

# **CONTRIBUȚII LA ANALIZA COMPORTĂRII NELINIARE A STRUCTURILOR METALICE**

Teză destinată obținerii  
titlului științific de doctor inginer  
la  
Universitatea "Politehnica" din Timișoara  
în domeniul INGINERIE CIVILĂ  
de către

**Ing. IOAN BOTH**

Conducător științific:  
Referenți științifici:

prof.univ.dr.ing. Marin IVAN  
prof.univ.dr.ing. Șerban DIMA  
prof.univ.dr.ing. Cosmin CHIOREAN  
prof.univ.dr.ing. Radu BĂNCILĂ

Ziua susținerii tezei: **30.06.2011**

Seriile Teze de doctorat ale UPT sunt:

- |                        |   |
|------------------------|---|
| 1. Automatică          | 7. Inginerie Electronică și Telecomunicații |
| 2. Chimie              | 8. Inginerie Industrială                    |
| 3. Energetică          | 9. Inginerie Mecanică                       |
| 4. Ingineria Chimică   | 10. Știința Calculatoarelor                 |
| 5. Inginerie Civilă    | 11. Știința și Ingineria Materialelor       |
| 6. Inginerie Electrică |   |

Universitatea „Politehnica” din Timișoara a inițiat seriile de mai sus în scopul diseminării expertizei, cunoștințelor și rezultatelor cercetărilor întreprinse în cadrul școlii doctorale a universității. Seriile conțin, potrivit H.B.Ex.S Nr. 14 / 14.07.2006, tezele de doctorat susținute în universitate începând cu 1 octombrie 2006.

Copyright © Editura Politehnica – Timișoara, 2006

Această publicație este supusă prevederilor legii dreptului de autor. Multiplicarea acestei publicații, în mod integral sau în parte, traducerea, tipărirea, reutilizarea ilustrațiilor, expunerea, radiodifuzarea, reproducerea pe microfilme sau în orice altă formă este permisă numai cu respectarea prevederilor Legii române a dreptului de autor în vigoare și permisiunea pentru utilizare obținută în scris din partea Universității „Politehnica” din Timișoara. Toate încălcările acestor drepturi vor fi penalizate potrivit Legii române a drepturilor de autor.

România, 300159 Timișoara, Bd. Republicii 9,  
tel. 0256 403823, fax. 0256 403221  
e-mail: editura@edipol.upt.ro

## Cuvânt înainte

Teza de doctorat a fost elaborată pe parcursul activității mele în cadrul Departamentului de Construcții Metalice și Mecanica Construcțiilor al Facultății de Construcții din Universitatea „Politehnica” din Timișoara.

Lucrarea de față reprezintă nivelul de cunoștințe pe care l-am dobândit și rezultatele obținute în urma cercetării din domeniul ingineriei civile sub atenta îndrumare a conducătorului de doctorat prof.dr.ing. Ivan Marin, căruia îi mulțumesc pentru sprijin și încurajare. De asemenea, înțelegerea științifică a comportării structurilor am dobândit-o din explicațiile clare și concise ale prof.dr.ing. Ivan Marin.

Utilitatea și complexitatea programelor de calcul precum și metodele de analiză a acestora necesită înțelegerea în amănunt a detaliilor proceselor de analiză de care dispun programele. În acest sens îi sunt recunoscător d-lui conf.dr.ing. Ivan Adrian pentru ajutorul și răbdarea în deslușirea „enigmelor” întâlnite pe parcursul elaborării tezei de doctorat.

Mulțumesc referenților științifici prof.dr.ing. Dima Șerban, prof.dr.ing. Chiorean Cosmin și prof.dr.ing. Băncilă Radu pentru acceptul lor de a recenza teza de doctorat.

Mulțumesc colectivului de cadre didactice al Facultății de Construcții din Timișoara care m-a îndrumat și m-a ajutat pe parcursul formării mele profesionale.

Atmosfera de muncă susținută, sfaturile și discuțiile profesionale alături de colegii din Departamentul de Construcții Metalice și Mecanica Construcțiilor mi-au fost de ajutor și mulțumesc pe această cale colegilor Danku Gelu, Filip-Văcărescu Norin, Crișan Andrei, Gabor Ramona, Neagu Călin, Bordea Sorin și Romînu Silvia. Îi mulțumesc domnului Popa Viorel pentru calmul său și sfaturile obiective.

Mulțumesc familiei pentru înțelegere, încurajare și sprijinul acordat pe parcursul acestor ani. Îi sunt recunoscător soției pentru suportul și cunoștințele matematice vaste ale genialității sale.

Timișoara, iunie 2011

ing. Both Ioan

Both Ioan

**CONTRIBUȚII LA ANALIZA COMPORTĂRII NELINIARE A  
STRUCTURILOR METALICE**

Teze de doctorat ale UPT, Seria 5, Nr. 70, Editura Politehnica,  
2010, 255 pagini, 144 figuri, 70 tabele.

ISSN:1842-581X

ISBN: 978 606 554 295-2

Cuvinte cheie:

calcul neliniar, matrici, rigiditate, traversări suspendate, traversări hobanate, cabluri, neliniaritate geometrică, element finit, simulări numerice, analiza dinamică, amortizare, perioada de vibrație, analiza pe faze de construcție, analiza progresivă, analiza regresivă.

Rezumat:

Lucrarea prezintă tipurile de traversări de conducte suspendate pe care le analizează apoi din prisma comportării lor. Este prezentată formularea matematică a calculului neliniar pentru structurile alcătuite din bare și cabluri. Sunt realizate analize numerice la traversări hobanate cu două cabluri drepte, traversările hobanate cu patru cabluri drepte și la traversările suspendate cu cabluri parabolice. Pentru fiecare din aceste traversări sunt prezentate modurile de introducere a datelor în două programe de calcul cu element finit, care permit analiza structurilor cu elemente de tip cablu. Sunt realizate analize neliniare ale traversărilor conform normelor pentru evidențierea comportamentului traversărilor suspendate. Sunt efectuate analize dinamice ale traversărilor pentru evidențierea perioadelor de vibrație. Analiza pe faze de construcție scoate în evidență dezvoltarea eforturilor în structura. Este prezentat un program care determină forma geometrică a unui cablu oarecare și forțele care apar în cablu în funcție de un parametru inițial ales de utilizator. Toate acestea duc la înțelegerea comportării neliniare a structurilor cu elemente întinse.

## CUPRINS

Lista de figuri .....	8
Lista de tabele .....	12
1. INTRODUCERE .....	14
1.1 Generalități .....	14
1.2 Tipuri de traversări de conducte .....	15
1.2.1 Conducta autoportantă .....	15
1.2.2 Conducta susținută de o structură separată .....	15
1.2.3 Conducta armată cu tirant .....	17
1.2.4 Conducta susținută cu o structură în arc .....	17
1.2.5 Conducta suspendată .....	18
1.2.6 Traversări suspendate pe cabluri .....	19
1.3 Preluarea încărcării din vânt .....	23
1.4 Pilonii .....	24
1.5 Fundațiile .....	26
1.6 Cabluri din oțel .....	27
1.6.1 Date generale .....	27
1.6.2 Caracteristicile cablurilor din oțel .....	31
1.6.3 Degradarea cablurilor .....	32
1.7 Particularități ale calculului traversărilor suspendate .....	34
1.8 Stadiul actual al calculului traversărilor suspendate .....	36
1.8.1 Factorii care influențează instabilitatea traversărilor suspendate .....	36
1.8.2 Pașii necesari în analiza siguranței traversărilor suspendate .....	38
1.9 Probleme nerezolvate .....	39
2. CALCULUL CABLULUI INDEPENDENT .....	40
2.1 Etapele de calcul .....	40
2.1.1 Faza de montaj .....	40
2.1.2 Faza de exploatare .....	40
2.2 Cablul suspendat liber cu o deschidere .....	40
2.2.1 Încărcarea verticală uniform distribuită pe toată deschiderea .....	41
2.2.2 Influența variației de temperatură .....	42
2.2.3 Încărcarea cu forțe distribuite uniform pe două direcții .....	43
2.2.4 Influența rigidității cablului .....	43
2.3 Cablul cu mai multe deschideri .....	58
2.4 Cablul drept – înclinat (hobană) .....	59
2.4.1 Modulul de elasticitate echivalent (reduc) al cablului drept .....	59
2.4.2 Modelul cablului cu element de cablu greu .....	62
2.4.3 Element finit unidimensional pentru cablu .....	63
2.5 Efectul deplasărilor orizontale ale reazemelor .....	65
3. FORMULAREA MATEMATICĂ A CALCULULUI NELINIAR PENTRU STRUCTURILE ALCĂTUITE DIN BARE ȘI CABLURI .....	66
3.1 Probleme generale .....	66
3.2 Formularea geometrică neliniară a elementului finit de tip bară .....	66
3.2.1 Sisteme de coordonate .....	66
3.2.2 Tensorul deformațiilor specifice .....	67
3.2.3 Ecuația constitutivă .....	68
3.2.4 Ecuația fundamentală a metodei elementului finit în calculul static neliniar .....	68
3.2.5 Matricea neliniară a rigidității barei drepte cu secțiune constantă în sistemul local de referință .....	70
3.2.6 Matricea neliniară a rigidității barei drepte în sistemul global de referință .....	73

3.3	Metoda elementului finit pentru structura dezvoltată în elemente finite.....	75
3.4	Procedura de calcul.....	76
3.5	Concluzii .....	77
4.	METODE NUMERICE FOLOSITE ÎN CALCULUL NELINIAR .....	78
4.1	Probleme generale.....	78
4.2	Tehnici iterative de rezolvare a ecuațiilor neliniare.....	79
4.3	Strategii iterative .....	81
4.4	Alocarea automată a incrementului de încărcare .....	83
4.4.1	Metode de incrementare a încărcării bazate pe raportul $J_d/J_{i-1}$ .....	83
4.4.2	Incrementarea lungimii arcului .....	84
4.4.3	Metode de incrementare bazate pe parametrul curent al rigidității $S_\lambda$ .....	85
4.4.4	Metode incrementale bazate pe o aproximație parabolică a curbei încărcare- deplasare .....	86
4.4.5	Semnul incrementului inițial de încărcare .....	87
4.5	Concluzii .....	87
5.	ANALIZA COMPORTĂRII TRAVERSĂRIILOR DE CONDUCTE .....	89
5.1	Traversări cu conducta suspendată .....	89
5.2	Traversări cu o deschidere și cabluri curbe .....	91
5.2.1	Probleme generale.....	91
5.2.2	Starea de eforturi din structură .....	92
5.3	Traversări cu o deschidere și cabluri drepte înclinate (hobane) .....	100
5.3.1	Probleme generale.....	100
5.3.2	Traversări în consolă.....	101
5.3.3	Traversări suspendate cu un pilon.....	104
5.3.4	Traversări simetrice cu doi piloni .....	105
5.3.5	Traversări cu ferme din cabluri .....	106
5.4	Calculul pilonului .....	106
5.5	Calculul fundațiilor.....	111
5.5.1	Fundația pilonului.....	111
5.5.2	Fundația cablurilor portante .....	112
6.	NORME ȘI STANDARDE .....	114
6.1	SR EN 1993-1-11 .....	114
6.2	SR EN 1993-1-9 .....	119
6.3	SR EN 1993-4-3 .....	120
6.4	SR EN 1991-1-4 .....	122
6.5	SR EN 1991-1-5 .....	123
6.6	SR EN 1991-1-6 .....	124
7.	ANALIZA NUMERICĂ A COMPORTĂRII TRAVERSĂRIILOR SUSPENDATE PENTRU CONDUCTE .....	126
7.1	Probleme generale.....	126
7.2	Discretizarea structurii traversării suspendate.....	126
7.3	Matricile neliniare de rigiditate ale elementelor finite.....	127
7.3.1	Bară încastrată la extremități .....	127
7.3.2	Cablul.....	129
7.3.3	Tirantul de susținere .....	131
7.3.4	Bara dublu articulată .....	133
7.4	Proiectare asistată de calculator .....	134
7.5	Analiza traversării cu două cabluri drepte.....	141
7.5.1	Configurația structurală.....	141
7.5.2	Calculul analitic.....	142

7.5.3	Calculul numeric (SAP2000)	147
7.5.4	Calculul numeric (SCIA Engineer)	148
7.5.5	Compararea rezultatelor analitice cu rezultatele numerice în cazul traversărilor cu două cabluri drepte	150
7.5.6	Încărcări și combinații de încărcări	152
7.5.7	Analiza comportării traversării cu două cabluri drepte	155
7.5.8	Verificarea stărilor limită	159
7.5.9	Consumul de material	165
7.6	Analiza traversărilor cu patru cabluri drepte	166
7.6.1	Configurația structurală	166
7.6.2	Calculul analitic pentru o traversare cu patru cabluri drepte	166
7.6.3	Calculul numeric (SAP2000)	170
7.6.4	Calculul numeric (SCIA Engineer)	172
7.6.5	Compararea rezultatelor pentru traversarea cu patru cabluri drepte	173
7.6.6	Verificarea stărilor limită	175
7.6.7	Consumul de material	177
7.7	Traversările cu șase cabluri drepte	180
7.8	Analiza traversărilor cu cabluri parabolice	181
7.8.1	Configurația structurală	181
7.8.2	Calculul analitic	181
7.8.3	Calculul numeric (SAP2000)	185
7.8.4	Calcul numeric (SCIA Engineer)	186
7.8.5	Compararea rezultatelor analitice cu rezultatele numerice în cazul traversărilor suspendate	187
7.8.6	Analiza traversărilor suspendate cu deschideri mari	189
7.8.7	Consumul de material	194
7.9	Analiza dinamică a traversărilor suspendate	194
7.9.1	Traversările cu două cabluri drepte analizate dinamic	195
7.9.2	Traversările cu patru cabluri drepte analizate dinamic	198
7.9.3	Traversările cu cabluri parabolice analizate dinamic	200
7.10	Analiza pe faze de construcție	203
8.	CONCLUZII ȘI CONTRIBUȚII PERSONALE	213
8.1	Considerații finale	213
8.2	Contribuții personale	217
8.3	Valorificarea rezultatelor	219
	ANEXE	220
	Anexa 1 Calculul rezultantei presiunii vântului pe cilindri	220
	Anexa 2 Lista standardelor care au legătură cu traversările de conducte	225
	Anexa 3 Calcul analitic pentru traversarea cu două cabluri drepte	226
	Anexa 4 Determinarea încărcării din chiciură	233
	Anexa 5 Calculul forțelor dintr-un cablu și determinarea formei geometrice	234
	Anexa 6 Calculul traversărilor cu cablu parabolic	238
	Anexa 7 Calculul eforturilor în cablurile parabolice	246
	BIBLIOGRAFIE	248

## Lista de figuri

Fig. 1.1.	Schema statică conductă autoportantă .....	15
Fig. 1.2.	Conducte autoportante.....	15
Fig. 1.3.	Scheme statice a conductelor susținute .....	16
Fig. 1.4.	Conducte susținute.....	16
Fig. 1.5.	Scheme statice a conductelor armate .....	17
Fig. 1.6.	Scheme statice cu structură.....	18
Fig. 1.7.	Conductă suspendată cu o deschidere .....	18
Fig. 1.8.	Conductă suspendată cu mai multe deschideri .....	19
Fig. 1.9.	Traversări suspendate pe cabluri sub forma de lăntișor .....	20
Fig. 1.10.	Traversări suspendate cu 1, respectiv 2 cabluri portante .....	20
Fig. 1.11.	Traversare suspendată cu piloni în formă de stea .....	21
Fig. 1.12.	Traversare suspendată cu piloni în formă de Y .....	21
Fig. 1.13.	Traversare suspendată cu mai multe deschideri .....	21
Fig. 1.14.	Traversare suspendată cu cabluri înclinate .....	22
Fig. 1.15.	Traversare suspendată cu cabluri înclinate încrucișate .....	22
Fig. 1.16.	Traversare suspendată cu ferme din cabluri .....	23
Fig. 1.17.	Preluarea încărcării din vânt.....	24
Fig. 1.18.	Piloni cu structură zăbrelită.....	25
Fig. 1.19.	Pilon cu structură în cadre .....	25
Fig. 1.20.	Prinderea pilonilor la partea superioară.....	26
Fig. 1.21.	Ancorarea traversărilor .....	27
Fig. 1.22.	Componentele cablului .....	27
Fig. 1.23.	Clasificarea cablurilor după forma secțiunii transversale a toroanelor ..	29
Fig. 1.24.	Clasificarea cablurilor după forma secțiunii sârmelor.....	29
Fig. 1.25.	Cabluri duble .....	29
Fig. 1.26.	Cabluri duble construcție combinată.....	29
Fig. 1.27.	Cabluri compuse construcție triplă .....	29
Fig. 1.28.	Tipuri de poziționare a toroanelor în cablu.....	30
Fig. 1.29.	Cablul cu răsucire împiedicată (a), cablu cu toroane protejate cu manta (b) .....	31
Fig. 2.1.	Încărcarea firului după ecuația pătratică a parabolei .....	41
Fig. 2.2.	Creșterea săgeții la încărcări diferite .....	43
Fig. 2.3.	Element diferențial la încărcarea $g$ .....	44
Fig. 2.4.	Cablul articulat încărcat pe toată deschiderea .....	46
Fig. 2.5.	Cablul încastrat încărcat pe toată deschiderea .....	47
Fig. 2.6.	Cablul articulat cu încărcare temporară.....	50
Fig. 2.7.	Cablul cu reazeme denivelate.....	56
Fig. 2.8.	Cablul cu mai multe deschideri.....	58
Fig. 2.9.	Cablul cu reazeme denivelate.....	60
Fig. 2.10.	Element diferențial de cablu.....	60
Fig. 2.11.	Element de cablu greu .....	63
Fig. 2.12.	Element finit unidimensional pentru cablu .....	64
Fig. 2.13.	Influența deplasărilor orizontale ale reazemelor .....	65
Fig. 3.1.	Deplasarea punctelor mulțimii A .....	67
Fig. 3.2.	Forțele și deplasările nodale pentru elementul finit de tip bară .....	70
Fig. 3.3.	Calculul imperfecțiunii geometrice.....	72
Fig. 3.4.	Element diferențial de tip bară în poziția nedeformată și deformată ....	72
Fig. 4.1.	Procedee de rezolvare a problemelor din mecanica structurilor.....	78



Fig. 4.2.	Metode iterative pentru trasarea curbelor încărcare – deplasare în domeniul precritic (a-d) și postcritic (e-g); Depășirea punctelor limită;.....	79
Fig. 4.3.	Schema iterativă pentru un pas de încărcare .....	80
Fig. 5.1.	Traversare cu conducta suspendată .....	89
Fig. 5.2.	Structură suspendată static nedeterminată .....	92
Fig. 5.3.	Izolarea nodului i .....	92
Fig. 5.4.	Izolare substructură .....	93
Fig. 5.5.	Substructura cu forța $H=X_1=1$ .....	93
Fig. 5.6.	Eforturile în calculul de ordinul doi .....	96
Fig. 5.7.	Conducta static nedeterminată .....	97
Fig. 5.8.	Izolarea nodului 1 la aplicarea forței de pretensionare .....	98
Fig. 5.9.	Traversări cu cabluri hobanate .....	100
Fig. 5.10.	Structura de bază.....	101
Fig. 5.11.	Traversarea în consolă .....	102
Fig. 5.12.	Metoda forțelor în analiza traversării .....	103
Fig. 5.13.	Traversare suspendată cu un pilon.....	104
Fig. 5.14.	Traversare hobanată cu doi piloni .....	105
Fig. 5.15.	Piloni cu structură cu zăbrele .....	107
Fig. 5.16.	Piloni cu structură în cadre .....	107
Fig. 5.17.	Pilon încărcat cu eforturile din cablu și forțe exterioare .....	107
Fig. 5.18.	Fundație pilon.....	112
Fig. 5.19.	Fundația cablurilor portante .....	113
Fig. 6.1.	Grosimea chiciurii pe elementele de structură.....	115
Fig. 6.2.	Curbele de rezistență la oboseală pentru elemente întinse.....	119
Fig. 6.3.	Raza $r_0$ într-o secțiune ovalizată .....	122
Fig. 7.1.	Traversare suspendată.....	126
Fig. 7.2.	Discretizarea structurii .....	127
Fig. 7.3.	Element finit de tip bară.....	127
Fig. 7.4.	Poziția de echilibru pentru starea inițială și intermediară .....	131
Fig. 7.5.	Pilon cu zăbrele.....	133
Fig. 7.6.	Analiza pe faze de lucrări efectuată de CivilFEM .....	135
Fig. 7.7.	Traversare suspendată modelată în SCIA Engineer .....	136
Fig. 7.8.	Traversare suspendată modelată în SAP2000 .....	136
Fig. 7.9.	Construcție și analiză efectuată cu CableCAD.....	137
Fig. 7.10.	Simulare pod hobanat cu BRIGADE .....	137
Fig. 7.11.	Răspunsul structurii la încărcări variabile în timp (LUSAS) .....	138
Fig. 7.12.	Structuri cu cabluri analizate cu ADAPT-ABI .....	139
Fig. 7.13.	Simulare traversare hobanată cu BD3 .....	139
Fig. 7.14.	Analiza pe faze de construcție efectuat cu Midas Civil .....	140
Fig. 7.15.	Traversare suspendată analizată .....	141
Fig. 7.16.	Structura de bază pentru traversare cu două cabluri drepte.....	143
Fig. 7.17.	Conducta deformată din greutatea proprie .....	146
Fig. 7.18.	Conducta deformată din încărcarea totală .....	147
Fig. 7.19.	Deformată structurii din greutate permanentă (SAP2000) .....	147
Fig. 7.20.	Deformată structurii din greutate permanentă cu pretensionarea cablurilor (SAP2000).....	148
Fig. 7.21.	Deformată structurii din greutate permanentă (SCIA Engineer).....	149
Fig. 7.22.	Deformată structurii cu pretensionarea cablurilor .....	149
Fig. 7.23.	Erori între valorile obținute analitic și numeric (SAP2000).....	150
Fig. 7.24.	Erori între valorile obținute analitic și numeric (SCIA Engineer) .....	151

Fig. 7.25. Erori între valorile obținute din calcul numeric (SAP2000 vs SCIA Engineer) .....	152
Fig. 7.26. Variația săgeții maxime în funcție de forța aplicată.....	156
Fig. 7.27. Variația perioadei oscilațiilor verticale în funcție de viteza vântului....	157
Fig. 7.28. Distribuția eforturilor unitare în conductă.....	161
Fig. 7.29. Distribuția încărcării din vânt pe jumătate din conductă .....	163
Fig. 7.30. Eforturile von Mises în peretele conductei .....	163
Fig. 7.31. Eforturile unitare $\sigma_{22}$ .....	163
Fig. 7.32. Deformata conductei pentru încărcarea din vânt .....	164
Fig. 7.33. Traversare suspendată cu două cabluri drepte .....	166
Fig. 7.34. Structura de bază pentru traversare cu patru cabluri drepte .....	168
Fig. 7.35. Conducta deformată din greutatea proprie .....	169
Fig. 7.36. Conducta deformată din încărcarea totală .....	170
Fig. 7.37. Deformata structurii din greutate proprie (SAP2000) .....	171
Fig. 7.38. Deformata structurii din greutate proprie cu tensionarea cablurilor (SAP2000) .....	171
Fig. 7.39. Traversarea deformată din încărcarea totală.....	172
Fig. 7.40. Structura deformată din greutatea proprie (SCIA Engineer).....	172
Fig. 7.41. Structura deformată din greutatea proprie cu pretensionare (SCIA Engineer) .....	172
Fig. 7.42. Traversarea deformată din greutatea totală (SCIA Engineer) .....	173
Fig. 7.43. Erori între valorile obținute analitic și numeric (SAP2000).....	173
Fig. 7.44. Erori între valorile obținute analitic și numeric (SCIA Engineer) .....	174
Fig. 7.45. Erori între valorile obținute prin calcul numeric .....	175
Fig. 7.46. Variația eforturilor maxime în funcție de grosimea peretelui conductei .....	178
Fig. 7.47. Săgeata maximă la mijlocul deschiderii conductei .....	178
Fig. 7.48. Variația tensiunii maxime în funcție de grosimea peretelui conductei.	179
Fig. 7.49. Traversarea suspendată cu 6 cabluri drepte .....	180
Fig. 7.50. Configurația structurală a traversării suspendate analizată .....	181
Fig. 7.51. Structura de bază pentru traversarea cu cabluri parabolice .....	182
Fig. 7.52. Diagrama de moment încovoietor pe conductă .....	183
Fig. 7.53. Conducta deformată din încărcarea totală .....	184
Fig. 7.54. Conducta deformată după pretensionare.....	185
Fig. 7.55. Deformata structurii cu configurație inițială .....	186
Fig. 7.56. Deformata structurii cu configurația cablurilor modificată .....	186
Fig. 7.57. Deformata structurii cu elemente de cablu .....	187
Fig. 7.58. Deformata structurii cu elemente de cablu pretensionate .....	187
Fig. 7.59. Erori între valorile obținute analitic și numeric (SAP2000).....	188
Fig. 7.60. Erori între valorile obținute analitic și numeric (SCIA Engineer) .....	188
Fig. 7.61. Erori între valorile obținute prin calcul numeric (SAP2000, SCIA Engineer) .....	189
Fig. 7.62. Traversare suspendată în stea.....	190
Fig. 7.63. Spectru de viteze stația Vărădia .....	194
Fig. 7.64. Amortizarea traversării cu două cabluri.....	197
Fig. 7.65. Amortizarea traversării cu patru cabluri .....	199
Fig. 7.66. Amortizarea traversării cu cabluri parabolice .....	201
Fig. 7.67. Scema logică pentru definirea fazelor de construcție.....	204
Fig. 7.68. Definirea etapelor de construcție .....	205
Fig. 7.69. Parametrii analizei neliniare .....	206

Fig. 7.70.	Analiza în 5 faze de construcție .....	206
Fig. 7.71.	Etape de construcție median simetric .....	208
Fig. 7.72.	Etape de construcție lateral simetric.....	209
Fig. 7.73.	Etape de construcție lateral succesive .....	210
Fig. 7.74.	Etape de construcție pe trei tronsoane.....	211

## Lista de tabele

Tabel 1.1	Caracteristici ale cablurilor din oțel.....	31
Tabel 1.2	Degradări ale cablurilor.....	12
Tabel 4.1	Iterațiile folosite în calculul neliniar al structurilor metalice.....	82
Tabel 6.1	Grupe de elemente întinse.....	114
Tabel 6.2	Coeficientul de pierdere $k_e$ .....	118
Tabel 6.3	Eforturi unitare limită.....	118
Tabel 6.4	Categoriile de detalii pentru rezistență a oboseală.....	119
Tabel 6.5	Valori recomandate pentru factorii parțiali pentru rezistența la oboseală.....	120
Tabel 6.6	Temperaturi exterioare orientative.....	123
Tabel 6.7	Clasificarea încărcărilor pe durata execuției.....	125
Tabel 6.8	Perioadele de revenire recomandate pentru acțiuni climatice.....	125
Tabel 7.1	Dimensiunile traversării cu cabluri drepte.....	141
Tabel 7.2	Caracteristicile geometrice ale elementelor structurale.....	141
Tabel 7.3	Eforturi în elemente structurale rezultate din calculul analitic.....	146
Tabel 7.4	Eforturi în elemente structurale după pretensionare.....	146
Tabel 7.5	Eforturi în elem. structurale (SAP2000).....	148
Tabel 7.6	Eforturi în elem. structurale analiza neliniară (SCIA Engineer).....	149
Tabel 7.7	Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SAP2000) față de calculul analitic.....	151
Tabel 7.8	Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SCIA) față de calculul analitic.....	152
Tabel 7.9	Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SAP2000 vs SCIA).....	155
Tabel 7.10	Ipoteze de încărcare pentru traversări de conducte.....	153
Tabel 7.11	Combinății de încărcări pentru traversări de conducte.....	154
Tabel 7.12	Forța axială în conductă pentru analiza planară și spațială.....	156
Tabel 7.13	Perioada proprie de vibrație în analiza modală.....	158
Tabel 7.14	Eforturi maxime în cabluri.....	160
Tabel 7.15	Eforturi în conductă.....	160
Tabel 7.16	Eforturi în pilon.....	165
Tabel 7.17	Deplasarea nodului de la mijlocul deschiderii traversării.....	165
Tabel 7.18	Deplasarea capătului superior al pilonului.....	165
Tabel 7.19	Consumul de oțel pentru traversarea cu două cabluri drepte.....	166
Tabel 7.20	Dimensiunile traversării cu patru cabluri drepte.....	166
Tabel 7.21	Eforturi în elem. structurale calculate analitic.....	170
Tabel 7.22	Eforturi în elem. structurale după pretensionare (SAP2000).....	171
Tabel 7.23	Eforturi în elem. structurale după pretensionare (SCIA).....	172
Tabel 7.24	Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SAP2000) față de calculul analitic.....	174
Tabel 7.25	Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SCIA) față de calculul analitic.....	174
Tabel 7.26	Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SAP2000 vs SCIA).....	175
Tabel 7.27	Eforturi maxime în cabluri.....	176
Tabel 7.28	Eforturile în conductă.....	176
Tabel 7.29	Eforturi în pilon.....	176
Tabel 7.30	Deplasarea nodului de la mijlocul deschiderii.....	177

Tabel 7.31 Deplasarea capătului superior al pilonului.....	177
Tabel 7.32 Consumul de oțel pentru traversarea cu patru cabluri drepte.....	177
Tabel 7.33 Eforturi și deplasări pentru grosimi diferite ale peretelui conductei.....	179
Tabel 7.34 Consumul de oțel ( $t_{cond} = 5\text{mm}$ ).....	179
Tabel 7.35 Consumul de oțel la traversarea cu șase cabluri drepte.....	180
Tabel 7.36 Caracteristicile geometrice ale elementelor structurale.....	181
Tabel 7.37 Eforturi rezultate din calculul analitic ( $g=2.7\text{kN/m}$ ).....	184
Tabel 7.38 Eforturi rezultate din calculul numeric (SAP2000).....	185
Tabel 7.39 Eforturi rezultate din calculul numeric cu configurație modificată.....	186
Tabel 7.40 Eforturi rezultate din calculul numeric (SCIA Engineer).....	187
Tabel 7.41 Eforturi rezultate din calculul numeric cu pretensionare (SCIA Engineer).....	187
Tabel 7.42 Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SAP2000) față de calculul analitic.....	188
Tabel 7.43 Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SCIA Engineer) față de calculul analitic.....	189
Tabel 7.44 Erori între eforturile obținute din calcul numeric.....	189
Tabel 7.45 Caracteristicile geometrice ale elementelor structurale.....	191
Tabel 7.46 Ipoteze de încărcare pentru traversări de conducte.....	191
Tabel 7.47 Forța axială maximă în cabluri.....	192
Tabel 7.48 Eforturile extreme în conductă.....	193
Tabel 7.49 Eforturi în pilon.....	193
Tabel 7.50 Deplasarea nodului de la mijlocul deschiderii.....	193
Tabel 7.51 Deplasarea capătului superior al pilonului.....	194
Tabel 7.52 Deplasarea reazemului conductei.....	194
Tabel 7.53 Perioadele traversării cu două cabluri drepte în funcție de masa considerată.....	195
Tabel 7.54 Perioadele traversării în funcție de masa considerată și rigiditate.....	196
Tabel 7.55 Eforturi în elementele structurale.....	198
Tabel 7.56 Perioadele traversării cu patru cabluri drepte în funcție de masa considerată.....	198
Tabel 7.57 Eforturi în elementele structurale.....	200
Tabel 7.58 Perioadele traversării cu cabluri parabolice în funcție de masa considerată.....	200
Tabel 7.59 Eforturi în elementele structurale.....	202

# 1. INTRODUCERE

## 1.1 Generalități

Transportul materialelor fluide poate fi făcut folosind o varietate mare de sprijiniri pentru conducte metalice. În cursul traseului, conductele intersectează diferite obstacole care pot fi ocolite aerian sau îngropate. Fiecare tip de traversare prezintă particularități și dificultăți pentru o proiectare de calitate.

Conductele metalice circulare au utilizări multiple în tehnică. Ele servesc la transportul gazelor în industria chimică, siderurgică, la transportul apei în instalațiile hidroenergetice și termoeenergetice, la transportul petrolului, motorinei și altor gaze care se obțin în industria de prelucrare a petrolului, la transportul gazelor naturale și apelor geotermale.

Siguranța în funcționarea acestor instalații precum și lungimea mare a traseelor de conducte influențează în mod deosebit costul investițiilor. Proiectarea și execuția conductelor trebuie să contribuie la asigurarea rezistenței și siguranței depline în exploatare.

În trecut deschiderea traversării conductelor era redus dar și limitat în special de proprietățile materialelor de construcție utilizate. Lemnul sau zidăria folosite la începuturi, nu ofereau posibilitatea construirii unor deschideri mari. Oțelul este un material cu rezistențe mari, ceea ce permite realizarea unor traversări cu consum redus de material la deschideri mari.

Structurile pe cabluri și cablurile au fost folosite de mulți ani ca structuri respectiv elemente portante de clasă superioară în sistemele structurale. În general, cablul este considerat ca fiind capabil de a prelua doar întindere. În moduri avansate de deformare rigiditatea cablului nu este nulă pentru încovoiere și compresiune, raportul dintre deschiderea și diametrul cablului este suficient de mare pentru a considera aceste rigidități ca fiind neglijabile.

La alegerea tipului de traversare trebuie să se țină seama de următoarele avantaje:

- aspect arhitectonic reușit;
- acoperă deschideri mari;
- rezistență și durabilitate mare;
- au un consum redus de oțel;
- grad de siguranță ridicat prin execuție în uzină și control de calitate;
- permit tipizarea prinderii tiranților;
- montaj rapid pe șantier;
- comportare bună la tasări diferențiate datorită adaptării rapide a structurii la noile condiții de lucru;
- comportare mai bună la acțiuni seismice, având masa redusă, forțele induse sunt mai mici.

La toate tipurile de traversări se prevăd robinete de închidere la ambele capete, compensatori de dilatație și legarea la pământ a întregii structuri metalice.

## 1.2 Tipuri de traversări de conducte

Când conducta traversează anumite obstacole (căi de comunicație, cursuri de apă, etc.) din punct de vedere tehnic se pot adopta următoarele soluții:

- conducte autoportante;
- conductă susținută de o construcție specială;
- conductă armată cu tirant sau cu arc;
- conductă suspendată.

La alegerea tipului de traversare trebuie să se țină seama de următoarele considerente generale:

- soluția adoptată să asigure preluarea cât mai bună a acțiunilor verticale și orizontale;
- consum de oțel și manoperă cât mai mici, încadrându-se în indicii economici;
- deplasările să fie cât mai reduse.

### 1.2.1 Conducta autoportantă

Este o soluție economică deoarece utilizează capacitatea portantă a conductei (fig. 1.1). Distanța între reazemele conductei se determină din starea limită de rezistență și stabilitate a conductei care intervin în exploatare. Reazemele conductei sunt blocuri de beton, stâlpi de beton, respectiv stâlpi metalici portali sau cu zăbrele. Soluția aceasta se folosește în practică pentru deschideri mici ( $\leq 20$  m) și pentru conducte cu diametrul între 600 – 2000 mm și grosimi de perete de 10 – 14 mm.



Fig. 1.1. Schema statică conductă autoportantă

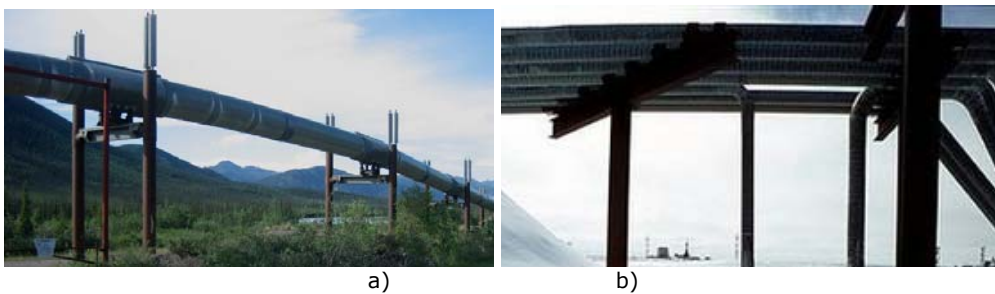


Fig. 1.2. Conducte autoportante

### 1.2.2 Conducta susținută de o structură separată

Conducta reazemă pe o construcție de susținere în așa fel încât să fie eliminată conlucrarea între ele. Structura de susținere este formată dintr-o structură

cu zăbrele pe care reazemă conducta (fig. 1.3 a,c,), respectiv de care se suspendă conducta (fig. 1.3 b,d). Alte tipuri de structuri de susținere sunt cadrele plane (fig. 1.3 e,f) , cadrele cu stâlpi înclinați (fig 1.3 g).

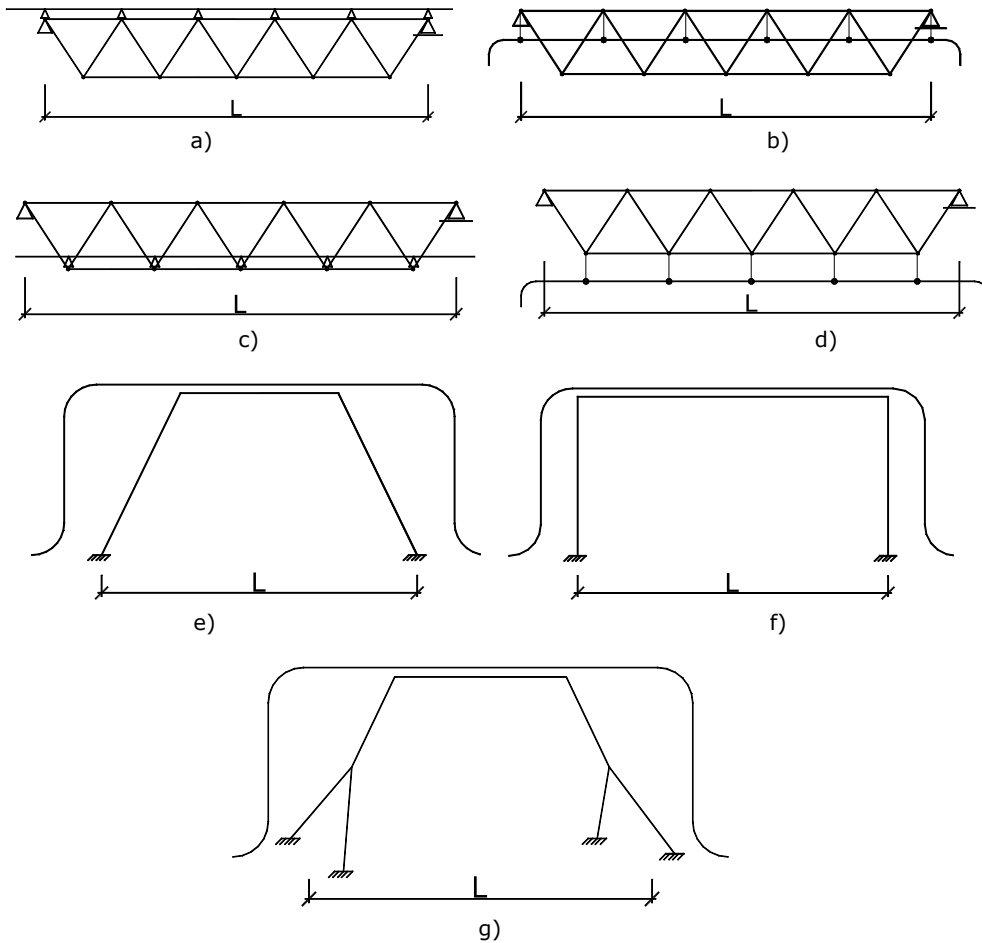


Fig. 1.3. Scheme statice a conductelor susținute



Fig. 1.4. Conducte susținute

Traversările de acest tip se proiectează pentru conducte care transportă produse deosebit de importante și sunt indicate pentru deschideri de 20 – 40 m.



### 1.2.3 Conducta armată cu tirant

O soluție mai economică se obține atunci când conducta constituie element al structurii de rezistență. Conducta se poate arma cu un tirant la partea inferioară. Sistemul poate să fie triunghiular, trapezoidal (fig. 1.5.), respectiv nodurile tirantului pot fi dispuse pe o parabolă. Și acest tip de traversare se utilizează pentru deschideri mici: 8 – 15 m.

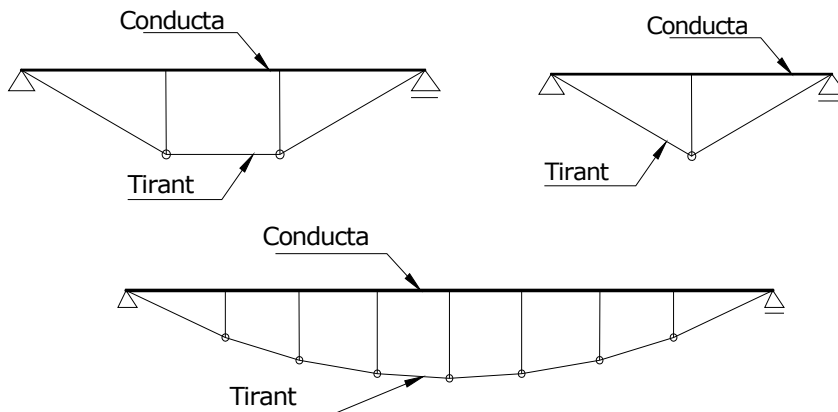
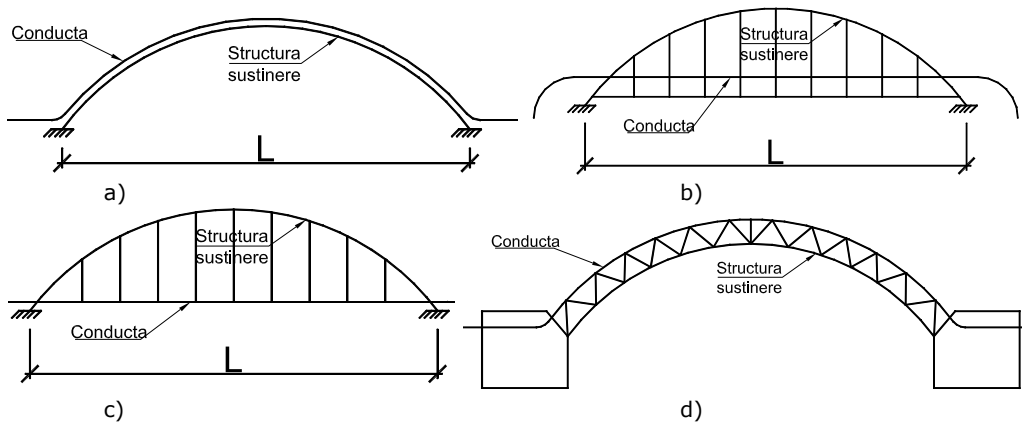
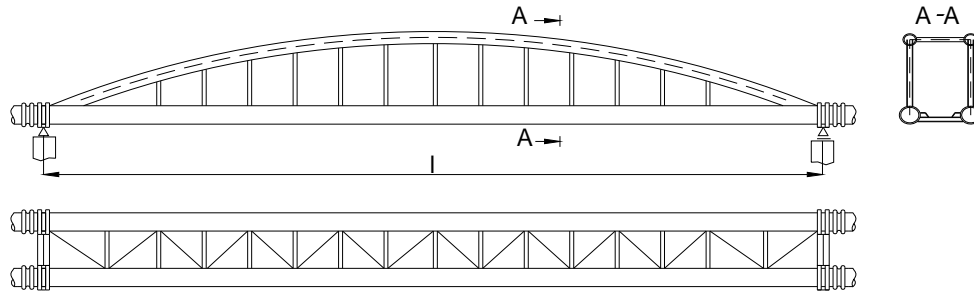


Fig. 1.5. Scheme statice a conductelor armate

### 1.2.4 Conducta susținută cu o structură în arc

Dacă deschiderea de traversat crește se poate adopta soluția susținerii conductei cu o construcție de susținere realizată din arc (fig. 1.6 a). Conducta reazemă pe talpa superioară (fig. 1.6 a), respectiv este suspendată de arc fără rol de rezistență (fig. 1.6 b) sau cu rol de rezistență (fig. 1.6 c). Altă posibilitate este ca însăși conducta să constituie tălpile unui arc cu zăbrele (fig. 1.6 d). În figura 1.6 se prezintă două conducte întărite cu un arc încastrat, iar conducta reazemă pe arc. Sistemul este cunoscut ca grinda Langer. Soluția prezintă traversarea fluviului Fuji în Japonia, conducte cu diametrul de 2400 mm și arce de formă circulară cu diametrul de 1400 mm, traversarea având 10 deschideri de 105 m fiecare.





e)

Fig. 1.6. Scheme statice cu structură

- a) schema statică conducte pe structură în arc, b) schema statică conducte cu structură în arc fără rol de rezistență, c) schema statică conducte cu structură în arc cu rol de rezistență, d) conductă pe arc cu zăbrele, e) traversare cu formă de arc

### 1.2.5 Conducta suspendată

Traversările de conducte se pot realiza folosind conducta ca un cablu suspendat pe piloni. În asemenea situație conducta se execută din oțel de calitate superioară și preia toate încărcările. Sistemele utilizate pentru traversarea cu o deschidere se prezintă în figurile 1.7, respectiv cu mai multe deschideri în figura 1.8.

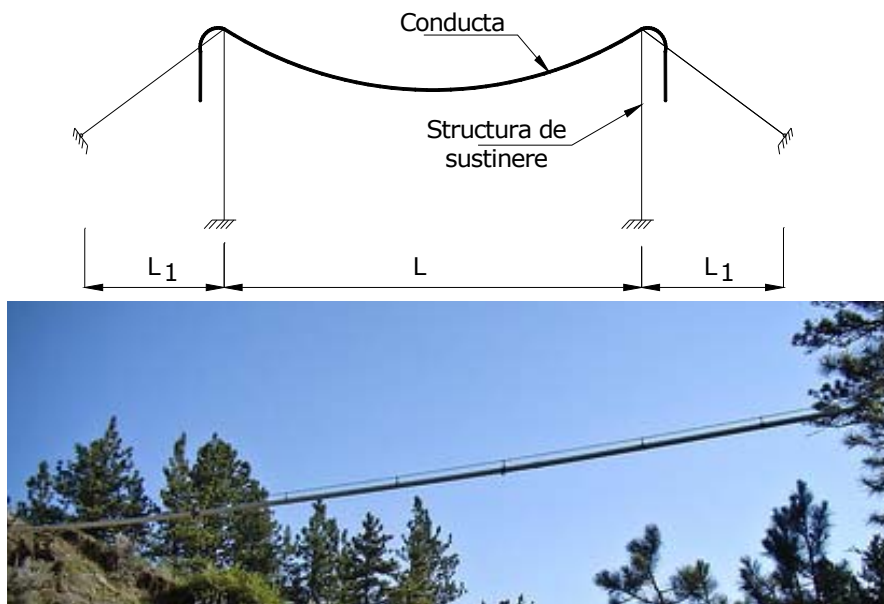


Fig. 1.7. Conductă suspendată cu o deschidere

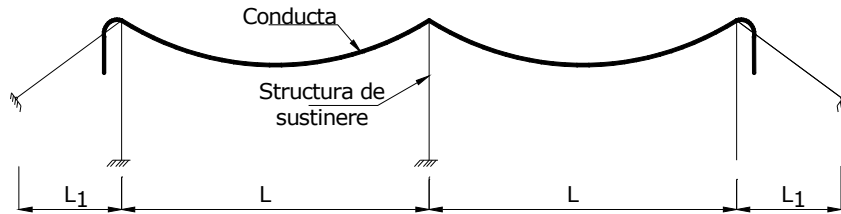


Fig. 1.8. Conductă suspendată cu mai multe deschideri

### 1.2.6 Traversări suspendate pe cabluri

Atunci când conducta trebuie să traverseze deschideri mari ( $50 \div 300$  m) soluția economică se obține prin suspendarea conductei pe cabluri.

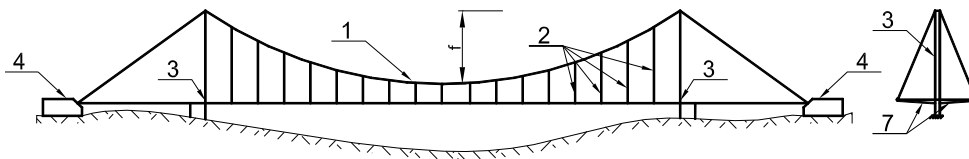
Traversările suspendate pe cabluri sunt structuri spațiale. Conlucrarea spațială se asigură prin interacțiunea cablurilor cu conducte care asigură transportul fluidului.

În cazul traversărilor suspendate pe cabluri se folosesc: traversări suspendate pe cabluri, traversări cu ferme de cabluri, traversări cu cabluri și ferme triunghiulare.

#### 1.2.6.1 Traversări cu cabluri sub formă de lăntișor

Aceste traversări sunt alcătuite din conducta metalică, cablul portant pentru încărcările verticale, tiranți care leagă conducta de cablul portant și pilonii care susțin cablul portant (fig. 1.9.). Acest tip de traversare este indicat pentru deschideri cuprinse între 80 – 300 m

La traversarea din figura 1.9. conducta este susținută în plan vertical prin tiranți (2) fixați de unul sau două cabluri portante (1), rezemate la capete pe piloni (3) și ancorate în blocuri de beton (4) amplasate în afara deschiderii. Preluarea forțelor orizontale și ascendente din vânt se face prin intermediul cablurilor laterale, care se fixează de consolele (7) de pe piloni și se ancorează în aceleași blocuri de beton sau în blocuri diferite. Cablurile laterale de formă parabolică (5) se pot înlocui și cu mai multe cabluri drepte (6).



a)

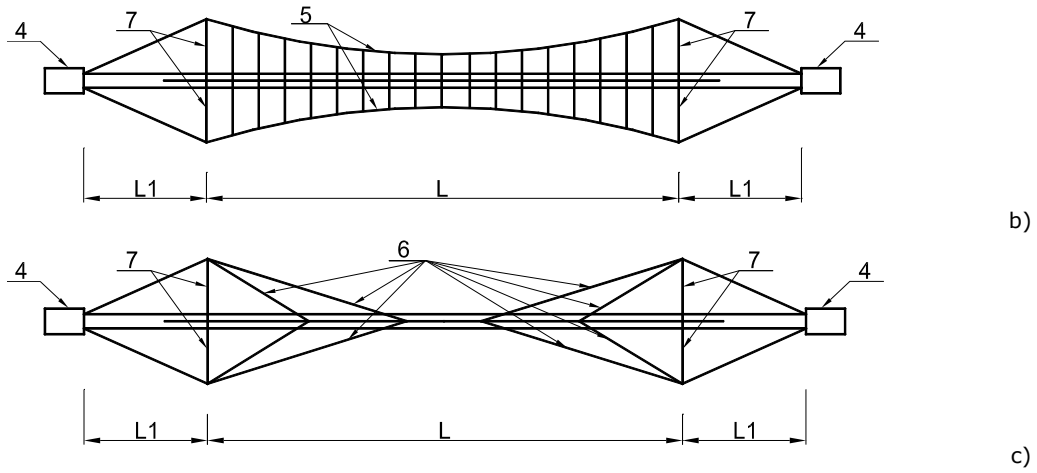


Fig. 1.9. Traversări suspendate pe cabluri sub forma de lăntişor  
 a) vedere laterală, b) cabluri orizontale parabolice (vedere de sus), c) cabluri orizontale drepte (vedere de sus)

În figura 1.10 sunt prezentate două traversări suspendate, prima cu două cabluri portante, iar cea de-a doua cu un cablu portant.

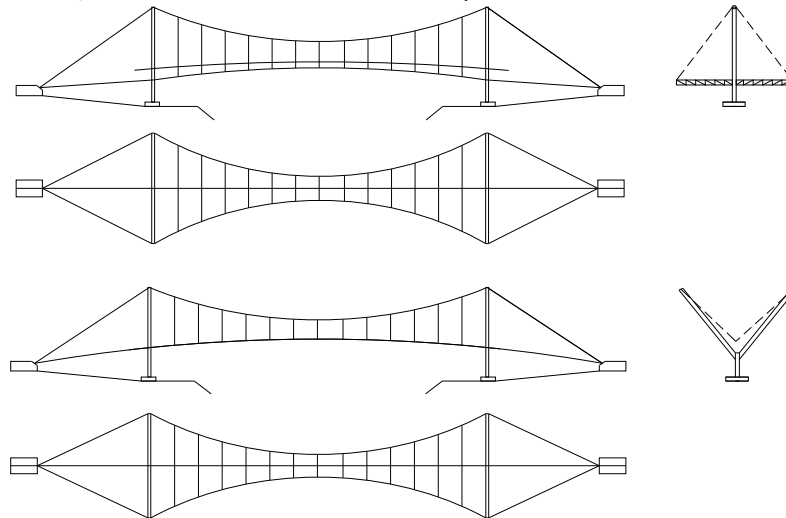


Fig. 1.10. Traversări suspendate cu 1, respectiv 2 cabluri portante

Deosebit de interesantă este soluția adoptată din SUA la Wax Lake Outlet (Fig. 1.11) la care pilonul are formă de stea cu trei colțuri în care se prinde cablul portant și cablurile pentru preluarea acțiunii vântului.



Fig. 1.11. Traversare suspendată cu piloni în formă de stea

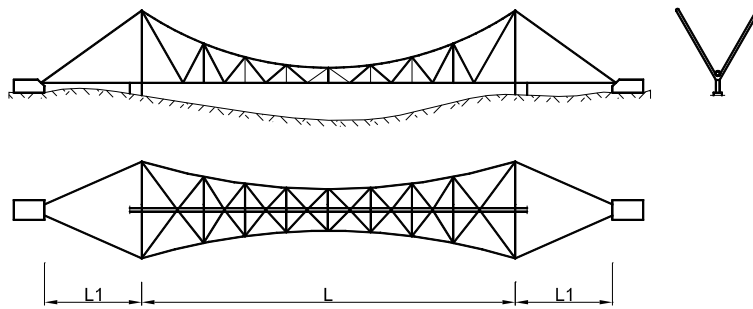


Fig. 1.12. Traversare suspendată cu piloni în formă de Y

La traversările cu piloni în „y” (fig. 1.12) , cablurile pot prelua acțiunile verticale și acțiunea vântului cu condiția ca rezultanta acestora să fie cuprinsă între cele două cabluri.

În practică pot interveni deschideri de 550 – 800 m. Soluția optimă în asemenea situații este traversarea cu mai multe deschideri, dacă condițiile geologice și hidrogeologice permit. Prin dispunerea unor piloni intermediari rezultă traversarea cu mai multe deschideri (fig. 1.13). Capetele stâlpilor sunt legate cu un cablu la partea superioară, care se ancorează în blocuri de beton.

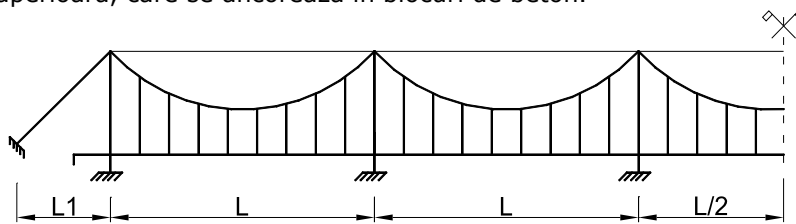


Fig. 1.13. Traversare suspendată cu mai multe deschideri

Săgeata cablului reprezintă  $1/8 - 1/10$  din deschiderea traversării, iar distanța între tiranții de susținere se determină din condițiile de rezistență și deformabilitate ale conductei care se consideră grindă continuă pe reazeme elastice.

### 1.2.6.2 Traversări cu cabluri înclinate (hobanate)

La deschideri mici (60 – 80 m) conducta se susține cu mai multe cabluri înclinate. Cablurile sunt fixate pe conductă la un capăt și pe pilon la celălalt capăt (Fig 1.14). Pilonul este încastrat în fundație și este ancorat prin cabluri în blocuri de beton situate în afara deschiderii.

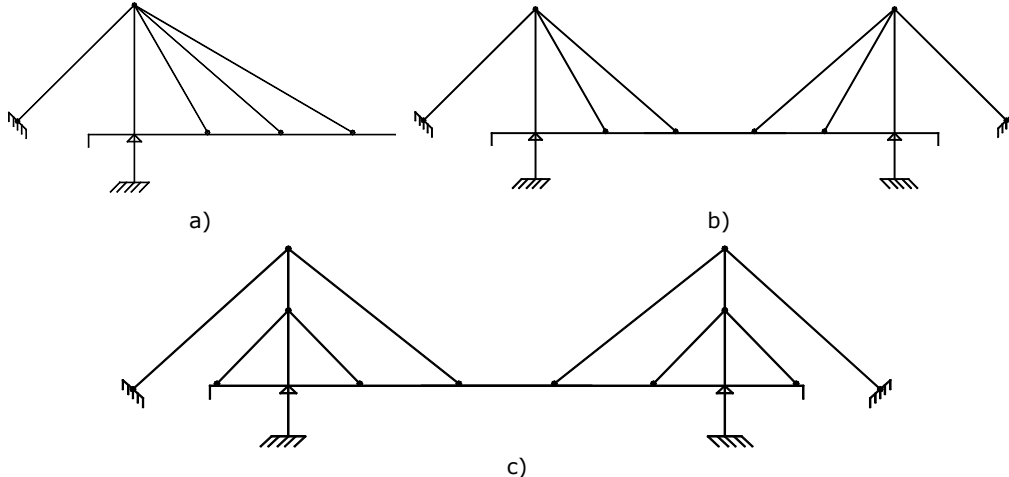


Fig. 1.14. Traversare suspendată cu cabluri înclinate  
a) în consolă, b) cu cabluri radiale, c) cu cabluri paralele

Pe conductă se poate executa și pasarelă pietonală, respectiv pasarelă pentru vehicule ușoare.

Traversările cu cabluri înclinate se împart în următoarele categorii :

- traversări în consolă susținute de cabluri (Fig. 1.14 a);
- traversări cu cabluri radiale (Fig. 1.14 b);
- traversări cu cabluri paralele (Fig 1.14 c);

Traversarea în consolă este formată din conducta din oțel (sau întărită în partea inferioară), cablurile de susținere și pilonul. Conducta pe reazem este articulată ca să nu apară momente încovoietoare în această secțiune.

La deschideri mai mari se utilizează traversări cu cabluri înclinate sub formă de evantai, respectiv cu cablurile de susținere paralele.

În cazul deschiderilor mari se mai poate alege soluția prezentată în figura 1.15, când conducta este susținută de cabluri încrucișate.

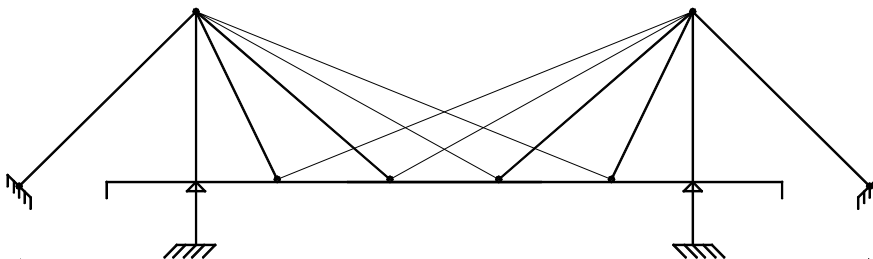


Fig. 1.15. Traversare suspendată cu cabluri înclinate încrucișate

### 1.2.6.3 Traversări cu ferme din cabluri

Dacă deschiderea traversării este de 160 – 300 m se poate utiliza structura formată din conductă și o fermă din cabluri dispuse în sistem triunghiular pentru preluarea încărcărilor (Fig. 1.16). Rigiditatea structurii crește prin dispunerea înclinată a cablurilor.

Cablurile diagonale se prind la partea superioară de cablurile portante, iar la partea inferioară direct de conductă. La structura din figura 1.16 c, conducta este suspendată de o grindă rigidă prin intermediul unor tiranți.

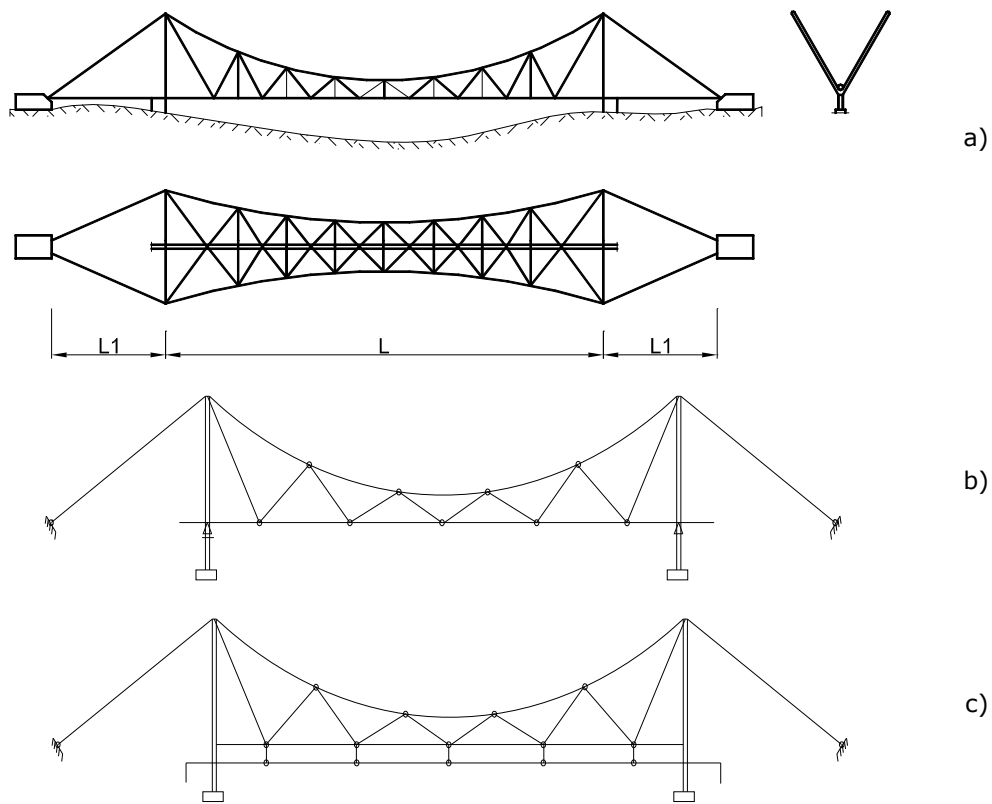


Fig. 1.16. Traversare suspendată cu ferme din cabluri  
 a) sistem triunghiular pentru preluarea încărcărilor, b) sistem fără cabluri în plan vertical, c) conductă suspendată de ferma din cabluri

## 1.3 Preluarea încărcării din vânt

Vântul reprezintă încărcarea la care traversările suspendate sunt cele mai vulnerabile. Una din cauze este reprezentată de imposibilitatea de a defini o direcție a vântului dar și a unei viteze maxime a rafalelor.

Efectele datorate vântului transversal sunt preluate de cabluri laterale conform figurilor prezentate în paragrafele anterioare. În cazul în care terenul permite, există și soluția utilizării unor sălpi fixați în părțile laterale traversării de care sunt prinse cabluri care pleacă radial către întreaga deschidere a traversării (Fig. 1.17 a).

Încărcările din vânt perpendicular pe conductă și forțele ascensionale (vânt de jos în sus) sunt preluate de cablurile laterale dispuse în plane înclinate. Cablurile pot fi dispuse după parabole (Fig. 1.9 b), respectiv cu mai multe cabluri drepte (Fig. 1.9 c).

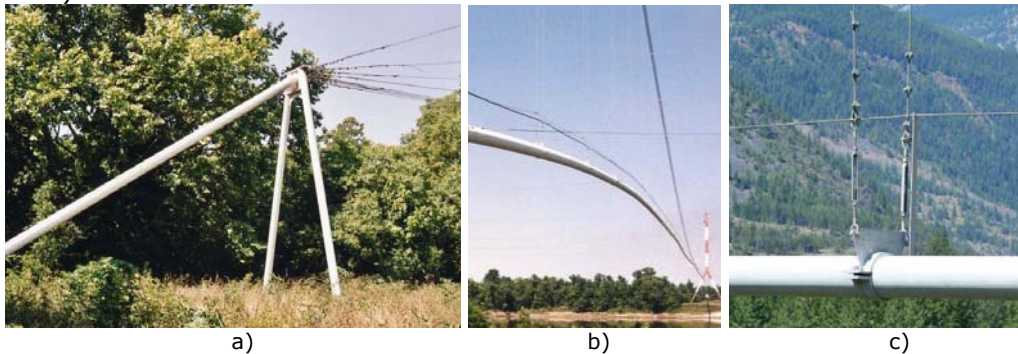


Fig. 1.17. Preluarea încărcării din vânt

La deschideri mari vântul ascendent este preluat printr-un cablu preîntins care se montează deasupra conductei (Fig. 1.17 b și Fig. 1.17 c).

Conducta oscilează în plan perpendicular pe direcția vântului datorită formării unor vârtejuri în sus și jos alternativ (fenomenul Benard – Karman).

#### 1.4 Pilonii

În trecut, pilonii grei monumentali, zidiți cu reazeme de cablu cu role au fost considerați ca estetici, astăzi se preferă pilonii ușori, supli din oțel sau beton precomprimat, care urmăresc mișcările cablului.

În analiză, pilonii alături de conductă sunt singurele elemente care pot prelua compresiune. Proiectarea pilonilor este o problemă simplă la o analiză statică însă ea devine interesantă la calculul dinamic. În prezent există piloni echipați cu timbre tensiometrice și instrumente de înregistrarea a vântului pentru a corela răspunsul structural cu încărcările din vânt.

Pilonii pot fi realizați din profile metalice laminate, sudate sau cu zăbrele (Fig. 1.18) în plan perpendicular pe traversare, respectiv ca structură spațială cu zăbrele. Altă soluție de realizare a pilonului constă în realizarea unor cadre cu noduri rigide (Fig. 1.19).





Fig. 1.18. Piloni cu structură zăbreliță



Fig. 1.19. Pilon cu structură în cadre

La construcția traversărilor suspendate se folosesc trei forme de piloni principali:

- a) piloni articulați la partea inferioară iar cablul este legat la partea superioară.
- b) piloni încastrați la partea inferioară și cablu trece peste role la partea superioară.
- c) piloni încastrați la partea inferioară iar cablul este prins la partea superioară.





Fig. 1.20. Prinderea pilonilor la partea superioară

Prinderea în fundații a pilonilor este realizată prin intermediul șuruburilor de ancoraj. La partea superioară a pilonilor, în cazul prinderii fixe a cablului, se dispun aparate de prindere cu buloane sau plăci curbate peste care trec cablurile portante în ale traversării sau se folosesc role pentru o prindere articulată mobilă (Fig. 1.20).

## 1.5 Fundațiile

Fundațiile pilonilor sunt amplasate în afara albiei majore a râului de traversat. La deschideri foarte mari se dispun și piloni intermediari, iar fundația intermediară se amplasează în albia râului. Soluția optimă rezultă din analiza comparativă a prețului de cost și a timpului de execuție a traversării.

Fundațiile pilonilor se execută sub formă de blocuri de beton încastrate în terenul bun de fundare. Dacă terenul bun de fundare se află la adâncimi mari se folosesc piloți bătuți (vibrați), respectiv piloți din tevi metalice care trebuie umpluți cu beton. Fundațiile piloților dispuși în albie se calculează și la acțiunea șocului produs de gheață și la șocul produs de arborii luați de apă.



a)



Fig. 1.21. Ancorarea traversărilor

Cablurile portante se ancorează în fundații din beton armat dispuse în afara traversării. Aceste fundații sunt supuse la solicitări importante de smulgere și răsturnare. Se pot utiliza fundații cu pană la ancorare (Fig. 1.21a), respectiv fundație din beton armat excentrică (Fig. 1.21b), care antrenează împingerea pasivă a pământului.

Cablurile se ancorează în fundații prin intermediul unor profile metalice de care se prinde întinzătorul pentru cablu (Fig. 1.21b).

## 1.6 Cabluri din oțel

### 1.6.1 Date generale

Cablurile sunt elemente flexibile alcătuite din mai multe sârme sau din mai multe toroane, înfășurate elicoidal în jurul unei inimi centrale, într-unul sau mai multe straturi suprapuse. Toroanele sunt mănunchiuri de sârme înfășurate elicoidal în jurul unei inimi proprii, într-unul sau mai multe straturi suprapuse, iar inima este patea centrală nemetalică sau metalică a cablului în jurul căruia se înfășoară sârmele sau toroanele lui (Fig. 1.22).

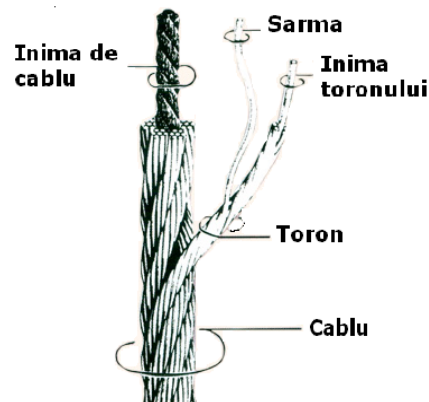


Fig. 1.22. Componentele cablului

Cablurile necesită proprietăți mecanice bune, rezistență mare la tensiune, modul de elasticitate mare, compactitate și manevrabilitate bună în timpul instalării.

Este important, de asemenea, cablurile să fie rezistente la coroziune și oboseală.[55]

Durabilitatea cablurilor, fiind durata de serviciu al cablului, este determinată într-o mare măsură de alegerea lor rațională. Utilizarea celor mai potrivite tipuri de cabluri și a condițiilor de exploatare conduce la creșterea durabilității acestora, a siguranței în exploatare și la realizarea de importante economii [49].

Clasificarea cablurilor se poate face în funcție de mai multe criterii:

- 1) Forma secțiunii transversale:
  - a. cabluri rotunde;
  - b. cabluri plate;
- 2) Forma secțiunii transversale a toroanelor (Fig. 1.23 a, b, c):
  - a. toroane rotunde;
  - b. toroane profilate (triunghiulară, ovală);
- 3) Forma secțiunii sârmelor:
  - a. cabluri deschise (Fig. 1.24 a);
  - b. cabluri semiînchise (Fig. 1.24 b);
  - c. cabluri închise (Fig. 1.24 c);
- 4) Sensul de cablare:
  - a. Cabluri dreapta (Z);
  - b. Cabluri stânga (S);
- 5) Caracteristici constructive de bază:
  - a. cabluri simple: cabluri monotoron alcătuite dintr-unul sau mai multe straturi răsucite în jurul unei inimi centrale;
  - b. cabluri duble: cabluri compuse realizate prin înfășurarea mai multor toroane în jurul unei inimi centrale:
    - (1). construcție normală: sârme cu același diametru și înclinarea axei firelor din diferite straturi ale toroanelor, față de axa acestora, este egală (Fig. 1.25 a);
    - (2). flexibilă: Sârme cu același diametru cu maximum două straturi de sârme înfășurate în jurul inimii nemetalice a toronului (Fig. 1.25 b);
    - (3). construcție concentrică: sârme cu același diametru în două sau mai multe straturi concentrice, iar sensul cablării toroanelor din straturi succesive este alternant (Fig. 1.25 c);
    - (4). construcție combinată: sârme cu diametre diferite:
      - *Seale*: sârmele cu diametru mai mic sunt plasate în straturile din interiorul toroanelor, stratul exterior este alcătuit din sârme de diametru mare (Fig. 1.26 a);
      - *Warrington*: între sârmele ultimului strat al fiecărui toron sunt intercalate sârme de diametru mai mic (Fig. 1.26 b);
      - *Filler*: sârmele de diametru mai mic sunt intercalate între sârmele cu diametrul mai mare ale straturilor interioare ale toroanelor (Fig. 1.26 c);
  - c. cabluri triple: cabluri alcătuite prin înfășurarea mai multor cabluri duble (Fig. 1.27).

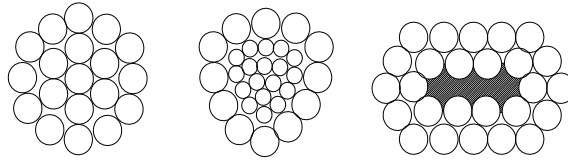


Fig. 1.23. Clasificarea cablurilor după forma secțiunii transversale a toroanelor  
a) toron rotund, b) toron triunghiular, c) toron oval

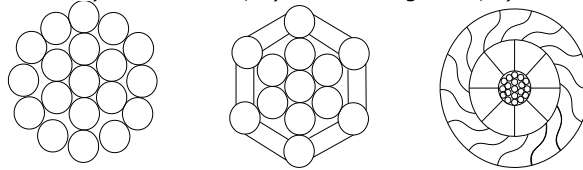


Fig. 1.24. Clasificarea cablurilor după forma secțiunii sârmelor  
a) cablu deschis, b) cablu semiînchis, c) cablu închis

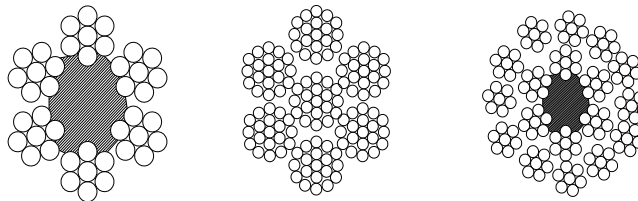


Fig. 1.25. Cabluri duble construcție  
a) normală, b) flexibilă, c) concentrică

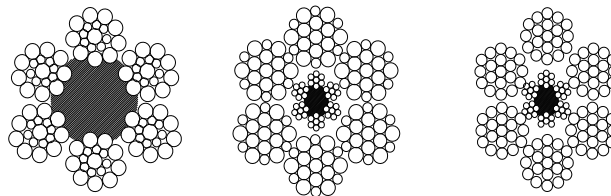


Fig. 1.26. Cabluri duble construcție combinată  
a) 6x19 Seale, b) 6x19W 7x7+6x19 Warrington,  
c) 6x25F 7x7+6x25 Filler

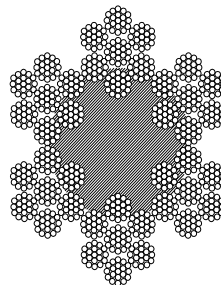


Fig. 1.27. Cabluri compuse construcție triplă

Cablurile au ca material de baza oțelul carbon de calitate. Tipul oțelului este variat. În țara noastră se folosesc mărcile OLC35, OLC 45, OLC 55 și OLC 60. Pentru categoriile de rezistență  $1760\text{N/mm}^2$  și  $1960\text{N/mm}^2$ , se folosesc mărci de oțeluri cu conținut de carbon de până la 0.85%.



Cele mai des folosite tipuri de oțel în statele unite sunt denumite: IPS (Improved Plow Steel), EIPS (Extra Improved Plow Steel) and EEIPS (Extra Extra Improved Plow Steel). IPS este un oțel cu rezistență mare, îmbunătățit, având un conținut de carbon de 0.5% – 0.95% și este folosit cel mai des la fabricarea cablurilor.

Cele trei componente de bază ale unui cablu sunt:

1. Sârma;
2. Toronul: compus din sârme și înfășurat elicoidal în jurul inimii de cablu;
3. Inima de cablu;

Inima cablului are funcția de a asigura o susținere adecvată toroanelor în condiții normale. Există trei tipuri des folosite:

1. Inimă de fibră, de obicei polipropilenă, rareori cânepă sau sisal
2. Inimă de sârma independentă
3. Inimă de toron

Construcția unui cablu se exprimă în numărul de toroane înmulțit cu numărul de sârme al fiecărui toron.

Tiparul toroanelor se referă la diferite tipuri de aranjamente, configurație al sârmelor în toron. În normele americane dar recent și în cele europene, există tipurile: Filler Wire, Seale, Warrington și combinații ale acestora.

Poziționarea toroanelor indică modul de așezare al sârmelor pentru formarea toroanelor și cum sunt așezate toroanele în jurul inimii de cablu. Înfășurarea (împletirea) uniformă pe dreapta (right regular lay) are toroanele înfășurate către dreapta asemănător filetului de șurub. Uniform se referă la faptul că direcția de înfășurare a sârmelor în toron este opusă direcției de înfășurare a toronului în cablu. (sârmele din înfășurarea uniformă par a avea aceeași direcție cu axul cablului.

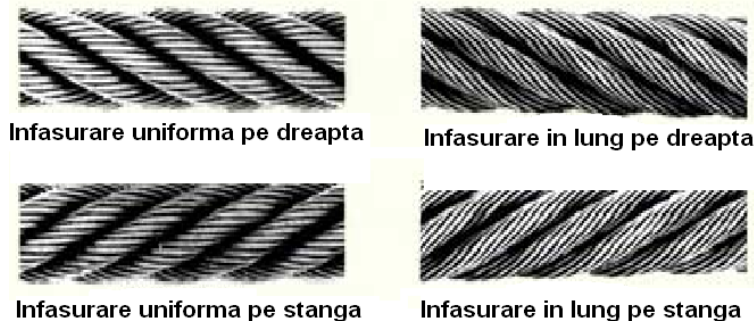


Fig. 1.28. Tipuri de poziționare a toroanelor în cablu

Cablurile împletite convențional au tendința de răsucire la aplicarea unei forțe de tracțiune exterioară. Există însă cabluri care au rotația împiedicată. Particularitatea acestora constă în faptul că sensul cablării unui strat este opus sensului cablării toroanelor de pe straturile succesive (Fig. 1.29 a). În acest fel, forța exterioară tinde să răsucească straturile de toroane în sensuri diferite iar momentul de rotație se anulează reciproc [51].

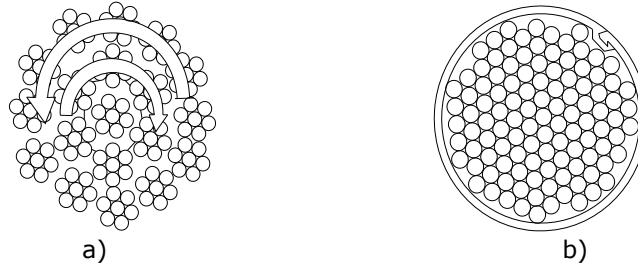


Fig. 1.29. Cablul cu răsucire împiedicată (a), cablu cu toroane protejate cu manta (b)

O categorie aparte de cabluri este reprezentată de cablurile din sârme rotunde, de construcție paralelă sau pachete de sârme protejate prin manta din tablă de oțel sau de mase plastice (Fig. 1.29 b).

### 1.6.2 Caracteristicile cablurilor din oțel

Caracteristicile cablurilor sunt date în STAS-uri și cataloagele producătorilor. Avantajele și dezavantajele unor tipuri de cabluri sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Tabel 1.1 Caracteristici ale cablurilor din oțel



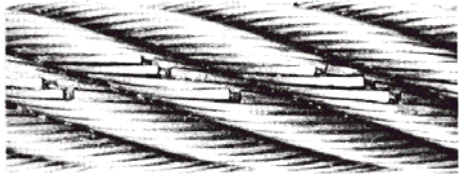





Tipul cablului	Avantaje	Dezavantaje
Cu toroane rotunde	Ușor de examinat vizual	Tendința de răsucire pe măsură ce se schimbă sarcina
	Flexibilitatea relativ mare	Vulnerabil la uzura exterioară
Cu toroane triunghiulare	Ușor de examinat vizual	Tendința de răsucire pe măsură ce se schimbă sarcina
	Mai rezistent decât cablul cu toroane rotunde de aceeași dimensiune și de aceeași rezistență la rupere	Mai puțin flexibil decât cablul toronat rotund
	Rezistă mai bine la deteriorări și uzuri exterioare decât cablul cu toroane rotunde	
Cu mai multe straturi de toroane	Antigiratoriu	Interiorul nu poate fi ușor examinat vizual
	Flexibilitatea relativ bună	
Plat	Ușor de examinat vizual	Este mai puțin rezistent la coroziune
	Foarte flexibil numai într-o singură direcție	Ete foarte scump de realizat
	Antigiratoriu	
În construcție închisă	Antigiratoriu	Sunt relativ rigide
	Rezistent la uzură exterioară	
	Este mai rezistent decât celelalte cabluri de aceeași dimensiune și rezistență la rupere	Interiorul nu poate fi examinat vizual
	Alungire elastică și permanentă mai mică decât la cablurile din toroane	Cablurile cu diametre mari au uneori tendințe de răsucire
	Pot fi folosite la presiuni de contact radiale mai mari decât în cazul altor tipuri de cabluri	

### 1.6.3 Degradarea cablurilor



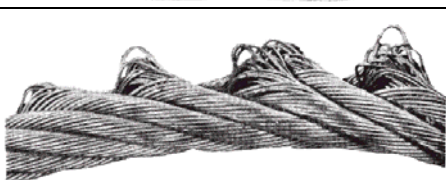
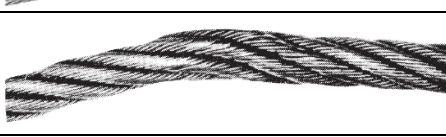
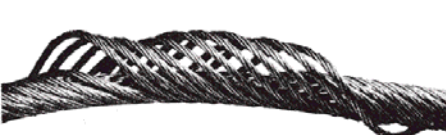
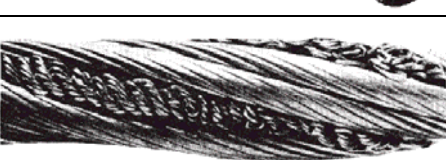
Datorită multiplelor cauze ce pot degrada caracteristicile cablurilor, sunt necesare verificări periodice mai dese decât în cazul clădirilor obișnuite.

Degradări ale cablurilor sunt prezentate în tabelul următor:

Tabel 1.2 Degradări ale cablurilor

Nr. crt.	Cauza	Prezentare
1	Deteriorare mecanică datorată trecerii peste muchie ascuțită în timpul acțiunii sub sarcină	
2	Uzură locală datorată erodării pe structura de susținere. Vibrații ale cablului cu tamburul.	
3	Traietorie îngustă a uzurii rezultând în rupeți datorate oboselii apărute la treceri succesive peste scripeți.	
4	Două traiectorii paralele a sârmelor rupte datorită încovoierii peste un scripete prea mic	
5	Uzură severă asociată compresiunii toroanelor. Inima centrală poate fi dezvelită.	
6	Uzură severă datorată erodării în punctul de trecere al mai multor cabluri.	
7	Coroziune în stare avansată datorată mediului agresiv	
8	Rupturi datorate oboselii determinate de încovoiere	



9	Rupturi ale sârmelor datorate insuficienței de suport ale inimii centrale	
10	Ruperea inimii centrale datorată aplicării forțelor excesive	
11	Ieșirea în afară a inimii toroanelor datorată torsiunii neechilibrate creată prin aplicarea unui șoc	
12	Uzură și deformație locală creată la răsucirea porțiunii precedente de cablu	
13	Desprinderea mai multor toroane datorată torsiunii neechilibrate	
14	Ieșirea în afară a inimii centrale a cablului datorată încărcării dinamice (șocuri).	

Institutul național american de standarde ANSI a reglementat și condiționat schimbarea cablurilor degradate. Înlocuirea se face în funcție de numărul de sârme rupte într-un cablu.

În România, valori de referință pentru înlocuirea cablurilor pot fi considerate cele date de reglementarea tehnică națională prin prescripția tehnică PT R7-2003, „Cerințe tehnice privind utilizarea instalațiilor de transport pe cablu pentru persoane-telecabine”

La determinarea procentului de reducere a secțiunii utile se va ține seama de următoarele:

- numărul total de sârme rupte pe lungimea de referință;
- sârmele slăbite, corodate sau degradate se vor considera sârme rupte;
- sârma care are mai multe rupturi pe lungimea de referință se va lua în calcul o singură dată.

Dacă un toron are o slăbire evidentă se va considera în calculul secțiunii utile a cablului ca fiind rupt.

În cazul când nu se dispune de date exacte (lipsa controlului magnetografic sau cu radiații penetrante), numărul sârmelor rupte ( $N_{sr}$ ) pe lungimea de referință se va calcula astfel :

- pentru cabluri cu cablare paralelă:
  - $N_{sr} = \text{număr de rupturi vizibile} \times 1,5;$
- pentru celelalte cabluri:
  - $N_{sr} = \text{număr de rupturi vizibile} \times 1,25.$

Cablurile se vor înlocui atunci când secțiunea utilă s-a micșorat față de secțiunea utilă a cablului nou cu următoarele procente, pe lungimea de referință :

- a) cabluri purtătoare-tip închis:
  - 10 % pe lungimea de referință de cel puțin 180 ori diametrul cablului;
  - 5 % pe lungimea de referință de cel puțin 30 ori diametrul cablului;
  - 3 sârme exterioare rupte pe lungimea de un metru;
  - 2 sârme exterioare alăturate rupte pe lungimea de minim 18 ori diametrul cablului;
- b) cabluri purtătoare elicoidale, cu toroane:
  - 15 % pe lungimea de referință de cel puțin 200 ori diametrul cablului;
  - 10 % pe lungimea de referință de cel puțin 90 ori diametrul cablului;
  - 8 sârme exterioare rupte pe lungimea de un metru;
- c) cabluri tractoare:
  - 25 % pe lungimea de referință de minim 500 ori diametrul cablului;
  - 10 % pe lungimea de referință de minim 120 ori diametrul cablului;
  - 6 % pe lungimea de referință de minim 30 ori diametrul cablului;
- d) cabluri de întindere:
  - 8 % pe lungimea de referință de minim 120 ori diametrul cablului;
  - 4 % pe lungimea de referință de minim 18 ori diametrul cablului;

Dacă nu este posibilă examinarea magnetografică sau examinarea cu radiații penetrante, cablurile de întindere se vor înlocui obligatoriu după cel mult 10 ani de exploatare.

- e) toroane considerate în mod izolat :
  - 35 % pe lungimea de referință de minim 18 ori diametrul toronului.

## **1.7 Particularități ale calculului traversărilor suspendate**

Traversările suspendate pentru conducte prezintă o serie de avantaje și anume :

- aspect arhitectonic reușit care nu „poluează” mediul înconjurător din punct de vedere estetic;
- consum redus de materiale și costuri reduse pe metru liniar de traversare;
- montaj ușor pe șantier;
- grad ridicat de siguranță datorită folosirii unor programe de calcul performante la proiectarea lor.

Pe lângă avantajele prezentate există și o serie de dificultăți specifice traversărilor suspendate, care se prezintă în continuare:

- Datorită deschiderilor mari de traversat se folosesc materiale cu calități fizico-mecanice superioare, care conduc la secțiuni transversale reduse.

Structura se comportă geometric neliniar și crește pericolul pierderii stabilității statice și dinamice a echilibrului.

- Deformabilitatea cablurilor, a conductei și a pilonului influențează substanțial comportarea structurii. Imperfecțiunile geometrice provin din curburi inițiale ale conductei, inexactități de execuție a lungimii tronsoanelor, deformabilitatea prinderii tiranților de susținere și deformabilitatea cablurilor. Mărimea imperfecțiunilor geometrice depinde de tipul îmbinărilor și de tehnologia de execuție și montaj. Comportarea plastică a oțelului și tensiunile reziduale din sudură influențează capacitatea traversărilor suspendate. Siguranța acestor structuri se analizează luând în considerare echilibrul structurii în poziția deformată, luând în considerare efectul imperfecțiunilor geometrice și fizice din încărcările statice și dinamice.

- Cablurile realizate din fire paralele pentru cablurile drepte ale traversărilor în evantai se execută din sârmă înfășurată într-un toron, care este îmbrăcat în polietilenă ductilă. După execuție spațiul se umple prin injectare cu o rășină epoxidică îmbogățită cu mortar de ciment. La acest tip de cabluri intervin următoarele probleme:

- tensiuni produse de înconvoierea cablurilor din fire paralele;
- influența modului de elasticitate efectiv al cablurilor în analiza comportării traversării suspendate.

Răspunsul structurii depinde de tensiunile suplimentare din cabluri și de corectitudinea ipotezelor considerate pentru interacțiunea între toroanele cablului și mortarul de injectie, respectiv de gradul de fixare al cablurilor pe piloni. Modulul de elasticitate efectiv al cablului se modifică în funcție de faza de execuție și influențează comportarea traversării cu acest tip de cablu.

- Pierderea stabilității traversărilor suspendate este un fenomen complex care depinde de mai mulți parametri. Problema la ora actuală este parțial rezolvată și necesită încă studii teoretice și experimentale în vederea elucidării complete a fenomenului. Din acest motiv este necesar să se efectueze obligatoriu calculul neliniar al traversării.

- Instabilitatea statică și instabilitatea dinamică din acțiunea dinamică a vântului este un fenomen complex care dacă nu este bine cunoscut poate produce colapsul traversării. Traversarea, sub acțiunea vântului, vibrează în jurul poziției de echilibru. Sub acțiunea forțelor dinamice din vânt și a forțelor de inerție traversarea poate să cedeze.

- Prinderea tiranților de conductă și a modurilor de îmbinare a tiranților este importantă deoarece prin cedarea acestor noduri se mărește efectul neliniarității structurii.

- Evaluarea corectă a capacității portante a traversărilor suspendate pe cabluri se determină prin analiză teoretică, încercări experimentale pe modele în tunel aerodinamic și prin măsurători pe structuri reale. Din compararea rezultatelor teoretice cu cele experimentale se desprind concluzii referitoare la justetea ipotezelor aduse în calcul, se perfecționează structurile și tehnologiile de montaj. Încercările experimentale obținute pe modele de traversări la scară mică diferă de cele ce se obțin prin încercări pe traversări reale. Se recomandă ca ori de câte ori este posibil, să se efectueze și încercări pe traversări reale pentru a verifica concordanța rezultatelor.

- La calculul traversărilor suspendate de conducte cea mai importantă problemă o constituie evaluarea corectă a încărcării din vânt. Precizarea intensității și distribuției încărcării din vânt pe cabluri și pe conductă este foarte importantă și de aceasta depinde în final siguranța structurii în exploatare. Din acest motiv este indicat să se facă analiza în tunel aerodinamic a interacțiunii vânt – structură, atunci când este posibil, înainte de a finaliza proiectul cu detaliile de execuție.

## **1.8 Stadiul actual al calculului traversărilor suspendate**

Analiza comportării traversărilor suspendate din încărcările care intervin în perioada de montaj și exploatare trebuie să ia în considerare factori de care depinde acest fenomen. Traversările suspendate pe cabluri sunt structuri cu o comportare predominant neliniară. Un mod de instabilitate locală se poate transforma ușor sub încărcarea din vânt în instabilitatea generală. Prin existența unor programe de calcul specializate și a calculatoarelor puternice se apreciază că modelul de calcul discret este cel mai indicat în calculul traversărilor suspendate.

### **1.8.1 Factorii care influențează instabilitatea traversărilor suspendate**

#### **1.8.1.1 Comportarea neliniară**

Ivan [1] analizează structurile la care este necesar să fie efectuat calculul neliniar. Ivan și Gioncu [2] prezintă tipurile de structuri la care este obligatoriu să se efectueze calculul neliniar. Mateescu și Ivan [3] analizează și studiază soluțiile posibile ale traversării, subliniind importanța calculului neliniar pentru traversările suspendate.

Ivan M., Cuteanu E., Ivan A. și Pinteș D. [4], [5], [6] au cercetat comportarea neliniară a barei comprimate axial, a barei cotite, a cablului cu două bare și a arcelor dublu articulate și dublu încastrate folosind programele ANSYS 5.1 și ROBOT. Alte aspecte care se referă la comportarea neliniară a structurilor se prezintă în articolele [7], [8], [9].

Traversările suspendate de conducte, pasarelele suspendate și podurile suspendate pe cabluri sunt exemple de structuri care nu pot fi calculate folosind teoria liniară. Aceste structuri se calculează folosind teoria neliniară, deoarece structurile sunt zvelte și au deplasări mari din încărcările care intervin în exploatare. Cablurile se deformează sub acțiunea încărcărilor și rigiditatea inițială a cablului se modifică în funcție de stadiul de încărcare. Conducta se deformează între cablurile de susținere și trebuie luată în considerare matricea neliniară a rigidității pe parcursul calculului. Pilonii se deformează și introduc neliniaritate geometrică.

Rezultă că pentru evaluarea corectă a siguranței traversărilor suspendate este obligatoriu ca răspunsul structurii să fie evaluat folosind programe de calcul performante, care permit calculul neliniar.

### 1.8.1.2 Comportarea dinamică

Traversările suspendate sunt structuri flexibile, care sub încărcarea din vânt au vibrații semnificative. Datorită deschiderilor mari ale acestora, comportarea aerodinamică a acestora este deosebit de importantă. Instabilitatea dinamică prin încovoiere, respectiv cuplarea instabilității prin torsiune și încovoiere pot interveni în exploatare.

Studiile pe model în tunel aerodinamic sunt necesare pentru a stabili frecvențele naturale și modurile de oscilații asociate.

Stabilitatea dinamică a traversărilor suspendate trebuie studiată și în perioada de execuție și montaj, deoarece această perioadă este lungă și structura are comportări diferite în funcție de faza de montaj. În aceste condiții de montaj flexibilitatea crește și neliniaritatea geometrică are un rol important.

Podul suspendat Takoma cu deschiderea de 2800 picioare (854 m) constituie cel mai bun exemplu pentru producerea fenomenului de rezonanță. Vântul a produs o forță aerodinamică periodică și vibrații ale podului, datorită desprinderii vârtejurilor la atingerea structurii podului aflat în curentul de aer. Secțiunea sub forma literei H, a generat producerea unor vibrații de torsiune, care în final au produs prăbușirea acestuia în anul 1940. După această catastrofă au fost efectuate numeroase cercetări, cercetări referitoare la secțiunea transversală a căii.

Traversările suspendate pentru conducte au o comportare dinamică diferită de a podurilor suspendate deoarece acestea sunt mai stabile datorită existenței în planul perpendicular pe traversare a cablurilor pentru preluarea acțiunii vântului. La deschiderile mari se mai introduce și un cablu longitudinal peste conductă, care preia încărcarea din vântul ascensional. Totuși, studii pe model în tunelul aerodinamic și simulări numerice sunt necesare pentru determinarea siguranței traversării.

Conform lui Davenport, răspunsul dinamic al structurilor la rafale depinde de:

- 1) Marimea componentei rafalelor rezonante;
- 2) Amplitudinea componentei rafalelor rezonante măsurată într-un punct;
- 3) Amortizarea structurală.

Amortizarea nu este critică, conform [52] o eroare de estimare a amortizării cu 50% , duce la o eroare a încărcării cu 5 până la 10%. Răspunsul dinamic este dependent de frecvență. Tendința modernă în proiectare este să se majoreze încărcările dar modulul de elasticitate rămâne la fel rezultând astfel în perioade mai mari.

### 1.8.1.3 Pretensionarea cablurilor

În cablurile traversărilor suspendate se introduc eforturi inițiale de preîntindere. Forțele de pretensionare se aleg în așa fel ca ele să depășească în toate combinațiile de încărcări, forțele de compresiune ce apar în cabluri. Rezultă că studiul comportării neliniare necesită și analiza efectului forțelor de pretensionare.

Pretensionarea este folositoare pentru structurile flexibile care sub orice încărcări aplicate trebuie să rămână rigide în sensul limitării deplasărilor maxime admise. Condiția pentru limitarea deplasărilor (1.1) poate fi îndeplinită prin variația forței de pretensionare:

$$\Delta_{max} \leq \Delta_{adm} \quad (1.1)$$

unde:

- $\Delta_{max}$  : deplasările maxime corespunzătoare combinațiilor de încărcări
- $\Delta_{adm}$  : deplasările maxim admise ale elementelor susținute de structură.

Forma dorită a unei construcții cu cabluri se poate ajusta prin folosirea pretensionării. În literatura de specialitate și calculul numeric forța de pretensionare s-a introdus prin aplicarea unei:

- diferențe de temperatură (negativă),
- deformații unitare,
- forță țintă („normal force”, target force”).

Cea mai des utilizată este diferența de temperatură. Oricare dintre metode este aplicată, structura este deformată în concordanță iar eforturile din elemente ar trebui să se regăsească, în practică în elementele structurale.

#### **1.8.1.4 Instabilitatea locală**

În perioada de montaj, respectiv de exploatare, conducta își poate pierde stabilitatea locală din presiunea interioară de sucțiune, din încărcarea verticală și din vânt. Pentru asigurarea siguranței în exploatare este necesar să se verifice fenomenul de instabilitate locală a conductei din presiune, forța axială de compresiune, încovoiere și din combinațiile acestor eforturi.

#### **1.8.1.5 Instabilitatea generală**

Conducta din încărcările care intervin la montaj sau în exploatare poate să – și piardă stabilitatea generală prin încovoiere, respectiv încovoiere – răsucire. Siguranța structurii necesită studii teoretice prin modelare numerică pentru a stabili influența tuturor parametrilor de care depinde fenomenul de instabilitate generală.

Stabilirea încărcărilor din vânt necesită studii de laborator în tunel aerodinamic pe modele la scară relativ mare.

### **1.8.2 Pașii necesari în analiza siguranței traversărilor suspendate**

Analiza siguranței traversărilor suspendate necesită parcurgerea mai multor pași importanți:

- Alegerea tipului de traversare suspendată.
- Alegerea materialelor de construcție.
- Predimensionarea elementelor structurale.
- Stabilirea distribuției încărcărilor.
- Discretizarea structurii și alegerea tipurilor de elemente finite.
- Stabilirea ecuațiilor neliniare de echilibru și de mișcare.
- Selectarea procedurilor numerice de rezolvare a ecuațiilor de echilibru și de mișcare.
- Studiul influenței diferiților parametri care intervin în perioada de montaj și de exploatare.
- Analiza comportării structurii din combinațiile de încărcări care intervin la montaj și exploatare.
- Optimizarea răspunsului structurii.

- Încercări experimentale pe modele și pe traversări reale pentru verificarea rezultatelor teoretice.
- Stabilirea concluziilor practice de care trebuie să se țină seama la proiectarea traversărilor suspendate.
- După parcurgerea pașilor de mai sus este posibil să fie analizată siguranța în timpul montajului și în exploatarea a traversărilor suspendate pentru conducte.

## 1.9 Probleme nerezolvate

Din analiza literaturii de specialitate referitoare la traversările suspendate pentru conducte s-au desprins problemele rezolvate în prezent și direcțiile care mai necesită cercetări teoretice și experimentale în viitor.

Obiectivele rezolvate parțial sau nerezolvate în prezent se referă la studiul unor aspecte teoretice, formulări și proceduri numerice de rezolvare și cercetări experimentale pe noduri de cabluri și pentru determinarea încărcării din vânt prin interacțiunea cu traversarea. Detaliind aceste obiective rezultă că mai sunt necesare cercetări în următoarele direcții:

- studii experimentale pe diferite tipuri de noduri și îmbinări de cabluri;
- studii experimentale în tunel aerodinamic pentru stabilirea corectă a încărcărilor din vânt și zăpadă;
- analiza detaliată a parametrilor care influențează comportarea spațială a traversării (tipuri de cabluri, distribuția acestora, forțele de pretensionare, vânt, zăpadă, temperatură, neliniaritate geometrică, etc.)
- vibrațiile forțate ale structurii;
- evitarea instabilității locale și generale a conductei;
- evitarea cuplării diferitelor moduri de instabilitate;
- propagarea instabilității dinamice;
- testarea programelor performante pentru calculul neliniar;
- compararea rezultatelor numerice cu încercările experimentale existente în literatura de specialitate.

## **2. CALCULUL CABLULUI INDEPENDENT**

### **2.1 Etapele de calcul**

Cablul se verifică în situația de montaj și de exploatare considerând încărcările corespunzătoare.

#### **2.1.1 Faza de montaj**

În faza de montaj au loc următoarele:

- montarea cablului și a tiranților de susținere a conductei;
- montarea unor trasverse de conducte pe o porțiune din deschiderea traversării;
- montarea integrală a conductei și a platformei de circulație;
- pretensionarea cablului.

#### **2.1.2 Faza de exploatare**

Încărcările care intervin în plus la analiza comportării structurii traversării sunt:

- depunerea de praf în interiorul conductei;
- oameni pe platforma de circulație;
- încărcarea din zăpadă;
- variația de temperatură;
- acțiunea vântului;
- acțiunea seismică.

### **2.2 Cablul suspendat liber cu o deschidere**

Cablul suspendat liber lucrează la întindere, încovoiere și torsiune. Atunci când cablul este încărcat în planul de suspendare nu intervine solicitarea de torsiune. Încovoierea și răsucirea au pondere atunci când rigiditatea la încovoiere a cablului este mare. Rigiditatea la încovoiere a cablului este mică atunci când tensiunea produsă de încovoiere reprezintă 5% din tensiunea produsă de întinderea cablului. Atunci când această condiție nu este satisfăcută se ia în considerare și tensiunile din încovoierea cablului.

În cercetările ulterioare se consideră că rigiditatea cablului este mică și se neglijează tensiunile din încovoierea cablului.

Întrucât cablul are o secțiune transversală redusă și o lungime mare, el este foarte flexibil. Din acest motiv se consideră că în cablu atunci când se aplică forțe exterioare iau naștere numai forțe axiale de întindere.



Forma curbei după care se montează cablul se consideră o parabolă de gradul doi (un lăntişor) și forma ei se obține din condiția ca momentul încovoietor în cablu este nul.

### 2.2.1 Încărcarea verticală uniform distribuită pe toată deschiderea

Pentru un cablu cu deschiderea  $l$  și săgeata  $f$  supus la forța uniform distribuită  $g$  după coardă (Fig. 2.1) se obține componenta orizontală a efortului din cablu.

$$H = \frac{gl^2}{8f} \quad (2.1)$$

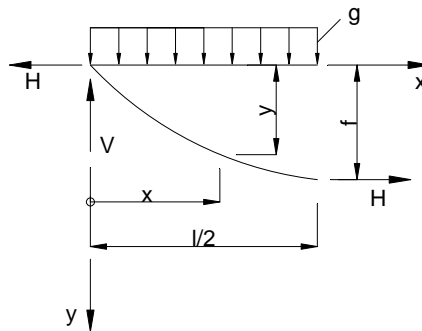


Fig. 2.1. Încărcarea firului după ecuația pătratică a parabolii

Coordonatele  $y$  ale parabolii se calculează din relația:

$$y = \frac{g \cdot x}{2H} (l - x) = \frac{4f}{l^2} (l - x) = \frac{M_x^0}{H} \quad (2.2)$$

Derivând pe  $y$  în raport cu  $x$  se obține:

$$\begin{aligned} H \frac{dy}{dx} &= \frac{gl}{2} - gx = Q_x \\ H \frac{dy^2}{dx^2} &= -g \end{aligned} \quad (2.3)$$

Lungimea arcului de curbă este:

$$L = \int_0^l ds = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{Q_x}{H}\right)^2} dx = l + \frac{1}{2H^2} \int_0^l Q_x^2 dx \quad (2.4)$$

în care s-a dezvoltat radicalul în serie de puteri și au fost reținuți primii doi termeni. Pentru încărcarea  $g$  uniform distribuită rezultă:

$$L = l + \frac{8f^2}{3l} \quad (2.5)$$

Prin modificarea încărcării de la încărcarea permanentă  $g$  la încărcarea  $q = g + p$  se modifică alungirea cablului cu  $\Delta L$ , iar componenta orizontală a efortului

din cablul portant se modifică de la  $H_0$  la  $H_1$ . În continuare se ține seama și de influența variației de temperatură.

Lungimea cablului sub încărcarea  $g$  se obține din relația (2.4),

$$L_0 = l + \frac{1}{2 \cdot H_0^2} \int_0^l Q_0^2 dx \quad (2.6)$$

iar din încărcarea  $q$

$$L_1 = l + \frac{1}{2 \cdot H_1^2} \int_0^l Q_1^2 dx \quad (2.7)$$

Diferența de lungime a cablului în cele două situații de încărcare se scrie

$$\Delta L = L_1 - L_0 = \int_0^l \frac{N}{E \cdot A} dx = \frac{1}{EA} \int_0^l H \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2} \right] dx \cong \frac{H_1 - H_0}{E \cdot A} \int_0^l \left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right] dx \quad (2.8)$$

în care se poate neglija  $\left( \frac{dy}{dx} \right)^2$  în comparație cu 1 devine

$$\Delta L = L_1 - L_0 = \frac{(H_1 - H_0) \cdot l}{E \cdot A} \quad (2.9)$$

### 2.2.2 Influența variației de temperatură

Dacă se ține seama și de influența variației de temperatură  $\pm \Delta t^\circ \text{C}$  față de temperatura de montaj, atunci lungimea finală a cablului este

$$L_1 = L_0 + \Delta L \pm \alpha_t \cdot \Delta t^\circ \cdot l \quad (2.10)$$

Introducând în relație expresiile pentru  $L_1, L_0$  și  $\Delta L$  din relațiile (2.6), (2.7) și (2.8) se obține ecuația

$$H_1^3 + \left( \frac{E \cdot A}{2 \cdot l \cdot H_0^2} \int_0^l Q_0^2 dx - H_0 \pm \frac{\alpha_t \cdot \Delta t \cdot l \cdot E \cdot A}{l} \right) \cdot H_1^2 - \frac{E \cdot A}{2 \cdot l} \int_0^l Q_1^2 dx = 0 \quad (2.11)$$

respectiv pentru cazul reazemelor denivelate cu  $\alpha$  față de orizontală:

$$H_1^3 + \left( \frac{E \cdot A \cdot \cos^5 \alpha}{2 \cdot l \cdot H_0^2} \int_0^l Q_0^2 dx - H_0 \pm \frac{\alpha_t \cdot \Delta t \cdot l \cdot E \cdot A \cdot \cos \alpha}{l} \right) \cdot H_1^2 - \frac{E \cdot A \cdot \cos^5 \alpha}{2 \cdot l} \int_0^l Q_1^2 dx = 0 \quad (2.12)$$

Din ecuațiile (2.11) sau (2.12) se determină componenta orizontală a efortului din cablul independent în faza de montaj.

Se verifică săgeata cu relația:

$$f_1 = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot H_1} \quad (2.13)$$

Efortul maxim în cablu  $T_{max}$  se obține în punctul de rezemare pe pilon

$$T_{max} = \sqrt{V_1^2 + H^2} \quad (2.14)$$

Pentru o forță uniform distribuită  $q$  pe toată deschiderea rezultă

$$V_1 = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{8 \cdot H_1}{l^2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{4 \cdot f_1 \cdot H_1}{l} \quad (2.15)$$

care se introduce în relația (2.14) și se obține

$$T_{max} = H_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{16 \cdot f_1^2}{l^2}} \quad (2.16)$$

### 2.2.3 Încărcarea cu forțe distribuite uniform pe două direcții

Pentru încărcarea  $q_1$  cu componentele după axa  $y$  și  $z$ ,  $q_{1y}$  și  $q_{1z}$  se notează forțele tăietoare cu  $Q_y$  și  $Q_z$  iar ecuația din care se calculează tragerea  $H_1$  pentru cablul cu reazeme denivelate are forma [2.1].

$$H_1^3 + \left( \frac{E \cdot A \cdot \cos^5 \alpha}{2 \cdot l \cdot H_0^2} \int_0^l Q_{y0}^2 dx - H_0 \right) \cdot H_1^2 - \frac{E \cdot A \cdot \cos^5 \alpha}{2 \cdot l} \left( \int_0^l Q_{y1}^2 dx + \frac{1}{\cos^3 \alpha} \int_0^l Q_{z1}^2 dx \right) = 0 \quad (2.17)$$

Pentru cablul cu reazemele situate la același nivel supus la o forță verticală uniform distribuită pe toată deschiderea, configurația deformată se determină din relația (2.2). Creșterea săgeților prin trecerea de la încărcarea  $g$  la  $q$  se determină din expresia:

$$\Delta y(x) = \frac{M_q^0(x)}{H_1} - \frac{M_g^0(x)}{H_0} = y_q(x) - y_g(x) \quad (2.18)$$

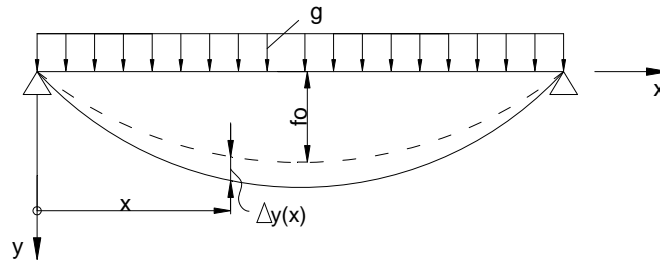


Fig. 2.2. Creșterea săgeții la încărcări diferite

### 2.2.4 Influența rigidității cablului

Se studiază un cablu articulat pe două reazeme așezate la același nivel, din încărcarea verticală „ $g$ ”, variabilă pe toată deschiderea „ $l$ ” a cablului. Din cablu în poziția deformată se izolează un element diferențial „ $ds$ ” cu proiecțiile „ $dx$ ” și „ $dy$ ” pe axele de coordonate  $x$  și  $y$  (Fig. 2.3).

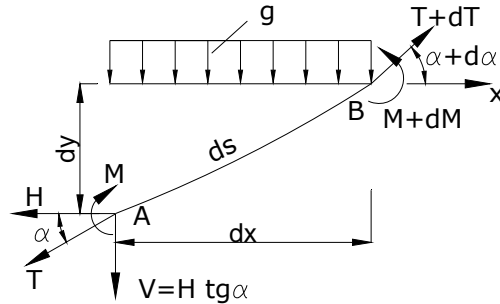


Fig. 2.3. Element diferențial la încărcarea  $g$

Asupra elementului de cablu acționează forțele de întindere  $T$ ,  $T+dT$ , momentele încovoietoare  $M$ ,  $M+dM$  și încărcarea cu intensitatea „ $g$ ” uniform distribuită pe acest element diferențial. Ecuația de moment în raport cu punctul B se scrie:

$$(\sum M)_B = M - M - dM + H \cdot dy - H \cdot tg\alpha \cdot dx - g \cdot dx \cdot \frac{dx}{2} = 0 \quad (2.19)$$

respectiv ecuația de proiecții după axa  $y$ :

$$\sum y = -H \cdot tg\alpha - g \cdot dx + H \cdot tg \cdot (\alpha + d\alpha) = 0 \quad (2.20)$$

Neglijând ultimul termen din ecuația (2.19) infinitesimal de ordinul doi, rezultă:

$$tg\alpha = \frac{dy}{dx} - \frac{dM}{dx} \cdot \frac{1}{H} \quad (2.21)$$

care se derivează încă o dată și devine:

$$\frac{d}{dx}(tg\alpha) = \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{H} \cdot \frac{d^2M}{dx^2} \quad (2.22)$$

Din ecuația (2.20) rezultă:

$$\frac{d}{dx}(tg\alpha) = \frac{g}{H} \quad (2.23)$$

care se introduce în relația (2.22) și devine:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{H} \cdot \frac{d^2M}{dx^2} = \frac{g}{H} \quad (2.24)$$

Relația de legătură între momentul încovoietor și săgeată este dată de:

$$\frac{d^2M}{dx^2} = EI \frac{d^4y}{dx^4} \quad (2.25)$$

Introducând (2.25) în ecuația (2.23) se obține ecuația diferențială din care se calculează săgeata  $y$

$$\frac{d^4y}{dx^4} - \frac{H}{E \cdot I} \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{g}{E \cdot I} = 0 \quad (2.26)$$

care cu notația:

$$\beta^2 = \frac{H \cdot I^2}{4 \cdot E \cdot I} \quad (2.27)$$

devine:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} - \frac{4 \cdot \beta^2}{l^2} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{g}{E \cdot I} \quad (2.28)$$

Soluția generală a ecuației (2.28) are forma

$$y = C_1 \cdot \operatorname{ch}\left(2 \cdot \beta \cdot \frac{x}{l}\right) + C_2 \cdot \operatorname{sh}\left(2 \cdot \beta \cdot \frac{x}{l}\right) + C_3 \cdot x + C_4 + C_5(x) \quad (2.29)$$

în care  $C_5(x)$  este soluția particulară a ecuației (2.28), iar  $C_i, i = 1, 2, 3, 4$  sunt constante de integrare care se determină din condițiile de margine.

Pentru încărcarea uniform distribuită  $g = \text{constantă}$  pe toată deschiderea  $l$ , soluția particulară este

$$C_5(x) = \frac{g \cdot l^2}{8 \cdot \beta^2 \cdot E \cdot I} x^2 \quad (2.30)$$

care se introduce în (2.29) și rezultă:

$$y = C_1 \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{2 \cdot \beta}{l} x\right) + C_2 \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{2 \cdot \beta}{l} x\right) + C_3 \cdot x + C_4 + \frac{g \cdot l^2}{8 \cdot \beta^2 \cdot E \cdot I} x^2 \quad (2.31)$$

Derivând relația (2.31) se obțin expresiile lui  $\operatorname{tg} \alpha$ , momentului încovoietor  $M$  și forței tăietoare  $Q$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx} = C_1 \frac{2 \cdot \beta}{l} \operatorname{sh}\left(2 \cdot \beta \cdot \frac{x}{l}\right) + C_2 \frac{2 \cdot \beta}{l} \operatorname{ch}\left(2 \cdot \beta \cdot \frac{x}{l}\right) + C_3 + \frac{g \cdot l^2}{4 \cdot \beta^2 \cdot E \cdot I} x \quad (2.32)$$

$$\frac{M}{E \cdot I} = \frac{d^2 y}{dx^2} = C_1 \left(\frac{2 \cdot \beta}{l}\right)^2 \operatorname{ch}\left(2 \cdot \beta \cdot \frac{x}{l}\right) + C_2 \left(\frac{2 \cdot \beta}{l}\right)^2 \operatorname{sh}\left(2 \cdot \beta \cdot \frac{x}{l}\right) + \frac{g \cdot l^2}{4 \cdot \beta^2 E \cdot I} \quad (2.33)$$

$$\frac{Q}{E \cdot I \cdot \cos \alpha} = \frac{d^3 y}{dx^3} = C_1 \left(\frac{2 \cdot \beta}{l}\right)^3 \cdot \operatorname{sh}\left(2 \cdot \beta \cdot \frac{x}{l}\right) + C_2 \left(\frac{2 \cdot \beta}{l}\right)^3 \cdot \operatorname{ch}\left(2 \cdot \beta \cdot \frac{x}{l}\right) \quad (2.34)$$

### 2.2.4.1 Greutatea proprie

În cele ce urmează se studiază eforturile din cablu în ipoteza considerării rigidității cablului și neglijării acesteia din încărcarea cu greutate proprie.

Pentru cablul articulată la extremități și încărcare uniform distribuită „ $g$ ” pe toată deschiderea „ $l$ ” (fig. 2.4), condițiile de margine și de continuitate se scriu astfel:

$$x = 0; y = 0; \frac{dy}{dx} = 0 \quad (2.35.a,b)$$

$$x = \pm \frac{l}{2}; M = 0 \quad (2.35.c,d)$$

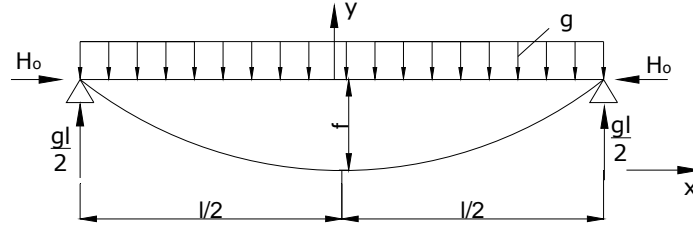


Fig. 2.4. Cablul articulat încărcat pe toată deschiderea

Introducând condițiile (2.35.a,...d) în relațiile (2.32,...,2.34) se determină constantele de integrare  $C_i, i = 1,2,3,4$ .

$$C_1 = -\frac{gl^4}{16 \cdot \beta_0^4 \cdot E \cdot I \cdot ch\beta_0}; C_2 = C_3 = 0; C_4 = -C_1 \quad (2.36.a,b,c,d)$$

Momentul încovoietor pentru  $x=0$  în cablu, din calculul static, are expresia:

$$M_{x=0} = \frac{g \cdot l^2}{8} - H_0 \cdot f_0 = \frac{g \cdot l^2}{8} - \frac{4 \cdot \beta_0^2 \cdot E \cdot I \cdot f_0}{l^2} \quad (2.37)$$

iar din relația (2.33) rezultă

$$M_{x=0} = C_1 \cdot E \cdot I \left( \frac{2 \cdot \beta_0}{l} \right)^2 + \frac{g \cdot l^2}{4 \cdot \beta_0} = \frac{g \cdot l^2}{4 \cdot \beta_0} \left( 1 - \frac{1}{ch\beta_0} \right) \quad (2.38)$$

cu notația  $\beta_0^2 = \frac{H_0 \cdot l^2}{4 \cdot E \cdot I}$  (2.39)

Introducând constantele  $C_i, i = 1, \dots, 4$  din(2.36.a,...,d) în relațiile (2.32), ... (2.34) se obține:

$$y = \frac{g \cdot l^4}{16 \cdot E \cdot I} \left[ \frac{2}{\beta_0^2} \cdot \left( \frac{x}{l} \right)^2 - \frac{ch\left(2 \cdot \beta_0 \frac{x}{l}\right) - 1}{\beta_0^4 \cdot ch\beta_0} \right] \quad (2.40)$$

$$tg\alpha = \frac{g \cdot l^3}{8 \cdot E \cdot I} \left[ \frac{2 \cdot x}{\beta_0^2 \cdot l} - \frac{sh\left(2 \cdot \beta_0 \frac{x}{l}\right)}{\beta_0^3 \cdot ch\beta_0} \right] \quad (2.41)$$

$$M = \frac{g \cdot l^2}{8} \left( \frac{2}{\beta_0^2} - \frac{2 \cdot ch\left(2 \cdot \beta_0 \frac{x}{l}\right)}{\beta_0^2 \cdot ch\beta_0} \right) \quad (2.42)$$

$$Q = -\frac{g \cdot l}{2} \cdot \frac{sh\left(2 \cdot \beta_0 \frac{x}{l}\right)}{\beta_0 \cdot ch\beta_0} \cdot \cos\alpha \quad (2.43)$$

Pentru cablul încastrat la extremități și încărcat cu greutatea proprie „g” (fig. 2.5) condițiile de limită și continuitate se scriu:

$$x = 0; y = 0; \frac{dy}{dx} = 0 \quad (2.44.a,b)$$

$$x = \pm \frac{l}{2}; \frac{dy}{dx} = 0 \quad (2.44.c,d)$$

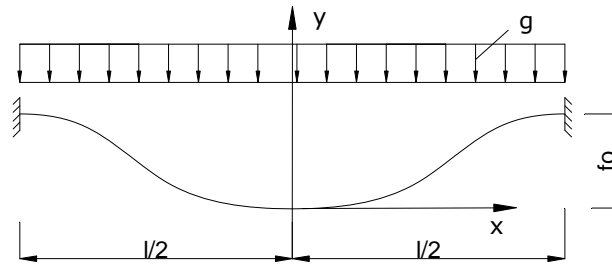


Fig. 2.5. Cablul încastrat încărcat pe toată deschiderea

După introducerea condițiilor (2.44.a,...,d) în relațiile (2.32),..., (2.34) se determină expresiile constantelor de integrare  $C_i, i = 1, \dots, 4$ :

$$C_1 = -\frac{g \cdot l^4}{16 \cdot \beta_0^3 \cdot E \cdot I \cdot \text{sh} \beta_0}; C_2 = C_3 = 0; C_4 = -C_1 \quad (2.45.a, \dots, d)$$

Deformata și eforturile din cablu se determină introducând constantele  $C_i$  în relațiile (2.32),..., (2.34) și rezultă:

$$y = \frac{g \cdot l^4}{16 \cdot E \cdot I} \left[ \frac{2}{\beta_0^2} \left( \frac{x}{l} \right)^2 - \frac{\text{ch}(2\beta_0 \frac{x}{l}) - 1}{\beta_0^3 \cdot \text{sh} \beta_0} \right] \quad (2.46)$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{g \cdot l^3}{8 \cdot E \cdot I} \left[ \frac{2 \cdot x}{\beta_0^2 \cdot l} - \frac{\text{sh}(2\beta_0 \frac{x}{l})}{\beta_0^2 \cdot \text{sh} \beta_0} \right] \quad (2.47)$$

$$M = \frac{g \cdot l^2}{8} \left[ \frac{2}{\beta_0^2} - \frac{2 \cdot \text{ch}(2\beta_0 \frac{x}{l})}{\beta_0 \cdot \text{sh} \beta_0} \right] \quad (2.48)$$

$$Q = -\frac{g \cdot l}{2} \cdot \frac{\text{sh}(2\beta_0 \frac{x}{l})}{\text{sh} \beta_0} \cdot \cos \alpha \quad (2.49)$$

Influența rigidității la încovoire a cablului pentru deformații arbitrare ale cablului încărcat cu greutatea proprie și încastrat la extremități a fost cercetat de Heijden [21]. Pentru cablul inextensibil cu deschiderea  $2L$  tensiunea din forța de întindere are expresia

$$\sigma_n = \frac{H}{A} = \left[ \frac{1}{6} E (\rho \cdot g \cdot L)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} \cdot \frac{i}{L} \left( \frac{E^2 \cdot \rho \cdot g \cdot L}{\sqrt{6}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.50)$$

iar tensiunea din încovoirea cablului are expresia

$$\sigma_b = \pm \frac{E \cdot e \cdot \rho \cdot g}{\sigma_n} \left[ 1 - \frac{L}{i} \sqrt{\frac{\sigma_n}{E}} \cdot \exp\left(\frac{s-L}{i} \sqrt{\frac{\sigma_n}{E}}\right) \right] \quad (2.51)$$

în care au fost folosite următoarele notații:

- $A$  – secțiunea transversală a cablului;
- $E$  – modulul de elasticitate longitudinal al cablului;
- $L$  – lungimea jumătății cablului;
- $\rho$  – densitatea cablului;
- $g$  – accelerația gravitațională;
- $H$  – componenta orizontală a întinderii din cablu;
- $e$  – distanța până la fibra externă și planul de încovoiere
- $s$  – coordonata în lungul cablului;
- $i$  – raza de girație a secțiunii transversale.

Se menționează că încărcarea din greutatea proprie este aplicată pe axa curbă a cablului.

Tensiunile din încovoierea cablului au valori importante numai în zona învecinată încastrării cablului, în zona centrală, aceste tensiuni sunt neglijabile. Tensiunile din încovoierea cablului în vecinătatea încastrării au valori de același ordin de mărime cu cele din forța de întindere, deci trebuie luate în considerare la calculul cablului.

#### 2.2.4.2 Greutatea proprie și încărcarea temporară uniform distribuită pe toată deschiderea

După montarea cablului se aplică încărcarea temporară „p”, uniform distribuită pe toată deschiderea „l”. Sub efectul acestei încărcări cablul se lungeste și ocupă o nouă poziție de echilibru.

Se consideră că sub influența încărcării „q=g+p” uniform distribuită pe toată deschiderea se obține tragerea „H” și săgeata „f”. Diferența între lungimea finală a cablului și lungimea sub acțiunea greutății proprii „l<sub>0</sub>” este

$$\frac{(H - H_0) \cdot l}{A} = \frac{1}{2} \cdot \int_0^l \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx - \int_0^l \left(\frac{dy_0}{dx}\right)^2 dx \quad (2.52)$$

în care  $H = \frac{4 \cdot E \cdot I \cdot \beta^2}{l^2}$ ,  $\frac{dy}{dx}, \frac{dy_0}{dx}$  - sunt derivatele deformatelor finale a cablului, respectiv a deformatelor din greutatea proprie a cablului,  $H_0$  și  $H$  sunt componenta orizontală a întinderii din cablu din greutatea  $g$ , respectiv  $q=g+p$ . Aceste expresii se obțin din relația (2.32) considerând în ultimul termen  $q$ , respectiv  $g$  și notația  $\beta$ , apoi  $\beta_0$ .

Pentru cablul articulat pe reazeme (fig. 2.2) se scriu condițiile de margine și constantele (2.35.a,b,c,d) și rezultă constantele de integrare  $C_i, i = 1, \dots, 4$ .

$$C_1 = -\frac{(g+p)l^4}{16\beta^4 E \cdot I \cdot ch\beta}; C_2 = C_3 = 0; C_4 = -C_1 \quad (2.53.a,b,c,d)$$



Răspunsul cablului se obține din relațiile (2.31),..., (2.34) cu constantele (2.53.a,b,c,d).

$$y = \frac{g \cdot l^4}{16 \cdot E \cdot I} \left[ \frac{2}{\beta^2} \left( \frac{x}{l} \right)^2 - \frac{\operatorname{ch} \left( 2 \cdot \beta \frac{x}{l} \right) - 1}{\beta^4 \operatorname{ch} \beta} \right] \quad (2.54)$$

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{g \cdot l^3}{8 \cdot E \cdot I} \left[ \frac{2 \cdot x}{\beta^3 l} - \frac{\operatorname{sh} \left( 2 \cdot \beta \frac{x}{l} \right)}{\beta^3 \cdot \operatorname{ch} \beta} \right] \quad (2.55)$$

$$M = \frac{g \cdot l^2}{8} \left[ \frac{2}{\beta^2} - \frac{2 \cdot \operatorname{ch} \left( 2 \cdot \beta \frac{x}{l} \right)}{\beta^2 \cdot \operatorname{ch} \beta} \right] \quad (2.56)$$

$$Q = -\frac{g \cdot l}{2} \cdot \frac{\operatorname{sh} \left( 2 \cdot \beta \frac{x}{l} \right)}{\beta \cdot \operatorname{ch} \beta} \quad (2.57)$$

Pentru cablul încastrat pe reazeme se scriu condițiile de margine și de continuitate sub forma:  $x=0; y=0; \frac{dy}{dx} = 0$  (2.58.a,b)

$$x = \pm \frac{l}{2}; \frac{dy}{dx} = \frac{dy_0}{dx} \quad (2.58.c,d)$$

și rezultă constantele de integrare

$$C_1 = \frac{g \cdot l^4}{16 \cdot E \cdot I \cdot \beta \cdot \operatorname{sh} \beta} \cdot \left[ \frac{1}{\beta_0^2} - \frac{\operatorname{th} \beta_0}{\beta_0^3} - \left( 1 + \frac{p}{g} \right) \frac{1}{\beta^2} \right] \quad (2.59.a)$$

$$C_2 = C_3 = 0; C_4 = -C_1 \quad (2.59.b,c,d)$$

Deformată și eforturile în cablu au expresiile :

$$y = \frac{g \cdot l^4}{16 \cdot E \cdot I} \left\{ \frac{2}{\beta^2} \left( 1 + \frac{p}{g} \right) \left( \frac{x}{l} \right)^2 + \frac{\operatorname{ch} \left( 2 \beta \frac{x}{l} \right)}{\beta \cdot \operatorname{sh} \beta} \cdot \left[ \frac{1}{\beta_0^2} - \frac{\operatorname{th} \beta_0}{\beta_0^3} - \frac{1}{\beta^2} \left( 1 + \frac{p}{g} \right) \right] \right\} \quad (2.60.a)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{g \cdot l^3}{8EI} \left\{ \frac{2}{\beta^2} \left( 1 + \frac{p}{g} \right) \frac{x}{l} + \frac{\operatorname{sh} \left( 2 \beta \frac{x}{l} \right)}{\operatorname{sh} \beta} \cdot \left[ \frac{1}{\beta_0^2} - \frac{\operatorname{th} \beta_0}{\beta_0^3} - \frac{1}{\beta^2} \left( 1 + \frac{p}{g} \right) \right] \right\} \quad (2.60.b)$$

$$M = \frac{g \cdot l^2}{8} \left\{ \frac{2}{\beta^2} \left( 1 + \frac{p}{g} \right) + \frac{2 \beta \cdot \operatorname{ch} \left( 2 \cdot \beta \frac{x}{l} \right)}{\operatorname{sh} \beta} \left[ \frac{1}{\beta_0^2} - \frac{\operatorname{th} \beta_0}{\beta_0^3} - \frac{1}{\beta^2} \left( 1 + \frac{p}{g} \right) \right] \right\} \quad (2.60.c)$$

$$Q = \frac{g \cdot l}{2} \left\{ \frac{\beta^2 \cdot \text{sh}(2 \cdot \beta \frac{x}{l})}{\text{sh}\beta} \left[ \frac{1}{\beta_0^2} - \frac{\text{th}\beta_0}{\beta_0^3} - \frac{1}{\beta^2} \left( 1 + \frac{p}{g} \right) \right] \right\} \cdot \cos \alpha \quad (2.60.d)$$

### 2.2.4.3 Greutatea proprie și încărcarea temporară uniform distribuită pe jumătatea deschiderii

Pentru cablul articulat pe reazeme și încărcat ca în figura 2.6, condițiile de margine și de continuitate se scriu sub forma:

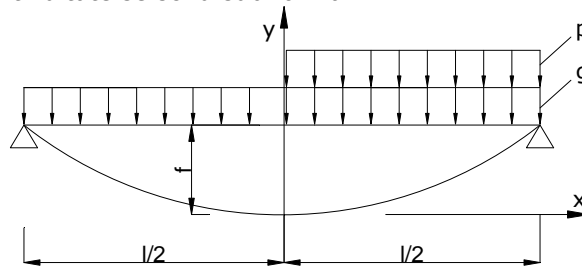


Fig. 2.6. Cablul articulat cu încărcare temporară

$$\begin{aligned} x = x_2 = 0; y_0 = y_2 = 0; \frac{dy_0}{dx} &= \frac{dy_2}{dx}; M_0 = M_2; \\ x = -\frac{l}{2}; y_0 = f; M_0 &= 0; & (2.61.1, \dots, h) \\ x = \frac{l}{2}; y_2 = f; M_2 &= 0. \end{aligned}$$

Efectuând calculele se obțin constantele de integrare  $C_i, i = 1, \dots, 8$ .

$$C_1 = -\frac{gl^4}{16EI \cdot \beta^4 \cdot \text{ch}\beta} \left[ 1 - \frac{p}{2g} (\text{ch}\beta - 1) \right] \quad (2.62)$$

$$C_2 = \frac{pl^4}{32EI} \cdot \frac{(\text{ch}\beta - 1)}{\beta^4 \cdot \text{sh}\beta} \quad (2.63)$$

$$C_3 = -\frac{pl^3}{32EI \cdot \beta^2}; C_4 = -C_1 \quad (2.64, 2.65)$$

$$C_5 = -\frac{gl^4}{16EI \cdot \beta^4 \cdot \text{ch}\beta} \left[ 1 + \frac{p}{2g} (\text{ch}\beta - 1) \right] \quad (2.66)$$

$$C_6 = C_2; C_7 = C_3; C_8 = -C_5 \quad (2.67, \dots, 2.69)$$

Pentru cablul încastrat pe rezeme condițiile de margine și de continuitate se scriu astfel:

$$x = x_2 = 0; y_0 = y_2 = 0; \frac{dy_0}{dx} = \frac{dy_2}{dx}; M_0 = M_2;$$

$$x = -\frac{l}{2}; y_0 = f; \frac{dy_0}{dx} = \frac{dy_2}{dx} \quad (2.70.a, \dots, h)$$

$$x = -\frac{l}{2}; y_2 = f; \frac{dy_0}{dx} = \frac{dy_2}{dx}.$$

care permit calculul expresiilor pentru constantele de integrare  $C_i, i = 1, \dots, 8$ .

$$C_1 = -\frac{g \cdot l^4}{16 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{1}{\beta \cdot sh\beta} \left[ \frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta_0^2} \left( 1 - \frac{th\beta}{\beta_0} \right) \right] - \frac{p \cdot l^4}{32 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{1}{\beta^3 \cdot sh\beta} \left( 1 - \frac{sh\beta}{\beta} \right) \quad (2.71.a)$$

$$C_2 = -\frac{p \cdot l^4}{32 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{1}{\beta^2 (\beta \cdot ch\beta - sh\beta)} \left[ \frac{1}{2} - \frac{sh\beta}{\beta} + \frac{(ch\beta - 1)}{\beta^2} \right] \quad (2.71.b)$$

$$C_3 = -\frac{p \cdot l^3}{16 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{1}{\beta (\beta \cdot ch\beta - sh\beta)} \cdot \left[ \frac{ch\beta}{2} - \frac{sh\beta}{\beta} + \frac{(ch\beta - 1)}{\beta^2} \right] \quad (2.71.c)$$

$$C_4 = -C_1 \quad (2.71.d)$$

$$C_5 = -\frac{g \cdot l^4}{16 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{1}{\beta \cdot sh\beta} \cdot \left[ \frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta_0^2} \left( 1 - \frac{th\beta_0}{\beta_0} \right) \right] - \frac{p \cdot l^4}{32 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{1}{\beta^3 \cdot sh\beta} \cdot \left( 1 + \frac{sh\beta}{\beta} \right) \quad (2.71.e)$$

$$C_6 = C_2; C_7 = C_3; C_8 = -C_5 \quad (2.71.f, g, h)$$

Deformată și eforturile în cablu se determină din relațiile (2.31), (2.32), (2.33) și (2.34).

#### 2.2.4.4 Cablul flexibil pentru greutatea proprie și cu rigiditate finită din încărcarea temporară

Din ecuațiile de echilibru ale cablului în poziția deformată se obține ecuația diferențială a săgeții cablului sub forma:

$$\frac{d^4 \bar{y}}{dx^4} - \frac{H}{EI} \cdot \frac{d^2 \bar{y}}{dx^2} + \frac{p}{EI} - \frac{8Hf_0}{l^2 \cdot EI} = 0 \quad (2.72)$$

care cu notația (2.27) se mai scrie:

$$\frac{d^4 \bar{y}}{dx^4} - \frac{4\beta^2}{l^2} \cdot \frac{d^2 \bar{y}}{dx^2} = \frac{32\beta^2 \cdot f_0}{l^4} - \frac{p}{EI} \quad (2.73)$$

Soluția generală a ecuației (2.73) este:

$$\bar{y} = C_1 \cdot ch2\beta \frac{x}{l} + C_2 \cdot sh(2\beta) \frac{x}{l} + C_3 \cdot x + \frac{pl^2 x^2}{8\beta^2 \cdot EI} - \frac{4f_0 x^2}{l^2} \quad (2.74.a)$$

și primele trei derivate au expresiile:

$$\frac{d\bar{y}}{dx} = tg\alpha = C_1 \cdot \frac{2\beta}{l} \cdot sh2\beta \frac{x}{l} + C_2 \cdot \frac{2\beta}{l} \cdot ch2\beta \frac{x}{l} + \frac{pl^2 x}{4\beta^2 \cdot EI} - \frac{8f_0 x}{l^2} \quad (2.74.b)$$

$$\frac{d^2\bar{y}}{dx^2} = \frac{M}{EI} = C_1 \cdot \left(\frac{2\beta}{l}\right)^2 \cdot \operatorname{ch}2\beta \frac{x}{l} + C_2 \cdot \left(\frac{2\beta}{l}\right)^2 \cdot \operatorname{sh}2\beta \frac{x}{l} + \frac{pl^2}{4\beta^2 \cdot EI} - \frac{8f_0}{l^2} \quad (2.74.c)$$

$$\frac{d^3\bar{y}}{dx^3} = \frac{Q}{E \cdot I \cdot \cos \alpha} = C_1 \cdot \left(\frac{2\beta}{l}\right)^3 \cdot \operatorname{sh}(2\beta) \frac{x}{l} + C_2 \cdot \left(\frac{2\beta}{l}\right)^3 \cdot \operatorname{ch}(2\beta) \frac{x}{l} \quad (2.74.d)$$

### 2.2.4.5 Efectul greutății proprii și acțiunii temporare uniformă aplicată pe toată deschiderea

Pentru prinderea articulată efectuând calculele din relația (2.52) cu  $dy/dx$  din relația (2.74.b) și  $dy_0/dx = 8 \cdot f_0 \cdot x/l^2$  și  $H_0$  tragerea din greutatea permanentă pentru cablul flexibil, având condițiile de margine din care se calculează constantele de integrare:

$$x = 0; Q = 0; \frac{d\bar{y}}{dx} = 0 \quad (2.75.a,b)$$

$$x = \frac{l}{2}; M = 0; \frac{d\bar{y}}{dx} = 0 \quad (2.75.c,d)$$

După efectuarea calculelor se obține:

$$C_1 = -\frac{2 \cdot f_0}{\beta^2 \cdot \operatorname{ch} \beta} - \frac{(g+p)l^4}{16\beta^4 \cdot E \cdot I \cdot \operatorname{ch} \beta} \quad (2.76.a)$$

$$C_2 = C_3 = 0 \quad (2.76.b,c)$$

$$C_4 = f_0 - \frac{(g+p)l^4}{32 \cdot \beta^2 \cdot E \cdot I} - \frac{2 \cdot f_0}{\beta^2} + \frac{(g+p)l^4}{16 \cdot \beta^4 \cdot EI} \quad (2.76.d)$$

Ecuatia (2.52) se mai poate scrie sub forma (2.77) după efectuarea tuturor calculelor

$$P = I_1 \cdot \psi_1(\beta) + I_2 \cdot \psi_2(\beta) + I_3 \cdot \psi_3(\beta) + I_4 \cdot \psi_4(\beta) \quad (2.77)$$

în care au fost folosite următoarele notații:

$$P = \frac{4(E \cdot I)^2}{(g+p)f_0 \cdot l \cdot \omega}; I_1 = \frac{H_0 \cdot E \cdot I \cdot l}{(g+p)f_0 \cdot \omega} \quad (2.78.a,b)$$

$$I_2 = \frac{4f_0 \cdot E \cdot I}{(g+p)l}; I_3 = \frac{l^3}{4}; I_4 = \frac{(g+p)l^7}{256 \cdot f_0 \cdot EI} \quad (2.78.c,d,e)$$

$$\psi_1(\beta) = \frac{1}{\beta^2}; \psi_2(\beta) = \frac{1}{\beta^5} \left( \operatorname{th} \beta - \frac{\beta}{\operatorname{ch}^2 \beta} - \frac{2\beta^3}{3} \right) \quad (2.78.f,g)$$

$$\psi_3(\beta) = \frac{1}{\beta^7} \left( \frac{\beta}{\operatorname{ch}^2 \beta} - 3\operatorname{th} \beta + 2\beta \right) \quad (2.78.h)$$

$$\psi_4(\beta) = \frac{1}{\beta^9} \left( 5\operatorname{th} \beta - \frac{\beta}{\operatorname{ch}^2 \beta} - 4\beta + \frac{2\beta^3}{3} \right) \quad (2.78.i)$$

Fixarea încastrată a cablului pe rezeme presupune utilizarea următoarelor condiții de margine la calculul constantelor de integrare:

$$x = 0; Q = 0; \frac{d\bar{y}}{dx} = 0 \quad (2.80.a,b)$$

$$x = \frac{l}{2}; \bar{y} = 0; \frac{d\bar{y}}{dx} = 0 \quad (2.80.c,d)$$

și după efectuarea calculelor se obține:

$$C_1 = \frac{2 \cdot f_0}{\beta \cdot \operatorname{sh}\beta} - \frac{(g+p)l^4}{16\beta^3 \cdot E \cdot I \cdot \operatorname{sh}\beta} \quad (2.81.a)$$

$$C_2 = C_3 = 0 \quad (2.81.b,c)$$

$$C_4 = \frac{(g+p)l^4}{16 \cdot \beta^2 \cdot EI} \left( \frac{1}{\beta \cdot \operatorname{tg}\beta} - \frac{1}{2} \right) - \frac{2 \cdot f_0}{\beta \cdot \operatorname{th}\beta} + f_0 \quad (2.81.d)$$

Ecuția (2.52) se scrie

$$P = I_1 \cdot \psi_1(\beta) + I_2 \cdot \psi_5(\beta) + I_3 \cdot \psi_6(\beta) + 2 \cdot I_4 \cdot \psi_7(\beta) \quad (2.82)$$

în care au fost introduse suplimentar notațiile:

$$\psi_5(\beta) = \frac{1}{\beta^3} (\operatorname{cth}\beta - \beta \cdot \operatorname{cth}^2\beta - \frac{2\beta}{3}) \quad (2.83.a)$$

$$\psi_6(\beta) = \frac{1}{\beta^5} (\beta \cdot c_\delta \operatorname{ch}^2\beta + \operatorname{cth}\beta - \frac{2}{\beta}) \quad (2.83.b)$$

$$\psi_7(\beta) = \frac{1}{\beta^7} \left( \frac{2}{\beta} - \frac{\beta \cdot c_\delta \cdot \operatorname{ch}^2\beta}{2} - \frac{3\operatorname{ch}\beta}{2} + \frac{\beta}{3} \right) \quad (2.83.c)$$

#### 2.2.4.6 Cablul flexibil pentru greutatea proprie și cablul cu rigiditatea finită pentru încărcarea uniform distribuită aplicată pe jumătatea deschiderii

Ecuția (2.52) se scrie sub forma:

$$\frac{4EI \cdot \beta^2}{l\omega} - \frac{H_0 l}{\omega} = \frac{1}{2} \cdot \int_{-l/2}^0 \left( \frac{d\bar{y}_a}{dx} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \cdot \int_0^{l/2} \left( \frac{d\bar{y}_b}{dx} \right)^2 dx - \int_0^{l/2} \left( \frac{dy_0}{dx} \right)^2 dx \quad (2.84)$$

în care:

$$\frac{d\bar{y}_a}{dx} = C_1 \cdot \frac{2 \cdot \beta}{l} \cdot \operatorname{sh}2\beta \frac{x}{l} + C_2 \cdot \frac{2 \cdot \beta}{l} \cdot \operatorname{ch}2\beta \frac{x}{l} + C_3 + \frac{g \cdot l^2 x}{4\beta^2 EI} \quad (2.85.a)$$

$$\frac{d\bar{y}_b}{dx} = C_5 \cdot \frac{2\beta}{l} \cdot \operatorname{sh}2\beta \frac{x}{l} + C_6 \cdot \frac{2\beta}{l} \cdot \operatorname{ch}2\beta \frac{x}{l} + C_7 + \frac{(g+p)l^2 x}{4\beta^2 E \cdot I} \quad (2.85.b)$$

$$\frac{dy_0}{dx} = \frac{8 \cdot f_0 \cdot x}{l^2} \quad (2.85.c)$$

Condițiile de margine și de continuitate pentru calculul constantelor  $C_1, \dots, C_7$  în situația fixării articulate a cablului sunt:

$$x_a = -\frac{l}{2}; \bar{y}_a = 0; M_a = 0 \quad (2.86.a,b)$$

$$x_b = \frac{l}{2}; \bar{y}_b = 0; M_b = 0 \quad (2.86.c,d)$$

$$x_a = x_b = 0; \bar{y}_a = \bar{y}_b; \frac{d\bar{y}_a}{dx} = \frac{d\bar{y}_b}{dx}; M_a = M_b; Q_a = Q_b \quad (2.86.e,...,h)$$

din care rezultă:

$$C_1 = \frac{2f_0}{\beta^2 \cdot ch\beta} - \frac{(2g+p) \cdot l^4}{32\beta^4 \cdot EI \cdot ch\beta} + \frac{pl^4}{32 \cdot \beta^4 \cdot EI} \quad (2.87.a)$$

$$C_2 = C_6 = \frac{pl^4}{32\beta^4 \cdot EI} \left( \frac{1}{th\beta} - \frac{1}{sh\beta} \right) \quad (2.87.b,c)$$

$$C_3 = C_7 = \frac{p \cdot l^3}{32 \cdot \beta^2 \cdot E \cdot I} \quad (2.87.d,e)$$

$$C_4 = \frac{g \cdot l^4}{16 \cdot \beta^4 \cdot EI} - \frac{2 \cdot f_0}{\beta^2} - \frac{(2 \cdot g + p)l^4}{64 \cdot \beta^2 \cdot E \cdot I} + f_0 \quad (2.87.f)$$

$$C_5 = \frac{2 \cdot f_0}{\beta^2 \cdot ch\beta} - \frac{(2 \cdot g + p)l^4}{32\beta^4 \cdot E \cdot I \cdot ch\beta} - \frac{pl^4}{32 \cdot \beta^4 \cdot E \cdot I} \quad (2.87.g)$$

$$C_8 = \frac{(g+p)l^4}{16 \cdot \beta^4 \cdot E \cdot I} - \frac{2 \cdot f_0}{\beta^2} - \frac{(2 \cdot g + p)l^4}{64 \cdot \beta^2 \cdot E \cdot I} + f_0 \quad (2.87.h)$$

Efectuând calculele din (2.84) luând seama de (2.85.a,...,c) și (2.87.a,...,h) rezultă

$$P_1 = I_5 \cdot \psi_1(\beta) + I_6 \cdot \psi_2(\beta) + I_7 \cdot \psi_3(\beta) + I_8 \cdot \psi(\beta) + I_9 \cdot \psi(\beta) \quad (2.88)$$

în care se folosesc notațiile:

$$P_1 = \frac{4(E \cdot I)^2}{p \cdot g \cdot f_0 \cdot l \cdot \omega}; I_5 = \frac{H_0 \cdot E \cdot I}{g \cdot p \cdot f_0 \cdot \omega} \quad (2.89.a,b)$$

$$I_6 = \frac{4 \cdot f_0 \cdot E \cdot I}{g \cdot p \cdot l}; I_7 = \frac{l^3}{4 \cdot p} + \frac{l^3}{8 \cdot g} \quad (2.89.c,d)$$

$$I_8 = \frac{g \cdot l^7}{256 \cdot p \cdot f_0 \cdot E \cdot I} + \frac{l^7}{256 \cdot f_0 \cdot E \cdot I}; I_9 = \frac{p \cdot l^7}{512 \cdot g \cdot f_0 \cdot E \cdot I} \quad (2.89.e,f)$$

$$\begin{aligned} \psi_8(\beta) = & \frac{1}{\beta^9} \left( \frac{5}{2} th\beta - \frac{\beta}{2 \cdot ch^2\beta} + \frac{sh2\beta}{4} - \frac{9}{2}\beta + \frac{sh2\beta}{4 \cdot th^2\beta} + \frac{\beta}{2 \cdot th^2\beta} + \frac{5}{th\beta} - \frac{\beta}{2 \cdot sh^2\beta} - \right. \\ & \left. \frac{3ch\beta}{th\beta} - \frac{\beta}{th\beta \cdot sh\beta} + 2sh\beta - \frac{5}{2sh\beta} - \frac{ch2\beta}{2th\beta} + \frac{ch\beta}{2sh\beta} + \frac{g\beta^3}{12} \right) \end{aligned} \quad (2.89.g)$$

La rezemarea încastrată a cablului, constantele de integrare se determină din condițiile:

$$\begin{aligned}
x_a &= -\frac{l}{2}; \bar{y}_a = 0; \frac{d\bar{y}_a}{dx} = 0 \\
x_b &= \frac{l}{2}; \bar{y}_b = 0; \frac{d\bar{y}_b}{dx} = 0 \\
x_a &= x_b = 0; \bar{y}_a = \bar{y}_b; \frac{d\bar{y}_a}{dx} = \frac{d\bar{y}_b}{dx} = 0 \\
M_a &= M_b; Q_a = Q_b.
\end{aligned} \tag{2.90.a,...,k}$$

și au expresiile:

$$C_1 = \frac{p \cdot l^4}{32 \cdot E \cdot I} \left( \frac{1}{\beta^4} - \frac{\beta}{sh\beta} \right) - \frac{g \cdot l^4}{16\beta^3 \cdot E \cdot I \cdot sh\beta} + \frac{2 \cdot f_0}{\beta \cdot sh\beta} \tag{2.91.a}$$

$$C_2 = C_6 = \frac{pl^4}{32 \cdot \beta^3 \cdot EI(\beta \cdot ch\beta - sh\beta)} \cdot \left( 1 - \frac{\beta}{2} - \frac{ch\beta}{\beta} + \frac{1}{\beta} \right) \tag{2.91.b,c}$$

$$\begin{aligned}
C_3 = C_7 &= \frac{p \cdot l^3}{16 \cdot \beta^4 \cdot E \cdot I} \cdot (ch\beta - \beta^2 - 1) - \frac{pl^3}{16 \cdot \beta^2 \cdot E \cdot I(\beta \cdot ch\beta - sh\beta)} \cdot \\
&\left( sh^2\beta - \frac{sh2\beta}{2\beta^2} \cdot \frac{sh\beta}{\beta^2} \right)
\end{aligned} \tag{2.91.d,e}$$

$$C_4 = -\frac{g \cdot l^4}{16 \cdot \beta^2 \cdot E \cdot I} \left( \frac{1}{\beta \cdot th\beta} - \frac{1}{2} \right) - \frac{p \cdot l^4}{32 \cdot \beta^2 \cdot E \cdot I} \cdot \left( \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{\beta \cdot th\beta} \right) - \frac{2 \cdot f_0}{\beta \cdot th\beta} + f_0 \tag{2.91.f}$$

$$C_5 = -\frac{p \cdot l^4}{32 \cdot \beta^4 \cdot E \cdot I} \cdot \left( 1 + \frac{\beta}{sh\beta} \right) - \frac{g \cdot l^4}{32 \cdot \beta^3 \cdot E \cdot I \cdot sh\beta} + \frac{2 \cdot f_0}{\beta \cdot sh\beta} \tag{2.91.g}$$

$$C_8 = \frac{g \cdot l^4}{16 \cdot \beta^2 \cdot E \cdot I} \cdot \left( \frac{1}{\beta \cdot th\beta} - \frac{1}{2} \right) - \frac{pl^4}{32 \cdot \beta^2 \cdot E \cdot I} \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta \cdot th\beta} \right) + f_0 \left( 1 - \frac{2}{\beta \cdot th\beta} \right) \tag{2.91.h}$$

Ecuția (2.52) în urma efectuării calculelor se mai scrie astfel:

$$\begin{aligned}
P_1 &= I_5 \cdot \psi_1(\beta) + I_6 \cdot \psi_5(\beta) + I_7 \cdot \psi_6(\beta) + 2 \cdot I_8 \cdot \psi_7(\beta) + 4 \cdot I_9 \cdot \psi(\beta) \\
&+ 2 \cdot I_9 \cdot \psi_{10}(\beta) + I_9 \cdot \psi(\beta)
\end{aligned} \tag{2.92}$$

în care:

$$\begin{aligned}
\psi_9(\beta) &= \frac{1}{4\beta^9} \cdot \left( \frac{sh2\beta}{4} + 2sh\beta + \frac{2ch\beta}{\beta} - \beta \cdot ch\beta - \frac{ch^2\beta}{\beta} - \frac{\beta^3 c_\delta \cdot ch^2\beta}{2} \right) - \\
&-\frac{1}{8} \cdot \left( \beta - \frac{2}{\beta} + \frac{5\beta^3}{6} - 3\beta^2 \cdot ch\beta \right)
\end{aligned} \tag{2.93.a}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{10}(\beta) &= \frac{1}{4\beta^9 (\beta \cdot ch\beta - ch\beta)} \cdot \left( \frac{4sh2\beta}{\beta} - 4\beta sh2\beta - \frac{4sh\beta}{\beta} - \beta^3 \cdot sh\beta + \right. \\
&+ 9\beta \cdot sh\beta + \frac{5\beta^2 \cdot sh^2\beta}{4} - 5sh^2\beta - \beta \cdot sh^3\beta - 9ch\beta + 2\beta^2 \cdot ch\beta + \frac{\beta^2 \cdot ch^2\beta}{2} + \\
&+ 3ch^2\beta + ch^3\beta + \frac{5sh\beta \cdot sh2\beta}{2} - \frac{1}{2} \beta \cdot ch\beta \cdot sh2\beta - \frac{2ch\beta \cdot sh2\beta}{\beta} - \frac{5}{2} \beta^2 + \frac{5}{2} \left. \right)
\end{aligned}$$

(2.93.b)

$$\begin{aligned} \psi_{11}(\beta) = & \frac{1}{4 \cdot \beta^9 (\beta \cdot \operatorname{ch}\beta - \operatorname{sh}\beta)^2} \cdot \left( \frac{1}{4} \beta^4 \cdot \operatorname{sh}2\beta - \operatorname{sh}2\beta - 3\beta^2 \cdot \operatorname{sh}2\beta - \beta \cdot \operatorname{sh}^2 2\beta - \right. \\ & - \frac{1}{\beta} \cdot \operatorname{sh}^2 2\beta - 2\beta^4 \cdot \operatorname{sh}\beta + 4\beta^2 \cdot \operatorname{sh}\beta + 4\beta \cdot \operatorname{sh}^2 \beta - \frac{4}{\beta} \operatorname{sh}^2 \beta + \beta^3 \cdot \operatorname{sh}^2 \beta + 4\beta^2 \cdot \operatorname{sh}^3 \beta - \\ & - 8\operatorname{sh}^3 \beta + 4\beta \cdot \operatorname{sh}^4 \beta + 2\beta^3 \cdot \operatorname{ch}\beta - 4\beta \cdot \operatorname{ch}\beta + 2\beta \cdot \operatorname{ch}^2 \beta - \beta^3 \cdot \operatorname{sh}\beta \cdot \operatorname{sh}2\beta + \frac{4}{\beta} \operatorname{sh}\beta \cdot \operatorname{sh}2\beta + \\ & \left. \beta^2 \cdot \operatorname{ch}\beta \cdot \operatorname{sh}2\beta - 2\operatorname{ch}\beta \cdot \operatorname{sh}2\beta + \beta^2 \cdot \operatorname{sh}^2 \beta \cdot \operatorname{sh}2\beta + \operatorname{ch}^2 \beta \cdot \operatorname{sh}2\beta + \operatorname{sh}^2 \beta \cdot \operatorname{sh}2\beta + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \beta^5 - 2\beta^3 + 2\beta \right) \end{aligned}$$

(2.93.c)

### 2.2.4.7 Cablul cu reazeme denivelate

Condițiile de margine pentru cablul cu reazeme denivelate și încărcarea cu forța uniform distribuită ( $g+p$ ) pe toată deschiderea (Fig.2.7) sunt:

$$x = 0; y = 0; M = 0; \quad (2.94.a,b)$$

$$x = l; y = d; M = 0. \quad (2.94.c,d)$$

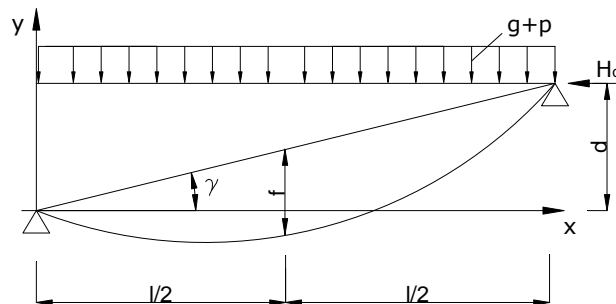


Fig. 2.7. Cablul cu reazeme denivelate

Expresiile săgeții, rotirii, momentului încovoietor și forței tăietoare au expresiile:

$$y = \frac{gl^4}{16EI} \left\{ \frac{1}{\beta_0^4} (1 + \operatorname{th}\beta_0 \cdot \operatorname{sh}2\beta_0 \cdot \frac{x}{l} - \operatorname{ch}2\beta_0 \cdot \frac{x}{l}) - \frac{2}{\beta_0^2} \left[ \frac{x}{l} - \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right] \right\} + x \operatorname{tg}\gamma \quad (2.95.a)$$

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\alpha = \frac{gl^3}{8EI} \left[ \frac{1}{\beta_0^3} (\operatorname{th}\beta_0 \cdot \operatorname{ch}2\beta_0 \cdot \frac{x}{l} - \operatorname{sh}2\beta_0 \cdot \frac{x}{l}) - \frac{2}{\beta_0^2} \left( \frac{1}{2} - \frac{x}{l} \right) \right] + \operatorname{tg}\gamma \quad (2.95.b)$$

$$M = \frac{gl^2}{8} \cdot \left[ \frac{2}{\beta_0} (1 + \operatorname{th}\beta_0 \cdot \operatorname{sh}2\beta_0 \cdot \frac{x}{l} - \operatorname{ch}2\beta_0 \cdot \frac{x}{l}) \right] \quad (2.95.c)$$

$$Q = \frac{gl}{2} \cdot \left[ \frac{1}{\beta_0} (\operatorname{th}\beta_0 \cdot \operatorname{ch}2\beta_0 \cdot \frac{x}{l} - \operatorname{sh}2\beta_0 \cdot \frac{x}{l}) \right] \quad (2.95.d)$$

Momentul încovoietor la mijlocul deschiderii are expresia



$$M_{l/2} = \frac{gl^2}{8} (1 - 2\beta_0^2 \cdot \phi) \quad (2.96)$$

în care

$$\phi = \frac{16f_0 \cdot EI}{gl^4} = \frac{1}{2\beta_0^2} - \frac{1}{\beta_0^4} \left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\beta_0}\right) \quad (2.97)$$

Efectul încărcării suplimentare „p” se calculează din ecuația

$$\frac{4EI}{l\omega \cdot \cos^2 \beta} (\beta^2 - \beta_0^2) = \int_0^{l/2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx - \int_0^{l/2} \left(\frac{dy_0}{dx}\right)^2 dx \quad (2.98)$$

care, după efectuarea calculelor, rezultă:

$$\Pi = I_1^2 \cdot \chi_1(\beta) - I\beta^2 = \left(\frac{g+p}{g}\right)^2 \cdot \left[\frac{1}{\beta} \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{\beta^2} - \frac{1}{\beta^2 \cdot \operatorname{ch}^2 \beta} + \frac{5\operatorname{th}\beta}{\beta^3}\right)\right] - 4\phi^2 \cdot \frac{l\beta^2}{f_0^2 \cdot F \cdot \cos^2 \gamma} \quad (2.99)$$

în care au fost introduse notațiile:

$$I = \frac{l}{f_0^2 \cdot F} \cdot 4\phi^2; I_1 = \frac{g+p}{g}; \phi = \frac{16 \cdot f_0 \cdot EI}{gl^4}; \quad (2.100.a, \dots, d)$$

$$\chi_1(\beta) = \frac{1}{\beta_0^2} \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{\beta_0^2} - \frac{1}{\beta_0^2 \cdot \operatorname{ch}^2 \beta_0} + \frac{5\operatorname{th}\beta_0}{\beta_0^3}\right)$$

Procedura de calcul este folosită atunci când raportul între săgeată și deschidere  $f/l < 1/8$ .

#### 2.2.4.8 Influența variației de temperatură

Lungimea inițială a cablului când temperatura se modifică cu  $\Delta t^\circ$  este egală cu

$$L = L_0 + \Delta L \quad (2.101)$$

în care  $\Delta L$  are expresia:

$$\Delta L = \frac{l}{\cos \gamma} \cdot \alpha_t (t - t_0) + \frac{4 \cdot E \cdot I}{l \cdot \omega \cdot \cos^2 \gamma} \cdot (\beta^2 - \beta_0^2) \quad (2.102)$$

și

$$L_0 = l + \frac{l}{2} \cdot \int_0^l \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx = l \left(1 + \frac{7}{2} \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma\right) + \frac{g \cdot l^7}{256 \cdot (E \cdot I)^2} \left[\frac{1}{\beta_0^4} \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{\beta_0^4} - \frac{1}{\beta_0^2 \cdot \operatorname{ch}^2 \beta_0} + \frac{5 \cdot \operatorname{th}\beta_0}{\beta_0^3}\right)\right] \quad (2.103)$$

Schimbând „ $\beta_0$ ” cu „ $\beta$ ” în relația (2.103) se obține lungimea cablului „ $L$ ”.

Introducând în (2.101) relațiile (2.103), (2.102) și efectuând calculele rezultă ecuația din care se calculează parametrul „ $\beta$ ” pentru prinderea articulată a cablului:

$$\frac{1}{\beta_0^4} \left( \frac{2}{3} - \frac{4}{\beta_0^4} - \frac{1}{\beta_0^2 \cdot \text{ch}\beta_0} + \frac{5 \cdot \text{th}\beta}{\beta^3} \right) + \phi^2 \left( \frac{l}{f} \right)^2 \alpha_t \frac{1}{\cos \gamma} (t - t_0) - 4 \cdot \phi^2 \frac{l \cdot \beta_0^2}{f_0^2 \cdot F \cdot \cos^2 \gamma} =$$

$$\frac{1}{\beta^4} \left( \frac{2}{3} - \frac{4}{\beta^2} - \frac{1}{\beta^2 \cdot \text{ch}\beta} + \frac{5 \cdot \text{th}\beta}{\beta^3} \right) - 4 \cdot \phi^2 \frac{l \cdot \beta^2}{f_0^2 \cdot F \cdot \cos^2 \gamma}$$

(2.104)

În cazul prinderii încastrate pe reazem a cablului, relația (2.104) devine:

$$\frac{1}{\beta_0^4} \left( \frac{2}{3} - \frac{4}{\beta_0^4} - \frac{1}{\beta_0^2 \cdot \text{ch}\beta_0} + \frac{5 \cdot \text{th}\beta}{\beta^3} \right) + \phi^2 \left( \frac{l}{f} \right)^2 \alpha_t \cdot \frac{1}{\cos \gamma} (t - t_0) - 4\phi^2 \cdot \frac{l \cdot \beta_0^2}{f_0^2 \cdot F \cdot \cos^2 \gamma} =$$

$$\left( \frac{1}{\beta_0^2} - \frac{\text{th}\beta_0}{\beta_0^3} \right)^2 \cdot \left( \frac{1}{\beta \cdot \text{th}\beta} - \frac{1}{\text{sh}^2 \beta} \right) + \left( \frac{1}{\beta_0^2} - \frac{\text{th}\beta_0}{\beta_0^3} \right) \left[ \frac{2}{\beta^2} \cdot \left( \frac{1}{\text{sh}^2 \beta} + \frac{1}{\beta \cdot \text{th}\beta} - \frac{2}{\beta^2} \right) \right] +$$

$$\frac{1}{\beta^4} \cdot \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{\text{sh}^2 \beta} - \frac{3}{\beta \cdot \text{th}\beta} + \frac{4}{\beta^2} \right) - 4\phi^2 \cdot \frac{l\beta^2}{f_0^2 \cdot F \cdot \cos^2 \gamma}$$

(2.105)

### 2.3 Cablul cu mai multe deschideri

Se consideră cablul cu mai multe deschideri, care este rezemat pe stâlpi elastici (Fig. 2.8).

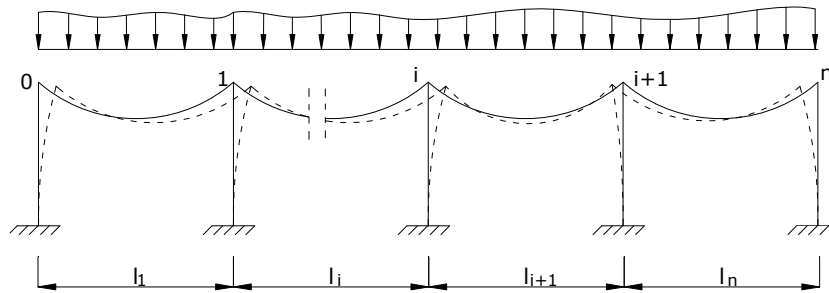


Fig. 2.8. Cablul cu mai multe deschideri

Sub acțiunea forței exterioare, capătul stâlpilor se deplasează orizontal cu săgeata  $D_i$ ,

$$D_i = d_{ij} \cdot (H_{i+1} - H_i) \quad (2.106)$$

în care:

$d_{ij}$  - deplasarea capătului  $i$  al stâlpului, produs de forța  $H_i = 1$  pe direcția orizontală;

$H_{i+1}, H_i$  - componentele orizontale ale întinderii din cablu în deschiderile  $i+1$  și  $i$ .

Distanța între capetele stâlpilor din deschiderea  $i$  este egală cu:

$$l'_i = l_i + D_i - D_{i+1} \quad (2.107)$$

Ecuția din care se calculează tragerea orizontală din cablu se scrie sub forma:

$$2l_i \cdot m_i^3 \cdot H_i^3 + \omega_i \cdot (L_i - l_i') \cdot (1 + m_i) \cdot H_i^2 = \omega_i \cdot \int_0^{l_i} Q_i^2 dx \quad (2.108)$$

în care au fost folosite notațiile:

$$m_i = \frac{L_i}{l_i}; \omega_i = E \cdot A; \quad (2.109.a,b,c)$$

$$L_i - l_i' = L_i - l_i - D_i + D_{i-1}$$

Introducând (2.109.c) în ecuația (2.108) se obține:

$$[2 \cdot l_i \cdot m_i^3 + \omega_i \cdot (1 + m_i) \cdot (D_{i-1} - D_i)] \cdot H_i^3 + \omega_i \cdot (1 + m_i) \cdot [(L_i - l_i) - D_{i-1} \cdot H_{i-1} - D_i \cdot H_{i+1}] \cdot H_i^2 = \omega_i \cdot \int_0^{l_i} Q_i^2 dx \quad (2.110)$$

Scriind ecuația (2.110) pentru fiecare deschidere și ținând seama de faptul că tragerea orizontală a efortului din cablu în deschiderile 0 și  $n + 1$ ,  $H_0 = H_{n+1} = 0$ , se obține un sistem de ecuații neliniare din care se calculează componentele orizontale ale efortului din cablu. În lucrarea [2.8] se prezintă altă formulare pentru calculul efortului din cablul cu mai multe deschideri.

## 2.4 Cablul drept – înclinat (hobană)

Studiul neliniarității geometrice a cablurilor se poate face în mai multe moduri și anume [2.5]:

- folosind modulul de elasticitate echivalent (reduc) al cablului prin care se înlocuiește cablul deformat sub formă de parabolă la săgeți mici (aproximează catenoida) cu un cablu drept cu rigiditatea axială variabilă în funcție de tensiunea din cablu;
- prin modelarea cablurilor cu elemente de cablu greu;
- prin discretizarea cablurilor în elemente finite dimensionale.

### 2.4.1 Modulul de elasticitate echivalent (reduc) al cablului drept

Se consideră cablul înclinat cu unghiul  $\alpha$  față de orizontală, asupra căruia acționează greutatea proprie  $g$  uniform distribuită. Sub greutatea proprie cablul se deformează și ocupă poziția curbă, iar în cablu ia naștere tensiunea  $T$ . Greutatea proprie se descompune în componenta normală și tangențială la dreapta  $i - j$ :

$$g_n = g \cdot \cos \alpha; g_t = g \cdot \sin \alpha.$$

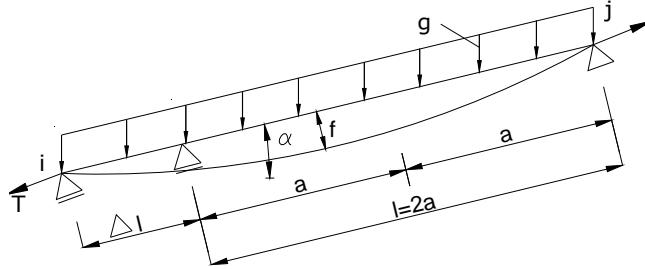


Fig. 2.9. Cablul cu reazeme denivelate

Poziția de echilibru a cablului sub acțiunea greutatei proprii este o catenoidă. Cu suficientă practitate pentru scopuri practice se poate înlocui catenoida cu o parabolă [2.9] de forma:

$$v = f \left[ 1 - \left( \frac{x}{a} \right)^2 \right]; \frac{dv}{dx} = -2 \frac{f}{a} \cdot \frac{x}{a} \quad (2.111)$$

Din condiția de echilibru a jumătății de cablu rezultă

$$T \cdot f - \frac{g_n \cdot a^2}{2} = 0 \quad (2.112)$$

și

$$f = \frac{g_n \cdot a^2}{2 \cdot T} \quad (2.113)$$

Lungimea cablului parabolic are expresia [2.6]

$$L = l \left[ 1 + \frac{8}{3} \left( \frac{f}{l} \right)^2 \right] = l \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{1}{l^2} \frac{g_n^2 \cdot a^4}{4 \cdot T^2} \right) = l \left( 1 + \frac{1}{24} \frac{g_n^2 \cdot l^2}{T^2} \right) \quad (2.114)$$

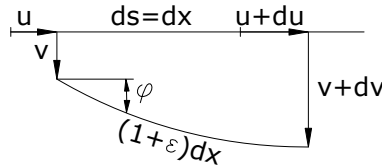


Fig. 2.10. Element diferențial de cablu

Deformația specifică axială în teoria nelinară are expresia

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 \quad (2.115)$$

iar deplasarea dv se obține studiind un element diferențial de cablu înainte și după deformație

$$dx + du = (1 + \varepsilon) dx \cdot \cos \varphi \cong (1 + \varepsilon) dx \left( 1 - \frac{\varphi^2}{2} \right)^2 \quad (2.116)$$

$$dv = (1 + \varepsilon) dx \cdot \sin \varphi \cong (1 + \varepsilon) dx \varphi \quad (2.117)$$

și neglijând termenii de ordin superior rezultă:

$$du = \varepsilon \cdot dx - \frac{1}{2} \varphi^2 dx; dv = \varphi \cdot dx \quad (2.118.1,b)$$

din care rezultă:

$$\frac{dv}{dx} = \varphi = -2 \frac{f \cdot x}{a \cdot a} \quad (2.119)$$

și deformația specifică:

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{g_n \cdot x}{T} \right)^2 \quad (2.120)$$

Tensiunea în cablu se calculează din legea lui Hooke:

$$T = EA \left[ \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{g_n \cdot x}{T} \right)^2 \right] \quad (2.121)$$

din care se obține:

$$\frac{du}{dx} = \frac{T}{EA} - \frac{1}{2} \left( \frac{g_n \cdot x}{T} \right)^2 \quad (2.122)$$

Efectuând integrala:

$$\Delta l = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{du}{dx} dx = \frac{T}{EA} \left| x \right|_{-l/2}^{l/2} - \frac{1}{2} \frac{g_n^2}{T^2} \frac{x^3}{3} \Big|_{-l/2}^{l/2} = \frac{T \cdot l}{EA} - \frac{g_n^2 \cdot l^3}{24 \cdot T^2} \quad (2.123)$$

rezultă:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{T}{EA} - \frac{1}{24} \left( \frac{g_n \cdot l}{T} \right)^2 \quad (2.124)$$

Dacă întinderea din cablu se modifică cu  $\Delta T$ , atunci  $\bar{T} = T + \Delta T$  și relația (2.124) devine:

$$\frac{\bar{\Delta l}}{l} = \frac{\bar{T}}{EA} - \frac{1}{24} \left( \frac{g_n \cdot l}{\bar{T}} \right)^2 \quad (2.125)$$

în care  $\bar{\Delta l}$  este alungirea cablului sub acțiunea forței  $\bar{T}$ .

Se consideră înlocuit cablul curb cu tensiunea  $\bar{T}$  cu un cablu drept care are modulul de elasticitate redus sau echivalent. Modulul de elasticitate mediu care conduce la modificarea tensiunii de la  $T$  la  $T + \Delta T$  se numește modul de elasticitate echivalent (reduc, fictiv, ideal, idealizat, modificat sau aparent) al cablului și este definit :

$$E_r = \frac{\bar{T} - T}{\bar{\varepsilon} \cdot A} \quad (2.126)$$

în care  $\bar{\varepsilon}$  definește deformația specifică axială în intervalul  $\Delta T$  :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\bar{\Delta l} - l}{l} \quad (2.127)$$

care cu expresiile (2.125) și (2.124) devine :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\bar{\Delta l}}{l} - \frac{\Delta l}{l} = \frac{\bar{T} - T}{EA} + \frac{1}{24} (g_n \cdot l)^2 \cdot \left( \frac{T^2 - \bar{T}^2}{\bar{T}^2 \cdot T^2} \right) \quad (2.128)$$

sau:

$$\frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{T} - T} = \frac{1}{EA} + \frac{1}{24} (g_n \cdot l)^2 \cdot \left( \frac{T^2 - \bar{T}^2}{\bar{T}^2 \cdot T^2} \right) \quad (2.129)$$

După multiplicare cu „EA” în ambele părți se obține:

$$\frac{E}{E_r} = 1 + \frac{1}{24} (g_n \cdot l)^2 \cdot \frac{(\bar{T} + T)EA}{\bar{T}^2 \cdot T^2} \quad (2.130)$$

din care se obține modulul de elasticitate redus:

$$E_r = \frac{E}{1 + \frac{1}{24} (g_n \cdot l)^2 \cdot \frac{(\bar{T} + T)EA}{\bar{T}^2 \cdot T^2}} \quad (2.131)$$

sau

$$E_r = \frac{E}{1 + \frac{1}{24} (\gamma^t \cdot l)^2 \cdot \frac{(\bar{\sigma} + \sigma)E}{\bar{\sigma}^2 \cdot \sigma^2}} \quad (2.132)$$

unde s-au folosit notațiile:

$$\gamma^t = \frac{g_n}{A}; \bar{\sigma} = \frac{\bar{T}}{A}; \sigma = \frac{T}{A} \quad (2.133)$$

Dacă tensiunea în cablu se micșorează cu  $\Delta T = \bar{T} - T$ , modulul de elasticitate redus se poate calcula suficient de exact din relațiile:

$$E_r = \frac{E}{1 + \frac{1}{12} \frac{(g_n \cdot l)^2}{T^3} \cdot EA} \quad (2.134)$$

sau

$$E_r = \frac{E}{1 + \frac{1}{12} \frac{(\gamma^t \cdot l)^2}{\tau^3} \cdot E} \quad (2.135)$$

Aceste expresii sunt deduse de mai mulți cercetători Ernst [2.9], Gimsing, Goschy, Tung și Kudder [2.10].

### 2.4.2 Modelul cablului cu element de cablu greu

Altă modalitate de a introduce în calcul cablul deformat constă în discretizarea lui în elemente finite de cablu greu. Relația matriceală între forțele nodale și deplasările nodale, scrisă sub formă incrementală este:

$$\{P_n^{(e)}\} = [k_t^{(e)}] \cdot \{d_n^{(e)}\} \quad (2.136)$$

sau

$$\{P_n^{(e)}\} = [k_s^{(e)}] \cdot \{d_n^{(e)}\} \quad (2.137)$$

în care:

$$\{P_n^{(e)}\} = [\Delta F_{1i}^{(e)} \Delta F_{2i}^{(e)} \Delta F_{3j}^{(e)} \Delta F_{4j}^{(e)}]^T \quad (2.138)$$

sunt forțele nodale de la extremitățile elementului finit de cablu după direcțiile deplasărilor nodale

$$\{d_n^{(e)}\} = [\Delta x_i^{(e)} \Delta y_i^{(e)} \Delta x_j^{(e)} \Delta y_j^{(e)}]^T \quad (2.139)$$

Cu  $[k_t^{(e)}]$  s-a notat matricea rigidității tangente a elementului greu de cablu, iar cu  $[k_s^{(e)}]$  s-a notat matricea rigidității secante a aceluiași element greu de cablu. Notația (e) precizează elementul finit de cablu greu. Extremitățile „i” și

„j” ale cablului sub acțiunea forțelor exterioare suferă deplasări. Dacă extremitate „j” se deplasează în „j'” atunci forțele nodale din situația finală se determină prin conectarea forțelor nodale inițiale.

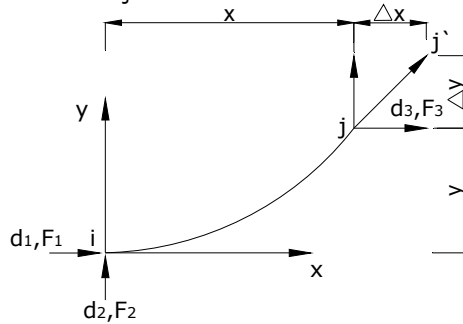


Fig. 2.11. Element de cablu greu

Dacă deplasările  $\Delta x$  și  $\Delta y$  nu sunt mari atunci corecțiile forțelor nodale se consideră liniare și se scriu:

$$F_1^t = F_1 + c_1 \cdot \Delta x + c_2 \cdot \Delta y \quad (2.140.a,b)$$

$$F_2^t = F_2 + c_3 \cdot \Delta x + c_4 \cdot \Delta y$$

Se rezolvă sistemul (2.140a,b) în raport cu  $\Delta x$  și  $\Delta y$  și rezultă [2.11]:

$$\Delta x = \frac{\Delta F_1 \cdot c_4 - \Delta F_2 \cdot c_2}{c_1 \cdot c_4 - c_2 \cdot c_3} \quad (2.141.a,b)$$

$$\Delta y = \frac{\Delta F_2 \cdot c_1 - \Delta F_1 \cdot c_3}{c_1 \cdot c_4 - c_2 \cdot c_3}$$

în care au fost introduse notațiile:

$$\Delta F_1 = F_1^t - F_1 \quad (2.142.a,b)$$

$$\Delta F_2 = F_2^t - F_2$$

Gobecz și Kopenetz [2.11] au elaborat programul de calcul CAB01 în limbajul Fortran pentru calculul forțelor nodale din cablu.

### 2.4.3 Element finit unidimensional pentru cablu

Cablul se consideră discretizat în elemente finite unidimensionale drept întinse (fără rigiditate la încovoiere) cu trei grade de libertate la fiecare nod.

Pentru un element finit de cablu situat în spațiu, cu vectorii de poziție  $r_1$  și  $r_2$  coordonatele sale globale sunt:

$$\eta = \begin{Bmatrix} \{\eta_I\} \\ \{\eta_J\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \\ x_1^3 \\ x_2^1 \\ x_2^2 \\ x_2^3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \end{Bmatrix} \quad (2.143)$$

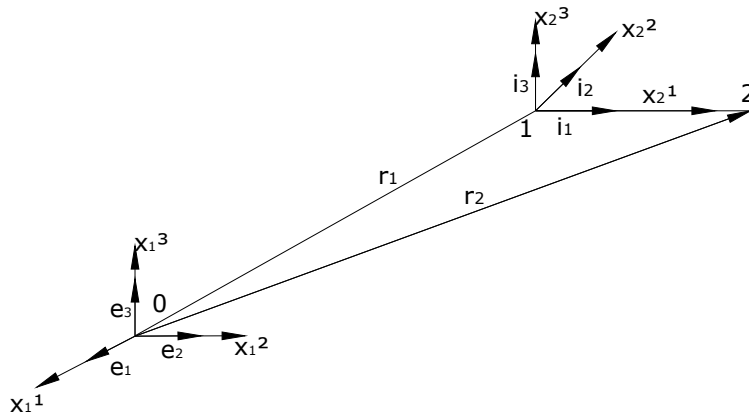


Fig. 2.12. Element finit unidimensional pentru cablu

Versorii în sistemul local, după direcția  $x_1$  sunt:

$$i_1 = \frac{l}{|l|} = \frac{\Delta x_1^1 \cdot e_1 + \Delta x_1^2 \cdot e_2 + \Delta x_1^3 \cdot e_3}{\sqrt{(\Delta x^1)^2 + (\Delta x^2)^2 + (\Delta x^3)^2}} = \frac{\Delta r}{\sqrt{\Delta r \cdot \Delta r}} \quad (2.144)$$

$$\Delta x^1 = x_2^1 - x_1^1; \Delta x = l \quad (2.145.a,b)$$

Forțele nodale trebuie să satisfacă ecuația de echilibru în pasul de iterație  $i$ :

$$f(u_i^{(e)}) = 0 \quad (2.146)$$

în care  $u_i^{(e)}$  reprezintă vectorul deplasărilor pentru elementul finit ( $e$ ) în pasul de iterație  $i$ . Forțele nodale se scriu:

$$f(u_i^{(e)}) = {}^{t+\tau}Q^{ext}(u_i^{(e)}) - {}^{t+\tau}Q^{int}(u_i^{(e)}) \quad (2.147)$$

Autorii Gobečz, Kopenetz și Cătărig au elaborat programele SUM01 care permit calculul structurilor ușoare mixte alcătuite din cabluri, membrane simple sau fibre înglobate.



## 2.5 Efectul deplasărilor horizontale ale reazemelor

Deformația cablurilor influențează deplasarea reazemelor cablurilor prinse de cablul respectiv aceasta cauzează o deformație considerabilă în cabluri. Cu cât cablul este mai drept cu atât mai mare este importanța acestui efect. Cel mai simplu mod de a ilustra acest fenomen se poate face deplasând capătul cablului din figura 2.13.

Szabo și Kollar [50] aproximează lungimea arcului cu:

$$s = l \left( 1 + \frac{8 \cdot f^2}{3 \cdot l^2} \right) \quad (2.148)$$

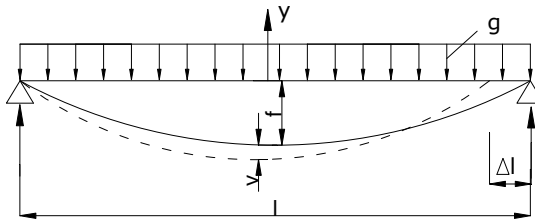


Fig. 2.13. Influența deplasărilor horizontale ale reazemelor

Deplasarea reazemului  $\Delta l$  cauzează o creștere  $v$  a săgeții. Un mod simplu de a lega cele două mărimi este a presupune că lungimea arcului rămâne constantă:

$$\frac{ds}{df} v + \frac{ds}{dl} \Delta l = 0 \quad (2.149)$$

care reprezintă:

$$\frac{16}{3} \cdot \frac{f}{l} v + \left( 1 - \frac{8}{3} \cdot \frac{f^2}{l^2} \right) \Delta l = 0 \quad (2.150)$$

de unde ( $f^2 / l^2 \ll 1$ ):

$$v = -\frac{3}{16} \cdot \frac{l}{f} \left( 1 - \frac{8}{3} \cdot \frac{f^2}{l^2} \right) \Delta l \cong \frac{3}{16} \cdot \frac{l}{f} \Delta l \quad (2.151)$$

Se poate observa că în cazul în care raportul  $f/l$  este mic, creșterea săgeții  $v$  este mai mare decât deplasarea lui  $\Delta l$ . În consecință acest efect este semnificativ.

### 3. FORMULAREA MATEMATICĂ A CALCULULUI NELINIAR PENTRU STRUCTURILE ALCĂTUIE DIN BARE ȘI CABLURI

#### 3.1 Probleme generale

La construcțiile cu deschideri mari se utilizează materiale cu caracteristici fizico-mecanice superioare pentru a reduce greutatea acestora. Tendința actuală pe plan mondial este să se folosească la maxim capacitatea portantă a materialelor și structurilor de rezistență. În aceste condiții se reduc destul de mult dimensiunile elementelor structurale și crește zveltețea lor. Din încărcările care intervin la montaj și în exploatare crește ponderea calculului neliniar, față de calculul liniar, în asigurarea siguranței în exploatare a structurilor cu deschideri mari, cu înălțimi mari și în special a structurilor suspendate pe cabluri.

În calculul liniar al structurilor se consideră că deplasările elementelor structurale sunt mici și ecuațiile de echilibru static se scriu pe structura nedeformată. Calculul neliniar se conduce pe structura deformată. Răspunsul structurii se stabilește scriind ecuațiile de echilibru pe structura deformată (Aspectul Static Neliniar ASN), ținând seamă de comportarea neliniară a materialelor de construcții (Aspectul Fizic Neliniar AFN) și de relațiile neliniare din aspectul geometric neliniar (AGN). În plus, mai pot interveni și alte surse de neliniaritate din cedarea îmbinărilor, efectul nodurilor semirigide, pierderea stabilității locale, respectiv pierderea stabilității generale.

Luând în considerare aceste aspecte se obțin ecuații diferențiale neliniare, care se pot rezolva numai pe cale numerică cu ajutorul calculatorului și a unor programe de calcul performante.

#### 3.2 Formularea geometrică neliniară a elementului finit de tip bară

##### 3.2.1 Sisteme de coordonate

Un punct al barei la momentul  $t_0$ , ocupă domeniul  ${}^0D$ , cu masa  ${}^0\rho$ , aria  ${}^0A$  și volumul  ${}^0V$ , iar la momentul  $t$  aceste măsurii se notează cu  ${}^t\rho$ ,  ${}^tA$ ,  ${}^tV$ . Punctul  ${}^0A$  ( ${}^0A \in {}^0D$ ) la momentul  $t_0$  este definit de coordonatele  ${}^0x_i$ ,  $i=1,2,3$ , iar mulțimea acestor puncte definește configurația inițială  ${}^0C$ . Punctul  ${}^tA$  la momentul  $t$  ajunge în poziția  ${}^tA$  ( ${}^tA \in {}^tD$ ) și este definit de coordonatele  $X_i$ ,  $i=1,2,3$ . Mulțimea punctelor  $A$  definesc configurația finală  ${}^tC$ .

Deplasările elementului la timpul  $t$  se notează cu  ${}^tu_i$ , iar la timpul  $t+\Delta t$  cu  ${}^{t+\Delta t}u_i$ ,  $i=1,2,3$ . Incrementul deplasărilor de la timpul  $t$  la timpul  $t+\Delta t$  sunt:

$$\Delta \bar{u} = {}^{t+\Delta t}\bar{r} - {}^t\bar{r} \quad (3.1)$$

în care  ${}^t\bar{r}$  și  ${}^{t+\Delta t}\bar{r}$  sunt vectorii de poziție în configurația  ${}^{t+\Delta t}C$  și configurația  ${}^tC$ .

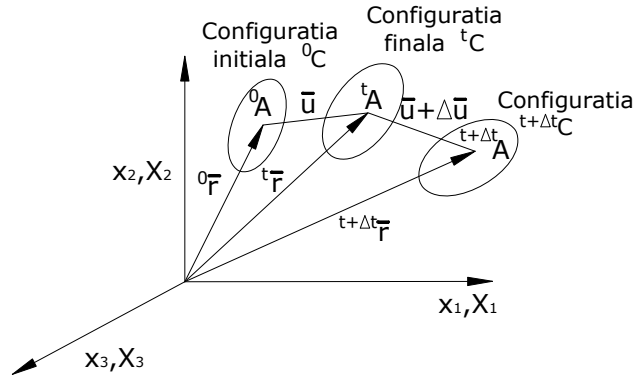


Fig. 3.1. Deplasarea punctelor mulțimii A

### 3.2.2 Tensorul deformațiilor specifice

Folosind configurația inițială ca și configurație de referință, tensorul lui Green se scrie [3.1], [3.2]:

$${}^t\varepsilon_{jk} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\delta^t u_j}{\delta^t x_k} + \frac{\delta^t u_k}{\delta^t x_j} \right) + \sum_i \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta^t u_i}{\delta^t x_j} \cdot \frac{\delta^t u_i}{\delta^t x_k} \quad (3.2)$$

Prin permutarea indicilor se pot scrie deformațiile specifice axiale și unghiulare pentru o problemă spațială de elasticitate

$${}^t\varepsilon_{x_1 x_2} = \frac{\delta^t u_1}{\delta^t x_1} + \frac{1}{2} \cdot \left[ \left( \frac{\delta^t u_1}{\delta^t x_1} \right)^2 + \left( \frac{\delta^t u_2}{\delta^t x_1} \right)^2 + \left( \frac{\delta^t u_3}{\delta^t x_1} \right)^2 \right] \quad (3.3.a)$$

$${}^t\varepsilon_{x_1, x_2} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\delta^t u_1}{\delta^t x_2} + \frac{\delta^t u_2}{\delta^t x_1} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\delta^t u_1}{\delta^t x_1} \cdot \frac{\delta^t u_1}{\delta^t x_2} + \frac{\delta^t u_2}{\delta^t x_1} \cdot \frac{\delta^t u_2}{\delta^t x_2} + \frac{\delta^t u_3}{\delta^t x_1} \cdot \frac{\delta^t u_3}{\delta^t x_2} \right) \quad (3.3.b)$$

în care  ${}^t u_1, {}^t u_2, {}^t u_3$  sunt componentele deplasărilor în configurația deformată  ${}^tC$  la timpul  $t$ .

Deformațiile specifice de alunecare se scriu:

$${}^t\gamma_{x_1, x_2} = 2 \cdot {}^t\varepsilon_{x_1, x_2} \quad (3.4).$$

Deformațiile specifice în formulare matricială se pot scrie astfel:

$$\{ {}^t\varepsilon \} = \{ {}^t\varepsilon_L \} + \{ \varepsilon_N \} = ([L_L] + [L_N({}^t d)]) \cdot \{ {}^t u \} = [L] \cdot \{ {}^t u \} \quad (3.5)$$

în care s-a notat:

- $[L_L]$  – operator diferențial liniar;
- $[L_N]$  – operator diferențial neliniar;
- $\{ {}^t d \}^T = [{}^t u, {}^t v, {}^t w]$  – componentele vectorului deplasare la momentul  $t$ .

Incrementul tensorului lui Green din configurația  ${}^tC$  în configurația  ${}^{t+\Delta t}C$  are expresia:

$$\{\Delta\varepsilon_{ij}\} = \{{}^{t+\Delta t}\varepsilon_{ij}\} - \{{}^t\varepsilon_{ij}\} = \{\Delta\varepsilon_{ij,L}\} + \{\Delta\varepsilon_{ij,N}\} \quad (3.6)$$

unde:

$$\Delta\varepsilon_{ij,L} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\delta\Delta u_i}{\delta x_j} + \frac{\delta\Delta u_j}{\delta x_i} + \frac{\delta u_k}{\delta x_i} \cdot \frac{\delta\Delta u_k}{\delta x_j} + \frac{\delta u_k}{\delta x_j} \cdot \frac{\delta\Delta u_k}{\delta x_i} \right) \quad (3.7)$$

$$\Delta\varepsilon_{ij,NL} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta u_k}{\delta x_i} \cdot \frac{\delta\Delta u_k}{\delta x_j} \quad (3.8)$$

### 3.2.3 Ecuația constitutivă

Tensiunile se exprimă în funcție de deformațiile specifice, corespunzătoare prin relația matriceală [3.1]

$$\{{}^t\sigma\} = [{}^t\eta] \cdot \{{}^t\varepsilon\} \quad (3.9)$$

în care  $[{}^t\eta]$  este matricea de rigiditate a materialului. Elementele matricei  $[\eta]$  pentru un material linear elastic se prezintă în lucrările [25] și [26].

Relația (3.9) ținând seama de (3.5) se scrie:

$$\{{}^t\sigma\} = [{}^t\eta] \cdot ([L_L] + [L_{NL}({}^td)]) \cdot \{{}^td\} \quad (3.10.a)$$

În formulare incrementală vectorul tensiunilor are expresia :

$$\{\Delta{}^t\sigma\} = [{}^t\eta] \cdot \{\Delta{}^t\varepsilon\} \quad (3.10.b)$$

### 3.2.4 Ecuația fundamentală a metodei elementului finit în calculul static neliniar

Condiția de echilibru a elementului structural prin lucrul mecanic virtual se scrie sub forma

$$\int_{{}^tV} \{{}^t\sigma\}^T \cdot \delta\{{}^t\varepsilon\} d{}^tV = \int_{{}^tV} \{{}^tX\}^T \cdot \delta\{d{}^tu\} \cdot d{}^tV + \int_{{}^tA} \{{}^tp\}^T \cdot \delta\{d{}^tu\} d{}^tA \quad (3.11)$$

în care:  $[{}^t\sigma]$  – tensorul Piolla – Kirchoff de ordinul II în poziția de referință  ${}^tC$ ;  
 -  $\{{}^tX\}$  – forțele masice la momentul  $t$ ;  
 -  $\{{}^tp\}$  – forțele de suprafață la momentul  $t$ .

Câmpul deplasărilor din elementul structural (e) se exprimă în funcție de deplasările nodale prin relația:

$$\{{}^tu^{(e)}\} = [N^{(e)}] \cdot \{{}^td_n^{(e)}\} \quad (3.12)$$

în care  $[N^{(e)}]$  conține funcțiile de aproximare (formă) a câmpului de deplasare, iar  $\{{}^td_n^{(e)}\}$  este vectorul deplasărilor din nodurile elementului finit la timpul  $t$ .

Pentru elementul finit de tip bară, în calculul neliniar funcțiile de aproximare a deplasărilor din interiorul elementului finit se aleg sub formă de polinoame:

$$\begin{aligned} u^{(e)} &= a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \\ v^{(e)} &= b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 \\ w^{(e)} &= c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 \end{aligned} \quad (3.13.a,b,c)$$

în care  $a_i$ ,  $b_i$  și  $c_i$ ,  $i=0,1,2,3$  sunt coordonate care se determină din condițiile de margine pentru nodurile elementului finit. Deformațiile specifice (3.5), respectiv (3.6) se calculează ținând seama de (3.12):

$$\{t_{\varepsilon}^{(e)}\} = [L^{(e)}] \cdot [N^{(e)}] \cdot \{d_n^{(e)}\} = ([B_L^{(e)}] + [B_{NL}^{(e)}(t_d)]) \cdot \{d_n^{(e)}\} = [B^{(e)}] \cdot \{d_n^{(e)}\} \quad (3.14)$$

iar vectorul tensiunilor (3.9) devine:

$$\{t_{\sigma}^{(e)}\} = [t_{\eta}^{(e)}] \cdot \{t_{\varepsilon}^{(e)}\} = [t_{\eta}^{(e)}] \cdot ([B_L^{(e)}] + [B_{NL}^{(e)}]) \cdot \{d_n^{(e)}\} = [t_{\eta}^{(e)}] \cdot [B^{(e)}] \cdot \{d_n^{(e)}\} \quad (3.15)$$

Prima variație a relației (3.14) este:

$$\delta \{t_{\varepsilon}^{(e)}\} = [B^{(e)}] \cdot \delta \{d_n^{(e)}\} \quad (3.16)$$

respectiv transpusa primei variații a relației (3.12) devine:

$$\delta \{t_U^{(e)}\}^T = \delta \{d_n^{(e)}\}^T \cdot [N^{(e)}]^T \quad (3.17).$$

Dacă în elementul finit există deformații specifice inițiale  $\{\varepsilon_0\}$ , respectiv tensiuni inițiale  $\{\sigma_0\}$  se ține seama de această situație în calculele următoare. Tensiunile totale sunt egale cu:

$$\{t_{\sigma}^{(e)}\} = [t_{\eta}^{(e)}] \cdot (\{t_{\varepsilon}^{(e)}\} - \{\varepsilon_0^{(e)}\}) + \{\sigma_0^{(e)}\} \quad (3.18)$$

Introducând relațiile (3.16) și (3.17) în ecuația de echilibru (3.11) rezultă ecuația fundamentală a metodei elementului finit, care se scrie sub forma:

$$([t_k_L^{(e)}] + [t_k_{NL}^{(e)}] + [t_k_0^{(e)}] + [t_k_{\sigma}^{(e)}]) \cdot \{d_n^{(e)}\} = \{t_P_n^{(e)}\} \quad (3.19)$$

în care:

- $[t_k_L^{(e)}]$  - matricea rigidității elementului finit (e) în calculul liniar la timpul t.

$$[t_k_L^{(e)}] = \int_{t_V} [t_B_L^{(e)}]^T \cdot [t_{\eta}^{(e)}] \cdot [B_L^{(e)}] d^tV \quad (3.20)$$

- $[t_k_{NL}^{(e)}]$  - matricea geometric neliniară a rigidității elementului finit (e) din deplasările mari la timpul t;

$$[t_k_{NL}^{(e)}] = \int_{t_V} \left( [t_B_L^{(e)}] \cdot [t_{\eta}^{(e)}] [t_{B_{NL}}^{(e)}] + [t_{B_{NL}}^{(e)}]^T \cdot [t_{\eta}^{(e)}] \cdot [t_B_L^{(e)}] + [t_{B_{NL}}^{(e)}] \cdot [t_{\eta}^{(e)}] \cdot [t_{B_{NL}}^{(e)}] \right) d^tV \quad (3.21)$$

- $[t_k_0^{(e)}]$  - matricea neliniară a rigidității elementului finit (e) produsă de deplasările inițiale la timpul t;

$$[t_k_0^{(e)}] = \int_{t_V} ([t_{\eta}^{(e)}] \cdot \{\varepsilon_0^{(e)}\})^T \cdot ([t_{B_{NL}}^{(e)}] + [t_{B_{NL}}^{(e)}]) d^tV \quad (3.22)$$

- $[t_k_{\sigma}^{(e)}]$  - matricea neliniară a rigidității elementului finit (e) din tensiunile inițiale la timpul t.

$$[t_k_{\sigma}^{(e)}] = \int_{t_V} [t_{B_{NL}}^{(e)}]^T \cdot \{\sigma_0\} d^tV \quad (3.23)$$

Forțele nodale echivalente  $\{t_P_n^{(e)}\}$  din nodurile elementului finit (e), corespunzătoare deplasărilor nodale  $\{d_n^{(e)}\}$ , se scriu astfel:

$$\{^t P_n^{(e)}\} = \int_{t_A} [N^{(e)}]^T \cdot \{^t p^{(e)}\} d^t A + \int_{t_V} [N^{(e)}] \cdot \{^t \chi^{(e)}\} d^t V \quad (3.24)$$

unde se introduc notațiile:

- vectorul forțelor nodale produse de forțele aplicate pe suprafața elementului finit

$$\{^t Q_p^{(e)}\} = \int_{t_A} [N^{(e)}] \cdot \{^t p^{(e)}\} d^t A \quad (3.25)$$

- vectorul forțelor masice

$$\{^t Q_m^{(e)}\} = \int_{t_V} [N^{(e)}]^T \cdot \{^t \chi\} d^t V \quad (3.26)$$

Ecuția (3.19) este ecuația de echilibru static, respectiv ecuația fundamentală a metodei elementului finit.

Matricea rigidității elementului finit (e) conține caracteristicile geometrice și elastice și este o matrice pătrată, simetrică. Ordinul ei depinde de numărul deplasărilor nodale ale elementului finit și se definește inițial în sistemul local de referință.

Stabilirea matricei de rigiditate neliniară a structurii necesită transformarea matricei neliniare de rigiditate a elementelor finite din sistemul local în sistemul de referință global (în care se definește structura) și asamblarea acestora.

### 3.2.5 Matricea neliniară a rigidității barei drepte cu secțiune constantă în sistemul local de referință

Barele solicate spațial intervin frecvent în ingineria civilă la cadre spațiale, structuri reticulate, poduri și traversări suspendate. La stabilirea răspunsului acestor structuri din forțele exterioare este necesar să se ia în considerare și influența forței axiale, care are un efect important asupra stării de eforturi și deplasări. Forța axială de compresiune majorează momentele încovoietoare din structură.

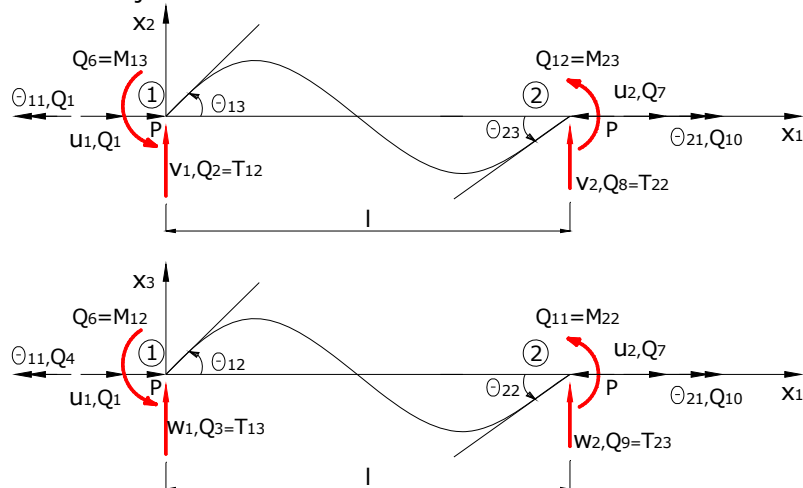


Fig. 3.2. Forțele și deplasările nodale pentru elementul finit de tip bară

Factorii care produc comportarea neliniară a barei sunt: deplasările mari, imperfecțiunile geometrice, erorile de fabricație și montaj, semirigiditatea nodurilor și eforturile suplimentare apărute ca urmare a montajului forțat al structurii.

În continuare se prezintă structura matricei de rigiditate neliniară a barei cu luarea în considerare a influenței forței axiale, a imperfecțiunilor geometrice de bară și de nod.

Deplasările și forțele nodale pentru bara dreaptă cu moment de inerție constant se prezintă în figura 3.2.a și b. Pentru acest element finit matricea neliniară a rigidității se prezintă în relația (3.26). Notațiile folosite în matricea (3.26) sunt următoarele:

$$\alpha^2 = \frac{P}{EI_3}; \beta^2 = \frac{P}{EI_2} \quad (3.27.a,b)$$

Funcțiile de stabilitate  $f_i, i=1,\dots,9$  au expresiile:

$$f_1 = \frac{1}{1 + \frac{EA}{4 \cdot p^3 \cdot l^2} (C_y + C_z)}; \quad (3.28.a)$$

$$C_y = \beta l \cdot (M_{12}^2 + M_{22}^2) \cdot (\operatorname{ctg} \beta l + \operatorname{cosec}^2 \beta l) - 2(M_{12} + M_{22})^2 + 2 \cdot \beta l \cdot M_{12} \cdot M_{22} \cdot \operatorname{cosec} \beta l (1 + \beta l \cdot \operatorname{ctg} \beta l);$$

$$C_z = \alpha l (M_{13} + M_{23})^2 \cdot (\operatorname{ctg} \alpha l + \alpha l \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha l) - 2(M_{13} + M_{23})^2 + 2 \alpha l \cdot M_{13} \cdot M_{23} \cdot \operatorname{cosec} \alpha l (1 + \alpha l \cdot \operatorname{ctg} \alpha l); \quad (3.28.b)$$

$$A = 2 - 2 \cdot \operatorname{cos} \alpha l - \alpha l \cdot \operatorname{sin} \alpha l; \quad (3.28.c)$$

$$f_2 = \frac{1}{4A} \cdot \alpha l \cdot (\operatorname{sin} \alpha l - \alpha l \cdot \operatorname{cos} \alpha l); f_3 = \frac{1}{2A} \cdot \alpha l \cdot (\alpha l - \operatorname{sin} \alpha l); \quad (3.28.d,e)$$

$$f_4 = \frac{1}{4 \cdot A} \beta \cdot l (\operatorname{sin} \beta l - \beta l \cdot \operatorname{cos} \beta l); f_5 = \frac{1}{2 \cdot A} \beta \cdot l (\beta l - \operatorname{sin} \beta l); \quad (3.28.f,g)$$

$$f_6 = \frac{1}{6A} \cdot (\alpha l)^2 \cdot (1 - \operatorname{cos} \alpha l); f_7 = \frac{1}{6A} \cdot (\alpha l)^2 \cdot (1 - \operatorname{cos} \alpha l) - \frac{(\alpha l)^2}{12}; \quad (3.28.h,i)$$

$$f_8 = \frac{1}{6A} \cdot (\beta l)^2 \cdot (1 - \operatorname{cos} \beta l); f_9 = \frac{1}{6A} \cdot (\beta l)^2 - \frac{(\beta l)^2}{12}; \quad (3.48.j,k)$$

$$\Phi_2 = 24(1 + \mu) \cdot \frac{A}{A_{s2}} \cdot \left(\frac{r_3}{l}\right)^2; \Phi_3 = 24(1 + \mu) \cdot \frac{A}{A_{s3}} \cdot \left(\frac{r_2}{l}\right)^2; \quad (3.48.l,m)$$

în care:

- $A_{s2}$  și  $A_{s3}$  – aria efectivă la tăiere din secțiunea transversală după axa 2 , respectiv axa 3
- $r_2$  și  $r_3$  -razele de girație corespunzătoare axelor 2, respectiv 3.

Dacă rapoartele axelor de girație și lungimea barei ( $r_2/l$  și  $r_3/l$ ) sunt mici în raport cu unitatea,  $\Phi_2$  și  $\Phi_3$  pot fi considerate egale cu zero în relația (3.26) și se neglijează influența forței tăietoare.

### 3.2.5.1 Influențele geometrice de bară

În conformitate cu precizările din EC3[52], influența imperfecțiunilor geometrice de bară  $e_{od}$  (curburi și torsiuni inițiale) se introduc în calcul prin intermediul unei încărcări uniforme distribuite pe lungimea barei (Fig. 3.3) cu intensitatea:

$$q = \frac{8N \cdot e_{od}}{l^2} \quad (3.30)$$

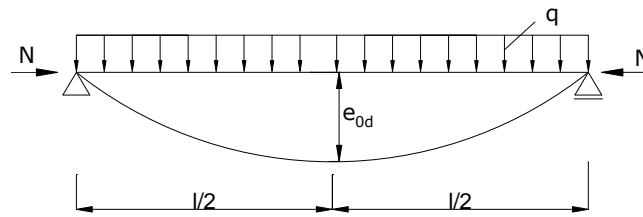


Fig. 3.3. Calculul imperfecțiunii geometrice

### 3.2.5.2 Efectul semirigidității nodului

Prinderea barelor în noduri se realizează rigid/semirigid sau articulat. Conexiunile au dimensiuni finite și influențează comportarea structurii din încărcările care intervin în exploatare.

Influența conexiunilor cu dimensiuni finite se studiază pe bara imperfectă care are la extremități două conexiuni cu dimensiunile  $\lambda_1 l$  și  $\lambda_2 l$  (Fig. 3.4). Lungimea barei între conexiuni este egală cu  $l$ .

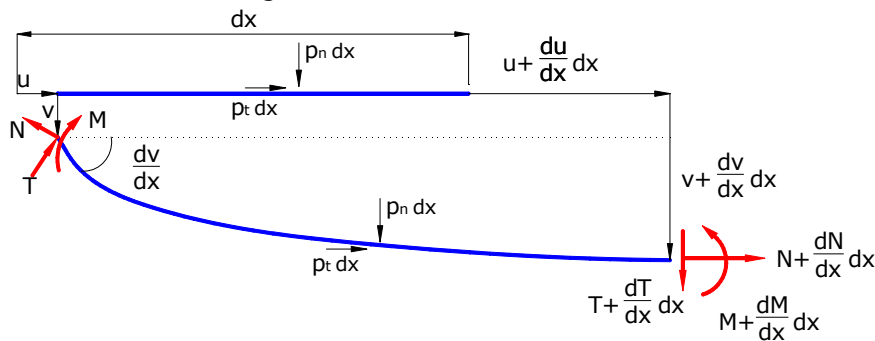


Fig. 3.4. Element diferential de tip bară în poziția nedeformată și deformată

Momentele încovoietoare  $M_{13}$  și  $M_{23}$  (Fig. 3.2) au expresiile:

$$M_{13} = \frac{EI_3}{\gamma} \cdot \left[ \left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda}\right) \cdot S_{11}^* + \frac{\lambda_1}{\lambda} \cdot S_{12}^* - \frac{Pl^2 \cdot \lambda_1^2}{EI_3 \cdot \lambda} \right] \cdot \theta_1 + \frac{EI_3}{\gamma} \cdot \left[ \left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda}\right) \cdot S_{12}^* + \frac{\lambda_1}{\lambda} \cdot S_{22}^* - \frac{Pl^2 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2}{EI_3 \cdot \lambda} \right] \cdot \theta_2 \quad (3.31.a)$$



$$\begin{aligned}
 M_{23} = & \frac{EI_3}{\gamma} \cdot \left[ \frac{\lambda_2}{\lambda} \cdot S_{11}^* + \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda}\right) \cdot S_{12}^* - \frac{Pl^2 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2}{EI_3 \cdot \lambda} \right] \cdot \theta_1 + \\
 & + \frac{EI_3}{\gamma} \cdot \left[ \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda}\right) \cdot S_{22}^* + \frac{\lambda_2}{\lambda} \cdot S_{12}^* - \frac{Pl^2 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2}{EI_3 \cdot \lambda} \right] \cdot \theta_2
 \end{aligned} \quad (3.31.b)$$

în care au fost folosite următoarele notații:

$$\gamma = \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda}\right) \cdot \left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda}\right) - \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda^2}; \quad (3.32)$$

$$R^* = \left(1 + \frac{4EI_3}{IR_{k1}} \cdot f_2\right) \cdot \left(1 + \frac{4EI_3}{IR_{k2}} \cdot f_2\right) - \left(\frac{EI_3}{l}\right)^2 \cdot \left(\frac{2f_3}{R_{k1}}\right) \cdot \left(\frac{2f_3}{R_{k2}}\right); \quad (3.33)$$

$$S_{11}^* = \left(4f_2 + \frac{EI_3}{l} \cdot \frac{16f_2^2}{R_{k2}} - \frac{EI_3}{l} \cdot \frac{4f_3^2}{R_{k2}}\right) / R^*; \quad (3.34.a)$$

$$S_{12}^* = 2f_3 / R^*; \quad (3.34.b)$$

$$S_{22}^* = \left(4f_1 + \frac{E \cdot I_3}{l} \cdot \frac{16 \cdot f_2^2}{R_{k2}} - \frac{EI_3}{l} \cdot \frac{4f_3^2}{R_{k1}}\right) / R^*. \quad (3.34.c)$$

Rigiditatea tangentă a conexiunii la rotația arbitrară  $|\theta_r|$  se determină din relația

$$R_{ki} = \frac{M_u}{\theta_0(1 + \theta^n)^{1+1/n}} \quad (3.35)$$

în care:

- $M_u$  – momentul capabil ultim al conexiunii;
- $R_{ki}$  – rigiditatea inițială a conexiunii;
- $n$  – parametru de formă.

Rigiditatea tangentă a conexiunii, când aceasta nu este încărcată, se determină din relația

$$R_{ki} = \frac{M_u}{\theta_0}; |\theta_\lambda| = 0. \quad (3.36)$$

### 3.2.6 Matricea neliniară a rigidității barei drepte în sistemul global de referință

Structura se definește în sistemul global de referință care se notează cu  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ . Forțele nodale se notează cu  $\{\bar{Q}\}$ , iar deplasările nodale sunt notate cu  $\{\bar{d}_n\}$ , respectiv  $\{\bar{D}_n\}$ .

Forțele nodale din sistemul global de referință  $\{\bar{Q}\}$  se exprimă în funcție de forțele nodale din sistemul local  $\{Q\}$  cu relația :

$$\{\bar{Q}\} = [R] \cdot \{Q\} \quad (3.37)$$

în care matricea  $[R]$  este o matrice de ordinul 12x12 și are forma:

$$[R] = \begin{bmatrix} [r] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [r] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [r] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [r] \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Elementele matricei  $[r]$  se determină din configurația deformată a elementului finit.

Forțele nodale  $\{\bar{Q}\}$  se exprimă în funcție de forțele nodale asociate prin deplasările relative

$$\{\bar{Q}\} = [A] \cdot \{\bar{S}\} \quad (3.39).$$

Matricea  $[A]$  are elementele:

$$[A] = \begin{bmatrix} Q_6 = 1 & Q_2 = 1 & Q_5 = 1 & Q_{12} = 1 & Q_4 = 1 & Q_1 = 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{1+\delta} & \frac{1}{1+\delta} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{1+\delta} & -\frac{1}{1+\delta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -\frac{1}{1+\delta} & \frac{1}{1+\delta} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1+\delta} & \frac{1}{1+\delta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Matricea tangentă a rigidității în sistemul global de referință are expresia dată de Oran:

$$[\bar{k}_{t,NL}^{(e)}] = [k] \cdot [A] \cdot [k_{NL}^{(e)}] \cdot [A]^T \cdot [R]^T + \sum_{k=1}^6 \{\bar{Q}_k\} \cdot [R] \cdot [\bar{g}^{(k)}] \cdot [R]^T \quad (3.41)$$

în care:

$$[\bar{k}_{t,NL}^{(e)}] = \frac{EI}{I} \begin{bmatrix} \varepsilon_3 c_{13} + \frac{G_{13}^2}{\pi^2 H} & \varepsilon_3 c_{23} + \frac{G_{13} G_{23}}{\pi^2 H} & \frac{G_{13} G_{12}}{\pi^2 H} & \frac{G_{13} G_{22}}{\pi^2 H} & 0 & \frac{G_{13}}{H} \\ \varepsilon_3 c_{23} + \frac{G_{13} G_{23}}{\pi^2 H} & \varepsilon_3 c_{13} + \frac{G_{23}^2}{\pi^2 H} & \frac{G_{23} G_{12}}{\pi^2 H} & \frac{G_{23} G_{22}}{\pi^2 H} & 0 & \frac{G_{23}}{H} \\ \frac{G_{13} G_{12}}{\pi^2 H} & \frac{G_{23} G_{12}}{\pi^2 H} & \varepsilon_2 c_{22} + \frac{G_{12}^2}{\pi^2 H} & \varepsilon_2 c_{22} + \frac{G_{12} G_{22}}{\pi^2 H} & 0 & \frac{G_{12}}{H} \\ \frac{G_{13} G_{22}}{\pi^2 H} & \frac{G_{23} G_{22}}{\pi^2 H} & \varepsilon_2 c_{22} + \frac{G_{12} G_{22}}{\pi^2 H} & \varepsilon_2 c_{21} + \frac{G_{22}^2}{\pi^2 H} & 0 & \frac{G_{22}}{H} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_t}{EI} & 0 \\ \frac{G_{13}}{H} & \frac{G_{23}}{H} & \frac{G_{12}}{H} & \frac{G_{22}}{H} & 0 & \frac{\pi^2}{H} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

în care după Oran:

$$G_{1j} = c'_{1j} \cdot \theta_{1j} + c_{2j} \cdot \theta_{2j}; \quad (3.43)$$

$$G_{2j} = c'_{2j} \cdot \theta_{1j} + c'_{1j} \cdot \theta_{2j}; \quad (3.44)$$

$$H = \frac{\pi^2}{\lambda^2} + \sum_{j=3,2} \frac{1}{\varepsilon_j} \cdot [b'_{1j}(\theta_{1j} + \theta_{2j})^2 + b'_{2j}(\theta_{1j} - \theta_{2j})^2]. \quad (3.45)$$

Notațiile folosite în aceste relații sunt:

$$\varepsilon_j = \frac{l_j}{l}; \lambda = \frac{1}{\sqrt{\frac{I}{A}}} \quad (3.47)$$

în care I este momentul de inerție de referință, iar notația primă se referă la diferențierea în raport cu g.

Matricile  $[\bar{g}^{(k)}]$  au expresiile:

$$[\bar{g}^{(k)}] = \begin{bmatrix} [f^{(k)}] & -[f^{(k)}] \\ [f^{(k)}] & [f^{(k)}] \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

și matricile  $[f^{(k)}]$  sunt matrici simetrice 6x6 definite astfel:  
pentru k=1,2,  $f_{ij}^{(k)}=0$ , excepție

$$f_{12}^{(k)} = f_{21}^{(k)} = \frac{1}{(1+\delta)^2}; \quad (3.49.a)$$

pentru k=3,4,  $f_{ij}^{(k)}=0$ , excepție

$$f_{13}^{(k)} = f_{31}^{(k)} = -\frac{1}{(1+\delta)^2}; \quad (3.49.b)$$

pentru k=5,  $f_{ij}^{(k)}=0$ ;

pentru k=6,  $f_{ij}^{(k)}=0$ , excepție

$$f_{22}^{(k)} = f_{33}^{(k)} = -\frac{1}{1+\delta}. \quad (3.49.c)$$

Se precizează faptul că matricea  $[k_{t,NL}^{(e)}]$  este similară cu cea descrisă de Oran, însă acum este inclus și efectul forței axiale. Produsele  $G_{ij} G_{kj}$  nu au fost luate în considerare de Oran în matricea  $[k_{t,NL}^{(e)}]$ .

Matricea de transformare [A] (3.40) și matricile geometrice  $[\bar{g}^{(k)}]$  din (3.48) și (3.49.a,...,d) sunt similare cu matricile dezvoltate de Oran, excepție termenul  $\delta$  care a fost neglijat de Oran.

### 3.3 Metoda elementului finit pentru structura dezvoltată în elemente finite

Calculul eforturilor, deplasărilor și tensiunilor din structură necesită determinarea deplasărilor din nodurile în care s-a discretizat structura.

Metoda elementului finit în formularea în deplasări se scrie astfel:

$$[k_{t,NL}] \cdot \{D_n\} = \{P_n\} \quad (3.50)$$

în care:

- $\{D_n\}$  - vectorul deplasărilor din nodurile structurii corespunzătoare elementelor finite considerate;
- $\{P_n\}$  - vectorul forțelor exterioare, care corespund deplasărilor nodale  $\{D_n\}$ ;

-  $[k_{t,NL}]$  – matricea tangentă a rigidității structurii.

Forțele nodale  $\{P_n\}$  și matricea  $[k_{t,NL}]$  se cunosc, iar necunoscutele sunt deplasările nodale  $\{D_n\}$ .

Matricea rigidității structurii se obține prin asamblarea matricelor de rigiditate neliniare ale elementelor finite în sistemul global de referință  $[k_{t,NL}^{(e)}]$  în funcție de conexiunea acestora în noduri.

Deplasările nodurilor structurii se determină din ecuația (3.50) și au expresiile:

$$\{D_n\} = -[k_{t,NL}]^{-1} \cdot \{P_n\} \quad (3.51)$$

în care  $[k_{t,NL}]^{-1}$  este inversa matricei de rigiditate a structurii.

Rezolvarea practică a ecuației (3.50) se efectuează folosind forma incrementală

$$[k_{t,NL}] \cdot \{\Delta D_n\} = \{\Delta P_n\} \quad (3.52)$$

în care  $\{\Delta D_n\}$  și  $\{\Delta P_n\}$  sunt incrementele deplasărilor nodale, respectiv a forțelor nodale corespunzătoare lui  $\{D_n\}$ .

### 3.4 Procedura de calcul

Răspunsul neliniar al structurii se obține folosind o metodă numerică de rezolvare a ecuației neliniare (3.52) pentru fiecare pas de încărcare. Pașii care se parcurg pentru fiecare increment de încărcare sunt următorii:

- se discretizează structura în elemente finite;
- se alege pentru fiecare tip de element finit deplasările nodale și funcțiile de aproximare a câmpului deplasator din interiorul elementelor finite;
- se determină pentru fiecare element finit matricea de rigiditate  $[k_{NL}^{(e)}]$  în sistemul local de referință;
- se transformă matricea rigidității neliniare  $[\bar{k}_{t,NL}^{(e)}]$  în sistemul global de referință din relația (3.41);
- se assemblează matricile  $[\bar{k}_{t,NL}^{(e)}]$  și se obține matricea rigidității neliniare a structurii  $[k_{t,NL}]$  în sistemul global de referință;
- se rezolvă ecuația (3.52) și se determină incrementele deplasărilor nodale în pasul de iterație j:

$$\{\Delta D_n\}_j = [k_{t,NL}^j(D_{j-1})]^{-1} \cdot \{\Delta P\}_j \quad (3.53)$$

- incrementul forțelor nodale are expresia

$$\{\Delta P\}_j = \{P_n\} - [k_{t,NL}(D_{j-1})] \cdot \{\Delta D_{j-1}\} \quad (3.54)$$

- se calculează deplasările nodurilor structurii în pasul de iterație j cu relația

$$\{D_n\}_j = \{D_n\}_{j-1} + \{\Delta D_n\}_j \quad (3.55)$$

- se consideră un nou increment  $\{\Delta P\}$  și se revine la relația (3.53);
- iterația se continuă până când este satisfăcut criteriul de convergență selectat

$$\left[ \frac{\sum_i \{ \Delta D_n \}_j^2}{\sum_i \{ D_n \}_j^2} \right]^{1/2} \leq e \quad (3.56)$$

În care „e” reprezintă eroarea prescrisă aleasă.

### 3.5 Concluzii

Concluziile care se desprind sunt următoarele:

- comportarea neliniară a traversărilor suspendate se poate studia scriind ecuațiile de echilibru static pe structura deformată;
- deformatele specifice pentru elementele structurale sunt finite și se calculează din ecuații diferențiale neliniare;
- ecuația constitutivă are formă neliniară;
- ecuațiile de echilibru static sunt neliniare;
- matricea rigidității structurii este neliniară și trebuie să conțină efectul deplasărilor mari și comportarea neliniară a materialului;
- formularea calculului neliniar folosește metoda elementului finit și metoda deplasărilor;
- rezolvarea ecuației fundamentale a metodei elementului finit se va efectua folosind metode numerice iterative, care să asigure convergența și exactitatea dorită;
- criteriul de convergență ales trebuie să satisfacă simultan convergența încărcărilor și deplasărilor;
- rezultatele obținute trebuie verificate cu două programe de calcul.

## 4. METODE NUMERICE FOLOSITE ÎN CALCULUL NELINIAR

### 4.1 Probleme generale

Pe plan mondial în ultimii ani au fost depuse eforturi de mai mulți cercetători pentru a formula și dezvolta metode numerice care să permită rezolvarea problemelor neliniare din calculul structurilor.

Răspunsul neliniar al structurilor necesită trasarea curbei caracteristice forță – deplasare pentru demersul precritic și postcritic. Metodele numerice sunt diferite pentru trasarea curbei de comportare în domeniul precritic și postcritic. În ambele situații se utilizează metoda elementului finit cu formularea în deplasări.

Metodele de calcul sunt exacte sau aproximative, iar algoritmi și procedurile numerice sunt analitice sau numerice. În Fig. 4.1 se prezintă schematic această modelare cu precizarea gradului de exactitate al tehnicilor de calcul.

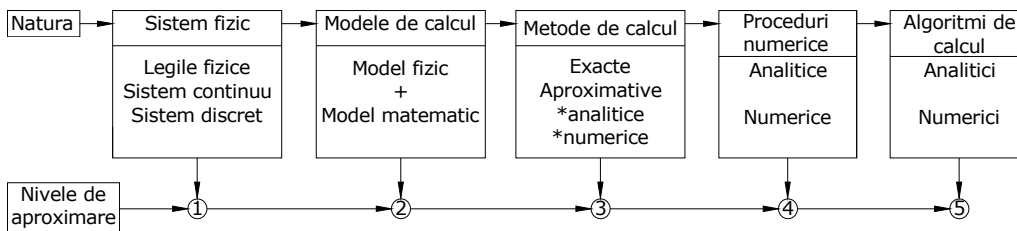
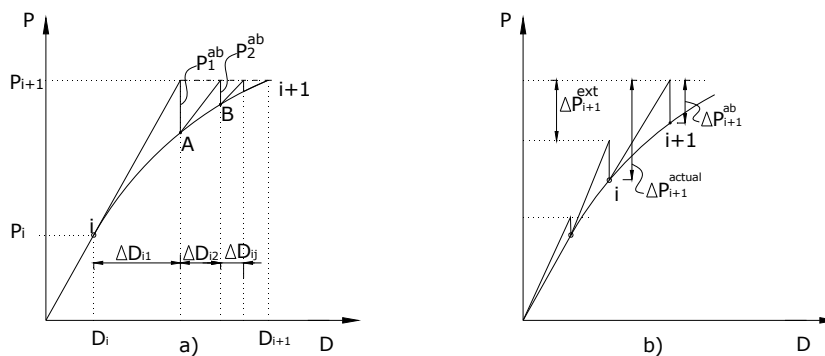


Fig. 4.1. Procedee de rezolvare a problemelor din mecanica structurilor

Din studiul literaturii de specialitate s-au depistat metodele numerice folosite la trasarea curbei încărcare  $P$  – deplasare caracteristică  $\Delta$  ( $P$ - $\Delta$ ) pentru elementul precritic și postcritic cum se prezintă în Fig. 4.2.



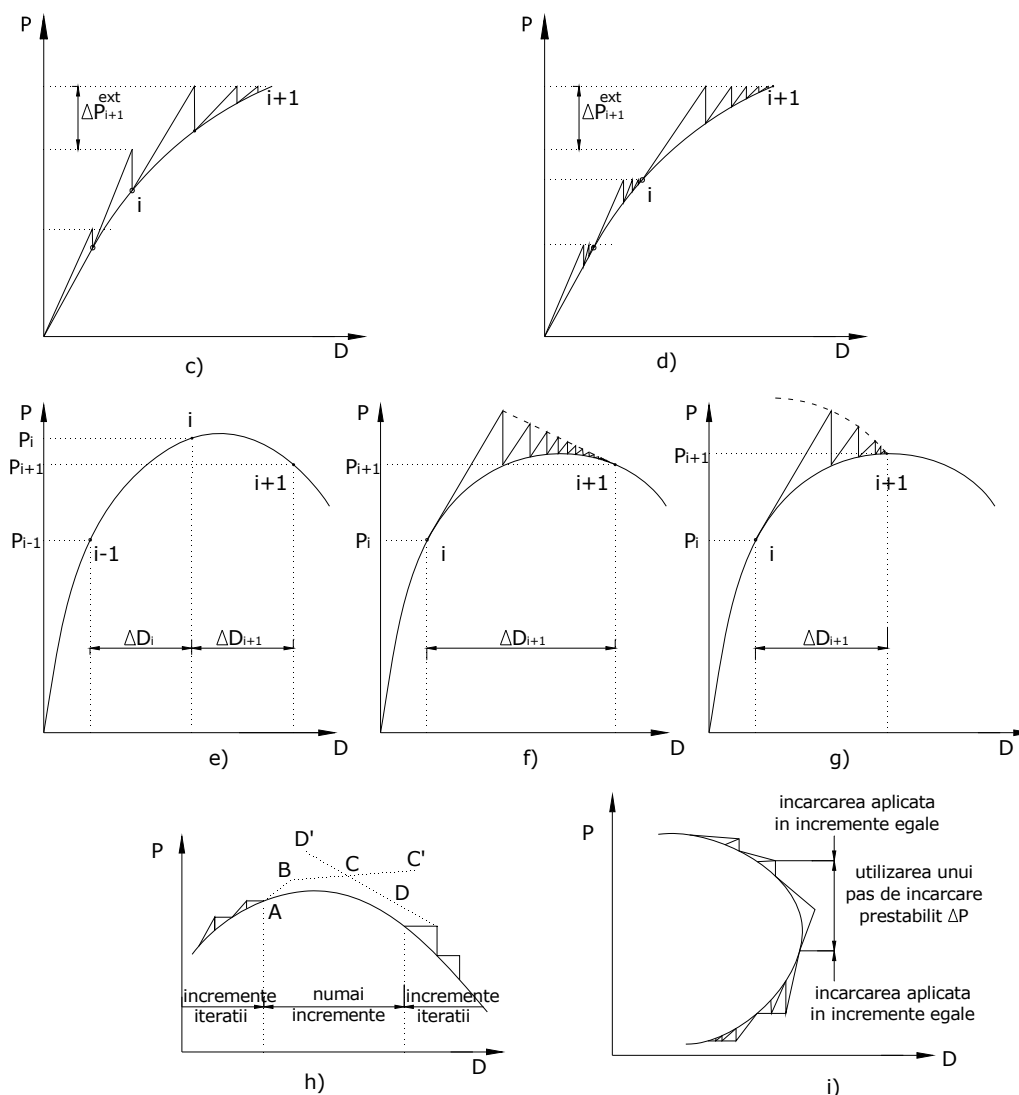


Fig. 4.2. Metode iterative pentru trasarea curbelor încărcare – deplasare în domeniul precritic (a-d) și postcritic (e-g); Depășirea punctelor limită; a)Principiul metodei Newton-Raphson, b)Metoda incrementală pură, c)Metoda incrementală Newton-Raphson, d)Metoda incrementală Newton-Raphson modificată, e)Metoda deplasărilor, f)Metoda Riks-Wempner, g)Metoda Crisfield, h)Punct limită al încărcării, i)Punct limită al deplasării

## 4.2 Tehnici iterative de rezolvare a ecuațiilor neliniare

La stabilirea răspunsului neliniar al structurilor se folosesc tehnici de rezolvare incrementală pe cale iterativă.

Încărcarea exterioară se împarte în pași incrementali  $\Delta P$  și pentru fiecare pas de încărcare se rezolvă ecuația fundamentală a metodei elementului finit cu gradul de exactitate ales.

În discuțiile viitoare se notează cu  $i$  numărul pasului de încărcare, iar cu  $j$  ciclul de iterație. În schema de iterație cu un pas de încărcare se parcurg următorii pași:

- se selectează un increment inițial al încărcării exterioare  $\Delta\lambda_i^1$  în primul ciclu de iterație;
- se selectează strategia de alegere a pașilor următori de încărcare pentru a stabili echilibrul cât mai rapid;
- se corectează parametrul  $\Delta\lambda_i^1$  cu corecțiile  $\Delta\lambda_i^j$ .

Tehnica de iterație pentru un pas de încărcare se prezintă în Fig. 4.3.

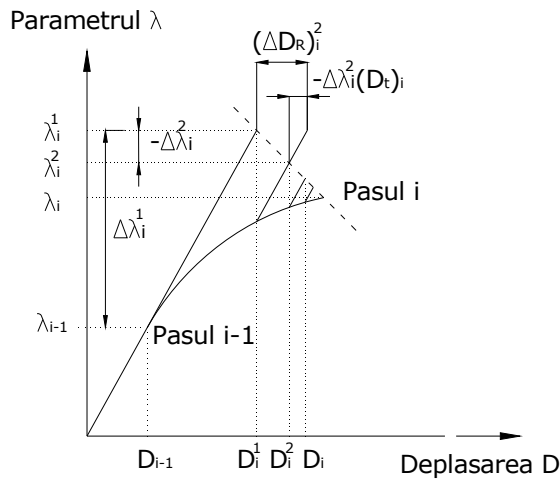


Fig. 4.3. Schema iterativă pentru un pas de încărcare

În pasul  $i-1$  de încărcare este satisfăcută ecuația de echilibru și se cunosc  $\lambda_{j-1}$  și  $D_{j-1}$ . În primul ciclu de iterație  $j=1$  se aplică pasul de încărcare  $\Delta\lambda_i^1$  și se calculează matricea neliniară a rigidității  $[K_{t,NL}]$  din pasul anterior din ecuația:

$$[K_{t,NL}] \cdot \{D_t\}_i = \{F_t\}_i \quad (4.1)$$

în care  $\{F_t\}_i$  este vectorul forțelor exterioare de referință.

Valoarea inițială a incrementului încărcării  $\Delta\lambda_i^1$  se alege ca și cotă de (20 - 40%) din încărcarea maximă care se anticipează pentru încărcare.

Incrementul deplasărilor se calculează din relația 4.2:

$$\{\Delta D_n\}_i^1 = \Delta\lambda_i^1 \cdot \{D_t\}_i \quad (4.2)$$

iar deplasările totale se obțin prin măsurarea  $\{D\}_i^1 = \{D\}_{i-1} + \{\Delta D\}_i^1$ .

Parametrul de încărcare are expresia:

$$\lambda_i^1 = \lambda_{i-1} + \Delta\lambda_i^1 \quad (4.3)$$

În acest pas de iterație ecuațiile de echilibru nu sunt satisfăcute și sunt necesare iterații suplimentare pentru a restabili echilibrul.



**Ciclurile de iterație  $j \geq 2$** 

Metoda Newton-Raphson și metoda Newton-Rapson modificată nu sunt capabile să depășească punctul limită, întrucât nivelul de încărcare este menținut constant în timpul iterației.

Dacă parametrul de încărcare  $\lambda_i^j$  variază, se poate depăși punctul limită. Incrementul deplasărilor în ciclurile de iterație  $j \geq 2$  se determină în acest caz din rezolvarea ecuației:

$$[K_{t,NL}]_i \cdot \{\Delta D\}_i^j = \Delta \lambda_i^j \cdot \{F_t\}_i - \{\Psi\}_i^{j-1} \quad (4.4)$$

Forța neechilibrată (reziduală) care se aplică pe structură în iterația  $j-1$  are expresia:

$$\{\Psi\}_i^{j-1} = \{F_{init}\}_i^{j-1} - \{F_{ext}\}_i^{j-1} \quad (4.5)$$

Forțele interioare  $\{F_{init}\}_i^{j-1}$  se calculează integrând tensiunile generalizate pe volumul fiecărui element finit și apoi însumând rezultatele:

$$\{F_{init}\}_i^{j-1} = \int_V [B]_i^T, j-1 \cdot \{\sigma\}_i^{j-1} dV \quad (4.6)$$

în care  $[B]_i^{j-1}$  este matricea deformațiilor specifice (3.14) care conține și termeni neliniari, iar  $\{\sigma\}_i^{j-1}$  este vectorul tensiunilor generalizate.

Forțele exterioare au expresia:

$$\{F_{ext}\}_i^{j-1} = \lambda_i^{j-1} \cdot \{F_t\}_i \quad (4.7)$$

Soluția ecuației (4.4) se scrie sub forma:

$$\{\Delta D\}_i^j = \Delta \lambda_i^j \cdot \{\Delta D_t\}_i + \{\Delta D_R\}_i^j \quad (4.8)$$

în care  $\{D_t\}_i$  sunt deplasările calculate în pasul  $j=1$ , iar  $\{\Delta D_R\}_i^j$  sunt deplasările reziduale care se calculează din ecuația:

$$[K_{t,NL}] \cdot \{\Delta D_R\}_i^j = -\{\Psi\}_i^{j-1} \quad (4.9)$$

Deplasările totale și parametrul încărcării au expresiile:

$$\{D\}_i^j = \{D\}_i^{j=1} + \{\Delta D\}_i^j; \quad (4.10)$$

$$\lambda_i^j = \lambda_i^{j-1} + \Delta \lambda_i^j. \quad (4.11)$$

Iterația se continuă până când este satisfăcut criteriul de convergență pentru forțe și deplasări.

**4.3 Strategii iterative**

Se consideră ca variabile, factorul de încărcare  $\Delta \lambda_i^j$  și vectorul deplasărilor reziduale  $\{\Delta D_R\}_i^j$  și se analizează mai multe ecuații restrictive pentru calculul lui  $\Delta \lambda_i^j$ . În tabelul 4.1. se prezintă principalele iterații utilizate în literatura de specialitate pentru a stabili răspunsul nelinier al structurilor.

Tabelul 4.1 Iterațiile folosite în calculul neliniar al structurilor

Nr. crt.	Parametrul considerat în iterație	Ecuția restrictivă	Restricții	Autor
	1.	2.	3.	4.
1.	Încărcare constantă	$\Delta\lambda_i^j = 0$	Nu depășește punctul critic	Newton - Raphson
2.	Deplasare continuă	$\{\Delta D_n\} = \{b_n\}^T \cdot \{\Delta D_R\}_i^j$ $\Delta\lambda_i^j = -\frac{\{b_n\}^T \cdot \{\Delta D_R\}_i^j}{\{b_n\}^T \cdot \{D_1\}_i}$	Metodă stabilă Nu se aplică dincolo de punctul unde deplasarea de control este staționară	Powell - Simons Bergan - Malestad
3.	Lungimea constantă a arcului	$\{\Delta D_a\}_i^{T,j} \cdot \{\Delta D_a\}_i^j = l_i^2$ $\{\Delta D_a\}_i^j = \{D\}_i^j - \{D\}_{j-1}$ $l_i$ - lungimea arcului tangentei la curba (i-1) în spațiul încărcare -deplasare $A(\Delta\lambda_i^j)^2 + B\Delta\lambda_i^j + C = 0$ unde: $A = \{D_1\}_i^T \cdot \{D_1\}_i$ $B = 2 \cdot [\{\Delta D_a\}_i^{j-1} + \{\Delta D_R\}_i^j]^T \cdot \{D_1\}_i$ $C = [\{\Delta D_a\}_i^{j-1} + \{\Delta D_R\}_i^j]^T \cdot \{\Delta D_a\}_i^{j-1} + \{\Delta D_R\}_i^j - l_i^2$	Cea mai recomandată tehnică. Trece peste punctul critic.	Rops Wempner Cristfield
4.	Lucrul mecanic exterior constant	$\Delta W_i = \Delta\lambda_i^j \cdot \{F_t\}_i^T \cdot \{\Delta D\}_i^j$ $\Delta\lambda_i^j = -\frac{\{F_i\}^T \cdot \{\Delta D_R\}_i^j}{\{F_i\}^T \cdot \{D_t\}_i}$		Powell Simons
5.	Minimul normei deplasărilor neechilibrate	$\Delta\lambda_i^j = -\frac{\{D_t\}^T \cdot \{\Delta D_R\}_i^j}{\{D_t\}_i^T \cdot \{D_t\}_i}$	Tehnică indirectă Trece peste punctul critic	Chan
6.	Norma minimă a forței neechilibrate	$\lambda_i^j = \frac{\{F_t\}_i^j \cdot \{F_{int}\}_i^{j-1}}{j-1}$ $\Delta\lambda_i^j = \lambda_i^j - \lambda_i^{j-1}$	Nu depășește punctul critic	Bergan
7.	Răspuns ponderat constant	$A_1(\Delta\lambda_i^j)^2 + B_1(\Delta\lambda_i^j) + C = 0$ în care: $A_1 = \{D_t\}^T \cdot [G]_i \cdot \{D_t\}_i + \{F_t\}^T \cdot [H]_i \cdot \{F_t\}_i$ $B_1 = 2 \cdot [\{D_a\}_i^{j-1} + \{\Delta D_R\}_i^{j-1}]^T \cdot [G]_i \cdot \{D_1\}_i + 2\Delta\lambda_{ai}^{j-1} \cdot \{F_1\}_i^T \cdot [H]_i \cdot \{F_1\}_i$ $C_1 = [2 \cdot \{D_a\}_i^{j-1} + \{\Delta D_R\}_i^{j-1}] \cdot [G]_i \cdot \{\Delta D_R\}_i^j$	Tehnică indirectă Trece peste punctul critic	Gierhniski și Smith Grave

#### 4.4 Alocarea automată a incrementului de încărcare

La trecerea din stadiul (i-1) de convergență la un nou stadiu i, un nou increment de încărcare  $\Delta\lambda_i^1$  trebuie să fie ales. Alegerea mărimii incrementului este importantă și poate reflecta gradul de neliniaritate. Dacă pasul inițial de încărcare este prea mare, convergența va fi slabă sau nu apare deloc. Dacă pasul de încărcare este prea mic, eficacitatea rezolvării suferă, fiind necesare multe iterații pentru a obține răspunsul dorit. Alegerea automată a incrementului încărcării trebuie să fie cu semn corect, necesitând măsuri capabile de detectare când punctele de maxim și de minim pe curba încărcare-deplasare au fost depășite.

O strategie efectivă pentru incrementul încărcării poate rezulta prin folosirea unei curbe încărcare-deplasare caracteristică pentru structură pe întreg domeniul de încărcare. Progresele în rezolvare, se obțin dacă se aleg următorii parametri de intrare:

- $\Delta\lambda_i^j$  se alege normal între 20% și 40% din încărcarea maximă anticipată;
- $J_d$  precizează numărul de iterații pentru convergență, în mod curent 3 la 5;
- exponentul  $\gamma$  – vezi punctul 4.4.1;
- $\zeta_c$  este toleranța acceptată pentru convergență și se alege în domeniul  $10^{-2}$  la  $10^{-5}$ , depinzând de exactitatea dorită și de neliniaritatea caracteristică în problema ce se analizează.

Un număr de metode pentru controlul măsurii incrementului au fost prezentate în literatură, Bergen și alții, definind un parametru de rigiditate curent ca o măsură a gradului de neliniaritate. Cristfield și Ramm fac uz de următorul raport să controleze automat incrementul:

$$\left(\frac{J_d}{J_{i-1}}\right) \quad (4.12)$$

în care  $J_d$  este un număr definit de iterații pentru convergență și  $J_{i-1}$  este numărul real de iterații rezultat pentru convergență în pasul anterior.

##### 4.4.1 Metode de incrementare a încărcării bazate pe raportul $J_d/J_{i-1}$

###### 4.4.1.1 Implementarea directă a parametrului de încărcare

Cristfield utilizând metoda Newton-Raphson modificată adoptă procedura

$$\Delta\lambda_i^1 = \Delta\lambda_{i-1}^1 \cdot \left(\frac{J_d}{J_{i-1}}\right) \quad (4.13)$$

la calculul mărimii incrementului.

Ramm utilizează rădăcina pătrată a raportului  $J_d/J_{i-1}$ , care rezultă într-un răspuns ușor. Dacă o strategie iterativă cu parametrul de încărcare  $\lambda_i^j$ , respectiv

deplasări, este adoptată pentru trecerea peste punctul limită, se poate folosi incrementarea automată a încărcării:

$$\Delta\lambda_i^1 = \pm\Delta\lambda_{i-1}^1 \cdot \left(\frac{J_d}{J_{i-1}}\right)^\gamma \quad (4.14)$$

în care exponentul  $\gamma$  se află în domeniul 0,5 la 1,0. Semnul corect în relația (4.14) se analizează în paragraful 4.4.4.

#### 4.4.1.2 Incrementarea unei componente a deplasării

Incrementul inițial al încărcării este ales ca limită a deplasării cheie  $D_n$  din structură. Incrementul deplasării pentru pasul curent se calculează în concordanță cu relația:

$$(\Delta D_n)_i = (\Delta D_n)_{i-1} \cdot \left(\frac{J_d}{J_{i-1}}\right)^\gamma \quad (4.15)$$

în care  $\gamma$  este uzual situat în intervalul 0,5 la 1,0. Dacă convergența a fost atinsă în pasul anterior, incrementul deplasării  $(\Delta D_n)_i$  poate fi exprimat:

$$(\Delta D_n)_i = \Delta\lambda_i^1 \cdot \{b_n\}^T \cdot \{D_1\}_i \quad (4.16)$$

în care  $\{b_n\}$  este un vector care este 1 în al n-lea rând și zero în rest. Deci:

$$\Delta\lambda_i^1 = \frac{(\Delta D_n)_i}{\{b_n\}^T \cdot \{D_1\}_i} \quad (4.17)$$

Dacă  $\Delta\lambda_1^1$  este precizat ca nivelul încărcării de pornire,  $(\Delta D_n)_1$ , incrementul componentei deplasării selectate pentru primul pas de încărcare poate fi calculat din ecuația (4.17).

#### 4.4.2 Incrementarea lungimii arcului

Fie lungimea arcului  $l_i$  pentru pasul de încărcare  $i$  definit de:

$$l_i^2 = (\Delta\lambda_i^1)^2 \cdot \{D_1\}_i^T \cdot \{D_1\}_i \quad (4.18)$$

Lungimea arcului pentru utilizare în incrementul curent poate fi calculat din folosirea lungimii arcului din pasul anterior prin:

$$l_i = l_{i-1} \cdot \left(\frac{J_d}{J_{i-1}}\right)^\gamma \quad (4.19)$$

Ecuția (4.19) poate fi rezolvată pentru incrementul cerut al încărcării:

$$\Delta\lambda_i^1 = \pm \frac{l_i}{\sqrt{\{D_1\}_i^T \cdot \{D_1\}_i}} \quad (4.20)$$

în care semnul corect este ales în conformitate cu criteriul din paragraful 4.4. Procedura este începută cu evaluarea lui  $l_1$  din relația (4.18) considerând parametrul  $\Delta\lambda_1^1$ .

#### 4.4.2.1 Incrementarea lucrului mecanic exterior

Încărcarea inițială de încărcare este ales ca limita incrementului lucrului mecanic produs de forțele exterioare  $\Delta W_i$ . Incrementul lucrului mecanic în pasul  $i$  de încărcare este calculat din:

$$\Delta W_i = \Delta W_{i-1} \cdot \left( \frac{J_d}{J_{i-1}} \right)^{\gamma} \quad (4.21)$$

și  $\Delta \lambda_i^1$  calculat din:

$$\Delta \lambda_i^1 = \frac{\Delta W_i}{\{F_1\}_i^T \cdot \{D_1\}_i} \quad (4.22)$$

Procedura este inițializată prin calculul lui  $\Delta W_1$  din ecuația (4.22) folosind nivelul de încărcare inițial  $\Delta \lambda_1^1$ .

#### 4.4.3 Metode de incrementare bazate pe parametrul curent al rigidității $S_\lambda$

Bergan și alții introduc o cantitate scalară numită „parametrul curent al rigidității” ca o măsură care caracterizează comportarea neliniară a structurilor cu mai multe grade de libertate.

Parametrul curent al rigidității definit de Bergan este:

$$S_\lambda = \frac{\left( \frac{d}{d\lambda} \{D\} \right)_0^T \cdot \{\tilde{F}\}}{\left( \frac{d}{d\lambda} \{D\} \right)^T \cdot \{\tilde{F}\}} \quad (4.23)$$

în care  $(d\{D\}/d\lambda)_0$  este rata inițială a modificării deplasărilor cu referire la parametrul încărcării,  $(d\{D\}/d\lambda)$  este rata curentă de modificare a deplasărilor cu referire la parametrul de încărcare și  $\{\tilde{F}\}$  este o caracteristică a vectorului încărcare de referință. Normal  $\{\tilde{F}\}$  se alege ca vectorul forțelor exterioare de referință  $\{F_1\}$  pentru încărcări proporționale. Când  $\{\tilde{F}\} = \{F_1\}$ ,  $(d\{D\}/d\lambda)_0$  sunt deplasările tangente  $\{D_1\}_1$  pentru primul increment de încărcare și parametrul rigidității curente în pasul  $i$  se evaluează din relația:

$$S_{\lambda,i} = \frac{\{D_1\}_1^T \cdot \{F_1\}_i}{\{D_1\}^T \cdot \{F_1\}_i} \quad (4.24)$$

$S_\lambda$  are valoarea inițială 1 pentru orice structură neliniară – valorile lui  $S_\lambda$  mai mici sau mai mari decât unitatea indică slăbirea și rigidizarea structurii.

Bergan discută o metodă pentru folosirea parametrului curent de rigiditate pentru incrementarea automată a încărcării. Ideea strategiei de incrementare a încărcării constă în menținerea aceluiași ordin de trunchiere  $\tau$  în fiecare pas de încărcare. Când eroarea trunchiată  $\tau$  este ținută aproximativ constantă, rezultă aproximativ același număr de iterații pentru convergența în fiecare pas de încărcare. Expresia pentru incrementarea automată a încărcării este:

$$\Delta\lambda_i^1 = \pm\Delta\lambda_{i-1}^1 \cdot \left| \frac{\Delta S_\lambda}{\Delta S_{\lambda,i}} \right| \quad (4.25)$$

în care  $\Delta S_\lambda$  este o constantă scalară prescrisă care poate fi introdusă ca mărime de intrare în program, sau calculată folosind valorile parametrilor curenți de rigiditate pentru primii doi pași de încărcare, de exemplu  $\Delta S_\lambda = S_{\lambda,2} - S_{\lambda,1}$  și  $\Delta S_{\lambda,i}$  este modificarea parametrului curent de rigiditate din pasul anterior în pasul curent de încărcare:  $\Delta S_{\lambda,i} = S_{\lambda,i} - S_{\lambda,i-1}$

În regiunile în care curba încărcare-deplasare este aproape liniară,  $\Delta S_{\lambda,i}$  poate fi mic și din ecuația (4.25) se va obține o valoare inițială mare pentru parametrul  $\Delta\lambda_i^1$ . Pentru acest scop este de dorit să se specifice o valoare absolută maximă pentru incrementul inițial al încărcării calculat din ecuația (4.25).

Chan folosește un parametru simplu al parametrului rigidității curente pentru incrementarea încărcării. Incrementele inițiale sunt alese în concordanță cu

$$\Delta\lambda_i^1 = \pm\Delta\lambda_1^1 \cdot |S_{\lambda,i}|^\gamma \quad (4.26)$$

în care exponentul  $\gamma$  uzual se consideră egal cu 1. În regiunile punctului limită,  $S_\lambda$  poate deveni larg ( $>1$ ) și este de dorit să se specifice valoarea maximă a lui  $|S_\lambda|$  la pasul corespunzător încărcării limită.

#### 4.4.4 Metode incrementale bazate pe o aproximație parabolică a curbei încărcare-deplasare

Bergan și Sorcide au presupus că incrementii optimi de încărcare se obțin când eroarea trunchiată  $\tau$  rămâne aproximativ constantă pentru toți pașii de încărcare. Un număr aproximativ constant de cicluri de iterație se obține în fiecare pas de încărcare. Parabola este folosită să aproximeze relația între norma euclidiană a deplasării  $\|\{D\}\|$  și parametrul de încărcare  $\lambda$ . Parametrul inițial de încărcare pentru pasul  $i$  se calculează folosind parabola care trece prin  $(\|\{D\}_{i-2}\|, \lambda_{i-2})$  și  $(\|\{D\}_{i-1}\|, \lambda_{i-1})$  și având același gradient ca la  $\lambda_{i-1}$ . Tangenta la  $\lambda_{i-1}$  va fi urmată de tangenta deplasărilor și timpul noului increment de încărcare  $\Delta\lambda_i^1$ . Eroarea trunchiată  $\tau$  pentru acest pas de încărcare este calculată ca distanța dintre tangentă și parabola interpolată. Considerând că  $\tau$  este prescris, noul increment este:

$$\Delta\lambda_i^1 = \pm\Delta\lambda_{i-1}^1 \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\|\{D\}_i\| \cdot |\lambda_{i-1} - \lambda_{i-2}| - \|\{D\}_{i-1} - \{D\}_{i-2}\|}} \quad (4.27)$$

Eroarea trunchiată  $\tau$  poate fi specificată ca dată de intrare sau calculată după terminarea primului pas de încărcare, spre exemplu:

$$\tau = \|\{D\}_1 - \Delta\lambda_1\{D\}_1\| \quad (4.28)$$

Bergan și alții arată că primii doi pași de încărcare pot fi specificați ca date de intrare, deci  $\tau$  poate fi calculat după al doilea pas de încărcare.

#### 4.4.5 Semnul incrementului inițial de încărcare

În ecuațiile (4.14), (4.20) și (4.25) semnul incrementului inițial de încărcare poate fi pozitiv sau negativ.

Crisfield și Ramm arată că semnul lui  $\Delta\lambda_i^j$  ar urmări incrementul anterior în afară de cazul când se modifică semnul determinantului matricei tangente de rigiditate. Determinantul matricei rigidității tangente este ușor de calculat ca produsul tuturor termenilor diagonalei din matricea triunghiular superioară. Bergan și alții detectează când maximul sau minimul curbei de încărcare-deplasare trece prin schimbarea de semn a incrementului lucrului mecanic:

$$\Delta W_i = \Delta\lambda_i^j \cdot \{D_1\}_i^T \cdot \{F_1\}_i \quad (4.29)$$

Schimbarea de semn a incrementului lucrului mecanic este analoagă cu schimbarea semnului parametrului rigidității curente, definit de ecuația (4.24). Bergan și alții precizează că o modificare în semnul parametrului inițial de încărcare ar apărea pe inversarea sensului incrementului lucrului mecanic. Meek și Tan precizează că atunci când structura prezintă o comportare cu multiple valori proprii negative, criteriul schimbării semnului determinantului nu poate fi aplicat întotdeauna și este mai bine să se schimbe semnul incrementului lucrului mecanic.

### 4.5 Concluzii

În literatura de specialitate se precizează o serie de concluzii referitoare la schemele de rezolvare a metodelor numerice de soluționare a problemelor neliniare.

Metoda Newton-Raphson modificată cu strategia iterativă a parametrului de încărcare, nu poate continua dincolo de punctul limită. Strategia iterativă a deplasărilor controlate a lui Powell și Simons este o soluție stabilă, dar nu poate continua dincolo de punctul unde "cheia" de control a deplasărilor devine staționară.

Iterația cu lungimea arcului constantă, iterația cu norma minimă a deplasărilor neechilibrate și iterația cu răspunsul ponderat constant arată performanțe identice și sunt cele mai general propuse tehnici iterative. Niciuna dintre aceste trei metode nu pare să necesite eliminarea iterațiilor pentru echilibru în vecinătatea punctelor limită de încărcare sau deplasare.

Expresia modificată pentru  $\Delta\lambda_i^j$  în strategia iterativă cu răspuns ponderat constant dă aproape performanțe identice cu metoda mai riguroasă de rezolvare a ecuației pătratice, excepție în zona curbilor înalte a curbei încărcare-deplasare când metoda ultimă este mai puțin probabil să greșească.

Strategia normei minime a forțelor neechilibrate nu a putut depăși punctul limită când iterațiile echilibrului au fost menținute. Metoda pare să fie efectivă pentru atingerea întregului răspuns static cu condiția iterării echilibrului și numai o schemă incrementală funcționând în vecinătatea punctului limită.

Schema încărcării incrementale bazată pe raportul  $(J_d/J_{i-1})$  apare mai eficientă decât alte scheme bazate pe parametrul curent al rigidității sau aproximarea parabolică a răspunsului încărcare-deplasare. Ultimele metode sunt indicate în incrementele de încărcare inițiale în zonele mai liniare ale curbilor încărcare-deplasare. Metodele bazate pe  $(J_d/J_{i-1})$  dau performanțe superioare ținând de numărul de iterații necesare pentru convergență aproximativ constantă.

Strategia de monitorizarea a semnelor determinatului matricei rigidității tangente care stabilește când incrementul inițial al încărcării ar schimba semnul, este cu succes folosită la studiul arcului pleoștit. Monitorizarea semnelor incrementului lucrului mecanic sau a parametrului curent al rigidității care determină când parametrul inițial de încărcare ar inversa semnul, nu a permis rezolvarea dincolo de pasul punct limită al deplasărilor.



## 5. ANALIZA COMPORTĂRII TRAVERSĂRIILOR DE CONDUCTE

### 5.1 Traversări cu conducta suspendată

Conducta poate fi suspendată direct pe piloni. Rezultă o traversare sub formă de fir flexibil cu o deschidere (Fig. 1.5.a) sau cu mai multe deschideri (Fig. 1.5.c). Altă soluție se obține dispunând pilonul la mijlocul deschiderii de traversat (Fig. 5.1) atunci când condițiile hidrogeologice permit această soluție.

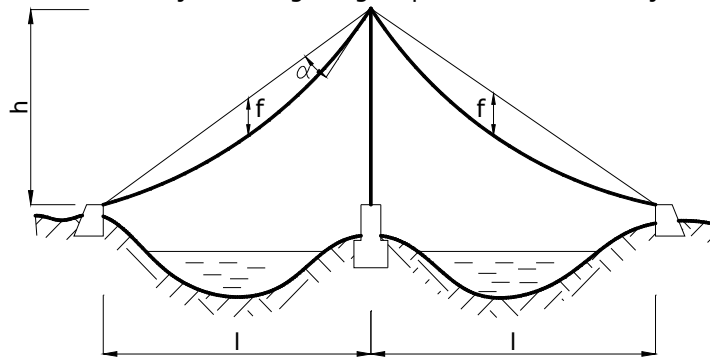


Fig. 5.1. Traversare cu conducta suspendată

Conducta din greutatea proprie, încărcarea din zăpadă, vânt, temperatură, cutremur se calculează ca un cablu flexibil. La proiectare mai intervine și efectul presiunii interioare produsă de presiunea gazului care se transportă prin conductă.

Presiunea interioară produce tensiuni inelare iar celelalte încărcări produc tensiuni axiale. Săgeata de suspendare  $f$  joacă un rol important, deoarece de mărimea ei depind tensiunile axiale din conductă. Soluția optimă se determină considerând interacțiunea între tensiunile inelare și cele axiale din încărcările care intervin în perioada de montaj și exploatare.

În secțiunea curentă  $x$ , tensiunea axială este:

$$\sigma_x = \frac{H}{A \cdot \cos \varphi} \quad (5.1)$$

în care:

-  $H/\cos \varphi$  este forța axială din conductă, produsă de forțele exterioare aplicate pe conductă.

Dacă rezemarea conductei este articulată, întinderea se determină din relația:

$$H = \frac{4EI \cdot \beta^2}{l^2} \quad (5.2)$$

Momentul încovoietor în conductă, din încărcarea „ $q=g+p$ ” se determină din relația (2.56) și are expresia:

$$M_{l/2} = \frac{ql^2}{4\beta^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{ch\beta}\right) \quad (5.3)$$

Tensiunea axială totală este:

$$\sigma_x = \frac{4EI}{Al^2} \cdot \frac{\beta^2}{l^2} + \frac{ql^2}{4W\beta^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{ch\beta}\right) \quad (5.4)$$

Derivând relația (3.4) în raport cu parametrul  $\beta$  se obține săgeata optimă de suspendare a conductei sub forma :

$$f_{opt} = \frac{ql^4}{16EI} \cdot \left[\frac{1}{2\beta^2} - \frac{1}{\beta^4} \cdot \left(1 - \frac{1}{ch\beta}\right)\right] \quad (5.5)$$

Pentru rezazeme la același nivel înălțimea optimă pentru suspendarea cablului se determină din relația

$$h_{opt} = \frac{ql^4}{8EI} \cdot \frac{1}{\beta^2} \cdot \left(1 - \frac{th\beta}{\beta}\right) \quad (5.6).$$

Atunci când conducta este rezemată articulat pe pilon, parametrul  $\beta$  din încărcarea suplimentară „p” se determină din ecuația:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{q}{q_0}\right)^2 \cdot \frac{1}{\beta^4} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{\beta^2} - \frac{1}{\beta^2 \cdot ch^2\beta} + 15 \frac{th\beta}{\beta^3}\right) - 4\phi^2 \cdot \frac{I}{f_0^2 \cdot A \cdot \cos^2 \alpha} \cdot \beta^2 = \\ & \frac{1}{\beta_0^4} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{\beta_0^2} - \frac{1}{\beta_0 \cdot ch^2\beta_0} + 5 \frac{th\beta_0}{\beta_0^3}\right) - 4\phi_0^2 \cdot \frac{I}{f_0^2 \cdot A \cdot \cos^2 \alpha} \cdot \beta_0^2 + \\ & \frac{\phi^2 \cdot \eta^2}{\cos \alpha} [\alpha_t(t^0 - t_0^0) + \frac{0,1 \cdot p_0 \cdot D_{int}}{Et}] \end{aligned} \quad (5.7)$$

în care:

- $q_0$  - încărcarea de exploatare;
- $q$  - încărcarea maximă;
- $D_{int}$  - diametrul interior al conductei;
- $t$  - grosimea peretelui conductei;
- $\alpha_t$  - coeficientul de dilatare liniară al oțelului din care este executată conducta;

$$\phi = \frac{1}{2\beta_0^2} - \frac{1}{\beta_0^4} \left(1 - \frac{1}{ch\beta_0}\right) = \frac{16f_0 \cdot EI}{90l^4};$$

$$\eta = \frac{l}{f_0}.$$

Tensiunea în mijlocul deschiderii se calculează din relația

$$\sigma_x = \frac{H}{A \cdot \cos \alpha} + \frac{ql^2}{4W} \cdot \frac{1}{\beta^2} \left(1 - \frac{1}{ch\beta}\right) + \frac{p_0 \cdot D_{int}}{4t} \quad (5.8)$$

Dacă conducta este fixată încastrat, pentru determinarea parametrului  $\beta$  se utilizează ecuația:

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{q}{q_0} \right)^2 \cdot \frac{1}{\beta^4} \cdot \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{\text{sh}^2 \beta} - \frac{3}{\beta \cdot \text{th} \beta} + \frac{4}{\beta^2} \right) + \frac{q}{q_0} \cdot \left[ \frac{1}{\beta_0^2} \cdot \left( 1 - \frac{\text{th} \beta_0}{\beta_0} \right) \cdot \frac{2}{\beta^2} \cdot \left( \frac{1}{\text{sh}^2 \beta} + \frac{1}{\beta \cdot \text{th} \beta} - \frac{2}{\beta^2} \right) \right] \\
& + \left[ \frac{1}{\beta_0^2} \cdot \left( 1 - \frac{\text{th} \beta_0}{\beta_0} \right) \cdot \left( \frac{1}{\beta \cdot \text{th} \beta} - \frac{1}{\text{sh}^2 \beta} \right) \right] - 4\phi^2 \cdot \frac{I}{f_0^2 \cdot A \cdot \cos^2 \alpha} \cdot \beta^2 = \\
& \frac{1}{\beta_0^4} \cdot \left( \frac{2}{3} - \frac{4}{\beta_0^2} - \frac{1}{\beta_0^2} - \frac{1}{\beta_0^2 \cdot \text{ch}^2 \beta_0} + 5 \frac{\text{th} \beta_0}{\beta_0^3} \right) - 4\phi^2 \cdot \frac{I}{f_0^2 \cdot A \cdot \cos^2 \alpha} \cdot \beta_0^2 \\
& + \frac{\phi^2 \eta^2}{\cos \alpha} \cdot \left[ \alpha_t (t^0 - t_0^0) + \frac{0,1 \cdot p_0 \cdot D_{int}}{Et} \right]
\end{aligned} \tag{5.9}$$

Tensiunea axială la mijlocul deschiderii are expresia:

$$\sigma_x = \frac{H}{A \cdot \cos \alpha} + \frac{gl^2}{4W} \cdot \left\{ \frac{1}{\beta^2} - \frac{\beta}{\text{sh} \beta} \cdot \left[ \frac{1}{\beta^2} - \frac{q_0}{q} \cdot \frac{1}{\beta_0} \left( 1 - \frac{\text{th} \beta_0}{\beta_0} \right) \right] \right\} + \frac{p_0 \cdot D_{int}}{4t} \tag{5.10}$$

Componenta verticală transmisă reazemului din fiecare deschidere „l” este:

$$V = \frac{q \cdot l}{2} + H \cdot \text{tg} \alpha \tag{5.11}$$

iar efortul maxim din conductă este:

$$S = \sqrt{H^2 + V^2} \tag{5.12}$$

Tensiunea axială din conductă în zona de reazem are expresia:

$$\sigma = \frac{S}{A} + \frac{gl^2}{4W} \cdot \left\{ \frac{1}{\beta^2} - \frac{q_0}{q} \cdot \frac{1}{\beta_0^2} \left( 1 - \frac{\text{th} \beta_0}{\beta_0} \right) \right\} + \frac{p_0 \cdot D_{int}}{4t} \tag{5.13}$$

care nu trebuie să depășească rezistența de calcul.

## 5.2 Traversări cu o deschidere și cabluri curbe

### 5.2.1 Probleme generale

În capitolul 1 au fost prezentate tipurile de traversări de conducte și alcătuirea lor constructivă. Traversările suspendate cu cabluri curbe sunt indicate pentru deschideri mari 50-300 m [1.9]. Elementele structurale componente ale traversării sunt cablurile, conducta și pilonii.

Cablurile portante curbe pot fi dispuse în plan vertical (Fig. 1.6.a) sau înclinat (fig. 1.9.a,b,c) iar cablurile horizontale sunt curbe (Fig. 1.6.b) sau drepte (Fig. 1.6.c).

Conducta este suspendată de cablurile portante prin intermediul tiranților dispuși la distanțe egale în lungul conductei. Grosimea peretelui conductei poate fi constantă sau variabilă pe lungimea conductei, iar diametrul interior este constant.

În funcție de dispoziția cablurilor se obțin pilonii sub formă de portal, formă Y și sub formă  $\wedge$ , realizați cu zăbrele sau cu inimă plină.

Soluția care se adoptă în proiectare trebuie să asigure în primul rând un aspect arhitectonic foarte reușit, siguranță în exploatare, consum de material și manoperă acceptabil. Costul și consumul de material față de celelalte două obiective devin obiective secundare la astfel de lucrări, care trebuie să constituie adevărate

monumente ale îndrăznelii oamenilor și capacitatea tehnicii la un anumit moment al dezvoltării societății.

### 5.2.2 Starea de eforturi din structură

Dimensionarea în condiții de siguranță a traversării necesită cunoașterea eforturilor în toate elementele structurale din acțiunile care intervin la montaj și în exploatare.

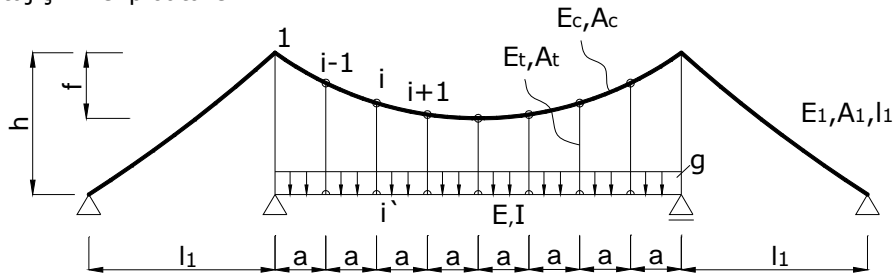


Fig. 5.2. Structură suspendată static nedeterminată

Săgeata cablului se alege pe baza recomandărilor din literatura de specialitate, respectiv după construcții similare executate în lume. Este indicat să se respecte intervalul:

$$\frac{f}{L} = \frac{1}{8} \rightarrow \frac{1}{10}$$

Structura suspendată din Fig. 5.2 este static nedeterminată odată interior. Se consideră ca necunoscută componenta orizontală a eforturilor din cablul portant  $X_1=H$ .

Se izolează nodul  $i$  și se introduc forțele care înlocuiesc tiranții secționajii. Cablul portant se înlocuiește cu un poligon înscris.

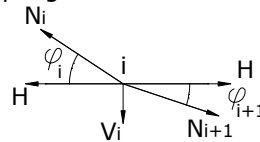


Fig. 5.3. Izolarea nodului  $i$

Din condiția de echilibru a nodului  $i$  rezultă forța verticală  $V_i$  :

$$V_i = N_i \cdot \sin \varphi_i - N_{i+1} \cdot \sin \varphi_{i+1} \quad (5.14)$$

și dacă se exprimă forța axială din cablul portant în funcție de întinderea orizontală  $H$ , relația (5.14) devine:

$$N_i = \frac{H}{\cos \varphi_i} ; N_{i+1} = \frac{H}{\cos \varphi_{i+1}} ; \quad (5.15)$$

$$V_i = H(\operatorname{tg} \varphi_i - \operatorname{tg} \varphi_{i+1}) \quad (5.16)$$

În relațiile (5.14) și (5.15) s-a notat cu  $\varphi_i, \varphi_{i+1}$  unghiurile de înclinare, față de orizontală, ale laturilor  $i$  și  $i+1$  ale poligonului care înlocuiește cablul portant. Din relațiile (5.14) și (5.15) se observă că dacă se cunoaște componenta orizontală  $H$  a

efortului din cablul portant se pot calcula eforturile în tiranții verticali  $i-i'$  și forța axială din cablul portant.

Eforturile din conductă se determină izolând o anumită substructură din traversare (Fig. 5.4) și scriind condițiile de echilibru static.

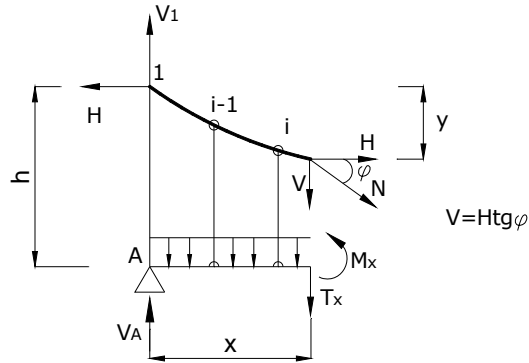


Fig. 5.4. Izolare substructură

Ecuția de echilibru pe verticală are forma:

$$\sum Y = -Tx + V_A + V_1 - gx - V = 0 \quad (5.17)$$

$$T_x = V_A + V_1 - gx - H \cdot tg\varphi = T_x^0 - H \cdot tg\varphi$$

și din ecuația de moment în raport cu secțiunea curentă  $x$  rezultă:

$$M_x = (V_A + V_1)x - gx \frac{x}{2} - Hh + H(h - y) = M_x^0 - Hy \quad (5.18)$$

În relațiile (5.17) și (5.18) cu  $T_x^0$  și  $M_x^0$  au fost notate forța tăietoare și momentul încovoietor în secțiunea curentă  $x$  pe grinda orizontală static determinată cu aceeași deschidere produsă de forțele exterioare. Efectul tirantului se introduce prin termenii  $-H \cdot tg\varphi$  și  $-Hy$ , în care  $\varphi$  este unghiul format de tangenta la cablu cu orizontala, iar  $y$  se măsoară de la linia 1-2 pe verticală până la cablul portant în secțiunea curentă  $x$  (Fig. 5.4).

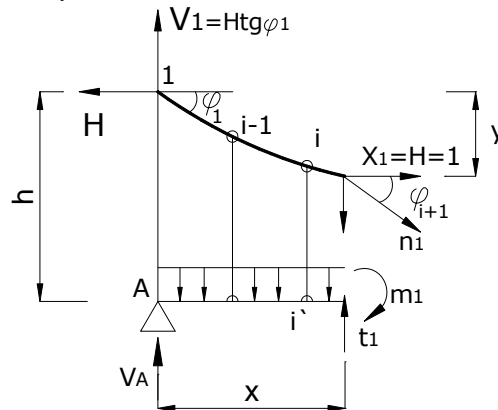


Fig. 5.5. Substructura cu forța  $H=X_1=1$

Efectul necunoscutei static nedeterminate  $H=X_1=1$ .

Din forța  $X_1=H=1$  se obțin eforturile următoare:

- în cablul portant

$$n_1 = \frac{X_1}{\cos \varphi_{i+1}} = \frac{1}{\cos \varphi_{i+1}} \quad (5.19.a)$$

- în tiranții verticali

$$n_{ji',1} = \operatorname{tg} \varphi_i - \operatorname{tg} \varphi_{i+1} \quad (5.19.b)$$

- în conductă  $m_1 = -y$ .

$$(5.19.c)$$

Din forțele exterioare se determină eforturile pe bara articulată-simplu rezemată și rezultă  $M_X^0 \neq 0, N_X^0 = 0$ .

Ecuția de continuitate din metoda forțelor are forma:

$$d_{11} X_1 + D_{1p}^0 = 0 \quad (5.20)$$

în care coeficientul necunoscutului  $d_{11}$  se determină considerând influența momentului încovoietor și a forței axiale pe conductă și pe cabluri:

$$d_{11} = \int \frac{M_1^2 dx}{EI} + \sum \frac{n_1^2 \cdot l_{i-1,i}}{E_c A_c} + \sum \frac{n_{ii,1}^2 \cdot l_i}{E_t A_t} + 2 \cdot \frac{s_1^2 \cdot l_1}{E_1 \cdot A_1} \quad (5.21)$$

Cablurile marginale fac cu orizontala unghiul  $\alpha$  și eforturile din  $X_1=1$  au expresia:

$$s_1 = \frac{X_1}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha} \quad (5.22)$$

Relația (5.21), ținând seama de relațiile (3.19.a,b,c), devine:

$$EI \cdot d_{11} = \int_0^l y^2 dx + \sum \frac{EI}{E_c A_c} \cdot \frac{l_{i-1,i}}{\cos^2 \varphi_i} + \sum \frac{EI \cdot l_i}{E_t A_t} \cdot (\operatorname{tg} \varphi_i - \operatorname{tg} \varphi_{i+1})^2 + 2 \frac{EI}{E_1 A_1} \cdot \frac{b}{\cos^3 \alpha} \quad (5.23)$$

Termenul liber din ecuația (5.20) se determină cu formula Maxwell-Mohr:

$$EI \cdot D_{1y}^0 = \int_0^l M_1 \cdot M_{Xg}^0 dx = - \int_0^l y M_{Xg}^0 dx \quad (5.24)$$

$$y = \frac{4f \cdot x \cdot (l-x)}{l^2} \quad (5.25).$$

Rezultă:

$$EI \cdot D_{1g}^0 = - \int_0^l \frac{4fx}{l^2} \cdot (l-x) \cdot \left( \frac{1}{2} glx - \frac{1}{2} gx^2 \right) dx \quad (5.26)$$

care după efectuarea calculelor devine:

$$EI \cdot D_{1g}^0 = - \frac{fgl^3}{15} \quad (5.27).$$

Primul termen din expresia lui  $d_{11}$  cu  $y$  din relația (5.23) devine:

$$\int_0^l y^2 dx = \int_0^l \left[ \frac{4fx}{l^2} (l-x) \right]^2 dx = \frac{8}{15} f^2 l \quad (5.28)$$

iar în al doilea termen se înlocuiește suma cu o integrală pe axa curbă a cablului

$$\sum \frac{EI}{E_c A_c} \cdot \frac{l_{i+1,i}}{\cos^2 \varphi_i} = \frac{EI}{E_c A_c} \cdot \int_0^s \eta_1^2(s) ds \quad (5.29)$$

Considerând forța axială în cablul portant din  $X_1=1$  egală cu

$$n_1 = \frac{1}{\cos \varphi} \text{ și } ds \cong \frac{dx}{\cos \varphi} \quad (5.30)$$

relația devine:

$$\frac{EI}{E_c A_c} \int_0^s n_1^2 ds = \frac{EI}{E_c A_c} \int_0^l \frac{dx}{\cos^3 \varphi} = \frac{EI}{E_c A_c} \int_0^l [1 + (\frac{dy}{dx})^2]^{3/2} dx = \frac{EI \cdot l}{E_c A_c} (1 + \frac{8f^2}{l^2}) \quad (5.31)$$

Se exprimă în continuare unghiul  $\varphi$  în funcție de variabila  $x$  din expresia:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2 \varphi}} = \frac{1}{[1 + (\frac{dy}{dx})^2]^{1/2}} \quad (5.32)$$

apoi se dezvoltă în serie de puteri expresia de sub integrală:

$$[1 + (\frac{dy}{dx})^2]^{3/2} = 1 + \frac{3}{2} \cdot (\frac{dy}{dx})^2 + \frac{3}{8} \cdot (\frac{dy}{dx})^4 + \dots \quad (5.33)$$

și se rețin primii doi termeni.

Coefficientul  $d_{11}$ , ținând seama de relațiile (5.28) și (5.31), devine:

$$EI \cdot d_{11} = \frac{8}{15} \cdot f^2 l + \frac{EI \cdot l}{E_c A_c} \cdot (1 + \frac{8f^2}{l^2}) + \sum \frac{EI \cdot l_i}{E_t A_t} (tg \varphi_i - tg \varphi_{i+1})^2 + 2 \frac{EI}{E_c A_c} \cdot \frac{b}{\cos^3 \alpha} \quad (5.34)$$

care se mai scrie:

$$EI \cdot d_{11} = \frac{8}{15} \cdot f^2 l \cdot (1 + c) \quad (5.35)$$

unde s-a folosit notația:

$$c = \frac{15EI}{8f^2} \cdot [\frac{1}{E_c A_c} (1 + \frac{8f^2}{l^2}) + \frac{1}{l \cdot E_c A_c} \sum l_i (tg \varphi_i - tg \varphi_{i+1})^2 + \frac{2b}{l \cdot E_c A_c \cdot \cos^3 \alpha}] \quad (5.36)$$

Necunoscuta static nedeterminată se determină ținând seama de (5.35) și (5.36) și pentru forța uniform distribuită „ $g$ ” pe toată deschiderea, are expresia:

$$X_1 = H_g = - \frac{EI \cdot D_{1g}^0}{EI \cdot d_{11}} = \frac{gl^2}{8f(1+c)} \quad (5.37)$$

Eforturile finale, în structură, au expresiile:

$$\text{- cablul portant} \quad N_g = \frac{H_g}{\cos \varphi} \quad (5.38)$$

$$\text{- tiranții verticali} \quad V_i = H_g (tg \varphi_i - tg \varphi_{i+1}) \quad (5.39)$$

$$\text{- conductă} \quad M_{xy} = M_{xy}^0 - H_g y ;$$

$$T_{xy} = T_{xy}^0 - H_g \cdot tg \varphi \quad (5.40.a,b).$$

În mod analog se determină eforturile în structură din încărcarea permanentă și utilă „ $p$ ” pe jumătatea deschiderii conductei și pe toată deschiderea conductei.

Termenul liber din ecuația de continuitate (5.20) se modifică și are expresia:

$$D_{xg}^0 = - \int_0^l y M_{xg}^0 dx \quad (5.41)$$

în care  $M_{xg}^0$  este momentul încovoietor în secțiunea curentă  $x$  a conductei static determinată, produs de forța  $q=g+p$  (sau alte încărcări exterioare). Săgeata  $y$

se determină din relația (5.25) și integrala (5.41) depinde de distribuția forței  $g$  pe conductă.

Coefficientul necunoscutei „ $d_{11}$ ” se calculează din relația (5.35). Dacă încărcarea „ $g$ ” se aplică pe toată deschiderea conductei atunci necunoscuta  $X_1=H_g$  se obține din relația (5.37):

$$H_g = X_1 = \frac{gl^2}{8f(1+c)} \quad (5.42)$$

Eforturile în elementele traversării se determină din relațiile (5.38), (5.39) și (5.40.a,b) în care se înlocuiește  $H_g, M_{xg}^0, T_{xg}^0$ .

Deplasările cablului din forța permanentă  $g$  se determină exprimând momentul încovoietor și impunând condiția că acesta este nul:

$$y_g(x) = \frac{M_g^0(x)}{H_g} = \frac{gx(l-x)}{2H_g} \quad (5.43)$$

Din acțiunea permanentă „ $g$ ” și utilă „ $p$ ” ( $q=g+p$ ), cablurile și conducta se deformează și ocupă poziția din Fig. 5.6.

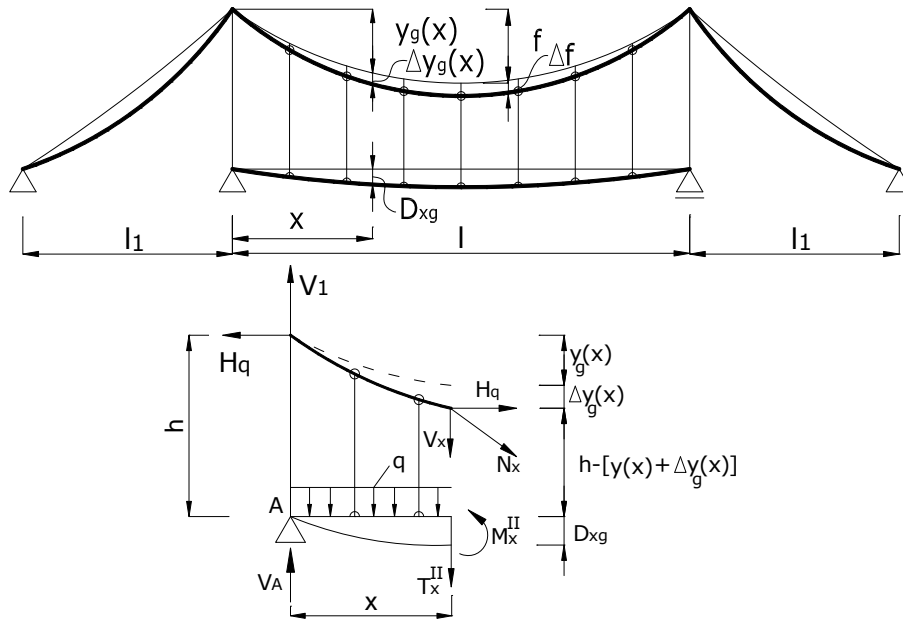


Fig. 5.6. Eforturile în calculul de ordinul doi

Eforturile în calculul de ordinul doi sunt:

$$M_x^{II} = (V_A + V_1)x - \frac{gx^2}{2} - H_0(h + D_{xg}) + H_0[h + D_{xg} - y_g(x) - \Delta y_g(x)]$$

$$M_{xg}^{II} = M_{xg}^I - H_g[y_g(x) + \Delta y_g(x)] \quad (5.44)$$

$$T_{xg}^{II} = (V_A + V_1) - gx = T_{xg}^I \quad (5.45)$$

Se remarcă faptul că pentru a calcula eforturile în teoria de ordinul doi sunt necesare deplasările cablului  $\Delta y_g(x)$  pe verticală. De asemenea pentru a verifica și săgețile maxime ale conductei trebuie cunoscute și deplasările verticale ale



conductivei  $D_{xg}$ . Cunoscând secvența de aplicare a încărcărilor „g” și „q” pe conductă se determină creșterile săgeților  $\Delta y_g(x)$  a cablului portant:

$$\Delta y_g(x) = \frac{M_{xq}^0}{H_q} - \frac{M_{xg}^0}{H_g} \tag{5.46}$$

Deplasările conductei din greutatea permanentă „g” și utilă „p” se determină cu formula Maxwell-Mohr considerând un set de diagrame pe structura static nedeterminată ( $M_q, N_q$ ) și diagramele din forța virtuală pe conducta static determinată ( $m_x^0, n_x^0$ ).

$$D_{xq} = \int_0^l \frac{m_x^0 \cdot M_{xq}}{EI} dx + \int_0^l \frac{n_x^0 \cdot N_{xq}}{EA} dx \tag{5.47}$$

în care se consideră ca variabilă independentă  $\xi$ .

$$M_{xq} = M_{\xi q}^0 - H_q y; \tag{5.48.a,b}$$

$$N_x = N_{\xi q} = 0.$$

$$0 \leq \xi \leq x; m_x^0 = m_{\xi}^0 = \frac{(l-x)}{l} \xi; n_x^0 = n_{\xi}^0 = 0 \tag{5.49.a,b}$$

$$x \leq \xi \leq L; m_x^0 = m_{\xi}^0 = \frac{(L-\xi)}{L} x; n_x^0 = n_{\xi}^0 = 0 \tag{5.50.a,b}$$

Relația (3.34) devine:

$$D_{xq} = \int_0^x \frac{m_{\xi}^0 (M_{\xi q}^0 - H_q y)}{EI} d\xi + \int_x^l \frac{m_{\xi}^0 (M_{\xi q}^0 - H_q y)}{EI} d\xi \tag{5.51}$$

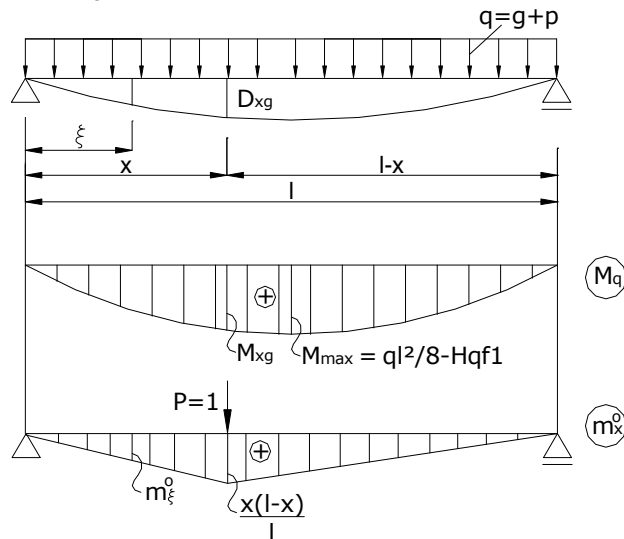


Fig. 5.7. Conducta static nedeterminată

Deplasarea maximă a conductei se obține la mijlocul deschiderii și are expresia:

$$D_{\frac{l}{2}q} = \frac{5M_{maxq}^{II}l^2}{48EI} = \frac{5l^2}{48EI} \left( \frac{gl^2}{8} - H_q f_1 \right) \quad (5.52)$$

Momentul maxim în conductă în teoria de ordinul doi se obține în secțiunea de la mijloc și are expresia:

$$M_{maxq}^{II} = \frac{gl^2}{8} - H_q f_1 \text{ în care } f_1 = f_g + \Delta f = \frac{gl^2}{8H_q}.$$

La verificarea cablurilor portante și a conductei se va avea în vedere că în exploatare mai intervin și alte acțiuni care trebuie luate în considerare în combinațiile posibile de acțiuni.

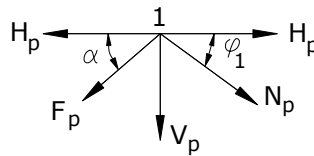


Fig. 5.8. Izolarea nodului 1 la aplicarea forței de pretensionare

Pretensionarea cablului cu forța  $F_p$  generează în cablul curbat o forță de întindere cu componenta orizontală  $H_p$ . Din ecuația de echilibru pe orizontală la vârful pilonului rezultă:

$$H_p = F_p \cdot \cos \alpha; N_p = \frac{F_p \cdot \cos \alpha}{\cos \varphi_1} \quad (5.53)$$

iar din ecuația de echilibru pe verticală se obține forța axială din pilon:

$$V_p = F_p \cdot \sin \alpha + N_p \cdot \sin \varphi_1 = F_p \cdot \sin \alpha + F_p \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 \quad (5.54)$$

Eforturile în tiranții de susținere din forța de pretensionare se determină din relația:

$$V_i = H_p \cdot (\operatorname{tg} \varphi_i - \operatorname{tg} \varphi_{i+1}) \quad (5.55)$$

iar momentele încovoietoare în conductă sunt:

$$M_x^F = -H_p \cdot y \quad (5.56)$$

Deplasarea pe verticală a cablului din forța de preîntindere  $F_p$  se determină ca pentru un arc parabolic cu forța uniform distribuită  $p^*$  care produce componenta orizontală a efortului din cablu  $H_p = F_p \cos \alpha$ .

$$H_p = \frac{p^* \cdot l^2}{8f} \quad \text{și } p^* = \frac{8H_p \cdot f}{l^2} = \frac{8f \cdot F_p \cdot \cos \alpha}{l^2} \quad (5.58)$$

$$y^*(x) = \frac{M_x^{o*}}{F_p \cdot \cos \alpha} \quad (5.59)$$

Poziția de echilibru a cablului din acțiunea forței „g” și distribuită uniform pe toată deschiderea se stabilește la distanța:

$$y(x) = y_g(x) - y^*(x) = \frac{M_{xg}^o}{H_1} - \frac{M_{xp}^o}{F_p \cdot \cos \alpha} \quad (5.59)$$

Momentul încovoietor în teoria de ordinul doi ținând seama de efectul forței de pretensionare se obține din relația:

$$M_X^{II} = (M_{Xg}^0 - M_{xp}^0) - (H_p + H_g) \cdot y(x) \quad (5.60)$$

și are valoarea maximă la mijlocul deschiderii conductei:

$$M_{max}^{II} = \frac{(g - p^*) \cdot l^2}{8} - (H_p + H_g) \cdot y(x) \quad (5.61)$$

Variația de temperatură din timpul exploatării față de temperatura de montaj introduce eforturi în structura static nedeterminată a traversării.

În ecuația de compatibilitate din metoda forțelor (5.20) se modifică numai termenul liber, care se calculează din formula Maxwell-Mohr:

$$D_{It}^0 = \sum \int n_1 \alpha_t t^0 ds + \sum \int \frac{m_1 \alpha_t \Delta t^0 ds}{h} \quad (5.62)$$

în care se consideră numai variația uniformă de temperatură  $t^0 \neq 0$ ,  $\Delta t^0 = 0$ .

Eforturile în structura de bază produse de  $X_1=1$ , au expresiile (5.19 a,b,c)

Rezultă că deplasările din variația de temperatură se obțin integrând diagramele de forțe axiale  $n_1$  și diagrama de temperatură:

$$D_{It}^0 = \sum \int n_1 \alpha_t t^0 ds = \alpha_t t^0 \cdot \left[ \int_0^l \frac{1}{\cos \varphi} \cdot \frac{dx}{\cos \varphi} + \sum l_i (tg \varphi_i - tg \varphi_{i+1}) + \frac{2b}{\cos^2 \alpha} \right] \quad (5.63)$$

Integrala primă se calculează ținând seama de (5.32) și după efectuarea calculelor se obține:

$$\int_0^l \frac{dx}{\cos^2 \varphi} = \int_0^l \left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right] dx = l \cdot \left( 1 + \frac{8f^2}{3l^2} \right) \quad (5.64)$$

iar relația (5.62) devine:

$$D_{It}^0 = \alpha_t t^0 \left[ l \cdot \left( 1 + \frac{8f^2}{3l^2} \right) + \sum l_i \cdot (tg \varphi_i - tg \varphi_{i+1}) + \frac{2b}{\cos^2 \alpha} \right] \quad (5.65)$$

Necunoscuta  $X_1$  din variația de temperatură pozitivă are expresia:

$$X_1 = H_t = -\frac{D_{11}}{d_{11}} = -\frac{15EI \cdot \alpha_t t^0}{8f^2 l(1+c)} \cdot \left[ l \cdot \left( 1 + \frac{8f^2}{l^2} \right) + \sum l_i (tg \varphi_i - tg \varphi_{i+1}) + \frac{2b}{\cos^2 \alpha} \right] \quad (5.66)$$

și eforturile finale în teoria de ordinul doi devin:

$$\text{- cablul portant: } N_t = -\frac{H_t}{\cos \varphi} \quad (5.67)$$

$$\text{- tiranții verticali: } V_i = -H_t \cdot (tg \varphi_i - tg \varphi_{i+1}) \quad (5.68)$$

$$\text{- conductă: } M_{xt} = H_t \cdot y \quad (5.69)$$

Se observă că din creșterea de temperatură rezultă efort de compresiune în tiranți, ceea ce nu se poate în practică. La stabilirea forței de pretensionare în tiranți se va ține seama de această situație. În exploatare trebuie să rezulte toți tiranții întinși din toate ipotezele.

Pentru cablul independent componenta orizontală din variația de temperatură se obține din ecuația (5.70) și are expresia:

$$H_t' = -E_c \cdot A_c \cdot \alpha_t \cdot t^0 \quad (5.70)$$

Neglijând influența tiranților verticali și a cablurilor laterale, componenta orizontală a efortului din cablul portant, din variația uniformă la temperatură, are expresia:

$$H_t'' = -E_C \cdot A_C \cdot \alpha_t \cdot t^0 \cdot \frac{1 + \frac{8f^2}{3l^2}}{1 + \frac{8f^2}{l^2}} \quad (5.71)$$

### 5.3 Traversări cu o deschidere și cabluri drepte înclinate (hobane)

#### 5.3.1 Probleme generale

Traversările cu cabluri hobanate sunt cunoscute și ca traversări cu cabluri în evantai. În tehnică acestea se împart în două grupe principale: traversări cu cabluri în evantai și dispunere radială sau paralelă (Fig. 5.9.a,..,d) și traversări cu rețea triunghiulară (Fig. 5.9.e,f).

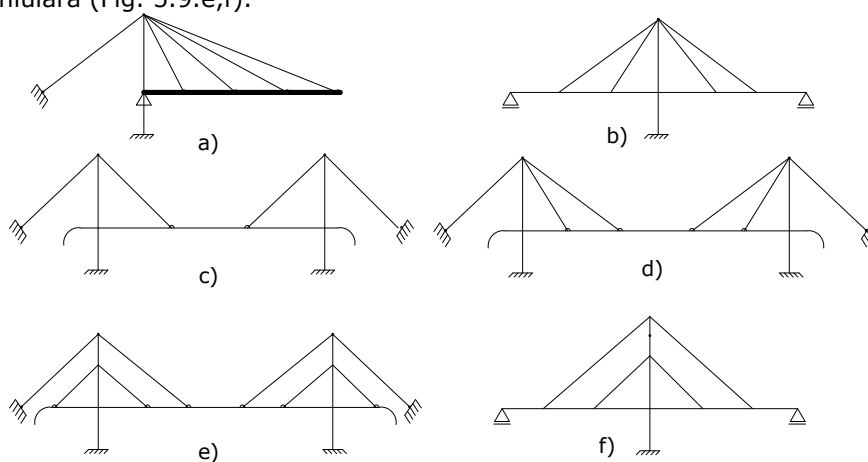


Fig. 5.9. Traversări cu cabluri hobanate

Conducta suspendată cu cabluri înclinate este o grindă continuă rezemată elastic-nelinier în dreptul prinderii cablurilor. Cablurile drepte sub acțiunea greutății proprii se deformează și ca urmare a acestor deformații intervine comportarea neliniară a traversării.

Pentru a analiza starea de eforturi din structură este necesar să se predimensioneze elementele structurale ale traversării, prin acceptarea comportării liniare a structurii. În literatura de specialitate, au fost elaborate programe de calcul de IPCT București care permit calculul liniar al acestor structuri hobante (SECON, CASPA, GIPSI). După cunoașterea răspunsului structurii în teoria liniară se trece la analiza comportării neliniare a traversării.

### 5.3.2 Traversări în consolă

Conducta metalică este articulată la un capăt și susținută de mai multe cabluri drepte-înclinate. Cablurile sunt prinse de conductă și de pilon, iar pilonul este ancorat într-o fundație laterală și rezemat pe fundația proprie.

Considerând pilonul o consolă, rezultă că traversarea are gradul de nedeterminare statică egal cu  $N=n_c-1$ , în care  $n_c$  este egal cu numărul cablurilor înclinate.

Structura de bază se poate alege suprimând cablurile intermediare (Fig. 5.10.a), respectiv prin alegerea ca necunoscute momentele încovoietoare din secțiunile în care sunt prinse cablurile (Fig. 5.10.b).

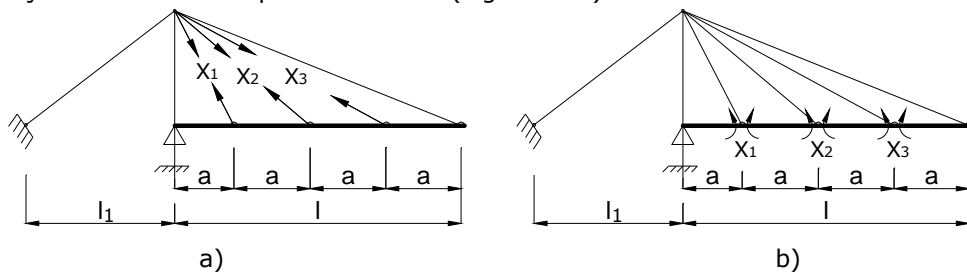


Fig. 5.10. Structura de bază

În figura 5.11. a, se prezintă elemente geometrice ale traversării în consolă, iar în figura 5.11.b structura de bază din metoda forțelor. Prin ridicarea nedeterminării statice se scriu ecuațiile de compatibilitate din metoda forțelor, care în metoda forțelor sub forma matriceală au forma:

$$\{D_X\} = [D_{XX}] \cdot \{X\} + \{D_{XP}^0\} = \{0\} \quad (5.72)$$

în care  $[D_{XX}]$  este matricea flexibilității structurii de bază:

$$[D_{XX}] = \begin{bmatrix} (d_{11} + \rho_1) & d_{12} & \dots & d_{j1} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & (d_{22} + \rho_2) & \dots & d_{j2} & \dots & d_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{j1} & d_{j2} & \dots & (d_{jj} + \rho_j) & \dots & d_{jn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{ni} & \dots & (d_{nn} + \rho_n) \end{bmatrix} \quad (5.73)$$

Elementele din matricea flexibilității  $[D_{XX}]$  se calculează cu formula Maxwell- Mohr:

$$(d_{ij} + \rho_i) = \sum \int \frac{n_i^2 dx}{EA_k} + \sum \int \frac{m_i^2 dx}{EI_k} + \frac{l_i}{E_c A_{ci}} \quad (5.74)$$

în care :

- $n_i, m_i$  reprezintă forța axială și momentul încovoietor pe conducta din aplicarea pe structura de bază  $S^0$  a necunoscutei  $X_i=1$ ;
- $l_i$  - lungimea cablului înclinat  $i$ ;
- $E_c A_c$  - rigiditatea axială a cablului  $i$ ;
- $EA_k, EI_k$  - rigiditatea axială și la încovoiere a conductei în deschiderea curentă  $a_k$ .

Calculul elementelor din matricea flexibilității structurii de bază se efectuează aplicând succesiv pe structura de bază  $S^0$  a necunoscutelor  $X_i=1$ ,  $i=1, \dots, n$ .

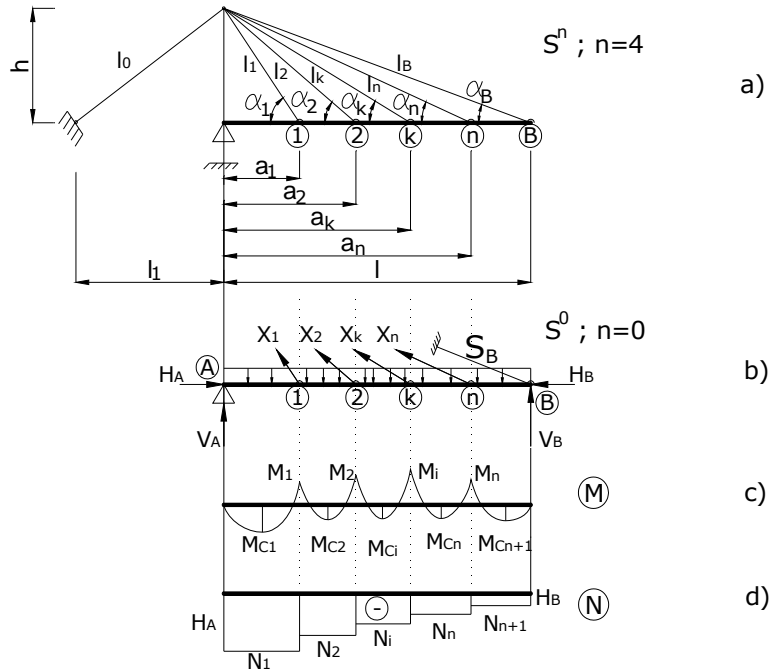


Fig. 5.11. Traversarea în consolă

a) elemente geometrice, b) structura de bază pentru metoda forțelor, c) diagrama de moment pentru conductă, d) diagrama de forță axială în conductă

$\{D_{XP}^0\}$  este vectorul deplasărilor relative pe direcția necunoscutelor  $X_i$ ,  $i=1, \dots, n$  produse de aplicarea pe structura de bază  $S^0$  a forței exterioare  $p$  și are elementele:

$$\{D_{XP}^0\} = \begin{Bmatrix} D_{1P}^0 \\ \dots \\ D_{iP}^0 \\ \dots \\ D_{nP}^0 \end{Bmatrix} \quad (5.75)$$

în care  $D_{iP}^0$  se calculează cu relația:

$$D_{iP}^0 = \sum \int \frac{n_i N_P^0}{EA_k} dx + \sum \int \frac{m_i M_P^0}{EI_k} dx \quad (5.76)$$

unde  $N_P^0$  și  $M_P^0$  reprezintă forța axială și momentul încovoietor produs de aplicarea pe  $S^0$  a forței exterioare  $p$ . Suma din fața integralelor arată că integrarea se efectuează pe intervalul în care funcțiile  $n_i$ ,  $N_P^0$ ,  $m_i$ ,  $M_P^0$  sunt continue, respectiv rigiditățile  $EA_k$  și  $EI_k$  sunt constante.

Diagramele  $N_P^0$ ,  $M_P^0$ ,  $n_i$ ,  $m_i$  sunt desenate în figurile 5.12.b,c,g și h.

După rezolvarea sistemului (3.72) se determină valorile reale ale eforturilor din cablurile traversării în consolă.

$$\{X\} = -[D_{XX}]^{-1}\{D_{XP}^0\} \quad (5.77)$$

în care  $[D_{XX}]^{-1}$  este inversa matricei de flexibilitate a structurii de bază.

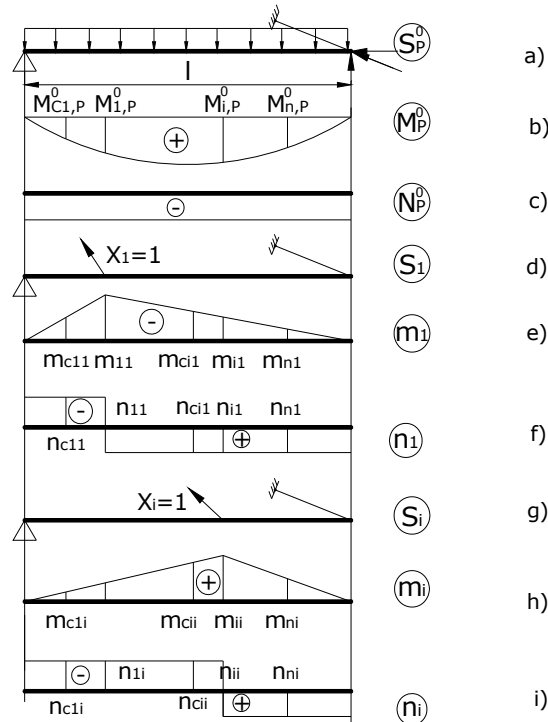


Fig. 5.12. Metoda forțelor în analiza traversării

- a) Încărcarea structurii de bază, b) Diagrama de moment încovoietor pentru forțele exterioare, c) Diagrama de forță axială pentru forțele exterioare, d) Aplicarea forței  $X_1=1$ , e) Diagrama de moment încovoietor pentru forța  $X_1$ , f) Diagrama de forță axială pentru forța  $X_1$ , g) Aplicarea forței  $X_i=1$ , h) Diagrama de moment încovoietor pentru forța  $X_i$ , i) Diagrama de forță axială dată de forța  $X_i$

Eforturile laterale în elementele traversării se determină folosind principiul suprapunerii efectelor.

$$M_P = M_P^0 + \sum_{i=1}^n m_i X_i; \quad (5.78.a)$$

$$N_P = N_P^0 + \sum_{i=1}^n n_i X_i; \quad (5.78.b)$$

$$T_P = T_P^0 + \sum_{i=1}^n t_i X_i. \quad (5.78.c)$$

și au diagramele prezentate în figurile 5.11.c și d.

Eforturile din cablu sunt egale cu  $X_1, \dots, X_i, \dots, X_n$ .

### 5.3.3 Traversări suspendate cu un pilon

Atunci când este posibil să fie amplasat un pilon în mijlocul deschiderii se obțin traversări simetrice cu două deschideri (Fig. 5.13.a).

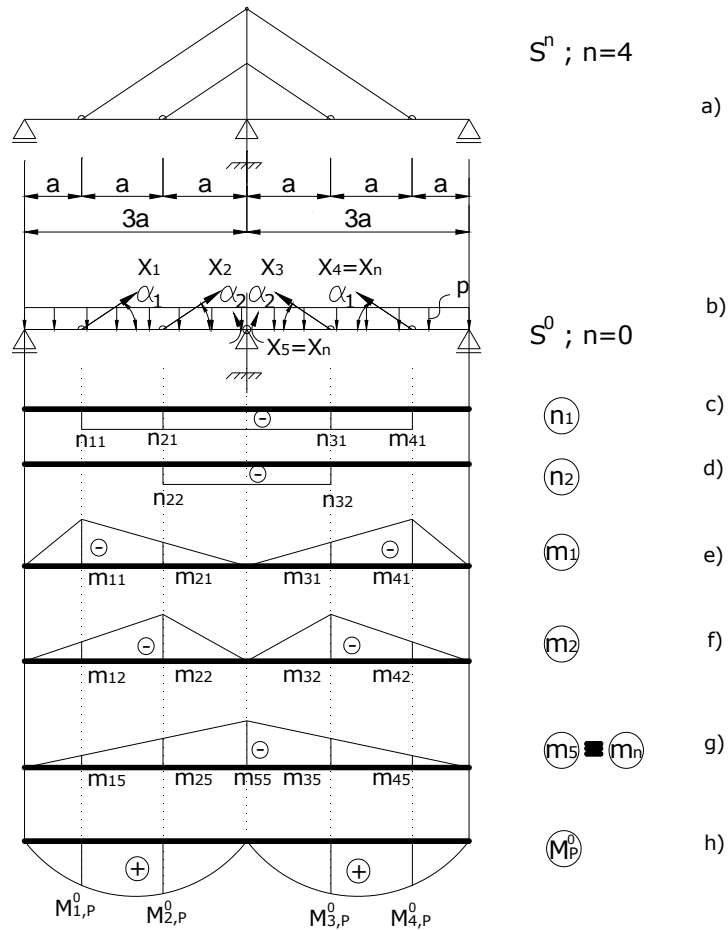


Fig. 5.13. Traversare suspendată cu un pilon

Structura de bază din metoda forțelor se prezintă în Fig. 5.13.b. Ca necunoscute static nedeterminate se aleg eforturile din cabluri și momentul încovoietor de pe reazemul intermediar al conductei.

Diagramele de eforturi din necunoscutele  $X_i=1$ ,  $i=1, \dots, 5$  se prezintă în figurile 5.13.c,d,e,f și g, iar diagrama de moment încovoietor din forța exterioară pe structura  $S^0$  este desenată în Fig. 5.13.h.

Ecuțiile de compatibilitate pentru calculul necunoscutelor static nedeterminate  $\{X\}$  sunt:



$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ \dots \\ D_i \\ \dots \\ D_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (d_{11} + \rho_1) & d_{12} & d_{13} & \dots & d_{1i} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & (d_{22} + \rho_2) & d_{23} & \dots & d_{2i} & \dots & d_{2n} \\ d_{31} & d_{32} & (d_{33} + \rho_3) & \dots & d_{3i} & \dots & d_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{i1} & d_{i2} & d_{i3} & \dots & (d_{ii} + \rho_i) & \dots & d_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{n1} & d_{n2} & d_{n3} & \dots & d_{ni} & \dots & d_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \dots \\ X_i \\ \dots \\ X_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} D_{1P}^0 \\ D_{2P}^0 \\ D_{3P}^0 \\ \dots \\ D_{iP}^0 \\ \dots \\ D_{nP}^0 \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (5.79)$$

în care  $d_{ii} + \rho_i, i=1,2,3,4$  se determină cu relația (5.74), iar

$$d_{nn} = \sum \int \frac{m_n^2 dx}{EI_k} \quad (5.80).$$

Termenii liberi se calculează din formula Maxwell-Mohr (5.76) folosind diagramele din necunoscutele unitare  $n_i, m_i, i=1, \dots, 5$  și  $M_p^0$  (Fig. 5.13.h). Eforturile finale din conductă se calculează cu relațiile 5.40.a și b, iar eforturile din cabluri sunt egale cu  $X_i, i=1, \dots, 4$  care se obțin din rezolvarea sistemului (5.79).

### 5.3.4 Traversări simetrice cu doi piloni

La traversările cu cabluri radiale (Fig. 5.9.d) sau paralele (Fig. 5.9.e) conducta lucrează ca grindă continuă pe reazeme elastice în dreptul cablurilor, respectiv reazeme rigide la extremități.

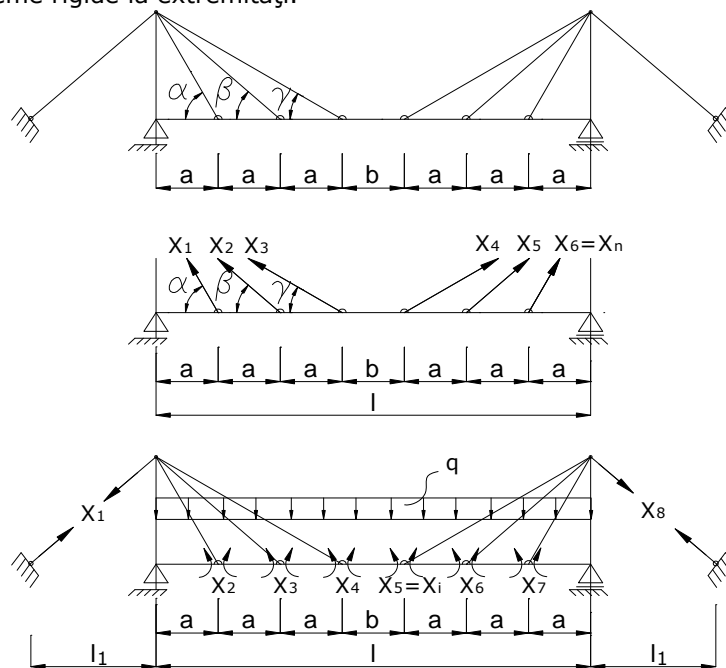


Fig. 5.14. Traversare hobanată cu doi piloni

Pentru traversarea suspendată cu cabluri în evantai din Fig. 5.14.a, structura de bază din metoda forțelor se prezintă în Fig. 5.14.b, respectiv Fig. 5.14.c, în funcție de necunoscutele considerate în calcul. Pe structurile de bază din Fig. 5.14.b și c se pot aplica încărcări simetrice și încărcări nesimetrice.

Necunoscutele static nedeterminate  $\{X\}$  se calculează din sistemul (5.72), ținând seama de (5.73), (5.74), (5.75) și (5.76).

Eforturile finale în conductă se obțin din suprapunerea efectelor conform notațiilor 5.78.a,b,c, iar eforturile din cabluri sunt egale cu  $X_i$ ,  $i=1,..,6$  pentru structura de bază din Fig. 5.14.b.

### 5.3.5 Traversări cu ferme din cabluri

La aceste traversări, conducta este susținută de o formă triunghiulară din cabluri. Schema de calcul a acestor traversări trebuie să țină seama de faptul că în exploatare, din diferite combinații de încărcări, este posibil ca în diagonale să apară eforturi de compresiune și ies din lucru. Schema de calcul trebuie să rețină numai elementele structurale active ale structurii. Dacă raportul între intensitatea încărcării temporare  $q$  și a încărcării permanente  $g$  este  $q/g=0,09$  toate diagonalele lucrează.

Conducta lucrează ca grindă continuă pe reazeme elastice numai pentru încărcarea temporară, deschiderile fiind egale cu distanța între nodurile fermei. Dacă rețeaua fermei este incompletă (adică unele diagonale sunt comprimate și nu lucrează) atunci conducta lucrează la încovoiere pe deschideri mai mari și eforturile din conductă depășesc pe cele din ipoteza cu ferma completă.

Analiza parametrică a structurii traversării va stabili influența scoaterii din lucru a diferitelor diagonale, a efectului preîntinderii acestora asupra răspunsului structurii din încărcările care intervin în perioade de montaj și în exploatare.

Traversările cu fermele din cabluri se calculează folosind metoda forțelor și structura de bază cu necunoscute din momentele încovoietoare din conductă în nodurile tălpi inferioare (Fig. 5.14.c). Etapele de calcul sunt cele precizate anterior la paragraful 5.3.2.

## 5.4 Calculul pilonului

Pilonii traversărilor se execută din profile metalice laminate sau sudate. Disponerea profilelor se face în așa fel încât rigiditatea minimă să se obțină în lungul deschiderii traversării (Fig. 5.15 și Fig. 5.16).

Pilonii traversărilor suspendate preiau încărcările verticale și orizontale de la cabluri, precum și încărcările din gheață și vânt aplicate direct pe piloni. La calculul pilonului se ia în considerare influența deformațiilor stâlpului, de excentricitățile de aplicare a încărcărilor datorită imperfecțiunilor care intervin datorită execuției și a montajului.

Pilonul în calcul se consideră încastrat la partea inferioară în ambele planuri. Capătul superior al pilonului se consideră articulat în planul traversării și liber în planul perpendicular pe traversare. În funcție de înălțime, lungimea traversării și condițiile de gabarit pilonul se poate proiecta ca o consolă cu zăbrele (Fig. 5.15a,b,c,d), respectiv ca un cadru (Fig. 5.16a,b).

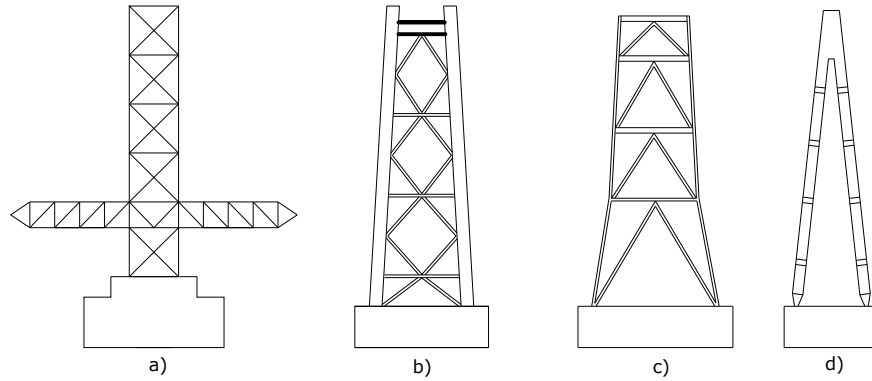


Fig. 5.15. Piloni cu structură cu zăbrele

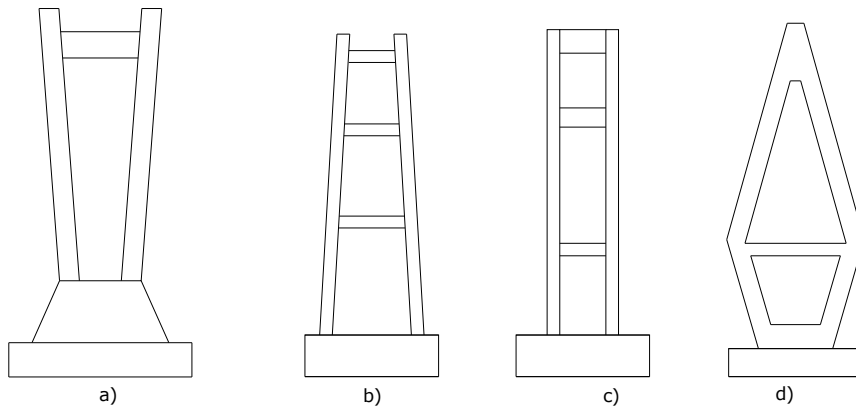


Fig. 5.16. Piloni cu structură în cadre

Încărcările care se aplică asupra pilonului se determină după cum se prezintă în continuare (Fig. 5.17). Din tensiunile din cabluri se determină componenta verticală astfel:

$$N_1 = H(\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2) \quad (5.81)$$

în care  $\alpha_1$  și  $\alpha_2$  sunt unghiurile la înclinare a tangentei la cabluri în punctele de fixare pe piloni.

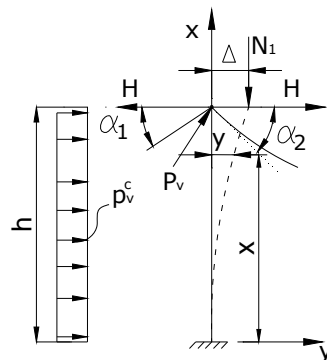


Fig. 5.17. Pilon încărcat cu eforturile din cablu și forțe exterioare

Forța concentrată aplicată în vârful pilonului de încărcarea produsă de vânt pe cablurile portante este:

$$P_V = g_V^C \cdot \frac{l_C}{2} \quad (5.82)$$

în care  $g_V^C$  este încărcarea de calcul din vânt,  $l_C$  lungimea cablurilor:

$$l_C = 2L + l + \frac{8}{3} \cdot \frac{f^2}{l} \quad (5.83)$$

și  $L$  este lungimea cablului de ancorare.

Încărcarea din vântul care bate direct pe pilon este:

$$p_V^C = g_V^C \cdot A_p \quad (5.84)$$

unde  $A_p$  este suprafața pilonului bătută de vânt care se stabilește conform STAS 10.101/20-90.

Imperfecțiunea geometrică de structură a pilonului  $\Delta$  este compusă din patru componente:  $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4$ , în care:

- $\Delta_1$  – imperfecțiunea care se acceptă de norme ca urmare a inexactităților de confecționare și montaj este de 0,001h dar nu mai mult de 35 mm SNIP II - B.5 -62. Eurocodul precizează că pentru înclinarea stâlpilor la un cadru cu un nivel este  $e \leq 0.0035h$ .
- $\Delta_2$  – deplasarea pilonului datorită întinderii cablului
- $\Delta_3 = 15-20$  mm datorită valorii reale a modulului de elasticitate a cablului considerat în calcul.

În teoria neliniară se mai ia în considerare și influența deformațiilor produse de forțele exterioare aplicate pe pilon,  $\Delta_4$ .

Momentul încovoietor în teoria neliniară are expresia:

$$M_X^{II} = M_X^I + N_1 \cdot y \quad (5.85)$$

în care  $y$  este excentricitatea forței axiale  $N_1$  față de poziția inițială nedeformată a stâlpului, iar  $M_X^I$  este momentul încovoietor din calculul static, pe structura nedeformată, produs de forțele exterioare.

Într-o secțiune curentă a pilonului acționează momentul încovoietor  $M_X^{II}$ , forța axială și forța tăietoare:

$$N_X = N_1 + G_X; T_X = p_V^C \cdot (h - x) \quad (5.86.a \text{ și } b)$$

în care  $G_X$  reprezintă greutatea tronsonului superior al stâlpilor până în secțiunea  $x$ .

În funcție de alcătuirea constructivă a pilonului se verifică condiția de rezistență, stabilitate și deformabilitate a pilonului.

Dacă stâlpul este cu zăbrele se calculează eforturile în bare din fiecare, încărcare în parte și apoi forțele axiale maxime și minime din combinațiile de încărcări posibile. Pentru bara întinsă se calculează tensiunea maximă:

$$\sigma \leq \frac{N_{max}}{A_{net}} \leq R \quad (5.87)$$

în care  $A_{net}$  este aria netă a barei, iar  $R$  rezistența de calcul a oțelului din care este executată bara.

Barele comprimate se verifică la rezistență cu relația:

$$\sigma \leq \frac{N_{min}}{A_{brut}} \leq R \quad (5.88)$$

în care  $A_{brut}$  este aria brută a barei.

Condiția de stabilitate se verifică cu formula:

$$\sigma = \frac{N_{min}}{\varphi_{min} \cdot A_b} \leq R \quad (5.89)$$

în care  $\varphi_{min}$  este coeficientul de flambaj minim care se determină în funcție de coeficienții de zveltețe după axele principale  $\lambda_x$ , respectiv  $\lambda_y$ , de forma secțiunii transversale și calitatea oțelului:

$$\lambda_x = \frac{l_{fx}}{i_x}; \lambda_y = \frac{l_{fy}}{i_y} \quad (5.90.a,b)$$

Lungimile de flambaj ale barei după axele  $x$ , respectiv  $y$  au expresiile:

$$l_{fx} = \mu_x \cdot l; l_{fy} = \mu_y \cdot l \quad (5.91.a,b)$$

în care  $\mu_x$  și  $\mu_y$  sunt multiplicatorii lungimii geometrice a barei care se aleg conform STAS 10108/0-78. Razele de girație  $i_x$  și  $i_y$  au expresiile:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \quad \text{și} \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad (5.92.a,b)$$

Stabilitatea generală a pilonului cu zăbrele se determină cu un program de calcul, forța critică minimă

$$N_{cr,min} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_{max}^2} \quad (5.93)$$

din care se determină:

$$\lambda_{max} = \sqrt{\frac{N_{cr,min}}{\pi^2 E}} \quad (5.94)$$

în care  $E$  este modulul de elasticitate longitudinal al oțelului din care este confecționat stâlpul.

Funcție de calitatea oțelului, de forma secțiunii transversale și de valoarea  $\lambda_{max}$  din STAS 10108/0-78 se determină coeficientul  $\varphi_{min}$  și se verifică tensiunea cu relația (5.89).

La verificarea stabilității barei și a stâlpului coeficientul de stabilitate  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  trebuie să verifice valorile limită precizate în STAS 10108/0-78.

În plus, se verifică și condiția de deformabilitate prin care săgeata maximă calculată din încărcările normate să fie mai mică decât săgeata admisă:

$$f_{ef} \leq f_{ad} = 0.001h \quad (5.95)$$

Starea de eforturi în pilonul alcătuit din bare prinse încastrat în noduri se calculează folosind două programe de calcul performante. Eforturile din fiecare încărcare în parte se combină între ele și rezultă eforturile de calcul. Se verifică fiecare riglă, bară a stâlpului și stabilitatea generală a pilonului.

Bara supusă la încovoiere pe o singură direcție se verifică cu relațiile:

$$\sigma = \frac{M}{W_n} \leq R \quad \text{și} \quad \tau = \frac{T \cdot S}{t_j \cdot I_\lambda} \leq R_f \quad (5.96.a,b)$$

în care:

- $M$  – momentul de calcul maxim din secțiunea unde se calculează  $\sigma$ ;
- $W_n$  – modul de rezistență net după axa de încovoiere;
- $T$  – forța tăietoare de calcul din secțiunea în care se calculează tensiunea tangențială  $\tau$ ;
- $S$  – momentul static al secțiunii transversale care alunecă în raport cu axa neutră;

- $I_x$  – momentul de inerție brut al secțiunii transversale în raport cu axa neutră;
- $R_f$  - Rezistența de calcul la forfecare a oțelului din care este executată bara.

Barele încovoiate pe o direcție și cu forță axială se verifică la rezistență cu relația:

$$\sigma = \frac{N_{max}}{A_n} + \frac{M_{max}}{W_n} \leq R \quad (5.97)$$

în care:

- $N_{max}$  – forța axială de calcul aplicată în centrul de greutate al secțiunii transversale;
- $M_{max}$  – momentul încovoietor de calcul în secțiunea în care se verifică tensiunea normală.

Barele comprimate și încovoietoare pe o singură direcție se verifică cu relația:

$$\sigma = \frac{N_{min}}{A_b} + \frac{M}{W_b} \leq R \quad (5.98)$$

în care:

- $A_b, W_b$  – secțiuni transversale și modulul de rezistență brut în care se face verificarea;
- $N_{min}, M$  – forța axială de compresiune, respectiv momentul încovoietor din secțiunea în care se face verificarea.

Tensiunea echivalentă se determină astfel:

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq 1,1 \cdot R \quad (5.99)$$

în care  $\sigma$  și  $\tau$  corespund punctului de legătură între talpă și inimă.

Barele supuse la compresiune se încovoie pe două direcții și se verifică cu relația:

$$\sigma = \frac{N_{min}}{A_b} + \frac{M_{x,max}}{W_{x,b}} + \frac{M_{y,max}}{W_{y,b}} \leq 1,1 \cdot R \quad (5.100)$$

în care:

- $A_b$  – aria brută a secțiunii transversale;
- $W_{x,b}$  și  $W_{y,b}$  – modulele de rezistență brute ale secțiunii transversale în raport cu axele principale pentru secțiunea în care se face verificarea;
- $N_{min}$  – forța axială de compresiune maximă;
- $M_x, M_y$  – momentele încovoietoare de calcul din secțiunea în care se verifică tensiunea.

Verificarea la stabilitate a barelor comprimate și încovoiate pe o direcție cu secțiune dublu T plină se face cu relația:

$$\sigma = \frac{N_{min}}{\varphi_{min} \cdot A_b} + \frac{c_x \cdot M_x}{\varphi_g \cdot \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_E}\right) \cdot W_{x,net}} \leq R \quad (5.101)$$

în care:

- $N_{min}$  – forța axială maximă, pentru  $N$  variabil se ține seama de precizările din STAS 10 108/0-78;
- $\varphi_{min}$  – valoarea minimă coeficientului de flambaj;

- $A_{br}$ ,  $W_{x,net}$  – aria brută a secțiunii transversale și modulul de rezistență net față de axa de încovoiere;
- $M_x$  – momentul încovoitor maxim pe bară;
- $c_x$  – coeficientul care ține seama de distribuția momentului încovoitor pe bară (tabel 28 din STAS 10 108/0-78);

$$\sigma = \frac{N}{A};$$

- $\sigma_E = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$  – tensiunea critică corespunzătoare planului în care are loc încovoierea;
- $\varphi_g$  – coeficientul de flambaj care se determină în funcție de coeficientul de zveltețe transformat  $\lambda_{tr}$ ;

$$\lambda_{tr} = \gamma \cdot \frac{\mu \cdot l}{i_y} \quad (5.102)$$

unde:

- $\gamma$  – este coeficientul ce depinde de  $I_r l^2 / h^2 I_y$  și se determină din STAS 10 108 / 0-78, tabelul 26;
- $i_y$  – raza de girație a secțiunii transversale a barei în raport cu axa y-y;

Barele supuse la compresiune centrică se încovoie pe două direcții și se verifică la stabilitate cu relația:

$$\sigma = \frac{N_{min}}{\varphi_{min} \cdot A_b} + \frac{c_x \cdot M_x}{\varphi_g \cdot \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_E}\right) W_{x,net}} + \frac{c_y \cdot M_y}{\left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_E}\right) W_{y,net}} \leq 1,1 \cdot R \quad (5.103)$$

în care:

- $\varphi_{min}$  – coeficientul minim de flambaj;
- $M_x$ ,  $M_y$  – momentele încovoietoare maxime după axele principale x, respectiv y ale secțiunii transversale, care sunt multiplicare cu coeficientul  $c_x$ , respectiv  $c_y$ , stabilite conform STAS 10108/0-78.

Celelalte notații au semnificațiile precizate mai înainte.

În plus, se verifică și stabilitatea generală a pilonului, procedând la calculul lui  $P_{cr,min}$  pe pilonul real cu două programe de calcul performante. Relația de verificare este dată de (5.89) cu  $\varphi_{min}$  stabilit în funcție de  $\lambda_{max}$  din (5.94).

Se verifică și zveltețile maxime care trebuie să satisfacă valorile maxime din STAS 10108/0-78 și săgeata care trebuie să satisfacă relația (5.95), respectiv condițiile din EC3.

## 5.5 Calculul fundațiilor

### 5.5.1 Fundația pilonului

Asupra fundației acționează forțele transmise de pilon din încastrare. Aceste forțe sunt următoarele: forța axială, momentele încovoietoare  $M_x$  și  $M_y$  după axele x, respectiv y, forțele tăietoare  $T_x$  și  $T_y$  aplicate la fața superioară a fundației.

La traversări cu deschideri mici și distanță mică între picioarele pilonului se execută o fundație unică pentru pilon (Fig. 5.18). Dacă traversarea este cu

deschidere mare și pilonul are distanță mare între ramurile?? sale se pot executa fundații distincte pentru fiecare ramură a pilonului.

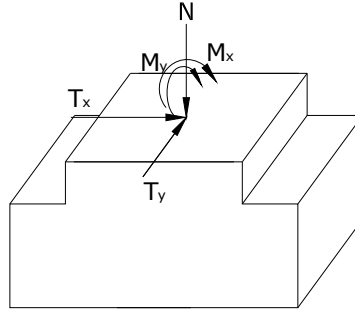


Fig. 5.18. Fundație pilon

Forțele pe talpa fundației au expresiile:

$$\begin{aligned} N_t &= N + G_f; \\ M_{x_2} &= M_x + T_x \cdot H_f; \\ M_{y_2} &= M_y + T_y \cdot H_f. \end{aligned} \quad (5.104.a,b,c)$$

Pentru fundația cu dimensiunile tăpii  $b$  și  $h$  presiunea pe teren are expresia:

$$p_{1,2} = -\frac{N_t}{b \cdot h} \pm \frac{6M_{x_2}}{b \cdot h^2} \pm \frac{6M_{y_2}}{b^2 \cdot h} \leq 1,2 \cdot p_{conv} \quad (5.105)$$

Verificarea fundației la răsturnare se analizează după ambele direcții. Momentul de răsturnare este produs de momentele  $M_{x_2}$  și  $M_{y_2}$ , iar momentele de stabilitate au expresiile:

$$\begin{aligned} M_{s_1} &= (N + G_f) \cdot \frac{b}{2}; \\ M_{s_2} &= (N + G_f) \cdot \frac{h}{2} \end{aligned} \quad (5.106.a,b)$$

Coeficientul de siguranță la răsturnare se calculează din relația:

$$c_s = \frac{M_{stab}}{M_{rast}} \geq 1,3 \quad (5.107)$$

### 5.5.2 Fundația cablurilor portante

Cablurile portante se ancorează în blocuri de beton armat amplasate în exteriorul traversării. Aceste fundații preiau forța de întindere din cabluri și trebuie să o predea terenului în care sunt încastrate. Fundația trebuie verificată la lunecare, la răsturnare și presiunea maximă pe terenul de fundație.



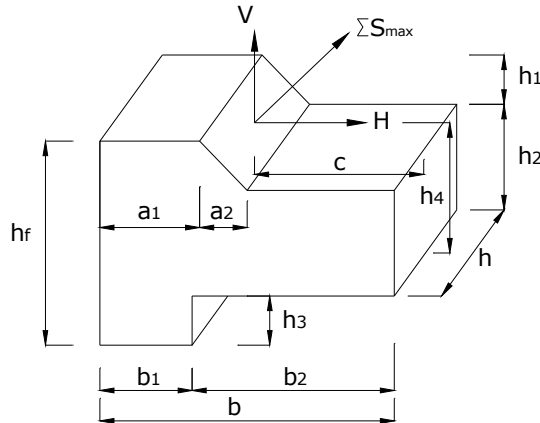


Fig. 5.19. Fundația cablurilor portante

Efortul maxim din cablurile ancorate în fundație  $S_{max}$  se descompune în componentele verticale și orizontale:

$$H = \sum S_{max} \cos \alpha ; V = \sum S_{max} \sin \alpha \quad (5.108.a,b)$$

în care  $\sum$  se referă la numărul de cabluri care vor fi ancorate în fundație, iar  $\alpha$  este unghiul de înclinare al cablurilor față de orizontală.

Componenta verticală totală care acționează pe talpa fundației are expresia:

$$N_t = G_f - V \quad (5.109)$$

Forța de frecare între fundație și teren este egală cu:

$$F_f = N_t \operatorname{tg} \varphi \quad (5.110)$$

în care tangenta unghiului  $\varphi$  depinde de natura terenului de fundație și se stabilește în studiul geotehnic.

Verificarea la alunecare a fundației necesită calculul coeficientului:

$$\eta = \frac{F_f}{N_t} = \frac{N_t \cdot \operatorname{tg} \varphi}{N_t} \geq 1,1 \quad (5.111)$$

Momentul de răsturnare este dat de relația:

$$M_r = H \cdot h_4 + V \cdot c \quad (5.112)$$

iar momentul de stabilitate este:

$$M_s = G_f \cdot b_3 \quad (5.113)$$

Coeficientul de stabilitate la răsturnare se calculează folosind relația (5.107) cu momentele din relațiile (5.112) și (5.113).

Presiunea pe teren se calculează cu formula:

$$p_{1,2} = -\frac{N_t}{b \cdot x \cdot h} \pm \frac{6M_t}{b^2 \cdot x \cdot h} \leq p_{conv}$$

în care momentul încovoietor total se determină din toate forțele în raport cu centrul de greutate al secțiunii transversale a tălpii fundației.

Verificarea suplimentară este necesară pentru forfecare pintenului care împiedică tendința de alunecare a fundației:

$$\tau_f = \frac{H}{b_1 \cdot h} \leq R_f \quad (5.114)$$

în care  $R_f$  este rezistența de calcul a betonului din fundație.

## 6. NORME ȘI STANDARDE

Ultimii ani de cercetare, au adus câteva modificări în normele de proiectare. Aceste norme încearcă să unifice criteriile de proiectare din mai multe țări dar fac și diferența specificului zonei geografice prin anexele naționale. În acest capitol vor fi prezentate standarde și norme precum și menționările acestora cu privire la elementele traversărilor suspendate.

### 6.1 SR EN 1993-1-11

SR-EN 1993-1-11 se numește *Proiectarea structurilor cu elemente întinse* și el stabilește regulile de proiectare pentru structurile care conțin elemente de oțel supuse la întindere. În el sunt indicate regulile pentru determinarea condițiilor tehnice ale elementelor prefabricatesupuse la întindere pentru evaluarea siguranței aptitudinii de exploatare și a durabilității acestora.

Acest standard clasifică elementele întinse în trei grupe.

Tabelul 6.1 Grupe de elemente întinse

Grupa	Elementul principal întins	Component
A	Bară (tijă)	Bară tensionată, bară de pretensionare
B	Sârmă circulară	Cablu monoton
	Sârme circulare și profilate Z	Cablu închis
	Sârmă circulară și sârmă toronată	Cablu de construcție dublă
C	Sârmă circulară	Cablu cu sârme paralele (PWS)
	Sârmă circulară	Fascicul de sârme paralele
	Toron din șapte sârme (pentru pretensionare)	Fascicul de toroane paralele

Cerințele pe care le impune acest standard sunt:

1. SLU – forțele axiale aplicate nu trebuie să depășească rezistența de calcul la întindere;
2. SLS – nivelurile de tensiune și de deformație din element nu trebuie să depășească valorile limită
3. Oboseală – Nivelurile de tensiune produsă de variațiile forței axiale și de oscilațiile induse de vânt și de ploaie nu trebuie să depășească valorile limită

Acțiunile menționate de SR EN 1993-1-11-2007 sunt greutatea proprie, acțiunile vântului, încărcarea cu gheață, acțiuni termice, pretensionarea, înlocuirea și ieșirea din lucru a elementelor supuse la întindere și solicitările la oboseală

*Greutatea proprie* a elementelor întinse se recomandă să fie determinată pe baza ariei secțiunii transversale și a densității, numai în cazul în care informațiile nu sunt precizate în părțile corespunzătoare ale standardului european EN 12385.

Pentru *acțiunile din vânt*, standardul recomandă luarea în considerare a:

- Efectului static al antrenării vântului pe cabluri, incluzând deformațiile și efectele de încovoiere în vecinătatea capetelor cablului;
- Excitația aerodinamică și alte excitații care pot genera excitații ale cablurilor.

Influența statică a acțiunii vântului și calculul presiunii vântului pe o suprafață cilindrică este prezentată în Anexa 1 din teză, folosind programul MathCad.

Fiind necesară și o verificare la oboseală, în anexa B al SR EN 1991-1-4-2006 este prezentat numărul de cicluri pentru care valoarea  $\Delta S$  a unui efect al vântului este atinsă sau depășită în decursul a 50 de ani.  $\Delta S$  este exprimat ca un procent din valoarea  $S_k$  ( $S_k$  – efectul produs de acțiunea vântului într-un interval mediu de recurență de 50 de ani).

$$\frac{\Delta S}{S} = 0.7 \cdot (\log(N_g))^2 - 17.4 \cdot \log(N_g) + 100 \quad (6.1)$$

În secțiunea 8 al SR EN 1993-1-11-2007 sunt prezentate fenomenele care produc forțe aerodinamice asupra cablurilor și care trebuie analizate datorită vibrațiilor pe care le produc:

1. Excitații flutter (din turbulențe ale curenților de aer);
2. Desprinderea vârtejurilor (din turbioanele von Karman în siajul din spatele cablului);
3. Galopare (auto-indusă);
4. Galopare în siaj (interacțiunea fluid-elastică a cablurilor învecinate);
5. Interacțiunea dintre vânt ploaie și cablu.

Vibrațiile induse în elementele mai mici de 70 m nu implică în general nici un risc. Totuși, standardul recomandă limitarea amplitudinii vibrațiilor, datorate vântului având o viteză medie de 15 m/s, la raportul  $L/500$ , unde  $L$  este lungimea cablului.

*Încărcarea cu gheață* este prezentată în anexa C al SR EN 1993-3-1, dar nu dă precizări asupra valorii exacte pentru această încărcare. Principiile referitoare la caracteristicile încărcărilor de chiciură, inclusiv cele ale densității și a altor parametri sunt indicate în ISO 12494, însă aici categoria de chiciură sau densitatea chiciurii nu este indicată pentru o anumită locație. Ca și generalitate, chiciura are o densitate variabilă, în mod normal, de la  $200\text{kg/m}^3$  –  $900\text{kg/m}^3$  iar în secțiune transversală se poate depune excentric.

La estimarea greutateii chiciurii se pleacă de la premisa că toate elementele de structură și auxiliare sunt acoperite cu un strat de gheață cu grosime egală

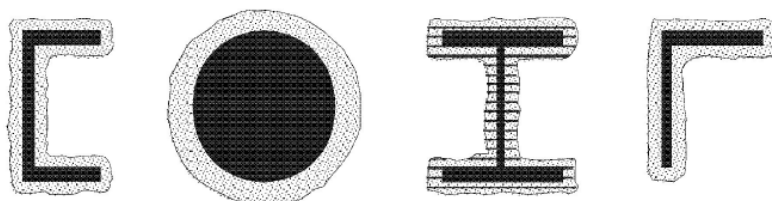


Fig. 6.1. Grosimea chiciurii pe elementele de structură

Efectele datorate *acțiunilor termice* trebuie să ia în considerare și eventualele cazuri în care există diferențe de temperatură între cabluri și structură. Se recomandă să se ia în considerare acțiunea produsă de variația temperaturii conform SR EN 1991-1-5.

Pentru *pretensionare* se recomandă ca preîncărcările în cabluri să fie determinate astfel încât , atunci când snt aplicate toate încărcările permanente, structura să adopte profilul geometric și distribuția de tensiuni cerută. În cazul în care nu se intenționează realizarea reglajului cablului, efectele variației pretensionării se recomandă să fie luate în considerare la proiectarea structurii.

Pe parcursul proiectării se recomandă luarea în considerare a *înlocuirii* cel puțin a unui element întins, ca situație de proiectare tranzitorie. De asemenea, luarea în considerare a *cedării bruște* a oricărui element supus la întindere poate fi considerată o situație de proiectare accidentală.

Solicitarea la oboseală se va considera din EN 1991.

La situațiile de proiectare sunt menționate două cazuri: situații de proiectare tranzitorii în timpul execuției și situații permanente în timpul exploatării.

În situația de proiectare tranzitorie în timpul execuției, coeficientul de siguranță  $\gamma_G$  are valoarea 1,1 pentru durate de până la o oră și 1,2 pentru durate mai lungi ale încărcărilor nefavorabile.

Pentru situații permanente în timpul exploatării coeficienții parțiali  $\gamma_M$  pot depinde de severitatea condițiilor pentru încercări de conformitate și măsurile luate pentru înlăturarea efectelor de încovoiere.

În secțiunea 3 sunt date caracteristici ale materialelor referitoare la rezistență, modulul de elasticitate, coeficientul de dilatare termică, tăiere la lungime, toleranțe de fabricare și coeficienți de frecare. Pentru analiza numerică primele 3 sunt importante.

Rezistența și valorile caracteristice se recomandă a fi luate din specificațiile tehnice corespunzătoare.

Pentru:

- oțel                    - EN 1993-1-1 și EN 1993-1-4;
- sârme                - EN 10264 de la partea 1 până la 4;
- cabluri              - EN 12385 partea 4 și partea 10
- toroane              - EN 10138-3

Modulul de elasticitate variază în funcție de grupa elementelor. Pentru grupa A, modulul de elasticitate poate fi considerat ca fiind  $E=210000\text{N/mm}^2$ . Elementele din grupa B vor trebui testate pentru a obține modulul de elasticitate, care depinde de efort și dacă, în prealabil, cablul a fost preîntins și încărcat și descărcat ciclic. Tot pentru elementele din grupa B se recomandă folosirea valorilor diferite a modulului de elasticitate (pentru situații tranzitorii în timpul execuției și pentru situații permanente de exploatare). Modulul de elasticitate pentru elementele întinse din grupa C poate fi luat din EN 10138.

Coeficientul de dilatare termic poate fi considerat:

- $\alpha_T = 12 \times 10^{-6}$  - pentru sârme de oțel
- $\alpha_T = 16 \times 10^{-6}$  - pentru sârme de oțel inoxidabil

Secțiunea 5, Analiza structurală, recomandă cele două situații de proiectare. Prima situație tranzitorie recomandă folosirea valorilor caracteristice ale încărcărilor permanente, deformațiilor și oricăror altor acțiuni cu excepția pretensionării P la care coeficientul  $\gamma_P$  ar trebui definit. A doua situație de proiectare, cea de exploatare, recomandă ca acțiunile permanente și pretensionarea să fie combinate într-o singură acțiune permanentă „G+P” corespunzătoare formei permanente a structurii, iar coeficientul parțial folosit să fie  $\gamma_{Gsup}$  pentru cazul în care efectele acțiunilor permanente și ale acțiunilor variabile sunt opuse.

Tot la această secțiune, se recomandă luarea în considerare a efectelor de lăntșor, precum și scurtarea sau alungirea elementelor, inclusiv efectele datorate fluajului.

Efectele de lăntșor pot fi luate în considerare folosind modulul de elasticitate efectiv  $E_t$  pentru fiecare cablu:

$$E_t = \frac{E}{1 + \frac{w^2 \cdot l^2 \cdot E}{12 \cdot \sigma^3}} \quad (6.2)$$

unde:

- $E$  – modulul de elasticitate al cablului;
- $w$  – greutatea specifică;
- $l$  – deschiderea orizontală a cablului;
- $\sigma$  – efortul unitar, pentru situații persistente acesta este  $\sigma_{G+P}$ .

Pentru efectele deformațiilor asupra structurii se recomandă să fie luată în considerare starea inițială a structurii generată de încărcarea „G+P” iar pentru verificarea la starea limită de serviciu să fie considerate combinații ale încărcărilor caracteristice.

În secțiunea 6, „**Stări limită ultime**” sunt date verificările care trebuie făcute atât la cablu cât și la proiectarea șeilor și a colierelor.

Relația de verificare pentru tensiunea din cablu este:

$$\frac{F_{Ed}}{F_{Rd}} \leq 1 \quad (6.3)$$

unde:

- $F_{Ed}$  – valoarea forței axiale în cablu;
- $F_{Rd}$  – valoarea de calcul a rezistenței de întindere.

Se recomandă ca valoarea de calcul a rezistenței la întindere să fie considerată:

$$F_{Rd} = \min \left\{ \frac{F_{uk}}{1.5 \cdot \gamma_R}; \frac{F_k}{\gamma_R} \right\} \quad (6.4)$$

Unde:

$F_{uk}$  – valoarea caracteristică a rezistenței la rupere  
 $F_k$  – valoarea caracteristică a rezistenței nominale a elementului întins;  
 $\gamma_R$  – coeficient parțial de siguranță  
 $F_k$  are valoarea  $F_{0,1k}$  dată în standardul EN 10138-1 pentru grupele A și C iar pentru grupa B de elemente întinse,  $F_k$  are valoarea  $F_{0,2k}$  dată în standardul EN10264.

Coeficientul parțial de siguranță are două valori diferențiate prin considerarea sau nu a măsurilor de reducere a momentelor încovoietoare la capetele cablurilor. Valorile recomandate pentru  $\gamma_R$  sunt:

- 0.9 – cu măsuri pentru reducerea eforturilor unitare din încovoiere
- 1.0 – fără măsuri pentru reducerea eforturilor unitare din încovoiere

Pentru elementele întinse din grupa B,  $F_{uk}$  se recomandă a se calcula cu:

$$F_{uk} = F_{min} \cdot k_e \quad (6.5)$$

$$F_{min} = \frac{K \cdot d^2 \cdot R_f}{1000} [kN] \quad (6.6)$$

În care:

- K – coeficientul forței minime de rupere, luând în considerare reducerea din înfășurare
- d – diametrul nominal al cablului;
- R<sub>r</sub> – clasa de rezistență a cablului;
- k<sub>e</sub> – coeficientul de pierdere

Valorile pentru K, d, R<sub>r</sub> sunt precizate în EN 12385-2, iar k<sub>e</sub> este dat în tabelu 6.2

Tabel 6.2 Coeficientul de pierdere k<sub>e</sub>

Tip de detaliu de capăt	k <sub>e</sub>
Manșon umplut cu metal	1.0
Manșon umplut cu rășină	1.0
Bucă manșonată cu protecție metalică	0.9
Manșon strâns mecanic	0.9
Șurub în U	0.8

Elementele întinse din grupa C, F<sub>uk</sub> să se determine cu formula:

$$F_{uk} = A_m \cdot f_{uk} \quad (6.7)$$

În care:

A<sub>m</sub> – secțiunea transversală metalică;

f<sub>uk</sub> – rezistența caracteristică la întindere a barelor, sârmelor.

Pentru „**Starea limită de serviciu**”, dezbătută în secțiunea 7, se recomandă luarea în considerare a următoarelor criterii de serviciu:

- Deformații sau vibrații;
- Comportarea în domeniul elastic;

Limitarea eforturilor unitare pot fi specificate pentru combinația caracteristică de încărcări, fiind raportată la rezistența la rupere:

$$\sigma_{uk} = \frac{F_{uk}}{A_m} \quad (6.8)$$

Pentru cele două situații de proiectare sunt date valori recomandate pentru limitarea eforturilor unitare. Astfel, pentru faza de construcție limita este f<sub>const</sub> iar pentru condițiile de exploatare limitarea se face prin f<sub>SLS</sub>.

Tabel 6.3 Eforturi unitare limită

Motaj f <sub>const</sub>	Primul element tensionat (câteva ore)	0.60σ <sub>uk</sub>
	După instalarea altor elemente tensionate	0.55σ <sub>uk</sub>
Exploatare f <sub>SLS</sub>	Calculul la oboseală incluzând eforturi din încovoiere	0.50σ <sub>uk</sub>
	Calculul la oboseală fără eforturi din încovoiere	0.45σ <sub>uk</sub>

Secțiunea 8 a normei se referă la vibrații ale cablurilor și recomandă analizarea oricăror vibrații induse de vânt în timpul montajului și după execuție, precum și influențele vibrațiilor asupra siguranței.

Forțele aerodinamice asupra cablurilor pot fi generate de:

- excitații flutter (din turbulențe ale curenților de aer)
- desprinderea vârtejurilor (din turbioanele von Karman în siaj în spatele cablului)
- galoparea (auto-indusă)
- galoparea în siaj (interacțiunea fluid-elastică a cablurilor învecinate)
- interacțiunea dintre vânt, ploaie și cablu

Limitarea vibrațiilor cablurilor poate fi realizată prin modificarea suprafețe cablului, dispozitive de amortizare sau cabluri stabilizatoare.

Pentru estimarea riscurilor standardul recomandă folosirea unor sisteme de amortizare doar pentru cablurile mai lungi de 80m, astfel încât fracțiunea din amortizarea critică să depășească 0.5%. De asemenea trebuie evitate cazurile de suprapunere a frecvențelor (frecvența cablului să fie în afara vecinătății de 20% a frecvențelor primului și celui de al doilea mod de vibrație) și limitarea amplitudinii vibrațiilor cablurilor (la o viteză de 15m/s amplitudinea vibrațiilor să nu depășească L/500).

Secțiunea 9 prezintă cerințe referitoare la calculul la oboseală. Determinarea categoriei efective de detaliu este de preferat să se facă pe bază de încercări experimentale însă în absența lor curbele de rezistență la oboseală și categoriile de detali să fie obținute din figura 7.2

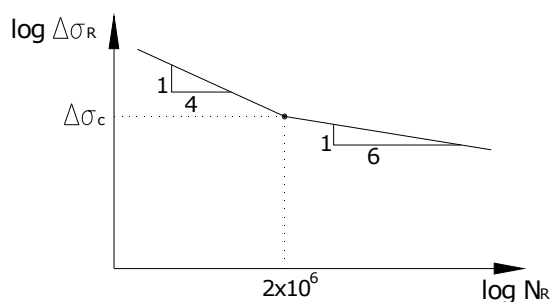


Fig. 6.2. Curbele de rezistență la oboseală pentru elemente întinse

Tabelul 6.4 Categoriile de detalii pentru rezistența la oboseală conform EN 1993-1-9

Grupa	Elemente întinse	Categoria de detaliu $\Delta\sigma_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]
A	1 Elemente de pretensionare	105
B	2 Cabluri închise cu manșonare cu metal sau cu rășină	150
	3 Cabluri elicoidale cu manșonare cu metal sau cu rășină	150
C	4 Cabluri cu sârme paralele cu manșonare cu rășină	160
	5 Fascicul de toroane paralele	160
	6 Fascicul de sârme paralele	160

Calculul la oboseală trebuie făcut utilizând metoda degradărilor acceptabile sau metoda duratei sigure de viață.

## 6.2 SR EN 1993-1-9

SR EN 1993-1-9 poartă denumirea *Proiectarea structurilor de oțel. Oboseală*, iar în cadrul lui sunt prescrise metodele de calcul ale rezistenței la oboseală pentru elemente și îmbinări supuse la încărcări ciclice. Conform acestui cod există două metode de calcul:

- metoda degradărilor acceptabile
- metoda duratei sigure de viață

Ambele metode trebuie să asigure un grad suficient de siguranță că structura se comportă satisfăcător pe toată durata vieții. Diferența dintre cele două este că prima ia în considerare existența unui program de inspecție și de întreținere

prin care să fie detectate și corectate degradările provenite din oboseală, în timp ce a doua metodă nu necesită acest program de inspecție.

În cazul metodei degradărilor acceptabile gradul necesar de siguranță poate fi atins dacă selectarea detaliilor, a materialelor și a nivelurilor de tensiune duce la o rată de propagare redusă, dacă sunt prevăzute căi multiple de scurgere a eforturilor, dacă detaliile sunt inspectabile în timpul inspecțiilor obișnuite.

Prin metoda duratei de viață sigură, gradul necesar de siguranță poate fi atins dacă detaliile și nivelurile de tensiune sunt alese astfel încât, la o durată de viață la oboseală, se poate atinge  $\beta$  egale cu cele utilizate la verificările stărilor limită ultime la sfârșitul duratei de viață propuse.

Standardul recomandă următoarele valori pentru factorii parțiali pentru rezistența la oboseală:

Tabelul 6.5 Valori recomandate pentru factorii parțiali pentru rezistența la oboseală

Metoda de calcul	Consecințele cedării	
	scăzute	ridicate
Degradări acceptabile	1,00	1,15
Durata de viață sigură	1,15	1,35

În secțiunea 5 se fac precizări referitoare la alegerea tensiunilor. Acestea trebuie să fie calculate la starea limită de serviciu, iar cele mai relevante sunt:

- Tensiunea nominală normală „ $\sigma$ ”
- Tensiunea nominală tangențială „ $\tau$ ”

Standardul, deși prezintă valori pentru elemente structurale și îmbinări, el nu face referire la elementele de tip cablu.

### 6.3 SR EN 1993-4-3

SR EN 1993-4-3 poartă denumirea *Proiectarea structurilor de oțel. Conducute* iar în cadrul lui sunt furnizate principii și reguli de aplicare pentru calculul de rezistență al conductelor de oțel cilindrice pentru transport de lichide sau gaze sau amestecuri de lichide și gaze la temperaturile înconjurătoare, care nu sunt tratate de alte standarde europene speciale.

Alegerea gradului de siguranță care trebuie atins se face în funcție de consecințele economice și sociale pe care le poate produce colapsul lor, iar siguranța se exprimă în funcție de coeficienții pentru proiectare și/sau nivelul de calitate pentru execuție.

Metodele de analiză trebuie să urmărească stările limită:

- Starea limită ultimă:
  - Ruperea peretelui țevii;
  - Colaps (strivirea peretelui țevii);
  - Pierderea echilibrului static sau a stabilității conductei sau a oricăror reazeme;
  - Scurgerea conținutului datorită altor cauze decât ruperea pereților.
- Stări limită de serviciu:
  - Deformații care influențează negativ (ovalizare sau săgeata)
  - Vibrații care cauzează disconfort sau afectează negativ asupra reazemelor



- Scurgeri care nu conduc la riscuri inacceptabile de siguranță sau mediu.

În secțiunea 3 sunt specificate cerințe referitoare la proprietățile materialului și anume proprietățile mecanice ale oțelului, proprietățile mecanice ale sudurilor, duritatea materialului de bază și a sudurilor, șuruburi.

Proprietățile mecanice ale oțelului trebuie să ia în considerare valorile de proiectare  $f_{y,d}$  și  $f_{u,d}$ :

$$f_{y,d} = \frac{f_{y,nom}}{\gamma_M} \quad (6.9a,b)$$

$$f_{u,d} = \frac{f_{u,nom}}{\gamma_M}$$

Alungirea ultimă  $\varepsilon_u$  nu trebuie să fie mai mică decât  $\varepsilon_{umin}$  (20% recomandat).

Proprietățile mecanice ale sudurilor trebuie să satisfacă cerința ca sudura să nu sufere deformații plastice, astfel limita de curgere a materialului din electrozi să fie cu cel puțin 15% (recomandat) mai mare decât limita de curgere maximă a materialului țevii, în sudură trebuie să apară o alungire de minim  $\varepsilon = 2\%$  (recomandat), și rezistența ultimă a sudurii să fie cu cel puțin 15% (recomandat) mai mare decât rezistența ultimă maximă a materialului de bază.

Verificarea la SLU prin rupere trebuie să fie satisfăcută următoarea relație:

$$\sigma_{e,Ed} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau_{xy}^2} \leq f_{y,d} \quad (6.10)$$

Pierderea bruscă a stabilității poate fi prevenită prin limitarea parametrului de ovalizare:

$$a = \frac{D_{max} - D_{min}}{4} \quad (6.11)$$

unde:

$$a_{max} = x \cdot D_e$$

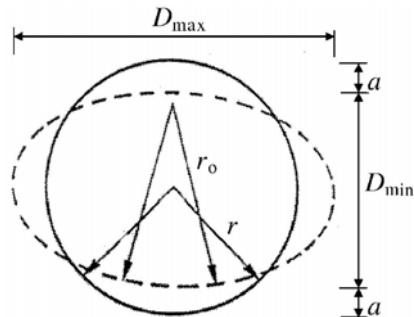
și x are o valoare recomandată de 0,05.

Voalarea locală este înțeleasă prin alungirea critică  $\varepsilon_{cr}$ .

$$\varepsilon_{cr} = 0.25 \frac{t}{r_o} - 0.0025 + 3000 \left( \frac{p \cdot r_o}{E \cdot t} \right)^2 \cdot \frac{|p|}{p} \quad \text{pentru } \frac{r_o}{t} \leq 60 \quad (6.12a)$$

$$\varepsilon_{cr} = 0.1 - \frac{t}{r_o} + 3000 \left( \frac{p \cdot r_o}{E \cdot t} \right)^2 \cdot \frac{|p|}{p} \quad \text{pentru } \frac{r_o}{t} \geq 60 \quad (6.12b)$$

$$r_o = \frac{r}{1 - \frac{3 \cdot a}{r}} \quad (6.13)$$

Fig. 6.3. Raza  $r_0$  într-o secțiune ovalizată

#### 6.4 SR EN 1991-1-4

SR EN 1993-1-4 poartă denumirea *Acțiuni asupra structurilor. Acțiuni ale vântului* și el stabilește modul de determinare a acțiunii naturale a vântului pentru proiectarea structurilor clădirilor și lucrărilor ingineresti pentru fiecare zonă afectată de aceste încărcări.

Modelarea acțiunii vântului presupune determinarea vitezei medii a vântului „ $v_m$ ” și viteza de bază a vântului „ $v_b$ ”. Viteza de bază presupune cunoașterea valorii fundamentale a vitezei de referință a vântului, „ $v_{b,0}$ ”. Viteza medie depinde de viteza de referință (bază) și este corectată prin factorii de rugozitate și factorul de orografie.

$$v_b = c_{dir} \cdot c_{season} \cdot v_{b,0} \quad (6.14)$$

unde:

- $v_b$  = viteza de referință;
- $v_{b,0}$  = valoarea fundamentală a vitezei de referință;
- $c_{dir}$  = coeficient de direcție;
- $c_{season}$  = factorul de anotimp.

$$v_m(z) = c_r(z) \cdot c_o(z) \cdot v_b \quad (6.15)$$

unde:

- $c_r$  = factorul de rugozitate;
- $c_o$  = factorul orografic.

Turbulențele vântului sunt luate în considerare prin intensitatea turbulenței la înălțimea  $z$ , „ $I_V(z)$ ”.

$$I_V(z) = \frac{\sigma_V}{v_m(z)} \quad (6.16)$$

unde:

- $\sigma_V$  = abaterea standard a turbulenței.

Valoarea de vârf a presiunii vitezei vântului este mărimea care influențează presiunea vântului pe suprafețe și se determină conform relației 6.17.

$$q_p(z) = [1 + 7 \cdot I_V(z)] \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_m^2(z) \quad (6.17)$$

unde:

$\rho$  = densitatea aerului ce variază în funcție de altitudine, temperatură și presiunea atmosferică care sunt de așteptat în regiune în timpul furtunilor.

Presiunea vântului „ $w_e$ ” este:

$$w_e = q_p(z_e) \cdot c_{pe} \quad (6.18)$$

unde:

$z_e$  = înălțimea de referință;

$c_{pe}$  = coeficient de presiunea pentru presiunea exterioară.

Coeficienții de presiunea pentru cilindri circulari se calculează conform punctului 7.9 din standard. Calculul lor depinde de numărul lui Reynolds „ $R_e$ ”. Modul de calcul, este prezentat în anexa 1 al prezentei lucrări.

Traversările suspendate mai pot face referire la anexa E a prezentei norme. Sunt descrise fenomenele de desprindere a vârtejurilor și de galopare.

Prezenta normă mai precizează în anexa F, tabelul F.2 folosirea valorii de 0.02 pentru decrementul logaritmic al amortizării structurale în modul fundamental.

## 6.5 SR EN 1991-1-5

SR EN 1993-1-5 poartă denumirea *Acțiuni asupra structurilor. Acțiuni termice* și el indică principii și reguli pentru determinarea încărcărilor date de acțiunile termice la clădiri poduri și alte structuri inclusiv elemente structurale. Standardul variază de temperatură la nivelul elementelor structurale și valorile caracteristice ale încărcărilor date de acțiunile termice.

Efectele datorate acțiunilor termice se determină prin utilizarea coeficientului de dilatare liniară al materialului. Acțiunile termice care au efect asupra elementelor structurale trebuie specificate în funcție de trei mărimi de bază:

- $\Delta T_u$  componenta de temperatură uniformă;
- $\Delta T_M$  componenta de temperatură care variază liniar între suprafața exterioară și cea interioară;
- $\Delta T_p$  diferența de temperatură între diferite părți ale structurii.

Pentru cazul traversărilor suspendate cea mai relevantă este prima, celelalte două având posibilitate mică de apariție.

$$\Delta T_u = T - T_0 \quad (6.14)$$

unde: T – temperatura medie a unui element structural cauzat de temperaturile climatice în sezonul de iarnă sau vară;

$T_0$  – temperatura inițială ( $10^\circ$ ).

Tabel 6.6 Temperaturi exterioare orientative

Sezon	Factor semnificativ	Temperatura $T_{ext}$ în $^\circ\text{C}$
Vară	0,5 suprafață puternic luminată	$T_{max} + T_3$
	0,7 suprafață colorată deschis	$T_{max} + T_4$
	0,9 suprafață colorată închis	$T_{max} + T_5$
Iarnă		$T_{min}$

NOTĂ – Valori ale temperaturii maxime a aerului la umbră  $T_{max}$ , ale temperaturii minime a aerului la umbră  $T_{min}$  și ale efectelor radiației solare  $T_3$ ,  $T_4$ , și  $T_5$  pot fi specificate în anexa națională. Dacă nu există date disponibile pentru regiunile situate între  $45^\circ$  și  $55^\circ$  latitudine nordică, se recomandă valorile  $T_3 = 0^\circ\text{C}$ ,  $T_4 = 2^\circ\text{C}$ , și  $T_5 = 4^\circ\text{C}$  pentru elementele orientate spre nord-est și  $T_3 = 1^\circ\text{C}$ ,  $T_4 = 30^\circ\text{C}$ , și  $T_5 = 42^\circ\text{C}$  pentru elementele orizontale sau orientate spre sud-vest.

În anexa națională a acestei norme de proiectare, SR EN 1991-1-5/NA, sunt prezentate hărțile de izoterme a României pentru valori caracteristice ale temperaturii minime respectiv maxime anuale a aerului la umbră cu intervalul mediu de revenire de 50ani.

Prezentul standard face referire la temperatura la care poate ajunge un element de tip cablu care este influențat de radiația termică, fiind expus la razele solare.

## 6.6 SR EN 1991-1-6

SR EN 1991-1-6 poartă denumirea *Acțiuni pe durata execuției*. Standardul prezintă principii și reguli generale pentru determinarea încărcărilor care sunt luate în considerare pe durata execuției construcțiilor și lucrărilor inginerești.

În secțiunea 2, sunt prezentate acțiunile care pot apărea pe parcursul execuției, Tabel 6.7

Tabel 6.7 Clasificarea încărcărilor pe durata execuției

Articol din standard	Acțiune (descriere succintă)	Clasificare				Observații
		Variație în timp	Clasificare/ origine	Poziție de aplicare a încărcării	Natură (statică/ dinamică)	
4.11	Personal de execuție și scule de mână	variabilă	directă	liberă	statică	
4.11	Obiecte depozitate care pot fi mutate	variabilă	directă	liberă	statică/ dinamică	Dinamică prin cădere
4.11	Echipe utilizate temporar	variabilă	directă	fixă/ liberă	statică/ dinamică	
4.11	Utilaje și echipamente grele mobile	variabilă	directă	liberă	statică/ dinamică	
4.11	Acumulare de deșeuri	variabilă	directă	liberă	statică/ dinamică	Pot produce și încărcări pe, de exemplu, suprafețe verticale
4.11	Încărcări produse de părți ale structurii, în diferite etape de execuție	variabilă	directă	liberă	statică	Efectele dinamice sunt excluse

Aceste încărcări au în vedere apariția acțiunilor cu diferite perioade de revenire. Perioadele de revenire (Tabel 6.8) sunt folosite la determinarea valorilor caracteristice ale încărcărilor din acțiuni variabile.

Tabel 6.8 Perioadele de revenire recomandate pentru acțiuni climatice

Durata	Perioada de revenire (ani)
<3 zile	2 <sup>a</sup>
>3 zile și <3 luni	5 <sup>b</sup>
>3 luni și <1an	10
>1 an	50

Stările limită ultime trebuie considerate pentru toate situațiile de proiectare tranzitorii, accidentale și seismice, având în vedere geometria și rezistența aspciate structurii realizate parțial

Starea limită de serviciu se va considera conform EN 1990 și trebuie să ia în considerare cerințele impuse pentru structura în starea finală

În secțiunea 4, sunt enumerate și descrise acțiunile pe durata execuției precum și modul de abordare al acestora:

- acțiuni asupra elementelor structurale și nesstructurale pe durata manipulării acestora
- acțiuni geotehnice
- acțiuni de pretensionare
- deformații inițiale
- temperatură contractie și umezire
- acțiunea vântului
- încărcări date de zăpadă
- acțiunea apei
- încărcări din chiciură
- acțiuni accidentale (impact, căderea echipamentelor)
- acțiunea seismică (considerând perioada de referință pentru situația tranzitorie avută în vedere)

## 7. ANALIZA NUMERICĂ A COMPORTĂRII TRAVERSĂRILOR SUSPENDATE PENTRU CONDUCTE

### 7.1 Probleme generale

Studiul comportării traversărilor suspendate pentru conducte în formulare clasică a fost analizat în capitolul 5. Însă, analiza răspunsului acestor traversări suspendate din încărcările statice și dinamice, care intervin în perioada de montaj și exploatare se poate efectua mult mai rapid și corect folosind analiza numerică.

Dificultățile calculului neliniar cresc odată cu deschiderea traversării. Parametrii care influențează comportarea structurii se referă la:

- comportarea neliniară a ansamblului conductă și cablurile traversării;
- modificarea modului de elasticitate a cablului în funcție de treapta de încărcare;
- influența preîntinderii cablurilor asupra comportării traversării;
- interacțiunea între conductă și mediul înconjurător;
- instabilitatea statică a traversării suspendate;
- instabilitatea dinamică a traversării suspendate;
- siguranța structurii la încărcări statice și dinamice;
- optimizarea formei și distribuției cablurilor portante și de rigidizare;
- tehnologia optimă de montaj;

Rezolvarea acestor probleme este mult ușurată dacă se folosesc programe performante de calcul care au la bază analiza numerică.

### 7.2 Discretizarea structurii traversării suspendate

Structura traversării suspendate (Fig. 7.1) pentru conducte se discretizează în elemente finite de tip bară și elemente finite de cablu.

Conducta se discretizează în elemente spațiale de tip bară cu noduri semirigide la extremități și șase grade de libertate în fiecare nod.

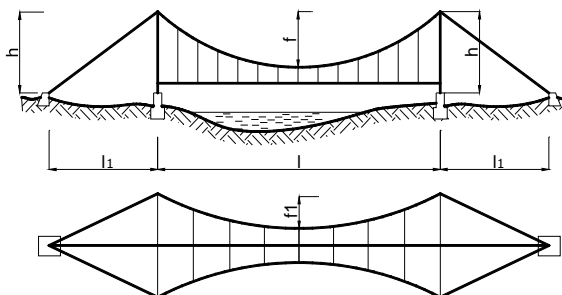


Fig. 7.1. Traversare suspendată

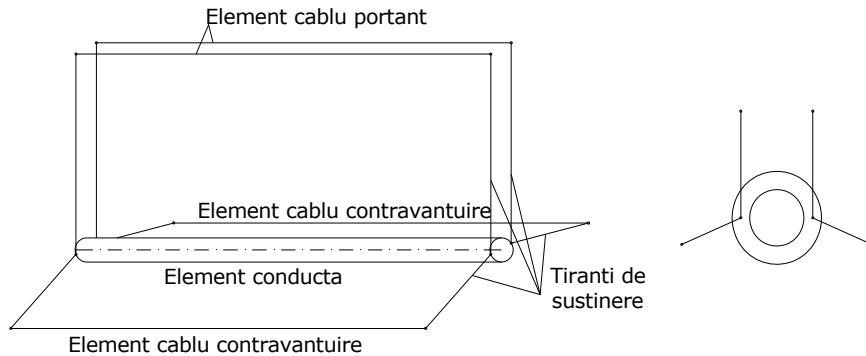


Fig. 7.2. Discretizarea structurii

Cablurile portante și de contravântuire se discretizează în elemente finite de tip truss (cablu) perfect flexibile și se ia în considerare neliniaritatea geometrică a acestor elemente finite. Cablurile de susținere se discretizează ca elemente finite de cablu inextensibile și cu deplasări rigide finite la noduri. Pilonii se discretizează în elemente finite de tip truss (la pilonii cu zăbrele) cu trei grade de libertate în fiecare nod și elemente finite de tip beam (pilonii în cadru) cu șase grade de libertate în fiecare nod.

## 7.3 Matricile neliniare de rigiditate ale elementelor finite

### 7.3.1 Bară încastrată la extremități

Structurile suspendate pentru conducte cu comportare neliniară și pentru studiul răspunsului acestora sunt necesare matricile neliniare de rigiditate ale elementelor finite.

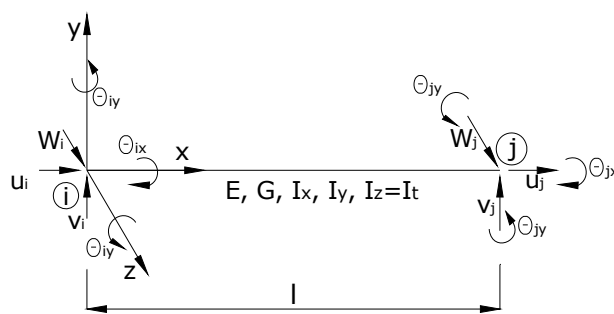


Fig. 7.3. Element finit de tip bară

Se consideră elementul finit de tip bară cu șase grade de libertate  $u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}$  și  $\theta_{zi}$  la fiecare nod (Fig. 7.3). Matricea neliniară a rigidității elementului de bară cu secțiune constantă pe lungimea ei este dată de relația (7.1):

$$\left[ k_{NL}^{(e)} \right] = \begin{bmatrix} k_{1,1} & \dots & k_{1,12} \\ \dots & \dots & \dots \\ k_{12,1} & \dots & k_{12,12} \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

în care elementele  $k_{ij}$ ,  $i, j = 1, \dots, 12$  au expresiile:

$$\begin{aligned} k_{1,6} &= 0; k_{1,7} = -\frac{EA}{l} \cdot f_1; k_{1,8} = k_{1,9} = k_{1,10} = k_{1,11} = k_{1,12} = 20; f \\ k_{2,2} &= \frac{12EI_z}{l^3(1+\phi_7)} \cdot f_7; k_{2,3} = k_{2,4} = k_{2,5} = 0; k_{2,6} = \frac{6EI_z}{l^2(1+\phi_2)} \cdot f_6; \\ k_{2,7} &= 0; k_{2,8} = -\frac{12EI_z}{l^3(1+\phi_2)} \cdot f_7; k_{2,9} = k_{2,10} = k_{2,11} = 0; \\ k_{12,12} &= \frac{6EI_z}{l^2(1+\phi_2)} \cdot f_6; k_{3,3} = k_{3,4} = 0; k_{3,5} = \frac{6EI_y}{l^2(1+\phi_3)} \cdot f_8; \\ k_{3,6} &= k_{3,7} = k_{3,8} = 0; k_{3,9} = -\frac{12EI_y}{l^3(1+\phi_3)} \cdot f_9; k_{3,10} = 0; \\ k_{3,11} &= \frac{6EI_y}{l^2(1+\phi_y)} \cdot f_8; k_{3,12} = 0; k_{4,4} = \frac{GI_t}{l}; \\ k_{4,5} &= k_{4,6} = k_{4,7} = k_{4,8} = k_{4,9} = 0; k_{4,10} = -\frac{GI_t}{l}; k_{4,11} = k_{4,12} = 0; \\ k_{5,5} &= \frac{(4+\phi_3) \cdot EI_y}{l(1+\phi_3)} \cdot f_4; k_{5,6} = k_{5,7} = k_{5,8} = 0; k_{5,9} = -\frac{6EI_y}{l^2(1+\phi_3)} \cdot f_8; \\ k_{5,10} &= k_{5,12} = 0; k_{5,11} = \frac{(2+\phi_3) \cdot EI_y}{l(1+\phi_3)} \cdot f_5; k_{6,6} = \frac{(4+\phi_2) \cdot EI_z}{(1+\phi_2)}; \\ k_{6,7} &= k_{6,9} = k_{6,10} = k_{6,11} = 0; k_{6,8} = -\frac{6EI_z}{l^2(1+\phi_2)} \cdot f_6; \\ k_{6,12} &= \frac{(2+\phi_2) \cdot EI_z}{l(1+\phi_3)} \cdot f_3; k_{7,7} = \frac{EA}{l} \cdot f_1; k_{7,8} = k_{7,9} = k_{7,10} = k_{7,11} = k_{7,12} = 0; \\ k_{8,8} &= \frac{12EI_z}{l^3(1+\phi_2)} \cdot f_7; k_{8,9} = k_{8,10} = k_{8,11} = 0; k_{8,12} = -\frac{6EI_z}{l^2(1+\phi_2)} \cdot f_6; \\ k_{9,9} &= \frac{12EI_y}{l^3(1+\phi_3)} \cdot f_9; k_{9,10} = k_{9,12} = 0; k_{9,11} = -\frac{6EI_y}{l^2(1+\phi_5)} \cdot f_8; \\ k_{10,10} &= \frac{GI_t}{l}; k_{10,11} = k_{10,12} = 0; k_{11,11} = \frac{(4+\phi_3)EI_y}{(1+\phi_3)} \cdot f_4; \\ k_{11,12} &= 0; k_{12,12} = \frac{4EI_z}{l(1+\phi_2)} \cdot f_2. \end{aligned} \quad (7.2)$$

În relația (7.2) au fost utilizate următoarele notații:

$$A^* = 2 + 2 \cdot \cos \alpha l - \alpha l \cdot \sin \alpha l; B^* = 2 - 2 \cdot \cos \beta l - \beta l \cdot \sin \beta l; \quad (7.3.a,b)$$

$$\alpha^2 = \frac{p}{EI_z}; \beta^2 = \frac{p}{EI_y}; \quad (7.3.c,d)$$



$$f_1 = \frac{1}{1 + \frac{EA}{4p^3 l^2} (C_y + C_z)}; \quad (7.4.a)$$

$$f_2 = \frac{al}{4} \cdot \frac{(\sin al - \alpha \cdot \cos al)}{A^*}; f_3 = \frac{al}{2} \cdot \frac{(al - \sin al)}{A^*}; \quad (7.4.b,c)$$

$$f_4 = \frac{\beta l}{4} \cdot \frac{(\sin \beta l - \beta l \cdot \cos \beta l)}{B^*}; f_5 = \frac{\beta l}{2} \cdot \frac{(\beta l - \sin \beta l)}{B^*}; \quad (7.4.d,e)$$

$$f_6 = \frac{\alpha^2 l^2 (1 - \cos al)}{6A^*}; f_7 = \frac{\alpha^2 l^2}{6A^*} (1 - \cos al) - \frac{\alpha^2 l^2}{12}; \quad (7.4.f,g)$$

$$f_8 = \frac{\beta^2 l^2 (1 - \cos \beta l)}{6B^*}; f_9 = \frac{\beta^2 l^2}{6B^*} (1 - \cos \beta l) - \frac{\beta^2 l^2}{12}; \quad (7.4.h,i)$$

$$\phi_2 = \frac{12EI_z}{GA_S l^2} = 24(1 + \mu) \cdot \frac{A}{A_{Sy}} \cdot \left(\frac{r_z}{l}\right)^2; \quad (7.5.a)$$

$$\phi_3 = \frac{12EI_y}{GA_S} = 24(1 + \mu) \cdot \frac{A}{A_{Sz}} \cdot \left(\frac{r_y}{l}\right)^2. \quad (7.5.b)$$

Notațiile (7.3.a și b) reprezintă influența forței tăietoare, iar notațiile (7.4.a,...,i) sunt funcțiile de stabilitate.

Matricea neliniară a rigidității produsă de tensiunile inițiale din elementul finit are forma:

$$[K_\sigma] = N \begin{bmatrix} \frac{1}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5l} & 0 & \frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6}{5l} & 0 & \frac{1}{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6}{5l} & 0 & 0 & \frac{1}{10} & 0 & 0 & -\frac{6}{5l} & 0 & \frac{1}{10} & 0 \\ 0 & \frac{1}{10} & 0 & \frac{2l}{15} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & -\frac{l}{30} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{10} & 0 & 0 & \frac{2l}{15} & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & -\frac{l}{30} \\ -\frac{1}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5l} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{5l} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6}{5l} & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & \frac{6}{5l} & 0 & 0 & -\frac{1}{10} \\ 0 & \frac{1}{10} & 0 & -\frac{l}{30} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{2}{5l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{l}{30} & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & \frac{2l}{15} \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

### 7.3.2 Cablul

Parabola dată de încărcarea uniform distribuită în lungul axei x este aleasă ca stadiu de referință în analiza neliniară. Ca deplasări nodale pentru elementul de cablu se aleg deplasările  $u$ ,  $v$  și  $w$  după axele  $x, y, z$  din fiecare nod al cablului.

Rezultă că un element drept cu două noduri are șase deplasări nodale  $u_i^{(e)}$ ,  $v_i^{(e)}$ ,  $w_i^{(e)}$ ,  $u_j^{(e)}$ ,  $v_j^{(e)}$  și  $w_j^{(e)}$ .

Funcțiile de interpolare pentru elementul de cablu se aleg ca funcții liniare. Folosind formularea energetică în metoda elementului finit se obține matricea neliniară a elementului de cablu:

$$[k_{ck}]_i = \begin{bmatrix} [k] & -[k] \\ -[k] & [k] \end{bmatrix} \text{ cu } [k] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{12} & k_{22} & k_{23} \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} \end{bmatrix} \quad (7.7.a,b)$$

unde:

$$k_{11} = \frac{H_0}{l} + \frac{EA}{l} \cdot \left(\frac{dx}{ds}\right)^3 \left[1 - \frac{1}{2l}(3\Delta_1 + y'\Delta_2) + \frac{1}{4l^2}(\Delta_1^2 + \Delta^2)\right]; \quad (7.8.a)$$

$$k_{22} = \frac{H_0}{l} + \frac{EA}{l} \cdot \left(\frac{dx}{ds}\right)^3 \left[(y')^2 - \frac{1}{2l}(\Delta_1 + 3y'\Delta_2) + \frac{1}{4l^2}(\Delta_2^2 + \Delta^2)\right]; \quad (7.8.b)$$

$$k_{33} = \frac{H_0}{l} + \frac{EA}{l} \cdot \left(\frac{dx}{ds}\right)^3 \left[-\frac{1}{2l}(\Delta_1 + y'\Delta_2) + \frac{1}{4l^2}(\Delta_3^2 + \Delta^2)\right]; \quad (7.8.c)$$

$$k_{12} = \frac{EA}{l} \cdot \left(\frac{dx}{ds}\right)^3 \left[y' - \frac{1}{2l}(y'\Delta_1 + \Delta_2) + \frac{1}{4l^2}(\Delta_1 \cdot \Delta_2)\right]; \quad (7.8.d)$$

$$k_{13} = \frac{EA}{l} \cdot \left(\frac{dx}{ds}\right)^3 \left[-\frac{1}{2l}(\Delta_3) + \frac{1}{4l^2}(\Delta_1 \cdot \Delta_3)\right]; \quad (7.8.e)$$

$$k_{23} = \frac{EA}{l} \cdot \left(\frac{dx}{ds}\right)^3 \left[-\frac{1}{2l}y'\Delta_2 + \frac{1}{4l^2}(\Delta_2 \cdot \Delta_3)\right]. \quad (7.8.f)$$

În relațiile (7.8.a,...,f) au fost utilizate următoarele notații:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= u_i - u_j; \Delta_2 = v_i - v_j; \Delta_3 = w_i - w_j; \\ \Delta^2 &= \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2. \end{aligned} \quad (7.9.a,...,d)$$

Matricea tangentă a cablului se determină folosind metoda perturbării și rezultă:

$$[k_{NL}^c] = [k_c]_i + [k_c]_j \quad (7.10)$$

în care matricea rigidității pentru nodul  $j$  al cablului se scrie:

$$[k^*] = \begin{bmatrix} k_{11}^* & k_{12}^* & k_{13}^* \\ k_{12}^* & k_{22}^* & k_{23}^* \\ k_{13}^* & k_{23}^* & k_{33}^* \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

$$[k_c]_j = \begin{bmatrix} [k^*] & -[k^*] \\ -[k^*] & [k^*] \end{bmatrix} \quad (7.12)$$

unde:

$$k_{11}^* = \frac{EA}{l} \cdot \left(\frac{dx}{ds}\right)^3 \left[-\frac{1}{2l}(3\Delta_1 + y'\Delta_2) + \frac{1}{4l^2}(3\Delta_1^2 + \Delta^2)\right]; \quad (7.12.a)$$

$$k_{22}^* = \frac{EA}{l} \cdot \left(\frac{dx}{ds}\right)^3 \left[-\frac{1}{2l}(\Delta_1 + 3y'\Delta_2) + \frac{1}{4l^2}(3\Delta_2^2 + \Delta^2)\right]; \quad (7.12.b)$$

$$k_{33}^* = \frac{EA}{l} \cdot \left(\frac{dx}{ds}\right)^3 \left[-\frac{1}{2l}(\Delta_1 + y'\Delta_2) + \frac{1}{4l^2}(3\Delta_3^2 + \Delta^2)\right]; \quad (7.12.c)$$

$$k_{12}^* = \frac{EA}{l} \cdot \left(\frac{dx}{ds}\right)^3 \left[-\frac{1}{2l}(y'\Delta_1 + \Delta_2) + \frac{3}{4l^2}(\Delta_1 \cdot \Delta_2)\right]; \quad (7.12.d)$$

$$k_{13}^* = \frac{EA}{l} \cdot \left(\frac{dx}{ds}\right)^3 \left[-\frac{1}{2l}(\Delta_3) + \frac{3}{4l^2}(\Delta_1 \cdot \Delta_3)\right]; \quad (7.12.e)$$

$$k_{23}^* = \frac{EA}{l} \cdot \left(\frac{dx}{ds}\right)^3 \left[-\frac{y'}{2l}\Delta_3 + \frac{3}{4l^2}(\Delta_2 \cdot \Delta_3)\right]; \quad (7.12.f)$$

### 7.3.3 Tirantul de susținere

Tirantul de susținere se consideră ca element de cablu extensibil. Tiranții în poziția de echilibru (Fig. 7.4) au deplasările  $v_{1r}$ ,  $u_{cr}$ ,  $c_{cr}$ ,  $w_c$  sau  $(\theta, \varphi)$ . Sistemul local de coordonate fixat de tirant este  $(\xi, \eta, \tau)$ , iar sistemul global de referință este dat de  $x, y, z$ .

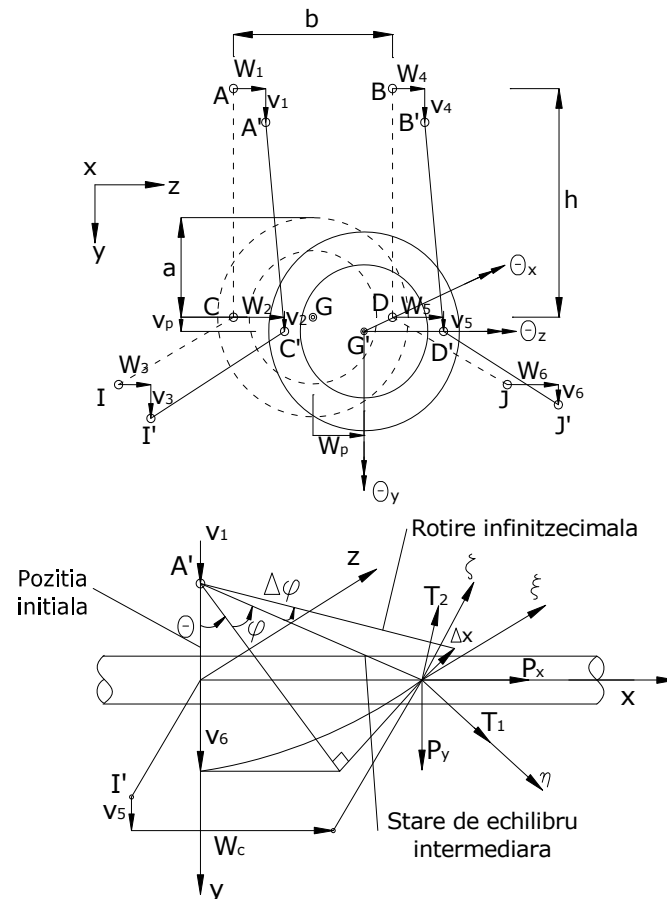


Fig. 7.4. Poziția de echilibru pentru starea inițială și intermediară

Din Fig. 7.4 se determină:

$$\cos \theta = \frac{h + v_c - v_1}{\sqrt{(1 + v_c - v_1)^2 + u_c^2}}; \sin \theta = \frac{u_c}{\sqrt{(h + v_c - v_1)^2 + u_c^2}} \quad (7.13.a,b)$$

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{(h + v_c - v_1^2) + u_c^2}}{h}; \sin \varphi = \frac{w}{h}. \quad (7.14.a,b)$$

Matricea rigidității tirantului corespunzătoare deplasărilor nodale  $v_p, \theta_z, \theta_y, \theta_x, u_1, v_1, w_1$  este :

$$k_h = T_y \begin{bmatrix} k_{11} & \dots & \dots & k_{18} \\ & k_{22} & \dots & k_{28} \\ \text{simetrica} & & \dots & \dots \\ & & & k_{88} \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

în care:

$$k_{11} = \frac{u^2 h^2 + (h+v)w^2}{h^2 [(h+v)^2 + u](h+v)}; k_{12} = -\frac{au(h^2 - w^2)}{[(h+v)^2 + u]h^2}; \quad (7.16.a,b)$$

$$k_{13} = -\frac{w}{h^2}; k_{14} = \pm \frac{bu(h-w)}{2[(h+v)^2 + u^2]h^2}; \quad (7.16.c,d)$$

$$k_{15} = \pm \frac{b}{2} \cdot \frac{u^2 h^2 + (h+v)^2 w^2}{h^2 [(h+v)^2 + u](h+v)} + \frac{aw}{h^2}; k_{16} = -\frac{u(h^2 - w^2)}{[(h+v)^2 + u]h^2}; \quad (7.16.e,f)$$

$$k_{17} = -\frac{u^2 h^2 + (u+v)^2 w^2}{h^2 [(h+v)^2 + u](h+v)}; k_{18} = \frac{w}{h^2}; \quad (7.16.g,h)$$

$$k_{22} = \frac{a^2 h^2 (h+v)^2 + u^2 w^2}{h^2 [(h+v)^2 + u](h+v)}; k_{23} = -\frac{auv}{h^2 (u+v)}; \quad (7.16.i,j)$$

$$k_{24} = \mp \frac{ba}{2} \cdot \frac{h^2 (h+v)^2 + u^2 w^2}{h^2 [(h+v)^2 + u](h+v)}; k_{25} = \mp \frac{ab}{2} \cdot \frac{u(h^2 + w^2)}{h^2 [(h+v)^2 + u]} + \frac{a^2 uv}{h^2 (h+v)}; \quad (7.16.k,l)$$

$$k_{26} = -\frac{ah^2 (h+v)^2 + u^2 w^2}{h^2 [(h+v)^2 + u](h+v)}; k_{27} = \frac{au(h^2 - w^2)}{[(h+v)^2 + u^2]h^2}; \quad (7.16.m,n)$$

$$k_{28} = -\frac{auw}{h^2 (h+w)}; k_{33} = -\frac{(h+v)^2 + u^2}{h^2 (u+v)}; k_{34} = \pm \frac{buw}{2h^2 (h+w)}; \quad (7.16.o,p,r)$$

$$k_{35} = \mp \frac{b}{2} \cdot \frac{w}{h^2} - a \frac{u^2 + (h+v)^2}{h^2 (h+v)}; k_{36} = \frac{uw}{(h+v)h^2}; \quad (7.16.s,t)$$

$$k_{37} = \frac{w}{h^2}; k_{38} = -\frac{(h+v)^2 + u^2}{h^2 (h+v)}; \quad (7.16.u,v)$$

$$k_{44} = \frac{b^2}{4} \cdot \frac{h^2 (h+v)^2 + u^2 w^2}{h^2 [(h+v)^2 + u](h+v)}; k_{45} = \frac{b^2}{4} \cdot \frac{u(h^2 - w^2)}{[(h+v)^2 + u^2]h^2} \mp \frac{ab}{2} \cdot \frac{w}{h^2}; \quad (7.17.a,b)$$

$$k_{46} = \pm \frac{b}{2} \cdot \frac{h^2 (h+v)^2 + u^2 w^2}{h^2 [(h+v)^2 + u](h+v)}; k_{47} = \mp \frac{b}{2} \cdot \frac{u(h^2 - w^2)}{[(h+v)^2 + u^2]h^2}; \quad (7.17.c,d)$$

$$k_{48} = \mp \frac{b}{2} \cdot \frac{uw}{h^2(h+w)}; k_{45} = \frac{b^2}{4} \cdot \frac{[(h+v)^2 + u^2]}{[(h+v)^2 + u^2]h^2} \pm \frac{abw}{h^2}; \quad (7.17.e,f)$$

$$k_{56} = \mp \frac{b}{2} \cdot \frac{u(h^2 - w^2)}{h^2[(h+v)^2 + u]} - \frac{auw}{h^2(h+v)}; k_{57} = \mp \frac{b}{2} \cdot \frac{uh^2 + (h+v)^2 w^2}{[(h+v)^2 + u^2]h^2(h+v)} - \frac{aw}{h^2}; \quad (7.17.g,h)$$

$$k_{58} = \mp \frac{b}{2} \cdot \frac{w}{h^2} + a \frac{(h+v)^2 + u^2}{h^2(h+v)}; k_{66} = \frac{h^2(h+v)^2 + u^2 w^2}{[(h+v)^2 + u^2]h^2(h+v)}; \quad (7.17.i,j)$$

$$k_{67} = -\frac{u(h^2 - w^2)}{h^2[(h+v)^2 + u]}; k_{68} = -\frac{uv}{h^2(h+v)}; \quad (7.17.k,l)$$

$$k_{77} = \frac{u^2 h^2 (h+v) w^2}{h^2 [(h+v)^2 + u] (h+v)}; k_{78} = -\frac{w}{h^2}; k_{88} = \frac{(h+v)^2 + u^2}{(h+v)h^2}. \quad (7.17.m,n,o)$$

### 7.3.4 Bara dublu articulată

Pentru pilonul cu zăbrele și noduri articulate (Fig. 7.5) matricea neliniară a rigidității se determină ca pentru bara dublu articulată cu trei deplasări nodale  $u, v, w$  în fiecare nod. Bazele tălpilor pot fi considerate ca elemente finite de tip „beam” cu șase grade de libertate în fiecare nod.

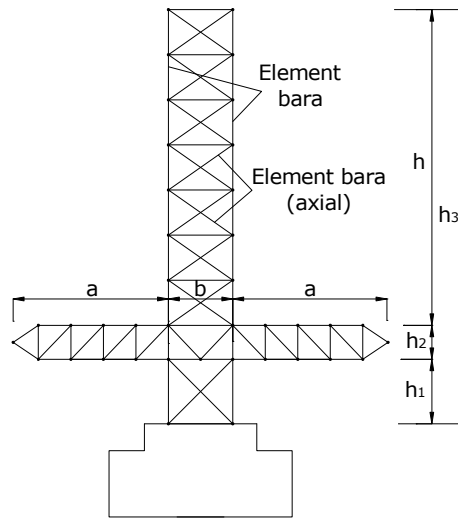


Fig. 7.5. Pilon cu zăbrele

Însumând matricile (7.1) și (7.6), ținând seama de expresiile (7.2) și notațiile (7.3.a,b), (7.4.a,...,j), (7.5.a,b) se obține matricea neliniară a rigidității barei cu șase grade de libertate în fiecare nod.

Matricea de rigiditate neliniară a barei dublu articulate se determină din relația:

$$[\bar{k}_{NL}^{(e)}] = [\bar{k}_L^{(e)}] + [\bar{k}_D^{(e)}] \quad (7.18)$$

în care matricea rigidității din calculul nelinier în sistemul global de referință are elementele din relația (7.19).

$$[\bar{k}_L^{(e)}] = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} [k_0^{(e)}] & -[k_0^{(e)}] \\ -[k_0^{(e)}] & [k_0^{(e)}] \end{bmatrix} \quad (7.19)$$

Matricea  $[\bar{k}_0^{(e)}]$  are elementele:

$$[\bar{k}_0^{(e)}] = \begin{bmatrix} l_{ij}^2 & l_{ij} \cdot m_{ij} & l_{ij} \cdot n_{ij} \\ m_{ij} \cdot l_{ij} & m_{ij}^2 & m_{ij} \cdot n_{ij} \\ n_{ij} \cdot l_{ij} & n_{ij} \cdot m_{ij} & n_{ij}^2 \end{bmatrix} \quad (7.20)$$

unde  $l_{ij}$ ,  $m_{ij}$  și  $n_{ij}$  sunt cosinuzii directori între axa barei  $ij$  și axele de coordonate globale  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ .

Matricea  $[\bar{k}_D^{(e)}]$  este matricea neliniară a rigidității dată de deplasările elementului finit în sistemul global de referință:

$$[\bar{k}_D^{(e)}] = [R^{(e)}]^T \cdot [k_D^{(e)}] \cdot [R^{(e)}] \quad (7.21)$$

în care matricea de rotație a barei are elementele:

$$[k^{(e)}] = \begin{bmatrix} l_{ij} & m_{ij} & n_{ij} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_{ij} & m_{ij} & n_{ij} \end{bmatrix} \quad (7.22)$$

iar matricea  $[k_D^{(e)}]$  în sistemul local de referință  $x, y, z$  pentru bara de structură plană are forma:

$$[k_D^{(e)}] = \frac{F^{(e)}}{l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.22)$$

cu deplasările nodale  $u_i, v_i, \theta_{zi}, u_j, v_j, \theta_{zj}$  și notația :

$$F^{(e)} = \frac{EA}{l} (d_4 - d_1) = \frac{EA}{l} (u_j - u_i) \quad (7.23)$$

## 7.4 Proiectare asistată de calculator

Prezenta lucrare conține o serie de simulări numerice efectuate cu două programe de calcul care folosesc metoda elementului finit. Sunt prezentate modurile de introducere a datelor, asemănări și deosebiri între datele de intrare precum și obținerea rezultatelor în urma analizelor.

În decursul timpului au fost concepute programe de analiză cu element finit pentru a ajuta și a reduce timpul necesar obținerii rezultatelor analizei construcțiilor cu elemente de tip cablu.

**ABAQUS** este unul dintre cele mai cunoscute programe de analiză cu element finit. Cu ajutorul lui sunt simulate foarte multe comportări în diverse

domenii, simulări prin care nu se evidențiază doar răspunsul la anumite acțiuni ci și eforturile care apar în interacțiunea modelată. El permite crearea geometriei cu ajutorul unei multitudini de funcții (extrude, revolve, fillet, chamfer, spline, mirror, partition). Materialele pot fi definite cu proprietăți dintre cele mai diverse: elastice, plastice, termice, acustice, casante, vasco-elastice, poroase, etc. Elementele finite prin care pot fi construite structuri sunt: bară, truss, wire, membrană și solid. Programul iese în evidență prin tipurile de analiză disponibile: statică, răspuns vâscoelastic/vâscoelastic, dinamică, termică, ciclică (oboseală), acustică, termo-mecanică și termo-electrică.

**CivilFEM** este un pre-/post- procesor al programului de analiză cu element finit **ANSYS** și are scopul de a apropia proiectarea structurală a ingineriei civile de uneltele ANSYS. La programul de bază se pot adăuga mai multe module printre care și cel de poduri (traversări). Geometria structurilor poate fi făcută după o anumită rețea sau după multiplele forme parametrizate de care dispune programul. Se pot analiza atât cabluri drepte (hobane) cât și cabluri parabolice. Este disponibilă o analiză pe faze de construcție (Fig. 7.6) dar și mai important, sunt permise înlăturarea anumitor elemente astfel încât se poate simula ieșirea din lucru a acestora. Analiza poate fi liniară sau neliniară în spațiul tridimensional. Pentru domeniul acțiunii seismice a fost prevăzut un modul de proiectare în coördonată cu Eurocod 8 făcând analiza spectrală mai rapidă și mai ușoară. Rezultatele obținute cu acest program sunt dintre cele mai complexe având la bază analiza cu element finit dezvoltată de ANSYS.

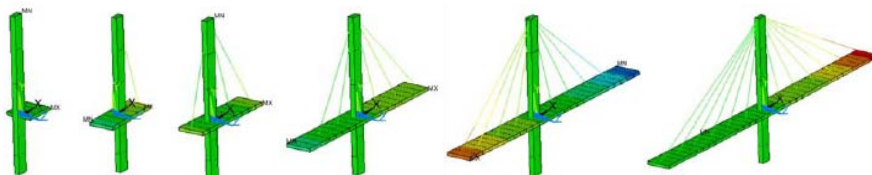


Fig. 7.6. Analiza pe faze de lucrări efectuată de CivilFEM

Programul oferă o bază de date pentru materiale recunoscute în multe coduri internaționale. Materialele pot fi definite neliniar și dependente de timp chiar și pentru analiza pe faze de lucrări. Materialele se mai pot defini în fișiere care se pot salva și folosi în alte documente de analiză. Pentru oțel există material conform cu Eurocod-ul 3 (european), AISC-LRFD (USA), EA-95 (spaniol), standardul britanic 5950-01. Pretensionarea elementelor din oțel se pot configura conform EHE (Spania), standardul britanic 5896, ASTM A 416.

**SCIA ENGINEER** reprezintă partea de calcul în numele Nemetschek. Este un program foarte complex ce oferă posibilitatea introducerii interactive a datelor de intrare dar și vizualizarea tridimensională a structurilor analizate. Elementele finite folosite includ elementele de tip bară, elemente de cablu și elemente planare, plăci plane și curbe. Programul nu folosește elementul finit direct. Elementele structurale sunt introduse iar înainte de analiză este generată rețeaua de elemente care se poate declara de utilizator. Tipurile de analize care pot fi efectuate cu acest program sunt analizele lineare (incluzând unele caracteristici neliniare), analize neliniare geometric, analiza dinamică, seismică și analiza de stabilitate. Programul oferă posibilitatea proiectării și verificării structurilor în conformitate cu norme din mai multe țări, atât pentru oțel cât și pentru beton.

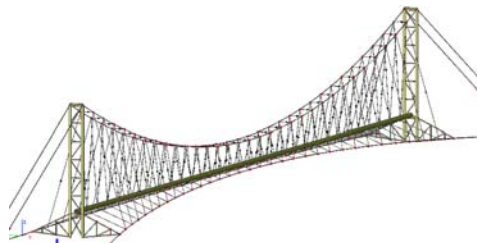


Fig. 7.7. Traversare suspendată modelată în SCIA Engineer

**SAP2000** este un program cu peste 30 de ani vechime în conceperea programelor de calcul cu element finit. Programul are un mediu grafic de lucru tridimensional care se dovedește a fi productiv și practic. Interfața programului permite crearea cu rapiditate a modelelor structurale simple și complexe. Programul are câteva modele parametrizate în acest scop.

De asemenea, sunt integrate norme de proiectare care pot genera acțiuni de tip vânt, val sau seismice ale mai multor țări. Tehnicile avansate de analiză permit calculul deformațiilor mari, analize modale cu vectori proprii sau analize Ritz, analiza cablurilor, analiza neliniarității materialelor, analiza la flambaj, colaps progresiv, analiza dinamică cu amortizori.

Printre analizele definitorii ale acestui program putem găsi: analiza spectrală, densitatea spectrală de putere, analiză cu amortizori, analiza de flambaj, analiza dinamică "time history", analiza P-D, cu deplasări mari și mici, analiza static neliniară de tip „push-over”, analiza pe faze de construcție și analize de pretensionare.

Mai există și opțiunea analizei în timp real "model alive" care oferă rezultatele analizelor în timp real, în funcție de modificările aduse structurii.



Fig. 7.8. Traversare suspendată modelată în SAP2000

**CABLECAD** este un program care folosește metoda elementului finit pentru analiza cablurilor. Cu ajutorul lui se pot modela cabluri, frânghii, conducte flexibile, construcție elicoidală simplă, dublă sau triplă, materiale liniare sau neliniare, fibre sintetice toate putând fi marcate funcție de material și componente. Analiza pe care o poate realiza este cu element finit neliniară (mecanic sau termic), frecarea la încovoiere, amprentarea sârmei, închiderea straturilor la acoperire 100%. Încărcările care pot fi introduse sunt întinderea, rotirea, încovoierea liberă, presiune exterioară globală sau parțială, prindere și acțiunea termică. Rezultatele pe care programul le oferă sunt: efortul axial, rotirea, modificarea diametrului secțiunii, rigiditatea axială și la încovoiere echivalentă, diametrul minim de încovoiere al cablului, presiunea radială între straturi, componentele eforturilor, factorul de siguranță, rezistența de rupere a straturilor, greutatea cablului sau ale straturilor,



schimbarea medie de temperatură, forțele nodale ale tuturor componentelor circulare, grafice ale rezultatelor analizei, grafice tridimensionale

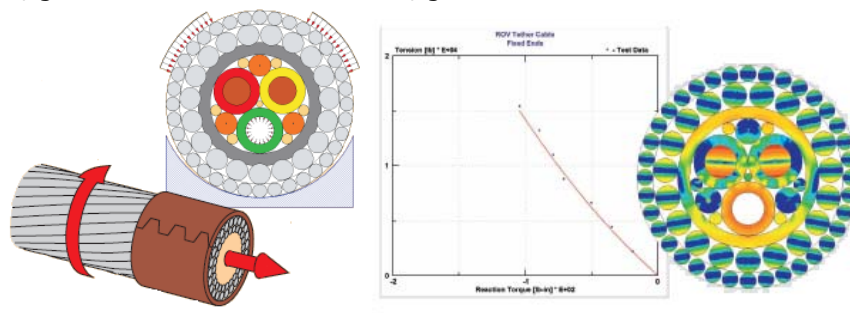


Fig. 7.9. Construcție și analiză efectuată cu CableCAD

**ROBOT STRUCTURAL ANALYSIS** (Autodesk) este un program de calcul ce permite analize structurale avansate în cadrul construcțiilor complexe. Software-ul analizează cu algoritmi neliniari pentru elemente finite și conține norme de proiectare. Mediul de lucru este tridimensional prin acest soft se pot realiza și planșele structurii. Analiza are în procesorul său elemente finite care pot fi definite cu o serie mărită de unelte atât pentru creare cât și pentru modificarea elementelor finite. Capacitatea programului constă în analizele neliniare de care dispune, printre care P-delta, elemente de întindere/compresiune, cabluri, articulații plastice, time history, flambaj, răspunsul spectral, modal. Încărcările și combinațiile acestora pot fi făcute automat sau definite manual.

**BRIGADE** este un program pentru analiza și proiectarea structurilor. Programul oferă o serie de analize statice și dinamice pentru neliniarități având un mediu de lucru ușor de utilizat. Programul are două module: Brigade/Standard care este conceput pentru poduri obișnuite de tip dală cu formă liniară sau curbă, și Brigade/Plus care are componente pentru analiza traversărilor lungi în arc, hobanate sau suspendate. Procesorul acestui software aparține de programul de calcul cu element finit **ABAQUS**.

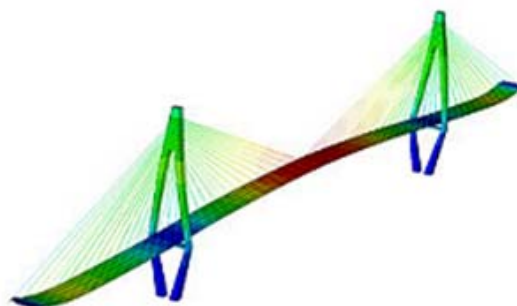


Fig. 7.10. Simulare pod hobanat cu BRIGADE

Programul oferă o serie mărită de analize statice (analiză liniară și neliniară, moduri proprii de vibrație, colaps și flambaj), dinamice (frecvența proprie, time-history modal, time-history definit liniar și neliniar, analiza spectrală) și analiza termică. Pentru vizualizarea rezultatelor sunt disponibile grafice de contur, grafice de deformație, diagrame, diagrame sau grafice suprapuse, valori tabelare și animarea rezultatelor.

**LUSAS** este un produs ce oferă analize structurale cu element finit dar și analize de cantități, și o noutate, cofrarea precisă a elementelor din beton. Pentru traversări există Lusas Bridge care are 3 variante: LT, Standard, Plus. LT face doar analiza static liniară la elemente de tip bară în mediu 3D, compensând însă cu redarea rezultatelor grafic sau tabelar. Versiunea Standard permite în plus analiza dinamică liniară și calculul la oboseală. Elementele care pot fi folosite cu acest program sunt cele de tip bară, membrană, solid. De asemenea, definirea materialelor este superioară față de versiunea LT prin posibilitatea setării materialelor isotropice, ortotropice, anisotropice și dependente de temperatură. Crearea structurii permite operațiile simple (puncte, linii și volume) dar și locuri geometrice curbilini definite prin tangente, intersecții precum și operații Booleene (alipire sau unire, împărțire sau extragere și intersecție).

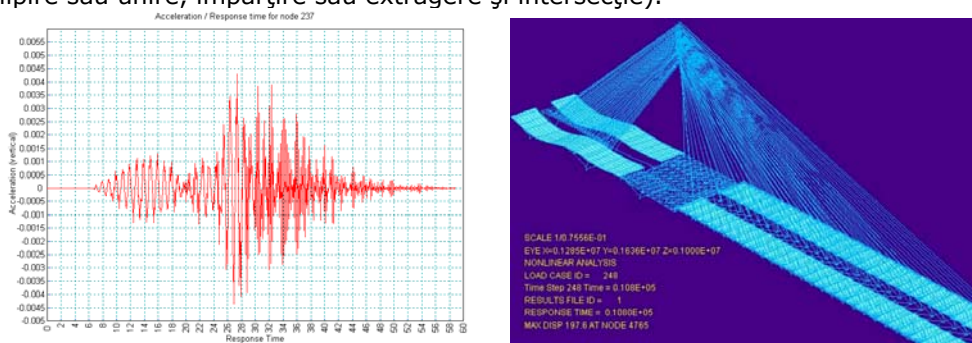


Fig. 7.11. Răspunsul structurii la încărcări variabile în timp (LUSAS)

Încărcările pot fi predefinite conform codurilor naționale precum și combinațiile de încărcări. Programul oferă și mai multe opțiuni pentru elementele din beton armat. Versiunea de vârf este denumită Plus și permite analiza statică și dinamică, liniară și neliniară, analiza termică și calculul la oboseală. Geometric, este posibilă definirea barelor curbe, membrane curbe și volume curbate. Apare și opțiunea de analiză pe faze de construcție.

**VIRTIS/OPIS** este un produs al AASHTOW pentru încărcări specifice podurilor. Dispune de unelte pentru grafică de ultimă generație pentru a pregăti datele de intrare pentru analiză. Virtis asigură o bază de date integrată pentru informații care poate fi mărită și refolosită la un alt moment. Cu datele introduse în acest program se poate utiliza în alte motoare de analiză. Opis este un program care reutilizează datele introduse în VIRTIS fiind un software de analiză structurală și verificare a elementelor. În specificația acestui program este inclusă doar analiza cablurilor structurilor hobanate. Pentru proiectare sunt specificate rezultatele raportului de verificare a elementelor și este oferit un breviar de calcul detaliat al analizei. Sunt disponibile grafice pentru eforturi, deplasări, diagrame înfășurătoare și linii de influență.

**ADAPT – ABI** este un software ușor de folosit în analiza structurilor pe faze de construcție. Programul conține un modul pentru analiza secvențială care include modelarea structurii luând în considerare efectele dependente de timp cum ar fi relaxarea în cazul pretensionării sau curgerea lentă și construcția în cazul betonului. Programul poate analiza traversări hobanate precum în figura 8.4. Programul poate folosi un modul extern (Elongation Module) care calculează elongația fiecărui element la pretensionare și pierderile de tensiune asociate. De

asemenea programul oferă grafice pentru eforturi și deplasări pentru fiecare stadiu al construcției.

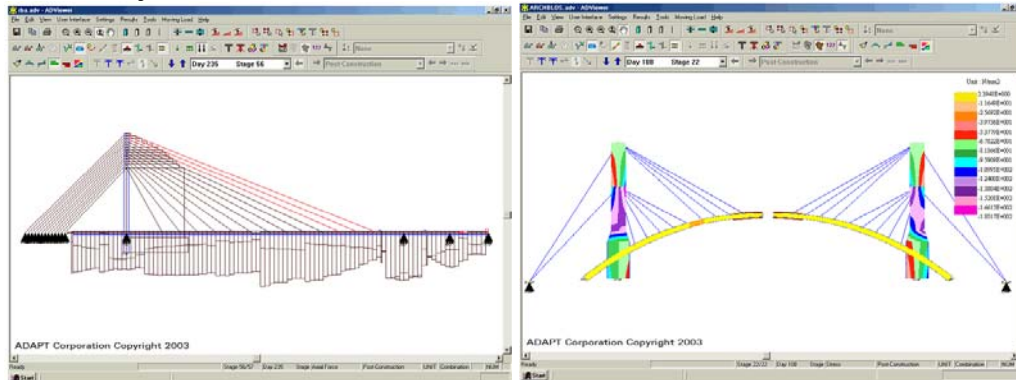


Fig. 7.12. Structuri cu cabluri analizate cu ADAPT-ABI

**BD3** permite modelarea geometrică a structurilor curbe într-un mediu tridimensional. El permite analiza structurilor funcție de timp precum și comportamentul static spațial al structurii. Deși programul folosește elemente de tip tendon, acestea au doar geometrie liniară. Rezultatele se pot obține și grafic atât în sistemul de axe local cât și general. Programul poate face verificările elementelor conform AASHTO-LRFD sau standardului britanic BS5400. Deși predecesorul său BD2 a făcut analiza pe faze de lucrări în plan, BD3 reușește să analizeze o structură complexă în mediul tridimensional.

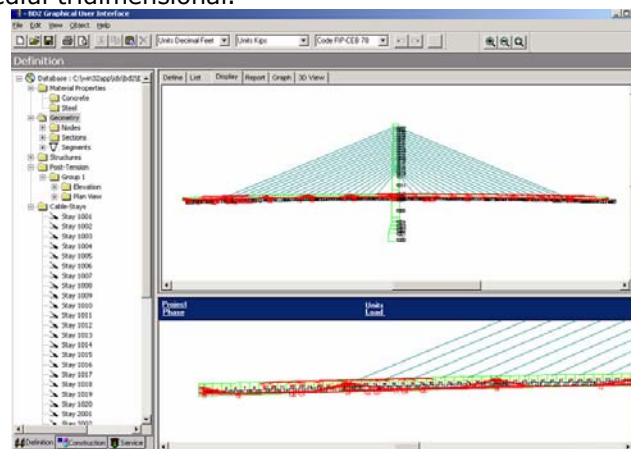


Fig. 7.13. Simulare traversare hobanată cu BD3

**RM BRIDGE** este un program pentru analiză și proiectare structurală fiind orientat către analiza podurilor cu deschideri mari. Programul oferă o gamă largă de opțiuni pentru definirea foarte precisă a secțiunilor transversale construind astfel un model structural dezvoltat în totalitate. Ultima variantă a programului conține o serie lărgită de analize dinamice: analiza spectrală, analiză liniară și neliniară, distribuția forțelor de pretensionare și relaxarea oțelului. Se poate face așa numita analiză 4D adică se observă comportamentul structurii în decursul timpului analizând structura atât liniar cât și neliniar pe faze de construcție.

**MIDAS** este un software foarte dezvoltat pentru calculul structurilor care conține module pentru construcții civile, traversări, geotehnică și mecanică. Traversările suspendate constituie o parte aparte în acest program acesta putând realiza calculul coordonatelor cablului parabolic și tensiunea în cablurile structurii. De asemenea folosind o rezemare elastică și elementele fermelor de cabluri, MIDAS Civil ia în considerare caracteristicile neliniare ale cablurilor. Programul face pentru acest tip de structuri analiza neliniară precum și analiza pe faze de construcție (Fig. 8.6). Forțele de întindere din cablurile portante și tiranți sunt calculate automat în stadiul de construcție completă. Midas Civil poate rezolva analiza neliniară geometrică (analiza deplasărilor mari) iar eforturile și forma deformată la un anumit moment se va regăsi și în etapele de analiză ulterioară.

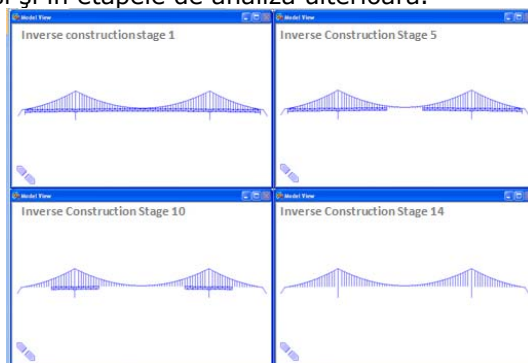


Fig. 7.14. Analiza pe faze de construcție efectuat cu Midas Civil

Tipurile de element finit sunt pe care programul le pune la dispoziție sunt: truss (întindere și compresiune), compresiune, întindere, hook (ține cont de deplasări), amortizor vâsco-elastic, izolator portant cu plumb, izolator pe bază de frecare, element de tip grindă, membrană și solid. Pentru tipurile de analiză, programul pune la dispoziție analiza statică, dinamică (moduri proprii, spectrul de răspuns, time-history), geometric neliniară (forță P-deplasare D, deplasărilor mari), material neliniară (von Mises, Tresca, Mohr-Coulomb & Drucker – Prager, zidărie), flambaj (forța critică, modurile de flambaj, flambaj-răsucire), încărcări mobile, transfer de căldură, faze de construcție (material dependent de timp, condiții de margine și încărcări), pushover, time history (reazeme, plastic) cedarea de reazeme.

**Neco engineers** oferă module pentru traversări însă analizele nu sunt foarte avansate.

**OPTI-MATE** este un program de analize cu o serie de module pentru traversări care însă nu conține explicații pentru elementele de tip cablu.

**SAFI** este o companie care oferă programe de calcul pentru toate tipurile de structuri. SAFI Steel poate fi aplicat pentru verificarea, evaluarea și proiectarea construcțiilor metalice și compozite. Elementele de tip cablu pot fi modelate cu acest program doar prin modificarea elementelor truss aplicând valorile caracteristice cablurilor. Programul poate optimiza secțiunile, verifica elementele și calculează deplasările. Alte programe care aparțin de SAFI Structural Engineering structures sunt: SAFI concrete, SAFI aluminum, SAFI wood, SAFI bridge, SAFI pretension, SAFI highway, SAFI towers, SAFI tubular etc.

## 7.5 Analiza traversării cu două cabluri drepte

### 7.5.1 Configurația structurală

Prima traversare studiată se referă la traversarea cu două cabluri drepte în deschiderea intermediară (Fig. 7.15). Conducta este sprijinită la capătul din stânga (1) pe un reazem articulat iar la capătul din dreapta (6) are un reazem mobil. Pilonii sunt încastrați la partea inferioară și prinși articulat de cabluri la partea superioară. Unghiurile de înclinație ale cablurilor, rezultă automat în funcție de deschiderile conductei și înălțimea pilonilor.

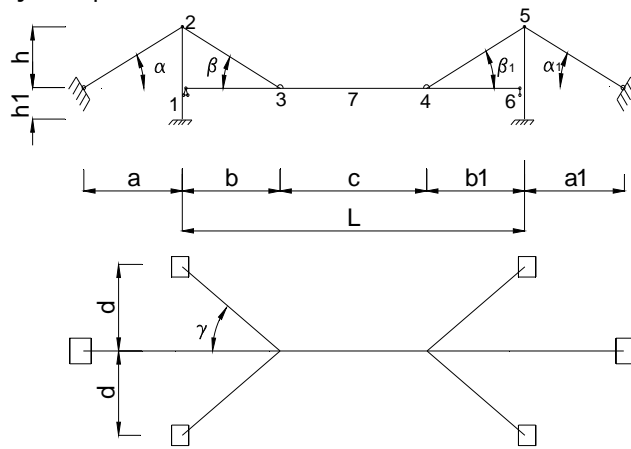


Fig. 7.15. Traversare suspendată analizată

Traversarea are dimensiunile geometrice prezentate în Tabel 7.1 aceste dimensiuni fiind parametrizate în fișierul prezentat în anexa 3.

Tabel 7.1 Dimensiunile traversării cu cabluri drepte

Distanța	Dimensiunea	U.M.
a	21.0	m
a <sub>1</sub>	21.0	m
b	18.5	m
b <sub>1</sub>	18.5	m
c	38.0	m
d	18.5	m
h <sub>1</sub>	2.0	m
h	9.0	m

Proprietățile geometrice ale elementelor structurale (pilon, conductă și cablu) sunt prezentate în Tabel 7.2.

Tabel 7.2 Caracteristicile geometrice ale elementelor structurale

Element	Dimensiune	Aria	Moment de inerție I <sub>y</sub>	Modul de elasticitate
conductă	Ø529/12	194.8cm <sup>2</sup>	65154cm <sup>4</sup>	2.1e5 N/mm <sup>2</sup>
pilon	2IPE300A	93cm <sup>2</sup>	14600cm <sup>4</sup>	2.1e5 N/mm <sup>2</sup>
cablu	Ø48	18cm <sup>2</sup>	0cm <sup>4</sup>	1.6e5 N/mm <sup>2</sup>

Aceste valori se pot modifica în fișierul anexat, astfel încât valorile eforturilor sunt calculate automat la modificarea datelor de intrare.

Încărcările luate în considerare la studiul traversării sunt:

- Încărcarea permanentă	1.86kN/m
- Încărcarea cvasipermanentă	1.84kN/m
- Încărcarea dată de chiciură	0.80kN/m
- Forța de pretensionarea	
Total	4.50kN/m

Presiunea interioară se va lua în considerare cu valoarea  $2\text{N/mm}^2 = 2\text{atm}$

### 7.5.2 Calculul analitic

Calculul analitic a fost efectuat folosind metoda forțelor. Ca necunoscute static nedeterminate au fost alese forțele  $X_1$  și  $X_2$  din cabluri. Necunoscutele  $X_1$  și  $X_2$  se determină din ecuațiile de continuitate care au forma:

$$\begin{aligned} D_1 &= d_{11} \cdot X_1 + d_{12} \cdot X_2 + D_{1P}^0 = -\rho_1 \cdot X_1 \\ D_2 &= d_{21} \cdot X_1 + d_{22} \cdot X_2 + D_{2P}^0 = -\rho_2 \cdot X_2 \end{aligned} \quad (7.33 \text{ a,b})$$

Semnificația deplasărilor din ecuațiile 7.33 este următoarea:

- $d_{11}$ ,  $d_{12}$ ,  $D_{1P}$  - deplasările relative din punctele de aplicație ale lui  $X_1$ , pe direcția lui  $X_1$ , produse de aplicarea pe structura de bază a necunoscutelor  $X_1=1$ ,  $X_2=1$ , respectiv a forțelor exterioare „p”;
- $d_{21}$ ,  $d_{22}$ ,  $D_{2P}$  - deplasările relative din punctele de aplicație ale lui  $X_2$ , pe direcția lui  $X_2$ , produse de aplicarea pe structura de bază a necunoscutelor  $X_1=1$ ,  $X_2=1$ , respectiv a forțelor exterioare „p”;
- $\rho_1$  și  $\rho_2$ , - alungirea tiranților secționaji din forța  $X_1 = 1$ , respectiv  $X_2 = 1$ .

Forțele  $X_1$  și  $X_2$  se descompun în forțe după axa conductei și perpendicular pe axa conductei, rezultând diagramele  $m_i$  (Fig. 7.16 c și f) și  $n_i$  (Fig. 7.16 d și g) pentru conductă.

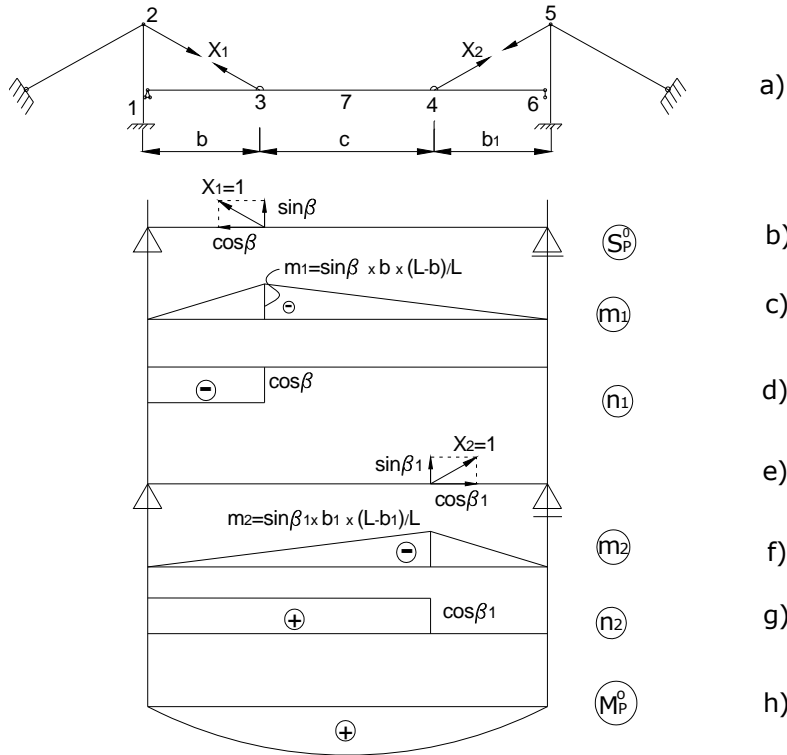


Fig. 7.16. Structura de bază pentru traversare cu două cabluri drepte

Forța exterioară „p” acționează uniform distribuit pe toată deschiderea și produce diagrama de moment încovoietor pe conductă prezentată în Fig. 7.16 h.

Forțele  $X_1=1$  și  $X_2=1$ , produc eforturi în cablurile laterale egale cu:

$$n_{1c} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \quad n_{2c} = \frac{\cos \beta_1}{\cos \alpha_1} \quad (7.34 \text{ a,b})$$



Iar forțele axiale din ploni sunt:

$$n_{1p} = -(\cos \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha + \sin \beta) \quad n_{2p} = -(\cos \beta_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 + \sin \beta_1) \quad (7.35 \text{ a,b})$$

Deplasările  $d_{ij}$  se calculează luând în considerare influența momentului încovoietor  $m_i$  pe conductă, influența forței axiale  $n_i$  pe conductă, pilon și cablurile traversării cu formula Maxwell-Mohr:

$$d_{ij} = \sum \int \frac{m_i^2 dx}{EI_c} + \sum \int \frac{n_i^2 dx}{EA_c} + \sum \int \frac{n_{ip}^2 dx}{EI_p} + \frac{n_{1c} \cdot l_1}{E_{cablu} I_{cablu}} + \frac{1 \cdot l}{E_{cablu} I_{cablu}} \quad (7.35)$$

$$d_{ij} = \sum \int \frac{m_i \cdot m_j \cdot dx}{EI_c} + \sum \int \frac{n_i \cdot n_j \cdot dx}{EA_c} \quad (7.36)$$

Analog se calculează și deplasările produse de forțele exterioare:

$$D_{iP}^0 = \sum \int \frac{m_i \cdot M_P \cdot dx}{EI_C} + \sum \int \frac{n_i \cdot N_P \cdot dx}{EA_C} \quad (7.37)$$

Alungirea tiranților se calculează din forța axială:

$$\rho_1 = \frac{l_1}{E_{cablu} \cdot A_{cablu}} \quad \rho_2 = \frac{l_2}{E_{cablu} \cdot A_{cablu}} \quad (7.38)$$

În anexa 3 se prezintă calculul detaliat al deplasărilor  $d_{ii}$ ,  $d_{ij}$  și  $D_{iP}$ , necesari la rezolvarea sistemelor de ecuații.

Eforturile finale în structura traversării se prezintă aplicând principiul suprapunerii efectelor. Eforturile din conductă se calculează cu relațiile:

$$M_P = M_P^0 + m_1 X_1 + m_2 X_2 \quad (7.39)$$

$$N_P = N_P^0 + n_1 X_1 + n_2 X_2 \quad (7.40)$$

În cablurile înclinate eforturile finale au valorile:

$$N_1 = n_1 X_1 \quad N_2 = n_2 X_2 \quad (7.41 \text{ a,b})$$

Iar în cablurile marginale, eforturile sunt:

$$N_{1c} = n_{1c} X_1 = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} X_1 \quad N_{2c} = n_{2c} X_2 = \frac{\cos \beta_1}{\cos \alpha_1} X_2 \quad (7.42 \text{ a,b})$$

În pilon, din încărcarea exterioară uniform distribuită, apar numai forțe axiale:

$$N_{1P} = n_{1P} X_1 \quad N_{2P} = n_{2P} X_2 \quad (7.43 \text{ a,b})$$

Observație:

Eforturile calculate cu relațiile de mai sus, în elementele structurale ale traversării cu două cabluri drepte, țin seama de deformabilitatea axială a tiranților de susținere, de influența forței axiale pe conductă și pe pilonii de susținere. Starea de echilibru a traversării este în poziția deformată.

### 7.5.2.1 Forța de pretensionare

În vederea stabilirii valorii forței de pretensionare din cabluri s-a analizat starea de eforturi și deplasări din structura traversării cu două cabluri drepte, numai din greutatea permanentă.

Deformata conductei pe reazemele elastice date de cablurile de susținere se calculează din formula Maxwell-Mohr:

$$D_{kV} = \int \frac{m_k \cdot M_P}{E \cdot I_C} dx \quad (7.44)$$

Unde:

- $M_P$  - momentul încovoietor pe conductă pe structura static nedeterminată cu cabluri drepte, din încărcarea permanentă;
- $m_k$  - momentul încovoietor pe conductă static determinată din forța unitară aplicată pe conductă, în secțiunea k, în care se calculează deplasarea verticală;

Deformata conductei din încărcarea permanentă este desenată cu linie punctată în Fig. 7.17. Săgeata la mijlocul deschiderii conductei din încărcarea permanentă, are valoarea 184mm.

Reducerea săgeții de la mijlocul deschiderii traversării se poate realiza prin pretensionarea cablurilor de susținere.



Stabilirea forței de pretensionare a cablurilor a fost aleasă din condiția ca săgeata la mijlocul deschiderii conductei susținute de cablu, să fie nulă.

Influența forței de pretensionare în elementele structurale ale traversării, a fost stabilită prin rezolvarea sistemului de ecuații de compatibilitate (7.33) pentru mai multe valori ale forțelor din cabluri.

Eforturile finale în elementele traversării se obțin prin suprapunerea efectelor din încărcarea permanentă și efortul forței de pretensionare. În conductă se obțin eforturile:

$$M_x = M_{xg} + M_{xpret} \quad (7.45)$$

$$N_x = N_{xg} + N_{xpret} \quad (7.46)$$

Forțele axiale din cablurile interioare

$$N_1^* = N_{1g} + N_{1pret} \quad (7.47)$$

Și din cablurile înclinate marginale

$$N_{1c}^* = N_{1c,g} + N_{1c,pret} \quad N_{2c}^* = N_{2c,g} + N_{2c,pret} \quad (7.48 \text{ a,b})$$

În pilonii traversării cu influența forței de pretensionare:

$$N_{1P}^* = N_{1P,g} + N_{1P,pret} \quad N_{2P}^* = N_{2P,g} + N_{2P,pret} \quad (7.49 \text{ a,b})$$

Săgeata în secțiunea curentă a conductei pe direcția verticală se determină cu relația:

$$D_{kv}^* = \int \frac{m_k \cdot M_x}{E \cdot I_c} dx \quad (7.50)$$

unde:

- $M_x$  – momentul încovoietor pe conducta static nedeterminată din încărcarea permanentă și forța de pretensionare
- $m_k$  – este momentul încovoietor pe conducta static determinată, din forța unitară, aplicată în secțiunea k unde se calculează deplasarea pe direcția verticală

Integrând funcția care determină diagrama pentru aplicarea unei forțe virtuale egale cu unitatea „ $m_{\Delta}(x, y)$ ”, cu diagrama de moment încovoietor finală se determină săgeata în orice punct:

$$D_{kv}^* = \int_0^L \frac{m_{\Delta}(x, y) \cdot M_x}{E \cdot I_{cond}} dx \quad (7.51)$$

Deformata conductei este reprezentată în Fig. 7.17 cu linie plină. Se observă că forța de pretensionare de 4.8kN a redus săgeata la mijlocul deschiderii conductei la valoarea de 0.5mm.

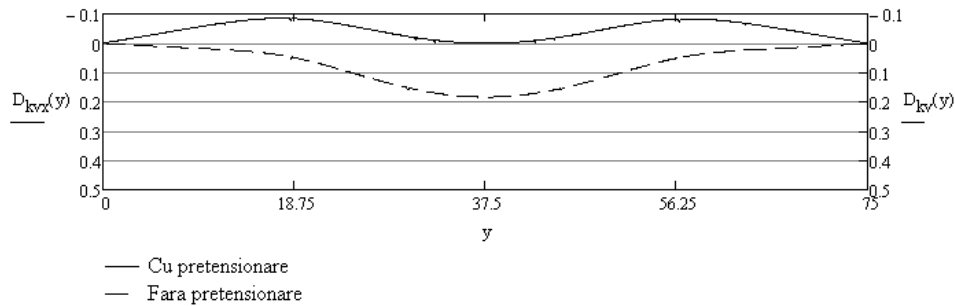


Fig. 7.17. Conducta deformată din greutatea proprie

Pentru ca valoarea săgeții la mijlocul deschiderii să fie nulă s-a ajuns la o valoare totală a forței axiale în cablu de 142kN. Aceasta este forța care trebuie să se regăsească în cablu la montarea traversării.

### 7.5.2.2 Calculul analitic al traversării cu două cabluri drepte

Calculul analitic din încărcarea totală de 4.5kN/m, a fost efectuat conform anexei 3, unde se prezintă un calcul parametrizat pentru o traversare cu două cabluri înclinate. În Tabel 7.3 se prezintă eforturile din elementele structurale ale traversării, fără influența forței de pretensionare.

Tabel 7.3 Eforturi în elemente structurale rezultate din calculul analitic

Solicitare	Cond. 3	Cond. 7	Cond. 4	Tirant 2-3	Tirant 4-5	Ancora	Pilon
$N_x$ [kN]	0.0	307.2	0.0	343.3	341.8	335.8	-282.5
$M_y$ [kNm]	-423.4	+391.9	-417.2	0.0	0.0	0.0	0.0

Efectul pretensionării a fost luat în considerare prin forța introdusă în partea a doua a fișierului anexat, de 4.8kN/m, care a rămas neschimbată de la alegerea forței de pretensionare.

În Tabel 7.4 se prezintă valorile eforturilor în elementele structurale ale traversării din încărcarea totală de 4.5kN/m, ținând seama și de influența forței de pretensionare.

Tabel 7.4 Eforturi în elemente structurale după pretensionare

Solicitare	Cond. 3	Cond. 7	Cond. 4	Tirant 2-3	Tirant 4-5	Ancora	Pilon
$N_x$ [kN]	0.0	+311.6	0.0	+348.1	+346.6	+340.6	-286.4
$M_y$ [kNm]	-462.3	+353.1	-456.1	0.0	0.0	0.0	0.0

Cu aceste valori, săgeata la mijlocul deschiderii traversării ajunge la 276mm iar în punctele de susținere cu tiranți există o contra săgeată de 13mm. Deformata conductei în acest caz este prezentată în Fig. 7.18.

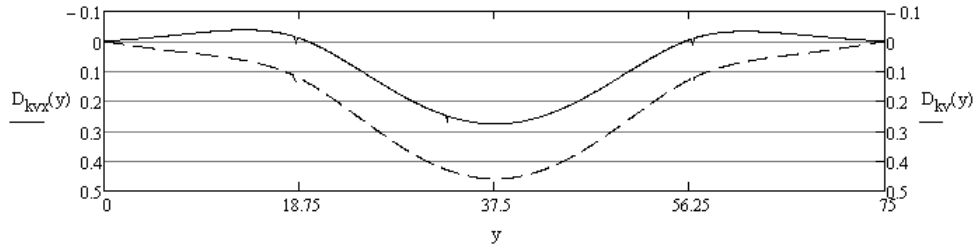


Fig. 7.18. Conducta deformată din încărcarea totală

### 7.5.3 Calculul numeric (SAP2000)

Rezultatele calculului analitic au fost comparate cu calcul numeric folosind programul SAP2000. Geometria elementelor de tip cablu poate fi introdusă cu ajutorul unui modul de care dispune programul și care permite alegerea între elemente liniare sau elemente curbe.

În prima fază, pentru traversarea cu cabluri drepte a fost aleasă geometria liniară a cablului, fără luarea în considerare a greutateii proprii a cablurilor. Greutatea proprie a cablurilor determină geometria parabolică a acestora. Se obține o geometrie liniară a cablurilor luând în considerare o valoare mică sau 0 a greutateii proprii.

Luarea în considerare a greutateii proprii a cablului se poate face prin modificarea coeficientului de masă, disponibil la definirea secțiunii cablului. Dacă materialul definit pentru cabluri are densitatea egală cu cea a oțelului obișnuit ( $7850\text{kg/m}^3$ ) greutatea lor va trebui afectată cu un coeficient 0.6, pentru ca valoarea greutateii proprii să corespundă cu cea reală. La această valoare a greutateii proprii, săgeata maximă a cablului este 31mm.

Diferențele dintre analiza în care nu se ia geometria reală a cablului și cea care ține cont de forma cablului au fost observate prin analiza neliniară a traversării. Rezultatele obținute au arătat o creștere a efortului axial din cablul 2-3, cu o valoare care diferă la a treia cifră semnificativă rezultând o eroare de 0,6% față de valoarea efortului axial din cablul 2-3, obținută printr-o analiză neliniară care nu ia în considerare geometria cablului.

Se poate spune că în cazul de față geometria cablului influențează foarte puțin valorile eforturilor din elementele structurale.

Din calculul numeric cu SAP2000 din greutatea permanentă a structurii se obține deformata conductei prezentată în Fig. 7.19.

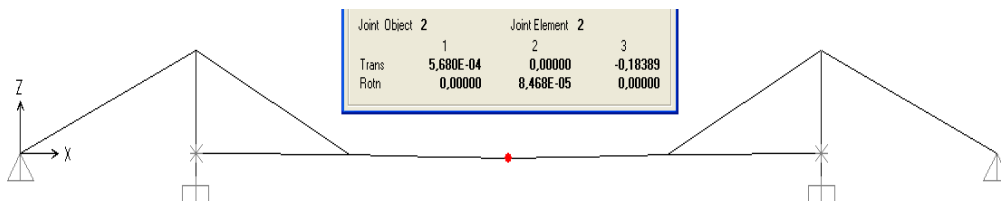


Fig. 7.19. Deformata structurii din greutate permanentă (SAP2000)

Pentru îndeplinirea criteriului ales la punctul 7.5.2, (săgeata la mijlocul deschiderii să fie 0), s-a declarat o ipoteză de încărcare în care cablurile sunt

încărcate cu o forță de întindere în ele, egală cu valoarea găsită la calculul analitic,  $N=142\text{kN}$ . Acest caz de încărcare presupune găsirea eforturilor în elementele structurale atunci când eforturile în cabluri sunt declarate de utilizator. Această modalitate de introducere a eforturilor se numește „Target force” (forța țintă). Această ipoteză de încărcare presupune o analiză static neliniară care pleacă de la starea de deformație obținută în cazul ipotezei care ia în considerare greutatea permanentă. Se obține astfel deformată din Fig. 7.20 care are deplasarea la mijlocul deschiderii egală cu 0.

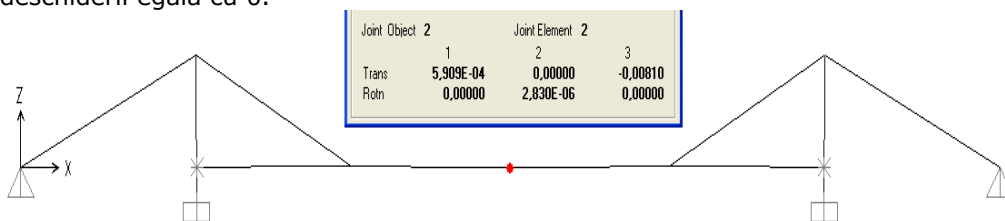


Fig. 7.20. Deformată structura din greutate permanentă cu pretensionarea cablurilor (SAP2000)

O modalitate de obținere a eforturilor este prin crearea unei ipoteze de încărcare unde se regăsește valoarea totală a încărcării ( $4,5\text{kN/m}$ ). Rezultatele obținute cu analiza neliniară la aplicarea încărcării totale, fără a ține seama de eforturi inițiale și cu influența pretensionării, sunt prezentate în Tabel 7.5.

Tabel 7.5 Eforturi în elem. structurale (SAP2000)

Solicitare	Cond. 3	Cond. 7	Cond. 4	Tirant 2-3	Tirant 4-5	Ancora	Pilon
$N_x$ [kN]	0.0	+310.9	0.0	+343.1	+341.6	+333.6	-281.5
$M_y$ [kNm]	-423.0	+392.2	-416.9	0.0	0.0	0.0	0.0
$N_{x,pret}$ [kN]	0.0	+311.7	0.0	+347.5	+346.6	+340.7	-286.2
$M_{y,pret}$ [kNm]	-459.4	+354.6	-455.7	0.0	0.0	0.0	0.0

Influența forței de pretensionare poate fi evidențiată prin crearea unei ipoteze de încărcare, unde se regăsește diferența dintre încărcarea totală și greutatea proprie a structurii ( $2,7\text{kN/m}$ ), și analiza neliniară a acesteia care să continue de la starea de deformație obținută prin analiza neliniară pentru „target force” prezentat anterior ( $142\text{kN}$ ). Din valorile eforturilor din elementele structurale obținute pe această cale se poate observa o creștere cu 9% a momentului încovoietor negativ pe rezemele elastice reprezentate de cabluri și scăderea cu 9% a momentului încovoietor maxim din câmp, în timp ce eforturile axiale din cablu au o variație mai mică (1,3%).

#### 7.5.4 Calculul numeric (SCIA Engineer)

SCIA Engineer reprezintă modulul de calcul al binecunoscutului Nemetschek care oferă o gamă largă de programe destinate ingineriei civile și calculului structural. Programul de calcul pentru structuri, SCIA Engineer permite accesarea

funcționalităților cum sunt: calculul dinamic, pretensionare, neliniaritate, stabilitate, încărcări climatice și mobile.

Structura a fost creată având aceleași proprietăți cu cele prezentate la punctul 7.5.1. Elementele întinse au fost modificate prin selectarea opțiunii de element solicitat axial, geometria lor fiind liniară. Neliniaritatea elementelor de tip cablu a fost introdusă prin atribuirea opțiunii „neliniaritate bară – cablu”. S-a obținut astfel, structura deformată din încărcarea cu greutatea proprie ( $p=1.8\text{kN/m}$ ), având săgeata la mijlocul deschiderii ( $183.9\text{mm}$ ) foarte apropiată de valoarea obținută din calculul analitic Fig. 7.21.

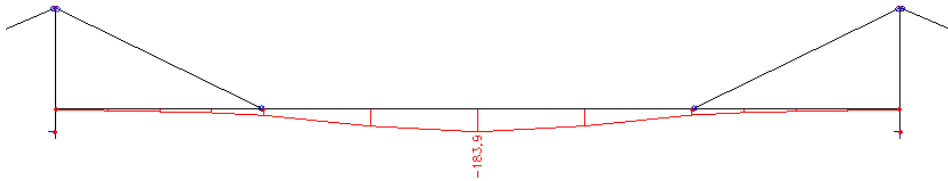


Fig. 7.21. Deformată structura din greutate permanentă (SCIA Engineer)

Respectarea criteriului, pentru a determina forța de pretensionare, săgeata la mijlocul deschiderii să fie zero, a fost îndeplinit prin atribuirea la opțiunea de neliniaritate a cablului „Cablul”, o „forță normală” egală cu  $370\text{kN}$ . Această opțiune consideră tensiunea din cablu, uniformă pe toată lungimea lui.

Configurarea analizei se poate face de la butonul „Editare analiză”. La „neliniaritatea geometrică de ordinul II” a fost selectată metoda Newton-Raphson. La secțiunea „Efort inițial” a fost selectată opțiunea „Efort inițial ca început”. Fără a avea această opțiune selectată programul nu va lua în considerare efortul introdus la „Neliniaritatea cablului”.

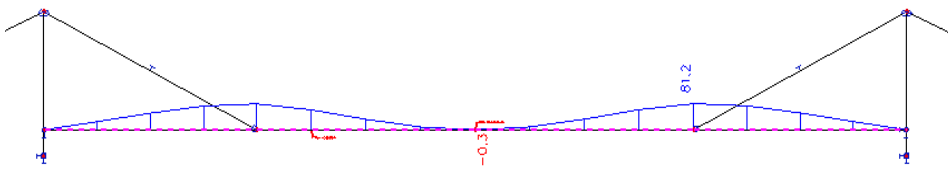


Fig. 7.22. Deformată structura cu pretensionarea cablurilor

Plecând de la această valoare a „Forței normale”, s-a mai adăugat ipoteza de încărcare necesară ( $g=2.7\text{kN/m}$ ) pentru a ajunge la valoarea totală a încărcării ( $4.5\text{kN/m}$ ). S-a introdus o nouă „combinație neliniară” în care s-au adăugat cele două ipoteze create. În Tabel 7.6 se prezintă valorile eforturilor obținute în elementele structurale fără efectul pretensionării și cu efectul pretensionării:

Tabel 7.6 Eforturi în elem. structurale analiza neliniară (SCIA Engineer)

Solicitare	Cond. 3	Cond. 7	Cond. 4	Tirant 2-3	Tirant 4-5	Ancora	Pilon
$N_x$ [kN]	0.0	+307.2	0.0	+343.2	+341.6	+333.6	-281.5
$M_y$ [kNm]	-423.4	+391.9	-417.2	0.0	0.0	0.0	0.0
$N_{x,pret}$ [kN]	0.0	+311.4	0.0	+347.9	+346.3	+340.6	-286.3
$M_{z,pret}$ [kNm]	-461.4	+354.3	-455.1	0.0	0.0	0.0	0.0

Din compararea rezultatelor obținute prin calcul numeric neliniar cu SCIA Engineer, se observă că momentele încovoietoare în punctele de rezemare pe cabluri, 3 și 4, au crescut, în cazul pretensionării cu 8.1% respectiv 8.3% față de analiza fără pretensionare. Valoarea momentului încovoietor din câmp, punctul 7, a scăzut de la 383.6kNm la 348.5kNm, rezultând o diferență de 9.1%. În ceea ce privește forța axială din elemente, se poate observa că există o creștere a valorii acesteia în toate elementele, pentru analiza cu luarea în considerare a pretensionării. Diferența, față de situația fără pretensionare, este maximă pentru cablul de ancoraj, unde se observă o creștere față de situația fără pretensionare, de 2.1%.

### 7.5.5 Compararea rezultatelor analitice cu rezultatele numerice în cazul traversărilor cu două cabluri drepte

Configurația structurală pentru traversarea unei conducte cu două cabluri drepte a fost analizată cu metoda analitică și cu două programe de calcul cu element finit. Pentru fiecare analiză au fost obținute valorile eforturilor din elementele structurale și deplasările, înainte și după aplicarea unei forțe suplimentare. Forța de pretensionare din cabluri reprezintă valoarea adunată a forței rezultate din aplicarea greutateii permanente și forța necesară eliminării săgeții inițiale la mijlocul deschiderii.

În cazul conductei eroarea a fost obținută prin compararea valorilor momentelor încovoietoare iar pentru cabluri și pilon au fost comparate eforturile axiale. Precizia rezultatelor se face prin compararea valorilor obținute numeric cu valorile eforturilor obținute prin calcul analitic.

În Fig. 7.23 sunt prezentate erorile pentru calculul numeric efectuat cu SAP2000 printr-o analiză neliniară pentru situația fără, respectiv cu pretensionarea cablurilor. Se poate observa că valoarea maximă a erorii este de 1,4% pentru efortul axial din pilon pentru calculul fără pretensionare. În cazul analizei cu influența pretensionării, valorile obținute prin calcul numeric sunt mai apropiate de rezultatele obținute prin calcul analitic la toate elementele structurale ale traversării.

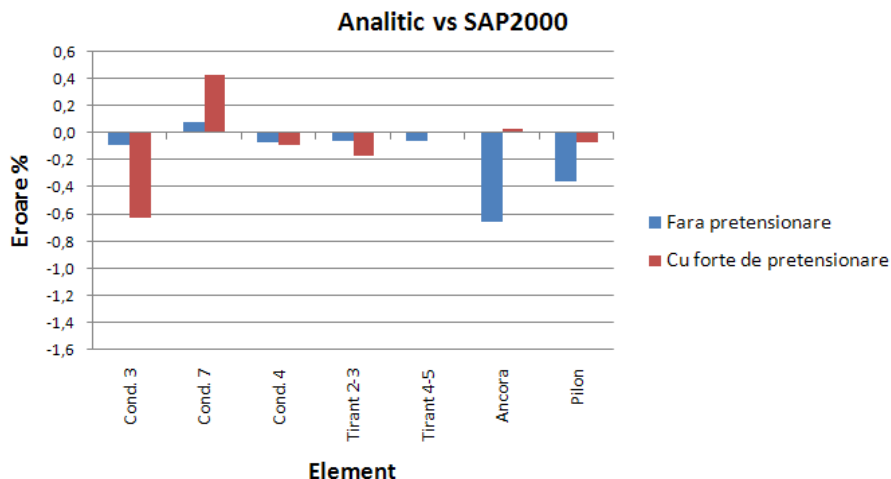


Fig. 7.23. Erori între valorile obținute analitic și numeric (SAP2000)

În Tabel 7.7 sunt prezentate erorile rezultate din comparare eforturilor din elementele structurale obținute prin calcul numeric, față de eforturile obținute în calculul analitic luând în considerare încărcarea totală aplicată pe structură și forța de pretensionare aplicată ulterior.

Tabel 7.7 Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SAP2000) față de calculul analitic

Solicitare	Cond. 3	Cond. 7	Cond. 4	Tirant 2-3	Tirant 4-5	Ancora	Pilon
Fără pretensionare [%]	-0.09	+0.07	-0.07	-0.06	-0.06	-0.66	-1.38
Cu pretensionare [%]	-0.63	+0.42	-0.09	-0.17	0.0	0.03	-0.07

Al doilea program de calcul cu element finit folosit este SCIA Engineer. Pretensionarea a fost introdusă prin „ Forța normală” în elementele de cablu. Diferențe față de rezultatele obținute analitic, sunt prezentate în Fig. 7.24 unde se poate observa ca diferențe maxime apar la forța axială din pilon. Valorile pentru forțele axiale din cabluri sunt apropiate de valorile obținute din SAP2000. Diferențele procentuale pentru forța axială din pilon este 1.38% pentru cazul în care nu este luată în considerare forța de pretensionare și 0.03% pentru cazul în care se ține seama de forța de pretensionare.

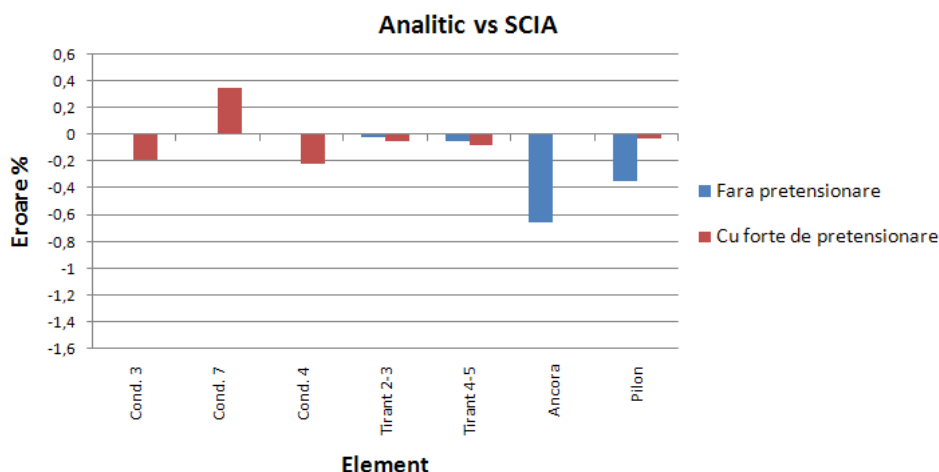


Fig. 7.24. Erori între valorile obținute analitic și numeric (SCIA Engineer)

Valorile pentru diferențele procentuale față de calculul analitic sunt prezentate în Tabel 7.8, având aceeași încărcare totală și aplicând forța de pretensionare în cabluri

Tabel 7.8 Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SCIA) față de calculul analitic

Solicitare	Cond. 3	Cond. 7	Cond. 4	Tirant 2-3	Tirant 4-5	Ancora	Pilon
Fără pretensionare [%]	0.00	0.00	0.00	-0.03	+0.263	-0.06	-1.38
Cu pretensionare [%]	-0.19	+0.034	-0.22	-0.06	-0.09	0.00	-0.03

A fost făcută comparația între rezultatele celor două programe de calcul. Diferențele dintre rezultatele obținute sunt prezentate în graficul din Fig. 7.25. Se observă că diferența maximă există între valoarea momentului încovoietor din conductă în punctul de susținere al conductei de tiranți.

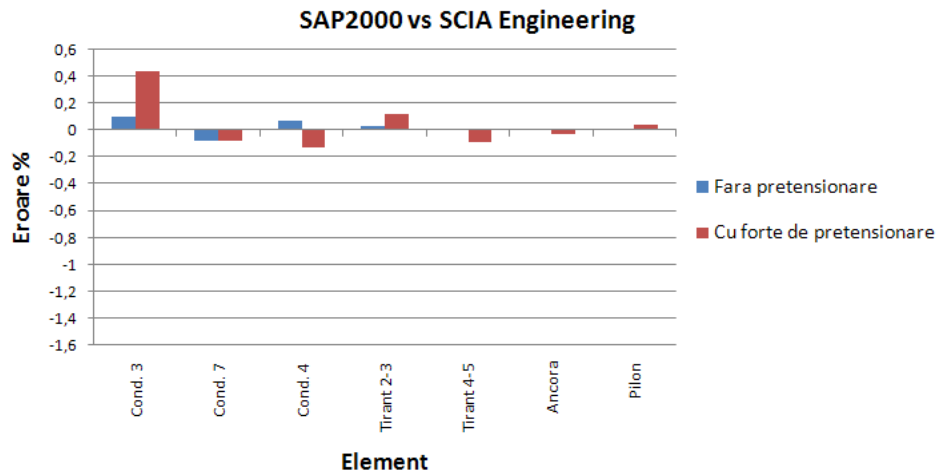


Fig. 7.25. Erori între valorile obținute din calcul numeric (SAP2000 vs SCIA Engineer)

Valorile pentru diferențele procentuale față de calculul analitic sunt prezentate în Tabel 7.8, având aceeași încărcare totală și aplicând forța de pretensionare în cabluri

Tabel 7.9 Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SAP2000 vs SCIA)

Solicitare	Cond. 3	Cond. 7	Cond. 4	Tirant 2-3	Tirant 4-5	Ancora	Pilon
Fără pretensionare [%]	0,09	-0,08	0,07	0,03	0,00	0,00	0,00
Cu pretensionare [%]	0,43	-0,08	-0,13	0,11	-0,09	-0,03	0,03

Se poate observa că, pentru încărcările prezentate mai sus, rezultatele obținute cu programele de calcul cu element finit se încadrează în limita de eroare a calculului ingineresc de 3%. Deoarece calculul analitic de ordinul 2 presupune o muncă laborioasă următoarele calcule vor fi efectuate prin rezolvarea numerică. În acest mod se pot analiza cu precizie și încărcările laterale care acționează pe structură facilitând observarea comportării spațiale a structurii.

### 7.5.6 Încărcări și combinații de încărcări

Pe durata de viață a unei traversări de conducte pot interveni încărcări multiple. Fiind o structură zveltă, încărcarea vulnerabilă a traversărilor este încărcarea din vânt. Ipotezele de încărcare luate în considerare sunt prezentate în Tabel 7. 10. Combinațiile acestor încărcări se grupează în două categorii: starea limită ultimă și starea limită de exploatare.

Pentru starea limită ultimă trebuie să fie satisfăcută condiția:

$$E_d \leq R_d \quad (7.52)$$



unde:

$E_d$  - valoarea de calcul a efectului acțiunilor

$R_d$  - reprezintă valoarea de calcul a rezistenței corespunzătoare

Tabel 7. 10 Ipoteze de încărcare pentru traversări de conducte

<b>Ipoteza de încărcare</b>		<b>Valoare</b>	<b>Obs.</b>
Greutatea proprie a elementelor	GP		atribuită de program
Încărcarea permanentă	P	274N/m	IPE200 (monorai) termoizolație
Încărcarea cvasipermanentă	CP	1850N/m	umplere
Încărcarea din vânt	V		conf anexa 1
Încărcarea din zăpadă/chiciură	Z	800kg/m <sup>3</sup>	conf anexa 4
Încărcarea din temperatura pozitivă	T+	+70 <sup>0</sup>	cabluri conductă (t <sub>ref</sub> = 10 <sup>0</sup> )
		+40 <sup>0</sup>	
Încărcarea din temperatura negativă	T-	-42 <sup>0</sup>	-32 <sup>0</sup> (t <sub>ref</sub> =10 <sup>0</sup> )
Încărcarea seismică	S		Spectru de răspuns

Gruparea acțiunilor poate fi făcută pentru situații de proiectare permanente:

$$\sum \gamma_G \cdot G + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i>1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \quad (7.53)$$

sau pentru situații de proiectare seismice:

$$\sum G + P + A_{Ed} + \sum_{i>1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \quad (7.54)$$

Starea limită de exploatare ia în considerare grupările de acțiuni astfel încât să fie verificată condiția:

$$E_d \leq C_d \quad (7.55)$$

unde:

$E_d$  - valoarea de calcul a efectelor acțiunii specificate în criteriul de exploatare

$C_d$  - valoarea de calcul limită a criteriului de exploatare considerat

Gruparea acțiunilor este împărțită sub trei categorii:

a) Gruparea caracteristică

$$\sum G + P + Q_{k,1} + \sum_{i>1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \quad (7.56)$$

b) Gruparea frecvență

$$\sum G + P + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i>1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \quad (7.57)$$

c) Gruparea cvasipermanentă

$$\sum G + P + \sum_{i>1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \quad (7.58)$$

Coeficienții  $\psi$  au fost luați din SR-EN 1990/A1, tabelul A.2.2 Valori recomandate pentru pasarele.

Acțiuni	Simbol	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Încărcări din trafic	gr1	0,40	0,40	0
	$Q_{fwb}$	0	0	0
	gr2	0	0	0
Forța vântului	$F_{Wk}$	0,3	0,2	0
Acțiuni termice	$T_k$	0,6 <sup>1)</sup>	0,6	0,5
Încărcări date de zăpadă	$Q_{Sn,k}$ (pe durata execuției)	0,8	-	0
Încărcări pe durata execuției	$Q_c$	1,0	-	1,0

1) Valoarea  $\psi_0$  recomandată pentru acțiunile termice poate fi redusă în majoritatea cazurilor la 0 pentru stările limită ultime EQU, STR și GEO. A se vedea de asemenea eurocodurile de proiectare.

Tabel 7. 11 Combinații de încărcări pentru traversări de conducte

Combi-nația	GP	P	CP	V	Z	T-	T+	S
<b>ULS</b>								
CU01	1.35	1.35						
CU02	1.35	1.35	1.35					
CU03	1.35	1.35		1.5				
CU04	1.35	1.35	1.35	0.9				
CU05	1.35	1.35	0.95	1.5				
CU06	1.35	1.35	1.35	0.9			0.9	
CU07	1.35	1.35	0.95	1.5			0.9	
CU08	1.35	1.35	0.95	0.9			1.5	
CU09	1.35	1.35		0.9			1.5	
CU10	1.35	1.35		1.5			0.9	
CU11	1.35	1.35	1.35				0.9	
CU12	1.35	1.35	0.95				1.5	
CU13	1.0	1.0	1.0					1.0
CU14	1.0	1.0	1.0				0.5	1.0
CU15	1.35	1.35	1.35	0.9		0.9		
CU16	1.35	1.35	0.95	1.5		0.9		
CU17	1.35	1.35	0.95	0.9		1.5		
CU18	1.35	1.35		0.9		1.5		
CU19	1.35	1.35		1.5		0.9		
CU20	1.35	1.35	1.35			0.9		
CU21	1.35	1.35	0.95			1.5		
CU22	1.35	1.35	1.35	0.9	1.20	0.9		
CU23	1.35	1.35	0.95	1.5	1.20	0.9		
CU24	1.35	1.35	0.95	0.9	1.20	1.5		
CU25	1.35	1.35	0.95	0.9	1.5	0.9		
CU26	1.35	1.35		0.9	1.20	1.5		
CU27	1.35	1.35		1.5	1.20	0.9		
CU28	1.35	1.35	1.35		1.20	0.9		
CU29	1.35	1.35	0.95		1.20	1.5		
CU30	1.0	1.0	1.0			0.5		1.0
CU31	1.0	1.0			1.0	0.5		1.0
	GP	P	CP	V	Z	T-	T+	S
<b>SLS</b>								

CS01	1.0	1.0						
CS02	1.0	1.0	1.0					
CS03	1.0	1.0		1.0				
CS04	1.0	1.0	1.0	0.6				
CS05	1.0	1.0	0.7	1.0				
CS06	1.0	1.0	1.0	0.6			0.6	
CS07	1.0	1.0	0.7	1.0			0.6	
CS08	1.0	1.0	0.7	0.6			1.0	
CS09	1.0	1.0		0.6			1.0	
CS10	1.0	1.0		1.0			0.6	
CS11	1.0	1.0	1.0				0.6	
CS12	1.0	1.0	1.05				1.5	
CS13	1.0	1.0	1.0					1.0
CS14	1.0	1.0	1.0				0.9	1.0
CS15	1.0	1.0	1.0	0.6		0.6		
CS16	1.0	1.0	0.7	1.0		0.6		
CS17	1.0	1.0	0.7	0.6		1.0		
CS18	1.0	1.0		0.6		1.0		
CS19	1.0	1.0		1.0		0.6		
CS20	1.0	1.0	1.0			0.6		
CS21	1.0	1.0	0.7			1.0		
CS22	1.0	1.0	1.0	0.6	0.7	0.6		
CS23	1.0	1.0	0.7	1.0	0.7	0.6		
CS24	1.0	1.0	0.7	0.9	0.7	1.0		
CS25	1.0	1.0		0.9	1.0	0.6		
CS26	1.0	1.0		1.5	0.7	0.6		
CS27	1.0	1.0	1.0		0.7	0.6		
CS28	1.0	1.0	0.7		0.7	1.0		
CS29	1.0	1.0			0.7			1.0
CS30	1.0	1.0			0.7			1.0

### 7.5.7 Analiza comportării traversării cu două cabluri drepte

Analiza spațială a traversării implică și efectul cablurilor pentru preluarea încărcării din vânt.

Forța de pretensionare se alege, în așa fel încât efortul din cablul „relaxat” de acțiunea vântului, să rămână de întindere. În calculul plan, se obține din vânt, efortul minim de pretensionare de 15kN. La această valoare a pretensionării a cablurilor laterale, săgeata conductei la mijlocul deschiderii este nulă. Săgeata cablurilor laterale pentru această forță de pretensionare este de 32cm, care este o valoare, relativ mare. Pentru micșorarea acestei săgeți au fost analizate mai multe valori ale forței de pretensionare pe cablul independent. În Fig. 7.26 se prezintă variația săgeții maxime la mijlocul cablului lateral din greutatea proprie în funcție de forța de pretensionare. Calculul detaliat pentru analiza cablului se prezintă în anexa 5. În urma acestui studiu a rezultat că pentru o forță de 50kN se obține o săgeată de 9.5cm la o deschidere a cablului de 26.16m. Dacă se analizează combinația în care se ia în considerare variația de temperatură pozitivă și acțiunea vântului, săgeata cablului lateral rezultă de 52cm. Această valoare este considerată prea

mare și se alege ca forță de pretensionare o forță de 100kN în cablurile laterale. Pentru forța de pretensionare de 100kN din combinația permanentă, vânt temperatură (CU10) rezultă o săgeată a cablului lateral de 32cm.

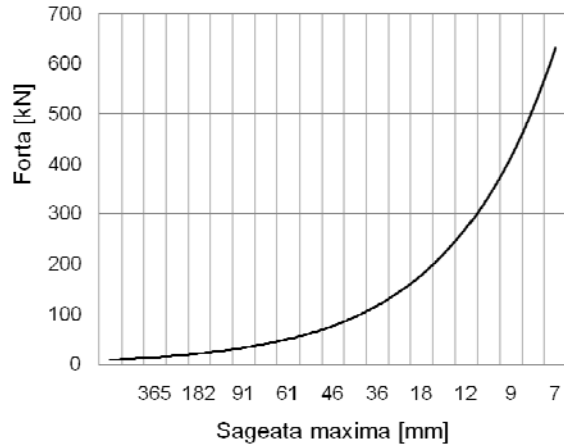


Fig. 7.26. Variația săgeții maxime în funcție de forța aplicată

Forța axială în deschiderea centrală a conductei din combinațiile prezentate la punctul 7.5.6 obținute din analiza neliniară plană, se prezintă pe primul rând în Tabel 7. 12. Pe rândul al doilea din Tabel 7. 12 se prezintă forța axială în deschiderea centrală a conductei din aceleași combinații luând în considerare influența forței axiale din pretensionarea cablurilor laterale.

Tabel 7. 12 Forța axială în conductă pentru analiza planară și spațială

Combinatia	CU01	CU02	CU11	CU12	CU20	CU21	CU28	CU29
$N_p$ [kN] (plan)	173.1	343.9	330.2	271.9	347.1	298.6	414.0	366.0
$N_s$ [kN] (spatial) P=50	269.6	428.7	354.2	290.9	565.2	630.6	631.8	693.3
$N_s$ [kN] (spatial) P=100	364.9	518.3	358.2	292,6	679.9	747.8	743.5	809.9
$N_{s50kN}/N_p$ [%]	55.7	24.7	7.0	7.0	62.8	111.2	52.6	89.4
$N_{s100kN}/N_p$ [%]	110.8	50.7	8.5	7.6	95.9	150.4	79.6	121.3

Din Tabel 7. 12 se observă că forța axială din deschiderea centrală când se ține seama de efectul pretensionării, crește cu 111% față de forța axială rezultată din analiza în plan pentru combinația CU21 care cuprinde încărcarea permanentă și efectul temperaturii negative. Creșterea minimă a forței axiale din deschiderea centrală, cu influența efectului pretensionării este de 7% față de forța axială din calculul plan în combinațiile CU11 și CU12. Pentru restul combinațiilor de încărcări, influența forței de pretensionare se poate observa pe linia a treia din Tabel 7. 12.

Efectul maxim al forței de pretensionare asupra tensiunii axiale din conductă în deschiderea centrală este:

$$\Delta\sigma_N = \frac{N_s - N_p}{A} = \frac{(630.6 - 298.6) \cdot 10^3}{19480} = 17 \frac{N}{mm^2}$$

Se observă că influența forței de pretensionare conduce la un spor al tensiunii axiale din conductă de 8.1% din rezistența de calcul a oțelului OL37.

În mod analog din Tabel 7. 12 se observă că forța axială din deschiderea centrală când se ține seama de efectul pretensionării, crește cu 150.4% față de forța axială rezultată din analiza în plan pentru combinația CU21 care cuprinde încărcarea permanentă și efectul temperaturii negative. Creșterea minimă a forței axiale din deschiderea centrală, cu influența efectului pretensionării este de 7.6% față de forța axială din calculul plan în combinația CU12. Pentru restul combinațiilor de încărcări, influența forței de pretensionare se poate observa pe ultima linie a Tabel 7. 12.

Efectul maxim al forței de pretensionare asupra tensiunii axiale din conductă în deschiderea centrală, pentru o pretensionarea a cablurilor laterale de 100kN, este:

$$\Delta\sigma_N = \frac{N_s - N_p}{A} = \frac{(747.8 - 298.6) \cdot 10^3}{19480} = 23 \frac{N}{mm^2}$$

Se observă că influența forței de pretensionare conduce la un spor al tensiunii axiale din conductă de 10.9% din rezistența de calcul a oțelului OL37.

Tot pentru stabilirea unei forțe minime în cablul lateral a fost făcută o analiză modală a cablului pentru stabilirea perioadei proprii de vibrație. Programul SAP2000 face analiza modală a traversării pornind de la datele de intrare și definirea cablurilor. În modulul pentru stabilirea geometriei cablurilor există posibilitatea definirii unei forțe existente în cablu. Pentru analiza eforturilor, se pleacă de la o forță de pretensionare rezultată din reducerea săgeții la mijlocul deschiderii, analiza modală redând perioadele proprii pentru aceste forțe. Pentru determinarea perioadelor proprii în funcție de nivelul de solicitare al cablurilor într-o anumită combinație de încărcări, în modulul de definire a geometriei cablurilor trebuie introduse eforturile rezultate din combinația de încărcări respectivă.

Vântul lateral poate produce oscilații ale cablului în plan vertical. Perioada acestor oscilații este frecvent calculată cu relația:

$$T_c = \frac{D}{0.2 \cdot v} \quad (7.59)$$

unde:  $T_c$  – perioada oscilațiilor produse de vânt;  
 $D$  – diametrul cablului;  
 $v$  – viteza vântului.

Cablul cu un diametru de 48mm poate avea perioada de vibrație cuprinsă între 0.01s și 0.24s pentru un interval al vitezei vântului cuprins între 30m/s și 1m/s.

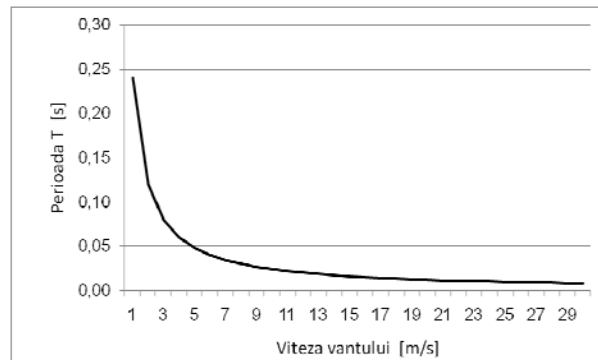


Fig. 7.27. Variația perioadei oscilațiilor verticale în funcție de viteza vântului

Perioadele proprii ale cablurilor au fost obținute din SAP2000, prin analizarea structurii deformate în diferite moduri de vibrație pentru valori ale forțelor rezultate din combinațiile încărcărilor.

Tabel 7. 13 Perioada proprie de vibrație în analiza modală

Combi-na-ția	Pe-ri-oa-da					
CU01	-	-	-	-	-	-
CU02	-	-	-	-	-	-
CU03	-	-	-	-	-	-
CU04	-	-	-	-	-	-
CU05	-	-	-	-	-	-
CU06	2.21	1.03	0.682	0.470	-	-
CU07	2.23	1.03	0.693	0.293	0.187	0.152
CU08	2.20	-	0.560	-	-	-
CU09	4.60	1.40	1.040	0.560	0.265	0.156
CU10	2.31	1.04	0.680	0.290	0.187	0.150
CU11	2.20	-	0.675	0.285	-	0.084
CU12	4.15	1.37	0.560	0.260	-	0.080
CU13	-	-	-	-	-	-
CU14	2.26	-	0.670	0.285	-	0.083
CU15	-	-	-	-	-	-
CU16	-	-	-	-	-	-
CU17	-	-	-	-	-	-
CU18	-	-	-	-	-	-
CU19	-	-	-	-	-	-
CU20	-	-	-	-	-	-
CU21	-	-	-	-	-	-
CU22	-	-	-	-	-	-
CU23	-	-	-	-	-	-
CU24	-	-	-	-	-	-
CU25	-	-	-	-	-	-
CU26	-	-	-	-	-	-
CU27	-	-	-	-	-	-
CU28	-	-	-	-	-	-
CU29	-	-	-	-	-	-
CU30	-	-	-	-	-	-
CU31	-	-	-	-	-	-

În Tabel 7. 13 se prezintă perioadele de vibrație rezultate din analiza modală efectuată, luând în considerare eforturile obținute din combinațiile analizate. Valorile din tabel reprezintă doar perioadele proprii în care s-au observat oscilații ale cablurilor, în tabel nefiind menționate perioadele proprii ale conductei sau a pilonilor.

Se observă că perioadele care implică mișcarea cablurilor, sunt evidențiate de program în combinațiile CU06 - CU14. Aceste combinații au în comun acțiunea termică. Aceasta determină detensionarea cablurilor care încep să aibă un mod predominant de vibrație.

Dacă primele 5 combinații de încărcări, CU06-C10 includ acțiunea vântului corespunzătoare unei viteze de referință de 30m/s putem spune că perioadele de vibrație ale cablului nu se vor suprapune cu perioada de oscilație prezentată în Fig.

7.27. Combinațiile CU11, CU12 și CU14 nu conțin încărcarea din vânt iar perioadele proprii de vibrație a cablurilor nu coincid cu perioadele prezentate în Fig. 7.27, cu excepția ultimelor perioade de la combinațiile CU12 și CU14. Această valoare se suprapune peste perioada unei oscilații produsă de o viteză a vântului egală cu 3m/s. Efectul unei astfel de suprapuneri trebuie determinat printr-o analiză dinamică.

### 7.5.8 Verificarea stărilor limită

**Starea limită ultimă** consideră satisfacerea relațiilor care țin seama de eforturile capabile ale elementelor structurale.

Eforturile maxime în cabluri se prezintă în Tabel 7. 14. Pentru cablurile din categoria B verificarea trebuie să urmărească următorii pași:

- Calculul gradului de umplere:  $f = \frac{A}{A_U}$  (7.60)

A= suma ariilor secțiunilor transversale a tuturor sârmelor  
 $A_U$ =aria circumferinței cablului

- Calculul coeficientului sarcinii minime de rupere:  $K = \frac{\pi}{4} \cdot f \cdot k$  (7.61)

k= coeficient de atenuare a rezistenței prin înfășurare.

- Alegerea clasei de rezistență a cablului:  $R_r$  (1770, 1960)

- Calculul sarcinii minime de rupere:  $F_{min} = \frac{K \cdot d^2 \cdot R_r}{1000} [kN]$  (7.62)

- Calculul valorii caracteristice a rezistenței la rupere:

$$F_{uk} = F_{min} \cdot k_e \quad (7.63)$$

- Determinarea valorii caracteristice a rezistenței nominale:  $F_k$  (conf.10138-1)

- Se alege coeficientul parțial de siguranță:  $\gamma_R$  (0.9 sau 1.0)

- Se alege valoarea de calcul a rezistenței la întindere:

$$F_{Rd} = \min \left\{ \frac{F_{uk}}{1.5 \cdot \gamma_R}; \frac{F_k}{\gamma_R} \right\} \quad (7.64)$$

- Se verifică relația:

$$\frac{F_{Ed}}{F_{Rd}} \leq 1 \quad (7.65)$$

Forța de rupere a unui cablu cu diametrul de 48mm este 1078kN, rezultând un coeficient de siguranță pentru cablurile de ancoraj și tiranți de aproximativ 2.28 și un coeficient de 3.1 pentru cablurile laterale. Acești coeficienți sunt mai mari decât coeficientul de 2 acceptat pentru cablurile traversării.

Valorile momentelor încovoietoare maxime, din conductă, la mijlocul deschiderii sunt prezentate în Tabel 7. 15. Cu aceste valori, tensiunea maximă la mijlocul deschiderii conductei este mai mică decât rezistența de calcul conform verificării conductei la întindere cu încovoiere excentrică.

Tabel 7. 14 Eforturi maxime în cabluri

Elem.	Poziție	Combi-nația	N <sub>x</sub> [kN]
31	Tirant	CU22_1,35PERM+1,35CP+0,9V+1,2Z+0,9T-	459,3
31	Tirant	CU28_1,35PERM+1,35CP+1,2Z+0,9T-	458,6
31	Tirant	CU25_1,35PERM+0,95CP+0,9V+1,5Z+0,9T-	422,0
31	Tirant	CU24_1,35PERM+0,95CP+0,9V+1,2Z+1,5T-	408,0
31	Tirant	CU29_1,35PERM+0,95CP+1,2Z+1,5T-	407,3
31	Tirant	CU23_1,35PERM+0,95CP+1,5V+1,2Z+0,9T-	403,3
31	Tirant	CU30_1,0PERM+1,0CP+1,0Z+1,0S+1,0T-	399,5
1	Lateral	CU18_1,35PERM+0,9V+1,5T-	350,9
1	Lateral	CU26_1,35PERM+0,9V+1,2Z+1,5T-	350,4

Tabel 7. 15 Eforturi în conductă

Elem	Combi-nația	N <sub>x</sub> [kN]	T <sub>y</sub> [kN]	M <sub>z</sub> [kNm]	M <sub>y</sub> [kNm]
41	CU25_1,35PERM+0,95CP+0,9V+1,5Z+0,9T-	714,8	-0,1	15,6	412,0
41	CU06_1,35PERM+1,35CP+0,9V+0,9T+	360,8	-1,5	17,1	411,9
41	CU11_1,35PERM+1,35CP+0,9T+	358,2	-1,5	0	411,9
41	CU23_1,35PERM+0,95CP+1,5V+1,2Z+0,9T-	698,8	-0,1	30,0	399,8
41	CU30_1,0PERM+1,0CP+1,0Z+1,0S+1,0T-	708,1	-0,1	0	392,4
41	CU29_1,35PERM+0,95CP+1,2Z+1,5T-	809,8	-0,2	0	392,0
41	CU24_1,35PERM+0,95CP+0,9V+1,2Z+1,5T-	809,8	-0,2	17,6	392,0
41	CU04_1,35PERM+1,35CP+0,9V	518,3	-0,0	17,6	391,1

Conform **10108/0-78**, relația de verificare pentru elemente supuse la forță axială de întindere și încovoiere este:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y \cdot \cos(\varphi)}{W_y} + \frac{M_z \cdot \sin(\varphi)}{W_z} \quad (7.66)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = 0^\circ \Rightarrow \sigma_x = 203.9 \frac{N}{mm^2} \\ \varphi = 45^\circ \Rightarrow \sigma_x = 159.4 \frac{N}{mm^2} \\ \varphi = 90^\circ \Rightarrow \sigma_x = 43.0 \frac{N}{mm^2} \\ \varphi = 135^\circ \Rightarrow \sigma_x = -77.11 \frac{N}{mm^2} \\ \varphi = 180^\circ \Rightarrow \sigma_x = -130.57 \frac{N}{mm^2} \end{array} \right.$$

Distribuția eforturilor unitare în conductă este prezentată în Fig. 7.28.



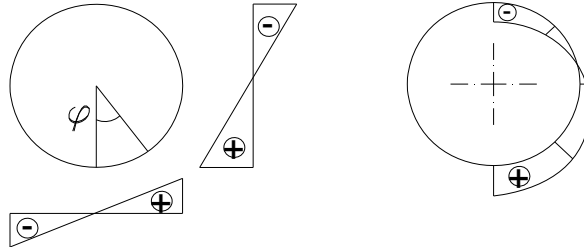


Fig. 7.28. Distribuția eforturilor unitare în conductă

Presiunea interioară dă naștere tensiunilor radiale  $\sigma_y$ :

$$\sigma_y = p \cdot \frac{r_i}{t} = 2 \frac{N}{\text{mm}^2} \frac{258.5 \text{ mm}}{12 \text{ mm}} = 42 \frac{N}{\text{mm}^2} \quad (7.67)$$

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y} = 186.5 \frac{N}{\text{mm}^2} \leq 210 \frac{N}{\text{mm}^2} \quad (7.68)$$

Conform **SR-EN 1993-1-1/2006** verificarea se face în funcție de clasa secțiunii transversale care se determină din raportul:

$$\frac{d}{t} = \frac{529}{12} = 44 \leq 50 \Rightarrow \text{clasa 1} \quad (7.69)$$

Relația de verificare este:

$$\left[ \frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right]^\alpha + \left[ \frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right]^\beta \leq 1 \quad (7.70)$$

unde:

$M_{y,Ed}$  – valoarea de calcul a momentului încovoietor în raport cu axa y-y;

$M_{z,Ed}$  – valoarea de calcul a momentului încovoietor în raport cu axa z-z;

$M_{N,y,Rd}$  – momentul rezistent plastic redus de calcul, ținând cont de prezența forței axiale (nu este precizat pentru secțiunile circulare cu goluri);

$\alpha, \beta$  – constante care pot fi supraunitare.

În locul momentului rezistent plastic s-a folosit valoarea de calcul a rezistenței secțiunii transversale la încovoiere,  $M_{c,Rd}$ , suprapunându-se efectul forței axiale.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1 \quad (7.71)$$

$$N_{Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = 4580 \text{ kN} \quad (7.72)$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = 753 \text{ kNm} \quad (\text{clasa 1}) \quad (7.73)$$

$$\frac{714.8 \text{ kN}}{4580 \text{ kN}} + \frac{412 \text{ kNm}}{753 \text{ kNm}} = 0.703 < 1 \quad (7.74)$$

Verificarea conductei la forță tăietoare se efectuează cu formula:

$$\tau = \frac{V_{Sd} \cdot S}{2 \cdot I \cdot t} < \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad (7.75)$$

unde:

- $V_{Sd}$  – valoarea de calcul a forței tăietoare (are valoarea maximă, 60kN, pe reazem);
- $S$  – momentul static;
- $I$  – momentul de inerție;
- $t$  – grosimea peretelui conductei.

Momentul static pentru o secțiune semicirculară se calculează cu relația (7.76), iar distanța până la centrul de greutate al secțiunii semicirculare se poate determina din mecanică, „centre de greutate”.

$$S = \frac{A}{2} \cdot e = \frac{19490 \text{ mm}^2}{2} \cdot 164.6 \text{ mm} = 1.6 \cdot 10^6 \text{ mm}^3 \quad (7.76)$$

$$\tau = \frac{60 \text{ kN} \cdot 1.6 \cdot 10^6 \text{ mm}^3}{2 \cdot 6.51 \cdot 10^8 \text{ mm}^4 \cdot 12} = 6.14 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \frac{235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{\sqrt{3}} = 135.6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (7.77)$$

Conductele se verifică și conform **SR EN 1993-4-3** cu relația:

$$\sigma_{e,Ed} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau_{xy}^2} \leq f_{y,d} \quad (7.78)$$

Semnificația axelor  $x$  și  $y$  reprezintă direcția longitudinală respectiv tangențială a conductei.

$$\sigma_y = p \cdot \frac{r_i}{t} = 2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \frac{258.5 \text{ mm}}{12 \text{ mm}} = 42 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (7.79)$$

La mijlocul deschiderii, unde se face verificarea, forța tăietoare este nulă.

$$\sigma_{e,Ed} = \sqrt{203.9^2 + 42^2 - 203.9 \cdot 42 + 3 \cdot 0} = 186.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq 210 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (7.80)$$

O verificare cu ajutorul programelor care folosesc metoda elementului finit poate fi făcută pentru cazul încărcării din vânt care acționează pe conductă. A fost aplicată încărcarea din vânt conform distribuției din Fig. 7.29. Conform acestei distribuții, în conductă poate să apară moment încovoietor față de axa longitudinală. Această verificare a fost făcută cu ajutorul programului Abaqus, în care a fost introdusă jumătate de conductă cu o lățime de 1cm iar condițiile de margine au fost alese simetrice față de axa orizontală, pentru împărțirea inelului în semicerc, și simetrice față de axa verticală pe ambele fețe circulare ale secțiunii.

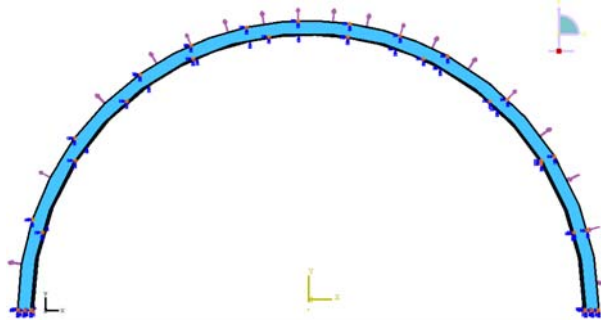


Fig. 7.29. Distribuția încărcării din vânt pe jumătate din conductă

În peretele conductei se obțin eforturile von Mises egale cu  $39.6\text{N/mm}^2$  pe fața interioară a conductei iar pe fața exterioară efortul unitar este egal cu  $36.8\text{N/mm}^2$  (Fig. 7.30).

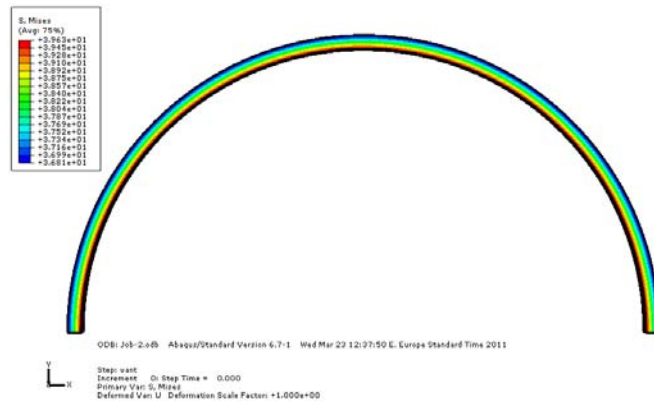
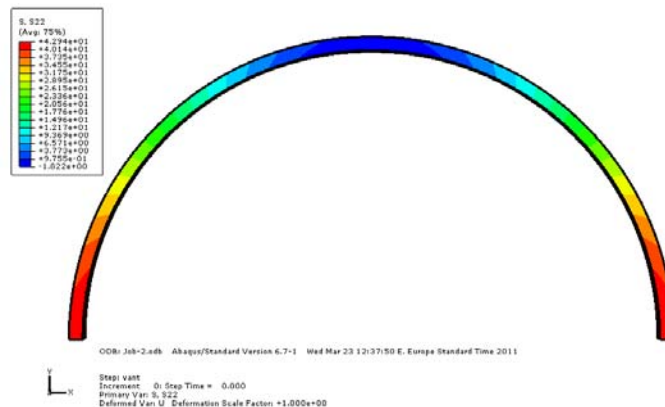


Fig. 7.30. Eforturile von Mises în peretele conductei

Pe direcția verticală (Fig. 7.31), efortul maxim este de  $42.9\text{N/mm}^2$  (reazeme) iar efortul minim este  $0\text{N/mm}^2$  (cheia arcului). Valoarea maximă este foarte apropiată de valoarea obținută la verificarea conductei la moment încovoietor ( $\varphi=90^\circ$ ).

Fig. 7.31. Eforturile unitare  $\sigma_{22}$

Această încărcare deformează conducta nesimetric (Fig. 7.32). Forma nedeformată este prezentată cu culoare neagră iar forma finală este reprezentată color. Diametrul maxim devine 531mm iar diametrul minim este egal cu 528mm. Ovalizarea se calculează conform SR EN 1993-4-3:

$$a = \frac{D_{max} - D_{min}}{4} = \frac{531 - 528}{4} = 0.75mm \quad (7.81)$$

Ovalizarea maximă este:  $a_{max} = x \cdot D_e = 0.05 \cdot 529 = 26.5mm$

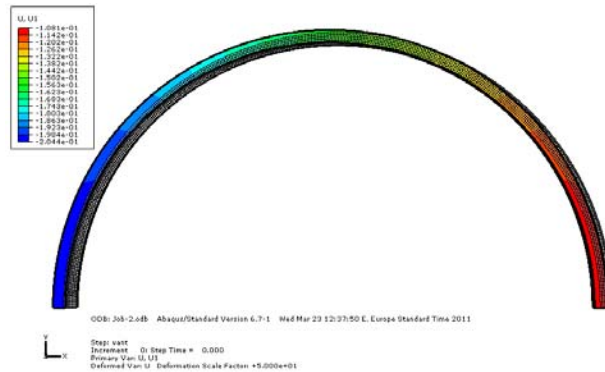


Fig. 7.32. Deformata conductei pentru încărcarea din vânt

Verificarea stabilității locale a conductei din încovoiere conform [3] se bazează pe voalarea conductei cu semiunde scurte în direcția longitudinală:

$$\sigma_{1,cr}^i = 0.24 \frac{E \cdot t}{r} = 2326.1 \frac{N}{mm^2} \quad (7.82)$$

Verificarea pilonilor se face la compresiune cu încovoiere dreaptă. Valorile eforturilor din pilon se prezintă în Tabel 7. 16. Cu aceste valori tensiunea efectivă în pilon nu depășește rezistența de calcul.

$$\sigma_{ef} = \frac{N_x}{\varphi \cdot A} + \frac{c_y \cdot M_y}{\varphi_g \cdot \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_E}\right) W_y} = \frac{3914 \cdot 10^3 N}{0.875 \cdot 9350 mm^2} + \frac{0.97 \cdot 3.0 \cdot 10^6 N \cdot mm}{0.928 \cdot \left(1 - \frac{418}{539}\right) \cdot 962240 mm^3} = 5146 \frac{N}{mm^2} \quad (7.83)$$

Tabel 7. 16 Eforturi în pilonul

Elem	Combi-nația	Nx [kN]	Tx [kN]	My [kNm]
36	CU22_1,35PERM+1,35CP+0,9V+1,2Z+0,9T-	-391,4	-0,3	-3,0
36	CU28_1,35PERM+1,35CP+1,2Z+0,9T-	-391,4	-0,3	-3,0
36	CU25_1,35PERM+0,95CP+0,9V+1,5Z+0,9T-	-353,4	-0,5	0,0
36	CU24_1,35PERM+0,95CP+0,9V+1,2Z+1,5T-	-349,4	-1,1	-10,1
36	CU29_1,35PERM+0,95CP+1,2Z+1,5T-	-345,2	-1,1	-5,1
36	CU23_1,35PERM+0,95CP+1,5V+1,2Z+0,9T-	-341,9	-0,7	-2,9

**Starea limită de exploatare** presupune verificarea deplasărilor și deformațiilor structurii.

În Tabel 7. 17 se prezintă valorile deplasărilor după axele X, Y, Z ale nodului de la mijlocul deschiderii conductei din combinațiile de încărcări considerate

Tabel 7. 17 Deplasarea nodului de la mijlocul deschiderii traversării

Nod	Combi-nația	UX	UY	UZ
		mm	mm	mm
45	CS06_1,0PERM+1,0CP+0,6V+0,6T+	10	18	-326
45	CS11_1,0PERM+1,0CP+0,6T+	10	0	-326
45	CS08_1,0PERM+0,7CP+0,6V+1,0T+	16	27	-319
45	CS12_1,0PERM+0,7CP+1,0T+	16	0	-319
45	CS22_1,0PERM+1,0CP+0,6V+0,8Z+0,6T-	2	12	-284

Forma deformată a traversării prezintă o deplasare a nodului central de maxim 326mm într-o combinație care implică efectele acțiunii vântului și creșterii de temperatură. Această valoare se încadrează în deplasarea maxim admisă  $L/200=375\text{mm}$ .

Un alt criteriu pentru verificarea la starea limită de exploatare este săgeata la capătul superior al pilonului, limitată la  $L/300=36\text{mm}$ . În Tabel 7. 18 se poate observa că deplasarea maximă este de 26mm și este mai mică decât săgeata admisă de 36mm.

Tabel 7. 18 Deplasarea capătului superior al pilonului

Nod	Combi-nația	UX	UZ
		mm	mm
33	CS18_1,0PERM+0,6V+1,0T-	-26	-1
33	CS26_1,0PERM+0,6V+0,8Z+1,0T-	-21	-1
33	CS19_1,0PERM+1,0V+0,6T-	-21	-1
33	CS21_1,0PERM+0,7CP+1,0T-	-17	-1
33	CS17_1,0PERM+0,7CP+0,6V+1,0T-	-17	-1
33	CS27_1,0PERM+1,0V+0,8Z+0,6T-	-17	-1

### 7.5.9 Consumul de material

Cu dimensiunile caracteristice ale traversării și a proprietăților geometrice menționate la 7.5.1, rezultă următoarele cantități de oțel, prezentate în Tabel 7. 19.

Tabel 7. 19 Consumul de oțel pentru traversarea cu două cabluri drepte

Secțiunea	Tip elem.	Buc.	$L_{\text{tot}}$	$G_{\text{tot}}$
			m	kg
$\phi 48$	Cablu	8	191,5	1632,1
$\phi 529/12$	Bară	1	75,0	10948,7
2I30	Bară	4	22,0	1543,2
			Total	14124,0

Totalul cantității de oțel este 14124kg (12491.9/1632,1) și rezultă un consum pe metru liniar de 188kg/m pentru o deschidere de 75m.

## 7.6 Analiza traversărilor cu patru cabluri drepte

### 7.6.1 Configurația structurală

Configurația structurală a traversării cu patru cabluri este prezentată în Fig. 7.33. Traversarea are dimensiunile geometrice prezentate în Tabel 7.20.

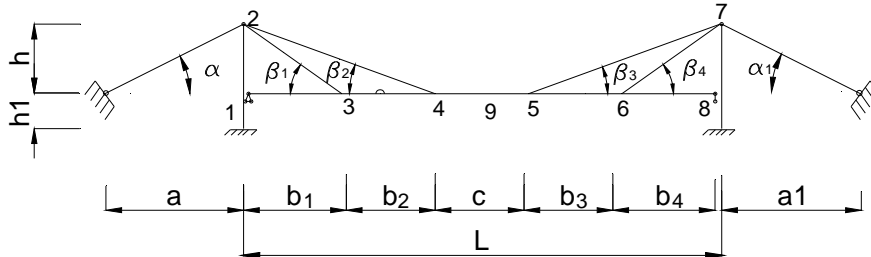


Fig. 7.33. Traversare suspendată cu două cabluri drepte

Caracteristicile geometrice ale elementelor structurale rămân aceleași, diferențe fiind doar la cablurile tirant care au acum diametrul nominal de 32mm.

Tabel 7.20 Dimensiunile traversării cu patru cabluri drepte

Distanța	Dimensiunea	U.M.
a	21.0	m
a <sub>1</sub>	21.0	m
b <sub>1</sub>	15.0	m
b <sub>2</sub>	15.0	m
b <sub>3</sub>	15.0	m
b <sub>4</sub>	15.0	m
c	15.0	m
h <sub>1</sub>	2.0	m
h	9.0	m

Conducta este sprijinită la capătul din stânga (1) pe un reazem articulat iar la capătul din dreapta (8) are un reazem mobil. Pilonii sunt încastrați la partea inferioară și prinși articulat de cabluri la partea superioară. Unghiurile de înclinare ale cablurilor, rezultă automat în funcție de deschiderile conductei și înălțimea pilonilor.

### 7.6.2 Calculul analitic pentru o traversare cu patru cabluri drepte

Calculul analitic pentru traversarea cu patru cabluri drepte a fost efectuat cu metoda forțelor. Structura static determinată se obține alegând ca necunoscute forțele  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  și  $X_4$  în cabluri. Necunoscutele  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  și  $X_4$  se descompun în

forțe de-a lungul axei și perpendicular pe axa conductei, rezultând diagramele  $m_i$  pentru conductă și  $n_i$  pentru conductă, cabluri tirant, cabluri de ancorare și pilon.

Sistemul de ecuații de compatibilitate din metoda forțelor are forma:

$$\begin{aligned} D_1 &= d_{11} \cdot X_1 + d_{12} \cdot X_2 + d_{13} \cdot X_3 + d_{14} \cdot X_4 + D_{1P}^0 = -\rho_1 \cdot X_1 \\ D_2 &= d_{21} \cdot X_1 + d_{22} \cdot X_2 + d_{23} \cdot X_3 + d_{24} \cdot X_4 + D_{2P}^0 = -\rho_2 \cdot X_2 \\ D_3 &= d_{31} \cdot X_1 + d_{32} \cdot X_2 + d_{33} \cdot X_3 + d_{34} \cdot X_4 + D_{3P}^0 = -\rho_3 \cdot X_3 \\ D_4 &= d_{41} \cdot X_1 + d_{42} \cdot X_2 + d_{43} \cdot X_3 + d_{44} \cdot X_4 + D_{4P}^0 = -\rho_4 \cdot X_4 \end{aligned} \quad (7.84 \text{ a,b,c,d})$$

Unde:

- $d_{ii}$  – deplasarea relativă din punctul de aplicație al necunoscutei  $X_1$ , pe direcția necunoscutei  $X_i$ , produsă de aplicarea pe structura de bază  $S^0$  a forței  $X_i=1$ ;
- $d_{ij}$  – deplasarea relativă din punctul de aplicație al necunoscutei  $X_1$ , pe direcția necunoscutei  $X_i$ , produsă de aplicarea pe structura de bază a necunoscutelor  $X_j=1$ ;
- $D_{iP}^0$  – deplasarea relativă din punctul de aplicație al necunoscutei  $X_1$ , pe direcția necunoscutei  $X_i$ , produsă de aplicarea pe structura de bază a forței exterioare;
- $\rho_i$  - alungirea tiranților secționați din forța  $X_i = 1$ ,
- Expresiile analitice ale deplasărilor  $d_{ii}$ ,  $d_{ij}$ ,  $D_{iP}^0$  sunt date de relațiile de la 7.5.2, de la traversarea cu două cabluri drepte.

Deplasările  $d_{ii}$  au fost obținute integrând diagramele  $m_i$  pe conductă cât și diagramele  $n_i$  pe conductă, cabluri și pilon. Deplasările  $d_{ij}$  au fost obținute integrând diagrama  $m_i$  cu diagrama  $m_j$  și diagrama  $n_i$  cu diagrama  $n_j$ . Spre deosebire de traversarea cu două cabluri drepte, acești termeni nu sunt nuli, efectele lui  $X_1$  și  $X_2$  se regăsesc pe pilonul și cablul de ancoraj din partea stângă a traversării iar efectele lui  $X_3$  și  $X_4$  sunt comune pe pilonul și cablul de ancoraj din partea dreaptă a traversării. Termenii liberi din sistemul de ecuații au fost obținuți integrând doar diagramele  $m_i$  cu diagrama de moment incovoietor rezultată din încărcarea pe conductă. Luarea în considerare a diagramelor  $n_i$  pentru cabluri și pilon conduce la analiza conductei continue pe reazeme elastice.

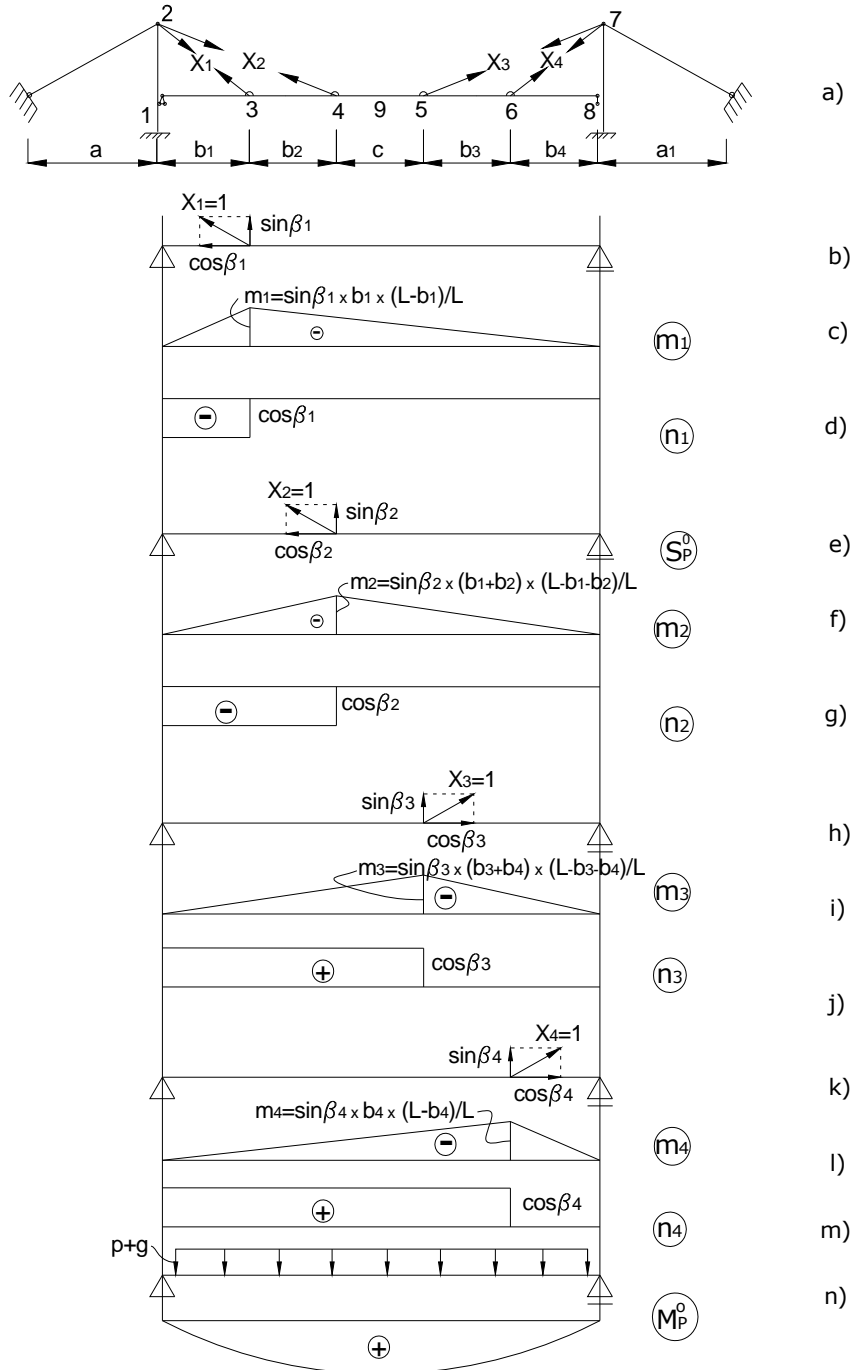


Fig. 7.34. Structura de bază pentru traversare cu patru cabluri drepte



Se calculează necunoscutele static nedeterminate  $X_i$ , din rezolvarea sistemului de ecuații, pentru greutatea  $g=4.5\text{kN/m}$ . Eforturile finale în conductă, se obțin din suprapunerea efectelor.

$$M_P = M_P^0 + \sum_{i=1}^4 m_i \cdot X_i \quad N_P = N_P^0 + \sum_{i=1}^4 n_i \cdot X_i \quad (7.85 \text{ a,b})$$

În cablurile din deschiderea centrală, eforturile finale au valorile:

$$N_i = n_i X_i \quad (7.86)$$

Iar în cablurile marginale:

$$N_{1c} = \frac{\cos \beta_1}{\cos \alpha} X_1 + \frac{\cos \beta_2}{\cos \alpha} X_2 \quad N_{2c} = \frac{\cos \beta_3}{\cos \alpha_1} X_3 + \frac{\cos \beta_4}{\cos \alpha_1} X_4 \quad (7.87 \text{ a,b})$$

Eforturile axiale din pilon au valorile:

$$N_{1P} = n_{1P} X_1 + n_{2P} X_2 + N_{1c} \cdot \sin \alpha \quad (7.88)$$

$$N_{2P} = n_{3P} X_3 + n_{4P} X_4 + N_{2c} \cdot \sin \alpha_1 \quad (7.89)$$

Cu realția (7.51) au fost determinate deplasările verticale ale conductei, produse de greutatea proprie. Conducta deformată se prezintă în Fig. 7.35 cu linie întreruptă. Pentru ca valoarea săgeții la mijlocul deschiderii să fie nulă s-a ajuns la o forță de pretensionare de 75kN. Aceasta este forța care trebuie să se regăsească în cablurile tirant la montarea traversării.

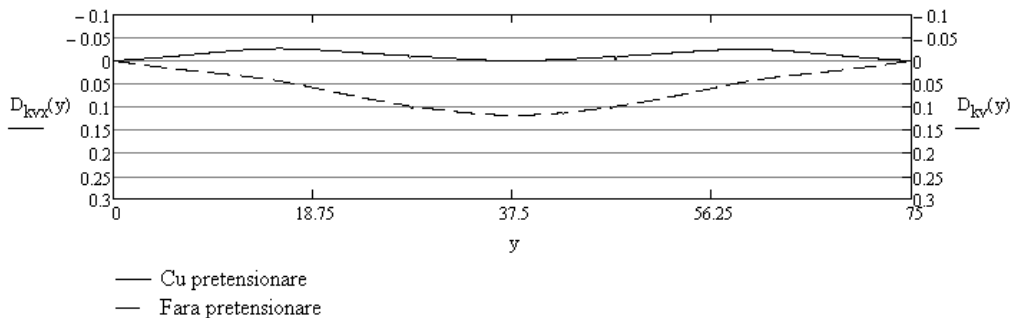


Fig. 7.35. Conducta deformată din greutatea proprie

Introducând în anexa 3 modificările necesare au fost determinate eforturile în elementele traversării cu patru cabluri drepte.

După efectuarea calculului cu greutatea permanentă, s-a mai adăugat încărcarea liniară pentru a ajunge la valoarea încărcării totale de 4.5kN/m. Rezultatele obținute sunt valorile eforturilor în cazul conductei continue pe reazeme elastice sunt prezentate în Tabel 7.21.

Efectul pretensionării a fost luat în considerare prin forța introdusă în partea a doua a fișierului anexat, care a rămas neschimbată de la alegerea forței de pretensionare.

Valorile obținute sunt eforturile în elementele structurale ale traversării (conductă, cabluri și stâlp) din încărcarea totală și efectul pretensionării, prezentate în Tabel 7.21.

Tabel 7.21 Eforturi în elem. structurale calculate analitic

Solicitare	Cond. 3	Cond. 4	Cond. 9	C 2-3	C 2-4	C 7-5	C 7-6	Ancora	Pilon
$N_x$ [kN]	0.0	330.9	0.0	185.2	182.2	178.1	186.1	363.1	-292.8
$M_y$ [kNm]	-186.5	+47.2	+177.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$N_{x,pret}$ [kN]	0.0	333.3	0.0	185.6	185.6	181.5	186.0	366.6	-293.2
$M_{y,pret}$ [kNm]	-201.1	+17.9	+147.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

În Fig. 7.36 se prezintă deformata conductei din încărcarea totală și efectul pretensionării cablurilor. Săgeata la mijlocul deschiderii ajunge la 176mm iar în punctele de susținere de tiranți există o săgeată de 36mm, respectiv 162mm.

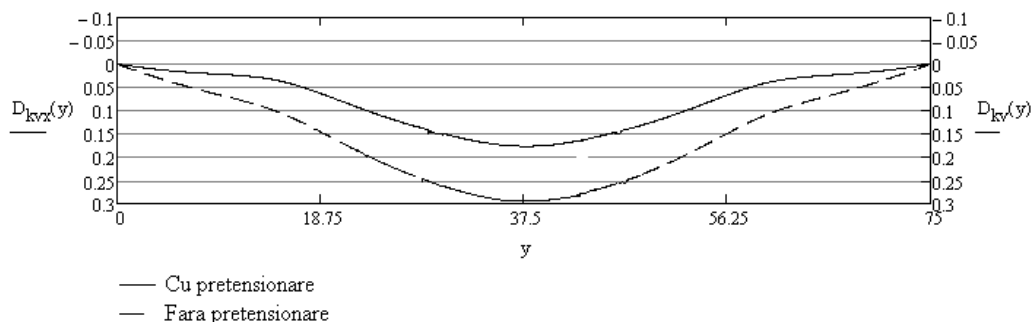


Fig. 7.36. Conducta deformată din încărcarea totală

### 7.6.3 Calculul numeric (SAP2000)

Traversarea cu patru cabluri drepte a fost analizată cu programul SAP2000 pentru determinarea eforturilor și verificarea rezultatelor analitice.

În prima fază, pentru traversarea cu patru cabluri drepte a fost aleasă geometria liniară a cablului, fără luarea în considerare a greutateii proprii a cablurilor. Greutatea proprie a cablurilor determină geometria parabolică a acestora. Pentru o valoarea mică sau 0 a greutateii proprii, se obține o geometrie liniară a cablurilor.

Luarea în considerare a greutateii proprii a cablului se poate face prin modificarea coeficientului de masă, disponibil la definirea secțiunii cablului. Dacă materialul definit pentru cabluri are densitatea egală cu cea a oțelului obișnuit ( $7850\text{kg/m}^3$ ) greutatea lor va trebui afectată cu un coeficient 0.6, pentru ca valoarea greutateii proprii să corespundă cu cea reală. La această valoare a greutateii proprii, săgeata maximă a cablului este 31mm.

Din aceeași configurație structurală și cu o ipoteză de încărcare în care este introdusă valoarea greutateii proprii a structurii se obține o deformată a conductei (Fig. 7.37) care prezintă săgeata la mijloc apropiată de săgeata obținută în calculul analitic (Fig. 7.35).

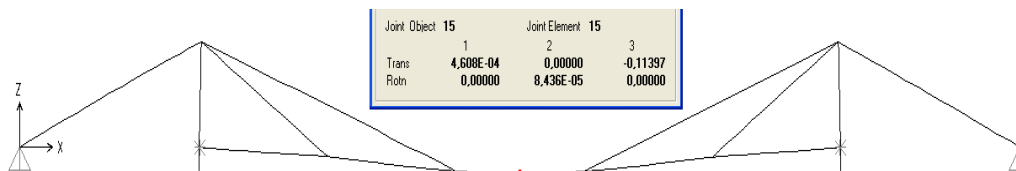


Fig. 7.37. Deformata structurii din greutate proprie (SAP2000)

Pentru îndeplinirea criteriului ales la punctul 7.5.2, (săgeata la mijlocul deschiderii să fie 0), s-a declarat o ipoteză de încărcare în care cablurile sunt încărcate cu o forță de întindere în ele cu valoarea găsită la calculul analitic,  $N_{anc}=148\text{kN}$  și  $N_{tir}=75\text{kN}$ . Acest caz de încărcare presupune găsirea eforturilor în elementele structurale atunci când eforturile în cabluri sunt declarate de utilizator. Această modalitate de introducere a eforturilor se numește „Target force” (forța scop). Această ipoteză de încărcare presupune o analiză static neliniară care pleacă de la starea de deformație obținută în cazul ipotezei care ia în considerare greutatea proprie. Se obține astfel deformată din Fig. 7.38, care are deplasarea la mijlocul deschiderii egală cu 0.

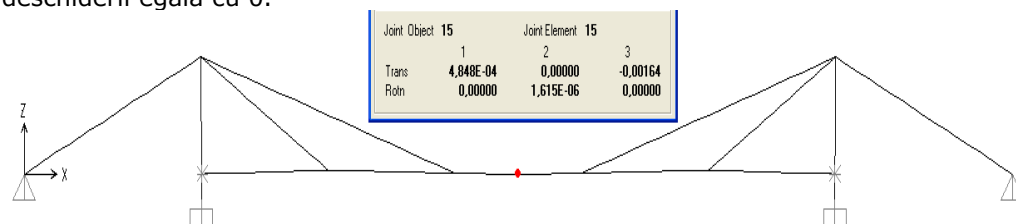


Fig. 7.38. Deformată structurii din greutate proprie cu tensionarea cablurilor (SAP2000)

Plecând de la această situație a fost creată o ipoteză de încărcare unde se regăsește diferența până la încărcarea totală aplicată pe structură. Această analiză pornește de la starea de eforturi rezultată în urma ipotezei de încărcare în care au fost introduse forțe de pretensionare (target force) egale cu valoarea forțelor din calculul analitic pentru reducerea săgeții la mijlocul deschiderii.

În Tabel 7.22 se prezintă eforturile din elementele structurale cu luarea în considerare a forței de pretensionare.

Tabel 7.22 Eforturi în elem. structurale după pretensionare (SAP2000)

Solicitare	Cond. 3	Cond. 4	Cond. 9	C 2-3	C 2-4	C 7-5	C 7-6	Ancora	Pilon
$N_x$ [kN]	0.0	323.7	0.0	181.3	180.3	176.4	181.6	353.4	-286.5
$M_y$ [kNm]	-180.4	47.4	170.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$N_{x,pret}$ [kN]	0.0	330.5	0.0	184.3	182.8	180.4	184.5	361.1	-290.6
$M_{y,pret}$ [kNm]	-197.5	+17.6	+145.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Forma deformată a traversării după aplicarea încărcării totale este prezentată în Fig. 7.39 unde se poate observa ca valoarea săgeții la mijlocul deschiderii (0.173m) este foarte apropiată de valoarea obținută din calculul analitic

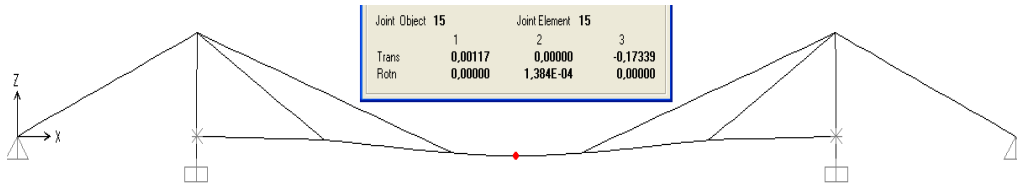


Fig. 7.39. Traversarea deformată din încărcarea totală

### 7.6.4 Calculul numeric (SCIA Engineer)

Analiza traversării cu patru cabluri drepte a fost analizat și cu programul SCIA Engineer. În cadrul acestuia, elementele au geometrie liniară însă declararea lor presupune definirea neliniarității prin atribuirea proprietății de „cable”. Structura a fost creată având aceeași configurație cu cea prezentată la punctul 7.6.1.

Prima analiză a fost efectuată pentru obținerea deformatiei din greutatea proprie a elementelor structurale, Fig. 7.40, care prezintă săgeata maximă la mijlocul deschiderii  $\Delta_{\max} = 115\text{mm}$ .

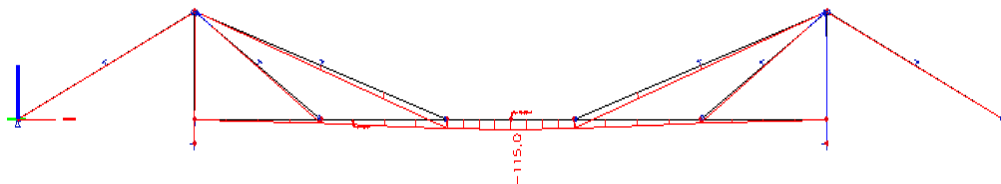


Fig. 7.40. Structura deformată din greutatea proprie (SCIA Engineer)

Pentru reducerea săgeții la mijlocul deschiderii au fost introduse „Forțe normale” în elementele de cable:  $N_{\text{anc}}=180\text{kN}$  și  $N_{\text{tir}}=78\text{kN}$ . În acest caz s-a obținut valoarea săgeții la mijlocul deschiderii aproape nulă, Fig. 7.41.

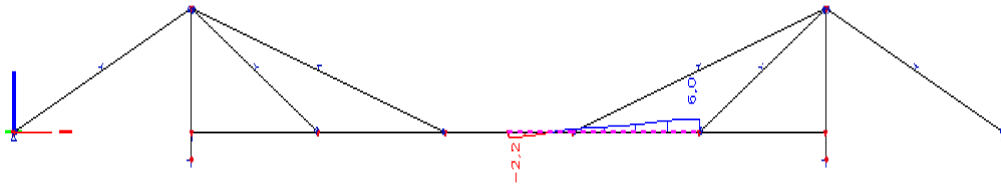


Fig. 7.41. Structura deformată din greutatea proprie cu pretensionare (SCIA Engineer)

Având aceste forțe inițiale în elementele de cable, pe structură s-a aplicat încărcarea totală de unde se obțin eforturile din elementele structurale, Tabel 7.23.

Tabel 7.23 Eforturi în elem. structurale după pretensionare (SCIA)

Solicitare	Cond. 3	Cond. 4	Cond. 9	C 2-3	C 2-4	C 7-5	C 7-6	Ancora	Pilon
$N_x$ [kN]	0.0	324.2	0.0	184.5	172.9	173.0	184.5	349.9	-284.5
$M_y$ [kNm]	-178.3	46.5	172.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$N_{x,\text{pret}}$ [kN]	0.0	329.0	0.0	186.5	178.3	182.1	186.6	358.5	-289.4
$M_{y,\text{pret}}$ [kNm]	-197.4	+18.4	+140.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Din aceste eforturi rezultă forma deformată a structurii prezentată în Fig. 7.42, unde se pot observa diferențe minore față de calculul analitic

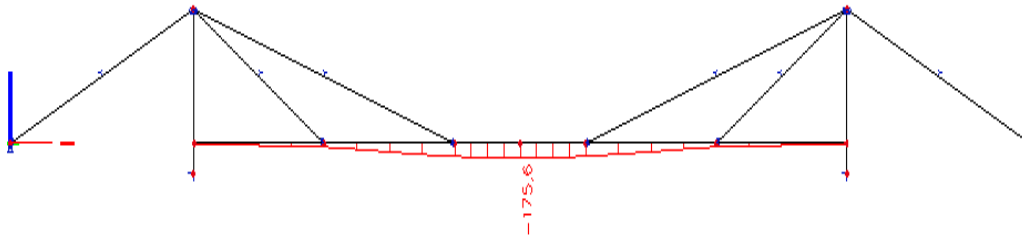


Fig. 7.42. Traversarea deformată din greutatea totală (SCIA Engineer)

### 7.6.5 Compararea rezultatelor pentru traversarea cu patru cabluri drepte

La fel ca și în cazul traversării cu două cabluri drepte, traversarea unei conducte cu patru cabluri drepte a fost analizată cu metoda analitică și cu două programe de calcul cu element finit. Pentru fiecare analiză au fost obținute valorile eforturilor din elementele structurale după aplicarea unei forțe de pretensionare. Forța de pretensionare din cabluri reprezintă valoarea adunată a forței rezultate din aplicarea greutății proprii și forța suplimentară necesară eliminării săgeții inițiale la mijlocul deschiderii.

Compararea valorilor obținute numeric cu valorile eforturilor obținute din calcul analitic este evidențiată prin eroarea procentuală. În cazul conductelor eroarea a fost obținută prin compararea valorilor momentelor încovoietoare iar pentru cabluri și pilon au fost comparate eforturile axiale.

În Fig. 7.43 sunt prezentate erorile pentru calculul numeric efectuat cu SAP2000 printr-o analiză neliniară pentru situația cu pretensionare. Se poate observa că valoarea maximă se apropie de 2,0% pentru momentul încovoietor din conductă.

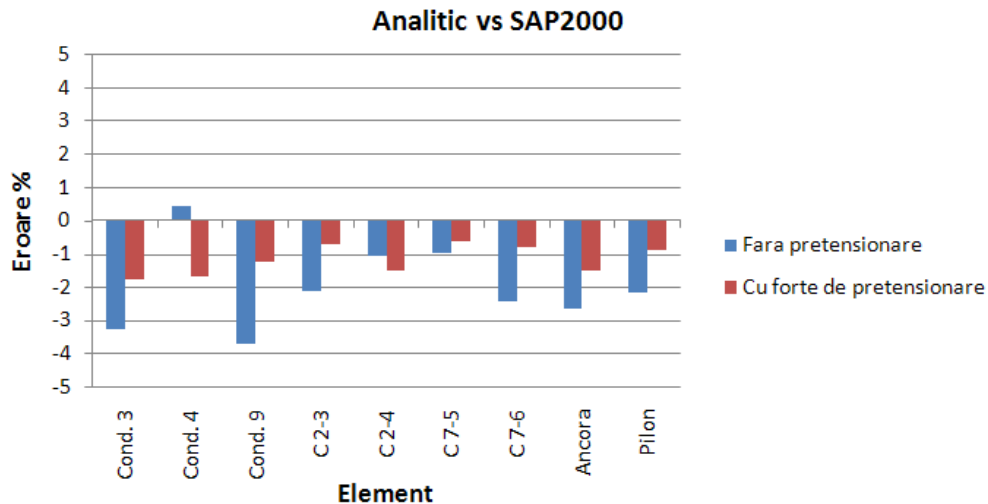


Fig. 7.43. Erori între valorile obținute analitic și numeric (SAP2000)

În Tabel 7. 24 sunt prezentate erorile rezultate din compararea eforturilor din elementele structurale obținute prin calcul numeric, în raport cu eforturile obținute prin calcul analitic luând în considerare încărcarea totală aplicată pe structură și forța de pretensionare aplicată ulterior.

Tabel 7. 24 Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SAP2000) față de calculul analitic

Solicitare	Cond.3	Cond.4	Cond.9	C 2-3	C 2-4	C 7-5	C 7-6	Ancora	Pilon
Fără pretensionare [%]	-3.27	0.42	-3.73	-2.11	-1.04	-0.95	-2.42	-2.67	-2.15
Cu pretensionare [%]	-1.79	-1.68	-1.22	-0.70	-1.51	-0.61	-0.81	-1.50	-0.89

Compararea rezultatelor obținute cu ajutorul programului SCIA Engineer este redată în Fig. 7.44. Diferențele maxime se încadrează între limitele +5% și -5%.

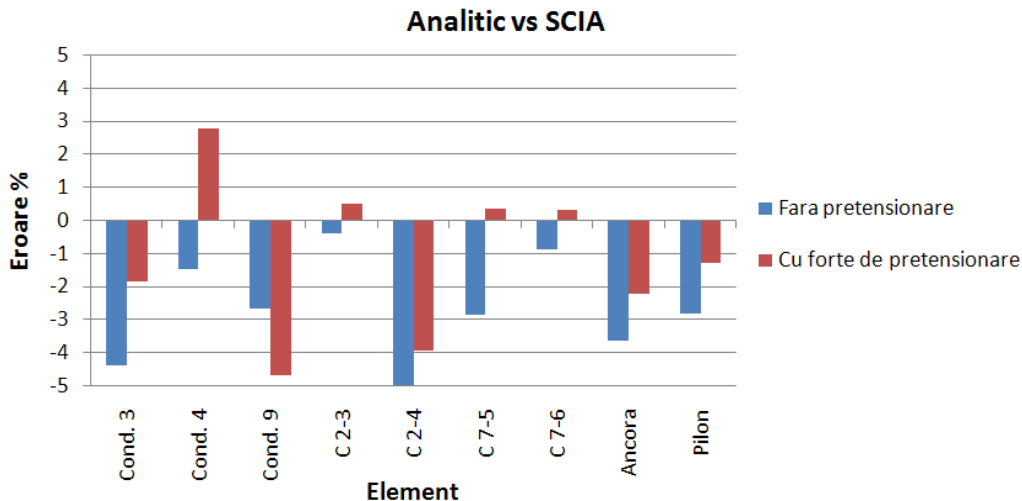


Fig. 7.44. Erori între valorile obținute analitic și numeric (SCIA Engineer)

Valorile diferențelor între eforturile obținute cu SCIA Engineer sunt exprimate procentual, în raport cu valorile eforturilor obținute din calcul analitic în Tabel 7. 25.

Tabel 7. 25 Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SCIA) față de calculul analitic

Solicitare	Cond.3	Cond.4	Cond.9	C 2-3	C 2-4	C 7-5	C 7-6	Ancora	Pilon
Fără pretensionare [%]	-4.40	-1.48	-2.66	-0.38	-4.99	-2.86	-0.86	-3.64	-2.83
Cu pretensionare [%]	-1.84	2.79	-4.67	0.48	-3.93	0.35	0.32	-2.21	-1.30

Diferențele dintre rezultatele obținute prin calcul numeric cu cele două programe (SAP2000 și SCIA Engineer) sunt prezentate în Fig. 7.45.

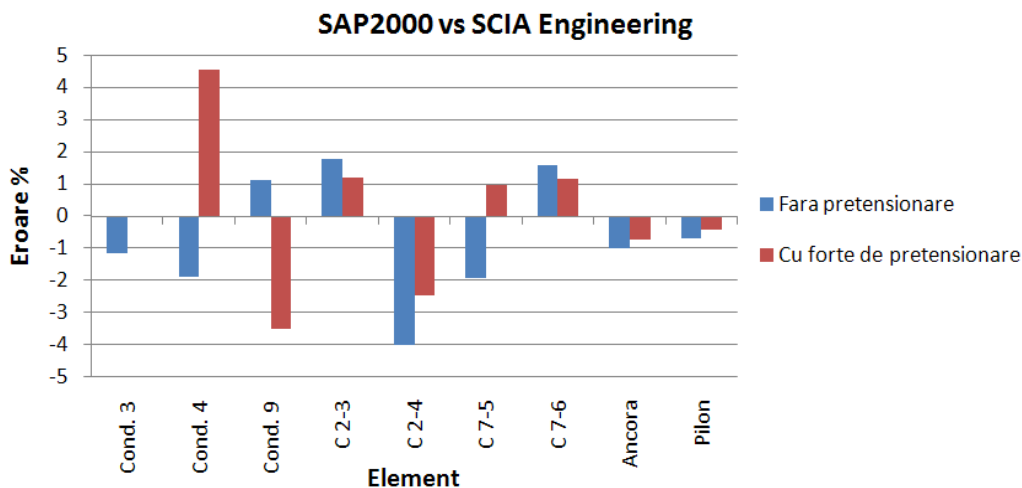


Fig. 7.45. Erori între valorile obținute prin calcul numeric

Tabel 7. 26 Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SAP2000 vs SCIA)

Solicitare	Cond.3	Cond.4	Cond.9	C 2-3	C 2-4	C 7-5	C 7-6	Ancora	Pilon
Fără pretensionare [%]	-1.16	-1.90	1.12	1.77	-3.99	-1.93	1.60	-0.99	-0.70
Cu pretensionare [%]	-0.05	4.55	-3.50	1.19	-2.46	0.96	1.14	-0.72	-0.41

Rezultatele obținute cu programele de calcul cu element finit se încadrează în limita de eroare a calculului ingineresc  $\pm 5\%$ . Deoarece calculul analitic de ordinul 2 presupune o muncă laborioasă calculele care iau în considerare ipotezele de calcul prezentate la punctul 7.5.6, vor fi efectuate prin rezolvarea numerică. În acest mod se pot analiza cu precizie și încărcările laterale care acționează pe structură facilitând observarea comportării spațiale a structurii.

### 7.6.6 Verificarea stărilor limită

Verificarea elementelor urmărește calculele descrise la punctul 7.5.8.

Forțele axiale maxime în cabluri se prezintă în Tabel 7. 27. Forța de rupere a unui cablu cu diametrul de 48mm este 1078kN, a cablului cu diametrul de 32mm este 523kN, iar pentru cablul cu diametrul 20mm este 227.5kN rezultând un coeficient de siguranță pentru cabluri ancoraj(29) egal cu 2.26, coeficient egal cu 2.10 pentru cablurile tirant(6), respectiv 2.10 pentru cablurile laterale. Acești coeficienți sunt mai mari decât coeficienții acceptați pentru cablurile traversării, egali cu 2.0.

Valorile momentului încovoietor maxim din conductă sunt prezentate în Tabel 7. 28. Din aceste valori, efortul maxim în conductă este mai mic decât efortul maxim capabil.

$$\sigma_{max} = 97.7 \frac{N}{mm^2} \quad (7.90)$$

Tabel 7. 27 Eforturi maxime în cabluri

Elem.	Diametru [mm]	Combinăția	N <sub>x</sub> [kN]
29	48	CU22_1,35PERM+1,35CP+0,9V+1,2Z+0,9T-	477,6
29	48	CU28_1,35PERM+1,35CP+1,2Z+0,9T-	477,6
29	48	CU25_1,35PERM+0,95CP+0,9V+1,5Z+0,9T-	438,2
29	48	CU24_1,35PERM+0,95CP+0,9V+1,2Z+1,5T-	427,1
6	32	CU22_1,35PERM+1,35CP+0,9V+1,2Z+0,9T-	248,9
6	32	CU28_1,35PERM+1,35CP+1,2Z+0,9T-	248,9
6	32	CU25_1,35PERM+0,95CP+0,9V+1,5Z+0,9T-	229,8
6	32	CU24_1,35PERM+0,95CP+0,9V+1,2Z+1,5T-	228,8
10	20	CU18_1,35PERM+0,9V+1,5T-	108,4
10	20	CU17_1,35PERM+0,95CP+0,9V+1,5T-	108,3
10	20	CU26_1,35PERM+0,9V+1,2Z+1,5T-	108,3
9	20	CU21_1,35PERM+0,95CP+1,5T-	104,5

Tabel 7. 28 Eforturile în conductă

Elem	Combinăția	N <sub>x</sub> [kN]	T <sub>y</sub> [kN]	M <sub>z</sub> [kNm]	M <sub>y</sub> [kNm]
26	CU12_1,35PERM+0,95CP+1,5T+	277,9	-8,2	0,0	199,4
26	CU08_1,35PERM+0,95CP+0,9V+1,5T+	280,8	-8,2	4,6	199,4
26	CU11_1,35PERM+1,35CP+0,9T+	377,0	-4,9	0,0	197,8
26	CU06_1,35PERM+1,35CP+0,9V+0,9T+	378,1	-4,9	5,0	197,8
26	CU11_1,35PERM+1,35CP+0,9T+	377,0	-11,0	0,0	187,9

Verificarea pilonilor se face la compresiune cu încovoiere dreaptă. Valorile eforturilor în pilon se prezintă în Tabel 7. 29. Valorile obținute sunt foarte apropiate de valorile pentru traversarea cu două cabluri drepte. Cu aceste valori tensiunea efectivă în pilon nu depășește rezistența de calcul.

$$\sigma_{ef} = \frac{N_x}{\varphi \cdot A} + \frac{c_y \cdot M_y}{\varphi_g \cdot \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_E}\right) W_y} = \frac{3922 \cdot 10^3 N}{0,875 \cdot 935 \cdot 3 \text{ mm}^2} + \frac{0,97 \cdot 2,8 \cdot 10^6 N \cdot \text{mm}}{0,928 \cdot \left(1 - \frac{419}{539}\right) \cdot 962240 \text{ mm}^3} = 512 \frac{N}{\text{mm}^2} \quad (7.91)$$

Tabel 7. 29 Eforturi în pilon

Elem	Combinăția	N <sub>x</sub> [kN]	T <sub>x</sub> [kN]	M <sub>y</sub> [kNm]
36	CU22_1,35PERM+1,35CP+0,9V+1,2Z+0,9T-	-392,2	0,315	2,8
36	CU28_1,35PERM+1,35CP+1,2Z+0,9T-	-392,2	0,315	2,8
36	CU25_1,35PERM+0,95CP+0,9V+1,5Z+0,9T-	-352,9	0,087	0
36	CU24_1,35PERM+0,95CP+0,9V+1,2Z+1,5T-	-348,5	-0,488	-4,3
36	CU29_1,35PERM+0,95CP+1,2Z+1,5T-	-348,5	-0,488	-4,3
36	CU23_1,35PERM+0,95CP+1,5V+1,2Z+0,9T-	-346,1	-0,025	-0,2

În Tabel 7. 30 se prezintă deplasările nodului central după axele X, Y, și Z. Deplasarea maximă este 235mm într-o combinație care implică efectele acțiunii vântului și creșterii de temperatură. Această valoare se încadrează în deplasarea maxim admisă L/200=375mm.



Tabel 7. 30 Deplasarea nodului de la mijlocul deschiderii

Nod	Combinajia	UX	UY	UZ
		mm	mm	mm
15	CS08_1,0PERM+0,7CP+0,6V+1,0T+	16	9	-235
15	CS12_1,0PERM+0,7CP+1,0T+	15	0	-235
15	CS11_1,0PERM+1,0CP+0,6T+	10	0	-211
15	CS06_1,0PERM+1,0CP+0,6V+0,6T+	10	4	-211
15	CS07_1,0PERM+0,7CP+1,0V+0,6T+	10	7	-176
15	CS14_1,0PERM+0,7CP+1,0S+0,6T+	10	0	-176
15	CS09_1,0PERM+0,6V+1,0T+	15	9	-152

Un alt criteriu pentru verificarea la starea limită de exploatare este săgeata la capătul superior al pilonului, limitată la  $L/300=36\text{mm}$ . În Tabel 7. 31 se poate observa că deplasarea maxim admisă nu este depășită.

Tabel 7. 31 Deplasarea capătului superior al pilonului

Nod	Combinajia	UX	UZ
		mm	mm
33	CS08_1,0PERM+0,7CP+0,6V+1,0T+	22	-1
33	CS12_1,0PERM+0,7CP+1,0T+	22	-1
33	CS06_1,0PERM+1,0CP+0,6V+0,6T+	18	-1
33	CS11_1,0PERM+1,0CP+0,6T+	18	-1
33	CS07_1,0PERM+0,7CP+1,0V+0,6T+	14	-1
33	CS14_1,0PERM+0,7CP+1,0S+0,6T+	14	-1
33	CS09_1,0PERM+0,6V+1,0T+	13	-1

### 7.6.7 Consumul de material

Consumul de oțel pentru traversarea cu patru cabluri drepte, cu menținerea secțiunii transversale constantă se prezintă în Tabel 7. 32.

Tabel 7. 32 Consumul de oțel pentru traversarea cu patru cabluri drepte

Secțiunea	Tip elem.	Buc.	$L_{\text{tot}}$	$G_{\text{tot}}$
			m	kg
Ø20	Cablu	8	236,2	349,5
Ø48	Cablu	2	45,6	389,5
Ø32	Cablu	4	97,6	369,8
Ø529/12	Bară	6	74,9	10948,7
2I30	Bară	4	22,0	1543,2
			Total	13601,0

Totalul oțelului necesar este 13601kg, rezultând într-un consum de 181kg/m pentru o deschidere de 75m.

Rezultatele prezentate mai sus au în vedere menținerea elementelor structurale cu aceleași proprietăți geometrice. Diferența între cele două analize este configurația structurală și elementele de cablu cu secțiunea redusă, din deschiderea centrală. Această configurație a redus momentul încovoietor în conductă ceea ce permite și reducerea secțiunii acesteia.

Modificarea secțiunii transversale a conductei conduce la o altă greutate permanentă. Îndeplinirea criteriului ca săgeata inițială din greutatea permanentă să fie 0, atrage după ea modificarea forței de pretensionare.

Este foarte important ca la modificarea greutății permanente să se înceapă o analiză încă din stadiul pretensionării structurii.

Reducerea secțiunii conductei a fost făcută prin alegerea unei grosimi a peretelui conductei cuprinsă între 5mm și 11mm. În acest fel, s-a menținut valoarea încărcării laterale din vânt care depinde de diametrul conductei. În Fig. 7.46 este prezentată variația momentului încovoietor maxim și a forței axiale maxime, la mijlocul deschiderii centrale a conductei. Se observă că odată cu creșterea rigidității conductei prin grosimea  $t$ , crește și momentul încovoietor, respectiv forța axială.

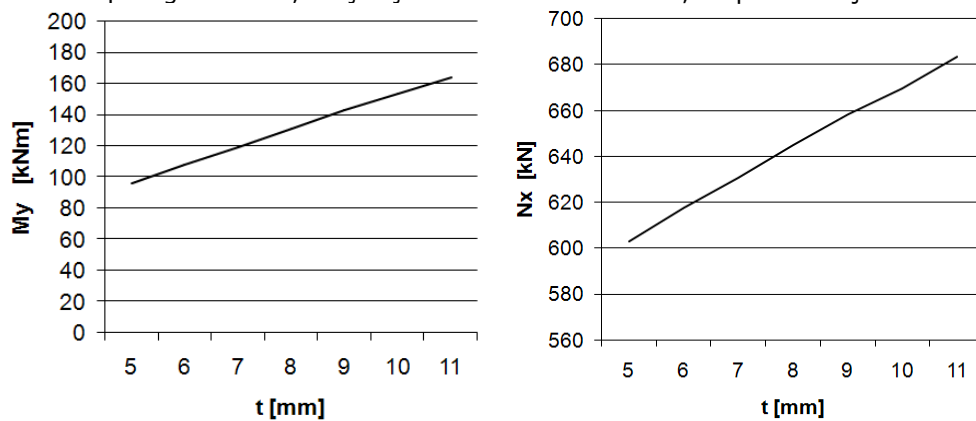


Fig. 7.46. Variația eforturilor maxime în funcție de grosimea peretelui conductei

Săgeata maximă care apare la mijlocul deschiderii conductei are o variație prezentată în Fig. 7.47. Odată cu creșterea rigidității, deplasarea maximă la mijlocul deschiderii scade.

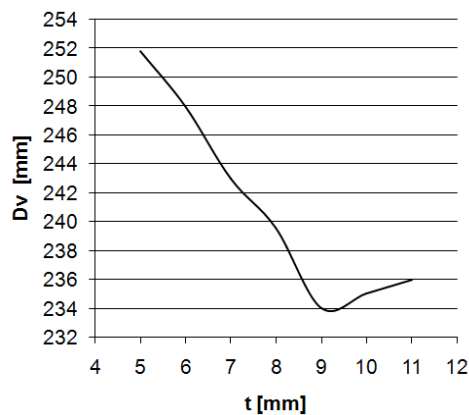


Fig. 7.47. Săgeata maximă la mijlocul deschiderii conductei

Tensiunea maximă care apare în conductă, din verificarea la forță axială de întindere și moment încovoietor după o direcție, este invers proporțională cu creșterea grosimii peretelui, Fig. 7.48.

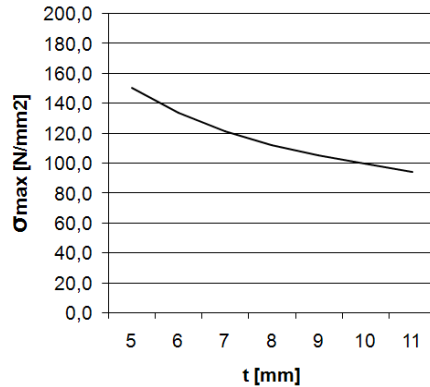


Fig. 7.48. Variația tensiunii maxime în funcție de grosimea peretelui conductei

Valorile numerice ale variațiilor prezentate mai sus, sunt prezentate în Tabel 7. 33. Sunt redată combinații în care apar momentul încovoietor maxim cu forța axială aferentă și forța axială maximă cu momentul încovoietor aferent.

Tabel 7. 33 Eforturi și deplasări pentru grosimi diferite ale peretelui conductei

Efort		t=5mm	t=6mm	t=7mm	t=8mm	t=9mm	t=10mm	t=11mm
1	N <sub>af</sub> [kN]	307,4	317,0	325,8	338,3	348,0	261,5	269,42
	M <sub>max</sub> [kNm]	95,8	107,5	119,0	131,0	142,5	153,3	163,4
2	N <sub>max</sub> [kN]	602,9	617,6	630,6	644,9	658,0	669,2	683,2
	M <sub>af</sub> [kNm]	82,7	90,5	98,0	106,0	114,0	121,8	128,0
d <sub>cond</sub> [mm]		251,8	248,0	241,5	239,6	234,0	235,0	236,0
d <sub>stalp</sub> [mm]		33,1	34,45	31,1	29,97	25,9	20,1	29,4
σ <sub>1</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]		127,0	116,5	108,9	103,8	99,5	89,9	87,0
σ <sub>2</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]		150,7	133,7	121,2	112,3	105,4	99,7	94,5

Prin reducerea secțiunii transversale a conductei se reduce și consumul de oțel. Rezultă un consum total de 7275,7kg (Tabel 7. 34)

Tabel 7. 34 Consumul de oțel (t<sub>cond</sub> = 5mm)

Secțiunea	Tip elem.	Buc.	L <sub>tot</sub>	G <sub>tot</sub>
			m	kg
Ø20	Cablu	8	236,2	349,5
Ø48	Cablu	2	45,6	389,5
Ø32	Cablu	4	97,6	369,8
Ø529/5	Bară	6	74,9	4623,7
2I30	Bară	4	22,0	1543,2
Total				7275,7

Consumul pe metru liniar pentru deschiderea centrală de 75m scade și el la o valoare de 97.01kg/m. Se poate observa astfel o reducere cu 48% a cantității de oțel, față de consumul rezultat la traversarea cu două cabluri drepte (188kg/m).

## 7.7 Traversările cu șase cabluri drepte

La montarea mai multor cabluri în deschiderea centrală (6 cabluri) eforturile din cablurile de ancoraj scad la 405kN, iar în cablurile tirant scad la 164kN. Aceasta permite folosirea cablurilor Ø43, respectiv Ø26.

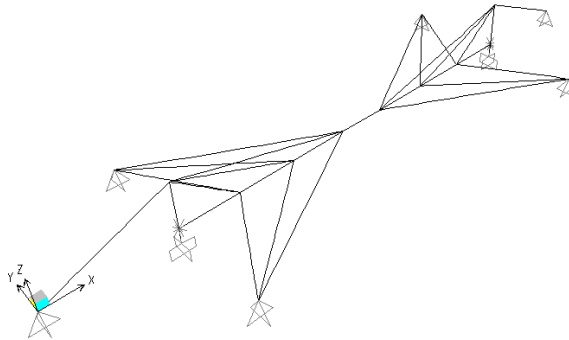


Fig. 7.49. Traversarea suspendată cu 6 cabluri drepte

Deplasările pe direcția transversală planului traversării sunt reduse până la 12mm la diametre ale cablurilor laterale Ø16.

În conductă, momentele încovoietoare variază într-un interval mai restrâns de la -100kNm până la +69kNm. Forța axială în conductă ajunge la maxim 574kN. Efortul unitar rezultat cu aceste valori este mai mic decât efortul capabil al secțiunii.

Pilonul preia eforturi axiale de compresiune cu valoarea maximă de -335kN, valoare mai mică decât la traversările cu 4 cabluri drepte.

Tabel 7. 35 Consumul de oțel la traversarea cu 6 cabluri drepte

Secțiunea	Tip elem.	Buc.	$L_{tot}$	$G_{tot}$
			m	kg
Ø16	Cablu	12	352.1	302.8
Ø43	Cablu	2	45,6	310,1
Ø26	Cablu	6	144.4	361.0
Ø529/5	Bară	6	74,9	4623,7
2I30	Bară	4	22,0	1543,2
Total				7140,8

Se poate observa că la traversările cu șase cabluri drepte, consumul este foarte apropiat de cel al traversărilor cu patru cabluri drepte, ceea ce denotă că soluția aleasă depinde de disponibilitatea cablurilor și prețul acestora. Cablurile au fost alese astfel încât coeficientul de siguranță să fie minim 2.

## 7.8 Analiza traversărilor cu cabluri parabolice

Soluția aleasă pentru traversările aeriene, este în cea mai mare măsură în funcție de caracteristicile de relief, hidrologice și geologice ale zonei de traversat, și anume: configurația generală a terenului, adâncimea și lățimea albiei, nivelul apelor la diferite situații, caracterul scurgerii apelor, natura terenului de fundare. Pentru râuri mari, cu albie adânci, sau când terenul de fundație se află la adâncimi mari, astfel încât execuția pilelor în albia râului este grea și costisitoare, sunt de luat în considerare traversările suspendate prin care se reduce numărul de pile.

Utilizând formulele de la capitolul 2 se vor analiza traversările cu cabluri suspendate, urmărindu-se apoi, printr-un calcul numeric, concordanța rezultatelor obținute.

### 7.8.1 Configurația structurală

În cazul traversărilor suspendate există dificultăți în alegerea geometriei inițiale datorită parametrului care determină forma cablului. Acest parametru poate fi: componenta orizontală a tensiunii, săgeata maximă a cablului, tensiunea la unul din capetele cablului, deformată relativă, etc. Configurația structurală aleasă pentru traversarea cu cabluri suspendate are deschiderea centrală egală cu deschiderea centrală din cazul traversării cu cabluri drepte prezentată la punctul 7.5.1. Vederea în planul vertical a traversării este prezentată în Fig. 7.50.

Încărcările sunt aceleași cu cele prezentate la 7.5.1 fiind aplicate pe conductă.

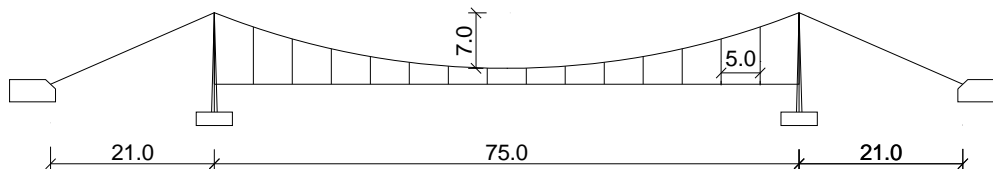


Fig. 7.50. Configurația structurală a traversării suspendate analizată

Proprietățile geometrice ale elementelor structurale (pilon, conductă și cabluri) sunt prezentate în Tabel 7. 36.

Tabel 7. 36 Caracteristicile geometrice ale elementelor structurale

Element	Dimensiune	Aria	Moment de inerție $I_y$	Modul de elasticitate
conductă	Ø529/5	82.3cm <sup>2</sup>	10410cm <sup>4</sup>	2.1e5 N/mm <sup>2</sup>
pilon	2IPE300A	93cm <sup>2</sup>	14600cm <sup>4</sup>	2.1e5 N/mm <sup>2</sup>
cablu	Ø39	10.2cm <sup>2</sup>	0cm <sup>4</sup>	1.6e5 N/mm <sup>2</sup>
tirant	Ø15	1.8cm <sup>2</sup>	0cm <sup>4</sup>	1.6e5 N/mm <sup>2</sup>

### 7.8.2 Calculul analitic

Calculul analitic se efectuează prin aplicarea încărcărilor exterioare pe conductă. Conducta se consideră continuă pe reazeme elastice în punctele de prindere ale tiranților verticali de conductă. Deplasarea acestor reazeme depinde de

rigiditatea tiranților verticali, rigiditatea cablului portant, rigiditatea stâlpului și rigiditatea cablurilor de ancoraj.

Structura static determinată se obține prin alegerea necunoscutelor  $X_1, X_2, \dots, X_{14}$  ca forțe unitare în tiranții verticali. Aceste forțe unitare acționează perpendicular pe axa conductei, rezultând diagrame de moment  $m_i$  pe conductă. În celelalte elemente structurale, tiranți, stâlp și cablul portant, vor apărea doar forțe axiale.

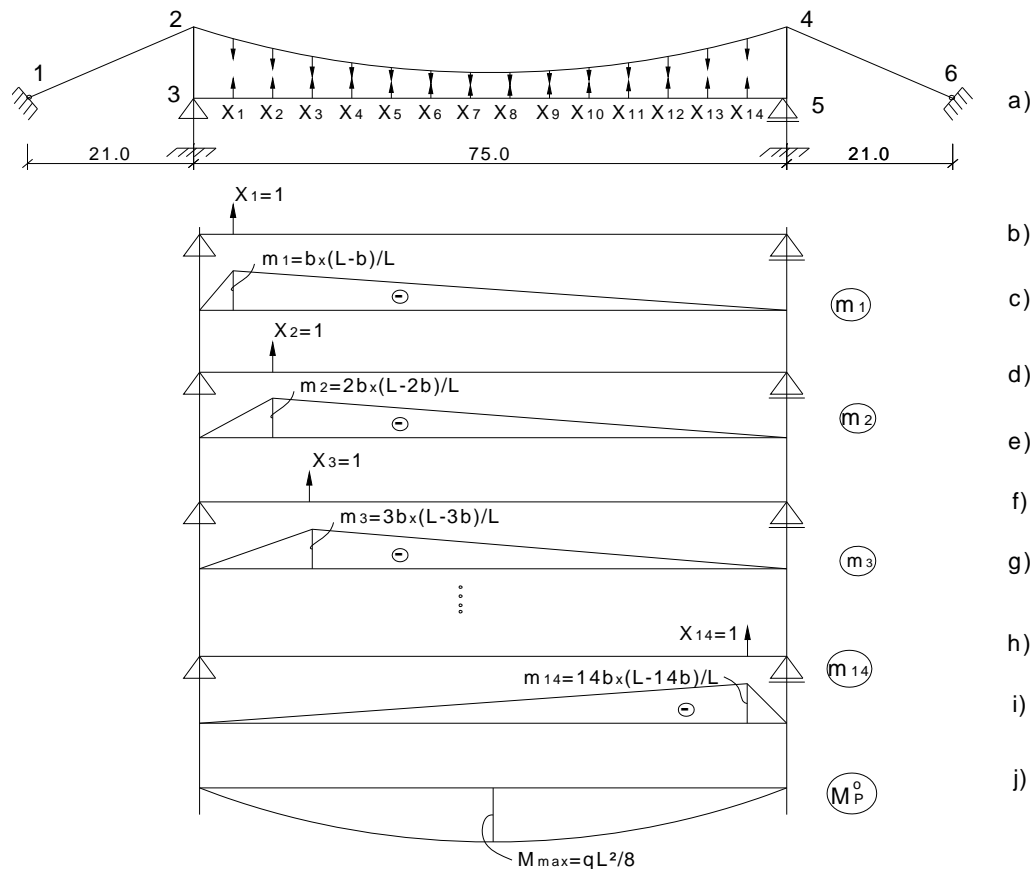


Fig. 7.51. Structura de bază pentru traversarea cu cabluri parabolice

Ecuțiile de continuitate vor avea 14 necunoscute  $X_i$ ,  $i=1, \dots, 14$ , având ca și coeficienți deplasările relative,  $d_{ij}$  ( $d_{ij} = d_{ijMc} + d_{ijNtir} + d_{ijNcab} + d_{ijNanc} + d_{ijNpilon}$ ) din punctele de aplicație ale necunoscutelor  $X_i$ , și termenul liber  $D_{ip}$  reprezentând deplasarea relativă din punctul  $i$  datorată forțelor exterioare. Calculul și rezolvarea sistemului de ecuații de continuitate este prezentată în anexa 6.

Deplasările  $d_{ij}$  au fost obținute integrând diagramele  $m_i$  pe conductă cât și diagramele  $n_i$  pe tiranți, cabluri și pilon. Deplasările  $d_{ij}$  au fost obținute integrând diagrama  $m_i$  cu diagrama  $m_j$ , pe conductă, și diagrama  $n_i$  cu diagrama  $n_j$ , pe cablul portant și pilon.

Se calculează necunoscutele static nedeterminate  $X_i$ , din rezolvarea sistemului de ecuații, pentru greutatea totală  $g=4.5\text{kN/m}$  din care se scade greutatea cablurilor care este luată în considerare la determinarea deplasărilor în punctele de aplicare al necunoscutelor  $X_i$  pe cablul portant. Eforturile finale în conductă, se obțin din suprapunerea efectelor

$$M_P = M_P^0 + \sum_{i=1}^{14} m_i \cdot X_i \quad (7.92)$$

Variația momentului încovoietor în lungul conductei este prezentată în Fig. 7.52. Momentul încovoietor pentru cazul în care conducta este considerată continuă pe reazeme simple este reprezentată cu linie întreruptă. Se poate observa că valorile momentului încovoietor pentru calculul conductei ca grindă continuă pe reazeme elastice sunt mai mari și nu apar valori negative ale acestuia.

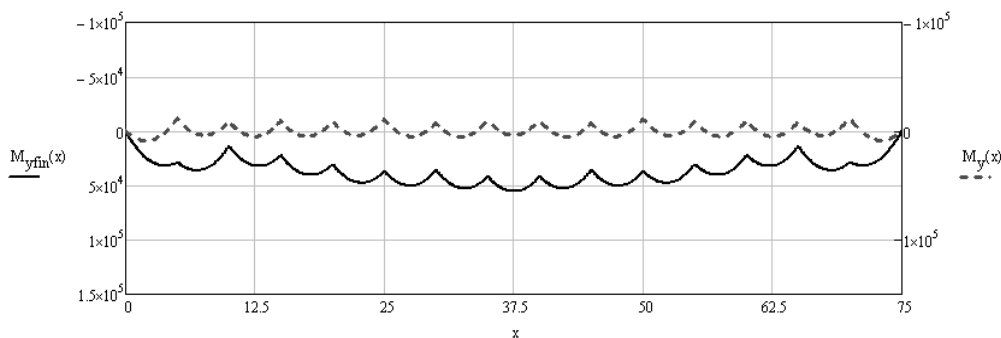


Fig. 7.52. Diagrama de moment încovoietor pe conductă

În tiranții verticali, eforturile finale au valorile:

$$N_j = n_j X_j \quad (7.93)$$

Tensiunea din cablul portant se determină pornind de la încărcarea proprie  $g=0.05\text{kN/m}$  și introducând ca parametru, săgeata la mijlocul deschiderii cablului  $f=7\text{m}$ . Acest parametru permite obținerea componentei orizontale a tensiunii din cablul portant:

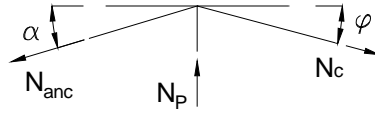
$$H_0 = \frac{g \cdot L^2}{8 \cdot f} = 5.7\text{kN} \quad (7.94)$$

Adăugând și încărcarea permanentă, cvasipermanentă și încărcarea din zăpadă se determină componenta orizontală a tensiunii din cablul portant la încărcarea totală:

$$H_1^3 + \left( \frac{E \cdot A}{2 \cdot L \cdot H_0^2} \int_0^l Q_0^2 dx - H_0 \right) \cdot H_1^2 - \frac{E \cdot A}{2 \cdot L} \int_0^l Q_1^2 dx = 0 \quad (7.95)$$

Rezolvarea ecuației de mai sus a fost efectuată cu ajutorul programului MathCad (Anexa 7).

Cablurile din deschiderile laterale ale traversării vor avea tensiunea în fir astfel încât vârful pilonului să fie în echilibru.



$$N_{anc} = N_c \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha} \quad (7.96)$$

Efortul în pilonul traversării se obține prin izolarea vârfului pilonului și egalarea forțelor care acționează pe verticală.

$$N_p = -(N_{anc} \sin \alpha + N_c \sin \varphi) \quad (7.97)$$

Forma deformată a conductei se obține prin integrarea funcției care urmărește diagrama de moment încovoietor pentru o încărcare unitară aplicată în punctul unde se calculează deplasarea,  $m_k$ , cu diagrama finală a momentului încovoietor și împărțită la rigiditate conductei.

$$D_{kv} = \int \frac{m_k \cdot M_p}{E \cdot I_c} dx \quad (7.98)$$

Deformata conductei din greutatea totală aplicată pe conductă este prezentată în Fig. 7.53 iar deplasarea maximă este la mijlocul deschiderii  $D_{kvmax}=503\text{mm}$

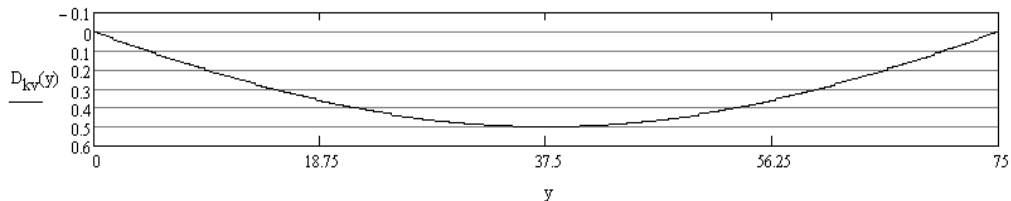


Fig. 7.53. Conducta deformată din încărcarea totală

Considerațiile de mai sus, pleacă de la forma cablului în poziția inițială având doar greutatea proprie a cablului. Structura va avea deformații la aplicarea încărcării permanente a structurii (1.8kN/m). Aceasta însă nu convine deoarece trebuie presupus că structura se află în poziția inițială la aplicarea încărcării permanente. Astfel, se va face calculul analitic cu aplicarea doar a încărcării din umplerea conductei și încărcarea din chiciură și zăpadă, iar tensiunea în cablu portant se va lua în considerare cu valoarea rezultată din greutatea permanentă ( $H_0=180\text{kN}$ ).

Tabel 7. 37 Eforturi rezultate din calculul analitic ( $g=2.7\text{kN/m}$ )

Solicitare	Cab. 1-2	Cab. 2-4	Tirant	Pilon	Cond <sub>max</sub>
$N_{\max}$ [kN]	448.4	460.7	23.1	328.2	0.0
$M_y$ [kNm]	0.0	0.0	0.0	0.0	55.6
$N_{\max}^{\text{pret}}$ [kN]	456.3	468.8	20.8	334.0	0.0
$M_y^{\text{pret}}$ [kNm]	0.0	0.0	0.0	0.0	33.4

Valorile eforturilor din elementele structurale, în cazul fără pretensionare și în cazul cu pretensionare, sunt prezentate în Tabel 7. 37.





Fig. 7.54. Conducta deformată după pretensionare

### 7.8.3 Calculul numeric (SAP2000)

Configurația structurală prezentată la 7.8.1 a fost introdusă în programul SAP2000. Din analiza cu un program de calcul cu element finit se pot obține rezultate eronate dacă datele de intrare nu sunt introduse corect.

Folosirea elementelor finite de tip cablu presupune întotdeauna introducerea unui parametru inițial al cablului. Dacă la introducerea elementelor de tip bară este suficient alegerea punctelor de la capetele elementului, elementul de tip cablu va inițializa un modul prin care utilizatorul poate defini caracteristicile cablului. Se începe astfel prin construcția pilonilor, pentru a avea punctele de sprijin ale cablului portant. După selectarea elementelor de tip cablu se aleg punctele între care se prinde cablul principal. În modulul elementelor de tip cablu s-a ales opțiunea „săgeata maximă” și s-a introdus valoarea din configurația aleasă, 7.0m. Programul introduce în fereastra de lucru un cablu cu această configurație, la care îi determină forța de întindere egală cu 5.7kN. Cablul trebuie să fie declarat ca fiind format din mai multe segmente astfel încât aceste puncte să poată fi utilizate la introducerea tiranților (se bifează opțiunea „proiecții egale”). Conducta se introduce ca element de tip bară care va fi împărțit în segmente de 5.0m. Tiranții se pot construi acum între nodurile cablului parabolic și nodurile generate pe conducta. Cablurile din deschiderile centrale se pot genera ca un singur cablu, între punctul de ancorare și capătul superior al pilonului. Punctul de ancorare se alege ca fiind reazem articulat. Prinderea pilonului la bază este realizată cu un reazem încastrat.

Încărcările au fost definite în două ipoteze de încărcări. Prima ipoteză ia în considerare greutatea proprie a structurii (1.8kN/m), iar a doua echivalează cu punerea în rețea a conductei și încărcarea din chiciură și zăpadă (2.7kN/m).

Analiza cu considerațiile de mai sus a fost realizată neliniar și a dus la obținerea următoarelor eforturi în elementele structurale:

Tabel 7. 38 Eforturi rezultate din calculul numeric (SAP2000)

Solicitare	Cab. 1-2	Cab. 2-4	Tirant	Pilon	Cond <sub>max</sub>
$N_{max}$ [kN]	436.4	447.3	22.6	327.0	0.0
$M_y$ [kNm]	0.0	0.0	0.0	0.0	49.6

Se observă că pentru aceste date inițiale traversarea prezintă deplasare la mijlocul deschiderii pentru ipoteza de calcul cu greutatea permanentă, iar la aplicarea încărcării totale săgeata este egală cu 438mm.

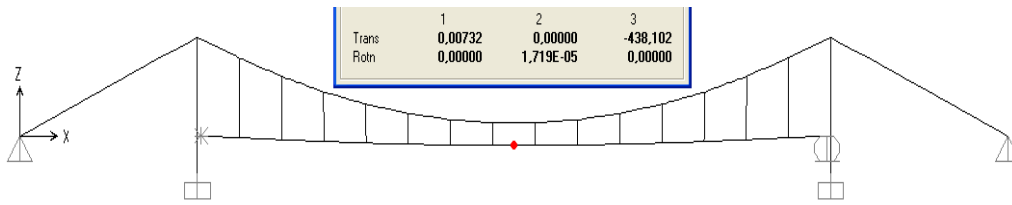


Fig. 7.55. Deformată structurii cu configurație inițială

O modalitate de a considera poziția inițială cu greutatea permanentă a structurii este de a modifica parametrii cablului. Se obține componenta orizontală a tensiunii din cablul portant conform anexei 7 pentru încărcarea cablului cu greutatea permanentă a structurii. Această valoare se introduce la opțiunea „componenta orizontală a tensiunii” pentru fiecare element de cablu portant.

În Tabel 7. 39 se prezintă valorile eforturilor pentru elementele de cablu cu tensiunea modificată.

Tabel 7. 39 Eforturi rezultate din calculul numeric cu configurație modificată

Solicitare	Cab. 1-2	Cab. 2-4	Tirant	Pilon	Cond <sub>max</sub>
N <sub>max</sub> [kN]	448.6	435.4	22.37	333.3	0.0
M <sub>y</sub> [kNm]	0.0	0.0	0.0	0.0	34.6

Deformată structurii cu proprietățile cablului portant modificate se prezintă în Fig. 7.56 unde săgeata maximă este 286mm.

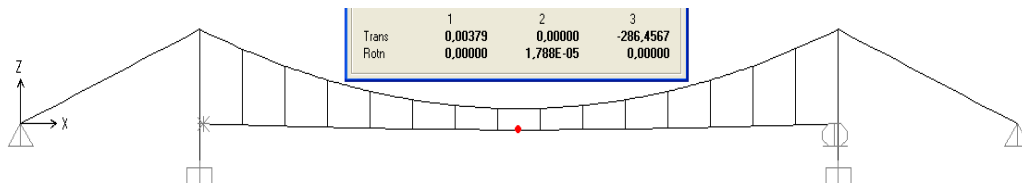


Fig. 7.56. Deformată structurii cu configurația cablurilor modificată

#### 7.8.4 Calcul numeric (SCIA Engineer)

Analiza numerică a mai fost efectuată și cu modulul de calcul al programului Nemetschek, SCIA Engineer. Rezultatele obținute au fost folosite pentru compararea rezultatelor obținute anterior.

În SCIA Engineer, structura a fost introdusă prin elemente de tip bară. După definirea proprietăților elementelor structurale a fost construită structura analizată. Geometria cablului parabolic a fost construită prin trasarea unui element drept asupra căruia s-a intervenit prin folosirea butonului de conversie la element parabolic. Cablurilor care formează structura le-au fost atribuite neliniarități pentru elemente de cablu. Pentru ca analiza să poată fi efectuată cablul principal a fost împărțit în elemente ale căror capete să fie noduri comune cu ale tiranților verticali. Încărcarea a fost declarată în două ipoteze de încărcare ( $p=1.8\text{kN/m}$  și  $g=2.7\text{kN/m}$ ). Ipotezele de încărcare au fost introduse în „Combinății Neliniare” pentru a realiza analiza neliniară a traversării. Eforturile rezultate sunt prezentate în Tabel 7. 40.

Tabel 7. 40 Eforturi rezultate din calculul numeric (SCIA Engineer)

Solicitare	Cab. 1-2	Cab. 2-4	Tirant	Pilon	Cond <sub>max</sub>
N <sub>max</sub> [kN]	448.9	441.8	22.3	330.9	0.0
M <sub>y</sub> [kNm]	0.0	0.0	0.0	0.0	54.4

Configurația inițială nu coincide cu deformată din încărcarea permanentă, iar la aplicarea încărcării totale structura are săgeata maximă la mijlocul deschiderii egală cu 526mm (Fig. 7.57)

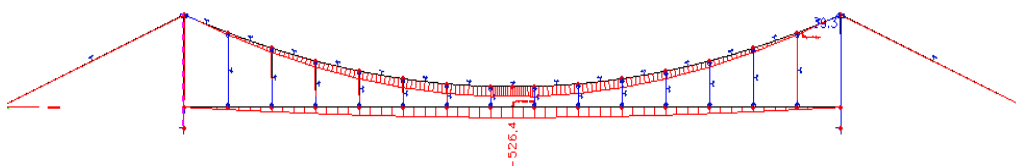


Fig. 7.57. Deformată structurilor cu elemente de cablu

În caracteristicile neliniarității elementelor de cablu se introduce o „Forță normală” egală cu 180kN. Această valoare reprezintă forța inițială în cablul parabolic. Prin definirea cablului cu tensiune inițială valorile eforturilor în elementele structurale sunt prezentate în Tabel 7. 41.

Tabel 7. 41 Eforturi rezultate din calculul numeric cu pretensionare (SCIA Engineer)

Solicitare	Cab. 1-2	Cab. 2-4	Tirant	Pilon	Cond <sub>max</sub>
N <sub>max</sub> [kN]	464.2	454.9	22.4	338.1	0.0
M <sub>y</sub> [kNm]	0.0	0.0	0.0	0.0	35.9

Deformată, în acest caz, are săgeata la mijlocul deschiderii egală cu 338mm și se prezintă în Fig. 7.58.

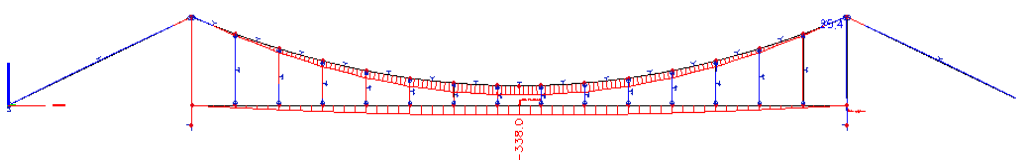


Fig. 7.58. Deformată structurilor cu elemente de cablu pretensionate

### 7.8.5 Compararea rezultatelor analitice cu rezultatele numerice în cazul traversărilor suspendate

În urma calculului efectuate s-au obținut rezultatele prezentate anterior. Acestea sunt comparate succesiv prin eroarea procentuală a eforturilor axiale în cazul cablurilor și momentul încovoietor în cazul conductei.

În Fig. 7.59 sunt prezentate grafic erorile între calculul numeric cu SAP2000 și calculul analitic.

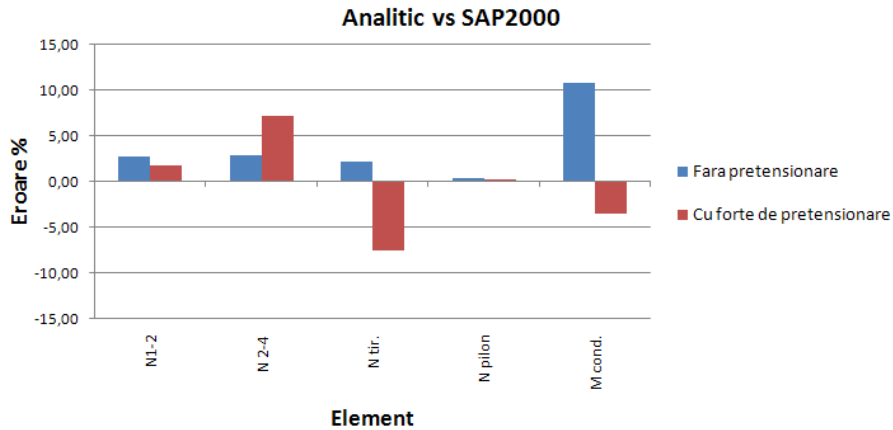


Fig. 7.59. Erori între valorile obținute analitic și numeric (SAP2000)

În Tabel 7. 42 sunt prezentate erorile rezultate din compararea eforturilor din elementele structurale obținute prin calcul numeric, în raport cu eforturile obținute prin calcul analitic, fără pretensionare respectiv cu pretensionarea cablurilor.

Tabel 7. 42 Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SAP2000) față de calculul analitic

Solicitare	Cab. 1-2	Cab. 2-4	Tirant	Pilon	Cond <sub>max</sub>
Fără pretens. [%]	2,68	2,91	2,16	0,37	10,79
Cu pretens. [%]	1,69	7,12	-7,55	0,21	-3,59

Fig. 7.60 prezintă comparația rezultatelor obținute numeric din programul SCIA Engineer, în raport cu rezultatele obținute prin calcul analitic.

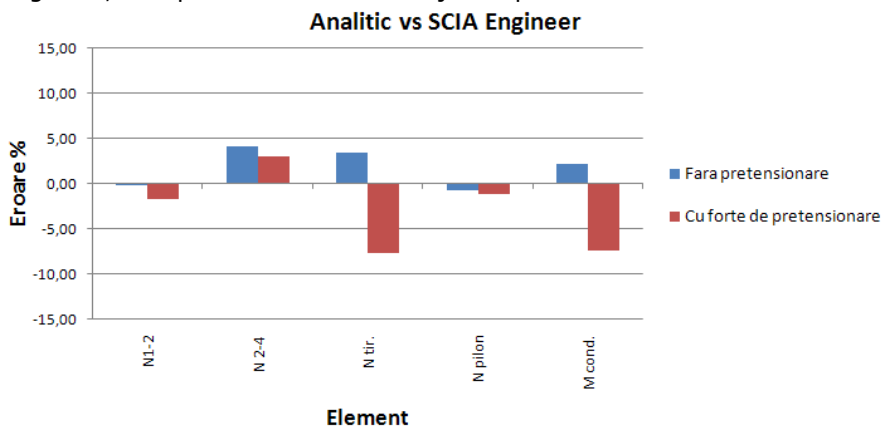


Fig. 7.60. Erori între valorile obținute analitic și numeric (SCIA Engineer)

Valorile diferențelor din SCIA Engineer în raport cu calculul analitic sunt date în Tabel 7. 43.

Tabel 7. 43 Erori între eforturi obținute din calcul numeric (SCIA Engineer) față de calculul analitic

Solicitare	Cab. 1-2	Cab. 2-4	Tirant	Pilon	Cond <sub>max</sub>
Fără pretens. [%]	-0,11	4,10	3,46	-0,82	2,16
Cu pretens. [%]	-1,73	2,97	-7,79	-1,23	-7,49

Pentru cazul calculului numeric efectuat cu programele SAP2000 și SCIA Engineer erorile rezultate sunt prezentate în Fig. 7.61. Valoarea maximă a erorii a rezultat pentru momentul încovoietor din conductă, pentru cazul fără pretensioarea cablurilor. Valorile erorilor din Fig. 7.61 sunt prezentate în Tabel 7. 44.

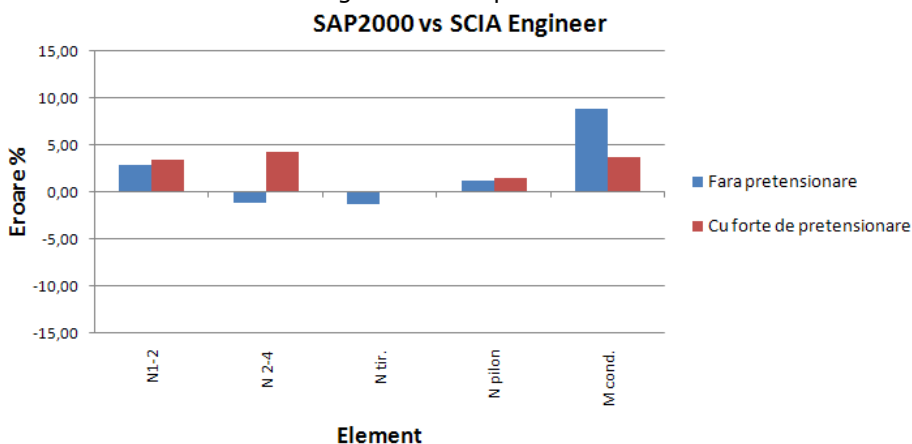


Fig. 7.61. Erori între valorile obținute prin calcul numeric (SAP2000, SCIA Engineer)

Tabel 7. 44 Erori între eforturile obținute din calcul numeric

Solicitare	Cab. 1-2	Cab. 2-4	Tirant	Pilon	Cond <sub>max</sub>
Fără pretens. [%]	2,78	-1,24	-1,35	1,18	8,82
Cu pretens. [%]	3,36	4,29	0,13	1,42	3,62

În urma comparației eforturilor obținute prin calcul analitic și calcul numeric, se observă că rezultatele obținute nu prezintă diferențe mari, cu excepția forței axiale din tiranți. Acesta însă se poate datora faptului că forțele axiale care se compară au valori reduse. Valorile erorilor pentru celelalte elemente structurale nu prezintă diferențe semnificative dacă sunt raportate la eforturile unitare ( $\sigma$ ).

### 7.8.6 Analiza traversărilor suspendate cu deschideri mari

Sistemele constructive cu cabluri suspendate au fost realizate la noi în țară încă de la începutul anilor 60. Traversarea conductelor peste râul Mureș a fost realizată prin adoptarea soluției cu cabluri suspendate, cablurile fiind așezate în stea. Cablul portant este situat în plan vertical, iar cablurile laterale sunt poziționate în plan înclinat față de orizontală.

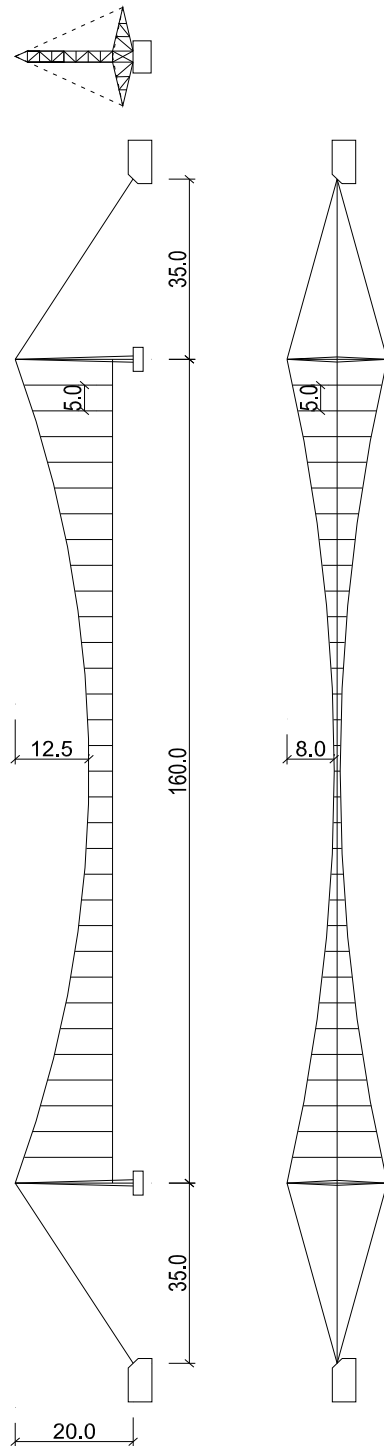


Fig. 7.62. Traversare suspendata în stea

Proprietățile geometrice ale elementelor structurale (pilon, conductă și cablu) sunt prezentate în Tabel 7.45.

Tabel 7.45 Caracteristicile geometrice ale elementelor structurale

Element	Dimensiune	Aria	Moment de inerție $I_y$	Modul de elasticitate
conductă	Ø700/8	173.9cm <sup>2</sup>	104118cm <sup>4</sup>	2.1e5 N/mm <sup>2</sup>
pilon	Ø325/10	99.0cm <sup>2</sup>	12290cm <sup>4</sup>	2.1e5 N/mm <sup>2</sup>
	Ø100/10	28.2cm <sup>2</sup>	289cm <sup>4</sup>	2.1e5 N/mm <sup>2</sup>
Cablu portant	Ø60	28.3cm <sup>2</sup>	0cm <sup>4</sup>	1.6e5 N/mm <sup>2</sup>
Cablu lateral	Ø40	12.5cm <sup>2</sup>	0cm <sup>4</sup>	1.6e5 N/mm <sup>2</sup>
Tirant vertical	Ø14	1.54cm <sup>2</sup>	0cm <sup>4</sup>	1.6e5 N/mm <sup>2</sup>
Tirant înclinat	Ø10	0.78cm <sup>2</sup>	0cm <sup>4</sup>	1.6e5 N/mm <sup>2</sup>
Tirant lateral	Ø5	0.2cm <sup>2</sup>	0cm <sup>4</sup>	1.6e5 N/mm <sup>2</sup>

Pentru structura analizată ipotezele de încărcare și valorile acestora sunt redade în Tabel 7. 46.

Tabel 7. 46 Ipoteze de încărcare pentru traversări de conducte

<b>Ipoteza de încărcare</b>		<b>Valoare</b>	<b>Obs.</b>
Greutatea proprie a elementelor	GP		atribuită de program
Încărcarea permanentă	P	700N/m	IPE200 (monorai) termoizolație
Încărcarea cvasipermanentă	CP	3675N/m	umplere
Încărcarea din vânt	V	460N/m	conf anexa 1
Încărcarea din zăpadă/chiciură	Z	800kg/m <sup>3</sup>	conf anexa 4
Încărcarea din temperatura pozitivă	T+	+70 <sup>0</sup>	cabluri conductă
		+40 <sup>0</sup>	
Încărcarea din temperatura negativă	T-	-42 <sup>0</sup>	-32 <sup>0</sup> ( $t_{ref} = 10^0$ )
Încărcarea seismică	S		Spectru de răspuns
Presiunea interioară	p	20kg/cm <sup>2</sup>	Presiunea în exploatare

Combi-națiile încărcărilor sunt aceleași cu cele prezentate în Tabel 7. 11.

Construcția elementelor structurale a fost realizată după definirea rastrului de linii care caracterizează configurația structurală. Rastrul a fost definit, pe axa OX, prin cele două deschideri laterale de 35m și deschiderea centrală de 160m. Pe direcția axei OY s-au definit două intervale la distanța de 1m (pentru construcția pilonului) și două intervale de 7.5m (pentru capățile consolelor laterale), iar pe axa OZ s-au definit intervalele: 3.5m (fundăție-conductă), 4.0m (conductă-sageata maximă cablu portant) și 12.5m (săgeata maximă-vârful pilonilor).

Pasul următor constă în definirea materialelor și secțiunilor pentru elementele constructive. Elementele pilonilor au fost declarate ca element de tip bară între rastrul declarat pe direcția OZ, după care, prin comanda „divide”, s-a împărțit pilonul în 9 intervale egale. Baza pilonilor este considerată articulată.

Cablurile au fost construite prin selectarea opțiunii „Cable”. Ancorele au fost desenate între punctul de ancorare inferior și vârful pilonului cu caracteristicile implicite. Cablul parabolic a fost trasat între vârfurile pilonilor iar la declararea lui s-a selectat opțiunea „Săgeata maxima” cu valoarea 12.5m și bifarea opțiunii „împărțirea în proiecții egale pe orizontală”.

Conducta a fost trasată pe deschiderea centrală iar ulterior a fost împărțită în 32 de intervale. Unul din capete a fost mutat, prin comanda „Move” în interiorul deschiderii centrale (5cm) pentru declararea condițiilor de margine. Este important de declarat constrângerea rotirii în jurul axei 1 (longitudinale), la cel puțin un capăt, pentru a evita erorile date pentru rigiditate insuficientă a conductei. Conducta este considerată simplu rezemată la celălalt capăt.

Cablurile laterale au fost declarate în plan vertical cu săgeata maximă la mijloc egală cu 8.0m și având proiecții egale pe orizontală. Pentru poziționarea lor în plan înclinat a fost folosită comanda „Replicate” cu opțiunea „radial” unde s-a introdus valoare  $101.6^\circ$  ( $90^\circ + \arctg((3.5m/2)/8.5m) = 101.6^\circ$ ).

Tiranții verticali au fost declarați între nodurile conductei și nodurile cablului parabolic cu diametrul de 14mm. Tiranții din planul înclinat au fost aleși Ø10mm între nodurile conductei și nodurile cablului lateral. Au mai fost declarați și cabluri Ø5mm între nodurile cablului din planul vertical și cablurile parabolice din planul înclinat.

După definirea ipotezelor de încărcare (Load Pattern) au fost declarate încărcările aferente fiecărei ipoteze. Au fost declarate combinațiile de încărcări prezentate mai sus. Cazurile de analiză au fost modificate pentru analiza neliniară.

Prima fază a constat în analiza ipotezei de încărcare cu greutatea permanentă. Valorile forței axiale din cabluri care au rezultat au fost introduse la caracteristicile cablurilor, „Tension at I-End”. După o nouă rulare valorile forțelor axiale sunt mai mari și trebuie introduse la declararea cablurilor. Cu noile valori, analiza structurii încărcată cu greutatea permanentă dă rezultate aproape identice cu cele anterioare iar deformata structurii este identică cu configurația structurală considerată inițial. În acest moment se poate spune că „Starea de nul” a fost realizată.

În continuare, se face analiza tuturor combinațiilor și se urmărește variația momentelor încovoietoare pe conductă și deplasările nodului central, atât în plan vertical cât și în plan orizontal. Momentul încovoietor la mijlocul deschiderii variază, în funcție de combinație, de la valoarea -11kNm până la 144kNm. Pentru a face un echilibru între momentele pozitive și momentele negative se poate introduce forța de pretensionare prin folosirea încărcării „target force” pe cablurile de ancorare ale cablului purător și ale cablurilor laterale.

Prin alegerea unei forțe de pretensionare în cablul portant de 900kN, iar în cablurile laterale 350kN se obțin următoarele valori ale forței axiale în cabluri

Tabel 7. 47 Forța axială maximă în cabluri

Elem.	Diametru [mm]	Combinația	N <sub>max</sub> [kN]
Cablu portant	60	CU22_1,35Perm+1,35CP+0,9V+1,2Z+0,9T-	2498,3
Cablu lateral	40	CU19_1,35Perm+1,5V+0,9T-	814,20
Tirant vertical	14	CU28_1,35Perm+1,35CP+1,2Z+0,9T-	44,77
Tirant înclinat	10	CU01_1,35Perm	11,02
Tirant lateral	5	CU09_1,35Perm+0,9V+1,5T	2,89

Valorile extreme ale momentului încovoietor din conductă sunt prezentate în Tabel 7. 48. Din aceste valori, efortul maxim în conductă este mai mic decât efortul maxim capabil.

$$\sigma_x = \frac{1.88 \cdot 10^3 N}{17392 mm^2} + \frac{61.45 \cdot 10^6 N \cdot mm}{2974802 mm^3} + \frac{90.81 \cdot 10^6 N \cdot mm}{2974802 mm^3} = 51.3 \frac{N}{mm^2} \quad (7.99)$$



$$\sigma_y = 86.5 \frac{N}{mm^2} \quad (7.100)$$

$$\sigma_{ech} = \sqrt{51.3^2 + 86.5^2 - 51.3 \cdot 86.5} = 75.3 \frac{N}{mm^2} < f_{y,d} = 210 \frac{N}{mm^2} \quad (7.101)$$

Tabel 7. 48 Eforturile extreme în conductă

Elem	Combi-nația	Nx [kN]	Tz [kN]	Mz [kNm]	My [kNm]
19	CU18_1,35Perm+0,9V+1,5T-	7,56	-6,76	34,52	<b>-66,75</b>
31	CU06_1,35Perm+1,35CP+0,9V+0,9T	0,49	-0,44	45,81	<b>93,65</b>
28	CU07_1,35Perm+0,95CP+1,5V+0,9T	1,88	0,27	<b>90,81</b>	61,45

Verificarea elementelor pilonilor constă în verificarea zăbrelelor la compresiune și verificarea tălpilor la compresiune excentrică. Valorile eforturilor în tălpile pilonului se prezintă în Tabel 7. 49. Zveltețea tălpilor este mai mică decât zveltețea admisă dacă se alege o secțiune Ø400/10. Pentru această secțiune și cu aceste valori tensiunea efectivă în pilon nu depășește rezistența de calcul iar stabilitatea este verificată.

$$\sigma_{ef} = \frac{N_x}{\varphi \cdot A} + \frac{c_y \cdot M_y}{\varphi_g \cdot \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_E}\right) W_y} = \frac{11226 \cdot 10^3 N}{0.48 \cdot 12252 mm^2} + \frac{0.98 \cdot 121 \cdot 10^6 N \cdot mm}{0.962 \cdot \left(1 - \frac{9163}{1439}\right) \cdot 1165491 mm^3} = 2014 \frac{N}{mm^2} \quad (7.102)$$

Tabel 7. 49 Eforturi în pilon

Elem	Combi-nația	Nx [kN]	Tx [kN]	My [kNm]
113	CU22_1,35Perm+1,35CP+0,9V+1,2Z+0,9T-	<b>-1122,6</b>	13,3	12,1
43	CU08_1,35Perm+0,95CP+0,9V+1,5T	627,9	16,4	<b>21,37</b>

În Tabel 7. 50 se prezintă deplasările nodului central după axele X, Y, și Z. Deplasarea maximă este 798mm într-o combinație care implică efectele acțiunii vântului și creșterii de temperatură. Această valoare se încadrează în deplasarea maxim admisă L/200=800mm. Valorile pozitive pe direcția OZ, reprezintă deplasările pe verticală în sus.

Tabel 7. 50 Deplasarea nodului de la mijlocul deschiderii

Nod	Combi-nația	UX	UY	UZ
		mm	mm	mm
19	CS18_1,0Perm+0,6V+1,0T-	-21	442	<b>748</b>
19	CS11_1,0Perm+1,0CP+0,6T+	9	0	<b>-773</b>
19	CS10_1,0Perm+1,0V+0,6T+	-3	<b>798</b>	360

Pilonul este prins articulat la capătul inferior, fiind posibilă rotirea în jurul axei Y. În Tabel 7. 51 sunt prezentate deplasările maxime ale nodului superior al pilonului.

Tabel 7. 51 Deplasarea capătului superior al pilonului

Nod	Combi-nația	UX	UY	UZ
		mm	mm	mm
130	CS18_1,0Perm+0,6V+1,0T-	<b>137</b>	6	-14
130	CS23_1,0Perm+0,7CP+1,0V+0,8Z+0,6T-	60	<b>13</b>	13
130	CS24_1,0Perm+0,7CP+0,6V+0,8Z+1,0T-	64	8	<b>18</b>

Deplasarea maximă la capătul simplu rezemat al conductei a rezultat din combinația încărcării permanente cu acțiunea vântului și a temperaturii negative, afectate de coeficienții pentru starea limită de serviciu și este prezentată în Tabel 7. 52. Această deplasare este importantă pentru proiectarea compensatorului.

Tabel 7. 52 Deplasarea reazemului conductei

Nod	Combi-nația	UX
		mm
125	CS18_1,0Perm+0,6V+1,0T-	21

### 7.8.7 Consumul de material

Consumul de oțel pentru traversarea cu cabluri parabolice se prezintă în Tabel 7. 53. Totalul oțelului necesar este 37319kg (cabluri - 6889kg, profile - 30430kg), rezultând într-un consum de 228kg/m pentru o deschidere de 160m.

Tabel 7. 53 Consumul de oțel pentru traversarea cu cabluri parabolice

Secțiunea	Tip elem.	Buc.	$L_{tot}$	$G_{tot}$
			m	kg
Ø66	Cablu	1	243,2	3964
Ø39	Cablu	2	464,0	2610
Ø14, Ø10, Ø5	Cablu	160	1033,0	315
Ø700/8	Bară	6	160,0	20810
Pilon	Bară	4	40,0	9620
Total				37319

### 7.9 Analiza dinamică a traversărilor suspendate

Comportarea traversărilor suspendate pe cabluri, este foarte greu de anticipat datorită neliniarității eforturilor care apar în elementele de cablu. În continuare sunt prezentate analize dinamice efectuate cu programul de calcul SAP2000 cu luarea în considerare a unei acțiuni dinamice a vântului.

Forma variației (Fig. 7.63a), a fost obținută de la Centrul Meteo Regional Banat Crișana, care deține o stație automată cu traductor ultrasonic VS425 (Fig. 7.63b), amplasată la Vărădia, județul Arad. S-a considerat perioada în care traductorul a înregistrat maximul vitezei de când a fost instalat (2009).

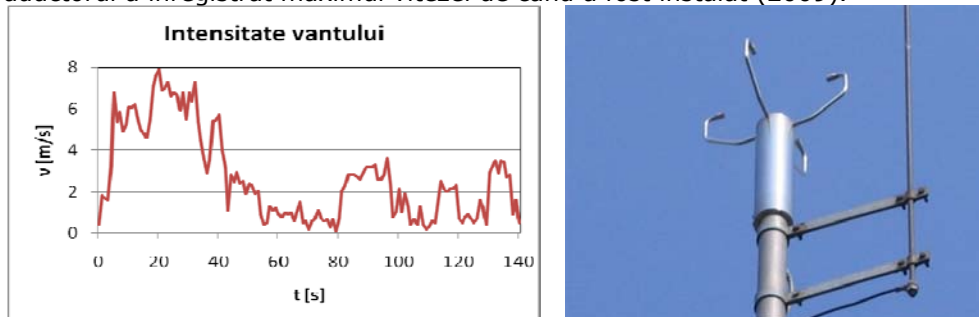


Fig. 7.63. Spectru de viteze stația Vărădia

Efectul dinamic este analizat prin definirea ipotezei de încărcare printr-o funcție „Time-History”. Generalitățile introducerii acestei analize sunt prezentate în continuare. Valorile intensității vântului au fost introduse într-un fișier de tip „txt”. În bara de meniu, se apasă butonul „Define” apoi „Functions” iar în lista care apare se selectează „Time History”. Se adaugă funcția prin apăsarea butonului „Add new function” după selectarea opțiunii „From file” în lista de opțiuni pentru tipul funcției, după care se denumește funcția (Varadia). În secțiunea „Function File” se importă fișierul de tip „txt” salvat anterior. Pentru a vizualiza forma graficului se acționează butonul „display graph”. Salvarea datelor se face la acționarea butonului „OK”. Ipoteza de încărcarea se definește prin adăugarea ei în lista de „Load cases” prin apăsarea butonului „Add new load case”. La tipul ipotezei, „Load case type” se selectează opțiunea „Time history”. Tipul analizei a fost selectat neliniar, iar la tipul funcției „time history” s-a selectat opțiunea analizei modale, „Modal”. La secțiunea încărcării aplicate a fost introdusă funcția definită anterior (Varadia). Multiplicatorul acestei încărcări este egal cu 0.127 astfel încât valoarea maximă a funcției să corespundă cu încărcarea care acționează pe conductă, corespunzătoare vitezei maxime de 7.9m/s . Pentru condițiile inițiale a fost selectată opțiunea de continuare a analizei din faza sfârșitului analizei care ia în considerare și pretensionarea cablurilor, „Continue from state at End of Nonlinear Case”. În ecranul principal, se selectează conducta căreia i se atribuie, „Assign” - „Frame loads”, încărcarea pe direcție orizontală „y”. După definirea analizei dinamice „Time history”, se apasă butonul „Run” pentru realizarea calculului numeric.

### 7.9.1 Traversările cu două cabluri drepte analizate dinamic

Analiza dinamică presupune existența unei analize modale. Această analiză se declară în programul SAP2000, prin adăugarea unei analize „Add new load case”, în submeniul „Load cases” al butonului „Define”. În lista tipurilor de analiză, s-a ales „Modal” cu vectori proprii, la tipul de moduri.

Analiza modală depinde de masa structurii. În Tabel 7. 54, sunt prezentate valorile perioadelor proprii ale traversării în cazul în care masa este considerată doar din încărcarea proprie și cazul în care este luată în considerare și încărcarea cvasipermanentă (ambele cu coeficientul 1).

Tabel 7. 54 Perioadele traversării cu două cabluri drepte în funcție de masa considerată

Modul	$m_{perm}$	$m_{perm+cvp}$
	T[s]	T[s]
1	1.0345	1.3005
2	0.9012	1.1341
3	0.4756	0.5904
4	0.3866	0.4355
5	0.3865	0.3930
6	0.3538	0.3866
7	0.3124	0.3866
8	0.2488	0.3096

Perioadele proprii depind și de nivelul de solicitare al elementelor în anumite situații.

Se poate alege astfel analiza modală să fie făcută plecând de la rigiditatea determinată într-un anumit caz de încărcare. În practică, traversarea poate fi pretensionată cu conducta goală sau pretensionată cu conducta plină. În acest caz, perioadele proprii vor avea alte valori. În Tabel 7. 55 sunt prezentate valorile perioadelor proprii ale traversării având rigiditățile în funcție de ipoteza care ia în calcul pretensionarea cu conducta goală și ipoteza care consideră conducta plină.

Tabel 7. 55 Perioadele traversării în funcție de masa considerată și rigiditate

Modul	$m_{perm}$		$m_{perm+cvp}$	
	T [s] ( $K_{pretens}$ )	T [s] ( $K_{umplere}$ )	T [s] ( $K_{pretens}$ )	T [s] ( $K_{umplere}$ )
1	1.0387	1.0340	1.3058	1.2994
2	0.9031	0.9034	1.1365	1.1368
3	0.4779	0.4741	0.5945	0.5889
4	0.4366	0.3914	0.4372	0.4340
5	0.4365	0.3913	0.4365	0.3951
6	0.3541	0.3523	0.4365	0.3913
7	0.3139	0.3141	0.3948	0.3912
8	0.2482	0.2484	0.3093	0.3092

Se observă că perioadele de vibrație nu prezintă diferențe mari pentru rigiditatea structurii în diferite situații de încărcare. Valorile perioadelor sunt mai mici atunci când nu se ia în considerare la calculul masei, greutatea din umplerea conductei.

Pentru cele trei răspunsuri modale s-au creat cazuri de analiză neliniară de tip dinamic, „time history”. Acestea determină răspunsul structurii în funcție de amortizare. Pentru sistemele constructive ale traversărilor este greu ca factorul de amortizare să fie determinat pe cale teoretică, deoarece legăturile care dau naștere la frecări sunt foarte numeroase iar valoarea frecărilor este greu de evaluat în calcul.

În continuare sunt prezentate rezultatele obținute pentru o amortizare proporțională de la 0.05 până la 0.1 pentru perioadele cuprinse între 1s și 0,1s.

Primele trei figuri prezintă analiza în care masa echivalentă a fost luată în considerare din greutatea permanentă. Fig. 7.64a reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare inițială. Fig. 7.64b reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare cu pretensionarea cablurilor. Fig. 7.64c reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare cu cablurile pretensionate și conducta plină.

Fig. 7.64 d,e,f, prezintă deplasările nodurilor având analiza modală efectuată cu masa echivalentă a încărcării permanente și umplerea conductei. Fig. 7.64d reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare inițială. Fig. 7.64e reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare cu pretensionarea cablurilor. Fig. 7.64f reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare cu pretensionarea cablurilor și conducta plină.

Cu negru este reprezentat nodul central, cu roșu este reprezentat nodul intermediar iar cu negru este reprezentat nodul în care conducta este susținută de cablu.

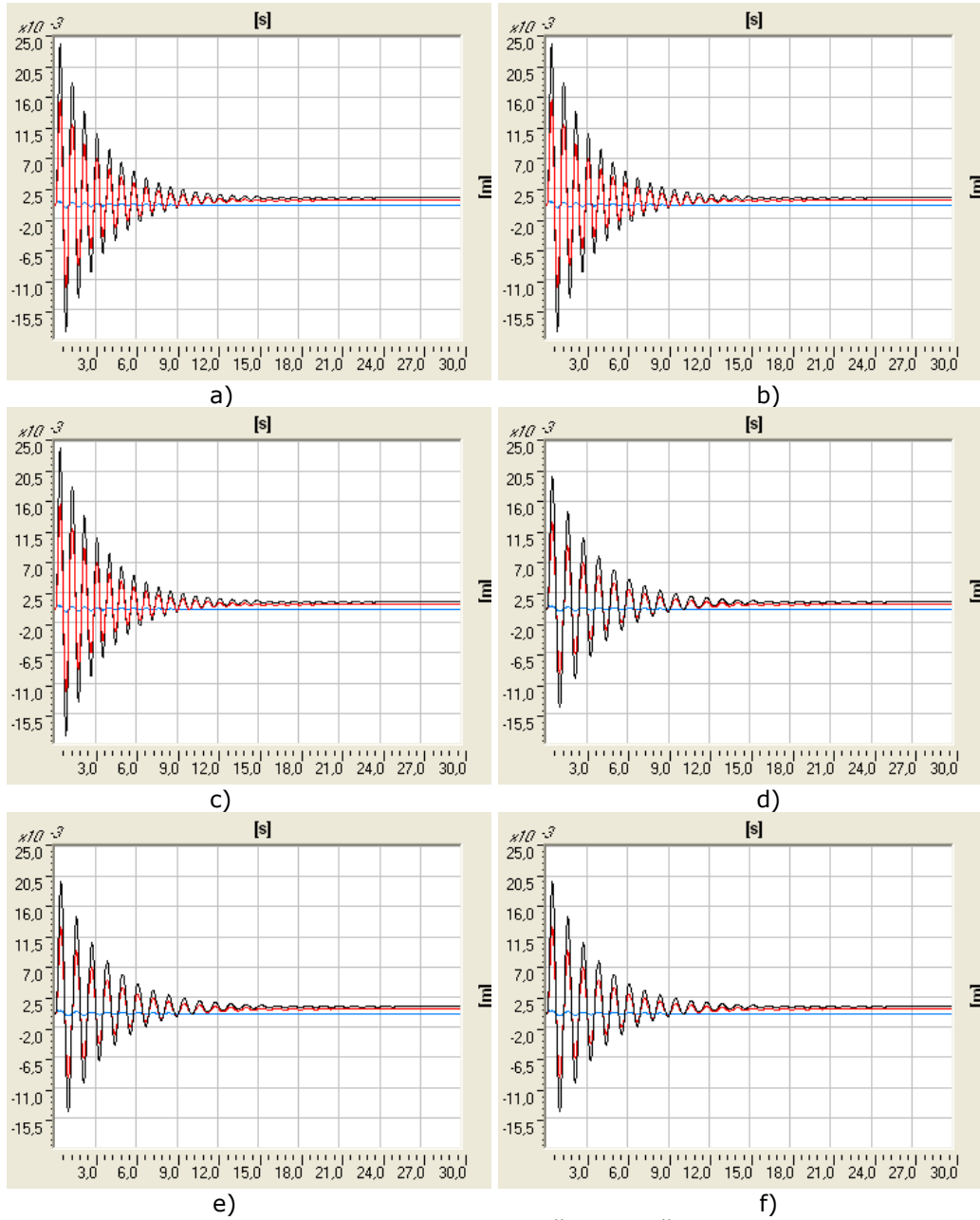


Fig. 7.64. Amortizarea traversării cu două cabluri

Se observă că deplasarea maximă a nodului central este mai mare în cazul în care masa structurii este mai mică, 24.2mm (Fig. 7.64a) față de 19.9mm (Fig. 7.64d).

Forma sinusoidală este urmărită simultan de cele două noduri ceea ce face ca modul de vibrație la acțiunea dinamică să fie modul 1 de vibrație.

Făcând o comparație între eforturile obținute prin analiza static neliniară și dinamic neliniară se poate observa că eforturile (Tabel 7. 56) din analiza statică sunt mai mari pentru cablul lateral care este solicitat la acțiunea vântului asupra structurii. Același lucru se poate spune și despre momentul încovoietor datorat acțiunii laterale.

Tabel 7. 56 Eforturi în elementele structurale

Comb.	Tip analiză	Cablu lateral	Cablu tirant	Ancora	Cond.
		N [kN]	N [kN]	N [kN]	M <sub>z</sub> [kNm]
P+V	Static neliniar	107.2	143.6	141.7	24.1
	Dinamic neliniar	104.5	143.6	140.9	19.5
P+CVP+V	Static neliniar	106.7	282.9	276.9	24.1
	Dinamic neliniar	104.4	282.9	276.9	19.4

### 7.9.2 Traversările cu patru cabluri drepte analizate dinamic

La fel ca și în cazul traversării cu două cabluri drepte, se prezintă valorile perioadelor proprii de vibrație pentru cazul în care masa structurii este considerată doar din încărcarea permanentă respectiv permanentă și umplerea structurii. De asemenea au fost luate în considerare rigiditățile structurii în diferite situații de încărcare, Tabel 7. 57.

Tabel 7. 57 Perioadele traversării cu patru cabluri drepte în funcție de masa considerată

Modul	m <sub>perm</sub>			m <sub>perm+cvp</sub>		
	T [s] (K <sub>initial</sub> )	T [s] (K <sub>pretens</sub> )	T [s] (K <sub>umplere</sub> )	T [s] (K <sub>initial</sub> )	T [s] (K <sub>pretens</sub> )	T [s] (K <sub>umplere</sub> )
1	0.8106	0.8167	0.8029	1.0118	1.0217	1.0028
2	0.5161	0.5169	0.5140	0.6446	0.6467	0.6423
3	0.4747	0.4737	0.4754	0.5928	0.5929	0.5940
4	0.3885	0.4315	0.3911	0.4443	0.4439	0.4447
5	0.3884	0.4314	0.3910	0.4213	0.4314	0.4204
6	0.3554	0.3543	0.3554	0.3885	0.4313	0.3908
7	0.3364	0.3376	0.3356	0.3884	0.4231	0.3907
8	0.2850	0.2850	0.2844	0.3568	0.3573	0.3563

Perioadele proprii ale traversării cu patru cabluri sunt mai mici decât perioadele proprii ale traversării cu două cabluri, diferența fiind de 0.3secunde pentru primul mod de vibrație, pentru ambele situații de masă, considerate.

Primele trei figuri prezintă analiza în care masa echivalentă a fost luată în considerare din greutatea permanentă. Fig. 7.65a reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare inițială. Fig. 7.65b reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare cu pretensionarea cablurilor. Fig. 7.65c reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare cu cablurile pretensionate și conducta plină.

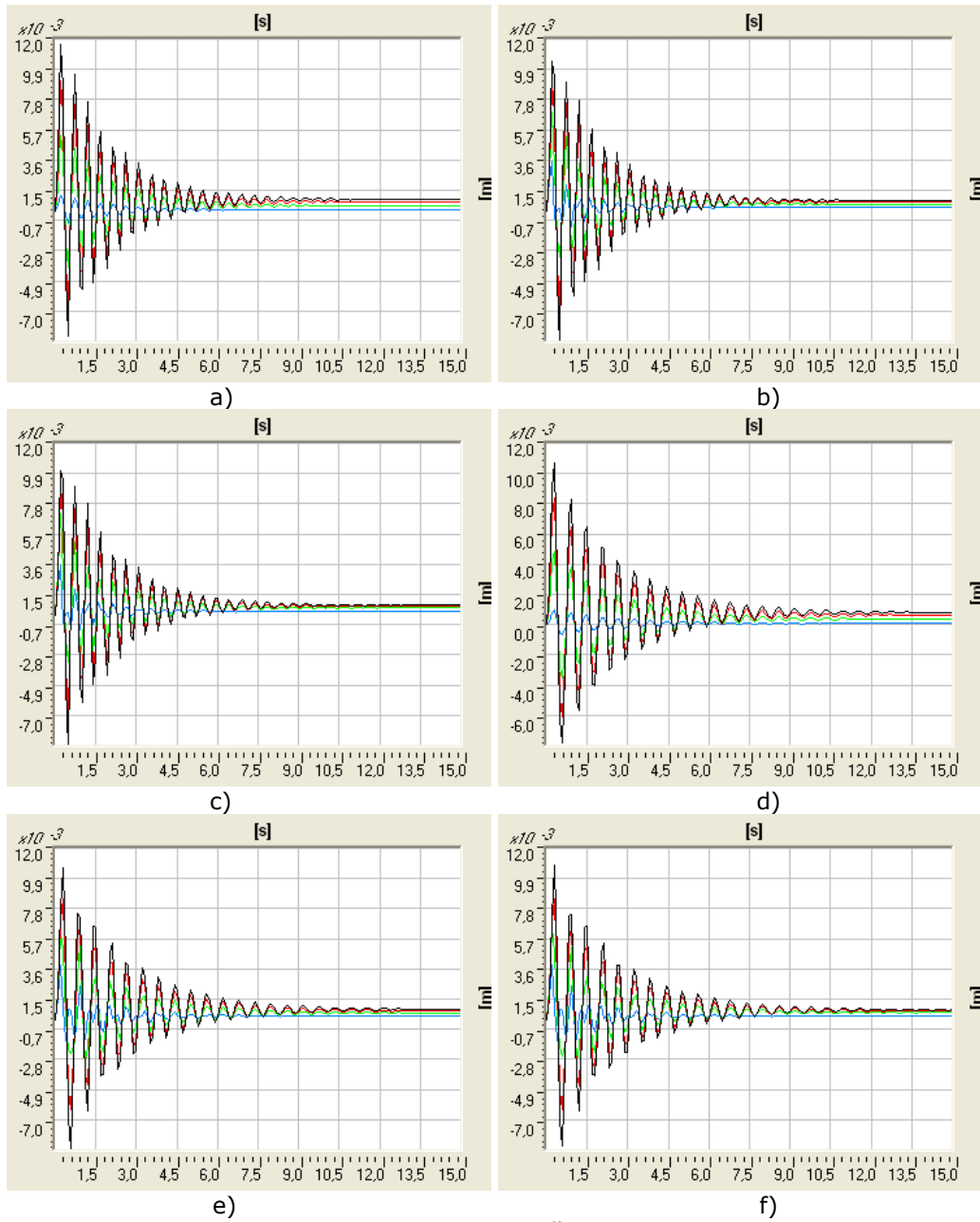


Fig. 7.65. Amortizarea traversării cu patru cabluri

Fig. 7.65d,e,f, prezintă deplasările nodurilor având analiza modală efectuată cu masa echivalentă a încărcării permanente și umplerea conductei. Fig. 7.65d reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea forței modale pentru cazul de încărcare inițială. Fig. 7.65e reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea forței modale pentru cazul de încărcare cu

pretensionarea cablurilor. Fig. 7.65f reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare cu pretensionarea cablurilor și conducta plină.

Se observă că deplasarea maximă a nodului central este mai mică în cazul în care masa structurii este mai mică, 10.42mm (Fig. 7.65b), față de 10.63mm (Fig. 7.65e), însă diferențele sunt foarte mici.

Forma sinusoidală este urmărită simultan de nodurile conductei având valoarea negativă minimă -9.5mm (Fig. 7.65b), respectiv -8.9mm (Fig. 7.65e), structura stabilizându-se la 12 de secunde la o valoare pozitivă a deplasării.

Deplasările nodurilor traversării cu patru cabluri sunt mult mai mici decât deplasările traversării cu două cabluri.

Eforturile obținute prin analiza static neliniară și dinamic neliniară sunt prezentate în Tabel 7. 58. Spre deosebire de traversările cu două cabluri drepte, din analiza dinamică a traversărilor cu patru cabluri drepte reiese că forța axială maximă care apare în cablul lateral și momentul încovoietor în conductă datorat încărcării laterale sunt mai mari decât eforturile rezultate din analiza statică.

Tabel 7. 58 Eforturi în elementele structurale

Comb.	Tip analiză	Cablu lateral	Cablu tirant	Ancora	Cond.
		N [kN]	N [kN]	N [kN]	M <sub>z</sub> [kNm]
P+V	Static neliniar	53.9	75.2	148.6	5.6
	Dinamic neliniar	55.8	74.9	148.4	19.9
P+CVP+V	Static neliniar	54.3	148.1	293.6	5.6
	Dinamic neliniar	56.2	148.1	293.5	19.8

### 7.9.3 Traversările cu cabluri parabolice analizate dinamic

Acest tip de traversări prezintă o altă amortizare, așa cum se prezintă în [56]. Pentru analiza dinamică, s-a ales o amortizare proporțională pentru perioadele 1,1 și 0,167 având valorile 0,04 respectiv 0,1. La fel ca și în cazul traversării cu două cabluri drepte, se prezintă valorile perioadelor proprii de vibrație pentru cazul în care masa structurii este considerată doar din încărcarea permanentă respectiv permanentă și umplerea structurii. De asemenea au fost luate în considerare rigiditățile structurii în diferite situații de încărcare, Tabel 7. 59.

Tabel 7. 59 Perioadele traversării cu cabluri parabolice în funcție de masa considerată

Modul	m <sub>perm</sub>			m <sub>perm+cvp</sub>		
	T [s] (K <sub>initial</sub> )	T [s] (K <sub>pretens</sub> )	T [s] (K <sub>umplere</sub> )	T [s] (K <sub>initial</sub> )	T [s] (K <sub>pretens</sub> )	T [s] (K <sub>umplere</sub> )
1	3.6805	3.2568	3.0821	5.4710	4.8562	4.6177
2	2.8372	2.1806	2.2154	4.2562	3.2711	3.3525
3	2.4920	2.0228	1.8336	3.6741	2.9839	2.7400
4	1.9589	1.8965	1.7298	2.8969	2.8045	2.5675
5	1.6221	1.4258	1.3731	2.4373	2.0976	2.0711
6	1.3757	1.3193	1.3669	2.0296	1.9664	2.0195
7	1.3252	1.1964	1.1134	1.9491	1.7677	1.6620
8	1.0340	1.1134	0.9400	1.5404	1.3080	1.3769



Perioadele proprii ale traversării cu patru cabluri sunt mai mici decât perioadele proprii ale traversării cu două cabluri, diferența fiind de 2.7secunde pentru primul mod de vibrație, pentru ambele situații de masă, considerate. Se poate observa o diferență de 0.6s și între perioadele de vibrație cu aceeași masă dar cu situații de încărcare diferită.

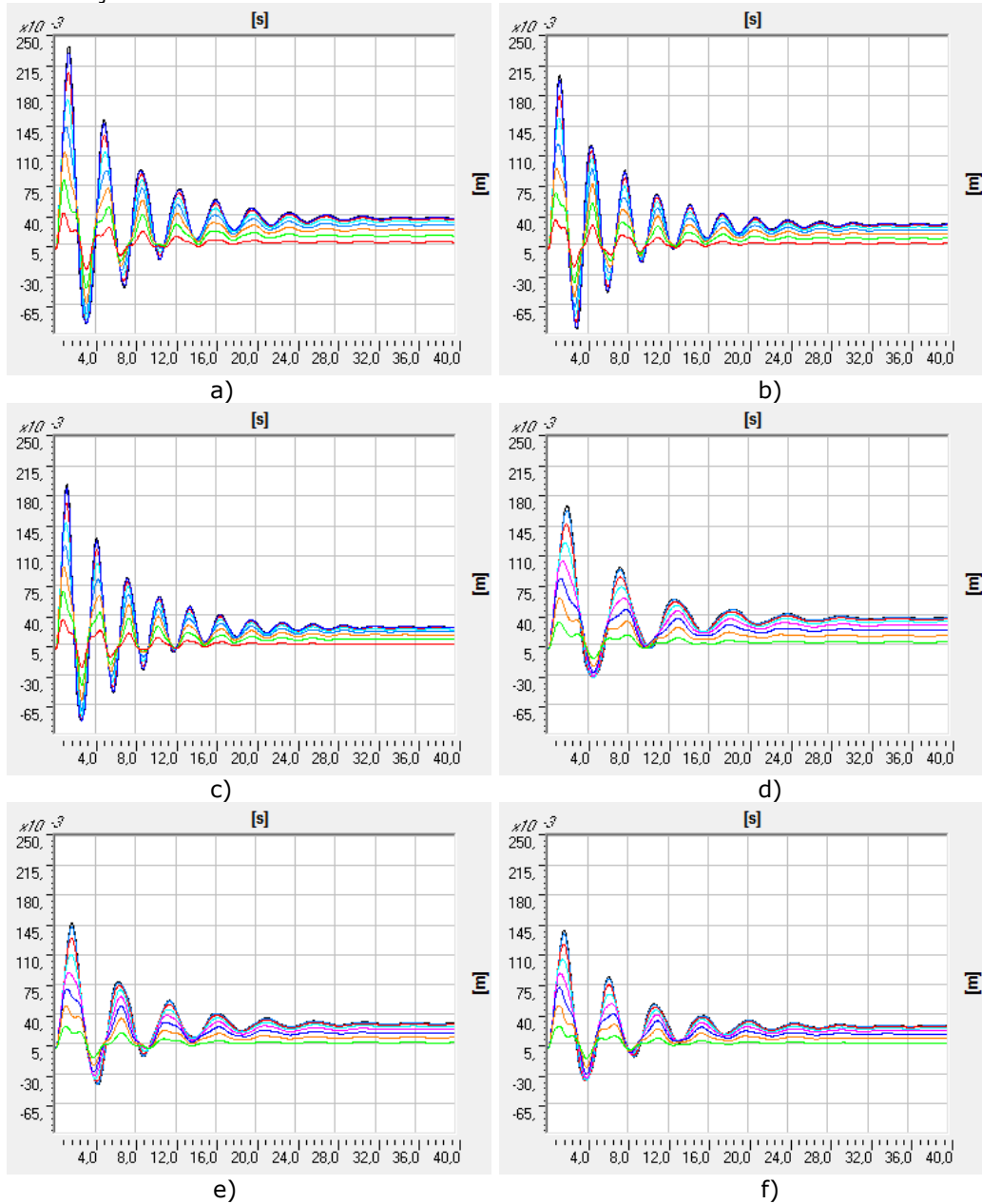


Fig. 7.66. Amortizarea traversării cu cabluri parabolice

Primele trei figuri prezintă analiza în care masa echivalentă a fost luată în considerare din greutatea permanentă. Fig. 7.66a reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare inițială. Fig. 7.66b reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare cu pretensionarea cablurilor. Fig. 7.66c reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare cu cablurile pretensionate și conducta plină.

În Fig. 7.66d,e,f, se prezintă deplasările nodurilor având analiza modală efectuată cu masa echivalentă a încărcării permanente și umplerea conductei. Fig. 7.66d reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare inițială. Fig. 7.66e reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare cu pretensionarea cablurilor. Fig. 7.66f reprezintă deplasările nodurilor conductei pe orizontală, la aplicarea formei modale pentru cazul de încărcare cu pretensionarea cablurilor și conducta plină.

Se observă că deplasarea maximă a nodului central este mai mare în cazul în care masa structurii este considerată ca fiind echivalentă greutății proprii, 240mm (Fig. 7.66a) față de 164mm (Fig. 7.66d).

Deplasările nodurilor conductei nu urmăresc toate forma sinusoidală dar perioada oscilațiilor este aceeași pentru fiecare nod. Valoarea deplasării este negativă minimă -74mm (Fig. 7.66a) respectiv -33mm (Fig. 7.66d), structura stabilizându-se la 30 de secunde la o valoare pozitivă a deplasării.

Între perioadele mișcării oscilatorie din cazul în care masa echivalentă este considerată doar din greutatea proprie se observă o scădere a perioadei de oscilație în cazul în care rigiditatea în analiză este considerată cea din analiza neliniară cu luarea în considerare a încărcărilor. Aceeași remarcă poate fi atribuită și cazului în care masa echivalentă ia în considerare greutatea proprie și încărcarea din umplerea conductei.

Toate acestea ne arată că analizele depind foarte mult de starea de eforturi considerată la calculul modal, rezultatele obținute putând influența perioada de vibrație a structurii dar și starea de eforturi din elementele structurale.

Eforturile obținute prin analiza static neliniară și dinamic neliniară sunt prezentate în Tabel 7. 60. Din analiza dinamică a traversărilor cu patru cabluri drepte reiese că forța axială maximă care apare în cablul lateral și momentul încovoietor în conductă datorat încărcării laterale variază în funcție de situația de încărcare. Pentru conducta goală eforturile din cablul lateral este mai mare în analiza statică iar pentru cazul în care conducta este plină efortul în cablurile laterale este mai mare la analiza dinamică. La umplerea conductei cablurile laterale tind să se relaxeze starea inițială de eforturi fiind diferită.

Tabel 7. 60 Eforturi în elementele structurale

Comb.	Tip analiză	Cablu parab	Cablu lat.	Cablu tirant	Ancora	Cond.
		N [kN]	N [kN]	N [kN]	N [kN]	M <sub>z</sub> [kNm]
P+V	Static neliniar	810.1	551.7	12.4	898.4	60.5
	Dinamic neliniar	805.8	444.2	12.6	893.8	21.6
P+CVP+V	Static neliniar	1596.8	376.6	30.5	1759.3	63.2
	Dinamic neliniar	1593.0	390.9	30.6	1750.7	19.4

## 7.10 Analiza pe faze de construcție

Proiectarea structurilor suspendate implică etape ale construcției care pot determina instabilitatea substructurilor intermediare. Sistemul structural se poate modifica semnificativ, în funcție de metoda de construcție, iar aceste modificări ale structurii pot duce la situații critice care nu ar rezulta la situația finală. Este recomandată analiza pe faze de construcție a sistemelor cu elemente întinse, pentru a verifica stabilitatea și eforturile care pot apărea în situațiile intermediare.

La traversările cu cabluri drepte, efectele și forțele de pretensionare sunt foarte importante pentru stabilirea geometriei pe parcursul construcției. Fazele de construcție trebuie modelate în concordanță cu fiecare etapă, separat. Conform standardelor, în orice etapă, nu trebuie să existe forțe de compresiune în cablurile structurii. Acesta ar fi cazul în care, modelarea cablurilor ar fi făcută cu elemente de tip bară solicitate axial.

În practică, datorită erorilor cum ar fi greutatea elementelor, forța din cabluri sau proprietăți mecanice diferite ale materialelor, este necesară monitorizarea și corectarea în timpul construcției. Simularea procesului de construcție trebuie acordată cu măsurătorile de pe teren din timpul construcției.

Principalele obiective ale simulării analizei pe faze de construcției sunt:

- determinarea tensiunii necesare din cabluri la fiecare etapă a construcției;
- specificarea geometriei elementelor constructive;
- reglarea nivelmentului conductei;
- calcularea deformațiilor din fiecare etapă a construcției;
- controlul eforturilor unitare din elementele structurale.

În prezent proiectarea asistată de calculator permite analiza fazelor de construcție prin două metode: „progresivă” și „regresivă”.

Analiza „progresivă” urmărește fazele de construcție succesive în timp ce analiza „regresivă” se face în funcție de starea finală a structurii, eliminându-se încărcările și elementele structurale în ordine inversă a etapelor reale. Analiza pe faze de lucrări „regresivă” se folosește îndeosebi la structurile care au în componența lor materiale cu proprietăți dependente de timp (curgerea lentă a betonului). Rezultatele obținute prin această metodă, sunt valori orientative pentru eforturile care trebuiesc introduse în cabluri la analiza progresivă a structurii.

Pentru a efectua analiza pe faze de lucrări, mai întâi trebuiesc definite etapele de construcție. Traversările suspendate cu cabluri parabolice se construiesc în 5 faze principale:

- montarea pilonilor,
- prinderea cablului portant și a tiranților verticali,
- montarea conductei,
- prinderea cablului lateral și a tiranților orizontali,
- prinderea tiranților laterali.

Încărcările care acționează asupra structurii pe durata execuției trebuie determinate conform SR-EN 1991-1-6. Aceste încărcări se determină prin luarea în considerare a unei perioade de revenire diferită. Durata de execuție a unei traversări suspendate este sub 3 luni, ceea ce duce la alegerea unei perioade de revenire de 5 ani.

În cazul acțiunii **vântului**, este recomandată folosirea unei viteze minime de 20m/s, conform EN 1991-1-4.

Acțiunile din **pretensionare** trebuie luate în considerare, aceste forțe de pretensionare pe durata execuției sunt considerate ca încărcări permanente.

Forțele induse de schimbările de **temperatură** se iau în considerare în funcție de fiecare fază de construcție și în funcție de variațiile sezoniere.

În anexa A a normei SR EN 1991-1-5, pentru determinarea temperaturii la un interval de revenire diferit de 50 de ani, sunt date:

$$T_{max,p} = T_{max}\{k_1 - k_2 \cdot \ln[-\ln(1-p)]\} \quad (7.103)$$

$$T_{min,p} = T_{min}\{k_3 + k_4 \cdot \ln[-\ln(1-p)]\} \quad (7.104)$$

unde:

$T_{max}(T_{min})$  - temperaturi maxime (minime) a aerului la umbră cu probabilitatea anuală de depășire de 0,02;

$p$  - probabilitatea anuală de depășire a temperaturii maxime (minime) a aerului la umbră.

Coefficienții  $k_1...k_4$  sunt dați în anexa A a anexei naționale a normei.

$$\begin{aligned} k_1 &= 0.781 & k_3 &= 0.393 \\ k_2 &= 0.056 & k_4 &= -0.156 \end{aligned} \quad (7.105a,b,c,d)$$

Încărcările date de **zăpadă** se determină în funcție de perioada de revenire specificată cu formula din anexa D a SR EN 1991-1-3:

$$S_n = S_k \left\{ \frac{1 - V \frac{\sqrt{6}}{\pi} [\ln(-\ln(1 - P_n)) + 0,57722]}{1 + 2,5923V} \right\} \quad (7.106)$$

în care:

$s_k$  - încărcarea caracteristică a încărcării date de zăpadă pe sol (50ani);

$s_n$  - valoarea caracteristică a încărcării date de zăpadă pe sol (50 ani);

$P_n$  - probabilitatea anuală de depășire a încărcării (1/n);

$V$  - coeficientul de variație al încărcării anuale maxime date de zăpadă.

Analiza pe faze de lucrări se bazează pe urmărirea câtorva pași prezentați în schema logică din Fig. 7.67.

Programul SAP2000 permite analiza neliniară pe faze de lucrări a structurilor. Traversarea suspendată a fost împărțită în grupuri de elemente: I pilonii, II cablul portant, III tiranții verticali și conducta, IV cablul lateral și tiranții orizontali și V tiranții înclinați.

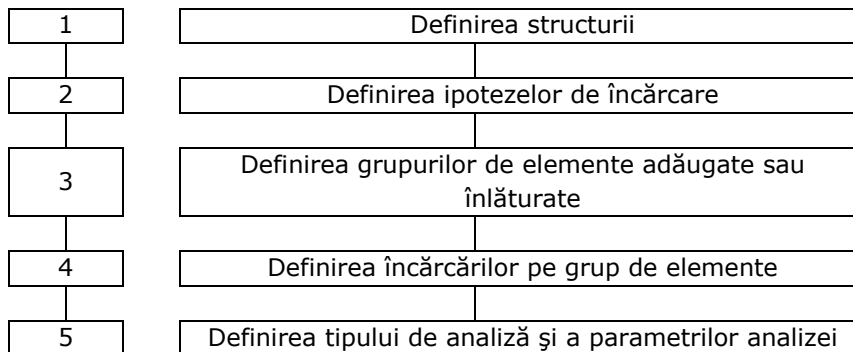


Fig. 7.67. Scema logică pentru definirea fazelor de construcție

Etapetele de construcție au fost definite cu ajutorul modulului „Construction Scheduler”. Condițiile de margine nu sunt definite separat, ele fiind considerate în funcție de cum sunt atribuite la definirea structurii.

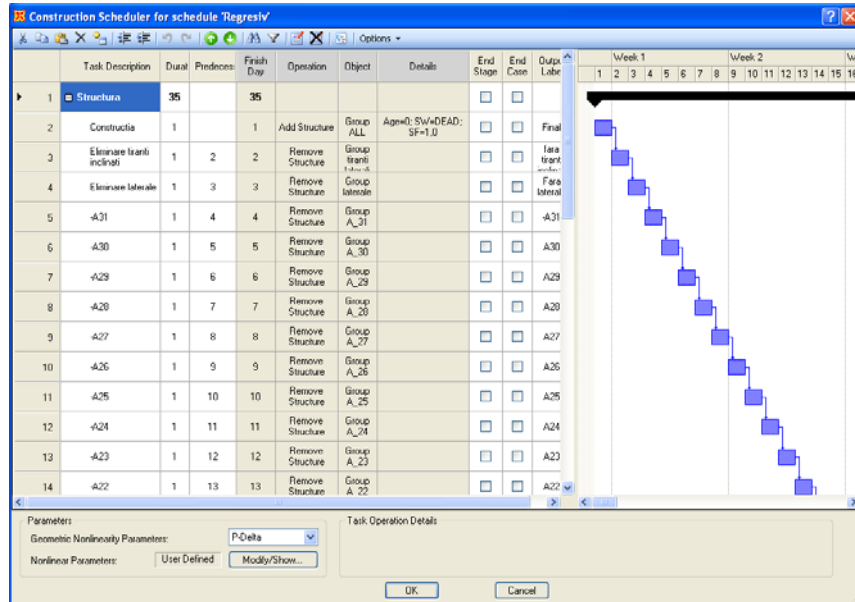


Fig. 7.68. Definirea etapelor de construcție

După definirea structurii și analizei prezentate mai sus, au fost definite grupuri formate din elemente reprezentând conducta și tiranții verticali. Prin acționarea butonului „Construction Scheduler” de sub butonul „Bridge” din bara de meniu, va apărea o lista goală cu programarea fazelor. Se acționează butonul „Add new schedule” iar pe ecran va apărea tabelul unde trebuie introduse activitățile etapelor. Pe primul rând s-a scris numele capitolului de lucrări. Lăsând libere celelalte câmpuri, această comandă nu va fi considerată o etapă. Pentru analiza „regresivă” se începe prin a adăuga întreaga structură. Rândul al doilea, denumit „Construcția” a fost definit prin selectarea acțiunii de „Add structure” iar la obiect a fost selectat grupul „All” căruia i-a fost atribuită greutatea proprie „SW=Dead”, cu un factor de siguranță „SF=1,0”. De la rândul 3, s-a trecut la îndepărtarea grupurilor definite: „Eliminarea tiranți înclinați”. Ca acțiune precedentă a fost trecută acțiunea 2, iar ca „Operație” a fost îndepărtat grupul dorit, „Remove structure”, „Group tiranți inclinați”. Aceste operații se reiau până când se elimină, în ordine inversă, toate grupurile dorite.

La final, mai trebuiesc definiți parametri pentru analiza neliniară (Fig. 7.69) în funcție de precizia dorită și stabilirea neliniarității geometrice (P- $\Delta$ ). Definirea etapelor de construcție se va regăsi mai apoi în cazurile de analiză, „Load Cases”, unde se mai pot face modificări. Acționând butonul „Run” se va face analiza pe faze de lucrări declarate.

O analiză simplă pe faze de construcție (Fig. 7.70) ar cuprinde 5 etape prin montarea grupurilor de elemente prezentate anterior. Fie că este folosită metoda „regresivă” sau „progresivă”, valorile eforturilor din elementele constructive nu diferă decisiv.

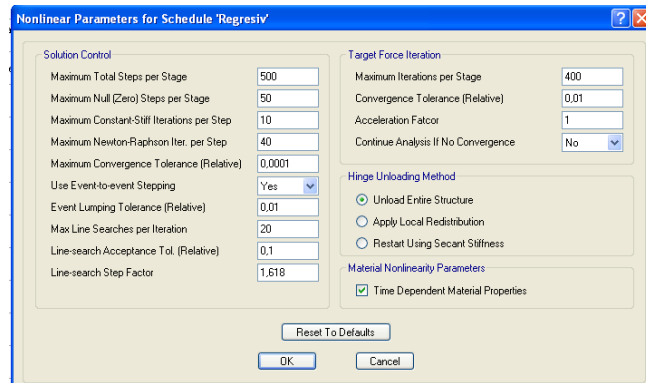


Fig. 7.69. Parametrii analizei neliniare

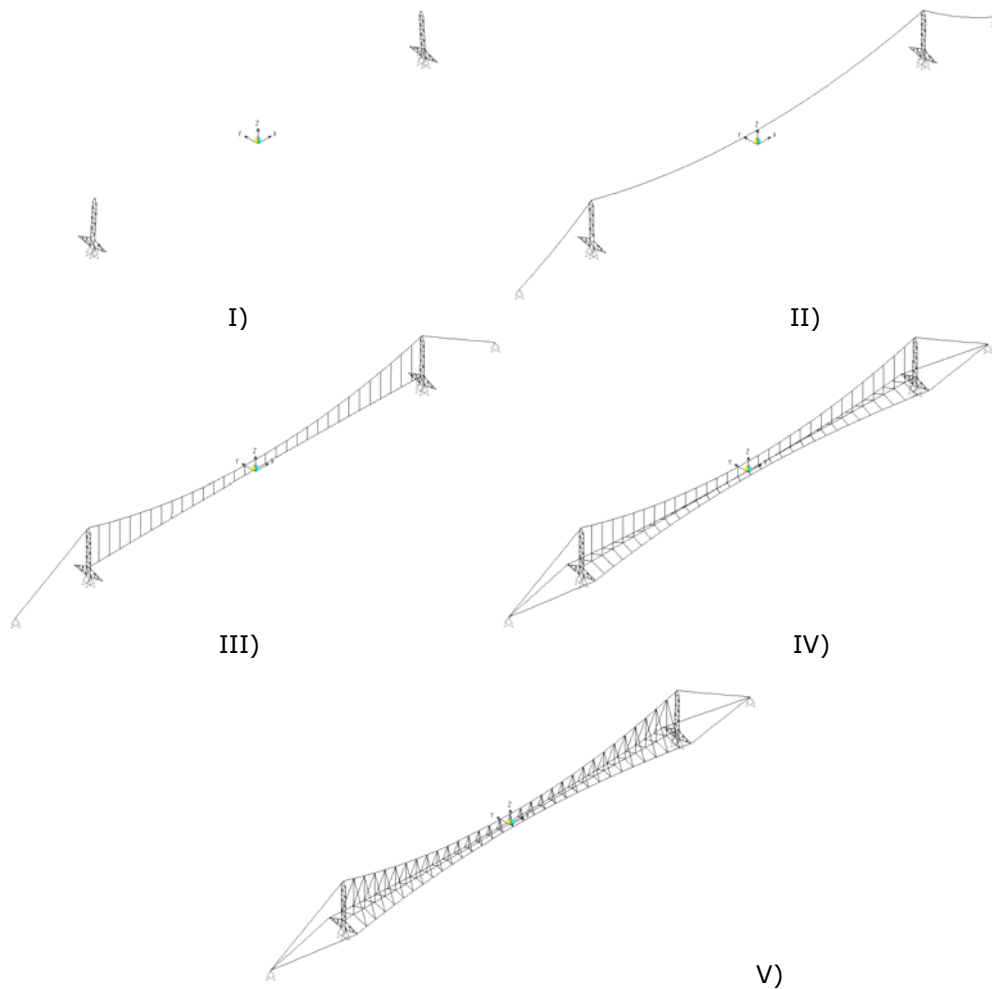


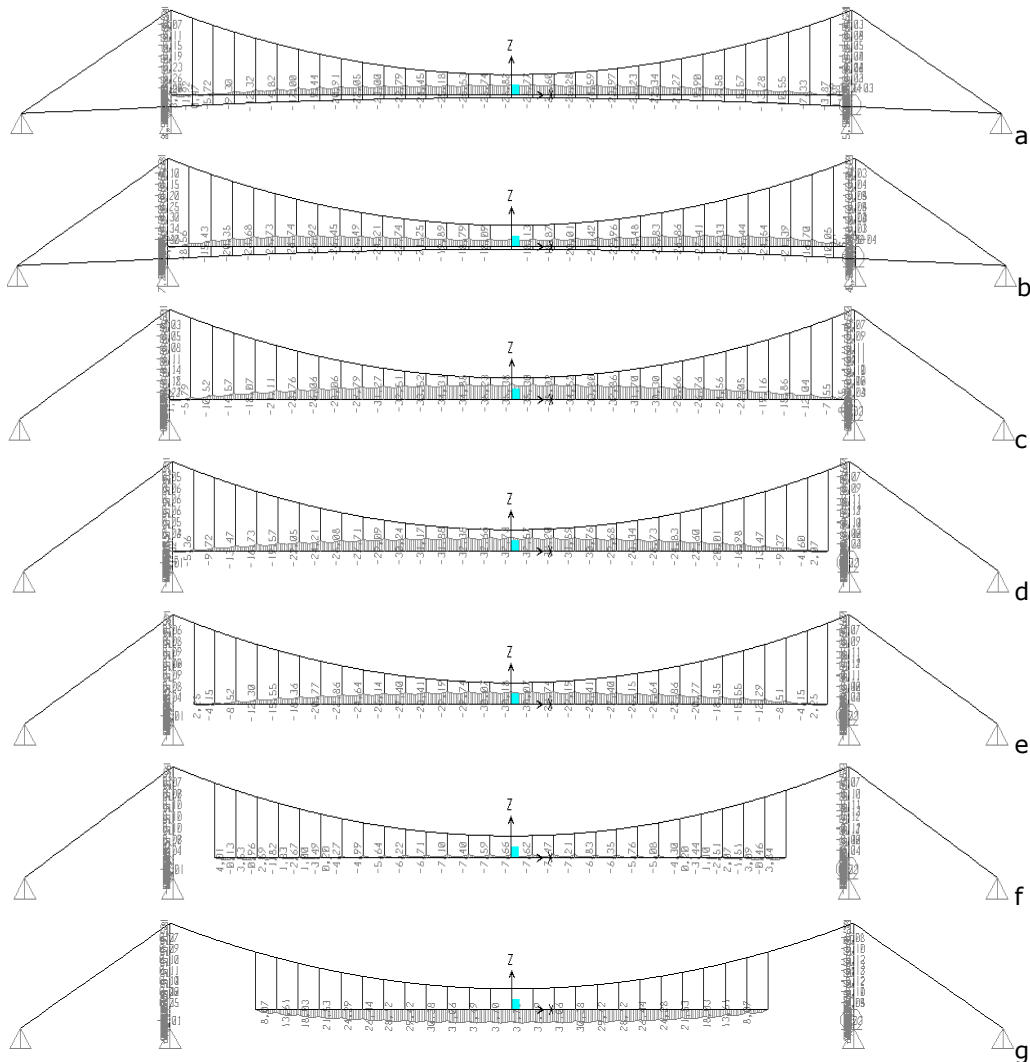
Fig. 7.70. Analiza în 5 faze de construcție

Detalierea etapelor de construcție poate să ducă la rezultate diferite. Faza a III-a, montarea conductei se poate împărți în mai multe etape prin împărțirea conductei în tronsoane mai mici.

Deoarece cablurile nu pot fi analizate având un capăt liber, s-au definit grupuri formate din conductă și tiranți verticali.

Una din posibilitățile de montare a conductei poate să înceapă de la mijlocul deschiderii și continuând simetric, către cei doi piloni, Fig. 7.71.

Analiza a fost realizată prin metoda regresivă. După îndepărtarea tiranților înclinați, se observă o redistribuire a momentului încovoietor către părțile laterale ale traversării, Fig. 7.71 b). În Fig. 7.71 c), se observă că momentul încovoietor are o valoare negativă mai mică. Începând cu îndepărtarea tronsoanelor de conductă, Fig. 7.71 d), momentul încovoietor începe și crește ajungând la o valoare maximă de 182kNm, Fig. 7.71 h) după care momentul încovoietor scade. În Fig. 7.71 k) este prezentată etapa de montare a cablului portant.



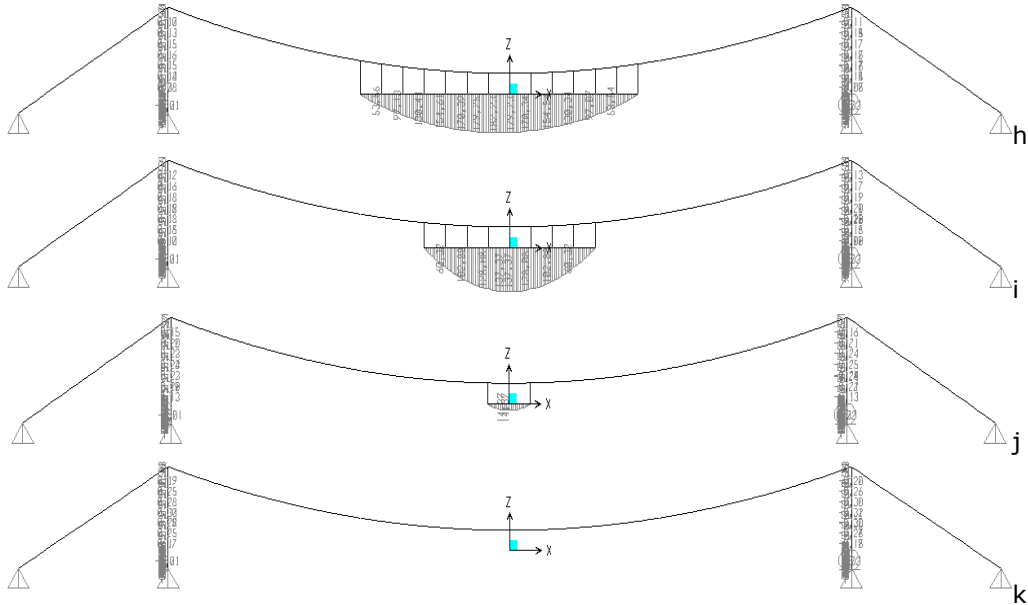
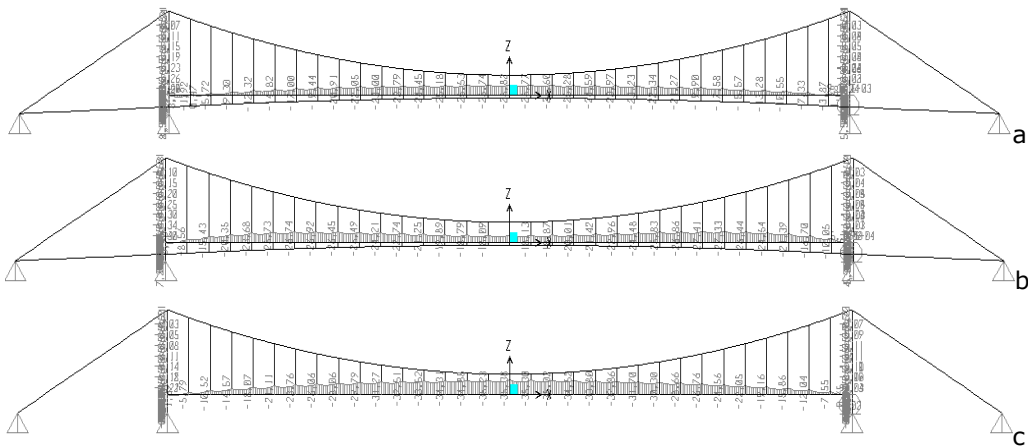


Fig. 7.71. Etape de construcție median simetric

Se rearmcă faptul că momentul încovoieror maxim pe parcursul montării conductei este mai mare decât momentul încovoieror la care a fost verificată conducta în faza finală.

Pentru metoda progresivă valorile eforturilor nu sunt identice cu cele obținute prin metoda regresivă. Aceasta se datorează poziției inițiale care este influențată de definirea elementelor de cablu. Pentru a reuși o analiză progresivă este necesară o matrice care să corecteze valorile eforturilor în elementele structurale și care să arate proporția valorilor pentru o forță unitară aplicată succesiv în elementele de cablu.

O altă modalitate de montare a conductei este asamblarea începând de la piloni către mijlocul deschiderii centrale a traversării. În primele faze se observă că distribuția momentului încovoieror este asemănătoare cu cea prezentată la metoda anterioară.





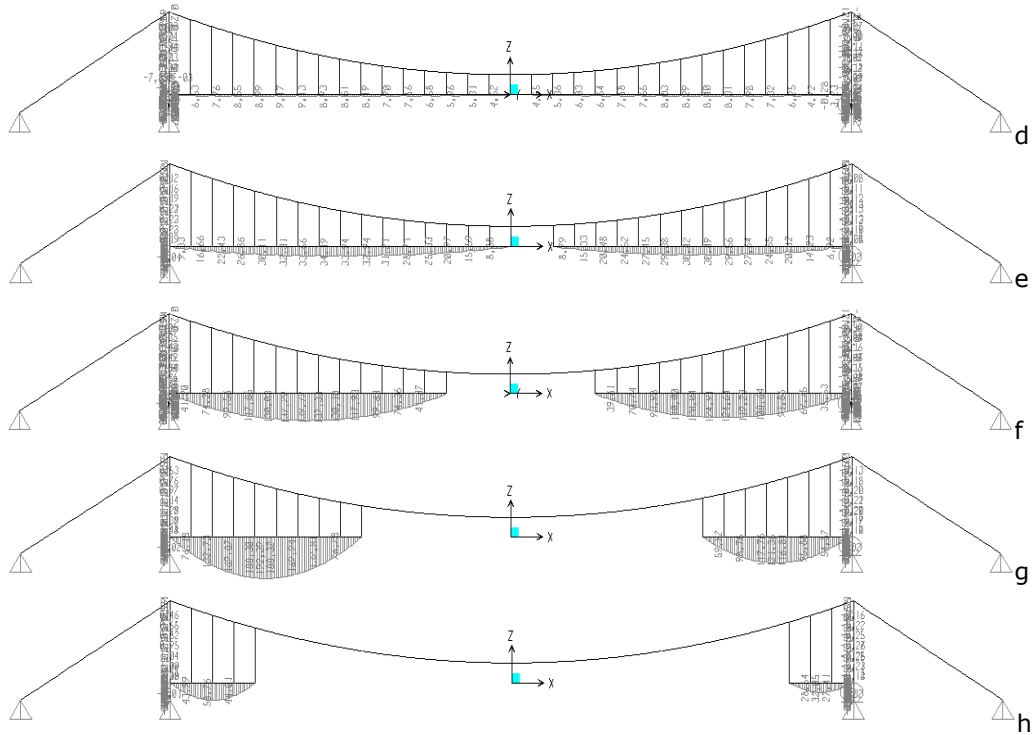
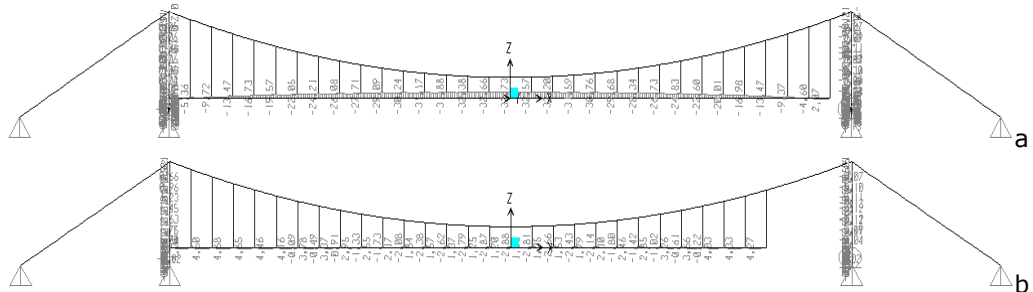


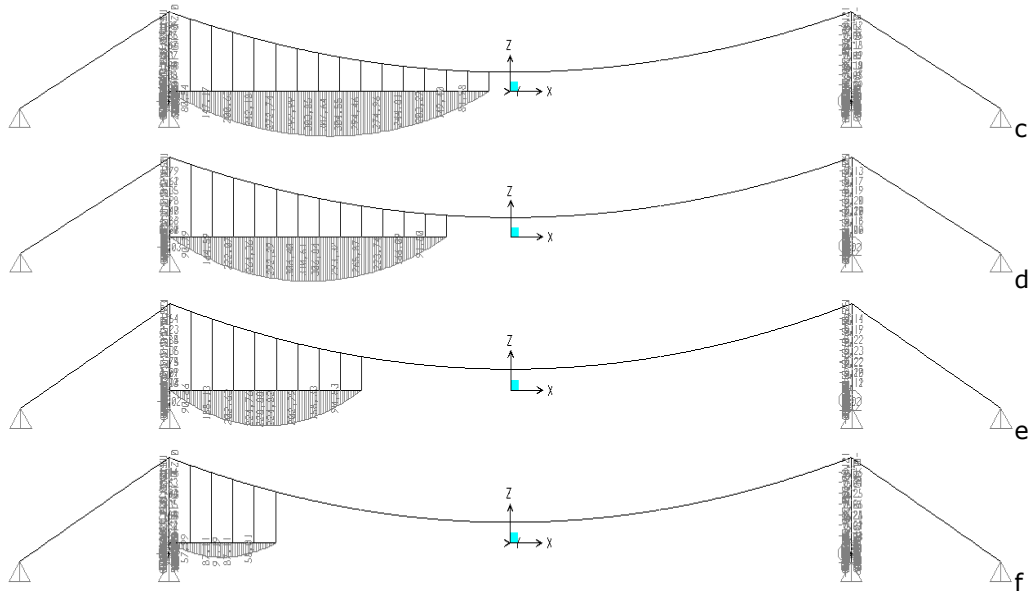
Fig. 7.72. Etape de construcție lateral simetric

Fazele de construcție ale conductei începând de la piloni sunt prezentate în Fig. 7.72. Momentul încovoietor are valori pozitive încă de la îndepărtarea primului tronson de conductă, Fig. 7.72 d). Valoarea maximă a momentului încovoietor, 193kNm, apare la montarea a 9 tronsoane de conductă pe o parte a traversării, Fig. 7.72 g), după care momentul încovoietor începe și scade. Ca și în cazul precedent, momentul încovoietor maxim pe parcursul execuției este mai mare decât momentul încovoietor de la verificarea conductei în fază finală.

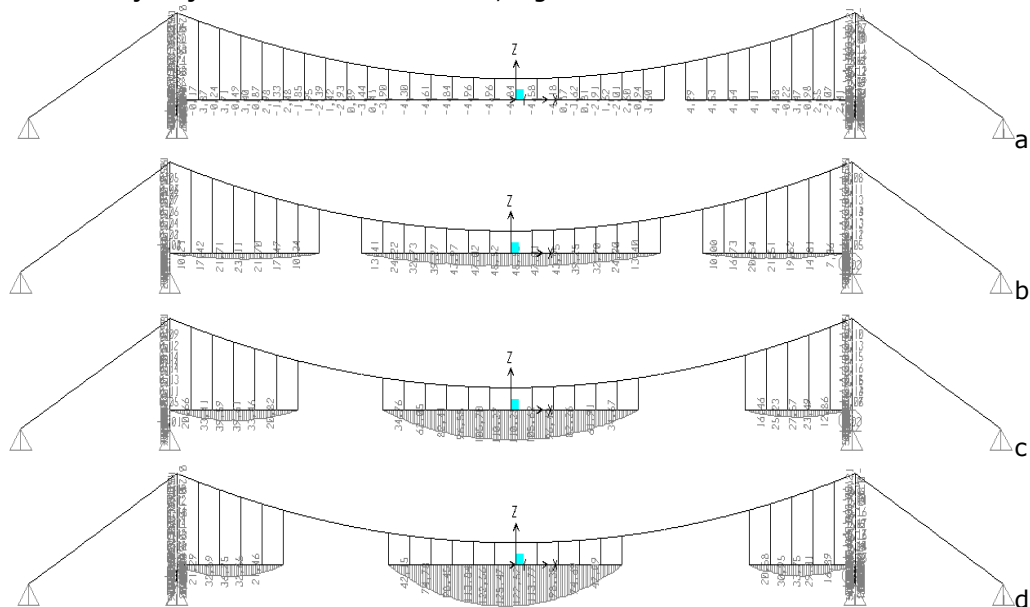
Montarea conductei a mai fost analizată și prin alăturarea tronsoanelor de conductă de la un pilon la celălalt, Fig. 7.73. Metoda folosită a fost tot metoda „regresivă”. Se poate observa că momentul încovoietor crește foarte mult ajungând la un maxim de 317kNm, Fig. 7.73 c). După acest pas, momentul încovoietor are valori pozitive mai mici.



## 210 ANALIZA NUMERICĂ A COMPORTĂRII TRAVERSĂRILOR SUSPENDATE - 7



Pentru a reduce momentul încovoietor, s-a analizat montarea conductei în trei locații. Au fost considerate ca puncte de începere a montării, reazemele conductei și mijlocul deschiderii centrale, Fig. 7.74.



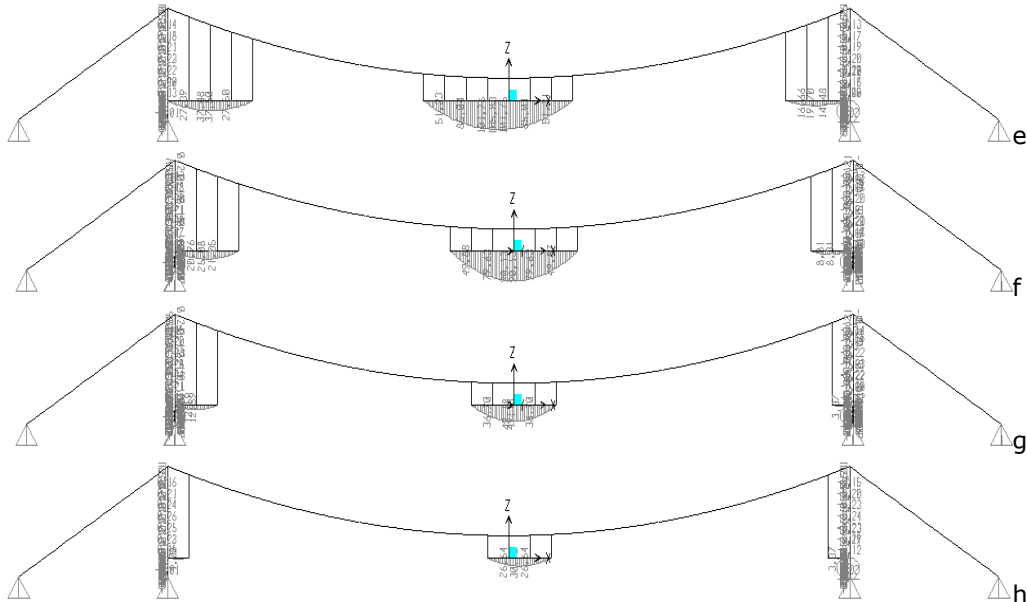


Fig. 7.74. Etape de construcție pe trei tronsoane

Diagramele de moment încovoietor sunt identice până la îndepărtarea primului tronson de conductă, Fig. 7.74 a). După acest pas momentele încovoietoare au valori pozitive crescătoare până la montarea a 11 tronsoane de conductă în partea centrală a traversării, etapă în care momentul încovoietor devine maxim 127kNm, Fig. 7.74 d). După acest pas valorile momentului încovoietor sunt mai mici.

Se remarcă faptul că valoarea maximă a momentului încovoietor care apare pe parcursul montării conductei este mult mai apropiată de valoarea momentului încovoietor de dimensionare a conductei.

Tot la analiza pe faze de lucrări, SR EN 1993-1-11 recomandă ca efortul care apare pe parcursul fazelor de montaj să nu depășească  $0.60\sigma_{uk} = 0.6(F_{uk}/A_m)$ .

Modalitățile de ridicare a unei structuri sunt multiple. Eforturile sunt distribuite în funcție de etapele care decurg în timpul execuției. Cu ajutorul modulelor programelor numerice destinate analizei pe faze de lucrări se pot stabili distribuțiile eforturilor în structură.

Din analizele efectuate pe faze de construcții s-a arătat că eforturile pot depăși valorile care reies din analiza în faza finală. Astfel, pentru montarea conductei începând de la mijlocul deschiderii și simetric către cei doi piloni, momentul încovoietor poate să crească până la 182kNm, dublul valorii de dimensionare. Pentru construcția simetrică începând de la piloni către mijlocul deschiderii, efortul în conductă crește până la 192kNm. Montarea conductei prin adăugarea tronsoanelor de la un pilon la celălalt prezintă valori ridicate ale momentului încovoietor ceea ce face ca această metodă să fie cea mai dezavantajoasă.

Ultima analiza a fazelor de montare a conductei, prezintă etape ce urmăresc asamblarea conductei atât la marginile deschiderii centrale cât și la mijlocul ei. Această succesiune de etape face ca momentul încovoietor să nu depășească cu mult valoarea momentului încovoietor de dimensionare.

Această comportare a traversării duce la remarcă faptul că eforturile în conductă sunt mai mici la o valoare a forței axiale din cablu mai mare. Această forță axială majorată, reduce deplasările nodurilor intermediare ale tronsonului de conductă median. Aceasta se poate vedea și din comparația fazelor de execuție ale primei și ultimei variante analizate, Fig. 7.71 h) și Fig. 7.74c).

## 8. CONCLUZII ȘI CONTRIBUȚII PERSONALE

Acest capitol prezintă succint punctele dezbătute în această teză și scoate în evidență probleme care pot fi subiect de cercetare în ingineria civilă. De asemenea, sunt prezentate contribuțiile personale ale autorului.

### 8.1 Considerații finale

Transportul materialelor fluide și a sistemelor structurale folosite pentru traversarea conductelor metalice sunt prezentate în **capitolul 1**. Sunt evidențiate principalele tipuri de traversări și intervalul deschiderilor în care sunt recomandate acestea.

Traversările cu cabluri sunt prezentate mai în detaliu urmărindu-se substructurile (pilonii, fundațiile, cablurile și prinderea acestora de piloni și în fundații) care alcătuiesc aceste traversări. Vizualizarea acestor elemente sunt prezentate în figurile aferente capitolului.

În cursul timpului, cablurile au fost îmbunătățite din punctul de vedere al rezistenței la întindere iar prin metodele numerice, proiectarea și calculul forțelor în cabluri au devenit tot mai sigure. Protejarea cablurilor împotriva acțiunii mediului au crescut durata de viață a cablurilor, însă în exploatare apar defecte din manipulare și acționarea acestora. Aceste defecte sunt enumerate și prezentate grafic la descrierea cablurilor.

În **capitolul 2** este prezentat calculul analitic pentru cablul suspendat liber cu o deschidere, acționat de încărcarea verticală uniform distribuită pe toată deschiderea, urmând calculul cablului la variația de temperatură. Pornind de la relațiile din calculul în plan se pot deduce relații și pentru determinarea forței din cablu pentru o încărcare pe două direcții.

De asemenea, a fost studiată și influența rigidității cablului, pentru cazul încărcării cu greutatea proprie, obținându-se întâi forma cablului, iar apoi tangenta cablului cu orizontala și momentul încovoietor pentru arcul de coincidență.

După montarea cablului, se mai aplică o încărcare temporară pe toată deschiderea cablului, rezultând o nouă forță de întindere în cablu. În practică există și cazul încărcării pe o porțiune a deschiderii, cazul punerii în rețea a conductei. S-a făcut astfel, analiza cablului cu încărcare permanentă și încărcarea temporară uniform distribuită pe jumătatea deschiderii.

Tot în capitolul 2 este prezentat cablul flexibil pentru greutatea proprie cu rigiditate finită din încărcarea temporară aplicată pe toată deschiderea respectiv pe jumătatea deschiderii.

În traversările hobanate, cablurile se reazemă la nivele diferite. Calculul eforturilor din cablu este prezentat pentru greutatea proprie, încărcarea temporară și variația din temperatură.

Elementele de cablu se diferențiază de elementele de tip bară prin neliniaritatea geometrică. Aceasta se studiază prin trei moduri, fiecare fiind prezentat în capitolul 2: modulul de elasticitate echivalent al cablului drept,

modelarea cablurilor cu element de cablu greu și discretizarea cablurilor în elemente finite dimensionale.

**Capitolul 3** prezintă modelarea matematică a calculului neliniar pentru structurile alcătuite din bare și cabluri. Punctul de plecare este stabilirea sistemului de coordonate și mulțimea punctelor din starea inițială. Cu ajutorul tensorului deformațiilor specifice, se pot scrie deformațiile specifice axiale și unghiulare. Conform ecuației constitutive, se pot determina tensiunile unitare, având și matricea de rigiditate a materialului. Calculul detaliat se bazează pe ecuația fundamentală a metodei elementului finit în calculul static neliniar prezentat în același capitol.

Comportarea neliniară a traversărilor suspendate se poate studia scriind ecuațiile de echilibru static pe structura deformată. Ecuația constitutivă și ecuațiile de echilibru static sunt neliniare iar rezolvarea lor se va efectua folosind metode numerice iterative care să asigure exactitatea dorită.

Metodele numerice folosite în calculul neliniar sunt prezentate în **capitolul 4**. De-a lungul timpului au fost dezvoltate mai multe metode numerice pentru rezolvarea problemelor neliniare. În cadrul analizei neliniare se urmărește trasarea curbei caracteristice forță deplasare. Strategiile iterative au anumite caracteristici. Cea mai des folosită strategie, Newton-Raphson, are ca parametru încărcarea constantă și se oprește la atingerea punctului critic. Powell Simons-Bergan-Malestad au ca parametru deplasarea continuă, iar metoda nu se aplică dincolo de punctul unde deplasarea de control este staționară. Metoda Rops-wempner-Cristfield are ca parametru lungimea constantă a arcului și trece peste punctul critic. Powell Simons au conceput o metodă folosește ca parametru lucrul mecanic exterior constant. Chan folosește o tehnică indirectă care trece peste punctul critic având parametru minimul normei deplasărilor neechilibrate. Bergan folosește în tehnica lui, norma minimă a forței neechilibrate care nu depășește punctul critic. Gierhniski și Smith Grave au conceput o tehnică indirectă care trece peste punctul critic, având parametru din iterație răspunsul ponderat constant.

Strategia de monitorizarea a semnelor determinatului matricii rigidității tangente care stabilește când incrementul inițial al încărcării ar schimba semnul este cu succes folosit la studiul arcului. Monitorizarea semnelor incrementului lucrului mecanic sau parametrului curent al rigidității care determină când parametrul inițial de încărcare ar inversa semnul nu a permis rezolvarea dincolo de pasul punct limită al deplasărilor.

**Capitolul 5** prezintă analiza comportării traversărilor de conducte și considerațiile avute în vedere la analiza diferitelor sisteme constructive.

Traversările cu conducta suspendată direct pe piloni, poate fi analizată ca un fir flexibil. O atenție sporită trebuie acordată compunerii eforturilor axiale din suspendarea conductei cu eforturile axiale generate de presiunea interioară, și cu efortul rezultat din încovoierea conductei (momentul încovoietor la mijlocul deschiderii). Se poate determina o săgeată optimă care depinde de parametrul „ $\beta$ ” determinat conform ecuațiilor prezentate în capitol.

Traversările cu cabluri curbe sunt structuri static nedeterminate. Cea mai importantă necunoscută este tensiunea din fir care se determină prin componenta orizontală a acesteia. Pentru efortul din conductă se izolează o substructură din traversare și scriind condițiile de echilibru static. Se determină astfel eforturile pentru starea inițială care, mai apoi, sunt folosite la determinarea eforturilor la aplicarea unei încărcări suplimentare. Având eforturile în structură se pot determina deplasările cablului cu ajutorul cărora se pot calcula eforturile în calculul de ordinul doi.

Traversările cu cabluri drepte sunt structuri la care conducta este o grindă continuă rezemată elastic în dreptul prinderii cablurilor. După o predimensionare a acestora în calculul liniar se poate face analiza comportării neliniare a traversării. În traversările cu cabluri drepte se găsesc și traversările în consolă și traversările suspendate cu un pilon sau doi piloni la care eforturile se determină după ce se stabilesc structurile de bază și se aplică metoda forțelor având ca necunoscute eforturile din cabluri.

Traversările de conducte sunt structuri complexe datorită celor două materiale de construcție folosite și pentru tipurile de elemente care compun structura. Conducta are forma circulară, cea ce implică un studiu diferit pentru verificarea stabilității. Cablurile au forma geometrică neliniară și comportare neliniară în funcție de nivelul de solicitare axială. Pilonii presupun considerații suplimentare față de stâlpii structurilor civile obișnuite. Cercetările din ultima perioadă au adus modificări normelor de proiectare. Prevederile acestora, care au relevanță în dimensionarea elementelor constructive ale traversărilor suspendate, sunt dezbătute în **capitolul 6 „Norme și standarde”**. Sunt cuprinse: SR-EN 1993-1-11-Proiectarea structurilor cu elemente întinse, SR EN 1993-1-9-Proiectarea structurilor de oțel. Oboseală, SR EN 1993-4-3-Proiectarea structurilor de oțel. Conduce, SR EN 1991-1-4-Acțiuni asupra structurilor. Acțiuni din vânt, SR EN 1993-1-5-Acțiuni asupra structurilor. Acțiuni termice, SR-EN 1991-1-6-Acțiuni pe durata execuției.

**Capitolul 7** prezintă analiza numerică a comportării traversărilor suspendate pentru conducte. Sunt prezentate discretizarea structurii traversării suspendate și matricile neliniare de rigiditate ale elementelor finite (bara, cablul și tirantul de susținere). Calculul numeric permite obținerea rezultatelor mult mai rapid și corect. Dificultățile apar la calculul neliniar și ele cresc odată cu deschiderea traversării.

Tot în acest capitol este făcută o documentare privind proiectarea asistată de calculator. Sunt descrise programe de calcul din domeniul construcțiilor, care folosesc metoda elementului finit. În această parte se poate observa dezvoltarea cu rapiditate a acestui domeniu, dezvoltare regăsită prin multitudinea programelor de analiză dar și prin funcțiile pe care acestea le oferă. Începând de la o grafică 3D, programele încearcă să ușureze munca utilizatorului. Datele de intrare conțin module bine structurate care permit deseori folosirea bibliotecilor de materiale și secțiuni transversale. Tipurile de analiză au devenit din ce în ce mai numeroase. Trecerea la tipuri diferite de analiză (liniară - neliniară, neliniară -  $P-\Delta$  - large displacements) este facilă iar în funcție de opțiunea selectată sunt disponibile modulele cu parametrii folosiți în analiza numerică respectivă. Rezultatele obținute sunt tot mai evidente datorită graficii disponibile. Diagramele de eforturi, forma deformată a structurii și deplasările diferitelor puncte, rotirile nodurilor, energia consumată, distribuția eforturilor și direcțiile acestora pot fi redată atât grafic cât și tabelar. Toate aceste funcții duc la viteza sporită în analize și o mai bună înțelegere a comportării structurale.

Analiza traversării cu două cabluri drepte este efectuată în plan, prin calcul analitic și prin calcul numeric. Calculul numeric a fost realizat cu ajutorul a două programe SAP2000 și SCIA Engineer. Rezultatele obținute se încadrează în intervalul de eroare de 3%, astfel încât se poate spune ca valorile eforturilor din calculul numeric sunt apropiate de rezultatele obținute prin calcul analitic. Forma dorită a traversărilor se obține prin aplicarea forței de pretensionare. Utilizând opțiunile disponibile în cele două programe și descrise în capitolul de mai sus, valorile eforturilor din elementele structurale pentru ambele metode de calcul sunt aproape

identice. Comportarea spațială este dificil de analizat prin calcul analitic, dar din similitudinea rezultatelor obținute la calculul planar, se consideră corecte rezultatele obținute prin calcul numeric.

Sunt efectuate analize succesive în care forța de pretensionare ia valori în intervalul 50-100kN. S-a arătat că influența variației asupra forței axiale din conductă este mică. Momentul încovoietor, care are o pondere decisivă în dimensionarea conductei, poate lua valori mult diferite, pentru o variație mică a forței de pretensionare. Perioada proprie de vibrație a cablurilor laterale a fost analizată prin analiza modală cu programul SAP2000 arătându-se combinațiile și valorile predominante ale perioadei de vibrație a cablului lateral. Valorile perioadelor proprii nu se suprapun cu perioada de vibrație a cablului datorată încărcării din vânt.

Analiza traversărilor cu patru cabluri drepte a fost analizată prin calcul analitic și prin calcul numeric. A fost arătată comportarea traversării cu și fără forța de pretensionare, rezultând valori ale eforturilor, în elementele structurale, foarte apropiate. Analiza spațială a fost realizată ținând cont de combinațiile de încărcare. Eforturile în conductă au valori mai mici decât la traversarea cu două cabluri drepte ceea ce permite reducerea dimensiunilor elementelor structurale. Au fost realizate succesiv analize cu grosimea peretelui conductei cuprinsă în intervalul 5-12mm, pentru care sunt prezentate eforturile și săgeata maximă. Se observă că la traversarea cu patru cabluri drepte consumul de oțel este mai mic cu 48%.

Analiza traversărilor cu cabluri parabolice este prezentată prin rezultate obținute din calcul analitic și calcul numeric cu două programe de calcul pentru o traversare cu deschiderea centrală de 75m. Este descris modul de introducere al datelor pentru obținerea rezultatelor similare cu cele analitice. După corelarea procedurii pentru calculul numeric a fost analizată spațial o traversare cu deschiderea de 160m, unde s-a avut în vedere introducerea combinațiilor de încărcare.

Traversările suspendate sunt sensibile la acțiunea vântului. Pentru observarea răspunsului traversării la acțiuni laterale ale vântului, s-a făcut o analiză dinamică la o variație a vântului obținută de la o stație automată cu traductor ultrasonic. Sunt prezentate variațiile perioadelor proprii de vibrație ale fiecărei traversări analizate anterior pentru următoarele situații de încărcare: permanent, pretensionat, pretensionat și conducta plină. Sunt prezentate diferențele între analiza care ia în considerare masa echivalentă doar din încărcarea permanentă și încărcarea permanentă și cvasipermanentă (umplerea conductei). Pentru traversările cu cabluri drepte diferențele între situațiile de analiză prezentate anterior sunt mici. Traversările cu cabluri parabolice însă prezintă diferențe de până la 76mm în funcție de masa echivalentă considerată și până la 20mm în funcție de situația de încărcare asupra căreia acționează încărcarea laterală.

Pe parcursul construcției unei traversări pot acționa încărcări climatice și tehnologice. Valoarea lor caracteristică se determină în funcție de perioada de revenire considerată. Sunt prezentate formule recomandate în noile norme europene. Montajul traversărilor suspendate cu cabluri parabolice are 5 etape majore prezentate anterior. Etapa de montare a conductei poate fi împărțită în mai multe faze. În teză este prezentat modul de analiză și introducerea datelor la un program de calcul ce permite analiza pe faze de construcție. În funcție de soluția aleasă la montarea conductei, eforturile care apar pot să depășească valorile rezultate la analiza traversării în fază finală. Aceasta se datorează flexibilității și deplasărilor mari pe care le prezintă cablul la forțe concentrate. Sunt prezentate cazul montării conductei, simetric pornind de la mijlocul deschiderii centrale, cazul montării conductei, simetric, pornind de la pilonii traversării, cazul montării



conductei începând de la un pilon și cazul montării conductei pe mai multe tronsoane. Eforturile minime au rezultat pentru ultimul caz analizat.

**Capitolul 8** prezintă un rezumat al tezei, contribuțiile personale și valorificarea rezultatelor.

În **anexa 1** a tezei este prezentat un calcul pentru determinarea încărcării transversale datorate vântului conform euronormelor. **Anexa 2** enumeră STAS-uri și norme care au relevanță în proiectarea structurilor cu cabluri drepte. **Anexa 3** prezintă calculul analitic al unei traversări cu două cabluri drepte cu luarea în considerare a conductei continue pe reazeme elastice. **Anexa 4** prezintă calculul încărcării din chiciură pe forme circulare. **Anexa 5** prezintă detaliat un program realizat în MathCad, pentru determinarea forțelor într-un cablu și formei cablului în funcție de parametrul ales ca dată de intrare. **Anexa 6** face referire la determinarea eforturilor în conductă și tiranții unei traversări cu cabluri drepte, iar **anexa 7** vine în completare, cu determinarea eforturilor în cablul parabolic, ancoraje și pilon.

## 8.2 Contribuții personale

Pe parcursul tezei de doctorat pot fi urmărite contribuțiile personale ale autorului după cum urmează:

- realizarea unui studiu bibliografic al tipurilor de traversări de conducte metalice, folosite în transportarea materialelor;
- precizarea deschiderilor optime pentru conducte autoportante, conducte susținute de o structură separată, conducte armate cu tirant, conducte susținute de arce și conducte suspendate cu cabluri drepte și parabolice;
- prezentarea tipurilor de cabluri și a defectelor care pot apărea pe durata de viață a acestora datorate procesului tehnologic, manipulării și altor evenimente care pot degrada proprietățile cablului;
- analiza stării de eforturi și deplasări în cablul independent suspendat cu o deschidere și mai multe deschideri și cablul drept din încărcarea permanentă, temporară și temperatură;
- sistematizarea și precizarea domeniului de folosire al metodelor de calcul numeric neliniar;
- studierea și prezentarea în detaliu a specificațiilor din normele în vigoare, referitoare la elementele componente ale traversărilor de conducte suspendate;
- realizarea unui studiu asupra programelor de calcul, care folosesc metoda elementului finit și prezentarea posibilităților de analiză care pot fi realizate cu ajutorul acestora;
- calcul analitic al traversărilor de conducte cu cabluri drepte și parabolice;
- modelarea numerică în vederea analizei neliniare a traversărilor cu două și patru cabluri drepte și a traversărilor cu cabluri parabolice;
- testarea modurilor de introducere în calculul neliniar a efectelor comportării neliniare a cablurilor asupra stării de eforturi și deplasări din traversări;
- calculul neliniar al traversărilor cu două și patru cabluri drepte cu și fără luarea în considerare a efectului pretensionării tiranților.
- compararea eforturilor și deplasărilor din calculul analitic cu eforturile și deplasările obținute pe cale numerică cu programele SAP2000 și SCIA Engineer:
  - traversarea cu două cabluri drepte prezintă diferențe între eforturile din calculul numeric SAP2000 și analitic cuprinse între:

- +0,42% și -0.63% pentru conductă și
  - +0.03% și -0.17% pentru cabluri.
  - traversarea cu două cabluri drepte prezintă diferențe între eforturile din calculul numeric SCIA Engineer și analitic cuprinse între:
    - +0,34% și -0.22% pentru conductă și
    - +0.00% și -0.09% pentru cabluri.
  - traversarea cu două cabluri drepte prezintă diferențe între eforturile din calculul numeric SAP2000 și SCIA Engineer cuprinse între:
    - +0.43% și -0.13% pentru conductă și
    - +0.11% și -0.09% pentru cabluri.
  - traversarea cu patru cabluri drepte prezintă diferențe între eforturile din calculul numeric SAP2000 și analitic cuprinse între:
    - -1.22% și -1.22% pentru conductă și
    - -0.61% și -1.51% pentru cabluri.
  - traversarea cu două cabluri drepte prezintă diferențe între eforturile din calculul numeric SCIA Engineer și analitic cuprinse între:
    - +2.79% și -4.67% pentru conductă și
    - +0.48% și -3.93% pentru cabluri.
  - traversarea cu două cabluri drepte prezintă diferențe între eforturile din calculul numeric SAP2000 și SCIA Engineer cuprinse între:
    - +4.55% și -3.50% pentru conductă și
    - +1.19% și -2.46% pentru cabluri.
  - traversarea cu cabluri parabolice prezintă următoarele diferențe între eforturile din calculul numeric SAP2000 și analitic:
    - -3.59% pentru conductă și
    - +7.12% pentru cabluri.
  - traversarea cu cabluri parabolice prezintă următoarele diferențe între eforturile din calculul numeric SCIA Engineer și analitic:
    - -7.49% pentru conductă și
    - +2.97% pentru cabluri.
  - traversarea cu cabluri parabolice prezintă următoarele diferențe între eforturile din calculul numeric SCIA Engineer și SAP2000:
    - -3.62% pentru conductă și
    - +4.29% pentru cabluri.
- Compararea consumului de oțel pentru traversarea cu două, patru și șase cabluri drepte și estimarea consumului de oțel pentru o traversare cu cabluri parabolice;
- Analiza comportării dinamice a traversărilor de conducte cu cabluri drepte și cabluri parabolice în două situații de analiză modală cu precizarea maselor din încărcarea permanentă și încărcarea permanentă cu cvasipermanentă.
- Analiza stării de eforturi și deplasări în diferite faze de execuție a traversărilor suspedate cu cabluri parabolice din care rezultă că există posibilitatea depășirii eforturilor din încărcările finale pentru cazul alegerii anumitor situații de montaj.
- Calculul analitic și enumerarea pașilor care trebuie parcuși în analiza acestor structuri, exemplificând cazul unei traversări cu cablu parabolic (Anexa 6 și Anexa 7);
- Realizarea unui program de calcul în MathCad (Anexa 5) care determină eforturile și deplasările din cabluri care leagă două puncte diferite în plan, în funcție de un parametru ales de utilizator.

### 8.3 Valorificarea rezultatelor

Pe parcursul doctoratului autorul a comunicat la conferințe și a publicat următoarele articole:

- Ivan, M. Ivan, M. Stanciu, V.Popa, **I. Both**, „*Advanced analysis of steel communication tower's behavior using FEM*”, CIB 2007, pag. 71-78, noiembrie 2007
- Marin Ivan, Adrian Ivan, **Ioan Both**, „*Soluții eficiente la structuri amplasate in zone seismice*”, Tehnologii Moderne pentru mileniul III, Oradea, 2007
- M. Ivan, **I. Both**, A.Ivan, „*Analiza comportării unei conducte de gaz suspendate cu metoda elementelor finite*”, Simpozionul „Comportarea Structurilor Metalice La Actiuni Extreme”, in cadrul celei de-a XI-a editii a Zilelor Academice Timisene, 29 Mai 2009;
- Adrian Ivan, Marin Ivan, **Ioan Both**, „*Advanced Analysis of a space structure retrofit for an ash tank*”, Structures Under Shock and Impact, SUSI 2010, pag. 265-275, ISBN: 978-1-84564-466-6,
- **I. Both**, M. Ivan, A. Ivan, „*Analysis of a suspension crossing for a Pipeline Using Finite Element Method. Influence of Elasticity Modulus*”, Recent advances in Finite Differences-Finite Elements-Finite Volumes-Boundary Elements, București, ISBN: 978-960-474-180-9. ISSN: 1790-2769, pag 234-237, aprilie 2010
- **I. Both**, M. Ivan, A. Ivan, „*Strengthening of Steel Frame Connection and Finite Element Analysis Results*”, Recent advances in Finite Differences-Finite Elements- Finite Volumes-Boundary Elements, București, ISBN: 978-960-474-180-9. ISSN: 1790-2769, pag 238-242, aprilie 2010
- **I. Both**, A.Ivan, „*Analiza pe faze de construcție a unei traversări suspendate*”, a 12-a Conferinta Nationala de Constructii Metalice, 26-27 noiembrie 2010, Timisoara, Romania, pag. 129-134, ISBN 978-973-638-464-6, 2010
- **I.Both**, A. Ivan, „*Analysis of a steel structure in a power station*”, Mathematical models for engineering science, MMES`10, pag. 217-221, ISBN 978-960-474-252-3

## ANEXE

## ANEXA 1 CALCULUL REZULTANTEI PRESIUNII VANTULUI PE CILINDRI

## CALCULUL PRESIUNII VANTULUI

$c_{dir} := 1$  coeficient de directie  
 $c_{season} := 1$  factorul de anotimp  
 $v_{b0} := 30 \frac{m}{s}$  viteza fundamentala a vitezei de referinta  
 $v_b := c_{dir} \cdot c_{season} \cdot v_{b0} = 30 \frac{m}{s}$  viteza de referinta

$z := 10m$  Inaltimea deasupra terenului  
 $z_0 := 0.05m$  lungimea de rugozitate  
 $z_{min} := 2m$

$z_{0II} := 0.05m$   
 $z_{max} := 200m$  Tabelul 4.1

$k_r := 0.19 \cdot \left( \frac{z_0}{z_{0II}} \right)^{0.07} = 0.19$  factorul de teren

$c_r := \begin{cases} \left( k_r \cdot \ln \left( \frac{z}{z_0} \right) \right) & \text{if } z_{min} \leq z \leq z_{max} \\ \left( k_r \cdot \ln \left( \frac{z_{min}}{z_0} \right) \right) & \text{if } z < z_{min} \end{cases}$

$c_r = 1.007$  factor de rugozitate

$c_0 := 1$  Factorul orografic

viteza medie  $v_m := c_r \cdot c_0 \cdot v_b = 30.2 \frac{m}{s}$

Turbulenta vantului

$k_1 := 1$  factorul de turbulenta

$\sigma_v := k_1 \cdot v_b \cdot k_1 = 5.7 \frac{m}{s}$  abaterea standard a turbulentei

$I_v := \frac{\sigma_v}{v_m} = 0.217$  intensitatea turbulentei

## Valoarea de varf a presiunii vitezei vantului

$\rho := 1.25 \frac{kg}{m^3}$

$q_p := (1 + 7 \cdot I_v) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_m)^2 = 1085.24 \frac{N}{m^2}$  Valoarea de varf a presiunii vitezei vantului

## Calculul cilindri

$b := 700mm$

b - diametrul cilindrului

$r := \frac{b}{2} = 350 \cdot mm$

r - raza cilindrului

$\nu := 15 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}$

$\nu$  - vascozitatea cinematica a aerului

$v_{ze} := \sqrt{\frac{2q_p}{\rho}} = 41.67 \frac{m}{s}$

$v_{ze}$  - viteza de varf a vantului definita in nota 2 a figurii 7.27 la inaltimea z.e (SR-EN 1991-1-4-2006)

Categoriile de teren		$z_0$ m	$z_{max}$ m
0	Mare sau zone costiere expuse vânturilor venind dinapre mare	0,003	1
I	Lacuri sau terenuri plate și orizontale cu vegetația neglijabilă fără obstacole	0,01	1
II	Terenuri cu iarbă sau obstacole singulare (copaci, clădiri) cu separații de cel puțin de 20 de ori înălțimea obstacolului	0,05	2
III	Zone acoperite de vegetație sau clădiri sau zone cu obstacole izolate cu separații de cel mult de 20 de ori înălțimea obstacolului (sele, terenuri suburbane, păduri)	0,3	5
IV	Zone în care cel puțin 15 % din suprafață este acoperită cu construcții care au mai mult de 15 m înălțime.	1,0	10

NOTĂ – Categoriile de teren sunt prezentate în A.1.

$$v_{ze} := \sqrt{\frac{2q_p}{\rho}} = 41.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$v_{ze}$  - viteza de varf a vantului definita in nota 2 a figurii 7.27  
la inaltimea  $z_e$  (SR-EN 1991-1-4-2006)

$$R_e := \frac{b \cdot v_{ze}}{v} = 1944599.8$$

$$\alpha_{\min} := \begin{cases} (85) & \text{if } R_e < 5 \cdot 10^5 \\ \left[ 80 + \frac{(2 \cdot 10^6 - R_e) \cdot 5}{15 \cdot 10^5} \right] & \text{if } 5 \cdot 10^5 \leq R_e \leq 2 \cdot 10^6 \\ \left[ 80 - \frac{(R_e - 2 \cdot 10^6) \cdot 5}{8 \cdot 10^6} \right] & \text{if } 2 \cdot 10^6 \leq R_e \leq 10^7 \\ (75) & \text{if } R_e > 10^7 \end{cases}$$

$\alpha_{\min}$  - caracterizeaza pozitia unde se realizeaza minimul presiunii pe suprafata cilindrului

$$\alpha_{\min} = 80.185$$

$$c_{p0\min} := \begin{cases} (-2.2) & \text{if } R_e < 5 \cdot 10^5 \\ \left[ -1.9 - \frac{(2 \cdot 10^6 - R_e) \cdot 0.3}{15 \cdot 10^5} \right] & \text{if } 5 \cdot 10^5 \leq R_e \leq 2 \cdot 10^6 \\ \left[ -1.9 + \frac{(R_e - 2 \cdot 10^6) \cdot 0.4}{8 \cdot 10^6} \right] & \text{if } 2 \cdot 10^6 \leq R_e \leq 10^7 \\ (-1.5) & \text{if } R_e > 10^7 \end{cases}$$

$c_{p0\min}$  - valoarea minima a coeficientului de presiune

$$c_{p0\min} = -1.911$$

$$v_{ze} := \sqrt{\frac{2q_p}{\rho}} = 41.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$v_{ze}$  - viteza de varf a vantului definita in nota 2 a figurii 7.27  
la inaltimea  $z_e$  (SR-EN 1991-1-4-2006)

$$R_e := \frac{b \cdot v_{ze}}{v} = 1944599.8$$

$$\alpha_{\min} := \begin{cases} (85) & \text{if } R_e < 5 \cdot 10^5 \\ \left[ 80 + \frac{(2 \cdot 10^6 - R_e) \cdot 5}{15 \cdot 10^5} \right] & \text{if } 5 \cdot 10^5 \leq R_e \leq 2 \cdot 10^6 \\ \left[ 80 - \frac{(R_e - 2 \cdot 10^6) \cdot 5}{8 \cdot 10^6} \right] & \text{if } 2 \cdot 10^6 \leq R_e \leq 10^7 \\ (75) & \text{if } R_e > 10^7 \end{cases}$$

$\alpha_{\min}$  - caracterizeaza pozitia unde se realizeaza minimul presiunii pe suprafata cilindrului

$$\alpha_{\min} = 80.185$$

$$c_{p0\min} := \begin{cases} (-2.2) & \text{if } R_e < 5 \cdot 10^5 \\ \left[ -1.9 - \frac{(2 \cdot 10^6 - R_e) \cdot 0.3}{15 \cdot 10^5} \right] & \text{if } 5 \cdot 10^5 \leq R_e \leq 2 \cdot 10^6 \\ \left[ -1.9 + \frac{(R_e - 2 \cdot 10^6) \cdot 0.4}{8 \cdot 10^6} \right] & \text{if } 2 \cdot 10^6 \leq R_e \leq 10^7 \\ (-1.5) & \text{if } R_e > 10^7 \end{cases}$$

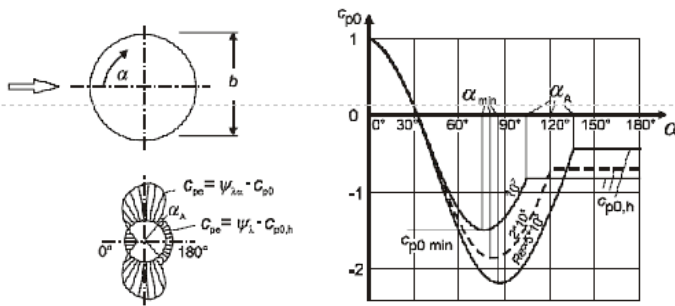
$c_{p0\min}$  - valoarea minima a coeficientului de presiune

$$c_{p0\min} = -1.911$$

$Re$	$\alpha_{min}$	$c_{p0,min}$	$\alpha_A$	$c_{p0,h}$
$5 \cdot 10^5$	85	-2,2	135	-0,4
$2 \cdot 10^6$	80	-1,9	120	-0,7
$10^7$	75	-1,5	105	-0,8

In care

- $\alpha_{min}$  caracterizează poziția unde se realizează minimul presiunii pe suprafața cilindricului în [°]
- $c_{p0,min}$  este valoarea minimă a coeficientului de presiune
- $\alpha_A$  este poziția punctului de separare a curgerii în [°]
- $c_{p0,h}$  este coeficientul de presiune de măriri



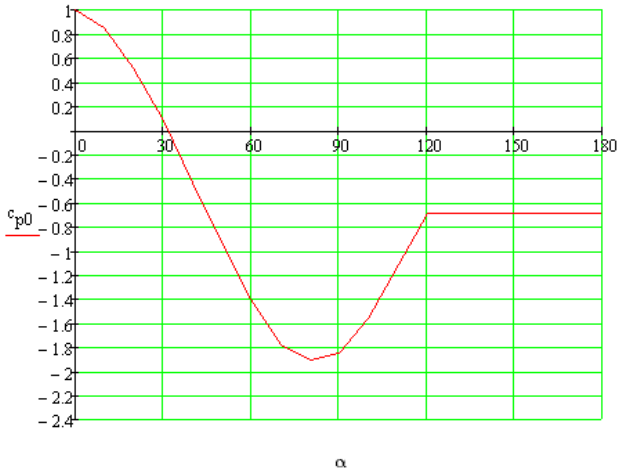
$$\psi_{\lambda\alpha} = 1$$

$\psi_{\lambda\alpha}$  - factorul efectului de capat (a se vedea (4))

$\alpha :=$	0	1
	10	0.85539
	20	0.51858
	30	0.082
	40	$0.2276 \cdot c_{p0min}$
	$0.63 \cdot \alpha_{min}$	$0.4976 \cdot c_{p0min}$
	$0.75 \cdot \alpha_{min}$	$0.7313 \cdot c_{p0min}$
	$0.875 \cdot \alpha_{min}$	$0.9321 \cdot c_{p0min}$
	$\alpha_{min}$	$c_{p0min}$
	$1.125 \cdot \alpha_{min}$	$0.97 \cdot c_{p0min}$
	$1.25 \cdot \alpha_{min}$	$0.8197 \cdot c_{p0min}$
	$\alpha_A$	$c_{p0h}$
	180	$c_{p0h}$

$c_{p0}$  - coeficient de presiune exteriora fara curgere libera la capete ( a se vedea (3))

Distributia presiunii pentru cilindri



	0
0	1
1	0.855
2	0.519
3	0.082
4	-0.435
5	-0.951
6	-1.398
7	-1.781
8	-1.911
9	-1.854
10	-1.567
11	-0.689
12	-0.689

$$c_{pe} := c_{p0} \cdot \psi_{\lambda\alpha}$$

Presiunea vantului pe suprafetele exterioare

	0		
$w_e := q_p \cdot c_{pe} =$	0	$1.085 \cdot 10^3$	$c_{pe0} := 1$
	1	928.306	$w_{e0} := q_p \cdot c_{pe0} = 1085.2 \cdot \frac{N}{m^2}$
	2	562.785	
	3	88.99	
	4	-472.039	$c_{pe075} := 0.7313 c_{p0min} \cdot \psi_{\lambda\alpha} = -1.398$
	5	$-1.032 \cdot 10^3$	$w_{e075} := q_p \cdot c_{pe075} = -1516.7 \cdot \frac{N}{m^2}$
	6	$-1.517 \cdot 10^3$	$c_{pe\alpha min} := c_{p0min} \cdot \psi_{\lambda\alpha} = -1.911$
	7	$-1.933 \cdot 10^3$	$w_{e\alpha min} := q_p \cdot c_{pe\alpha min} = -2074 \cdot \frac{N}{m^2}$
	8	$-2.074 \cdot 10^3$	
	9	$-2.012 \cdot 10^3$	$c_{pe125} := 0.8197 c_{p0min} \cdot \psi_{\lambda\alpha} = -1.567$
	10	$-1.7 \cdot 10^3$	$w_{e125} := q_p \cdot c_{pe125} = -1700 \cdot \frac{N}{m^2}$
	11	-747.645	$c_{pe0h} := c_{p0h} \cdot \psi_{\lambda\alpha} = -0.689$
12	-747.645	$w_{e\alpha h} := q_p \cdot c_{pe0h} = -747.6 \cdot \frac{N}{m^2}$	

## Calculul rezultantei

- Intervale :1) 0 - 32  
 2) 32 - 0.75 $\alpha_{\min}$   
 3) 0.75 $\alpha_{\min}$  -  $\alpha_{\min}$   
 4)  $\alpha_{\min}$  - 1.25 $\alpha_{\min}$   
 5) 1.25 $\alpha_{\min}$  -  $\alpha_a$   
 6)  $\alpha_a$  - 180

## Intervalul 1

$$l_1 := \frac{32}{180} \cdot \pi \cdot r = 195.5 \text{ mm}$$

$$P_1 := w_{e0} \cdot \frac{l_1}{2} = 106.07 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$P_{1h} := P_1 \cdot \cos\left(\frac{32}{3} \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 104.24 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

## Intervalul 3

$$l_3 := \frac{\alpha_{\min} - 0.75\alpha_{\min}}{180} \cdot \pi \cdot r = 122.5 \text{ mm}$$

$$P_{31} := w_{e0.75} \cdot l_3 = -185.73 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad P_{32} := (w_{e\alpha_{\min}} - w_{e0.75}) \cdot \frac{l_3}{2} = -34.12 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$P_{31h} := P_{31} \cdot \cos\left[0.75\alpha_{\min} \cdot \frac{\pi}{180} + \frac{1}{2}(\alpha_{\min} - 0.75\alpha_{\min}) \cdot \frac{\pi}{180}\right] = -63.03 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$P_{32h} := P_{32} \cdot \cos\left[0.75\alpha_{\min} \cdot \frac{\pi}{180} + \frac{2}{3}(\alpha_{\min} - 0.75\alpha_{\min}) \cdot \frac{\pi}{180}\right] = -9.69 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$P_{3h} := P_{31h} + P_{32h} = -72.72 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

## Intervalul 4

$$l_4 := \frac{1.25\alpha_{\min} - \alpha_{\min}}{180} \cdot \pi \cdot r = 122.5 \text{ mm}$$

$$P_{41} := w_{e1.25} \cdot l_4 = -208.18 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad P_{42} := (w_{e\alpha_{\min}} - w_{e1.25}) \cdot \frac{l_4}{2} = -22.9 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$P_{41h} := P_{41} \cdot \cos\left[(180 - 1.25\alpha_{\min}) \cdot \frac{\pi}{180} + \frac{1}{2}(1.25\alpha_{\min} - \alpha_{\min}) \cdot \frac{\pi}{180}\right] = -0.75 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$P_{42h} := P_{42} \cdot \cos\left[(180 - 1.25\alpha_{\min}) \cdot \frac{\pi}{180} + \frac{2}{3}(1.25\alpha_{\min} - \alpha_{\min}) \cdot \frac{\pi}{180}\right] = 1.25 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$P_{4h} := P_{41h} + P_{42h} = 0.5 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

## Intervalul 5

$$l_5 := \frac{\alpha_a - 1.25\alpha_{\min}}{180} \cdot \pi \cdot r = 124.1 \text{ mm}$$

$$P_{51} := w_{e\alpha_a} \cdot l_5 = -92.82 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad P_{52} := (w_{e1.25} - w_{e\alpha_a}) \cdot \frac{l_5}{2} = -59.12 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$P_{51h} := P_{51} \cdot \cos\left[(180 - \alpha_a) \cdot \frac{\pi}{180} + \frac{1}{2}(\alpha_a - 1.25\alpha_{\min}) \cdot \frac{\pi}{180}\right] = -32.34 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$P_{52h} := P_{52} \cdot \cos\left[(180 - \alpha_a) \cdot \frac{\pi}{180} + \frac{2}{3}(\alpha_a - 1.25\alpha_{\min}) \cdot \frac{\pi}{180}\right] = -17.29 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$P_{5h} := P_{51h} + P_{52h} = -49.63 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

## Intervalul 6

$$l_6 := \frac{180 - \alpha_a}{180} \cdot \pi \cdot r = 363.1 \text{ mm}$$

$$P_6 := w_{e\alpha_a} \cdot l_6 = -271.5 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$P_{6h} := P_6 \cdot \cos\left[\frac{1}{2} \cdot (180 - \alpha_a) \cdot \frac{\pi}{180}\right] = -235.78 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

## Presiunea pe cilindru in lungul actiunii vantului

$$P_h := 2 \cdot (P_{1h} + P_{2h} + P_{3h} - P_{4h} - P_{5h} - P_{6h}) = 467.94 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$



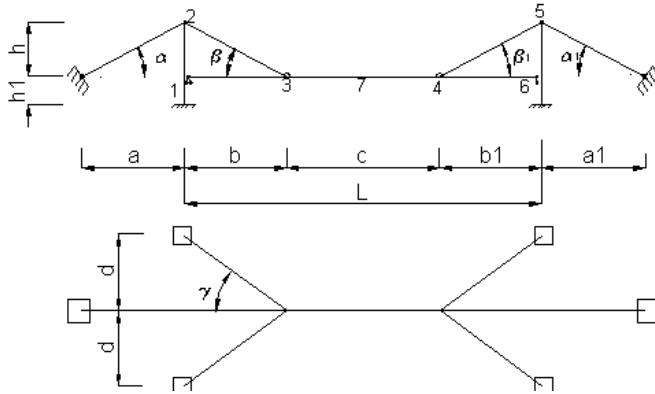
**ANEXA 2 LISTA STANDARDELOR CARE AU LEGĂTURĂ CU  
TRAVERSĂRILE DE CONDUCTE**

Nr. crt.	Denumirea	STAS- indicativ
1.	Sârmă de oțel trefilată pentru cabluri de tracțiune	1298-89
2.	Cabluri de oțel, noțiuni și clasificare	1710-75
3.	Cabluri din oțel. Cabluri construcție simplă. Forme și dimensiuni.	1513-80
4.	Cabluri din oțel. Condiții tehnice.	1352-91
5.	Cabluri din oțel. Cabluri compuse, duble, construcție normală. Forme și dimensiuni.	1353-86
6.	Cabluri din oțel. Cabluri compuse, duble, construcție combinată. Forme și dimensiuni.	1689-80
7.	Cabluri din oțel. Cabluri compuse, construcție triplă. Forme și dimensiuni.	2693-80
8.	Cabluri din oțel. Cabluri compuse, duble, flexibile. Forme și dimensiuni.	1553-80
9.	Cabluri din oțel. Cabluri plate. Forme și dimensiuni	1559-80
10.	Abateri limită admise la execuția structurilor cu ferme din cabluri	767/0-80
11.	Stasul de la biblioteca	
12.	Sisteme de alimentare cu apă	EN 805-2000
13.	Sisteme de alimentare cu gaz (peste 16 bar)	EN 1594-2000
14.	Sisteme de alimentare cu gaz (până la 16 bar)	EN 12007-2000
15.	Conducte industriale	EN 13480-2002
16.	Sisteme de transport al petrolului și gazelor naturale	EN 14161-2004
17.	Cabluri de oțel	EN 12385-2006

## ANEXA 3 CALCUL ANALITIC PENTRU TRAVERSAREA CU DOUĂ CABLURI DREPTE

### Geometria traversarii

$a = 21\text{m}$	deschidere laterala 1
$a_1 = 21\text{m}$	deschidere laterala 2
$b = 18.5\text{m}$	deschidere 1 conducta
$c = 38\text{m}$	deschidere 2 conducta
$b_1 = 18.5\text{m}$	deschidere 3 conducta
$d = 7\text{m}$	deschidere cabluri laterale
$L_c = b + c + b_1 = 75\text{m}$	Deschiderea totala a conductei
$h = 9\text{m}$	Distanța conducta pilon
$h_1 = 2\text{m}$	Distanța teren conducta



$$\alpha := \operatorname{atan}\left(\frac{h}{a}\right) \cdot \frac{180}{\pi} = 23.199$$

$$\alpha_1 := \operatorname{atan}\left(\frac{h}{a_1}\right) \cdot \frac{180}{\pi} = 23.199$$

$$\beta := \operatorname{atan}\left(\frac{h}{b}\right) \cdot \frac{180}{\pi} = 25.942$$

$$\gamma := \operatorname{atan}\left(\frac{d}{b}\right) \cdot \frac{180}{\pi} = 20.726$$

$$\beta_1 := \operatorname{atan}\left(\frac{h}{b_1}\right) \cdot \frac{180}{\pi} = 25.942$$

### Proprietati geometrice

$E_{\text{cond}} := 2.1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	$E_{\text{cablu}} := 1.6 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	$E_{\text{stalp}} := 2.1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
$I_{\text{cond}} := 65154.8 \text{cm}^4$	$I_{\text{cablu}} := 0 \text{cm}^4$	$I_{\text{stalp}} := 14600 \text{cm}^4$
$A_{\text{cond}} := 1949 \text{cm}^2$	$A_{\text{cablu}} := 18 \text{cm}^2$	$A_{\text{stalp}} := 93 \text{cm}^2$

### Incarcari

$$q_b := 4.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad q_c := 4.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad q_{b1} := 4.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Structura static nedeterminata  
conducta cu trei deschideri

$M_p^0$

Reactiuni

$$V_{PA} := \frac{q_b \cdot b \cdot \left(\frac{b}{2} + c + b_1\right) + q_c \cdot c \cdot \left(\frac{c}{2} + b_1\right) + q_{b1} \cdot b_1 \cdot \frac{b_1}{2}}{L} = 168.75 \text{ kN}$$

$$V_{PB} := \frac{q_{b1} \cdot b_1 \cdot \left(\frac{b_1}{2} + c + b\right) + q_c \cdot c \cdot \left(\frac{c}{2} + b\right) + q_b \cdot b \cdot \frac{b}{2}}{L} = 168.75 \text{ kN}$$

$$M(x) := \begin{cases} V_{PA} \cdot x - q_b \cdot \frac{x^2}{2} & \text{if } x \leq b \\ V_{PA} \cdot x - \left[ q_b \cdot b \cdot \left( x - \frac{b}{2} \right) \right] - q_c \cdot \frac{(x-b)^2}{2} & \text{if } b < x \leq (b+c) \\ V_{PA} \cdot x - \left[ q_b \cdot b \cdot \left( x - \frac{b}{2} \right) \right] - q_c \cdot c \cdot \left( x - b - \frac{c}{2} \right) - q_{b1} \cdot \frac{(x-b-c)^2}{2} & \text{if } (b+c) < x \leq L \end{cases}$$

$M(b) = 2351.81 \text{ kN}\cdot\text{m}$   
 $M\left(\frac{L}{2}\right) = 3164.06 \text{ kN}\cdot\text{m}$   
 $M(b+c) = 2351.81 \text{ kN}\cdot\text{m}$

m<sub>1</sub> Reactiuni

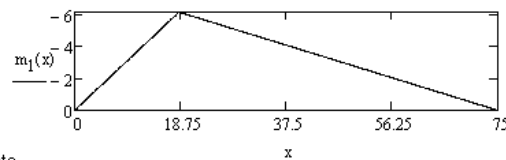
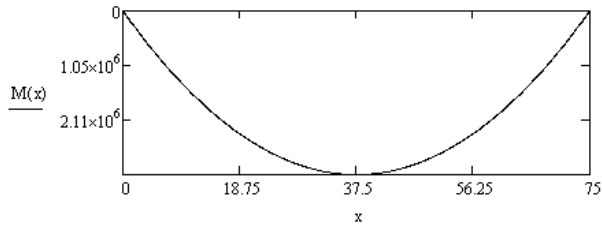
$$V_{A1} := -1 \cdot \sin\left(\beta \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \frac{L-b}{L} = -0.32956$$

$$V_{B1} := -1 \cdot \sin\left(\beta \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \frac{b}{L} = -0.10791$$

$$m_{1\max} := V_{A1} \cdot b = -6.097 \text{ m}$$

$$m_1(x) := \begin{cases} V_{A1} \cdot x & \text{if } x \leq b \\ V_{A1} \cdot x + 1 \cdot \sin\left(\beta \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot (x-b) & \text{if } b < x \leq L \end{cases}$$

$$m_1(18.5\text{m}) = -6.097 \text{ m}$$

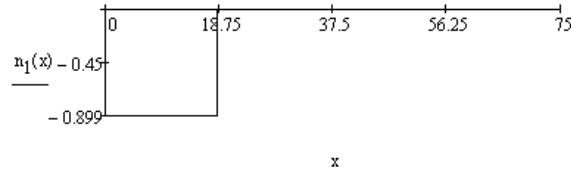


n<sub>1</sub>

Reactiuni conducta

$$H_{A1} := -1 \cdot \cos\left(\beta \cdot \frac{\pi}{180}\right) = -0.899$$

$$n_1(x) := \begin{cases} H_{A1} & \text{if } x \leq b \\ 0 & \text{if } x > b \end{cases}$$



Pilon stanga

$$n_{1\text{pilon}}(x) := -\sin\left(\beta \cdot \frac{\pi}{180}\right) - \cos\left(\beta \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \tan\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right) \quad n_{1\text{pilon}}(0\text{m}) = -0.823$$

Cablu tirant

$$n_{1\text{cablutar}}(x) := 1$$

Cablu ancora

$$n_{1\text{cabluanc}}(x) := \frac{\cos\left(\beta \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{\cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)}$$

m<sub>2</sub>

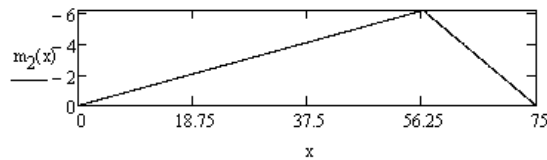
Reactiuni

$$V_{A2} := -1 \cdot \sin\left(\beta_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \frac{b}{L} = -0.108$$

$$V_{B2} := -1 \cdot \sin\left(\beta_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \frac{L-b}{L} = -0.33$$

$$m_{2\max} := V_{A2} \cdot (b+c) = -6.097 \text{ m}$$

$$m_2(x) := \begin{cases} V_{A2} \cdot x & \text{if } x \leq b + c \\ V_{A2} \cdot x + 1 \cdot \sin\left(\beta_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot (x - b - c) & \text{if } x > b + c \end{cases} \quad m_2(18.5\text{m}) = -1.996 \cdot \text{m}$$

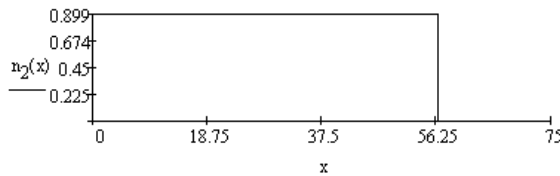


$n_2$

Reactiuni

$$H_{A2} := 1 \cos\left(\beta_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 0.899$$

$$n_2(x) := \begin{cases} H_{A2} & \text{if } x \leq b + c \\ 0 & \text{if } x > b + c \end{cases}$$



Pilon dreapta

$$n_{2pilon}(x) := -\sin\left(\beta_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) - \cos\left(\beta_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \tan\left(\alpha_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \quad n_{2pilon}(0\text{m}) = -0.823$$

Cablu tirant

$$n_{2cablutar}(x) := 1$$

Cablu ancora

$$n_{2cabluanc}(x) := \frac{\cos\left(\beta_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{\cos\left(\alpha_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right)}$$

Calculul coeficientilor  $d_{ij}$  si  $d_{ij}$

$$d_{11Mcond} := \int_0^L m_1(x) \cdot m_1(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 6.8 \times 10^{-4} \frac{\text{cm}}{\text{N}}$$

$$d_{11Ncond} := \int_0^L n_1(x) \cdot n_1(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot A_{cond}} = 3.7 \times 10^{-7} \frac{\text{cm}}{\text{N}}$$

$$d_{11Npilon} := \int_{-h_1}^h \frac{n_{1pilon}(x) \cdot n_{1pilon}(x)}{E_{pilon} \cdot A_{pilon}} dx = 3.8 \times 10^{-7} \frac{\text{cm}}{\text{N}}$$

$$d_{11Ncablu} := \int_0^a \frac{n_{1cabluanc}(x) \cdot n_{1cabluanc}(x)}{E_{cablu} \cdot A_{cablu}} dx + \int_0^b \frac{n_{1cablutar}(x) \cdot n_{1cablutar}(x)}{E_{cablu} \cdot A_{cablu}} dx = 1.5 \times 10^{-5} \frac{\text{cm}}{\text{N}}$$

$$d_{12Mcond} := \int_0^L m_1(x) \cdot n_2(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 5.3 \times 10^{-4} \frac{cm}{N}$$

$$d_{12Ncond} := \int_0^L n_1(x) \cdot n_2(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot A_{cond}} = -3.7 \times 10^{-7} \frac{cm}{N}$$

$$d_{12Npilon} := \int_0^0 \frac{n_{1pilon}(x) \cdot n_{2pilon}(x)}{E_{pilon} \cdot A_{pilon}} dx = 0 \times 10^0 \frac{m}{N}$$

$$d_{12Ncablu} := \int_0^0 \frac{n_{1cablutir}(x) \cdot n_{1cablutir}(x)}{E_{cablu} \cdot A_{cablu}} dx + \int_0^0 \frac{n_{1cabluanc}(x) \cdot n_{1cabluanc}(x)}{E_{cablu} \cdot A_{cablu}} dx = 0 \times 10^0 \frac{m}{N}$$

$$d_{22Mcond} := \int_0^L m_2(x) \cdot n_2(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 6.8 \times 10^{-4} \frac{cm}{N}$$

$$d_{22Ncond} := \int_0^L n_2(x) \cdot n_2(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot A_{cond}} = 1.1 \times 10^{-6} \frac{cm}{N}$$

$$d_{22Npilon} := \int_{-h_1}^h \frac{n_{2pilon}(x) \cdot n_{2pilon}(x)}{E_{pilon} \cdot A_{pilon}} dx = 3.8 \times 10^{-7} \frac{cm}{N}$$

$$d_{22Ncablu} := \int_0^{\frac{a_1}{\cos\left(\alpha_1 \frac{\pi}{180}\right)}} \frac{n_{2cabluanc}(x) \cdot n_{2cabluanc}(x)}{E_{cablu} \cdot A_{cablu}} dx + \int_0^{\frac{b_1}{\cos\left(\beta_1 \frac{\pi}{180}\right)}} \frac{n_{2cablutir}(x) \cdot n_{2cablutir}(x)}{E_{cablu} \cdot A_{cablu}} dx = 1.5 \times 10^{-7} \frac{m}{N}$$

$$d_{1P} := \int_0^L m_1(x) \cdot M_{P0}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} + \int_0^L n_1(x) \cdot N_{P0}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -4.2 \times 10^3 \frac{mm}{N}$$

$$d_{2P} := \int_0^L m_2(x) \cdot M_{P0}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} + \int_0^L n_2(x) \cdot N_{P0}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -4.2 \times 10^3 \frac{mm}{N}$$

$$d_{11} := d_{11Mcond} + d_{11Ncond} + d_{11Npilon} + d_{11Ncablu} = 6.9465 \times 10^{-3} \frac{mm}{N}$$

$$d_{12} := d_{12Mcond} + d_{12Ncond} + d_{12Npilon} + d_{12Ncablu} = 5.252 \times 10^{-3} \frac{mm}{N}$$

$$d_{22} := d_{22Mcond} + d_{22Ncond} + d_{22Npilon} + d_{22Ncablu} = 6.954 \times 10^{-3} \frac{mm}{N}$$

$$Coef := \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{12} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6.947 \times 10^{-3} & 5.252 \times 10^{-3} \\ 5.252 \times 10^{-3} & 6.954 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \frac{mm}{N}$$

$$term_{liber} := - \begin{pmatrix} d_{1P} \\ d_{2P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.18 \times 10^3 \\ 4.18 \times 10^3 \end{pmatrix} mm \quad X := \text{Isolve}(Coef, term_{liber}) \quad X = \begin{pmatrix} 343.29 \\ 341.78 \end{pmatrix} \cdot kN \quad \text{Eforturile in cabluri } X_1 \text{ si } X_2$$

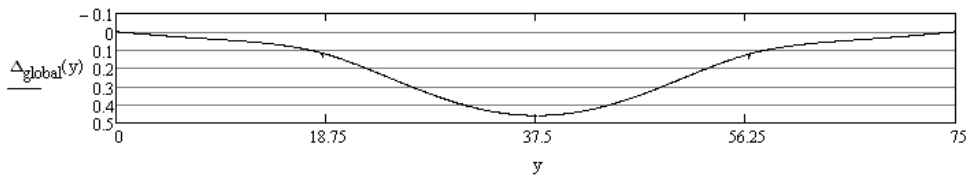
Forțele axiale cabluri	$N_1 := X_1$ $N_2 := X_2$	$N_1 = 343.289 \text{ kN}$ $N_2 = 341.777 \text{ kN}$	
Momentul incovoietor in conducta	$M_P(x) := M_{P0}(x) + n_1(x) \cdot X_1 + n_2(x) \cdot X_2$		$M_P(b) = -423.45 \text{ kN}\cdot\text{m}$ $M_P\left(\frac{L}{2}\right) = 391.9 \text{ kN}\cdot\text{m}$ $M_P(b+c) = -417.25 \text{ kN}\cdot\text{m}$
Forțele axiale in conducta	$N_P(x) := N_{P0}(x) + n_1(x) \cdot X_1 + n_2(x) \cdot X_2$		$N_P\left(\frac{L}{2}\right) = 307.34 \text{ kN}$
Forțele axiale din piloni	$N_{p1}(x) := n_{1\text{pilon}}(x) X_1$ $N_{p2}(x) := n_{2\text{pilon}}(x) X_2$	$N_{p1}(0\text{m}) = -282.48 \text{ kN}$ $N_{p2}(0\text{m}) = -281.23 \text{ kN}$	
Forțele axiale din cablurile marginale	$N_{1C}(x) := n_{1\text{cabluanc}}(x) X_1$ $N_{2C}(x) := n_{2\text{cabluanc}}(x) X_2$	$N_{1C}(0\text{m}) = 335.85 \text{ kN}$ $N_{2C}(0\text{m}) = 334.37 \text{ kN}$	

Functia pentru diagrama unei deplasari virtuale intr-un punct y

$$m_{\Delta}(x,y) := \begin{cases} \left(\frac{L-y}{L}\right) \cdot x & \text{if } x \leq y \\ \left(\frac{L-y}{L}\right) \cdot x - (x-y) & \text{if } y < x \leq L \end{cases}$$

$$\Delta_{\text{global}}(y) := \int_0^L \frac{m_{\Delta}(x,y) \cdot M_y(x)}{E_{\text{cond}} \cdot I_{\text{cond}}} dx$$

$$\Delta_{\text{global}}(37.5\text{m}) = 459.765 \text{ mm}$$



Efectul pretensionarii

Pretensionari

$$P_1 := 4.8 \text{ kN} \quad P'_1 := P_1 \cdot \sin\left(\beta_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 2.1 \text{ kN}$$

$$P_2 := 4.8 \text{ kN} \quad P'_2 := P_2 \cdot \sin\left(\beta_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 2.1 \text{ kN}$$

Reactiuni pretensionare

$$V_{A\text{pret}} := - \left[ \frac{P_2 \cdot b_1 + P_1 \cdot (b_1 + c)}{L} \right] = -2.1 \cdot \text{kN}$$

$$V_{B\text{pret}} := - \left[ \frac{P_1 \cdot b + P_2 \cdot (b + c)}{l} \right] = -2.1 \cdot \text{kN}$$

$$H_{A\text{pret}} := P_2 \cdot \cos\left(\beta_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) - P_1 \cdot \cos\left(\beta \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 0 \text{ N}$$

$$N_{\text{pret}}(x) := \begin{cases} H_{A\text{pret}} & \text{if } x \leq b \\ P_2 \cdot \cos\left(\beta_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) & \text{if } b < x \leq b + c \\ H_{A\text{pret}} + P_1 \cdot \cos\left(\beta \cdot \frac{\pi}{180}\right) - P_2 \cdot \cos\left(\beta_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) & \text{if } b + c < x \leq L \end{cases}$$

$$M_{\text{pret}}(x) := \begin{cases} V_{A\text{pret}} \cdot x & \text{if } x \leq b \\ V_{A\text{pret}} \cdot x + P_1 \cdot (x - b) & \text{if } b < x \leq (b + c) \\ V_{A\text{pret}} \cdot x + P_1 \cdot (x - b) + P_2 \cdot (x - b - c) & \text{if } (b + c) < x \leq L \end{cases}$$

$$M_{\text{pret}}(b) = -38.85 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{pret}}\left(\frac{L}{2}\right) = -38.85 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{pret}}(b + c) = -38.85 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momentele incovoietoare finale in conducta

$$M_y(x) := M_p(x) + M_{\text{pret}}(x)$$

$$M_y(b) = -462.295 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_y\left(\frac{L}{2}\right) = 353.056 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_y(b + c) = -456.092 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Fora axiale in conducta

$$N_{\text{qpret}}(x) := N_p(x) + N_{\text{pret}}(x)$$

$$N_{\text{qpret}}\left(\frac{L}{2}\right) = 311.654 \cdot \text{kN}$$

Sageata la mijlocul deschiderii dupa pretensionare

$$D_{7\text{pret}} := \int_0^L \frac{m_k\left(x, \frac{L}{2}\right) \cdot M_y(x)}{E_{\text{cond}} \cdot I_{\text{cond}}} dx = 276.246 \cdot \text{mm}$$

Fortele axiale in cablurile tirant dupa pretensionare

$$N_{1x} := X_1 + P_1 = 348.089 \cdot \text{kN}$$

$$N_{2x} := X_2 + P_2 = 346.577 \cdot \text{kN}$$

Fortele axiale in cablurile de ancorare dupa pretensionare

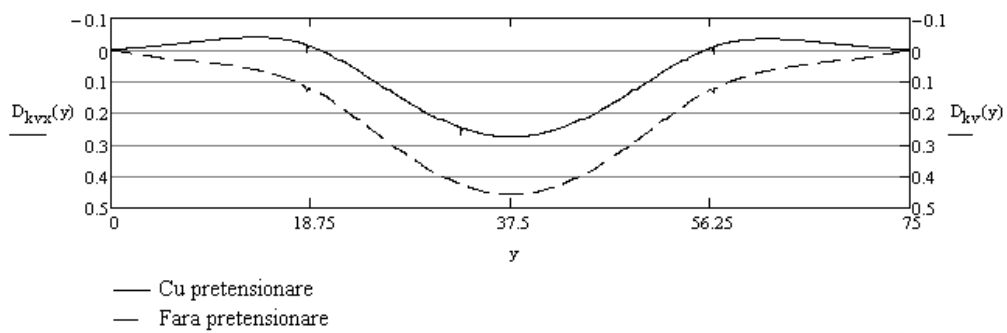
$$N_{1Cx} := N_{1x} \cdot \frac{\cos\left(\beta \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{\cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)} = 340.549 \cdot \text{kN}$$

$$N_{2Cx} := N_{2x} \cdot \frac{\cos\left(\beta_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{\cos\left(\alpha_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right)} = 339.069 \cdot \text{kN}$$

$$N_{1Px} := -N_{1x} \cdot \sin\left(\beta \cdot \frac{\pi}{180}\right) - N_{1Cx} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right) = -286.426 \text{ kN}$$

$$N_{2Px} := -N_{2x} \cdot \sin\left(\beta_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) - N_{2Cx} \cdot \sin\left(\alpha_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = -285.181 \text{ kN}$$

$$D_{kvx}(y) := \int_0^L \frac{m_k(x,y) \cdot M_y(x)}{E_{\text{cond}} \cdot I_{\text{cond}}} dx$$





## ANEXA 4 DETERMINAREA ÎNCĂRCĂRII DIN CHICIURĂ

Incarcarea din chiciura pe cablu

$$\rho := 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{densitatea considerata: } 200 - 900 \text{ kg/mc}$$

$$t_{\text{cablu}} := 20 \text{ mm} \quad \text{stratul de chiciura considerat}$$

$$d_{\text{cablu}} := 48 \text{ mm} \quad \text{diametrul cablului}$$

$$r_{\text{cablu}} := \frac{d_{\text{cablu}}}{2} = 24 \cdot \text{mm}$$

$$p := 2 \cdot \pi \cdot r_{\text{cablu}} = 0.151 \text{ m} \quad \text{perimetrul cilindrului}$$

$$q_{\text{cablu}} := \rho \cdot \left[ \pi \cdot (r_{\text{cablu}} + t_{\text{cablu}})^2 - \pi \cdot r_{\text{cablu}}^2 \right] = 3.418 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Incarcarea din chiciura pe conducta

$$t_{\text{cond}} := 20 \text{ mm} \quad \text{stratul de chiciura considerat}$$

$$d_{\text{cond}} := 529 \text{ mm} \quad \text{diametrul conductei}$$

$$r_{\text{cond}} := \frac{d_{\text{cond}}}{2} = 264.5 \cdot \text{mm}$$

$$p_{\text{cond}} := 2 \cdot \pi \cdot r_{\text{cond}} = 1.662 \text{ m} \quad \text{perimetrul cilindrului}$$

Incarcarea din chiciura

$$q_{\text{cond}} := \rho \cdot \left[ \pi \cdot (r_{\text{cond}} + t_{\text{cond}})^2 - \pi \cdot r_{\text{cond}}^2 \right] = 27.596 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

## ANEXA 5 CALCULUL FORȚELOR DINTR-UN CABLU ȘI DETERMINAREA FORMEI GEOMETRICE

Determinarea forțelor din cablu și obținerea geometriei cablului

Coordonatele capetelor cablului

$x_A := 0\text{m}$	coordonata pe axa OX a capatului A
$y_A := 9\text{m}$	coordonata pe axa OY a capatului A
$x_B := 18.5\text{m}$	coordonata pe axa OX a capatului B
$y_B := 0\text{m}$	coordonata pe axa OY a capatului B
$l :=  x_B - x_A  = 18.5\text{m}$	lungimea pe orizontala a cablului
$X_{AB} :=  x_B - x_A  = 18.5\text{m}$	
$Y_{AB} :=  y_A - y_B  = 9\text{m}$	
$\beta := \text{atan}\left(\frac{y_A - y_B}{x_B - x_A}\right) \cdot \frac{180}{\pi} = 25.942$	
$g_{cablu} := 85.2 \frac{\text{N}}{\text{m}}$	greutatea uniform distribuita pe metru liniar a cablului

Introducere data

Parametri :=

Componenta orizontala t

Tensiunea la capatul A

Tensiunea la capatul B

Sageata maxima

Deformata relativa

$Y := 4\text{kN}$       Unitati de forta  
 $Z_{in} := 5\text{cm}$       Sageata maxima  
 $L_{in} := 22\text{m}$       Lungimea relativa

$$\text{alfaA} := \left( Y_{AB} - \frac{g_c \cdot X_{AB}^2}{2 \cdot Y} \right) x^2 + 2 \cdot X_{AB} \cdot x - Y_{AB} - \frac{g_c \cdot X_{AB}^2}{2 \cdot Y} \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve} \\ \text{assume, } -1 < x < 1 \end{array} \right. \rightarrow 0.337560$$

$$\text{alfaB} := \left( -Y_{AB} - \frac{g_c \cdot X_{AB}^2}{2 \cdot Y} \right) x^2 + 2 \cdot X_{AB} \cdot x + Y_{AB} - \frac{g_c \cdot X_{AB}^2}{2 \cdot Y} \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve} \\ \text{assume, } -1 < x < 1 \end{array} \right. \rightarrow -0.1275$$

$$\text{tensT} = \frac{t}{2g_c} \ln \left[ \frac{g_c}{t} x_B + \left( \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} - \frac{g_c \cdot l}{2t} \right) + \sqrt{1 + \left[ \frac{g_c x_B}{t} + \left( \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} - \frac{g_c \cdot l}{2t} \right) \right]^2} \right] + \frac{t \left[ \frac{g_c x_B}{t} + \left( \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} - \frac{g_c \cdot l}{2t} \right) \right] \sqrt{1 + \left[ \frac{g_c x_B}{t} + \left( \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} - \frac{g_c \cdot l}{2t} \right) \right]^2}}{2g_c}$$

$$- \frac{t}{2g_c} \ln \left[ \frac{g_c}{t} x_A + \left( \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} - \frac{g_c \cdot l}{2t} \right) + \sqrt{1 + \left[ \frac{g_c x_A}{t} + \left( \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} - \frac{g_c \cdot l}{2t} \right) \right]^2} \right] + \frac{t \left[ \frac{g_c x_A}{t} + \left( \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} - \frac{g_c \cdot l}{2t} \right) \right] \sqrt{1 + \left[ \frac{g_c x_A}{t} + \left( \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} - \frac{g_c \cdot l}{2t} \right) \right]^2}}{2g_c} - L$$

$$\text{solve, } t \rightarrow -1091.371444$$

```

Comp := if Parametru = 1
|
|   t ← Y
|    $y_c \leftarrow \frac{g_c \cdot X_{AB}^2}{8 \cdot t}$ 
|    $\alpha_A \leftarrow \operatorname{atan}\left(\frac{4y_c + Y_{AB}}{X_{AB}}\right) \cdot \frac{180}{\pi}$ 
|    $\alpha_B \leftarrow \operatorname{atan}\left(\frac{4y_c - Y_{AB}}{X_{AB}}\right) \cdot \frac{180}{\pi}$ 
|    $T_A \leftarrow \frac{t}{\cos\left(\alpha_A \cdot \frac{\pi}{180}\right)}$ 
|    $T_B \leftarrow \frac{t}{\cos\left(\alpha_B \cdot \frac{\pi}{180}\right)}$ 
|   trace("y,x={0}" , y_c)
|   return  $\begin{pmatrix} t \\ y_c \\ T_A \\ T_B \end{pmatrix}$ 
|
| otherwise
|   if Parametru = 2
|   |
|   |    $T_A \leftarrow Y$ 
|   |    $\alpha_A \leftarrow 2 \cdot \operatorname{atan}(\operatorname{alfaA}) \cdot \frac{180}{\pi}$ 
|   |    $t \leftarrow T_A \cdot \cos\left(\alpha_A \cdot \frac{\pi}{180}\right)$ 
|   |    $y_c \leftarrow \frac{g_c \cdot X_{AB}^2}{8 \cdot t}$ 
|   |    $\alpha_B \leftarrow \operatorname{atan}\left(\frac{4y_c - Y_{AB}}{X_{AB}}\right) \cdot \frac{180}{\pi}$ 
|   |    $T_B \leftarrow \frac{t}{\cos\left(\alpha_B \cdot \frac{\pi}{180}\right)}$ 
|   |   return  $\begin{pmatrix} t \\ y_c \\ T_A \\ T_B \end{pmatrix}$ 

```

```

otherwise
  if Parametru = 3
     $T_B \leftarrow Y$ 
     $\alpha_B \leftarrow 2 \cdot \text{atan}(\text{alfaB}) \cdot \frac{180}{\pi}$ 
     $t \leftarrow T_B \cdot \cos\left(\alpha_B \cdot \frac{\pi}{180}\right)$ 
     $y_c \leftarrow \frac{g_c \cdot X_{AB}^2}{8 \cdot t}$ 
     $\alpha_A \leftarrow \text{atan}\left(\frac{4y_c + Y_{AB}}{X_{AB}}\right) \cdot \frac{180}{\pi}$ 
     $T_A \leftarrow \frac{t}{\cos\left(\alpha_A \cdot \frac{\pi}{180}\right)}$ 
    return  $\begin{pmatrix} t \\ y_c \\ T_A \\ T_B \end{pmatrix}$ 
  otherwise
    if Parametru = 4
       $y_c \leftarrow Z$ 
       $t \leftarrow \frac{g_c \cdot X_{AB}^2}{8 \cdot y_c}$ 
       $\alpha_A \leftarrow \text{atan}\left(\frac{4y_c + Y_{AB}}{X_{AB}}\right) \cdot \frac{180}{\pi}$ 
       $\alpha_B \leftarrow \text{atan}\left(\frac{4y_c - Y_{AB}}{X_{AB}}\right) \cdot \frac{180}{\pi}$ 
       $T_A \leftarrow \frac{t}{\cos\left(\alpha_A \cdot \frac{\pi}{180}\right)}$ 
       $T_B \leftarrow \frac{t}{\cos\left(\alpha_B \cdot \frac{\pi}{180}\right)}$ 
      return  $\begin{pmatrix} t \\ y_c \\ T_A \\ T_B \end{pmatrix}$ 

```

```

otherwise
  t ← tensT1
  yc ←  $\frac{g_c \cdot X_{AB}^2}{8 \cdot t}$ 
  αA ←  $\text{atan}\left(\frac{4y_c + Y_{AB}}{X_{AB}}\right) \cdot \frac{180}{\pi}$ 
  αB ←  $\text{atan}\left(\frac{4y_c - Y_{AB}}{X_{AB}}\right) \cdot \frac{180}{\pi}$ 
  TA ←  $\frac{t}{\cos\left(\alpha_A \cdot \frac{\pi}{180}\right)}$ 
  TB ←  $\frac{t}{\cos\left(\alpha_B \cdot \frac{\pi}{180}\right)}$ 
  return  $\begin{pmatrix} t \\ y_c \\ T_A \\ T_B \end{pmatrix}$ 

```

Rez := Comp

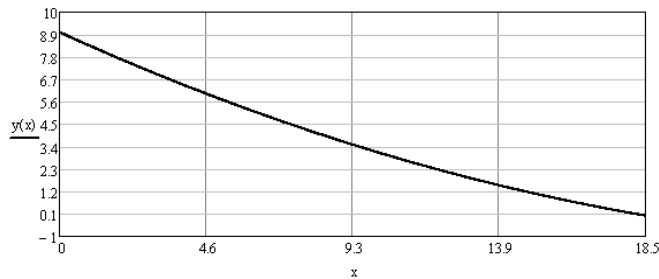
$$\text{Rez} = \begin{pmatrix} 4000 \\ 1.013 \\ 4895.478 \\ 4140.52 \end{pmatrix}$$

- t = 4 kN                                      Componenta orizontala
- y<sub>c</sub> = 101.335 cm                              Sageata maxima
- T<sub>A</sub> = 4.895 kN                                      Tensiunea la capatul A
- T<sub>B</sub> = 4.141 kN                                      Tensiunea la capatul B

$$y(x) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \cdot (x - x_A) + y_A - \frac{g_c \cdot x \cdot (1 - x)}{2t}$$

$$L_{\text{cablu}} = \int_{x_A}^{x_B} \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx}y(x)\right)^2} dx = 20.681 \text{ m}$$

Forma cablului



## ANEXA 6 CALCULUL TRAVERSĂRILOR CU CABLU PARABOLIC

### Geometria traversarii

a := 21m	deschidere laterala 1
a <sub>1</sub> := 21m	deschidere laterala 2
b := 5.0m	distanța dintre tiranți
d := 7m	deschidere cabluri laterale
L := 75m	Deschiderea totala a conductei
h := 9m	Distanța conducta pilon
h <sub>1</sub> := 6m	Distanța teren conducta
f := 7m	Sageata cablului

### Forma parabolei

Ecuatia parabolei

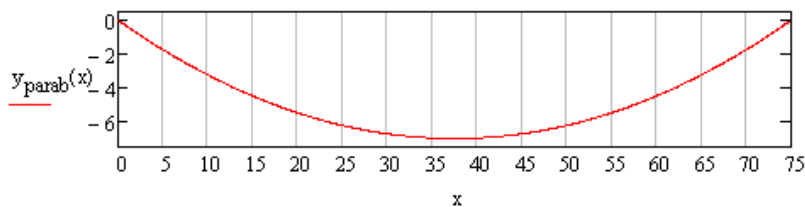
Coordonatele punctelor

$$\begin{array}{lll} x_1 := 0m & x_2 := \frac{L}{2} & x_3 := L \\ y_1 := 0m & y_2 := -f & y_3 := 0m \end{array}$$

$$\text{Coef}_{\text{parabola}} := \begin{pmatrix} \frac{x_1^2}{m^2} & x_1 \cdot \frac{1}{m} & 1 \\ \frac{x_2^2}{m^2} & \frac{x_2}{m} & 1 \\ \frac{x_3^2}{m^2} & \frac{x_3}{m} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1.406 \times 10^3 & 37.5 & 1 \\ 5.625 \times 10^3 & 75 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{term}_{\text{liberparab}} := \begin{pmatrix} \frac{y_1}{m} \\ \frac{y_2}{m} \\ \frac{y_3}{m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

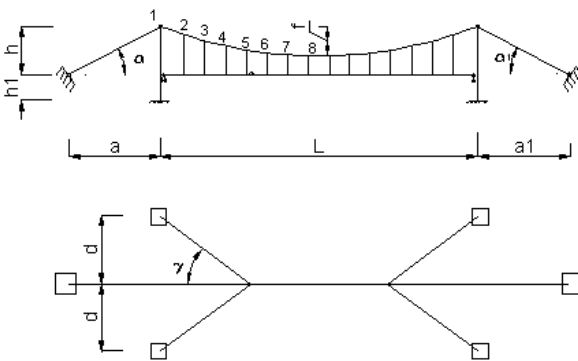
$$Z := \text{lsolve}(\text{Coef}_{\text{parabola}}, \text{term}_{\text{liberparab}}) = \begin{pmatrix} 4.978 \times 10^{-3} \\ -0.373 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$y_{\text{parab}}(x) := Z_1 \cdot \frac{x^2}{m} + Z_2 \cdot x + Z_3 \cdot m$$



Lungimea tirantilor

$$\begin{aligned}
 l_{tir1} &:= h + y_{parab}(5m) = 7.258 \text{ m} \\
 l_{tir2} &:= h + y_{parab}(10m) = 5.764 \text{ m} \\
 l_{tir3} &:= h + y_{parab}(15m) = 4.52 \text{ m} \\
 l_{tir4} &:= h + y_{parab}(20m) = 3.524 \text{ m} \\
 l_{tir5} &:= h + y_{parab}(25m) = 2.778 \text{ m} \\
 l_{tir6} &:= h + y_{parab}(30m) = 2.28 \text{ m} \\
 l_{tir7} &:= h + y_{parab}(35m) = 2.031 \text{ m}
 \end{aligned}$$



$$\alpha := \text{atan}\left(\frac{h}{a}\right) \cdot \frac{180}{\pi} = 23.199$$

$$\alpha_1 := \text{atan}\left(\frac{h}{a_1}\right) \cdot \frac{180}{\pi} = 23.199$$

+

Proprietati geometrice

$E_{cond} := 2.1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2}$	$E_{cablu} := 1.6 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2}$	$A_{ancora1} := 18cm^2$	$A_{ancora2} := 18cm^2$	$E_{stalp} := 2.1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2}$
$I_{cond} := 28253cm^4$	$I_{cablu} := 0cm^4$	$A_{cablu1} := 8cm^2$	$A_{cablu3} := 8cm^2$	$I_{stalp} := 14600cm^4$
$A_{cond} := 82.3cm^2$		$A_{cablu2} := 8cm^2$	$A_{cablu4} := 8cm^2$	$A_{stalp} := 93cm^2$
		$A_{tir} := 1.76cm^2$		

Incarcari

$$q = 4.5 \frac{kN}{m}$$

Structura static nedeterminata

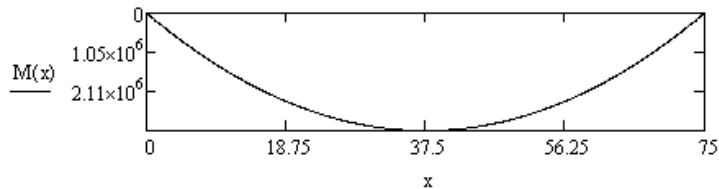
Mp<sup>0</sup>

Reactiuni

$$V_{PA} := \frac{q \cdot L}{2} = 168.75 \text{ kN}$$

$$V_{PB} := \frac{q \cdot L}{2} = 168.75 \text{ kN}$$

$$M(x) := V_{PA} \cdot x - q \cdot \frac{x^2}{2}$$



## Determinarea momentelor pe conducta rezemata continuu pe reazeme simple



$$d_{11Mc} := \int_0^L m_1(x) \cdot m_1(x) dx \frac{1}{E_{\text{cond}} I_{\text{cond}}} = 9.2 \times 10^{-4} \frac{\text{cm}}{\text{N}}$$

$$d_{11N_{\text{tir}}} := \int_0^{l_{\text{tir1}}} \frac{1}{E_{\text{cablu}} A_{\text{tir}}} dx = 2.577 \times 10^{-5} \frac{\text{cm}}{\text{N}}$$

$$d_{11N_{\text{cab}}} := \int_0^b \frac{\cos\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \sin\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{E_{\text{cablu}} A_{\text{cablu1}}} dx = 1.361 \times 10^{-6} \frac{\text{cm}}{\text{N}}$$

$$d_{11N_{\text{anc}}} := \int_0^a \frac{\cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right) \sin\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \cos\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{E_{\text{cablu}} A_{\text{ancoral}}} dx = 2.682 \times 10^{-6} \frac{\text{cm}}{\text{N}}$$

$$d_{11N_{\text{stalp}}} := \int_{-h_1}^h \frac{\sin\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \sin\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) + \frac{\sin\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \cos\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{\cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{E_{\text{stalp}} A_{\text{stalp}}} dx = 1.854 \times 10^{-7} \frac{\text{cm}}{\text{N}}$$

$$d_{12Mc} := \int_0^L m_1(x) \cdot m_2(x) dx \frac{1}{E_{\text{cond}} I_{\text{cond}}} = 1.7 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}}$$

$$d_{22Mc} := \int_0^L m_2(x) \cdot m_2(x) dx \frac{1}{E_{\text{cond}} I_{\text{cond}}} = 3.2 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}}$$

$$d_{22N_{\text{tir}}} := \int_0^{l_{\text{tir2}}} \frac{1}{E_{\text{cablu}} A_{\text{tir}}} dx = 2.047 \times 10^{-5} \frac{\text{cm}}{\text{N}}$$

$$d_{22N_{\text{cab}}} := \int_0^b \frac{\cos\left(\phi_2 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \sin\left(\phi_2 \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{E_{\text{cablu}} A_{\text{cablu1}}} dx + \int_0^b \frac{\cos\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \sin\left(\phi_2 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \cos\left[\left(\phi_1 - \phi_2\right) \cdot \frac{\pi}{180}\right]}{E_{\text{cablu}} A_{\text{cablu1}}} dx = 2.349 \times 10^{-6} \frac{\text{cm}}{\text{N}}$$

$$d_{22N_{\text{anc}}} := \int_0^a \frac{\cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right) \sin\left(\phi_2 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \cos\left[\left(\phi_1 - \phi_2\right) \cdot \frac{\pi}{180}\right]}{E_{\text{cablu}} A_{\text{ancoral}}} dx = 2.467 \times 10^{-6} \frac{\text{cm}}{\text{N}}$$



$$d_{22Nstalp} := \frac{\int_{-h_1}^h \frac{\sin\left(\phi_2 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \cos\left[\left(\phi_1 - \phi_2\right) \cdot \frac{\pi}{180}\right] \cdot \sin\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) + \frac{\sin\left(\phi_2 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \cos\left[\left(\phi_1 - \phi_2\right) \cdot \frac{\pi}{180}\right] \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{\cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)} dx}{E_{stalp} \cdot A_{stalp}} \quad dx = 1.664 \times 10^{-7} \frac{cm}{N}$$


---


$$d_{23Mc} := \int_0^L m_2(x) \cdot m_3(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 4.3 \times 10^{-3} \frac{cm}{N} \quad d_{33Mc} := \int_0^L m_3(x) \cdot m_3(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 6.1 \times 10^{-3} \frac{cm}{N}$$

$$d_{33Ntir} := \int_0^{tir3} \frac{1}{E_{cablu} \cdot A_{tir}} dx = 1.605 \times 10^{-5} \frac{cm}{N}$$

$$d_{33Ncab} := \int_0^b \frac{\cos\left(\phi_3 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \sin\left(\phi_3 \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{E_{cablu} \cdot A_{cablu}} dx + \int_0^b \frac{\cos\left(\phi_2 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \sin\left(\phi_3 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \cos\left[\left(\phi_2 - \phi_3\right) \cdot \frac{\pi}{180}\right]}{E_{cablu} \cdot A_{cablu}} dx + \int_0^b \frac{\cos\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \sin\left(\phi_3 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \cos\left[\left(\phi_2 - \phi_3\right) \cdot \frac{\pi}{180}\right] \cdot \cos\left[\left(\phi_1 - \phi_2\right) \cdot \frac{\pi}{180}\right]}{E_{cablu} \cdot A_{cablu}} dx = 2.933 \times 10^{-6} \frac{cm}{N}$$

$$d_{33Nanc} := \int_0^a \frac{\cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \sin\left(\phi_3 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \cos\left[\left(\phi_2 - \phi_3\right) \cdot \frac{\pi}{180}\right] \cdot \cos\left[\left(\phi_1 - \phi_2\right) \cdot \frac{\pi}{180}\right]}{\cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)} dx = 2.08 \times 10^{-6} \frac{cm}{N}$$

$$d_{33Nstalp} := \frac{\int_{-h_1}^h \frac{\sin\left(\phi_3 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \cos\left[\left(\phi_2 - \phi_3\right) \cdot \frac{\pi}{180}\right] \cdot \cos\left[\left(\phi_1 - \phi_2\right) \cdot \frac{\pi}{180}\right] \cdot \sin\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) + \frac{\sin\left(\phi_3 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \cos\left[\left(\phi_2 - \phi_3\right) \cdot \frac{\pi}{180}\right] \cdot \cos\left[\left(\phi_1 - \phi_2\right) \cdot \frac{\pi}{180}\right] \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{\cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)} dx}{E_{stalp} \cdot A_{stalp}} \quad dx = 1.402 \times 10^{-7} \frac{cm}{N}$$

$$d_{34Mc} := \int_0^L m_3(x) \cdot m_4(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 7.3 \times 10^{-3} \frac{cm}{N} \quad d_{44Mc} := \int_0^L m_4(x) \cdot m_4(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 9.1 \times 10^{-3} \frac{cm}{N}$$

$$d_{44Ntir} := \int_0^{tir4} \frac{1}{E_{cablu} \cdot A_{tir}} dx = 1.252 \times 10^{-5} \frac{cm}{N}$$

⋮

$$d_{114Mc} := \int_0^L \frac{m_1(x) \cdot m_{14}(x)}{E_{cond} \cdot I_{cond}} dx = 5.2 \times 10^{-4} \frac{cm}{N} \quad d_{214Mc} := \int_0^L \frac{m_2(x) \cdot m_{14}(x)}{E_{cond} \cdot I_{cond}} dx = 1 \times 10^{-3} \frac{cm}{N}$$

$$d_{314Mc} := \int_0^L m_3(x) \cdot m_{14}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 1.5 \times 10^{-3} \frac{cm}{N} \quad d_{414Mc} := \int_0^L m_4(x) \cdot m_{14}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 1.9 \times 10^{-3} \frac{cm}{N}$$

$$d_{514Mc} := \int_0^L m_5(x) \cdot m_{14}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 2.3 \times 10^{-3} \frac{cm}{N} \quad d_{614Mc} := \int_0^L m_6(x) \cdot m_{14}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 2.6 \times 10^{-3} \frac{cm}{N}$$

$$d_{714Mc} := \int_0^L m_7(x) \cdot m_{14}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 2.9 \times 10^{-3} \frac{cm}{N} \quad d_{814Mc} := \int_0^L m_8(x) \cdot m_{14}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 3 \times 10^{-3} \frac{cm}{N}$$

$$d_{914Mc} := \int_0^L m_9(x) \cdot m_{14}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 3 \times 10^{-3} \frac{cm}{N} \quad d_{1014Mc} := \int_0^L m_{10}(x) \cdot m_{14}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 2.9 \times 10^{-3} \frac{cm}{N}$$

$$d_{1114Mc} := \int_0^L m_{11}(x) \cdot m_{14}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 2.7 \times 10^{-3} \frac{cm}{N}$$

$$d_{1214Mc} := \int_0^L m_{12}(x) \cdot m_{14}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 2.2 \times 10^{-3} \frac{cm}{N}$$

$$d_{1314Mc} := \int_0^L m_{13}(x) \cdot m_{14}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 1.7 \times 10^{-3} \frac{cm}{N}$$

$$d_{1414Mc} := \int_0^L m_{14}(x) \cdot m_{14}(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = 9.2 \times 10^{-4} \frac{cm}{N}$$

$$d_{1414Ntir} := \int_0^{h_{tir1}} \frac{1}{E_{cablu} \cdot A_{tir}} dx = 2.577 \times 10^{-5} \frac{cm}{N}$$


---


$$d_{1414Ncab} = d_{11Ncab} = 1.361 \times 10^{-6} \frac{cm}{N}$$

$$d_{1414Nanc} := \int_0^{a_1} \frac{\cos\left(\alpha_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \frac{\sin\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{\cos\left(\alpha_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right)}}{E_{cablu} \cdot A_{ancora2}} dx = 2.24 \times 10^{-6} \frac{cm}{N}$$

$$d_{1414Nstalp} := \int_{-h_1}^h \frac{\sin\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \sin\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) + \frac{\sin\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \cos\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \sin\left(\alpha_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{\cos\left(\alpha_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right)}}{E_{stalp} \cdot A_{stalp}} dx = 1.854 \times 10^{-7} \frac{cm}{N}$$

$$d_{1P} := \int_0^L m_1(x) \cdot M(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -6.6 \times 10^3 \cdot mm$$

$$d_{2P} := \int_0^L m_2(x) \cdot M(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -1.3 \times 10^4 \cdot mm$$

$$d_{3P} := \int_0^L m_3(x) \cdot M(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -1.9 \times 10^4 \cdot mm$$

$$d_{4P} := \int_0^L m_4(x) \cdot M(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -2.3 \times 10^4 \cdot mm$$

$$d_{5P} := \int_0^L m_5(x) \cdot M(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -2.7 \times 10^4 \cdot mm$$

$$d_{6P} := \int_0^L m_6(x) \cdot M(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -3 \times 10^4 \cdot mm$$

$$d_{7P} := \int_0^L m_7(x) \cdot M(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -3.1 \times 10^4 \cdot mm$$

$$d_{8P} := \int_0^L m_8(x) \cdot M(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -3.1 \times 10^4 \cdot mm$$

$$d_{9P} := \int_0^L m_9(x) \cdot M(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -3 \times 10^4 \cdot mm$$

$$d_{10P} := \int_0^L m_{10}(x) \cdot M(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -2.7 \times 10^4 \cdot mm$$

$$d_{11P} := \int_0^L m_{11}(x) \cdot M(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -2.3 \times 10^4 \cdot mm$$

$$d_{12P} := \int_0^L m_{12}(x) \cdot M(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -1.9 \times 10^4 \cdot mm$$

$$d_{13P} := \int_0^L m_{13}(x) \cdot M(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -1.3 \times 10^4 \cdot mm$$

$$d_{14P} := \int_0^L m_{14}(x) \cdot M(x) dx \frac{1}{E_{cond} \cdot I_{cond}} = -6.6 \times 10^3 \cdot mm$$

Momentele pe conducta rezemata continuu pe reazeme simple

Coef :=

$d_{11Mc}$	$d_{12Mc}$	$d_{13Mc}$	$d_{14Mc}$	$d_{15Mc}$	$d_{16Mc}$	$d_{17Mc}$	$d_{18Mc}$	$d_{19Mc}$	$d_{110Mc}$	$d_{111Mc}$	$d_{112Mc}$	$d_{113Mc}$	$d_{114Mc}$
$d_{12Mc}$	$d_{22Mc}$	$d_{23Mc}$	$d_{24Mc}$	$d_{25Mc}$	$d_{26Mc}$	$d_{27Mc}$	$d_{28Mc}$	$d_{29Mc}$	$d_{210Mc}$	$d_{211Mc}$	$d_{212Mc}$	$d_{213Mc}$	$d_{214Mc}$
$d_{13Mc}$	$d_{23Mc}$	$d_{33Mc}$	$d_{34Mc}$	$d_{35Mc}$	$d_{36Mc}$	$d_{37Mc}$	$d_{38Mc}$	$d_{39Mc}$	$d_{310Mc}$	$d_{311Mc}$	$d_{312Mc}$	$d_{313Mc}$	$d_{314Mc}$
$d_{14Mc}$	$d_{24Mc}$	$d_{34Mc}$	$d_{44Mc}$	$d_{45Mc}$	$d_{46Mc}$	$d_{47Mc}$	$d_{48Mc}$	$d_{49Mc}$	$d_{410Mc}$	$d_{411Mc}$	$d_{412Mc}$	$d_{413Mc}$	$d_{414Mc}$
$d_{15Mc}$	$d_{25Mc}$	$d_{35Mc}$	$d_{45Mc}$	$d_{55Mc}$	$d_{56Mc}$	$d_{57Mc}$	$d_{58Mc}$	$d_{59Mc}$	$d_{510Mc}$	$d_{511Mc}$	$d_{512Mc}$	$d_{513Mc}$	$d_{514Mc}$
$d_{16Mc}$	$d_{26Mc}$	$d_{36Mc}$	$d_{46Mc}$	$d_{56Mc}$	$d_{66Mc}$	$d_{67Mc}$	$d_{68Mc}$	$d_{69Mc}$	$d_{610Mc}$	$d_{611Mc}$	$d_{612Mc}$	$d_{613Mc}$	$d_{614Mc}$
$d_{17Mc}$	$d_{27Mc}$	$d_{37Mc}$	$d_{47Mc}$	$d_{57Mc}$	$d_{67Mc}$	$d_{77Mc}$	$d_{78Mc}$	$d_{79Mc}$	$d_{710Mc}$	$d_{711Mc}$	$d_{712Mc}$	$d_{713Mc}$	$d_{714Mc}$
$d_{18Mc}$	$d_{28Mc}$	$d_{38Mc}$	$d_{48Mc}$	$d_{58Mc}$	$d_{68Mc}$	$d_{78Mc}$	$d_{88Mc}$	$d_{89Mc}$	$d_{810Mc}$	$d_{811Mc}$	$d_{812Mc}$	$d_{813Mc}$	$d_{814Mc}$
$d_{19Mc}$	$d_{29Mc}$	$d_{39Mc}$	$d_{49Mc}$	$d_{59Mc}$	$d_{69Mc}$	$d_{79Mc}$	$d_{89Mc}$	$d_{99Mc}$	$d_{910Mc}$	$d_{911Mc}$	$d_{912Mc}$	$d_{913Mc}$	$d_{914Mc}$
$d_{110Mc}$	$d_{210Mc}$	$d_{310Mc}$	$d_{410Mc}$	$d_{510Mc}$	$d_{610Mc}$	$d_{710Mc}$	$d_{810Mc}$	$d_{910Mc}$	$d_{1010Mc}$	$d_{1011Mc}$	$d_{1012Mc}$	$d_{1013Mc}$	$d_{1014Mc}$
$d_{111Mc}$	$d_{211Mc}$	$d_{311Mc}$	$d_{411Mc}$	$d_{511Mc}$	$d_{611Mc}$	$d_{711Mc}$	$d_{811Mc}$	$d_{911Mc}$	$d_{1011Mc}$	$d_{1111Mc}$	$d_{1112Mc}$	$d_{1113Mc}$	$d_{1114Mc}$
$d_{112Mc}$	$d_{212Mc}$	$d_{312Mc}$	$d_{412Mc}$	$d_{512Mc}$	$d_{612Mc}$	$d_{712Mc}$	$d_{812Mc}$	$d_{912Mc}$	$d_{1012Mc}$	$d_{1112Mc}$	$d_{1212Mc}$	$d_{1213Mc}$	$d_{1214Mc}$
$d_{113Mc}$	$d_{213Mc}$	$d_{313Mc}$	$d_{413Mc}$	$d_{513Mc}$	$d_{613Mc}$	$d_{713Mc}$	$d_{813Mc}$	$d_{913Mc}$	$d_{1013Mc}$	$d_{1113Mc}$	$d_{1213Mc}$	$d_{1313Mc}$	$d_{1314Mc}$
$d_{114Mc}$	$d_{214Mc}$	$d_{314Mc}$	$d_{414Mc}$	$d_{514Mc}$	$d_{614Mc}$	$d_{714Mc}$	$d_{814Mc}$	$d_{914Mc}$	$d_{1014Mc}$	$d_{1114Mc}$	$d_{1214Mc}$	$d_{1314Mc}$	$d_{1414Mc}$

term<sub>liber</sub> :=

$d_{1P}$	
$d_{2P}$	1
$d_{3P}$	1
$d_{4P}$	2
$d_{5P}$	3
$d_{6P}$	4
$d_{7P}$	5
$d_{8P}$	6
$d_{9P}$	7
$d_{10P}$	8
$d_{11P}$	9
$d_{12P}$	10
$d_{13P}$	11
$d_{14P}$	12

.mm

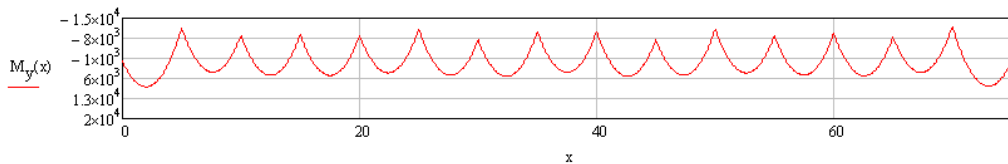
  

X := Isolve(Coef, term<sub>liber</sub>)

	1
1	25.31
2	21.96
3	22.6
4	22.02
5	23.67
6	21.19
7	23.07
8	23.07
9	21.18
10	23.7
11	21.9
12	22.9
13	21.49
14	25.69

.kN

$$M_y(x) := M(x) + m_1(x) \cdot X_1 + m_2(x) \cdot X_2 + m_3(x) \cdot X_3 + m_4(x) \cdot X_4 + m_5(x) \cdot X_5 + m_6(x) \cdot X_6 + m_7(x) \cdot X_7 + m_8(x) \cdot X_8 + m_9(x) \cdot X_9 + m_{10}(x) \cdot X_{10} + m_{11}(x) \cdot X_{11} + m_{12}(x) \cdot X_{12} + m_{13}(x) \cdot X_{13} + m_{14}(x) \cdot X_{14}$$



$$d_{11} := d_{11Mc} + d_{11Ntir} + d_{11Ncab} = -1.157 \times 10^{-3} \frac{cm}{N}$$

$$d_{12} := d_{12Mc} + d_{12Ncab} = 1.737 \times 10^{-4} \frac{cm}{N}$$

$$d_{22} := d_{22Mc} + d_{22Ntir} + d_{22Ncab} = 8.536 \times 10^{-5} \frac{cm}{N}$$

$$\begin{aligned}
 d_{13} &:= d_{13Mc} + d_{13Ncab} = 1.247 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} & d_{23} &:= d_{23Mc} + d_{23Ncab} = 2.126 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} \\
 d_{14} &:= d_{14Mc} + d_{14Ncab} = 2.116 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} & d_{24} &:= d_{24Mc} + d_{24Ncab} = 3.85 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} \\
 d_{15} &:= d_{15Mc} + d_{15Ncab} = 2.75 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} & d_{25} &:= d_{25Mc} + d_{25Ncab} = 5.11 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} \\
 d_{16} &:= d_{16Mc} + d_{16Ncab} = 3.178 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} & d_{26} &:= d_{26Mc} + d_{26Ncab} = 5.965 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} \\
 d_{17} &:= d_{17Mc} + d_{17Ncab} = 3.413 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} & d_{27} &:= d_{27Mc} + d_{27Ncab} = 6.442 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} \\
 d_{18} &:= d_{18Mc} + d_{18Ncab} = 3.468 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} & d_{28} &:= d_{28Mc} + d_{28Ncab} = 6.569 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} \\
 d_{19} &:= d_{19Mc} + d_{19Ncab} = 3.356 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} & d_{29} &:= d_{29Mc} + d_{29Ncab} = 6.397 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} \\
 d_{110} &:= d_{110Mc} + d_{110Ncab} = 3.093 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} & d_{210} &:= d_{210Mc} + d_{210Ncab} = 5.888 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} \\
 d_{111} &:= d_{111Mc} + d_{111Ncab} = 2.691 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} & d_{211} &:= d_{211Mc} + d_{211Ncab} = 5.139 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} \\
 d_{112} &:= d_{112Mc} + d_{112Ncab} = 2.167 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} & d_{212} &:= d_{212Mc} + d_{212Ncab} = 4.078 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} \\
 d_{113} &:= d_{113Mc} + d_{113Ncab} = 1.532 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} & d_{213} &:= d_{213Mc} + d_{213Ncab} = 2.916 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}} \\
 d_{114} &:= d_{114Mc} + d_{14Ncab} = -1.465 \times 10^{-5} \frac{\text{cm}}{\text{N}} & d_{214} &:= d_{214Mc} + d_{214Ncab} = 1.531 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{N}}
 \end{aligned}$$

$$\text{Coef}_{\text{reazflex}} := \begin{pmatrix}
 d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} & d_{17} & d_{18} & d_{19} & d_{110} & d_{111} & d_{112} & d_{113} & d_{114} \\
 d_{12} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} & d_{27} & d_{28} & d_{29} & d_{210} & d_{211} & d_{212} & d_{213} & d_{214} \\
 d_{13} & d_{23} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} & d_{37} & d_{38} & d_{39} & d_{310} & d_{311} & d_{312} & d_{313} & d_{314} \\
 d_{14} & d_{24} & d_{34} & d_{44} & d_{45} & d_{46} & d_{47} & d_{48} & d_{49} & d_{410} & d_{411} & d_{412} & d_{413} & d_{414} \\
 d_{15} & d_{25} & d_{35} & d_{45} & d_{55} & d_{56} & d_{57} & d_{58} & d_{59} & d_{510} & d_{511} & d_{512} & d_{513} & d_{514} \\
 d_{16} & d_{26} & d_{36} & d_{46} & d_{56} & d_{66} & d_{67} & d_{68} & d_{69} & d_{610} & d_{611} & d_{612} & d_{613} & d_{614} \\
 d_{17} & d_{27} & d_{37} & d_{47} & d_{57} & d_{67} & d_{77} & d_{78} & d_{79} & d_{710} & d_{711} & d_{712} & d_{713} & d_{714} \\
 d_{18} & d_{28} & d_{38} & d_{48} & d_{58} & d_{68} & d_{78} & d_{88} & d_{89} & d_{810} & d_{811} & d_{812} & d_{813} & d_{814} \\
 d_{19} & d_{29} & d_{39} & d_{49} & d_{59} & d_{69} & d_{79} & d_{89} & d_{99} & d_{910} & d_{911} & d_{912} & d_{913} & d_{914} \\
 d_{110} & d_{210} & d_{310} & d_{410} & d_{510} & d_{610} & d_{710} & d_{810} & d_{910} & d_{1010} & d_{1011} & d_{1012} & d_{1013} & d_{1014} \\
 d_{111} & d_{211} & d_{311} & d_{411} & d_{511} & d_{611} & d_{711} & d_{811} & d_{911} & d_{1011} & d_{1111} & d_{1112} & d_{1113} & d_{1114} \\
 d_{112} & d_{212} & d_{312} & d_{412} & d_{512} & d_{612} & d_{712} & d_{812} & d_{912} & d_{1012} & d_{1112} & d_{1212} & d_{1213} & d_{1214} \\
 d_{113} & d_{213} & d_{313} & d_{413} & d_{513} & d_{613} & d_{713} & d_{813} & d_{913} & d_{1013} & d_{1113} & d_{1213} & d_{1313} & d_{1314} \\
 d_{114} & d_{214} & d_{314} & d_{414} & d_{514} & d_{614} & d_{714} & d_{814} & d_{914} & d_{1014} & d_{1114} & d_{1214} & d_{1314} & d_{1414}
 \end{pmatrix}$$

$\text{term}_{\text{liberreazflex}} := -$ 

$d_{1P}$	
$d_{2P}$	1
$d_{3P}$	1
$d_{4P}$	2
$d_{5P}$	3
$d_{6P}$	4
$d_{7P}$	5
$d_{8P}$	6
$d_{9P}$	7
$d_{10P}$	8
$d_{11P}$	9
$d_{12P}$	10
$d_{13P}$	11
$d_{14P}$	12

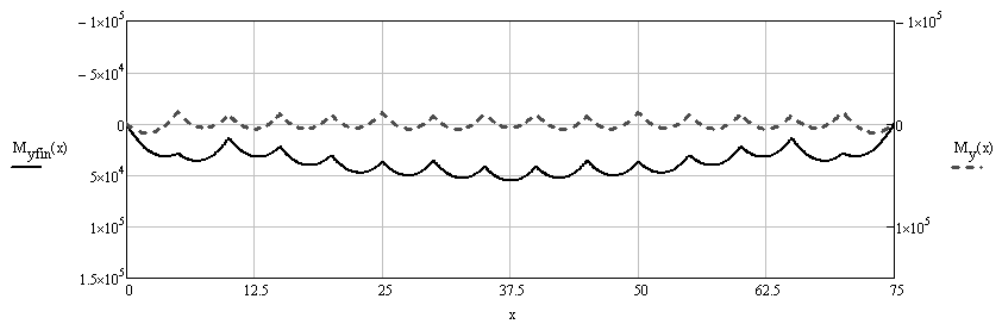
 $\cdot \text{mm}$

$Y := \text{lsolve}(\text{Coef}_{\text{reazflex}}, \text{term}_{\text{liberreazflex}})$ 

	1
1	13.95
2	28.16
3	23.1
4	22.94
5	21.66
6	24.76
7	22.05
8	22.04
9	24.79
10	21.64
11	22.93
12	23.12
13	28.15
14	13.96

 $\cdot \text{kN}$

$$M_{y\text{fin}}(x) := M(x) + m_1(x) \cdot Y_1 + m_2(x) \cdot Y_2 + m_3(x) \cdot Y_3 + m_4(x) \cdot Y_4 + m_5(x) \cdot Y_5 + m_6(x) \cdot Y_6 + m_7(x) \cdot Y_7 + m_8(x) \cdot Y_8 + m_9(x) \cdot Y_9 + m_{10}(x) \cdot Y_{10} + m_{11}(x) \cdot Y_{11} + m_{12}(x) \cdot Y_{12} + m_{13}(x) \cdot Y_{13} + m_{14}(x) \cdot Y_{14}$$

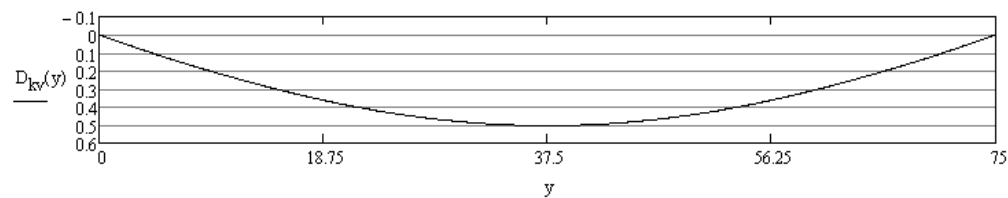


Functia pentru diagrama unei deplasari virtuale intr-un punct y

$$m_k(x, y) := \begin{cases} \left(\frac{L-y}{L}\right) \cdot x & \text{if } x \leq y \\ \left(\frac{L-y}{L}\right) \cdot x - (x-y) & \text{if } y < x \leq L \end{cases}$$

$$D_{kv}(y) := \int_0^L \frac{m_k(x, y) \cdot M_{y\text{fin}}(x)}{E_{\text{cond}} \cdot I_{\text{cond}}} dx$$

$$D_{kv}(37.5\text{m}) = 503.864 \text{ mm}$$



## ANEXA 7 CALCULUL EFORTURILOR ÎN CABLURILE PARABOLICE

a := 21m	deschideri laterale
b := 5m	distanța între tiranți
f := 7m	sageata cablului la mijlocul deschiderii
d := 7m	ancorarea cablurilor laterale
L <sub>c</sub> := 75m	deschiderea centrala
h := 9m	înălțimea stalpilor
h <sub>1</sub> := 2m	distanța de la conducta la teren
D := 529mm	Diametrul conductei
t := 5mm	grosimea peretelui conductei
D <sub>int</sub> := D - 2t = 0.519 m	

$$\alpha := \operatorname{atan}\left(\frac{h}{a}\right) \cdot \frac{180}{\pi} = 23.199$$

$$\beta := \operatorname{atan}\left(\frac{a}{h}\right) \cdot \frac{180}{\pi} = 66.801$$

$$\gamma := \operatorname{atan}\left(\frac{d}{b}\right) \cdot \frac{180}{\pi} = 54.462$$

### Incarcari

$q_0 := 1.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	incarcarea de exploatare(permanenta + produse transportate)	$Q_0(x) := q_0 \cdot \frac{x}{2}$
$q_1 := 4.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	incarcarea totala ( q <sub>0</sub> +gheata zapada + utila)	$Q_1(x) := q_1 \cdot \frac{x}{2}$
$p := 2.0 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 2 \text{ MPa}$	presiunea interioara in conducta	

### Caracteristici geometrice

$E_{\text{cond}} := 2.1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	$E_{\text{cablu}} := 1.6 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	$E_{\text{stalp}} := 2.1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
$I_{\text{cond}} := 1.041 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4 = 1.041 \times 10^5 \cdot \text{cm}^4$	$I_{\text{cablu}} := 0 \text{ cm}^4$	$I_{\text{stalp}} := 14600 \text{ cm}^4$
$A_{\text{cond}} := \frac{\pi(D^2 - D_{\text{int}}^2)}{4} = 82.31 \cdot \text{cm}^2$	$A_{\text{cablu}} := 10.18 \text{ cm}^2$	$A_{\text{stalp}} := 93 \text{ cm}^2$

### Structura static nedeterminata

Intinderea din incarcarea de exploatare

$$H_0 := \frac{q_0 \cdot L^2}{8 \cdot f} = 180.8 \cdot \text{kN}$$

$$C_1 := \frac{\left( \frac{E_{\text{cablu}} \cdot A_{\text{cablu}}}{2 \cdot L \cdot H_0^2} \int_0^L Q_0(x)^2 dx - H_0 \right)}{\text{kN}} = 3.603 \times 10^3$$

$$C_2 := \frac{\left[ \frac{E_{\text{cablu}} \cdot A_{\text{cablu}}}{2 \cdot L} \int_0^L (Q_1(x))^2 dx \right]}{\text{kN}^3} = 7.73 \times 10^8$$

Intinderea din incarcarea totala pe directia orizontala

$$\text{TensH}_1 := H_1^3 + C_1 \cdot H_1^2 - C_2 \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve} \\ \text{assume}, H_1 > 0 \end{array} \right. \rightarrow 437.41887630567597425$$

$$H_1 := \text{TensH}_1 \cdot \text{kN} = 437.42 \cdot \text{kN} \quad \text{Tensiunea cablului la prinderea de stalp}$$

$$f_1 := \frac{q_1 \cdot L^2}{8 \cdot H_1} = 7.233 \text{ m} \quad \text{Sageata de atamare a cablului cu incarcarea totala}$$

$$N_0 := H_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{16 \cdot f^2}{L^2}} = 192.99 \cdot \text{kN} \quad \text{Tensiunea in cablu din incarcarea in exploatare}$$

$$N_1 := H_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{16 \cdot f_1^2}{L^2}} = 468.84 \cdot \text{kN} \quad \text{Tensiunea in cablu din incarcarea totala}$$

Deplasarea la partea superioara a fiecarui pilon

$$D_1 := \frac{H_1 - H_0}{E_{\text{cablu}} \cdot A_{\text{cablu}} \cdot \cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)} \cdot \frac{a}{\cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)} \cdot \frac{1}{\cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)} = 4.261 \cdot \text{cm}$$

$$N_{\text{anc}} := N_1 \cdot \frac{\cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{\cos\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right)} = 456.342 \cdot \text{kN}$$

$$N_{\text{pilon}} := N_{\text{anc}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right) + N_1 \cdot \sin\left(\phi_1 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 334.026 \cdot \text{kN}$$

Determinarea intinderii si sagetii din greutatea cablurilor

$$q_2 := 0.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad Q_2(x) := q_2 \cdot \frac{x}{2}$$

$$C_3 := \frac{\left[ \frac{E_{\text{cablu}} \cdot A_{\text{cablu}}}{2 \cdot L} \cdot \int_0^L (Q_2(x))^2 dx \right]}{\text{kN}^3} = 9.544 \times 10^6$$

$$\text{TensH}_2 := H_2^3 + C_1 \cdot H_2^2 - C_3 \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve} \\ \text{assume}, H_2 > 0 \end{array} \right. \rightarrow 51.106778652966077464$$

Sageata de atamare a cablului cu incarcarea totala

$$H_2 := \text{TensH}_2 \cdot \text{kN} = 51.11 \cdot \text{kN} \quad \text{Tensiunea cablului la prinderea de stalp din greutatea cablurilor}$$

$$f_2 := \frac{q_2 \cdot L^2}{8 \cdot H_2} = 6.879 \text{ m} \quad \text{Sageata de atamare a cablului cu incarcarea din greutatea cablurilor}$$

Deplasarea la partea superioara a fiecarui pilon din deformatia tirantului

$$D_2 := \frac{H_0 - H_2}{E_{\text{cablu}} \cdot A_{\text{cablu}} \cdot \cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)} \cdot \frac{a}{\cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)} \cdot \frac{1}{\cos\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right)} = 2.153 \cdot \text{cm}$$

## BIBLIOGRAFIE

- [1] Ivan M., Formularea matriceală a teoriei neliniare, Al IV-lea Simpozion Național de Informatică în Construcții (SNIC), vol. 2, 26-27 mai 1988, pag. 147;
- [2] Ivan M., Gioncu V., *Considerații privind comportarea neliniară a structurilor*, Sesiunea științifică a I.P. Cluj-Napoca, 28-29 oct. 1978, Secția Metode de calcul a construcțiilor, pag. 235;
- [3] Mateescu D., Ivan M., *Conducte metalice circulare cu diametru mare*, Editura Tehnică, București, 1985;
- [4] Ivan M., Cuteanu E., Ivan A., Pinte D., *Nonlinear Analysis of Structures*, Buletinul științific al UPT, Seria Construcții Arhitectură, Fascicola 1, 1997, pag. 8-15;
- [5] Ivan M., Pinte D., Ivan A., *Non-linear behavior of plane arches*, Lucrările celei de a IV-a Conferințe de Elemente Finite și de Frontieră, ELFIN 4, Sect 2.2, Universitatea Gh. Asachi, Iași, pag. 83-91;
- [6] Ivan M., Pinte D., Ivan A., *Non-linear analysis of plane frames*, Lucrările celei de a IV-a Conferințe de Elemente Finite și de Frontieră, ELFIN 4, Sect 2.2, Universitatea Gh. Asachi, Iași, pag. 75-82;
- [7] Ivan M., Varga L., Ivan A., *Cable supported gas pipe over Timis river at Caransebes*. Lucrările celei de-a VIII-a Conferințe Internaționale de Construcții Metalice, vol. 1, Ed. Mirton, Timișoara, 1997, pag. 111-118;
- [8] Ivan M., Cuteanu E., Florescu D., Ivan A., *Non-linear analysis of hydrotransportation system for pyrite and cooper*. Lucrările celei de-a VIII-a Conferințe Internaționale de Construcții Metalice, vol. 1, Ed. Mirton, Timișoara, 1997, pag. 141-148;
- [9] Cătărig Al., Kopenetz L., *Structuri ușoare cu rigle și cabluri înclinate*, A VII-a Conferință de Construcții Metalice, 29-30 sept. 1994, Timișoara, pag. 19-28;
- [10] Cătărig Al., Kopenetz L., *Structuri ușoare alcătuite din cabluri și membrane*, Ed. UT Press, Cluj-Napoca, 1998;
- [11] Cătărig Al., Kopenetz L., Alexa P., *Problems Assessing the wind action on cable structures in wind tunnels*. Acta Tehnica Napocensis, nr. 38, Cluj-Napoca, 1995;
- [12] Gobesz F., Kopenetz L., *Analiza neliniară a podurilor hobanate*. SNIC2, Sibiu, 1980;



- [13] Gobesz F., Kopenetz L., Matricea de rigiditate incrementală pentru calculul unui element de cablu greu. SNIC3, Sibiu, 1982;
- [14] Kopenetz L., Cătărig Al., Probleme ale coroziunii cablurilor din oțel. Lucrările celei de a VII-a Conferință de Construcții Metalice, 29-30 sept. 1994, Timișoara, pag. 19-28;
- [15] Newmark N.M., A method of computation for structural dynamics. Journal of the Engineering Mechanics Division, vol.85, ASCE, EM 3, 1959;
- [16] Nickell R.E., Direct integration methods in structural dynamics. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, EM 9, 1973;
- [17] Nickell R.E., Nonlinear dynamics by mode superposition. Computer Methods in applied Mechanics and Engineering, nr. 7, 1976;
- [18] Kureenko V.I., Șimanovski V.H., Korsunov D.A., Visicie trubopravodnae perehoda, Izdatelestvo Budivlenik, Kiev, 1968;
- [19] Kaciurin K.V., Gibkie niti s malami strelkani, Gostoptehizdat, 1956;
- [20] Kaciurin K.V., Teoria visracih sistem L-M, Gostraizdat, 1962;
- [21] Van der Heijden A.M.A., On the influence of the bending stiffness in cable analysis, Kominkl Nederland Akademie Van Wetenschappen. Amsterdam Proceedings, No. 3, 1973, pag.217-229;
- [22] Strelețkii N.H., Reșetceatae combinirovannae sistema nustov, M Dorizdat, 1953;
- [23] Sumanovskii V.N., Rasect mnogoproletnah sistem, Sb. Stroitelinae construcții, vap.IV, Budovlenik, 1966;
- [24] Podolny W., Fleming J., Cable-stayed bridges- Single plane static analysis, Highway Focus, vol. 5, number 5, US Department of Transport, 1973;
- [25] Ivan M., Teoria elasticității. Institutul Politehnic Timișoara, 1983;
- [26] Ivan A., Stabilitatea cupolelor metalice simplu strat. Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 2000;
- [27] Ivan M., Bazele calculului liniar al structurilor. Editura Facla, Timișoara, 1985;
- [28] Powell G and Simons J., Improved iteration strategy for nonlinear structures. International Journal of Numerical Methods in Engineering, vol. 17, 1981, pag. 1455-1467;
- [29] Bergan G.P., Mollestad, Static and dynamic solution strategies in nonlinear analysis, in Taylor C. Et al. (eds) Numerical Method for Nonlinear Problems, Pineridge Press, Swansea, 1984, pag. 3 – 17;

- [30] Simons F.J., Bergan G.F., Nygard K.M., Hyperplane displacement control methods in nonlinear analysis. Proceedings of International Conference on Innovative Methods for Nonlinear Problems, Pineridge Press Swasea,UK, 1984, pag. 345-364;
- [31] Crisfield A.M., A fast incremental/iterative solution procedure that Handles "snap-through", Computers and Structures, vol. 13, 1981, pag. 55-62;
- [32] Riks E., An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. International Journal of Solids and Structure, vol. 15, 1979, pag. 529-551;
- [33] Wempner A.G., Discrete approximations related to nonlinear theories of solids. International Journal of Solids and Structures, vol. 7, 1971, pag 1581-1599;
- [34] Bergan G.P., Solution algorithms for nonlinear structural problems. Computers & Structures, no. 12, 1980, pag. 497 – 509;
- [35] Chan L.S., Geometric and material nonlinear analysis of beam-column and frames using the minimum residual displacement method. International Journal of Numerical Methods in Engineering, vol.26, 1988, pag. 2657-2669, 1988.
- [36] Gierlinski T.J., Smith Grave R.T., A variable load iteration procedure for thin-walled structures. Computers and Structures, no. 21, 1985, pag. 1085-1094;
- [37] Crisfield A.M., Numerical analysis of structures. Developments in Thin-Walled structures – I, Applied Science London, 1982, pag. 235-284;
- [38] Ramm E., Strategies for tracing the nonlinear response near limit points. Nonlinear Finite Element Analysis in Structural Mechanics, Springer-Verlag, Berlin, 1981, pag. 63-89;
- [39] Bergan G.P., Horrigmoe G., Krakeland B., Soreide H.T., Solution techniques for nonlinear finite element problems. International Journal of Numerical Methods in Engineering., vol.12, 1978, pag. 1677-1696;
- [40] Bergan G.P., Soreide T., A comparative study of different numerical solution techniques as applied to non-linear structural problem. Computer Methods and Applied Mechanics Engineering, no. 2, 1973, pag. 185-201;
- [41] Meek L.J., Tan S.H., Geometrically nonlinear analysis of beam-columns and frames by an incremental iterative technique. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, no.47, 1984, pag. 261-282;
- [42] Ivan A., Metode numerice pentru calculul neliniar al structurilor cu metoda elementului finit. Sesiunea de comunicări științifice, Universitatea Aurel Vlaicu Arad, 7-8 mai 1992;

- 
- [43] Ivan A., A study of numerical methods used for overcoming the critical points of the equilibrium path. Proceedings of the V-th symposium of mathematics and its applications, Timișoara, 29-30 oct. 1993,
- [44] Ivan M., Lupescu T., The nonlinear analysis of cable supported gas pipe. Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference of Metal Structures, Edited by M. Ivan, Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 2000, pag. 217-228;
- [45] Ivan A., Stabilitatea Cupolelor metalice reticulate simplu strat. Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 2000.
- [46] Henghold W.M., Russel J.J., Equilibrium and natural frequencies of cable structures. Computers and Structures, vol. 6, 1976, pag 267-271.
- [47] Ivan M., Vulpe A., Bănuț V., Statica , stabilitatea și dinamica construcțiilor. Editura Didactică și Pedagogică, București;
- [48] Irvine M.H., Natural vibrations of suspension cables. Journal of Structural Division, vol 102, no. 6, 1976, pag. 1286;
- [49] Vîlceanu L., Rezistență și durabilitate la solicitarea de contact asârmelor din cablurile de oțel, Editura Mirton, Timișoara, 2003;
- [50] Szabo J., Kollar L., Structural design of cable-suspended roofs. Ellis Horwood Limited, England, 1984;
- [51] Toth G.L., Contribuții la studiul și cercetării influenței construcției și condițiilor de utilizare de utilizare asupra fiabilității cablurilor din oțel. Teză de doctorat, 2007
- [52] Eurocode 3, Proiectarea structurilor de oțel.
- [53] Kerensky O.A., Bridges and other large structures. Philosophical Transactions of the Royal Society, 1971, pag. 343-351;
- [54] Chin-Sheng Kao, Chang-Huan Kou, The influence of broken cables on the structural behavior of long-span cable-stayed bridges;
- [55] Marko Justus Grabow, Construction stage analysis of cable-stayed bridges, Thesis Diplom, Technical University of Hamburg;
- [56] Drăgulescu Mihai, Ghenoiu Constantin, Traversări suspendate pentru conducte, Revista Construcțiilor și a Materialelor de Construcții, nr. 9, vol. 14, 1962, pag. 447-456;
- [57] Delong Zuo, Nicholas P. Jones, Wind tunnel testing of yawed and inclined circular cylinders in the context of field observations of stayed-cable vibrations. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, no.97, 2009, p 219-227;

- [58] Burton D., Cao D.Q., Tucker R.W., Wang C., On the stability of stay cables under light wind and rain conditions. *Journal of Sound and Vibrations*, no. 279, 2005, p 89-117;
- [59] Xu Y.L., Zhu L.D., Buffeting response of long-span cable-supported bridges under skew winds. *Journal of Sound and Vibrations*, no. 281, 2005, p 675-697;
- [60] Cluni Federico, Gusella Vittorio, Ubertini Filippo, A parametric investigation of wind induced cable fatigue. *Engineering Structures*, no. 29, 2007, p 3094-3105;
- [61] Ivan Marin, Contribuții la calculul spațial al conductelor metalice circulare, teză de doctorat, I.P.T.V., Timișoara, 1970

### **Lucrări proprii**

- [62] A. Ivan, M. Ivan, M. Stanciu, V.Popa, I. Both, „Advanced analysis of steel communication tower’s behavior using FEM, CIB 2007, pag. 71-78, noiembrie 2007;
- [63] M. Ivan, I. Both, A.Ivan, „Analiza comportării unei conducte de gaz suspendate cu metoda elementelor finite”, Simpozionul „Comportarea Structurilor Metalice La Actiuni Extreme”, in cadrul celei de-a XI-a editii a Zilelor Academice Timisene, 29 Mai2009;
- [64] I. Both, M. Ivan, A. Ivan, „Analysis of a suspension crossing for a Pipeline Using Finite Element Method. Influence of Elasticity Modulus”, Recent advances in Finite Differences-Finite Elements- Finite Volumes-Boundary Elements, București, ISBN: 978-960-474-180-9. ISSN: 1790-2769, pag 234-237, aprilie 2010;
- [65] I. Both, M. Ivan, A. Ivan, „Strengthening of Steel Frame Connection and Finite Element Analysis Results”, Recent advances in Finite Differences-Finite Elements- Finite Volumes-Boundary Elements, București, ISBN: 978-960-474-180-9. ISSN: 1790-2769, pag 238-242, aprilie 2010;
- [66] I. Both, A.Ivan, “Analiza pe faze de construcție a unei traversări suspendate”, a 12-a Conferința Națională de Construcții Metalice, 26-27 noiembrie 2010, Timisoara, Romania, pg. 129-134, ISBN 978-973-638-464-6, 2010;
- [67] I.Both, A. Ivan, „Analysis of a steel structure in a power station”, Mathematical models for engineering science, MMES` 10, pag. 217-221;

### **Site-uri World Wide Web**

- [68] [www.scanscot.com/software/software.html](http://www.scanscot.com/software/software.html)
- [69] [www.aastoware.org/Pages/VirtisOpis.aspx](http://www.aastoware.org/Pages/VirtisOpis.aspx)
- [70] [www.adaptsoft.com/specs-abi.php](http://www.adaptsoft.com/specs-abi.php)

- [71] [www.ids-soft.com/solutions/products/3danalysis.html](http://www.ids-soft.com/solutions/products/3danalysis.html)
- [72] [www.lusas.com](http://www.lusas.com)
- [73] <http://en.midasuser.com/products/overview.asp?nCat=352>
- [74] [www.ne-co.com/](http://www.ne-co.com/)
- [75] [www.opti-mate.com/programs.html](http://www.opti-mate.com/programs.html)
- [76] [www.safi.com/products/safi\\_steel.php](http://www.safi.com/products/safi_steel.php)
- [77] <http://usa.autodesk.com>
- [78] [www.cablecad.com/index.html](http://www.cablecad.com/index.html)
- [79] [www.civilfem.com](http://www.civilfem.com)
- [80] [www.atlantic-group.com](http://www.atlantic-group.com)