). Cunoșcând valorile aproximative ale câmpului electromagnetic (\vec{H} și \vec{E}), se determină densitatea curenților induși în baia metalică (2.6) și apoi densitatea de volum a forței electromagnetice. Mărimile menționate se consideră orientate conform celor expuse anterior.

a. Intensitatea cîmpului magnetic.

In ipotezele făcute, intensitatea cîmpului magnetic verifică ecuațiile

$$\text{rot } \vec{H} = 0, \quad (2.12)$$

$$\text{div } \vec{H} = 0, \quad (2.13)$$

atît în întrefier cît și în baia metalică. In domeniul considerat cîmpul magnetic \vec{H} este deci un cîmp potențial, putînd fi determinat din potențialul magnetic scalar φ_M

$$\vec{H} = - \text{grad } \varphi_M, \quad (2.14)$$

ce satisface ecuația lui Laplace:

$$\Delta \varphi_M = 0. \quad (2.15)$$

Condițiile pe frontieră sînt următoarele:

- intensitatea cîmpului magnetic la suprafața liberă a băii metalice este nulă, adîncimea băii metalice considerîndu-se suficient de mare (tînde spre infinit);

- intensitatea cîmpului magnetic la suprafața agitatorului inductiv (componenta H_y) este egală cu valoarea rezultată din pătura de curent (2.10). In acest sens, la suprafața de separație miez magnetic - întrefier, componenta tangențială a intensității cîmpului magnetic suferă un salt

$$H_{sy} - H_{miesz} = A, \quad (2.16)$$

egal cu densitatea liniară (pătura de curent) a curentului ce circulă pe suprafața respectivă. Avînd în vedere valorile permeabilității magnetice a celor două medii,

$$H_{sy} \approx A, \quad (2.17)$$

adică valoarea intensității cîmpului magnetic la suprafața agitatorului inductiv (componenta sa după direcția Oy) este numeric egală cu pătura de curent;

- în ceea ce privește suprafețele laterale, acestea sînt luate în considerare prin alegerea originii sistemului de referință în centrul de simetrie al cîmpului magnetic, axa os fiind axă de simetrie; in acest fel, intensitatea cîmpului magnetic are aceeași valoare pe

cele două suprafețe laterale ($-\ell_1/2 ; \ell_1/2$).

Cum câmpul magnetic este un câmp plan - paralel, înseamnă că și potențialul acestui câmp va fi de forma $\varphi_M = \varphi_M(y, z)$, ecuația (2.15) devenind

$$\frac{\partial^2 \varphi_M}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_M}{\partial z^2} = 0 \quad (2.18)$$

Rezolvarea acestei ecuații prin metoda separării variabilelor conduce la soluția /2 ; 71/:

$$\varphi_M(y, z) = (k_1 \cos \alpha y + k_2 \sin \alpha y) \cdot [k_3 e^{-\alpha(\Delta+z)} + k_4 e^{\alpha(\Delta+z)}] \quad (2.19)$$

Având în vedere condițiile pe frontieră^{referitoare} la valoarea nulă a intensității câmpului magnetic pe suprafața liberă a băii metalice (pentru z luând valori foarte mari) și și la valorile egale ale intensității câmpului magnetic pe suprafețele laterale ale băii metalice (pentru $y = -\ell_1/2$ respectiv $y = \ell_1/2$), soluția (2.19) devine

$$\varphi_M(y, z) = k \sin \alpha y \cdot e^{-\alpha(\Delta+z)} \quad (2.20)$$

unde s-a notat: $k = k_2 \cdot k_3$.

Pentru ea să fie verificată și condiția pe frontieră la suprafața agitatorului inductiv (2.17), ca (2,10) și (2,14), soluția (2,20) conduce la expresiile componentelor intensității câmpului magnetic, respectiv

$$H_y = H_{\max} \cdot e^{-\frac{\pi}{\tau}(\Delta+z)} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} y - \omega_1 t\right) \quad (2.21)$$

$$H_z = H_{\max} \cdot e^{-\frac{\pi}{\tau}(\Delta+z)} \sin\left(\frac{\pi}{\tau} y - \omega_1 t\right) \quad (2.22)$$

expresii regăsite și în /5; 78/.

Amplitudinile componentelor câmpului magnetic se atenuază în interfașul Δ la valorile ($z=0$)

$$\hat{H}_{y_0} = \hat{H}_{z_0} = H_{\max} \cdot e^{-\frac{\pi}{\tau} \Delta} \quad (2.23)$$

Atenuarea în baia metalică, în raport cu (2.23) este

$$\frac{\hat{H}_y}{\hat{H}_{y_0}} = \frac{\hat{H}_z}{\hat{H}_{z_0}} = e^{-\frac{\pi}{\tau} \Delta} \quad (2.24)$$

rezultând o variație exponențială descrescătoare cu z , regăsită și în /43/.

Avind intensitatea câmpului magnetic, din (2.5) se poate exprima inducția magnetică.

b. Intensitatea câmpului electric.

Distribuția intensității câmpului electric în întrefier și baia metalică se determină din sistemul ecuațiilor (2.2) - (2.4). Dezvoltând rot \vec{E} :

$$\text{rot } \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{j} \frac{\partial E_x}{\partial z} - \vec{k} \frac{\partial E_x}{\partial y}$$

se obține

$$\vec{j} \frac{\partial E_x}{\partial z} - \vec{k} \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\vec{j} \frac{\partial B_y}{\partial t} - \vec{k} \frac{\partial B_z}{\partial t}$$

ecuația vectorială echivalentă cu ecuațiile scalare

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t} \quad (2.26)$$

Introducând derivata inducției magnetice în (2.25) se obține

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} = \omega_1 H_{\max} \cdot e^{-\frac{\pi}{\tau}(\Delta+z)} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} y - \omega_1 t\right)$$

de unde, prin integrare rezultă

$$E_x = \omega_1 \frac{\tau}{\pi} B_{\max} e^{-\frac{\pi}{\tau}(\Delta+z)} \sin\left(\frac{\pi}{\tau}y - \omega_1 t\right) + F(z).$$

Introducind apoi derivata inducției magnetice în (2.26) se obține

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = \omega_1 B_{\max} e^{-\frac{\pi}{\tau}(\Delta+z)} \sin\left(\frac{\pi}{\tau}y - \omega_1 t\right) \quad ;$$

de unde prin integrare rezultă

$$E_x = \omega_1 \frac{\tau}{\pi} B_{\max} e^{-\frac{\pi}{\tau}(\Delta+z)} \sin\left(\frac{\pi}{\tau}y - \omega_1 t\right) + G(y).$$

Aceste două expresii obținute pentru E_x diferă în membrul drept prin constantele de integrare, funcțiile $F(z)$ și $G(y)$, ceea ce conduce cu necesitate la $F(z) = G(y) = 0$.

Astfel, intensitatea cimpului electric este

$$E_x = \omega_1 \frac{\tau}{\pi} B_{\max} e^{-\frac{\pi}{\tau}(\Delta+z)} \sin\left(\frac{\pi}{\tau}y - \omega_1 t\right). \quad (2.27)$$

Luând în considerare (2.21) se obține

$$E_x = -\frac{\omega_1 \mu \tau}{\pi} H_z \quad . \quad (2.28)$$

c. Densitatea curenților induși

Densitatea de curent \bar{J} a curenților turbionari induși în baia metalică se determină din (2.6), cu (2.28), avînd succesiv:

$$\bar{v} \times \bar{B} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & v_y & 0 \\ 0 & B_y & B_z \end{vmatrix} = \bar{i} v_y B_z \quad ;$$

$$\bar{J} = \sigma (\bar{i} E_x + \bar{i} v_y B_z) = \bar{i} \sigma (E_x + v_y B_z) \quad ;$$

$$\begin{aligned} J_x &= \sigma (E_x + v_y B_z) = \sigma \left(-\frac{\omega_1 \mu \tau}{\pi} H_z + v_y \mu H_z \right) = \\ &= -\mu \sigma \left(\frac{\tau \omega_1}{\pi} - v_y \right) H_z \quad ; \end{aligned}$$

$$J_x = - \frac{2 k_B^2 \tau}{\pi} H_B . \quad (2.29)$$

In relația (2.29) s-a introdus constanta k_B

$$k_B = \sqrt{\frac{\omega_1 \mu \sigma s}{2}} , \quad (2.30)$$

in care s este "alunecarea" băii de metal ce se deplasează cu viteza medie v_y față de cimpul magnetic ce se deplasează cu viteza

$$v_1 = 2 \tau f_1 = \frac{\tau \omega_1 h}{\pi} \quad (2.31)$$

$$s = \frac{v_1 - v_y}{v_1} = \frac{\pi}{\tau \omega_1} \left(\frac{\tau \omega_1 h}{\pi} - v_y \right) . \quad (2.32)$$

d. forța electromagnetice

Densitatea de volum a forței electromagnetice \vec{f} ce se exercită asupra băii metalice are componentele date de produsul vectorial $\vec{J} \times \vec{B}$ astfel că se obține

$$\vec{f}_{em} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ J_x & 0 & 0 \\ 0 & B_y & B_z \end{vmatrix} = \vec{j} (- J_x B_z) + \vec{k} J_x B_y . \quad (2.33)$$

Componenta după direcția ey , dirijată tangențial la suprafața de pătrundere a cimpului electromagnetic în baia metalică, denumită "forță motoare" intrucit antrenează în mișcare metalul topit din baie, este cea care interesează în instalațiile de amestecare prin inducție electromagnetice,

$$f_{emy} = - J_x B_z . \quad (2.34)$$

Ou (2.29) această forță este

$$f_{emy} = \frac{2 \mu k_B^2 \tau}{\pi} H_B^2 . \quad (2.35)$$

Introducind în expresia (2.35) intensitatea cimpului magnetic (2.21) se obține variația densității de volum a forței electromag-

netice "moteare" în baia metalică

$$f_{eny} = \frac{2 \mu k_B^2 \tau}{\pi} H_{\max}^2 \cdot e^{-2 \frac{\pi}{\tau} (\Delta + s)} \sin^2 \left(\frac{\pi}{\tau} y - \omega_1 t \right) \cdot N/m^3 \quad (2.36)$$

Integrând pe volumul V din baia metalică, aflat deasupra agitatorului de lățime $b_1 = 2b$, lungime $l_1 = 2\tau$ și înălțime $h \leq h_m$, unde h_m este înălțimea băii metalice, pentru

$$x \in [-b; b] ; y \in [-\tau; \tau] ; s \in [0; h] \quad (2.37)$$

se obține valoarea forței electromagnetice rezultate

$$F_{eny_{\text{red}}} = \iiint_{b-\tau_0}^{b \tau h} f_{eny} \, dx \, dy \, ds, \quad (2.38)$$

elementul de volum fiind $dV = dx \, dy \, ds$.

Desvoltind cele trei integrale parțiale

$$J_I = \int_{-b}^b dx = 2b \quad (2.39)$$

$$J_{II} = \int_{-\tau}^{\tau} \sin^2 \left(\frac{\pi}{\tau} y - \omega_1 t \right) dy = \tau \quad (2.40)$$

$$J_{III} = \int_0^h e^{-2 \frac{\pi}{\tau} s} ds = \frac{\tau}{2\pi} \left(1 - e^{-2 \frac{\pi}{\tau} h} \right) \quad (2.41)$$

se obține

$$F_{eny_{\text{red}}} = \frac{2 \mu k_B^2 \tau}{\pi} H_{\max}^2 \cdot e^{-2 \frac{\pi}{\tau} \Delta} J_I J_{II} J_{III} \quad (2.42)$$

respectiv

$$F_{eny_{\text{red}}} = \frac{2 \mu k_B^2 \tau^3 b}{\pi^2} H_{\max}^2 \cdot e^{-2 \frac{\pi}{\tau} \Delta} \left(1 - e^{-2 \frac{\pi}{\tau} h} \right); N. \quad (2.43)$$

Efectuând integrale forței (2.36) după direcțiile ox și oy se obține variația forței electromagnetice specifice cu mărimea

intrefierului Δ , socotită ea e forță tangențială ce se exercită asupra băii metalice la suprafața sa de fund ($z = 0$):

$$F_{emy_{med}}^0 = \iint_{-b-\tau}^{b+\tau} f_{emy} dx dy = \frac{F_{emy_{med}}}{ds} \quad (2.44)$$

$$F_{emy_{med}}^0 = \frac{4 \mu k_s^2 \tau^2 b}{\pi} H_{max}^2 = 2 \frac{\pi}{\tau} \Delta \cdot N/m \quad (2.45)$$

2.3. Distribuția câmpului electromagnetic în întrefier și baia metalică în cazul agitatorului liniar.

Câmpul electromagnetic în baia metalică este definit de sistemul complet de ecuații (2.1) ... (2.6), luându-se astfel în considerare modificarea câmpului magnetic sub influența curenților induși în baie.

a. Intensitatea câmpului magnetic.

În întrefierul Δ vor fi verificate ecuațiile (2.12), (2.13), intensitatea câmpului magnetic fiind dată de expresiile (2.21), (2.22), pentru $z \in [-\Delta, 0]$.

Pentru determinarea intensității câmpului magnetic în baie se pleacă de la ecuația (2.1), calculând rotorul

$$\text{rot rot } \vec{H} = \text{rot } \vec{J} \quad ;$$

și se obține succesiv, avînd în vedere (2.2), (2.3), (2.5) și (2.6):

$$-\Delta \vec{H} + \text{grad div } \vec{H} = \text{rot } \left\{ \sigma [\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})] \right\} \quad ;$$

$$-\Delta \vec{H} = \sigma [\text{rot } \vec{E} - \text{rot } (\vec{B} \times \vec{v})] \quad ;$$

$$\Delta \vec{H} = \mu \sigma \left[\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \text{rot } (\vec{H} \times \vec{v}) \right] \quad . \quad (2.46)$$

Produsul vectorial are expresia

$$\vec{H} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & H_y & H_z \\ 0 & v_y & 0 \end{vmatrix} = -\vec{i} H_z v_y \quad .$$

astfel că rotorul va fi

$$\text{rot}(\vec{H} \times \vec{v}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -H_z v_y & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= -\vec{j} \frac{\partial(H_z v_y)}{\partial z} + \vec{k} \frac{\partial(H_z v_y)}{\partial y} \quad .$$

Ecuația vectorială (2.46) este echivalentă cu ecuațiile scalare

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = \mu\sigma \left[\frac{\partial H_y}{\partial t} - \frac{\partial(H_z v_y)}{\partial z} \right] ; \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = \mu\sigma \left[\frac{\partial H_z}{\partial t} - \frac{\partial(H_z v_y)}{\partial y} \right] . \quad (2.48)$$

Componenta H_z se poate determina prin rezolvarea ecuației (2.48), după care, prin dezvoltarea expresiei (2.3) se determină și componenta H_y .

Ecuațiile menționate se rezolvă mai ușor în complex. Intensitatea cimpului magnetic la suprafața de ptrundere în baie se obține din (2.22), făcînd $z = 0$:

$$H_{z0} = -\hat{H}_{z0} \sin\left(\frac{\pi}{\tau} y - \omega_1 t\right) ; \quad (2.49)$$

în care s-a introdus (2.23).

În complex

$$\underline{H}_{z0} = -\hat{H}_{z0} e^{j\left(\frac{\pi}{\tau} y - \omega_1 t\right)} \quad . \quad (2.50)$$

Derivatele în raport cu y și t ce intervin în ecuația (2.85) se vor înlocui cu mărimile cunoscute $\partial/\partial y \rightarrow j\pi/\tau$, $\partial^2/\partial y^2 \rightarrow$

$-(\pi/\tau)^2$, $\partial/\partial t \rightarrow -j\omega_1$, ecuația (2.48) devine:

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_z}{\partial z^2} - \left[\left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2 + j\mu\sigma \left(\frac{\pi}{\tau} v_y - \omega_1 \right) \right] \underline{H}_z = 0. \quad (2.51)$$

Având în vedere (2.32),

$$\frac{\pi}{\tau} v_y - \omega_1 = -\omega_1 s$$

Se introduce mărimea (simbolul "ℓ" - liniar):

$$(\underline{\gamma}_\ell)^2 = \left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2 - j\omega_1 \mu\sigma s \quad (2.52)$$

$$\underline{\gamma}_\ell = \sqrt{\left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2 - j\omega_1 \mu\sigma s} = m_1 - jm_2 \quad (2.52)$$

în care

$$m_1 = \sqrt{\frac{\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^4 + 4k_B^4}} \quad (2.53)$$

$$m_2 = \sqrt{-\frac{\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^4 + 4k_B^4}} \quad (2.54)$$

Ecuația (2.51) devine

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_z}{\partial s^2} - \underline{\gamma}_\ell \underline{H}_z = 0 \quad (2.55)$$

cu soluția generală [2/

$$\underline{H}_z = \underline{A} e^{\underline{\gamma}_\ell s} + \underline{B} e^{-\underline{\gamma}_\ell s} \quad (2.56)$$

Pentru determinarea constantelor \underline{A} și \underline{B} se impun următoarele condiții pe frontieră

- pentru $s = 0$, intensitatea cimpului magnetic în baie are valoarea dată \underline{H}_{z0} (2.50):

$$\underline{H}_z \Big|_{s=0} = \underline{H}_{z0}$$

- pentru $s = h$, intensitatea cimpului magnetic este nulă, deci

$$\underline{H}_z \Big|_{s=h} = 0.$$

Se constată în baia metalică o înălțime $h \leq h_m$, dar suficient de mare pentru ca intensitatea cîmpului magnetic să devină practic nulă.

Din aceste condiții se obține sistemul de ecuații

$$\begin{aligned} \underline{A} + \underline{B} &= \underline{H}_{z0} & ; \\ \underline{A} e^{-\gamma_e h} + \underline{B} e^{\gamma_e h} &= 0 & , \end{aligned} \quad (2.57)$$

a cărui soluție este

$$\begin{aligned} \underline{A} &= -\frac{\underline{H}_{z0}}{2} \cdot \frac{e^{-\gamma_e h}}{\operatorname{sh}(\gamma_e h)} & ; \\ \underline{B} &= \frac{\underline{H}_{z0}}{2} \cdot \frac{e^{\gamma_e h}}{\operatorname{sh}(\gamma_e h)} & . \end{aligned} \quad (2.58)$$

Constantele \underline{A} și \underline{B} determinate, intensitatea cîmpului magnetic în baia metalică este

$$\underline{H}_z = \frac{\underline{H}_{z0}}{\operatorname{sh}(\gamma_e h)} \operatorname{sh}[\gamma_e(h-s)] \quad (2.59)$$

Pentru determinarea componentei \underline{H}_y se introduce (2.59) în expresia divergenței cîmpului magnetic (2.3); se obține succesiv:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{H}_y}{\partial y} + \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial s} &= 0 & , \\ \frac{\partial \underline{H}_y}{\partial y} &= -\frac{\partial \underline{H}_z}{\partial s} & , \\ d\underline{H}_y &= \frac{\underline{H}_{z0} \gamma_e}{\operatorname{sh}(\gamma_e h)} \cdot \operatorname{ch}[\gamma_e(h-s)] dy & ; \\ \underline{H}_y &= -j \frac{\tau}{\pi} \frac{\underline{H}_{z0} \gamma_e}{\operatorname{sh}(\gamma_e h)} \operatorname{ch}[\gamma_e(h-s)] & . \end{aligned} \quad (2.60)$$

Atenuarea amplitudinii componentei complexe \underline{H}_z în baia metalică este dată de raportul

$$\frac{\underline{H}_z}{\underline{H}_{z0}} = \frac{\text{sh} [\underline{\gamma}_e (h - s)]}{\text{sh} (\underline{\gamma}_e h)} \quad (2.61)$$

Dezvoltind funcțiile hiperbolice și avînd în vedere proprietatea

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \sqrt{\frac{a \cdot a^*}{b \cdot b^*}}$$

se obține în final

$$\frac{\hat{H}_z}{\hat{H}_{z0}} = \sqrt{\frac{\text{ch } 2m_1 (h - s) - \text{cos } 2m_2 (h - s)}{\text{ch } 2m_1 h - \text{cos } 2m_2 h}} \quad (2.62)$$

Astfel, componenta H_z a intensității cîmpului magnetic în baia metalică are expresia

$$H_z = - H_{\text{max}} \cdot \frac{\pi}{\tau} \Delta \sqrt{\frac{\text{ch } 2m_1 (h-s) - \text{cos } 2m_2 (h-s)}{\text{ch } 2m_1 h - \text{cos } 2m_2 h}} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{\tau} y - \omega_1 t \right) \quad (2.63)$$

Avînd intensitatea cîmpului magnetic, din (2.5) se poate exprima inducția magnetică.

b. Intensitatea cîmpului electric.

Distribuția intensității cîmpului electric în baia metalică se determină cu ajutorul relației (2.2), exprimată în complex. Se obțin ecuațiile (2.25) și (2.26) care devin

$$\frac{\partial \underline{E}_x}{\partial y} = - j \omega_1 \mu \frac{\underline{H}_{z0}}{\text{sh}(\underline{\gamma}_e h)} \text{sh} [\underline{\gamma}_e (h - s)]$$

$$\frac{\partial \underline{E}_x}{\partial z} = \frac{\omega_1 \mu \tau}{\pi} \frac{\underline{H}_{z0} \cdot \underline{\gamma}_e}{\text{sh}(\underline{\gamma}_e h)} \text{ch} [\underline{\gamma}_e (h-s)]$$

Rezolvarea acestor două ecuații conduce la soluțiile

$$\underline{E}_x = - \frac{\omega_1 \mu \tau}{\pi} \frac{\underline{H}_{z0}}{\operatorname{sh}(\underline{\gamma}_e h)} \operatorname{sh} [\underline{\gamma}_e (h-z)] + \underline{F}(z) \cdot$$

respectiv

$$\underline{E}_x = - \frac{\omega_1 \mu \tau}{\pi} \frac{\underline{H}_{z0}}{\operatorname{sh}(\underline{\gamma}_e h)} \operatorname{sh} [\underline{\gamma}_e (h-z)] + \underline{G}(y) \cdot$$

Prin identificarea celor două expresii pentru \underline{E}_x rezultă $\underline{F}(z) = \underline{G}(y) = 0$.

Având în vedere (2.59), se obține astfel pentru intensitatea cîmpului electric în baie o expresie similară cu (2.28)

$$\underline{E}_x = - \frac{\omega_1 \mu \tau}{\pi} \underline{H}_z \quad \cdot \quad (2.64)$$

valabilă și în cazul în care marimile sînt reale, prin revenirea de la scrierea în complex.

c. Densitatea curenților induși.

Densitatea de curent \underline{J} a curenților turbănați induși în baia metalică se determină în mod similar ipotezei de calcul prezentate anterior (§ 2.2, d), astfel că, avînd în vedere (2.64), se obține

$$\underline{J}_x = - \frac{2 \underline{k}_z^2 \tau}{\pi} \underline{H}_z \quad \cdot \quad (2.65)$$

egalitate valabilă și în cazul mărimilor reale.

d. Forța electromagnetice.

Introducînd în expresia densității de volum a forței electromagnetice (2.35), intensitatea cîmpului magnetic (2.63) și densitatea de curent (2.65), se obține

$$f_{oxy} = \frac{4 \mu \underline{k}_z^2 \tau}{\pi} \underline{H}_{\max}^2 \frac{e^{-2 \frac{\pi}{\tau} \Delta}}{\operatorname{ch} 2n_1 h - \operatorname{cos} 2n_2 h} [\operatorname{ch} 2n_1 (h-z) - \operatorname{cos} 2n_2 (h-z)] \cdot$$

$$\cdot \sin^2 \left(\frac{\pi}{\tau} y - \omega_1 t \right), \text{ N/m}^3 \quad (2.66)$$

Efectuind integralele (2.38) și având în vedere integrala

$$J_{III} = \int_0^h [\operatorname{ch} 2m_1 (h - z) - \cos 2m_2 (h - z)] dz =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{m_1} \operatorname{sh} 2m_1 h - \frac{1}{m_2} \sin 2m_2 h \right) \quad , \quad (2.67)$$

se obține forța electromagnetică resultantă

$$F_{\text{em}y_{\text{med}}} = \frac{2 \mu k_B^2 \tau^2 b}{\pi} H_{\text{max}}^2 \cdot -2 \frac{\pi}{\tau} \Delta \frac{\frac{1}{m_1} \operatorname{sh} 2m_1 h - \frac{1}{m_2} \sin 2m_2 h}{\operatorname{ch} 2m_1 h - \cos 2m_2 h} \cdot N. \quad (2.68)$$

2.4. Determinarea aproximativă a cîmpului electromagnetic în cazul agitatorului cilindric.

Determinarea aproximativă a cîmpului electromagnetic în cazul agitatorului cilindric se face în aceeași ipoteză de calcul simplificatoare ca la agitatorul liniar (§ 2.2). Mărimile menționate se consideră orientate conform celor expuse în § 2.1.

a. Intensitatea cîmpului magnetic.

În ipotezele făcute, intensitatea cîmpului magnetic verifică ecuațiile (2.24) și (2.25) atât în interior cât și în baia metalică. Potențialul magnetic scalar φ_m se determină acest cîmp să satisfacă ecuația lui Laplace (2.27).

Condițiile pe frontieră impuse cîmpului magnetic sînt

- intensitatea cîmpului magnetic la suprafața agitatorului inductiv (componenta H_z) este egală cu valoarea rezultată din pătura de curent (2.11), (2. 29);

- originea sistemului de referință se alege în centrul de simetrie al cîmpului magnetic, axa Ox fiind axă de simetrie, astfel că intensitatea cîmpului magnetic are aceeași valoare pe cele două suprafețe laterale ($-h_1/2 ; h_1/2$); axa verticală Oz este axa geometrică a sistemului cilindric baie metalică - agitator inductiv;

- intensitatea cîmpului magnetic în axa verticală a băii

are o valoare finită (fie ea nulă, pentru componenta radială H_r)

Cum câmpul magnetic este un câmp plan-meridian înseamnă că potențialul acestui câmp va fi de forma $\varphi_M = \varphi_M(r, z)$, ecuația (2.15) devenind în coordonate cilindrice

$$\frac{\partial^2 \varphi_M}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_M}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi_M}{\partial z^2} = 0 \quad (2.69)$$

Rezolvarea acestei ecuații prin metoda separării variabilelor conduce la soluția [2, 71/

$$\varphi_M(r, z) = (k_1 \cos \alpha z + k_2 \sin \alpha z) \cdot [k_3 J_0(j \alpha r) + k_4 Y_0(j \alpha r)] \quad (2.70)$$

în care $J_0(j \alpha r)$, $Y_0(j \alpha r)$ sînt funcțiile Bessel (de speța întâi), respectiv Neumann (de speța a doua) de ordinul zero, de argument pur imaginar $j \alpha r$.

Avînd în vedere condiția referitoare la valoarea finită (fie ea nulă) a câmpului magnetic pentru $r \rightarrow 0$ și la valorile egale ale intensității câmpului magnetic pe suprafețele laterale ale bătii metalice (pentru $z = -h_1/2$, respectiv $z = h_1/2$), soluția (2.70) devine

$$\varphi_M(r, z) = k \sin \alpha z \cdot J_0(j \alpha r) \quad (2.71)$$

unde s-a notat $k = k_2 \cdot k_3$

Pentru ca să fie verificată și condiția pe frontieră la suprafața agitatorului inductiv (relația 2.17 pentru $H_{\theta\theta} \sim \Delta$), cu (2.11) și (2.14) și avînd în vedere formulele de recurență [2/:

$$J_0(j \alpha r) = J_0(\alpha r) ; J_0'(\alpha r) = \alpha J_1(\alpha r) \quad (2.72)$$

soluția (2.71) conduce la expresiile componentelor intensității câmpului magnetic, respectiv

$$H_r = H_{\max} \frac{J_1\left(\frac{\pi}{\tau} r\right)}{J_0\left(\frac{\pi}{\tau} r_1\right)} \sin\left(\frac{\pi}{\tau} z - \omega_1 t\right) \quad (2.73)$$

$$H_z = H_{\max} \frac{I_0 \left(\frac{\pi}{\tau} r \right)}{I_0 \left(\frac{\pi}{\tau} r_1 \right)} \cos \left(\frac{\pi}{\tau} z - \omega_1 t \right) \quad (2.74)$$

regăsind unele expresii cunoscute [78].

Amplitudinile componentelor cîmpului magnetic se atenuază în întrefierul Δ la valorile ($r = r_m = r_1 - \Delta$)

$$\hat{H}_{r_m} = H_{\max} \frac{I_1 \left(\frac{\pi}{\tau} r_m \right)}{I_0 \left(\frac{\pi}{\tau} r_1 \right)} = \hat{H}_{r_1} \frac{I_1 \left(\frac{\pi}{\tau} r_m \right)}{I_1 \left(\frac{\pi}{\tau} r_1 \right)} \quad (2.75)$$

$$\hat{H}_{z_m} = H_{\max} \frac{I_0 \left(\frac{\pi}{\tau} r_m \right)}{I_0 \left(\frac{\pi}{\tau} r_1 \right)} \quad (2.76)$$

Atenuarea în baia metalică, în raport cu (2.75), (2.76) este

$$\frac{\hat{H}_r}{\hat{H}_{r_m}} = \frac{I_1 \left(\frac{\pi}{\tau} r \right)}{I_1 \left(\frac{\pi}{\tau} r_m \right)} \quad (2.77)$$

$$\frac{\hat{H}_z}{\hat{H}_{z_m}} = \frac{I_0 \left(\frac{\pi}{\tau} r \right)}{I_0 \left(\frac{\pi}{\tau} r_m \right)} \quad (2.78)$$

Avînd intensitatea cîmpului magnetic, din (2.5) se poate exprima inducția magnetică.

b. Intensitatea cîmpului electric.

Distribuția intensității cîmpului electric în întrefier și baia metalică se determină din sistemul ecuațiilor (2.2) - (2.4). Dezvoltînd rot \vec{E} în coordonate cilindrice

$$\text{rot } \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\varphi & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & rE_\varphi & 0 \end{vmatrix} = -\vec{e}_r \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} + \vec{e}_z \left(\frac{E_\varphi}{r} + \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} \right)$$

se obține

$$-\vec{e}_r \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} + \vec{e}_z \left(\frac{E_\varphi}{r} + \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} \right) = -\vec{e}_r \frac{\partial B_z}{\partial t} - \vec{e}_z \frac{\partial B_r}{\partial t},$$

ecuație vectorială echivalentă cu ecuațiile scalare

$$\frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial t}; \quad (2.79)$$

$$\frac{E_\varphi}{r} + \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} = -\frac{\partial B_r}{\partial t}. \quad (2.80)$$

Introducând derivata inducției magnetice în (2.79) se obține

$$\frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = -\omega_1 B_{\max} \frac{I_1\left(\frac{\pi}{\tau} r\right)}{I_0\left(\frac{\pi}{\tau} r_1\right)} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} z - \omega_1 t\right).$$

de unde, prin integrare rezultă

$$E_\varphi = -\omega_1 \frac{\tau}{\pi} B_{\max} \frac{I_1\left(\frac{\pi}{\tau} r\right)}{I_0\left(\frac{\pi}{\tau} r_1\right)} \sin\left(\frac{\pi}{\tau} z - \omega_1 t\right) + F(r).$$

Pentru determinarea constantei de integrare $F(r)$ se pune condiția ca E_φ să verifice ecuația (2.80).

Formula de recurență pentru funcția Bessel / 2 /

$$z \frac{d}{dz} I_\nu(z) = -\nu I_\nu(z) + z I_{\nu-1}(z), \quad (2.81)$$

devine

$$\frac{\pi}{\tau} r \frac{d}{d\left(\frac{\pi}{\tau} r\right)} I_1\left(\frac{\pi}{\tau} r\right) = -I_1\left(\frac{\pi}{\tau} r\right) + \frac{\pi}{\tau} r I_0\left(\frac{\pi}{\tau} r\right),$$

$$\frac{d I_1\left(\frac{\pi}{\tau} r\right)}{dr} = -\frac{1}{r} I_1\left(\frac{\pi}{\tau} r\right) + \frac{\pi}{\tau} I_0\left(\frac{\pi}{\tau} r\right). \quad (2.82)$$

Efectuând înlocuirea menționată rezultă ca necesară condiția $F(r) = 0$.

Astfel, intensitatea cîmpului electric este

$$E_{\varphi} = -\omega_1 \frac{\tau}{\pi} B_{\max} \frac{I_1\left(\frac{\pi}{\tau} r\right)}{I_0\left(\frac{\pi}{\tau} r_1\right)} \sin\left(\frac{\pi}{\tau} s - \omega_1 t\right) \quad (2.83)$$

Luind in considerare (2.73) se obtine

$$E_{\varphi} = -\frac{\omega_1 \mu \tau}{\pi} H_T \quad (2.84)$$

c. Densitatea curenților induși

Densitatea de curent \bar{J} a curenților turbionari induși in baia metalică se determină din (2.6) cu (2.84) avind succesiv

$$\bar{v} \times \bar{B} = \begin{vmatrix} \bar{e}_r & \bar{e}_{\varphi} & \bar{e}_z \\ 0 & 0 & v_z \\ B_r & 0 & B_z \end{vmatrix} = \bar{e}_{\varphi} v_z B_r$$

$$\bar{J} = \sigma (\bar{e}_{\varphi} E_{\varphi} + \bar{e}_{\varphi} v_z B_r) = \bar{e}_{\varphi} \sigma (E_{\varphi} + v_z B_r)$$

$$J_{\varphi} = \sigma (E_{\varphi} + v_z B_r) = \sigma \left(-\frac{\omega_1 \mu \tau}{\pi} H_T + v_z \mu H_T \right) =$$

$$= -\mu \sigma \left(\frac{\omega_1 \tau}{\pi} - v_z \right) H_T$$

$$J_{\varphi} = -\frac{2 k_B^2 \tau}{\pi} H_T \quad (2.85)$$

In relația (2.85) s-a introdus constanta k_B dată de (2.30), in care, "alunecarea" s are expresia

$$s = \frac{v_1 - v_2}{v_1} = \frac{\pi}{\tau \omega_1} \left(\frac{\tau \omega_1}{\pi} - v_2 \right) \quad (2.86)$$

d. forța electromagnetică.

Densitatea de volum a forței electromagnetice ce se exercită asupra băii metalice are componentele date de produsul vectorial

$\vec{I} \times \vec{B}$, astfel că se obține

$$f_{em} = \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\varphi & \vec{e}_z \\ 0 & I_\varphi & 0 \\ B_r & 0 & B_z \end{vmatrix} = \vec{e}_r I_\varphi B_z + \vec{e}_z (-I_\varphi B_r) \quad (2.87)$$

Componenta după direcția os, dirijată tangențial la suprafața de pătrundere a cîmpului electromagnetic în baia metalică, denumită "forță motoare" este

$$f_{em_z} = - I_\varphi B_r \quad (2.88)$$

Ca (2.87), această forță este

$$f_{em_z} = \frac{2 \mu k^2 \tau}{\pi} H_r^2 \quad (2.89)$$

Introducînd în expresia (2.89) intensitatea cîmpului magnetic (2.75) se obține variația densității de volum a forței electromagnetice "motoare" în baia metalică

$$f_{em_z} = \frac{2 \mu k^2 \tau}{\pi} H_{max}^2 \left[\frac{I_1\left(\frac{\pi}{\tau} r\right)}{I_0\left(\frac{\pi}{\tau} r_1\right)} \right] \sin^2\left(\frac{\pi}{\tau} z - \omega_1 t\right), \text{ N/m}^3 \quad (2.90)$$

Integrînd pe volumul V din baia metalică, aflat în interiorul agitatorului de înălțime $h_1 = 2\tau$, pentru

$$r \in [0, r_m], \varphi \in [0, 2\pi], z \in [-\tau, \tau] \quad (2.91)$$

valoarea forței electromagnetice rezultante

$$F_{em_{total}} = \int_0^{r_m} \int_0^{2\pi} \int_{-\tau}^{\tau} f_{em_z} r dr d\varphi dz \quad (2.92)$$

elemental de volum în coordonate cilindrice fiind $dv = r dr d\varphi dz$.

Desvoltînd cele trei integrale parțiale

$$J_I = \int_0^{r_m} r I_1^2\left(\frac{\pi}{\tau} r\right) dr \quad (2.93)$$

$$J_{II} = \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi \quad (2.94)$$

$$J_{III} = \int_{-\tau}^{\tau} \sin^2 \left(\frac{\pi}{\tau} s - \omega_1 t \right) ds = \tau \quad (2.95)$$

se obține

$$P_{\text{med}} = \frac{2 \mu k^2 \tau}{\pi} H_{\text{max}}^2 \cdot \frac{1}{I_0^2 \left(\frac{\pi}{\tau} r_1 \right)} J_I J_{II} J_{III} \quad (2.96)$$

Integrala J_I este de tip Lommel; formula de recurență ce permite efectuarea integralei, prezentată în / 2, 20/ este

$$\int_0^z z [J_\nu(kz)]^2 dz = \frac{1}{2} z^2 \left\{ [J_2'(kz)]^2 + \left[1 - \frac{\nu^2}{(kz)^2} \right] [J_\nu(kz)]^2 \right\} \quad (2.97)$$

în care

$$J_\nu'(kz) = -\frac{\nu}{kz} J_\nu(kz) + J_{\nu-1}(kz) \quad .$$

Peșosină formula de definiție a funcției Bessel de prima speță modificată (2.72):

$$I_\nu(x) = j^{-\nu} J(jx) \quad .$$

von avea succesiv

$$\begin{aligned} J_I &= \int_0^{r_m} r I_1^2 \left(j \frac{\pi}{\tau} r \right) dr = \int_0^{r_m} r \left[-j J_1 \left(j \frac{\pi}{\tau} r \right) \right]^2 dr = \\ &= - \int_0^{r_m} r J_1^2 \left(j \frac{\pi}{\tau} r \right) dr \quad , \\ \int_0^{r_m} r J_1^2 \left(j \frac{\pi}{\tau} r \right) dr &= \frac{1}{2} r_m^2 \left\{ \left[J_1' \left(j \frac{\pi}{\tau} r_m \right) \right]^2 + \right. \\ &\left. + \left[1 - \frac{1}{\left(j \frac{\pi}{\tau} r_m \right)^2} \right] \cdot J_1^2 \left(j \frac{\pi}{\tau} r_m \right) \right\} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} r_m^2 \left[- \frac{2J_0\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right) \cdot J_1\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right)}{\frac{\pi}{\zeta} r_m} + J_1^2\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right) + J_0^2\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right) \right] \\
 &= \frac{1}{2} r_m^2 \left[- \frac{2I_0\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right) I_1\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right)}{\frac{\pi}{\zeta} r_m} - I_1^2\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right) + I_0^2\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right) \right] \\
 J_I &= \frac{1}{2} r_m^2 \left[\frac{2I_0\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right) I_1\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right)}{\frac{\pi}{\zeta} r_m} + I_1^2\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right) - I_0^2\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right) \right]. \quad (2.98)
 \end{aligned}$$

Introducând valorile integralelor (2.94), (2.95) și (2.96) în expresia (2.96) se obține

$$\begin{aligned}
 F_{\text{em med}} &= 2 \mu k_s^2 \zeta^2 r_m^2 H_{\text{max}}^2 \left[\frac{I_1\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right)}{I_0\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right)} \right]^2 \\
 &\cdot \left\{ 1 + \frac{2}{\frac{\pi}{\zeta} r_m} \cdot \frac{I_0\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right)}{I_1\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right)} - \left[\frac{I_2\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right)}{I_1\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right)} \right]^2 \right\}, \quad \text{N} \quad (2.99)
 \end{aligned}$$

Efectuând integrala forței (2.99) după direcțiile φ și z se obține variația forței electromagnetice specifice în ou mărimea interfeierului Δ , socotită ca o forță tangențială ce se exercită asupra bătii metalice la suprafața sa laterală ($r = r_m$):

$$f'_{\text{em med}} = \int_0^{2\pi} \int_{-\zeta}^{\zeta} f_{\text{em}} r_m d\varphi dz = \frac{F_{\text{em med}}}{\Delta r} \quad (2.100)$$

$$f'_{\text{em med}} = 4 \mu k_s^2 \zeta^2 r_m H_{\text{max}}^2 \left[\frac{I_1\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right)}{I_0\left(\frac{\pi}{\zeta} r_m\right)} \right] \cdot \text{N/m} \quad (2.101)$$

2.5. Distribuția cimpului electromagnetic în interfeier și bacia metalică în cazul agitatorului cilindric.

Cimpul electromagnetic în bacia metalică cilindrică este

definit de sistemul complet de ecuații (2.1)...(2.6) luându-se astfel în considerare modificarea câmpului magnetic sub influența curenților induși în baie.

a. Intensitatea câmpului magnetic.

În interiorul Δ vor fi verificate ecuațiile (2.24) - (2.25), intensitatea câmpului magnetic fiind dată de expresiile (2.73), (2.74), pentru $r \in [r_2, r_1]$.

Intensitatea câmpului magnetic în baie se determină din ecuația (2.46).

Produsul vectorial are expresia

$$\vec{H} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\varphi & \vec{e}_z \\ H_r & 0 & H_z \\ 0 & 0 & v_z \end{vmatrix} = -\vec{e}_\varphi H_r v_z$$

astfel că rotorul va fi

$$\begin{aligned} \text{rot}(\vec{H} \times \vec{v}) &= \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\varphi & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & -rH_r v_z & 0 \end{vmatrix} = \\ &= \vec{e}_r v_z \frac{\partial H_r}{\partial z} - \vec{e}_z \left(\frac{1}{r} v_z H_r + v_z \frac{\partial H_r}{\partial r} \right) \end{aligned}$$

Ecuația vectorială (2.42) în coordonate cilindrice este echivalentă cu ecuațiile scalare

$$\frac{\partial^2 H_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 H_r}{\partial z^2} - \frac{H_r}{r} = \mu\sigma \left(\frac{\partial H_r}{\partial t} + v_z \frac{\partial H_r}{\partial z} \right) \quad (2.102)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = \mu\sigma \left[\frac{\partial H_z}{\partial t} - v_z \left(\frac{1}{r} + \frac{\partial}{\partial r} \right) H_r \right] \quad (2.103)$$

Componenta H_z se poate determina prin rezolvarea ecuației (2.102), după care, prin dezvoltarea expresiei (2.3) se determină și componenta H_r .

Ecuațiile menționate se rezolvă mai ușor în complex. Intensitatea câmpului magnetic la suprafața de pătrundere în baie se obține din (2.73), făcând $r = r_2$:

$$H_{r_m} = \hat{H}_{r_m} \sin \left(\frac{\pi}{\tau} s - \omega_1 t \right) \quad (2.104)$$

in care s-a introdus (2.75).

In complex

$$\underline{H}_{r_m} = \hat{H}_{r_m} \cdot e^{j \left(\frac{\pi}{\tau} s - \omega_1 t \right)} \quad (2.105)$$

Derivatele in raport cu s și t ce intervin in ecuația (2.102) se vor inlocui cu mărimile cunoscute: $\partial / \partial s \rightarrow j\pi/\tau$, $\partial^2 / \partial s^2 \rightarrow -(\pi/\tau)^2$, $\partial / \partial t \rightarrow -j\omega_1$, ecuația (2.104) devenind

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_{r_m}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \underline{H}_{r_m}}{\partial r} + \left\{ \left[- \left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2 - j\mu\sigma \left(\frac{\pi}{\tau} v_s - \omega_1 \right) \right] + \frac{-1}{r^2} \right\} \underline{H}_{r_m} = 0 \quad (2.106)$$

Avind in vedere (2.86),

$$\frac{\pi}{\tau} v_s - \omega_1 = -\omega_1 s$$

Se introduce mărimea (simbolul "e" - cilindric):

$$(\underline{\gamma}_e)^2 = - \left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2 + j\omega_1 \mu\sigma s = - (\underline{\gamma}_e)^2$$

$$\underline{\gamma}_e = j \sqrt{\left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2 - j(\omega_1 \mu\sigma s)} = m_2 + jm_1 \quad (2.107)$$

in care parametri m_1 , m_2 au semnificațiile (2.53), respectiv (2.54).

Ecuația (2.106) devine

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_{r_m}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \underline{H}_{r_m}}{\partial r} + (\underline{\gamma}_e + \frac{-1}{r^2}) \underline{H}_{r_m} = 0 \quad (2.108)$$

e ecuație diferențială de forma

$$y'' + \frac{a}{x} y' + (b x^n + \frac{c}{x^2}) y = 0 \quad (2.109)$$

cu soluția generală /2/

$$y = x^{\frac{1-a}{2}} z \sqrt{\left(\frac{-2\sqrt{b}}{n+2} x^{\frac{n+2}{2}}\right)} \quad , (2.110)$$

în care

$$v = \frac{[(1-a)^2 - 4b]}{n+2} \quad .$$

Ecuația (2.108) are soluția generală

$$\underline{H}_r = Z_1(\underline{\gamma}_c r) = \underline{A} J_1(\underline{\gamma}_c r) + \underline{B} Y_1(\underline{\gamma}_c r) \quad , (2.111)$$

în care $J_1(\underline{\gamma}_c r)$, $Y_1(\underline{\gamma}_c r)$ sînt funcțiile Bessel, respectiv Neumann de ordinul unu, de argument complex $\underline{\gamma}_c r$.

Pentru determinarea constantelor \underline{A} și \underline{B} se impun următoarele condiții pe frontieră:

- pentru $r = r_m$, intensitatea cîmpului magnetic în baie are valoarea H_{r_m} dată (2.105)

$$\underline{H}_r \Big|_{r=r_m} = \underline{H}_{r_m} \quad .$$

- pentru $r = 0$, intensitatea cîmpului magnetic (componenta H_r) este nulă

$$\underline{H}_r \Big|_{r=0} = 0 \quad .$$

Intrucît $\lim_{r \rightarrow 0} Y_1(\underline{\gamma}_c r) = -\infty$ este necesar ca $\underline{B} = 0$.

Din aceste condiții pe frontieră se obține

$$\underline{A} = \frac{\underline{H}_{r_m}}{J_1(\underline{\gamma}_c r_m)} \quad .$$

Constantele \underline{A} și \underline{B} determinate, intensitatea cîmpului magnetic în baia metalică este

$$\underline{H}_r = \underline{H}_{r_m} \frac{J_1(\underline{\gamma}_c r)}{J_1(\underline{\gamma}_c r_m)} \quad , (2.112)$$

Funcția Bessel de speța întâi, ordinul unu cu argument

complex se poate scrie ca sumă a doi termeni, unul real și celălalt imaginar

$$J_1(\rho r e^{j\varphi}) = U_1(\rho r, \varphi) + j V_1(\rho r, \varphi) \quad , \quad (2.113)$$

unde

$$\rho = |\underline{\gamma}_c| = \sqrt{n_1^2 + n_2^2} \quad ; \quad (2.114)$$

$$\varphi = \text{arc tg} \frac{n_1}{n_2} \quad . \quad (2.115)$$

Valorile celor doi termeni U_1 și V_1 sînt tabelate în /90/. Componenta \underline{H}_z se determină prin introducerea (2.112) în expresia divergenței cîmpului magnetic (2.3); se obține succesiv:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \underline{H}_r) + \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial z} = 0 \quad .$$

$$r \frac{\partial \underline{H}_r}{\partial r} + \underline{H}_r = -j \frac{\pi}{\tau} r \underline{H}_z \quad .$$

Ou formulele de derivare și recurență ale funcțiilor Bessel /2/

$$\frac{d J_\nu(kz)}{dz} = k \frac{d J_\nu(kz)}{d(kz)} = k J'_\nu(kz) \quad ;$$

$$J'_\nu(kz) = -\frac{\nu}{kz} J_\nu(kz) + J_{\nu-1}(kz) \quad , \quad (2.116)$$

rezultă

$$\underline{H}_z = j \frac{\tau}{\pi} \frac{\underline{H}_r \cdot \underline{\gamma}_c}{J_1(\underline{\gamma}_c r_m)} \cdot J_0(\underline{\gamma}_c r) \quad (2.117)$$

Atenuarea amplitudinii componentei complexe \underline{H}_r în baia metalică este dată de raportul

$$\frac{\hat{H}_r}{\underline{H}_r} = \frac{J_1(\underline{\gamma}_c r)}{J_1(\underline{\gamma}_c r_m)} \quad . \quad (2.118)$$

Dezvoltînd funcțiile Bessel (2.113) se obține

$$\frac{\hat{H}_r}{\hat{H}_{r_m}} = \sqrt{\frac{U_1^2(\rho r, \varphi) + V_1^2(\rho r, \varphi)}{U_1^2(\rho r_m, \varphi) + V_1^2(\rho r_m, \varphi)}} \quad (2.119)$$

Astfel, variația componentei H_r a intensității cîmpului magnetic în baia metalică are forma instantanee

$$H_r = H_{\max} \frac{J_1\left(\frac{\pi}{\tau} r_m\right)}{J_0\left(\frac{\pi}{\tau} r_1\right)}$$

$$\sqrt{\frac{U_1^2(\rho r, \varphi) + V_1^2(\rho r, \varphi)}{U_1^2(\rho r_m, \varphi) + V_1^2(\rho r_m, \varphi)}} \sin\left(\frac{\pi}{\tau} z - \omega_1 t\right) \quad (2.120)$$

Avînd intensitatea cîmpului magnetic, din (2.5) se poate exprima inducția magnetică.

b. Intensitatea cîmpului electric.

Distribuția intensității cîmpului electric în baia metalică se determină cu ajutorul relației (2.2), exprimată în complex. Se obțin ecuațiile (2.79) și (2.80) care, devin

$$\frac{\partial \underline{E}_\varphi}{\partial z} = -j\omega_1 \mu \underline{H}_{r_m} \frac{J_1(\gamma_c r)}{J_1(\gamma_c r_m)}$$

$$\frac{\underline{E}_\varphi}{r} + \frac{\partial \underline{E}_\varphi}{\partial r} = -\frac{\omega_1 \mu \tau}{\pi} \frac{\underline{H}_{r_m} \gamma_c}{J_1(\gamma_c r_m)} J_0(\gamma_c r)$$

Din prima ecuație se obține, ținînd cont de (2.105) și (2.118)

$$\underline{E}_\varphi = -\frac{\omega_1 \mu \tau}{\pi} \underline{H}_{r_m} \frac{J_1(\gamma_c r)}{J_1(\gamma_c r_m)} + \underline{F}(r)$$

$$\underline{E}_\varphi = -\frac{\omega_1 \mu \tau}{\pi} \underline{H}_r + \underline{F}(r)$$

Pentru determinarea constantei de integrare $\underline{F}(r)$ se pune condiția ca \underline{E}_φ să verifice a doua ecuație.

Ou formulele de derivare și recurență ale funcțiilor Bessel (2.116) , se obține după simplificări

$$\frac{\underline{F}(r)}{r} + \frac{\partial \underline{F}(r)}{\partial r} = 0$$

care admite și soluția banală $\underline{F}(r) = 0$.

Astfel, intensitatea cîmpului electric este

$$\underline{E}_\varphi = - \frac{\omega_1 \mu \tau}{\pi} \underline{H}_r \quad , \quad (2.121)$$

valabilă și în cazul în care mărimile sînt reale, prin revenirea de la scrierea în complex.

e. Densitatea curenților induși.

Densitatea de curent \underline{J} a curenților turbionari induși în baia metalică cilindrică se determină în mod similar ipotezei de calcul prezentate anterior (§ 2.4, d), astfel că, avînd în vedere (2.121), se obține

$$\underline{J}_\varphi = - \frac{2 k_0^2 \tau}{\pi} \underline{H}_r \quad , \quad (2.122)$$

egalitate valabilă și în cazul mărimilor reale.

d. Forța electromagnetică.

Introducînd în expresia densității de volum a forței electromagnetice (2.88) intensitatea cîmpului magnetic (2.120) și densitatea de curent (2.122), se obține

$$f_{\text{em}z} = \frac{2 \mu k_0^2 \tau}{\pi} H_{\text{max}}^2 \left[\frac{I_1 \left(\frac{\pi}{\tau} r_2 \right)}{I_0 \left(\frac{\pi}{\tau} r_1 \right)} \right]^2 \cdot \frac{v_1^2(\rho r_2, \varphi) + v_2^2(\rho r_2, \varphi)}{v_1^2(\rho r_1, \varphi) + v_2^2(\rho r_1, \varphi)} \sin^2 \left(\frac{\pi}{\tau} z - \omega_1 t \right), N/m^3. \quad (2.123)$$

Efectuând integralele (2.92) și având în vedere (2.94) și (2.95) se obține forța electromagnetică rezultantă

$$F_{\text{rezultantă}} = 4 \mu k_B^2 \tau^2 H_{\text{max}}^2 \frac{I_1\left(\frac{\pi}{\tau} r_m\right)}{I_0\left(\frac{\pi}{\tau} r_1\right)} \cdot \frac{1}{U_1^2(\rho r_m, \varphi) + V_1^2(\rho r_m, \varphi)} \cdot \int_0^{r_m} r [U_1^2(\rho r, \varphi) + V_1^2(\rho r, \varphi)] dr, \text{ N} \quad (2.124)$$

Pentru efectuarea integralei se va recurge la metode numerice de integrare, utilizând, de exemplu, formula trapeseilor [2/]:

$$\int_a^b f(x) dx = h \left(\frac{1}{2} y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2} y_n \right) + R_1, \quad (2.125)$$

în care intervalul $[a, b]$ s-a împărțit în n intervale parțiale de lungime h ; y este valoarea funcției în punctele de separație a intervalelor parțiale $f(a) = y_0$; $f(a+h) = y_1$; ...; $f(a+nh) = f(b) = y_n$; R_1 este eroarea metodei.

**C A P. 3. ANALIZA REZULTATELOR TEORETICE SI
ELEMENTE DE CALCUL A AGITATOARELOR
INDUCTIVE.**

In cele ce urmează se vor analiza expresiile obținute în Cap. 2 pentru mărimile câmpului electromagnetic care interesează în special, respectiv intensitatea câmpului magnetic și forța electromagnetică, motoare în legătură cu stabilirea unor elemente de calcul necesare dimensionării agitatoarelor inductive.

3.1. Agitatoare inductive liniare.

a. Intensitatea câmpului magnetic.

Intrucît componenta intensității câmpului magnetic orientată după direcția axei OZ, perpendicular pe suprafața de fund a băii metalice, H_z este cea care contribuie la apariția forței electromagnetice "motoare", ne vom opri atenția asupra acesteia.

Expresia (2.22), dedusă în ipoteza simplificatoare a neglijării reacției curenților induși în baie, prezintă o formă simplă, accesibilă: atenuarea componentei H_z atât în întrefier (2.23) cît și în baia metalică (2.24) are o alură exponențială (fig. 3.1.)

$$H_z \sim e^{-\frac{\pi}{\delta} (\Delta + s)} \quad (3.1)$$

avînd caracterul atenuării câmpului magnetic în întrefierul mașinilor electrice de inducție cu întrefier mărit.

Prin raportare la fenomenul pătrunderii câmpului electromagnetic în conductoare masive, în care se definește "adîncimea de pătrundere" acea distanță de la suprafața conductorului spre interior la care intensitatea câmpului magnetic (și implicit densitatea curențului indus) scade de e ori, se poate considera util pentru baia metalică un câmp atenuat în întrefier pînă la valoarea "e" din valoarea sa maximă.

Astfel, din (2.40) se obține

$$\frac{\hat{H}_{z0}}{H_{z\max}} \geq e^{-1} \quad (3.2)$$

de unde rezultă

$$\left. \begin{aligned} \frac{\pi \Delta}{\delta} &\leq 1 \\ \delta &\geq \pi \Delta \\ \ell_1 = 2\delta &\geq 2\pi \Delta \end{aligned} \right\} (3.3)$$

Relația (3.4) este foarte apropiată valorii de calcul (1.3) recomandată în /43/. De altfel, în lucrările /5; 43; 78/ este menționat caracterul exponențial al atenuării intensității cîmpului magnetic, relația (2.22) regăsindu-se și în /43; 78/.

Avînd încă în vedere că este important ca valoarea intensității cîmpului magnetic în baie să fie cît mai mare, în cazul în care gabaritul băii permite o lungime mai mare a agitatorului, este de recomandat ca micșorarea de e ori a cîmpului magnetic să se considere referitor la suprafața liberă a băii metalice, respectiv

$$\frac{\hat{H}_z |_{z=h_m}}{H_{\max}} \geq e^{-1} \quad (3.4)$$

de unde rezultă

$$\ell_1 = 2\delta \geq 2\pi (\Delta + h_m) \quad (3.5)$$

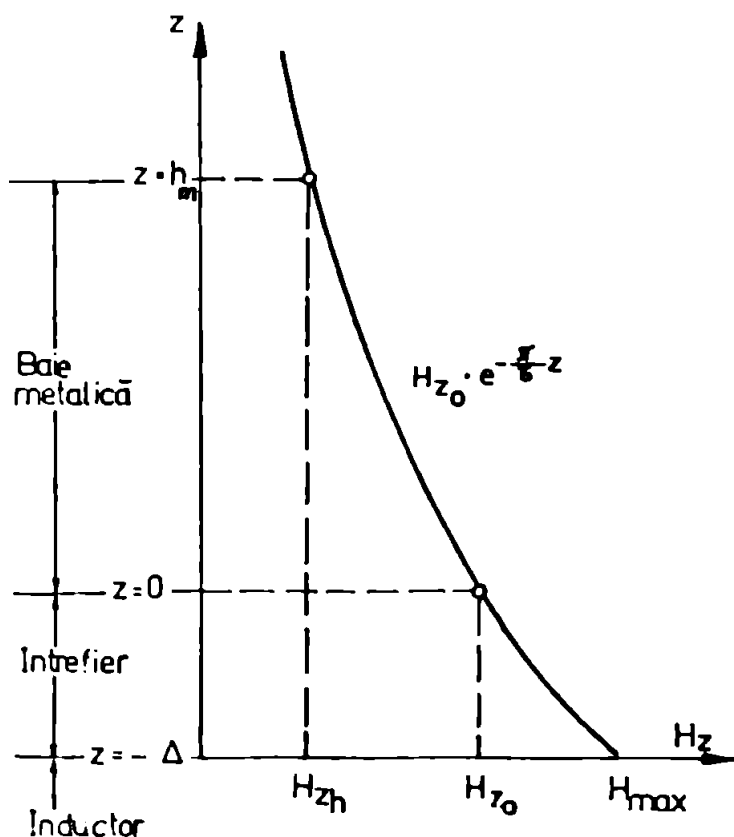


Fig.3.1. Variația componenteii H_z a intensității cîmpului magnetic în ipoteza simplificată.

Expresia (2.63) este mai complicată, analiza influenței diferiților factori asupra atenuării componentei H_z în baia metalică fiind mai dificilă.

Variațiile factorilor m_1 și m_2 sînt prezentate în figura 3.2, ca funcție de k_B și parametru $\alpha = \pi/\delta$ (fig.3.2,a), respectiv ca funcție de $\alpha = \pi/\delta$ și parametru k_B (fig.3.2,b). Valorile factorilor m_1 și m_2 , determinate cu ajutorul unui calculator sînt tabelate în anexă. În ambele reprezentări se distinge un caracter

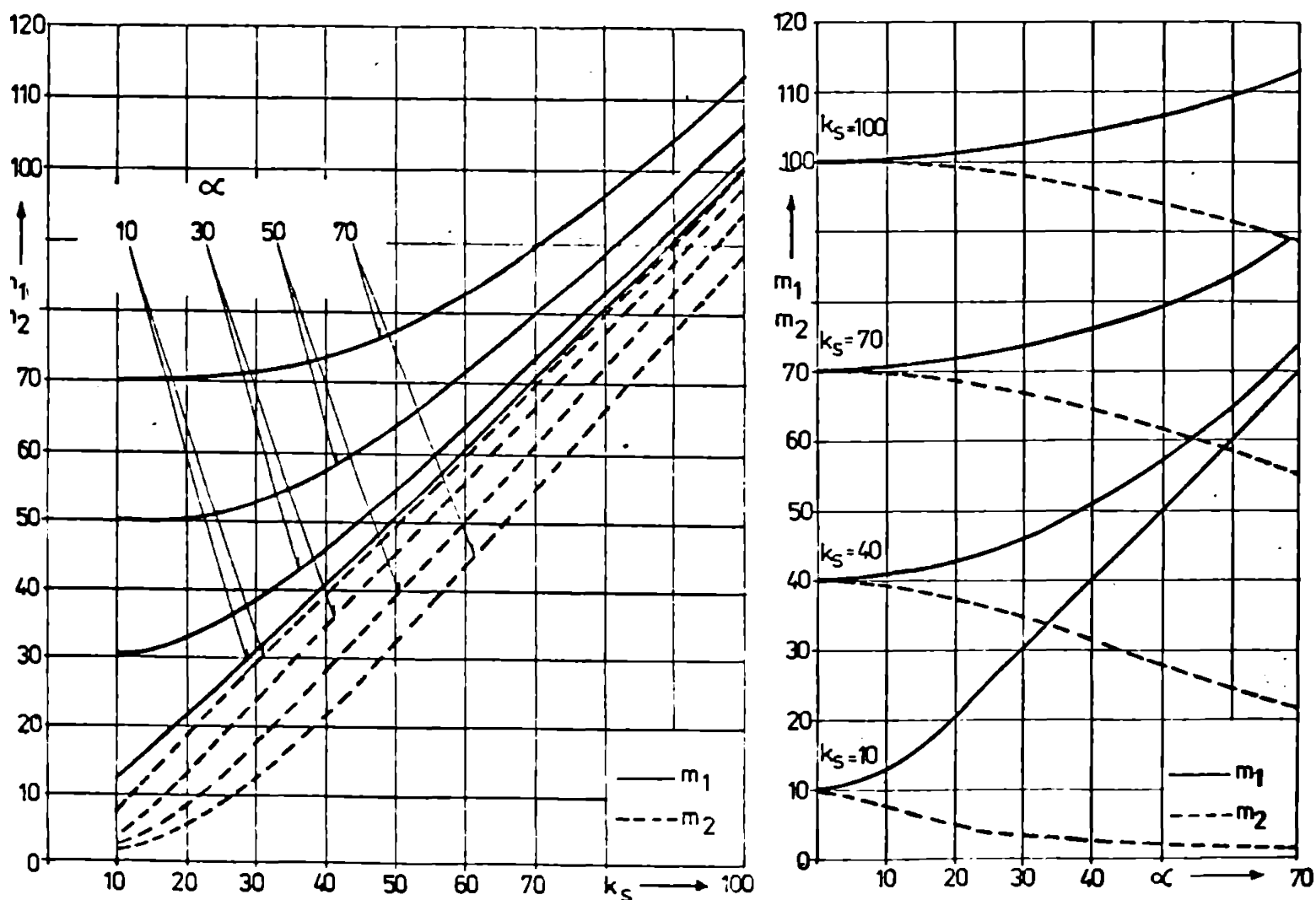


Fig. 3.2. Factorii m_1 și m_2 .

asimptotic al variațiilor acestor factori.

Vom analiza două cazuri limită ale expresiilor (2.53) și (2.54).

1) Dacă

$$\frac{\pi}{\delta} \gg \sqrt{2} k_B \quad (3.6)$$

m_1 și m_2 tind către valorile limită

$$\begin{aligned} m_1' &\approx \frac{\pi}{2} \\ m_2' &\approx 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

fapt ce se distinge cu claritate în figura 3.2,a pentru valori mici ale variabilei k_z și valori mari ale parametrului $\alpha = \pi/2$.

Funcțiile hiperbolice din (2.62) se pot înlocui în cele exponențiale, conform relației cunoscute /2/ $\text{ch } \psi = \frac{1}{2} (e^\psi + e^{-\psi})$, astfel că raportul (2.62) devine

$$\frac{\hat{H}_z}{\hat{H}_{z0}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} \left[e^{2 \frac{\pi}{\zeta} (h_m - z)} + e^{-2 \frac{\pi}{\zeta} (h_m - z)} \right] - 1}{\frac{1}{2} \left[e^{2 \frac{\pi}{\zeta} h_m} + e^{-2 \frac{\pi}{\zeta} h_m} \right] - 1}} \quad (3.8)$$

Dacă

$$\frac{2 \pi h_m}{\zeta} \gg 3 \text{ , sau } \frac{\pi}{\zeta} \gg 1,5 h_m \quad (3.9)$$

termenii exponențiali negativi se pot neglija fiind mai mici decât 10% din cei pozitivi, la fel și factorii unitari, astfel că

$$\frac{\hat{H}_z}{\hat{H}_{z0}} \approx e^{-\frac{\pi}{\zeta} z} \quad (3.10)$$

fiind de aceeași formă cu (2.24).

Ou condițiile (3.8) și (3.9), atenuarea intensității cîmpului magnetic în buia metalică are, la limita, aceeași alură ca și atenuarea intensității cîmpului magnetic în întrefier.

2) Dacă

$$\frac{\pi}{\zeta} \ll \sqrt{2} k_z \quad (3.11)$$

m_1 și m_2 tind către valorile limită

$$m_1'' \approx m_2'' \approx k_z \quad (3.12)$$

fapt ce se distinge net în figura 3.2,b, pentru valori mici ale variabilei $\alpha = \pi/2$ și valori mari ale parametrului k_z .

Raportul (2.62) devine

$$\frac{\hat{H}_z}{\hat{H}_{z0}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} \left[e^{2k_s(h_m-s)} + e^{-2k_s(h_m-s)} \right] - \cos 2k_s(h_m-s)}{\frac{1}{2} \left[e^{2k_s h_m} + e^{-2k_s h_m} \right] - \cos 2k_s h_m}} \quad (3.13)$$

Deci

$$2k_s h_m \gg 3, \text{ sau } \frac{1}{k_s} \ll \frac{2}{3} h_m \quad (3.14)$$

se pot neglija termenii exponențiali negativi și cei trigonometrici, subunitari, astfel că

$$\frac{\hat{H}_z}{\hat{H}_{z0}} \approx e^{-k_s s} \quad (3.15)$$

Dată fiind condiția (2.11), este evidentă relația de inegalitate

$$e^{-k_s s} < e^{-\frac{\pi}{6} s} \quad (3.16)$$

astfel încît curba reprezentată de (3.15) se va afla dedesubtul curbei reprezentată de (3.16), conform figurii 3.3.

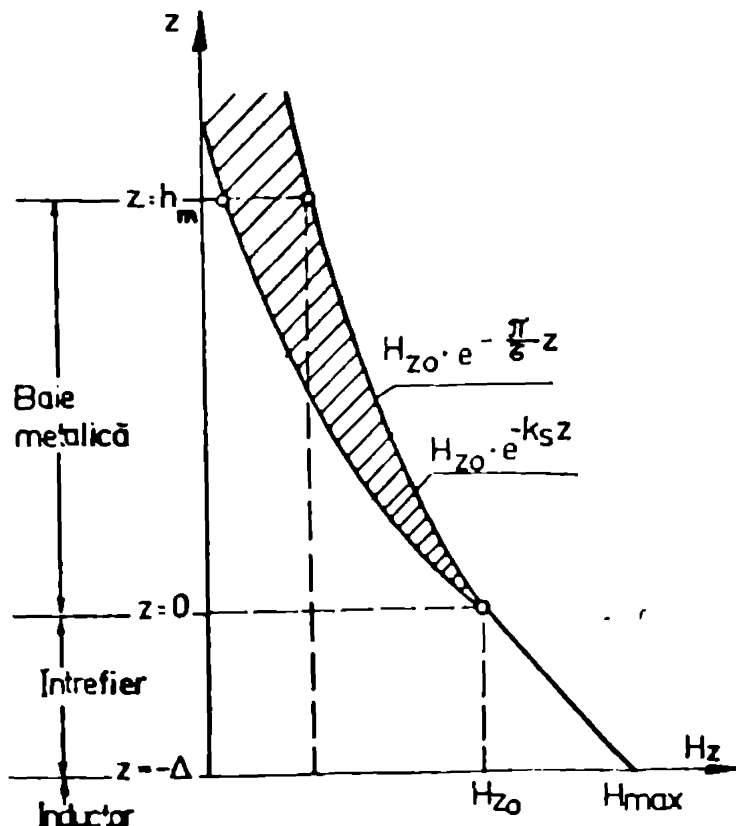


Fig. 3.3 Variația componenteii H_z a intensității câmpului magnetic în întrefier și baie metalică.

Variația reală a intensității cîmpului magnetic în baia metalică pentru diferite valori ale parametrilor k_s și π/δ , se va găsi între cele două limite (3.10) - (3.15), în sensa hașurată din figură, fiind astfel diferită de variația în întrefier, dată de (2.22).

Așa cum atenuarea suferită de intensitatea cîmpului magnetic în întrefier se admite să fie cea dată de (3.2), să considerăm că atenuarea suferită de intensitatea cîmpului magnetic în baia metalică (3.15) poate să fie aceeași, adică

$$\frac{\hat{H}_z |_{s=h_m}}{H_{z0}} \geq e^{-1}, \text{ sau } \frac{\hat{H}_z |_{s=h_m}}{H_{\max}} \geq e^{-2}, \quad (3.17)$$

de unde rezultă

$$\left. \begin{aligned} k_s h_m &\leq 1 \\ k_s &\leq \frac{1}{h_m} \\ \delta_s = \frac{1}{k_s} &\geq h_m \end{aligned} \right\} (3.18)$$

în care δ_s este o constantă de material asemănătoare adîncinii de pătrundere caracteristice efectului pelicular al cîmpului electromagnetic în conductoare masive. Condiția (3.18) este menționată în /45/, dar pentru cazul particular $s = 1$, fiind condiția esențială pentru alegerea frecvenței tensiunii de alimentare a agitatoarelor inductive liniare.

Condițiile limită (3.6) și (3.11) se pot transforma în condiții legate de frecvența f , prin înlocuirea lui k_s - (2.30)

$$\frac{\pi}{\delta} \longleftrightarrow \sqrt{\omega \mu \sigma \Delta}$$

Considerînd λ și $s \in (0,5; 0,9)$, se obțin pentru (3.8) și respectiv (3.14) expresiile

$$\frac{\pi}{\delta} \gg 2 k_s \rightarrow f \ll \frac{2}{\sigma \delta^2} 10^6 \approx \frac{10^7}{\sigma l_i^2} \quad (3.19)$$

$$\frac{\pi}{\delta} \ll 2 k_s \rightarrow f \gg \frac{2}{\sigma \delta^2} 10^6 \approx \frac{10^7}{\sigma l_i^2} \quad (3.20)$$

b. Forța electromagnetică

Expresiile forței electromagnetice (2.45) și (2.68) s-au stabilit în ipoteza simplificatoare a neglijării efectelor marginale și de capăt ale câmpului electromagnetic inductor (§ 2.1). În lucrarea /5/ este luat în considerare efectul marginal în stabilirea forțelor electromagnetice ce se exercită de către inductorul liniar al pompelor de metal lichid, introducându-se un factor de reducere transversal

$$r_{tr} = 1 - \frac{\text{th } \frac{\pi}{\delta} b}{(1 + \text{th } \frac{\pi}{\delta} k b \cdot \text{th } \frac{\pi}{\delta} b) \cdot \frac{\pi}{\delta} b} \quad (3.21)$$

cu care se corectează, prin înmulțire, expresiile (2.45), (2.45) și (2.68).

În figura 3.4 este trasată variația factorului de reducere transversal r_{tr} cu dimensiunile agitatorului inductiv $(\pi/\delta) b$, parametru fiind coeficientul k

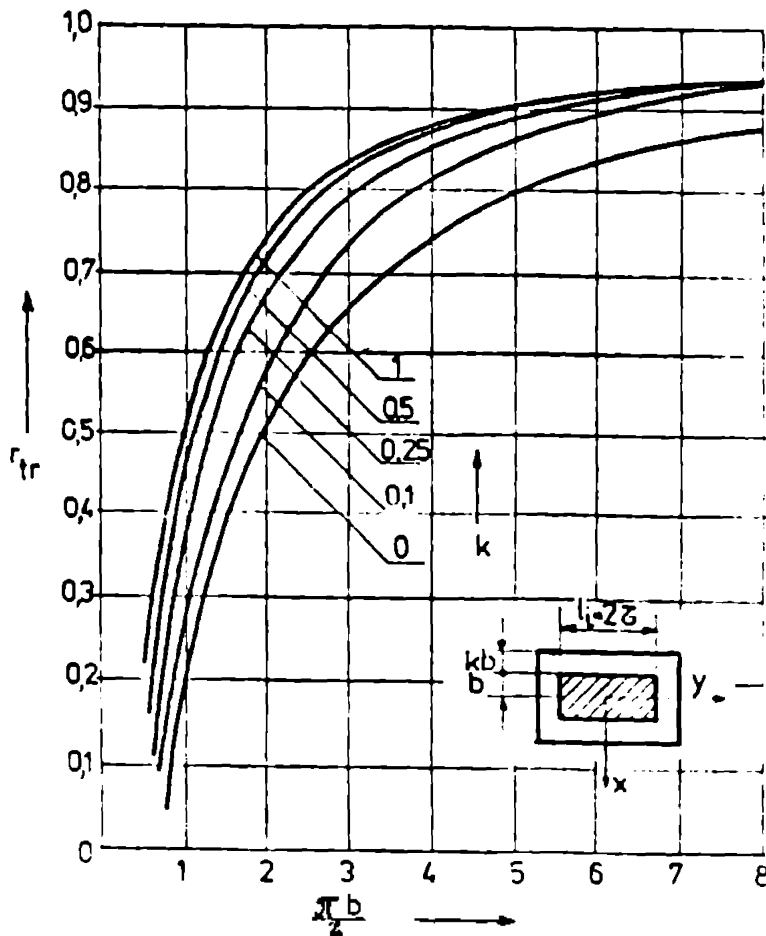


Fig. 3.4. Factorul de reducere transversal r_{tr} .

Intrucît densitatea de volum a forței electromagnetice "motoare" este proporțională cu pătratul intensității cîmpului magnetic

$$f_{em_y} \sim H_z^2$$

iar acesta prezintă o variație exponențială în baia metalică, este evident că o aceeași alură exponențială va prezenta și forța, însă pătratică:

$$f_{em_y} \sim e^{-2 \frac{\pi}{\delta} z} \quad ; \quad (3.22)$$

$$f_{em_y} \sim e^{-2 k_s z} \quad , \quad (3.23)$$

după cum ne aflăm într-unul sau în celălalt din cazurile limită menționate anterior. După cum se observă din (2.36) și (2.66), forța electromagnetică specifică scade pe măsură ce ne îndepărtăm de fundul băii metalice spre suprafața liberă (fig. 3.4, a); în lungul agitatorului variația forței este sinoidal - pătratică. În mod evident, f_{em_y} este o undă mobilă, deplasându-se în timp în lungul agitatorului. În figura 3.4, b se arată informativ distribuția sa la fundul băii metalice ($z = 0$), pentru două momente succesive $t_1 = 0$ și $t_2 = 1/8f$ (linia întreruptă).

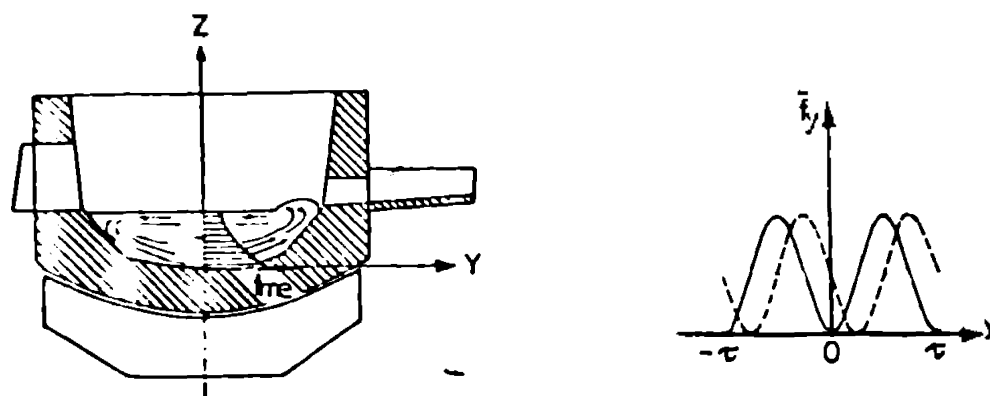


Fig. 3.5. Variația densității de volum a forței electromagnetice "motoare" a - după axa z (în adîncimea băii metalice); b - după axa y (în lungul băii metalice).

Forța electromagnetică rezultată (2.43) și (2.68) este proporțională cu termenii

$$F_{\text{electromagnetic}} \sim \left(\frac{\pi}{\zeta} \Delta \right) \cdot k_g^2 \cdot \zeta^3$$

Astfel, este de dorit ca termenul Δ/ζ să fie cât mai mic posibil, ceea ce înseamnă că întrefierul Δ să fie atât de mic cât permite refractarul băii metalice, iar pasul polar ζ să fie atât de mare cât permite lungimea agitatorului. De aici decurge avantajul unei înfășurări bifazate ($\zeta = l_1/2$) față de una trifazată ($\zeta = l_1/3$). Prin aceasta se realizează implicit și o micșorare mai puțin pronunțată a intensității cîmpului magnetic în întrefier. Proporționalitatea cu ζ^3 întărește avantajul menționat. Prin intermediul k_g^2 , forța electromagnetică este proporțională cu frecvența f .

Alegerea frecvenței f este o chestiune complexă: pe de o parte, o frecvență scăzută asigură pătrunderea cîmpului electromagnetic în baia metalică și, implicit, amestecarea întregii băi metalice; de asemenea, pierderile prin curenți turbălonari și histeresis sînt reduse; pe de altă parte, o frecvență mărită asigură o forță electromagnetică rezultantă mai mare, dar care se manifestă pe o adîncime mai redusă, în apropierea fundului băii. În mod evident se va adopta o cale de mijloc.

Intrucît efectele electromagnetice se resimt pînă la o anumită adîncime în baia metalică, în funcție de frecvența f a tensiunii de alimentare, conform (3.15), este normal și recomandabil ca determinarea valorii rezultante a forței electromagnetice să se facă pentru o înălțime egală cu

$$h = \delta_f = \frac{\delta_3}{2} \quad ; \quad (3.24)$$

este de dorit ca această adîncime să fie

$$h = \delta_f \leq \frac{h}{2} \quad . \quad (3.25)$$

pentru a permite metalului deplasat într-un sens în partea inferioară a băii metalice să se deplaseze în sens contrar prin partea superioară.

In figura 3.6 sînt reprezentați factorii de forță

$$F_1' \left(\frac{\pi}{\delta} \right) = e^{-2 \frac{\pi}{\delta} \Delta} \quad (3.26)$$

respectiv

$$F_1'' \left(\frac{\pi}{\delta} h \right) = 1 - e^{-2 \frac{\pi}{\delta} h} \quad (3.27)$$

iar produsul lor, factorul de forță

$$F_1 \left(\frac{\pi}{\delta} h, \frac{\pi}{\delta} \Delta \right) = e^{-2 \frac{\pi}{\delta} \Delta} \left(1 - e^{-2 \frac{\pi}{\delta} h} \right) \quad (3.28)$$

este reprezentat în figura 3.7

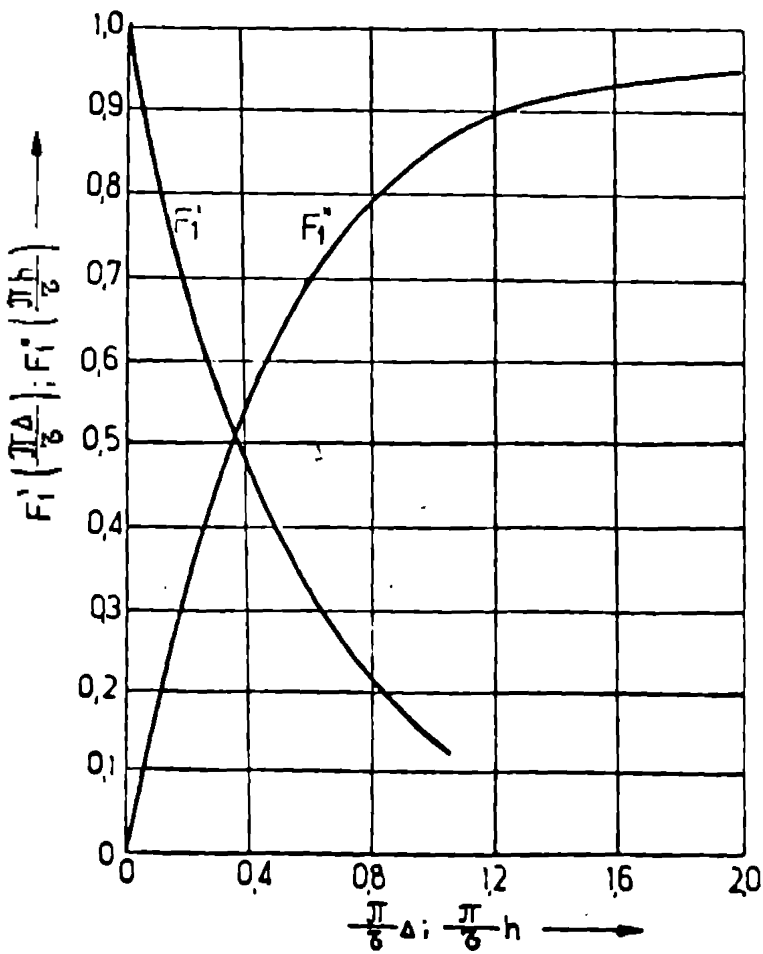


Fig. 3.6. Factorii de forță F_1' și F_1''

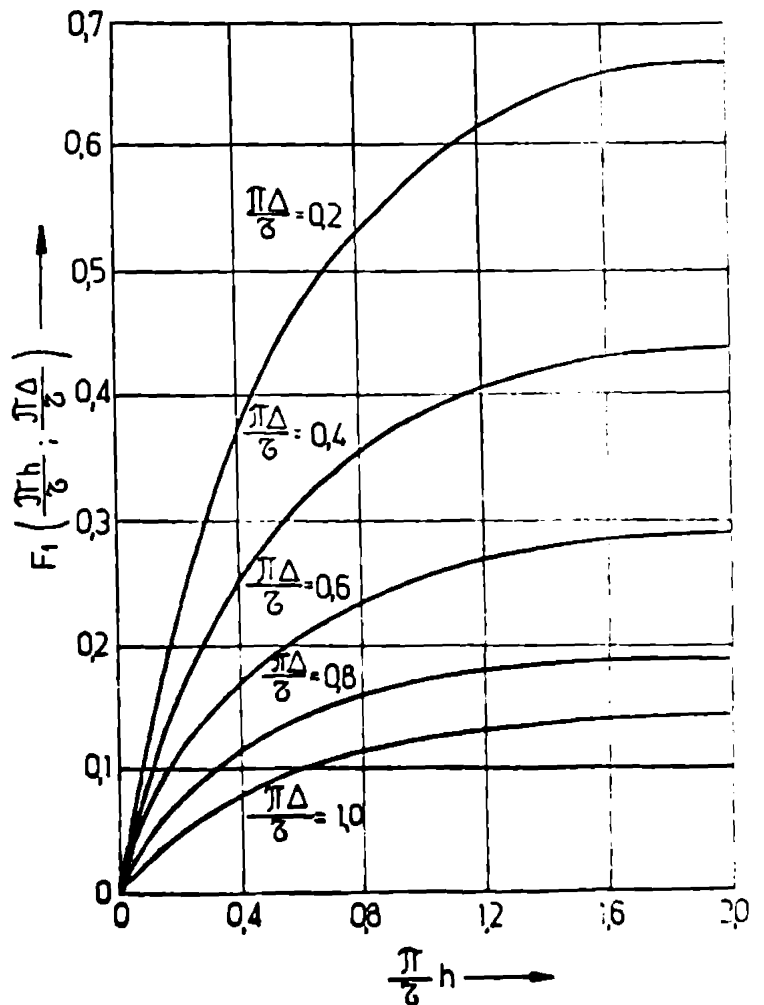


Fig. 3.7. Factorul de forță F_1

Factorul de forță

$$F_2'(m_1, m_2, h) = \frac{\frac{1}{m_1} \operatorname{sh} 2m_1 h - \frac{1}{m_2} \sin 2m_2 h}{\operatorname{ch} 2m_1 h - \cos 2m_2 h} \quad (3.29)$$

este reprezentat în diagramele 3.8, 3.9 și 3.10, luând ca variabilă înălțimea h , k_s , respectiv $\alpha = \pi/\zeta$.

Pentru determinarea valorilor acestui factor s-a utilizat un calculator tip Tektronik 31, organigrama fiind prezentată în anexă.

Din analiza matematică a expresiei (3.29) se constată un caracter asimptotic al variației factorului de forță $F_2'(m_1, m_2, h)$, ce se observă cu ușurință din diagramele 3.8 - 3.10.

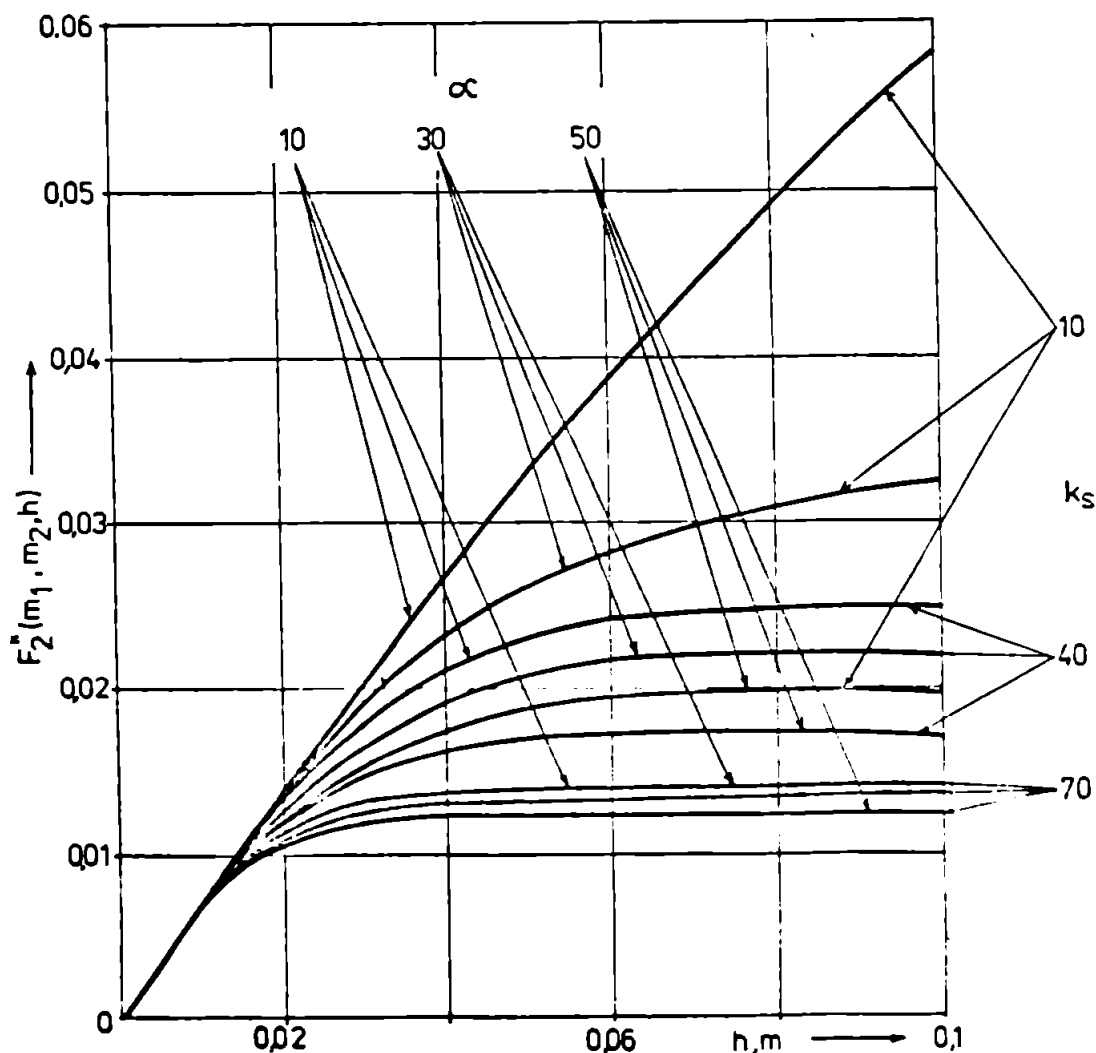


Fig. 3.8. Factorul de forță $F_2'(m_1, m_2, h)$ în funcție de variabila h , parametrii fiind k_s și $\alpha = \pi/\zeta$.

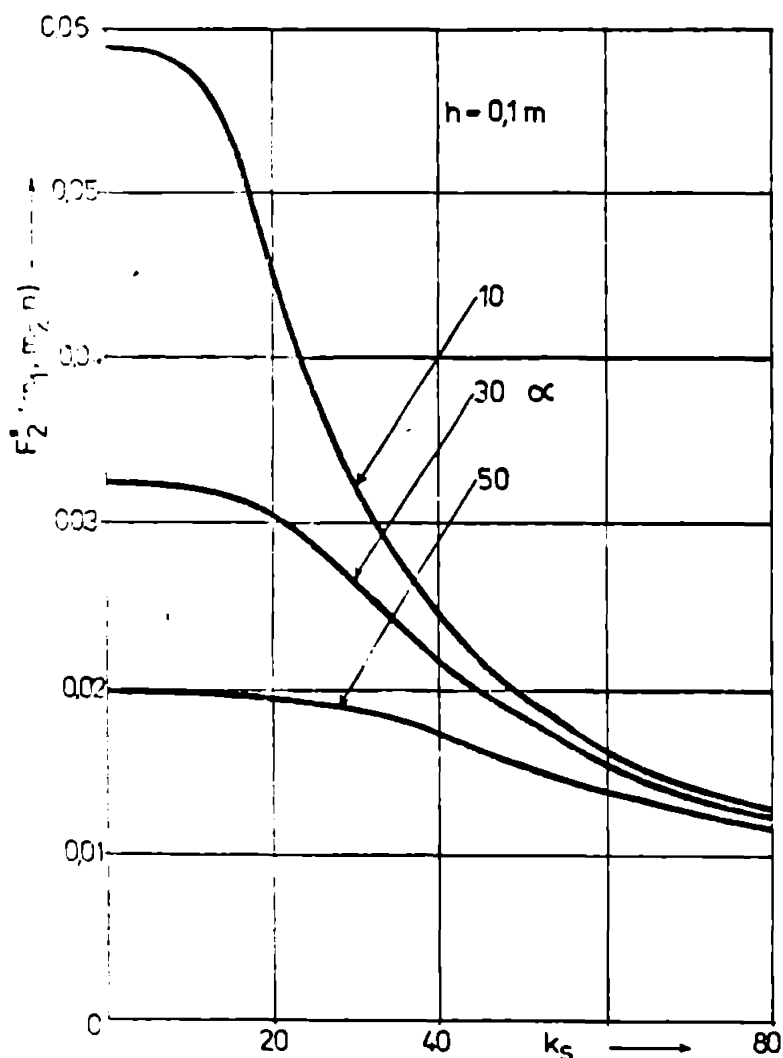


Fig. 3.9. Factorul de forță $F_2^*(m_1, m_2, h)$ în funcție de variabila k_s , parametru fiind $\alpha = \pi/\zeta$ ($h=0,1m$)

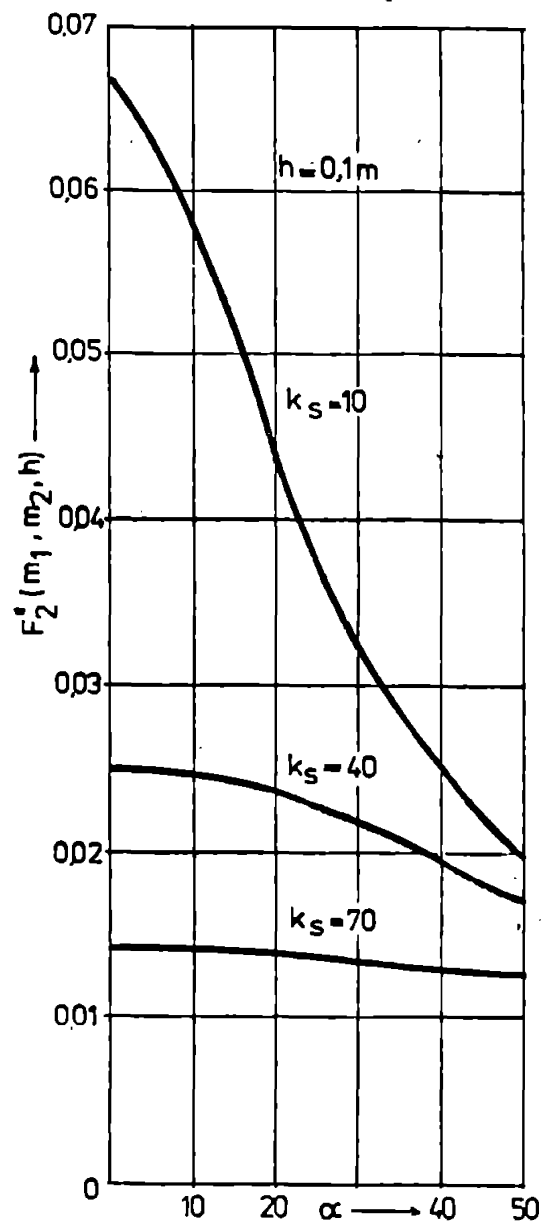


Fig. 3.10. Factorul de forță $F_2^*(m_1, m_2, h)$ în funcție de variabila $\alpha = \pi/\zeta$, parametru fiind k_s ($h = 0,1m$).

În cazul limită (3.6), și cu condiția (3.9), factorul (3.29) tinde spre valoarea

$$F_2''(m_1, m_2, h) \rightarrow \frac{1}{m_1} \approx \frac{1}{\pi/\zeta}$$

fapt remarcat în figura 3.9. (sau 3.10), pentru $\alpha = \pi/\zeta$ avind valori mari (de exemplu 50) și k_s - valori mici (de exemplu 10; 20).

În cazul limită (3.11) și cu condiția (3.14), factorul (3.29) tinde spre valoarea

$$F_2''(m_1, m_2, h) \rightarrow \frac{1}{m_1} \approx \frac{1}{k_s}$$

Introducînd aceste valori limită în expresia forței electromagnetice rezultante (2.68), corectate cu factorul F_{gr} (3.21), se obțin două expresii simple, ce delimitează valoarea forței pentru valori oarecare ale parametrilor k_s și $\alpha = \pi/\zeta$:

$$\frac{2\mu k_s^2 \tau^2 b}{\pi} H_{\max}^2 \cdot -2 \frac{\pi}{\tau} \Delta \cdot r_{tr} \cdot \frac{1}{K_s} <$$

$$< P_{\text{cony med}} < \frac{2\mu k_s^2 \tau^2 b}{\pi} H_{\max}^2 \cdot -2 \frac{\pi}{\tau} \Delta \cdot r_{tr} \cdot \frac{1}{\frac{\pi}{\tau}} \cdot \quad (3.30)$$

3. Agitatoare inductive cilindrice.

a. Intensitatea cimpului magnetic.

Componenta orientată după direcția axei Ox , perpendicular pe suprafața laterală a bali metalice, H_x , este cea care contribuie la apariția forței electromagnetice, "motoare".

Expresia (2.73), dedusă în ipoteza simplificatorie a neglijării reacției curenților induși în baie, prezintă o formă simplă: atenuarea componentei H_x atât în întrefier (2.75) cât și în baia metalică (2.77) are o alură exponențială, dată de funcția Bessel I_1 :

$$H_x \sim \frac{I_1\left(\frac{\pi}{\tau} r\right)}{I_1\left(\frac{\pi}{\tau} r_i\right)} \quad (3.31)$$

În figura (3.11) este prezentată variația raportului (3.31) care-l reprezintă și pe (2.77) prin înlocuirea indicelui 1 cu n .

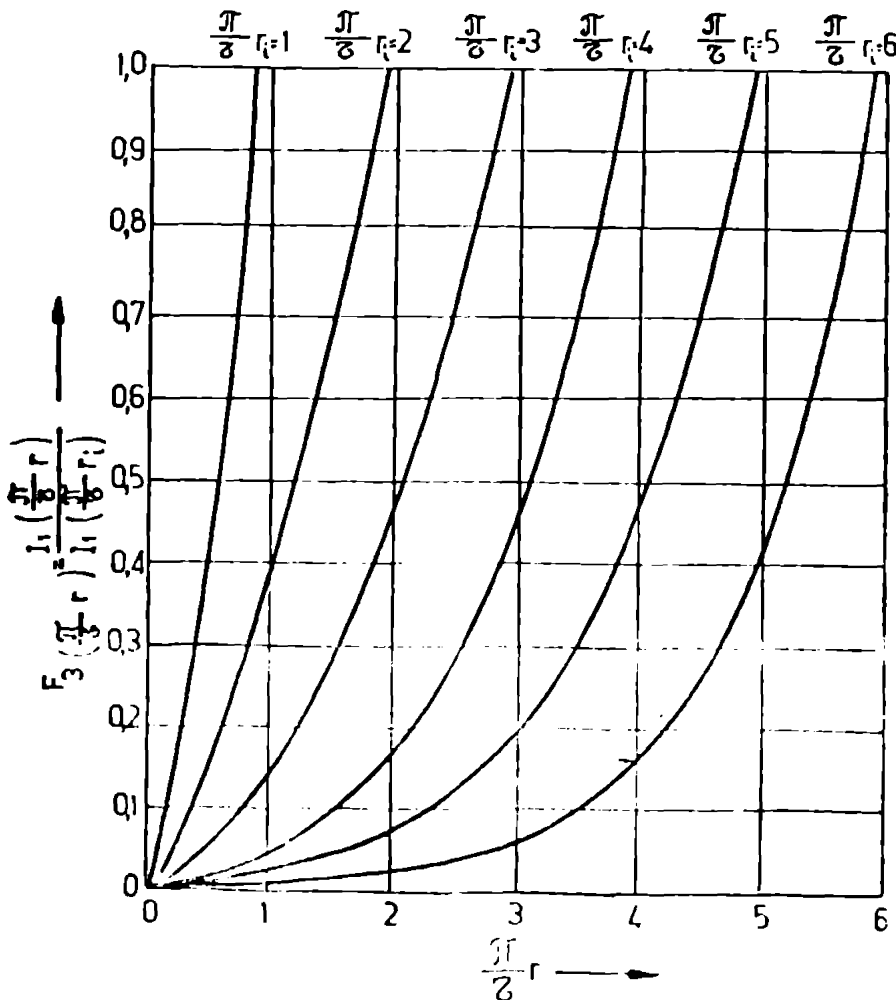


Fig. 3.11. Factorul de atenuare a intensității cimpului magnetic, constant în întrefier și baia metalică.

Fenru punerea în evidență a atenuării intensității cimpului

magnetic în raport cu îndepărtarea relativă de la suprafața agitatorului s-a construit diagrama 3.12. Se constată că panta curbei tinde asimptotic spre 45° , pentru

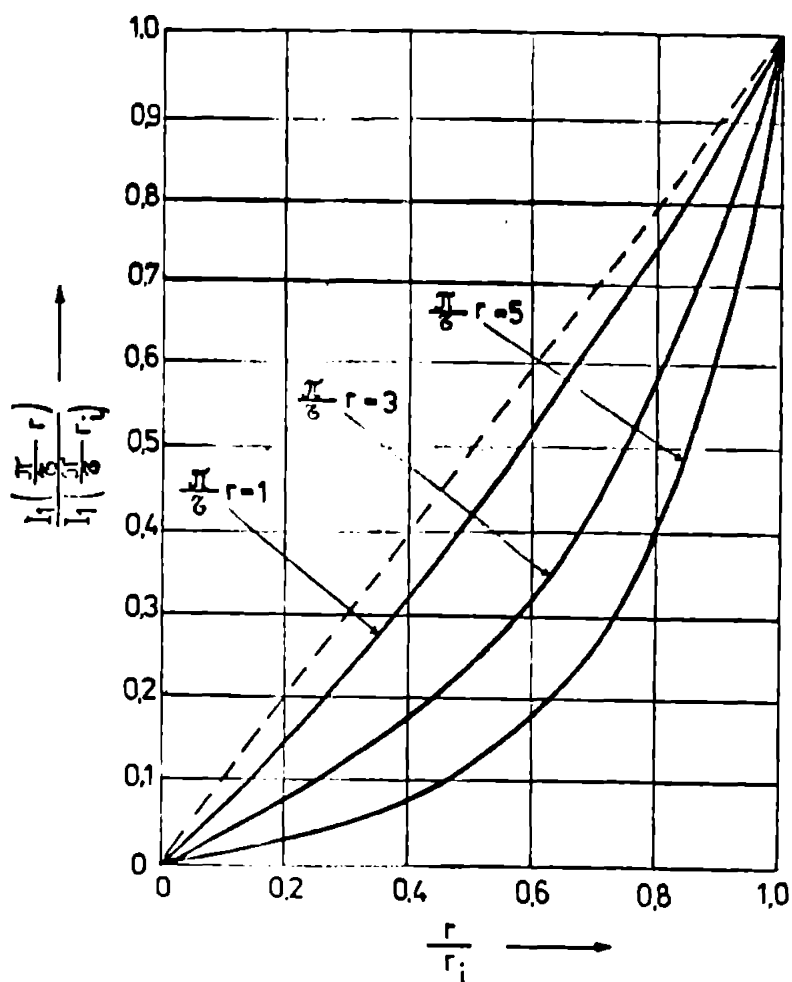


Fig. 3.12. Factorul de atenuare (3.31) în funcție de r/r_1 .

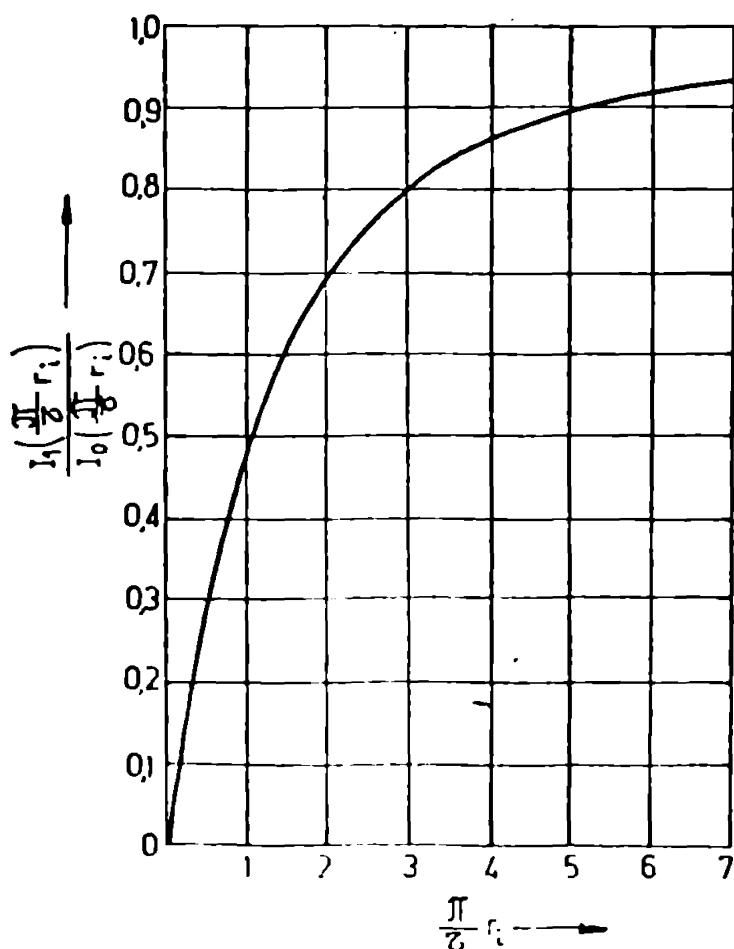


Fig. 3.13. Factorul de reducere a amplitudinii componentei H_r .

$$\frac{\pi}{\zeta} r_1 \leq 1. \quad (3.32)$$

Se impune astfel, și în cazul agitatorului cilindric, o valoare cât mai mare a pasului polar ζ , atât cât permite înălțimea (lăngimea agitatorului), respectiv o valoare cât mai mică a diametrului interior al agitatorului, adică un întrefier redus la maximum (limitat la refractorul creusetului și diferitele elemente consolidate ale agitatorului).

Se observa că amplitudinea componentei radiale H_r la suprafața agitatorului este egală cu (se face $r = r_1$ în val. 2.73)

$$\hat{H}_{r_1} = H_{\max} \frac{I_1\left(\frac{\pi}{\zeta} r_1\right)}{I_0\left(\frac{\pi}{\zeta} r_1\right)} \quad (3.33)$$

Valorile raportului

$$\frac{\hat{H}_{r_1}}{H_{\max}} = \frac{I_1\left(\frac{\pi}{\zeta} r_1\right)}{I_0\left(\frac{\pi}{\zeta} r_1\right)} \quad (3.34)$$

sînt trasate în figura 3.13. Pentru a determina valoarea exactă a amplitudinii componentei radiale H_r în baia metalică, valorile din diagramele 3.11 sau 3.12 vor trebui înmulțite cu valorile corespunzătoare din diagrama 3.13.

Expresia (2.119) care dă variația reală a intensității câmpului magnetic în baia metalică comportă dificultăți în utilizare, legate de tabelele pentru funcția Bessel $J_1(\rho r, \varphi)$ cu variabilă complexă, date în /90/. Determinîndu-se limitele de variație ale parametrului $\varphi = \arctg n_1/n_2$, se constată că $\varphi \in (\pi/4, \pi/2)$. Pentru acest domeniu, în anexă s-au extras variațiile termenului real U_1 și imagină V_1 .

În figura 3.14 s-a trasat variația funcției $\sqrt{U_1^2(\rho r, \varphi) + V_1^2(\rho r, \varphi)}$, iar în figura 3.15 s-a reprezentat raportul (2.119) care indică atenuarea suferită de amplitudinea componentei radiale în baia metalică, în raport cu îndepărtarea raportată r/r_m de la suprafața laterală a băii metalice spre interior. Se constată că și în acest caz panta pantei curbei de variație a lui H_r tinde asimptotic spre 45° .

b. forța electromagnetică.

Densitatea de volan a forței electromagnetice "motoare" (2.90) și (2.123) prezintă, ca și în cazul agitatorului liniar, o variație

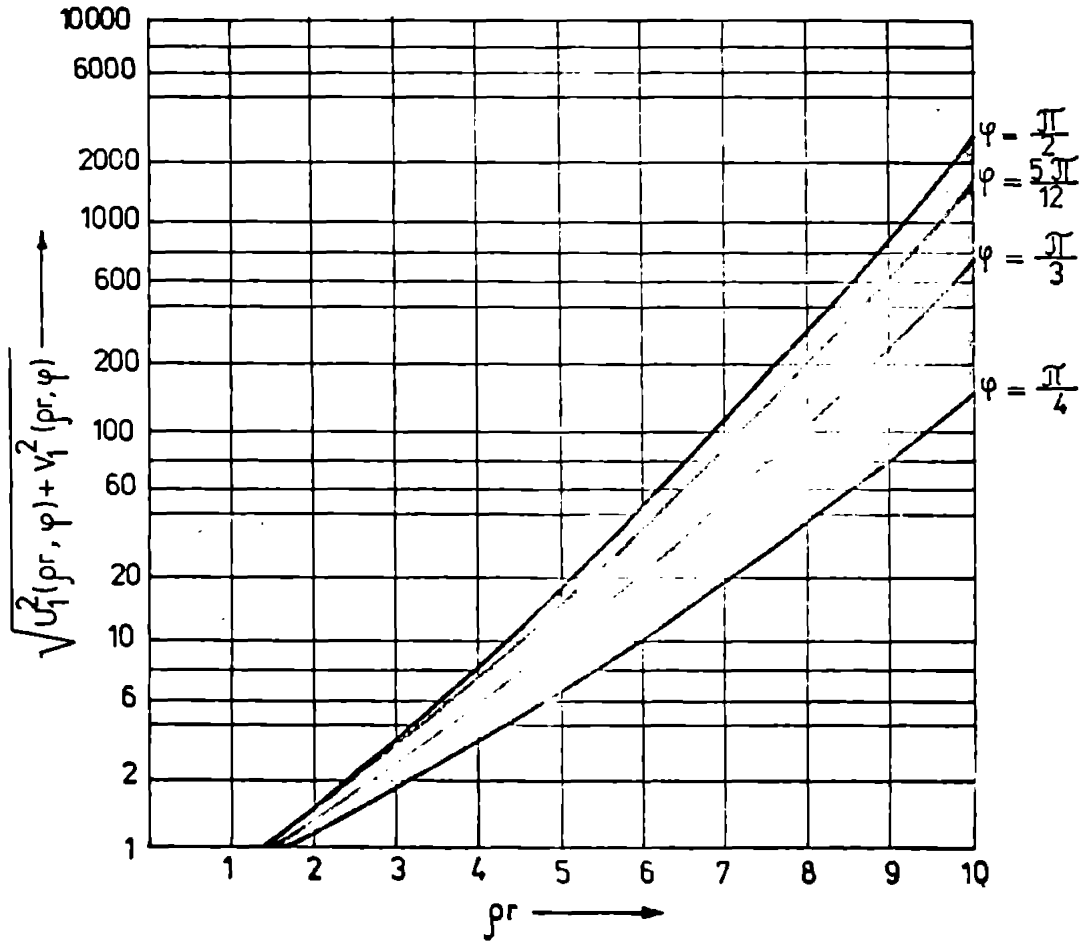


Fig. 3.14 Factorul $\sqrt{U_1^2(r, \varphi) + V_1^2(r, \varphi)}$

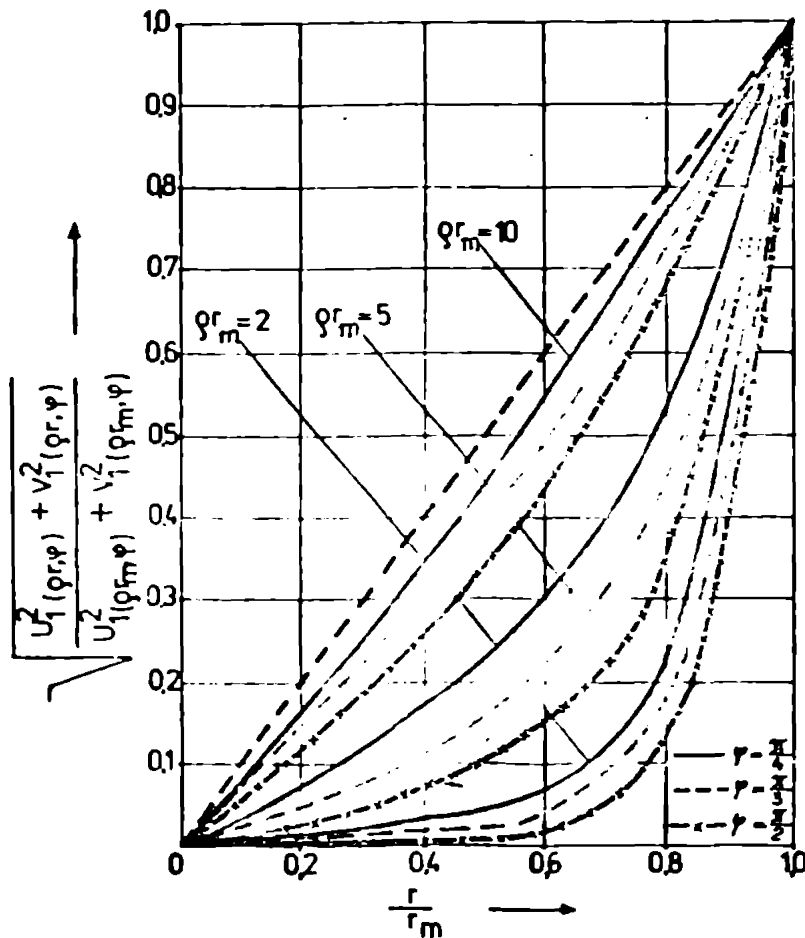


Fig. 3.15. Factorul de atenuare a intensității cîmpului magnetic în baia metalică.

INSTITUTUL NAȚIONAL
DE RESEARCH
1987

exponențială pe direcția radială (fig. 3.16,a), respectiv o variație sinusoidal - patratică pe înălțimea (în lungul) agitatorului, fiind o undă mobilă. În figura 3.16,b este dată distribuția sa la suprafața laterală a băii metalice ($r = r_m$), pentru două momente succesive $t_1 = 0$ și $t_2 = 1/8f$ (linia întreruptă).

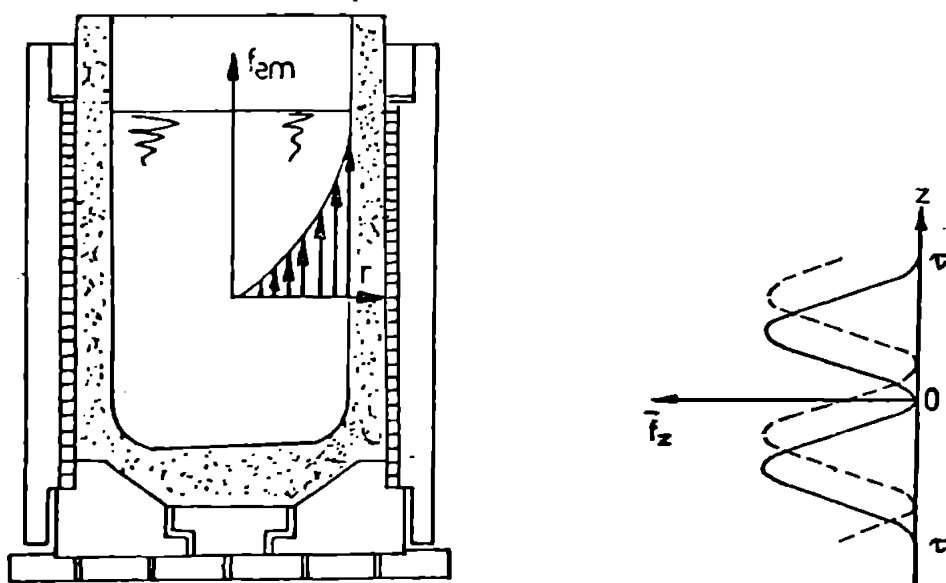


Fig. 3.16 Variația densității de volum a forței electromagnetice "motoare" a - după axa r (spre centrul băii metalice); b - după axa z (în înălțimea băii metalice).

În figura 3.17 sînt date variațiile celor doi factori ce compun expresia forței electromagnetice rezultante $F_{em_{med}}$ (2.99),

$$F_3' \left(\frac{\pi}{\delta} r_m \right) = \left\{ 1 + \frac{\pi^2}{\delta^2} \cdot \frac{I_0 \left(\frac{\pi}{\delta} r_m \right)}{I_1 \left(\frac{\pi}{\delta} r_m \right)} - \left[\frac{I_0 \left(\frac{\pi}{\delta} r_m \right)}{I_1 \left(\frac{\pi}{\delta} r_m \right)} \right] \right\}, \quad (3.35)$$

respectiv

$$F_3'' \left(\frac{\pi}{\delta} r_m, \frac{\pi}{\delta} \Delta \right) = \left[\frac{I_1 \left(\frac{\pi}{\delta} r_m \right)}{I_0 \left(\frac{\pi}{\delta} r_1 \right)} \right]^2, \quad (3.36)$$

în funcție de valorile rapoartelor $\pi r_m / \delta$ și $\pi \Delta / \delta$; s-a considerat $r_1 = r_m + \Delta$.

Efectuînd produsul celor doi factori de forță rezultă diagrama din figura 3.13.

$$F_3 \left(\frac{\pi}{\delta} r_m, \frac{\pi}{\delta} \Delta \right) = F_3' \left(\frac{\pi}{\delta} r_m \right) \cdot F_3'' \left(\frac{\pi}{\delta} r_m, \frac{\pi}{\delta} \Delta \right), \quad (3.37)$$

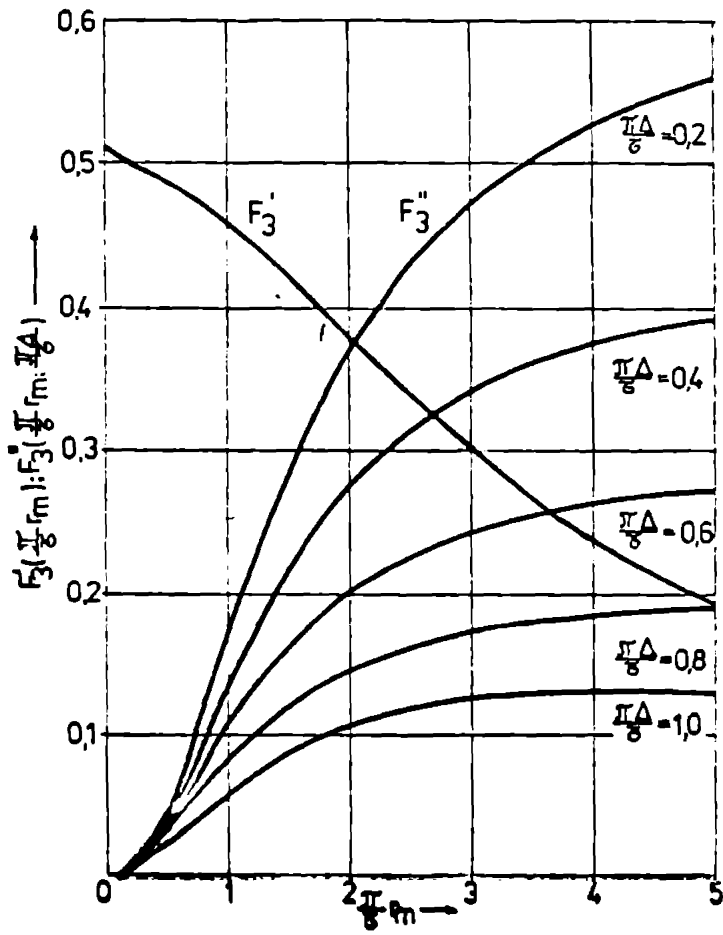


Fig. 3.17. Factorii de forță $F_3'(\frac{\pi}{8} r_m)$ și $F_3''(\frac{\pi}{8} r_m, \frac{\pi}{8} \Delta)$.

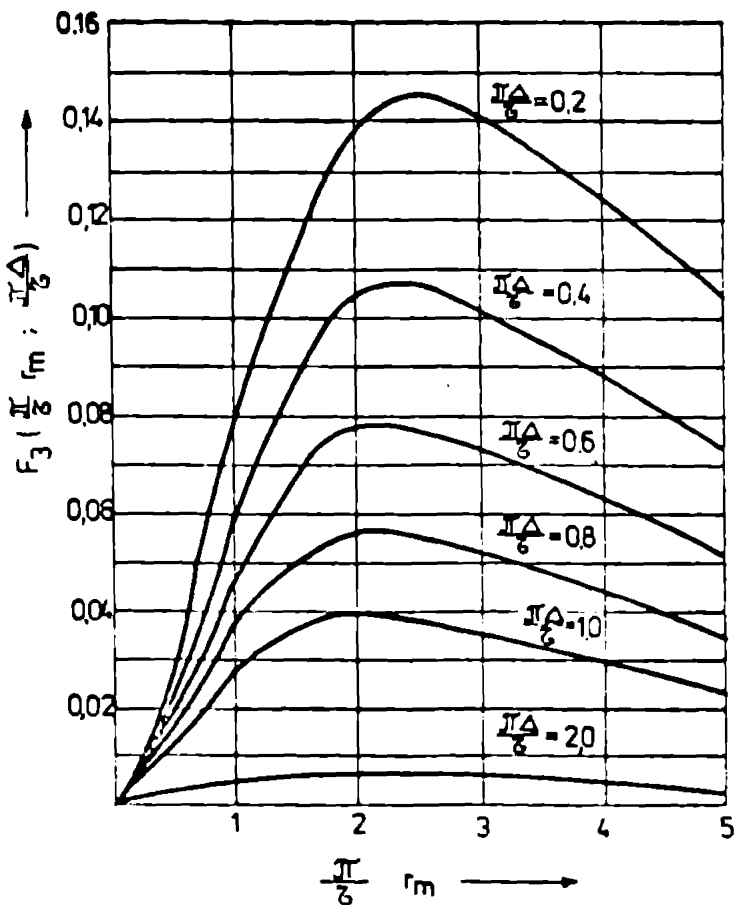


Fig. 3.18. Factorul de forță $F_3(\frac{\pi}{8} r_m, \frac{\pi}{8} \Delta)$.

care este deosebit de utilă pentru alegerea dimensiunilor optime ale băii metalice și agitatorului, datorită maximelor pe care le prezintă.

Astfel se observă cu ușurință că forța de amestecare este maximă pentru

$$\frac{\pi}{\zeta} r_m = 2 \dots 3 \quad , \quad (3.38)$$

ceea ce, pentru a o înfășurare bifazată ($\zeta = h_1/2$) și avînd în vedere că între înălțimea agitatorului și a băii metalice există relația /1, 3, 6/

$$h_1 = (1, 1 \dots 1,3) h_m \quad , \quad (3.39)$$

conduce la

$$\frac{d_{\eta}}{h_{\eta}} = 0,75 \dots 1,25 \quad ; \quad (3.40)$$

valorile mai mici corespund unui $\pi\Delta/\zeta$ mai mare (în jur de 1), iar valorile mai mari unui $\pi\Delta/\zeta$ mai mic (în jur de 0,2).

Relația (3.40) care corespunde condiției (1,6) dată de ASEA " / 27 /, permite alegerea optimă a dimensiunilor creusetului cilindric pentru ca agitatorul inductiv să aibă eficiență maximă.

Intrucît efectele electromagnetice se resimt pînă la o anumită adîncime în baia metalică, în funcție de frecvența f a tensiunii de alimentare (prin parametrul γ , relația 2.114), este necesar ca forța electromagnetică să antreneze jumătate din volumul băii metalice. Scăderea forței electromagnetice specifice de la valoarea maximă (la suprafața laterală a băii metalice $r = r_m$) pînă la o valoare minimă considerată acceptabilă de circa 10% se va produce astfel la

$$r_p = \frac{r_m}{\sqrt{2}} \quad . \quad (3.41)$$

Pentru că intensitatea cîmpului magnetic variază exponențial iar forța electromagnetică specifică-exponențial-patrată, cu distanțe r , cîmpul va scădea la o valoare corespunzătoare de circa 10% la

$$r_H = 0,4 r_m \quad . \quad (3.42)$$

Considerînd o micșorare a amplitudinii intensității cîmpului magnetic în interior de 0,3, pentru a obține o scădere totală de 0,1, trebuie impusă condiția ca scăderea în baia metalică să fie de 0,3 ... 0,4 (deci aproximativ e^{-1}); astfel, din figura 3.16 rezultă pentru $r/r_m \simeq 0,4$

$$\rho r_B \leq 2 \quad (3.43)$$

Inlocuim coeficientul $\rho = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$ (2.10A) și introducînd cazul limită (3.11) se obține succesiv

$$\sqrt[4]{\left(\frac{\pi}{\sigma}\right)^4 + 4k_B^4} \leq \frac{2}{r_B} \quad (3.44)$$

$$k_B \leq \frac{\sqrt{2}}{r_B}$$

$$\delta_B = \frac{1}{k_B} \geq \frac{r_B}{\sqrt{2}}$$

în care δ_B este o constantă de material asemănătoare adîncimii de pătrundere caracteristice efectului pelicular al cîmpului electromagnetic în conductoare cilindrice masive. Condiția (3.44) permite alegerea frecvenței tensiunii de alimentare a agitatoarelor inductive cilindrice.

În cazul în care pentru o instalație de amestecare nu se poate satisface condiția (3.44), este normal și recomandabil ca determinarea valorii rezultate a forței electromagnetice să se facă pentru o adîncime egală cu

$$r = r_F = r_B - \frac{\delta_B}{2} \quad (3.45)$$

pentru a permite metalului deplasat într-un sens în partea laterală exterioară a băii metalice să se deplaseze în sens contrar prin partea interioară, centrală.

În acest caz, integrala (2.92) se va cerea astfel

$$F_{em_{total}} = \int_{r_F}^{r_m} \int_0^{2\pi} \int_0^z f_{em_z} r dr d\varphi dz \quad (3.46)$$

în mod evident

$$\int_{r_F}^{r_m} f_{em_z} r dr = \int_0^{r_m} f_{em_z} r dr - \int_0^{r_F} f_{em_z} r dr \quad (3.47)$$

3.3. Elemente de calcul a agitatoarelor inductive.

Datele inițiale de calcul pentru agitatoarele inductive ale băilor de metal topit sînt:

- metalul sau aliajul ce urmează a fi amestecat, în special parametrii săi fizici densitatea ρ și conductivitatea electrică σ ;
- viteza de amestecare;
- capacitatea cuptorului, respectiv creuzetului;
- forma și dimensiunile cuptorului, respectiv creuzetului;
- dispoziția și dimensiunile elementelor metalice de construcție.

Pe baza analizei rezultatelor teoretice făcute anterior, se desprind cîteva elemente de calcul esențiale în dimensionarea agitatoarelor inductive. De remarcat că prin aceste elemente de calcul sînt regăsite respectiv justificate teoretic, unele recomandări ale firmelor producătoare.

a. Parametrii constructivi. Esențială în alegerea parametrilor constructivi ai agitatoarelor inductive este concluzia referitoare la faptul că atenuarea intensității cîmpului magnetic în întrefier este proporțională cu termenul $e^{-\pi\Delta/\zeta}$, iar în baia metalică cu termenul $e^{-\pi/\zeta}$. Astfel, raportul Δ/ζ trebuie să fie luat cît mai mic posibil. De aceea, întrefierul Δ , dependent de izolația termică a cuptorului, respectiv a creuzetului și a agitatorului va fi redus la minimum necesar, cel puțin în porțiunea în care se găsește agitatorul. De asemenea, pasul polar ζ va fi luat cît mai mare posibil. De mărirea pasului polar este strîns legată realizarea înfășurării. Intrusit lungimea l_1 , respectiv înălțimea h_1 a agitatorului inductiv este o mărime dependentă de forma și dimensiunile cuptorului, respectiv creuzetului, pentru a obține un pas polar cît mai mare se cere ca înfășurarea să fie executată bipolar $p = 1$:

$$l_1 (h_1) = 2 p \zeta \quad , \quad (3.48)$$

$$\zeta = \frac{l_1 (h_1)}{2p} = \frac{l_1 (h_1)}{2} \quad , \quad (3.49)$$

Pasul polar ζ este determinat și în corelație cu celelalte măriți geometrice, pentru obținerea unei atenuări admisibile a

intensității cimpului magnetic în întrefier și baia metalică, respectiv pentru a obține valori maxime ale forței electromagnetice, "motoare".

Astfel, pentru agitatoare liniare se vor avea în vedere relațiile (3.3) și (3.5), iar pentru agitatoare cilindrice - relația (3.38).

Lățimea b_1 și grosimea g_1 agitatorului inductiv liniar se aleg pe baza considerentelor expuse în § 1.2 (după /43/).

Avînd în vedere factorul de reducere transversal r_{tr} - relația (3.21) și figura 3.4, se poate lua în considerare o valearea $r_{tr} = (0,6 \dots 0,7)$ astfel că pentru o baie metalică avînd dimensiunea transversală dublă față de cea a agitatorului ($k=1$) conform condiției (1.4,b) se obține

$$\frac{\pi b}{\delta} = 1,25 \dots 1,75 \quad , \quad (3.50)$$
$$b = (0,2 \dots 0,28) \quad i \quad ,$$

regăsindu-se astfel condiția (1.4,a), după /43/.

Diametrul interior $d_1 = 2 r_1$ al agitatorului inductiv cilindric rezultă din condiția unui întrefier Δ minim, la un diametru dat $d_m = 2 r_m$ al băii metalice.

b. Stabilirea forței necesare amestecării.

Ourgerea metalului în baie sub influența forțelor electromagnetice "motoare" este turbulată. Este dificil, practic imposibil de a stabili un model matematic care să permită determinarea reală a variației vitezei de deplasare a metalului în diferite straturi, de la fundul băii metalice spre suprafață, respectiv de la suprafața laterală spre axul creuzetului, în funcție de variația forței electromagnetice specifice.

În lucrarea /19/ se dezvoltă o metodă de calcul care permite cunoașterea variației vitezei metalului în adîncimea băii metalice, în raport cu viteza metalului la suprafața băii, ce poate fi măsurată.

Introducînd ipoteze simplificatoare (mergînd pînă la a considera baia metalică ca un solid, accelerat din repaus la viteza v), în lucrările /43; 73/ se indică pentru calculul forței mecanice specifice, necesară deplasării metalului, următoarele relații:

- agitator liniar $f_m = \frac{\rho v^2}{4\sigma} , N/m^3$; (3.51)

- agitator cilindric $f_m = \frac{\rho v^2}{48\pi\sigma} , N/m^3$. (3.52)

Viteza v se consideră egală cu viteza medie v_{med} a metalului în baie.

c. Parametrii electrici.

Intrucît forța electromagnetică "motoare" resultantă în baia metalică (2.43) - (2.63), respectiv (2.99) - (2.124) este proporțională cu pătratul intensității curentului electric I prin inductor, prin termenul H_{max}^2 , conform (2.17), (2.10) și (2.11), înfășurarea agitatorului se va executa bifazat, $n = 2$. În acest mod, la puteri absorbite date, se obțin curenți mai mari, și, implicit, forțe mai mari decît la o execuție trifazată.

Frecvența f a tensiunii de alimentare se determină pe baza atenuării cîmpului electromagnetic în baia metalică. Impunînd condiția ca forța electromagnetică, "motoare" specifică f_{em} să antreneze jumătate din volumul băii metalice aflate sub influența agitatorului (condiție menționată expres în /43/ și utilizată implicit în /78/, s-au obținut relațiile (3.25), respectiv (3.44). Introducînd expresia constantei k_m (2.60), se obține valoarea recomandată pentru frecvența f :

- agitator liniar $f \leq 2,5 \cdot 10^5 \frac{1}{\sigma h_m^2}$; (3.53)

- agitator cilindric $f \leq 5 \cdot 10^5 \frac{1}{\sigma r_m^2}$. (3.54)

Particularizînd pentru oțel ($\sigma = 7,35 \cdot 10^5 \text{ } \Omega^{-1}m^{-1}$) și considerînd alunecarea $s = 1$ (în realitate $s = 0,5 \dots 0,9$), relația (3.53) devine

$$f \leq \frac{0,34}{h_m^2} , (3.55)$$

prezentă în /6; 72/.

Solenoid agitatorului inactiv, necesară obținerii unui cîmp magnetic suficient de puternic pentru a înrîna metalului din baie o mișcare cu viteza medie v_{med} se obține egalînd expresia forței electromagnetice "motoare" rezultante $f_{em_y(z)med}$ dată de

relațiile (2.68), respectiv (2.124) corectate cu factorul de reducere transversal r_{tr} (3.21) cu cea mecanică, calculată din relațiile (3.51), respectiv (3.52), pentru volumul băii metalice aflat sub influența câmpului electromagnetic inductor.

Astfel, se obțin egalitățile

- agitator liniar $F_{em_{med}} = f_m \cdot (\ell_1 \cdot b_1 \cdot h_p) \quad ; \quad (3.56)$

- agitator cilindric $F_{em_{med}} = f_m \cdot (r_m^2 - r_p^2) \cdot h_1 \cdot (3.57)$

Din aceste egalități rezultă valoarea intensității câmpului magnetic la suprafața agitatorului H_{max} , iar apoi, solenația agitatorului.

Impedanța ^{sistemului} agitatorului - baie metalică se poate determina prin asimilarea în cazul agitatorului inductiv liniar cu un motor de inducție cu rotor masiv, un rotor de inducție liniar sau o pompă electromagnetică (pentru care sînt date calculele necesare în /5/), iar în cazul agitatorului inductiv cilindric - cu un cupter de inducție cu creuset (calculele necesare sînt date în /1, 3, 6/), astfel că nu sînt probleme speciale pentru determinarea parametrilor schemei echivalente de calcul R și X.

Factorul de putere al agitatorului inductiv rezultă

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad . \quad (3.58)$$

Randamentul agitatorului inductiv se stabilește pe baza bilanțului puterii active, dat în figura 3.19, în care

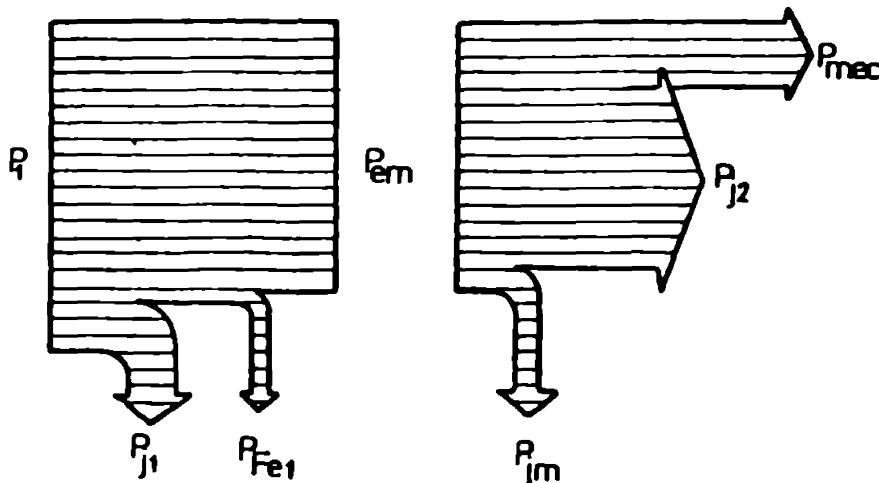


Fig. 3.19. Bilanțul puterii active a agitatorului inductiv.

P_1 este puterea electrică activă absorbită din rețeaua electrică de alimentare;

P_{J_1} - pierderile prin efectul Joule în înfășurarea agitatorului;

P_{Fe_1} - pierderile în miezul magnetic al agitatorului;

P_{em} - puterea electromagnetică transmisă prin întrefier de la agitator către baia metalică;

P_{J_M} - pierderile prin efectul Joule al curenților induși în carcasa metalică a cuptorului și în alte elemente metalice din structura de rezistență;

P_{J_2} - pierderile prin efectul Joule al curenților induși în baia metalică;

P_{mec} - puterea mecanică a metalului transportat, inclusiv pierderile hidraulice.

Aceste puteri se pot determina prin relații cunoscute, conform asimilării menționate. În ce privește pierderile P_{J_M} , studiul acestora este dat în lucrările /5 / 79/.

Puterea mecanică a metalului transportat este

$$P_{mec} = P_{em_{y(s)med}} \cdot V_{med} \quad (3.59)$$

Randamentul agitatorului este dat de raportul dintre puterea utilă, care este puterea mecanică P_{mec} și puterea activă absorbită de inductor P_1 din rețeaua de alimentare.

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_1} = \frac{P_{mec}}{P_{mec} + (P_{J_1} + P_{Fe_1}) + (P_{J_M} + P_{J_2})} \quad (3.60)$$

Dacă se consideră că pierderile prin efectul Joule al curenților induși în baia metalică constituie un aport util de căldură care face ca răciră metalului topit, pe durata amestecării electromagnetice, să fie încetinită, atunci randamentul are expresia

$$\eta' = \frac{P_{mec} + P_{J_2}}{P_1} \quad (3.61)$$

Alăturînd acestuia și randamentul sursei de alimentare η_s , se obține randamentul instalației de amestecare

$$\eta_{inst} = \eta \cdot \eta_s \quad (3.62)$$

$$\eta'_{inst} = \eta' \cdot \eta_s$$

C A P. 4. REALIZĂRI ȘI REZULTATE EXPERIMENTALE

Intrucât un obiectiv principal al cercetării teoretice cu privire la variația cîmpului electromagnetic în sistemele de amestecare prin inducție electromagnetică, dezvoltată în capitolul 2, îl constituie stabilirea formulelor de calcul pentru forțele electromecanice ce se exercită în baie metalică supusă amestecării cercetarea experimentală s-a efectuat îndeosebi pe această direcție. Astfel, în cele ce urmează se vor expune rezultatele măsurătorilor efectuate asupra forțelor electromagnetice, fără a se mai prezenta elementele de dimensionare a agitatoarelor și măsurătorile parametrilor electricei (\bar{B} , X , $\cos \varphi$ ș.a.)

S-a urmărit verificarea următoarelor probleme:

- obținerea mișcării metalului în baie metalică menționată în § 1.1.1, în legătură cu figurile 1.5 și 1.6, respectiv în § 1.1.2 în legătură cu figurile 1.11 și 1.12;

- verificarea atenuării amplitudinii intensității cîmpului magnetic în interiorul sistemului agitator- baie metalică, dată de relațiile (2.40), respectiv (2.137);

- Verificarea expresiilor obținute pentru forțele electromagnetice motoare (2.43), (2.45), (2.68), (2.99), (2.101), (2.124), prin modificarea parametrilor conținuți în aceste formule;

- omogenizarea unui aliaj cu segregatii prin amestecarea prin inducție a băii topite într-o formă de turnare.

4.1. Agitateare inductive realizate

În vederea experimentărilor, s-au proiectat și executat patru agitatoare inductive, unul curbiliniu, unul liniar și două cilindrice.

Dimensionarea lor s-a făcut cu respectarea recomandărilor expuse în § 1.2 și cap.3. Principalii parametri constructivi sînt dați în tabelul 4.1.

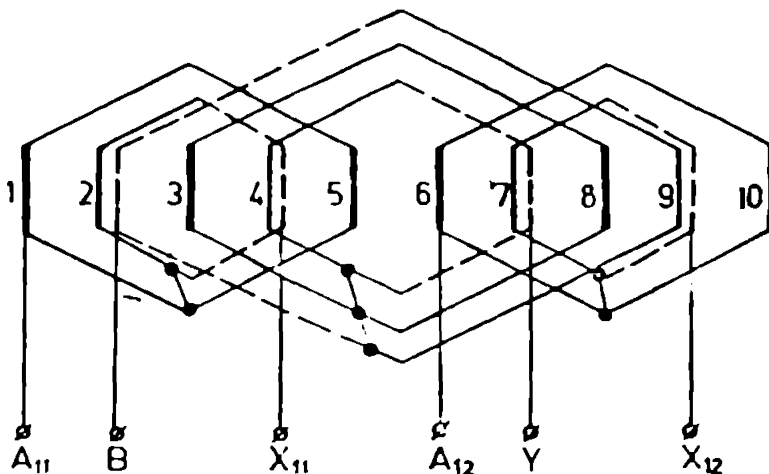
În figura 4.1 este prezentată vederea agitatorului curbiliniu și schema înfășurării acestuia. Agitatorul curbiliniu este realizat pentru o baie cu mercur.

Label 4.1

Tipul agitatorului	Curviliniu	Miniar	Cilindric	Cilindric
Lungimea li, m	0,185	0,185	-	-
Înălțimea li, m	-	-	0,19	0,280
Rădăcina polară δ , m	0,0825	0,0925	0,070	0,14
Factorul π/δ	38	34	62,8	22,4
Lățimea bi, m	0,032	0,042	-	-
Înălțimea δ_i , m	-	-	0,09	0,280
Numărul total de spire ale înfășurării, 2	250	406	580	216
Secțiunea conductorului	\varnothing 2 mm	\varnothing 1,8 mm	\varnothing 1 mm	10 x 2 mm
Intensitatea nominală, I, A	10	10	10	100



Fig.4.1. Agitator inductiv curviliniu pentru o baie de mercur
a-vedere; b-schema electrică.



În figura 4.2 este prezentat agitatorul inductiv liniar-vederea și schema electrică a înfășurării.

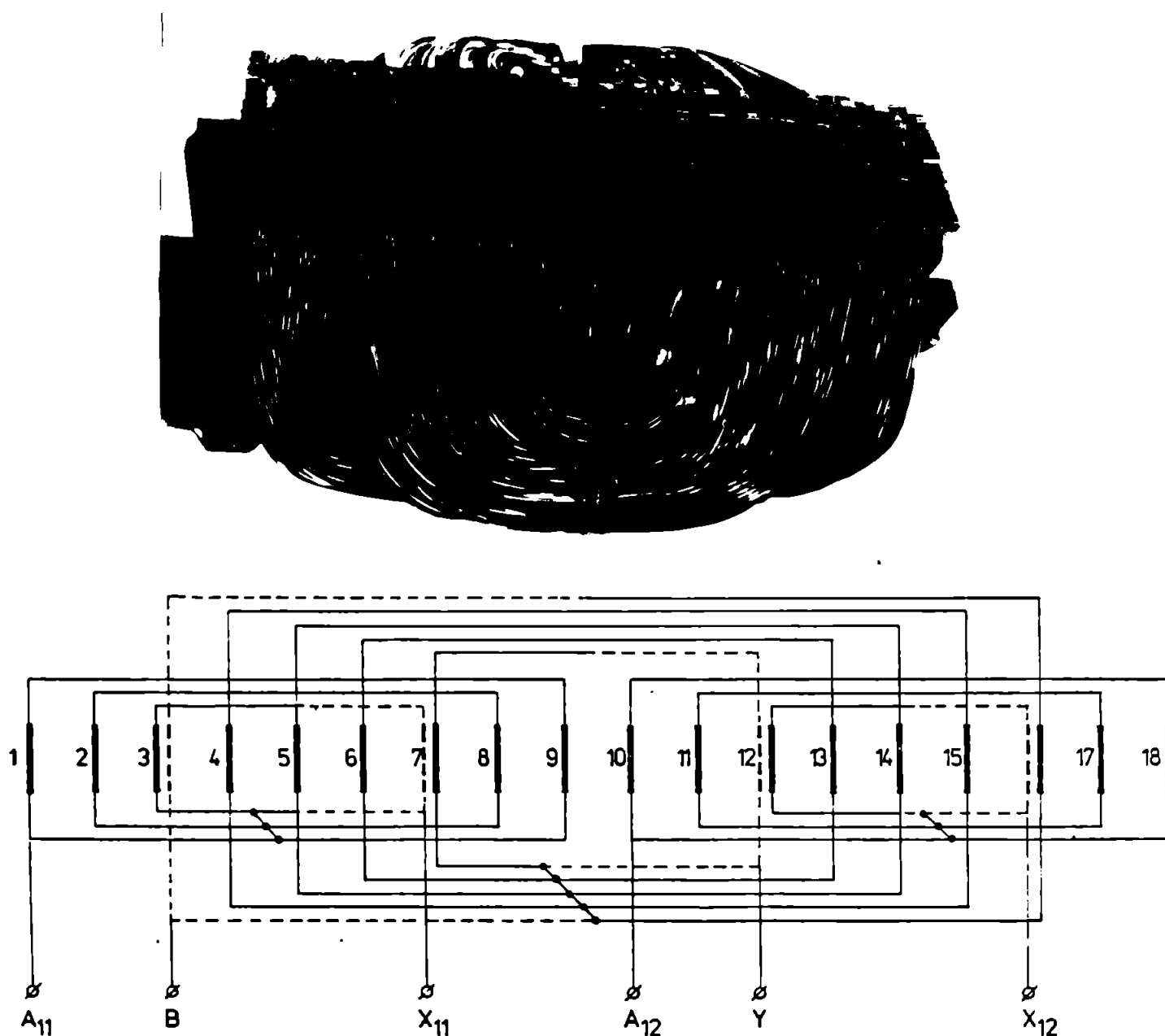


Fig.4.2 Agitator inductiv liniar
a - vedere; b - schema electrică a înfășurării

În figura 4.3 este dată vederea, secțiunea și schema electrică a înfășurării agitatorului inductiv cilindric destinat pentru omogenizarea unor aliaje binare în vederea unor măsurători de laborator metalurgice. Agitatorul inductiv 1 este amplasat în exteriorul unui creuzet cilindric (tip pahat) 2 în interiorul căruia este un al doilea creuzet 3 ce conține aliajul 4. Încalzirea și încălzirea aliajului se realizează prin rezistorul 5. Creuzetele sunt prevăzute cu un capac.

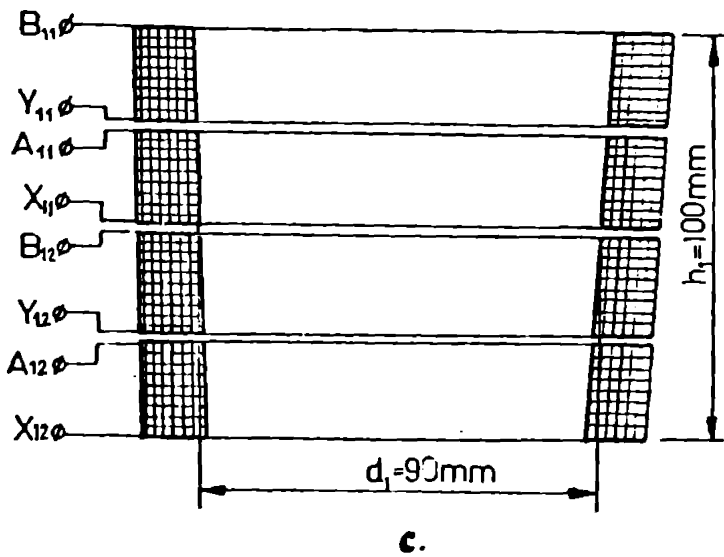
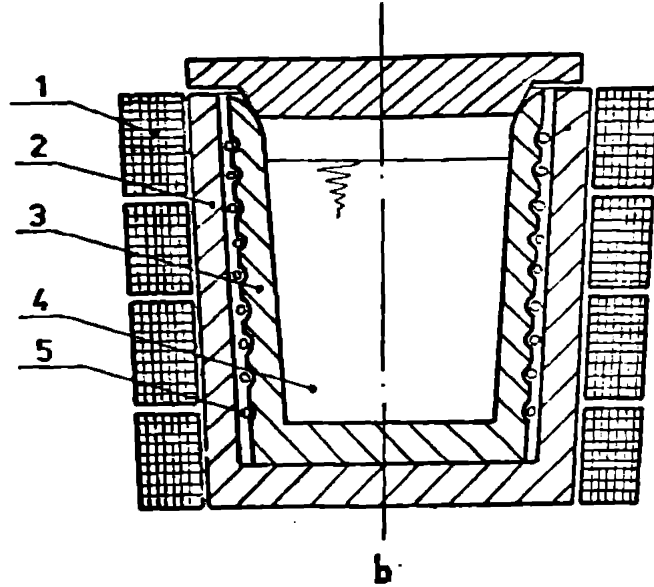
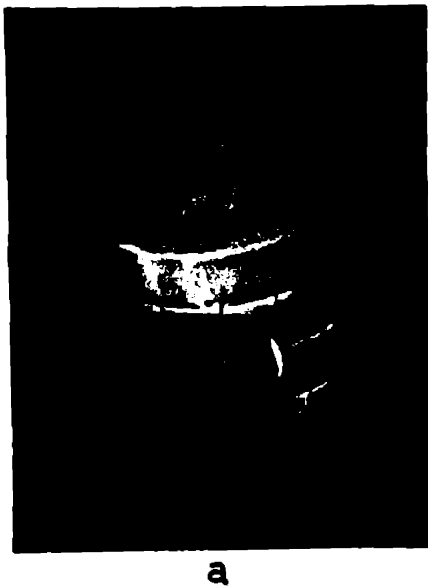


Fig.4.3. Agitator inductiv cilindric
a- vedere; b- secțiune verticală; c- schema electrică a înfășurării

În figura 4.4 este prezentat agitatorul inductiv cilindric pentru o oală de turnare. Acesta este destinat omogenizării unui aliaj în oala de turnare, întrucât una din fazele aliajului se segregă în timpul topirii, în cuptor și în timpul turnării, în oală.

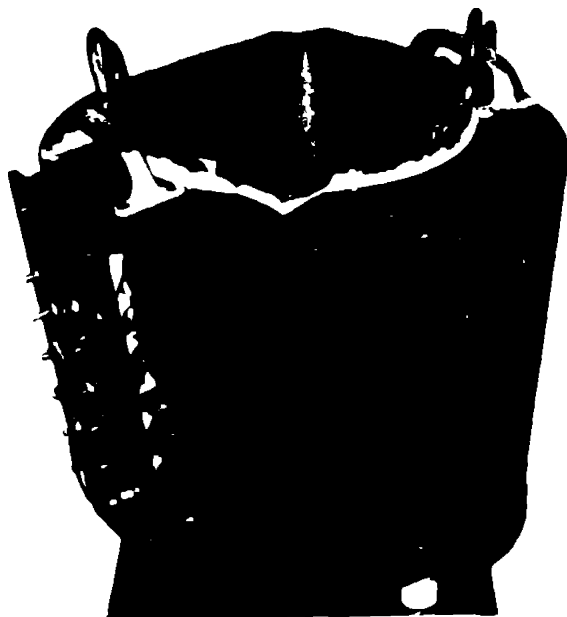
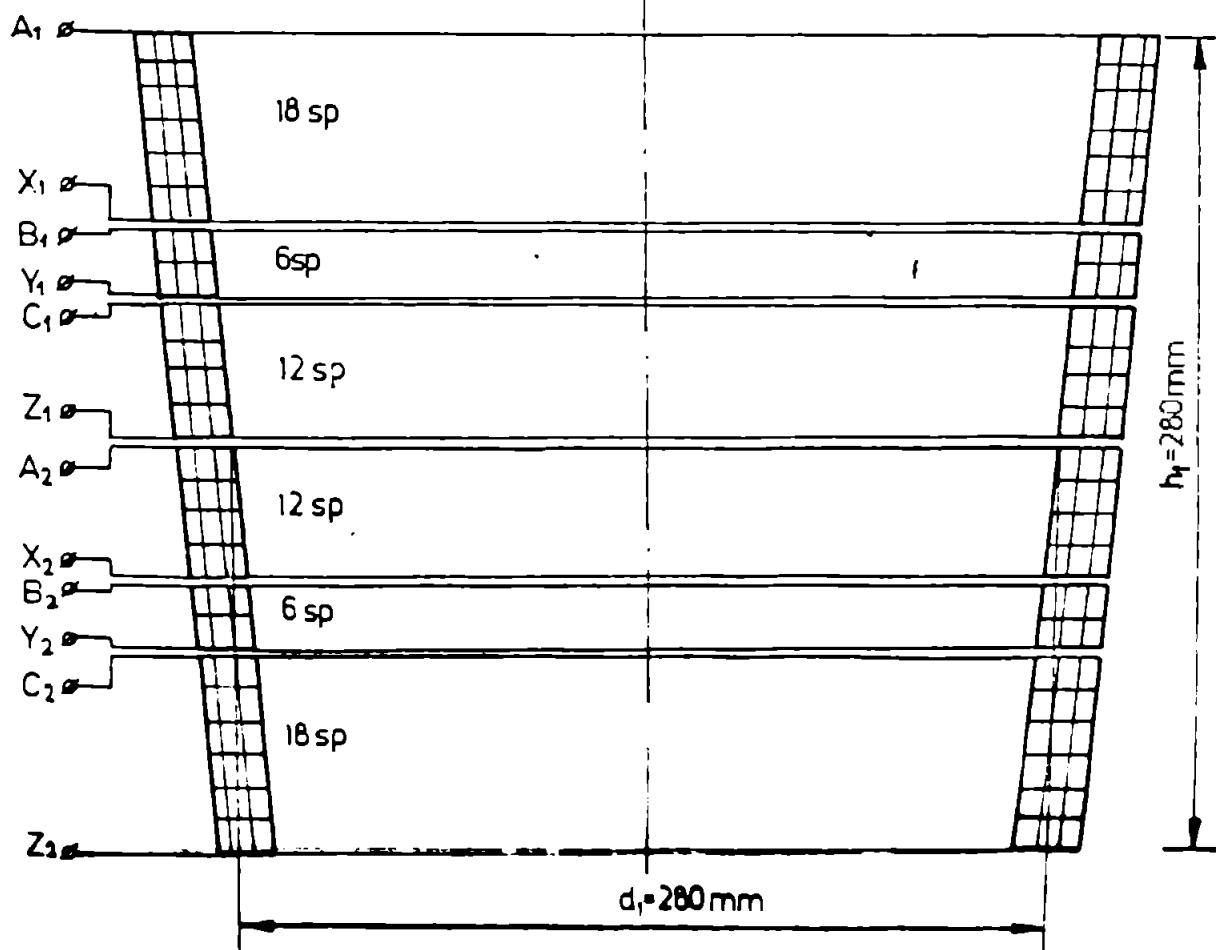
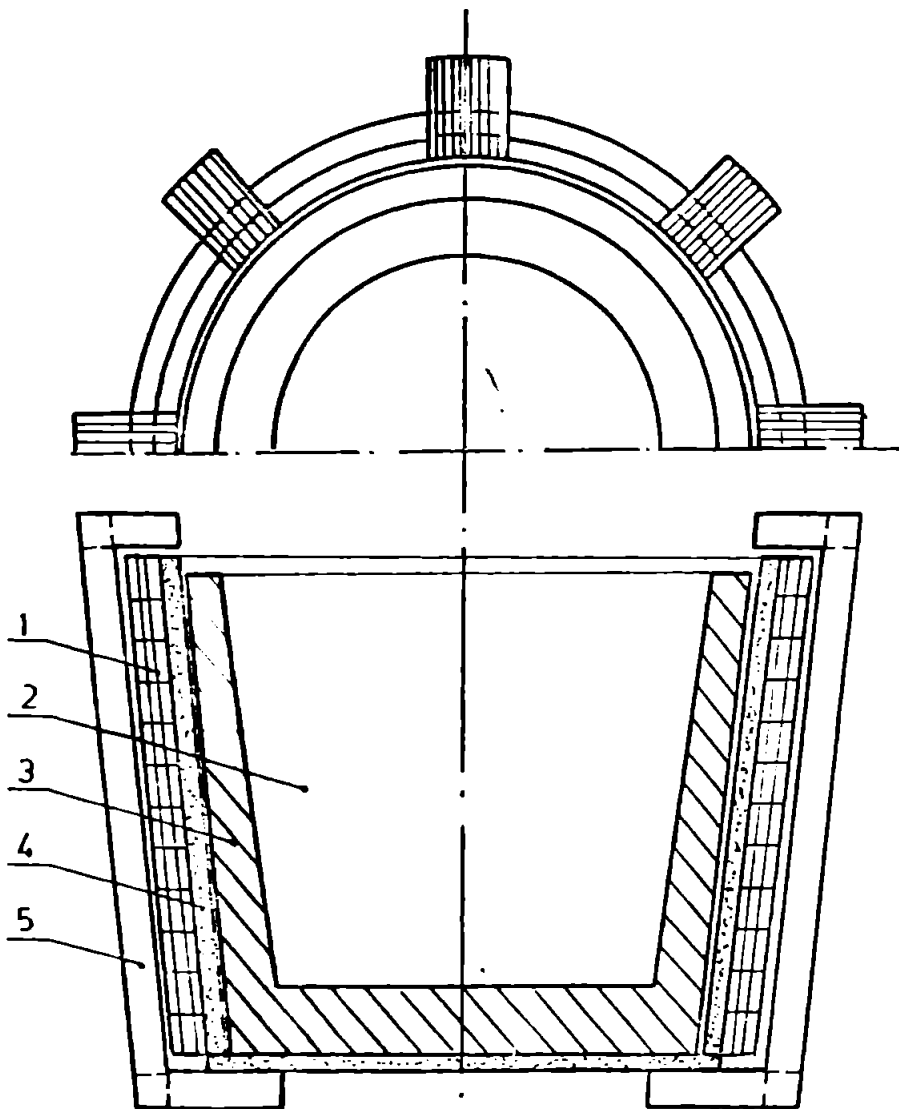


Fig.4.4 Agitator inductiv cilindric pentru o oală de turnare
a-vedere; b-secțiune verticală; c-schema electrică a înfășurării
1-înfășurare; 2-oală de turnare; 3-bază metalică
4-izolație termică (asbest); 5-ecran feromagnetic.



4.2. Mișcările băii metalice amestecate prin inducție electromagnetică

S-a constatat vizual, cu mare ușurință posibilitatea obținerii celor patru tipuri de mișcare a băii metalice menționate în § 1.1.1. Informativ se dă figura 4.5, în care se distinge turbulența produsă la suprafață prin mișcarea mercurului în baie. S-a remarcat proporționalitatea dintre intensitatea curentului electric de alimentare a agitatorului inductiv și intensitatea amestecării.

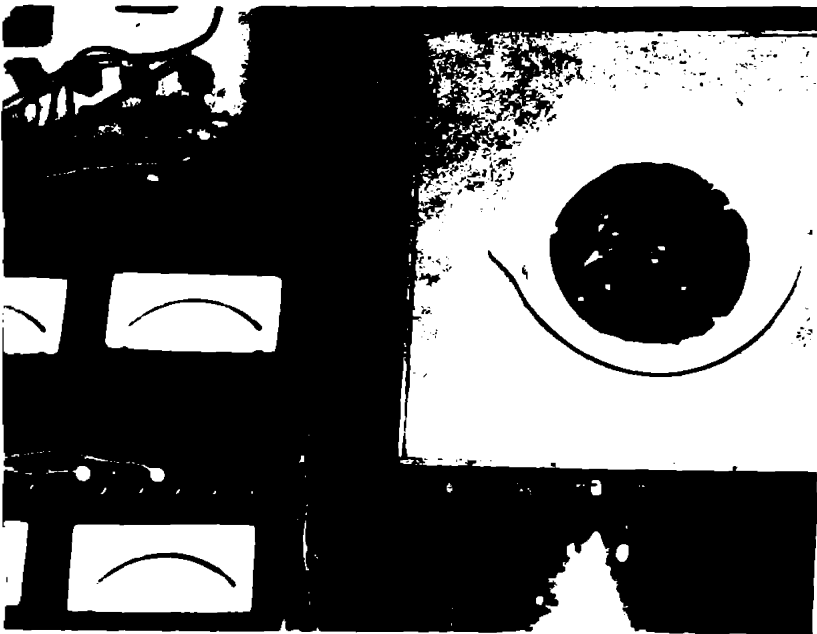


Fig.4.5. Mișcarea mercurului sub acțiunea agitatorului inductiv curbiliniu.

Incercarea s-a făcut cu aceleași rezultate favorabile și asupra agitatorului inductiv cilindric (fig.4.3), introducându-se mercurul în crouzetul 3. —au observat mișcările băii metalice menționate în § 1.1.2.

4.3. Inducția magnetică în interiorul sistemului agitator - baie metalică

În figura 4.6 este dat spectrul liniilor de câmp corespunzător celor două faze ale înfășurării, vizualizat cu pulbere de fier: figura 4.6,a corespunde pentru faza I iar figura 4.6,b - pentru faza II.

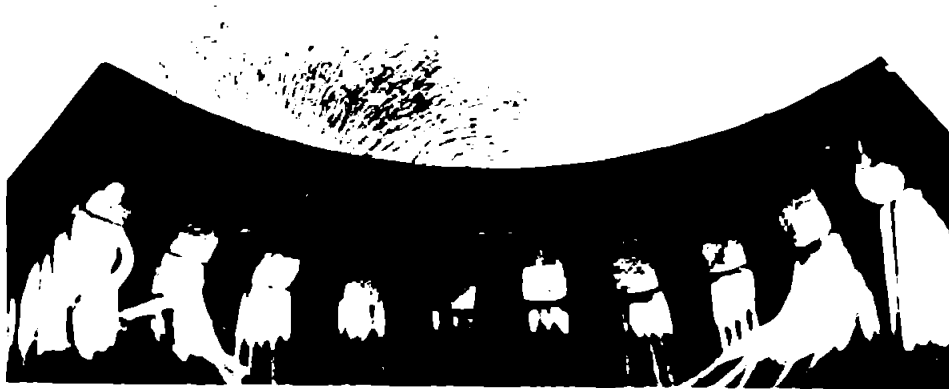


Fig.4.6 spectrul liniilor de câmp magnetic
a- pentru faza I; b- pentru faza II.

În interiorul sistemului agitator inductiv curbiliniu - baie metalică s-a măsurat inducția magnetică B_z cu ajutorul unui teslametru cu sondă Hall (fig.4.7). Agitatorul s-a alimentat succesiv pe cele două faze, de la o sursă de curent continuu stabilizată cu un curent de 10A. Valorile măsurate sînt prezentate în figura 4.8, a.

În figura 4.8 este comparată variația teoretică a amplitudinii componentei B_z pentru $I = 10$, determinată din relația (2.32) cu valorile măsurate.

Amplitudinea intensității câmpului magnetic la suprafața agitatorului se determină cu relația

$$B_{max} = \sqrt{2} \cdot A \int_1 = \sqrt{2} \cdot \frac{2I}{\pi^2} = \sqrt{2} \cdot \frac{2 \cdot 10}{\pi^2} \int_1 \quad (4.1)$$

avînd în vedere $r = 2$, $\gamma = 1$,

$$B_{max} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \int_1, \quad (4.2)$$

în care Z este numărul total de conductoare și creșterile înfășurării;

- m - numărul fazelor înfășurării;
- k - numărul spiralelor pe o fază a înfășurării;
- p - numărul perechilor de poli ai înfășurării;
- z - pasul polar al înfășurării ($2pz = 1p$);
- f_1 - factorul de înfășurare al fundamentalei



Fig.4.7 Măsurarea inducției magnetice în întrefier cu teslametru.

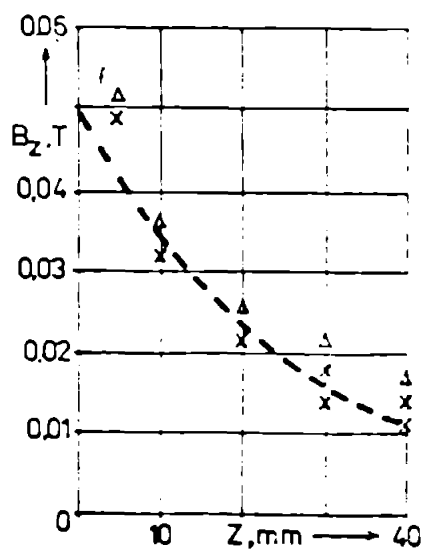
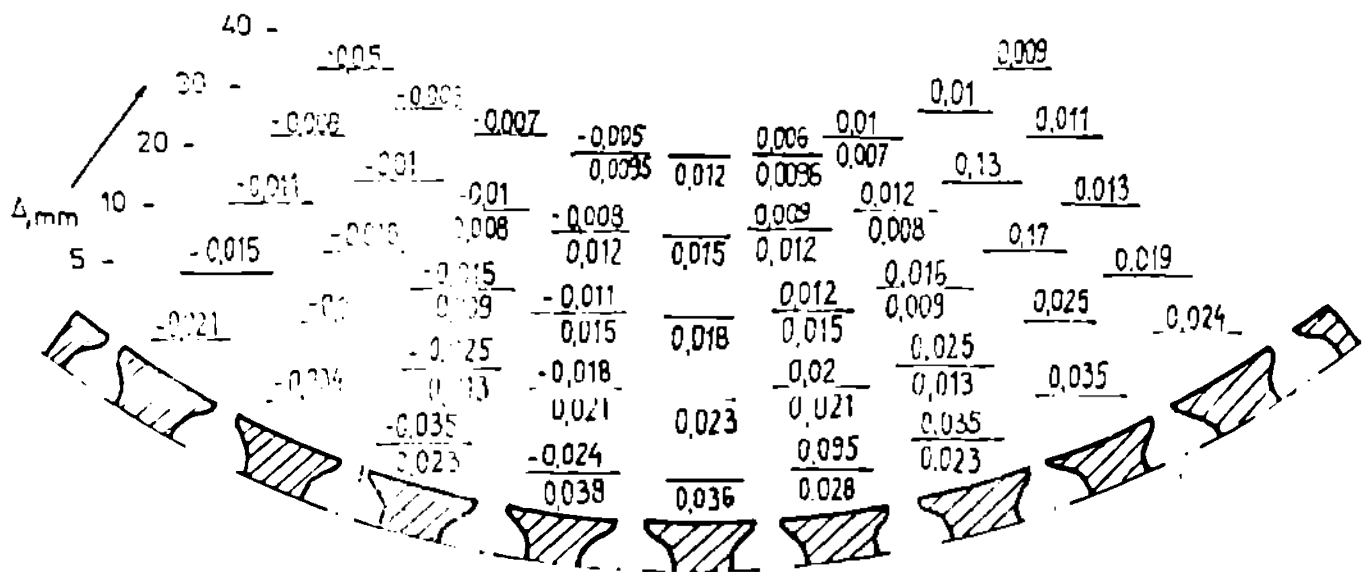


Fig.4.8 Variația amplitudinii inducției magnetice în întrefierul agitatorului curbiliniu a - valori măsurate (la numărător - faza I); la numitor - faza II) b - compararea valorilor teoretice (curba) cu valorile măsurate (PUNCTE).

Factorul de înfășurare se determină aproximativ pentru o înfășurare de calcul bifazată introdusă în 8 crestături, cu pas diametral, avind $Q_p = 8/2.1 = 4$ crestături pe pol și $q = 8/2.1.2 = 2$ crestături pe pol și fază /67/; se obține $f_1 = 0,924$.

Valoarea teoretică a amplitudinii intensității cîmpului magnetic la suprafața agitatorului (4.1), pentru datele din tabelul (4.1) la $I = 10A$ este

$H_{max} = \sqrt{2} \cdot \frac{500 \cdot 10}{2 \cdot 1 \cdot 0,825} \cdot 0,924 = 0,4 \cdot 10^5$ Asp/m, căreia îi corespunde $B_{max} = 0,05$ T.

Valorile măsurate al inducției magnetice (fig.4.8,a) s-au înmulțit cu $\sqrt{2}$, pentru a obține amplitudinile și s-au reprezentat prin puncte în figura 4.8,b. Se observă că variația teoretică a amplitudinii inducției magnetice în întrefier (componenta B_z), calculată cu (2.24) este foarte apropiată de valorile măsurate.

În cazul agitatorului cilindric, compararea valorilor măsurate cu cele teoretice este dată în figura 4.9

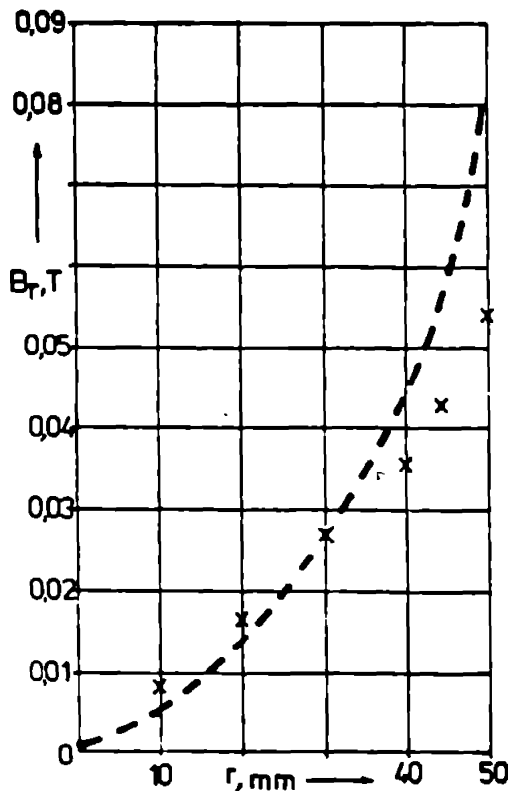


Fig.4.9 Variația amplitudinii inducției magnetice în întrefierul agitatorului cilindric

Valoarea teoretică a amplitudinii intensității cîmpului magnetic la suprafața agitatorului (4.1) este pentru $I = 10A$:

$$H_{max} = \sqrt{2} \frac{500 \cdot 10}{2 \cdot 1 \cdot 0,825} = 0,8 \cdot 10^5 \text{ Asp/m,}$$

căreia îi corespunde $B_{max} = 0,1$ T.

Se constată o neconcordanță între valorile teoretice și cele măsurate. Din acest motiv, pentru a nu desființa rezultatele calculilor ce se vor face asupra forțelor electromagnetice, în expresiile acestora se va introduce valoarea măsurată pentru H_{\max}

$$H_{\max} = \frac{J_{\max}}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \sqrt{2} B_{r_i} \frac{1}{\frac{1 - I_0\left(\frac{\pi}{6} r_i\right)}{I_0\left(\frac{\pi}{6} r_i\right)}}$$

$$H_{\max} = \frac{1}{4\pi} \sqrt{2} \cdot 0,038 \cdot \frac{1}{0,82} = 0,52 \cdot 10^5 \text{ ASp/z}$$

4.4. Forțele electromagnetice

a. Forța electromagnetică tangențială F_{tang} 3-2

verificat la agitatorul inductiv curbiliniu și la cel cilindric, cu montajele prezentate în figurile 4.10, respectiv 4.13.

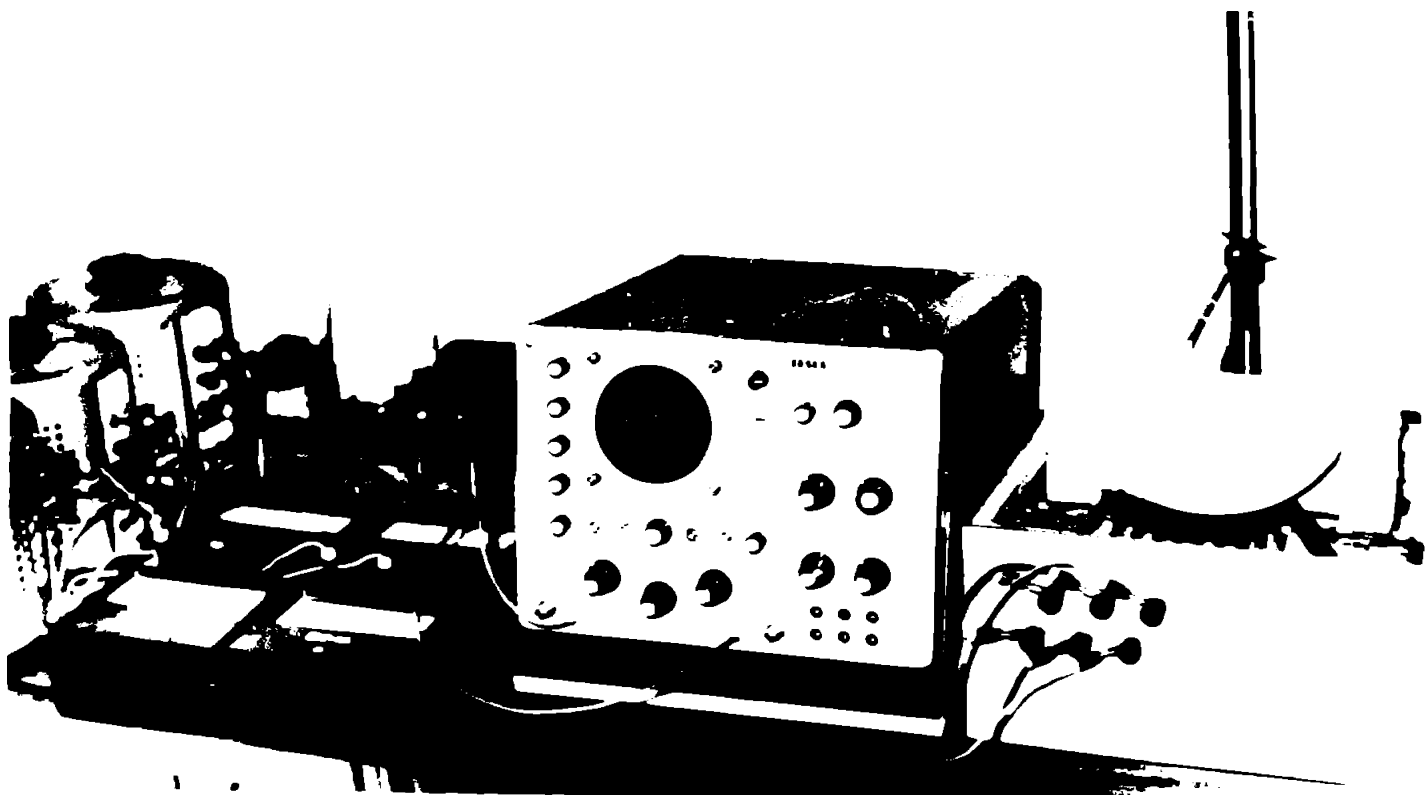


Fig.4.10 Montajul pentru verificare Forței electromagnetice

tangențiale

BIBLIOTECA UNIVERSITĂȚII
BUCUREȘTI
1981

Sub acțiunea forței electromagnetice F_{emy} , plăcuța dreptunghiulară curbilinie de greutate G este deplasată din poziția inițială într-o nouă poziție de echilibru, care conform legii pendulului - figura 4.11, se obține la

$$F_{emy} = G \cdot \frac{a}{l} \quad (4.3)$$

Având în vedere grosimea "g" a plăcuței, rezultă forța electromagnetică tangențială

$$F'_{emy\text{med}} = \frac{F_{emy}}{g} = \frac{G \cdot \frac{a}{l}}{g \text{ [mm]}} \cdot 9.81, \text{ N/m.} \quad (4.4)$$

Grosimea plăcuțelor s-a luat cât mai mică, pentru ca forța electromagnetică să aibă un caracter superficial cât mai pronunțat, lățimea s-a luat egală cu lățimea agitatorului, iar lungimea ceva mai mare, pentru ca prin deplasare să rămână sub acțiunea cimpului electromagnetic inductor pe toată lungimea agitatorului.

În tabelul 4.2 sînt dați parametrii de calcul ai plăcuțelor utilizate, iar în tabelul 4.3. rezultatele măsurătorilor efectuate, în paralele cu valorile calculate cu formula (2.45) corectată cu factorul de reducere transversal (3.21). Pentru datele constructive ale agitatorului, $r_{tr} = 0,126$ (se ia $k = 0$ în relația (3.21) și fig.3.4). Pe baza acestora, s-au construit diagramele din figura 4.12 pentru a se putea compara mai ușor valorile calculate cu cele măsurate, reprezentate prin puncte. Se constată erori acceptabile.

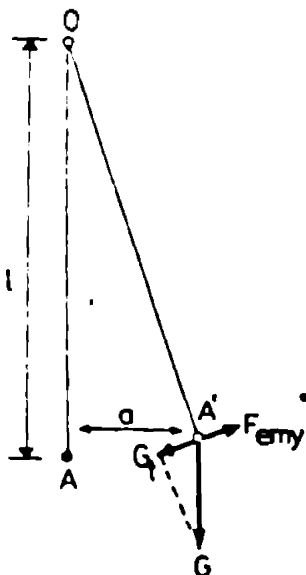
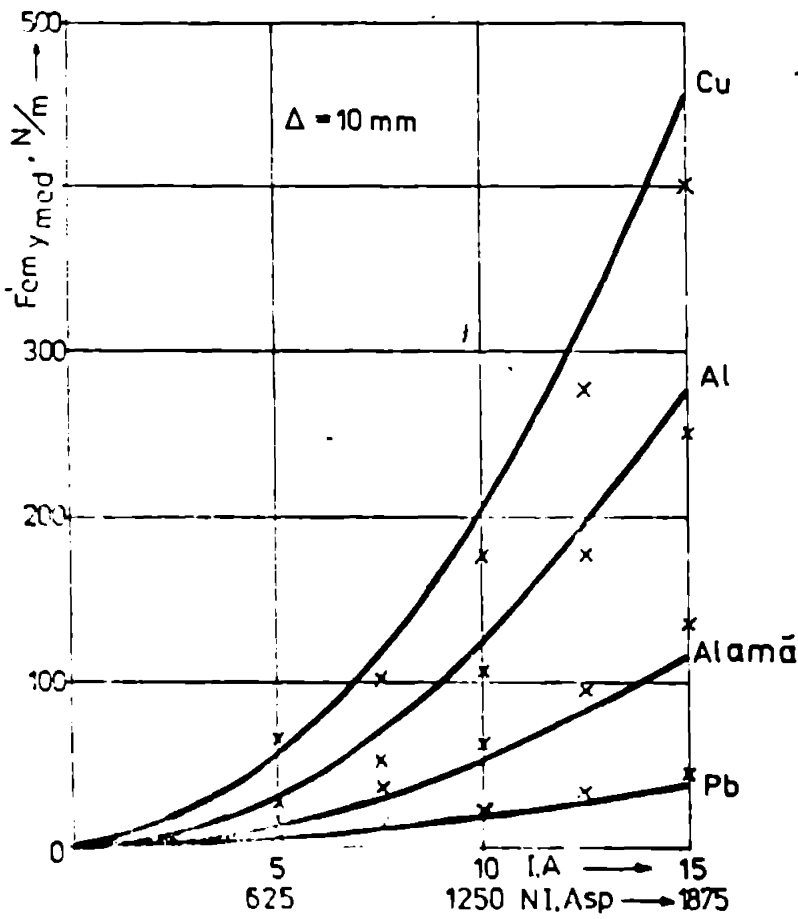


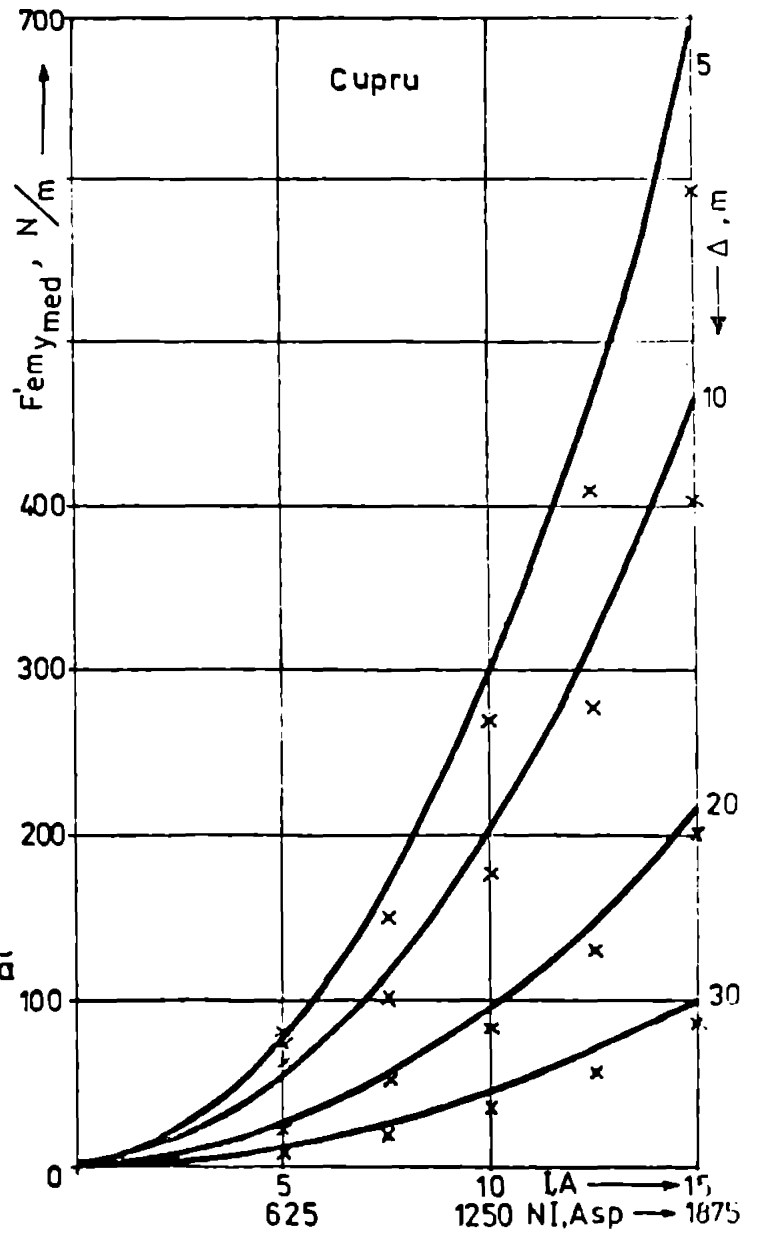
Fig.4.11 echilibrul forțelor din relația (4.3)

Tabel 4.2

Material	Grosime $E, \text{ mm}$	Greutate $G, \text{ grf}$	Constanta k^2
Cupru	0,45	32,5	11200
Aluminiu	1,0	18,5	6807
Alamă	0,7	45,5	2820
Plumb	1,8	186,0	905



a



b

Fig.4.12 Variația forței electromagnetice tangențiale $F_{cm\ y\ med}$ cu intensitatea curentului electric a- parametru σ ; b - parametru Δ

Tabel 4.3

Material	Δ mm	Forțe electromagnetice					
		I = 5A		I = 10A		I = 15A	
		Teoretică	Măsurat	Teoretică	Măsurat	Teoretică	Măsurat
Cupru	5	73	75	298	267	667	590
	10	52	64	65	176	461	400
	20	24	22	95	80	117	200
	30	11	9	45	35	56	85
Aluminiu	5	44	38	180	152	303	332
	10	31	23	122	107	272	249
	20	15	13	57	46	131	108
	30	7	5	26	22	59	48
Oțel	5	18	21	75	83	167	188
	10	13	15	51	60	115	134
	20	6	7	24	27	54	64
	30	3	4	11	12	24	29
Alum.	5	6	7	24	32	34	63
	10	4	5	16	22	37	43
	20	2	2	8	11	17	21
	30	1	1	3	4	5	9

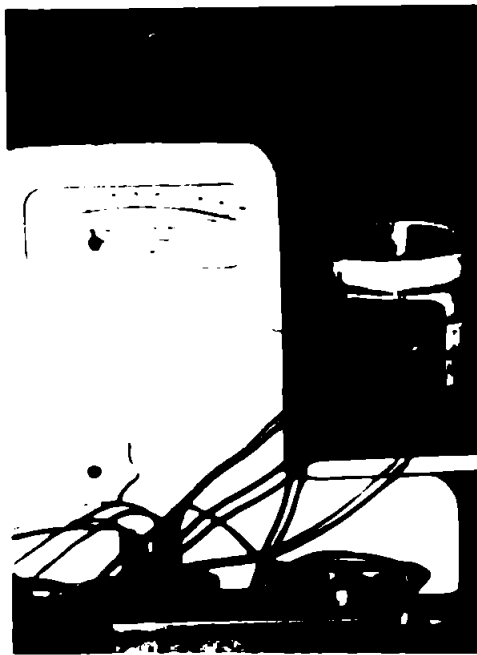


Fig.4.13 Echilibrarea forței electromagnetice pe cântar

Tabel 4.4

Material	Grosime, g, mm	Diametru $2r$ mm
Cupru	0,6	64
		77
		85
Aluminiu	1,0	64
		77
		85

Măsurătorile pentru agitatorul inductiv cilindric s-au făcut cu montajul din figura 4.13. Forța electromagnetică tangențială F'_{emzmed} s-a măsurat prin determinarea forțelor exercitate asupra unor cilindri goi, cu pereți subțiri, din diferite materiale (cupru și aluminiu); sub acțiunea forței F_{emz} exercitată de câmp asupra cilindrilor G și greutate G , aflați în poziție verticală, aceștia sînt încărcăți sau descărcați, în funcție de sensul de acțiune al forței, la o valoare G' ; astfel, punînd cilindrul pe un cîntar, indicația acestuia ($G'-G$), respectiv ($G-G'$) va fi egală cu cea a forței F_{emz} .

Forța electromagnetică tangențială este

$$F'_{emzmed} = \frac{F_{emz} \text{ [grf]}}{g \text{ [mm]}} \cdot 9,81, \text{ N/m.}$$

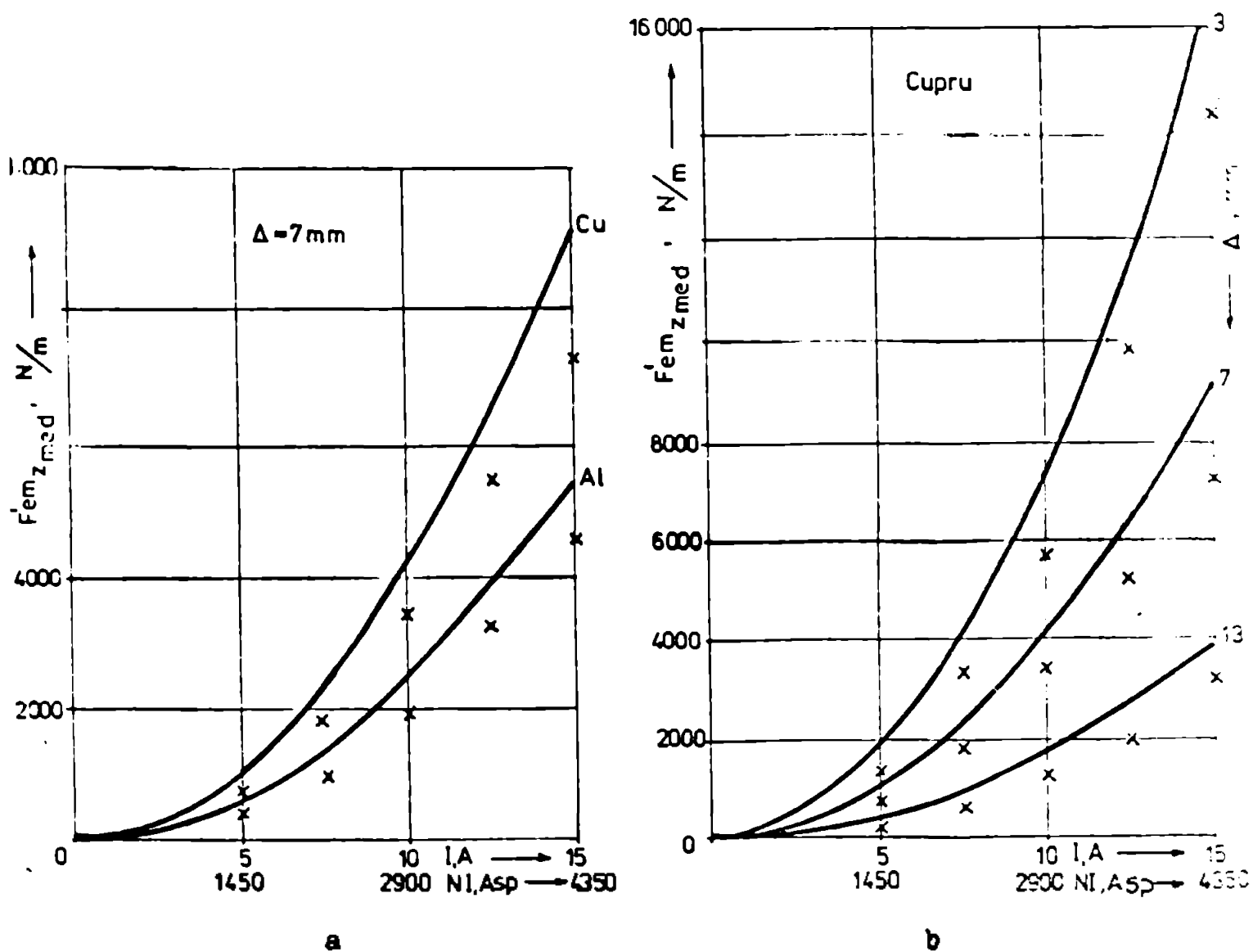


Fig.4.14 Variația forței electromagnetice tangențiale F'_{emzmed} cu intensitatea curentului electric a - parametru ∇ , b - parametru Δ

Înălțimea cilindrilor s-a luat mai mare decât cea a agitatorului, pentru ca prin deplasare să rămână sub acțiunea câmpului electromagnetic conductor pe toată înălțimea agitatorului. Grosimea pereților cilindrilor s-a luat cât mai mică, pentru ca forța electromagnetică să aibă un pronunțat caracter superficial.

În tabelul 4.4 sînt dați parametri cilindrilor utilizați, iar în tabelul 4.5 - rezultatele măsurătorilor efectuate în paralel cu valorile teoretice. Pe baza acestora s-au construit diagramele din figura 4.14, pentru a se putea compara mai ușor valorile calculate cu formula (2.101) cu cele măsurate, reprezentate prin puncte. Se constată erori acceptabile

Tabel 4.5

Material	Δ	Forța electromagnetică F_{emzmed} N/m					
		$I = 5A$		$I = 10A$		$I = 15A$	
		Teoretic	Măsurat	Teoretic	Măsurat	Teoretic	Măsurat
Fier	3	1810	1409	7240	5746	16300	14309
	7	1010	770	4100	3402	9160	7265
	13	430	331	1720	1319	3880	3284
Aluminiu	3	1090	832	4370	3385	9830	7828
	7	610	473	2460	1962	5530	4542
	13	260	202	1040	846	2340	1879

b. Forța electromagnetică rezultantă $F_{emy(z)med}$ s-a verificat exact în ipoteza de calcul simplificatorie care a stat la baza determinării formulei de calcul. Întrucît baia metalică se consideră că se deplasează în totalitate ca un corp rigid, cu o viteză medie V_{med} , s-a înlocuit această baie cu o placă metalică de o anumită grosime. Placa metalică rămînînd imobilă, se va lua alunecarea $s = 1,0$.

Alimentînd agitatorul inductiv cu o tensiune de frecvență $f = 50$ Hz și apreciînd o eventuală viteză de deplasare a metalului V_m - în/s (o valoare mare față de valorile uzuale), alunecarea ar fi, conform relației (2.32)

$$s = \frac{2\sigma f - V_m}{2\sigma f} = \frac{9,25 - 1}{9,25} = 0,89,$$

adică o valoare destul de apropiată de unitate.

În cazul agitatorului inductiv liniar s-au făcut experimentările cu montajul din figura 4.15, forța electromagnetică încărcînd sau descărcînd placa metalică de greutate G la o nouă valoare G' . S-au utilizat

plăci dreptunghiulare din cupru și din aluminiu, cu grosime de 10 μm, fiind realizată condiția (3.25); nu este însă îndeplinită condiția limită (3.41), date fiind dimensiunile agitatorului.

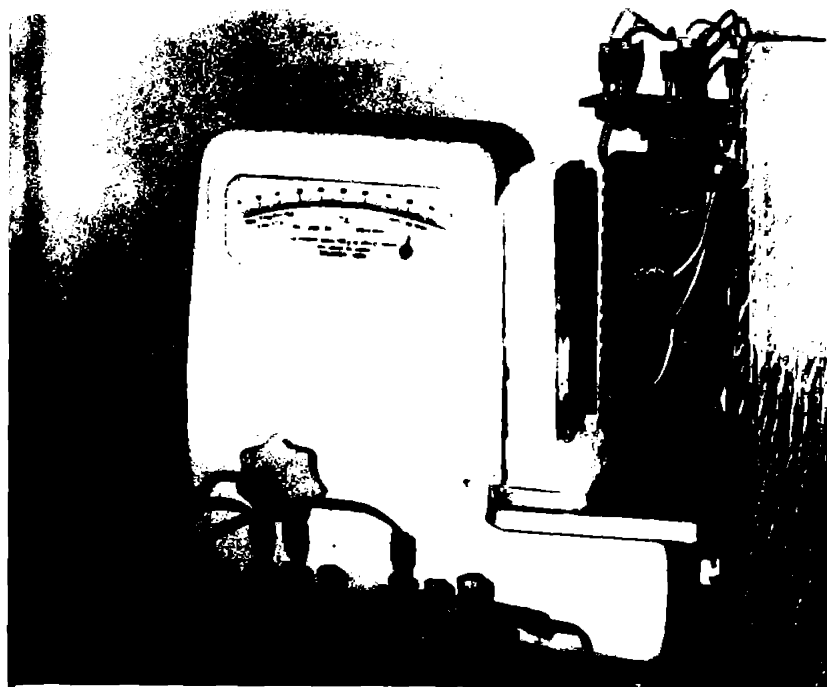


Fig. 4.15 Determinarea forței electromagnetice "motoare" rezultante "enunod" la un agitator liniar

La frecvența de 50 Hz, adâncimea h este

$$h_{Cu} = \frac{\delta_{sCu}}{2} = \frac{1}{2k_{sCu}} = 4,71 \cdot 10^{-3} \text{ m} < 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$h_{Al} = \frac{\delta_{sAl}}{2} = \frac{1}{2k_{sAl}} = 6,06 \cdot 10^{-3} \text{ m} < 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Intensitatea cîmpului magnetic la suprafața agitatorului este sau valoarea calculată conform (4.2),

$$H_{\max 10A} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot 203 \cdot 10}{92,5 \cdot 10^3} \cdot 0,906 = 0,56 \text{ Apy/m}$$

În relația (2.68), factorii m_1 , m_2 , respectiv factorul de forță m_2 (m_1 , m_2 , h) au valorile

- cupru : $m_1 = 106,6$; $m_2 = 101,05$; $\frac{m_2}{m_1} = 0,9474$;

- aluminiu: $m_1 = 86,07$; $m_2 = 79,08$; $\frac{m_2}{m_1} = 0,9082$.

În tabelul 4.6 se dau valorile calculate pentru forța electromagnetică rezultantă prin relațiile (2.45), respectiv (2.46), corectate cu factorul de reducere transversal r_{tr} (3.31); de asemenea sînt trecute și

valorile măsurate cu montajul din figura 4.15

Tabel 4.6

Material	Δ mm	Forța electromagnetică F_{em} [N]								
		I = 5A			I = 10A			I = 15A		
		(2.43)	(2.68)	Măsu- rat	(2.43)	(2.68)	Măsu- rat	(2.43)	(2.68)	Măsu- rat
Cupru	5	2,71	1,19	0,95	10,86	4,77	4	24,4	10,74	8,7
	10	1,93	0,85	0,65	7,73	3,4	3,1	17,4	7,65	6,6
	20	0,98	0,43	0,33	3,9	1,72	1,07	8,82	3,88	3,25
	30	0,49	0,22	0,19	2	0,87	0,66	4,46	1,96	1,47
	40	0,25	0,11	0,088	1	0,44	0,39	2,26	0,99	0,72
Alu- miniu	5	1,64	0,72	0,70	6,55	2,88	2,8	14,7	6,48	6,2
	10	1,16	0,51	0,49	4,66	2,05	1,77	10,5	4,6	4,02
	20	0,59	0,26	0,24	2,35	1,04	0,99	5,3	2,34	2,2
	30	0,29	0,13	0,13	1,2	0,52	0,5	2,7	1,18	1,04
	40	0,15	0,07	0,069	0,6	0,26	0,26	1,37	0,6	0,58

În figurile 4.16 și 4.17 sînt prezentate variațiile forței electrice magnetice în raport cu intensitatea curentului electric I , respectiv cu înțelțierul Δ , atît în valorile teoretice cît și în cele măsurate; în figura 4.17 s-a reprezentat forța calculată cu relația (2.68).

În experimentarea agitatorului inductiv liniar s-au făcut și determinări asupra influenței frecvenței tensiunii de alimentare asupra forței electromagnetice. Montajul din figura 4.15 a fost alimentat cu frecvență joasă, variabilă, de la un generator sincron ^{corund} și s-a modificat turația.

În tabelul 4.7 sînt date valorile parametrilor ce intervin în relația (2.68), a forței calculate cu această relație corectată cu factorul de reducere transversal k_{tr} (3.21) și a forței măsurate. Calculele și măsurătorile s-au făcut pentru $\Delta = 5$ mm, asupra unor plăci de 10 mm grosime.

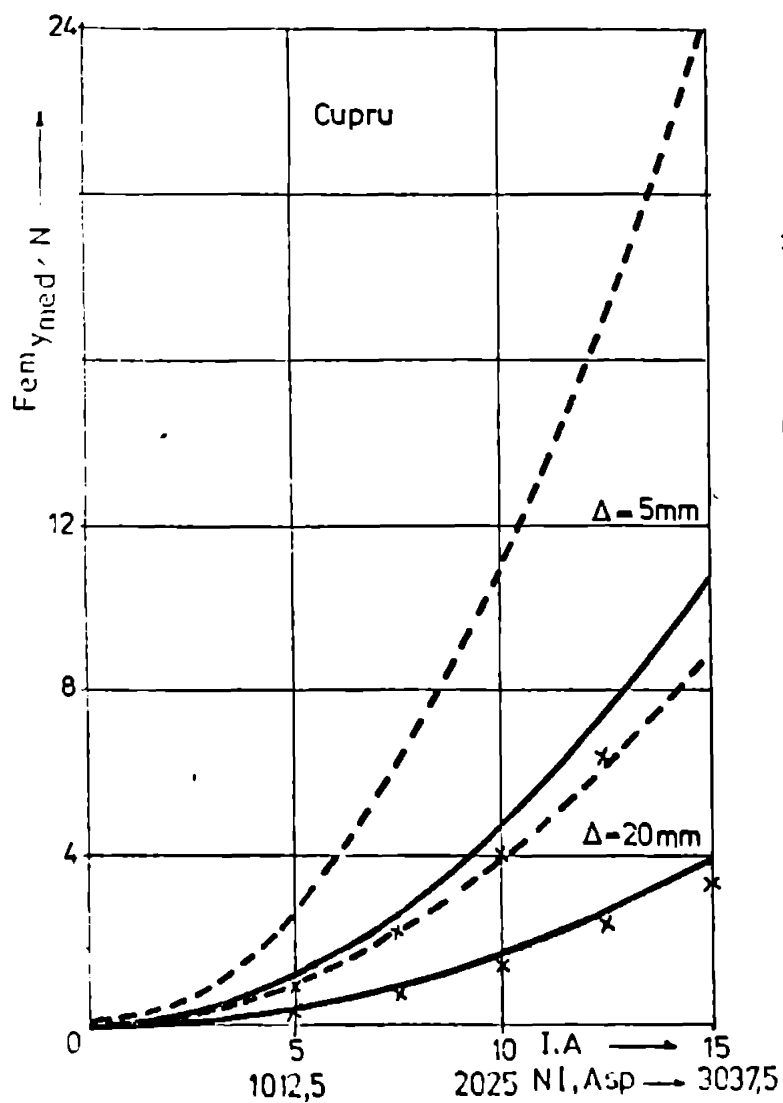


Fig.4.16 Variația forței electromagnetice rezultante cu intensitatea curentului electric

- relația (2.43);
- relația (2.68);
- x valori măsurate

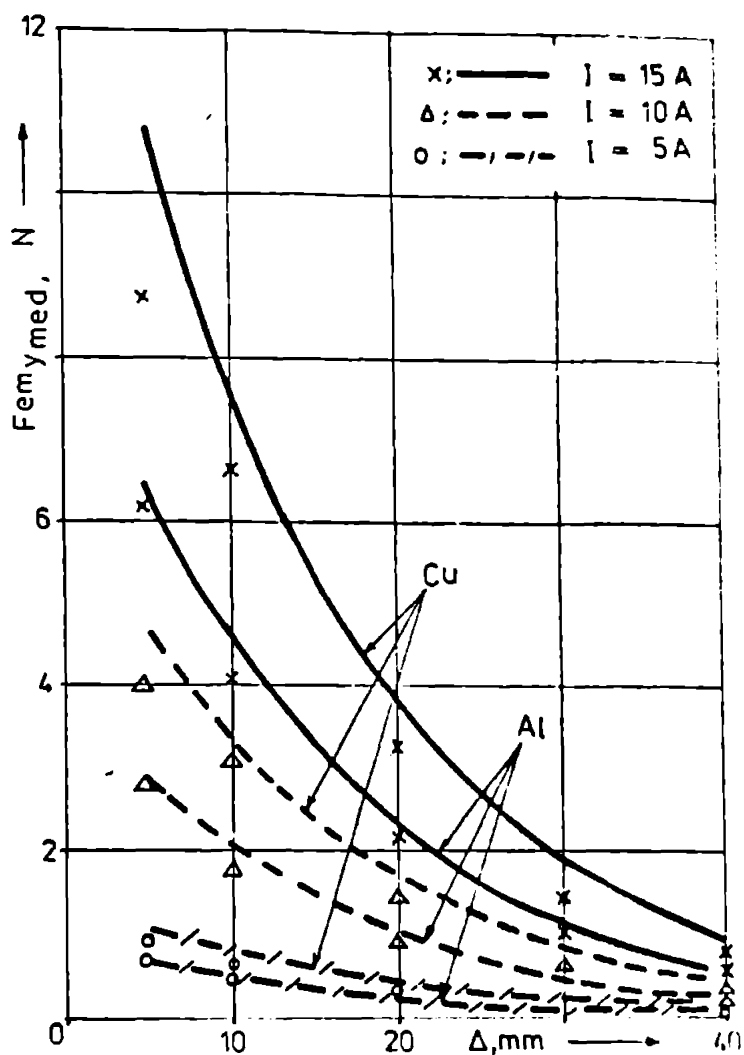


Fig.4.17 Variația forței electromagnetice rezultante cu întrefierul Δ

- curbele - relația (2.68);
- punctele - valori măsurate

Tabel 4.2

Material	f _{Hs}	k _s ²	δ _F mm	m ₁	m ₂	F ₂ ² (m ₁ , m ₂ , h)	Forța electromagnetică F _{med} , N			
							I = 3,5A		I = 5A	
							Calculat	Măsurat	Calculat	Măsurat
Cupru	50	11280	4,71	105,6	101,1	0,00644	0,59	0,50	1,2	0,95
	33,3	7,512	6,04	90	83,4	0,00648	0,4	0,42	0,81	0,84
	25,8	5,819	6,85	80,2	72,6	0,00651	0,31	0,35	0,63	0,7
	19,8	4,473	7,77	71,3	62,7	0,00653	0,23	0,28	0,48	0,59
	10,8	2,443	10,6	55,6	44	0,00650	0,1	0,14	0,2	0,31
Aluminiu	50	6807	6,06	85,1	79,1	0,00652	0,38	0,32	0,73	0,70
	33,3	4533	7,4	71,7	63,2	0,00653	0,24	0,2	0,49	0,55
	25,8	3512	8,4	64,3	54,6	0,00654	0,19	0,21	0,38	0,44
	19,8	2700	9,6	57,8	46,7	0,00655	0,14	0,17	0,29	0,34
	10,8	1474	13	46,5	39,8	0,00661	0,08	0,10	0,16	0,19

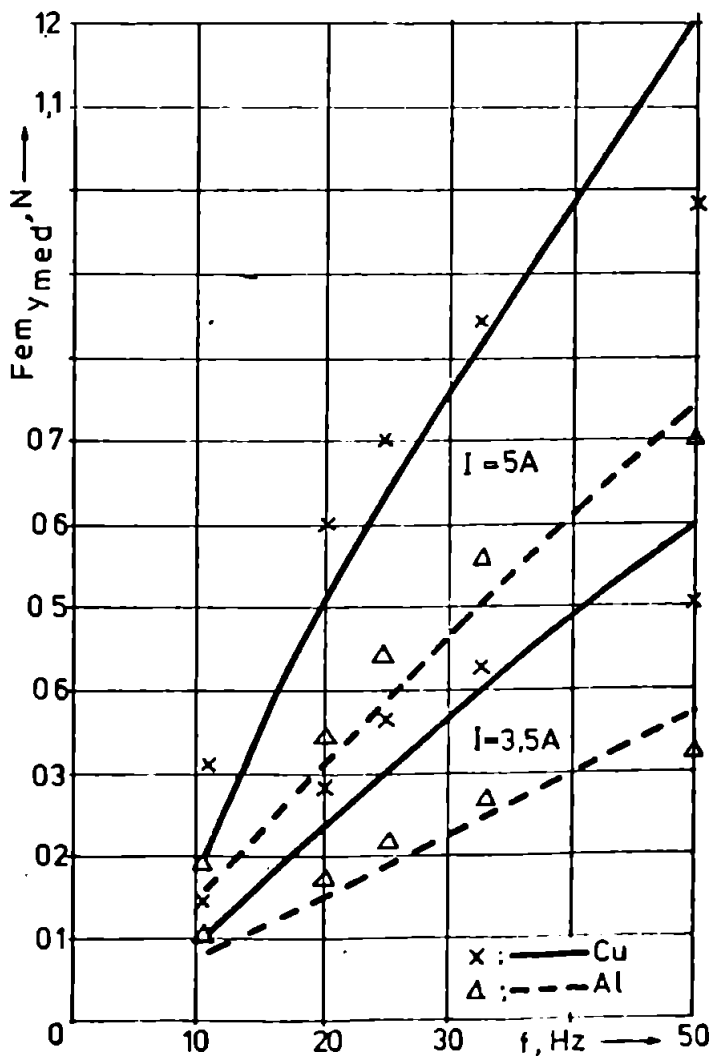


Fig. 4.18 Variația
forței electromagnetice
cu frecvența

Forța electromagnetică rezultantă exercitată de agitatoarele cilindrice s-a determinat prin calcul (2.99) și (2.124) și s-a măsurat cu montajul din figura 4.13, asupra unui cilindru plin din aluminiu cu diametrul $d_m = 2r_m = 34 \text{ mm}$.

Factorii de forță (3.35) .. (3.37) sînt

$$F_3^I = 0,45 \quad ; \quad F_3^{II} = 0,326 \quad ; \quad F_3 = F_3^I \cdot F_3^{II} = 0,147$$

Integrala din (2.124), calculată numeric prin formula trapezelor are valoarea

$$\int_0^{0,042} r \left[u_1^2(\rho r, \varphi) + v_1^2(\rho r, \varphi) \right] dr = 0,0197,$$

pentru

$$\rho = \sqrt{m_1^2 + m_2^2} = \sqrt{95,2^2 + 71,5^2} = 119 \quad ;$$

$$\varphi = \arctg \frac{m_1}{m_2} = \arctg \frac{95,2}{71,5} = 53^\circ \quad .$$

Factorul de forță din (2.124) este

$$\frac{1}{u_1^2(\rho r_1, \varphi) + v_1^2(\rho r_1, \varphi)} = 0,012 \quad .$$

Cu datele agitatorului din tabelul 4.1 s-au calculat forțele electromagnetice rezultante cu formulele (2.99) și (2.124), întocmindu-se tabelul 4.8; în tabel s-au trecut și valorile măsurate.

Tabel 4.8

Material	Forța electromagnetică F_{emzmed}								
	I = 5A			I = 10A			I = 15A		
	(2.99)	(2.124)	mNs.	(2.99)	(2.124)	mNs.	(2.99)	(2.124)	mNs.
Aluminiu	7,5	6,25	4,3	30	25	20	67,5	56,25	47,5

Se constată o concordanță bună între rezultatele formulei (2.124) și cele măsurate.

Pentru ilustrarea s-a reprezentat grafic variația forței electromagnetice rezultante, în figura 4.19.

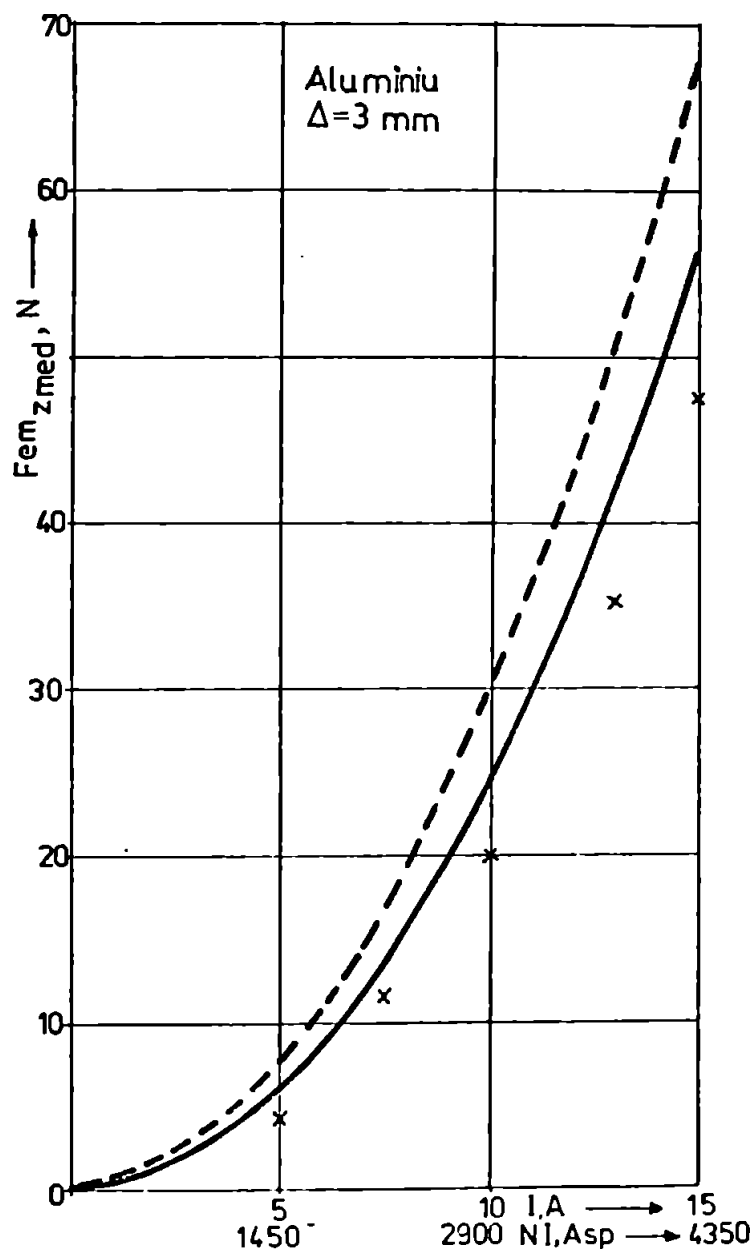


Fig.4.19 Variația forței electromagnetice rezultante cu intensitatea
 - - -relația (2.99);
 — relația (2.124);
 x valori măsurate

Din datele prezentate în tabelatele (4.6), (4.7) și (4.8) respectiv figurile (4.16... (4.19) se remarcă cu ușurință apropierea formulilor de calcul a forței electromagnetice rezultante (2.99) și (2.124) față de rezultatele măsurătorilor. Abaterile existente având valori de 15 - 25 % pot fi considerate reduse în raport cu abaterile ce apar între măsurători și formulele de calcul (2.43) și (2.99) cunoscute din lucrările /5 ; 78 ș.a./.

4.5. Probe metalografice

Intrucit agitatoarele inductive se utilizează în primul rând pentru a se asigura omogenizarea compoziției chimice a băii metalice, s-a efectuat o încercare asupra unui lingou Cu-Pb21 care prezintă segregării de plumb la solidificare.

S-a amestecat topitura în timpul răcirii, cu intermitență, timp de trei minute.

Din lingou au fost extrase probe din zona centrală, la cinci nivele, începând de la bază pînă la suprafața liberă.

În metalografiile - figura 4.20 se prezintă aspectul microscopic la o mărire de 200 ori a probelor metalografice, neatacate chimic (s-a utilizat un microscop Neophot 2, obiectiv 12,5x, ocular 8x, film 20DIN).

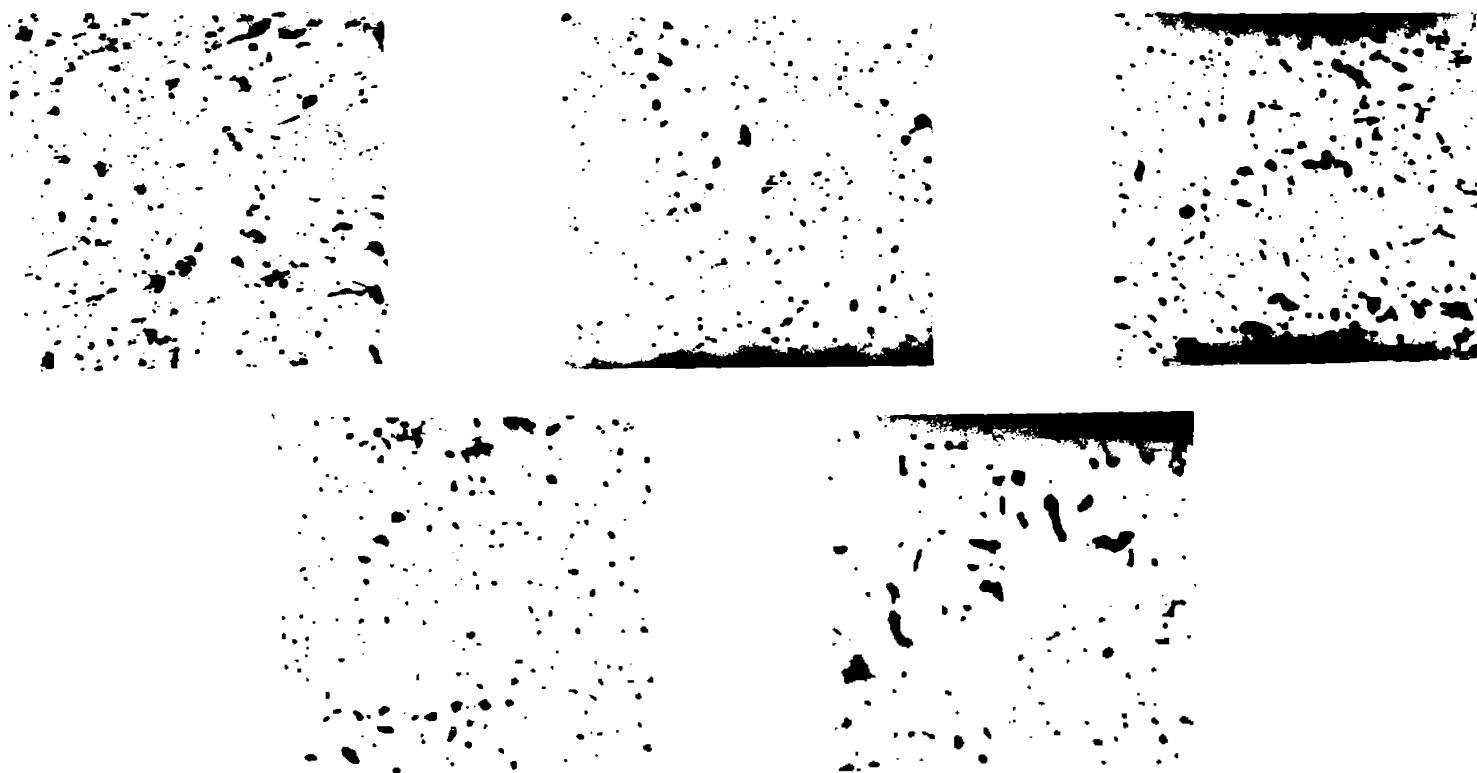


Fig.4.20 Microstructura aliajului Cu-Pb21, cristalizat în câmp magnetic (probe neatacate, mărire 200 x 1) a-nivelul de bază; ... ; e - nivelul de suprafață.

Se constată formațiuni de plumb fin și uniform dispersate în toate probele, ceea ce atestă omogenizarea obținută prin agitarea prin inducție electromagnetică.

C.A.F. 5. CONCLUZII SI CONTRIBUTII PERSONALE

Studiul teoretic și verificările experimentale cu privire la sistemele de amestecare prin inducție electromagnetică a băilor de metal topit întreprinse în cadrul lucrării de față permit obținerea unor concluzii semnificative.

Reunirea într-o prezentare matematică unitară a celor două sisteme de amestecare prin inducție electromagnetică, cu agitator liniar, respectiv cilindric, prin utilizarea factorilor χ_1 și χ_2 care conțin aceiași coeficienți μ_1 , μ_2 , a dat posibilitatea deducerii unor relații de calcul a principalelor mărimi ale câmpului electromagnetic foarte asemănătoare.

Ipoteza de calcul simplificată prin neluarea în considerare a reacției curenților induși în baia metalică asupra câmpului magnetic inductor a condus la obținerea unor relații regăsite în literatură, care dau, însă, valori calculate pentru forțele electromagnetice mult diferite de cele măsurate.

Luarea în considerare a acestei reacții în cadrul ipotezei de calcul mai generale a permis deducerea unor relații de calcul originale, mai complete, care sînt foarte aproape de rezultatele experimentale.

Studiul teoretic dezvoltat în lucrare a fost verificat atât prin regăsirea, justificată teoretic, a unor coeficienți, formule de calcul, recomandări constructive existente în literatură, cît și prin rezultatele măsurătorilor efectuate în cadrul experimentării.

Analiza întreprinsă asupra studiului teoretic dă posibilitatea determinării influenței diferiților factori asupra variației diferitelor mărimi ale câmpului electromagnetic (intensitatea câmpului magnetic, forța electromagnetică) în sistemele de amestecare prin inducție electromagnetică, permițînd alegerea valorilor optime ale parametrilor constructivi și electrici, în vederea unei proiectări și exploatare judicioase.

Cunoașterea teoriei sistemelor de amestecare prin inducție electromagnetică a băilor de metal topit va permite utilizarea mai largă în atelierele metalurgice a acestui procedeu tehnologic

economic și eficient și, în viitor, a construirii în țară a agitatoarelor inductive pentru cuptoarele cu arc electric și cuptoarele pentru degazarea sub vid a oțelului topit care în prezent, sînt importate.

Contribuțiile personale mai importante ale autorului pot fi considerate următoarele:

- realizarea unei lucrări originale care tratează sistemele de amestecare prin inducție electromagnetică a băilor de metal topit;

- efectuarea studiului teoretic referitor la câmpul electromagnetic în sistemele de amestecare prin inducție electromagnetică, într-o dezvoltare matematică unitară pentru cele două tipuri de agitatoare- liniar și respectiv cilindric; după cum s-a menționat anterior, acest lucru a devenit posibil prin exprimarea mărimilor ce intervin în ecuațiile diferențiale ale intensității câmpului magnetic astfel încît să conțină aceiași factori m_1 și m_2 . În urma dezvoltării matematice unitare, relațiile de calcul ale principalelor mărimi ale câmpului magnetic sînt asemănătoare pentru agitatorul inductiv liniar și cilindric;

- introducerea unei ipoteze de calcul simplificată, cu neglijarea reacției curenților induși în baia metalică asupra câmpului magnetic inductor, ce permite obținerea unor relații de calcul regăsite în literatură; aceste relații, referitoare la intensitatea câmpului magnetic și forțe electromagnetice sînt simple, accesibile și permit stabilirea rapidă, aproximativă a valorilor mărimilor câmpului electromagnetic;

- dezvoltarea unei ipoteze de calcul mai generală, cu luarea în considerație a acestei reacții, ce a condus la determinarea unor relații de calcul originale, ce fac posibilă obținerea unei precizii de calcul mult îmbunătățită față de ipoteza de calcul simplificată;

- expunerea unor considerații teoretice și diagrame ce permit alegerea optimă a parametrilor de proiectare a agitatoarelor inductive; în cadrul dezvoltării ipotezei de calcul mai generale s-au introdus coeficienți ce fac posibilă asemănarea fenomenelor amestecării prin inducție electromagnetică cu pătrunderea câmpului electromagnetic în conductoare masive (scăderea amplitudinii intensității câmpului magnetic în adîncimea băii metalice prezintă o alură similară

efectului pelicular în conductoare masive) stabilindu-se, pe această bază, posibilitatea determinării parametrilor electrici (impedanța sistemului agitator inductiv-baie metalică) în mod asemănător motoarelor asincrone liniare, respectiv inductoarelor cilindrice de la cuptoarele de inducție cu creuzet;

- introducerea unor factori de forță care permit stabilirea influenței diferiților parametri asupra mărimii forțelor electromagnetice;

- stabilirea sau justificarea teoretică a unor relații referitoare la parametrii constructivi și electrici ai agitatoarelor inductive (în special lungimea agitatorului și frecvența tensiunii de alimentare);

- proiectarea și executarea unor agitatoare inductive (liniar, curbiliniu, cilindric) pentru măsurători în laborator și încercări experimentale într-un atelier de turnare a bronzurilor;

- verificarea experimentală a relațiilor de calcul obținute.

BIBLIOGRAFIE

1. Altgauzen, A.I. ș.a. Instalații electrotehnice industriale- trad.din l.rusă, Ed.tehnică, București - 1975.
2. Anghel, A. Elemente de matematici, Ed.tehnică, București - 1965.
3. Baji, Sz. Indukciós Revites, Kőszaki Könyvkiadó, Budapest - 1965.
4. Bortniciuk, N.I. ș.a. O vibore ciastoti toka statorov indukcionih peremeșivalușcik ustroist elektrodugovif etaleplavilnih pecei, Vestnik elektropromișlennosti, 1959, nr.10, p.4-8.
5. Brenkamp, K-H. Elektromagnetische Wandlerfelder flacher Drehstrominduktoren und ihre elektrodynamischen Wirkungen, Dissertation TH Aachen, 1961.
6. Comșa D., ș.a. Electrotehnice, Ed.ăid. și ped., București- 1979.
7. Damaskos, N.I. The magnetohydrodynamics of the coreless induction furnace, Proceedings I.E.E. vol.110, nr.6, June 1963, p.1089-1095.
8. Dötsch, L., Hegewaldt, F. Zum Einsatz des Induktionstiegelofens für die Stahlerzeugung, Elektrowärme international 33 (1975), B5 Okt, p.3248- B253.
9. Dragoș, L. Magnetodinamica fluidelor, Ed.Academiei, București - 1969.
10. Dreyfus, L. An Induction Stirrer for Arc Furnaces, ASEA - Journal, 1950, vol. 23, p.46-54 și Baden-Rundschau, 1952, vol.5, p.191-199.
11. Drobinin, Ia.I. Preobrazovatelnie ustanovki niakoi ciastoti Izd. Energhia, Moskva-Leningrad 1965.
12. Dufflet, I.ș.a. Passage électromagnétique. Application à la Desulfuration, Revue de Metallurgie, vol.5, 1955, nr.4 și Iron and coal Trade Review, 1955, dec., nr.9.
13. Eliason, C.R. ș.a. The Role of Induction Stirring in Stainless Steel Production, Journal of Metals, SQA, mai 1968, nr.5, p.56-61 și Circulaire d'informations techniques, France, 25/11, nov.1968, p.2371-2385.
14. Ericson, Ake Metallurgical aspects of the induction stirring of molten metal, ASEA Journal, 1971, vol.44, nr.4, p.
15. Ericson, Ake The ASEA-ÅKF Ladle Furnace. The Finishing Tool of all Steelmakers, ASEA 8556 Ba, Reg.663, 1970.
16. Fernandez, S.ș.a. Inductive Stirring in Arc Furnaces, Journal of Metals, Ian.1950, vol.188, nr.1 p.22-29, nr.2 p.256-260.

17. Gladkii, D.F.ș.a. Stator cu bobinaj din bare pentru agitarea oțelului în cuptoarele cu arc electric, trad.din l.rusă, în Oțelul, nr.11, 1960, p.50-58.
18. Gnacev, S.Ș.ș.a. Elaberarea oțelului în cuptoarele cu arc electric, prin agitarea electromagnetă a băii, trad.din l.rusă, în Oțelul, nr.7, 1961, p.561-569.
19. Golubev, M.S. Kompensația pulsivă a curenților și vibrațiilor parametrilor statorului din elektromagnitno pereșivania metaliceskih rasplavov, Elektricitstvo, nr.10, 1966, p.53-58.
20. Gray, A.ș.a. Funcțiile Bessel și aplicațiile lor în fizică, Ed. tehnică, București - 1958.
21. Hammarlund, P.E.ș.a. Agitarea prin inducție a băii în cuptoarele electrice cu arc, trad.din l.engleză, în Industria metalurgică, vol.9, nr.2, febr. 1961, caiet selectiv, p.75-84.
22. Hammarlund, P.E.ș.a. Brassage inductif de l'acier traité sous vide, ASEA Revue, 37, 1965, nr.4, p.75-80.
23. Hammarlund, P.E.ș.a. Electrical Heating and Stirring of Melts in Ladles, Bericht 153, VI Internationaler Elektrowärme Kongress, Brighton, 1968.
24. Hanas, B. Un agitateur ASEA dans une aciérie Japonaise, ASEA-Revue, 36, 1964, nr.2, p.23-27.
25. Hanas, B. Principes modernes de construction des fours à arc pour l'acier, ASEA Revue, 1969, 41 nr.6, p.129-134.
26. Hanas, B. Automatic control of arc furnaces, ASEA-Journal 42 (1969), nr.9, p.133-135.
27. Hanas, B. Design and plant considerations of induction stirrers, ASEA Journal, 1971, vol.44, nr.4, p.87-92.
28. Hegewald, F. Induktions-Schmelz- und Warmhalteöfen, Elektrowärme International, 26, nr.10, okt.1968, p.343-350.
29. Jacobi, H.ș.a. Neueste Entwicklungen zum elektromagnetischen Rühren beim Straußgiessen von Stahl, Stahl und Eisen 98 (1978) nr.22, nov. p. 1179-1187.
30. Ivanov, N.F.ș.a. Устройство для перемешивания жидкого металла, brevet URSS 265379/30.X.1963- 9 III.1970.

31. Kocio, V.S. ș.a. K.voprosa o pitanii statorov ustanovok elektromagnitnovo peremeșivaniia metalla v dugovih elektropesich Izv.viss. uceb.n.zavedenii, Energetika, 1970 nr.11, p.109-112.
32. Kropacev, G.F. ș.a. Sursele de energie reactivă în dispozitivele de agitare inductivă pentru cuptoarele de arc, în l.rusă, Elektrotehnika, 37, nr.9, sept.1966, p.49-51.
33. Lammeraner, I.ș.a. Vihreviie toki, Izd.energiia, Moskva-Leningrad - 1967.
34. Landau, L.ș.a. Electrođinamica mediilor continue. Ed.tehnică, București - 1968.
35. Linder, S. The stirring of steel, a method of accelerating metallurgical reactions, ASEA Journal, 1971, vol.44, nr.4, p.83-86.
36. Marr, H.S. Technological problems in continuous casting, Iron and Steel International, Apr. 1976, p.87-100.
37. Marr, H.S. Electromagnetic stirring: stepping stone to improved continuously cast products, Iron and Steel International, Febr. 1979, p.29-41.
38. Mats, R.ș.a. Four à basse fréquence et à canal, type LFR, pour le maintien à température du four, ASEA Revue, 1962, vol.34, nr.3, p.62-69.
39. Matsumoto, I.ș.a. Device for stirring molten metal in an electric furnace, pat.SUA nr.3409726, 9.07.1965.
40. Mühlbauer, A. Über die elektrodynamischen Kräfte in der Schmelze von Induktionsöfen, Elektrowärme, vol.25, nr.12, 1967, p.461-471.
41. Năcolaiđe, A. Producerea energiei electrice pe cale magnetohidrodinamică, Ed.tehnică, București - 1968.
42. Nyquist, O. ș.a. Procédé ASEA- LFR de traitement sous vide de l'acier liquide, ASEA Revue, 1970, 42, nr.3, p.56-60.
43. Okorekov, N.đ. Elektromagnitnoe peremeșivanie metalla v dugovih staleplavilnih peciah, Metallurghizdat-1961.
44. Polišciuk, V.P. ș.a. Ustraistvo dlia peremeșivaniia rasplavov, brevet URSS, nr.287061/15.07.1969.

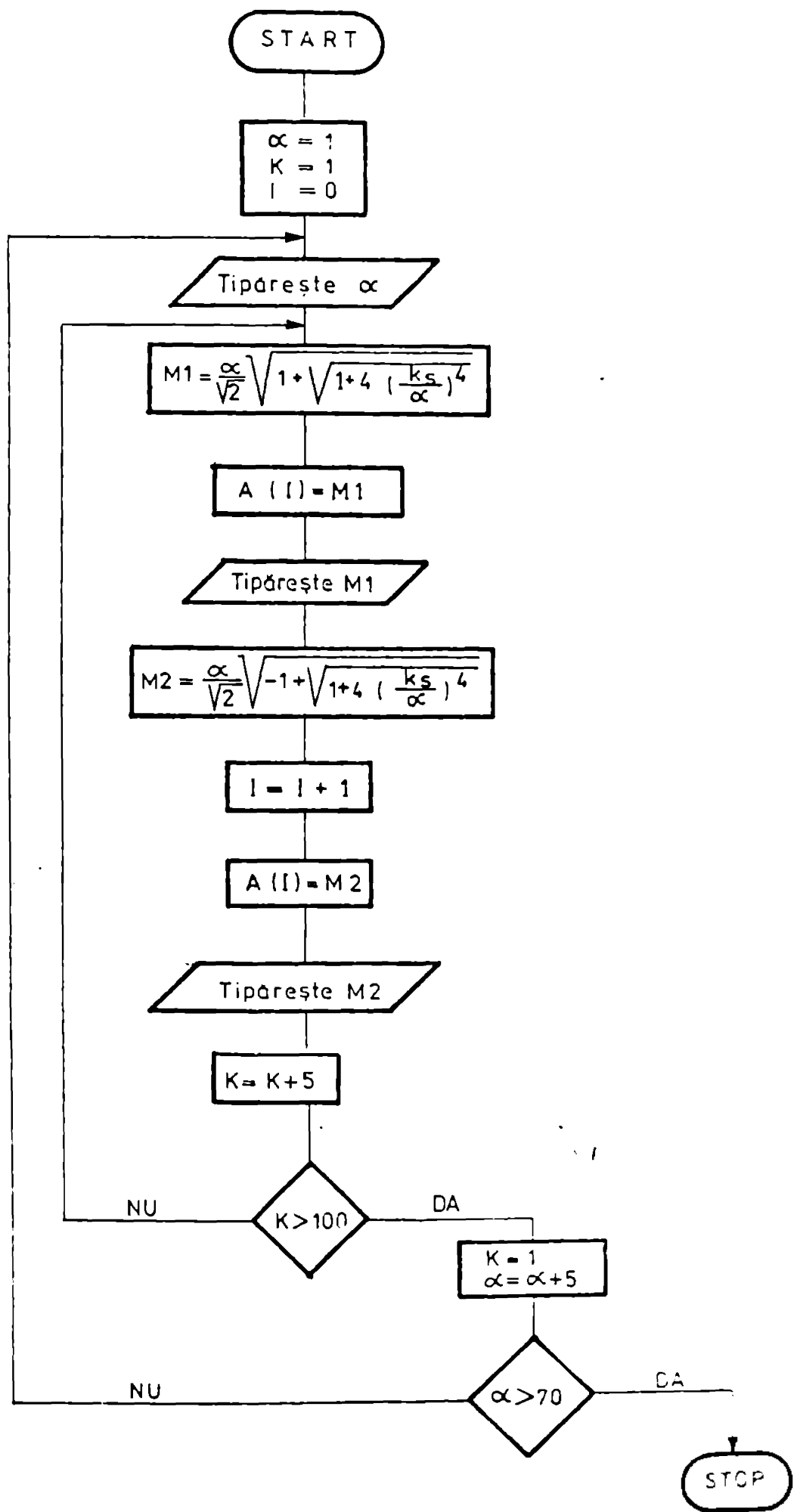
45. Pop F. ș.a. Contribuții la calculul agitațiilor electromagnetice ale cuptoarelor cu arc electric, Comunicare la Sesiunea științifică- Institutul politehnic Cluj-Napoca, aprilie 1971.
46. ..., Pop, F.... Agitator inductiv pentru cuptoare cu arc- metal cu baie de mercur, Certificat de inovator nr.2/1971, Institutul politehnic Cluj-Napoca.
47. Pop, F. Aspecte teoretice ale agitației inductive ale băilor de metal topit. Referat de doctorat prezentat la catedra Utilizări ale energiei electrice, Institutul politehnic "Traian Vuia", Timișoara - 1972.
48. Pop, F. Surse de joasă frecvență (1...2Hz) pentru alimentarea agitațiilor inductive ale băilor de metal topit, Referat de doctorat prezentat la catedra Utilizări ale energiei electrice, Institutul politehnic "Traian Vuia", Timișoara - 1972.
49. Pop, F., Asupra alegerii frecvenței tensiunii de alimentare în instalațiile de agitare inductivă a oțelului în cuptoarele electrice cu arc, Comunicare la Sesiunea științifică, Institutul politehnic Cluj-Napoca, decembrie 1973.
50. Pop, F., Über die elektromagnetischen Kräfte beim induktiven Köhnen von Schmelzbädern. Comunicare la Colocviul al II-lea de electrotermie, Aachen - RFG, 19-20 I 1976, publicată în Ges-Wärme - International, Ian/Febr. 1976, nr.1/2, p.43-46.
51. Pop, F., ș.a. Considerații privind instalațiile de amestecare prin inducție electromagnetică, Conferința a XI-a de Instalații, Sibiu, oct.1977, vol.III, p.586-594.
52. Pop, F. ș.a. Instalațiile de amestecare prin inducție electromagnetică a băilor de metal topit utilizate în metalurgie, Comunicată la Colocviul Tehnologii eficiente pentru reducerea consumului de metal în metalurgia și sectoarele calde din industria constructoare de mașini, București, iunie 1977, publicată în Metalurgia, București, an XXX, nr.4, apr.1978, p.240-242.
53. Pop, F. ș.a. Câmpul electromagnetic în instalațiile de amestecare prin inducție cu inductoare cilindrice a băilor de metal topit, Buletinul științific al Institutului politehnic Cluj-Napoca, nr.21, 1978 (sub tipar).

54. Pop, F. ș.a. Cu privire la alegerea unor parametri ai instalațiilor de amestecare prin inducție electromagnetică a băilor de metal topit, *Buletinul științific al Institutului politehnic Cluj-Napoca*, nr.21, 1978 (sub tipar).
55. Pop, F. Cu privire la alimentarea instalațiilor de amestecare prin inducție electromagnetică a băilor de metal topit, Comunicată la sesiunea științifică a Institutului politehnic Cluj-Napoca, publicată în volumul CV Instalații în construcții, p.CV 43-CV48.
56. Pop, F., Instalațiile de amestecare prin inducție electromagnetică a băilor de metal, factor de calitate și economie în atelierele metalurgice, Comunicată la sesiunea tehnico-științifică "Conceptii și tehnologii moderne în sprijinul reducerii consumurilor materiale și energetice", Satu-Mare, oct.1979, publicată în vol.1, p.283-286.
57. Pop, F. ș.a. Controlul stării refractarului băilor de metal topit amestecate prin inducție electromagnetică, Comunicată la sesiunea științifică, Institutul politehnic "Traian Vuia", Timișoara, oct.1979.
58. Pop, F., Asupra forței electromagnetice în instalațiile de amestecare prin inducție electromagnetică cu inductor cilindric a băilor de metal topit, Comunicată la sesiunea științifică, Institutul politehnic "Traian Vuia", Timișoara, oct.1979.
59. Pop, F., Criteriu de dimensionare optimă a agitatoarelor inductive pentru băi metalice, înscrisă la Simpozionul de informatică și conducere Condinf 1980, Cluj-Napoca.
60. Pop, F., Agitatoare inductive pentru băi de metal topit, manuscris pentru rev. *Electrotehnică, electronică și automată*, seria *Electrotehnică*.
61. Pevh, I.L. ș.a. Magnitnaia gidrodinamika v metallurghii, Moskva "Metallurghia", 1974.
62. Pevh, I.L. ș.a. Spasob obrabotki rasplavov, brevet URSS, nr.285016/21.07.1969.
63. Pevh, I.L. ș.a. Elektromagnitnoc ustroistvo, brevet URSS, nr. 255504/26.09.1968.
64. Rău, Al. ș.a. Metalurgia oțelului, Ed. did. și ped. București, 1973.

65. Reichert, K. Ein numerisches Verfahren zur Berechnung von Anordnungen zur induktiven Erwärmung, *Elektrowärme international*, Bd 26(1968), nr. 4, p.113-123; sau *Scientia Electrica*, Elveția, vol.16, nr.4, 1970, p.126-146.
66. Mezin, M.G.ș.a. Agitarea prin inducție în cuptoarele electrice cu arc, trad. din rusă, în *Oțelul*, nr.8, 1959, p.33-35.
67. Robertson, S.D. ș.a. A variable low-frequency Inverter Using Thyristors *IEEE Transactions on industry and general applications*, vol. IGA-4, Nr.5, sept-oct.1968.
68. Richter, K. *Mașini electrice*, vol.1, II, IV, Ed.tehnică, București 1958-1960.
69. Schluckebier, D. Induktoren zum Schmelzen von Schwermetall, insbesondere mit höherer Leistung, *Elektrowärme International*, 31 (1973), B6, Dez., p.B270-b280.
70. Schwerdtfeger, K. Metallurgische Probleme beim Stranggießen von Stahl, *Stahl und Eisen*, 98 (1978), nr.6, p.225-235.
71. Simonyi, K. *Electrotehnică teoretică*, Ed.tehnică, București-1974.
72. Siunov, N.G ș.a. Stabilirea unor parametri ai statorului în formă de arc, pentru agitarea electromagnetă a oțelului lichid, trad. din l.rusă, în *Oțelul*, nr.9, 1958, p.35-41.
73. Speith, K.G.ș.a. Effect of Electro-inductive Stirring on Metallurgical Reaction in Arc Furnaces, *Stahl und Eisen*, vol.78, nr.4(1958), p.215-223.
74. Stark, A. Conveying liquid metals, *Ind.and Process Heat*, 1970, 10, nr.7, p.44-46.
75. Stickler, H, Équipement électrique pour le procédé ASEA-SMF, *ASEA Revue*, 1967, 39, nr.1, p.6-9.
76. Sundberg, Y. Förfaringsätt för omröring av metallsmälta, exempelvis i samband med vakumbehandling samt spole använd vid förfarandet, brevet Suedia, nr.313586/15.05.1966.
77. Sundberg, Y. Chauffage et brassage inductifs du bain des poches de coulée, *ASEA Revue*, 1967, an 39, nr.3, p.62-66.
78. Sundberg, Y. Principles of the induction stirrer, *ASEA Journal* 1971, vol.44, nr.4, p.71-80.

79. Sundberg, Y. Induction heating with special reference to bodies inside metallic shells, Thèse de doctorat a l'École Royale Polytechnique Supérieure de Stockholm, Västerås, 1965.
80. Sundberg, Y. Magnetic travelling fields for metallurgical process, IMA Spectrum, May 1969, p.79-88.
81. Takaho, K.s.a. Vacuum degasifying apparatus with electromagnetic stirring means. brevet SUA nr.5452975/23.12.1966.
82. Tiberg, M.s.a. Le procédé ASEA-SKF d'affinage de l'acier, ASEA Revue, 1967, vol.39, nr.1, p.3-6.
83. Trahiovici, V.I.s.a. Experiințe amestecării electromagnetice la cuptorul electric de 18ot. trad. din l.rusă, în Oțelul, vol.9, nr.2, febr.1963, p.121-124.
84. Vainberg, G.C. K teorii ustroistv dlia elektromagnitnovo peremesivania rasplavlennovo metalla v dugovih elektropeciah, Elektricesstvo, 1958, nr.2, febr, p.40-46.
85. Vainberg, G.C. Voprosi vibora ciastoti ustroistv dlia elektromagnitnovo peremesivania raspavlennoo metalla v dugovoi elektropeci, Elektricesstvo, 1958, nr.5, mai, p.20-24.
86. Veinberg, G.C. Cu privire la construcția instalațiilor de agitare inductivă a oțelului în cuptoarele cu arc, în l.rusă Vestnik elektropromișlennosti, 30, 1959, nr.10, okt, p.22-24.
87. Veliciko, P.S.s.a. Indukcionnoe peremesivanie metalla v dugovih peciah i opitno-promișlennaja ustanovka, Elektricesstvo, 1958, nr.2, febr., p.34-39.
88. Vogt, W. Bachbewegung und magnetische Feldkräfte im Induktions tieglofen, BBE 1-69, p.25-28.
89. Wenneberg, W. Grands fours à induction pour la fusion et pour la coulée sous vite élevée, ASEA- Revue, 35 (1963), nr.1 p.3-9.
90. x x Tabliți funcții Besseli v kompleksnoi oblasti, Moskva-1963.
91. x x Prospecte ale firmei ASEA- Suedia.

ANEXE



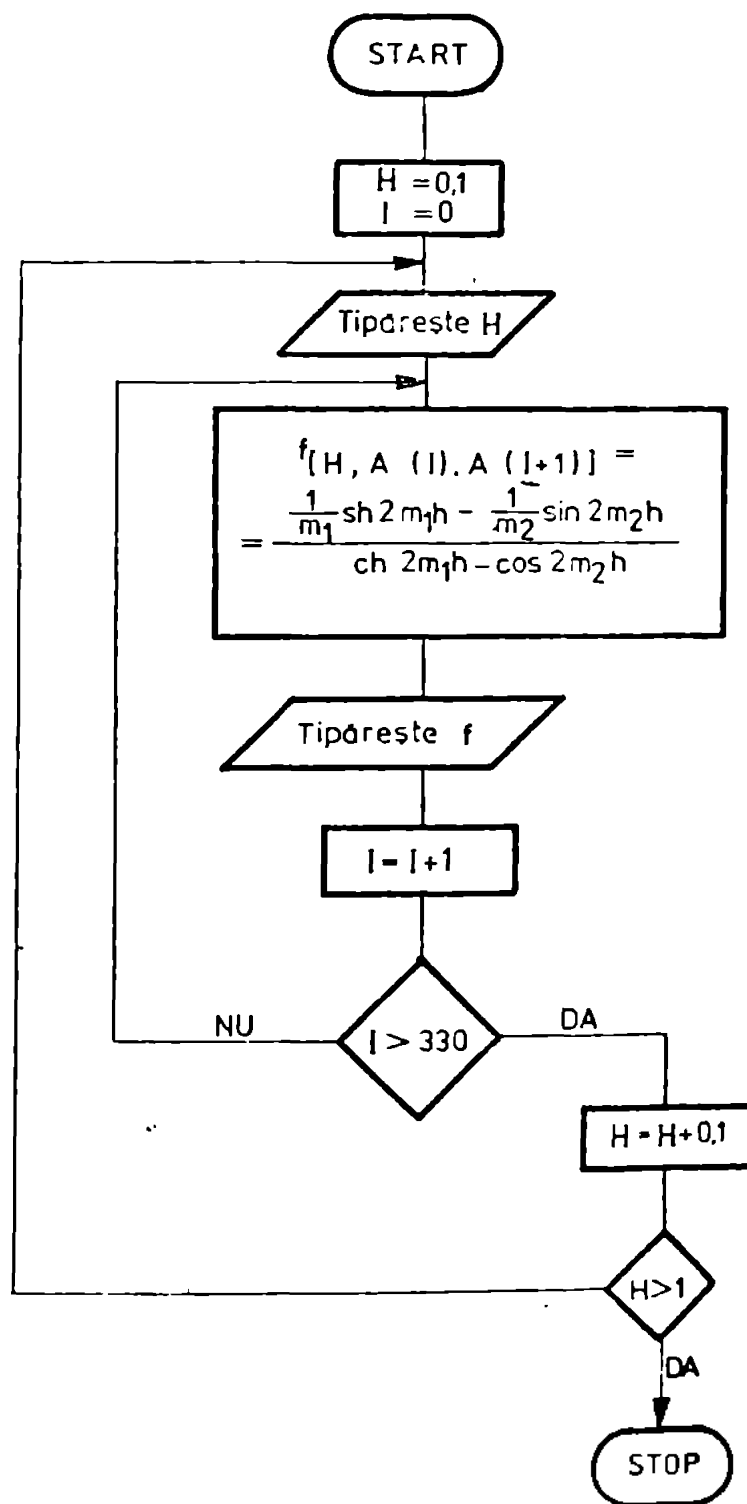


TABLE 10. VARIATION OF CALCULATED Q WITH T AND Y

$$Q = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{Y} \left(1 + \frac{1}{T} \right) \right]^{1/2} \left[\frac{1}{Y} \left(1 + \frac{1}{T} \right) \right]^{1/2} \left[\frac{1}{Y} \left(1 + \frac{1}{T} \right) \right]^{1/2}$$

$$Q = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{Y} \left(1 + \frac{1}{T} \right) \right]^{1/2} \left[\frac{1}{Y} \left(1 + \frac{1}{T} \right) \right]^{1/2} \left[\frac{1}{Y} \left(1 + \frac{1}{T} \right) \right]^{1/2}$$

ALFA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30	35	40	45	50	60	70	80	90	100
1	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
2	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
3	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
4	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
5	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
6	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
7	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
8	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
9	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
10	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000

VALORILE COMPONENTELOR FUNCȚIEI BESSEL DE SPEȚĂ ÎNȚI ORDINUL 1 CU ARGUMENT IMAGINAR $J_1(\rho r) = U_1 + jV_1$, după [90]

ρr	45°		50°		55°		60°		65°		70°		75°		80°		85°		90°	
	U_1	V_1	U_1	V_1	U_1	V_1	U_1	V_1	U_1	V_1	U_1	V_1	U_1	V_1	U_1	V_1	U_1	V_1	U_1	V_1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,5	0,18	0,17	0,16	0,18	0,15	0,20	0,13	0,21	0,11	0,22	0,09	0,23	0,07	0,24	0,04	0,25	0,03	0,25	0	0,25
1	0,30	0,20	0,37	0,24	0,34	0,29	0,31	0,43	0,27	0,46	0,22	0,50	0,17	0,52	0,12	0,54	0,06	0,56	0	0,55
1,5	0,66	0,36	0,65	0,45	0,63	0,53	0,59	0,63	0,53	0,72	0,45	0,80	0,36	0,87	0,25	0,93	0,12	0,96	0	0,98
2	0,99	0,29	1,04	0,43	1,05	0,60	1,03	0,78	0,97	0,98	0,86	1,16	0,69	1,33	0,49	1,47	0,25	1,56	0	1,59
2,5	1,37	0,03	1,52	0,23	1,65	0,50	1,70	0,83	0,68	1,20	1,54	1,59	1,29	1,95	0,93	2,25	0,49	2,44	0	2,51
3	1,73	-0,48	2,09	-0,25	2,42	0,12	2,68	0,64	2,78	1,30	2,67	2,03	2,31	2,76	1,71	3,38	0,91	3,80	0	3,95
3,5	1,95	-1,34	2,63	-1,16	3,35	-0,72	4,00	0,03	4,43	1,11	4,48	2,42	4,04	3,80	3,07	5,04	1,16	5,89	0	6,20
4	1,86	-2,56	2,98	-2,63	4,32	-2,28	5,70	-1,32	6,12	0,31	7,32	2,53	6,91	5,06	5,42	7,44	2,99	9,14	0	9,75
4,5	1,20	-4,10	2,82	-4,76	5,05	-4,83	7,65	-3,88	10,11	-1,60	11,67	1,99	11,59	6,46	9,42	10,89	5,30	14,17	0	15,38
5	-0,35	-5,79	1,69	-7,57	5,06	-8,69	9,57	-8,27	14,40	-5,47	18,13	0,05	19,11	7,70	16,17	15,78	9,31	21,99	0	24,33
5,5	-3,15	-7,26	-1,03	-10,85	3,54	-14,09	10,77	-15,31	19,58	-12,56	27,49	-4,55	31,06	8,14	27,45	22,58	16,21	34,15	0	38,58
6	-7,46	-7,87	-6,15	-14,09	-0,75	-21,04	9,96	-25,94	25,11	-24,75	40,60	-14,01	49,74	6,46	46,78	31,80	28,00	53,03	0	61,34
6,5	-13,38	-6,65	-4,49	-16,21	-9,60	-29,05	4,95	-41,05	29,54	-44,69	58,21	-31,88	78,54	0,12	77,05	43,85	48,12	82,34	0	97,73
7	-20,36	-2,31	-26,71	-15,41	-7,527	-36,71	-7,82	-61,18	29,89	-75,87	80,54	-63,82	122,26	-15,51	127,57	58,75	82,26	127,79	0	156,03
7,5	27,48	6,64	-42,91	-8,91	-50,43	-41,10	33,76	-85,78	20,55	-122,67	106,47	-118,65	187,51	-48,76	209,75	75,52	140,00	198,15	0	249,19
8	-32,50	21,67	61,99	7,10	-87,65	-36,97	-80,53	-112,70	-8,23	-189,88	131,96	-208,98	282,03	-113,94	342,57	90,96	237,35	306,89	0	399,87
8,5	31,92	43,65	80,74	37,36	-78,42	-15,90	-158,38	-133,29	-72,93	-281,59	147,28	-356,37	418,60	-235,43	555,92	97,33	401,02	474,59	0	641,61
9	-20,71	72,05	-92,71	86,87	-201,41	34,71	-279,79	-135,53	-199,29	-388,79	132,31	-586,29	602,59	-453,77	896,49	78,24	675,44	732,53	0	1020,31
9,5	7,46	103,81	-96,82	153,61	-293,51	132,17	-457,97	-93,33	-426,29	-534,72	42,55	-936,70	864,23	-835,37	1436,65	110,37	1134,49	1281,23	0	1658,45
10	59,47	153,87	-46,13	256,02	-325,56	298,03	-703,12	32	-92,70	-666,50	-12,92	-1455,20	1136,20	-1257,24	2257,70	116,47	1700,40	1929,20	0	2670,19