INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA"
FACULTATEA DE MECANICA
TIMISOARA

Ing. IONEL DOBRE

TEZA DE DOCTORAT

Contribuţii la studiul dinamicii şi durabilităţii structurilor de rezistenţă ale vehiculelor solicitate de sarcini aleatoare

Conducător ştiinţific
Prof.em.dr.doc.ing.GHEORGHE SILAS

- 1976 -

I N T R O D U C E R E

Cincinalul revoluţiei tehnico-ştiinţifice pune în faţa cercetătorilor din toate domeniile, abordarea şi rezolvarea unor probleme de largă aplicabilitate, în care nivelul ştiinţific şi utilitatea să conducă la soluţii optime economic şi funcţional.

"A dezvălui noi taine ale naturii, ale materiei, a acţiona pentru a face ca roadele cunoaşterii să se materializeze cît mai curînd în producţie, în viaţa socială, în progresul şi bunăstarea poporului, este un scop nobil care trebuie să-i însufleţească pe toţi cei ce se consacră cercetării ştiinţifice şi tehnice, pe toţi oamenii muncii".

NICOLAE CEAUSESCU

(din "Expunerea prezentată la Congresul educaţiei politice şi al culturii socialiste", Editura Politică, 1976, p.42)

In contextul acestor sarcini de mare răspundere, lucrarea de faţă rezolvă aspecte noi privind comportarea mecanică a structurilor de rezistenţă folosite în construcţia vehiculelor, pornind de la ideia considerării unor modele de investigaţie mai complete care să ia în considerare în special caracterul aleator atît al fenomenelor dinamice cît şi al proceselor de degradare. Acest mod de analiză este dictat pe de o parte de starea reală a solicitărilor care apar în astfel de structuri impunînd considerarea stohasticităţii proceselor de excitaţie sau a spectrelor de tensiuni iar pe de altă parte de condiţia realizării unor sisteme uşoare cu o anumită rezistenţă şi rigiditate pentru o fiabilitate mărită. Aceste implicaţii antagoniste iresolubile în cadrul metodelor clasice care consideră problemele sub aspect global fără variabilitate statistică, obţin soluţii elegante şi viabile pe modele probabilistice care circumscriu unei sfere mai largi de fenomene reale.

De altfel abordarea unei asemenea problematici cumulînd aspecte interdisciplinare considerate distincte este o necesitate firească ţinînd de continuitatea fenomenului mecanic, care trebuie să conducă în final la o soluţie cu caracteristici date. Convins de această necesitate autorul tezei a căutat să cumuleze într-un ansamblu unic informaţiile pe care le dau cercetările de dinamică în cadrul modelului solidului rigid şi studiile de durabilitate pe solidul deformabil, deoarece efectul dominant al vibraţiilor unei structuri este distrugerea acesteia prin oboseală ca rezultat al unui proces de degradare cumulativă.

Elaborarea acestei teze este rezultatul unor circumstanţe favorabile care au permis o îmbinare utilă între preocupările teoretice ale autorului privind aplicarea proceselor stohastice în calcule de vibraţii şi durabilitate şi necesităţile productive a două mari unităţi industriale : uzina "6 Martie"- Zărneşti-Braşov şi Intreprinderea de vagoane - Arad, care au solicitat în perioada 1967-1975 catedrei de Rezistenţa materialelor de la Institutul politehnic "Traian Vuia" Timişoara efectuarea unor încercări şi calcule de rezistenţă ale cadrelor de biciclete şi boghiurilor tip Y pentru vagoane de marfă. In felul acesta partea de contribuţii teoretice a putut fi completată cu o serie de rezultate experimentale şi metodici noi de investigaţie care au validat ipotezele formulate şi metodologia propusă.

Lucrarea este alcătuită din două părţi cuprinzînd şase capitole. In primele patru capitole (117 pagini) se expun consideraţiile şi contribuţiile teoretice, iar în ultimele două capitole (68 pagini) se prezintă investigaţiile experimentale cu aplicaţiile şi contribuţiile în metodică şi interpretare.

Capitolul întîi se ocupă cu problematica proiectării structurilor de rezistenţă hiperstatice ale unor vehicule, în regim dinamic. Este un capitol de sinteză în care se evidenţiază complexitatea problemei, multitudinea aspectelor incumbate de acest domeniu şi se formulează linia nouă pe care autorul o propune în rezolvarea acestei tematici.

Capitolul al doilea sintetizează cîteva elemente necesare din teoria corelaţională a proceselor stohastice şi demonstrează valabilitatea ideii avansate în primul capitol conform căreia pentru cercetările de dinamică este necesară şi suficientă obţinerea funcţiei de autocorelaţie a excitaţiei, elementele legate de structură putînd fi antecalculate sau determinate pe prototip. Rezultatele obţinute au la bază tratarea unui sistem vibrator mecanic ca un filtru de frecvenţă pentru procesul de excitaţie. Se consemnează relaţiile noi obţinute pentru calculul dispersiei răspunsului unui oscilator liniar la o excitaţie aleatoare staţionară şi ergodică.

Obiectul capitolului al treilea l-a constituit dezvoltarea, generalizarea şi aplicarea concluziilor şi metodei de investigaţie prezentate în cap.2, la sisteme mai complexe, care să modeleze mişcările structurilor de rezistenţă de la unele vehicule. Pentru aceasta s-a adoptat un model cu trei grade de libertate, considerînd o structură pe "2n" reazeme elastice ceea ce permite aplicarea rezultatelor la o clasă mai largă de vehicule rutiere şi feroviare. Plecînd de la funcţia de autocorelaţie a excitaţiei s-au obţinut forme analitice complete pentru funcţiile de transfer ale structurii, caracteristicile de amplitudine şi fază ale celor trei tipuri de mişcări fundamentale, viteze şi acceleraţii. Acestea răspund la toate necesităţile de calcul privind aprecierea statistică a răspunsului structurii pentru care se pot determina densităţile spectrale de putere, funcţiile de autocorelaţie, dispersiile, abaterile medii pătratice pentru amplitudini, viteze şi acceleraţii. S-a deschis în felul acesta un cîmp larg de cercetare prin utilizarea formelor aproximative ale funcţiei de autocorelaţie redate în cap.2. Mai mult, se arată că în cazul proceselor normale se pot determina legile diferenţiale de repartizare ale mărimilor cercetate: deplasări, viteze şi acceleraţii precum şi probabilităţile ca aceste mărimi să nu depăşească anumite valori limită.

Incepînd cu capitolul patru se abordează problemele de durabilitate ca o continuare firească a cercetărilor de dinamică privind evoluţia fenomenului fizic din punctul de vedere al solidului deformabil supus acţiunii sarcinilor variabile. Făcînd o analiză critică a celor mai reprezentative teorii de degradare s-a reuşit să se evidenţieze elementele fundamentale care s-au constituit ca rezultate certe ale cercetării şi să se demonstreze că majoritatea teoriilor denumite de autor "formale" nu aduc o îmbunătăţire consistentă a teoriei clasice a lui Miner. S-a formulat atunci o nouă teorie de degradare ţinînd cont de lipsa de influenţă a suprasolicitărilor de sub curba French şi s-a conceput o metodologie secvenţială pentru calculul durabilităţii sau coeficientului de siguranţă în cazul în care spectrul stării de tensiune poate fi asimilat cu un proces stohastic staţionar şi ergodic. Această circumstanţă permite determinarea numărului mediu de depăşiri al unui anumit nivel de referinţă dacă se cunoaşte funcţia de autocorelaţie ; introducînd două noi ipoteze : considerarea rezistenţelor la oboseală modificate în accepţiunea clasică şi convergenţa curbelor de durabilitate în punctul reprezentativ al solicitărilor statice, se reuşeşte să se aplică metodologia enunțată la calculul structurilor.

Capitolul cinci deschide seria de aplicații și de verificări experimentale ale noțiunilor teoretice expuse pînă aici. Orice fază de proiectare sau de analiză dinamică se începe prin calculul stării de tensiune considerînd acțiunea statică a forțelor exterioare ; de aceia, utilizînd metoda eforturilor pe scheme cît mai generale care să păstreze caracteristicile esențiale ale structurii : caracterul spațial, hiperstaticitatea mărită și rigiditatea variabilă, în acest capitol se obțin rezultate deosebit de utile pentru proiectanți și constructori. Se evidențiază secțiunile cele mai solicitate ceea ce reduce investigația experimentală la minimul optim ; se precizează influența rigidizărilor prin traverse frontale a căror neglijare în cazul considerării unor soluții simplificate conduce la erori inacceptabile ; se studiază influența forțelor axiale, asupra stărilor de tensiune, care poate ajunge pînă la 30 % și care deobicei este neglijată. Pentru toate acestea se dau programe de calcul, ceea ce permite studierea în paralel a unui număr oarecare de variante, încă din faza de proiectare.

Ultimul capitol - al șaselea - concentrează rezultatele experimentale și expune metodele noi de investigație folosite în studiul dinamicii și durabilității structurilor cercetate. Se remarcă proiectarea și executarea unor standuri originale, unele recunoscute ca invenții și concordanța satisfăcătoare obținută între rezultatele teoretice și experimentale. S-a evidențiat apariția unor efecte de concentrare în noduri, necesitatea prezentării rezultatelor experimentale sub forma dreptelor de regresie și s-a dat o metodă și un program pentru calcularea funcției de autocorelație din datele experimentale cu ajutorul căreia s-a verificat durabilitatea cadrelor de biciclete pe baza metodicii propusă de autor.

x

x x

Autorul dorește să mulțumească tovarășului prof.em.dr.doc. ing.Gh.Silaș sub a cărui îndrumare și coordonare științifică și-a desăvîrșit pregătirea în perioada de doctorantură, pentru sprijinul generos acordat la întocmirea acestei lucrări.

Aduc cele mai deferente mulțumiri tovarășului prof.dr.ing. Lazăr Bolea ntu, căruia îi datorez formarea și orientarea mea profesională și care cu multă bunăvoință și pricepere m-a susținut și îndrumat permanent în întreaga mea activitate științifică ; tovarășului prof.dr.ing.Iosif Groşanu, pentru ajutorul efectiv acordat la rezolvarea unor probleme de dinamică.

Imi fac o plăcută îndatorire din a mulţumi şi pe această cale tovarăşului doctor în matematică ing.Florea Dincă, şeful sectorului de vibraţii de la Centrul de mecanica solidelor - Bucureşti, care dintr-un deosebit simţămînt de etică profesională mi-a pus la dispoziţie o valoroasă bibliografie în domeniul vibraţiilor aleatoare adunată de Domnia Sa în mulţi ani de trudă. Mulţumesc conducerii Institutului de studii şi cercetări în transporturi (ISCT) Bucureşti, în special tov.ing.C.Halchini care mi-a permis utilizarea rezultatelor experimentale obţinute la încercarea boghiului Y25-Cs.

Mulţumesc de asemenea, în mod cu totul special, colectivului de colegi de la disciplina de Rezistenţa materialelor cu ajutorul cărora am rezolvat, în cadrul contractelor de cercetare ştiinţifică, o parte din problemele prezentate în această lucrare.

PARTEA ÎNTÎIA

CAPITOLUL 1

PROBLEMATICA PROIECTARII STRUCTURILOR DE REZISTENTA HIPERSTATICE ALE VEHICULELOR IN REGIM DINAMIC

1.1. Formularea problematicii

Structurile de rezistență întîlnite în construcția celor mai diverse vehicule, constituie în esență ansambluri de bare cu noduri rigide și grad mare de nedeterminare interioară, solicitate de sarcini statice reprezentate în principal de încărcările utile și de sarcini dinamice specifice procesului de funcționare, care în general au un pronunțat caracter aleator. Datorită acestui complex de circumstanțe, proiectarea acestor structuri este un proces laborios, care nu și-a găsit încă o soluționare definitivă și care de obicei se dezvoltă în mod iterativ, prin completarea informațiilor necesare deciziilor de proiectare pe baza studiilor pe modele sau pe sisteme similare existente. Dacă în afara dificultăților provenite din hiperstaticitatea structurilor și imposibilitatea evaluării sarcinilor dinamice se mai ridică și probleme de predicție a durabilității în funcție de spectrul real de excitație și de optimizare a construcției, sarcina proiectantului este dintre cele mai grele. De aceea probleme care se tratează în literatura de specialitate separat, ca preocupări independente, sînt numai în mod formal necorelate, ele trebuind să formeze o metodologie unică de analiză și sinteză a structurilor, în care aspectele de dinamică și durabilitate sînt definitorii pentru soluția finală adoptată.

1.1.1. Consideratii privind calculul static. In ansamblul de probleme enumerate, calculul static este cel mai bine definit și studiat și lui îi este dedicată o bogată literatură tehnică. Aceasta deoarece a constituit dintotdeauna o preocupare majoră a inginerului constructor care a dezvoltat discipline specializate pe această tematică. Cu toate că metodele de calcul au devenit clasice, creșterea complexității problemelor și evidențierea unor solicitări suplimentare, au condus la reconsiderarea metodologiei în evoluția calculatorie a problemei. Modul nou de abordare bazat în principal pe utilizarea calculului matricial, a fost facilitat de dezvoltarea impetuoasă a calculatoarelor electronice numerice şi analogice. De aceia, în acest context şi o parte din argumentele care pledau pentru utilizarea metodelor de aproximații succesive (Cross, Dasek, Kani etc.) deci pentru folosirea cu precădere a metodei deplasărilor îşi pierd din valabilitate, fiindcă rezolvarea sistemului de ecuații canonice ale metodei eforturilor nu mai constituie o problemă. In plus se obțin în acest fel direct eforturile din structură fără a mai trece prin calculul deplasărilor nodurilor. Acestea au fost de altfel motivele esențiale pentru care am preferat în dezvoltarea acestei lucrări metoda eforturilor, care răspunde mai direct la problemele legate de rezistența statică a structurii deşi în mod principial cele două metode fundamentale de calcul constituie un proces unic de analiză a structurii, deoarece matricea de flexibilitate [f] nu este altceva decît inversa matricei reduse de rigiditate $[K_r]$.

$$\{S_r\} = [K_r]\cdot\{q_r\} \Longleftrightarrow \{q_r\} = [f]\cdot\{S_r\} \Rightarrow [K_r]^{-1} \equiv [f] \quad (1.1)$$

notațiile fiind cele consacrate în literatura de specialitate [330], [332], [341], [344], [369], [393], [408], [451].

Este însă deosebit de important să se sublinieze că ambele metode efectuează de fapt numai un calcul de verificare, ceea ce presupune fie că este ales (impus) un anumit raport între rigiditățile grinzilor componente ale structurii, fie că se face o predimensionare în condiții simplificate ca structură static determinată. In această situație soluția adoptată are un pronunțat caracter subiectiv, depinzînd de experiența şi informația proiectantului, deşi evident se va căuta soluția cea mai corespunzătoare din punct de vedere economic şi funcțional. O informație cît mai completă privind ansamblul forțelor exterioare, caracteristicile mecanice ale materialelor utilizate, condițiile de lucru etc. poate conduce la un model aproximativ în care abaterile stării reale de eforturi să nu depăşească [illegible] [224] ceea ce va asigura o convergență rapidă a procesului de proiectare şi reducerea corespunzătoare a cheltuielilor destinate acestei faze.

1.1.2. <u>Evaluarea sarcinilor dinamice</u>. Analiza dinamică a unei structuri reprezintă un ansamblu de procedee și metode care au drept scop determinarea stării de deformație și de tensiune a structurii sau a elementelor structurii, sub acțiunea sarcinilor cu caracter dinamic, adică a acelor sarcini care variază rapid în timp și care contribuie la apariția forțelor de inerție.

Considerarea sarcinilor dinamice la proiectarea structurilor de rezistență (în special ale vehiculelor) este unul din aspectele cele mai dificile și mai puțin dezvoltate ale mecanicii construcțiilor [224, cap.42]. Dificultatea este inerentă și se aseamănă cu aceea de la calculul static, deoarece pentru o anumită structură evaluarea acestor sarcini este funcție de caracteristicile sale dinamice, care nu pot fi determinate pînă cînd aceasta nu a fost proiectată. In aceste condiții proiectantul este pus în situația de a calcula o structură admițînd niște sarcini pe care nu le cunoaște. Deci și din acest punct de vedere abordarea problemei se face prin elaborarea unui anteproiect, care poate să fie cel din faza a doua a calculului static, care de asemenea se va perfecționa în mod progresiv pe baza informațiilor obținute din încercarea unui model și/sau prototip. Ideea proiectării numai pe baze analitice a acestor structuri, este relativ incorectă și de cele mai multe ori neavantajoasă, putînd să devină prohibitivă economic, deoarece multe dintre elementele necesare calculului au un mare grad de incertitudine. Dezvoltarea în paralel a calculului și experimentării poate să conducă mult mai repede la o soluție mai corectă, în care experiența și intuiția proiectantului au un rol determinant, deoarece atît proiectarea cît și încercarea la solicitări dinamice nu reprezintă niște studii științifice exacte.

O asemenea evoluție a proiectului care să se efectueze atît din punct de vedere analitic cît și al realizării practice permite să se intervină pe parcurs în foarte multe direcții ca de exemplu la determinarea rigidității optime a elementelor structurale ce interacționează reciproc, în vederea reducerii la minimum a tensiunilor, la analiza frecvențelor proprii sau mărimii amortizării existente în structură, utilizînd astfel date reale și nu ipotetice pentru modificarea calculelor inițiale.

In general pentru un calcul global aproximativ, sarcina dinamică poate fi determinată prin înmulțirea sarcinei statice cu un coeficient (multiplicator) dinamic, în care caz în elementele solicitate tensiunile sînt egale cu cele produse de o sarcină statică echivalentă, avînd aceeași mărime cu cea dinamică. In operațiile de dimensionare însă, datorită faptului că tensiunile dinamice variază în timp și este deci posibilă apariția fenomenului de oboseală, se utilizează rezistențe admisibile mai mici.

În toate lucrările studiate de autor (v.bibliografia) aceasta este metodologia general folosită. Considerăm însă că metoda prezintă un dezavantaj esențial prin faptul că lucrează cu un coeficient dinamic unic, calculat ca raportul local a două mărimi caracteristice regimului dinamic și static (tensiuni sau deplasări) fără să țină cont de repartiția acestor mărimi pe structură. Pornind de la această observație, am formulat ideea că încă din faza de proiectare se poate face un studiu al repartiției accelerațiilor pe structură, respectiv al forțelor de inerție corespunzătoare, introducînd astfel în calcul, nu o mărime globală medie ci niște forțe distribuite care apropie calculul de fenomenul real. Această concepție de proiectare constituie un mod nou de abordare a problemei, deoarece ține cont de faptul că fenomenul fizic care pune în evidență existența sarcinilor dinamice este deformația elementelor ce compun structura.

1.1.3. Optimizarea structurilor de rezistență. Problema obținerii unei soluții optime a structurii este o componentă firească a procesului de proiectare, atestată de un impresionant număr de lucrări de cercetare științifică consacrate acestui domeniu astfel încît în stadiul actual nu se mai poate vorbi despre o proiectare rațională fără un studiu de optimizare. RAUTU S., BANUT V. in [393], fac un studiu aprofundat al acestei idei, pe care o semnalăm pentru importanța ei în cadrul problematicii proiectării structurilor de rezistență, deși nu a constituit o preocupare distinctă pentru noi. Totuși cercetările efectuate de autor pe cele cîteva variante de boghiuri [40],[42],[50],[51], reprezintă un prim pas în această direcție. Aceasta cu atît mai mult cu cît proiectarea optimă, sub diversele ei aspecte, nu trebuie confundată cu proiectarea obișnuită, pe care nu o exclude ci o completează, constituind o analiză prealabilă care oferă datele necesare referitoare la forma și dimensiunile structurii în ansamblu precum și la forma sau dimensiunile secțiunii transversale a elementelor.

Deoarece calculul structurilor hiperstatice constă în verificarea stării de solicitare după obținerea unei prime soluții, încercarea de optimizare prin uniformizarea repartiției tensiunilor pe ansamblul structurii cu modificarea corespunzătoare a secțiunilor transversale, nu rezolvă problema, fiindcă se ajunge la o stare de eforturi diferită de cea inițială, întrucît eforturile sînt funcții de raportul rigidităților grinzilor componente.

De aceea, din punctul de vedere al calculelor de rezistență, criteriile de optimizare se referă la realizarea structurilor cu un consum minim de material, respectarea condiției de minimum a energiei potențiale pe ansamblul său, utilizarea eficientă a materialului astfel încît unitatea de volum să respecte condiția de maximum a energiei potențiale specifice (condiția de structură de egală rezistență) sau în sfîrșit o condiție de rigiditate maximă, adică de minim a deformațiilor posibile. Mulțimea studiilor teoretice întreprinse în această direcție nu au dat soluție decît pentru un număr mic de cazuri particulare. Ele au enunțat însă o serie de teoreme generale, dintre care cea mai interesantă este aceea care afirmă că o structură de egală rezistență conduce la o structură de greutate minimă. In cazul structurilor supuse la acțiunea unor sarcini aleatoare, un criteriu rațional de optimizare constă în limitarea primei frecvențe a vibrațiilor proprii sau în limitarea săgeților maxime admisibile.

1.1.4. <u>Calculul programat al structurilor</u>. Posibilitățile practic nelimitate oferite de calculatoarele electronice cifrice în privința efectuării calculelor numerice, au impus, în ultimul deceniu, revizuirea metodelor de calcul a structurilor și a formulărilor matematice folosite pentru aceasta. Folosirea metodelor matriciale în soluționarea problemelor de calcul static au permis o scriere concisă și precisă a problemei și efectuarea calculelor în mod sistematic. Odată cu apariția acestor noi perspective, pe plan mondial s-a declanșat o acțiune masivă de realizare a unor programe complete și limbaje specializate, pentru calculul structurilor, ceea ce subliniază importanța acestor probleme. Amintim astfel "Programul de calcul al structurilor articulate spațiale" - STAIR - (Structural Analysis Interpretative Routine) pus la punct între anii 1958...1960 la Massachusetts Institute of Technology și "Programul de calcul al structurilor prin elemente finite" - ASEF - (Analyse de structures par éléments finis) pus la punct la Universitatea din Liège în cadrul laboratorului de tehnici aeronautice şi spaţiale [7],[369],[490],[491].

Dificultăţile acestor programe ce conţin o serie de restricţii care le fac utilizabile numai de specialişti şi la care chiar interpretarea rezultatelor este o problemă delicată, au condus la apariţia de limbaje orientate ca de exemplu limbajul STRESS (Structural Engineering Systems Solver) care a început să fie programat la sfîrşitul anului 1962 la Universitatea din Illinois şi la apariţia de sisteme integrate care utilizează limbaje specializate şi subprograme tip care să permită utilizarea calculatoarelor electronice şi inginerilor cu experienţă redusă în acest domeniu. Pentru exemplificare cităm sistemele integrate ICES (Integrated Civil Engineering System) sau SYSFAP (Système Intégré de Fichiers Auto Programmés) al Universităţii din Liège. Toate aceste realizări care au necesitat investiţii considerabile, subliniază importanţa economică a problemei, calculul de proiectare avînd o pondere valorică însemnată.

1.2. Problemele generale ale vibraţiilor aleatoare şi implicaţiile lor

Structurile de rezistenţă care au făcut obiectul preocupărilor cuprinse în această teză sînt cele care se întîlnesc în construcţia vehiculelor rutiere şi feroviare caracterizate, din punct de vedere dinamic, prin faptul că mişcările lor vibratorii sînt aleatoare şi pot fi modelate satisfăcător printr-un proces stohastic staţionar şi ergodic.

Deoarece calculul static este o problemă în general pusă la punct şi cunoscută, nu ne vom mai ocupa de prezentarea evoluţiei preocupărilor în acest domeniu. Vom face însă o prezentare mai amănunţită a dezvoltării cercetărilor în domeniul vibraţiilor aleatoare, pentru a evidenţia formarea conceptelor fundamentale, stadiul actual al cercetărilor şi implicaţiile acestora în domenii conexe, deoarece aceste probleme sînt încă în fază de definitivare, sînt mai puţin cunoscute şi au constituit modul în care au fost abordate problemele de dinamica structurilor de rezistenţă în cadrul acestei teze. Evident că metoda de lucru poate fi aplicată u   mai largi de structuri care satisfac ipotezele de a;   acceptate.

1.2.1. Istoricul teoriei generale. Se înțelege, în general, prin "vibrație aleatoare", o vibrație care rezultă dintr-o excitație ce nu poate fi reprezentată satisfăcător printr-o funcție simplă oarecare (sinusoidă, treaptă etc.) sau prin combinații de asemenea funcții, dar care poate fi modelată printr-un proces stohastic (S.H.CRANDALL [99],[109],[287]). Deci, dacă vibrația este aleatoare, valoarea sa la un moment dat nu poate fi dedusă din cunoașterea valorilor anterioare, ci se pot face numai predicții asupra valorilor ulterioare pe baza unor interpretări probabilistice a rezultatelor. Astfel ea poate fi definită numai pe baze statistice, indicîndu-se probabilitatea de apariție a unor amplitudini și frecvențe (HARRIS și CREDE [224],[103]; F.DINCA [127]; J.D.ROBSON [398],[400],[403]; S.H.CRANDALL [288],[289]; T.K.CAUGHEY [78],[80]).

Din punct de vedere matematic aceasta înseamnă că în sistemul de ecuații diferențiale cu ajutorul căruia este descrisă mișcarea sistemului mecanic considerat, numai termenii liberi sînt funcții aleatoare de timp. Astfel formulată problema, se limitează domeniul de cercetare, deoarece în fenomenele reale apariția unor vibrații aleatoare se poate datora și altor elemente care prezintă o asemenea variație ca de exemplu : elasticitățile, disipările de energie, masele, unele elemente geometrice etc. Iar deși există studii care se ocupă și cu aceste situații (C.H. SACHAKA [177]) se poate afirma că prima accepțiune este dominantă și aceasta este situația pe care o întîlnim în studiul mișcărilor vibratorii ale structurilor de rezistență de la vehicule.

Parafrazîndu-l pe S.H.CRANDALL [99], considerăm că nu este o exagerare în a afirma că "toate vibrațiile sînt aleatoare" orice înregistrare de vibrații conține "încurcături" de un anumit nivel și în general toate sursele de excitație sînt aleatoare, deși în anumite cazuri nivelul de stohasticitate este așa de scăzut încît poate fi neglijat. Din această cauză excitațiile care apar în diverse probleme de vibrații, sînt reprezentate prin funcții periodice și în general prin prima armonică a seriilor lor Fourier. Această teorie a vibrațiilor tehnice a dat rezultate satisfăcătoare pentru o serie întreagă de sisteme mecanice oscilatorii, ca de exemplu cele de tipul maselor dezechilibrate în mişcare de rotaţie.

Există însă foarte multe situaţii, cum sînt cele intîlnite în dinamica vehiculelor, răspunsul structurilor de avioane la turbulenţe atmosferice şi al navelor la mări agitate, funcţionarea ajutajelor mari şi a rachetelor etc. în care excitaţiile nu mai pot fi reprezentate în cadrul analizei clasice prin serii Fourier. Aceasta deoarece apar conceptual elemente noi, din cauza nereproductibilităţii realizărilor la repetarea măsurării condiţiilor de excitaţie şi a inexistenţei unei legităţi deterministe în exprimarea analitică a fenomenelor. In acest caz soluţionarea se poate face numai în cadrul teoriei proceselor stohastice, avînd la bază metodele de analiză din teoria probabilităţilor şi statistica matematică. Deşi aceste metode au pătruns în multe domenii ale mecanicii, dezvoltarea teoriei vibraţiilor aleatoare a fost însă lentă comparativ cu realizările acestor domenii. Astfel A.EINSTEIN face în 1905 [144] prima analiză matematică a mişcării browniene, considerată ca un caz particular de vibraţie aleatoare. Au trecut după aceea mai bine de 25 de ani, pînă cînd în 1931 A.VAN LEAR şi G.E.UHLENBECK (precizare în [99]) extind această teorie la sisteme vibratorii ca firele şi grinzile. In această perioadă apar însă două lucrări care aveau să fie esenţiale pentru dezvoltarea ulterioară a teoriei vibraţiilor aleatoare şi anume : în 1920 G.I.TAYLOR [99],[436] introduce conceptul f u n c ţ i e i d e c o r e l a ţ i e iar în 1930 N.WIENER [457] introduce noţiunea de d e n s i t a t e s p e c t r a l ă d e p u t e r e şi formulează aşa numita a n a l i z ă a r m o n i c ă g e n e r a l i z a t ă. Acestea sînt conceptele fundamentale ale teoriei proceselor stohastice care constituie sîmburele central al teoriei vibraţiilor aleatoare.

Noţiunea de proces stohastic este folosită ca un model matematic - ipotetic - pentru descrierea surselor de excitaţie sau a răspunsului sistemului, după cum sinusoida simplă este folosită ca model de vibraţii în general. Este evident că amîndouă sînt simplificări ale realităţii fizice, necesare pentru crearea unui model operaţional, însă cu un grad de utilizare diferit.

Astfel, dacă este predominantă o componentă singulară a frecvenţei, este utilă folosirea modelului sinusoidei simple ; dacă sînt aşa de multe componente încît nu este posibilă sau nu este convenabilă identificarea lor separată, modelul cel mai folositor este acela al procesului stohastic în care se utilizează mediile în locul datelor individuale, cele mai importante fiind funcțiile de corelație și transformatele lor Fourier (densitățile spectrale de putere). Importanța acestor medii rezidă în faptul că pentru un sistem vibrator cu coeficienți constanți, este posibil să se obțină media corespunzătoare a răspunsului direct din cunoașterea mediei excitației [24],[54],[79],[99],[127],[140], [143],[171],[191],[195],[307],[337].

Prima aplicație a acestor noțiuni la sistemele mecanice, pare să fie aceea a lui C.C.LIN [304] din 1943, care consideră un sistem oscilant cu un singur grad de libertate, acționat de o forță descrisă numai prin funcția ei de corelație.

Incepînd din 1943 se pun bazele unor sistematizări din ce în ce mai clare pentru aplicarea teoriei proceselor stohastice în probleme de vibrații. Sînt remarcabile în acest sens lucrările lui S.O.RIC [397] din 1945 în care sînt redate o serie de rezultate importante privind statistica zgomotului în sisteme liniare și neliniare. Aceste lucrări, dintre cele mai citate în literatură, au avut o aplicație largă în studiul avariilor de oboseală produse de vibrațiile aleatoare. După publicarea acestor lucrări, încep să apară un număr considerabil de studii consacrate acestei problematici ; în ultimul deceniu, monografiile lui S.H.CRANDALL [287]; J.D.ROBSON [402]; F.DINCA și C.TEODOSIU [127] etc. au izbutit să sistematizeze cunoștințele existente în teoria vibrațiilor aleatoare liniare.

Procesele stohastice sînt deasemenea descrise în termenii distribuției de probabilitate asociate lor, metodă de lucru care este cea mai completă dar care incumbă reale dificultăți matematice și mai ales experimentale. Există totuși procese particulare dintre care cel mai important este procesul gaussian, care prezintă caracteristica specială că răspunsul unui sistem liniar cu coeficienți constanți la o excitație de acest tip este de asemenea un proces gaussian (M.S.BARTLETT [18]; V.B.DAVENPORT [117]; A.A.SVEȘNICOV [433]). De mare utilitate în privința aspectului operațional, sînt și procesele Markov [112],[113],[143], care au particularitatea că proprietățile probabile ale procesului în intervalul de timp care urmează, sînt complet determinate de valorile din momentul anterior, deci pentru calcularea densităților de probabilitate de orice ordin este suficientă cunoașterea densității de probabilitate bidimensionale. Aceste procese au început să fie utilizate cu rezultate satisfăcătoare în studiile de degradări cumulative bazate pe teoriile de evoluție a fisurii din mecanica ruperii [168],[273],[314],[324],[376],[464],[467],[468].

1.2.2. <u>Surse de excitații aleatoare</u>. In toate procesele dinamice ale sistemelor mecanice apar aspecte probabilistice care sînt datorate, în general, variației aleatoare a surselor de excitație. Se amintesc în continuare cîteva dintre sursele cu cel mai pronunțat caracter aleator, deoarece metodele generale de modelare și tratare matematică a acestor procese sînt comune și dezvoltarea lor a fost influențată pe rînd de necesitățile tuturor acestor domenii.

Un exemplu grafic de proces stohastic este dat de suprafața unei mări deschise. In 1952 LONGUET-HIGGINS [311] a arătat că într-un interval scurt valurile oceanului pot fi reprezentate printr-o bandă îngustă staționară de proces gaussian, iar distribuția înălțimii valurilor este foarte aproape de distribuția Rayleigh. O teorie a mișcării navelor pe mări deschise a fost propusă de ST.DENIS și PIERSON [123] în 1953 și a fost extinsă de W.H.JASPER [256] și verificată experimental parțial de D.L.CARTWRIGHT [76]. In domeniul vibrațiilor structurilor de nave menționăm lucrările lui N.H.JASPER, M.S.LONGUET-HIGGINS [311] etc.

Un alt exemplu de sursă de excitație aleatoare este dat de turbulența atmosferică, cu efecte similare asupra mișcărilor avioanelor și a solicitărilor structurii de rezistență a acestora ca în cazul influenței mișcării mărilor asupra navelor. In 1952 LIEPMANN [301],[302] dă prima analiză completă a problemei de lovire, neglijînd distribuția spațială a turbulenței. Aceasta a fost extinsă tot de H.W.LIEPMANN [301] și apoi de F.W.DIEDERICH [126] spre a îngloba efectul distribuției bidimensionale. In probleme legate de aviație mai sînt notabile lucrările lui T.L. COLEMAN [99]; W.I.RICHARDS, H.PRESS și J.C.HOUBOLT [223] etc.

Ajutajele largi ale turbinelor cu gaze și motoarelor de rachetă generează puteri acustice de un nivel foarte înalt și cu un grad ridicat de stohasticitate. In problemele legate de zgomotul care însoțește funcționarea acestor mașini, sînt de remarcat lucrările ținute în cadrul a trei simpozioane despre zgomotul avioanelor publicate în J.Acoust.Soc.Amer. și J.Roy.Aero.Sci. în 1953 și 1954.

Mişcările scoarţei pămîntului şi în general problemele de seismicitate sînt exemple clasice de procese stohastice nestaţionare, cu implicaţii directe în calculele de rezistenţă ale structurilor de clădiri, hale industriale, poduri etc. In această direcţie sînt de amintit lucrările lui V.V.BOLOTIN [53], [76],[478], G.W.HOUSNER [241],[242] şi recent, în literatura română excelentul manual al lui M.IFRIM [476],[477].

Căile de rulare, drumurile rutiere, căile ferate, reprezintă deasemenea surse de excitaţii aleatoare datorită profilului lor întîmplător. Vibraţiile generate de mişcarea vehiculelor pe cale influenţează atît asupra condiţiilor de confort cît şi asupra durabilităţii structurilor de rezistenţă. Cercetări s-au făcut în ambele direcţii : S.T.ARIARTNAN [8], I.G.PARHILOVSKI [362], I.M.PEVZNER [368], A.A.TIHONOV [421], J.D.ROBSON [399], [402],[403], A.A.SILAEV [421] etc.

1.2.3. <u>Răspunsul sistemelor oscilante la excitaţii aleatoare</u>. Răspunsul unui sistem oscilant cu parametri constanţi la o excitaţie aleatoare dată, poate fi determinat sau în domeniul timpului, folosind sistemul impuls-răspuns şi integrala de convoluţie, sau în domeniul frecvenţelor, folosind sistemul frecvenţă-răspuns şi transformata Fourier a excitaţiei [99],[108], [191],[264],[269],[337],[360],[375],[385],[397],[405],[406], [421],[432],[444],[475],[477],[478],[500],[501]. In cazul special important cînd excitaţia este un proces aleatoriu staţionar, cu densitatea spectrală de putere cunoscută, se poate determina în mod simplu densitatea spectrală a răspunsului cunoscînd funcţia de transfer a sistemului [388],[475],[479]; rezultatul este independent de proprietăţile distribuţiei care caracterizează procesul de excitaţie. S.H.CRANDALL [104],[109],[287]; F.DINCA [129], arată că este posibil să se obţină informaţii în ceea ce priveşte distribuţia de probabilitate a răspunsului într-un caz general. J.D.ROBSON în [399],[402] studiază răspunsul structurilor de vehicule în diverse condiţii de excitaţie, S.H.CRANDALL şi colaboratorii [101],[102],[288],[289] studiază de asemenea probleme de vibraţii la vehicule, nave, avioane, rachete etc.

In privinţa răspunsului sistemelor neliniare, cercetările s-au dezvoltat în două direcţii în funcţie de proprietăţile şi caracteristicile acestui răspuns, care poate să fie o funcţie instantanee de excitație sau poate să depindă de toată desfășurarea în trecut a excitației. In primul caz au fost studiate probleme în legătură cu zgomotul din detectori și redresori în sistemele de transmisie electronice de către S.O.RICE [397], KAÇ și SIEGERT [260] ș.a. Din a doua categorie fac parte sistemele oscilatorii care au forțe de restabilire și amortizare neliniare. In privința vibrațiilor aleatoare neliniare ale sistemelor mecanice abia în jurul anului 1960 se face un început prin K.CHUNG și L.F.LAZDA [499], S.T.ARIARATNAM [8], R.L. LYON [307],[308], căutîndu-se ca dificultățile matematice deosebite ale problemei să fie depășite prin folosirea ecuației Fokker-Planck [129],[475],[479]. Tot în jurul aceluiași an au apărut lucrările lui CAUGHEY [77],[81],[267], KOLOVSKI [287] și LYON [308] privind aplicarea metodei liniarizării statistice.

Referitor la mediile continui problemele care se formulează sînt legate de distribuția în spațiu și timp a excitației. O tratare generală a propagării funcțiilor de corelație este dată de LYON [307] și de POWELL [99] folosind o aproximare în mod normal. A.C.ERINGEN [147], W.T.THOMSON și M.V.BARTON [439], J.C.SAMUELS [99] analizează probleme de vibrații aleatorii la grinzi și învelișuri. Deși teoria în acest caz se limitează la domeniul sistemelor cu coeficienți constanți excitate prin procese gaussiene staționare, ea are o deosebit de mare aplicabilitate.

1.2.4. <u>Fisurații și ruperi datorită vibrațiilor aleatoare</u>. Dacă elementele unei construcții sînt supuse acțiunii vibrațiilor aleatoare, atunci în ele apar eforturi și tensiuni care de asemenea au un caracter aleator și care pot provoca fisurații și ruperi prin oboseală [12],[14],[19],[25],[32],[34],[56]-[66],[82],[121],[148],[153],[166],[172],[183],[212...220],[244],[284...286],[306],[313],[331],[364],[373],[411],[437],[458],[465]. Această problemă deosebit de importantă pentru tehnică, s-a constituit în ultimul timp ca și domeniu de cercetare independent și este dificil de a-l menționa pe scurt chiar și numai bibliografic. Referiri mai ample se vor face în capitolul 4 din această lucrare.

In orice caz literatura prezintă un număr impresionant de studii privind oboseala metalelor şi a structurilor la solicitări deterministe. La solicitări aleatoare există un număr de teorii de degradare cumulativă : A.M.FREUDENTHALL [160],[161], CORTEN şi DOLAN [95],[138],[139], D.CIOCLOV [87],[89], SERENSEN [417],[419], CHENG [355],[356], IVANOVA [249],[350] etc. mai mult sau mai puţin raţionale, care caută să dea o predicţie de durabilitate pe baza unor date nealeatorii. Cea mai bine cunoscută dintre acestea, ipoteza degradărilor cumulative liniare, a fost sugerată în mod independent de PALMGREN şi MINER [339], [340],[359]. Folosind acest criteriu şi estimaţiile statistice ale lui S.O.Rice, MILES [339] a fost capabil să prezică durata de viaţă la oboseală a unui element de construcţie care rezona şi care a fost supus la vibraţii aleatoare.

In acest domeniu mai trebuie subliniat că dacă nivelul de stohasticitate este ridicat, vibraţia aleatoare determină condiţii de funcţionare foarte severe atît pentru elementele structurii cît şi pentru echipamentul sensibil de măsură, control şi comandă.

1.2.5. <u>Probleme de proiectare şi încercare</u>. Deoarece în acest domeniu literatura este foarte săracă, se vor reda sumar constatările din studiul extensiv al lui S.H.CRANDALL [99]. Proiectarea construcţiilor sau a echipamentelor care să funcţioneze în condiţii de vibraţii aleatoare este o problemă complexă şi dificilă. Cîteva principii generale au fost enunţate de MAINS [320] iar teoriile existente prevăd numai nişte linii grosolane de orientare pentru proiectant. Totuşi întreaga literatură este de acord asupra necesităţii unui program extensiv de încercări, singura cale eficace pentru a ajuta efortul de proiectare în viitor. Introducerea recentă în anumite norme de materiale şi produse a încercărilor şi verificărilor la vibraţii aleatoare a provocat, ceea ce literatura anglo-saxonă numeşte "o revoluţie în stil minor". Insă înregistrarea şi interpretarea datelor privind vibraţiile aleatoare este o operaţie complexă şi costisitoare, de aceea trebuie găsită o cale economic-avantajoasă între calculul, proiectarea şi încercarea structurilor supuse la solicitări aleatoare. O tratare a acestor probleme a fost făcută de BLACKMAN şi TUKEY [33] iar aspectele pecuniare legate de înregistrarea şi prelucrarea datelor vibraţiilor aleatoare au fost accentuate de MORROW [342].

1.3. Cercetări similare în țara noastră

Problemele de calcul static al structurilor cu nedeterminare interioară au făcut obiectul unor excelente monografii și manuale cu referire exclusivă la activitatea inginerului constructor dintre care cităm : AL.GHEORGHIU [492],[493], RADU AGENT [491], IOAN I.MUNTEANU [344], S.MAUTU și V.BANUT [393],[490].

Metodele generale aplicate în ingineria mecanică pentru calculul de rezistență al unor structuri de vehicule, au făcut obiectul unui număr relativ mic de lucrări : I.DEUTSCH [125], M. BUGA [61],[62], L.BOLEANTU și colab. [38],[42],[50].

Problemele de calcul dinamic sînt în general mult mai puțin reprezentate datorită dificultăților de ordin matematic și experimental. Ele fac obiectul unor capitole în tratatele de rezistența materialelor și teoria elasticității sau al cursurilor de dinamica construcțiilor, care nu depășesc însă aspectele clasice ale teoriei generale a vibrațiilor.

In acest domeniu al vibrațiilor deterministe sînt de subliniat rezultatele remarcabile ale școlii din Timișoara : Gh.SILAS [494],[495],[496], I.GROSANU [497], L.BRINDEU [498] și colaboratorii, ale școlii din București : GH.BUZDUGAN, I.HAMBURGER [503], [504], ș.a., ale școlii din Brașov : I.DEUTSCH, V.OLARIU, GH.SIMA [125].

Problemele cercetării vibrațiilor aleatoare s-au dezvoltat începînd din anul 1966 la Centrul de mecanica solidelor, în legătură cu optimizarea suspensiilor de automobile în cadrul colectivului F.LINCA [128],[129], C.TEODOSIU și R.SIRETEANU, colectiv care elaborează și prima carte de vibrații aleatoare în limba română [127]. Incepînd din anul 1970 în cadrul facultăților de construcții s-a introdus un curs de A n a l i z a d i n a m i c ă a s t r u c t u r i l o r ș i i n g i n e r i e s e i s m i c ă , reprezentat prin excelentul manual al lui MIHAIL IFRIM [476]. Privind bazele matematice ale proceselor stohastice, pe lîngă cunoscutele monografii de teoria probabilităților de o deosebită valoare științifică ale lui O.ONICESCU [357],[358], GH. MIHOC [334],[335],[336], M.IOSIFESCU [246],[247], amintesc lucrările din domeniul teoriei comunicației și automaticii ale lui AL. SPATARU [499] și L.SEBASTIAN [500] foarte utile pentru formularea analogiilor electrice ale sistemelor mecanice.

Aplicațiile în probleme de oboseală se încep încă din 1938 la catedra de Rezistența materialelor a Institutului politehnic din Timișoara și mai tîrziu la C.M.I.O. din Timișoara sub conducerea lui ST.NADASAN sau la București sub conducerea lui GH.BUZDUGAN. Sînt de remarcat în acest domeniu lucrările lui L. BOLEANTU [39],[41], M.RATIU [390],[391],[392],[502], I.HAJDU [28] [29], B.HOROVITZ [30], L.IOVITIU, A.BERNATH, V.SAFTA [27],[28], [31], T.HERLEASCU [232],[233], D.CIOCLOV [87],[88],[91]; L.BOLEANTU și I.DOBRE brevetează o metodă de încercare a structurilor de rezistență ale vehiculelor la vibrații aleatoare și durabilitate [37]; I.DOBRE propune pentru brevetare un nou echipament și o nouă metodă pentru același scop [483].

CAPITOLUL 2

CONTRIBUTII PRIVIND CARACTERIZAREA STATISTICA A PROCESELOR STOHASTICE DE EXCITATIE SI/SAU DE RASPUNS ALE SISTEMELOR VIBRATORII MECANICE x)

2.1. Teoria corelațională a proceselor stohastice

2.1.1. Noțiunea de proces stohastic. Sub aspect cu totul general, se înțelege prin proces stohastic, un proces care se desfășoară indefinit în timp și care este guvernat de legi probabilistice. Din punct de vedere matematic un asemenea proces este o funcție de două variabile

$$X(k,t) = \{{}^{k}X(t)\} \quad , \quad k \in N \ , \ t \in R \qquad (2.1)$$

unde k ia valori în spațiul eșantioanelor, iar variabila t (care poate fi de fapt orice parametru continuu) ia valori pe axa reală a timpului, cu proprietatea că pentru orice valoare fixă a parametrului : $t = t_1 \Longrightarrow X(k,t_1) = {}^{k}X(t_1)$, funcția devine o variabilă aleatoare definită pe mulțimea numerelor k [24],[117],[499]. Funcția ${}^{k}X(t)$ se numește o realizare particulară a procesului sau o funcție eșantion, iar totalitatea acestor realizări $\{{}^{k}X(t)\}$ se numește ansamblu, proces stohastic sau funcție aleatoare (se vor folosi după necesități toate aceste denumiri relativ sinonime din punctul nostru de vedere).

Pentru studiul și cercetarea sistemelor dinamice elastice, liniare, neliniare sau parametrice, s-au dezvoltat două teorii de bază : teoria corelațională și teoria stohastică, legate de teoria proceselor Markov și ecuația Fokker-Planck-Kolmogorov. Teoria corelațională se utilizează de obicei la cercetarea sistemelor lini-

---

x) [482] IONEL DOBRE : Metode statistice în studiul vibrațiilor. Referat pentru doctorat, 1972, 130 pag. Biblioteca catedrei de Mecanică și rezistența materialelor are cu parametri constanţi şi variabili şi a celor neliniare după liniarizarea lor prealabilă, iar teoria stohastică este foarte comodă pentru cercetarea sistemelor parametrice liniare şi neliniare. In lucrare, pentru a nu părăsi aspectul ingineresc al problemelor cercetate şi datorită cadrului specific al tematicii se utilizează în exclusivitate teoria corelaţională.

2.1.2. <u>Caracterizarea proceselor stohastice</u>. Caracterizarea statistică a unui proces stohastic se poate face în două moduri diferite : fie într-o formă relativ completă cu ajutorul distribuţiilor de probabilitate multidimensionale, fie în cadrul teoriei corelaţionale cu ajutorul primelor două momente, metodă care se adoptă în continuare.

2.1.2.1. Să considerăm că analizăm procesul stohastic $X(t)$ reprezentat de profilul unei căi de rulare, care la o anumită scară, dependentă de viteza de parcurgere a căii este o funcţie aleatoare de timp (considerat ca un parametru continuu nealeator). Să presupunem că pentru cercetarea căii s-au efectuat n experienţe independente şi s-au obţinut n funcţii eşantion (v.fig.2.1).

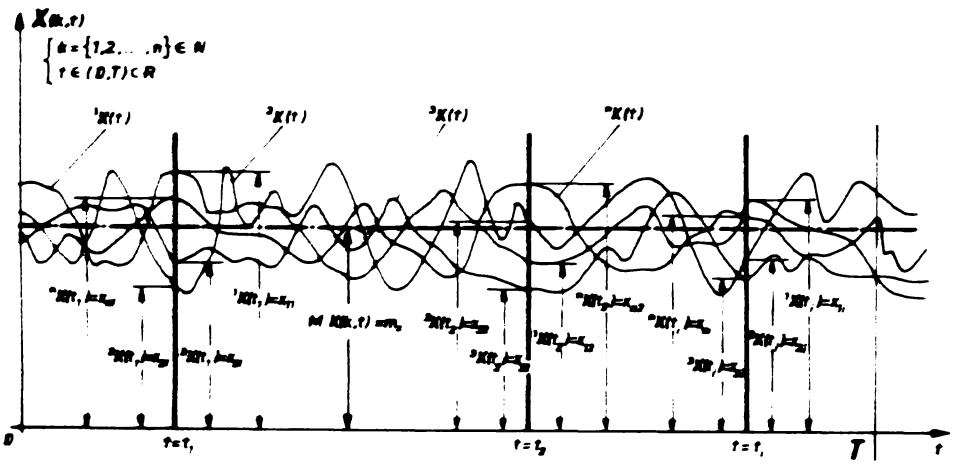


Fig.2.1
Exemple de realizări ale unui proces stohastic

$$\left\{ {}^1X(t),\ {}^2X(t),\ \ldots,\ {}^nX(t) \right\} \qquad (2.2)$$

In funcţie de numărul de realizări care vor fi luate în considerare (problema de selecţie) proprietăţile procesului vor putea fi caracterizate cu un grad sau altul de aproximare.

Dacă interesează valoarea procesului stohastic numai în momentul t_1, atunci este suficient să cunoaştem legea diferenţială de repartizare a variabilei aleatoare $X_1 = X(t_1)$ care se notează cu $f(x_1,t_1)$. In multe probleme cunoaşterea acestei legi de repartizare $f(x_1,t_1)$ este suficientă, însă, în general, ea nu poate fi o caracteristică completă a procesului stohastic deoarece nu dă nici un fel de indicaţii despre dependenţa reciprocă a ordonatelor. De aceea pentru obţinerea unor caracteristici mai detaliate se aleg două valori ale argumentului t_1 şi t_2 şi se formează variabilele aleatoare X_1 şi X_2 care pot fi caracterizate complet prin densitatea de probabilitate bidimensională corespunzătoare $f(x_1,x_2;t_1,t_2)$. Această analiză poate fi continuată şi se poate considera că un proces stohastic este complet determinat dacă sînt date toate legile diferenţiale de repartizare n-dimensionale pentru orice valori $t_1, t_2, \ldots, t_n$ din domeniul de variaţie al argumentului t.

Sub aspectul posibilităţilor de folosire practică, caracterizarea unui proces stohastic prin densitatea multidimensională de probabilitate este inoperantă, fiind utilizabilă numai pentru anumite clase particulare de procese cum sînt cele de tip Markov [24],[53],[92],[113],[117],[140],[193],[267],[421], Gauss-Laplace [18],[132],[296],[337],[433] sau cu valori independente [16],[248],[406], pentru care este necesară şi suficientă cunoaşterea distribuţiilor mono şi/sau bidimensionale.

2.1.2.2. In aceste condiţii, în majoritatea cazurilor aplicative, calculul se limitează la determinarea parametrilor numerici ai legilor de distribuţie corespunzătoare, dintre care cea mai mare eficacitate o au momentele de diferite ordine determinate prin egalitatea

$$m_{i_1 i_2 \ldots i_n} = M\{[X(t_1)]^{i_1}\cdot[X(t_2)]^{i_2}\ldots[X(t_n)]^{i_n}\} \qquad (2.3)$$
$$n = 1,2,3,\ldots$$

unde

M - operatorul l i n i a r de mediere

$i_1 + i_2 + \ldots + i_n$ - ordinul momentului

Din mulţimea acestor momente se reţin ca definitorii cele de primul şi al doilea ordin. Avem astfel

$$m_1 = M\{X(t_1)\} \quad \text{sau} \quad \overline{X(t_1)} = \int_{-\infty}^{\infty} x_1\cdot f(x_1;t_1)dx_1 \qquad (2.4)$$

reprezentînd o medie statistică pe mulţimea realizărilor sau o medie pe ansamblul $\{^kX(t_1)\}$ coordonatelor procesului stohastic numită adeseori a ş t e p t a r e m a t e m a t i c ă sau s p e r a n ţ ă m a t e m a t i c ă . In general aceasta depinde de valoarea aleasă a lui t_1 şi se notează atunci această dependenţă funcţională evidentă de t fără să se mai pună indici.

$$\overline{X(t)} = M\{X(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x.f(x;t).dx = m_x(t) \qquad (2.5)$$

Ceea ce este deosebit de important de subliniat este faptul că funcţia $\overline{X(t)}$ nu mai are un caracter aleator şi este complet determinată de densitatea de probabilitate de ordinul întîi.

Momentele i n i ţ i a l e de ordinul al doilea se pot referi fie la valoarea procesului la un moment dat $t = t_1$

$$M_2(t_1) = M\{[X(t_1)]^2\} \qquad (2.6)$$

fie la valorile din două momente distincte $t = t_1$; $t = t_2$ cînd se obţine ceea ce se va numi momentul de ordinul doi c o r e l a t , i n t e r c o r e l a t , r e u n i t s a u m i x t (смещение)x)

$$M_{1,2}(t_1,t_2) = M\{X(t_1).X(t_2)\} \qquad (2.7)$$

In calcule se utilizează momentele c e n t r a t e de ordinul al doilea care sînt :

I. D i s p e r s i a v a r i a b i l e i a l e a t o a r e $X(t_1)$ care scrisă sub forma generală este

$$D[X(t)] = M\{[X(t) - m_x(t)]^2\} = \int_{-\infty}^{\infty}[x - m_x(t)]^2.f(x;t)dx \qquad (2.8)$$

II. F u n c ţ i a d e a u t o c o r e l a ţ i e (numită şi funcţie de autovariaţie [479],[499])

$$K_x(t_1,t_2) = M\{[X(t_1)-m_x(t_1)][X(t_2)-m_x(t_2)]\} = M\{X^0(t_1).X^0(t_2)\} =$$

$$= \iint_{-\infty}^{\infty} [x_1-m_{x1}(t)][x_2-m_{x2}(t)]\, f(x_1,x_2;t_1,t_2)dx_1dx_2 \qquad (2.9)$$

In multe lucrări această funcţie se numeşte funcţie de corelaţie [117],[191],[193],[224],[409],[499] după opinia mea în mod impropriu. Voi păstra denumirea de funcţie de corelaţie, situaţiei în care intervine analiza corelaţiei reciproce sau intercorelaţiei dintre două procese stohastice diferite, $X(t)$ şi $Y(t)$, ca de exemplu dintre spaţiu şi viteze, spaţiu şi acceleraţii etc.

In acest caz f u n c ţ i a d e c o r e l a ţ i e a celor două procese, pentru două momente arbitrare de eşantionare t_1 şi t_2, este o funcţie de două variabile reale definită astfel

---

x) Nu există un limbaj unanim acceptat în literatură

$$K_{xy}(t_1,t_2) = M\{[X(t_1)-m_x(t_1)][Y(t_2)-m_y(t_2)]\} =$$
$$= M\{X^o(t_1)\cdot Y^o(t_2)\} \qquad (2.1o)$$

Utilizarea acestor caracteristici încadrează problema analizei proceselor stohastice în aşa numita teorie corelaţională.

2... Criterii de staţionaritate

O caracteristică esenţială a proceselor stohastice care determină posibilitatea de aplicare a diferitelor metode de calcul, este dependenţa sau independenţa proprietăţilor procesului de alegerea originei parametrului t, în funcţie de care acestea pot fi nestaţionare sau staţionare. Pentru procesele staţionare, toate legile diferenţiale de repartizare multidimensionale depind numai de distribuţia reciprocă a momentelor $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ şi nu depind de valoarea acestor mărimi, adică proprietăţile lor stohastice sînt invariabile la o schimbare arbitrară a originii timpului. In această accepţiune se înţelege prin p r o c e s s t o h a s t i c s t a ţ i o n a r în s e n s r e s t r î n s (s t r i c t) un proces a cărui densitate de probabilitate n-dimensională, corespunzătoare oricărei diviziuni $d = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ este invariantă la o translaţie a parametrului t, adică $\forall n \in N \Longrightarrow$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) =$$
$$= f(x_1', x_2', \dots, x_n'; t_1+t_0, t_2+t_0, \dots, t_n+t_0) \qquad (2.11)$$

unde

x_i' sînt valorile curente pe dreptele de definiţie ale variabilelor aleatoare $X(t_i+t_0)$

t_0 - un număr real oarecare.

Pentru $t_0 = -t_1$ se obţine

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) =$$
$$= f(x_1', x_2', \dots, x_n'; 0, t_2-t_1, \dots, t_n-t_1) \qquad (2.12)$$

In cazurile particulare n = 1 şi n = 2, relaţiile precedente devin

$$\begin{cases} f(x_1; t_1) = f(x_1'; 0) = f(x_1') \\ f(x_1, x_2; t_1, t_2) = f(x_1', x_2'; 0, t_2-t_1) = f(x_1', x_2'; \tau = t_2-t_1) \end{cases} \qquad (2.13)$$

Rezultă că pentru procesele stohastice staţionare, densitatea de probabilitate unidimensională nu depinde de timp, iar cea bidimensională nu depinde de t_1 şi t_2 separat, ci numai de diferenţa $\tau = t_2 - t_1$. Inlocuind aceste rezultate, în relaţiile de definiţie ale caracteristicilor statistice ale procesului, se obţin

$$\overline{X(t)} = m_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x.f(x).dx = \text{const.} \tag{2.14}$$

$$D[X(t)] = \sigma_x^2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-m_x)^2.f(x)dx = \text{const.}^{x)} \tag{2.15}$$

$$K_x(t_1,t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} (x_1-m_{x_1})(x_2-m_{x_2}).f(x_1,x_2;t_2-t_1)dx_1dx_2 = \\ = K_x(t_2-t_1) = K_x(\tau) \tag{2.16}$$

Se poate demonstra [406],[421],[433] că relaţiile de mai sus sînt condiţiile necesare pentru staţionaritatea proceselor stohastice, dar nu sînt şi suficiente pentru că deşi aceste relaţii pot fi satisfăcute, condiţia de definiţie (2.11) poate să nu aibă loc începînd de la un n oarecare şi prin urmare procesul va fi nestaţionar. In schimb deoarece ne limităm numai la domeniul teoriei corelaţionale a proceselor stohastice, se acceptă relaţiile precedente (2.14), (2.15), (2.16) ca bază pentru caracterizarea staţionarităţii. O asemenea determinare a staţionarităţii a fost propusă pentru prima oară de A.Ia.HINCIN [406], [433], care a definit astfel procesele stohastice staţionare în sens larg. Procesele staţionare în sens strict sînt staţionare şi în sens larg dar reciproca nu este totdeauna adevărată. Excepţie fac procesele gaussiene care sînt descrise complet de momentele de ordinul unu şi doi, deci sînt staţionare atît în sens larg cît şi în sens restrîns. Subliniem faptul că procesele astfel definite sînt nişte idealizări matematice, deoarece nici un semnal de excitaţie nu începe la $t = -\infty$ şi nu durează pînă la $t = +\infty$. Deşi în realitate procesul durează un timp finit T, se acceptă să

x) Se păstrează pentru dispersia variabilei aleatoare X(t), notaţia σ_x^2, deşi există posibilitatea unei confuzii cu notaţia tensiunii normale, datorită răspîndirii mari a acestei notaţii. Se va avea grijă să se evite asemenea confuzii atunci cînd se vor suprapune notaţiile.

fie generalizate, la întreaga axă reală, rezultatele bazate pe teoria staționară.

2.3. Ipoteza ergodică și media pe ansamblu

Pentru rezolvarea problemelor de vibrații aleatoare, în mod inevitabil trebuiesc folosite metodele probabilistice. Însă sub aspect experimental, nu se pot obține toate realizările posibile ale procesului $X(t)$, ci în general, se dispune numai de cîte o realizare particulară ${}^{k}X(t)$. In aceste condiții nu se poate face o analiză statistică în spațiul eșantioanelor ci numai un calcul al valorilor medii temporale. Sub aspect aplicativ este deci necesară stabilirea legăturii care există între valorile apriori deduse teoretic pe baze probabilistice și valorile aposteriori rezultate în urma analizei făcute în domeniul timpului a unei funcții eșantion.

In această ordine de idei, mulțimea realizărilor $\{{}^{k}X(t)\}$ pentru care valorile medii statistice sînt egale cu valorile medii temporale, se numește e r g o d i c ă , iar condiția pe care trebuie să o îndeplinească o funcție eșantion ${}^{k}X(t)$ ca să aparțină acestei mulțimi se numește i p o t e z ă e r g o d i c ă .

Pentru ergodicitate, condiția ca procesul să fie staționar este necesară dar nu și suficientă (un contra exemplu în AL. SPATARU [499] p.153). Este important de semnalat că problema stabilirii condițiilor suficiente nu a obținut încă o soluționare generală, dar că foarte frecvent sistemele fizice și sursele de excitație în dinamica vehiculelor pot fi presupuse drept ergodice, " c u p u ț i n e ș a n s e d e a c o m i t e p r i n a c e a s t a o e r o a r e " (LANING și BATTIN, p.114 [501]). F.DINCA [127] (p.339), demonstrează o teoremă de ergodicitate, pe care se vor baza cîteva din concluziile ulterioare ale lucrării. Astfel se arată că dacă $X^{o}(t)$ este un proces stohastic definit pe $[0,T]$, condiția necesară și suficientă ca

$$\underset{T\to\infty}{\mathrm{l.i.m.}}\ \frac{1}{T}\int_0^T X^{o}(t)dt = 0 \qquad (2.17)$$

este ca

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T^2}\int_0^T\!\!\int_0^T K_x(t_1,t_2)dt_1dt_2 = 0 \qquad (2.18)$$

Pentru procesele staţionare, în condiţiile acestei teoreme, rezultă

$$\underset{T\to\infty}{\text{l.i.m.}}\ \frac{1}{T}\int_0^T X(t)dt = m_x \qquad (2.19)$$

deci se poate determina speranţa matematică a procesului $X(t)$ pe o singură funcţie eşantion, în cazul în care condiţia (2.18) este satisfăcută ; <u>o condiţie suficientă pentru realizarea lui (2.18) este ca funcţia de autocorelaţie să tindă la zero cînd $T\to\infty$</u>.

Altfel spus, pentru procesele stohastice reale şi staţionare, pentru ca (2.19) să aibă loc este necesar şi suficient ca

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T\left(1-\frac{\tau}{T}\right)\cdot K_x(\tau)d\tau = 0 \qquad (2.20)$$

Egalităţile dintre mediile statistice şi mediile temporale trebuiesc însă înţelese în sensul convergenţei în probabilitate [127],[140],[357].

2.4. Analiza în domeniul frecvenţelor

Stabilitatea proceselor stohastice staţionare permite înlocuirea cercetării caracteristicilor probabilistice din domeniul timpului cu o cercetare efectuată în domeniul frecvenţelor. Rezultatele sînt complet echivalente însă această ultimă metodă conduce - în anumite cazuri - la o simplificare considerabilă a calculelor şi obţinerea unor rezultate mai elocvente.

Posibilitatea descompunerii spectrale a unui proces stohastic staţionar este susţinută matematic de o teoremă a lui A. Ia.HINCIN din 1934 [433] şi dovedită complet de KOLMOGOROV în 1940 [406]. Toate acestea au la bază faptul că funcţia de autocorelaţie este pozitiv definită. Pornind de aici se defineşte d e n s i t a t e a s p e c t r a l ă d e p u t e r e $S_x(\omega)$ şi se arată că fixarea densităţii spectrale este echivalentă cu stabilirea funcţiei de autocorelaţie şi reciproc. Rezultă deci relaţiile echivalente

$$S_x(\omega) = \mathcal{F}(K_x(\tau)) \Longleftrightarrow K_x(\tau) = \mathcal{F}^{-1}(S_x(\omega)) \qquad (2.21)$$

cunoscute sub numele de t e o r e m a W i e n e r - H i n c i n a p r o c e s e l o r s t o h a s t i c e [499, p.160], unde $\mathcal{F}$ este simbolul transformatei Fourier.

Detaliat

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_x(\tau)\cdot e^{-j\omega\tau}d\tau \qquad K_x(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega)\cdot e^{j\omega\tau}d\tau \quad (2.22)$$

La determinarea densității spectrale de putere se va urma această cale teoretică, pornind de la funcția de autocorelație.

2.5. Caracteristicile dinamice generale ale unui sistem mecanic vibrator

2.5.1. Reprezentarea generalizată a sistemelor mecanice vibratorii. In studiul sistemelor mecanice oscilante, în dorința obținerii unei forme generale și unitare de prezentare, pătrunde tot mai mult limbajul utilizat în automatică și în teoria transmisiunii informațiilor după care un oscilator liniar poate fi considerat ca un s i s t e m d e s c h i s d e r e g l a r e a u t o m a t ă , care are una sau mai multe intrări și o ieșire. Astfel, în cazul modelării vibrațiilor structurii de rezistență a unui vehicul, e x c i t a ț i a sistemului este reprezentată de procesul stochastic care descrie profilul de rulare, aplicat la i n t r a r e a în sistem, considerată în punctele de contact ale pneurilor cu drumul ; r ă s p u n s u l structurii, care poate fi obținut în domeniul timpului sau în domeniul frecvențelor, se măsoară la i e ș i r e a sistemului, reprezentată de un punct arbitrat al masei suspendate. Astfel imaginat, sistemul este reprezentat simbolic în fig.2.2, unde $\mathcal{A}$ constituie un operator diferențial liniar cu proprietatea

$$Y(t) = \mathcal{A}.X(t) \Longleftrightarrow X(t) = \mathcal{A}^{-1}Y(t) \quad (2.23)$$

Deobicei, ecuația diferențială a mișcării pune în evidență operatorul $\mathcal{A}^{-1}$.

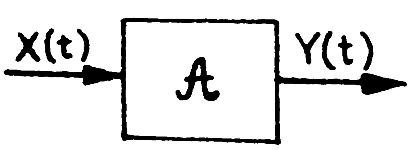


Fig.2.2
Schema structurală a unui sistem oscilant liniar

Deoarece obținerea și utilizarea operatorului diferențial $\mathcal{A}^{-1}$ este legată de dificultăți uneori insurmontabile, rezolvarea anumitor probleme din dinamica sistemelor mecanice supuse la perturbații aleatoare, se face caracterizînd sistemul prin răspunsul pe care-l dă la anumite tipuri de excitații deterministe.

2.5.2. Funcția pondere. Se înțelege prin f u n c ț i e p o n d e r e a sistemului, $h(t,\tau)$, reacţia sistemului - în prealabil neexcitat - la un impuls unitar momentan, adică, semnalul care apare la ieşire în momentul t, dacă la intrare se aplică un impuls unitar la momentul τ (fig.2.3).

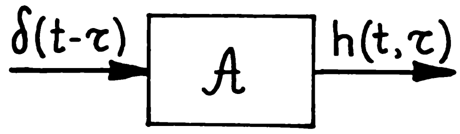


Fig.2.3

$$h(t,\tau) = \mathcal{A}.\delta(t-\tau) \tag{2.24}$$

$$\mathcal{A}^{-1}.h(t,\tau) = \delta(t-\tau) \tag{2.25}$$

$$h(t,\tau) \equiv 0, \quad \forall\, t < \tau \tag{2.26}$$

Deci, cunoscînd ecuaţia diferenţială a mişcării, funcţia pondere poate fi obţinută rezolvînd o anumită problemă Cauchy.

Funcţia pondere, numită şi f u n c ţ i e d e t r a n s f e r p e n t r u i m p u l s u r i , caracterizează sistemul în planul variabilei reale t, depinzînd numai de proprietăţile dinamice ale lui şi nu de caracterul acţiunii. Utilizînd integrala lui Duhamel şi funcţia $h(t,\tau)$ se poate exprima reacţia sistemului la acţiunea exterioară $X(t)$

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t,\tau).X(\tau)d\tau \tag{2.27}$$

Pentru sistemele staţionare funcţia pondere devine funcţie de o singură variabilă şi deci

$$h(t-\tau) = \mathcal{A}.\delta(t-\tau) \Longrightarrow Y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau).X(\tau)d\tau \tag{2.28}$$

2.5.3. <u>Funcţia de transfer</u>. Pentru un sistem mecanic vibrator, liniar şi staţionar f u n c ţ i a d e t r a n s f e r reprezintă raportul dintre transformata Laplace a răspunsului în punctul i, datorită unei excitaţii aplicate în punctul k şi transformata Laplace a excitaţiei din punctul k, adică

$$\phi_{ik}(s) = \frac{\mathcal{L}[Y_{ik}(t)]}{\mathcal{L}[X_k(t)]} = \frac{Y_{ik}(s)}{X_k(s)} \tag{2.29}$$

sau pentru sisteme cu un singur grad de libertate

$$\phi(s) = \frac{\mathcal{L}[Y(t)]}{\mathcal{L}[X(t)]} = \frac{Y(s)}{X(s)} \tag{2.30}$$

unde

$$s = u + j\omega \quad , \quad u > 0 \;, \quad j = \sqrt{-1}$$

Rezultă

$$Y(s) = \phi(s).X(s) \tag{2.31}$$

2.5.4. <u>Caracteristica de frecvență.</u> Dacă în relația (2.31) se înlocuiește s cu $j\omega$ se obține așa numita c a r a c t e r i s t i c ă d e f r e c v e n ț ă a s i s t e m u l u i sau c o e f i c i e n t u l u i c o m p l e x d e t r a n s f e r

$$Y(j\omega) = \emptyset(j\omega) \cdot X(j\omega) \tag{2.32}$$

Această relație reprezintă deci legătura dintre exeitația și răspunsul sistemului în domeniul imaginar al pulsației, obținută prin folosirea transformatelor Fourier.

Caracteristica de frecvență ca și funcția pondere, depind numai de proprietățile dinamice ale sistemului ; aceste două funcții caracterizează în mod integral sistemul dinamic.

Răspunsul sistemului în domeniul timpului se obține cu ajutorul teoremei lui Borel [476]

$$Y(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} Y(j\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \emptyset(j\omega) \cdot X(j\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \tag{2.33}$$

2.6. <u>Contribuții la caracterizarea numerică a funcției de autocorelație</u>

2.6.1. <u>Program FORTRAN pentru calcularea funcției de autocorelație.</u> Metodele folosite pentru studiul funcțiilor de autocorelație de selecție, nu diferă în mod principial de metodele de prelucrare din statistica matematică, avînd însă un anumit specific legat în primul rînd de existența înregistrărilor continui ale realizărilor procesului stohastic analizat. Pentru o analiză pe calculatorul numeric trebuie totuși discretizată axa timpului, metodă care va fi folosită în continuare.

Să presupunem date cele n funcții eșantion ale procesului stohastic $\{^kX(t)\}$, k = 1,2,...,n, reprezentate în fig.2.1, înregistrate în timpul T. Se împarte intervalul de timp T în m intervale egale și se notează valoarea t la capătul fiecărui interval cu t_i (i = 1,2,...,m).

<u>Pentru $t = t_1$</u> se formează variabila aleatoare $X(t_1)$, pentru care avem valorile rezultate din cele n realizări

$$^1X(t_1) = x_{11} \; ; \; ^2X(t_1) = x_{21} \; ; \; \dots \; ; \; ^nX(t_1) = x_{n1}$$

Pentru această variabilă aleatoare se poate determina de exemplu, valoarea de selecţie a aşteptării matematice

$$\tilde{x}(t_1) = \frac{1}{n}(x_{11}+ x_{21}+ x_{31}+ \dots + x_{n1}) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_{k1}$$

In mod analog pentru $t = t_i$ se formează variabila aleatoare $X(t_i)$ cu valorile

$$^{1}X(t_i) = x_{1i}\ ;\ ^{2}X(t_i) = x_{2i}\ ;\ \dots\ ;\ ^{n}X(t_i) = x_{ni}$$

şi se determină valoarea aşteptării matematice de selecţie

$$\tilde{x}(t_i) = \frac{1}{n}(x_{1i}+ x_{2i}+ x_{3i}+ \dots + x_{ni}) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_{ki}$$

Toate aceste relaţii pot fi reunite sub o formulă generală

$$x(t_i) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_{ki}\ ,\quad i = 1,2,\dots,m \tag{2.34}$$

Pentru două momente arbitrare t_j, t_ℓ, în mod analog se determină şi valoarea de selecţie pentru funcţia de autocorelaţie

$$K_x(t_j,t_\ell) = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}[x_{kj}- x(t_j)][x_k - x(t_\ell)] \tag{2.35}$$

$$(j,\ell = 1,2,\dots,m)$$

In cadrul teoriei corelaţionale, cunoaşterea aşteptării matematice (2.34) şi a funcţiei de autocorelaţie (2.35) rezolvă toate problemele care se găsesc în aplicaţii. Ele obţin însă o formă mai maniabilă şi mai adecvată scopurilor noastre dacă procesul este staţionar şi ergodic. In aceste cazuri, la prelucrarea materialului experimental trebuie ca în loc de luarea mediei ordonatelor procesului în acelaşi moment pentru diferite realizări să calculăm media ordonatelor pentru una şi aceeaş realizare în diferite momente de timp. Pentru ca o asemenea înlocuire să fie acceptată este evident necesar ca legătura între ordonatele procesului stohastic analizat pentru diferite momente de timp să scadă destul de repede, pentru că numai în acest caz o singură realizare în timp se poate aproximativ trata ca şi o mulţime de cîteva realizări independente, dispărînd diferenţa dintre cele două metode de calculare a mediei. In acest caz dacă se notează $x(t_i) = x_i$ se obţin formulele de calcul

$$\tilde{m}_x = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x(t_i) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_i \tag{2.36}$$

$$\tilde{K}_x(\tau) = \frac{1}{m-\ell-1}\sum_{i=1}^{m-\ell}[x(t_i)-\tilde{m}_x][x(t_i+\tau)-\tilde{m}_x] \qquad (2.37)$$

unde s-a presupus că în intervalul de timp τ sînt incluse ℓ intervale din diviziunea axei timpului.

2.6.1.1. Intocmirea programului și rezultate numerice. S-a precizat în cap.1 că în problemele de dinamică a vehiculelor - în general - și de analiză a vibrațiilor și durabilității structurilor de rezistență - în particular - forțele exterioare care acționează asupra sistemului oscilant sînt generate în principal de neuniformitățile și denivelările căilor de rulare (drumurilor). Pentru aprecierea calitativă și cantitativă a unui asemenea proces oscilatoriu, este necesar să cunoaștem pe lîngă caracteristicile sistemului dinamic și spectrul excitațiilor, care d e p i n d e d e p r o f i l u l d r u m u l u i ș i d e v i t e z a d e m i ș c a r e . La o viteză de deplasare fixată v, datele complete pentru construirea spectrului de excitație sînt furnizate de profilul drumului. Deoarece acesta are evident un aspect întîmplător, atunci și mărimea, direcția și durata acțiunii impulsurilor forțelor care apar din cauza interacțiunii mașinii cu drumul vor fi evenimente întîmplătoare, adică funcția de perturbație este un proces stohastic staționar.

De obicei, ca să se treacă de la funcția aleatoare $x(s)$ care descrie profilul drumului în raport cu o origine arbitrară, la funcția de perturbație este suficient să se împartă coordonata orizontală s, cu viteza v. In acest caz axa absciselor s [cm], va fi și axa timpului t [s] iar procesul stohastic de perturbație $x(t)$ va fi o funcție de timp. Dacă abscisa s se împarte la viteza unitară v = 1 m/s, atunci valorile numerice ale microprofilului căii de rulare vor coincide cu valorile numerice ale procesului stohastic de perturbație.

Pentru scopurile pe care mi le-am propus în această parte a lucrării, de analizare a funcțiilor de autocorelație ale căilor de rulare, am reprezentat în fig.2.4, 2.5, 2.6 și 2.7 patru microprofiluri de drumuri prelucrate după date din literatură [124],[362],[421],[475], pe care vom face în paralel analizele statistice. Am preluat aceste rezultate deoarece problema obținerii microprofilelor, de altfel puțin tratată în literatură, nu a intrat în preocupările mele directe.

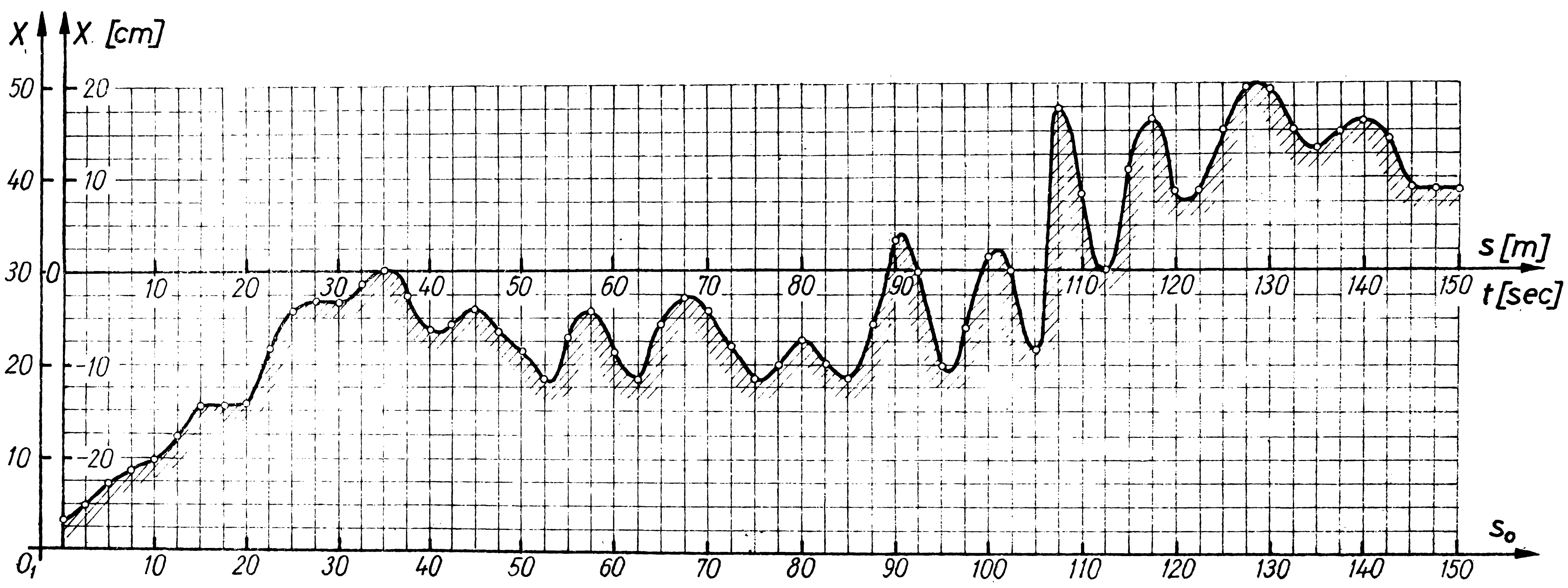
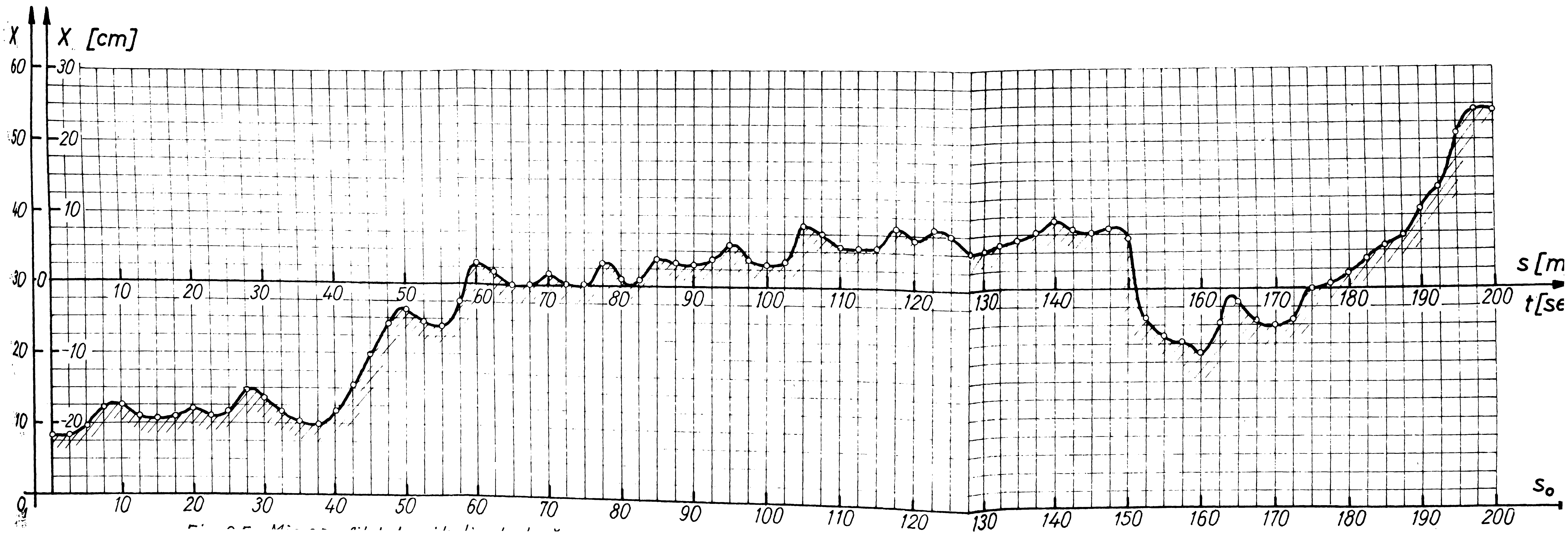


Fig. 2.4. Microprofilul longitudinal al căii de rulare Nr.I (n = 301)


x
X [cm]
s [m
t [se
s_0

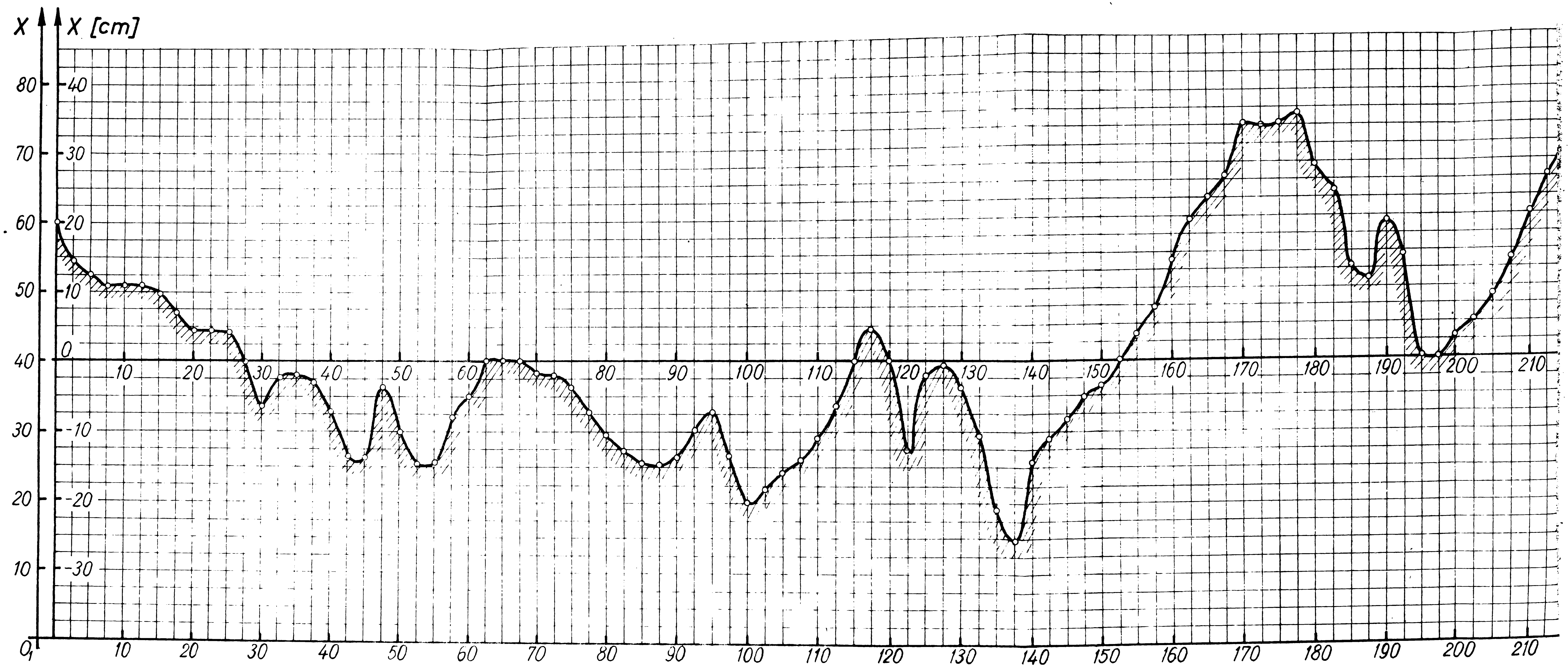
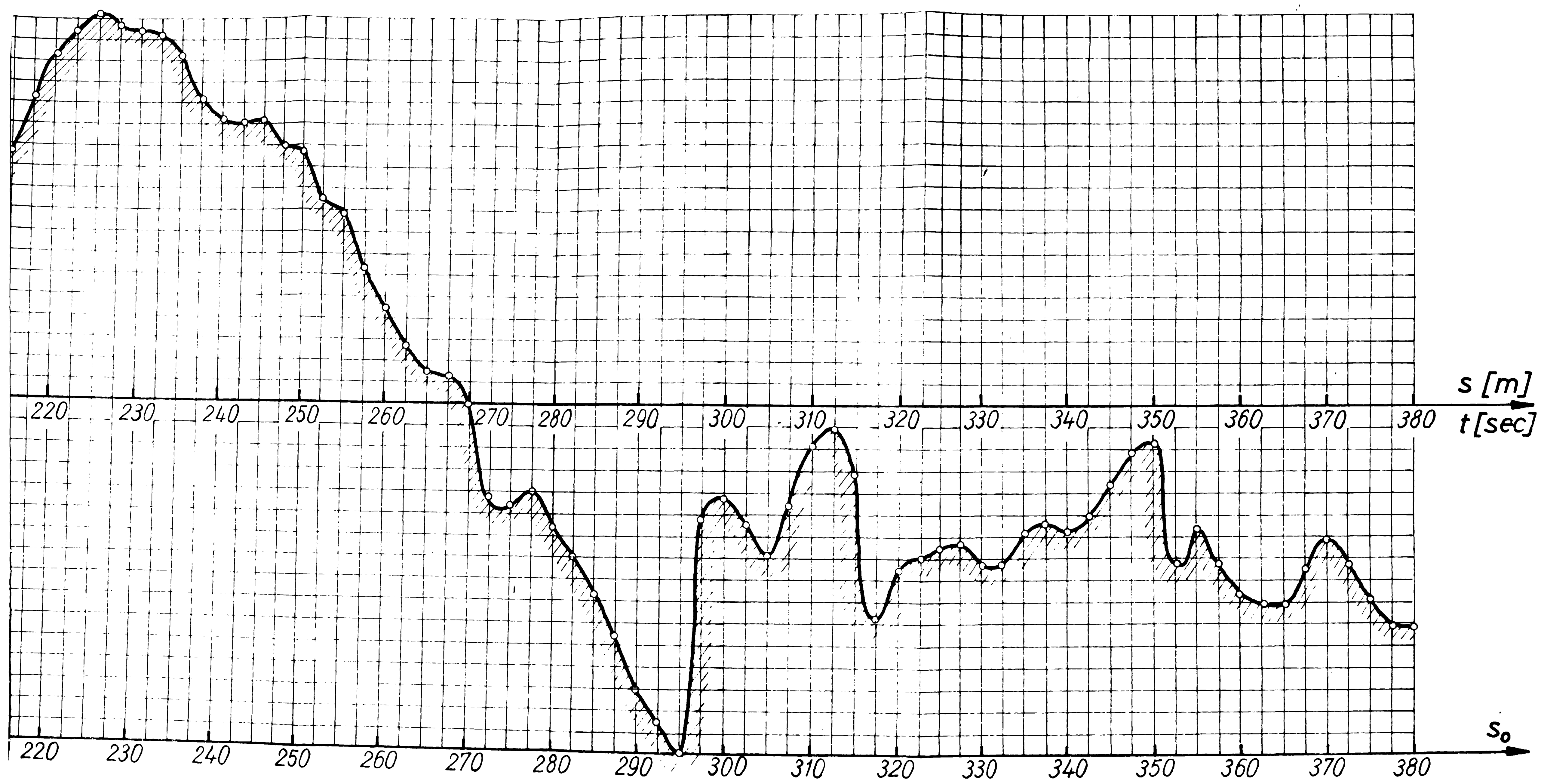


Fig. 2.6 Microprofilul longitudinal al căii de rulare Nr III (n= 761)



s [m]
t [sec]
s_o
220
230
240
250
260
270
280
290
300
310
320
330
340
350
360
370
380

BUPT

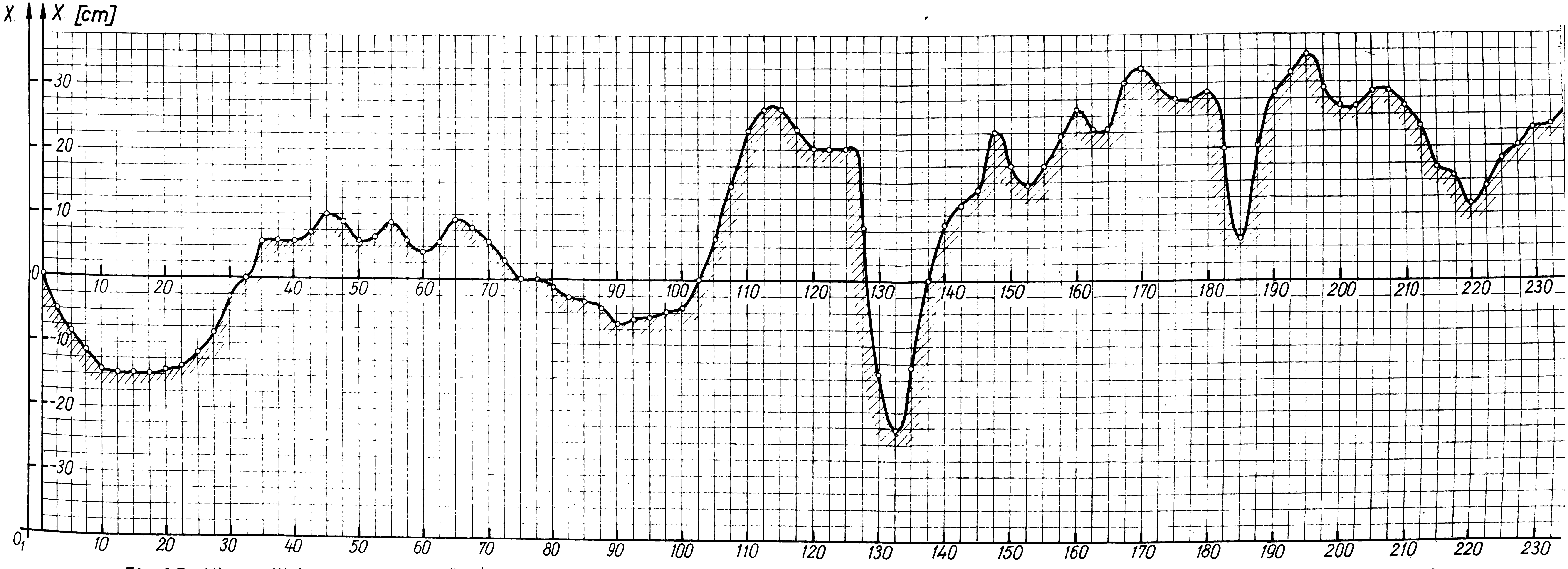
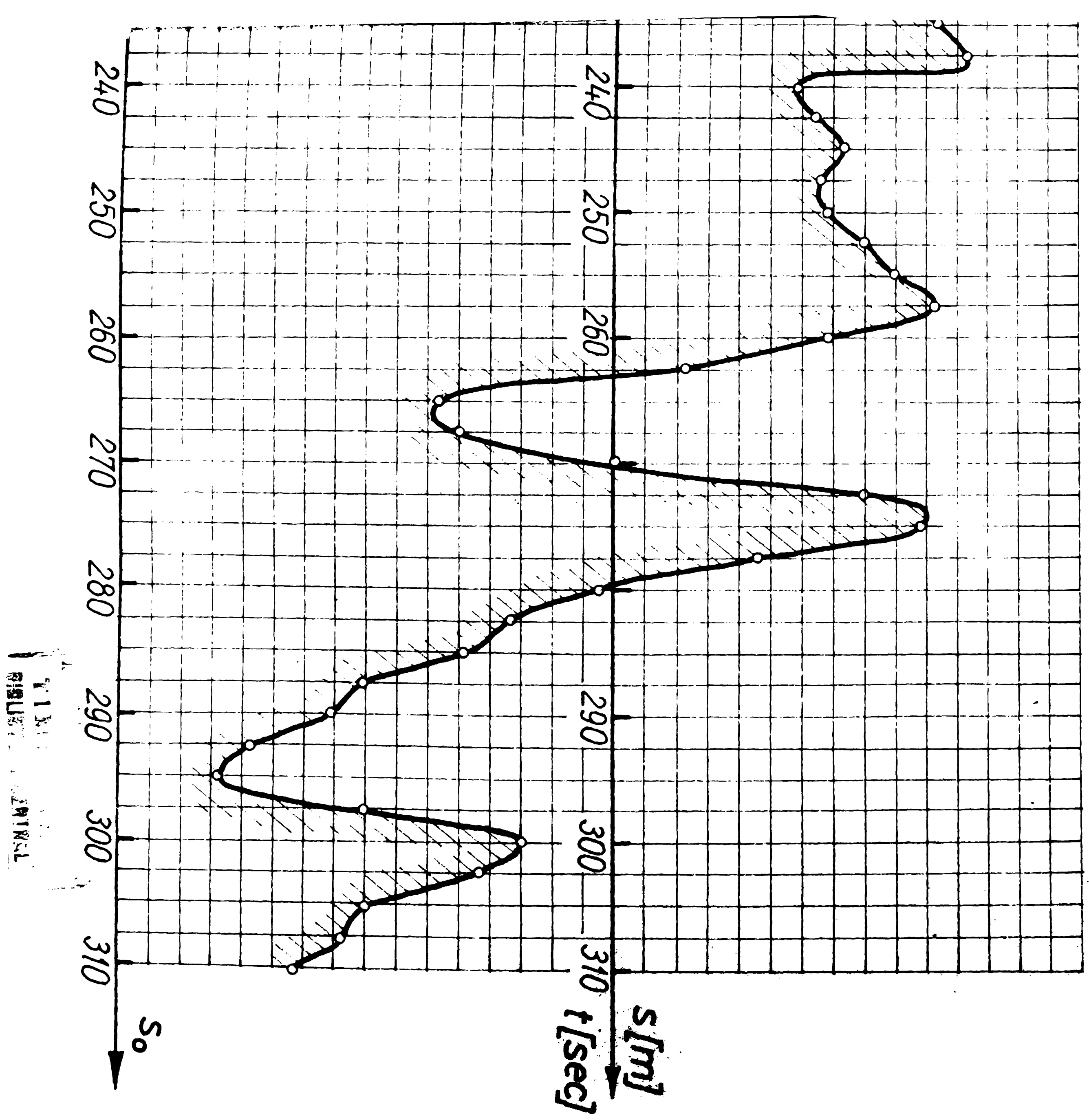
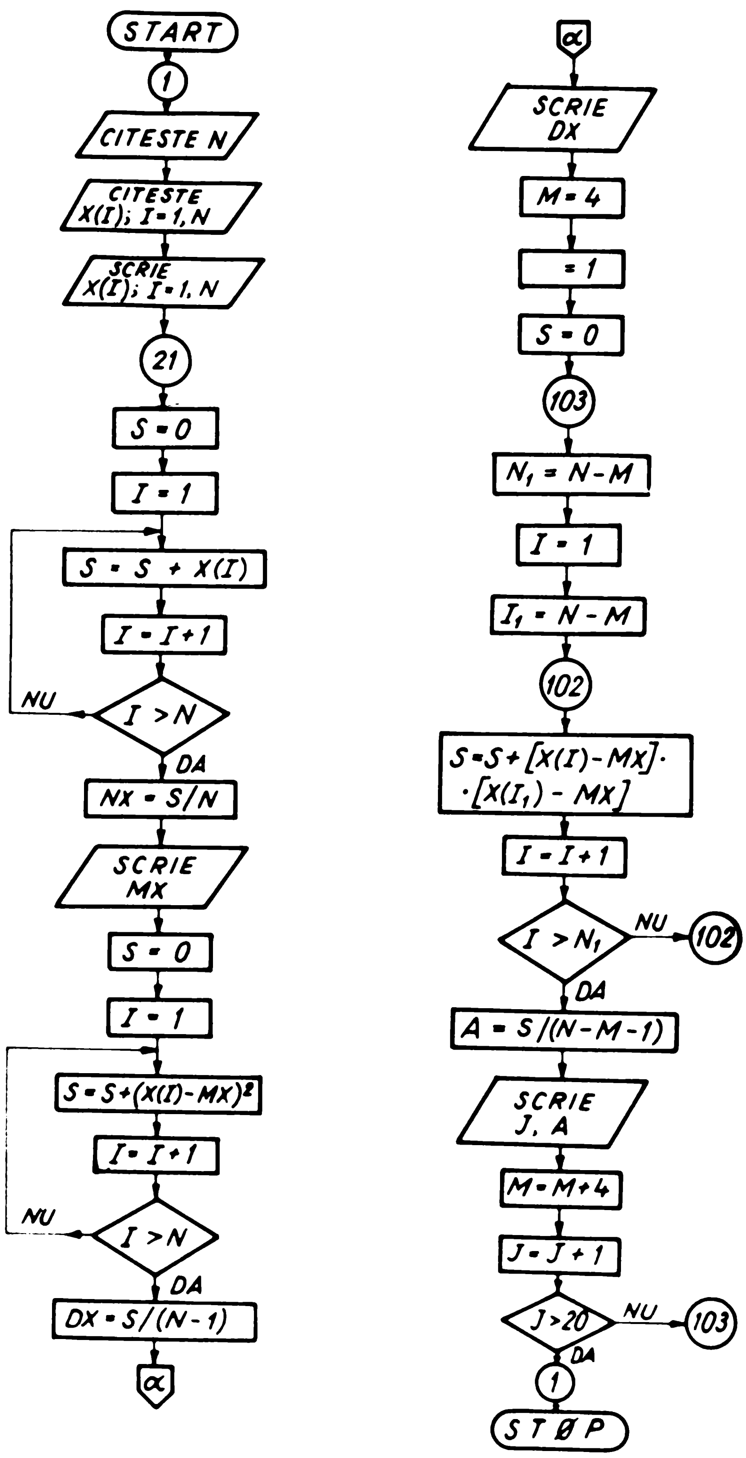


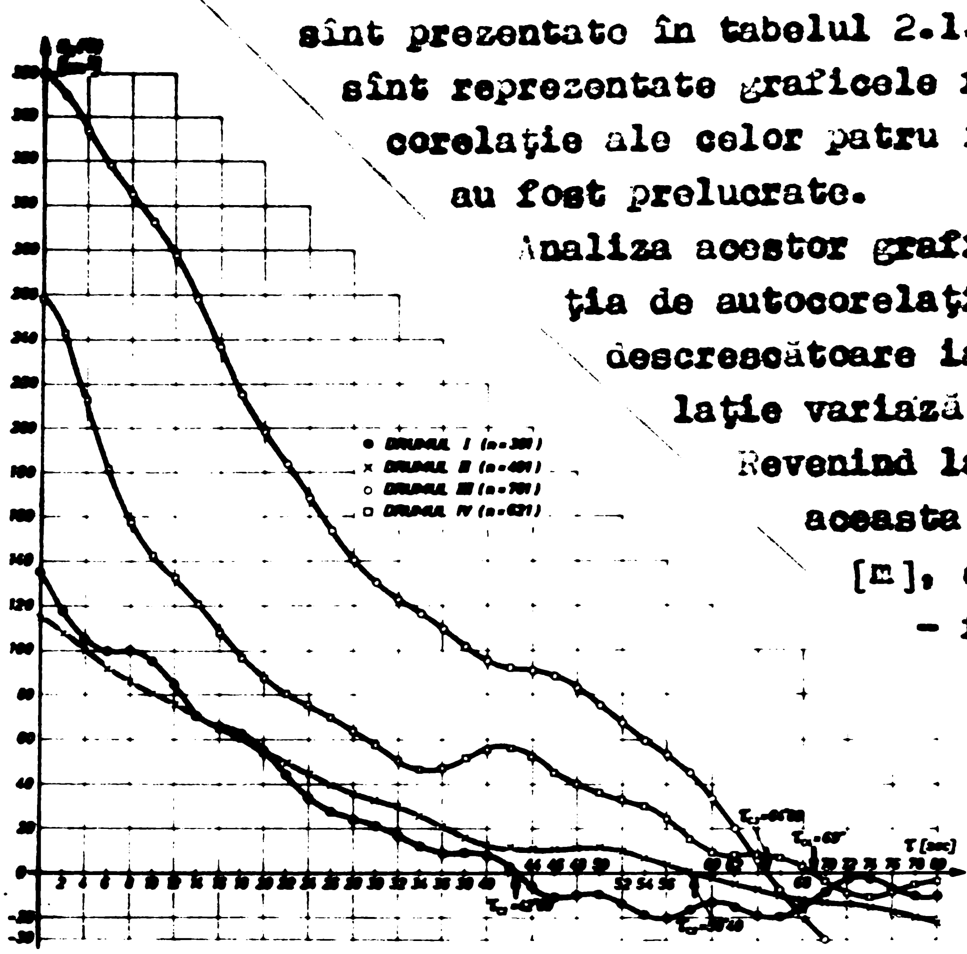
Fig. 2.7. Microprofilul longitudinal al căii de rulare Nr.IV (n = 621)


s[m]
t[sec]
s_o
240
250
260
270
280
290
300
310

Pentru a avea posibilitatea prelucrării datelor experimentale, s-a considerat ca mărime aleatoare numai abaterea profilelor drumului pe înălțime, față de o suprafață orizontală convențională dusă astfel încît să nu avem valori negative pentru neuniformități.

Datele inițiale de calcul, obținute în acest mod cu ajutorul metodei intersecțiilor, sînt prezentate în a n e x a 1. Am prezentat de asemenea schema logică și programul în limbaj FORTRAN, întocmite pentru calculul valorilor funcției de autocorelație pe baza formulelor (2.36) și (2.37). Rezultatele finale





sînt prezentate în tabelul 2.1. In fig.2.8 sînt reprezentate graficele funcţiilor de autocorelaţie ale celor patru înregistrări care au fost prelucrate.

Analiza acestor grafice arată că funcţia de autocorelaţie este monoton descrescătoare iar timpul de corelaţie variază de la (42...70)[s]. Revenind la unităţi de spaţiu aceasta înseamnă (42...70) [m], ceea ce permite - fizic - realizarea unor condiţii de experimentare acceptabile, în cadrul unor ipoteze care vor fi prezentate în cap.6.

Fig.2.8

Funcţiile empirice de autocorelaţie $K_x(\tau)$, pentru cele patru căi de rulare analizate

Tabelul 2.1. Rezultatele numerice obţinute la prelucrarea statistică a microprofilului căilor de rulare, pentru determinarea funcţiei de autocorelaţie

τ [sec]	Profilul de drum cercetat / Valori statistice calculate	I n = 301	II n = 401	III n = 761	IV n = 621
	m_x cm	27,5821	28,3245	39,8701	47,5347
	D_x cm^2	134,7286	114,3580	359,0146	257,9678
2"	K_1 cm^2	117,4307	107,8496	349,5776	242,3231
4"	K_2	105,0013	99,4820	333,6638	212,5264
6"	K_3	99,7900	91,6471	318,3437	181,3124
8"	K_4	100,0216	85,7222	305,1123	157,4355
10"	K_5	94,7977	80,3009	292,9483	142,4579
12"	K_6	84,4054	75,1204	277,6387	132,5053
14"	K_7	70,48[illegible]6	70,3244	25[illegible],6216	121,1236
16"	K_8	65,7764	65,3672	23[illegible],5833	108,0172
18"	K_9	62,5555	60,0785	215,1934	96,2160

Tabelul 2.1 (continuare)

τ [sec]	Profilul de drum cercetat / Valori statistice calculate	I n = 301	II n = 401	III n = 761	IV n = 621
20"	K_{10}	54,9337	54,6243	198,6472	87,3640
22"	K_{11}	44,0124	49,2450	184,2264	80,5084
24"	K_{12}	33,8923	44,0528	168,6544	75,1336
26"	K_{13}	27,4882	39,2402	153,5702	70,0739
28"	K_{14}	24,1014	35,5033	140,4695	64,1507
30"	K_{15}	21,0797	32,6805	130,6962	57,2648
32"	K_{16}	16,7992	29,6673	123,2044	50,5028
34"	K_{17}	12,1791	25,5803	116,5259	46,4420
36"	K_{18}	8,9651	20,4555	109,8532	46,9294
38"	K_{19}	9,2984	15,4986	101,8221	51,4379
40"	K_{20}	7,4634	12,7488	95,2064	55,5963
42"	K_{21}	2,3146	11,1286	91,9349	56,0403
44"	K_{22}	-6,3037	10,2123	90,3182	51,8668
46"	K_{23}	-11,1145	10,3674	87,9330	45,1863
48"	K_{24}	-10,0205	11,1896	82,6957	39,6616
50"	K_{25}	-9,7711	11,6278	75,2765	36,0948
52"	K_{26}	-13,4531	9,3294	67,2568	32,7163
54"	K_{27}	-18,9451	6,5075	59,2421	29,8485
56"	K_{28}	-20,5839	3,4863	52,5340	23,9719
58"	K_{29}	-16,1679	0,4242	44,5324	14,8737
60"	K_{30}	-13,2586	-2,6355	32,8367	9,3815
62"	K_{31}	-15,7458	-5,1986	19,5559	8,4272
64"	K_{32}	-19,3285	-7,7075	5,1200	8,2900
66"	K_{33}	-19,4448	-10,1947	-7,9304	6,9760
68"	K_{34}	-15,6497	-11,8910	-19,2249	3,0172
70"	K_{35}	-8,4639	-12,9696	-30,0222	-3,6296
72"	K_{36}	-2,5020	-13,8948	-40,6679	-9,8689
74"	K_{37}	-2,5507	-15,5955	-52,0385	-10,8465
76"	K_{38}	-7,0857	-17,7386	-61,7924	-8,4917
78"	K_{39}	-10,8777	-20,1116	-63,9527	-4,9473
80"	K_{40}	-10,2792	-22,6647	-76,1450	-3,5227

Programul în limbaj FORTRAN întocmit pentru calculul valorilor funcției de autocorelație pe baza formulelor (2.36) și (2.37).

```
      REAL MX
      DIMENSION X(1000)
    8 READ(105,13,END=30)N
   13 FORMAT(I5)
      READ(105,1)(X(I),I=1,N)
    1 FORMAT(13F6.2)
      DO 21 I=1,N
      WRITE(108,7)I,X(I)
    7 FORMAT(1H ,I3,10X,F5.2)
   21 CONTINUE
      S=0.0
      DO 100 I=1,N
  100 S=S+X(I)
      MX=S/N
      WRITE(108,2)MX
    2 FORMAT(1H ,'MX= ',F10.4)
      S=0.0
      DO 101 I=1,N
  101 S=S+(X(I)-MX)**2
      DX=S/(N-1)
      WRITE(108,3)DX
    3 FORMAT(1H ,'DX= ',F10.4)
      M=4
      DO 103 J=1,40
      S=0.0
      N1=N-M
      DO 102 I=1,N1
      I1=I+M
  102 S=S+(X(I)-MX)*(X(I1)-MX)
      A=S/(N-M-1)
      WRITE(108,4)J,A
    4 FORMAT(1H ,'K(',I2,')= ',F10.4)
  103 M=M+4
      GO TO 8
   30 STOP
      END
```

2.6.2. <u>Aproximarea analitică a funcțiilor de autocorelație întîlnite în dinamica vehiculelor și calculul densității spectrale</u> x). Funcțiile de autocorelație ale proceselor stohastice de excitație, reprezentate în fig.2.8 sînt funcții nealeatoare și ele pot fi aproximate cu diverse relații funcționale, deosebit de uti-

x) [481] [illegible] : Aproximarea funcțiilor de autocorelație întîlnite în dinamica vehiculelor. Lucrare prezentată la sesiunea științifică jubiliară a Institutului politehnic "Traian Vuia" din Timișoara, 16...19 iunie 1974 le în aplicații, în special prin faptul că se pot obține densitățile spectrale printr-o transformată Fourier (v.rel.2.22). In literatură [24],[99],[127],[475],[479] se prezintă în mod sumar această problemă, pe care o voi dezvolta în continuare, cu contribuții privind obținerea unor forme numerice complete, pornind de la observația că dacă se cunoaște expresia analitică a funcției de autocorelație, se pot rezolva toate problemele de vibrații și durabilitate care se pot formula în cadrul teoriei corelaționale.

2.6.2.1. <u>Funcții de autocorelație tipice triunghiulare</u>. Cea mai simplă metodă de aproximare analitică a funcției de autocorelație experimentală este făcută cu ajutorul unei funcții poligonale x). Pentru aceasta se folosesc funcții tipice triunghiulare, care pentru $\tau > 0$ sînt de forma

$$K_{oi}(\tau) = \begin{cases} A_{oi}\left(1 - \dfrac{\tau}{T_{oi}}\right) & 0 \le \tau \le T_{oi} \\ 0 & \tau > T_{oi} \end{cases} \tag{2.38}$$

parametri funcțiilor fiind A_{oi} și T_{oi}. Atunci

$$K_x(\tau) = \sum_{i=1}^{n} K_{oi}(\tau) \tag{2.39}$$

Calculul densității spectrale este imediat

$$S_{oi}(\omega) = 2\int_0^{T_{oi}} K_{oi}(\tau)\cdot\cos\omega\tau\cdot d\tau = A_{oi}\cdot T_{oi}\left(\frac{\sin\dfrac{\omega\cdot T_{oi}}{2}}{\dfrac{\omega\cdot T_{oi}}{2}}\right)^2 \tag{2.40}$$

2.6.2.2. <u>Combinații de funcții cosinusoidale</u>. Ţinînd cont de paritatea funcției $K_x(\tau)$, într-un interval corespunzător $[-T_o, T_o]$, ales astfel încît $K_x(\tau) \approx 0$ la $|\tau| > T_o$, aceasta se poate reprezenta aproximativ cu o sumă finită de funcții cosinusoidale de forma

$$\underset{\sim}{K_x}(\tau) = \sum_{k=0}^{n} A_k \cos k\frac{\pi}{T_o}\tau \tag{2.41}$$

Determinarea coeficienților A_k se face folosind o aproximare în sensul lui Cebîșev din condiția de minim a integralei

---

x) Suportul matematic al acestor aproximații este dat de teoremele de aproximare uniformă a funcțiilor continue ale lui Weierstrass și Stone (v.M.Nicolescu ș.a.: Analiză matematică, vol.I, Ed.did.și pedagogică, 1966, pag.713)

$$J = \int_0^{T_0} [K_x(\tau) - \sum_{k=0}^{n} A_k \cdot \cos k \frac{\pi}{T_0}\tau]^2 \cdot d\tau = \min. \qquad (2.42)$$

Anulînd derivatele, se obţin - după metoda Fourier - coeficienţii polinomului trigonometric de aproximare

$$A_0 = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} K_x(\tau)d\tau \quad ; \quad A_k = \frac{2}{T_0}\int_0^{T_0} K_x(\tau)\cdot\cos\left(\frac{k\pi}{T_0}\tau\right)d\tau \quad (2.43)$$

şi deci

$$K_x(\tau) = \begin{cases} \underset{\sim}{K_x}(\tau) = \sum_{k=0}^{n} A_k \cdot \cos\frac{k\pi}{T_0}\tau \ , & |\tau| \le T_0 \\ 0 \ , & |\tau| > T_0 \end{cases} \qquad (2.44)$$

Rezultă atunci densitatea spectrală de putere

$$S_x(\omega) = 2\int_0^{T_0} \underset{\sim}{K_x}(\tau)\cos\omega\tau d\tau = 2\int_0^{T_0} \left(\sum_{k=0}^{n} A_k \cdot \cos\frac{k\pi}{T_0}\tau\right)\cos\omega\tau d\tau =$$

$$= 2\cdot T_0 \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \cdot A_k \cdot \frac{(\omega T_0)\cdot\sin\omega T_0}{(\omega T_0)^2 - (k\pi)^2} \qquad (2.45)$$

Valorile coeficienţilor A_k pot fi determinate aproximativ cu formula trapezelor [112],[191],[386].

2.6.2.3. <u>Aproximarea prin combinaţii liniare de funcţii exponenţiale</u>. Utilizarea unui asemenea mod de aproximare a funcţiei de autocorelaţie prin intermediul unei sume algebrice de funcţii exponenţiale prezintă o mare utilitate practică deoarece conduce la densităţi spectrale în formă de funcţii raţionale de ω, foarte comode în cercetarea vibraţiilor aleatoare ale sistemelor elastice.

Relaţia de aproximare are forma evidentă

$$\underset{\sim}{K_x}(\tau) = \sum_{k=1}^{n} A_k \cdot e^{-\alpha_k|\tau|} \qquad (2.46)$$

Se analizează modul de construire al unei asemenea sume de funcţii, pentru cazul în care α_k se alege de forma $\alpha_k = k\cdot\alpha$ $(k = 1,2,\dots,n)$. Din şirul de funcţii exponenţiale $e^{-k\alpha|\tau|}$ $(k = 1, 2,\dots,n)$ se construieşte un sistem liniar de n funcţii ortonormate $\{\varphi_k(\tau)\}_{k=1,2,\dots,n}$ de forma

$$\varphi_k(\tau) = \sum_{i=1}^{k} a_{ki} e^{-i\alpha|\tau|} \ , \ (k=1,2,\dots,n) \underset{k \ge i}{} \qquad (2.47)$$

Coeficienţii a_{ki} $(k \geq i)$ se aleg din condiţia de ortogonalitate (0) şi de normare (n) a sistemului de funcţii $\{\varphi_k(\tau)\}_{k=1,2,...n}$

$$\varphi_1(\tau) \xrightarrow{(n)} \int_0^\infty \varphi_1^2(\tau)d\tau = 1 \Rightarrow \int_0^\infty a_{11}^2 e^{-2\alpha\tau}d\tau = 1 \qquad (2.48)$$

$$a_{11}^2\int_0^\infty e^{-2\alpha\tau}d\tau = a_{11}^2\cdot\frac{e^{-2\alpha\tau}}{(-2\alpha)}\Big|_0^\infty = \frac{a_{11}^2}{(-2\alpha)}(0-1) = \frac{a_{11}^2}{2\alpha} \Rightarrow a_{11} = \sqrt{2\alpha} \qquad (2.49)$$

$$\left.\begin{array}{l} \varphi_1(\tau),\varphi_2(\tau) \xrightarrow{(0)} \int_0^\infty \varphi_1(\tau)\cdot\varphi_2(\tau)d\tau = 0 \Rightarrow \\ \qquad \Rightarrow \int_0^\infty a_{11}e^{-\alpha\tau}\left[a_{21}e^{-\alpha\tau} + a_{22}e^{-2\alpha\tau}\right]d\tau = 0 \\ \varphi_2(\tau) \xrightarrow{(n)} \int_0^\infty \varphi_2^2(\tau)d\tau = 1 \Rightarrow \int_0^\infty \left[a_{21}e^{-\alpha\tau} + a_{22}e^{-2\alpha\tau}\right]^2 d\tau = 1 \end{array}\right\} \qquad (2.50)$$

Efectuînd integralele obţinem sistemul de ecuaţii algebrice

$$\begin{cases} 3\cdot a_{21} + 2\cdot a_{22} = 0 \\ 6\cdot a_{21}^2 + 8\cdot a_{21}a_{22} + 3\cdot a_{22}^2 = 12\alpha \end{cases} \text{cu soluţiile} \quad \begin{array}{l} a_{22} = 6\sqrt{\alpha} \\ a_{21} = -4\sqrt{\alpha} \end{array} \qquad (2.51)$$

Procedeul se continuă în mod similar şi pentru ceilalţi coeficienţi. Funcţia de autocorelaţie se poate reprezenta ca o combinaţie liniară de funcţiile $\{\varphi_k(\tau)\}_{k=1,2,...,n}$

$$\underset{\sim}{K_x}(\tau) = \sum_{k=1}^{n} B_k\varphi_k(\tau) \qquad (2.52)$$

Coeficienţii B_k se pot deasemenea determina dintr-o condiţie de aproximare în medie pătratică

$$J = \int_0^\infty \left[K_x(\tau) - \sum_{k=1}^{n} B_k\varphi_k(\tau)\right]^2 d\tau = \min \qquad (2.53)$$

Condiţia de minim $\frac{\partial J}{\partial B_k} = 0$, $(k=1,2,...,n)$ devine

$$\int_0^\infty 2\left[K_x(\tau) - \sum_{i=1}^{n} B_i\cdot\varphi_i(\tau)\right]\cdot\varphi_k(\tau)d\tau = 0, \quad k=1,2,...,n \qquad (2.54)$$

sau

$$\sum_{i=1}^{n} B_i\int_0^\infty \varphi_i(\tau)\cdot\varphi_k(\tau)d\tau = \int_0^\infty K_x(\tau)\cdot\varphi_k(\tau)d\tau\,, \quad k=1,2,...,n \qquad (2.55)$$

dar

$$\int_0^{\infty} \varphi_i(\tau)\cdot\varphi_k(\tau)d\tau = \begin{cases} 0\,, & i \neq k \quad (0) \\ 1\,, & i = k \quad (n) \end{cases}$$

Deci

$$B_k = \int_0^{\infty} R_x(\tau)\cdot\varphi_k(\tau)d\tau\,, \quad k=1,2,\ldots,n \qquad (2.56)$$

Dar

$$\varphi_k(\tau) = \sum_{\substack{i,k=1 \\ k\geq i}}^{n} a_{ki}\cdot e^{-i\alpha|\tau|} \qquad (2.57)$$

şi deci

$$\underset{\sim}{R_x}(\tau) = \sum_{k=1}^{n} B_k \sum_{\substack{i=1 \\ k\geq i}}^{n} a_{ki}\cdot e^{-i\alpha|\tau|} = \sum_{k=1}^{n} A_k\cdot e^{-k\alpha|\tau|} \qquad (2.58)$$

Din relaţia (2.58) se poate obţine imediat densitatea spectrală de putere

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau)\cdot e^{-j\omega\tau}d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{n} A_k e^{-k\alpha|\tau|}\cdot e^{-j\omega\tau}\cdot d\tau =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} A_k \int_{-\infty}^{\infty} e^{-k\alpha|\tau|}\cdot e^{-j\omega\tau}\cdot d\tau \qquad |\tau| = \begin{cases} \tau, & \tau \geq 0 \\ -\tau, & \tau < 0 \end{cases}$$

$$S_x(\omega) = \sum_{k=1}^{n} A_k \left[\int_0^{\infty} e^{-(k\alpha+j\omega)\tau}d\tau + \int_{-\infty}^{0} e^{(k\alpha-j\omega)\tau}d\tau\right] =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} A_k \left[\frac{1}{k\alpha+j\omega} + \frac{1}{k\alpha-j\omega}\right] = \sum_{k=1}^{n} A_k \frac{2k\alpha}{(k\alpha)^2+\omega^2} \qquad (2.59)$$

2.6.2.4. __Funcţii de autocorelaţie de forma oscilaţiei armonice amortizate.__ Acest mod de aproximare este sugerat de faptul că din multe analize experimentale funcţia de autocorelaţie rezultă de forma graficului care descrie variaţia amplitudinii în timp la o mişcare armonică amortizată. Se acceptă deci

$$\underset{\sim}{R_x}(\tau) = D_x\cdot e^{-\alpha|\tau|}\cdot\cos\beta\tau \qquad (2.60)$$

Pentru densitatea spectrală de putere se obţine

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \underset{\sim}{R_x}(\tau)\cdot e^{-j\omega\tau}d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} D_x\cdot e^{-\alpha|\tau|}\cdot\cos\beta\tau\cdot e^{-j\omega\tau}\cdot d\tau$$

Dar

$$\cos\beta\tau = \frac{1}{2}(e^{j\beta\tau} + e^{-j\beta\tau}) \text{ , (Euler)}, \quad j = \sqrt{-1}$$

$$|\tau| = \begin{cases} \tau, & \tau \geq 0 \\ -\tau, & \tau < 0 \end{cases}$$

$$S_x(\omega) = \frac{D_x}{2}\left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha|\tau|} \cdot e^{j\omega\tau} \cdot e^{j\beta\tau} \cdot d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha|\tau|} \cdot e^{-j\omega\tau} \cdot e^{-j\beta\tau} \cdot d\tau\right] =$$

$$= \frac{D_x}{2}\left[\frac{1}{\alpha+j(\omega-\beta)} + \frac{1}{\alpha-j(\omega-\beta)} + \frac{1}{\alpha+j(\omega+\beta)} + \frac{1}{\alpha-j(\omega+\beta)}\right] =$$

$$= 2\alpha \cdot D_x \cdot \frac{\omega^2 + \alpha^2 + \beta^2}{(\omega^2-\alpha^2-\beta^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2} \tag{2.61}$$

2.6.2.5. <u>Procese stohastice diferenţiabile.</u> Se încearcă o reprezentare generalizată cu funcţii armonice amortizate de forma

$$K_{\underset{\sim}{x}}(\tau) = D_x \cdot e^{-\alpha|\tau|}(\cos\beta\tau + \frac{\alpha}{\beta}\sin\beta|\tau|) \tag{2.62}$$

Problema esenţială este obţinerea densităţii spectrale de putere. Calculul este analog cu cel precedent şi se bazează pe relaţiile de înlocuire precedente pentru $|\tau|$ şi $\cos\beta\tau$ şi în plus pe

$$\sin\beta|\tau| = \frac{1}{2j}(e^{j\beta|\tau|} - e^{-j\beta|\tau|})$$

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{\underset{\sim}{x}}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau =$$

$$= D_x\left\{\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau} \cdot e^{-\alpha|\tau|} \cdot \cos\beta\tau \cdot d\tau}_{I_1 \equiv 2.6.2.4} + \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau} \cdot e^{-\alpha|\tau|} \frac{\alpha}{\beta}\sin\beta|\tau| d\tau}_{I_2}\right.$$

$$I_2 = \frac{\alpha}{\beta}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau} \cdot e^{-\alpha|\tau|} \cdot \frac{1}{2j}(e^{j\beta|\tau|} - e^{-j\beta|\tau|}) d\tau = 2\alpha \cdot \frac{\alpha^2 + \beta^2 - \omega^2}{(\omega^2-\alpha^2-\beta^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}$$

Rezultă

$$S_x(\omega) = 4\alpha D_x \cdot \frac{\alpha^2 + \beta^2}{(\omega^2-\alpha^2-\beta^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2} \tag{2.63}$$

2.6.2.6. <u>Aproximarea cu exponenţiale pătratice.</u> Funcţia de aproximare are forma

$$K_{\underset{\sim}{x}}(\tau) = D_x \cdot e^{-\alpha^2\tau^2} \cdot \cos\beta\tau \tag{2.64}$$

În mod similar cu în cazurile precedente

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau).e^{-j\omega\tau}.d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} D_x.e^{-\alpha^2\tau^2}.e^{-j\omega\tau}.\frac{1}{2}(e^{j\beta\tau} + e^{-j\beta\tau})d\tau =$$

$$= \frac{D_x}{2}\left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2\tau^2-j\omega\tau+j\beta\tau}.d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2\tau^2-j\omega\tau-j\beta\tau}.d\tau\right]$$

Integralele din paranteze sînt integrale tip Poisson, pentru care extragem din culegerea : И.М. Рыжик ; И. С. Градштейн - Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Гостехтеориздат, 1951, pag.185/3.123 (4)

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-px^2\pm qx}.dx = e^{\frac{q^2}{4p}}.\sqrt{\frac{\pi}{p}} \quad , \quad p > 0$$

In cazul dat avem

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2\tau^2-j(\omega-\beta)\tau}d\tau = e^{\frac{[j(\omega-\beta)]^2}{4\alpha^2}}.\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^2}} = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha}\,e^{-\frac{(\omega-\beta)^2}{4\alpha^2}}$$

şi

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2\tau^2-j(\omega+\beta)\tau}d\tau = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha}\,e^{-\frac{(\omega+\beta)^2}{4\alpha^2}}$$

deci

$$S_x(\omega) = \frac{\sqrt{\pi}.D_x}{2\alpha}\left(e^{-\frac{(\omega+\beta)^2}{4\alpha^2}} + e^{-\frac{(\omega-\beta)^2}{4\alpha^2}}\right) \qquad (2.65)$$

2.6.2.7. Concluzii. S-a demonstrat, într-o formă unitară, că oricare ar fi forma analitică de aproximare a funcţiilor de autocorelaţie, în contextul condiţiilor prezentate în paragraful 2.6.1. se poate determina densitatea spectrală de putere. Aceasta conduce la posibilitatea de a cunoaşte spectrul de frecvenţe al excitaţiei şi de a face o analiză a comportării dinamice a sistemului în domeniul frecvenţelor.

2.7. Contribuţii la analiza sistemelor oscilante cu un grad de libertate supuse perturbaţiilor stohastice

2.7.1. Ipoteze. Ecuaţia diferenţială a mişcării. Pentru ilustrarea aplicabilităţii formulelor stabilite în paragrafele precedente şi evidenţierea altor noţiuni necesare în studiul vibraţiilor caroseriei autovehiculelor, se vor analiza în continuare elementele esenţiale ale mişcării unui oscilator cu un grad de libertate, excitat de un proces stohastic staţionar şi ergodic. Modelul, într-o primă aproximaţie acesta este şi cel mai simplu model pentru mişcările aleatoare pe verticală ale caroseriei unui autovehicul, care se deplasează pe un drum pentru care presupunem dată o realizare ${}^{k}X(s) \equiv X(s)$ – la altă scară $X(t)$ – (v. 3.1).

Acest model reprezentat în fig.2.9 este similar cu cazurile clasice analizate în tratatele de vibrații (v. [495], GH.SILAȘ pag.39) la care sursa de forțe perturbatoare o constituie deplasarea punctului de suspensie a elementului elastic, dată de funcția $X(t)$.

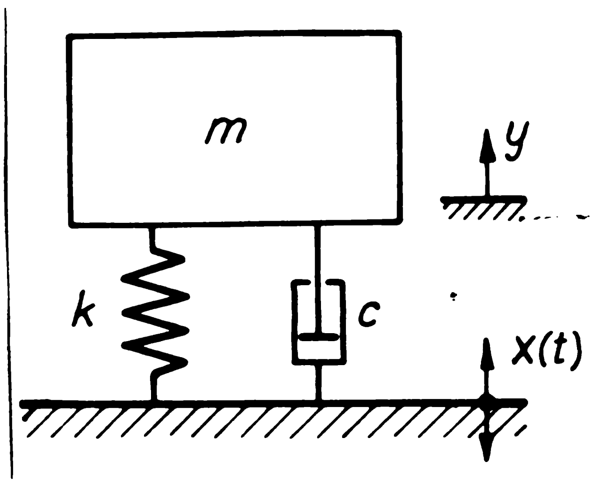


Fig.2.9
Modelul mecanic al unui sistem oscilant cu un grad de libertate

Urmînd un raționament analog cu cel din lucrarea amintită [495], se poate obține ecuația diferențială a mișcării masei m în coordonate relative (în raport cu poziția de echilibru static) sub forma

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_n\dot{y} + \omega_n^2 y = f(t) \qquad (2.66)$$

unde

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – pulsația proprie sau naturală a sistemului

$c_{cr} = 2m\omega_n$ – coeficientul critic de amortizare

$\zeta = \frac{c}{c_{cr}}$ – coeficientul de aperiodicitate (amortizarea relativă)

$f(t)$ – procesul de excitație dat.

Pe acest model simplificat se pot studia multe din problemele fundamentale întîlnite în dinamica vehiculelor de cale și se pot obține în special caracteristicile statistice ale răspunsului pentru diverse aproximații ale excitației.

Este util să se precizeze că s-a considerat valabilă ipoteza Kelvin-Voigt, după care forțele de amortizare sînt proporționale cu viteza de mișcare a punctelor sistemului.

2.7.2. <u>Calculul funcției pondere sau reacției la impuls a sistemului</u> (v. 2.5.2). Problema revine la a rezolva ecuația diferențială

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_n\dot{y} + \omega_n^2 y = \delta(t-\tau) \qquad (2.67)$$

cu condițiile inițiale

$$y(\tau) = 0 \quad ; \quad \dot{y}(\tau) = 0 \qquad (2.68)$$

Se face schimbarea de variabilă : $t-\tau = u$ $(t = \tau \Rightarrow u = 0)$

şi se notează cu apostrof derivatele în raport cu noua variabilă (u). Se obţine

$$y'' + 2\zeta\omega_n y' + \omega_n^2 y = \delta(u) \qquad (2.69)$$

$$y(0) = 0 \quad ; \quad y'(0) = 0 \qquad (2.70)$$

Folosim transformata Laplace [112],[127],[140],[191],[287],[433] şi trecem de la variabila reală u la variabila complexă s înmulţind ecuaţia (2.69) cu $e^{-su}du$ şi integrînd între 0 şi ∞.

Se obţine ecuaţia algebrică

$$s^2\bar{y}(s) + 2\zeta\omega_n s\bar{y}(s) + \omega_n^2\bar{y}(s) = 1 \qquad (2.71)$$

de unde, expresia analitică a imaginii Laplace este imediată

$$\bar{y}(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \qquad (2.72)$$

Soluţia pentru răspunsul sistemului, în variabila u, se obţine luînd originalul lui $\bar{y}(s)$

$$y(u) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{e^{su}}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}\,ds \qquad (2.73)$$

Rezolvarea integralei se face cu ajutorul teoremei reziduurilor [11],[112],[479] - deoarece în tabelele cercetate de autor, nu se găseşte această formă -. Se ştie că dacă f(t) este o funcţie uniformă, cu un număr finit de puncte singulare izolate $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ atunci

$$\int_C f(z)dz = 2\pi j \sum_{n=1}^{p} \operatorname{Res}_{z=\alpha_n} f(z)$$

iar dacă z_0 este un pol de ordinul p atunci

$$\operatorname{Res}_{z\to z_0} f(z) = \frac{1}{(p-1)!} \lim_{z\to z_0} \left[(z-z_0)^p \cdot f(z)\right]^{(p-1)}$$

Polii funcţiei se găsesc printre zerourile numitorului

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \implies s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \sqrt{\zeta^2\omega_n^2 - \omega_n^2} =$$

$$= -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$\operatorname*{Rez}_{s\to s_1} f(s) = \lim_{s\to s_1}\left[(s-s_1)\frac{e^{su}}{(s-s_1)(s-s_2)}\right] = \frac{e^{su}}{s_1-s_2}$$

$$\operatorname*{Rez}_{s\to s_2} f(s) = \lim_{s\to s_2}\left[(s-s_2)\frac{e^{su}}{(s-s_1)(s-s_2)}\right] = \frac{e^{s\,u}}{s_2-s_1}$$

Deci

$$y(u) = \frac{2\pi j}{2\pi j}\left[\frac{e^{s\,u}}{s_1-s_2} + \frac{e^{s\,u}}{s_2-s_1}\right] = \frac{e^{s\,u} - e^{s\,u}}{s_1-s_2} =$$

$$= \frac{1}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}\exp(-\zeta\omega_n u)\cdot\sin\omega_n u\sqrt{1-\zeta^2}$$

Dar, $u = t-\tau$, deci în final (pentru $\zeta < 1$)

$$y(t-\tau) = \begin{cases} \dfrac{e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)}}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}\sin\left[\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}(t-\tau)\right] & , \; t>\tau \\ 0 & , \; t<\tau \end{cases} \tag{2.74}$$

Dacă $\zeta > 1$ se obține

$$y(t-\tau) = \begin{cases} \dfrac{1}{\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}}\exp\left[-\zeta\omega_n(t-\tau)\right]\operatorname{sh}\left[\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}(t-\tau)\right] & , \; t>\tau \\ 0 & , \; t<\tau \end{cases} \tag{2.75}$$

2.7.3. <u>Coeficientul complex de transfer (caracteristica de frecvență a sistemului)</u>. Presupunem în (2.66) că $f(t) = e^{j\omega t}$ și căutăm pe $y(t) = \phi(j\omega)e^{j\omega t}$ (conform definiției). Avem evident

$$\dot{y}(t) = \phi(j\omega)\cdot j\omega\cdot e^{j\omega t} \; ; \quad \ddot{y}(t) = -\omega^2\phi(j\omega)e^{j\omega t}$$

și deci

$$-\omega^2\phi(j\omega)e^{j\omega t} + 2\zeta\omega_n j\omega\phi(j\omega)e^{j\omega t} + \omega_n^2\phi(j\omega)e^{j\omega t} = e^{j\omega t}$$

$$\phi(j\omega) = \frac{1}{\omega_n^2-\omega^2 + j2\zeta\omega_n} \tag{2.76}$$

și

$$|\phi(j\omega)|^2 = \phi(j\omega)\cdot\overline{\phi(j\omega)} = \frac{1}{\omega_n^2-\omega^2 + j2\zeta\omega_n\omega}\cdot\frac{1}{\omega_n^2-\omega^2 - j2\zeta\omega_n\omega} =$$

$$= \frac{1}{(\omega_n^2-\omega^2)^2 \; 4\zeta^2\omega_n^2\omega^2} \tag{2.77}$$

2.7.4. Calculul caracteristicilor probabilistice ale răspunsului sistemului x).

2.7.4.1. Determinarea așteptării matematice a răspunsului.

Se știe că dacă se cunoaște funcția pondere a sistemului, atunci legătura între semnalul de ieșire și cel de intrare se poate reprezenta sub forma

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t-\tau)\cdot X(\tau)d\tau \tag{2.78}$$

In (2.78) se face schimbarea de variabilă $u = t-\tau$; avem evident $y(u) = y(-u)$ și deci

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t-u)\cdot y(u)du \tag{2.79}$$

Aplicăm operatorul de mediere și în ipoteza că $X(t)$ este un proces stohastic staționar în sens larg, adică $M[X(t-u)] = m_x = \text{const.}$ se obține

$$M[Y(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} M[X(t-u)]\cdot y(u)du \Rightarrow m_y = \Phi(0)\cdot m_x \tag{2.80}$$

2.7.4.2. Determinarea funcției de autocorelație a răspunsului.

Pentru a afla variabila centrată, se scade din (2.79), (2.80) și se obține

$$Y^0(t) = \int_{-\infty}^{\infty}[X(t-u_1)-m_x]\cdot y(u_1)du_1 = \int_{-\infty}^{\infty} X^0(t-u_1)\cdot y(u_1)du_1$$

$$K_y(\tau) = M[Y^0(t)\cdot \overline{Y^0}(t+\tau)] =$$

$$= \iint_{-\infty}^{\infty} M[X^0(t-u_1)\overline{X^0(t-u_1+u_1-u_2+\tau)}]\, y(u_1)\overline{y(u_2)}du_1du_2$$

dar

$$M[X^0(t-u_1)\cdot \overline{X^0(t-u_1+\tau+u_1-u_2)}] = K_x(\tau+u_1-u_2)$$

și deci

$$K_y(\tau) = \iint_{-\infty}^{\infty} y(u_1)\cdot \overline{y(u_2)}\cdot K_x(\tau+u_1-u_2)du_1du_2 \tag{2.81}$$

2.7.4.3. Determinarea densității spectrale a răspunsului.

$$S_y(\omega) \overset{\Delta}{=} \int_{-\infty}^{\infty} K_y(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau = \int_{-\infty}^{\infty}\left[\iint_{-\infty}^{\infty} y(u_1)\cdot\overline{y(u_2)}\cdot K_x(\tau+u_1-u_2)du_1du_2\right]e^{-j\omega\tau}d\tau =$$

$$= \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} y(u_1)e^{j\omega u_1}du_1}_{\Phi(j\omega)}\right]\left[\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}\overline{y(u_2)}e^{-j\omega u_2}du_2}_{\overline{\Phi(j\omega)}}\right]\left[\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} K_x(\tau+u_1-u_2)e^{-j\omega(\tau+u_1-u_2)}d\tau}_{S_x(\omega)}\right]$$

---

x) [438] [illegible] : Caracteristici statistice ale răspunsului sistemelor oscilante la excitații aleatoare. Lucrările Conferinței "Vibrații în construcția de mașini" Timișoara 31 X - 1 XI.1975, vol.II, p.147...156

$$S_y(\omega) = \phi(j\omega)\cdot\overline{\phi(j\omega)}\cdot S_x(\omega) = \left|\phi(j\omega)\right|^2\cdot S_x(\omega) \qquad (2.82)$$

Din ultimele trei relaţii (2.80), (2.81), (2.82) se desprinde concluzia deosebit de importantă pentru cercetările prezentate în cadrul tezei că, pentru a determina caracteristicile probabilistice ale răspunsului sînt necesare numai funcţia de autocorelaţie sau densitatea spectrală a procesului stohastic de perturbaţie şi caracteristica de frecvenţă a sistemului.

2.7.4.4. Calculul dispersiei răspunsului x1). Aplicarea relaţiilor precedente nu ridică dificultăţi principiale, atîta timp cît pentru sistemul studiat am găsit şi funcţia pondere şi caracteristica de frecvenţă şi cunoaştem elementele procesului stohastic de excitaţie $\left(m_x, K_x(\tau), S_x(\omega)\right)$. Insă, în calculele statistice utilizate în dinamica vehiculelor, interesează în mod special abaterile medii pătratice ale funcţiei necunoscute (ale răspunsului) şi ale derivatelor ei, care prezintă în general dificultăţi de ordin matematic. Ne propunem să analizăm dispersia procesului stohastic de răspuns al sistemului. Prin definiţie

$$\langle y^2(t)\rangle = \sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega)d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\phi(j\omega)\right|^2 S_x(\omega)d\omega \;^{x2)} \qquad (2.83)$$

Se analizează cazurile prezentate în § 2.6.2 în care s-au indicat diverse forme de aproximare pentru funcţia de autocorelaţie a excitaţiei.

2.7.4.4.1. Cazul funcţiilor de autocorelaţie tipice triunghiulare. Se folosesc formulele (2.38), (2.39), (2.40) şi (2.77)

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(\omega_n^2-\omega^2)+4\zeta^2\omega_n^2\omega^2}\sum_{i=1}^{n}A_{oi}\cdot T_{oi}\left(\frac{\sin\frac{\omega\cdot T_{oi}}{2}}{\frac{\omega\cdot T_{oi}}{2}}\right)^2\cdot d\omega \qquad (2.84)$$

Fiind vorba de o sumă finită, se poate scoate semnul $\sum$ de sub integrală şi se obţine

---

x1) [487] ION L DOBRE : Contributions to the study of the variance of the linear oscillator response when excited by an ergodic and stationary random process. Buletinul ştiinţific şi tehnic al I.P.T., seria mat.-fiz.-mec.teoretică şi aplicată, Tom 20(34), Fascicula 1 - 1975, p.27...28

x2) S-a indicat cu paranteze ascuţite ⟨ ⟩ luarea mediei în timp, conform unei uzanţe din literatura străină [117], [132], [475]. Dar pentru procese staţionare şi ergodice, media în timp este egală cu media pe mulţime M[ ], deci cele două simboluri sînt identice şi vor fi utilizate uneori împreună pentru a accentua acest lucru.

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi}\sum_{i=1}^{n} A_{oi}\cdot T_{oi}\cdot\frac{4}{T_{oi}^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin^2\frac{\omega\cdot T_{oi}}{2}}{\omega^2\left[(\omega_n^2-\omega^2)^2+4\zeta^2\omega_n^2\omega^2\right]}d\omega \qquad (2.85)$$

Se notează

$$I_{1(i)} = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin^2\frac{\omega\cdot T_{oi}}{2}}{\omega^2\left[(\omega_n^2-\omega^2)^2+4\zeta^2\omega_n^2\omega^2\right]}d\omega =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin^2\frac{\omega\cdot T_{oi}}{2}}{\omega^2\left[\omega^4-2\omega_n^2(1-2\zeta^2)\omega^2+\omega_n^4\right]}d\omega \qquad (2.86)$$

Se obţine

$$\sigma_y^2 = \frac{2}{\pi}\sum_{i=1}^{n}\frac{A_{oi}}{T_{oi}}\cdot I_{1(i)} \qquad (2.87)$$

Pentru rezolvarea integralei $I_{1(i)}$ (2.87) se va utiliza tot metoda reziduurilor. Pentru aceasta se consideră funcţia de variabilă complexă ajutătoare

$$f(z) = \frac{1-e^{jT_{oi}z}}{z^2\left[z^4-2\omega_n^2(1-2\zeta^2)z^2+\omega_n^4\right]} \qquad (2.88)$$

Alegerea formei (2.88) pentru funcţia f(z) a fost făcută pornind de la ideea că în final la numărător trebuie să apară un $\sin^2 x$ pentru a ajunge la (2.86). Este evident atunci că dacă se înlocuieşte e^{jx} în funcţie de $\cos x$ şi $\sin x$ (după Euler), va apărea la numărător diferenţa $1-\cos x$ care este un $2\sin^2\frac{x}{2}$.

Pentru utilizarea corectă a metodei reziduurilor este esenţial să căutăm polii funcţiei de integrat, să le precizăm poziţia în planul complex şi să alegem un contur adecvat de integrare.

Fie

$$z^4 - 2\omega_n^2(1-2\zeta^2)z^2+\omega_n^4 = 0$$

Se notează $z^2 = t$ şi se obţine

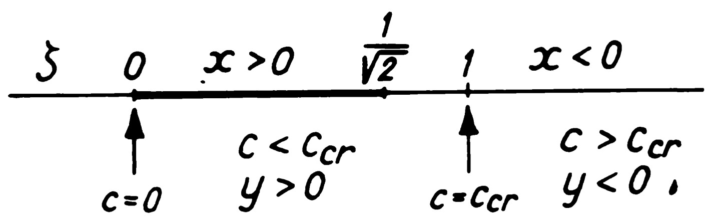
$$t^2 - 2\omega_n^2(1-2\zeta^2)t+\omega_n^4 = 0$$

$$t_{1,2} = \omega_n^2(1-2\zeta^2) \pm \sqrt{\omega_n^4(1-2\zeta^2)-\omega_n^4} = \omega_n^2\left[(1-2\zeta^2) \pm j2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}\right]$$

Să analizăm numărul complex

$$\bar{u} = (1-2\zeta^2) \pm j2\zeta\sqrt{1-\zeta^2} = x + jy$$

unde $\zeta = c/c_{cr}$. Se pot întîmpla următoarele situaţii



Deoarece, în această parte a lucrării interesează problema numai în principiu, ca formulare şi mod de rezolvare, mă voi ocupa numai de cazul $0 \leq \zeta < \frac{1}{\sqrt{2}}$, celelalte cazuri tratîndu-se în mod similar.

Rezultă

$$\begin{cases} |z| = \sqrt{(1-2\zeta^2)^2 + (2\zeta\sqrt{1-\zeta^2})^2} = 1 \\ tg\,\varphi = \dfrac{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}{1-2\zeta^2} \Longrightarrow \varphi = arc\ tg\,\dfrac{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}{1-2\zeta^2} \end{cases}$$

Dacă $\zeta \to \frac{1}{\sqrt{2}}$, $tg\,\varphi \to \infty \Longrightarrow \varphi \to 90^{o}$ deci $\varphi < 90^{o}$. Avem deci

$$z^2 = \omega_n^2\left[(1-2\zeta^2) + j2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}\right] = \omega_n^2(\cos\varphi + j\sin\varphi) \Longrightarrow z_1;\ z_3$$

$$z^2 = \omega_n^2\left[(1-2\zeta^2) - j2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}\right] = \omega_n^2\left[\cos(-\varphi) + j\sin(-\varphi)\right] \Longrightarrow z_2;\ z_4$$

Se obţin polii

$$\left.\begin{aligned} z_1 &= \omega_n\left(\cos\frac{\varphi}{2} + j\sin\frac{\varphi}{2}\right) \\ z_3 &= \omega_n\left[\cos\left(\frac{\varphi}{2} + \pi\right) + j\sin\left(\frac{\varphi}{2} + \pi\right)\right] = \omega_n\left(-\cos\frac{\varphi}{2} - j\sin\frac{\varphi}{2}\right) \\ z_2 &= \omega_n\left[\cos\left(-\frac{\varphi}{2}\right) + j\sin\left(-\frac{\varphi}{2}\right)\right] = \omega_n\left(\cos\frac{\varphi}{2} - j\sin\frac{\varphi}{2}\right) \\ z_4 &= \omega_n\left[\cos\left(-\frac{\varphi}{2} + \pi\right) + j\sin\left(-\frac{\varphi}{2} + \pi\right)\right] = \omega_n\left(-\cos\frac{\varphi}{2} + j\sin\frac{\varphi}{2}\right) \end{aligned}\right\} \quad (2.89)$$

O primă problemă care se pune este de a stabili dacă z^2, de la numitorul lui $f(z)$ (2.88), este un pol simplu sau un pol dublu. Pentru aceasta, dacă se dezvoltă în serie numărătorul lui $f(z)$

$$f(z) = \frac{1 - e^{jT_{oi}z}}{z^2[\quad]} = \frac{1 - \left(1 + \frac{jT_{oi}z}{1!} + \frac{(jT_{oi}z)^2}{2!} + \dots\right)}{z^2[\quad]} =$$

$$= \frac{z\left(-\frac{jT_{oi}}{1!} + \frac{T_{oi}^2 z}{2!} - \dots\right)}{z^2[\quad]}$$

se ajunge la concluzia că de fapt avem un pol simplu. Inseamnă că atunci există şi $z_5 = 0$ - un pol simplu la distanţă finită.

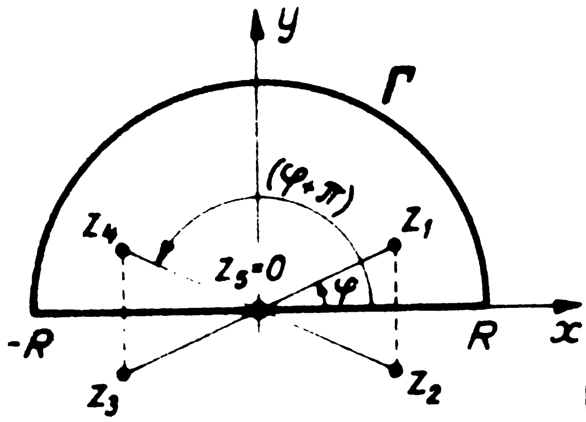


Fig.2.10
Plasarea polilor în planul complex pentru calculul integralei $I_{1(1)}$

In fig.2.10 s-au reprezentat polii în planul complex şi s-a ales conturul de integrare de forma unui semicerc. Polii z_1 şi z_4 se găsesc în interiorul conturului, iar polul z_5 pe contur. R se alege suficient de mare încît de la început toate punctele singulare ale lui f(z) din semiplanul Imz > 0 să se afle în interiorul conturului.

Dacă se aplică teorema semireziduurilor x), se obţine

$$\int_{-R}^{R}\frac{(1-e^{jT_{oi}x})dx}{x^2\left[x^4-2\omega_n^2(1-2\zeta^2)x^2+\omega_n^4\right]}+\int_{\Gamma}\frac{(1-e^{jT_{oi}z})dz}{z^2\left[z^4-2\omega_n^2(1-2\zeta^2)z^2+\omega_n^4\right]}=$$

$$=2\pi j\left[\mathrm{Rez}(f;z_1)+\mathrm{Rez}(f;z_4)\right]+\pi j\cdot\mathrm{Rez}(f;z_5) \qquad (2.90)$$

Inainte de a trece la calculul reziduurilor, voi demonstra că cea de-a doua integrală din (2.90) este nulă cînd se trece la limită.

Consider funcţia

$$g(z) = \frac{1}{z^2\left[z^4-2\omega_n^2(1-2\zeta^2)z^2+\omega_n^4\right]} \qquad (2.91)$$

Luînd punctul z pe conturul Γ de forma $z = Re^{j\theta}$, se obţine un şir de majorări, ţinînd cont de proprietăţile modulului şi de faptul că $|e^{j\theta}| = 1$

---

x) Teorema semireziduurilor. Fie Γ un contur şi f(z) o funcţie, ale cărei singularităţi sînt poli sau puncte singulare esenţiale izolate. Dacă $a_1, a_2, \dots, a_m$ sînt punctele singulare din interiorul conturului şi dacă pe contur se găsesc numai polii de ordinul unu $z_1, z_2, \dots, z_n$, în care Γ admite tangentă unică, atunci

$$\oint_{\Gamma} f(z)dz = 2\pi j\sum_{k=1}^{m}\mathrm{Rez}(f;a_k) + \pi j\sum_{k=1}^{n}\mathrm{Rez}(f;a_k)$$

(v. V.Rudner : Probleme de matematici speciale, Ed.did.şi ped. Bucureşti, 1970, pag.218)

$$|g(z)| = \left|\frac{1}{z^2[z^4-2\omega_n^2(1-2\zeta^2)z^2+\omega_n^4]}\right| = \frac{1}{\left|R^2e^{2j\theta}[R^4e^{4j\theta}-2\omega_n^2(1-2\zeta^2)R^2e^{2j\theta}+\omega_n^4\right|} \leq$$

$$\leq \frac{1}{\left|\,|R^4e^{4j\theta}|-|2\omega_n^2(1-2\zeta^2)R^2e^{2j\theta}-\omega_n^4|\,\right||R^2e^{2j\theta}|} =$$

$$= \frac{1}{\left|R^4-\omega_n^2|2(1-2\zeta^2)R^2e^{2j\theta}-\omega_n^2|\right||R^2|} \leq \frac{1}{|R^4-2\omega_n^2(1-2\zeta^2)R^2-\omega_n^4|R^2} \xrightarrow[R\to\infty]{} 0$$

Deci funcţia $g(z)$ tinde către zero, uniform, cu privire la argumentul lui z, cînd $R \to \infty$.

Atunci, conform lemei lui Jordan, rezultă că x)

$$\lim_{R\to\infty} \int_\Gamma f(z)dz = 0$$

Odată rezolvate aceste probleme de principiu, se poate trece la calculul reziduurilor.

$$Rez(f;z_1) = \lim_{z\to z_1}\left[(z-z_1)f(z)\right] = \lim_{z\to z_1} \frac{1-e^{jT_{oi}z}}{z^2(z-z_2)(z-z_3)(z-z_4)} =$$

$$= \frac{1-e^{jT_{oi}\omega_n(\cos\frac{\varphi}{2}+j\sin\frac{\varphi}{2})}}{8j\omega_n^5\cdot\sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}(\cos\frac{\varphi}{2}+j\sin\frac{\varphi}{2})^3} = \frac{A_1-jB_1}{8j\omega_n^5\cdot ab(a+jb)^3} \qquad (2.92)$$

unde s-a notat

$$a = \cos\frac{\varphi}{2} \quad ; \quad b = \sin\frac{\varphi}{2}$$

$$A_1 = 1 - e^{-T_{oi}\omega_n b}\cdot\cos(T_{oi}\omega_n a) \; ; \; B_1 = e^{-T_{oi}\omega_n b}\cdot\sin(T_{oi}\omega_n a) \qquad (2.93)$$

$$Rez(f;z_4) = \lim_{z\to z_4} \frac{1-e^{jT_{oi}z}}{z^2(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)} =$$

$$= \frac{1-e^{jT_{oi}\omega_n(-\cos\frac{\varphi}{2}+j\sin\frac{\varphi}{2})}}{8j\omega_n^5\cdot\sin\frac{\varphi}{2}\cdot\cos\frac{\varphi}{2}(\cos\frac{\varphi}{2}-j\sin\frac{\varphi}{2})^3} = \frac{A_1+jB_1}{8j\omega_n^5\cdot ab(a-jb)^3} \qquad (2.94)$$

Fie

---

x) __Lema lui Jordan.__ Dacă $g(z)$ este o funcţie olomorfă în semicercul Γ situat în semiplanul $J_m(z) \geq 0$, ce tinde uniform către zero cînd $|z|\to\infty$, avem

$$\lim_{R\to\infty}\int_\Gamma e^{j\lambda z}g(z)dz = 0 \qquad (\lambda \geq 0)$$

$$\sum_1 = \mathrm{Rez}(f;z_1) + \mathrm{Rez}(f;z_4) = \frac{1}{8j\omega_n^5\cdot ab}\left[\frac{A_1 - jB_1}{(a+jb)^3} + \frac{A_1 + jB_1}{(a-jb)^3}\right] =$$

$$= \frac{1}{4j\omega_n^5\cdot ab}\cdot\frac{A_1C + B_1D}{(a^2+b^2)^3} \qquad (2.95)$$

unde

$$C = a(a^2 - 3\cdot b^2) \quad ; \quad D = b(b^2 - 3\cdot a^2) \qquad (2.96)$$

$$\mathrm{Rez}(f;z_5) = \lim_{z\to z_5}\left[z\cdot f(z)\right] = \lim_{z\to z_5}\frac{1-e^{jT_{oi}z}}{z\cdot\prod_{k=1}^{4}(z-z_k)} =$$

$$= \lim_{z\to 0}\frac{(1-\cos T_{oi}z) - j\sin T_{oi}z}{z\cdot\prod_{k=1}^{4}(z-z_k)} = \lim_{z\to 0}\left[\frac{2\sin^2\frac{T_{oi}z}{2}}{z\cdot\prod_{k=1}^{4}(z-z_k)} - j\frac{\sin T_{oi}z}{z\cdot\prod_{k=1}^{4}(z-z_k)}\right] =$$

$$= \frac{1}{\prod_{k=1}^{4}(-z_k)}\left[\underbrace{\lim_{z\to 0}\frac{2\cdot\sin^2\frac{T_{oi}z}{2}}{z}}_{\to 0} - j\cdot T_{oi}\underbrace{\lim_{z\to 0}\frac{\sin T_{oi}z}{T_{oi}z}}_{\to 1}\right] = -j\frac{T_{oi}}{\prod_{k=1}^{4}(-z_k)} =$$

$$= -j\frac{T_{oi}}{\omega_n^4(a^2+b^2)^2} \qquad (2.97)$$

Trecînd la limită în expresia (2.90) se obţine

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1-e^{jT_{oi}x}}{x^2\left[x^4 - 2\omega_n^2(1-2\zeta^2)x^2 + \omega_n^4\right]}dx = 2\pi j\sum_1 + \pi j\cdot\mathrm{Rez}(f;z_5)$$

sau

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{2\cdot\sin^2\frac{T_{oi}z}{2}}{x^2\left[x^4 - 2\omega_n^2(1-2\zeta^2)x^2 + \omega_n^4\right]}dx - j\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin T_{oi}x}{x^2\left[x^4 - 2\omega_n^2(1-2\zeta^2)x^2 + \omega_n^2\right]}dx =$$

$$= 2\pi j\frac{A_1C + B_1D}{4j\omega_n^5\cdot ab(a^2+b^2)^3} + \pi j\left[-j\frac{T_{oi}}{\omega_n^4(a^2+b^2)^2}\right]$$

Revenind la variabila ω se obţine

$$I_{1(i)} = \frac{\pi}{2\omega_n^4(a^2+b^2)^2}\left[T_{oi} + \frac{A_1C + B_1D}{2\omega_n\cdot ab(a^2+b^2)}\right]$$

In final

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{\omega_n^4(a^2+b^2)^2}\sum_{i=1}^{n}\frac{A_{oi}}{T_{oi}}\left[T_{oi}+\frac{A_iC+B_iD}{2\omega_n\cdot ab(a^2+b^2)}\right] \qquad (2.98)$$

2.7.4.4.2. <u>Cazul funcțiilor de autocorelație sub formă de combinații de funcții cosinusoidale.</u> Se folosesc formulele (2.41), (2.45) și (2.77)

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(\omega_n^2-\omega^2)^2+4\zeta^2\omega_n^2\omega^2}\cdot 2T_o\sum_{k=0}^{n}(-1)^kA_k\,\frac{(\omega T_o)\sin\omega T_o}{(\omega T_o)^2-(k\pi)^2}\,d\omega \quad (2.99)$$

Dacă se notează

$$I_{2(k)} = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{\omega\sin\omega T_o}{\left[\omega^4-2\omega_n^2(1-2\zeta^2)\omega^2+\omega_n^4\right]\left[\omega^2-(\frac{k\pi}{T_o})^2\right]}\,d\omega \qquad (2.100)$$

se poate scrie

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{\pi}\sum_{k=0}^{n}(-1)^kA_kI_{2(k)} \qquad (2.101)$$

Calculul se conduce în mod asemănător cu cazul precedent, considerînd funcția de variabilă complexă

$$f_k(z) = \frac{z\cdot e^{jT_oz}}{\left[z^4-2\omega_n^2(1-2\zeta^2)z^2+\omega_n^4\right]\left[z^2-(\frac{k\pi}{T_o})^2\right]}\,,\quad k\neq 0 \qquad (2.102)$$

care pe lîngă polii (2.89) mai are doi poli simpli pe conturul de integrare (v.fig.2.11)

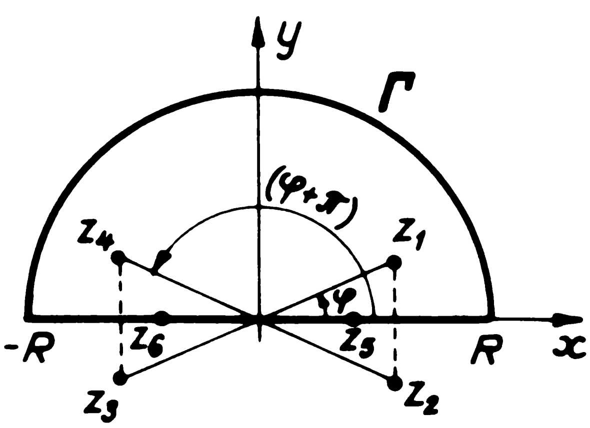


Fig.2.11
Plasarea polilor în planul complex pentru calculul integralei $I_{2(k)}$ (v.2.100)

$$z_5 = \frac{k\pi}{T_o} \quad \text{și} \quad z_6 = -\frac{k\pi}{T_o}$$

Obținem succesiv

$$\mathrm{Rez}(f_k;z_1) = \frac{z_1\cdot e^{jT_oz}}{\left[\prod_{p=2}^{4}(z_1-z_p)\right](z_1-z_5)(z_1-z_6)}$$

Dar

$$\prod_{p=2}^{4}(z_1-z_p) = 8j\omega_n^3\cdot ab(a+jb)$$

unde $a = \cos\frac{\varphi}{2}$; $b = \sin\frac{\varphi}{2}$

$$(z_1-z_5)(z_1-z_6) = \left[\omega_n^2(a^2-b^2)-\left(\frac{k\pi}{T_o}\right)^2\right]+j2\omega_n^2\cdot ab$$

$$\mathrm{Rez}(f_k;z_1) = \frac{e^{-bT_o\omega_n}\cdot e^{jaT_o\omega_n}}{8j\omega_n^2\cdot ab\left\{\left[\omega_n^2(a^2-b^2)-(\frac{k\pi}{T_o})^2\right]+j2\omega_n^2\cdot ab\right\}} = \frac{\tilde{C}+j\tilde{D}}{4j\tilde{B}(\tilde{A}_k+j\tilde{B})}$$

unde

$$\left.\begin{aligned} \tilde{A}_k &= \omega_n^2(a^2-b^2)-\left(\frac{k\pi}{T_0}\right)^2 \quad ; \quad \tilde{B} = 2\omega_n^2 \cdot ab \\ E &= e^{-bT_0\omega_n}\cdot\cos(a\cdot T_0\omega_n) \quad ; \quad F = e^{-bT_0\omega_n}\cdot\sin(a\cdot T_0\omega_n) \end{aligned}\right\} \qquad (2.103)$$

Analog se obţine

$$\mathrm{Rez}(f_k;z_4) = \frac{z_4 e^{jT_0 z}}{\left[\prod_{p=1}^{3}(z_4-z_p)\right](z_4-z_5)(z_4-z_6)} = \frac{E - jF}{4j\tilde{B}(\tilde{A}_k - j\tilde{B})}$$

$$\sum\nolimits_1 = \mathrm{Rez}(f_k;z_1) + \mathrm{Rez}(f_k;z_4) = \frac{\tilde{A}_k\cdot F - \tilde{B}\cdot E}{2\tilde{B}(\tilde{A}_k^2+\tilde{B}^2)} \qquad (2.104)$$

$$\mathrm{Rez}(f_k;z_5) = \frac{z_5 e^{jT_0 z}}{\left[\prod_{p=1}^{4}(z_5-z_p)\right](z_5-z_6)} = \frac{\cos k\pi + j\sin k\pi}{2(\tilde{A}_k^2+\tilde{B}^2)}$$

unde

$$\prod_{p=1}^{4}(z_5-z_p) = \left[\left(\frac{k\pi}{T_0}\right)^2-\omega_n^2(a+jb)^2\right]\left[\left(\frac{k\pi}{T_0}\right)^2-\omega_n^2(a-jb)^2\right] = \tilde{A}_k^2+\tilde{B}^2$$

Analog

$$\mathrm{Rez}(f_k;z_6) = \frac{\cos k\pi - j\sin k\pi}{2(\tilde{A}_k^2+\tilde{B}^2)}$$

$$\sum\nolimits_2 = \mathrm{Rez}(f_k;z_5) + \mathrm{Rez}(f_k;z_6) = \frac{\cos k\pi}{\tilde{A}_k^2+\tilde{B}^2} \qquad (2.105)$$

Aplicînd teorema semireziduurilor şi trecînd la limită, se obţine

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x\cos(T_0x)}{\left[x^4-2\omega_n^2(1-2\zeta^2)x^2+\omega_n^4\right]\left[x^2-\left(\frac{k\pi}{T_0}\right)^2\right]}dx +$$

$$+\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x\sin(T_0x)}{\left[x^4-2\omega_n^2(1-2\zeta^2)x^2+\omega_n^4\right]\left[x^2-\left(\frac{k\pi}{T_0}\right)^2\right]}dx +$$

$$+\lim_{r\to\infty}\int_{\Gamma}\frac{z e^{jT_0 z}}{\left[z^4-2\omega_n^2(1-2\zeta^2)z^2+\omega_n^4\right]\left[z^2-\left(\frac{k\pi}{T_0}\right)^2\right]}dz =$$

$$= 2\pi j\,\frac{\tilde{A}_kF-\tilde{B}E}{2\tilde{B}(\tilde{A}_k^2+\tilde{B}^2)} + \pi j\,\frac{\cos k\pi}{\tilde{A}_k^2+\tilde{B}^2}$$

Rezultă în final

$$I_{2(k)} = \frac{\pi}{\tilde{B}(\tilde{A}_k^2+\tilde{B}^2)}\cdot(\tilde{A}_k\cdot F-\tilde{B}\cdot L+\tilde{B}\cdot\cos\,k\,) \qquad (2.106)$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{B}\sum_{k=0}^{n}(-1)^k A_k\cdot\frac{\tilde{A}_k\cdot F-\tilde{B}\cdot L+\tilde{B}\cdot\cos\,k\pi}{\tilde{A}_k^2+\tilde{B}^2} \qquad (2.107)$$

2.7.4.4.3. <u>Cazul aproximării funcțiilor de autocorelație ale excitației prin combinații liniare de funcții exponențiale.</u> Se folosesc formulele (2.46), (2.59) și (2.77)

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{(\omega_n^2-\omega^2)^2+4\zeta^2\omega_n^2\omega^2}\sum_{K=1}^{n}A_K\cdot\frac{2K\alpha}{(K\alpha)^2+\omega^2}\right]d\omega \qquad (2.108)$$

Dacă se notează

$$I_{3(k)} = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega}{\left[(\omega_n^2-\omega^2)^2+4\zeta^2\omega_n^2\omega^2\right]\left[(K\alpha)^2+\omega^2\right]} \qquad (2.109)$$

rezultă

$$\sigma_y^2 = \frac{\alpha}{\pi}\sum_{K=1}^{n}K\cdot A_K\cdot I_{3(K)} \qquad (2.110)$$

Se procedează analog ca în cazurile precedente, considerînd funcția de variabilă complexă z

$$f_K(z) = \frac{1}{\left[z^4-2\omega_n^2(1-2\zeta^2)z^2+\omega_n^4\right]\left[z^2+(K\alpha)^2\right]} \qquad (2.111)$$

care pe lîngă polii (2.89) mai are doi poli simpli pe axa imaginară (v.fig.2.12)

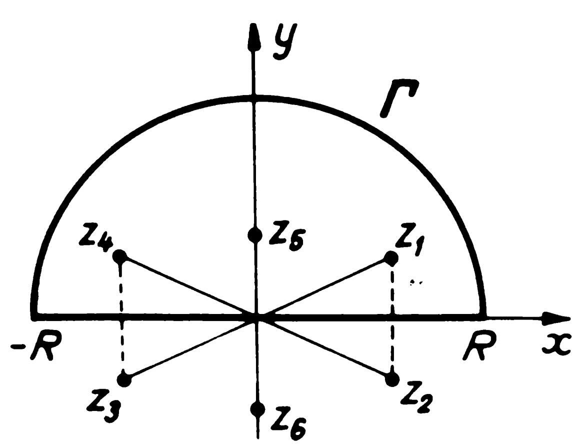


Fig.2.12
Plasarea polilor în planul complex, pentru calculul integralei $I_{3(k)}$ (v.2.109)

$$z_5 = j\cdot K\cdot\alpha \quad ; \quad z_6 = -j\cdot K\cdot\alpha \qquad (2.112)$$

$$\mathrm{Rez}(f_K;z_1) = \frac{1}{\prod_{p=1}^{4}(z_1-z_p)\cdot\prod_{p=5}^{6}(z_1-z_p)} = \frac{1}{8j\omega_n^3\cdot ab(a+jb)(M_K\ \ jN_K)}$$

unde s-a notat

$$\begin{aligned} M_K &= \omega_n^2\cdot\cos\varphi+(K\alpha)^2 \\ N_K &= \omega_n^2\cdot\sin\varphi \end{aligned} \qquad (2.113)$$

$$\mathrm{Rez}(f_k;z_4) = \frac{1}{\prod\limits_{p=1}^{3}(z_4-z_p)\cdot\prod\limits_{p=5}^{6}(z_4-z_p)} = \frac{1}{8j\omega_n^3\cdot ab(a-jb)(M_k-jN_k)}$$

$$\Sigma_{1(k)} = \mathrm{Rez}(f_k;z_1) + \mathrm{Rez}(f_k;z_4) = \frac{1}{4j\omega_n^3\cdot ab}\cdot\frac{aM_k-bN_k}{(a^2+b^2)(M_k^2+N_k^2)} \qquad (2.114)$$

$$\mathrm{Rez}(f_k;z_5) = \frac{1}{\left[\prod\limits_{p=1}^{4}(z_5-z_p)\right](z_5-z_6)} = \frac{1}{2j\cdot K\alpha\cdot C_k}$$

unde

$$C_k = \prod_{p=1}^{4}(z_5-z_p) = K^4\alpha^4 + 2K^2\alpha^2\omega_n^2\cdot\cos\varphi + \omega_n^4$$

Se obține în final

$$\sigma_y^2 = \sum_{k=1}^{n} K\cdot A_k\left[\frac{aM_k-bN_k}{2\omega_n^3\cdot ab(a^2+b^2)(M_k^2+N_k^2)} + \frac{1}{\alpha K C_k}\right] \qquad (2.115)$$

2.7.4.4.4. Cazul aproximării printr-o funcție cosinusoidală amortizată. Pe baza relațiilor (2.60), (2.61) și (2.77) se obține

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(\omega_n^2-\omega^2)^2+4\zeta^2\omega_n^2\omega^2}\,2\alpha D_x\,\frac{\omega^2+\alpha^2+\beta^2}{(\omega^2-\alpha^2-\beta^2)^2+4\alpha^2\omega^2}\,d\omega \qquad (2.116)$$

Pentru funcția de variabilă complexă

$$f(z) = \frac{z^2+\alpha^2+\beta^2}{\left[z^4-\omega_n^2(1-2\zeta^2)z^2+\omega_n^4\right]\left[z^4+2(\alpha^2-\beta^2)z^2+(\alpha^2+\beta^2)^2\right]} \qquad (2.117)$$

se găsesc polii (2.89) și în plus

$$z_5 = \beta + j\alpha \qquad z_7 = -\beta - j\alpha$$
$$z_6 = \beta - j\alpha \qquad z_8 = -\beta + j\alpha \qquad \text{cu } \alpha,\beta > 0 \qquad (2.118)$$

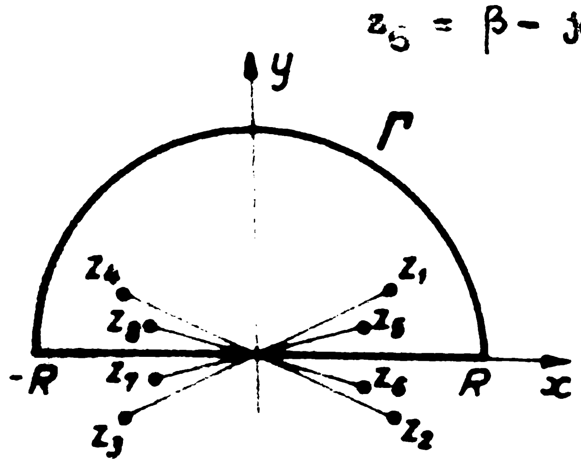


Fig.2.13
Fixarea în planul complex a polilor funcției (2.117)

Fixarea în planul complex este evidentă și din fig.2.13 se vede că trebuie calculate reziduurile pentru polii z_1; z_4; z_5 și z_8.

Se obțin reziduurile

$$\mathrm{Rez}(f;z_1) = \frac{z_1^2+\alpha^2+\beta^2}{\prod\limits_{k=2}^{4}(z_1-z_k)\cdot\prod\limits_{k=5}^{8}(z_1-z_k)} =$$

$$= \frac{[\omega_n^2(a^2-b^2)+\alpha^2+\beta^2]+j2\omega_n^2\cdot ab}{8j\omega_n^3\cdot ab(a+jb)(R+jS)}$$

unde

$$\left.\begin{aligned} R &= \omega_n^4\cdot\cos 2\varphi + 2(\alpha^2-\beta^2)\omega_n^2\cdot\cos\varphi + (\alpha^2+\beta^2)^2 \\ S &= \omega_n^4\cdot\sin 2\varphi + 2(\alpha^2-\beta^2)\omega_n^2\cdot\sin\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (2.119)$$

$$\mathrm{Rez}(f;z_4) = \frac{z_4^2+\alpha^2+\beta^2}{\prod_{k=1}^{3}(z_4-z_k)\cdot\prod_{k=5}^{8}(z_4-z_k)} = \frac{[\omega_n^2(a^2-b^2)+\alpha^2+\beta^2]-j2\omega_n^2\cdot ab}{8j\omega_n^3\cdot ab(a-jb)(R-jS)}$$

După transformări

$$\sum\nolimits_1 = \mathrm{Rez}(f;z_1)+\mathrm{Rez}(f;z_4) = \frac{[\omega_n^2(a^2-b^2)+\alpha^2+\beta^2](aR-bS)+2\omega_n^2 ab(aS+bR)}{4j\omega_n^3\cdot ab(a^2+b^2)(R^2+S^2)}$$

$$\mathrm{Rez}(f;z_5) = \frac{z_5^2+\alpha^2+\beta^2}{\prod_{k=1}^{4}(z_5-z_k)\cdot\prod_{k=6}^{8}(z_5-z_k)} = -\frac{j}{4\alpha(P+jQ)}$$

unde

$$\left.\begin{aligned} P &= \alpha^4+\beta^4-6\alpha^2\beta^2+\omega_n^4+2\omega_n^2(\alpha^2-\beta^2)\cos\varphi \\ Q &= 4\alpha\beta(\beta^2-\alpha^2-\omega_n^2\cdot\cos\varphi) \end{aligned}\right\} \qquad (2.120)$$

$$\mathrm{Rez}(f;z_8) = \frac{z_8^2+\alpha^2+\beta^2}{\prod_{k=1}^{4}(z_8-z_k)\cdot\prod_{k=5}^{7}(z_8-z_k)} = -\frac{j}{4\alpha(P-jQ)}$$

$$\sum\nolimits_2 = \mathrm{Rez}(f;z_5)+\mathrm{Rez}(f;z_8) = -\frac{j\cdot P}{2\alpha(P^2+Q^2)}$$

Dacă se mai notează

$$\left.\begin{aligned} M &= \omega_n^2(a^2-b^2)+\alpha^2+\beta^2 \\ N &= 2\omega_n^2\cdot ab \end{aligned}\right\} \qquad (2.121)$$

se obține

$$\sigma_y^2 = \frac{\alpha\cdot D_x[M(aR-bS)+N(aS+bR)]}{\omega_n N(a^2+b^2)(R^2+S^2)} + \frac{P\cdot D_x}{P^2+Q^2} \qquad (2.122)$$

2.7.4.4.5. <u>Cazul unei aproximații valabile pentru procesele stochastice diferențiabile</u>. Pornind de la aproximata (2.62) se obține densitatea spectrală (2.63) și pe baza lui (2.77) rezultă

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(\omega_n^2-\omega^2)^2+4\zeta^2\omega_n^2\omega^2}\cdot 4\alpha L_x \frac{\alpha^2+\beta^2}{(\omega^2-\alpha^2-\beta^2)+4\alpha^2\omega^2}\,d\omega \quad (2.123)$$

Rezolvarea integralei (2.123) conduce la

$$\mathrm{Rez}(f;z_1) = \frac{1}{8j\omega_n^3\cdot ab(a+jb)(R+jS)} \; ; \; \mathrm{Rez}(f;z_4)=\frac{1}{8j\omega_n^3\cdot ab(a-jb)(R-jS)}$$

$$\sum_1 = \mathrm{Rez}(f;z_1)+\mathrm{Rez}(f;z_4) = \frac{1}{j}\cdot\frac{1}{4\omega_n^3\cdot ab}\cdot\frac{a\cdot R-b\cdot S}{(a^2+b^2)(R^2+S^2)}$$

$$\mathrm{Rez}(f;z_5) = -\frac{1}{8\alpha\beta(\alpha-j\beta)(P+jQ)} \; ; \; \mathrm{Rez}(f;z_8) = \frac{1}{8\alpha\beta(\alpha+j\beta)(P-jQ)}$$

$$\sum_2 = \mathrm{Rez}(f;z_5)+\mathrm{Rez}(f;z_8) = \frac{j}{4\alpha\beta}\cdot\frac{\beta\cdot P+\alpha\cdot Q}{(\alpha^2+\beta^2)(P^2+Q^2)}$$

În final, aplicînd teorema reziduurilor, rezultă

$$\sigma_y^2 = \alpha(\alpha^2+\beta^2)\cdot L_x\cdot\left[\frac{a\cdot R-b\cdot S}{\omega_n^3\cdot ab(a^2+b^2)(R^2+S^2)} - \frac{\beta\cdot P+\alpha\cdot Q}{\alpha\beta(\alpha^2+\beta^2)(P^2+Q^2)}\right] \quad (2.124)$$

2.7.4.4.3. Cazul aproximării cu exponențiale pătratice. Se pornește de la formulele (2.64), (2.65) și (2.77). Se obține

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(\omega_n^2-\omega^2)^2+4\zeta^2\omega_n^2\omega^2}\cdot\frac{L_x\cdot\sqrt{\pi}}{2\alpha}\left(e^{-\frac{(\omega+\beta)^2}{4\alpha^2}}+e^{-\frac{(\omega-\beta)^2}{4\alpha^2}}\right)d\omega \quad (2.125)$$

Dacă se desparte expresia (2.125) într-o sumă de două integrale, pe care le notăm $I_{6(1)}$ și $I_{6(2)}$, ale căror expresii sînt evidente, se va putea scrie

$$\sigma_y^2 = \frac{L_x}{4\sqrt{\pi}\alpha}\left(I_{6(1)}+I_{6(2)}\right) \quad (2.126)$$

Calculul lui $I_{6(1)}$ se face pornind de la funcția de variabil complex

$$f_1(z) = \frac{\exp\left(-\frac{(z+\beta)^2}{4\alpha^2}\right)}{\prod_{k=1}^{4}(z-z_k)} \quad (2.127)$$

care are polii z_k dați de (2.89)

$$\operatorname{Rez}(f;z_1) = \frac{\exp\left(-\dfrac{(z_1+\beta)^2}{4\alpha^2}\right)}{\prod\limits_{k=2}^{4}(z_1-z_k)} = \frac{e^{G}(\cos H + j\sin H)}{8j\omega_n^3\cdot ab(a+jb)}$$

unde

$$\left.\begin{aligned} G &= -\frac{\omega_n^2\cdot\cos\varphi + 2\beta\omega_n\cdot\cos\frac{\varphi}{2} + \beta^2}{4\alpha^2} \\ H &= -\frac{\omega_n^2\cdot\sin\varphi + 2\beta\omega_n\cdot\sin\frac{\varphi}{2}}{4\alpha^2} \end{aligned}\right\} \qquad (2.128)$$

$$\operatorname{Rez}(f;z_4) = \frac{\exp\left(-\dfrac{(z_4+\beta)^2}{4\alpha^2}\right)}{\prod\limits_{k=1}^{3}(z_4-z_k)} = \frac{e^{\bar{G}}(\cos\bar{H} - j\sin\bar{H})}{8j\omega_n^3\cdot ab(a-jb)}$$

unde

$$\left.\begin{aligned} \bar{G} &= -\frac{\omega_n^2\cdot\cos\varphi - 2\beta\omega_n\cdot\cos\frac{\varphi}{2} + \beta^2}{4\alpha^2} \\ \bar{H} &= -\frac{\omega_n^2\cdot\sin\varphi - 2\beta\omega_n\cdot\sin\frac{\varphi}{2}}{4\alpha^2} \end{aligned}\right\} \qquad (2.129)$$

Rezultă

$$I_{6(1)} = \frac{\pi}{4\omega_n^3\cdot ab}\left[\frac{e^{G}(\cos H + j\sin H)}{a+jb} + \frac{e^{\bar{G}}(\cos\bar{H} - j\sin\bar{H})}{a-jb}\right]$$

In mod analog se obține

$$I_{6(2)} = \frac{\pi}{4\omega_n^3\cdot ab}\left[\frac{e^{G}(\cos H - j\sin H)}{a-jb} + \frac{e^{\bar{G}}(\cos\bar{H} + j\sin\bar{H})}{a+jb}\right]$$

In final

$$\sigma_y^2 = \frac{\sqrt{\pi}\cdot D_x}{8\alpha\omega_n^3\cdot ab}\cdot\frac{e^{G}(a\cos H + b\sin H) + e^{\bar{G}}(a\cos\bar{H} + b\sin\bar{H})}{a^2+b^2} \qquad (2.130)$$

2.8. Observații și concluzii

Rezultatele obținute în cadrul acestui capitol pleacă de la ideea de bază că orice oscilator mecanic poate fi privit ca un filtru de frecvență pentru procesul de excitație. In această accepțiune, dacă procesul stohastic de excitație satisface criteriile de staționaritate și ergodicitate, se pot obține forme analitice pentru caracterizarea răspunsului, în domeniul frecvenței, atîta timp cît cercetarea se menţine în cadrul teoriei corelaţionale.

În contextul acestor ipoteze şi delimitări, contribuţiile mai importante sînt :

1. Prezentarea unui program în limbaj FORTRAN pentru prelucrarea unei funcţii eşantion a procesului stohastic de excitaţie - respectiv a microprofilului unei căi de rulare - pentru obţinerea valorilor numerice ale funcţiei de autocorelaţie a procesului, cu validarea statistică a metodologiei de lucru.

2. Demonstrarea posibilităţii (în mod practic) de a obţine forme analitice pentru densitatea spectrală de putere, plecînd de la diverse expresii de aproximare ale funcţiei de autocorelaţie, proces care poate obţine şi soluţii numerice, utilizînd programul amintit.

3. Calcularea dispersiei răspunsului unui oscilator liniar la o excitaţie aleatoare, prezentat în paragraful 2.7.4.4. care se consideră în întregime original, atît prin modul de tratare, în complex, al problemei cît şi prin rezultatele finale obţinute ; relaţiile (2.[illegible]), (2.107), (2.115), (2.122), (2.124), (2.130) sînt noi, ele nu au mai fost întîlnite de autor în literatura cercetată *).

Cunoaşterea acestor elemente acreditează ideea avansată în primul capitol că, pentru studiile de dinamică este necesară şi suficientă obţinerea funcţiei de autocorelaţie a excitaţiei, elementele legate de structură putînd fi antecalculate sau determinate pe model.

---

*) [50[illegible]] [illegible] : New elements concerning the response of oscillatory systems subjected to random excitations in the correlation theory. În curs de publicare la Buletinul I.P.T.

CAPITOLUL 3

CONTRIBUTII LA STUDIUL SI ANALIZA VIBRATIILOR CAROSERIILOR DE VEHICULE, EXCITATE DE PROCESE STOCHASTICE STATIONARE SI ERGODICE

3.1. Modele mecanice pentru studiul vibrațiilor la vehicule

Prima problemă care trebuie rezolvată în studiul vibrațiilor vehiculelor de orice tip, este reprezentarea acestora printr-un model mecanic echivalent, alcătuit din mase rigide legate între ele prin arcuri și amortizoare fără masă. Stabilirea modelului mecanic, care poate fi făcută cu un grad de complexitate oricît de mare, depinde de precizia cerută rezultatelor și de volumul de muncă ce poate fi investit pentru analiză. Un număr mare de combinații de mase și arcuri, care poate intra în alcătuirea unui model, face dificilă deducerea unor concluzii generale privind comportarea vehiculului real, pe baza răspunsului modelului la o anumită excitație. Concluzii generale se pot obține numai pe baza unor modele ce cuprind un număr redus de mase, de obicei nu mai mult decît două [224, vol.III],[475],[476]. Această simplificare conduce însă uneori la obținerea unor rezultate mai puțin complete și mai puțin exacte decît este de dorit, totuși utilizarea unor modele simplificate furnizează multe informații atît generale cît și cantitative.

In faza inițială de proiectare a unei structuri de vehicul, utilitatea modelului ales crește odată cu creșterea simplicității sale. Această afirmație este firească, deoarece un model care caută să simuleze în detaliu un vehicul nu poate fi conceput pînă ce nu s-a proiectat o primă variantă a acestuia. Iar, pe de altă parte, un model mai puțin complex, poate da o reprezentare a comportării părții importante a structurii, într-un sens mai general și poate servi la aprecierea acesteia deasemenea în termeni mai generali.

In literatura de specialitate, ca de exemplu în : HARRIS și CREDE [13],[150],[164],[224, vol.II, p.305, fig.29.11; 29.13;

vol.III, p.192, fig.42.4; p.322, fig.45.1, 45.2, 45.3, 45.4; p.343, fig.45.25], F.DINCA [127], [128], A.ADACHI [2], ANDRONOV [7], BAUR [21], CRANDALL [102], [289], DENBAREMDICKER [124], ... [147], HODARI [239], LOW. [312], PANKILOVSKI [362], ...VZEK [368], ROBSON [400], SILAEV [421] etc. se găsesc propuse foarte multe variante de modele mecanice pentru studiul oscilațiilor vehiculelor de orice tip. Astfel, în fig.3.1 am reprezentat după HARRIS [224] un model dinamic idealizat al unui autovehicul care ia în considerare atît masele suspendate (1) reprezentate de cadru și caroserie considerate deobicei ca structuri rigide, cît și masele nesuspendate (2) reprezentate de roți, osii și mecanismele legate de acestea. Pneurile sînt reprezentate printr-o serie de arcuri (3) avînd o rigiditate echivalentă, amortizoarele prin schema obișnuită (4), suspensia (5) prin arcuri cu caracteristica liniară.

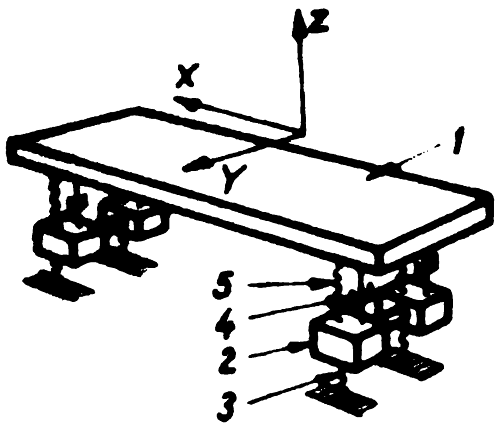


Fig.3.1
Model dinamic idealizat al unui autovehicul (după HARRIS [224])

Atît masele suspendate cît și cele nesuspendate pot avea mișcări de translație în direcțiile axelor X, Y, Z precum și mișcări de rotație în jurul acestor axe. De aceea pentru a descrie complet mișcarea sistemului sînt necesare 18 coordonate, adică un asemenea model are 18 grade de libertate.

Dacă se neglijează însă oscilațiile paralele cu planul orizontal și se consideră că atît corpul cît și punțile autovehiculului sînt rigide, se obține un sistem oscilant cu 7 grade de libertate ale mișcării corpului autovehiculului și 4 grade de libertate ale mișcării independente a punților (F.DINCA [127], pag.18).

Modelul poate fi simplificat în continuare, deoarece prin construcția lor, unele sisteme de suspensie utilizate curent la autovehicule, împiedică o parte din aceste mișcări, ca de exemplu:

- mișcarea relativă a maselor suspendate și a celor nesuspendate în direcția axelor X și Y ;

- mișcarea de rotație a masei suspendate în jurul axelor X și Y ;

- mișcările de rotație ale maselor nesuspendate în jurul axelor Y și Z.

Prin urmare, mişcările principale ale vehiculului datorate profilului neregulat al căilor de rulare, vor fi :

1. Mişcarea de translaţie a caroseriei în direcţia axei Z, cînd mişcarea osiilor pe aceiaşi direcţie este aproape nulă, denumită <u>oscilaţie verticală</u>;

2. Mişcarea de rotaţie a caroseriei în jurul axei Y, cînd mişcarea osiilor vehiculului pe direcţia Z poate fi considerată nulă, denumită în mod curent <u>tangaj</u>, sau <u>oscilaţie unghiulară longitudinală</u>;

3. Mişcarea osiilor în direcţia coordonatei Z, în timp ce caroseria rămîne aproximativ în poziţie orizontală;

4. Mişcarea de rotaţie a osiilor în jurul axei X în timp ce caroseria rămîne aproximativ în poziţie orizontală.

F.DINCA [127] reduce mai departe modelul analizat la acela al unui oscilator cu un grad de libertate, adoptînd cîteva ipoteze simplificatoare care sînt interesante şi utile.

Mai amintim deasemenea modelul dinamic echivalent, cu două grade de libertate, pentru tancul mediu M-47 prezentat în vol. III din HARRIS şi CREDE [224] pag.331, fig.45.1o, care mi-a sugerat ideia necesităţii considerării şasiului cu 2n puncte de suspensie, adoptată în continuare.

Deoarece ne-am propus să studiem numai mişcările oscilatorii ale structurii de rezistenţă a unui vehicul cu scopuri bine precizate în cap.1, fără să ne intereseze comportarea întregului ansamblu investigată deobicei pe modele destul de complexe, la modelul pe care-l adoptăm se consideră că masa nesuspendată este mică în raport cu cea suspendată, astfel încît efectul acesteia poate fi neglijat fără a introduce prin aceasta erori prea mari. De aceia, constanta elastică a arcului ce suportă caroseria este cea echivalentă legării în serie a arcului de suspensie şi a pneului.

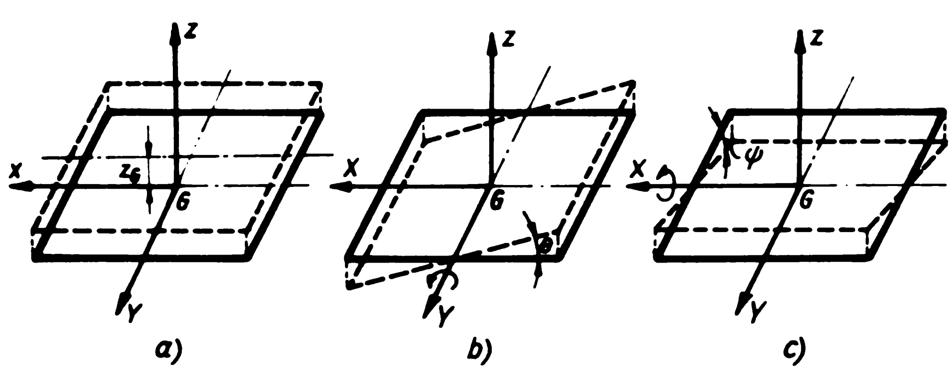


Fig.3.2

Model de calcul pentru şasiul structurilor de rezistenţă ale vehiculelor, cu indicarea mişcărilor principale

In aceste condiţii care au un suport fizic real vom accepta, ca model de calcul dinamic pentru şasiul structurilor de rezistenţă ale vehiculelor, un sistem plan cu 3 grade de libertate, reprezentat schematic în figura 3.2.

Mişcările pe care le poate executa sistemul, provocate de denivelările căii de rulare, vor fi :

- oscilaţii verticale (fig.3.2,a), parametrul mişcării fiind coordonata $z_G = z_G(t)$;
- oscilaţiile unghiulare longitudinale (fig.3.2,b) parametrul mişcării fiind unghiul de rotaţie în jurul axei transversale Y, notat cu $\theta = \theta(t)$;
- oscilaţii unghiulare transversale (fig.3.2,c), parametrul mişcării fiind unghiul de rotaţie în jurul axei longitudinale X, notat cu $\psi = \psi(t)$.

Pentru o prezentare generală a problemei, se consideră că şasiul este fixat pe 2n reazeme elastice simbolizate prin resoarte cu constantele elastice K_i (respectiv K_j) şi pistoane cu coeficienţii de amortizare c_i (respectiv c_j). Asemenea situaţii de fixare pe reazeme multiple se întîlnesc destul de frecvent în construcţia cadrelor de boghiuri pentru vagoane pe mai multe osii, în construcţia tancurilor, maşinilor mari de transport etc. La o asemenea situaţie se pot deasemenea reduce, pentru un calcul aproximativ, o serie de probleme de plăci, învelitori, membrane etc. cu sisteme de rigidizare. O schemă de ansamblu este prezentată în figura 3.3.

Pe baza construcţiilor reale de maşini se mai acceptă următoarele ipoteze :

- suspensia se consideră simetrică faţă de axa longitudinală X, pentru a evita o înclinare într-o parte a maşinii ;
- toate resoartele şi amortizoarele au caracteristici liniare şi sînt bilaterale ;
- roţile au legătură bilaterală cu drumul, adică nu se desprind de drum în timpul procesului de oscilaţie.

3.2. Ecuaţiile diferenţiale ale micilor oscilaţii, pentru modelul cu trei grade de libertate x)

Pentru modelul de cadru ales, cu trei grade de libertate,

x) [489] IOAN L DOBRE : Asupra mişcărilor oscilatorii ale unui şasiu de vehicul redus la un model cu trei grade de libertate, Lucrările conferinţei "Vibraţii în construcţia de maşini" Timişoara, 31 X.- 1 XI.1975, vol.II, p.157...166

fixat pe arcuri și amortizoare în 2n puncte simetrice față de axa longitudinală, în conformitate cu fig.3.3 se va nota :

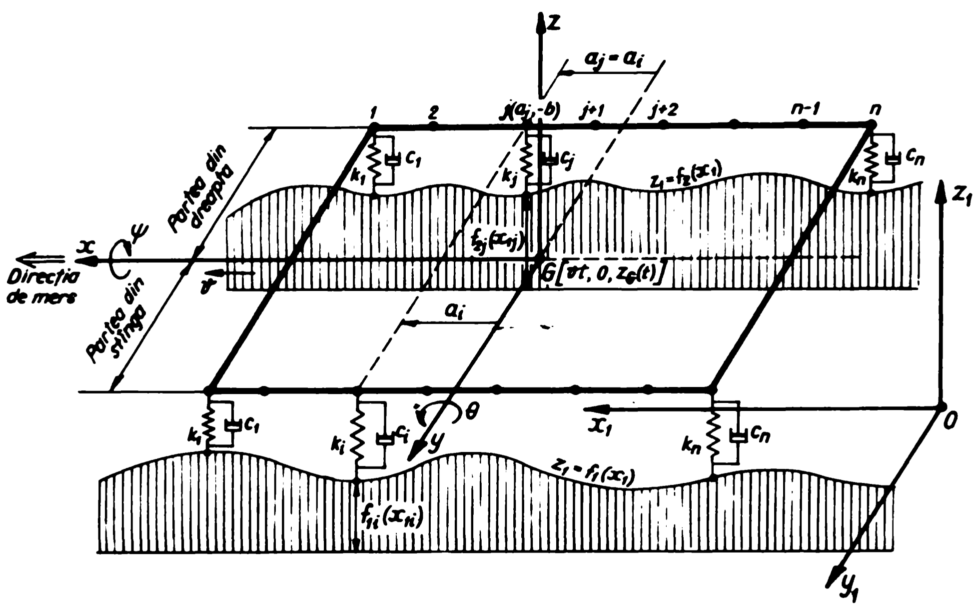


Fig.3.3
Reprezentarea schematică a cadrului de rezistență al unui vehicul, cu 2n puncte de suspensie

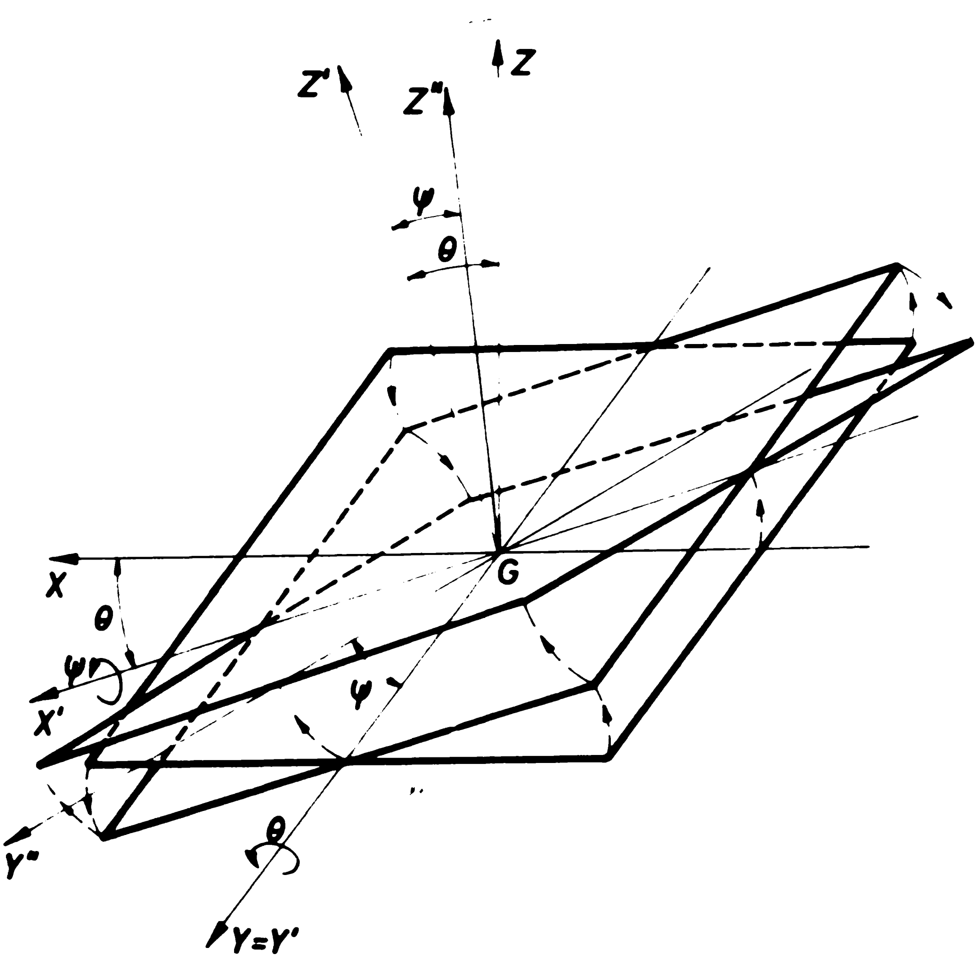


Fig.3.4
Explicativă, pentru stabilirea ecuațiilor de mișcare ale modelului cu trei grade de libertate

$Ox_1y_1z_1$ - sistemul de axe fix, care are planul x_1Oy_1 orizontal, astfel ales încît toate denivelările căii de rulare să fie pozitive ;

$Gxyz$ - sistemul de axe mobil, legat de corp, în raport cu care s-au cotat punctele de fixare ale suspensiei.

În poziția de echilibru static, se consideră că planul cadrului ($z=0$) este paralel cu planul x_1Oy_1.

$z_1=f_1(x_1)$; $z_1=f_2(x_1)$ - profilele drumurilor sub roțile din stînga și respectiv dreapta, raportate la sistemul fix de axe. Acestea sînt considerate drept funcții aleatoare, iar în fig.3.3 s-a reprezentat o realizare a acestor funcții.

Pe baza condițiilor de simetrie impuse, se poate scrie

$$X_i = X_j \; ; \; a_i = a_j \qquad \text{pentru } i,j=1,2,\dots,n \qquad (3.1)$$
$$o_i = o_j \; ; \; x_{1i} = x_{1j}$$

Se mai notează cu GXYZ un sistem de axe fixe (sau aflat în mişcare de translaţie uniformă cu viteza v = const.), care corespunde poziţiei de echilibru static a structurii (fig.3.4).

Se consideră că planul cadrului suferă o rotaţie în jurul axei GY de unghi Θ pozitiv. Unghiul Θ se consideră pozitiv dacă vectorul momentului de rotaţie este orientat în sensul pozitiv al axei Y. În urma acestei rotaţii sistemul de axe va ocupa poziţia GX'Y'Z' (v.fig.3.4) astfel încît între coordonatele unui punct din cele două sisteme de axe se poate scrie relaţia de transformare

$$\begin{Vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \cos\Theta & 0 & \sin\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\Theta & 0 & \cos\Theta \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} X'\cos\Theta + Z'\sin\Theta \\ Y' \\ -X'\sin\Theta + Z'\cos\Theta \end{Vmatrix} \qquad (3.2)$$

În mod asemănător dacă sistemul primeşte o rotaţie pozitivă de unghi ψ în jurul axei GX', se obţine poziţia finală - din rotaţii - a sistemului de axe, respectiv a cadrului, legătura între coordonatele punctelor fiind evidentă

$$\begin{Vmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & -\sin\psi \\ 0 & \sin\psi & \cos\psi \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} x \\ y \\ z \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} x \\ y\cos\psi - z\sin\psi \\ y\sin\psi + z\cos\psi \end{Vmatrix} \qquad (3.3)$$

Dacă acceptăm ipoteza micilor oscilaţii se poate înlocui

$$\cos\Theta \approx 1 \;\; ; \;\; \sin\Theta \approx \Theta$$
$$\cos\psi \approx 1 \;\; ; \;\; \sin\psi \approx \psi \qquad (3.4)$$

obţinîndu-se în final

$$\begin{Vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & \Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\Theta & 0 & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\psi \\ 0 & \psi & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} x \\ y \\ z \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & \Theta & 0 \\ 0 & 1 & -\psi \\ -\Theta & \psi & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} x \\ y \\ z \end{Vmatrix} =$$

$$= \begin{Vmatrix} x + y\Theta\psi + z\Theta \\ y - z\psi \\ -x\Theta + y\psi + z \end{Vmatrix} \qquad (3.5)$$

Particularizînd relaţia matricială (3.5) pentru două puncte arbitrare de pe latura din stînga şi din dreapta, simetrice în raport cu axa longitudinală Gx, se obţine

$$\left\| \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\|_{i(a_i, b, 0)} = \left\| \begin{matrix} a_i + b\theta\psi \\ b \\ -a_i\theta + b\psi \end{matrix} \right\| \approx \left\| \begin{matrix} a_i \\ b \\ -a_i\theta + b\psi \end{matrix} \right\| \tag{3.6}$$

$$\left\| \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\|_{j(a_j, -b, 0)} = \left\| \begin{matrix} a_j - b\theta\psi \\ -b \\ -a_j\theta - b\psi \end{matrix} \right\| \approx \left\| \begin{matrix} a_j \\ -b \\ -a_j\theta - b\psi \end{matrix} \right\| \tag{3.7}$$

Pentru aplicarea ecuaţiilor lui Lagrange interesează coordonatele punctelor i, j în sistemul fix $Ox_1y_1z_1$, care vor fi

$$\left.\begin{aligned} x_{1i} &= vt + a_i & x_{1j} &= vt + a_j \\ y_{1i} &= b & y_{1j} &= -b \\ z_{1i} &= z_G - a_i\theta + b\psi & z_{1j} &= z_G - a_j\theta - b\psi \end{aligned}\right\} \tag{3.8}$$

Acestea sînt de fapt coordonatele punctelor de legătură ale suspensiilor cu cadrul. Mai trebuiesc, pentru a calcula deformaţiile arcurilor, coordonatele punctelor inferioare, acelea care sînt în contact cu calea de rulare. Se vor nota cu o bară inferioară

$$\left.\begin{aligned} \underline{x_{1i}} &= vt + a_i & \underline{x_{1j}} &= vt + a_j \\ \underline{y_{1i}} &= b & \underline{y_{1j}} &= -b \\ \underline{z_{1i}} &= f_{1i}(vt + a_i) & \underline{z_{1j}} &= f_{2j}(vt + a_j) \end{aligned}\right\} \tag{3.9}$$

Energia potenţială a sistemului va fi

$$E_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} K_i(z_{1i} - \underline{z_{1i}})^2 + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n} K_j(z_{1j} - \underline{z_{1j}})^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} K_i\left[z_G - a_i\theta + \right.$$

$$\left. + b\psi - f_{1i}(vt + a_i)\right]^2 + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n} K_j\left[z_G - a_j\theta - b\psi - f_{2j}(vt + a_j)\right]^2$$

Energia cinetică

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot \dot{z}_G^2 + \frac{1}{2} J_y \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_x \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

unde

J_x, J_y - momentele de inerţie (masice) ale sistemului în raport cu axele x şi y.

Funcţia de disipare a energiei (Rayleigh)

$$D = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} c_i(\dot{z}_G - a_i\dot{\theta} + b\dot{\psi} - \dot{f}_{1i})^2 + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n} c_j(\dot{z}_G - a_j\dot{\theta} - b\dot{\psi} - \dot{f}_{2j})^2$$

Aplicînd ecuațiile lui Lagrange [494], [495]

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot q_k}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot q_k} = 0 \qquad k=1,2,3 \tag{3.10}$$

unde $\mathcal{L} = E_c - E_p$, se obține

pentru $k = 1 \Longrightarrow q_1 = z_G \; ; \; \dot q_1 = \dot z_G$

$$\begin{aligned} m \cdot \ddot z_G &+ \sum_{i=1}^{n} K_i z_G + \sum_{j=1}^{n} K_j z_G - \sum_{i=1}^{n} K_i a_i \theta - \sum_{j=1}^{n} K_j a_j \theta + \sum_{i=1}^{n} K_i b \psi - \\ &- \sum_{j=1}^{n} K_j b \psi - \sum_{i=1}^{n} K_i f_{1i} - \sum_{j=1}^{n} K_j f_{2j} + \sum_{i=1}^{n} c_i \dot z_G + \sum_{j=1}^{n} c_j \dot z_G - \\ &- \sum_{i=1}^{n} c_i a_i \dot\theta - \sum_{j=1}^{n} c_j a_j \dot\theta + \sum_{i=1}^{n} c_i b \dot\psi - \sum_{j=1}^{n} c_j b \dot\psi - \sum_{i=1}^{n} c_i \dot f_{1i} - \\ &- \sum_{j=1}^{n} c_j \dot f_{2j} = 0 \end{aligned}$$

dacă se înlocuiește

$$f_{2j} = f_{1i} + \Delta f_i \tag{3.11}$$

și se ține cont de (3.1), relația precedentă devine

$$\begin{aligned} m \cdot \ddot z_G &+ \left(2\sum_{i=1}^{n} c_i\right)\dot z_G + \left(2\sum_{i=1}^{n} K_i\right) z_G - \left(2\sum_{i=1}^{n} c_i a_i\right)\dot\theta - \left(2\sum_{i=1}^{n} K_i a_i\right)\theta = \\ &= 2\sum_{i=1}^{n}\left(K_i f_{1i} + c_i \dot f_{1i}\right) + \sum_{i=1}^{n}\left(K_i \Delta f_i + c_i \Delta \dot f_i\right) \end{aligned} \tag{3.12}$$

În mod analog, pentru $k = 2 \Longrightarrow q_2 = \theta \; ; \; \dot q_2 = \dot\theta$ și pentru $k = 3 \Longrightarrow q_3 = \psi \; ; \; \dot q_3 = \dot\psi$ se obțin relațiile

$$\begin{aligned} J_y \ddot\theta &+ \left(2\sum_{i=1}^{n} c_i a_i^2\right)\dot\theta + \left(2\sum_{i=1}^{n} K_i a_i^2\right)\theta - \left(2\sum_{i=1}^{n} c_i a_i\right)\dot z_G - \\ &- \left(2\sum_{i=1}^{n} K_i a_i\right) z_G = -2\sum_{i=1}^{n}\left(K_i a_i f_{1i} + c_i a_i \dot f_{1i}\right) - \sum_{i=1}^{n}\left(K_i a_i \Delta f_i + \right. \\ &\left. + c_i a_i \Delta \dot f_i\right) \end{aligned} \tag{3.13}$$

$$J_x \ddot\psi + \left(2b^2 \sum_{i=1}^{n} c_i\right)\dot\psi + \left(2b^2 \sum_{i=1}^{n} K_i\right)\psi = -b\sum_{i=1}^{n} K_i \Delta f_i - b\sum_{i=1}^{n} c_i \Delta \dot f_i \tag{3.14}$$

Se notează

$$\left.\begin{array}{llll}
a_{11}=1 & b_{11}=\frac{2}{m}\sum\limits_{i=1}^{n}c_i & c_{11}=\frac{2}{m}\sum\limits_{i=1}^{n}K_i & b_{12}=-\frac{2}{m}\sum\limits_{i=1}^{n}c_i a_i \\
a_{22}=1 & b_{22}=\frac{2}{J_y}\sum\limits_{i=1}^{n}c_i a_i^2 & c_{22}=\frac{2}{J_y}\sum\limits_{i=1}^{n}K_i a_i^2 & b_{21}=-\frac{2}{J_y}\sum\limits_{i=1}^{n}c_i a_i \\
a_{33}=1 & b_{33}=\frac{2}{J_x}b^2\sum\limits_{i=1}^{n}c_i & c_{33}=\frac{2 b^2}{J_x}\sum\limits_{i=1}^{n}K_i & c_{12}=-\frac{2}{m}\sum\limits_{i=1}^{n}K_i a_i \\
 & & & c_{21}=-\frac{2}{J_y}\sum\limits_{i=1}^{n}K_i a_i
\end{array}\right\} \quad (3.15)$$

Ecuaţiile diferenţiale ale oscilaţiilor cadrului obţin forma definitivă

$$\left.\begin{array}{l}
a_{11}\ddot{z}_G + b_{11}\dot{z}_G + c_{11}z_G + b_{12}\dot{\theta} + c_{12}\theta = \\
\quad = \frac{2}{m}\sum\limits_{i=1}^{n}(K_i f_{1i} + c_i\dot{f}_{1i}) + \frac{1}{m}\sum\limits_{i=1}^{n}(K_i\Delta f_i + c_i\Delta\dot{f}_i) \\
a_{22}\ddot{\theta} + b_{22}\dot{\theta} + c_{22}\theta + b_{21}\dot{z}_G + c_{21}z_G = \\
\quad = -\frac{2}{J_y}\sum\limits_{i=1}^{n}a_i(K_i f_{1i} + c_i\dot{f}_{1i}) - \frac{1}{J_y}\sum\limits_{i=1}^{n}a_i(K_i\Delta f_i + c_i\Delta\dot{f}_i) \\
a_{33}\ddot{\psi} + b_{33}\dot{\psi} + c_{33}\psi = -\frac{b}{J_x}\sum\limits_{i=1}^{n}(K_i\Delta f_i + c_i\Delta\dot{f}_i)
\end{array}\right\} \quad (3.16)$$

Observaţii :

1) In relaţiile (3.16), funcţia f_{1i} reprezintă profilul drumului sub roţile din stînga, iar Δf_i variaţia profilului drumului sub roţile din dreapta faţă de profilul de sub roţile din stînga (v.rel.3.11). Deci, în partea dreaptă a celor trei ecuaţii diferenţiale (3.16) apar două funcţii perturbatoare de timp

$$f_{1i} = F_1(t-\tau_i) \quad \text{şi} \quad \Delta f_i = F_2(t-\tau_i) \qquad (3.17)$$

unde întîrzierea τ_i are una şi aceeaşi valoare pentru ambele funcţii

$$\tau_i = \frac{a_1 - a_i}{v} \qquad (3.18)$$

Aici

a_1 - distanța de la centrul de greutate al mașinii pînă la axa primei roți [m]

a_i - distanța de la centrul de greutate al mașinii pînă la axa roții "i" [m]

v - viteza mașinii în [m/s]

II) Din analiza sistemului (3.16) se vede că oscilațiile verticale și unghiulare-longitudinale sînt cuplate și nu depind de oscilațiile unghiulare-transversale. Coeficienții de cuplaj b_{12} și c_{12} reprezentînd legătura între viteze și legătura elastică sînt cu atît mai mari cu cît caroseria este mai nesimetrică și invers, la caroserii simetrice sînt egali cu zero. La majoritatea vehiculelor însă, caroseriile nu sînt simetrice deoarece în spate arcurile sînt mai rigide decît în față și distanțele de la centrul de greutate al mașinii pînă la axele roților nu sînt egale.

In cea de-a doua ecuație (3.16) coeficienții de cuplaj sînt b_{21} (cuplajul vitezelor) și c_{21} (cuplajul elastic). Se vede că între coeficienții de cuplaj există relațiile

$$m \cdot b_{12} = J_y \cdot b_{21} \quad ; \quad m \cdot c_{12} = J_y \cdot c_{21} \qquad (3.19)$$

III) Din ultima ecuație (3.16) se vede că oscilațiile unghiulare transversale nu sînt cuplate nici cu cele verticale, nici cu cele unghiulare-longitudinale. In plus, dacă profilul drumului sub roțile din stînga și dreapta este același, aceste oscilații nu vor mai apărea, deoarece funcția perturbatoare este nulă $\Delta r_i = 0$.

IV) Dacă suspensia este simetrică și față de axa transversală y, atunci coeficienții de cuplaj sînt nuli : $b_{21} = b_{12} = c_{21} = c_{12} = 0$, și toate cele trei tipuri de oscilații sînt independente.

V) Din experiența existentă în construcția de vehicule, acestea efectuează, în general, oscilații verticale liniare și unghiulare-longitudinale, cuplate. Ele apar și dispar concomitent cu toate că intensitatea lor nu este aceeași : la frecvențe mai joase au intensitate mai mare oscilațiile unghiulare longitudinale, iar la frecvențe mai mari cele verticale. In afară de acestea mai au loc și oscilații unghiulare-transversale care apar și se amortizează independent de existența celor două tipuri de oscilații.

3.3. Funcţii de transfer

Deoarece ecuaţiile diferenţiale ale oscilaţiilor verticale şi unghiulare longitudinale nu sînt cuplate cu cele unghiulare transversale, funcţiile de transfer pentru cele două tipuri de mişcări se pot calcula separat.

3.3.1. Funcţiile de transfer pentru oscilaţiile verticale şi unghiulare longitudinale.

Se porneşte de la sistemul de ecuaţii diferenţiale (3.16) şi se trece în operaţional folosind transformata Laplace, înlocuind variabila reală t cu variabila complexă s, considerînd condiţiile iniţiale nule.

Integralele care apar în membrul drept, se transformă astfel

$$\int_0^\infty (K_i f_{1i} + c_i \dot{f}_{1i}) e^{-st} dt = K_i \int_0^\infty f_{1i} e^{-st} dt + c_i \int_0^\infty \dot{f}_{1i} e^{-st} dt =$$

$$= K_i \int_0^\infty F_1(t-\tau_i) e^{-st} dt + c_i \int_0^\infty \dot{F}_1(t-\tau_i) e^{-st} dt$$

Dacă se scrie : $t-\tau_i = u \Longrightarrow t = u+\tau_i$, $dt = du$, şi deci

$$\left.\begin{aligned} \int_0^\infty F_1(t-\tau_i) e^{-st} dt &= \int_0^\infty F_1(u) e^{-su} \cdot e^{-s\tau_i} du = e^{-s\tau_i} \int_0^\infty F_1(u) e^{-su} du = \\ &= e^{-s\tau_i} \cdot F_1(s) \\ \int_0^\infty \dot{F}_1(t-\tau_i) e^{-st} dt &= \int_0^\infty F_1'(u) e^{-su} \cdot e^{-s\tau_i} du = e^{-s\tau_i} \int_0^\infty F_1'(u) e^{-su} du = \\ &= e^{-s\tau_i} \cdot sF_1(s) \end{aligned}\right\} \quad (3.20)$$

unde cu prim s-a notat derivata în raport cu noua variabilă u.

Restul integralelor se calculează în mod asemănător, astfel încît sistemul (3.20) obţine forma algebrică

$$\left.\begin{aligned} &(a_{11}s^2 + b_{11}s + c_{11}) z_G(s) + (b_{12}s + c_{12}) \theta(s) = \\ &= \frac{2}{m} F_1(s) \sum_{i=1}^{n} (K_i + s \cdot c_i) e^{-s\tau_i} + \frac{1}{m} F_2(s) \sum_{i=1}^{n} (K_i + s \cdot c_i) e^{-s\tau_i} \\ &(a_{22}s^2 + b_{22}s + c_{22}) \theta(s) + (b_{21}s + c_{21}) z_G(s) = \\ &= -\frac{2}{J_y} F_1(s) \sum_{i=1}^{n} a_i (K_i + s \cdot c_i) e^{-s\tau_i} - \frac{1}{J_y} F_2(s) \sum_{i=1}^{n} a_i (K_i + s \cdot c_i) e^{-s\tau_i} \end{aligned}\right\} \quad (3.21)$$

Dacă se notează

$$\left.\begin{array}{ll} d_{11}(s) = a_{11}s^2 + b_{11}s + c_{11}; & d_{21}(s) = b_{21}s + c_{21} \\ d_{12}(s) = b_{12}s + c_{12} & ; d_{22}(s) = a_{22}s^2 + b_{22}s + c_{22} \\ Q_{11} = 2\sum_{i=1}^{n}(K_i+s\cdot c_i)e^{-s\tau_i} & ; Q_{21}(s) = -2\sum_{i=1}^{n}a_i(K_i+s\cdot c_i)e^{-s\tau_i} \\ Q_{12} = \sum_{i=1}^{n}(K_i+s\cdot c_i)e^{-s\tau_i} & ; Q_{22} = -\sum_{i=1}^{n}a_i(K_i+s\cdot c_i)e^{-s\tau_i} \end{array}\right\} \quad (3.22)$$

atunci ecuaţiile (3.21) obţin forma

$$\left.\begin{array}{l} d_{11}(s)\cdot z_G(s) + d_{12}(s)\cdot\Theta(s) = \frac{1}{m}F_1(s)\cdot Q_{11}(s) + \frac{1}{m}F_2(s)\cdot Q_{12}(s) \\ d_{21}(s)\cdot z_G(s) + d_{22}(s)\cdot\Theta(s) = \frac{1}{J_y}F_1(s)\cdot Q_{21}(s) + \frac{1}{J_y}F_2(s)\cdot Q_{22}(s) \end{array}\right\} \quad (3.23)$$

Analiza sistemului (3.23) se face prin suprapunere de efecte aplicînd pe rînd cele două funcţii perturbatoare.

3.3.1.1. Cazul $F_2(s) = 0$. Aceasta presupune că profilele dreapta şi stinga sînt identice. Sistemul devine

$$\left.\begin{array}{l} d_{11}(s)\cdot z_G(s) + d_{12}(s)\cdot\Theta(s) = \frac{1}{m}F_1(s)\cdot Q_{11}(s) \\ d_{21}(s)\cdot z_G(s) + d_{22}(s)\cdot\Theta(s) = \frac{1}{J_y}F_1(s)\cdot Q_{21}(s) \end{array}\right\} \quad (3.24)$$

Pentru a aplica definiţia dată funcţiei de transfer (2.5.3. rel.2.30) se împarte sistemul precedent cu transformata Laplace a excitaţiei - $F_1(s)$ - şi se obţine

$$\left.\begin{array}{l} d_{11}(s)\cdot\frac{z_G(s)}{F_1(s)} + d_{12}(s)\cdot\frac{\Theta(s)}{F_1(s)} = \frac{1}{m}\cdot Q_{11}(s) \\ d_{21}(s)\cdot\frac{z_G(s)}{F_1(s)} + d_{22}(s)\cdot\frac{\Theta(s)}{F_1(s)} = \frac{1}{J_y}\cdot Q_{21}(s) \end{array}\right\} \quad (3.25)$$

Dar prin definiţie

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{z_G(s)}{F_1(s)} = Y_z(s) & \text{- funcţia de transfer pentru oscilaţiile verticale} \\ \frac{\Theta(s)}{F_1(s)} = Y_\theta(s) & \text{- funcţia de transfer pentru oscilaţiile unghiulare longitudinale} \end{array}\right\} \quad (3.26)$$

Deci

$$\left.\begin{aligned} d_{11}(s)\cdot\Phi_z(s) + d_{12}(s)\cdot\Phi_\theta(s) &= \frac{1}{m}\cdot Q_{11}(s) \\ d_{21}(s)\cdot\Phi_z(s) + d_{22}(s)\cdot\Phi_\theta(s) &= \frac{1}{J_y}\cdot Q_{21}(s) \end{aligned}\right\} \qquad (3.27)$$

Rezultă

$$\Phi_z(s) = \frac{\begin{vmatrix} \frac{1}{m}\cdot Q_{11}(s) & d_{12}(s) \\ \frac{1}{J_y}\cdot Q_{21}(s) & d_{22}(s) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} d_{11}(s) & d_{12}(s) \\ d_{21}(s) & d_{22}(s) \end{vmatrix}} = \frac{J_y\cdot d_{22}(s)Q_{11}(s) - m\cdot d_{12}(s)Q_{21}(s)}{m\cdot J_y\left[d_{11}(s)d_{22}(s) - d_{12}(s)d_{21}(s)\right]} =$$

$$= \frac{b_{12}\cdot d_{22}(s)\cdot Q_{11}(s) - b_{21}\cdot d_{12}(s)\cdot Q_{21}(s)}{b_{12}\cdot m\left[d_{11}(s)\cdot d_{22}(s) - d_{12}(s)\cdot d_{21}(s)\right]} \qquad (3.28)$$

unde

$$\frac{m}{J_y} = \frac{b_{12}}{b_{21}} \qquad (3.29)$$

$$\Phi_\theta(s) = \frac{\begin{vmatrix} d_{11}(s) & \frac{1}{m}\cdot Q_{11}(s) \\ d_{21}(s) & \frac{1}{J_y}\cdot Q_{21}(s) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} d_{11}(s) & d_{12}(s) \\ d_{21}(s) & d_{22}(s) \end{vmatrix}} = \frac{m\cdot d_{11}(s)\cdot Q_{21}(s) - J_y d_{21}(s)\cdot Q_{11}(s)}{m\cdot J_y\left[d_{11}(s)d_{22}(s) - d_{12}(s)d_{21}(s)\right]} =$$

$$= \frac{b_{21}d_{11}(s)\cdot Q_{21}(s) - b_{12}d_{21}(s)\cdot Q_{11}(s)}{b_{21}J_y\left[d_{11}(s)d_{22}(s) - d_{12}(s)d_{21}(s)\right]} \qquad (3.30)$$

Forma completă a celor două funcţii de transfer, ţinînd cont de notaţiile (3.22), va fi

$$\Phi_z(s) = \frac{2b_{12}(a_{22}s^2+b_{22}s+c_{22})\sum_{i=1}^{n}(K_i+sc_i)e^{-s\tau_i} + b_{21}(b_{12}s+c_{12})\sum_{i=1}^{n}a_i(K_i+sc_i)e^{-s\tau_i}}{b_{12}\cdot m\left[(a_{11}s^2+b_{11}s+c_{11})(a_{22}s^2+b_{22}s+c_{22})-(b_{12}s+c_{12})(b_{21}s+c_{21})\right]} \qquad (3.31)$$

$$\Phi_\theta(s) = \frac{-2b_{21}(a_{11}s^2+b_{11}s+c_{11})\sum_{i=1}^{n}a_i(K_i+sc_i)e^{-s\tau_i} - 2b_{12}(b_{21}s+c_{21})\sum_{i=1}^{n}(K_i+sc_i)e^{-s\tau_i}}{b_{21}J_y\left[(a_{11}s^2+b_{11}s+c_{11})(a_{22}s^2+b_{22}s+c_{22})-(b_{12}s+c_{12})(b_{21}s+c_{21})\right]} \qquad (3.32)$$

3.3.1.2. <u>Cazul $F_1(s) = 0$</u>. Sistemul (3.23) devine

$$\left.\begin{aligned} d_{11}(s)\cdot z_G(s) + d_{12}(s)\cdot\theta(s) &= \frac{1}{m}\cdot F_2(s)\cdot Q_{12}(s) \\ d_{21}(s)\cdot z_G(s) + d_{22}(s)\cdot\theta(s) &= \frac{1}{J_y}\cdot F_2(s)\cdot Q_{22}(s) \end{aligned}\right\} \qquad (3.33)$$

Iar, în conformitate cu notaţiile (3.22), pe baza sitetriei structurii, rezultă

$$\left.\begin{aligned} Q_{11}(s) &= 2\cdot Q_{12}(s) \\ Q_{21}(s) &= 2\cdot Q_{22}(s) \end{aligned}\right\} \qquad (3.34)$$

şi deci (3.33) devine

$$\left.\begin{aligned} d_{11}(s)\cdot z_3(s) + d_{12}(s)\cdot \Theta(s) &= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{m}\cdot F_2(s)\cdot Q_{11}(s) \\ d_{21}(s)\cdot z_3(s) + d_{22}(s)\cdot \Theta(s) &= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{J_y}\cdot F_2(s)\cdot Q_{21}(s) \end{aligned}\right\} \qquad (3.35)$$

Analiza comparativă a sistemelor de ecuaţii (3.24) şi (3.35) evidenţiază un fapt deosebit de interesant. Cele două sisteme diferă formal numai prin factorul $\frac{1}{2}$ care apare în membrul drept în cazul (3.35). Aceasta înseamnă că se poate considera că de fiecare parte a cadrului este aplicat un proces perturbator $F_2(s)/2$, ceea ce revine la a afirma că mişcările oscilatorii analizate sînt complet determinate de profilul mediu dintre calea de rulare din dreapta şi stînga. Aceasta confirmă ipoteza că pentru sistemele dinamice staţionare funcţiile de transfer relative la cele două perturbaţii, trebuie să fie aceleaşi. In aceste condiţii se pot utiliza numai relaţiile (3.31) şi (3.32).

3.3.2. Funcţia de transfer pentru oscilaţiile unghiulare transversale. Procedeul este similar şi se obţine pornind de la (3.16)

$$a_{33}s^2\psi(s) + b_{33}s\psi(s) + c_{33}\psi(s) = -\frac{b}{J_x}F_2(s)\sum_{i=1}^{n}(K_i + c_i s)e^{-s\tau_i}$$

$$H_\psi(s) = \frac{\psi(s)}{F_2(s)} = -\frac{b\cdot Q_{11}(s)}{2\cdot J_x d_{33}(s)} = -\frac{b\cdot\sum\limits_{i=1}^{n}(K_i + s\cdot c_i)e^{-s\tau_i}}{J_x\left[a_{33}s^2 + b_{33}s + c_{33}\right]} \qquad (3.36)$$

Avînd funcţiile de transfer ale structurii se poate face un studiu în domeniul timpului, iar cu relaţiile (2.82), folosind transformarea inversă Fourier, în domeniul frecvenţelor. Este mai comodă şi utilă determinarea şi analiza caracteristicilor de frecvenţă, de aceia mă voi ocupa în continuare de această problemă.

3.4. Caracteristici de amplitudine şi fază

Caracteristicile de frecvenţă ale sistemului sau coeficienţii complecşi de transfer, se obţin înlocuind în (3.31), (3.32), (3.36) pe s cu $j\omega$ (v. § 2.5.4, relaţiile (2.32), (2.33)).

3.4.1. Cazul oscilațiilor verticale și unghiulare longitudinale.

$$Z_z(j\omega) = \frac{2b_{12}(c_{22}-\omega^2+jb_{22}\omega)\sum\limits_{i=1}^{n}(k_i+jc_i\omega)e^{-j\omega\tau_i}+b_{21}(c_{12}+jb_{12}\omega)\sum\limits_{i=1}^{n}a_i(k_i+jc_i\omega)e^{-j\omega\tau_i}}{b_{12}\cdot m\left[(c_{11}-\omega^2+jb_{11}\omega)(c_{22}-\omega^2+jb_{22}\omega)-(c_{12}+jb_{12}\omega)(c_{21}+jb_{21}\omega)\right]} \qquad (3.37)$$

Relația se transformă pentru a pune în evidență partea reală și imaginară, înlocuind $e^{-j\omega\tau_i} = \cos\omega\tau_i - j\sin\omega\tau_i$. Dacă se notează cu N_1 numărătorul relației (3.37), acesta devine

$$N_1 = (2b_{12}c_{22} - 2b_{12}\omega^2 + j2b_{12}b_{22}\omega)\sum_{i=1}^{n}(k_i + jc_i\omega)(\cos\omega\tau_i - j\sin\omega\tau_i)$$

$$+ (b_{21}c_{12} + jb_{12}b_{21}\omega)\sum_{i=1}^{n}a_i(k_i + jc_i\omega)(\cos\omega\tau_i - j\sin\omega\tau_i) =$$

$$= A_3\omega^3 + A_2\omega^2 + A_1\omega + A_0 + j(B_3\omega^3 + B_2\omega^2 + B_1\omega + B_0) \qquad (3.38)$$

unde s-au introdus notațiile

$$\left.\begin{aligned}
A_3 &= -2b_{12}\cdot\sum_{i=1}^{n}c_i\sin\omega\tau_i\\
A_2 &= -2b_{12}\cdot\sum_{i=1}^{n}k_i\cos\omega\tau_i - 2b_{12}b_{22}\cdot\sum_{i=1}^{n}c_i\cos\omega\tau_i -\\
&\qquad - b_{12}b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n}a_ic_i\cos\omega\tau_i\\
A_1 &= 2b_{12}c_{22}\cdot\sum_{i=1}^{n}c_i\sin\omega\tau_i + 2b_{12}b_{22}\cdot\sum_{i=1}^{n}k_i\sin\omega\tau_i +\\
&\qquad b_{21}c_{12}\cdot\sum_{i=1}^{n}a_ic_i\sin\omega\tau_i + b_{12}b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n}a_ik_i\sin\omega\tau_i\\
A_0 &= 2b_{12}c_{22}\cdot\sum_{i=1}^{n}k_i\cos\omega\tau_i + b_{21}c_{12}\cdot\sum_{i=1}^{n}a_ik_i\cos\omega\tau_i\\
B_3 &= -2b_{12}\cdot\sum_{i=1}^{n}c_i\cos\omega\tau_i\\
B_2 &= 2b_{12}\cdot\sum_{i=1}^{n}k_i\sin\omega\tau_i + 2b_{12}b_{22}\cdot\sum_{i=1}^{n}c_i\sin\omega\tau_i +\\
&\qquad + b_{12}b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n}a_ic_i\sin\omega\tau_i
\end{aligned}\right\} \qquad (3.39)$$

$$\left.\begin{aligned}
B_1 &= 2b_{12}e_{22}\cdot\sum_{i=1}^{n} e_i\cos\omega\tau_i + 2b_{12}b_{22}\cdot\sum_{i=1}^{n} k_i\cos\omega\tau_i + \\
&+ b_{21}e_{12}\cdot\sum_{i=1}^{n} a_i e_i\cos\omega\tau_i + b_{12}b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n} a_i k_i\cos\omega\tau_i \\
B_0 &= -2b_{12}e_{22}\cdot\sum_{i=1}^{n} k_i\sin\omega\tau_i - b_{21}e_{12}\cdot\sum_{i=1}^{n} a_i k_i\sin\omega\tau_i
\end{aligned}\right\}$$

Numitorul expresiei (3.37), pe care-l vom nota cu M_1, obține o formă similară

$$M_1 = m\cdot(C_4\omega^4 + C_2\omega^2 + C_0) + j(D_3\omega^3 + D_1\omega) \tag{3.40}$$

unde s-a notat

$$\left.\begin{aligned}
C_4 &= b_{12} \\
C_2 &= b_{12}(b_{12}b_{21} - b_{11}b_{22} - e_{11}e_{22}) \\
C_0 &= b_{12}(e_{11}e_{22} - e_{12}e_{21}) \\
D_3 &= -b_{12}(b_{11} + b_{22}) \\
D_1 &= b_{12}(b_{11}e_{22} + b_{22}e_{11} - b_{12}e_{21} - b_{21}e_{12})
\end{aligned}\right\} \tag{3.41}$$

Rezultă

$$\phi_z(j\omega) = \frac{N_1}{M_1} = \frac{(A_3\omega^3 + A_2\omega^2 + A_1\omega + A_0) + j(B_3\omega^3 + B_2\omega^2 + B_1\omega + B_0)}{m\cdot\left[(C_4\omega^4 + C_2\omega^2 + C_0) + j(D_3\omega^3 + D_1\omega)\right]} \tag{3.37 }$$

Pentru obținerea unor forme mai simetrice se notează

$$\left.\begin{aligned}
A(\omega) &= A_3\omega^3 + A_2\omega^2 + A_1\omega + A_0 \\
B(\omega) &= B_3\omega^3 + B_2\omega^2 + B_1\omega + B_0 \\
C(\omega) &= C_4\omega^4 + C_2\omega^2 + C_0 \\
D(\omega) &= D_3\omega^3 + D_1\omega
\end{aligned}\right\} \tag{3.42}$$

Rezultă

$$\phi_z(j\omega) = \frac{A(\omega) + jB(\omega)}{m\cdot\left[C(\omega) + jD(\omega)\right]} = \underbrace{\frac{A(\omega)C(\omega) + B(\omega)D(\omega)}{m\cdot\left[C^2(\omega) + D^2(\omega)\right]}}_{\mathrm{Re}\,\phi_z(j\omega)} +$$

$$+ j\underbrace{\frac{B(\omega)C(\omega) - A(\omega)D(\omega)}{m\cdot\left[C^2(\omega) + D^2(\omega)\right]}}_{\mathrm{Im}\,\phi_z(j\omega)} \tag{3.43}$$

Pentru cercetarea statistică a răspunsului structurii la perturbații aleatoare, interesează modulul coeficientului complex de transfer care se poate obține astfel

$$|\phi_z(j\omega)| = \sqrt{\phi_z(j\omega)\cdot\phi_z^*(j\omega)} =$$

$$= \sqrt{\left\{\frac{A(\omega)C(\omega)+B(\omega)D(\omega)}{m\cdot[C^2(\omega)+D^2(\omega)]}+j\,\frac{B(\omega)C(\omega)-A(\omega)D(\omega)}{m\cdot[C^2(\omega)+D^2(\omega)]}\right\}\left\{\frac{A(\omega)C(\omega)+B(\omega)D(\omega)}{m\cdot[C^2(\omega)+D^2(\omega)]}-j\,\frac{B(\omega)C(\omega)-A(\omega)D(\omega)}{m\cdot[C^2(\omega)+D^2(\omega)]}\right\}}$$

După transformări, se obține

$$|\phi_z(j\omega)| = \frac{1}{m}\sqrt{\frac{A^2(\omega)+B^2(\omega)}{C^2(\omega)+D^2(\omega)}} \qquad (3.44)$$

Din forma complexă a caracteristicii de frecvență se poate determina și legea de variație a diferenței de fază dintre perturbație și mișcarea pe verticală a structurii

$$\varphi_z(\omega) = \text{arc tg}\,\frac{\mathrm{Im}\,\phi_z(\omega)}{\mathrm{Re}\,\phi_z(\omega)} = \text{arc tg}\,\frac{B(\omega)C(\omega)-A(\omega)D(\omega)}{A(\omega)C(\omega)+B(\omega)D(\omega)} \qquad (3.45)$$

Un studiu complet analog se poate face pentru determinarea caracteristicii de frecvență a oscilațiilor unghiulare longitudinale.

$$\phi_\theta(j\omega) = \frac{-2b_{21}[(c_{11}-\omega^2)+j\omega b_{11}]\sum_{i=1}^{n}a_i(k_i+j\omega c_i)e^{-j\omega\tau_i}-2b_{12}(c_{21}+j\omega b_{21})\sum_{i=1}^{n}(k_i+j\omega c_i)e^{-j\omega\tau_i}}{b_{21}J_y\{[(c_{11}-\omega^2)+j\omega b_{11}][(c_{22}-\omega^2)+j\omega b_{22}]-(c_{12}+j\omega b_{12})(c_{21}+j\omega b_{21})\}} =$$

$$= \frac{E_3\omega^3+E_2\omega^2+E_1\omega+E_0+j\cdot(F_3\omega^3+F_2\omega^2+F_1\omega+F_0)}{J_y\left[(G_4\omega^4+G_2\omega^2+G_0)+j\cdot(H_3\omega^3+H_1\omega)\right]} \qquad (3.46)$$

unde

$$\left.\begin{aligned}
E_3 &= 2b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n}a_ic_i\sin\omega\tau_i\\
E_2 &= 2b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n}a_ik_i\cos\omega\tau_i+2b_{11}b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n}a_ic_i\cos\omega\tau_i+\\
&\quad+2b_{12}b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n}c_i\cos\omega\tau_i\\
E_1 &= -2b_{21}c_{11}\cdot\sum_{i=1}^{n}a_ic_i\sin\omega\tau_i-2b_{11}b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n}a_ik_i\sin\omega\tau_i-\\
&\quad-2b_{12}c_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n}c_i\sin\omega\tau_i-2b_{12}b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n}k_i\sin\omega\tau_i
\end{aligned}\right\} \qquad (3.47)$$

$$
\left.
\begin{aligned}
E_0 &= -2b_{21}c_{11}\cdot\sum_{i=1}^{n} a_i k_i \cos\omega\tau_i - 2b_{12}c_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n} k_i \cos\omega\tau_i \\
F_3 &= 2b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n} a_i c_i \cos\omega\tau_i \\
F_2 &= -2b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n} a_i k_i \sin\omega\tau_i - 2b_{11}b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n} a_i c_i \sin\omega\tau_i - \\
&\qquad - 2b_{12}b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n} c_i \sin\omega\tau_i \\
F_1 &= -2b_{21}c_{11}\cdot\sum_{i=1}^{n} a_i c_i \cos\omega\tau_i - 2b_{11}b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n} a_i k_i \cos\omega\tau_i - \\
&\qquad - 2b_{12}c_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n} c_i \cos\omega\tau_i - 2b_{12}b_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n} k_i \cos\omega\tau_i \\
F_0 &= 2b_{21}c_{11}\cdot\sum_{i=1}^{n} a_i k_i \sin\omega\tau_i + 2b_{12}c_{21}\cdot\sum_{i=1}^{n} k_i \sin\omega\tau_i \\
G_4 &= b_{21} \\
G_2 &= b_{21}(b_{12}b_{21} - b_{11}b_{22} - c_{11} - c_{22} \\
G_0 &= b_{21}(c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21}) \\
H_3 &= -b_{21}(b_{11} + b_{22}) \\
H_1 &= b_{21}(b_{11}c_{22} + b_{22}c_{11} - b_{12}c_{21} - b_{21}c_{12})
\end{aligned}
\right\} \qquad (3.47)
$$

Cu notaţiile evidente

$$
\left.
\begin{aligned}
E(\omega) &= E_3\omega^3 + E_2\omega^2 + E_1\omega + E_0 \\
F(\omega) &= F_3\omega^3 + F_2\omega^2 + F_1\omega + F_0 \\
G(\omega) &= G_4\omega^4 + G_2\omega^2 + G_0 \\
H(\omega) &= H_3\omega^3 + H_1\omega
\end{aligned}
\right\} \qquad (3.48)
$$

se obţine

$$
\left.
\begin{aligned}
|\Phi_\theta(j\omega)| &= \frac{1}{J_y}\sqrt{\frac{E^2(\omega) + F^2(\omega)}{G^2(\omega) + H^2(\omega)}} \\
\varphi_\theta(\omega) &= \text{arc tg}\,\frac{F(\omega)G(\omega) - E(\omega)H(\omega)}{E(\omega)G(\omega) + F(\omega)H(\omega)}
\end{aligned}
\right\} \qquad (3.49)
$$

3.4.2. Cazul oscilaţiilor unghiulare transversale.

$$\emptyset_\psi(j\omega) = -\frac{b.\sum_{i=1}^{n}(k_i+j\omega c_i)e^{-j\omega\tau_i}}{J_x(c_{33}-\omega^2+jb_{33}\omega)} = \frac{(L_1\omega+L_o)+j(N_1\omega+N_o)}{J_x\left[(M_2\omega^2+M_o)+j.P_1\omega\right]} \qquad (3.50)$$

unde

$$\left.\begin{aligned} L_1 &= -b.\sum_{i=1}^{n} c_i\sin\omega\tau_i & M_2 &= -1 \\ L_o &= -b.\sum_{i=1}^{n} k_i\cos\omega\tau_i & M_o &= c_{33} \\ N_1 &= -b.\sum_{i=1}^{n} c_i\cos\omega\tau_i & P_1 &= b_{33} \\ N_o &= b.\sum_{i=1}^{n} k_i\sin\omega\tau_i & & \end{aligned}\right\} \qquad (3.51)$$

Notăm, similar ca în cazurile anterioare

$$\left.\begin{aligned} L(\omega) &= L_1\omega + L_o & M(\omega) &= M_2\omega^2 + M_o \\ N(\omega) &= N_1\omega + N_o & P(\omega) &= P_1\omega \end{aligned}\right\} \qquad (3.52)$$

Rezultă

$$\left.\begin{aligned} &\emptyset_\psi(j\omega) = \frac{L(\omega)+j.N(\omega)}{J_x[M(\omega)+j.P(\omega)]} \Rightarrow |\emptyset_\psi(j\omega)| = \frac{1}{J_x}\sqrt{\frac{L^2(\omega)+N^2(\omega)}{M^2(\omega)+P^2(\omega)}} \\ &\varphi_\psi(\omega) = \operatorname{arc\,tg}\frac{N(\omega)M(\omega)-L(\omega)P(\omega)}{L(\omega)M(\omega)+N(\omega)P(\omega)} \end{aligned}\right\} \qquad (3.53)$$

3.5. Consideraţii privind viteza şi acceleraţia sistemului

Viteza şi acceleraţia procesului oscilatoriu al maşinii - în general - şi al cadrului de rezistenţă în particular, sînt elemente fundamentale în caracterizarea comportării dinamice a unui vehicul. Ele influenţează direct asupra condiţiilor de confort şi sînt valori necesare în calculul de proiectare al amortizoarelor hidraulice sau la verificarea rezistenţei la oboseală a structurii. De exemplu, la mişcarea pe drumuri de calitate inferioară, cu denivelări mari, din cauza acceleraţiilor mari, conducătorul vehiculului trebuie să reducă viteza şi prin aceasta micşorează posibilităţile dinamice ale maşinii. De aceia trebuiesc găsite corelaţii optime între parametrii suspensiei, viteza de mişcare şi mărimea accelerației. Studiul acestor corelații se face deasemenea cu ajutorul caracteristicilor de frecvență pentru viteze și accelerații, a căror determinare constituie subiectul acestui paragraf.

3.5.1. Caracteristica de frecvență a vitezei proceselor de oscilație.

3.5.1.1. Oscilații verticale. La condiții inițiale nule, imaginea Laplace a vitezei oscilațiilor verticale este legată de amplitudinea acestor oscilații prin relația cunoscută din calculul operațional

$$\dot{z}_G(s) = s.z_G(s) \quad \text{unde} \quad \dot{z}_G(s) = \frac{d}{dt}[z_G(s)] \qquad (3.54)$$

Legătura între funcțiile de transfer se obține împărțind (3.54) cu transformata Laplace a funcției de perturbație. Deci

$$\Phi_{\dot{z}}(s) = s.\Phi_z(s) \qquad (3.55)$$

Ecuația (3.55) determină funcția de transfer a vitezei pornind de la funcția de transfer a amplitudinii oscilațiilor verticale (3.31).

Dacă se trece la caracteristica de frecvență se obține

$$\Phi_{\dot{z}}(j\omega) = j.\omega.\Phi_z(j\omega) \qquad (3.56)$$

dar

$$j = \cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2} \quad ; \quad \Phi_z(j\omega) = |\Phi_z(j\omega)|(\cos\varphi_z + j\sin\varphi_z)$$

deci

$$\Phi_{\dot{z}}(j\omega) = \omega.|\Phi_z(j\omega)|\, e^{j(\varphi_z+\frac{\pi}{2})} \qquad (3.57)$$

Se vede deci că modulul caracteristicii de frecvență a vitezei este egal cu produsul dintre frecvență (prin ω) și caracteristica de amplitudine-frecvență a deplasării, iar faza vitezei este decalată în avans cu $\frac{\pi}{2}$. Formulele de calcul se pot obține pornind de la (3.31); ele au însă o formă deosebit de complicată și deoarece nu ne servesc direct scopului propus, nu se vor mai prezenta în cadrul acestei lucrări.

3.5.1.2. Oscilații unghiulare longitudinale și transversale. In mod cu totul analog se obține

$$\left.\begin{aligned} \dot{\theta}(s) &= s.\theta(s) \quad ; \quad \dot{\psi}(s) = s.\psi(s) \\ \Phi_{\dot{\theta}}(s) &= s.\Phi_\theta(s) \quad ; \quad \Phi_{\dot{\psi}}(s) = s.\Phi_\psi(s) \end{aligned}\right\} \qquad (3.58)$$

$$\phi_{\dot{\theta}}(j\omega) = \omega \cdot |\phi_{\theta}(j\omega)| e^{j(\varphi_\theta+\frac{\pi}{2})} \quad ; \quad \phi_{\dot{\psi}}(j\omega) = \omega \cdot |\phi_{\psi}(j\omega)| e^{j(\varphi_\psi+\frac{\pi}{2})} \tag{3.58}$$

Concluziile sînt similare.

3.5.2. <u>Caracteristica de frecvenţă a acceleraţiei proceselor de oscilaţie.</u>

3.5.2.1. <u>Oscilaţii verticale.</u> Calculul este asemănător cu cel din cazul vitezelor şi se bazează pe proprietăţile transformatelor Laplace ale derivatelor, care pentru condiţii iniţiale nule conduc imediat la

$$\ddot{z}_G(s) = s^2 \cdot z_G(s) \tag{3.59}$$

Funcţia de transfer a acceleraţiilor, considerată ca raportul a două transformate Laplace este

$$\phi_{\ddot{z}}(s) = s^2 \cdot \phi_z(s) \tag{3.60}$$

Caracteristica de frecvenţă a acceleraţiei mişcărilor verticale, se obţine din (3.60) şi (3.37) sub forma

$$\phi_{\ddot{z}}(j\omega) = \frac{-\omega^2[(A_3\omega^3+A_2\omega^2+A_1\omega+A_0) + j(B_3\omega^3+B_2\omega^2+B_1\omega+B_0)]}{m\cdot[(C_4\omega^4+C_2\omega^2+C_0) + j(D_3\omega^3+D_1\omega)]} \tag{3.61}$$

Cu notaţiile (3.42) şi (3.43) relaţia precedentă devine

$$\phi_{\ddot{z}}(j\omega) = \frac{-\omega^2[A(\omega) + j\cdot B(\omega)]}{m\cdot[C(\omega) + j\cdot D(\omega)]} = (-\omega^2)[\mathrm{Re}\cdot\phi_z(j\omega) + j\cdot \mathrm{Jm}\cdot\phi_z(j\omega)] \tag{3.62}$$

Deoarece pentru cercetările statistice privind acceleraţia structurii de rezistenţă, trebuie să fie determinat modulul caracteristicii de frecvenţă, acesta obţine forma

$$|\phi_{\ddot{z}}(j\omega)| = \sqrt{\phi_{\ddot{z}}(j\omega)\cdot\phi^*_{\ddot{z}}(j\omega)} = \omega^2\sqrt{[\mathrm{Re}\cdot\phi_z(j\omega)]^2 + [\mathrm{Jm}\cdot\phi_z(j\omega)]^2}$$

$$= \frac{\omega^2}{m}\sqrt{\frac{A^2(\omega) + B^2(\omega)}{C^2(\omega) + D^2(\omega)}} \tag{3.63}$$

Este deosebit de important să precizăm că deşi în expresia (3.61) a caracteristicii de frecvenţă, care este o funcţie raţională de ω, gradul numărătorului este mai mare decît gradul numitorului, funcţia este totuşi convergentă. Acest lucru a fost confirmat de numeroasele rezultate experimentale prezentate în literatură [362], [421], [475], [476], [479], [500] şi îl atribuim existenţei exponenţialei $e^{-j\omega\tau_i}$ descrescătoare cu ω.

3.5.2.2. Oscilații unghiulare longitudinale și transversale. Se obțin expresii întru totul similare ca formă

$$|\mathcal{A}_{\theta}(j\omega)| = \frac{\omega^2}{J_y}\sqrt{\frac{E^2(\omega)+F^2(\omega)}{G^2(\omega)+H^2(\omega)}} \; ; \quad \mathcal{A}_{\psi}(j\omega) = \frac{\omega^2}{J_x}\sqrt{\frac{L^2(\omega)+N^2(\omega)}{M^2(\omega)+P^2(\omega)}} \qquad (3.64)$$

3.5.3. Observații. Ca și pentru viteze, caracteristica de frecvență a accelerațiilor este legată de modulul caracteristicii de frecvență a deplasărilor prin relații similare cu (3.57) și (3.58)

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{A}_z(j\omega) &= \omega^2 |\phi_z(j\omega)|\, e^{j(\varphi_z+\pi)} \\ \mathcal{A}_\theta(j\omega) &= \omega^2 |\phi_\theta(j\omega)|\, e^{j(\varphi_\theta+\pi)} \\ \mathcal{A}_\psi(j\omega) &= \omega^2 |\phi_\psi(j\omega)|\, e^{j(\varphi_\psi+\pi)} \end{aligned}\right\} \qquad (3.65)$$

3.6. Densități spectrale de putere și caracteristici statistice

In accepțiunea formulată în cap.2, structura de rezistență a unui vehicul, suspendată pe sisteme elastice cu amortizare, poate fi privită ca un sistem liniar deschis de reglare automată, aflat sub acțiunea unei perturbații aleatoare staționare $F_1(t)$. Procesul stohastic de perturbație se poate reprezenta cu ajutorul integralei Fourier sub forma unui spectru cu un număr infinit de armonice cu frecvențe infinit de apropiate. Acest model operațional, ne-a permis să deducem spectrul energetic al amplitudinilor oscilațiilor forțate (§ 2.7) cu ajutorul densității spectrale a perturbațiilor și caracteristicii de frecvență a sistemului (v.rel.2.82)

$$\left.\begin{aligned} S_z(\omega) &= |\phi_z(j\omega)|^2 \cdot S_x(\omega) \\ S_\theta(\omega) &= |\phi_\theta(j\omega)|^2 \cdot S_x(\omega) \\ S_\psi(\omega) &= |\phi_\psi(j\omega)|^2 \cdot S_x(\omega) \end{aligned}\right\} \qquad (3.66)$$

Inlocuind în relațiile (3.66) expresiile (3.44), (3.49) și (3.53) ale caracteristicilor de frecvență și una din relațiile (2.40), (2.45), (2.59), (2.61), (2.63), (2.65) obținute în Cap.2 pentru densitatea spectrală de putere a excitației se pot face studii amănunțite privind spectrul energetic al răspunsului structurii în funcție de diverși parametrii ai sistemului sau ai perturbației.

Pe lîngă aceste caracteristici statistice de bază ale răspunsului aleator al structurii, reprezentat de procesele staționare $z_G(t)$, $\theta(t)$ şi $\psi(t)$, în domeniul frecvenţei, se poate face un studiu similar în domeniul timpului considerînd transformatele inverse Fourier

$$\left.\begin{aligned} K_z(\omega) &= \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S_z(\omega)\cdot\cos\omega\tau\cdot d\omega \\ K_\theta(\omega) &= \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S_\theta(\omega)\cdot\cos\omega\tau\cdot d\omega \\ K_\psi(\omega) &= \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S_\psi(\omega)\cdot\cos\omega\tau\cdot d\omega \end{aligned}\right\} \qquad (3.67)$$

Formele analitice complicate ale acestor funcţii nu permit o interpretare suficient de simplă pentru a se putea trage concluzii utile. Ele pot fi discutate numai pe cazuri concrete, cînd calculul numeric şi reprezentarea grafică sugerează proprietăţile specifice sistemului şi comportarea acestuia în diferite condiţii.

Dacă există reprezentări grafice ale relaţiilor (3.66) se pot obţine cu uşurinţă anumite caracteristici statistice ale răspunsului. De exemplu dispersiile răspunsului

$$\left.\begin{aligned} D[z(t)] &= K_z(0) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S_z(\omega)d\omega \\ D[\theta(t)] &= K_\theta(0) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S_\theta(\omega)d\omega \\ D[\psi(t)] &= K\ (0) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S_\psi(\omega)d\omega \end{aligned}\right\} \qquad (3.68)$$

şi respectiv abaterile medii pătratice : $\sigma = \sqrt{D}$. Deoarece integralele din (3.68) reprezintă suprafeţele cuprinse între axa absciselor şi curbele corespunzătoare ale densităţilor spectrale, rezultatele se obţin imediat.

Rezultate şi mai complete se pot obţine folosind proprietatea sistemelor dinamice liniare de a păstra legea de repartiţie a excitaţiei. Cercetări statistice amănunţite [127],[362],[368],[421] au arătat că neuniformităţile căilor de rulare se distribuie după o lege normală, deci aceiaşi lege o regăsim şi în răspunsul sistemului. Deoarece s-a lucrat cu procese stohastice centrate, funcţia diferenţială de distribuţie a amplitudinilor mişcărilor oscilatorii ale structurii se obţine sub forma

$$
\left.
\begin{aligned}
f(z) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_z}\exp(-z^2/2\sigma_z^2)\\
f(\theta) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_\theta}\exp(-\theta^2/2\sigma_\theta^2)\\
f(\psi) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_\psi}\exp(-\psi^2/2\sigma_\psi^2)
\end{aligned}
\right\}
\qquad (3.69)
$$

Este evident că toate aceste analize trebuiesc făcute la viteză constantă (coeficient egal cu unitatea) sau pentru diverse viteze, în mod comparativ.

Cercetări întru totul similare se pot face în legătură cu spectrul energetic şi caracteristicile stohastice ale acceleraţiilor diverselor mişcări oscilatorii ale structurii pornind de la caracteristicile de frecvenţă (3.63) şi (3.64)

$$
\left.
\begin{aligned}
S_{\ddot z}(\omega) &= |\Phi_{\ddot z}(j\omega)|^2\cdot S_x(\omega) \;;\quad \sigma_{\ddot z}^2 = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S_{\ddot z}(\omega)d\omega\\
S_{\ddot\theta}(\omega) &= |\Phi_{\ddot\theta}(j\omega)|^2\cdot S_x(\omega) \;;\quad \sigma_{\ddot\theta}^2 = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S_{\ddot\theta}(\omega)d\omega\\
S_{\ddot\psi}(\omega) &= |\Phi_{\ddot\psi}(j\omega)|^2\cdot S_x(\omega) \;;\quad \sigma_{\ddot\psi}^2 = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S_{\ddot\psi}(\omega)d\omega
\end{aligned}
\right\}
\qquad (3.70)
$$

În studiul acceleraţiilor structurii de rezistenţă, nu este suficientă numai cunoaşterea abaterilor medii pătratice, ci trebuie să determinăm şi probabilitatea apariţiei acceleraţiilor mari care depăşesc anumite valori limită impuse de condiţiile tehnice de bună funcţionare. Necesitatea introducerii unui asemenea parametru pentru o caracterizare statistică mai completă a mărimii studiate, a fost demonstrată şi exemplificată în lucrările [135],[506] x) în care am arătat că abaterea medie pătratică şi coeficientul de variaţie sînt insuficiente pentru analiza unei variabile aleatoare, atunci cînd sînt impuse anumite valori limită. În aceste condiţii, folosind inegalitatea lui Gauss, pe baza distribuţiilor normale ale acceleraţiilor, determinarea probabi-

---

x) [135] [illegible] ; [illegible]BAR[illegible]; I.BOGDANESCU : Analiza statistică a măsurătorilor de rugozitate. Revista transporturilor Nr.7, iulie 19[illegible], p.273...277

[506] [illegible]; I.DOBRE; AL.DIMITRIU : Étude des paramètres statistiques des caractéristiques mécaniques aux charges d'acier pour béton au profile variable. Studii şi cercetări de metalurgie, Ed.Acad.,1969

lităţii ca funcţiile $\ddot{z}_G(t)$, $\ddot{\theta}(t)$, $\ddot{\psi}(t)$ să depăşească o anumită valoare limită se poate scrie sub forma

$$P\left[\ddot{z}_G(t) \geqslant K\sigma_{\ddot{z}}\right] = \frac{1}{K\sqrt{2\pi}} \exp(-K^2/2) \quad \text{etc.} \qquad (3.71)$$

3.7. Observatii si concluzii

Obiectul capitolului l-a constituit dezvoltarea, generalizarea şi aplicarea metodei de investigaţie şi concluziilor din Cap.2 la sisteme mai complexe, care să modeleze mişcările structurilor de rezistenţă de la vehicule. In acest sens se consideră că s-au sugerat noi idei de dezvoltare şi s-au obţinut cîteva rezultate originale, care se pot rezuma astfel :

1. Prin adoptarea unui model cu trei grade de libertate, s-au studiat într-un context destul de general, principalele mişcări oscilatorii ale structurii de rezistenţă a unui vehicul. Mai mult, generalizarea acestui model, prin considerarea a "2n" puncte de suspensie, permite aplicarea rezultatelor la o clasă mai largă de structuri de vehicule rutiere şi feroviare. Modelul este suficient de acoperitor pentru necesităţile de proiectare, putînd fi completat atunci cînd se dispune de rezultate numerice obţinute la încercarea unui model şi/sau prototip.

2. Deoarece funcţia perturbatoare este o funcţie aleatoare, nu se pot formula probleme de analiză a mişcărilor în sine, ci numai de determinare a caracteristicilor statistice ale răspunsului structurii la aceste perturbaţii. Considerînd procesul de excitaţie staţionar şi ergodic, dat prin funcţia sa de autocorelaţie, respectiv prin densitatea sa spectrală, s-a arătat cum se poate face un studiu al mişcărilor structurii, în domeniul timpului sau al frecvenţei, dacă se cunoaşte caracteristica de frecvenţă a sistemului. Această problem a fost analizată atît pentru deplasările generalizate ale structurii, cît şi pentru viteze şi acceleraţii.

3. In contextul rezolvării acestor probleme, s-au obţinut forme analitice complete pentru funcţiile de transfer ale structurii (3.31), (3.32), (3.36) şi pentru caracteristicile de amplitudine şi fază ale celor trei tipuri de mişcări fundamentale (3.44), (3.45), (3.49), (3.53), pentru viteze (3.57), (3.58) şi pentru acceleraţii (3.63), (3.64). Acestea răspund la toate necesităţile de calcul privind aprecierea statistică a răspunsului

structurii, pentru care se pot determina densitățile spectrale de putere, funcțiile de autocorelație, dispersiile, abaterile medii pătratice, atît pentru amplitudini cît și pentru viteze și accelerații.

4. Este notabil faptul că relațiile obținute - sub forma generală - deschid un cîmp larg de cercetare în acest domeniu, prin utilizarea formulelor aproximative redate în Cap.2, așa cum s-a sugerat în text. Sub aspect analitic se obțin relații destul de complicate, care nu au fost redate (dar se pot intui) deoarece nu intrau în preocupările directe ale tezei, dar calculul numeric concret poate evidenția aspecte interesante.

5. Se arată deasemenea că, în cazul particular în care caracteristicile proceselor de excitație ascultă de o distribuție normală, se pot determina legile diferențiale de repartizare ale mărimilor cercetate : deplasări, viteze și accelerații, precum și probabilitatea ca aceste mărimi să nu depășească anumite valori limită.

CAPITOLUL 4

CONTRIBUTII PRIVIND CALCULUL DE DURABILITATE ŞI FENOMENUL DE CUMULARE A DEGRADARILOR LA SOLICITARI ALEATOARE

4.1. Stadiul actual al problemei

Analiza prezentată în capitolele precedente, privind dinamica structurilor de rezistenţă în condiţii de excitaţie aleatorie, se continuă în mod firesc cu cercetarea fenomenului de distrugere prin oboseală, acesta fiind de fapt efectul dominant în procesul de durabilitate al construcţiilor supuse vibraţiilor de orice tip.

Problema oboselii metalelor a devenit stringentă pentru practica inginerească, aproximativ la mijlocul secolului trecut, datorită ruperilor constatate la vehiculele de cale ferată, iar depăşirea dificultăţilor s-a făcut prin redimensionarea în raport cu rezistenţa la oboseală (WÖHLER) practic pentru o durabilitate nelimitată [31], [68], [69], [72], [75], [91], [159], [206], [218].

Predicţia durabilităţii prin calcul, a devenit o problemă de importanţă majoră, în jurul anului 1920 (PALMGREN) odată cu dezvoltarea producţiei de rulmenţi, deşi prima teorie cuprinzătoare a cumulării degradărilor a fost dată de M.MINER în 1945 [75], [88], [89], [160], [339], [340], [347], [376], [377] [417], [420], [462]. Au trecut numai 31 de ani şi explozia informaţională de date experimentale şi teorii ştiinţifice, mai mult sau mai puţin corecte şi viabile, au creiat un vast tablou al fenomenului cuprinzînd o multitudine de aspecte cu implicaţii teoretico şi practice, acesta fiind răspunsul la impetuoasa dezvoltare tehnică din construcţia de maşini, metalurgie, transporturi, aviaţie, construcţii navale şi aerospaţiale etc.

Problema fundamentală care se formulează în acest domeniu, în stadiul actual de dezvoltare a cercetărilor, este predicţia durabilităţii unui ansamblu funcţional, aflat într-o anumită stare de solicitare şi condiţii de mediu date, confecţionat din materiale la care se cunosc anumite caracteristici mecanice, tinînd cont sau nu de istoria evoluţiei sale. Această problemă foarte generală, este mult prea cuprinzătoare pentru a putea fi soluţionată cu uşurinţă. De aceea sfera de investigaţie a fost redusă la caracterizarea comportării în timp numai a unei componente mecanice a ansamblului pentru care să poată fi folosite caracteristicile de material clasice a căror determinare convenţională este simplă şi uzuală (implicit rezistenţa la oboseală σ_{-1}). Chiar redusă la acest nivel, problema nu a obţinut o soluţionare completă şi univocă, nu numai datorită complexităţii intime a fenomenului ci şi variabilităţii mari a factorilor de influenţă [4],[5],[15],[19],[22],[27],[28],[32],[34],[56],[60],[66],[68],[88],[91],[95],[148],[161],[162],[168],[196],[206],[249],[272],[280],[292],[309],[322],[348],[376],[379],[412],[441],[456],[469].

In orice caz efortul de cercetare a lămurit cîteva aspecte de fond, care se constituie puncte de plecare în studierea fenomenului considerat.

1. In primul rînd s-a postulat faptul că sub acţiunea unor sarcini variabile în timp sau cu acţiune prelungită, materialele suferă o degradare care se produce continuu pînă la rupere, vorbind în acest sens despre o d e g r a d a r e c u m u l a t i v ; degradarea astfel descrisă variază de la 0 la începutul solicitării pînă la o valoare limită egală cu unitatea sau cu 100 , în momentul ruperii

$$0 \leq D \leq 1 \tag{4.1}$$

2. Problema imediată a fost aceea de a introduce o m ă s u r ă a d e g r a d ă r i i care să caracterizeze în mod univoc fenomenul de evoluţie în timp a stării de degradare şi să-l coreleze cu parametrii stării de solicitare, condiţiile ambiante şi caracteristicile de material. Imposibilitatea obţinerii unei concluzii practice cuprinzătoare a condus la apariţia unui număr mare de parametrii care să caracterizeze degradarea. Marea majoritate a cercetătorilor acceptă că degradarea unui material supus unor solicitări repetate este dată de r a p o r t u l c i c l u r i l o r n/N (n = numărul ciclurilor de solicitare efectivă la un anumit nivel de tensiune ; N = numărul ciclurilor limită reprezentînd durabilitatea la nivelul respectiv de tensiune): MINER [339],[340], PALMGREN [359], POPA [376],[380], SORENSEN [426], SERENSEN [416],[417],[418],[420], UJIK [445], YOUNG [469]; se mai

acceptă ca măsură a degradării e n e r g i a d e h i s t e r e z i s p l a s t i c : BUCH [58],[59], FREUDENTHAL [159], [160], GOUGH [200],[201], IVANOVA [249],[251], KOÇANDA [281], MATOLCSY [322], YOKOBORI [465],[466], v a r i a ţ i a l i m i t e i d e r e z i s t e n ţ ă l a o b o s e a l ă : CIOCLOV [87],[91], CORTEN şi DOLAN [95], GROVER [208], KOGAEV [272], [273], ODING şi IVANOVA [355],[356], SORENSEN [420] etc., v a r i a ţ i a l u n g i m i i f i s u r i i în raport cu numărul de cicluri de solicitare : SHANLEY (v. [498]), FORST [160], IVANOVA [250], PETERSON [367], PISARENKO [370],[371], YOKOBORI [467],[468], v a r i a ţ i a r e z i s t e n ţ e i l a r u p e r e a materialului în funcţie de numărul de cicluri şi de amplitudinea solicitării : GATTS (v. [498]), CRISTENSEN [85], DOLAN [138],[139], GASSNER [183],[184],[185],[187], HAZANOV [230], LEVE [300], SCHUETTE [412].

3. A fost necesară stabilirea unei l e g i d e î n s u m a r e a d e g r a d ă r i l o r pe baza căreia să se poată face predicţia de durabilitate, folosind evident o anumită măsură a degradării. După un prim criteriu de cumulare liniară formulat în diverse etape de PALMGREN [359], MINER [339],[340], LANGER, SMITH, MOORE şi KOMMERS (v. [498]), care conduce în general la o supraevaluare a durabilităţilor, s-au formulat foarte multe alte legi de cumulare neliniare (exponenţiale, pătratice etc.) ca de exemplu cele prezentate în MADAYAG [314], SINES [422] în [470], CIOCLOV [498] etc. fără ca să se ajungă la o dezvoltare teoretică completă şi o concludenţă experimentală satisfăcătoare pentru a oferi avantaje certe faţă de criteriul liniar. Dificultăţile au pornit încă de la cele mai simple experimentări cînd s-a observat că ordinea de aplicare, chiar în cazul a două blocuri de solicitare, ca şi raportul de cicluri între blocuri, f a c e s ă s e s c h i m b e l e g e a d e c u m u l a r e .

4. A fost unanim acceptată ideia că procesul de degradare prin solicitări repetate are un pronunţat caracter aleator, atît la nivel structural unde defectele sînt distribuite probabilistic cît şi la scară macroscopică unde se observă o dispersie pronunţată care nu poate fi atribuită numai variabilităţii introduse de tehnica experimentală. In acest context s-au creiat o serie de criterii probabiliste, care pun în corespondenţă degradarea pro-

după pe fiecare ciclu cu o anumită probabilitate de rupere : FREUDENTHAL [159],[160],[161], sau asociază procesului de degradare cumulativă un anumit model probabilist : procese Markov cu un număr finit de stări KOGAEV [273],[274], WEIBULL [471], SERENSEN și KOGAEV [419],[420], funcții aleatoare continui de tip Markov: YOKOBORI [463],[464], sau mersul la întîmplare pe o axă: RASCON (v.[470]), FREUDENTHAL și SHINOZUKA (v.[498]) și [237].

5. Este de asemenea unanim acceptat faptul că procesul de oboseală este caracterizat de mecanisme diferite la nivele de încercare diferite YOKOBORI [463],[465], FREUDENTHAL [160], FORREST [166], MANSON [347],[349], CIOCLOV [88],[91], BUZDUGAN [75], IVANOVA [249], MINE [356] etc. Astfel, procesul de degradare prin solicitări repetate se produce în trei etape: ecruisarea prin deformații plastice repetate, pornită la nivel macroscopic, o nucleație a fisurilor și o propagare a fisurilor pînă în stadiul de rupere. Pornind de la analize structurale, folosind rezultatele microscopiei electronice și elementele teoriei dislocațiilor, s-au creiat deasemenea o serie de criterii fizice de degradare cumulativă : GROSSKREUTZ, WEERTMAN, VALLURI, LIU și CORTEN (v.lucrările [75], [89], [498], [206], [249], [314], [326], [380], [422], [470]). Aceste criterii, ca și cele formale, au un grad restrîns de generalitate și o slabă concordanță cu experiența deși aduc elemente noi și interesante și s-ar putea să constituie cel mai complet model de abordare a problemei.

6. Este însă demn de subliniat, că degradarea produsă de oboseală se găsește într-un anumit tip de corelație cu procesul probabilistic de formare a fisurilor de oboseală. Studiul propagării fisurii și predicția ruperii prin oboseală se poate face la diferite nivele și din diferite puncte de vedere în funcție de dimensiunile caracteristice ca și de ramura de știință care studiază problema. Diferitele domenii sînt despărțite între ele prin diferite ordine de mărime. De aceia este firesc ca în stadiul actual să nu existe nici cel puțin o definiție comună a degradării, care să satisfacă atît pe cei care lucrează în domeniul fizicii metalelor cît și pe inginerul mecanic sau constructor. Deci și din acest punct de vedere se impune ca definirea degradării să fie făcută funcție de nivelul de profunzime a analizei și să fie legată de anumite etape sau stadii caracteristice ale procesului de propagare a fisurii. In această ordine de idei MATOLCSY [323]

vorbeşte despre o degradare internă sau fizică dacă lungimea fisurii este mai mică decît dimensiunea critică şi despre o degradare externă sau tehnică cînd fisura de oboseală se produce în structura de rezistenţă, ceea ce reduce secţiunea portantă iniţială. Despărţirea strictă a acestor domenii cu ordine de mărime diferite, este justificată de faptul că inginerul mecanic este interesat în general de rezistenţa şi capacitatea portantă a unei construcţii şi nu poate utiliza o măsură a degradării bazată pe o anumită stare de dislocaţie, în special dacă nu există posibilitatea definirii unei stări în care degradarea poate fi considerată zero. De altfel diferitele tratamente tehnologice la care este supus un material (tăiere, tratamente termice, sudură, formare la rece etc.) produc modificări ale densităţii dislocaţiilor global sau în anumite părţi ale materialului, ceea ce se manifestă şi prin variaţia durabilităţii, fără ca din punct de vedere ingineresc aceste stări să poată fi considerate degradate.

In această accepţiune se vor trata în continuare problemele cuprinse în acest capitol.

4.2. Principalele teorii de degradare a metalelor în procesul de solicitare variabilă

In scopul stabilirii condiţiilor de abordare a problematicii formulate în acest capitol, se prezintă o sumară a n a l i z ă c r i t i c ă a principalelor teorii de cumulare a degradărilor, fără a se insista asupra detaliilor care se găsesc amplu prezentate în lucrările lui D.CIOCLOV [89],[91],[498], M.MATOLCSY [322],[326], GH.BUZDUGAN [72],[75], A.F.MADAYAG [314],[315], S.V.SERENSEN [418],[419],[420], V.KOGAEV [272],[273],[274] J.GROVER [206],[208], S.IVANOVA [249], J.POPE [376],[377],[380], G.SINES [422],[423] ş.a.

4.2.1. Teorii formale. Majoritatea teoriilor pornesc de la alegerea, mai mult sau mai puţin justificată, a unei anumite măsuri a degradării şi a unei legi de însumare liniară sau nu, fără să existe un suport fizic care să motiveze alegerea făcută. De exemplu, nu se poate dovedi că variaţia limitei de rezistenţă la oboseală este o măsură corectă a stadiului de degradare a unui metal (pus sau nu în operă), din care să se poată deduce durabilitatea remanentă, deşi în anumite condiţii există o corespondenţă cu unele date experimentale, care în general este rezultatul adaptării teoriei la experiență și nu a unei verificări experimentale a teoriei. Din acest motiv autorul consideră aceste teorii, ca niște teorii formale, nu lipsite bineînțeles de aplicabilitate.

Pentru studii teoretice și experimentale, aceste teorii folosesc procese sinusoidale cu mai multe nivele compuse din secvențe de sinusoide în aranjamente grupate, ca o reprezentare echivalentă pentru diferite tipuri de configurații complexe chiar dacă corespondența este destul de vagă : GASSNER [183], [185], [189], [190] x).

In acest context, teoria cu cea mai largă răspîndire, MINER [339], [340], folosește ca un criteriu fundamental de degradare, raportul ciclurilor, postulînd faptul că fiecare grupă de sinusoide dintr-o secvență, contribuie cu o anumită cantitate la procesul de degradare, dată de :

$$D_{ij} = \frac{n_{ij}}{N_i} \qquad \begin{pmatrix} i = 1,2,\dots,s \\ j = 1,2,\dots,q \end{pmatrix} \qquad (4.2)$$

Pentru a pătrunde structura teoriei lui Miner, necesară înțelegerii tuturor teoriilor formale, se va considera un proces sinusoidal cu două nivele (σ_1, n_1, N_1); (σ_2, n_2, N_2) cu $\sigma_1 > \sigma_2$ care într-o reprezentare $D = f(n)$ conduce la dreptele de degradare din fig.4.1.

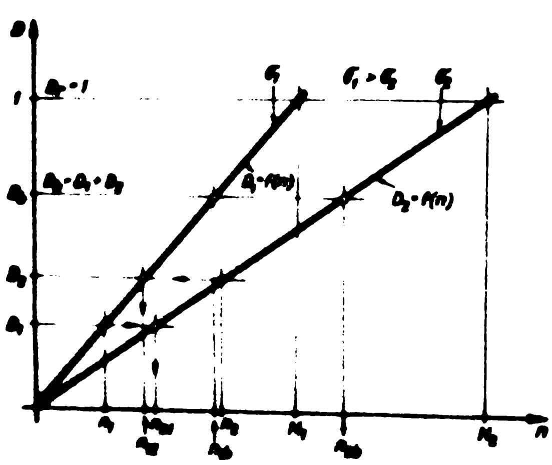


Fig.4.1
Variația degradării $D = f(n)$ pentru un proces sinusoidal cu două nivele, în cadrul teoriei Miner

Dacă $D_1 = n_1/N_1$ și $D_2 = n_2/N_2$ sînt degradările pe ciclu produse în cele două stări de tensiune, se poate determina numărul de cicluri (n_{21}) aplicat în starea de tensiune σ_2 care produce aceeași degradare D_1 (respectiv $n_{12} \rightarrow D_2$).

$$D_1 = \frac{n_1}{N_1} = \frac{n_{21}}{N_2} \Rightarrow n_{21} = \frac{N_2}{N_1} n_1$$

$$n_{12} = \frac{N_1}{N_2} n_2 \qquad (4.3)$$

x) [480] BOLANTU L.; DOBRE I.: Analiza statistică a spectrelor de solicitări ale mașinilor de ridicat și transportat. Lucrare prezentată la sesiunea științifică a I.P.T. din 26...28 octombrie 1974

Blocul de solicitare considerat, se reduce la o solicitare echivalentă (σ_2, n_{2b}) care să producă aceeaşi degradare

$$n_{2b} = n_{21} + n_2 = \frac{N_2}{N_1} n_1 + n_2 = N_2\left(\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2}\right) \qquad (4.4)$$

Dacă se consideră că numărul de blocuri repetitive pînă la rupere este n_{br}, deoarece numărul de cicluri care produce ruperea în starea de tensiune σ_2 este N_2, se obţine succesiv

$$N_2 = n_{br} \cdot n_{2b} \Rightarrow n_{br} = \frac{N_2}{n_{2b}} \Rightarrow n_{br}\left(\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2}\right) = 1$$

Notînd $n_{br} \cdot n_1 = n_{1r}$; $n_{br} \cdot n_2 = n_{2r}$ rezultă

$$\frac{n_{1r}}{N_1} + \frac{n_{2r}}{N_2} = 1 \Rightarrow \sum_{i=1}^{2} \frac{n_{ir}}{N_i} = 1 \qquad (4.5)$$

Presupunînd că diferitelor stări de tensiune σ_i le corespunde aceeaşi curbă (σ-N), notînd cu $\alpha_i = n_{ir}/N_r$ (unde $N_r = \sum_{i=1}^{s} n_{ir}$) se obţine

$$\frac{N_i}{N_o} = \left(\frac{\sigma_o}{\sigma_i}\right)^m \Rightarrow N_i = N_o\left(\frac{\sigma_o}{\sigma_i}\right)^m \Rightarrow \sum_{i=1}^{s} \frac{n_{ir}}{N_o}\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_o}\right)^m = 1 \qquad (4.6)$$

de unde

$$N_r = \frac{1}{\sum_{i=1}^{s} \frac{\alpha_i}{N_o}\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_o}\right)^m} \qquad (4.7)$$

Aici σ_o, N_o sînt caracteristici de referinţă, iar m panta porţiunii centrale a curbei Wöhler.

Este de remarcat că astfel formulată, teoria lui Miner este o metodă bazată pe c i c l u r i e c h i v a l e n t e, deoarece numărul de cicluri dintr-o secvenţă din starea de tensiune σ_i se transformă într-un număr echivalent de cicluri în starea de tensiune de referinţă σ_o, astfel că grupele originale şi cele transformate să cauzeze aceeaşi degradare.

Dar, criteriul de rupere al lui Miner, poate fi definit şi pe baza aşa numitei metode a t e n s i u n i l o r e c h i v a l e n t e, care porneşte de la considerentul că există o stare de tensiune ce produce ruperea în acelaşi număr total de cicluri ca şi cel necesitat de procesul complex. Aceste metode pot conduce în cazul altor criterii la rezultate total diferite.

Cercetările ulterioare experimentale au infirmat acest criteriu liniar încercîndu-se legi de cumulare neliniare de forma $D = (\frac{n}{N})^x$ cu $x > 0$ [87], [88], [159], [160], [206], [300], [323], [498]. Intrebarea firească este dacă, *definind în acest mod degradarea, se ajunge sau nu la o modificare utilă a teoriei lui Miner.* Răspunsul este negativ.

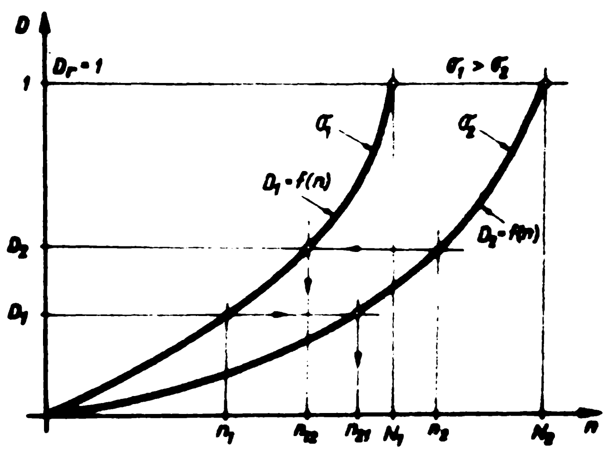


Fig.4.2

Variația neliniară a degradării pentru un proces sinusoidal cu două nivele în ipoteza accelerării degradării cu creșterea numărului de cicluri

De exemplu, acreditînd ipoteza că degradarea este accelerată odată cu creșterea numărului de cicluri curbele de degradare au forma din fig.4.2 pentru care

$$\frac{dD}{dn} = \frac{x}{N}\left(\frac{n}{N}\right)^{x-1} > 0 , \qquad (4.8)$$

ceea ce impune $x > 1$.

Aplicînd metoda ciclurilor echivalente rezultă imediat

$$\left.\begin{array}{l} D_1 = \left(\frac{n_1}{N_1}\right)^x = \left(\frac{n_{21}}{N_2}\right)^x \Rightarrow \\ n_{21} = \frac{N_2}{N_1} n_1 \end{array}\right\} \qquad (4.9)$$

Se obține un rezultat aparent surprinzător : metoda ciclurilor echivalente aplicată la o formă neliniară a curbei de degradare, conduce la criteriul de rupere Miner, independent de valoarea exponentului x. Rezultatul obținut se se poate generaliza pentru reprezentarea criteriului de degradare *sub orice formă funcțională.*

$$D = f\left(\frac{n}{N}\right) \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} (\sigma_1, n_1, N_1) \Rightarrow D_1 = f\left(\frac{n_1}{N_1}\right) \\ (\sigma_2, n_{21}, N_2) \Rightarrow D_1 = f\left(\frac{n_{21}}{N_2}\right) \end{array}\right. \Rightarrow n_{21} = \frac{N_2}{N_1} n_1 \qquad (4.10)$$

De altfel acest rezultat nu este accidental, deoarece după considerațiile lui KARCHELA (v. [300], [314]) aceste teorii sînt *independente de tensiune și lipsite de interacțiune.*

Dacă se aplică metoda tensiunilor echivalente, se obține succesiv

$$D_r = \left(\frac{n_{1r}}{N_1}\right)^x + \left(\frac{n_{2r}}{N_2}\right)^x = \sum_{i=1}^{2} \left(\frac{n_{ir}}{N_i}\right)^x \qquad (4.11)$$

şi

$$N_r = \left[\left(\frac{\alpha_1}{N_1}\right)^x + \left(\frac{\alpha_2}{N_2}\right)^x\right]^{-\frac{1}{x}} \qquad (4.12)$$

Dar

$$\left(\frac{\alpha_1}{N_1}\right)^x + \left(\frac{\alpha_2}{N_2}\right)^x < \left(\frac{\alpha_1}{N_1} + \frac{\alpha_2}{N_2}\right)^x \Rightarrow \left[\left(\frac{\alpha_1}{N_1}\right)^x + \left(\frac{\alpha_2}{N_2}\right)^x\right]^{\frac{1}{x}} < \left[\left(\frac{\alpha_1}{N_1} + \frac{\alpha_2}{N_2}\right)^x\right]^{\frac{1}{x}} = \frac{\alpha_1}{N_1} + \frac{\alpha_2}{N_2}$$

Rezultă atunci că

$$\frac{1}{\left[\left(\frac{\alpha_1}{N_1}\right)^x + \left(\frac{\alpha_2}{N_2}\right)^x\right]^{\frac{1}{x}}} > \frac{1}{\frac{\alpha_1}{N_1} + \frac{\alpha_2}{N_2}} \qquad (4.13)$$

Se obţine în felul acesta o durabilitate m a i m a r e d e c î t c e a d a t ă d e c r i t e r i u l l u i M i n e r .

In final concluzia este deosebită : în cadrul ipotezelor formulate, nici o lege de cumulare a degradărilor, liniară sau neliniară, bazată pe metoda ciclurilor echivalente sau a tensiunilor echivalente, n u c o n d u c e l a o m o d i f i c a r e s a t i s f ă c ă t o a r e a t e o r i e i l u i M i n e r.

Deşi concluziile nu sînt încurajatoare, se vor mai prezenta cîteva criterii formale în intenţia de a sesiza evoluţia ideilor folosite pentru a ieşi din acest impas.

4.2.1.1. <u>Teoria lui GROVER</u> [206],[208],[300]. Porneşte de la ideia că procesul de rupere are două faze, deci, din durabilitatea totală N_r, un număr de cicluri N_r' este necesar pentru a produce nucleul de fisurare, iar restul se consumă pentru propagarea acestei fisuri pînă la rupere. Grover utilizează separat teoria lui Miner pentru cele două faze ale procesului şi obţine

$$N_r' = \frac{1}{\sum_{i=1}^{s} \frac{\alpha_i}{a_i N_i}} \quad ; \quad N_r'' = \frac{1}{\sum_{i=1}^{s} \frac{\alpha_i}{(1-a_i) N_i}} \qquad (4.14)$$

Teoria lui Grover deşi lipsită de interacţiune este dependentă de tensiune, deci necesită cunoaşterea curbelor de degradare de forma $D = f(n,\sigma)$. Deoarece nu există mijloace pentru determinarea exactă a numărului de cicluri necesar amorsării unei fisuri critice, teoria nu a găsit aplicabilitate.

4.2.1.2. <u>Teoria MARCO-STARKEY</u>. Acceptă o lege de degradare neliniară de forma

$$D = \left(\frac{n}{N}\right)^{x_v} \qquad (4.15)$$

cu $x_v > 1$, variabil dependent de starea de tensiune şi porneşte de la ideia fundamentală că viteza de evoluție a degradării depinde de starea de tensiune, deci curba de degradare nu mai poate fi unică. Deși lipsită de o aplicabilitate cantitativă, se va expune în continuare - în mod succint - utilizarea metodei ciclurilor echivalente pentru specificarea degradării dată de (4.15) în ideia ilustrării unei m e t o d o l o g i i   s e c v e n ț i a l e foarte elocventă pe acest criteriu și care a obținut o largă circulație în literatura de specialitate [85],[87],[91],[139],[159],[300],[376],[469].

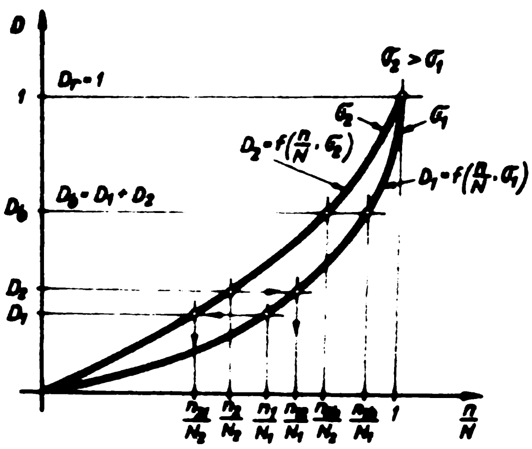


Fig.4.3

Ilustrarea metodei secvențiale în teoria Marco-Starkey [314]

Prima secvență (fig.4.3). Se presupune că se aplică prima secvență formată din n_1 cicluri cu tensiunea maximă σ_1 și n_2 cicluri cu tensiunea maximă σ_2. Degradarea D_1 produsă de cele n_1 cicluri va fi

$$D_1 = \left(\frac{n_1}{N_1}\right)^{x_1} \tag{4.16}$$

Numărul de cicluri (n_{21}) aplicat în starea de tensiune σ_2 care produce aceeași degradare va fi

$$D_1 = \left(\frac{n_1}{N_1}\right)^{x_1} = \left(\frac{n_{21}}{N_2}\right)^{x_2} \Rightarrow n_{21} = N_2\left(\frac{n_1}{N_1}\right)^{\frac{x_1}{x_2}} \tag{4.17}$$

Aplicînd metoda ciclurilor echivalente se găsește degradarea produsă de primul bloc

$$D_b = \left(\frac{n_{2e}}{N_2}\right)^{x_2} = \left[\left(\frac{n_1}{N_1}\right)^{\frac{x_1}{x_2}} + \frac{n_2}{N_2}\right]^{x_2} \tag{4.18}$$

A doua secvență. Blocul următor începe cu aplicarea stării de tensiune (σ_1, n_1) peste epruveta degradată, deci numărul echivalent de cicluri (n'_{1e}) care produce aceeași stare finală de degradare (D'_b) este

$$n'_{1e} = n_{1e} \quad n_1 \tag{4.19}$$

și deci

$$D'_b = \left(\frac{n'_{1e}}{N_1}\right)^{x_1} = \left\{\left[\left(\frac{n_1}{N_1}\right)^{\frac{x_1}{x_2}} + \frac{n_2}{N_2}\right]^{\frac{x_2}{x_1}} + \frac{n_1}{N_1}\right\}^{x_1} \tag{4.20}$$

Deoarece urmează starea de tensiune (σ_2, n_2), se determină inițial numărul de cicluri echivalent (n'_{2e}) care produce aceeași degradare D'_b

$$D_b' = \left(\frac{n'_{2e}}{N_2}\right)^{x_2} = \left(\frac{n'_{1e}}{N_1}\right)^{x_1} \Rightarrow n'_{2e} = N_2\left\{\left[\left(\frac{n_1}{N_1}\right)^{\frac{x_1}{x_2}} + \frac{n_2}{N_2}\right]^{\frac{x_2}{x_1}} + \frac{n_1}{N_1}\right\}^{\frac{x_1}{x_2}} \quad (4.21)$$

Numărul de cicluri echivalent, corespunzător stării de tensiune σ_2, care cauzează aceaşi degradare finală cumulată (D_b'') ca şi aceea produsă de aplicarea celor două blocuri, va fi

$$n''_{2e} = n'_{2e} + n_2 = N_2\left(\left\{\left[\left(\frac{n_1}{N_1}\right)^{\frac{x_1}{x_2}} + \frac{n_2}{N_2}\right]^{\frac{x_2}{x_1}} + \frac{n_1}{N_1}\right\}^{\frac{x_1}{x_2}} + \frac{n_2}{N_2}\right) \quad (4.22)$$

şi deci

$$D_b'' = \left(\frac{n''_{2e}}{N_2}\right)^{x_2} \quad (4.23)$$

Calculele se pot continua sub această formă secvenţială pînă se ajunge la o degradare egală cu 1. Autorii teoriei arată că o asemenea specificare a degradării de tipul (4.15) dependentă de tensiune dar lipsită de interacţiune, conduce pe baza metodei ciclurilor echivalente la predicţii mai conservative ale durabilităţii decît teoria lui Miner.

4.2.1.3. Teoria lui SHANLEY [159],[201],[206],[300],[314],[326],[380],[470],[498]. Schimbă forma funcţiei de degradare, care nu mai depinde de raportul ciclurilor ci depinde direct de numărul de cicluri şi pune în corespondenţă mulţimea stărilor distincte de tensiune cu o aceeaşi curbă (σ-N) ; explicit

$$D = a\,\sigma^{km}.n \quad (4.24)$$

unde

a,k - constante ; m - panta curbei (σ-N)

Determinînd constanta a din condiţii la limită pe baza mărimilor de referinţă şi luînd k=1, se poate arăta că relaţia (4.24) conduce la criteriul liniar al lui Miner.

Teoria lui Shanley explicitează însă metoda tensiunilor echivalente şi pentru un proces cu mai multe nivele conduce la o durabilitate centrală de forma

$$N_r = \left[\left(\sum_{i=1}^{s} \frac{\alpha_i}{N_i^{k}}\right)^{1/k}\right]^{-1} \quad (4.25)$$

Se arată că pentru k≠1, teoria face predicţii mai conservative decît teoria lui Miner.

4.2.1.4. Teoria CORTEN-DOLAN [79],[89],[159]. Porneşte de la observaţia că teoriile prezentate sînt lipsite de interacţiune, deci legea de degradare trebuie să aibă o formă care să țină cont de influența reciprocă a stărilor de tensiune și acceptată o relație de tipul

$$D = f(\sigma)n^a \qquad (4.26)$$

cu a=constant (independent de σ).

Aplicînd metoda ciclurilor echivalente se ajunge la o concluzie deosebit de interesantă care ne reîntoarce la teoria lui Miner cu specificarea unei noi măsuri pentru degradare. Considerînd o secvență de tensiune cu două nivele, dacă se notează $f(\sigma_i) = f_i$ se obține succesiv

$$(\sigma_1, n_1, N_1, D_1) \rightarrow D_1 = f_1 \cdot n_1^a$$

$$(\sigma_2, n_{21}, N_2, D_1) \rightarrow D_1 = f_1 \cdot n_1^a = f_2 \cdot n_{21}^a \,;\; n_{21} = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^{\frac{1}{a}} \cdot n_1 \qquad (4.27)$$

Numărul de cicluri echivalent în starea de tensiune σ_2 care cauzează o degradare identică cu cea produsă de întregul bloc $(\sigma_1, n_1 \,;\, \sigma_2, n_2)$ este

$$n_{2e} = n_{21} + n_2 = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^{\frac{1}{a}} n_1 + n_2 \qquad (4.28)$$

De aici, ținînd cont că numărul de blocuri repetitive pînă la rupere este n_{br}, se obține

$$N_r = \left[\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^{\frac{1}{a}} \cdot \frac{\alpha_1}{N_2} + \frac{\alpha_2}{N_2}\right]^{-1} \qquad (4.29)$$

Rezultatul se poate generaliza pentru un proces cu s nivele ; folosind relația empirică

$$\left(\frac{f_i}{f_s}\right)^{\frac{1}{a}} = \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_s}\right)^{d} \qquad (4.30)$$

se obține

$$N_r = \left[\sum_{i=1}^{s} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_s}\right)^{d} \cdot \frac{\alpha_i}{N_s}\right]^{-1} \qquad (4.31)$$

Teoria Corten-Dolan exprimată prin (4.31) poate fi privită ca o teorie care aplică ecuația lui Miner unei curbe σ-N modificate, rezultat al considerării interacțiunii stărilor de tensiune. Insă deși - aparent - teoria Corten-Dolan este la fel de simplă ca și teoria lui Miner, aplicațiile ei sînt destul de dificile și ea este pasibilă de multe comentarii. Astfel, dacă în cadrul procesului, stările de tensiune au valori medii diferite sau un grad de asimetrie diferit, se poate presupune că fiecărei stări de tensiune σ_i îi corespunde o anumită valoare pentru panta 1/d a curbei (σ-N). In plus, teoria depinde de starea de tensiune cu intensitatea cea mai mare, aleasă ca stare de referință ; dacă se schimbă aceste elemente de referință se obțin alte rezultate. De aici încep dificultățile. Pentru un proces stohastic, la care tensiunile pot deveni extrem de mari, alegerea unui anumit nivel finit al stării de tensiune de referință cu intensitatea maxima, va fi legată de mari dificultăți.

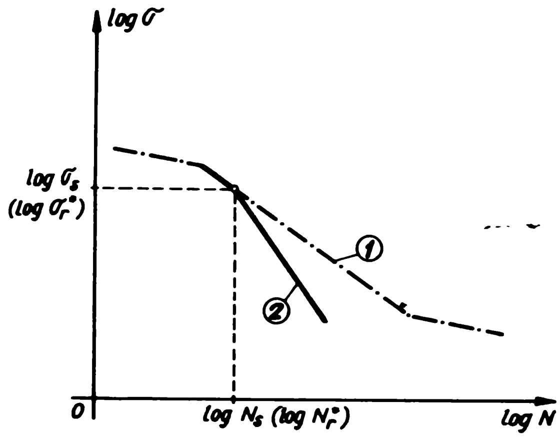


Fig.4.4
Curba σ-N modificată (2) în teoria Carten-Dolan şi Freudenthal-Heller [314]

Este de reținut însă ideia utilizării unei curbe σ-N modificate, care ulterior a fost reluată de foarte mulți cercetători [87],[91],[160], [208],[322],[416],[422].

4.2.1.5. Teoria FREUDENTHAL-HELLER [159],[160],[161], [237]. O primă teorie a autorilor care elimină discuțiile legate de teoria Corten-Dolan, pornește de la o stare de referință independentă de procesul de solicitare (σ_r^*, N_r^*) astfel încît deobicei N_r^* (10^3 - 10^4) cicluri. Lucrează de asemenea pe o curbă (σ-N) modificată considerînd că toate stările de tensiune se raportează la aceaşi diagramă de durabilitate. Curba (σ-N) modificată (v.fig. 4.4), utilizată pentru a lua în considerare efectele de interacțiune între diferitele stări de tensiune, trebuie obținută prin efectuarea unor încercări la oboseală care să simuleze condițiile reale de solicitare. Aceasta necesită un program complex de încercări, care determină în final panta curbei (σ-N) modificate, element ce poate fi corelat cu caracteristica configurației stării de tensiune efective. Forma analitică a acestei corelații nu a fost stabilită cu suficientă precizie pentru a vedea dacă metoda poate fi aplicată cu concludență într-o gamă largă de condiții. Aplicarea acestui program complex de încercări din metoda Freudenthal-Heller, a evidențiat faptul că durata de viață la oboseală a unui material este influențată de procentul nivelelor distincte de tensiuni care apar în spectrul complex de solicitare, element nou în comparație cu rezultatele încercărilor lui Corten-Dolan, cu două nivele de tensiuni.

4.2.1.6. Teoria lui SERENSEN (v. [88], [326]). Scoala sovietică este reprezentată în special prin colectivele conduse de academicienii SERENSEN [416], [417], [418], [419], [420], ODING [355], [356], [289] şi UJIK [441]; pe lîngă ample cercetări privind studiul general al fenomenului de oboseală, ei au creat şi cîteva teorii de degradare. Teoria lui SERENSEN, generalizează observaţiile experimentale, modificînd relaţia lui Miner sub forma

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{n_i}{N_i}\right)^m = C \qquad (4.32)$$

unde $C \neq 1$, depinde de procentajul tensiunilor de aceeaşi valoare din spectru. De altfel această observaţie se mai întîlneşte în literatură; de exemplu MANS [314] recomandă pentru aplicaţii conservative, la m=1, C=0,3.

Pentru un spectru cu două nivele, rezerva de durabilitate are forma

$$n_2 = N_2 \, C - \left(\frac{n_1}{N_1}\right)^m \qquad (4.33)$$

In unele cercetări Serensen caracterizează degradarea prin micşorarea rezistenţei la oboseală, criteriu de altfel întîlnit şi în alte lucrări (v. .4.1). Astfel printr-o "preobosire" a unui număr corespunzător de probe identice cu (σ_1, n_1), considerînd această stare degradată ca fază de început a procesului de solicitare variabilă, rezistenţa la oboseală (σ_d) se va micşora cu cantitatea $\Delta\sigma_d$:

$$\frac{\Delta\sigma_d}{\sigma_d} = \frac{n_1}{N_1}\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_d} - 1\right)\frac{k}{\frac{\sigma_1}{\sigma_d} - \left(\frac{n_1}{N_1}\right)^2} \qquad (4.34)$$

unde k - constantă de material.

4.2.1.7. Alte teorii. In literatura de specialitate [159], [200], [249], [273], [314], [326], [382], [420], [422], [463], [470], [498], [503] sînt prezentate multe alte teorii, deobicei neliniare, fiecare dintre ele aducînd cîte un element de noutate, fără însă să rezolve problema, fiind verificate pentru anumite cazuri particulare.

a) De exemplu MI IHARA şi YAMADA corectează criteriul lui Miner considerînd că degradarea constantă pe un ciclu, variază în raport cu tensiunea şi numărul de cicluri după o funcţie monoton descrescătoare $\varphi(\sigma_1, n)$ astfel încît

$$\int_0^{N_r} \frac{\varphi(\sigma_i, n)}{N_i} dn = 1 \qquad (4.35)$$

Pentru această funcţie de corecţie şi pentru curba de durabilitate a materialului se admit relaţii de forma :

$$\varphi(\sigma_i, n) = \varphi(\sigma_i, n-1)e^{-m\sigma_i}$$
$$N_i = e^{-(a\sigma + b)} \qquad (4.36)$$

unde

$$m = a\sigma + b - \ln \sigma_d \qquad (4.37)$$

Teoria nu conduce la predicţii semnificativ distincte de criteriul lui Miner.

b) In cadrul teoriei lui HENRY, se porneşte de la reprezentarea curbei de durabilitate iniţiale printr-o hiperbolă de forma

$$(\sigma - \sigma_d)N = A \qquad (4.38)$$

deşi o asemenea relaţie nu corespunde comportării reale a materialelor la solicitări repetate şi conduce în general la o supraevaluare a durabilităţilor. Postulînd că parametrii experimentali σ_d, A, variază în funcţie de starea de presolicitare astfel ca raportul lor să fie constant :

$$\frac{\sigma_{dij}}{\sigma_d} = \frac{A_{ij}}{A} \qquad (4.39)$$

(unde σ_{dij} - limita de oboseală remanentă corespunzătoare numărului de cicluri de presolicitare n_{ij} la nivelul σ_i) se obţine pentru încercări cu două nivele (σ_1, n_1, N_1), (σ_2, n_{2r}, N_2) durabilitatea remanentă n_{2r} corespunzătoare ruperii la nivelul tensiunii σ_2 :

$$1 - \frac{n_{2r}}{N_2} = \frac{\Delta\sigma_1(1 + \Delta\sigma_2)n_1}{N_1[\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_2(1 - \Delta\sigma_2)n_1]} \qquad (4.40)$$

unde

$$\Delta\sigma_i = \frac{\sigma_i - \sigma_d}{\sigma_d} \qquad (i = 1,2)$$

Deşi foloseşte parametrii experimentali care se determină în mod curent la încercările de oboseală, teoria nu a obţinut o dezvoltare analitică corespunzătoare datorită complexităţii ei şi se pare şi datorită unei concordanţe nesatisfăcătoare cu experienţa.

c) Aşa cum a fost amintit, teoria lui GATTS acceptă ca măsură a degradării variaţia rezistenţei de rupere a materialului

$$\frac{d\sigma_r}{dn_{ij}} = -k(\sigma_i - \sigma_{dij})^{\varrho} \qquad (4.41)$$

unde k, ϱ - constante experimentale
şi constanţa raportului :

$$\frac{\sigma_{dij}}{\sigma_d} = \frac{\sigma}{\sigma_r} = \text{const.} \qquad (4.42)$$

Teoriei lui Watts i s-au adus critici încă de la început, privind semnificaţia fizică a funcţiei de degradare şi implicaţiei unor curbe de durabilitate remanentă divergente în domeniul solicitărilor mari, ceea ce nu concordă cu rezultatele experimentale.

d) Corectînd aceste deficienţe MANSON elaborează o teorie care pleacă de la o observaţie experimentală conform căreia curbele de durabilitate remanentă, într-o reprezentare semilogaritmică, sînt convergente într-un punct unic de coordonate (N_u, σ_u) considerate drept caracteristici de material. Deşi elaborează un criteriu secvenţial, care presupune efectuarea calculelor în ordinea în care nivelele de solicitare apar în spectru, datorită dificultăţilor experimentale de determinare a mărimilor (σ_u, N_u) şi deoarece nu a fost dezvoltat pentru solicitări continuu variabile, teoria nu este utilizată în practica de proiectare.

4.2.1.8. Corecţii statistice. Printre teoriile mult mai evoluate sînt cele care iau în considerare variabilitatea statistică a fenomenului, ceea ce reflectă mai complet proprietăţile intime ale comportării materialului.

a) Dintre acestea se relevă teoria lui D.CIOCLOV [87],[91],[498] care prezintă interesante elemente de noutate. Presupunînd existenţa unei relaţii de echivalenţă în mulţimea stărilor de solicitare se realizează o partiţie în clase de echivalenţă funcţie de durabilitatea remanentă, ceea ce permite - circumscris acestei ipoteze - o definiţie riguroasă a noţiunii de degradare prin oboseală. Stărilor de solicitare care se află în acelaşi stadiu de degradare le corespunde o curbă unică a durabilităţilor remanente. Variaţia asimptotică s-a considerat drept parametru unic care caracterizează degradarea. In acest caz pe baza unor ipoteze justificate experimental s-a stabilit că variaţia limitei de oboseală în funcţie de starea de presolicitare este de forma :

$$\sigma^*_{dij\,p} = (\sigma^*_{ip})^{k/\lg c_{ij}} \qquad (4.43)$$

unde k - constantă adimensională caracteristică fiecărui material
$C_{ij} = n_{ij}/N_{iP}$, $\sigma^*_{iP} = \sigma_i/\sigma_{dP}$, $\sigma_{dijP} = \sigma_{dijP}/\sigma_{dP}$
sînt respectiv amplitudinea tensiunii la nivelul i de solicitare şi limita de oboseală remanentă, în forme adimensionale.

Din condiţia echivalenţei a două stări de solicitare, cărora într-o încercare ulterioară le corespunde aceaşi valoare a limitei de oboseală, s-a stabilit un criteriu secvenţial de degradare cumulativă, exprimat prin relaţia

$$1 - \frac{n^r_{qqP}}{N_{qq}} = \left\{ \left[(C_{11P})^{\lg\sigma^*_{2P}/\lg\sigma^*_{1P}} + C_{22P} \right]^{\lg\sigma^*_{3P}/\lg\sigma^*_{2P}} + \ldots \right.$$

$$\left. \ldots + C_{(q-1,q-1)P} \right\}^{\lg\sigma^*_{qP}/\lg\sigma^*_{(q-1)P}} \qquad (4.44)$$

Din valoarea degradării la treapta la care se produce ruperea se determină valoarea durabilităţii remanente n^r_{qq}. Această relaţie exprimă o cumulare neliniară a degradării în ordinea în care apar nivelele de tensiune în decursul solicitării. Se relevă că pentru determinarea P - cuantilelor durabilităţii remanente este suficientă numai informaţia cuprinsă în curbele de durabilitate izoprobabilă ale materialului nedegradat, determinate prin încercări cu amplitudine constantă, curbe care cuprind implicit influenţa factorilor geometrici, tehnologiei şi de mediu. Criteriului i s-au dat şi interpretări pentru solicitări cu variaţie complexă deterministă şi aleatoare.

b) In cazul unor interpretări statistice, aplicarea criteriilor de degradare are la bază - în special - forma analitică adoptată sau determinată a distribuţiei de probabilitate a tensiunilor în spectrul analizat. De exemplu, dacă se acceptă o distribuţie Raileigh/

$$p(\sigma) = \frac{\sigma}{\alpha^2}\exp.\left(-\frac{\sigma^2}{2\alpha^2}\right) \qquad (4.45)$$

pentru care $\sigma \geq 0$, media $m_\sigma = \alpha\sqrt{\pi/2}$; abaterea medie pătratică $\sqrt{D_\sigma} = \alpha^2\sqrt{2 - \pi/2}$; mediana $\sigma_{0,5} = \alpha\sqrt{2\ \ln 2}$.

Pentru aplicarea criteriului Miner se face o schimbare de variabilă sub forma

$$dn = N_r \cdot p(\sigma)d\sigma \qquad (4.46)$$

unde N_r - numărul total de cicluri care duce la rupere.

Din ecuaţia curbei Wöhler scrisă sub forma

$$\sigma^{m}\cdot N = \sigma_{-1}^{m}\cdot N_{o} \Longrightarrow N = \sigma_{-1}^{m}\cdot N_{o}/\sigma^{m} \qquad (4.47)$$

de unde

$$\int \psi = 1 \Rightarrow \frac{N_{r}}{\alpha_{-1}^{m}\cdot N_{o}\alpha^{2}} \int \sigma^{m+1}\cdot e^{-\frac{\sigma^{2}}{2\alpha^{2}}}\cdot d\sigma = 1 \qquad (4.48)$$

Ultima integrală ne conduce la o funcţie Γ dacă se face schimbarea $\sigma^2/2\alpha^2 = t$. De aici se poate determina numărul de cicluri pînă la rupere, integrînd de la σ_d la σ_{max}.

4.2.1.9. Concluzii privind teoriile formale. Deşi s-au depus eforturi susţinute pentru a se crea o teorie de degradare suficient de cuprinzătoare, nu există încă indicaţii relativ certe care să ateste superioritatea uneia sau alteia dintre aceste teorii privind predicţia durabilităţii. Unele dintre ele nu pot să fie aplicate în practica inginerească datorită complexităţii, de aceea în domeniul proiectării în raport cu durabilitatea, la estimarea duratei de viaţă, a fost aplicată doar relaţia lui Miner, a cărei popularitate se datorește simplităţii şi nu concludenţei ei.

Pînă în prezent nu a fost însă elaborată o metodă de predicţie pentru procese de solicitare complexe, care să nu necesite încercări experimentale. Recunoscînd această necesitate, s-a sperat că nu va fi nevoie decît de date privitoare la oboseală în condiţiile unor spectre de tensiuni pur sinusoidale, pentru a se putea face predicţia durabilităţii în condiţii de solicitări aleatoare. Dar experienţa practică nu a demonstrat că rezultatele încercărilor la oboseală cu tensiuni sinusoidale sînt o bază satisfăcătoare pentru teoriile de degradare, necesare pentru a face predicţia durabilităţii remanente în condiţiile unor spectre de tensiuni aleatoare, deşi toate teoriile enunţate s-au clădit pe încercări la oboseală cu tensiuni cu amplitudine constantă.

De altfel nu există siguranţa că, configuraţiile complexe de tensiuni pot fi clasificate sub aspectul parametrilor într-un mod simplu, pentru a putea juca un rol în teoria degradărilor cumulative.

Din aceste motive, relaţiile prezentate au o evidentă identitate structurală rezultat direct al modului de abordare al conceptului fundamental ; diferenţele care apar şi care uneori pot fi semnificative sînt datorate numai modelelor metalo-fizice şi condiţiilor iniţiale diferite acceptate de fiecare autor.

4.2.2. Teorii fizice [75],[88],[89],[498],[165],[17o],[2o1],[237],[249],[25o],[28o],[281],[291],[327],[356],[412],[42o],[441],[464],[465],[466],[467],[468]. Este evident că eficienţa predicţiilor va creşte cînd procesele fizice incumbate în fenomenul de degradare al metalelor supuse la tensiuni variabile, vor fi mai bine cunoscute şi înţelese. Obiectivul cercetărilor va consta într-o descriere analitică a acestor procese fizice şi elaborarea unei teorii a degradărilor cumulative incluzînd un număr cît mai mic de parametrii - de preferinţă nici unul - care să necesite o evaluare experimentală laborioasă. Pornind de la aceste observaţii generale s-au creiat o serie de teorii denumite fizice, avînd la bază lărgirea continuă a cunoştinţelor privitoare la mecanismul ruperii prin oboseală cu ajutorul fizicii metalelor, a teoriei dislocaţiilor, confirmate de rezultatele microscopiei electronice.

Teoriile care au fost avansate pornesc de la modul în care se caracterizează procesul de distrugere prin oboseală şi specificul fazelor distincte acceptate în evoluţia acestui proces.

Astfel, formarea microfisurilor de oboseală se studiază cu ajutorul conceptelor din fizica metalelor pe baza mecanicii dezvoltării, mişcării şi interacţiunii dislocaţiilor (modelul Frank-Read) în timpul procesului de ecruisare prin deformare plastică la nivelul reţelei cristaline. Deşi acestei faze i s-au dedicat un număr impresionant de lucrări, rezultatele sînt momentan inutilizabile în practica curentă (v.argumentaţia din § 4.1).

O a doua fază distinctă, constă în nucleaţia şi propagarea fisurilor, care se poate analiza cu ajutorul teoriei deformaţiilor elasto-plastice. Explicaţia fenomenului se încearcă cu ajutorul dinamicii dislocaţiilor fără a se obţine o formulare analitică şi baze noi pentru o analiză cantitativă.

Faza a treia privind procesul de rupere, este din ce în ce mai bine conturată, utilizînd conceptele din mecanica ruperii, care permit o abordare matematică completă, în cadrul unui anumit model, elastic şi/sau elasto-plastic etc. Se consideră următorul model simplificat : o tablă subţire fisurată, supusă la o solicitare de tracţiune σ_{∞}, perpendiculară pe direcţia fisurii, care - la o distanţă corespunzătoare faţă de fisură - poate fi considerată ca uniform distribuită. Admiţînd o deformaţie pur elastică, şi o placă de lăţime infinită, mărimea tensiunii în axa fisurii (r=x,

$\varphi = 0$) va fi :

$$\sigma_y(x,0) = \sigma_\infty\sqrt{\frac{l}{2x}} \qquad (4.49)$$

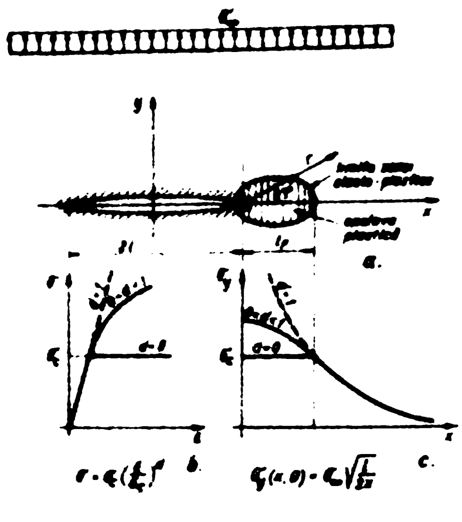


Fig.4.5
Condiții de tensiune şi deformație la vîrful unei fisuri

Relația (4.49) arată, în cadrul ipotezelor făcute, că oricît ar fi de mică tensiunea σ_∞ , există o valoare x pentru care tensiunea σ_y depăşeşte limita de curgere efectivă a materialului (σ_c) şi la vîrful fisurii se produce o enclavă plastică cu o dimensiune caracteristică l_p. Pentru forma şi mărimea zonei de curgere, se pot obține diverse relații, în funcție de formula aplicată pentru exprimarea diagramei caracteristice a materialului în zona plastică, care se poate scrie sub forma

$$\sigma = \sigma_c\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^d \quad \text{pentru} \quad \varepsilon > \varepsilon_c \qquad (4.50)$$

unde $0 \leq d \leq 1$ este un parametru ce caracterizează plasticitatea materialului ; dacă d=1, deformația este pur elastică; dacă d=0, materialul este ideal-plastic. In fig.4.5 se arată distribuția tensiunilor σ_y pentru aceste trei cazuri.

Sub aspect fizic, zona de curgere este o regiune în care se găsesc surse de dislocare active. La o solicitare dată σ_∞, tensiunea σ_y apărută la vîrful fisurii forțează fiecare din surse la emiterea unor inele de dislocații, necesare pentru formarea unei stări de echilibru, iar această înmulțire şi mişcare a dislocațiilor are ca rezultat apariția deformațiilor remanente.

Modelul analizat pentru starea de tensiune de la vîrful fisurii caracteristic solicitării statice, trebuie completat cu alte aspecte în cazul solicitărilor variabile. Astfel, se admite că procesul de descărcare poate fi provocat prin suprapunerea a două sisteme de încărcare (v.fig.4.6), tensiunea $\Delta\sigma_\infty$ fiind asociată cu o limită de curgere aparentă $-2\sigma_c$. Suprapunerea $\sigma_\infty - \Delta\sigma_\infty$ are loc în condițiile în care $\Delta l_p \leq l_p$ şi fisura nu se poate închide. In felul acesta se poate determina mărimea zonei plastice şi deplasarea vîrfului fisurii. Ecuațiile pentru propagarea fisurii, descrise în literatură pentru solicitări variabile cu amplitudine constantă, au următoarea formă structurală

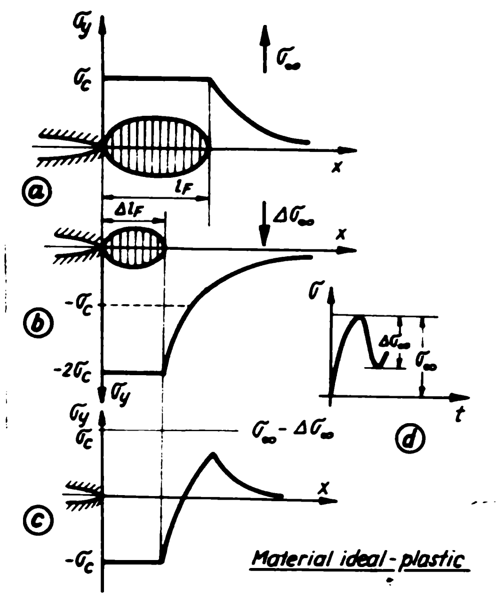


Fig.4.6
Efectul unei solicitări de încărcare-descărcare asupra condiţiilor de tensiune din zona de curgere

$$\frac{dl}{dn} = A\sigma_\infty^a l^b \qquad (4.51)$$

unde valorile obişnuite ale exponenţilor sînt $1 \le a \le 4$ şi $0 \le b \le 3$ [314]. Relaţia funcţională $dl/dn = f(l)$ a fost analizată de numeroşi cercetători pentru cazul σ_∞ = const. însă de regulă, viteza de propagare a fisurii se măsoar funcţie de factorul de concentrare a tensiunilor al lui Irwin [464]

$$K_I = \sigma_\infty \sqrt{\pi \cdot l} \qquad (4.52)$$

Criteriile fizice sînt în faza de formare şi ele se vor dezvolta odată cu progresele din fizica solidului, teoriile cantitative existente nereuşind să cuprindă într-o interpretare unică multiplele aspecte caracteristice procesului de degradare sub acţiunea solicitărilor variabile.

4.2.3. <u>Teorii probabiliste</u> [60],[2o1],[314],[320],[327],[347],[377],[42o],[498]. Uneori în literatură, noţiunea de criteriu probabilist se aplică în mod eronat cazurilor de tratare statistică a rezultatelor experimentale, utilizîndu-se de fapt teorii deterministe pe anumite nivele de probabilitate. De aceea, încercările de formulare probabilistă a procesului de degradare sînt destul de puţine şi utilizează o serie de ipoteze care nu au acoperire experimentală, cum sînt consideraţiile esenţiale care se fac asupra probabilităţii de rupere asociată fiecărui ciclu de solicitare. Astfel FREUDENTHAL [16o],[161] asociază fiecărui ciclu de solicitare o probabilitate de rupere constantă considerînd că fenomenul de rupere ascultă de o distribuţie tip Poisson ; analiza acestor ipoteze conduce în final tot la criteriul Miner. Modificarea acestor ipoteze, ca de exemplu considerarea unor probabilităţi de rupere funcţie de nivelul tensiunilor şi înlocuirea distribuţiei Poisson cu distribuţii Gumbel sau Weibull, conduc de fapt la criteriile de degradare neliniare.

De un interes deosebit se bucură modelul propus de KOZLOV [273], care consideră procesul de degradare sub acţiunea solicitărilor variabile ca un proces stohastic staţionar de tip Markov cu un număr finit de stări, evoluţia sistemului făcîndu-se prin trecerea ireversibilă dintr-o stare de degradare în alta mai pronunţată. Descrierea matematică a evoluţiei sistemului necesită cunoaşterea matricei probabilităţilor de trecere, a căror stabilire necesită supoziţii greu de verificat experimental ; de exemplu Kogaev admite că probabilitatea de trecere dintr-o stare în alta este proporţională cu un coeficient care depinde de valoarea amplitudinii tensiunii şi de ordinul stării de degradare.

Alte modele asociază procesului de degradare teoria mersului la întîmplare pe o axă sau procese Marcov de tip continuu (YOKOBORI) care permit stabilirea funcţiei de distribuţie a durabilităţilor, modele care au primit anumite confirmări experimentale.

S-a încercat de asemenea generalizarea modelelor din mecanica ruperii în cazul solicitărilor aleatoare, deoarece mecanismul de propagare a fisurii nu se modifică, deşi efectul variaţiei încărcării cu viteze diferite nu poate fi urmărit în propagarea fisurii. Pentru procese ergodice valoarea medie a lungimii fisurii poate fi definită astfel

$$\ell = L_k\left(\frac{t}{T_k}\right)^m \qquad (4.53)$$

unde t este o variabilă de natura timpului, L_k - lungimea critică a fisurii, T_k - timpul scurs pînă la formarea lungimii critice a fisurii, iar m - coeficientul de propagare a fisurii. Viteza de propagare a fisurii rezultă imediat

$$\frac{d\ell}{dn} = \frac{m.L_k}{T_k}.\left(\frac{t}{T_k}\right)^{m-1} = \frac{m.L_k}{T_k}.\left(\frac{\ell}{L_k}\right)^{\frac{m-1}{m}} \qquad (4.54)$$

Natura propagării fisurii este în mod fundamental definită de parametrul m. Evident că lungimea instantanee a fisurii este o mărime aleatoare determinată de o anumită distribuţie care depinde în realitate de istoricul solicitării. De aceea cercetările în acest domeniu caută să stabilească corelaţiile dintre valorile medii ale amplitudinilor tensiunilor, lungimea fisurii şi coeficientul de propagare a fisurii, cu domeniile lor de dispersie.

x

x x

Deşi analiza făcută este deosebit de sumară, se poate totuşi conchide că în prezent nu există o teorie de degradare suficient de cuprinzătoare care să reflecte influenţa numărului mare de parametrii care intervin în desfăşurarea procesului de degradare a metalelor sub acţiunea solicitărilor cu variaţie complexă.

4.3. Analiza probabilistică a depăşirii nivelelor de referinţă în cazul spectrelor aleatoare x)

Din punctul de vedere al studierii rezistenţei la oboseală a pieselor supuse la acţiunea solicitărilor aleatoare este important să se poată stabili pe baza spectrului tensiunilor reale care apar în procesul de exploatare, probabilitatea ca valorile tensiunilor să fie mai mari decît un anumit nivel de referinţă, numărul mediu al depăşirilor acestui nivel pe o anumită perioadă de timp şi durata medie a acestor depăşiri. Răspunsul la aceste probleme şi la altele care decurg imediat din ele, obţine diverse forme, în funcţie de ipotezele care se fac asupra caracterului procesului stohastic de excitaţie (respectiv a răspunsului în tensiuni) privind continuitatea şi forma densităţii de repartiţie a ordonatelor procesului pentru fiecare moment.

Fie $\sigma(t)$ spectrul de tensiuni considerat - în cazul cel mai general - ca un proces stohastic continuu pentru care se pot eventual determina densităţile de probabilitate condiţionate $f(\sigma/t)$ şi $f(\sigma,\dot{\sigma}/t)$ în situaţia în care există suficiente realizări $\{{}^k\sigma(t)\}$ pentru o prelucrare statistică.

Considerînd una din realizările procesului, se notează cu σ^o nivelul de referinţă stabilit, care pentru un calcul de durabilitate nelimitată poate fi rezistenţa la oboseală a materialului, iar în domeniul durabilităţii limitate, valoarea corespunzătoare a tensiunii. Se presupune că în punctul A (fig.4.7) are loc o depăşire a nivelului σ^o, de "jos în sus". Producerea acestui eveniment revine la calcularea probabilităţii

$$P\left\{\sigma(\tau) < \sigma^o \;;\quad \sigma(\tau+d\tau) > \sigma^o\right\} \qquad (4.55)$$

Pe baza continuităţii procesului, cu neglijarea unor infiniţi mici de ordin superior, se poate scrie

$$\sigma(\tau+d\tau) = \sigma(\tau) + \dot{\sigma}(\tau)d\tau \quad \text{cu} \quad \dot{\sigma}(\tau)\in(0,\infty)$$

reprezentînd $\left|\frac{d\sigma}{dt}\right|_{t=\tau}$

In aceste condiţii relaţia (4.55) se transformă succesiv

x) [485] DOBRE I.; DOBRE S.: "Wahrscheinlichkeitsanalyse betreffend die Überschreitungen der Bezugsniveaus bei aleatorischen Beanspruchungen". Lucrările "Sesiunii ştiinţifice jubiliare" a Şcolii superioare tehnice din Brno - R.S.Cehoslovacia - STI. VUD - CKA KONFERENCE, Kateder cásti strojú. 11 - 13 cervna 1975, p.1-4

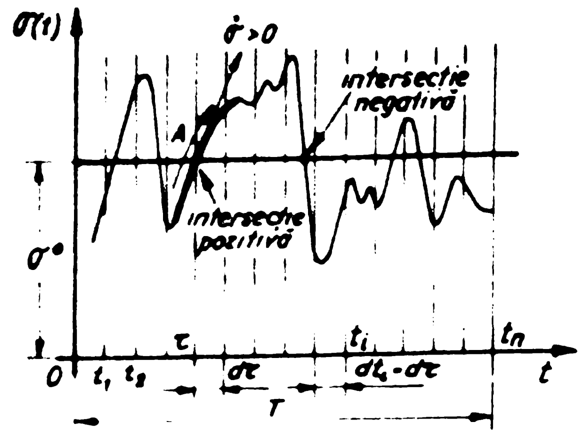


Fig.4.7
Asupra calculului numărului mediu de depășiri al nivelului σ^0

folosind o teoremă de mediere

$$P\{\sigma^0-\dot{\sigma}(\tau)d\tau<\sigma(\tau)<\sigma^0\} = \int_0^{\infty}\int_{\sigma^0-\dot{\sigma}d\tau}^{\sigma^0} f(\sigma,\dot{\sigma}/t)d\sigma\cdot d\dot{\sigma} = d\tau\int_0^{\infty} f(\sigma^0,\dot{\sigma}/t)\dot{\sigma}d\dot{\sigma} \qquad (4.56)$$

Fie T intervalul de înregistrare a procesului. Pe baza expresiei precedente se poate calcula timpul mediu pentru care $\sigma(t)>\sigma^0$. Pentru aceasta se discreditează axa t, împărțind segmentul T în n părți egale de valoare $d\tau$ și definind sistemul de variabile aleatoare

$$\delta_i = \begin{cases} dt_i\,, & \sigma(t_i)\geq\sigma^0 \\ 0\,, & \sigma(t_i)<\sigma^0 \end{cases} \qquad i = 1,2,\dots,n \qquad (4.57)$$

Timpul total în care procesul depășește nivelul de referință va fi

$$T(\sigma(t)>\sigma^0) = \sum_{i=1}^{n}\delta_i \qquad (4.58)$$

iar valoarea medie a acestui timp se află aplicînd operatorul liniar al așteptării matematice M relației (4.58) și trecînd de la sume la integrale, făcînd pe $n\to\infty$:

$$M[T(\sigma(t)>\sigma^0)] = \sum_{i=1}^{n}M[\delta_i] = \int_0^T\int_{\sigma^0}^{\infty} f(\sigma/t)d\sigma\cdot dt \qquad (4.59)$$

Se face un raționament similar pentru a găsi numărul mediu al depășirilor nivelului de referință în timpul T, introducînd variabilele aleatoare ajutătoare :

$$n_i = \begin{cases} 1\,, & \sigma(t_i)\geq\sigma^0 \\ 0\,, & \sigma(t_i)<\sigma^0 \end{cases}\,, \quad i = 1,2,3,\dots,n \qquad (4.60)$$

Numărul total de depășiri va fi :

$$n(\sigma(t)>\sigma^0) = \sum_{i=1}^{n} n_i \qquad (4.61)$$

Dacă se notează cu $p(\sigma^0/t_i)$ probabilitatea saltului peste nivelul σ^0 în momentul de timp t_i, a cărei expresie rezultă din (4.56), se obține imediat numărul mediu al depășirilor în timpul T

$$M\left[n(\sigma(t) > \sigma^o)\right] = \sum_{i=1}^{n} M[n_i] = \sum_{i=1}^{n} p(\sigma^o/t_i)dt_i =$$

$$= \int_0^T\int_0^\infty \dot{\sigma} f(\sigma^o,\dot{\sigma}/t)d\dot{\sigma}\cdot dt \qquad (4.62)$$

De aici se poate obţine durata medie a unui salt, împărţind relaţia (4.59) la (4.62).

Utilizarea relaţiilor obţinute necesită cunoaşterea densităţilor de probabilitate mono şi bidimensionale, care deobicei nu sînt date şi sînt dificil de obţinut. Dacă se pleacă însă de la ipoteza că majoritatea solicitărilor variabile care apar în exploatarea vehiculelor de orice tip sînt nişte procese staţionare, se pot obţine rezultate de mare utilitate practică. Pentru astfel de procese stabilizate în timp, durata medie a depăşirilor are o valoare directă şi evidentă, iar densităţile de repartiţie nu mai sînt funcţii de timp. Dacă se notează aceste densităţi de repartiţie prin $f(\sigma)$ şi $f(\sigma,\dot{\sigma})$, se observă că integrarea după t în (4.59) şi (4.62) se reduce la înmulţirea cu T şi prin urmare :

$$M\left[T(\sigma(t) > \sigma^o)\right] = T\int_{\sigma^o}^\infty f(\sigma)\cdot d\sigma \qquad (4.63)$$

$$M\left[n(\sigma(t) > \sigma^o)\right] = T\int_0^\infty \dot{\sigma} f(\sigma^o,\dot{\sigma})d\dot{\sigma} \qquad (4.64)$$

Dacă se împarte (4.63) la (4.64) se obţine durata medie a unei depăşiri.

Rezultatele obţinute erau cele aşteptate : timpul mediu de aflare a procesului peste nivelul dat (în timpul T) ca şi numărul mediu al depăşirilor în această perioadă de timp sînt proporţionale cu timpul analizat T, iar durata medie a depăşirilor nu depinde de acest interval de timp. De aceia pentru procesele staţionare are sens să se introducă noţiunea de număr mediu de depăşiri în unitatea de timp

$$\bar{n}_{\sigma^o} = \frac{M\left[n(\sigma(t) > \sigma^o)\right]}{T} = \int_0^\infty \dot{\sigma} f(\sigma^o,\dot{\sigma})d\dot{\sigma} \quad (4.65)$$

Cu toate acestea şi în cazul proceselor staţionare, pentru obţinerea unor rezultate definitive numerice este necesar să fie cunoscute legile de distribuţie $f(\sigma)$ şi $f(\sigma,\dot{\sigma})$. Formule suficient de simple şi utile se obţin numai pentru procesele normale (Gauss-Laplace) pentru care legea de distribuţie a ordonatelor se exprimă în mod univoc prin aşteptarea matematică $M[\sigma]$ şi dispersia procesului $D_\sigma = K_\sigma(o)$

$$f(\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot D_\sigma}} \exp\left\{-\frac{(\sigma - M[\sigma])^2}{2 \cdot D_\sigma}\right\} \qquad (4.66)$$

Dar, ordonata procesului şi viteza de variaţie pentru acelaşi moment t sînt variabile aleatoare necorelate iar pentru procesele normale sînt şi independente, deci densitatea de probabilitate bidimensională se poate scrie :

$$f(\sigma,\dot{\sigma}) = f(\sigma) \cdot f(\dot{\sigma}) \qquad (4.67)$$

sau

$$f(\sigma,\dot{\sigma}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot D_\sigma}} \exp\left\{-\frac{(\sigma - M[\sigma])^2}{2 \cdot D_\sigma}\right\} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot D_{\dot{\sigma}}}} \exp\left\{-\frac{\dot{\sigma}^2}{2 \cdot D_{\dot{\sigma}}}\right\} \qquad (4.68)$$

unde

$$D_{\dot{\sigma}} = -\left.\frac{d^2 K_\sigma(\tau)}{d\tau^2}\right|_{\tau=0} \qquad (4.69)$$

$M[\dot{\sigma}] = 0$ - în urma caracterului staţionar al procesului.

Pe baza relaţiilor stabilite, rezultă

- numărul mediu de depăşiri în unitatea de timp [din (4.65)]

$$\bar{n}_{\sigma^o} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D_{\dot{\sigma}}}{D_\sigma}} \exp\left\{-\frac{(\sigma^o - M[\sigma])^2}{2 \cdot D_\sigma}\right\} \qquad (4.70)$$

- durata medie a unei depăşiri [din (4.63) şi (4.64)]

$$\bar{\tau} = \frac{\int_{\sigma^o}^{\infty} f(\sigma)d\sigma}{\int_0^{\infty} \dot{\sigma} \cdot f(\sigma^o,\dot{\sigma})d\dot{\sigma}} = \pi \sqrt{\frac{D_\sigma}{D_{\dot{\sigma}}}} \exp\left\{\frac{(\sigma^o - M[\sigma])^2}{2 \cdot D_\sigma}\right\} \left[1 - \phi\left(\frac{\sigma^o - M[\sigma]}{D_\sigma}\right)\right] \qquad (4.71)$$

unde

$\phi(\ )$ - funcţia integrală a lui Laplace.

Este util de observat că pentru procesele staţionare şi normale, rezolvarea problemelor formulate în acest paragraf, necesită numai cunoaşterea formei analitice a funcţiei de autocorelaţie a variaţiei aleatoare în timp a tensiunilor din secţiunea analizată.

4.4. O nouă teorie de degradare cu considerarea influenţei suprasolicitărilor

4.4.1. Suprasolicitări. Curbe French. Existenţa suprasolicitărilor nepericuloase este o problemă actualmente controversată în literatură, curba French (1933) fiind atribuită unei interpretări statistice incomplete a rezultatelor experimentale. Totuşi, rezultate experimentale mai recente, printre care şi cele ale autorului tezei, prezentate în cap.6 [486]x), precum şi lucrări ale unor personalităţi ştiinţifice : ODING [355],[356], IVANOVA [249],[251], NADAŞAN [347],[348], BUZDUGAN [72], SERENSEN [417] etc. nu neagă faptul că suprasolicitările de scurtă durată pot să nu influenţeze limita de rezistenţă la oboseală a materialului (de aceia PONOMARIOV le numeşte s u p r a s o l i c i t ă r i a d m i s i b i l e). De altfel, sub aspect fizic, curba limită a suprasolicitărilor nepericuloase poate fi interpretată ca un loc geometric al punctelor din planul diagramei (σ-N) în care cele două efecte de întărire şi destrămare se găsesc în echilibru.

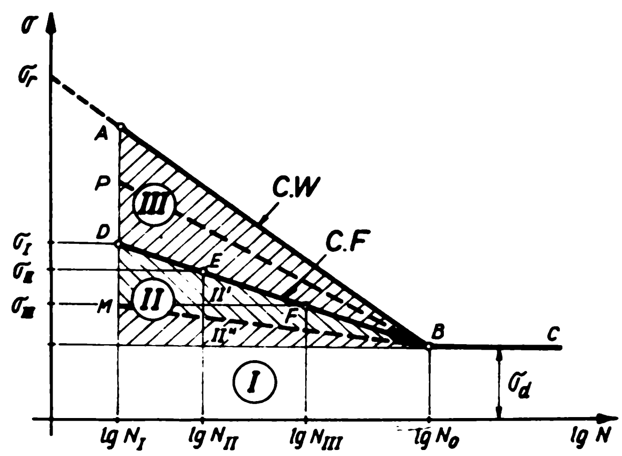


Fig.4.8

Curba Wöhler (C.W), curba French (C.F) şi zonele determinate în planul (σ-N)

Obţinerea acestei diagrame, deşi necesită un program experimental destul de laborios, este totuşi posibilă (v. [486],[348]) şi ea delimitează o zonă de solicitări (zona II, fig.4.8) mai mari decît rezistenţa la oboseală (σ_d), care nu influenţează această valoare. In această zonă ecruisarea materialului depăşeşte destrămarea lui, în timp ce mărirea numărului de cicluri duce la creşterea efectului destrămării. In felul acesta zona de degradare propriu zisă este zona III, curba Wöhler (C.W) indicînd solicitările la care ruperea se produce fără o suprasolicitare iniţială, în măsura în care se neglijează variabilitatea statistică.

Mai mult, cercetări mai amănunţite au subdivizat cele două zone, ceea ce confirmă încă odată existenţa C.F. Astfel în zona II se poate determina linia MB a suprasolicitărilor care au ca efect c r e ş t e r e a m a x i m ă a rezistenţei la oboseală, numite s u p r a s o l i c i t ă r i f a v o r a b i l e . ST. NADAŞAN ([348] pag.102) numeşte dreapta MB l i n i a d e f e c t ă r i l o r l a t e n t e şi mai introduce în domeniul III o dreaptă PB pe care o numeşte l i n i a d e f e c t ă r i -

x) [486] DOBRE I.: Untersuchungen über die dauerhaltbarkeit von dünnwandigen geschweissten rohren aus weichstahl. Lucrările "Sesiunii ştiinţifice jubiliare" a Şcolii superioare tehnice din Brno - R.S.Cehoslovacia, 9-13 iunie 1975, p.1-4 l o r p e r m a n e n t e . De altfel aceste elemente sînt susţinute de cunoscutele experienţe ale lui BAHAREV (redate şi de S.D. PONOMARIOV) efectuate cu spectre cu două nivele.

4.4.2. <u>Curbe de oboseală</u>. Rezolvarea unei probleme de predicţie a durabilităţii necesită în mod obligatoriu cunoaşterea expresiei analitice a curbei Wöhler, cu zona de dispersie aferentă în cazul introducerii criteriilor probabilistice, deoarece de pe această diagramă se poate determina fie rezerva de durabilitate, fie valoarea durabilităţii la un anumit nivel de solicitare.

Pentru obţinerea unor forme convenabile aproximărilor analitice, s-au utilizat diverse sisteme de coordonate ca de exemplu (N, σ); $(\lg N, \sigma)$; $(\lg N, \lg \sigma)$; $(\arcsin \sqrt{P}, \sigma)$; $(\mathrm{arc\,tg} \sqrt{N_0/N}, \lg \sigma)$ etc., cele mai răspîndite fiind sistemul semilogaritmic şi dublulogaritmic, în care curba Wöhler se apropie de o dreaptă, ceea ce sugerează existenţa unei dependenţe exponenţiale. In aceste condiţii, în literatură s-au folosit diverse formule empirice de aproximare a curbei Wöhler, care au în general cam aceeaşi structură, ca de exemplu : WÖHLER (1870): $\log N = a - b\sigma$; BASQUIN (1910): $\log N = a - b \log \sigma$; STROMEYER (1914): $\log N = a - b \log(\sigma - \sigma_{-1})$; PALMGREN (1924): $\log(N+B) = a - b \log(\sigma - \sigma_{-1})$; WEIBULL (1949): $\log(N+B) = a - b \log \frac{\sigma - \sigma_{-1}}{\sigma_r - \sigma_{-1}}$ sau $\sigma = \sigma_{-1} + b(N+B)^{-m}$; SERENSEN (1955): $(N_1 - N_{10})(\sigma_1 - \sigma_{-1})^m = C$; MADAYAG (reluarea unor relaţii mai vechi): $\frac{N}{N_r} = \left(\frac{\sigma_r}{\sigma}\right)^b$; STÜSSI (1955): $\frac{\sigma - \sigma_d}{\sigma_r - \sigma} = C \cdot N^{-a}$; HEYWOOD: $\frac{\sigma}{\sigma_r} = \frac{1 + K_1(\lg N)^4}{1 + K_2(\lg N)^4}$ NISHIHARA şi YAMADA: $\frac{1}{N} = e^{A\sigma + B}$; CIOCLOV (1972): $\lg\left(\frac{\sigma_r - \sigma}{\sigma_r - \sigma_d}\right) = \frac{-C}{(N - N^*)^a}$ unde a, b, A, B, m - constante determinate de pe curba de oboseală care sînt de fapt parametrii de ajustare a datelor experimentale; N_{10} - pragul de sensibilitate; N_r - numărul de cicluri la rupere asociat cu o tensiune maximă de referinţă σ_r. De altfel forma analitică adoptată pentru aproximarea curbei de oboseală, influenţează foarte puţin calculele ulterioare, iar parametrii de material specifici determinaţi experimental care intervin în relaţii l i m i t e a z ă o r i c e t e n t a t i v ă d e g e n e r a l i z a r e .

4.4.3. <u>Bazele şi metodologia noului criteriu</u>[x]. Pe baza ce-

---

x) [511] [illegible] I.: Consideraţii noi privind degradarea cumulativă a metalelor sub acţiunea solicitărilor variabile. In curs de publicare. Lucrările sesiunii ştiinţifice ASIT-Braşov, 1976 lor afirmate, pornind de la recunoaşterea existenţei şi necesităţii celor două curbe: C.W şi C.F pentru caracterizarea comportării materialului la solicitări variabile, autorul a conceput o metodologie de calcul a durabilităţii remanente a unui element de rezistenţă supus acţiunii unui spectru de solicitări staţionar care ia în considerare faptul că o parte din solicitări, ce depăşesc limita de oboseală dar sînt sub C.F, nu influenţează durabilitatea acestuia. S-a menţinut definiţia degradării ca raportul liniar al ciclurilor dar s-a modificat corespunzător numărul de cicluri al solicitării efective relativ la un anumit nivel al stării de tensiune, pentru a cuprinde efectul amintit.

Pentru caracterizarea analitică a datelor experimentale se vor utiliza relaţii de forma :

$$(C.W) : \quad N(\sigma-\sigma_d)^{m_W} = C_W \tag{4.72}$$

$$(C.F) : \quad N(\sigma-\sigma_d)^{m_F} = C_F \tag{4.73}$$

cu variaţie asimptotică pentru $\sigma \rightarrow \sigma_d \Rightarrow N \rightarrow \infty$

unde

σ - amplitudinea tensiunii

σ_d - rezistenţa la oboseală corespunzătoare durabilităţii N_o

N - durabilitatea în cicluri

m_W, m_F, C_W, C_F - parametrii de ajustare determinaţi din datele experimentale cu

$$m_W = \frac{\lg N_W^{**} - \lg N_W^{*}}{\lg(\sigma_W^{*} - \sigma_d) - \lg(\sigma_W^{**} - \sigma_d)} \tag{4.74}$$

$$C_W = N_W^{*}(\sigma_W^{*} - \sigma_d)^{m_W} \tag{4.75}$$

şi (N_W^{*}, σ^{*}), $(N_W^{**}, \sigma_W^{**})$ două puncte de reper pe dreapta reprezentativă a curbei Wöhler. Relaţii similare se obţin şi pentru curba French.

Se admite că procesul de variaţie în timp a tensiunilor măsurat într-o anumită secţiune a elementului de rezistenţă studiat, este staţionar şi normal şi că, aşa cum se întîmplă deobicei în practică, se dispune de o înregistrare a lui, în condiţii reale de exploatare. Pentru un astfel de proces, pe baza ipotezei de ergodicitate (v.cap.2) se poate determina o funcţie de autocorelaţie de tipul

$$K_\sigma(\tau) = D_\sigma \cdot e^{-\alpha|\tau|}(\cos\beta\tau + \frac{\alpha}{\beta}\sin\beta|\tau|) \tag{4.76}$$

unde

$D_\sigma = K_\sigma(0)$

α, β - parametrii cunoscuţi (determinaţi pe baza experienţelor)

$$D_{\dot{\sigma}} = -\left.\frac{d^2 \cdot K_{\sigma}(\tau)}{d\tau^2}\right|_{\tau=0} = D_{\sigma}(\alpha^2 + \beta^2) \qquad (4.77)$$

Procesul de calcul este secvențial și poate fi urmărit pe fig.4.9. El cuprinde două tipuri distincte de nivele de tensiuni în funcție de valorile concrete ale supratensiunilor care apar în spectrul analizat.

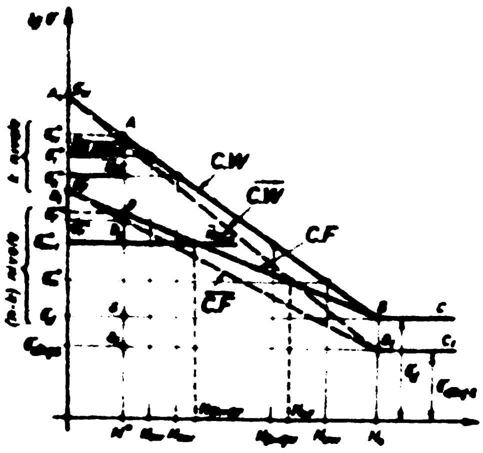


Fig.4.9
Exemplificarea aplicării noii metodologii pentru calculul durabilității

a) Tensiuni cuprinse între valorile corespunzătoare punctelor A și D (v.fig. 4.9), $\sigma_F^* < \sigma_i^0 < \sigma_W^*$, $i = 1,2,\ldots,k$, determinînd un număr de K nivele. Alegerea treptei de tensiune între nivele, trebuie astfel făcută încît creșterea numărului mediu de cicluri să fie semnificativă, în spectrul analizat trebuind să apară de la nivel la nivel, noi trepte de solicitare, altfel metoda este inoperantă. Deobicei însă, în marea majoritate a spectrelor apariția unor supratensiuni așa de mari, este mai puțin probabilă.

Corespunzător nivelului σ_1^0, numărul mediu de depășiri în unitatea de timp este

$$\bar{n}_{\sigma_1^0} = \int_0^\infty \dot{\sigma} f(\sigma_1^0, \dot{\sigma})\, d\dot{\sigma} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D_{\dot{\sigma}}}{D_{\sigma}}} \exp\left\{-\frac{(\sigma_1^0 - M[\sigma])^2}{2 \cdot D_{\sigma}}\right\} \qquad (4.78)$$

Numărul mediu total de depășiri în timpul T_e [s], care reprezintă durata echivalentă de funcționare a piesei sau construcției examinate, este

$$N_{\sigma_1^0} = \bar{n}_{\sigma_1^0} \cdot T_e \qquad (4.79)$$

In acest caz degradarea pe ciclu echivalent se definește în concordanță cu criteriul Miner

$$\delta_1 = \frac{N_{\sigma_1^0}}{N_{1W}} \qquad (4.80)$$

unde

$$N_{1W} = \frac{C}{(\sigma_1^0 - \sigma_d)^{m_W}} \qquad (4.81)$$

Corespunzător nivelului următor de tensiune σ_2^0, degradarea se definește astfel încît să se țină cont că influența unui număr de cicluri relative la primul nivel de tensiune a fost luată în considerare în prima secvență, deci

$$\delta_2 = \frac{\overline{N}_{\sigma_2^o} - \overline{N}_{\sigma_1^o}}{N_{2w}} \Longrightarrow \delta_i = \frac{\overline{N}_{\sigma_i^o} - \overline{N}_{\sigma_{i-1}^o}}{N_{iw}}, \quad (i=1,2,\ldots,k) \quad (4.82)$$

Degradarea totală corespunzătoare secvențelor considerate în acest domeniu de variație a tensiunilor va fi :

$$D_1 = \sum_{i=1}^{k} \delta_i \qquad (4.83)$$

b) Tensiuni cuprinse între valorile corespunzătoare punctelor D și S (v.fig.4.9), $\sigma_d < \sigma_j^o < \sigma_F^*$, j=(k+1),...,n considerate în număr de (n-k) nivele. In acest domeniu definiția degradării pe ciclu se face în mod fundamental diferit, deoarece nu se va lua în considerare influența stărilor de tensiune din domeniul II

$$\delta_j = \frac{(\overline{N}_{\sigma_j^o} - \overline{N}_{\sigma_{j-1}^o}) - N_{jF}}{N_{jw}}, \quad j=(k+1),\ldots,n \qquad (4.84)$$

Dacă δ_j rezultă negativ, se mărește diferența dintre tensiunile celor două nivele consecutive considerate (j-1), j. Degradarea produsă de ceke (n-k) nivele din acest domeniu de variație a tensiunilor, va fi

$$D_2 = \sum_{j=k+1}^{n} \delta_j \qquad (4.85)$$

In final, degradarea totală a probei sub acțiunea spectrului considerat va fi :

$$D = D_1 + D_2 \qquad (4.86)$$

iar rezerva de durabilitate (1-D).

Pornind de la această valoare a durabilității se poate defini un coeficient de siguranță

$$C = \frac{1}{D} \qquad (4.87)$$

relativ la durata de viață a probei sub acțiunea spectrului dat.

Mai trebuie să remarcăm că dacă se fac calculele pentru o piesă cu un anumit diametru, un anumit sistem de concentratori, o anumită stare a suprafeței etc. și se poate determina rezistența la oboseală a acestei piese, $\sigma_{dk\gamma\varepsilon}$, atunci cele două curbe de durabilitate (C.W. și C.F) se modifică ca în fig.4.9 (curbele punctate : $A_1B_1C_1$ (C.W) și $D_1B_1C_1$ (C.F) pornind de la ipoteza că elementele amintite nu influențează caracteristicile mecanice statice și generalizînd prin simetrie obținerea punctului D_1.

Pentru a lua în considerare variabilitatea statistică a fenomenului, pe baza unor determinări clasice complete, se pot ridica curbe de izoprobabilitate, afectînd mărimile care s-au introdus, cu un indice P, reprezentînd nivelul de probabilitate cu care se lucrează.

4.4.4. <u>Aplicații la calculul de durabilitate al structurilor</u>. Numărul mare de factori care influențează comportarea la oboseală și durabilitatea unei structuri de rezistență, face ca transpunerea rezultatelor încercărilor de material efectuate pe epruvete standard și în condiții prescrise, să nu asigure un grad de confidență satisfăcător. In cazul structurilor se schimbă chiar mecanismele intime de cumulare a degradărilor. Pe lîngă condițiile de mediu, au influențe determinante, dimensiunile și concentratorii de tensiune, gradul de pluriaxialitate al stărilor de tensiune, gradul de nedeterminare, tensiunile remanente, modul de asamblare și de prelucrare a elementelor componente și multe altele. Pentru stabilirea influenței tuturor acestor parametrii, există în literatură efectuate studii sistematice a căror sinteză este redată destul de complet de GH.BUZDUGAN [72],[75], D.CIOCLOV [91],[498], ST.NADASAN [347],[348] (citînd numai literatura românească). Pe baza corelațiilor care se stabilesc cu caracteristicile de material, se încearcă introducerea, în relațiile de calcul, a unor factori de corecție care să țină cont de particularitățile specifice structurii analizate. Cu toate acestea FREUDENTHAL (v. [75]) afirmă că sînt necesare minimum trei încercări pe structuri în mărime naturală, în condiții reale de funcționare, pentru a se putea face predicția durabilității cu oarecare certitudine. Există însă foarte multe cazuri de produse unicat sau foarte scumpe cînd încercările experimentale devin prohibitive economic sau sînt imposibile, ceea ce impune o verificare analitică a siguranței.

In studiul structurilor de rezistență din construcția vehiculelor, pornind de la cerințele industriei aerospațiale, s-au dezvoltat două metode - principial diferite - pentru calculul analitic și/sau determinarea experimentală a siguranței în exploatare. Metoda durabilității garantate, pornește de la asigurarea, cu o probabilitate foarte ridicată, a funcționării fără cedare a structurii pe tot timpul duratei de exploatare ; metoda degradării controlabile, admite ca într-o structură să apară cu o probabilitate suficient de scăzută o degradare parțială, ușor detectabilă, care are o viteză de extindere suficient de mică pentru ca între două inspecţii curente să nu afecteze capacitatea portantă a structurii (v. [498]).

Indiferent de metodă, pentru calculul durabilităţii trebuie să se expliciteze formele analitice (deobicei empirice) pentru factorii de influenţă care în general intervin în calcule prin modificarea rezistenţei la oboseală : $\sigma_d \rightarrow \sigma_{dk\gamma\varepsilon}$. In această privinţă se acceptă metodologia clasică, amplu analizată în tratatele de rezistenţă materialelor sau în monografiile amintite, care pot fi sintetizate sub forma :

$$\sigma_{dk\gamma\varepsilon} = \frac{\sigma_d}{(K_\sigma)_D} \qquad (4.88)$$

Urmărind fig.4.9 se găsesc cu uşurinţă coordonatele punctelor A_1 şi B_1 pornind de la ecuaţiile (4.72) şi (4.73) :

$$N(\sigma-\sigma_d)^{m_w} = C_w \Rightarrow \lg N + m_w \lg(\sigma-\sigma_d) = \lg C_w .$$

Dacă

$$\lg N = 0 \Rightarrow \lg(\sigma-\sigma_d)^{m_w} = \lg C_w \Rightarrow (\sigma-\sigma_d)^{m_w} = C_w .$$

De aici rezultă imediat

$$\sigma_w = \sigma_d + \sqrt[m_w]{C_w} \quad ; \quad \sigma_F = \sigma_d + \sqrt[m_F]{C_F} \qquad (4.89)$$

Ecuaţia curbei Wöhler modificate (CW - dreapta A_1B_1) se scrie cu uşurinţă

$$\frac{\lg\sigma - \lg\sigma_w}{\lg\sigma_{dk\gamma\varepsilon} - \lg\sigma_w} = \frac{\lg N}{\lg N_o} \qquad (4.90)$$

şi poate fi pusă sub forma :

$$\sigma^{a_1} = b_1 . N^{c_1} \qquad (4.91)$$

unde

$$a_1 = \lg N_o \ ; \ \lg b_1 = (\lg N_o).(\lg\sigma_w) \ ; \ c_1 = \lg\sigma_{dk\gamma\varepsilon} - \lg\sigma_w \qquad (4.92)$$

Ordonata punctului A_2 este

$$\sigma_w^* = \sqrt[a_1]{b_1 (N^*)^{c_1}} \qquad (4.93)$$

Se procedează în mod analog pentru curba French modificată (CF) obţinîndu-se relaţii întrutotul similare.

---

x) [507] BOLEANTU L.; DOBRE I.: Die Wahrscheinlichkeitsberechnung des Masstabfaktors in der Untersuchung der statischen Festigkeitswerte von stählen. Publicată în lucrările " Sesiunii ştiinţifice jubiliare" a Şcolii superioare tehnice din Brno - R.S. Cehoslovacia, 9-13 iunie 1975, p.1-12

$$\sigma^{a_2} = b_2 \cdot N^{c_2} \qquad (4.94)$$

unde

$a_2 = \lg N_0 = a_1$; $\lg b_2 = (\lg N_0) \cdot (\lg \sigma_F)$; $c_2 = (\lg \sigma_{dk\gamma\varepsilon} - \lg \sigma_F)$ (4.95)

deci

$$\sigma_F^* = \sqrt[a_2]{b_2 (N^*)^{c_2}} \qquad (4.96)$$

Avînd aceste elemente calculul - în continuare - este întrutotul analog cu cel care a fost prezentat în paragraful anterior.

4.5. Concluzii

Continuînd linia formulată în cap.I, în cadrul acestui capitol s-a trecut la un studiu al comportării structurilor de rezistență - în general - din punctul de vedere al mecanicii solidului deformabil. Exceptînd situațiile catastrofale de apariție a unor suprasolicitări mari care să conducă la distrugerea intempestivă a structurii, efectul dominant al inducerii unor stări de tensiune variabile, este apariția fenomenului de oboseală. Acest fapt impune ca în studiul unor asemenea structuri chiar în faza de proiectare și mai ales la cercetarea experimentală a prototipurilor să se poată face predicții de durabilitate, necesare în studiul siguranței și fiabilității structurii.

Pentru a se ajunge la obținerea unor elemente concrete și utile pentru scopul propus, în cadrul acestui capitol s-au obținut următoarele rezultate :

- s-a reușit să se caracterizeze, sub aspectul cel mai general, stadiul actual al cercetărilor în domeniul teoriei degradărilor cumulative, desprinzînd din mulțimea de informații cuprinsă într-o vastă literatură dedicată acestui fenomen, elementele fundamentale care constituie singurele rezultate certe ale cercetării, obținute pînă în prezent (§ 4.1);

- se face o analiză critică pertinentă a celor mai reprezentative teorii de degradare întîlnite în literatură, evidențiind faptul că teoriile formale, liniare sau neliniare, nu aduc o îmbunătățire consistentă a teoriei clasice a lui Miner, restul teoriilor fiind greu de aplicat și necesitînd investigații experimentale complexe și dificile (§ 4.2);

- pe baza acestor analize complexe, se formulează o nouă teorie de degradare, calculînd degradarea pe ciclu tot ca "raportul liniar" al ciclurilor, scăzînd însă influența acelor suprasolicitări din spectru care sînt sub curba French, în condițiile în care se poate defini un ciclu într-un spectru aleator. Pe baza acestor accepțiuni s-a conceput o metodologie secvențială pentru calculul durabilității sau coeficientului de siguranță în cazul unei epruvete în care spectrul stării de tensiune poate fi asimilat cu un proces stohastic staționar și ergodic pentru care se poate stabili expresia analitică a funcției de autocorelație;

- s-a arătat că, dacă se cunoaște funcția de autocorelație a spectrului, în ipoteza de normalitate a procesului (care implică independența funcțiilor de distribuție a probabilităților ale tensiunilor și derivatele lor) se poate determina numărul mediu al depășirilor unui anumit nivel de referință, ceea ce ne permite să transpunem în "cicluri echivalente" spectrul dat, în cadrul ipotezei formulate;

- utilizînd aceste elemente s-a aplicat teoria și metodologia formulată, pentru cazul structurilor ; noua situație incumbă două ipoteze noi : considerarea rezistențelor la oboseală modificate, în accepțiunea clasică și convergența curbelor de durabilitate în punctul reprezentativ al solicitărilor statice.

In felul acesta calculul a fost condus pînă la forma finală care răspunde dezideratelor formulate în primul capitol.

P A R T E A A D O U A

CAPITOLUL 5

ANALIZA STARILOR DE TENSIUNE DIN STRUCTURILE DE REZISTENTA ALE BOGHIULUI TIP Y25-Cs şi BICICLETEI TIP TOHAN

5.1. Elemente initiale de calcul

5.1.1. Introducere. In funcţie de cererile efective primite din partea întreprinderilor productive şi de posibilităţile de măsurare disponibile, aplicaţiile şi investigaţiile experimentale au fost efectuate pe două structuri de vehicule : un cadru de boghiu pentru vagoanele de marfă, tip Y25-Cs şi cadre de biciclete tip Tohan [38],[42]. Măsurătorile experimentale au fost coroborate cu un ansamblu de calcule teoretice relativ complete, posibile datorită utilizării calculatoarelor în rezolvarea sistemelor de ecuaţii de condiţie. In literatura cercetată de autor, privind efectuarea unor asemenea calcule, s-au găsit numai lucrările lui I.DEUTSCH [125] şi A.BUGA [61],[62] abordînd însă sub alte aspecte această problemă. De aceia se consideră că pe lîngă utilitatea şi aplicabilitatea imediată a rezultatelor obţinute, lucrările efectuate de către un colectiv de cadre didactice de la disciplina de Rezistenţa materialelor, a cărui îndrumare directă a avut-o autorul tezei, aduc un plus de noutate ca metodică şi mod de abordare a problemei. Aceasta cu atît mai mult cu cît literatura consacrată materialului rulant [116],[154],[224 vol.III],[245],[330],[451],[472],[474] prezintă metode şi recomandări privind evaluarea sarcinilor şi calculul de rezistenţă al boghiurilor, fără a face precizări care să explice rezultatele obţinute, deşi studiile experimentale [61],[62],[224] au arătat diferenţe mari între valorile calculate şi efective

---

[38] BOLEANTU L.; DOBRE I.: Determinarea eforturilor specifice la patru tipuri de biciclete sub acţiunea sarcinilor statice şi dinamice. Protocol, beneficiar : Uzina "6 Martie" - Zărneşti Braşov, 1967, 137 pag.

[42] BOLEANTU L.; DOBRE I.; [illegible]; [illegible]; JUNG [illegible]; DUMITRU [illegible]: Calculul de rezistenţă al boghiului Y25 - Cs. Protocol, beneficiar : Uzina de vagoane Arad, 1972, 343 pag.

în ceea ce priveşte distribuţia şi mărimea tensiunilor.

5.1.2. <u>Date constructive</u>. Boghiul Y25-Cs este compus dintr-un cadru care se sprijină pe cutiile de unsoare prin intermediul unei suspensii formată din arcuri elicoidale şi dintr-un dispozitiv de amortizare cu frecare [45]. Cadrul boghiului (v.fig.5.1 şi Anexa 2) este format din lonjeroanele mari 1, traversa crapodinei 2, lonjeroanele mici 3 şi traversele frontale 4, executate din tablă sau profile laminate, ansamblate prin sudură.

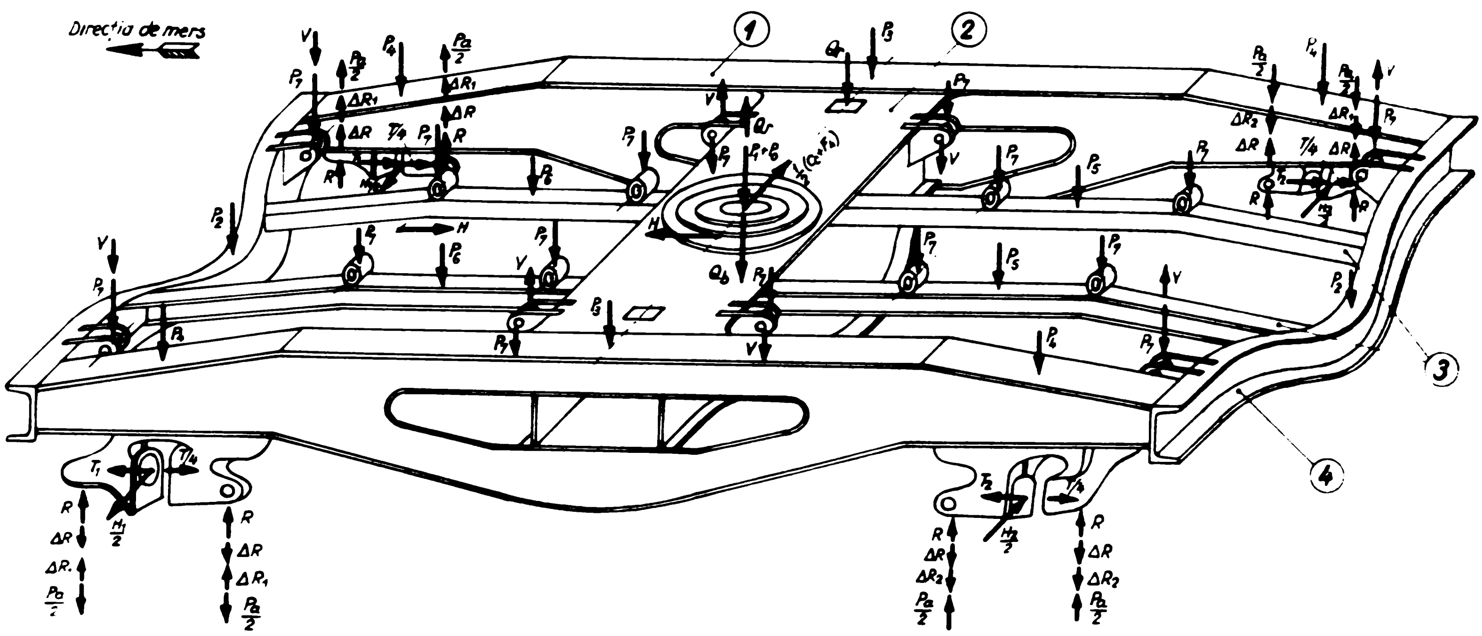


Fig.5.1

Cadrul boghiului Y25-Cs. Elemente constructive-sarcini

Cadrul de bicicletă este - evident - o structură mai simplă, executată din ţeavă, cu noduri realizate prin sudură sau brazare (v.fig.5.42). Problematica de calcul şi proiectare ridica principial aceleaşi dificultăţi ca pentru orice vehicul rutier sau de cale deoarece este tot o construcţie hiperstatică, pe reazeme elastice, supusă la o gamă variată de sarcini statice şi dinamice, deobicei aleatorii.

5.1.3. <u>Ipoteze de lucru</u> [46].

a. Toate elementele boghiului sînt cuprinse într-un plan orizontal pe care-l vom numi plan neutru şi care trece prin centrele de greutate ale majorităţii secţiunilor transversale. Ipoteza este sugerată de faptul c grinzile strîmbe au rigidităţi relativ

---

[45] BOLEANTU L., DOBRE I., [illegible]GUT N., I[illegible]ICIU T.: Calculul de rezistenţă al unui cadru de boghiu pentru vagoane de marfă. Calculul încărcărilor. Revista căilor ferate române, Anul III(60) Nr.1 (768), 1973, p.26-36

mici în comparaţie cu celelalte, iar excentricităţile faţă de planul considerat sînt deasemenea relativ mici.

b. Pentru cadrele de biciclete se acceptă un plan de simetrie longitudinală, vertical, care este şi planul forţelor.

c. Grinzile componente ale ambelor structuri au fost reduse la axele lor geometrice plane neglijînd curburile cu rază mare de curbură.

Astfel, în final forma reală a boghiului a fost redusă la un cadru plan (fig.5.2,a) cu şase contururi rigide închise rezemat

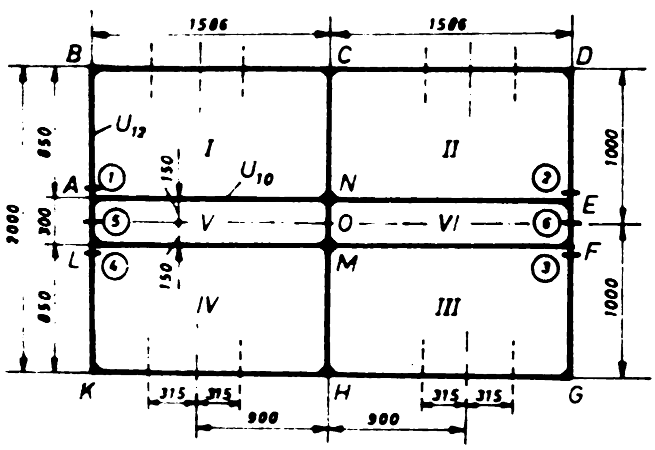


Fig.5.2,a

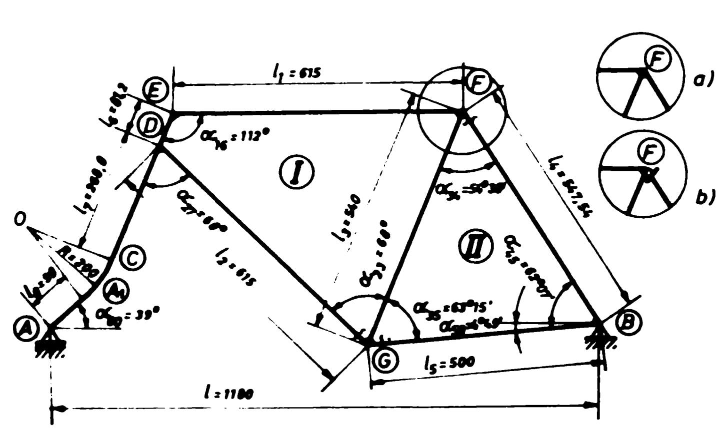


Fig.5.2,b

Scheme finale de calcul

pe opt reazeme simple elastice şi încărcat cu forţe şi momente concentrate, perpendiculare pe planul boghiului sau cuprinse în planul său ceea ce păstrează caracterul spaţial al problemei. Cadrul de bicicletă (fig.5.2,b) a fost redus la o structură plană cu două contururi închise, simplu rezemată, încărcată cu forţe concentrate cuprinse în planul său.

5.2. Calculul forţelor exterioare pentru diverse regimuri de funcţionare

Cazul A : boghiul Y25-Cs [43],[45]. In timpul circulaţiei

[46] BOLEANTU L., DOBRE I., IERLEMICIU T., DUMITRU I., NEGUT N., JUNG E.: Ipoteze fundamentale la calculul de rezistenţă al unui cadru de boghiu pentru vagoane de marfă. Caracteristici geometrice. Diagrame de eforturi pentru sistemul de bază. Revista căilor ferate române, Anul III(60), Nr.10 (777), 1973, pg.586-59

[43] BOLEANTU L., DOBRE I., NEGUT N., IERLEMICIU T., JUNG E., DUMITRU I.: Studiul stării de tensiune din cadrul unui boghiu Y25-Cs la regim de frînare în aliniament. Lucrările conferinţei : "Construcţii, tehnologii şi procedee tehnologice noi în domeniul materialului rulant tractat", Arad, 10 noiembrie 1972, pag.44-59

vagonului, asupra boghiului acţionează un sistem complex de sarcini verticale şi orizontale, laterale şi longitudinale, cu caracter permanent sau accidentale, cu variaţie lentă sau bruscă etc. La rîndul lor, mărimea şi repartizarea sarcinilor transmise elementelor de rezistenţă ale cadrului boghiului sînt influenţate de denivelările căii, de inegalităţile rigidităţii şi săgeţilor de fabricaţie ale arcurilor, de abaterile diferite ale suprafeţelor de rezemare a arcurilor, de supraînălţarea căii etc. Dar faptul că toate aceste elemente şi încărcări nu intervin simultan cu valorile lor maxime, impune o analiză separată pentru stabilirea regimurilor celor mai defavorabile.

5.2.1. <u>Sarcina statică verticală</u>. Principala sarcină statică verticală care solicită cadrul boghiului, notată cu P_o, provine din greutatea cutiei şi încărcăturii utile, care se transmite direct pe cele două boghiuri prin ansamblul pivot-crapodină.

$$P_o = \frac{G_c}{2} = \frac{G_v - 2.G_b}{2} \qquad (5.1)$$

unde

G_c - greutatea cutiei încărcate

G_v = 4.Q - greutatea vagonului, considerînd sarcina pe osie Q = 21o kN

G_b - greutatea unui boghiu (G_b = 4658 daN)

Rezultă P_o = 37342 daN. Se adaugă greutăţile proprii $P_1 \ldots P_7$ (fig. 5.3).

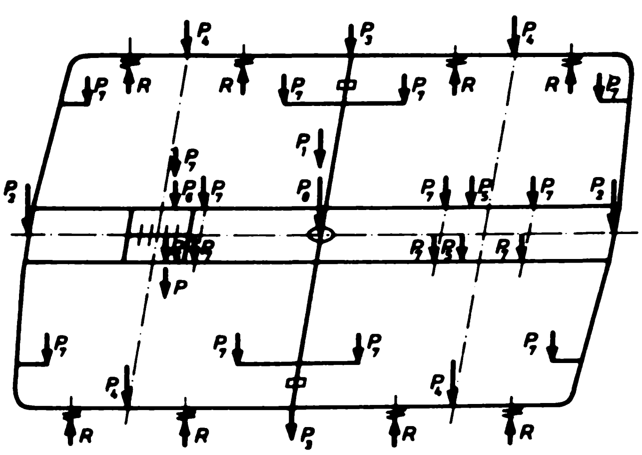


Fig.5.3

Sarcina statică verticală

5.2.2. <u>Inscrierea dinamică a boghiului în curbă</u> [44]. Asupra boghiului acţionează : forţa directoare (Y_1), forţa centrifugă (C), forţa datorită presiunii vîntului (F_v) şi forţele de frecare (F_f). Ele se determină din condiţiile echilibrului boghiului, stabilite pentru cele trei poziţii pe care le poate ocupa acesta la circulaţia în curbă : poziţia în diagonală,

---

[44] BOLEANTU L., DOBRE I., NEGUT N., IEREMICIU T., JUNG P., DUMITRU I.: Eforturi şi tensiuni la înscrierea în curbă, în elementele unui boghiu Y25-Cs. Lucrările conferinţei "Construcţii, tehnologii şi procedee tehnologice noi în domeniul materialului rulant tractat", Arad, lo noiembrie 1972, pag.59-72.

poziţia intermediară şi poziţia în coardă.

Calculul acestor forţe s-a efectuat pe baza unor ipoteze prezentate în [443] pentru două cazuri distincte de exploatare :

- circulaţia în curba cu raza minimă R_c = 15o m la viteza critică,
- circulaţia la viteza maximă v = 12o km/h, în curba de rază minimă în care se poate circula cu această viteză (R_c = 8oo m).

5.2.2.1. Inscrierea în curba de rază R_c = 150 m.

a. Poziţia în diagonală. Ecuaţiile de echilibru, cu notaţiile din fig.5.4 sînt

$$\left.\begin{aligned} &\sum V = 0 \Rightarrow Y_1 - Y_2 - C - F_v - 2F_f \sum_{i=1}^{2} \cos \theta_i = 0 \\ &\left(\sum M\right)_P = 0 \Rightarrow Y_1 \cdot x_{max} - Y_2(x_{max} - \ell) - (C + F_v)\left(x_{max} - \frac{\ell}{2}\right) - 2F_f \sum_{i=1}^{2} z_i = 0 \end{aligned}\right\} \quad (5.2)$$

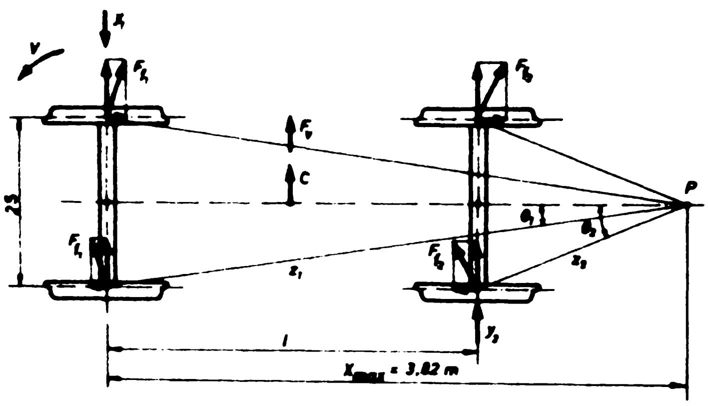


Fig.5.4
Poziţia în diagonală a boghiului

în care

$$\left.\begin{aligned} 2F_f &= \mu Q \\ C &= \frac{1}{2}\frac{G_v}{g}\left(\frac{v^2}{R} - \frac{gh}{2S}\right) \\ F_v &= \frac{1}{2} S_\ell p_v \end{aligned}\right\} \quad (5.3)$$

μ = o,25 - coeficientul de frecare dintre roată şi şină [443]

h = o,o85 m - supraînălţarea şinei exterioare în curba dată [473]

S_ℓ = 6o m^2 - suprafaţa peretelui lateral al celei mai mari cutii

p_v = 5o daN/m^2 - presiunea vîntului lateral([33o] pag.11 şi [451] pag.67)

Pentru trasarea paşaportului dinamic orizontal, interesează distanţa polară x'_{max} corespunzătoare vitezei v = 0. Din sistemul (5.2) se obţine :

$$Y_2 = -\left[\frac{C + F_v}{2} - \frac{2 \cdot F_f}{\ell}\left(\sum_{i=1}^{2} z_i - x \sum_{i=1}^{2} \cos \theta_i\right)\right] \quad (5.4)$$

Din condiţia Y_2 = 0, rezultă

$$v^2 = \left\{\frac{gh}{2S} + \frac{2g}{G_v}\left[\frac{4F_f}{\ell}\left(\sum_{i=1}^{2} z_i - x \sum_{i=1}^{2} \cos \theta_i\right) - F_v\right]\right\} R_c \quad (5.5)$$

In fig.5.5 s-a reprezentat graficul funcţiei (5.5), $v^2 = f(x)$,

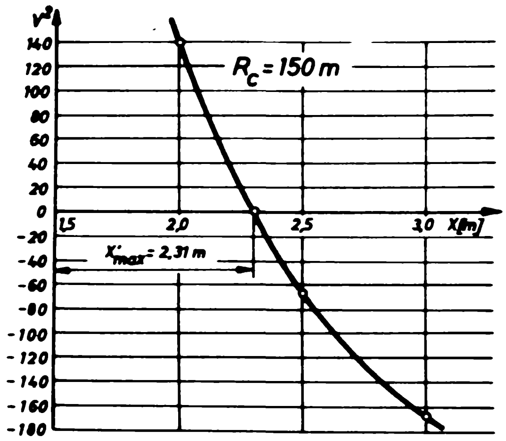


Fig.5.5
Determinarea distanței polare maxime pentru R_c = 150 m (5.5)

din care rezultă x'_{max} = 2,31 m.

b. Poziția în coardă. Ecuațiile de echilibru (fig.5.6)

$$\left.\begin{aligned} &\sum V = 0 \Rightarrow Y_1 + Y_2 - C - F_v - \\ &\quad - 2\,F_f \sum_{i=1}^{2} \cos\theta_i = 0 \\ &(\sum M)_P = 0 \Rightarrow Y_1 \cdot x_{min} - Y_2 \cdot x_{min} - \\ &\quad - 2\,F_f \sum_{i=1}^{2} z_i = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (5.6)$$

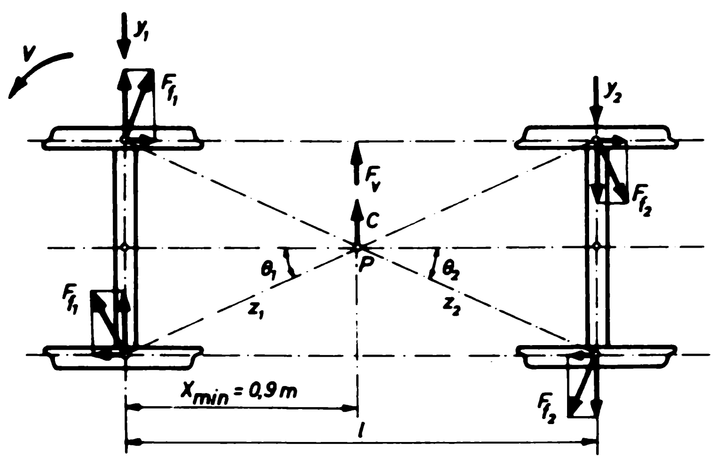


Fig.5.6
Poziția în coardă a boghiului

Valoarea minimă a vitezei, v_c, de la care boghiul ocupă poziția în coardă, se determină din condiția Y_2 = 0 ; se obține v_c = 22,6 m/s.

Expresiile analitice ale forțelor directoare devin

$$\left.\begin{aligned} Y_1 &= 14,275\,v^2 + 6405 \\ Y_2 &= 14,275\,v^2 - 7285 \end{aligned}\right\} \qquad (5.7)$$

și împreună cu C sînt reprezentate în fig.5.7.

c. Poziția intermediară. Boghiul ocupă această poziție pentru valori ale vitezelor cuprinse în intervalul $v \in (0\text{–}81,5)\frac{km}{h}$ în această situație polul ocupă diferite poziții în funcție de viteza de circulație, distanța polară fiind cuprinsă în intervalul $x \in (2,31\text{–}0,9)$ m.

Ecuațiile de echilibru ale sistemului, (Y_2 = 0), pe baza notațiilor din fig.5.8 sînt

$$\left.\begin{aligned} &\sum V = 0 \Rightarrow Y_1 - F_v - C - 2F_f \sum_{i=1}^{2} \cos\theta_i = 0 \\ &(\sum M)_P = 0 \Rightarrow Y_1 x - (F_v + C)(x - \tfrac{l}{2}) - \\ &\quad - 2F_f \sum_{i=1}^{2} z_i = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (5.8)$$

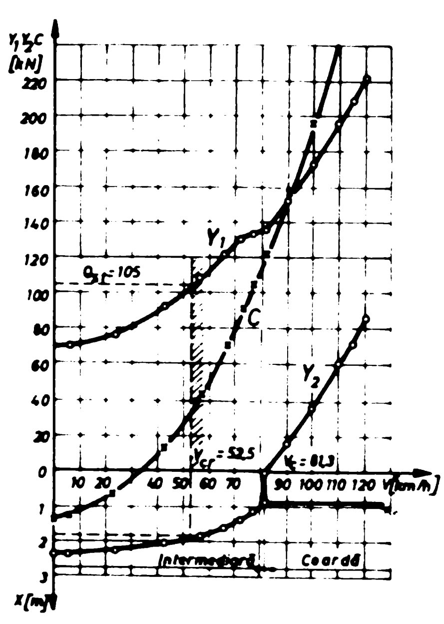


Fig.5.7
Pașaportul dinamic orizontal al boghiului pentru R_c = 150 m

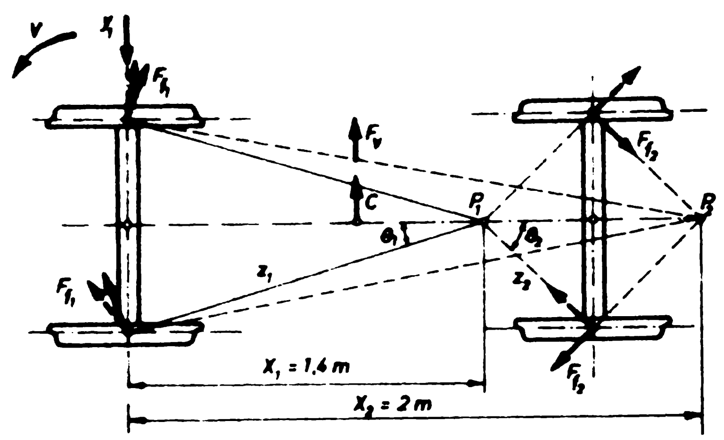


Fig.5.8
Poziţia intermediară a boghiului

Curbele de variaţie ale forţelor Y_1 şi C sînt trasate tot în fig.5.7.

Aprecierea siguranţei circulaţiei s-a făcut în baza criteriului lui Nadal. La $Y_1/Q_{st} = 1$ din fig.5.7 rezultă $v_{cr} = 52,5\ \frac{Km}{h}$. La $v > v_{cr}$ apare pericolul deraierii, de aceia la calculul boghiului s-au considerat forţele care apar la $v = v_{cr}$.

5.2.2.2. <u>Inscrierea în curbă de rază $R_c = 800$ m</u>. Calculul este analog şi a fost redat în detaliu în [42],[45]. De subliniat că viteza critică la poziţia în coardă este de 193 Km/h ; deoarece viteza maximă de circulaţie este de 120 Km/h, forţele care solicită cadrul boghiului s-au calculat corespunzător acestei viteze.

5.2.3. <u>Calculul suprasarcinilor dinamice la mersul în curbă. Pentru $R_c = 150$ m</u>

a) Forţa centrifugă a cutiei neechilibrată de supraînălţarea şinei exterioare este

$$C_c = G_c\left(\frac{v_{cr}^2}{gR_c \cdot 3,6^2} - \frac{h}{2S}\right) \qquad (5.9)$$

Această forţă este aplicată în centrul de greutate al cutiei, situat la $h_c = (2...2,2)$ m de la planul şinelor. S-a acceptat $h_c = 2,2$ m.

Analog se calculează forţa centrifugă a părţii suspendate (C_{sb}) care acţionează la $h_{sb} = 0,65$ m.

b) Forţa dată de presiunea vîntului F_{cv}, acţionînd la $h_{cv} = 2,7$ m.

c) Momentul de răsturnare a cutiei, cu notaţiile din fig. 5.9 este

$$M_c = C_c(h_c - h_r) + F_{cv}(h_{cv} - h_r) \qquad (5.10)$$

Acest moment produce încărcarea glisierei exterioare şi descărcarea crapodinei unui boghiu cu forţa

$$Q_r = \frac{1}{2}\frac{M_c}{b_o}$$

d) Variaţia sarcinilor pentru fiecare cutie de unsoare va fi (fig.5.9)

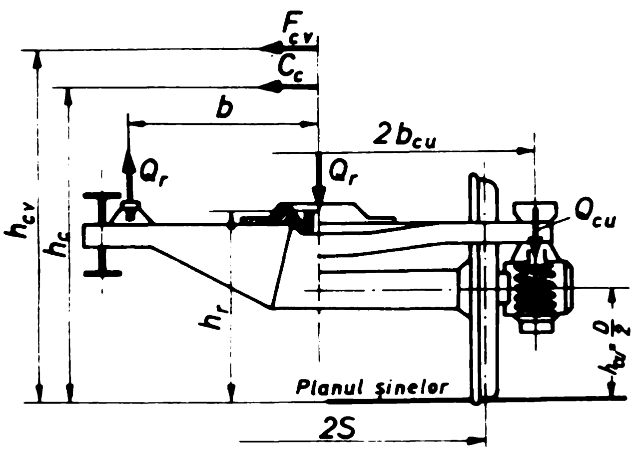


Fig.5.9
Incărcarea glisierei la mersul în curbă

$$Q_{cu} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{C_c(h_c - h_{cu}) + F_{cv}(h_{cv} - h_{cu})}{2.b_{cu}} + \right.$$

$$\left. + \frac{C_{sb}(h_{sb} - h_{cu})}{2.b_{cu}}\right] \quad (5.11)$$

In cazul a două grupuri de arcuri de suspensie pentru fiecare roată, variaţia sarcinii pe un grup este $\Delta R = Q_{cu}/2$.

e) Forţele transversale, care se transmit cadrului prin osii

$$H_i = Y_i - 2.F_f\cos\theta_i - C_n \quad (5.12)$$

unde

$$C_n = \frac{G_n}{2}\left(\frac{v_{cr}^2}{gR_c \cdot 3,6^2} - \frac{h}{2S}\right) \quad (5.13)$$

C_n - forţa centrifugă a părţilor nesuspendate.

f) Forţele longitudinale $F_f\sin\theta_i$, formează cuplurile $F_f\sin\theta_i(2.S)$ care încarcă fălcile de osie dispuse pe diagonală cu forţele longitudinale

$$T_i = \frac{F_f\sin\theta_i(2.S)}{2.b_{cu}} \quad (5.14)$$

g) In crapodină se transmite forţa $\frac{1}{2}(C_c + F_{cv})$, care acţionează la distanţa $\delta = h_r - h_n$ faţă de planul neutru al cadrului, în care $h_n = 0,70$ m reprezintă distanţa de la planul şinelor la planul neutru.

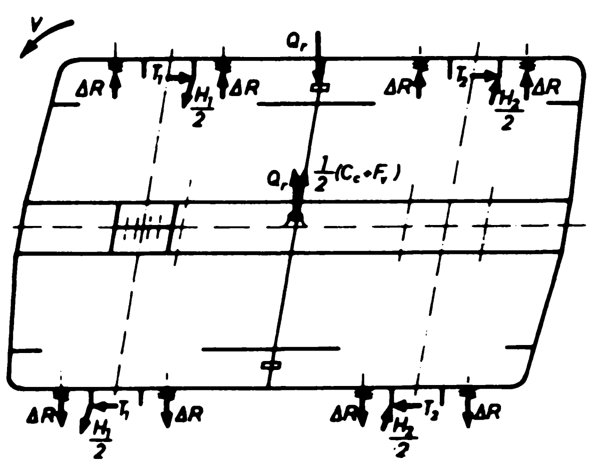


Fig.5.10
Incărcările produse la mersul în curbă

Toate aceste forţe au fost reprezentate în fig.5.10 iar valorile numerice centralizate în tabelul 5.1.

<u>Pentru R_c = 800 m</u> - calculul este analog, considerînd v_{max} = 120 Km/h. Din compararea rezultatelor (tab.5.1) se conchide că cea mai puternică solicitare a cadrului apare la circulaţia prin curba de rază minimă (R_c = 150 m) cu viteza critică.

5.2.4. <u>Forţele care apar în procesul frînării</u>

5.2.4.1. <u>Forţe provenite de la instalaţia de frînare</u>. Din schema frînei (fig.5.11) rezultă că asupra fiecărui sabot - în ipo-

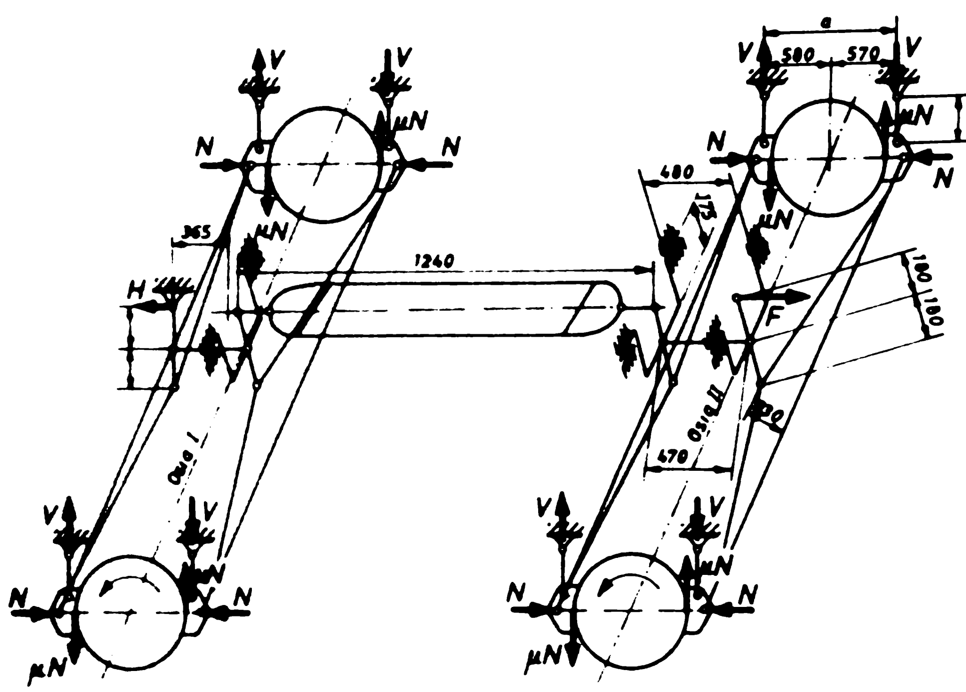


Fig.5.11
Schema instalaţiei de frînare

teza că randamentul timoneriei frînei $\eta_{tf} = 1$ - acţionează forţa normală $N=F/2$ unde F este forţa din levierul principal al frînei, astfel încît pe cadru acţionează $V = \mu N$. In punctul fix pe ramă acţionează forţa orizontală $H = F$, echilibrată de reacţiunea din pivotul cutiei. Forţele V produc cupluri de răsturnare a cadrului $M' = 4.Vd$.

5.2.4.2. <u>Forţe provenite de la inerţia maselor în mişcare</u>.

a) Forţa de frînare a vagonului, în cazul frînării bilaterale

$$T_v = 4.n.\mu.N \tag{5.15}$$

b) In condiţii de simetrie, forţele de inerţie ale cutiei (T_c) şi boghiului (T_b) vor fi

$$\left.\begin{aligned} T_c &= T_v \frac{M_c}{M_c + 2.M'_b} = T_v \frac{G_c}{G_c + 2.G_b} \\ T_b &= T_v \frac{M'_b}{M_c + 2.M'_b} = T_v \frac{G'_b}{G_c + 2.G_b} \end{aligned}\right\} \tag{5.16}$$

în care $G'_b = G_{sb} + (1 + \gamma)G_n$, unde $\gamma = 0{,}028$ [345] este un coeficient care ţine seama de inerţia părţilor în rotaţie.

c) Forţa de inerţie a cutiei (T_c) provoacă redistribuirea sarcinilor pe cele două boghiuri cu mărimea (fig.5.12 A/a)

$$R_b = \frac{T_c(h_c - h_r)}{2.b_r} \tag{5.17}$$

d) Forţele T_c şi T_b produc cuplul (fig.5.12,A/b)

$$M'' = \frac{T_c}{2}(h_r - \frac{D}{2}) + T_b(h_b - \frac{D}{2}) \tag{5.18}$$

care încarcă osia din faţă şi o descarcă pe cea din spate cu $R''=M''/\ell$.

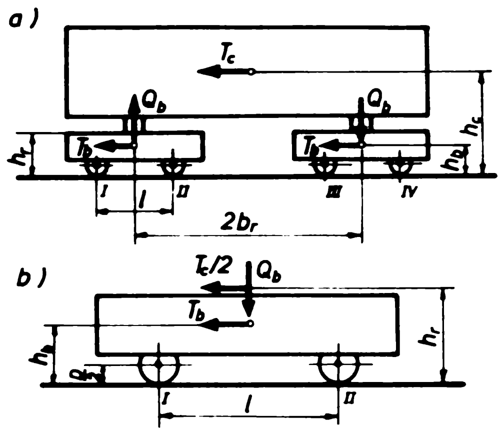


Fig.5.12,A

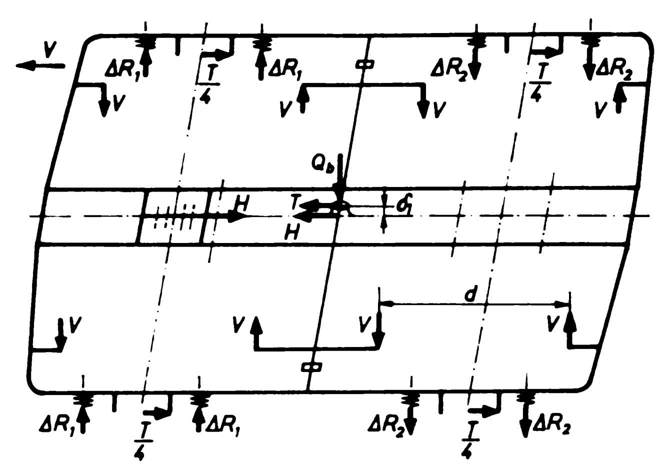


Fig.5.12,B

Forţele produse de inerţia maselor în mişcare în procesul frînării

Forţele care solicită cadrul în timpul procesului de frînare sînt reprezentate în fig.5.12,B unde $T = \frac{T_c}{2} + T_b$ iar rezultatele sînt centralizate în tabelul 5.1.

Tabelul 5.1. Forţele care solicită cadrul boghiului. Centralizare.

Nr. crt.	Felul sarcinii	Planul în care acţionează	Condiţii de calcul			
			Simbolul şi valoarea forţei			
			Simbol	Valoare [daN]	Simbol	Valoare [daN]
1.	sarcina statică	vertical	P_0	37.342	P_4	47,6
			P_1	437	P_5	18
			P_2	34	P_6	25
			P_3	105	P_7	31,5
2.	Incărcările produse de forţa centrifugă, presiunea vîntului lateral şi reacţiunea şinelor la mersul în curbă	vertical	R_c = 150 m		R_c = 800 m	
			v_{cr} = 52,5 km/h		v_{max} = 120 km/h	
			Q_r	8.800	Q_r	7.340
			ΔR	1.141	ΔR	949
		orizontal	$\frac{1}{2}(C_c+F_{cv})$	4.800	$\frac{1}{2}(C_c+F_{cv})$	3.920
			$H_1/2$	2.750	$H_1/2$	2.475
			$H_2/2$	242	$H_2/2$	483
			T_1	725	T_1	700
			T_2	1.960	T_2	1.940
3.	Forţele care apar în procesul frînării	vertical	Q_b	2.760	R_1	1.571
			V	1.250	R_2	881
		orizontal	F	10.000	T	10.000
			H	10.000	$T/4$	2.500
4.	Sarcina antisimetrică	vertical	R_c = 150 m		În aliniament	
			$P_a/2$	417	$P_a/2$	268

5.2.5. Sarcina antisimetrică. Este produsă de forțe verticale egale în mărime, care pe o diagonală a boghiului acționează în sus și pe cealaltă în jos, deci sînt antisimetrice în raport cu axele boghiului. Aceste forțe sînt produse de elasticitatea diferită a arcurilor în limitele toleranțelor de fabricație, de supraînălțarea șinei la intrarea în curbă, de diferențele cercurilor de rulare, de impreciziile la asamblarea suspensiei, de toleranțele cutiilor de osii etc.

5.2.6. Suprasarcina dinamică verticală. Este produsă de trecerea roților peste neregularitățile căii și de oscilațiile construcției suspendate. Se apreciază în general printr-un coeficient dinamic K_d, a cărui valoare depinde de viteză, de tipul vagonului și al boghiului, de rigiditatea suspensiei, de microprofilul căilor de rulare etc. Din [474] anexa 28, rezultă valoarea maximă a coeficientului dinamic, determinată experimental pentru acest tip de boghiu : $K_{d\ exp} = 1,35$. Intr-o primă etapă a analizei efectuate, se va prinde în calcul suprasarcina dinamică verticală înmulțind cu coeficientul dinamic tensiunile provenite de la sarcina statică, urmînd ca după interpretarea rezultatelor experimentale prelucrate în cap.6 să se reformuleze acest punct de vedere, în lumina afirmațiilor din primul capitol.

Cazul B : cadrul de bicicletă tip Tohan [40]. Alegerea forțelor de încărcare a fost corelată cu cercetările experimentale efectuate în 1967 [38] - pentru solicitări statice - și în 1971-1972 pentru solicitări dinamice [39]. S-au considerat astfel trei cazuri de încărcare. Primul caz, rezultat din cercetarea stării de tensiune la solicitări statice, consideră sarcina maximă de 170 daN repartizată pe două noduri. Celelalte două cazuri sînt preluate din cercetările efectuate la solicitări dinamice și cuprind situația unei sarcini exterioare totale de 81,2 daN repartizată pe trei noduri și

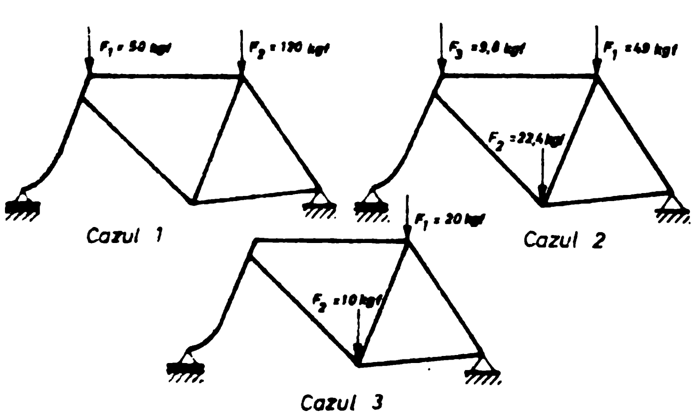


Fig.5.13

Variante de încărcare pentru calculul cadrului de bicicletă

[40] BOLEANTU L., DOBRE I., DUMITRU I.: Calculul de rezistență al cadrelor de bicicletă. Protocol, beneficiar Uzina "6 Martie" Zărnești-Brașov, 1974, 220 pag.

al unei sarcini totale de 3o daN repartizată pe două noduri (fig. 5.13). Deoarece la unele variante constructive, nodul "F" al furcii din spate este realizat printr-o fixare cu şurub, calculul structurii a fost efectuat pe două modele consecutive, cu nodul "F" rigid şi articulat, avînd grade de nedeterminare diferite.

5.3. Calculul caracteristicilor geometrice ale secţiunilor transversale

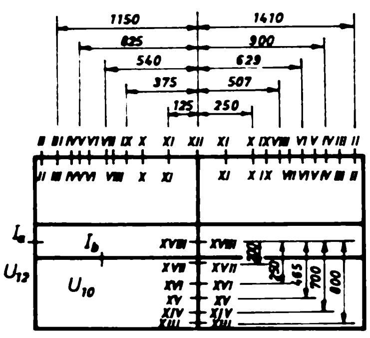


Fig.5.14

Poziţionarea secţiunilor pentru calculul caracteristicilor geometrice

Cazul A : boghiul Y25-Cs [46],[49]. Secţiunile transversale prin elementele boghiului (fig.5.14), necesare pentru determinarea caracteristicilor geometrice utilizate în calculul de rezistenţă şi deformabilitate s-au ales, pe baza unei scheme generale de calcul, astfel încît pe elementele cu secţiune variabilă să se poată stabili o lege de variaţie a momentelor de inerţie cît mai concludentă, pentru aproximaţii ulterioare corecte. Calculele s-au făcut după metodologia clasică din rezistenţa materialelor deoarece sec-

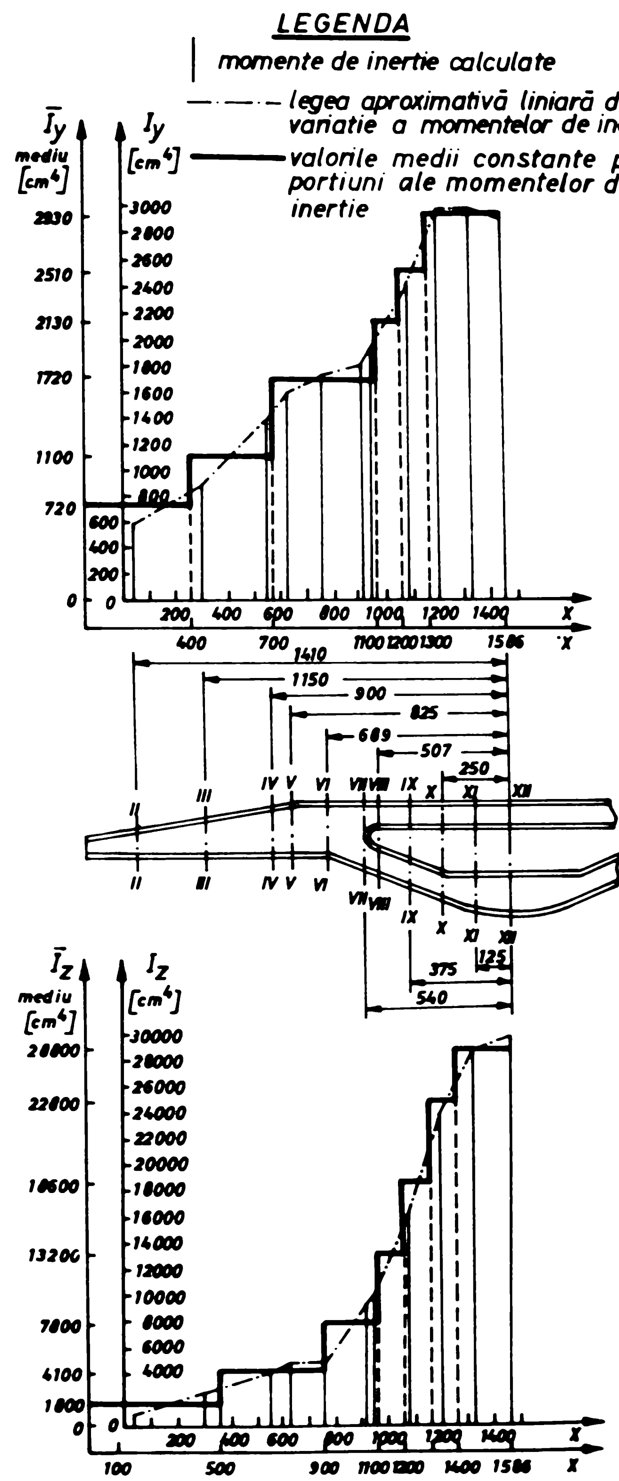


Fig.5.15

Legile de variaţie ale momentelor de inerţie pentru lonjeroanele mari

[49] [illegible] L., DOBRE I., NEGUT N., IERMICIU T., JUNG L., DUMITRU I.: Stări de tensiune într-un cadru de boghiu. Buletinul ştiinţific şi tehnic al I.P.T., Seria mecanică, Tom 18(32), fasc.1/1973, pag.7-27

ţiunile au formă de I ; pentru secţiunea XVIII-XVIII prin traversa crapodinei care are o formă neregulată şi foarte complicată, s-a utilizat o metodă aproximativă grafo-analitică.

Pentru calculul deformaţiilor s-a considerat că momentele de inerţie au o variaţie în trepte pentru fiecare zonă luîndu-se în considerare valoarea medie (o n o u ă i p o t e z ă). Astfel, pentru lonjeron (fig.5.15) s-au obţinut 6 zone distincte de rigiditate la încovoiere pentru I_y respectiv 7 pentru I_z.

Rezultatele sînt centralizate în tabelul 5.2.

Pentru fiecare secţiune analizată, s-au calculat şi caracteristicile geometrice la torsiune : momentul de inerţie la torsiune (I_t) şi modulul de rezistenţă la torsiune (W_t). Pentru secţiunile simplu conexe (traversele frontale şi lonjeronul mic) s-au folosit formulele lui Föppl

$$I_t = \sum_n \frac{b^3 l}{3} \quad ; \quad W_{t\,min} = \frac{I_t}{b_{max}} \qquad (5.19)$$

In cazul secţiunilor dublu conexe (traversa crapodinei), în ipoteza pereţilor subţiri, s-au utilizat formulele lui Bredt

$$I_t = \eta \frac{4\Omega^2}{\int_0^s \frac{ds}{t}} \quad ; \quad W_{t\,min} = \eta \cdot 2\Omega \cdot t_{min} \qquad (5.20)$$

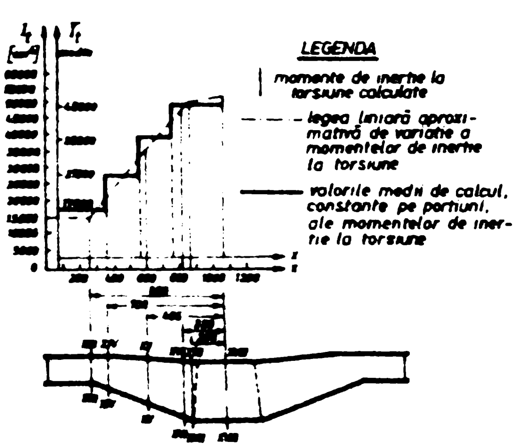


Fig.5.16

Legea de variaţie a momentelor de inerţie la răsucire pentru traversa crapodinei

Rezultatele sînt centralizate tot în tabelul 5.2 (v.fig.5.16).

Cazul B : cadrul de bicicletă tip Tohan [136]. Secţiunile explorate au fost stabilite în mod analog, din necesitatea de a determina legea de variaţie a momentelor de inerţie pe elementele cu rigiditatea variabilă (fig.5.17).

Aceste elemente sînt cele două furci faţă şi spate, avînd secţiunile transversale de forma unei "coroane eliptice" cu cele două axe variind continuu în lungul elementelor. Caracteristicile geometrice au fost calculate cu formulele cunoscute :

---

[136] DOBRE I., SOLMANTU L.: Stări de tensiune în cadre de biciclete. Comunicările conferinţei de sudură şi încercări de metale privind probleme ale realizării şi controlului sudurilor. Timişoara, 6-8 septembrie 1971, pag.175-192

Tabelul 5.2. Centralizarea caracteristicilor geometrice la încovoiere și torsiune pentru secțiunile studiate din cadrul boghiului

Secțiunea	I_z [cm^4]	$W_{z\,min}$ [cm^3]	$W_{z\,max}$ [cm^3]	I_y [cm^4]	$W_{y\,min}$ [cm^3]	$W_{y\,max}$ [cm^3]	I_t [cm^4]	$W_{t\,min}$ [cm^3]
I.a - I.a	364	60,7	60,7	43,2	11,1	26,9	4,019	4,608
I.b - I.b	205	41,2	41,2	29,3	8,49	18,9	2,767	3,35
II - II	1058,031	180	185	592,75	84,68		31,029	22,164
III - III	2291,5	2280,4	308,4	884,082	110,5		36,639	26,170
IV - IV	4160,66	412,3	456,7	1370,375	148,1		43	30,71
V - V	4892,48	464,1	511,6	1603,46	164,4		45,068	32,19
VI - VI	5006,42	475,3	523,6	1734,46	173,44		46,339	33,09
VII - VII	8931,39	649,07	747,3	1807,915	180,79		54,769	36,27
VIII - VIII	10036,19	707,7	787,1	1928,784	192,87		55,283	36,61
IX - IX	16065,855	944,4	1048,8	2317,384	231,73		57,648	38,17
X - X	24372,45	1232,1	1336,9	2975,441	297,54		60,109	39,80
XI-- XI	28887,58	1369,08	1437,1	2969,707	296,97		60,908	40,60
XII - XII	29992,25	1408,08	1421,4	2902,816	290,28		56,004	40
XIII - XIII	8890,86	974,8	1001,2	30082,564	1203,3	1432,5	14992	1135,6
XIV - XIV	12831,35	1166,48	1189	32813,18	1312,52	1562,5	21044	1390,6
XV - XV	29323,38	1921,5	1954,89	37794,58	1511,78	1799,7	35587	1965,54
XVI - XVI	43686,66	2389,8	2440,5	41195,58	1647,82	1961,7	46573	2368
XVII - XVII	47417,10	2474,7	2516,8	41645,9	1665,8	1983,1	49421	2495,6
XVIII - XVIII	77680,36	2965	4040,6	62891,58	2515,6	2994,8	51576	2551,04

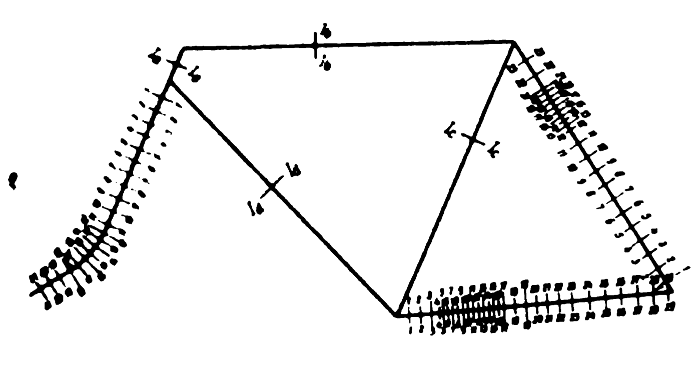


Fig.5.17
Secţiunile în care s-au calculat momentele de inerţie pentru cadrul de bicicletă tip Tohan

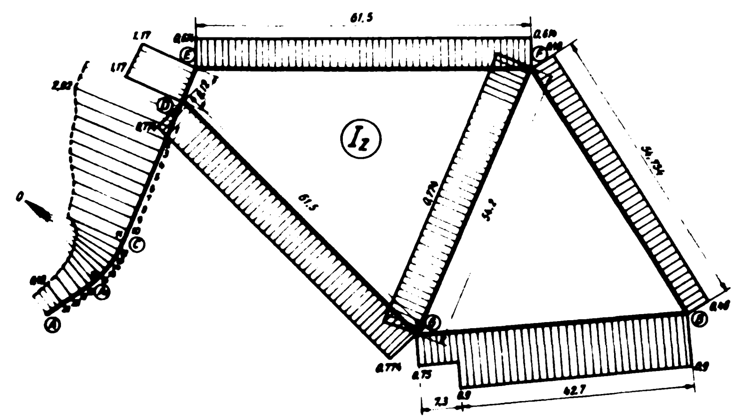


Fig.5.18
Variaţia momentelor de inerţie pe cadrul de bicicletă tip Tohan

$$\left.\begin{aligned} A &= \pi(ab - a_1b_1) \\ I_z &= \frac{\pi}{4}(a^3b - a_1^3b_1) \\ W_z &= \frac{\pi}{2a}(a^3b - a_1^3b_1) \end{aligned}\right\} \qquad (5.21)$$

Zonele caracteristice de rigiditate la încovoiere constantă sînt reprezentate în fig.5.18.

5.4. Calculul de rezistenţă

5.4.1. Observaţii generale. Metodică. In rezolvarea structurilor static nedeterminate s-au cristalizat două metode generale de calcul : metoda eforturilor - care are la bază caracterizarea statică - şi metoda deplasărilor - care are la bază caracterizarea geometrică [476],[477],[490],[491],[492],[493].

S-a utilizat metoda eforturilor deoarece, pe de o parte, datorită simetriei constructive se poate alege un sistem de bază astfel încît foarte mulţi dintre coeficienţii de influenţă de forma δ_{ij} să fie nuli, iar pe de altă parte, existînd posibilitatea rezolvării cu ajutorul calculatoarelor a sistemului ecuaţiilor de condiţie, calculul iterativ specific metodei deplasărilor nu mai prezintă avantaje evidente.

Conform acestei metode, condiţia de compatibilitate a structurii conduce la un sistem de ecuaţii liniare de forma :

$$[\Delta]\cdot\{X\} + \{\delta_0\} = 0 \qquad (5.22)$$

unde $[\Delta] = [\delta_{ij}]$ - matricea de flexibilitate, formată din coeficienţii de flexibilitate δ_{ij};

$\{X\}$ - matricea coloană a eforturilor necunoscute, de ordinul (n,1)

$\{\delta_0\}$ - matricea coloană a deplasărilor din sistemul de bază.

Calculele s-au făcut utilizînd formulele clasice ale lui Mohr-Maxwell, pentru integrare folosind regula lui Vereşceaghin. In acest context deplasările generalizate δ_{ij} sînt date de expresii de forma

$$\delta_{ij} = \delta_{ji} = \sum \int_{\ell} \frac{1}{E} \cdot \frac{m_{zi}(x) \cdot \bar{m}_{zj}(x)}{I_z(x)} dx + \sum \int_{\ell} \frac{1}{E} \cdot \frac{m_{yi}(x) \cdot \bar{m}_{yj}(x)}{I_y(x)} dx$$

$$+ \sum \int_{\ell} \frac{1}{E} \cdot \frac{n_i(x) \cdot \bar{n}_j(x)}{A(x)} dx + \sum \int_{\ell} \frac{1}{G} \cdot \frac{m_{ti}(x) \cdot \bar{m}_{tj}(x)}{I_t(x)} dx \qquad (5.23)$$

Termenii liberi δ_{i0} au expresii similare intervenind eforturile $M_{zo}(x)$, $M_{yo}(x)$, $N_o(x)$, $M_{to}(x)$ produse în sistemul de bază de forţele exterioare date.

In cazul în care rigiditatea grinzii analizate nu a fost constantă, s-a lucrat cu suprafeţe de arii sau momente - încovoietoare sau de torsiune - "reduse". Utilizînd legi de variaţie după funcţii treaptă (v. 5.3), formulele de calcul se scriu, de exemplu, sub forma

$$\int_{(\ell)} m_{zi}(x) \cdot \bar{m}_{zj}(x) \frac{dx}{EI_z(x)} =$$

$$= \frac{1}{E} \int_{(\ell)} \left[\frac{m_{zi}(x)}{I_z} \right] \bar{m}_{zj}(x) \cdot dx =$$

$$= \frac{1}{E} \sum_{i} \Omega_{red\ i} \cdot \bar{M}_{ci} \qquad (5.24)$$

La aplicarea relaţiilor (5.24) în cazul încovoierii în plan vertical, o combinaţie de diagrame cu aceeaşi notaţie J-J sau S-S va afecta coeficientul de influenţă cu semnul plus şi cu semnul minus în cazul combinaţiilor de forma J-S.

Diagramele momentelor de torsiune şi ale forţelor axiale au fost reprezentate cu semn.

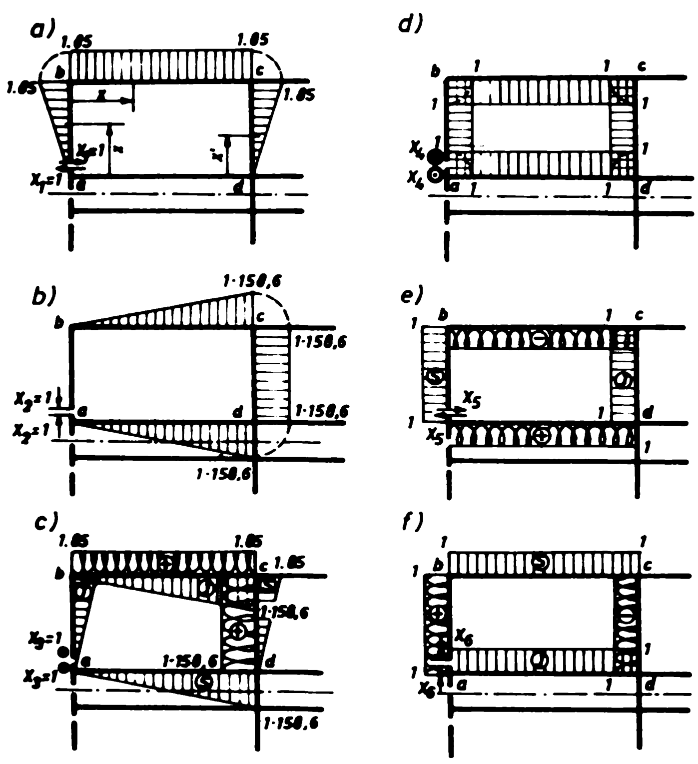


Fig.5.19

Diagramele de momente rezultate prin încărcarea succesivă cu sarcini unitate pentru conturul I

---

[47] BOLEANTU L., DOBRE I., JUNG ..., IANCOVICIU T., MAGUT N., DUMITRU I.: Stabilirea coeficienţilor de influenţă şi a termenilor liberi din ecuaţiile canonice pentru calculul de rezistenţă al boghiului Y25-Cs. Revista căilor ferate române, Anul III(60), Nr.12(779), 1973, pag.705-713

5.4.2. Cazul A : boghiul Y25-Cs [47].

5.4.2.1. Convenții. Fiind necesară trasarea unor diagrame în două planuri și figurarea pe structură a unor forțe generalizate, s-au adoptat următoarele convenții de reprezentare și notare :

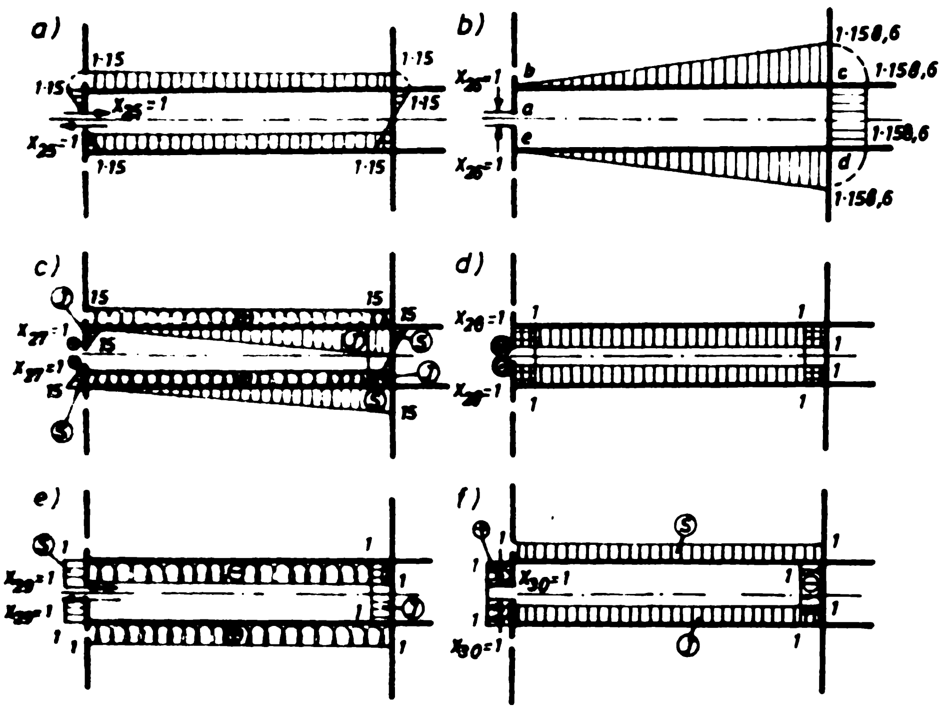


Fig.5.20

Diagramele de momente pentru încărcarea succesivă cu sarcini unitate pentru conturul interior V.

- Vectorii-forță, s-au reprezentat după convenția clasică : [$\rightarrow$; $\otimes$; $\odot$] în funcție de modul în care apar în planul diagramei ;

- Vectorii-moment, pentru a-i distinge de vectorii-forță, sînt reprezentați prin simbolurile [$\twoheadrightarrow$; $\circledast$; $\circledcirc$] ;

- Momentele de torsiune sînt considerate pozitive dacă vectorii-moment sînt orientați în sensul normalei exterioare la secțiune și negative în caz contrar;

- Alegerea secțiunilor de "tăiere" pentru stabilirea sistemului de bază este în general arbitrară ; dar în ideia anulării unui număr cît mai mare de coeficienți de influență, cadrul a fost tăiat în secțiunile numerotate cu 1 , 2 ,..., 6 (v.fig.5.2,a) care au aceiași poziție - pe grupe de cîte trei - față de axele de simetrie ale boghiului. Momentele de legătură din secțiune reprezintă forțe (X_1, X_2, X_3) și momente (X_4, X_5, X_6). Semnificația lor se repetă cu o perioadă de 6, pînă la X_{36}.

5.4.2.2. Eforturile produse de sarcinile unitate și de forțele exterioare date. Diagramele de momente produse de o parte din sarcinile unitate sînt reprezentate în fig.5.19 și 5.20 ; pentru restul sarcinilor unitate diagramele sînt similare numai că se produc pe alte contururi ale structurii.

Pentru forțele exterioare date (5.2) diagramele de variație ale eforturilor sînt reprezentate în fig.5.21...fig.5.26.

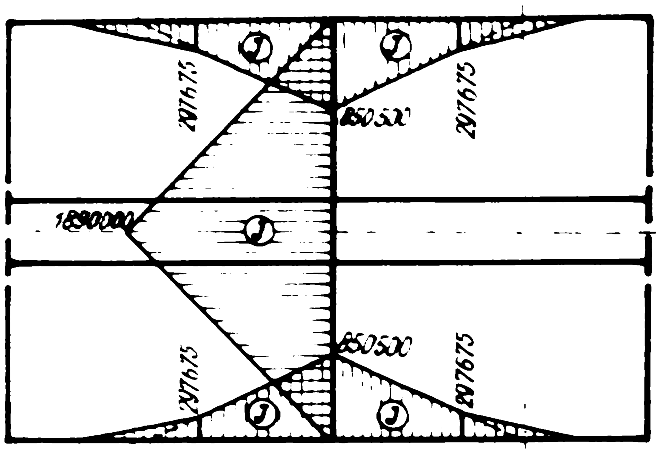


Fig.5.21

Diagrama de momente produse de sarcina statică (încovoiere în plan vertical)

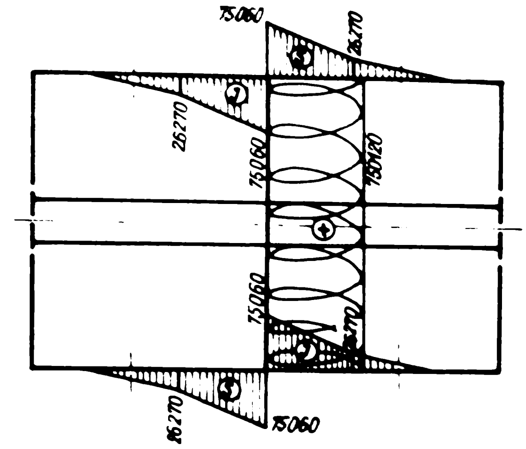


Fig.5.22

Diagramele de momente pentru sarcina antisimetrică (încovoiere în plan vertical şi torsiune)

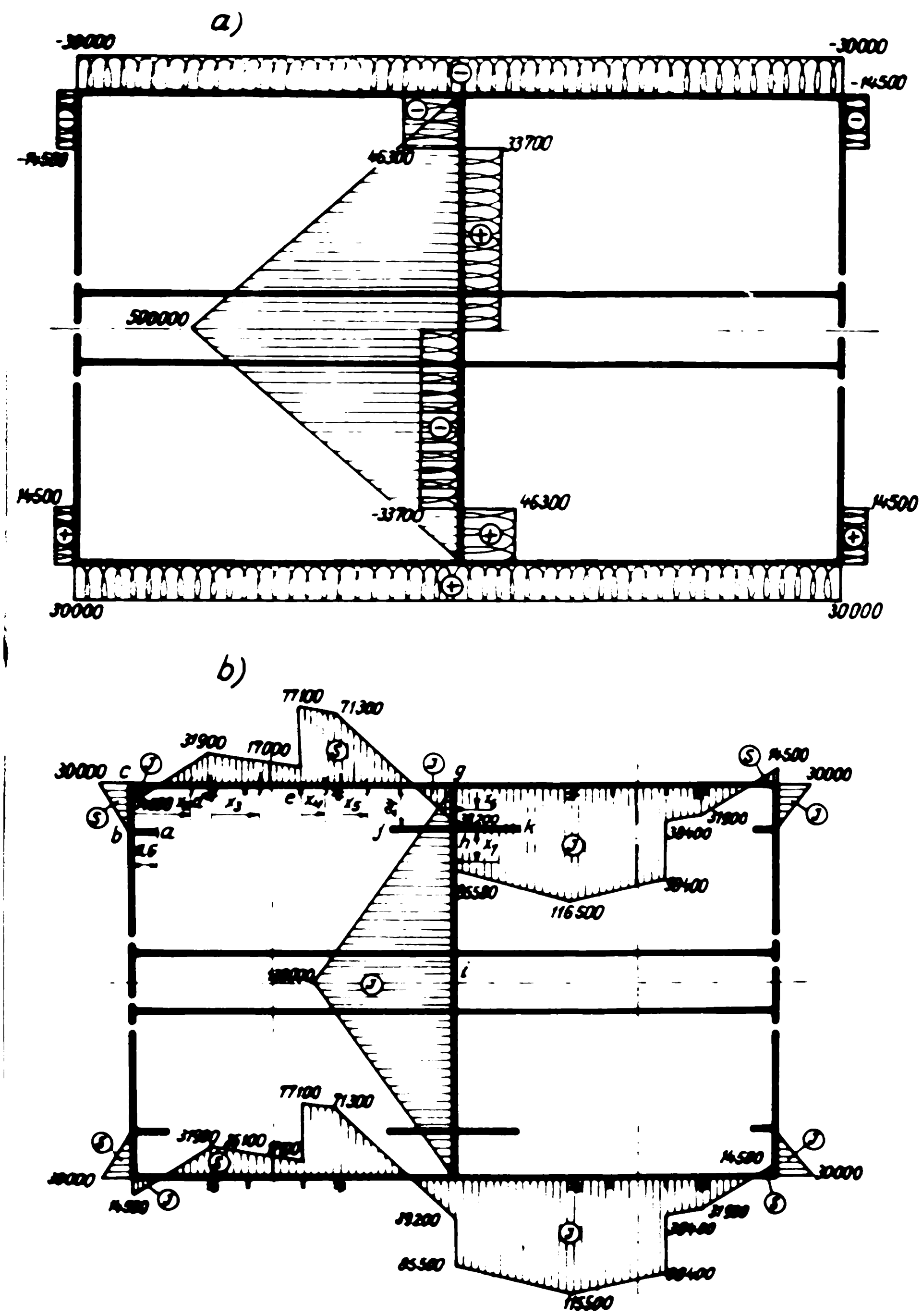


Fig.5.23

Diagramele de momente pentru sarcinile dinamice care încarcă suplimentar cadrul boghiului la frînarea în aliniament

a) încovoiere în plan orizontal şi torsiune

b) încovoiere în plan vertical

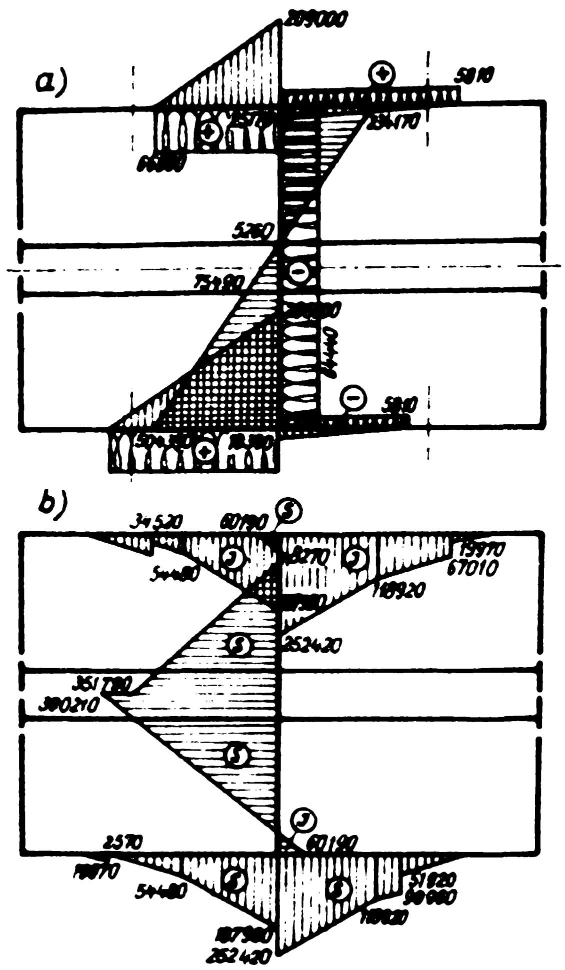


Fig.5.24

Diagramele de momente pentru sarcinile dinamice care încarcă suplimentar cadrul boghiului la mersul în curbă

a) încovoiere în plan orizontal şi torsiune

b) încovoiere în plan vertical

5.4.2.3. Eforturi finale [48]. Cu ajutorul coeficienţilor de influenţă calculaţi pe baza diagramelor precedente şi a deplasărilor pentru încărcările exterioare, s-a construit matricea sistemelor de ecuaţii de condiţie, care reprezintă în esenţa patru sisteme de ecuaţii liniare cu 36 necunoscute. Rezolvarea sistemelor a fost efectuată cu ajutorul unui calculator Felix C-256 (în Fortran). In tabelul 5.3 s-au centralizat valorile eforturilor obţinute în urma rezolvării sistemelor de ecuaţii de condiţie.

La regimul de frînare în aliniament apare o simetrie a eforturilor numai pentru încovoierea în planul orizontal, forţele care acţionează în acest plan fiind repartizate simetric.

In ceea ce priveşte eforturile pentru încovoierea în planul vertical şi torsiunea, pentru regimul de frînare, precum şi pentru toate tipurile de încărcare la înscrierea în curbă, acestea diferă între ele avînd în vedere încărcarea nesimetrică în aceste cazuri. Se justifică astfel tratarea unitară, pe acelaşi sistem de bază, a

[48] BOLEANTU L., DOBRE I., DUMITRU I., JUNG E., IEREMICIU T., NEGUT N.: Diagrame finale de eforturi. Calculul tensiunilor. Revista transporturilor şi telecomunicaţiilor, Nr.5, 1974, p.258-264

Tabelul 5.3. Mărimi static nedeterminate

Mărimea static nedeterminată calculată		Valoarea eforturilor pentru :			
		Sarcina statică	Sarcina antisimetrică	Frînare	Inscrierea în curbă
X_1	kgf	0,000	0,000	-24,882	-171,305
X_2	kgf	0,000	0,000	123,122	189,044
X_3	kgf	-71,844	-3,368	90,113	-294,930
X_4	kgf.cm	0,000	0,000	-804,649	-5986,499
X_5	kgf.cm	-6317,498	-12,570	-21720,942	143,027
X_6	kgf.cm	-10,896	26,201	4123,511	-1,684
X_7	kgf	0,000	0,000	24,882	55,401
X_8	kgf	0,000	0,000	-123,122	27,207
X_9	kgf	-71,844	3,368	-104,367	26,196
X_{10}	kgf.cm	0,000	0,000	804,649	2781,659
X_{11}	kgf.cm	-6317,498	12,570	20484,039	-611,060
X_{12}	kgf.cm	10,896	-26,201	-4121,977	45,911
X_{13}	kgf	0,000	0,000	24,882	-18,289
X_{14}	kgf	0,000	0,000	-123,122	9,079
X_{15}	kgf	-71,844	-3,368	-104,367	-19,728
X_{16}	kgf.cm	0,000	0,000	804,649	-573,739
X_{17}	kgf.cm	-6317,498	-12,570	20484,039	264,879
X_{18}	kgf.cm	-10,896	26,201	-4121,977	-33,296
X_{19}	kgf	0,000	0,000	-24,882	462,548
X_{20}	kgf	0,000	0,000	123,122	297,977
X_{21}	kgf	-71,844	3,368	90,113	321,018
X_{22}	kgf.cm	0,000	0,000	-804,649	23511,317
X_{23}	kgf.cm	-6317,498	12,570	-21720,942	-9020,488
X_{24}	kgf.cm	-10,896	-26,201	4123,511	33,88
X_{25}	kgf	0,000	0,000	0,000	680,703
X_{26}	kgf	0,000	0,000	124,985	226,573
X_{27}	kgf	0,000	-0,314	0,000	-305,427
X_{28}	kgf.cm	0,000	0,000	-626,573	6971,049
X_{29}	kgf.cm	-6318,125	0,000	-21714,470	-4436,858
X_{30}	kgf.cm	0,000	31,329	0,000	4,601
X_{31}	kgf	0,000	0,000	0,000	-62,534
X_{32}	kgf	0,000	0,000	-124,985	15,995
X_{33}	kgf	0,000	0,314	0,000	27,813
X_{34}	kgf.cm	0,000	0,000	626,573	877,633
X_{35}	kgf.cm	-6318,125	0,000	20477,573	-172,526
X_{36}	kgf.cm	0,000	-31,329	0,000	40,333

tuturor regimurilor de solicitare analizate.

Diagramele finale de eforturi se obţin operînd direct asupra sistemului de bază folosind principiul suprapunerii efectelor :

$$\left.\begin{aligned} M_z(x) &= M_{ze}(x) + \sum_i m_{zi}(x)\cdot X_i \\ M_y(x) &= M_{ye}(x) + \sum_i m_{yi}(x)\cdot X_i \\ M_t(x) &= M_{te}(x) + \sum_i m_{ti}(x)\cdot X_i \end{aligned}\right\} \qquad (5.25)$$

Rezultatele sînt prezentate în figurile 5.26 ; 5.28 ; 5.29 ; 5.32 ; 5.33 ; 5.34 .

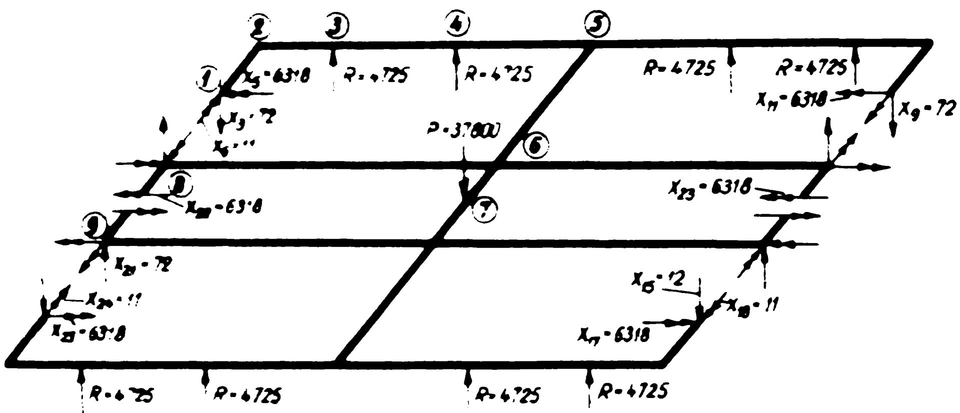


Fig.5.25

Sarcinile provenite din încărcarea statică

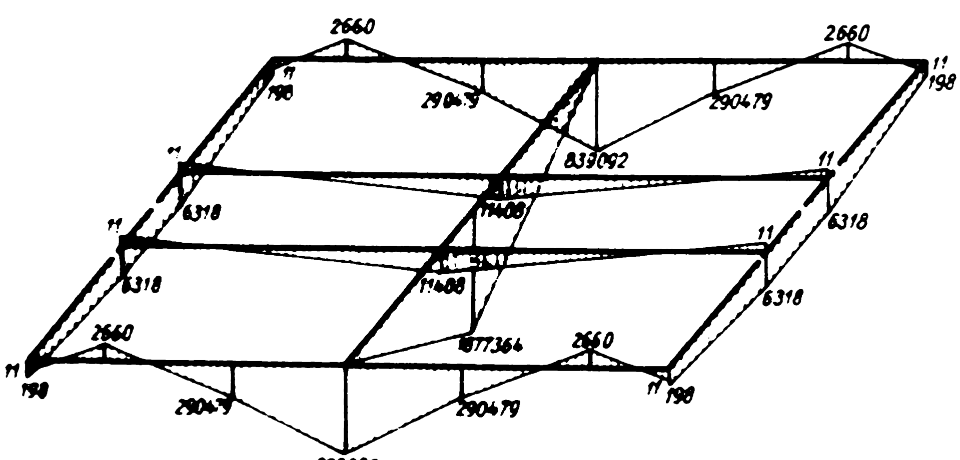


Fig.5.26

Diagrama de variaţie a momentului încovoietor în planul vertical - $M_z(x)$ - produs de sarcinile statice

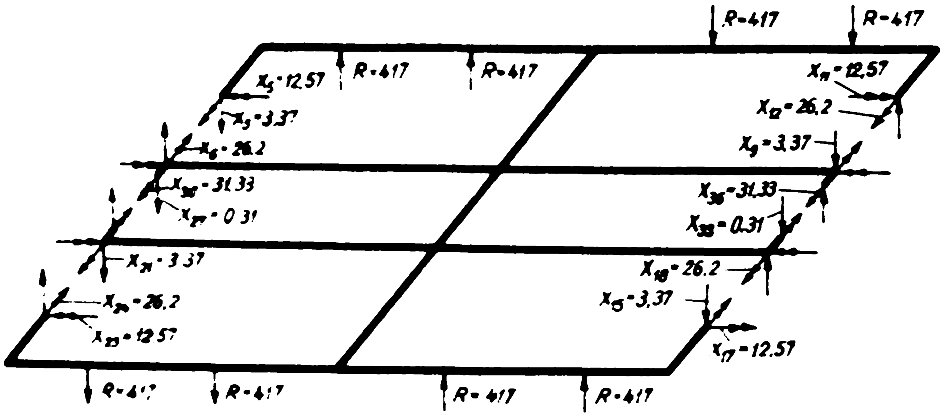


Fig.5.27

Sarcinile exterioare provenite din încărcarea antisimetrică

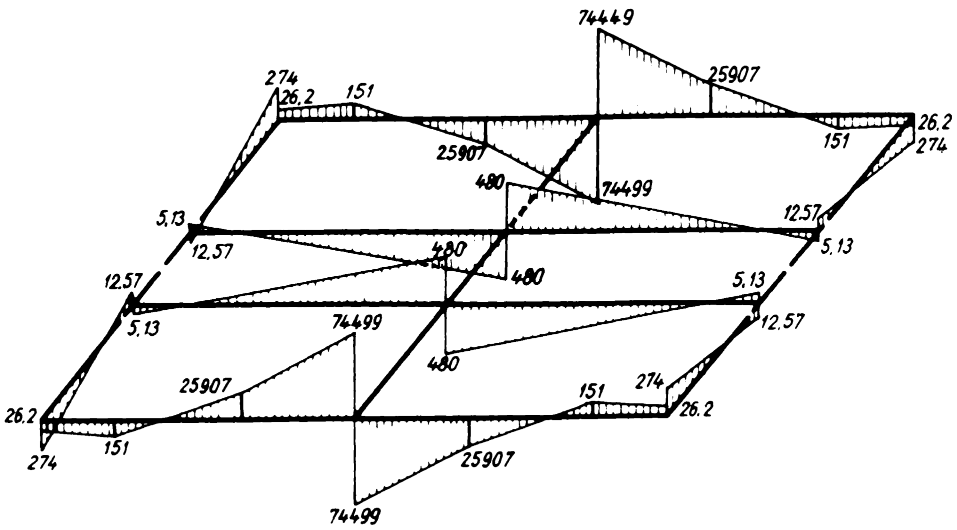


Fig.5.28 Diagrama de variaţie a momentelor încovoietoare în planul vertical - $M_z(x)$ - produse de sarcina antisimetrică

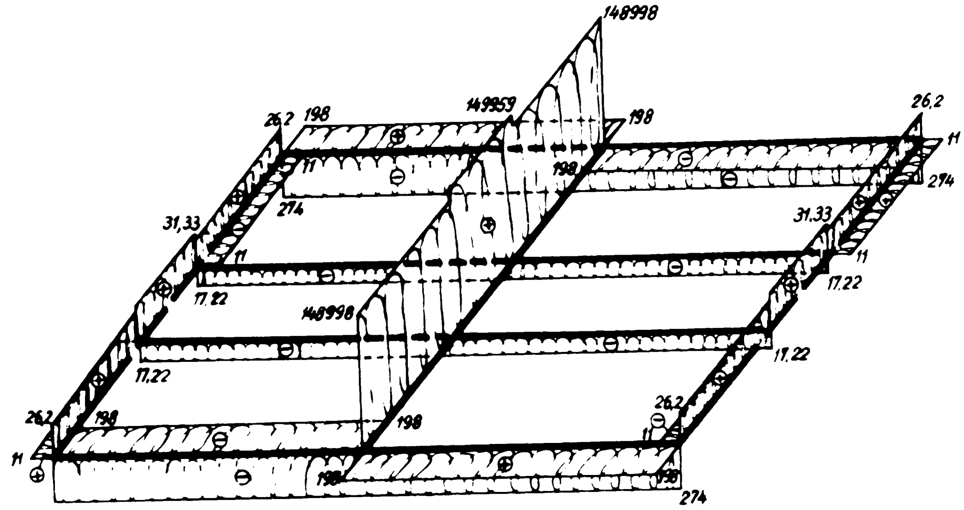


Fig.5.29 Diagrame de variaţie ale momentelor de torsiune produse de:
- sarcina statică (reprezentate în plan orizontal) ;
- sarcina antisimetrică (reprezentate în plan vertical)

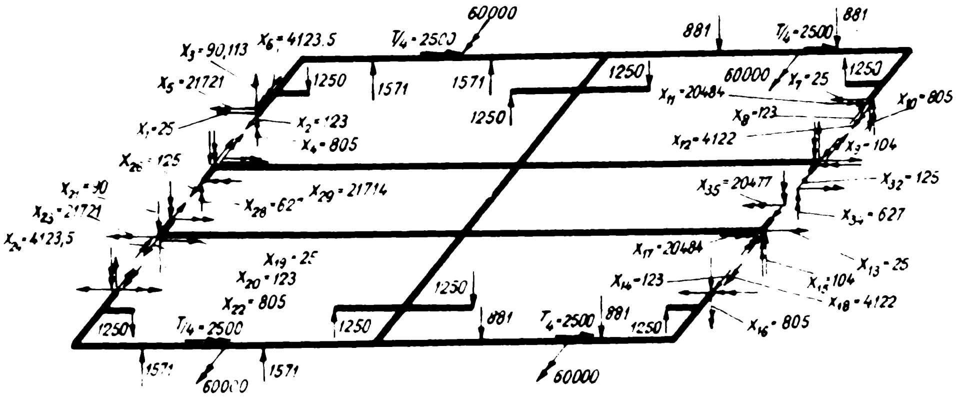


Fig.5.30 Sarcinile exterioare care apar în regimul de frînare în aliniament

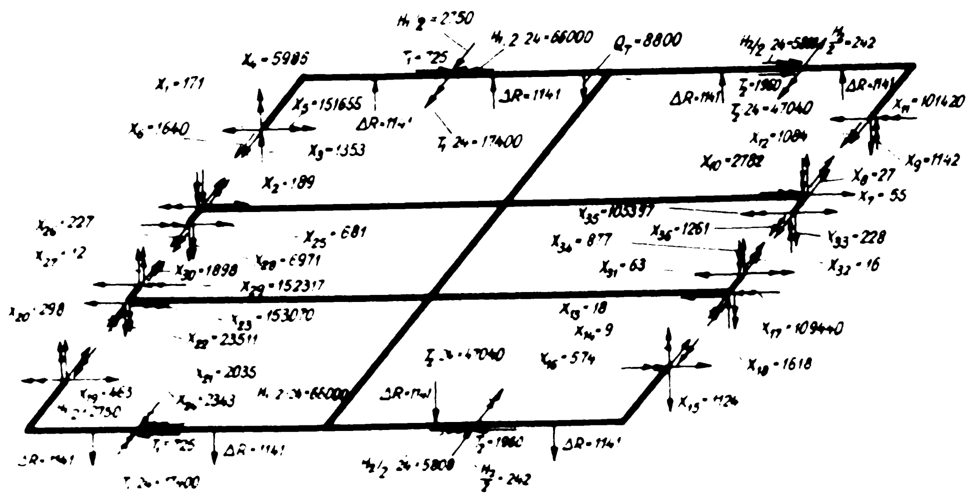


Fig.5.31 Sarcinile exterioare care apar la înscrierea în curbă (R=150m)

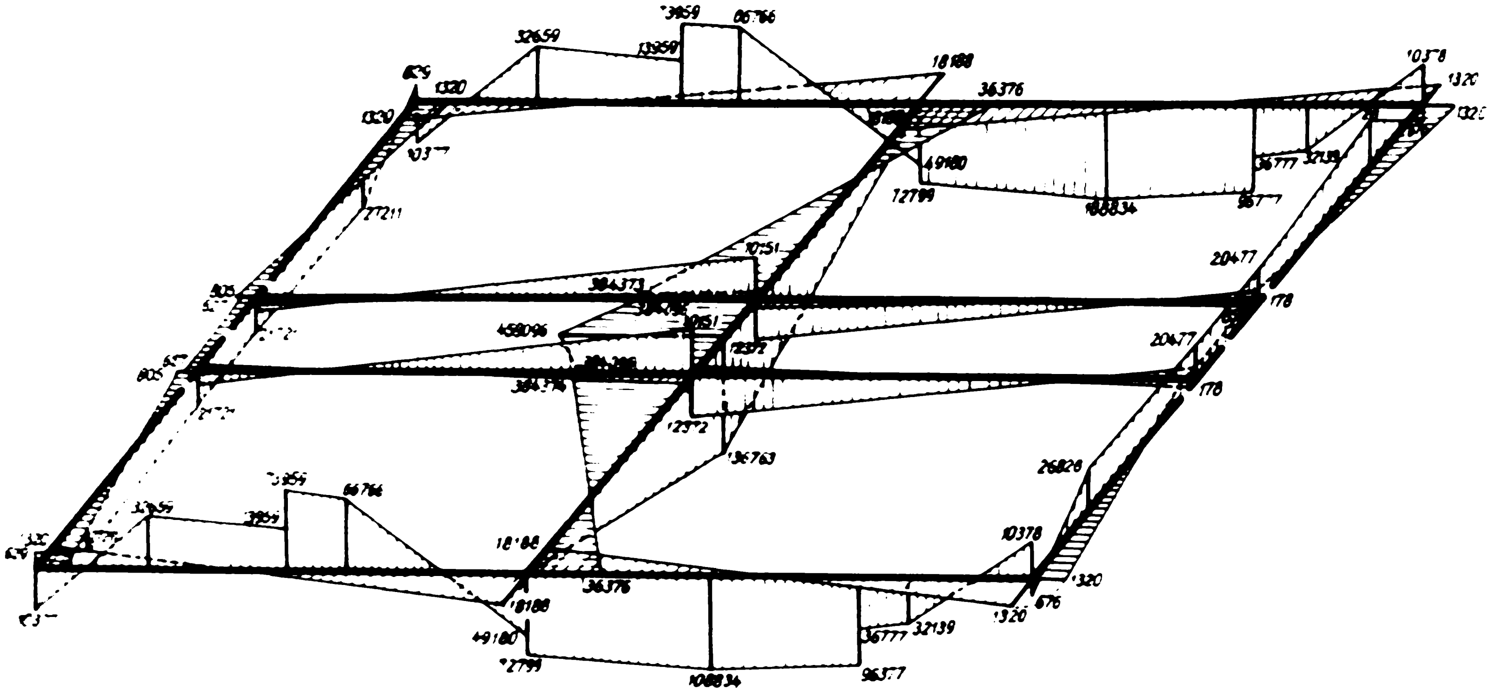


Fig.5.32

Diagramele de variaţie ale momentelor încovoietpare produse de sarcinile suplimentare care apar în regimul de frînare

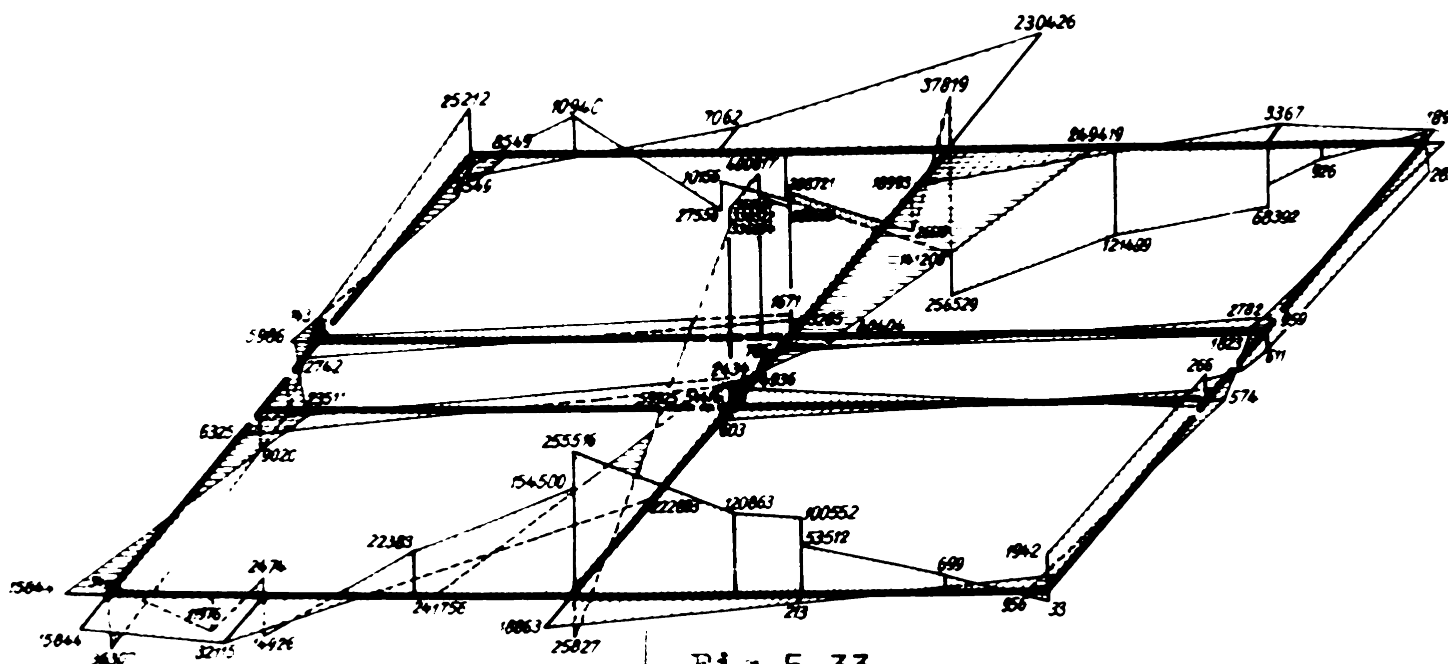


Fig.5.33

Diagramele de variaţie ale momentelor încovoietoare produse de sarcinile dinamice suplimentare care apar la înscrierea în curbă

Fig.5.34

Diagramele momentelor de torsiune pentru suprasarcinile dinamice :
- frînare (plan orizontal);
- înscrierea în curbă (plan vertical).

5.4.2.4. <u>Tensiuni</u> [51]. Rezultatele sînt centralizate în tabelele 5.4 ; 5.5 ; 5.6. Detalii în [51],[49] ş.a.

Calculul tensiunilor s-a făcut pentru fiecare solicitare în parte cu formulele clasice de rezistenţă, determinînd valorile extreme în cele patru colţuri ale fiecărei secţiuni analizate.

In tabelul 5.4, în care s-au prezentat tensiunile ce apar în regimul de mers în aliniament, au fost însumate algebric tensiunile calculate în cele patru puncte ale secţiunii provenite din sarcina statică cu adausul dinamic şi din sarcina antisimetrică.

Pentru regimul de frînare în aliniament (tabelul 5.5) s-au însumat tensiunile produse de sarcina statică cu adausul dinamic, de sarcina antisimetrică şi de sarcina dinamică suplimentară care apare în timpul procesului de frînare.

Tabelul 5.4

Tensiuni extreme la regimul de mers in aliniament

	$\sigma = \pm\sigma_z \pm \sigma_y$ [daN/cm²]																τ_{max} $\left(\frac{daN}{cm^2}\right)$
	dreapta — faţă				dreapta — spate				stînga — spate				stînga — faţă				
	a	d	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	
[12 I'a—I'a	0	0	0	0	−9	−9	9	9	0	0	0	0	−9	−9	9	9	8
I"a—I"a	−140	−140	140	140	−140	−140	140	140	−140	−140	140	140	−140	−140	140	140	8
I"'a—I"'a	−38	−38	38	38	−44	−44	44	44	−38	−38	38	38	−44	−44	44	44	8
[10 I'b—I'b	0,5	0,5	−0,5	−0,5	0,3	0,3	−0,3	−0,3	0,5	0,5	−0,5	0,5	0,3	0,3	−0,3	−0,3	5
I"b—I"b	−318	−318	318	318	−294	−294	294	294	−318	−318	318	318	294	−294	294	294	5
longeron II—II	10	10	−10	−10	9	9	−9	−9	10	10	−10	−10	9	9	−9	−9	25
III—III	−142	−142	129	129	−123	−123	113	113	−142	−142	129	129	−123	−123	113	113	21
IV—IV	−504	−504	454	454	−441	−441	397	397	−504	−504	454	454	−441	−441	397	397	18
V—V	−557	−557	504	504	−488	−488	441	441	−557	−557	504	504	488	−488	441	441	17
VI—VI	−818	−818	744	744	−716	−716	652	652	−818	818	744	744	−716	−716	652	652	16
VII—VII	−741	−741	640	640	−650	−650	560	560	−741	−741	640	640	−650	−650	560	560	15
VIII—VIII	743	−743	664	664	−651	−651	582	582	−743	−743	664	664	−651	−651	582	582	15
IX—IX	745	−745	669	669	−653	−653	587	587	−745	−745	669	669	−653	−653	587	587	14
X—X	706	706	650	650	−618	−618	570	570	−706	−706	650	650	−618	−618	570	570	14
XI—XI	761	761	725	725	−667	−667	636	636	−761	−761	725	725	−667	−667	636	636	13
XII—XII	−859	859	849	849	−753	−753	744	744	−859	−859	849	849	−753	−753	744	744	14

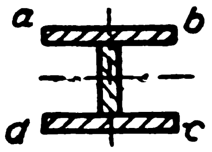
Traversa crapodinei	dreapta				stinga				
	a	b	c	d	a	b	c	d	
XIII—XIII	−505	505	519	519	−505	−505	519	519	131
XIV—XIV	652	652	638	638	−652	−652	638	638	107
XV—XV	705	705	692	692	−705	−705	692	692	76
XVI—XVI	−794	−794	776	776	−794	−794	776	776	63
XVII—XVII	−804	−804	820	820	−804	−804	820	820	60
XVIII—XVIII	627	627	855	855	−627	−627	855	855	59

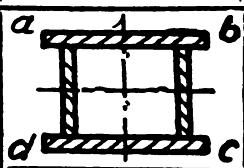
---

[51] BOLŁANTU L., DOBRE I., NEGUT N., IEREMICIU T., DUMITRU I., JUNG E.: Cercetări privind starea de tensiune din cadrul unui boghiu pentru vagoane de marfă. Lucrare prezentată la sesiunea jubiliară a I.P."Traian Vuia", Timişoara, iunie 1974 (în curs de publicare la Buletinul I.P.T.)

Tabelul 5.5

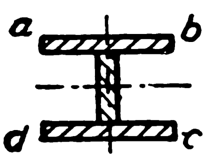
Tensiuni extreme la regimul de frinare in aliniament

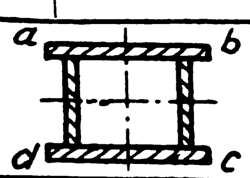
		$\sigma = \pm\sigma_z \pm \sigma_y$ [daN/cm²] dreapta – față a	b	c	d	dreapta – spate a	b	c	d	stinga – spate a	b	c	d	stinga – față a	b	c	d	τ_{max} (daN/cm²)
[12	I'a – I'a	−109	59	39	−129	99	−69	−29	139	108	−60	−38	130	−118	50	48	−120	2248
	I"a – I"a	−425	−527	467	570	125	227	−167	−270	125	227	−167	−270	−425	−527	467	570	2248
	I‴a – I‴a	−549	−460	512	422	463	373	−425	−336	469	379	−432	−342	−556	−466	518	429	2248
[10	I'b – I'b	−120	−90	199	78	121	91	−110	−121	122	91	−110	−80	−121	−90	109	79	7
	I"b – I"b	−122	−146	131	155	−679	−655	670	646	−702	−678	693	669	−99	−123	108	132	7
Longeron	II – II	56	76	−54	−74	−35	−55	34	54	−34	−54	33	53	55	75	−53	−73	55
	III – III	7	−76	−18	65	−286	−203	264	181	−304	−221	272	190	25	58	−26	57	47
	IV – IV	−407	−504	362	458	−733	−637	666	570	−796	−700	723	626	−345	−441	305	402	40
	V – V	−472	−570	423	520	−577	−660	690	592	−826	−729	753	655	−403	−501	360	458	38
	VI – VI	−614	−735	554	675	−1004	−883	918	797	−1105	−984	1011	890	−513	−634	530	582	37
	VII – VII	−588	−1287	499	627	−877	−749	766	639	−968	−840	846	718	−497	−625	419	547	34
	VIII – VIII	−608	−732	536	661	−860	−736	777	652	−952	−827	858	734	−516	−640	455	579	33
	IX – IX	−660	−777	587	704	−812	−695	737	619	−905	−787	820	702	−568	−685	504	621	32
	X – X	−655	−756	599	701	−741	−639	687	585	−828	−726	767	666	−567	−669	519	620	31
	XI – XI	−723	−835	685	797	−782	−670	744	636	−876	−764	837	725	−629	−741	596	709	30
	XII – XII	−831	−957	821	946	−867	−742	858	733	−973	−848	963	838	−725	−851	716	841	31

		dreapta a	b	c	d	stinga a	b	c	d	
Traversa crapodinei	XIII – XIII	−482	−582	505	589	−482	−582	505	589	152
	XIV – XIV	−603	−772	601	743	−603	−772	601	743	148
	XV – XV	−692	−894	601	857	−692	−894	601	857	105
	XVI – XVI	−631	−1043	645	990	−631	−1045	645	990	87
	XVII – XVII	−629	−1065	685	1047	−629	−1065	685	1047	82
	XVIII – XVIII	−478	−844	874	1054	−478	−844	748	1054	72

Tabelul 5.6

Tensiuni extreme la regimul de mers in curbă

Secțiunea 		$\sigma = \pm\sigma_z \pm \sigma_y$ [daN/cm²] dreapta – față a	b	c	d	dreapta – spate a	b	c	d	stinga – spate a	b	c	d	stinga – față a	b	c	d	τ_{max} (daN/cm²)
[12	I'a – I'a	−354	733	−99	1186	115	−126	−15	227	−54	68	4	−118	820	−1196	20	2036	13
	I"a – I"a	400	−361	−83	678	−403	−47	255	−101	−85	−158	116	118	−2409	586	1164	1831	13
[10	I'b – I'b	−322	146	144	−324	328	−147	−147	328	−60	+27	27	−60	744	−335	−333	746	11
	I"b – I"b	42	−519	117	732	−461	327	411	276	−284	−386	323	426	−884	−42	564	−278	11
Longeron	II – II	23	100	24	−99	35	−21	−35	21	2	21	−2	−21	227	−271	−227	271	1665
	III – III	−124	−119	123	118	−127	−183	112	167	−117	−107	107	97	115	−407	−128	394	1460
	IV – IV	−513	−572	458	517	−522	−527	579	584	−416	−411	374	370	−465	−435	420	389	970
	V – V	−565	−637	510	581	−695	−680	632	617	−458	−455	416	413	−606	−355	562	311	925
	VI – VI	−600	−1126	521	1047	−993	−930	905	842	−557	−591	504	538	−1071	−283	1009	221	1230
	VII – VII	−395	−1189	289	1083	−892	−811	778	697	−508	−567	435	494	−1100	−100	1020	20	1120
	VIII – VIII	−378	−1222	296	1140	−891	−807	803	−719	−515	−578	459	522	−1110	−86	1044	−24	1110
	IX – IX	−296	−1336	213	1253	−881	−785	797	701	−525	−607	467	548	−1151	−19	1092	−40	1070
	X – X	−253	−1307	139	1247	−826	−734	766	674	−503	−588	460	545	−1090	−4	1048	−38	1025
	XI – XI	−194	−1498	154	1458	−888	−778	848	739	−542	−648	514	620	−1233	=63	1205	−91	1005
	XII – XII	−165	−1753	154	1742	1001	870	990	859	−613	−743	604	734	−1374	+88	1366	96	1020

		Dreapta a	b	c	d	Stinga a	b	c	d	τ_{max}
Traversa crapodinei	XIII – XIII	−675	−343	663	384	−279	−608	322	598	236
	XIV – XIV	−751	−483	716	492	−431	−699	441	664	192
	XV – XV	−706	−551	682	552	−519	−682	520	657	137
	XVI – XVI	−740	−661	718	651	−626	−718	617	695	113
	XVII – XVII	−730	−666	739	686	−640	−718	660	726	107
	XVIII – XVIII	−535	−542	732	738	−525	−531	712	718	105

In tabelul 5.6. în care s-au prezentat tensiunile care apar în regimul de mers în curbă, s-au însumat algebric tensiunile care apar la mersul în aliniament cu tensiunile suplimentare la mersul în curbă.

Observaţii :

a) Din studierea regimului de mers în aliniament se remarcă existenţa în acest caz a unor tensiuni tangenţiale cu valori deosebit de mici şi aportul neglijabil al sarcinii antisimetrice la starea de tensiune globală.

Deoarece acesta este regimul cel mai frecvent de exploatare, aspectul tensiunilor dă o predicţie favorabilă privind comportarea la durabilitate a structurii.

b) La regimul de frînare în aliniament valorile tensiunilor normale nu depăşesc 1054 daN/cm^2 (traversa crapodinei) în schimb este de subliniat apariţia unor valori deosebit de mari pentru tensiunea tangenţială (2248 daN/cm^2) în secţiunea de capăt a traversei frontale formată dintr-un profil U.12.

c) La regimul de mers în curbă apar tensiuni normale σ_y cu valori foarte mari, care ating de exemplu în traversele frontale (U12) 2120 daN/cm^2, în lonjeroane 794 daN/cm^2 iar în traversa crapodinei 166 daN/cm^2. Aceste tensiuni sînt produse de o încovoiere în planul orizontal (planul boghiului) şi se suprapun tensiunilor σ_z făcînd ca în anumite puncte din secţiune să se obţină valori destul de însemnate : traversele frontale : 2409 daN/cm^2 ; lonjeroanele laterale : -1753 daN/cm^2 ; traversa crapodinei : -151 daN/cm^2. De asemenea în lonjeroanele laterale (secţiunile IV...XII) apar tensiuni tengenţiale cu valori foarte mari de la 925 daN/cm^2 pînă la 1665 daN/cm^2.

d) Se consideră că aceste valori mari, care apar totuşi destul de izolat, sînt în parte datorate ipotezelor de calcul, aproximaţiilor în plus făcute la determinarea forţelor exterioare, şi mai ales aproximării rigidităţii reale variabile, prin valori medii constante pe porţiuni. Acest lucru a fost impus de metodica de calcul şi de complexitatea secţiunilor transversale prin lonjeronul lateral. O analiză detaliată a acestei porţiuni din cadrul boghiului arată că faţă de consideraţiile iniţiale făcute la adoptarea modelului de calcul, apar elemente constructive care rigidizează lonjeronul precum şi o trecere continuă cu rază mare de racordare la traversa crapodinei, avînd acelaşi efect. Acest lucru sugerează necesitatea unui stu-

...u experimental al rigidității la torsiune a grinzilor cu asemenea forme complexe de secțiuni, pentru stabilirea unei legi de variație a acestei rigidități cît mai apropiată de realitate.

e) In orice caz, deși tensiunile calculate sînt valori maxime produse în anumite ipoteze de calcul, ele atrag atenția asupra faptului că în anumite condiții de execuție cînd nu este asigurată rigidizarea completă și corectă a elementelor lonjeronului și traverselor frontale, la înscrierea în curbă pot să apară tensiuni normale și tangențiale de valori mari, care să producă amorse de fisurare și de distrugere ulterioară a construcției. Se certifică astfel necesitatea elementelor de rigidizare care au deci nu numai un scop funcțional ci și o contribuție la creșterea capacității de rezistență.

5.4.2.5. <u>Studiul comparativ în tensiuni pentru două modele de calcul</u> [5o]. Diferența mare de rigiditate atît la încovoiere - în ambele planuri - cît și la răsucire, dintre lonjeroanele mari și traversa crapodinei pe de o parte și lonjeroanele mici și traversele frontale, pe de altă parte, sugerează ideia că pentru calculul stării de eforturi s-ar putea adopta un model mecanic simplificat de structură static determinată, în formă de H, format numai din lonjeroanele laterale dreapta și stînga și traversa crapodinei, care să aibă avantajul unei rezolvări rapide. Pentru acest model simplificat care nu ține seama de rigidizările introduse de celelalte elemente ale boghiului, trasarea diagramelor de eforturi și calculul tensiunilor este simplu și imediat, deoarece solicitările sînt produse numai de sarcinile exterioare date. Deși soluția prin simplitatea ei este foarte convenabilă, pentru a evidenția erorile pe care la poate introduce acest calcul aproximativ, ce pare justificat la o primă analiză, rezultatele se vor compara cu cele obținute pe modelul de structură hiperstatică.

Forțele exterioare care încarcă acest model sînt prezentate în fig.5.35.

Diagramele de eforturi produse de sarcinile dinamice suplimentare, cu indicarea valorilor în secțiunile caracteristice sînt prezentate în figurile 5.36 ; 5.37 ; 5.38.

Tensiunile rezultante sînt prezentate în tabelele 5.7 ; 5.8; și 5.9.

[5o] BOLLANTU L., DOBRE I., IEREMICIU T., DUMITRU I., NEGUT N., JUNG E.: Studiul comparativ în tensiuni a două modele de calcul al unui cadru de boghiu. In Buletinul științific și tehnic al I.P.T. Seria mecanică, Tom 18(32) fasc.2/1973, p.123-137

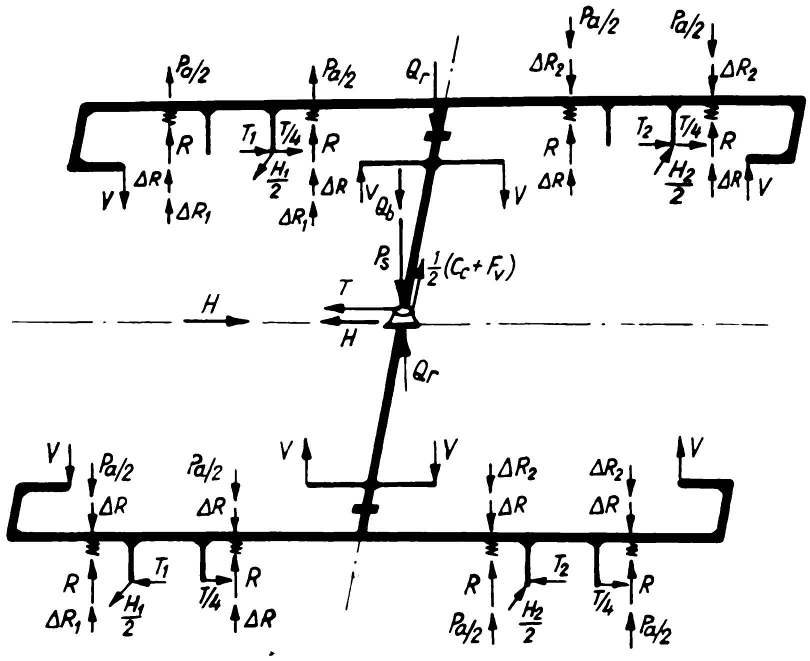


Fig.5.35
Forţele care solicită modelul M (static determinat) la diferite regimuri de exploatare

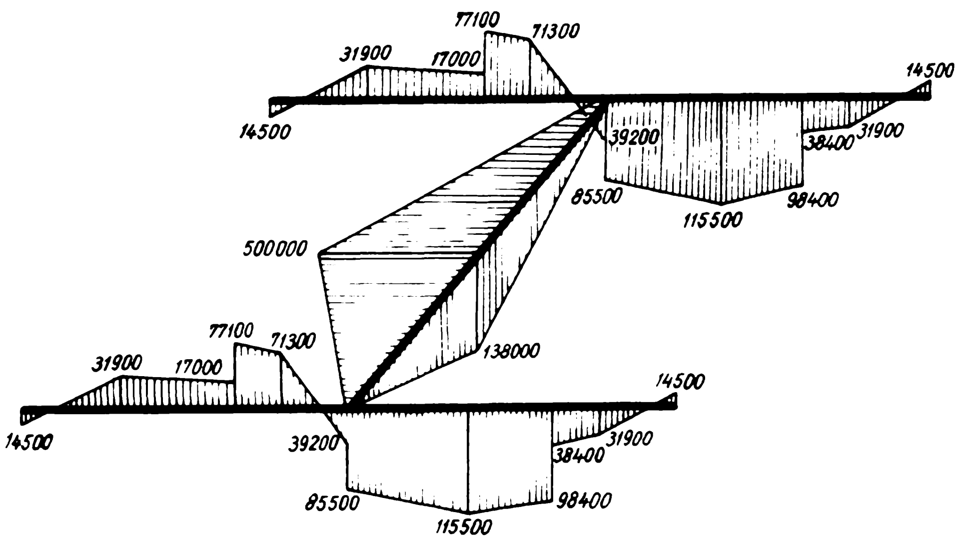


Fig.5.36
Diagrama de momente încovoietoare produse de sarcinile dinamice care încarcă suplimentar cadrul boghiului-pentru modelul M-la regimul de frînare în aliniament

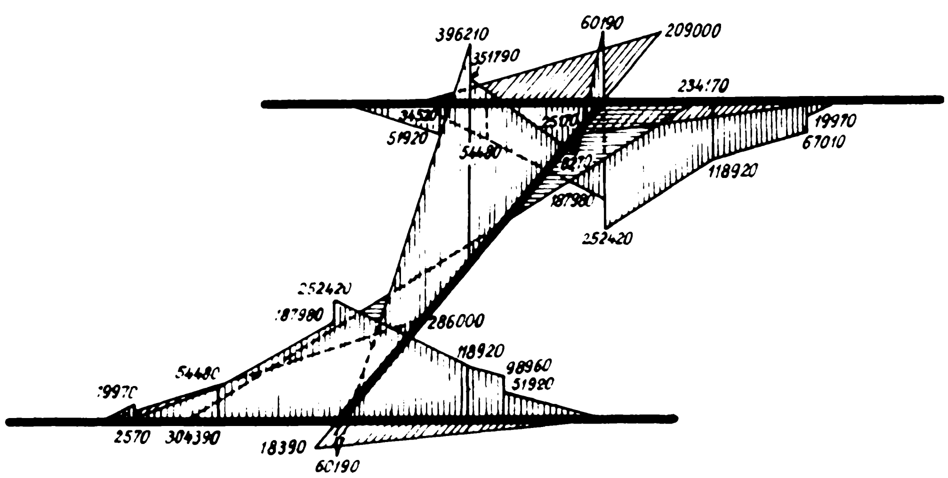


Fig.5.37
Diagrama momentelor încovoietoare produse de suprasarcinile dinamice la regimul de mers în curbă, pentru modelul M

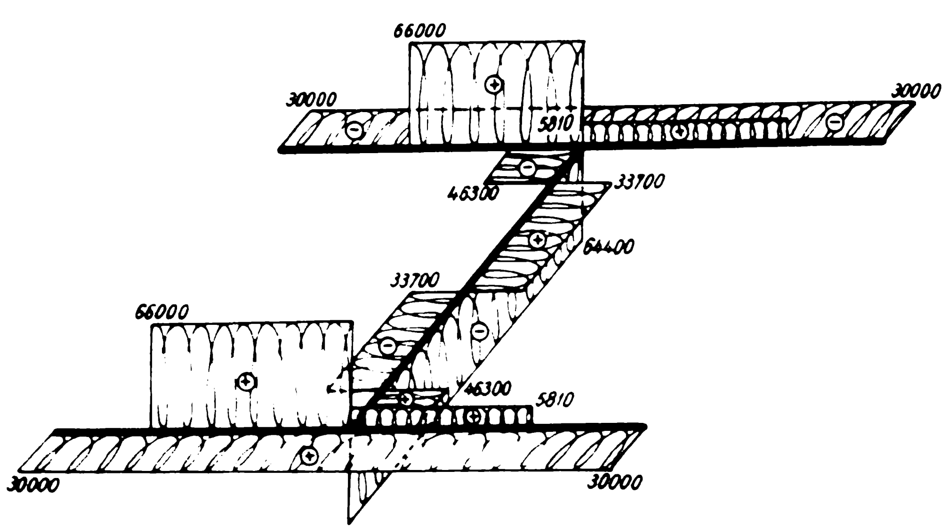
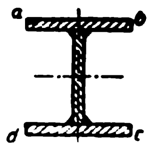
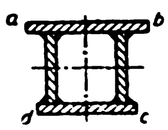


Fig.5.38
Diagramele momentelor de torsiune produse de suprasarcinile dinamice pentru modelul M (frînare - plan orizontal)

Tabelul 5.7 Tensiuni extreme la regimul de mers în aliniament

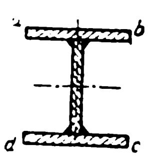


Secţiunea	$\sigma=\pm\sigma_z\pm\sigma_y$ [daN/cm²]																τ_{max} $\left[\frac{daN}{cm^2}\right]$
	dreapta - faţă				dreapta - spate				stînga - spate				stînga - faţă				
	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	
Longeron																	
II–II	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
III–III	−153	−153	143	143	−133	−133	125	125	−153	−153	143	143	−133	−133	125	125	—
IV–IV	−521	−521	469	469	−457	−457	411	411	−521	−521	469	469	−521	−521	469	469	—
V–V	−570	−570	517	517	−500	−500	453	453	−570	−570	517	517	−570	−570	517	517	—
VI–VI	−838	−838	762	762	−736	−736	668	668	−838	−838	762	762	−838	−838	762	762	—
VII–VII	−755	−755	655	655	−663	−663	575	575	−755	−755	655	655	−755	−755	655	655	—
VIII–VIII	−756	−756	680	680	−664	−664	596	596	−756	−756	680	680	−756	−756	680	680	—
IX–IX	−756	−756	680	680	−664	−664	596	596	−756	−756	680	680	−756	−756	680	680	—
X–X	−715	−715	674	674	−627	−627	592	592	−715	715	674	674	−715	−715	674	674	—
XI–XI	−769	−769	733	733	−675	−675	643	643	−769	−769	733	733	−769	−769	733	733	—
XII–XII	−869	−869	861	861	−763	−763	755	755	−869	−869	861	861	−869	−869	861	861	—

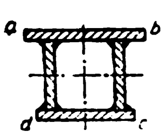


Secţiunea	dreapta				stînga				τ_{max} $\left[\frac{daN}{cm^2}\right]$
	a	b	c	d	a	b	c	d	
Traversa crapodinei									
XIII–XIII	−511	−511	524	524	−511	−511	524	524	132
XIV–XIV	−656	−656	645	645	−656	−656	645	645	108
XV–XV	−710	−710	700	700	−710	−710	700	700	76
XVI–XVI	−800	−800	784	784	−800	−800	784	784	63
XVII–XVII	−810	−810	826	−826	−810	−810	826	826	60
XVIII–XVIII	−631	−631	860	860	−631	−631	860	860	59

Tabelul 5.8 Tensiuni extreme la regimul de frînare în aliniament

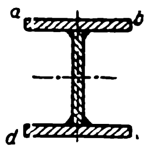


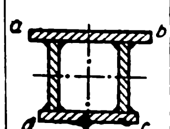
Secţiunea	$\sigma=\pm\sigma_z\pm\sigma_y$ [daN/cm²]																τ_{max} $\left[\frac{daN}{cm^2}\right]$
	dreapta - faţă				dreapta - spate				stînga - spate				stînga - faţă				
	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	
Longeron																	
II–II	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1350
III–III	−47	−47	46	46	−255	−255	236	236	−275	−275	254	254	−27	−27	29	29	1150
IV–IV	−468	−468	421	421	−709	−709	638	638	−773	−773	696	696	−404	−404	364	364	278
V–V	−529	−529	479	479	−729	−729	661	661	−799	−799	725	725	−464	−464	416	416	232
VI–VI	−684	−684	622	622	−974	−974	885	885	−1076	−1076	979	979	−582	−582	529	529	208
VII–VII	−658	−658	571	571	−837	−837	726	726	−929	−929	806	806	−565	−565	490	490	828
VIII–VIII	−676	−676	607	607	−821	−821	737	737	−913	−913	821	821	−583	−583	524	524	818
IX–IX	−722	−722	649	649	−775	−775	696	696	−867	−867	780	780	−629	−629	565	565	786
X–X	−708	−708	667	667	−706	−706	665	665	−794	−794	746	746	−620	−620	586	586	753
XI–XI	−780	−780	744	744	−741	−741	707	707	−836	−836	797	797	−686	−686	654	654	738
XII–XII	−897	−897	888	888	−823	−823	815	815	−930	−930	921	921	−791	−791	783	783	750



Secţiunea	dreapta				stînga				τ_{max} $\left[\frac{daN}{cm^2}\right]$
	a	b	c	d	a	b	c	d	
Traversa crapodinei									
XIII–XIII	−456	−622	483	622	−456	−622	483	622	173
XIV–XIV	−578	−806	584	776	−578	−806	584	776	132
XV–XV	−571	−925	589	886	−571	−925	589	886	94
XVI–XVI	−615	−1071	629	1025	−615	−1071	629	1025	78
XVII–XVII	−614	−1074	669	1073	−614	−1074	669	1073	74
XVIII–XVIII	−467	−863	740	1074	−467	−863	740	1074	72

Tabelul 5.9 **Tensiuni extreme la regimul de mers în curbă pentru cele două modele de calcul**

Secțiunea		$\sigma=\pm\sigma_z \pm \sigma_y$ [daN/cm²]																τ_{max} [daN/cm²]
		dreapta-față				dreapta-spate				stînga-spate				stînga-față				
		a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	
Longeron	II−II	— 23	— 100	— 24	— −99	— 35	— −21	— −35	— 21	— 2	— 21	— −2	— −21	— 227	— −271	— −227	— 271	— 1665
	III−III	−179 −124	−179 −119	123 167	167 118	−160 −127	−160 −183	149 112	149 167	−126 −117	−126 −107	119 107	119 97	−107 115	−107 −407	101 −1280	101 394	— 1460
	IV−IV	−608 −513	−608 −572	548 458	548 517	−691 −522	−645 −527	624 579	579 584	−434 −416	−434 −411	390 370	390 370	−672 −465	−152 −435	631 420	111 380	2160 970
	V−V	−666 −565	−666 −637	603 510	603 581	−729 −695	−666 −680	663 632	600 617	−474 −458	−474 −455	430 416	430 413	−801 −606	−83 −355	760 562	42 311	2060 8925
	VI−VI	−734 −600	−1150 −1126	648 521	1064 1047	−1030 −993	−920 −930	941 905	832 842	−581 −557	−617 −591	525 504	562 538	−1284 −1071	−20 28	1226 1009	−78 221	1990 1230
	VII−VII	−520 −395	−1190 −1189	407 289	1077 1083	−928 −892	−794 −811	815 778	681 697	−528 −508	−587 −567	453 435	512 494	−1324 −1100	198 −100	1249 1020	−273 20	1870 1120
	VIII−VIII	−497 −378	−1219 −1222	411 296	1133 1140	−924 −891	−790 −807	837 803	703 719	−532 −515	−595 −578	474 459	538 522	−1324 −1110	200 −86	1267 1044	−258 24	1850 1110
	IX−IX	−407 −296	−1323 −1336	319 213	1235 1253	−910 −881	−771 −785	825 797	686 701	−539 −525	−620 −607	480 467	561 548	−1345 −1151	235 −19	1289 1092	−291 −40	1730 1070
	X−X	−349 −253	−1293 −1307	300 193	1244 1247	−850 −826	−722 −734	804 766	675 674	−515 −503	−597 −588	485 460	568 545	−1251 −1090	209 −4	1224 1048	−236 −38	1650 1025
	XI−XI	−295 −194	−1475 −1498	254 154	1434 1458	−913 −888	−764 −778	875 848	723 739	−553 −542	−657 −648	524 514	628 620	−1409 −1233	291 63	1382 1205	−318 −91	1625 1005
	XII−XII	−283 −165	−1723 −1753	273 154	1713 1742	−1028 −1001	−855 −870	1019 990	845 859	−628 −613	−753 −743	621 604	747 734	−1614 −1374	356 88	1608 1366	−362 96	1645 1020

		dreapta				stînga				τ_{max} $\left[\frac{daN}{cm^2}\right]$
		a	b	c	d	a	b	c	d	
Traversa crapodinei	XIII−XIII	−674 −675	−374 −343	663 663	412 384	−272 −279	−688 −608	317 322	667 598	189 236
	XIV−XIV	−726 −751	−492 −483	697 716	501 492	−420 −431	−760 −699	438 441	724 664	156 192
	XV−XV	−690 −706	−570 −551	671 682	571 552	−508 −519	−720 −682	517 520	695 657	109 137
	XVI−XVI	−717 −740	−678 −661	700 718	667 651	−620 −626	−745 −718	617 617	721 695	86 113
	XVII−XVII	−714 −730	−693 −666	727 739	709 686	−636 −640	−742 −718	658 660	748 720	86 107
	XVIII−XVIII	−5 0 −535	−558 −542	730 732	753 738	−519 −525	−547 −531	714 712	738 718	84 105

La analiza rezultatelor se va considera modelul static nedeterminat ca un model exact, ales drept criteriu de comparaţie. In această ordine de idei, pentru a uşura analiza comparativă a tensiunilor care apar la cele două modele, în tabelul 5.9 în care se prezintă rezultatele la mersul în curbă, s-au trecut pentru fiecare secţiune analizată - în prima linie - tensiunile de la modelul H, iar în a doua linie, tensiunile de la modelul static nedeterminat. Se remarcă următoarele :

In secţiunea VII-VII, tensiunea normală maximă apare la regimul de mers în curbă. In lonjeronul "dreapta-faţă", de exemplu, diferenţa procentuală este foarte mică :

$$\Delta\sigma\ \% = \frac{1189 - 1190}{1189}\ 100 = 0{,}05\ \%$$

în schimb în lonjeronul "stînga-faţă" la calculul aproximativ tensiunea maximă este relativ ridicată (1324 daN/cm^2) diferenţa procentuală fiind sensibil mărită :

$$\Delta\sigma\ \% = \frac{1100 - 1324}{1100}\ 100 = -20{,}4\ \%$$

Chiar dacă nu se ţine seama de faptul că tensiunile maxime apar în lonjeroane diferite, eroarea de metodă ajunge totuşi de peste 10 % :

$$\Delta\sigma\ \% = \frac{1189 - 1324}{1189}\ 100 = -11{,}4\ \%$$

Tensiunea tangenţială este mai mare cu :

$$\Delta\tau\ \% = \frac{1773 - 1870}{1733}\ 100 = -8\ \%$$

5.4.3. <u>Cazul B : cadrul bicicletei tip Tohan</u>. Calculul este în întrutotul similar şi se vor prezenta numai cîteva rezultate intermediare şi tensiunile finale determinate pentru regimurile de încărcare şi modelele adoptate în § 5.2 (v.fig.5.13). Detalii în [40] şi [133].

Sistemele echivalente pentru cele două modele de calcul în cazul de încărcare $\sum F$ = 170 daN, sînt reprezentate în fig.5.39. Pentru celelalte încărcări ($\sum F$ = 81,2 daN şi $\sum F$ = 30 daN, v. fig.5.13) sistemele sînt identice, modificîndu-se numai diagramele relative la sistemul de bază.

---

[133] DOBRE I., DUMITRU I.: Analiza teoretică şi experimentală a stării de tensiune dintr-un cadru de bicicletă la solicitări statice. In "Lucrările simpozionului Rezistenţa îmbinărilor sudate", Iaşi, 27-29 sept.1973, vol.II,p.20-28

Tabelul 5.1o Analiza stărilor de tensiune în cadrele de biciclete tip Tohan

Cazurile analizate				Tensiuni σ [kgf/cm²] — Secțiunea																	
				I	C_1	II	III	X	IX	IV	V	VI	VII	C_2	VIII	XI	C_3	XII	XIII	C_4	C_5
0				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Cazul 1 $\sum F$ = 170 kgf	A. Structura cu noduri rigide	A.1. Se consideră numai efectul încovoierii	a	-620	-1161,4	-1270,7	-911	-301	324	-1208,9	-260,9	631,1	322,1	-12	-342,9	237	141	52,2	-54,6	-29,2	-9
			b	561	1098,6	1209,3	757	147	-478	1361,1	413,1	-479,9	-395,9	-61,8	269,1	-163	-62,9	22	-114,8	-139,4	-160,2
		A.2. Influența forței axiale	a	-620	-1161,4	-1270,7	-901,8	-321,8	322	-1214,2	-267,2	621,8	320,2	-8,9	-336,6	231,9	137,5	51,4	-54,2	-33,5	-13,4
			b	561	1098,6	1209,3	748,2	168,2	-475,8	1365,8	418,8	-470,2	-393,8	-64,7	259,4	-158,1	-63,5	22,6	-115	-137,5	-155,8
	B. Structura cu nodul (F) articulat	B.1. Se consideră numai efectul încovoierii	a	-620	-1161,4	-1270,7	-903,6	-387,6	189,4	-1225,3	-244,3	685,7	293,9	4,3	-281,1	299,2	155,8	22,3	6,5	-37,9	-75,56
			b	561	1098,6	1209,3	750,4	234,4	-342,6	1374,7	393,7	-536,3	-360,1	-70,5	214,9	-224,8	-81,2	-52,3	-177,9	-134,9	-94,84
		B.2. Influența forței axiale	a	-620	-1161,4	-1270,7	-879,2	-395,2	296,8	-1229,2	-245,2	677,8	285,4	-37	-359,6	292,6	151,6	20,1	5,8	-37,3	-75,9
			b	561	1098,6	1209,3	724,8	240,8	-451,2	1380,8	396,8	-526,2	-352,6	-30,2	292	-219,4	-78,4	-53,1	-176,6	-133,4	-94,9
Cazul 2 $\sum F$ = 81,2 kgf	A. Structura cu noduri rigide și considerarea acțiunii simultane a momentului încovoietor și a forței axiale		a	-264	-494,6	-545	-309,2	-120	72,3	-433,5	-75,5	252,5	130,6	13,8	-99,6	92,35	56,1	23,77	-29,5	-25,2	-21,2
			b	239,3	465,4	518,9	220,8	31,6	-160,7	530,5	172,5	-155,5	-133,4	-16,61	96,79	-55	-18,7	13,63	-56,3	-61,2	-64,6
	B. Structura cu nodul (F) articulat și considerarea acțiunii simultane a momentului încovoietor și a forței axiale		a	-264	-494,6	-545	-300,5	-118,8	64,5	-428,6	-64,6	275,4	109,4	1,2	-105,1	123,7	65,4	10,8	-4,1	-24	-39,5
			b	239,3	465,4	518,9	211,5	29,8	-153,5	525,4	161,4	-178,6	-109,6	-1,38	104,9	-86,3	-28	26,6	-82,7	-63,6	-47,3
Cazul 3 $\sum F$ = 30 kgf	A. Structura cu noduri rigide și considerarea acțiunii simultane a momentului încovoietor și a forței axiale		a	-83,6	-156,6	-172,1	-77	-34,7	9,8	-106,2	-13,2	75,8	35,38	5,34	-24,2	28,2	17,6	7,86	-12,5	-13,4	-14,34
			b	75,4	147,4	162,9	43	0,7	-43,8	145,8	52,8	-36,6	-36,62	-6,58	23,02	-13,4	-2,8	6,93	-21,5	-20,6	-19,65
	B. Structura cu nodul (F) articulat și considerarea acțiunii simultane a momentului încovoietor și a forței axiale		a	-83,6	-156,6	-172,1	-81,3	-37	7,4	-116,2	-9,2	84,6	26,02	1,38	-23,18	41,23	22,05	4,34	-3,8	-10,25	-15,95
			b	75,4	147,4	162,9	47,1	2,8	-41,6	155,2	48,4	-45,4	-26,38	-1,74	22,82	-26,37	-7,15	10,65	-31	-24,55	-18,65

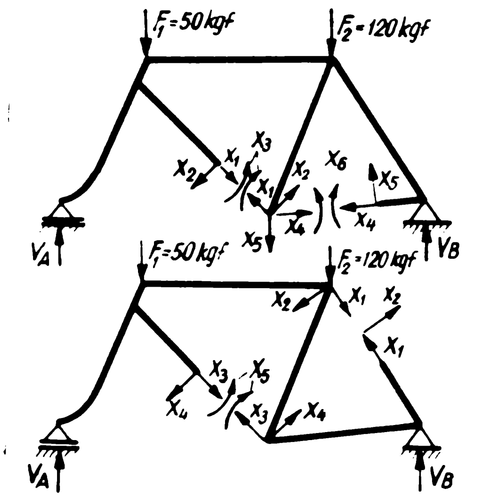


Fig.5.39

Sisteme echivalente pentru calculul de rezistenţă al cadrului de boghiu

Se ilustrează - de exemplu - în figurile 5.40 şi 5.41 diagramele finale de eforturi pentru cele două modele, în cazul 1 ($\sum F$ = 17o daN). Forţele axiale sînt desenate cu semn, momentele încovoietoare pe fibra întinsă.

Secţiunile în care s-au calculat tensiunile sînt cele prezentate în fig.5.42 şi coincid cu locurile de analiză experimentală, rezultatele comparative fiind prezentate în cap.6. Tensiunile calculate sînt redate în tabelul 5.1o.

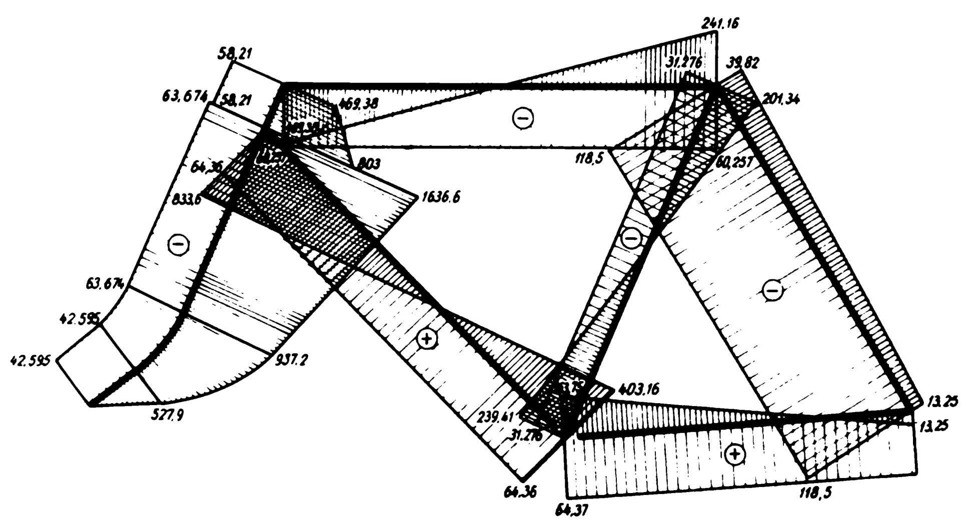


Fig.5.4o

Eforturi (momente încovoietoare şi forţe axiale) pentru varianta cu noduri rigide şi primul mod de încărcare ($\sum F$ =17o daN)

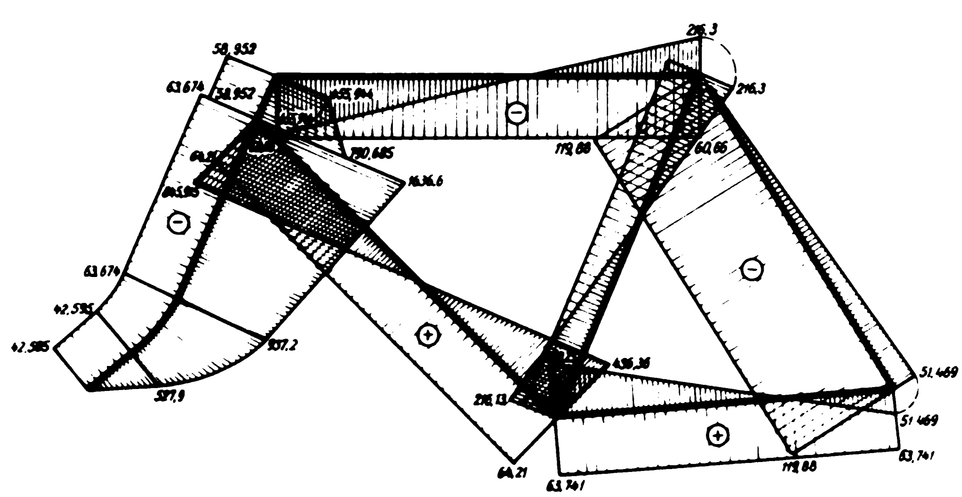


Fig.5.41

Eforturi (momente încovoietoare şi forţe axiale) pentru varianta cu nodul F articulat şi primul mod de încărcare ($\sum F$ = = 17o daN)

Modul de încărcare şi forma constructivă a structurii au sugerat ideia apariţiei unor forţe axiale care nu pot fi neglijate în calculul stării de tensiune. Pentru a stabili ordinul de mărime al influenţei forţelor axiale, s-a făcut calculul stării de tensiune fără considerarea acestor forţe, atît la determinarea coeficienţilor de influenţă cît şi la stabilirea stării finale de eforturi.

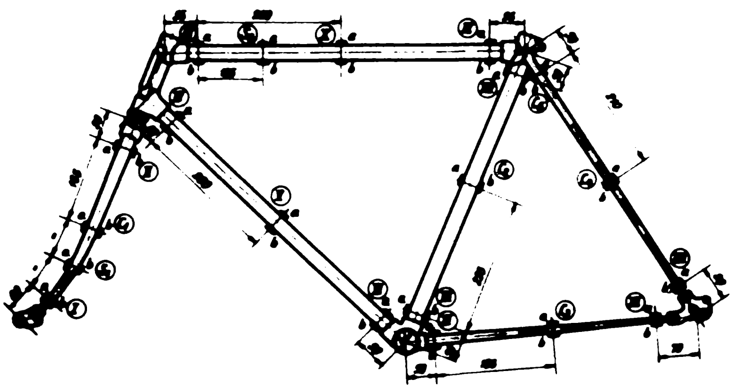


Fig.5.42
Cadrul de bicicletă şi indicarea secţiunilor în care s-au determinat tensiunile (teoretic şi experimental)

Rezultatele sînt prezentate în fig.5.43,a pentru cadrul cu noduri rigide şi încărcarea $\sum F = 170$ daN unde s-au reprezentat tensiunile numai pentru fibrele superioare, a căror poziţie este marcată printr-o linie întreruptă.

In fig.5.43,b s-au reprezentat tensiunile în aceleaşi secţiuni şi fibre pentru cazul în care s-au luat în considerare, pe tot parcursul calculelor, şi forţele axiale.

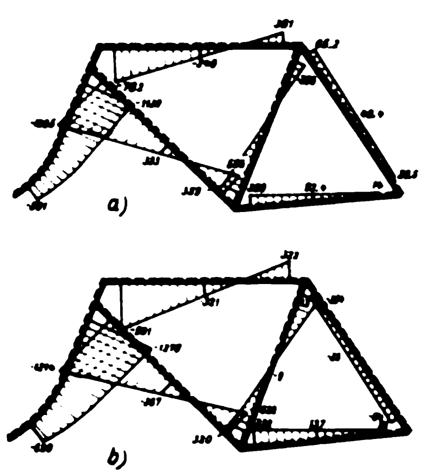


Fig.5.43
Influenţa forţei axiale asupra stării de tensiune ($\sum F$=170 daN)

Se observă apariţia unor diferenţe relativ însemnate, care au valori pozitive (în sensul creşterii tensiunilor) de la 4,5 % pînă la 13,8 % şi valori negative (în sensul micşorării tensiunilor) de la -5,8 % pînă la -32,5 %. Se subliniază astfel necesitatea ca în cazul unor astfel de structuri, să se ia în considerare şi efectul forţelor axiale.

5.5. Observaţii finale şi concluzii

In acest capitol s-a abordat problema calculului static al structurilor hiperstatice, cu aplicaţie directă la structura de rezistenţă a unui boghiu tip Y25-Cs şi a unui cadru de bicicletă tip Tohan. Deşi problema generală este îndeobşte cunoscută, metodologia de aplicare şi rezultatele obţinute au evidenţiat cîteva elemente noi şi interesante. Astfel :

1. Utilizarea acestei metode permite analiza stării de tensiune pentru orice variantă constructivă imaginată de proiectant,

fără a mai fi nevoie de efectuarea unui volum mare de încercări experimentale. Este evident că verificările experimentale nu pot fi total evitate, însă printr-un calcul prealabil, cît mai complet, e l e p o t f i r e d u s e l a u n n u m ă r m i n i m. Se atestă astfel utilitatea efectuării analizei teoretice comparative a stărilor de tensiune pentru diverse variante constructive, facilitată de utilizarea calculatoarelor numerice, care coroborate în final cu rezultatele experimentale, poate conduce la o variantă optimă.

2. Calculul aproximativ al boghiului Y25-Cs, prezentat în ipoteza neglijerii efectului de rigidizare a lonjeroanelor mici şi traverselor frontale, reducînd cadrul la o structură static determinată în formă de H, conduce la tensiuni care pot să difere uneori cu mult mai mult de ±10 % faţă de cele determinate în ipoteza structurii static nedeterminate. Această aproximaţie care se foloseşte destul de des datorită simplităţii, este cu mult prea mare pentru ca o asemenea metodologie să poată fi considerată satisfăcătoare. Deşi acest calcul în multe secţiuni este acoperitor, el nu este economic.

3. Comparaţia celor două modele de calcul (pentru boghiul Y25-Cs) evidenţiază faptul că rigidizările prin traversele frontale şi lonjeroanele mici reduc solicitările în traversa crapodinei cu (8...12) %, efect care nu poate fi neglijat şi care ar putea fi folosit în scopul unei uniformizări a stării de tensiune din cadru.

4. Modelul mecanic de structură static nedeterminată, constituie, în cadrul ipotezelor formulate, un calcul satisfăcător pentru stadiul actual al structurilor de rezistenţă în acest domeniu. Acest model ia în considerare caracteristicile esenţiale ale structurii : caracterul spaţial, nedeterminarea interioară şi în special variaţia de rigiditate a diferitelor elemente. Influenţa neglijată a forţelor tăietoare şi a răsucirii împiedicate este sub 7 % [62].

5. Pentru structurile de tipul cadrelor de biciclete, cu bare scurte solicitate complex, s-a demonstrat necesitatea considerării forţelor axiale atît în calculul coeficienţilor de influenţă, cît şi la stabilirea stării finale de eforturi, abaterile putînd să ajungă pînă la 30 %.

6. S-au realizat programe complete de calcul pentru studiul în paralel a unui număr oarecare de variante de încărcare, ceea ce permite proiectantului cunoaşterea comparativă simultană a rezultatelor necesare stabilirii variantei optime.

CAPITOLUL 6

MASURATORI SI VERIFICARI EXPERIMENTALE STATICE SI DINAMICE

6.1. Cercetări experimentale la solicitări statice. Comparația tensiunilor.

Măsurătorile și verificările experimentale pentru cele două structuri analizate au fost efectuate în cadrul laboratorului de Rezistența materialelor - pentru cadrele de biciclete - și sînt cuprinse în lucrările [38],[39],[133],[134],[136],[137],[483],[484],[486] și de către Institutul de studii și cercetări în transporturi - pentru boghiul Y 25-Cs - prezentate în protocolul [512], pe baza căruia s-au putut face comparațiile în tensiuni dintre calculul teoretic și rezultatele experimentale. Autorul a mai dispus și de valorile experimentale ale tensiunilor obținute în cadrul probelor executate în 1967 la Utrecht de comisia de experți B12 ai O.R.E. care a încercat și omologat boghiul în cadrul U.I.C. [474].

6.1.1. Caracteristici de material. Cadrul boghiului Y25-Cs este fabricat din OL42-3K, avînd : limita de curgere σ_c = 25 daN/mm^2 rezistența la rupere σ_r = 42...50 daN/mm^2 și rezistența la oboseală σ_{-1} = 21...25 daN/mm^2.

Cadrele de biciclete sînt realizate din țevi de oțel OL32 DIN 132/1969 (C = 0,13 % ; Mn = 0,39 % ; Si = 0,02 % ; P = 0,024 %) de diverse dimensiuni, realizate prin sudură. Pentru acestea s-au determinat experimental caracteristicile mecanice la tracțiune. Pentru fiecare epruvetă s-a trasat o diagramă caracteristică (v.fig.6.1) și s-au determinat : modulul de elasticitate longitudinal (E) ; limita de proporționalitate tehnică (σ_{10}) ; limita de elasticitate tehnică ($\sigma_{0,01}$) ; limita de curgere tehnică ($\sigma_{0,2}$) ; rezistența la rupere (σ_r) și alungirea la rupere (δ_5). Incercările s-au efectuat pe o mașină de tracțiune tip Louis Schopper, folosind un extensometru Martens cu pîrghie optică dublă.

---

[137] DOBRE I.; DUMITRU I.: Analiza solicitărilor statice într-un cadru de bicicletă. Buletinul științific și tehnic I.P.T., Tom 19 (23), fasc.2/1974 - Seria mecanică - p.161-171

Rezultatele sînt centralizate în tabolul 6.1.

Tabelul 6.1

Semnul epruvetei	a [mm]	D_o [mm]	D_o-a [mm]	S_o [cm^2]	Caracteristici mecanice de rezistenţă şi plasticitate					
					$E_{med} \cdot 10^{-6}$ [daN/cm^2]	σ_{10} [daN/cm^2]	$\sigma_{0,01}$ [daN/cm^2]	$\sigma_{0,2}$ [daN/cm^2]	σ_r [daN/cm^2]	δ_5 [%]
1'	1,085	28,15	27,065	0,923	2,040	2397	3198	3890	4440	21,2
1	1,303	26,03	24,70	1,004	2,015	-	-	2490	3782	25,8
2	1,098	27,59	26,49	0,913	2,035	1490	2115	2190	3517	26,8
3	1,071	27,99	26,92	0,906	2,022	2630	-	3350	3780	-
3'	1,060	28,17	27,11	0,905	2,023	3302	3800	4450	4680	-

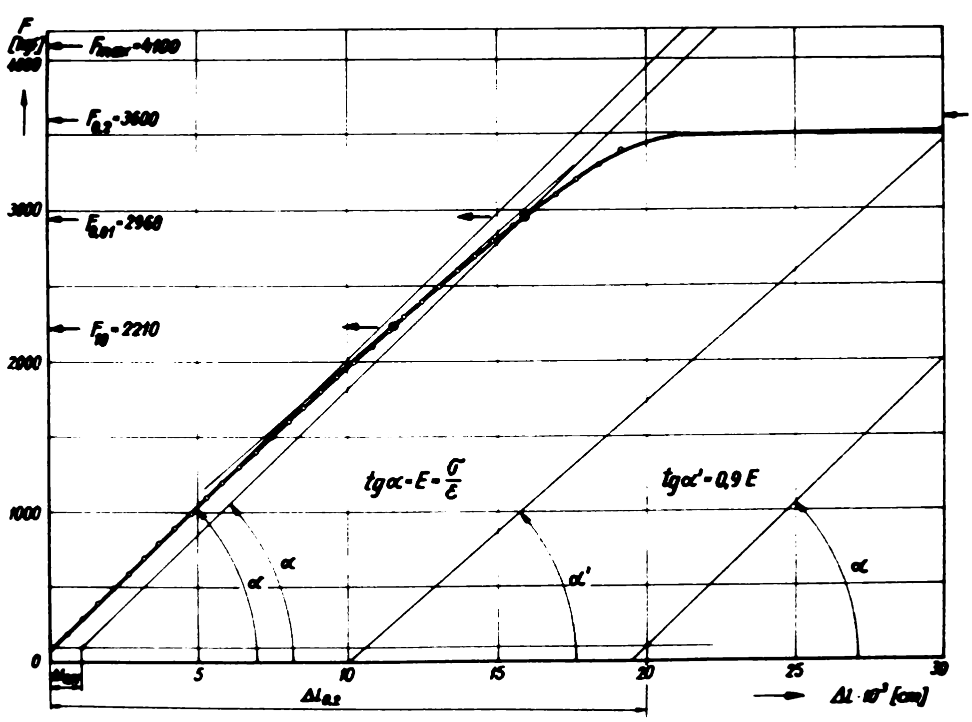


Fig.6.1

Diagrama caracteristică convenţională (F-Δℓ) pentru o ţeavă din oţel OL32, Ø 26 x 1

Deşi încercările efectuate arată o dispersie pronunţată a caracteristicilor mecanice, nu s-a putut efectua o analiză statistică din lipsa unui număr corespunzător de probe.

6.1.2. **Incercarea statică a boghiului Y25-Cs** [512]. Pe cadrul boghiului au fost amplasate un număr de 30 de traductoare rezistive (R = = 120 Ω, ℓ_o = 6 mm) şi s-au măsurat deformaţiile specifice pentru două situaţii de încărcare statică :

- pentru sarcina de 360 kN aplicată pe crapodină, cu roţile în acelaşi plan, cu o roată denivelată cu 10, 20 sau 30 mm şi cu roata opusă denivelată cu 10, 20 sau 30 mm,

- pentru sarcina de 520 kN aplicată pe crapodină în aceleaşi situaţii de denivelare a roţilor ca în primul caz.

Rezultatele experimentale au arătat următoarele :

- încărcarea statică cu 360 kN aplicată pe crapodină a produs tensiuni de tracţiune care nu au depăşit 730 daN/cm^2, pe traversa crapodinei lîngă racordările tălpii inferioare (TR 17) ; tensiunile maxime de compresiune au fost de 760 daN/cm^2 în aceeaşi zonă (TR 17) (vezi Anexa 2 - care prezintă schema de amplasare a traductorilor TR) ;

- la încărcarea de 360 kN, pentru o denivelare a roţilor de 30 mm, tensiunea maximă măsurată a fost de 1280 daN/cm^2, tot pe traversa crapodinei (TR 17) ;

- încărcarea statică de 520 kN aplicată pe crapodină a produs în punctele măsurate tensiuni ce nu au depăşit 1170 daN/cm^2;

- denivelarea de 30 mm pentru încărcarea de 520 kN produce în traversa crapodinei tensiuni maxime de 2050 daN/cm^2. Această situaţie se consideră deosebit de severă, cu o probabilitate foarte mică de apariţie, deci se poate considera ca rezistenţă admisibilă limita de curgere a materialului.

Pentru comparaţie, valorile calculate teoretic ale tensiunilor - centralizate în tabelul 5.4 - pentru o încărcare statică a bo-

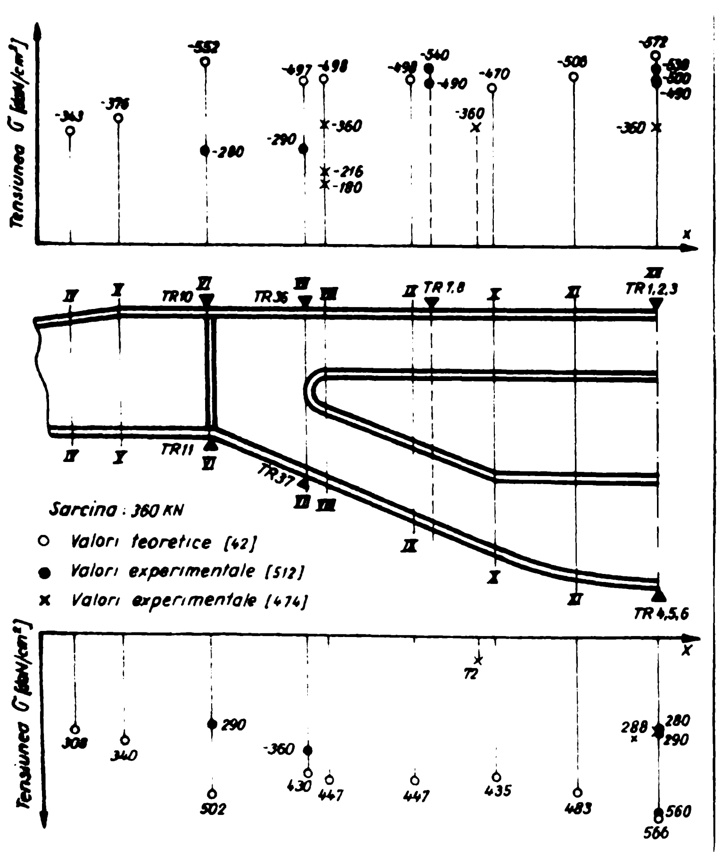


Fig.6.2

Variaţia tensiunilor - teoretică şi experimentală - pe lonjeronul mare, pentru sarcina statică de 360 kN

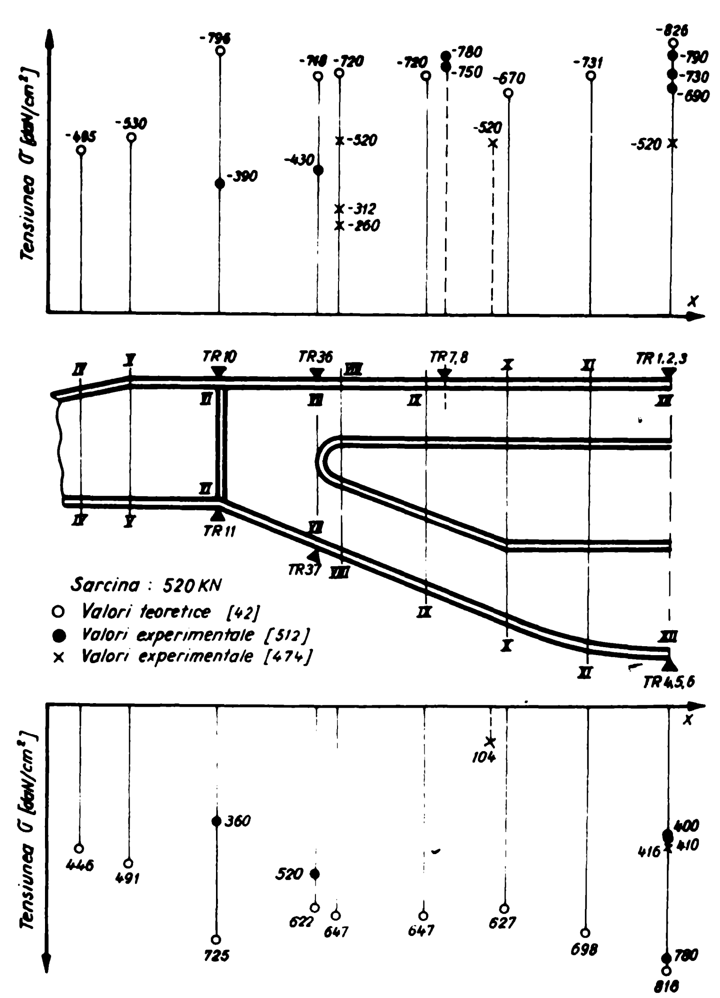


Fig.6.3

Variaţia tensiunilor - teoretică şi experimentală - pe lonjeronul mare, pentru sarcina statică de 520 kN ghiului cu sarcina de 380 kN, au fost recalculate pentru sarcinile de 360 kN şi respectiv 520 kN. Aceste tensiuni sînt reprezentate pentru secţiunile IV...XII ale lonjeroanelor mari în figurile 6.2 şi 6.3 prin cerculeţe (o). Ele sînt tensiunile rezultante din fibrele extreme, considerate uniform repartizate pe întreaga lăţime a tălpilor lonjeroanelor. In aceleaşi figuri s-au reprezentat şi tensiunile determinate experimental pe acelaşi cadru de boghiu, de către I.S.C.T. ([512]; ●) şi de O.R.L. ([474]; x).

Pentru secţiunea XII-XII s-au reprezentat, tot pentru comparaţie, în figurile 6.4 şi 6.5 modul în care variază tensiunea în fibrele extreme din talpa lonjeronului, atît teoretic cît şi experimental.

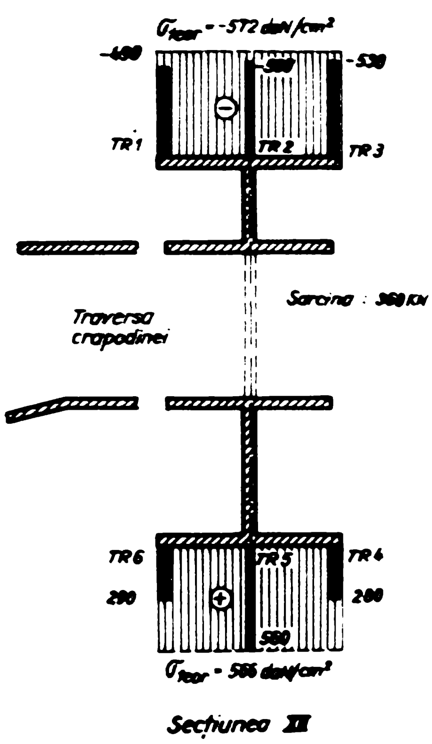


Fig.6.4

Repartiţia tensiunilor pe secţiunea XII-XII - teoretic şi experimental - sarcina 360 kN

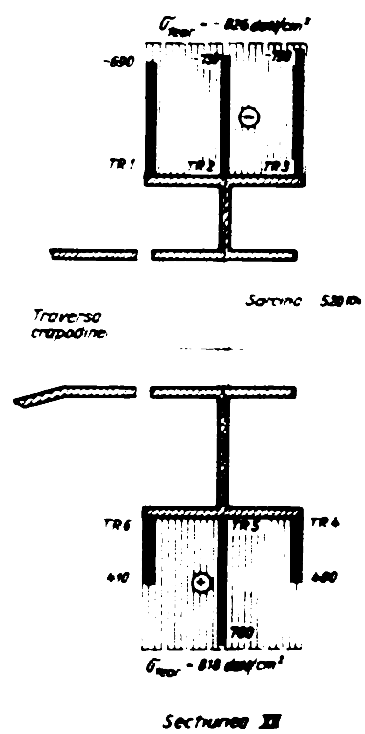


Fig.6.5

Repartiţia tensiunilor pe secţiunea XII-XII - teoretic şi experimental - sarcina 520 kN

Confruntarea rezultatelor calculului de rezistenţă efectuat pe un model care conservă principalele caracteristici ale structurii, cu valorile tensiunilor determinate experimental, conduce la următoarele concluzii :

1. Deşi, din necesităţi de calcul, s-au acceptat multe ipoteze, rezultatele teoretice, în secţiunile cele mai caracteristice, sînt destul de apropiate de cele experimentale, ceea ce confirmă corectitudinea metodologiei utilizate şi valabilitatea ipotezelor.

2. Valorile calculate ale tensiunilor sînt în general mai mari decît cele experimentale ; se poate considera că această circumstanță se datorește în principal următorilor factori :

- în calculele teoretice nu s-a luat în considerare efectul favorabil al unor elemente de consolidare (aripi, nervuri) și al rigidizărilor la îmbinarea dintre lonjeron și traversa crapodinei ;

- rigiditățile modelului de calcul, la aproximarea prin valori constante pe porțiuni, au fost subevaluate prin considerarea mediei ; funcția treaptă de aproximare trebuie să circumscrie legea poligonală a variației reale.

3. In secțiunea XII-XII se evidențiază o neuniformitate mare a tensiunii pe lățimea tălpii lonjeronului, în deosebi în partea inferioară, explicabilă numai prin interacțiunea dintre lonjeron și traversa crapodinei și eventualele inexactități de montaj. Aceasta ar explica și faptul că valorile experimentale obținute de O.R.E. sînt mai mici decît toate celelalte rezultate teoretice și experimentale.

Este de subliniat faptul că nivelul tensiunilor calculate atrage atenția - încă din această fază - asupra unor secțiuni mai solicitate și pune deci în prim plan, pentru controlul boghiului, zonele ce merită să fie examinate în vederea depistarii unor eventuale fisurări.

6.1.3. <u>Incercarea statică a cadrelor de bicicletă</u>. In cadrul lucrărilor efectuate de autor [38], [39], [40], [133], [134], [136], [137], [486] s-au studiat comparativ tensiunile din patru cadre de biciclete de fabricație românească (simbolizate S și F) și străină (simbolizate L și D) sub acțiunea unor sarcini statice și dinamice. Cu această ocazie s-au examinat critic prescripțiile din standarde și normele interne de fabricație în privința încercărilor statice, care prezintă elemente contradictorii și cerințe prea severe față de capacitatea de rezistență reală a cadrelor și s-a evidențiat necesitatea încercărilor de control sub acțiunea sarcinilor dinamice, care pot indica secțiunile de minimă rezistență la acțiunea șocurilor, secțiuni care diferă în general de acelea la care au apărut tensiunile maxime în cadrul încercărilor statice.

Incercările statice au cuprins două etape :

a) Incercarea cadrului cu furca din față montată, neîntărită, articulat în axa roții din spate și simplu rezemat în axa furcii din faţă, forţa de încărcare, variabilă continuu sau în trepte, fiind aplicată prin intermediul unei grinzi suplimentare, de mare rigiditate, simplu rezemată în partea superioară a cadrului (fig.6.6).

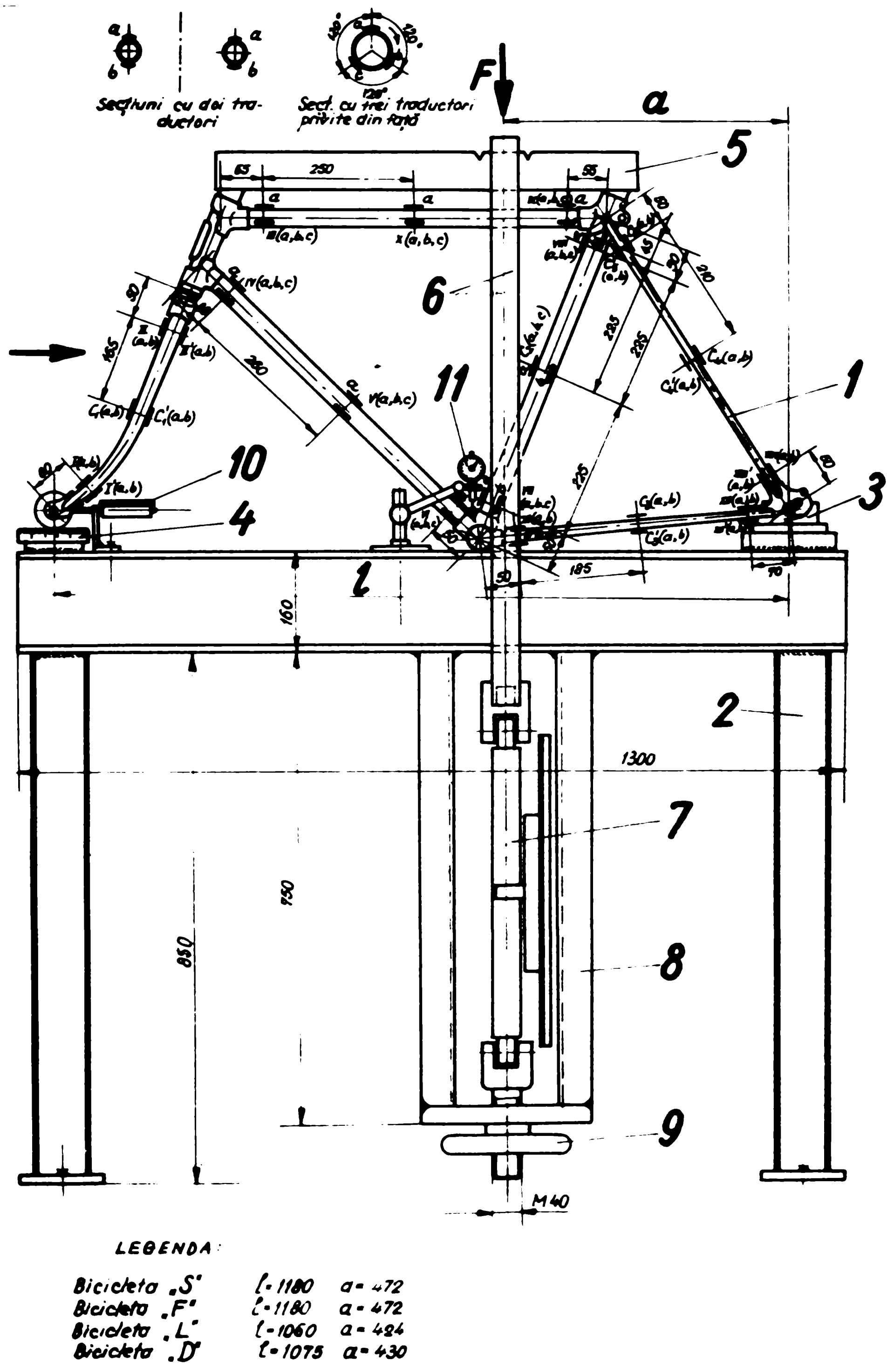


Fig.6.6

Schema dispozitivului pentru încercarea cadrelor de biciclete la solicitări statice şi amplasarea traductorilor pe bicicleta tip "S"

b) Încercarea cadrului fără furcă, fixat în locaşul furcii din faţă, cu forţa de încărcare aplicată în axa roţii din spate. Această încercare, prevăzută obligatoriu în normele de control a fabricaţiei, nu a adus indicaţii suplimentare asupra stării de tensiune reale din barele cadrului, ci a evidenţiat în primul rînd rezistenţa şi rigiditatea elementelor componente ale locaşului furcii.

Măsurarea tensiunilor s-a făcut cu ajutorul traductorilor rezistivi (tip 2359/MM 350-20, R = 344 Ω, k = 2,18...2,20) fiind explorate cîte 18 secţiuni, măsurînd - în medie - cîte 50 de puncte.

Dispozitivul pentru încercări, proiectat şi realizat de autor, este prezentat în fig.6.6. Cadrul de bicicletă 1, rezemat pe batiul 2, este articulat în 3 şi simplu rezemat pe placa orizontală 4. La partea superioară, pe grinda de încărcare 5, de asemenea simplu rezemată, este fixată prin intermediul unui cuţit, furca de tracţiune 6 de care este prins articulat dinamometrul cu ceas comparator 7. Producerea forţei se realizează prin intermediul unui şurub M40 şi a roţii 9. Cu ajutorul comparatorului 10 se măsoară deplasarea pe orizontală δ_h a punctului de rezemare a furcii din faţă, iar cu comparatorul 11 se măsoară deplasarea pe verticală a axului pedalier. Pentru măsurarea forţelor s-a folosit un dinamometru eliptic sistem Rejtő cu scara de 500 daN.

Dispozitivul a fost astfel conceput încît prin sistemul de reglaj 3 să se realizeze o distanţă variabilă între punctele de rezemare funcţie de lungimea „ℓ" a bicicletei şi distanţa „a" a punctului de aplicare a forţei de încărcare F. Distanţa „a" este normalizată şi reprezintă poziţia cea mai probabilă a centrului de greutate al conducătorului bicicletei.

Tensiunile determinate experimental au fost trecute în tabelele 6.2 şi 6.3.

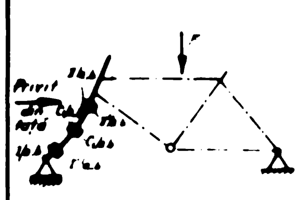
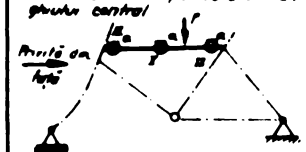
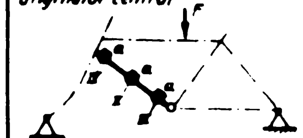
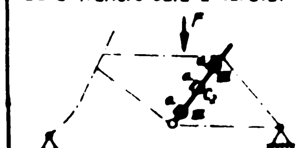
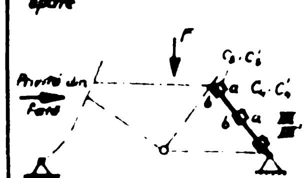
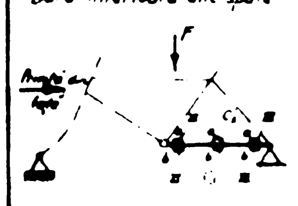
Din analiza tensiunilor, la bicicleta "S" - de exemplu - se constată că valorile maxime s-au obţinut în secţiunea C_1 din furcă. Aici, pentru încărcarea de 170 daN, tensiunea a variat de la -1589 daN/cm^2 în fibrele supuse la compresiune (TR C_1/a) la 1651 daN/cm^2 în fibrele supuse la întindere (TR C_1'/b). La barele triunghiului central tensiunile au fost considerabil mai mici, valoarea maximă fiind de -515 daN/cm^2 (TR IV/a), deci aproximativ 31 % din solicitarea apărută în furcă. Se remarcă însă că datorită construcţiei static nedeterminate, barele sistemului suferă deformaţii imprevizibile la o analiză calitativă globală, axele lor deformate avînd în general puncte de inflexiune. Barele din spate ale cadrului sînt şi mai puţin solicitate, tensiunea maximă fiind de -269 daN/cm^2 (TR XIII/a), adică aprox.16 % din tensiunea maximă măsurată de traductorul C_1/a în furcă.

O analiză comparativă a tensiunilor apărute în biciclete de acelaşi tip arată că ele sînt mai mari la bicicletele "L" şi "D" în medie cu 6...20 % şi relativ mai uniform repartizate crescînd comparativ mai mult tensiunile din barele cadrului central cele din furcă fiind apropiate ca valoare.

Este utilă comparaţia tensiunilor calculate cu cele determinate experimental. O parte din rezultate s-au prezentat centralizat în fig.6.7 în care se reprezintă repartiţia tensiunilor referitoare numai la fibrele superioare (desenate punctat pe conturul structurii) pentru două moduri de încărcare.

Deoarece în lucrare [133] prelucrarea rezultatelor s-a fă-

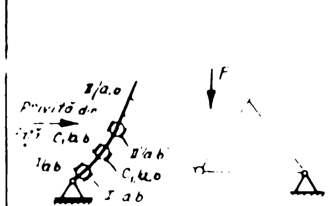
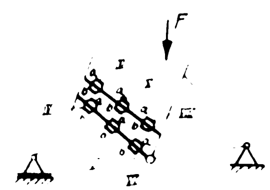
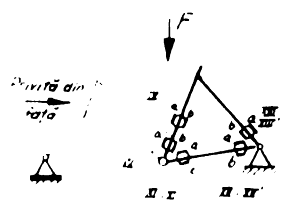
Tabelul 6.2

ELEMENTUL DIN CADRUL STUDIAT	Tipul de bicicletă / Traductorul \ Forța de încărcare kgf	BICICLETA TIP „S" 70	BICICLETA TIP „S" 120	BICICLETA TIP „S" 170	BICICLETA TIP „L" 70	BICICLETA TIP „L" 120	BICICLETA TIP „L" 170
Furca 	I/a	-404	-711	-999	–	–	–
	I'/a	-395	-679	-937	–	–	–
	I/b	383	684	968	–	–	–
	I'/b	375	692	988	–	–	–
	C_1/a	-639	-1132	-1589	-677	-1223	-1690
	C_1'/a	-661	-1190	-1654	-716	-1208	-1690
	C_1/b	655	1152	1612	591	1049	1478
	C_1'/b	640	1170	1649	552	1003	1410
	II/a	-368	-696	-939	-433	-718	-1110
	II'/a	-394	-722	-1030	-451	-710	-975
	II/b	193	345	502	259	483	652
	II'/b	207	348	497	301	612	855
Bara orizontală superioară a triunghiului central 	III/a	-146	-225	-357	-355	-620	-871
	III/b	112	243	280	276	490	718
	III/c	50	78	120	–	–	–
	X/a	-171	-278	-387	-147	-254	-318
	X/b	28	52	75	38	75	98
	X/c	35	64	95	44	66	102
	IX/a	115	200	286	128	217	307
	IX/b	-110	-190	-259	-120	-193	-286
	IX/c	-117	-185	-273	-121	-195	-286
Bara înclinată din stînga a triunghiului central 	IV/a	-209	-371	-515	-269	-486	-680
	IV/b	166	302	418	242	448	625 •
	IV/c	131	232	326	–	–	–
	V/a	-125	-215	-302	-158	-216	-330
	V/b	139	238	335	192	280	424 •
	V/c	117	212	294	–	–	–
	VI/a	136	240	340	155	258	357
	VI/b	-52	-84	-119	-98	-153	-219 •
	VI/c	-68	-113	-159	–	–	–
Bara transversală a cadrului 	VII/a	-69	-115	-161	-51	-86	-125
	VII/b	-65	-111	-161	-53	-88	-122
	VII/c	35	64	89	80	149	196
	C_2/a	-56	-98	-130	-62	-91	-133
	C_2/b	-46	-75	-113	-37	-68	-102 •
	C_2/c	39	64	91	–	–	–
	VIII/a	-134	-247	-317	-95	-169	-215
	VIII/b	36	61	91	99	181	219 •
	VIII/c	107	192	266	–	–	–
Bara superioară înclinată din spate 	XIII/a	-116	-190	-269	-195	-335	-437
	XIII'/a	-94	154	-222	-193	-330	-436
	XIII/b	-71	-123	-178	-153	-242	-392
	XIII'/b	-70	-119	-170	-140	-216	-360
	C_4/a	-55	-88	124	–	–	–
	C_4'/a	-64	104	-130	–	–	–
	C_4/b	81	-130	-198	–	–	–
	C_4'/b	-59	-102	-147	–	–	–
	C_5/a	-41	-66	-98	-41	-73	-104
	C_5'/a	-44	-75	-110	-31	-50	-75
	C_5/b	-103	-176	-244	-137	-225	-320
	C_5'/b	-118	-196	-273	-140	-221	-290
Bara inferioară din spate 	XI/a	55	93	135	45	75	124
	XI'/a	90	159	223	56	83	133
	XI/b	-63	-110	-151	-71	-128	-186
	[illegible]	-69	-116	-162	-108	180	-235
	[illegible]	44	[illegible]	104	–	–	–
	[illegible]	–	–	–	–	–	–
	[illegible]	-31	-49	75	–	–	–
	[illegible]	-34	[illegible]	-8[illegible]	–	–	–
	[illegible]	66	98	146	104	179	-244
	[illegible]	-65	-91	-133	-71	-112	-155
	[illegible]	78	13[illegible]	178		–	–
	[illegible]	47	80	123	[illegible]	124	170

Observație: La bicicleta tip „L" traductorii „b" notați • sînt dispuși diametral cu traductorii „a".

Ce reprezintă cifrele din ...

Tabelul 6.3

ELEMENTUL DIN CADRU STUDIAT	Tipul de bicicletă / Traductoru \ Forța de încărcare [kgf]	BICICLETA TIP „F" 70	BICICLETA TIP „F" 120	BICICLETA TIP „F" 170	BICICLETA TIP „D" 70	BICICLETA TIP „D" 120	BICICLETA TIP „D" 170
Furca 	I/a	-371	-629	-914	-400	-705	-1057
	I'/a	-371	-626	-929	-420	-710	-1004
	I/b	379	669	962	430	738	1078
	I'/b	372	640	961	411	700	998
	C_1/a	-650	-1081	-1660	-679	-1189	-1674
	C_1'/a	-661	-1086	-1604	-719	-1226	-1755
	C_1/b	375	659	981	676	1153	1666
	C_1'/b	640	1119	1662	688	1194	1730
	II/a	-368	-635	-935	-677	-1180	-1614
	II'/a	-356	-634	-934	-579	-968	-1447
	II/b	262	436	575	673	1121	1630
	II'/b	242	385	613	529	926	1336
Barele de legătură 	III/a	-39	-75	-114	-73	-128	-186
	III/b	-71	-104	-166	-146	-245	-361
	X/a	-101	-185	-269	-248	-431	-589
	X/b	-38	-65	-99	-95	-161	-219
	VIII/a	-151	-252	-360	-269	-477	-698
	VIII/b	68	112	151	93	165	215
	IV/a	29	55	89	50	91	118
	IV/b	93	151	223	180	301	456
	V/a	45	77	112	86	144	209
	V/b	95	163	260	136	246	330
	VI/a	143	254	381	145	263	357
	VI/b	78	133	196	–	–	–
Barele triunghiului din spate 	IX/a	-377	-664	-905	-661	-1023	-1424
	IX/b	436	761	1043	549	1073	1424
	VII/a	-124	-219	-305	-143	-261	-357
	VII/b	36	65	94	57	106	158
	XI/a	-99	-173	-233	-168	-282	-410
	XI'/a	-88	-163	-216	-201	-346	-502
	XI/b	117	213	284	269	450	676
	XI'/b	128	209	305	288	488	689
	XII/a	-80	-138	-185	-184	-297	-408
	XII'/a	-38	-71	-98	–	–	–
	XII/b	84	149	198	168	286	386
	XII'/b	73	129	159	93	169	223
	XIII/a	-194	-324	-480	–	–	–
	XIII'/a	–	–	–	–	–	–
	XIII/b	119	200	277	–	–	–
	XIII'/b	103	179	246	–	–	–

cut printr-o simplă unire a mediilor, care a avut drept efect obţinerea unei variaţii din linii frînte a tensiunilor pe grinzi de secţiune constantă încărcate numai la capete, s-a considerat necesar să se facă o analiză statistică completă a datelor experimentale, căutînd o dreaptă de regresie $\sigma = f(x)$ faţă de care valorile măsurate ale tensiunilor au cea mai mică abatere (în ansamblu). Acest mod de interpretare a rezultatelor conduce la stabilirea unei legi de variaţie raţionale a tensiunilor în lungul grinzii corelate cu legea corespunzătoare a momentului încovoietor ($\sigma(x) = M_i(x)/W_z$). Forţa axială fiind constantă are numai efectul unei translaţii [137].

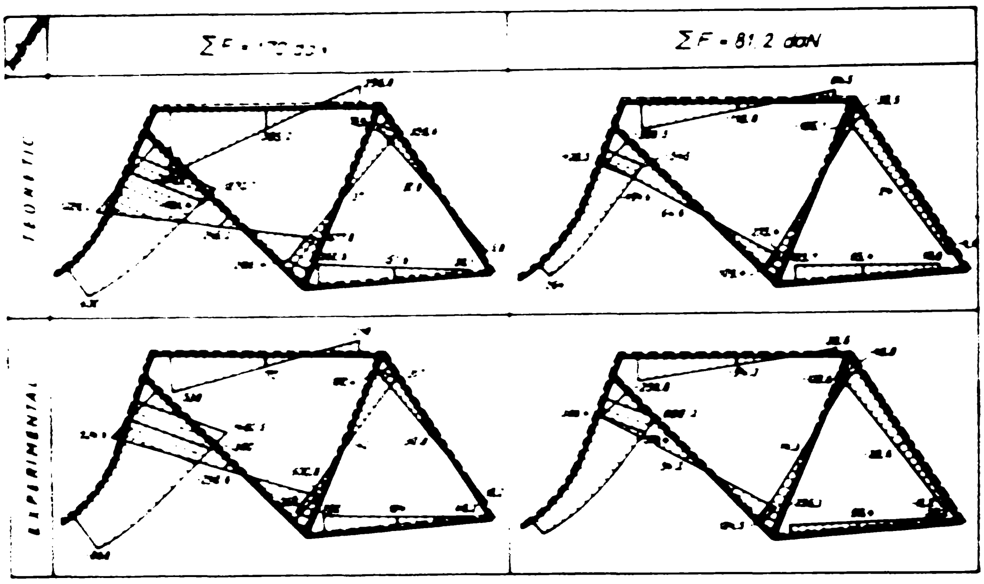


Fig.6.7

Repartiţia teoretică şi experimentală a tensiunilor

Formulele de calcul pentru estimaţiile coeficienţilor dreptei de regresie, în cazul în care fiecărei valori a variabilei x îi corespunde un sistem de valori pentru variabila σ, se obţin utilizînd metoda celor mai mici pătrate :

$$a = \frac{N\sum_{i=1}^{k}\left(x_i \sum_{j=1}^{n_i} \sigma_{ij}\right) - \left(\sum_{i=1}^{k} n_i x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} \sigma_{ij}\right)}{N\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{k} n_i x_i\right)^2} \tag{6.1}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} \sigma_{ij}}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

Deoarece tensiunile σ_{ij} au atît valori pozitive cît şi negative, pentru diverse valori ale lui x, s-a făcut o translatare a axei orizontale de mărime σ_0 = 800 daN/cm^2 de care se va ţine seama la stabilirea finală a ecuaţiei dreptei de regresie.

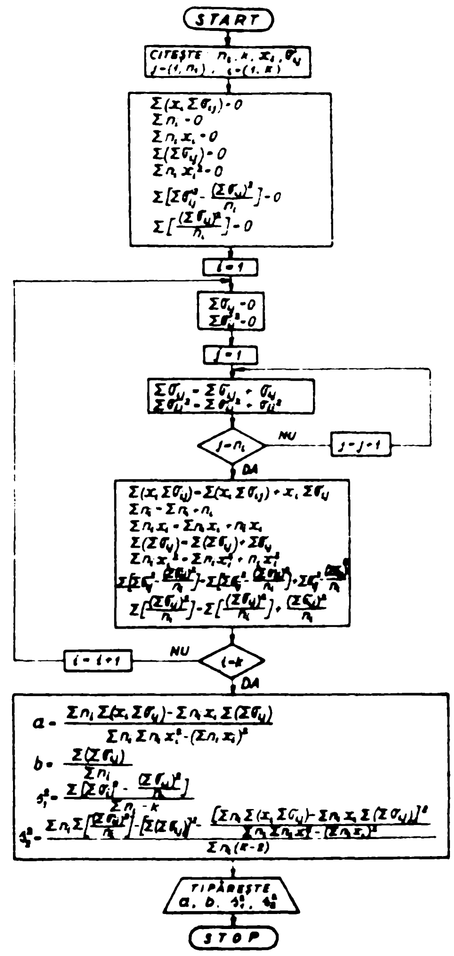
Pentru ilustrarea metodei de calcul şi a modului în care au fost obținute diagramele de variație ale tensiunilor, în tabelul 6.4 se prezintă organizarea detaliată a prelucrării valorilor expe-

Tabelul 6.4

ORGANIZAREA CALCULELOR PENTRU STABILIREA ECUAȚIEI DREPTEI DE REGRESIE (bara $\overline{EF}$)

x_i [mm]	σ_{ij} [daN/cm²]	n_i	$\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}$	$\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}^2$	$\left(\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}\right)^2$	$\frac{\left(\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}\right)^2}{n_i}$	$\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}^2-\frac{\left(\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}\right)^2}{n_i}$	f_i	$x_i\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}$	$n_i x_i$	x_i^2	$n_i x_i^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
55	$\sigma_{11}=238$; $\sigma_{12}=240$; $\sigma_{13}=262$ $\sigma_{14}=285$; $\sigma_{15}=290$; $\sigma_{16}=305$ $\sigma_{17}=345$; $\sigma_{18}=365$; $\sigma_{19}=383$	9	2713	840177	7360369	817819	22358	8	149215	495	3025	27225
180	$\sigma_{21}=405$; $\sigma_{22}=413$; $\sigma_{23}=434$ $\sigma_{24}=438$; $\sigma_{25}=445$; $\sigma_{26}=452$ $\sigma_{27}=480$; $\sigma_{28}=485$; $\sigma_{29}=488$	9	4040	1820892	16321600	1813511	7381	8	727200	1620	32400	291600
305	$\sigma_{31}=530$; $\sigma_{32}=535$; $\sigma_{33}=550$ $\sigma_{34}=560$; $\sigma_{35}=572$; $\sigma_{36}=585$ $\sigma_{37}=590$; $\sigma_{38}=598$; $\sigma_{39}=604$	9	5124	2923154	26255376	2917264	5890	8	1562820	2745	93025	837225
560	$\sigma_{41}=1018$; $\sigma_{42}=1025$; $\sigma_{43}=1025$ $\sigma_{44}=1032$; $\sigma_{45}=1045$; $\sigma_{46}=1066$ $\sigma_{47}=1070$; $\sigma_{48}=1085$; $\sigma_{49}=1090$	9	9456	9941204	89415936	9935104	6100	8	5295360	5040	313600	2822400
1100	—	36	21333	15525427	139353281	15483698	41729	32	7734595	9900	442050	3978450
$\sum_{i=1}^{k}x_i$		$\sum_{i=1}^{k}n_i=N$	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}$	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}^2$	$\sum_{i=1}^{k}\left(\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}\right)^2$	$\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}\right)^2}{n_i}$	$\sum_{i=1}^{k}\left[\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}^2-\frac{\left(\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}\right)^2}{n_i}\right]$	$\sum_{i=1}^{k}n_i-k$	$\sum_{i=1}^{k}\left(x_i\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}\right)$	$\sum_{i=1}^{k}n_i x_i$	$\sum_{i=1}^{k}x_i^2$	$\sum_{i=1}^{k}n_i x_i^2$

Tabelul 6.5



rimentale pentru bara $\overline{EF}$, într-o formă ușor programabilă pe calculator, iar în tabelul 6.5, ordinograma corespunzătoare unui astfel de program.

Pe baza acestor rezultate s-a obținut :

$$a = 1{,}48 \quad ; \quad b = 592{,}58$$

Ecuația dreptei de regresie empirice devine atunci

$$\sigma = a(x-\bar{x}) + b = 1{,}48(x-275) + 592{,}58 = 1{,}48x + 185{,}58$$

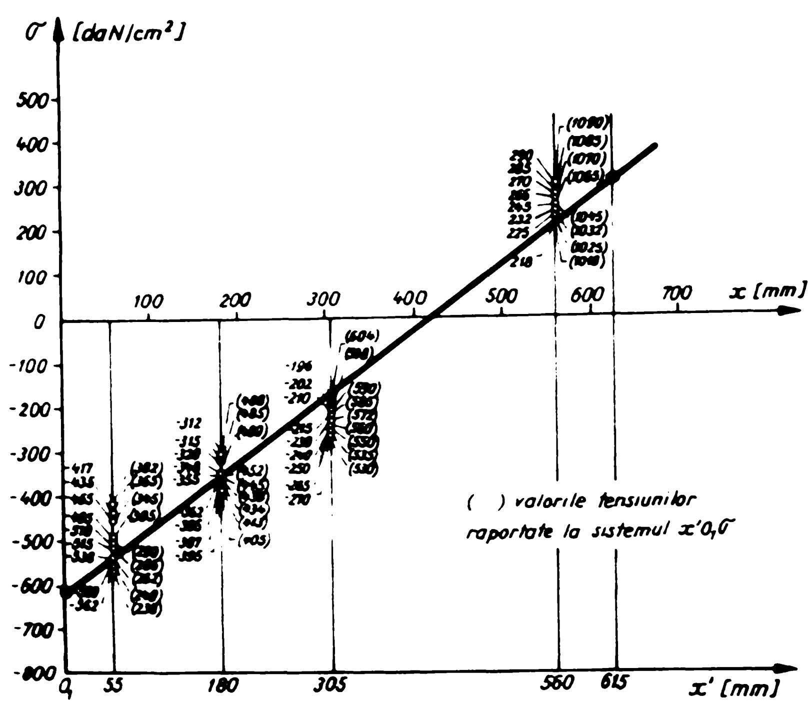


Fig.6.8

Dreapta de regresie a repartiției tensiunilor experimentale pe bara $\overline{EF}$ a structurii

Revenind la sistemul inițial de axe, ecuația finală va fi :

$$\sigma = 1{,}48x - 614{,}42 \qquad (6.2)$$

care este reprezentată în fig. 6.8.

S-a procedat în mod analog și pentru celelalte bare ale structurii și diagramele finale sînt reprezentate - parțial - în fig.6.7.

O analiză mai atentă a valorilor experimentale ale tensiunilor măsurate pe bara $\overline{EF}$ (v.fig.6.8) evidențiază următoarele aspecte :

- în primul rînd o împrăştiere relativ mare a rezultatelor din aceeaşi secţiune, care pentru x = 55 mm atinge o valoare maximă de 25,8 %. Aceasta se datoreşte faptului că măsurătorile au fost efectuate la diferite intervale de timp şi indică o comportare inconstantă a materialului de tensometrie folosit ;

- în al doilea rînd, alinierea punctelor faţă de dreapta de regresie prezintă o dispersie mare, iar în zona valorilor x > 300 mm sugerează o modificare de pantă. Aceasta presupune că pe această porţiune a barei, care se execută prin roluire şi sudare, a apărut o modificare de rigiditate. Altfel nu se păstrează concordanţa între variaţia teoretică a tensiunilor în lungul barei şi imaginea sugerată de rezultatele experimentale.

Cu ajutorul valorilor calculate în tabelul 6.4 se pot stabili şi parametrii de dispersie, deosebit de utili pentru o apreciere statistică de ansamblu şi comparativă a distribuţiei tensiunilor. S-au determinat astfel :

- dispersia s_1^2 care caracterizează împrăştierea în interiorul sistemului

$$s_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left[\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}^2 - \frac{\left(\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}\right)^2}{n_i}\right]}{\sum_{i=1}^{k} n_i - k} \cong 1304{,}03 \qquad (6.3)$$

- dispersia s_2^2 care caracterizează variaţia valorilor în jurul liniei de regresie empirice

$$s_2^2 = \frac{N\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}\right)^2}{n_i} - \left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}\right)^2 - \frac{\left[N\sum_{i=1}^{k}x_i\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij} - \left(\sum_{i=1}^{k}n_i x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\sigma_{ij}\right)\right]^2}{N\sum_{i=1}^{k}n_i x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{k}n_i x_i\right)^2}}{N(k-2)} \cong$$

$$\cong 31871 \qquad (6.4)$$

Toate aceste valori dau o imagine completă asupra repartiţiei tensiunilor pe bara $\overline{EF}$ (respectiv pe structură) corelată cu cîmpurile lor de dispersie.

Din analiza efectuată se desprind cîteva concluzii utile :

a) Comparaţia tensiunilor determinate pe cale teoretică şi măsurată experimental arată o bună corespondenţă între valorile obţinute pe elementele contururilor închise ale structurii şi o diferență sensibilă pe furca din față mai ales în zona de îmbinare a acesteia cu cadrul propriu zis. In această zonă se poate considera că forma constructivă a furcii și tehnologia de îmbinare prin brazare, constituie elemente de concentrare a tensiunilor, de care trebuie să se țină seama în calculele de proiectare. Pentru aceasta se determină un coeficient teoretic de concentrare a tensiunilor care are valorile :

$$\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} = \frac{1621}{1260,7} \cong 1,28 \qquad \text{(pentru fibra a)}$$

$$\alpha_\sigma = \frac{1630}{1209,3} \cong 1,35 \qquad \text{(pentru fibra b)}$$

Se recomandă deci introducerea în calculele statice, la aceste tipuri de îmbinare, a unui coeficient de concentrare de 1,35.

b) Un efect de concentrare se observă și la nodul furcii din spate (secțiunile XII, XIII) poate chiar mult mai puternic decît cel analizat. Rezultatele obținute nu sînt însă suficient de concludente datorită valorilor mici calculate și măsurate care sînt însoțite deobicei de erori foarte mari. Valorile acestui coeficient nu sînt însă esențiale, deoarece solicitarea în această zonă este mică, iar dimensiunile - constructiv - nu pot fi reduse sub o anumită limită.

c) Se atestă necesitatea prezentării rezultatelor experimentale sub forma dreptelor de regresie pentru a obține o concordanță de formă cu variația teoretică a tensiunilor.

6.2. Concepții noi și instalații originale pentru încercarea la durabilitate a structurilor de rezistență

Rezolvarea problemelor de durabilitate și de încercare la solicitări dinamice a necesitat conceperea și executarea de instalații noi care să permită reproducerea în laborator a unor spectre de excitație cît mai apropiate de cele reale, insistîndu-se în special pe găsirea unei modelări permițînd păstrarea caracterului aleator al solicitărilor. Rezultatele sînt cuprinse în lucrările [37], [39], [41], [134], [483], [484], [486], din care se vor reda elementele esențiale.

6.2.1. Tensiuni dinamice în cadrul boghiului Y25-Cs. Pentru a putea face comparația cu valorile calculate obținute în cap.5, se redau o parte din rezultatele lucrării [512]. Măsurătorile dinamice au fost făcute pe un boghiu experimental montat la un vagon autodescrescător încărcat la capacitatea nominală, atașat la un tren

1

transcontainer, care s-a deplasat pe distanţa Bucureşti-Arad. S-a utilizat o instalaţie de tensometrie electrică pentru încercări dinamice "TELEC" compusă din 15 punţi tensometrice "NOR", un oscilograf cu 18 canale "EN 18" şi un grup de alimentare. Rezultatele sînt prezentate în tabelul 6.6 care centralizează valorile statice şi dinamice ale tensiunilor măsurate în timpul încercărilor în mers. In coloana 1 sînt trecute valorile componentelor statice, măsurate pe stand sub forţa de 360 KN, echivalentă cu reacţiunea cutiei vagonului încărcat pe boghiu. Pe baza diagramelor înregistrate s-au luat în consideraţie şi s-au centralizat două tipuri de tensiuni dinamice :

- valori care apar mai frecvent şi care sînt de fapt cele ce se consideră în calculul clasic de oboseală,
- valori extreme, maxime şi minime, care apar cu o frecvenţă mult mai mică decît celelalte.

Se redau deasemenea în coloanele 7 şi 8 coeficienţii de asimetrie pentru fiecare punct măsurat şi rezistenţele admisibile corespunzătoare acestor coeficienţi, conform O.R.E. Analiza rezultatelor arată că în nici un punct măsurat nu s-au înregistrat depăşiri de rezistenţe admisibile.

Se menţionează că în cursul măsurătorilor dinamice s-au înregistrat cîteva vîrfuri de solicitare, datorită unor neregularităţi locale însemnate ale căii. Acestea au un evident caracter accidental şi aprecierea siguranţei relative la asemenea situaţii rare se face prin raportarea la limita de curgere. Cel mai important vîrf s-a înregistrat la TR 16 pe distanţa Păuliş-Arad unde valoarea maximă atinsă a fost de 1230 daN/cm^2, care cumulată cu componenta statică de 710 daN/cm^2 nu a depăşit totuşi limita de curgere σ_c = 2500 daN/cm^2.

Comparaţia tensiunilor măsurate în regim dinamic cu cele calculate (v.cap.5) conduce la următoarele concluzii :

- calculele efectuate sînt acoperitoare, deoarece în determinarea forţelor exterioare s-au considerat valorile extreme ale diverşilor factori de influenţă, iar rigidităţile s-au apreciat prin valori medii pe porţiuni ; de altfel diferenţele dintre valorile extreme şi valorile calculate nu depăşesc 15 %, ceea ce este un rezultat deosebit de pozitiv,
- tensiunile experimentale includ atît valorile provenite din forţele de inerţie date de regimul de frînare-pornire, schimbare de viteză, înscriere în curbă, cît şi cele produse de neregularităţile căii de rulare. Aceste ultime tensiuni nu pot fi puse în evidenţă de

Tabelul 6.6. Rezultatele experimentale obținute la încercarea dinamică a boghiului tip Y25-Cs. Tensiuni în [daN/cm²]

Traductor	Static 360 KN	DINAMIC 100 Km/h			VALORI TOTALE					
					FRECVENTE		R	σ_a $\left[\frac{daN}{cm^2}\right]$	EXTREME	
		Frecv.	Max.	Min.	Max.	Min.			Max.	Min.
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-490	±60	180	230	-430	-550	+0,78	1570	-310	-720
2	-500	±90	180	490	-410	-590	+0,69	1560	-320	-990
3	-530	±120	220	220	-410	-650	+0,63	1550	-310	-750
4	280	±60	150	120	340	220	+0,65	1560	430	160
5	540									
6	290	±100	+240	-150	390	190	+0,49	1540	530	140
7	-540	±30	+60	-120	-510	-570	+0,89	1580	-480	-660
8	-490	±250	+800	-670	-240	-740	+0,320	1520	310	-1130
9	-190	±180	+370	-300	-10	-370	+0,03	1490	180	-490
10	-280	±100	+250	-270	-180	-380	+0,47	1440	-30	-550
11	290	±210	+750	-750	500	80	+0,16	1510	1030	-460
12	610	±120	+460	-280	730	490	+0,67	1560	1070	330
13	40	±120	+210	-210	160	-80	-0,50	1220	250	-170
14	-760	±120	+300	-300	-640	-880	+0,73	1560	-460	-1060
15	-530	±120	+250	-400	-410	-650	+0,63	1550	-280	-930
16	710	±220	+520	-520	930	490	+0,53	1540	1230	190
17	730	±230	400	-400	930	500	+0,54	1540	1130	330
18	570	±150	+450	-300	720	420	+0,58	1540	520	270
19	730	±300	+500	-500	1030	430	+0,42	1530	1230	230
20	280	±30	+120	-60	310	250	+0,81	1510	400	220
21	300	±30	+60	-120	330	270	+0,82	1580	360	180
22	520	±120	+180	-180	640	400	+0,63	1550	700	340
23	530	±60	+140	-140	470	590	+0,80	1570	670	390
24	-40	±250	+550	-650	210	-290	-0,72	1160	510	-690
25	-210									
31	-510	±150	+330	-450	-360	-660	+0,55	1540	-350	-740
33	-530	±60	+180	-210	-470	-590	+0,80	1570		
36	-290	±120	+150	-270	-170	-410	+0,41	1530	-140	-580
37	360	±120	+220	-270	480	240	+0,50	1540	580	90
38	-510	±100	+270	-250	-410	-610	0,67	1560	-240	-760

calculele teoretice, fie datorită necunoașterii spectrului de excitație fie datorită dificultăților de apreciere a influenței acestui spectru asupra stării de deformație și tensiune a structurii de rezistență a boghiului. Deci din acest punct de vedere, calculul condus acoperitor este corect,

- de altfel și experimental s-a verificat repartiția neuniformă a tensiunilor pe structură, respectiv a coeficientului dinamic, care a fost prins în calculul teoretic al tensiunilor maxime sub formă globală. Această rezervă de rezistență este mai puțin justificată, însă necunoașterea microprofilului căii de rulare impune calea generală urmată,

- în cercetările experimentale nu s-au evidențiat valorile tensiunilor tangențiale pentru care calculele teoretice au arătat, în anumite zone, valori destul de mari ; aceste zone în mod normal trebuie să constituie obiective pentru investigația experimentală deoarece în asemenea secțiuni se poate amorsa procesul de fisurare.

6.2.2. <u>Standuri originale pentru încercarea structurilor de rezistență la solicitări variabile</u>. Deoarece predicția durabilității obținută prin calcul sau în condiții de laborator utilizînd surse de excitație deterministe sau modele diverse conduce - în cazul structurilor hiperstatice - la diferențe mari față de rezultatele obținute în exploatare, soluția unanim acceptată pe plan mondial este de a încerca toate construcțiile în mărime naturală și în condiții reale de funcționare, ceea ce nu întotdeauna este realizabil și economic. In acest sens în literatura de specialitate [2],[5],[54],[63],[156],[174],[212],[217],[218],[219],[220],[224],[279],[328],[347],[387],[411],[453] se găsesc multe mese vibrante și pulsatoare amovibile, hidraulice sau mecanice, destinate încercării de autovehicule, care funcționează la amplitudine constantă sau pe bază de program. Aceste metode prezintă dezavantajul că pentru încercările ce se efectuează în teren necesită un echipament mobil greu de realizat și adaptat iar la încercările de laborator condițiile realizate se îndepărtează mult de condițiile reale în care lucrează vehiculul încercat.

In această ordine de idei s-a formulat și s-a rezolvat problema realizării unui nou stand de încercare pe care să se poată simula în laborator perturbațiile aleatoare care apar în condițiile reale de exploatare.

6.2.2.1. <u>Standul cu bandă rulantă</u> [37]. Problema în formula-

---

[37] BOLEANTU L.; DOBRE I.: Metodă pentru încercarea vehiculelor rutiere. Brevet de invenție Nr.75008/6.I.1973 OSIM-București

rea de mai sus necesită rezolvarea a două aspecte fundamentale : soluția constructivă a căii de rulare și realizarea mecanică a sursei de excitație care să asigure caracterul aleator al acesteia.

Standul de probă proiectat și construit în acest scop este prezentat schematic în fig.6.9. El are avantajul că permite o modelare mecanică directă a oricărui profil de drum cu posibilități de

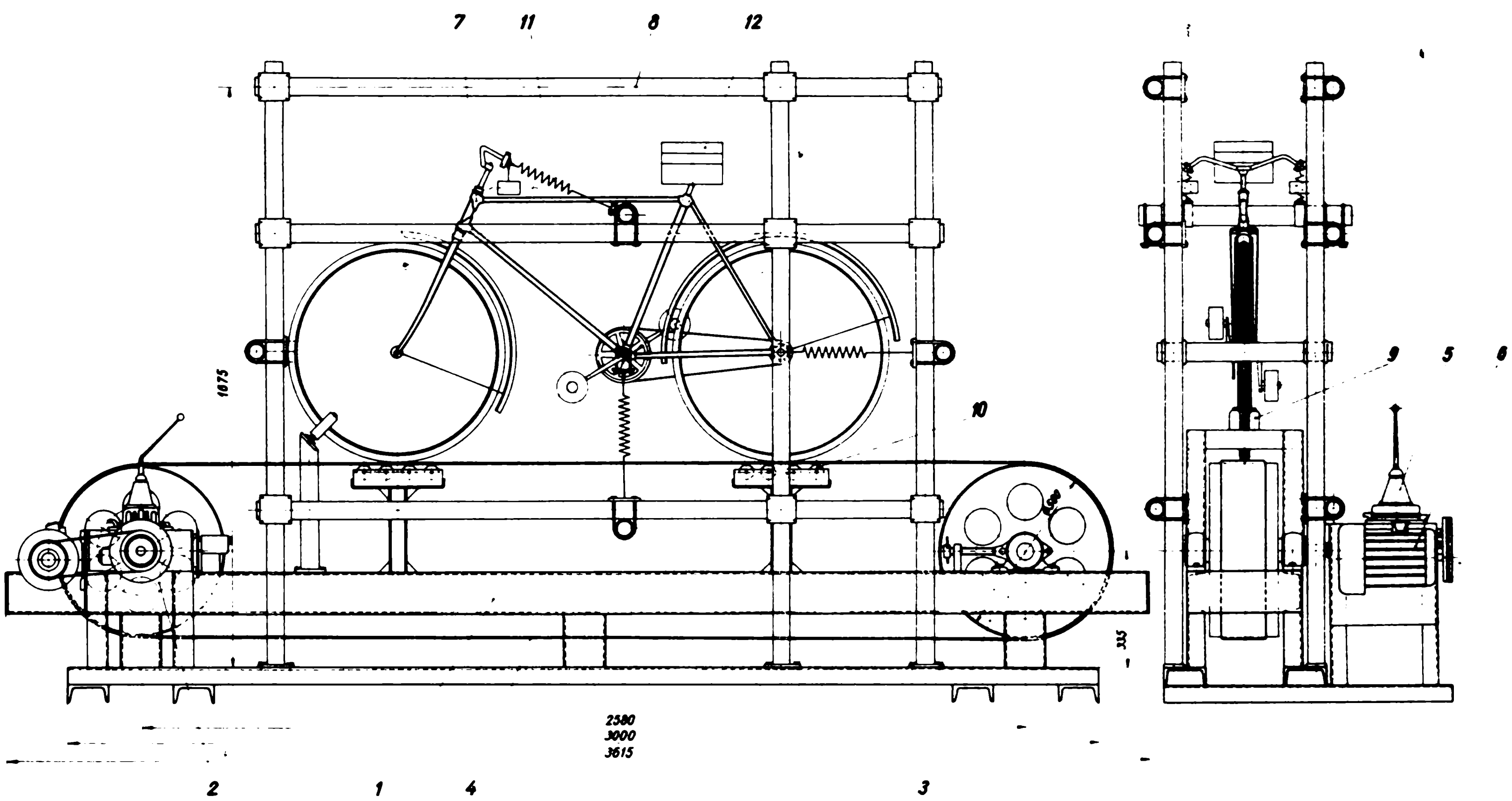


Fig.6.9

Stand de probă cu o singură pistă pentru încercarea la vibrații și durabilitate a bicicletelor și motocicletelor sub acțiunea solicitărilor aleatoare

variație în domenii largi a parametrilor statistici și a legilor de distribuție acceptate sau determinate pentru elementele caracteristice ale profilului. Standul este format dintr-un șasiu 1 realizat din profile U12 sudate, pe care se află montat la unul din capete un tambur de antrenare 2 iar la celălalt capăt un tambur de reglaj 3 pentru întinderea și ghidarea unei benzi de rulare 4 realizată din cauciuc pînzat. Mecanismul de acționare a tamburului de antrenare 2 este format în principal dintr-o cutie de viteze 5 cuplată cu un motor electric 6. Vehiculul 7 (de exemplu bicicleta) este susținut pe banda de rulare 4 de către un cadru 8, realizat din țevi. Pentru ghidarea roților vehiculului pe bandă sînt montate niște suporturi 9 prevăzute cu role de ghidare pe rulmenți. Asigurarea rigidității necesare a benzii de rulare - în zonele de contact ale roților vehiculului - se realizează cu două trenuri de role 10 montate sub banda de rulare. In acest mod se obține o rigiditate a sistemului de rezemare comparabilă cu rigiditatea drumului real. Arcurile elicoidale 11 asigură o fixare elastică în spațiu, iar greutățile 12 reproduc modul de încărcare al structurii. Prin intermediul cutiei de viteze 5 și a unui sistem de transmisie cu curele trapezoidale se pot obține șase viteze diferite de deplasare a benzii transportoare, ceea ce permite schimbarea spectrului de vibrații și de solicitări, creînd posibilitatea obținerii unui domeniu larg de încercare. Standul permite, în funcție de cerințele cercetării efectuate, să se aleagă o lungime corespunzătoare de bandă, care să asigure o selecție cu un grad de semnificație ridicat.

Intr-o altă variantă constructivă realizată pentru vehicule cu patru roți, standul de încercare este prevăzut cu două benzi de rulare asemănătoare, funcționînd în paralel.

Metoda experimentală, conform invenției [37], constă în montarea pe banda transportoare a unor corpuri prismatice din lemn sau cauciuc care să modeleze denivelările drumurilor, reproducînd o formă convențională de drum statistic echivalentă cu forma reală constituind, printr-un fenomen de acțiune reciprocă - odată cu mișcarea benzii - sursa de excitație pentru structura de rezistență încărcată care urmează să fie încercată. Problema esențială este legată de alegerea acestor denivelări de pe bandă care trebuie să reproducă caracterul profund aleator al formelor reale de drumuri. In acest scop corpurile prismatice fixate pe bandă sînt caracterizate prin cinci parametrii $h, \alpha, \beta, \ell, d$, semnificația notațiilor fiind evidentă (fig.6.10). In general domeniul de variație ai acestor parametrii este cunoscut, însă fixarea valorilor lor concrete în domeniu trebuie astfel făcută încît să se asigure caracterul aleator al selecției. Pentru a avea certitudinea că valorile selectate sînt absolut întîmplătoare se va considera un șir de numere aleatoare $(x_n)_{n\in N^*}$ uniform distribuite pe segmentul [0,1] și cu ajutorul unei translații de forma

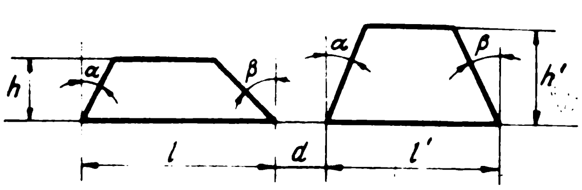


Fig.6.10

Corpuri prismatice de denivelare și parametrii geometrici caracteristici

$$y_n = a + (b-a)x_n, \quad n \in N^* \qquad (6.5)$$

unde a, b sînt limitele domeniului de existență ale parametrului studiat, se va obține un nou șir de numere aleatoare $(y_n)_{n\in N^*}$ de data aceasta aparținînd însă domeniului [a,b]. Se vor căuta asemenea șiruri pentru fiecare dintre cei cinci parametrii amintiți, obținînd selecții de mărimi ale căror valori aleatorii sînt certe datorită procedeului de construcție.

Este evident însă că apariția acestor valori în domeniile lor de definiție este determinată de o anumită lege de distribuție care nu poate fi stabilită decît experimental. Este de presupus însă că această distribuție pentru drumuri foarte lungi este normală. De aceea, admițînd o distribuție asimetrică (binomială, Rayleigh etc.) există posibilitatea de a justifica încercarea cu o bandă de lungime finită, pe baza teoremei limită centrale a lui Leapunov.

Astfel, fie distribuția din fig.6.11, asimetrică, de tip Rayleigh, care reprezintă distribuția unuia dintre parametrii studiați - de exemplu înălțimea "h" a corpului prismatic. Se poate stabili probabilitatea de apariție a unei anumite valori în cîmpul de variație [a,b] :

$$P_i(h_i) = \frac{2.h_i}{\sigma_h^2} \exp\left(-\frac{h_i^2}{\sigma_h^2}\right) \qquad (6.6)$$

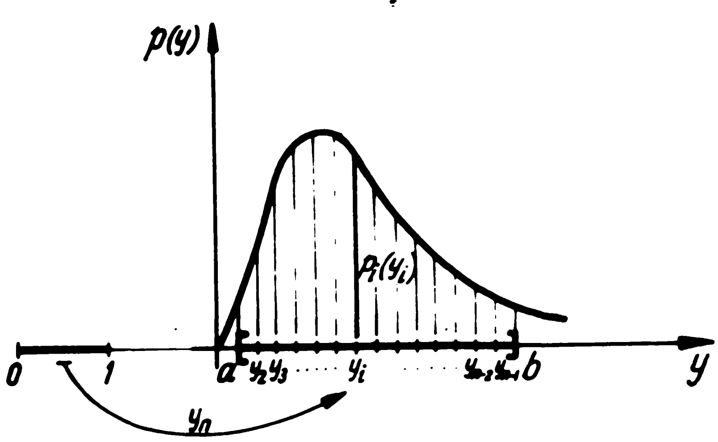


Fig.6.11

Distribuția asimetrică a parametrilor și ilustrarea realizării șirurilor de valori aleatoare ale acestora

Problema următoare este legată de asigurarea unui caracter, de asemenea aleator, pentru mulțimea combinațiilor posibile ale valorilor acestor parametri. Soluția în acest caz s-a obținut imaginînd un ansamblu de cinci urne în care fiecare valoare a parametrului dată de relația (6.5) s-a introdus de un număr de ori proporțional cu probabilitatea rezultată din legea de distribuție (6.6) făcînd extracții după schema urnei Bernoulli. Se obține în final o distribuție polinomială multidimensională de forma :

$$P(y) = \prod_{j=1}^{5} \frac{2.y}{\sigma_y^2} e^{-\frac{y^2}{\sigma_y^2}} \qquad (6.7)$$

justificată de faptul că cei cinci parametri sînt independenți, care în esență poate reprezenta o descriere a funcției aleatoare de excitație.

6.2.2.2. <u>Stand de încercare la rezonanță</u> [484]. Pentru a stu-

[484] BOLEANTU L., DOBRE I., BALOGH I.: Stand pentru încercarea la rezonanță a structurilor de rezistență. Dosar O.S.I.M. 83913/ 14.XI.1975

dia variația durabilității în funcție de spectrul de excitație și posibilitățile de obținere a unui regim sinusoidal echivalent s-a proiectat și realizat un stand pentru încercări la rezonanță [484], [39] care permite aplicarea unei forțe sinusoidale cu un domeniu foarte larg de reglare a pulsației pentru a se putea aduce structura aflată în oscilație la rezonanță. Aceasta permite pe de o parte realizarea unor solicitări care variază sinusoidal în timp, iar pe de altă parte o creștere considerabilă a acestor solicitări **p e n t r u p u t e r i m i c i** ale sursei de excitație.

O vedere de ansamblu a standului realizat, cu evidențierea construcției metalice este prezentată în fig.6.12.

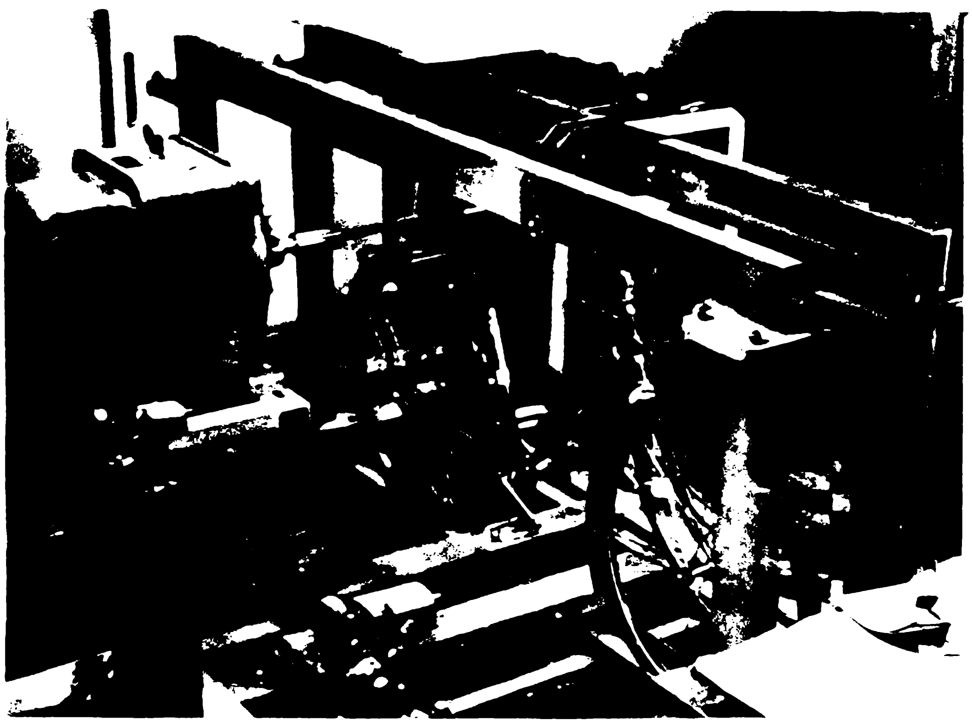


Fig.6.12
Vedere de ansamblu a standului pentru încercări la rezonanță

Partea metalică pentru susținere și reglaj, formată din profile sudate, permite atît încercarea bicicletei cu roți cît și încercarea cadrului propriu zis, articulat în axa roții din față. Forța dinamică de excitație variabilă în timp sinusoidal, cu amplitudinea funcție de pulsație, se obține de la un vibrator inerțial cu două mase excentrice care este montat pe bara transversală rigidă fixată în partea superioară a cadrului.

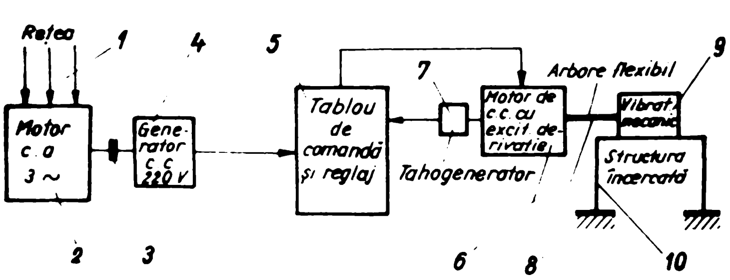


Fig.6.13
Schema structurală a standului pentru încercări la rezonanță

Schema structurală a acestui stand este prezentată în fig. 6.13.

Esențial în construcția standului este sistemul de comandă electrică pentru reglajul și menținerea constantă a turației prezentat în fig.6.14 care se compune din următoarele părți principale :

- Un grup Ward-Leonard, format dintr-un motor asincron trifazat de 14 kW la 1460 rot/min (3 x 380 V) care antrenează un generator de c.c. cu excitaţie în derivaţie de 12 kW la 22o V.

- Un panou central de comandă care conţine întreaga parte electrică şi electronică format în principal din : contactoarele pentru instalaţia de forţă C_1, C_2, C_3, C_4,C_5, împreună cu echipamentul de control şi de protecţie al instalaţiei de forţă ; instalaţia pentru menţinerea constantă a turaţiei, tahometrul pentru controlul turaţiei (0...6 V), reostatele R_1 şi R_2, un micromotor de c.a. de 8o W/22o V ; contactoarele C_6 şi C_7 ; transformatoarele Tr 1, Tr 2, Tr 3, Tr 4 ; butoane pornire-oprire a instalaţiei, lămpi de semnalizare.

- Un motor electric de c.c. (M 2), tot cu excitaţie în derivaţie, de 5 kW/22o V cu turaţie reglabilă între 3oo...13oo rot/min, cuplat cu tahogeneratorul pentru controlul turaţiei (0...6 V).

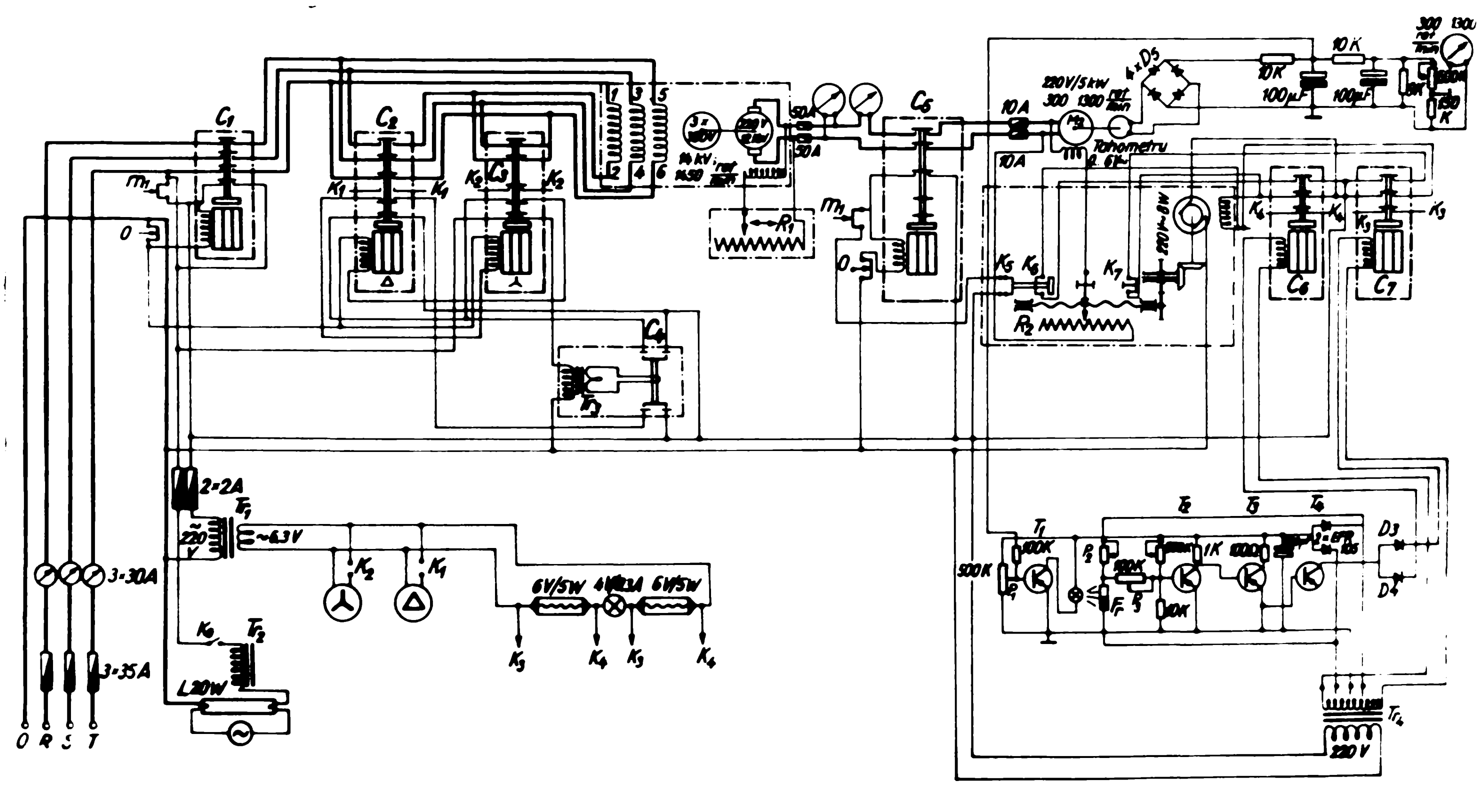


Fig.6.14

Schema electrică - de comandă şi reglaj - a standului pentru încercări în rezonanţă

Funcţionarea este următoarea : instalaţia se conectează la reţeaua trifazată de 3 x 38o V prin apăsarea butonului de pornire n_1 al contactorului C_1 prin care se alimentează grupul Ward-Leonard printr-un sistem clasic de pornire automatizată stea-triunghi, format din contactoarele C_2, C_3, C_4 şi transformatorul Tr 3. După această manevră se stabileşte tensiunea de 22o V la generatorul grupului cu ajutorul reostatului R_1.

Pornirea propriu-zisă a vibratorului inerţial pentru producerea forței variabile care este cuplat cu motorul M_2 printr-un arbore elastic, se face cu ajutorul contactorului C_5 - butonul n_2, turația motorului M_2 fiind indicată de un aparat montat pe panoul central. Reglarea și menținerea constantă a turației motorului M_2 care este parametrul esențial de funcționare a instalației deoarece amplitudinea forței de excitație ($m_o r \omega^2$) este proporțională cu pătratul pulsației, este realizată cu ajutorul unui sistem electronic compus din : tranzistoarele T_1, T_2, T_3, T_4, fotorezistența F_r, un bec cu incandescență montat în circuitul de colector al tranzistorului T_1, diodele EFR 1o5, potențiometrele de 5oo KΩ și 1oo kΩ alte rezistențe și condensatorul de 5oo μF.

Funcționarea aparaturii electronice se bazează pe defazarea în plus sau în minus a tensiunii de comandă a tranzistorului T_2 față de tensiunea aplicată pe diodele EFR 1o5. Cînd există coincidență de fază între aceste două tensiuni, asigurată prin circuitul de comandă al tranzistorului T_2, contactoarele C_6 și C_7 stau în repaus, servomotorul reostatului R_2 nu modifică turația motorului M_2 astfel că generatorul tahometric furnizează o tensiune constantă și întreg sistemul electronic este în echilibru comandat de tensiunea tahometrului prin potențiometrul de 5oo KΩ, tranzistorul T_1 și becul cu incandescență care luminează fotorezistența F_r. Cînd intervine o modificare de turație, tahogeneratorul își modifică tensiunea, fotorezistența prin T_1 va fi iluminată mai puternic sau mai slab astfel încît în circuitul format din F_r și cele două potențiometre de 1oo KΩ această modificare de iluminare apare sub forma unui defazaj în plus sau în minus față de tensiunea aplicată pe diodele EFR 1o5. După felul defazajului unul din contactoarele C_6 și C_7 corectează turația în sensul menținerii ei constante, pînă cînd cele două tensiuni sînt readuse în fază. Contactoarele C_6 și C_7 pun în mișcare servomotorul de 8 W care execută o manevră mecanică acționînd asupra cursorului reostatului R_2 montat în circuitul de excitație al motorului M_2.

Reglarea inițială a turației se face cu potențiometrul de 1oo KΩ în serie cu F_r. Se bazează tot pe defazarea tensiunii de comanda care apoi este echilibrată de tensiunea furnizată de tahogenerator.

Pentru limitarea cursei cursorului reostatului R_2 sînt prevăzute contactoarele K_6 și K_7. Este asigurată întotdeauna pornirea motorului M_2 de la turația minimă după care ea se poate modifica pînă la valoarea maximă.

6.2.2.3. O nouă propunere. Dosarul OSIM 83911 [483] prezintă o propunere îmbunătățită a unui stand pentru încercarea la vibrații și durabilitate a structurilor de vehicule, care comparativ cu [37] și [484] aduce următoarele noutăți :

- ansamblul rolelor de sprijin rigid 10, este fixat printr-un sistem hidraulic cu comandă aleatoare care asigură oscilațiile lente ale structurii reproducînd denivelările cu lungime de undă mare;

- metoda de alegere a parametrilor corpurilor prismatice de denivelare (v.fig.6.1o) se bazează pe ideia asigurării aceleiași funcții de autocorelație ca și a drumurilor reale, deși evident datele statistice sînt mult mai puține.

Combinația celor două sisteme de elemente aleatoare - viteza benzilor de rulare și parametrii corpurilor prismatice - asigură stohasticitatea procesului de excitație și corespondența statistică cu calea de rulare modelată.

6.2.3. Tensiuni dinamice în cadre de biciclete [39]. In mod obișnuit bicicletele - în timpul utilizării lor - se află sub acțiunea sarcinilor dinamice produse de forțele de inerție date de masa ansamblului bicicletă și conducător în perioada de demaraj și mai ales de frînare și de șocurile care apar datorită variației brusce de accelerație la trecerea peste obstacole. Cunoașterea stării de tensiune în aceste situații de solicitare este deci obligatorie pentru aprecierea capacității de rezistență a bicicletei în condiții reale de funcționare. Modul de aplicare a forțelor, existența elementelor elastice (pneurilor) cu caracteristică neliniară, fac ca repartiția de tensiune în cadru să fie alta decît aceea determinată la solicitările statice și deci și secțiunile periculoase să fie altele. Pentru cunoașterea acestor secțiuni s-au făcut determinări de deformații și tensiuni în două cazuri de solicitări dinamice :

a) Solicitarea dinamică la frînare cu o decelerație în jurul valorii de 5 m^2/s la o viteză de 15 Km/h.

---

[483] DOBRE I.: Stand și metodă pentru încercarea la vibrații și durabilitate a structurilor de vehicule. Dosar OSIM 83911/ 14.XI.1975

[39] BOLEANTU L.; DOBRE I.; DUMITRU I.: Studiul durabilității bicicletelor fabricate de uzina "6 Martie" Zărnești la solicitări variabile. Protocol, beneficiar Uzina 6 Martie-Zarnești, Brașov, 1972, 73 pag.

b) Solicitarea dinamică la trecerea peste un obstacol cu înălţimea de 15o mm, tot la viteza v = 15 Km/h.

S-au făcut deasemenea încercări de durabilitate atît la rezonanţă cît şi pe standul cu bandă.

6.2.3.1. <u>Solicitări dinamice la frînare</u>. Determinarea vitezei şi acceleraţiei în timpul frînării s-a făcut prin cronometrare şi prin stabilirea distanţei de frînare corespunzător deceleraţiei impuse.

Rezultatele obţinute sînt centralizate în tabelul 6.7 pentru ambele tipuri de solicitări dinamice. Se observă că la bicicleta tip "L" nu s-au măsurat decît indicaţiile TR C_1/b deoarece la trecerea peste obstacol au apărut deformaţii permanente mari ale unor bare din cadru ; analog la bicicleta tip "D". In figurile 6.15 şi 6.16 se reprezintă o parte din diagramele de variaţie a tensiunilor măsurate pentru ambele regimuri de solicitări dinamice din care s-au prelucrat rezultatele prezentate în tabelul 6.7.

<u>Tabelul 6.7</u>. <u>Valorile medii ale tensiunilor măsurate la încercări dinamice</u>

Tipul de bicicletă	Traductorul TR	Incercarea de frînare			Incercarea de trecere peste obstacol		
		Factorul de scară k $\left[\frac{daN/cm^2}{mm}\right]$	Tensiunea maximă de		Factorul de scară k $\left[\frac{daN/cm^2}{mm}\right]$	Tensiunea maximă de	
			Tracţiune $\left[\frac{daN}{cm^2}\right]$	Compresiune $[daN/cm^2]$		Tracţiune $\left[\frac{daN}{cm^2}\right]$	Compresiune $[daN/cm^2]$
[illegible]	C_1/b	74,4	2093	-	186	2008	-1295
	II/b	37,2	856	-129	186	1853	-2407
	III/a	33,4	138	-518	66,8	15o5	-1o95
	IV/a	33,4	236	-646	66,8	197o	-1346
L	C_1/b	82,8	145o	-1148	206	353o	-371o
F	C_1/b	66	1258	-545	165	3825	-3o8o
	VI/b	33	898	-	66	1825	-
	IX/a	66	-	-2ooo	66	-	-268o
	III/a	33	616	-231	66	1518	-55o
D	C_1/b	65	1278	-341	162,5	2993	-2787
	VI/b	32,5	1115	-1o3	-	-	-
	IX/a	65	368	-277o	-	-	-
	III/a	16,5	156	-66	-	-	-

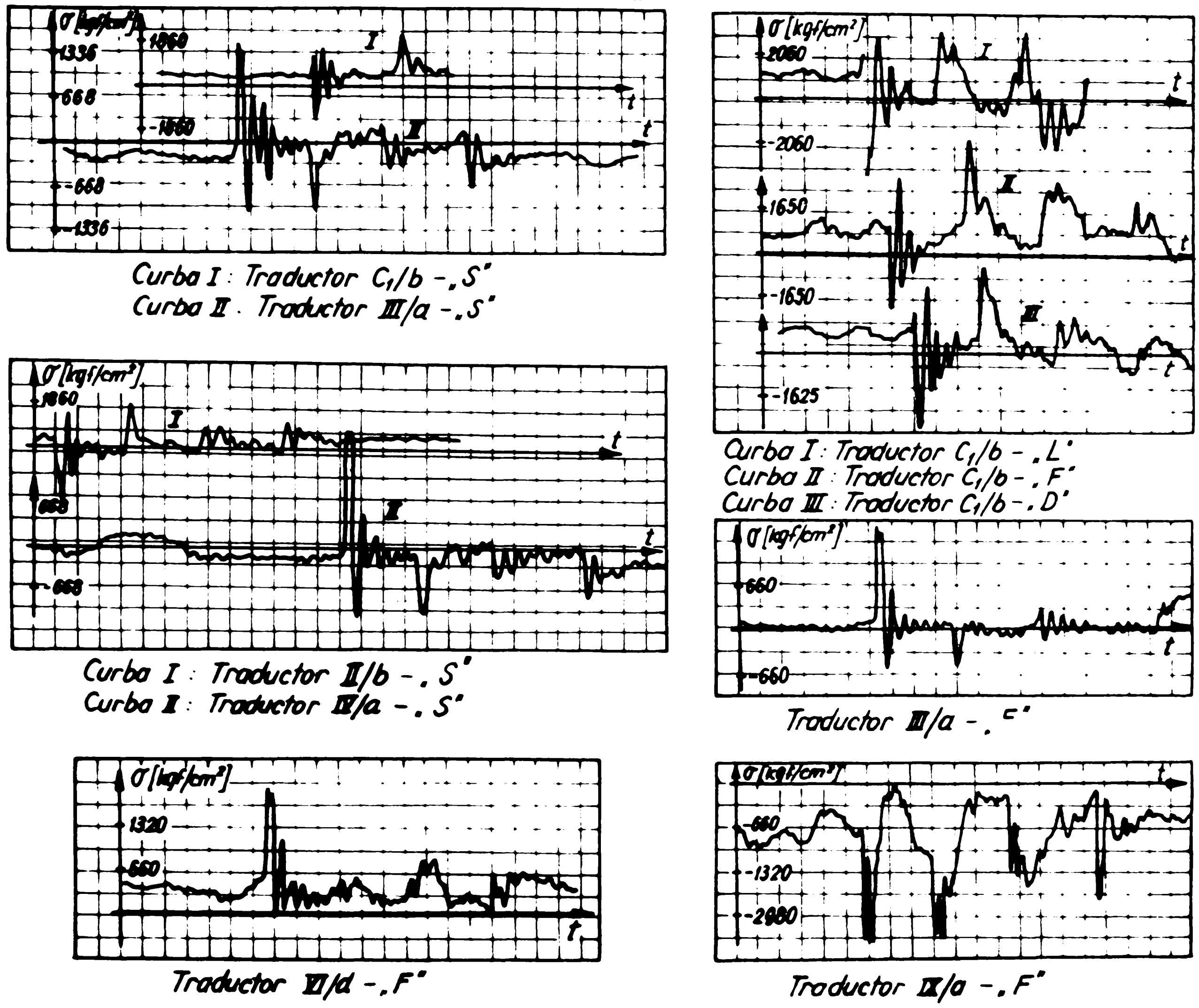


Fig.6.15

Diagramele de variaţie a tensiunilor măsurate în timpul trecerii peste obstacol (şoc)

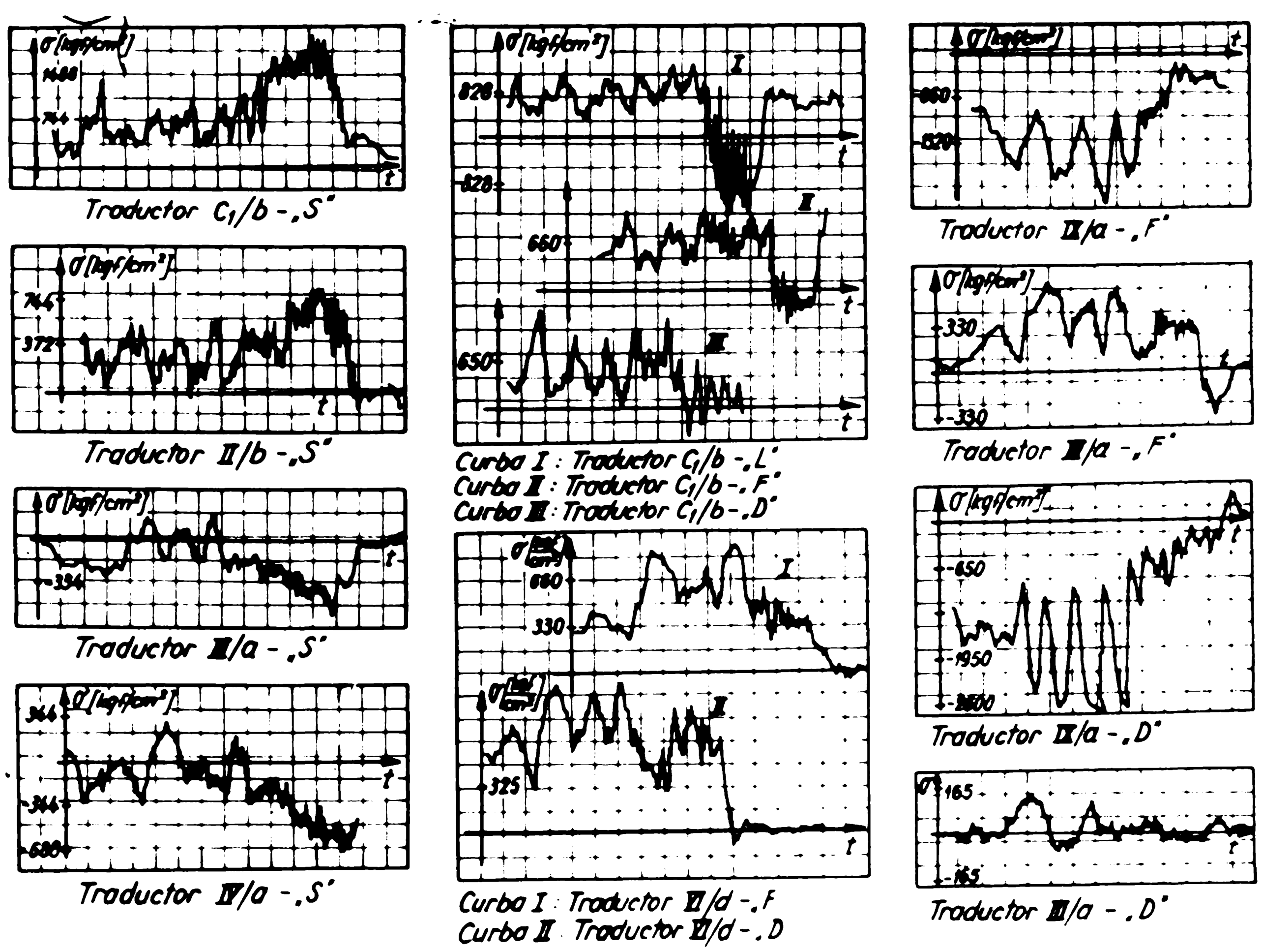


Fig.6.16

Diagramele de variaţie a tensiunilor măsurate în timpul procesului de frînare

Se remarcă pentru toate tipurile de biciclete că tensiunile care apar în barele cadrului sînt mai mici decît tensiunile din furcă cu 12...58 % însă în orice caz procentual mai mari decît tensiunile măsurate la solicitări statice. La tipurile "F" și "D", tensiunile din furcă sînt mai mici decît la "S" și "L" în schimb apar tensiuni cu mult mai mari în secțiunea IX/a aflată la 185 mm de axul pedalier pe bara înclinată din spate, pe care sînt fixate cele două bare transversale aproape paralele. Raportul dintre tensiunea din furcă (C_1/b) și tensiunea din această secțiune (IX/a) este de 1,1 la solicitări statice pe cînd la solicitări dinamice este de 0,62 ; se verifică și se subliniază redistribuirea tensiunilor maxime în cazul solicitărilor dinamice.

6.2.3.2. <u>Solicitări dinamice la trecerea peste obstacole</u>. Solicitarea s-a produs prin trecerea bicicletei cu conducător peste un obstacol cu înălțimea de 150 mm și panta de 90^o la viteza de 15 Km/h. Obstacolul a fost realizat din profile U cu lungimea de 2 m.

Experiența a arătat însă că bicicletele tip "L" și "D" nu au rezistat acestor încercări ; la bicicleta tip "L" în barele cadrului central, în zona secțiunilor III și IV au apărut deformații plastice mari printr-un fenomen evident de pierdere de stabilitate. La bicicleta tip "D" au apărut deformații permanente în furcă, astfel încît încercările au fost oprite.

Analiza rezultatelor din tabelul 6.7 indică valori foarte mari pentru tensiuni și redistribuirea tensiunilor maxime în cadru, crescînd considerabil valorile lor în secțiunile III, IV și IX, devenind comparabile cu cele din furca față sau chiar mai mari. Deci concluziile trase numai pe baza încercărilor statice nu sînt suficient de concludente și trebuiesc corelate cu rezultatele încercărilor dinamice.

Faptul că la încercarea dinamică de trecere peste obstacol la două dintre biciclete au apărut deformații plastice mari subliniază necesitatea unei metodologii care să redea criterii de încercare mai apropiate de funcționarea reală.

6.2.3.3. <u>Incercări de durabilitate în cazul solicitărilor sinusoidale</u>. Primul grup de încercări s-a făcut cu bicicleta montată cu roți pentru o presiune constantă în pneuri : spate, p_s= 2,1 [daN/cm^2], față, p_f= 1,9 [daN/cm^2], pentru înregistrarea variației în timp a deformațiilor utilizîndu-se un Visicorder. Echilibrarea inițială a traductorilor s-a făcut cu dispozitivul de producere a forţelor de inerţie montat pe bara transversală auxiliară, reprezentînd încărcarea statică iniţială G_1= 38 [daN], la care s-a adăugat forţa dinamică produsă de vibratorul mecanic. S-au făcut înregistrări la două frecvenţe : o frecvenţă corespunzătoare turaţiei de 420 rot/min ($f_n = \frac{420}{60} = 7$ Hz) la care s-a produs rezonanţa ; o frecvenţă mai ridicată corespunzătoare turaţiei de 500 rot/min ($f = \frac{500}{60} = 8{,}35$ Hz) în afara domeniului de rezonanţă. Măsurarea şi înregistrarea deplasărilor s-a făcut printr-un sistem mecanic adaptat de autor, care a permis evidenţierea regimului de rezonanţă.

Rezultatele sînt prezentate în tabelul 6.8.

Tabelul 6.8. Tensiuni obţinute la încercarea pe standul de rezonanţă

	Tensiunea normală σ [daN/cm^2]					
	Incercarea I-a f_n = 7 Hz Sarcina statică G_1 = 38 [daN]		Incercarea II-a f_n = 8,35 Hz Sarcina statică G_1 = 38 [daN]		Incercarea III-a f_n = 6,5 Hz Sarcina statică G_1 = 62,5 [daN]	
	max.poz.	max.neg.	max.poz.	max.neg.	max.poz.	max.neg.
1	2	3	4	5	6	7
IV-a	296	-412	99	-116	135	-135
S_2 a	304	-455	116	-107	195	-150
S_1' b	540	-308	179	-125	345	-390
C_3' b	16	-54	4	-22	30	-30
C_1' b	830	-495	224	-188	450	-480
VII-a	89	-134	22	-54	30	-45

Se observă că cele mai mari tensiuni se obţin în furca din faţă în zona TR C_1 (la încercarea I-a) iar starea de tensiune se micşorează considerabil cînd se depăşeşte frecvenţa de rezonanţă (încercarea II-a). In cadrul primei încercări, pentru starea de tensiune prezentată în tabelul 6.8 bicicleta a fost supusă la un număr de N_1= 11,9972.10^6 cicluri, f ă r ă s ă s e o b s e r v e a p a r i ţ i a v r e u n e i d e f e c ţ i u n i . S-a încercat atunci să se mărească încărcarea statică, deoarece sarcina dinamică avea valoarea optimă care se putea obţine de la vibratorul mecanic utilizat. Astfel, în cadrul celei de-a III-a încercări, pentru o sarcină statică de 62,5 daN, frecvenţa de rezonanţă a scăzut (f_n= = 6,5 Hz) iar starea de tensiune dinamică a fost efectuată pînă la N_3= 2,75.1o^6 cicluri, fără să apară deasemenea vreo defecţiune.

Deoarece nu s-a dispus de un alt vibrator cu o putere mai mare, iar efectul de amortizare al pneurilor nu a permis o creştere a solicitărilor, s-a trecut la o încercare directă a cadrului fără roţi, simplu rezemat, încărcat în acelaşi mod.

In acest caz frecvenţa de rezonanţă a fost f_n= 11,8 Hz şi nu s-au măsurat decît doi traductoru pentru o sarcină statică G_1= = 38 daN, obţinîndu-se următoarele rezultate :

TR $C_1^!b$: σ_{max} = 96o daN/cm^2 ; σ_{min} = -84o daN/cm^2

TR S_2a : σ_{max} = 42o daN/cm^2 ; σ_{min} = -475 daN/cm^2

In aceste condiţii de solicitare, primul cadru încercat s-a rupt la N_4 = o,825.1o^6 cicluri, deci sub o limită acceptabilă de durabilitate. Interesant a fost faptul că ruperea s-a produs la furca din spate în zona de trecere a axei roţii deşi măsurătorile făcute pe barele care concură în acest mod au arătat valori foarte mici pentru tensiuni. Se consideră că în această zonă apare un puternic efect de concentrare care poate să conducă la rupere ; pentru a verifica aceasta s-a încercat un alt cadru în aceleaşi condiţii care s-a rupt în aceeaşi secţiune la N_5 = 1,114.1o^6 cicluri.

Se poate trage concluzia că aceasta poate deveni o secţiune periculoasă la o solicitare mai îndelungată şi atît în procesul de proiectare cît şi în execuţie trebuie să i se acorde o atenţie deosebită. Se consideră deasemenea că astfel de încercări, care în cazul existenţei unei surse de turaţie reglabilă se pot efectua cu uşurinţă, trebuiesc făcute pe prototip şi periodic prin sondaj, pentru a depista şi alte secţiuni slabe ale structurii care nu pot fi evidenţiate în cazul altor tipuri de încercări şi eventualele abateri de la procesul tehnologic.

6.2.3.4. Incercări de durabilitate la solicitări nestaţionare.[134]. Cercetarea experimentală a început cu o investigaţie de ansamblu a solicitărilor din cadru, prin măsurarea tensiunilor dinamice (componenta variabilă, σ_v, echipamentul de măsură fiind echilibrat pentru încărcarea statică dată) în diverse condiţii de excitaţie ;

[134] DOBRE I.: Solicitări dinamice la cadre de biciclete realizate din ţeavă prin brazare. In : Lucrările simpozionului "Rezistenţa îmbinărilor sudate" Iaşi, 27-29 sept.1973, vol.II, pag. 1oo...11o

s-a urmărit stabilirea condițiilor de încercare și domeniul maxim de variație al parametrilor astfel încît să se reproducă, în funcție de modul de încărcare, un spectru de solicitare care să permită o funcționare de lungă durată. Această cercetare a fost necesară deoarece experiențele au arătat că în cazul încărcării mecanice directe cu greutăți montate pe șea, coarne și pedale însumînd aceeași greutate ca și în cazul încărcării naturale, pentru denivelări relativ mici care se întîlnesc în exploatare, funcție de presiunea în pneuri și viteză pot să apară distrugeri brusce fie prin pierderea de stabilitate a furcii din față fie prin distrugerea obezii roții din față etc. Pentru aceasta s-au aplicat pe structură 40 de traductori rezistivi și s-au făcut măsurători de tensiuni dinamice pentru două viteze de deplasare ale benzii (v_1= 10 km/h și v_2= 20 km/h) și pentru două înălțimi ale corpului prismatic de denivelare (h_1= 10 mm și h_2= 30 mm). Valorile maxime ale tensiunilor pozitive și negative, stabilite ca medii pe 10 cicluri de solicitare sînt reprezentate comparativ în fig.6.17 și 6.18 (v.Anexa 3). Se remarcă diferența mare de solicitare a diferitelor elemente ale structurii, elementul cel mai solicitat fiind furca din față (secțiunile I, S_1, C_1, II) și cel mai puțin solicitat, furca din spate (secțiunile XI, C_3, XII, XIII, C_4, C_5). Raportul tensiunilor din cele două elemente ajunge pînă la 10, de aceea în continuare secțiunile explorate au fost reduse la un număr de cinci. Această constatare poate conduce la două soluții economic avantajoase : sau creșterea capacității de rezistență a furcii - față prin modificarea formei și dimensiunilor și în final creșterea capacității portante a întregului ansamblu sau micșorarea celorlalte elemente pentru uniformizarea stării de tensiune

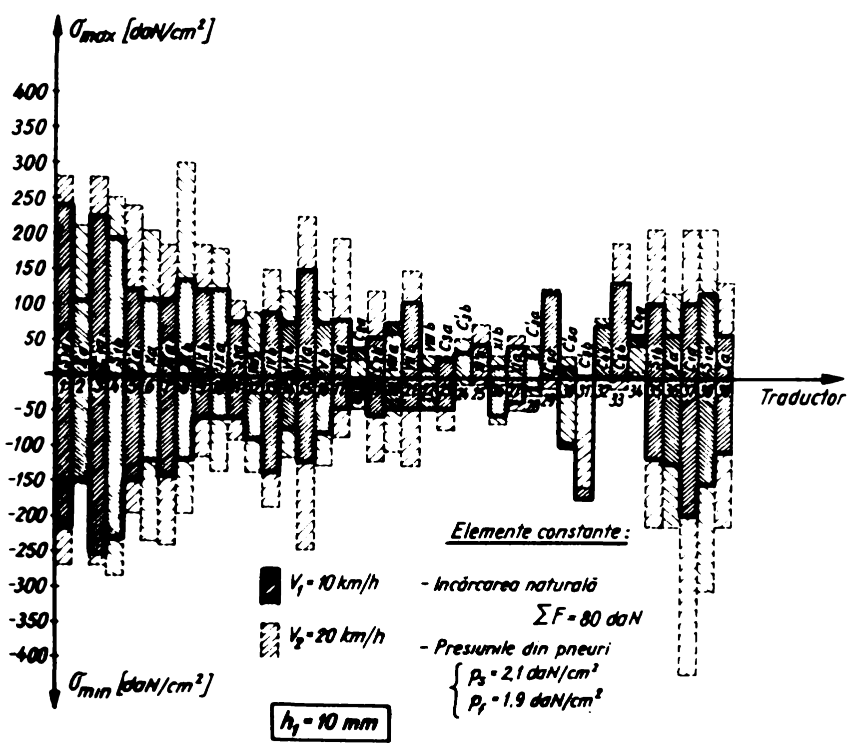


Fig.6.17

Repartiția comparativă a tensiunilor dinamice experimentale pentru h_1=10 mm și o solicitare rațională a structurii.

Al doilea grup de încercări a cuprins stabilirea influenței

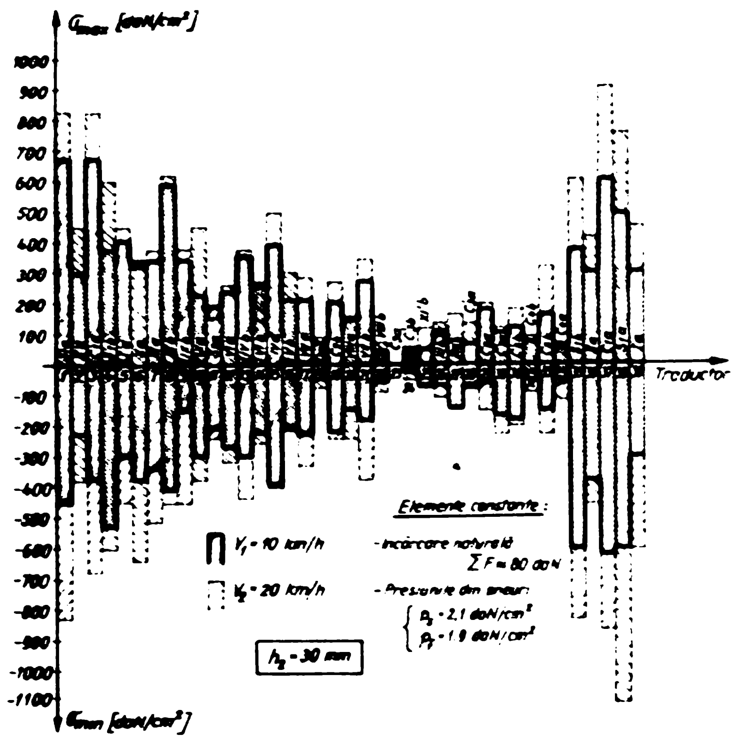


Fig.6.18

Repartiția comparativă a tensiunilor dinamice experimentale pentru h_2 = 3o mm

asupra stării de tensiune din cadru, a mișcărilor neregulate inițiale ale benzii în cazul bicicletei neîncărcate. Rezultatele sînt centralizate în tabelul 6.9 iar o parte din înregistrări sînt prezentate în Anexa 4 în care sînt redate - pentru exemplificare - cîteva din cele peste 8oo de înregistrări care au fost făcute în cadrul măsurătorilor dinamice. Se observă din analiza valorilor obținute că la viteze mari pot să apară tensiuni destul de însemnate ca rezultat al modului de fixare și al micilor mișcări neregulate ale benzii care cresc ca influență în cazul bicicletei neîncărcate. O cercetare similară în cazul bicicletei încărcată cu un conducător (încărcare denumită "naturală", $\sum F$ = 8o daN)(v.tab.6.9) cu banda fără denivelări, a arătat că tensiunile nu cresc cu mult față de primele, unele chiar micșorîndu-se.

Tabelul 6.9. Influența mișcărilor neregulate inițiale ale benzii

p_s = 2,1 daN/cm^2 ; p_f = 1,9 daN/cm^2

	Traductor	Tensiunea normală σ [daN/cm^2]					
		v_1 = 1o Km/h		v_2 = 2o Km/h		v_3 = 4o Km/h	
		max.poz.	max.neg.	max.poz.	max.neg.	max.poz.	max.neg.
Bicicleta neîncărcată	S_1'a	97,5	-82,5	18o	-18o	3oo	-3oo
	II'a	6o	-45	1o5	-9o	21o	-15o
	C_1'a	9o	-9o	18o	-18o	45o	-33o
	S_1'b	6o	-75	125	-15o	24o	-24o
	I'a	6o	-45	12o	-12o	24o	-24o
Încărcare naturală $\sum F$ - 80 daN	S_1'a	1o5	-12o	138	-133	-	-
	II'a	6o	-3o	75	-38	-	-
	C_1'a	12o	-75	195	-82	-	-
	S_1'b	9o	-75	112	-12o	-	-
	I'b	9o	-6o	75	-9o	-	-

S-au studiat separat influenţa diferiţilor parametrii ai corpului prismatic (h, ℓ, α) precum şi a presiunii din pneuri asupra repartiţiei stării de tensiune pe structură pentru a se putea stabili domeniile maxime în care pot varia aceste elemente şi valorile corespunzătoare ale coeficientului dinamic. Din mulţimea rezultatelor experimentale obţinute se prezintă în continuare cîteva diagrame comparative care să ilustreze concluziile la care s-a ajuns.

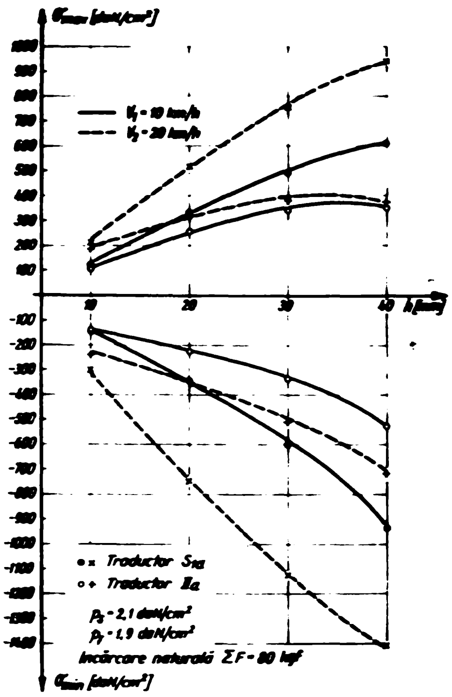


Fig.6.19

Variaţia tensiunii dinamice (σ_v) cu înălţimea corpului prismatic (h) pentru două viteze de deplasare ale benzii

In fig.6.19 se analizează influenţa înălţimii h a corpului prismatic, măsurată de TR S_1a şi IIa pentru două viteze de deplasare ale benzii transportoare, la presiuni constante în pneuri, pentru încărcarea naturală.

Se remarcă o creştere mai accentuată a maximelor negative odată cu creşterea înălţimii corpului prismatic, care este şi mai pronunţată la viteze mai mari. Această creştere nu este liniară ci are o uşoară scădere de pantă spre înălţimile mari, probabil datorită unei redistribuiri a sarcinii în momentul şocului şi a unei amortizări mai mari în domeniu. In orice caz la înălţimi de 40 mm s-au produs tensiuni foarte mari, iar în cazul unei încercări de simulare a sarcinii prin încărcare directă cu greutăţi au apărut zone de curgere în furca din faţă.

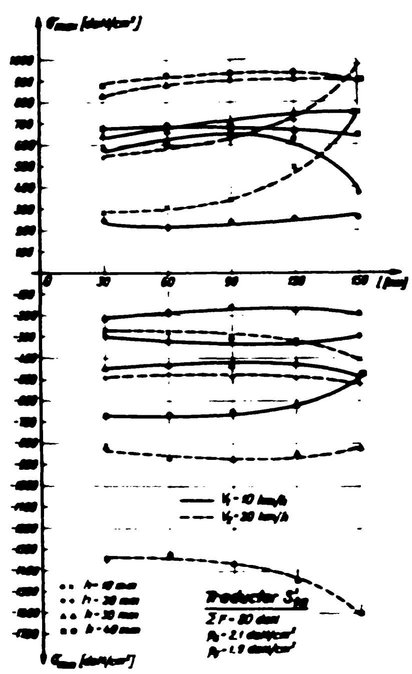


Fig.6.20

Influenţa lungimii ℓ a corpului prismatic asupra tensiunilor dinamice din cadru

Figura 6.20 reprezintă tensiunile dinamice măsurate de TR S_1a pentru diverse lungimi ℓ ale corpului prismatic, pentru două viteze de deplasare ale benzii, în aceleaşi condiţii de încărcare şi presiune în pneuri, pentru patru înălţimi de denivelare (v.Anexa 4 şi 5). In general se poate trage concluzia că în domeniul de lungimi cercetat influenţa acestora asupra stării de tensiune este mică. Ea creşte însă odată cu înălţimea corpului prismatic şi cu viteza, datorită schimbării modului de vibraţie. La lungimi mari, după şocul iniţial, roata rămîne în contact cu corpul

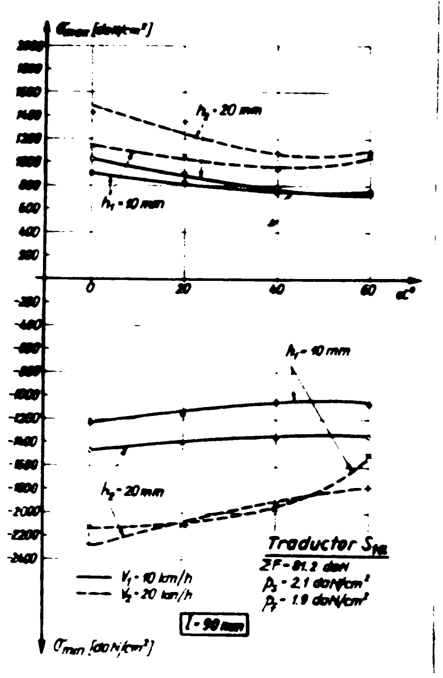


Fig.6.21

Variaţia tensiunilor dinamice în funcţie de unghiul de atac α al corpului prismatic

prismatic şi după aceea se produce şocul de cădere, acest regim fiind însă aproape amortizat pînă la producerea şocului următor. In general, la o creştere a lungimii corpului prismatic de 5 ori, tensiunile cresc cu valori cuprinse între 5...30 %, o creştere mai mare înregistrînd maximele negative.

In fig.6.21 se ilustrează influenţa unghiului de atac, remarcînd o scădere continuă cu creşterea acestuia - dar neliniară - a tensiunilor, mai pronunţată la viteze mai mari. Pentru încercări mai apropiate de realitate sînt indicate unghiuri între $30^{0}...50^{0}$.

Pentru studierea influenţei presiunii din pneuri s-au făcut încercări variind simultan atît presiunea la roata din spate (p_s) cît şi presiunea la roata din faţă (p_f) în aşa fel încît raportul lor să se schimbe în limite relativ mici. In fig.6.22 (v.Anexa 6) s-au reprezentat valorile măsurate ale tensiunilor dinamice în funcţie de presiunea p_s la diverse viteze şi înălţimi. Comportarea structurii se schimbă la aceeaşi presiune odată cu înălţimea corpului prismatic. In orice caz se remarcă o scădere pronunţată la presiuni mai mari a tensiunilor maxime pozitive şi creşterea tensiunilor de compresiune. Aceasta poate avea drept efect o distrugere printr-un fenomen de pierdere de stabilitate semnalat de noi în lucrarea [136]. In aceeaşi ordine de idei se observă că în jurul presiunilor $p_s = 1,8$ daN/cm^2 şi $p_f = 1,6$ daN/cm^2 tensiunile pozitive prezintă un maxim, starea de solicitare fiind cea mai avantajoasă privind condiţiile optime de funcţionare.

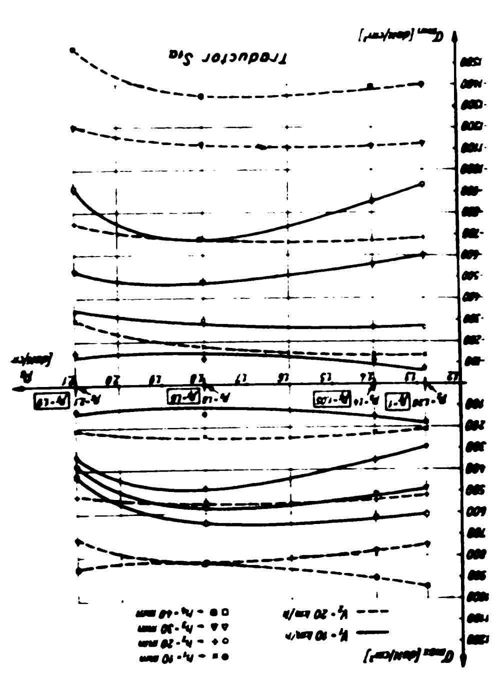


Fig.6.22

Influenţa presiunii din pneuri asupra tensiunilor dinamice din cadru, pentru S_1a

Trecerea de la încărcarea naturală la o încărcare echivalentă prin aplicarea unor greutăţi direct pe cadru a necesitat un studiu separat pentru a se putea stabili încărcarea care să permită o funcţionare de cît mai lungă durată, deci obţinerea unui spectru de tensiuni cît mai apropiat de cazul încărcării naturale. Rezultatele sînt centralizate în tabelul 6.1o. Incercările au arătat că în aceste condiţii, modul al doilea de încărcare, pentru care sarcina totală ($\sum F$ = 81,2 daN) este aproximativ egală cu încărcarea naturală ($\sum F$ = 8o daN), constituie o solicitare foarte dură pentru structură în care apar tensiuni cu 6o...85 % mai mari.

O parte din rezultatele finale privind tensiunile şi coeficienţii dinamici sînt centralizate în tabelul 6.11 pentru şapte traductori - cei mai reprezentativi - primii trei fiind ce pe furca din faţă. Aici s-a notat prin :

σ_s daN/cm^2 - tensiunea statică determinată din măsurătorile experimentale de deformaţii în fibre corespunzătoare a sau b din secţiunea analizată, pentru încărcarea naturală ($\sum F$ = 8o daN),

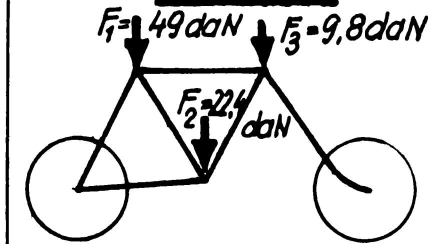
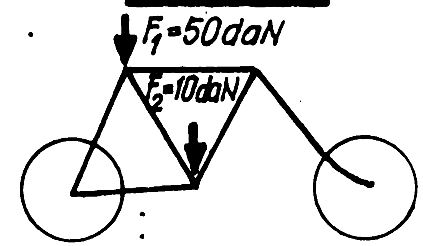
σ_v daN/cm^2 - componenta variabilă a tensiunii dinamice, măsurată experimental, pentru încărcarea naturală, la două înălţimi ale corpului prismatic (h_1= 1o mm şi h_2= 3o mm) şi pentru două viteze de deplasare ale benzii (v_1= 1o Km/h şi v_2= 2o Km/h). Acestea sînt de fapt tensiunile suplimentare care apar în regimul de mers, deoarece echilibrarea punţii s-a făcut cu structura încărcată cu sarcina statică. In aceste condiţii coeficientul dinamic este :

$$\psi = \frac{\sigma_d}{\sigma_s} = \frac{\sigma_s + \sigma_v}{\sigma_s} = 1 + \frac{\sigma_v}{\sigma_s} \qquad (6.8)$$

Coeficientul dinamic care ilustrează o proprietate cu caracter local a răspunsului structurii la solicitări dinamice, are valori foarte diferite pe elementele acesteia. Astfel, în funcţie de condiţiile de încărcare (de excitaţie) în furca din faţă variază de la 1,19...4,o1, în barele triunghiului central de la 1,38...4,14 iar în furca din spate de la 1,oo...3,oo. In această situaţie se recomandă ca în calculele de proiectare să se lucreze cu valori diferenţiate ale coeficientului dinamic, care pot să fie valorile maxime determinate mai sus, considerînd regimul în care au fost determinate, destul de sever. Se recomandă deasemenea ca în cazul încercărilor dinamice de control cu încărcare directă, să nu se depăşească înălţimi de 3o mm, sarcini totale de 6o daN şi viteze de 3o Km/h. Acestea sînt elemente care pot fi normalizate pentru un control al stării de tensiune dinamice, la asimilarea unor produse noi sau modificarea tehnologiei de execuţie la produsele existente.

Cîteva tatonări privind durabilitatea în condiţiile unor în-

Tabelul 6.10. **Studiul influenţei modului de încărcare a benzii asupra stării de tensiune din cadru, la aceiaşi presiune în pneuri şi pentru diverse denivelări. Presiunea din pneuri:** $p_s = 1{,}8$ daN/cm^2 ; $p_f = 1{,}6$ daN/cm^2

Dimensiunile corpului prismatic [mm]	Traductor TR	Tensiunea normală σ [daN/cm^2]											
		M O D U L D E I N C A R C A R E											
		Modul I Incărcare naturală ($\sum F$ = 80 daN)				**Modul II**  ($\sum F$ = 81,2 daN)				**Modul III**  ($\sum F$ = 60 daN)			
		V_1=10 km/h		V_2=20 km/h		V_1=10 km/h		V_2=20 km/h		V_1=10 km/h		V_2=20 km/h	
		max. poz. (+)	max. neg. (-)	max. poz. (+)	max. neg. (-)	max. poz. (+)	max. neg. (-)	max. poz. (+)	max. neg. (-)	max. poz. (+)	max. neg. (-)	max. poz. (+)	max. neg. (-)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
h = 10 ℓ = 30	S_1a	135	-120	240	-180	675	-450	940	-790	330	-375	450	-600
	I a	90	-90	135	-120	390	-300	525	-450	275	-255	380	-305
	C_1a	195	-90	300	-210	790	-675	975	-975	375	-487	547	-875
	II a	105	-75	150	-150	450	-300	487	-548	300	-300	375	-375
	S_1b	45	-150	120	-330	450	-487	750	-675	450	-173	525	-248

Tabelul 6.10 (continuare)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
h = 20, ℓ = 30	S_1a	510	-300	540	-495	825	-1050	930	-1320	450	-615	780	-825
	I a	300	-150	435	-270	480	-780	525	-750	420	-355	475	-410
	C_1a	510	-345	570	-480	1020	-1350	1200	-1800	525	-675	940	-825
	II a	300	-180	390	-330	570	-810	450	-1050	487	-300	525	-675
	S_1b	240	-450	405	-540	1200	-915	1200	-1050	712	-172	940	-375
h = 30, ℓ = 30	S_1a	480	-480	825	-1120	1050	-1725	1200	-2550	775	-1150	925	-1570
	I a	300	-270	350	-750	600	-1080	750	-1680	505	-435	625	-580
	C_1a	495	-525	825	-900	1125	-1950	1500	-2550	1005	-1355	1105	-1600
	II a	300	-300	350	-385	600	-1050	825	-1200	535	-475	605	-875
	S_1b	330	-495	787	-750	1350	-1200	1800	-1200	970	-405	1255	-605
h = 40, ℓ = 30	S_1a	637	-675	825	-1350	1250	-2120	1250	-2950	990	-1525	1155	-1850
	I a	450	-375	637	-900	750	-1250	700	-2000	655	-575	805	-605
	C_1a	798	-450	825	-1050	1250	-2000	1450	-4000	1150	-1425	1275	-2400
	II a	375	-300	375	-525	625	-1250	1000	-1450	505	-575	875	-1125
	S_1b	450	-525	900	-600	1250	-1250	3000	-1500	1055	-975	2150	-1100

__Observaţie__ : Rezultatele încercărilor cu h = 40 mm, modul II şi III de încărcare, nu sînt concludente, deoarece în furcă au apărut deformaţii plastice mari, care au făcut ca distanţa între centrele celor două axe ale roţilor, care a fost un element de control, să crească cu 8...12 mm.

Tabelul 6.11. Tensiuni si coeficienti dinamici în cadrul tip Tohan ("S")

Elemente rezultante \ Traductor				S_1	C_1	II	III	IV	XI	C_4
σ_s [daN/cm^2]			a	-375	-450	-525	280	-235	105	-67
			b	337	432	555	-210	241	-67	-45
σ_v [daN/cm^2]	h_1 = 10 [mm]	V_1	a	120 / -150	105 / -195	60 / -120	105 / -144	150 / -120	45 / -38	60 / 0
			b	105 / -114	110 / -175	105 / -150	135 / -120	87 / -132	15 / -52	65 / 0
		V_2	a	210 / -300	210 / -420	120 / -120	186 / -240	225 / -248	60 / -45	95 / -7
			b	210 / -210	245 / -310	210 / -150	300 / -195	150 / -187	30 / -67	82 / 0
	h_2 = 30 [mm]	V_1	a	487 / -600	600 / -615	300 / -375	338 / -338	390 / -390	75 / -142	90 / -30
			b	375 / -600	725 / -600	345 / -225	390 / -412	360 / -300	112 / -67	75 / -30
		V_2	a	75 / -1125	900 / -862	412 / -450	375 / -510	495 / -390	165 / -135	120 / -114
			b	600 / -825	1010 / -975	450 / -375	635 / -450	375 / -435	135 / -105	90 / -90
Coeficienti dinamici ψ	h_1 = 10 [mm]	V_1	a	1,40	1,44	1,23	1,38	1,51	1,43	1,00
			b	1,31	1,26	1,19	1,57	1,36	1,78	1,00
		V_2	a	1,80	1,94	1,23	1,67	2,05	1,57	1,12
			b	1,62	1,57	1,38	1,93	1,62	2,00	1,00
	h_2 = 30 [mm]	V_1	a	2,59	2,37	1,72	2,21	2,66	1,71	1,45
			b	2,11	2,68	1,62	2,96	2,50	2,00	1,67
		V_2	a	4,01	2,92	1,86	2,34	2,66	2,57	2,70
			b	2,78	3,34	1,81	3,14	2,56	2,57	3,00

cercări de lungă durată cu solicitări nestaționare, s-au efectuat păstrîndu-se constante următoarele elemente : încărcarea directă cu $F_1 = 20$ daN și $F_2 = 10$ daN (modul III), viteza de deplasare a benzii $V_1 = 10$ km/h și presiunile din pneuri : $p_s = 1,8$ daN/cm^2, $p_f = 1,6$ daN/cm^2.

In aceste condiții o primă bicicletă s-a încercat cu două corpuri prismatice montate pe bandă, avînd h = 10 mm, $\alpha = 60^o$, $\ell = 90$ mm.

Dacă se consideră valorile extreme ale tensiunilor pe parcursul unei rotații a benzii : $\sigma_{max} = 600$ daN/cm^2, $\sigma_{min} = -1050$ daN/cm^2 se pot asimila acestea cu un ciclu cu coeficientul de asimetrie R = -1,75. In acest caz ruperea s-a produs după $N_1 = 1,328.10^6$ "cicluri". Analizînd însă mai amănunțit diagrama înregistrată a variației în timp a tensiunilor se mai pot considera și alte "cicluri" suplimentare, de exemplu : $\sigma_{max} = 525$ daN/cm^2, $\sigma_{min} = -375$ daN/cm^2 (cu R' = -0,715) ; $\sigma_{max} = 525$ daN/cm^2, $\sigma_{min} = -525$ daN/cm^2 (cu R" = -1) etc. astfel încît s-ar putea vorbi despre un bloc de solicitare repetat de N_1 ori pînă la rupere.

O a doua bicicletă s-a încercat păstrînd aceleași elemente constante (încărcare, viteză, presiune) și modificînd dimensiunile corpurilor prismatice montate pe bandă h = 20 mm, $\alpha = 40^o$, $\ell = 90$ mm. Din spectrul de tensiuni se scot elementele blocului :

$\sigma_{max} = 900$ daN/cm^2, $\sigma_{min} = -1050$ daN/cm^2 (R = -1,17) ;

$\sigma'_{max} = 750$ daN/cm^2, $\sigma'_{min} = -450$ daN/cm^2 (R' = -0,6) ;

$\sigma''_{max} = 600$ daN/cm^2, $\sigma''_{min} = -375$ daN/cm^2 (R" = -0,625).

Ruperea s-a produs în aceeași secțiune după $N_2 = 0,171.10^6$ blocuri repetitive.

Deși condițiile de încercare nu au fost prea severe, durabilitatea determinată experimental este nesatisfăcătoare.

6.3. Confruntări finale teoretice și experimentale

6.3.1. Calculul analitic al funcției de autocorelație. In scopul evidențierii metodei propuse de autor și aplicării acesteia la verificările de durabilitate, este necesară exprimarea analitică a funcției de autocorelație a spectrului de tensiuni indicat de traductorul din secțiunea cea mai solicitată. Se admite pentru aceasta o formă generalizată de tipul

$$K_x(\tau) = D_x . e^{-\alpha|\tau|} \left(\cos \beta\tau + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta|\tau|\right) \qquad (6.9)$$

Dacă funcţia **e x p e r i m e n t a l ă** are forma din fig. 2.8 atunci pentru $\tau > 0$ se obţine :

$$\left.\begin{aligned} &\tau = \tau_c \Rightarrow \cos\alpha\tau_c + \frac{\alpha}{\beta}\sin\beta\tau_c = 0 \\ &\tau = \frac{\tau_c}{2} \Rightarrow \cos\alpha\frac{\tau_c}{2} + \frac{\alpha}{\beta}\sin\beta\frac{\tau_c}{2} = \frac{K_x(\frac{\tau_c}{2})}{K_x(o)}\, e^{\alpha\frac{\tau_c}{2}} \end{aligned}\right\} \qquad (6.1o)$$

Problema revine la a găsi un algoritm pentru rezolvarea sistemului trigonometric transcendent (6.1o). Se poate proceda astfel :

$$\left.\begin{aligned} &2\frac{\alpha}{\beta}\sin\beta\frac{\tau_c}{2}.\cos\beta\frac{\tau_c}{2} = -\cos\alpha\tau_c \\ &\frac{\alpha}{\beta}\sin\beta\frac{\tau_c}{2} = \frac{K_x(\frac{\tau_c}{2}).e^{\alpha\frac{\tau_c}{2}} - K_x(o)\cos\alpha\frac{\tau_c}{2}}{K_x(o)} \end{aligned}\right\} \qquad (6.11)$$

Se împart cele două ecuaţii şi se obţine :

$$\cos\beta\frac{\tau_c}{2} = \frac{K_x(o)\cos\alpha\tau_c}{2\left[K_x(o)\cos\alpha\frac{\tau_c}{2} - K_x(\frac{\tau_c}{2}).e^{\alpha\frac{\tau_c}{2}}\right]} \qquad (6.12)$$

Sistemul (6.11) devine

$$\left\{\begin{aligned} &\beta = \frac{2}{\tau_c}\cdot\arccos\frac{K_x(o)\cos\alpha\tau_c}{2\left[K_x(o)\cos\alpha\frac{\tau_c}{2} - K_x(\frac{\tau_c}{2}).e^{\alpha\frac{\tau_c}{2}}\right]} = \frac{2}{\tau_c}\arccos R(\alpha) \qquad (6.13) \\ &\beta\cos\alpha\tau_c + \alpha\sin\beta\tau_c = 0 \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{2}{\tau_c}\arccos R(\alpha).\cos\alpha\tau_c + \alpha\sqrt{1-\cos^2[2\arccos R(\alpha)]} = 0 \\ &\beta = \frac{2}{\tau_c}\arccos R(\alpha) \end{aligned}\right.$$

Dar :

$$\cos[2\arccos R(\alpha)] = 2\cos^2[\arccos R(\alpha)] - 1 = 2R^2(\alpha) - 1$$

$$1 - \cos^2[2\arccos R(\alpha)] = 1 - [2R^2(\alpha) - 1]^2 = 4R^2(\alpha)[1 - R^2(\alpha)]$$

Sistemul devine

$$\left\{\begin{aligned} &\beta = \frac{2}{\tau_c}\arccos R(\alpha) \\ &\frac{2}{\tau_c}\cos\alpha\tau_c.\arccos R(\alpha) + 2\alpha|R(\alpha)|\sqrt{1-R^2(\alpha)} = 0 \end{aligned}\right.$$

sau cu o notaţie evidentă :

$$\left.\begin{aligned} &\beta = \frac{2}{\tau_c}\arccos R(\alpha) \\ &f(\alpha) = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (6.14)$$

Pentru uşurinţa rezolvării pe calculator se poate da o exprimare prin tangentă :

Din

$$\cos \beta \frac{\tau_c}{2} = R(\alpha) \Longrightarrow \sin \beta \frac{\tau_c}{2} = \sqrt{1-R^2(\alpha)}$$

şi

$$\mathrm{tg}\, \beta \frac{\tau_c}{2} = \frac{\sqrt{1-R^2(\alpha)}}{R(\alpha)} \Longrightarrow \beta$$

Deci

$$\begin{cases} \beta = \dfrac{2}{\tau_c} \mathrm{arc\ tg} \dfrac{\sqrt{1-R^2(\alpha)}}{R(\alpha)} \\ \beta \cos \alpha\tau_c + \alpha \sin \beta\tau_c = 0 \end{cases} \qquad (6.15)$$

Dacă se notează

$$f(\alpha) = \frac{2}{\tau_c} \mathrm{arc\ tg} \frac{\sqrt{1-R^2(\alpha)}}{R(\alpha)} \cos \alpha\tau_c + 2\alpha |R(\alpha)| \sqrt{1-R^2(\alpha)} \qquad (6.16)$$

problema revine la a găsi soluţiile sistemului :

$$\begin{cases} \beta = \dfrac{2}{\tau_c} \mathrm{arc\ tg} \dfrac{\sqrt{1-R^2(\alpha)}}{R(\alpha)} \\ f(\alpha) = 0 \end{cases} \qquad (6.17)$$

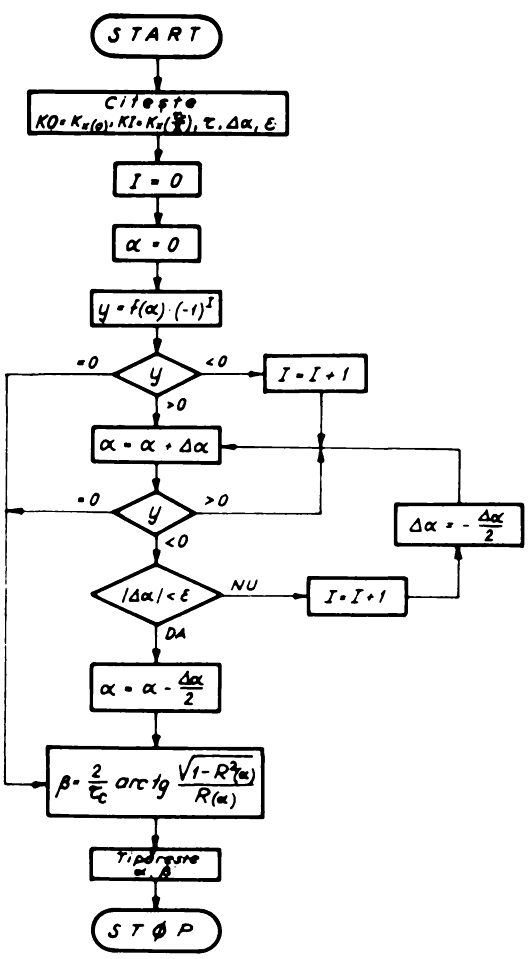


Fig.6.23

Evident că nu se poate calcula decît o soluţie prin aproximaţii căutînd valoarea lui α pentru care $f(\alpha) = 0$; schema logică şi programul pentru această soluţionare sînt redate în fig.6.23 şi tabelul 6.12 [51o].

6.3.2. <u>Aplicarea calculului de durabilitate propus de autor</u>. Conform elementelor prezentate în cap.5, pentru aplicarea noii metode de calcul a durabilităţii, sînt necesare cunoaşterea funcţiei de autocorelaţie a spectrului de tensiune, problemă rezolvată în paragraful precedent şi expresiile analitice pentru C.W. şi C.F. a materialului sau a piesei, care vor fi stabilite în continuare.

6.3.2.1. <u>Curbe de durabilitate şi suprasolicitare pentru ţevi din oţel moa-</u>

[51o] DOBRE I.: Caracteristici numerice privind analiza sistemelor elastice supuse excitaţiilor stohastice staţionare. In lucrările "Cel de-al II-lea Simpozion de Mecanisme şi Transmisii Mecanice" (M.T.M.) Reşiţa 1976, p.1476...1480

Tabelul 6.12. Programul în limbaj FORTRAN pentru rezolvarea sistemului (6.1o) după metodologia (6.17)

```
•         JOB TRANS,AN:P266,PN:DOBRE,COND:(126,LT)
•         COMPILE FORTRAN
FORTRAN  STARTED
FORTRAN 00.00                                              TRANS      16/10/76  11.02.23

C         C
C         C           REZOLVAREA UNUI SISTEM TRANSCENDENT
C         C
                REAL KO,KI,TAU,DALO,DALF,ALF,BETA,TAU,R,EPS
                R(ALF,TAU,KO,KI)=(KO*COS(ALF*TAU))/(2.0*(KO*COS(ALF*0.5*TAU)-KI*EX
               *P(ALF*0.5*TAU)))
                F(ALF,TAU,A,I)=
               *             (2/TAU)*COS(ALF*TAU)*ATAN(SQRT(1-A**2)/A)+2*ALF*ABS(A
               *)*SQRT(1-A**2)*((-1)**I)
                READ(105,1)KO,KI,TAU,DALF,EPS
              1 FORMAT(5F10.5)
                WRITE(108,1)KO,KI,TAU,DALF,EPS
                I=0
                ALF=0
                X=R(ALF,TAU,KO,KI)
                Y=F(ALF,TAU,X,I)
                WRITE(108,10) I,ALF,DALF,X,Y
                IF(Y) 2,3,4
              2 I=I+1
                GO TO 4
              4 ALF=ALF+DALF
                WRITE(108,10)Y
                WRITE(108,10)ALF,DALF
                X=R(ALF,TAU,KO,KI)
                WRITE(108,10)X,Y
                Y=F(ALF,TAU,X,I)
                WRITE(108,10) ALF,Y
             10 FORMAT(1H ,6F12.5)
                IF(Y) 5,3,4
              5 IF(ABS(DALF).LT.EPS)GO TO 6
                I=I+1
                DAIF=-(0.5*DALF)
                GO TO 4
              6 ALF=ALF-(0.5*DALF)
              3 BETA=(2/TAU)*ATAN(SQRT(1-X**2)/X)
                WRITE(108,7)ALF,BETA
              7 FORMAT('0'10X,'RADACINILE CAUTATE SINT'/'0',10X,'ALF=',F10.5/'0',
               *10X,'BETA=',F10.5)
                STOP
                END
FORTRAN 00.00                                              TRANS      16/10/76  11.02.23
```

<u>le, sudate, Ø26x1.</u> In lucrarea [486] s-au prezentat metodologia construirii curbelor de durabilitate şi rezultatele obţinute la încercarea la oboseală a unor ţevi cu pereţi subţiri Ø26x1, din oţel moale, confecţionate prin sudură. Pentru aceasta s-a construit o maşină de încovoiere rotativă reprezentată schematic în fig.6.24, la care partea dificilă a constat în realizarea unui sistem de fixare a epruvetei astfel încît să nu apară excentricităţi sau concentrări de tensiuni care să conducă la ruperea probei în bacuri. S-au confecţionat în acest scop nişte bucşe elastice 7 cu o rază de racordare interioară foarte mare, realizînd o strîngere uniformă fără efecte de concentrare. Incercarea s-a făcut pînă la $N_o = 10^7$ cicluri.

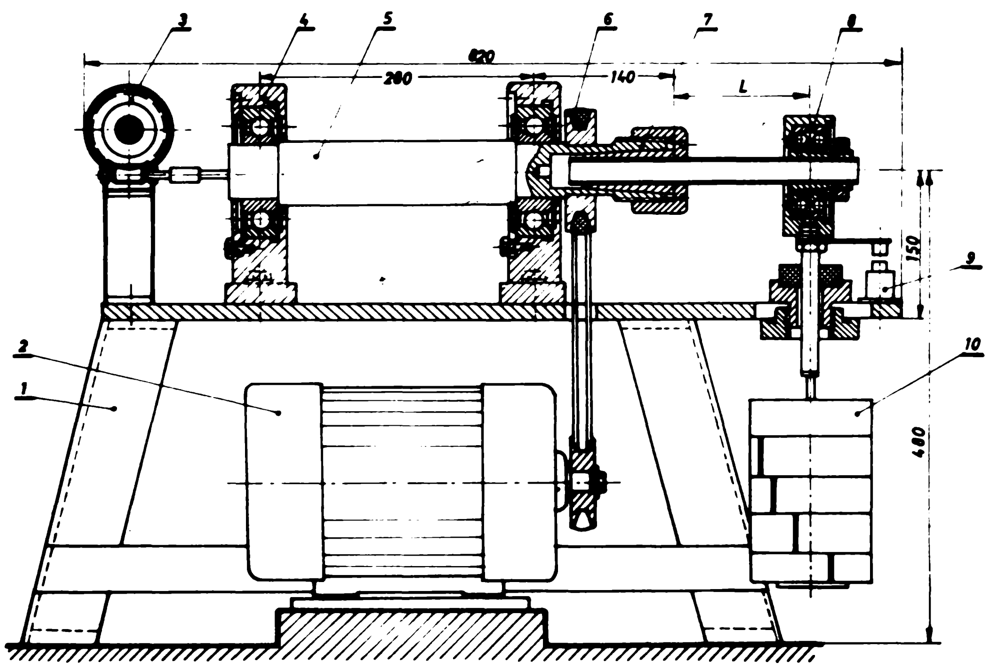


Fig.6.24

Schema maşinii construite pentru încercarea la oboseală a ţevilor sudate Ø 26 x 1

Rezultatele obţinute prezentate în detaliu în anexele 7 şi 8 sînt reprezentate într-un sistem de axe semilogaritmic în fig. 6.25 din care se poate observa şi cîmpul de dispersie. In zona durabilităţilor limitate, acceptînd o distribuţie normală a rezultatelor, s-a aproximat curba Wöhler cu o dreaptă care a fost găsită printr-o prelucrare statistică pe baza

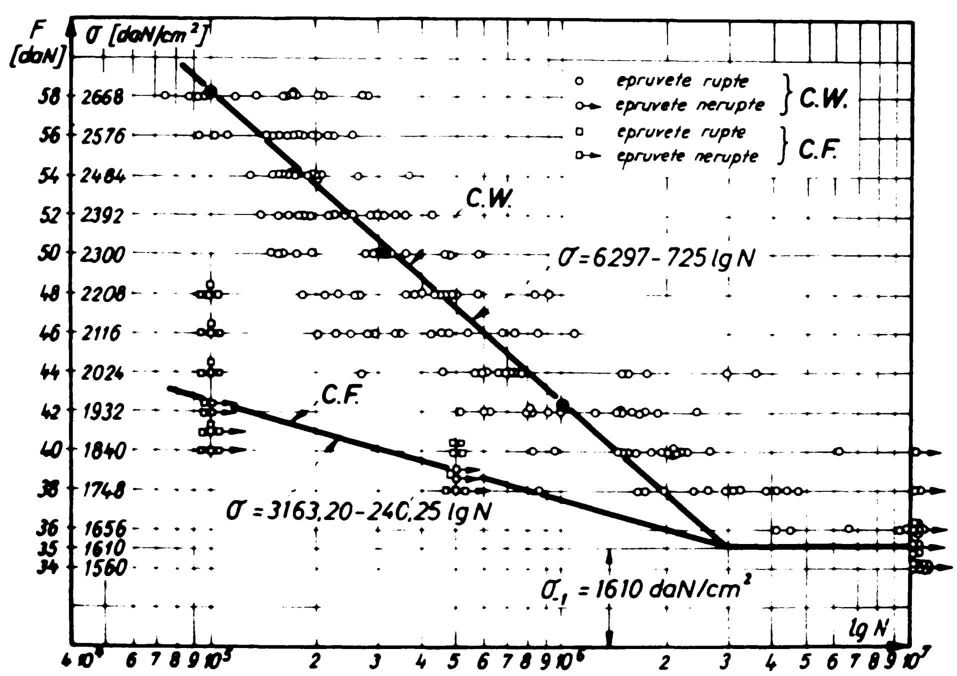


Fig.6.25

Reprezentarea în coordonate semilogaritmice a curbei Wöhler (C.W.) şi a curbei French (C.F.) pentru ţevi din oţel moale, Ø26x1 teoriei corelaţiei. Formulele de calcul pentru estimaţiile coeficienţilor dreptei de regresie :

$$\lg N = a(\sigma - \bar{\sigma}) + b \qquad (6.18)$$

sînt prezentate în § 6.1.3 (vezi relaţiile (6.1),(6.3),(6.4)) astfel încît să poată fi uşor programate pe calculator.

S-a obţinut în final ecuaţia curbei de durabilitate (C.W.)

$$\sigma = 6297 - 725 \lg N \qquad (6.19)$$

cu dispersiile

$$s_1^2 = 0{,}752 \quad \text{şi} \quad s_2^2 = 3{,}441$$

şi rezistenţa la oboseală

$$\sigma_{-1} = 161o \ daN/cm^2.$$

Pentru asemenea mărci de oţel moale literatura indică o rezistenţă la oboseală la ciclu simetric de încovoiere :

$$\sigma_{-1} = 185o \ daN/cm^2$$

Rezultă deci că realizarea din asemenea sortimente de oţel a unor ţevi prin sudură, reduce durabilitatea cu 13 %.

Pentru determinarea curbei French s-au făcut încercări clasice la presolicitarële $N_1^* = 1o^5$ cicluri şi $N_2^* = 5 \cdot 1o^5$ cicluri ; după degradarea produsă la diverse nivele de tensiuni s-a continuat încercarea la nivelul σ_{-1}. Pe baza rezultatelor din anexa 8 s-a trasat C.F. din fig.6.25 de ecuaţie :

$$\sigma = 3163{,}2o - 24o{,}25 \lg N \qquad (6.2o)$$

Urmînd metodologia prezentată în cap.4, se acceptă pentru piesă

$$\sigma_{-1k\gamma\varepsilon} = \frac{\sigma_{-1}}{(k)_D} = \frac{161o}{1{,}45} = 111o \ daN/cm^2 \qquad (6.21)$$

Cu această valoare se găsesc noile curbe modificate de ecuaţie

$$\begin{aligned} \overline{C.W.} \ &: \quad \sigma = 6297 - 8o2{,}34 \lg N_w \\ \overline{C.F.} \ &: \quad \sigma = 3163{,}2o - 317{,}6 \lg N_p \end{aligned} \qquad (6.22)$$

Din analiza spectrului de tensiuni din furcă, utilizînd metodica din § 6.3.1, s-a obţinut

$$\begin{aligned} D[\sigma] &= 184{,}6 \ daN/cm^2 & \alpha &= 0{,}42 \ [1/s] \\ 2\,\nu_\sigma &= 525066{,}53 & \beta &= 0{,}57 \ [1/s] \end{aligned} \qquad (6.23)$$

şi deci funcţia de autocorelaţie :

$$K_{\sigma}(\tau) = 262533{,}26.e^{-0{,}42\tau}(\cos 0{,}57\tau + \frac{0{,}42}{0{,}57}\sin 0{,}57.\tau) \qquad (6.24)$$

S-a calculat constanta :

$$K = \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2\pi} = 0{,}112743 \qquad (6.25)$$

cu ajutorul căreia se poate determina numărul mediu de cicluri care depăşesc un anumit nivel de referinţă σ_i^o

$$\bar{N}_{\sigma_i^o} = \bar{n}_{\sigma_i^o} T_e = K.T_e.\exp\left[-\frac{(\sigma_i^o - M[\sigma])^2}{2.D_\sigma}\right] \qquad (6.26)$$

Pentru aproximarea lui T_e, în condiţii de durabilitate nelimitată, presupunînd că structura lucrează 20 de ani cîte 10 ore pe zi, se obţine

$$T_e = 2{,}628.10^8 \text{ [s]}.$$

Durabilitatea se apreciază cu formule de tipul (4.84). Calculele detaliate sînt prezentate în tabelul 6.13 din care rezultă

$$D = \sum_i \delta_i = 1{,}21362 \quad .$$

In adevăr experienţa a confirmat că în condiţiile date de solicitare, traduse printr-un spectru de tensiuni caracterizat prin (6.23) şi (6.24), bicicleta încercată a avut o durabilitate limitată. Ea a funcţionat la viteza de 30 km/h timp de 18 zile, după care s-a rupt furca din faţă. Acceptînd o variaţie a tensiunii, echivalentă cu 10 cicluri pentru un metru de parcurs, bicicleta s-a rupt după $1{,}296.10^8$ cicluri sub valoarea limită acceptata de $2{,}628.10^8$ cicluri.

6.4. Observaţii finale şi concluzii

In cadrul investigaţiei experimentale care a constituit obiectul acestui capitol, efectuată atît pentru cunoaşterea stării de tensiune în diverse condiţii de solicitare şi a durabilităţii structurilor cercetate cît şi pentru verificarea ipotezelor şi metodelor teoretice de calcul prezentate în cuprinsul lucrării, s-au obţinut următoarele rezultate mai deosebite :

1. In primul rînd proiectarea şi construcţia unei serii de standuri şi maşini noi, adecvate scopurilor urmărite, cum sînt :

a) standul pentru încercarea la solicitări statice a cadrelor de biciclete, cu încărcare progresivă şi posibilităţi multiple de măsurare ;

b) standul cu bandă rulantă, cu o singură pistă, utilizat

Tabelul 6.13 **Predicţia durabilităţii după metodologia autorului**

Nr. crt.	σ_i^0 $[daN/cm^2]$	lg N_{1W}	N_{1W}	lg N_{1F}	N_{1F}	$\sigma_i^0 - M[\sigma]$	$a = \frac{(\sigma_i^0 - M[\sigma])^2}{2D_\sigma}$	log A = $= a \lg e$	A	$\bar{N}_{\sigma_i^0} = K\frac{1}{A}T_e$ $\times 10^{-6}$	$\delta_i = \frac{(\bar{N}_{\sigma_i^0} - \bar{N}_{\sigma_{i-1}^0}) - N_{iF}}{N_{iW}}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1600	5,85412	$7,14700 \cdot 10^5$	4,92191	$8,35433 \cdot 10^4$	1415,40	3,81543	1,65700	45,39400	0,65268	0,81032
2	1550	5,91644	$8,24980 \cdot 10^5$	5,07934	$1,20045 \cdot 10^5$	1365,40	3,55063	1,54200	34,83384	0,85055	0,09434
3	1500	5,97876	$9,52275 \cdot 10^5$	5,23677	$1,72492 \cdot 10^5$	1315,40	3,29534	1,43113	26,98562	1,09791	0,07862
4	1450	6,04107	$1,09918 \cdot 10^6$	5,39420	$2,47856 \cdot 10^5$	1265,40	3,04958	1,32440	21,10572	1,40379	0,05278
5	1400	6,10339	$1,26879 \cdot 10^6$	5,55164	$3,56158 \cdot 10^5$	1215,40	2,81335	1,22180	16,66482	1,77787	0,01412
6	1350	6,16572	$1,46460 \cdot 10^6$	5,70907	$5,11800 \cdot 10^5$	1165,40	2,58663	1,12334	13,28438	2,23028	-
7	1300	6,22803	$1,69056 \cdot 10^6$	5,86650	$7,35367 \cdot 10^5$	1115,40	2,36944	1,02902	10,69100	2,77130	0,15264
8	1275	6,25919	$1,81762 \cdot 10^6$	5,94521	$8,81500 \cdot 10^5$	1090,40	2,26442	0,98341	9,62520	3,07816	-
9	1250	6,29035	$1,95124 \cdot 10^6$	6,02393	$1,05667 \cdot 10^6$	1065,40	2,16177	0,93883	8,68620	3,41092	-
10	1225	6,32151	$2,09657 \cdot 10^6$	6,10264	$1,26660 \cdot 10^6$	1040,40	2,06161	0,89529	7,85760	3,77061	-
11	1200	6,35267	$2,25253 \cdot 10^6$	6,18136	$1,51831 \cdot 10^6$	1015,40	1,96363	0,85278	7,12500	4,15831	-
12	1175	6,38383	$2,42020 \cdot 10^6$	6,26008	$1,82100 \cdot 10^6$	990,40	1,86812	0,81130	6,47586	4,57525	-
13	1150	6,41499	$2,60030 \cdot 10^6$	6,34678	$2,22220 \cdot 10^6$	965,40	1,77500	0,77086	5,90013	5,02160	0,01080

pentru încercarea la vibrații și durabilitate a bicicletelor în condiții de solicitări aleatoare ; metoda nouă și posibilitatea de generalizare la încercarea structurilor de rezistență a tuturor tipurilor de vehicule, au condus la brevetarea sistemului ;

c) standul pentru încercări la rezonanță, aflat în curs de omologare ca invenție, care prezintă noutăți privind reglarea și menținerea constantă a turației în zona de rezonanță ;

d) mașina pentru încercarea la oboseală prin încovoiere rotativă a țevilor din oțel moale, executate prin sudură, utilizate în construcția cadrelor de biciclete.

2. Măsurătorile efectuate au evidențiat o bună concordanță între rezultatele teoretice și valorile experimentale, care nu a depășit 20 %, ceea ce pentru structuri hiperstatice cu secțiuni avînd forme complexe, neregulate, și în special în condiții de verificări de durabilitate se consideră corespunzătoare. S-a verificat astfel valabilitatea ipotezelor de calcul adoptate și corectitudinea metodologiei utilizate.

3. S-a conturat ideia că în cazul grinzilor cu rigidități variabile, funcția treaptă de aproximare prin valori constante pe porțiuni a momentelor de inerție, trebuie să circumscrie legea poligonală a variației reale.

4. Calculul static, efectuat în condiții cît mai riguroase, determină suficient de exact nivelul tensiunilor și atrage atenția - încă din faza de proiect sau prototip - asupra secțiunilor celor mai solicitate care trebuie să constituie preocuparea investigației experimentale.

5. S-a evidențiat apariția, în zonele de îmbinare a grinzilor componente ale cadrelor a unui efect de concentrare a tensiunilor, de care trebuie să se țină seama încă din faza de proiectare.

6. Se atestă necesitatea prezentării rezultatelor experimentale sub forma dreptelor de regresie, pentru a se obține concordanța de formă cu variația teoretică a tensiunilor, în lungul elementelor de rezistență.

7. S-a dat o metodă și un program original pentru calculul funcției de autocorelație a unui spectru de tensiuni în condițiile aproximării acesteia cu o funcție armonică amortizată, caracteristică proceselor stohastice diferențiabile.

8. Predicția de durabilitate după metoda preconizată de autor a confirmat - pentru cadrele de biciclete - comportarea reală în condițiile spectrului de excitație adoptat.

SINTEZA PRINCIPALELOR CONTRIBUTII

Tema abordată a necesitat din partea autorului resolvarea unor probleme inedite atît sub aspect teoretic cît şi experimental, care s-au constituit drept contribuţii. Dintre acestea se sintetizează cele mai ilustrative :

1. Plecînd de la ideia că o structură de rezistenţă poate fi considerată ca un filtru pentru procesul de excitaţie se demonstrează în mod constant că din cunoaşterea funcţiei de autocorelaţie se pot deduce toate elementele necesare studiilor de dinamică şi durabilitate în condiţiile teoriei corelaţionale a proceselor ergodice. In acest context :

a. se prezintă un program pentru prelucrarea funcţiilor eşantion în vederea obţinerii funcţiei de autocorelaţie, cu validarea statistică a procedeului ;

b. se dă o metodă pentru resolvarea pe calculator a unui sistem transcendent în scopul aproximării analitice a funcţiei de autocorelaţie cu o funcţie armonică amortizată caracteristică proceselor stohastice diferenţiabile ;

c. pentru aprecierea dispersiei răspunsului unui oscilator liniar la o excitaţie aleatoare staţionară se obţin o serie de relaţii noi (2.116), (2.133), (2.137), (2.139), (2.145), prin tratarea în complex a transformatelor Fourier, care permit o caracterizare statistică completă a problemei.

2. S-au studiat într-un context destul de general, principalele mişcări oscilatorii ale structurii de rezistenţă a unui vehicul, modelată de un sistem cu trei grade de libertate generalizat prin considerarea a 2n puncte de suspensie. Cercetarea s-a condus în special în domeniul frecvenţei, pornind de la densitatea spectrală de putere, atît pentru deplasările generalizate ale structurii, cît şi

pentru viteze și accelerații.

3. Pe parcursul rezolvării problemelor precedente, s-au obținut forme analitice complete, noi, pentru funcțiile de transfer ale structurii (3.31), (3.32), (3.36), pentru caracteristicile de amplitudine și fază ale celor trei tipuri de mișcări fundamentale (3.44), (3.45), (3.49), (3.53), pentru viteze (3.57), (3.58) și pentru accelerații (3.63), (3.64). Acestea răspund la toate necesitățile de calcul privind aprecierea statistică a răspunsului structurii, pentru care se pot determina densitățile spectrale de putere, funcțiile de autocorelație, dispersiile, abaterile medii pătratice, atît pentru amplitudini cît și pentru viteze și accelerații.

4. Caracterizînd, într-o formă generală, stadiul actual al cercetărilor în domeniul teoriei degradărilor cumulative, s-au sistematizat elementele fundamentale care constituie singurele rezultate certe obținute pînă în prezent. S-a arătat astfel că mulțimea teoriilor formale, liniare sau neliniare, nu aduc o îmbunătățire consistentă a teoriei clasice a lui Miner.

5. S-a formulat o nouă teorie de degradare, ținînd cont de faptul că suprasolicitările din spectru care sînt sub curba French nu influențează durabilitatea elementului de rezistență. Ca măsură a degradării s-a acceptat un raport modificat al "ciclurilor", iar legea de însumare s-a menținut liniară.

6. Pentru predicția de durabilitate a unei structuri, s-a conceput o metodologie secvențială bazată pe cunoașterea funcției de autocorelație a spectrului de tensiuni, cu ajutorul căreia - în cadrul ipotezei normalității procesului - se poate determina numărul mediu al depășirilor unui anumit nivel de referință, ceea ce permite transpunerea acestui spectru în "cicluri echivalente". Rezultatele experimentale obținute pe un cadru de bicicletă, au confirmat valabilitatea ipotezelor și metodologiei propuse.

7. Studiul stărilor de tensiune la solicitări statice, în diverse condiții de încărcare, pe modele care au păstrat caracteristicile esențiale ale structurilor examinate : hiperstaticitatea maximă, caracterul spațial și rigiditatea variabilă, au evidențiat cîteva elemente noi utile în calculele de proiectare :

a. utilizarea unui model static determinat, în formă de H pentru boghiul Y25-Cs, folosit datorită simplității, conduce la tensiuni care pot să difere cu mai mult de ± 10 % față de cele determinate în ipoteza structurii static nedeterminate ; de aceea un astfel de model deși acoperitor în multe secțiuni, nu este economic;

b. rigidizările prin traversele frontale și lonjeroanele mici reduc solicitările în traversa crapodinei - elementul cel mai solicitat al cadrului - cu 8...12 %, efect care nu poate fi neglijat și care ar putea fi utilizat în scopul unei uniformizări a stării de tensiune din cadru;

c. pentru structurile de tipul cadrelor de biciclete, cu bare scurte solicitate complex, s-a demonstrat necesitatea considerării forțelor axiale atît în calculul coeficienților de influență cît și la stabilirea stării finale de eforturi, abaterile putînd să ajungă pînă la 30 %;

d. pe baza confruntării cu rezultatele experimentale, s-a conturat ideia că în cazul grinzilor cu rigidități variabile, funcția treaptă de aproximare prin valori constante pe porțiuni a momentelor de inerție, trebuie să circumscrie legea poligonală a variației reale;

e. tratarea unitară pe același sistem de bază a tuturor variantelor, indiferent de posibilitățile de simetrizare, permite mecanizarea procesului de calcul și comparația rapidă a rezultatelor pentru reducerea la minimum a numărului de zone supuse investigației experimentale.

8. Circumscris tendinţei moderne de încercare a construcţiilor în mărime naturală şi în condiţii reale de funcţionare, s-au proiectat şi realizat o serie de standuri şi maşini noi, răspunzînd metodicei de investigaţie brevetată de autor, cu ajutorul cărora s-au validat ipotezele şi metodele teoretice de calcul prezentate în cuprinsul lucrării. Aceste instalaţii sînt :

a. un stand cu bandă rulantă, pe care se modelează după o schemă probabilistă o cale de rulare, cu viteză reglabilă, utilizat pentru încercarea la vibraţii şi durabilitate a bicicletelor în condiţii de solicitări aleatoare. Metoda nouă şi posibilitatea de generalizare la încercarea structurilor de rezistenţă a tuturor tipurilor de vehicule, au condus la brevetarea sistemului;

b. standul pentru încercări la rezonanţă, aflat în curs de omologare ca invenţie, care prezintă noutăţi în schema electrică privind reglarea şi menţinerea constantă a turaţiei în zona de rezonanţă;

c. o instalaţie pentru încercarea la solicitări statice a cadrelor de bicicletă, prevăzută cu un sistem de încărcare progresivă şi cu posibilităţi multiple de măsurare a deformaţiilor şi deplasărilor;

d. o maşină pentru încercarea la oboseală prin încovoiere rotativă a ţevilor din oţel moale cu pereţi subţiri, executate prin sudură, utilizate în construcţia cadrelor de biciclete.

9. Rezultatele experimentale coroborate cu calculele teoretice au evidenţiat apariţia în zonele de îmbinare a grinzilor componente ale cadrelor a unui efect de concentrare a tensiunilor de care ar trebui să se ţină seama încă din faza de proiectare.

1o. Interpretarea statistică a rezultatelor experimentale a atestat necesitatea prezentării acestora sub forma dreptelor de regresie, deoarece numai aşa se poate obţine o concordanţă de formă cu variaţia teoretică a tensiunilor în lungul elementelor de rezistenţă.

B I B L I O G R A F I E

1. AAGAARD O.H.; BROCH T.J.: Temps d'intégration des enregistreurs de niveau. Technical Review, Brüel et Kjaer, Nr.4, 1967, p.17-29 (Edition Francaise)

2. ADACHI E.: Analiza vibraţiilor elastice ale caroseriei de autoturism prin încovoiere şi torsiune. Din Bulletin of the J.S.M.E., Japonia, 13, Nr.66, dec.197o, p.14o3-1418 (In : "Proiectarea modernă a maşinilor", I.D.T., D.S.Nr.1o/1971, p.731-756)

3. AFONIUSKIN V.V. ş.a.: Ustroistvo dlia nepreriwnoi reghistraţii nakoplennoi plasticeskoi deformaţii v proţesse ustalastnîh ispîtanii. Zavodskaia Laboratoriia, vol.35 Nr.2, 1969, p.247-248

4. ALLEN P.N.: Reporters' Introductions of Papers in London. Session 5 : Metallurgical Aspects of Fatigue. In Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.27-31

5. ANDREW S.; MACAULAY M.A.: Analysis of Stresses in Service for the Specification of Endurance Tests

6. ANDREEV G.A.: Ustalostnaia dolgovecinosti pri slucinînih nagruzkah s razlicinîm spektrom, Izvestiia vuzov, Maşinostroenie, Nr.3, 1968, p.59-65

7. ANDRONOV A.F.: Automatizarea procesului de proiectare a caroseriilor pentru autoturisme. Din : "Avtomobilnaia promîşlennosti", U.R.S.S., 37, Nr.2, febr.1971, p.17-19 (In : "Proiectarea modernă a maşinilor", IDT, D.S., Nr.6/1971, p.41o-415)

8. ARIARATNAM S.T.: Random vibrations of non-linear suspensions, Journal Mechanical Engineering Science, Vol.2, Nr.3, 196o, p.195-2o1

9. ARIE E., IORDACHE-DAMIAN N.: Determinarea caracteristicilor dinamice frecvenţă-putere a unui sistem electroenergetic din comportarea sa la perturbaţii statistice. Metode şi algoritme de calcul. St.cerc.energ.electr. Tom 14, Nr.4, p.951-968, Bucureşti 1964

1o. ARNOLD R.R.; HILL C.H., NICHOLS V.A.: Iniţiere în prelucrarea datelor (traducere din literatura americană). Editura tehnică, Bucureşti 1969

11. ARSAC J.: Transformation de Fourier et théorie des distributions. Paris, Dunod 1961

12. ATKINSON R.J.: The fatigue of aircraft structures. In : Metal Fatigue. Edited by J.A.Pope, London 1959, p.366-375

13. AYRE S.R.: Răspunsul tranzitoriu produs de funcţii impuls şi de funcţii treaptă. In C.M.Harris, C.E.Crede Socuri şi vibraţii, Ed.teh.Bucureşti, 1968, vol.1, cap.8, p.266-323

14. BAILEY H.W.: Usefulness and role of repeated strain testing as an aid to engineering design and practice. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London, 1956, p.201-205

15. BALDWIN T. : Significance of the fatigue of metals to railways. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London, 1956, p.695-703

16. BARBERIAN, STERLING K.: Notes on spectral theory. N.Y.London, 1966

17. BARROIS W.: The philosophy of fatigue tests on large dimension aircraft structures. In : Full-Scale Fatigue Testing of Aircraft Structures. Proceedings of the symposium held in Amsterdam, june 1959. Edited by F.J.Plantema; J.Schijve. Pergamon press, London 1961, p.239-253

18. BARTLETT S.M.: Vvedenie v teoriu slucialnîh protessov (traducere din limba engleză). Izd.inostrannoi literaturî, Moskva, 1958

19. BASTENAIRE F.: Aspects probabilistes et statistiques de la rupture par fatigue. Rev.franc.méc. 1971, Nr.37, p.25-36

20. BASS J.: Les fonctions pseudoaleatoires. Paris 1962. (Mémorial des sciense mathématiques. Fascicule 153)

21. BAUS R.: La simulation en laboratoire des sollicitations réelles. Référence Schenck : p.2936. Tire a part de Alumni, XXXVII, décembre 1967, Université de Liège, Faculté des Sciences Appliquées, Cours de Constructions du Génie Civil, Nr.128

22. BAUMGARTL E.: Cercetări comparative de oboseală pe epruvete simple de roţi dinţate. A IV-a consfătuire de sudură şi încercări de metale, Timişoara, 12-15 oct.1962, caietul II/2, p.49-56

23. BELES A.A.; IERCI M.D.: Elemente de seismologie inginerească. Editura tehnică, Bucureşti 1962

24. BENDAT Dj.: Osnovî teorii slucialnîh şumov i eio primeneniia. (Perevod s angliscovo). Izdatelstvo "Nauka", Moskva 1965

25. BENNETT J.A.: The distinction between initiation and propagation of a fatigue crack. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.548-550

26. BENNETT J.A.: The effect of a fatigue crack on the fatigue strength of an aluminum alloy. Materials Res.and Standards, Bd.5/1965 H5, p.235-239

27. BERNATH A.; SAFTA V.: Asupra metodelor de încercare cu încărcare progresivă. Studii şi cercetări tehnice (Acad.R.S.R.), v.9, Nr.3-4, 1962

28. BERNATH A.; HAJDU I.; SAFTA V.: Studiul comportării la oboseală a oţelurilor carbon de calitate prin încercări cu încărcare progresivă după metoda Prot. Studii şi cercetări, ştiinţe tehnice (Acad.R.S.R.), v.9, Nr.3-4, 1962

29. BERNATH A.; HAJDU I.; SAFTA V.: Contribuţii la determinarea rezistenţei la oboseală prin metoda încărcărilor progresive. A IV-a Consfătuire de sudură şi încercări de metale, Timişoara, 12-15 oct.1962, caietul II/2, p.57-73

30. BERNATH A.; HOROVITZ B.; SOS L.: Asupra rezistenţei la oboseală a unor sortimente de oţeluri aliate de îmbunătăţire. A V-a Consfătuire de sudură şi încercări de metale, Timişoara, 1966, p.635-655

31. BERNATH A.; IOVITIU E.: Referat general asupra lucrărilor subsecţiei II/2 "Incercarea metalelor la oboseală". A IV-a Consfătuire de sudură şi încercări de metale, Timişoara, 12-15 oct.1962, caietul II/2, p.11-27

32. BESUKLADOV W.F.; CHUVIKOVSKY G.S.; CHUVIKOVSKY W.S.; SHEVANDIN E.M.: Fatigue of shipbuilding steels and the strength of ship structures. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.733-739

33. BLACKMAN R.B.; TUKEY J.W.: The measurement of power spectra, from the pont of view of communications engineering. Bell System Technical Journal, 37, 1958, p.185-282 ; 485-569

34. BLATHERWICK A.A.; VISTE N.D.: Distrugerea cumulativă sub tensiuni de oboseală biaxiale. Din . Materials Research and Standards, S.U.A., 7, Nr.8, aug.1967, p.331-335. (In : "Diagnosticarea ruperii prin oboseală a pieselor metalice", Culegere de traduceri, I.D.T., Bucureşti 1970 p.107-117)

35. BOGDANOFF L.J.; KOZIN F.. Moments of the Output of Linear Random Systems. The Journal of the Acoustical Society of America, vol.34, Nr.8, Aug.1962, p.1063-1066

36. BOISSON C. ş.a.: Studiul teoretic şi experimental privitor la vibraţiile de încovoiere, libere, ale sistemelor unidimensionale, aşezate pe reazeme elastice. Din : Mecanique, materiaux, électricité. Franţa, Nr.254, febr. 1971, p.33-38. (Documentare selectivă, I.D.T. Mecanică Nr.12/1971, p.938-953)

37. BOLEANTU L.; DOBRE I.: Metodă pentru încercarea vehiculelor rutiere. Brevet de invenţie. Nr.75008/6.01.1973 OSIM Bucureşti

38. BOLEANTU L.; DOBRE I.: Determinarea eforturilor specifice la patru tipuri de biciclete sub acţiunea sarcinilor statice şi dinamice. Protocol, beneficiar Uzina "6 Martie" Zărneşti Braşov, 1967, 137 pag.

39. BOLEANTU L.; DOBRE I.; DUMITRU I.: Studiul durabilităţii bicicletelor fabricate de uzina "6 Martie"- Zărneşti, la solicitări variabile. Protocol întocmit pentru Uzina "6 Martie" Zărneşti, Braşov, 1972, 73 pag.

40. BOLEANTU L.; DOBRE I.; DUMITRU I.: Calculul de rezistenţă al cadrelor de bicicletă. Protocol, beneficiar Uzina "6 Martie" Zărneşti, Braşov, 1974, 220 pag.

41. BOLEANTU L.; DOBRE I.: Studiul durabilităţii tacpedourilor fabricate de uzina "6 Martie"- Zărneşti, la solicitări variabile şi proiectarea unui stand de probă în acest scop. Protocol, beneficiar uzina "6 Martie - Zărneşti Braşov, 1972, 62 pag.

42. BOLEANTU L.; DOBRE I.; NEGUT N.; IERMICIU T.; JUNG E.; DUMITRU I.: Calculul de rezistență al boghiului Y 25-Cs Protocol, beneficiar : Uzina de vagoane Arad, 1972, 343 pag.

43. BOLEANTU L.; DOBRE I.; NEGUT N.; IERMICIU T.; JUNG E., DUMITRU I.: Studiul stării de tensiune din cadrul unui boghiu Y 25-Cs la regim de frînare în aliniament. Lucrările conferinței : "Construcții, tehnologii și procedee tehnologice noi în domeniul materialului rulant tractat", Arad 1o noiembrie 1972, p.44-59

44. BOLEANTU L.; DOBRE I.; NEGUT N.; IERMICIU T.; JUNG E.; DUMITRU I.: Eforturi și tensiuni la înscrierea în curbă, în elementele unui boghiu Y 25-Cs. Lucrările conferinței : "Construcții, tehnologii și procedee tehnologice noi în domeniul materialului rulant tractat:, Arad 1o noiembrie 1972, p.59-72

45. BOLEANTU L.; DOBRE I.; NEGUT N.; IERMICIU T.: Calculul de rezistență al unui cadru de boghiu pentru vagoane de marfă. Calculul încărcărilor. Revista căilor ferate române, Anul III(6o), Nr.1(768) ianuarie 1973, p.26-36

46. BOLEANTU L.; DOBRE I.; IERMICIU T.; DUMITRU I.; NEGUT N.; JUNG E.: Ipoteze fundamentale la calculul de rezistență al unui cadru de boghiu pentru vagoane de marfă. Caracteristici geometrice. Diagrame de eforturi pentru sistemul de bază. Revista căilor ferate române, Anul III(6o), Nr.1o (777), oct.1973, pag.586-598

47. BOLEANTU L.; DOBRE I.; JUNG E.; IERMICIU T.; NEGUT N.; DUMITRU I.: Stabilirea coeficienților de influență și a termenilor liberi din ecuațiile canonice pentru calculul de rezistență al boghiului Y 25-Cs. Revista căilor ferate române, Anul III(6o), Nr.12(779), dec.1973, p.705-713

48. BOLEANTU L.; DOBRE I.; DUMITRU I.; JUNG E.; IERMICIU T.; NEGUT N.: Diagrame finale de eforturi. Calculul tensiunilor. Revista transporturilor și telecomunicațiilor, Nr.5, 1974, p.258-264

49. BOLEANTU L.; DOBRE I.; NEGUT N.; IERMICIU T.; JUNG E.; DUMITRU I.: Stări de tensiune într-un cadru de boghiu. Buletinul științific și tehnic al I.P.T., Seria mecanică, Tom 18(32), fasc.1/1973, p.7-27

50. BOLEANTU L.; DOBRE I.; IERMICIU T.; DUMITRU I.; NEGUT N.; JUNG E.: Studiul comparativ în tensiuni a două modele de calcul al unui cadru de boghiu. In : Buletinul științific și tehnic al I.P.T. Seria mecanica, Tom 18(32), fasc.2/1973 p.123-137

51. BOLEANTU L.; DOBRE I.; NEGUT N.; IERMICIU T.; DUMITRU I.; JUNG E.: Cercetări privind starea de tensiune din cadrul unui boghiu pentru vagoane de marfă. Lucrare prezentată la sesiunea jubiliară a I.P.Traian Vuia, Timișoara, iunie 1974

52. BOLEANTU L., FISCHER E.; BABEU T.: Unele particularități ale încercărilor de rezistență pe modele din elemente cu dimensiuni mici. Studii și cercetări metalurgice, tom 12, Nr.1/1967, p.145-163, Ed.Academiei R.S.R.

53. BOLOTIN V.V.: Statisticeskie metodi v stroitelnoi mehanike. G.I.L.S.A.S.M.- Moskva 1961

54. BROCH T.J.: Essais en vibrations. Les raisons et les moyens. Technical Review, Brüel et Kjaer. Nr.3, 1967 (Edition Francaise)

55. BROCH T.J. Effets de la fonction de distribution des crêtes sur la fatigue sous sollicitations aléatoires. Technical Review, Brüel et Kjaer, Random load fatigue, Nr.1, 1968, p.3-33

56. BROCH T.J.: Sur les détériorations dues aux vibrations. Tech. Review, Brüel et Kjaer, Nr.4, 1968, p.3-21 (Edition Francaise)

57. BUCH L.A.: Unele cercetări privind probleme mecanice de oboseală. A IV-a consfătuire de sudură şi încercări de metale, Timişoara, 12-15 oct.1962, caietul II/2, p.91-99

58. BUCH A.: Nekotorîe issledovaniia voprosov mehaniceskoi ustalosti. Iz : "Voprosî mehaniceskoi ustalosti" pod redacţiei S.V.Serensena. Izdatelstvo "Maşinostroenia" Moskva, 1964, p.370-379

59. BUCH A.: The estimation of fatigue strength of steels by correlation formulas. Materialprüfung, vol.8, Nr.9/1966 p.325-330

60. BUCH A.: Investigation of sensibility to cyclical overloading of normalized steels and their welded joints. Application of a new cumulative domage concept. Materialprüfung, vol.11, Nr.9, 1969, p.297-302

61. BUGA M. ş.a.: Studiul teoretic şi experimental asupra repartizării eforturilor unitare în cadrul boghiului pe trei osii al vagoanelor de marfă de 80 tone. Buletinul Institutului politehnic Iaşi, 1963

62. BUGA M.: Contribuţii la determinarea solicitărilor în cadrul boghiului de vagon. Teză de doctorat (rezumat), Bucureşti 1972

63. BUGLOV G...: Ispîtaniia na ustalost i oţenka exploatationnoi dolgovecinosti avtomobilnîh poluosei. Is : "Mehaniceskaia ustalost v statisticeskom aspecte", p.97-111. Izdatelstvo "Nauka" Moskva 1969

64. BUHARIN A.N.; ZVIAGHIN A.A., ...: Ustanovlenie korrelaţionnoi zavisimosti mejdu krutiaşcimi momentami poluosei i karoannovo vala. Is : "Mehaniceskaia ustalost v statisticeskom aspecte", p.142-149. Izdatelstvo "Nauka" Moskva 1969

65. BURAY-MIHALY L.: Bestimmung der Dauerschwingfestigkeit von Aluminiumlegierungen nach Locati-Verfahren. Materialprüfung, vol.11, Nr.4, April 1969, p.115-119

66. BURTON H.H.: Reporters' introductions of papers in London. Session 7 : Engineering and Industrial Significance of Fatigue. General Service, Automobiles and Specific Components. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.36-42

67. BUT G.: Metodi poluoenia vibraţii. In : S.Krendell : Slucialnie kolebania, Izd. "Mir", Moskva 1967, Glava 9, p.262-329

68. BUZDUGAN Gh.: Aspecte actuale ale studiului solicitărilor variabile. In lucrările consfătuirii: "Calculul la solicitări variabile în construcţii de maşini şi tehnologia modernă pentru îmbunătăţirea rezistenţei la oboseală", Bucureşti, Litografia învăţământului, 1955

69. BUZDUGAN Gh.: Spre o standardizare a terminologiei în calculul de rezistenţă la solicitări variabile. Standardizarea, Nr.1o, 1955

7o. BUZDUGAN Gh.: Studiul rezistenţei la oboseală şi aplicaţiile sale în construcţia de maşini. Metalurgia, Nr.6/1955

71. BUZDUGAN Gh.: Determinarea rezistenţei admisibile în construcţia de maşini. Metalurgia, Nr.12/1959

72. BUZDUGAN Gh.: Calculul de rezistenţă la solicitări variabile. Ediţia II-a, Editura tehnică, Bucureşti, 1963

73. BUZDUGAN Gh. ş.a.: Studii experimentale de tensometrie şi vibraţii asupra unor grinzi rulante suspendate. A V-a Consfătuire de sudură şi încercări de metale, Timişoara p.287-293

74. BUZDUGAN Gh.: O nouă metodă pentru calculul coeficientului de siguranţă la solicitări variabile prin cicluri asimetrice. Studii şi cercetări de mecanică aplicată, Nr.4, 1965

75. BUZDUGAN Gh.; FETCU L.; RADEŞ M.: Probleme actuale ale calculului de oboseală în rezistenţa materialelor. Sinteză documentară, I.D.T., Bucureşti, 1972

76.[x] CARTWRIGHT D.E.; RYDILL L.J.: The rolling and pitching of a ship at sea. Trans.Instn.Nav.Arch. 99, 1957, p.1oo-135 (AMR 1o-1957-Rev.4239)

77. CAUGHEY T.K.: Respons of a non-linear string to random loading. J.Appl.Mech., vol.26, series E., Nr.3, Sept.1959,p.341-344

78. CAUGHEY T.K.: Response of van der Pol's oscillator to random excitation. J.Appl.Mech., vol.26, series E, Nr.3, Sept. 1959, p.345-348

79. CAUGHEY T.K.: Random excitation of a loaded nonlineare string. J.Appl.Mech., (27), 196o, series E, p.575-578

8o. CAUGHEY T.K.: Random excitation of a system with bilinear hysteresis. J.Appl.Mech., vol.27, series E. Nr.4, Dec.196o, p.649-652

81. CAUGHEY T.K.: Equivalent Linearisation Techniques. The Journal of the Acoustical Society of America, vol.35, Nr.11, Nov. 1963, p.17o6-1711

82. CAZAUD R.: Fatigue failure and service experience with particular reference to the shape of the part. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.581-584

83. CAZAUD R.; POMEY G., RABBE P.: Fatigue tests at ambient and higher temperature in case of medium and very low numbers of cycles. In : Vorträge des III Kongr. über materialpr. I sektion für mechanische technol. Budapest, 1-5 sept.1964 p.359-384

84. CEDOLIN L.: Utilizarea calculatorului numeric la analiza experimentală a vibrațiilor unui sistem mecanic. Din : L'Elettrotecnica, Italia, 74, nr.12, dec.1970, p.2373-2438 (Documentare selectivă, I.D.T., Mecanică, Nr.5 1971, p.365-377)

85. CHRISTENSEN R.H.: Fatigue cracking, fatigue damage and their detection. In : Metal Fatigue. Edited by George Sines J.L.Waisman. London 1959, p.376-412

86. CHODOROWSKI W.T.: Fatigue strength in shear of an alloy steel with particular reference to the effect of mean stress and directional properties. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.122-131

87. CIOCLOV D.: Un nou criteriu pentru aprecierea degradării cumulative în procesul de oboseală a metalelor. Studii și cercetări de metalurgie, tom 13, Nr.2, 1968, p.315-338

88. CIOCLOV D.: Fatigue damage under repeated loadings with a discontinuous variation of the stress amplitudes. Revue Roumaine des Sciences Techniques, Série de métellurgie, tom 14, Nr.2, 1969, p.137-148

89. CIOCLOV D. Degradarea cumulativă a metalelor prin solicitări repetate. Studiul actual al cercetărilor. Partea I-a. Studii și cercetări de metalurgie, tomul 15, Nr.2, p.231-248

90. CIOCLOV D.: Curbele de durabilitate isoprobabilă la încercările cu solicitări repetate. Studii și cercetări de metalurgie, tom.15, Nr.1, 1970

91. CIOCLOV D.: Degradarea cumulativă a oțelurilor prin solicitări repetate cu amplitudini variabile. Rezumatul tezei de doctorat, Timișoara 1971

92. CIUCU Gh.: Elemente de teoria probabilităților și statistică matematică. Editura didactică și pedagogică, București, 1963

93. CIUCU Gh.; CRAIU V.: Teoria estimației și verificarea ipotezelor statistice. Editura didactică și pedagogică, București, 1968

94. CIUCU Gh.; CRAIU V.: Introducere în teoria probabilităților și statistică matematică. Editura didactică și pedagogică București, 1971

95. CORTEN H.T.; DOLAN T.J.: Cumulative fatigue damage. In . Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.235-246

96. COTTELL G.A.: Lessons to be learnt from failures in service. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.563-569

97. COX H.L.: Reproducibility of results in fatigue testing. In : Metal Fatigue. Edited by J.A.Pope, London 1959, p.323-338

98. COX H.L.: Stress concentration in relation to fatigue. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.212-221

99. CRANDALL H.S.: Random vibration. In : "Applied Mechanics Reviews" vol.12, Nr.11, Nov.1959, p.739-742

100. CRANDALL H.S.: Relation between strain and velocity in resonant vibration. The Journal of the Acoustical Society of America, vol.34, Nr.12, dec.1962, p.1960-1966

101. CRANDALL H.S.: Random vibration of systems with nonlinear restoring forces. Trudi mejdunarodnovo simpoziuma po nelineinîh kolebaniia. T.1, Kiev, Izdatelstvo Acad.Nauk SSSR, 1963

102. CRANDALL H.S.; CHANDIRAMANI K.L.; COOK R.G.: Some First-Passage Problems in Random Vibration. Transaction of the ASME, Sept.1966, Journal of Applied Mechanics, p.532-538

103. CRANDALL H.S.; McCALLEY B.R.: Metode numerice de studiu. In : C.M.Harris; C.E.Crede : Socuri şi vibraţii. Editura tehnică Bucureşti, 1968, vol.II, cap.28, p.244-286

104. CRANDALL H.S.: First-Crossing Probabilities of the Linear Oscillator. J.Sound Vib.(1970) 12(3), p.285-299

105. CRANDALL H.S.: The Role of Damping in Vibration Theory. J. Sound Vib.(1970) 11(1), p.3-18

106. CRANDALL H.S.: On the Use of Slowness Diagrams to Represent Wave Reflections. The Journal of the Acoustical Society of America, vol.47, Nr.5, (Part.2) May 1970, p.1338-1342

107. CRANDALL H.S.; KURZWEIL L.G.; NIGAM A.K.: On the Measurement of Poisson's Ratio for Modeling Clay. Experimental Mechanics, Sept.1971, p.1-6

108. CRANDALL H.S.; ROBERT L.: On the Coupling Loss Factor in Statistical Energy Analysis. The Journal of the Acoustical Society of America, vol.49, Nr.1 (Part.2) Jan.1971, p.352-356

109. CRANDALL H.S.: Dynamic Response of Systems with Structural Damping. This research was supported by the USAF through AFOSR of the ARDC under Contract Nr.AF 49 (638)-564

110. CRANDALL H.S.: Some heuristic procedures for analyzing random vibration of nonlinear oscillators

111. CRICHLOW J.W.: The ultimate strength of damaged structure - analysis methods with correlating test data. In : Full-Scale Fatigue Testing of Aircraft Structures. Proceedings of the Symposium held in Amsterdam, june 1959. Edited by F.J.Plantema ; J.Schijve. Pergamon press, London 1961, p.149-209

112. CRSTICI B.: Matematici speciale. Editura institutului politehnic "Traian Vuia" Timişoara, 1971

113. CUCULESCU I.: Procese Markov şi funcţii excesive. Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1968

114. CURTIS J.A.: Metode de analiză a rezultatelor măsurării vibraţiilor. In : C.M.Harris; C.E.Crede : Socuri şi vibraţii. Editura tehnică Bucureşti, 1968, vol.II, cap.22, p.21-48

115. CUTHBERTSON J.W.: The fatigue testing of bearings. In : Metal Fatigue. Edited by J.A.Pope, London 1959, p.339-347

116. DADIKO R.S.; DRAICIK : Vagonostroenie, Moscova, Masghis 1954

117. DAVENPORT B.V.; RUT L.V.: Vvedenie v teoriiu sluciainîh signalov i şuhov. (Perevod s angliscovo). Izd.Inostrannoi literaturî, Moscva 1960

118. DAVIES R.B.; MANN J.Y.; KEMSLEY D.S.: Hardness changes during fatigue tests on copper. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.551-556

119. De LEIRIS H.: The fatigue testing of components. A means of revealing the danger point in pieces or structures. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.118-121

120. DELESQUES R.: Observaţii asupra oboselii oţelurilor. Din : "Construction métallique", Franţa, 7, nr.4, 1970, p.9-16 (Documentare selectivă, I.D.T., Rezistenţa materialelor Nr.3/1971 p.231-245)

121. DENGEL D.: Vergleich einiger Auswertungsverfahren für dynamische Festigkeitsuntersuchungen mit Konstanter und mit steigender, Belastung an Stahl in verschiedenen Wärmebehandlungszuständen Materialprüfung, vol.10, Nr.11, Nov.1968, p.365-370

122. DENGEL D.: Einige grundlegende Gesichtspunkte für die Planung und Auswertung von Dauerschwingversuchen. Materialprüfung, vol.13, Nr.5, 1971, p.145-151

123.[x] DENIS M.S.; PIERSON W.J.: On the motions of ships in confused seas. Trans.Soc.Nav.Arch.Marine Engrs., 61, 1953, p.280-332 (AMR 7 - 1954 - Rev.1686)

124. DERBAREMDIKER D.A.: Opredelenie gabaritnih razmerov telescopiceskih amortizatorov. In : "Avtomobilnaia promislennost" Nr.8, 1958, p.19-21

125. DEUTSCH I.; GOIA I.; GRADINARU Al.; NEAMTU T.: Determinarea stărilor de solicitare ale longeroanelor ramei autocamionului SR-131 cu ajutorul tensometriei. A V-a consfătuire de sudură şi încercări de metale, Timişoara, p.63-74

126. DIEDERICH F.W.: The dynamic response of a large airplane to continuous random atmospheric disturbances. J.Aero.Sci. 23, 1956, p.917-930

127. DINCA F.; TEODOSIU C.: Vibraţii nelineare şi aleatoare. Ed. Academiei R.S.R., Bucureşti 1969

128. DINCA F.; SIRETEANU T.: Asupra unei probleme extremale în dinamica autovehiculelor. A III-a Conferinţă pentru combaterea zgomotului şi vibraţiilor, Bucureşti 21-24 mai 1969, p.15-22

129. DINCA F.: Vibraţiile aleatoare ale sistemelor mecanice. Din : Buletinul ştiinţific al Institutului de construcţii - Bucureşti, Anul XIV, Nr.1-2/1971, p.97-109

130. DIXON J.R. ş.a.: Tensiunile în piese şi subansamble, o nouă şi largă analiză tehnică aplicabilă la metoda elementelor finite. Din : Transaction of the Inst.of Engineers and Schipbuilders in Scotland, Anglia, 14, Nr.3, 1970/1971, p.79-120 (In : "Proiectarea modernă a maşinilor", I.D.T., D.S.Nr.10/1971, p.695-712)

131. DMITRICENKO S.S.; STARIKOV V.M.; ILINICI I.M.; TEREHIATNIKOV V.I.: Koeffiţienti variaţii raspredelenii amplitud napriajenii pri şirokopolosnih slucainih protesah nagrujenija detalei maşin. Vestnik maşinostroenia, Nr.10, 1972, p.10-12

132. DRAGAN I.P.: Modeli signalov v lineinîh sistemah. Izd. "Naukova dumka" Kiev, 1972

133. DOBRE I.; DUMITRU I.: Analiza teoretică şi experimentală a stării de tensiune dintr-un cadru de bicicletă la solicitări statice. In : Lucrările simpozionului "Rezistenţa îmbinărilor sudate" Iaşi, 27-29 sept.1973, vol.II, p.20-28

134. DOBRE I.: Solicitări dinamice la cadre de biciclete realizate din ţeavă prin brazare. In : Lucrările simpozionului "Rezistenţa îmbinărilor sudate" Iaşi, 27-29 sept.1973, vol.II p.100-110

135. DOBRE I.; BABEU T.; BOGDANESCU I.: Analiza statistică a măsurătorilor de rugozitate. Revista transporturilor, 12, Nr.7 iulie 1965, p.273-277

136. DOBRE I.; BOLDAKTU L.: Stări de tensiune în cadre de biciclete. Comunicările conferinţei de sudură şi încercări de metale privind probleme ale realizării şi controlului sudurilor. Timişoara, 6-8 sept.1971, p.175-192

137. DOBRE I.; DUMITRU I.: Analiza solicitărilor statice într-un cadru de bicicletă. Buletinul ştiinţific şi tehnic IPT, Tom 19(33) fasc.2/1974, Seria mecanică, p.161-171

138. DOLAN J.T.: Basic concepts of fatigue damage in metals. In : Metal Fatigue. Edited by George Sinos ; J.L.Waisman, London 1959, p.39-67

139. DOLAN J.T.: Reporters' Introductions of Papers in New York. Session C-2 : Cumulative Damage, Statistical Aspect, Repeated Strain Cycling, Effect of Frequency. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.63-64

140. DUB Dj.L.: Veroiatnostnîie proţessî. Moskva 1956

141. DUCKWORTH W...; WALTER G.H.: Fatigue of plain bearings. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.585-592

142. DUPUIS H.; BROICHER A.H.: Servo-hydraulischer Schwingtisch zur Simulierung von Fahrzeugschwingungen und von stochastischen Abläufen für arbeitsmedizinische Probleme. In : "ATZ Automobiltechnische Zeitschrift" 68. Iahrgang, Nummer 2/1966 (Schenck-Druckschrift P 2590)

143. DINKIN E.B.; SUCK VICI A.A.: Teoremî i zadaci o proţessah Markova, Moskva 1967

144.[x] EINSTEIN A.: The theory of the brownian movement, Dover Publications, 1956

145. EDIN J.: Factorii care intervin în alegerea unui nivel de fiabilitate. Din : "Entretien et Travaux Neufs", 21, Nr.242, ian.1969, p.2-6 (Documentare selectivă, I.D.T., Întreţinerea şi repararea maşinilor, Nr.2/1970, p.140-147)

146. ELLIS J.R.: Experimental Confirmation of Ride Theory

147. ERINGEN A.C.: Response of beams and plates to random loads. J.Appl.Mech.24, 1957, p.46-52

148. EKER A.: Design of screw fastenings subject to repeated stresses. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London, 1956, p.290-300

149. ENKER A.: Berechnung von Schweissverbindungen bei wiederholter Beanspruchung. In : "Schweisstechnik", vol.4o, Verlag : Deutscher Verlag für Schweisstechnik, (DVS) GMBH, Düseldorf (Schenk-Druckschrift P 298o)

15o. ENGELHARDT E.R.; MILLS D.K.; SCHNEIDER K.: Socuri şi vibraţii la vehicule rutiere şi feroviare. Partea I, Vehicule rutiere. In : C.M.Harris; C.E.Crede : Socuri şi vibraţii Editura tehnică Bucureşti, 1969, vol.III, cap.45, p.321-341

151. FELDKAMP K.: Untersuchungen über die Zahnfuss - Tragfähigkeit gehärteter Stirnräder. Bericht aus dem Laboratorium für Werkzeugmaschinen und Betriebslehre der TH Aachen. In : "Industrie-Anzeiger" Nr.59, vom 23 Juli 1965 (Schenk-Drucksorift P 2979)

152. FISHER J.A.: Crack propagation in steel specimens. In : Metal Fatigue. Edited by J.A.Pope, London 1959, p.147-157

153. FERRARI R.M.; MILLIGAN I.S., RICH M.R.; MASTON M.R. Some considerations relating to the safety of "Fail-Safe" wing structures. In : Full-Scale Fatigue Testing of Aircraft Structures. Proceedings of the symposium held in Amsterdam, june 1959. Edited by F.J.Plantema, J.Schijve. Pergamon press, London, 1961, p.419-426

154. FEUSTEL H.: Radlast-Änderungen bei Drehgestell Fahrzeugen In : Glasers Annalen Nr.8, 1955

155. FILATOV M.Ia.: Soprotivlenie ustalosti pri slojnoi forme ţikla izmenenia napriajenii. Zavodskaia Laboratoriia, vol.34, Nr.3, 1968, p.331-336

156. FILATOV E.I. ş.a.: Masina dlia programmîh ispîtanii obrazţov na ustalosti osenîmi nagruzkami. Zavodskaia Laboratoriia, vol.35, Nr.12, 1969, p.1504-1506

157. FINDLEY W.N.; COLEMAN J.J.; HANLEY B.C.: Theory for combined bending and torsion fatigue with data for SAE 4340 steel. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.150-157

158. FRESIN B.S.: Primenenie ghipotez sumirovaniia ustalostnîh povrejdenii k uskorennoi oţenke ustalostnoi dolgovecinosti. Zavodskaia Laboratoriia, vol.34, Nr.3, 1968, p.336-340

159. FREUDENTHAL M.A.: Reporters' Introductions of Papers in New York. Session A-I: Basic Studies. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London, 1956, p.53-54

16o. FREUDENTHAL A.M.: Cumulative damage under random loading. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.257-261

161. FREUDENTHAL A.M.; GUMBEL E.J.: Distribution functions for the prediction of fatigue life and fatigue strength. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.262-271

162. FRITH P.H.: Influenţa incluziunilor şi a repartiţiei carburilor asupra comportării la oboseală a oţelurilor elaborate în diferite moduri. Din : Revue de Metallurgie, Franţa, 64, Nr.6, iun.1967, p.531-548 (In : "Diagnosticarea rupe-

rii prin oboseală a pieselor metalice", Culegere de traduceri, I.D.T., Bucuresti, 197o, p.76-94

163. FRITH P.H.: Fatigue of wrought hightensile alloy steels. In: Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London, 1956, p.462-499

164. FRYE A.W.: Izolarea cu arcuri de cauciuc. In : C.M.Harris; C.E.Crede : Socuri și vibrații. Editura tehnică București 1968, vol.II, cap.35, p.575-6o2

165. FORREST P.G.: Influence of plastic deformation on notch sensitivity in fatigue. In. Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.171-183

166. FORST N.E.; PHILLIPS C.E.: Studies in the formation and propagation of cracks in fatigue specimens. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London, 1956, p.520-526

167. FÖRSTER F.: Analyse der zerstörenden Werkstoffprüfung mit zerstörungsfreien elektromagnetischen Verfahren. Verfolgung des Risswachstums beim Dauerschwingversuch. Materialprüfung, vol.12, Nr.5, Mai 197o, p.149-156

168. FORSYTH P.J.E.: The basic mechanism of fatigue and its dependence on the initial state of a material. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.535-537

169. FUCHS H.O.. A set of fatigue failure criteria. Trans.ASME(D) J.Basic Engug. Bd.87/1965, H2, p.333-343

17o. FUCHS H.O.: Techniques of surface stressing to avoid fatigue. In : Metal Fatigue. Edited by George Sines; J.L.Waisman. London 1959, p.197-231

171. FURSTENBERG H.: Stationnary Processes and Prediction Theory. London 196o

172. GADD E.R.: Fatigue in aero-engines. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London, 1956, p.658-671

173. GAIGINSCHI E. ș.a.: Cercetări privitoare la mecanismul fizic al deformației plastice la metale sub acțiunea sarcinilor variabile. A IV-a consfătuire de sudură și încercări de metale, Timișoara, 12-15 Oct.1962, caietul II/2, p.1o1-1o8

174. GALPERIN M.Ia.: O rassciarii dolgovecinosti stalei pri ispitaniiah do bazi 10^8 țiklov. Zavodskaia Laboratoriia, vol. 33, Nr.9/1967, p.1123-1125

175. GALPERIN Ia.M.: O rasseianii harakteristik vînoslivosti po naciala obrazovaniia treșcinî i ocenciatelnomu razrușeniiu Is : "Mehaniceskaia ustalosti v statisticeskom aspecte" p.52-68. Izdatelstvo "Nauka" Moskva 1969

176. GALPERIN Ia.M.; KOGAEV V.V.: Parametrî funcții raspredeleniia predelov vînoslivosti obrazțov iz stalei i legkih splavov. Iz : "Mehaniceskaia ustalosti v statisticeskoi aspecte" p.36-4o. Izdatelstvo "Nauka" Moskva 1969

177. GAGUAKAR U.H.: Sisteme dinamice cu stare inițială aleatorie. Din : Journal of Engineering Mathematics, Olanda, 5,nr.3, iul.1971, p.171-178 (Documentare selectivă, I.D.T., Mecanica Nr.12/1971, p.987-998)

178. GARF M.E. ş.a.: O metodike opredeleniia nijnei granițî povrejdaiușcih napriajenii spektra. Zavodskaia Laboratoriia vol.33, nr.3/1967, p.349-352

179. GASPARIAN S.A. ş.a.: Issledovanie ostatocinîh deformații v proțesse ispîtanii na vinoslivosti obrazțov pri slojnonapriajennom sostoianii. Zavodskaia Laboratoriia, vol.33 Nr.11,1967, p.1432-1434

180. GASPARIAN S.A.: K voprosu statisticeskoi obrabotki rezultatov ustalostnîh ispîtanii. Izvestia vuzov - Mașinostroenie, Nr.11/1968, p.36-40

181. GASPARIAN S.A.: O nakoplenii ostatocinîh deformații obrazțov pri nestaționarnîh rejimah nagrujenia. Zavodskaia Laboratoriia, vol.34, Nr.12, 1968, p.1504-1506

182. GASSMANN H. ş.a.: Beziehungen zwischen Dehnungswechselversuchen bei konstanter Längs - und Querdehnung. Materialprüfung, vol.11, Nr.12, 1969, p.416-419

183. GASSNER E.: Betriebsfestigkeit. Eine Bemessungsgrundlage f.Konstruktionsteile mit statistisch wechselnden Betriebsbeanspruchungen. In : Konstruktion, vol.6, 1954, Nr.3, p.97-104

184. GASSNER E.: Effect of variable load and cumulative damage on fatigue in vehicle and airplane structures. In : Proceeding of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.304-309

185. GASSNER E.; SCHÜTZ W.: The significance on constant load amplitude tests for the fatigue evaluation of aircraft structures. In : Full-Scale Fatigue Testing of Aircraft Structures. Proceedings of the symposium held in Amsterdam june 1959, Edited by F.J.Plantema; J.Schijve. Pergamon Press, London, 1961, p.14-40

186. GASSNER E.: Zur Aussagefähigkeit von Ein -und Mehrstufen - Schwingversuchen (Teil I) Materialprüfung, Bd.2 (1960), Nr.4, S 121/128

187. GASSNER E.; SVENSON O.: Einfluss von Störschwindungen aus die Ermüdungsfestigkeit. In : "Stahl und Eisen", 1962, Nr.5, p.276

188. GASSNER E.; GRIESE F.F.; HAIBACH E.: Ertragbare Spannungen und Lebensdauer einer Schweissverbindung aus Stahl St 37 bei verschiedenen Formen des Beanspruchungskollektivs. Schenck-Druckschrift P 2984. "Archiv für das Eisenhüttenwesen" 35 Jahrgang, Heft 3, März 1964, p.255-267

189. GASSNER E.; JACOBY G.: Betriebsfestigkeits - Versuche zur Ermittlung zulässiger Entwurfsspannungen für die Flügelunterseite eines Transportflugzeugs. Luftfahrttechnik - Raumfahrttechnik, Band 9, Heft 1, Januar 1964, Seite 6-19

190. GASSNER E.: Betriebfestigkeit gekerbter Stahl und Aluminiumstäbe unter betriebsähnlichen und betriebsgleichen Belastungsfoligen. Materialprüfung, vol.11, Nr.11/1969, p.373-378

191. GIBSON E.J.: Sisteme automate noliniare. Traducere din limba englesă - S.U.A. Editura tehnică București, 1967

192. GILLEMOT L.: Die bestimmung einiges charakteristischen punkte der Wöhler kurve. In : Vorträge des III Kongresses über

BUPT

materialprüfung, I sektion für mechanische technologie. Budapest 1-5 sept.1964, p.5-26

193. GHIHMAN I.I.; SKOROHOD A.B.: Vvedenie v teoriiu sluciainih protessov. Moskva 1965

194. GHILBO E.P.: O videlenii signala iz evo nelineinovo preobrazovaniia na fone sluciainih pomeh. Iz "Dinamica i precinosti masin" Trudi L.P.I.Nr.252/1965, p.127-132

195. GIRAULT M.: Initiation aux processus aléatoires. Le processus de Poisson, files d'attente, pannes de machines. Dunod, Paris, 1959

196. GÖBEL E.F.: Comportarea organelor de mașini la solicitarea dinamică de oboseală. Din : "Schweizer Maschinenmarkt",71 nr.32, aug.1971, p.62-65 (Documentare selectivă, I.D.T. Rezistența materialelor, Nr.2/1972, p.191-196)

197. GOLUBEV A.A.: Nakoplenie ustalostnih povrejdenii v stali 20X pri programmom nagrujenii. Iz : "Mehaniceeskaia ustalosti b statisticeskom aspecte", p.92-96. Izdatelstvo "Nauka" Moskva 1969

198. GOPKINS G.: Dinamiceskie neuprughie deformații metallev (Perevod o angliskevo). Izdatelstvo "MIR" Moskva 1964

199. GOTHAM K.V.: Definirea pe bază experimentală a fenomenului de oboseală la materialele termoplastice. Din : "Plastics Polymers", S.U.A., nr.130, aug.1969, p.309-319 (Documentare selectivă, I.D.T., Utilizarea materialelor plastice Nr.1/1970, p.5-23)

200. GOUGH J.H.: The Changing Nature of the Fatigue Problem. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London, 1956, p.7-13

201. GOUGH J.H.: Reporters' Introductions of Papers in London. Session 6 : Basic Aspects of Fatigue. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.31-35

202. GREBENIK V.M.: Opredelenie parametrov harakterizuiușcih ugli naklona krivih ustalosti dlia stalei, Izvestia vuzov-Mașinostroenie, Nr.3, 1969, p.58-63

203. GREBENIK V.M.: Ustalostnaia procinost i dolgovecinost metallurghiceskogo oborudovaniia. Moskva 1969

204. GREENSPAN R.L.: Incercarea unei populații eșantion pentru descoperirea distribuției Rayleigh. Din : "IEEE Transactions on Communication Technology" S.U.A., COM 19, nr.1, febr.1971, p.99-100 (Documentare selectivă, I.D.T. Cibernetică, Nr.6/1971, p.425-428)

205. GRIGORIU M.: Studiul vibrațiilor grinzilor cu zăbrele cu configurație oarecare la acțiunea unor forțe variabile în timp în domeniul elastoplastic. Studii și cercetări de mecanică aplicată, Tom.31, Nr.4, 1972, p.809-821

206. GROVER H.J.; GORDON S.A.; JACKSON L.R.: Fatigue of metals and structures. Thames and Hudson, London 1956

207. GROVER H.J.: Allowance for stress concentration in design to prevent fatigue. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.83-89

208. GROVER H.J.: Estimation of fatigue life of welded riveted, and bolted structures. In : Metal Fatigue. Edited by George Sines ; J.L.Waisman. London 1959, p.307-324

209. GRUBISIC V.: Verfahren zur optimalen Bemessung von Fahrzeugrädern. Teil I und II. Bericht Nr.FB-86 (1970). Laboratorium für Betriebsfestigkeit, Darmstadt

210. GUINS G.S.: Socuri și vibrații de vehicule rutiere și feroviare. Partea II-a, Vehicule feroviare. In : C.M.Harris ; C.E.Crede : Socuri și vibrații, vol.3. Editura tehnică București, 1969, cap.45, p.342-361

211. GURNEY T.R.: Influența eforturilor remanente și a eforturilor medii asupra rezistenței la oboseală a probelor cu suduri longitudinale în unghi fără solicitare. Din : "Journal of the Mechanical Engineering Science" Anglia, 12, Nr.6, dec.1970, p.381-390 (Documentare selectivă, I.D.T., Rezistența materialelor, Nr.4/1971, p.316-336)

212. HAAS T.: Fatigue Tests and Aircraft Life Evaluation. Aircraft Engineering, October 1955, p.1-4 (Schenck Print 4 P 2164/1-4)

213. HAAS T.: Simulated Service Life Testing. In : "The Engineer" November 14 and 21, 1958

214. HAAS T.: Spectrum fatigue tests on typical wing joints. In: "Materialprüfung" Bd.2 (1960) Nr.1, S 1/7 (Schenck-Druckschrift P 2357)

215. HAAS T.: Belastungsstatistik als Bemessungsgrundlage für Tragwerk - und mechanische konstruktionen. In : "Engineers' Digest, March, April and May 1962 (Schenck-Druckschrift P 2696)

216. HAAS T.: Loading Statistics as a Basis of Structural and Mechanical Design. In : "Engineers' Digest" March, April and May 1962

217. HAAS T.; KREISKORTE H.: Critical comparison of modern fatigue testing machines with regard to requirements and design. Symposium of developments in materials testing machine design, Manchester 7-10th September 1965. Published by the Institution of Mechanical Engineers, London 1965

218. HAAS T.: Impératifs d'essai et machines d'essais de fatigue. Référence Schenck, P.2883, Messen und Prüfen, Août 1966, p.199-207

219. HAAS T.: Test Requirements and Machines for Fatigue Testing. In : "Engineer's Digest", December 1966 (Abstract from German original in Messen und Prüfen, August 1966, p.199-207)(Schenck-Ref.Nr.2992)

220. HAAS T.: Prüfanforderungen und Maschinen der Dauerschwingprüftechnik. In : "Messen und Prüfen" Nr.4/August 1966 (Schenck Druckschrift P 2694)

221. HAJDUK J.: Determinarea rapidă a parametrilor de oboseală. In : Maschinenmarkt, R.F.G., vol.76, Nr.103, dec.1970, p.2360-2363

222. HANKE M.; HROMIR M.: Zur Berechnung der Betriebsfestigkeit nach der Schaden-Akkumulationshypothese von Corten-Dolan. Materialprüfung 11, Nr.6/1969, p.189-196

223. HARDRATH F.H.: Current trends in fatigue tests of aircraft. In : Full-Scale Fatigue Testing of Aircraft Structures. Proceedings of the symposium held in Amsterdam, june 1959. Edited by F.J.Plantema, J.Schijve. Pergamon press, London 1961, p.1-13

224. HARRIS M.C.; CREDE C.C.: Socuri și vibrații (traducere din limba engleză. S.U.A.) Ed.tehnică, București, 1968, vol.I: Bazele teoretice. Măsurători ; vol.II : Analiza rezultatelor măsurătorilor. Incercări. Metoda de combatere a socurilor și vibrațiilor vol.III : Socuri și vibrații la mașini, vehicule și construcții.

225. HARTMANN A.C.: Effect of unintentional stress reisers on the fatigue strength of structural components. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London, 1956, p.195-200

226. HARTMANN A.C.; HOWELL F.M.: Laboratory Fatigue Testing of Materials. In : Metal Fatigue. Edited by George Sines ; J.L.Waisman, London 1959, p.89-111

227. HAVAS I.: Zug/Druck-Wechselversuche mit Konstanter Amplitude der wahren Verformung bei niedrigen Lastspielzahlen. Materialprüfung, vol.8, Nr.9, Sept.1966, p.321-324

228. HAVAS I.: Über den Zusammenhang zwischen Brucharbeit und Lastspielzahl im dehnungskontrollierten Dauerschwingversuch. Materialprüfung, vol.10, Nr.5/1968, p.151-154

229. HAVNER S.K.: Mathematical Theories of Material Behavior. In : "Madayag F.A.: Metal fatigue: theory and design", New York 1969, p.14-65

230. HAZANOV I.I.: Zakon raspredelenia dolgovecinosti pri ustalostnîh ispitaniah krupnogabaritnîh detalei. Vestnik mașinostroenîia, Nr.11/1968, p.9-10

231. HEAD A.K.; HOOKE F.H.: Random noise fatigue testing. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.301-303

232. HERLESCU T.: Contribuție la analiza erorilor privind determinarea rezistenței la oboseală cu mașini de încovoiere rotativă. A V-a Consfătuire de sudură și încercări de metale, Timișoara, p.567-575

233. HERLESCU T.: Despre regimul real de solicitare la o mașină pentru încercarea la oboseală prin încovoiere rotativă cu socuri adiționale. A V-a Consfătuire de sudură și încercări de metale, Timișoara, p.554-565

234. HERRBACH H.: Der Laborversuch als Grundlage für die Betriebssicherheit von Fahrzeugen. Automobil-Industrie, Heft 2/67

235. HEMMI G.: Ispîtania na ustalosti svarnîh uzlov konstrucții mostov. Iz : "Voprosî mehaniceskoi ustalosti" pod redacției S.V.Serensena. Izdatelstvo "Mașinostroenie" Moskva 1964, p.331-345

236. HILJAB W.A.: A statistical appraisal of the Prob method for detemmination of fatigue endurance limit. J. of Appl.Mech., vol.24, Nr.2, p.214-218, 1957

237. HELLER R.A.; FREUDENTHAL A.M.: New methods in fatigue testing under randomized load sequences. In : Vorträge des III Kongresses über materialprüfung, I sektion für mechanische technologie. Budapest 1-5 sept.1964,p.49-60

238. HEMPEL M.: Gegenwärtiger Stand der Kenntnisse über die Betriebsfestigkeit von Stählen. In : "Stahl und Eisen", vol.84, 1964, Nr.8, p.485-

239. HODKIN K.R.: Hydraulic Vibrators in Automobile Testing With Special Reference to the Rootes Suspension Parameter Rig.

240. HORNING R. ş.a.: Statische Methoden bei der Lebensdauerprüfung - Aufnahme und Verarbeitung von Belastungskollektiven. Materialprüfung, vol.13, Nr.2, Febr.1971, p.53-60

241.[x] HOUSNER G.W.: Calculating the response of an oscillator to arbitrary ground motion. Bull.Seism.Soc.Amer., 31, 1941, p.143-149

242. HOUSNER G.W.: Vibraţiile structurilor sub efectul undelor seismice. Partea I-a, Cutremurele. In : C.M.Harris ; C.E.Crede : Şocuri şi vibraţii. Editura tehnică Bucureşti, 1969, vol.III, cap.50, p.546-580

243. HUSTON B.W.: Comparison of constantlevel and randomized-step tests of full-scale structures as indicators of fatigue-critical components. In : Full-Scale Fatigue Testing of Aircraft Structures. Proceedings of the symposium held in Amsterdam, june 1959, Edited by F.J. Plantema ; J.Schijve. Pergamon Press, London 1961, p.133-148

244. HVILLUM J.J.: Prévision de défaillances mécaniques par analyse des vibrations. Technical Review, Brüel et Kjaer, Nr.2/1967, p.3-13 (Edition Francaise)

245. HÜTTE vol.V, B - Verkehrstechnik 26 Auflage, Berlin, Verlag von Wilhelm Ernst Sohn, 1955

246. IOSIFESCU M.; MIHOC Gh.; THEODORESCU R.: Teoria probabilităţilor şi statistica matematică. Editura tehnică, Bucureşti, 1966

247. IOSIFESCU M.; TAUTU P.: Procese stohastice şi aplicaţii în biologie şi medicină. Editura Acad.R.S.R., Bucureşti, 1968

248. ITO K.: Veroiatnostnîie proţessî (Perevod s Iaponskovo) Isdatelstvo Inostrannoi literaturî Moskva 1960

249. IVANOVA S.V.: Ustalostnoe razruşcenie metallov. Metallurgizdat. Moskva 1963

250. IVANOVA S.V.; RAGOZIN Yu.I.; VOROBYOV N.A.: On the relations of fracture of metals under static and repeated load. Second conference on dimensioning - Budapest, 5-10 Oct.1965, p.1-17

251. IVANOVA S.V. ş.a.: Uskorennîi metod postroenija linii Frencla s primeneniem energeticeskih kriteriev ustalosti Zavodskaia Laboratoriia, vol.32, Nr.2, 1966, p.225-228

252. IWAN W.D.; LUTES L.D.: Response of the Bilinear Hysteretic System to Stationary Random Excitation. The Journal of the Acoustical Society of America, vol.43, Nr.3, 1968, p.545-552

253. JACKSON J.S.: Hydrogen occlusion and its effect on the fatigue properties of plain carbon spring steels. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London, 1956, p.500-505

254. JAEGER C.J.; NEWSTEAD H.G.: Introducere în teoria transformării Laplace, cu aplicaţii în tehnică (Traducere din l.engleză), Bucureşti, Editura tehnică, 1971

255. JANSSEN A.R.; LAMBERT F.R.: Numerical Calculation of Some Response Statistics for a Linear Oscillator under Impulsive-Noise Excitation. The Journal of the Acoustical Society of America, vol.41, Nr.4, 1967, p.827-835

256.[x] JASPER N.H.: Statistical distribution patterns of ocean waves and of wave induced ship stresses and motions with engineering applications. Trans.Soc.Nav.Arch.Marine Engrs. 64,1956 p.375-432 (AMR 12 - 1959 - Rev.569)

257. JENSEN O.J.: A Survey of Methods for Measuring Correlation Functions. DISA - Information No.10 October 1970, p.10-14

258. JOHNSON G.L.: The statistical treatment of fatigue experiments. Elsevier Publishing Company, Amsterdam, 1964

259. JUK B.J.: O primenenie metodov Prot i Locati. Zavodskaia Laboratoriia, vol.36, Nr.1/1970, p.87-89

260.[x] KAC M.; SIEGERT J.F.: On the theory of noise in radio receivers eith square law detectors. J.Appl.Phys.18, 1947, p.383-397

261. KAGAN V.A. ş.a.: Ustanovka dlia ispîtania obrasţov na maloţiklovuiu ustalosti pri izghibe s vraşceniem. Zavodskaia Laboratoriia, vol.34, Nr.12, 1968, p.1255-1256

262. KARASEV A.N.: Despre rezistenţa la obosire sub acţiunea apei a oţelului de arcuri calitatea 55 C 2. In : "Buletinul construcţiilor de maşini" Nr.5/mai 1952 (trad.din l.rusă)

263. KARNOPP D.; SCHARTON D.T.: Plastic Deformation in Random Vibration. The Journal of the Acoustical Society of America, vol.39, Nr.6, 1966, p.1154-1161

264. KARNOPP D.; BROWN N.R.: Random Vibration of Multidegree - of - Freedom Hysteretic Structures. The Journal of the Acoustical Society of America, vol.42, Nr.1, 1967, p.54-59

265. KATKOVNIK B.Ia.; POLUEKTOV R.A.: Sintez discretnîh sistem upravlenia pri ucete dinamiceskih ogranicenii, vîzvannîh obektom In : "Dinamica i procinosti maşin" Trudî L.P.I. Nr.252/1965, p.133-139

266. KAUFMAN S.; LAPINSKI W.L.; McCAA C.R.: Response of a Single - Degree - of - Freedom Isolator to a Random Disturbance. The Journal of the Acoustical Society of America, vol.33, Nr.8, August 1961, p.1108-1112

267. KAUGI T.K.: Nestaţionarnîe sluciainîe proţessî. In : S.Krendell Sluciainîe kolebania, Izd."Mir", Moskva 1967, Glava 3, p.79-97

268. KELLER W.M.; MAGEE G.M.: Fatigue in railroad equipment. In Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.677-679

269. KERNOP D.: Osnovî teorii sluciainîh kolebanii. In : S.Krendell : Sluciainîe kolebaniia, Izd."Mir", Moskva 1967, Glava 1, p.11-45

270. KIMELMAN D.N.: Calculul organelor de mașini supuse la solicitări variabile. Editura tehnică București, 1951

271. KIRIN V.V. ș.a.: Reguliator amplitudî dlia ustalostnîh ispîtanii pri programmnom izmenenii nagruzki. Zavodskaia Laboratoriia, vol.35, Nr.10/1969, p.1259-1260

272. KOGAEV P.V.: Vliianie konțentrației napriajenii i masștabnovo factora ha soprotivlenie ustalosti v statisticeskom aspekte. In : "Voprosî mehaniceskoi ustalosti pod redacției S.V.Serensena. Izdatelstvo "Mașinostroenia" Moskva 1964, p.67-100

273. KOGAEV P.V.: Modelirovanie proțessa ustalosti metallov metodom Monte-Carlo. Zavodskaia Laboratoriia, vol.34, Nr. 7/1968, p.828-832

274. KOGAEV P.V.: Opredelenie rasciotnîh harakteristik vînoslivosti detalei mașin. Iz : "Mehaniceskaia ustalosti v statisticeskom aspecte" p.12-27. Izdatelstvo "Nauka", Moskva 1969

275. KOITER W.T.: Airworthiness requirements on fatigue strength. In : Full-Scale Fatigue Testing of Aircraft Structures. Proceedings of the symposium held in Amsterdam, june 1959 Edited by F.J.Plantema ; J.Schijve. Pergamon press, London 1961, p.383-392

276. KORCINSKI I.L.: Rezistența materialelor de construcții la încercări dinamice. Documentare selectivă, I.D.T., Probleme actuale de rezistența materialelor, vol.II/1971, p.5-18

277. KORDONSKII H.B. ș.a.: Forsirovannie ispîtaniia na ustalostnuiu dolgovecinosti metodom 'dolamivania . Zavodskaia Laboratoriia vol.33, Nr.3/1967, p.321-331

278. KORESKOV V.I.: Uciot asimetrii nestaționarnogo neglujeniia pri rascete na vînoslivosti. Vestnik mașinostroenia, Nr. 7/1969, p.13-17

279. KORN A.G.: Simularea și măsurarea proceselor aleatoare. Traducere din limba engleză - S.U.A. Editura tehnică, București, 1969

280. KOGANDA S.: Asupra posibilității de cercetare a fenomenelor de oboseală. (Cercetări microscopice și măsurări ale microasperităților pe suprafețele epruvetelor). A IV-a consfătuire de sudură și încercări de metale, Timișoara 12-15 oct.1962, caietul II/2, p.109-127

281. KOGANDA S.: Nekotorîe priznaki ustalosti metallob i metodî ih obnarujdeniia. Iz : "Voprosî mehaniceskoi ustalosti" pod redacției S.V.Serensena. Izdatelstvo "Mașinostroenie" Moskva 1964, p.266

282. KOWALEWSKI J.: On the relation between fatigue lives under random loading and under corresponding program loading. In : Full-Scale Fatigue Testing of Aircraft Structures. Proceedings of the symposium held in Amsterdam, june 1959 Edited by F.J.Plantema ; J.Schijve. Pergamon press, London 1961, p.60-75

283. KRAJOVSKII A.A.: Reşenie uravnenia Fokkera - Planka - Kolmogoroda metodom riadov. Dokladî Akademii Nauk SSSR 1972, TOM 205, Nr.3, p.550-552

284. KREISKORTE H.: Die Bedeutung des Dauerschwingversuches für die Dimensionierung von Blechkonstruktionen. Din "Blech", Oktober 1962, Nr.10, p.1-6

285. KREISKORTE H.: Simulierung regelloser Wegund Belastungsabläufe durch servo-hydraulische Schwingungserreger. V.D.I.-Berichte Nr.88, 1965, S 77/82 (Schenck-Druckschrift P 2526)

286. KREISKORTE H.; HAAS T.: Programmgesteuerte Schwingprüfmaschinen Mitteilungen, Carl Schenck Maschinenfabrik, Heft 12/1967

287. KRENDELL S.: Slucialnîe kolebaniia (Perevod s angliskovo) Izdatelstvo "Mir", Moskva 1967

288. KRENDELL S.: Izmerenie harakteristik staţionarnîh slucialnîh proţessov. In : S.Krendell : Slucialnîe kolebaniia, Izd. "Mir", Moskva 1967, Glava 2, p.46-78

289. KRENDELL S.: Kolebaniia nelineinîh sistem pri slucialnîh vozdeistviiah. In : S.Krendell : Slucialnîe kolebaniia, Izd. "Mir", Moskva 1967, Glava 4, p.98-116

290.KUDRIAVTEV I.V.; SAVERIN M.M.; RIABCENKOV A.V.: Metode pentru mărirea rezistenţei superficiale a organelor de maşini. Bucureşti, Editura tehnică, 1952

291. KUDRIAVTEV I.V.: The influence on internal stresses on the fatigue endurence of steel. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.317-325

292. KUDRIAVTEV I.V., BELKIN Ia.M.: Vliianie poverhnostnogo naklepa na soprotivlenie ustalostikrupnîh valov iz legirorovannoi stali. Iz : "Voprosî mehaniceskoi ustalosti" pod pedacţiei S.V.Serensena. Izdatelstvo "Maşinostroenie" Moskva 1964, p.285-298

293. KUDRIAVTEV I.V. ş.a.: O peresekaiuşcihsia krivîh ustalosti. Zavodskaia Laboratoriia, vol.34, Nr.4/1968, p.459-465

294. KUDRIAVTEV I.V.: Ob effecte masştaba pri maloţiklovoi ustalosti materialov. Zavodskaia Laboratoriia, vol.36, Nr.3, 1970, p.331-334

295. KUHN P.: Reporters' Introductions of Papers in New York. Session F-1 : Engineering and Industrial Significance of Fatigue Aircraft Structures. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals. London 1956, p.79-81

296. LANGSETH R.R.; LAMBERT F.R.: Influence of Bandwidth on Some Nonlinear Transformation of a Gaussian Random Process

297. LARIONESCU S.: Evaluarea pericolului de avarie a sistemelor mecanice supuse la vibraţii aleatoare. Studii şi cercetări de mecanică aplicată, Tom 31, Nr.4, 1972, p.781-807

298. LAZAN B.J.: Damping and resonant fatigue behaviour of materials. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.90-101

299.[x] VAN LEAR A.; UHLENBECK G.E.: Brownian motion of strings and elastic roads. Physical Review, 38, 1583-1598 (1931)

300. LEVE L.H.: Cumulative damage theories. In : "Madayag F.A.: Metal fatigue : theory and design" New York, 1969, p.170-203

301. LIEPMANN H.W.: On the application of statistical concepts to the buffeting problem. J.Aero.Sci.19, 1952, p.793-800

302. LIEPMANN H.W.: Extension of the statistical approach to buffeting and gust response of wings of finite span. J.Aero.Sci.22, 1955, p.197-200

303. LIGHTHILL M.J.: On sound generated aerodinamically. I.General theory Proc.Roy.Soc.Lond.(A) 211, 1952, p.564-587 ; II. Turbulence as a source of sound, Proc.Roy.Soc.Lond. (A) 222, 1954, p.1-32

304.[x] LIN C.C.: On the motion of a pendulum in turbulent flow. Quart,Appl.Math.1, 43-48 /1943

305. LIPKA J.; LOBZOWSKI J.: Effect of permanent distortion on fatigue at spots of accumulated stress. In : Vorträge des III.Kongresses über materialprüfung, I sektion für mechanische technologie.Budapest 1-5 sept.1964,p.213-226

306. LIPP W.: Zuverlässigere Lebensdauerangaben durch bessere Vermischung der Lasten im 8-Stufen-Programmversuch. Materialprüfung, vol.12, Nr.11, 1970, p.381-382

307. LYON R.H.: Propagation of correlation functions in continuous media. J.Acoust.Soc.Amer., 28, 1956, p.76-79

308. LYON R.H.: On the Vibration Statistics of a Randomly Excited Hard-Spring Oscillator. The Journal of the Acoustical Society od America, vol.32, Nr.6, June 1960, p.716-719

309. LOCATI L.; SARZOTTI G.: Fatigue ratio as design evaluation of aircraft structures. In : Full-Scale Fatigue Testing of Aircraft Structures. Proceedings of the Symposium hold in Amsterdam, june 1959. Edited by F.J.Plantema J. Schijve. Pergamon press, London 1961, p.345-363

310. LOMAS T.W.; WARD J.O.; RAIT J.R.; COLBECK E.W.: The influence of frequency of vibration on the endurance limit of ferrous alloys at speeds ut to 150000 cycles per minute using a pneumatic resonance system. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.373-385

311.[x] LONGUET M.S.- HIGGINS : On the statistical distribution of the heights of sea waves. J.Marine Research, 11, 1952, p.245-266 (A.M.R.6 - 1953 - Rev.3273)

312. LOVE R.J.: Fatigue in automobiles. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.570-580

313. LUNDBERG K.O.: The quantitative statistical approach to the aircraft fatigue problem. In : Full-Scale Fatigue Testing of Aircraft Structures. Proceedings of the symposium hold

in Amsterdam, june 1959. Edited by F.J.Plantema ; J. Schijve. Pergamon press, London 1961, p.393-412

314. MADAYAG A.F.: Metal Fatigue : Theory and Design, John Wiley and Sons Inc., New York, 1969

315. MADAYAG A.F.: Causes and Recognition of Fatigue Failures. In : "Madayag A.F.: Metal fatigue : theory and design" New York, 1969, p.1-13

316. MAENNIG W.W.: Berechnung der Schwingfestigkeitswerte von Stahl mit Hilfe einer arctan - Transformation nach R. Müller. Materialprüfung, vol.1o, Nr.6, 1968, p.191-196

317. MAENNIG W.W.: Bemerkungen zur Beurteilung das Dauerschwingfestigkeitsverhaltens von Stahl und einige Untersuchungen zur Bestimmung des Dauerfestigkeitsbereichs. Materialprüfung, vol.12, Nr.4, April 197o, p.124-131

318. MAGRATH A.H.; ROGERS R.O.; GRIMES K.C.: Socuri şi vibraţii la avioane şi rachete. In : C.M.Harris ; C.E.Crede : Socuri şi vibraţii. Editura tehnică Bucureşti, 1969, vol.III p.399-46o

319. MAIDANIK G.: Use of Delta Function for the Correlations of Pressure Fields. The Journal of the Acoustical Society of America, vol.33, Nr.11, Nov.1961, p.1598-16o6

32o. MAINS R.M.: Minimizing Damage from Random Vibration. The Journal of the Acoustical Society of America, vol.3o, Nr. 12, Dec.1958, p.1127-113o

321. MARIAN J.: Interpretation of fatigue strengths for combined stresses. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.184-194

322. MATOLCSI M.: Eine neue methode zur darstellung der ergebnisse von dauerversuchen und zur ermittelung der ermüdungsgrenze In : Vorträge des III.Kongresses über materialprüfung, I sektion für mechanische technologie. Budapest, 1-5 sept. 1964, p.227-242

323. MATOLCSY M.: Praktische Durchführung der wahrscheinlichkeitstheoretischen Auswertung von Dauerschwingversuchen, Materialprüfung, vol.9, Nr.6, 1967, p.213-217

324. MATOLCSY M.: Service strength of fatigue-cracked plate structures. Materialprüfung, vol.1o, Nr.12, 1968, p.4o4-41o

325. MATOLCSY M.: Logarithmic rule of fatigue life scatters. Materialprüfung, 11, Nr.6/1969, p.196-2oo

326. MATOLCSY M.: Development and present-day state of the fatigue damage theories. Acta technica, Academiae Scientiorum Hungaricae, Tomus 72, Fasciculi 3-4, p.347-375, Budapesta 1972

327. McCLINTOCK F.A.: The statistical theory of size and shape effects in fatigue. J. of Appl. Mech., vol.22, Nr.3, sept. 1955, p.421-426

328. McCLINTOCK F.A.: A criterion for minimum scutter in fatigue testing. J. of Appl. Mech., vol.22, Nr.3, sept.1955, p.427-431

329. McCLINTOCK F.A.: The statistical planning and interpretation of fatigue tests. In : Metal Fatigue. Edited by George Sines ; J.L.Waisman. London 1959, p.112-141

330. MEDELI V.B.: Proiectirovanie mehaniceseoi ciasti electropodvijnovo sostava. Moscova, Transjeldorizdat, 1963

331. MEDVEDEV S.F.: Ticliceskaia procinosti metallov. Masghis Moskva 1961

332. MEIGNER A.B.; BELOUSOV N.V.; KOCAEV P.V.: Veroiatnosti ustalostnovo povrejdeniia rami telejki locomotiva. Iz : "Mehaniceskaia ustalosti v statisticeskom aspecte p.135-141. Izdatelstvo "Nauka" Moskva 1969

333. MIHAILA N.: Introducere în teoria probabilităţilor şi statistica matematică. Ed.Didactică şi pedagogică, Bucureşti 1965

334. MIHOC Gh.; FIRESCU D.: Statistică matematică. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1966

335. MIHOC Gh.; CIUCU G.; CRAIU V.: Teoria probabilităţilor şi statistica matematică. Editura didactică şi pedagogică Bucureşti, 1970

336. MIHOC Gh.; CRAIU M.: Inferenţa statistică pentru variabile dependente. Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1972

337. MILES W.J.; THOMSON T.W.: Metode statistice în studiul vibraţiilor. In : C.M.Harris ; C.E.Crede : Şocuri şi vibraţii, Editura tehnică Bucureşti, 1968, vol.1, Cap.11, p.394-413

338. MILES W.J.: On structural fatigue under random loading. J.Aero. Sci.21, 1954, p.753-762

339. MINER M.A.: Estimation of fatigue life with particular emphasis on cumulative damage. In : Metal Fatigue. Edited by George Sines ; J.L.Waisman. London 1959, p.278-289

340.* MINER M.A.: Cumulative damage in fatigue. Journal of Applied Mechanics, vol.12, Sept.1945, p.159-164

341. MOCANU D.R.; BUGA M.; BURADA C.; BARTEŞ M.: Calcule de rezistenţă. Probleme speciale din domeniul feroviar. Centrul de documentare şi publicaţii tehnice M.T., 1971

342. MORROW C.T.: Averaging time and data reduction time for random vibration spectra. J.Acoust. Soc.Amer. 30, 1958, p.456-461 , 572-578

343. MÜLLER R.: Eine approximative Bestimmung des Wöhlerfeldes. Materialprüfung, vol.7, Nr.1, 1965, p.6-11

344. MUNTEANU I.I.: Calculul structurilor spaţiale în formulare matricealä. Editura Facla, Timişoara, 1973

345. MUNTEANU G.: Calculul tracţiunii trenurilor şi frîne automate. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1964

346. NADAŞAN St.; BERNATH A.; IOVITIU E.; SAFTA V.: Contribuţii la determinarea rezistenţei la oboseală la oţelurile nealiate fabricate în R.P.R. A IV-a consfătuire de sudură şi încercări de metale, Timişoara, 12-15 oct.1962, caietul II/2, p.139-150

347. NADAŞAN St.; HOROVITZ B.; BERNATH A.; SAFTA V.: Oboseala metalelor. Editura tehnică, Bucureşti, 1962

348. NADAŞAN St.: Rezistenţa materialelor, vol.IV. Introducere în noile calcule de rezistenţă. Ed.did.şi ped.Bucureşti,1963

349. NADASAN St.: Aspecte din dezvoltarea cercetarilor din Republica Populară Română asupra ruperii prin oboseală şi a ruperii fragile. A V-a consfătuire de sudură şi încercări de metale, Timişoara, p.5-22

350. NADASAN St. ş.a.: Mărirea rezistenţei la oboseală prin acoperiri electrolitice cu un aliaj Ni-Fe. A IV-a consfătuire de sudură şi încercări de metale, Timişoara, 12-15 oct. 1962, caietul II/2, p.151-159

351. NADASAN St.: Isledovanie ustalosti stalei v Rumînscoi Narodnoi Respublike. Iz : "Voprosî mehaniceskoi ustalosti" pod redakţiei S.V.Serensena. Izdatelstvo "Maşinostroienie" Moskva 1964, p.315-330

352. NEWMAN A.P.: The fatigue testing of welded structures. In : Metal Fatigue. Edited by J.A.Pope, London 1959, p.348-365

353. NIKOLSKII L.N.: Particularităţile calculului la durabilitate a construcţiilor cu amortizoare. Din : "Vestnik maşinostroieniia", 49, nr.11, nov.1969, p.9-12 (Documentare selectivă, I.D.T., Proiectarea modernă a maşinilor, Nr.4 1970, p.264-274)

354. O'BRIEN A.J.: Simulation of discrete stohastic loads. Uniciv Report No.R-54, September, 1969, University of New South Wales, Kenisington, N.S.W.Australia

355. ODING I.A.; IVANOVA V.S.: Fatigue of metals under contact friction. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.408-413

356. ODING I.A.; IVANOVA V.S.: Mehanizm zarojdeniia treşcin ustalosti v metallah i osobennosti ih razvitiia. Iz : "Voprosî mehaniceskoi ustalosti: pod redacţiei S.V.Serensena. Izdatelstvo "Maşinostroienie" Moskva 1964, p.239-265

357. ONICESCU O.; MIHOC Gh.; IONESCU TULCEA T.C.: Calculul probabilităţilor şi aplicaţii. Editura Academiei R.S.R., Bucureşti 1956

358. ONICESCU O.: Principiile teoriei probabilităţilor. Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1969

359. PALMGREN A. : Die Lebensdauer von Kugellagern. Zeitschrift V.D.I. Bd.68 (22 März 1924) p.339-341

360. PALMOV V.A.: Tonkie plitî pod deistviem şirokopolosnoi sluciainoi nagruzki. In : "Dinamica i procinosti maşin" Trudî L.P.I. No.252, 1965, p.97-106

361. PANTAZOPOL D.; GHEORGHE DUMITRU : O metodă grafo-analitică de determinare a diagramei Weibull-Alan-Plait în cazul unei împrăştieri mari a datelor experimentale. St.cercet. mec.apl., tom 31, Nr.2, 1972, p.443-450

362. PARHILOVSKII G.I.: Spectralnaia plotnosti paspredeleniia nerovnostei microprofilia dorog i kolebaniia avtomobilia. In : "Avtomobilnaia promîşlennosti" Nr.10, 1961, p.25-29

363. PARRY J.S.C.: Further results of fatigue under triaxial stress. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.132-137

364. PEMBERTON N.H.: Reporters' Introductions of Papers in London. Session 9 : Engineering and Industrial Significance of Fatigue. Railways, Marine Engines, Welding. In : Procee-

dings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.47-52

365. PERVOZVANSKII A.A.: Oţenki effekta linearizaţii normalnîm slucіainîm signalom. In : "Dinamika i procinosti maşin" Trudî L.P.I. No.252/1965, p.147-152

366. PETERSON R.E.; FELLOW B.S.: A method of estimating the fatigue strength of a member having a small ellipsoidal cavity. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.110-117

367. PETERSON R.E.: Fatigue craks and fracture surface - mechanics of development and visual appearance. In : Metal Fatigue. Edited by George Sinos ; J.L.Waisman. London 1959, p.68-86

368. PEVZNER Ia.M.; TIHONOV A.A.: Issledovanie statisticeskih svoistv microprofilia osnovnîh tipov avtomobilnîh dorog. Avtomobilnaia promîşlennosti, Nr.1, 1964, p.15-18

369. PING-CHUN WANG : Metode numerice şi matriciale în mecanica construcţiilor, cu aplicaţii la calculatoare (Traducere din l.engleză), Editura tehnică, Bucureşti, 1970

370. PISARENKO S.G.; TROSCENKO T.V.; GRIAZNOV A.B.: Ustalosti i statisticeskaia procinosti hrupkih metalokeramiceskih materialov. Iz : "Voprosî mehaniceskoi ustalosti" pod redacţiei S.V.Serensona. Izdatelstvo "Maşinostroenie" Moskva 1964, p.23-45

371. PISARENKO G.S., ş.a.: Ob ispîtanii na vînoslivosti predvaritelinuiu rastianutîh obrazţov, Zavodskaia Laboratoriia, vol.32, Nr.6, 1966, p.738-739

372. POCITENNII K.E.: O rasseianii dolgovecinosti pri ustalostnîh ispîtaniiah. Iz : "Mehaniceskaia ustalosti v statisticeskom aspekte", p.150-159. Izdatelstvo "Nauka" Moskva 1969

373. POKLEKOWSKI G.; SCHNEIDER W.: Ermittlung der statistischen Gesetzmässigkeit auftretender Betriebsbeanspruchungen. In : Stahl und Eisen, vol.81, 1964, Nr.9, p.542-

374. POMEY G.: Distrugerea prin oboseală a metalelor. Din : R.F.M. Revue francaise de mecanique, Franţa, Nr.27, 1968, p.43-47 (In : "Diagnosticarea ruperii prin oboseală a pieselor metalice", Culegeri de traduceri, I.D.T., Bucureşti 1970, p.118-124)

375. POPA St.; HILOHI C.: Incercarea automobilelor. Editura tehnică, Bucureşti, 1964

376. POPE J.A.: Theory of fatigue failure. In : Metal Fatigue. Edited by J.A.Pope, London 1959, p.3-23

377. POPE J.A.: Criteria of failure under complex stresses. In : Metal Fatigue. Edited by J.A.Pope, London 1959, p.24-54

378. POPE J.A.: Stress concentration factors. In : Metal Fatigue. Edited by J.A.Pope, London 1959, p.55-80

379. POPE J.A.: Residual stresses and their effect on fatigue. In: Metal Fatigue, Edited by J.A.Pope, London 1959, p.81-102

380. POPE J.A.: Cumulative damage in fatigue. In : Metal Fatigue. Edited by J.A.Pope, London 1959, p.103-112

381. POPE J.A.; BLOOMER N.T.: Statistics as applied to fatigue testing. In : Metal Fatigue. Edited by J.A.Pope, London 1959, p.113-134

382. POPINCEANU G.N.; MERTICARU V.: Contributions au calcul des assemblages soudés aux sollicitations statiques et à la fatigue, simples et composées, fondées sur des recherches expérimentales. Buletinul Institutului politehnic din Iaşi Serie nouă, Tom.XIV (XVIII), Fasc.3-4, 1968, p.515-525

383. POPOV A.A.,ş.a.: Studiul rezistenţei cadrului boghiurilor vagoanelor de marfă şi căile de reducere a greutăţii sale. (Traducere din l.rusă), Bucureşti, Editura căilor ferate, 1958

384. POREBSKI T.: Influence of the various shapes of stress spectra on fatigue strength of materials. Proc. of the Second Conference on Dimensioning and Strength Calculations

385. RABBE P.: Application des méthodes statistiques aux essais de fatigue. "Rev. franc. méc." 1971, Nr.37, p.37-46

386. RANCU N.; TOVISSI L.: Statistica matematică cu aplicaţii în producţie. Editura Academiei R.S.R. Bucureşti 1963

387. RAPIN P.: Une application a l'automobile de la technique des vibrations aléatoires. Revue Francaise de Mécanique, 1963, Nr.7 şi 8, p.27-34

388. RAPIN P.: Comportement d'un véhicule automobile soumis a des excitations aléa toires. Memoire présenté le 14 avril 1965, au Symposium IUTAM "Récents Progrès de la Mécanique des Vibrations Linéaires" p.51-58

389. RASER H.W.: Fatigue analysis and measurement of random loading. In : "Madayag F.A.: Metal fatigue : theory and design", New York, 1969, p.247-288

390. RATIU M.: Incercări la oboseală sub presiune de contact alternantă. Cercetări metalurgice, vol.7, 1965

391. RATIU M.: Despre degradarea suprafeţelor sub acţiunea unei presiuni de contact alternante. A V-a consfătuire de sudură şi încercări de metale, Timişoara, 1965, p.621-634

392. RATIU M.: Influenţa rigidităţii îmbinărilor sudate asupra spectrului solicitărilor. A VI-a consfătuire de sudură şi încercări de metale, Timişoara, 1969, p.67-86

393. RAUTU S.; BANUT V.: Direcţii de cercetare în proiectarea optimă a structurilor de rezistenţă. Studii şi cercetări de mecanică aplicată, tom 31, Nr.2, 1972, p.451-472

394. RETI P.: Hegesztett motorkerékpárszerkezetek vizsgálata dinamikus igénybevételekkel. Gép 1959, 11, évf. 1.sz. p.29-33

395. RETI P.: Caracterul şi influenţa dispersiei rezultatelor experimentale asupra construcţiei curbei Wöhler. A. IV-a consfătuire de sudură şi încercări de metale, Timişoara, 12-15 oct.1962, caietul II/2, p.161-182

396. RETI P.: Motorkerékpárvázak laboratóriumi és országúti vizsgálatai során szerzett tapasztalatok. Járművek, Mezőgazdasági Gépek 11. évfolyam, 1964, 1.szám, p.17-22

397. RICE O.S.: Mathematical Analysis of Random Noise. Bell System Technical Journal 23 ; 282-332 (1944) . 24 ; 46-156 (1945)

398. ROBSON J.D.; ROBERTS J.W.: A Theoretical Basis for the Practical Simulation of Random Motions. Journal Mechanical Engineering Science, vol.7, Nr.3, 1965, p.246-251

399. ROBSON J.D.: Basic theory of profile excitation. Sept.1967 - manuscris -

400. ROBSON J.D.: Deductions from the spectra of vehicle response due to road profile excitation. J.Sound Vib. (1968) 7 (2) p.156-158

401. ROBSON J.D.: Response of a vibratory system to imposed-displacement excitation. Int.J.mech.Sci.Pergamon Press, 1969 vol.11, p.519-524

402. ROBSON J.D.: Deductions from profile-excited random vibration response. Proceedings of the twelfth international congress of applied mechanics. Stanford University, August 1968, p.350-355 (Edited by M.Hetényi and W.G.Vincenti, N.Y. 1969)

403. ROBSON J.D.: The random vibration response of a system having many degrees of freedom. The Aeronautical Quarterly

404. ROMANOV M.F.: Vîiavlenie scrîtîh periodicinostei v prisutstvii korrelirovannîh șumov. In : "Dinamika i procinosti mașin" Trudî L.P.I. No.252/1965, p.140-

405. ROTKOP L.L.: Statisticeskiia metodî issledovanie na elektronnîh modeliiah. "Energhia"- Moskva, 1967

406. ROZANOV A.Iu.: Staționarnîie sluciainîe proțessî. Gosudarstvennoe izdatelstvo fisico-matematicescoi literaturî, Moskva, 1963

407. SACCHI G.: Formularea variațională a greutății minime a structurilor. Din : "Journal de Mécanique" Franța, 10, nr.1, mar.1971, p.5-11 (Documentare selectivă, I.D.T., Mecanică Nr.12/1971, p.1026-1033)

408. SANDOR L.A.,ș.a.: Vagonî. Construcția, teoria i rasciot. Moscova, Transportizdatelistvo, 1966

409. SAVANT J.C.: Calculul sistemelor automate. (Bazele proiectării sistemelor de reglare automată). Traducere din l.engleză (S.U.A.) Editura tehnică, București, 1967

410. SCHACHTER S.: Aplicații ale calculelor de oboseală la fiabilitatea de previziune. Din : "Revue Francaise de Mécanique" Franța, nr.34, Trim.III, 1970, p.9-14 (Documentare selectivă, I.D.T., Rezistența materialelor Nr.2/1971, p.157-167)

411. SCHIJVE J.: The endurance under program-fatigue testing. In: Full-Scale Fatigue Testing of Aircraft Structures. Proceedings of the symposium held in Amsterdam, june 1959. Edited by F.J.Plantema ; J.Schijve. Pergamon press.London 1961, p.41-60

412. SCHUETTE H.E.: Reporters' Introductions of Papers in New York. Session C-1 : Cumulative Damage, Statistical Aspect, Repeated Strain Cycling, Effect of Frequency. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.61-63

413. SCHWEER W.: Beanspruchungskollektive als Bemessungsgrundlage für Hüttenwerkskrane. In : "Stahl und Eisen" Nr.3, vol.84,1964 p.138-

414. SELIHOV F.A.; HLEBNIKOVA G.I.: Metodika statisticeskoi oțenki poroga ciuvstvitelinosti ustalostnoi doligovecinosti. Iz : "Mehaniceskaia ustalosti v statisticeskom aspekte" p.41-51 Izdatelistvo "Nauka" Moskva 1969

415. SENIK V.Ia.: Statisticeskaia obrabotka rezultatov ustalostnîh ispîtanii pri ogranicennoi baze. Zavodskaia Laboratoriia, vol.33, Nr.3/1967, p.336-339

416. SERENSEN S.V.: On the endurance of cast iron and steel under repeated loading of varying amplitude. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.310-316

417. SERENSEN S.V.; Kogaev P.V.; SNEIDEROVICI M.R.: Nesuşciaia sposobnosti i rasciotî detalei maşin na procinosti. Glava IV: Procinosti i osnovî pasciota pri nestaționarnîh peremennîh napriajeniiah. Izd. vtoroe, Maşghiz, Moskva 1963, p.208-224

418. SERENSEN S.V.: Nakoplenie ustalostnovo povrejdeniia pri nestaționarnoi napriajennosti. Iz : "Voprosî mehaniceskoi ustalosti" pod redacției S.V.Serensena. Izdatelistvo "Maşinostroenie" Moskva 1964, p.139-166

419. SERENSEN S.V.; KOGAEV P.V.: Veroiatnostnîe metodî rasciota na procinosti pri peremennîh nagryzkah. Iz : "Mehaniceskaia ustalosti v statisticeskom aspekte" p.117-134. Izdatelistvo "Nauka" Moskva 1969

420. SERENSEN S.V.: O statisticeskom aspekte procinosti pri peremennîh napriajenniiah. Iz : "Mehaniceskaia ustalosti v statisticeskom aspekte" p.3-11. Izdatelistvo "Nauka" Moskva 1969

421. SILAEV A.A.: Spektralnaia teoriia podressorivaniia transportnîh maşin. Maşghiz, Moskva 1963, 167 p.

422. SINES G.; WAISMAN J.L.: Metal Fatigue. Mc Graw-Hill Book Company, Londra, New York, 1959

423. SINES G.; WAISMAN J.L.: The problem of metal fatigue. In : Metal Fatigue, Edited by Georges Sines ; J.L.Waisman,London 1959, p.3-6

424. SLOBODIANUK V.Ia.: Metod i ustroistvo dlia proizvedenia neprerivnogo spectra nagruzok. Zavodskaia Laboratoriia, vol.33 Nr.1/1967, p.85-88

425. SMITS I.T.; SMITH A.D.; LAMBERT F.R.: Crest and Extremal Statistics of a Square-Law-Derived Random Process. The Journal of the Acoustical Society of America, vol.34, Nr. 12, Dec.1962, p.1859-1864

426. SORENSEN A.: A general theory of fatigue damage accumulation. Journal of Basic Engineering, Trans.A.S.M.E. Series D., vol.91, Nr.1, 1969, p.1-14

427. STAVE G.: Betrag zur Schnittkraftermittlung für symmetrische Drehgestell- und Starr-Rahmen. In : Glasers Annalen, Nr.6 şi Nr.11/1964

428. STEPNOV M.N.,ş.a.: K voprosu o forsirovanii ustalostnîh ispîtanii legkih splavov. Zavodskaia Laboratoriia, vol.33, Nr.3/1967, p.331-335

429. STEPNOV M.N.,ş.a.: O primenenii metoda Prot k ispîtaniiam legkih splavov na ustalosti. Zavodskaia Laboratoriia, vol.33, Nr.7, 1967, p.868-870

430. STEPNOV M.N.; SUHMIN A.Iu.: O primenenii uskorennîh metodov Prot i ENomoto dlia oţenki harakteristik ustalosti legkih splavov i ih rasseianiia. Iz: "Mehaniceskaia ustalosti v statisticeskom aspekte", p.81-91. Izdatelstvo "Nauka" Moskva 1969

431. STEFANOVICI G.Iu.; POJARIţKII N.L.; OSNOKOV A.V.; HRAMOV B.Iu; BURDASOV I.L.: K metodike opredelenia nagruzocinîh rejimov detalei avtomobilia. Iz : "Mehaniceskaia ustalosti v statisticeskom aspekte", p.160-169. Izdatelstvo :"Nauka", Moskva 1969

432. STUART D.R.: Introducere în analiza Fourier, cu aplicaţii în tehnică (traducere din l.engleză). Editura tehnică Bucuresti 1971

433. SVESNIKOV A.A.: Prikladnîie metodî teorii sluciainîh funcţii. Sudprom GIZ, Leningrad, 1961

434. SASIN M.Ia.; BUZUEV Iu.A.: O povrejdenii metalla na raznîh stadiiah ustalostnogo proţessa. Zavodsk. Laboratoriia, Nr.1 (40) 1974, p.86-88

435. SKOLNIK L.M.M.: Skorosti rosta treşcin i jivucesti metalla "Metallurghia", 1975

436.x) TAYLOR G.I.: Diffusion by continous movements. Proc.Lond. Math. Soc.(2), 20, 196-212/1920

437. TAYLOR J.: Fatigue loading actions on transport aircraft.In : "Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals", London 1956, p.650-657

438. TAYLOR J.: Fatigue loads and their effect on aircraft structures. In : Metal Fatigue. Edited by J.A.Pope, London 1959, p.308-320

439. THOMSON W.T.; BARTON M.V.: The response of mechanical systems to random excitation. J.of Appl.Mech., vol.24, Nr.3, 1957 p.248-251

440. TRUFIAKOV I.V.: Ustalosti i hrupkoe razruşenie svarnîh soedinenii. Iz : "Voprosî mehaniceskoi ustalosti" pod redacţiei C.V.Serensena. Izdatelstvo "Maşinostroenie" Moskva 1964, p.46-56

441. UJIK V.G.: Hrupkoe razruşenie pri peremennîh nagruskah. Iz : "Voprosî mehaniceskoi ustalosti" pod redacţiei S.V. Serensena. Izdatelstvo "Maşinostroenie" Moskva 1964. p.7-22

442. UMANSKII Ia.S.,ş.a.: Zavisimosti ustalostnoi procinosti ot poverhnostnogo uprocinenia metallov. Metallovedenie,Nr.3, 1970, p.29-31

443. URSU C.: Dinamica materialului rulant de cale ferată. Editura I.P.T., 1967

444. USHER Th.: Average Control for Sinusoidal and Random Vibration Testing. The Journal of the Acoustical Society of America, vol.41, Nr.4/1967, p.840-845

445. UZHIK G.V.: Mechanical aspect of size effect on fatigue of metals. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.222-225

446. VAGAPOV D.A.: Statisticeskie i deterministskie zakonomernosti ustalosti i vozmojnost ih modelirovaniia. Iz :"Voprosî mehaniceskoi ustalosti" pod redacţiei C.V.Serensena Izdatelstvo "Maşinostroenie" Moskva 1964, p.101-138

447. VALLAT P.: "Caravelle complete structure fatigue tests development and analysis. In : Full-Scale Fatigue Testing of Aircraft Structures. Proceedings of the symposium held in Amsterdam, june 1959. Edited by F.J.Plantema ; J. Schijve, Pergamon press, London, 1961, p.278-310

448. VAN. F.F.: Şocuri şi vibraţii la nave. In : C.M.Harris; C.E. Crede : Şocuri şi vibraţii. Editura tehnică, Bucureşti, 1969, cap.46, p.362-398

449. V D.NEY.R .... Kolebaniia avtomobilia i dvigatelia (..A. .D..Y.. : Schwingungen des Kraftfahrzeuges und der motoren) Avtotransizdat, Moskva, 1959, 142 pag.

450. VIGN.S .: Izmereniia, tehniceskie ustoviia i metodî ispîtanii. In : S.Krendoll : Sluciainîe kolebaniia. Izd. "Mir" Moskva 1967, Glava 6, p.211-261

451. VINOGUROV I.V.: Vagoane (traducere din l.rusă). Editura tehnică a transporturilor, Bucureşti, 1951

452. VOLKOV D.S.: Statisticeskaia teoriia procinosti. Maşghiz, Moskva 1960

453. VORONTOVA N.I.; .. ..B.; LUN.V I.S.; O.NOKOV V.A.; STEPANCV... Iu.S.: Tenzometrirovanie detalei avtomobilia. Moskva, Maşghiz, 1962

454. WAD. A.R.; ....I. P.: Very high-speed fatigue testing. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.361-369

455. WECK R.: The fatigue problem in welded construction. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.704-712

456. WHITMAN J.G.: Fatigue properties of welds. In : Metal Fatigue Edited by J.A.Pope, London 1959, p.295-307

457.x) WIENER N.: Generalized harmonic analysis. Acta Math.55, 117-258/1930

458. WIK ORTH .J.: The fatigue testing of aircraft structures. In : Full-Scale Fatigue Testing of Aircraft Structures. Proceedings of the symposium held in Amsterdam, june 1959. Edited by F.J.Plantema ; J.Schijve. Pergamon press.London, 1961, p.210-232

459. WOOD W.A.: Failure of metals under cyclic strain. In : Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, London 1956, p.531-534

460. ZADEH L.; RAGAZZINI J.R.: An Extension of Wiener's Theory of Prediction, Journ. of Appl.Physics, vol.21, 1950

461. YEN Ch.S.: Interpretation of fatigue data. In : Metal Fatigue. Theory and Design, edited by Madayag A.F., John Wiley and Sons Inc., New York 1969, p.107-139

BUPT

462. YEN Ch.S.: Fatigue statistical analysis. In : "Madayag F.A.: Metal fatigue: theory and design" New York, 1969, p.140-169

463. YOKOBORI T.: Unified Engineering Theory of Metal Fatigue. The Technology Reports of the Tohoku University, vol.27 (1963), Nr.2, March, p.143-163

464. YOKOBORI T.; MASATAKE N.: Fatigue Crack Propagation in the High Hardened Steel. Reports of the Research Institute for Strength and Fracture of Materials. Tohoku University vol.2, Nr.2, December 1966, p.29-44

465. YOKOBORI T.; MASAHIRO I.: Effect of Elastic-Plastic Stress Distribution near the Crack Tip on the Nucleation Theory of Fatigue Crack Propagation. The Research Institute for Streangth and Fracture of Materials. Tohoku University, vol.4, Nr.2, December 1968, p.45-53

466. YOKOBORI T.; ASAMICHI K.; MASAHIRO I.: A criterion for Unstable Elastic-Plastic Fracture Based on Energy Balance Considerations. The Research Institute for Strength and Fracture of Materials. Tohoku University, vol.4, Nr.1, October 1968, p.1-10

467. YOKOBORI T.; NAMBU M.; TAKEUCHI N.: On the initiation and propagation of fatigue crack. Proc. 3rd. Conference on Dimensioning, Budapest 1968, p.321-332

468. YOKOBORI T.; KAWAGISHI M.; YOSHIMURA T.: Kinetic aspects of fatigue crack propagation. Proceedings of the Second International Conference on Fracture. Brighton, April 1969, p.803-811

469. YOUNG L.: Fatigue analyses. In : "Madayag F.A.: Metal fatigue theory and design" New York, 1969, p.339-370

470. x x x : The Institution of Mechanical Engineers. The American Society of Mechanical Engineers. Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals. London Sept.1956, New York, Nov.1956

471. x x x : The Weibull distribution function for fatigue life. Materials research et standards, May 1962, p.405-411

472. x x x : Norme pentru calculul de rezistenţă şi proiectarea părţii mecanice a vagoanelor noi şi modernizate pentru calea ferată cu ecartament de 1524 mm, elaborate de Institutul unional de cercetări ştiinţifice căi ferate, Moscova 1966

473. x x x : Regulament de exploatare tehnică C.F.R.

474. x x x : Standardisation de vagons. Report B.12/RP 14/F Utrecht, Protocol C.... 1967

Lucrările notate cu x) nu au fost cercetate de autor.

COMPLETARE - BIBLIOGRAFIE

Necesităţi de prezentare a unor noţiuni generale ale tezei precum şi publicarea ulterioară redactării a unor lucrări de către autor, au impus completarea formei iniţiale a bibliografiei, redată în continuare.

475. NICOLAENCO A.N.: Veroiatnostnîe metodî dinamiceskovo rasciota masinostroitelnîh construcţii. Izdatelistvo "Maşinostroenie", Moskva, 1967

476. IFRIM M.: Analiza dinamică a structurilor şi inginerie seismică. Editura did.şi ped.Bucureşti, 1973

477. IFRIM M.; DOBRESCU Al.: Aplicaţii în analiza dinamică a structurilor şi inginerie seismică. Edit.did.şi ped.Bucureşti, 1974

478. BOLOTIN V.V.: Primenenie metodov teorii veroiatnostei i teorii nadejdosti v rasciotah seorujenii. Moskva, 1971

479. PUGACIEV V.S.: Teoria sluciainîh funcţii. F.M., Moskva, 1962

480. BOLDEANTU L.; DOBRE I.: Analiza statistică a spectrelor de solicitări ale maşinilor de ridicat şi transportat. Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a I.P.T. din 26-28 oct. 1974

481. DOBRE I.: Aproximarea funcţiilor de autocorelaţie întîlnite în dinamica vehiculelor. Lucrare prezentată la sesiunea ştiinţifică a I.P.T. din 26-28 oct.1974

482. DOBRE I.: Metode statistice în studiul vibraţiilor. Referat pentru doctorat, 1972, 130 pag. Biblioteca catedrei de Mecanică şi rezistenţa materialelor.

483. DOBRE I.: Stand şi metodă pentru încercarea la vibraţii şi durabilitate a structurilor de vehicule. Dosar OSIM 83911/14.XI.1975

484. BOLDEANTU L.; DOBRE I.; BALOGH I.: Stand pentru încercarea la rezonanţă a structurilor de rezistenţă. Dosar OSIM 83913/14.XI.1975

485. DOBRE I.; DOBRE S.: Wahrscheinlichkeitsanalyse betreffend die Überschreitungen der bezugsniveaus bei aleatorischen beanspruchungen. Publicată în lucrările "Sesiunii ştiinţifice jubiliare" a Şcolii superioare tehnice din BRNO-R.S.Cehoslovacia, 9-13 iunie 1975, p.1-4

486. DOBRE I.: Untersuchungen über die dauerhaltbarkeit von dünwandigen geschweissten rohren aus weichstahl. Publicată în lucrările "Sesiunii ştiinţifice jubiliare" a Şcolii superioare tehnice din BRNO-R.S.Cehoslovacia, 9-13 iunie 1975, p.1-4

487. DOBRE I.: Contributions to the study of the variance of the linear oscillator response when excited by an ergodic and stationary random process. Buletinul I.P.T., Seria matematică, Tom 20(34), Fasc.1/1975, p.27-28

488. DOBRE I.: Caracteristici statistice ale răspunsului sistem lor oscilante la excitaţii aleatoare. Lucrările conferi ţei "Vibraţii în construcţia de maşini" Timişoara 31.X. 1975, vol.II, p.147-156

489. DOBRE I.: Asupra mişcărilor oscilatorii ale unui şasiu de vehicul redus la un model cu trei grade de libertate. Lucrările conferinţei "Vibraţii în construcţia de maşini", Timişoara 31.X.1975, vol.II, p.157-166

490. HAUTU G.; BANUT V.: Statica construcţiilor. Editura did.şi pedagogică, Bucureşti, 1973

491. RADU AGENT : Sisteme reticulare nedeterminate. Editura tehn că, Bucureşti, 1970

492. GHEORGHIU ALEX.: Statica construcţiilor, vol.II. Structuri static nedeterminate. Editura tehnică, Bucureşti, 1965

493. GHEORGHIU ALEX.: Concepţii moderne în calculul structurilor Editura tehnică, Bucureşti, 1975

494. SILAS GH.: Mecanică. Vibraţii mecanice. Editura did.şi peda Bucureşti, 1968

495. SILAS GH.; RADOI M.; BRINDEU L.; KLEPP H.; HEGEDÜS A.: Culegere de probleme de vibraţii mecanice. Editura tehnică, Bucureşti, vol.I/1967 ; vol.II/1973

496. SILAS GH.; BRINDEU L.: Metoda de aproximare pentru studiul vibraţiilor tranzitorii în sisteme liniare. Lucrările co ferinţei "Vibraţii în construcţia de maşini" Timişoara, 1975, Partea II-a, p.439-442

497. GROMANU I.: Studiul dinamicii unor agregate cu legături ela tice neliniare şi raport de transmisie variabil. Lucrări conferinţei "Vibraţii în construcţia de maşini" Timişoar 1975, Partea I-a, p.221-226

498. CIOCLOV D.: Rezistenţa şi fiabilitateala solicitări variabi le. Editura Facla, 1975

499. SPATARU AL.: Teoria transmisiunii informaţiei. Semnale şi pe turbaţii. Editura tehnică, Bucureşti, 1966

500. SEBASTIAN L.: Automatica. Editura did.şi pedag., Bucureşti, 1973

501. LENING Dj.H.; BETTIN R.G.: Slucialnîe proţessî v zadaciah av tomaticeskovo upravlenia, I.L., Moskva 1958

502. MANGERON D.I.; CHIRIACESCU S.T.: Reprezentarea intrare-stare ieşire în teoria vibraţiilor sistemelor liniare. Lucrări conferinţei "Vibraţii în construcţia de maşini" Timişoara 1975, Partea II-a, p.279-286

503. BUZDUGAN GH.; FETCU L.; RADES M.: Vibraţiile sistemelor mec nice. Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1975

504. OLARIU V.: Vibraţiile neliniare cu 9 grade de libertate ale autovehiculelor. Lucrările conferinţei "Vibraţii în con strucţia de maşini" Timişoara, 1975, Partea II-a, p.311-3

505. DEUTSCH I.; OLARIU V.; TOFAN M.: Influenţa vibraţiilor caro seriei asupra reacţiunilor dinamice ale autovehiculelor la deplasarea în curbă. Lucrările conferinţei "Vibraţii în construcţia de maşini", Timişoara, 1975, Partea I-a, p.141 146

BOLEANTU L.; DOBRE I.; DUMITRIU A.: Étude de paramètres statistiques des caractéristiques mécaniques aux charges d'acier pour béton au profile variable. Studii şi cercetări de metalurgie, Editura Academiei, 1969

BOLEANTU L.; DOBRE I.: Die Wahrscheinlichkeitsberechnung des Masstabfaktors in der untersuchung der statischen Festigkeitswerte von stählen. Publicată în lucrările "Sesiunii ştiinţifice jubiliare" a Şcolii superioare tehnice din R.S.Cehoslovacia, p.1-12

DOBRE I.: New elements concerning the response of oscillator systems subjected to random excitations in the correlation theory. In curs de publicare la Buletinul I.P.T...

MITRACHE M.: Modelarea transmisiei de autovehicule pentru determinarea funcţiilor de transfer al influenţei perturbaţiilor aleatoare din partea drumului şi perturbaţiilor deterministe din partea motorului asupra solicitărilor din transmisie. Lucrările conferinţei "Vibraţii în construcţia de maşini", Timişoara, 1975, p.295-304

DOBRE I.: Caracteristici numerice privind analiza sistemelor elastice supuse excitaţiilor stohastice staţionare. In lucrările : "Cel de-al II-lea Simpozion de Mecanisme şi Transmisii Mecanice" (M.T.M.) Reşiţa 1976, p.1475-1480

1. DOBRE I.: Consideraţii noi privind degradarea cumulativă a metalelor sub acţiunea sarcinilor variabile.
ASIT Braşov 1976

2. HALCHINI C.; BURLACU C.: Incercarea electrotensometrică a boghiului Y25-Cs. Protocol elaborat de Institutul de studii şi cercetări transporturi pentru G.U.C.V.Arad, în 1972

3. DOBRE I.: Statistica spectrelor de deformaţii măsurate prin tensometrie. In pregătire pentru "Conferinţa de tensometrie" Iaşi 1977

Anexa Nr.1 Valorile numerice ale înălţimilor microprofilelor căilor de rulare (drumurilor) studiate, care au stat la baza determinării funcţiilor de autocorelaţie

Tabelul A.1.1. : Profilul Nr.I (n = 301)

Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)
1.	3,15	46.	21,72	91.	25,72	136.	27,14	181.	33,14
2.	3,57	47.	22,84	92.	25,68	137.	27,38	182.	34,00
3.	3,76	48.	23,66	93.	25,14	138.	27,50	183.	33,75
4.	4,00	49.	24,52	94.	24,75	139.	27,30	184.	33,00
5.	4,49	50.	25,08	95.	24,12	140.	26,80	185.	31,20
6.	4,86	51.	25,72	96.	23,43	141.	25,72	186.	30,00
7.	5,51	52.	26,11	97.	23,05	142.	25,00	187.	27,48
8.	6,12	53.	26,40	98,	22,60	143.	24,00	188.	25,00
9.	6,50	54.	26,56	99.	22,21	144.	23,21	189.	22,48
10.	6,86	55.	26,56	100.	21,81	145.	22,58	190.	20,50
11.	7,14	56.	26,57	101.	21,43	146.	22,00	191.	19,43
12.	7,56	57.	26,50	102.	20,84	147.	21,12	192.	19,31
13.	7,85	58.	26,60	103.	20,21	148.	20,48	193.	19,30
14.	8,24	59.	26,60	104.	19,76	149.	19,66	194.	19,68
15.	8,42	60.	26,55	105.	19,12	150.	18,98	195.	20,98
16.	8,57	61.	26,57	106.	18,57	151.	18,57	196.	23,72
17.	9,12	62.	26,75	107.	18,30	152.	18,69	197.	25,68
18.	9,50	63.	27,00	108.	18,25	153.	18,75	198.	27,32
19.	9,72	64.	27,42	109.	18,72	154.	19,12	199.	28,78
20.	9,84	65.	27,86	110.	19,71	155.	19,50	200.	30,52
21.	10,00	66.	28,57	111.	22,86	156.	20,00	201.	31,43
22.	10,36	67.	29,21	112.	23,91	157.	20,75	202.	32,04
23.	10,70	68.	29,62	113.	25,02	158.	21,24	203.	32,00
24.	11,22	69.	29,78	114.	25,47	159.	21,62	204.	31,76
25.	11,68	70.	30,00	115.	25,60	160.	22,08	205.	31,00
26.	12,57	71.	30,00	116.	25,72	161.	22,56	206.	30,00
27.	13,12	72.	30,00	117.	25,48	162.	22,40	207.	25,00
28.	13,88	73.	30,00	118.	24,72	163.	21,92	208.	22,30
29.	14,75	74.	29,81	119.	23,68	164.	21,36	209.	21,52
30.	15,38	75.	29,00	120.	22,50	165.	20,66	210.	24,20
31.	15,72	76.	27,94	121.	21,14	166.	20,00	211.	36,28
32.	16,02	77.	26,09	122.	20,62	167.	19,62	212.	39,48
33.	15,92	78.	25,31	123.	20,00	168.	19,14	213.	42,56
34.	15,90	79.	24,82	124.	19,38	169.	18,64	214.	44,82
35.	15,82	80.	24,30	125.	18,87	170.	18,52	215.	46,20
36.	15,72	81.	23,72	126.	18,57	171.	18,57	216.	47,14
37.	15,70	82.	23,60	127.	19,12	172.	19,18	217.	46,82
38.	15,75	83.	23,51	128.	20,56	173.	20,14	218.	45,77
39.	15,75	84.	23,55	129.	22,31	174.	21,20	219.	44,00
40.	15,90	85.	23,82	130.	23,48	175.	22,64	220.	40,68
41.	16,00	86.	24,29	131.	24,29	176.	24,29	221.	38,00
42.	16,52	87.	24,53	132.	24,88	177.	25,42	222.	35,12
43.	17,46	88.	25,00	133.	25,62	178.	27,25	223.	32,50
44.	18,50	89.	25,42	134.	26,60	179.	28,86	224.	31,00
45.	20,25	90.	25,67	135.	26,75	180.	31,35	225.	30,28

Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)
226.	30,00	241.	38,56	256.	49,43	271.	42,86	286.	44,28
227.	30,00	242.	38,08	257.	49,82	272.	43,18	287.	43,36
228.	30,96	243.	37,82	258.	50,00	273.	43,66	288.	42,18
229.	33,12	244.	37,64	259.	49,86	274.	44,00	289.	40,89
230.	36,92	245.	38,00	260.	49,62	275.	44,48	290.	39,22
231.	40,86	246.	38,57	261.	49,43	276.	44,86	291.	38,57
232.	42,74	247.	39,50	262.	48,72	277.	45,06	292.	38,62
233.	44,00	248.	40,72	263.	47,91	278.	45,42	293.	38,57
234.	45,00	249.	42,00	264.	46,95	279.	45,50	294.	38,60
235.	45,64	250.	43,61	265.	45,80	280.	45,62	295.	38,60
236.	46,00	251.	44,86	266.	44,86	281.	45,71	296.	38,57
237.	45,72	252.	45,80	267.	44,18	282.	45,60	297.	38,57
238.	45,00	253.	46,98	268.	43,65	283.	45,48	298.	38,50
239.	43,00	254.	47,86	269.	43,38	284.	45,00	299.	38,52
240.	40,26	255.	48,68	270.	43,08	285.	44,67	300.	38,57
								301.	38,57

Tabelul A.1.2. : Profilul Nr.II (n = 401)

Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)
1.	8,16	32.	10,78	63.	12,58	94.	22,83	125.	32,11
2.	8,16	33.	10,84	64.	12,41	95.	23,51	126.	31,82
3.	8,14	34.	10,91	65.	12,02	96.	24,54	127.	31,44
4.	8,16	35.	10,98	66.	11,80	97.	25,00	128.	30,85
5.	8,16	36.	11,07	67.	11,38	98.	25,78	129.	30,54
6.	8,16	37.	11,24	68.	10,94	99.	26,53	130.	30,25
7.	8,52	38.	11,48	69.	10,67	100.	26,74	131.	30,00
8.	8,79	39.	11,64	70.	10,51	101.	26,36	132.	30,00
9.	9,00	40.	11,96	71.	10,34	102.	26,00	133.	30,00
10.	9,27	41.	12,16	72.	10,18	103.	25,42	134.	30,00
11.	9,62	42.	11,93	73.	10,06	104.	25,12	135.	30,00
12.	10,12	43.	11,74	74.	10,02	105.	24,85	136.	30,00
13.	10,75	44.	11,51	75.	10,00	106.	24,54	137.	30,13
14.	11,34	45.	11,38	76.	9,98	107.	24,38	138.	30,42
15.	11,78	46.	11,07	77.	10,01	108.	24,16	139.	30,78
16.	12,16	47.	11,05	78.	10,07	109.	24,06	140.	31,05
17.	12,54	48.	11,08	79.	10,42	110.	24,02	141.	31,46
18.	12,66	49.	11,27	80.	10,74	111.	23,81	142.	31,37
19.	12,75	50.	11,54	81.	11,80	112.	24,00	143.	31,03
20.	12,64	51.	11,80	82.	12,32	113.	24,28	144.	30,75
21.	12,53	52.	12,29	83.	13,04	114.	24,86	145.	30,18
22.	12,49	53.	12,84	84.	13,75	115.	25,72	146.	30,00
23.	12,18	54.	13,58	85.	14,86	116.	27,45	147.	30,00
24.	11,78	55.	14,47	86.	15,44	117.	28,00	148.	30,00
25.	11,46	56.	14,71	87.	16,00	118.	28,67	149.	30,00
26.	11,07	57.	14,92	88.	16,85	119.	29,58	150.	30,00
27.	11,00	58.	14,95	89.	17,68	120.	31,14	151.	30,00
28.	10,94	59.	14,74	90.	18,87	121.	32,91	152.	30,21
29.	10,87	60.	14,21	91.	19,81	122.	32,85	153.	30,48
30.	10,75	61.	13,62	92.	20,52	123.	32,52	154.	30,79
31.	10,71	62.	13,30	93.	21,54	124.	32,35	155.	31,57

Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)
156.	32,91	205.	33,11	254.	35,85	303.	29,11	352.	30,00
157.	33,21	206.	33,28	255.	35,53	304.	27,42	353.	30,08
158.	33,12	207.	33,70	256.	35,10	305.	26,18	354.	30,15
159.	32,77	208.	34,27	257.	34,72	306.	25,63	355.	30,41
160.	32,00	209.	35,81	258.	34,56	307.	25,39	356.	30,73
161.	30,73	210.	37,72	259.	34,67	308.	24,76	357.	30,81
162.	30,48	211.	38,37	260.	34,75	309.	24,48	358.	31,00
163.	30,11	212.	38,31	261.	35,10	310.	24,29	359.	31,12
164.	30,00	213.	38,17	262.	35,32	311.	23,45	360.	31,41
165.	30,27	214.	37,78	263.	35,47	312.	23,07	361.	31,82
166.	30,73	215.	37,49	264.	35,71	313.	22,85	362.	32,25
167.	31,05	216.	37,28	265.	35,68	314.	22,67	363.	32,51
168.	31,67	217.	36,84	266.	35,82	315.	22,70	364.	32,76
169.	32,45	218.	36,62	267.	35,94	316.	22,72	365.	33,24
170.	33,03	219.	36,37	268.	35,96	317.	22,49	366.	34,00
171.	33,64	220.	35,96	269.	36,01	318.	22,02	367.	34,31
172.	33,57	221.	35,82	270.	36,18	319.	21,59	368.	34,58
173.	33,51	222.	35,61	271.	36,55	320.	21,32	369.	34,86
174.	33,49	223.	35,53	272.	36,61	321.	21,26	370.	35,27
175.	33,41	224.	35,50	273.	36,82	322.	21,50	371.	35,82
176.	33,28	225.	35,48	274.	37,03	323.	21,94	372.	35,97
177.	33,00	226.	35,46	275.	37,16	324.	22,87	373.	36,12
178.	32,92	227.	35,40	276.	37,64	325.	23,71	374.	36,48
179.	32,87	228.	35,38	277.	37,85	326.	25,23	375.	36,71
180.	32,87	229.	35,42	278.	38,24	327.	27,53	376.	37,28
181.	32,91	230.	35,44	279.	38,51	328.	28,97	377.	37,50
182.	32,98	231.	35,46	280.	38,86	329.	29,48	378.	38,23
183.	33,07	232.	35,54	281.	39,10	330.	28,82	379.	38,81
184.	33,35	233.	36,00	282.	38,83	331.	28,18	380.	39,64
185.	33,46	234.	36,71	283.	38,69	332.	27,54	381.	40,92
186.	33,64	235.	37,58	284.	38,49	333.	27,00	382.	41,48
187.	34,12	236.	38,01	285.	38,26	334.	26,50	383.	42,08
188.	34,48	237.	38,00	286.	38,01	335.	25,96	384.	42,07
189.	34,87	238.	37,78	287.	37,95	336.	25,63	385.	43,09
190.	35,29	239.	37,26	288.	37,81	337.	25,38	386.	43,83
191.	35,82	240.	35,81	289.	37,69	338.	25,11	387.	44,21
192.	35,68	241.	36,55	290.	37,65	339.	25,00	388.	45,03
193.	35,57	242.	36,68	291.	37,64	340.	24,96	389.	46,50
194.	35,00	243.	36,94	292.	37,68	341.	24,90	390.	48,26
195.	34,42	244.	37,48	293.	37,75	342.	25,00	391.	51,48
196.	33,64	245.	37,69	294.	37,82	343.	25,07	392.	52,07
197.	33,50	246.	38,01	295.	37,91	344.	25,26	393.	52,91
198.	33,18	247.	38,14	296.	38,01	345.	25,52	394.	53,55
199.	33,02	248.	38,22	297.	38,11	346.	25,62	395.	54,00
200.	33,00	249.	37,96	298.	38,17	347.	26,84	396.	54,39
201.	32,91	250.	37,57	299.	38,00	348.	27,91	397.	54,49
202.	33,00	251.	37,28	300.	37,53	349.	29,38	398.	54,47
203.	33,04	252.	36,82	301.	36,92	350.	29,95	399.	54,44
204.	33,05	253.	36,37	302.	35,28	351.	30,00	400.	54,41
								401.	54,39

Tabelul A.1.3.: Profilul Nr.III (n = 761)

Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)
1.	60,02	54.	42,56	107.	25,42	160.	30,00	213.	25,02
2.	58,67	55.	41,50	108.	25,25	161.	29,44	214.	25,24
3.	57,36	56.	40,00	109.	25,11	162.	29,00	215.	25,52
4.	56,00	57.	38,76	110.	25,36	163.	28,22	216.	25,80
5.	55,24	58.	37,14	111.	25,44	164.	27,39	217.	26,11
6.	54,56	59.	35,42	112.	26,03	165.	27,48	218.	26,75
7.	54,22	60.	34,08	113.	27,42	166.	27,26	219.	27,28
8.	53,58	61.	33,45	114.	28,87	167.	26,77	220.	28,00
9.	53,00	62.	33,86	115.	30,36	168.	26,47	221.	29,08
10.	52,86	63.	35,28	116.	31,99	169.	26,02	222.	29,57
11.	52,74	64.	36,14	117.	32,58	170.	25,75	223.	30,42
12.	52,41	65.	37,00	118.	33,36	171.	25,44	224.	31,17
13.	51,96	66.	37,45	119.	34,00	172.	24,40	225.	32,11
14.	51,57	67.	37,92	120.	34,67	173.	25,36	226.	33,45
15.	51,32	68.	38,28	121.	34,90	174.	25,36	227.	34,67
16.	50,92	69.	38,30	122.	35,51	175.	25,40	228.	35,78
17.	50,77	70.	38,20	123.	36,28	176.	25,44	229.	36,82
18.	50,64	71.	38,18	124.	37,11	177.	25,53	230.	38,41
19.	50,75	72.	37,82	125.	38,69	178.	25,68	231.	40,00
20.	50,89	73.	37,68	126.	40,00	179.	25,96	232.	41,06
21.	50,92	74.	37,43	127.	40,38	180.	26,04	233.	42,68
22.	51,02	75.	37,21	128.	40,36	181.	26,17	234.	43,74
23.	51,05	76.	37,09	129.	40,25	182.	27,00	235.	44,12
24.	51,00	77.	36,42	130.	40,12	183.	27,52	236.	44,37
25.	51,00	78.	35,57	131.	40,00	184.	28,14	237.	44,08
26.	50,92	79.	34,85	132.	40,00	185.	29,06	238.	43,50
27.	50,72	80.	33,76	133.	40,00	186.	30,17	239.	42,42
28.	50,54	81.	32,72	134.	40,00	187.	30,84	240.	41,10
29.	50,38	82.	31,55	135.	40,00	188.	31,57	241.	40,00
30.	50,06	83.	30,00	136.	40,00	189.	32,18	242.	37,89
31.	49,83	84.	28,67	137.	39,77	190.	32,61	243.	34,92
32.	49,28	85.	27,25	138.	39,45	191.	32,72	244.	31,67
33.	48,77	86.	26,17	139.	39,00	192.	32,06	245.	28,92
34.	48,21	87.	26,14	140.	38,47	193.	30,47	246.	27,26
35.	47,53	88.	26,00	141.	38,18	194.	28,94	247.	27,00
36.	46,92	89.	26,00	142.	38,12	195.	27,62	248.	27,12
37.	46,12	90.	26,12	143.	38,04	196.	26,53	249.	34,11
38.	45,68	91.	26,17	144.	38,00	197.	25,18	250.	36,52
39.	45,32	92.	27,00	145.	38,00	198.	23,06	251.	38,82
40.	44,88	93.	28,88	146.	37,82	199.	21,32	252.	38,46
41.	44,37	94.	33,54	147.	37,71	200.	20,47	253.	38,75
42.	44,32	95.	35,61	148.	37,49	201.	19,98	254.	39,00
43.	44,40	96.	36,36	149.	37,04	202.	20,04	255.	39,18
44.	44,35	97.	36,18	150.	36,75	203.	20,30	256.	39,27
45.	44,37	98.	35,00	151.	36,36	204.	20,64	257.	39,02
46.	44,37	99.	33,48	152.	35,42	205.	21,08	258.	38,86
47.	44,37	100.	31,76	153.	34,75	206.	21,80	259.	38,37
48.	44,35	101.	29,81	154.	33,96	207.	22,16	260.	37,12
49.	44,30	102.	28,94	155.	33,12	208.	22,78	261.	36,36
50.	44,32	103.	27,65	156.	32,72	209.	23,44	262.	34,68
51.	44,37	104.	26,89	157.	32,02	210.	23,82	263.	33,04
52.	44,00	105.	26,23	158.	31,47	211.	24,35	264.	31,11
53.	43,32	106.	25,44	159.	30,77	212.	24,68	265.	29,89

Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)
266.	29,08	319.	49,89	372.	52,46	425.	63,89	478.	74,23
267.	27,67	320.	51,27	373.	51,84	426.	65,12	479.	73,56
268.	24,32	321.	53,83	374.	51,48	427.	65,68	480.	73,00
269.	21,92	322.	55,72	375.	51,05	428.	66,33	481.	72,76
270.	19,78	323.	57,00	376.	50,92	429.	67,02	482.	72,70
271.	18,89	324.	57,85	377.	51,63	430.	68,00	483.	72,64
272.	17,68	325.	58,84	378.	53,78	431.	69,12	484.	72,61
273.	16,56	326.	59,66	379.	58,12	432.	69,93	485.	72,69
274.	15,74	327.	59,87	380.	58,75	433.	70,84	486.	72,76
275.	15,00	328.	60,48	381.	59,00	434.	72,04	487.	72,78
276.	14,52	329.	61,37	382.	58,96	435.	73,35	488.	72,84
277.	15,00	330.	62,00	383.	58,57	436.	75,67	489.	72,96
278.	16,48	331.	62,57	384.	57,47	437.	76,69	490.	72,91
279.	19,56	332.	63,00	385.	56,14	438.	78,00	491.	72,78
280.	23,12	333.	63,52	386.	54,56	439.	79,11	492.	72,31
281.	25,80	334.	64,00	387.	52,77	440.	79,87	493.	71,75
282.	26,52	335.	64,76	388.	49,63	441.	80,77	494.	70,63
283.	27,26	336.	65,48	389.	46,81	442.	81,25	495.	69,92
284.	27,84	337.	65,92	390.	43,72	443.	81,92	496.	69,85
285.	28,50	338.	67,08	391.	40,00	444.	82,57	497.	69,77
286.	29,08	339.	68,75	392.	40,00	445.	82,97	498.	69,62
287.	29,42	340.	70,00	393.	40,00	446.	83,68	499.	69,54
288.	29,71	341.	72,76	394.	39,84	447.	83,85	500.	69,36
289.	30,18	342.	72,67	395.	39,80	448.	84,42	501.	69,12
290.	30,84	343.	72,54	396.	40,00	449.	84,78	502.	68,04
291.	31,63	344.	72,50	397.	40,51	450.	85,22	503.	67,38
292.	32,14	345.	72,47	398.	40,87	451.	85,50	504.	65,84
293.	32,95	346.	72,40	399.	41,38	452.	85,46	505.	64,35
294.	33,57	347.	72,48	400.	42,39	453.	85,38	506.	63,66
295.	34,28	348.	72,50	401.	42,91	454.	85,07	507.	63,21
296.	34,90	349.	72,54	402.	43,25	455.	84,32	508.	63,02
297.	35,32	350.	72,68	403.	43,77	456.	84,04	509.	62,78
298.	35,73	351.	72,76	404.	44,25	457.	83,76	510.	62,27
299.	36,02	352.	73,04	405.	44,58	458.	83,64	511.	61,84
300.	36,25	353.	73,42	406.	45,10	459.	83,71	512.	60,79
301.	36,36	354.	73,78	407.	45,49	460.	83,70	513.	59,95
302.	36,65	355.	74,00	408.	46,03	461.	83,68	514.	57,66
303.	37,00	356.	74,22	409.	46,84	462.	83,54	515.	56,48
304.	37,58	357.	73,46	410.	47,72	463.	83,50	516.	55,65
305.	38,04	358.	71,38	411.	49,10	464.	83,48	517.	55,31
306.	40,00	359.	69,54	412.	49,74	465.	83,37	518.	54,72
307.	40,61	360.	67,90	413.	50,66	466.	83,32	519.	53,69
308.	41,24	361.	66,94	414.	51,79	467.	82,78	520.	51,89
309.	42,11	362.	66,21	415.	52,68	468.	82,44	521.	50,92
310.	42,71	363.	65,58	416.	53,83	469.	81,92	522.	50,07
311.	43,64	364.	64,88	417.	55,02	470.	81,31	523.	49,53
312.	43,92	365.	64,35	418.	56,13	471.	80,77	524.	48,57
313.	45,00	366.	63,66	419.	57,05	472.	79,32	525.	47,49
314.	45,86	367.	62,87	420.	58,23	473.	77,65	526.	46,55
315.	46,51	368.	61,45	421.	60,02	474.	76,81	527.	45,89
316.	47,28	369.	57,92	422.	60,76	475.	75,95	528.	45,01
317.	47,82	370.	54,08	423.	61,49	476.	75,31	529.	44,52
318.	48,76	371.	52,74	424.	62,73	477.	[illegible]	530.	43,98

Nr. ort.	x (cm)	Nr. ort.	x (cm)	Nr. ort.	x (cm)	Nr. ort.	x (cm)	Nr. ort.	x (cm)
531.	43,64	577.	11,54	623.	36,48	669.	23,38	715.	22,47
532.	43,58	578.	10,02	624.	36,82	670.	24,46	716.	21,80
533.	43,52	579.	8,84	625.	37,02	671.	25,44	717.	21,24
534.	43,44	580.	7,98	626.	37,09	672.	25,53	718.	20,46
535.	43,37	581.	7,24	627.	36,51	673.	25,82	719.	19,72
536.	43,28	582.	6,47	628.	35,78	674.	26,04	720.	18,87
537.	43,03	583.	5,79	629.	34,75	675.	26,35	721.	18,16
538.	42,73	584.	4,87	630.	33,28	676.	26,17	722.	18,04
539.	42,00	585.	4,21	631.	31,99	677.	26,17	723.	17,79
540.	41,28	586.	3,60	632.	23,54	678.	26,00	724.	17,63
541.	40,00	587.	2,72	633.	18,22	679.	25,81	725.	17,52
542.	36,43	588.	1,84	634.	16,65	680.	25,59	726.	17,43
543.	34,38	589.	1,03	635.	15,56	681.	25,44	727.	17,25
544.	32,51	590.	0,38	636.	15,25	682.	25,61	728.	17,12
545.	30,76	591.	0,04	637.	15,51	683.	25,96	729.	17,00
546.	29,08	592.	0,67	638.	16,37	684.	26,39	730.	17,02
547.	28,11	593.	2,36	639.	17,49	685.	26,72	731.	17,07
548.	27,52	594.	7,53	640.	19,82	686.	27,26	732.	17,50
549.	27,52	595.	25,47	641.	21,07	687.	28,06	733.	17,87
550.	27,64	596.	26,53	642.	21,53	688.	29,00	734.	18,58
551.	28,35	597.	27,74	643.	21,39	689.	29,71	735.	19,53
552.	29,12	598.	28,35	644.	22,24	690.	30,15	736.	21,07
553.	29,48	599.	28,54	645.	22,48	691.	30,90	737,	21,94
554.	29,70	600.	28,87	646.	22,53	692.	31,52	738.	23,18
555.	29,78	601.	29,08	647.	22,79	693.	32,28	739.	24,00
556.	29,81	602.	29,00	648.	23,00	694.	33,14	740.	24,58
557.	29,56	603.	28,74	649.	23,11	695.	33,87	741.	24,71
558.	28,92	604.	27,50	650.	23,37	696.	34,54	742.	24,68
559.	27,84	605.	26,74	651.	23,62	697.	34,79	743.	24,41
560.	26,78	606.	26,17	652.	23,84	698.	35,27	744.	23,87
561.	25,80	607.	25,48	653.	23,82	699.	35,51	745.	22,91
562.	25,14	608.	24,56	654.	23,61	700.	35,58	746.	21,80
563.	24,48	609.	23,68	655.	23,96	701.	35,63	747.	20,74
564.	23,76	610.	23,02	656.	24,08	702.	35,33	748.	19,95
565.	22,94	611.	22,53	657.	24,00	703.	33,67	749.	19,00
566.	22,53	612.	22,84	658.	23,65	704.	24,38	750.	18,24
567.	21,56	613.	23,73	659.	23,04	705.	22,47	751.	17,80
568.	20,52	614.	25,11	660.	22,21	706.	21,80	752.	16,79
569.	19,63	615.	26,49	661.	21,80	707.	21,56	753.	16,27
570.	18,72	616.	28,35	662.	21,52	708.	21,48	754.	15,75
571.	18,16	617.	30,58	663.	21,52	709.	21,89	755.	15,24
572.	17,38	618.	31,74	664.	21,51	710.	23,12	756.	14,88
573.	16,49	619.	32,89	665.	21,57	711.	25,80	757.	14,87
574.	15,37	620.	34,21	666.	21,80	712.	25,54	758.	14,65
575.	14,32	621.	35,27	667.	22,04	713.	24,38	759.	14,58
576.	13,43	622.	35,65	668.	22,57	714.	23,06	760.	14,54
								761.	14,52

Tabelul A.1.4.: Profilul Nr.IV

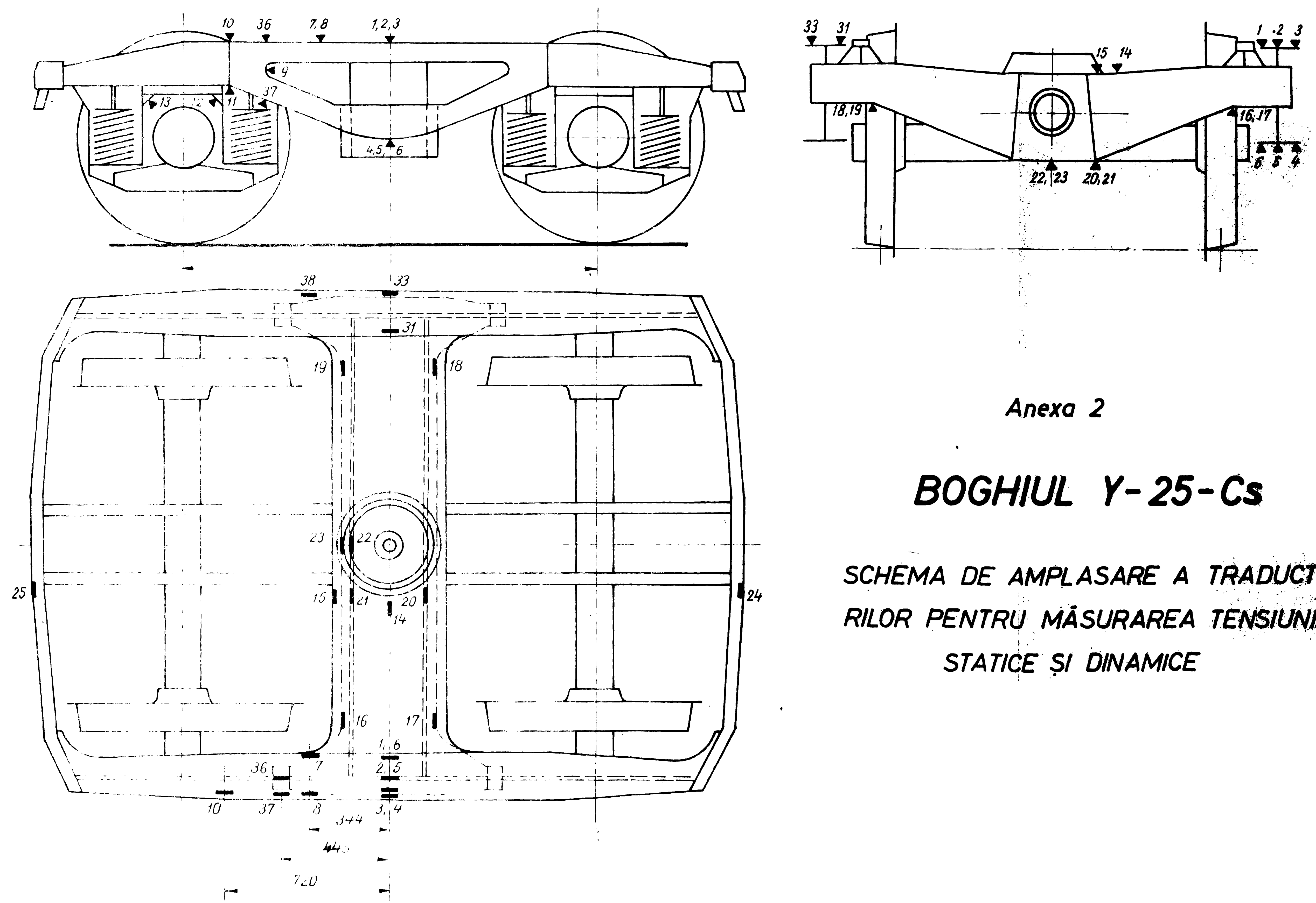
Nr. ort.	x (cm)	Nr. ort.	x (cm)	Nr. ort.	x (cm)	Nr. ort.	x (cm)	Nr. ort.	x (cm)
1.	40,00	3.	37,82	5.	35,93	7.	34,00	9.	32,71
2.	38,75	4.	36,68	6.	34,86	8.	33,36	10.	32,12

Nr. ort.	x (cm)	Nr. ort.	x (cm)	Nr. ort.	x (cm)	Nr. ort.	x (cm)	Nr. ort.	x (cm)
11.	31,43	64.	39,26	117.	45,02	170.	36,72	223.	64,04
12.	30,82	65.	39,74	118.	44,71	171.	36,57	224.	64,78
13.	30,08	66.	40,00	119.	44,38	172.	36,50	225.	65,37
14.	29,77	67.	40,22	120.	44,11	173.	36,22	226.	65,71
15.	28,91	68.	40,84	121.	44,00	174.	36,04	227.	66,11
16.	28,57	69.	42,35	122.	44,31	175.	35,81	228.	66,23
17.	27,95	70.	44,27	123.	44,68	176.	35,43	229.	66,48
18.	27,24	71.	45,71	124.	44,96	177.	35,38	230.	66,04
19.	26,68	72.	45,82	125.	45,20	178.	35,00	231.	65,71
20.	26,04	73.	45,94	126.	45,71	179.	34,36	232.	65,12
21.	25,72	74.	46,00	127.	46,57	180.	33,71	233.	64,48
22.	25,48	75.	45,88	128.	47,51	181.	33,14	234.	64,00
23.	25,36	76.	45,71	129.	48,36	182.	33,12	235.	63,50
24.	25,28	77.	45,71	130.	48,68	183.	33,27	236.	62,86
25.	25,18	78.	45,71	131.	49,14	184.	33,42	237.	62,18
26.	25,14	79.	45,86	132.	49,02	185.	33,55	238.	61,60
27.	25,14	80.	45,62	133.	49,00	186.	33,72	239.	61,00
28.	25,20	81.	45,71	134.	48,68	187.	33,84	240.	60,34
29.	25,28	82.	45,84	135.	48,32	188.	34,02	241.	60,00
30.	25,18	83.	46,08	136.	48,00	189.	31,12	242.	60,00
31.	25,14	84.	46,39	137.	47,48	190.	34,21	243.	59,83
32.	25,10	85.	46,57	138.	47,00	191.	34,29	244.	59,94
33.	25,10	86.	46,86	139.	46,67	192.	34,38	245.	60,00
34.	25,02	87.	47,48	140.	46,18	193.	34,49	246.	60,00
35.	25,08	88.	47,82	141.	45,75	194.	34,62	247.	60,00
36.	25,15	89.	48,74	142.	45,12	195.	34,75	248.	60,00
37.	25,36	90.	49,38	143.	44,59	196.	34,86	249.	60,00
38.	25,48	91.	49,71	144.	44,26	197.	34,98	250.	60,00
39.	25,52	92.	49,58	145.	43,48	198.	35,07	251.	60,00
40.	25,64	93.	49,42	146.	42,86	199.	31,14	252.	60,52
41.	25,72	94.	49,26	147.	42,38	200.	35,27	253.	60,84
42.	25,81	95.	48,92	148.	41,50	201.	35,43	254.	61,00
43.	25,97	96.	48,57	149.	40,76	202.	35,91	255.	55,33
44.	26,00	97.	48,00	150.	40,28	203.	36,84	256.	48,00
45.	26,14	98.	47,32	151.	40,00	204.	37,66	257.	42,54
46.	26,29	99.	46,64	152.	40,00	205.	38,58	258.	34,82
47.	26,67	100.	46,00	153.	40,00	206.	40,00	259.	30,00
48.	26,89	101.	45,71	154.	40,00	207.	41,04	260.	27,14
49.	27,38	102.	45,78	155.	40,00	208.	42,36	261.	25,72
50.	27,86	103.	45,84	156.	40,00	209.	43,68	262.	23,68
51.	28,57	104.	45,98	157.	39,89	210.	44,92	263.	21,14
52.	29,02	105.	46,06	158.	39,76	211.	46,28	264.	19,04
53.	29,94	106.	46,28	159.	39,50	212.	47,53	265.	18,00
54.	30,52	107.	46,57	160.	39,18	213.	49,84	266.	17,14
55.	31,14	108.	47,00	161.	38,86	214.	51,63	267.	17,38
56.	31,43	109.	47,62	162.	38,64	215.	52,75	268.	17,79
57.	32,26	110.	48,41	163.	38,17	216.	54,28	269.	18,82
58.	33,08	111.	48,57	164.	37,82	217.	56,75	270.	20,65
59.	34,00	112.	48,46	165.	37,50	218.	57,68	271.	26,86
60.	35,48	113.	48,06	166.	37,14	219.	59,02	272.	29,02
61.	37,14	114.	47,49	167.	37,02	220.	60,84	273.	31,56
62.	37,89	115.	46,58	168.	37,00	221.	62,86	274.	33,84
63.	38,75	116.	45,71	169.	36,84	222.	63,14	275.	36,00

Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)	Nr. crt.	x (cm)
276.	40,00	329.	62,52	382.	69,28	435.	55,81	488.	57,08
277.	41,78	330.	62,67	383.	69,84	436.	55,43	489.	57,61
278.	44,52	331.	62,86	384.	70,51	437.	54,71	490.	57,92
279.	45,94	332.	63,42	385.	71,14	438.	53,66	491.	58,28
280.	47,02	333.	64,88	386.	71,43	439.	52,48	492.	58,11
281.	48,57	334.	66,51	387.	71,92	440.	51,59	493.	57,87
282.	48,91	335.	67,91	388.	72,68	441.	51,43	494.	57,28
283.	49,75	336.	69,71	389.	73,45	442.	51,57	495.	56,82
284.	50,42	337.	70,58	390.	73,84	443.	52,02	496.	56,57
285.	50,86	338.	71,12	391.	74,28	444.	52,61	497.	56,48
286.	51,43	339.	71,61	392.	74,11	445.	53,24	498.	56,42
287.	51,79	340.	71,82	393.	73,89	446.	54,28	499.	56,53
288.	52,36	341.	72,00	394.	73,26	447.	55,21	500.	56,87
289.	52,68	342.	71,87	395.	71,67	448.	56,00	501.	57,14
290.	53,16	343.	71,48	396.	69,14	449.	56,84	502.	57,50
291.	53,71	344.	70,84	397.	68,38	450.	57,69	503.	57,90
292.	54,66	345.	69,89	398.	67,52	451.	58,28	504.	58,53
293.	56,02	346.	69,14	399.	66,91	452.	58,71	505.	59,14
294.	58,88	347.	68,62	400.	66,54	453.	59,00	506.	60,00
295.	61,04	348.	68,16	401.	66,28	454.	59,52	507.	60,48
296.	62,28	349.	67,85	402.	66,01	455.	59,75	508.	60,77
297.	62,67	350.	67,66	403.	65,94	456.	60,00	509.	61,26
298.	62,54	351.	67,43	404.	66,03	457.	60,52	510.	61,81
299.	62,00	352.	67,38	405.	66,11	458.	61,18	511.	62,28
300.	60,00	353.	67,26	406.	66,28	459.	62,00	512.	63,85
301.	57,14	354.	67,12	407.	66,55	460.	62,54	513.	64,77
302.	55,53	355.	67,26	408.	66,89	461.	62,86	514.	65,48
303.	54,81	356.	67,43	409.	67,90	462.	62,97	515.	65,92
304.	54,38	357.	67,56	410.	68,00	463.	63,06	516.	65,71
305.	54,12	358.	67,84	411.	68,57	464.	63,25	517.	64,78
306.	54,28	359.	68,02	412.	68,59	465.	63,38	518.	63,51
307.	54,48	360.	68,34	413.	68,64	466.	63,43	519.	61,26
308.	54,85	361.	68,57	414.	68,60	467.	63,54	520.	59,32
309.	55,24	362.	68,37	415.	68,59	468.	64,07	521.	57,14
310.	56,02	363.	67,53	416.	68,57	469.	64,71	522.	54,83
311.	57,14	364.	66,51	417.	68,06	470.	65,12	523.	53,12
312.	58,39	365.	65,12	418.	67,75	471.	65,71	524.	51,24
313.	59,54	366.	60,00	419.	67,42	472.	66,32	525.	49,11
314.	60,38	367.	53,21	420.	66,81	473.	66,84	526.	45,71
315.	60,96	368.	49,53	421.	66,28	474.	67,48	527.	42,68
316.	61,71	369.	47,92	422.	65,78	475.	67,72	528.	35,00
317.	62,43	370.	46,87	423.	65,00	476.	68,00	529.	29,72
318.	63,24	371.	46,28	424.	64,46	477.	68,39	530.	27,14
319.	64,11	372.	46,53	425.	63,92	478.	68,54	531.	25,72
320.	65,18	373.	47,82	426.	63,43	479.	61,00	532.	25,48
321.	65,71	374.	52,51	427.	62,18	480.	55,31	533.	25,36
322.	65,65	375.	56,64	428.	60,72	481.	54,28	534.	25,52
323.	65,32	376.	60,58	429.	58,96	482.	54,32	535.	25,84
324.	64,48	377.	62,36	430.	57,76	483.	54,68	536.	27,43
325.	63,62	378.	64,88	431.	57,14	484.	55,01	537.	28,12
326.	62,86	379.	66,47	432.	56,61	485.	55,44	538.	30,00
327.	62,67	380.	67,53	433.	56,42	486.	56,00	539.	33,86
328.	62,54	381.	68,57	434.	56,04	487.	56,52	540.	36,54

Nr. ert.	x (cm)	Nr. ert.	x (cm)	Nr. ert.	x (cm)	Nr. ert.	x (cm)	Nr. ert.	x (cm)
541.	40,00	557.	48,12	573.	24,96	589.	8,48	605.	30,06
542.	42,58	558.	45,83	574.	23,34	590.	8,11	606.	29,14
543.	47,20	559.	42,46	575.	21,45	591.	8,00	607.	27,18
544.	50,53	560.	40,28	576.	20,00	592.	8,39	608.	25,02
545.	56,50	561.	38,86	577.	19,48	593.	9,25	609.	23,48
546.	60,00	562.	37,02	578.	19,00	594.	11,00	610.	21,56
547.	62,57	563.	35,48	579.	18,51	595.	15,17	611.	20,00
548.	64,82	564.	33,87	580.	17,86	596.	20,00	612.	19,81
549.	65,12	565.	32,54	581.	17,14	597.	23,54	613.	19,24
550.	65,02	566.	31,43	582.	15,72	598.	26,72	614.	18,70
551.	64,57	567.	30,50	583.	14,10	599.	29,58	615.	18,45
552.	53,31	568.	29,92	584.	12,50	600.	31,84	616.	18,29
553.	60,87	569.	29,48	585.	11,57	601.	32,57	617.	17,87
554.	55,49	570.	28,78	586.	10,86	602.	32,64	618.	17,04
555.	52,86	571.	28,00	587.	10,02	603.	32,04	619.	16,25
556.	51,43	572.	26,52	588.	9,24	604.	31,12	620.	15,00
								621.	14,29

BUPT



Anexa 2

BOGHIUL Y-25-Cs

SCHEMA DE AMPLASARE A TRADUCTORILOR PENTRU MĂSURAREA TENSIUNILOR STATICE ȘI DINAMICE

Anexa Nr.3 Analiza stării de tensiune din cadru, în cazul unui singur corp prismatic montat pe bandă, pentru bicicleta cu încărcare naturală ($\sum F = 80$ daN). Presiunile din pneuri $p_s = 2{,}1 \frac{daN}{cm^2}$; $p_f = 1{,}9 \frac{daN}{cm^2}$

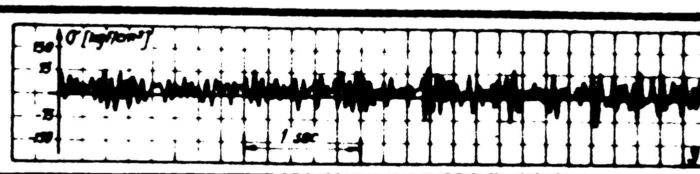
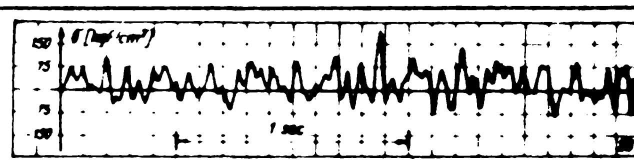
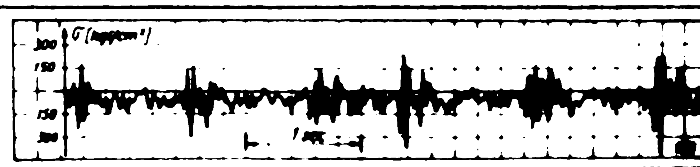
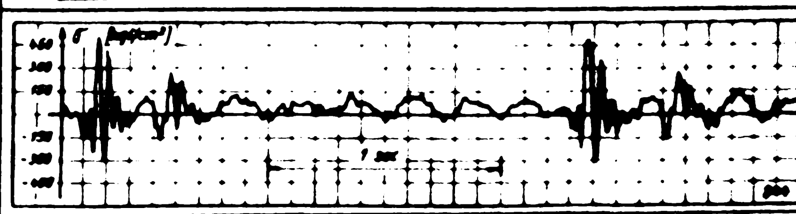
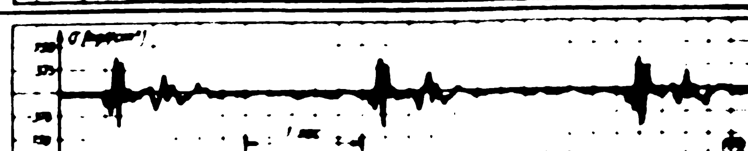
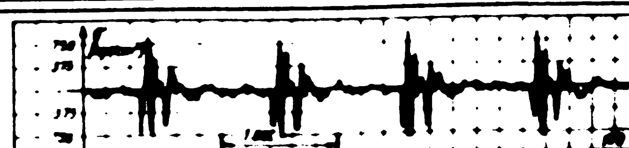
TRADUCTOR	Tensiunea normală σ [daN/cm²]							
	h = 10 mm ; ℓ = 30 mm				h = 30 mm ; ℓ = 30 mm			
	v_1 = 10 Km/h		v_2 = 20 Km/h		v_1 = 10 Km/h		v_2 = 20 Km/h	
	max. poz.	max. neg.	max. poz.	max. neg.	max. poz.	max. neg.	max. poz.	max. neg.
1	2	3	4	5	6	7	8	9
S'_{1a}	240	-218	278	-270	675	-450	825	-825
II'_a	10	-105	210	-150	300	-225	450	-375
C'_{1a}	225	-225	278	-270	675	-375	825	-675
S'_{1b}	195	-233	248	-285	375	-525	600	-600
I'_a	135	-150	240	-195	412	-300	450	-450
X a	105	-120	210	-234	338	-375	315	-637
IIIa	105	-144	186	-240	338	-338	375	-510
IIIb	135	-120	300	-195	590	-412	615	-450
IXb	120	-60	186	-114	338	-150	375	-450
IXa	120	-60	180	-135	225	-300	450	-375
S_{2a}	75	-60	105	-90	187	-210	150	-240
VIa	30	-90	90	-135	240	-270	255	-315
IVb	87	-132	150	-187	360	-300	375	-435
VIb	75	-75	120	-113	255	-225	270	-255
IVa	150	-120	225	-248	390	-390	495	-390
V b	75	-82	120	-127	210	-204	300	-210
VIIa	82	-45	195	-82	210	-225	285	-330
C_{2a}	38	-15	23	-45	66	-45	90	-75
C_{2b}	60	-60	120	-120	204	-216	270	-240
VIIIa	75	-45	60	-105	150	-147	150	-240
VIIb	105	-45	150	-127	270	-180	345	-375
VIIIb	7	-45	27	-30	45	-60	75	-90
C_{3a}	23	-45	23	-75	-	-	-	-
C_{3b}	38	-	52	-8	45	-23	60	-45
XI'b	45	-	75	-8	52	-67	120	-75
XI b	15	-52	30	-67	112	-67	135	-105
XI a	45	-38	60	-45	75	-142	165	-135

1	2	3	4	5	6	7	8	9
C'_{3a}	30	-15	45	-23	67	-75	135	-60
C_{5a}	120	0	120	-15	180	-60	195	-150
C'_{5a}	15	-97	30	-90	105	-165	120	-225
C'_{5b}	0	-172	0	-157	120	-180	180	-195
C_{4b}	75	0	82	0	75	-30	90	-90
C_{5b}	135	0	195	-15	165	-150	315	-225
C_{4a}	60	0	45	7	60	-30	60	-114
S_{1b}	105	-114	210	-210	375	-600	600	-825
II a	60	-120	120	-210	300	-375	412	-450
C_{1a}	105	-195	210	-420	600	-615	900	-862
S_{1a}	120	-150	210	-300	487	-600	750	-1125
I a	60	-105	135	-210	300	-300	450	-600

Anexa Nr.4

ÎNCERCĂRI DINAMICE

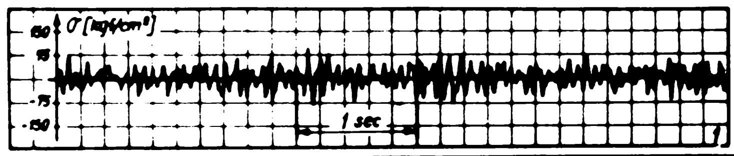
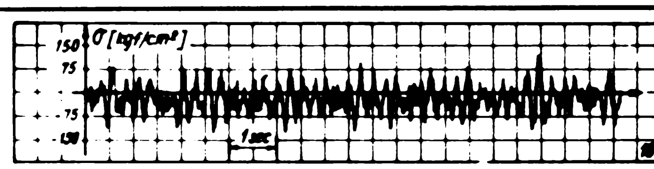
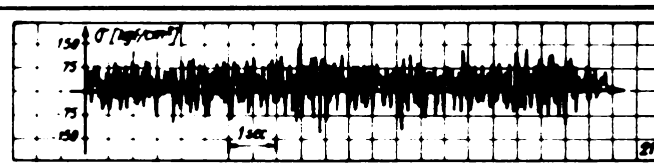
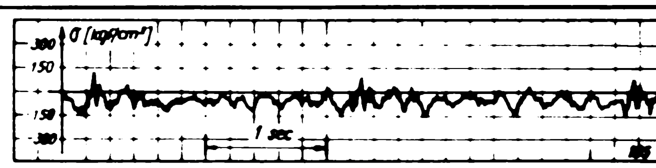
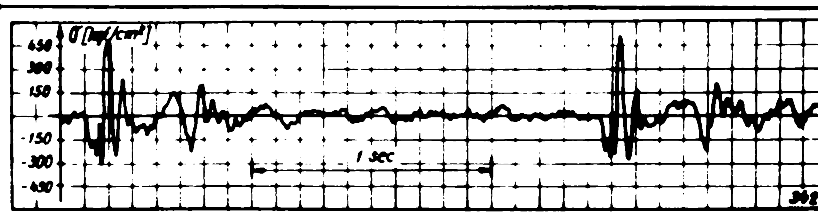
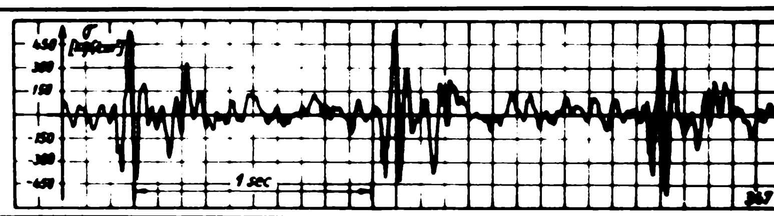
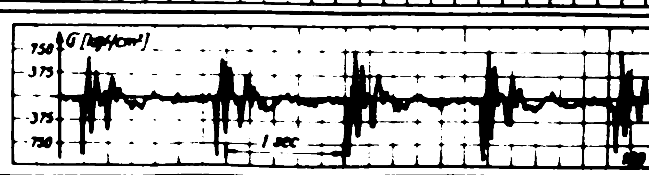
$p_s = 2{,}1\ kgf/cm^2$; $p_f = 1{,}9\ kgf/cm^2$

CONDIȚII DE INCERCARE				TRADUCTOR C_{1a}
INCERCAREA DE MERS IN GOL	BICICLETA NEINCARCATA		V_1	
			V_2	
	INCARCARE NATURALA $\Sigma F = 80\ kgf$		V_1	
			V_2	
INCERCAREA CU UN SINGUR CORP PRISMATIC PE BANDA INCARCARE NATURALA $\Sigma F = 80\ kgf$	$l = 30\ mm$	$h = 10\ mm$	V_1	
			V_2	
		$h = 20\ mm$	V_1	
			V_2	
		$h = 30\ mm$	V_1	
			V_2	

Anexa Nr.4   (continuare)

INCERCARI DINAMICE

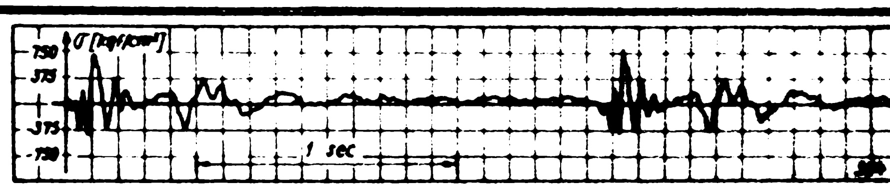
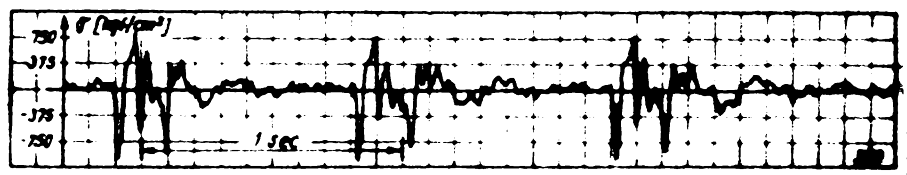
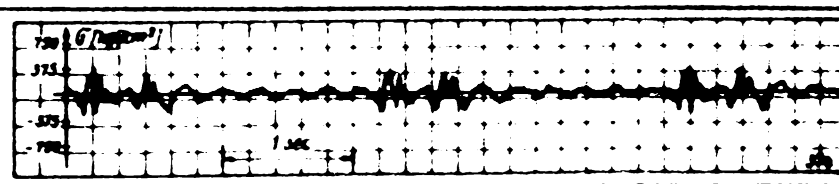
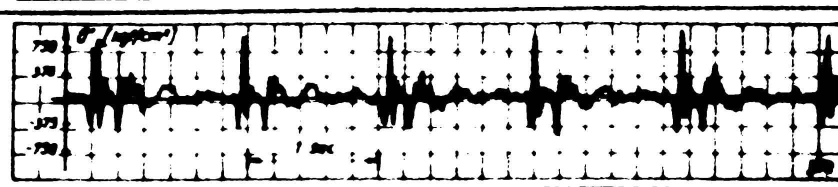
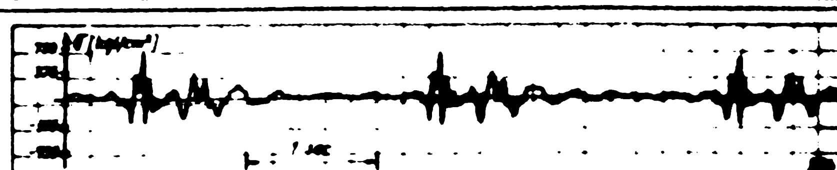
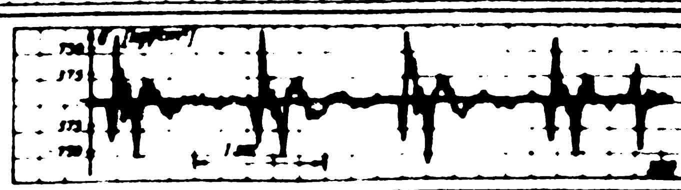
$p_s = 2,1\ kgf/cm^2$; $p_f = 1,9\ kgf/cm^2$

CONDIȚII DE INCERCARE				TRADUCTOR S_{1a}
INCERCAREA DE MERS IN GOL	BICICLETA NEINCARCATA		V_1	
			V_2	
	INCARCARE NATURALA $\Sigma F = 80\ kgf$		V_1	
			V_2	
INCERCAREA CU UN SINGUR CORP PRISMATIC PE BANDA INCARCARE NATURALA $\Sigma F = 80\ kgf$	$l = 30\ mm$	$h = 10\ mm$	V_1	
			V_2	
		$h = 20\ mm$	V_1	
			V_2	
		$h = 30\ mm$	V_1	
			V_2	

Anexa Nr.4 (continuare)

INCERCARI DINAMICE

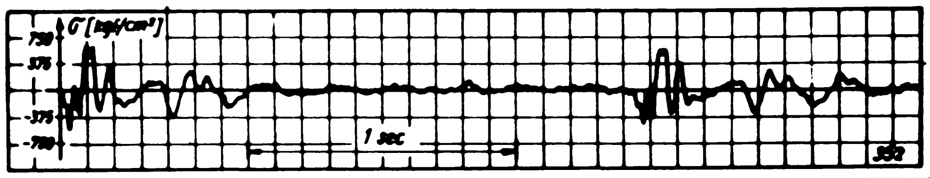
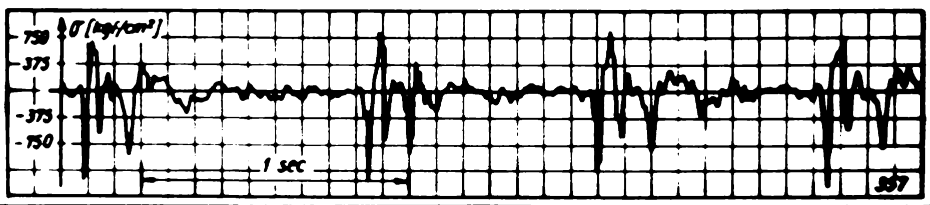
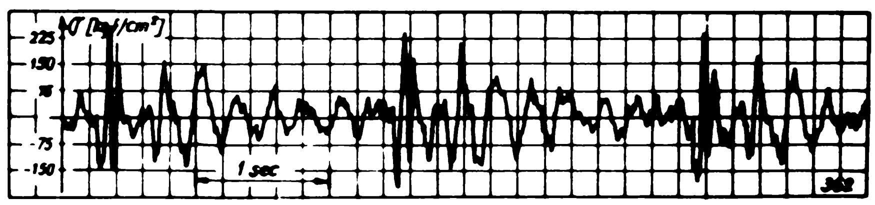
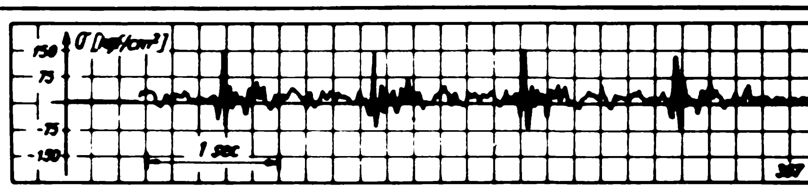
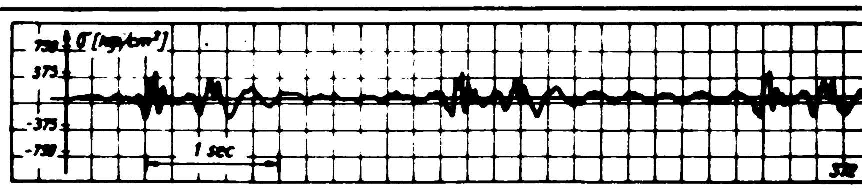
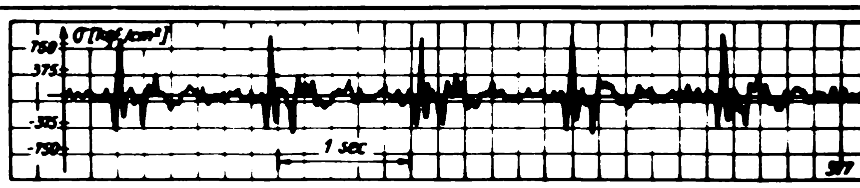
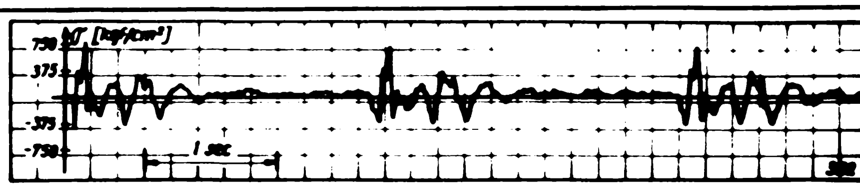
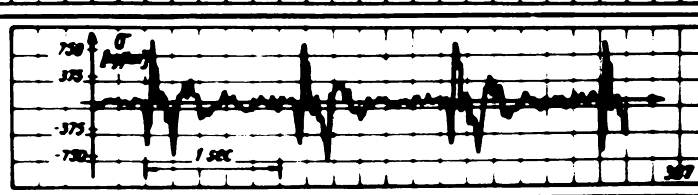
$p_s = 2,1\ kgf/cm^2$; $p_f = 1,9\ kgf/cm^2$

CONDIȚII DE INCERCARE				TRADUCTOR C_{1a}
INCERCAREA CU UN SINGUR CORP PRISMATIC PE BANDA INCARCAREA NATURALA $\Sigma F = 80$ kgf	$l = 30$ mm	$h = 40$ mm	V_1	
			V_2	
	$l = 150$ mm	$h = 10$ mm	V_1	
			V_2	
		$h = 20$ mm	V_1	
			V_2	
		$h = 30$ mm	V_1	
			V_2	

Anexa Nr.4 (continuare)

INCERCARI DINAMICE

$p_s = 2,1\ kgf/cm^2$; $p_f = 1,9\ kgf/cm^2$

CONDIȚII DE INCERCARE				TRADUCTOR S_{1a}
INCERCAREA CU UN SINGUR CORP PRISMATIC PE BANDA INCARCAREA NATURALA $\Sigma F = 80\ kgf$	$l = 30\ mm$	$h = 40\ mm$	V_1	
			V_2	
	$l = 150\ mm$	$h = 10\ mm$	V_1	
			V_2	
		$h = 20\ mm$	V_1	
			V_2	
		$h = 30\ mm$	V_1	
			V_2	

Anexa Nr.5 Studiul influenței lungimii corpului prismatic (ℓ), pentru diverse înălțimi (h), asupra stării de tensiune din cadru. Bicicleta cu încărcare naturală ($\sum F$ = 80 daN)
Presiunea din pneuri : p_s = 2,1 daN/cm^2 ; p_f = 1,9 daN/cm^2

Lungimea corpului prismatic ℓ [mm]	Înălțimea corpului prismatic h [mm]	Viteza de deplasare a bensii v [km/h]	Tensiunea normală σ [daN/cm^2]									
			TRADUCTOR :									
			S'_{1a}		II'_a		C'_{1a}		S'_{1b}		I'_a	
			max. pos.(+)	max. neg.(-)	max. pos.(+)	max. neg.(-)	max. pos.(+)	max. neg.(-)	max. pos.(+)	max. neg.(-)	max. pos.(+)	max. neg.(-)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
ℓ = 30	10	10	240	-218	105	-150	225	-235	195	-233	135	-150
		20	278	-270	210	-150	278	-270	248	-285	240	-195
	20	10	510	-300	300	-180	510	-345	240	-450	300	-150
		20	540	-495	390	-330	570	-480	405	-540	435	-270
	30	10	675	-450	300	-225	675	-375	375	-525	412	-300
		20	825	-825	450	-375	825	-675	600	-600	450	-450
	40	10	637	-675	375	-300	798	-450	450	-525	450	-375
		20	825	-1350	375	-525	825	-1050	900	-600	637	-900
ℓ =150	10	10	255	-195	135	-90	248	-202	135	-218	180	-105
		20	750	-412	375	-263	750	-450	347	-450	412	-150
	20	10	375	-300	225	-225	375	-300	225	-375	225	-187
		20	975	-525	450	-375	975	-562	375	-675	525	-375
	30	10	750	-487	300	-225	675	-390	300	-540	375	-225
		20	900	-825	525	-450	975	-960	675	-765	525	-600
	40	10	645	-480	300	-390	675	-630	330	-600	420	-330
		20	900	-1800	525	-750	870	-1350	1050	-750	525	-1230

Anexa Nr.6 Studiul influenţei presiunii din pneuri asupra stării de tensiune din cadru, pentru bicicleta cu încărcare naturală ($\sum F$ = 80 daN)

Dimensiunile corpului prismatic [mm]	Traductor	Tensiunea normală σ [daN/cm^2]											
		p_s = 2,1 daN/cm^2 p_f = 1,9 daN/cm^2				p_s = 1,8 daN/cm^2 p_f = 1,5 daN/cm^2				p_s = 1,28 daN/cm^2 p_f = 1 daN/cm^2			
		V_1=10 km/h		V_2=20 km/h		V_1=10 km/h		V_2=20 km/h		V_1=10 km/h		V_2=20 km/h	
		max. pos. (+)	max. neg. (−)	max. poz. (+)	max. neg. (−)	max. pos. (+)	max. neg. (−)	max. poz. (+)	max. neg. (−)	max. pos. (+)	max. neg. (−)	max. pos. (+)	max. neg. (−)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
h = 10 ℓ = 30	S_{1b}	105	-114	210	-210	45	-150	120	-330	75	-165	105	-195
	II_a	60	-120	120	-210	105	-75	150	-150	105	-45	150	-135
	C_{1a}	105	-195	210	-420	195	-90	300	-210	225	-75	240	-225
	S_{1a}	120	-150	210	-300	135	-120	240	-180	180	-75	210	-135
	I_a	60	105	135	-210	90	-90	135	-120	75	-75	75	-135
h = 30 ℓ = 30	S_{1b}	375	-600	600	-825	330	-495	787	-750	300	-450	1050	-600
	II_a	300	-375	412	-450	300	-300	350	-385	187	-225	375	-450
	C_{1a}	600	-615	900	-862	495	-525	825	-900	450	-375	750	-1200
	S_{1a}	487	-600	750	-1125	480	-480	825	-1120	375	-525	712	-1200
	I_a	300	-300	450	-600	300	-270	350	-750	225	-337	375	-900

Anexa Nr.7 Resultate experimentale obținute la încercarea la oboseală a țevilor sudate, din oțel moale, cu pereți subțiri $\varnothing$ 26 x 1 [mm]

Nr. crt.	σ = 1560 [daN/cm^2] N [cicluri]	log N
1.	$1,09260.10^{7}$	7,03842
2.	$1,18544.10^{7}$	7,07386
3.	$1,17065.10^{7}$	7,06836
4.	$1,09904.10^{7}$	7,03112
5.	$1,20422.10^{7}$	7,07070
6.	$1,14913.10^{7}$	7,05036
7.	$1,1475.10^{7}$	7,05975
8.	$1,05836.10^{7}$	7,02469
9.	$1,1248.10^{7}$	7,04106
10.	$1,0765.10^{7}$	7,02201

Nr. crt.	σ = 1610 [daN/cm^2] N [cicluri]	log N
1.	$1,08829.10^{7}$	7,03675
2.	$1,22982.10^{7}$	7,08984
3.	$1,10254.10^{7}$	7,04199
4.	$1,14797.10^{7}$	7,05994
5.	$1,10440.10^{7}$	7,04313
6.	$1,10413.10^{7}$	7,04301
7.	$1,08184.10^{7}$	7,03415
8.	$1,05835.10^{7}$	7,02465
9.	$1,10532.10^{7}$	7,04348
10.	$1,00645.10^{7}$	7,00281

Nr. crt.	σ = 1656 [daN/cm^2] N [cicluri]	log N
1.	$9,9998.10^{6}$	6,99998
2.	$1,01327.10^{7}$	7,00573
3.	$1,07915.10^{7}$	7,03314
4.	$4,1251.10^{6}$	6,61544
5.	$1,18697.10^{7}$	7,07444
6.	$1,02576.10^{7}$	7,01104
7.	$4,5340.10^{6}$	6,65648
8.	$1,00194.10^{7}$	7,00079
9.	$1,0109.10^{7}$	7,00475
10.	$1,20701.10^{7}$	7,08171
11.	$1,22387.10^{7}$	7,08771
12.	$6,7063.10^{6}$	6,82658
13.	$1,08966.10^{7}$	7,03731
14.	$1,09252.10^{7}$	7,03842
15.	$9,8702.10^{6}$	6,99432
16.	$7,4965.10^{6}$	6,87489

Nr. crt.	σ = 1748 [daN/cm^2] N [cicluri]	log N
1.	$1,02858.10^{7}$	7,01223
2.	$1,5549.10^{6}$	6,19172
3.	$8,620.10^{5}$	5,93551
4.	-	-
5.	$2,7866.10^{6}$	6,44508
6.	$1,3162.10^{6}$	6,11929
7.	$1,08975.10^{7}$	7,03733
8.	$3,2443.10^{6}$	6,51112
9.	$4,4541.10^{6}$	6,64877
10.	$3,8493.10^{6}$	6,58539
11.	$4,7420.10^{6}$	6,67596
12.	$1,9436.10^{6}$	6,28861
13.	$3,2150.10^{6}$	6,50718
14.	$2,6475.10^{6}$	6,42284
15.	$2,9814.10^{6}$	6,47442
16.	$4,1125.10^{6}$	6,61411

Nr. crt.	σ = 1840 [daN/cm^2] N [cicluri]	log N
1.	16125.10^{6}	6,20750
2.	$2,6970.10^{6}$	6,43088
3.	$1,0828.10^{7}$	7,03455
4.	$2,1291.10^{6}$	6,32819
5.	$2,0267.10^{6}$	6,30679
6.	$1,9502.10^{6}$	6,29008
7.	$6,2351.10^{6}$	6,79485
8.	$1,1327.10^{6}$	6,05412
9.	$9,408.10^{5}$	5,97350
10.	$2,2316.10^{6}$	6,34861
11.	$1,6432.10^{6}$	6,21569
12.	$1,0188.10^{6}$	6,00809
13.	$8,3174.10^{5}$	5,92001
14.	$1,4557.10^{6}$	6,16307
15.	$2,2945.10^{6}$	6,36069
16.	$2,1057.10^{6}$	6,32330

Nr. crt.	σ = 1932 [daN/cm^2] N [cicluri]	log N
1.	$2,4742.10^{6}$	6,39344
2.	$5,022.10^{5}$	5,70086
3.	$1,2144.10^{6}$	6,08436
4.	$1,0287.10^{6}$	6,00229
5.	$1,5268.10^{6}$	6,18378

Anexa Nr.7 (continuare)

Nr. crt.	N [cicluri]	log N
6.	$1,0327 \cdot 10^6$	6,01397
7.	$8,295 \cdot 10^5$	5,91882
8.	$1,8013 \cdot 10^6$	6,25558
9.	$5,154 \cdot 10^5$	5,71214
10.	$1,3928 \cdot 10^6$	6,14389
11.	$8,303 \cdot 10^5$	5,91924
12.	$6,213 \cdot 10^5$	5,79330
13.	$1,0045 \cdot 10^6$	6,00195
14.	$1,2576 \cdot 10^6$	6,09954
15.	$1,4785 \cdot 10^6$	6,16982
16.	$9,2175 \cdot 10^5$	5,96462

$\sigma = 2024$ [daN/cm^2]

Nr. crt.	N [cicluri]	log N
1.	$1,1472 \cdot 10^6$	6,05964
2.	$4,664 \cdot 10^5$	5,66876
3.	$1,0789 \cdot 10^6$	6,03298
4.	$3,0323 \cdot 10^6$	6,48177
5.	$6,719 \cdot 10^5$	5,82730
6.	$3,6127 \cdot 10^6$	6,55784
7.	$2,726 \cdot 10^5$	5,43553
8.	$1,5589 \cdot 10^6$	6,19283
9.	$7,426 \cdot 10^5$	5,87075
10.	$7,407 \cdot 10^5$	5,86964
11.	$7,171 \cdot 10^5$	5,85558
12.	$6,145 \cdot 10^5$	5,78852
13.	$7,625 \cdot 10^5$	5,88224
14.	$5,748 \cdot 10^5$	5,75952
15.	$5,944 \cdot 10^5$	5,77408
16.	$6,9711 \cdot 10^5$	5,84331

$\sigma = 2116$ [daN/cm^2]

Nr. crt.	N [cicluri]	log N
1.	$4,782 \cdot 10^5$	5,67961
2.	$5,485 \cdot 10^5$	5,73918
3.	$4,609 \cdot 10^5$	5,66361
4.	$2,804 \cdot 10^5$	5,44778
5.	$7,324 \cdot 10^5$	5,86475
6.	$3,401 \cdot 10^5$	5,53161
7.	$3,485 \cdot 10^5$	5,54220
8.	$3,515 \cdot 10^5$	5,54593
9.	$4,328 \cdot 10^5$	5,63629
10.	$2,292 \cdot 10^5$	5,36021
11.	$2,856 \cdot 10^5$	5,45576
12.	$2,447 \cdot 10^5$	5,38863
13.	$2,002 \cdot 10^5$	5,30146
14.	$1,0987 \cdot 10^6$	6,04088
15.	$6,877 \cdot 10^5$	5,83740
16.	$8,557 \cdot 10^5$	5,93232

$\sigma = 2208$ [daN/cm^2]

Nr. crt.	N [cicluri]	log N
1.	$8,397 \cdot 10^5$	5,92412
2.	$5,851 \cdot 10^5$	5,76723
3.	$4,446 \cdot 10^5$	5,64717
4.	$4,940 \cdot 10^5$	5,69373
5.	$2,137 \cdot 10^5$	5,32980
6.	$2,3527 \cdot 10^6$	
7.	$4,967 \cdot 10^5$	5,69609
8.	$4,531 \cdot 10^5$	5,65619
9.	$4,577 \cdot 10^5$	5,66058
10.	$9,120 \cdot 10^5$	5,95999
11.	$1,64 \cdot 10^5$	5,21484
12.	$4,075 \cdot 10^5$	5,61013
13.	$3,876 \cdot 10^5$	5,58838
14.	$2,670 \cdot 10^5$	5,42651
15.	$2,611 \cdot 10^5$	5,41681
16.	$3,647 \cdot 10^5$	5,56194

$\sigma = 2300$ [daN/cm^2]

Nr. crt.	N [cicluri]	log N
1.	$3,17 \cdot 10^5$	5,50106
2.	$1,549 \cdot 10^5$	5,19005
3.	$2,959 \cdot 10^5$	5,47114
4.	$3,052 \cdot 10^5$	5,48458
5.	$3,303 \cdot 10^5$	5,51891
6.	$3,177 \cdot 10^5$	5,50202
7.	$2,798 \cdot 10^5$	5,44685
8.	$1,236 \cdot 10^5$	5,09202
9.	$1,088 \cdot 10^5$	5,03663
10.	$1,201 \cdot 10^5$	5,07954
11.	$1,186 \cdot 10^5$	5,07408
12.	$3,618 \cdot 10^5$	5,55847
13.	$1,842 \cdot 10^5$	5,26529
14.	$5,824 \cdot 10^5$	5,76522
15.	$4,931 \cdot 10^5$	5,69294
16.	$4,76 \cdot 10^5$	5,67761

$\sigma = 2392$ [daN/cm^2]

Nr. crt.	N [cicluri]	log N
1.	$2,544 \cdot 10^5$	5,40552
2.	$3,59 \cdot 10^5$	5,55509
3.	$2,99 \cdot 10^5$	5,47567
4.	$2,263 \cdot 10^5$	5,35468
5.	$3,026 \cdot 10^5$	5,48087
6.	$4,268 \cdot 10^5$	5,63022

Anexa Nr.7 (continuare)

Nr. crt.	N [cicluri]	log N
7.	$1,824 \cdot 10^5$	5,26102
8.	$3,409 \cdot 10^5$	5,53263
9.	$1,598 \cdot 10^5$	5,20358
10.	$2,422 \cdot 10^5$	5,38417
11.	$2,234 \cdot 10^5$	5,34908
12.	$1,152 \cdot 10^5$	5,06145
13.	$1,68 \cdot 10^5$	5,22531
14.	$1,42 \cdot 10^5$	5,15229
15.	$1,845 \cdot 10^5$	5,26600
16.	$2,875 \cdot 10^5$	5,45864
Nr. crt.	σ = 2484 [daN/cm^2]	
	N [cicluri]	log N
1.	$1,498 \cdot 10^5$	5,17551
2.	$2,088 \cdot 10^6$	
3.	$1,353 \cdot 10^5$	5,13130
4.	$2,023 \cdot 10^5$	5,30600
5.	$5,67 \cdot 10^5$	5,75358
6.	$3,74 \cdot 10^5$	5,57287
7.	$1,1445 \cdot 10^5$	5,15987
8.	$1,6386 \cdot 10^6$	
9.	$2,689 \cdot 10^5$	5,42959
10.	$1,923 \cdot 10^5$	5,28398
11.	$1,015 \cdot 10^5$	5,00647
12.	$2,180 \cdot 10^5$	5,33846
13.	$1,173 \cdot 10^5$	5,06930
14.	$1,335 \cdot 10^5$	5,12548
15.	$2,155 \cdot 10^5$	5,33345
16.	$1,327 \cdot 10^5$	5,12287
Nr. crt.	σ = 2576 [daN/cm^2]	
	N [cicluri]	log N
1.	$2,197 \cdot 10^5$	5,34183
2.	$1,165 \cdot 10^5$	5,06633
3.	$2,542 \cdot 10^5$	5,40518
4.	$1,157 \cdot 10^5$	5,06333
5.	$1,377 \cdot 10^5$	5,13893
6.	$1,672 \cdot 10^5$	5,22324
7.	$1,409 \cdot 10^5$	5,14891
8.	$2,213 \cdot 10^5$	5,34498
9.	$1,180 \cdot 10^5$	5,07188
10.	$1,963 \cdot 10^5$	5,29292
11.	$2,04 \cdot 10^5$	5,30963
12.	$1,542 \cdot 10^5$	5,18808
13.	$1,044 \cdot 10^5$	5,01870
14.	$9,21 \cdot 10^4$	4,96384
15.	$1,12 \cdot 10^5$	5,04922
16.	$1,475 \cdot 10^5$	5,16879
Nr. crt.	σ = 2668 [daN/cm^2]	
	N [cicluri]	log N
1.	$2,843 \cdot 10^5$	5,45378
2.	$2,78 \cdot 10^5$	5,44404
3.	$1,312 \cdot 10^5$	5,11793
4.	$1,573 \cdot 10^5$	5,19673
5.	$1,309 \cdot 10^5$	5,11694
6.	$1,515 \cdot 10^5$	5,18041
7.	$2,135 \cdot 10^5$	5,32940
8.	$2,065 \cdot 10^5$	5,31492
9.	$1,372 \cdot 10^5$	5,13735
10.	$1,534 \cdot 10^5$	5,18696
11.	$7,55 \cdot 10^4$	4,87795
12.	$9,66 \cdot 10^4$	4,98498
13.	$8,81 \cdot 10^4$	4,94498
14.	$9,25 \cdot 10^4$	4,96614
15.	$1,194 \cdot 10^5$	5,97700
16.	$1,37 \cdot 10^5$	5,13672

Anexa Nr.8 Date experimentale pentru construcţia curbei French, la încercarea de oboseală a ţevilor sudate din oţel moale cu pereţi subţiri, ∅ 26 x 1 [mm]

PRESOLICITARE $N^* = 10^5$ cicluri			PRESOLICITARE $N^* = 5\cdot10^5$ cicluri		
σ [daN/cm²]	Nr. epruv.	N [cicluri]	σ [daN/cm²]	Nr. epruv.	N [cicluri]
2208	1	$4,3824\cdot10^5$	1840	1	$3,74221\cdot10^6$
	2	$3,6670\cdot10^5$		2	$5,42155\cdot10^6$
	3	$5,1121\cdot10^5$		3	$4,11462\cdot10^6$
	4	$1,4378\cdot10^5$		4	$6,10543\cdot10^6$
2116	1	$0,5465\cdot10^6$	1794	1	$1,02156\cdot10^7$
	2	$0,9667\cdot10^6$		2	$1,00047\cdot10^7$
	3	$1,1023\cdot10^6$		3	$8,47565\cdot10^6$
	4	$0,8431\cdot10^6$			
2024	1	$2,3661\cdot10^6$	1748	1	$1,10085\cdot10^7$
	2	$1,3404\cdot10^6$		2	$1,00246\cdot10^7$
	3	$0,4403\cdot10^6$		3	$1,00614\cdot10^7$
	4	$0,7439\cdot10^6$			
1932	1	$6,2304\cdot10^6$			
	2	$8,64572\cdot10^6$			
	3	$1,01424\cdot10^7$			
	4	$1,14266\cdot10^7$			
1886	1	$9,6215\cdot10^6$			
	2	$1,04425\cdot10^7$			
	3	$1,20032\cdot10^7$			
	4	$1,00864\cdot10^7$			
1840	1	$1,11516\cdot10^7$			
	2	$1,00435\cdot10^7$			
	3	$1,02762\cdot10^7$			

Obs. Numărul de cicluri, N, corespunde unei solicitări ciclic simetrice cu o tensiune maximă egală cu

$$\sigma_{-1} = 1610 \text{ daN/cm}^2$$

după ce proba a fost degradată cu presolicitarea (N^*, σ)

C U P R I N S

Introducere

PARTEA ÎNTÎIA. CONSIDERAŢII ŞI CONTRIBUŢII TEORETICE

Cap.1 Problematica proiectării structurilor de rezistenţă hiperstatice ale vehiculelor în regim dinamic

1.1. Formularea problematicii 1

1.1.1. Consideraţii privind calculul static 1

1.1.2. Evaluarea sarcinilor dinamice 2

1.1.3. Optimizarea structurilor de rezistenţă 4

1.1.4. Calculul programat al structurilor 5

1.2. Probleme generale ale vibraţiilor aleatoare şi implicaţiile lor 6

1.2.1. Istoricul teoriei generale 7

1.2.2. Surse de excitaţii aleatoare 10

1.2.3. Răspunsul sistemelor oscilante la excitaţii aleatoare 11

1.2.4. Fisuraţii şi ruperi datorită vibraţiilor aleatoare 12

1.2.5. Probleme de proiectare şi încercare 13

1.3. Cercetări similare în ţara noastră 14

Cap.2 Contribuţii privind caracterizarea statistică a proceselor stochastice de excitaţie şi/sau de răspuns ale sistemelor vibratorii mecanice

2.1. Teoria corelaţională a proceselor stochastice 16

2.1.1. Noţiunea de proces stochastic 16

2.1.2. Caracterizarea proceselor stochastice 17

2.2. Criterii de staţionaritate 20

2.3. Ipoteza ergodică şi media pe ansamblu 22

2.4. Analiza în domeniul frecvenţelor 23

2.5. Caracteristicile dinamice generale ale unui sistem mecanic vibrator 24

2.5.1. Reprezentarea generalizată a sistemelor mecanice vibratorii 24

2.5.2. Funcţia pondere 24

2.5.3. Funcţia de transfer 25

2.5.4. Caracteristica de frecvenţă 26

2.6. Contribuţii la caracterizarea numerică a funcţiei de autocorelaţie 26
2.6.1. Program FØRTRAN pentru calcularea funcţiei de autocorelaţie 26
2.6.1.1. Intocmirea programului şi rezultate numerice 28
2.6.2. Aproximarea analitică a funcţiilor de autocorelaţie intîlnite în dinamica vehiculelor şi calculul densităţii spectrale 32
2.6.2.1. Funcţii de autocorelaţie tipice triunghiulare 33
2.6.2.2. Combinaţii de funcţii socinusoidale ... 33
2.6.2.3. Aproximarea prin combinaţii liniare de funcţii exponenţiale 34
2.6.2.4. Funcţii de autocorelaţie de forma oscilaţiei armonice amortizate 36
2.6.2.5. Procese stohastice diferenţiabile 37
2.6.2.6. Aproximarea cu exponenţiale pătratice.. 37
2.7. Contribuţii la analiza sistemelor oscilante cu un grad de libertate supuse perturbaţiilor stohastice 38
2.7.1. Ipoteze. Ecuaţia diferenţială a mişcării .. 38
2.7.2. Calculul funcţiei pondere sau reacţiei la impuls a sistemului 39
2.7.3. Coeficientul complex de transfer (caracteristica de frecvenţă a sistemului) 41
2.7.4. Calculul caracteristicilor probabilistice ale răspunsului sistemului 42
2.7.4.1. Determinarea aşteptării matematice a sistemului 42
2.7.4.2. Determinarea funcţiei de autocorelaţie a răspunsului 42
2.7.4.3. Determinarea densităţii spectrale a răspunsului 42
2.7.4.4. Calculul dispersiei răspunsului 43
2.7.4.4.1. Cazul funcţiilor de autocorelaţie tipice triunghiulare 43
2.7.4.4.2. Cazul funcţiilor de autocorelaţie sub formă de combinaţii de funcţii cosinusoidale 49

2.7.4.4.3. Cazul aproximării funcţiilor de autocorelaţie ale excitaţiei prin combinaţii liniare de funcţii exponenţiale 51
2.7.4.4.4. Cazul aproximării printr-o funcţie cosinusoidală amortizată 52
2.7.4.4.5. Cazul unei aproximaţii valabile pentru procesele stohastice diferenţiabile 53
2.8. Observaţii şi concluzii 55

Cap.3 Contribuţii la studiul şi analiza vibraţiilor caroseriilor de vehicule, excitate de procese stohastice staţionare şi ergodice
3.1. Modele mecanice pentru studiul vibraţiilor la vehicule 57
3.2. Ecuaţiile diferenţiale ale micilor oscilaţii pentru modelul cu trei grade de libertate 60
3.3. Funcţii de transfer 67
3.3.1. Funcţiile de transfer pentru oscilaţiile verticale şi unghiulare longitudinale 67
3.3.2. Funcţia de transfer pentru oscilaţiile unghiulare transversale 70
3.4. Caracteristici de amplitudine şi fază 70
3.4.1. Cazul oscilaţiilor verticale şi unghiulare longitudinale 71
3.4.2. Cazul oscilaţiilor unghiulare transversale 75
3.5. Consideraţii privind viteza şi acceleraţia sistemului 75
3.5.1. Caracteristica de frecvenţă a vitezei proceselor de oscilaţie 76
3.5.1.1. Oscilaţii verticale 76
3.5.1.2. Oscilaţii unghiulare longitudinale şi transversale 76
3.5.2. Caracteristica de frecvenţă a acceleraţiei proceselor de oscilaţie 77
3.5.2.1. Oscilaţii verticale 77
3.5.2.2. Oscilaţii unghiulare longitudinale şi transversale 78
3.6. Densităţi spectrale de putere şi caracteristici statistice 78

3.7. Observații și concluzii 81

Cap.4 Contribuții privind calculul de durabilitate și fenomenul de cumulare a degradărilor la solicitări aleatoare

4.1. Stadiul actual al problemei 83

4.2. Principalele teorii de degradare a metalelor în procesul de solicitare variabilă 87

4.2.1. Teorii formale 87

4.2.1.1. Teoria lui Grover 91

4.2.1.2. Teoria lui Marco-Starkey 91

4.2.1.3. Teoria lui Shanley 93

4.2.1.4. Teoria Corten-Dolan 93

4.2.1.5. Teoria Freudenthal-Heller 95

4.2.1.6. Teoria lui Serensen 96

4.2.1.7. Alte teorii (Nisihara și Yamada, Henry, Gratts, Manson) 96

4.2.1.8. Corecții statistice 98

4.2.1.9. Concluzii privind teoriile formale.. 100

4.2.2. Teorii fizice 101

4.2.3. Teorii probabilistice 103

4.3. Analiza probabilistică a depășirii nivelelor de referință în cazul spectrelor aleatoare 105

4.4. O nouă teorie de degradare cu considerarea influenței suprasolicitărilor 108

4.4.1. Suprasolicitări. Curbe French 108

4.4.2. Curbe de oboseală 110

4.4.3. Bazele și metodologia noului criteriu .. 110

4.4.4. Aplicații la calculul de durabilitate al structurilor 114

4.5. Concluzii 116

PARTEA A DOUA. APLICATII SI CONTRIBUTII EXPERIMENTALE. METODICA SI INTERPRETARE

Cap.5 Analiza stărilor de tensiune din structurile de rezistență ale boghiului tip Y25-Cs și bicicletei tip Tohan

5.1. Elemente inițiale de calcul 118

5.1.1. Introducere 118

5.1.2. Date constructive 119

5.1.3. Ipoteze de lucru 119

5.2. Calculul forțelor exterioare pentru diverse regimuri de funcționare 120
Cazul A : boghiul Y25-Cs 120
5.2.1. Sarcina statică verticală 121
5.2.2. Inscrierea dinamică a boghiului în curbă 121
5.2.2.1. Inscrierea în curbă de rază R_0=150 m 122
5.2.2.2. Inscrierea în curba de rază R_0=800 m 124
5.2.3. Calculul suprasarcinilor dinamice la mersul în curbă 124
5.2.4. Forțele care apar în procesul frînării .. 125
5.2.4.1. Forțe provenite de la instalația de frînare 125
5.2.4.2. Forțe provenite de la inerția maselor în mișcare 126
5.2.5. Sarcina antisimetrică 128
5.2.6. Suprasarcina dinamică verticală 128
Cazul B : Cadrul de bicicletă tip Tohan 128
5.3. Calculul caracteristicilor geometrice ale secțiunilor transversale 129
5.4. Calculul de rezistență 131
5.4.1. Observații generale. Metodică 131
5.4.2. Cazul A : boghiul Y25-Cs 133
5.4.2.1. Convenții 133
5.4.2.2. Eforturile produse de sarcinile unitate și de forțele exterioare date .. 133
5.4.2.3. Eforturi finale 135
5.4.2.4. Tensiuni 139
5.4.2.5. Studiul comparativ în tensiuni pentru două modele de calcul 141
5.4.3. Cazul B : cadrul bicicletei tip Tohan ... 143
5.5. Observații finale și concluzii 145
Cap.6 Măsurători și verificări experimentale statice și dinamice
6.1. Cercetări experimentale la solicitări statice. Comparația tensiunilor 147
6.1.1. Caracteristici de material 147
6.1.2. Incercarea statică a boghiului Y25-Cs ... 148
6.1.3. Incercarea statică a cadrelor de bicicletă 151

6.2. Concepţii noi şi instalaţii originale pentru încercarea la durabilitate a structurilor de rezistenţă.. 157
6.2.1. Tensiuni dinamice în cadrul boghiului Y25-Cs 157
6.2.2. Standuri originale pentru încercarea structurilor de rezistenţă la solicitări variabile.. 159
6.2.2.1. Standul cu bandă 159
6.2.2.2. Stand de încercare la rezonanţă 162
6.2.2.3. O nouă propunere 166
6.2.3. Tensiuni dinamice în cadre de biciclete 166
6.2.3.1. Solicitări dinamice la frînare 167
6.2.3.2. Solicitări dinamice la trecerea peste obstacole 168
6.2.3.3. Încercări de durabilitate în cazul solicitărilor sinusoidale 168
6.2.3.4. Încercări de durabilitate la solicitări nestaţionare 170
6.3. Confruntări finale teoretice şi experimentale 176
6.3.1. Calculul analitic al funcţiei de autocorelaţie 176
6.3.2. Aplicarea calculului de durabilitate propus de autor 178
6.3.2.1. Curbe de durabilitate şi suprasolicitare pentru ţevi din oţel moale................ 178
Sinteza principalelor contribuţii 185
Bibliografie
Anexe