INSTITUTUL POLITEHNIC „TR. VUIA" TIMIȘOARA
FACULTATEA DE CONSTRUCȚII

ing. BONDARIUC VASILE

CONTRIBUȚII LA STUDIUL GRINZILOR HIBRIDE

TEZA PENTRU OBȚINEREA TITLULUI DE DOCTOR INGINER

CONDUCĂTOR ȘTIINTIFIC
ACAD. PROF. EM. DAN MATEESCU

TIMIȘOARA 1978

CAPITOLUL 1.

Introducere, consideraţii tehnico-economice; prezentarea conţinutului lucrării pe capitole.

1.1. Consideraţii generale

Epoca contemporană se caracterizează prin desvoltarea impetuoasă a mijloacelor de producţie, prin crearea în cantităţi sporite de bunuri materiale. Aceasta are drept consecinţă imediată un consum sporit de materii prime, energie, forţă de muncă. Rezervele naturale care furnizează aceste e[illegible] primare fiind limitate şi în curs de epuizare, se impune din ce în ce mai acut folosirea lor raţională.

Una din soluţiile tehnice pentru folosirea raţională a resurselor naturale în domeniul construcţiilor metalice este utilizarea oţelurilor cu caracteristici mecanice ridicate, soluţia care conduce la un consum de oţel mai redus, la realizarea unor elemente de construcţii mai uşoare, la folosirea unor mijloace de transport şi de ridicat cu capacităţi mai reduse, şi în final la un cost mai redus al construcţiilor.

Deoarece paralel cu creşterea rezistenţelor mecanice ale oţelurilor, şi preţul pe unitate de greutate al oţelurilor creşte, avantajele aduse prin folosirea unor oţeluri cu rezistenţe sporite, sînt parţial reduse prin costul unitar mai ridicat al acestor oţeluri.

Folosirea grinzilor hibride înseamnă adoptarea oţelurilor de calităţi diferite - zonelor de solicitări diferite şi anume: în zona tălpilor unde eforturile normale din încovoiere sînt mari se foloseşte un oţel cu rezistenţe sporite, iar în zona inimii, mai puţin solicitată se foloseşte un oţel obişnuit.

Constatăm că grinzile hibride reprezintă o fericită îmbinare a caracteristicelor mecanice ale oţelurilor cu cele de ordin economic.

Avantajele grinzilor hibride cresc pe măsură ce oţelurile pentru tălpi prezintă limita de curgere mai mare comparativ cu oţelul folosit la inimă. In prezent industria noastră pune la dispoziția construcțiilor o gamă mică de oțeluri; cele mai folosite fiind oțeluri OL 52 și OL 37 curaportul rezistențelor de curgere K=1,5. Rezultate economice, obținute prin folosirea grinzilor hibride alcătuite corespunzător din cele două oțeluri sînt studiate și arătate în capitolul 8.

Pe măsura desvoltării industriei oțelului, vor intra în uzul constructorului oțeluri cu rezistențe sporite -(K=3,4) fără diminuarea calităților de deformabilitate, sudabilitate etc. iar grinzile hibride alcătuite cu oțeluri în talpă cu rezistențe mult mai mari - vor prezenta avantajele economice de asemeni mult sporite.

Lucrarea de față studiază o serie de aspecte tehnice și economice ale grinzilor hibride.

Aspectele tehnice se referă în special la determinarea capacității portante a grinzilor hibride din condiția de rezistență, sub acțiunea solicitărilor de momente de încovoiere, forțe tăietoare și forțe axiale ce acționează fiecare separat sau combinat, în diverse stadii de lucru prin care trece o secțiune hibridă în timpul încovoierii elasto-plastice.

Aspectele economice se referă la problemele de optimizare a secțiunilor și la studiul comparativ între grinzi hibride și cele omogene de aceeași capacitate portantă privind greutățile elementelor și al prețului de cost.

Prezentăm mai jos succint conținutul lucrării pe capitole:

1.2. Sumarul lucrării

<u>Capitolul 2 intitulat</u>: Bazele teoretice ale încovoierii elasto-plastice.

Sînt prezentate principiile, legile și ipotezele, care stau la baza încovoierii elasto-plastice a grinzilor hibride.

Se acceptă comportarea ideală elasto-plastică a oțelului, din care decurg relațiile între deformații și eforturi, precum și a ipotezei lui Bernoulli valabilă în domeniul elastic și elasto-plastic, care stă la baza relațiilor privind calculul deformațiilor barelor.

Se acceptă criteriul de curgere Huber, Mises, Hencky pentru stabilirea relațiilor de interacțiune.

Se acceptă principiul creșterii proporționale a solicitărilor M.N.T.; secțiunile se calculează sub acțiunea unei singure solicitări, sau sub acțiunea combinată a lor, solicitări ce cresc proporţional de la zero pînă la valori ce epuizează complet capacitatea portantă a secţiunii.

In cap.2.5 se stabilesc diagramele de eforturi ca mărime şi ca distribuţie pe secţiune, eforturi ce conduc la plasticizarea completă a secţiunii şi care provin din acţiunea independentă a solicitărilor M,N,T.

Capitolul 3 intitulat: Comportarea grinzilor hibride la încovoiere pură.

Se prezintă încovoierea unei grinzi hibride, solicitată la un moment de încovoiere M - urmărindu-se pe diagrama moment curbura (M-Ø) comportarea ei, evidenţiindu-se patru stadii de lucru.

Se exprimă relaţii moment curbură (M-Ø) în timpul încărcării elasto-plastic pentru toate cele patru stadii de lucru.

Se exprimă valoarea momentului capabil al secţiunilor, în cele patru stadii de lucru; se remarcă mai multe forme ale expresiei pentru moment capabil, funcţie de simplificările acceptate sau după notaţii introduse de autori.

Deoarece în timpul curgerii plastice se modifică calităţile mecanice ale oţelului, s-a făcut un studiu în care se determină valoarea momentului pentru o deformare cu fibra extremă prescrisă de ex: pentru o deformare plastică de 2% cînd modificările ale proprietăţilor mecanice ale oţelului sînt neesenţiale.

Se studiază propunerea lui Basler, privind un calcul simplificat al grinzilor hibride - asimilîndu-le cu cele omogene prin introducerea unor ponderări geometrice conforme cu coeficientul ce defineşte cele două calităţi de oţel ale grinzii.

Se studiază comportarea grinzilor hibride la descărcare şi încărcare cu solicitări de semne contrare.

Capitolul 4 intitulat: Comportarea grinzilor hibride la încovoiere cu tăiere; relaţii de interacţiune.

Se prezintă diversele tipuri de distribuţie ale efortului σ, τ, în domeniul elastic şi plastic pe secţiune, întîlnite în literatura tehnică.

Sînt prezentate apoi cele două concepţii privind relaţia de interacţiune M,T;

- Concepţia după care cele două solicitări M,T acţionînd simultan duc la plasticizarea întregii secţiuni, fără a respecta principiile şi ipotezele din cap.2 de ex.: principiul creşterii proporţionale ale solicitărilor M,T -, ipoteza secţiunilor plane.

- Concepţia după care cele două solicitări ... cap.2. După această concepţie o ... se portantă prin plasticizarea ... un element al secţiunii de ex.: a inimii.

Pentru fiecare din cele ... concepţii sînt prezentate mai multe expresii a curbei de interacţiune care depind de diagrama acceptată privind distribuţia ... τ pe secţiune, după gradul de simplificări acceptat etc.

<u>Capitolul 5 intitulat</u>: Comportarea grinzilor hibride la încovoiere cu forţe axiale; relaţii de interacţiune.

Se prezintă fenomenul în general evidenţiindu-se consecinţele existenţei forţei axiale pe lîngă moment.

Se prezintă relaţiile M-N existente în literatură tehnică pentru secţiuni dreptunghiulare şi dublu I omogene.

Se deduc relaţii de interacţiune M,N pentru grinzi hibride în două cazuri:

- plasticizarea produsă de forţa axială se extinde numai la inimă;
- plasticizarea produsă de forţa axială se extinde şi la tălpi.

Se prezintă programul "HYBRIDE 3" ... pentru calculul relaţiilor de interacţiune M,N ... trasează curbele M,N pentru două seturi de grinzi; se fac consideraţii ce decurg din analiza acestor curbe.

<u>Capitolul 6 intinulat</u>: Grinzi hibride cu inimă plină, cu secţiunea I supuse la încovoierea oblică.

Se fac consideraţii generale privind comportarea unei grinzi hibride solicitate pe două direcţii, atît de momente de încovoiere cît şi la forţe tăietoare.

Se arată că axa neutră plastică secţionează tălpile în timpul încovoierii oblice.

Stabilirea valorii momentelor plastice se face în stadiul IV de lucru, iar calculul se conduce în următoarele ipoteze:

- Momentele de încovoiere se predau talpilor, iar forţa tăietoare inimii;
- Momentele şi forţele tăietoare se predau atît tălpilor cît şi inimii. Calculul se efectuează într-o variantă exactă şi una simplificată, simplificările sînt deduse din consideraţii

geometrice.

Valorile momentelor plastice sînt exprimate în funcţie de unghiul Ψ de înclinare a axei neutre, care se determină din ecuaţia în Ψ de gradul 4 în varianta exactă, şi de gradul 2 în varianta simplificată.

Pentru calculul valorilor momentelor plastice MxT,MyT,MxyT, $\frac{MxT}{Mxp}$ s-a întocmit programul "Hybride 4"

Capitolul 7 intitulat: Comportarea grinzilor hibride la acţiunea simultană a momentului de încovoiere, forţei axiale şi a forţei tăietoare – relaţii de interacţiune.

In introducere se scriu expresiile analitice a solicitărilor M,N,T ce definesc starea de solicitare plastică a unei secţiu funcţie de parametri η_1, η_2 (fig.7.1); prin eliminarea celor doi parametri se obţine ecuaţia generală a condiţiei de curgere (7.3) ce defineşte aşa numitul "poliedul de curgere".

Corespunzător celor două concepţii privind capacitatea portantă a sect.hibride se stabilesc relaţii de interacţiune M,N,T şi anume:

- Rezolvarea analitică a problemei în concepţia plasticizării tuturor elementelor secţiunii. Programul :HYBRIDE 2" întocmit conform relaţiilor analitice stabilite rezolvă problema practic; diagramele din fig.7.4 a,b,c,d - studiază aspectele problemei în care variază parametrele: K coeficientul de majorare a rezistenţei de curgere,βcoeficientul de răspîndire a materialului şi q - ponderea procentuală a forţei tăietoare.
- Rezolvarea problemei în concepţia pierderii capacităţii portante prin plasticizarea unui singur element, s-a realizat prin integrarea numerică a ecuaţiilor ce definesc M,N,T cu ajutorul programului HYBRIDE 1.

Funcţie de parametrii η_1,η_2, s-au trasat 11 curbe particulare - ce definesc destul de complet poliedrul de curgere. Studiul s-a efectuat urmărindu-se influenţa parametrilor K de majorare a rezistenţei de curgere şi β - de distribuţie a materialului pe secţiune pe patru tipuri de grinzi - redate prin poliedre de curgere din fig.7.48-7.51.

In final se prezintă o metodă aproximativă pentru determinarea uneia din solicitările M,N,T cunoscîndu-se celelalte două.

Capitolul 8 intitulat: Studii economice; eficienţa folosirii oţelurilor superioare; probleme de optimizare.

Se studiază comparativ economia de oţel şi de cost între barele supuse la întindere centrică, la compresiune şi la încovoiere între bare omogene alc[illegible] din oţel normal, oţel su[illegible] cr şi bare cu s[illegible]ţiune hibridă.

Se f[illegible] studii de opt[illegible] pentru grinzi omogene şi grinzi hibride [illegible]ilindu-se în[illegible] [illegible]sim[illegible] respectiv aria minimă a secţiunii [illegible]sale.

Int[illegible] în procesul de încovo[illegible] în probleme de stabilitate [illegible]ă, se face un studiu de [illegible]izare a grinzilor omogene şi h[illegible]e, luîndu-se în considerare aşa numit "criteriul stabilităţii l[illegible]e" definit ca raportul între înălţimea inimii şi grosimea ei. Studiul s-a făcut în domeniul elastic şi plastic pe trei diagrame ce pun în evidenţă avantajele grinzilor hibride comparativ cu cele omogene.

In final se face un studiul comparativ - a elementelor puse în operă; diagramele trasate evidenţiază costuri mai reduse a grupelor hibride comparativ cu cele omogene.

CAPITOLUL 2

BAZELE [illegible]RETICE ALE INCOVOIERII ELASTO-PLASTICE

2.1. [illegible]LITATI. Exprimarea matematică a unui fenomen, presupune iniţial o schematizare a fenomenului studiat. Schema acceptată trebuie să prindă aspectele caracteristice, să fie simplă şi să neglijeze aspectele secundare.

Imbrăcarea unei scheme fenomenologice în forma matematică, reprezintă teoria acelui fenomen. Cu cît schema cuprinde mai multe aspecte ale unui fenomen, cu atît ea se apropie mai mult de realitate, dar în acelaşi timp se complică teoria matematică. De cele mai multe ori se recurge la un compromis, teoria urmînd a cuprinde numai acei factori, care exprimă fenomenul în ceea ce are el mai caracteristic.

In cele ce urmează sînt expuse legile şi ipotezele fundamentale, care stau la baza teoriei de încovoierea elasto-plastică.

2.2. Valabilitatea ipotezei lui Bernoulli atît în domeniul elastic cît şi în cel plastic.

Ipoteza lui Bernoulli privind planeitatea secţiunilor plane după deformare, valabilă în domeniul elastic se extinde şi în domeniul plastic. Această ipoteză conduce la distribuţia lineară a deformaţiilor pe înălţimea grinzii, în cazul încovoierii pure acceptată şi pentru încovoiere cu forţa tăietoare (fig.2.1).

Din această ipoteză rezultă relaţia:

$$\varepsilon = \frac{y}{\rho} = y\phi \qquad (2.1)$$

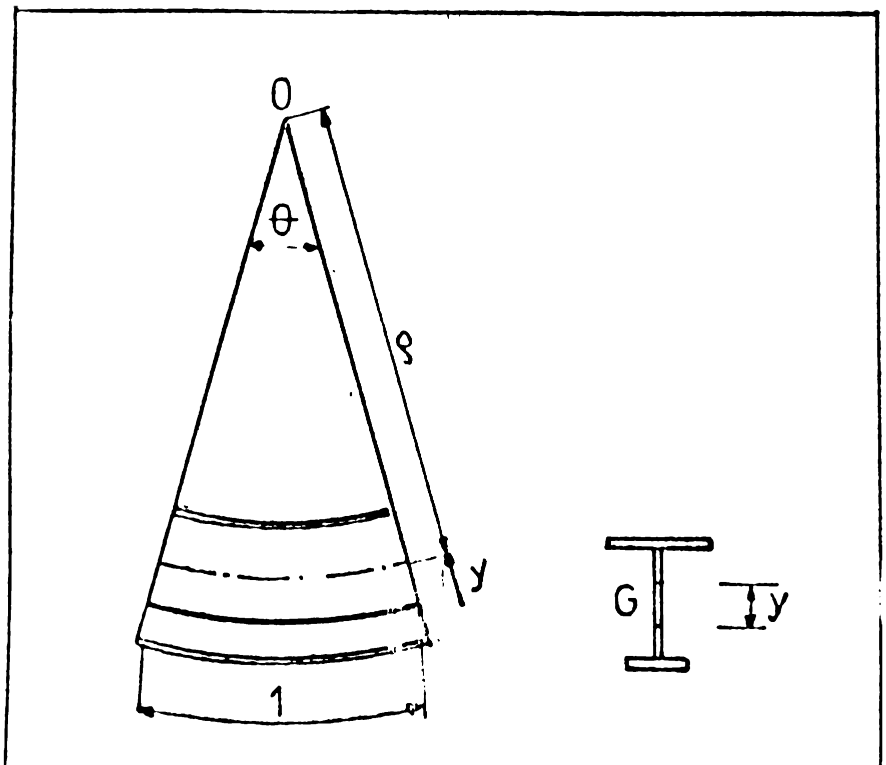


Fig 2.1

... Relaţii de legătură ... deformaţii şi eforturi în încovoierea elasto-plastică.

Se acceptă o comportare ...ală elasto-plastică a oţelului adică:
- în domeniul elastic o relaţie lineară pentru cele două mărimi, legate prin acelaşi modul de elasticitate pentru toate calităţile de oţel ($E=2,1 \times 10^6 daN/cm^2$) conform legii lui Hooke; $\sigma = E \cdot \varepsilon$
- în domeniul plastic se acceptă ipoteza lui Prandl a unui material perfect elastic, deformaţiile dezvoltîndu-se foarte mult sub efort constant "fig.2.2".

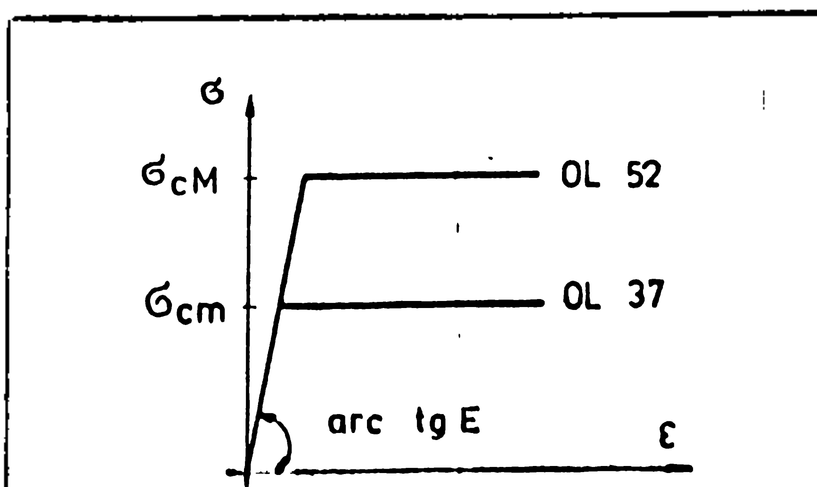


Fig 2.2

Acceptarea aceste legi de legătură între σ, ε conduce la relaţii matematice simple în teoria de încovoierea elasto-plastică, iar erorile introduse sînt foarte mici.

Se neglijează efectul consolidării oţelului.

2.3.b. Efectul solicitării de sens contrar.

Comportarea unei bare

la solicitări de sens schimbat este diferită după cum schimbarea solicitării are loc în domeniul elastic sau în domeniul plastic.

In domeniul elastic, adică pentru $|\sigma| < |\pm \sigma_c|$ bare se comportă perfect elastic; pe secţiunea barei descărcate nu rămîn eforturi remanente.

In domeniul plastic, adică pentru $|\sigma| > |+\sigma_c|$ la încărcare bara se comportă conform pct.2.3; la descărcare bara se comportă elastic şi nu parcurge în sens invers deformaţiile plastice suferite la încărcare "fig.2.3".

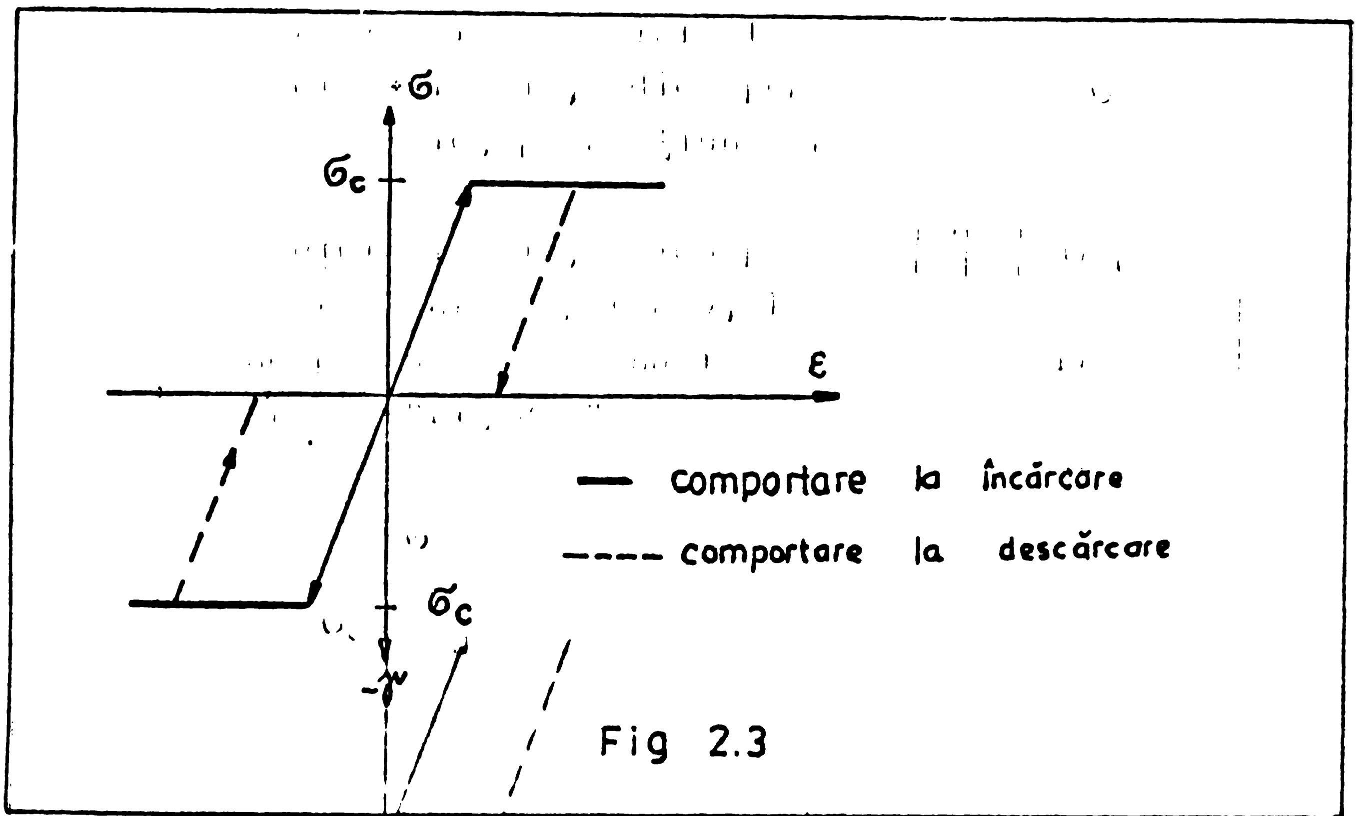


Fig 2.3

2.4. *Principiul creşterii proporţionale a solicitărilor M,N,T.*

In domeniul plastic principiul suprapunerii efectelor nu este aplicabil, legea lui Hook nefiind valabilă în domeniul post-elastic. In consecinţă nu e posibilă studierea separată a efectelor din diferite încărcări şi suprapunerea lor, ca în rezistenţa clasică în domeniul elastic.

Drept urmare se consideră că secţiunea este acţionată de solicitări M,N,T separat sau combinat, care cresc proporţional de la zero pînă la valori ce produc plasticizarea secţiunii.

2.5. DISTRIBUTIA EFORTURILOR DIN MOMENT, FORTA AXIALA SI FORTA TAIETOARE PE SECTIUNE.

Eforturile din moment σ_M şi eforturile din forţa axială σ_N, se distribue la întreaga secţiune; eforturile din forţa tăietoare τ se distribue numai inimii. In baza principiului creşterii proporţionale a solicitărilor M,N,T(cap.2.4) secţiunea solicitată de unul din cele trei solicitări, acţionînd independent, atinge capacitatea de rezistenţă limită în următoarele situaţii:

- întreaga secţiune e plasticizată din moment conform schemei din fig.2.4.a;
- întreaga secţiune e plasticizată din forţa axială conform schemei din fig.2.4.b;
- inima est plasticizată din forţ. tăietoare conform schemei din fig.2.4.c.

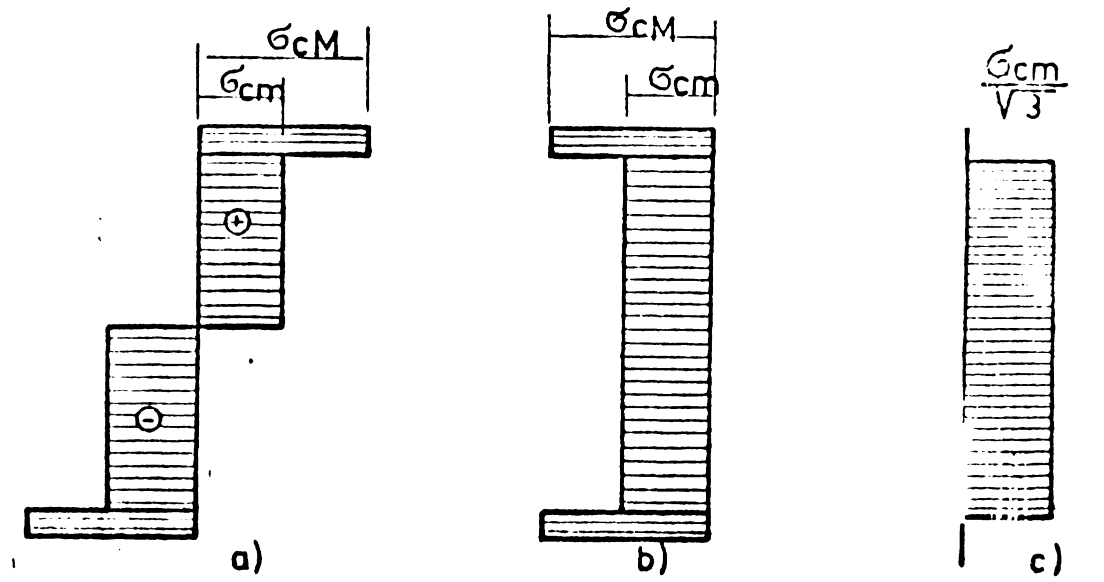


Fig 2.4

2.6. Criteriul de curgere.

Studiul comportării unei secţiuni la acţiunea simultană a două sau trei solicitări (M,N,T) impune alegerea unui criteriu de curgere. Se acceptă criteriul de curgere a lui Huber, Mises, Hencky ca unul care conduce la rezultate ce se confruntă cel mai bine cu rezultatele obţinute experimental la oţel:

$$\sigma_c^2 = \sigma^2 + 3\tau^2$$

$$\tau_c = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} \quad \text{pentru } \sigma = 0 \qquad (2.4\ a,b)$$

Acest criteriu va sta la baza scrierii relaţiilor de interacţiune între σ_M, σ_N şi τ.

In cazul unei secţiuni supusă simultan la solicitări M,N,T, criteriul de curgere (2.4) se aplică numai în zona inimii; în zona tălpilor unde T este considerat nul, interacţiunea se va produce numai între N,M eforturile σ_M şi σ_N fiind de aceiaşi natură.

2.7. Utilizarea condiţiilor de proiecţii şi de momente ale eforturilor unitare pe secţiune.

Scrierea ecuaţiilor de proiecţii şi de momente pe secţiune conduce la determinarea celor trei solicitări M,N,T:

$$N = \int_A \sigma_x \, dA; \quad M = \int_A \sigma_x \, y.dA \quad ; \quad T = \int_A \tau .dA \qquad (2.5)$$

Condiţia specială de proiecţii a efortului normal σ

$$\int_A \sigma_x \cdot dA = o \qquad (2.6)$$

conduce la determinarea poziţiei axei neutre plastice în cazul încovoierii pure.

CAPITOLUL 3.

COMPORTAREA GRINZILOR HIBRIDE LA INCOVOIEREA DREAPTA

3.1. GENERALITATI:

Se studiază cazul unui material ideal elasto-plastic fig.2.2 pentru care se pot scrie următoarele relaţii:

$$\sigma = E\varepsilon \quad \text{pentru} \quad |\varepsilon| \leqslant \frac{\sigma_c}{E} \qquad (3.1.a)$$

$$\sigma = \sigma_c \quad \text{pentru} \quad |\varepsilon| > \frac{\sigma_c}{E} \qquad (3.1.b)$$

unde E este modulul de elasticitate, acelaşi pentru ambele oţeluri, iar σ_c este σcm, respectiv σCM, deci valori diferite pentru fiecare calitate de oţel.

Comportarea unei grinzi hibride în cazul unei încovoieri elasto-plastice se studiază pe diagrama moment-curbura ($M - \mathcal{E}$) fig.3.1.

Pe măsura creşterii momentului se disting patru stadii caracteristice (FROST, SCHILLINO) [3o] ce se studiază mai jos.

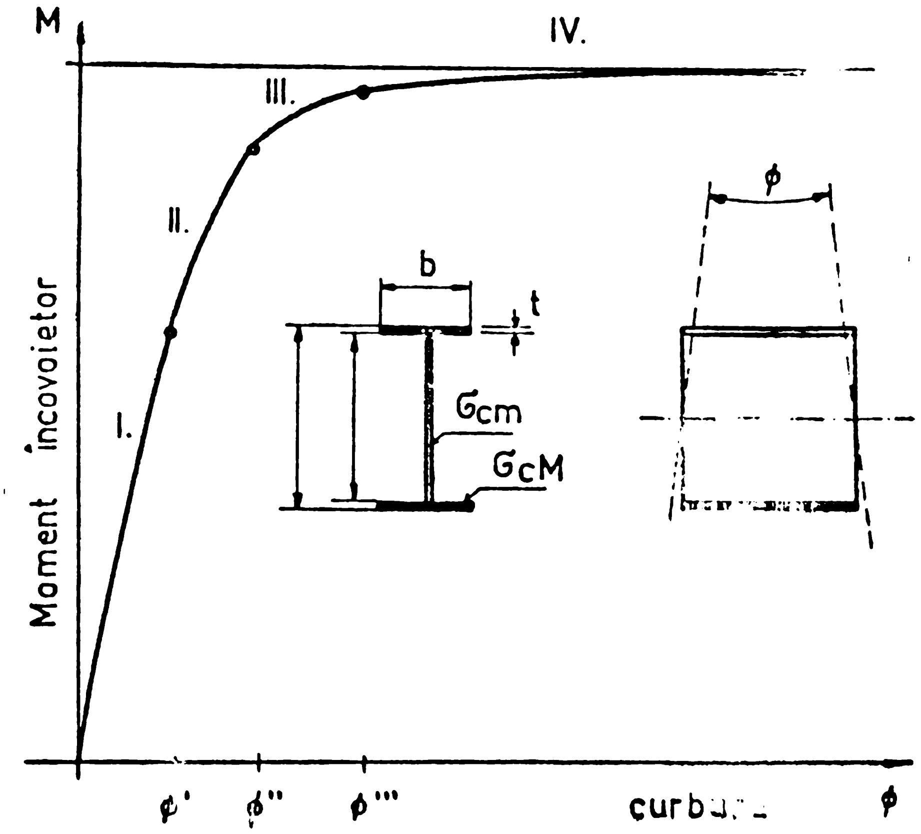


Fig 3.1

3.2. Exprimarea matematică a relaţiilor M - Ø în timpul încovoierii elasto-plastice.

In fig.3.2 sînt reprezentate diagramele pentru deformaţii şi eforturi pentru limita superioară a fiecărui stadiu pentru o grindă hibridă dublu simetrică.

Stadiul 1 reprezintă stadiul în care grinda se comportă perfect elastic; la limită se atinge curgerea la fibra superioară a inimii. Momentul de încovoiere aplicat asupra grinzii este proporţional cu curbura Ø

$$M = E.Ix.Ø$$

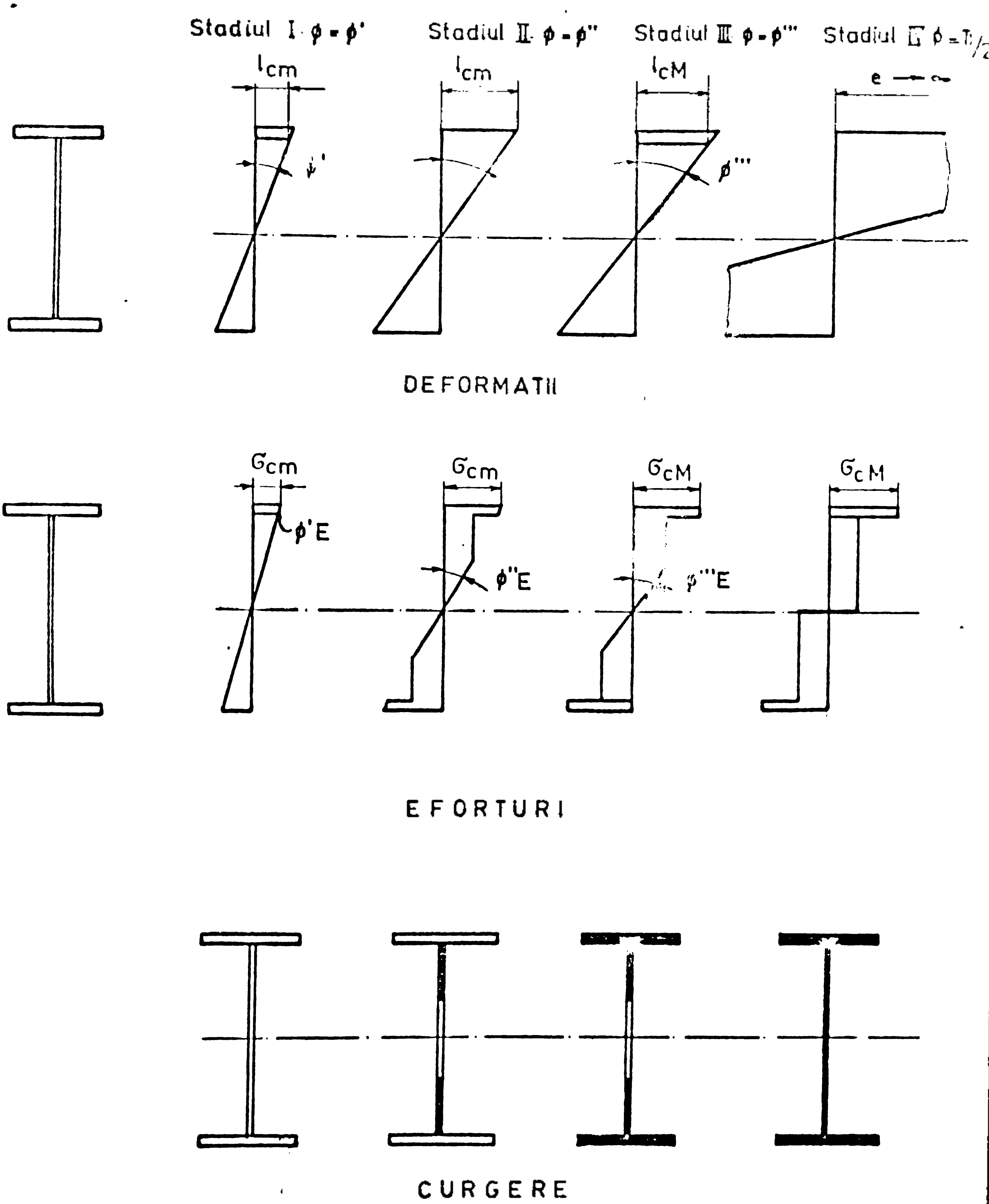
unde: Ix - este momentul de inerţie al întregii secţiuni în raport cu axa neutră.

E; modulul de elasticitate al oţelului

$Ø < Ø'$; curbura (vezi fig.3.2)

Stadiul 2 reprezintă domeniul în care curgerea se desvoltă în inimă, în timp ce tălpile rămîn în domeniul elastic. Deformaţiile fibrelor variază de asemenea linear pe înălţimea secţiunii şi sînt legate de curbură prin relaţia (3.2a).

$$tg\ Ø = \frac{\varepsilon}{y} \qquad (3.2\ a)$$



ZONELE INEGRITE INDICA PARTILE INTRATE IN CURGERE

Fig 3.2

unde, $\mathcal{E}$ este deformaţia în fibra situată la distanţa y, măsurată de la axa neutră. Deoarece valorile $\emptyset$ sînt foarte mici se poate scrie aproximativ.

$$\phi = \frac{\mathcal{E}}{y} \qquad (3.2.b)$$

Momentul corespunzător unei curburi date poate fi obţinut prin însumarea momentelor interioare pe diagrama de eforturi descompuse în fig.3.3.

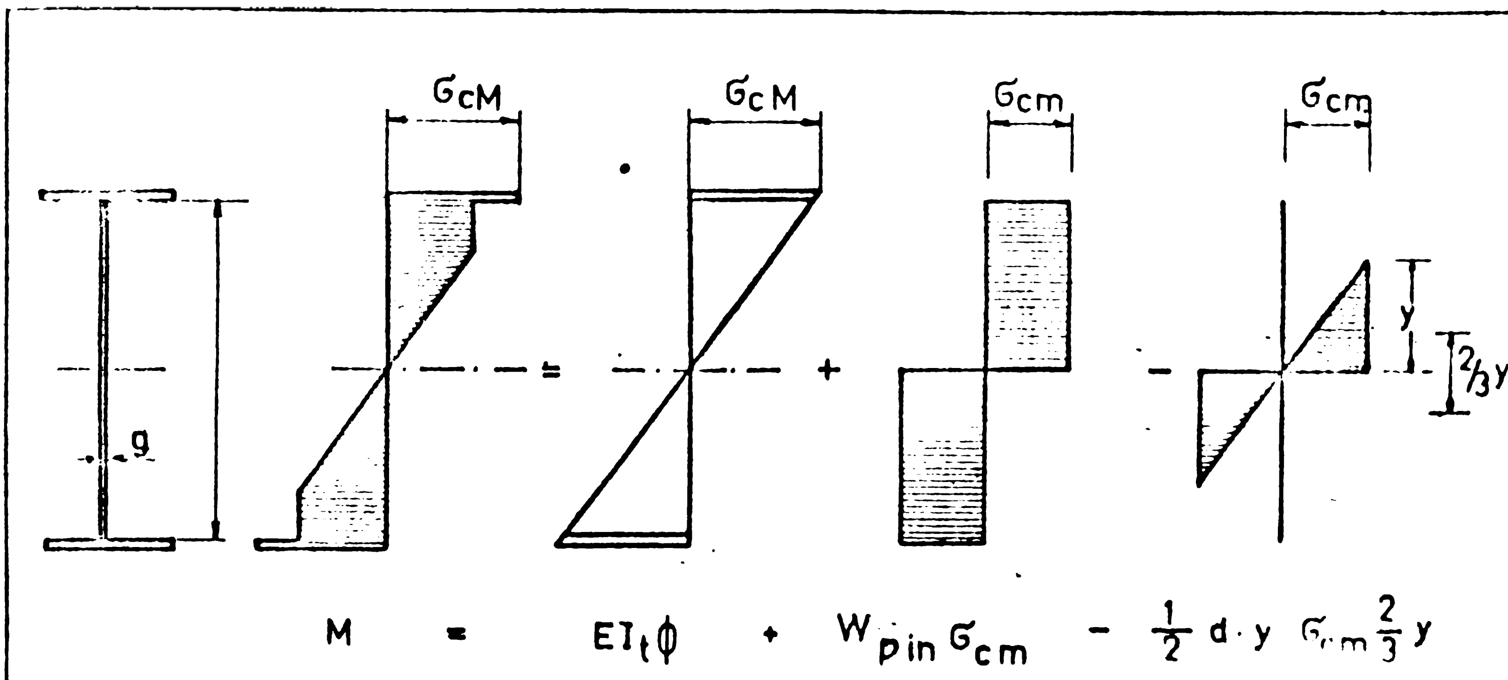


Fig 3.3

unde:

I_t = Momentul de inerţie al tălpilor faţă de axa neutră.

Wpin = Momentul plastic al întregii inimii faţă de axa neutră.

Ultimul termen se prelucrează şi anume:

$$\sigma_{cm} = E.\mathcal{E}_{cm} = E.\frac{y}{\rho} = E\, y\, \emptyset\ ; \quad y = \frac{\sigma_{cm}}{E.\emptyset}$$

Valoarea "y" astfel dedusă o introducem în ultimul termen

$$M = E.I_t.\emptyset + W_{pin}.\sigma_{cm} - \frac{\sigma_{cm}^3 \cdot g}{3E^2\emptyset^2} \qquad (3.4)$$

Stadiul 3 - reprezintă domeniul în care plasticizarea după ce a atins fibra extremă a tălpilor pătrunde pe grosimea lor. Momentul capabil se stabileşte prin însumarea algebrică pe diagrama descompusă în fig.3.4.

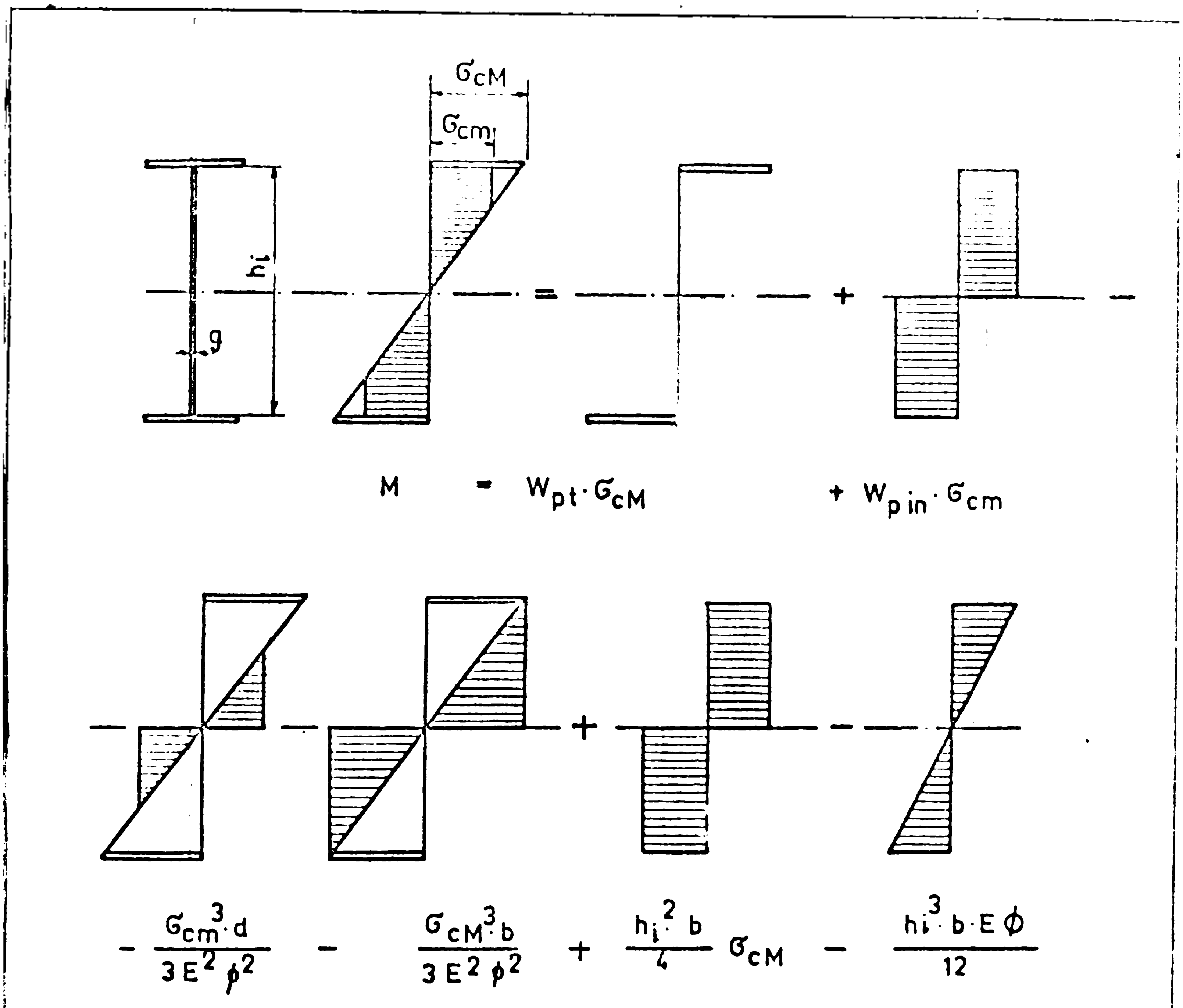


Fig 3.4

$$M = W_{pt} \cdot \sigma_{CM} + W_{pin} \cdot \sigma_{cm} - \left(\frac{\sigma_{cm}^3 \cdot g}{3E\,\phi^2} + \frac{3\,\sigma_{cM}^3 b}{3E^2 \cdot \phi^2}\right) + \frac{h_i^2 \cdot b}{12}\left(3\,\sigma_{cM} - E\,\phi\,h_i\right)$$

<u>Stadiul 4</u> - reprezintă domeniul în care plasticizarea se extinde asupra inimii de la fibrele extreme spre axa neutră. Expresia valorii momentului se deduce din diagrama din fig.3.5.

$$M = Wpt.\sigma_{CM} + Wpin\,\sigma_{cm} - \frac{\sigma_{cm}^3 . t}{3\,E^2\,\phi^2} \qquad (3.6)$$

Pentru valori mari ale curburii, ϕ din relaţia (3.6) va fi înlocuită cu tg ϕ şi deoarece ϕ tinde către $\frac{\pi}{2}$ termenul al treilea dispare şi expresia momentului se apropie de valoarea totală a momentului plastic

$$M_o = Wpt.\sigma_{CM} + Wpin\,\sigma_{cm} \qquad (3.7)$$

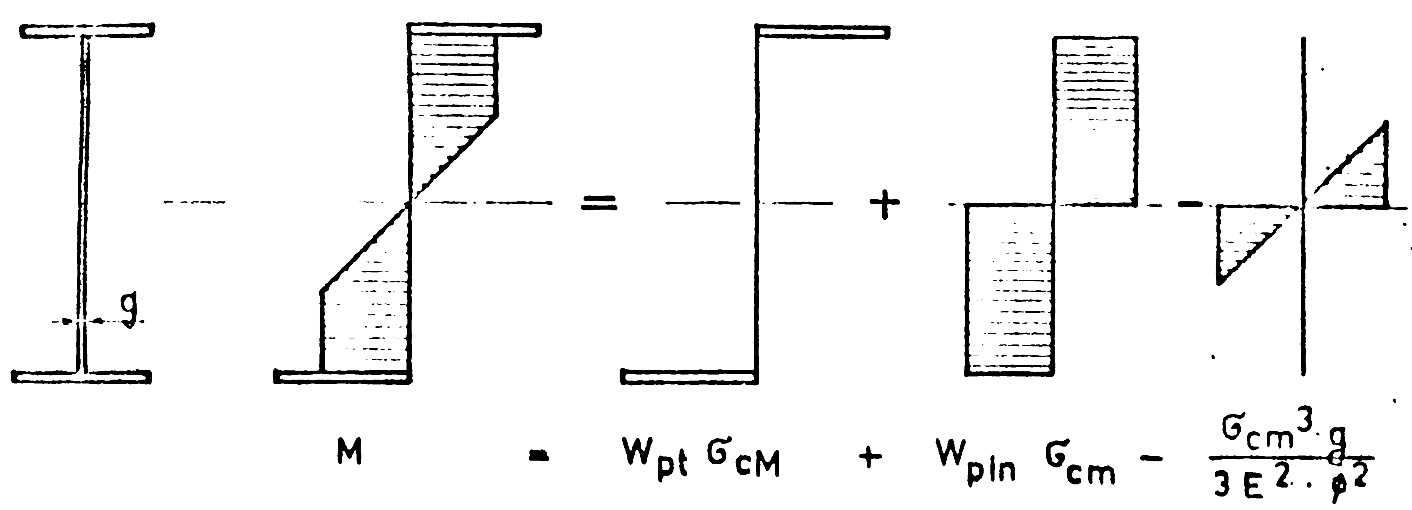


Fig 3.5

3.3. Determinarea momentului capabil al grinzilor hibride

Scrierea momentului capabil pentru o grindă hibridă în toate stadiile de lucru se face conform relației generale (2.5):

$M = \int_A \sigma\, y . dA.$

3.3.1. Stadiul 1. Grinda găsindu-se în domeniul elastic, relațiile de calcul sînt cele valabile din domeniul elastic. Valoarea limită definită conform diagramelor fig.3.2, adică la atingerea curgerii inimii în fibra extremă (σcm) se exprimă:

$$M = \frac{2.Jx.}{hi} \cdot \sigma_{cm} \tag{3.8}$$

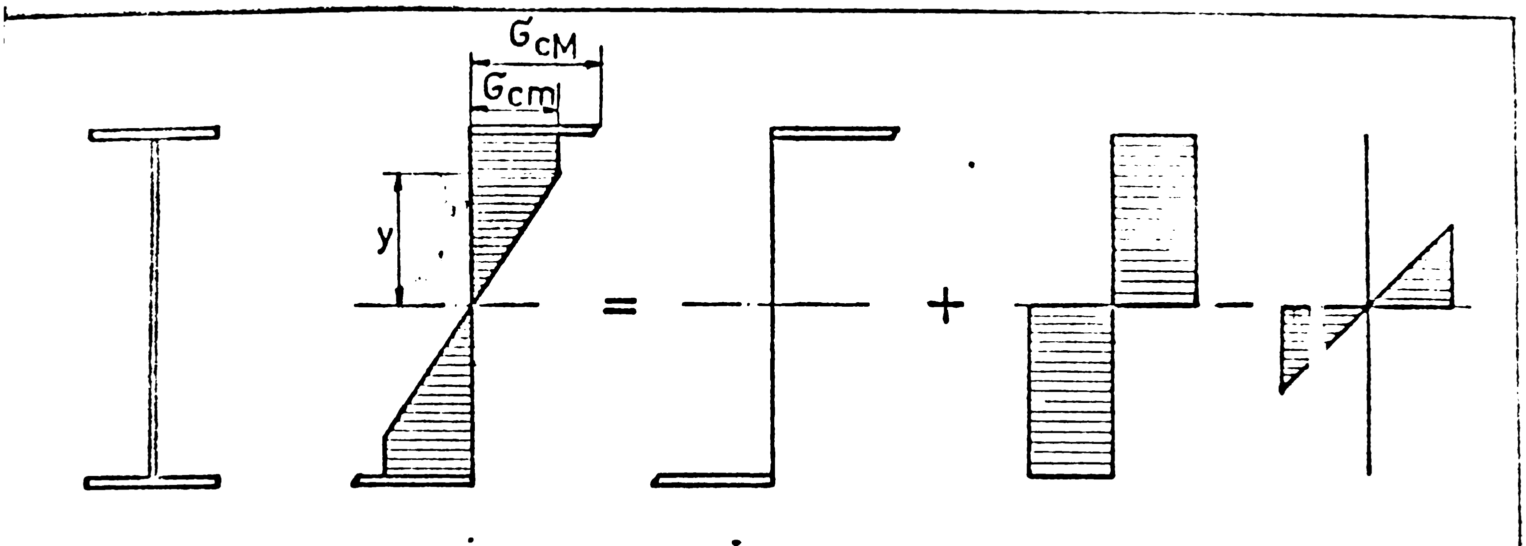
3.3.2. Stadiul 2. Momentul capabil în stadiul 2 a fost determinat de mai mulți cercetători, fie ca valoare exactă, fie făcîndu-se unele aproximații urmărindu-se obținerea unor relații mai simple.

a. Relația exactă; stabilirea relației se face pe diagrama din fig.3.6.

dar $\frac{\frac{h}{2}}{y} = \frac{\sigma_{CM}}{\sigma_{cm}}$; de unde: $y = \frac{h}{2}\,\frac{\sigma_{cm}}{\sigma_{CM}} = \frac{h}{2}\alpha$

Folosind-o în expresia lui M obținem:

$M = \sigma_{CM}\left(\frac{2.It}{h} + \alpha.Wpin - g\,\frac{h^2}{12}\,\alpha^3\right)$ sau



$$M = \frac{I_t}{\frac{h}{2}} \cdot \sigma_{cM} + W_{p\,in}\,\sigma_{cm} - \frac{1}{2} y\,\sigma_{cm}\,d \cdot \frac{2}{3} y$$

Fig 3.6

$$M = \sigma_{cM} \cdot \left[W_p t + \alpha \left(W_{p\,in} - \frac{\varepsilon h^2}{12} \alpha^2 \right) \right] \quad ([illegible])$$

b. Relația adimensională (Expresia lui Richard Johnson și Jamal Azor). [31]

Relația are la bază simplificarea și anume se neglijează grosimea tălpii (t) în raport cu înălțimea totală a grinzii(h). Exprimarea adimensională rezultă prin raportarea la o grindă cu dimensiuni identice însă omogenă fig.3.7.

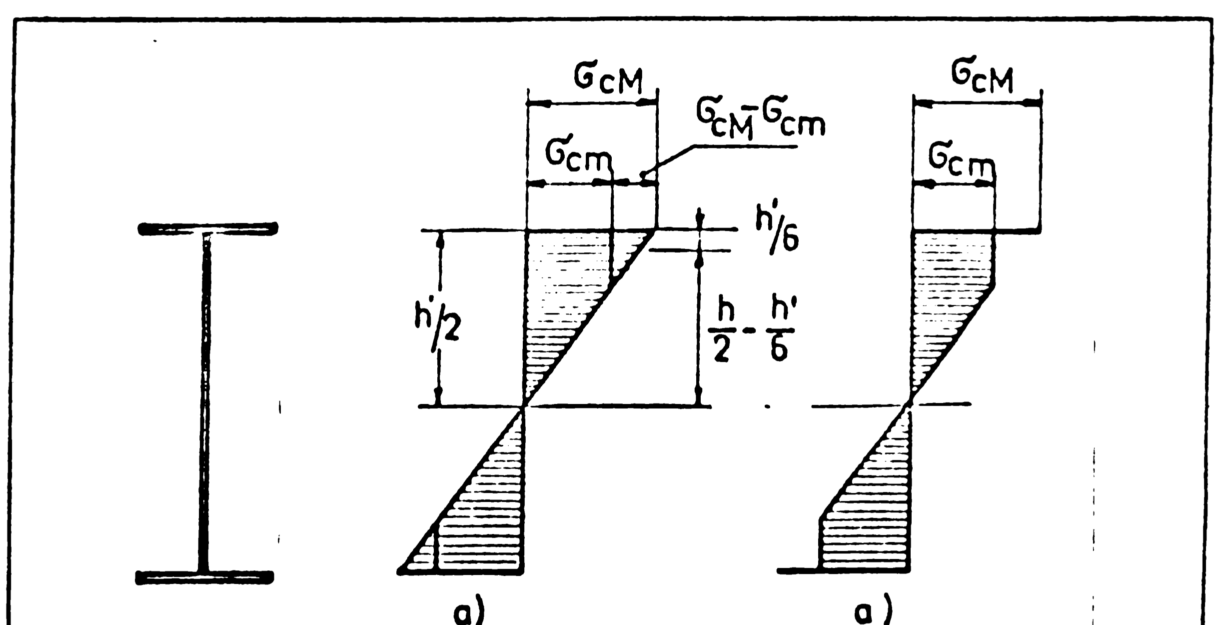


Fig 3.7

Diagramele limită STADIUL II
a) cazul unei grinzi omogene
b) cazul unei grinzi hibride

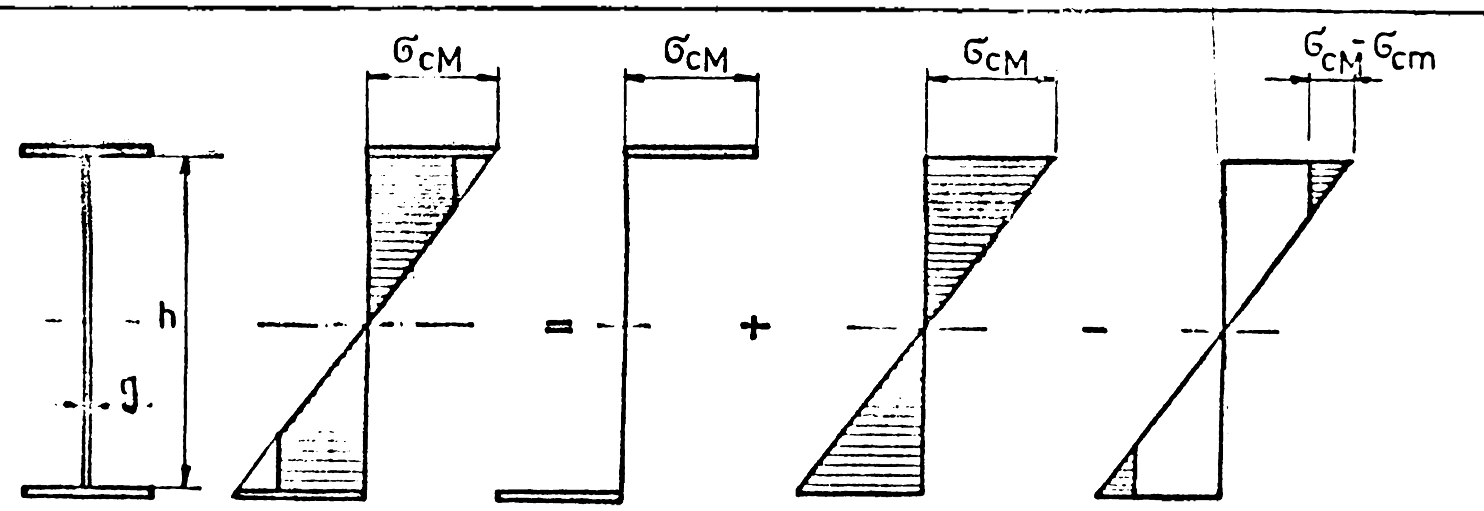
Folosind notaţiile:

A_i - aria inimii

A_t - aria celor două tălpi

$$\beta = \frac{A_i}{\frac{A_t}{2}} = \frac{2A_i}{A_t}$$

Exprimăm valoarea momentului interior pentru grinda hibridă, după diagramele din fig.3.8.



$$M = \sigma_{cM}\frac{A_t}{2}\cdot h + \frac{1}{2}\sigma_{cM}\frac{A_i}{2}\cdot\frac{2h}{3} - \frac{1}{2}(\sigma_{cM}-\sigma_{cm})\frac{A_i}{2}\cdot\frac{h'}{h}\left(\frac{h}{2}-\frac{h'}{6}\right)2$$

Fig 3.8

$$M = \sigma_{CM}\cdot\frac{A_t}{2}\cdot h + \sigma_{CM}\beta\cdot\frac{A_t}{4}\cdot\frac{h}{3} - (\sigma_{CM}-\sigma_{cm})\,\frac{1}{2}\,\frac{A_i}{2}\,\frac{h'}{h}\left(\frac{h}{2}-\frac{h'}{h}\cdot\frac{h}{6}\right)\cdot 2$$

$$M = \sigma_{CM}\,\frac{A_t}{2}\cdot h + \sigma_{CM}\,\beta\,\frac{A_t}{12}\cdot h - \sigma_{CM}(1-\alpha)^2\frac{\beta}{4}\,A_t\,\frac{h}{2}\left[1-(1-\alpha)\,\frac{1}{3}\right]$$

$$M = \sigma_{CM}\,\frac{A_t\cdot h}{24}\left\{12 + 2\beta - \beta(1-\alpha)^2\left[3-(1-\alpha)\right]\right\}$$

$$M = \frac{\sigma_{CM}\cdot A_t\cdot h}{24}\cdot\left[12 + \beta(3\alpha-\alpha^3)\right] \qquad (3.10)$$

Scrierea expresiei lui M_o pentru o grindă omogenă alcătuită din oţel superior (σ_{CM}).

$$M_o = \sigma_{CM}\cdot\frac{A_t}{2}\cdot h + \frac{1}{2}\sigma_{CM}\cdot\frac{A_i}{2}\cdot\frac{2h}{3} = \frac{\sigma_{CM}}{12}\cdot A_t\cdot h\ (6+2\ \frac{A_i}{A_t})$$

punînd :

$$\frac{2A_i}{A_t} = \beta$$

$$M_o = \frac{\sigma_{CM}}{12}\cdot A_t\ h\ (6+\beta) \qquad (3.11)$$

Facem raportul celor două expresii:

$$\frac{M}{M_o} = \frac{12+\beta(3\alpha-\alpha^3)}{12+2\beta} \quad \text{sau}$$

$$M = M_o\ \frac{12+\beta(3\alpha-\alpha^3)}{12+2\beta} \qquad (3.12)$$

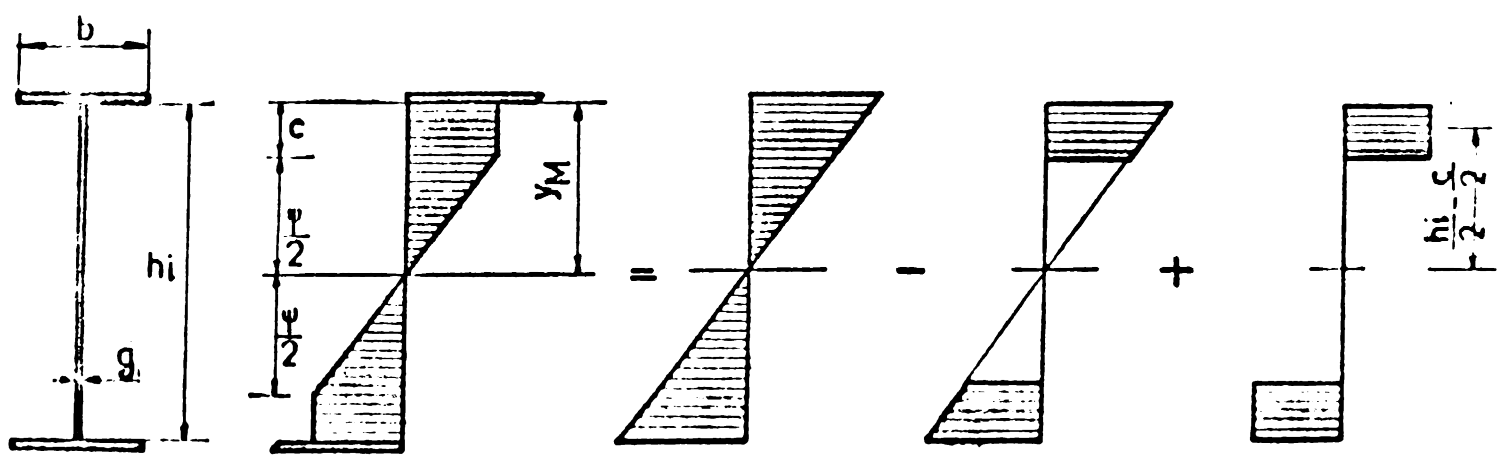
c. Relaţia propusă de colectivul I.C.Bucureşti [43]

Folosind diagramele din fig.3.9 precum şi notaţiile:

$$\alpha = \frac{\sigma_{cm}}{\sigma_{CM}}\ ; \quad I'_{xin} = \frac{gc^3}{12} + gc\ (\ \frac{h_i}{2} - \frac{c}{2}\ )^2$$

$$S'_{xin} = gc(\frac{h_i}{2} - \frac{c}{2})$$

Expresia momentului se scrie:



$$M = \frac{I_x}{y_M} - \frac{2\ I'_{xin}}{y_M} + 2gc\ \sigma_{cm}(\frac{h_i}{2} - \frac{c}{2})$$

Fig 3.9

$$M = (\frac{I_x - 2\ I'_{xin}}{Y_M} + 2\alpha\ S'_{xin})\ \sigma_{CM} \qquad (3.13)$$

Făcîndu-se în continuare următoarele simplificări conform fig.3.lo.

$$h_i = h \ ; \quad \alpha = \frac{\sigma_{cm}}{\sigma_{cM}} \ ; \quad \beta = \frac{2A_t}{A_i}$$

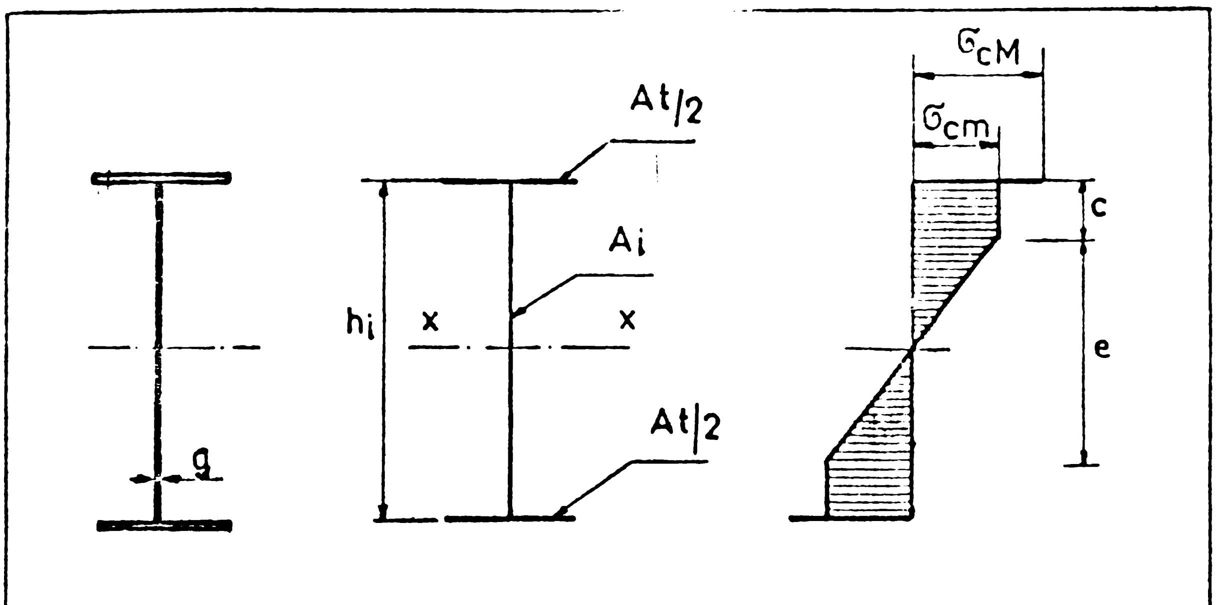


Fig 3.10

Cu aceste notaţii obţinem:

$$W_x = \frac{I_x}{h} \cdot 2 = \frac{1+3\beta}{6} \, g h^2$$

Din asemănarea triunghiurilor formate scriem :

$$\frac{c}{\frac{h}{2}} = \frac{\sigma_{cM}-\sigma_{cm}}{\sigma_{cm}} \ ; \quad c = (1-\alpha)\frac{h}{2} \ ; \quad \frac{e}{h} = \frac{\sigma_{cm}}{\sigma_{cM}} \ ; \quad e = \alpha h$$

Exprimăm valoarea lui M

$$M = W_x \cdot \sigma_{cM} - c\,\alpha\left(\frac{e}{3} + \frac{2}{3}c\right)(\sigma_{cM} - \sigma_{cm}) =$$

$$= W_x \sigma_{cM}\left[1 - \frac{(1-\alpha)^2}{W_x} \cdot \frac{h}{2} \cdot \alpha \frac{3e+4c}{6}\right] =$$

$$= W_x \sigma_{cM}\left\{1 - \frac{(1-\alpha)^2}{\frac{1+3\beta}{6} \cdot 2gh} \cdot \frac{hg}{6}\left[3\alpha h + 4(1-\alpha)\frac{h}{2}\right]\right\}$$

$$M = \frac{1+3\beta}{6}\left[1 - \frac{(1-\alpha)^2(2+\alpha)}{2(1+3\beta)}\right] g h^2 \cdot \sigma_{cM} \qquad (3.14)$$

3.3.3. Stadiul 3. Se va exprima M pentru stadiul 3 limită cînd curgerea s-a extins complet asupra tălpilor [17]

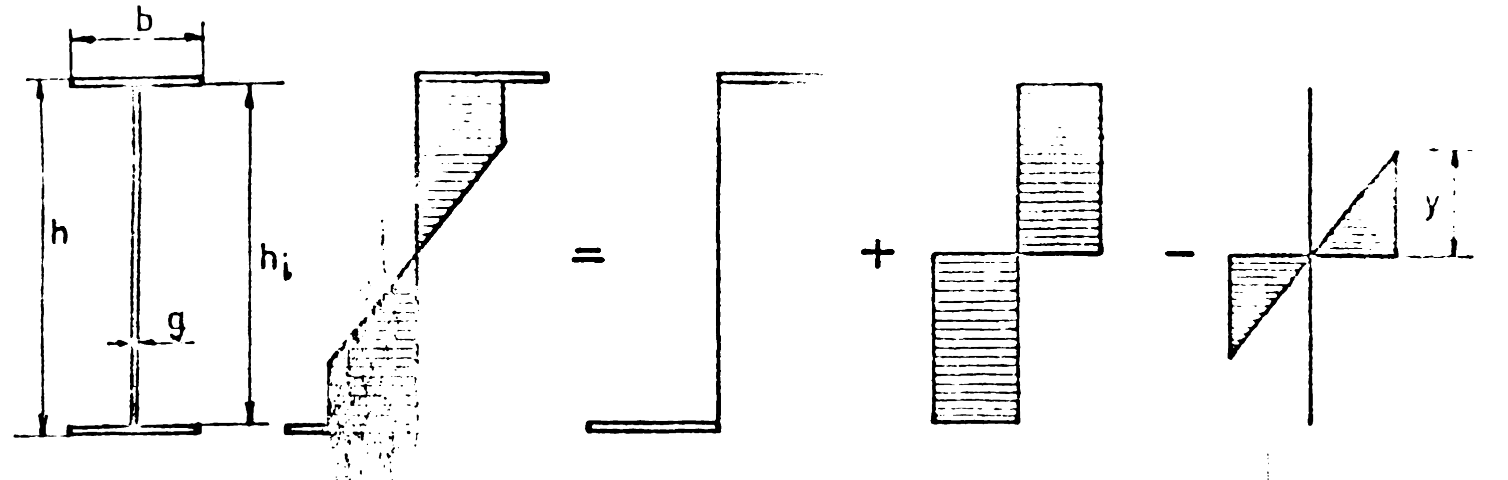


Fig 3.11

$$= W_{pt}\,\sigma_{cM} + W_{pin}\,\sigma_{cm} - \frac{1}{2} W_y\,\sigma_{cm}$$

unde:

$$W_{pt} = \frac{b h^2}{4} - \frac{b h_i^2}{4} = \frac{b}{4}(h^2 - h_i^2) = \frac{A_t}{2}(h-t) = \frac{A_t}{2}(h_i+t)$$

$$W_{pin} = \frac{g h_i^2}{4} \quad ; \quad W_y = (2y)^2 \cdot \frac{g}{6}$$

$$M = \sigma_{CM}(W_{pt} + W_{pin} - \frac{1}{2}\alpha W_y)$$

$$M = \sigma_{CM}\left[W_{pt} + \alpha(W_{pin} - \frac{1}{2} W_y)\right] \qquad (3.15)$$

Din asemănarea triunghiurilor rezultă:

$$\frac{y}{\frac{h_i}{2}} = \frac{\sigma_{cm}}{\sigma_{CM}} \quad ; \quad y = \frac{h_i}{2}\alpha$$

$$M = \sigma_{CM}\left\{W_{pt} + \alpha\left[\frac{g h_i^2}{4} - \frac{1}{2}\,\frac{(h_i \cdot \alpha)^2}{6} \cdot g\right]\right\}$$

$$M = \sigma_{CM}\left\{\frac{A_t}{2}(h_i+t) + \alpha\left(\frac{g h_i}{4} - \frac{1}{12} h_i^2\, g\,\alpha^2\right)\right\}$$

$$M = \sigma_{CM}\left[\frac{A_t}{2}(h_i+t) + \frac{A_i \cdot \alpha \cdot h_i}{12}(1 - 3\alpha^2)\right]$$

Folosim notaţiile:

$$A_i = \frac{\beta . A_t}{2} \; ; \quad \gamma = \frac{t}{h_i}$$

$$M = \sigma_{CM} \left[\frac{A_t}{2} (h_i + t) + \frac{\beta A_t}{24} . \alpha h_i (1 - 3\alpha^2) \right]$$

$$M = \frac{\sigma_{CM} . A_t}{12} . h_i \left[12(1+\gamma) + \beta(\alpha - 3\alpha^3) \right] \qquad (3.16)$$

3.3.4. Stadiul 4. Se va calcula momentul plastic total al unei secţiuni simetrice I hibride conform diagramei din fig.3.12.

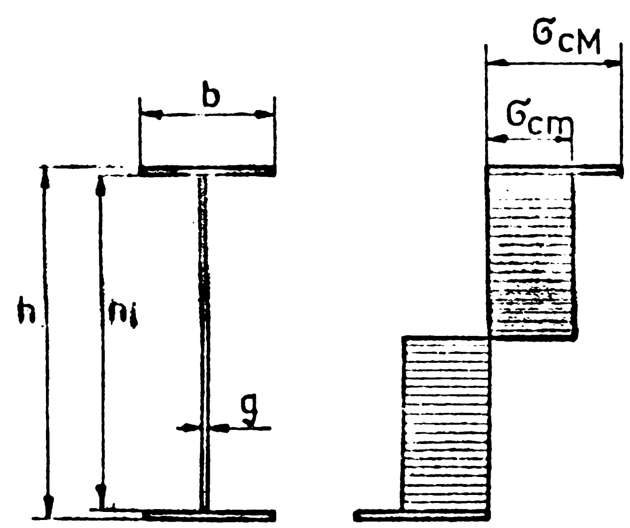


Fig 3.12

$$M = W_{pt} \sigma_{CM} + W_{pin} \sigma_{cm}$$

unde:

$$W_{pt} = \frac{A_t}{2} (h-t) = \frac{bt}{2}(h-t)$$

$$W_{pin} = \frac{h_i^2 g}{4} = \frac{A_i \cdot g}{4} . h_i = \frac{A_i . g}{4} (h-2t)$$

a). Exprimat în dimensiunile secţiunii:

$$M = \frac{b.t}{2} (h-t) \sigma_{CM} + \frac{h-2t}{4} g \sigma_{cm}$$

$$M = \sigma_{CM} \left[\frac{bt}{2}(h-t) + \alpha \frac{(h-2t)^2}{4} g \right] \qquad (3.17)$$

b). Exprimat în arii:

$$M = \sigma_{CM} \left[\frac{A_t}{2} (h-t) + \alpha \beta A_t \frac{h-2t}{8} \right] \qquad (3.18)$$

Folosind relaţia: $A_i = \frac{\beta A_t}{2}$

$$M = \frac{\sigma_{CM} . A_t h}{8} \left[4(1 - \frac{t}{h}) + \alpha\beta (1 - \frac{2t}{h}) \right] \qquad (3.19)$$

Cu $\gamma_1 = \frac{t}{h}$

$$M = \frac{\sigma_{CM} . A_t h}{8} \left[4(1 - \gamma_1) + \alpha \beta (1 - 2\gamma_1) \right] \qquad (3.20)$$

pentru h $\gg$ t adică pentru grinzi foarte înalte γ_1 devine foarte mic în comparaţie cu 1. Se poate scrie cu aproximaţie:

$$M = \frac{\sigma_{cm} \cdot A_t \cdot h}{8} \left[4 + \alpha\beta \right] \qquad (3.\ldots)$$

3.3.5. STADIUL - Deformaţii plastice limitate. "ε_{pl}"

Se ştie că deformaţiile plastice sînt însoţite de modificările caracteristicelor mecanice ale oţelului şi anume ridicarea limitei de curgere şi scăderea proprietăţilor de deformabilitate.

Pentru a păstra calităţile plastice ale oţelului ... limite, se introduce o nouă definire a stării limite a ... lor hibride, punînd condiţia ca în fibra cea mai solicitată ... deformaţia să se înscrie în o limită denumită "ε_{pl}". Drept exemplificare se poate arăta că la o deformare de 2% oţelul carbon îşi reduce calităţile sale plastice cu numai 10% - această reducere a plasticităţii se accentuează rapid în zona "consolidării oţelului".

Pornind de la această definire a stării limită vom determina $M_{\varepsilon p}$, momentul corespunzător deformaţiei plastice ε_{pl}.

In prealabil se determină înălţimea sîmburelui elastic cînd în fibra extremă a ... deformaţia plastică atinge valoarea "ε_{pl}" fig.3.13.

Deformaţiile dezvoltîndu-se linear dinspre axa neutră spre fibra exterioară, se determină nivelul "y" unde se atinge ε_{cm} - deformaţia corespunzătoare începutului curgerii oţelului inferior, din inimă, conform legii lui Hooke $\varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{cm}}{E}$

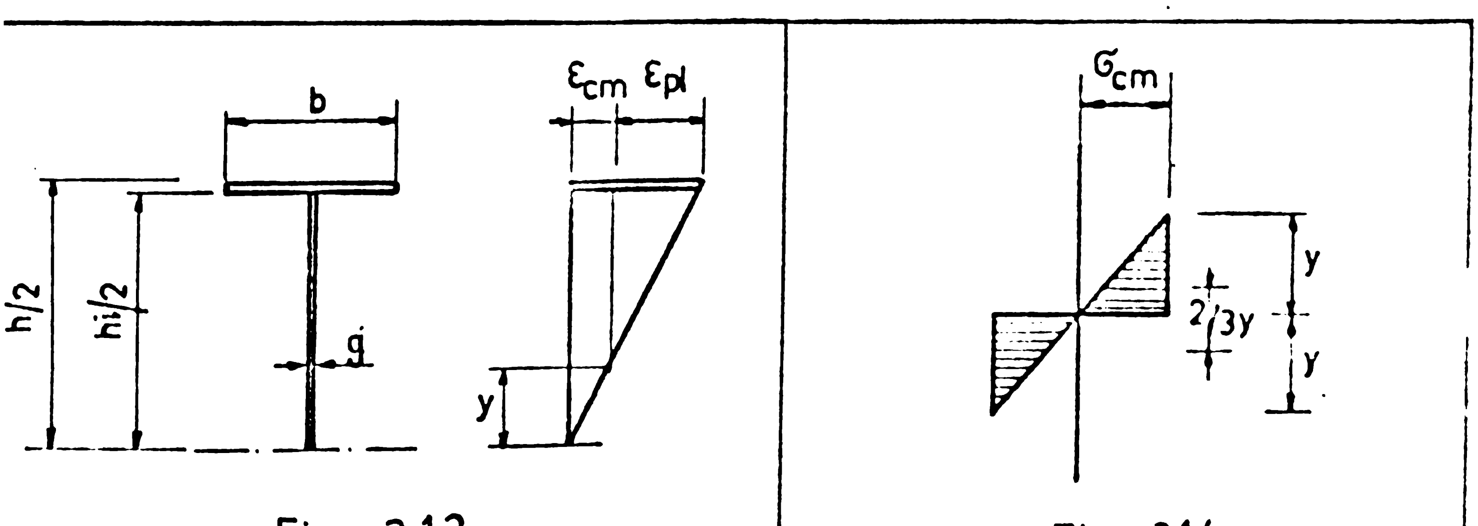


Fig 3.13 Fig 3.14

Conform ipotezei lui Bernoulli - deformaţiile se dezvoltă liniar şi în zona plastică ajungînd la nivelul fibrei superioare a inimii adică la nivelul:

$\frac{h - 2t}{2} = \frac{h_i}{2}$; la valoare $\mathcal{E}pl$

Din asemănarea a două triunghiuri deducem:

$$\frac{y}{\frac{h_i}{2}} = \frac{\frac{\sigma_{cm}}{E}}{\frac{\sigma_{cM}}{E} + \mathcal{E}pl} \quad ; \quad \text{de unde:} \quad y = \frac{h_i}{2} \; \frac{\sigma_{cm}}{\sigma_{cm} + E.\mathcal{E}pl}$$

Odată "y" stabilit, determinarea momentului M se reduce la aplicarea relației în "stadiul 3" iar valoarea lui W_y se poate deduce cu ajutorul fig. 3.14.

$$M = \sigma_{CM}\left[W_{pt} + \alpha(W_{pin} - \frac{1}{2} \; W_y)\right] \qquad (3.2?)$$

EXEMPLU: Se va studia cazul unei deformații plastice $\mathcal{E}pl$=2% la o grindă hibridă a cărei inimă este din OL, cu σ_{cm}=24oo daN/cm^2.

$$y = \frac{h_i}{2} \; \frac{2400}{2400 + 2.100.000 x 0,02} = 0,27 \; h_i \qquad (3.23)$$

deci mai bine de jumătate de inimă rămîne elastică.

In continuare vom calcula valoarea pentru starea de deformație definită mai sus, arătîndu-se că diferă foarte puțin de valoarea totală a momentului plastic - calculat în stadiul 4 limită.

Pentru simplitate raportăm reducerea momentului plastic prin existența sîmburelui elastic de înălțimea "2y" față de momentul plastic total al inimii.

Reducerea momentului plastic datorită sîmburelui elastic va fi conform fig.3.15.

$$M' = \frac{1}{2} \sigma_{cm}.y.g.\frac{2}{3}y = \frac{1}{2}\frac{g(2y)^2}{6}\sigma_{cm} \qquad (3.24)$$

$$M' = \frac{1}{2} \; W_y . \sigma_{cm}$$

unde: $W_y = \frac{g.(2.y)^2}{6}$ - modulul de rezistență al sîmburelui elastic.

$$M_{pin} = \frac{gh_i^2}{4}\sigma_{cm} ;$$

Inlocuind cu expresia lui M'(3.24) valoarea lui y(3.23) obținem:

$$M' = \frac{1}{2}\frac{g}{6}.(2y)^2\sigma_{cm} = \frac{g}{12}(0,54 \; hi)^2 \sigma_{cm}$$

Raportăm valorile $\frac{M'}{M}$ [illegible] al

$$\frac{M'}{M_{pin}}.100 = \frac{[illegible]}{\frac{gh_i^2}{4} \cdot \sigma_c}$$ (3.25)

Exemplul demonstrează că existența unui sîmbure elastic central, binevenit pentru comportarea grinzii, aduce scăderi neglijabile din valoarea momentului plastic total.

3.3.6. Propunerea lui [illegible]ler

Pentru simplificarea calculului, Basler propune asimilarea unei grinzi hibride, cu o grindă omogenă, introducînd o ponderare a grinzii. Astfel putem trece la o grindă omogenă din oțel superior făcînd ponderarea:

$$g^* = g \cdot \frac{\sigma_{IM}}{\sigma_{CM}} = g.\alpha$$ (3.26)

Cu această grosime ponderată g^* putem exprima valorile momentelor - asimilîndu-se cu grinzi omogene.

Astfel pentru o grindă I dublu simetrică valoarea momentului plastic total este:

$$M_o = \left[bt \cdot \frac{h-t}{2} + \frac{(h-2t)^2}{4} g^*\right] \sigma_{CM}$$ (3.27)

Asemănător, forța tăietoare de plasticizare a inimii se va determina cu relația

$$T_o = \tau_{CM} h_i g^*$$ (3.28)

3.3.7. Comportarea grinzilor hibride sub acțiuni de semn contrar

Comportarea grinzilor hibride în timpul încărcării și descărcării este arătată în fig.2.3. Avînd o comportare elastică la descărcare, reprezentată printr-o dreaptă paralelă la dreapta de încărcare din stadiul 1, rezultă că la descărcare dintr-un punct situat deasupra domeniului elastic, vor rezulta deformații reziduale, de exemplu curburi remanente $\emptyset_r$. fig.3.15.

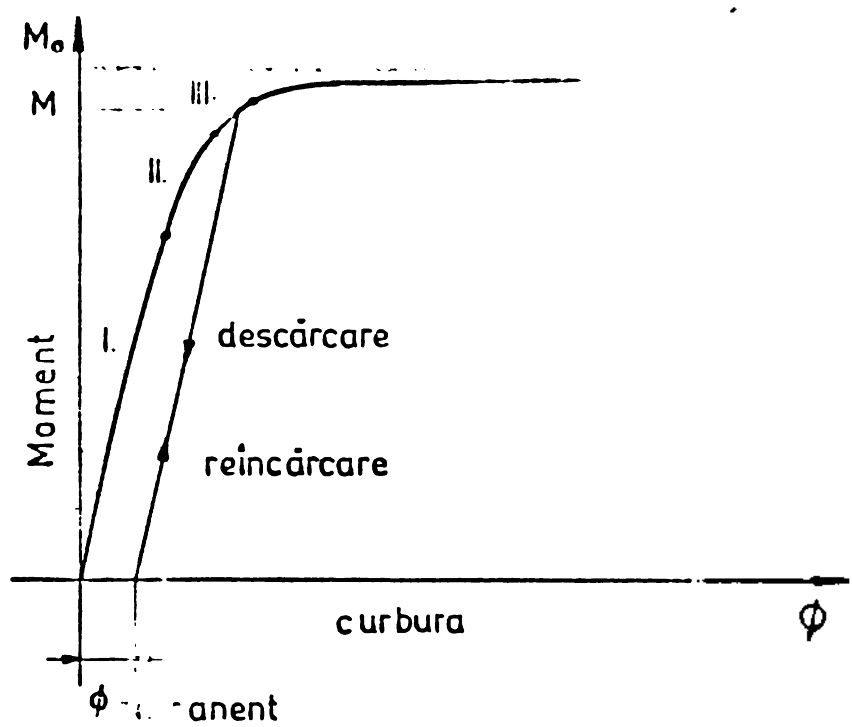


Fig 3.15

Apariţia deformaţiilor reziduale, cau...ză şi eforturi reziduale, mecanismul formării lor fiind pre...zentat în fig.3.16. Cele două deformaţii fiind de sens co...ntrar, şi eforturile ce le însoţesc vor fi de sensuri contrare. ...e poate de...termina uşor mărimea şi sensul acestor eforturi prin diferenţa e...forturilor la nivelul fibrei dorite.

Spre exemplu în stadiul II limită la a...ngerea limitei de curgere σ_{CM} - exprimăm valoarea momentului conform relaţiei:

$$M_{inc} = \frac{2I_t}{h}\sigma_{cm} + W_{pin}\sigma_{cm} - \frac{...h^2}{12} \cdot \frac{\sigma_{cm}^3}{\sigma_{CM}}$$

Momentul de descărcare se determină ... la ... grindă elastică .

$$M_{desc} = \sigma_1 \frac{I}{y_1}$$

Din egalitatea celor două momente $M_{inc} = M_{desc}$, deducem:

$$\sigma_1 = M_{inc}\frac{y_1}{I} \quad (3.29)$$

iar σ_r rezidual va fi: $\sigma_r = \sigma_{CM} - \sigma_1$ (3.30)

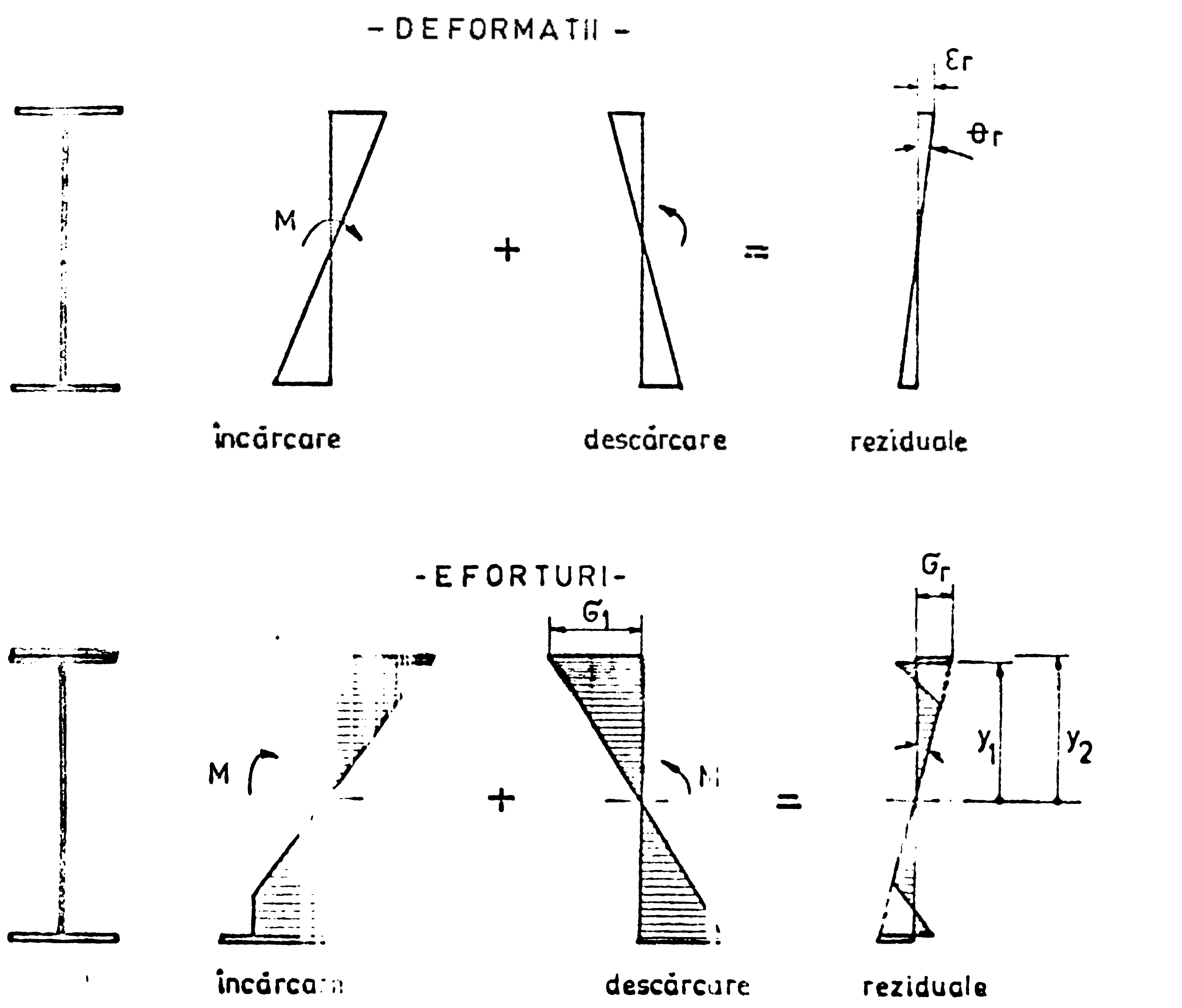


Fig 3.16

$M_o > 2\ M_e$, comportarea inelastică nu poate apărea niciodată, deoarece momentul de descărcare M_d, nu poate depăşi momentul plastic fig.3.18.

Identic se determină efortul rezidual la alt nivel; de exemplu la nivelul fibrei extreme a inimii (la nivelul y_2).

Trasarea diagramei finale se face folosindu-se şi de variaţia liniară a eforturilor pe secţiune; vezi linia punctată în fig.3.16.

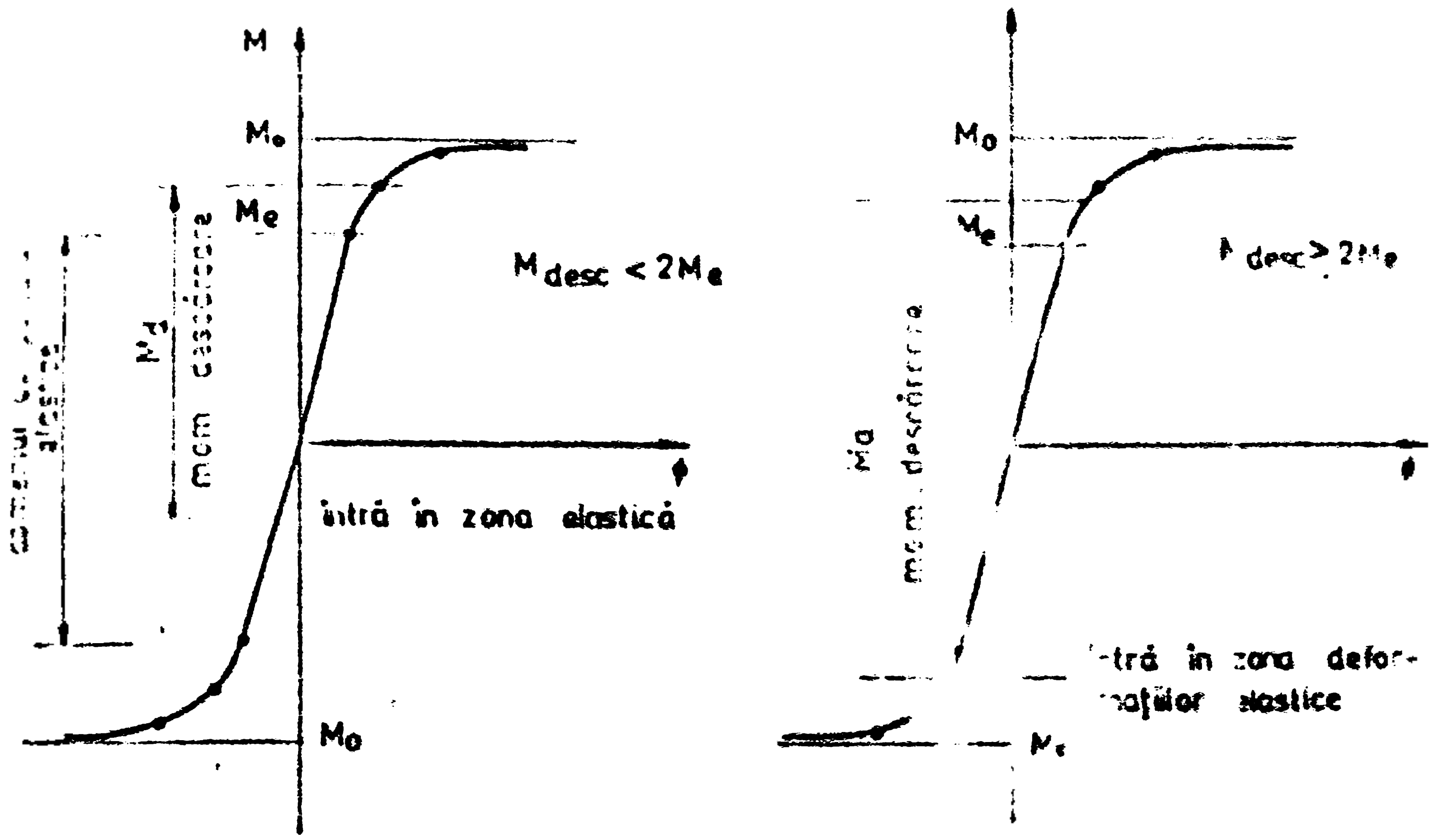


Fig 3.17

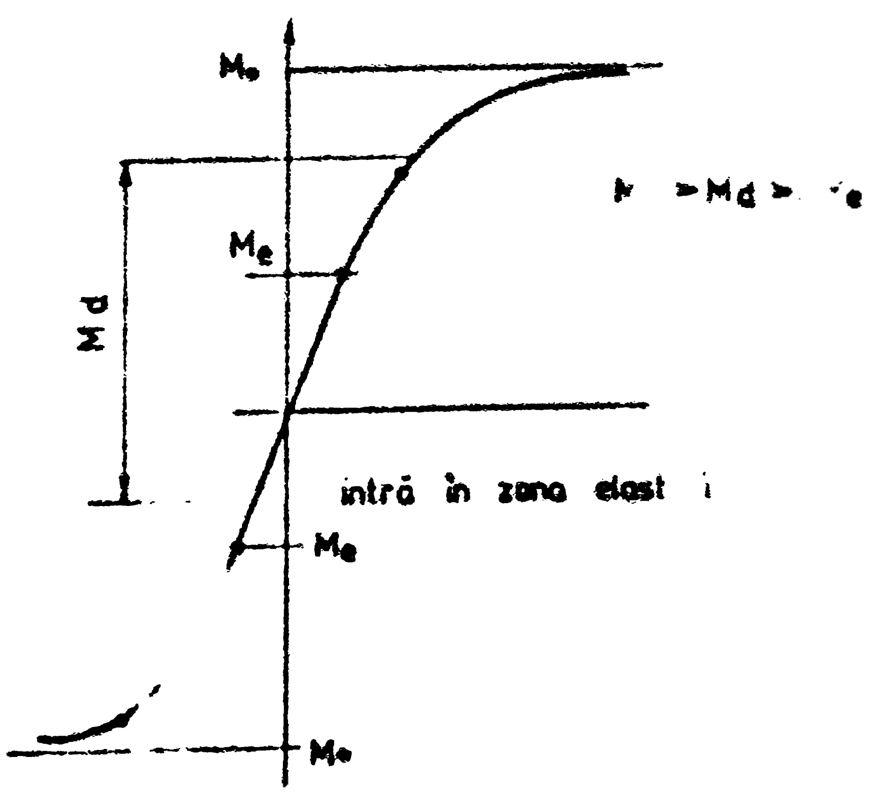


Fig 3.18

Se constată că efortul rezidual își schimbă semnu. și mări-mea. In final pe întreaga secțiune, momentul eforturilor interioare trebuie să fie nul, adică:

$$\sum_A \sigma_i \cdot y_i = 0 \quad ; \text{ deoarece } M_{ext} = 0$$

La reîncărcare, eforturile finale în secțiune vor rezulta di însumarea eforturilor reziduale cu cele ... aste din nou; în această din urmă situație, suma eforturilor reziduale, cu a celor aplicate la reîncărcare va avea o distribuție identică cu distribuția inițială.

Prin urmare, la toate ciclurile de încărcări și descărcări ulterioare, la care momentul inițial n... depășit, grinda se comportă elastic, exceptînd următoarea ...ție: dacă se neglijează efectul Bauschinger, comportarea inelastică va apare la descărcare, numai dacă momentul de descărcare depășește dublul momentului elastic "M_e"(definit drept momentul limită cînd în unul d... punctele secțiunii apare curgerea) ... fig.3.17.

Pentru grinzi hibride cu $K = \frac{\sigma_{c}}{\sigma_{cm}}$ și deci $M_o > M_e$, comportarea inelastică nu poate apărea niciodată, deoarece momentul de descărcare Md, nu poate depăși momentul plastic fig.3.18". Diferența în comportarea grinzilor hibride comparativ cu cele omogene la ...-cărcări repetate este în general mică. In timp ce la grinzile omogene apar deformații plastice la atingerea curgerii de fibră în tălpi, la grinzile hibride acestea apar la un moment mai mic, ...reoce curgerea apar... mai întîi în fibrele extreme ale inimii. Experimental se co...ntă că curbura reziduală este relativ mică, ea concentrîndu-se ... zona momentelor maxime.

Curbele M-Ø la ambele tipuri de grinzi hibride și omogene, deviază de la cele ...oretice, datorită faptului că în ambele grinzi se nasc eforturi și deformatii remanente apărute în timpul confecționării lor.

CAPITOLUL 4

COMPORTAREA GRINZILOR HIBRIDE LA I... ...IERE CU TAIERE; RELATII DE INTERACTIUNE

4.1. GENERALITATI.

Problema comportării grinzilor hibride cu inimă plină la acțiunea simultană a încovoierii cu tăiere implică în prealabil anumite precizări.

Prima problema este adoptarea criteriului de curgere.

Majoritatea cercetătorilor acceptă pentru oţel drept criteriul de curgere, cel a lui Huler-Mises-Hencky(Horne,Reckling, Klöppel etc...) (cap.2.6).

$$\sigma_c^2 = \sigma'^2 + 3\tau'^2 \; ; \tau_c = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} \qquad (4.1)$$

unde τ', σ' sînt eforturile curente care împreună conduc la curgere.

Sînt însă şi cercetători(N.a.) care acceptă criteriul de plasticizare a lui Tresca

$$\tau_c = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma'^2 + 4\tau'^2} = \frac{\sigma_c}{2} \qquad (4.2)$$

O altă problemă este distribuţia eforturilor pe secţiune:

Avînd în vedere ipotezele fundamentale acceptate în "Capitolul 2" se consideră pentru efortul normal în domeniul elastic o distribuţie lineară, iar pentru τ o distribuţie parabolică conform relaţiei lui Juravschi fig.4.1 a.

Pentru secţiuni suple, înalte,se acceptă o distribuţie constantă a forţei tăietoare pe înălţimea inimii fig.4.1.b.

Cu creşterea solicitărilor domeniul elastic e depăşit,prin începerea plasticizării fibrelor extreme şi cu respectarea principiului secţiunilor plane. Cum arată Horne,Prager, prezenţa eforturilor de tăiere e posibilă numai în zona sîmburelui elastic.

Pornind de la diagramele de distribuţie acceptate în domeniul elastic. Horne, Reckling,Klöppel acceptă o distribuţie parabolică pentru τ în zona sîmburelui elastic fig.4.1.c.

Intrucît o distribuţie parabolică pentru τ suprapusă peste una liniară pentru σ nu conduce la o plasticizare completă a secţiunii şi în final rezultă din calcul o capacitate portantă mai mică decît cea reală sau acceptat şi alte tipuri de distribuţie pentru τ.

O distribuţie eliptică fig.4.1e folosită de Heyman,Dutton, Klöppel, conduce la atingerea capacităţii portante de calcul mai apropiate de cea reală.

Similar ca în domeniul elastic, unii cercetători acceptă pentru τ o distribuţie constantă pe înălţimea sîmburelui elastic, lîngă o distribuţie clasică lineară pentru σ fig.4.1d.

Dutton şi Heyman propun o simplificare simţitoare a schemelor de distribuţie cu scopul obţinerii curgerii în toate

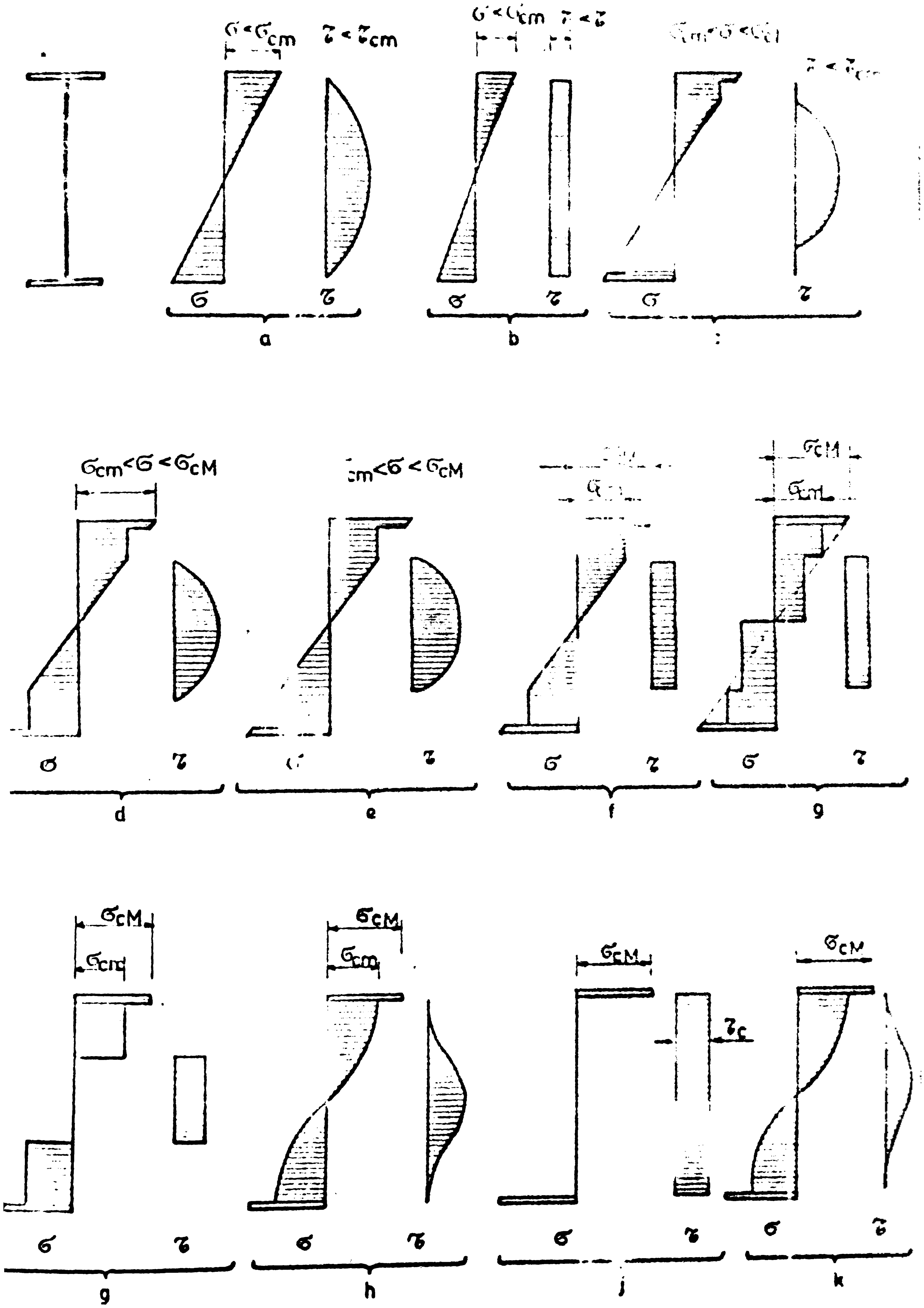


Fig 41

BUPT

fibrele pe secţiune şi care totodată conduc la relaţii de calcul mai simple.

Se propune astfel o distribuţie constantă pentru τ pe înălţimea sîmburelui elastic, efortul normal σ rezultă prin aplicarea condiţiei de curgere a lui Huler-Mises fig.4.1.g

$$\sigma_s = \sqrt{\sigma'^2_{cm} - 3\tau'^2} \tag{4.3}$$

Pe măsura dezvoltării plasticizării pe secţiune, prin creşterea momentului de încovoiere, zona sîmburelui elastic se reduce. Forţa tăietoare se concentrează în zona axei neutre plasticizarea acestei zone făcîndu-se în special din secţiunea ei. In acest sens unii cercetători(Frost,Schilling) acceptă că în zona respectivă efortul normal σ este inexistent fiind eliminat de $\tau = \tau_c$ fig.4.1.h.

Drucker,vanLangedock stabilesc o lege de distribuţie sinusoidală pentru σ şi cosinusoidală pentru τ fig.4.1.i.

S-au propus scheme de distribuţie în care tălpile preiau numai momentul iar forţa tăietoare este predată inimii fig.4.1.j (Massonet).

In sfîrşit au fost propuse distribuţii pentru σ, τ după funcţii de ordin superior.(Horne)fig.4.1k.

Desigur multe din schemele prezentate sînt mai mult sau mai puţin artificiale;nu se respectă principiul secţiunilor plane, după care zonele extreme ale inimii participă întotdeauna la preluarea momentului împreună cu tălpile.

4.2. Relaţii de interacţiune M',T'; prezentarea studiilor din literatura tehnică;consideraţii critice.

Literatura tehnică oferă un bogat material în problema interacţiunii solicitărilor M',T'.

Fiecare cercetător acceptînd o anumită distribuţie pentru efortul τ - conform celor prezentate în fig.4. respectînd mai mult sau mai puţin legile încovoierii elasto-plastice, folosind un anumit aparat de calcul, exprimă în final capacitatea portantă a secţiunilor sub acţiunea simultană a lui M',T'.

Analizînd critic aceste studii se pot deosebi două concepţii privind capacitatea portantă a secţiunilor.

4.2.1. Se defineşte drept "capacitatea portantă" a secţiunilor, valorile M'T' care conduc la plasticizarea întregii secţiuni. Se urmăre ... itabilirea rapoartelor ... citări M'T' ca ... ... tu ... ne t alcătuiesc sec ... ţiilor şi inimi ... lor se va prod ... fiind toate ... men ... zează

Această ... urmărind do ... lor separat sau simul ... aduc la pla ... zare ... abstracţie că cele ... solicitări ... acţi ... asupra secţiunil ... că aceste so ... ri ir ... ţiunilor cu respe ... a legilor ce ... ază ... încovoiere.(cap. ...)

4.2.2. Se co ... eră că secţiu ... iate ... tr-o grindă care es ... acţionată de ... easte cresc de obicei pro ... ţional; ... ini ... i se respectarea ipotezei secţiunilor plan ... omen cît şi în cel plasti... In funcţie de ... grin ... raportul solicitării ... r M'T' se pot crea ... cînd ir ... atinge capacitatea ... , plasticizîndu-se ... simul ... a lui M',T', tălpile aparent fiind capabi ... preluă efort.

In realitate grinda nu mai poate prelu ... de sol tări deoarece capacitatea inimii s-a epuizat ... ta; cazul grinzilor scurte, a consolelor.

In concluzie se creiază o nouă concepţie ... capa tatea portantă a secţiunilor, prin atingerea capa ... unui element component al ei.

Mai jos sînt prezentate studii caracteristice ... concepţii asupra capacităţii portante a secţ... ilor sol ... t la M'T'.

4.3. Relaţii de interacţiune M'T', în c... cepţia capaci tăţii portante privind plasticizarea t... turor el... ntelor secţiun

4.3.1. Relaţie de interacţiune M'T' cu o distribuţie constantă a efortului de tăiere pe înălţimea ... turelui el ... relaţie adimens... ală după Richard ... Henley ... şi James A... [28] .

Se acceptă ipoteza de distribuţie conform fig.4.1 .(... Heyman).

Calculul se conduce după diagrama din fig.4.2; Se ac... simplificare $h \approx h_1$.

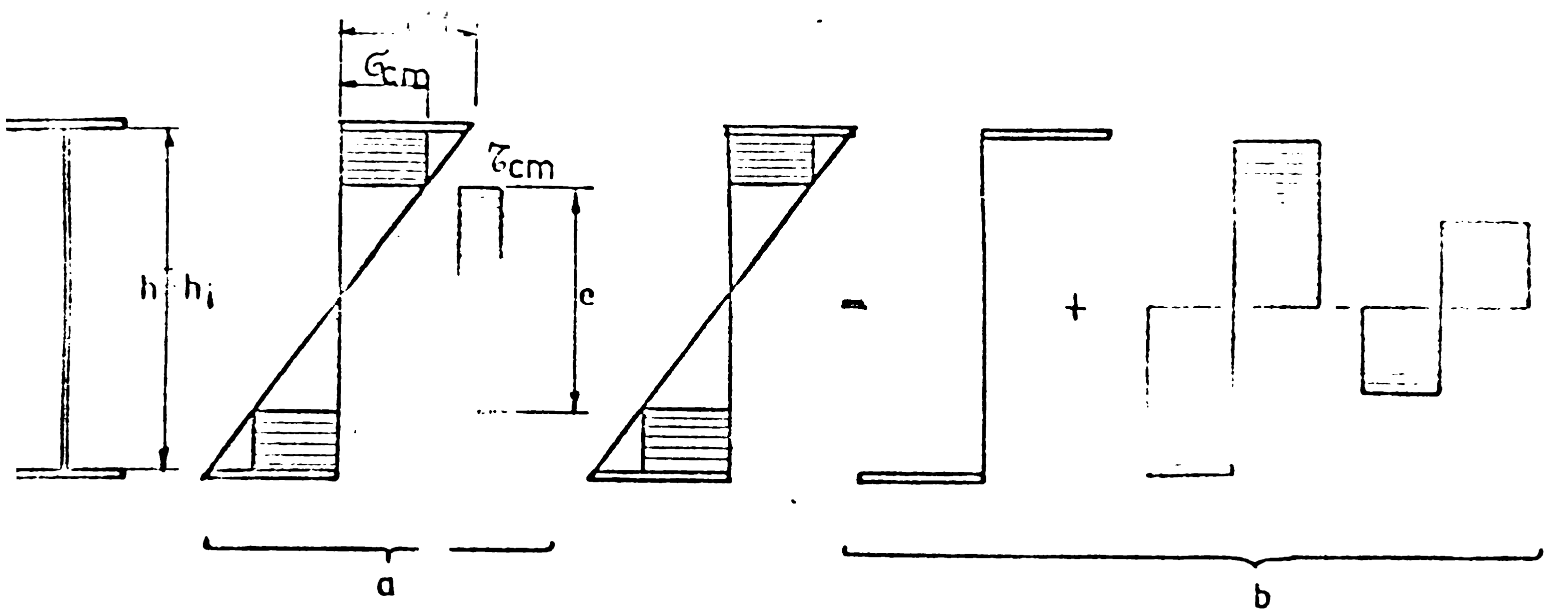


Fig 4.2 $$M' = \sigma_{cM}\frac{A_t}{2}h + \frac{gh^2}{4}\sigma_{cm} - \frac{ge^2}{4}\sigma_{cm}$$

a) Diagr ...le M',T'

b) Desco ...rea diagramei M' pentru calcul

Notăm: $T' = ge \ldots$; $T_o = gh\frac{\sigma_{cm}}{\sqrt{3}}$; $\frac{T'}{T_o} = \frac{e}{h}$

Inlocuin ... în expresia momentului (4.4)

$$M' = \sigma_{CM}\,\frac{\ldots}{\ldots}\,h + \frac{gh^2}{4}\left(1 - \frac{T_o'^2}{T_o^2}\right)\sigma_{cm}$$

Folosind relaţii... $A_i = \frac{\beta . A_t}{2}$ şi $\frac{\sigma_{cm}}{\sigma_{CM}} = \alpha$ obţi...

$$M' = \frac{A_t}{2}.h \left[\ldots + \frac{\beta . \alpha}{4}\left(1 - \frac{T'^2}{T_o^2}\right)\right]\sigma_{CM}$$

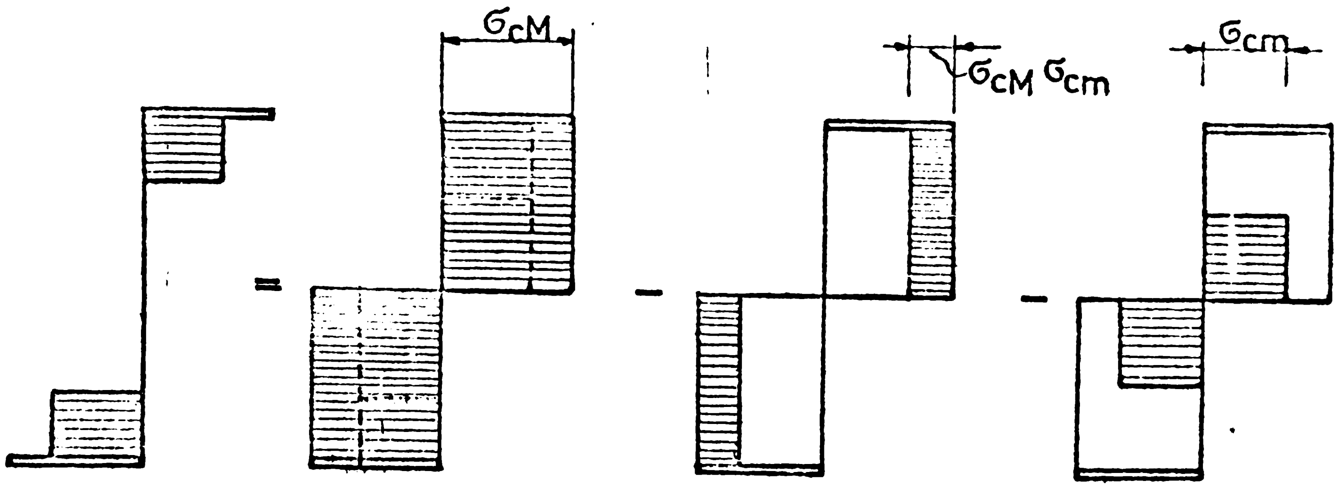
Raportăm la M_o

$$M_o = \sigma_{CM}\frac{A_t}{2}h + \frac{gh^2}{4}\sigma_{cm} = \frac{A_t}{2}h\left(\frac{4+\beta\alpha}{4}\right)\sigma_{cm} \qquad (4.5)$$

obţinem:

$$\frac{M'}{M_o} = \frac{4}{4+\beta\alpha}\left[1 + \frac{\beta\alpha}{4}\left(1 - \frac{T'^2}{T_o^2}\right)\right] \qquad (4.6)$$

Un calcul exact în aceiaşi ipoteză de calcul se poate conduce după schema de descompunere a diagramelor de eforturi din fig.4.3.



$$M' = W_p \cdot \sigma_{cM} - \frac{g h_i^2}{2}(\sigma_{cM} - \sigma_{cm}) - \frac{g e^2}{4}\sigma_{cm}$$

Fig 4.3

$$M' = W_p \sigma_{cM} - \frac{g h_i^2}{4}\left(1 - \alpha + \alpha\frac{e^2}{h^2}\right)\sigma_{cm}$$

înlocuind: $\frac{T'}{T_o}$ obținem

$$M' = W_p \cdot \sigma_{CM} - \frac{g h_i^2}{4}\left[1 - \left(1 - \frac{T'^2}{T_o^2}\right)\alpha\right]\sigma_{cm} \qquad (4.8)$$

Discuție la limită:

pentru $T' = 0$; $M = W_p \sigma_{CM} - \frac{g h_i^2}{4}(1 - \alpha)\sigma_{cm}$ (4.9)

pentru $T' = T_o$; $M = W_p \sigma_{CM} - \frac{g h_i^2}{4}\sigma_{cm}$ (4.10)

Transpunînd într-un sistem de axe de coordonate $\frac{M'}{M_o}$, $\frac{T'}{T_o}$ relația 4.6. obținem diagrama în fig.4.4.

4.3.2. Relație de interacțiune M'T', cu distribuție constantă a efortului de tăiere pe întreaga înălțime a inimii, conform ipotezei lui Dutton-Heyman - varianta din fig.4.1j.

Se consideră tălpile complet plasticizate de moment, iar în inima eforturile σ' și τ' legate prin relația:

$$\sqrt{\sigma'^2 + 3\tau'^2} = \sigma_{cm}$$

Calculul se conduce conform diagramelor din fig.4.5.

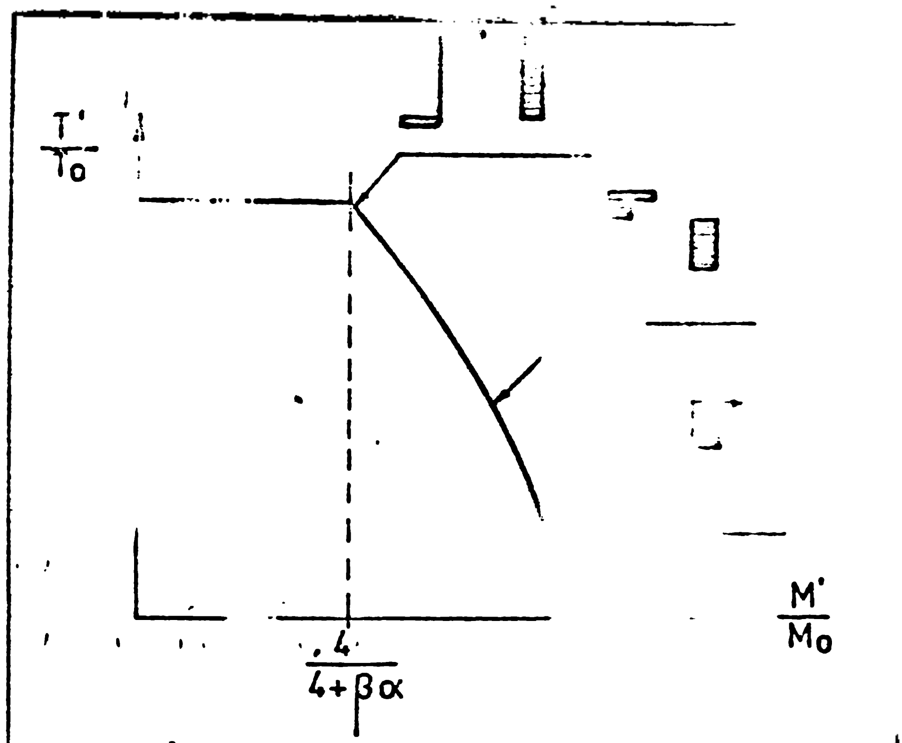


Fig 4.4

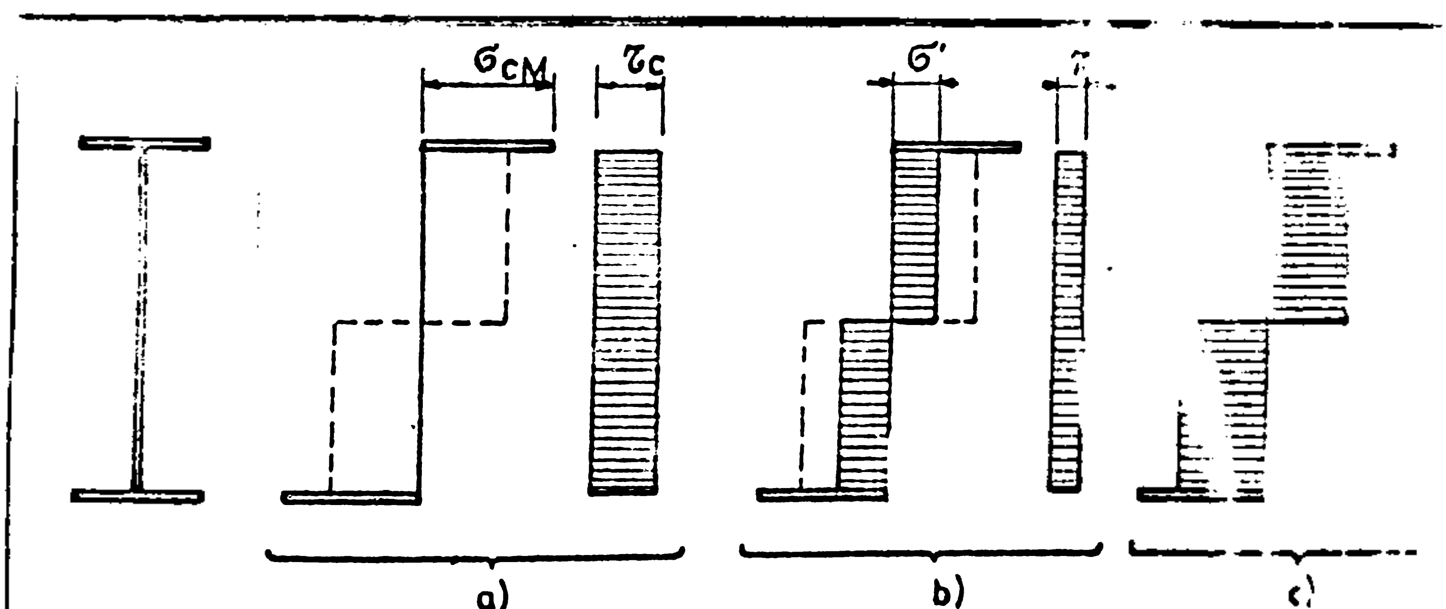


Fig 4.5

a) caz [illegible]ă; $\sigma' = o$; $\tau = \tau_c$

b) cazul c[illegible]ent; $\sigma'^2 + 3\tau^2 = \sigma^2$

c) caz li[illegible]ă; $\sigma' = \sigma_{cm}$; τ [illegible]

Expresia momentului:

$$M' = W_{pt} \cdot \sigma_{CM} + \frac{bh^2}{4}\sigma' \qquad (4.11)$$

unde: W_{pt} - momentul plastic al tălpilor şi

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_{cm}^2 - 3\tau'^2} = \sigma_{cm}\sqrt{1 - \frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}}$$

$$M' = W_{pt}\sigma_{CM} + \frac{bh^2}{4}\sigma_{cm}\sqrt{1 - \frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}}$$

$$M' = \sigma_{CM}\frac{A_t}{2}.h + A_i\frac{h}{4}\sigma_{cm}\sqrt{1 - \frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}}$$

$$M' = \frac{A_t}{2} h \left(1 + \frac{A_i}{2.A_t} \cdot \alpha\sqrt{1 - \frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}}\right)\sigma_{CM}$$

$$M' = \frac{A_t}{2}.h \left(1 + \frac{\alpha\beta}{4}\sqrt{1 - \frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}}\right)\sigma_{CM}$$

Făcînd înlocuiri:

$$T' = gh_i.\tau' ; \quad T_o = g.h_i\sigma_{cm}$$

obţinem:

$$M' = \frac{A_t}{2}.h \left(1 + \frac{\alpha\beta}{4}\sqrt{1 - \frac{T'^2}{T_o^2}}\right)\sigma_{CM}$$

Exprimăm raportul $\frac{M}{M_o}$, luînd M_o conform relaţiei 4.5.

$$M_o = \frac{A_t}{2}.h \left(\frac{4 + \beta\alpha}{4}\right)\sigma_{cm}$$

sau

$$\frac{M'}{M_o} = \frac{4}{4+\beta\alpha}\left(1 + \frac{\alpha\beta}{4}\sqrt{1 - \frac{T'^2}{T_o^2}}\right) \qquad (4.12)$$

Discuţie la limită

$$\text{pentru } T' = 0 ; \quad \frac{M'}{M_o} = 1 \qquad (4.13)$$

$$\text{pentru } T' = T_o ; \quad \frac{M'}{M_o} = \frac{4}{4+\alpha\beta} \qquad (4.14)$$

Transpunînd pe un sistem de axe de coordonate $\frac{M'}{M_o}$, $\frac{T'}{T_o}$ relaţia (4.12) se obţine diagrama din fig.4.6.

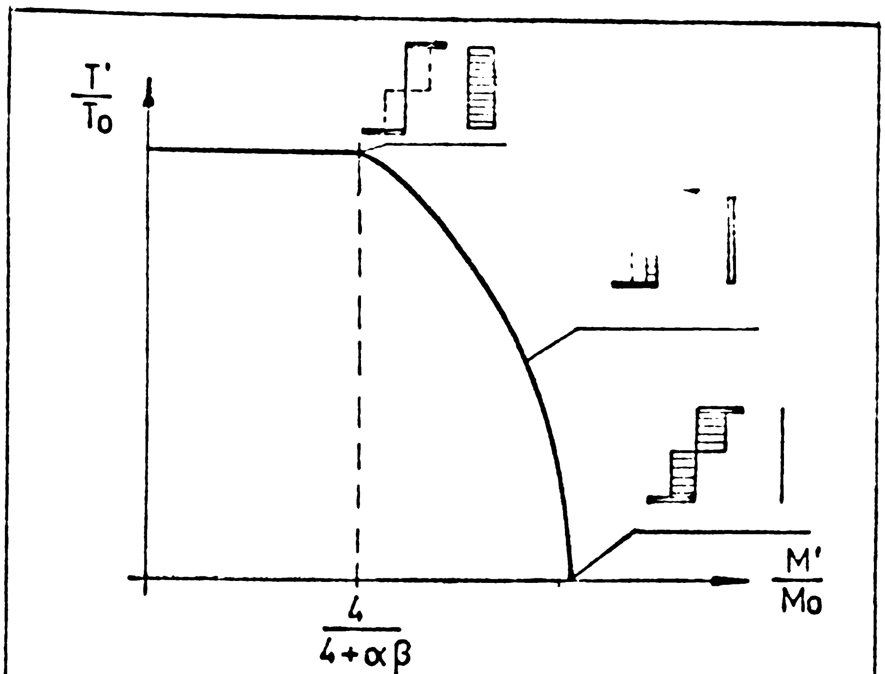


Fig 4.6

4.3.3. Relaţia de interacţiune M'T' după BASLER şi HOFMAN [10]

Se acceptă ipoteza de distribuţie a forţei tăietoare pe înălţimea inimii conform lui DUTTON şi HEYMAN, în ambele variante, conf.diagramelor din fig.4.1h şi 4.1j.

Se definesc mărimile M_o, M_t, M_e conform fig.4.7.

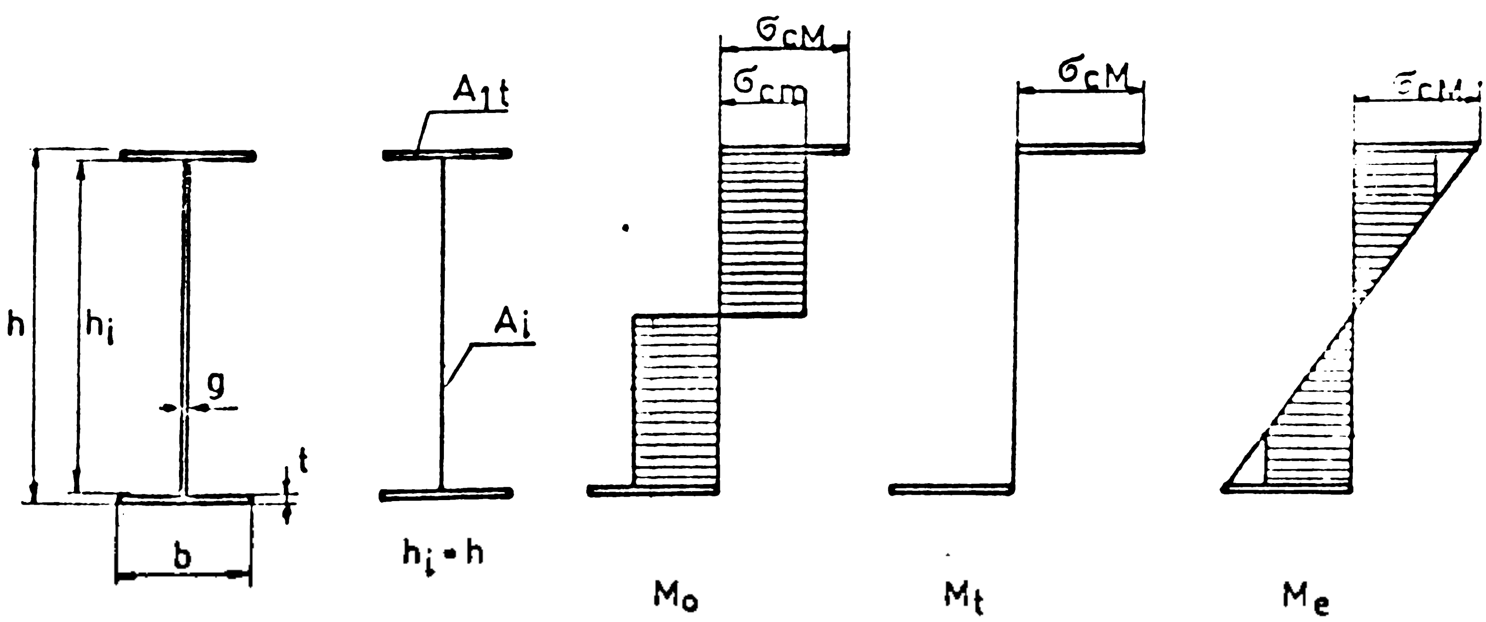


Fig 4.7

$$M_o = A_1 t \cdot h\,\sigma_{CM} + \frac{gh^2}{2}\sigma_{CM} = h\left(A_1 t + \frac{\alpha A_i}{4}\right)\sigma_{CM}$$

$$M_t = A_1 t \cdot h\,\sigma_{CM}$$

$$M_e = h\left[A_1 t + A_i \alpha\left(1 - \frac{\alpha^3}{3}\right)\right]\sigma_{CM} \qquad (4.15a,b,c)$$

Studiul se face exprimînd adimensional pe un sistem de de coordonate $\frac{M'}{M_e}$; $\frac{T'}{T_o}$; unde $T_o = bh \cdot \sigma_{cm}$ iar M', T', sînt mărimile momentului de încovoiere respectiv forța tăietoare care împreună conduc la plasticizarea întregii secțiuni.

Valoarea maximă a forței tăietoare ce poate fi preluată de grindă este $T'_{max} = T_o$ deci:

$$\lim_{max} \frac{T'}{T_o} = 1$$

Se consideră că tălpile sînt complet plasticizate de moment, momentul capabil al lor fiind M_t.

In cazul unei încovoieri pure $M'=M_o$;$T=o$ ne găsim în punctul $P_1\left(\frac{M_o}{M_e}, o\right)$; în prezența forței tăietoare momentul capabil al grinzii se înscrie între M_t și M_o. La cealaltă limită, cînd ~~întreaga~~ inimă e plasticizată de forța tăietoare ne găsim în punctul $P_2\left(\frac{M_t}{M_e}, 1\right)$ fig.4.8.

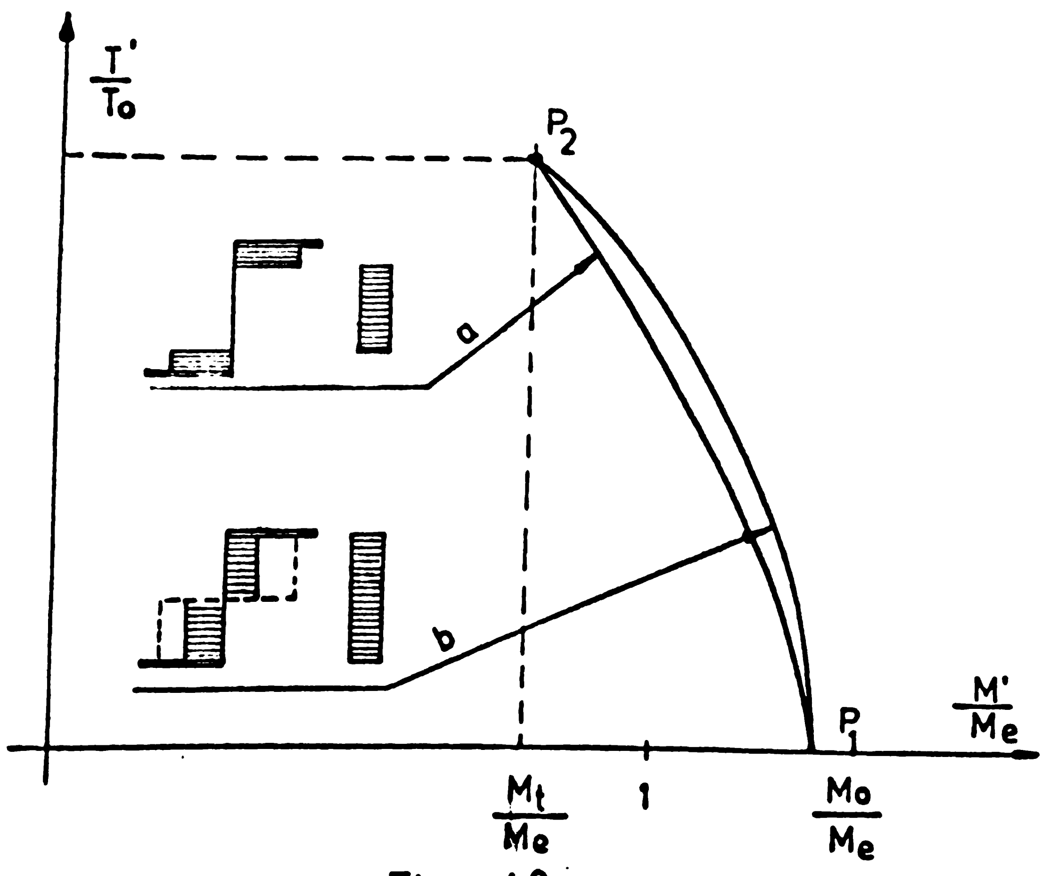


Fig 4.8

Plecînd de la ecuaţia dreptei P_1, P_2

$$\frac{T'}{T_o} = \frac{M' - M_t}{M_o - M_t} = 1 \qquad (4.16)$$

Expresia curbei de interacţiune se stabileşte în funcţie de varianta după care se plasticizează inima.

In cazul unei interacţiuni conform variantei "a".

Se propune ecuaţia:

$$a) \left(\frac{T'}{T_o}\right)^2 + \frac{M' - M_t}{M_o - M_t} = 1 \qquad (4.17)$$

iar în cazul unei interacţiuni conform variantei de tipul „b" ecuaţia:

$$b) \left(\frac{T'}{T_o}\right)^2 + \left(\frac{M' - M_t}{M_o - M_t}\right)^2 = 1 \qquad (4.18)$$

Ambele curbe trec prin punctele $P_1 P_2$ şi sînt perpendiculare pe abscisă în punctul P_1.

In continuare se preferă studiul după varianta a); distribuţia efortului normal σ, respectiv τ fiind mai probabile.

Explicităm din ecuaţia (4.17) M'

$$M' = M_t + (M_o - M_t)\left[1 - \left(\frac{T'}{T_o}\right)^2\right]$$

şi raportînd totul la M_e

$$\frac{M'}{W} \cdot \frac{W}{M_e} = \frac{M_t}{W_e} - \frac{M_o - M_t}{M_e}\left[1 - \left(\frac{T'}{A_i} \cdot \frac{A_i}{T_p}\right)^2\right]$$

Introducem valorile din (4.15 a,b,c)

$$\frac{\sigma'}{\sigma_{cm}} = \frac{A_{1t} h \cdot \sigma_{CM}}{\left[A_1 t + A_i \cdot \alpha\left(1 - \frac{\alpha^3}{3}\right)\right]\sigma_{CM}\, h} +$$

$$+ \frac{\left(A_{1t} + \frac{A_i}{4}\alpha\right)\sigma_{CM} \cdot h - A_{1t} \cdot h\, \sigma_{CM}}{h\left[A_1 t + A_i \alpha\left(1 - \frac{\alpha^3}{3}\right)\right]\sigma_{CM}}\left[1 - \left(\frac{T'}{h_o b} \cdot \frac{b h_o}{T_o}\right)^2\right]$$

Folosind relaţia:

$$\beta^* = \frac{A_i}{A_t} \quad \text{sau} \quad A_i = 2 \times A_1 t \cdot \beta^*$$

$$\frac{\sigma'}{\sigma_{cm}} = \frac{1}{\left[1 + 2\beta^* \alpha\left(1 - \frac{\alpha^3}{3}\right)\right]} + \frac{2 + \beta^* \alpha}{2\left[1 + 2\alpha\beta^*\left(1 - \frac{\alpha^3}{3}\right)\right]}\left[1 - \left(\frac{\tau'}{\tau_c}\right)^2\right] \qquad (4.19.a)$$

Introducem coeficient de siguranţă "ν"

$$\frac{\sigma_{cM}}{\nu} = \sigma_{aM} \; ; \quad \frac{\tau_c}{\nu} = \tau_a$$ relaţia (4.19.a) devine:

$$\frac{\sigma}{\sigma_{aM}} = \frac{1}{1+2\beta^*(1-\frac{\alpha'}{3})} - \frac{2+\beta^*\alpha}{2\left[1+2\alpha\beta^*(1-\frac{\alpha'}{3})\right]}\left[1-\left(\frac{\tau'}{\tau_a}\right)^2\right] \qquad (4.19.b)$$

Relaţiile (4.19a) şi (4.19b) exprimă fascicole de curbe funcţie de parametrul $\beta^* = \frac{A_i}{A_t}$, pentru un α constant.

4.4. Relaţii de interacţiune M',T' în concepţia respectării ipotezei secţiunilor plane; cepotarea grinzii este posibilă prin plasticizarea numai a inimii.

Mai jos se prezintă două studii privind interacţiunea M'T'; un studiu analitic ce cuprinde domeniul elasto-plastic corespunzător stadiilor II,III de lucru a grinzilor hibride. Se constată că pentru acoperirea întregului domeniu de lucru al grinzilor hibride urmează a fi scrise relaţii analitice fiecărui studiu de lucru separat; adesea aceste relaţii devin laborioase.

In al doilea studiu este prezentată rezolvarea problemei prin integrarea numerică a diagramelor de eforturi. Relaţia de interacţiune acoperă întregul domeniu de lucru, a grinzilor solicitate la M'T'.

4.4.1. Relaţia de interacţiune M'T' cu o distribuţie parabolică pentru eforturile τ pe secţiunea sîmburelui elastic.

Se acceptă valabilitatea secţiunilor plane, în domeniul elasto-plastic. Studiul acoperă domeniul corespunzător stadiului II şi III de lucru ale grinzilor hibride.

Diagramele de calcul sînt reprezentate în fig.4.9.-

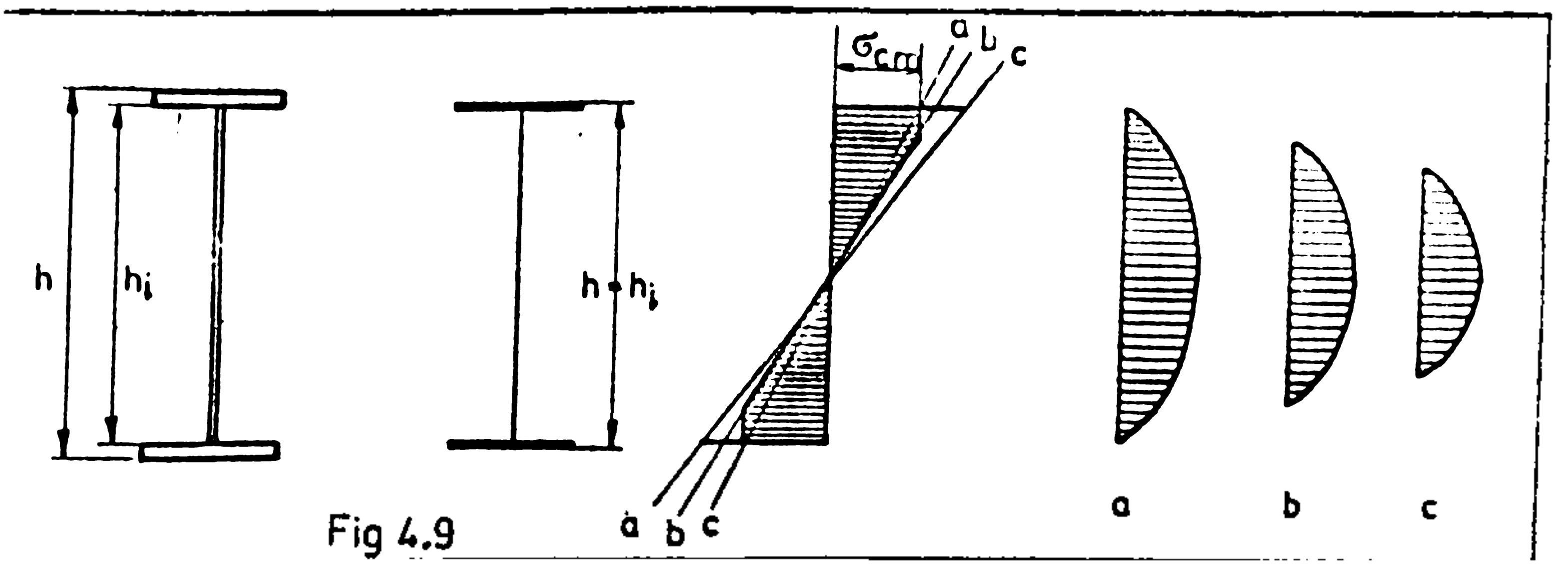


Fig 4.9

a) începutul stadiului 2 ; $T' = \frac{2}{3} g \cdot h_i \frac{\sigma_{cm}}{\sqrt{3}}$; $\frac{T'}{T_o} = \frac{2}{3}$
(începutul plasticizării inimii)

c) sfîrşitul stadiului 3(sfîrşitul plasticizării tălpii) $T' = \frac{2}{3} ge \frac{\sigma_{cm}}{\sqrt{3}}$; $\frac{T'}{T_o} = \frac{2}{3}\alpha$;

$$\alpha = 1,5 \frac{T'}{T_o}$$

b) domeniul cuprins între cele două limite

$$\sigma_{cm} < \sigma^* < \sigma_{cm}$$

$$\sigma^* = \frac{\alpha}{1,5 \frac{T'}{T_o}} \sigma_{CM} \tag{4.2o}$$

Folosind relaţia(3.14)dedusă pentru cazul încovoierii pure

$$M_{cap} = \frac{1+3\beta}{6} \left[1 - \frac{(1-\alpha)^2(2+\alpha)}{a(1+3\beta)}\right] gh^2 \sigma_{CM}$$

în care înlocuim (4.2o) obţinem:

$$M' = \frac{1+3\beta}{6}\left[1 - \frac{(1-1,5\frac{T'}{T_o})^2(2+1,5\frac{T'}{T_o})}{2(1+3\beta)}\right] gh^2 \frac{\alpha}{1,5\frac{T'}{T_o}} \sigma_{CM} \tag{4.21}$$

O raportăm la $M_e = W_x \cdot \sigma_{CM}$

unde $W_x = \frac{1+3\beta}{6} gh^2$

$$\frac{M'}{M_e} = \frac{\alpha}{1,5\frac{T'}{T_o}}\left[1 - \frac{(1-1,5\frac{T'}{T_o})^2(2+1,5\frac{T'}{T_o})}{2(1+3\beta)}\right] \tag{4.22}$$

valabilă pentru $\frac{2}{3}\alpha < \frac{T'}{T_o} < \frac{2}{3}$

condiţiile la limită:

a) pentru $\frac{T'}{T_o} = \frac{2}{3}$; $\frac{M'}{M_e} = \alpha$ (4.23)

c) pentru $\frac{T'}{T_o} = \frac{2}{3}\alpha = \frac{\alpha}{1,5}$; $\frac{M'}{M_e} = \left[1 - \frac{(1-\alpha)^2(2+\alpha)}{2(1+3\beta)}\right]$ (4.24)

Pentru $\frac{M'}{M_e} < \alpha$ grinda intră în domeniul elastic şi se comportă ca una omogenă;

Reprezentăm în sistemul de axe $\frac{T}{T_o}$; $\frac{M'}{M_e}$

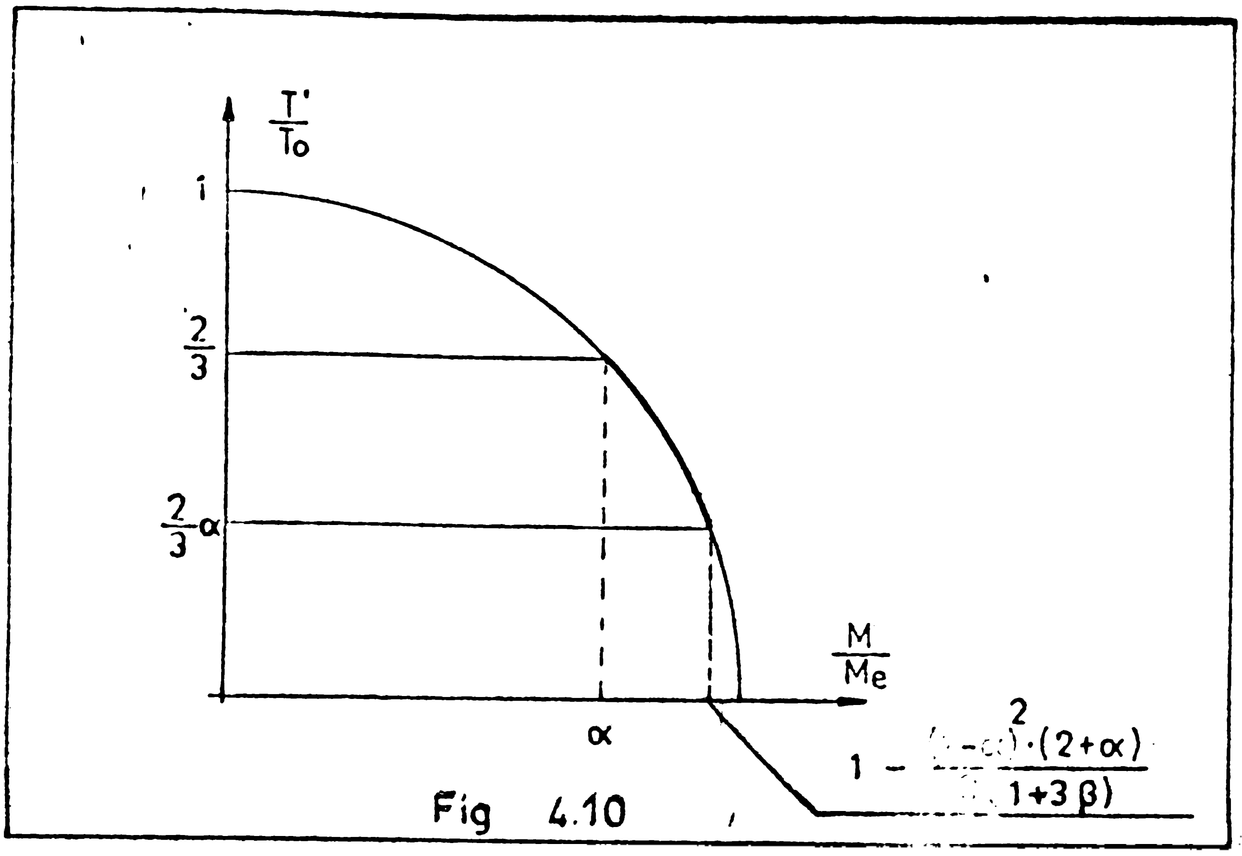


Fig 4.10

Pentru $\frac{M'}{M_e} > 1 - \frac{(1-\alpha)^2(2+\alpha)}{2(1+3\beta)}$ grinda intră în stadiul 4 de lucru, valoarea lui $M' \to M_o$.

4.4.2. Relația de interacțiune M',T cu o distribuție parabolică pentru eforturile τ pe înălțimea sîmburelui elastic.

Calculul s-a efectuat prin integrarea numerică a diagramelor de eforturi conform relațiilor de bază:

$$M = \int_A \sigma \cdot y \cdot dA; \quad T = \int_A \tau \, dA$$

Starea de eforturi e definită de parametri K, η_1, χ unde:

$$K = \frac{\sigma_{cM}}{\sigma_{cm}} \; ; \quad \chi = \frac{t}{h_i} \; ; \quad \eta_1$$ - parametrul ce definește înălțimea sîmburelui elastic fig.4.11.

Respectîndu-se ipoteza secțiunilor plane, grinda trece succesiv prin toate cele patru stadii de lucru.

Studiul a fost efectuat cu programul "HYBRIDE" alcătuit pentru stare de eforturi triaxială; cazul de față fiind un caz particular și anume pentru N=o.

Rezultatele sînt exprimate adimensional; $\frac{M'}{M_o}$, $\frac{T'}{T_o}$

(vezi capitolul 7).

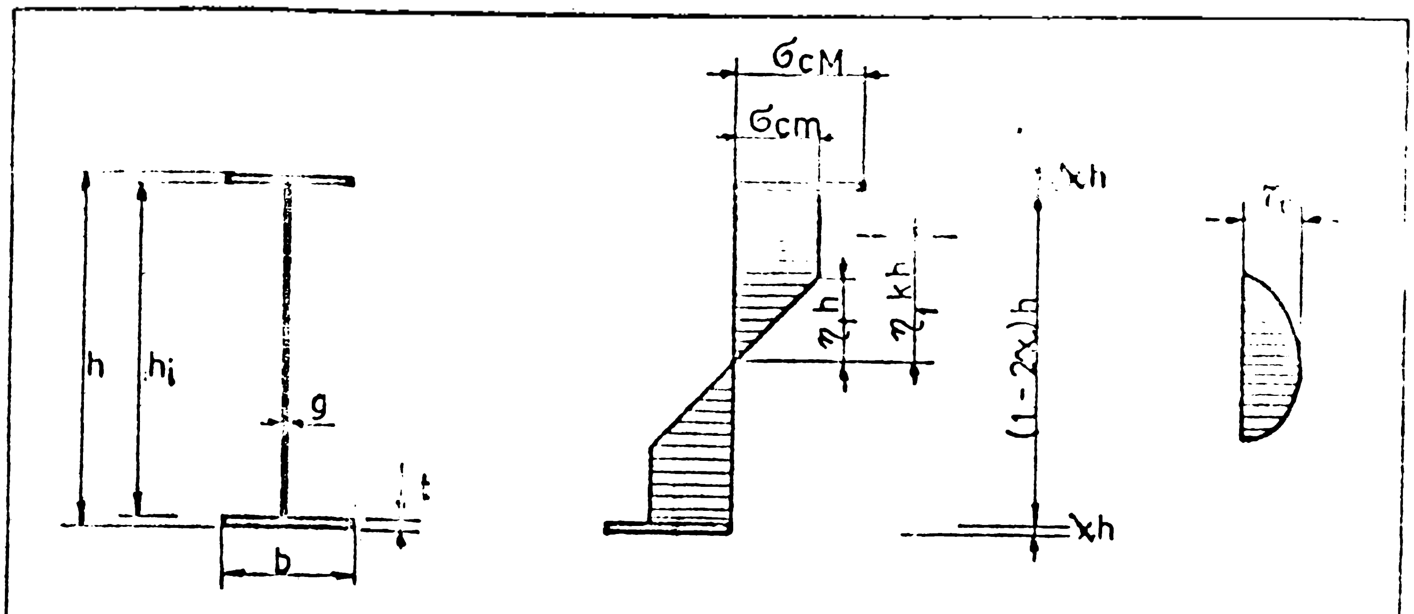


Fig 4.11

Stadiul 1: corespunde domeniului elastic, pînă la începutul curgerii în fibra exterioară fig.4.12.

Condiţia parametrică: $\infty > \eta_1 > \left(\frac{1}{2} - \chi\right)$

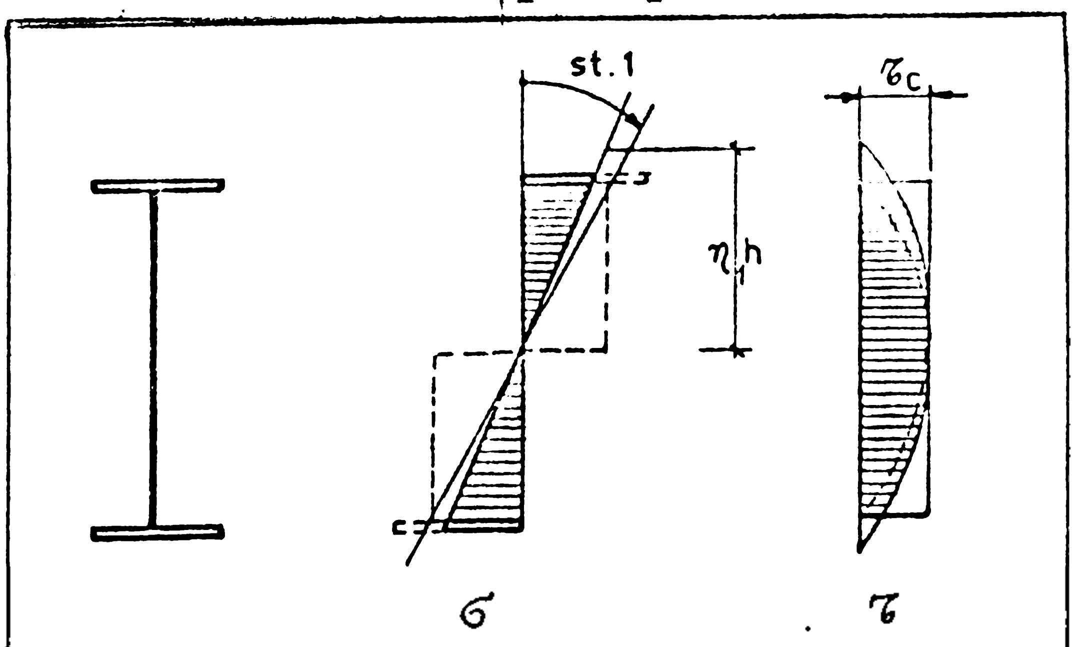


Fig 4.12

Stadiul 2: Corespunde domeniului ce începe prin curgerea în inimă, şi pînă la începutul curgerii tălpii fig.4.13.

Condiţii parametrice:
$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2} - \chi\right) < \eta_1 \\ K\eta_1 \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

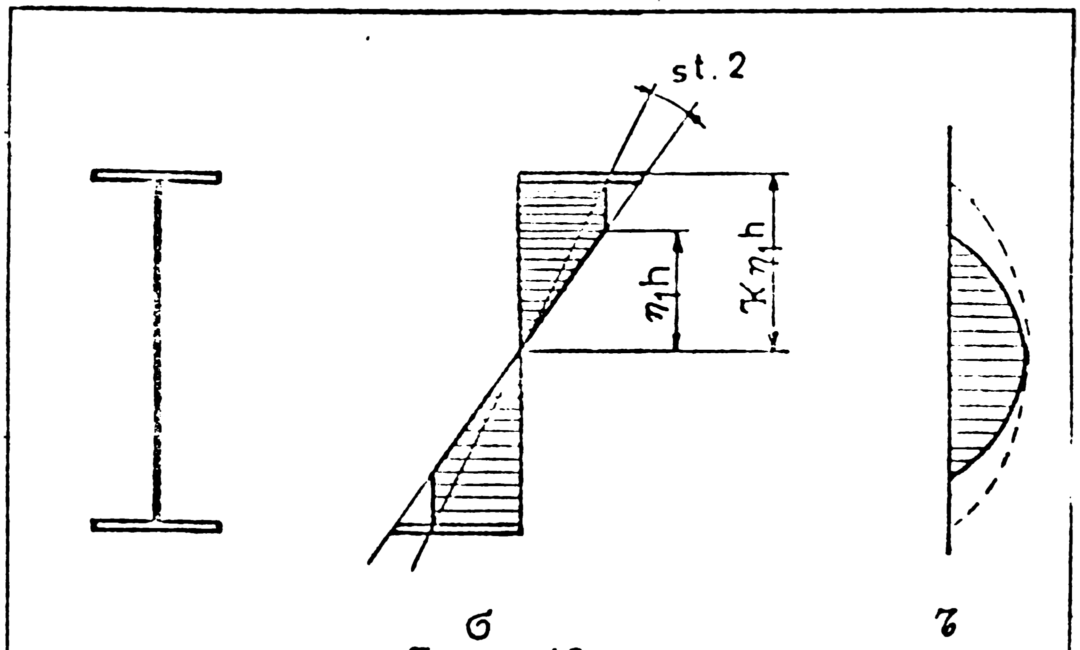


Fig 4.13

Stadiul 3 ; corespunde domeniului de la începerea până la terminarea plasticizării tălpii fig.4.14.

Condiţie parametrică : $\frac{1}{2} < \eta_1 < \frac{1}{2} - \varkappa$

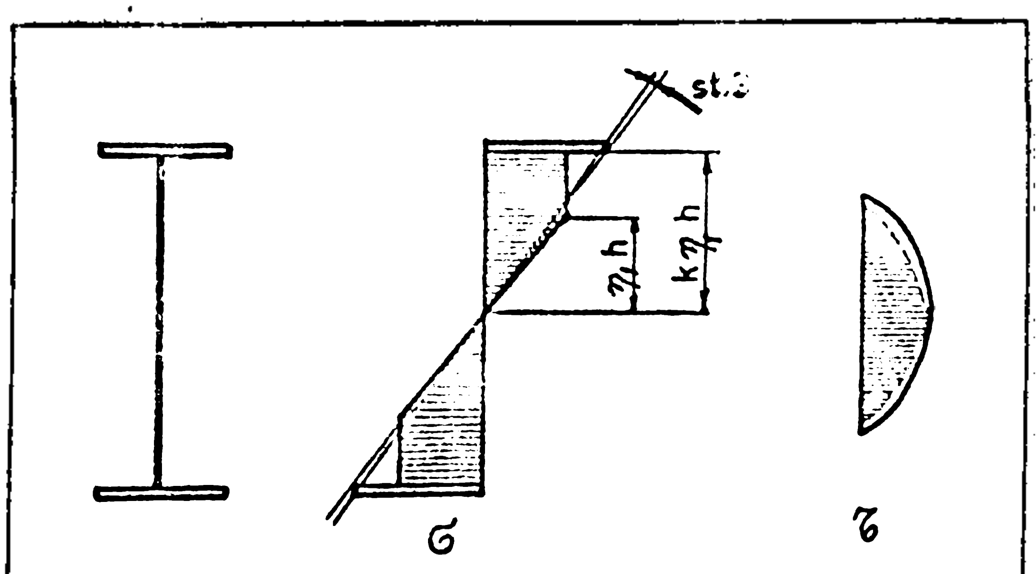


Fig. 4.14

Stadiul 4 : corespunde domeniului de la sfîrşitul plasticizării tălpilor - până la plasticizarea completă a secţiunii fig.4.15. Condiţie parametrică : $K\eta_1 < \frac{1}{2} - \varkappa$

In fig.4.16 este prezentată" curba de interacţiune " 4.23 pentru o grindă de dimensiuni şi parametrul K

- inima : 1000 x 10
- tălpi : 2 x 300 x 20
- coef.K : = 1,5

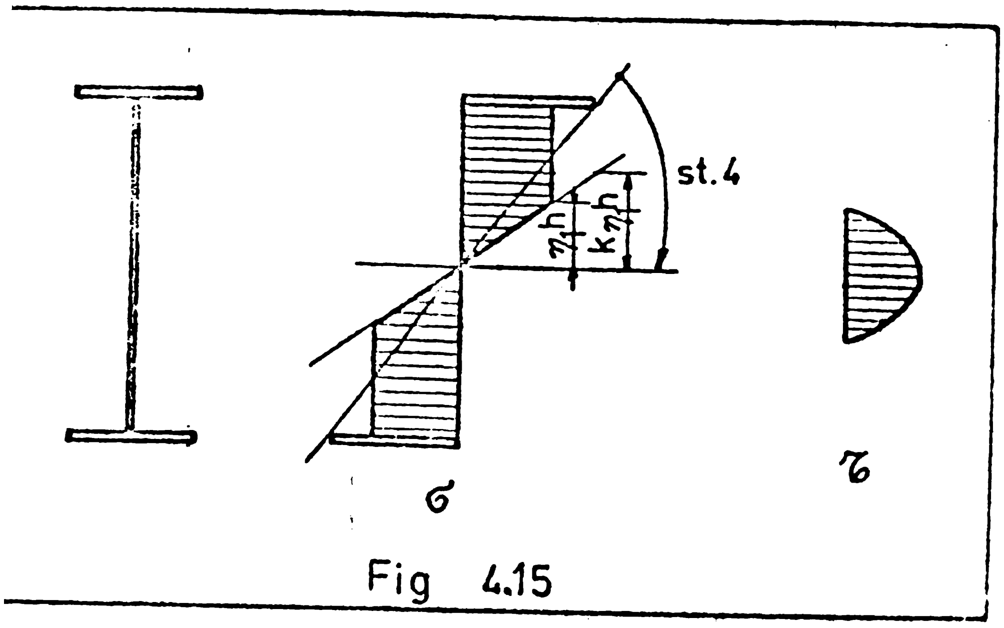


Fig 4.15

Se disting cele patru stadii de lucru a grinzii hibride.
Stadiul 1 - intervalul 1-2 domeniul elastic.
Stadiul 2 - intervalul 2-3 domeniul elasto-plastic.
Stadiul 3 - intervalul 3-4 domeniul elasto-plastic.
Stadiul 4 - intervalul 4-5. domeniul elasto-plastic.

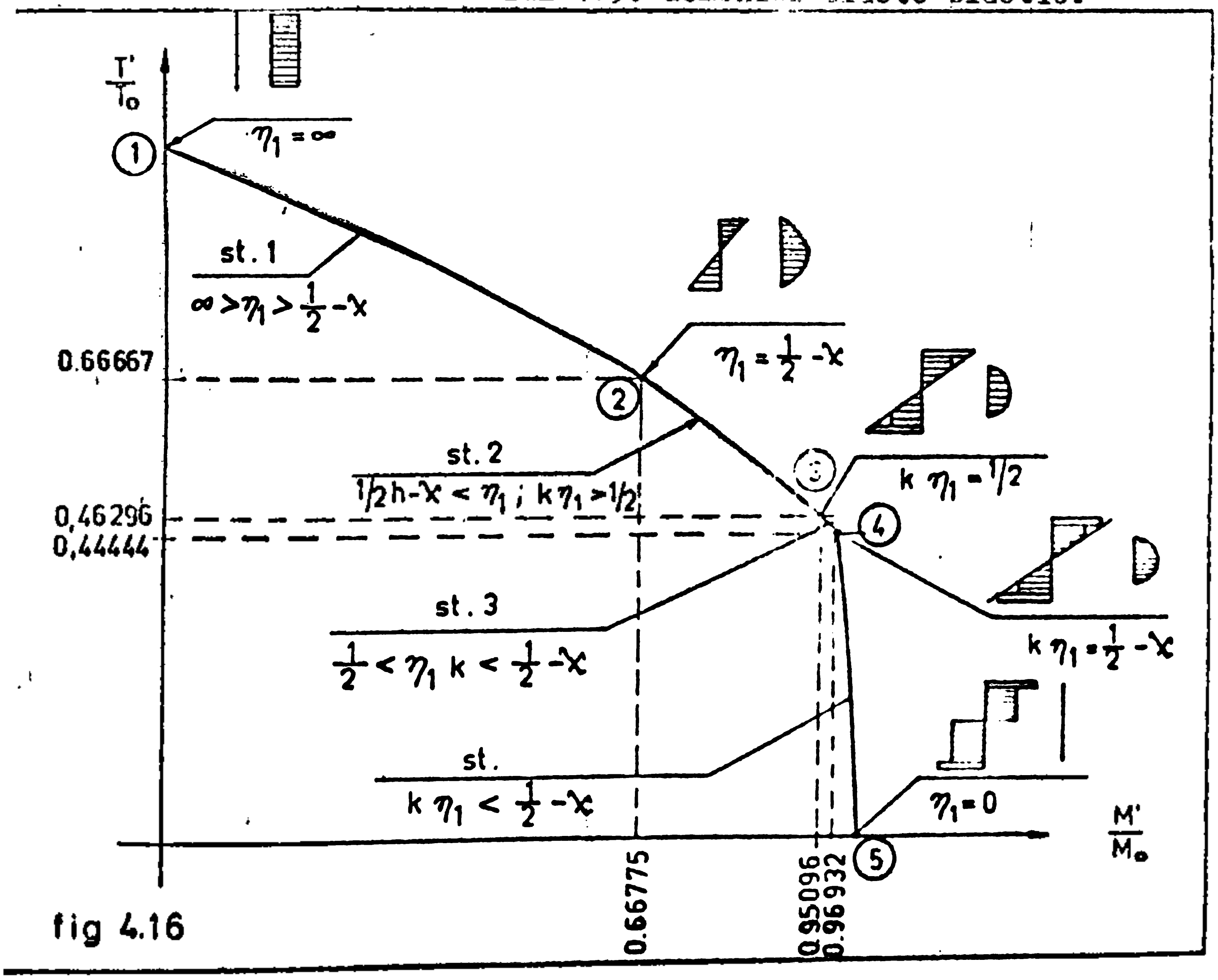


fig 4.16

4.5. Conceptul mixt privind definirea capacității portante a grinzilor hibride solicitate la M'T'.

R.Frost și C.Schilling acceptă o concepție diferită asupra modului de definire a capacității portante în stadiul elastic și în cel elasto-plastic. [3o]

In domeniul elastic ... ipiul secţiunilor plane, grinda comportîndu-se c... , şi corespunde stadiului 1 de lucru.

In domeniul elasto... urmăreşte stabilirea capacităţii portante a întregii secţiuni - studiul deci cercetează numai stadiul 4 de lucru al grinzilor hibride.

Acceptîndu-se două definiri ale capacităţii portante ale grinzilor hibride, una elastică şi una plastică, concepţia se încadrează în cele două puncte de vedere definite expuse separat la pct.43 şi pct.44.

Calculul se com... după cum urmează:

4.5.1. In domeniul elastic

Acceptînd o diagramă de distribuţie constantă a efortului τ pe înălţimea grinzii „fig.4.1a" în momentul atingerii curgerii în extremitatea inimii (σ_{cm}), putem scrie:

$$\sigma' = \frac{M'}{I_x} \cdot \frac{h_i}{2} \quad ; \quad \tau' = \frac{T'}{h_i \cdot g} \qquad (4.25)$$

Inlocuind aceste valori în relaţia de plasticizare(4.1) obţinem relaţia ce defineşte sfîrşitul stadiului de comportare elastică a grinzii

$$\sigma_{cm}^2 = \left(\frac{M'}{I_x} \cdot \frac{h_i}{2} \right)^2 + 3 \left(\frac{T'}{h_i \cdot g} \right) \qquad (4.26)$$

unde: M', T' sînt momentul de încovoiere şi forţa tăietoare care conduc împreună la începerea plasticizării în inimă.

4.5.2. In domeniul elasto-plastic.

Se acceptă o distribuţie constantă a efortului τ pe înălţimea sîmburelui elastic fig.4.1.h.

Aplicînd relaţia de interacţiune (4.1) putem scrie

$$\sigma_{cm}^2 = 3\tau_c^2 = 3 \left(\frac{T'}{ge} \right)^2 \qquad (4.27)$$

Pentru zona plasticizată de T', pe înălţimea "e" valoarea momentului plastic corespunzător va fi:

$$M_o - M' = \frac{g\,e^2}{4} \sigma_{cm} \qquad (4.28)$$

Explicitînd "e" din (4.27) şi introducînd în (4.28) obţinem

$$\sigma_{cm} = \frac{3\,T'^2}{4g(M_o - M')} \qquad (4.29)$$

Aşezînd într-un sistem de axe de coordonate M',T' expresiile de interacţiune (4.27) şi (4.29) obţinem două curbe reprezentate în fig.4.17 şi anume:

- o curbă - figurată întrerupt - reprezentînd starea limită elastică a grinzii.
- o curbă figurată plin - reprezentînd starea limită plastică a grinzii.

Diagramele sînt limitate de dreapta $T_c = h_i \cdot g\,\sigma_{cm}$ valoarea limită ce poate fi preluată de secţiunea inimii.

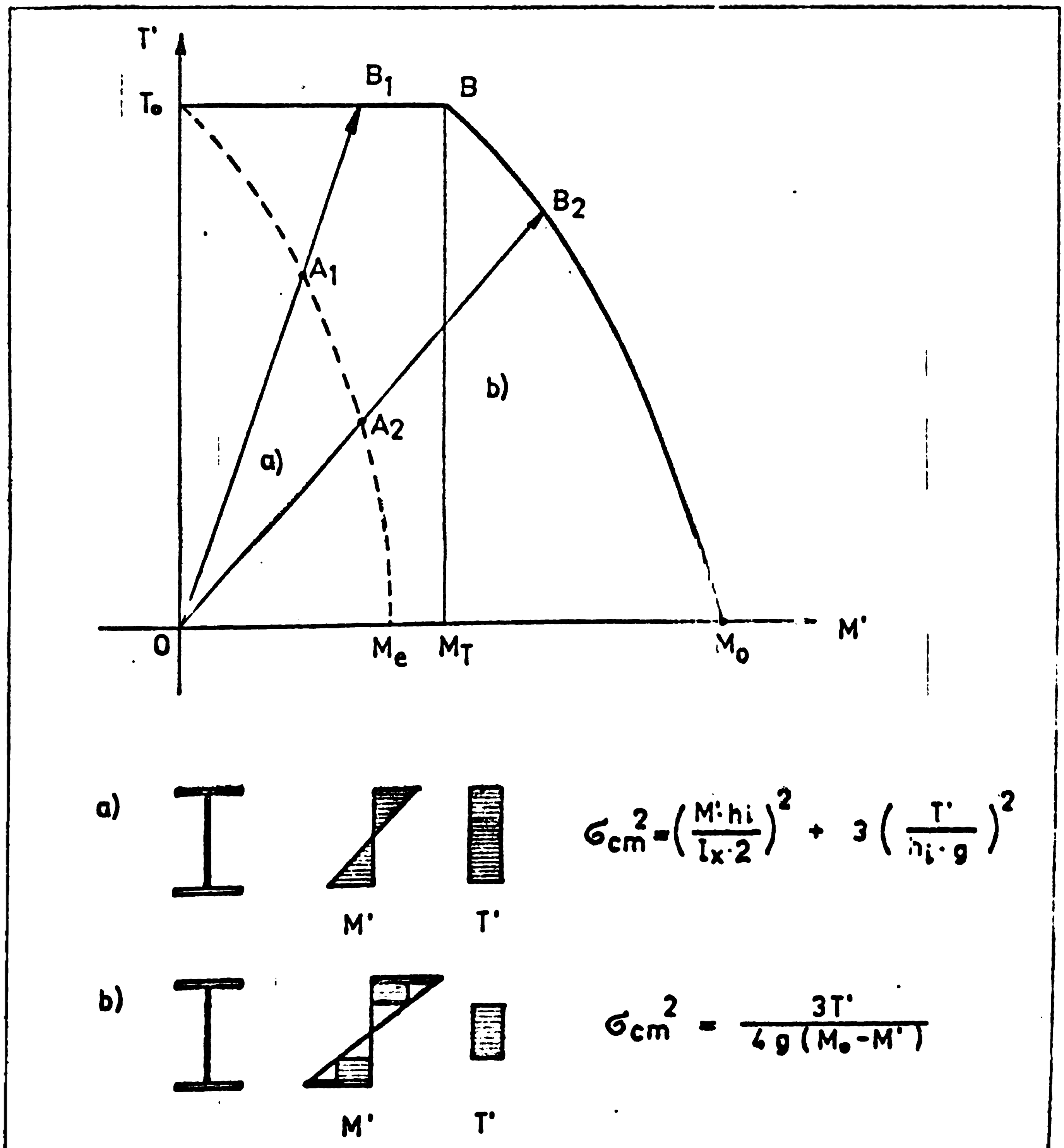


Fig 4.17

Orisice rază vectoare OAB indică un anumit caz particular privind M'T'; punctele situate pe această rază vectoare sînt obţinute de mulţimea valorilor M',T' ($\frac{M'}{T'}$ = constant) legate prin legea de interacţiune (4.5).

O rază care întîlneşte curba pe porţiunea $M_oB(OA_2B_2)$ indică cazul de plasticizare în care momentul e hotărîtor, iar raza care întîlneşte la limită dreapta $T_oB(OA_1B_1)$ indică cazul cînd forţa tăietoare plasticizează singură întreaga inimă.

CAPITOLUL 5

COMPORTAREA GRINZILOR HIBRIDE LA INCOVOIERE CU FORTE AXIALE; RELATII DE INTERACTIUNE.

5.1. Generalităţi. Se ia ca bază comportarea oţelului conform diagramei din fig.2.2 adică o comportare ideală elasto-plastică.

Eforturile normale σ ating limita de curgere în fibrele extreme; cu creşterea deformaţiilor, curgerea progresează spre zona centrală. Se constată apoi o săritură a eforturilor din zona întinsă la cea comprimată.

Existenţa forţei axiale pe secţiunea solicitată are următoarele consecinţe:

- Micşorează valoarea momentului plastic total M_o din încovoiere; se acceptă notaţia M', valoarea momentului plastic în prezenţa forţei axiale. Această diminuare este însă redusă, deoarece zona centrală a secţiunii aduce o contribuţie mică la valoarea M_o.
- Axa neutră plastică rămîne paralelă cu cea în cazul încovoierii pure, însă se deplasează în zona întinsă sau comprimată, după natura şi mărimea forţei axiale fig.5.1.

Această schemă idealizată este în realitate puţin modificată; trecerea de la zona comprimată la cea întinsă se face printr-un mic sîmbure elastic.

Calculul secţiunilor la acţiunea M'N' se face descompunînd diagrama de eforturi din secţiune în:

- o diagramă provenită numai din acţiunea forţei axiale N' ce se situiază central simetric faţă de axa neutră plastică.

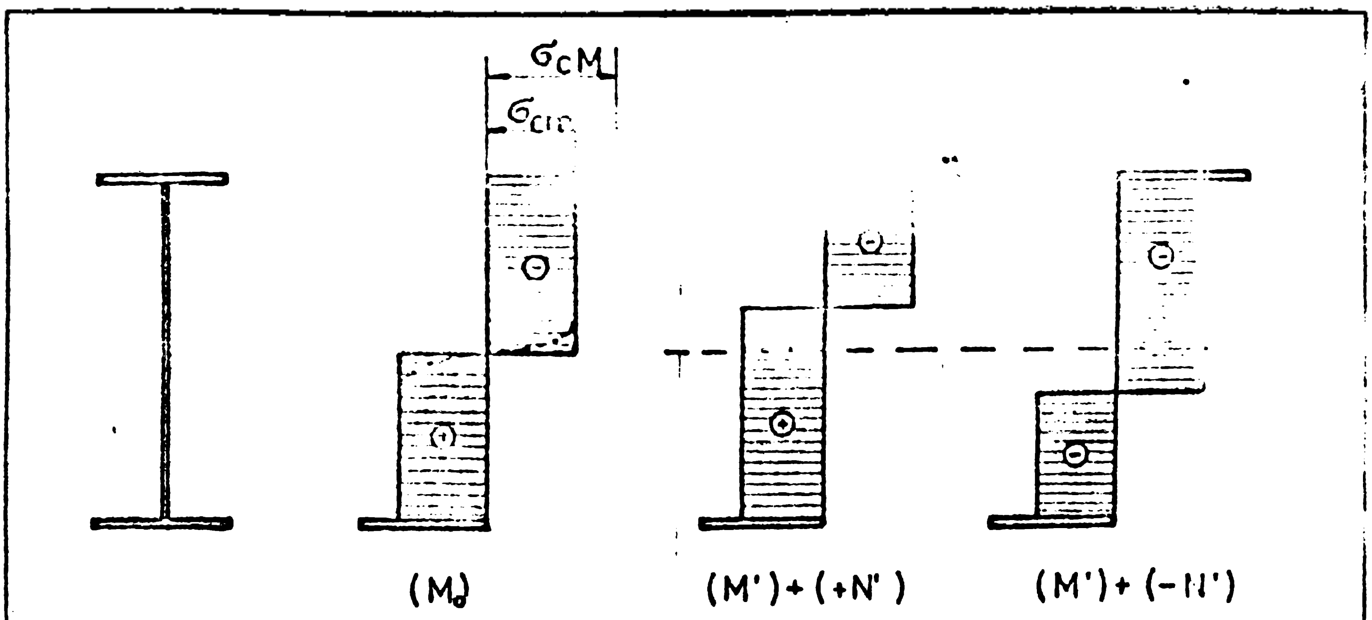


Fig. 5.1

- o diagramă din acţiunea momentului M', repartizată la extreme, simetric faţă de axa plastică.

5.2. Comportarea secţiunilor omogene la încovoiere cu forţa axială.

O secţiune dublu simetrică solicitată simultan de M'N' va avea o diagramă de eforturi ca în fig.5.2.

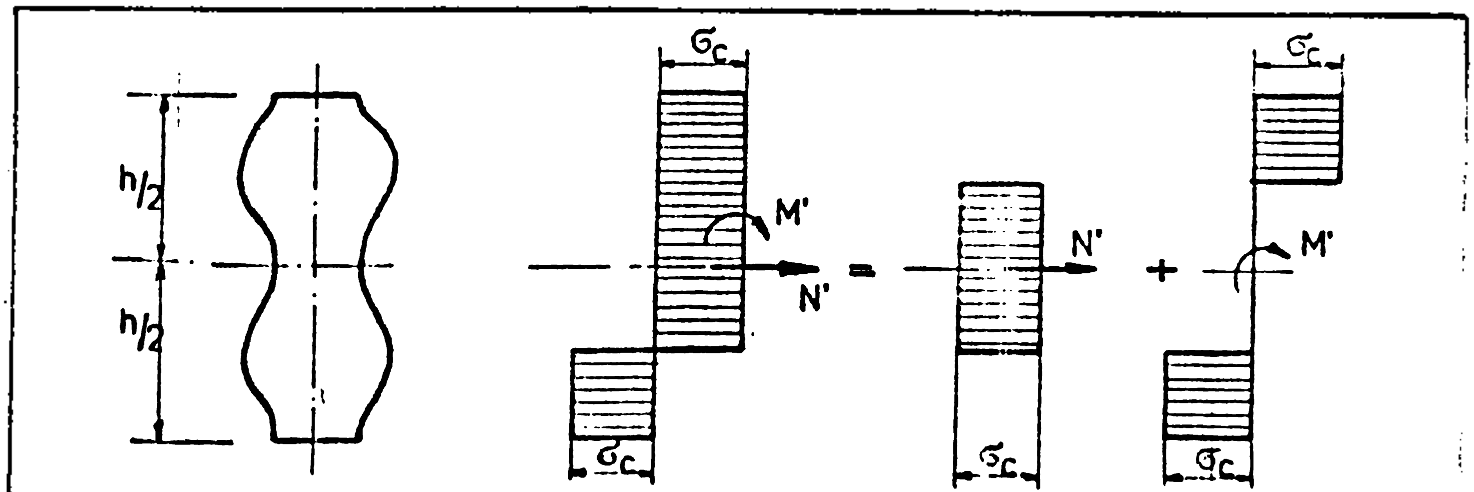


Fig. 5.2

In literatura tehnică sînt stabilite următoarele relaţii de interacţiune M',N' (Girkman).

Pentru o secţiune dreptunghiulară:

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \left(\frac{N'}{N_o} \right)^2 \qquad (5.1)$$

Pentru o secţiune I simetrică

- cazul cînd plasticizarea produsă de forţa axială se extinde numai în zona inimii

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 \frac{1}{1 - \left(\frac{A_t}{A_i + A_t}\right)\left(1 - \frac{g}{b}\right)} \tag{5.2a}$$

valabilă pentru:

$$\frac{N'}{N_o} \leq \frac{A_i}{A_i + A_t} = \frac{A_i}{A}$$

- Cazul cînd plasticizarea produsă de forţa axială se extinde şi la tălpi

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \frac{\left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 - \left(1 - \frac{g}{b}\right)\left(\frac{1}{N_o} - \frac{A_i}{A}\right)^2}{1 - \left(\frac{A_t}{A}\right)^2\left(1 - \frac{g}{b}\right)} \tag{5.2b}$$

valabilă pentru:

$$\frac{N'}{N_o} > \frac{A_i}{A_i + A_t} = \frac{A_i}{A}$$

5.3. Comportarea secţiunilor hibride la încovoierea cu forţa axială.

CAZUL GENERAL AL Secţiunilor dublu simetrice.

Secţiunea hibridă este alcătuită dintr-un oţel de calitate superioară, caracterizat prin limita de curgere σ_{cM} - amplasat în extremităţi, şi un oţel obişnuit amplasat în zona centrală cu limită de curgere σ_{cm}.

Studiul se face pe diagramele din fig.5.3.

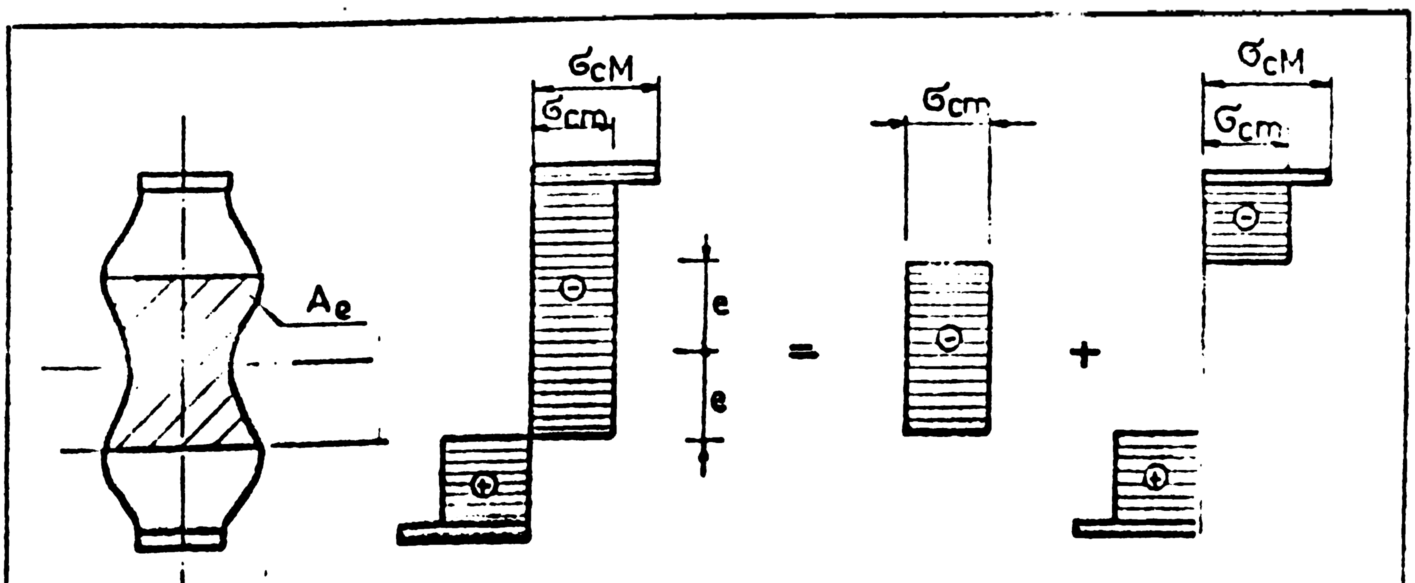


Fig. 5.3

Forţa axială N' (de exemplu de compresiune) plasticizează o zonă de înălţime 2e, fie aria corespunzătoare acestei zone A_e. Avem egalitatea:

$$N' = A_e\,\sigma_{cm} \qquad (5.3)$$

Restul secţiunii fiind plasticizat de moment.

Momentul plastic corespunzător ariei A_e se poate exprima:

$$M_{pe} = W_{pe}\,\sigma_{cm} \qquad (5.4)$$

unde W_{pe} este modulul plastic a ariei A_e.

Conform diagramelor prezentate în fig.5.3 se poate scrie

$$M' = M_o - M_{pe} \qquad (5.5)$$

Forţa de plasticizare a întregii secţiuni hibride N_o are valoare

$$N_o = A_i\,\sigma_{cm} + A_t\,\sigma_{CM} = \sigma_{cm}\,(A_i + kA_t) \qquad (5.6)$$

unde:

A_i - aria corespunzătoare oţelului din zona centrală

A_t - aria corespunzătoare oţelului din zonele extreme.

Exprimăm raportat $\frac{N'}{N_o}$

$$\frac{N'}{N_o} = \frac{A_e\,\sigma_{cm}}{\sigma_{cm}(A_i + KA_t)} = \frac{A_e}{A_i + kA_t} \qquad (5.7)$$

Exprimăm raportat $\frac{M'}{M_o}$

unde $M_o = W_p\,\sigma_{cm}$

W_p - fiind modul plastic al întregii secţiuni.

$$\frac{M'}{M_o} = \frac{M_o - M_{pe}}{M_o} = 1 - \frac{M_{pe}}{M_o} = 1 - \frac{W_{pe}}{W_p} \qquad (5.8)$$

5.4. Comportarea secţiunilor I simetrice hibride la M', N'

5.4.1. Plasticizarea produsă de forţa axială se extinde numai în zona inimii.

Studiul se face pe diagramele de eforturi din fig.5.4.

Introducem în relaţia (5.8) valorile lui W_{pe} şi W_p

$$W_{pe} = ge^2;\quad W_p = \frac{k}{2} A_t \cdot (h-t) + \frac{1}{4} A_i\,(h-2t)$$

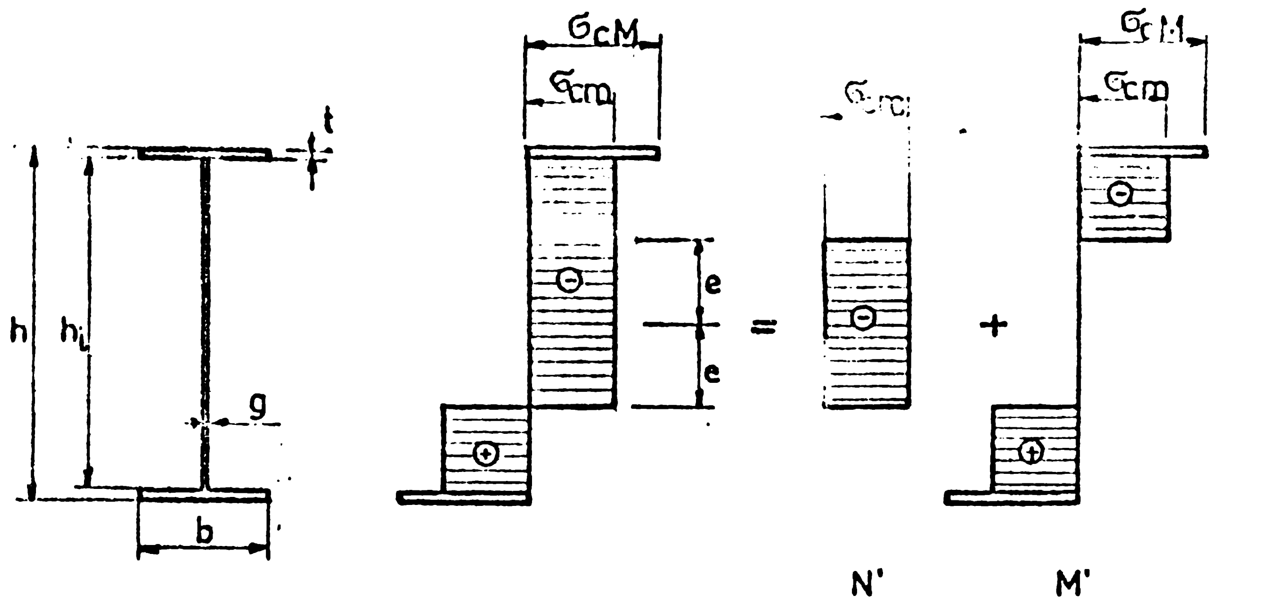


Fig. 5.4

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \frac{g e^2}{\frac{K}{2} A_t(h-t) + \frac{1}{4} A_i(h-2t)} \qquad (5.9.)$$

Introducem în relaţia (5.7.) valoarea lui A_e

$$A_e = 2.g.e$$

$$\frac{N'}{N_o} = \frac{2.g.e}{A_i + KA_t} \qquad (5.10)$$

Din expresia (5.10) calculăm ge^2

$$ge^2 = \left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 \frac{(A_i + KA_t)^2}{4g} \qquad (5.11)$$

pe care o introducem în (5.9.)

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 \frac{(A_i + KA_t)^2}{4 \cdot g} \cdot \frac{1}{\frac{K}{2} \cdot A_t(h-t) + \frac{1}{4} A_i(h-2t)} \qquad (5.12)$$

Folosim egalităţile evidente :

$$g(h-2t) = A_i$$

$$\left(\frac{A_i + K A_t}{A_i + K A_t}\right)^2 = \frac{A_i^2}{(A_i + KA_t)^2} + \frac{2K A_i A_t}{(A_i + KA_t)^2} + \frac{K^2 A_t^2}{(A_i + KA_t)^2}$$

Introduse în (5.12) conduc la :

./.

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 \frac{1}{\frac{2K\cdot gA_t(h-t)}{(A_i + KA_t)^2} - \frac{2K\,A_i\cdot A_t}{(A_i + KA_t)^2} - K^2\left(\frac{A_t}{A_i + KA_t}\right)^2} \qquad (5.13)$$

Dacă utilizăm relaţiile :

$$A_t = 2\,b.t$$

$$2\,kg\cdot A_t\,(h-t) = 2\,K\,A_t\cdot A_i + 2\,kg\,A_t\cdot t$$

se obţine în final :

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 \frac{1}{1 - K\left(\frac{A_t}{A_i + KA_t}\right)^2\left(K - \frac{g}{b}\right)} \qquad (5.14)$$

relaţia valabilă pentru cazul ;

$$\frac{N'}{N_o} \leqslant \frac{A_i}{A_i + KA_t}$$

Particularizînd pentru $K = 1$

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 \frac{1}{1 - \left(\frac{A_t}{A_i + A_t}\right)^2\left(1 - \frac{g}{b}\right)^2} \qquad (5.15)$$

cunoscînd că : $A_i + A_t = A$; relaţia 5.15 devine:

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 \frac{1}{1 - \left(\frac{A_t}{A}\right)^2\left(1 - \frac{g}{b}\right)^2} \qquad (5.16)$$

S-a regăsit relaţia 5.2.a. valabilă pentru grinzi omogene.
Dacă acceptăm simplificările :

$$(h-2t) \simeq (h-t) \cong h$$

$$A_i = g(h-2t) \cong gh$$

Pornind de la relaţia (5.9.) care devine:

./.

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \frac{go^2}{\frac{K}{2}\,At \cdot h + \frac{1}{4}\,Ai \cdot h} \qquad (5.17)$$

în care înlocuim valoarea stabilită pentru go^2

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 \frac{(Ai + KAt)^2}{4\,G} \; \frac{1}{\frac{K}{2} \cdot At \cdot h + \frac{1}{4}\,Ai \cdot h}$$

trecem la numitor factorul : $(Ai + KAt)^2$

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 \frac{1}{\frac{4G}{(Ai + K \cdot At)^2} \cdot \left(\frac{K}{2}\,At \cdot h - \frac{1}{4}\,Ai \cdot h\right)}$$

Adunăm la numitor expresia nulă: $K^2At^2 - K^2A^2_t$ şi ţinînd cont de egalitatea : $gh = Ai$

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 \frac{1}{\frac{K^2At^2 + 2\,K \cdot At \cdot Ai}{(Ai + K \cdot At)^2} - \frac{K^2\,At^2}{(Ai + KAt)^2}}$$

se obţine în final relaţia simplificată:

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 \frac{1}{1 - \left(\frac{K \cdot At}{Ai + K \cdot At}\right)^2} \qquad (5.18)$$

Se constată dispariţia termenului $(\frac{g}{b})^2$ a cărui influenţă este puţin semnificativă.

De exemplu pentru dimensiuni $g = 10$ mm şi $b = 250$ mm, raportul $(\frac{g}{b})^2 = 0{,}0016$, iar valoarea expresiei $(1 - \frac{g}{b})^2 = 0{,}989$, care practic poate fi egal cu unitatea

5.4.3. Plasticizarea produsă de forţa axială se extinde în tălpi.

După ce capacitatea inimii a fost în întregime consumată de forţa axială, axa neutră pătrunde în tălpi. În talpa întinsă sau comprimată, după natura forţei axiale de întindere sau compresiune.

Studiul se face pe diagramele din fig.5.5.

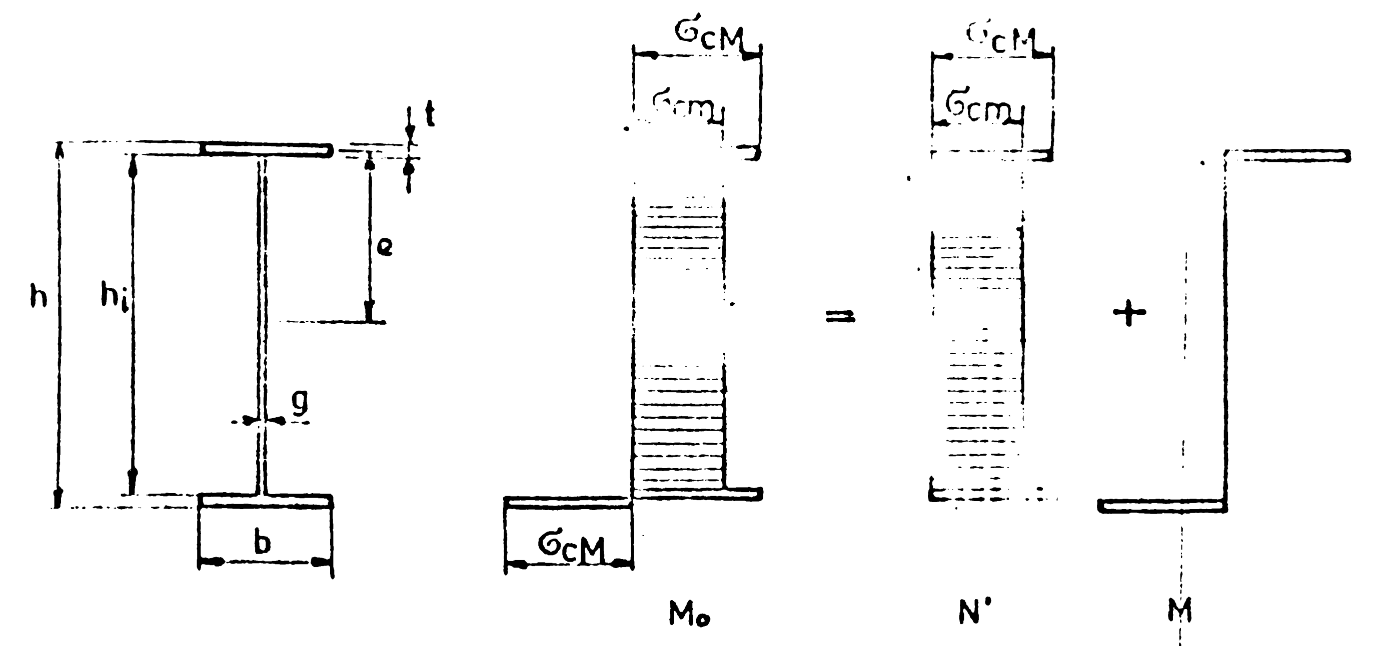


Fig 5.5

Valorile solicitărilor N,M care plastifică împreună secțiunea se deduc din ecuațiile de bază.

$$N' = \int \sigma \cdot dA \quad ; \quad M' = \int \sigma\, y \cdot dA$$

$$N' = \sigma_{cm}\left[g(h-2t) + K\, 2b\left(e - \frac{h}{2} + t\right)\right]$$

$$N' = \sigma_{cm}\left[(2t-h)(Kb - g) + 2\, Kb\, e\right] \tag{5.19}$$

$$M' = 2b\left(\frac{h}{2} - e\right)\sigma_{cm} \cdot K\left[\frac{h}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} - e\right)\right] \tag{5.20}$$

unde:

$b\left(\frac{h}{2} - e\right)$ reprezintă porțiunea din aria tălpii plasticizată de moment.

$2\left[\frac{h}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} - e\right)\right]$ este brațul cuplului interior

$$M' = Kb\left(\frac{h}{2} - e\right)\left(\frac{h}{2} + e\right) = Kb\left(\frac{h^2}{4} - e^2\right)\sigma_{cm} \tag{5.21}$$

Conform relației (5.7)

$$\frac{N'}{N_o} = \frac{A_e}{A_i + K \cdot A_t}$$

unde în cazul de față A_e are valoarea:

$$A_e = A_i + K\, A_t = (h-2t)(g-Kb) + 2\, Kbe \tag{5.22}$$

$$\frac{N'}{N_o} = \frac{(h-2t)(g-Kb)+2Kbe}{A_i+K\cdot A_t} \tag{5.23}$$

Explicităm valoarea e din (5.19) şi o introducem în(5.17)

$$M' = Kb\left\{\frac{h^2}{4} - \left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 \frac{(A_i+KA_t)^2}{4K^2b^2} - \left(\frac{N'}{N_o}\right)\frac{(A_i+KA_t)(Kb-d)(h-2t)}{2K^2b^2} - \left[\frac{(Kb-g)\ (h-2t)}{2Kb}\right]^2\right\}\cdot \sigma_{cm} \tag{5.24}$$

Scriem valorile raportate: $\frac{M'}{M_o}$

$$\frac{M'}{M_o} = \left[\frac{Kbh^2}{4} - \left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 \frac{(A_i+KA_t)^2}{4Kb} - \frac{N'}{N_o}\frac{(A_i+KA_t)(Kb-g)(h-2t)}{2Kb} - \frac{(Kb-g)(h-2t)}{4}\ \frac{Kb-g}{Kb}\right]\frac{1}{\frac{K}{2}\cdot A_t(h-t)+\frac{1}{4}A_i(h-2t)} \tag{5.25}$$

Exprimînd valoarea momentului plastic M_o sub forma:

$$M_o = \sigma_{cm}\left[K\frac{bh^2}{4} - \frac{(h-2t)^2}{4}(Kb-d)\right]$$

pe care o regăsim în expresia (5.2o), expresia (5.25) se poate exprima:

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \left[\left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 \frac{(A_i+KA_t)^2}{4Kb} + \frac{N'}{N_o}\ \frac{A_i+KA_t}{2Kb}(Kb-g)(h-2t) - \frac{g}{Kb}\ \frac{(Kb-g)(h-2t)^2}{4}\right]\cdot\frac{1}{\frac{K}{2}A_t(h-t)+\frac{1}{4}A_i\ (h-2t)} \tag{5.26}$$

Folosind relaţiile evidente:

$A_i = A_i+KA_t - KA_t$; $A_i = g\ (h-2t)$; $A_t = 2bt$

rezultă în final expresia:

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \frac{K\left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 - \left(K-\frac{g}{b}\right)\left[\frac{N'}{N_o} - \frac{A_i}{A_i+KA_t}\right]^2}{K\left[1-\left(\frac{KA_t}{A_i+KA_t}\right)^2\left(1-\frac{g}{Kb}\right)\right]} \tag{5.27}$$

valabilă pentru $\frac{N}{N_p} \geq \frac{A_i}{A_i+K\cdot A_t}$

Particularizînd pentru K = 1 şi folosind relaţia evidentă, $A_i + A_t = A$ obţinem:

$$\frac{M'}{M_o} = 1 - \frac{(\frac{N'}{N_o})^2 - (1 - \frac{\varepsilon}{b})(\frac{N'}{N_o} - \frac{A_t}{A})^2}{1 - (\frac{A_t}{A})^2 (1 - \frac{\varepsilon}{b})^2}$$

S-a găsit relaţia 5.2b. valabilă pentru grinzi omogene.

5.4.3. Programul HYBRIDE 3; curbele de interacţiune.

Relaţiile (5.18) şi (5,27) ... într-un sistem de axe de coordonate M/M_o şi N/N_o, reprezintă o curbă.

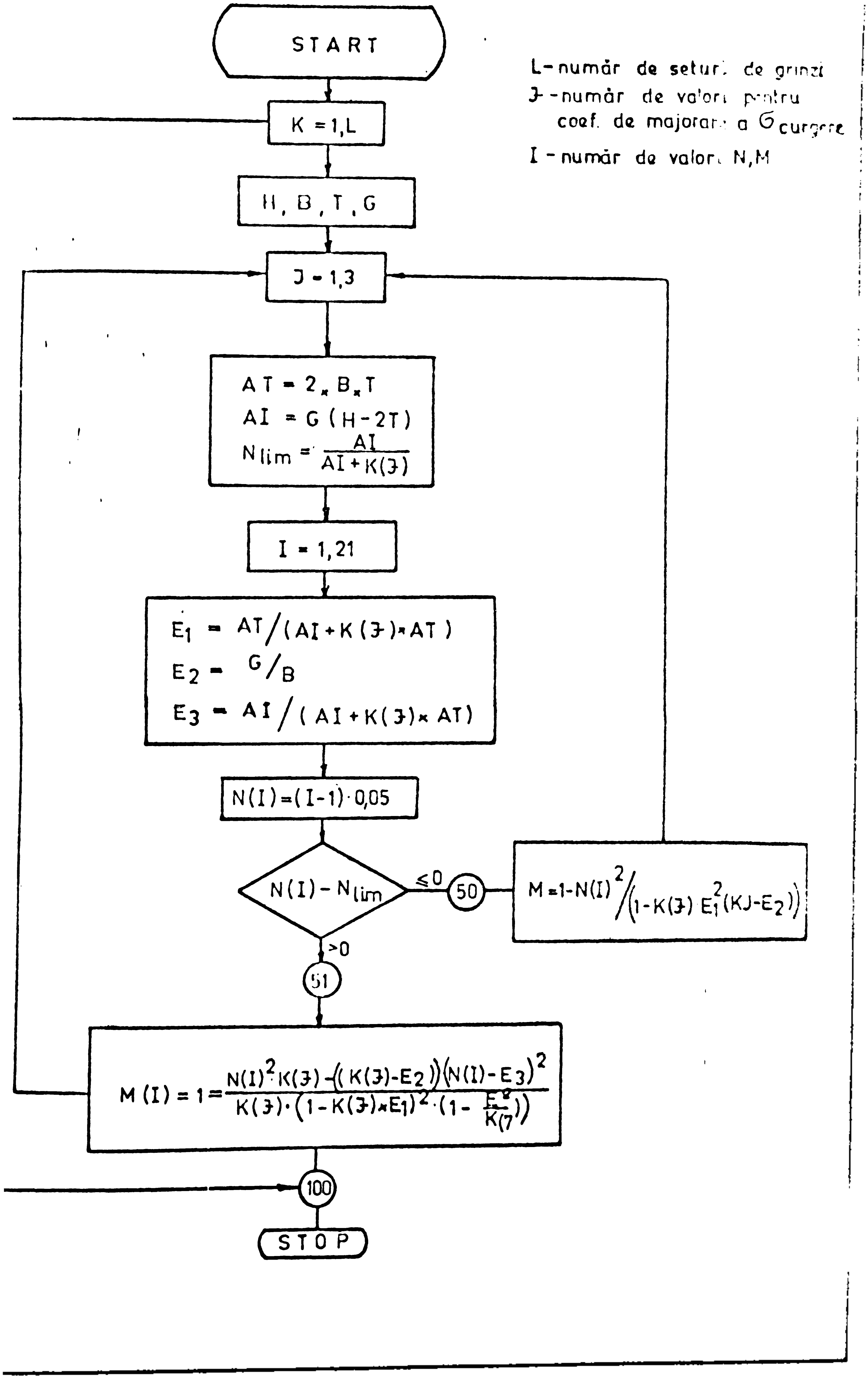
Această exprimă totalitatea valorilor M',N' care acţionînd simultan conduc la plasticizarea secţiunii. Programul HYBRIDE 3 - calculează automat seturi de valori N'/N_o; M'/M_o.

S-au calculat două seturi de grinzi- Fiecare set menţine dimensiunile geometrice ale secţiunii şi primeşte trei valori pentru coeficientul de majorare a limitei de curgere $K = \frac{\sigma_{c.i}}{\sigma_{c.m}}$ (K=1; 1,5;3). Prin aceasta s-a urmărit influenţa coeficientului K asupra relaţiei de interacţiune M,N. Cele două seturi de grinzi diferă prin coef. β - de răspîndire a materialului pe secţiune $\beta = \frac{A_i}{A}$ (β = o,29; o,72).

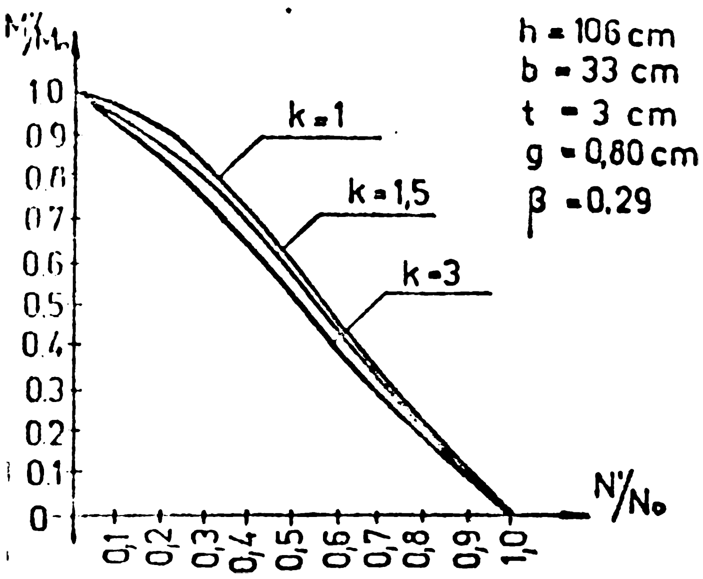
Astfel în fig.5.6 şi fig.5.7 sînt reprezentate curbele pentru "setul de grinzi nr.1 şi nr.2" în care s-au menţinut dimensiunile geometrice variindu-se parametrul K=1; K=1,5;K=3. Curbele arată că pe măsura creşterii parametrului K, pentru aceeaşi valoare $\frac{N'}{N_o}$; valoarea $\frac{M'}{M_o}$ scade.

Deoarece ambii factori ai rapoartelor $\frac{M'}{M}$; $\frac{M'}{M_o}$ sînt funcţie de K şi deci pentru o anumită valoare a raportului $\frac{N'}{N_o}$ de ex o,5 N_o - are diferite valori pentru K=1; 1,5:3 curbele $\frac{N'}{N_o}$; $\frac{M'}{M_o}$, rel. , prezintă relaţii de interacţiune pentru anumite cazuri particulare, iar compararea lor ne spune că cu creşterea raportului K grinzile hibride devin mai sensibile la acţiunea solicitărilor axiale.

Concluzii identice se deduc din fig.5.8 în care se compară două grinzi cu acelaşi coeficient K, însă cu coeficientul de răspîndire a materialului pe secţiune β diferit: grinzile cu coeficient β mic sînt mai sensibile la influenţa solicitărilor axiale.

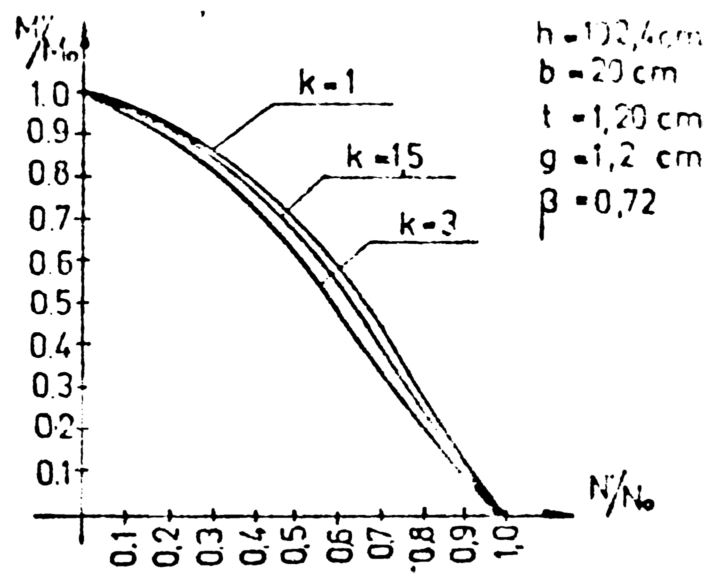

START
L-număr de seturi de grinzi
J-număr de valori pentru coef. de majorare a σ curgere
I-număr de valori N,M
K = 1,L
H, B, T, G
J = 1,3
AT = 2*B*T
AI = G (H-2T)
Nlim = AI / (AI + K(J))
I = 1,21
E1 = AT/(AI+K(J)*AT)
E2 = G/B
E3 = AI/(AI+K(J)*AT)
N(I)=(I-1)·0,05
N(I)-Nlim
≤0
50
M=1-N(I)^2/(1-K(J) E1^2(KJ-E2))
>0
51
M(I) = 1 = (N(I)^2 K(J) - (K(J)-E2)(N(I)-E3)^2) / (K(J)·(1-K(J)*E1)^2·(1- E^2/K(7)))
100
STOP

CURBELE DE INTERACŢIUNE



SETUL DE GRINZI „1"

Fig 5.6



SETUL DE GRINZI „2"

Fig 5.7

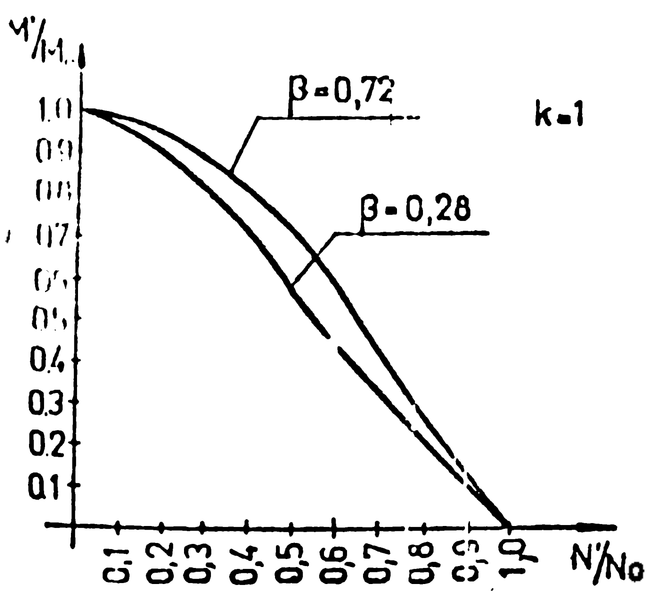


Fig 5.8

Set. 1 — K = 1; 1,5; 3 ; β = 0,29 $\quad K = \frac{\sigma_{CM}}{\sigma_{cm}}$

Set. 2 — K = 1; 1,5; 3 ; β = 0,72 $\quad \beta = \frac{A_i}{A}$

CAPITOLUL 6

GRINZI HIBRIDE CU INIMA PLINA,CU SECTIUNEA I SUPUSE LA INCOVOIEREA OBLICA

6.1. Generalităţi. Se va considera cazul încovoierii oblice fără răsucire. Secţiunile I hibride, fiind dublu simetrice axa neutră va trece prin centrul de greutate al secţiunii atît în domeniul elastic cît şi în cel plastic.

Studiul se va face în stadiul 4 de plasticizare cu relaţii pentru funcţie de deformaţie

$$f(\varepsilon) = \begin{cases} \sigma_c & \text{pentru } \varepsilon \geq \varepsilon_c^t \\ E\,\varepsilon & \text{pentru } \varepsilon_c^c \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c^t \\ -\sigma_c & \text{pentru } \varepsilon \leq \varepsilon_c^c \end{cases} \qquad (6.1)$$

unde: ε_c^t - este deformaţia specifică corespunzătoare începerii curgerii la tracţiune.

ε_c^c - este deformaţia specifică corespunzătoare începerii curgerii la compresiune.

Se consideră că asupra secţiunii lucrează momente de încovoiere şi forţe tăietoare după două direcţii.

Ele se notează cu Mx, My dacă plasticizează secţiunea fără forţe tăietoare.

In cazul existenţei forţelor tăietoare Tx,Ty - momentele pe cele două direcţii se notează cu MxT, MyT.

In urma solicitărilor exterioare ce lucrează după două direcţii axa neutră se înclină cu unghiul ψ a cărei determinare este problema principală.

Odată determinată valoarea unghiului ψ, valorile componentelor momentelor după cele două direcţii MxT,MyT şi momentul total Mxy se determină uşor (fig.6.1).

Se poate arăta simplu că pentru secţiunea I axa neutră taie întotdeauna tălpile adică ;

$$\mathrm{Tg}\,\psi > \frac{h}{b} \qquad (6.2)$$

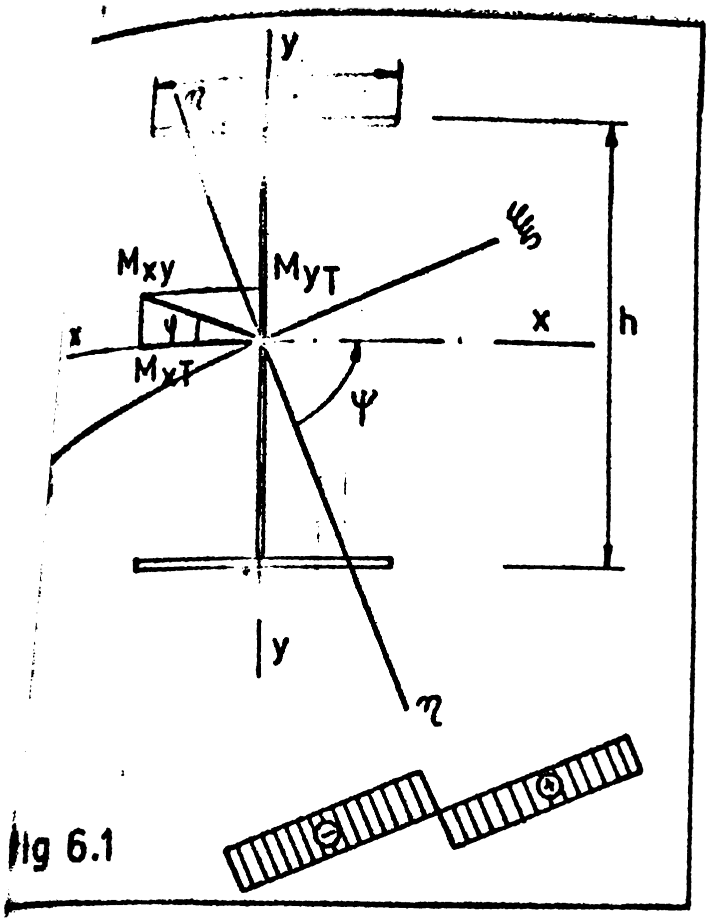


fig 6.1

Se consideră un caz simplificat, neglijându-se contribu[illegible] inimei la prel[illegible] aceasta fiind rezervat[illegible] preluarea forțelor de tăiere.

Conform [illegible].2 considerăm cazul că axa neutră nu taie tălpile.

Scriem ecuațiile de echivalență:

$$Mxy \cos(\psi - \varphi) = 2\,\sigma_c \cdot bt\, \xi_o$$

sau

$$Mxy \cos(\psi - \varphi) = \sigma_c bt\, h \cos\psi \qquad (6.3)$$

$$Mxy \sin(\psi - \varphi) = \sigma_c bt\, \eta_o \text{ sau}$$

$$Mxy \sin(\psi - \varphi) = \sigma_c bt\, h \sin\psi \qquad (6.4)$$

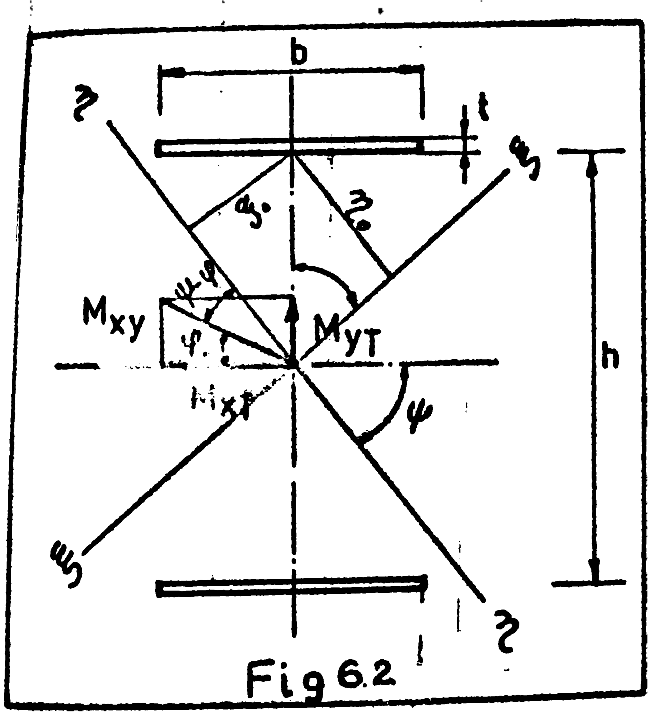


Fig 6.2

Împărțind între ele ecuațiile (6.4) prin (6.3)

$$tg(\psi - \varphi) = tg\,\psi \qquad (6.5)$$

Această relație poate fi satisfăcută numai pentru φ = o, cazul în care nu avem încovoiere oblică. De aici se poate trage concluzia că unghiul ψ ce definește înclinarea axei neutre plastice - la încovoiere oblică trebue să satisfacă condiția (6.2).

Problema grinzilor hibride solicitate la încovoiere oblică a fost studiată în continuare în mai multe ipoteze de calcul.

6.2. Ipoteza 1[a] de calcul: se acceptă că tălpile preiau momentul de încovoiere, iar inima forța tăietoare. Studiul se face în stadiul 4 de plasticizare.

Sub acțiunea forțelor exterioare ce acționează oblic față de axele principale de inerție a secțiunii, se dezvoltă momentele de încovoiere după cele două direcții ; fie MxT și MyT cele două momente, care la limită plastifică secțiunea. Cele două c mponente dau rezultanta $Mxy = \sqrt{\ldots}$; ele formează între ele unghiul φ conform relaţiei ...

Secţiunea fiind expusă la încovoiere ... neutră se înclină cu unghiul ψ faţă de axa xx', definim mărimea ... din fig.6.3.

Exprimăm valorile momentelor Mxt, Myt din expresia generală a momentului plastic a secţiunii hibride conform relaţiei (3).

$$M_{xp} = \left[\frac{1}{4}\, g(h-2t)^2 \alpha + bt\,(h-t)\right]\sigma_{CM} \tag{6.6}$$

Eliminăm partea de moment preluată de inimă.

$$M_{xp'} = bt\,(h-t)\,\sigma_{CM} \tag{6.7}$$

Valoarea componentei momentului încovoietor după axa XX'

$$M_{xt} = M_{xp} - 2\,at(h-t)\,\sigma_{CM} \tag{6.8}$$

Dacă exprimăm $M_{xp} = W_{xp}\,\sigma_{CM}$

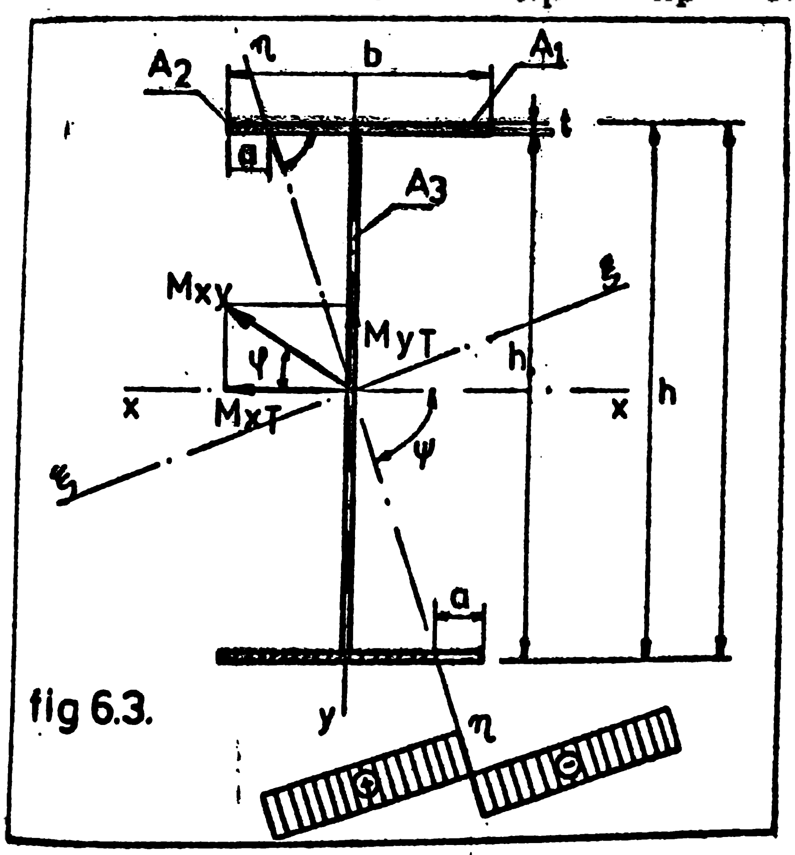


fig 6.3.

$$M_{xt} = M_{xp}\left[1 - \frac{2\,at(h-t)\,\sigma_{CM}}{M_{xp}}\right] = M_{xp}\left[1 - \frac{2at(h-t)}{W_{xp}}\right] \tag{6.9}$$

Inlocuim: $a = \frac{1}{2}\left[b-(h-t)\,ctg\,\psi\right]$

$$M_{xt} = M_{xp}\left\{1 - \frac{2t(h-t)\,\frac{1}{2}\left[b-(h-t)\,ctg\,\psi\right]}{bt(h-t)}\right\}$$

$$Mxt = Mxp\,\frac{(h-t)\,ctg\,\psi}{b} \tag{6.10}$$

Introducem notaţia:

$$\rho = \frac{h-t}{b}\cdot ctg\,\psi \tag{6.11}$$

$$M_{xt} = \rho\, M_{xp} \tag{6.12}$$

Conducem identic calculul după axa yy'

$$M_{yt} \cong \frac{1}{2}\; tb^2\,\sigma_{CM} \tag{6.13}$$

$$M_{yt} = M_{yp} - \frac{2\cdot t(b-2a)^2}{4}\,\sigma_{CM} \tag{6.14}$$

$$M_{yt} = M_{yp}\left[1 - \frac{t(b-2a)^2}{2\,\frac{1}{2}\,tb^2}\right] = M_{yp}\left[1 - \frac{(b-2a)^2}{b^2}\right] \tag{6.15}$$

Folosim expresia lui "a"

$$M_{yt} = M_{yp}\left[1 - \frac{\left\{b - \frac{1}{2}\,2\left[b-(h-t)ctg\,\psi\right]\right\}^2}{b^2}\right] \tag{6.16}$$

$$M_{yt} = M_{yp}\left[1 - \frac{(h-t)^2\,ctg\,\psi^2}{b^2}\right] = M_{yp}\,(1-\rho^2) \tag{6.17}$$

Compunem cele două momente $\sqrt{M_{xt}^2 + M_{yt}^2} = \sqrt{\rho\,M_{xp}^2 + (1-\rho^2)\,M_{yp}^2}$

(6.18)

expresia ce reprezintă valoarea momentului plastic al secțiunii solicitată sub unghiul φ .

Mărimea ρ - care determină unghiul de înclinare ψ ale axei neutre plastice se determină astfel:

$$tg\,\varphi = \frac{M_{yt}}{M_{xt}} = \frac{(1-\rho^2)\,M_{yp}}{\rho\,M_{xp}} = \frac{(1-\rho^2)\,\frac{1}{4}\,tb^2\,\sigma_{CM}}{\rho\,tb(h-t)\,\sigma_{CM}} \tag{6.19}$$

$$tg\,\varphi = \frac{(1-\rho^2)\,b}{2\rho\,(h-t)} \tag{6.20}$$

Dezvoltînd găsim o expresie de gradul 2

$$\rho^2 - 2\rho\frac{(h-t)\,tg\,\varphi}{b} - 1 = 0 \tag{6.21}$$

De unde:

$$\rho = -\frac{tg\,\varphi\,.(h-t)}{b} \pm \sqrt{\left[\frac{tg\,\varphi(h-t)}{b}\right]^2 + 1} \tag{6.22}$$

6.3. Ipoteza 2^a de calcul: la preluarea momentului de încovoiere și a forțelor tăietoare participă atît tălpile cît și inima. Forța tăietoare se predă numai inimii, ipoteza de distribuire a ei pe înălțimea inimii fiind cea a lui DUTTON și HEYMAN. Calculul ce conduce în stadiul 4 de plasticizare. Calculul a fost efectuat într-o variantă exactă și într-una aproximativă.

6.3.1. Varianta de calcul exactă

Cu dimensiunile din fig.6.4 calculăm lungimile "a" "c" și ariile A_1, A_2, A_3

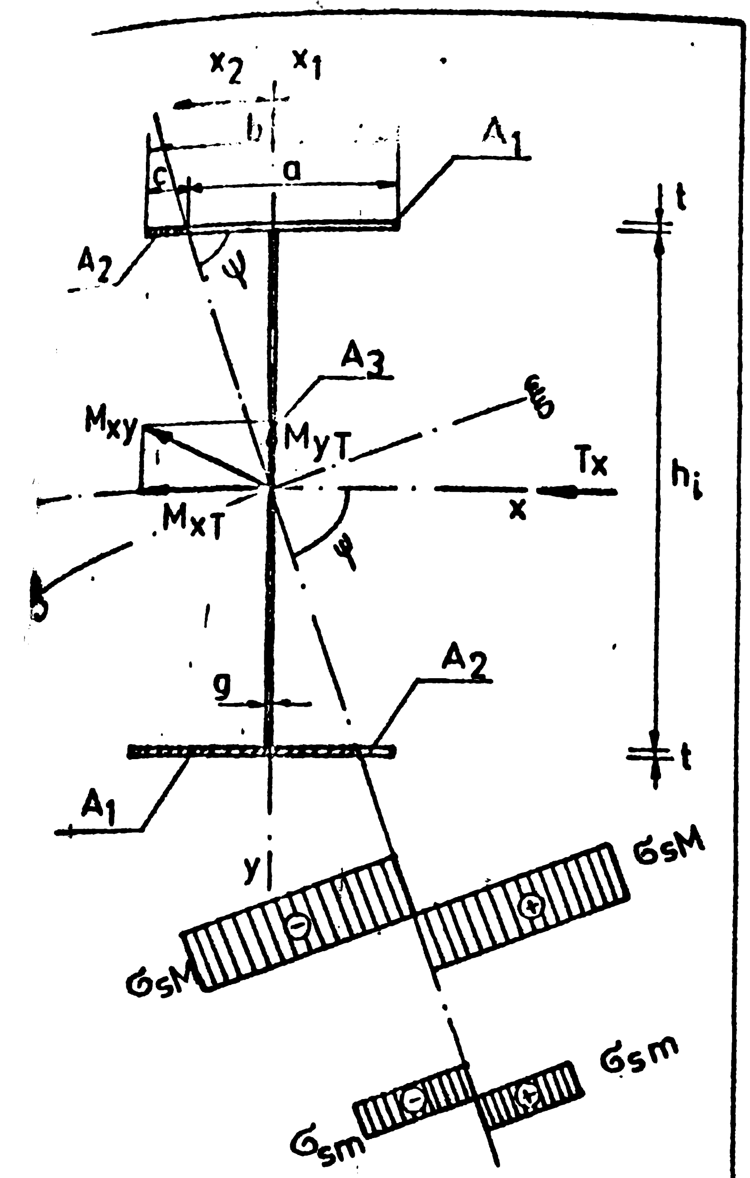


Fig 6.4

$$a = \frac{1}{2}\left[b+(h_i + [illegible]\right] \qquad (6.23)$$

$$c = \frac{1}{2}\left[b-(h_i + [illegible]\,\psi\right] \qquad (6.24)$$

$$A_1 = \frac{t}{2}\left[b+(h_i+t)ctg\,\psi\right] \qquad (6.25)$$

$$A_2 = \frac{t}{2}\left[b-(h_i+t)ctg\,\psi\right] \qquad (6.26)$$

$$A_3 = \frac{1}{2}\,g\cdot h_i \qquad (6.27)$$

Calculăm coordonatele centrelor de greutate ale suprafeţelor A_1, A_2, A_3 faţă de sistemul xoy

$$x_1 = \frac{1}{4}\left[b-(h_i+t)ctg\,\psi\right] - \frac{t^2 ctg\,\psi}{12\left[b+(h_i+t)ctg\,\psi\right]} \qquad (6.28)$$

$$x_2 = \frac{1}{4}\left[b+(h_i+t)ctg\,\psi\right] - \frac{t^2 ctg\,\psi}{12\left[b-(h_i+t)ctg\,\psi\right]} \qquad (6.29)$$

$$x_3 = \frac{g^2}{6h_i}\;tg\,\psi \qquad (6.30)$$

$$y_1 = \frac{1}{2}(h_i+t) + \frac{t^2 ctg^2\psi}{6\left[b+(h_i+t)ctg\,\psi\right]} \qquad (6.31)$$

$$y_2 = \frac{1}{2}(h_i+t) - \frac{t^2 ctg^2\psi}{6\left[b+(h_i+t)ctg\,\psi\right]} \qquad (6.32)$$

$$y_3 = \frac{h_i}{4} - \frac{g^2}{12h_i}\,tg^2\psi \qquad (6.33)$$

Cu notaţiile acceptate pentru rezistenţele de curgere ale oţelului superior şi a celui inferior în prezenta forţei tăietoare σ_{SM}, σ_{sm} scriem expresiile momentelor plastice.

$$M_{xT} = M_{xy}^{T}\cos\psi = \int_A \sigma\cdot dA\cdot y = A_1 y_1 \sigma_{SM} + A_2 y_2(-\sigma_{SM}) + A_1(-y_1)\cdot$$

$$(-\sigma_{SM}) + A_2(-y_1)\sigma_{SM} + A_3(-y_3)(-\sigma_{sm}) + A_3\,y_3\sigma_{sm}$$

$$M_{xT} = 2\left[(A_1y_1 - A_2y_2)\sigma_{sM} + A_3y_3\sigma_{sm}\right] \tag{6.34}$$

$$M_{yT} = M_{xy}^{T}\sin\varphi = \int_A \sigma\cdot dA\cdot y = A_1x_1\sigma_{sM} + A_2(-x_2)(-\sigma_{c}) +$$

$$+ A_1(-x_1)(-\sigma_{sM}) + A_2(x_2)\sigma_{sM} + A_3x_3\sigma_{sm} + A_3(-x_3)(\sigma_{sm})$$

$$M_{yT} = 2\left[(A_1x_1 + A_2x_2)\sigma_{sM} + A_3x_3\sigma_{sm}\right] \tag{6.35}$$

Introducem în expresiile momentelor plastice M_{xT}, M_{yT} valorile ariilor și a distanțelor de la centrele de greutate calculate mai sus.

$$M_{xT} = 2\left\{\left[\frac{t}{2}\left[b+(h_i+t)ctg\psi\right]\left[\frac{1}{2}(h_i+t)+\frac{t^2ctg\psi}{6\left[b+(h_i+t)ctg\psi\right]}\right] - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{t}{2}\left[b-(h_i+t)ctg\psi\right]\left[\frac{1}{2}(h_i+t)-\frac{t^2}{6\left[b-(h_i+t)ctg\psi\right]}\right]\right]\sigma_{CM} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}d\,h_i\left[\frac{h_i}{4} - \frac{g^2}{12\,h_i}tg^2\psi\right]\sigma_{sm}\right\}$$

$$M_{xT} = \frac{1}{12}\left\{4t\left[3(h_i+t)^2+t^2\right]ctg\psi\,\sigma_{CM} + d\left[3\,dh_i - d^2tg^2\psi\right]\sigma_{sm}\right\} \tag{6.36}$$

$$M_{yT} = 2\left\{\frac{t}{2}\left[b+(h_i+t)ctg\psi\right]\left[\frac{1}{4}\left[b-(h_i+t)ctg\psi - \frac{t^2ctg^2\psi}{12\left[b+(h_i+t)ctg\psi\right]}\right]\right] + \right.$$

$$+ \frac{t}{2}\left[b-(h_i+t)ctg\psi\right]\left[\frac{1}{4}\left[b+(h_i+t)ctg\psi - \frac{t^2ctg^2\psi}{12\left[b-(h_i+t)ctg\psi\right]}\right]\right]\sigma_{sM} +$$

$$\left. + \frac{1}{2}dh_i\cdot\frac{g^2}{6h_i}\cdot tg\psi\,\sigma_{sm}\right\}$$

$$M_{yT} = \frac{1}{6}\left\{t\left[3b^2 - 3(h_i+t)^2+t^2\right]ctg^2\psi\right\}\sigma_{sM} + g^3tg\psi\,\sigma_{sm} \tag{6.37}$$

Folosind ipoteza de curgere a lui Huber-Mises, Hencky, la limita de curgere pentru oțel superior notată cu σ_{CM} putem scrie pentru tălpi:

$$\sigma_{sM}^2 + 3\tau_t^2 = \sigma_{CM}^2$$

unde: σ_{sM} - este rezistența de curgere în oțel superior în prezența unei forțe tăietoare.

τ_t - este tensiunea de tăiere din tălpi

pe unde: $\sigma_{sM} = \sqrt{\sigma_{CM}^2 - 3\tau_t^2}$ (6.38)

Putem accepta cu suficientă aproximație o distribuție uniformă a forței tăietoare în cele două tălpi, datorită în general valorii mai mici a forței tăietoare T_x, comparativ cu cea după axa de simetrie $xx(T_y)$, $(T_x \ll T_y)$ precum și a faptului că aceasta nu intervine în relații de verificare a efortului comparat în tălpi, ci doar ca o mărime care pondereează capacitatea portantă a grinzii, influența ei fiind relativ mică (vezi fig.6.56). Putem deci scrie:

$$\tau_t = \tau_x = \frac{T_x}{2 \cdot b \cdot t_t} \qquad (6.39)$$

T_x fiind forța tăietoare după axa x-x. Notăm cu T_{xp} forța tăietoare ce plastifică singură tălpile, valoarea ei va fi:

$$T_{xp} = 2 \cdot b \cdot t_t \, \tau_{CM} \qquad (6.40)$$

Considerăm $\tau_{CM} = \dfrac{\sigma_{CM}}{\sqrt{3}}$ valoare ce o înlocuim în (6.40), se obține:

$T_{xp} = 2 \cdot b \cdot t \cdot \dfrac{\sigma_{CM}}{\sqrt{3}}$; (6.41) de unde $\quad \tau_t = \tau_x \dfrac{T_x}{T_{xp}} \cdot \dfrac{\sigma_{CM}}{\sqrt{3}}$ (6.42)

Expresia (6.38) devine:

$$\sigma_{sM} = \sigma_{CM} \sqrt{1 - \left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2} \qquad (6.43)$$

Folosind același raționament, vom scrie pentru inimă:

$$\sigma_{sm} = \sigma_{cm} \sqrt{1 - \left(\frac{T_y}{T_{yp}}\right)^2} \qquad (6.44)$$

T_y - fiind forța tăietoare după axa y-y.

Cu aceste valori expresiile momentelor plastice M_{xT}; M_{yT} devin:

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{CM}}{12} \left\{ 4t \left[3(h_1+t)^2 + t^2 \right] \operatorname{ctg}\Psi \sqrt{1 - \left(\frac{T_y}{T_{yp}}\right)^2} + g\alpha (3 g h_1 - g^2 \cdot \operatorname{tg}^2\Psi) \sqrt{1 - \left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2} \right\} \qquad (6.45)$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{CM}}{6} \left\{ t \left[3b^2 - \left[3(h_1+t)^2 + t^2 \right] \right] \operatorname{ctg}^2\Psi \sqrt{1 - \left(\frac{T_y}{T_{yp}}\right)^2} + g^3 \alpha \operatorname{tg}\Psi \sqrt{1 - \left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2} \right\} \qquad (6.46)$$

Eliminînd M_{xy} din expresiile (6.45)(6.46) se obține:

$$tg\,\varphi = \frac{M_{yT}}{M_{xT}} = \frac{\frac{\sigma_{cn}}{6}\left\{t\left[3h^2 - [\text{[illegible]})^2 + t\right]\right] ctg^2\psi\sqrt{1-\left(\frac{T_y}{T_{yp}}\right)^2} + g^3\alpha\; tg\,\psi\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2}\right\}}{\frac{\sigma_{cn}}{12}\left\{4t\left[3(h_i+t)^2 + t^2\right] ctg\,\psi\sqrt{1-\left(\frac{T_y}{T_{yp}}\right)^2} + gd\,(3\,gh_i - g^2tg^2\psi)\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2}\right\}} \qquad (6.47)$$

Explicitînd în $tg\,\psi$ expresia (6-47) obținem o ecuație de gradul patru:

$$g^3\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2}\; tg\,\varphi\; tg^4\psi + 2\,g^3\alpha\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2}\; tg^3\psi -$$
$$-\left[6\,t\,b^2\sqrt{1-\left(\frac{T_y}{T_{yp}}\right)^2} - 3\,g^2\,h_i\alpha\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2}\; tg\,\varphi\right] tg^2\psi -$$
$$-\left[12\,t(h_i+t)^2 + 4t^3\right]\sqrt{1-\left(\frac{T_y}{T_{yp}}\right)^2}\; tg\,\varphi\;\; tg\,\psi -$$
$$-\left[6\,t(h_i+t)^2 + 2t^3\right]\sqrt{1-\left(\frac{T_y}{T_{yp}}\right)^2} = 0 \qquad (6.48)$$

din care se determină necunoscuta ψ, ce determină înclinația axei neutre plastice față de axa x-x.

Se calculează apoi componentele momentelor plastice M_{xT}, M_{yT} și apoi valoarea momentului plastic rezultant:

$$M_{xy} = \sqrt{M_{xT}^2 + M_{yT}^2} \qquad (6.49)$$

6.3.2. Varianta de calcul simplificată

Asimilînd ariile trapezelor A_1, A_2, A_3 cu dreptunghiuri, relațiile de calcul se simplifică.

Mărimile ariilor A_1, A_2, A_3 rămîn nemodificate.

Coordonatele centrelor de greutate devin:

$$x_1 = \frac{1}{4}\left[b - (h_i+t)\;ctg\,\psi\right] \qquad (6.50)$$

$$x_2 = \frac{1}{4}\left[b + (h_i+t)\;ctg\,\psi\right] \qquad (6.51)$$

$$x_3 = 0 \qquad (6.52)$$

$$y_1 = y_2 = \frac{1}{2}(h_i+t) \; ; \tag{6.53}$$

$$y_3 = \frac{h_i}{4} \tag{6.54}$$

Valorile momentelor plastice MxT; MyT devin:

$$M_{xT} = 2\left[(A_1 y_1 - A_2 y_2)\,\sigma_{sM} + A_3 y_3\,\sigma_{sm}\right] =$$

$$= 2\left\{\left[\frac{t}{2}\left[b + (h_i+t)\,\mathrm{ctg}\,\psi\right]\frac{1}{2}(h_i+t) - \right.\right.$$

$$\left.- \frac{t}{2}\left[b - (h_i+t)\,\mathrm{ctg}\,\psi\right]\frac{1}{2}(h_i+t)\right]\sigma_{sM} + \frac{1}{2}\,g h_i \cdot \frac{h_i}{4}\,\sigma_{sm}\Big\}$$

$$M_{xT} = \frac{1}{4}\left[\,4t(h_i+t)^2\,\mathrm{ctg}\,\psi\,\sigma_{sM} + g\cdot h_i^2\,\sigma_{sm}\right] \tag{6.55}$$

$$M_{yT} = 2(A_1 x_1 + A_2 x_2)\,\sigma_{sM} =$$

$$= 2\left\{\frac{t}{2}\left[b + (h_i+t)\,\mathrm{ctg}\,\psi\right]\frac{1}{4}\left[b - (h_i+t)\,\mathrm{ctg}\,\psi\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{t}{2}\left[b - (h_i+t)\,\mathrm{ctg}\,\psi\right]\frac{1}{4}\left[b + (h_i+t)\,\mathrm{ctg}\,\psi\right]\right\}\sigma_{sM}$$

$$M_{yT} = \frac{t}{2}\left[\,b^2 - (h_i+t)^2\,\mathrm{ctg}^2\psi\right]\sigma_{sM} \tag{6.56}$$

Introducînd relaţiile (6.43-6.44) expresiile momentelor plastice capătă forma:

$$M_{xT} = \frac{1}{4}\left[\,4\,t(h_i+t)^2\mathrm{ctg}\,\psi\,\sigma_{CM}\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2} + g\,h_i\,\sigma_{cm}\sqrt{1-\left(\frac{T_y}{T_{yp}}\right)^2}\right]$$

$$= \frac{\sigma_{CM}}{4}\left[4\,t(h_i+t)^2\mathrm{ctg}\,\psi\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2} + g h_i^2 \alpha\sqrt{1-\left(\frac{T_y}{T_{yp}}\right)^2}\right] \tag{6.57}$$

$$M_{yT} = \frac{t}{2}\left[\,b^2 - (h_i+t)^2\,\mathrm{ctg}^2\psi\right]\sigma_{CM}\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2}$$

$$= \frac{t\,\sigma_{CM}}{2}\left[b^2 - (h_i+t)^2\,\mathrm{ctg}^2\psi\right]\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2} \tag{6.58}$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{M_{yT}}{M_{xT}} = \frac{\dfrac{t\cdot\sigma_{CM}}{2}\left[b^2 - (h_i+t)^2\mathrm{ctg}^2\psi\right]\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2}}{\dfrac{\sigma_{CM}}{4}\left[4\,t(h_i+t)^2\mathrm{ctg}\,\psi\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2} + g h_i^2\alpha\sqrt{1-\left(\frac{T_y}{T_{xp}}\right)^2}\right]}$$

Explicitînd în ctg ψ obţinem o ecuaţie de gradul doi

$$2t\cdot(h_i+t)^2\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2}\,ctg^2\psi+4t(h_i+t)^2 tg\varphi\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2}\,ctg\,\psi+$$

$$+\frac{gh_i^2}{k}\,tg\varphi\sqrt{1-\left(\frac{T_y}{T_{yp}}\right)^2}-2t\,b^2\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2}=0 \qquad (6.60)$$

Determinînd necunoscuta ψ se calculează momentele plastice, componente M_xT, M_yT şi momentul rezultant M_{xy}.

6.3.3. Neglijînd grosimea tălpii "t" faţă de înălţimea inimii "h_i" relaţia (6.60) se simplifică şi mai mult.

$$2\,t\,h_i^2\,tg\varphi\sqrt{1-\left(\frac{T_y}{T_{xp}}\right)^2}\,ctg^2\psi+4\,t\cdot h_i^2\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2}\,ctg\,\psi+$$

$$+\frac{gh_i^2}{k}\,tg\varphi\sqrt{1-\left(\frac{T_y}{T_{yp}}\right)^2}-2t\,b^2\sqrt{1-\left(\frac{T_x}{T_{xp}}\right)^2}=0 \qquad (6.61)$$

6.4. Programul HYBRIDE 4

Pentru determinarea valorilor "ctgψ" Mxt", M_{yT}" M_{xy}" şi M_{xT}/M_{xp} s-a întocmit programul "HYBRIDE 4" pe baza variantei de la pct. 6.32, folosindu-se relaţiile de calcul (6.60) pentru determinarea unghiului de înclinare a axei neutre plastice şi (6.55);(6.56) pentru determinarea valorilor M_{xt}, M_{yT}, şi (6.49) pentru M_{xyT}.

Programul s-a întocmit cu următorii parametrii:

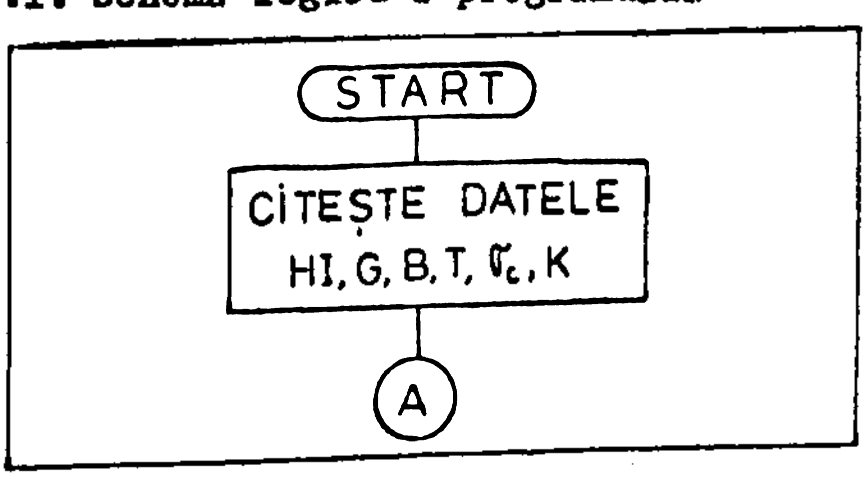
- numărul de valori dat coeficientului de majorare a limitei de curgere $k = \frac{1}{\alpha} = \frac{\sigma_{CM}}{\sigma_{Cm}}$; L = 3 (1; 1.5; 3)

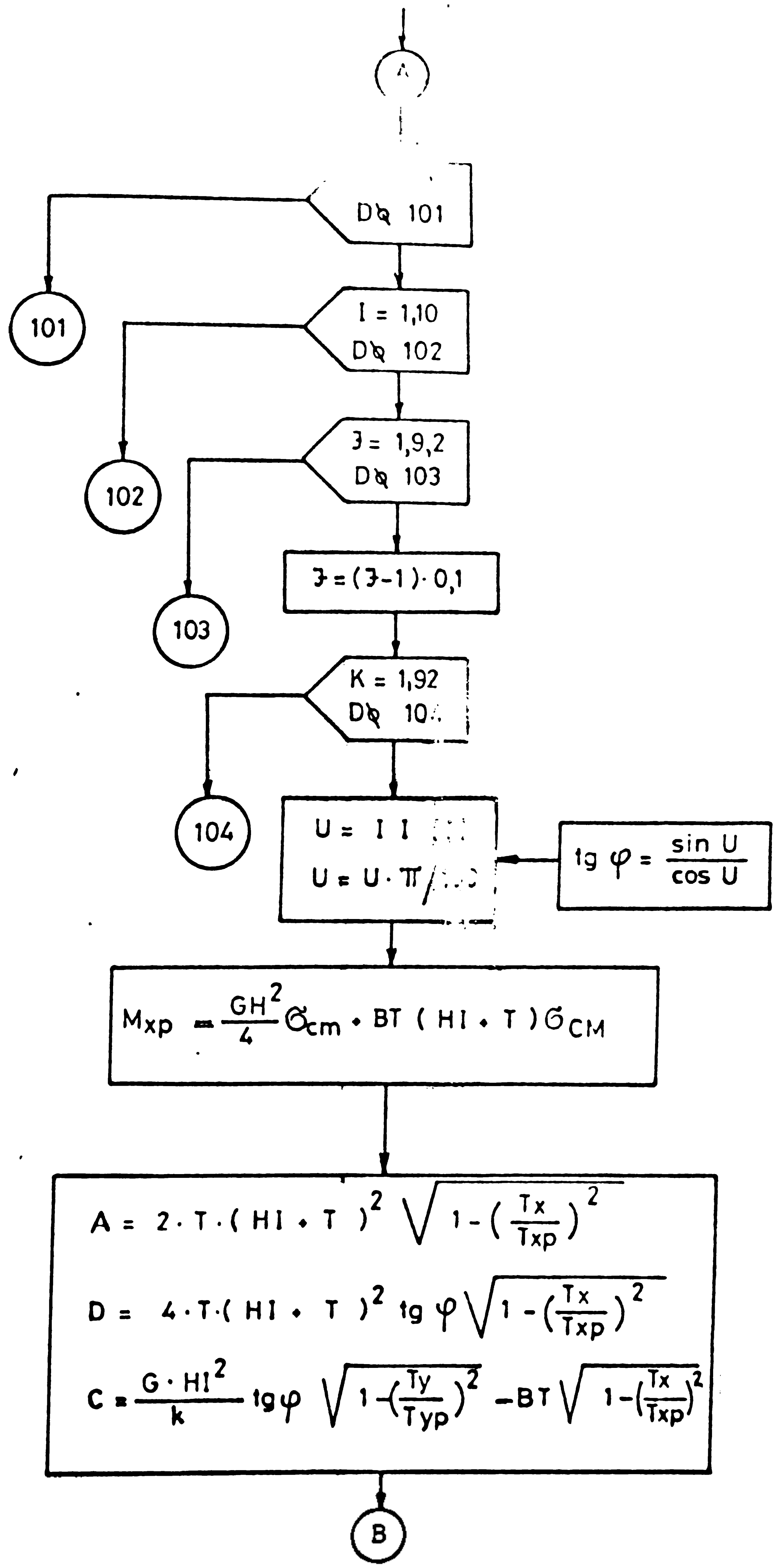
- numărul de valori pentru unghiul φ , ce defineşte rezultanta acţiunii forţelor exterioare; I = 10 (1,2,3,5,7,10,15,20,25, 30).

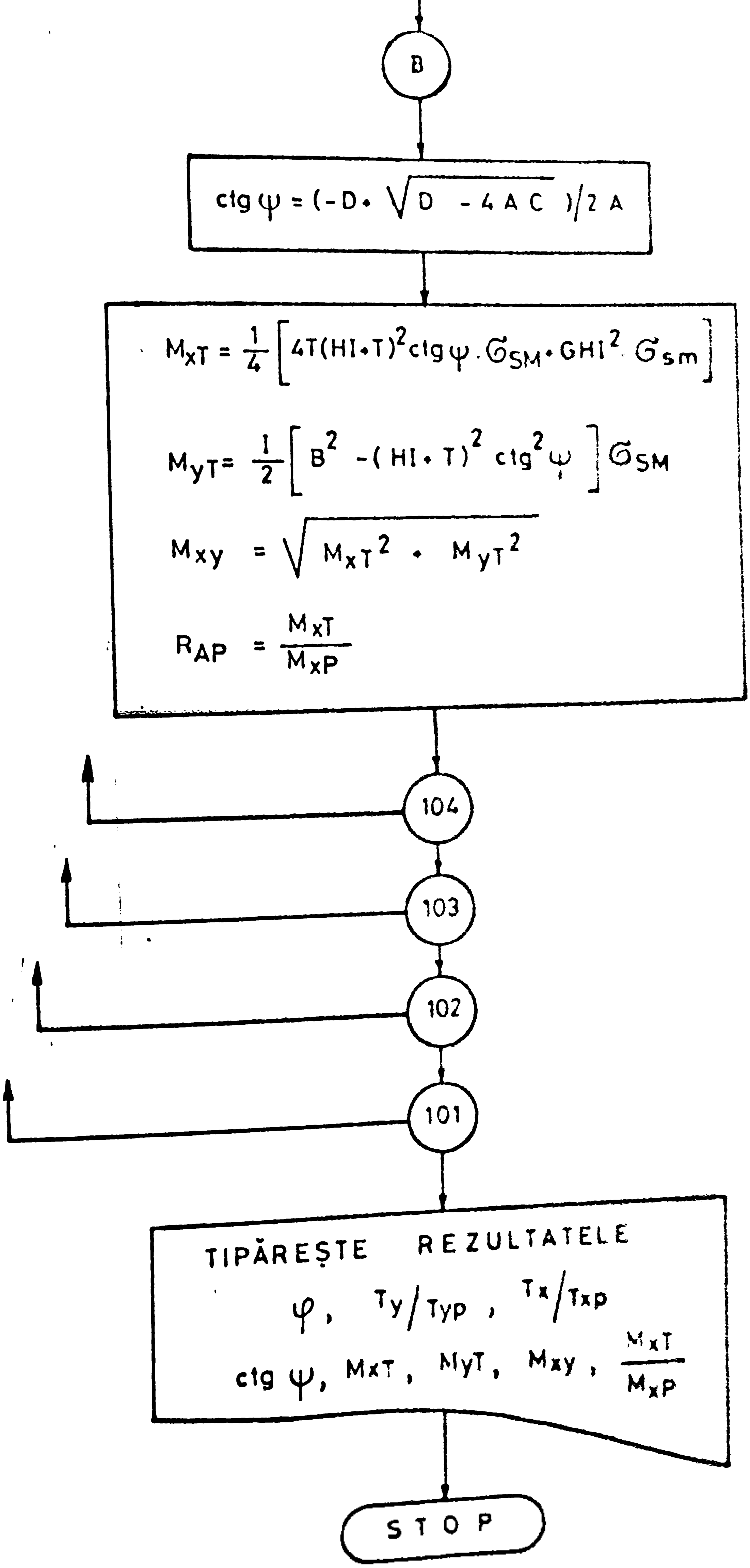
- numărul de valori pentru raportul $\frac{T_{yT}}{T_{yp}} = j$ = 5(0;0,2;0,4; 0,6;0,8).

-numărul de valori pentru raportul $\frac{T_{xT}}{T_{xp}}$ = k = 5(0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8).

6.4.1. Schema logică a programului




A
DO 101
101
I = 1,10
DO 102
102
J = 1,9,2
DO 103
103
J = (J-1)·0,1
K = 1,92
DO 104
104
U = I I
U = U·π/
tg φ = sin U / cos U
Mxp = GH²/4 σcm + BT (HI + T) σCM
A = 2·T·(HI + T)² √(1 - (Tx/Txp)²)
D = 4·T·(HI + T)² tg φ √(1 - (Tx/Txp)²)
C = G·HI²/k tg φ √(1 - (Ty/Typ)²) - BT √(1 - (Tx/Txp)²)
B


B
ctg ψ = (-D + √(D - 4AC))/2A
M_xT = 1/4 [4T(HI+T)^2 ctg ψ · σ_SM + GHI^2 · σ_sm]
M_yT = 1/2 [B^2 - (HI+T)^2 ctg^2 ψ] σ_SM
Mxy = √(M_xT^2 + M_yT^2)
R_AP = M_xT / M_xP
104
103
102
101
TIPĂREŞTE REZULTATELE
φ, Ty/Typ, Tx/Txp
ctg ψ, MxT, MyT, Mxy, MxT/MxP
STOP

6.5. Comentarea rezultatelor;concluzii

Programul Hybride 40oferă posibilitatea să se determine ... un set de date ce caracterizează dimensiunile geometrice ale secțiunii unei grinzi (h_i,g,b,t) precum și rezistența de curgere, respectiv coef.de majorare a rezistenței de curgere σ_c, K, valorile mărimilor M_xT, M_yT, M_{xy} și M_xT/M_xP pentru unghiuri de înclinare ($1-3o^o$) și diverse rapoarte ale valorilor TxT/Txp și TyT/TyP.

Transpunînd pe un sistem de axe de coordonate valorile Mxy/MyP; TxT/TxP (fig.6.5a) și Mxy/MxP, TyT/TyP (fig.6.5b) se constată că valorile Mxy scad cu creșterea valorilor TyT și TyT și anume că scăderea este mai accentuată în cazul valorilor TxT, deoarece forța tăietoare după x-x afectează capacitatea portantă a tălpilor - elementele care aduc contribuția principală la valoarea momentului Mx, respectiv MxT. Astfel reducerea lui Mxy este de cca 3o% pentru Tx = o,8 Txp și de 6% pentru Ty=o,8 TyP.

Se constată de asemenea o reducerea a valorilor Mxy cu creșterea unghiului φ , creșterea fiind proporțională cu tgφ. Astfel la o valoare a unghiului φ = 3o, valoarea momentul Mxy =o,15 Mxp pentru φ= 0^o. Această reducere masivă a lui Mxy se explică prin faptul că profilul testat este adecvat pentru preluarea acțiunilor după axa x-x fiind cu tălpi relativ înguste.

In(fig.66a) și (66b) se arată influența coeficientului de majorare a rezistenței de curgere K asupra valorilor Mxy, pentru diferite valori ale unghiului de înclinare a rezultantei acțiunilor exterioare φ și ale valorilor rapoartelor Tx/TxP și Ty/TyP. Se constată o creștere foarte importantă a valorilor Mxy cu creșterea coeficientului K. Astfel pentru φ = 1^o și Ty/TyP = o și Ty/TyP=o creșterea lui Mxy este cu 4o% pentru K=1,5 și cu 165% pentru K=3 în comparație cu valoarea lui MxT pentru K=1. Graficele atestă aceleași constatări privind scăderea valorii lui Mxy, cu creșterea unghiului φ , precum și cu creșterea raportului TyT/TyP și TxT/TxP.

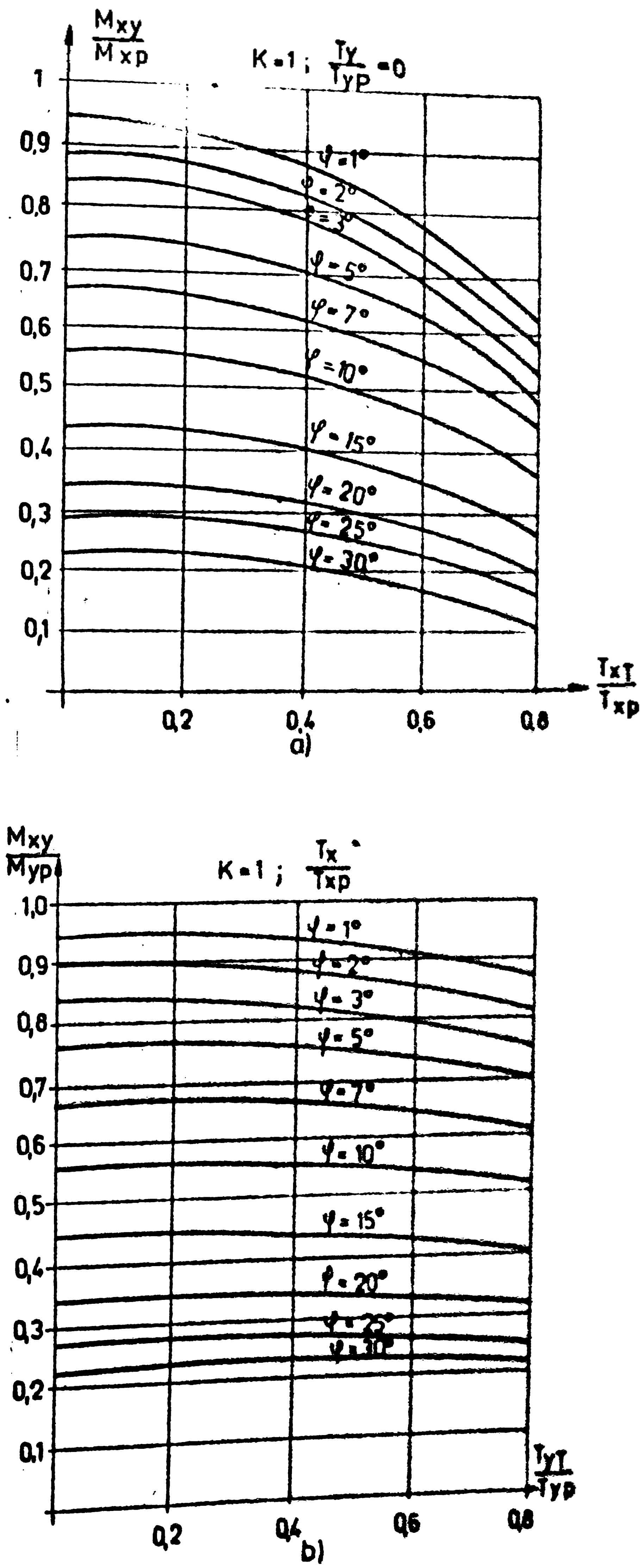

Mxy / Mxp
K = 1 ; Ty / TyP = 0
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
ψ = 1°
ψ = 2°
ψ = 3°
ψ = 5°
ψ = 7°
ψ = 10°
ψ = 15°
ψ = 20°
ψ = 25°
ψ = 30°
0,2
0,4
0,6
0,8
TxT / Txp
a)
Mxy / Myp
K = 1 ; Tx / Txp
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
ψ = 1°
ψ = 2°
ψ = 3°
ψ = 5°
ψ = 7°
ψ = 10°
ψ = 15°
ψ = 20°
ψ = 25°
ψ = 30°
0,2
0,4
0,6
0,8
TyT / Typ
b)

Fig. 6.5

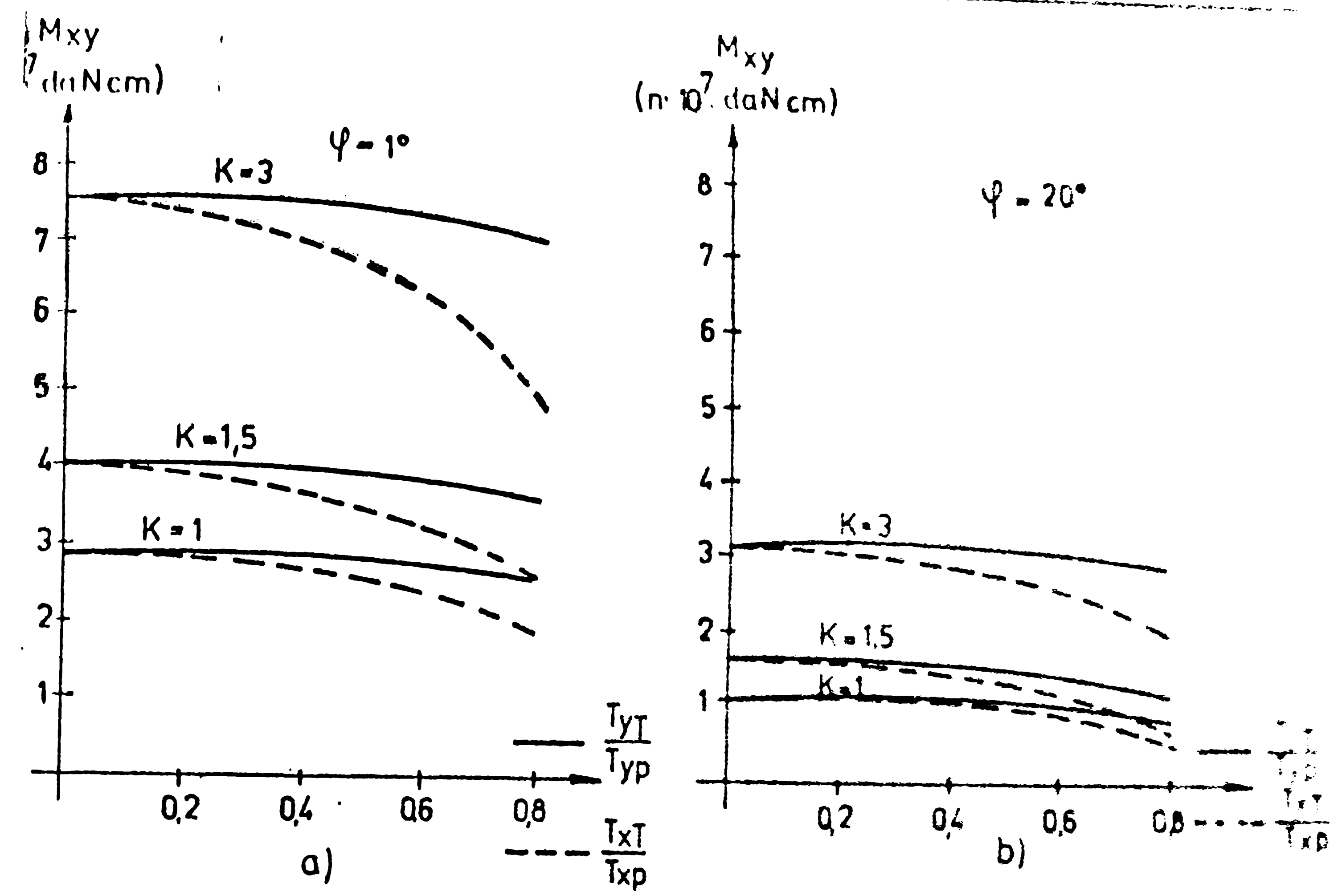


Fig 6.6

CAPITOLUL 7

COMPORTAREA SECTIUNILOR HIBRIDE LA ACTIUNEA SIMULTANA A MOMENTULUI DE INCOVOIERE, A FORTEI AXIALE SI A FORTEI TAIETOARE; RELATII DE INTERACTIUNE.

7.1. Generalități. Problema acțiunii simultane a celor trei solicitări este întîlnită curent în practică în special la elementele cadrelor; stîlpii și grinzile cadrelor sub încărcări obișnuite sînt solicitate simultan la M',N',T'.

Studii privind comportarea diverselor secțiuni la acțiunea simultană a celor trei solicitări s-au făcut în diverse ipoteze de distribuție a eforturilor de tăiere prezentate în capitolul (4.1).

Astfel pentru secțiuni dreptunghiulare omogene au fost făcute studii de Prager,Green,Horne, pentru secțiuni I omogene de către Klöppel, Yamada, Windels.

7.2. Stabilirea expresiei generale a condiţiei de curgere a secţiunilor hibride.

Luăm o secţiune oarecare hibridă, dublu simetrică solicitată la MNT, solicitări care lucrînd simultan conduc la curgerea întregii secţiuni, cum se prezintă în fig.7.1.

Starea de eforturi pe secţiune poate fi definită de următorii parametrii:

- dimensiunile geometrice ale secţiunii
- $\eta_1 h$, distanţa ce defineşte poziţia axei neutre plastice faţă de centrul de greutate al secţiunii.
- $2\eta_2 h$, mărimea ce defineşte extensiunea sîmburelui elastic.
- K raportul $\frac{\sigma_{CM}}{\sigma_{cm}}$

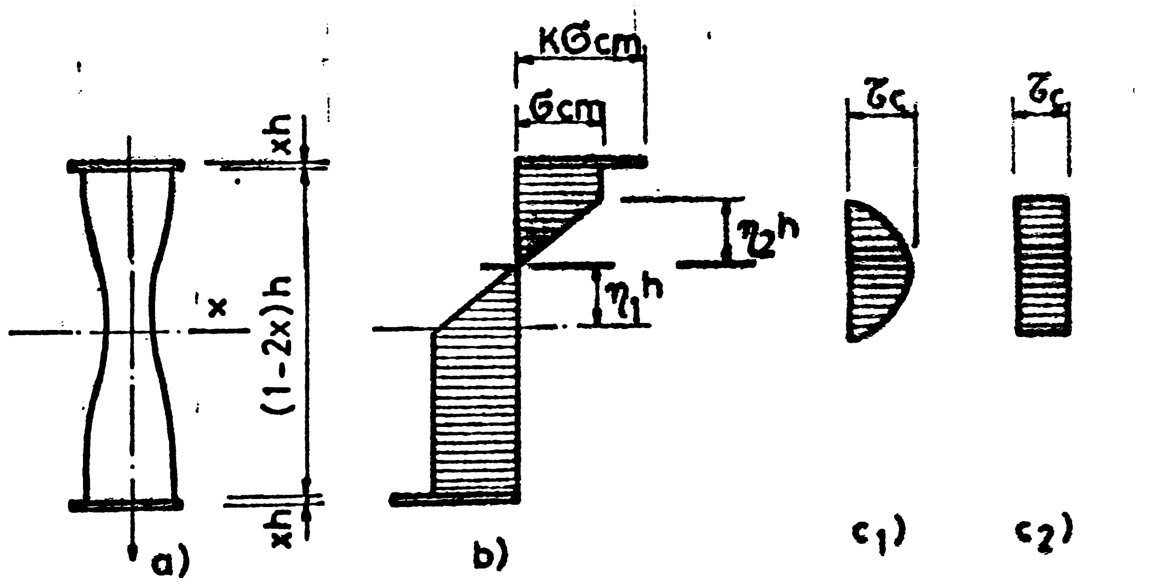


fig. 7.1

a) secţiunea hibridă dublu simetrică
b) distribuţia eforturilor normale σ
c_1, c_2) diverse posibilităţi privind distribuţia eforturilor τ

Expresiile analitice pentru M', N', T' se pot scrie sub forma:

$$N' = \sum\int_{-\eta_1 h}^{1/2h} k_i \sigma_i \cdot dA_{iy} - \sum\int_{-1/2h}^{-\eta_1 h} k \sigma_i \cdot dA_{iy}$$

$$M' = \sum\int_{-\eta_1 h}^{1/2h} k_i \sigma_i \cdot y \cdot dA_{iy} + \sum\int_{-1/2h}^{-\eta_1 h} k_i \sigma_i \cdot y \cdot dA_{iy} \qquad (7.1)$$

$$T' = \int_{(\eta_1-\eta_2)h}^{(\eta_1+\eta_2)h} \tau \, dA_{iy}$$

unde dA_i, K_i se referă la secțiunile cu σ_{cm} și $K = 1$, și σ_{cm} cu $K > 1$.

Dacă notăm cu N_o, M_o și T_o valorile fiecărei solicitări, în parte capabilă singură să plastifice secțiunea, acestea se pot exprima:

$$N_o = K\sigma_{cm} A_t + \sigma_{cm} A_i$$

$$M_o = A_{1t} K \sigma_{cm} h + \frac{g h_i^2}{4} \sigma_{cm} \qquad (7.2)$$

$$T_o = \frac{\sigma_{cm}}{3} A_i$$

Integrînd ecuațiile (7.1), folosind expresiile (7.2) și eliminînd parametrii η_1, η_2 se obține ecuația condiției de curgere sub forma generală:

$$u\left(\frac{M'}{M_o}\right)^2 + v\left(\frac{N'}{N_o}\right)^2 + w\left(\frac{T'}{T_o}\right)^2 = 1 \qquad (7.3)$$

unde coeficienții u, v, w sînt constanți și depind de raportul mărimilor η_1, η_2 care în fond caracterizează raportul mărimilor M', N', T'.

Condițiile de curgere exprimate prin ecuații de tipul (7.3) și reprezentate într-un sistem de coordonate $\frac{M}{M_o}, \frac{N}{N_o}, \frac{T}{T_o}$ conduc la o suprafață denumită "poliedul de curgere".

Mărimile η_1, η_2 care definesc anumite rapoarturi între mărimile M, N, T, putînd lua o multitudine de valori, definesc tot atîtea cazuri ale condiției de curgere; în situația cînd acestea iau valori particulare, acestea conduc la cazuri particulare ale curgerii, care reprezintă curbe particulare pe suprafața poliedului de curgere, fiind cazuri particulare ale expresiei (7.3).

Proiecțiile curbelor de pe suprafața poliedului de curgere pe cele trei plane de referință, reprezintă cazuri particulare cînd una din mărimile M, N, T este nulă.

7.3. Concepții privind definirea capacității portante a grinzilor hibride solicitate la M', N', T'.

Asemănător cu concepțiile expuse în capitolul 4.2 pentru grinzile hibride solicitate la $M'T'$ și aici vom deosebi două moduri în definirea capacității portante:

a. Concepția plasticizării tuturor elementelor componente a unei grinzi hibride, stabilindu-se r[illegible] [illegible]ri-le M,N,T care conduc la plasti[illegible] [illegible]țiuni. Grinda își pierde capacitatea portantă, capotează cînd toate elementele sale se plasticizează complet.

b) Concepția după care capotarea unei grinzi se poate produce cînd numai unele din elementele grinzii ating și epuizează capacitatea sa portantă.

In continuare sînt prezentate studii privind capacitatea portantă a grinzilor hibride solicitate la M,N,T în cele două concepții.

Studiul se conduce sub forma analitică pentru concepția de la 7.3.a și sub forma de integrare numerică a ecuațiilor (2.2) pentru concepția de la 7.3b.

Pentru studiul concret al unor grinzi hibride s-au alcătuit programele de calcul denumite HYBRIDE.

7.4. Comportarea unei secțiuni hibride I la acțiunea simultană a lui M,N,T; relații de interacțiune; studiul analitic în conceptul plasticizării tuturor elementelor secțiunii.

Considerăm solicitărilor M,N,T pe secțiune, care acționînd simultan produc plasticizarea întregii secțiuni.

Se acceptă o distribuție simplificată a efortului τ pe secțiune , conform ipotezei lui Dutton și Heyman (fig.4.1c) constantă pe înălțimea inimii. Efortul normal disponibil în zona inimii devine conform ipotezei lui Huber-Mises

$$\sigma_s = \sqrt{\sigma_{cm}^2 - 3\tau'^2} \quad \text{sau} \quad \sigma_s = \sigma_{cm}\cdot\sqrt{1 - \frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}}$$

Dacă notăm cu: $\xi = \dfrac{A_{1t}}{A}$ obținem

$$A_{1t} = \xi A \; ; \quad A_i = (1-2\xi)\, A \tag{7.4}$$

Determinăm M_o, N_o, T_o, mărimile secționale care plasticizează fiecare în parte secțiunea:

$$M_o = A_{1t}\, K.\sigma_{cm}.h + \frac{gh_i^2}{4}\sigma_{cm} = \sigma_{cm} h\left(A_{1t}.K + \frac{A_i}{4}\right)$$

Inlocuind A_{1t}, A_i conform (7.4)

$$M_o = \sigma_{cm} h\left[\xi KA + \frac{(1-2\xi)}{4} A\right] = \frac{\sigma_{cm} hA}{4}(1+4K\xi - 2\xi) \tag{7.5}$$

$$N_o = K\sigma_{cm} \cdot A_t + \sigma_{cm} A_i = \sigma_{cm} \left[2\xi AK + (1 - 2\xi) A \right]$$

$$N_o = \sigma_{cm} A \, (2\xi K - 2\xi + 1) \qquad (7.6)$$

$$T_o = \frac{\sigma_{cm} A}{\sqrt{3}} \, (1 - 2\xi) \qquad (7.7)$$

In funcţie de raportul mărimilor M,N,T pot apare două cazuri distincte.

1. Cazul în care axa neutră plastică rămîne în domeniul inimii.

2. Cazul în care axa neutră plastică intră în talpă.

7.4.1. Cazul 1. Axa neutră plastică se află în domeniul inimii; cazul este definit de parametrii

$$0 \leq \tau \leq \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} \quad ; \quad 0 \leq \eta_1 \leq \frac{1}{2} \quad ; \eta_2 = 1$$

$\eta_1 h$ - defineşte porţiunea de inima plasticizată de forţa axială;

$\eta_2 \sigma_{cM}$ - defineşte porţiunea din talpa plasticizată de moment.

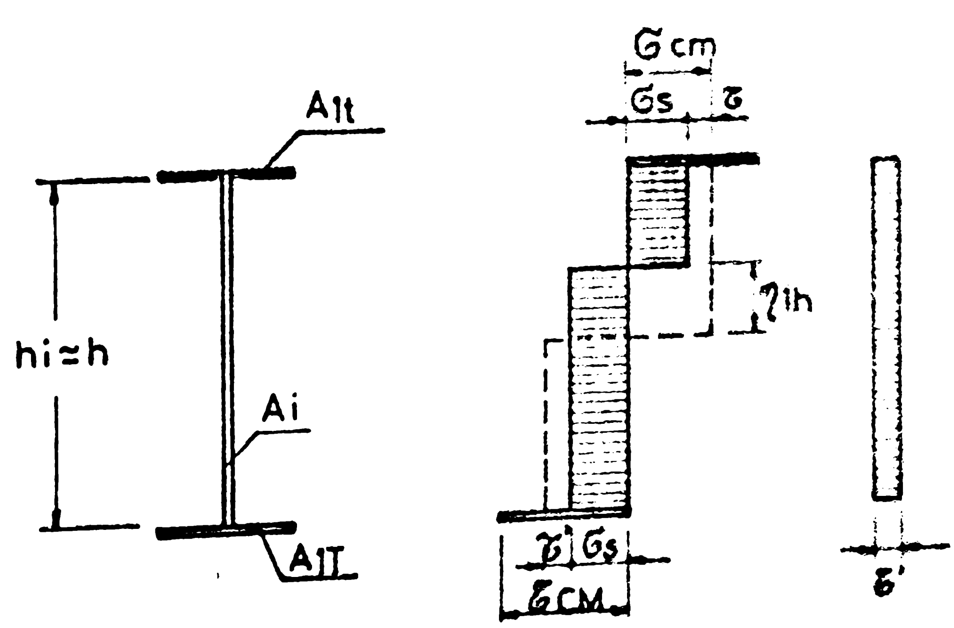


fig. 7.2

$$M' = K\sigma_{cm} A_{1t} \cdot h + \sigma_{cm} \frac{\varepsilon h^2}{4} \sqrt{1 - \frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}} - \sigma_{cm}(\eta_1 h)^2 \varepsilon \sqrt{1 - \frac{\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}}$$

Folosind relaţiile (7.4)

$$M' = K\sigma_{cm}\xi A h + (\sigma_{cm} \cdot \frac{\varepsilon h}{4} \cdot h - \sigma_{cm}\eta_1^2 \cdot \varepsilon h^2)\sqrt{1 - \frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}}$$

$$M' = \sigma_{cm} Ah\left[\xi K + (1-2\xi)\left(\frac{1}{4} - \eta_1^2\right)\sqrt{1 - \frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}}\right] \quad (7.8)$$

$$N' = 2\sigma_{cm} A_i(-2\xi + 1)\eta_1\left(1 - \frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}\right)^{1/2}$$

$$N' = 2\sigma_{cm} A(1-2\xi)\eta_1\sqrt{1 - \frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}} \quad (7.9)$$

$$T' = A(1-2\xi)\tau' \quad (7.10)$$

Exprimăm valori raportate:

$$m = \frac{M'}{M_o}; \quad n = \frac{N'}{N_o}; \quad q = \frac{T'}{T}$$

$$m = \frac{\sigma_{cm} \cdot A\, h\left[K\xi + (1-2\xi)\left(\frac{1}{4} - \eta_1^2\right)\sqrt{1 - 3\frac{\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}}\right]}{\frac{\sigma_{cm} A\, h}{4}(1 + 4K\xi - 2\xi)}$$

Adunăm şi scădem la numărător expresia $(1-2\xi)$

$$m = \frac{4K\xi + (1-2\xi)(1-4\eta_1^2)\sqrt{1 - \frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}} + (1-2\xi) - (1-2\xi)}{1+4K\xi - 2\xi}$$

$$m = 1 - \frac{(1-2\xi)\left[1 - (1-4\eta_1^2)\sqrt{1 - \frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}}\right]}{1+4K\xi - 2\xi} \quad (7.11)$$

$$n = \frac{2\eta_1(1-2\xi)A\sqrt{1 - \frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}}}{A(2\xi K - 2\xi + 1)} \quad (7.12)$$

$$q = \frac{A(1-2\xi)\tau'}{\frac{\sigma_{cm} A}{\sqrt{3}}(1-2\xi)} = \frac{\sqrt{3}\,\tau'}{\sigma_{cm}} \quad (7.12)$$

Restrîngem cele trei ecuaţii, eliminînd parametrul η_1: explicităm η_1 din (7.12) şi q^2 din (7.13) şi le introducem în (7.11)

Din (7.12) $$4\eta_1^2 = \frac{n^2(2K\xi - 2\xi + 1)^2}{(1-2\xi)^2(\sqrt{1-q^2})^2}$$

Din (7.13) $q^2 = \frac{3\tau^2}{\sigma_{cm}^2}$

$$(m-1)(1+4K\xi - 2\xi) = (1-2\xi)\left[1-(1-4\eta_1^2)\sqrt{1-q}\right]$$

După transformări succesive se obține expresia poliedrului de curgere în m,n,q

$$\frac{(m-1)(1+4K\xi-2\xi)}{1-2\xi} + \frac{n^2(2K\xi-2\xi+1)^2}{(1-2\xi)^2\sqrt{1-q^2}} - \sqrt{1-q^2}+1 = 0 \qquad (7.14)$$

Relația (7.14) este valabilă în domeniul $0 < \eta_1 \leq \frac{1}{2}$; introdusă la limită $n_1 = \frac{1}{2}$ în relația (7-12) obținem:

$$n = \frac{(1-2\xi)\sqrt{1-q^2}}{2K\xi - 2\xi + 1} \qquad (7.15)$$

7.4.2. Cazul 2. Axa neutră plastică se află în talpă:

Cazul este definit de parametri: $0 \leq \tau \leq \frac{\sigma_{cm}}{\sqrt{3}}$; $-1 < \eta_2 \leq 1$

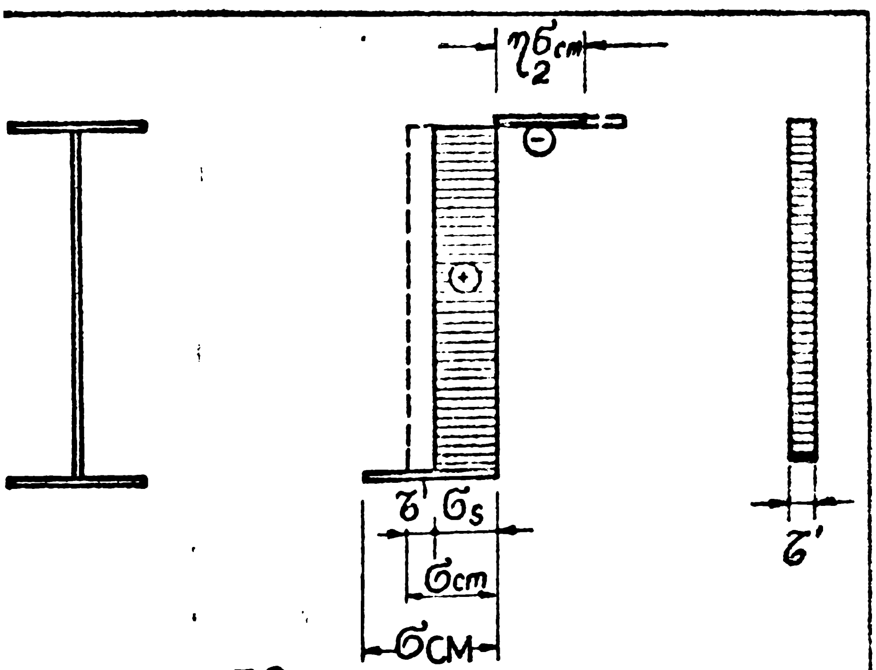


fig. 7.3

$$M' = K\sigma_{cm}\xi A\frac{h}{2} + K\eta_2\sigma_{cm}\xi A\frac{h}{2} = K\sigma_{cm}hA(1+\eta_2)\frac{\xi}{2} \qquad (7.16)$$

$$N' = K\sigma_{cm}\xi A - K\eta_2\sigma_{cm}\xi A + \sigma_{cm}A(1-2\xi)\sqrt{1-\frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}}}$$

$$N' = \sigma_{cm}A\left[(1-\eta_2)K\xi + (1-2\xi)\sqrt{1-\frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}}\right] \qquad (7.17)$$

$$T' = A(1-2\xi)\tau'$$

Exprimăm valori raportate m,n,q

$$m = \frac{M'}{M_o} = \frac{K\sigma_{cm} h\ A(1+\eta_2)\frac{\xi}{2}}{\frac{\sigma_{cm} hA}{4}(1+4K\xi-2\xi)} = \frac{2K(\ldots}{1+4\ldots\xi} \quad (7.\ldots)$$

$$n = \frac{N'}{N_o} = \frac{\sigma_{cm} A\left[(1-\eta_2)K\xi+(1-2\xi)\sqrt{1-3\tau'^2\ldots}\right.}{\sigma_{cm} A\ (2K\xi-2\xi+1)}$$

$$n = \frac{(1-\eta_2)K\xi+(1-2\xi)\sqrt{1-\frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}}}}{2K\xi-2\xi+1} \quad (7.19)$$

$$q = \frac{T'}{T_o} = \frac{A(1-2\xi)\tau'}{\frac{\sigma_{cm}A}{\sqrt{3}}(1-2\xi)} = \frac{\sqrt{3}\,\tau'}{\sigma_{cm}} \quad (7.2o)$$

Restrîngem cele trei ecuaţii (7.18),(7.19),(7.2o), eliminînd parametrul η_2; explicităm q^2 din (7.2o) şi η_2 din (7.19) şi le introducem în (7.18).

Din (7.2o) $\quad q^2 = \frac{3\tau'^2}{\sigma_{cm}^2}$

Din (7.19) $\quad (1-\eta_2) = \frac{n(2K\xi-2\xi+1)-(1-2\xi)\sqrt{1-q^2}}{K\xi}$

$$m(1+4K\xi-2\xi)+2n(2K\xi-2\xi+1)-2(1-2\xi)\sqrt{1-q^2}-4K\xi = o \quad (7.21)$$

Relaţia(7-21)defineşte condiţia de curgere şi într-un sistem de coordonate, m,n,q reprezintă aşa numitul "poliedul de curgere".

Introducă limită inferioară de valabilitate a domeniului $\eta_2 = 1$ în expresia (7.19) se obţine valoarea limită lui "n"

$$n = \frac{(1-2\xi)\sqrt{1-q^2}}{2K\xi-2\xi+1}$$

obţinută identică cu cea din cazul 1 pentru limită superioară (7.15)

7.4.3. Intocmirea programului HYBRIDE "2"

Pentru a transpune într-o reprezentare plană ecuaţiile poliedului de curgere (7.14) şi (7.21) impunem drept parametrii curenţi m, n iar pentru parametrul q - dăm valori discrete $q_1, q_2 \ldots q_o$; vom obţine pentru fiecare caz concret cîte o curbă reprezentată în planul de coordonate m,n.

Explicităm parametrul "m" din ecuațiile (7.14) și (7.21)

Pentru cazul 1: axa neutră plastică situată în domeniul inimii cu ecuația (7.14).

$$m = \frac{1}{1+4K\xi - 2\xi}\left[(1-2\xi)\left(\sqrt{1-q^2}-1\right) - \frac{n^2(2K\xi - 2\xi + 1)^2}{(1-2\xi)\sqrt{1-q^2}} + 1\right] \quad (7.22)$$

Pentru cazul 2: axa neutră plastică situată în domeniul unei tălpi cu ecuația (7.21).

$$m = \frac{1}{1+4K\xi - 2\xi}\left[4K\xi + 2(1-2\xi)\sqrt{1-q^2} - 2n(2K\xi - 2\xi + 1)\right] \quad (7.23)$$

Limita ce desparte domeniul de valabilitate a celor două curbe este definită de relația (7.15) după cum urmează:

pentru $0 < n < \dfrac{(1-2\xi)\sqrt{1-q^2}}{2K\xi - 2\xi + 1}$, valabilă ec (7.22)

pentru $n > \dfrac{(1-2\xi)\sqrt{1-q^2}}{2K\xi - 2\xi + 1}$ valabilă ec(7.23)

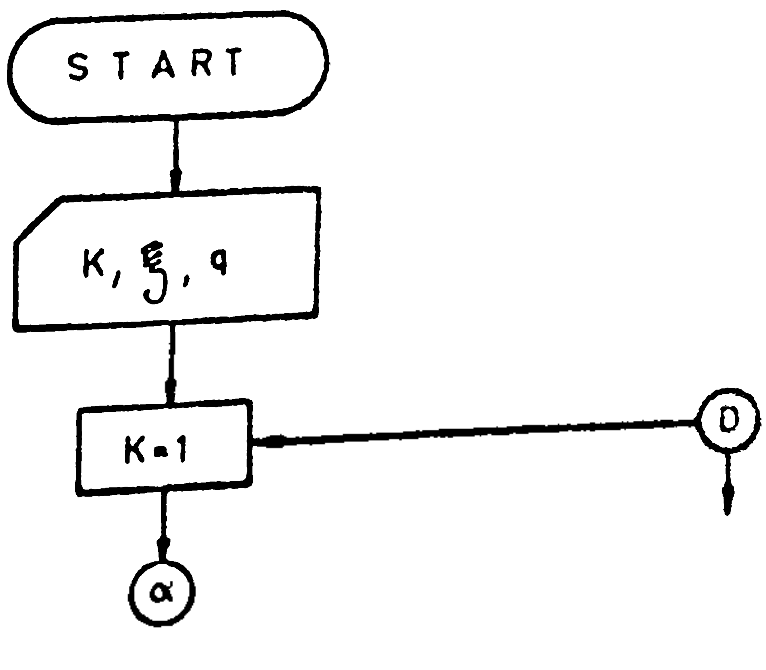
Pentru simplificarea scrierii introducem următoarele notații:

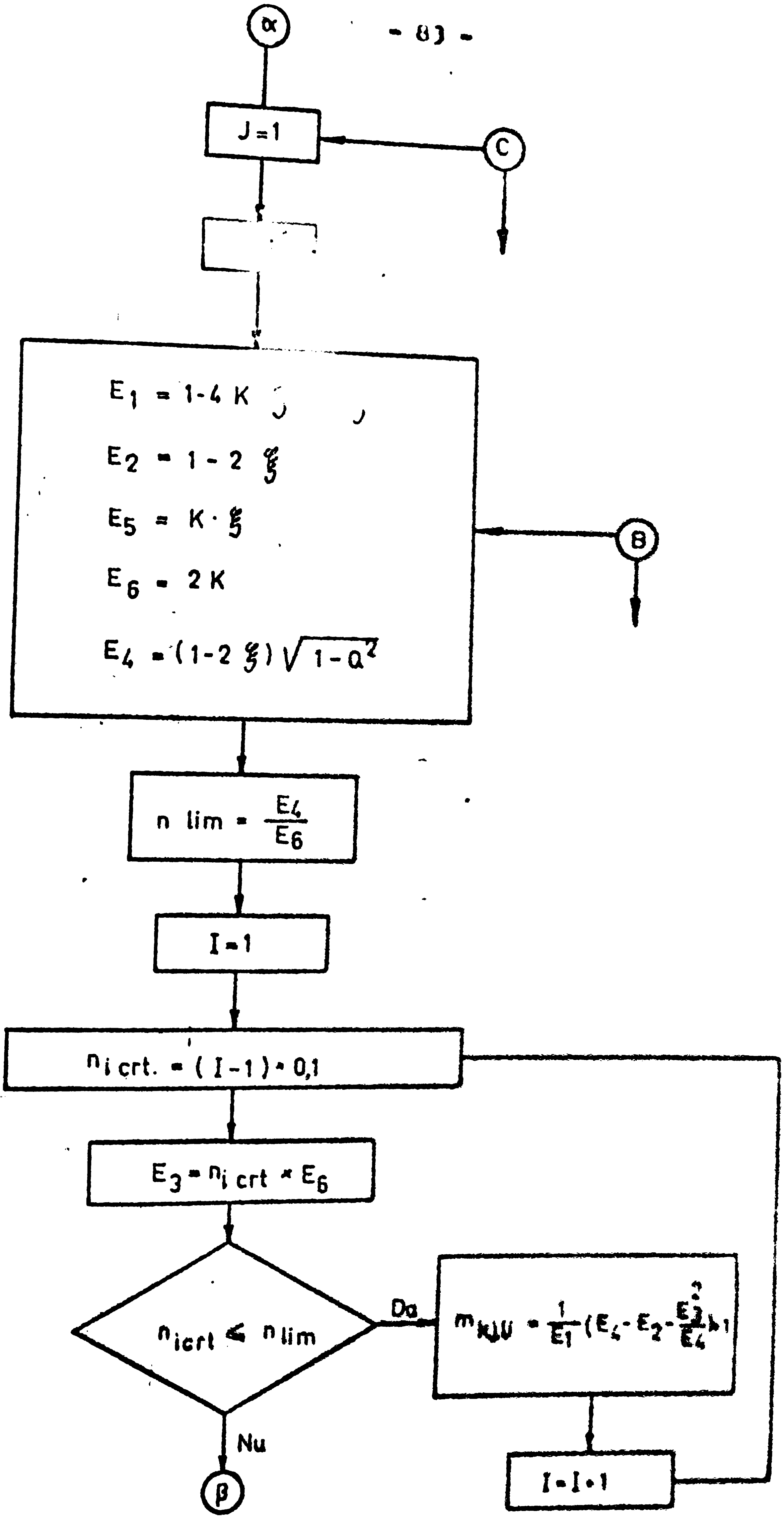
$E_1 = 1+4K\xi - 2\xi$; $E_5 = K\xi$

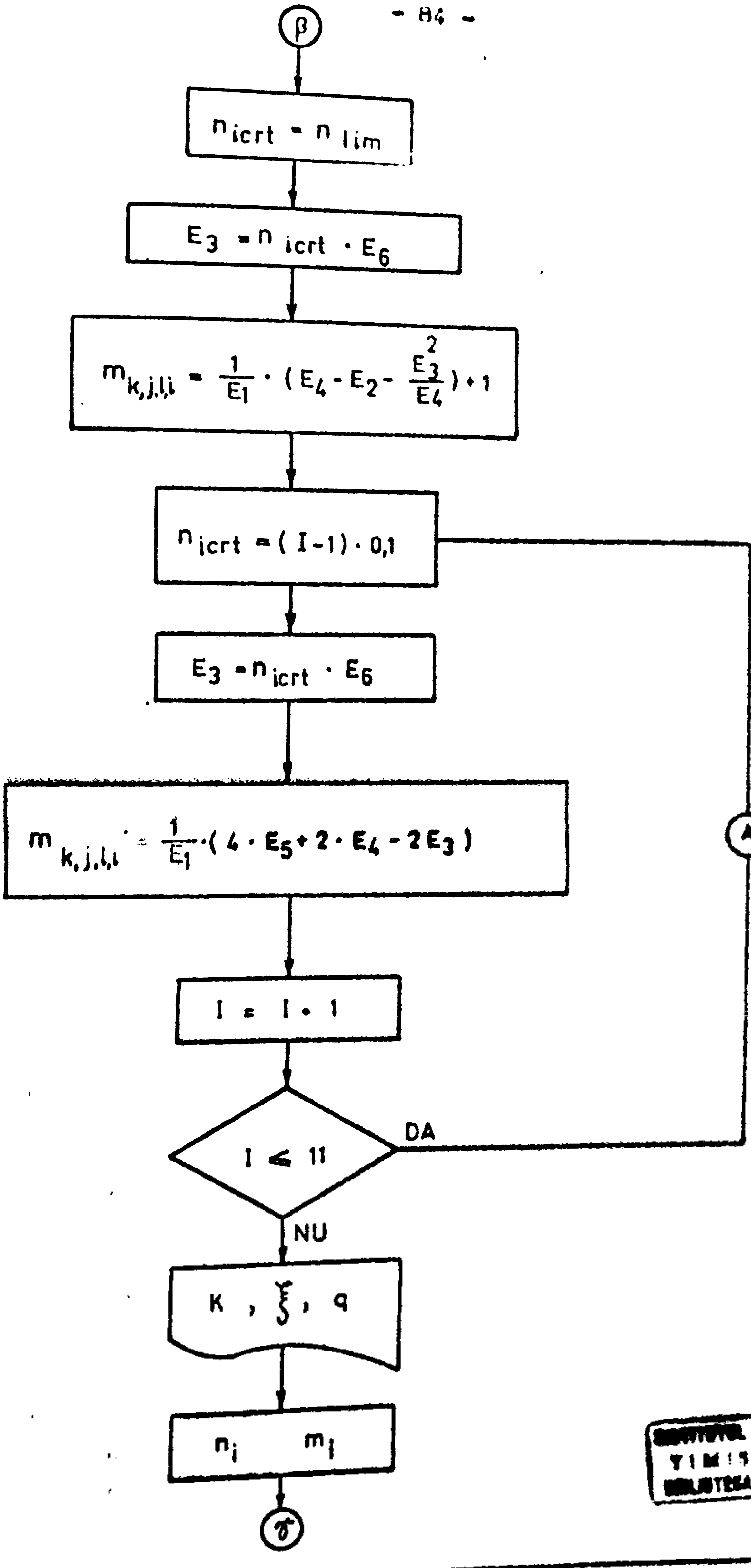
$E_2 = 1-2\xi$; $E_6 = 2K\xi - 2\xi + 1 = 2E_5 + E_2$

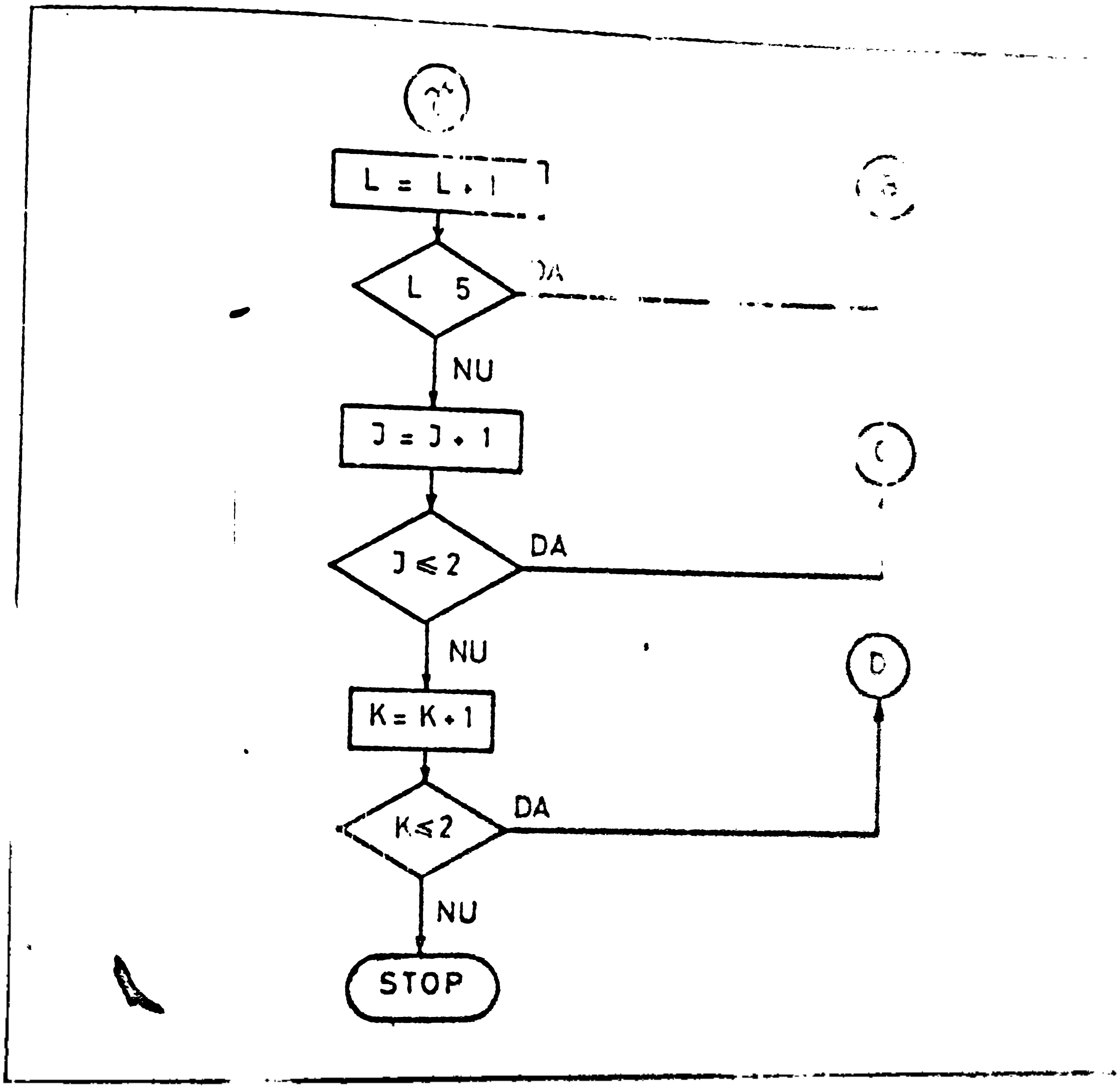
$E_4 = (1-2\xi)\sqrt{1-q^2}$; $E_3 = nE_6 = n(2K\xi - 2\xi + 1)$

7.4.4. Schema logică a programului "HYBRIDE 2"




α
J = 1
C
E1 = 1-4 K
E2 = 1 - 2 ξ
E5 = K · ξ
E6 = 2 K
E4 = (1-2 ξ) √(1-a²)
B
n lim = E4 / E6
I = 1
n i crt. = (I - 1) · 0,1
E3 = n i crt × E6
n icrt ≤ n lim
Da
Nu
β
I = I + 1


β
$n_{icrt} = n_{lim}$
$E_3 = n_{icrt} \cdot E_6$
$m_{k,j,l,i} = \frac{1}{E_1} \cdot (E_4 - E_2 - \frac{E_3^2}{E_4}) + 1$
$n_{icrt} = (I-1) \cdot 0,1$
$E_3 = n_{icrt} \cdot E_6$
$m_{k,j,l,i} = \frac{1}{E_1} \cdot (4 \cdot E_5 + 2 \cdot E_4 - 2E_3)$
A
$I = I + 1$
$I \leq 11$
DA
NU
K , ξ , q
n_i m_i
γ



S-au folosit următoarele notaţii şi valori pentru parametri:

parametrul K	-	notaţia K	-	valori:	1,5; 2,5
" ς	-	" J	-	"	o,25;o,4o
" q	-	" ℓ	-	"	o,2;o,4;o,8;o,99

7.4.5. Rezultatele obţinute prin programul "HYBRIDE 2"; interpretarea rezultatelor.

S-au calculat patru seturi de valori. Rezultatele s-au transpus pe patru grafice în fig.7.4 a,b,c,d.

Fiecare curbă corespunde unei valori discrete K, ς, q, variindu-se în ordine q, ς, K.

Graficele sînt direct operante, astfel pentru cazul din fig.7.4a (ς = o,25o; K= 1,5o) pentru n=o,4 şi q= o,8 rezult m = o,7 - adică: prin consumarea a 40% din capacitatea secţiu la forțe axială N_o - și a 80% - din ce ... tea a ... li la ța tăietoare T_o secțiunea e capabilă s. ... 7% d... ea la momentul M_o.

Bineînțeles - diagramele ... ot ... și ... marea a 70% din M_o și a 40% din N_o - secțiunea poate ... din T_o.

Programul permite variația parametrilor ξ, K, ... după sitate, realizîndu-se ... corespunzătoare de curbe.

Considerații asupra rezultatelor:

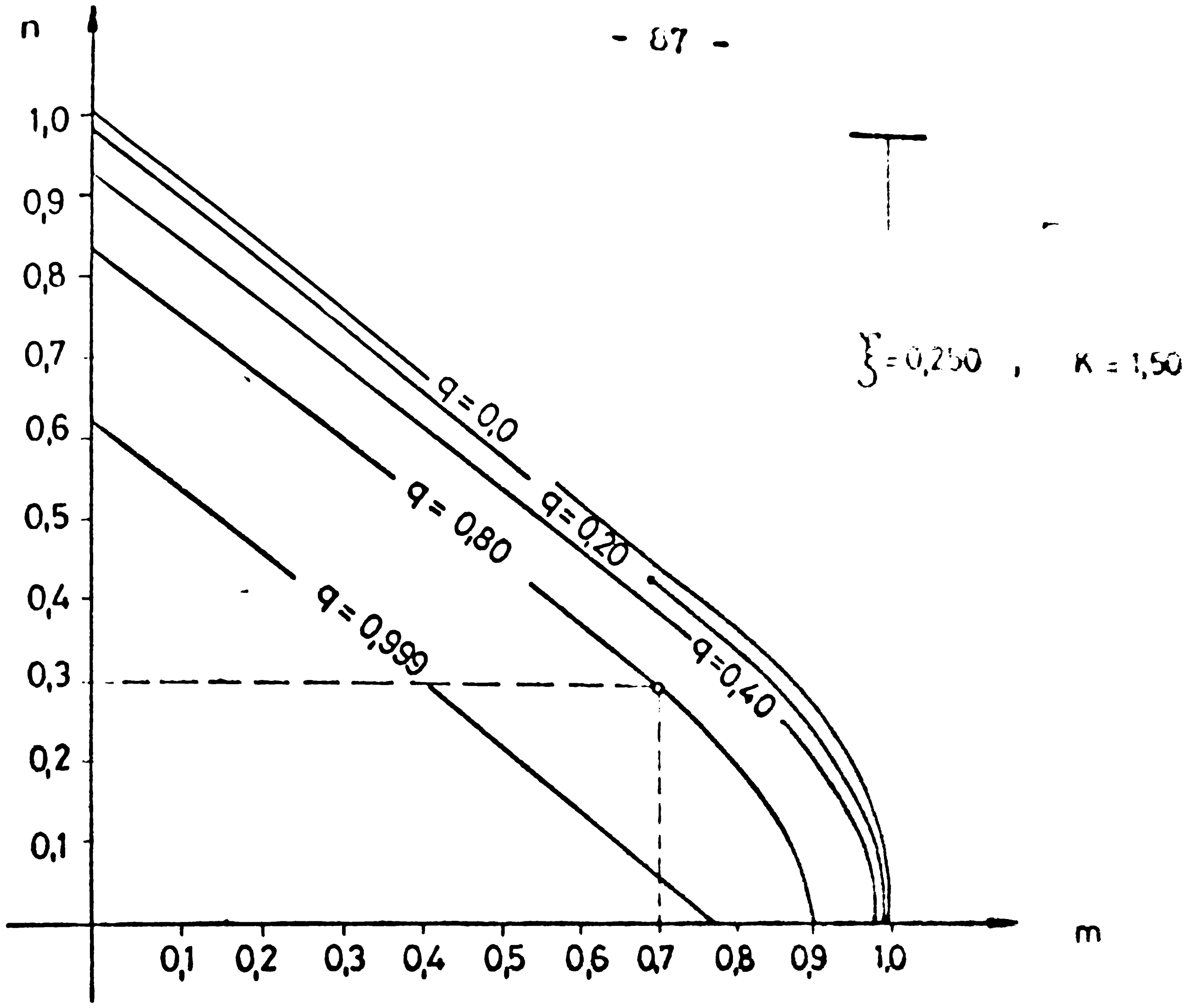
Prin variația parametrului de distribuție a materialului secțiunea ξ = ... de ... = 0,25 setul a (cazul secțiunii A A_{2t}) la ξ = 0,40 (cazul secțiunii A_{2t} = 0,8A) și K 1,5(co... Constatăm: în setul a de ex.pentru n_a=0,5; q_a=0,999 rezultă m_a=0,15; în setul b pentru aceleași n_b=0,5; q_b=0,999 rezultă m_b=0,4. Această capacitate sporită a setului b prin capacitatea sa la solicitarea M rezultă din ponderea sporită a ariei tălpi pe secțiunea hibridă, tălpile fiind elementele care aduc ... mare contribuție la valoarea momentului capabil al secțiunii. Aceiași observație pentru seturi c și d fig.7.4c și 7.4.d, pentru n_c = 0,5; q_c=0,999 rezultă m_c=0,18 iar pentru n_d=0,5; q_d=... rezultă m_d = 0,42.

Prin variația parametrului K = $\frac{\sigma_c}{\sigma_c}$ setul a, K=1,5. fig. 7.4.a la setul C;K=2,5 și ξ = constant - se constată în set a de ex.pentru valorile n_a = 0,5; q_a = 0,999 rezultă m_a=... - setul b pentru n_b =0,5 ; q_b = 0,999 rezultă m_b = 0,28, ... rezultă dinsporul adus la valoarea capacității pentru ... oțelul din tălpi cu rezistențe sporite pentru setul C.

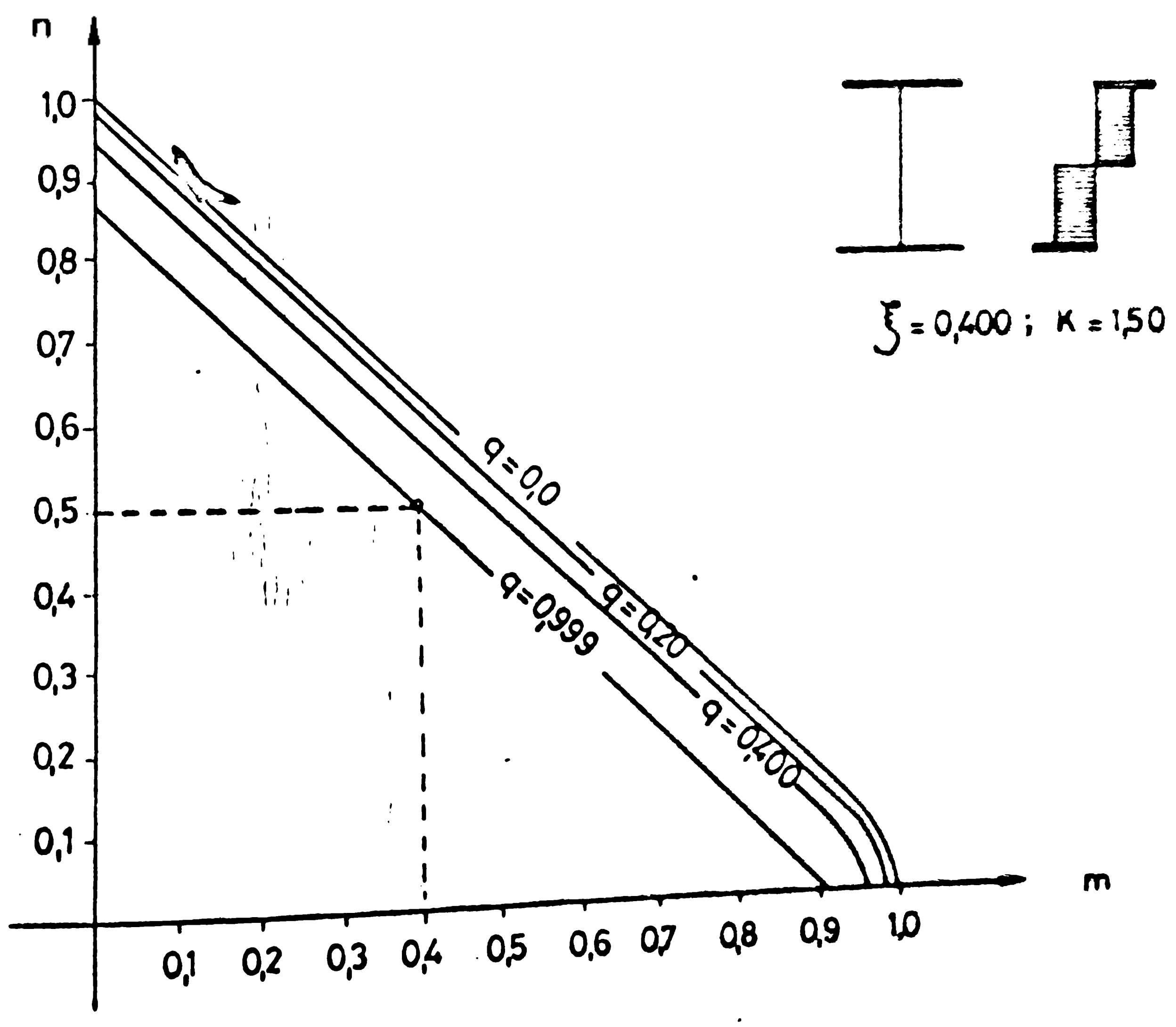
Se constată că în zona forțelor axiale importante curbele din (fig.7.4) devin liniare. Aceasta se datorește ... zența forțelor axiale importante corespunde cazului - în ... neutră plastică intră în zona tălpilor - cu expresia (7.3) - valoarea m este lineară cu n.

Se constată de asemenea că prin variația coeficientului ξ de la 0,250 - la 0,400 - curbele m n corespunzătoare pentru valorile q = 0,0;0,2;0,4;0,8;0,999 se îndesesc.

Se explică - prin faptul că prin creșterea coeficientului ξ = 0,40, contribuția ariei inimii care definește ...

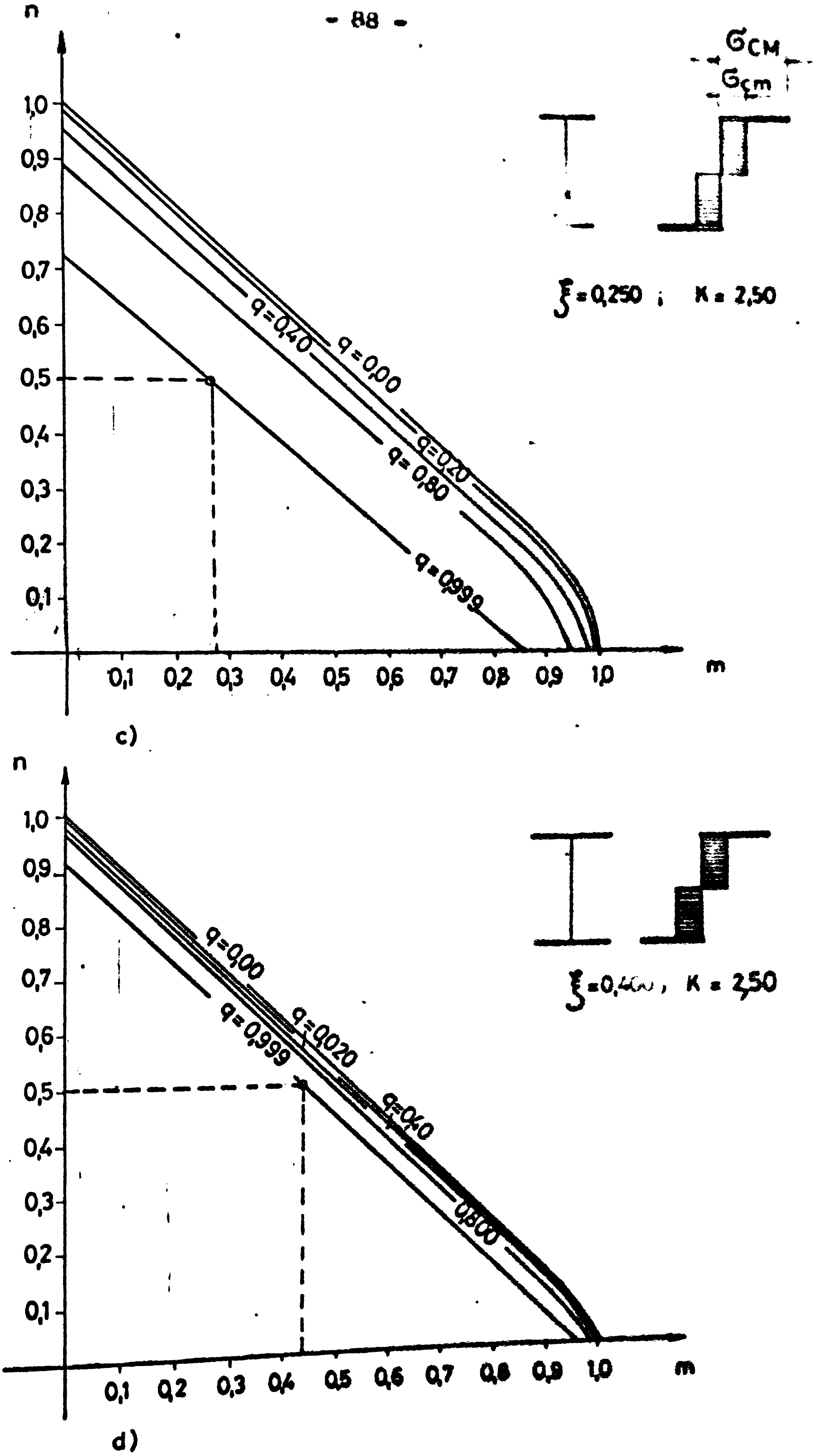

n
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
q = 0,0
q = 0,20
q = 0,40
q = 0,80
q = 0,999
ξ = 0,250 , K = 1,50
m
0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1,0

a)


n
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
q = 0,0
q = 0,20
q = 0,400
q = 0,999
ξ = 0,400 ; K = 1,50
m
0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1,0

b)

Fig 7.4


n
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1,0
m
q=0,00
q=0,20
q=0,40
q=0,80
q=0,999
σ_{CM}
σ_{cm}
ξ=0,250 ; K = 2,50
c)
n
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1,0
m
q=0,00
q=0,020
q=0,40
q=0,800
q=0,999
K = 2,50
d)

„Fig 7.4"

secţiunii privind solicitarea T, scade la 20% din secţiunea hibridă, astfel că variaţia parametrului q - influenţează mai puţin asupra valorilor cel... ite solicitări m,n.

7.5. Comportarea unei secţiuni hibride I la acţiunea simultană a solicitărilor M,N,T; studiul prin integrarea numerică a diagramelor de eforturi în concepţia respectării principiilor, legilor, ipotezelor din cap.2, în domeniul elasto-plastic.

7.5.1. Generalităţi. Integrarea analitică a ecuaţiilor,7.1 conduce la soluţii greoaie, complicate şi practic inoperante.Studiul analitic efectuat asupra grinzilor I omogene de către Klöppel şi Yamada a condus la obţinerea unor relaţii extrem de complicate, diferite pentru cele şase domenii distincte şi cele treisprezece zone, în care se subîmpart domeniile. Pentru grinzi hibride problema se complică şi mai mult atît ca aspect analitic cît şi ca numărul domeniilor şi a zonelor.

Acceptînd starea de eforturi definită prin schema din fig. 7.1b pentru efortul normal σ şi conform fig. 7.1 C.1 pentru efortul de tăiere τ, această poate fi definitivă prin cei doi parametri η_1, η_2(cap.7.2) sub forma unei funcţii $f(\eta_1 \cdot \eta_2) = o$; mulţimea valorilor $\eta_1 \eta_2$, care satisfac funcţia $f(\eta_1 \cdot \eta_2)$ determină un domeniu al stării de eforturi ce conduce la plasticizarea secţiunii în conceptul enunţat în titlu. Calculînd valorile M,N,T pentru o condiţie determinată de funcţia $f(\eta_1 \cdot \eta_2) = o$, şi raportîndu-le la valorile M_o, N_o, T_o(cap.7.2) se obţin mărimi adimensionale;transpuse pe un sistem de axe triaxial $\frac{M}{M_o}$; $\frac{N}{N_o}$; $\frac{T}{T_o}$ acestea reprezintă puncte pe o curbă în spaţiu, situată pe un poliedru de curgere. Practic se pot obţine o infinitate de curbe, care ar defini complet starea de eforturi a unei secţiuni I hibride.

S-au selectat şi trasat numai curbele caracteristice, definite prin relaţii particulare a celor doi parametri, obţinîndu-se 11 curbe, care definesc destul de complet starea de eforturi care conduc la plasticizarea secţiunii pentru totalitatea solicitărilor M,N,T. De ex.: $\eta_1 = o$ curba C_1 ; $\eta_1 + \eta_2 = \frac{1}{2}$ - curba C_4 etc.

Intocmirea programului pentru calculul numeric a ec.7.1 s-a bazat pe observaţia că pentru o condiţie dată de $f(\eta_1 \cdot \eta_2) = o$, dreapta care defineşte stările de eforturi pentru σ în zona sîmburelui elastic, se rotește în jurul unui punct fix. Definind coordonatele punctului fix, putem reproduce toate stările de eforturi date de funcția $f(\eta_1,\eta_2) = 0$, printr-o simplă rotire a dreptei în jurul lui.

Prezentăm spre exemplificare curba C_3, definindu-se punctul fix de coordonate $(-\sigma_{cm};\ \frac{h}{2} - t)$ cu funcția $f(\eta_1, \eta_2) = 0$;
$\eta_1 + \eta_2 = \frac{1}{2} - \chi$ (fig.7.5)

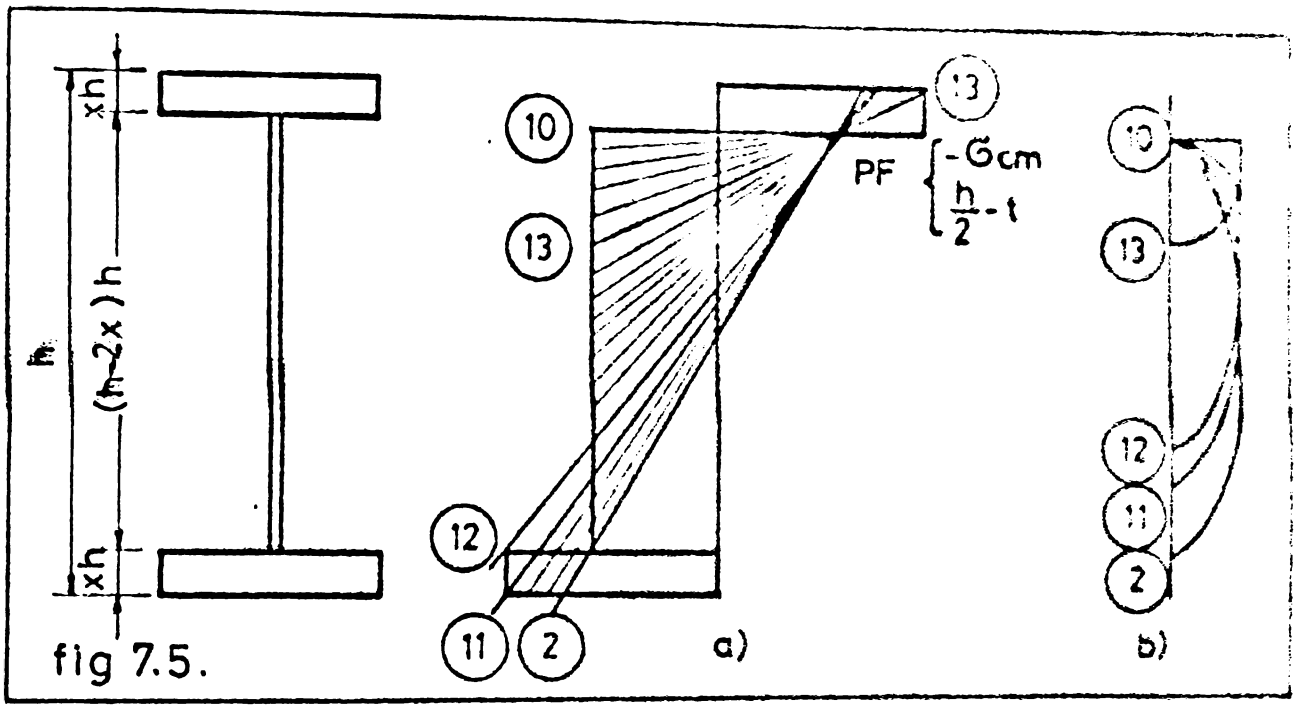


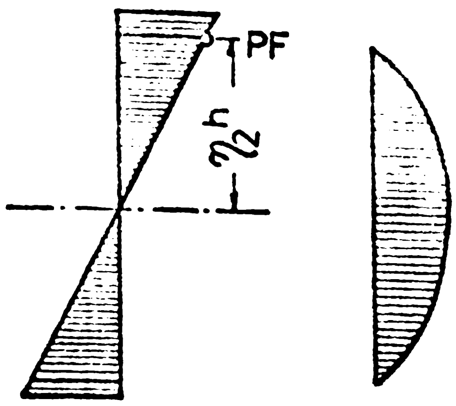
fig 7.5.

Se vede din fig.7.5 că prin rotirea dreptei ce definește starea de eforturi în zona elastică cu punct fix în $(-\sigma_{cm};$ $\frac{h}{2} - t)$ este parcurs un domeniu al stării de eforturi caracterizat prin plasticizarea în punctul fix din eforturi σ din moment, iar pe domeniul sîmburelui elastic din σ, plasticizarea are loc prin compunerea ef. σ și τ . In fig.7.6 sînt reprezentate stările de eforturi pentru punctele caracteristice 2,11, 12,13,10 pentru care s-au calculat parametrii η_1. η_2. In cap. 7.53(fig.7.13) este reprezentată curba C_3 cu punctele respective calculate pentru un exemplu concret.

7.5.2. Programul Hybride.

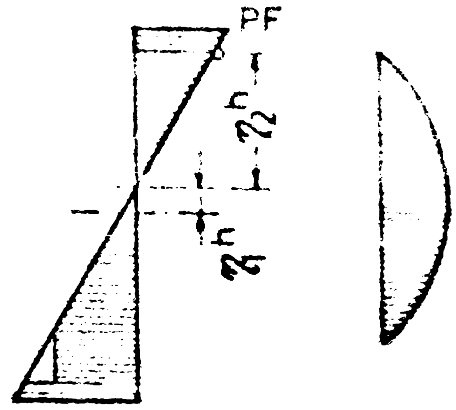
Programul urmărește calcularea unei mulțimi de valori M; N',T' care acționînd simultan conduc la plasticizarea secțiunii. Cele 11 curbe enunțate în cap.7.51 reprezintă anumite cazuri particulare, sistematizează calculul, conducîndu-l pe 11 domenii definite prin coordonatele "punctului fix" și prin ecuația

PUNCTUL (2)



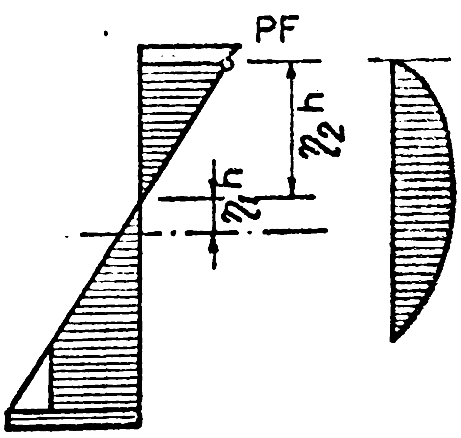
$$\begin{cases} \eta_2 = \frac{1}{2} - \varkappa \\ \eta_1 = 0 \end{cases}$$

PUNCTUL (11)



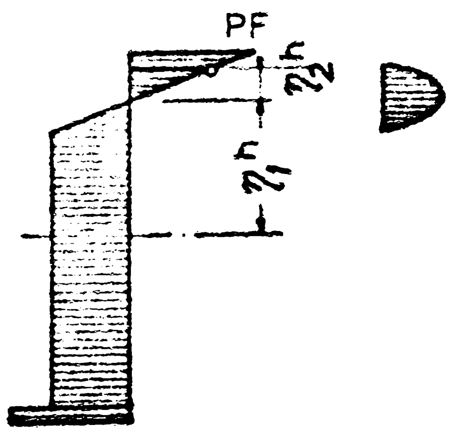
$$\begin{cases} \eta_1 = \frac{1}{2} - \frac{\varkappa K + 1}{1 + K} \\ \eta_2 = \frac{1 - \varkappa}{1 + K} \end{cases}$$

PUNCTUL (12)



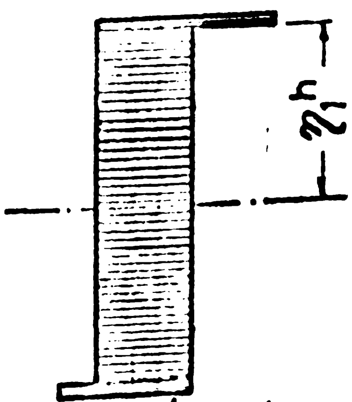
$$\begin{cases} \eta_1 = \frac{1}{2} - \frac{1 + \varkappa (K-1)}{1 + k} \\ \eta_2 = \frac{1 - 2\varkappa}{1 + k} \end{cases}$$

PUNCTUL (13)



$$\begin{cases} \eta_1 = \frac{1}{2} \quad \frac{K \varkappa}{K - 1} \\ \eta_2 = \frac{\varkappa}{K - 1} \end{cases}$$

PUNCTUL (10)



$$\begin{cases} \eta_1 = \frac{1}{2} - \varkappa \\ \eta_2 = 0 \end{cases}$$

Fig 7.6

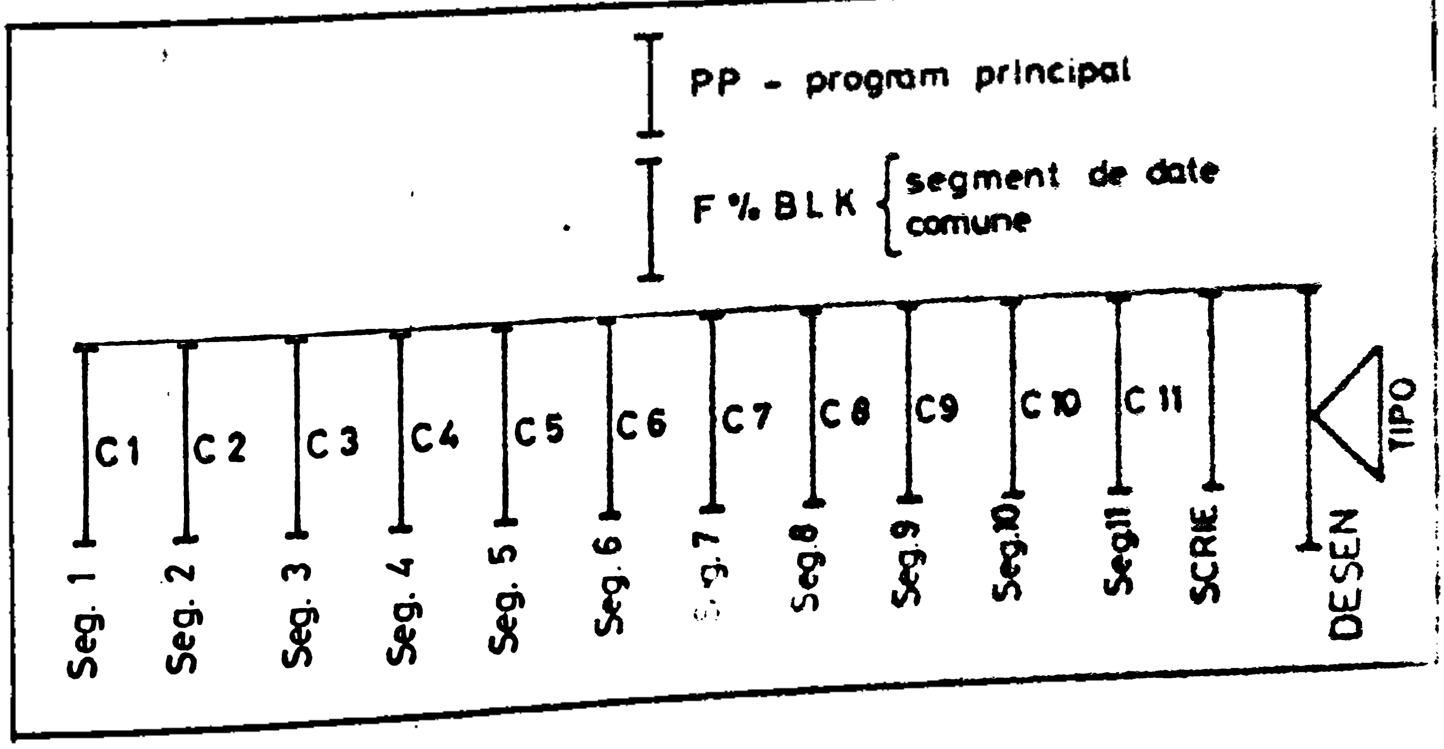
parametrică $f(\eta_1,\eta_2)=0$. In cadrul fiecărei curbe, se disting anumite puncte limite, de exemplu pentru curba C_3 prezentate în cap.7.53 punctele 2,11,12,10,10 ce segmentează curba în anumite intervale; se va vedea în cap.7.53 ca aceste puncte reprezintă intersecțiile a două curbe. In spațiul delimitat de două puncte, sînt valabile aceleași expresii analitice scrise pentru valorile M',N',T' conf.ec.7.1. Impărțind fiecare "interval" într-un număr de "n" pași calculăm valorile M',N',T' pentru fiecare pas ai intervalului, numărul punctelor pentru care se determină valorile M'N'T' respectiv precizia reprezentării curbei depinde de numărul "n" ce determină mulțimea interspațiilor de pe un interval. Valorile M'N'T' raportate la M_o,N_o,T_o, reprezentînd mărimi subunitare adimensionale se transpun pe sistemul triaxial definit prin $\frac{M'}{M_o}$ $\frac{N'}{N_o}$ $\frac{T'}{T_o}$.

Pentru fiecare curbă s-a alcătuit cîte un program ce alcătuiește "un segment" al programului general (vezi schema logică și programul anexat).

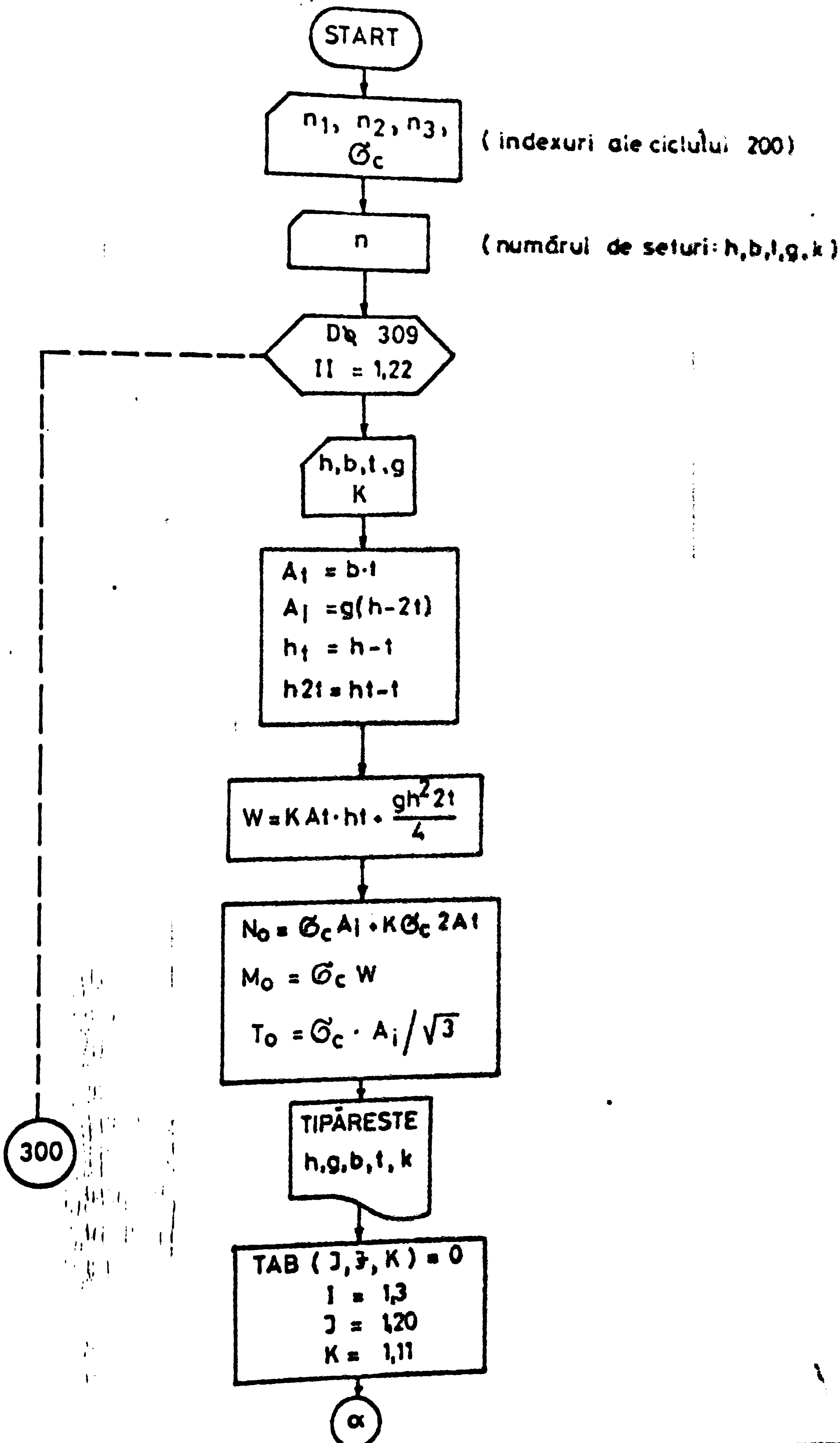
Expresiile analitice pentru fiecare curbă scrise pentru fiecare interval sînt prezentate în cap (7.53).

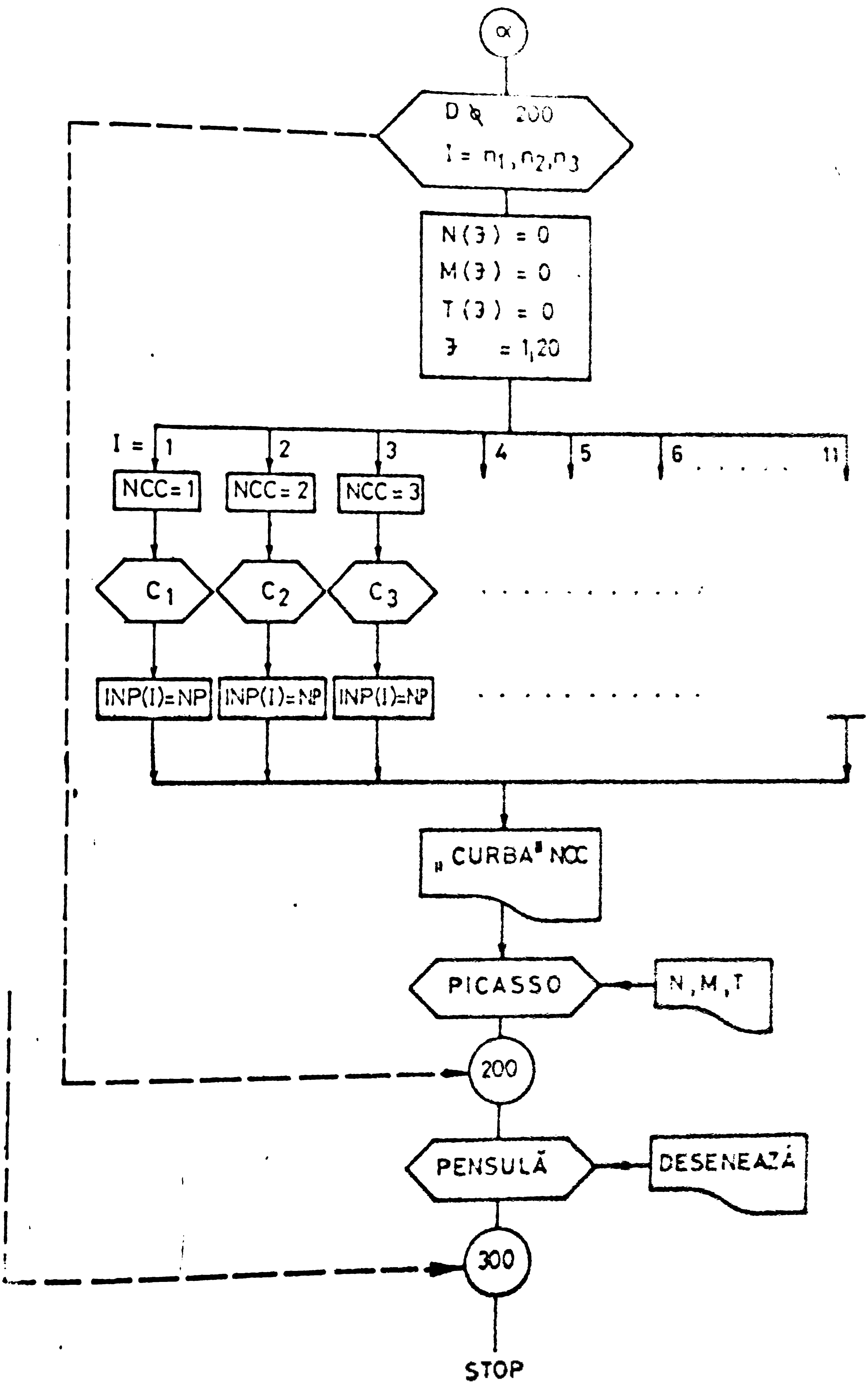
Programul "HYBRIDE" este compus dintr-un program principal și 13 segmente: 11 segmente pentru cele 11 curbe, un segment denumit "PICASSO" pentru ordonarea și tipărirea rezultatelor și un segment "PENSULA" pentru transpunerea rezultatelor grafic pe cele trei plane de proiecții. Prin segmentarea programului se realizează o economisire a memoriei, reușindu-se executarea lui fără apel la memorie externă.

STRUCTURA RAMIFICATA A PROGRAMULUI



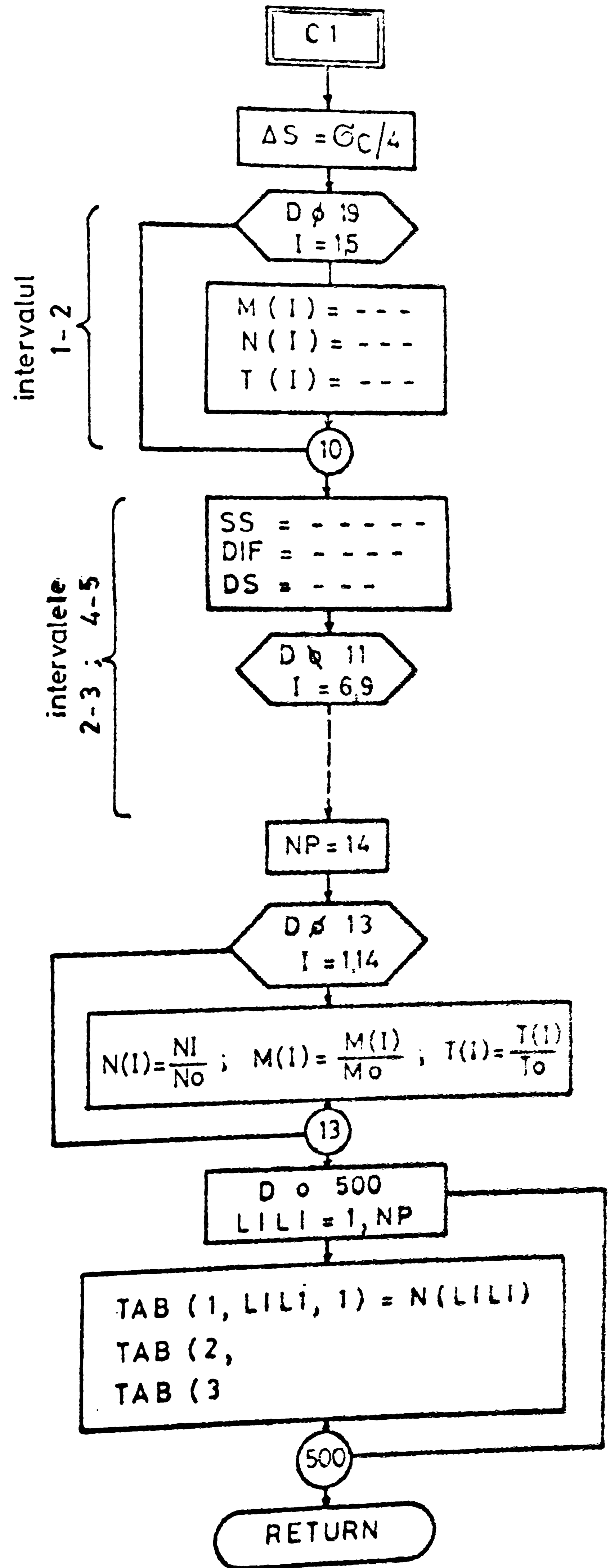
SCHEMA LOGICA A PROGRAMULUI „HYBRIDE 1"




α
D ϕ 200
I = n1, n2, n3
N(ϑ) = 0
M(ϑ) = 0
T(ϑ) = 0
ϑ = 1,20
I = 1
2
3
4
5
6
11
NCC=1
NCC=2
NCC=3
C1
C2
C3
INP(I)=NP
INP(I)=NP
INP(I)=NP
"CURBA" NCC
PICASSO
N, M, T
200
PENSULĂ
DESENEAZĂ
300
STOP

EXEMPLU DE UN „PROGRAM SEGMENT"

SC 1 – CURBA „C1"



7.5.3. Expresii analitice a mărimilor [illegible] $C_1, C_2, \ldots C_{11}$ pe intervalele determinate [illegible]. Reprezentarea curbelor în spaţiu şi pe [illegible] pe cele trei plane.

Pentru fiecare curbă este prezentat modul de generare [illegible] prin rotirea dreptei ce defineşte [illegible] în [illegible] burelui elastic pentru efortul normal σ, în jurul punctului fix, coordonatele lui şi ecuaţia parametrica $f(\eta_1, \eta_2 = c)$;

Se prezintă apoi curba în spaţiu pe poliedru de curbe şi proiecţiile ei pe cele trei plane, indicîndu-se punctele caracteristice de intersecţie cu alte curbe; în figura poliedrului pe curba în spaţiu se ataşează punctelor caracteristice şi schemele de eforturi σ şi τ în miniatură.

Se prezintă apoi detailat calculul analitic pentru determinarea valorilor M'N'T', precum şi variabilele ce intră în expresiile lor; se precizează pasul "n" ce subîmparte intervalul între două puncte caracteristice, care definesc poziţiile pentru care se calculează mărimile M',N',T'.

Vom exemplifica prin curba C_6. In fig.7.25 se prezintă mai întîi modul de generare al curbei. Punctul fix este definit de coordonatele: PF ($-\sigma_c$; $\frac{h}{2}$). Se arată prin razele ce pornesc din punctul fix - punctele caracteristice 3,7,11,9,20 (de intersecţia cu alte curbe). Funcţie de aceste puncte rezultă diagramele de eforturi σ, precum şi alăturat corespunzător, diagramele τ; acestea putînd exista numai în domeniul elastic al diagramei pentru σ, Mai jos este reprezentată curba în spaţiu pe poliedru, precum şi proiecţiile ei pe cele trei plane.

In continuare, în fig.7.26 este prezentată starea de eforturi caracteristică pentru punctul 3, cu relaţiile pentru valorile M',N',T' precum şi expresiile x_1, x_2, x_3.

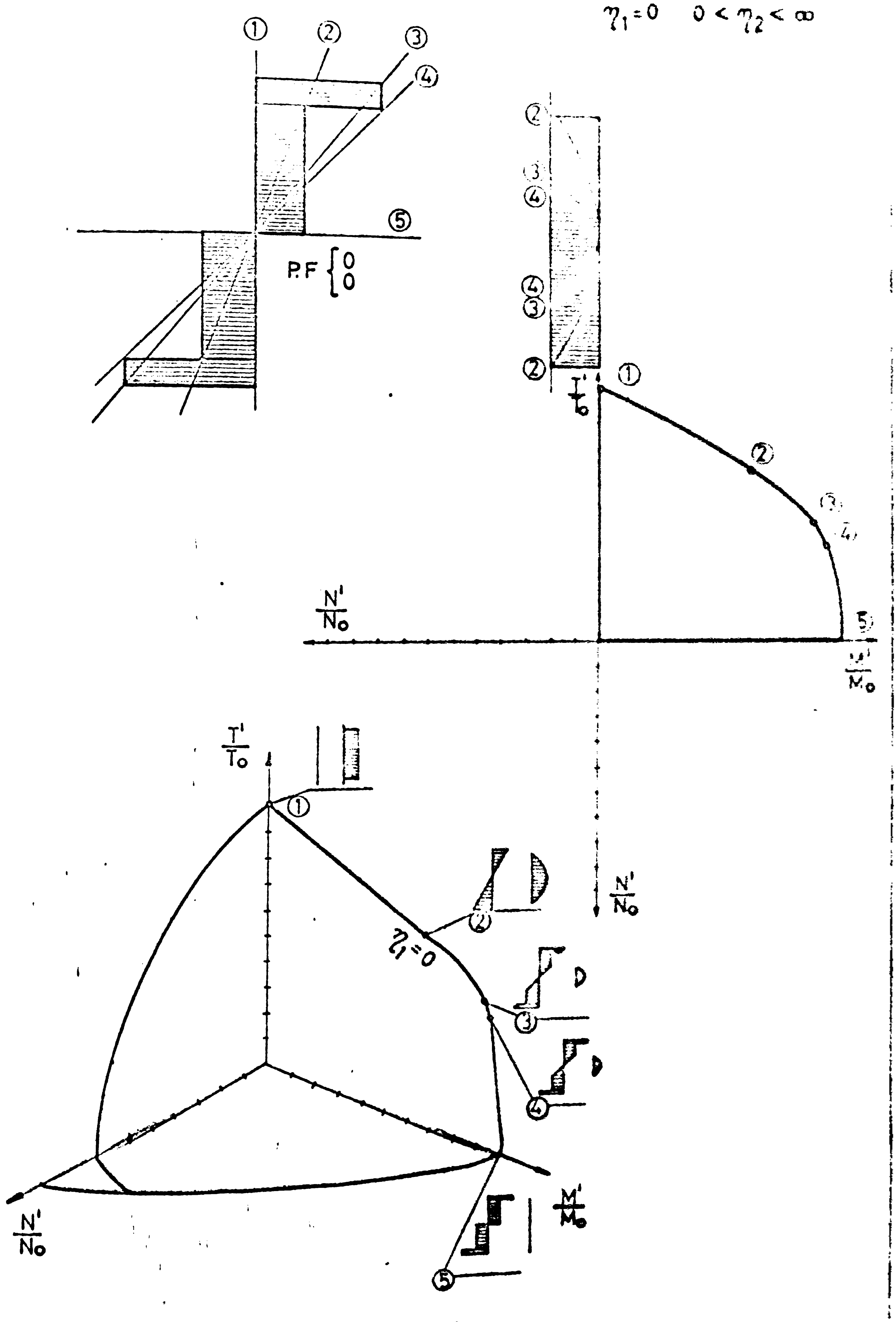
In fig.7.27 se definesc stările de eforturi dintre punctele caracteristice 7-13. Intervalul a fost împărţit în 6 - fixîndu-se numărul de paşi x-6. Funcţie de variabila D - se definesc mărimile solicitărilor pe secţiune M,N,T obţinîndu-se conform ecuaţiilor 2.7; de asemenea sînt definite şi seguenţii variabili x_1, x_2, x_3, x_4.

In mod identic se defineşte curba în intervalul 13-9 - conform figurii 7.28 - precum şi curba în punctul 20.

In cele ce urmează sînt prezentate modul de generare a celor 11 curbe.

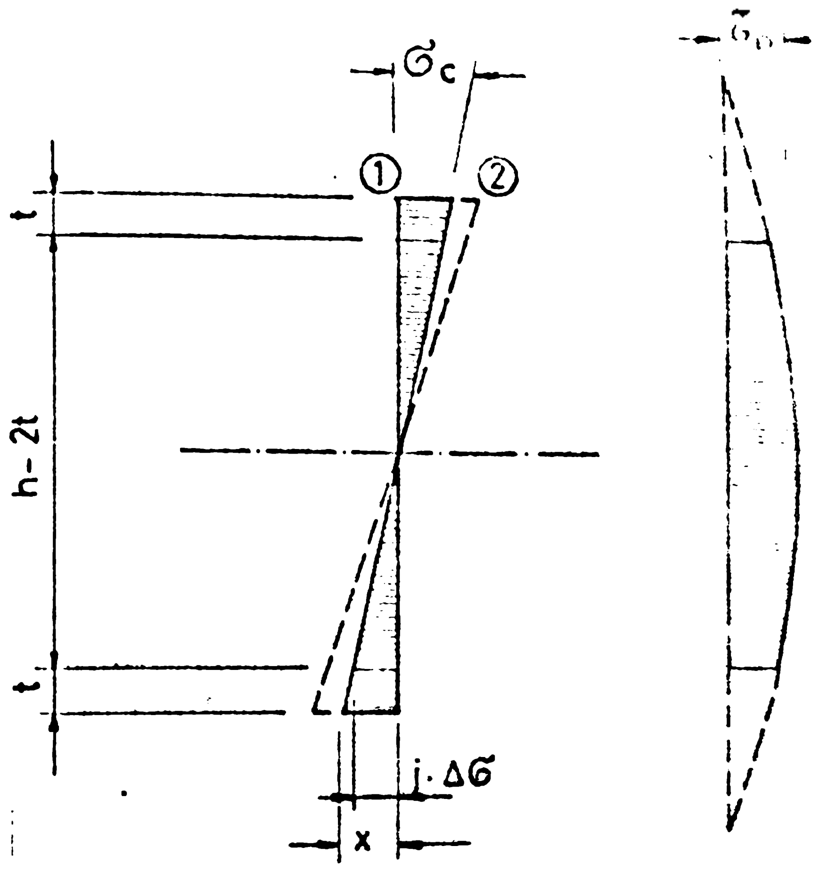
– CURBĂ „C1" –

$\eta_1 = 0 \quad 0 < \eta_2 < \infty$



„Fig 77"

CURBA „C1" : intervalul 1-2



„Fig 7.8"

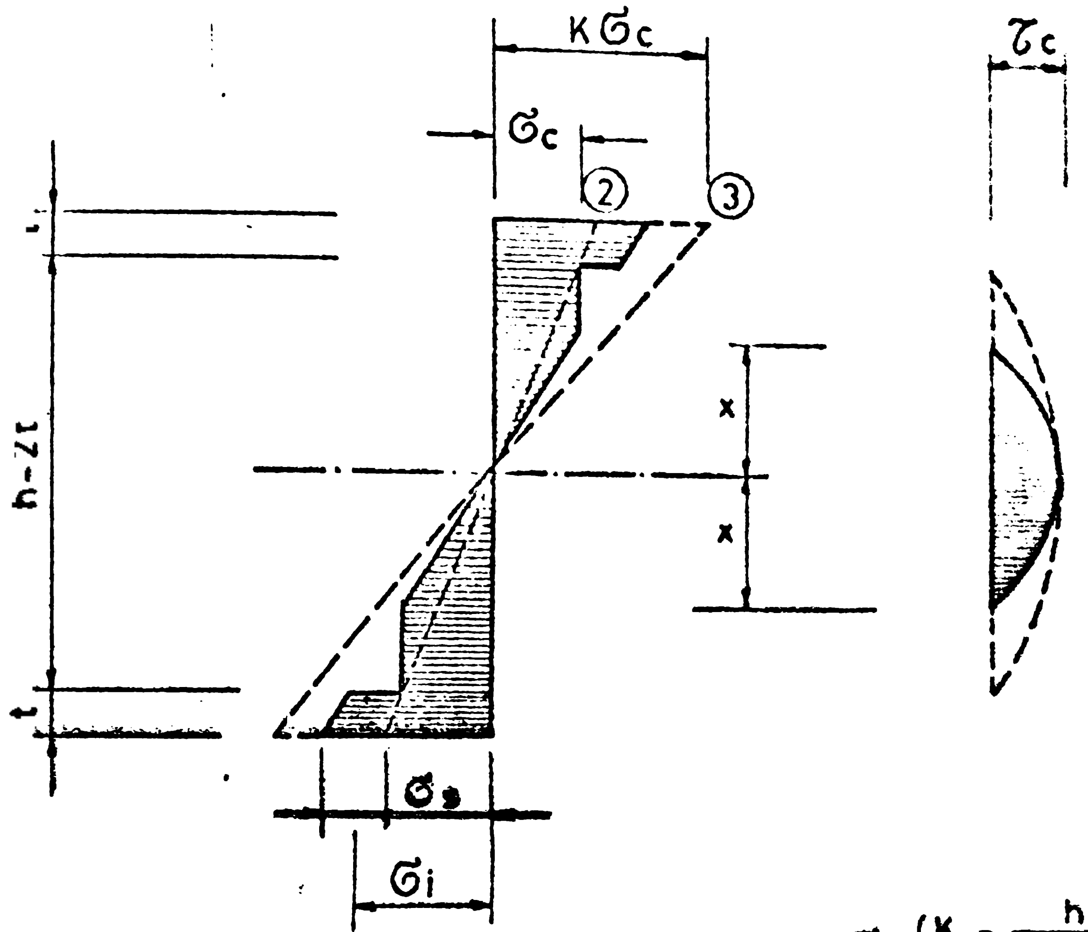
$$x = \frac{h \cdot j \cdot \Delta\sigma}{h - 2t} \quad ; \quad \Delta\sigma = \frac{\sigma_c}{n} \quad ; \quad n = 4$$

$$N' = 0$$

$$M' = j \cdot D\sigma \left\{ \frac{(h-2t)^2}{6} \cdot g + A\,t \left[h - t + \frac{t}{h-2t}\left(h - \frac{2}{3}t\right) \right] \right.$$

$$T = \frac{2}{3} \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} \cdot (h - 2t)\,g$$

CURBA „C1": intervalul 2-3



„Fig.79"

$$\Delta\sigma = \frac{\sigma_c\left(K - \frac{h}{h-2t}\right)}{n}$$

$$\sigma_s = \frac{\sigma_c \cdot h}{h-2t}$$

$$n = 4$$

$$\sigma_i = \frac{h-2t}{2} \cdot \frac{\sigma_c}{x}$$

$$x = \frac{h}{2} \cdot \frac{\sigma_c}{\sigma_s + i \cdot \Delta\sigma}$$

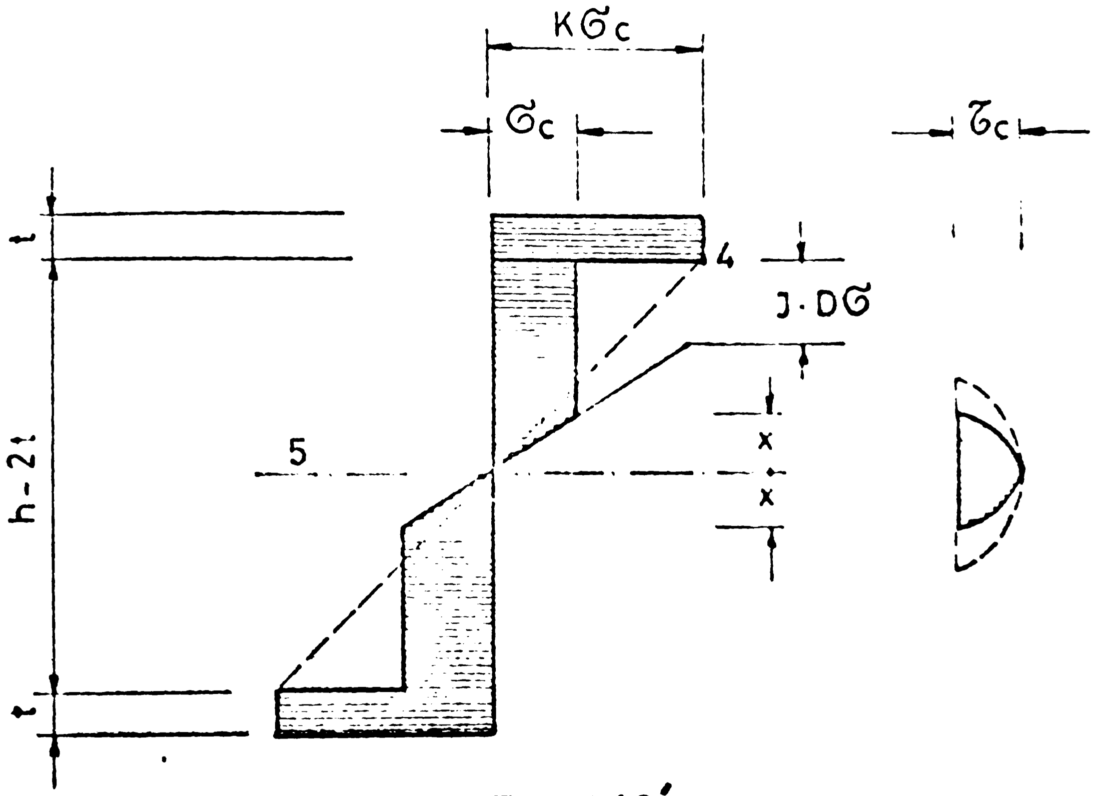
$$N' = 0$$

$$M' = \frac{2}{3} \cdot \sigma_c \cdot g \cdot x^2 + \sigma_c \cdot g \left[\left(\frac{h-2t}{2}\right)^2 - x^2 \right] +$$

$$+ At \cdot \sigma_i\,(h-t) + \frac{1}{2} At\,(\sigma_s + i \cdot \Delta\sigma - \sigma_i)\,(h - \frac{2}{3}\,t)$$

$$T' = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} \cdot g \cdot x$$

CURBA „C1": intervalul 4-5



„Fig 7.10'

$$D\sigma = \frac{h-2t}{2} \cdot \frac{1}{n} \quad ; \quad n = 8$$

$$x = \frac{1}{K}\left(\frac{h-2t}{2} - J \cdot \Delta\sigma\right)$$

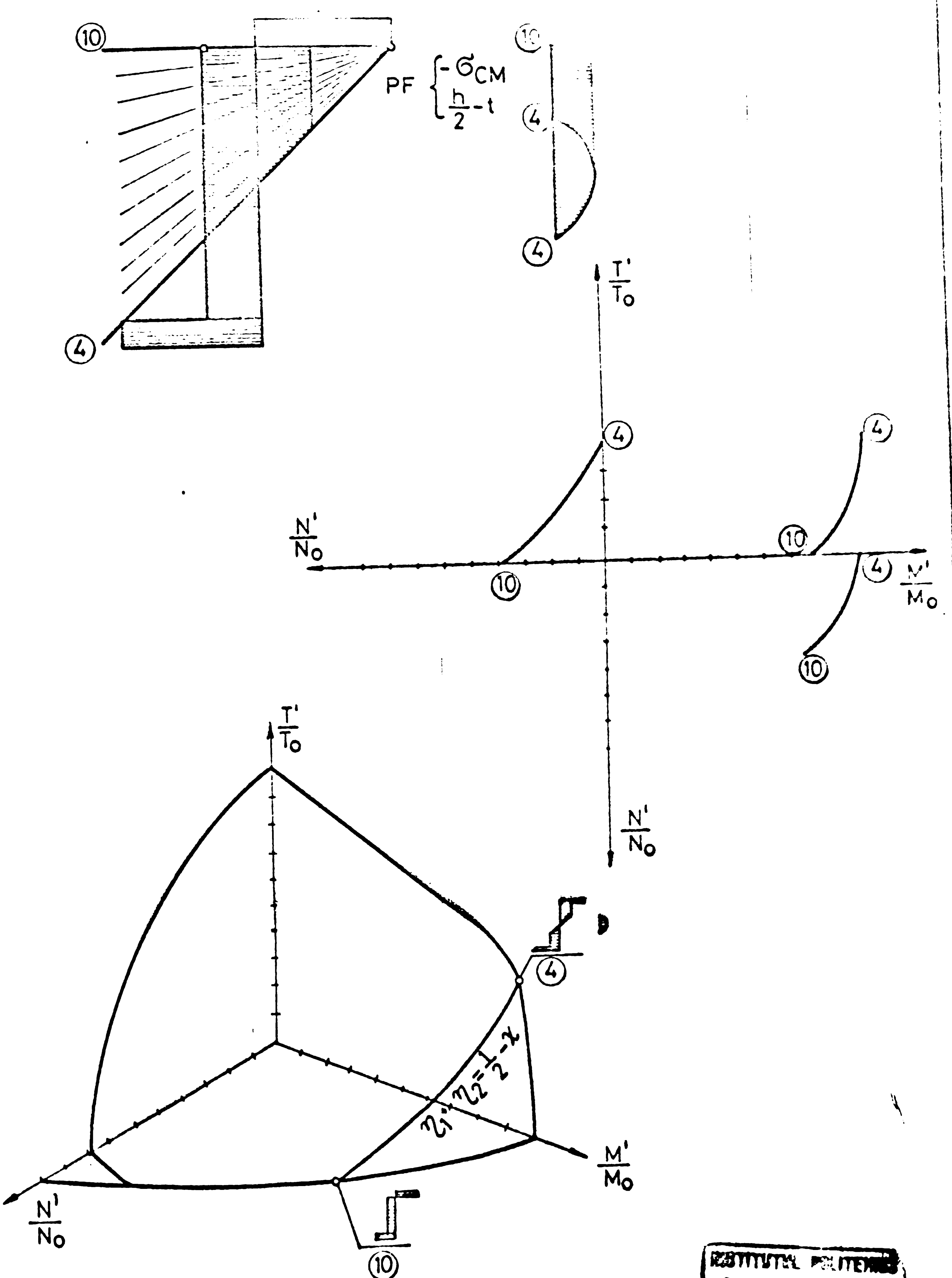
$$N' = 0$$

$$M' = \frac{2}{3}\sigma_c \cdot x_2^2 \cdot g + \sigma_c\left[\left(\frac{h-2t}{2}\right)^2 - (x_2)^2\right] g + A t K \sigma_c (h-t)$$

$$T' = \frac{4}{3\sqrt{3}}\sigma_c \cdot g \cdot x_2$$

– CURBA „C 2" –

$$\eta_1 \cdot \eta_2 = \frac{1}{2} - \chi$$



„Fig 7.11"

CURBA „C 2": intervalul 4-10

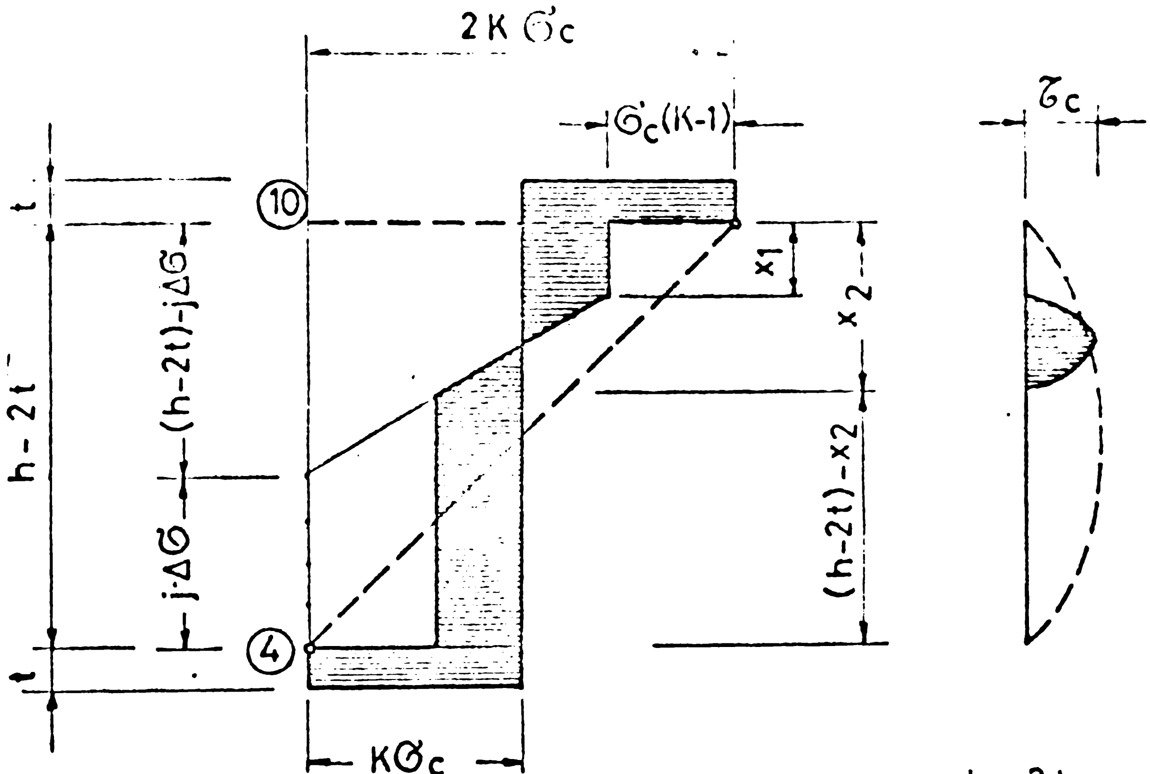


Fig 7.12

$$D\sigma = \frac{h-2t}{n} \quad ; \quad n = 4$$

$$x_1 = \frac{K-1}{2K} \left(h - 2t - j \cdot \Delta\sigma \right)$$

$$x_2 = \frac{K+1}{2K} \left(h - 2t - j \cdot \Delta\sigma \right)$$

$$N' = \sigma_c \, g \left(h - 2t - x_2 - x_1 \right)$$

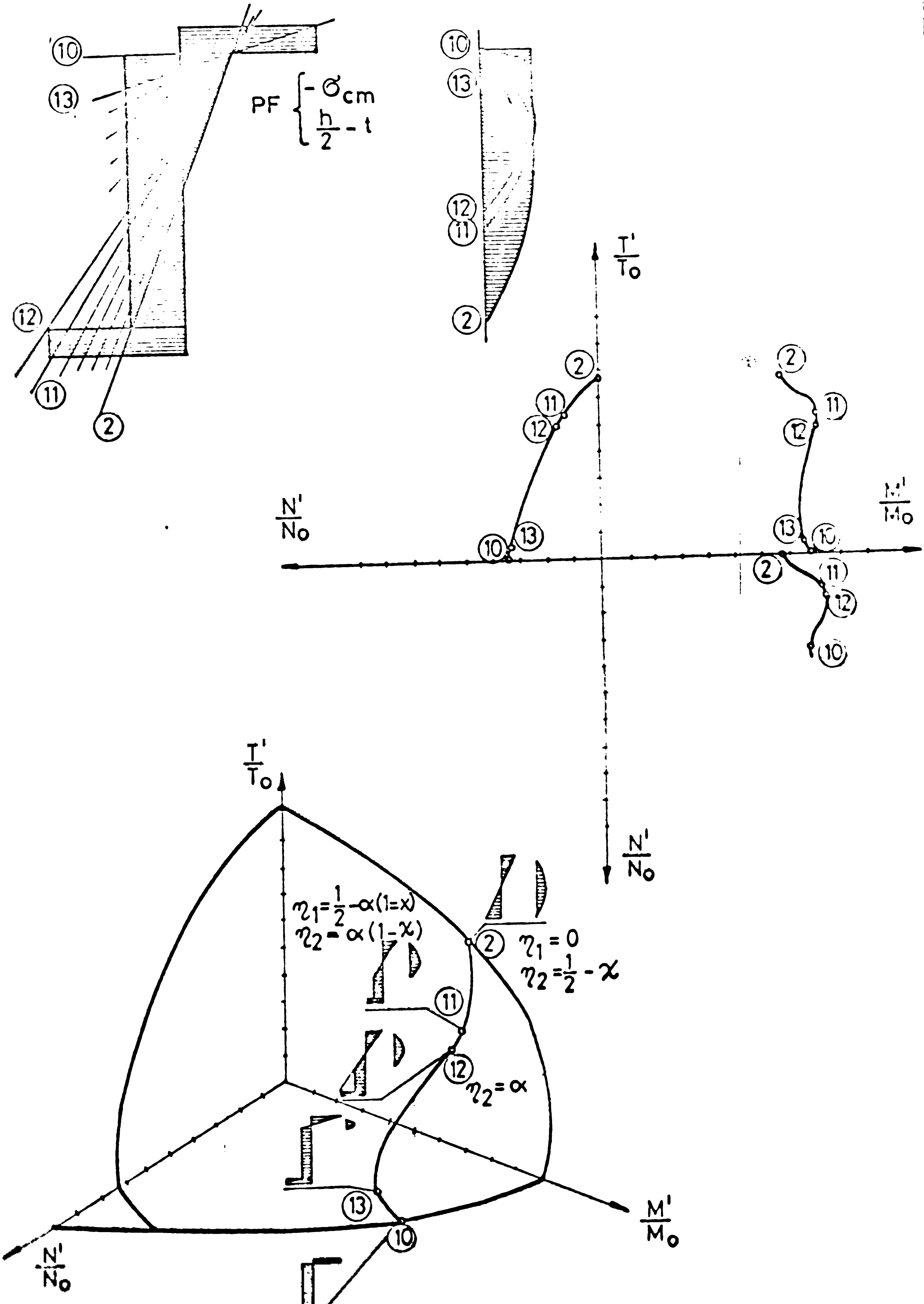
$$M' = At \cdot K \cdot \sigma_c \, (h - t) + \frac{1}{2} \sigma \cdot g \, \frac{(x_2 - x_1)^2}{3} +$$

$$+ \frac{1}{2} \sigma_c \cdot x_1 \cdot g \left[(h - 2t) - x_1 \right] + \frac{1}{2} \sigma_c \cdot g \left[(h - 2t) - x_2 \right]$$

$$T' = \frac{2}{3} \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} (x_2 - x_1) \cdot g$$

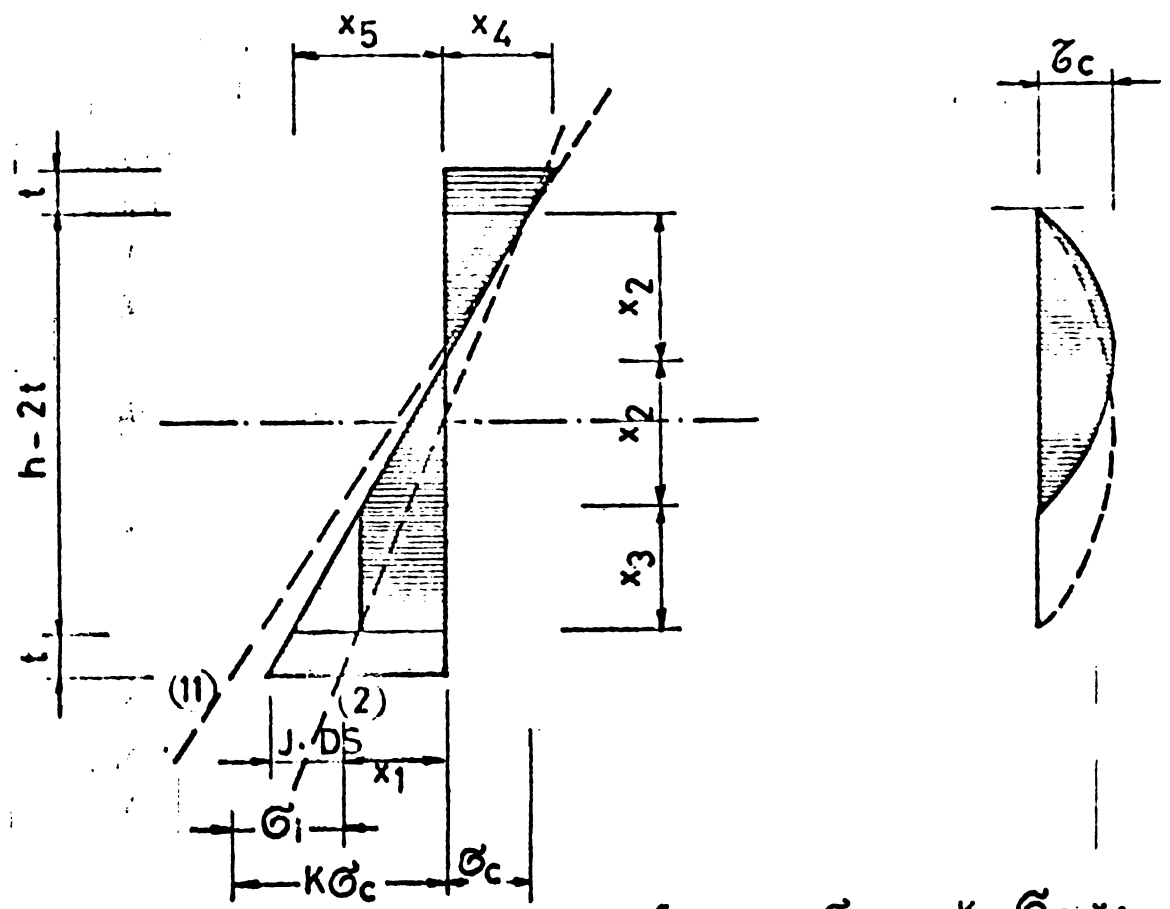
– CURBA „C 3" –

$$\eta_1 - \eta_2 = \frac{1}{2} - \chi$$



„Fig 213"

CURBA „C 3": intervalul



„Fig 7.14"

$$\sigma_i = K\,\sigma - x_1$$

$$x_1 = \sigma_c \left[\frac{2(h-t)}{h-2t} - 1 \right] \qquad D\sigma = \frac{\sigma_i}{n}\ ; \quad n = 8$$

$$x_2 = \frac{\sigma_c (h-t)}{j \cdot D\sigma + x_1 + \sigma_c} \qquad x_4 = \frac{(t + x_2)(j \cdot D\sigma + x_1 + \sigma_c)}{h-t}$$

$$x_3 = h - 2t - 2 \cdot 2 \qquad x_5 = \frac{(x_2 + x_3)(j \cdot D\sigma + x_1 + \sigma_c)}{h-t}$$

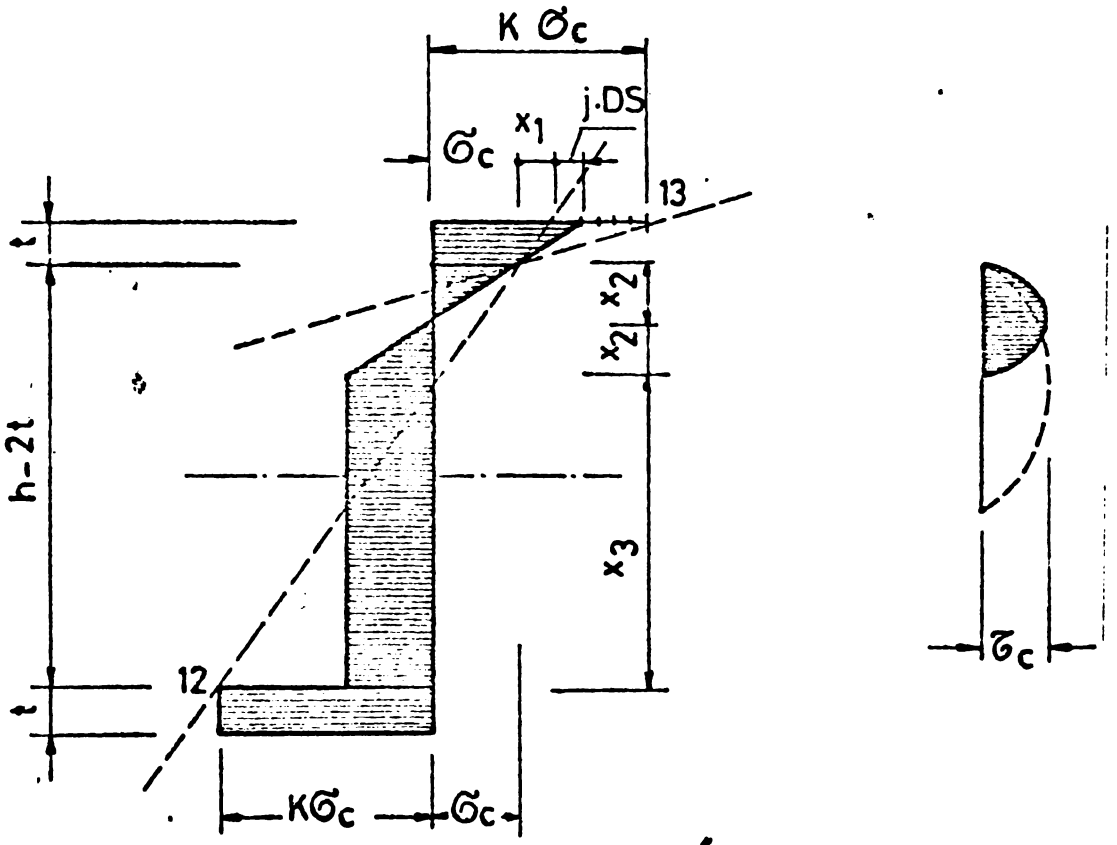
$$N' = \sigma_c \cdot g \cdot x_3 + At\,(x_5 - \sigma_c)$$

$$M' = \frac{2}{3}\sigma_c \cdot g \cdot x_2^2 + \frac{1}{2} \cdot \sigma_c \cdot g\; x_3\,(h - 2t - x_3) +$$

$$+ \frac{1}{2} At\,(h-t)(x_5 + \sigma_c) + \frac{1}{2}(x_4 - \sigma_c) At\,(h - \frac{2}{3} t)$$

$$T' = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}}\, x_2 \cdot g$$

CURBA „C3": intervalul 12-13



„Fig 7.15"

$$x_i = \frac{t \cdot \sigma_c (K+1)}{h-2t} \quad ; \qquad \Delta\sigma = \frac{\sigma_c (K-1) x_1}{n}$$

$$x_2 = \frac{\sigma_c \cdot t}{x_1 + j \cdot \Delta\sigma} \qquad n = 8$$

$$x_3 = h - 2t - 2x_2$$

$$N' = \sigma_c \cdot At (K-1) + \sigma_c \cdot g \cdot x_3 - \frac{1}{2}(x_1 + j \cdot D\sigma) At$$

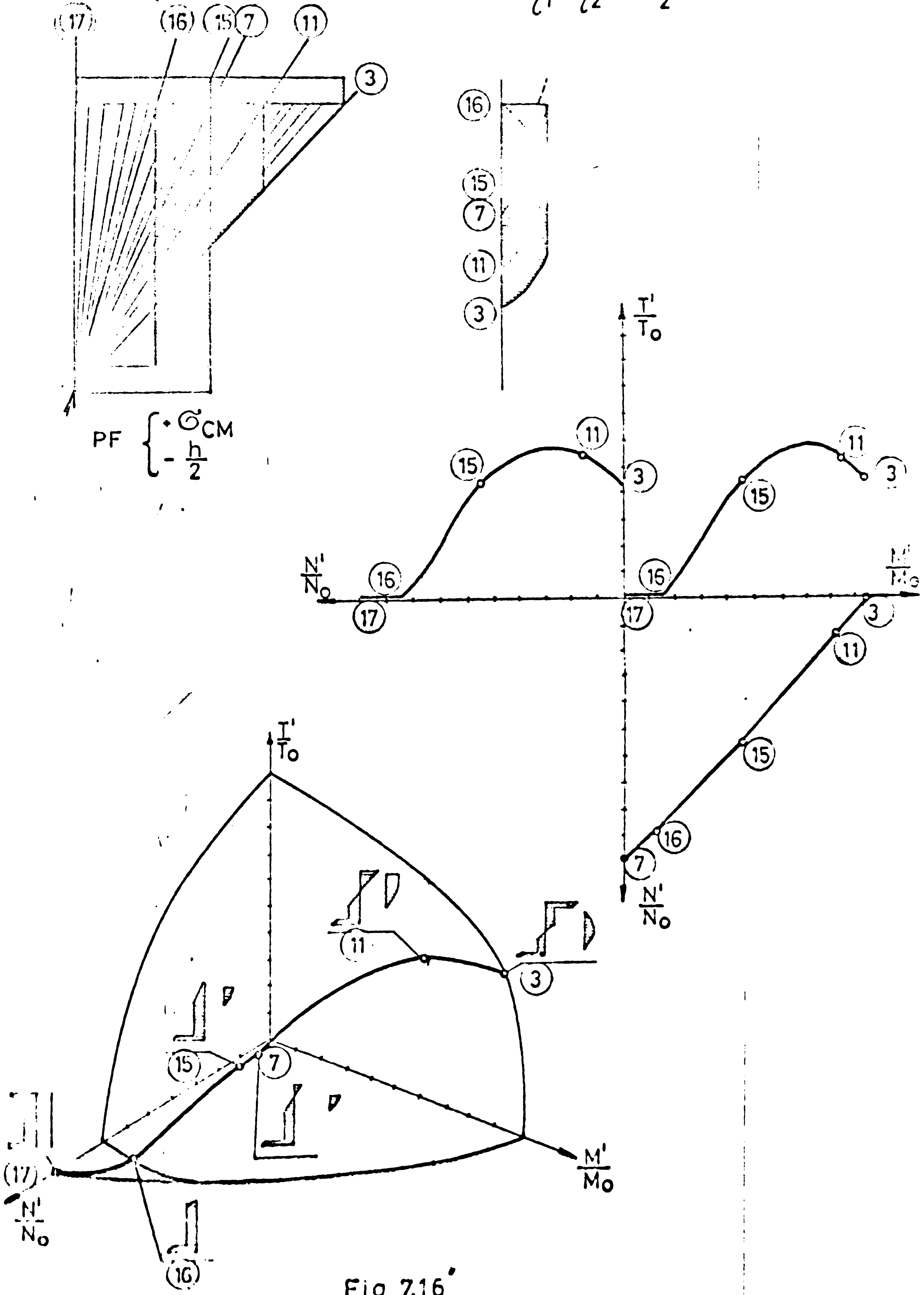
$$M' = \frac{1}{2} \Delta t \cdot \sigma_c (h-t) \cdot (K+1) + \frac{1}{2} \sigma_c\, g\, x_3 (h-2t-x_3) +$$

$$+ \frac{2}{3} \sigma_c\, g \cdot x_2^2 + \frac{1}{2}(x_1 + J \cdot \Delta\sigma) At \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{3}\right)$$

$$T' = \frac{4}{3\sqrt{3}} \sigma_c \cdot g \cdot x_2$$

CURBA „C4"

$\eta_1 \cdot \eta_2 = -\frac{1}{2}$



„Fig 7.16"

CURBA „C4": intervalul 17 - 16

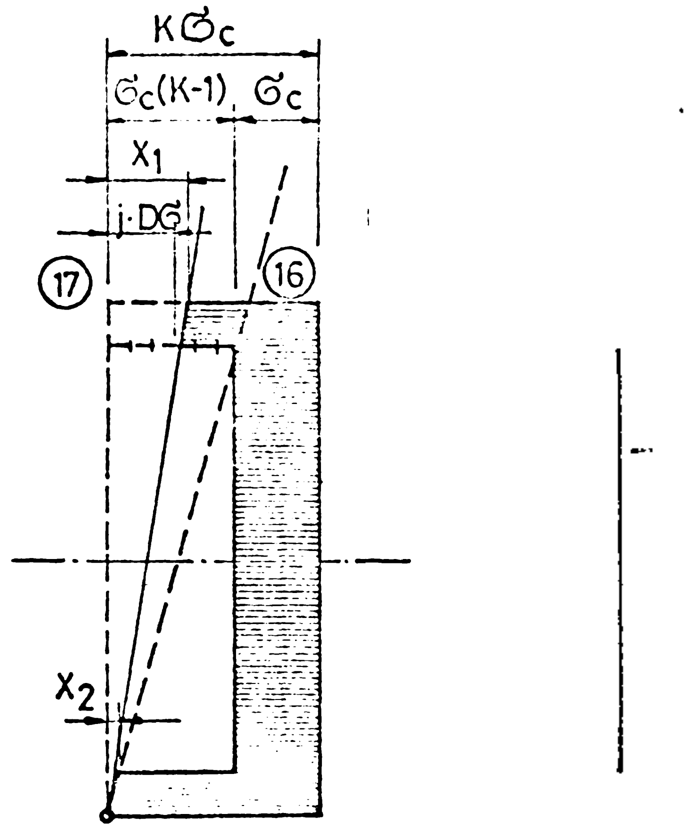


Fig 7.17

$$DS = \frac{\sigma_c (K-1)}{n} \quad ; \quad n = 4$$

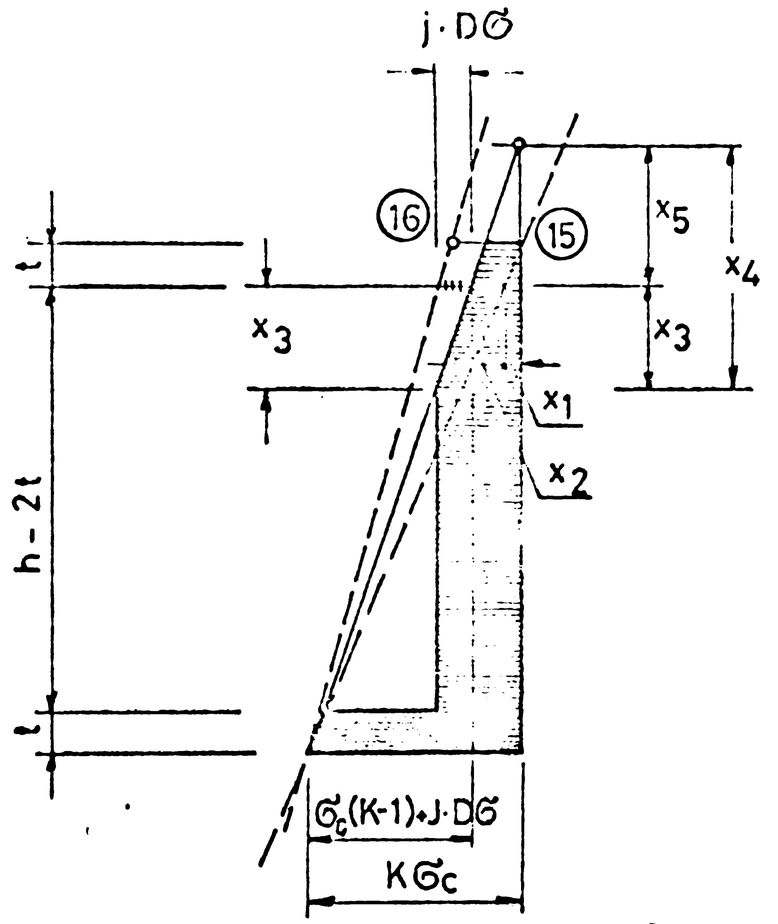
$$x_1 = \frac{h \cdot J \cdot D\sigma}{h-t}$$

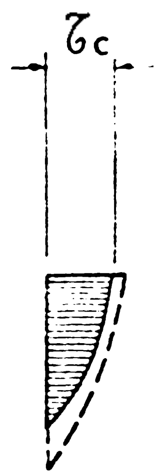
$$N' = \cdot At \cdot (2 \cdot K \cdot \sigma_c - X_1) + Ai \cdot \sigma_c$$

$$M' = \frac{1}{2} \cdot J \cdot D\sigma \cdot At\,(h-t)$$

$$T' = 0$$

CURBA „C 4": intervalul 16÷15





$$D\sigma = \frac{\sigma_c - x_1}{n}$$

$$n = 6$$

Fig 7.18'

$$x_1 = \frac{t \cdot K \cdot \sigma_c}{h} \quad ; \quad x_4 = \sigma_c(K-1) + J \cdot D\sigma$$

$$x_2 = \frac{t \cdot x_A}{h-t} \quad ; \quad x_4 = \frac{\sigma_c(h-t)}{x_A}$$

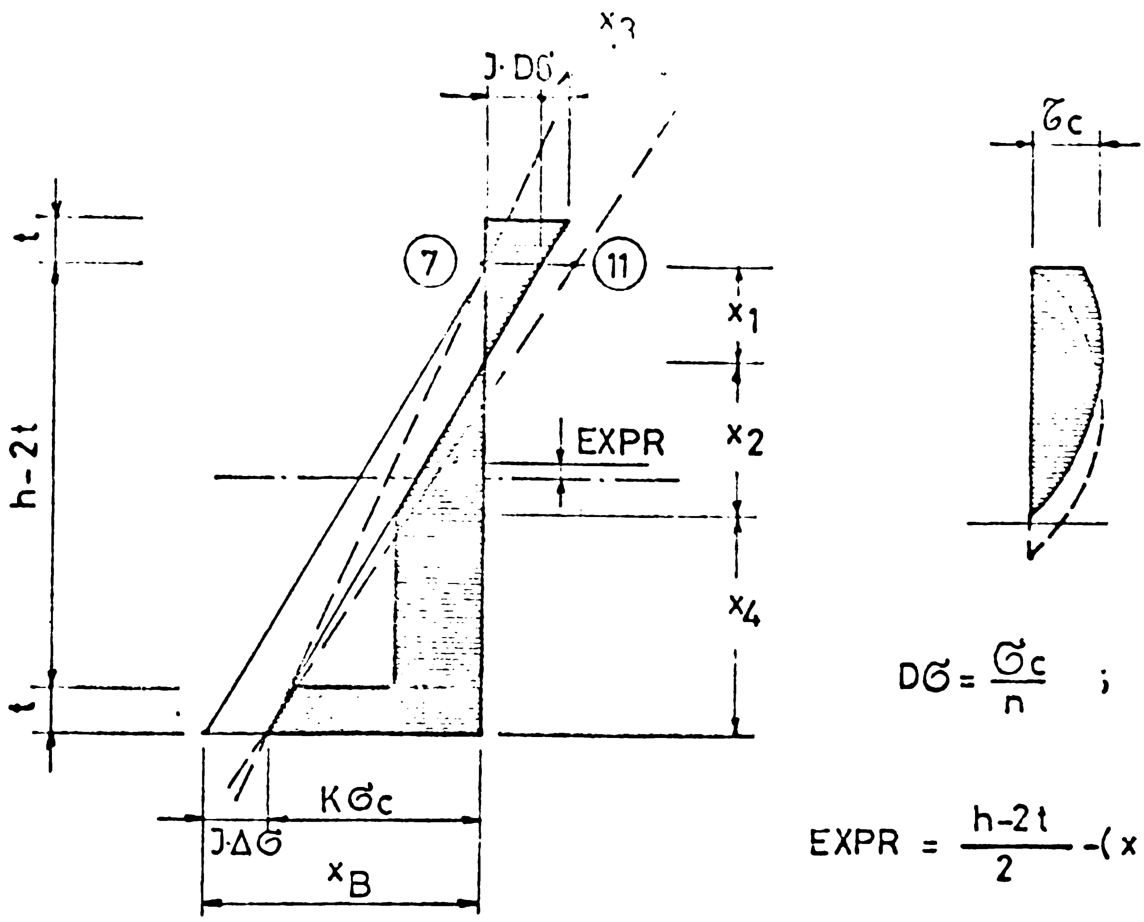
$$x_3 = \frac{J \cdot D\sigma \cdot (h-t)}{x_A} \quad ; \quad x_5 = x_4 - x_3$$

$$N' = A_t\, K\sigma_c + A_i \cdot \sigma_c - \frac{1}{2}\, x_3\, J \cdot D\sigma \cdot g + (\sigma_c - J \cdot D\sigma - x_2)A_t$$

$$M' = \frac{1}{2} A_t (h-t)\left[K\sigma_c - (\sigma_c - J \cdot D\sigma - x_2)\right] - x_2 A_t \left(\frac{h}{2} - \frac{2t}{3}\right) + \frac{1}{2}\, x_3 \cdot J \cdot D\sigma \left(\frac{h-2t}{2} - \frac{x_3}{3}\right)$$

$$T' = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}}\left[x_3 - \frac{x_4^3 - x_5^3}{3 \cdot x_4^2}\right] g$$

CURBA „C4": intervalul 7-11



$$D\sigma = \frac{\sigma_c}{n} \quad ; \quad n = 3$$

$$EXPR = \frac{h-2t}{2} - \left(x_1 + \frac{2}{3} x_3\right)$$

„Fig 7.19"

$$j \cdot D\sigma + K\sigma_c = x_3$$

$$x_1 = \frac{j \cdot D\sigma (h-t)}{x_B} \qquad x_3 = \frac{t \cdot x_B}{h-t}$$

$$x_2 = \frac{\sigma_c (h-t)}{x_B} \qquad x_4 = h - 2t - (x_1 + x_2)$$

$$N' = \frac{1}{2}\sigma_c x_2 \cdot g + \sigma_c \cdot x_4 \cdot g + At(K\sigma_c - x_3) - \frac{1}{2} x_1 \cdot j \cdot \Delta\sigma \cdot g - j \cdot \Delta\sigma_c A t$$

$$M' = \frac{1}{2} At\left[(h-t)(K\sigma_c - x_3) + x_3\left(h - \frac{2}{3}t\right)\right] + \frac{1}{2}\sigma_c x_4\, g(h-2t-x_4) +$$

$$+ \frac{1}{2} j \cdot \Delta\sigma \cdot x_1 \cdot g\left(\frac{h-2t}{2} - \frac{x_1}{3}\right) + j \cdot \Delta\sigma A t \cdot \frac{h \cdot t}{2}$$

$$T' = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}}\left(x_1 + x_2 - \frac{x_2^3 + x_1^3}{3 x_2^2}\right) \cdot g$$

CURBA ... II-3

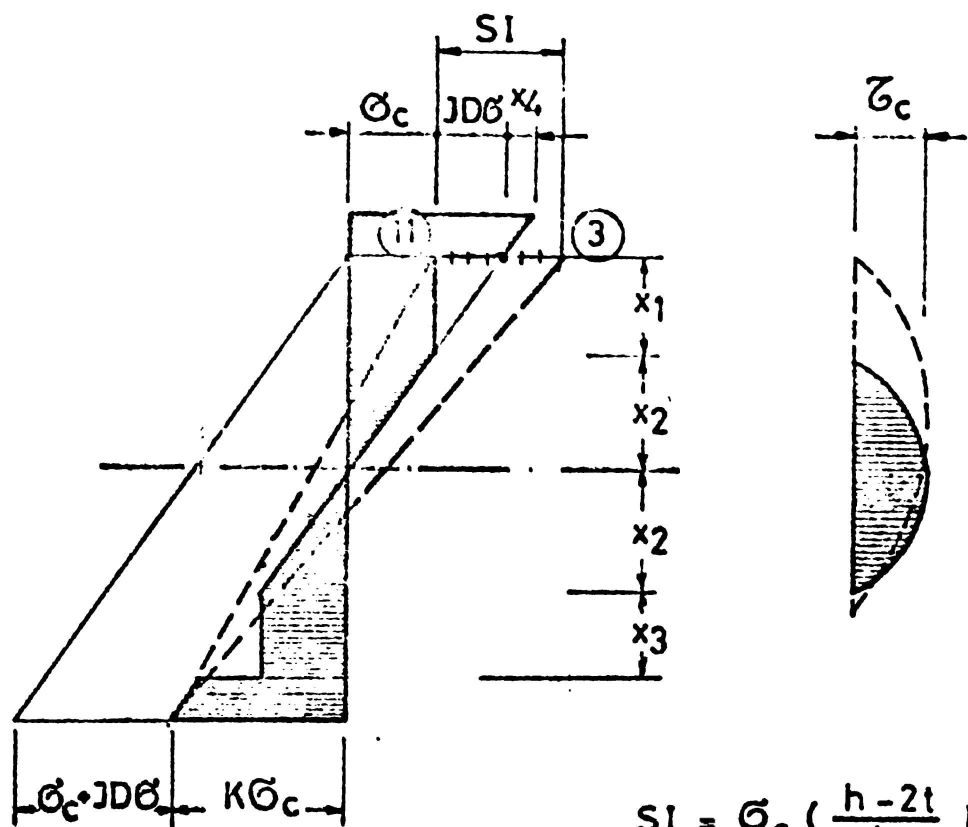


Fig 7.20

$$SI = \sigma_c \left(\frac{h-2t}{h} K - 1 \right)$$

$$X_c = K\sigma_c + \sigma_c + J \cdot \Delta\sigma \qquad \Delta\sigma = \frac{SI}{n} \quad ; \quad n = 5$$

$$X_1 = \frac{J \cdot D\sigma \, (h-t)}{X_c} \quad ; \quad X_3 = h - 2t - 2x_2 - x_1$$

$$X_2 = \frac{\sigma_c \, (h-t)}{X_c} \quad ; \quad X_4 = \frac{t \cdot X_c}{h-t}$$

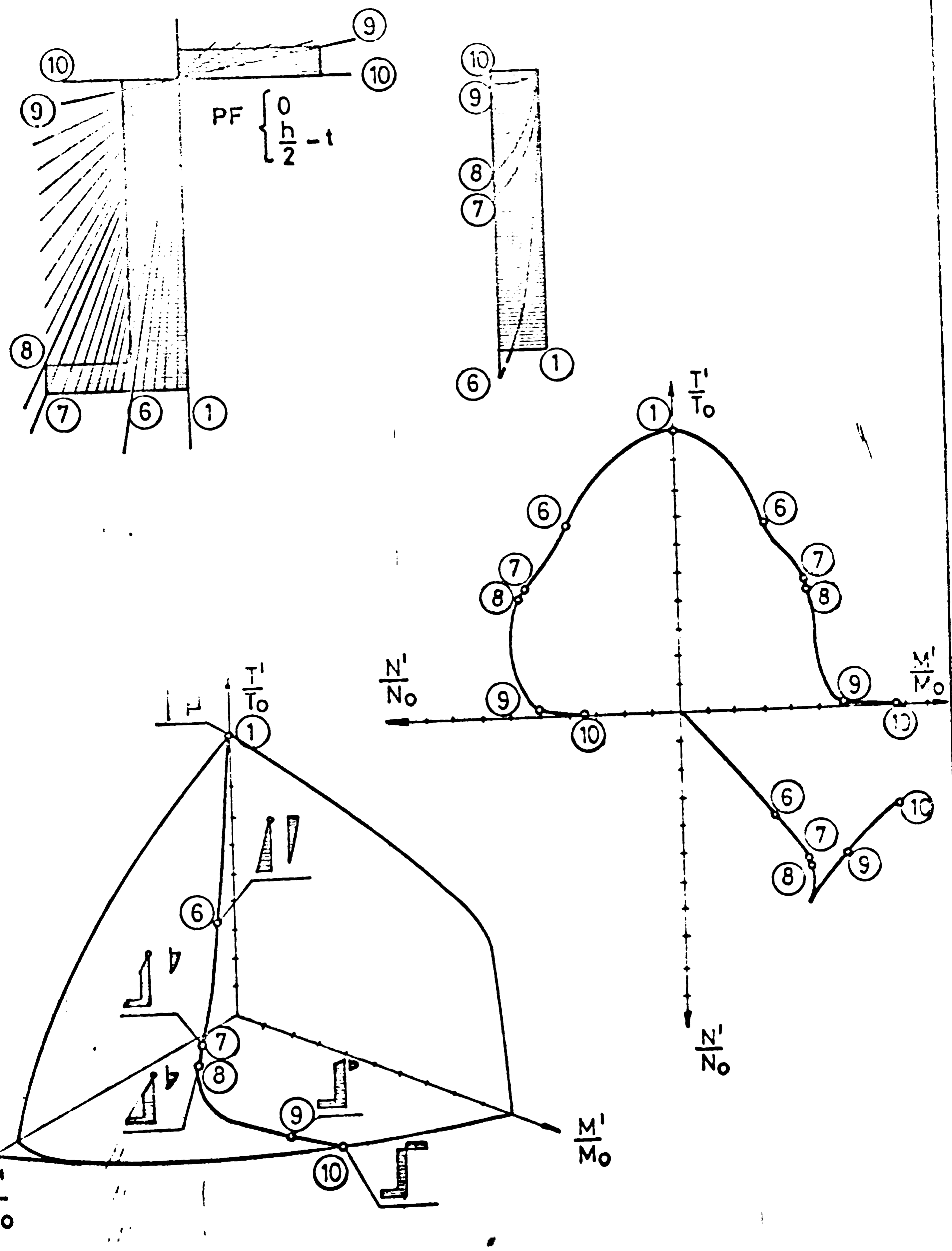
$$N' = At \, (K\sigma_c - X_4 - \sigma_c - J\Delta\sigma) + \sigma_c \, g \, (x_3 - x_1)$$

$$M' = \frac{1}{2} At \, (K\sigma_c - x_4)(h-t) + At \cdot x_4 \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{3} \right) + -\sigma_c \, X_3 \, g \, (h-2t-x_3) +$$
$$+ \frac{2}{3} \sigma_c \cdot g \cdot x_2^2 + \frac{1}{2} \sigma_c \cdot g \cdot x_1 \, (h-2t-x) + \frac{1}{2} At \, (\sigma_c + J \cdot \Delta\sigma)(h-t)$$

$$T' = \frac{4}{3} \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} x_2 \cdot g$$

CURBA „C 5"

$$\eta_1 = \frac{1}{2} - \chi$$



„Fig 7.21"

CURBA „C 5" : intervalul 1 – 6

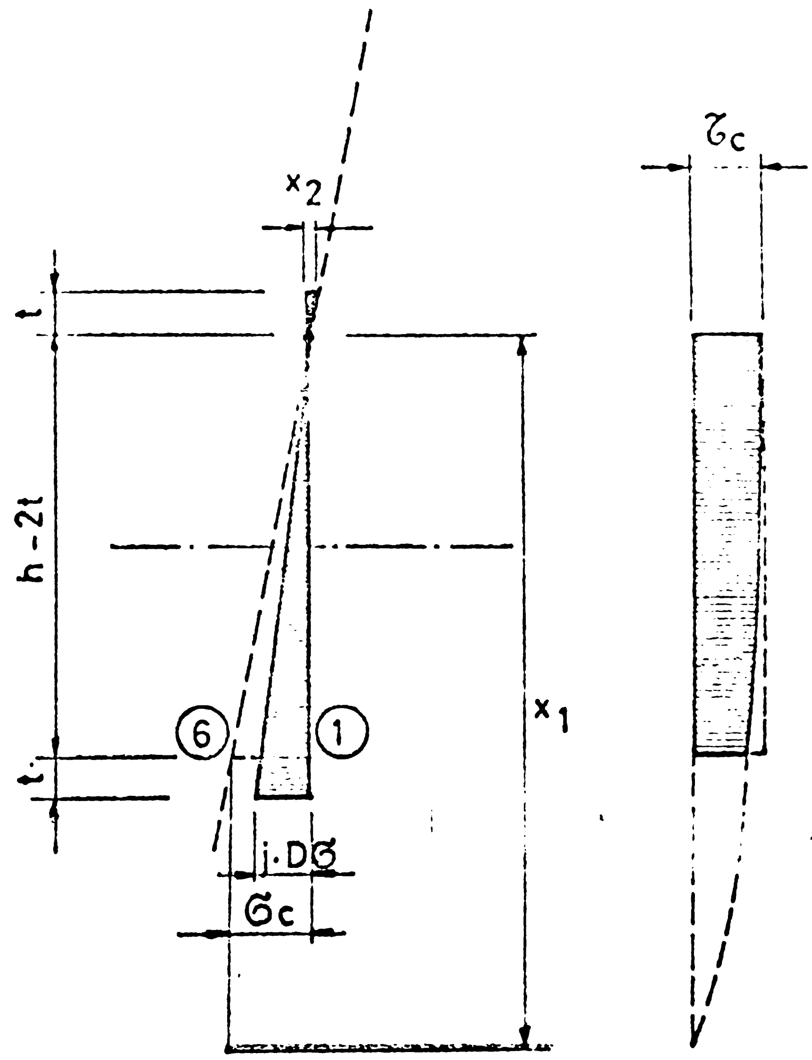


Fig 7.22

$$x_1 = \frac{\sigma_c \cdot (h-2t)}{J \cdot D\sigma}$$

$$DS = \frac{\sigma_c}{n}$$

$$n = 5$$

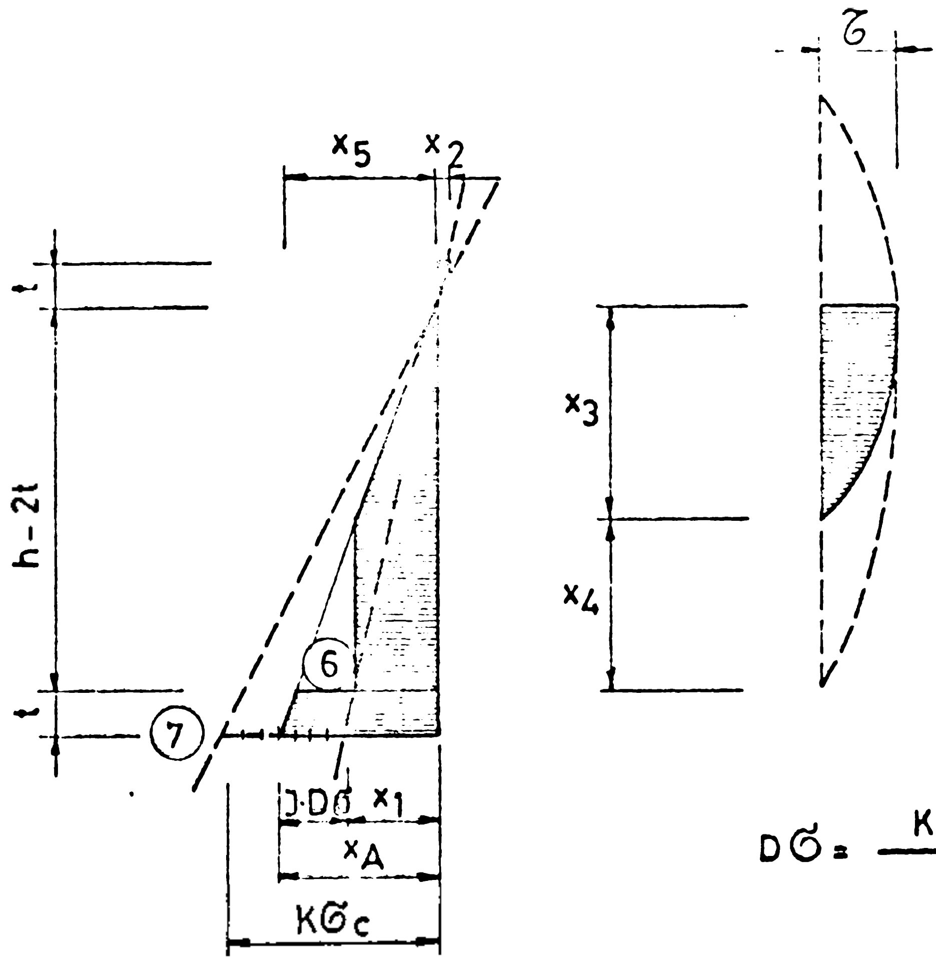
$$x_2 = \frac{J \cdot D\sigma \cdot t}{h - 2t}$$

$$N' = J \cdot D\sigma \left[At + \frac{1}{2} (h - 2t) g \right]$$

$$M' = \frac{1}{2} \cdot J \cdot D\sigma \left[(h-2t)^2 \cdot g \cdot \frac{1}{6} + At \cdot (h-t) \right] + \frac{1}{2} x_2 \cdot At \left(h - \frac{2}{3} t \right)$$

$$T' = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} \left[h - 2t - \frac{(h-2t)^3}{3x_1^2} \right] g$$

CURBA „C 5" intervalul 6 - 7



$$D\sigma = \frac{K \cdot \sigma_c - x_1}{n} \; ; \; n = 5$$

'Fig 7.23'

$$x_1 = \sigma_c \cdot \frac{h - t}{h - 2t} \quad ; \quad x_A = x_1 + J \cdot D\sigma$$

$$x_2 = \frac{t \cdot x_A}{h - t} \quad ; \quad x_4 = h - 2t - x_3$$

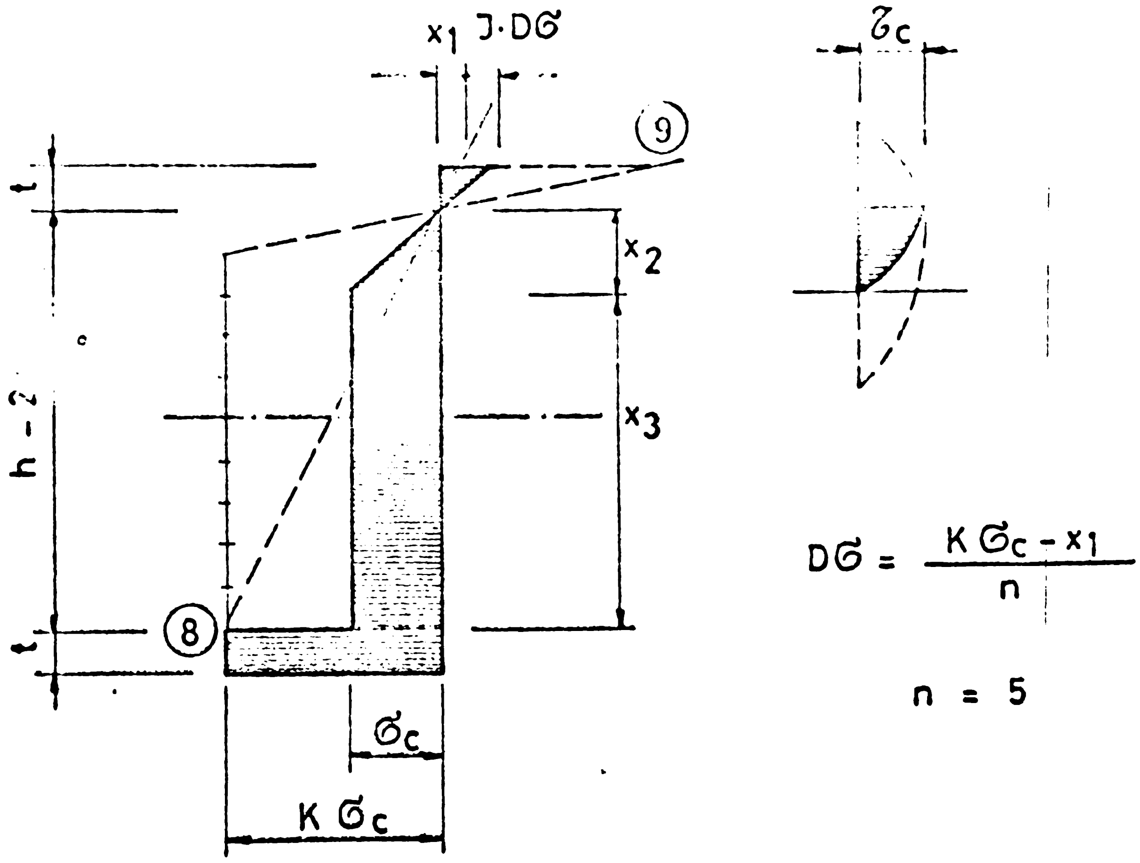
$$x_3 = \frac{\sigma_c (h - t)}{x_A} \quad ; \quad x_5 = \frac{(h - 2t) \cdot x_A}{h - t}$$

$$N' = x_4 \, g \cdot \sigma_c + \frac{1}{2} x_3 \, g \cdot \sigma_c + x_5 \cdot A t \, .$$

$$M' = \frac{1}{2} x_2 \cdot A t \left(h - \frac{2}{3} t\right) + \frac{1}{2} \cdot x_5 \cdot A t (h - t) + \frac{1}{2} x_4 \cdot g (h - 2t - x_4) \sigma_c$$

$$T' = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} \cdot x_3 \, g$$

CURBA „C 5" intervalul 8-9



$$D\sigma = \frac{K\sigma_c - x_1}{n}$$

$$n = 5$$

„Fig 7.24"

$$x_1 = \frac{t \cdot K\sigma_c}{h-2t} \qquad x_3 = h - 2t - x_2$$

$$x_2 = \frac{t \cdot \sigma_c}{x_1 + J \cdot D\sigma}$$

$$N' = At\left(K \cdot \sigma_c - \frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{2}J \cdot D\sigma\right) + \sigma_c \cdot g\left(x_3 + \frac{1}{2}x_2\right)$$

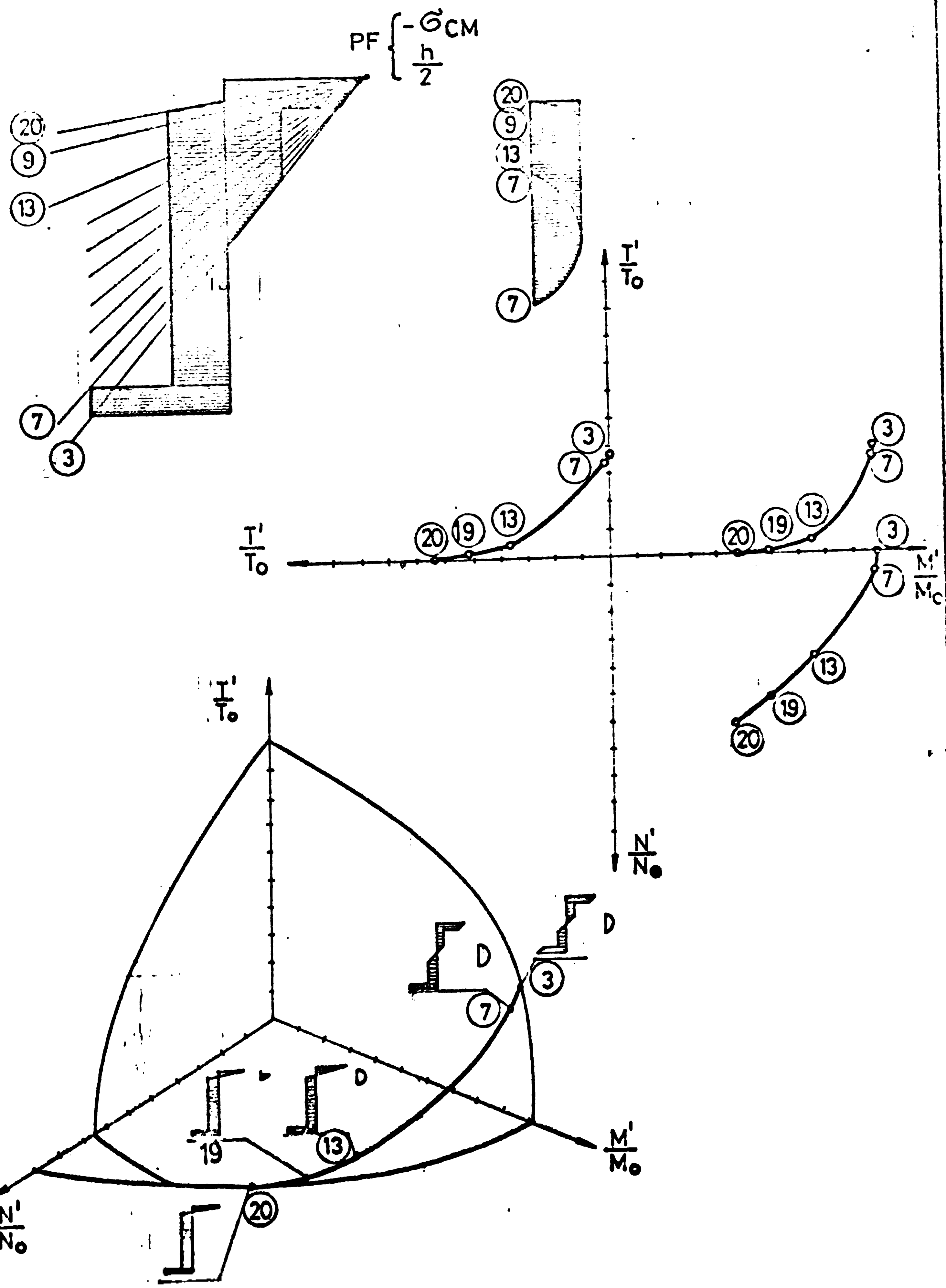
$$M' = \frac{1}{2}At\Big[K \cdot \sigma(h-t) + (x_1 + J \cdot DS)\left(\frac{h}{2} - \frac{t}{3}\right) +$$

$$+ \frac{1}{2}x_2 \cdot \sigma_c \cdot g\left(\frac{h-2t}{2} - \frac{x_2}{3}\right)$$

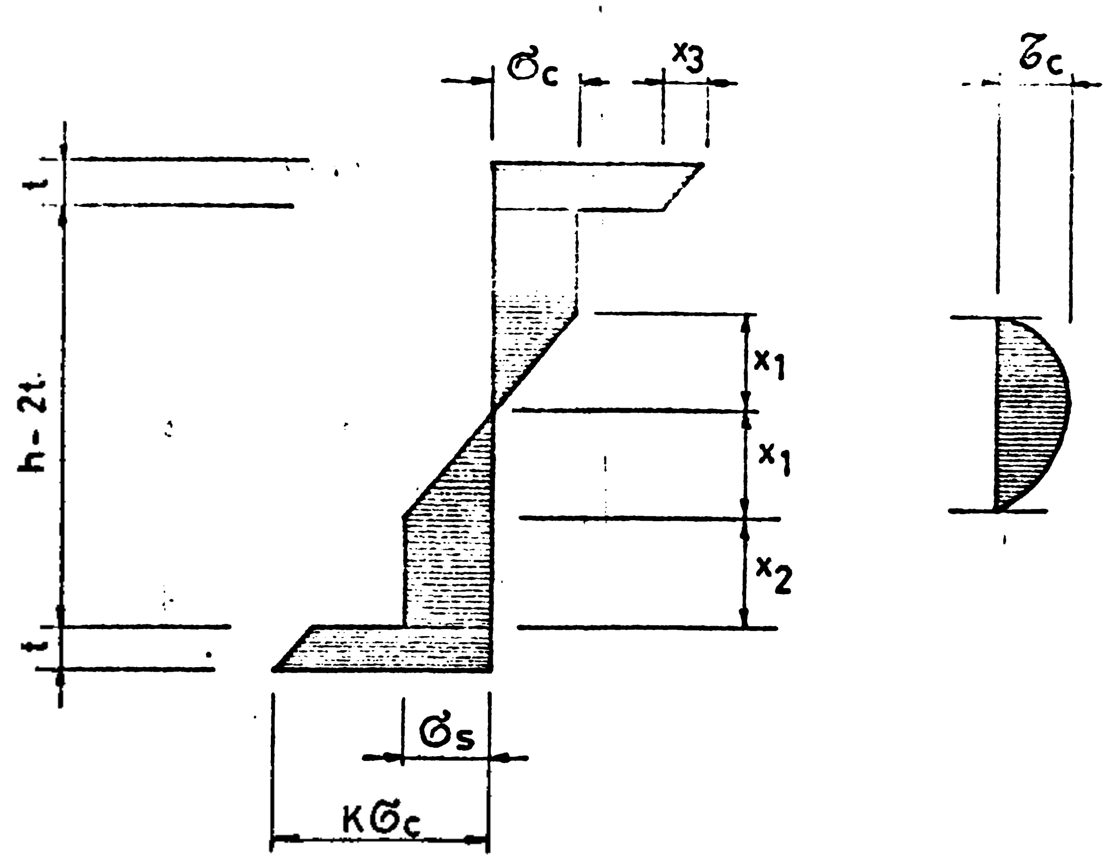
$$T' = \frac{\sigma_c}{3 \cdot \sqrt{3}} \cdot x_2 \cdot g$$

CURBA „C 6"

$\eta_1 \cdot \eta_2 = \frac{1}{2}$



CURBA „C 6" în punctul 3



„Fig 7.26"

$$x_1 = \frac{h}{2t}$$

$$x_2 = \frac{h-2t}{2} - x_1$$

$$x_3 = \frac{2t\,K\,\sigma_c}{h}$$

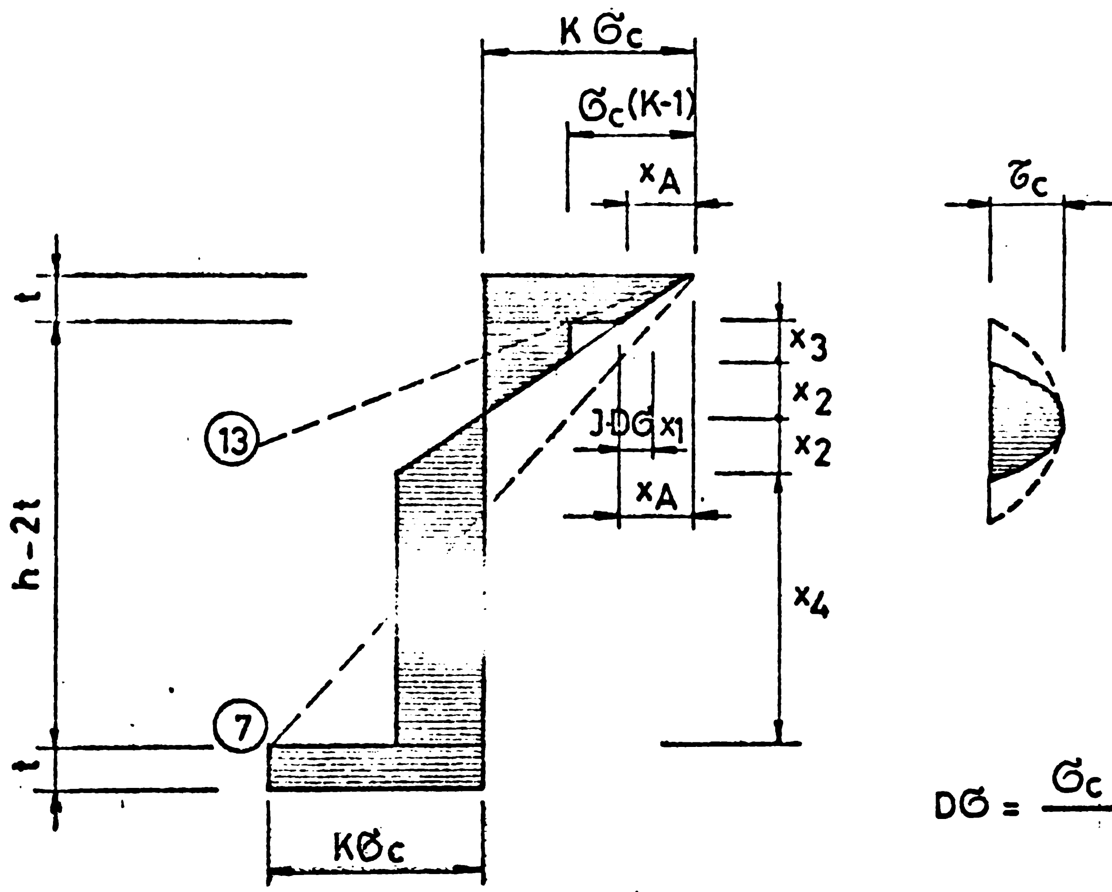
$$N' = 0$$

$$M' = A\,t\,(K\sigma_c - x_3)(h - t) + \frac{1}{2}\,A\,t \cdot x_3\,\left(h - \frac{2}{3}t\right) +$$

$$+\; x_2\,\sigma_c\,g\,(h - 2t - x_2) + \frac{2}{3}\,\sigma_c \cdot g\,x_1^2$$

$$T' = \frac{4}{3}\,\frac{\sigma_c}{\sqrt{3}}\,x_1 \cdot g$$

CURBA „C-6" intervalul 7-13



$$D\sigma = \frac{\sigma_c (K-1) - x_1}{n}$$

$n = 6$

Fig 7.27'

$$x_1 = \frac{2t \cdot K\sigma_c}{h-t} \quad ; \quad x_1 + J \cdot D\sigma = x_A$$

$$x_2 = \frac{t \cdot \sigma_c}{x_A} \quad ; \quad x_3 = \frac{\sigma_c (K-1) - x_A}{x_A}$$

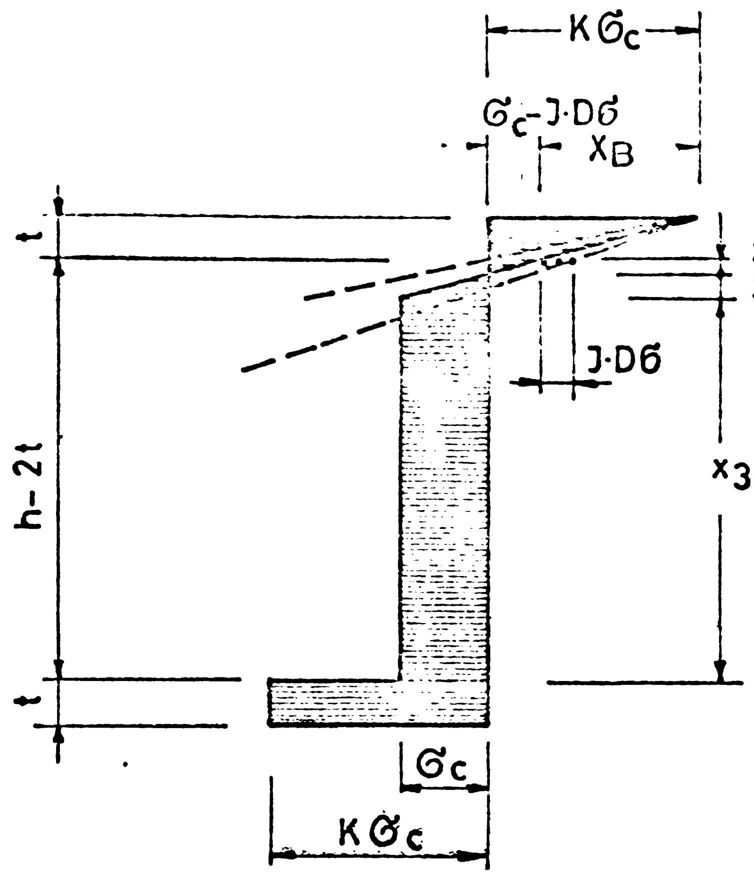
$$x_4 = h - 2t - x_3 - 2x_2$$

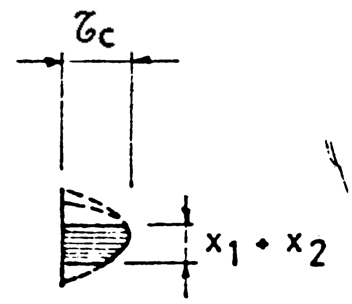
$$N' = \frac{1}{2} A t (J \cdot D\sigma + x_1) + g \cdot \sigma_c (x_4 - x_3)$$

$$M' = \frac{1}{2} A t (h-t)(2K\sigma_c - x_A) + \frac{1}{2}\sigma \; g \left[x_4 (h-2t-x_4) + x_3 (h-2t-x_3) \right] + \frac{2}{3}\sigma_c \; g \cdot x_2^2 + \frac{1}{2} \cdot x_A \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{3}\right) A t$$

$$T' = \frac{4}{3} \; \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} g \cdot x_2$$

CURBA „C 6" intervalul 13-9





$$D\sigma = \frac{\sigma_c}{n} \; ; \quad n = 6$$

„Fig 7.28"

$$x_1 = \frac{t \cdot (\sigma_c - J \cdot D\sigma)}{x_B} \; ; \qquad x_B = \sigma_c \cdot (K-1) + J \cdot D\sigma$$

$$x_2 = \frac{t \cdot \sigma_c}{x_B} \; ; \qquad x_3 = h - 2t - x_1 - x_2$$

$$N' = \frac{At \cdot x_B}{2} + \sigma_c \; g \left(x_3 + \frac{1}{2} x_2\right) - \frac{1}{2} x_1 \; g \left(\sigma_c - J \cdot D\sigma\right)$$

$$M' = At \; \frac{h-t}{2} \left(K\sigma_c + \sigma_c - J \cdot D\sigma\right) + \sigma_c \cdot g \cdot x_3 \left(\frac{h-2t}{2} - \frac{x^3}{2}\right) -$$

$$- \frac{1}{2} \sigma_c \cdot x_2 \cdot g \left(\frac{h-2t}{2} - x_1 - \frac{2}{3} x_2\right) + \frac{1}{2} x_1 (\sigma_c - J \cdot D\sigma)\left(\frac{h-2t}{2} -\right.$$

$$\left. - \frac{x_1}{3}\right) + \frac{1}{2} \cdot x_B \cdot At \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{3}\right)$$

$$T' = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} \left[2 x_2 + x_1 \left(3 - \frac{x_1^2}{x_2^2}\right)\right] \cdot g$$

CURBA „C 6" în punctul 20

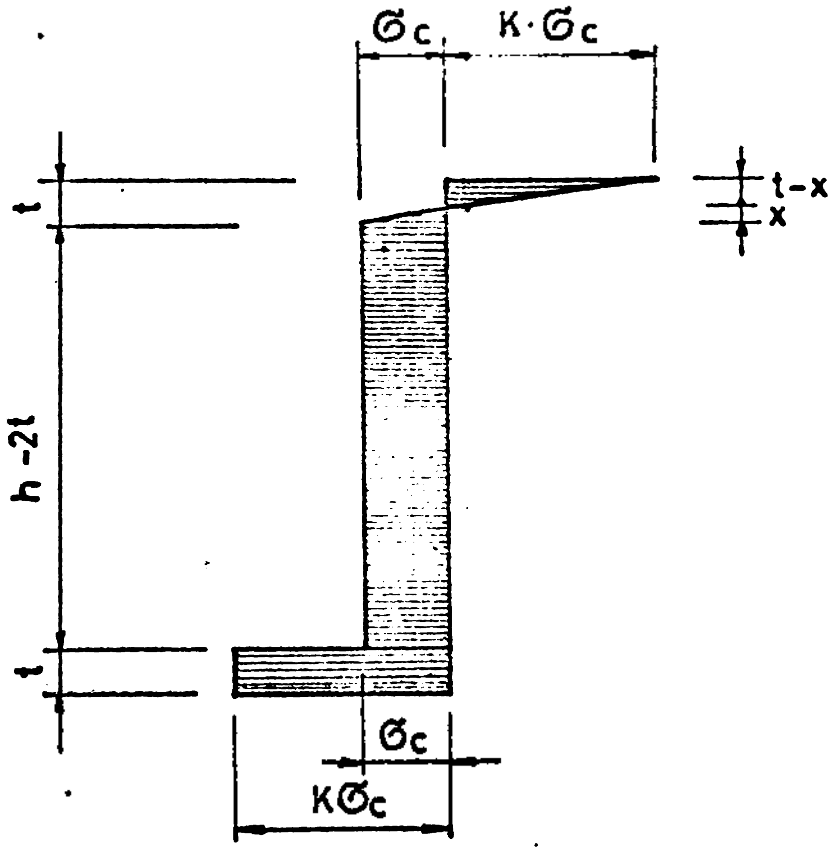


Fig 7.29

$$x = \frac{t}{K+1}$$

$$N_1 = \frac{1}{2}\sigma_c \cdot x \cdot b$$

$$N_2 = \frac{1}{2} K \sigma_c (t - x) b$$

$$N' = A t \sigma_c \cdot K + (h-2t) \cdot g \sigma_c + N_1 - N_2$$

$$M' = \frac{1}{2} A t \cdot \sigma_c K (h-t) - N_1 \left(\frac{h-2t}{2} + \frac{x}{3}\right) + N_2 \left(\frac{h}{2} - \frac{t-x}{3}\right)$$

$$T' = 0$$

CURBA „C 7"

$$\eta_1 = -(\frac{1}{2} - \chi)$$

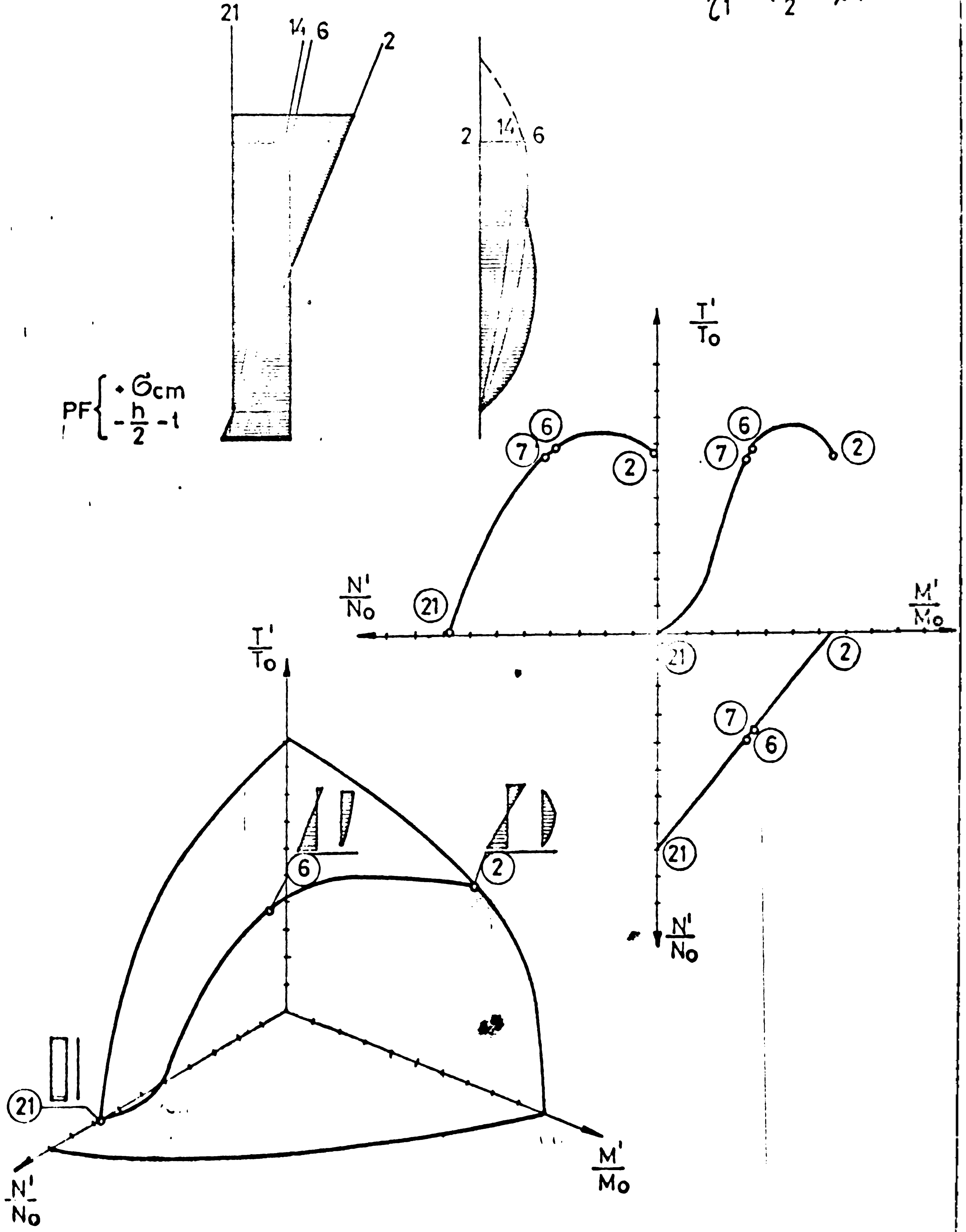


Fig 7.30

CURBA „C 7" intervalul 14 – 21

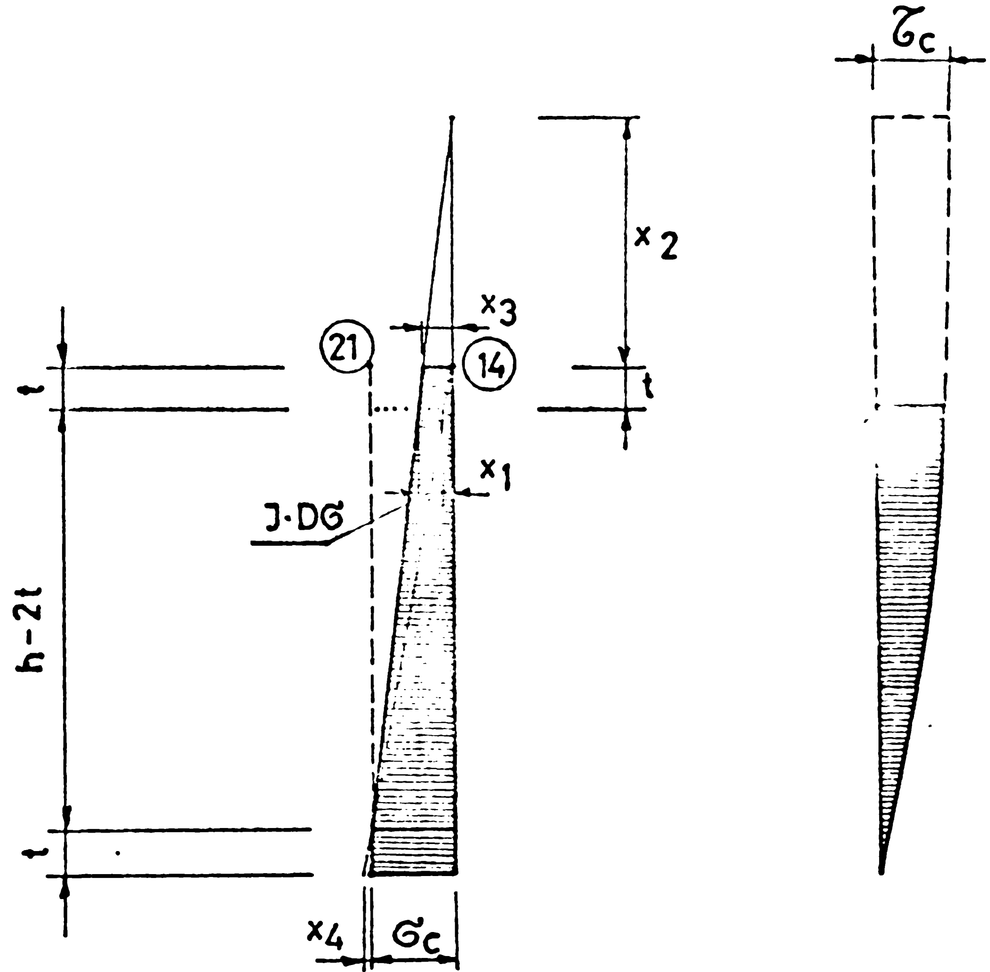


Fig 7.31

$$D\sigma = \frac{\sigma_c - x_1}{n} \quad ; \quad n = 7$$

$$x_1 = \frac{\sigma_c \cdot t}{h-t}$$

$$x_2 = \frac{(x + J \cdot D\sigma)(h-t) - \sigma_c \cdot t}{\sigma_c - (x_1 + J \cdot D\sigma)} \quad ; \quad x_3 = \frac{x_2 \cdot \sigma_c}{h - t + x}$$

$$x_4 = x_1 + J \cdot D\sigma - x_3$$

$$N' = (\sigma_c + x_3 + x_4)\,At + \frac{1}{2}(\sigma_c + x_1 + J \cdot D\sigma) \cdot (h - 2t) \cdot g$$

$$M' = \frac{1}{2} At\,(h-t)(\sigma_c - x_3) + \frac{1}{12} g\,(h-2t)(\sigma_c - x_1 + J \cdot D\sigma) +$$

$$+ \frac{1}{6} x_4 \cdot At \cdot t$$

$$T = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} \left[h - 2t - \frac{(h-t+x_2)^3 - (x_2+t)^3}{3(h-t+x_2)^2} \right] \cdot g$$

CURBA „C 7" intervalul 2-6

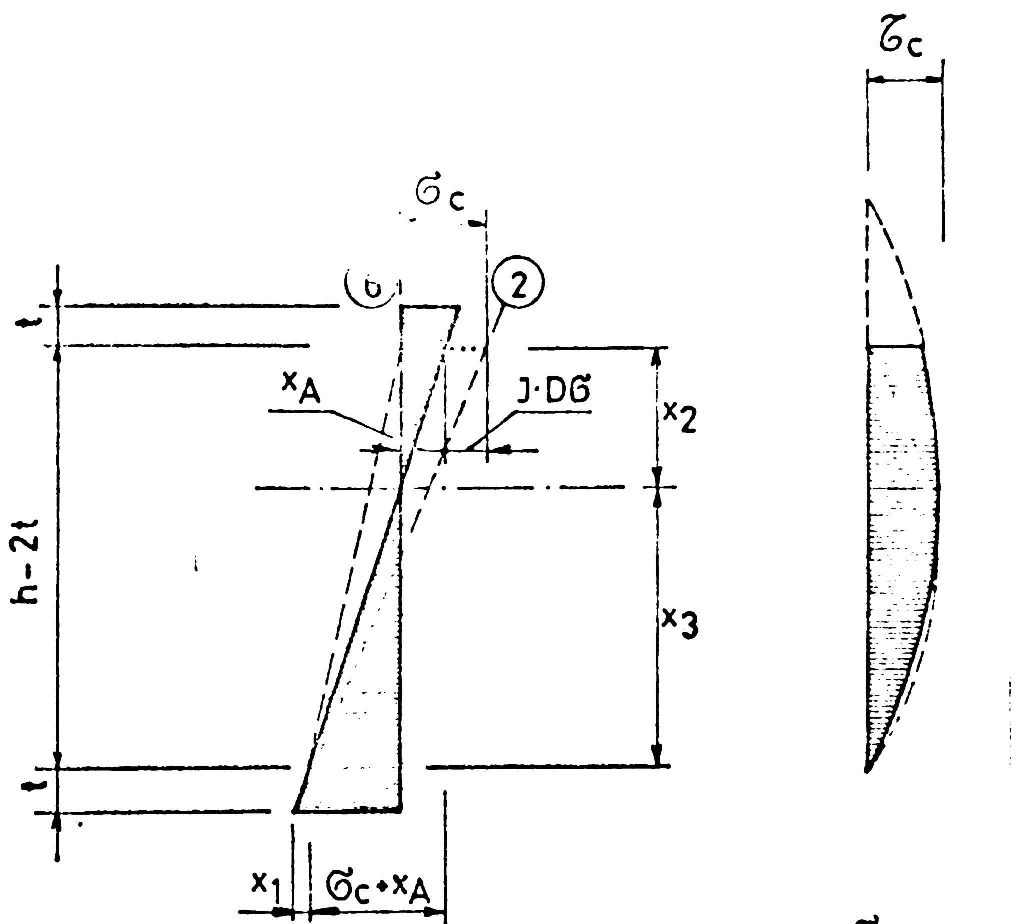


Fig 7.32

$$D\sigma = \frac{\sigma_c}{n} \quad ; \quad n = 7$$

$$x_A = \sigma_c - J \cdot D\sigma \quad ; \quad x_2 = \frac{x_A\,(h-2t)}{\sigma_c + x_A}$$

$$x_1 = \frac{t\,(\sigma_c + x_A)}{h-2t} \quad ; \quad x_3 = \frac{\sigma_c\,(h-2t)}{\sigma_c + x_A}$$

$$N' = A\,t\,(\sigma_c - x_A) + \frac{1}{2}\,g\,(\sigma_c\, x_3 - x_2\, x_A)$$

$$M' = \frac{1}{2}\,A\,t \cdot (h-t) \cdot (\sigma_c + x_A) + \frac{1}{2}\,x_1\,A\,t\,(h - \frac{2}{3}\,t) +$$

$$+ \frac{1}{2}\,x_3\,\sigma_c\,g\,(\frac{h-2t}{2} - \frac{x_3}{3}) + \frac{1}{2}\,x_2 \cdot x_A\,g\,(\frac{h-2t}{2} + \frac{x_2}{3})$$

$$T' = \frac{\sigma_c}{3\sqrt{3}}\left[2\,x_3 + x_2\,(2 - \frac{x_2^2}{x_3^2})\right] g$$

CURBA „C 8"

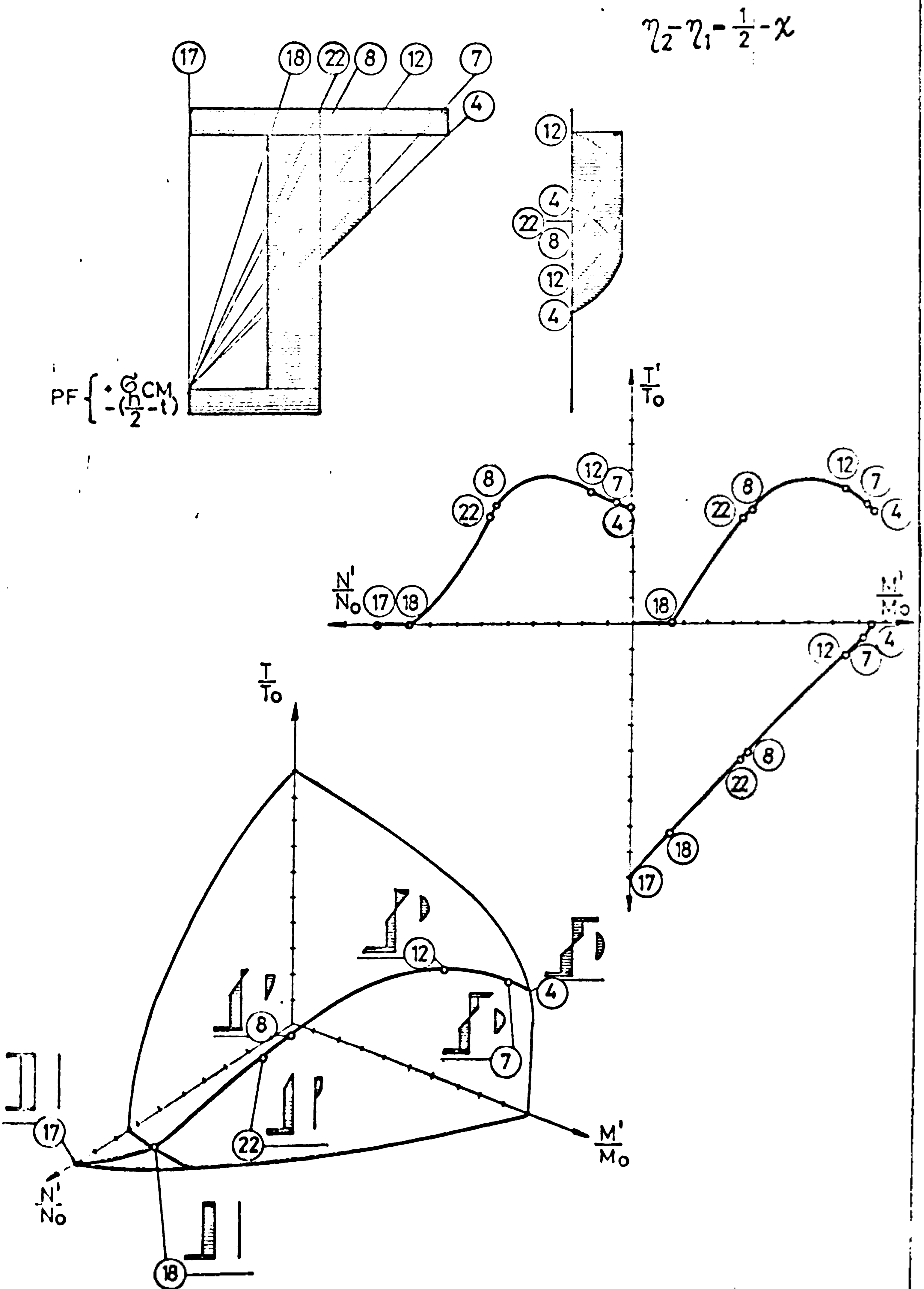
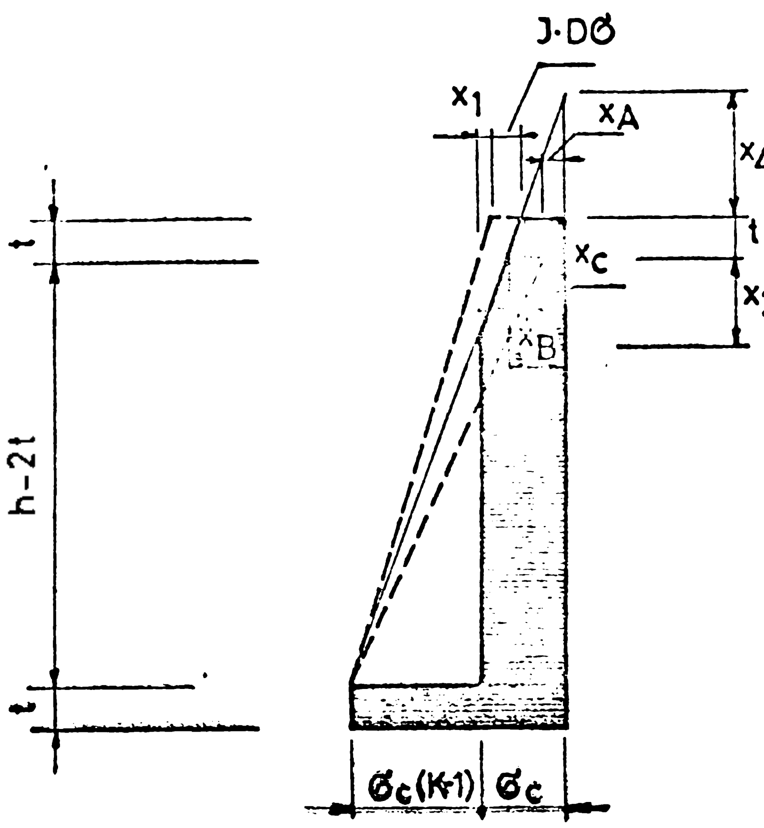
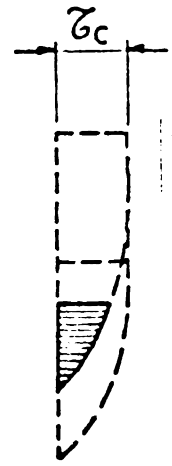


Fig 7.33

CURBA „C 8" intervalul 18 - 22





$$D\sigma = \frac{\sigma_c - x_1}{n}$$

„Fig 7.34"

$$x_1 = \frac{t \cdot \sigma_c (K-1)}{h-2t} \quad ; \qquad x_A = \sigma_c - (x_1 + J \cdot D\sigma)$$

$$x_2 = \frac{(h-2t)(x_1 + J \cdot D\sigma) - t \cdot \sigma_c (K-1)}{\sigma_c (K-1) + x_1 + J \cdot D\sigma} \quad ; \quad x_3 = \frac{x_2 \sigma_c (K-1)}{h-2t-x_2}$$

$$x = \frac{x_A \; t}{x_c} \quad ; \quad x_B = \sigma_C - x_3 \quad ; \quad x_C = x_B - x_A$$

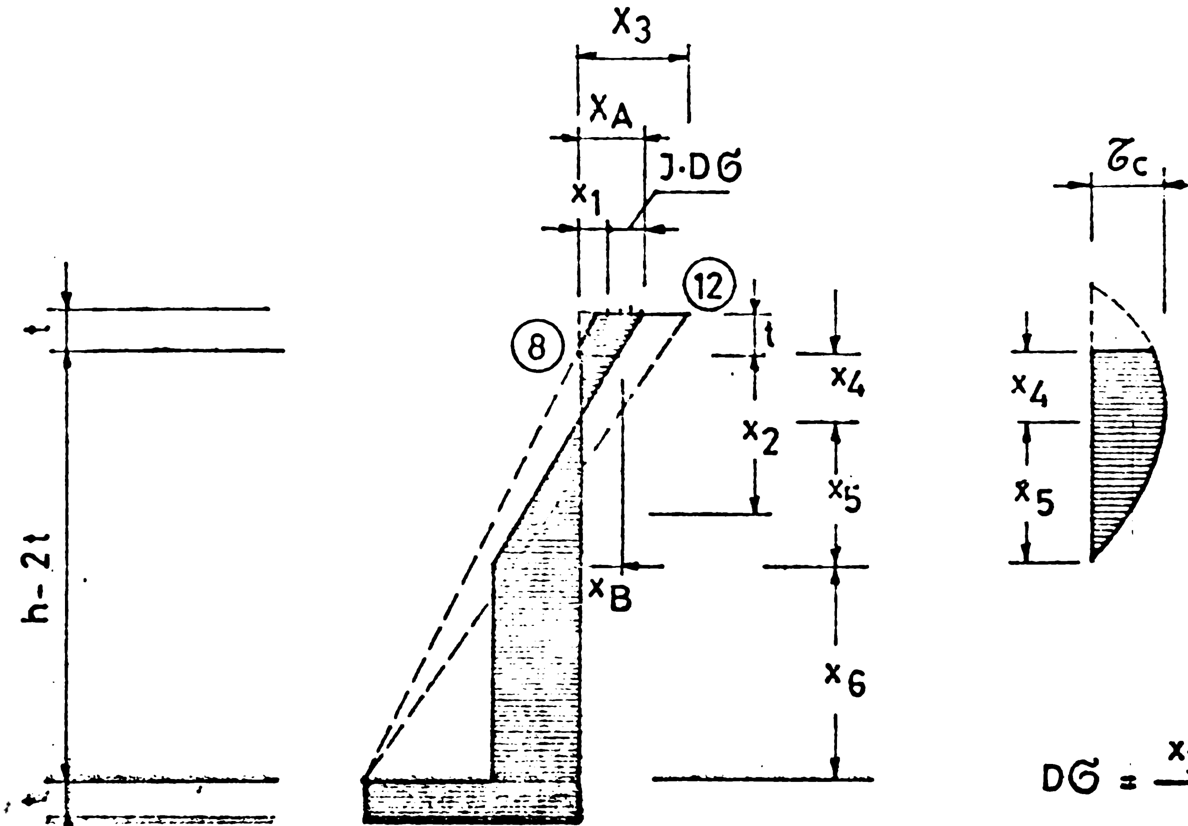
$$N' = K \cdot \sigma \cdot At + (h-2t) \cdot \sigma_c \cdot g - \frac{1}{2} x_2 \; x_3 \cdot g + \frac{1}{2} (x_B + x_A) \cdot At$$

$$M' = \frac{1}{2} At \cdot K \sigma_c (h-t) + \frac{1}{\,} x_2 \; x_3 \; g \left(\frac{h-2t}{2} - \frac{x_2}{3} \right) -$$

$$- \frac{1}{2} x_A (h-t) At - \frac{1}{2} x_c \; At \left(\frac{h}{2} - \frac{2t}{3} \right)$$

$$T' = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} \left[x_2 - \frac{(x_2 + t + x_4)^3 - (t + x_4)^3}{3 \cdot (x_2 + t + x_4)^2} \right] \cdot g$$

CURBA „C 8" intervalul 8-12



$$D\sigma = \frac{x_3 - x_1}{n};$$

$n = 4$

Fig 7.35

$$x_1 = \frac{K t \sigma_c}{h-2t}; \qquad x_B = \frac{\sigma_c (t + x_2)}{x_2}$$

$$x_2 = \frac{h-2t}{K+1}; \qquad x_4 = \frac{x_A (h-2t) - K\sigma_c t}{K\sigma_c + x_A}$$

$$x_A = x_1 + J \cdot D\sigma; \qquad x_5 = \frac{\sigma_c (t + x_4)}{x_A}; \qquad x_6 = h - 2t - x_4 - x_5.$$

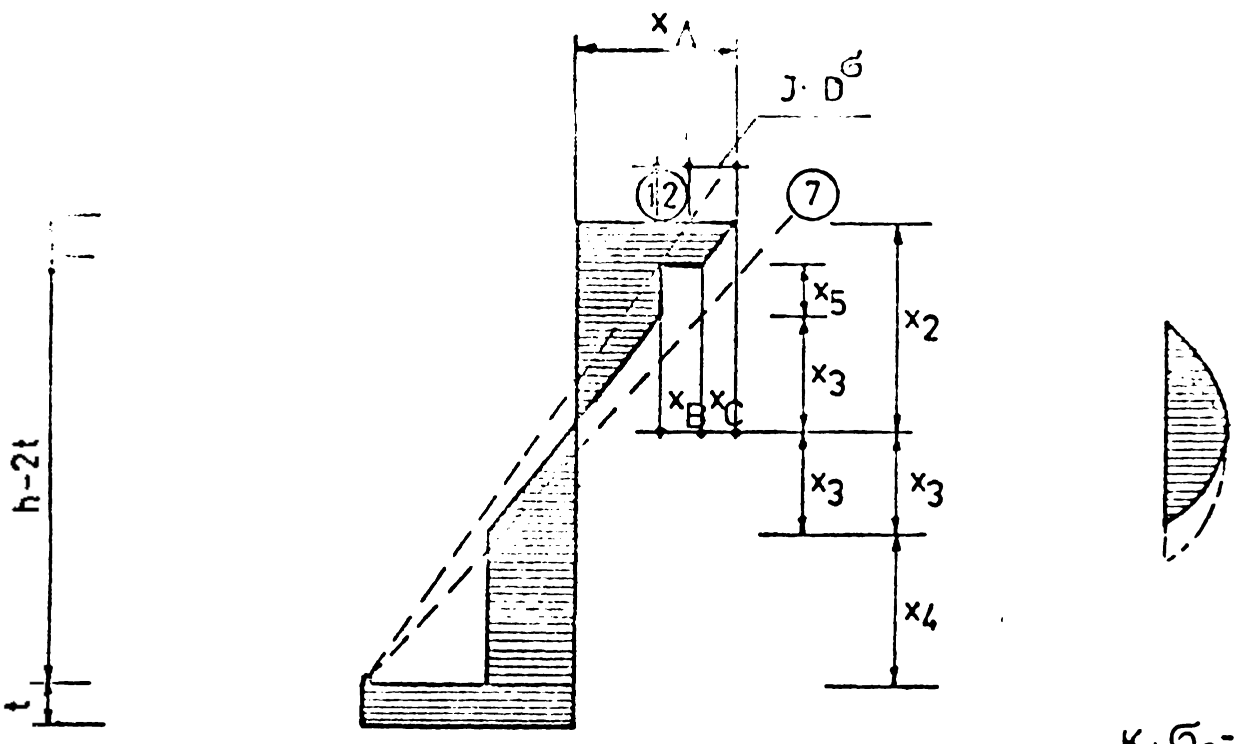
$$N' = At \left[K\sigma_c - \frac{1}{2}(x_A + x_B) \right] + \sigma_c \; g \,(x_6 + \frac{1}{2} x_5) - \frac{1}{2} x_4 \, x_B \cdot g$$

$$M' = \frac{1}{2} K\sigma_c \cdot At\,(h-t) + \frac{1}{2}(2 \cdot x_A + x_B) \cdot \sigma_c \cdot g \left[\frac{h-2t}{2} - \frac{x_6^2 + x_5 (x_6 + \frac{x_5}{3})}{2x_6 + x_5} \right] + \frac{1}{2} x_4 \, x_B \, g \cdot \left(\frac{h-2t}{2} - \frac{x_4}{3} \right)$$

$$+ \frac{1}{2}(x_A - x_B)\, At \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{3} \right)$$

$$T' = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} \left[(x_5 + x_4) - \frac{x_5^3 + x_4^3}{3 x_5^2} \right] \cdot g$$

CURBA „C_8" intervalul 12-7



„Fig 7.36"

$$D\sigma = \frac{K\cdot\sigma_c-(x_1+\sigma_c)}{n}$$

$$n = 4$$

$$x_1 = \frac{t\cdot\sigma_c\,(K+1)}{(h-2t)} \quad ;$$

$$x_A = \sigma_c + x_1 + J\cdot D\sigma \quad ;$$

$$x_2 = \frac{x_A\,(h-t)}{x_A + K\,\sigma_c} \quad ;$$

$$x_3 = \frac{x_2\cdot\sigma_c}{x_A} \quad ;$$

$$x_4 = \frac{x_2\cdot\sigma_c\,(K-1)}{x_A}$$

$$x_5 = h-2t-x_4-2x_3$$

$$x_3 = \frac{x_5-x_A}{x_2}$$

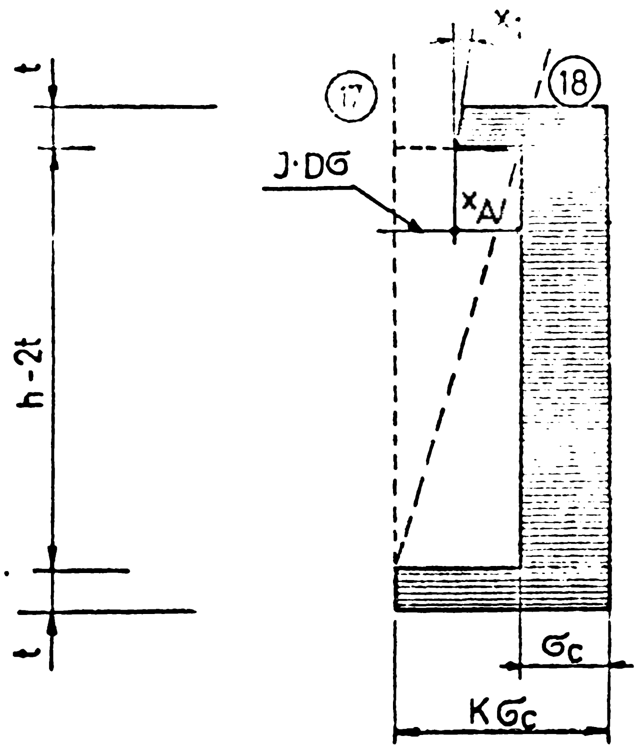
$$x_C = x_1 + J D\sigma - x_B$$

$$N' = At\,(K\sigma_c - \tfrac{1}{2}x_c) + \sigma_c\cdot g\,(x_4-x_5) - (\sigma_c + x_B)\cdot A\cdot t$$

$$M' = \tfrac{1}{2}(h-t)(K\,\sigma_c+\sigma_c+x_B)\,At + \frac{\sigma_c\cdot g}{2}\Big[x_4\,(h-2t-x_4) + x_5 - (h-2t-x_5)\Big] + \tfrac{2}{3}\sigma_c\cdot g\cdot x_3^2 + \tfrac{1}{2}x_c\cdot A_t\,(\tfrac{h}{2}-\tfrac{t}{3})$$

$$T' = \frac{4}{3\sqrt{3}}\cdot\sigma_c\cdot x_3\cdot g$$

CURBA „38" intervalul 17-18



„Fig 7.37"

$$D\sigma = \frac{\sigma_c (K-1)}{n} \quad ; \quad n=4$$

$$x_A = \sigma_c (K-1) - J \times D\sigma$$

$$x_1 = \frac{t \times J \times D\sigma}{h-2t}$$

$$N' = A_t \left(K\sigma_c + \sigma_c + x_A - \frac{1}{2} x_1 \right) + \sigma_c \cdot g \, (h-2t)$$

$$M' = \frac{1}{2} K\sigma_c \cdot A_t \, (h-t) - \frac{1}{2} (\sigma_c + x_A) A_t + \frac{1}{2} x_1 A_t \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{3} \right)$$

$$T' = 0$$

CURBA „C-9"

$\eta_1 = \frac{1}{2}$

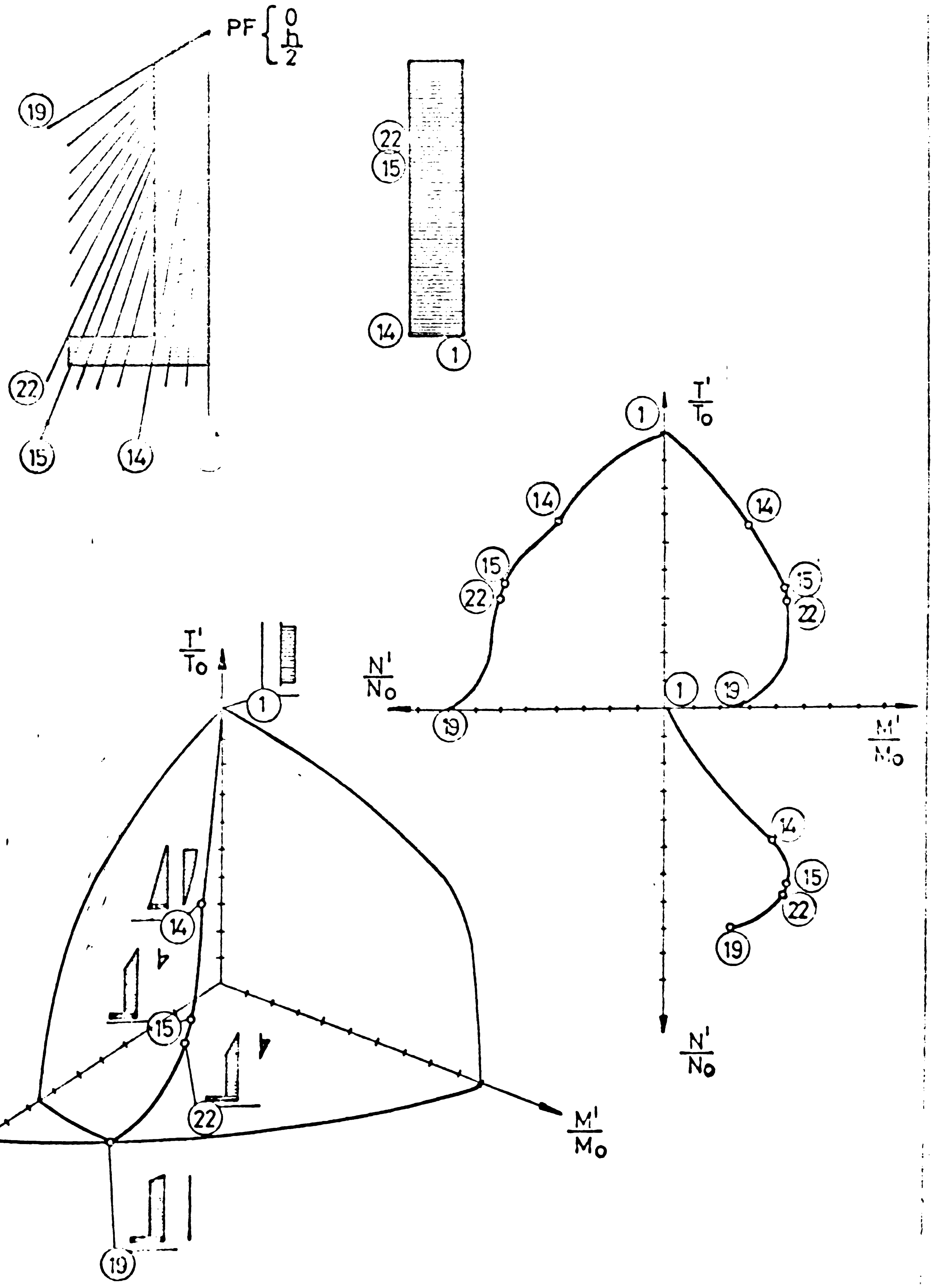


Fig 7.38

CURBA „C" intervalul 14 - 15

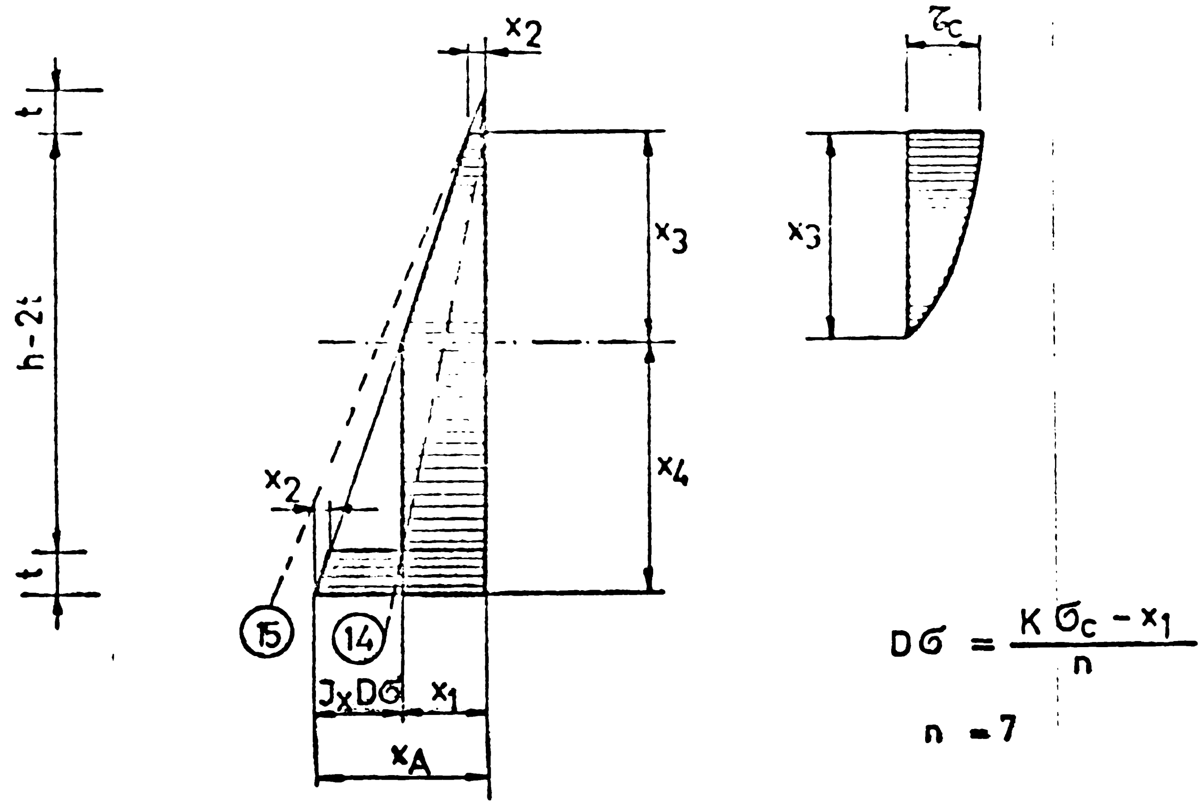


Fig 7.39

$$x_1 = \frac{h \times \sigma_c}{h - t}$$

$$x_4 = h - 2t - x_3$$

$$x_2 = \frac{t \cdot x_A}{h}$$

$$x_A = x_1 + J \times D\sigma$$

$$x_3 = \frac{h \cdot \sigma_c}{x_A} - t$$

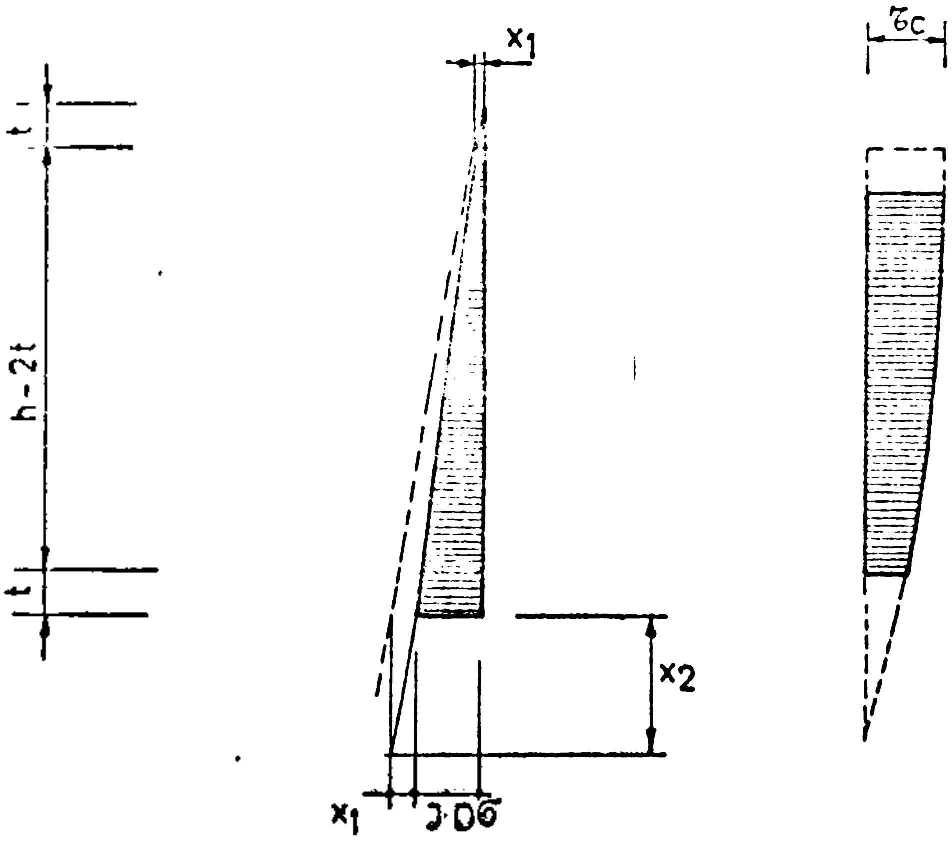
$$N' = At \cdot x_A + x_4 \cdot \sigma_c \cdot g + \frac{1}{2}(\sigma_c + x_2)\, x_3 \cdot g$$

$$M' = \frac{1}{2}(x_1 + J \cdot D\sigma) \cdot At\,(h - t) + \frac{1}{2} x_3 \cdot g\,(\sigma_c - x_2) \cdot \left(\frac{h - 2t}{2} - \frac{x_3}{3}\right) -$$

$$- \frac{1}{2} x_2\, At \left(\frac{h}{2} - \frac{2t}{3}\right)$$

$$T' = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} \left[x_3 - \frac{(x_3 + t)^3 - t^3}{3\,(x_3 \cdot t)^2} \right] \cdot g$$

CURBA „C_j" intervalul 1-14



„Fig. 740"

$$x_1 = \frac{t \cdot J \cdot D\sigma}{h-t}$$

$$D\sigma = \frac{\sigma_c}{n}$$

$$n = 6$$

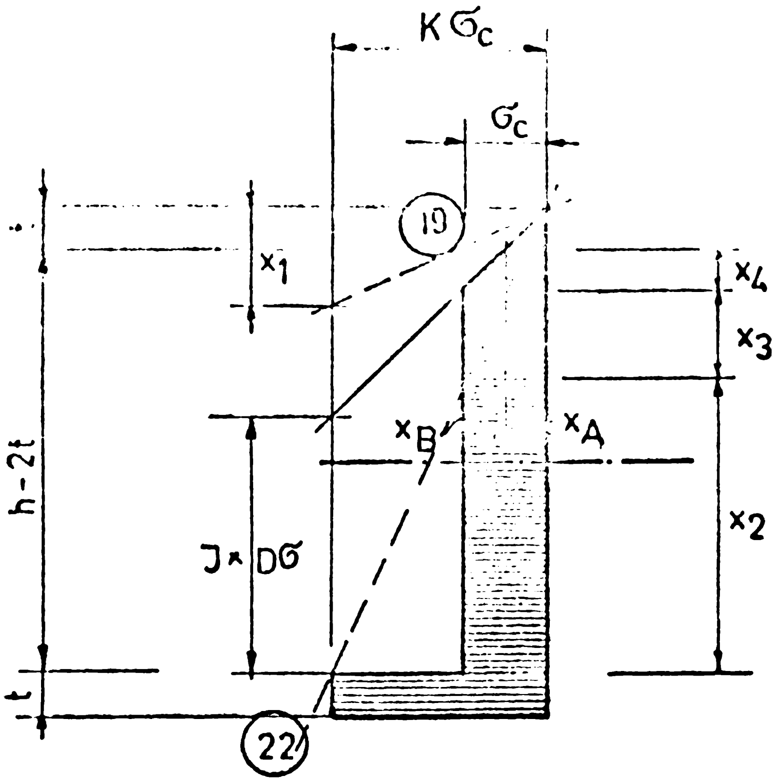
$$x_2 = \frac{(h-t)\cdot(\sigma_c - J \cdot D\sigma)}{J \cdot D\sigma}$$

$$N' = A\,t\,(J \cdot D\sigma + x_1) + \frac{1}{2}(x_1 + J \cdot D\sigma)\cdot(h-2t)\cdot g$$

$$M' = \frac{1}{2}A\,t\left[J \cdot D\sigma(h-t) + \frac{x_1 \cdot t}{3}\right] + \frac{1}{12}\,g\,(h-2t)^2(J \cdot D\sigma - x_1)$$

$$T' = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}}\left[h-2t - \frac{(h-t)^3 - t^3}{3(h-t+x_2)^2}\right]\cdot g$$

CURBA „C 9" intervalul 22-19



$$D\sigma = \frac{h-t-x_1}{n}$$

$n = 5$

„Fig 7.41"

$$x_1 = \frac{t}{K} \qquad x_4 = h - 2t - x_2 - x_3$$

$$x_2 = \frac{(K-1)(h-t)}{K} \qquad x_A = \frac{K \cdot \sigma_c}{(h-t) - J \times D\sigma}$$

$$x_3 = \frac{J \times D\sigma}{K} \qquad x_B = \sigma_c - x_A$$

$$N' = A\,t \cdot K\sigma_c + (h-2t) \cdot \sigma_c \cdot g - \frac{1}{2} x_4\, x_B \cdot g + \frac{1}{2} A\,t \cdot x_A$$

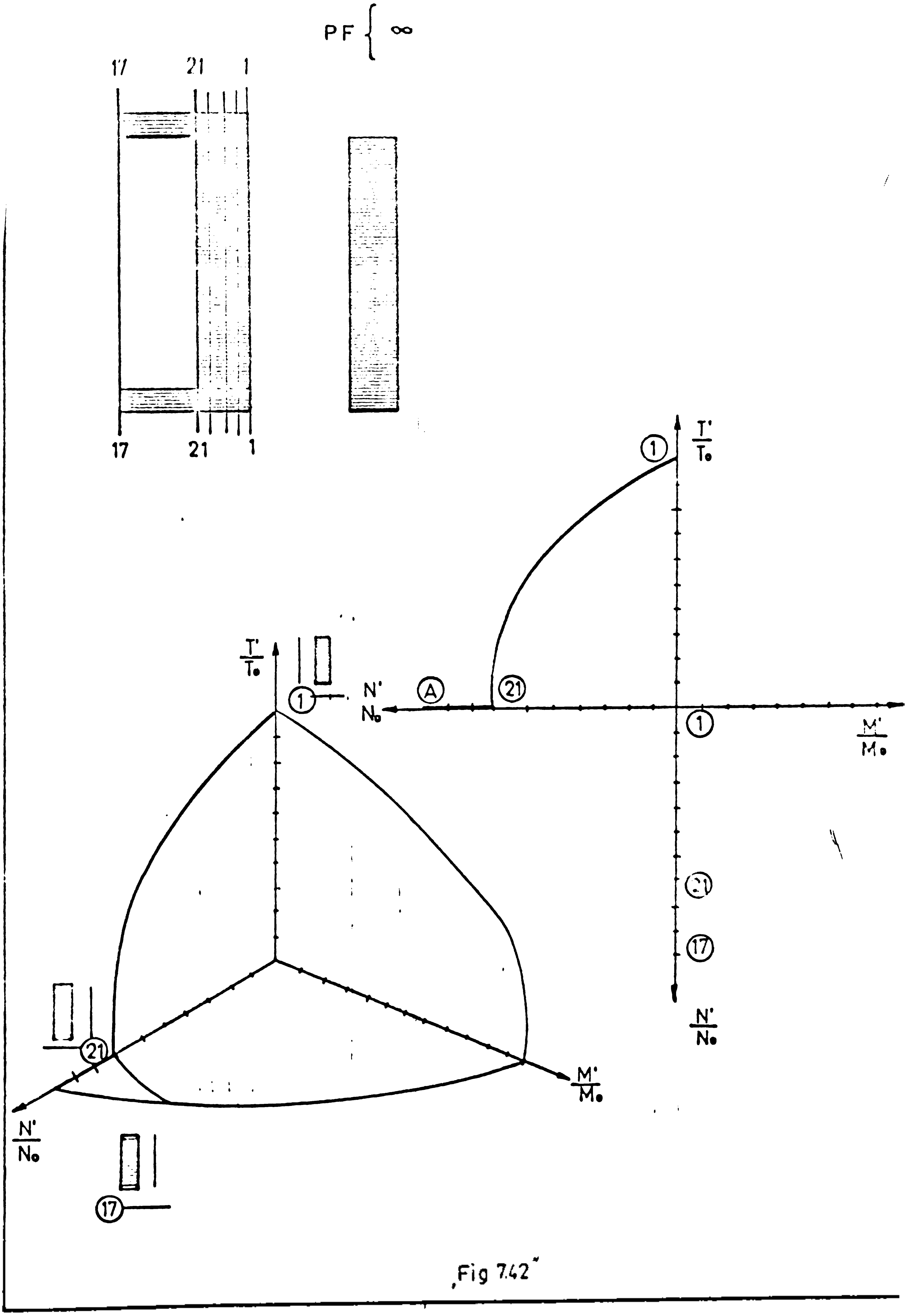
$$M' = \frac{1}{2} A_t \cdot \left[K \cdot \sigma_c (h-t) - x_A \left(\frac{h}{2} - \frac{2t}{3} \right) \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} x_4 \cdot x_B \cdot g \left(\frac{h-2t}{2} - \frac{x_4}{3} \right)$$

$$T' = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} \left[x_4 - \frac{(x_4+t)^3 - t^3}{3 \cdot (x_4+t)^2} \right] \cdot g$$

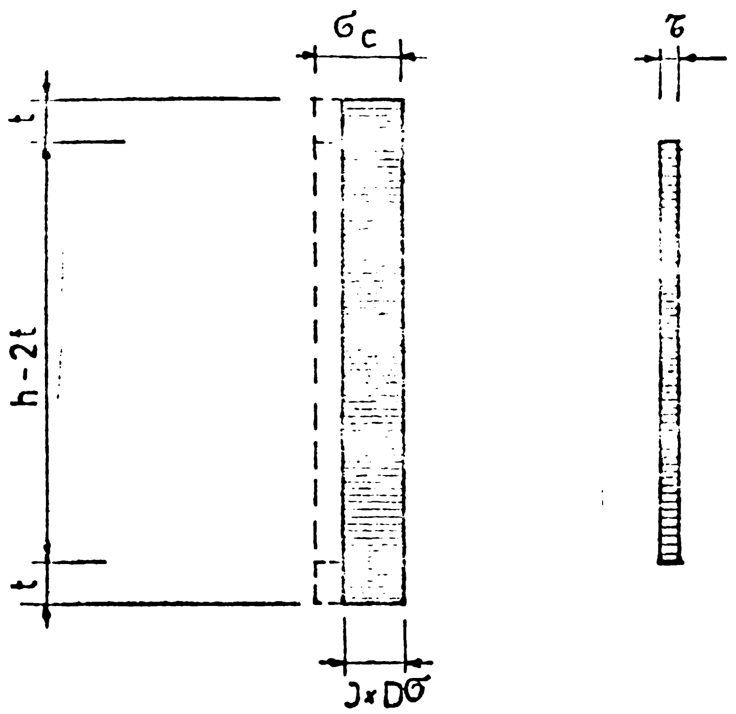
BUPT

CURBA „C 10" - $\eta_1 = \infty$



„Fig 7.42"

CURBA „C J" intervalul 1-21



„Fig 7.43"

$$(J \cdot \Delta\sigma)^2 + 3\tau^2 = \sigma_c^2$$

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\sigma_c^2 - (J \times D\sigma)^2}$$

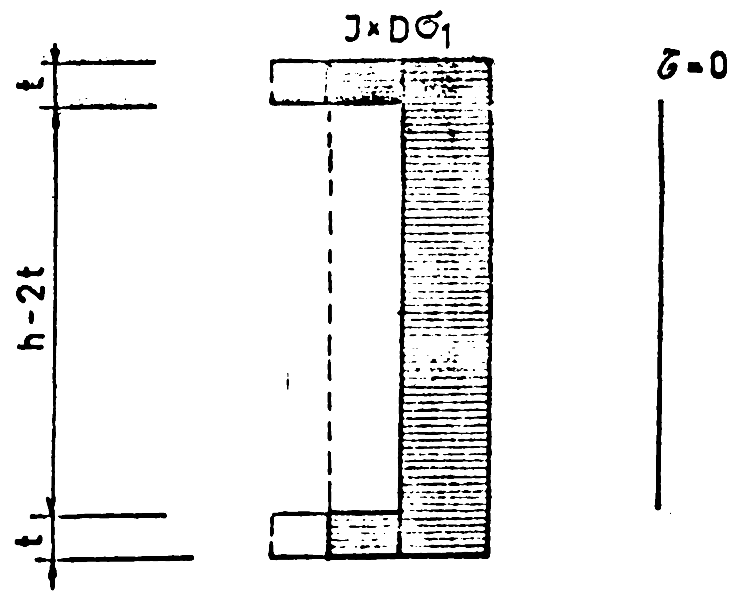
$$D\sigma = \frac{\sigma_c}{n} \; ; \quad n = 10$$

$$N' = J \times D\sigma \left[2 \times At + (h - 2t)\ g^{\circ} \right]$$

$$M' = 0$$

$$T = \frac{h-2t}{\sqrt{3}} \cdot g \sqrt{\sigma_c^2 - (J \times D\sigma)^2}$$

CURBA „C_{10}" intervalul 21-27



$$D\sigma = \frac{\sigma_c (K-1)}{n}$$

$$n = 5$$

$$M = 0 \; ; \quad T = 0$$

„Fig 7.44"

$$N = 2At\,(\sigma_c + J \times A\sigma) + (h - 2t) \cdot g\ \sigma_c$$

CURBA „C 11" ($\eta_1 = \eta_2$)

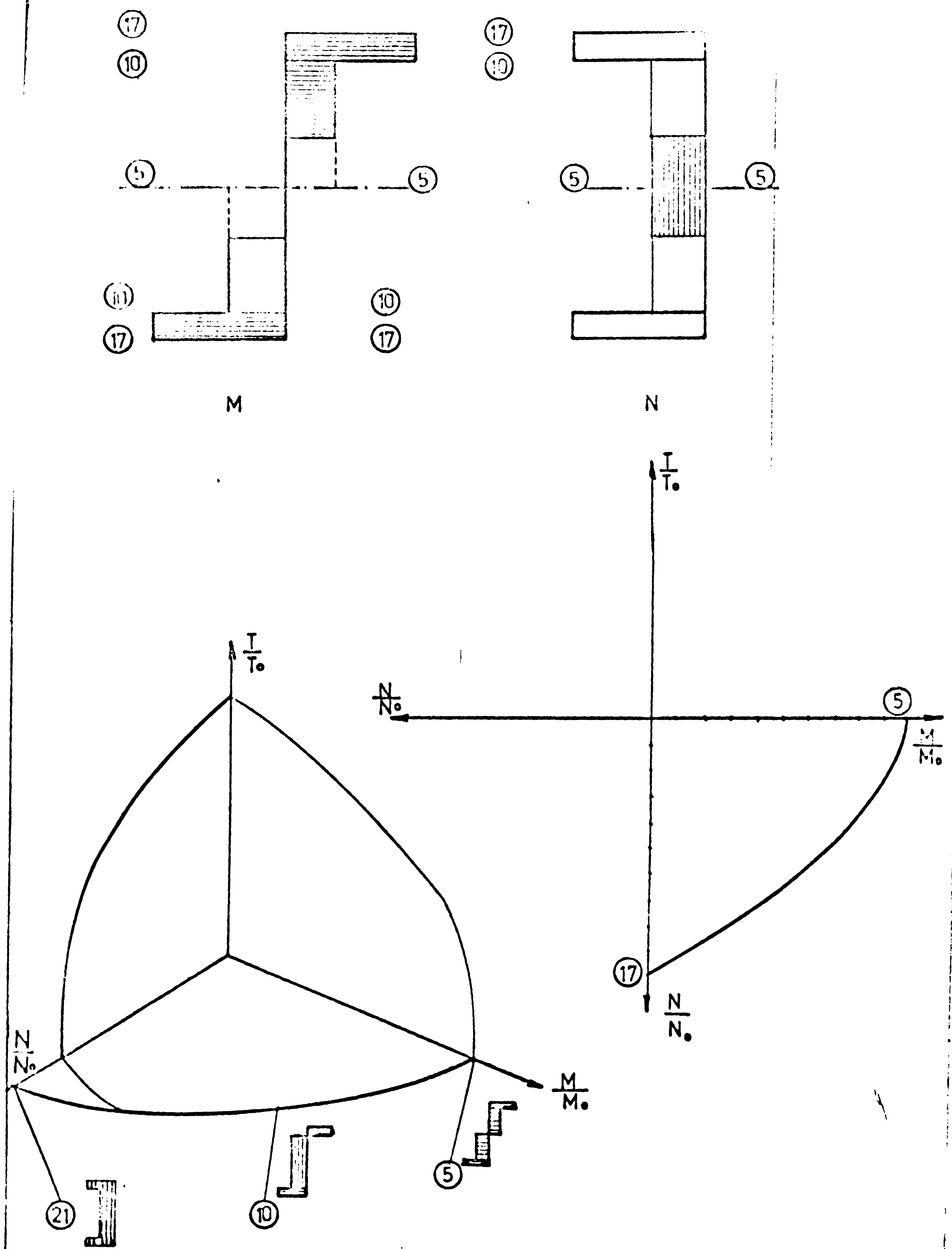
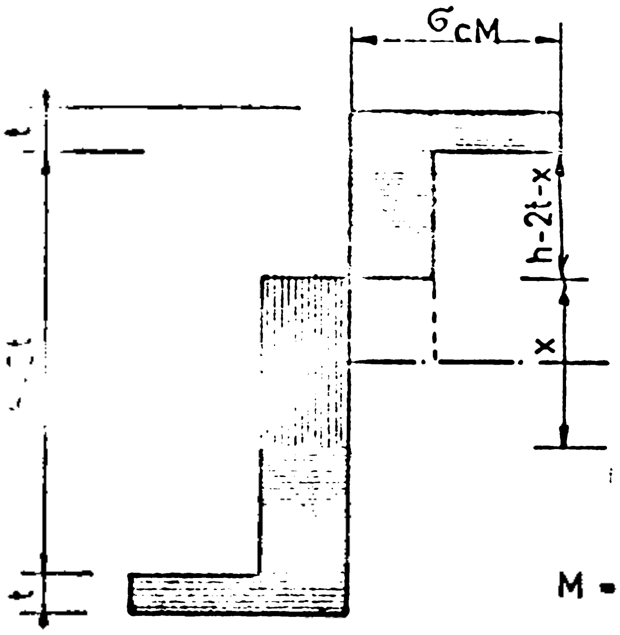


fig 7.45

CUI ͜A C-11

starea plană de eforturi M; N

Inte... ...ul 5-10



$$DS = \frac{h-2t}{n} \qquad n=8$$

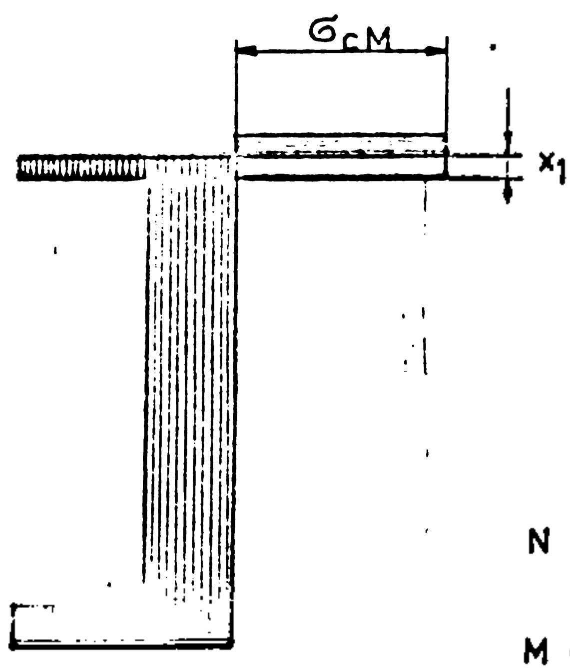
$$x = J \times DS$$

$$N = x \cdot \sigma_{cm} \cdot g$$

$$M = \sigma_{cM} A_t (h-t) + (h-2t-x)(h-2t+x) \cdot \sigma_{cm}\, g/4$$

„Fig 7.46"

Intervalul 10-17



$$DS = \frac{t}{n} \quad ; \quad n=7$$

$$x_1 = ...S$$

$$N = (h-2t)\,\sigma_{cm} \cdot g + 2\,\frac{A_t}{t}\,x_1 \cdot \sigma_{cM}$$

$$M = (t-x_1)\,\sigma_{cM}\,(h-t+x_1)$$

„Fig 7.47"

7.5.4. Poliedrul de curgere; reprezentarea curbelor în spațiu și pe cele trei plane.

Starea de tensiune definită de solicitările M,N,T, ce cresc proporționale de la M=0, N=0, T=0; conform ipotezei 2.5 se poate reprezenta într-un sistem spațial printr-un vector ce pornește de la originea coordonatelor și ajunge într-un punct unde se atinge capacitatea portantă a secțiunii prin plasticizarea ei parțială sau totală, funcție de raportul acestor solicitări. Mulțimea acestor puncte, ce exprimă starea limită plastică a secțiunii, definită prin mulțimea solicitărilor M, N, T, definesc o suprafață denumită poliedrul de curgere.

Fiecare curbă reprezintă mulțimea acelor valori M,N,T, care plasticizează secțiunea, cu respectarea unei anumite condiții parametrice $f(\eta_1, \eta_2) = 0$. Deci fiecare curbă reprezintă o submulțime a punctelor ce definesc poliedrul.

Cele unsprezece curbe calculate și reprezentate în spațiu și pe cele trei plane de proiecții stabilite în capitolul 7.5.4. definesc destul de complet poliedrul de curgere pentru o secțiune I simetrică.

Pentru determinarea stării de tensiune a punctelor situate între cele 11 curbe, se dă o metodă în cap.7.5.6.

In capitolul 7.5.3. s-a arătat modul de generare al curbelor, s-a arătat variația stărilor de tensiune pe traseul unei curbe, prezentîndu-se relațiile analitice care au stat la baza calculului numeric.

Fiecare din cele unsprezece curbe reprezintă curbe particulare, adică punctul fix se găsește într-un punct particular. De exemplu: curba C_6 are punct fix: PF $(-\sigma_{CM};\ \frac{h}{2})$, adică situat la fibra exterioară a tălpii - și în diagramă de eforturi la valoarea rezistenței de curgere corespunzătoare oțelului din tălpi.

Punctele caracteristice ale curbelor, fiind și puncte de intersecție a două curbe, definesc o stare de tensiune identică pentru cele două curbe.

Exemplificăm prin curba C_3. Curba definește starea de eforturi cînd în fibra extremă a inimii este atinsă limita de curgere σ_{cm}, avînd punctul fix de coordonate $(\frac{h}{2} - \chi,\ \sigma_{cm})$ și mulțimea care plasticizează secțiunea în diverse combinații ale lor.

Pornind de la punctul 2 unde întîlnește cu C_1 și N=0, curba trece prin punctul 11 unde se atinge plasticizarea extremă a tălpii inferioare și intersectează curba C_4, trece prin pct.12 unde întreaga talpă inferioară este plasticizată și întîlnește curba C_8, trece apoi prin pct.13 unde se atinge plasticizarea fibrei extreme a tălpii superioare și întîlnește ... C_6 și ajunge în pct.10 unde întreaga secțiune este plasticizată de $M \neq 0$; $N \neq 0$; $T = 0$. In lungul traseului curbei C_3 valorile M, N, T, variază între punctele extreme pct.2 N = 0 și în pct.10 T = 0.

Curbele C_1, C_{10}, C_{11} sînt curbe plane - fiind curbe particulare $C_1(N=0)$; $C_{10}(M=0)$; $C_{11}(T=0)$.

Curbele C_1; C_5; C_9; C_{10} în zonele ce converg spre punctul 1 ($\frac{M}{M_0} \neq 0$; $\frac{N}{N_0} \neq 0$; $\frac{T}{T_0} = 0$) caracterizează o stare de eforturi care plasticizează inima prin influența din ce în ce mai mare a forței tăietoare pe măsură ce curbele se apropie de acesta. In pct.1 secțiunea ajunge la capacitatea sa limită prin plasticizarea numai a inimii din T, conform ipotezei de la capitolul 2.5.c.

In mod asemănător în celelalte vîrfuri ale poliedrului starea de eforturi limită este produsă de o singură solicitare care însă plastifică toate elementele secțiunii.

Să urmărim curbele care în zona forțelor tăietoare mici ($T \rightarrow 0$) se apropie de planul M, N. La limita T = 0 ele exprimă stările de eforturi în care secțiunea e plasticizată numai din M, N. Astfel urmărind pe poliedrul de curgere observăm că planul M, N este atins de curba C_1 în pct.5, de curbele C_2, C_3 și C_5 în punctul 10 de curba C_6 în punctul 20, de curba C_9 în punctul 16, de curba C_8, în punctul 18, de curba C_4 în punctul 16 și de curba C_{10} în punctul 21. Aceste puncte ce definesc starea limită de eforturi M,N,T pentru T = 0 se găsesc unele (pct.5 și pct.10) pe curba C_{11} iar celelalte în interiorul ei.

Această situație se explică prin ipoteza acceptată în capitolul 2.4 privind distribuirea efortului M, N atît tălpilor cît și inimii iar a efortului T numai inimii.

Punctele limită ale curbelor pentru T = 0 și care provin din

ecuaţii parametrice $f(\eta_1,\eta_2)=o$ conduc în anumite situaţii la plasticizarea inimii înainte pe plasticizarea ambelor tălpi sau a uneia din ele.

Ori curba C_{11} defineşte o stare plastică în care toate elementele sale sînt plasticizate şi se găseşte pe poliedul de curgere numai pe intervalul 5-lo cînd întreaga secţiune lucrează în stadiul IV de lucru (vezi cap.7.56). Astfel se creiază un domeniu plan MN situat întro limita poliedului şi curba C_{11}, care nu defineşte starea limită plastică.

Acceptînd o ipoteza prin care forţa tăietoare s-ar preda şi tălpilor, acţiunea celor trei solicitări MNT, s-ar extinde la toate elementele secţiunii, poliedului s-ar deforma astfel încît intersecţia curbelor $C_6, C_9, C_8, C_7, C_{10}$, cu planul MT - s-ar fi făcut în punctele situate pe curba C_{11}.

Concluzionăm ca ipoteza 2.4 cu caracterul ei simplificator, păcătuieşte din punct de vedere a rigorii teoretice şi conduce la rezultate diferite prin folosir[illegible] relaţiilor de interacţiune în care participă MN distribuite la toate elementele secţiunii şi T -distribuit numai inimii.

Cele unsprezece curbe sînt reprezentate într-un sistem de axe în spaţiu $\frac{N}{N_o}$ $\frac{M}{M_o}$ $\frac{T}{T_o}$ în fig.7.48, arătîndu-se parametrul caracteristic al curbei şi punctele în intersecţie al curbelor; în miniatura, alăturat punctelor au fost prezentate stările de eforturi. In planul $\frac{M}{M_o}$ $\frac{N}{N_o}$ s-a delimitat domeniul exterior poliedului.

In fig.7.54 sînt reprezentate curbele pe cele trei plane de proiecţie, precum şi punctele lor de intersecţie. Ele sînt limitate un exterior de una din curbele caracteristice C_1, C_{10} C_{11}.

7.5.5. Observaţii şi discuţii privind influenţa parametrului $K = \frac{\sigma_{CM}}{\sigma_{cm}}$ şi a parametrului dimensional $\beta = \frac{Ai}{A}$ asupra stării de eforturi N,M,T pe o secţiune hibridă.

S-au rulat patru serii de date cu ajutorul programului Hybride. Rezultatele sînt livrate de program sub forma de valori importante $\frac{N}{N_o}$, $\frac{M}{M_o}$, $\frac{T}{T_o}$ şi tipărite sub forma de curbe plane.

Rezultatele transpuse într-un sistem de coordonate triaxial sub formă de poliedre de curgere sînt prezentate în fig.7.48-7.51.

Variantele 1,2 au urmărit prin datele introduse să evidenţieze influenţa parametrului $K = \frac{\sigma_{CM}}{\sigma_{cm}}$ asupra stării limită de eforturi, exprimată grafic prin forma poliedrului de curgere, menţinîndu-se parametrul dimensional β constant.

Prin creşterea parametrului K de la 1,5 la 3 creşte capacitatea secţiunii privind solicitarea M, datorită unui oţel în tălpi, cu limită de curgere ridicată (σ_{CM}).

Urmarea acestui fapt se reduce înălţimea sîmburelui elastic din solicitări M,N ce conduce la reducerea capacităţii secţiunii privind solicitarea T. Raportul $\frac{T}{T_o}$ se va diminua, deoarece nici unul din factorii săi nu e afectat de coeficientul K, iar factorul T se reduce din considerentele expuse mai sus. Astfel urmărind valorile raportului $\frac{T}{T_o}$, pentru aceleaşi puncte ale curbelor din cele două variante se constată $\frac{T_2}{T_o} < \frac{T_1}{T_o}$ (unde T_1, T_2 sînt valorile forţelor tăietoare din varianta 2, respectiv varianta 1).

De ex:pentru punctul 9 din curba C_4 $\frac{T_1}{T_o} = 0,33 > \frac{T_2}{T_o} = 0,12$;

idem pentru punctul Nr.crt 10 $\frac{T_1}{T_o} = 0,519 > \frac{T_2}{T_o} = 0,307$.

Drept urmare poliedrul 2 îşi modifică forma în comparaţie cu poliedrul 1, subţiindu-se spre valorile mari ale lui $\frac{T}{T_o}$

Stările de eforturi exprimate prin valorile mari ale raportului $\frac{M}{M_o}$ ($\frac{M}{M_o} \rightarrow 1$) au drept urmare reducerea valorilor $\frac{T}{T_o}$

Drept urmare punctele corespunzătoare din poliedrul 2, au tendinţa de apropiere de planul M,N. De ex: punctul 4 din curba C_2 $\frac{T_1}{T_o} = 0,444$, $\frac{T_2}{T_o} = 0,222$ se va apropia în varianta a 2-a de planul MN, avînd ordonata $\frac{T}{T_o}$ mai mică. Aceasta se evidenţiază mai mult la curbele C_2, C_6 şi mai puţin la curbele C_4, C_8.

Deoarece odată cu creşterea coef. $K = \frac{\sigma_{CM}}{\sigma_{cm}}$ creşte şi valoarea ($\sigma_{CM} - \sigma_{cm}$) - şi domeniul plan $\frac{N}{N_o} = 0$; $\frac{M}{M_o} = 0$; $\frac{T}{T_o} = 0$;va creşte, adică poliedrul 2 se va retrage în dreptul valorilor mari ale raportului $\frac{N}{N_o}$. Curba C_{10} atinge planul M,N în punctul 21 avînd coordonate $\frac{N_1}{N_o} = 0,785$ $\frac{N_2}{N_o} = 0,478$;. Tot din aceleaşi considerente toate punctele de intersecţie a curbelor C_4(pct.16) C_8(pct.18) C_9(pct.19) cu planul MN se retrag în poliedrul 2 dinspre vîrful 17 spre val... ...i mici a raportului $\frac{M}{N_o}$.

Variantele 3 şi 4 urmăresc să eviden... influenţa parametrului dimensional $\beta = \frac{A_i}{A}$ asupra variaţiei formei poliedrului. Varianta 3 (fig.7.50) reprezintă o secţiune hibridă cu tălpi puternic desvoltate β = 0,29; varianta 4 (fig.7.51) reprezintă o secţiune cu inima desvoltată mult β =0,72.

Toţi factorii rapoartelor $\frac{N}{N_o}$, $\frac{M}{M_o}$, $\frac{T}{T_o}$ sînt afectaţi de coeficientul β - In domeniul corespunzător diagramelor de eforturi σ în stadiul 1 de lucru, valorile M,N,T şi $M_o N_o, T_o$ sînt afectate proporţional, astfel că rapoartele lor rămîn practic constante în această zonă în cele două variante (zona $\frac{T}{T_o} \rightarrow 1$).

Urmare acestui fapt, cele două poliedre rămîn nemodificate în această zonă) prin variaţia parametrului β (vezi curbele C_1, C_5, C_9, C_{10}).

Stările de solicitări corespunzătoare diagramelor de eforturi σ simetrice, sînt practic invariabile la variaţia coef. β. Urmare, zonele poliedrelor situate în apropierea planului $\frac{T}{T_o}$, $\frac{M}{M_o}$ nu suferă modificări cu variaţia coef. β.

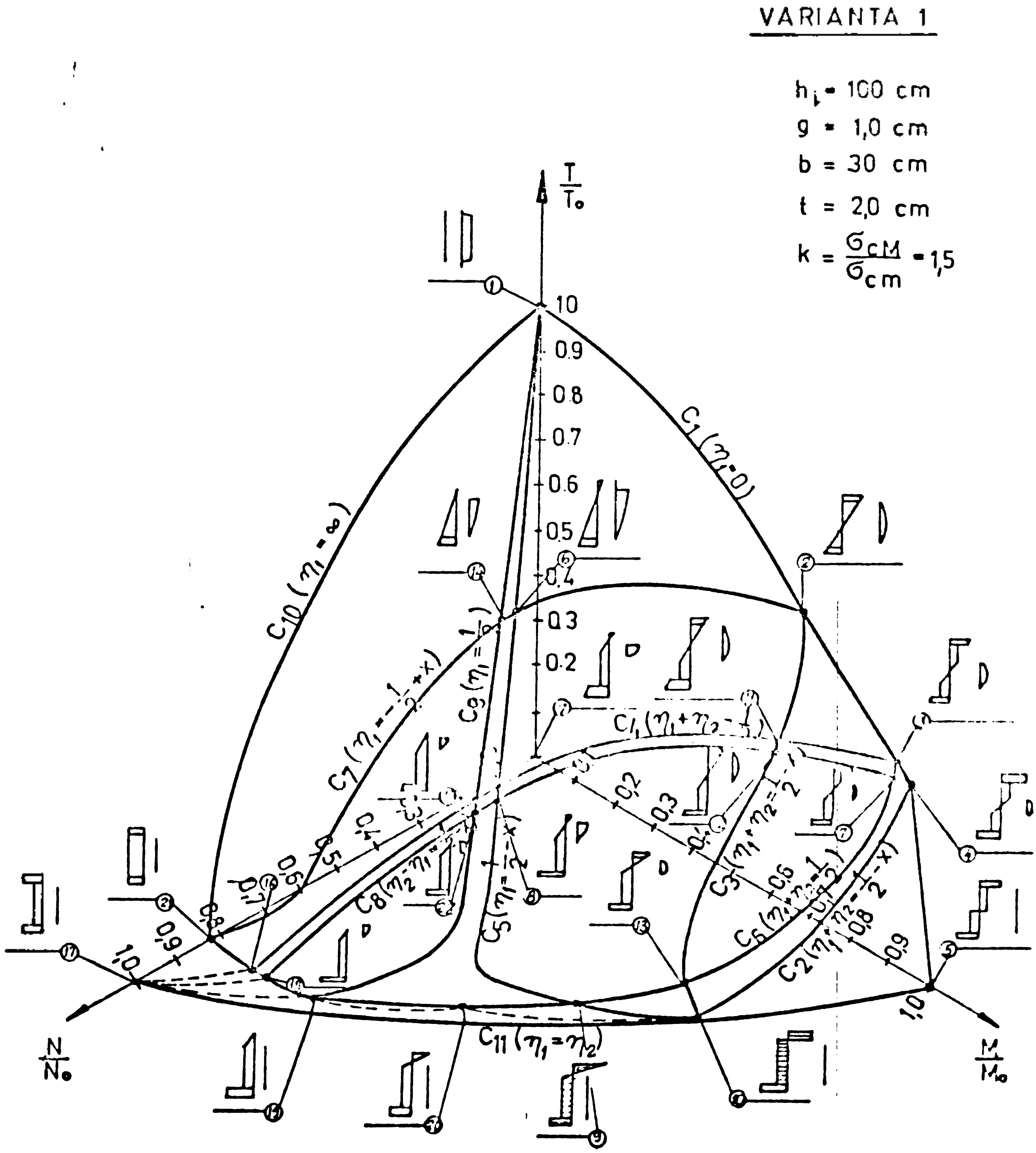
Pe măsură ce diagramele de eforturi se desimetrizează, valorile raportului $\frac{M}{N_o}$ cresc cu creşterea coef β (la varianta 4 comparativ cu varianta 3), datorită creşterii inimii. Drept urmare punctele corespunzătoare în poliedrul 4 se deplasează spre colţul $\frac{N}{N_o}$; iar curbele se deformează în consecinţă.

De ex.curbele C_6, C_3, C_5.

Din aceleaşi considerente domeniul plan $\frac{N}{N_o} \neq 0$; $\frac{M}{M_o} \neq \frac{T}{T_o} = 0$ se dimensionează în poliedrul 4.

7.5.6. Poliedrul de curgere: împărţirea în zone, discuţii asupra diagramei de efor...

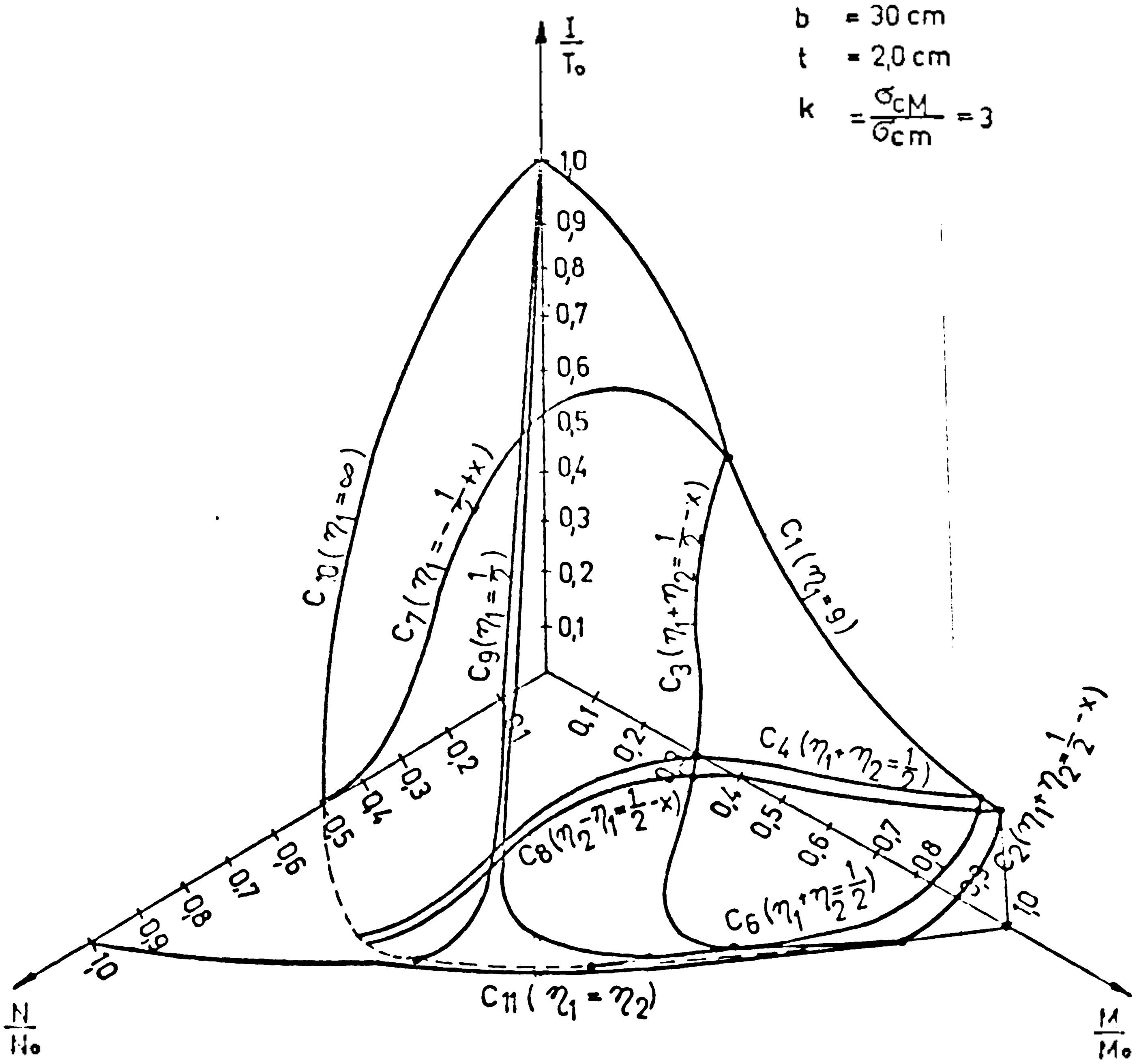
Orişice punct al suprafeţei poliedrului de curgere defineşte o stare de solicitări M,N,T care împreună plasticizează secţiunea hibridă, în sensul definiţiei din cap.2. Curbele rezultate


VARIANTA 1
h_i = 100 cm
g = 1,0 cm
b = 30 cm
t = 2,0 cm
k = σcM / σcm = 1,5
T/To
N/No
M/Mo
C1 (η1=0)
C10 (η1=∞)
C11 (η1=η2)

„Fig 7.48"

VARIANTA -2-

h_i = 100 cm
g = 1,00 cm
b = 30 cm
t = 2,0 cm
$k = \frac{\sigma_{cM}}{\sigma_{cm}} = 3$



„Fig 7.49"

VARIANTA 3

h_i = 100 cm

g = 0,80 cm

b = 33,00 cm

t = 3,00 cm

k = 1,50

$\beta = \frac{A_i}{A} = \frac{80}{278} \cong 0,29$

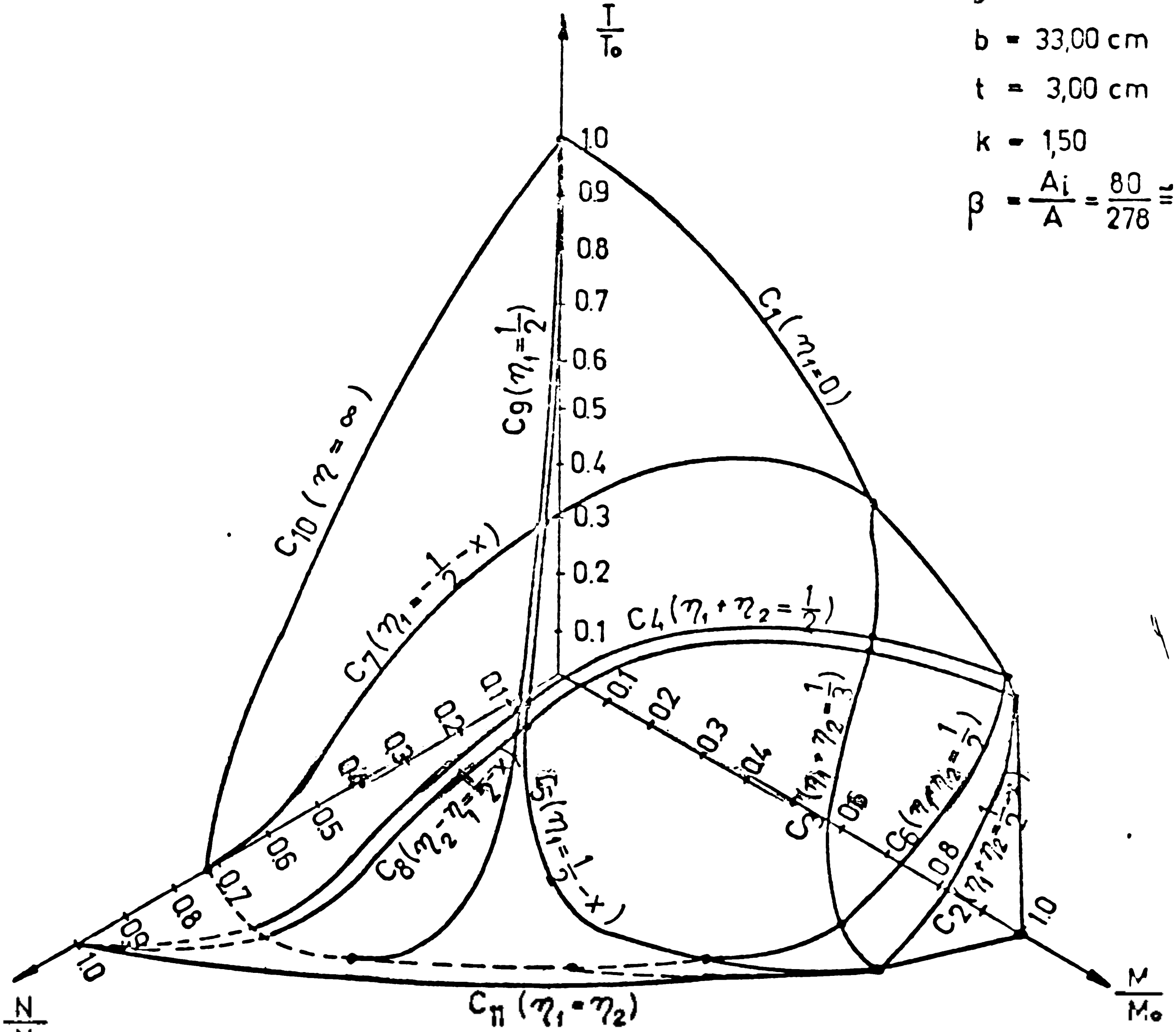


Fig 7.50

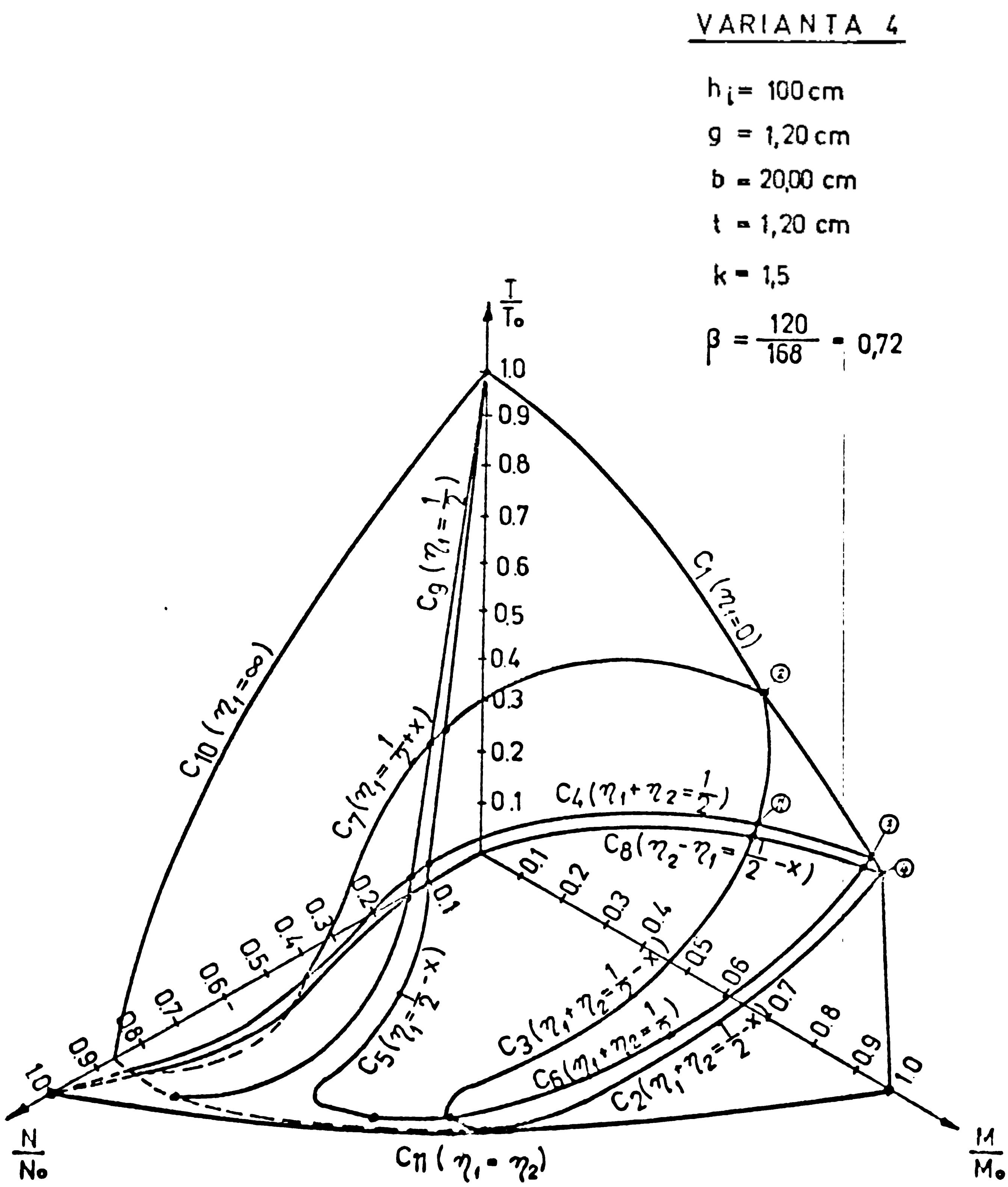

VARIANTA 4
h_i = 100 cm
g = 1,20 cm
b = 20,00 cm
t = 1,20 cm
k = 1,5
$\beta = \frac{120}{168} = 0,72$
T/To
N/No
M/Mo
$C_1(\eta_1=0)$
$C_2(\eta_1+\eta_2=\frac{1}{2}-x)$
$C_3(\eta_1+\eta_2=\frac{1}{\pi}-x)$
$C_4(\eta_1+\eta_2=\frac{1}{2})$
$C_5(\eta_1=\frac{1}{2}-x)$
$C_6(\eta_1+\eta_2=\frac{1}{\pi})$
$C_7(\eta_1=\frac{1}{\pi}+x)$
$C_8(\eta_2-\eta_1=\frac{1}{2}-x)$
$C_9(\eta_1=\frac{1}{\pi})$
$C_{10}(\eta_1=\infty)$
$C_{11}(\eta_1=\eta_2)$

Fig 7.51'

din intersecţia poliedrului cu cele trei plane de proiecţii, sînt particulare, ele definesc acea stare de solicitări, care produc plasticizarea secţiunii din acţiunea a două solicitări şi anume: $C_1(M,T)$; $C_{11}(N,M)$; $C_{10}(N,T)$. Vîrfurile poliedrului reprezintă puncte particulare în care secţiunea e plasticizată din acţiunea unei singure solicitări:pct 5(M); pct 1(T); pct 17(N).

Se evidenţiează un domeniul plan de curgere a secţiunii definit de : $\frac{N}{N_o} \neq o$; $\frac{M}{M_o} \neq o$; T= o în afara poliedrului, a cărei existenţă se explică prin legile de distribuţie diferite pentru cele 3 solicitări M,N,T.

In orice punct al suprafeţei poliedrului, inima secţiunii este complet plasticizată din acţiunea a celor trei solicitări, a două solicitări, sau a unei singure solicitări.

Zona situată sub curba C_2, reprezintă acea stare de solicitări cînd toate elementele secţiunii (inima şi tălpile)sînt plasticizate în întregime. De aici rezultă că teoria care defineşte o stare plastică a secţiunii cu toate elementele plasticizate, reprezintă un caz particular şi anume o zonă a poliedrului delimitată de curbele C_1,C_2,C_{1o}. Se poate trage conluzia că o secţiune hibridă este folosită raţional cînd valorile N,M,T conduc la o stare ce se înscrie în zona precizată.Această se întîmplă cînd momentul este solicitare hotărîtoare iar forţele axiale şi tăietoare au o pondere mai redusă din capacitatea postantă a secţiunii ($\frac{N}{N_o}$, $\frac{T}{T_o}$).

Curba C_7 subîmparte poliedrul în două zone: zona spre valorile mari ale lui $\frac{T}{T_o}$ (situată deasupra curbei), defineşte o stare de solicitări corespunzătoare stadiului 1 de lucru(privind eforturile σ); punctele situate sub curba C_7 - definesc o stare de solicitări corespunzătoare stadiului 2,3 de lucru: inima intră în curgere, de la fibra externă spre axa neutră din acţiunea momentului. Dacă considerăm că $h \cong h_i$ atunci se poate afirma că în cazul stării de tensiune corespunzătoare unui punct situat deasupra curbei C_7 secţiunea poate fi alcătuită ca una omogenă, în întregime din oţelul corespunzător inimii şi nu are nici o raţiune economică să fie alcătuită ca o secţiune hibridă. Acest caz se întîmplă în cazul ponderii importante a solicitărilor N.T.

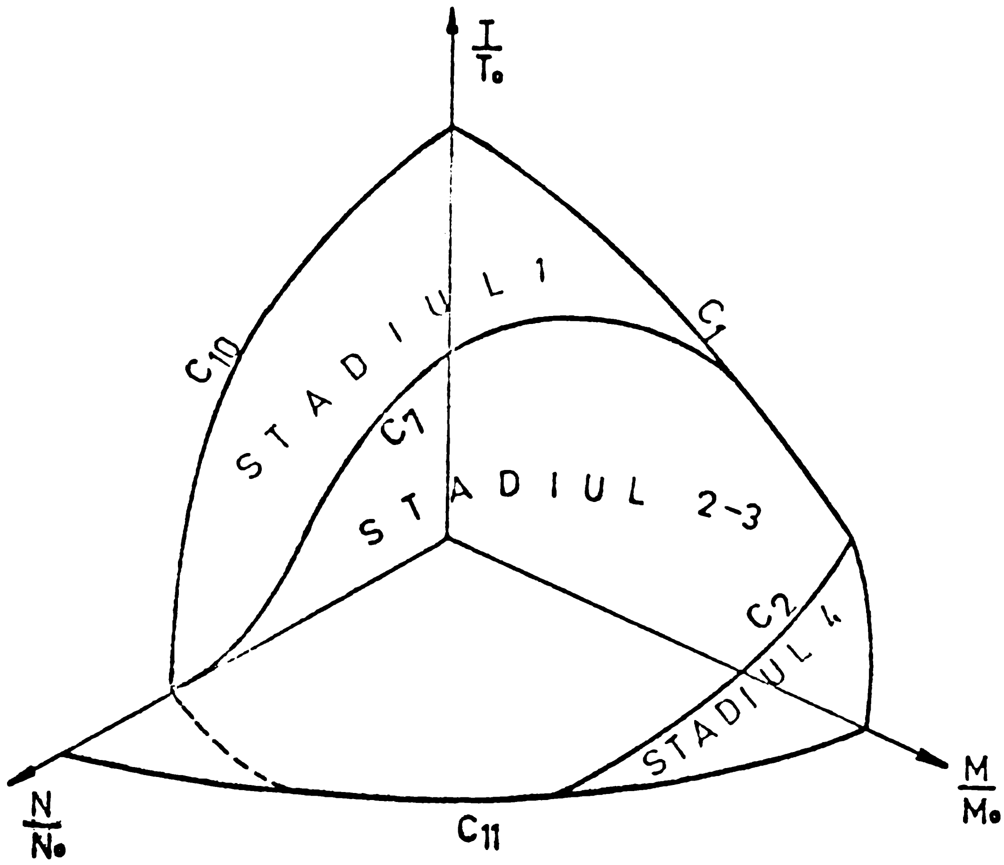
Curbele C_4, C_6, C_8 reprezintă cazurile unor stări de solicitări, corespunzătoare stadiilor de lucru 2 sau 3; înscriindu-se între stările de lucru limită 1 și 4. De ex.curba C_8 definește stări de solicitări în care talpa inferioară este întotdeauna plasticizată în timp ce talpa superioara este plasticizată în întregime din moment (pct.4) sau în întregime din forța axială (pct.17), sau plasticizat parțial în punctele 7,12,3,22, 18. La fel curba C_4 definește stările de solicitări în care fibra extremă a tălpii inferioare este întotdeauna plasticizată iar talpa superioară tr... ...starea de plasticizare completă din moment (pct.13)prin stările de plasticizare parțială în punctul 17, unde este plasticizată în întregime de forța axială. In fine curba C6 definește stările de solicitări în care fibra extremă a tălpii superioare este mereu plasticizată (fig. 7.25).

Diagramele de eforturi rezultate din acțiunea M,T (curba C_1) sînt simetrice față de centrul de simetrie al secțiunii $\eta_1 = o$.

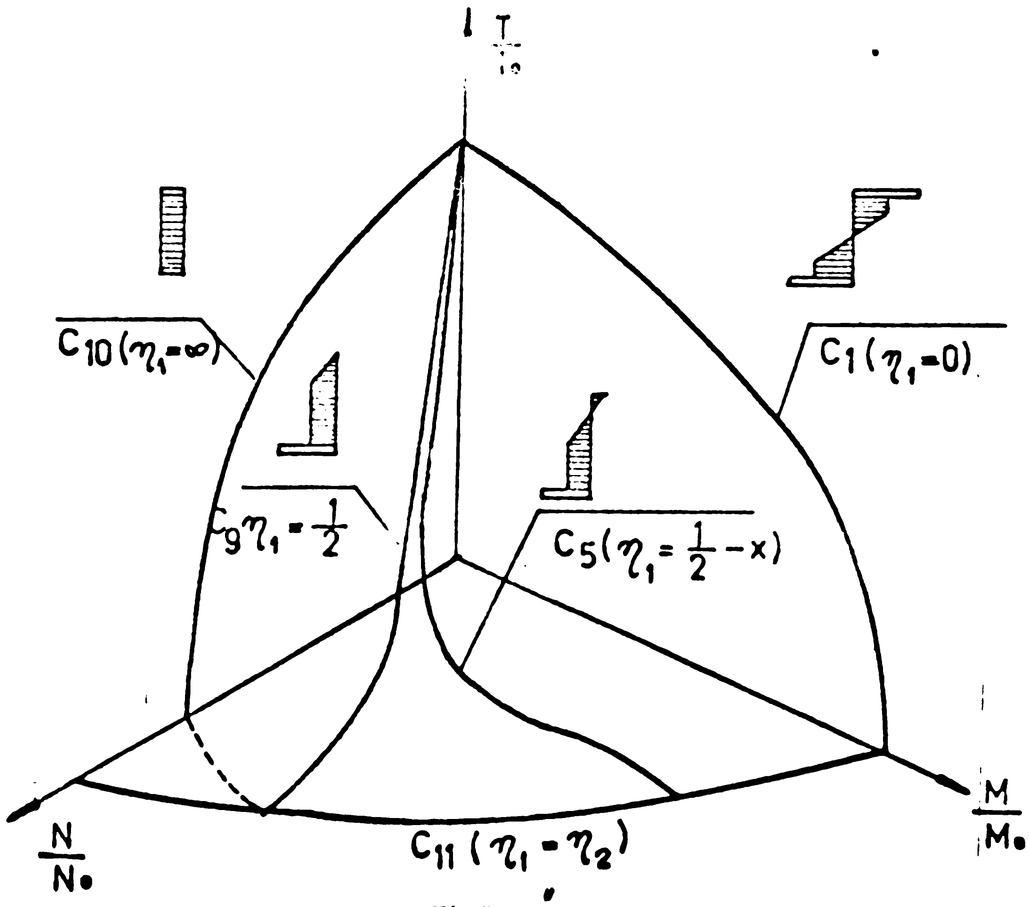
Pe măsură ce crește forța axială diagramele de eforturi se desimetrizează, axa neutră se deplasează. In cazul studiat axa neutră s-a deplasat în sus deoarece forța axială a fost considerată de acelaș semn cu eforturi normale din încovoiere din zona inferioară (de ex.ambele de întindere).

Astfel curba C_5($\eta_1 = \frac{1}{2} - \chi$) reprezintă stările de tensiune cu axa neutră ce trece la limita extremă superioară a inimii (punct fix de coordonate $\sigma = o$; $\frac{h}{2}$ t). Curba C_9 reprezintă stările de tensiune cu axa neutră ce trece la limită extremă a tălpii superioare (punct fix de coordonate $\sigma = o$; $\frac{h}{2}$)

Curba C_{10} ($\eta_1 = \infty$) e caracterizată prin axa neutră la infinit. vezi fig.(7.42).



„Fig 7.52"



„Fig 7.53"

7.5.6. Utilizarea curbelor.

Se pune următoarea problemă: dîndu-se două din cele trei mărimi M',N',T', care conduc împreună la plasticizarea secţiunii, să se determine cea de a treia.

Se deosebesc două situaţii:

a) Punctul corespunzător stării de eforturi se găseşte pe o curbă. De exemplu: Se dau valorile $\frac{M'}{M_o} = o,67$; $\frac{T'}{T_o} = o,57$ se cere să se determine efortul $\frac{N'}{N_o}$ care împreună cu primele produce plasticizarea secţiunii. Transpunem punctul A de coordonate $\frac{M'}{M_o} = o,67$; $\frac{T'}{T_o} = o,57$ în planul de proiecţie $\frac{M'}{M_o}$; $\frac{T'}{T_o}$; se constată că punctul cade pe curba C-4 . Coordonatele ($\frac{N'}{N_o}$) corespunzătoare punctului A le determină fie din planul $(\frac{M'}{M_o}$; $\frac{N'}{N_o})$ unde găsim pe curba C-4 punctul A', fie din planul

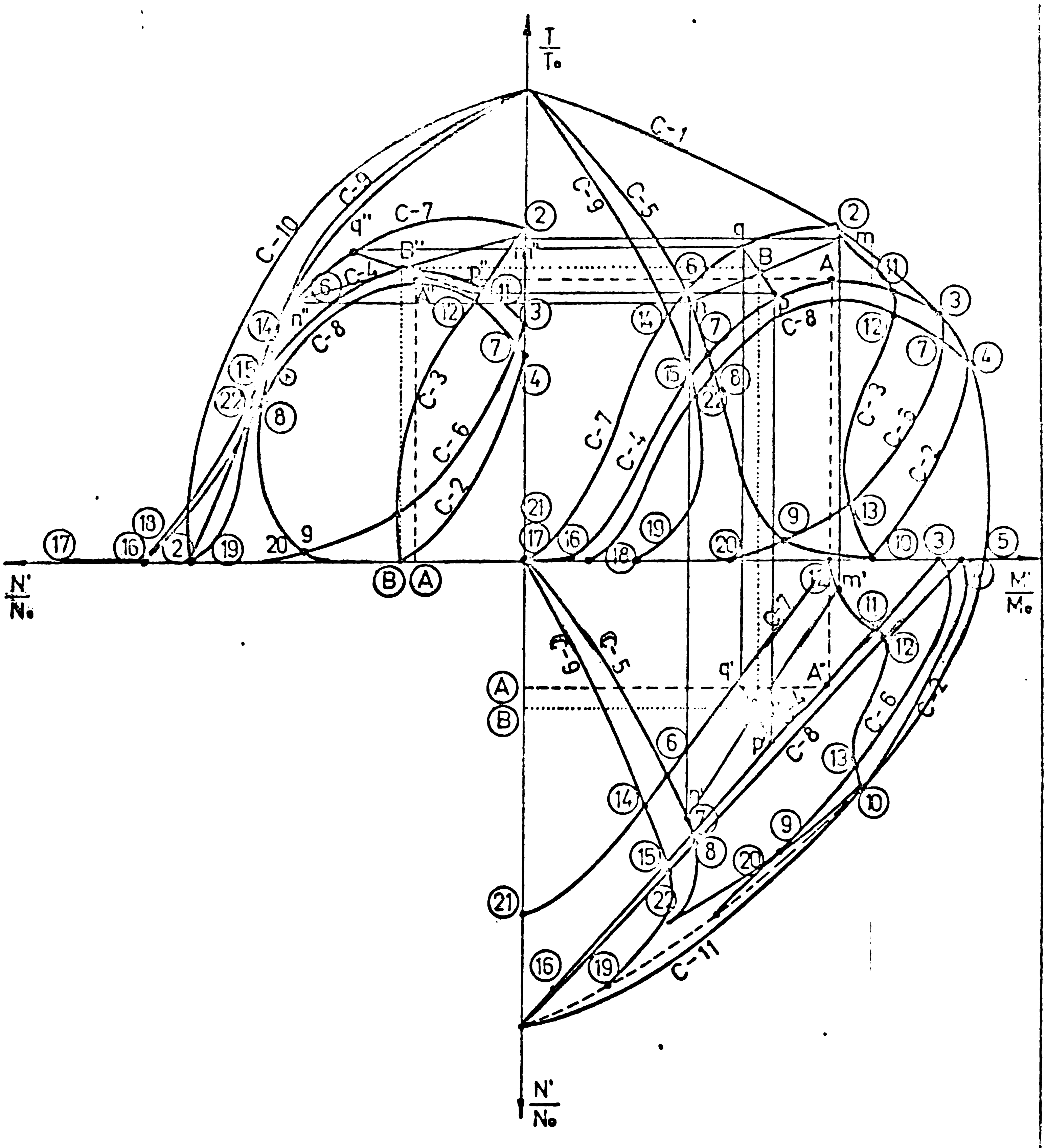
$$(\frac{T'}{T_o} ; \frac{N'}{N_o})$$

unde găsim punctul A" tot pe curba C-4. Din ambele plane de proiecţii se determină aceiaşi valoare pentru $\frac{N'}{N_o} = o,27$.

b. Punctul corespunzător unei stări de eforturi determinat prin două coordonate în planul corespunzător se găseşte situat în spaţiul între mai multe curbe.

Fie punctul B definit de coordonatele $\frac{M'}{M_o} = o,5o$ şi $\frac{T'}{T_o} = o,62$ în planul de coordonate $(\frac{M'}{M_o} ; \frac{T'}{T_o})$.

Din figură se constată că el se găseşte amplasat între curbele C_7,C_5,C_4,C_3. Considerăm prin aproximaţie că aceste curbe determină un plan între punctele de intersecţie a lor, adică între punctele 6;2;7;11. Prin cîteva încercări găsim două drepte situate în acel plan, a căror intersecţie defineşte punctul B(dreptele, "mn" şi"pq"). Proiecţiile lui "B" pe celelalte plane B' şi B" definesc cea de a treia mărime



„Fig 7.54"

căutată $\frac{M'}{M_o}$. Constatăm că rezultatele determinate prezintă o aproximație. De exemplu: din planul $(\frac{M'}{M_o}, \frac{N}{N_o})$ $\frac{N'}{N_o}$ = o,325; din planul $(\frac{T'}{T_o}; \frac{N'}{N_o})$ $\frac{N'}{N_o}$ = o,3oo

Cu înmulțirea numărului de curbe, poliedrul de curgere se definește mai exact și rezultatele vor fi mai exacte.

CAPITOLUL 8

STUDII ECONOMICE; EFICIENTA FOLOSIRII OTELURILOR SUPERIOARE; PROBLEME DE OPTIMIZARE.

8.1. Generalități. Introducerea în construcții metalice a oțelurilor cu caracteristici mecanice superioare reprezintă una din căile măririi eficienței folosirii metalului. Economia oțelului este condiționată de creșterea limitei de curgere și menținerea aceleași greutăți specifice la toate calitățile de oțel.Se obțin în final elemente de construcții mai ușoare, care în afară de consumul propriu mai redus de oțel. reprezintă avantaje atît la transportul și la montajul lor, cît și la reducerea încărcărilor pentru elementele pe care acestea se descarcă.

Indicatorul economic cel mai sintetic al unui element al unei construcții este costul său; de aceia criteriul de comparație a două elemente, executate din oțeluri cu calități diferite va fi costul comparativ al lor. Costul comparativ a două elemente de aceiași capacitate portantă este condiționat de doi factori: de valoarea rezistenței de curgere și de prețul unitar corespunzător. Din statisticele livrate de literatura tehnică, se constată că pe măsura creșterii limitei de curgere se mărește și prețul unitar, însă creșterea relativă a prețului unitar este mai redusă în comparație cu creșterea rezistențelor de curgere.

Redăm mai jos un tabel [34] în care se prezintă raportate la oțelul ВС т 3 КП, corespunzător oțelului românesc OL 37, rezistențele de curgere și prețurile unitare pe tonă corespunzătoare.

Tab.8.1

MARCA OȚELULUI	Limita de curgere kgf/cm^2	Prețul în ruble pe tonă	Raportul în % Referitor la lim. curgere	Referitor la preț unitar
BC_T3 КП	24oo	88,9	1oo	1oo
BC_T3 ПС	24oo	9o,4	1oo	1o2
14 Г2	33oo	1o1	137	113,5
15 ГС	34oo	99,9	142	112
o9 Г2Т(М)	33oo	1o1	137	113,5
1o Г2 C_1(МК)	35oo	1o9	146	123
15 х СН Д	35oo	12o	146	135
1o х СНД	4ooo	137	167	154
12 Г2 СМФ**	6ooo	162	25o	183
12 х Г2 СМФ**	75oo	162	313	183

Avantajele obținute prin folosirea oțelurilor superioare în elementele omogene sînt și mai accentuate la grinzi hibride unde calitățile de oțel se aplică diferențiat, zonelor de solicitări diferite.

In prezentul capitol sînt prezentate studii privind folosirea barelor omogene executate din oțeluri cu σ_c diferite comparativ cu barele hibride solicitate la solicitări axiale și la încovoiere; atît în ceea ce privește consumul de oțel, cît și a costului.

Se face apoi studiul comparativ privind distribuția materialului pe secțiune, atît în domeniul elastic cît și plastic; de asemeni se face un studiu de optimizare a secțiunii, ținînd cont atît de consumul de oțel cît și de costul elementului confecționat.

In prezentul capitol se va face studiul comparativ între două oțeluri românești cu caracteristici mecanice și prețuri unitare conform tabelului "Tab.8.2".

Tabelul 8.2.

MARCA OTELULUI	Limita de curgere kgf/cm^2	Pretul lei/kg	Raportul $K=\frac{\sigma_{CM}}{\sigma_{cm}}$	Raportul $p=\frac{C_M}{c_m}$	Pretul construcțiilor metalice franco-vagon-stație de destinație.
OL 37.3K tabla 12 mm	24oo	3,3o	1	1	55oo
OL 52.3K " 12 mm	36oo	3,7o	1,5	1,12	65oo

8.2. Studiul comparativ privind folosirea oțelurilor de calități diferite.

8.2.1. Studiul comparativ privind consumul de oțel la două bare omogene alcătuite din două oțeluri diferite, supuse la întindere centrică.

Se face studiul comparativ între o bară omogenă din oțel cu limită de curgere σ_{cm}, şi o secțiune transversală A_o, şi o bară omogenă cu limită de curgere σ_{CM} şi o secțiune transversală A.

La atingerea limitei de curgere, pentru obținerea aceluiaşi efort capabil P în ambele bare, putem scrie următoarele relații:

$$P = \sigma_{cm} A_o \quad ; \qquad P = \sigma_{CM} A \tag{8.1}$$

Economia de oțel realizată prin folosirea oțelului superior cu limita de curgere σ_{CM} se determină:

$$E = \frac{A_o - A}{A_o} = \frac{\frac{P}{\sigma_{cm}} - \frac{P}{\sigma_{CM}}}{\frac{P}{\sigma_{cm}}} = 1 - \frac{\sigma_{cm}}{\sigma_{CM}} = 1 - \alpha \tag{8.2}$$

In cazul folosirii oțelului OL 37 - oțel cu limita de curgere $\sigma_{cm} = 24oo \frac{daN}{cm^2}$ comparativ cu OL 52 cu $\sigma_{CM} = 36oo \frac{daN}{cm^2}$ se obține:

$$E = 1 - \frac{24oo}{36oo} = 1 - o,66 = o,33$$

sau procentual: E = 33%.

8.2.2. Studiul comparativ privind consumul de oțel între o bară omogenă alcătuită din oțel inferior şi o bară hibridă, supuse la întindere centrică.

Se face un studiu comparativ între o bară omogenă alcătuită din oţel cu limita de curgere σ_{cm}, şi o bară hibridă avînd inima executată din oţel cu limită de curgere σ_{cm} şi tălpile executate din oţel cu limită de curgere σ_{CM}

Fie următoarele notaţii:

Pentru grinda omogenă

A_o - aria secţiunii transversale

σ_{cm} - limita de curgere

Pentru grinda hibridă

A_i - aria secţiunii inimii

A_t - aria secţiunii tălpilor

σ_{CM} - limita de curgere pentru oţelul din tălpi

Introducem notaţiile:

$$\beta = \frac{A_i}{A} \quad ; \quad K = \frac{\sigma_{CM}}{\sigma_{cm}} \tag{8.3}$$

Studiul comparativ se face la atingerea limitei de curgere în ambele bare. In bara hibridă la atingerea limitei de curgere σ_{CM} în tălpi, inima se va găsi în domeniul plastic, parcurgînd un palier corespunzător efortului (σ_{CM} - σ_{cm}). Deformaţiile corespunzătoare acestui palier fiind foarte mici, oţelul nu-şi va modifica decît în foarte mică măsură caracteristicile mecanice.

Pentru obţinerea aceluiaşi efort capabil P, în ambele bare, la atingerea limitei de curgere sînt valabile relaţiile:

$$P = \sigma_{cm} A_o \quad ; \quad P = A_i \sigma_{cm} + A_t \sigma_{CM} \tag{8.4 a,b}$$

Folosind notaţiile (8.3) obţinem:

$$A_i = A\beta \quad ; \quad A_t = A(1-\beta) \tag{8.5}$$

Egalăm expresiile (8.4 a,b)

$$\sigma_{cm} A_o = A_i \sigma_{cm} + A_t \sigma_{CM} \quad ; \quad A_o = A_i + A_t \cdot K$$

$$A_o = A\beta + A(1-\beta)K; \quad A_o = A\left[\beta + (1-\beta)K\right] \tag{8.6}$$

Economia de oţel obţinută prin folosirea barei hibride rezultă:

$$E = \frac{A_o - A}{A_o} = 1 - \frac{A}{A_o} = 1 - \frac{1}{\beta-(1-\beta)\,K} \tag{8.7}$$

Folosind oţel cu limita de curgere σ_{cm} = 2400 daN/cm^2 şi oţel cu limita de curgere σ_{CM} = 36oo daN/cm^2, rezultă K = 1,5

Relaţia (8.7) devine:

$$E = 1 - \frac{1}{1,5-o,5\beta} \qquad (8.8)$$

Economia de oţel este o funcţie de β şi este redată în diagrama din fig.8.1.

Se observă că pentru β = o, bara hibridă devine omogenă din oţel cu limita de curgere σ_{CM} - şi regăsim E% = 33% - din 8.2.1, iar pentru β= 1, bara hibridă devine omogenă din oţel cu limită de curgere σ_{cm} şi E%= o .

8.2.3. Studiul comparativ privind costul barelor omogene cu a celor hibride, solicitate la întindere centrică.

Dacă introducem următoarele notaţii :

Q_o - costul unitar al unei bare omogene

Q_h - costul unitar al unei bare hibride

$_{cm}$- preţul unitar (lei/kg) pentru oţel caracterizat prin σ_{cm}

$_{CM}$- preţul unitar(lei/kg) pentru oţel cu limita de curgere σ_{CM}

Avînd în vedere greutăţile specifice γ - identice pentru toate oţelurile, vom face studiul comparativ la ariile corespunzătoare, ponderate de preţuri unitare specifice.

Exprimăm costul unei secţiuni omogene şi a unei secţiuni hibride:

$$Q_o = A_o \cdot cm$$
$$Q_h = A_i \cdot cm + A_t \cdot CM \qquad (8.9)$$

Raportîndu-le şi notînd $\frac{CM}{cm} = p$

$$\frac{Q_h}{Q_o} = \frac{A_i cm + A_t \cdot CM}{A_o \cdot cm} \quad ; \quad \frac{Q_h}{Q_o} = \frac{p \cdot A_t + A_i}{A_o} \qquad (8.1o)$$

Exprimăm toate ariile în funcţie de "A" - aria barei hibride:

$$A_i = A\beta \ ; \quad A_t = A(1-\beta); \quad A_o = A\left[\beta + (1-\beta)K\right] \qquad (8.11)$$

Expresia (8.1o) devine:

$$\frac{Q_h}{Q_o} = \frac{p(1-\beta) + \beta}{\beta + (1-\beta) K} \qquad (8.12)$$

Pentru a avea: $Q_h < Q_o$ este necesar ca:

$$p\ (1-\beta) + \beta < +(1-\beta)\ K + \beta$$

adică: $p < K$

ceea ce este valabil pentru toate categoriile de oţel

In final: $Q_h = Q_o \dfrac{p(1-\beta)+\beta}{\beta+(1-\beta)\ K}$ (8.13)

Pentru parametrii p=1,12; K=1,5 conform tabelului "Tab.8.2" relaţia (8.13) devine:

$$\frac{Q_h}{Q_o} = \frac{1{,}12 - 0{,}12\beta}{1{,}5-0{,}5\beta} \qquad (8.14)$$

Reprezentăm în fig.8.1 împreună cu curba (β - E) şi curba ($\frac{Q_h}{Q_o}$, β). Folosind aceste două curbe împreună, putem face un studiul economic atît în privinţa consumului de oţel pe curba(β - E) cît şi a preţului de cost pe curba ($\frac{Q_h}{Q_o}$, β)

Astfel pentru $\beta = \frac{A_i}{A} = 0{,}5$ se realizează o economie de 23% de oţel cu un cost de 86% - folosind o bară hibridă de egală rezistenţă cu una omogenă din oţel OL 37

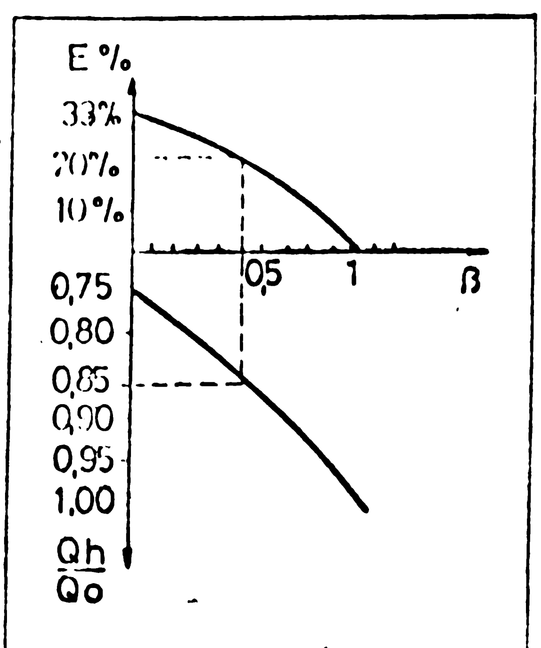


Fig 8.1

8.2.4. Studiul comparativ privind consumul de oţel la două bare omogene, alcătuite din două oţeluri diferite, solicitate la compresiune centrică.

Folosind cele două bare omogene de la pct.8.2.1 putem scrie următoarea egalitate în momentul pierderii stabilităţii barelor.

$$P = A_o\,\sigma_{cr}^{cm}\ ;\ P = A\,\sigma_{cr}^{CM} \qquad (8.15)$$

Economia de oţel realizată prin folosirea oţelului superios (σ_{CM}) se determină:

$$E = \frac{A_o - A}{A_o} = \frac{\frac{P}{\sigma_{cr}^{cm}} - \frac{P}{\sigma_{cr}^{CM}}}{\frac{P}{\sigma_{cr}^{cm}}} = 1 - \frac{\sigma_{cr}^{cm}}{\sigma_{cr}^{CM}} = 1 - \frac{\sigma_a^{cm}\ \varphi_{cm}}{\sigma_a^{CM}\ \varphi_{CM}} \tag{8.16}$$

Particularizînd pentru oţel OL 37 (σ_{cm}= 2400 daN/cm^2) şi OL 52 (σ_{CM}= 3600 daN/cm^2), şi folosind acelaş coef. de siguranţă C = 1,5 rezultă:

$$E = 1 - \alpha \frac{\varphi_{cm}}{\varphi_{CM}} \tag{8.17}$$

Reprezentînd variaţia expresiei $\frac{\varphi_{cm}}{\varphi_{CM}}$ după normele STAS 10108/0-78 - pentru oţelul OL 37 şi OL 52 pentru profilul tip A se obţine:

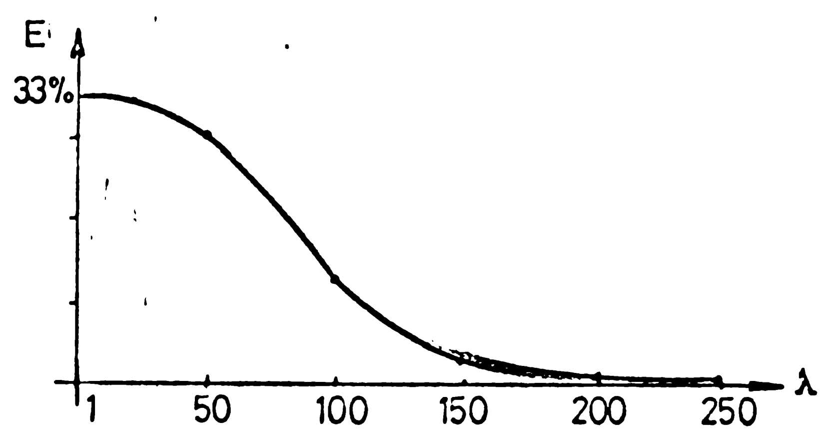


Fig 8.2

Se constată că pentru $\varphi = 1$ unde fenomenul nu intervine bara se comportă identic cu una întinsă (E= 33%). Odată cu creşterea lui λ **eficienţa folosirii barelor cu σ_{CM}, scade şi practic pentru λ = 150 dispare complet.**

λ	$\frac{\varphi_{cm}}{\varphi_{CM}}$	$E = 1 - \alpha \frac{\varphi_{cm}}{\varphi_{CM}}$
1	$\frac{1}{1}$	0,33
50	[illegible]	0,30
100	$\frac{0,610}{0,467}$	0,135
150	$\frac{0,335}{0,233}$	0,040
200	$\frac{0,199}{0,135}$	0,020
250	$\frac{0,129}{0,088}$	0,00

8.2.5. Studiul comparativ privind consumul de oţel între o grindă omogenă alcătuită din oţel cu limită de curgere σ_{cm} şi o grindă hibridă cu inima din oţel cu limita de curgere σ_{cm}, şi cu tălpile din oţel cu limita de curgere σ_{CM}.

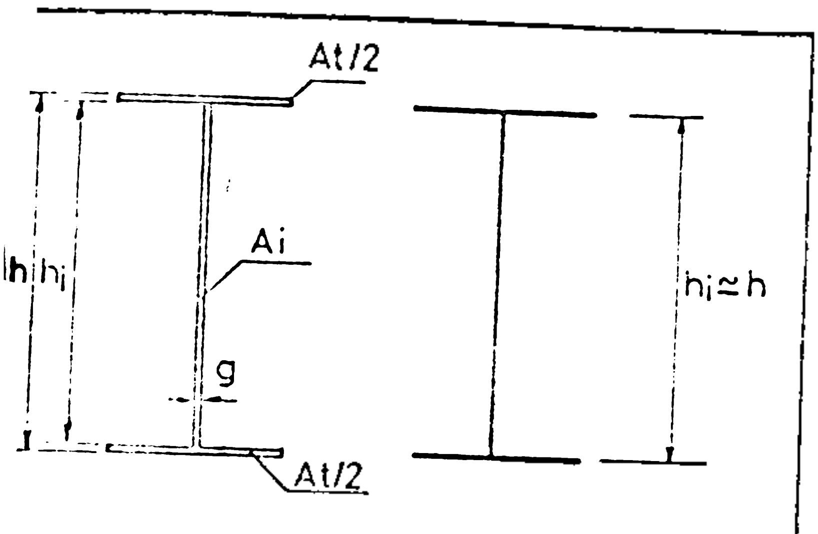


Fig 8.3

Acceptînd aproximaţia $h_i \cong h$ conform fig.8.2 exprimăm momentele plastice pentru grinda omogenă şi grinda hibridă, cu dimensiuni geometrice identice:

Pentru grinda omogenă:

$$M_o = \left(\frac{gh^2}{4} + \frac{A_t}{2} h \right) \sigma_{cm} =$$

$$= \frac{h}{4}(A_i + 2A_t)\,\sigma_{cm} \qquad (8.18)$$

Pentru grinda hibridă:

$$M_p = \frac{gh^2}{4}\sigma_{cm} + \frac{A_t}{2}\sigma_{CM} h =$$

$$= \frac{h}{4}(A_i + 2KA_t)\,\sigma_{cm} \qquad (8.19)$$

Pentru $M_o = M_p$ şi păstrînd A_i identic, notăm aria tălpilor grinzii hibride cu A_t^{CM}

$$M_o = M_p; \quad \frac{h}{4}(A_i + 2A_t)\,\sigma_{cm} = \frac{h}{4}(A_i + 2K\,A_t^{CM})\,\sigma_{cm}$$

de unde:

$$A_t^{CM} = \frac{A_t}{K} \qquad (8.20)$$

Exprimăm ariile pentru:

grinda omogenă: $A_o = A_i + A_t$ (8.21 a)

Pentru grinda hibridă:

$$A_h = A_i + \frac{A_t}{K} \qquad (8.21\ b)$$

Economia de oţel rezultată prin folosirea grinzii hibride.

$$E = \frac{A_o - A_h}{A_o} = 1 - \frac{A_h}{A_o} = 1 - \frac{A_i + \frac{A_t}{K}}{A_i + A_t} = 1 - \frac{KA_i + A_t}{K(A_i + A_t)} \qquad (8.22)$$

$$E = 1 - \frac{1{,}5\,K + \beta'}{K(1+\beta')} \qquad \text{unde: } \frac{A_t}{A_o} = \beta' \qquad (8.23)$$

Pentru $K = 1{,}5$ ceeace corespunde folosiri oţelurilor OL 37 cu $\sigma_{cm} = 2400$ daN/cm^2 şi OL 52 cu $\sigma_{CM} = 3600$ daN/cm^2 relaţia 8.23 devine:

$$E = 1 - \frac{1,5 + \beta'}{1,5(1+\beta')} \qquad (8.24)$$

In tabelul "Tab.4" este exprimată economia de oţel pentru valorile β' cele mai frecvente.

Se realizează economii din oţel între 11-2o%; pentru valorile lui β' uzuale.

8.2.6. Studiul comparativ privind costul grinzilor omogene cu a celor hibride.

Păstrînd notaţiile de la barele solicitate axial cap.8.2. putem scrie

Costul unitar al unei grinzi omogene:

$$Q_o = A_i \cdot cm + A_t \cdot cm \qquad (8.25)$$

Costul unitar al unei grinzi hibride:

$$Q_h = A_i \, cm + \frac{A_t \cdot CM}{K} \qquad (8.26)$$

Raportîndu-le se obţine:

$$\frac{Q_h}{Q_o} = \frac{A_i cm + \frac{A_t \, CM}{K}}{A_i cm + A_t cm} = \frac{K + \beta' p}{K(1+\beta')} \qquad (8.27)$$

Pentru a avea inegalitatea $Q_h < Q_o$

este necesar ca:

$$K + \beta' p < K(1+\beta')$$

sau: $$p < K \qquad (8.28)$$

inegalitatea valabilă pentru toate categoriile deoţel

In final se obţine:

$$Q_h = Q_o \frac{K + \beta' p}{K(1+\beta')} \qquad (8.29)$$

Pentru K = 1,5 şi p = 1,12 relaţia (8.29) devine:

$$\frac{Q_h}{Q_o} = \frac{1,5+1,12\beta'}{1,5 + 1,5\beta'} \qquad (8.3o)$$

Rezultatele raportului $\frac{Q_h}{Q_o}$ pentru valorile $o,5 < \beta' < 1,5$ sînt redate în tabelul 8.4. Rezultatele atestă o economie la preţul de cost între 9% şi 15,5%.

Tabelul 8.4

β'	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
E%	11	12,5	14	15	15,5	16,5	17,5	18,0	18,5	19,5	20,0
$\frac{Qh}{Qo}$	0,91	0,905	0,895	0,890	0,885	0,875	0,865	0,860	0,855	0,850	0,845

Tabelul este operant direct: astfel pentru $\beta' = 1{,}2$ - obişnuit pentru grinzi - rezultă o economie de oţel de 18% şi cu un preţ de cost de 85% în comparaţie cu o grindă omogenă alcătuită din oţel OL 37 - cu aceiaşi capacitate portantă.

8.3. Optimizarea grinzilor hibride supuse la încovoiere.

Alcătuirea optimă a secţiunilor omogene urmăreşte obţinerea unui consum minim de material. Literatura de specialitate pune la îndemînă o serie de relaţii pentru stabilirea dimensiunilor geometrice ale secţiunii din acest considerent.

Pentru secţiuni hibride, optimizarea trebue privită sub aspectul costului minim al elementului, deoarece materialele ce intervin în alcătuirea secţiunii, avînd caracteristici mecanice diferite au şi preţuri unitare diferite.

Pentru o secţiune hibridă cu dimensiunile din fig.8.4, exprimăm valoarea momentului plastic M_p şi aria totală A.

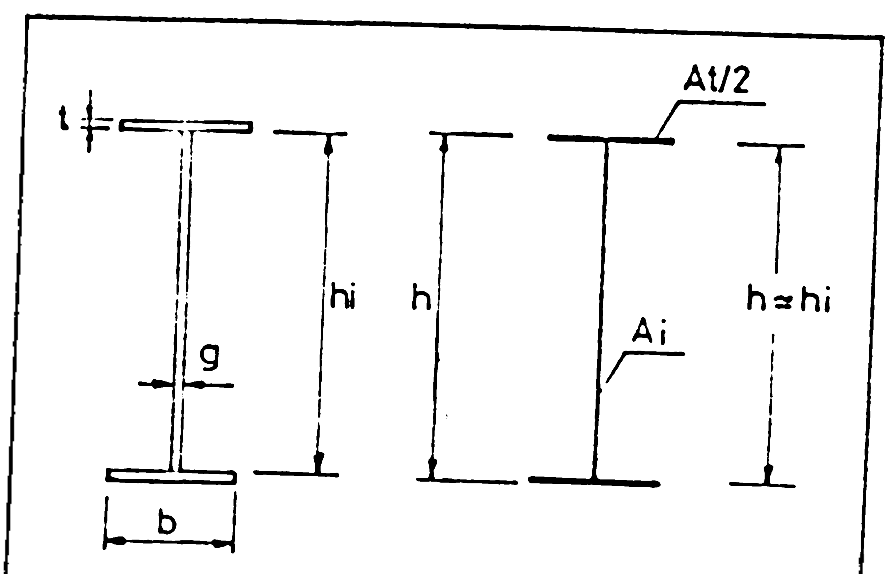


Fig 8.4

$$M_p = \frac{1}{4}(h-2t)^2 g\, \sigma_{cm} + bt(h-t)\, K\sigma_{cm} \qquad (8.31)$$

Exprimăm aria totală:

$$A = 2\,bt + g\,(h-2t) \qquad (8.32)$$

Din (8.31) şi (.8.32) explicităm "A"

$$A = \frac{2M_p - \frac{1}{2}(h-2t)^2 g.\sigma_{cm}}{K.\,\sigma_{cm}(h-t)} + g(h-2t) \qquad (8.33)$$

Notăm cu "cm" preţul unitar al oţelului inferior şi cu "p.cm" preţul unitar al oţelului superior.
Costul total al secţiunii pe unitate de lungime este:

$$Q = g\,(h-2t).cm + \left[A-g(h-2t)\right]\ p.cm \qquad (8.34)$$

Făcîndu-se aproximaţia:

$$h - 2t \cong h - t \cong h \qquad (8.35)$$

Notăm raportul $\frac{h}{g} = \mu$, pe care îl considerăm constant, consideraţia acceptabilă, μ variind între limite mici.
Introducem (8.33) în (8.34)

$$Q = g(h-2t)cm + \left[\frac{2M_p - \frac{1}{2}(h-2t)^2\, g\, \sigma_{cm}}{K\,\sigma_{cm}(h-t)}\right] p\ cm \qquad (8.36)$$

Folosind relaţia (8.35) şi raportul $\frac{h}{g} = \mu$ obţinem:

$$Q = \frac{h^2}{\mu} cm + \frac{2Mp.p.cm}{K\sigma_{cm}.\,h} - \frac{1}{2}\,\frac{h^2\ p.cm}{\mu\cdot K} \qquad (8.37)$$

Pentru a determina valoarea minimă a lui "Q", derivăm expresia în raport cu "h"

$$\frac{dQ}{dh} = \frac{2h^3 cm\,\sigma_{cm}\,K - 2Mp\,\mu\ p\ cm - h^3\ p\ cm\,\sigma_{cm}}{K\,\sigma_{cm} h^2} = 0$$

Anulăm numărătorul şi explicităm "h"

$$h^3 = \frac{2Mp.\ p.\mu}{\sigma_{cm}(2\,K - p)} \quad \text{sau}\quad h = \left(\frac{2Mp.\mu}{\sigma_{cm}}\right)^{1/3}\left(\frac{p}{2K-p}\right)^{1/3} \qquad (8.38)$$

Notăm expresia: $\frac{p}{2K-p} = \mathcal{M}$ (8.39)

Se obţine în final expresia lui h opt

$$h_{opt} = \left(\frac{2M_p\, \mu\, \mathfrak{M}}{\sigma_{cm}} \right)^{1/3} \tag{8.4o}$$

mărimea determinată de parametrii K, μ, p

Inlocuind (8.4o) în (8.33) obţinem aria minimă

$$A_{min} = \left(\frac{M_p}{\sigma_{cm}} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{2\mu} \right)^{1/3} \frac{2+2\mathfrak{M}K - \mathfrak{M}}{k\,\mathfrak{M}^{1/3}} \tag{8.41}$$

Exprimăm de asemenea şi A_i în funcţie de h opt

$$A_i = h\ opt.g \ ; \quad A_i = \left(\frac{M_p}{\sigma_{cm}} \right)^{2/3} \mathfrak{M}^{2/3} \frac{2^{2/3}}{\mu^{2/3}} \tag{8.42}$$

Exprimăm raportul $\frac{A_i}{A}$

$$\frac{A_i}{A} = \frac{2\,\mathfrak{M}K}{2 + 2\mathfrak{M}K - \mathfrak{M}} \tag{8.43}$$

Stabilim costul optim al secţiunii: în relaţia (8.37) introducem valoarea lui h opt din (8.4o)

$$Q_{opt} \quad \frac{h^2}{\mu}cm + \frac{2M_p.p\ cm}{K\,\sigma_{cm}h} - \frac{1}{2}\ \frac{h_{opt}^2\ p.cm}{\mu\ \ K} \tag{8.44}$$

Tinînd cont de notaţia (8.39) în final se obţine

$$Q_{opt} = \frac{3}{2}\ \frac{cm.\ h^2_{opt}}{K\,\mu\,\mathfrak{M}} \tag{8.45}$$

Particularizăm pentru o secţiune omogenă adică pentru K=1; p=1; $\mathfrak{M}$= 1.

$$h_{opt} = \left(\frac{2\ M_p\,\mu}{\sigma_{cm}} \right)^{1/3} \tag{8.46}$$

$$A_{min} = 3 \left(\frac{M_p}{\sigma_{cm}} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{2\mu} \right)^{1/3} \tag{8.47}$$

$\frac{A_i}{A} = \frac{2}{3}$; adică : $\left(\frac{A_i}{A} \right)$ opt $= \frac{2}{3}$ deci $\frac{A_t}{A} = \frac{1}{3}$

$$Q_{opt} = \frac{3}{2}\ \frac{cm\ h^2_{opt}}{\mu} \tag{8.48}$$

8.4. Optimizarea grinzilor hibride, cu luarea în considerare a criteriilor pierderii stabilităţii locale a inimii.

Ridicarea eficienței grinzilor cu inimă plină, omogene sau hibride, privind economia de oțel, se realizează în primul rînd prin creșterea înălțimii grinzii; creșterea înălțimii grinzii este limitată de condiția stabilității locale a inimii.

In continuare se efectuează studiul asupra grinzilor omogene și hibride acceptîndu-se $\mu = \frac{h}{g}$ identic pentru toate tipurile de grinzi, relația care definește criteriul stabilității locale.

8.4.1. Studiul în domeniul elastic.

8.4.1.1. Studiul grinzilor omogene:

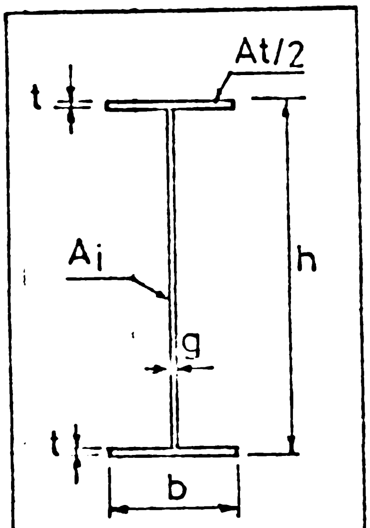


Fig 8.5

a) Pentru o grindă omogenă dublu simetrică din fig.8.5 alcătuită din oțel cu limita de curgere σ_{cm}(OL 37), stabilim modulul de rezistență elastic.

$$W_e \cong \frac{gh^2}{6} + bt.h$$

$$W_e \cong \frac{A_i h}{6} + \frac{A_t}{2} h$$

Folosind notațiile: $A_i + A_t = A$; $\frac{A_i}{A} = \beta$, unde β este un coeficient de distribuție a materialului; $\mu = \frac{h}{g}$; se obține:

$$W_e^{OL\,cm} = \frac{\mu^{1/2} A^{3/2}}{4} \left(2 - \frac{4}{3}\beta\right) \beta^{1/2} \tag{8.49}$$

Consumul optim de material se obține din condiția:

$$\frac{dW_e}{d\beta} = 0 \text{ ; rezultă: } \beta = \frac{1}{2} \text{ ; } A_i = \frac{A}{2} \tag{8.50}$$

b) O grindă omogenă de aceleași dimensiuni, însă din oțel cu limita de curgere σ_{CM}(OL 52) se va comporta identic din punct de vedere a stabilității locale a inimii, cu cea alcătuită din oțel cu limita de curgere σ_{cm}, înlocuind în relația (8.49) a termenului μ cu: (conform recomandărilor din literatura tehnică)

$$\mu \frac{\sigma_{cm}}{\sigma_{CM}} = \mu \alpha \tag{8.51}$$

unde: $\alpha = \frac{2400}{3600} = 0{,}667$ dacă folosim OL 37 cu $\sigma_{cm} = 2400$ daN/cm² și OL 52 cu $\sigma_{CM} = 3600$ daN/cm².

Expresia modulului de rezistenţă a

$$W_e^{OL\ CM} = \frac{\mu^{1/2}A^{3/2}}{4}\left(2 - \frac{4}{3}\beta\right)\beta^{1/2}\alpha^{1/4} \qquad (8.52)$$

c) Pentru o grindă hibridă în stadiul II elasto-plastic conform fig.8.6 scriind condiţia de egalitate a momentului exterior şi a cuplurilor rezistente interioare se obţine conform fig.8.6.

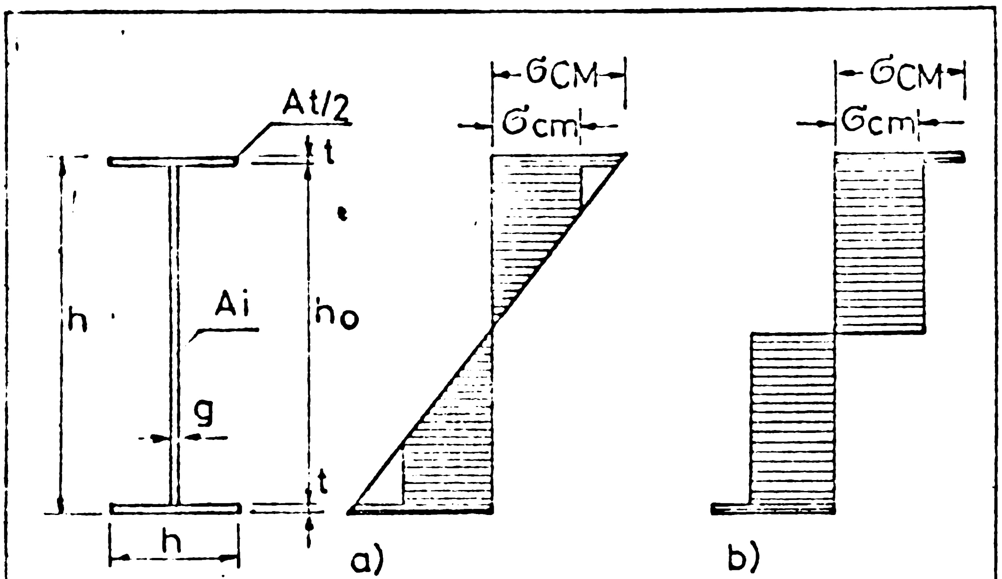


Fig 8.6

$$W_{II} = W_e^{CM} - \Delta W \qquad (8.53)$$

In relaţia(8.53) modulele de rezistenţă sînt calculate pentru fibra exterioară a profilului.

Aproximînd că grosimea tălpilor "t" este mică în raport cu înălţimea inimii a grinzii "h_o", ΔW are [illegible]

$$\Delta W = \left[\frac{h_o}{2}(2-\alpha) + \frac{2t}{3}\right]\left[\frac{h_o}{2}(1-\alpha) - t\right]\left[(1-\alpha) - \frac{2t}{h_o}\right]\frac{g}{2} \qquad (8.54)$$

O analiză statistică a expresiei (8.54) făcută pentru grinzi hibride alcătuite din oţeluri corespunzătoare cu OL 37 şi OL 52 [33] arată că ΔW reprezintă 3% din W_e^{CM}.

Vom exprima (8.54) sub forma:

$$W_{II} = \delta\, W_e^{CM} \qquad (8.55)$$

unde $\delta = 0{,}97$ în medie

d) Studierea eficienţei de folosire a materialului. Se exprimă aria secţiunii pentru cele trei tipuri de secţiuni, pornind de la egalitatea capacităţii portante:

$$M = W_e^{OL\ 37}\sigma_{cm} = W_e^{OL\ 52}\,\sigma_{CM} = W_{eH}^{II}\,\sigma_{CM} \qquad (8.56)$$

unde "M" este un moment de încovoiere acelaş pentru toate grinzile.

$$A_e^{OL\ 37} = \sqrt{\frac{(4 \cdot W_e^{OL\ 37})^2}{(2 - \frac{4}{3}\beta)^2\mu\beta}} \qquad (8.57)$$

$$\Lambda_e^{OL\ 52} = \sqrt{\frac{(4\ W_e^{OL\ 52})^2}{(2 - \frac{4}{3}\beta)^2 \mu \beta \alpha^{1/2}}} \tag{8.58}$$

$$\Lambda_{eH}^{II} = \sqrt{\frac{\left(4\ \frac{W_{eH}^{II}}{\delta}\right)^2}{(2 - \frac{4}{3})\mu \beta \alpha^{1/2}}} \tag{8.59}$$

Punînd condiţia unei identităţi a stabilităţii locale a inimii, adică μ = const şi că $W_e^{OL\ 37} = \frac{W_e^{OL\ 52}}{\alpha}$

impunem pentru compararea expresiei valoarea:

$$\frac{(4\ W_e^{OL\ 52})^2}{\mu} = 1 \tag{8.60}$$

Se obţine relaţii:

$$\Lambda_e^{OL\ 37} = \sqrt[3]{\frac{1}{(2 - \frac{4}{3}\beta)^2 \beta \alpha^2}} \tag{8.61}$$

$$\Lambda_e^{OL\ 52} = \sqrt[3]{\frac{1}{(2 - \frac{4}{3}\beta)^2 \beta \alpha^{1/2}}} \tag{8.62}$$

$$\Lambda_{eH}^{II} = \sqrt[3]{\frac{1}{(2 - \frac{4}{3}\beta)^2 \beta \alpha^{1/2} \delta}} \tag{8.63}$$

e) Concluzii:

- Din graficul fig.8.7 se constată că aria optimă corespunde unui coef.de distribuţie a materialului β = o,5.
- Eficienţa folosirii grinzilor hibride pentru aceiaşi capacitate portantă rezultă din următoarele comparaţii:

Pentru β = o,5 o grindă hibridă are o arie cu 16% mai mică faţă de o grindă omogenă din OL 37 şi o arie mai mare numai cu 2,5% faţă de o grindă omogenă alcătuită din OL 52.

8.4.2 Studiul în domeniul plastic (stadiul IV)

a) Pentru o grindă dublu simetrică, omogenă alcătuită din oţel cu limita de curgere σ_{CM}(OL 37) cu dimensiunile din

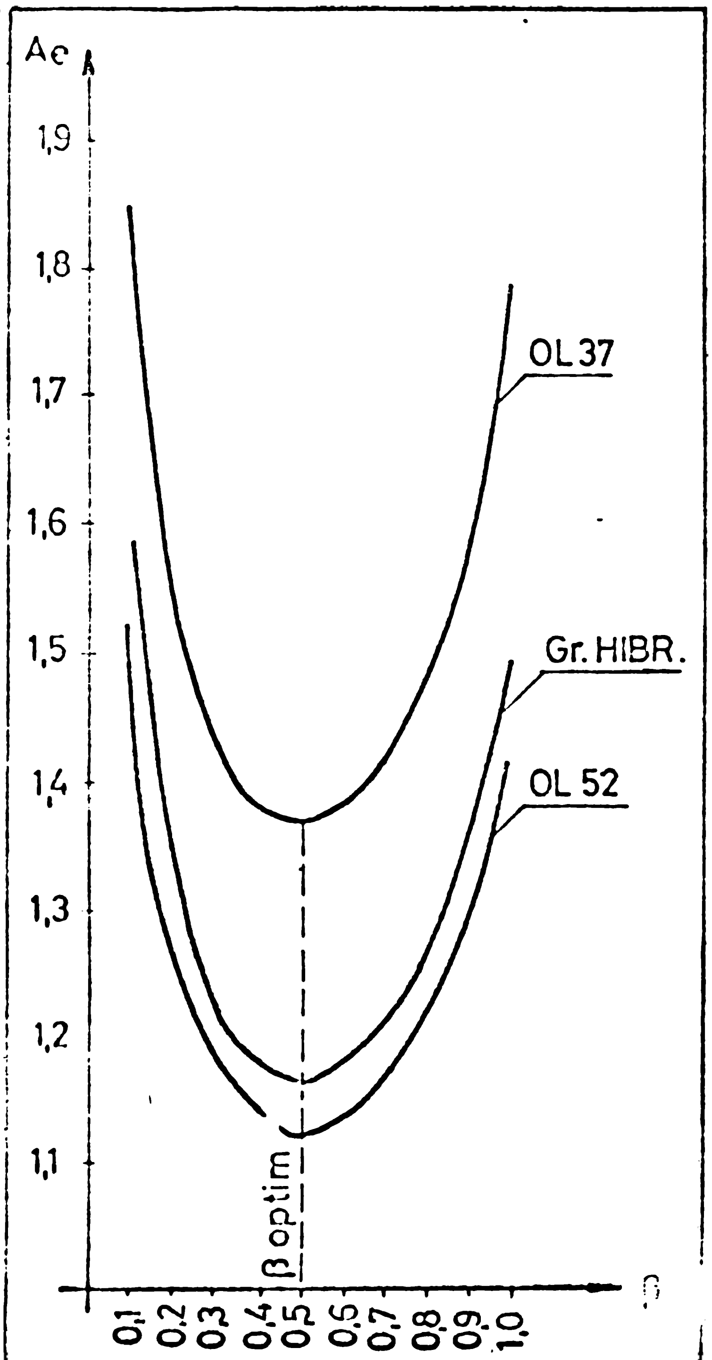


Fig 8.7

Tabelul 8.5.

β	A_e^{OL37}	A_e^{OL52}	A_{eH}^{H}
0,1	1,85	1,54	1,56
0,2	1,56	1,28	1,31
0,3	1,43	1,18	1,21
0,4	1,37	1,12	1,17
0,5	1,36	1,11	1,14
0,6	1,37	1,12	1,16
0,7	1,41	1,18	1,21
0,8	1,49	1,21	1,24
0,9	1,59	1,29	1,35
1,0	1,79	1,41	1,47

fig.8.6. stabilim modulul de rezistenţă elastic.

$$W_p = \frac{bh^2}{4} + bth \; ; \qquad W_p = \frac{A_i h}{4} + \frac{A_t}{2} h$$

Cu notaţiile : $A_i + A_t = A$; $\frac{A_i}{A} = \beta$: $\mu = \frac{h}{g}$ se obţine:

$$W_p^{OL\ CM} = \frac{\mu^{1/2} A^{3/2}}{4} (2 - \beta)\, \beta^{1/2} \qquad (8.64)$$

Consumul optim de material se obţine din condiţia :

$$\frac{dW_p}{d\beta} = 0 \; ; \text{ rezultă : } \beta = \frac{2}{3}; \quad W_p = 0{,}272\, \mu^{1/2} A^{3/2} \qquad (8.65)$$

Comparînd lucrul grinzii în domeniul elastic cu cel din domeniul plastic, constatăm că în domeniul plastic participarea inimii e mai importantă: $\beta = 1/2$ în domeniul elastic şi $\beta = \frac{2}{3}$ în domeniul plastic. Sensul fizic al acestui fenomen constă în faptul că în domeniul plastic inima lucrează mai eficient, întreaga ei secţiune lucrează la o tensiune unitară maximă σ_c.

b) Pentru a exprima modulul de rezistenţă a unei grinzi omogene, dublu simetrice, alcătuită din oţel cu rezistenţă de curgere σ_{CM}(OL 52), avînd moment capabil egal cu al unei grinzi omogene alcătuite din oţel cu rezistenţă de curgere σ_{cm}(OL 37) ne folosim de egalitatea:

$$M = W_p^{OL\ 37}\,\sigma_{cm} = W_p^{OL\ 52}\,\sigma_{CM} \tag{8.66}$$

de unde $W_p^{OL\ 52} = W_p^{OL\ 37}\,\dfrac{\sigma_{cm}}{\sigma_{CM}} = a\,W_p^{OL\ 37}$ (8.67)

c) Pentru o grindă [illegible] în stadiul IV de lucru, cu dimensiunile din fig.8.6b exprimăm valoarea modulului plastic.

$$M_p = \sigma_{CM}\left[\frac{bh^2}{4}a + \frac{A_t}{2}h\right]$$

Cu relaţiile: $A_i + A_t = A$; $\dfrac{A_i}{A} = \beta$; $\mu = \dfrac{h}{g}$

se obţine

$$W_p^{IV} = \frac{\mu^{1/2}A^{3/2}}{4}\left[2(1-\beta) + \beta a\right]\beta^{1/2} \tag{8.68}$$

d) Studierea eficienţei de folosire a materialului.

Exprimăm ariile secţiunilor, pentru cele trei tipuri de secţiune, pornind de la relaţia capacităţii portante identice:

$$M = W_p^{OL\ 37}\,\sigma_{cm} = W^{OL\ 52}\,\sigma_{CM} = W_{pH}\,\sigma_{CM} \tag{8.69}$$

Din relaţiile (8.68) şi (8.69) obţinem:

$$A_p^{OL\ 37} = \sqrt[3]{\frac{(4W_p^{OL\ 37})^2}{(2-\beta)^2\beta\mu}} \tag{8.70}$$

$$A_p^{OL\ 52} = \sqrt[3]{\frac{(4W_p^{OL\ 52})^2}{(2-\beta)^2\beta\mu}} \tag{8.71}$$

$$A_{pH}^{\overline{IV}} = \sqrt{\frac{16(W_p^{H})^2}{\left[2(1-\beta)+\beta\alpha\right]^2\beta\mu}} \qquad (8.72)$$

Luînd drept valori constante: $\dfrac{(4\, W_p^{OL\ 52})^2}{\mu} = 1$ şi ţinînd cont

că $W_p^{OL\ 37} = \dfrac{W_p^{OL\ 52}}{\alpha}$; $W_p^{OL\ 52} = W_{pH}^{\overline{IV}}$ se obţine:

$$A_p^{OL\ 37} = \sqrt[3]{\frac{1}{(2-\beta)^2\ \beta\cdot\alpha^2}} \qquad (8.73)$$

$$A_p^{OL\ 52} = \sqrt[3]{\frac{1}{(2-\beta)^2\cdot\alpha}} \qquad (8.74)$$

$$A_{pH}^{\overline{IV}} = \sqrt[3]{\frac{1}{\left[2(1-\beta)+\beta\cdot\alpha\right]^2\beta}} \qquad (8.75)$$

c). Concluzii:

Se constată din grafic fig.8.8 că secţiunea optimă corespunde pentru $\beta = 2/3$.

Eficienţa pentru folosirea grinzii hibride comparativ cu grinda alcătuită din OL 37 rezultă de ex: pentru $\beta = 0,6$, grinda hibridă are o arie în secţiune mai mică cu 16%.

Curba A_{pH} se confundă pentru valorile lui β ce tind la zero cu curba $A_p^{OL\ 52}$ deoarece $\beta \to 0$ reprezintă o grindă cu inimă ce dispare - grinda devenind omogenă alcătuită numai din tălpi; de asemenea ea se apropie şi se confundă cu curba $A_p^{OL\ 37}$ pentru $\beta \to 1$ deoarece grinda hibridă se transformă într-o grindă fără tălpi alcătuită numai din inimă.

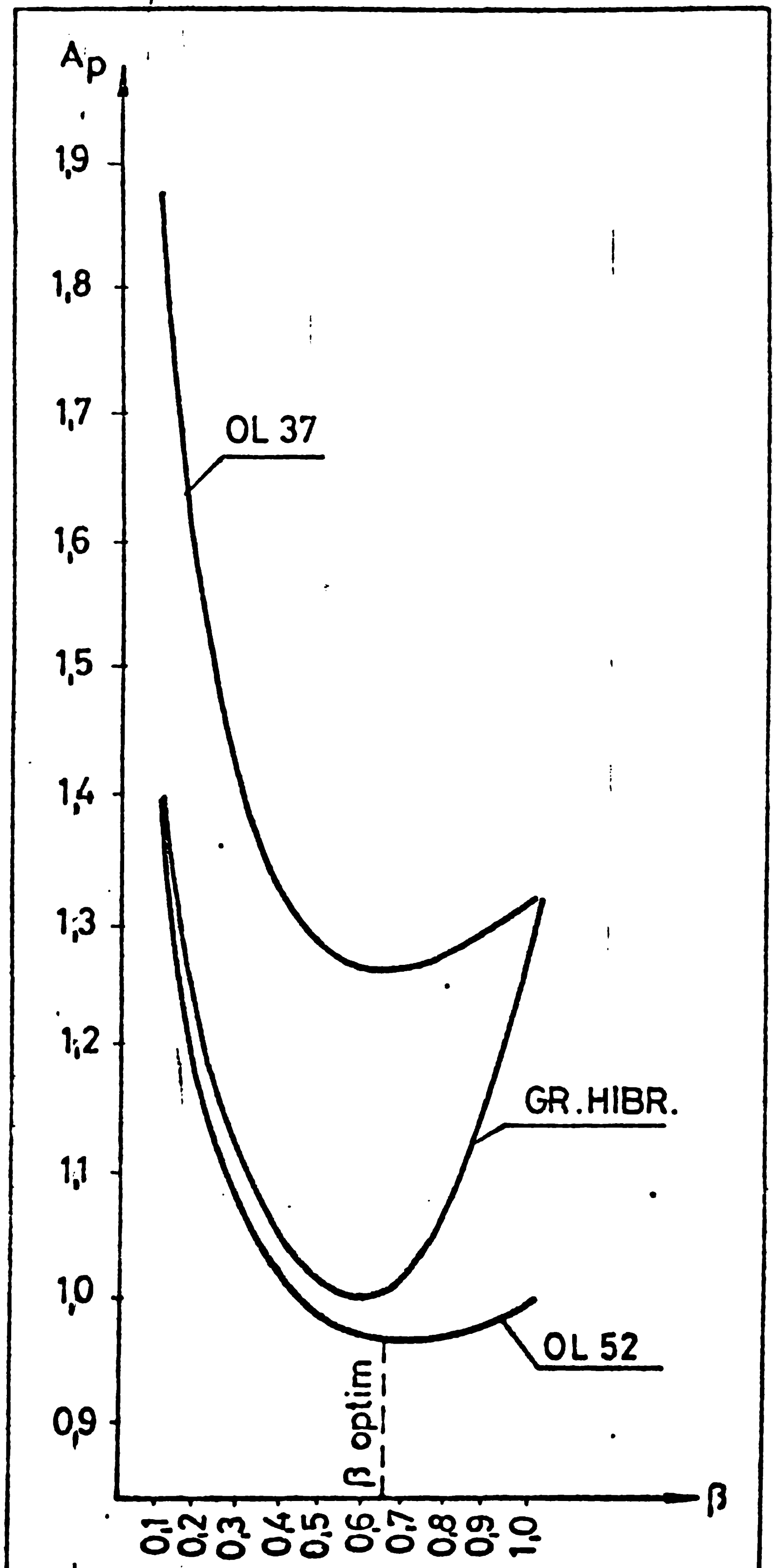


Fig 8.8

Tabelul 8.6.

β	$A_p^{OL\ 52}$	$A_p^{OL\ 37}$	A_{FH}^{II}
0,1	1 41	1,88	1,42
0,2	1,16	1,53	1,19
0,3	1,07	1,41	1,10
0 4	0,99	1,31	1,05
0,5	0,96	1,27	1,04
0,6	0,95	1,25	1,05
0,7	0,94	1,24	1,10
0,8	0,96	1,27	1,11
09	0 97	1,28	1,21
1,0	1,00	1,32	1,31

- Din graficul " fig.88" se remarcă eficienţa grinzilor hibride în domeniul valorilor β cuprinse între 0,1 - 0,7.

Curbele corespunzătoare grinzilor hibride şi a celor omogene din OL 52 sînt foarte apropiate ca urmare a contribuţiei hotărîtoare a tălpilor la valorile momentelor capabile. Cu creşterea lui β eficienţa grinzilor hibride scade ele transformîndu-se în grinzi omogene din OL.37.

8.5. Studiul economic a construcţiei metalice puse în operă.

Se va studia costul pe tonă de construcţie metalică pusă în operă, comparativ între grinzi de egală capacitate portantă executate ca grinzi omogene din oţeluri OL 37-OL 52 - şi grinzi hibride alcătuite din cele două calităţi de oţel.

Se acceptă pentru studiu următoarele costuri pe tonă de confecţie metalică:

Q_1 - costul pe tonă a confecţiei metalice, franco vagon staţia de destinaţie, conform unor preţuri din produsele livrate de uzinele Bocşa-Română, conf.tab.8.2.

pentru OL 37 - 55oo lei/tonă
pentru OL 52 - 65oo lei/tonă

Q_2 - costul transportului de la staţia CF, gara de destinaţie la şantier. Conform normativului privind modul de întocmire a devizelor pe categorii de obiecte P 91/77 se stabileşte 16,2o lei/tonă pe distanţa de 5 km - transport pe trailere.

Q_3 - costul privind montajul lucrărilor pentru grinzi cu inimă plină în greutate de 1-3 tone cu macarale pe înălţime pînă la 2o m lei 13o,7o/tona conform catalogului de preţuri pentru articole de deviz, art.CL 4f.

Q_4 - costul unei manipulări, adică a unei încărcări sau a unei descărcări cu automacarale de capacitate 5-8 tone, 3 lei/ /tonă; considerăm necesare trei manipulări descărcare din vagon pe rampă, încărcare în trailer şi descărcare din trailer pe şantier total 9 lei/tona.

Costul unei tone de construcţie metalică pusă în operă se va calcula cu relaţia

$$Q_t = (Q_1+Q_2+Q_3+Q_4)\, s \qquad (8.76)$$

unde "s" sînt diverse sporuri care se dau procentual pe tonă de confecţie, privind condiţii de lucru speciale, timp defavorabil etc.

Inlocuind în (8.76) costurile Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 obţinem

$$Q_t^{OL\ 37} = 5656.s \text{ lei/tonă}; \quad Q_t^{OL\ 52} = 6656.s \text{ lei/t.} \qquad (8.77)$$

Greutatea unei grinzi o stabilim cu relaţia evidentă:

$$G = A\,\ell\,\gamma \qquad (8.78)$$

iar costul unei grinzi cu relaţia:

$$Q = Q_t \cdot G \quad \text{sau} \quad Q = Q_t \cdot A \cdot \ell \gamma^{\ell}$$

In aprecierea greutăţii proprii urmează să cuprindem în afara elementelor principale ale grinzii, inima şi tălpile, şi elementele secundare, cum ar fi rigidizările.

Se apreciază [33] că sporul datorit acestor elemente se ridică la o,16 A_i.

Cu aceste precizări exprimăm costul unei grinzi:

- omogene din OL 37 : $Q^{OL.37} = 5656(1{,}16A_i + A_t)\ell \gamma^{\ell} s$

- omogene din OL 52 : $Q^{OL.52} = 6656(1{,}16A_i + A_t)\ell \gamma^{\ell} s$ (8.79a,b)

- a unei grinzi hibride cu rigidizările executate din OL.37

$$Q^{H} = (5656 \times 1{,}16A_i + 6656\ A_t)\ell \gamma^{\ell} s \qquad (8.79c)$$

Folosim relaţiile $A_i = A\beta$; $A_t(1-\beta)A$ se obţine:

$$Q^{OL.37} = 5656(1+0{,}16\beta)\ A \ell \gamma^{\ell} s$$

$$Q^{OL.52} = 6656(1+0{,}16\beta)\ A \ell \gamma^{\ell} s$$

$$Q^{HIB} = 5656(1{,}176-0{,}016\beta)\ A \ell \gamma^{\ell} s \qquad (8.80\ a,b,c)$$

Pentru compararea costurilor celor trei tipuri de grinzi considerăm că ele sînt de lungimi identice şi de capacitate portantă identică, adică avînd ariile A determinate în cap. 8.4 iar γ_s^{ℓ} fiind de asemenea identice. In acest caz relaţiile de comparaţie se pot scrie, eliminînd termenii identici din cele trei expresii (8.80) şi ele devin:

$$Q^{OL.37} = (1+0{,}16\beta)\ A^{OL.37}$$

$$Q^{OL.52} = 1{,}176(1+0{,}16\beta)A^{OL.52} \qquad (8.81\ a,b,c)$$

$$Q^{HIB} = (1{,}176-0{,}016\beta)A^{HIB}$$

Reprezentăm grafic cele trei expresii pe un sistem de coordonate Q, β , folosind expresiile determinate pentru arii A - din relaţiile (8.61-8.63) în domeniul elastic şi cele din relaţiile (8.73-8.75) în domeniul plastic: fig.8.9, fig.8.10 şi tab.8.7 şi tab.8.8.

DOMENIUL ELASTIC

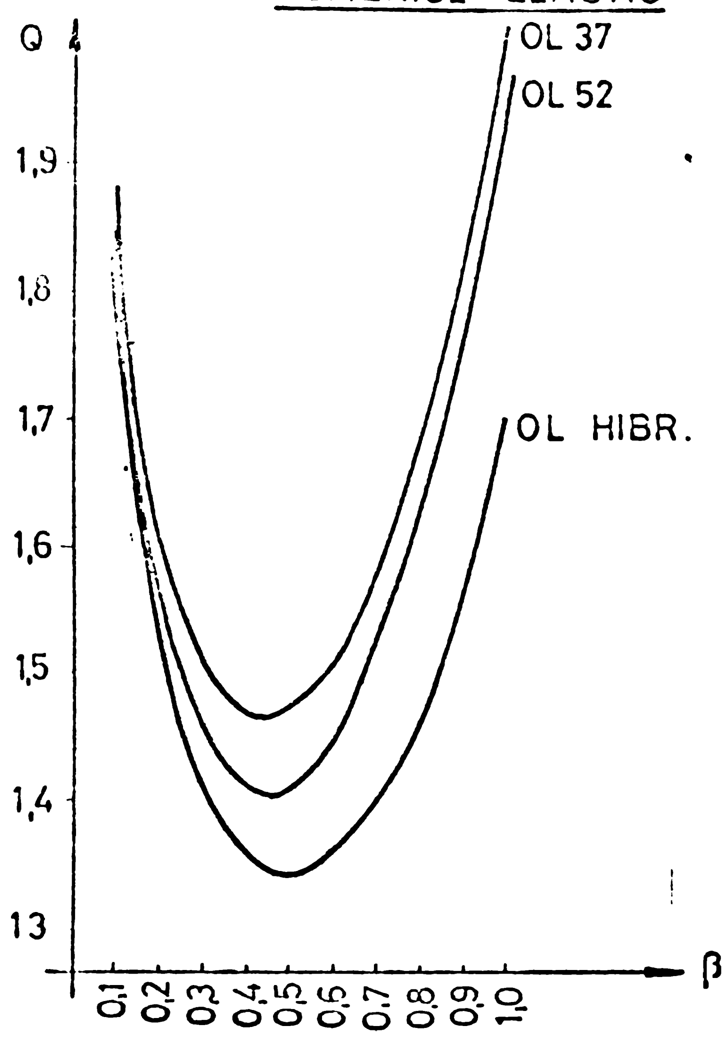


Fig 8.9

Tabelul 8.7

β	OL 37	OL 52	HIB
0,1	1,88	1,84	1,65
0,2	1,61	1,56	1,54
0,3	1,50	1,46	1,42
0,4	1,46	1,41	1,37
0,5	1,47	1,42	1,33
0,6	1,50	1,44	1,35
0,7	1,57	1,54	1,41
0,8	1,68	1,61	1,44
0,9	1,82	1,74	1,56
1,0	2,04	1,96	1,70

DOMENIUL PLASTIC

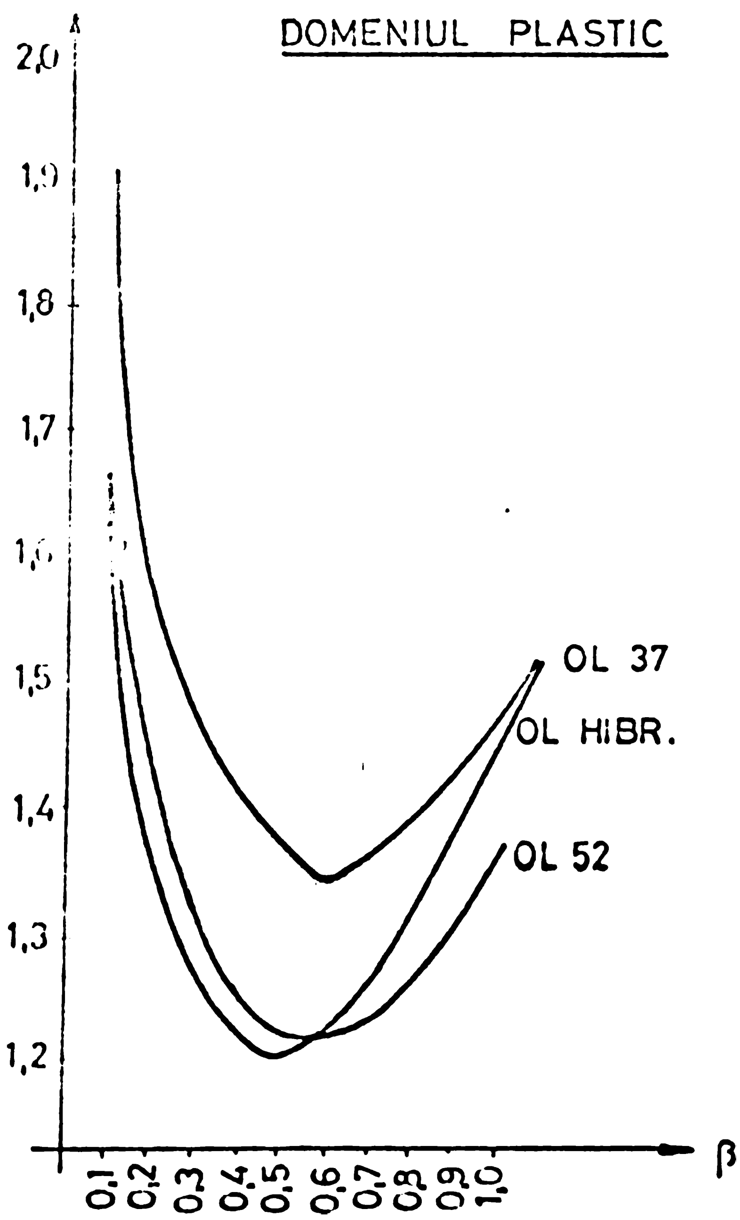


Fig 8.10

Tabelul 8.8.

β	OL 37	OL 52	HIB
0,1	1,91	1,68	1,67
0,2	1,58	1,41	1,39
0,3	1,48	1,32	1,29
0,4	1,39	1,24	1,23
05	1,34	1,22	1,21
0,6	1,37	1,22	1,22
0,7	1,38	1,23	1,28
0,8	1,43	1,27	1,29
0,9	1,46	1,30	1,40
1,0	1,53	1,36	1,53

CONCLUZII

Se constată că grinzile hibride au un cost mai redus față de grinzile omogene alcătuite din oțel OL.37 sau din oțel OL.52 atît în domeniul elastic cît și în domeniul plastic. In domeniul plastic pentru valorile β curente: $\beta <$ o,6.

Astfel luînd criterii de referire costul grinzii din OL.37 pentru β = o,5, în domeniul elastic, grinda din oțel OL.52 are un cost mai mic cu 3,4%, iar grinda hibridă cu 9,5%; în domeniul plastic grinda din oțel OL.52 are un cost mai mic cu 8,9%, iar grinda hibridă cu 9,8%.

Putem remarca însă că datorită costului de fabricație a produselor din oțel OL.52 (28oo lei/tona) mult mai ridicat față de produsele din oțel OL.37(22oo lei/tona) avantajele realizate la economie de greutate sînt parțial anulate.

Considerăm că pe măsura folosirii oțelurilor superioare din ce în ce mai frecvent se va ajunge la o apropiere a costului de fabricație a oțelurilor superioare, față de oțelul OL.37 iar aceasta va conduce la avantaje economice mult sporite prin folosirea grinzilor hibride.

TABLA DE MATERIE

Capitolul 1

Capitolul 2

Capitolul 3

Capitolul 4

Capitolul 5

Capitolul 6

Grinzi hibride cu inima plină, cu secţiunea I supuse la încovoierea oblică.

Capitolul 7

Comportarea secţiunilor hibride la acţiunea simultana a momentului de încovoiere, a forţei axiale şi a forţei tăietoare; relaţii de interacţiune.

Capitolul 8

B I B L I O G R A F I A

1. N.STRELETKI - RABOTA STALI V S[illegible] - MOSCOVA 1956.

2. V.V.SOCOLOVSKI - TEORIA PLASTICITATII.EDITURA TEHNICA 1953.

3. KACEANOV - OSNOVI TEORII PLASTICINOSTI - MOSCOVA 1969.

4. SANUL - OSNOVI TEORII UPRUGOSTI I PLASTICINOSTI MOSCOVA 1970.

5. B.G.NEAL- DIE VERFAHREN DER PLASTISCHEN BERECHNUNG BIEGESTEIFER STAHLSTABWERKW SPRINGER-VERLAG 1958.

6. JOHN BAKER JACQUES HEYMAN PLASTIC DESIGN OF FRAMES PRINTED IN 1969.

7. W.OLSZAK, P.PERZYNA, A.SOWCZUK. TEORIA PLASTICITATII.

8. ROIK LINDER - EINFUHRUNG IN DIE BERECHNUNG NACH DEN TRAGLAST VERFAHREN - STAHLBAU - VERLAGS GMBH KOLN 1972.

9. KARL-AUGUST RECKLING PLASIZITATSTHEORIE UND IHRE ANWENDUNG AUF FESTIGKEITSPROBLEME SPRINGER-VERLAG 1967.

10. K.EAGLER VOLWANDTRAGER - BERECHNUNG IN UBERCRITISCHEN BEREICH.

11. ANALIZA EXPERIMENTALA A TENSIUNILOR.EDITURA TEHNICA 1976.

12. D.CIOCLOV. MECANICA RUPERII MATERIALELOR. Ed.ACADEMIEI 1977.

13. MASSONET Ch. CALCULUL PLASTIQUE DES CONSTRUCTIONS BRUXELLES 1961.

14. C.DALBAN,M.JUNCAN. CONSTRUCTII METALICE.ED.DIDACTICA SI PEDAGOGICA 1977.

15. F.STUSSI.
GRUNDLAGEN DES STAHLBAU ES SPRINGER VERLAG - 1971.

16. TOMLENOV. TEORIA PLASTICESKOGO DEFORMIROVANIA METALLOV MOSCOVA 1972.

17. A.VASILIEV. METALLICESKIE KONSTRUCTII MOSCOVA 1968.

18. I.DICOVICI. DINAMICA YPRUGO-PLASICESKIH BALOK LENINGRAD 1962.

19. [illegible] . STRUCTURA DEFORMIROVANIH [illegible]

20. W.PRAGER,HODGE. Theorie ideal plasticher Körper.Wien 1954.

21. THEORY OF FLOW AND FRACURE OF SOLIDS by NADAI

22. RJANITIN A.R. RASCIOT SOORUJENII S UCIOTOM PLASTICESKIH MATERIALOV.

2[illegible]. [illegible] P. TI[illegible],[illegible] [illegible] OF [illegible]
2[illegible]. [illegible]ICS OF DEFORMABLE SOLIDS AND STRUCTURES [illegible]
ARTICLES [illegible] 1977.
2[illegible]. [illegible]I.[illegible]IA
METALLICESTI CONSTRUCTII
26. [illegible] TEODORESCU - V.ILIE
TEORIA ELASTICITATII SI INTRODUCERE [illegible] SOLIDULUI
DEFORMABILE.
27. K.[illegible]L UND [illegible]
FLIESSFOLNEDER DES REC[illegible] UND I - QUERSCHNITTES UNTER DER
WIRKUNG VON BIEGE[illegible],NORMALKRAFT UND QUERKRAFT.
28. RICHMOND [illegible] G. and JAMAL AZ[illegible]
COMPUTER ANALYSIS OF NONLINEAR TRUSS STRUCTURES.JOURNAL OF
STRUCTURAL DIVISION JUNE 1968.
29. [illegible] HOGLUNG
DESIGN OF THIN PLATE I GIRDERS IN SHEAR AND BENDING - WITH
SPECIAL REFERENCE TO WEB BUCKLING [illegible] 1973/94
30. RONALD FROST, CH.SCHILLING BEHAVIOR OF HYBRID BEAM SUBJECTED
TO STATIC LOADS J.of. STRUCTURAL DIVISION JUNE 1964.
31. G.HAAIJER, [illegible].ASCE. ECONOMY OF HIGH STRENGTH STEEL STRUCTURAL
MEMBERS J.of.STRUCTURAL DIVISION.
32. [illegible] A, K.VOR[illegible] PROECTIROVANIA BALOK IZ DVUH MAROK STALI
MATERIALI PO METALLICESKIH CONSTRUCTIAM Nr.12/1967.
33. KAPLUN A [illegible] VOPROSI NAIVIGODNEISEGO RASPREDELENIA MA-
TERIALA B POPERECHNOM SECENII IZGHIBAEMIH ELEMENTOV. STROI.
PROMISLENOSTI 1958/Nr.9
34. VAHURKIN [illegible]. BALKI IZ DVUH MAROK STALI MATERIALI PO METALICES-
CHIH CONSTRUCTIAM Nr.9/1965.
35. VAHURKIN,[illegible] BISTALNIE CONSTRUCTII MATERIALI PO METALICES-
CHIH CONSTRUCTIAM Nr.13.
36. KAZIMIROV AA. OSOBENOSTI PROECTIROVANIA SVARNIH METALICESCHIH
BALOK. EDITURA NAUKOVA DUMKA KIEV 1965.
37. [illegible] I. RATIONALNOST PRIMENENIA STALI POVISENOI PROCINOSTI
B STROITELNIH CONSTRUCTIAH.
[illegible]. PROM.STROITELSTVO I INJENERNIE SOORUJENIA 1963/6.
38. MATEESCU,FLEGERIU. CALCULUL IN DOMENIU PLASTIC AL PANELOR
[illegible]IC EXECUTATE DIN OTEL.Rev.CONSTRUCTIILOR.
39. P.DUBAS,ZUMICH.ZUR BEULOPFUNGSLAST [illegible] STRUCTUREN
STEHBLECHE SPRINGER VERLAG 1974.

40. M.SKALOUD.EFECT OF FLANGE STIFFNESS UPON THE ULTIMATE LOAD LEHA VIOR OF THIN WEBS ... TO A PARTIAL EDGE LOAD SPRI - GER VERLAG 1974.

41. IVO.DADDI - SUL DIMENSIONAMENTO A COLLASSO PLASTICO DI TRAVI A DOPPIO T REALIZZANTE CON ACCIAI DI DIFFERENTI CARATTERISTICHE DI RESISTENTZA.
CONSTRUZIONI METALLICHE Nr.3/1968

42. K.A.RECKLING. BEITRAGZUM TRAGLAST FERFAHREN SPEZIELL FUR DIE BALKENBIEGUNG MIT QUERKRAFTEN STAHLBAU 12/1975.

43. DALBAN C.DIACU I. VARGA . GRINZI METALICE DIN OTELURI CU CARAC TERISTICI MECANICE DIFERITE,
LUCR.CONF.CONSTR.METALICE TIMISOARA 1973.

44. N.STRELETKI - RASCIOT ELEMENTOV STALINIH CONSTRUCTII PO KRITERIU PREDELNIH PLASTICESCHIH DEFORMATII NA PROCHOSTI.

45. OTTO ACHEL, CORNELIA BOZAN
DISLOCATIILE SI FRECAREA INTERNA LA METALE

46. M.A.KOLTUNOV.POLZUCESTII RELAXATIA

47. BONDARIUC V, PROPUNERI DE CALCUL AL GRINZI HIBRIDE LA INCOVOIERE DREAPTA SI OBLICA SI STABILITATE LATERALA.CONTRACT Nr.165\IPT/ 1976 cu INCERC București.

48. KURTH FR. STAHLBAU BAND 1.
VEB VERLAG TECHNIK BERLIN

49. UPRUGOSTI I NEUPRUGOSTI METALLOV.
SBORNIC STATEI MOSCOVA 1956.

50. F.GRUND FORTRAN IV - PROGRAMMIERUNG

51. DANIEL D.Mc CRACKEN WILLIAM S DORN.
NUMERICAL METHODS AND FORTRAN PROGRAMMIRUNG WITH APLICATION IN ENGINEERING AND SCIENCE.

52. RECOMMANDATION POUR LE CALCUL EN PLASTICITE DES CONSTRUCTIONS EN ACIER DEC.1974
CENTRE TECHNIQUE INDUSTRIEL DE LA CONSTRUCTION METALLIQUE

53. CONSTRUZIONI IN ACCIAIO
ISTRUZIONI PER LA VERIFICA ALLO STATO LIMITE DI KOLLASSO PLASTICO.