INSTITUTUL POLITEHNIC „TRAIAN VUIA" TIMISOARA
FACULTATEA DE ELECTROTEHNICA

ING. IOAN VETREŞ

CONTRIBUTII PRIVIND DEZVOLTAREA UNOR METODE DE CIMP PENTRU DETERMINAREA REZISTIVITATII SI A COEFICIENTULUI HALL LA MATERIALE SEMICONDUCTOARE

CONDUCATOR STIINTIFIC
PROF.DR.ING.CONSTANTIN ŞORA

- 1980 -

I N T R O D U C E R E

Principalele efecte galvanomagnetice, Hall şi magnetorezistiv, se manifestă într-un mediu conductor sau semiconductor sub acţiunea simultană a unui cîmp electric şi a unui cîmp magnetic. Prezenţa cîmpului magnetic determină în general atît modificarea spectrului intensităţii cîmpului electric cît şi a densităţii de curent din placa conductoare sau semiconductoare. Această modificare are ca rezultat pe de o parte apariţia unei tensiuni între două puncte situate pe o suprafaţă echipotenţială în absenţa cîmpului magnetic, numită tensiune Hall(U_H), vorbindu-se astfel de efectul Hall, iar pe de altă parte conduce la modificarea rezistenţei electrice a plăcii faţa de bornele de alimentare, $R(B) \neq R(0)$, vorbindu-se astfel de efectul magnetorezistiv. Modificarea rezistenţei electrice a plăcii se datoreşte atît modificării rezistivităţii materialului (efect magnetorezistiv fizic) cît şi influenţei formei şi dimensiunilor plăcii şi a electrozilor (efect magnetorezistiv geometric).

Utilizarea pe scară largă în tehnică a dispozitivelor galvanomagnetice a fost posibilă în principal datorită progresului înregistrat în direcţia realizării de noi materiale semiconductoare cu proprietăţi corespunzătoare, precum şi ca urmare a cercetărilor efectuate atît în ceea ce priveşte cîmpul electric stabilit în sonda Hall [22,39,95], cît şi comportarea acestor dispozitive ca elemente de circuit [24,95,96]. Se pot releva în mod deosebit aplicaţiile dispozitivelor galvanomagnetice din domeniul măsurărilor şi automatizări [8,12,13,18,34,45, 66,79]. In cadrul unor contracte de colaborare ale catedrei de Bazele electrotehnicii de la Institutul Politehnic „Traian Vuia" din Timişoara cu unităţi de producţie şi proiectare au fost elaborate de către colective, din care a făcut parte şi autorul tezei de doctorat, sub conducerea tov.prof.dr.ing.Constantin Şora, unele dispozitive galvanomagnetice folosite în măsurări şi telecomenzi dintre care se pot menţiona teslametru Hall (cu IAEM Timişoara), telewattmetru Hall (cu IRE Timişoara) şi kiloampermetru Hall(cu ICP Electroputere Craiova).In acest context se poate menţiona şi faptul că determinările experimentale efectuate de autor privind valorile rezistivităţii şi coeficientului Hall a mai multor materiale semiconductoare indigene, precum şi dependenţa lor de inducţia magnetică şi de temperatură a permis alegerea unui material semiconductor adecvat şi a unei scheme electrice relativ simplă pentru teslametru Hall, soluţie care a stat la baza celei adoptate ulterior de IAEM Timişoara pentru realizarea prototipului industrial de teslametru Hall.

Caracterizarea materialelor semiconductoare din punct de vedere al proprietăţilor electrice, specifice efectelor galvanomagnetice, se face pe baza unor parametri fizici (de material) între care un rol important îl au conductivitatea electrică σ (respectiv rezistivitatea electrică ρ) şi coeficientul Hall C_H . Cu ajutorul acestora se pot determina şi alţi parametri cum ar fi concentraţia, mobilitatea şi semnul purtătorilor de sarcină electrică. De asemenea se pot obţine informaţii asupra interacţiunii dintre purtătorii de sarcină şi reţeaua cristalină, asupra gradului de omogenitate, anizotropie, etc. Cunoaşterea acestor parametri prezintă importanţa pe de o parte în diferite stadii de preparare a materialului, iar pe de altă parte în etapa de utilizare, pentru a şti dacă materialul obţinut are proprietăţile cerute pentru construirea dispozitivului tehnic avut în vedere (generator Hall, traductor magnetorezistiv, etc). Cunoaşterea parametrilor fizici ai materialelor semiconductoare prezintă şi un interes practic în legătură cu comportarea dispozitivelor ce folosesc astfel de materiale. Este cunoscut faptul că parametrii globali, care intervin în ecuaţiile ce descriu comportarea dispozitivelor galvanomagnetice ca elemente de circuit electric, depind şi de parametrii fizici ai materialului semiconductor folosit.

Deoarece manifestarea efectelor galvanomagnetice se face în prezenţa cîmpului magnetic, în unele situaţii se pune în mod deosebit şi problema dependenţei parametrilor fizici de inducţia magnetică, $\rho(B)$ şi $C_H(B)$. In tehnică determinarea acestor parametri fizici ai materialelor semiconductoare se face indirect prin măsurarea unor parametri globali ca rezistenţe proprii şi de transfer ale dispozitivelor confecţionate din materialul respectiv şi prin rezolvarea problemei cîmpului electric din plăcile semiconductoare. Datorită cîmpului electric suplimentar din placă în prezenţa inducţiei magnetice, rezolvarea problemei cîmpului prezintă unele dificultăţi chiar în cazul unei plăci semiconductoare de geometrie relativ simplă, situată într-un cîmp magnetic uniform şi transversal. Se poate menţiona de ex. faptul că condiţiile pe frontieră nu sînt de tip Dirichelet sau Neumman, exprimîndu-se în funcţie de tangenta unui unghi θ, denumit şi unghi Hall, ce depinde şi de valoarea parametrilor $\rho(B)$ şi $C_H(B)$. Dificultatea determinării parametrilor menţionaţi $\rho(B)$ şi $C_H(B)$ constă deci în faptul că stabilirea soluţiei de cîmp pentru o anumită valoare a inducţiei magnetice presupune în general cunoaşterea acestor parametri.

Obiectivul principal urmărit în lucrare este dezvoltarea unor metode de calcul a parametrilor fizici ai materialelor semiconductoare utilizate la dispozitive galvanomagnetice, inclusiv noi soluţii, într-un cadru mai larg şi anume ţinînd seama de prezenţa cîmpului magnetic. Rezolvarea acestui obiectiv a necesitat şi abordarea unor probleme cu caracter mai general, nespecificate în literatură, în legătură cu definirea parametrilor fizici ai materialelor semiconductoare în concordanţă cu necesităţile din tehnică şi unele precizări privind parametrii globali, în cîmp magnetic, ţinînd seama şi de sensul inducţiei magnetice. De asemenea, dezvoltarea acestor metode a fost posibilă numai în urma unei analize critice a metodelor existente, din punct de vedere al ipotezelor şi domeniilo r specifice de utilizare, în care scop au fost efectuate calcule de cîmp urmărind stabilirea unor expresii pentru diferite mărimi şi a erorilor care intervin.

Aceste obiective au fost realizate în cadrul a cinci capitole astfel:

In primul capitol este analizată problema parametrilor fizici ai materialelor semiconductoare şi a unor parametri globali ai dispozitivelor galvanomagnetice. Pe baza legii conducţiei electrice în prezenţa cîmpului magnetic stabilită în cadrul fizicii corpului solid, se propune o modalitate de definire a rezistivităţii materialelor semiconductoare omogene şi izotrope, în cîmp magnetic transversal, făcîndu-se şi unele precizări în legătură cu caracterul scalar al rezistivităţii electrice. Se demonstrează o teoremă de reciprocitate în cîmp magnetic uniform, pe baza căreia se stabileşte independenţa rezistenţelor proprii de sensul cîmpului magnetic şi se fac referiri la rezistenţele de transfer.

In capitolul al doilea se face o sistematizare a metodelor de determinare a parametrilor fizici ai materialelor semiconductoare reliefîndu-se anumite ipoteze de calcul și domenii de utilizare. Se face referire la determinarea rezistivității în prezența cîmpului magnetic, problemă ce ocupă un loc restrîns în literatura de specialitate, stabilindu-se în ce condiții relațiile de calcul folosite pentru determinarea rezistivității în absența cîmpului magnetic pot fi folosite și în cîmp magnetic.

Capitolul al treilea se referă la calculul cîmpului electrocinetic în sisteme simetrice situate în cîmp magnetic transversal, uniform și invariabil în timp. Aceasta permite deducerea unor expresii de calcul ale parametrilor $\rho(B)$ și $C_H(B)$ în cazul unor plăci circulare, dreptunghiulare și de extindere foarte mare. Valorile factorilor ce intervin în aceste expresii sînt calculate numeric. Determinînd cîmpul din plăci circulare cu metoda funcției Green se stabilește influența dimensiunilor finite a unor plăci, considerate cu extindere foarte mare. De asemenea pe baza unor analogii electrostatice se determină influența dimensiunilor finite ale electrozilor de alimentare, considerați filiformi.

In capitolul al patrulea se analizează unele metode de calcul pentru plăci de formă oarecare. Datorită avantajelor pe care le prezintă metoda Van der Pauw, se demonstrează valabilitatea acestei metode și în cîmp magnetic transversal și se relevă anumite aspecte caracteristice ale aplicării ei în prezența inducției magnetice. S-a elaborat un program de calcul numeric al rezistivității folosind algoritmul Newton - Raphson. Se analizează și metoda modelizării electrocinetice pentru determinarea $\rho(B)$ și $C_H(B)$ la plăci de formă oarecare cu electrozi de alimentare arbitrari, în care scop se propune o nouă metodă de determinare a tensiunii Hall.

In capitolul al cincilea sînt menționate determinările experimentale și rezultatele obținute privind dependența de valoarea și sensul inducției magnetice a unor parametri globali ai dispozitivelor galvanomagnetice precum și a rezistivității și coeficientului Hall ai diferitelor materiale semiconductoare. Se fac unele comparații între diferite rezultate obținute experimental prin metode diferite. Conține și unele date constructive ale instalației de măsurare a efectelor galvanomagnetice și implicit a parametrilor fizici ai materialelor semiconductoare, instalație realizată după concepția autorului.

Autorul îşi exprimă recunoştinţa conducătorului său ştiinţific Prof.dr.ing.Constantin Şora pentru interesul şi atenţia acordată acestei lucrări. Indrumările competente, de un ridicat nivel ştiinţific au fost de mare utilitate autorului atît pentru elaborarea tezei de doctorat, pentru activitatea de cercetare în general cît şi pentru activitatea didactică.
De asemenea autorul mulţumeşte colegilor din catedră, care prin discuţiile purtate au contribuit la fundamentarea ideilor prezentate în această lucrare.

C A P I T O L U L I

PARAMETRII FIZICI AI MATERIALELOR SEMICONDUCTOARE SI PARAMETRII GLOBALI AI DISPOZITIVELOR GALVANOMAGNETICE.

1.1. Legea conducţiei electrice în cîmp magnetic

Rezultate satisfăcătoare în descrierea fenomenelor de transport ce au loc în solide, cum sînt şi fenomenele galvanomagnetice, se obţin dacă se ia în considerare printr-un procedeu statistic numărul mare de particule existente într-un solid şi care să ţină seama de rolul diferit al purtătorilor de sarcină aflaţi în stări diferite. O astfel de tratare teoretică suficient de riguroasă se poate face cu ajutorul ecuaţiei cinetice a lui Boltzmann[32, 56, 74]

$$-\frac{\partial f}{\partial t} = (\bar{v}\cdot \nabla_r f) + \frac{1}{\hbar}(\bar{F}\cdot \nabla_k f) + \frac{1}{\hbar}(\bar{F}_i\cdot\nabla_k f) \qquad (1.1)$$

în care :

- $f(\bar{r},\bar{k},t)$ reprezintă funcţia de distribuţie a purtătorilor de sarcină liberi de un anumit tip, respectiv probabilitatea ca un purtător mobil de sarcină la momentul t să ocupe o stare energetică din volumul unitar al spaţiului fazic, construit în jurul punctului din acest spaţiu de coordonate $(\bar{r},\bar{k})$.
- $\bar{v}$ reprezintă viteza purtătorului de sarcină în raport cu reţeaua cristalină.
- ∇_r şi ∇_k reprezintă operatorul gradient în spaţiul coordonatelor şi respectiv în spaţiul vectorului de undă $\bar{k}$. Vectorul de undă $\bar{k}$ indică direcţia şi sensul de propagare a undei asociate particulelor, modulul său fiind invers proporţional cu lungimea de undă, $|\bar{k}| = 1/\lambda$.
- $\bar{F}$ reprezintă forţa exterioară ce determină apariţia unei mişcări orientate a purtătorilor mobili de sarcină în spaţiul fazic.
- $\bar{F}_i$ reprezintă rezultanta forţelor determinate de cîmpurile interioare adică de abateri ale periodicităţii reţelei cristaline, provocate de atomi sau ioni a impurităţilor, de vibraţiile termice ale reţelei, etc.
- $\hbar$ reprezintă o constantă ce are valoarea $\hbar = h/2\pi$, h fiind constanta lui Planck.

Interacţiunea purtătorului mobil de sarcină cu reţeaua cristalină poate produce o variaţie considerabilă a vitezei acestuia echivalentă cu o ciocnire, motiv pentru care ultimul termen din ecuaţia(1.1) se scrie în forma [32,56,74].

$$\frac{1}{\hbar}(\bar{F}_i \cdot \nabla_k f) = -\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{ciocnire} = \frac{f(\bar{r},\bar{k},t)-f_o(\bar{r},\bar{k})}{\tau(\bar{k})} \qquad (1.2)$$

în care $f_o(\bar{r},\bar{k})$ este funcţia de distribuţie în starea de echilibru iar $\tau(\bar{k})$ este timpul de relaxare ce exprimă timpul după care se stabileşte starea de echilibru după dispariţia acţiunii cîmpului exterior. Pentru o stare staţionară ($\partial f/\partial t = o$), ecuaţia (1.1) devine

$$\bar{v}\cdot \nabla_r f(\bar{r},\bar{k}) + \frac{1}{\hbar}\bar{F}\cdot\nabla_k f(\bar{r},\bar{k}) = -\frac{f(\bar{r},\bar{k})-f_o(\bar{r},\bar{k})}{\tau(\bar{k})} \qquad (1.3)$$

Intr-o aproximaţie de primul ordin soluţia ecuaţiei (1.3) se caută în forma

$$f(\bar{r},\bar{k}) = f_o(\bar{r},\bar{k}) + f^{(1)}(\bar{r},\bar{k}) \qquad (1.4)$$

care se introduce în relaţia (1.3).Ţinînd seama de expresia funcţiei de distribuţie pentru starea de echilibru

$$f_o(\bar{r},\bar{k}) = \left[e^{\frac{w(\bar{k})-\mathcal{F}(\bar{r})}{k_B T(\bar{r})}} + 1\right]^{-1}$$

în care $w(\bar{k})$este energia totală ce caracterizează starea purtătorului, $\mathcal{F}(\bar{r})$ poartă numele de energia sau nivelul Fermi, $T(\bar{r})$ este temperatura absolută iar k_B constanta lui Boltzmann, se obţine pentru $f^{(1)}(\bar{r},\bar{k})$ ecuaţia [56]

$$-\frac{f^{(1)}(\bar{r},\bar{k})}{\tau(\bar{k})} = -(\bar{v}\cdot\nabla_r\mathcal{F})\frac{\partial f_o}{\partial w} - (w-\mathcal{F})(\bar{v}\cdot\nabla_r \ln T)\frac{\partial f_o}{\partial w} + (\bar{v}\cdot\nabla_r f^{(1)}) +$$

$$+\left[e\,\bar{E} + e(\bar{v}\times\bar{B})\right]\cdot\bar{v}\frac{\partial f_o}{\partial w} + \frac{1}{\hbar}\left[e\bar{E} + e\,\bar{v}\times\bar{B}\right]\cdot\nabla_k f^{(1)} \qquad (1.5)$$

unde s-a înlocuit forţa exterioară $\bar{F} = e\,\bar{E} + e\,\bar{v}\times\bar{B}$, $\bar{E}$ fiind intensitatea cîmpului electric, $\bar{B}$ inducţia magnetică iar e sarcina electrică a purtătorului mobil de sarcină. In aproximaţia de primul ordin (rel.1.4) se pot neglija termenii ce conţin gradienţii funcţiei $f^{(1)}(\bar{r},\bar{k})$, astfel că relaţia (1.5) devine

$$-\frac{f^{(1)}(\bar{r},\bar{k})}{\tau(\bar{k})} = \frac{\partial f_o}{\partial w}\left\{\left[e\bar{E} - \nabla_r\mathcal{F} - (w-\mathcal{F})\,\nabla_r \ln T\right].\bar{v}\right\} \qquad (1.6)$$

Pentru a se obține și dependența de $\bar{B}$ este necesar să se păstreze din relația (1.5) și ultimul termen, însă pentru calculul $\nabla_k f^{(1)}(\bar{r},\bar{k})$ se folosește expresia lui $f^{(1)}(\bar{r},\bar{k})$ dată de relația (1.6) ce poate fi scrisă concentrat în forma

$$f^{(1)}(\bar{r},\bar{k}) = -\frac{\partial f_o}{\partial w}\left[\bar{X}(\bar{r},\bar{k}).\bar{v}\right] \qquad (1.7)$$

Pentru funcția vectorială necunoscută $\bar{X}(\bar{r},\bar{k})$ în urma evaluării termenului $\frac{e}{\hbar}(\bar{v}x\bar{B}).\nabla_k f^{(1)}(\bar{r},\bar{k})$, se obține expresia implicită [56]

$$\bar{X}(\bar{r},\bar{k}) = \bar{A}(\bar{r},\bar{k}) + e\tau(k)\left(\frac{\bar{X}}{\bar{\bar{m}}^*} x \bar{B}\right) \qquad (1.8)$$

în care

$$\bar{A}(\bar{r},\bar{k}) = \tau(\bar{k})\left[e\bar{E} - \nabla_r\mathcal{F} - (w-\mathcal{F})\,\nabla_r \ln T\right]$$

iar $1/\bar{\bar{m}}^* = d^2 w(\bar{k})/\hbar^2 d\bar{k}^2$ este tensorul generalizat al inversei masa efective a purtătorului mobil de sarcină, diferită de masa inerțială [56, 57]. Dacă masa efectivă este o mărime scalară, cu ajutorul expresiilor obținute prin înmulțirea relației(1.8) vectorial și scalar cu $\bar{B}$, se obține pentru $\bar{X}(\bar{r},\bar{k})$ expresia

$$\bar{X} = \frac{\bar{A} + \frac{e\tau}{m^*}(\bar{A}x\bar{B}) + \frac{e^2\tau^2}{m^{*2}}(\bar{A}.\bar{B})\bar{B}}{1 + \frac{e^2\tau^2}{m^{*2}}B^2} \qquad (1.9)$$

Masa efectivă apare ca o mărime scalară în cazul în care suprafețele izoenergetice din spațiul vectorului de undă al cristalului sînt sfere. Dacă masa efectivă este un tensor, atunci printr-o alegere potrivită a axelor de coordonate aceasta poate fi adusă la forma diagonală, iar suprafețele izoenergetice în acest sistem de axe sînt elipsoizi. In acest caz se obține pentru $\bar{X}(\bar{r},\bar{k})$ expresia [56]

$$\bar{X} = \frac{\bar{A} + e\tau\frac{\bar{A}}{\bar{\bar{m}}^*} x \bar{B} + \frac{e^2\tau^2}{|m^*|}\bar{\bar{m}}^*\bar{B}(\bar{A}\bar{B})}{1 + \frac{e^2\tau^2}{|m^*|}(\bar{\bar{m}}^*\bar{B}.\bar{B})} \qquad (1.10)$$

în care $|m^*|$ este determinantul matricii tensorului $\bar{\bar{m}}^*$.

$$|m^*| = \begin{vmatrix} m_1^* & 0 & 0 \\ 0 & m_2^* & 0 \\ 0 & 0 & m_3^* \end{vmatrix} = m_1^* m_2^* m_3^*$$

Dacă masa efectivă este o mărime scalară, $m_1^* = m_2^* = m_3^* = m^*$, atunci $|m^*| = m^{*3}$, iar expresia(1.10) devine identică cu (1.9). Cu ajutorul expresiei(1.9) sau (1.10) se poate calcula $f^{(1)}(\bar{r},\bar{k})$ din relaţia (1.7), respectiv funcţia de distribuţie $f(\bar{r},\bar{k})$ cu relaţia (1.4).Cunoscînd funcţia de distribuţie a purtătorilor mobili de sarcină după stări precum şi densitatea de stări energetice se poate calcula densitatea curentului electric. Intr-un volum elementar $d\mathcal{V}_k$ din spaţiul vectorului de undă din unitatea de volum a cristalului se află $d\mathcal{V}_k/4\pi^3$ stări energetice [56] , în care se găsesc $dn = f(\bar{r},\bar{k})d\mathcal{V}_k/4\pi^3$ purtători de sarcină ce au viteza $\bar{v}(\bar{k}) = dW(\bar{k})/\hbar d\bar{k}$. Considerînd un singur tip de purtător de sarcină densitatea curentului va fi

$$\bar{J} = \frac{e}{4\pi^3}\int_{\mathcal{V}_k}\bar{v}(\bar{k})\cdot f(\bar{r},\bar{k})d\mathcal{V}_k = \frac{e}{4\pi^3}\int_{\mathcal{V}_k}\bar{v}(\bar{k})\cdot f^{(1)}(\bar{r},\bar{k})d\mathcal{V}_k \quad (1.11)$$

în care s-a ţinut seama că în starea de echilibru termodinamic densitatea curentului este nulă

$$\int_{\mathcal{V}_k}\bar{v}(\bar{k})\cdot f_0(\bar{r},\bar{k})\, d\mathcal{V}_k = 0$$

Inlocuind expresia lui $f^{(1)}(\bar{r},\bar{k})$ dată de relaţia (1.7) se obţine

$$\bar{J} = -\frac{e}{4\pi^3}\int_{\mathcal{V}_k}\bar{v}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial W}(\bar{X}\cdot\bar{v})d\mathcal{V}_k \quad (1.12)$$

După introducerea expresiei (1.9) a lui $\bar{X}$ în (1.12) şi efectuarea integralei se obţine [56]

$$\begin{aligned}\bar{J} = e\Big\{eK_{11}\bar{E} - K_{11}T\,\nabla_r\Big(\frac{\mathcal{F}}{T}\Big) - K_{21}\frac{\nabla_r T}{T}\Big\} + \\ + \frac{e^2}{m^*}\Big\{eK_{12}\bar{E} - K_{12}T\,\nabla_r\Big(\frac{\mathcal{F}}{T}\Big) - K_{22}\frac{\nabla_r T}{T}\Big\}\times\bar{B} + \quad (1.13) \\ + \frac{e^3}{m^{*2}}\Big\{\Big[eK_{13}\bar{E} - K_{13}T\,\nabla_r\Big(\frac{\mathcal{F}}{T}\Big) - K_{23}\frac{\nabla_r T}{T}\Big]\cdot\bar{B}\Big\}\cdot\bar{B}\end{aligned}$$

în care K_{rs} reprezintă coeficienţii cinetici ce au expresia [56]

$$K_{rs} = \frac{n}{m^*} \cdot \frac{2}{3k_BT} \cdot \frac{\int_0^\infty \frac{w^r\tau^s}{1+\mu^2B^2}\, dn(w)}{\int_0^\infty dn(w)} = \frac{n}{m^*}\left\langle \frac{w^r\tau^s}{1+\mu^2 \cdot B^2} \right\rangle \qquad (1.14)$$

Mărimea $\left\langle \frac{w^r\tau^s}{1+\mu^2B^2} \right\rangle$ reprezintă timpul de relaxare la puterea s, mediat în raport cu purtătorii de sarcină şi luat cu ponderea $w^r/(1+\mu^2B^2)$, μ fiind mobilitatea purtătorilor de sarcină, $\mu=e\tau/m^*$.

In cazul în care masa efectivă este o mărime tensorială, coeficienţii cinetici sînt şi ei tensori ce au expresia [56]

$$\overline{\overline{K}}_{rs} = \frac{n}{\overline{\overline{m}}^*}\left\langle \frac{w^r\tau^s}{1+\frac{e^2\tau^2}{|\overline{\overline{m}}^*|}(\overline{B}\cdot\overline{\overline{m}}^*\overline{B})} \right\rangle \qquad (1.15)$$

La un semiconductor omogen la care $\nabla_r \mathcal{F} = \nabla_r T = 0$, relaţia (1.13) devine

$$\overline{J} = e^2K_{11}\overline{E} + \frac{e^3}{m^*}K_{12}(\overline{B}\times\overline{E}) + \frac{e^4}{m^{*2}}K_{13}(\overline{E}\cdot\overline{B})\overline{B} \qquad (1.16)$$

ce reprezintă forma locală a legii conducţiei electrice în prezenţa inducţiei magnetice. Deducerea ei s-a făcut în anumite ipoteze simplificatoare. Astfel variaţia funcţiei de distribuţie $f(\overline{r},\overline{k})$ datorită cauzelor interne numite şi ciocniri s-a considerat proporţională cu mărimea abaterii de la echilibru şi invers proporţională cu timpul de relaxare (rel.1.2). In plus soluţia ecuaţiei cinetice a lui Boltzmann s-a determinat într-o aproximaţie de prim ordin, neglijîndu-se gradienţii funcţiei $f^{(1)}(\overline{r},\overline{k})$. Deoarece în această ipoteză nu mai apare influenţa inducţiei magnetice $\overline{B}$ se ia în considerare şi termenul din relaţia(1.5) ce conţine pe $\overline{B}$, dar $_kf^{(1)}(\overline{r},\overline{k})$ s-a calculat fără acest termen. Fără aceste ipoteze rezolvarea problemei este foarte complicată.

1.2. Definirea conductivităţii şi coeficientului Hall în prezenţa cîmpului magnetic.

Deoarece conductivitatea şi coeficientul Hall sînt parametri fizici ce caracterizează un anumit material, definirea lor se face pe baza unor legi de material în formă locală, cum este şi legea conducţiei electrice. In absenţa cîmpului magnetic legea conducţiei electrice în cazul unui material semiconductor omogen la care suprafeţele izoenergetice ale cristalului sînt elipsoizi, devine

$$J = e^2 \bar{\bar{K}}_{11} E = \bar{\bar{\sigma}} E \qquad (1.17)$$

în care atît coeficientul cinetic $\bar{\bar{K}}_{11}$ cît şi conductivitatea $\bar{\bar{\sigma}}$ sînt tensori diagonali. La un cristal cu N elipsoizi de energie, dacă toţi tensorii conductivităţii $\bar{\bar{\sigma}}^{(\nu)}$ ce corespund unui elipsoid de energie se exprimă în acelaşi sistem de axe, atunci tensorul conductivităţii cristalului reprezintă suma tensorilor $\bar{\bar{\sigma}}^{(\nu)}$ [56]

$$\bar{\bar{\sigma}} = \sum_{\nu=1}^{N} \bar{\bar{\sigma}}^{(\nu)}$$

Elementele tensorului diagonal $\bar{\bar{\sigma}}$ se pot exprima în funcţie de elementele tensorilor diagonali $\bar{\bar{\sigma}}^{(\nu)}$. Astfel la cristalele cu o anumită simetrie, ca de exemplu la siliciu, se obţine [56, 74]

$\sigma_1 = 2(\sigma_1^{(3)} + \sigma_2^{(2)} + \sigma_3^{(1)})$, $\sigma_2 = 2 (\sigma_1^{(1)} + \sigma_2^{(3)} + \sigma_3^{(2)})$,

$\sigma_3 = 2 (\sigma_1^{(2)} + \sigma_2^{(1)} + \sigma_3^{(3)})$. Dacă elipsoizii sînt echivalenţi atunci $\sigma_i^{(1)} = \sigma_i^{(2)} = \sigma_i^{(3)}$, astfel că $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$, cu alte cuvinte conductivitatea este mărimea scalară. Rezultă deci că şi în cazul materialelor semiconductoare la care suprafeţele izoenergetice sînt elipsoizi, deşi conductivitatea corespunzătoare unui elipsoid este o mărime tensorială, datorită distribuţiei simetrice şi a echivalenţei elipsoizilor conductivitatea cristalului este o mărime scalară. La materialele la care nu se respectă condiţiile de simetrie şi echivalenţă a elipsoizilor conductivitatea electrică raportată la un cristal este o mărime tensorială. Deoarece conductivitatea electrică intervine în aplicaţiile tehnice în expresiile unor parametri globali ai dispozitivelor semiconductoare, iar pe de altă parte determinarea conductivităţii electrice în tehnică se face indirect măsurînd anumite mărimi globale este important ca în cadrul teoriei macroscopice a fenomenelor electromagnetice conductivitatea electrică să se definească nu în raport cu un cristal ci şin raport cu ansamblul cristalelor ce formează materialul semiconductor respectiv. Rezultă că materialele semiconductoare policristaline care nu suferă procese tehnologice privilegiate în raport cu anumite direcţii (laminare, trefilare, etc), datorită orientării întîmplătoare (haotică) a cristalelor, se prezintă din punct de vedere macroscopic izotrope, fără a se evidenţia vreo direcţie privilegiată din punct de vedere al conducţiei electrice.

Datorită acestui fapt conductivitatea electrică a acestor materiale izotrope este o mărime scalară. In acest caz în expresiile coeficienţilor cinetici se poate considera o aşa numită masă efectivă izotropă $\tilde{m}^{*}$, definită prin relaţia [56]

$$\frac{1}{\tilde{m}^{*}} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{m_1^{*}} + \frac{1}{m_2^{*}} + \frac{1}{m_3^{*}}\right)$$

conferind astfel coeficienţilor cinetici caracterul de mărime scalară.

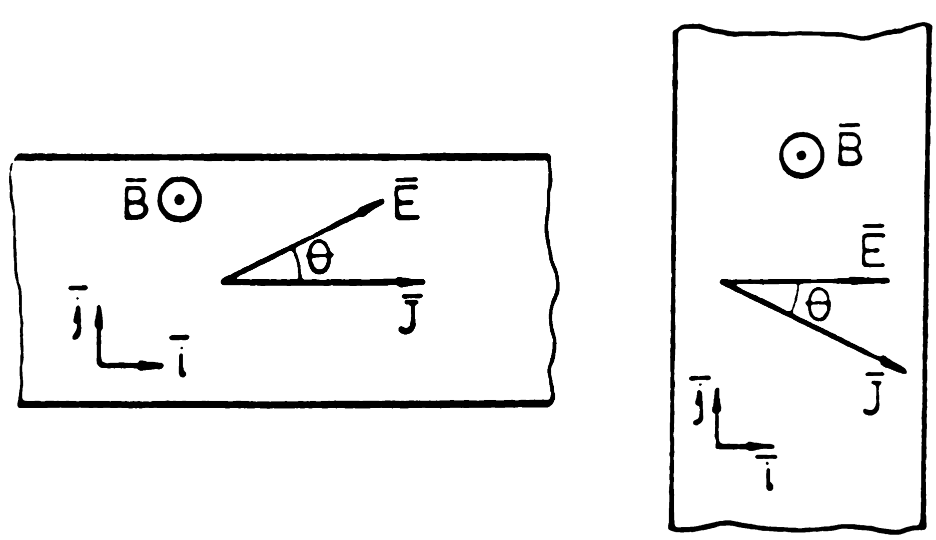
Pentru definirea conductivităţii electrice în prezenţa inducţiei magnetice a materialelor omogene şi izotrope se porneşte tot de la legea conducţiei electrice (rel.1.16) se va considera cazul unui cîmp magnetic transversal, $\bar{B} \perp \bar{E}$, pentru care legea conducţiei devine

$$\bar{J} = e^2 K_{11}\bar{E} + \frac{e^3}{\tilde{m}^{*}} K_{12}(\bar{E}x\bar{B})$$

care cu notaţiile $K_1 = e^2 K_{11}$ şi $K_2 = e^3 K_{12}/\tilde{m}^{*}$ se scrie în forma

$$\bar{J} = K_1\bar{E} + K_2\,(\bar{E}x\bar{B}) \qquad (1.18)$$

Spre deosebire de conductivitatea în absenţa cîmpului magnetic care se poate defini univoc pe baza legii conducţiei electrice, conductivitatea în prezenţa inducţiei magnetice $\sigma(B)$ poate fi definită în mai multe moduri. In fizică uneori conductivitatea se defineşte ca raportul componentelor densităţii curentului şi intensităţii cîmpului electric, $\sigma(B) = J_x/E_x$ 32,56 . Pentru cazul particular al unei plăci de lungime foarte mare (fig.1.1.a)



a. Fig.1.1. b.

în care densitatea de curent este orientată după axa Ox, $\bar{J} = J_x\bar{I}$, şi respectiv pentru o placă de lăţime foarte mare (fig.1.1.b) la care intensitatea cîmpului electric este orientată după axa Ox, $\bar{E} = E_x \bar{i}$, se obţin valori diferite ale raportului J_x / E_x

$$\left(\frac{J_x}{E_x}\right)_a = K_1 + \frac{K_2^2}{K_1} B^2 \quad ; \quad \left(\frac{J_x}{E_x}\right)_b = K_1 \qquad (1.19)$$

Pentru a corespunde interpretării din tehnică a conductivităţii şi coeficientului Hall ca parametri fizici, specifici unui anumit material, este necesară definirea lor independent de geometria plăcii [109]. Se poate menţiona posibilitatea definirii rezistivităţii electrice în prezenţa inducţiei magnetice pe baza unor criterii energetice. Astfel puterea electrică cedată de cîmpul electromagnetic unităţii de volum a unui mediu izotrop în procesul de conducţie este

$$p = \bar{E}\cdot\bar{J} = \rho J^2 - \bar{E}_i \bar{J}$$

în care $\bar{E}_i$ reprezintă intensitatea cîmpului electric imprimat. In medii omogene situate în cîmp magnetic uniform şi invariabil în timp se poate considera că $\bar{E}_i$ se datorează prezenţei cîmpului magnetic şi poate fi definit ca raportul dintre forţa Lorentz şi sarcina electrică a purtătorilor asupra cărora aceasta se exercită. Deoarece lucrul mecanic corespunzător forţei Lorentz este nul rezultă că în regim staţionar prin intermediul cîmpului magnetic nu se furnizează energie mediului considerat, adică produsul scalar $\bar{E}_i \cdot \bar{J}$ este nul. Astfel că rezistivitatea mediului în cîmp magnetic transversal se defineşte prin raportul

$$\rho(B) = \bar{E}\cdot\bar{J}/J^2 \qquad (1.20)$$

Din legea conducţiei electrice (rel.1.18) rezultă că $\bar{E}$ şi $\bar{J}$ formează în fiecare punct un unghi θ (fig.1.2) numit şi unghi Hall, astfel că produsul scalar $\bar{E}\cdot\bar{J}$ se poate exprima în forma

$$\bar{E}\cdot\bar{J} = EJ\cos\theta \qquad (1.21)$$

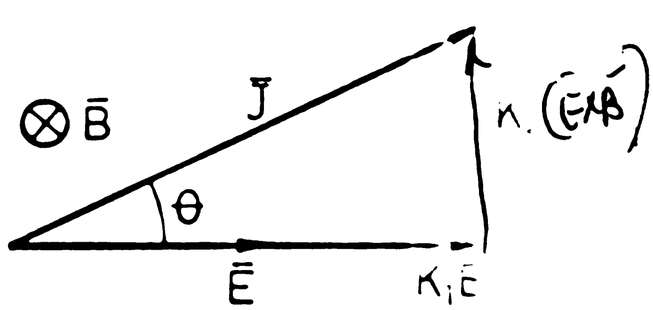


Fig.1.2.

Inmulţind relaţia(1.18) scalar şi apoi vectorial cu $\bar{E}$ se obţin expresiile

$$\bar{J}\cdot\bar{E} = K_1 E^2 \qquad (1.22)$$

respectiv

$$\bar{J} \times \bar{E} = K_2 E^2 \bar{B} \qquad (1.23)$$

în care s-a ţinut seama că $\overline{E}\cdot\overline{B} = 0$. Din relaţiile (1.21) şi (1.22) se obţine $J\cos\theta = K_1 E$ iar din (1.23) rezultă $J\sin\theta = K_2 EB$, astfel că se poate scrie relaţia

$$J^2 = (K_1^2 + K_2^2\, B^2)\, E^2 \qquad (1.24)$$

Din relaţiile (1.2o), (1.22) şi (124) rezultă pentru conductivitatea electrică în cîmp magnetic transversal expresia

$$\sigma(B) = \frac{1}{\rho(B)} = K_1 + \frac{K_2^2}{K_1} B^2 \qquad (1.25)$$

în care coeficienţii K_1 şi K_2 depind de proprietăţile materialului şi de inducţia magnetică. Acest mod de definire a conductivităţii, independent de geometria plăcii, este în concordanţă şi cu unele rezultate din literatură [41] şi cu expresia cunoscută a conductivităţii în absenţa cîmpului magnetic. In plus se poate menţiona şi faptul că rezultatul obţinut este identic cu cel din fizică în cazul unor plăci de lungime foarte mare (rel.1.19)

Dacă se exprimă $\overline{E}$ din relaţia (1.18) în forma

$$\overline{E} = \frac{1}{K_1}\left[\overline{J} - K_2\,(\overline{E} \times \overline{B})\right]$$

şi se introduce în al doilea termen al relaţiei (1.18) se obţine

$$\overline{J} = \sigma(B)\left[\overline{E} + \frac{K_2}{K_1^2+K_2^2B^2}\quad(\overline{J} \times \overline{B})\right]$$

Din compararea acestei relaţii cu legea conducţiei electrice stabilită în cadrul teoriei macroscopice în literatura de specialitate [62,95,116],

$$\overline{J} = \sigma\,(\overline{E} + C_H\overline{J} \times \overline{B})$$

se obţine pentru coeficientul Hall expresia

$$C_H(B) = \frac{K_2}{K_1^2+K_2^2B^2} \qquad (1.26)$$

Definirea parametrilor fizici $\sigma(B)$ şi $C_H(B)$ în modul prezentat este în concordanţă şi cu posibilităţile de determinare a lor în tehnică pe cale experimentală, măsurînd anumite mărimi globale ce se obţin prin integrarea legii conducţiei electrice în formă locală.

1.3. Dependența rezistivității și coeficientului Hall de inducția magnetică.

Ținînd seama de expresiile coeficienților K_1 și K_2 și respectiv de expresiile coeficienților cinetici (rel.1.14), relațiile (1.25) și (1.26) devin

$$\sigma(B) = en\left\langle\frac{\mu}{1+\mu^2B^2}\right\rangle + en\frac{\left\langle\frac{\mu^2}{1+\mu^2B^2}\right\rangle^2}{\left\langle\frac{\mu}{1+\mu^2B^2}\right\rangle}B^2 \qquad (1.27)$$

$$C_H(B) = \frac{1}{en}\cdot\frac{\left\langle\frac{\mu^2}{1+\mu^2B^2}\right\rangle}{\left\langle\frac{\mu}{1+\mu^2B^2}\right\rangle^2 + \left\langle\frac{\mu^2}{1+\mu^2B^2}\right\rangle^2 B^2} \qquad (1.28)$$

în care s-a ținut seama că medierea timpului de relaxare, ce depinde de energie , $\tau(W)$, cu ponderea W reprezintă însăși valoarea medie a timpului de relaxare [56] . Se observă că dependența de inducția magnetică a conductivității și coeficientului Hall este foarte complicată, de aceea se va analiza distinct cazul unui cîmp magnetic slab și cazul în care cîmpul magnetic este intens. Caracterizarea mărimii cîmpului se face prin compararea timpului de relaxare cu perioada de rotație a particulei sub acțiunea cîmpului magnetic. Astfel dacă $\tau >> 2\pi/\omega_c$, ω_c fiind pulsația ciclotronică, $\omega_c = eB/m^*$, cîmpul este intens iar dacă $\tau << 2\pi/\omega_c$ cîmpul este slab. In literatură condițiile de cîmp slab și respectiv intens sînt date prin inegalitățile [83,95]

$$\mu^2B^2 << 1 \quad , \quad \mu^2B^2 >> 1$$

Dezvoltînd în serie mărimea $1/(1+\mu^2B^2)$ se obține în cîmpuri magnetice slabe expresia

$$1/(1+\mu^2B^2) = 1-\mu^2B^2+\mu^4B^4-\mu^6B^6+\ldots \qquad (1.29)$$

iar în cîmpuri magnetice intense rezultă:

$$\frac{1}{1+\mu^2B^2} = \frac{1}{\mu^2B^2\left(1+\frac{1}{\mu^2B^2}\right)} = \frac{1}{\mu^2B^2}\left(1-\frac{1}{\mu^2B^2}+\frac{1}{\mu^4B^4}\ldots\right) \qquad (1.30)$$

In cîmpuri magnetice slabe, neglijînd din dezvoltarea în serie (1.29) termenii ce conţin pe B la puteri mai mari ca doi, rezultă pentru rezistivitate şi coeficientul Hall expresiile

$$\rho(B) = \rho(o)\left[1+ \mu^2B^2\left(\frac{\langle\mu^3\rangle}{\langle\mu\rangle^3} - \frac{\langle\mu^2\rangle^2}{\langle\mu\rangle^4}\right)\right] \qquad (1.31)$$

$$C_H(B) = \frac{1}{en} \cdot \frac{\langle\mu^2\rangle}{\langle\mu\rangle^2}\left[1 - \mu^2B^2\left(\frac{\langle\mu^2\rangle^2}{\langle\mu\rangle^4} - 2\frac{\langle\mu^3\rangle}{\langle\mu\rangle^3} + \frac{\langle\mu^4\rangle}{\langle\mu^2\rangle\langle\mu^2\rangle}\right)\right] \qquad (1.32)$$

în care $\rho(o) = 1/en\langle\mu\rangle$ reprezintă rezistivitatea în absenţa inducţiei magnetice. Se observă că în cîmpuri magnetice slabe rezistivitatea creşte proporţional cu $(\mu B)^2$ iar coeficientul Hall scade proporţional cu $(\mu B)^2$, coeficientul de proporţionalitate depinzînd de mecanismul împrăştierii purtătorilor de sarcină.In figura 1.3 este ilustrată dependenţa rezistivităţii de inducţia magnetică, iar în figura 1.4 dependenţa coeficientului Hall pentru o probă de Ge-n [95]

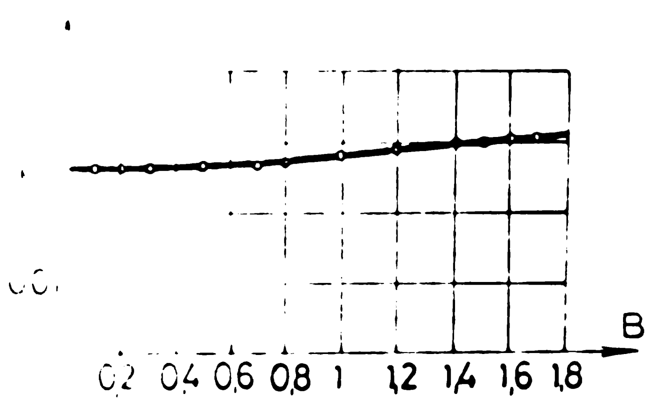


Fig.1.3.

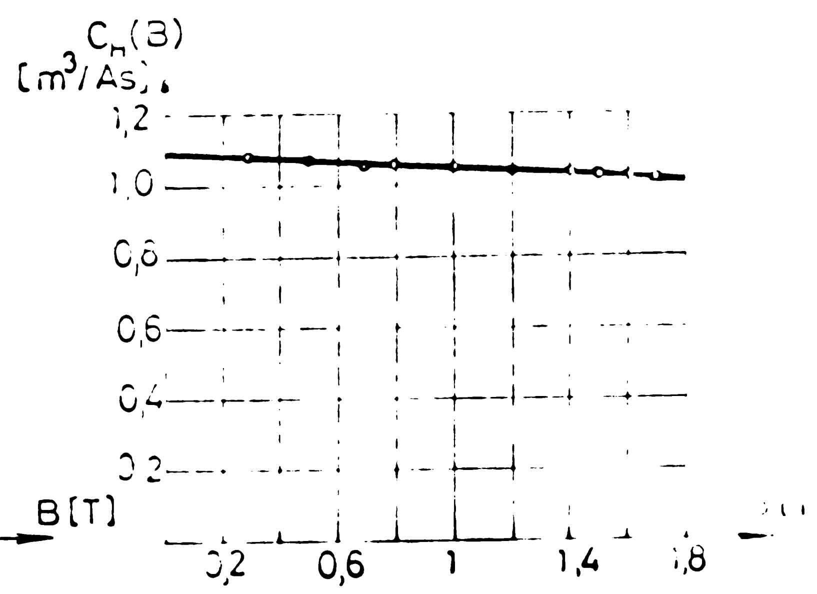


Fig.1.4.

Pentru valori foarte mici ale inducţiei magnetice, la limită $B \to 0$, se obţine pentru coeficientul Hall expresia

$$C_H = \frac{A}{en} \qquad (1.33)$$

în care factorul $A = \langle\mu^2\rangle/\langle\mu\rangle^2$ are valoarea 1,93 la temperaturi coborîte, la care rolul hotărîtor îl joacă mecanismul de împrăştiere a purtătorilor de sarcină pe ionii reţelei, iar la temperaturi înalte, cînd rolul principal în împrăştiere îl au vibraţiile termice, $A = 1,18$ [32,56]

Neglijîndu-se din dezvoltarea în serie (1.30) termenii ce conţin pe B^{-4} se obţin pentru rezistivitate şi coeficientul Hall în cîmpuri magnetice intense expresiile

$$\rho(B) = \rho(0)\left[\langle\mu\rangle\langle\mu^{-1}\rangle - B^{-2}\left(\langle\mu\rangle\langle\mu^{-1}\rangle^{3} + \langle\mu\rangle\langle\mu^{-3}\rangle - 2\langle\mu\rangle\langle\mu^{-1}\rangle\langle\mu^{-2}\rangle\right)\right] \qquad (1.34)$$

$$C_H(B) = \frac{1}{en}\left[1 + B^{-2}\left(\langle\mu^{-2}\rangle - \langle\mu^{-1}\rangle^{2}\right)\right] \qquad (1.35)$$

Se observă că rezistivitatea creşte cu B pînă la o anumită valoare maximă de saturaţie, raportul

$$\frac{(\rho)_{B\to\infty}}{\rho(0)} = \langle\mu\rangle\langle\mu^{-1}\rangle \qquad (1.36)$$

are valoarea 3,39 în cazul împrăştierii pe ionii reţelei şi 1,13 în cazul împrăştierii pe vibraţiile termice ale reţelei [56] Coeficientul Hall scade pe măsura creşterii valorii inducţiei magnetice, raportul coeficientului Hall pentru valorile extreme ale inducţiei magnetice fiind

$$\frac{(C_H)_{B\to 0}}{(C_H)_{B\to\infty}} = A = \frac{\langle\mu^2\rangle}{\langle\mu\rangle^2} \qquad (1.37)$$

Expresiile obţinute pentru $\rho(B)$ şi $C_H(B)$ se referă la materialele semiconductoare cu un singur tip de purtători de sarcina. In mod analog se pot obţine expresii ale $\rho(B)$ şi $C_H(B)$ pentru materiale semiconductoare cu mai multe tipuri de purtători de sarcină, fie că este vorba de purtători cu mase efective diferite ca de exemplu Ge-p sau Si-p în care se găsesc goluri u oare şi goluri grele , sau semiconductori cu conductibilitate mixtă în care la procesul de conducţie contribuie atît electronii cît şi golurile. In cazul în care concentraţia electronilor n este egală cu cea a golurilor p, n = p, semiconductorii se numesc intrinseci, iar dacă n > p sau n < p se numesc extrinseci, a căror proprietăţi electrice depind de tipul impurităţilor donoare respectiv receptoare.

In cazul materialelor semiconductoare cu mai multe ti-

40259/3
310 F

puri de purtători de sarcină, expresiile rezistivităţii şi coeficientului Hall sînt foarte complicate deoarece coeficienţii ce depind de mecanismul împrăştierii purtătorilor de sarcină sînt în general diferiţi pentru diferite tipuri de purtători de sarcină şi în plus în cazul semiconductorilor extrinseci intervine şi energia stării donoare sau acceptoare [74]. De aceea pentru a obţine unele informaţii privind dependenţa parametrilor fizici de inducţia magnetică se consideră ipoteza simplificatoare a independenţei timpului de relaxare de energie, în care caz $\langle f(\tau)\rangle = f(\tau)$. Astfel, pentru un semiconductor cu conductibilitate mixtă, cu notaţiile $e_1 = -e$, $n_1 = n$, $\mu_1 = -\mu_n$ pentru electroni, $e_2 = e$, $n_2 = p$, $\mu_2 = \mu_p$ pentru goluri şi $\lambda = \mu_n/\mu_p > 0$ se obţin expresiile [62, 116]

$$\rho(B) = \rho(o)\,\frac{1+\mu_n\mu_p B^2 \cdot \dfrac{n+p}{n\lambda+p}}{1+(\mu_n B)^2 \dfrac{(p-n)^2}{(p+n\lambda)^2}} \tag{1.38}$$

$$C_H(B) = C_H(o)\,\frac{1+(\mu_n B)^2 \cdot \dfrac{p-n}{p-n\lambda^2}}{1+(\mu_n B)^2 \cdot \dfrac{(p-n)^2}{(p+n\lambda)^2}} \tag{1.39}$$

în care

$$\rho(o) = \frac{1}{e(n\mu_n+p\mu_p)}$$

reprezintă rezistivitatea în absenţa inducţiei magnetice, iar cu

$$C_H(o) = \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{e(p\mu_p+n\mu_n)^2}$$

s-a notat factorul independent de inducţia magnetică din expresia (1.39). Pentru semiconductorii intrinseci, $n = p = n_i$, relaţiile (1.38) şi (139) devin

$$\rho(B) = \rho(o)\left[1 + \mu_n\mu_p B^2\right] \tag{1.40}$$

$$C_H(B) = C_H(o) = \frac{1-\lambda}{en_i(1+\lambda)} \tag{1.41}$$

din care rezultă că la semiconductorii intrinseci coeficientul Hall nu depinde de inducţia magnetică, iar semnul său este determinat de purtătorii cu mobilitate mai mare. La semiconductorii extrinseci slab dopaţi, la care concentraţiile electronilor şi respectiv a golurilor nu diferă mult între ele, ţinînd seama că $\lambda \gg 1$ şi neglijînd în cîmpuri magnetice slabe termenii ce conţin pe B la puteri mai mari ca doi relaţiile (1.38) şi (1.39) devin

$$\rho(B) = \rho(0)\left[1 + \frac{p}{n}\mu_n\mu_p B^2\right] \qquad (1.42)$$

$$C_H(B) = C_H(0)\left[1 - (\mu_p B)^2\left(\frac{p}{n} - 1\right)\frac{p}{n}\right] \qquad (1.43)$$

Din relaţia (1.43) rezultă că în cazul în care $p > n$ coeficientul Hall scade cu inducţia magnetică, iar dacă $p < n$ coeficientul Hall creşte cu inducţia magnetică. Dependenţa coeficientului Hall la InSb slab dopat, determinată experimental [62, 116] şi reprezentată în figura 1.5 este în concordanţă cu relaţia (1.43).

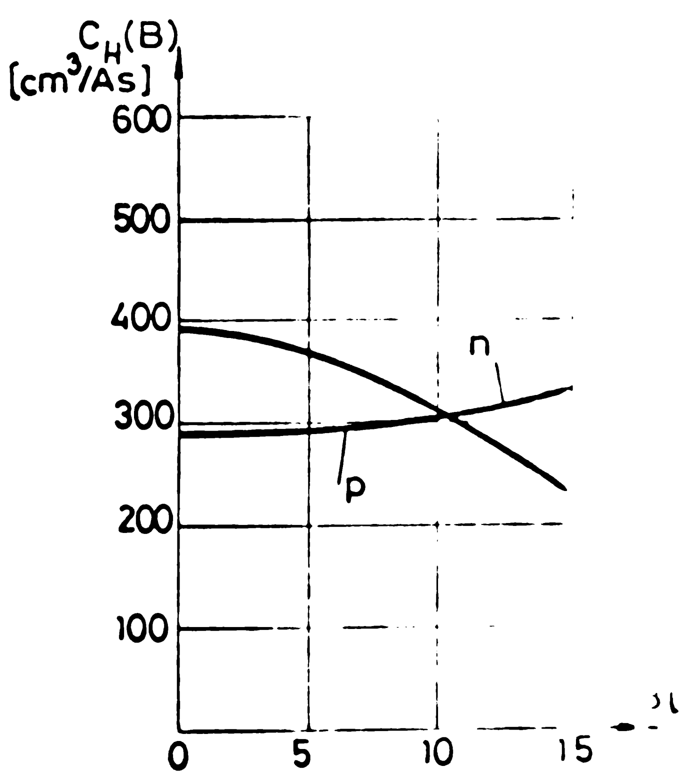


Fig.1.5.

In cazul semiconductorilor extrinseci puternic dopaţi la care $n \gg p$ sau $p \gg n$ sînt valabile cu bună aproximaţie expresiile obţinute în cazul semiconductorilor cu un singur tip de purtători de sarcină.

1.4. <u>O condiţie de reciprocitate. Rezistenţele proprii în cîmp magnetic</u>

In literatură se demonstrează pe cale analitică invarianţa valorii rezistenţelor proprii la schimbarea sensului inducţiei magnetice la plăci Hall dreptunghiulare situate într-un cîmp magnetic transversal, invarianţă ce este verificată experimental şi la plăci de formă oarecare situate în cîmp magnetic transversal [95] . In cele ce urmează se va analiza comportarea rezistenţelor proprii în regim staţionar la schimbarea sensului inducţiei magnetice în cazul unui mediu semiconductor cu geometrie arbitrară, la care cîmpul electrocinetic nu mai este plan paralel. Corpul din material semiconductor liniar, omogen şi izotrop este situat într-un cîmp magnetic uniform avînd o direcţie arbitrară în raport cu corpul. Presupunînd corpul la aceeaşi temperatură, forma locală a legii conducţiei electrice în prezenţa cîmpului magnetic este

$$\bar{J} = K_1\bar{E} + K_2(\bar{E}x\bar{B}) + K_3(\bar{E}.\bar{B})\,\bar{B} \qquad (1.44)$$

Pentru două stări electrocinetice stabilite la aceeaşi valoare a inducţiei magnetice dar la sensuri diferite, legea conducţiei electrice se scrie în forma

$$\bar{J}' = K_1\bar{E}' + K_2\,(\bar{E}'x\bar{B}) + K_3(\bar{E}'\bar{B})\,\bar{B}$$

$$\bar{J}'' = K_1\bar{E}'' - K_2(\bar{E}''x\bar{B}) + K_3(\bar{E}''.\bar{B})\,\bar{B}$$

în care $\bar{J}'$ şi $\bar{E}'$ corespund cîmpului electrocinetic stabilit la un sens al inducţiei magnetice ($+\bar{B}$) iar $\bar{J}''$ şi $\bar{E}''$ la sens opus al inducţiei magnetice ($-\bar{B}$). Inmulţind scalar prima relaţie cu $\bar{E}''$ şi a doua cu $\bar{E}'$ se obţin relaţiile

$$\bar{J}'\bar{E}'' = K_1\bar{E}'\bar{E}'' + K_2(\bar{E}'x\bar{B})\bar{E}'' + K_3(\bar{E}'\bar{B})(\bar{B}\bar{E}'')$$

$$\bar{J}''\bar{E}'' = K_1\bar{E}''\bar{E}' - K_2\,(\bar{E}''x\bar{B})\bar{E}' + K_3(\bar{E}''\bar{B})(\bar{B}\bar{E}')$$

din care se obţine condiţia de reciprocitate corespunzătoare celor două sensuri ale inducţiei magnetice

$$\bar{J}'\bar{E}'' - \bar{J}''\bar{E}' = 0 \qquad (1.45)$$

stabilită în cazul general în care $\bar{B}$ nu este perpendicular pe vectorii $\bar{J}$ şi $\bar{E}$.

Relaţia (1.45) fiind adevărată în orice punct, ea poate fi integrată în întregul volum al corpului limitat de suprafaţa închisă Σ

$$\int_{v_\Sigma}(\bar{J}'\bar{E}'' - \bar{J}''\bar{E}')dv = 0$$

Deoarece în regim staţionar $rot\bar{E}' = rot\bar{E}'' = 0$, intensitatea cîmpului electric poate fi exprimată în funcţie de potenţialul electric, $\bar{E}' = -\nabla V'$ şi $\bar{E}'' = -\nabla V''$ astfel că integrala de volum devine

$$\int_{v_\Sigma} \left[\bar{J}'(\nabla V'') - \bar{J}''(\nabla V')\right] dv = 0 \qquad (1.46)$$

Pe baza egalităţii vectoriale

$$\nabla(V\bar{J}) = \bar{J}(\nabla V) + V(\nabla \bar{J}) = \bar{J}(\nabla V) \qquad (1.47)$$

în care s-a ţinut seama că $\nabla\bar{J} = 0$ în regim staţionar, relaţia (1.46) devine

$$\int_{v_\Sigma} \nabla(V''\bar{J}' - V'\bar{J}'')dv = 0$$

Aplicînd transformarea de integrale Gauss-Ostrogradski se obţine

$$\int_{\Sigma} (V''\bar{J}' - V'\bar{J}'')\overline{ds} = 0 \qquad (1.48)$$

ce reprezintă condiţia de reciprocitate în formă integrală.

Folosind condiţia de reciprocitate se pot determina rezistenţele proprii la cele două sensuri ale inducţiei magnetice. Se consideră că cele două stări electrocinetice la cele două sensuri ale cîmpului magnetic se stabilesc cu ajutorul a doi electrozi metalici avînd conductivitatea electrică mult mai mare ca a materialului semiconductor. Suprafaţa acestor electrozi şi poziţia lor pe suprafaţa corpului semiconductor sînt arbitrare (fig.1.6). Suprafaţa închisă Σ poate fi descompusă într-o porţiune S_m ce reprezintă suprafaţa electrozilor metalici şi într-o porţiune S_l ce reprezintă suprafaţa liberă neacoperită de electrozi, astfel că relaţia (1.48) poate fi scrisă în forma

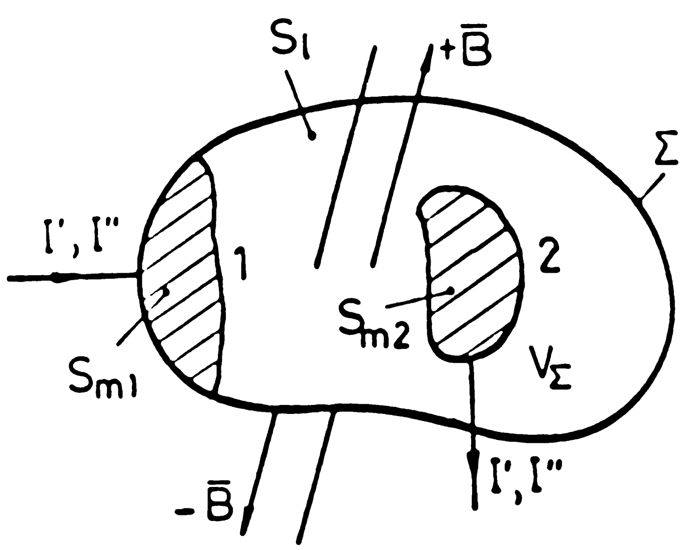


Fig.1.6.

$$\int_{S_l}(V''\bar{J}' - V'\bar{J}'')\overline{ds} + \int_{S_m}(V''\bar{J}' - V'\bar{J}'')\overline{ds} = 0 \qquad (1.49)$$

Deoarece suprafaţa neacoperită de electrozi S_l este o suprafață de cîmp pentru $\bar{J}'$ și $\bar{J}''$, integrala pe această suprafață este egală cu zero ($\bar{J}'.\bar{ds} = \bar{J}''.\bar{ds} = 0$) astfel că (1.49) devine

$$\sum_{i=1}^{2}\left[V_i''\int_{S_{mi}}\bar{J}'\bar{ds} - V_i'\int_{S_{mi}}\bar{J}''\,\bar{ds}\right] = 0 \qquad (1.50)$$

în care s-a ținut seama că suprafețele S_{mi} ale electrozilor reprezintă suprafețe echipotențiale avînd potențialul V_i' la un sens al inducției magnetice ($+\bar{B}$) și V_i'' la sens opus al inducției magnetice ($-\bar{B}$). Deoarece integralele pe suprafețele electrozilor reprezintă curenții stabiliți la cele două sensuri ale inducției magnetice

$$\int_{S_{m1}}\bar{J}'.\bar{ds} = -I', \quad \int_{S_{m1}}\bar{J}''.\bar{ds} = -I'', \quad \int_{S_{m2}}\bar{J}'.\bar{ds} = +I', \quad \int_{S_{m2}}\bar{J}''.\bar{ds} = +I''$$

se obține

$$-V_1''I' + V_1'I'' + V_2''I' - V_2'I'' = 0$$

respectiv $(V_1'-V_2')/I' = (V_1'' - V_2'')/I''$ relație ce scoate în evidență egalitatea rezistențelor proprii la cele două sensuri ale inducției magnetice

$$R(+\bar{B}) = R(-\bar{B}) \qquad (1.51)$$

1.5. Dependența rezistențelor de transfer de valoarea și sensul cîmpului magnetic.

Rezistențele de transfer joacă un rol important atît în funcționarea dispozitivelor Hall cît și în determinarea parametrilor fizici ai materialelor semiconductoare. Se poate astfel menționa faptul că metoda cea mai răspîndită de determinare a rezistivitații materialelor semiconductoare în absența cîmpului magnetic, metoda celor patru sonde, se bazează pe determinarea rezistențelor de transfer. Ea este folosită și în cîmp magnetic în condițiile în care se schimbă sensul inducției magnetice [10,38] respectiv cînd se folosește numai o componenta a rezistențelor de transfer [111]. Descompunerea rezistențelor de transfer în două componente precum și unele precizări privind dependența acestor componente de sensul cîmpului magnetic au fost făcute în literatură în cazul unei plăci de formă oarecare, la care cîmpul electrocinetic este plan paralel, situată într-un cîmp magnetic transversal [97,98]. O generalizare a acestor rezultate se face considerînd un corp semiconductor omogen şi izotrop de formă oarecare, la care cîmpul electrocinetic este spaţial, situat într-un cîmp magnetic uniform avînd direcţie arbitrară în raport cu corpul (fig.1.7).In plus în demonstraţie se consideră cazul general cînd curenţii de alimentare nu sînt egali, $I' \neq I''$ [110,112] . Considerînd două stări electrocinetice stabilite în prezenţa inducţiei magnetice prin alimentarea între electrozii 1-2 cu curentul I', electrozii 3-4 fiind în gol şi respectiv prin alimentarea între electrozii 3-4 cu curentul I",electrozii 1-2 fiind în gol, densităţile de curent

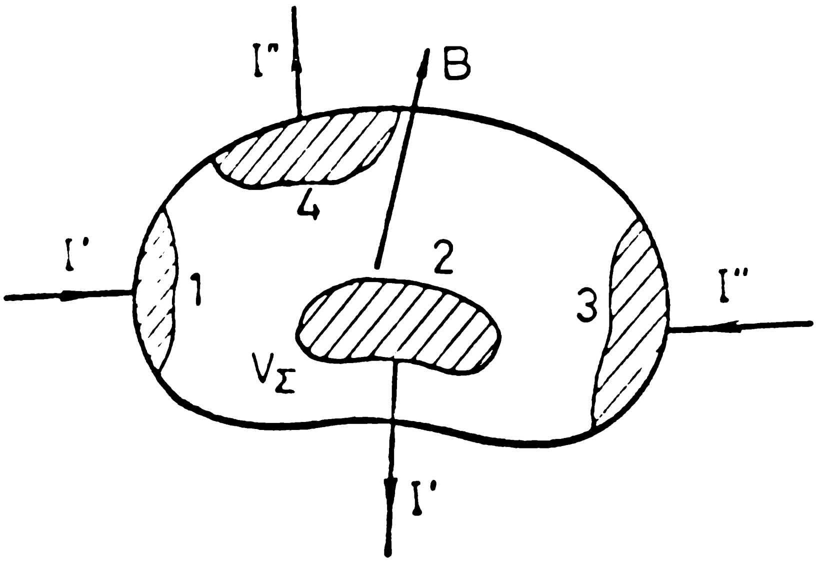


Fig.1.7.

corespunzătoare $\bar{J}'$ şi respectiv $\bar{J}''$ pot fi exprimate pe baza relaţiei(1.44) în forma

$$\bar{J}' = K_1 \bar{E}' + K_2(\bar{E}' x \bar{B}) + K_3(\bar{E}' . \bar{B})\, \bar{B}$$

$$\bar{J}'' = K_1 \bar{E}'' + K_2(\bar{E}'' x \bar{B}) + K_3(\bar{E}'' . \bar{B})\, \bar{B}$$

Inmulţind scalar prima relaţie cu $\bar{E}''$ iar a doua cu $\bar{E}'$ şi efectuînd integrala pe întreg volumul v_Σ al corpului se obţine

$$\int_{v_\Sigma} \bar{J}' \bar{E}''\, dv = \Psi_a + \Psi_b \quad ; \quad \int_{v_\Sigma} \bar{J}'' \bar{E}'\, dv = \Psi_a - \Psi_b \qquad (1.52)$$

în care Ψ_a şi Ψ_b sînt două mărimi cu dimensiune de putere electrică ce au expresiile

$$\Psi_a = \int_{v_\Sigma} \left[K_1 \bar{E}' \bar{E}'' + K_3(\bar{E}'\bar{B})(\bar{E}''\bar{B})\right] dv \; ; \; \Psi_b = \int_{v_\Sigma} K_2(\bar{E}' x \bar{B})\, \bar{E}''\, dv$$

Folosind egalitatea vectorială (1.47) şi aplicînd transformarea de integrală Gauss-Ostrogradski relaţiile (1.52) devin

$$-\int_\Sigma V'' \bar{J}' d\bar{s} = \Psi_a + \Psi_b \quad ; \quad -\int_\Sigma V' \bar{J}''\, d\bar{s} = \Psi_a - \Psi_b \qquad (1.53)$$

în care Σ reprezintă suprafaţa închisă ce delimitează corpul din figura 1.7. Dacă se ţine seama că pe suprafaţa neacoperită de electrozi $\overline{J'}.\overline{ds} = \overline{J''}.\overline{ds} = 0$ şi de faptul că suprafeţele electrozilor sînt echipotenţiale, relaţiile (1.53) devin

$$V_1''I' - V_2''I' = \Psi_a + \Psi_b \; ; \quad V_3'I'' - V_4'I'' = \Psi_a - \Psi_b \quad (1.54)$$

Pe baza relaţiilor (1.54) se pot determina rezistenţele de transfer corespunzătoare celor două regimuri electrocinetice

$$R_t'(B) = (V_3' - V_4')/I' = (\Psi_a - \Psi_b)/I'I'' = R_a - R_b$$

$$R_t''(B) = (V_1'' - V_2'')/I'' = (\Psi_a + \Psi_b)/I'I'' = R_a + R_b \quad (1.55)$$

Relaţiile (1.55) pun în evidenţă faptul că rezistenţele de transfer în prezenţa inducţiei magnetice nu sînt egale, $R_t'(B) \neq R_t''(B)$, deci nu se mai verifică condiţia de reciprocitate din absenţa cîmpului magnetic, $R_t'(o) = R_t''(o)$. De menţionat însă că ele conţin aceleaşi două componente, $R_a = \Psi_a / I'I''$ şi $R_b = \Psi_b / I'I''$, una din rezistenţele de transfer este egală cu suma celor două componente iar cealaltă cu diferenţa lor.

Dacă a doua stare electrocinetică ($\overline{J''}$, $\overline{E''}$) se realizează la sens opus al inducţiei magnetice ($-\overline{B}$) atunci din relaţia(1.50) se obţine

$$-V_1''I' + V_2''I' + V_3'I'' - V_4'I'' = 0$$

din care rezultă egalitatea $(V_3' - V_4')/I' = (V_1'' - V_2'')/I''$ ce scoate în evidenţa faptul că rezistenţa de transfer cu alimentare la electrozii 1-2 la un sens al inducţiei magnetice este egală cu rezistenţa de transfer cu alimentare la electrozii 3-4 la celălalt sens al inducţiei magnetice

$$R_t'(+\overline{B}) = R_t''(-\overline{B}) \quad (1.56)$$

Din relaţiile (1.55) şi (1.56) se pot stabili egalităţile

$$R_t'(+\overline{B}) = R_t''(-\overline{B}) = R_a - R_b \; ; \; R_t'(-\overline{B}) = R_t''(+\overline{B}) = R_a + R_b \quad (1.57)$$

ce relevă faptul că rezistenţele de transfer spre deosebire de rezistenţele proprii nu sînt egale la cele două sensuri ale inducţiei magnetice

$$R_t'(+\overline{B}) \neq R_t'(-\overline{B}) \; ; \quad R_t''(+\overline{B}) \neq R_t''(-\overline{B}) \quad (1.58)$$

dar că ele conţin aceleaşi două componente ce se însumează la un sens şi se scad la sens opus al inducţiei magnetice. Aceste componente se pot determina fie în funcţie de cele două rezistenţe de transfer în raport cu cele două perechi de electrozi de alimentare la acelaşi sens al inducţiei magnetice, $R'_t(+\bar{B})$ şi $R''_t(+\bar{B})$ fie în funcţie de valorile unei rezistenţe de transfer la cele două sensuri ale inducţiei magnetice, $R'_t(+\bar{B})$ şi $R'_t(-\bar{B})$

$$R_a = \frac{R'_t(+\bar{B}) + R''_t(+\bar{B})}{2} = \frac{R'_t(+\bar{B}) + R'_t(-\bar{B})}{2}$$
$$R_b = \frac{R''_t(+\bar{B}) - R'_t(+\bar{B})}{2} = \frac{R'_t(-\bar{B}) - R'_t(+\bar{B})}{2} \quad (1.59)$$

CAPITOLUL II

UNELE PROBLEME GENERALE ASUPRA METODELOR DE DETERMINARE A PARAMETRILOR FIZICI AI MATERIALELOR SEMICONDUCTOARE. PRIVIRE DE ANSAMBLU.

2.1. Consideraţii generale

Pe baza studiului repartiţiei cîmpului electrocinetic din medii semiconductoare se pot stabili legături între mărimile globale (tensiuni, curenţi) ce pot fi măsurate, parametri fizici ai materialului respectiv şi dimensiunile geometrice. In literatura de specialitate se întîlneşte o mare varietate de metode de calcul a parametrilor fizici ai materialelor semiconductoare, determinată de diversitatea metodelor de calcul a cîmpului, de geometria epruvetelor, de modul de aşezare a electrozilor de măsurare, de prezenţa sau absenţa cîmpului magnetic, etc.

Majoritatea metodelor de determinare a rezistivităţii întîlnite în literatură nu se referă la prezenţa cîmpului magnetic, deci nu se ia în considerare efectul magnetorezistiv. Din acest motiv după prezentarea sistematică a acestor metode în paragraful 2.2, se vor face unele precizări în paragraful 2.3 privind utilizarea şi în prezenţa cîmpului magnetic a unor relaţii de calcul stabilite în absenţa cîmpului magnetic. In paragraful 2.4, referitor la determinarea coeficientului Hall, vor fi prezentate şi unele metode de determinare atît a coeficientului Hall cît şi a rezistivităţii în prezenţa cîmpului magnetic. Deoarece în expresiile de calcul ale rezistivităţii şi coeficientului Hall intervin şi dimensiunile epruvetei precum şi distanţele dintre electrozi metodele vor fi grupate în funcţie de geometria epruvetelor şi de poziţia electrozilor. Astfel se vor prezenta relaţiile de calcul în cazul unor epruvete cu dimensiuni foarte mari (semispaţiul conductor infinit), plăci de extindere foarte mare, plăci de lăţime finită şi lungime foarte mare, plăci dreptunghiulare şi circulare, plăci de formă oarecare. Cei patru electrozi, doi de curent (de alimentare) şi doi de tensiune (de măsurare), se consideră aşezaţi în linie sau în pătrat pe suprafaţa plăcii sau pe ambele feţe ale plăcii precum şi pe periferie.

2.2. Determinarea rezistivității în absența cîmpului magnetic.

2.2.1. Epruvete cu dimensiuni mari în comparație cu distanța dintre electrozi.

Se consideră pentru început cazul unui spațiu semiconductor semiinfinit cu patru electrozi dispuși în linie pe suprafață (fig.2.1). Materialul probei este presupus omogen și izotrop iar diametrul secțiunii de contact a electrozilor este foarte mic în comparație cu distanța dintre electrozi pentru a putea fi considerat contact punctiform. Expresia potențialului electric într-un punct din spațiul semiinfinit corespunzător unei surse punctuale de curent plasată pe suprafață este

$$V = \frac{\rho I}{2\pi r} \qquad (2.1)$$

în care ρ reprezintă rezistivitatea materialului spațiului semiinfinit, I valoarea curentului și r distanța de la sursă la punct. Dacă se consideră patru electrozi punctiformi dispuși în linie pe suprafața spațiului semiconductor semiinfinit, simetric în raport cu o axă, se obține pentru rezistivitate expresia [2, 61]

$$\rho = \frac{\pi(l_1^2 - l_2^2)}{2\,l_2} \cdot \frac{U}{I} \qquad (2.2)$$

în care l_1 și l_2 sînt dimensiunile reprezentate în figura 2.1, I curentul stabilit prin electrozii 1 și 2 iar U tensiunea măsurată la electrozii 3 și 4. Aplicarea relației (2.2) în practică pentru epruvete de dimensiuni foarte mari este însoțită de erori datorită dimensiunilor finite ale epruvetei.

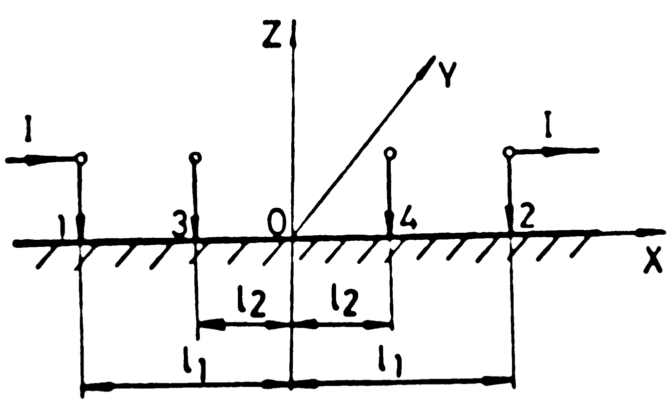


Fig.2.1.

Se apreciază că în cazul în care $l_1 = 2\,l_2$ eroarea care se face neglijînd efectul marginilor finite ale epruvetei este $\varepsilon < 1$ % dacă distanța de la cel mai apropiat electrod de marginea epruvetei este $D \geq 8\,l_2$ [5]. Dacă distanța dintre electrozi este aceeași, $l_1 - l_2 = 2\,l_2 = d$, se obține [54, 103]

$$\rho = 2\pi d \frac{U}{I} \qquad (2.3)$$

relaţie ce se poate aplica în cazul epruvetelor la care distanţa de la cel mai apropiat electrod de marginea epruvetei este $D \geq 3d$ [23]. Dacă distanţele dintre electrozi sînt inegale, $d_1 \neq d_2 \neq d_3 \neq d$, se obţine pentru rezistivitate expresia [77]

$$\rho = \frac{2\pi d}{1 + D_2/2d - 3(D_1 + D_2)/4d} \cdot \frac{U}{I} \qquad (2.4)$$

în care $D_1 = d_1 - d$, $D_2 = d_2 - d$, $D_3 = d_3 - d$ reprezintă abaterile de la distanţa egală d dintre electrozi. O metodă de determinare a rezistivităţii solului foloseşte patru electrozi filiformi echidistanţi îngropaţi în sol pe o lungime l (fig.2.2). Se obţine pentru rezistivitate expresia [92]

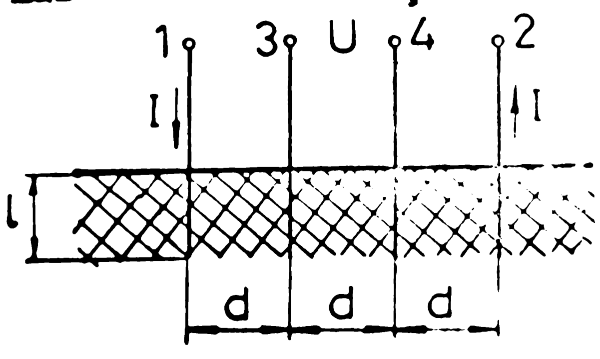


Fig.2.2.

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln\left[2\,\dfrac{1+\sqrt{1+(d/l)^2}}{1+\sqrt{1+4(d/l)^2}}\right]} \cdot \frac{U}{I} \qquad (2.5)$$

în care d reprezintă distanţa dintre electrozi.

Se consideră în continuare cazul unei plăci semiconductoare infinit extinsă de grosime constantă h, cu doi electrozi de curent cu suprafaţa de contact circulară de rază a şi doi electrozi de tensiune punctiformi dispuşi pe ambele feţe (fig.2.3)

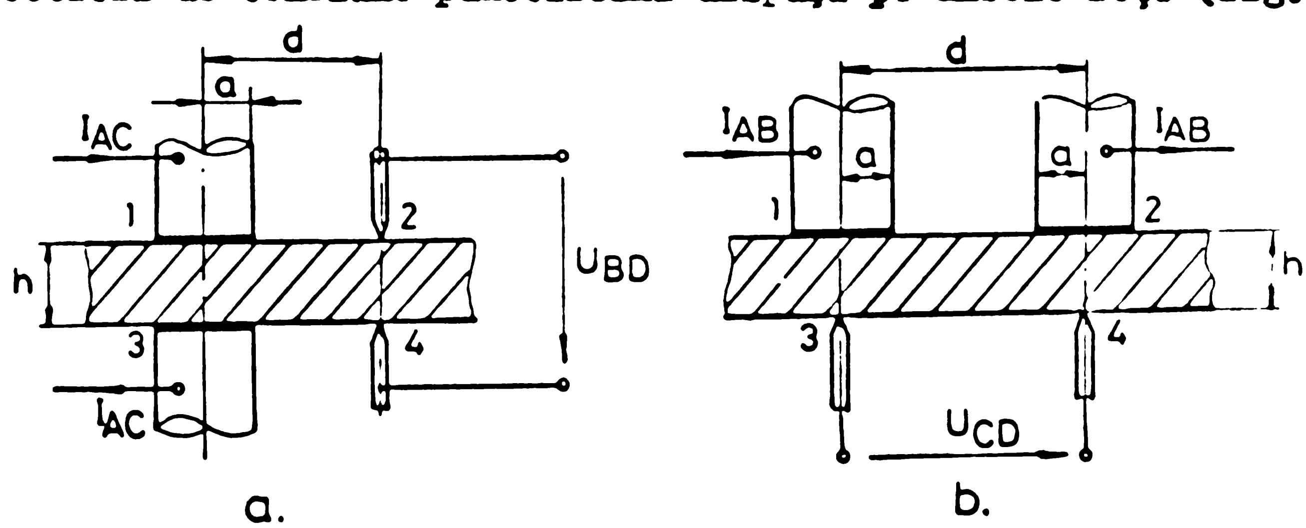


Fig.2.3.

La configuraţia din figura 2.3.a se obţine pentru rezistivitate expresia [87]

$$\rho = \frac{\pi h}{G(h/d, a/d)} \cdot \frac{U_{24}}{I_{13}} \qquad (2.6)$$

iar la configuraţia din figură 2.3.b se obţine

$$\rho = \frac{\pi h}{H(h/d\ ,\ a/d)} \cdot \frac{U_{34}}{I_{12}} \qquad (2.7)$$

în care factorii G şi H se determină cu ajutorul metodei imaginilor electrice. Aceeaşi aşezare a electrozilor dar cu contacte de curent punctiforme a fost folosită şi pentru determinarea componentelor tensorului rezistivitate în cazul unui material anizotrop [88] . Relaţiile stabilite se pot aplica şi în cazul unei plăci circulare avînd diametrul D, grosimea h şi distanţa dintre electrozi d $\cong$ h , eroarea comisă fiind mai mică de 1% dacă D > 6 h [52] . In cazul electrozilor punctiformi dispuşi pe ambele feţe ca în figura 2.3.a , folosind metoda imaginilor electrice s-au obţinut pentru rezistivitate expresia [89,90]

$$\rho = \frac{\pi d}{1+2\,\frac{d}{h}\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left[\left(\frac{d}{h}\right)^2 + n^2\right]^{-1/2}} \cdot \frac{U_{24}}{I_{13}} \qquad (2.8)$$

Dacă d/h < 0,1 se poate considera expresia

$$\rho = \frac{\pi d}{1+2\,\frac{d}{h}\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}} \cdot \frac{U_{24}}{I_{13}} \qquad (2.9)$$

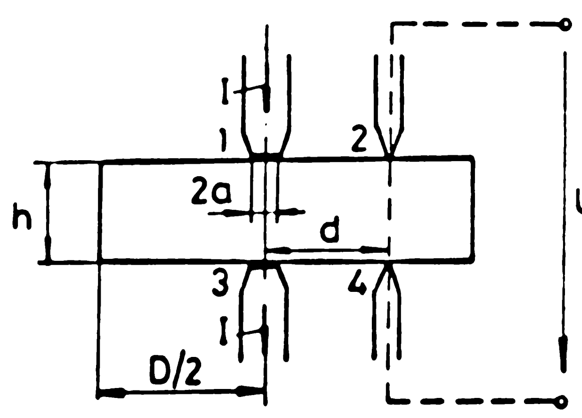


Fig.2.4.

Relaţia (2.8) a fost obţinută şi pe baza calculului potenţialului într-un disc de diametru D, grosimea h, cu electrozi de curent avînd secţiunea de contact circulară de rază a, plasaţi în axa de simetrie a discului(fig. 2.4), folosind metoda separării variabilelor [14] . Considerînd $D^2 \gg 4\cdot hd$ şi f cînd limita cînd a tinde la zero se obţine relaţia (2.8).

Se va considera în continuare cazul unor plăci de grosime şi lăţime constantă avînd însă lungimea foarte mare (plăci de lungime infinită) la care electrozii punctiformi sînt dispuşi în linie de aceeaşi parte a plăcii (fig.2.5). Folosind metoda imaginilor electrice se obţine pentru rezistivitate, în cazul în care electrozii sînt echidistanţi ($l_1 = 3l_2$ şi $2l_2$ =d), expresia [64]

$$\rho = \frac{\pi h}{\ln\left(2\,\mathrm{ch}\,\frac{\pi d}{2b}\right)} \cdot \frac{U_{34}}{I_{12}} \qquad (2.1o)$$

în care h este grosimea plăcii, 2b lăţimea plăcii, d distanţa dintre electrozi (fig.2.5).

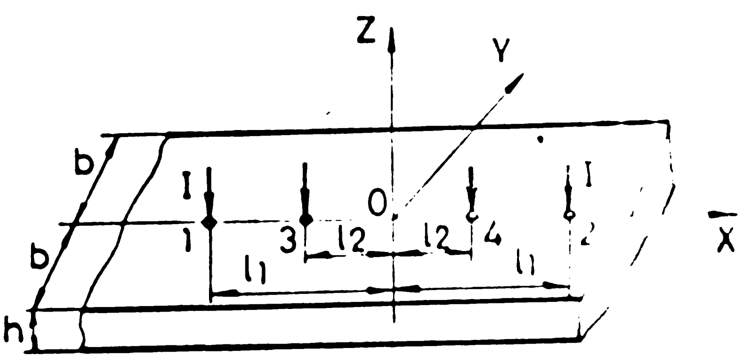


Fig.2.5.

Relaţia (2.1o) este valabilă pentru plăci subţiri la care $d \geqslant 2h$. De menţionat că această condiţie necesară pentru transformarea unor sume în integrale este echivalentă cu considerarea unui cîmp plan paralel în placă. In adevăr dacă în relaţia (2.1o) se consideră limita cînd b tinde la infinit se obţine relaţia (3.2) ce va fi dedusă direct în capitolul 3, în cazul unor plăci de extindere foarte mare. Dacă placa este de lungime finită se comite o eroare de 1,1% în cazul unei plăci patrate avînd latura $l = 6d$ şi de 9% dacă $l = 3d$ [64]

2.2.2. Plăci de dimensiuni finite

Se consideră o placă paralelipipedică avînd dimensiunile 2a, 2b şi h cu patru electrozi punctiformi dispuşi simetric pe suprafaţa plăcii (fig.2.6). Se obţine pentru rezistivitate expresia [58]

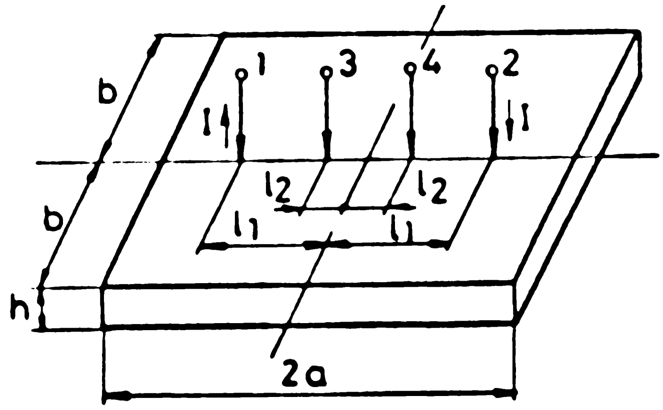


Fig.2.6.

$$\rho = \frac{ab}{4\sum_{k,n} \theta_n \frac{B_k}{\alpha_{kn}} \mathrm{cth}\,(\alpha_{kn} h)} \cdot \frac{U_{34}}{I_{12}} \qquad (2.11)$$

în care

$$\theta_n = \begin{cases} 1/2 & \text{pentru } n = o \\ 1 & \text{pentru } n \neq o \end{cases}$$

$$B_k = \sin\alpha_k l_1 \cdot \sin\alpha_k l_2$$

$$\alpha_{kn} = \sqrt{\alpha_k^2 + \alpha_n^2} = \sqrt{\left(\frac{\pi k}{2a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{2b}\right)^2}$$

k ia toate valorile întregi de la 1 la ∞, n ia valorile pare inclusiv zero, dimensiunile geometrice l_1, l_2, a, b, h sînt cele din figura 2.6. Relația (2.11) se simplifică în cazul unor plăci subțiri la care mărimile $(a-l_1)$, l_2 și (l_1-l_2) se pot considera mult mai mari în comparație cu h[1,30, 58]. Folosind metoda funcției Green a fost calculat factorul din expresia rezistivității ce ține seama de dimensiunile finite ale unei plăci paralelipipedice cu patru electrozi dispuși în linie [72]. Relația de calcul a rezistivității în cazul unei plăci patrate de grosime foarte mică cu patru electrozi punctiformi dispuși în vîrfurile unui pătrat a fost dedusă folosind metoda imaginilor electrice [55] sau prin transformarea conformă a patratului în cerc și apoi utilizînd metoda imaginilor electrice [71]. Dacă se consideră o placă dreptunghiulară cu doi electrozi plini ce ocupă o anumită porțiune pe periferia plăcii, plasați simetric în raport cu o axă, se poate determina expresia rezistenței plăcii în raport cu acești electrozi în funcție de rezistivitate și anumiți factori geometrici, folosind metoda transformărilor conforme [76].

In cazul unui disc cu diametrul D și grosimea h, avînd patru electrozi echidistanți dispuși pe un diametru al discului (fig.2.7), în ipoteza unei grosimi mici a discului pentru a putea considera cîmp plan paralel, se obține pentru rezistivitate expresia [91]

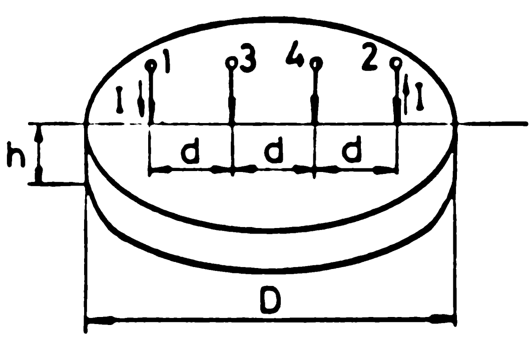


Fig.2.7.

$$\rho = \frac{\pi h}{\ln 2 + \ln \frac{(D/d)^2+3}{(D/d)^2-3}} \cdot \frac{U_{34}}{I_{12}} \qquad (2.12)$$

în care d reprezintă distanța dintre electrozi. Dacă grosimea discului h este mare, în relația (2.12) intervine un factor de corecție F(h/d) ce scade pe măsură ce h/d crește. Valorile acestui factor sînt calculate prin metoda imaginilor electrice [91,104]. Mai apar factori suplimentari în cazul în care electrozii nu sînt așezați pe un diametru al discului [68,93,108]. In cazul dispunerii electrozilor în vîrfurile unui pătrat de latură d, în ipoteza unei grosimi h a discului foarte mică pentru a se putea considera cîmpul din disc plan paralel, se obține pentru rezistivitate expresia [63]

$$\rho = \frac{2\pi h}{\ln 2 + 2\ln\left[1+2(d/D)^2\right] - \ln\left[1+4(d/D)^4\right]} \cdot \frac{U}{I} \qquad (2.13)$$

în care U este tensiunea măsurată la doi electrozi alăturaţi atunci cînd curentul I se stabileşte prin ceilalţi doi electrozi. Dacă electrozii sînt dispuşi pe periferia discului, tot în vîrfurile unui pătrat, deoarece $d = D/\sqrt{2}$ relaţia (2.13) devine

$$\rho = \frac{\pi h}{\ln 2} \cdot \frac{U}{I} \qquad (2.14)$$

In cazul unui inel semiconductor cu electrozi filiformi plasaţi simetric pe periferie (fig.2.8) se obţine pentru rezistivitate expresia [4]

$$\rho = \frac{\pi h}{\ln 2 + 2\ln \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(b^{2n}/a^{2n}+1)^2}{(b^{4n}/a^{4n}+1)}} \cdot \frac{U_{34}}{I_{12}} \qquad (2.15)$$

în care h reprezintă grosimea inelului, a raza exterioară, b raza interioară. Dacă se face limita cînd b tinde la zero relaţia (2.15) devine identică cu relaţia (2.14).

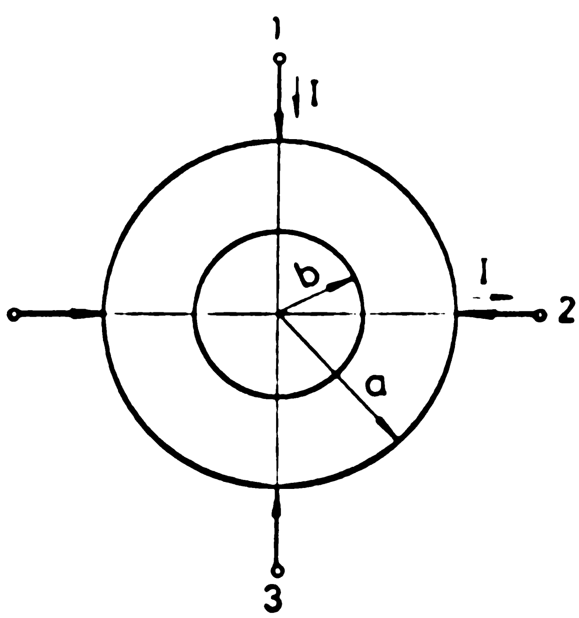


Fig.2.8.

O metodă frecvent menţionată în literatura de specialitate este metoda lui Van der Pauw ce se referă la determinarea rezistivităţii la plăci de formă oarecare, metodă ce va fi dezvoltată în capitolul 4. Considerînd patru electrozi filiformi plasaţi arbitrar pe periferie (fig.2.9) se obţine pentru rezistivitate expresia [105,106]

$$\rho = \frac{\pi h}{\ln 2} \cdot \frac{R_1+R_2}{2} f\left(\frac{R_1}{R_2}\right) \qquad (2.16)$$

în care h este grosimea plăcii, R_1 şi R_2 două rezistenţe de transfer definite prin relaţiile $R_1 = (V_4-V_3)/I_{12}$, $R_2 = (V_1-V_4)/I_{23}$ iar f este un factor ce depinde de raportul R_1/R_2.

O altă posibilitate de determinare a rezistivităţii plăcilor semiconductoare de formă arbitrară o constitue modelizarea. Măsurînd rezistenţa plăcii R şi a modelului de aceeaşi formă şi dimensiuni R_m, confecţionat dintr-un material cu rezistivitatea cunoscută ρ_m, se poate determina rezistivitatea plăcii cu relaţia(11)

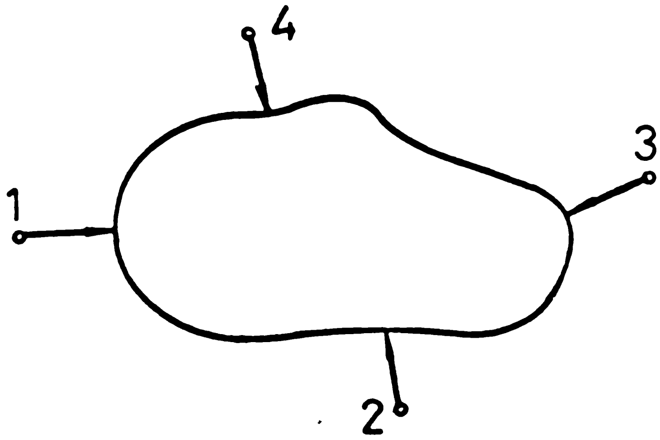


Fig.2.9.

$$\rho = \rho_m \frac{R}{R_m} \qquad (2.17)$$

O problemă mai dificilă o reprezintă determinarea tensorului rezistivităţii materialelor anizotrope, respectiv matricea

$$[\rho] = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_3 \end{bmatrix}$$

In general problema se rezolvă prin transformarea mediului anizotrop într-un mediu izotrop în alt sistem de axe printr-o schimbare de coordonate adecvată [3, 42, 114] .O altă modalitate o reprezintă confecţionarea a trei plăci prin tăierea materialului anizotrop după anumite direcţii, la care aplicînd relaţia (2.16) se determină mărimile $\sqrt{\rho_1 \rho_2}$, $\sqrt{\rho_2 \rho_3}$, $\sqrt{\rho_3 \rho_1}$, din care se pot calcula ρ_1, ρ_2 şi ρ_3[50, 107] . La o epruvetă elaborată printr-o tehnologie ce comportă operaţii de presare sau laminare într-o direcţie tensorul rezistivităţii va avea doar două componente distincte ce pot fi determinate prin alegerea potrivită a configuraţiei electrozilor de măsurare [0,7].

In anumite situaţii este necesar ca la determinarea rezistivităţii plăcilor semiconductoare să se ţină seama şi de rezistivitatea suportului pe care este aşezată placa [49,60].

2.3. Determinarea rezistivităţii în prezenţa cîmpului magnetic.

In acest paragraf se va considera cazul efectelor galvanomagnetice transversale, respectiv cîmpul magnetic uniform de inducţie $\overline{B}$ va fi presupus perpendicular pe vectorii $\overline{J}$ şi $\overline{E}$. In cazul efectelor galvanomagnetice netransversale sînt necesare unele precizări suplimentare [9,43] . De altfel ipoteza menţionată reprezintă una din condițiile necesare pentru că anumite relații de calcul ale rezistivității în absența cîmpului magnetic să rămînă valabile și în prezența cîmpului magnetic. In adevăr în absența cîmpului magnetic în regim staționar în fiecare punct al unui mediu omogen și izotrop potențialul electric satisface ecuația lui Laplace $\nabla^2 V_0 = 0$. In prezența cîmpului magnetic se demonstrează că potențialul electric satisface ecuația lui Laplace numai dacă cîmpul electrocinetic din placă este plan paralel și dacă $\bar{B}$ este perpendicular pe placă [22, 95]. In aceste condiții din legea conducției electrice în prezența cîmpului magnetic

$$\bar{J} = \sigma(B)\left[\bar{E} + C_H(B)\ \bar{J} \times \bar{B}\right]$$

rezultă că în fiecare punct al plăcii semiconductoare $\bar{E}$ și $\bar{J}$ fac între ei unghiul Hall a cărui tangentă este

$$tg\,\theta = \sigma(B)\cdot C_H(B)\cdot B$$

Datorită acestui fapt condițiile pe frontieră ale lui $\bar{J}$ și $\bar{E}$ în prezența cîmpului magnetic diferă de cele din absența cîmpului magnetic. In cazul particular însă al unor electrozi filiformi sau punctiformi condițiile pe frontieră ale densității de curent rămîn neschimbate în prezența și absența cîmpului magnetic dacă alimentarea se face cu aceeași valoare a curentului.

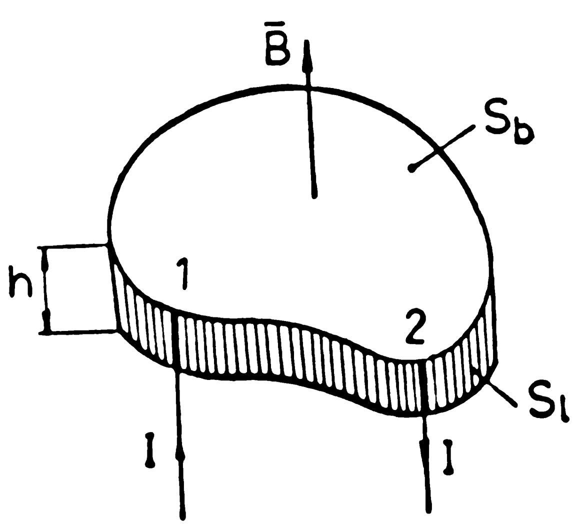


Fig.2.10.

In adevăr considerînd o placă semiconductoare de formă arbitrară cu doi electrozi filiformi 1 și 2 pe periferie, situată într-un cîmp magnetic de inducție $\bar{B}$ perpendicular pe placă(fig.2.10), condițiile de existență ale densității curentului în absența cîmpului magnetic $\bar{J}_0$ și respectiv în prezența cîmpului magnetic $\bar{J}$ sînt date de relațiile

$$\begin{aligned} &\operatorname{div} \bar{J}_0 = 0\ ,\ \operatorname{rot} \bar{J}_0 = 0\ ,(J_{on})_{S_b} = 0,\ (J_{on})_{S_l} = \pm \frac{I_0}{h}\delta(\bar{r}-\bar{r}_{1,2}) \\ &\operatorname{div} \bar{J} = 0\ ,\ \operatorname{rot} \bar{J} = 0,\ (J_n)_{S_b} = 0,\ (J_n)_{S_l} = \pm \frac{I}{h}\delta(\bar{r}-\bar{r}_{1,2}) \end{aligned} \tag{2.18}$$

în care δ este funcţia lui Dirac

$$\delta(\bar{r}-\bar{r}_{1,2}) = \begin{cases} 0 \text{ ptr. } \bar{r} \neq \bar{r}_1 \text{ şi } \bar{r} \neq \bar{r}_2 \\ \infty \text{ ptr. } \bar{r} = \bar{r}_1 \text{ sau } \bar{r} = \bar{r}_2 \end{cases}$$

$\bar{r}_1$ şi $\bar{r}_2$ fiind vectorii de poziţie a electrozilor filiformi 1 şi 2. Dacă $I = I_0$ rezultă din condiţiile (2.18) că densităţile de curent sînt identice $\bar{J} \equiv \bar{J}_0$. Ţinînd seama de această identitate din legea conducţiei electrice în absenţa şi în prezenţa inducţiei magnetice rezultă

$$\sigma(0)\ \bar{E}_0 = \sigma(B)\left[\ \bar{E} + C_H(B)\ \bar{J} \times \bar{B}\ \right] \qquad (2.19)$$

Integrînd relaţia (2.19) pe o linie de cîmp a lui $\bar{J}$ între două puncte 3 şi 4 situate pe această linie se obţine

$$\sigma(0)\int_3^4 \bar{E}_0 \cdot \bar{dl} = \sigma(B)\int_3^4 \bar{E} \cdot \bar{dl}$$

deoarece $(\bar{J} \times \bar{B})\ \bar{dl} = 0$. Rezultă deci egalitatea

$$\rho(B) = \rho(0) \cdot \frac{U_{34}(B)}{U_{34}(0)} \qquad (2.20)$$

ce pune în evidenţă faptul că în condiţiile menţionate relaţiile de calcul ale rezistivităţii stabilite în absenţa cîmpului magnetic rămîn valabile şi în prezenţa cîmpului magnetic cu observaţia că intervin mărimile măsurate în prezenţa cîmpului magnetic. În concluzie relaţiile de calcul stabilite în absenţa cîmpului magnetic (paragraful 2.2) pot fi folosite şi în cîmp magnetic în următoarele ipoteze:

- cîmpul electrocinetic din placă să fie plan paralel
- cîmpul magnetic să fie perpendicular pe placă
- electrozii să fie punctiformi sau filiformi
- electrozii de tensiune să fie dispuşi pe aceeaşi linie de cîmp a densităţii de curent.

Determinarea rezistivităţii în prezenţa cîmpului magnetic poate fi făcută şi în cazul plăcilor dreptunghiulare cu electrozi plini avînd lungimea mult mai mare ca lăţimea astfel încît în zona centrală a plăcii să nu se manifeste efectul magnetorezistiv geometric, respectiv cîmpul densităţii de curent să fie uniform. Au fost făcute în acest sens determinări experimentale la plăci cu o lungime de 10-25 ori mai mare ca lăţimea [70,115]. Folosind transformarea conformă şi neglijînd anumiţi termeni se arată că creşterea rezistenţei datorită efectului magnetorezistiv geometric ΔR în zona electrozilor de măsurare a tensiunii (fig.2.11) este neglijabilă dacă $a/b > 3$ şi $\lambda \geq b$ [27]. In acest caz

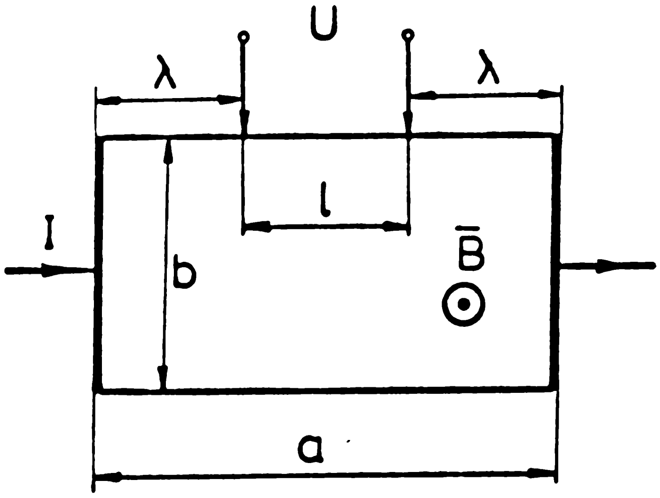


Fig.2.11.

$$\frac{U}{I} = \rho \frac{l}{bh} + \Delta R \qquad (2.21)$$

în care l reprezintă distanţa dintre electrozii de tensiune, h grosimea plăcii iar b lăţimea.

De altfel considerarea cîmpului uniform în zona de măsurare a tensiunii stă la baza mai multor lucrări de specialitate la care accentul a fost pus pe îmbunătăţirea circuitului electric de măsurare pentru ca erorile să fie mici [31,44,48,117]. Pentru eliminarea efectelor perturbatoare se foloseşte curent de comandă cu impulsuri dreptunghiulare [47,82].

2.4. Determinarea coeficientului Hall

2.4.1. Metode specifice pentru determinarea coeficientului Hall.

Metode specifice pentru determinarea coeficientului Hall sînt în general mai puţin frecvente în literatură, datorită în primul rînd faptului că în tehnică ele sînt folosite doar în cazul utilizării dispozitivelor galvanomagnetice. In fizică însă ele au o importanţă deosebită deoarece cunoaşterea coeficientului Hall permite obţinerea unor informaţii în legătură cu alte proprietăţi fizice ale materialului. In al doilea rînd trebuie precizat că metodele de determinare a coeficientului Hall trebuie să se bazeze pe legea conducţiei electrice în prezenţa cîmpului magnetic, spectrul intensităţii cîmpului electric fiind diferit faţă de cel din absenţa cîmpului magnetic.

Folosind expresia potenţialului dedusă în absenţa cîmpului magnetic şi echilibrul forţelor ce se exercită asupra unui purtător mobil de sarcină ($e\bar{E}$ şi $e\bar{v}\times\bar{B}$) în cazul unei plăci de lungime foarte mare după direcţia axei Ox (fig.2.12) se obţine pentru coeficientul Hall expresia [64]

$$C_H = \frac{2b}{\mathrm{cth}\,\frac{\pi l_1}{2b}} \cdot \frac{U}{I \cdot B} \qquad (2.22)$$

în care 2b este lăţimea plăcii, 2 l_1 distanţa dintre electrozii punctiformi prin care se stabileşte curentul I (fig.2.12). Tensiunea U se măsoară între electrozii punctiformi 3 şi 4 dispuşi de o parte şi de alta a plăcii iar inducţia magnetică $\bar{B}$ este orientată paralel cu placa So. De menţionat că datorită orientării inducţiei magnetice în expresia coeficientului Hall nu intervine grosimea plăcii h, în schimb intervine lăţimea plăcii 2b.

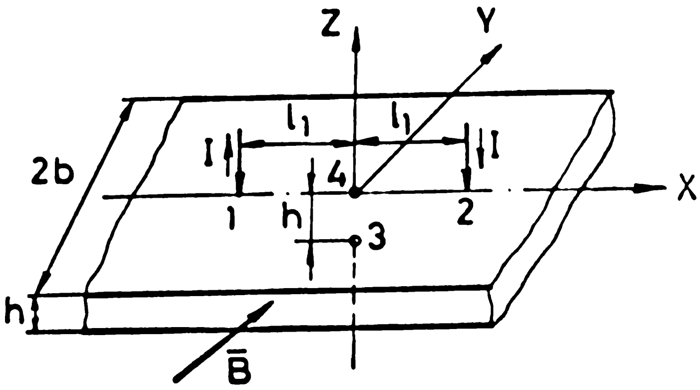


Fig.2.12.

In cazul în care toate dimensiunile plăcii sînt finite (fig.2.13) expresia coeficientului Hall este mai complicată [59]

$$C_H = \frac{h}{\frac{l_1 l_2}{ab} + F_H} \cdot \frac{U}{I \cdot B} \qquad (2.23)$$

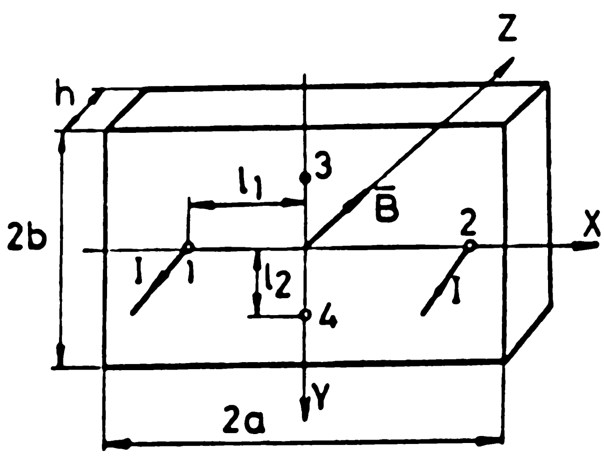


Fig.2.13.

în care F_H este o funcţie ce depinde de lungimea şi lăţimea plăcii, 2a şi respectiv 2b, de distanţa $2l_1$ dintre electrozii punctiformi de curent dispuşi pe axa de simetrie longitudinală şi de distanţa $2l_2$ dintre electrozii punctiformi de tensiune situaţi pe axa de simetrie transversală (fig.2.13). Cîmpul magnetic uniform este orientat perpendicular pe placa de grosime h. Expresia (2.23) a fost dedusă în ipoteza unor cîmpuri magnetice slabe, legea conducţiei electrice fiind scrisă în forma [59]

$$\bar{J} = \sigma \bar{E} + \sigma^2 C_H (\bar{E} \times \bar{B})$$

în care σ reprezintă conductivitatea materialului în absenţa cîmpului magnetic. In plus s-a considerat că tensiunea Hall ce apare între electrozii 3-4 poate fi considerată o funcţie liniară de inducţia magnetică.

O metodă simplă şi utilă se referă la determinarea coeficientului Hall la plăci de o formă oarecare avînd grosimea constantă h. Pe periferia plăcii sînt prevăzuţi patru electrozi filiformi a căror poziţie este de asemenea arbitrară. Se alimentează cu curent prin intermediul a doi electrozi nealăturaţi

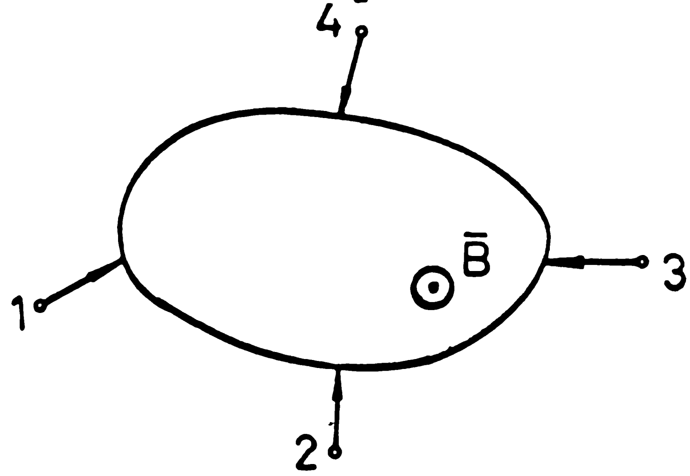


Fig.2.14.

şi se măsoară tensiunea electrică între ceilalţi doi electrozi în absenţa şi în prezenţa cîmpului magnetic uniform şi perpendicular pe placă(fig. 2.14). Pentru coeficientul Hall se obţine expresia [105]

$$C_H = h\frac{\Delta U_{24}}{B\cdot I_{13}} = $$
$$= \frac{h}{B}\cdot\frac{U_{24}(B)-U_{24}(o)}{I_{13}} \qquad (2.24)$$

relaţie afectată de anumite erori ce se vor analiza în capitolul 4

In cazul unui disc cu diametrul D şi grosimea h foarte mică, pentru a se putea considera cîmp plan paralel în disc,

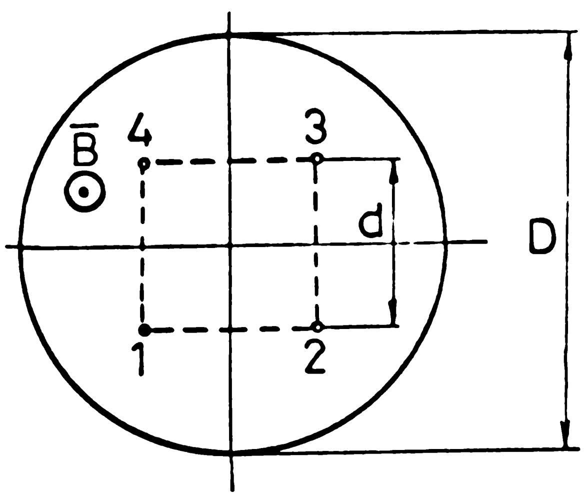


Fig.2.15.

cu patru electrozi punctiformi dispuşi în vîrfurile unui pătrat cu latura d (fig.2.15) se obţine pentru coeficientul Hall expresia [63]

$$C_H = \frac{2\pi h}{\pi + 4\,\mathrm{arctg}\,2(d/D)^2}\cdot\frac{U_{24}}{I_{13}\cdot B} \qquad (2.25)$$

Pentru aceeaşi configuraţie folosind metoda „imaginilor Ceroino" a rezultat pentru coeficientul Hall expresia [16]

$$C_H = \frac{\pi h}{4\,\mathrm{arctg}\,2(d/D)^2}\cdot\frac{U_{24}}{B\cdot I_{13}} \qquad (2.26)$$

Deosebirile dintre expresiile(2.25)şi (2.26) se datoresc faptului că în primul caz electrozii au fost consideraţi punctiformi iar în al doilea caz s-a considerat dimensiunea finită a electrozilor în stabilirea condiţiilor de frontieră, neglijîndu-se însă în calcule această dimensiune. Folosind reprezentarea conformă a dreptunghiului pe cerc şi preluînd rezultatele obţinute în cazul discurilor subţiri se poate determina şi expresia coeficientului Hall la o placă dreptunghiulară subţire cu patru electrozi dispuşi în pătrat pe suprafaţa plăcii [38].

Intr-o serie de lucrări de specialitate se consideră plăci dreptunghiulare cu electrozi de comandă plini şi electrozi Hall punctiformi situaţi în zona centrală a plăcii (fig.2.16).

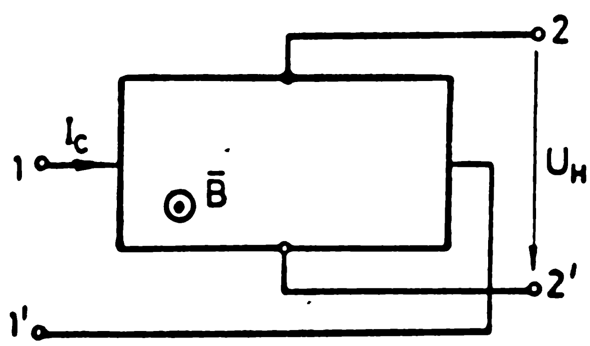


Fig.2.16.

Coeficientul Hall se calculează cu relaţia

$$C_H = \frac{1}{h} \cdot \frac{U_H}{B.I_c} \qquad (2.27)$$

valabilă în cazul unor plăci de lungime foarte mare. In anumite situaţii expresia(2.27) se corectează cu un factor subunitar funcţie de raportul dintre lungimea plăcii şi lăţimea sa, factor care în realitate depinde şi de inducţia magnetică. Pentru eliminarea efectelor perturbatoare se foloseşte curent de comandă şi inducţie magnetică sub forma unor mărimi sinusoidale de frecvenţe diferite, tensiunea Hall fiind măsurată cu voltmetre selective ce măsoară componentele alternative cu frecvenţa $f_1 - f_2$ şi $f_1 + f_2$ [86] sau se foloseşte curent de comandă continuu şi cîmp magnetic alternativ pentru a se elimina şi tensiunea de zero[36].

O situaţie specială o prezintă materialele semiconductoare ferimagnetice ca Fe_3O_4 la care în afara coeficientului Hall obişnuit corespunzător cîmpului magnetic aplicat din exterior mai intervine şi coeficientul Hall corespunzător magnetizaţiei proprii. Pentru determinarea coeficientului Hall obişnuit se măsoară tensiunea Hall la două valori ale cîmpului magnetic din exterior în domeniul saturaţiei magnetice a materialului [10,65].

2.4.2. Determinarea simultană a coeficientului Hall şi a rezistivităţii.

Există metode care presupun determinarea experimentală simultană a coeficientului Hall şi a rezistivităţii în prezenţa cîmpului magnetic, deoarece aşa cum s-a precizat în cazul general condiţiile de frontier depind de unghiul Hall θ care este funcţie şi de parametrii fizici menţionaţi. O metodă interesantă ce va fi dezvoltată în capitolul 4 se referă la determinarea $C_H(B)$ şi $\rho(B)$ în cazul unor plăci de formă oarecare cu electrozi de comandă (de alimentare) avînd dimensiunile şi poziţia pe periferia plăcii arbitrare (fig.2.17). Confecţionînd un model asemănător cu placa dată se determină printr-un proces iterativ

„ paralelogramul Hall " corespunzător, folosind proprietăţile reprezentării conforme [15]. Alegînd o valoare iniţială a unghiului Hall, ce reprezintă înclinarea paralelogramului Hall, se determină valorile rezistivităţii şi coeficientului Hall ce corespund unei anumite inducţii magnetice. Cu aceste valori se recalculează unghiul Hall şi se modifică înclinarea paralelogramului Hall din care se determină apoi $\rho(B)$ şi $C_H(B)$. Procesul se continuă pînă cînd valoarea nou calculată a unghiului este egală sau diferă foarte puţin de valoarea anterioară. Pe baza caracteristicilor paralelogramului Hall se obţin pentru coeficientul Hall şi rezistivitate expresiile [15]

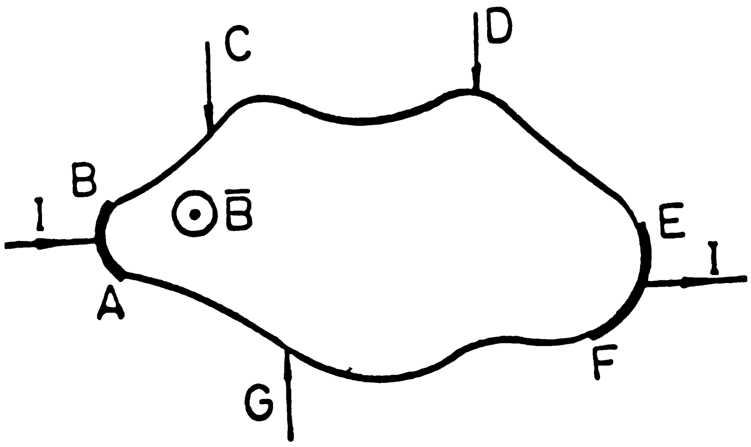


Fig.2.17.

$$C_H(B) = \frac{h}{1 - \frac{s}{b}\,\mathrm{ctg}\,\theta} \cdot \frac{U_H}{I.B} \; ; \quad \rho(B) = \frac{h.b}{l} \cdot \frac{U_\rho}{I} \qquad (2.43)$$

în care s, b, l şi θ sînt mărimile indicate în figura 2.18, h reprezintă grosimea plăcii iar U_H şi U_ρ sînt tensiunile măsurate în prezenţa inducţiei magnetice B între contactele C-G şi respectiv C-D. Poziţia contactelor C', D' şi G' din paralelogramul Hall se determină pentru fiecare înclinare respectînd egalitatea rezistenţelor respectiv a căderilor de tensiune cu cele de pe modelul plăcii considerate.

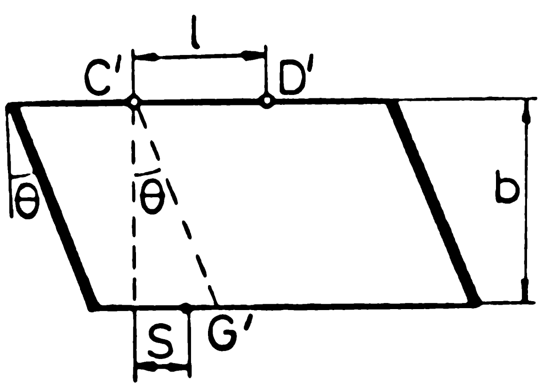


Fig.2.18.

La metoda prezentată în literatură [15] sînt necesare două precizări şi anume electrozii de tensiune trebuie să fie punctiformi (filiformi) pentru că altfel paralelogramul Hall s-ar modifica, iar în plus expresia coeficientului Hall este adevărată dacă electrozii C şi G sînt echipotenţiali în absenţa cîmpului magnetic. Un proces iterativ asemănător se face şi pentru calculul rezistivităţii în prezenţa cîmpului magnetic în cazul unor discuri [16] şi a unor plăci dreptunghiulare [50] cu elec -

trozii dispuşi în pătrat pe suprafaţa plăcii. Deoarece în expresia rezistivităţii intervine şi unghiul Hall θ, plecînd de la o valoare aleasă se determină valoarea rezistivităţii şi apoi a unei noi valori a unghiului Hall, procesul continuîndu-se pînă se ajunge la două valori succesive practic egale. Aceasta presupune însă cunoaşterea coeficientului Hall pentru acea valoare a inducţiei magnetice.

La o placă dreptunghiulară lungă cu electrozi de comandă plini şi electrozi de tensiune punctiformi plasaţi în zona centrală a plăcii în care se consideră cîmp uniform se poate separa efectul Hall de efectul magnetorezistiv fizic [25] dacă se măsoară tensiunea în prezenţa şi în absenţa cîmpului magnetic între electrozii P-P' şi de asemenea între P-P" (fig.2.19). Configuraţia din figura 2.19 în care însă electrodul P este aşezat astfel încît să aibă acelaşi potenţial electric în absenţa cîmpului magnetic cu unul dintre electrozii P' sau P" poate fi folosită şi pentru determinarea separată a coeficientului Hall şi a rezistivităţii [19,85].

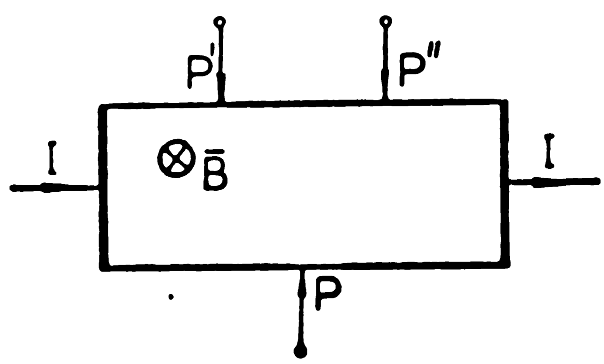


Fig.2.19.

În afara plăcilor dreptunghiulare se mai folosesc şi alte forme de epruvete pentru măsurarea efectelor galvanomagnetice. Una dintre acestea o reprezintă forma în cruce folosită pentru măsurarea mobilităţii Hall. Utilizarea unei plăci în formă de inel situată într-un cîmp magnetic varibil în timp (fig.2.20) elimină unele efecte perturbatoare ce pot apare la măsurarea în regim staţionar şi în plus elimină electrozii de alimentare. Cîmpul magnetic sinusoidal în timp induce în inel un curent electric rezultînd astfel o tensiune Hall între raza interioară şi exterioară a inelului. Dacă grosimea h a inelului nu este prea mare se obţine pentru tensiunea Hall expresia [81]

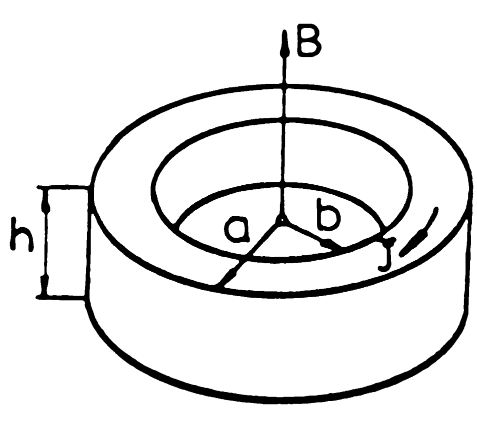


Fig.2.20.

$$u_H = \frac{1}{c} \mu_H \omega B_m^2 (a^2 - b^2) \sin 2\omega t \qquad (2.44)$$

în care μ_H reprezintă mobilitatea Hall iar B_m amplitudinea inducţiei magnetice ce variază sinusoidal cu pulsaţia ω.

C A P I T O L U L III

METODE DE CALCUL PENTRU PLACI SIMETRICE

3.1. Determinarea rezistivității și coeficientului Hall la plăci de extindere foarte mare

In acest paragraf se stabilesc relațiile de calcul ale rezistivității și coeficientului Hall la plăci semiconductoare de extindere foarte mare (teoretic infinite), avînd grosime constantă. Materialul semiconductor este presupus omogen, izotrop și fără gradienți de temperatură. Datorită faptului că în acest caz relațiile de calcul sînt mai simple decît în cazul plăcilor finite, ele se folosesc uneori în practică pentru determinări cu o anumită aproximație și în cazul plăcilor cu dimensiuni mari în raport cu distanța dintre electrozi.

3.1.1. Determinarea rezistivității. Influența dimensiunilor finite ale electrozilor de alimentare.

α. Dacă curentul I în placă se stabilește cu ajutorul a doi electrozi filiformi situați perpendicular pe aceasta pe toată grosimea ei, astfel încît cîmpul electrocinetic staționar din placă să fie plan paralel, într-un punct al plăcii potențialul electric în absența cîmpului magnetic are expresia

$$V = \frac{\rho I}{2\pi h} \ln \frac{r_2}{r_1} \qquad (3.1)$$

în care h este grosimea plăcii, r_2 distanța de la punct la electrodul prin care curentul iese din placă iar r_1 distanța de la punct la electrodul prin care curentul intră în placă.

Dacă se consideră electrozii filiformi 1 și 2 de alimentare iar 3 și 4 de măsurare, situați pe aceeași linie la distanța d unul de celălalt (fig.3.1) atunci tensiunea măsurată între electrozii 3 și 4 va fi

$$U = V_3 - V_4 = \frac{\rho I}{\pi h} \ln 2$$

rezultînd pentru rezistivitate expresia

$$\rho = \frac{\pi h}{\ln 2} \cdot \frac{U}{I} \qquad (3.2)$$

Dacă electrozii sînt situaţi în vîrfurile unui pătrat cu latura d(fig.3.2) pentru rezistivitate rezultă expresia

$$\rho = \frac{2\pi h}{\ln 2} \cdot \frac{U}{I} \qquad (3.3)$$

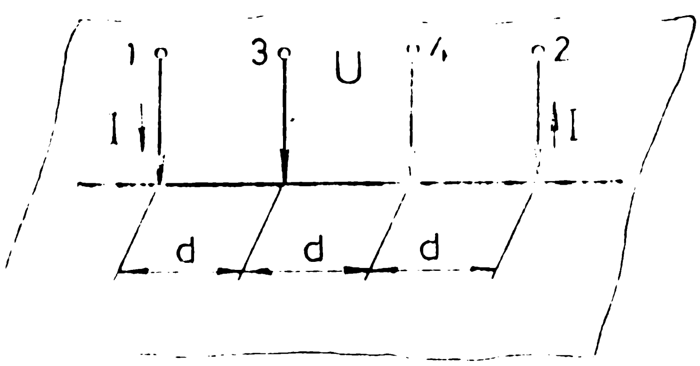


Fig.3.1.

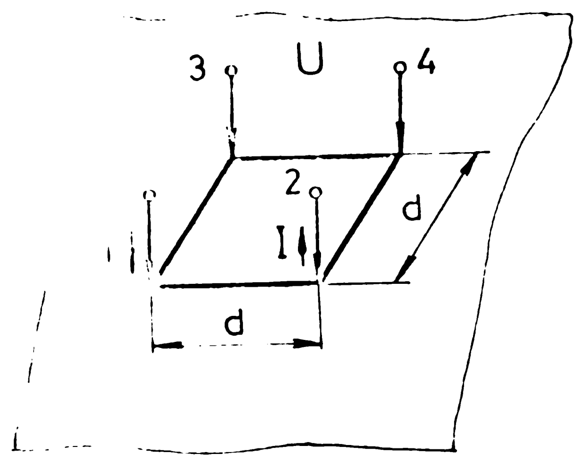


Fig.3.2.

Relaţiile (3.2) şi (3.3) stabilite în absenţa cîmpului magnetic rămîn valabile şi în prezenţa cîmpului magnetic transversal, fiind îndeplinite toate condiţiile precizate în paragraful 2.3 din capitolul 2.

β. Relaţiile (3.2) şi (3.3) pentru determinarea rezistivităţii materialelor semiconductoare sînt valabile pentru electrozi de alimentare filiform. In realitate electrozii au o anumită dimensiune ceea ce implică o eroare în aplicarea relaţiilor menţionate. Pentru a evalua această eroare se consideră electrozi de alimentare cilindrici cu raza a dispuşi la distanţa d măsurată între axe. Prin analogia cîmpului electrocinetic staţionar cu cîmpul electrostatic, potenţialul electric corespunzător electrozilor cilindrici poate fi calculat înlocuindu-i pe aceştia cu electrozi filiformi plasaţi excentric faţă de axa electrozilor cilindrici (fig.3.3), avînd excentricitatea [84]

$$e = \frac{d}{2} - \sqrt{\frac{d^2}{4} - a^2} \qquad (3.4)$$

Potenţialul electric corespunzător celor doi electrozi filiformi situaţi excentric este

$$V = K \ln \frac{r_2}{r_1} \qquad (3.5)$$

în care K este o constantă de proporţionalitate ce se determină dintr-o condiţie de echivalenţă a electrozilor filiformi cu cei cilindrici iar r_1 şi r_2 sînt distanţele de la punctul P în care se calculează potenţialul la cei doi electrozi avînd coordonatele $(-\alpha, 0)$ şi respectiv $(\alpha, 0)$ în care

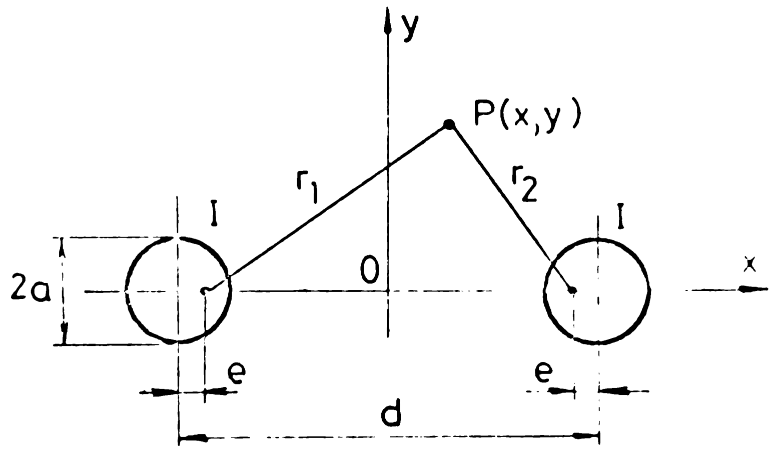


Fig.3.3.

$$\alpha = \frac{d}{2} - e = \sqrt{\frac{d^2}{4} - a^2}$$

Constanta K poate fi determinată punînd condiţia ca prin înlocuirea electrozilor cilindrici cu cei filiformi curentul printr-o suprafaţă ce separă cei doi electrozi să fie egal cu curentul de alimentare I. Considerînd planul infinit ce trece prin axa Oy se obţine

$$I = \int_S \bar{J} \cdot \bar{ds} = h \int_{-\infty}^{+\infty} (J_x)_{x=0} \cdot dy$$

în care

$$(J_x)_{x=0} = -\sigma \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_{x=0} = \frac{2\sigma K \alpha}{\alpha^2 + y^2}$$

astfel că

$$I = 2\sigma K \alpha h \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{\alpha^2 + y^2} = 2\sigma K h \pi$$

Rezultă deci

$$K = \frac{I}{2\pi h \sigma} = \frac{\rho I}{2\pi h} \qquad (3.5)$$

In cazul electrozilor dispuşi în linie (fig.3.4) tensiunea măsurată între electrozii 3 şi 4 are expresia

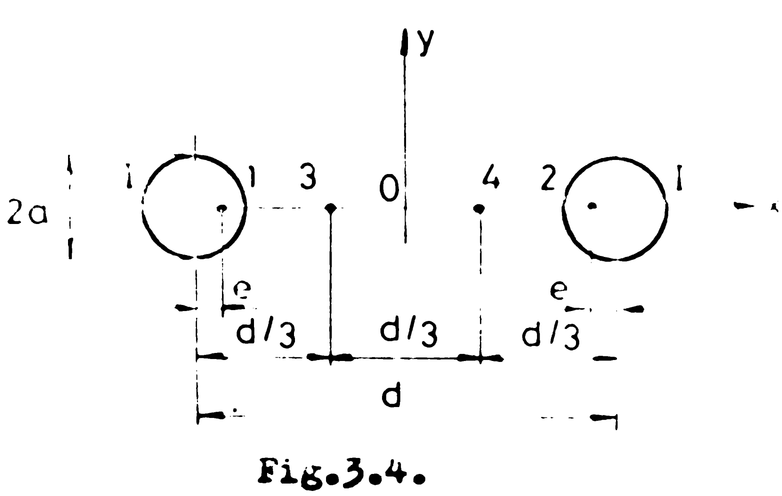


Fig.3.4.

$$U = V_3 - V_4 = 2V_3 =$$

$$= \frac{\rho I}{\pi h} \ln \frac{2d-3e}{d-3e}$$

Ţinînd seama de relaţia (3.4)

se obţine pentru rezistivitate expresia

$$\rho = \frac{\pi h}{\ln \frac{d+3\sqrt{d^2-4a^2}}{-d+3\sqrt{d^2-4a^2}}} \cdot \frac{U}{I} \tag{3.7}$$

Se observă că pentru d>>a rezultă pentru ρ expresia (3.2) ce corespunde electrozilor de alimentare filiformi. Prin urmare cu cît distanţa dintre electrozi este mai mare cu atît eroarea datorată dimensiunii finite a electrozilor de alimentare este mai mică. Eroarea relativă cu care se determină rezistivitatea în cazul electrozilor cilindrici dacă se foloseşte relaţia (3.2) valabilă pentru electrozi filiformi este

$$\varepsilon = \frac{\ln (1+3\sqrt{1-4\lambda^2}) - \ln (-1+3\sqrt{1-4\lambda^2})}{\ln 2} - 1 \tag{3.8}$$

în care $\lambda = a/d$. Dependenţa $\varepsilon = f(1/\lambda)$ este prezentată în figura 3.5 (curba 1).

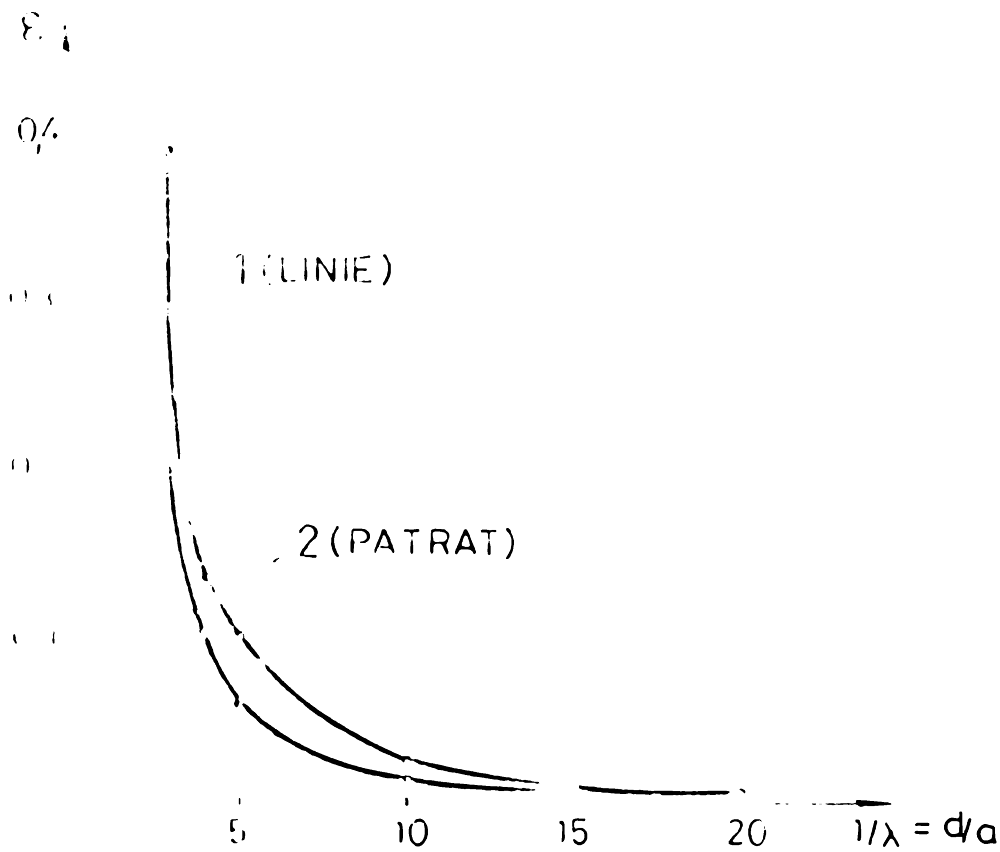


Fig.3.5.

In cazul unor electrozi dispuşi în patrat (fig.3.6) pentru tensiunea măsurată între electrozii 3 şi 4 rezultă expresia

$$U = V_3 - V_4 = 2V_3 = \frac{\rho I}{2\pi h} \ln \frac{d^2+(d-e)^2}{d^2+e^2}$$

Tinînd seama de relaţia (3.4) se obţine pentru rezistivitate expresia

$$\rho = \frac{2\pi h}{\ln \dfrac{d^2 + \dfrac{d^2}{4}\left(1 + \sqrt{1 - 4\dfrac{a^2}{d^2}}\right)^2}{d^2 + \dfrac{d^2}{4}\left(1 - \sqrt{1 - 4\dfrac{a^2}{d^2}}\right)^2}} \cdot \frac{U}{I} \qquad (3.9)$$

Se observă că pentru $d \gg a$ se obţine relaţia (3.3) valabilă pentru electrozi filiformi. Folosind relaţia (3.3) în cazul în care electrozii de alimentare sînt cilindrici se comite o eroare ce are expresia

$$\varepsilon = \left| \frac{\ln\left[1 + \frac{1}{4}\left(1 + \sqrt{1 - 4\lambda^2}\right)^2\right] - \ln\left[1 + \frac{1}{4}\left(1 - \sqrt{1 - 4\lambda^2}\right)^2\right]}{\ln 2} - 1 \right| \qquad (3.10)$$

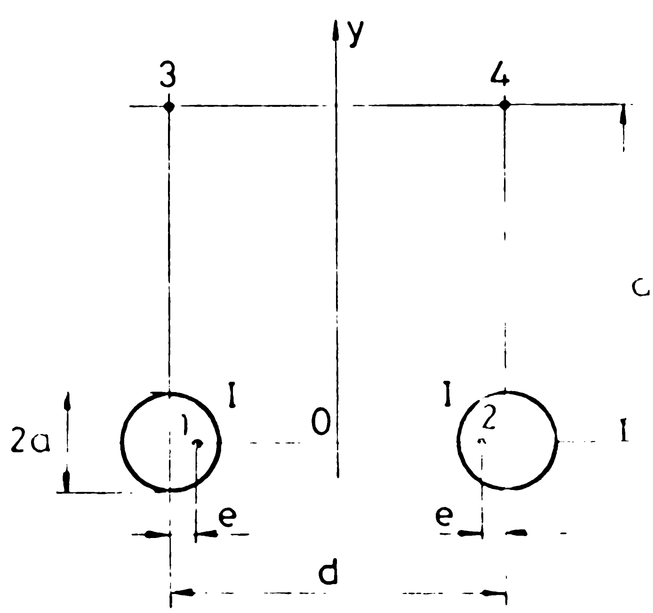


Fig.3.6.

Dependenţa $\varepsilon = f(1/\lambda)$ este prezentată în figura 3.5 (curba 2) Se remarcă faptul că în cazul electrozilor echidistanţi plasaţi în vîrfurile unui pătrat eroarea este mai mică decît în cazul electrozilor echidistanţi plasaţi în linie. In plus dispunerea în pătrat a electrozilor este folosită şi pentru controlul omogenităţii materialelor în care caz alimentarea se face prin electrozi opuşi. Se mai poate menţiona şi faptul că dispunerea în pătrat a electrozilor permite şi determinarea coeficientului Hall.

Trebuie menţionat faptul că relaţiile stabilite corespund plăcilor semiconductoare în care se stabileşte un cîmp electrocinetic plan paralel. Deoarece în cazul determinărilor experimentale electrozii nu pot fi introduşi în materialul semiconductor pe toată grosimea plăcii ei se dispun pe suprafaţa plăcii. In acest caz relaţiile sînt valabile doar pentru plăci foarte subţiri la care cîmpul să fie practic plan paralel. Dacă grosimea plăcii este relativ mare este necesar să se considere factor de corecţie ce se pot determina cu ajutorul metodei imaginilor electrice [30]. Se apreciază că este necesară considerarea factorului de corecţie în relaţia (3.2) dacă $h > 0{,}3\ d$ [94].

3.1.2. Determinarea coeficientului Hall

Se consideră o placă de extindere foarte mare situată într-un cîmp magnetic exterior de inducţie B, uniform şi perpendicular pe placă. Considerînd electrozii filiformi de coordonate (x_1, y_1) prin care curentul I intră în placă şi (x_2, y_2) prin care curentul I iese din placă, componentele densităţii de curent într-un punct P(x,y) sînt

$$J_x = \frac{I}{2\pi h}\left[\frac{x - x_1}{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2} - \frac{x - x_2}{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}\right]$$

$$J_y = \frac{I}{2\pi h}\left[\frac{y - y_1}{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2} - \frac{y - y_2}{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}\right] \qquad (3.11)$$

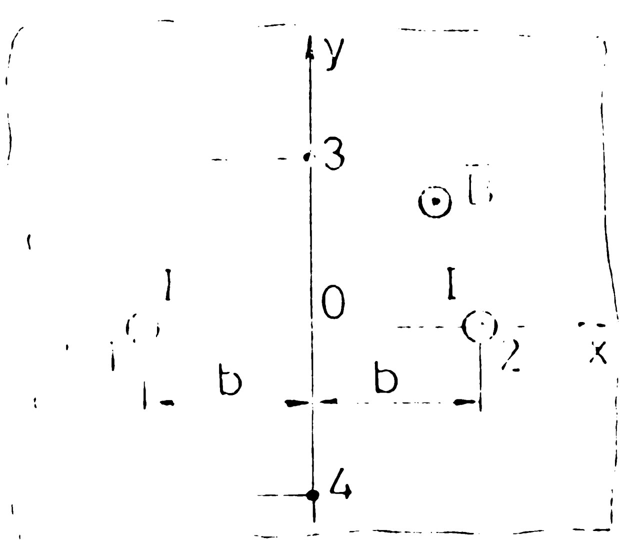


Fig.3.7.

Pe baza legii conducţiei electrice în prezenţa cîmpului magnetic transversal se pot exprima componentele intensităţii cîmpului electric $\bar{E}$ astfel

$$E_x = \bar{E}\cdot\bar{i} = \rho J_x - C_H B J_y \qquad (3.12)$$

$$E_y = \bar{E}\cdot\bar{j} = \rho J_y + C_H B J_x$$

în care ρ şi C_H reprezintă rezistivitatea şi coeficientul Hall în cîmp magnetic. Dacă electrozii 3-4 de măsurarea tensiunii se află pe mediatoarea segmentului ce uneşte electrozii de alimentare 1-2 (fig.3.7) se obţine pentru tensiune expresia

$$U = \int_3^4 \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\int_{-c}^{+c} (E_y)_{x=0}\cdot dy$$

Ţinînd seama de relaţiile (3.12)şi(3.11) se obţine expresia

$$U = -\frac{2C_H BI}{\pi h}\,\mathrm{arctg}\,\frac{c}{b}$$

rezultînd pentru coeficientul Hall expresia

$$C_H = -\frac{\pi h}{2\operatorname{arctg}\frac{c}{b}} \cdot \frac{U}{BI} \qquad (3.13)$$

Dacă electrozii sînt dispuşi în vîrfurile unui pătrat, c = b, se obţine

$$C_H = -2h\frac{U}{BI} \qquad (3.14)$$

Cînd electrozii de tensiune 3-4 se află aşezaţi pe o dreaptă paralelă cu mediatoarea segmentului ce uneşte electrozii 1-2, deplasată faţă de aceasta cu distanţa Δ (fig.3.8), expresia tensiunii este

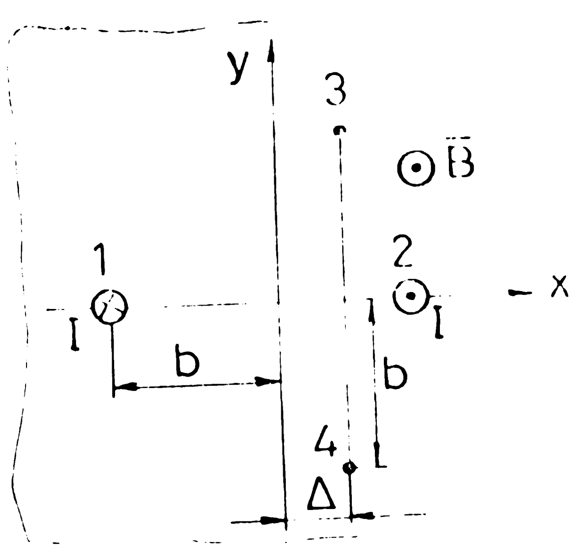


Fig.3.8.

$$U = \int_3^4 \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\int_{-b}^{+b} (E_y)_{x=\Delta}\cdot dy =$$

$$= -\rho\int_{-b}^{+b}(J_y)_{x=\Delta}\cdot dy - C_H B\int_{-b}^{+b}(J_x)_{x=\Delta}\cdot dy$$

Deoarece $\int_{-b}^{+b} (J_y)_{x=\Delta}\cdot dy = 0$ se obţine pentru coeficientul Hall expresia

$$C_H = -\frac{\pi h}{\operatorname{arctg}\frac{b}{b+\Delta} + \operatorname{arctg}\frac{b}{b-\Delta}} \cdot \frac{U}{BI} \qquad (3.15)$$

Dacă în rel.(3.15) se consideră $\Delta = 0$ se obţine relaţia (3.14)

3.1.3. Influenţa sensului cîmpului magnetic

Uneori determinările experimentale pot fi însoţite de erori datorită faptului că electrozii nu pot fi aşezaţi cu exactitate în vîrfurile unui pătrat, de care în general se ţine seama prin anumiţi factori de corecţie. De subliniat că aceşti factori de corecţie în prezenţa cîmpului magnetic depind şi de proprietăţile de material. Pe baza acestei constatări se propune utilizarea unei aşezări nesimetrice a electrozilor în vederea determinării rezistivităţii şi coeficientului Hall în prezenţa cîmpului magnetic. In acest scop sînt necesare două măsurări efectuate la cele două sensuri ale cîmpului magnetic.

Se consideră cazul în care un electrod de tensiune (4) nu este aşezat în vîrful unui patrat (fig.3.9). In acest caz tensiunea are expresia

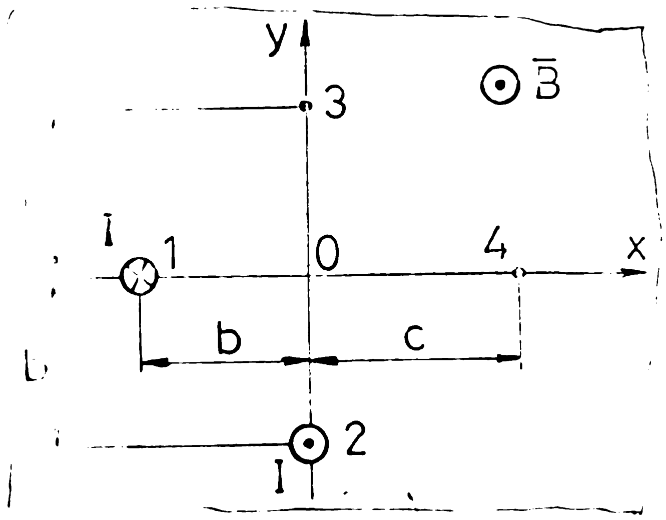


Fig.3.9.

$$U = \int_3^4 \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\rho\int_0^b (J_y)_{x=0}\cdot dy -$$
$$- C_H B \int_0^b (J_x)_{x=0}\cdot dy + \rho\int_0^c (J_x)_{y=0}\cdot dx$$
$$- C_H B \int_0^c (J_y)_{y=0}\cdot dx$$

Ținînd seama de relațiile(3.11) se obține

$$U = \frac{\rho I}{2\pi h}\ln\frac{2(b+c)}{\sqrt{2(b^2+c^2)}} - \frac{C_H BI}{2\pi h}\left(\frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg}\frac{c}{b}\right) \qquad (3.16)$$

Se remarcă în expresia tensiunii (rel.3.16) doi termeni, unul conținînd rezistivitatea în prezența cîmpului magnetic iar celălalt coeficientul Hall. Determinarea rezistivității se poate face dacă se cunoaște coeficientul Hall și invers. Se observă că dacă în rel.(3.16) se face c = b se obține relația (3.3) corespunzătoare așezării electrozilor în vîrfurile unui pătrat.

Relația (3.16) poate fi folosită pentru determinarea atît a rezistivității cît și a coeficientului Hall dacă se măsoară tensiunea la cele două sensuri ale inducției magnetice $\bar{B}$.
Din semisuma celor două tensiuni

$$U^a = \frac{U(+\bar{B})+U(-\bar{B})}{2} = \frac{\rho I}{2\pi h}\ln\frac{2(b+c)}{\sqrt{2(b^2+c^2)}}$$

se poate calcula rezistivitatea în cîmp magnetic

$$\rho = 2\pi h\, U^a/\left(I\cdot\ln\frac{2(b+c)}{\sqrt{2(b^2+c^2)}}\right) \qquad (3.17)$$

iar din semidiferența celor două tensiuni

$$U^b = \frac{U(+\bar{B})-U(-\bar{B})}{2} = \frac{C_H BI}{2\pi h}\left(\operatorname{arctg}\frac{c}{b} - \frac{\pi}{4}\right)$$

se poate calcula coeficientul Hall

$$C_H = 2\pi h\, U^b/\left(\operatorname{arctg}\frac{c}{b} - \frac{\pi}{4}\right)\cdot BI \qquad (3.18)$$

Se menționează că dacă c = b nu se poate determina coeficientul Hall deoarece $U^b = 0$.

3.2. Determinarea rezistivității și coeficientului Hall la plăci circulare.

3.2.1. Determinarea rezistivității cu electrozi în linie. Influența dimensiunii finite a plăcii.

α. Se consideră un disc din material semiconductor omogen și izotrop, avînd grosimea h și raza a, în care se stabilește un curent electric constant I prin intermediul a doi electrozi metalici filiformi 1 și 2 (fig.3.1o).

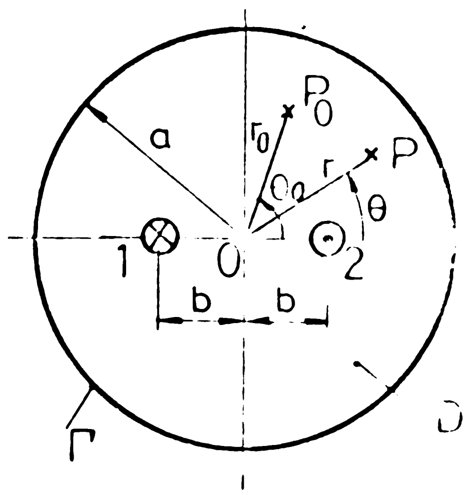


Fig.3.1o.

Cu excepția electrozilor ce reprezintă singularități în domeniu, ecuațiile intensității cîmpului electric sînt

$$\text{rot}\ \bar{E} = 0 \quad , \quad \text{div}\ \bar{E} = 0$$

Pentru a exprima uniform ecuațiile intensității cîmpului electric în întreg domeniul, inclusiv în punctele în care sînt plasați electrozii, divergența se scrie în forma [5]

$$\text{div}\ \bar{E} = \pm\delta(\bar{r}-\bar{r}_{1,2})\cdot\text{div}_s\bar{E} = \pm\delta(\bar{r}-\bar{r}_{1,2})\frac{\rho I}{h} \qquad (3.19)$$

în care semnul(+) corespunde electrodului 1 prin care curentul intră în placă iar semnul(-) corespunde electrodului 2 prin care curentul iese din placă. In relația (3.19) $\delta(\bar{r}-\bar{r}_{1,2})$ reprezintă funcția lui Dirac, $\bar{r}$ fiind vectorul de poziție al unui punct arbitrar $P(\bar{r})$ din domeniul D iar $\bar{r}_1$ și $\bar{r}_2$ vectorii de poziție a electrozilor 1 și 2. Electrozii fiind dispuși pe întreaga grosime h a plăcii, perpendicular pe aceasta, cîmpul electrocinetic este plan paralel, astfel că este suficient să se determine repartiția cîmpului într-un plan. Ecuațiile intensității cîmpului electric în plan sînt

$$\text{rot}\ \bar{E} = 0 \quad , \text{div}\ \bar{E} = \pm\delta(\bar{r}-\bar{r}_{1,2})\frac{\rho I}{h} \qquad (3.20)$$

Prin exprimarea divergenței în forma (3.19) condițiile pe frontieră devin de tip Neumann omogene

$$(E_n)_\Gamma = -\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_\Gamma = 0 \qquad (3.21)$$

Din (3.20) rezultă că potențialul electric satisface o ecuație de tip Poisson

$$\nabla^2 V = \mp \delta(\bar{r}-\bar{r}_{1,2}) \frac{\rho I}{h} \qquad (3.22)$$

Soluţia acestei ecuaţii se poate calcula cu ajutorul funcţiilor Green $G(\bar{r},\bar{r}_0)$ [84]. Potenţialul într-un punct din plan $P_0(\bar{r}_0)$ este

$$V(\bar{r}_0) = -\int_D G(\bar{r},\bar{r}_0)\cdot\nabla^2 V\cdot ds + \oint G(\bar{r},\bar{r}_0)\frac{\partial V}{\partial n}\, dl + C \qquad (3.23)$$

în care C este o constantă ce se determină în raport cu potenţialul de referinţă. Pe baza relaţiilor (3.21) şi (3.22) se obţine

$$V(\bar{r}_0) = \pm\int_D G(\bar{r},\bar{r}_0)\cdot\delta(\bar{r}-\bar{r}_{1,2})\frac{\rho I}{h}\, ds + C \qquad (3.24)$$

Funcţia lui Green pentru un domeniu circular exprimată în coordonate polare este [5,28]

$$G(\bar{r},\bar{r}_0) = -\frac{1}{4\pi}\ln\left[r^2+r_0^2-2rr_0\cos(\theta-\theta_0)\right]\left[r^2r_0^2+a^4-2rr_0a^2\cos(\theta-\theta_0)\right] \qquad (3.25)$$

în care a reprezintă raza cercului. Introducînd (3.25) în (3.24) şi ţinînd seama de proprietăţile funcţiei Dirac se obţine

$$V(r_0,\theta_0) = -\frac{\rho I}{4\pi h}\Big\{\ln\left[r_1^2+r_0^2-2r_0r_1\cos(\theta_1-\theta_0)\right]\left[r_1^2r_0^2+a^4-2r_1r_0a^2\cos(\theta_1-\theta_0)\right] - \ln\left[r_2^2+r_0^2-2r_0r_2\cos(\theta_2-\theta_0)\right]\times$$
$$\times\left[r_2^2r_0^2+a^4-2r_2r_0a^2\cos(\theta_2-\theta_0)\right]\Big\} + C$$

Considerînd electrozii 1 şi 2 dispuşi simetric pe un diametru al cercului (fig.3.10) avînd coordonatele $r_1 = b$, $\theta_1 = \pi$ şi respectiv $r_2 = b$, $\theta_2 = 0$ se obţine pentru potenţial expresia

$$V(r_0,\theta_0) = \frac{\rho I}{4\pi h}\ln\frac{(b^2+r_0^2-2br_0\cos\theta_0)(b^2r_0^2+a^4-2br_0a^2\cos\theta_0)}{(b^2+r_0^2+2br_0\cos\theta_0)(b^2r_0^2+a^4+2br_0a^2\cos\theta_0)} + C \qquad (3.26)$$

Constanta C se determină din condiţia ca pentru $\theta = \pi/2$ potenţialul să fie nul $V(r_0, \pi/2) = 0$ rezultînd astfel $C = 0$

Pentru tensiunea măsurată între electrozii 3 şi 4 avînd coordonatele (c,π) şi (c,o) situaţă pe acelaşi diametru cu electrozii de alimentare (fig.3.11) se obţine expresia

$$U = V(c,\pi) - V(c,o) = 2V(c,\pi) = \frac{\rho I}{2\pi h} \ln \frac{(b+c)^2(a^2+bc)^2}{(b-c)^2(a^2-bc)^2}$$

Rezultă pentru rezistivitate expresia

$$\rho = \frac{\pi h}{\ln \frac{(b+c)(a^2+bc)}{(b-c)(a^2-bc)}} \cdot \frac{U}{I} \qquad (3.27)$$

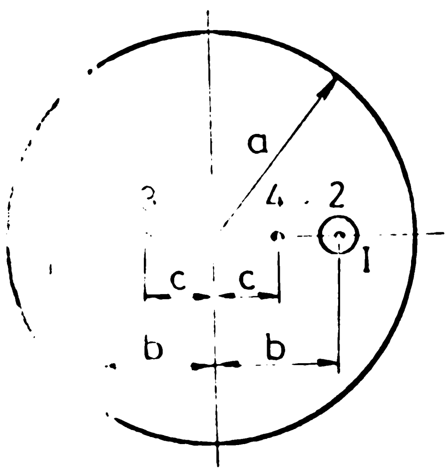


Fig.3.11.

Dacă electrozii sînt echidistanţi, $b = 3c$, se obţine relaţia

$$\rho = \frac{\pi h}{\ln 2 \frac{a^2+3c^2}{a^2-3c^2}} \cdot \frac{U}{I} \qquad (3.28)$$

identică cu relaţia (2.12) dedusă prin metoda imaginilor electrice [91] . Dacă se consideră în plus că electrozii de alimentare sînt pe periferia discului, $b = a$ respectiv $c = a/3$, se obţine

$$\rho = \frac{\pi h}{2\ln 2} \cdot \frac{U}{I} \qquad (3.29)$$

Acest caz prezintă interes în practică datorită faptului că relaţia (3.29) este relativ simplă iar electrozii de alimentare pot fi uşor plasaţi pe periferie. In plus în relaţia (3.29) nu intervin dimensiuni geometrice ce pot reprezenta surse de erori suplimentare. Dacă raza discului este mult mai mare decît distanţa dintre electrozi ($c/a \ll 1$) din relaţia (3.28) se obţine relaţia (3.2) dedusă în cazul plăcilor cu extindere foarte mare.

Deoarece în prezenţa unui cîmp magnetic uniform perpendicular pe disc sînt satisfăcute condiţiile stabilite în paragraful 2.3 din capitolul 2, rezultă că relaţiile de calcul ale rezistivităţii deduse în absenţa cîmpului magnetic rămîn valabile şi în cîmp magnetic transversal.

β. Dacă se notează cu ρ' valoarea rezistivităţii determinată cu relaţia (3.2) la o placă circulară cu diametrul $D=2a$ cu electrozi în linie echidistanţi, $d = 2c$, iar cu ρ valoarea rezistivităţii calculată cu relaţia (3.28), eroarea relativă comisă este

$$\varepsilon = \frac{\rho' - \rho}{\rho} = \frac{\ln(\lambda^2+3)/(\lambda^2-3)}{\ln 2} \qquad (3.30)$$

în care $\lambda = a/c = D/d \geqslant 3$. Dependența $\varepsilon = f(D/d)$ este redată în fig.3.12. Se menționat că aceste rezultate sînt în totală concordanță cu cele obținute de alți autori care indică folosirea relației (3.2) valabilă pentru plăci infinit extinse și la plăci circulare la care $D \geqslant (30-40)d$ [40, 94].

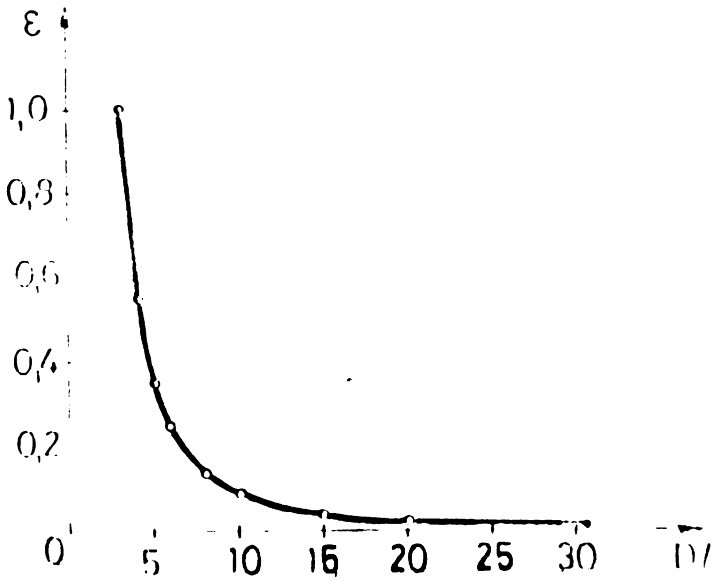


Fig.3.12.

In cazul unei grosimi foarte mici, cum este cazul peliculelor de material semiconductor, obținute prin depunere în vid, interesează așa numita rezistivitate de strat sau superficială [118]. In acest caz în relația (3.19) trebuie considerată divergența de punct în locul celei de linie

$$\operatorname{div} \bar{E} = \pm \delta(\bar{r}-\bar{r}_{1,2}) \quad \operatorname{div}_p \bar{E} = \pm \delta(\bar{r}-\bar{r}_{1,2}) \rho_s I \qquad (3.31)$$

efectuînd același raționament se obține în final expresia

$$\rho_s = \frac{\rho}{h} \qquad (3.32)$$

astfel pentru electrozi în linie echidistanți rezultă relația

$$\rho_s = \frac{\pi}{\ln 2 \dfrac{a^2+3c^2}{a^2-3c^2}} \cdot \frac{U}{I}$$

identică cu cea obținută în literatură folosind metoda imaginilor electrice [91]. In cazul unor contacte punctiforme realizată pe suprafața unui disc cu grosimea h se poate folosi relația (3.28) dacă gradientul potențialului perpendicular pe placă este neglijabil. In caz contrar este necesară introducerea în rel. (3.28) a unui factor de corecție $F(h/d)$, d fiind distanța între electrozii echidistanți, d = 2c. Pe măsură ce raportul h/d crește $F(h/d)$ scade luînd valorile $F = 0{,}9214$ pentru $h/d = 1$ și $F = 0{,}6336$ pentru $h/d = 2$, valori obținute cu ajutorul metodei imaginilor electrice [104]. Tot prin metoda imaginilor electrice [106] respectiv prin transformarea conformă a cercului pe un semiplan infinit și apoi considerarea imaginilor electrice [93] se determină factorii de corecţie în cazul în care centrul de simetrie al electrozilor este deplasat faţă de centrul discului. Aceşti factori sînt determinaţi şi pentru dispunerea în patrat a electrozilor.

3.2.2. Determinarea coeficientului Hall

Componentele densităţii de curent într-un punct $P_0(r_0,\theta_0)$ din placă se pot calcula pe baza expresiei potenţialului electric din absenţa cîmpului magnetic (rel.3.26)

$$J_r = -\sigma\frac{\partial V(r_0,\theta_0)}{\partial r_0}\ ;\quad J_\theta = -\sigma\frac{\partial V(r_0,\theta_0)}{r_0\cdot\partial\theta_0}\ ;\quad J_z = 0 \qquad (3.33)$$

Spre deosebire de densitatea curentului electric, intensitatea cîmpului electric se modifică în prezenţa cîmpului magnetic deoarece condiţiile pe frontieră sînt diferite. Componentele intensităţii cîmpului electric pot fi exprimate în funcţie de componentele densităţii curentului electric pe baza legii conducţiei electrice în prezenţa cîmpului magnetic. Astfel considerînd triedrul drept $\bar{u}_r$, $\bar{u}_\theta$, $\bar{u}_z$ iar inducţia magnetică perpendiculară pe placă $\bar{B} = B\,\bar{u}_z$, se obţine

$$E_r = \bar{E}\cdot\bar{u}_r = \rho J_r - C_H B J_\theta\ ,\qquad E_\theta = \bar{E}\cdot\bar{u}_\theta = \rho J_\theta + C_H B J_r\ ,\ E_z = 0 \quad (3.34)$$

Tensiunea măsurată între electrozii 3-4 situaţi pe un diametru perpendicular pe cel al electrozilor de alimentare 1-2 (fig.3.13) este

$$U = \int_3^4 \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\int_0^c (E_r)_{\theta_0=\frac{\pi}{2}}\cdot dr_0 + \int_0^c (E_r)_{\theta_0=\frac{3\pi}{2}}\cdot dr_0 \qquad (3.35)$$

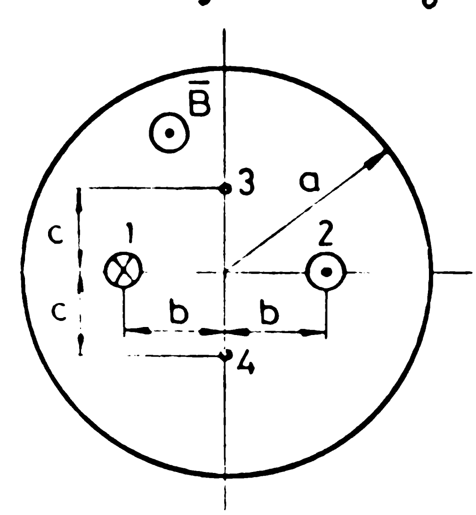


Fig.3.13.

Pe baza relaţiilor (3.33) şi (3.34) se obţin egalităţile

$$(J_r)_{\theta_0=\frac{\pi}{2}} = (J_r)_{\theta_0=\frac{3\pi}{2}} = 0$$

$$(J_\theta)_{\theta_0=\frac{\pi}{2}} = -(J_\theta)_{\theta_0=\frac{3\pi}{2}}$$

astfel că relaţia (3.35) devine

$$U = 2C_H B\int_0^c (J_\theta)_{\theta_0=\frac{\pi}{2}}\cdot dr_0 = -\frac{2C_H BI}{\pi h}\left(\mathrm{arctg}\,\frac{c}{b} + \mathrm{arctg}\,\frac{bc}{a^2}\right)$$

din care se poate calcula coeficientul Hall

$$C_H = - \frac{\pi h}{2(\mathrm{arctg}\,\frac{c}{b} + \mathrm{arctg}\,\frac{bc}{a^2})} \cdot \frac{U}{BI} \qquad (3.36)$$

Dacă electrozii sînt plasaţi în vîrfurile unui patrat, $c = b$, se obţine

$$C_H = - \frac{\pi h}{\pi/2 + 2\mathrm{arctg}(b^2/a^2)} \cdot (U/BI) \qquad (3.37)$$

Rezultatul obţinut este identic cu cel determinat în literatură folosind metoda imaginilor electrice [65].

Dacă electronii sînt situaţi pe periferia discului, $b = a$, rezultă

$$C_H = - h\,\frac{U}{BI} \qquad (3.38)$$

expresie cunoscută în literatura de specialitate [22,33]. Un rezultat interesant se obţine dacă se consideră numai electrozii de tensiune pe periferia discului $c = a$, $b \neq a$. In acest caz din (3.36) se obţine

$$C_H = - \frac{\pi h}{2(\mathrm{arctg}\,\frac{a}{b} + \mathrm{arctg}\,\frac{b}{a})} \cdot \frac{U}{BI} = - h\,\frac{U}{BI}$$

expresie identică cu cea obţinută în cazul în care şi electrozii de alimentare sînt plasaţi pe periferia discului (3.38).

In cazul în care raza discului este mult mai mare în comparaţie cu distanţa dintre contacte ($a \gg b$) din (3.37) rezultă

$$C_H = - 2h\,\frac{U}{BI}$$

identică cu relaţia (3.14) dedusă în cazul plăcilor infinit extinse.

Determinarea coeficientului Hall în cazul plăcilor semiconductoare circulare avînd raza a folosind relaţia (3.14) valabilă pentru plăci infinit extinse se face cu o eroare relativă ce are expresia

$$\varepsilon = \frac{(C_H)_\infty - C_H}{C_H} = \frac{4}{\pi}\,\mathrm{arctg}\,\lambda^2 \qquad (3.39)$$

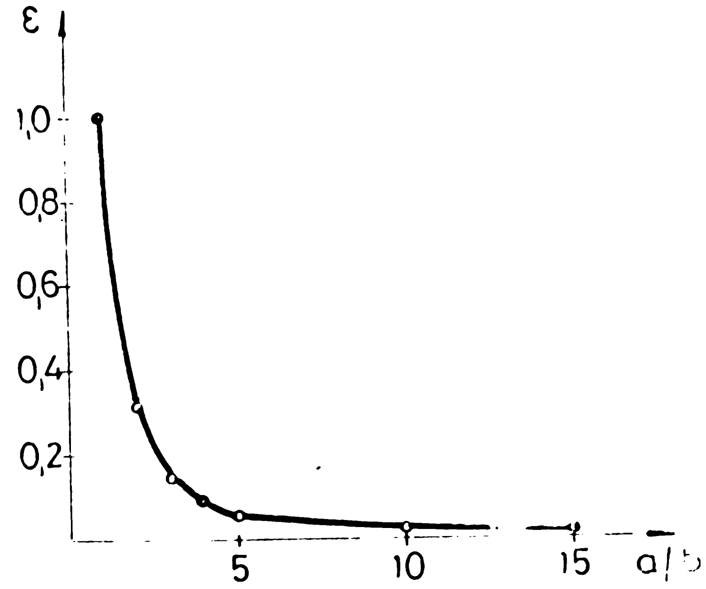


Fig.3.14.

în care $\lambda = b/a$. Dependența $\varepsilon = f(a/b)$ este prezentată în figura 3.14 din care se vede că eroarea scade rapid cu creșterea razei discului în raport cu distanța dintre electrozi.

3.2.3. Determinarea rezistivității cu electrozi în pătrat. Influența dimensiunii finite a plăcii.

Determinarea rezistivității plăcilor circulare se poate face și cu electrozi dispuși în vîrfurile unui pătrat (fig.3.15). Ținînd seama de coordonatele punctelor de alimentare 1 și 2 respectiv (b, π) și $(b, 3\pi/2)$ expresia potențialului electric în absența cîmpului magnetic devine

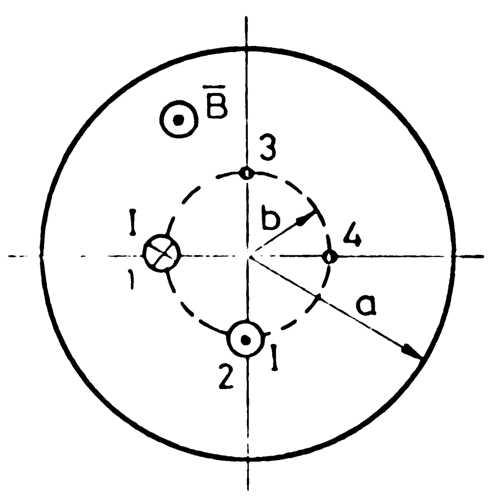


Fig.3.15.

$$V(r_0,\theta_0) = \frac{\rho I}{4\pi h}\Big\{\ln\Big[b^2 + r_0^2 - 2br_0\cos\Big(\frac{3\pi}{2} - \theta_0\Big)\Big] + \ln\Big[b^2r_0^2 + a^4 - 2br_0a^2\cos\Big(\frac{3\pi}{2} - \theta_0\Big)\Big] - \ln\left(b^2 + r_0^2 + 2br_0\cos\theta_0\right) - \ln\left(b^2r_0^2 + a^4 + 2br_0a^2\cos\theta_0\right)\Big\} + C \qquad (3.40)$$

Componentele densității de curent ce sînt identice în prezența și în absența cîmpului magnetic la același curent de alimentare se pot calcula cu relațiile (3.33), iar componentele intensității cîmpului electric în prezența cîmpului magnetic se pot calcula cu relațiile (3.34). Tensiunea între electrozii 3-4 în prezența cîmpului magnetic este

$$U = \int_3^4 \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\int_0^{\pi/2} (E_\theta)_{r_0=b}\cdot b\,d\theta_0 = \frac{\rho I}{2\pi h}\ln\frac{2(b^2+a^2)^2}{b^4+a^4}$$

Expresia rezistivității atît în prezența cît și în absența cîmpului magnetic devine

$$\rho = \frac{2\pi t}{\ln \frac{2(b^2+a^2)^2}{b^4+a^4}} \cdot \frac{U}{I} \qquad (3.41)$$

identică cu cea obținută în literatură pentru plăci subțiri, în absența cîmpului magnetic, folosind metoda imaginilor electrice [63]. Acest rezultat este în concordanță și cu determinările experimentale efectuate pe o epruvetă de lungime foarte mare [53].

Dacă electrozii sînt așezați pe periferie, b = a, se obține

$$\rho = \frac{\pi t}{\ln 2} \cdot \frac{U}{I} \qquad (3.42)$$

expresie cunoscută și în literatura de specialitate [5,105].

Dacă raza discului este foarte mare, a ≫ b, se obține din (3.41) relația (3.3) dedusă pentru plăci de extindere foarte mare. Folosirea relației (3.3) pentru determinarea rezistivității plăcilor circulare cu rază finită este însoțită de o eroare relativă a cărei expresie este

$$\varepsilon = \frac{(\rho)_\infty - \rho}{\rho} = \frac{\ln \frac{(b^2+a^2)^2}{b^4+a^4}}{\ln 2} = \frac{\ln \frac{(1+\lambda^2)^2}{1+\lambda^4}}{\ln 2} \qquad (3.43)$$

în care $\lambda = a/b$. Dependența $\varepsilon = f(a/b)$ este prezentată în figura 3.16.

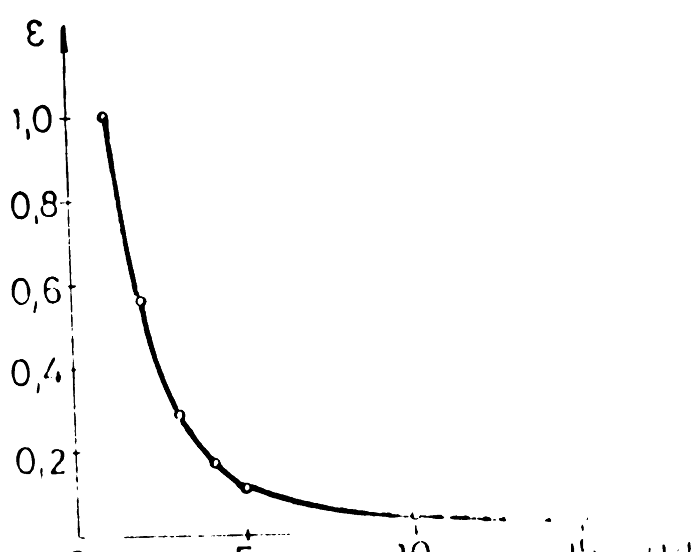


Fig.3.16.

3.2.4. Determinarea coeficientului Hall și a rezistivității cu electrozi așezați nesimetric.

Așezarea electrozilor este aceeași pentru determinarea lui ρ și C_H cu observația că la determinarea coeficientului Hall electrozii de alimentare 1 - 2 au coordonatele (b,π) și $(b,0)$ și cei de măsurare 3-4 au coordonatele $(c,\pi/2)$ și $(b,3\pi/2)$ iar la determinarea rezistivității electrozii de alimentare 1-2 au coordonatele (b,π) și $(b,3\pi/2)$ și cei de măsurare 3-4 au coordonatele $(c,\pi/2)$ și $(b,0)$. In figura 3.17.a este prezentată configurația pentru determinarea coeficientului Hall iar în figura 3.17.b pentru determinarea rezistivității. In ambele cazuri electrodul de măsurare 3 nu este așezat în vîrful pătratului ($c \neq b$).

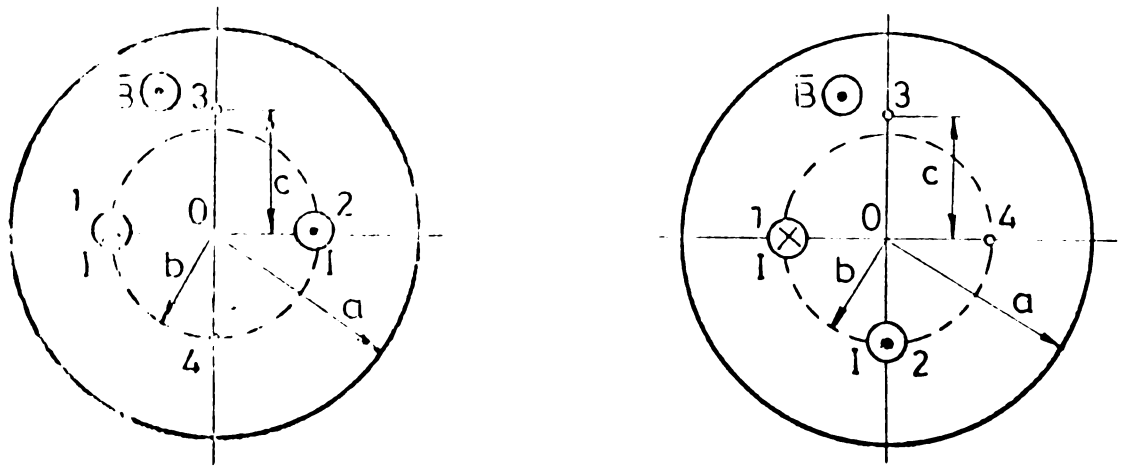


Fig.3.17.

α. Tensiunea măsurată între electrozii 3 și 4 în configurația din figura 3.17.a este

$$U = \int_3^4 \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\int_0^c (E_r)_{\vartheta_0 = \frac{\pi}{2}} \cdot dr_0 + \int_0^b (E_r)_{\vartheta_0 = \frac{3\pi}{2}} \cdot dr_0$$

Pe baza relațiilor (3.33) și (3.34) se obține

$$U = -\frac{C_H dI}{\pi h}\left(\frac{\pi}{4} + \operatorname{arctg}\frac{c}{b} + \operatorname{arctg}\frac{b^2}{a^2} + \operatorname{arctg}\frac{bc}{a^2}\right) \qquad (3.44)$$

Dacă se face notația

$$F_H = \frac{\pi}{4} + \operatorname{arctg}\frac{c}{b} + \operatorname{arctg}\frac{b^2}{a^2} + \operatorname{arctg}\frac{bc}{a^2} \qquad (3.45)$$

se obține pentru coeficientul Hall expresia

$$C_H = -\frac{\pi d}{F_H}\cdot\frac{U}{BI} \qquad (3.46)$$

Dacă electrodul 3 s-ar găsi pe cercul de rază b, c = b, rezultă pentru factorul coeficientului Hall expresia

$$F_H' = \frac{\pi}{2} + 2\operatorname{arctg}\frac{b^2}{a^2}$$

identică cu cea obținută în relația (3.37)

Așezarea nesimetrică a electrodului 3 și folosirea la calculul coeficientului Hall a factorului F_H' de la electrozii așezați simetric conduce la o eroare relativă ce are expresia

$$\varepsilon = \frac{|C_H' - C_H|}{C_H} = \frac{\left|\operatorname{arctg}\frac{c}{b} + \operatorname{arctg}\left(\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{c}{b}\right) - \operatorname{arctg}\frac{b^2}{a^2} - \frac{\pi}{4}\right|}{\frac{\pi}{2} + 2\operatorname{arctg}\frac{b^2}{a^2}} \qquad (3.47)$$

Dependenţa $\varepsilon = f(c/b)$ pentru $b/a = 0{,}5$ este prezentată în figura 3.18.

β. La configuraţia din figura 3.17.b tensiunea ce se măsoară între electrozii 3 – 4 are expresia

$$U = \int_3^4 \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\int_0^c (E_r)_{\theta_0 = \frac{\pi}{2}} \cdot dr_0 + \int_0^b (E_r)_{\theta_0 = 0} \cdot dr_0$$

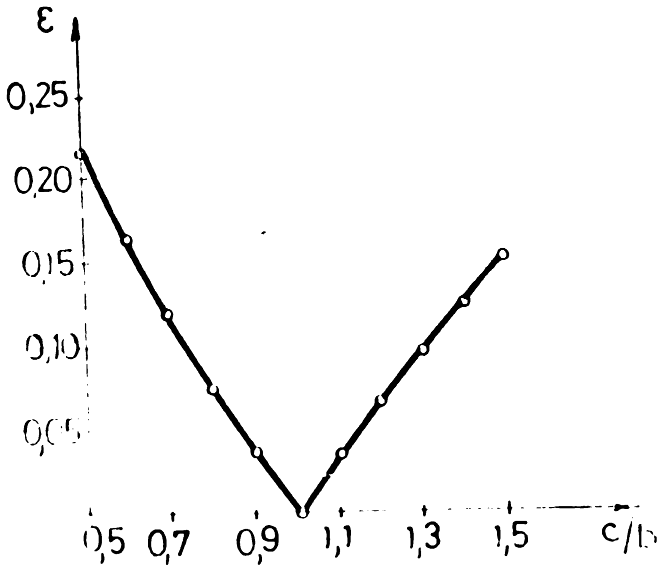


Fig.3.18

Ţinînd seama de relaţiile (3.33) şi (3.34) se obţine

$$U = \frac{\rho I}{4\pi h}\ln\frac{2(a^2+b^2)^2(b+c)^2(a^2+bc)^2}{(a^4+b^4)(b^2+c^2)(a^4+b^2c^2)} +$$

$$+ \frac{C_H BI}{2\pi h}\left(\frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg}\frac{c}{b} + \operatorname{arctg}\frac{b^2}{a^2} - \operatorname{arctg}\frac{bc}{a^2}\right) \qquad (3.48)$$

Dacă şi electrodul 3 se află în vîrful pătratului, $c = b$, relaţia (3.48) devine

$$U = \frac{\rho I}{2\pi h}\ln\frac{2(a^2+b^2)^2}{a^4+b^4}$$

identică cu relaţia (3.41).

Se observă că în relaţia (3.48) intervin unii termeni ce conţin rezistivitatea în prezenţa cîmpului magnetic iar alţii conţin coeficientul Hall. Cunoaşterea unuia dintre aceştia dă posibilitatea determinării celuilalt. Nu este posibil însă determinarea atît a rezistivităţii cît şi a coeficientului Hall dintr-o singură măsurare. Determinarea lui ρ şi a lui C_H în cazul aşezării electrozilor ca în figura 3.17.b este posibilă dacă se măsoară tensiunea între electrozii 3 şi 4 la cele două sensuri ale inducţiei magnetice, electrozii 1 şi 2 fiind de alimentare.

In adevăr dacă la un sens al inducţiei magnetice se obţine pentru tensiune, pe care o vom nota cu $U(+\bar{B})$, expresia (3.48), atunci la sens opus al inducţiei magnetice se obţine pentru tensiunea $U(-\bar{B})$ expresia

$$U(-\bar{B}) = \frac{\rho I}{4\pi h} \ln \frac{2(a^2+b^2)^2(b+c)^2(a^2+bc)^2}{(a^4+b^4)(b^2+c^2)(a^4+b^2c^2)} -$$

$$- \frac{C_H BI}{2\pi h} \left(\frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg} \frac{c}{b} + \operatorname{arctg} \frac{b^2}{a^2} - \operatorname{arctg} \frac{bc}{a^2} \right) \quad (3.49)$$

Din semisuma celor două tensiuni $U^a = \frac{1}{2}\left[U(+\bar{B}) + U(-\bar{B})\right]$ se poate determina rezistivitatea în cîmp magnetic,

$$\rho = \frac{4\pi h}{\ln \frac{2(a^2+b^2)^2(b+c)^2(a^2+bc)^2}{(a^4+b^4)(b^2+c^2)(a^4+b^2c^2)}} \cdot \frac{U^a}{I} \quad (3.50)$$

iar din semidiferenţa celor două tensiuni $U^b = \frac{1}{2}\left[U(+\bar{B}) - U(-\bar{B})\right]$

se poate determina coeficientul Hall,

$$C_H = \frac{2\pi h}{\left(\frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg} \frac{c}{b} + \operatorname{arctg} \frac{b^2}{a^2} - \operatorname{arctg} \frac{bc}{a^2}\right)} \cdot \frac{U^b}{BI} \quad (3.51)$$

Se observă că la aşezarea simetrică a electrozilor, $c = b$, coeficientul Hall nu poate fi determinat cu configuraţia din fig. 3.17.b deoarece $U^b = 0$ iar pentru rezistivitate rezultă relaţia (3.41).

3.3. Determinarea coeficientului Hall şi a rezistivităţii la plăci dreptunghiulare.

3.3.1. Electrozi de măsurare aşezaţi simetric pe suprafaţa plăcii.

Se consideră o placă dreptunghiulară de lungime 2a şi lăţime 2 b, avînd grosimea h, din material semiconductor omogen şi izotrop. Prin intermediul a doi electrozi de lăţime 2c plasaţi pe periferia plăcii (fig.3.19) se stabileşte în placă un cîmp electrocinetic staţionar plan paralel. Potenţialul electric într-un punct al plăcii poate fi determinat rezolvînd ecuaţia lui

Laplace

$$\nabla^2 V = 0 \qquad (3.52)$$

cu condiţia de frontieră de tip Neumann

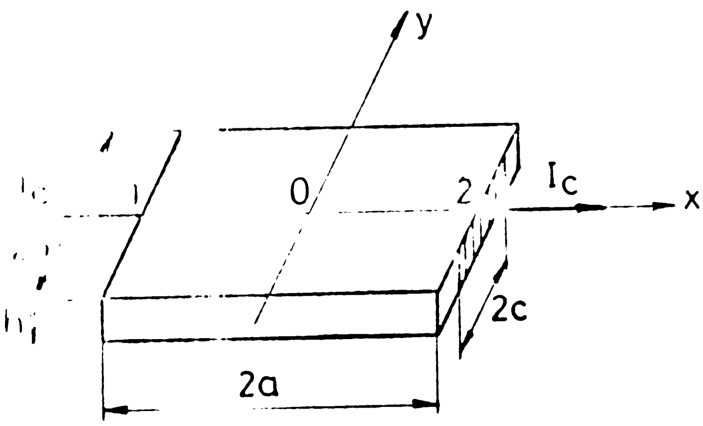


Fig.3.19.

$$-\sigma\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_{y=\pm b} = 0$$

$$-\sigma\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_{x=\pm a} = \begin{cases} I/2hc & \text{pt.} |y|<c \\ 0 & \text{pt.} |y|\geq c \end{cases} \qquad (3.53)$$

în care s-a considerat densitatea de curent uniformă la suprafaţa electrozilor de alimentare 1 şi 2.

Folosind metoda separării variabilelor se obţine pentru potenţialul electric într-un punct din placă expresia [84]

$$V(x,y) = -\frac{I}{2bh\sigma}\left(x + \frac{2b}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi c}{b}}{\frac{n\pi c}{b}} \cdot \frac{\operatorname{sh}\frac{n\pi x}{b}\cos\frac{n\pi y}{b}}{n.\operatorname{ch}\frac{n\pi a}{b}}\right) \qquad (3.54)$$

Dacă în relaţia (3.54) se trece la limită atunci cînd c tinde la zero se obţine expresia potenţialului electric creat de doi electrozi filiformi plasaţi în axa de simetrie a plăcii [75],

$$V(x,y) = -\frac{I}{2bh\sigma}\left(x + \frac{2b}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\operatorname{sh}\frac{n\pi x}{b} \cdot \cos\frac{n\pi y}{b}}{n.\operatorname{ch}\frac{n\pi a}{b}}\right) \qquad (3.55)$$

In absenţa cîmpului magnetic densitatea de curent este $\overline{J} = -\sigma \operatorname{grad} V(x,y)$, respectiv componentele densităţii de curent sînt

$$J_x = -\sigma\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{I}{2bh}\left(1 + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\operatorname{ch}\frac{n\pi x}{b}.\cos\frac{n\pi y}{b}}{\operatorname{ch}\frac{n\pi a}{b}}\right) \qquad (3.56)$$

$$J_y = -\sigma\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{I}{bh}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\operatorname{sh}\frac{n\pi x}{b}.\sin\frac{n\pi y}{b}}{\operatorname{ch}\frac{n\pi a}{b}} \qquad (3.57)$$

Dacă în placă se stabilește aceeași valoare a curentului I atît în absența cît și în prezența cîmpului magnetic, condițiile de existență ale densității de curent sînt identice în prezența și absența cîmpului magnetic, astfel că relațiile (3.56) și (3.57), deduse în absența cîmpului magnetic rămîn valabile și în prezența cîmpului magnetic . Spre deosebire de J intensitatea cîmpului electric E se modifică în prezența cîmpului magnetic, componentele acestuia pot fi calculate cu ajutorul relațiilor

$$\begin{aligned} E_x &= \rho J_x - C_H B J_y \\ E_y &= \rho J_y + C_H B J_x \end{aligned} \qquad (3.58)$$

Dacă se măsoară tensiunea între electrozii punctiformi 3-4 în prezența cîmpului magnetic (fig.3.20) se obține

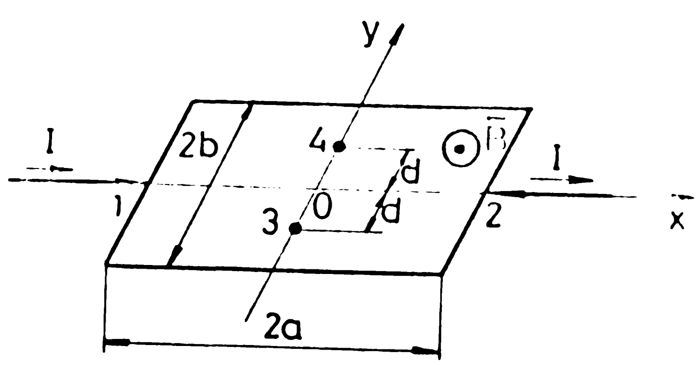


Fig.3.20.

$$U = \int_3^4 \bar{E}.d\bar{l} = \int_{-d}^{+d} (E_y)_{x=0} \cdot dy$$

Ținînd seama că $(J_y)_{x=0} = 0$

se obține

$$U = \frac{C_H BI}{h}\left(\frac{d}{b} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi d}{b}}{n.\mathrm{ch}\, \frac{n\pi a}{b}}\right)$$

din care rezultă expresia coeficientului Hall

$$C_H = \frac{h}{F_H} \cdot \frac{U}{B\,I} \qquad (3.59)$$

factorul coeficientului Hall F_H avînd expresia

$$F_H(\alpha, \beta) = \left(\alpha + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi\alpha}{n.\mathrm{ch}\, n\pi\beta}\right) \qquad (3.60)$$

în care $\alpha = d/b$ și $\beta = a/b$.

In cazul în care electrozii de măsurare 3-4 se află pe periferia plăcii, $\alpha = d/b = 1$, se obține $F_H(1,\beta) = 1$ respectiv

$$C_H = h \frac{U}{B\,I}$$

expresie cunoscută în lucrările de specialitate.

Dependența factorului $F_H = f(\alpha)$ avînd pe β ca parametru este prezentată în figura 3.21. Calculul s-a efectuat cu ajutorul calculatorului electronic.

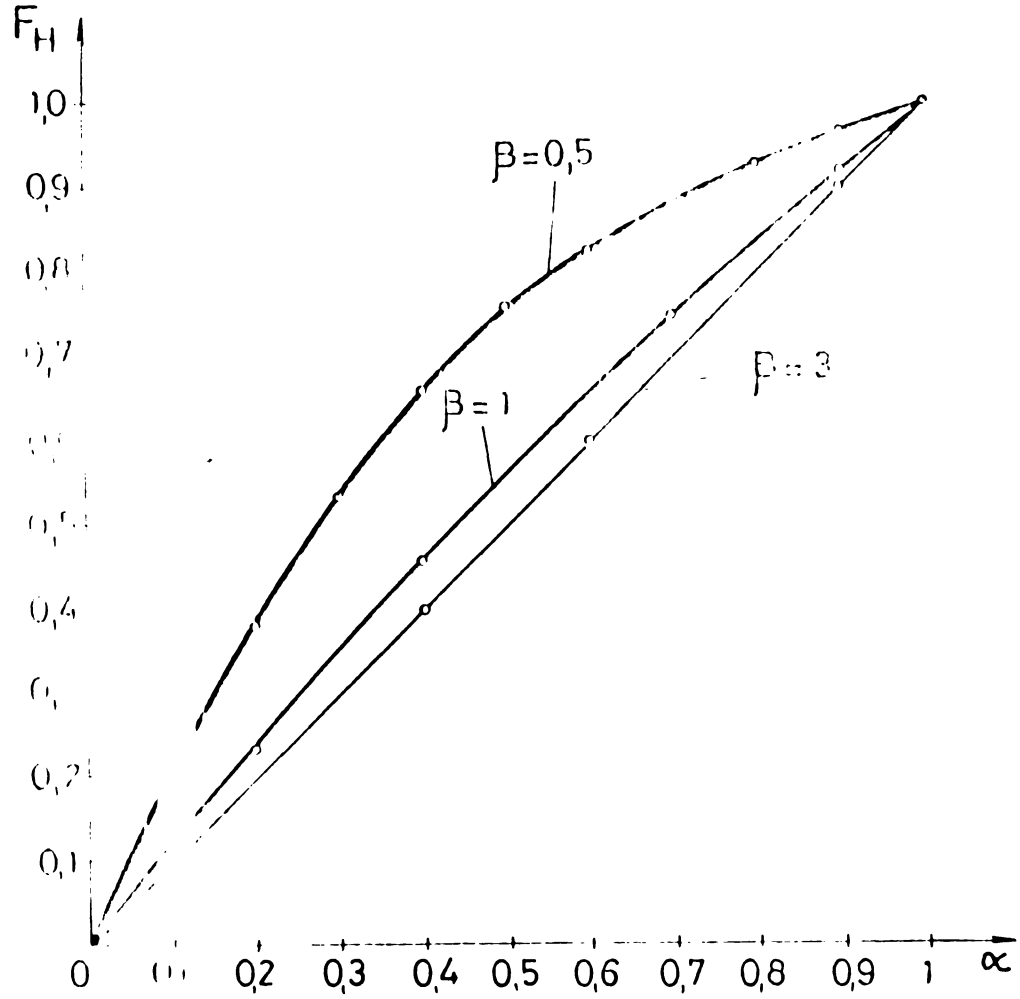


Fig.3.21.

Schema bloc a programului scris în limbaj FORTRAN este prezentată în figura 3.22.

Dacă electrozii de măsurare 3-4 se află dispuşi pe axa Ox (fig.3.23) se obţine

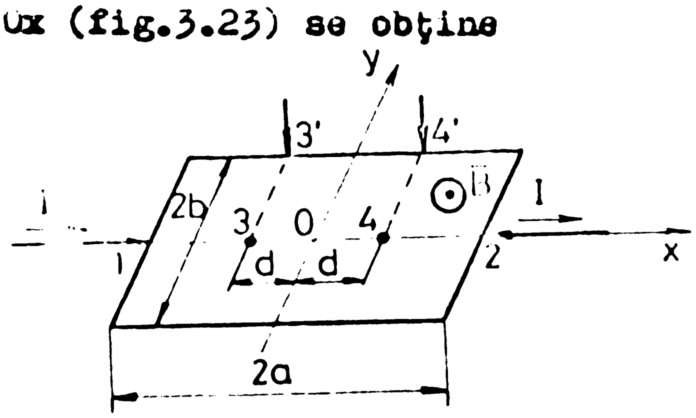


Fig. 3.23

$$U = \int_3^4 \bar{E}\cdot d\bar{l} = \int_{-d}^{+d} (E_x)_{y=0} \cdot dx =$$

$$= \frac{\rho I}{h}\left(\alpha + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathrm{sh}\, n\pi\alpha}{n \cdot \mathrm{ch}\, n\pi\beta}\right)$$

în care $\alpha = d/b$ iar $\beta = a/b$. Rezultă pentru rezistivitate expresia

$$\rho = \frac{h}{F_\rho}\cdot\frac{U}{I} \qquad (3.31)$$

în care factorul rezistivităţii $F_\rho(\alpha,\beta)$ se determină în funcţie de dimensiunile plăcii şi de distanţa dintre electrozi cu relaţia

$$F_\rho(\alpha,\beta) = \left(\alpha + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathrm{sh}\, n\pi\alpha}{n \cdot \mathrm{ch}\, n\pi\beta}\right) \qquad (3.32)$$

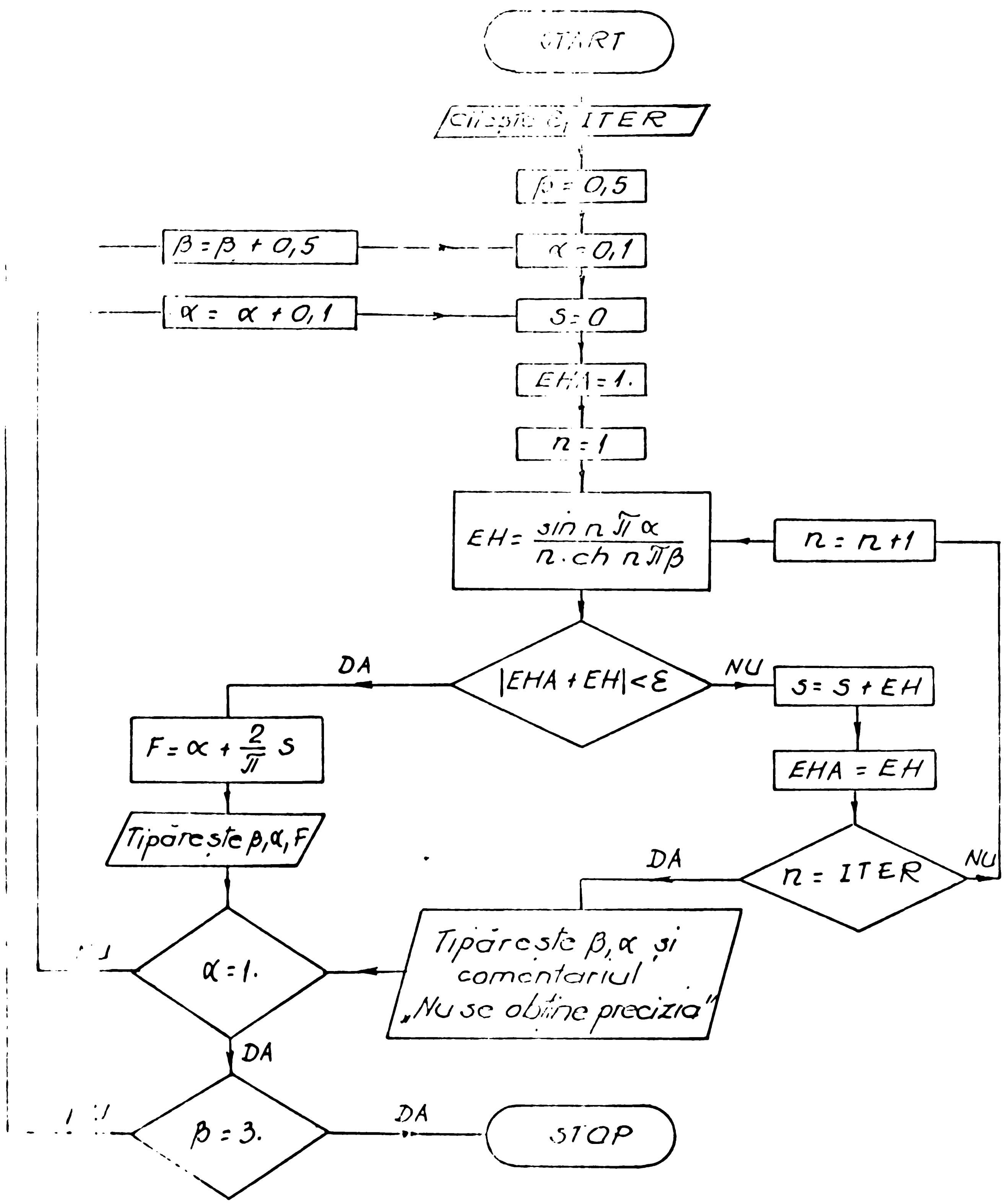

START
Citește ε, ITER
β = 0,5
β = β + 0,5
α = 0,1
α = α + 0,1
S = 0
EHA = 1.
n = 1
EH = sin nπα / n·ch nπβ
n = n+1
|EHA + EH| < ε
DA
NU
S = S + EH
EHA = EH
F = α + 2/π S
Tipărește β, α, F
n = ITER
DA
NU
Tipărește β, α și comentariul „Nu se obține precizia"
α = 1.
DA
β = 3.
DA
STOP

Fig. 5.22.

In casul în care electrozii de măsurare 3-4 coincid cu cei de alimentare 1-2 , d = a respectiv $\alpha=\beta$, se obţine

$$F_{\rho}(\beta) = (\beta + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\,\mathrm{th}\,n\pi\beta) \qquad (3.63)$$

Acest rezultat este în cîncordanţa cu valoarea obţinută din (3.55) dacă se ţine seama că

$$U = V(-a,o) - V(+a,o) = \frac{\rho I}{h}(\beta + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\,\mathrm{th}\,n\pi\beta)$$

Dependenţa factorului $F_{\rho} = f(\alpha)$ avînd pe β drept parametru este prezentată în fig.3.24.

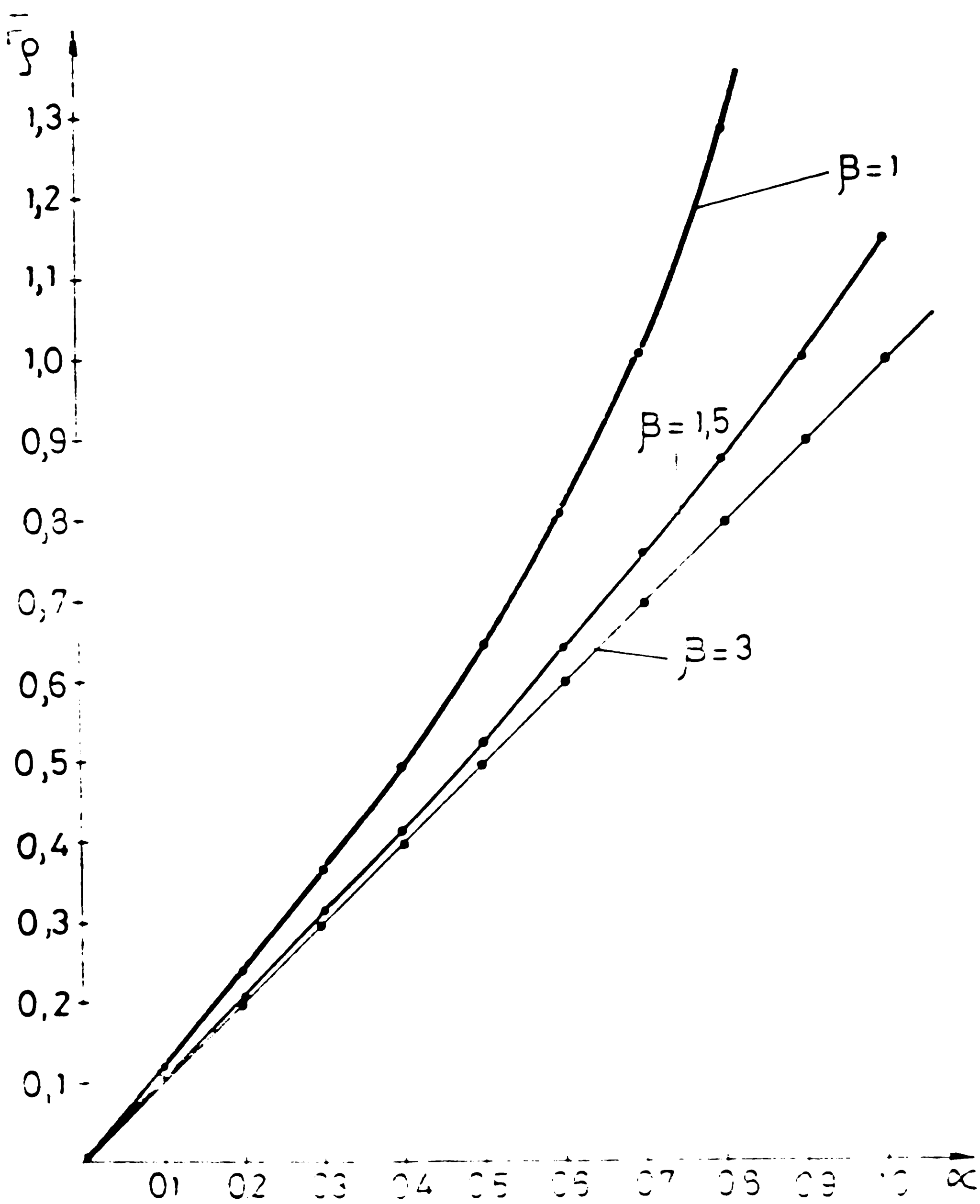


Fig.3.24.

Calculul s-a efectuat cu calculatorul numeric, programul de calcul fiind asemănător cu cel pentru determinarea factorului coeficientului Hall $F_H(\alpha, \beta)$.

In practică este util să se plaseze electrozii de tensiune pe periferia plăcii în punctele 3'-4' (fig.3.23). In acest caz expresia tensiunii devine

$$U = \int_{3'}^{4'} \bar{E} \cdot d\bar{l} = \int_{-d}^{+d} (E_x)_{y=b} \cdot dx = \frac{\rho I}{hb} \left(d + \frac{2b}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\mathrm{sh}\, \frac{n\pi d}{b}}{n \cdot \mathrm{ch}\, \frac{n\pi a}{b}} \right)$$

din care se obține pentru ρ expresia

$$\rho = \frac{h}{F_\rho} \cdot \frac{U}{I}$$

în care cu notațiile $\alpha = d/b$ și $\beta = a/b$, factorul rezistivității are expresia

$$F_\rho(\alpha, \beta) = \left(\alpha + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\mathrm{sh}\, n\pi\alpha}{n \cdot \mathrm{ch}\, n\pi\beta} \right) \qquad (3.64)$$

3.3.2. <u>Electrozi de măsurare așezați nesimetric pe periferia plăcii</u>.

Se consideră cazul în care electrozii de măsurare sînt plasați nesimetric pe periferia plăcii. Dacă electrozii de măsurare 3-4 sînt plasați pe axa de simetrie a plăcii (x = o) expresia tensiunii Hall este dată de relația (3.59) în care $F_H = 1$. Aceeași expresie rezultă și dacă electrozii sînt deplasați față de axa Oy însă sînt așezați simetric în raport cu axa Ox, respectiv sînt echipotențiali în absența cîmpului magnetic.

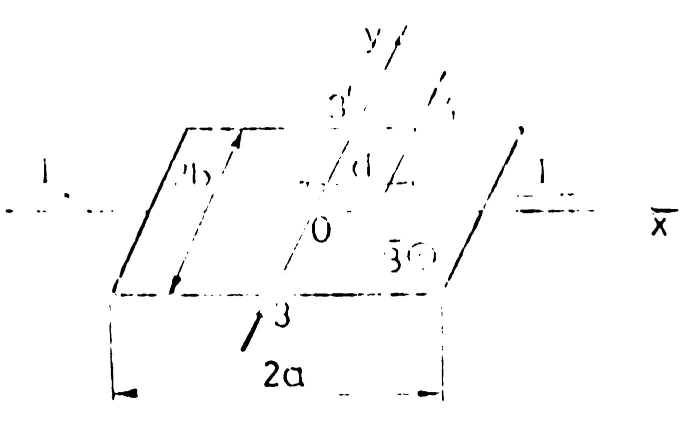


Fig.3.25.

Dacă electrozii de măsurare nu mai sînt echipotențiali în absența cîmpului magnetic, respectiv electrodul 4 este deplasat cu distanța d din axa de simetrie a plăcii (fig.3.25), expresia tensiunii măsurată între electrozii 3-4 devine

$$U = \int_3^4 \bar{E} \cdot d\bar{l} = \int_3^{3'} \bar{E} \cdot d\bar{l} + \int_{3'}^4 \bar{E} \cdot d\bar{l} = \int_{-b}^{+b} (E_y)_{x=0} \cdot dy + \int_0^d (E_x)_{y=b} \cdot dx$$

Ţinînd seama de relaţiile (3.56), (3.57) şi (3.58) se obţine

$$U = \frac{C_H B I}{h} + \frac{\rho I}{2bh}\left[d + \frac{2b}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\mathrm{sh}\,\frac{n\pi d}{b}}{n.\mathrm{ch}\,\frac{n\pi a}{b}}\right] \qquad (3.65)$$

Se observă că în relaţia (3.65) intervine atît coeficientul Hall cît şi rezistivitatea, a căror determinare pe cale experimentală presupune încă o măsurare ce se realizează cu aceeaşi aşezare a electrozilor dar la sens opus al inducţiei magnetice.

Astfel dacă se notează cu $U(+\bar{B})$ expresia (3.65) obţinută pentru sensul inducţiei magnetice reprezentat în fig.3.25, atunci expresia tensiunii la sens opus al inducţiei magnetice , $U(-\bar{B})$, se obţine din (3.65) schimbînd semnul primului termen. Din semidiferenţa celor două tensiuni se poate determina coeficientul Hall,

$$C_H = h\,\frac{U(+\bar{B})-U(-\bar{B})}{2\,B\,I} \qquad (3.66)$$

iar din semisuma tensiunilor se poate calcula rezistivitatea

$$\rho = \frac{2\,b\,h}{d + \frac{2b}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\mathrm{sh}\,\frac{n\pi d}{b}}{n.\mathrm{ch}\,\frac{n\pi a}{b}}} \cdot \frac{U(+\bar{B})+U(-\bar{B})}{2\,I} \qquad (3.67)$$

respectiv

$$\rho = \frac{h}{F_\rho(\alpha,\beta)} \cdot \frac{U(+\bar{B})+U(-\bar{B})}{I}$$

în care

$$F_\rho(\alpha,\beta) = \alpha + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\mathrm{sh}\,n\pi\alpha}{n.\mathrm{ch}\,n\pi\beta} \qquad (3.68)$$

α şi β reprezentînd rapoartele $\alpha = d/b$ respectiv $\beta = a/b$.

Dependenţa factorului $F_\rho = f(\alpha)$ avînd pe β ca parametru este prezentată în figura 3.26. Calculul a fost efectuat pe calculatorul numeric cu un program asemănător cu cele prezentate anterior.

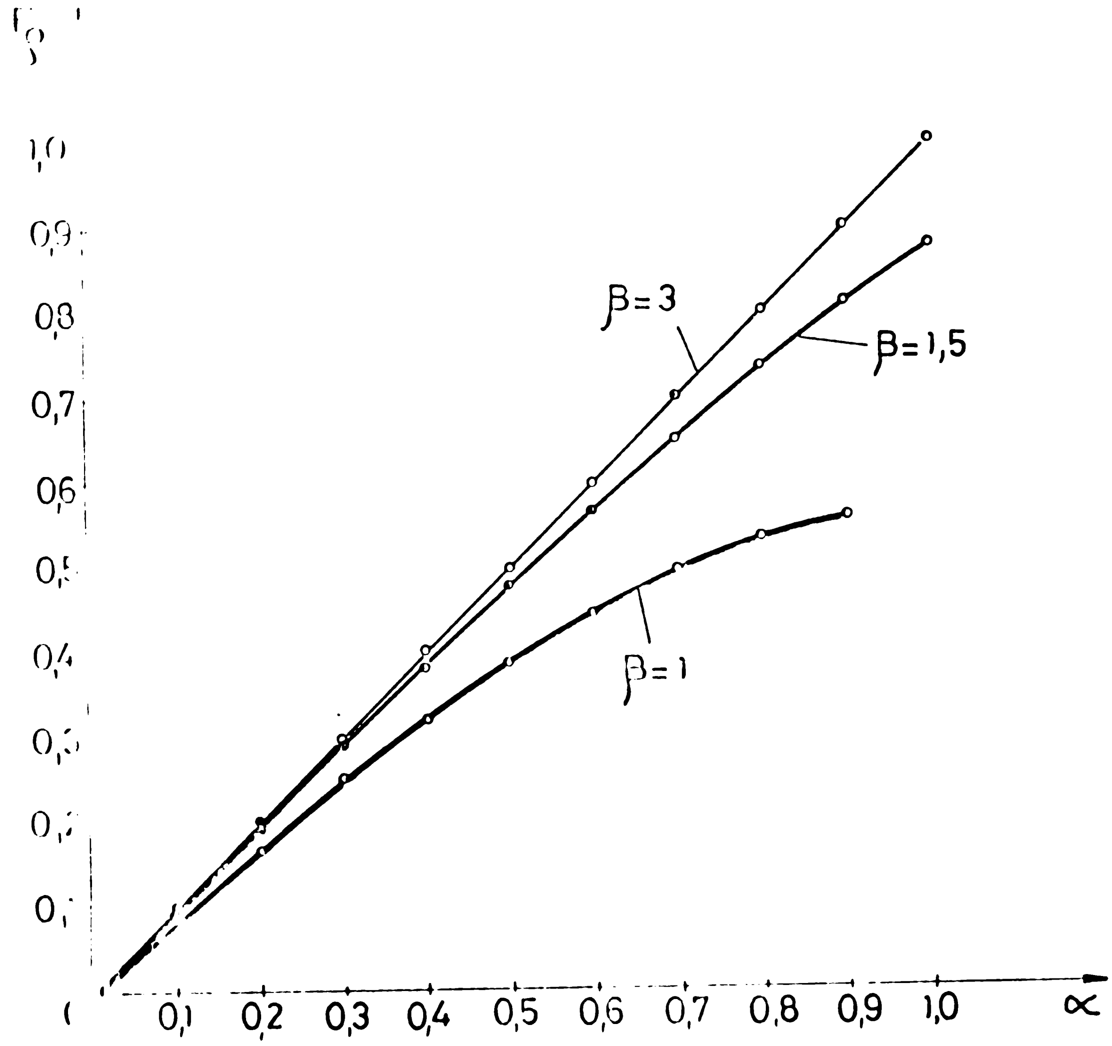


Fig.3.26.

3.3.3. Electrozi de alimentare pe toată lăţimea plăcii

In majoritatea dispozitivelor galvanomagnetice plăcile semiconductoare sînt dreptunghiulare avînd grosimea constantă h. Electrozii de comandă 1-1' sînt dispuşi pe toată lăţimea şi grosimea plăcii stabilindu-se astfel în placă un cîmp plan paralel. Electrozii Hall 2-2' sînt punctiformi şi dispuşi simetric la mijlocul lungimii plăcii (fig.3.27). Pe baza funcţiilor de reprezentare conformă se poate stabili expresia rezistenţei electrice a plăcii între electrozii de comandă în prezenţa cîmpului magnetic [95]

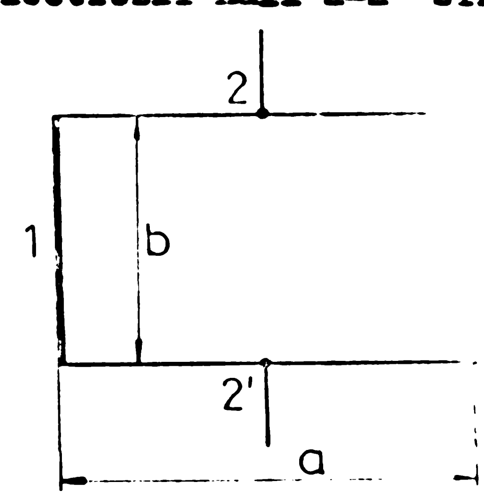


Fig.3.27.

$$R(\lambda, \theta) = \frac{\rho(B)}{h \cdot \cos\theta} \lambda_p \qquad (3.69)$$

în care $\lambda = a/b$ reprezintă raportul laturilor plăcii semiconductoare,

θ unghiul Hall, h grosimea plăcii, λ_p raportul laturilor paralelogramului Hall corespunzător, ce este egal cu cîtul a două integrale eliptice

$$\lambda_p = \int_1^{1/k} G(\xi)d\xi \Big/ \int_{-1}^{1} G(\xi)d\xi$$

în care k se exprimă în funcție de λ [67]. Integralele eliptice a au fost calculate prin metode aproximative pentru diferite valori ale unghiului θ [67].

Pentru tensiunea Hall măsurată la electrozii 2-2' se obține expresia [95]

$$U_h = \frac{I}{\sigma(B) \cdot h \cdot \cos\theta} \cdot \frac{M - N}{P} \qquad (3.70)$$

în care M, N și P sînt integrale eliptice ce se calculează prin metode aproximative. Dacă se ține seama de relația

$$\mathrm{tg}\,\theta = \sigma(B) \cdot C_H(B) \cdot B \qquad (3.71)$$

expresia tensiunii Hall poate fi scrisă în forma

$$U_H = \frac{C_H(B)}{h} IB \frac{M - N}{P \sin\theta} = F(\lambda, \theta) \frac{1}{h} C_H(B)\ I\ B \qquad (3.72)$$

în care $F(\lambda, \theta)$ reprezintă factorul tensiunii Hall ce este calculat pentru diferite valori ale lui λ și θ [68].

Din relațiile (3.69) și (3.72) se pot calcula parametrii fizici ai materialului semiconductor pentru o valoare a inducției magnetice, $\rho(B)$ și $C_H(B)$, dacă se cunoaște unghiul Hall 0. Deoarece θ depinde și de $\rho(B)$ și $C_H(B)$ rezultă că determinarea parametrilor fizici poate fi făcută numai printr-un proces iterativ de calcul.

Pentru o anumită inducție magnetică se alege o valoare inițială a unghiului Hall θ_0 în raport cu care se determină factorii λ_p și $F(\lambda, \theta)$. Din relațiile (3.69) și (3.72) se calculează valorile $\rho_1(B)$ și $C_{H1}(B)$ iar apoi cu relația (3.71) se calculează o nouă valoare a unghiului Hall, θ_1. Calculul se repetă pînă cînd

$$|\theta_n - \theta_{n-1}| < \varepsilon$$

ε fiind o abatere mică impusă în raport cu precizia cu care se dorește să se obțină parametrii $\rho(B)$ și $C_H(B)$. Cînd condiția menționată este satisfăcută valorile $\rho_n(B)$ și $C_{Hn}(B)$ reprezintă valorile parametrilor fizici ce interesează.

O simplificare a calculelor se obţine în cadrul plăcilor în formă de pătrat a = b în care caz rezultă pentru raportul laturilor paralelogramului Hall valoarea $\lambda_p = 1$ independent de valoarea unghiului Hall θ.

In cazul unui pătrat raportul rezistenţelor în prezenţa şi absenţa cîmpului magnetic este

$$\frac{R(B)}{R(0)} = \frac{\rho(B)}{\rho(0)} \cdot \sqrt{1 + tg^2\,\theta} \qquad (3.73)$$

iar în cazul unui disc Corbină , respectiv a unei plăci cuprinsă în întregime între electrozi de alimentare se obţine [37,95]

$$\frac{R_c(B)}{R_c(0)} = \frac{\rho(B)}{\rho(0)} \left[1 + tg^2\,\theta\right] \qquad (3.74)$$

Din relaţiile (3.73) şi (3.74) se obţine pentru raportul $\rho(B) / \rho(0)$ expresia

$$\frac{\rho(B)}{\rho(0)} = \frac{R^2(B)}{R_c(B)} \cdot \frac{R_c(0)}{R^2(0)} \qquad (3.75)$$

C A P I T O L U L IV.

METODE DE CALCUL PENTRU PLACI AVIND O FORMA OARECARE

4.1. Metoda Van der Pauw

4.1.1. Determinarea rezistivității în absența cîmpului magnetic.

Față de alte metode, metoda Van der Pauw [105,106] prezintă anumite caracteristici care constituie în același timp și avantaje. Astfel se poate considera o placă de formă oarecare, nefiind necesare prelucrari în vederea confecționării unor epruvete speciale pentru măsurarea rezistivității, singura condiție geometrică ce trebuie îndeplinită este ca placa să aibă grosime constantă. Pe periferia plăcii se prevăd patru electrozi filiformi, fara nici o restricție referitoare la poziția acestora, care poate fi deci arbitrară. Constactul electrod-placă se realizează pe toată grosimea acesteia, rezultînd astfel în placă un cîmp electrocinetic plan paralel. Realizarea în practică a contactelor filiforme presupune ca dimeniunea acestora să fie neglijabilă în raport cu distanțele dintre ele, respectiv în raport cu lungimea conturului plăcii. Pentru mărirea preciziei cu care se determina rezistivitatea se pot practica incizii în placă, mărind astfel în mod artificial conturul efectiv al acesteia [75,105]

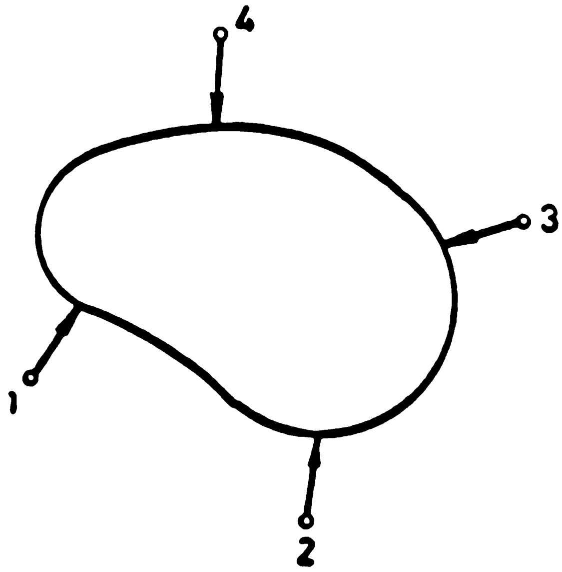


Fig.4.1.

Pentru determinarea rezistivității materialului semiconductor se efectuiaza două măsurători și anume tensiunea între electrozii 3-4 atunci cînd se stabilește în placă un curent electric constant în timp prin intermediul electrozilor 1-2 (fig. 4.1) și respectiv tensiunea între electrozii 4-1 atunci cînd alimentarea placii se face prin electrozii alăturați 2-3 (fig.4.1).

Se pot calcula rezistențele de transfer definite pe baza relațiilor

$$R_{12,34} = (V_4-V_3)/ I_{12} \quad ; \quad R_{23,41} = (V_1-V_4) /I_{23} \qquad (4.1)$$

Pe baza reprezentării conforme a domeniului limitat de conturul plăcii pe un semiplan infinit, fără a stabili funcţia analitică ce realizează reprezentarea conformă menţionată, însă folosind proprietăţile reprezentării conforme se arată că rezistenţele de transfer (relaţiile 4.1) satisfac următoarea egalitate

$$e^{-\frac{\pi h}{\rho} R_{12,34}} + e^{-\frac{\pi h}{\rho} R_{23,41}} = 1 \qquad (4.2)$$

în care h reprezintă grosimea plăcii iar ρ rezistivitatea materialului semiconductor. Din relaţia (4.2) se obţine pentru rezistivitate expresia [105]

$$\rho = \frac{\pi h}{\ln 2} \cdot \frac{R_{12,34} + R_{23,41}}{2} \cdot f\left(\frac{R_{12,34}}{R_{23,41}}\right) \qquad (4.3)$$

în care factorul f depinde de raportul $R_{12,34}/R_{23,41}$ prin relaţia

$$\mathrm{ch}\left(\frac{R_{12,34}/R_{23,41} - 1}{R_{12,34}/R_{23,41} + 1} \cdot \frac{\ln 2}{f}\right) = \frac{1}{2}\, e^{\frac{\ln 2}{f}} \qquad (4.4)$$

In legătură cu factorul f se menţionează că pentru valori ale raportului rezistenţelor de transfer cuprinse între 1 şi 2 valoarea factorului f este cuprinsă între 1 şi 0,96 [51] . Trebuie de asemenea subliniat că raportul celor două rezistenţe de transfer se consideră astfel încît el să fie supraunitar [29] . In literatură se precizează şi faptul că este util a se face o permutare a electrozilor şi a se determina o valoare medie a rezistivităţii [46] .

Prin permutarea electrozilor de alimentare se pot defini patru rezistenţe de transfer ($R_{12,34}$; $R_{23,41}$; $R_{34,12}$ şi $R_{41,23}$) care luate două cîte două în succesiunea prezentată se pot determina cu ajutorul relaţiei (4.3) patru rezistivităţi

$$\rho_1 = \frac{\pi h}{\ln 2} \cdot \frac{R_{12,34} + R_{23,41}}{2} \cdot f_1\left(\frac{R_{12,34}}{R_{23,41}}\right) \qquad (4.5)$$

$$\rho_2 = \frac{\pi h}{\ln 2} \cdot \frac{R_{23,41} + R_{34,12}}{2} \cdot f_2\left(\frac{R_{23,41}}{R_{34,12}}\right)$$

$$\rho_3 = \frac{\pi h}{\ln 2} \cdot \frac{R_{34,12} + R_{41,23}}{2} \cdot f_3\left(\frac{R_{34,12}}{R_{41,23}}\right)$$
$$\rho_4 = \frac{\pi h}{\ln 2} \cdot \frac{R_{41,23} + R_{12,34}}{2} \cdot f_4\left(\frac{R_{41,23}}{R_{12,34}}\right) \qquad (4.5')$$

Datorită relaţiilor de reciprocitate ce sînt satisfăcute de rezistenţele de transfer în absenţa cîmpului magnetic

$$R_{ij,mn}(0) = R_{mn,ij}(0) \qquad (4.6)$$

şi datorită parităţii funcţiei hiperbolice (4.4) se poate arăta că pentru toate cele patru combinaţii rezultă aceeaşi valoare a rezistivităţii

$$\rho_1(0) = \rho_2(0) = \rho_3(0) = \rho_4(0) \qquad (4.7)$$

rezultat confirmat şi de determinările experimentale efectuate pe mai multe plăcuţe din InSb şi Ge [99].

In cazul unor plăci ce au o axă de simetrie în care sînt plasaţi doi electrozi, iar ceilalţi doi electrozi dispuşi simetric faţă de această axă (fig.4.2) este suficientă doar o singură măsurare pentru determinarea rezistivităţii folosind relaţia

$$\rho = \frac{\pi h}{\ln 2} R_{12,34} \qquad (4.8)$$

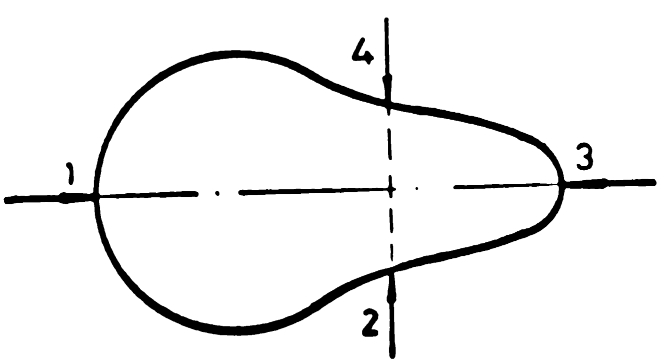


Fig.4.2.

In cazul în care rezistenţele de transfer au valori apropiate factorul f din relaţia(4.3) poate fi determinat aproximativ cu formula [106]

$$f = 1 - \frac{\ln 2}{2}\left(\frac{R_{12,34} - R_{23,41}}{R_{12,34} + R_{23,41}}\right)^2 - \left[\frac{(\ln 2)^2}{4} - \frac{(\ln 2)^3}{12}\right]\cdot\left(\frac{R_{12,34} - R_{23,41}}{R_{12,34} + R_{23,41}}\right)^4$$

Dacă nu se cere o precizie prea mare se poate neglija cel de al doilea termen [55]

$$f \approx 1 - \frac{\ln 2}{2}\left(\frac{R_{12,34} - R_{23,41}}{R_{12,34} + R_{23,41}}\right)^2 \qquad (4.9)$$

Pentru determinări de precizie a fost necesar calculul numeric al factorului f în funcţie de raportul rezistenţelor de transfer, avînd în vedere faptul că determinarea sa din graficul redat în lucrarea lui Van der Pauw [105] este însoţită de unele erori. Astfel dacă se fac notaţiile $p = R_{12,34}/R_{23,41}$, $A = (p-1)/(p+1)$ şi $x = (\ln 2)/f$ expresia (4.4) devine

$$e^{-x(1+A)} + e^{-x(1-A)} = 1 \qquad (4.10)$$

Dezvoltînd expresia (4.10) în serie de puteri şi reţinînd primii şapte termeni rezultă o eroare de trunchiere mai mică decît 10^{-3}. Folosind calculatorul Felix C 256 a fost determinat factorul f pentru valori ale lui p cuprinse între 1 şi 5 cu pasul 0,1.

4.1.2. <u>Aspecte caracteristice în prezenţa inducţiei magnetice.</u>

In prezenţa inducţiei magnetice rezultatele experimentale au scos în evidenţă faptul că cele patru rezistivităţi, determinate prin permutarea electrozilor folosind relaţiile (4.5) şi (4.5'), numai sînt în general egale [99,100]

$$\rho_1(B) \neq \rho_2(B) \neq \rho_3(B) \neq \rho_4(B)$$

Datorită acestor inegalităţi se impune în primul rînd verificarea valabilităţii relaţiei (4.2) dedusă de Van der Pauw în absenţa cîmpului magnetic, avînd în vedere şi faptul că legea conducţiei electrice folosită la deducerea relaţiei (4.2) diferă în prezenţa inducţiei magnetice.

Se consideră placa de formă oarecare în prezenţa cîmpului magnetic reprezentată conform pe semiplanul infinit (fig.4.3) în care se injectează un curent I printr-un electrod filiform dispus pe toată grosimea h a plăcii.

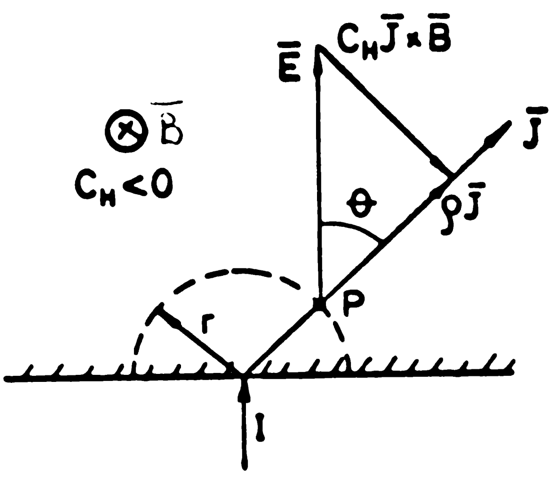


Fig.4.3.

In fiecare punct P al plăcii vectorii $\bar{J}$ şi $\bar{E}$ formează unghiul Hall θ. Densitatea de curent într-un punct P situat la distanţa r de electrodul filiform prin care se injectează curent în placă are expresia

$$J = I/\pi hr$$

Diferenţa de potenţial dintre electrozii 3-4 atunci cînd se injectează curent prin electrodul 1 (fig.4.4) este

$$V_3 - V_4 = \int_3^4 \overline{E} \cdot \overline{dl} = \int_3^4 E \cdot \cos\theta \cdot dr \qquad (4.11)$$

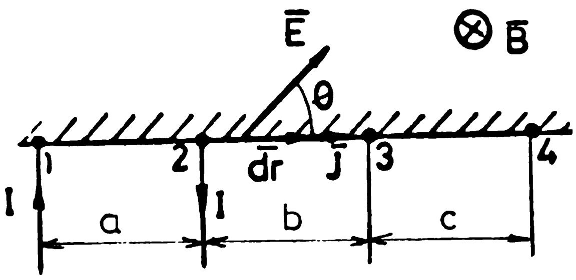


Fig.4.4.

Din legea conducției electrice în prezența cîmpului magnetic rezultă

$$E \cos\theta = \rho J = \frac{\rho I}{\pi h r} \qquad (4.12)$$

Introducînd (4.12) în (4.11) rezultă pentru diferența de potențial expresia

$$V_3 - V_4 = \frac{\rho I}{\pi h} \ln \frac{a+b+c}{a+b}$$

Analog, dacă se ia în considerare curentul care iese din placă prin electrodul 2 se obține pentru diferența de potențial expresia

$$V_3 - V_4 = -\frac{\rho I}{\pi h} \ln \frac{b+c}{b}$$

Aplicînd principiul superpoziției se obține pentru cazul real cînd curentul intră în placă prin electrodul 1 și iese prin 2 (fig.4.4), expresia

$$V_3 - V_4 = \frac{\rho I}{\pi h} \ln \frac{b(a+b+c)}{(a+b)(b+c)}$$

Dacă se alimentează placa prin electrozii 2 și 3 cu același curent I se obține pentru diferența de potențial între electrozii 1 și 4 expresia

$$V_1 - V_4 = \frac{\rho I}{\pi h} \ln \frac{(a+b)(b+c)}{a.c}$$

Se observă că și în prezența cîmpului magnetic rezistențele de transfer definite pe baza relațiilor (4.1) satisfac relația(4.2) dedusă de către Van de Pauw în absența cîmpului magnetic.

Această demonstrație confirmă justețea concluziilor stabilite în paragraful 2.3. din capitolul 2 privind utilizarea unor relații de calcul ale rezistivității atît în absența cît și în prezența cîmpului magnetic.

Rezultă prin urmare că în condițiile unor contacte teoretic filiforme și în prezența cîmpului magnetic rezistivitățile determinate cu relațiile (4.5) trebuie să fie identice. Datorită faptului că în practică contactele reale sînt de dimensiuni mici dar finite rezistențele de transfer nu mai satisfac principiul reciprocității,

$$R_{ij,mn}(B) \neq R_{mn,ij}(B) \qquad (4.13)$$

Această relație se justifică în principal prin faptul că rezistențele de transfer au două componente, ce se adună în cazul unei rezistențe de transfer și se scad în cazul celeilalte rezistențe de transfer [97, 112],

$$\begin{aligned} R_{ij,mn}(B) &= R^{a}_{ij,mn} + R^{b}_{ij,mn} \\ R_{mn,ij}(B) &= R^{a}_{mn,ij} - R^{b}_{mn,ij} \end{aligned} \qquad (4.14)$$

în care cele două componente satisfac egalitățile

$$R^{a}_{ij,mn} = R^{a}_{mn,ij} \quad ; \quad R^{b}_{ij,mn} = R^{b}_{mn,ij} \qquad (4.15)$$

Pe de altă parte determinările experimentale au scos în evidență și faptul că la aceeași valoare a inducției magnetice dar de sens opus pentru aceleași perechi de electrozi rezultă rezistivități diferite, adică

$$\rho_1(+\bar{B}) \neq \rho_1(-\bar{B}),\ \rho_2(+\bar{B}) \neq \rho_2(-\bar{B}),\ \rho_3(+\bar{B}) \neq \rho_3(-\bar{B}),\ \rho_4(+\bar{B}) \neq \rho_4(-\bar{B})$$

Rezultatul este evident dacă se ține seama de faptul că rezistențele de transfer nu mai sînt egale la cele două sensuri ale inducției magnetice, deoarece la un sens intervine suma celor două componente iar la sens opus diferența lor sau invers [110]

$$\begin{aligned} R_{ij,mn}(+\bar{B}) &= R^{a}_{ij,mn} + R^{b}_{ij,mn} \\ R_{ij,mn}(-\bar{B}) &= R^{a}_{ij,mn} - R^{b}_{ij,mn} \end{aligned} \qquad (4.16)$$

Este interesant însă de menționat și faptul că deși în prezența cîmpului magnetic și un anumit sens al inducției magnetice cele patru rezistivități sînt diferite, se poate constata că există o anumită simetrie între valorile obținute pentru cele două sensuri ale inducției magnetice așa cum rezultă și din determinările experimentale

$$\rho_1(+\bar{B}) = \rho_3(-\bar{B}), \quad \rho_1(-\bar{B}) = \rho_3(+\bar{B})$$

$$\rho_2(+\bar{B}) = \rho_4(-\bar{B}), \quad \rho_2(-\bar{B}) = \rho_4(+B)$$

Acest lucru se datorește faptului că rezistențele de transfer satisfac egalitatea [110]

$$R_{ij,mn}(+\bar{B}) = R_{mn,ij}(-\bar{B}) \qquad (4.17)$$

Din cele prezentate rezultă că în condițiile unor contacte reale foarte mici, avînd totuși anumite dimensiuni, aplicarea metodei Van der Pauw în prezența cîmpului magnetic conduce în general la valori diferite ale rezistivității în raport cu perechile de electrozi considerate și cu sensul inducției magnetice. Experiențele efectuate au scos în evidență o dispersie destul de mare a rezistivităților ce rezultă la un sens al inducției magnetice, îndeosebi la inducții magnetice mai mari. Este interesant de menționat faptul că o dispersie de valori mai mică se obține dacă pentru determinarea variației rezistivității cu inducția magnetică se consideră rezistențele proprii, care de altfel nici nu depind de sensul inducției magnetice

$$R_{ij}(+\bar{B}) = R_{ij}(-\bar{B}) = \frac{V_i - V_j}{I_{ij}} \qquad (4.18)$$

astfel, se determină rezistivitatea în absența cîmpului magnetic $\rho(0)$ folosind relația (4.3) iar rezistivitatea în prezența cîmpului magnetic $\rho(B)$ se determină cu relația [99,100]

$$\rho(B) = \rho(0) \cdot \frac{R_{ij}(B)}{R_{ij}(0)} \qquad (4.19)$$

în care $R_{ij}(B)$ și $R_{ij}(0)$ reprezintă rezistența proprie în raport cu o pereche de electrozi i-j în prezența și respectiv în absența cîmpului magnetic. Trebuie menționat însă că relația (4.19) se poate aplica doar în cazul unor contacte suficient de mici pentru ca modificarea rezistenței proprii datorită efectului magnetorezistiv geometric să fie neglijabilă. Verificarea acestei ipoteze se poate face determinînd rezistențele proprii la cele $C_4^2 = 6$ perechi de electrozi. Dacă se obține practic același raport $R_{ij}(B)/R_{ij}(0)$ pentru toate perechile de electrozi, înseamnă că ipoteza menționată se poate considera satisfăcută.

O altă modalitate de a determina rezistivitatea în prezența inducției magnetice se referă la utilizarea în relația (4.3) a componentelor rezistențelor de transfer ce nu depind de sensul inducției magnetice [111]

$$\rho = \frac{\pi h}{\ln 2} \cdot \frac{R^a_{12,34} + R^a_{23,41}}{2} \cdot f\left(\frac{R^a_{12,34}}{R^a_{23,41}}\right) \qquad (4.2o)$$

De menţionat că relaţia (4.2o) conduce la aceeaşi valoare a rezistivităţii pentru toate perechile de electrozi, avînd în vedere faptul că componentele ce nu depind de sensul inducţiei magnetice ale rezistenţelor de trasnfer ce intervin în relaţiile (4.5) satisfac egalităţile (4.15)

4.1.3. Calculul numeric a rezistivităţii plăcilor de formă arbitrară.

După cum s-a precizat în cazul metodei Van der Pauw rezistenţele de transfer, ce se vor nota pentru simplitate cu un singur indice

$$R_1 = \frac{U_{43}}{I_{12}}, \qquad R_2 = \frac{U_{14}}{I_{23}}$$

satisfac relaţia

$$e^{-\pi h R_1/\rho} + e^{-\pi h R_2/\rho} = 1$$

Calculul rezistivităţii presupune calculul soluţiei funcţiei

$$F(\rho) = e^{-\pi h\, R_1/\rho} + e^{-\pi h\, R_2/\rho} - 1 = 0 \qquad (4.21)$$

In acest scop se foloseşte un procedeu iterativ conform căruia pornind de la o valoare iniţială ρ_1 se poate calcula o valoare ρ_2 mai apropiată de soluţia ecuaţiei (4.21), care la rîndul său poate fi folosită pentru calculul altei valori ρ_3, etc. Relaţia de calcul a rezistivităţii în funcţie de valoarea ei de la iteraţia precedentă în cazul algoritmului Newton-Raphson este [2o, 26],

$$\rho_{n+1} = \rho_n - \frac{F(\rho_n)}{F'(\rho_n)} \qquad (4.22)$$

în care valorile funcţiei $F(\rho)$ şi respectiv a derivatei $F'(\rho)$ se calculează cu valoarea rezistivităţii din iteraţia precedentă. Fiind vorba de un proces iterativ calculul se continuă pînă cînd eroarea relativă la două iteraţii succesive este mai mică decît o valoare ε, stabilită de la început în funcţie de precizia cu care se doreşte să se obţină rezultatul, adică

$$\Delta_{n+1} = \frac{|\rho_{n+1} - \rho_n|}{\rho_{n+1}} \qquad (4.23)$$

Dacă procesul este divergent atunci nu este satisfacută relaţia

$$\Delta_{n+1} \leq \Delta_n \qquad (4.24)$$

Dacă se fac notaţiile $a = \pi h R_1$ şi $b = \pi h R_2$ expresiile funcţiei $F(\rho)$ şi respectiv a derivatei $F'(\rho)$ devin

$$F(\rho) = e^{-a/\rho} + e^{-b/\rho} - 1 \qquad (4.25)$$

$$F'(\rho) = \frac{1}{\rho^2}\left(a e^{-a/\rho} + b e^{-b/\rho} \right)$$

Pe baza relaţiilor (4.25) relaţia (4.22) devine

$$\rho_{n+1} = \frac{\rho_n \left[(a - \rho_n)\, e^{-a/\rho_n} + (b - \rho_n)\, e^{-b/\rho_n} + \rho_n \right]}{a\, e^{-a/\rho_n} + b\, e^{-b/\rho_n}} \qquad (4.26)$$

O problemă importantă o constituie alegerea corespunzătoare a valorii iniţiale a rezistivităţii ρ_1, de care depinde însăşi rapiditatea convergenţei procesului iterativ. In acest sens se observă că dacă rezistenţele de transfer sînt egale $R_1 = R_2 = R$, ecuaţia (4.21) devine

$$2\, e^{-\pi h R/\rho} - 1 = 0$$

din care rezultă

$$\rho = \frac{\pi h}{\ln 2} R$$

In general însă rezistenţele de trasnfer nu sînt egale $R_1 \neq R_2$, în schimb se poate considera drept valoare iniţială a rezistivităţii ρ_1 valoarea calculată cu relaţia

$$\rho_1 = \frac{\pi h}{\ln 2} \cdot \frac{R_1 + R_2}{2} = \frac{a + b}{2 \ln 2} \qquad (4.27)$$

Schema bloc a algoritmului de calcul este prezentată în figura 4.5, în care se calculează rezistivitatea pentru diferite perechi de valori ale rezistenţelor de transfer R_1 şi R_2, a căror valoare începînd de la 1 se măreşte cu o unitate pînă la valoarea R. Pentru fiecare pereche de valori ale rezistenţelor de transfer se parcurge un număr de iteraţii pînă cînd este satisfăcută condiţia de precizie dată de relaţia (4.23). Dacă acest lucru nu se realizează după un număr N de iteraţii se tipăreşte comentariul 1 „ nu s-a obţinut precizia dorită ". Dacă procesul este divergent şi deci nu se satisface relaţia (4.24) se tipăreşte

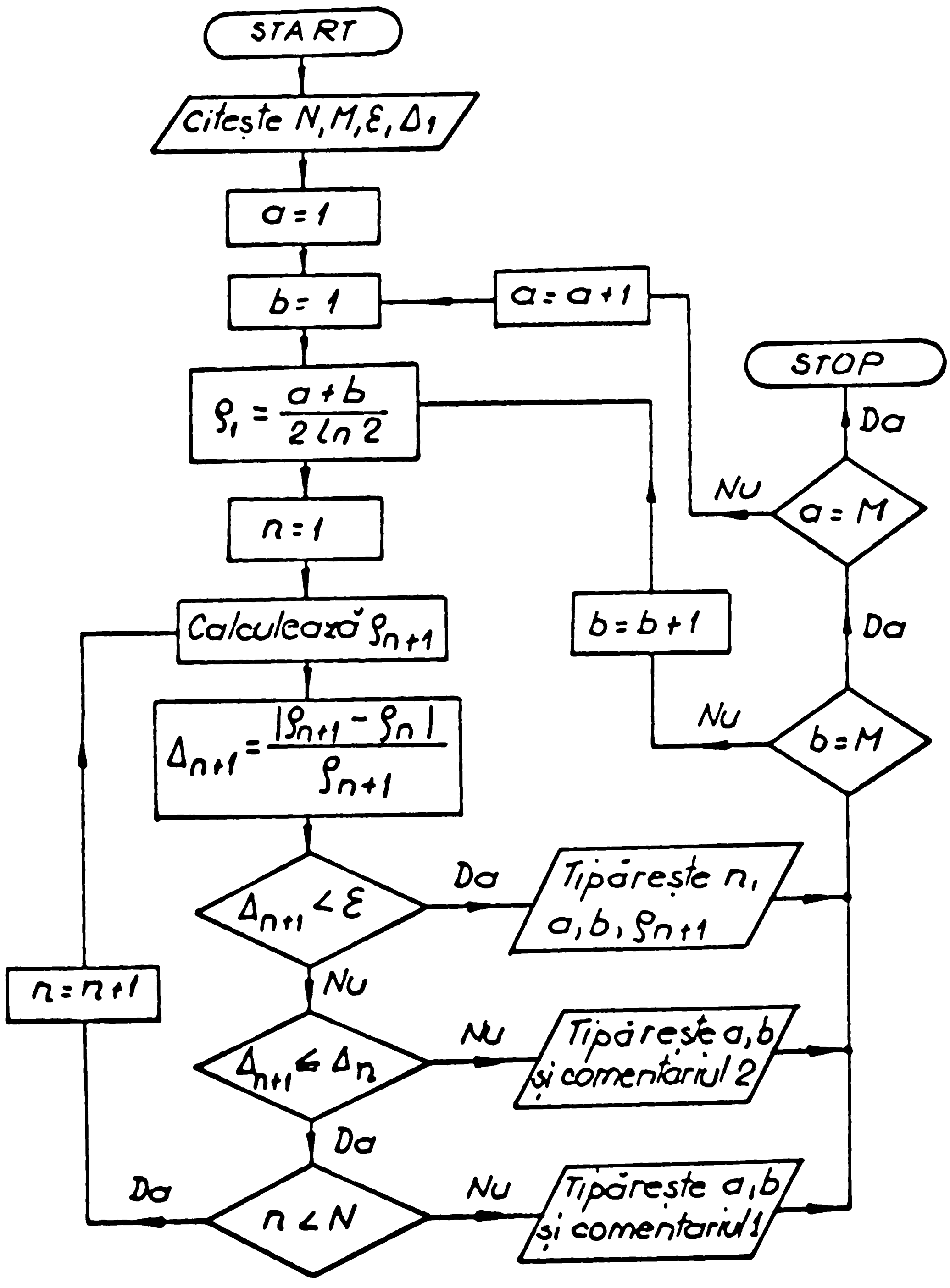


Fig.4.5.

comentariul 2 „proces divergent". Rezultatele obţinute au confirmat importanţa alegerii valorii iniţiale a rezistivităţii, respectiv calculul acesteia cu rel.(4.27). Numărul iteraţiilor creşte pe măsură ce raportul celor două rezistenţe de transfer devine din ce în ce mai mare, iar la valori ale raportului mai mari de 20 procesul este divergent. Se constată o bună concordanţă între valorile rezistivităţii, calculate numeric cu ajutorul programului a cărui schemă bloc este cea din figura 4.5, cu cele calculate cu relaţia (4.3) în care factorul f a fost calculat numeric pe baza relației (4.10). Astfel la un raport al rezistențelor de transfer egal cu 4 rezultă o eroare relativă de 0,16% iar pentru raportul rezistențelor de transfer egal cu 2 eroarea relativă este 0,02 .

4.1.4. Determinarea coeficientului Hall la plăci de formă oarecare

In ceea ce privește determinarea coeficientului Hall a materialelor semiconductoare folosind plăci de formă oarecare cu electrozi filiformi dispuşi pe periferie, Van der Pauw indică relația

$$C_H = \frac{h}{B} \cdot \Delta R_{13,24} \qquad (4.28)$$

în care h este grosimea plăcii, B valoarea inducției magnetice presupusă uniformă și perpendiculară pe placă iar $\Delta R_{13,24}$ reprezintă modificarea rezistenței de transfer, definită în raport cu două contacte nealăturate, datorită prezenței cîmpului magnetic. Această modificare se poate calcula cu relația

$$\Delta R_{13,24} = \frac{U_{24}(B) - U_{24}(0)}{I_{13}} \qquad (4.29)$$

în care $U_{24}(0)$ este tensiunea măsurată la perechea de electrozi în absența cîmpului magnetic, iar $U_{24}(B)$ este tensiunea la aceeași pereche de electrozi în prezența lui $\overline{B}$. Datorită faptului că una dintre componentele acestei tensiuni depinde de valoarea inducției magnetice datorită efectului magnetorezistiv fizic, aplicarea relației (4.28) în care $\Delta R_{13,24}$ se calculează cu relația (4.29), poate fi însoțită de erori. Astfel la aceeași valoare a inducției magnetice dar sens opus rezultă valori diferite pentru coeficientul Hall, $C_H(+\overline{B}) \neq C_H(-\overline{B})$. Pentru a elimina aceste erori determinate de variația rezistivității cu inducția magnetică, coeficientul Hall se poate calcula cu relația

$$C_H(B) = \frac{h}{B \cdot I_{13}} \left[U_{24}(B) - U_{24}(0) \cdot \frac{\rho(B)}{\rho(0)} \right] \qquad (4.30)$$

ce presupune însă cunoașterea variației rezistivității cu inducția magnetică.

Pe o cale mai simplă determinarea coeficientului Hall se poate face pe baza a două măsurări pentru cele două sensuri ale inducției magnetice

$$C_H(B) = \frac{h}{2BI_{13}}\left[U_{24}(+\bar{B}) - U_{24}(-\bar{B})\right] \qquad (4.31)$$

In felul acesta se elimină componenta tensiunii care depinde numai de valoarea inducţiei magnetice şi nu şi de sensul ei.

Relaţiile (4.30) şi (4.31) pot fi aplicate în cazul unor electrozi filiformi. In realitate contactul electrod-placă semiconductoare are o anumită dimensiune ceea ce face ca determinarea coeficientului Hall cu relaţiile (4.30) şi (4.31) să fie însoţită de erori. Erorile ce apar în cazul unor contacte de alimentare cu dimensiuni se datoresc în principal a două cauze. Pe de o parte faptului că în expresia (4.31) intervine şi un factor subunitar F_H funcţie de geometria plăcii, dimensiunile contactelor şi de inducţia magnetică, rezultînd pentru coeficientul Hall expresia

$$C_H(B) = \frac{h}{2F_H B I_{13}}\left[U_{24}(+\bar{B}) - U_{24}(-\bar{B})\right] \qquad (4.32)$$

Pe de altă parte semidiferenţa tensiunilor $U_{24}(+\bar{B})$ şi $U_{24}(-\bar{B})$ nu reprezintă tensiunea Hall în cazul unor contacte de alimentare cu dimensiuni şi a unor contacte de măsurare neechipotenţiale în absenţa cîmpului magnetic. In adevăr considerînd contactele 2-2' şi 4-4' echipotenţiale în prezenţa inducţiei magnetice (fig.4.o) şi ţinînd seama de descompunerea rezistenţelor de transfer în două componente, dintre care una este independentă de sensul cîmpului magnetic iar cealaltă îşi modifică sensul cu sensul inducţiei magnetice, tensiunile măsurate la electrozii 2-4 la cele două sensuri ale inducţiei magnetice pot fi scrise în forma [100]

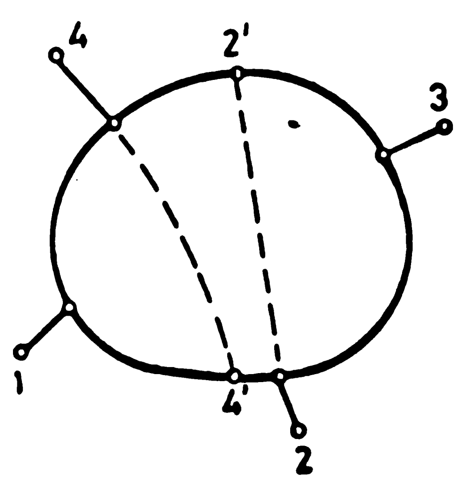


Fig.4.o.

$$U_{24}(+\bar{B}) = U_{22'}(+\bar{B}) + U_{2'4}(+\bar{B}) = U_{H2} + U^a_{2'4} + U^b_{2'4}$$

$$U_{24}(-\bar{B}) = U_{22'}(-\bar{B}) + U_{2'4}(-\bar{B}) = -U_{H2} + U^a_{2'4} - U^b_{2'4} \qquad (4.33)$$

în care U_{H2} este tensiunea Hall corespunzătoare contactelor 2-2' echipotenţiale în absenţa lui B. Din relaţiile (4.33) se obţine

$$\frac{1}{2}\left[U_{24}(+\bar{B}) - U_{24}(-\bar{B})\right] = U_{H2} + U^{b}_{2'4} \neq U_{H2} \qquad (4.34)$$

Ținînd seama de caracterul potențial al cîmpului electric din placă tensiunile $U_{24}(+\bar{B})$ și $U_{24}(-\bar{B})$ pot fi descompuse în forma

$$U_{24}(+\bar{B}) = U_{24'}(+\bar{B}) + U_{4'4}(+\bar{B}) = U^{a}_{24'} + U^{b}_{24'} + U_{H4}$$
$$U_{24}(-\bar{B}) = U_{24'}(-\bar{B}) + U_{4'4}(-\bar{B}) = U^{a}_{24'} - U^{b}_{24'} - U_{H4} \qquad (4.35)$$

în care U_{H4} este tensiunea Hall corespunzătoare contactelor 4-4' echipotențiale în absența lui B. Din relațiile (4.35) rezultă

$$\frac{1}{2}\left[U_{24}(+\bar{B}) - U_{24}(-\bar{B})\right] = U^{b}_{24'} + U_{H4} \neq U_{H4} \qquad (4.36)$$

Din relațiile (4.34) și (4.36) rezultă că semidiferența tensiunilor $U_{24}(+\bar{B})$ și $U_{24}(-\bar{B})$ este diferită de tensiunea Hall. Eliminarea acestui neajuns poate fi făcută dacă se măsoară tensiunea între un electrod de alimentare (de curent) și unul de măsurare (de tensiune) așa cum se va demonstra în paragraful 4.2.2 .

Pe baza descompunerilor (4.33) și (4.35) se pot face și unele observații în legătură cu tensiunea de zero (de neechipotențialitate a electrozilor Hall), utile în aplicațiile tehnice ale dispozitivelor Hall, respectiv în compensarea acestei tensiuni [35]

4.2. Determinarea rezistivității și coeficientului Hall la plăci de formă oarecare cu metoda modelizării

4.2.1. Unele proprietăți ale paralelogramului Hall.

Metoda modelizării electrocinetice dă posibilitatea aplicării principiilor de reprezentare conformă fără să se opereze însă direct cu funcțiile analitice, reprezentarea conformă realizîndu-se în acest caz pe cale experimentală cu ajutorul unor modele. La baza metodei modelizării electrocinetice stă echivalența domeniilor reprezentate conform din punctul de vedere al rezistenței electrice care este aceeași. Sub acest aspect caracteristicile paralelogramului Hall joacă un rol important [95] .

Paralelogramul Hall este un domeniu echivalent plăcii Hall corespunzător reprezentării conforme, în care spectrul electric este uniform. Oricare ar fi forma plăcii Hall, dacă ea corespunde unui domeniu simplu conex și este prevăzută pe frontiera numai cu doi electrozi de dimensiuni finite (fig.4.7.a), domeniul respectiv se poate transforma conform într-un paralelogram Hall simplu (fig.4.7.b).

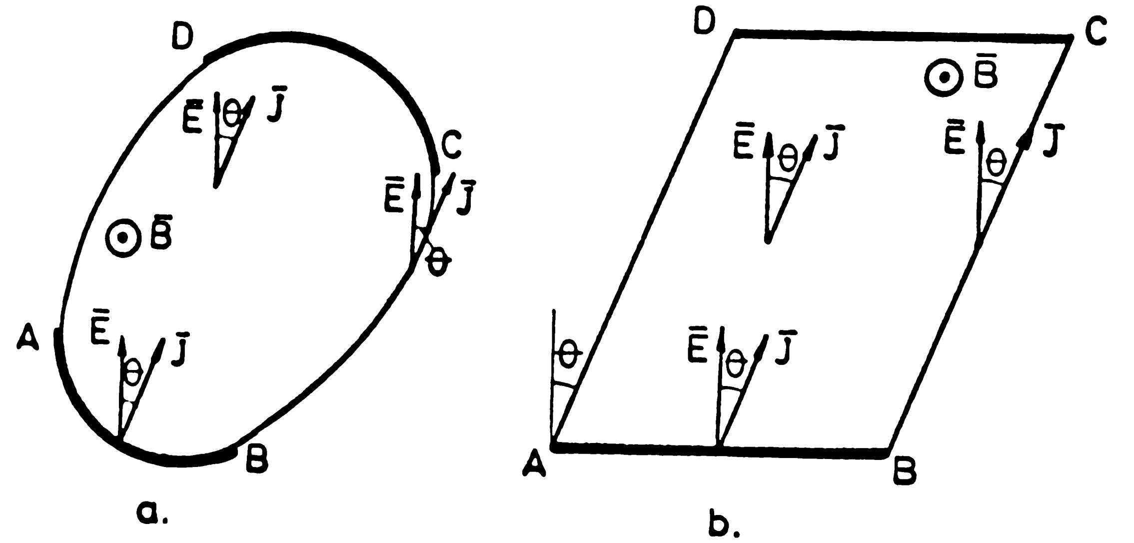


Fig.4.7.

Atît la placă cît şi la paralelogram electrozii AB şi CD sînt presupuşi cu conductivitate electrică foarte mare. Condiţiile de frontieră stabilesc că intensitatea cîmpului electric $\bar{E}$ este perpendiculară pe suprafaţa electrozilor, iar densitatea curentului electric $\bar{J}$ este tangentă la suprafaţa liberă (neacoperită de electrozi metalici).

Deoarece cîmpul din paralelogramul Hall este uniform se obţine pentru rezistenţa plăcii în prezenţa inducţiei magnetice expresia

$$R(B) = \rho(B) \cdot \frac{a}{h\ b\cos\theta} \qquad (4.37)$$

în care ρ (B) reprezintă rezistivitatea materialului semiconductor din care este confecţionată placa, h este grosimea plăcii iar a şi b sînt dimensiunile paralelogramului Hall (fig.4.8).

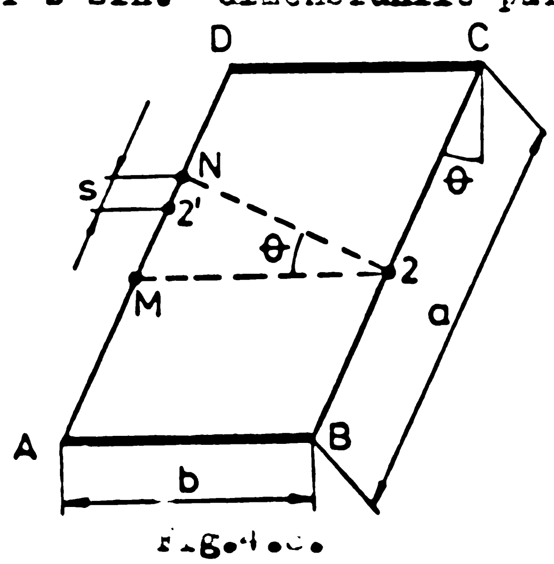


Fig.4.8.

Considerînd doi electrozi punctiformi 2 şi 2' numiţi şi electrozi Hall, echipotenţiali în absenţa cîmpului magnetic, a căror poziţie în paralelogramul Hall este arătată în figura 4.8, se poate determina expresia tensiunii Hall măsurată între aceşti doi electrozi în forma [95]

$$U_H = C_H(B)\,\frac{1}{h}\,I\,B\left(1 - \frac{s}{b\cdot\sin\theta}\right) \qquad (4.38)$$

în care $C_H(B)$ reprezintă coeficientul Hall al materialului semiconductor din care este confecţionată placa, I curentul de comandă al plăcii iar s reprezintă segmentul 2'N, N fiind piciorul perpendicularei duse din 2 pe latura AD.

Din relaţiile (4.37) şi (4.38) pot fi calculaţi parametrii fizici $\rho(B)$ şi $C_H(B)$ dacă în afara mărimilor ce se măsoară pe placa reală se determină paralelogramul Hall corespunzător, respectiv se determină mărimile a, b, s şi θ.

Determinarea paralelogramului Hall ce reprezintă conform o placă de formă oarecare este în general o problemă dificilă. De aceea o metodă utilă pentru determinarea paralelogramului Hall o reprezintă metoda modelării electrocinetice. Dintr-un material oarecare (de ex. hîrtie electroconductoare) se decupează un model avînd forma asemănătoare cu cea a plăcii Hall iniţiale.

Alegînd arbitrar o înclinare iniţială θ_0 şi considerînd o anumită lăţime b a paralelogramului, confecţionat din acelaşi material ca şi modelul (se modifică lungimea acestuia pînă cînd rezistenţa sa devine egală cu rezistenţa electrică a modelului. Cu ajutorul relaţiilor (4.37) şi (4.38) se poate calcula într-o primă etapă valoarea rezistivităţii şi a coeficientului Hall ale materialului semiconductor din care este confecţionată placa Hall. Cu aceste valori se calculează tangenta unghiului θ rezultînd o altă valoare θ_1 a înclinării paralelogramului. Se modifică din nou dimensiunile acestuia pînă rezultă aceeaşi rezistenţă electrică şi se determină apoi alte valori pentru $\rho(B)$ şi $C_H(B)$. Se continuă astfel procesul iterativ pînă cînd valoarea unghiului θ rămîne practic aceeaşi la două iteraţii succesive.

4.2.2. O nouă metodă de determinare a tensiunii Hall

Metoda modelării electrocinetice a fost folosită pentru determinarea parametrilor fizici la o placă de formă oarecare avînd doi electrozi de alimentare (de comandă) şi trei electrozi de măsurare (de tensiune) dintre care doi echipotenţiali [15].

Deoarece plasarea pe periferia unei plăci de formă oarecare a doi electrozi Hall pe o suprafaţă echipotenţială în absenţa cîmpului magnetic reprezintă în general o dificultate, în cele ce urmează se va prezenta o nouă metodă de măsurare a tensiunii Hall folosind un singur electrod Hall.

Curentul de alimentare se stabileşte între electrozii

1-2 plini iar tensiunea se măsoară între electrodul 1 şi 3, ultimul fiind filiform (fig.4.9). In figura 4.9 a fost reprezentată cu linie întreruptă o linie echipotenţială în absenţa inducţiei magnetice, $U_{33'}(0) = 0$. Pentru determinarea coeficientului Hall interesează tensiunea Hall ce ar apare între punctele 3-3' în prezenţa cîmpului magnetic

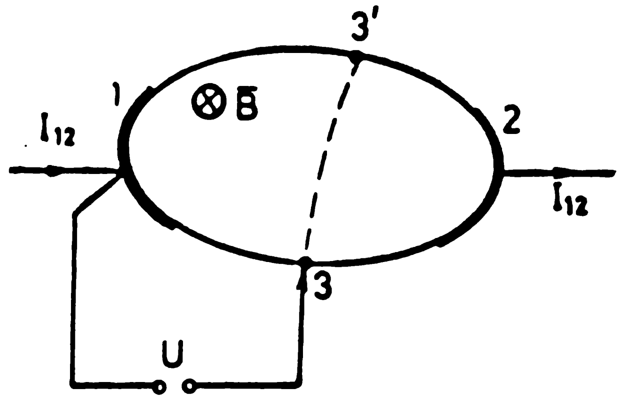


Fig.4.9.

$$U_H = U_{33'}(+\bar{B}) = U_{33'}(-\bar{B})$$

Deoarece în regim staţionar intensitatea cîmpului electric este un cîmp potenţial se poate scrie

$$U_H = \int_3^{3'} \bar{E}\cdot d\bar{l} = \int_3^{1} \bar{E}\cdot d\bar{l} + \int_1^{3'} \bar{E}\cdot d\bar{l} = U_{31}(+\bar{B}) + U_{13'}(+\bar{B})$$

avînd în vedere faptul că 3 şi 3' sînt echipotenţiale în absenţa lui B şi ţinînd seama că la cele două sensuri ale cîmpului magnetic paralelogramul Hall îşi schimbă doar sensul de înclinare, se poate arăta că este satisfăcută relaţia [113]

$$U_{13'}(+\bar{B}) = U_{13}(-\bar{B}) \tag{4.39}$$

astfel ca pentru tensiunea Hall se obţine expresia

$$U_H = U_{31}(+\bar{B}) + U_{13}(-\bar{B}) = U_{13}(-\bar{B}) - U_{13}(+\bar{B}) \tag{4.40}$$

Rezultă deci că tensiunea Hall poate fi determinată efectuînd două măsurări la cele două sensuri ale inducţiei magnetice. Determinarea tensiunii Hall cu relaţia (4.40) permite calculul parametrilor fizici la plăci de formă oarecare cu electrozi de alimentare de dimensiuni arbitrare. In acest scop se determină poziţia punctelor 3 şi 3' din paralelogram astfel încît tensiunea U_{13} şi $U_{13'}$ măsurată în paralelogram să fie egală cu tensiunea U_{13} măsurată pe model atunci cînd în paralelogram şi în model se stabileşte acelaşi curent electric ($I_{12p} = I_{12m}$). Punctul 3' din paralelogram ar fi corespondentul punctului 3' din placă ce are acelaşi potenţial ca şi electrodul 3 în absenţa cîmpului magnetic.

Din relaţia (4.37) se poate calcula o primă valoare a rezistivităţii folosind dimensiunile paralelogramului Hall ce corespunde înclinării θ_0 arbitrar aleasă. Dacă în relația (4.39) se ține seama că

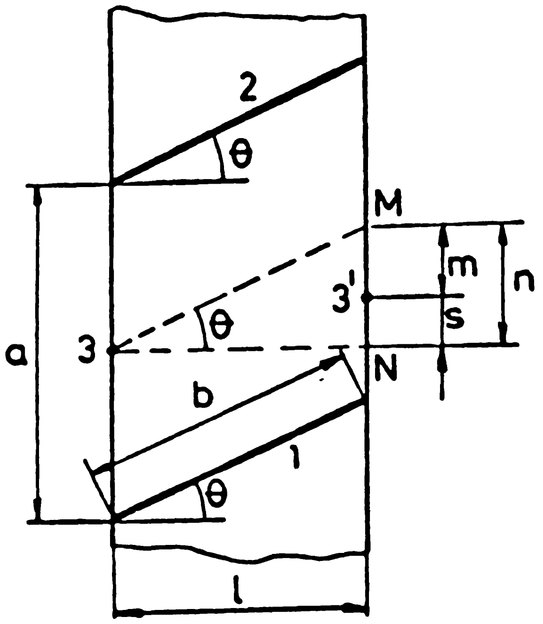


Fig.4.10.

$$1 - \frac{s}{b\sin\theta} = \frac{m}{m+s} = \frac{m}{n}$$

în care m și n reprezintă lungimea segmentelor din figura 4.10 și că tensiunea Hall U_H corespunzătoare contactelor 3-3' considerate echipotențiale în absența inducției magnetice se poate calcula cu relația (4.40) o primă valoare a coeficientului Hall. Cu aceste valori ale parametrilor fizici se recalculează unghiul Hall cu relația

$$tg\,\theta_1 = \frac{C_H(T)}{\rho_1(T)} \cdot B$$

modificîndu-se astfel înclinarea θ_1 a electrozilor și continuînd procesul iterativ descris.

4.2.5. O altă variantă a metodei modelării

Aplicarea relațiilor (4.37) și (4.38) obținute pe baza proprietăților diagramei Hall este însoțită de erori dacă electrodul 3 nu este uniform, deoarece în acest caz forma paralelogramului Hall se modifică [..]. În situația în care nu se poate realiza un contact foarte mic se propune utilizarea unei noi variante a metodei modelării electrotehnice.

Se măsoară rezistența probei magnetice de formă arbitrară, cu doi electrozi de dimensiuni finite, atît în absența cîmpului magnetic R(0) cît și în prezența cîmpului magnetic R(B). Se confecționează din hîrtie electroconductoare un model asemănător probei pe care se desenează paralelogramul Hall respectînd egalitatea rezistențelor electrice a modelului R_m și a paralelogramului R_p.

Pentru o înclinare inițială θ_0 a electrozilor se calculează forma paralelogramului cu relația (4.37). Determinînd dimensiunile și rezistivitatea materialului semiconductor în absența cîmpului magnetic, considerînd paralelogramul Hall pentru o înclinare θ = 0, care este de fapt un dreptunghi, folosind relația

$$\rho(0) = \frac{d\cdot l}{a} R(0)$$

în care l și a sînt laturile dreptunghiului iar R(0) rezistența plăcii în absența cîmpului magnetic.

Se confecționează din același material cu placa dată un „ disc Corbino " avînd un electrod ce acoperă în întregime conturul plăcii (fig.4.11) și se măsoară rezistența discului Corbino în absența cîmpului magnetic $R_c(0)$ și în prezența cîmpului magnetic $R_c(B)$. Deoarece raportul rezistențelor electrice ale discului Corbino în prezența și în absența cîmpului magnetic se poate exprima în funcție de raportul rezistivităților și unghiul θ [22, 95]

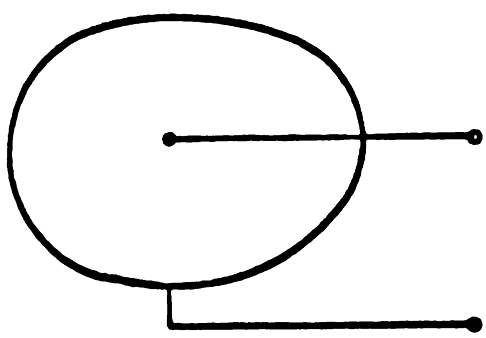


Fig.4.11.

$$\frac{R_c(B)}{R_c(0)} = \frac{\rho(B)}{\rho(0)} \cdot \frac{1}{\cos^2\theta}$$

se poate determina o nouă valoare θ_1 a înclinării electrozilor în paralelogramul Hall

$$\cos\theta_1 = \sqrt{\frac{\rho_1(B)}{\rho(0)} \cdot \frac{R_c(0)}{R_c(B)}} \qquad (4.41)$$

Se modifică înclinarea electrozilor la θ_1 și se determină o nouă valoare a rezistivității $\rho_2(B)$ cu relația (4.37).Se continuă astfel iterațiile pînă cînd

$$|\theta_n - \theta_{n-1}| < \varepsilon$$

cînd se consideră pentru rezistivitate valoarea $\rho_n(B)$.

Se poate determina apoi coeficientul Hall folosind relația

$$C_H(B) = \frac{\rho_n(B).\mathrm{tg}\theta_n}{B} \qquad (4.42)$$

Deși precizia metodei modelizării electrocinetice nu este prea ridicată ea este utilă în cazul plăcilor de formă arbitrară cu electrozi de alimentare plini (avînd dimensiuni finite).

CAPITOLUL V

DETERMINĂRI EXPERIMENTALE

5.1. Instalaţia de măsurare

Determinarea parametrilor fizici ai materialelor semiconductoare precum şi studiul comportării dispozitivelor galvanomagnetice au impus proiectarea şi realizarea unei instalaţii de măsurare formată din două părţi principale :

- partea destinată obţinerii unui cîmp magnetic uniform în întrefierul unui electromagnet ce permite modificarea valorii inducţiei magnetice şi schimbarea sensului cîmpului magnetic
- partea destinată alimentării cu curent de comandă a dispozitivelor galvanomagnetice şi măsurării tensiunilor necesare în calculul parametrilor globali ai dispozitivelor şi parametrilor fizici ai materialelor semiconductoare.

Schema bloc a primei părţi este prezentată în figura 5.1 în care AT reprezintă un autotransformator, R punte redresoare, F filtru de netezire, EM electromagnet de curent continuu. Electromagnetul s-a realizat dintr-un miez din tablă silicioasă laminată la rece, format din două părţi egale, secţiunea avînd formă de pătrat cu latura de 60 mm. Calculul bobinei electromagnetului s-a făcut în ipoteza obţinerii unei inducţii magnetice în întrefier de 1 Wb/m^2 la un întrefier $\delta = 2 \times 1$ cm şi un curent prin bobină de 6 A.

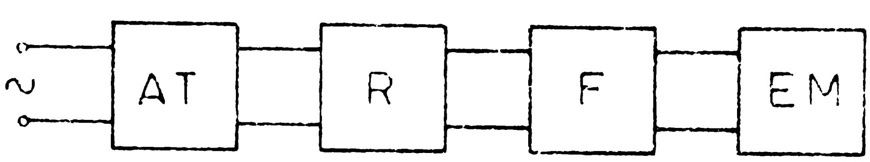


Fig.5.1.

Instalaţia fiind folosită pentru determinarea parametrilor unor dispozitive galvanomagnetice avînd diferite grosimi, s-a prevăzut ca electromagnetul să fie cu întrefier reglabil. Reglarea întrefierului se face cu un dispozitiv mecanic ce permite deplasarea unei jumătăţi a miezului faţă de cealaltă printr-o mişcare de translaţie.

Pentru alimentarea electromagnetului în curent continuu se foloseşte o punte redresoare cu diode şi un filtru LC (fig. 5.2).

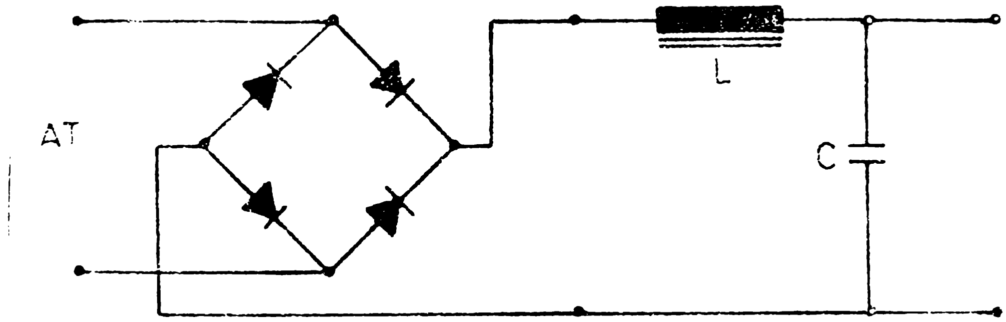


Fig.5.2.

Schema electrică a primei părţi a instalaţiei, inclusiv partea de protecţie şi de comandă a acesteia este prezentată în figura 5.3.

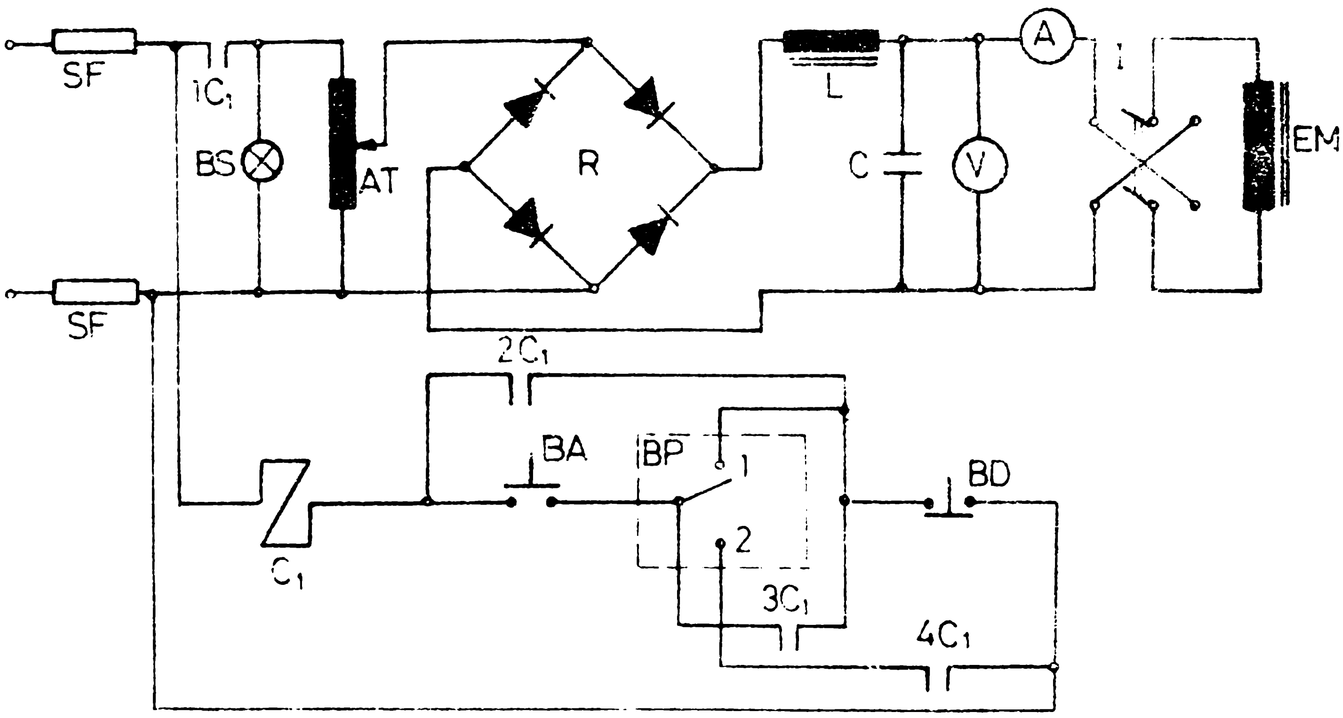


Fig.5.3.

Elementele schemei din figura 5.3 sînt: SF - siguranţe fuzibile; BS - bec semnalizare cu transformator 220/24V ; V- voltmetru de curent continuu 100 V ; A - ampermetru de curent continuu 6 A ; I - comutator pachet pentru inversarea sensului curentului în electromagnet ; C_1 - contactor TCA-10 cu 4 contacte normal deschise; BA, BD - butoane de anclanşare şi respectiv declanşare.

Pentru a evita apariţia supratensiunilor la conectarea sau deconectarea circuitului de alimentare al electromagnetului s-a introdus un blocaj de protecţie BP, ce este un limitator de cursă cu două contacte 1 şi 2 a căror stare este corelată cu poziţia cursorului autotransformatorului. In poziţia 0 a cursorului autotransformatorului contactul 1 este închis şi 2 deschis, iar atunci cînd cursorul este într-o poziţie diferită de 0 se deschide 1 şi se închide 2. Se observă din schema că datorită BP conectarea şi respectiv deconectarea circuitului de alimentare al electromagnetului se poate face doar cînd cursorul autotransformatorului este în poziţia 0.

Curentul de comandă al dispozitivelor galvanomagnetice se obţine de la o sursă de tensiune continuă stabilizată ce poate furniza la ieşire tensiunea continuă de 0 - 7,5 V. Măsurarea curentului de comandă se face cu un aparat de tip magnetoelectric de clasă 0,5 , avînd mai multe domenii de măsurare de la 6 mA pînă la 6 A. Pentru măsurarea tensiunilor se conectează aparatul de măsurare la o pereche de borne de pe panoul instalaţiei.

In cazul folosirii metodei Van der Pauw pentru determinarea parametrilor fizici,plăcile semiconductoare de formă oarecare se fixează într-un dispozitiv ce realizeează patru contacte filiforme cu ajutorul unor electrozi în formă de cuţit. Presiunea de contact este asigurată de arcuri presoare iar ghidarea şi fixarea electrozilor se realizează prin două rame suport. Electrozii se conectează la patru borne exterioare ce permit utilizarea instalaţiei şi pentru determinarea comportării altor dispozitive galvanomagnetice în cîmp magnetic.

Faţă de electromagnetul de tip Weiss existent în dotarea catedrei, instalaţia descrisă prezintă în principal două avantaje : conţine toate elementele montajului (surse de alimentare, aparate de măsurare, sistemele de reglare şi de comandă) necesare efectuării determinărilor experimentale şi nu are practic ciclul de histereză, iar inducţia magnetică remanentă este neglijabilă faţă de cea de la electromagnetul Weiss la acelaşi întrefier. Dezavantajul instalaţiei constă în faptul că nu se pot obţine inducţii magnetice de valoare relativ mare.

Vederea de ansamblu a instalaţiei este prezentată în fig. 5.4.

5.2. <u>Determinarea experimentală a parametrilor globali ai dispozitivelor galvanomagnetice</u>.

Deoarece valoarea rezistenţei electrice a dispozitivelor galvanomagnetice se modifică cu inducţia magnetică datorită efectului magnetorezistiv fizic şi geometric este necesar să se ţină seama se acest lucru la dimensionarea schemei de alimentare cu curent de comandă a dispozitivelor galvanomagnetice [101, 102]

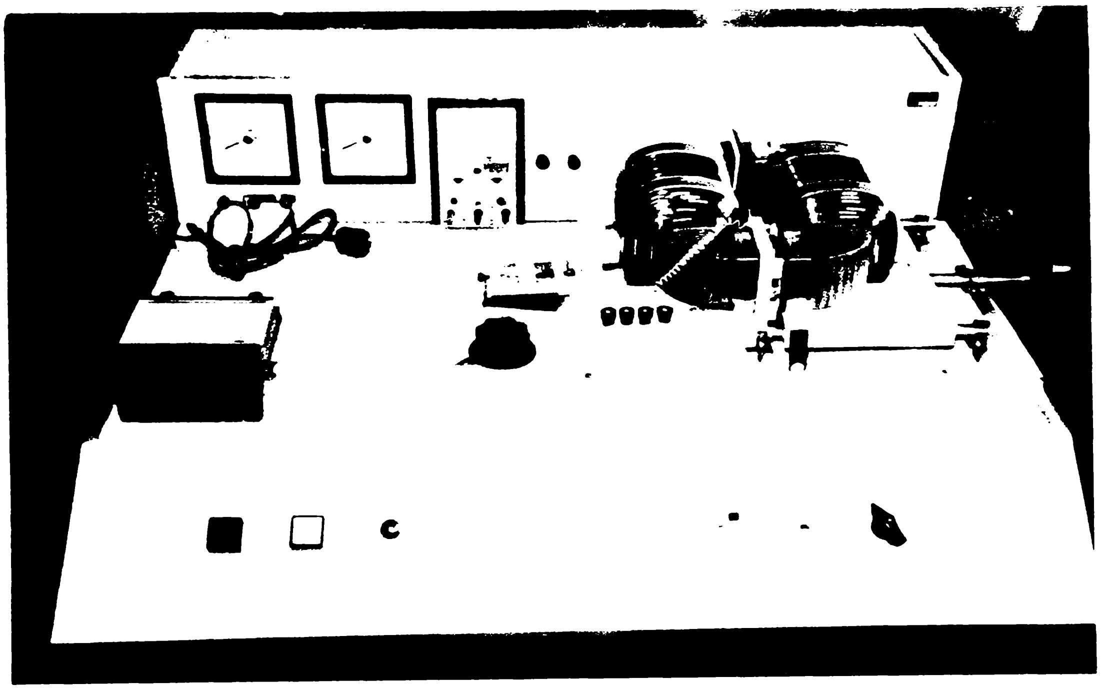


Fig.5.4.

In acest sens o importanţă deosebită prezintă dependenţa rezistenţelor proprii R_p de inducţia magnetică. In figura 5.5. este prezentată dependenţa raportului $R_p(B)/R_p(0)$ de valoarea inducţiei magnetice pentru două plăcuţe din InSb (curba 1) şi InAs(curba 2), determinări efectuate la cele două sensuri a lui $\bar{B}$.

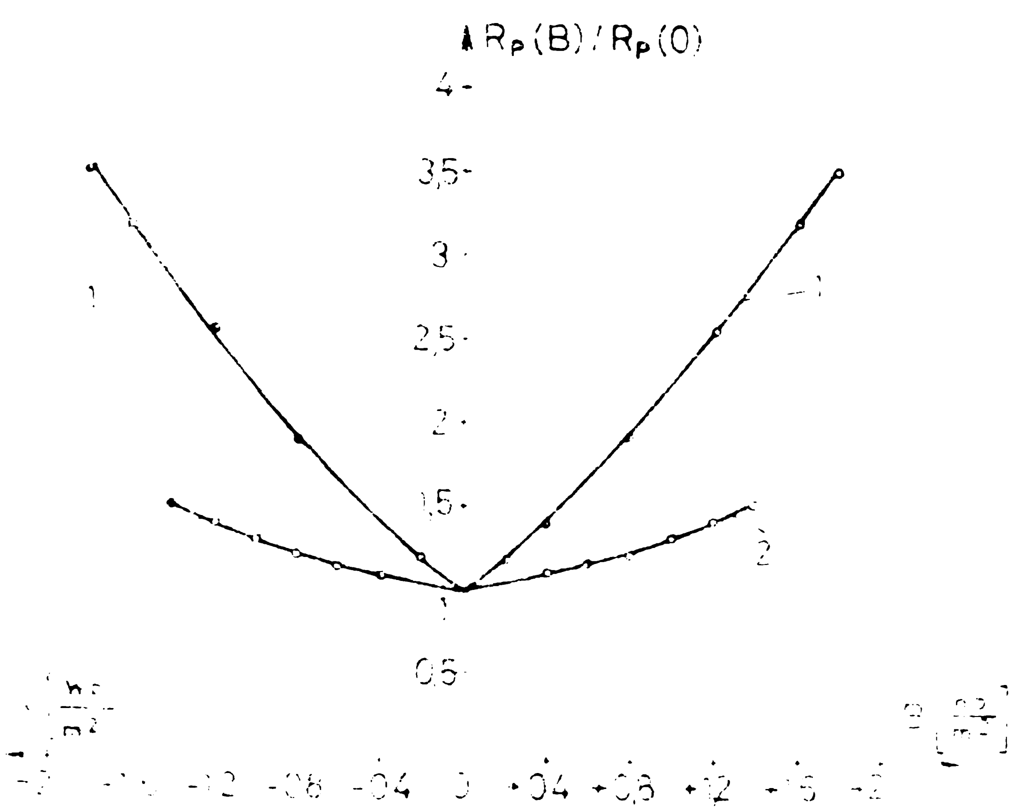


Fig.5.5.

Rezultă şi din figura 5.5 că pentru orice dispozitiv galvanomagnetic rezistenţa proprie depinde doar de valoarea inducţiei magnetice, nu şi de sensul cîmpului magnetic.

In tabelul 5.1 sînt redate valorile rezistenţei proprii la cele două sensuri ale cîmpului magnetic, ale unei plăci din InAs , pentru diferite orientări ale cîmpului magnetic, α fiind unghiul dintre normala la suprafaţa plăcii şi inducţia magnetică $\overline{B}$.

TABELUL 5.1.

α		0	30^0	45^0	60^0
$R_p[\Omega]$	+B	3,64	3,47	3,31	3,10
	-B	3,64	3,46	3,31	3,10

Dependenţa rezistenţelor de transfer de valoarea şi sensul inducţiei magnetice a fost determinată experimental în literatură considerînd în general alimentarea plăcuţei semiconductoare prin contacte nealăturate [98]. In prezenta lucrare s-a determinat dependenţa de sensul şi valoarea cîmpului magnetic a rezistenţelor de transfer definite în raport cu electrozi de alimentare alăturaţi. S-au făcut aceste determinări experimentale deoarece rezis-

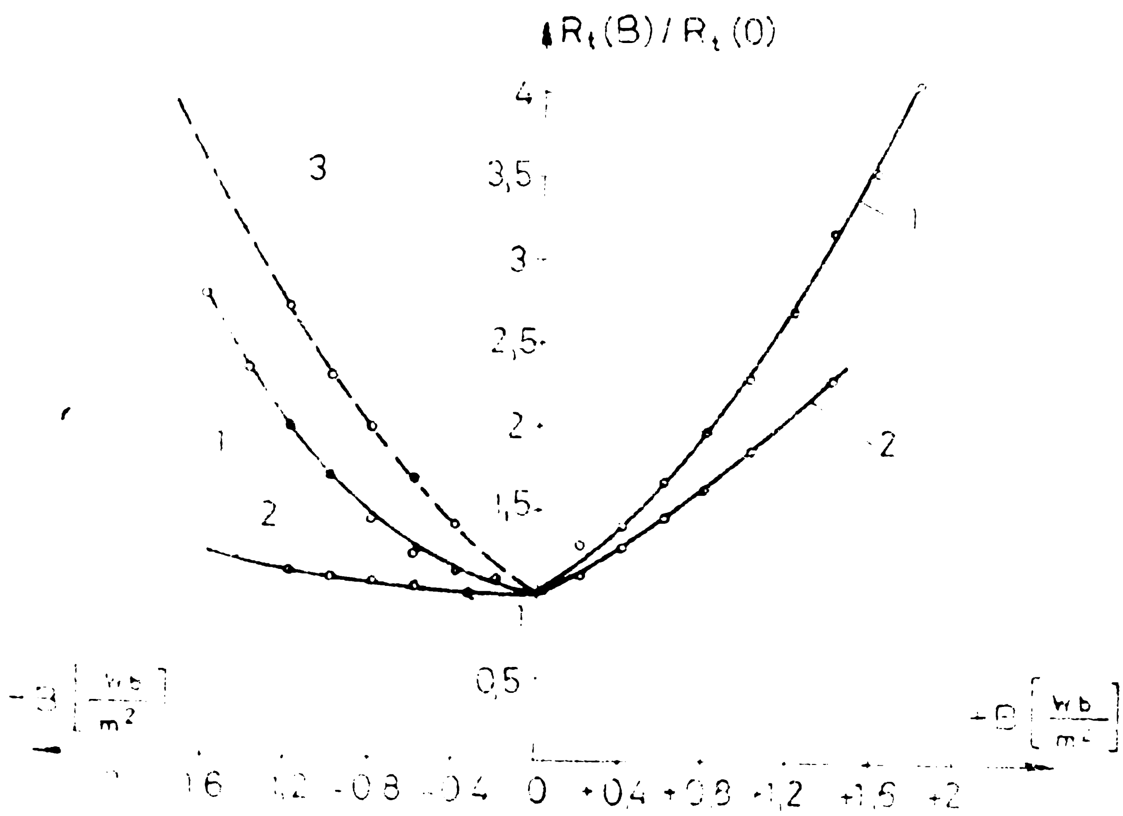


Fig. 5.6.

ţele de transfer definite în raport cu contactele de alimentare alăturate se folosesc şi pentru determinarea rezistivităţii electrice cu metoda Van der Pauw. In figura 5.6 este prezentată dependenţa pentru cîte o rezistenţă de transfer la plăcuţa din InSb(curba 1)(şi cea din InAs (curba 2). Se remarcă din figura 5.6 că rezistenţele de transfer nu mai au aceeaşi valoare pentru o anumită inducţie magnetică la cele două sensuri ale sale. Acest rezultat este pus în evidenţă şi de determinările experimentale efectuate pe o plăcuţă din Ge la care raportul $R_t(B)/R_t(0)$ este egal cu 1,148 pentru un sens al inducţiei magnetice şi 1,014 pentru sensul opus al inducţiei magnetice, la aceeaşi valoare $B = 1,6\ Wb/m^2$.

Dacă se alimentează placa prin 3-4 şi se măsoară tensiunea la 1-2 se constată experimental că rezistenţa de transfer astfel definită la un sens al inducţiei magnetice $R_{34,12}(-\bar{B})$ este egală cu rezistenţa de transfer directă $R_{12,34}(+\bar{B})$ la celălalt sens al inducţiei magnetice. Acest lucru se poate constata din figura 5.6 , comparînd curba 3 desenată cu linie întreruptă, ce reprezintă $R_{34,12}(-\bar{B})$ cu curba 1 corespunzătoare sensului $(+\bar{B})$ al inducţiei magnetice, ce reprezintă $R_{12,34}$ $(+\bar{B})$.

Acest rezultat a fost obţinut şi pentru diferite orientări α ale cîmpului magnetic, aşa cum rezultă din tabelul 5.2.

TABELUL 5.2

α	$R_{12,34}(+\bar{B})$	$R_{12,34}(-\bar{B})$	$R_{34,12}(+\bar{B})$	$R_{34,12}(-\bar{B})$
0^0	1,16	1,41	1,41	1,17
30^0	1,18	1,32	1,31	1,18
45^0	1,18	1,25	1,25	1,19
60^0	1,19	1,18	1,18	1,19

Dependenţa componentelor rezistenţelor de transfer, calculate cu relaţiile (1.59), de sensul şi valoarea inducţiei magnetice este arătată în figura 5.7 pentru o placă din InSb(cu linie plină) şi o placă din InAs (cu linie întreruptă). La o placă din Ge s-au obţinut experimental pentru raportul $R^a(B)/R(0)$ valoarea 1,08 la o inducţie de 1,9 Wb/m^2.

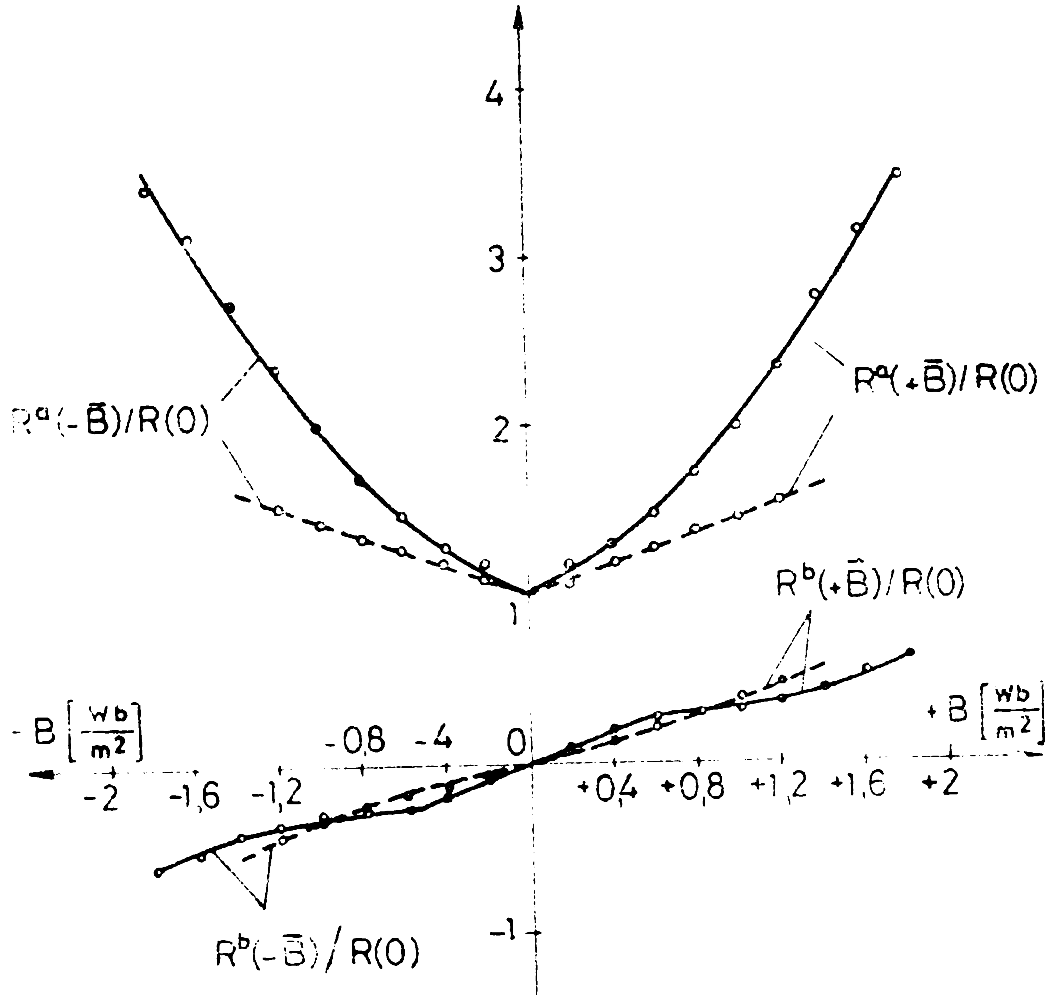


Fig.5.7.

5.3. Rezultate experimentale privind îmbunătățirea metodei Van der Pauw

α. Prin intermediul a doi electrozi alăturați s-a stabilit în placă un curent constant și s-a măsurat tensiunea la ceilalți doi electrozi, determinîndu-se astfel o rezistență de transfer. Prin permutarea electrozilor s-au determinat patru rezistențe de transfer pe baza cărora au fost calculate cu relațiile(4.5) și (4.5') patru rezistivități în absența cîmpului magnetic, toate avînd aceeași valoare. La o placă din InSb s-a obținut valoarea $\rho(0) = 5,5 \times 10^{-6}\ \Omega m$, iar la o placă din Ge a rezultat $\rho(0) = 1,64 \times 10^{-3}\ \Omega m$.

Determinările experimentale efectuate cu placa introdusă într-un cîmp magnetic transversal au scos în evidență faptul că prin folosirea relațiilor (4.5) și (4.5') nu se obține aceeași valoare pentru rezistivitate. Dependența de inducția magnetică a celor patru rezistivități la o placă din InSb este arătată în figura 5.8.

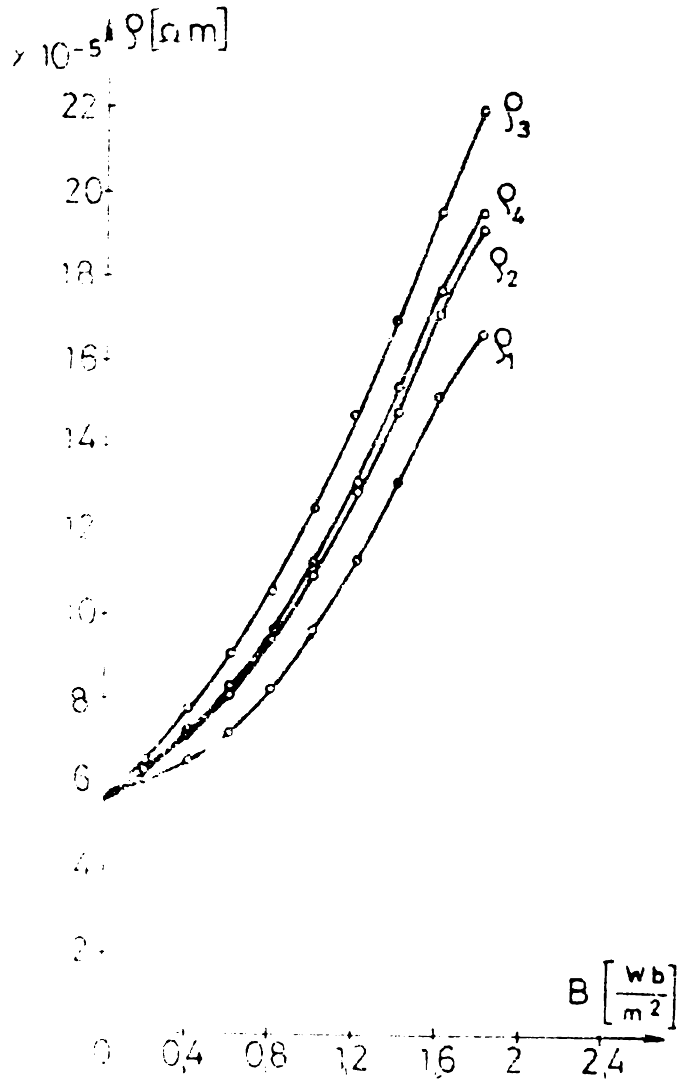


Fig.5.8.

Dispersia valorilor celor patru rezistivităţi raportată la valoarea lor medie este

$$\varepsilon = \frac{\rho_{max} - \rho_{min}}{\rho_{med}} 100\% = 27,7\%$$

la inducţia magnetică $B = 1,8\ Wb/m^2$. Determinările efectuate pe o altă plăcuţă din InSb au pus în evidenţa o dispersie de 89% la o inducţie magnetică de $1,7\ Wb/m^2$. La o placă din Ge a rezultat o dispersie de 12,4% la $B = 1,9\ Wb/m^2$ în condiţiile în care efectul magnetorezistiv fizic nu este pronunţat $\rho_{max}(B)/\rho(0) = 1,14$. In plus se constată că pentru aceeaşi pereche de electrozi se obţin valori diferite pentru rezistivitate la cele două sensuri ale cîmpului magnetic (fig.5.9).

De asemenea rezultatele experimentale au confirmat egalităţile

$$\rho_1(+\bar{B}) = \rho_3(-\bar{B}) \; ; \quad \rho_2(+\bar{B}) = \rho_4(-\bar{B})$$

$$\rho_1(-\bar{B}) = \rho_3(+\bar{B}) \; ; \quad \rho_2(-\bar{B}) = \rho_4(+\bar{B})$$

In fig.5.9 este prezentată cu linie întreruptă şi dependenţa $\rho_3(-\bar{B})$ care la aceeaşi valoare a inducţiei magnetice este egală cu $\rho_1(+\bar{B})$.

Folosirea relaţiei (4.19) s-a bazat pe faptul că rezistenţele proprii nu depind de sensul cîmpului magnetic, iar pe de altă parte în cazul unor contacte relativ mici dispersia rezistenţelor proprii corespunzătoare celor $C_4^2 = 6$ perechi de electrozi este mult mai mică în comparaţie cu dispersia valorilor rezistivităţii determinată cu metoda Van der Pauw. Astfel la o inducţie de $1,8\ Wb/m^2$ a rezultat din datele experimentale o dispesie a valorilor rezistenţelor proprii de 5%, determinată cu relaţia

$$\varepsilon = \frac{R_{max} - R_{min}}{R_{med}} \, 100\%$$

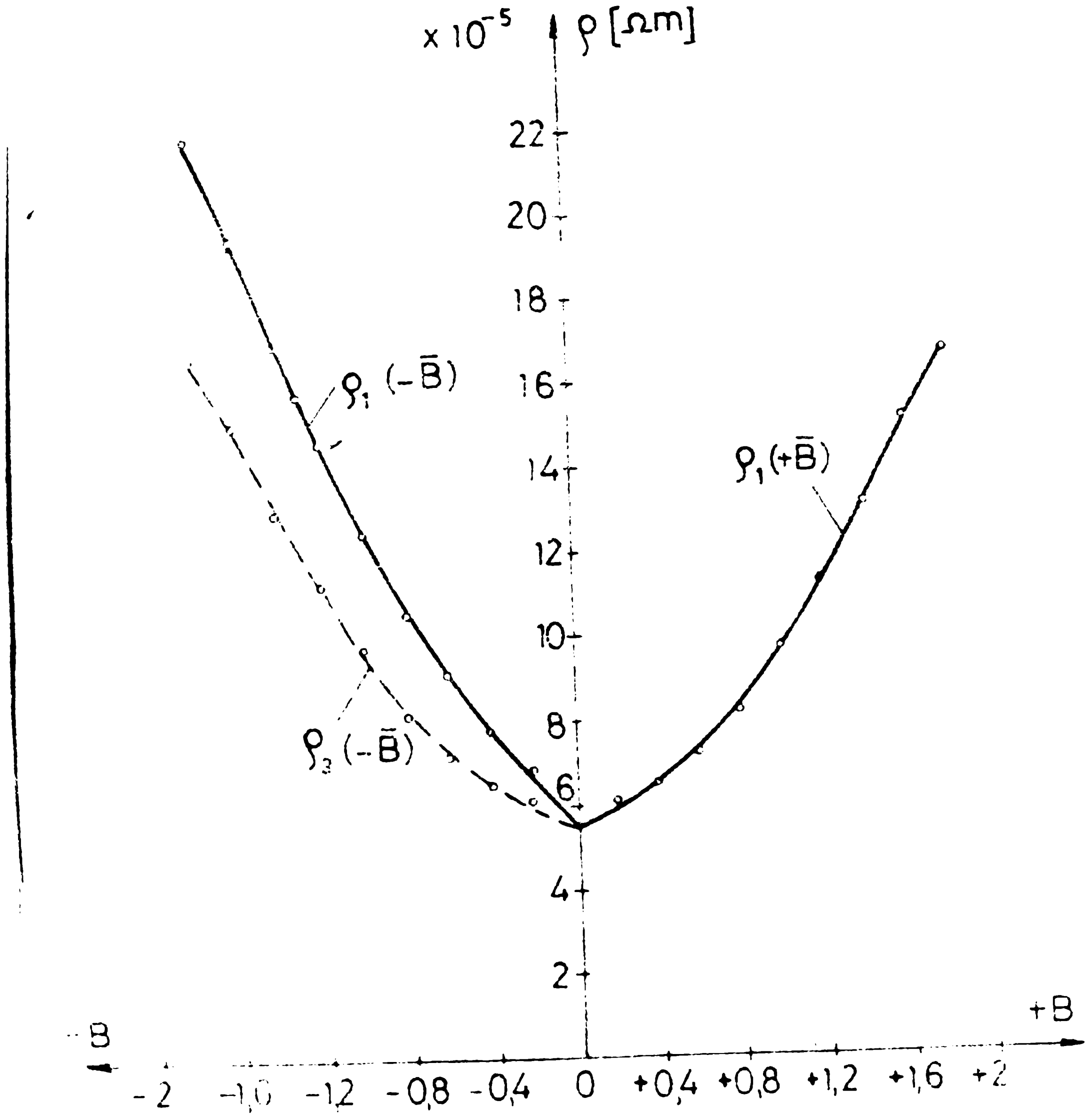


Fig.5.9.

In figura 5.1o este prezentată dependenţa de inducţia magnetică a rapoartelor R(B)/R(0) corespunzătoare perechilor de electrozi la care efectul magnetorezistiv este maxim respectiv minim.

In figura 5.11 s-a reprezentat raportul R(B)/R(0) cel mai mic, iar cu linie întreruptă s-a reprezentat pentru informare şi variaţia raportului $\rho_{med}(B)/\rho(0)$ determinat cu metoda Van der Pauw.

O altă modalitate de determinare a rezistivităţii în prezenţa inducţiei magnetice a fost menţionată în lucrarea [111] în care s-a aplicat metoda Van der Pauw şi în prezenţa inducţiei magnetice însă în locul rezistenţelor de transfer au fost considerate doar componentele ce nu depind de sensul

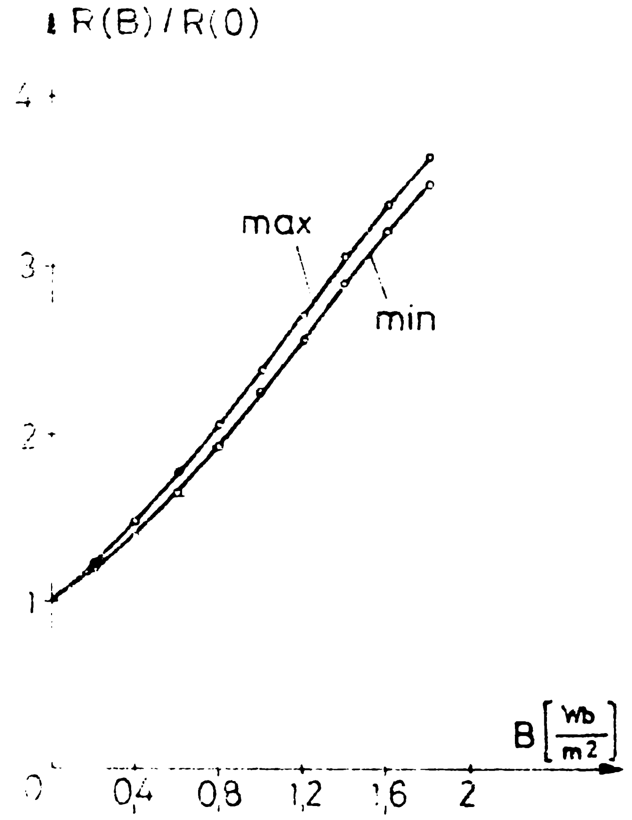


Fig.5.10.

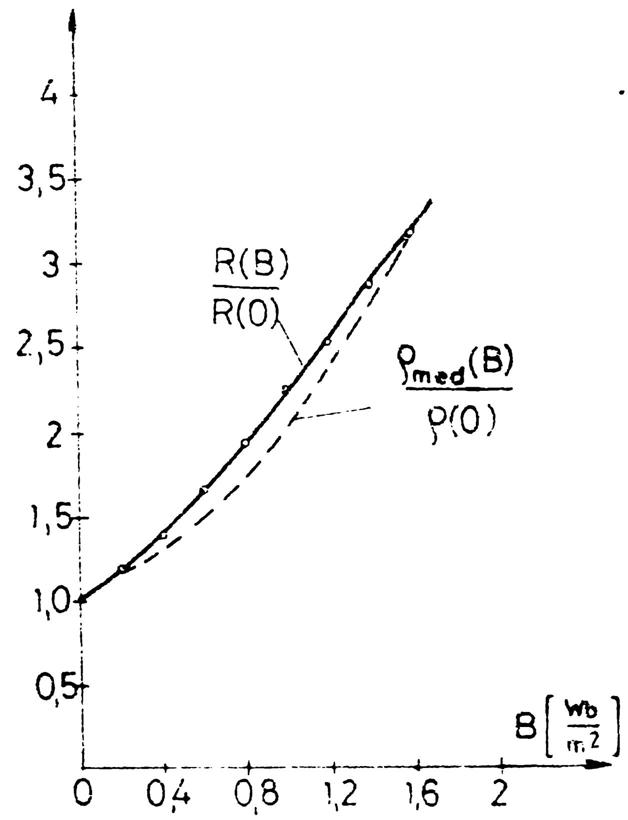


Fig.5.11.

inducţiei magnetice.

In figura 5.12 este reprezentată variaţia raportului $\rho(B)/\rho(0)$ determinat cu relaţia (4.20).

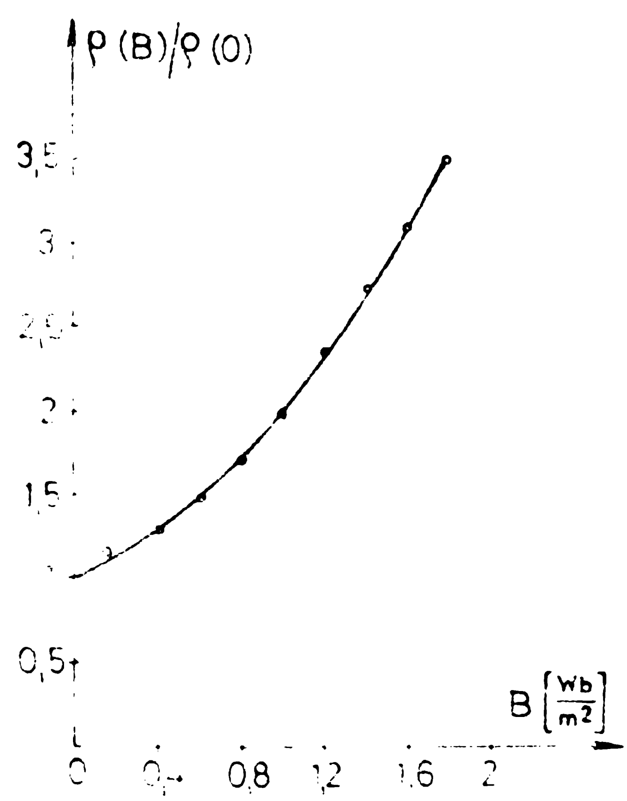


Fig.5.12.

Se constată din rezultatele experimentale că rezistivitatea astfel calculată diferă foarte puţin de rezistivitatea medie calculată pe baza relaţiilor lui Van der Pauw. Eroarea relativă maximă faţă de valoarea medie a citurilor $\rho(B)/\rho(0)$ determinate după Van de Pauw este de 0,75%, ce corespunde la inducţia magnetică $B = 1,6$ Wb/m^2.

β. Determinările experimentale ale coeficientului Hall, folosind metoda lui Van der Pauw (rel.4.28), au scos în evidență faptul că prin inversarea contactelor de alimentare 1-3 cu 2-4 rezultă valori diferite ale coeficientului Hall.

In figura 5.13 s-a reprezentat cu linie continuă dependența de inducția magnetică a coeficientului Hall corespunzător celor două perechi de electrozi de alimentare, $C_{H1}(B)$ și $C_{H2}(B)$. Diferența dintre cele două valori raportată la valoarea medie, exprimată în procente

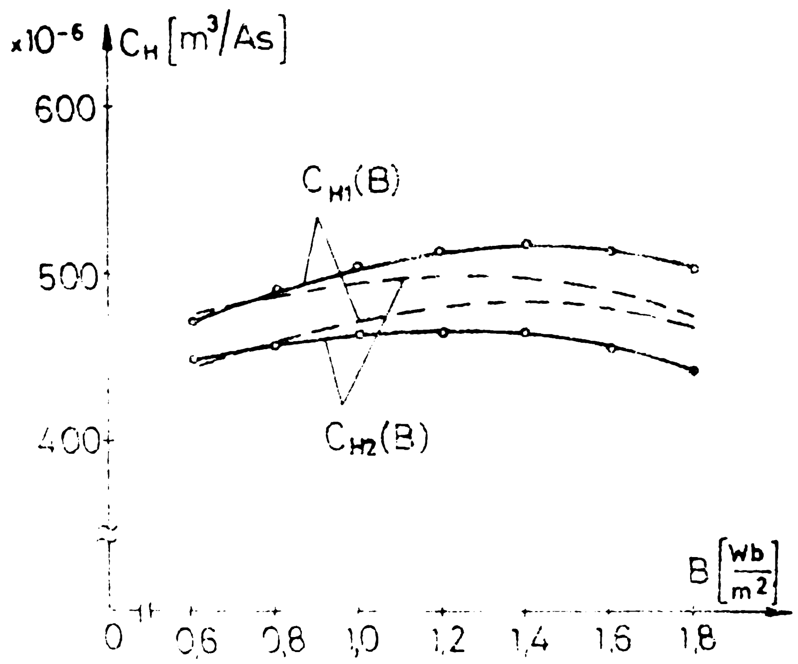


Fig.5.13.

$$\varepsilon = \frac{C_{H1}-C_{H2}}{C_{Hmed}}\,100\%$$

este reprezentată cu linie continuă în figura 5.14. De menționat că la schimbarea sensului cîmpului magnetic au rezultat valori diferite ale coeficientului Hall pentru aceleași perechi de electrozi. O dispersie mai mică a valorilor coeficientului Hall determinate în raport cu cele două perechi de electrozi se obține dacă se calculează coeficientul Hall cu relația(4.30), ce ține seama și de efectul magnetorezistiv fizic. In figura 5.13

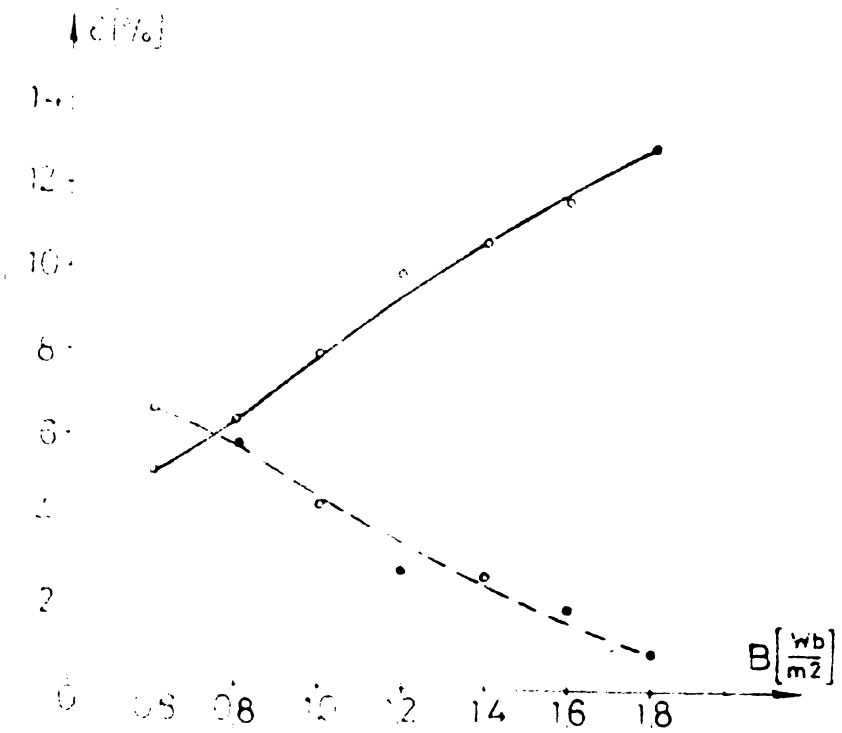


Fig.5.14.

este reprezentată cu linie întreruptă dependența valorilor $C_{H1}(B)$ și $C_{H2}(B)$ de inducția magnetică, calculate cu relația (4.30), iar în figura 5.14 dependența de inducția magnetică a erorii ε . Se observă că la inducţii mari dispersia valorilor coeficientului Hall calculate cu relaţia (4.30) este mult mai mică decît în cazul valorilor calculate cu relaţia (4.28).

O altă modalitate de-a determina coeficientul Hall constă în schimbarea sensului cîmpului magnetic şi aplicarea relaţiei (4.31). In figura 5.15 este reprezentată dependenţa coeficientului Hall C_{H1} calculat cu relaţia (4.28) la cele două sensuri ale cîmpului magnetic, precum şi dependenţa coeficientului Hall C_{H1}^{*} calculat cu relaţia (4.31).

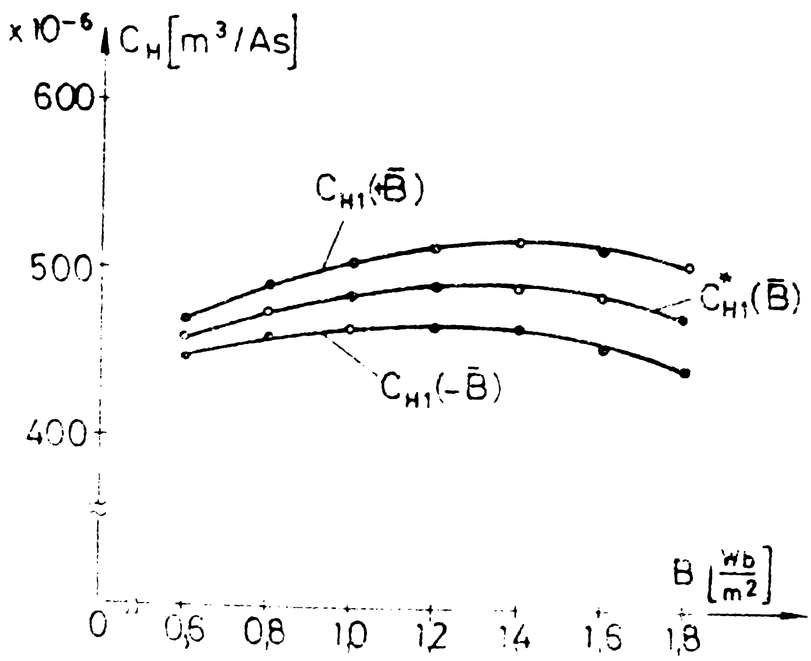


Fig.5.15.

De menţionat că prin aplicarea relaţiei (4.31) se obţine aceeaşi valoare pentru coeficientul Hall şi la inversarea rolului perechilor de electrozi, adică cînd se stabileşte curent între electrozii 2-4 şi se măsoară tensiunea la electrozii 1-3.

5.4. <u>Determinări experimentale referitoare la metoda modelizării electrocinetice.</u>

Determinarea parametrilor fizici în prezenţa inducţiei magnetice, $\rho(B)$ şi $C_H(B)$, folosind metoda modelizării electrocinetice s-a făcut pentru două plăcuţe din InSb şi anume o plăcuţă dreptunghiulară cu electrozi de alimentare plini (pe toată lăţimea) la care se cunosc din literatură factorul tensiunii Hall F şi factorul geometric de creştere a rezistenţei k_r ,în funcţie de raportul dimensiunilor plăcii $\lambda = a/b$ şi de unghiul θ şi o plăcuţă de formă arbitrară cu contacte filiforme la care se pot determina parametrii fizici în cîmp magnetic şi cu metoda Van der Pauw.

α. La placa dreptunghiulară cu dimensiunile din figura 5.16 s-a măsurat rezistenţa proprie în absenţa cîmpului magnetic $R(0) = 1\Omega$, rezistenţa proprie în cîmp magnetic transversal $R(B) = 1,76\,\Omega$, tensiunea Hall la un curent de comandă de 1oo mA, U_H = 66 mV şi tensiunea de zero $U_{33'}(0) = 0$. Valoarea inducţiei magnetice a fost egală cu 1 Wb/m^2.

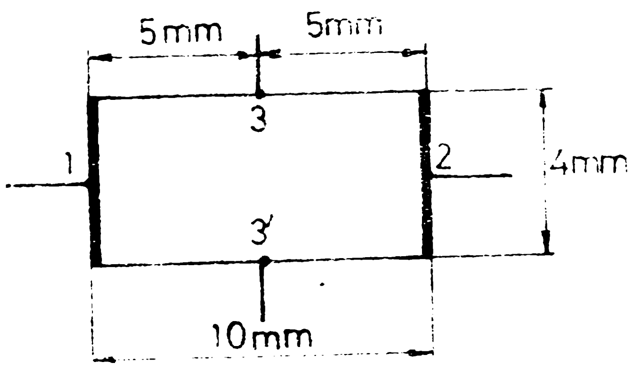


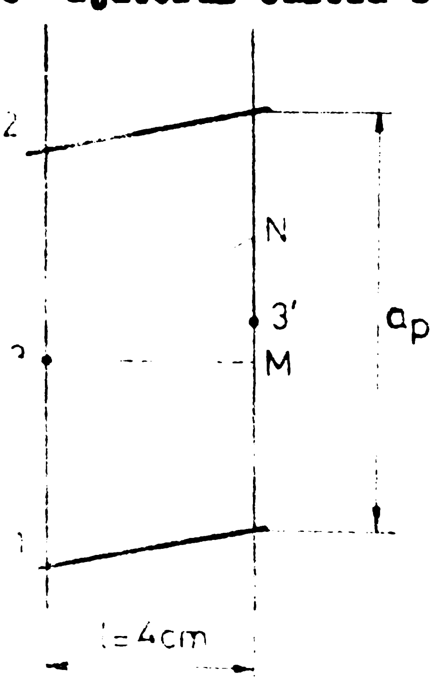
Fig.5.16.

Din hîrtie electroconductoare s-a confecţionat la scara 1o : 1 un model avînd forma şi dimensiunile plăcii din figura 5.16. Stabilind un curent de 2 mA prin model între electrozii 1 şi 2, s-au măsurat tensiunile U_{12} = 19,57 V şi U_{13} = 9,45 V. Din aceeaşi hîrtie electroconductoare s-a decupat o fîşie de lăţime l = 4 cm în vederea realizării „paralelogramului Hall" ce reprezintă conform modelul.

Valorile iniţiale ale parametrilor fizici s-au calculat cu relaţiile

$$\frac{\rho(0)}{h} = R(0)\,\frac{b}{a} = 0,4\,\Omega\;;\qquad \frac{C_{H\infty}}{h} = \frac{U_H}{i_c B} = 0,66\ m^2/As$$

c ajutorul cărora se calculează



$$tg\theta_0 = \frac{C_H/h}{\rho(0)/h}\cdot B = 1,65$$

Se determină segmentele a_p, MN şi N3' ca în figura 5.17, cu ajutorul cărora se calculează noile valori ale mărimilor

$$\frac{\rho(B)}{h} = \frac{1}{a_p}\,R(B)\;;\qquad \frac{C_H(B)}{h} = \frac{MN}{N3'}\cdot\frac{U_H}{i_c B}\;;$$

$$tg\theta = \frac{C_H(B)/h}{\rho(B)/h}\cdot B$$

în care $R(B)$, U_H, i_c şi B corespund plăcii reale.

Fig.5.17.

In tabelul 5.3 sînt prezentate mărimile determinate la fiecare iteraţie, n reprezentînd numărul iteraţiilor. Rezultă astfel pentru parametrii fizici în prezenţa inducţiei magnetice valorile $\rho(B) = 0,56.h\ [\Omega m]$, $C_H(B) = 0,67.h\ [m^3/As]$, în care h este grosimea plăcii exprimată în metri .

TABELUL 5.3

n	$tg\theta_{n-1}$	a_p [cm]	MN [cm]	N3' [cm]	$\rho(B)/h$ [Ω]	$C_H(B)/h$ [m^2/As]	$tg\,\theta_n$
1	1,65	12,5	6	6,5	0,56	0,61	1,09
2	1,09	12	4,3	4,1	0,586	0,69	1,18
3	1,18	12,5	4,7	4,6	0,56	0,67	1,19
4	1,19	12,5	4,8	4,7	0,56	0,67	1,19

Pentru factorul geometric de creştere a rezistenţei electrice în prezenţa cîmpului magnetic se obţine valoarea

$$k_r = \frac{R(B)}{R(0)} \cdot \frac{\rho(0)}{\rho(B)} = 1,257$$

iar pentru factorul tensiunii Hall rezultă

$$F = \frac{C_{H\infty}/h}{C_H/h} = 0,965$$

Din reprezentările grafice ale factorilor menţionaţi, întîlnite în literatură [70,95] rezultă la raportul laturilor $\lambda = a/b = 2,5$ şi un unghi de aproximativ 50^0 ce corespunde $tg\theta = 1,19$, valorile $k_r = 1,25$ şi $F = 0,96$, ceea ce confirmă justeţea valorilor obţinute prin metoda modelizării electrocinetice.

β. La o placă din InSb de formă oarecare cu electrozi filiformi dispuşi arbitrar pe periferie (fig.5.18) s-au făcut determinări de parametrii fizici în prezenţa inducţiei magnetice atît cu metoda Van der Pauw cît şi cu metoda modelizării electrocinetice.

Rezultatele măsurărilor efectuate la un curent de comandă de 50 mA sînt redate în tabelul 5.4.

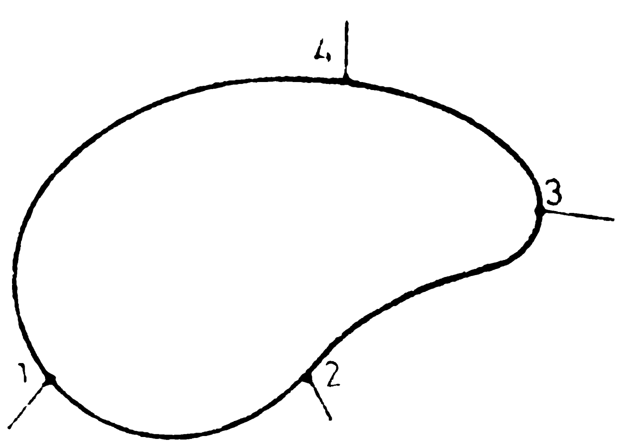


Fig.5.18.

TABELUL 5.4

$B\ Wb/m^2$	Van der Pauw			Modelizare	
	U_{34} mV	U_{41} mV	U_{24} mV	U_{13} mV	U_{14} mV
0	0,49	2,92	2,38	47,88	26,30
+0,5	0,50	3,28	23,15	67,77	26,64
-0,5	0,66	3,95	-17,20	67,77	46,40
+1,0	0,68	4,52	47,45	99,40	31,20
-1,0	0,92	5,80	-39, 27	99,40	72,72

Cu ajutorul acestor valori se pot calcula cu relațiile (1.59), (4.31), (4.18) și (4.40) mărimile prezentate în tabelul 5.5.

TABELUL 5.5.

$B\ Wb/m^2$	Van der Pauw			Modelizare	
	$R_1^a\ [\Omega]$	$R_2^a\ [\Omega]$	$U_H\ [mV]$	$R_p\ [\Omega]$	$U_H^{*}\ [mV]$
0	0,0098	0,0584	0,0	0,9576	0,0
0,5	0,0116	0,0693	20,175	1,3554	19,760
1,0	0,0160	0,1032	43,360	1,9880	41,520

Folosind metoda Van der Pauw se poate calcula în absența cîmpului magnetic raportul

$$\frac{\rho(0)}{h} = \frac{\pi}{\ln 2} \cdot \frac{R_1+R_2}{2}\, f = 0,122\ \Omega$$

iar pentru determinarea rezistivității și coeficientului Hall în prezența inducției magnetice se folosesc relațiile (4.20) și (4.31).

Valorile obținute sînt trecute în tabelul 5.6.

Tabelul 5.6

$B\ [Wb/m^2]$	0	0,5	1,0
$\rho/h\ [\Omega]$	0,122	0,145	0,210
$c_H/h\ [m^2/As]$	-	0,807	0,807

Prin fotografierea plăcii din InSb şi mărire s-a realizat un model asemănător din hîrtie electroconductoare, la care stabilindu-se între electrozii filiformi 1 şi 3 un curent de 1 mA s-au măsurat tensiunile $U_{13} = 39$ V şi $U_{14} = 17,8$ V. Din aceeaşi hîrtie electroconductoare s-a confecţionat paralelogramul Hall corespunzător, decupîndu-se o bandă cu lăţimea $l = 1$ cm. Determinările s-au făcut analog ca la placa dreptunghiulară, pentru două valori ale inducţiei magnetice. Rezultatele obţinute sînt trecute în tabelul 5.7.

TABELUL 5.7.

B	n	$tg\theta_{n-1}$	a_p [cm]	MN [cm]	ND [cm]	$\frac{\rho(B)}{h}$ [Ω]	$\frac{C_H}{h}$ [m^2/As]	$tg\theta_n$
0,5	1	3,3	10	3,3	3,2	0,136	0,815	3,0
	2	3,0	10	3,0	2,9	0,136	0,803	2,9
	3	2,9	9,2	2,9	2,8	0,147	0,804	2,7
	4	2,7	9,2	2,7	2,6	0,147	0,804	2,7
1	1	6,9	10	6,9	6,8	0,198	0,832	4,2
	2	4,2	9,8	4,2	4,1	0,203	0,846	4,1
	3	4,1	9,8	4,1	4,0	0,203	0,846	4,1

Abaterile relative între valorile determinate cu metoda Van der Pauw şi cu metoda modelizării electrocinetice sînt trecute în tabelul 5.8.

TABELUL 5.8

B [Wb/m^2]	0,5	1,0
$\frac{\rho(B)}{h}$ [Ω]	1,4 %	3,31 %
$\frac{C_H(B)}{h}$ [m^2/As]	0,37 %	2,42 %

Pentru calculul coeficientului Hall cu metoda modelizării electrocinetice, tensiunea Hall a fost determinată cu metoda celor trei electrozi prezentate în paragraful 4.2.2 din capitolul 4. Această metodă a fost verificată experimental pe plăcuţe Hall cu tensiunea de zero practic nulă. S-a măsurat tensiunea Hall U_H între electrozii 3-3', precum şi tensiunile între electrozii 1-3 la cele două sensuri ale inducţiei magnetice, la acelaşi curent de comandă stabilit între electrozii 1-2 (fig.5.19)

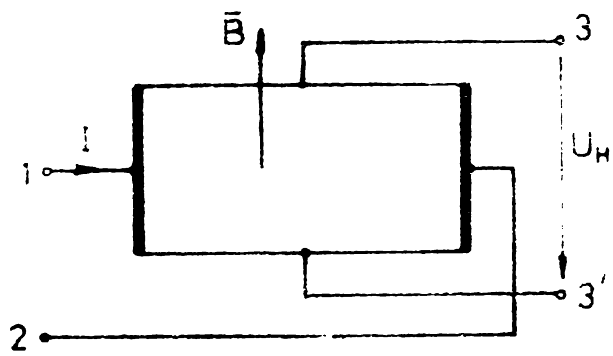


Fig.5.19.

In figura 5.20 sînt prezentate cele trei tensiuni menţionate, măsurate la diferite valori ale inducţiei magnetice la o placă din InAs. Deoarece tensiunea de neechipotenţialiltate a electrozilor 3-3' este practic zero, pentru tensiunea Hall s-a obţinut aceeaşi valoare la ambele sensuri ale inducţiei magnetice. Tensiunea Hall calculată cu relaţia (4.40) corespunde cu bună precizie cu tensiunea Hall măsurată între electrozii 3-3' ,echipotenţiali în absenţa inducţiei magnetice.

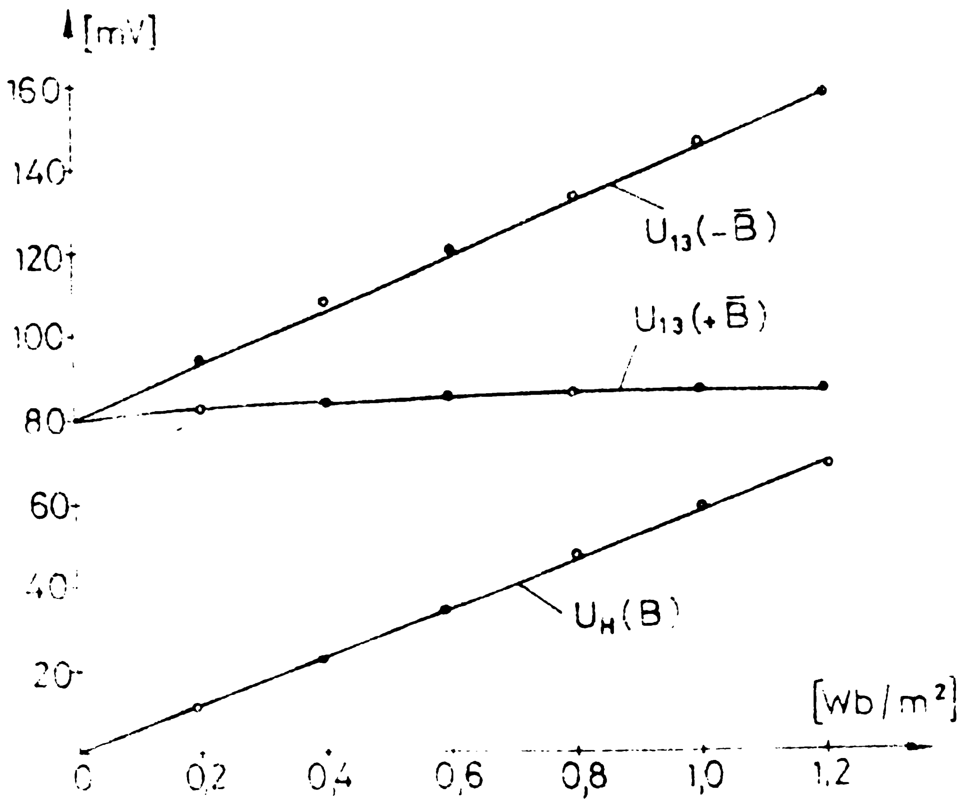


Fig.5.20.

In figura 5.21 este reprezentată cu linie continuă tensiunea Hall măsurată la electrozii 3-3' iar cu mici triunghiuri au fost marcate valorile tensiunii Hall calculate cu relaţia (4.40).

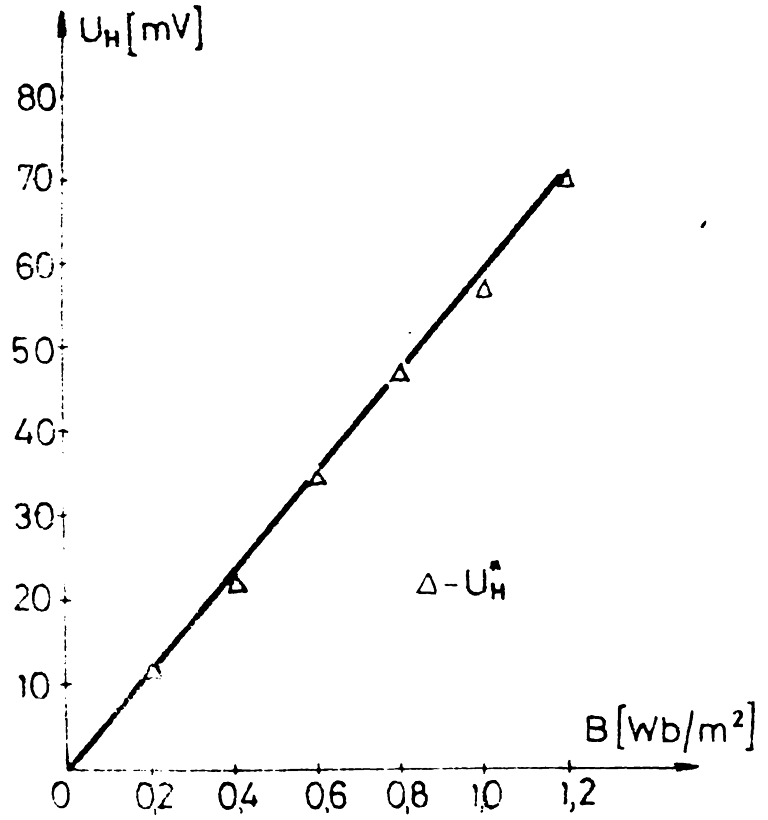


Fig.5.21.

CONCLUZII

Problemele rezolvate în prezenta lucrare pot fi grupate astfel :

A. Precizări în legătură cu definirea parametrilor fizici ai materialelor semiconductoare în cîmp magnetic şi în legătură cu dependenţa de sensul inducţiei magnetice a parametrilor globali ai dispozitivelor galvanomagnetice de formă şi dimensiuni arbitrare.

B. Sistematizarea, completarea şi dezvoltarea unor metode de calcul a cîmpului electrocinetic staţionar în vederea determinării parametrilor fizici ai materialelor semiconductoare, ρ şi C_H, ~~în condiţii de studiu mai generale~~.

C. Calculul cîmpului electrocinetic staţionar în plăci simetrice în vederea stabilirii unor expresii de calcul a rezistivităţii şi coeficientului Hall în cîmp magnetic precum şi evaluarea unor erori ce pot interveni la determinarea acestor parametrii.

Determinările experimentale efectuate sînt în concordanţă cu rezultatele obţinute pe cale analitică.

Principalele contribuţii originale ale autorului în cadrul celor trei mari grupe de probleme menţionate sînt:

A.1) Stabilirea unei posibilităţi de definire a parametrilor fizici în cîmp magnetic, $\rho(B)$ şi $C_H(B)$, pe baza unor criterii energetice, pornind de la legea conducţiei electrice în formă locală, stabilită în cadrul fizicii corpului solid. Prin acest mod de definire, parametrii fizici ai materialelor semiconductoare sînt independenţi de geometria sistemului, aşa cum sînt de altfel interpretaţi în cadrul teoriei macroscopice a fenomenelor electromagnetice.

A.2) Demonstrarea unei teoreme de reciprocitate în cîmpuri magnetice netransversale. Pe baza acestei teoreme s-a stabilit invarianţa rezistenţelor proprii ale dispozitivelor galvanomagnetice, de formă şi dimensiuni arbitrare, de sensul cîmpului magnetic.

A.3) Punerea în evidenţă în expresiile rezistenţelor de transfer ale dispozitivelor galvanomagnetice, de formă şi dimensiuni arbitrare situate în cîmp magnetic netransversal, a două componente dintre care numai una depinde de sensul cîmpului magnetic.

B.1) Sistematizarea metodelor de determinare a parametrilor fizici ai materialelor semiconductoare întîlnite în literatură, cu precizări privind ipotezele de calcul şi domeniile de aplicabilitate.

B.2) Stabilirea condiţiilor necesare pentru ca relaţiile de calcul ale rezistivităţii în absenţa cîmpului magnetic să rămînă valabile şi în prezenţa cîmpului magnetic.

Demonstrarea valabilităţii în cîmp magnetic transversal a relaţiei de calcul a rezistivităţii la plăci de formă arbitrară, dedusă de Van der Pauw în absenţa cîmpului magnetic, reprezintă o confirmare a necesităţii îndeplinirii condiţiilor menţionate.

B.3) Precizări în legătură cu aplicarea metodei Van der Pauw în prezenţa cîmpului magnetic, propunîndu-se folosirea raportului rezistenţelor proprii R(B)/R(0) sau considerarea doar a componentelor rezistenţelor de transfer ce nu depind de sensul cîmpului magnetic.

S-a elaborat şi un program de calcul numeric a rezistivităţii la plăci de formă arbitrară, folosind algoritmul Newton-Raphson cu precizări privind iniţializarea procedeului de calcul.

B.4) Stabilirea unei noi metode de determinare a tensiunii Hall la plăci de formă arbitrară, folosind doar trei electrozi. Aceasta a permis dezvoltarea metodei modelizării electrocinetice pentru determinarea rezistivităţii şi coeficientului Hall în cîmp magnetic transversal la plăci de formă arbitrară, indicîndu-se şi o nouă variantă de aplicare.

C.1) Calculul cîmpului electrocinetic plan-paralel în prezenţa cîmpului magnetic transversal, uniform şi invariabil în timp, la o placă semiconductoare de extindere foarte mare, în vederea stabilirii unor relaţii de calcul ~~a rezistivităţii~~ şi coeficientului Hall. De asemenea, stabilirea influenţei dimensiunilor finite ale electrozilor de alimentare folosind analogia electrostatică, calculîndu-se eroarea cu care se determină rezistivitatea în absenţa cîmpului magnetic dacă se consideră electrozi filiformi.

C.2) Calculul cîmpului electrocinetic în plăci circulare în prezenţa cîmpului magnetic transversal în vederea stabilirii unor relaţii de calcul a ~~rezistivităţii şi~~ coeficientului Hall. Se ~~menţionează~~ posibilitatea determinării $\rho(B)$ şi $C_H(B)$ la aceeaşi poziţie a electrozilor, efectuînd două măsurări la cele două sensuri ale cîmpului magnetic.

In continuare se stabileşte influenţa dimensiunii finite a unei plăci circulare folosind metoda funcţiei Green, calculîndu-se erorile cu care se determină rezistivitatea şi coeficientul Hall dacă se consideră placa infinit extinsă.

C.3) Calculul cîmpului electrocinetic intr-o placă dreptunghiulară cu electrozi filiformi situată intr-un cîmp magnetic transversal în vederea determinării expresiilor de calcul ale ~~rezistivităţii şi~~ coeficientului Hall pentru electrozi de măsurare aşezaţi simetric şi nesimetric. Factorii din expresiile rezistivităţii şi coeficientului Hall ce depind de dimensiuni geometrice sînt calculaţi numeric pe baza unor programe în FORTRAN.

C.4) Stabilirea unei metode iterative de calcul a rezistivităţii şi coeficientului Hall pentru o anumită valoare a inducţiei magnetice la plăci dreptunghiulare cu electrozi de comandă plini(pe toată lăţimea plăcii).

Determinările experimentale efectuate pe un stand realizat după concepţia autorului se referă la următoarele: verificarea independenţei rezistenţelor proprii de sensul cîmpului magnetic; verificarea dependenţei de valoarea şi sensul cîmpului magnetic a rezistenţelor de transfer precum şi a celor două componente ale acestora; determinarea dependenţei de valoarea şi sensul cîmpului magnetic a rezistivităţii, calculată după Van der Pauw, pentru diferite perechi de electrozi; determinarea dependenţei coeficientului Hall de valoarea inducţiei magnetice; verificarea experimentală a noii metode de determinare a tensiunii Hall cu ajutorul a trei electrozi; determinarea rezistivităţii şi coeficientului Hall în cîmp magnetic la o placă dreptunghiulară şi la una de formă arbitrară, folosind metoda modelizării electrocinetice.

In afara studiului comportarii dispozitivelor galvanomagnetice în aplicaţiile tehnice şi a cunoaşterii proprietăţilor electrice ale materialelor semiconductoare folosite la aceste dispozitive, rezultatele obţinute în prezenta lucrare prezintă interes atît în domeniul electrotehnicii teoretice, privind dezvoltarea unor metode de calcul a cîmpului electrocinetic staţionar în condiţii de studiu mai generale, cît şi în tehnica măsurărilor.

B I B L I O G R A F I E

1. ANDERS,H., Messverfahren zur Bestimmung der Störstellenverteilung in Halbleitern,Nachrichtentechnik, 1969, nr.10, p.385

2. ANDREESCU, N., O metodă pentru determinarea conductivității electrice a corpurilor masive, izotrope și anizotrope, Electrotehnica,1967, nr.11,p.397.

3. ANDREESCU,N., Deformarea cîmpului electric datorită fisurilor existente într-un conductor masiv aflat în regim electrocinetic staționar. Aplicații în defectoscopia nedistructivă, Electrotehnica,1968,nr.8,p.285.

4. ANDREESCU,N., Determinarea prin iterație a soluției ecuației lui Poisson, pentru un cîmp plan, în domeniul cuprins între două cercuri concentrice, Electrotehnica,1969, nr.6,p.205.

5. ANDREESCU,N., Aplicații ale repartiției cîmpurilor electrice continue în conductoare masive în măsurarea conductivității electrice și în defectoscopia nedistructivă, Studii și Cercetări de Fizică, 1972,nr.1,p.15.

6. ANDREESCU,N., LABUSCA,E., VASILIU,S., Sur la détectabilité des défauts macroscopiques des matériaux conducteurs par des essais électriques, Revue Roumain de Physique, 1967, nr.5, p.505.

7. ANDREESCU,N., TANASE,O., Mesure de la conductibilité électrique des matériaux anisotropes au moyen des petits échantillons, Revue Roumain de Physique,1967,nr.5,p.531

8 BARLOW,H.E.M.,The Application of the Hall Effect in a Semiconductor to the Measurement of Power in an Electromagnetic Field, Proc.Inst.Elec.Engrs.,1955,nr.2,p.179

9. BEER,A.C. , Galvanomagnetic Effects in Semiconductors,Solid State Physics, 1963, Suppl.4,p.50.

10. BIERHOLSE,P.E., HANSON,J.E., Apparatus for Measuring the Normal Hall Coefficient in Magnetic Conductors,Rev.Sci. Instr., 1971, nr.11, p.1074.

11. BIZOUARD,M., CERISIER,P., DE GASQUET,B., Appareil d'enregistrement de la conductivité électrique et de la temperature, R.G.E., 1966, nr.7-8,p.697.

12.BOGOMOLOV,V.I., Ustroistvo s datcikami Holla i datcikami magnitosoprotivlenie,Gosenergoizdat,Moskva,1961.

13. BONNEFILLE,R., Sur quelques applications électrotechniques des effets magnéto-électriques dans les semiconducteurs, Solid State Electronics, 1966, nr.5, p.533.
14. BRAININ,M.N.,BRAININ, E.I., Opredelenie udelnoi electroprovodimosti metalov na obrasţah v forme discov i listov,Zavodskaia Laboratoria,1967, nr.1,p.47.
15. BROUDY,R.M., Galvanomagnetic Coefficients for Arbitrary Geometry, Journal Appl.Phys.,1958,nr.5,p.853.
16. BUEHLER,M.G.,PEARSON,G.L., Magnetoconductive correction factors for an isotropic Hall plate with point sources, Solid State Electronics,9,1966,p.395.
17. BUSCH,C,JAGGI,R.,BRAUNSCHWEIG,P.,Ballistische Methode zur Messung des Hall-Effekts mit induzierten Strömen, Helv.Phys.Acta,26 3/4, 1953, p.392.
18. CLAWSON,A.R., WIEDER,H.H., Bibliography on the Hall effect theory and applications, Solid State Electronics, 7, 1964, p.387.
19. CRISTEA,V., Instalaţie pentru studierea variaţiei cu temperatura a constantei Hall, a conductibilităţii electrice şi a magnetorezistenţei, Studia Universitatis Babeş-Bolyai Cluj,Seria Physica,1973,nr.1,p.25.
20. DANCEA,I., Programarea calculatoarelor numerice pentru rezolvarea problemelor cu caracter tehnic şi de cercetare ştiinţifică, Editura Dacia,Cluj,1973.
21. DE MEY,G.,VAN CAMPENHOUT,J.,Hall-Beweglichkeitsmessungen auf dunnen Halbleiterschichten, A.T.M., 1975, nr.4,p.55.
22. DE SABATA,I., Cîmpul electric din transductoare Hall în regim cvasistaţionar, Teză de doctorat, I.P.Timisoara, 1966.
23. DEW-HUGHES,D.,JONES,A.H.,BROCK,G.E., Improved Automatic Four-Point Resistivity Probe, Rev.Sci.Instr.,1959, nr.10,p.920
24. DOBRE,S., Contribuţii la studiul generatorului Hall ca element de circuit, Teză de doctorat, I.P.Timişoara,1978
25. DONOGHUE,J.J,EATHERLY,W.P., A new Method for precision Measurement of the Hall and Magnetoresistive Coefficients, Rev.Sci.Instr.,1951,nr.7,p.513.
26. DORN,W.S.,MC CRACKEN,D.D.,Metode numerice cu programe in FORTRAN IV,Editura Tehnică,Bucureşti,1976.

27. GRABLE, J.R., WOLFE, R., Geometrical Effects in Transverse Magnetoresistance Measurements, J. Electronics and Control, 1957, nr.3, p.259.

28. DURAND, E., Electrostattique, tom. III, Masson, Paris, 1966.

29. EDEN, R.C., ZAKRZEWSKI, W.A., Semiautomatic Hall effect Measurements System, Rev. Sci. Instr., 1970, nr.7, p.1030.

30. EMILIANOV, A.I, KONKOV, V.L., O zavisimosti rezultatov zondovîh izmerenii provodimosti poluprovodnikovîh obrazţov ot ih tolşcinî, Izv. Vîs. Zav. Fizica, 1967, nr.5, p.114.

31. FISCHER, G., GREIG, D., MOOSER, E., Apparatus for the Measurement of Galvanomagnetic Effects in High Resistance Semiconductors, Rev. Sci. Instr., 1961, nr.7, p.842.

32. FLUGGE, S., Handbuch der Physik, vol. XX, Halbleiter, Springer-Verlag, 1957.

33. FRANKEL, D., Traductoare galvanomagnetice, Editura Facla, Timişoara, 1974.

34. FRANKEL, D., DE SABATA, I., Traductorul Hall, Editura Tehnică, Bucureşti, 1968.

35. FRANKEL, D., GRUN, U., Über die Methode der Nullspannungskompensation bei Hallgeneratoren, Solid State Electronics, 12, 1969, p.201.

36. GOMBRECHT, H., etc., Eine Methode zur Messung des Hall-Effektes an Materialien mit hohem spezifischen Widerstand, Zeitschrift Angew. Phys., 1967, nr.4, p.269.

37. GREEN, M., Electrode geometries for which the transverse magnetoresistance is equivalent to that of a Corbino disk, Solid State Electronics, 3, 1961, p.314.

38. GREEN, M.A. GUNN, M.W., Four point probe Hall effect and resistivity measurements upon semiconductors, Solid State Electronics, 1972, nr.5, p.577.

39. GRÜN, U., Generatorul Hall în sarcină în regim de funcţionare staţionar, Teză de doctorat, I.P. Timişoara, 1971.

40. GUTBERLET, V.F., SCHONHOFER, F.A., Grenzen der Anwendbarkeit des 4 - Spitzen-Gleichstrom-Messverfahrens an Silicium-Proben, A.T.M., 1966, nr.10, p.237.

41. GUTAI, L., Determination of galvanomagnetic coefficients by a one-point method, Solid State Electronics, 16, 1973, p.595.

42. GUŤAI,L., On some mathematical methods used in the solution of the mixed boundary value problems of electrical transport measurements, Acta Techn.Acad.Scient. Hungaricae,80, 1975, p.251.
43. GUŤAI,L.,MOJZES,I., Determination of semiconductor-metal contact resistance by an angle-dependent geometrical magnetoresistance method, Appl.Phys.Letters,1975,nr.6, p.325.
44. HARGREAVES,J.K,MILLARD,D., The accuracy of four-probe resistivity measurements on silicon,Brit.J.Appl.Phys.,1962, nr.5,p.231.
45. HELER,A., Contribuţii teoretice şi experimentale privind folosirea efectelor galvanomagnetice din materiale semiconductoare la măsurarea puterilor electrice,Teză de doctorat,I.P.Timişoara, 1966.
46. HEMENGER,P.M., Measurement of high Resistivity Semiconductors using the Van der Pauw Method, Rev.Sci.Instr., 1973,nr.6,p.698.
47. HENNINGS,A.S., STRAHLE,U.D., Eine einfache Impulsmethode zur Messung des Hall-Effektes,Zeitschrift Angew.Phys., 1968, nr.8,p.149.
48. HIERONYMUS,H.,WEISS,H., Die galvanomagnetischen Eigenschaften von InSb bei hohen Magnetfeldern,Solid State Electronics,5, 1962, p.71.
49. HORA,H., Zur Messung von Halbleiterschichten auf andersleitender Unterlage mit einer Fünfspitzenmethode, Zeitschrift Angew.Phys.,1963, nr.6,p.491.
50. HORNSTRA,J.,VAN DER PAUW, L.J.,Measurement of the Resistivity Constants of Anisotropic Conductors by means of Plane-Parallel Discs of Arbitrary Shape, J.Electronics and Control,1959, nr.2, p.169.
51. HOTTMAN,S.D.,POHL,H.A., Four Probe Cell for Resistivity Measurements at Temperature independent Pressures, Rev,Sci.Instr.,1971, nr.3,p.387.
52. JACCARD,C., Four-Point Methode for Measuring the Volume and Surface Conductivities of a thin Sample,Zeitschrift Angew.Mathem.und Phys.,1960,nr.6,p.657.
53. KATAEV,I.G., LAVRENTEVA,L.G., POGREBNIAK,I.P.,Experimentalnoe sravnenie cetîrehtoceeinîh metodov izmerenia effecta Holla i electroprovodnosti,Izv.Vîs.Uceb.Zav.Fizica, 1969, nr.2,p.20.

54. KENNEDY,J.K., Four-Point Probe for Measuring the Resistivity of Small Samples, Rev.Sci.Instr.,1962,nr.7, p.773.

55. KEYWELL,F.,DOROCHESKI,G.,Measurement of the Sheet Resistivity of a Square Wafer with a Square Four-Point Probe, Rev.Sci.Instr.,1960, nr.8, p.833.

56. KIREEV, I.., Fizica semiconductorilor,Editura ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1977.

57. KITTEL,C., Introducere în fizica corpului solid,Editura tehnică, Bucureşti, 1972.

58. KOMAROV,V.L., K teorii izmerenia electroprovodnosti poluprovodnikovîh plenok metodom zondov, Fizica Tverdovo Tela, 1964, nr.1, p.304.

59. KOMAROV,V.L., Ob izmerenii postoianoi holla poluprovodnikovîh plenok metodom zondov, Fizica Tverdovo Tela, 1964, nr.1. p.308.

60. KOMAROV,V.L. O provodimosti tonkih poluprovodnikovîh plenok na provodiasqih podlojkah, Fizica Tverdovo Tela,1964, nr.7, p.2207.

61. KOMAROV,V.L.,KUBROVA,R.A., O teorii zondovîh izmerenii ... electroprovodimosti poluprovodnikovîh plenok,Izv. Vis.Ucebn.Zav.-Fizica, 1965, nr. 1, p. 135

62. KUHRT,F.,LIPPMANN,..., Hallgeneratoren.Eigenschaften und Anwendungen, Springer-Verlag,Berlin, 1968.

63. LANGE,J., Method for Hall Mobility and Resistivity Measurements on thin Layers, Journal Appl.Phys.,1964,nr.9, p.2659.

64. LAPLUME,J., Bases théoriques pour la mesure de la resistivité et de la constante Hall par la méthode des points, L'Onde Électrique, 1955, nr.2, p.113.

65. LAVINE,J.M., Alternate Current Apparatus for Measuring the Ordinary Hall Coefficient of Ferromagnetic Metals and Semiconductors,Rev.Sci.Instr,1958,nr.11,p.970.

66. LAPUŞAN,V., Contribuţii la studiul şi aplicarea efectului magnetorezistiv,Teză de doctorat, I.P.Timişoara,1971.

67. LIPPMANN,H.J., KUHRT,F., Der Geometrieeinfluss auf den transversalen magnetichen Widerstandseffekt bei rechteckformigen Halbleiterplatten, Z.f.Naturforschg. 13 a, 1958, p.462.

68. LIPPMANN, H.J., KUHRT, F., Der Geometrieeinfluss auf den Hall - Effekt bei rechteckigen Halbleiterplatten, Z. f. Naturforschg., 13 a, 1958, p.474.

69. LOGAN, M.A., An AC Bridge for Semiconductor Resistivity Measurements using a Four-Point Probe, The Bell Syst. Techn.Jour, 1961, nr.3, p.865.

70. MADELUNG, O., Physics of III-V Compounds, John Wiley & Sons, Inc., 1964.

71. MIRCEA, A., Semiconductor sheet resistivity measurements on square samples, J.Sci.Instr., 1964, nr.11, p.679.

72. MIRCEA, A., The Geometric Factor in Semiconductor Four-Probe Resistivity Measurements, Solid State Electronics, 6, 1963, p. 459.

73. NAGELS, P., DEVREESE, J., DENOYER, M., Electronic Conduction in Single Crystals of Uranium Dioxide, Journal Appl.Phys, 1964, nr.4, p.1175.

74. NICOLA, A., Fizica semiconductorilor şi aplicaţii, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1975.

75. NOVACU, V., Culegere de probleme de electrodinamică, Editura tehnică, Bucureşti, 1964.

76. OBERLÄNDER, S., WILHELM, W.E., Geometriefaktoren für elektrische Leitfähigkeit und Feldstärke in symmetrisch kontaktierten Quadern, Phys.Status Solidi, 1965, nr.2, p.569.

77. PAULNACK, C.L., CHAPLIN, N.J., Minimal Maintenance Probe for Precise Resistivity Measurement of Semiconductors, Rev. Sci.Instr., 1962, nr.6, p.873.

78. PERRIER, A.L., Mesures magnétogalvaniques et champs radiaux, Helv.Phys.Acta, 25, 1952, p.469.

79. PINSKER, A.P., Primenenia poluprovodnikovih generatorov Holla v avtomatike, Kiev, 1961.

80. PISTOULET, B., Mesures des propriétés électriques des semi-conducteurs, L'Onde Electrique, 1955, nr.1, p.71.

81. POHL, R.G., Hall Effect Measurement in Semiconductor Rings, Rev. Sci.Instr., 1959, nr.9, p.783.

82. PUSKAS, F., ILONCA, GH., O instalaţie pentru măsurarea constantei Hall şi a rezistenţei electrice la semiconductori în regim de impulsuri, Studii şi cercetări de fizică, 1967, nr.2, p.167.

83. PUTLEY, E.H., The Hall effect and related phenomena, London, Butterworth, 1960.

84. RĂDULEŢ, R., Bazele electrotehnicii. Probleme. vol.I, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1970.

85. REVUZ,J.,L'effet Hall et son application à la détermination des paramètres caractéristique des semiconducteurs, R.G.E., 1967, nr.4,p.644.
86. RZEWUSKI,H.,WERNER,Z., New Double-Frequency Method for Hall Coefficient Measurements, Rev.Sci.Instr.,1965,nr.2, p.235.
87. SCHNABEL,P., Vierpunktmethode zur Messung der elektrischen Widerstandanisotropie,Zeitschrift Angew.Phys.,1967, nr.2,p.136.
88. SCHNABEL,P., Four-Point Method for Measuring the Anisotropy of Resistivity,Philips Res.Resp.,1964, nr.1,p.43.
89. SCHUMANN,P.A., HALLENBACK, J.F., A novel four-point probe for epitaxial and bulk semiconductor resistivity measurements, J.Electrochem.Soc.,1963, nr.6, p.538.
90. SCHUMANN,P.A., SCHNEIDER,L.S., Precision Over-Under Four-Point Probe with a small Probe Spacing,Rev.Sci.Instr., 1964,nr.8,p.959.
91. SMITS,F.M., Measurement of Sheet Resistivities with the Four-Point Probe, The Bell Syst. Techn.Jour.,1958,nr.5., p.711.
92. STEFAN,P., Eine neue allgemeine Methode zur Messung des spezifischen Erdbodenwiderstandes,A.T.M.,1975,nr.1,p.5.
93. SWARTZENDRUBER,L.J., Four-point probe measurement of non-uniformities in semiconductor sheet Resistivity, Solid State Electronics, 7, 1964,p.413.
94. SWARTZENDRUBER,L.J.,ULMER,F.H.,COLEMAN, J.A.,Direct Reading Instrument for Silicon and Germanium Four-Probe Resistivity Measurements,Rev.Sci.Instr., 1968, nr.12,p.1858.
95. ŞORA,C., Introducere în studiul generatorului Hall, Editura Academiei, Bucureşti, 1969.
96. ŞORA,C., Cuadripolul electric, Editura tehnică, Bucureşti, 1964.
97. ŞORA, C., Über die Antiresiprositätsbedingung bei Hallplättchen beliebiger Geometrie, Rev.Roum.Sci.Tech.-Electrotechnique et Energétique, 1971, nr.4, p.679.
98. ŞORA,C., DOBRE,S., On transfer resistances of a Hall Plate, Bul.IPT, 1974, fasc.2, p.139.
99. ŞORA,C., VETRES,I., Unele consideraţii privind determinarea rezistivităţii şi coeficientului Hall la materiale semiconductoare prin metoda Van der Pauw, Bul.IPT.Seria Electrotehnică,1974,fasc.2,p.131.

100. ŞORA,C., VETREŞ,I., Asupra determinării rezistivităţii şi coeficientului Hall la materiale semiconductoare, Comunicare la Ses.şt.a Univ.din Craiova, 12-13 noiembrie 1976.

101. ŞORA,C.,HELLER,A., GRUN,U., VETREŞ,I.,RADU,D., Dispozitiv pentru măsurarea curenţilor intensi pe bază de efect Hall, Lucrări tehnico-ştiinţifice.Electrotehnică, I.P.T, Ses.com.13-15 mai 1977, p.1.

102. ŞORA,C., FRANKEL,D., DE SABATA,I.,VETREŞ,I.,Realizarea unui prototip de Teslametru Hall, Protocol la Contractul de cercet.şt. cu IAEM Timişoara, 1974.

103. THILMAN,D.,Vierspitzenmessungen des spezifischen Viederstandes von Silizium mit Wechselstrom, X.Intern. Wiss.Koll-TH Ilmenau, 1965, nr.4, p.69.

104. UHLIR,J.R.,a., The Potentials of Infinite Systems of Sources and Numerical Solutions of Problems in Semiconductor Enginnering, The Bell.Syst.Techn.Jour., 1955, nr.1, p.105.

105. VAN DER PAUW, L.J., Messung des spezifischen Widerstandes und des Hall-Koeffizienten an Scheibchen beliebiger Form, Philips Techn.Rund,1958/59, nr.8,p.230.

106. VAN DER PAUW, L.J., A method of measuring specific resistivity and Hall effect of discs of arbitrary shape, Phlips Res.Rep.,1958,nr.1,p.1.

107. VAN DER PAUW, L.J., Determination of resistivity tensor and Hall tensor of anisotropic conductors, Philips Res. Rep., 1961, nr.2, p.187.

108. VAUGHAN,D., Four- probe resistivity measurements on small circular specimens, Brit.Jour.,Appl.Phys.,1961,nr.8, p.414.

109. VETREŞ,I., Conductivitatea şi coeficientul Hall ale materialelor semiconductoare în cîmp magnetic, Comunicare la Ses.şt. IPT, 27-28 octombrie 1979.

110. VETREŞ, I., Dependenţa rezistenţelor proprii şi de transfer ale dispozitivelor galvanomagnetice de sensul inducţiei magnetice, în curs de publicare la Bul.IPT.

111. VETREŞ,I., Unele precizări privind determinarea rezistivităţii în prezenţa inducţiei magnetice, Bul.IPT.Seria Electrotehnică,1977,fasc.1,p.177.

112. VETRES, I., Componentele rezistențelor de transfer ale materialelor semiconductoare în cîmp magnetic staționar, Bul.IPT, seria Electrotehnică, 1978, fasc.2, p.166.

113. VETRES, I., Unele precizări privind tensiunea Hall la plăci de formă oarecare, Lucrări tehnico-științifice. Electrotehnică, I.P.T., Ses.com.13-15 mai 1977, p.65.

114. WASSCHER, J.D., Note on Four-Point Resistivity Measurements on Anisotropic Conductors, Philips Res.Rep, 1961, nr.4, p.301.

115. WEISS, H., Galvanomagnetic properties of InSb, J.Appl.Phys., 1961, nr.10, p.2064.

116. WEISS, H., Physik und Anwendung galvanomagnetischer Bauelemente, Friedr.Vieweg.u Sohn Braunschweig, 1969.

117. Yates, B., The Electrical Conductivity and Hall Coefficient of Bismuth Telluride, Journal Electr.Control, 1959, nr.1, p.26.

118. ZDRUDSKY, D.R., BUSH, H.D., FASSETT, J.R., Four Point Sheet Resistivity Techniques, Rev.Sci.Instr., 1966, nr.7, 885.

C U P R I N S